



**HAL**  
open science

# Simulation des grandes échelles des instationnarités basses fréquences d'une interaction onde de choc - couche limite sur plaque plane

Guillaume Aubard

► **To cite this version:**

Guillaume Aubard. Simulation des grandes échelles des instationnarités basses fréquences d'une interaction onde de choc - couche limite sur plaque plane. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Arts et Métiers ParisTech, 2012. Français. NNT : 2012ENAM0019 . pastel-00728991

**HAL Id: pastel-00728991**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00728991v1>**

Submitted on 7 Sep 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n° 432 : Science des Métiers de l'Ingénieur

## Doctorat ParisTech

# THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**

**Spécialité " Mécanique "**

*présentée et soutenue publiquement par*

**Guillaume AUBARD**

le 22 juin 2012

## **Simulation des grandes échelles des instationnarités basses fréquences d'une interaction onde de choc / couche limite sur plaque plane**

Directeur de thèse : **Jean-Christophe ROBINET**

Co-encadrement de la thèse : **Xavier GLOERFELT**

### **Jury**

**M. Jean-Paul DUSSAUGE**, Directeur de recherche au CNRS, IUSTI, Marseille  
**M. Jean-Paul BONNET**, Directeur de recherche, Institut Pprime, Poitiers  
**M. Éric GARNIER**, ingénieur de recherche ONERA, DAAP  
**M. Francesco GRASSO**, Professeur des universités, CNAM, Saint-Cyr l'École  
**M. Lionel LARCHEVÊQUE**, Maître de conférences, Aix-Marseille Université, IUSTI, Marseille  
**M. Émile TOUBER**, Imperial College London, Department of Mechanical Engineering  
**M. Xavier GLOERFELT**, Maître de conférences, DynFluid, Arts et Métiers ParisTech  
**M. Jean-Christophe ROBINET**, Professeur, DynFluid, Arts et Métiers ParisTech

Président  
Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur  
Examineur  
Examineur  
Examineur

**T  
H  
È  
S  
E**



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>1 Méthodes numériques pour les écoulements hautes vitesses</b>	<b>11</b>
1.1 Introduction . . . . .	11
1.2 Equations 3D résolues . . . . .	16
1.3 Schémas de discrétisation spatiale . . . . .	17
1.3.1 Différences finies standards . . . . .	18
1.3.2 Différences finies optimisées . . . . .	18
1.4 Avancement temporel . . . . .	19
1.4.1 Schémas de Runge-Kutta standards . . . . .	20
1.4.2 Schémas de Runge-Kutta linéaires à stockage réduit . . . . .	21
1.4.3 Schémas de Runge-Kutta optimisés . . . . .	22
1.5 Méthode de filtrage sélectif . . . . .	23
1.5.1 Filtres standards . . . . .	24
1.5.2 Filtres optimisés . . . . .	25
1.6 Conditions aux limites . . . . .	25
1.6.1 Conditions aux limites de paroi . . . . .	25
1.6.2 Conditions aux limites de non-réflexion . . . . .	26
1.6.3 Elaboration d'une zone éponge . . . . .	28
1.7 Parallélisation du solveur . . . . .	29
1.8 Stratégies de capture de choc . . . . .	32
1.8.1 Limiteurs TVD et MP . . . . .	32
1.8.1.1 Principe et interprétation géométrique . . . . .	32
1.8.1.2 Résultats en scalaire . . . . .	36
1.8.1.3 Extension en 2D . . . . .	37
1.8.2 Viscosités artificielles et filtres non linéaires . . . . .	42

1.8.2.1	Viscosité artificielle - ANAD . . . . .	42
1.8.2.2	Filtrage non-linéaire - ANSF . . . . .	43
1.8.2.3	Comparaison des méthodes . . . . .	44
1.9	Conclusion . . . . .	51
<b>2</b>	<b>Conditions d'entrée instationnaires</b>	<b>55</b>
2.1	Introduction . . . . .	55
2.1.1	Techniques de recyclage . . . . .	56
2.1.2	Techniques de génération de turbulence synthétique . . . . .	57
2.2	Méthodes de génération de turbulence synthétique . . . . .	58
2.2.1	Présentation des deux méthodes testées . . . . .	58
2.2.1.1	La méthode des modes de Fourier aléatoires (RFM) . . . . .	58
2.2.1.2	La méthode de génération de structures synthétiques (SEM) . . . . .	61
2.2.2	Comparaison des deux méthodes sur le cas de la couche limite supersonique . . . . .	64
2.2.2.1	Paramètres physiques et numériques . . . . .	64
2.2.2.2	Comparaison des méthodes . . . . .	65
2.2.2.3	Discussion sur les méthodes de génération de turbulence synthétique . . . . .	71
2.3	Méthode de bypass numérique . . . . .	73
2.3.1	Quelques éléments sur la transition en couche limite . . . . .	73
2.3.2	Présentation de la méthodologie . . . . .	74
2.3.3	Validation de la méthode de bypass numérique . . . . .	75
2.4	Conclusion . . . . .	83
<b>3</b>	<b>Discussion sur la Simulation des Grandes Echelles</b>	<b>85</b>
3.1	Formulation des équations de Navier-Stokes en SGE . . . . .	85
3.2	Le problème de fermeture . . . . .	88
3.2.1	Modèles fonctionnels . . . . .	89
3.2.1.1	Modèle de Smagorinsky ( <i>SM</i> ) . . . . .	90
3.2.1.2	Modèle de Smagorinsky dynamique ( <i>DSM</i> ) . . . . .	91
3.2.1.3	Modèle multi échelle ( <i>MSM</i> ) . . . . .	92
3.2.2	Modèles structurels . . . . .	93
3.2.2.1	Modèle de déconvolution approchée ( <i>ADM</i> ) . . . . .	93
3.2.2.2	Modèle de régularisation ( <i>RT</i> ) . . . . .	95
3.2.2.3	Modèles de similarité d'échelle ( <i>SS</i> ) . . . . .	95

3.2.3	Modèles mixtes . . . . .	96
3.2.3.1	Modèle mixte <i>SM/SS</i> . . . . .	96
3.2.3.2	Modèle mixte <i>DSM/SS</i> . . . . .	96
3.3	Tourbillon de Taylor-Green . . . . .	97
3.3.1	Influence des paramètres numériques : schéma spatial et méthodologie RT . . . . .	99
3.3.2	Comparaison des approches SGE . . . . .	102
3.4	Couche limite turbulente supersonique . . . . .	106
3.4.1	Simulation numérique directe . . . . .	106
3.4.2	Calcul par SGE : convergence en maillage . . . . .	115
3.4.3	Comparaison des approches de SGE . . . . .	118
3.4.3.1	Modification des modèles de turbulence . . . . .	118
3.4.3.2	Comparaison des différents modèles . . . . .	118
3.5	Conclusion . . . . .	124
<b>4</b>	<b>L'interaction onde de choc / couche limite</b>	<b>127</b>
4.1	Description de l'écoulement . . . . .	127
4.1.1	Organisation moyenne . . . . .	127
4.1.2	Organisation dynamique . . . . .	130
4.2	Mécanismes d'instationnarité basse fréquence . . . . .	142
<b>5</b>	<b>SGE de l'interaction onde de choc / couche limite</b>	<b>149</b>
5.1	Introduction . . . . .	149
5.2	IOCCL turbulente pour un angle de déflecteur de choc $\phi = 8^\circ$ . . . . .	149
5.2.1	Paramètres physiques et numériques . . . . .	149
5.2.2	Mise en place de la capture de choc en turbulent . . . . .	152
5.2.3	Visualisations instantanées . . . . .	154
5.2.4	Comparaison avec les références numériques . . . . .	154
5.2.4.1	Champ moyens . . . . .	154
5.2.4.2	Intensités turbulentes . . . . .	159
5.2.5	Comparaison avec la référence expérimentale . . . . .	162
5.3	IOCCL turbulente pour un angle de déflecteur de choc $\phi = 9^\circ$ . . . . .	165
5.4	Conclusion . . . . .	166
<b>6</b>	<b>Aspects instationnaires de l'IOCCL</b>	<b>169</b>
6.1	Présentation de la base de donnée . . . . .	169

6.2	Analyse de la pression pariétale . . . . .	170
6.3	Analyse spectrale non-linéaire : modes de Koopman . . . . .	171
6.4	Dynamique de la zone de recirculation . . . . .	181
6.5	Lien avec la dynamique du choc réfléchi et de la couche de mélange . . . . .	191
6.6	Conclusion . . . . .	195

<b>Conclusion</b>		<b>197</b>
-------------------	--	------------

# Introduction

Les interactions entre ondes de choc et couches limites (IOCCCL) sont des phénomènes couramment rencontrés dans les domaines de l'aéronautique et de l'aérospatiale. Elles apparaissent de façon systématique lorsque des écoulements hautes vitesses (transsoniques ou supersoniques) subissent une forte compression générée par un gradient de pression externe ou par un changement de géométrie de la surface sur laquelle ils évoluent. Elles sont présentes dans de nombreuses configurations, en aérodynamique interne comme dans les cas des pâles de compresseurs (figure 1 gauche) ou des aubes de turbines (figure 1 droite), et en aérodynamique externe comme dans le cas des entrées d'air de véhicules supersoniques (figure 3), des tuyères surdétendues (figure 2b), ou encore des profils transsoniques (figure 2a).

S'ils sont d'intensité suffisante, les phénomènes d'IOCCCL ont des effets néfastes sur les applications aéronautiques, notamment une forte augmentation de la traînée aérodynamique liée à la génération d'écoulements décollés, et de fortes variations de température au niveau des parois des structures aéronautiques. Les IOCCCL sont également le siège d'instationnarités à des fréquences de l'ordre de la centaine de Hertz, qui constituent une source d'excitation aérodynamique. Ce phénomène basse fréquence, qualifié de "tremblement aérodynamique" (*buffet*), est à l'origine d'importantes fluctuations de pression pariétale qui font vibrer les structures aéronautiques, pouvant ainsi affecter leur intégrité mécanique. Il s'agit d'un phénomène très robuste, observé aussi bien en tuyère que sur une aile d'avion, et pour une large gamme de nombre de Reynolds.

Pour ces raisons, les phénomènes d'IOCCCL ont été le sujet d'importantes recherches depuis les années 1940 et les premières études sur des cas de profils d'ailes en régime transsonique. Malgré la grande diversité et la complexité des configurations industrielles concernées par les phénomènes d'IOCCCL, la plupart des études publiées se sont concentrées sur trois cas, celui du profil d'aile en régime transsonique (figure 4), celui du choc oblique impactant une plaque plane (figure 5) et celui de la rampe de compression (figure 6). Ces trois configurations semblent représentatives de la topologie et de la dynamique instationnaire de la plupart des configurations industrielles, et on s'attend à ce que la compréhension de ces cas s'étende à ces dernières. Pour les trois configurations, la présence



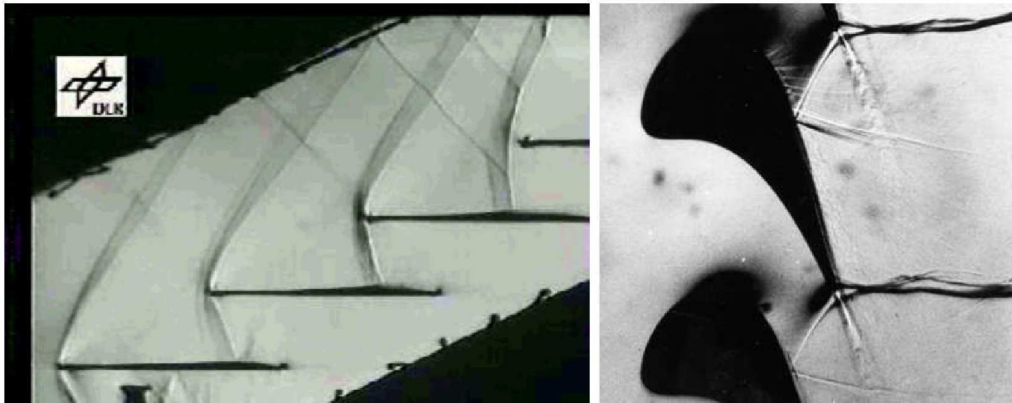


FIGURE 1 – Exemples de configurations industrielles concernées par le phénomène d’IOCCL : gauche : pâles de compresseurs (Schlieren. Courtesy of Rolls-Royce Deutschland, DLR Cologne), droite : aubes de turbines (Schlieren. Courtesy of Rolls-Royce Deutschland, DLR Gottingen).

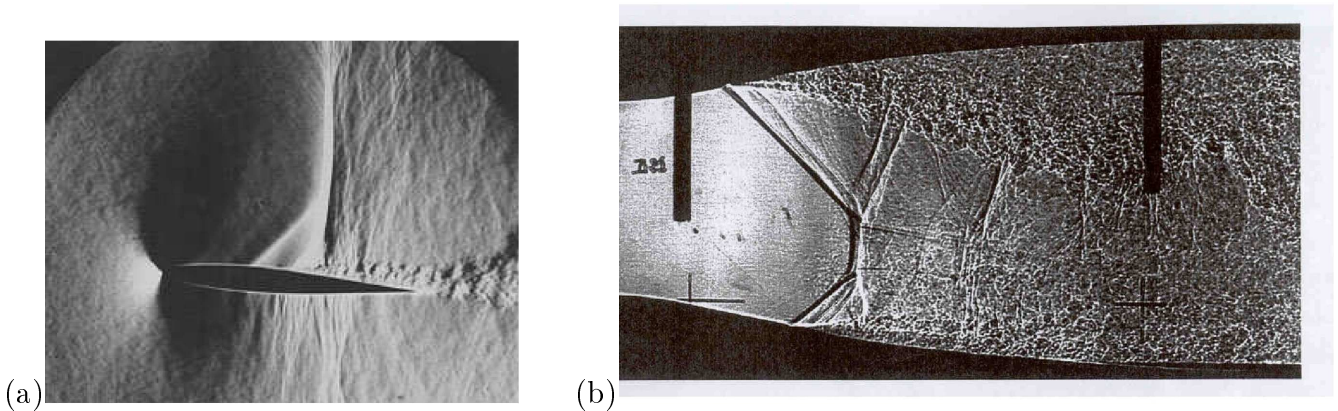


FIGURE 2 – Exemples de configurations industrielles concernées par le phénomène d’IOCCL : (a) profil transsonique (source : ONERA) ; (b) tuyère surdétendue

d’un gradient de pression adverse entraîne une décélération de l’écoulement en proche paroi et un épaissement de la couche limite incidente. Celle-ci impose sa propre déviation à l’écoulement externe et génère des ondes de compression qui forment une onde de choc parfois qualifiée de choc réfléchi. L’intensité du choc formé est liée à la déviation de l’écoulement et donc à l’intensité du gradient de pression adverse. Si ce dernier est suffisamment fort, la couche limite décolle et forme une zone de recirculation. L’écoulement en aval de l’interaction relaxe alors lentement vers une couche limite turbulente à l’équilibre. Les trois configurations présentées se distinguent par l’origine du gradient de pression adverse, une onde de choc externe (qualifiée de choc incident) dans le cas du choc impactant une plaque plane (figure 5), un changement de géométrie dans les cas du profil transsonique (figure 4) et de la rampe de compression (figure 6). Pour les trois cas, les instationnarités à basse fréquence sont alors caractérisées par un mouvement de va-et-vient du choc réfléchi, ce mouvement se produisant à

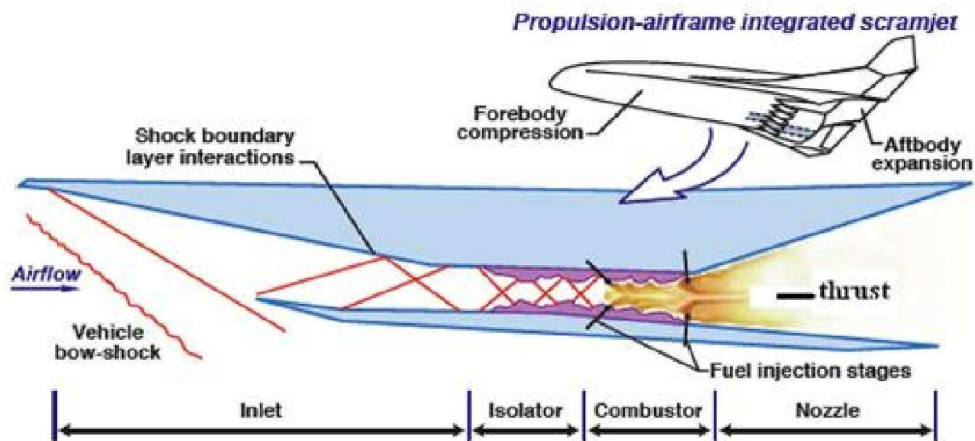


FIGURE 3 – Exemples de configurations industrielles concernées par le phénomène d’IOCCL : entrée d’air de véhicule supersonique (source : NASA).

des fréquences beaucoup plus basses que celles de la couche limite amont.

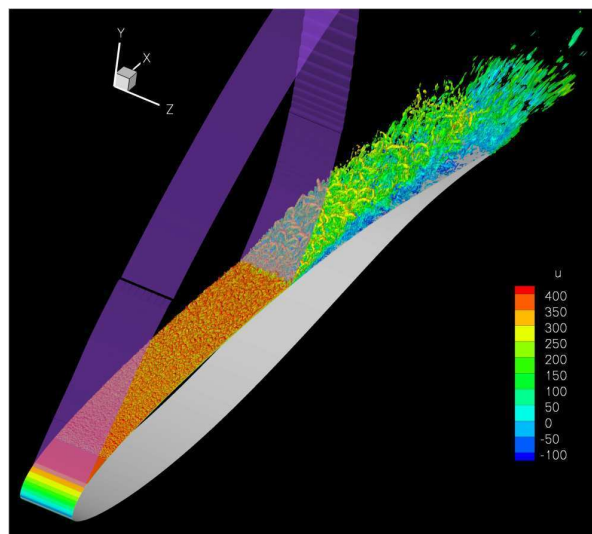


FIGURE 4 – Profil d’aile transsonique (simulation RANS/LES d’après Garnier & Deck (2008)).

Les revues sur l’IOCCL les plus récentes, réalisées par Dolling (2001) et Clemens & Narayanaswamy (2009) retracent les premières expérimentations réalisées depuis les années 40 et basées sur l’analyse de signaux de pression pariétale jusqu’aux expérimentations plus récentes où des méthodes de type PIV ont permis d’avoir une connaissance plus approfondie de l’écoulement. Ces études soulignent que l’on possède aujourd’hui une bonne description de la topologie de ces écoulements ainsi que des phénomènes dynamiques qui les caractérisent. Cependant, le mécanisme à l’origine des instationnarités basses fréquences est encore mal compris. La plus grande partie des études sur la dynamique basse fréquence est de nature expérimentale, et encore très peu de simulations numériques ont per-

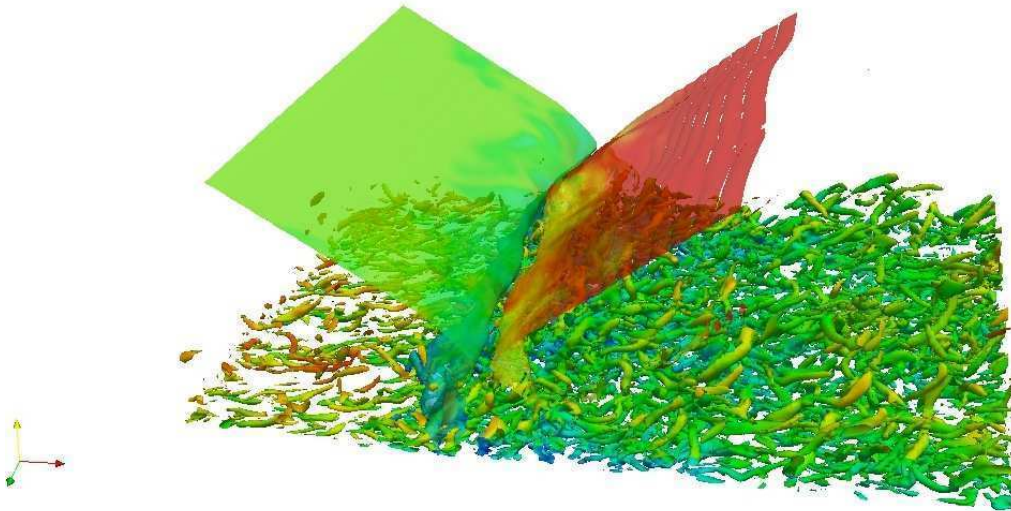


FIGURE 5 – Choc oblique impactant une plaque plane (d’après Shahab, communication privée).

mis de reproduire correctement cette dynamique. Or, les simulations numériques donnent accès aux grandeurs (pression, température, vitesse) sur l’ensemble de l’écoulement et constituent donc un outil précieux pour en étudier la dynamique. Les méthodes de type RANS ont été développées initialement pour des écoulements stationnaires, et peinent à reproduire les propriétés moyennes du cas d’IOCCCL. Ce relatif échec réside en partie dans la nature hors équilibre de la turbulence qui se traduit par l’existence de structures cohérentes ayant une dynamique spatio-temporelle précise. De plus, les méthodes RANS ne peuvent reproduire de façon prédictive des phénomènes instationnaires lorsqu’ils ne sont pas globaux, intenses et relativement mono fréquentiels. Ces fortes limitations des méthodes RANS ont orienté les études numériques sur l’IOCCCL vers l’emploi de méthodes plus coûteuses de type simulation des grandes échelles (SGE) ou simulation numérique directe (SND) qui donnent accès au caractère instationnaire et tridimensionnel inhérent au cas d’IOCCCL. Des simulations par SND (notamment Pirozzoli & Grasso (2006), Wu & Martin (2008), Priebe *et al.* (2009), Priebe & Martin (2012)) et par SGE (notamment Adams (2000), Garnier & Sagaut (2002), Loginov *et al.* (2006), Toubert & Sandham (2009), Morgan *et al.* (2011b)) ont ainsi reproduit avec succès les propriétés moyennes des configurations de choc impactant une plaque plane et de rampe de compression. Cependant, seules les simulations les plus récentes ont permis de résoudre un nombre suffisant de cycles basses fréquences pour en caractériser la dynamique, la première à posséder un temps d’intégration suffisant étant la simulation par SGE de Toubert & Sandham (2009).

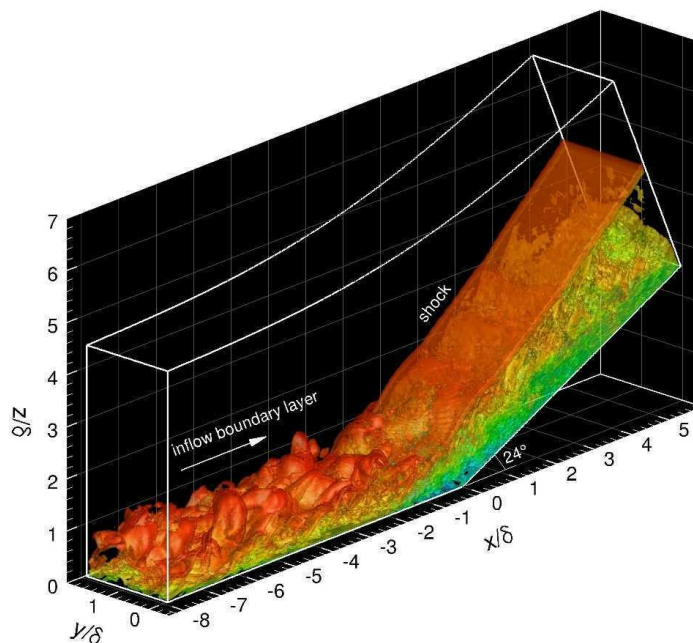


FIGURE 6 – Rampe de compression (SND d’après Priebe & Martin (2010)).

## Objectifs de l’étude

C’est dans ce cadre de montée en puissance des moyens de calcul informatiques que s’inscrit ma thèse sur l’étude du cas d’IOCCL turbulente. L’objectif de cette étude est double, avec un volet numérique important concernant le développement et la validation d’un solveur numérique capable de traiter les écoulements turbulents compressibles en présence d’ondes de choc, et un volet physique où l’on souhaite caractériser et étudier les instationnarités basses fréquences du cas d’IOCCL.

Cette thèse s’inscrit dans le cadre du projet ANR SPICEX (Simulations numériques hautes Performances d’une Interaction onde de Choc / couche limite en Ecoulement eXterne) dont l’objectif est d’améliorer les capacités prédictives des simulations numériques dans le cas d’écoulements décollés en présence d’ondes de chocs, en travaillant à la fois sur les méthodes numériques et la modélisation de la turbulence. Ce projet s’attaque à deux configurations qui résistent encore aux méthodes de types RANS : le cas d’un choc oblique impactant une plaque plane et le cas du profil transsonique.

Au sein de ce projet, cette thèse se concentre sur le cas du choc oblique impactant une plaque plane avec une approche de type SGE, moins coûteuse qu’une approche par SND, et qui doit permettre d’avoir un temps d’intégration suffisamment long pour accéder à la dynamique basse fréquence du phénomène de tremblement.

L’étude se déroule en trois temps, tout d’abord le développement d’un outil numérique capable de s’attaquer au cas d’IOCCL turbulente, puis la réalisation de simulations du cas d’IOCCL notamment jusqu’à capter de nombreux cycles associés à cette dynamique basse fréquence, et enfin l’analyse

d'une base de donnée issue des précédents calculs afin d'améliorer la compréhension des phénomènes d'instationnarités à basses fréquences.

## Organisation du mémoire

Le manuscrit est ainsi organisé en deux temps, les trois premiers chapitres se concentrent sur la mise en place du solveur numérique, et les trois chapitres suivants se concentrent sur le cas d'IOCCL d'un point de vue numérique puis physique.

Plus précisément, le premier chapitre rappelle le squelette de la stratégie numérique du solveur compressible subsonique initialement présent et détaille les essais réalisés pour mettre en place une capture de choc efficace et peu coûteuse. Le second chapitre présente les résultats obtenus lors de la mise en place de conditions limites d'entrée instationnaire. Le troisième chapitre présente la validation du solveur dans un contexte de SGE, et s'intéresse à une éventuelle amélioration de la stratégie initiale par l'ajout de modèles de sous-maille explicites. Au quatrième chapitre est réalisée une présentation du cas d'étude final ainsi que de sa dynamique basse fréquence et des scénarios proposés pour en expliquer l'origine. Les simulations du cas d'IOCCL réalisées dans cette étude sont présentées et valisées dans le 5ème chapitre. Enfin, le 6ème et dernier chapitre s'intéresse à la dynamique moyenne et basse fréquence du cas d'IOCCL et tente de rassembler quelques résultats récents en un discours synthétique.

# Chapitre 1

## Méthodes numériques pour les écoulements hautes vitesses

Ce chapitre décrit le coeur de la stratégie numérique qui a été adoptée dans cette étude. La structure du code de calcul subsonique déjà présent au début de la thèse (schéma spatial, avancement temporel, modélisation de sous-maille) est présentée dans un premier temps. Puis l'adaptation du solveur pour traiter des cas supersoniques est détaillée, avec la mise en place de conditions limites caractéristiques de non-réflexion, et la recherche d'un dispositif de capture de choc efficace et adapté à la stratégie numérique initiale. Un travail important concerne le passage d'une parallélisation sur quelques processeurs de supercalculateurs vectoriels NEC à une parallélisation massive, qui va permettre de s'orienter vers l'utilisation d'architectures massivement parallèles, comme les clusters disponibles au sein de GENCI (Grand Equipement National de Calcul Intensif).

### 1.1 Introduction

Les IOCCL instationnaires sont caractérisées par la présence d'une large gamme de fréquences réparties sur plus de plus de trois décades, des fines échelles de la turbulence amont jusqu'aux mouvements basses fréquences du choc réfléchi. Jusqu'à présent, les méthodes de type Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) n'ont pas permis de reproduire correctement ces instationnarités et peinent encore à prédire les propriétés moyennes de l'écoulement comme la vitesse de frottement (Dolling (1998)). Dans la revue de Dolling (1993), celui-ci va jusqu'à écrire à propos des simulations RANS : "*To the author's knowledge, no unsteady computations of shock-induced turbulent separation and reattachment have been made from which fluctuating loads levels and spectra can be extracted*". Récemment, Pirozzoli *et al.* (2009) ont montré sur le cas du choc oblique impactant une plaque plane que des données utiles comme l'ordre de grandeur de l'amplitude des fluctuations de pression au pied du choc réfléchi peuvent être obtenues avec des méthodes RANS. Cependant, les fortes limitations des

méthodes RANS ont orienté les études numériques sur l'IOCCL vers l'emploi de méthodes de type simulation des grandes échelles (SGE) ou simulation numérique directe (SND) qui permettent de reproduire le comportement instationnaire et tri-dimensionnel inhérent au cas d'IOCCL. Des simulations par SND (notamment Pirozzoli & Grasso (2006), Wu & Martin (2008), Priebe *et al.* (2009), Priebe & Martin (2012)) et par SGE (notamment Adams (2000), Garnier & Sagaut (2002), Loginov *et al.* (2006), Toubert & Sandham (2009), Morgan *et al.* (2011b)) ont ainsi reproduit avec succès les propriétés moyennes des configurations de choc impactant une plaque plane et de rampe de compression. Cependant, seules les simulations les plus récentes ont permis de résoudre un nombre suffisant de cycles basses fréquences pour en caractériser la dynamique. La première à posséder un temps d'intégration suffisant est la simulation par SGE de Toubert & Sandham (2009), démontrant la capacité des méthodes SGE à reproduire le caractère large bande de ces instationnarités.

On se limite donc dans cette introduction aux méthodes SGE et SND des écoulements turbulents en présence d'ondes de chocs d'amplitudes faibles (pour des nombres de Mach inférieurs à 3). On se restreint également au formalisme des différences finies. L'objectif n'est pas de réaliser une liste exhaustive des stratégies de simulation existantes mais de donner un cadre dans lequel s'inscrit la méthodologie développée dans cette étude. Une revue des méthodes numériques pour les écoulements hautes vitesses a été réalisée récemment par Pirozzoli (2011).

La simulation d'écoulements turbulents en présence d'ondes de chocs est encore à l'heure actuelle un problème délicat. La large gamme d'échelles présente dans l'écoulement implique l'emploi de schémas numériques précis et peu dissipatifs. De part leur nature peu dissipative, ces schémas ont du mal à traiter les oscillations de Gibbs générées au niveau des discontinuités. Ces oscillations parasites polluent ainsi les zones régulières de l'écoulement et peuvent affecter la qualité voir la stabilité numérique de la simulation. Or, dans la plupart des écoulements turbulents en présence d'ondes de choc, une séparation nette entre les zones régulières et les discontinuités peut être réalisée. Les stratégies de capture de choc sont donc construites de façon à posséder un caractère dissipatif aux abords des discontinuités tout en gardant un caractère précis dans les zones régulières. Un élément clé de ces schémas est le senseur ou switch spatial dont le rôle est de détecter les discontinuités et qui permet de restreindre la dissipation autour de celles-ci. Une stratégie de capture de choc est donc composée de deux méthodologies, l'une adaptée aux zones régulières de l'écoulement et l'autre aux discontinuités.

– **Stratégie pour traiter les zones régulières de l'écoulement :**

En raison de leur caractère non dissipatif, les schémas centrés sont souvent utilisés pour les SGE ou les SND. Que ce soit sous forme explicite ou implicite (schémas compacts), il est alors possible de chercher à atteindre un ordre formel au sens des séries de Taylor, ou bien de minimiser une erreur de dispersion en se plaçant dans l'espace spectral (schémas DRP pour dispersion relation preserving introduits par Tam & Webb (1993)).

A hauts nombres de Reynolds, l'utilisation de schémas centrés entraîne cependant l'accumulation d'erreurs d'aliasing conduisant généralement à la génération d'instabilités numériques. Il existe différentes approches pour stabiliser ces schémas. On peut citer notamment l'utilisation d'une viscosité artificielle (Jameson *et al.* (1981); Tam *et al.* (1993)) et l'emploi d'un filtrage d'ordre élevé (Lele (1992); Visbal & Gaitonde (1999); Visbal & Rizzetta (2002); Bogey & Bailly (2004); Morgan *et al.* (2011*b*)). D'autres méthodes consistent à assurer la conservation de l'énergie de façon discrète à l'aide d'un splitting des dérivées convectives (notamment Ducros *et al.* (2000), Honein & Moin (2004), Pirozzoli *et al.* (2009); Pirozzoli (2011); Pirozzoli & Bernardini (2011)), ou encore la conservation de l'entropie de façon discrète à l'aide d'une méthode d'*entropy splitting* (notamment Yee *et al.* (2000), Toubert & Sandham (2009)).

La stratégie adoptée pour cette étude est basée sur l'application d'un filtre d'ordre élevé. Plus précisément, cette stratégie consiste en l'emploi de schémas DRP combinés à un filtrage sélectif optimisé dans l'espace de Fourier. Le détail de la procédure de filtrage est donnée au paragraphe 1.5, et l'utilisation de cette procédure comme terme de régularisation pour la SGE est discutée dans le chapitre 3.

– **Stratégie pour traiter les discontinuités :**

Parmi les schémas classiques de capture de choc, les schémas TVD (total variation diminishing) capturent bien les discontinuités mais sont trop dissipatifs dans les zones régulières car limités au premier ordre au niveau des extréma. Des modifications de la contrainte TVD ont été développées (Suresh & Huynh (1997), Toubert & Sandham (2009)). Daru & Tenaud (2004), par exemple, appliquent une condition de préservation de la monotonie (monotonicity-preserving, MP). Ces modifications permettent de maintenir un ordre très élevé au niveau des extréma et font de cette famille de schémas un bon candidat pour les SND et les SGE.



Issus des schémas TVD, les familles de schémas essentially nonoscillatory (ENO) / weighted essentially nonoscillatory (WENO) (Harten *et al.* (1987); Liu *et al.* (1994)) sont couramment utilisées dans les simulations directes ou les simulations des grandes échelles en raison de leur robustesse (Garnier & Sagaut (2002)). Garnier *et al.* (1999) ont cependant montré que ces schémas sont trop dissipatifs et masquent les effets des modèles de sous-maille dans un contexte de SGE. De plus, leur coût CPU est très important, ce qui les rend peu adaptés pour des simulations à hauts nombres de Reynolds. Il est cependant possible d'utiliser un schéma ENO / WENO de manière uniquement locale et de switcher sur un schéma d'ordre élevé en dehors des discontinuités. Cette approche que l'on peut qualifier d'hybride a été appliquée notamment par Pirozzoli & Bernardini (2011) qui switchent entre des schémas centrés d'ordre 7 et un schéma WENO d'ordre 5 à l'aide d'un senseur de Ducros *et al.* (1999). Adams (2000) combine un schéma compact d'ordre 6 et un schéma ENO d'ordre 5.

Une famille de méthodes de capture de choc est basée sur l'utilisation d'une viscosité artificielle. Développé initialement par Jameson *et al.* (1981) pour stabiliser les simulations numériques compressibles, ce concept a été utilisé avec succès comme méthode de capture de choc. Kim & Lee (2001) ont développé une version adaptative nommée ANAD (pour adaptative nonlinear artificial dissipation), qui permet de switcher entre un terme de dissipation d'ordre 2 et un terme de dissipation d'ordre 4 selon que l'on est en présence ou non d'une discontinuité. Il est également possible de remplacer l'emploi de termes de viscosité par une opération de filtrage non linéaire. Cette stratégie a été employée notamment par Visbal & Gaitonde (2005), et Bogey *et al.* (2009) (ANSF pour adaptative nonlinear selective filtering). Ainsi, au lieu de switcher entre une viscosité d'ordre élevé et une viscosité d'ordre faible, cette stratégie permet de switcher entre un filtrage d'ordre élevé et un filtrage d'ordre faible aux abords des discontinuités. Une autre solution, proposée par Johnsen *et al.* (2009) et améliorée par Kawai *et al.* (2010), est la méthode LAD (localized artificial diffusivity). La dissipation est introduite par l'ajout de coefficients artificiels aux coefficients physiques de transport des équations. Un senseur permet de supprimer toute dissipation en dehors des discontinuités et un filtrage non-linéaire est utilisé pour stabiliser les zones régulières de l'écoulement. Ces méthodes peu coûteuses sont une alternative intéressante aux méthodes plus traditionnelles de capture de choc.

La plupart des stratégies de capture de choc reposent donc sur l'emploi d'un senseur, et leur performances dépendent de la qualité du senseur utilisé pour distinguer les chocs des fluctuations turbulentes. Le senseur le plus fréquemment utilisé dans les simulations d'IOCCL est le senseur de Ducros

*et al.* (1999) basé sur le champ de dilatation. Des variantes du senseur originel sont souvent employées (Garnier & Sagaut (2002), Toubert & Sandham (2009), Pirozzoli *et al.* (2009), Hadjadj *et al.* (2010), Pirozzoli (2011); Pirozzoli & Bernardini (2011), Agostini (2011)). Un senseur basé sur le champ de pression a été proposé par Jameson *et al.* (1981) et est utilisé par la méthode ANAD.

Une version existante du solveur compressible, utilisé dans le cadre de simulations aéroacoustiques subsoniques, a été adaptée pour les écoulements hautes vitesses dans le cadre de cette étude. La première étape a été la mise en place de conditions limites caractéristiques de non-réflexion pour traiter proprement des cas d'écoulements supersoniques. Une étude prospective sur les stratégies de capture de choc a été réalisée dans un second temps. Cette étude s'appuie sur des résultats préliminaires obtenus au laboratoire DynFluid par Virginie Daru, Xavier Gloerfelt, et Julien Berland. Deux pistes ont été explorées pour la capture de choc : l'extension TVD et MP des schémas DRP, et le couplage des schémas DRP avec les méthodes ANAD et ANSF. Les résultats obtenus concernant l'extension du solveur pour le supersonique sont présentés dans ce chapitre. Une section est également consacrée à la parallélisation du solveur.

## 1.2 Equations 3D résolues

Les équations de Navier-Stokes en formulation conservative pour un maillage cartésien  $(x, y, z)$  s'écrivent :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial z} = 0 \quad (1.1)$$

avec :

$$\mathbf{U} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E)^T$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e - \mathbf{F}_\nu + q_x$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_e - \mathbf{G}_\nu + q_y$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_e - \mathbf{H}_\nu + q_z$$

où l'indice  $e$  correspond à la partie Euler et l'indice  $\nu$  à la partie visqueuse des flux.  $q_x$ ,  $q_y$  et  $q_z$  correspondent aux trois composantes du flux de chaleur définies par  $q_\alpha = -(\mu c_p / P_r)(\partial T / \partial \alpha)$  où  $\mu$  est la viscosité dynamique moléculaire,  $P_r$  est le nombre de Prandtl et  $c_p$  le coefficient de chaleur massique à pression constante. Les flux convectifs  $\mathbf{F}_e$ ,  $\mathbf{G}_e$  et  $\mathbf{H}_e$  et les flux visqueux  $\mathbf{F}_\nu$ ,  $\mathbf{G}_\nu$  et  $\mathbf{H}_\nu$  sont donnés par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_e &= \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (\rho E + p)u \end{pmatrix} & \mathbf{F}_\nu &= \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{xx} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ u\sigma_{xx} + v\sigma_{xy} + w\sigma_{xz} \end{pmatrix} \\ \mathbf{G}_e &= \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (\rho E + p)v \end{pmatrix} & \mathbf{G}_\nu &= \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{yz} \\ u\sigma_{xy} + v\sigma_{yy} + w\sigma_{yz} \end{pmatrix} \\ \mathbf{H}_e &= \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (\rho E + p)w \end{pmatrix} & \mathbf{H}_\nu &= \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zz} \\ u\sigma_{xz} + v\sigma_{yz} + w\sigma_{zz} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.2)$$

$\rho$ ,  $p$ ,  $u$ ,  $v$  et  $w$  étant respectivement la masse volumique, la pression et les composantes horizontale, verticale et transversale de la vitesse.  $E$  représente l'énergie interne totale définie par :

$$E = p / [(\gamma - 1)\rho] + (u^2 + v^2 + w^2) / 2,$$

le système étant fermé par l'équation des gaz parfaits :

$$p = \rho r T ,$$

où  $T$  représente la température et  $r$  la constante des gaz parfaits. Les composantes du tenseur des contraintes visqueuses sont celles d'un fluide newtonien :

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \mu \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \\ \sigma_{xy} &= \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \sigma_{xz} &= \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \sigma_{yy} &= \mu \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \\ \sigma_{yz} &= \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \sigma_{zz} &= \mu \left( 2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right)\end{aligned}$$

La viscosité dynamique  $\mu(T)$  est déterminée à partir de la loi empirique de Sutherland dont le domaine de validité s'étend entre 100 K et 1900 K :

$$\mu(T) = \mu_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_0 + 110,4}{T + 110,4}$$

où  $T_0 = 273,16$  K et  $\mu_0 = 1,711 \times 10^{-5}$  kg.m<sup>-1</sup>.s<sup>-1</sup> représentent respectivement la température et la viscosité dynamique de référence pour l'air.

### 1.3 Schémas de discrétisation spatiale

Les schémas utilisés dans cette étude ont été développés dans un cadre de simulations aéroacoustiques. Il s'agit de schémas aux différences finies centrées d'ordre élevé, assurant une erreur de discrétisation très faible. De plus, ces schémas sont optimisés dans l'espace de Fourier, c'est-à-dire que l'on minimise cette erreur sur une large gamme de nombres d'onde afin d'utiliser au mieux la discrétisation choisie. Les schémas utilisés dans cette étude sur un stencil de 11 points ont ainsi une résolubilité de 4 points par longueur d'onde. L'objectif de cette optimisation est de maîtriser la limite de résolubilité du maillage afin de connaître la coupure entre les nombres d'onde résolus et non résolus.

On commence par présenter les différences finies centrées standards, dont l'ordre est déterminé par l'erreur de troncature de la série de Taylor correspondante. On s'intéresse ensuite aux propriétés spectrales de ce type de discrétisation.

### 1.3.1 Différences finies standards

Une dérivée spatiale  $\partial f/\partial x$  est approximée par :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_0) = \frac{1}{\Delta x} \sum_{j=-N}^N a_j [f(x_0 + j\Delta x)] = \frac{1}{\Delta x} \sum_{j=1}^N a_j [f(x_0 + j\Delta x) - f(x_0 - j\Delta x)] \quad \text{où } a_j = -a_{-j} \quad (1.3)$$

On annule les termes du développement de Taylor de  $f$  jusqu'à l'ordre  $\Delta x^{2N-1}$  inclus :

$$\begin{aligned} f(x_0 + j\Delta x) &= f(x_0) + j\Delta x f'(x_0) + \frac{(j\Delta x)^2}{2!} f''(x_0) + \frac{(j\Delta x)^3}{3!} f'''(x_0) + \frac{(j\Delta x)^4}{4!} f^{(4)}(x_0) + \dots \\ f(x_0 - j\Delta x) &= f(x_0) - j\Delta x f'(x_0) + \frac{(j\Delta x)^2}{2!} f''(x_0) - \frac{(j\Delta x)^3}{3!} f'''(x_0) + \frac{(j\Delta x)^4}{4!} f^{(4)}(x_0) + \dots \end{aligned}$$

d'où

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_0) = \frac{1}{\Delta x} \sum_{j=1}^N a_j \left[ 2j\Delta x f'(x_0) + \frac{2j^3\Delta x^3}{3!} f'''(x_0) + \frac{2j^5\Delta x^5}{5!} f^{(5)}(x_0) + \frac{2j^7\Delta x^7}{7!} f^{(7)}(x_0) + \dots \right]$$

Les coefficients  $a_j$  sont alors solutions du système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^N 2ja_j = 1 \\ \sum_{j=1}^N j^3 a_j = 0 \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^N j^{2N-1} a_j = 0 \end{array} \right. \quad N \text{ relations} \quad \rightarrow \quad \text{ordre } 2N$$

**Analyse dans l'espace de Fourier** En effectuant la transformée de Fourier de (1.3), on définit un nombre d'onde effectif du schéma aux différences finies  $k^*$  :

$$k^* \Delta x = 2 \sum_{j=1}^N a_j \sin(jk\Delta x)$$

L'erreur de dispersion est donnée par  $|k^* \Delta x - k\Delta x|/\pi$ . Le nombre d'onde effectif des schémas standards est tracé sur la figure 1.1 ainsi que son erreur de dispersion.

### 1.3.2 Différences finies optimisées

La résolution est choisie pour minimiser une erreur de dispersion plutôt que maximiser un ordre au sens des séries de Taylor. Ce type d'optimisation est appelé DRP (*Dispersion Relation Preserving*) et a été introduit par Tam & Webb (1993). Ainsi, on cherche à minimiser l'erreur :

$$E = \int_{\ln(k\Delta x)_l}^{\ln(k\Delta x)_h} |k^* \Delta x - k\Delta x| d(\ln(k\Delta x)) \quad \rightarrow \quad \frac{\partial E}{\partial a_j} = 0$$

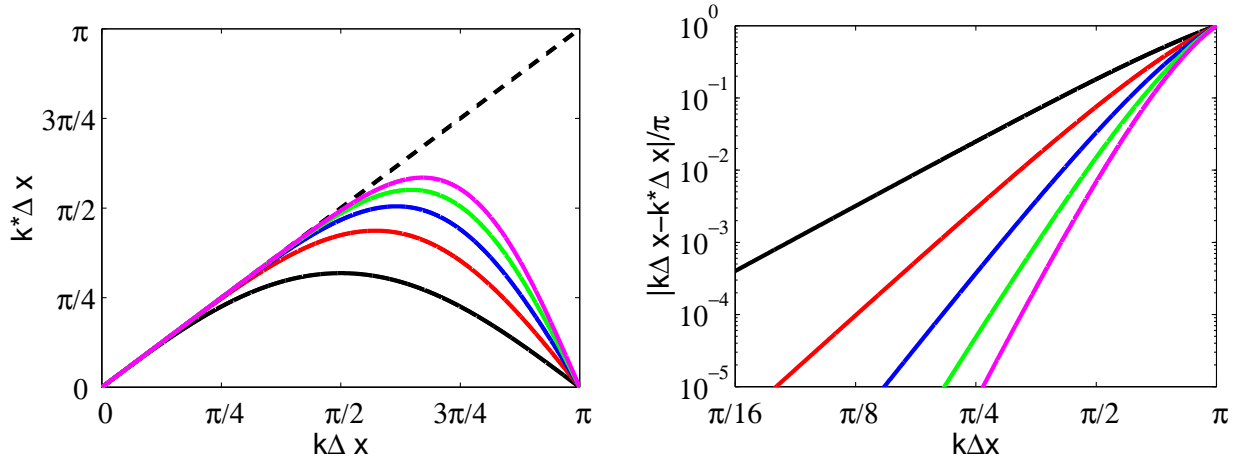


FIGURE 1.1 – Caractéristiques des schémas dans l'espace des nombres d'onde. A gauche, on trace le nombre d'onde effectif des schémas standards d'ordre 2 (—), 4 (—), 6 (—), 8 (—), 10 (—) en fonction de  $k\Delta x$ . La relation exacte est fournie par la droite en pointillés. A droite, l'erreur de discrétisation du schéma aux différences finies est représentée avec une échelle logarithmique.

où il faut choisir les 2 limites  $(k\Delta x)_l$  et  $(k\Delta x)_h$ . Pour créer un schéma optimisé sur  $2N + 1$  points d'ordre  $2M$  ( $M < N$ ), on vérifie les  $M$  relations annulant les termes du développement de Taylor jusqu'à  $\Delta x^{2M-1}$  puis on ajoute  $M - N$  relations  $\partial E / \partial a_j = 0$  pour  $j = 1$  à  $M - N$  afin d'obtenir un système de  $N$  équations à  $N$  inconnues  $a_j$ .

**Schéma optimisé sur 11 points à l'ordre 4** On résout le système  $\sum_{j=1}^N 2j a_j = 1$  ;  $\sum_{j=1}^N j^3 a_j = 0$  ;  $\frac{\partial E}{\partial a_1} = 0$  ;  $\frac{\partial E}{\partial a_2} = 0$  ;  $\frac{\partial E}{\partial a_3} = 0$  avec  $(k\Delta x)_l = \pi/16$  et  $(k\Delta x)_h = \pi/2$ . Les coefficients sont donnés dans Bogey & Bailly (2004). L'optimisation du schéma est clairement visible sur la figure 1.2, où l'erreur de dispersion du schéma optimisé sur 11 points est nettement inférieure à celle du schéma standard d'ordre 10 pour des valeurs de  $k\Delta x$  comprises entre  $\pi/4$  et  $\pi/2$ .

## 1.4 Avancement temporel

Il faut disposer d'un algorithme d'intégration temporelle minimisant les erreurs de dispersion et de dissipation et qui possède une plage de résolution fréquentielle compatible avec celle des schémas spatiaux. Dans cette thèse, seuls les schémas d'avancement explicites de type Runge-Kutta sont présentés.

La forme générale d'une méthode de Runge-Kutta à  $p$  sous-étapes d'ordre élevé et/ou optimisée, pour

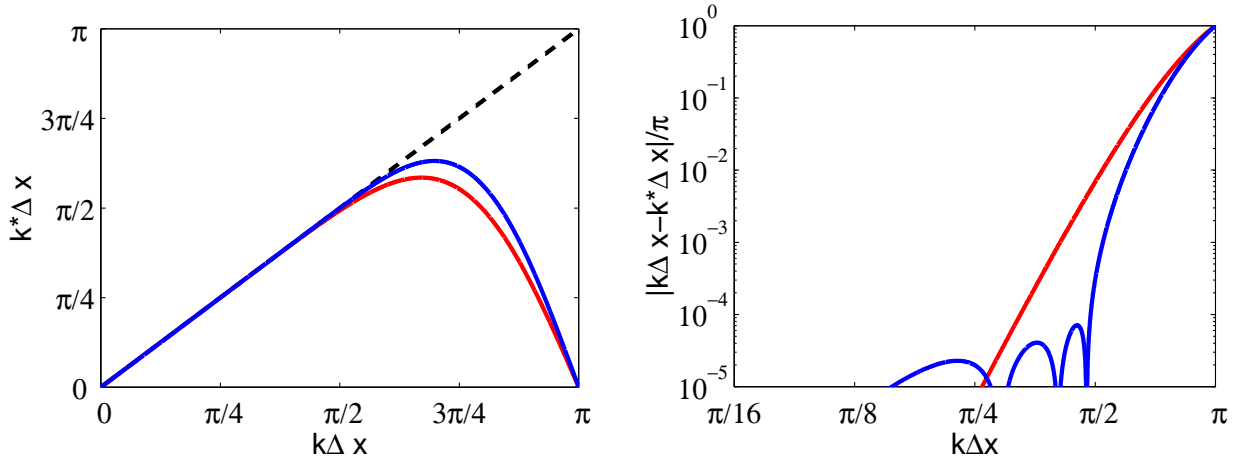


FIGURE 1.2 – Caractéristiques des schémas dans l’espace des nombres d’onde. A gauche, on trace le nombre d’onde effectif des schémas standard d’ordre 10 (—) et optimisé d’ordre 4 sur 11 points (—) en fonction de  $k\Delta x$ . La relation exacte est fournie par la droite en pointillés. A droite, l’erreur de discrétisation du schéma aux différences finies est représentée avec une échelle logarithmique.

intégrer l’équation  $\partial\mathbf{U}/\partial t = \mathbf{F}(\mathbf{U}, t)$ , s’écrit :

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n + \Delta t \sum_{i=1}^p b_i \mathbf{K}^i \quad \text{avec} \quad \mathbf{K}^i = \mathbf{F} \left( \mathbf{U}^n + \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} \mathbf{K}^j, t^n + c_i \Delta t \right)$$

où  $c_i = \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}$  pour  $i = 1, \dots, p$ . L’analyse permettant de déterminer les coefficients pour atteindre un ordre donné repose de nouveau sur le développement de Taylor de  $\mathbf{U}$  :

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}(t^n + \Delta t) = \mathbf{U}^n + \Delta t \mathbf{F}(\mathbf{U}^n, t^n) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\Delta t^n}{n!} F^{(n-1)}(\mathbf{U}^n, t^n)$$

avec

$$F^{(1)}(\mathbf{U}^n, t^n) = \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} \right|_n \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} \right|_n \left. \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right|_n$$

### 1.4.1 Schémas de Runge-Kutta standards

Le plus célèbre est celui d’ordre 4 proposé par Runge (1895) et Kutta (1901) :

$c_i$	$a_{ij}$	$0$	$0$	$0$	$0$
$1/2$	$1/2$	$1/2$	$0$	$1/2$	$0$
$1/2$	$0$	$0$	$1/2$	$0$	$1$
$1$	$0$	$0$	$0$	$1$	$0$
		$1/6$	$1/3$	$1/3$	$1/6$

La détermination de l’ordre conditionne en partie sa stabilité. On montre en effet à partir de l’analyse de Fourier du problème  $\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + c \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x}$  où  $\mathbf{U} = \hat{\mathbf{U}} e^{ikx}$ , que le facteur d’amplification  $g$  s’écrit :

$$g = \frac{\hat{\mathbf{U}}^{n+1}}{\hat{\mathbf{U}}^n} = 1 + \sum_{i=1}^p \gamma_i z^i \quad \text{avec} \quad z = -kc\Delta t$$

Pour  $p \leq 6$  :

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \sum b_i & \gamma_3 &= \sum b_i a_{ij} c_j & \gamma_5 &= \sum b_i a_{ij} a_{jk} a_{kl} c_l \\ \gamma_2 &= \sum b_i c_i & \gamma_4 &= \sum b_i a_{ij} a_{jk} c_k & \gamma_6 &= \sum b_i a_{ij} a_{jk} a_{kl} a_{lm} c_m \end{aligned}$$

Le facteur d'amplification exact est :

$$g_e = e^{iz} = 1 + iz + \frac{1}{2}(iz)^2 + \frac{1}{6}(iz)^3 + \frac{1}{24}(iz)^4 + \dots$$

### 1.4.2 Schémas de Runge-Kutta linéaires à stockage réduit

Pour obtenir des schémas nécessitant peu de stockage, on impose  $b_p = 1$  et  $b_i = 0$  pour  $i = 1, \dots, p-1$  Hu *et al.* (1996). Les seuls  $a_{ij}$  non nuls sont les  $a_{i,i-1}$ . Le schéma s'écrit :

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n + b_p \mathbf{K}^p \quad \text{avec} \quad \mathbf{K}^i = \Delta t \mathbf{F}(\mathbf{U}^n + \alpha_{i-1} \mathbf{K}^{i-1}, t^n + c_i \Delta t)$$

en posant  $\alpha_i = a_{i,i-1}$  et  $\alpha_0 = 0$ . Pour un opérateur linéaire,

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^1 &= \Delta t \frac{\partial \mathbf{U}^n}{\partial t} \\ \mathbf{K}^2 &= \Delta t \mathbf{F} \left( \mathbf{U}^n + \alpha_1 \Delta t \frac{\partial \mathbf{U}^n}{\partial t} \right) \Delta t \frac{\partial \mathbf{U}^n}{\partial t} + \Delta t^2 \frac{\partial^2 \mathbf{U}^n}{\partial t^2} \\ &\vdots \\ \mathbf{K}^i &= \sum_{j=1}^i \left( \prod_{l=i-j+1}^{i-1} \alpha_l \right) \Delta t^j \frac{\partial^j \mathbf{U}^n}{\partial t^j} \end{aligned}$$

Le schéma se développe en :

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n + \sum_{j=1}^p \left( \prod_{l=p-j+1}^p \alpha_l \right) \Delta t^j \frac{\partial^j \mathbf{U}^n}{\partial t^j} + o(\Delta t^p) \quad \text{soit} \quad \alpha_{p-i+1} = (i-1)!/i! \quad i \in \{1, \dots, p\}$$

A l'ordre 4, on obtient le tableau de coefficients suivant :



$$\frac{c_i}{b_i} \left| \begin{array}{c} a_{ij} \\ b_i \end{array} \right.$$

0	0			
1/4	1/4			
1/3	0	1/3		
1/2	0	0	1/2	
	0	0	0	1

Ce schéma est d'ordre 4 en linéaire et 2 en non linéaire.

### 1.4.3 Schémas de Runge-Kutta optimisés

Le facteur d'amplification effectif du schéma s'écrit :

$$g(\omega\Delta t) = \frac{\hat{U}^{n+1}}{\hat{U}^n} = 1 + \sum_{j=1}^p \left( \prod_{l=p-j+1}^p \alpha_l \right) (-i\omega\Delta t)^j \quad \text{et} \quad \gamma_j = \left( \prod_{l=p-j+1}^p \alpha_l \right)$$

En choisissant l'optimisation de Hu, Hussaini & Manthey Hu *et al.* (1996), on minimise

$$\int_0^\Gamma |g - g_e|^2 d(\omega\Delta t) = \int_0^\Gamma \left| 1 + \sum_{j=1}^p \gamma_j (-i\omega\Delta t)^j - e^{-i\omega\Delta t} \right|^2 d(\omega\Delta t) \quad \text{et} \quad \Gamma = (\omega\Delta t)_{\max}$$

Avec l'optimisation de Bogey & Bailly (2004), on minimise

$$\int_{\ln(\pi/16)}^{\ln(\pi/2)} (1 - |g(\omega\Delta t)|) d(\ln(\omega\Delta t)) + \int_{\ln(\pi/16)}^{\ln(\pi/2)} (|\omega^* \Delta t - \omega\Delta t|/\pi) d(\ln(\omega\Delta t))$$

avec les contraintes :

$$1 - |g| > 0 \quad \text{et} \quad \partial[\ln(1 - |g|)]/\partial[\ln(\omega\Delta t)] \geq -5$$

On s'intéresse au rapport  $g/g_e = re^{-i\varphi}$  et l'on trace le taux d'amplification  $r$  et l'erreur de phase  $\varphi$ . On définit 2 critères pour les erreurs d'amplitude et de phase : le premier critère  $1 - |g| < 5 \times 10^{-4}$  nous donne  $T_a/\Delta t$  et le deuxième critère  $|\omega^* \Delta t - \omega\Delta t|/\pi < 5 \times 10^{-4}$  nous donne  $T_p/\Delta t$ . Le tableau 1.1 nous fournit les valeurs de ces deux critères pour le schéma de Runge Kutta d'ordre 4 et les schémas de Bogey & Bailly (2004). Ces derniers sont plus précis et moins dispersifs que le schéma de Runge Kutta d'ordre 4. On remarque aussi sur la figure 1.3 que le schéma de Hu *et al.* (1996) à 6 sous-étapes est instable très rapidement lorsque  $\omega\Delta t$  augmente. Les schémas de Bogey & Bailly (2004) offrent le meilleur compromis précision / stabilité. Nous utiliserons par la suite le schéma de Bogey & Bailly (2004) avec  $p = 6$ .

schéma	$pT_a/\Delta t$	$pT_p/\Delta t$
RK ordre 4 ( $p = 4$ )	38.6	33.6
Bogey & Bailly $p = 5$	21.4	22.2
Bogey & Bailly $p = 6$	19.8	24.6

TABLE 1.1 – Comparaison des critères de précision et de stabilité.

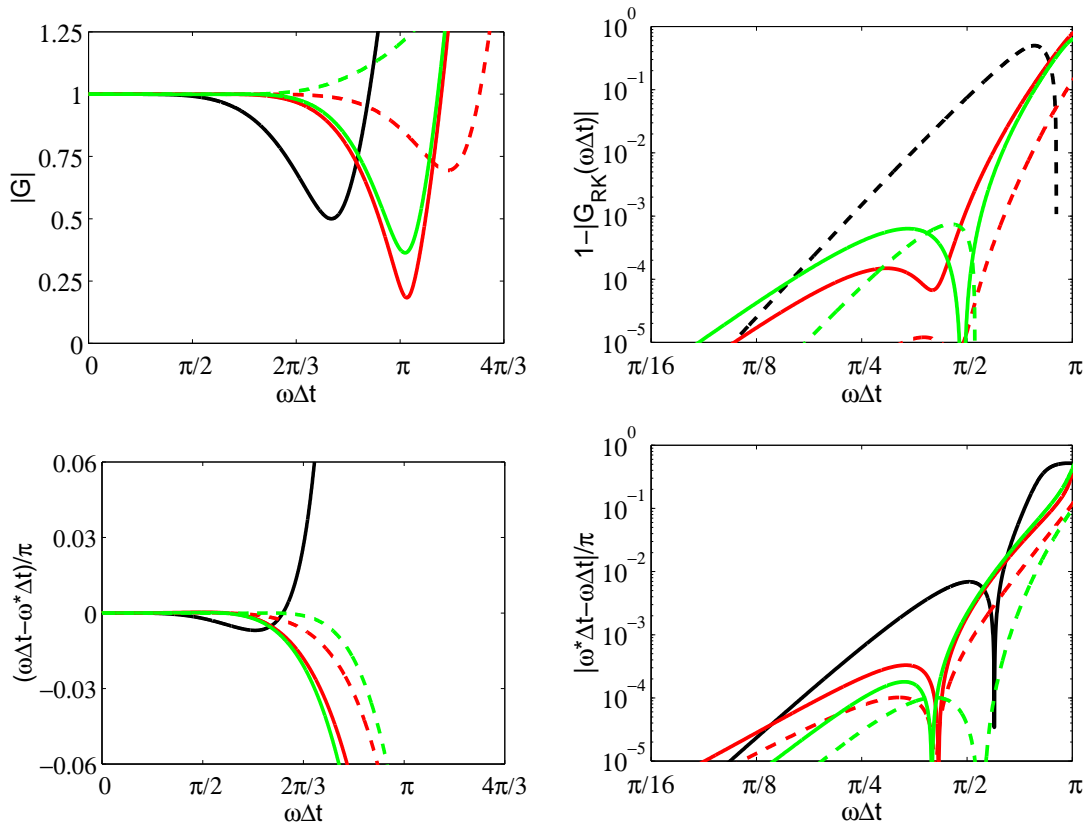


FIGURE 1.3 – Caractéristiques des schémas de Runge-Kutta. En haut, taux d'amplification  $r$  et en bas erreur de phase  $\varphi$ . A gauche, échelle linéaire et à droite échelle logarithmique. Runge-Kutta standard d'ordre 4 (—), Runge-Kutta de Hu *et al.* (1996) pour  $p = 5$  (—) et  $p = 6$  (- - -), Runge-Kutta de Bogey & Bailly (2004) pour  $p = 5$  (—) et  $p = 6$  (- - -).

## 1.5 Méthode de filtrage sélectif

Les oscillations maille à maille (1 point sur 2 soit  $k\Delta x = \pi$ ) ne sont pas résolues par les différences finies centrées. Ces oscillations "parasites" peuvent apparaître au niveau des conditions aux limites, lorsqu'il existe des forts gradients ou des discontinuités et risquent de contaminer la solution. On introduit un filtrage sélectif centré (non dispersif) pour dissiper ces hautes fréquences sans affecter

la solution physique :

$$f^{\text{filtré}}(x_0) = f(x_0) - \sigma_d D_f(x_0) \quad \text{avec} \quad 0 \leq \sigma_d \leq 1 \quad \text{et} \quad D_f(x_0) = \sum_{j=-N}^N d_j f(x_0 + j\Delta x)$$

La fonction d'amortissement du filtre centré est :

$$D_k(k\Delta x) = d_0 + \sum_{j=1}^N 2d_j \cos(jk\Delta x)$$

Dans le cadre de cette étude, le filtrage sélectif est également utilisé comme procédure de régularisation dans un contexte de SGE. Ce point est discuté dans le chapitre 3.

### 1.5.1 Filtres standards

On annule les termes du développement de Taylor jusqu'à  $\Delta x^{2N-1}$  inclus

$$\begin{aligned} D_f(x_0) &= d_0 f(x_0) + \sum_{j=1}^N d_j [f(x_0 + j\Delta x) + f(x_0 - j\Delta x)] \\ &= d_0 f(x_0) + \sum_{j=1}^N d_j \left[ 2f(x_0) + j^2 \Delta x^2 f''(x_0) + \frac{2j^4 \Delta x^4}{4!} f^{(4)}(x_0) + \frac{2j^6 \Delta x^6}{6!} f^{(6)}(x_0) + \dots \right] \end{aligned}$$

et les  $N+1$  coefficients  $d - j$  sont solutions du système :

$$\left\{ \begin{array}{l} d_0 + 2 \sum_{j=1}^N d_j = 0 \\ \sum_{j=1}^N j^2 d_j = 0 \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^N j^{2N-2} d_j = 0 \end{array} \right. \quad N \text{ relations} \quad + \quad \left( \begin{array}{l} D_k(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad d_0 + 2 \sum_{j=1}^N d_j = 0 \\ D_k(\pi) = 1 \quad \Rightarrow \quad d_0 + 2 \sum_{j=1}^N (-1)^j d_j = 1 \end{array} \right)$$

Dans l'espace de Fourier,

Les fonctions d'amortissement des filtres standards sont tracées sur la figure 1.4.

### 1.5.2 Filtres optimisés

On choisit de minimiser l'erreur de dissipation :

$$E = \int_{\ln(\pi/16)}^{\ln(\pi/2)} D_k(k\Delta x) \, d(\ln(k\Delta x))$$

Les coefficients du filtre optimisé sur 11 points sont donnés dans Bogey & Bailly (2004). Ce filtre est comparé avec le filtre standard d'ordre 10 sur la figure 1.5. On remarque que pour des valeurs de  $k\Delta x$

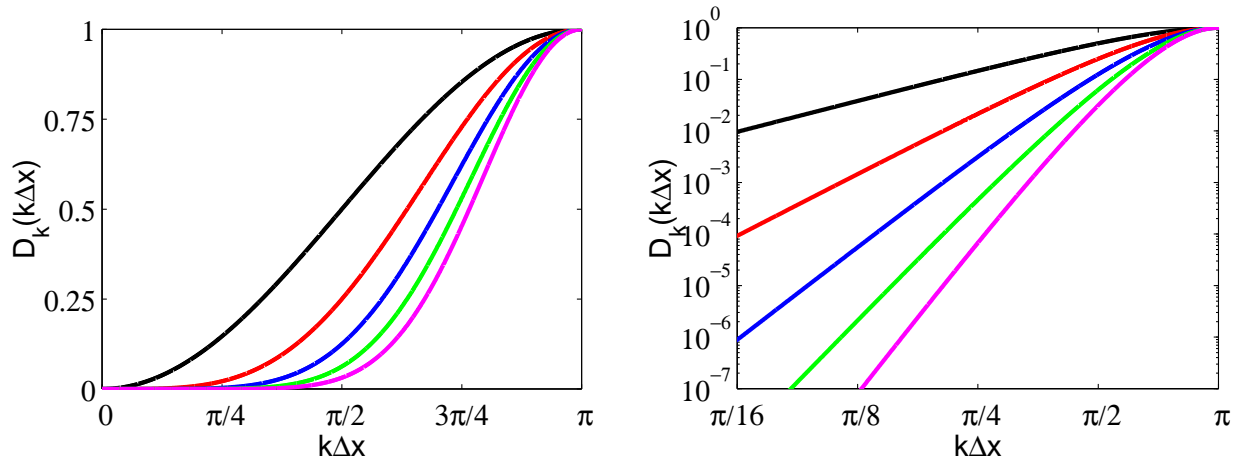


FIGURE 1.4 – Caractéristiques des filtres sélectifs dans l’espace des nombres d’onde. A gauche, on trace la fonction de transfert des filtres standards d’ordre 2 (—), 4 (—), 6 (—), 8 (—), 10 (—) en fonction de  $k\Delta x$ . A droite, l’erreur de dissipation du filtre est représentée avec une échelle logarithmique.

proche de  $\pi/2$ , l’erreur de dissipation du filtre est bien moindre pour le filtre optimisé. Cependant l’optimisation du filtre augmente légèrement le niveau de dissipation pour les faibles nombres d’onde.

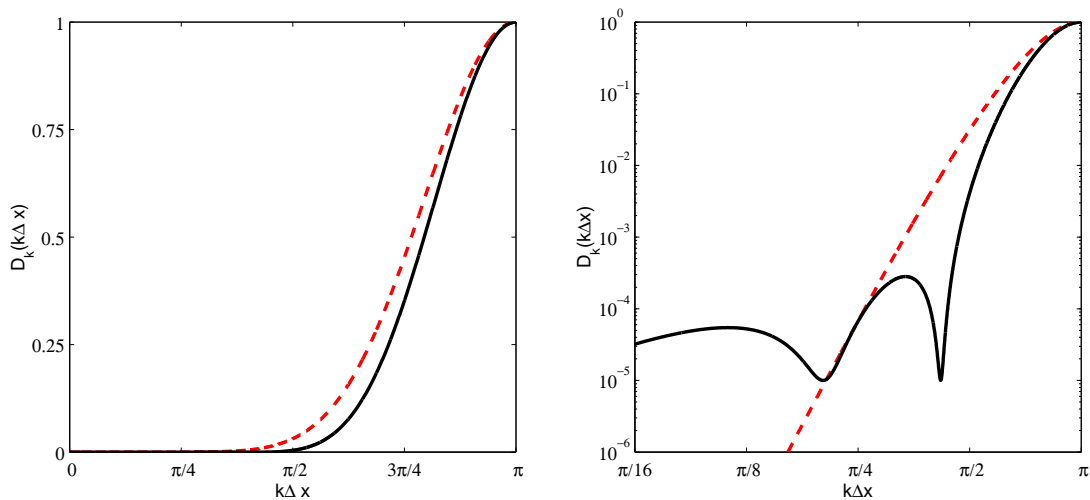


FIGURE 1.5 – Caractéristiques des filtres sélectifs dans l’espace des nombres d’onde. A gauche, on trace la fonction de transfert du filtre optimisé sur 11 points Bogey & Bailly (2004) (—) et du filtre standard d’ordre 10 (— —). A droite, l’erreur de dissipation du filtre est représentée avec une échelle logarithmique.

## 1.6 Conditions aux limites

### 1.6.1 Conditions aux limites de paroi

Une condition à l'ordre 2 est utilisée pour traiter la paroi ce qui permet d'établir une condition très robuste. On peut écrire :

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad u = 0 \quad v = 0 \quad w = 0$$

En 3D, les flux conservatifs exprimés en fonction des 5 variables primitives  $u, v, w, p$  et  $\rho$  se simplifient :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{e_\rho} = \rho \frac{\partial v}{\partial y} \\ F_{e_{\rho u}} = \rho u \frac{\partial v}{\partial y} \\ F_{e_{\rho v}} = 0 \\ F_{e_{\rho w}} = \rho w \frac{\partial v}{\partial y} \\ F_{e_{\rho e}} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} p \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\rho(u^2 + w^2)}{2} \frac{\partial v}{\partial y} \end{array} \right. \quad (1.4)$$

On a donc uniquement besoin de l'évaluation de  $\partial v / \partial y$  qui s'effectue avec un schéma décentré à l'ordre 2 :

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{4v_{i,w+1} - v_{i,w+2}}{2\Delta y} \quad \text{avec} \quad v_{i,w} = 0$$

Pour les rangées de points en  $j = w + 1$  et  $j = w + 2$ , on utilise des schémas centrés respectivement à l'ordre 2 et 4 pour évaluer les dérivées suivant  $y$  des flux conservatifs  $\mathbf{F}_e$  (voir figure 1.6).

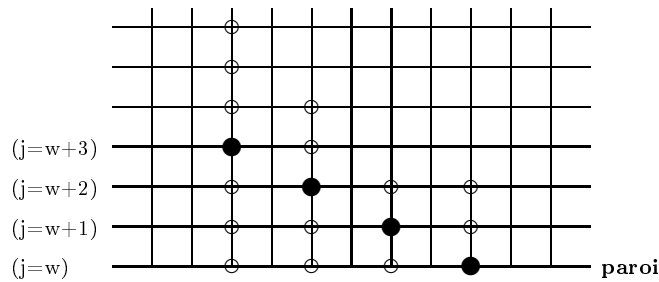


FIGURE 1.6 – Condition à l'ordre 2. Schémas sur 7 points pour  $j = w + 3$ , schéma centré à l'ordre 4 pour  $j = w + 2$ , centré à l'ordre 2 pour  $j = w + 1$  et décentré à l'ordre 2 pour  $j = w$  (seulement pour  $v$ ).

Enfin, la paroi est considérée adiabatique dans toutes les simulations réalisées dans cette étude. Cette condition est assurée numériquement en imposant en  $y = 0$  (soit  $j = w$ ) :

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

Les termes visqueux sont calculés à partir de différences finies centrées à l'ordre 4.

### 1.6.2 Conditions aux limites de non-réflexion

Pour la résolution des équations d'Euler pour un écoulement monodimensionnel, on peut écrire une formulation exacte de la condition limite en utilisant une décomposition en variables caractéristiques. Cette méthode a été largement développée par Thompson (1987) et consiste à diagonaliser le système des équations d'Euler 1D afin de faire apparaître les invariants tourbillonnaire, entropique et acoustique en même temps que leurs vitesses de propagation. Pour généraliser cette approche en 2D ou en 3D, on applique les relations caractéristiques 1D dans la direction perpendiculaire à la frontière et on avance les flux dans les autres directions en utilisant le schéma intérieur (Thompson (1990)). Pour la résolution des coins du domaine, on applique la même stratégie dans deux voire trois directions du maillage. Le raisonnement a été étendu aux équations de Navier-Stokes par Poinso & Lele (1992).

Rappelons d'abord la formulation pour un écoulement tridimensionnel non visqueux. On considère une frontière parallèle au plan  $yz$  sur laquelle on résout le système d'équations aux dérivées partielles d'Euler :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial z} = 0$$

On évalue l'équation précédente en deux temps en appliquant les caractéristiques 1D de Thompson dans la direction  $x$ , l'évaluation des dérivées dans les directions  $Oy$  et  $Oz$  ne posant aucun problème :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t_x} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t_y} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t_z} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

Les équations dans la direction  $x$  sont diagonalisées afin de faire apparaître les cinq invariants  $L_i$ , correspondant respectivement à des perturbations entropique, tourbillonnaire, acoustique progressive

et acoustique rétrograde.

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 = (u - c) \left( \frac{\partial p}{\partial x} - \rho c \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ L_2 = u \left( c^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x} \right) \\ L_3 = u \frac{\partial v}{\partial x} \\ L_4 = u \frac{\partial w}{\partial x} \\ L_5 = (u + c) \left( \frac{\partial p}{\partial x} + \rho c \frac{\partial u}{\partial x} \right) \end{array} \right.$$

Suivant le type de frontière traitée, on évaluera les invariants  $L_i$  différemment : les perturbations entrantes sont fixées par l'utilisateur et les perturbations sortantes sont évaluées à partir du calcul des points intérieurs en utilisant des schémas décentrés. Par exemple, pour une sortie supersonique, tous les  $L_i$  sont calculés à partir des points intérieurs. Dans les simulations par SGE réalisées dans cette étude, un traitement particulier est réalisé pour la zone subsonique de la couche limite en sortie de domaine, pour laquelle on impose  $L_1 = 0$ .

L'obtention des invariants permet de calculer les dérivées spatiales selon  $Ox$  pour finalement obtenir :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t_x} + \frac{1}{c^2} \left( L_2 + \frac{1}{2}(L_5 + L_1) \right) = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial t_x} + \frac{1}{2}(L_5 + L_1) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t_x} + \frac{1}{2\rho c}(L_5 - L_1) = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t_x} + L_3 = 0 \\ \frac{\partial w}{\partial t_x} + L_4 = 0 \end{array} \right.$$

Pour une condition de non réflexion, les caractéristiques  $L_i$  entrantes sont mises à zéro pour simuler une condition de champ libre et les caractéristiques sortantes sont calculées à partir des points intérieurs en décentrant le schéma aux différences finies. Pour le schéma DRP, les coefficients des schémas décentrés sont donnés dans Tam & Webb (1993).

Lors d'une implémentation pratique, le choix est fait d'avancer les variables à l'aide des relations caractéristiques pour les 5 dernières rangées de points (la molécule de discrétisation est sur 11 points). Dans le cas des conditions limites de sortie du domaine, les conditions caractéristiques sont couplées avec l'application d'une zone éponge composée d'un filtre laplacien et d'un étirement avec une raison géométrique du maillage.

Le principal défaut des caractéristiques est qu'il s'agit d'une méthode monodimensionnelle qui est efficace pour des fluctuations qui frappent normalement la frontière mais s'avère mal adaptée aux incidences obliques. Giles (1990) a proposé une amélioration pour prendre en compte ces effets d'incidence oblique, mais sa technique pose des problèmes de stabilité difficiles à résoudre (Colonius *et al.* (1994)).

### 1.6.3 Elaboration d'une zone éponge

Les conditions de sortie décrites précédemment autorisent la sortie des fluctuations aérodynamiques mais un faible pourcentage peut être réfléchi en particulier dans la zone subsonique de la couche limite en aval de l'interaction. C'est pourquoi on ajoute une zone éponge aux conditions de non-réflexion de sortie. On combine un étirement du maillage (de l'ordre de 3% à 5% sur les dernières mailles) afin de dissiper les structures tourbillonnaires, qui ne sont alors plus supportées par le maillage trop grossier, et un filtrage laplacien dont le coefficient de filtrage varie en espace afin de réaliser une transition lente entre le domaine sans filtrage et avec filtrage. Les inconnues  $f = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E)$  sont filtrées en sortie de domaine et on obtient :

$$f_{i,j,k}^{\text{filtré}} = f_{i,j,k} - \chi \left( \frac{x_i - x_{nx-nsx1}}{x_{nx-nsx2} - x_{nx-nsx1}} \right)^2 [0.5f_{i,j,k} - 0.25(f_{i-1,j,k} + f_{i+1,j,k} + f_{i,j-1,k} + f_{i,j+1,k} + f_{i,j,k-1} + f_{i,j,k+1})]$$

pour  $nx - nsx2 \leq i \leq nx - nsx1$  et

$$f_{i,j,k}^{\text{filtré}} = f_{i,j,k} - \chi [0.5f_{i,j,k} - 0.25(f_{i-1,j,k} + f_{i+1,j,k} + f_{i,j-1,k} + f_{i,j+1,k} + f_{i,j,k-1} + f_{i,j,k+1})]$$

pour  $nx - nsx2 < i \leq nx - 1$ .

$nx$  est le nombre de point dans la direction  $x$ .  $x_{nx-nsx1}$  et  $x_{nx-nsx2}$  correspondent aux abscisses de début et de fin de la zone éponge dans laquelle le coefficient de filtrage suit une progression en carré. Ce type de zone éponge a déjà été mis en oeuvre avec succès par exemple dans le cas de la simulation d'un diaphragme par Gloerfelt & Lafon (2008).



## 1.7 Parallélisation du solveur

Les premières simulations de cette étude ont été réalisées sur les machines vectorielles (NEC) de l'IDRIS et du CCRT. L'utilisation de schémas spatial et temporel explicites permet en effet une vectorisation efficace des routines Fortran du solveur. La nécessité d'utiliser des maillages importants (jusqu'à 150 millions de points pour la SND de couche limite présentée dans ce manuscrit) a alors conduit à mettre en place une stratégie de parallélisation massive du solveur à l'aide des bibliothèques MPI. La nature explicite des schémas de discrétisation spatiale, ainsi que la géométrie cartésienne parallélépipédique utilisée dans cette étude, rendent le solveur a priori bien adapté pour le passage en massivement parallèle. L'idée générale de la parallélisation adoptée ici est de découper le domaine de calcul en un certain nombre de blocs, les calculs sur chaque bloc étant réalisés par un processeur différent. Le rôle des librairies MPI est alors de fournir des fonctions simples d'utilisation permettant de faire communiquer les différents processeurs entre eux. La plupart des simulations présentées dans ce manuscrit ont été réalisées avec une parallélisation 2D, les dimensions transverses des domaines de calcul étant relativement réduites. Seuls les calculs les plus fins de couche limite turbulente présentés dans le chapitre 3, ainsi que le calcul d'IOCCL qualifié de ICCLT1 dans le chapitre 5 ont été réalisés avec un découpage 3D. Ce découpage, présenté ici en 2D, est réalisé à l'aide des fonctionnalités `MPI_CART` de MPI. Le domaine de calcul consiste en un maillage cartésien 3D de taille  $ng_x \times ng_y \times n_z$ . Le communicateur cartésien répartit automatiquement les processeurs pour découper les plans  $ng_x \times ng_y$ . Les algorithmes spatiaux et temporels étant explicites, il suffit d'échanger les faces nord, sud, est, ouest. Ces interfaces contiennent 5 points (correspondant au support des schémas), conformément à la figure 1.7. Deux types sont créés : un type `facex` pour les faces horizontales (nord et sud) de  $5 \times ng_x \times n_z$  réels double précision (`MPI_DOUBLE_PRECISION`) et un type `facey` pour les faces verticales (ouest et est) de  $5 \times ng_y \times n_z$  réels double précision.

Afin de déterminer les machines de calcul parallèle les plus pertinentes en regard du solveur, et également de dimensionner les futures simulations, des tests de parallélisation ont été réalisés sur un certain nombre de machines à la fois à l'IDRIS, au CINES, et au CCRT. Les performances obtenues pour quelques machines sont présentées dans le tableau 1.2. Les tests réalisés ont montré tout d'abord que les performances monoprocesseurs chutent d'un facteur 10 à 50 entre les machines NEC et les machines scalaires. Cela signifie que pour obtenir un temps de restitution équivalent à un calcul parallèle sur 8 processeurs de machine NEC, il est nécessaire d'avoir une très bonne scalabilité sur 80 à 400 processeurs de machines scalaires, ce qui correspond à des maillages entre 10 et 40 millions de points au minimum. Ces résultats mettent en évidence la supériorité des machines NEC dans le cas de simulations avec un nombre de points limité. Les meilleures performances monoprocesseurs ainsi

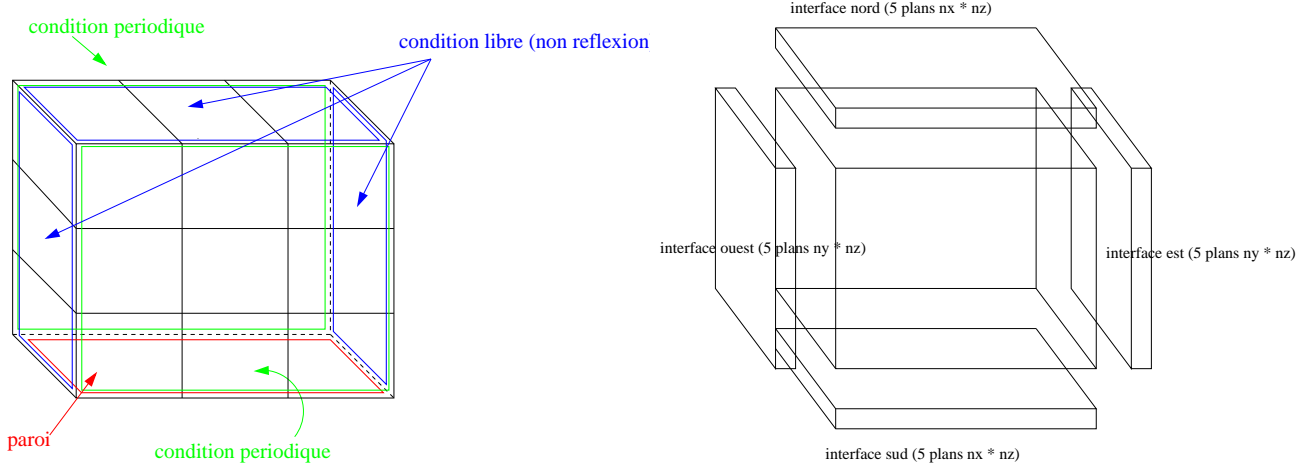


FIGURE 1.7 – Domaine de calcul cartésien et spécification des conditions aux limites (en haut) et interfaces nord, sud, est, ouest pour un bloc (en bas).

qu'en terme de scalabilité ont été obtenues sur les machines Titane (CCRT) et Vargas (IDRIS) et l'essentiel des demandes d'heures CPU a été réalisé sur ces machines.

	Zeus	Titane	Vargas	Platine	Mercuré
Performance monoprocesseur en $\mu\text{s}/\text{point}/\text{itération}$	16.25	3.43	3.6	8.28	0.3
Scalabilité en $10^4\text{point}/\text{processeur}$	10	10	3	5	50

TABLE 1.2 – Performances monoprocesseurs et en terme de scalabilité pour une partie des machines du CCRT, du CINES, et de l'IDRIS.

Les performances en terme de parallélisation du solveur sont très bonnes, la seule contrainte étant la taille importante du stencil du schéma spatial et du filtre sélectif qui génère des interfaces d'échange de 5 points entre processeurs et peut rendre le coût des communications non négligeable. Les communications entre processeurs sont généralement réalisées à l'aide de la fonction `MPI-SENDRECV` qui bloque l'exécution de la suite du programme tant que l'ensemble des communications n'a pas été réalisé. Les possibilités offertes par les communications non bloquantes ont été étudiées afin de recouvrir une partie des communications par des calculs. Les différents essais ont consisté à découpler les envois et les réceptions des messages afin de réaliser, simultanément à la phase de communication, des calculs sur les points intérieurs des blocs qui ne sont pas concernés par les interfaces d'échange. Ces essais ont mis en évidence une légère amélioration de la scalabilité sur les calculateurs testés.

## 1.8 Stratégies de capture de choc

### 1.8.1 Limiteurs TVD et MP

La première approche testée est l'extension des schémas DRP pour les rendre TVD (Daru & Tenaud (2004)). Cette stratégie s'inscrit dans le cadre des méthodes que l'on peut qualifier d'hybride ; un schéma DRP est utilisée pour la partie régulière de l'écoulement, et un switch permet de passer sur un schéma de Roe au niveau des discontinuités. Une extension des schémas DRP pour les rendre MP est également testée. Un stage dirigé par X. Gloerfelt et V. Daru et réalisé par A. Schmitt et E. Picheny a été réalisé dans le cadre de l'étude des schémas DRP–TVD et DRP-MP.

#### 1.8.1.1 Principe et interprétation géométrique

Le but des contraintes TVD est d'éviter l'apparition d'oscillations parasites en assurant que la variation totale diminue au cours du temps.

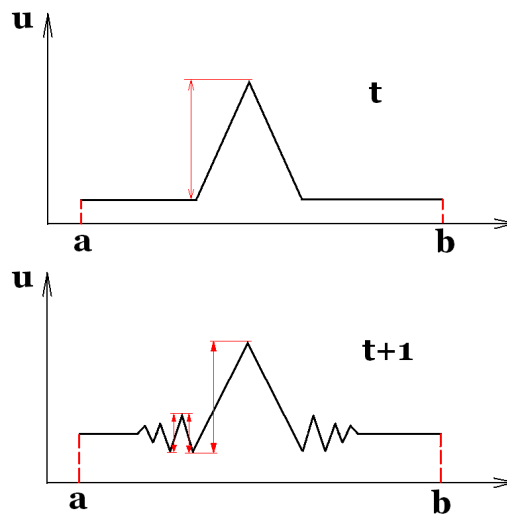


FIGURE 1.8 – Représentation graphique de l'évolution temporelle de la variation totale.

La figure 1.8 schématise l'évolution de la variation totale. Au temps  $t + 1$ , on observe des oscillations maille à maille qui font augmenter la variation totale. Pour éviter ce phénomène, il faut simplement s'assurer que la variation totale diminue. Si on définit :

$$VT_{[a,b]}^n(u) = \sum_{j=j_a}^{j_b} |u_{j+1} - u_j| \quad ,$$

il nous faut respecter la condition suivante :

$$VT_{[a,b]}^{n+1}(u) \leq VT_{[a,b]}^n(u)$$

avec  $VT_{[a,b]}^n$  la variation totale entre les points  $a$  et  $b$  à l'instant  $n$ . Cette condition est imposée au niveau des schémas numériques grâce au théorème de Harten *et al.* (1987).

## Cas scalaire

### – Le limiteur TVD

Nous considérons l'équation d'advection scalaire suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f(u)}{\partial x} = 0 \quad \text{avec} \quad f(u) = a u \quad \text{et} \quad a = 1 \quad (\text{vitesse d'advection}) \quad (1.5)$$

Nous discrétisons cette équation sous la forme suivante :

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \alpha_i K_e$$

où  $\alpha_i$  est le coefficient de Runge-Kutta,  $\Delta t$  le pas de temps,  $\Delta x$  le pas d'espace.  $K_e$  représente la discrétisation spatiale de  $\Delta f / \Delta x$  :

$$\begin{aligned} K_e &= a_{11}(1) (u_{i+1} - u_{i-1}) \\ &+ a_{11}(2) (u_{i+2} - u_{i-2}) \\ &+ a_{11}(3) (u_{i+3} - u_{i-3}) \\ &+ a_{11}(4) (u_{i+4} - u_{i-4}) \\ &+ a_{11}(5) (u_{i+5} - u_{i-5}) \end{aligned}$$

Le théorème de Harten ne s'applique que sur des schémas incrémentaux dont la forme est la suivante :

$$u_i^{n+1} = u_i^n - C_{j-1}(u_i^n - u_{i-1}^n) + D_j(u_{i+1}^n - u_i^n)$$

Pour que ce schéma soit TVD, il faut :

$$C_j \geq 0 \quad D_j \geq 0 \quad C_j + D_j \leq 1$$

Pour appliquer ce théorème, nous devons réécrire les flux d'ordre élevés sous la forme suivante :

$$K_e = F_{j+1/2}^{DRP} - F_{j-1/2}^{DRP}$$

avec :

$$\begin{aligned} F_{j+1/2}^{DRP} &= b_{11}(1) u_{i-4} + b_{11}(2) u_{i-3} \\ &+ b_{11}(3) u_{i-2} + b_{11}(4) u_{i-1} \\ &+ b_{11}(5) u_i + b_{11}(6) u_{i+1} \\ &+ b_{11}(7) u_{i+2} + b_{11}(8) u_{i+3} \\ &+ b_{11}(9) u_{i+4} + b_{11}(10) u_{i+5} \end{aligned}$$

La valeur des coefficients  $b_{11}$  est déterminée en fonction des coefficients  $a_{11}$  (Popescu *et al.* (2005)). Pour appliquer les conditions de Harten, on écrit le flux TVD comme un mélange entre un flux d'un schéma DRP et un flux d'un schéma d'ordre 1 capable de traiter les discontinuités sans osciller. Les coefficients  $\phi_j$  placés devant ces termes permettent de choisir entre un flux DRP et un flux d'ordre 1 afin de s'adapter au passage des discontinuités. Les conditions de Harten fournissent les valeurs des coefficients pour que le schéma soit TVD. Le flux DRP est alors :

$$F_{j+1/2}^{DRP} = f_j + \phi_j (f_{j+1} - f_j)$$

avec :

$$f_j = a u_j \quad \text{et} \quad \phi_j = \frac{F_{j+1/2}^{DRP} - f_j}{f_{j+1} - f_j}$$

On réécrit le schéma sous forme incrémentale pour appliquer les conditions de Harten pour  $a > 0$  :

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{F_{j+1/2}^{DRP} - F_{j-1/2}^{DRP}}{u_i^n - u_{i-1}^n} (u_i^n - u_{i-1}^n)$$

Dans ce cas :

$$C_{j-1} = \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{F_{j+1/2}^{DRP} - F_{j-1/2}^{DRP}}{u_i^n - u_{i-1}^n} (u_i^n - u_{i-1}^n)$$

et le théorème de Harten impose :

$$0 \leq \frac{\Delta t}{\Delta x} \alpha_i \frac{F_{j+1/2}^{DRP} - F_{j-1/2}^{DRP}}{u_j^n - u_{j-1}^n} \leq 1$$

soit :

$$0 \leq \phi_j \leq \frac{1 - \nu}{\nu} r_{j+1/2} \quad \text{et} \quad 0 \leq \phi_j \leq 1$$

avec :

$$\nu = a \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad \text{et} \quad r_{j+1/2} = \frac{u_j - u_{j-1}}{u_{j+1} - u_j}$$

où  $\nu$  désigne le nombre de CFL et  $r_{j+1/2}$  est un indicateur de régularité. Ces conditions sur la fonction  $\phi_j$  rendent notre flux d'ordre élevé TVD :

$$F_{j+1/2}^{TVD} = f_j + \phi_j^{TVD} (f_{j+1} - f_j)$$

avec :

$$\phi_j^{TVD} = \max \left( 0, \min \left( 1, \frac{F_{j+1/2}^{DRP} - f_j}{f_{j+1} - f_j}, \frac{1 - \nu}{\nu} r_{j+1/2} \right) \right)$$

Sous la condition de stabilité habituelle  $0 \leq \nu \leq 1$ , on constate qu'on ne peut plus obtenir de schéma TVD d'ordre 2, car pour  $\nu = 1$  nous avons  $\phi_j = 0$ . Il faut donc restreindre la condition de

stabilité. Pour que la précision soit au moins d'ordre 2, il faut que  $\frac{1-\nu}{\nu} \geq 1/2$  d'où  $\nu \leq 2/3$ .

*Interprétation sur les flux :*

On peut donner une interprétation mathématique des contraintes TVD en réécrivant le flux DRP sous les formes suivantes :

$$F_{j+1/2}^{DRP} = f_j + \gamma^+(f_{j+1} - f_j) \quad \text{et} \quad F_{j+1/2}^{DRP} = f_j + \gamma^-(f_{j+1}^{UL} - f_j)$$

avec :

$$f_j^{UL} = f_j + \frac{1-\nu}{\nu}(f_j - f_{j-1}); \quad \gamma^+ = \phi_{j+1/2} \quad \text{et} \quad \gamma^- = \phi_{j+1/2} \frac{1}{r_{j+1/2}} \frac{\nu}{1-\nu}$$

Les conditions sur la fonction  $\phi$  sont équivalentes à :

$$0 \leq \gamma^+ \leq 1 \quad \text{et} \quad 0 \leq \gamma^- \leq 1$$

Les conditions impliquent que le flux  $F_{j+1/2}$  appartient aux intervalles  $[f_j, f_{j+1}]$  et  $[f_j, f_j^{UL}]$ , donc plus précisément à leur intersection.

### – Le limiteur MP

Il est possible d'améliorer le schéma TVD en utilisant un limiteur plus intelligent, capable de différencier une discontinuité d'un extremum. Tout d'abord, essayons de comprendre les défauts du schéma TVD. Géométriquement, les conditions TVD imposent que la valeur reconstruite appartienne à l'intersection des deux intervalles  $[f_j^n, f_{j+1}^n]$  et  $[f_j^n, f_j^{UL}]$ . Malheureusement cette construction ne permet pas d'obtenir la valeur exacte dans certaines conditions. La figure 1.9 présente un cas simple mettant en évidence ce problème.

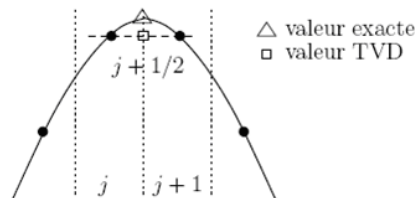


FIGURE 1.9 – Représentation graphique d'un cas particulier pour le limiteur TVD.

Dans ce cas de figure, la valeur TVD reconstruite en  $j + 1/2$  est obligatoirement égale à  $f_j$  et il n'est pas possible d'obtenir la valeur exacte. Sur cet exemple, on visualise aisément le problème

des schémas TVD : l'écrétage des extréma. Au fur et à mesure que l'on avance dans le temps, la valeur maximale reconstruite diminue de valeur. Les conditions de préservation de la monotonie (MP) permettent d'améliorer cette faiblesse. Le principe est simple : les intervalles sont élargis au voisinage des extréma, mais non aux abords des discontinuités afin de rester TVD. Pour cela on introduit :

$$f_j^{md} = f_j + \gamma_{md}^+(f_{j+1} - f_j) \quad \text{et} \quad f_j^{lc} = f_j + \gamma_{lc}^-(f_j^{UL} - f_j)$$

avec :

$$\gamma_{md}^+ = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{d_{j+1/2}}{f_{j+1} - f_j}\right) \quad \text{et} \quad \gamma_{lc}^- = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{d_{j-1/2}}{f_j - f_{j-1}}\right) \quad \text{avec} \quad d_{j+1/2} = \min \text{ mod}(d_j, d_{j+1})$$

On montre que dans la configuration d'une discontinuité monotone on a :

$$0 \leq \gamma_{md}^+ \leq 1 \quad \text{et} \quad 0 \leq \gamma_{lc}^- \leq 1$$

Donc  $f^{md}$  et  $f^{lc}$  appartiennent aux intervalles TVD. Dans les autres configurations, l'indicateur de courbure  $d_j$  permet d'élargir les intervalles TVD en introduisant les 2 valeurs  $f^{md}$  et  $f^{lc}$ , et le flux d'ordre élevé doit appartenir aux nouveaux intervalles  $[f_j^n, f_j^{md}]$  et  $[f_j^n, f_j^{lc}]$ . Le limiteur MP consiste donc à vérifier si la valeur reconstruite appartient à ces nouveaux intervalles. Si c'est le cas, on garde la valeur, sinon on applique la limitation TVD.

### 1.8.1.2 Résultats en scalaire

#### – Advection d'un paquet d'onde

Ce premier cas vise à démontrer l'effet du processus de limitation sur la résolubilité du schéma, plus particulièrement le caractère dissipatif du limiteur MP comparé à l'utilisation d'un schéma de type ENO (Essentially Non Oscillatory). On constate que pour une onde haute fréquence, discrétisée par 6 points, la solution obtenue pour le schéma DRP muni du limiteur MP (figure 1.10(b)) est très proche de la solution de référence sans limiteur (a), alors que la solution est très fortement dissipée avec le schéma ENO d'ordre 7 (c).

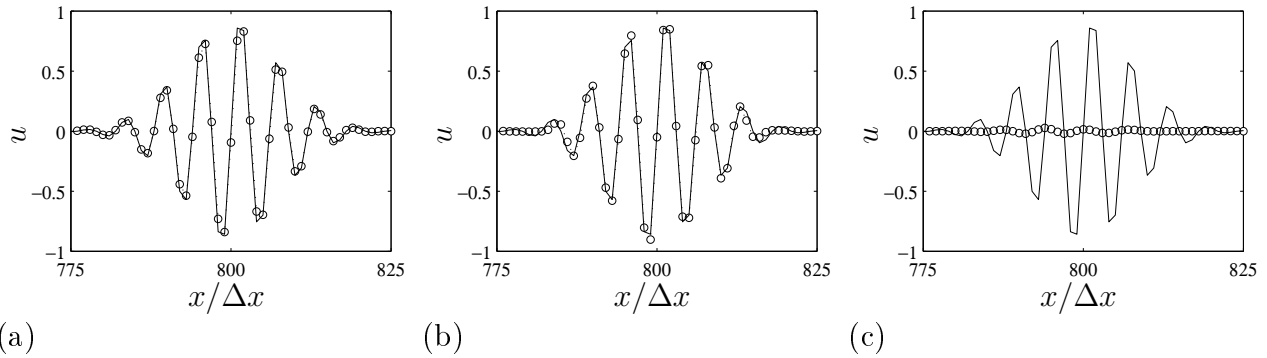


FIGURE 1.10 – Advection 1D d'un paquet d'onde  $\lambda/\Delta x = 6$ . —, solution exacte;  $\circ$ , solution calculée. (a) DRP 11pt (FD + SF coeff 0.2); (b) MP-DRP 11pt; (c) ENO d'ordre 7.

### – Advection d'un créneau

On advecte ensuite un créneau qui représente deux discontinuités successives. On constate le caractère oscillant de la solution en l'absence de limiteur (figure 1.11(a)). L'utilisation du schéma DRP-MP sur 11 points (b) permet de supprimer les oscillations maille à maille et les discontinuités sont représentées sur très peu de points. Le caractère non-oscillant est retrouvé pour le cas (c) avec le schéma ENO d'ordre 7 mais la dissipation étale considérablement les discontinuités.

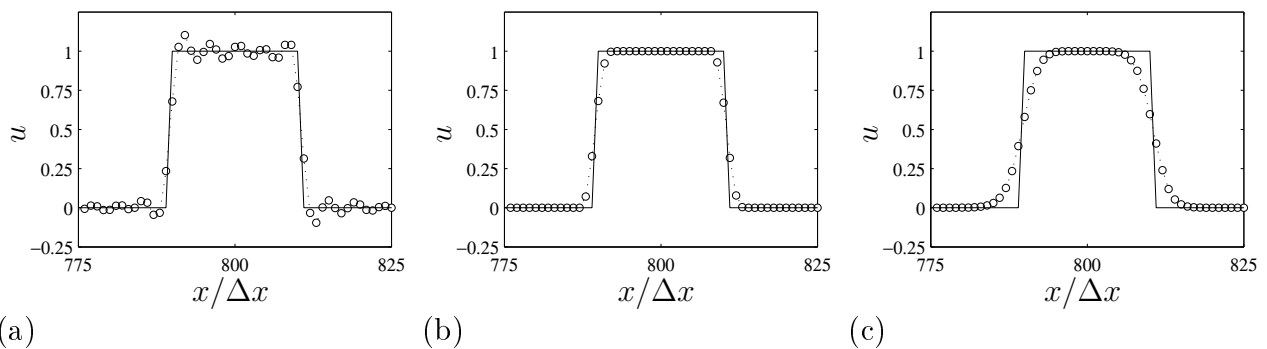


FIGURE 1.11 – Advection 1D d'un créneau. —, solution exacte;  $\circ$ , solution calculée. (a) DRP 11pt (DF + FS coeff 0.2); (b) MP-DRP 11pt; (c) ENO ordre 7.

#### 1.8.1.3 Extension en 2D

### – Interaction choc / tourbillon

Un cas test 2D d'interaction choc / tourbillon est réalisé sur un maillage de  $200 \times 200$  avec un CFL de 0.5. Le modèle de tourbillon utilisé est un tourbillon de Taylor défini par sa vitesse tangentielle fonction de la distance  $r$  au centre.

$$V_{\theta} = C_1 \cdot r \cdot e^{-C_2 \cdot r^2}$$



$$C_1 = \frac{u_c}{r_c}$$

et

$$C_2 = \frac{1}{2 \cdot r_c^2}$$

avec  $u_c$  et  $r_c$  fixés respectivement à 0.25 et 0.075.

La formule précédente est seulement valable pour un domaine de taille  $[0,2] \times [0,2]$ . Afin de pouvoir l'utiliser sur toutes les tailles possibles, nous allons adimensionner  $r$  de la façon suivante :

$$r = \frac{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}}{\sqrt{(x_{min} - x_{max})^2 + (y_{min} - y_{max})^2}} \cdot 2\sqrt{2}$$

où  $x_0$  et  $y_0$  sont les coordonnées du centre du tourbillon.

Le choc est défini à partir des relations de Rankine-Hugoniot pour un saut de pression  $\frac{\Delta P}{P_\infty} = 0.4$ , où  $P_\infty$  est la pression statique à l'infini, correspondant à un nombre de Mach de 1.1588.

Initialement, le choc stationnaire est placé au milieu du domaine, et le tourbillon au quart du domaine. La visualisation se fait lorsque le tourbillon a parcouru 35 % de la longueur du domaine (voir figure 1.12).

Les performances du schéma DRP-MP sont comparées à celles du schéma à capture de choc OSMP7 qui est une extension MP des schémas couplés espace-temps One Step d'ordre 7 (OS7) développés par Daru & Tenaud (2004) et qui sert de référence pour notre étude. La figure montre le résultat final obtenu pour un temps adimensionné de 0.7 pour les schémas DRP-MP (a) et OSMP7 (b). De très bons résultats sont obtenus avec le schéma OSMP7. Cependant des oscillations sont visibles avec le schéma DRP-MP au niveau du tourbillon en aval du choc.

Ce cas test met en évidence l'apparition d'oscillations parasites dans les directions diagonales lorsque le limiteur MP est activé. Ces schémas ayant été validés en 1D, une hypothèse réaliste est que la sommation des flux en 2D est à l'origine de ces oscillations.

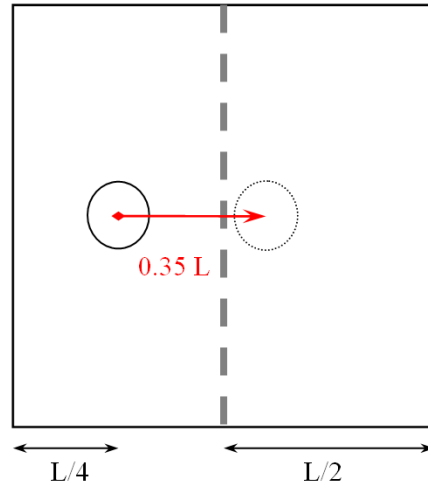
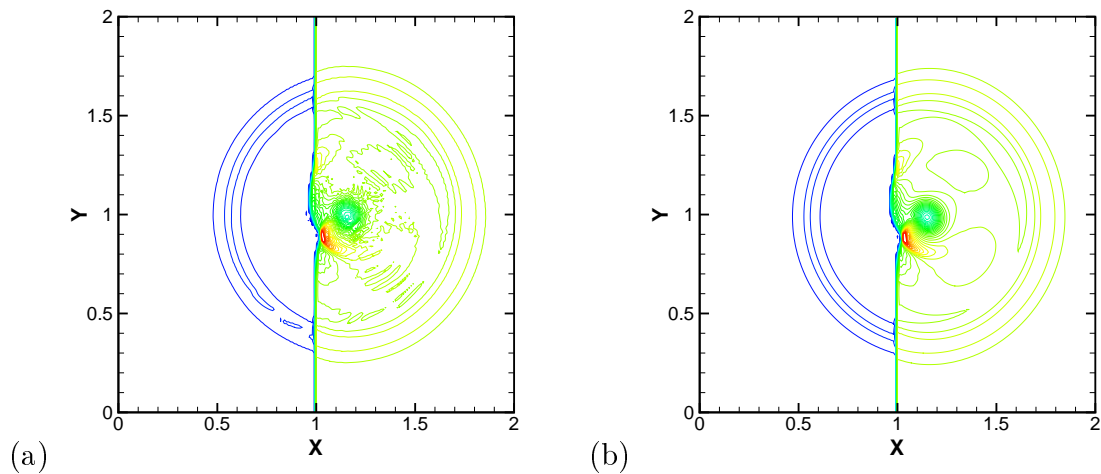


FIGURE 1.12 – Positions du choc et du tourbillon (solution initiale et finale).

FIGURE 1.13 – Contours de pression pour une interaction onde de choc tourbillon à  $t=0.7$  (adimensionné). Grille de  $200 \times 200$  et  $CFL=0.5$ . Schémas DRP-MP (a) et OSMP7 (b).

### – Advection d'une discontinuité de masse volumique

Un cas test 2D d'advection d'une discontinuité de masse volumique a alors été réalisé sur une grille de  $100 \times 100$  et un domaine de  $x \in [-50, 50]$  et  $y \in [-50, 50]$ . Les conditions initiales sont un fluide en mouvement dans la diagonale défini par  $\rho = 1$ ,  $p = 1$ ,  $u = 1$ ,  $v = 1$ , et présentant un saut de masse volumique sur une zone carrée ( $\rho = 3$ ). La figure 1.14 situe l'emplacement de cette zone.

La figure 1.15 montre les résultats obtenus lorsque la discontinuité a parcouru la moitié de la diagonale du domaine. Une nette déformation dans la direction diagonale est obtenue dans le cas des schémas DRP-TVD et DRP-MP, alors que celle-ci est absente pour les schémas OSTVD7 et

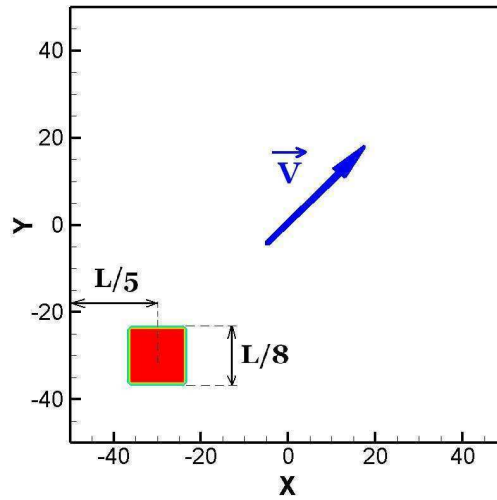


FIGURE 1.14 – Schématisation des conditions initiales pour un domaine carré de taille  $L$

OSMP7.

Dans le cas multidimensionnel, les schémas OS7 sont implémentés en utilisant une méthode de splitting de Strang. Il est cependant possible de "désplittter" le calcul des flux et de réaliser un cas test identique. Le résultat du calcul "désplitté" est présenté sur la figure 1.16.

Une déformation du même type que pour les schémas DRP est alors obtenue avec le schéma OSTVD7, ce qui montre que c'est bien la méthode de sommation des flux qui est à l'origine des problèmes observés en 2D.

Il est possible d'appliquer une méthode de splitting de Strang aux schémas DRP-MP. Cette méthode réduit cependant la précision des schémas au second ordre, et n'a pas été retenue dans cette étude.

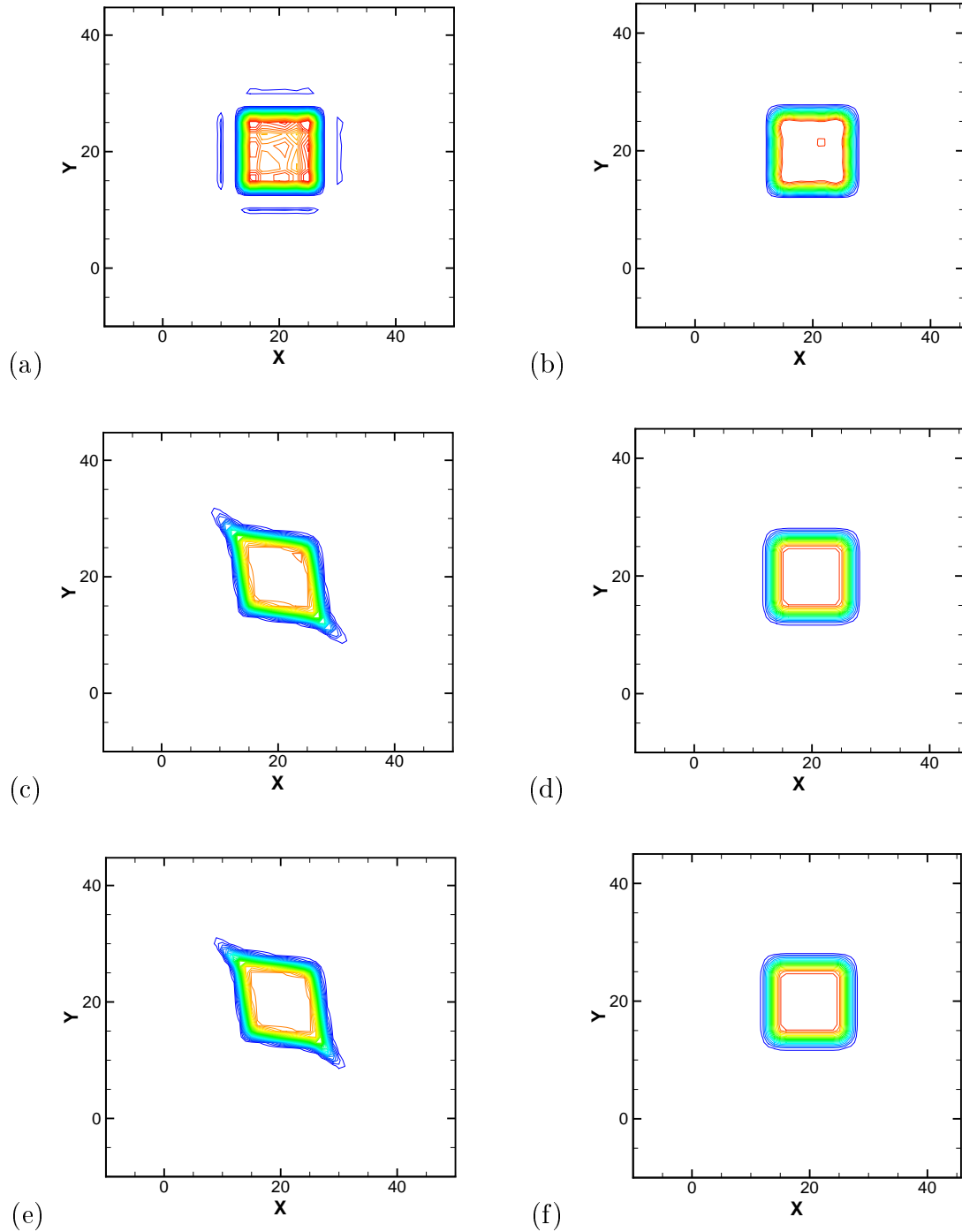


FIGURE 1.15 – Contours de masse volumique pour une advection de discontinuité. Grille de  $100 \times 100$  et CFL=0.5 : DRP11 seul (a) et OS7 (b), DRP-TVD (c) OSTVD7 (d) DRP-MP (e), et OSMP7 (f).

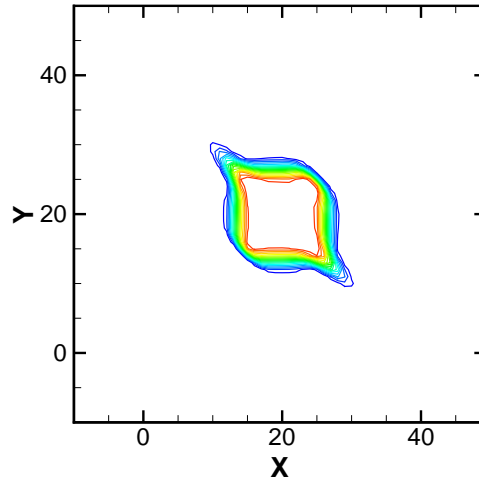


FIGURE 1.16 – Contours de masse volumique pour une advection de discontinuité. Grille de  $100 \times 100$  et CFL=0.5. Schéma OSTVD7, méthode de splitting désactivée.

## 1.8.2 Viscosités artificielles et filtres non linéaires

### 1.8.2.1 Viscosité artificielle - ANAD

Kim & Lee (2001) ont étendu le concept de viscosité artificielle de Jameson *et al.* (1981) en développant un dispositif de contrôle adaptatif pour le coefficient de dissipation. Cette dissipation artificielle non linéaire adaptative (ANAD, Adaptive Nonlinear Artificial Dissipation) vise à dissiper les oscillations générées en présence de chocs sans toucher les structures bien résolues. Le terme de dissipation est alors une combinaison entre une viscosité artificielle d'ordre 2 et une viscosité artificielle d'ordre 4. Une fonction non linéaire, basé sur un senseur pour détecter les chocs, va réguler l'amplitude des dissipations d'ordre 2 et 4 en fonction du taux de variation de la pression. Ce type d'algorithme semble intéressant de part sa simplicité et son faible coût en temps de calcul. Il a été mis en œuvre pour différentes applications aéroacoustiques en régime supersonique (Kim & Lee (2001); Emmert *et al.* (2007)).

Le terme de dissipation du dispositif de Kim & Lee (2001) sous forme conservative s'écrit :

$$D_i = (d_{i+\frac{1}{2}} - d_{i-\frac{1}{2}})/\Delta$$

avec :

$$d_{i+\frac{1}{2}} \sim [\epsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(2)} (U_{i+1} - U_i) - \epsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(4)} \sum_{m=-1}^3 b_m U_{i+m}]$$

où  $U$  est le vecteur des variables conservatives.

Les fonctions non linéaires de dissipation  $\epsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(2)}$  et  $\epsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(4)}$  sont alors déterminées notamment à partir du champ de pression à travers un senseur défini par :

$$\nu_i = |p_{i-1} - 2p_i + p_{i+1}| / (p_{i-1} - 2p_i + p_{i+1})$$

### 1.8.2.2 Filtrage non-linéaire - ANSF

L'utilisation d'un filtre sélectif non linéaire adaptatif (ANSF, Adaptive Nonlinear Selective Filtering) est également possible. Ce concept est très similaire à l'algorithme ANAD de Kim & Lee (2001). Néanmoins, le terme de lissage n'est plus fourni par une viscosité artificielle. Il est remplacé par une opération de traitement du signal à chaque itération temporelle. La méthode s'appuie un algorithme algébrique qui est théoriquement capable de traiter les discontinuités. Un tel algorithme a été proposé récemment par Bogey *et al.* (2008), et Bogey *et al.* (2009).

Le filtrage ANSF est appliqué à chaque itération juste après la procédure de filtrage sélectif. Sous forme conservative, la variable filtrée est obtenue par :

$$U_i^{sc} = U_i - (\sigma_{i+\frac{1}{2}}^{sc} D_{i+\frac{1}{2}}^{sc} - \sigma_{i-\frac{1}{2}}^{sc} D_{i-\frac{1}{2}}^{sc})$$

où l'amplitude du filtrage  $0 \leq \sigma^{sc} \leq 1$  est ajustée dynamiquement en fonction des variables de l'écoulement, et les fonctions d'amortissement  $D_{i+\frac{1}{2}}^{sc}$  et  $D_{i-\frac{1}{2}}^{sc}$  sont estimées à partir des variables de l'écoulement en utilisant les interpolations suivantes :

$$D_{i+\frac{1}{2}}^{sc} = \sum_{j=1-n}^n c_j U_{i+j} \quad \text{et} \quad D_{i-\frac{1}{2}}^{sc} = \sum_{j=1-n}^n c_j U_{i+j-1}$$

Les coefficients  $c_j$  sont déterminés à partir de la forme non conservative du filtrage ( $U_i^{sc} = U_i - (\sigma_i^{sc} \sum_{j=-n}^n D_{i+1}^{sc})$ ), et sont données dans le tableau 1.3 pour l'ordre 2 standard et l'ordre 2 optimisé dans l'espace des nombres d'onde.

L'amplitude du filtrage est alors déterminée à partir des variables de l'écoulement. Deux senseurs ont été utilisés, le premier très similaire à celui proposé par Jameson *et al.* (1981) et basé sur la pression, et le deuxième basé sur la dilatation afin de distinguer les chocs des fluctuations turbulentes.

Pour le senseur basé sur la pression, la valeur du senseur du choc est alors obtenue par :

$$r_i = \frac{Dp_i^{magn}}{p_i^2} + \epsilon \quad \text{avec} \quad \epsilon = 10^{-16} \quad \text{et} \quad Dp_i^{magn} = \frac{1}{2} [(Dp_i - Dp_{i+1})^2 + (Dp_i - Dp_{i-1})^2]$$

	Fo2	Fopt
c1	-1/4	-0.210383
c2	0	0.5 0.039617

TABLE 1.3 – Coefficients  $c_j$  de la forme conservative de l'ANSF pour l'ordre 2 standard (Fo2) et l'ordre 2 optimisé (Fopt), avec  $c_{1-j} = c_j$

$Dp_i$  étant extrait de la pression à partir d'un filtre d'ordre 2 :  $Dp_i = (-p_{i+1} + 2p_i - p_{i-1})/4$ .

Pour le senseur basé sur la dilatation, la valeur du senseur du choc est alors obtenue par :

$$r_i = \frac{D\Theta_i^{magn}}{c_i^2/\Delta^2} + \epsilon \quad \text{où } c_i = \gamma p_i/\rho_i \text{ et } D\Theta_i^{magn} = \frac{1}{2}[(D\Theta_i - D\Theta_{i+1})^2 + (D\Theta_i - D\Theta_{i-1})^2]$$

$D\Theta_i$  étant extrait de la dilatation  $\Theta_i = \nabla \cdot u_i$  à partir d'un filtre d'ordre 2 :

$$D\Theta_i = (-\Theta_{i+1} + 2\Theta_i - \Theta_{i-1})/4.$$

Enfin l'amplitude du filtrage est obtenue par :

$$\sigma_i^{sc} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{r_{th}}{r_i} + \left| 1 - \frac{r_{th}}{r_i} \right| \right)$$

où  $r_{th}$  est un paramètre seuil de réglage de la sensibilité du filtre. La valeur de  $r_{th}$  est en général comprise entre  $10^{-6}$  et  $10^{-4}$ , une valeur de  $r_{th}$  plus faible signifiant une sensibilité plus grande et donc une application du filtrage sur une région plus importante.

Les amplitudes de filtrage pour la forme conservative sont approximées par :

$$\sigma_{i+\frac{1}{2}}^{sc} = \frac{1}{2}(\sigma_{i+1}^{sc} + \sigma_i^{sc}) \quad \text{et} \quad \sigma_{i-\frac{1}{2}}^{sc} = \frac{1}{2}(\sigma_{i-1}^{sc} + \sigma_i^{sc})$$

### 1.8.2.3 Comparaison des méthodes

#### – Interaction d'une onde de choc avec une perturbation de masse volumique 1D

On aborde tout d'abord un cas d'épreuve monodimensionnel initialement proposé par Shu & Osher (1989). Une onde de choc se déplaçant à Mach 3 interagit avec une perturbation de masse volumique ayant un profil sinusoïdal. La solution est calculée au temps  $t = 1.8$  en utilisant 200 points de maillage avec les schémas DRP11, OSMP11 ainsi que les algorithmes ANAD et ANSF. La perturbation de masse volumique résultante est représentée sur la figure 1.17. On observe que le schéma DRP11 et OSMP11 fournissent à peu près la même solution. La perturbation de masse volumique est bien préservée au voisinage de la discontinuité. On remarque que les méthodes ANAD

et ANSF introduisent une légère dissipation. En particulier, pour  $5.5 < x < 7.5$ , l'amplitude des oscillations hautes fréquences est visiblement sous-estimée. Cet exemple montre l'avantage du limiteur MP sur les dissipations adaptatives. Le déclenchement intempestif de la dissipation d'ordre 2 a ainsi tendance à dégrader le schéma initial, ce qui montre l'importance du rôle du senseur.

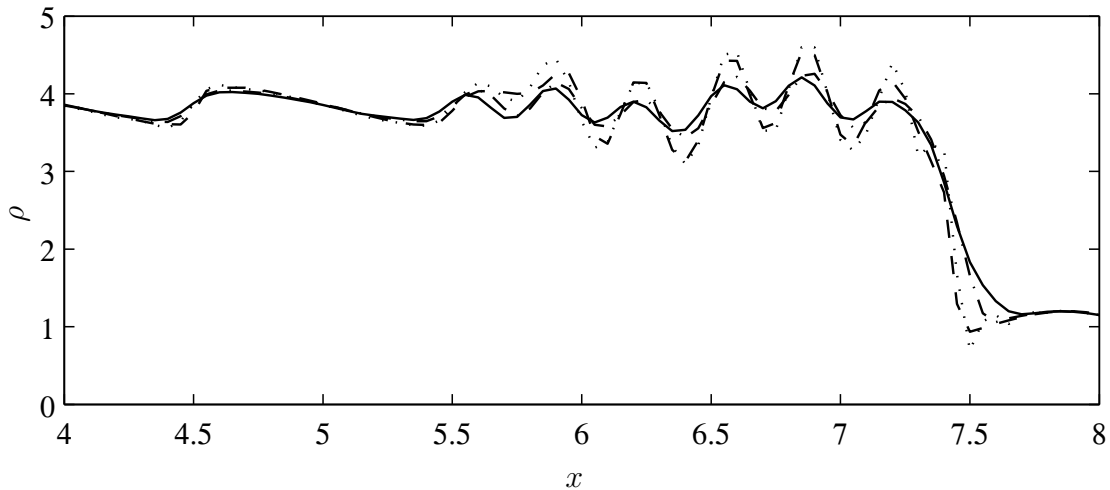


FIGURE 1.17 – Perturbation de masse volumique pour l'interaction choc-"turbulence" monodimensionnelle obtenue avec différents schémas :  $\cdots$ , DRP11;  $+-$ , ANAD;  $—$ , ANSF;  $- - -$ , OSMP11.

### – Écoulement transsonique autour d'un profil 2D

Afin d'appliquer les méthodes de dissipation adaptative sur un cas plus réaliste et plus proche de l'application visée au tremblement transsonique, on considère l'écoulement stationnaire non visqueux autour d'un profil NACA0012. L'angle d'attaque est  $\alpha = 1.0^\circ$  et le nombre de Mach de l'écoulement incident est  $M_\infty = 0.85$ . Dans ces conditions, un choc de compression apparaît sur l'intrados et l'extrados du profil. Cette configuration sert de benchmark pour les dispositifs de capture de choc dans de nombreux travaux comme ceux de Yee & Harten (1987).

La transformation de coordonnées est utilisée pour traiter la géométrie curviligne du problème. Un maillage en C de  $241 \times 301$  points discrétise un domaine qui s'étend de  $-6c$  à  $+4c$  dans la direction de l'écoulement et de  $-6c$  à  $+6c$  dans la direction transverse, où  $c$  désigne la corde du profil. L'écoulement autour du profil est calculé avec le schéma optimisé sur 11 points DRP11 de Bogey & Bailly (2004), la méthode ANAD de Kim & Lee (2001) et la méthode ANSF de Bogey *et al.* (2008).

Le champ de nombre de Mach est représenté sur les figures 1.18(a,c,e) respectivement pour les



schémas DRP11, ANAD et ANSF. La distribution de Mach est très similaire dans les trois cas et en bon accord avec la solution de référence. L'accélération de l'écoulement est visible de chaque côté du profil et l'écoulement devient supersonique dans certaines régions. Deux chocs de compression sont visibles, un vers  $x/c \sim 0.9$  sur l'extrados et vers  $x/c \sim 0.6$  sur l'intrados.

Les distributions du coefficient de pression autour du profil sont représentées sur les figures 1.18(b,d,f) respectivement pour les schémas DRP11, ANAD et ANSF. La solution de référence de Yee & Harten (1987) avec ARC2D sur un maillage raffiné au voisinage de la position des chocs de  $560 \times 65$  noeuds est superposée. La comparaison est très favorable. En particulier, la position des chocs est très bien reproduite, même par le schéma DRP11 seul sur la figure 1.18(b). Même si les schémas centrés optimisés ne sont pas conçus pour capturer les discontinuités, le coefficient de pression reste en bon accord avec la solution de Yee & Harten (1987). Cependant des oscillations de Gibbs sont visibles qui ne semblent pas perturber la solution globale. Les figures 1.18(d) et (f) montrent que les méthodes ANAD et ANSF permettent de réduire sensiblement les oscillations. Loin des chocs, la solution ne semble pas modifiée par les termes dissipatifs. Des oscillations résiduelles sont encore visibles pour la méthode ANAD alors que la technique ANSF présente une solution quasi non oscillante au niveau des chocs.

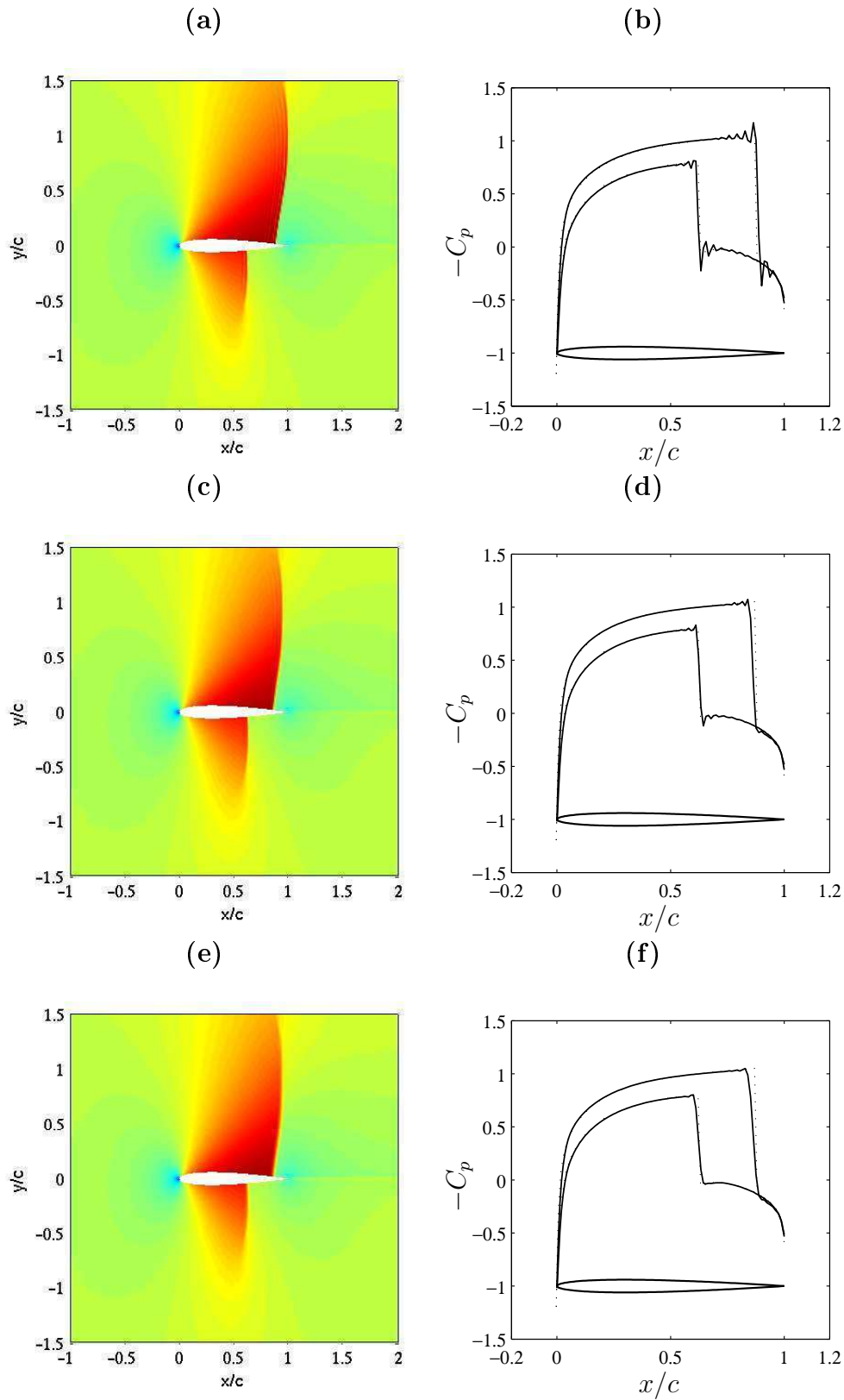


FIGURE 1.18 – Cartographie du nombre de Mach local et coefficient de pression calculés avec différents schémas pour un profil NACA0012 à  $M_\infty = 0.85$  et  $\alpha = 1.0^\circ$ . **(a)-(b)**, schéma DRP11 ; **(c)-(d)**, schéma ANAD ; **(e)-(f)**, schéma ANSF. L'échelle de couleur va du bleu ( $M=0$ ) au rouge ( $M=1.5$ ). Les lignes pour le coefficients de pression correspondent à : —, présent calcul ; ·····, données de référence de Yee & Harten (1987).

– **Choc réfléchi impactant une paroi en 2D Euler**

Dans ce cas test préparatoire au cas d'IOCCL 2D, on considère un écoulement à Mach 2.15 dans lequel un choc impacte une paroi plane avec un angle de  $30.8^\circ$  en la position  $x = X_{sh} = 0.8\text{m}$ . Le choc est défini au niveau du plan d'entrée par une imposition des conditions de saut de Rankine-Hugoniot, et des conditions aux limites caractéristiques de Thompson (1987, 1990) sont utilisées pour la paroi haute et la condition de sortie.

La figure 1.19(a) montre l'évolution longitudinale de la pression (normalisée par la pression en amont du choc  $p_0$ ) à mi-hauteur du domaine de calcul pour un maillage uniforme de  $151 \times 51$  avec  $\Delta x = \Delta y = 10^{-2}$ . La figure 1.19(b) présente le même résultat en maillage non-uniforme de  $151 \times 51$  avec  $\Delta x = 2\Delta y = 3 \cdot 10^{-2}$  (on réalise un zoom sur le choc incident).

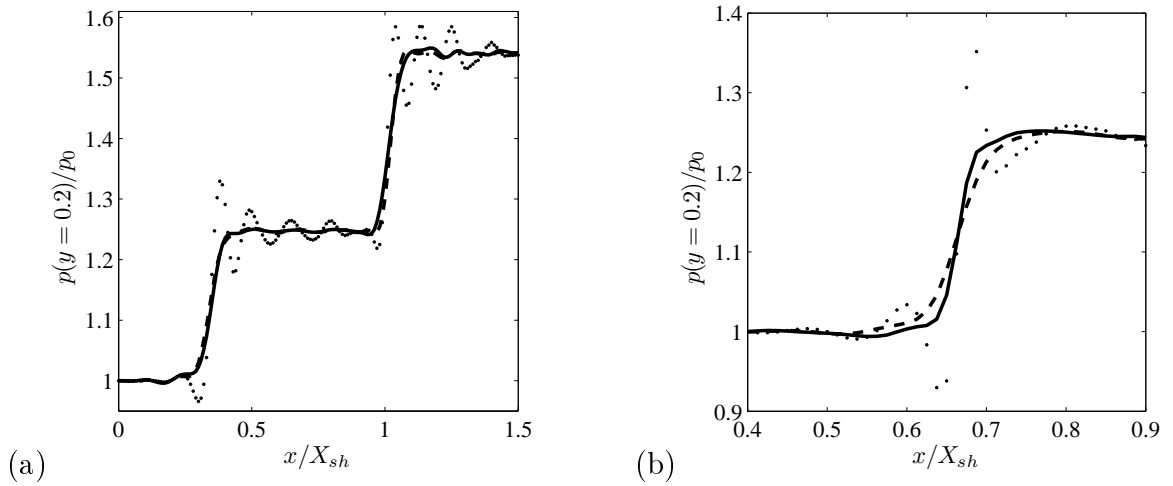


FIGURE 1.19 – Choc réfléchi en Euler 2D. Comparaison ANAD/ANSF. Evolution longitudinale de la pression en  $y = 0.2$  en maillage uniforme (a) et en maillage non-uniforme (b) :  $\dots$ , DRP11 ;  $- - -$ , ANAD ;  $—$ , ANSF.

En accord avec les précédents résultats, la plupart des oscillations sont bien supprimées par les méthodes ANAD et ANSF. La dissipation introduite par ces méthodes étale légèrement les chocs mais il est possible, dans le cas de l'ANSF, d'adapter l'amplitude du filtrage et de limiter cette augmentation de l'épaisseur du choc.

Le paramètre de réglage  $r_{th}$  permet de s'adapter au cas traité ( $r_{th} = 10^{-4}$  pour les figures 1.19(a) et (b)). L'influence de ce paramètre est illustré sur la figure 1.20(a) pour trois valeurs  $r_{th} = 10^{-6}$ ,  $r_{th} = 10^{-5}$ , et  $r_{th} = 10^{-4}$  (un zoom est réalisé sur le choc incident). Une valeur plus faible du paramètre  $r_{th}$  entraîne l'application du filtrage sur une plus grande épaisseur. Une application trop importante du filtrage ( $r_{th} = 10^{-6}$ ) supprime bien les oscillations parasites mais augmente

fortement l'épaisseur du choc. Une application trop faible ( $r_{th} = 10^{-4}$ ) laisse présente une oscillation plus basse fréquence. Un bon compromis est trouvé pour une valeur intermédiaire de  $r_{th} = 10^{-5}$ . Deux senseurs ont été développés pour la méthode ANSF, l'un basé sur la pression et l'autre sur la dilatation (voir paragraphe 1.8.2.2). La figure 1.20(b) montre que, pour ce cas test Euler, des résultats sensiblement équivalents sont obtenus avec les deux senseurs. Ces derniers ont été développés pour distinguer les fluctuations turbulentes des chocs et il était prévisible que leur rôle serait équivalent pour ce cas test.

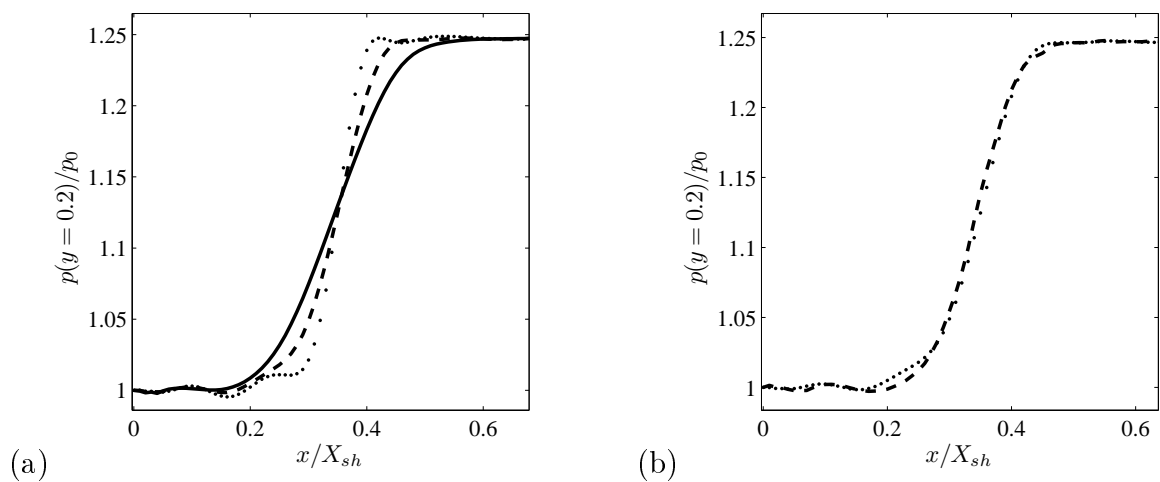


FIGURE 1.20 – Choc réfléchi en Euler 2D (un zoom est réalisé sur le choc incident). Influence. Evolution longitudinale de la pression en  $y = 0.2$ . Influence de l'amplitude du filtrage  $r_{th}$  (a) :  $\cdots$ ,  $r_{th} = 10^{-4}$ ;  $- - -$ ,  $r_{th} = 10^{-5}$ ;  $—$ ,  $r_{th} = 10^{-6}$ ; et influence du senseur (b) :  $\cdots$ , senseur basé sur la pression;  $- - -$ , senseur basé sur la dilatation;

Des performances équivalentes peuvent être obtenues avec les méthodes ANAD et ANSF en utilisant les paramètres de réglage de ces méthodes de façon appropriée. Ces résultats ne sont pas surprenants étant donné la grande similitude entre ces deux stratégies.

#### – Interaction onde de choc / couche-limite laminaire 2D

On considère une couche limite laminaire à Mach 2.15 et à un nombre de Reynolds unitaire de  $1,25 \times 10^6$  se développant sur une plaque plane. En une position  $x = X_{sh} = 0.8\text{m}$  du bord de plaque, un choc avec un angle de  $30.8^\circ$  impacte la couche limite et provoque la formation d'une zone de recirculation. L'écoulement reste 2D et laminaire sur l'ensemble du domaine de calcul. Ce cas reproduit la configuration expérimentale de Degrez *et al.* (1987), et les résultats numériques seront comparés à cette dernière. Le choc est défini au niveau du plan d'entrée par une imposi-

tion des conditions de saut de Rankine-Hugoniot, et des conditions aux limites caractéristiques de Thompson (Thompson (1987, 1990)) sont utilisées pour la paroi haute et la condition de sortie. Les résultats obtenus avec un maillage de  $121 \times 71$ , avec  $\Delta x = 10^{-3}$  et  $\Delta y_{min} = 10^{-4}$ , sont présentés sur la figure 1.22. Trois simulations sont réalisées, une sans capture de choc, une avec le dispositif ANAD, et une avec le dispositif ANSF. Dans le cas de l'ANSF, la valeur du paramètre de réglage  $r_{th}$  est prise à  $10^{-5}$  en accord avec le cas test Euler.

La figure 1.21 montre les cartographies de la vitesse normale et de la masse volumique pour les trois cas testés. Pour cette interaction 2D, le choc réfléchi est d'amplitude très faible et correspond plus à un faisceau d'ondes de compression qu'à une onde de choc bien définie. C'est pourquoi les oscillations les plus fortes se retrouvent au niveau du choc incident qui est d'intensité plus importante. Celles-ci sont particulièrement visibles sur la vitesse normale dans le cas du DRP seul. Comme pour les cas tests précédents, de bons comportements sont obtenus avec les méthodes ANAD et ANSF, les oscillations étant à chaque fois correctement supprimées.

La figure 1.22(a) montre l'évolution longitudinale de la pression pariétale normalisée par la pression en amont du choc  $p_0$ , et la figure 1.22(b) l'évolution longitudinale du coefficient de frottement. Les résultats sont en très bon accord avec la référence expérimentale de Degrez *et al.* (1987) pour les trois simulations réalisées. Les dispositifs de capture de choc n'altèrent pas la qualité des résultats obtenus sans capture de choc, en particulier sur la position des points de décollement et de recollement. Ceci montre que la dissipation qu'ils génèrent est concentrée au niveau des discontinuités. L'évolution de la pression sur une ligne dans la zone Euler de l'écoulement (figure 1.22(c)) montre que ces dispositifs suppriment bien la plus grande partie des oscillations.

En conclusion, des performances équivalentes peuvent être obtenues avec les méthodes ANAD et ANSF, sous réserve d'adapter un paramètre de réglage au cas traité. La dépendance de la qualité de la simulation à ce paramètre de réglage montre les limites de ce type de stratégie en comparaison de méthodes plus classiques de capture de choc. Cependant, il est important de noter que le coût de stratégies telles que l'ANAD ou l'ANSF est extrêmement faible et qu'un bon compromis coût/qualité est satisfait.

Un avantage de la méthode ANSF est le découplage par direction de l'opération de filtrage qui permet un meilleur contrôle sur la dissipation introduite et permet d'avoir un meilleur comportement en maillage irrégulier. De plus, cette stratégie par filtrage d'ordre faible est très bien adaptée à notre stratégie de stabilisation par filtrage sélectif et le choix est fait de conserver cette méthode

pour les futures simulations d'IOCCCL.

## 1.9 Conclusion

Dans ce chapitre, un solveur subsonique existant a été adapté pour traiter des écoulements supersoniques. Ce solveur est basé sur l'emploi d'un schéma DRP avec un stencil de 11 points pour les flux eulériens, et un algorithme de Runge-Kutta à 6 sous-étapes optimisé dans l'espace des nombres d'onde pour l'avancement temporel. Les flux visqueux sont avancés à la dernière sous-étape à l'aide d'un schéma centré d'ordre 4. Un filtre sélectif sur 11 points optimisé dans l'espace des nombres d'onde est appliqué à la dernière sous-étape pour supprimer les oscillations maille-à-maille. Il est appliqué avec une amplitude fixe  $0 < \chi < 1$ .

L'adaptation du solveur a consisté tout d'abord en l'implémentation de conditions aux limites caractéristiques de non-réflexion combinées à une zone éponge en sortie de domaine. Le caractère supersonique de l'écoulement permet de réaliser une simple imposition des grandeurs en entrée de domaine.

La seconde étape a été la mise en place d'une capture de choc efficace et adaptée à la stratégie numérique initiale. Différentes pistes ont été suivies, la première étant l'extension TVD et MP des schémas DRP, et la seconde le couplage des schémas DRP avec les méthodes ANAD et ANSF. Les extensions TVD et MP ont été mises de côté pour cette étude en raison des difficultés d'adaptation de ces méthodes en 2D. Elles fournissent cependant des résultats de qualité et restent une alternative intéressante. Le couplage des schémas DRP avec les méthodes ANAD et ANSF a donné de bons résultats et le compromis coût/qualité est très satisfaisant. Le choix a été fait d'utiliser la stratégie ANSF pour les futures simulations d'IOCCCL.

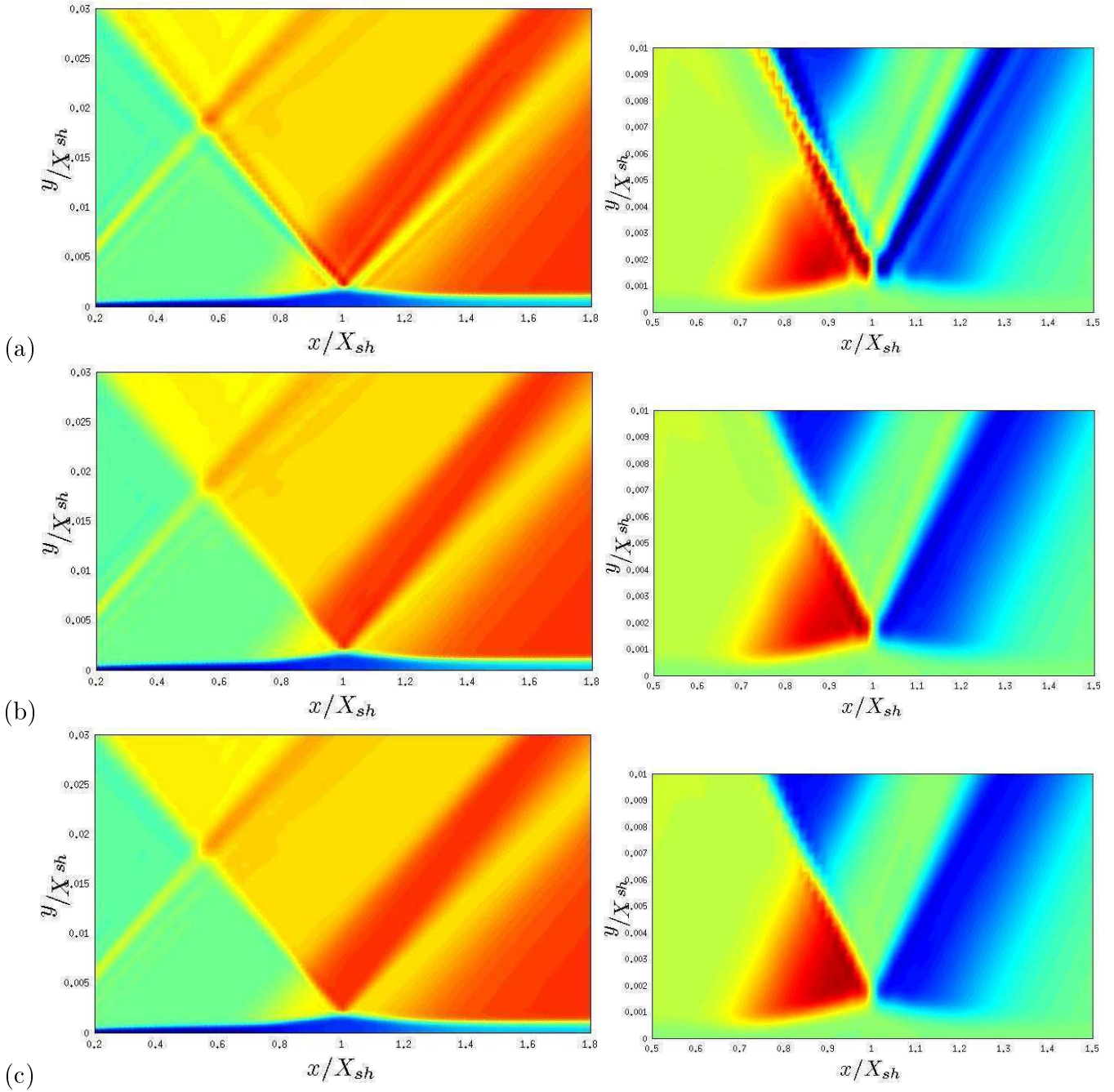


FIGURE 1.21 – Validation du cas Degrez *et al.* (1987). Cartographies de la masse volumique (gauche) et de la vitesse normale (droite) pour les schémas : DRP11 seul (a), ANAD (b), et ANSF (c).

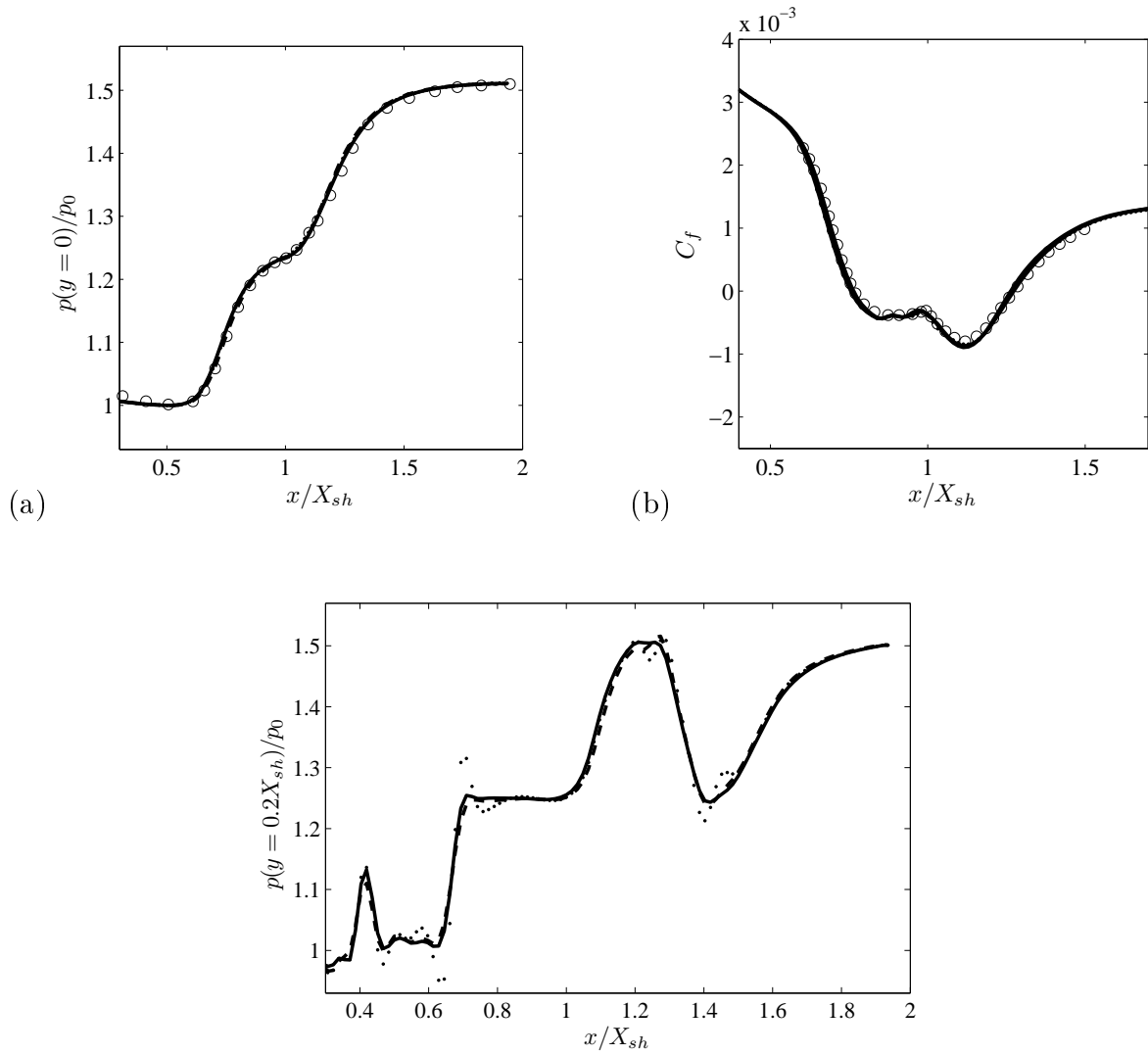


FIGURE 1.22 – Validation du cas Degrez *et al.* (1987). Evolution longitudinale de la pression pariétale (a), du coefficient de frottement (b), et de la pression en  $y = 0.2X_{sh}$  (c) obtenue avec différents schémas :  $\cdots\cdots$ , DRP11 seul ;  $-\ -$ , ANAD ;  $—$ , ANSF ;  $\circ$ , mesures de Degrez *et al.* (1987).





# Chapitre 2

## Conditions d'entrée instationnaires pour la Simulation des Grandes Echelles

### 2.1 Introduction

L'idée d'un compromis entre réalisme physique et coût numérique est déjà présent dans la méthode de simulation des grandes échelles. Une partie de la dynamique est ainsi modélisée afin de retrouver à moindre coût des propriétés telles que la vitesse de frottement à la paroi ou des fluctuations turbulentes par exemple. Ce compromis intervient à nouveau dans la prescription de conditions d'entrée instationnaires, lorsque l'écoulement en entrée de domaine est déjà pleinement turbulent. Dans l'idéal, les fluctuations turbulentes imposées en entrée reproduisent parfaitement les propriétés d'une turbulence physique pleinement développée (moments statistiques, échelles intégrales, spectre d'énergie). En pratique, une partie seulement de ces propriétés peut être imposée, et malgré la richesse de la littérature sur le sujet, il n'existe pas à l'heure actuelle de méthode combinant efficacité, précision, et simplicité d'implémentation de façon satisfaisante.

Différentes revues des méthodes existantes ont été proposées par Keating *et al.* (2004), Sagaut (2006), et plus récemment par Tabor & Baba-Ahmadi (2010). Celles-ci s'accordent sur l'existence de deux grandes familles de méthodes :

- les méthodes par calculs précurseurs, les plus populaires étant les méthodes dites de renormalisation et recyclage
- les méthodes de génération de turbulence synthétique

### 2.1.1 Techniques de recyclage

La méthode la plus simple pour générer une condition d'entrée turbulente est de réaliser une simulation auxiliaire dans des conditions proches (mais pas forcément identiques) de la simulation principale. Par exemple, il peut être intéressant de réaliser un calcul de couche limite turbulente à un nombre de Reynolds plus faible et sur un maillage plus grossier que ceux de la simulation principale, puis de renormaliser et d'interpoler la base de données obtenue en entrée de cette dernière simulation. Ces méthodes nécessitent cependant un coût de stockage trop important et ne sont pas retenues pour cette étude.

Une approche plus populaire parmi les méthodes par calcul précurseur est la méthode dite de renormalisation et recyclage (notée MRR par la suite) proposée par Lund *et al.* (1998). La MRR "mime" des conditions de périodicité dans la direction longitudinale, permettant à la simulation de générer elle même sa propre condition d'entrée. Plus précisément, après un certain développement longitudinal de l'écoulement, un profil de couche limite est extrait, puis renormalisé afin de tenir compte de l'épaississement de la couche limite, et enfin réintroduit en entrée de domaine. Cette méthode se révèle bien adaptée pour garder un bon contrôle sur l'épaisseur de couche limite ou encore sur la vitesse de frottement à la paroi. De plus, le coût CPU général est relativement faible, la distance entre le plan extrait et le plan d'entrée étant de l'ordre de la dizaine d'épaisseurs de couche limite d'entrée (pour les écoulements incompressibles). L'adaptation de cette méthode pour les écoulements compressibles a fait l'objet de nombreux travaux, notamment ceux de Stolz & Adams (2003), Urbin & Knight (2001), et Xu & Martin (2004).

Dans le cas d'une couche limite turbulente à l'équilibre, cette méthode constitue certainement le meilleur compromis coût / efficacité. Elle introduit cependant dans l'écoulement des corrélations non physiques associées à la période de recyclage. Dans le cadre de notre étude, l'écoulement en amont de l'interaction se verrait ainsi forcé par des "basses" fréquences artificielles pouvant interagir avec les fréquences naturelles des instationnarités étudiées. Des tentatives essentiellement basées sur des décalages aléatoires de la position du plan de recyclage ont été imaginées afin de palier à ce défaut (Spalart *et al.* (2006) et Boles *et al.* (2009)). Ces méthodes ont été améliorées récemment par Morgan *et al.* (2011a) et Jewkes *et al.* (2011), permettant ainsi de réduire significativement la distance minimale nécessaire entre le plan de recyclage et le plan d'entrée pour décorrélérer. Ces améliorations sont néanmoins récentes et les effets de ces méthodes sur les propriétés de la turbulence générée (en particulier sur les structures physiques présentes dans l'écoulement) n'ont pas encore été suffisamment étudiés.

### 2.1.2 Techniques de génération de turbulence synthétique

La méthode la plus simple consiste à générer des fluctuations aléatoires que l'on superpose à un profil moyen issu d'une base de donnée, d'un calcul préliminaire, ou d'une loi analytique. La distance nécessaire pour retrouver un écoulement turbulent est cependant très longue, une relaminarisation de l'écoulement étant même fréquente. Une première amélioration est de contraindre l'amplitude des fluctuations à satisfaire des moments d'ordre 2 (c'est à dire des profils *rms*) ou un spectre d'énergie (Lee *et al.* (1992)). Lund *et al.* (1998) proposent par exemple, dans l'annexe A de leur papier, une méthode simple pour générer des fluctuations aléatoires satisfaisant des profils moyens et *rms* donnés. Cette méthode est basée sur des nombres aléatoires décorrélés à la fois spatialement et temporellement. Une représentation spectrale des fluctuations peut être utilisée pour retrouver certaines corrélations. Par exemple, Le *et al.* (1997) et Lee *et al.* (1992) génèrent des fluctuations aléatoires auxquelles sont prescrits un spectre d'énergie et une phase aléatoire. Cette opération est réalisée grâce à une sorte de transformée de Fourier inverse d'un spectre turbulent. La définition de la phase est une étape cruciale si l'on veut s'assurer du caractère aléatoire des fluctuations. Na & Moin (1998) et Chung & Sung (1997) construisent des fluctuations en ajoutant une phase aléatoire à un champ turbulent gelé issu d'une simulation numérique directe. Une technique de décalage de phase est combinée à une hypothèse de Taylor afin de générer un état turbulent instationnaire.

Une autre solution est d'introduire des fluctuations présentant les caractéristiques d'une turbulence développée. Cette stratégie est parfois qualifiée de turbulence synthétique. Un premier exemple est la méthode des modes de Fourier aléatoires (random Fourier modes, RFM) introduits par Kraichnan (1970). Les modes de Fourier sont utilisés pour générer une turbulence homogène qui satisfait un spectre d'énergie donné. La méthode pour dégeler le champ turbulent est inspirée de la formulation Stochastic Noise Generation and Radiation (SNGR, Béchara *et al.* (1994)). La méthode originelle, construite pour générer une turbulence isotrope, est étendue à la turbulence pariétale par une simple convolution des modes avec des profils *rms* donnés (Gloerfelt *et al.* (2003a)). Cette dernière procédure viole la contrainte d'incompressibilité et entraîne un fort rayonnement acoustique parasite. Pour pallier à ce défaut, Smirnov *et al.* (2001) appliquent une transformation géométrique, basée sur la matrice du tenseur de Reynolds, sur le champ homogène. Si le champ initial généré est à divergence nulle, la transformation conserve cette propriété (Billson *et al.* (2004)). Un autre degré de sophistication est atteint par la stratégie de Sandham *et al.* (2003), dans laquelle sont introduites des perturbations internes et externes associées à une information de phase. Les perturbations dans la région interne sont associées à des streaks inclinés, alors que la région externe contient des tourbillons

3D. Cette méthode a été utilisée pour alimenter une couche limite sur l'un des côtés d'une plaque mince dans le cadre d'une étude du bruit de bord de fuite (Sandberg & Sandham (2008)). Elle a été testée par Toubert & Sandham (2009) dans le cas d'une couche limite supersonique et génère une déformation des profils *rms* liée à la persistance de modes basses fréquences dans la zone externe de la couche limite. L'idée d'utiliser des structures tourbillonnaires avec des échelles spatio-temporelles prescrites a été également développée par Jarrin *et al.* (2006) afin d'alimenter des simulations des grandes échelles d'écoulements de canal. Cette méthode des tourbillons artificiels (SEM pour Synthetic Eddy Method) a été améliorée récemment par Pamiès *et al.* (2009). Le filtrage digital (DF pour digital filtering) proposé par Klein *et al.* (2003) est une alternative efficace qui a été utilisée avec succès notamment par Toubert & Sandham (2009) pour alimenter un calcul par simulation des grandes échelles d'une interaction onde de choc / couche limite.

De récentes approches utilisant un contrôle feedback ont été proposées par Keating *et al.* (2004) et Baba-Ahmadi & Tabor (2009) afin de réduire la distance d'adaptation des méthodes de turbulence synthétique. Spille & Kaltenbach (2001) utilisent une force volumique couplée à un contrôle feedback afin d'accélérer le processus de retour à l'équilibre de la turbulence. On peut également citer les améliorations récentes de Laraufige *et al.* (2011) et Deck *et al.* (2011).

## 2.2 Méthodes de génération de turbulence synthétique

Deux méthodes ont été implémentées et testées dans le cadre de cette étude :

- la méthode des modes de Fourier aléatoires (RFM pour Random Fourier Modes) initiée par Kraichnan (1970);
- la méthode de génération de structures synthétiques (SEM Synthetic Eddy Method) initiée par Jarrin *et al.* (2006) dans sa version améliorée par Pamiès *et al.* (2009).

Ces méthodes sont tout d'abord détaillées en mettant en évidence les paramètres de réglage clés. Elles sont ensuite comparées sur le cas de la couche limite turbulente supersonique.

### 2.2.1 Présentation des deux méthodes testées

#### 2.2.1.1 La méthode des modes de Fourier aléatoires (RFM)

La méthode des modes de Fourier aléatoires initiée par Kraichnan (1970) est utilisée ici sous la forme du modèle Stochastic Noise Generation and Radiation (SNGR) (Béchara *et al.* (1994); Bailly *et al.*

(1995)). Cette méthode a déjà été utilisée pour générer rapidement une couche limite turbulente en amont d'une cavité (Gloerfelt *et al.* (2003b)). Des améliorations ont été proposées par Smirnov *et al.* (2001) et Batten *et al.* (2002) pour tenir compte de l'anisotropie de la turbulence de paroi. Les RFM ont été utilisés récemment pour alimenter une interface RANS-LES (Davidson & Billson (2006)). Le détail de la méthode est donné ci-dessous.

Dans le cas de la turbulence homogène, la transformée de Fourier spatiale 3D du champ de vitesse fluctuant peut être définie par :

$$\mathbf{u}'(\mathbf{x}) = \int \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k})e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d\mathbf{k}$$

Une application directe de la condition d'incompressibilité donne  $\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k})\cdot\mathbf{k} = 0$ , *i.e.* la composante  $\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k})$  doit être perpendiculaire au vecteur nombre d'onde  $\mathbf{k}$ . Ici, on choisit un champ de vitesse fluctuant donné par :

$$\mathbf{u}'(\mathbf{x}) = \int 2\hat{u}_a \cos(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}) d\mathbf{k}$$

Le nombre d'onde  $\mathbf{k}$  est représenté sur la figure 2.1. En introduisant le repère local  $(\tilde{\mathbf{k}}_1, \tilde{\mathbf{k}}_2, \tilde{\mathbf{k}}_3)$  correspondant aux coordonnées sphériques  $(k, \theta, \phi)$ , comme  $\tilde{\mathbf{k}}_3$  est aligné avec  $\mathbf{k}$ , la condition de normalité déduite de la condition de continuité indique que le vecteur  $\hat{\mathbf{u}}_a$  est nécessairement dans le plan  $(\tilde{\mathbf{k}}_1, \tilde{\mathbf{k}}_2)$ . Dans ce repère, on note  $\hat{\mathbf{u}}_a = \hat{u} \mathbf{a} = \hat{u}(\cos \alpha, \sin \alpha)^t$ , où l'angle  $\alpha$  est défini à droite de la figure 2.1.

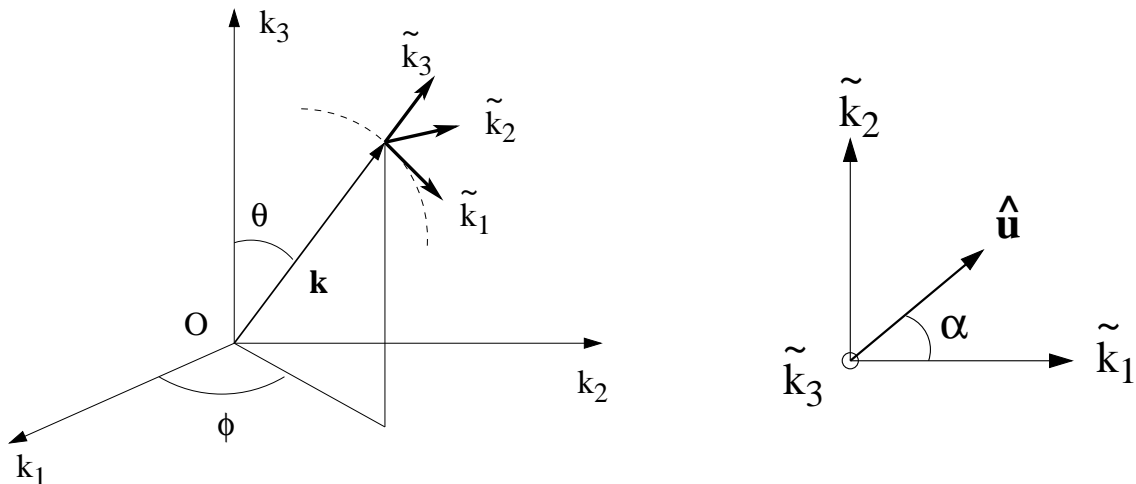


FIGURE 2.1 – Repère local  $(\tilde{\mathbf{k}}_1, \tilde{\mathbf{k}}_2, \tilde{\mathbf{k}}_3)$  dans l'espace des nombres d'onde  $k$ , et représentation de la composante de Fourier  $\hat{\mathbf{u}}_a$ .

Le champ turbulent est obtenu comme somme de  $N$  modes de Fourier indépendants. Les amplitudes  $\hat{u}_n$  ne sont pas aléatoires, mais sont obtenues à partir d'un spectre d'énergie turbulent. Le champ de

vitesse fluctuant s'exprime alors comme la série de Fourier :

$$\mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^N 2\hat{u}_n \cos(\mathbf{k}_n \cdot (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{u}}t) + \omega_n t + \psi_n) \mathbf{a}_n$$

où  $\psi_n$ ,  $\mathbf{k}_n$ ,  $\mathbf{a}_n$  sont des variables aléatoires possédant des fonctions de densité de probabilité données et  $\bar{\mathbf{u}}$  est un profil de vitesse longitudinale moyenne.

L'isotropie du champ est obtenue en choisissant les variables aléatoires de la façon suivante : pour chaque mode, le vecteur nombre d'onde  $\mathbf{k}$  est choisi sur une sphère de rayon  $k$ . Dans le système de coordonnées cartésiennes, les trois vecteurs unitaires du repère local sont :

$$\tilde{\mathbf{k}}_1 = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \phi \\ \cos \theta \sin \phi \\ -\sin \theta \end{pmatrix} \quad \tilde{\mathbf{k}}_2 = \begin{pmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad \tilde{\mathbf{k}}_3 = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix}$$

Le vecteur nombre d'onde est simplement  $\mathbf{k} = k\tilde{\mathbf{k}}_3$ , et l'isotropie du champ nécessite que :

$$\frac{dS}{4\pi k^2} = \frac{k \sin \theta d\phi k d\theta}{4\pi k^2} = p(\theta) d\theta p(\phi) d\phi$$

Les fonctions de densité de probabilité sont choisies telles que  $p(\theta) = \sin \theta / 2$  et  $p(\phi) = 1 / (2\pi)$ . Le vecteur unitaire  $\mathbf{a}_n$  est :

$$\mathbf{a}_n = \cos \alpha \tilde{\mathbf{k}}_1 + \sin \alpha \tilde{\mathbf{k}}_2 = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \theta \cos \phi - \sin \alpha \sin \phi \\ \cos \alpha \cos \theta \sin \phi + \sin \alpha \cos \phi \\ -\cos \alpha \sin \theta \end{pmatrix}$$

$\alpha$  est tiré de manière équiprobable entre 0 et  $2\pi$ , d'où  $p(\alpha) = 1 / (2\pi)$ . L'énergie cinétique turbulente est donnée par :

$$\bar{k} = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{2} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \hat{u}_n^2$$

En choisissant le modèle de von Kármán (Bailly *et al.* (2002)) pour le spectre d'énergie turbulent  $E(\bar{k})$ , l'amplitude du  $n^{\text{ième}}$  mode de Fourier est donnée par :

$$\hat{u}_n = \sqrt{2E(k_n)\Delta k_n} \quad \text{avec} \quad E(\bar{k}) = \alpha_1 \frac{u'^2}{k_e} \frac{(k/k_e)^4}{[1 + (k/k_e)^2]^{17/6}}, \quad \text{and} \quad \alpha_1 = \frac{55}{9\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\frac{5}{6})}{\Gamma(\frac{1}{3})} \simeq 1.453$$

$\Delta k_n$  est le pas de discrétisation dans l'espace de Fourier. Une distribution logarithmique des  $N$  modes est retenue pour tenir compte de l'ensemble du spectre, des bas aux hauts nombres d'ondes. En fixant  $k_{min}$  et  $k_{max}$ , on obtient :

$$k_n = \exp[\ln k_{min} + (n-1)\Delta k], \quad n = 1, \dots, N \quad \text{and} \quad \Delta k = (\ln k_{max} - \ln k_{min}) / (N-1)$$

Enfin, le champ turbulent est "dégelé" par l'introduction d'une vitesse de convection  $\bar{\mathbf{u}}$  et d'une pulsation  $\omega_n$ , qui décrit l'évolution propre des fluctuations.  $\omega_n$  est déduite ici du temps d'Heisenberg,  $\omega_n = 2\pi u' k_n$ , où  $u' = 2\bar{k}/3$  est le champ de vitesse *rms* et  $k_n$  le nombre d'onde.

Le champ stochastique dégelé est alors pondéré par les profils *rms* normaux à la paroi issus d'une simulation préliminaire ou d'une base de donnée SND, ceci afin de tenir compte de l'anisotropie de l'écoulement.

Une étude paramétrique, réalisée sur des maillages légers, a permis de régler les valeurs des bornes de discrétisation du spectre turbulent à  $k_{min} = 1/\delta$ ,  $k_{max} = 100/\delta$ . De plus, le choix d'utiliser une centaine de modes  $N$  se révèle un bon compromis coût / efficacité.

### 2.2.1.2 La méthode de génération de structures synthétiques (SEM)

La formulation originelle de la méthode des structures synthétiques a été proposée par Lund *et al.* (1998) qui génèrent des fluctuations de vitesse respectant les conditions de moyenne nulle, de variance unité, et de covariances nulles à partir de trois signaux aléatoires  $\tilde{u}_j(x, y, z, t)$  pondérés par une décomposition de Cholesky  $A_{ij}$  du tenseur de Reynolds  $R_{ij}$ . Le champ fluctuant s'écrit donc  $\sum_{j=1}^3 A_{ij}(z)\tilde{u}_j(x, y, z, t)$ , les coefficients  $A_{ij}$  provenant de la matrice :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sqrt{R_{11}} & 0 & 0 \\ R_{22}/A_{11} & \sqrt{R_{22} - A_{21}^2} & 0 \\ R_{31}/A_{11} & (R_{32} - A_{21}A_{31})/A_{22} & \sqrt{R_{33} - A_{31}^2 - A_{32}^2} \end{bmatrix}$$

Jarrin *et al.* (2006) ont récemment remplacé les signaux aléatoires par une superposition de structures gaussiennes auxquelles sont affectées une échelle de longueur et une vitesse de convection. Cette formulation a été améliorée par Pamiès *et al.* (2009) afin de prendre en compte le caractère anisotrope de la turbulence pariétale, et plus précisément l'évolution des échelles spatio-temporelles des structures en fonction de leur distance à la paroi. Une manière de traduire cette inhomogénéité est d'introduire des strates dans la couche limite possédant chacune des caractéristiques propres (figure 2.2). Les caractéristiques imposées pour chaque strate (taille des structures, vitesse de convection, nombre de structures par exemple) ont été déduites par Pamiès *et al.* (2009) à partir des expériences et des bases de données SND afin de mimer au mieux les structures d'une couche limite physique.



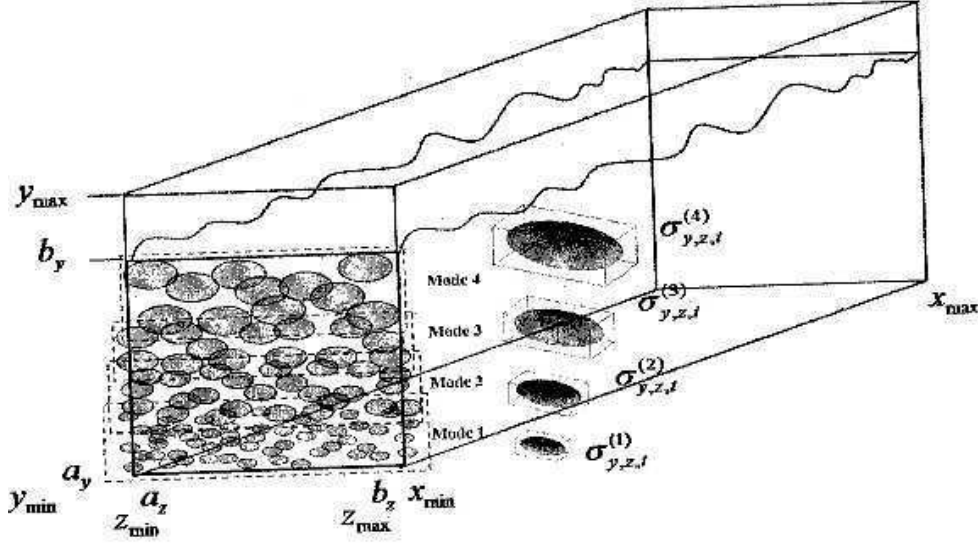


FIGURE 2.2 – Exemple schématique du découpage en 4 strates (ou modes) du plan d'entrée du domaine de calcul avec des tailles de structures spécifiques à chaque strate et adaptées en fonction de la distance par rapport à la paroi (d'après Terracol, ONERA).

Le signal  $\tilde{u}_j$  s'écrit comme la somme de  $P$  modes  $\tilde{v}_{jp}$ , chacun formé de la somme de  $N(p)$  structures :

$$\tilde{u}_j = \sum_{p=1}^P \tilde{v}_{jp} = \sum_{p=1}^P \frac{1}{\sqrt{N(p)}} \times \sum_{k=1}^{N(p)} \epsilon_k \Xi_{jp} \left( \frac{t - t_k - l_p^t}{l_p^t} \right) \Phi_{jp} \left( \frac{y - y_k}{l_p^y} \right) \Psi_{jp} \left( \frac{z - z_k}{l_p^z} \right)$$

A chaque mode  $P$  est donc associé :

- un nombre de structures,  $N(p)$ ,
- un signe aléatoire associé à la structure  $k$ ,  $\epsilon_k$ ,
- un instant aléatoire d'apparition de la structure  $k$ ,  $t_k$ ,
- une position aléatoire du centre de la structure  $k$ ,  $(y_k, z_k)$ ,
- une fonction de forme de support compact sur  $[-1; 1]^3$ ,  
 $\Xi_{jp}(\tilde{t}) \times \Phi_{jp}(\tilde{y}) \times \Psi_{jp}(\tilde{z})$ ,
- une échelle de longueur normale et transverse à la paroi,  $l_p^y, l_p^z$ ,
- une échelle de temps longitudinale déduite d'une échelle de longueur longitudinale et d'une vitesse de convection,  $l_p^t = l_p^x / c^p$ .

Dans la formulation de la SEM proposée par Pamiès *et al.* (2009), le nombre de structures est obtenu par recouvrement statistique de la surface de chaque mode, soit

$$N(p) \approx L_z \Delta y_p / 4 l_p^y l_p^z$$

mode	$y_p^{low}$	$y_p^{up}$	$l_p^x$	$l_p^y$	$l_p^z$	$C^p$
1	$20 \nu_w/u_\tau$	$60 \nu_w/u_\tau$	$100 \nu_w/u_\tau$	$20 \nu_w/u_\tau$	$30 \nu_w/u_\tau$	$15 u_\tau$
2	$60 \nu_w/u_\tau$	$0.4 \delta$	$120 \nu_w/u_\tau$	$60 \nu_w/u_\tau$	$60 \nu_w/u_\tau$	$15 u_\tau$
3	$0.4 \delta$	$0.5 \delta$	$60 \nu_w/u_\tau$	$60 \nu_w/u_\tau$	$120 \nu_w/u_\tau$	$15 u_\tau$
4	$0.5 \delta$	$0.8 \delta$	$0.1 \delta$	$0.1 \delta$	$0.1 \delta$	$0.8 U_\infty$
5	$0.8 \delta$	$1.5 \delta$	$0.15 \delta$	$0.15 \delta$	$0.15 \delta$	$0.8 U_\infty$

TABLE 2.1 – Paramètres des cinq modes de la SEM.

où  $\Delta y_p = y_p^{up} - y_p^{low}$  est la dimension du mode  $p$  dans la direction normale à la paroi.

Cependant, de meilleurs résultats sont obtenus en augmentant fortement le nombre de structures par mode. Une meilleure convergence des fonctions gaussiennes est observée et de plus les extréma de fluctuations de vitesse sont réduits, ce qui améliore la stabilité numérique de la méthode. Le nombre total de structures sera ainsi multiplié par 6 par rapport à un recouvrement statistique.

Le jeu de paramètres  $l_p^t, l_p^y, l_p^z$  de chaque structure  $k$  injectée est choisi de manière équiprobable dans les intervalles  $[t; t + l_p^t], [y_p^{low}; y_p^{up}], [-Lz/2; Lz/2]$ . La condition de variance unité est assurée par :

$$\frac{1}{2^3} \int_{[-1,1]^3} [\Xi_{jp}(\tilde{t}) \times \Phi_{jp}(\tilde{y}) \times \Psi_{jp}(\tilde{z})]^2 d\tilde{t}d\tilde{y}d\tilde{z} = 1$$

Dans la formulation de Pamiès *et al.* (2009), les fonctions de forme  $\Xi_{jp}, \Phi_{jp}, \Psi_{jp}$  sont soit des fonctions gaussiennes normalisées soit des fonctions de la forme  $H(\xi) = 1 - \cos(2\pi\xi)/2\pi\xi\sqrt{C}$  (inspirées du modèle de Perry & Marusic (1995)) où  $C \approx 0.214$  est une constante de normalisation qui assure la condition de variance unité. Cependant, afin d'éviter un appel systématique à des fonctions sous Fortran et afin de réduire le coût de la SEM, les fonctions  $H(\xi)$  ont été remplacées par des gaussiennes. Une étude sur maillage légers a montré que les performances de la méthode ne sont pas affectées par cette modification.

Le tableau 2.1 donne le paramétrage utilisé (formulation avec 5 modes) dans les différentes simulations SEM. A noter que les résolutions pariétales des simulations par SGE réalisées dans cette étude permettent bien de résoudre l'ensemble des modes et en particulier le mode proche paroi (mode 1).

De la condition de variance unité, on tire un facteur de normalisation  $A(\sigma)$  où  $\sigma$  est l'écart type de la gaussienne. Pamiès *et al.* (2009) montrent que de meilleures performances sont obtenues pour de faibles valeurs de  $\sigma$ . Cependant les forts gradients de vitesse résultants posent des problèmes de stabilité numérique, et un écart type proche de 0.3 a été utilisé dans cette étude.

Le réglage des paramètres clés (nombre de modes et écart type des fonctions gaussiennes) est réalisé grâce à une version statique de la SEM. Ce réglage "à la main" permet de prescrire des profils *rms* les plus proches possible des profils cibles.

Enfin, pour les deux méthodes considérées (RFM et SEM), des fluctuations de masse volumique sont générées à partir des fluctuations de vitesse artificielles de la SEM en utilisant la Strong Reynolds Analogy (SRA) :

$$\frac{T'}{T} = -(\gamma - 1)M^2 \frac{u'}{U} \quad \text{où} \quad M^2 = M_\infty^2 \frac{U^2}{T}$$

où  $T$  est la température moyenne locale,  $U$  la vitesse moyenne locale, et  $M_\infty$  le nombre de Mach à l'extérieur de la couche limite.

Des fluctuations de masse volumique sont alors déduites des fluctuations de température en considérant que la pression est constante à travers la couche limite et que les fluctuations de pression sont négligeables devant les fluctuations de vitesse, masse volumique, et pression (hypothèses utilisées dans la SRA) :

$$\frac{\rho'}{\rho} = -\frac{T'}{T}$$

où  $\rho$  est la masse volumique moyenne locale.

De plus, pour des raisons de stabilité numérique, les fluctuations de masse volumique sont limitées à 30% de la masse volumique à l'extérieur de la couche limite.

## 2.2.2 Comparaison des deux méthodes sur le cas de la couche limite supersonique

### 2.2.2.1 Paramètres physiques et numériques

Les méthode RFM et SEM sont comparées sur le cas de couche limite turbulente supersonique sans gradient de pression de Pirozzoli *et al.* (2004) (voir tableau 2.2).

Mach	$T_\infty$	$T_{wall}$	$p_\infty$	$U_\infty$	$Re_\theta$
2.25	169.44 K	344 K	23 999 Pa	587.14 m/s	$\approx 4000$

TABLE 2.2 – Paramètres physiques du cas par SND de Pirozzoli *et al.* (2004)

La simulation est initialisée avec des profils moyens  $U(y)$  et  $\rho(y)$  à  $Re_\theta = 3300$  issus du calcul par SND de Pirozzoli *et al.* (2004) et extrapolés à l'ensemble du domaine. Les fluctuations artificielles sont ensuite superposées au profil  $U(y)$  au niveau du plan d'entrée. Des conditions aux limites

caractéristiques (Thompson (1987, 1990)) sont utilisées pour la paroi haute et la condition de sortie. L'écoulement est considéré périodique dans la direction transverse. Une grille cartésienne de  $880 \times 144 \times 48$  est utilisée. Le maillage est uniforme dans les directions longitudinale (selon  $x$ ) et transverse (selon  $z$ ), avec  $\Delta x^+ = 40$  et  $\Delta z^+ = 20$ . A la paroi,  $\Delta y^+ = 3$ . Une raison géométrique de raison 3% est appliquée dans la direction normale. Les dimensions du domaine sont de  $50\delta \times 8\delta \times 1.1\delta$  ou  $\delta = 1.8 \times 10^{-3}m$  est l'épaisseur de la couche limite en entrée de domaine. Les moyennes temporelles sont réalisées sur un temps adimensionné de  $1000 \delta/U_\infty$ , ce qui permet une bonne convergence des moments d'ordre deux.

### 2.2.2.2 Comparaison des méthodes

Dans cette partie, les deux méthodes sont comparées sur le cas SND de Pirozzoli *et al.* (2004) pour un nombre de Reynolds  $Re_\theta \approx 4000$ .

La figure 2.3 montre un exemple de champs de vitesse longitudinale générés par les deux méthodes au niveau du plan d'entrée. Le champ de fluctuations de vitesse issu de la méthode SEM semble plus réaliste. En effet, les caractéristiques des structures observées sont plus proches de celles d'une couche limite physique. Les petites structures du mode le plus proche paroi sont visibles et montrent la volonté de reproduire au mieux la variation d'échelles des structures observées dans une couche limite physique. Les fluctuations les plus intenses sont concentrées dans la zone de proche paroi et des fluctuations de très faibles amplitudes sont visibles jusqu'à une hauteur de  $1.5\delta$ .

Au contraire, la méthode RFM peine à recréer un champ de fluctuations de vitesse réaliste. L'anisotropie est ici prise en compte à travers une pondération par un profil *rms* de vitesse normale. Une amélioration pour la prise en compte de l'aspect inhomogène consiste à appliquer la méthode de Smirnov *et al.* (2001) mais des essais préliminaires ont mis en évidence une déformation non physique du champ généré et cette méthode a été mise de côté dans le cadre de cette étude.

Les champs de vitesse longitudinale et transverse et le champ de vorticité (figures 2.4, 2.5, et 2.6) montrent le comportement très diff rent des deux méthodes. On observe en particulier une forte décroissance du champ crée par la méthode RFM, qui correspond à la destruction des structures non physiques. Cette destruction est classiquement observée dans les méthodes de génération de turbulence artificielle et est d'autant plus faible que les fluctuations imposées sont proches de l'écoulement turbulent physique. Dans le cas de la SEM, ce phénomène de destruction est beaucoup plus faible, même si l'on note une réorganisation de la zone externe de la couche limite.

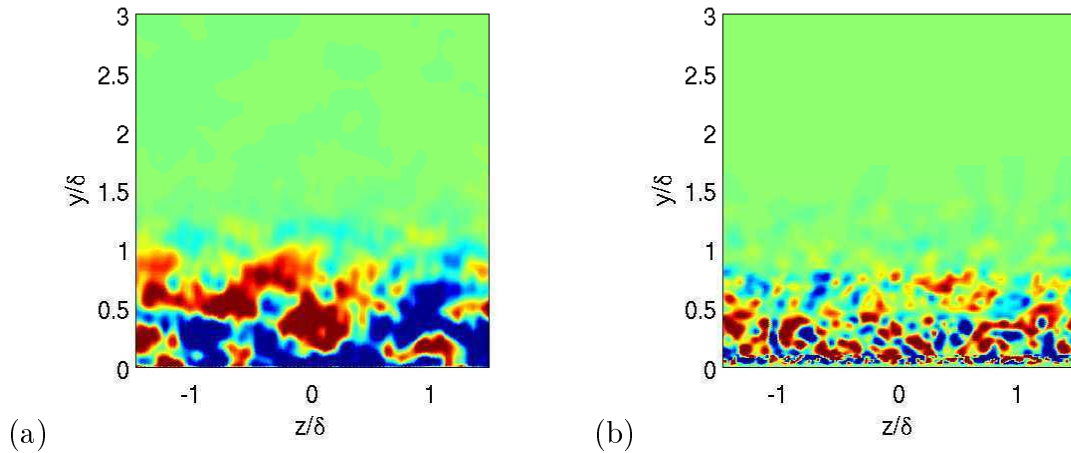


FIGURE 2.3 – Comparaison des méthodes RFM et SEM. Fluctuations de vitesse longitudinale générés dans le plan d'entrée du domaine de calcul par les méthodes RFM (a) et SEM (b).

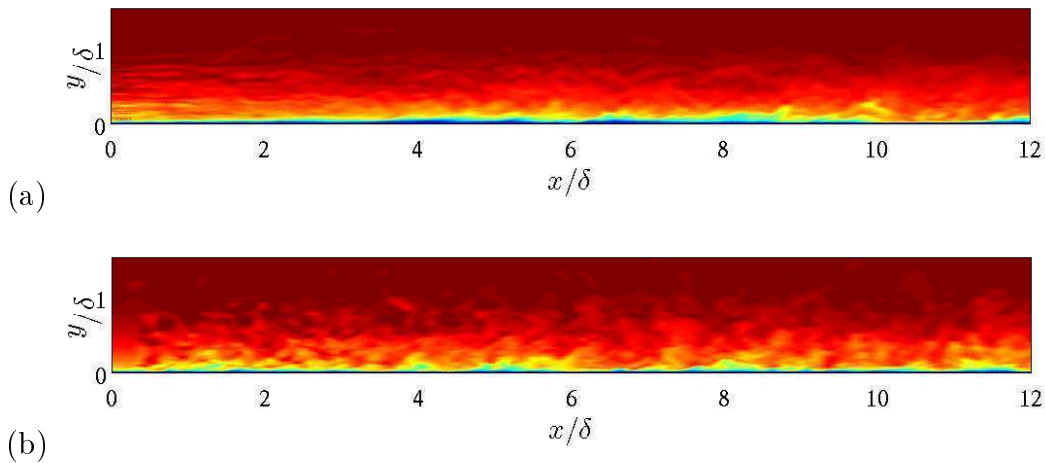


FIGURE 2.4 – Comparaison des méthodes RFM et SEM. Coupe longitudinale des champs de vitesse longitudinale  $u_1$  générés par les méthodes RFM (a) et SEM (b).

Ces observations sont confirmées par la figure 2.7 qui montre l'évolution des tensions de Reynolds en différentes positions longitudinales en terme d'épaisseur de couche limite initiale  $\delta$ . Les profils *rms* sont normalisés par la vitesse de frottement :

$$u_i^+ = \frac{u_i}{u_\tau}$$

Il apparaît clairement que la zone de proche paroi se réorganise très rapidement pour les deux méthodes. De façon prévisible, la zone externe de la couche limite génère plus difficilement des fluctuations réalistes.

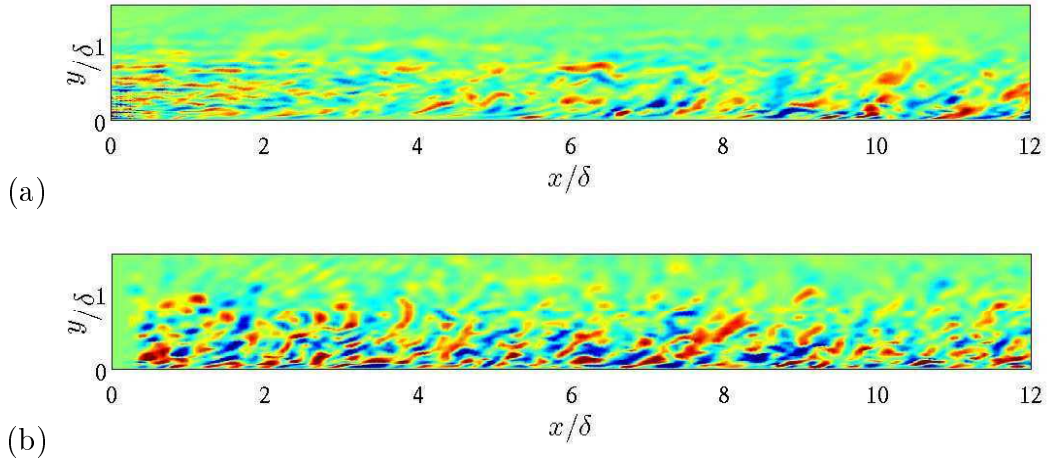


FIGURE 2.5 – Comparaison des méthodes RFM et SEM. Coupe longitudinale des champs de vitesse transverse  $u_3$  générés par les méthodes RFM (a) et SEM (b).

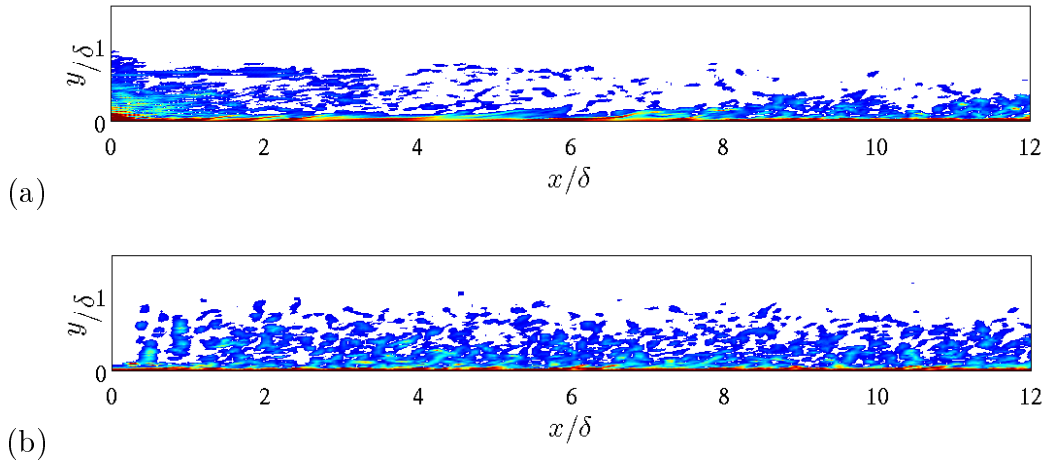


FIGURE 2.6 – Comparaison des méthodes RFM et SEM. Coupe longitudinale des champs de vorticité générés par les méthodes RFM (a) et SEM (b).

L'évolution du coefficient de frottement est un bon indicateur d'un écoulement pleinement développé et à l'équilibre. La transformation de van Driest II permet de comparer l'évolution du coefficient de frottement avec les corrélations de Kármán/Schoenherr et de Blasius (Hopkins & Inouye 1971). Le coefficient de frottement incompressible  $C_{f_i}$  est obtenu par la transformation :

$$C_{f_i} = \frac{T_w/T_\infty - 1}{\arcsin^2 \alpha} C_f \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{T_w/T_\infty - 1}{\sqrt{T_w/T_\infty (T_w/T_\infty - 1)}}$$

Le nombre de Reynolds incompressible est obtenu par la transformation :  $Re_{\theta_i} = \frac{\mu_\infty}{\mu_w} Re_\theta$

Les corrélations de Kármán/Schoenherr  $C_{f_{KS}}$  et de Blasius  $C_{f_{BL}}$  fournissent :

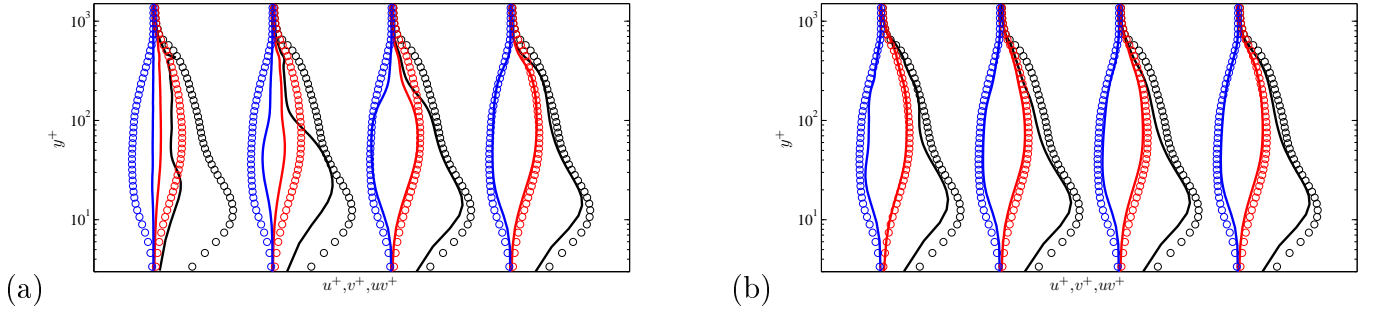


FIGURE 2.7 – Comparaison des méthodes RFM et SEM. Evolution longitudinale des profils *rms* normalisés par la vitesse de frottement pour la méthode RFM (a) et SEM (b). Les profils sont pris aux abscisses  $x = 3\delta$ ,  $x = 5\delta$ ,  $x = 10\delta$ ,  $x = 15\delta$ . Présente SGE :  $u^+$ (—),  $v^+$ (—),  $uv^+$ (—), SND de référence Pirozzoli *et al.* (2004) à  $Re_\theta \approx 4000$  :  $u^+$ (○),  $v^+$ (○),  $uv^+$ (○),

$$C_{f_{KS}} = \frac{1}{17.08 \log(Re_{\theta_i})^2 + 25.11 \log(Re_{\theta_i}) + 6.012} \quad \text{et} \quad C_{f_{BL}} = \frac{0.026}{Re_{\theta_i}^{1/4}}$$

Celles-ci donnent des bornes d'erreur pour l'estimation de la valeur du coefficient de frottement incompressible.

La figure 2.8 montre l'évolution longitudinale du coefficient de frottement. Ici aussi, le comportement de la SEM est nettement supérieur à celui de la méthode RFM. Pour cette dernière, la chute du  $C_f$  est plus brutale et la distance nécessaire pour retrouver une valeur réaliste plus longue.

En raison du maillage grossier, le coefficient de frottement est sous-estimé et les valeurs obtenues avec les deux méthodes convergent autour de la corrélation basse de von Kármán. Cependant la pente des courbes de  $C_{f_i}$ , autour de  $Re_\theta \approx 4000$  ( $x/\delta \approx 15$ ), montre une tendance proche des deux corrélations et semble indiquer que la couche limite est à l'équilibre. Il est intéressant de noter que, bien que l'erreur commise soit faible très rapidement pour la méthode SEM, une distance équivalente est nécessaire aux deux méthodes pour obtenir une couche limite à l'équilibre.

La figure 2.9 montre le comportement des méthodes en termes de contenu spectral. Les spectres d'énergie des vitesses longitudinale et normale sont présentés pour les deux méthodes, au niveau du plan d'entrée, et autour de la position  $x/\delta \approx 15$ , ce qui donne accès au contenu structurel prescrit. Les spectres obtenus au niveau des plans d'entrée sont réalistes pour les deux méthodes. Cependant, la méthode RFM conduit à un manque d'énergie au niveau de la zone inertielle des spectres. La comparaison avec les spectres en aval de l'entrée montre qu'une partie des échelles cohérentes est reconstruite par une cascade d'énergie inverse. Cette cascade inverse étant lente à se mettre en place, une longue distance est nécessaire à la méthode RFM pour produire des structures dont les échelles

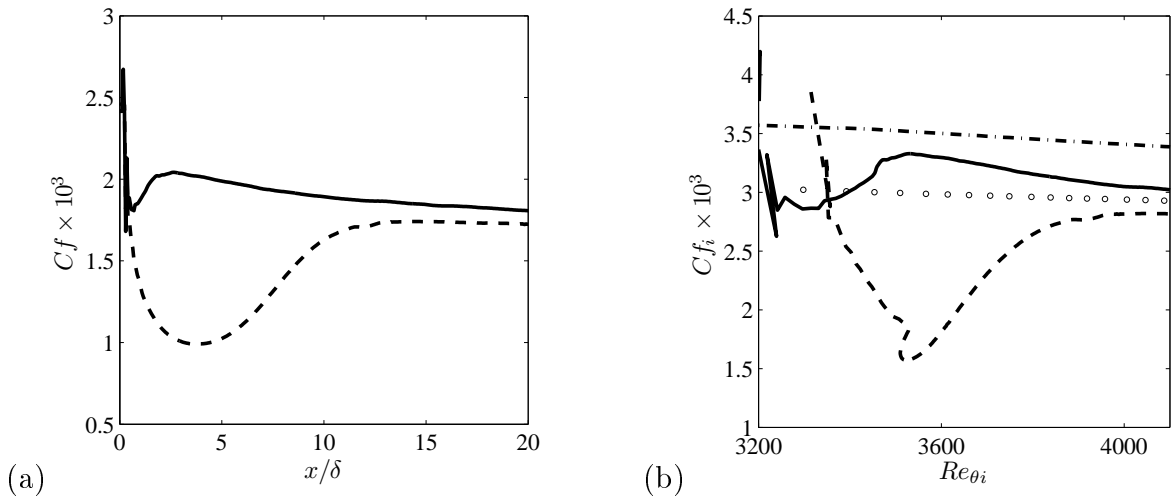


FIGURE 2.8 – Comparaison des méthodes RFM et SEM. Evolution du coefficient de frottement  $C_f$  en fonction de  $x/\delta$  (a) et du coefficient de frottement incompressible  $Cf_i$  en fonction de  $Re_{\theta_i}$  (b). (—) Méthode SEM, (---) Méthode RFM, (- · - ·) Blasius, (o) Kármán Shoenherr.

intégrales sont réalistes. Dans le cas de la SEM, le contenu spectral au niveau du plan d'entrée est très proche de celui en aval de celle-ci, et la phase de réorganisation de la couche limite est plus rapide.

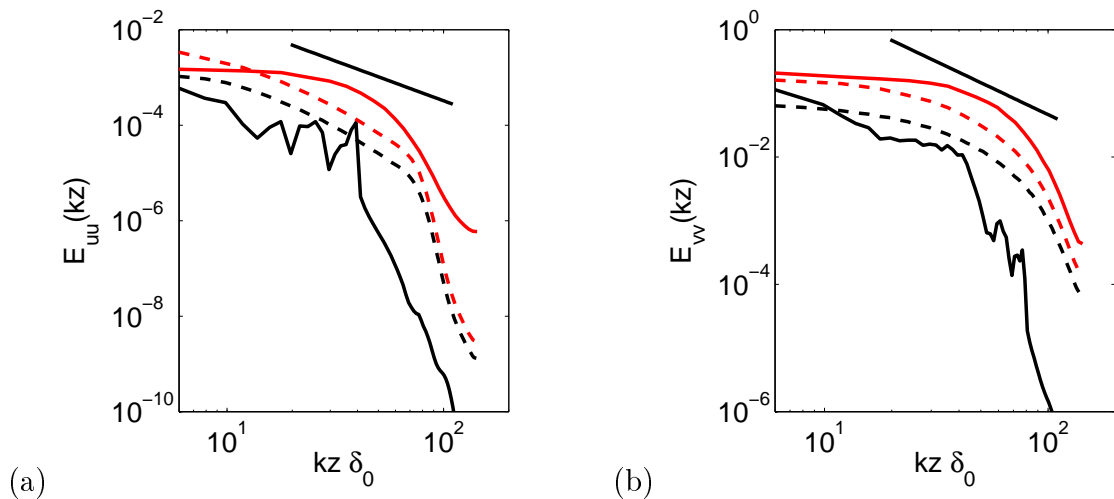


FIGURE 2.9 – Comparaison des méthodes RFM et SEM. Spectres d'énergie  $E_{uu}$  (a) et  $E_{vv}$  (b) en  $y/\delta_0 = 0.35$  : (—), Plan d'entrée pour la méthode RFM; (---), Position  $x/\delta = 15$  pour la méthode RFM; (—), Plan d'entrée pour la méthode SEM; (---), Position  $x/\delta = 15$  pour la méthode SEM;

L'équation du bilan d'énergie cinétique turbulente compressible  $\overline{\rho k}$  a été écrite et implémentée numériquement dans le cadre de cette étude. Une version écrite dans le cas de l'utilisation d'un filtre sélectif et pour le cas de la couche limite turbulente est présentée dans le chapitre 3. La figure 2.10 montre l'évolution longitudinale en proche paroi des termes de production et de dissipation



visqueuse pondérés par  $\rho_w u_\tau^4 / \nu_w$ . Le terme de production ne dépend que des profils moyens et des profils *rms*. Dans le cas de la méthode SEM, la zone de proche paroi se réorganise très rapidement et le terme de production est convergé en quelques  $\delta$ . Cette réorganisation est plus lente dans le cas de la méthode RFM et le terme de production est lent à converger. Le terme de dissipation visqueuse dépend du contenu structural et est plus difficile à obtenir. Il n'est toujours pas convergé à une position de  $x/\delta = 15$  dans le cas de la méthode RFM. Comme le montre les spectres d'énergie, le contenu structural prescrit par la méthode SEM est réaliste et le terme de dissipation est convergé en quelques  $\delta$ .

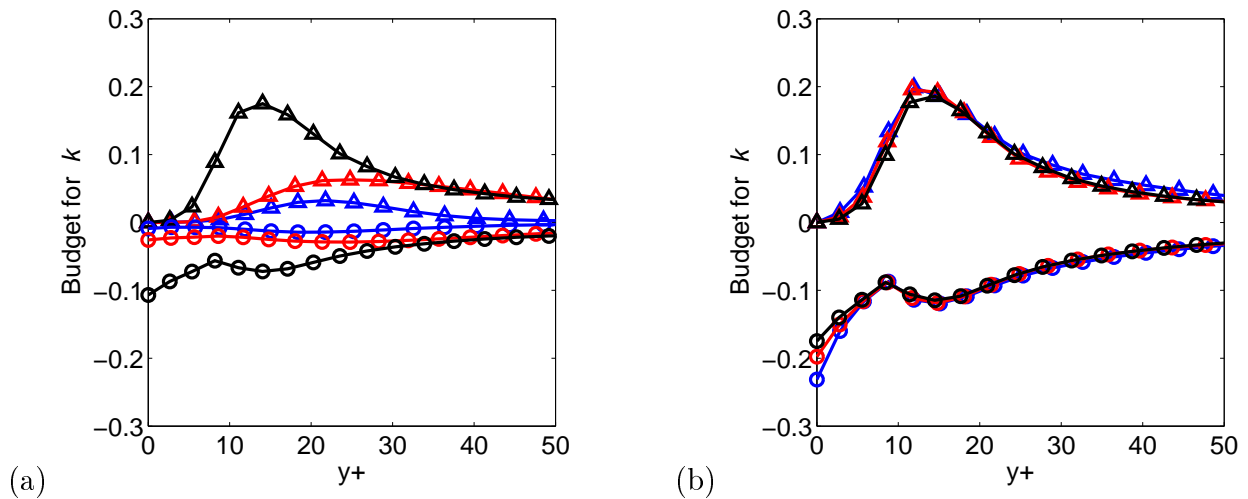


FIGURE 2.10 – Comparaison des méthodes RFM et SEM. Bilan d'énergie cinétique normalisé par  $\rho_w u_\tau^4 / \nu_w$  pour la méthode RFM (a) et SEM (b) : ( $\Delta$ ), terme de production ; ( $\circ$ ), terme de dissipation visqueuse ; (—) en  $x/\delta = 3$ , (—) en  $x/\delta = 5$ , (—) en  $x/\delta = 15$ .

La figure 2.11 montre les performances des deux méthodes à  $Re_\theta \approx 4000$ . Les profils de van Driest sont très proches de la référence par SND (Pirozzoli *et al.* (2004)). La légère surestimation dans la zone de sillage est liée à une sous-estimation de la vitesse de frottement liée à la résolution grossière du maillage des SGE. Les profils *rms* sous-estiment les pics de fluctuations en proche paroi et on note une sous-estimation visible du profil *rms* de vitesse longitudinale. Ce type de résultat est cependant classiquement observé avec les résolutions utilisées en SGE (voir le chapitre 3). Une déformation des profils *rms* est observée pour la méthode RFM. Les fluctuations sont sous-estimées dans la moitié haute de la couche limite, ce qui montre que le champ de fluctuations n'est pas complètement reconstruit.

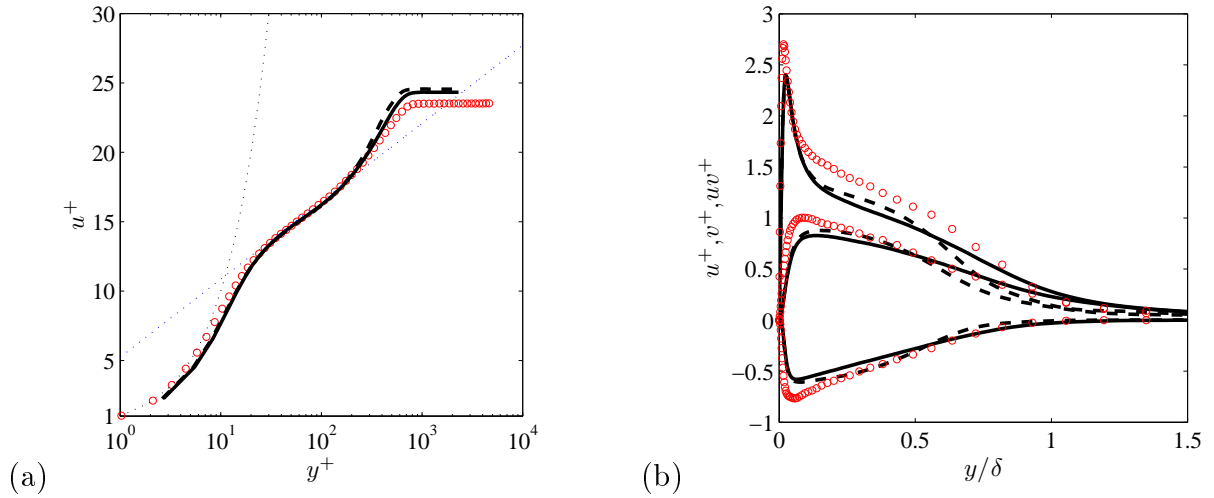


FIGURE 2.11 – Comparaison des méthodes RFM et SEM. Transformée de van Driest du profil moyen de vitesse longitudinale (a) et profils de vitesses *rms* normalisés par la vitesse de frottement (b) pour  $Re_\theta \approx 4000$ . Méthode SEM : (—); Méthode RFM : (---); SND de référence Pirozzoli *et al.* (2004) : (○).

### 2.2.2.3 Discussion sur les méthodes de génération de turbulence synthétique

Les méthodes RFM et SEM ont été comparées sur le cas de la couche limite avec un maillage grossier de  $\Delta x^+ = 40$ ,  $\Delta z^+ = 20$ , et  $\Delta y^+ = 3$ . En préparation des simulations d'interaction choc / couche limite, des SGE avec des maillages plus fins ont été réalisées. La figure 2.12(a) montre les profils de vitesse longitudinale moyenne pour le maillage grossier précédent et pour un maillage fin avec  $\Delta x^+ = 33$ ,  $\Delta y^+ = 1.7$ , et  $\Delta z^+ = 13$  dans le cas d'une couche limite alimentée par la méthode SEM.

Le raffinement du maillage met en évidence une déformation du champ moyen au niveau de la zone logarithmique (figure 2.12(a)). Comme précisé précédemment, la vitesse de frottement est calculée en calant le profil de vitesse sur une loi log. Ce calage a pour effet de remonter la loi de sillage et la déformation se traduit, en représentation de van Driest, par une surestimation de cette dernière (figure 2.12(b)). La loi de sillage obtenue sur le maillage fin se retrouve ici moins bien calculée que celle obtenue avec le maillage grossier. La stratégie numérique étant validée jusqu'à la SND dans le chapitre 3, cette déformation est liée à la méthode de condition d'entrée. La figure 2.13 est issue d'un calcul par SND de la transition d'une couche limite à un nombre de Mach de 3 d'un état laminaire à un état turbulent (Mayer *et al.* (2011)). Les profils transitionnels, obtenus pour différentes positions longitudinales, présentent de fortes similitudes avec le profil déformé généré par la méthode SEM. On a vu précédemment que les fluctuations imposées en entrée de domaine ne sont pas celles d'une couche limite physique, et que la simulation subit un transitoire spatial plus ou moins long en fonction du degré de réalisme des fluctuations générées. Dans notre cas, le profil moyen se déforme légèrement

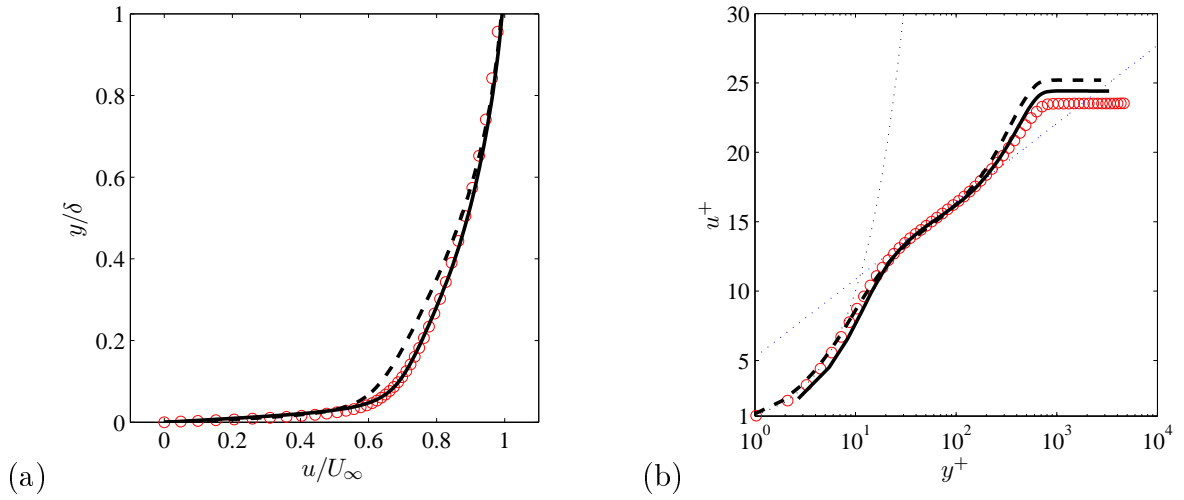


FIGURE 2.12 – Influence du maillage sur la SEM. Comparaison des profils de vitesse moyenne sur les maillages grossiers et fins. Profil de vitesse moyenne longitudinale en fonction de  $y/\delta$  pour  $Re_\theta \approx 4000$  (a) ; transformée de van Driest du profil moyen de vitesse longitudinale pour  $Re_\theta \approx 4000$  (b) ; Maillage grossier : (—) ; Maillage fin : (---) ; SND de référence Pirozzoli *et al.* (2004) : (○).

vers un profil transitionnel. Cette déformation, qui apparaît à partir d'une distance d'environ de  $10\delta$ , est encore présente plus de  $40\delta$  en aval de l'entrée, peut-être en raison de la vitesse supersonique de l'écoulement. Ces résultats soulignent la sensibilité des méthodes de condition d'entrée au paramétrage utilisé, ce qui est équivalent à dire qu'une bonne connaissance de l'écoulement est nécessaire si l'on veut obtenir des bons résultats.

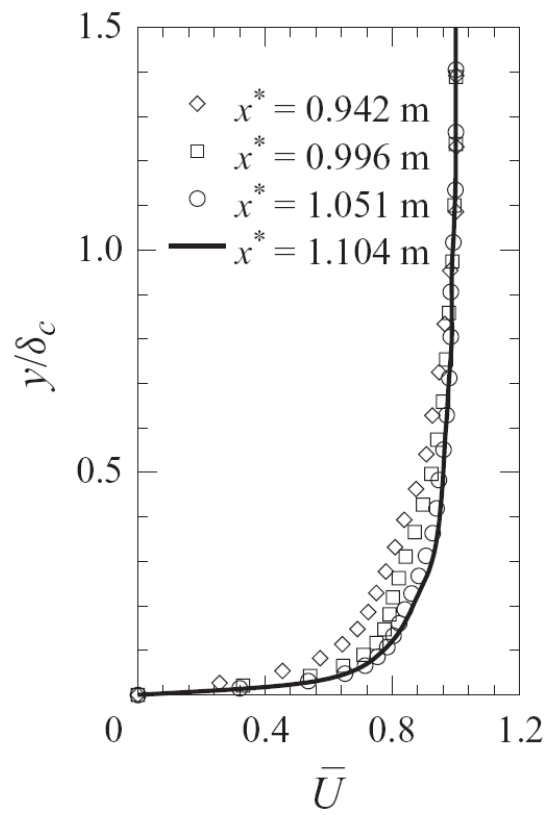


FIGURE 2.13 – Profils de vitesse longitudinale moyens transitionnels en différentes positions longitudinales (Mayer *et al.* (2011)).

## 2.3 Méthode de bypass numérique

### 2.3.1 Quelques éléments sur la transition en couche limite

La transition d'un écoulement laminaire vers un écoulement turbulent peut suivre de nombreuses routes (Schmid & Henningson (2001)) suivant la façon (en amplitude, en fréquence et en phase) dont la couche limite est forcée. Cette phase est qualifiée de phase de réceptivité de la couche limite (Nagarajan *et al.* (2007), Ovchinnikov *et al.* (2008), Jacobs & Durbin (2001)). Lorsque la couche limite est forcée à faible amplitude ( $Tu < 1\%$ ), le scénario classique consiste en la croissance exponentielle d'instabilités primaires, e.g. des ondes de Tollmien-Schlichting (T-S) dans le cas d'une couche limite de Blasius, suivie de l'apparition d'instabilités secondaires. Cette seconde étape de la transition peut différer suivant la façon dont la couche limite est forcée. La transition harmonique du type K découverte par Klebanoff *et al.* (1962) ou la transition sous-harmonique décrite par Kachanov & Levchenko (1984) (type N) ou Herbert (1988) (type H) appartiennent à cette catégorie. Un point marquant dans ce chemin de transition est la tridimensionnalisation de l'écoulement et l'apparition de points d'inflexion dans le profil de vitesse moyen. Ces ingrédients sont importants pour déclencher une transition rapide vers la turbulence.

Lorsque la couche limite est forcée à moyenne amplitude ( $1\% < Tu < 5\%$ ) la transition par ondes T-S est "*bypassée*". Le terme de transition bypass peut être utilisé dans toutes les situations où le rôle de l'instabilité primaire est court-circuité. Schmid & Henningson (2001) montrent que ces nouveaux scénarios sont liés à des mécanismes de croissance non modaux. Des perturbations 3-D sous forme de longues stries de vitesse longitudinale (en anglais *streaks*) sont initiées et semblent remarquablement stables (tant que leurs amplitudes sont inférieures à 20% de la vitesse extérieure). Leur redressement (lift-up) génère un point d'inflexion au niveau du profil de vitesse, qui devient sujet à des instabilités secondaires déclenchées par les perturbations hautes fréquences de la turbulence externe. Ces instabilités s'intensifient en aval et génèrent des tâches turbulentes (turbulent spots) (Henningson *et al.* (1993)). Dans le cas où l'on cherche à obtenir rapidement un écoulement turbulent, reproduire numériquement un scénario de transition bypass peut être intéressant afin d'éviter la simulation d'une transition complète. Là aussi dans ce scénario, la tridimensionnalisation et l'existence de points d'inflexion jouent un rôle clé dans les mécanismes de transition vers la turbulence.

En conclusion, un point commun à tous ces scénarios est la génération d'un point d'inflexion au niveau du profil de vitesse et la tridimensionnalisation de l'écoulement juste avant le déclenchement de la turbulence. Nous proposons ici une condition d'entrée qui utilise ces ingrédients pour forcer

efficacement une transition vers la turbulence.

### 2.3.2 Présentation de la méthodologie

L'idée de cette méthode est d'utiliser les ingrédients clés des dernières étapes de la transition, détaillés dans la section précédente, pour générer numériquement une turbulence développée. La démarche générale consiste à imposer un profil inflexionnel en entrée de domaine de calcul sur lequel on superpose des petites perturbations. Celles-ci permettent alors de déclencher le développement d'instabilités de type Kelvin-Helmholtz. En raison de la croissance exponentielle de ces instabilités, des perturbations de très faibles amplitudes sont suffisantes. Les perturbations les plus instables, c'est-à-dire les plus amplifiées, sont ici déterminées à partir d'une analyse de stabilité linéaire locale du profil moyen.

De plus, l'observation des instabilités secondaires puis de la transition indique qu'une tridimensionalisation aide à atteindre un déclenchement rapide de la turbulence. Celle-ci peut être obtenue soit par l'introduction d'ondes obliques, soit par une modulation du profil moyen dans la direction transverse, à l'instar des "pics" et "vallées" observés par Klebanoff *et al.* (1962) dans un scénario de transition.

Dans cette étude, le profil moyen de la vitesse longitudinale en entrée est obtenu en combinant une approximation polynomiale d'un profil de Blasius et un profil en tangente hyperbolique :

$$\bar{u} = u_{\text{BL}} \times W(\eta) \quad \text{avec} \quad \frac{u_{\text{BL}}}{U_{\infty}} = \begin{cases} \eta(2 - 2\eta^2 + \eta^3) & \text{if } \eta < 1 \\ 1 & \text{if } \eta \geq 1 \end{cases} \quad (2.1)$$

où  $\eta$  est la distance à la paroi normalisée par l'épaisseur de couche limite  $\delta$ . La fonction de pondération  $W(\eta)$  est définie par Lund *et al.* (1998) :

$$W(\eta) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tanh \left[ \frac{a(\eta - b)}{(1 - 2b)\eta + b} \right] \middle/ \tanh(a) \right\} \quad (2.2)$$

Le paramètre  $a$  contrôle la pente de la tangente hyperbolique, donc le cisaillement moyen.  $b\delta$  représente la hauteur du point d'inflexion à partir de la paroi. Une analyse de stabilité linéaire locale, prenant en compte la compressibilité de l'écoulement et la viscosité du fluide, permet de trouver le mode le plus instable (ou le plus amplifié) de la forme :

$$\mathbf{q}'(x, y, z, t) = \tilde{\mathbf{q}}(y) e^{i(\alpha x + \beta z - \omega t)} + c.c. \quad (2.3)$$

$\mathbf{q}'$  est le vecteur des perturbations sur les variables primitives  $(u', v', w', p', T')^T$ .  $\tilde{\mathbf{q}}(z)$  représente le mode propre associé et  $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$  est un complexe issu de la théorie spatiale.  $\alpha_r$  est le nombre d'onde longitudinal et  $\alpha_i$  représente un taux d'accroissement pour la pulsation  $\omega$ . Le nombre d'onde transverse  $\beta$  permet de générer des modes obliques. Les dérivées temporelles de ces perturbations sont superposées au profil moyen composite au niveau des plans en entrée de domaine :

$$\frac{\partial \mathbf{q}'(x, y, z, t)}{\partial t} = \varepsilon \omega \times [\Re(\tilde{\mathbf{q}}(y)) \sin(\alpha_r x - \omega t) + \Im(\tilde{\mathbf{q}}(y)) \cos(\alpha_r x - \omega t)] \times e^{-\alpha_i x} \times \sin(2m\pi z/L_z) \quad (2.4)$$

$\Re\{\cdot\}$  et  $\Im\{\cdot\}$  représentent respectivement les parties réelles et imaginaires. Le taux de croissance  $\alpha_i$  est négatif pour des perturbations amplifiées. La perturbation est multipliée par une très petite amplitude  $\varepsilon$ , et par une modulation transverse de la forme  $\sin(2m\pi z/L_z)$ , où  $m$  est le nombre de pics et de vallées le long de la direction  $L_z$ .

### 2.3.3 Validation de la méthode de bypass numérique

Le cas test utilisé pour évaluer les performances de cette condition d'entrée est la SND de Pirozzoli *et al.* (2004) (voir tableau 2.2).

La paroi est adiabatique et les conditions aux limites caractéristiques de non-réflexion Thompson (1987, 1990) sont appliquées sur la limite haute et en sortie de domaine. Des conditions de périodicité sont imposées dans la direction transverse. Les comparaisons avec la référence sont réalisées pour  $Re_\theta = 4000$ . En cette position, la résolution pariétale est de  $(\Delta x^+; \Delta y^+; \Delta z^+) = (40; 1.5; 15)$ . Les dimensions du domaine de calcul sont de  $L_x/\delta \times L_y/\delta \times L_z/\delta = 50\delta \times 17\delta \times 1.1\delta$ , ou  $\delta = 1.8 \times 10^{-3}\text{m}$  est l'épaisseur de couche limite en entrée de domaine. Ces dimensions conduisent à un maillage de  $N_x \times N_y \times N_z = 800 \times 200 \times 50$ .

Une raison géométrique de raison 2% est appliquée dans la direction normale. Les moyennes temporelles sont réalisées sur un temps adimensionné de  $800\delta/U_\infty$ , ce qui permet une bonne convergence des moments d'ordre deux.

Trois essais de paramétrage de la condition d'entrée sont présentés dans le tableau 2.3. Ce dernier donne les caractéristiques des profils inflexionnels utilisés. La paramètre  $a$  détermine la pente de la tangente hyperbolique et permet donc de régler la taille des tourbillons générés. Une pente plus raide signifie des tourbillons plus hautes fréquences. Le paramètre  $b$ , qui détermine la hauteur du point d'inflexion dans la couche limite, permet de régler l'altitude à laquelle on souhaite générer les instabilités. Un meilleur comportement a été obtenu lorsque celles-ci sont générées en proche paroi, et pour les trois cas présentés ici le point d'inflexion est pris dans le premier quart de l'épaisseur de

	$a$	$b$	$\omega$	$(\alpha_r; \alpha_i)$	$m$	$\beta$
essai 1	6	0.25	$1.083U_\infty/\delta$	$(0.834/\delta; -0.149/\delta)$	2	0
essai 2	10	0.15	$4.027U_\infty/\delta$	$(2.29/\delta; -15.81/\delta)$	2	0
essai 3	6	0.25	$U_\infty/\delta$	$(2.701/\delta; -0.805/\delta)$	0	$\pm 4.835/\delta$

TABLE 2.3 – Paramètres utilisés pour les trois essais avec la méthode de bypass numérique.

couche limite ( $0.25\delta$  ou  $0.15\delta$ ). Le premier essai réalisé (essai 1) est qualifié d'essai "basse fréquence" car les tourbillons générés sont de taille plus importante que pour le second essai (essai 2), qualifié d'essai "haute fréquence". Ces deux essais permettent de vérifier l'effet de la taille des tourbillons sur l'efficacité de la méthode. Pour ces deux essais, la perturbation est modulée dans la direction transverse par une sinusoïde avec  $m = 2$ . Le troisième essai (essai 3) reprend le paramétrage de l'essai 1 mais la modulation transverse est remplacée par l'introduction de modes obliques. L'objectif est ici de comparer les performances de ces deux méthodes de tridimensionalisation de la perturbation. La figure 2.14 donne les profils des fonctions propres issues de l'étude de stabilité spatiale pour les profils moyens présentés dans le tableau 2.3.

La figure 5.16 montre les champs de vitesse transverse pour les trois essais réalisés. Dans le cas de l'essai "basse fréquence", la trace des tourbillons générés périodiquement en entrée de domaine est encore visible dans la zone externe de la couche limite en fin domaine ( $40\delta$  en aval). Ces marques ne sont pas visibles pour l'essai "hautes fréquence", les tourbillons générés étant déstructurés plus aisément. L'introduction de modes obliques permet de générer des tailles de tourbillon équivalentes au cas "basse fréquence" mais sans trace visible des tourbillons en aval de l'entrée.

La figure 5.17 compare les performances des trois essais à une distance de  $20\delta$  et  $45\delta$  en aval de l'entrée. Les profils moyens obtenus pour les essais 1 et 3 sont proches de la référence Pirozzoli *et al.* (2004), mais les profils de van Driest surestiment la loi de sillage, ce qui montre que la vitesse de frottement est fortement sous estimée. Les valeurs atteintes par la loi de sillage étant identiques à une distance de  $20\delta$  et de  $45\delta$ , on peut supposer que l'écoulement ressent encore l'influence de l'entrée. Le profil moyen issu de l'essai 2 a une forme de profil transitionnel et est très éloigné du profil de référence. Il est intéressant de noter que les profils sont quasiment identiques en  $20\delta$  et de  $45\delta$ , ce qui montre qu'une fois déformé, une longue distance est nécessaire au profil moyen pour retrouver la forme d'un profil turbulent.

Ces résultats se retrouvent sur les profils de vitesses *rms*. A une distance de  $20\delta$  tous les profils



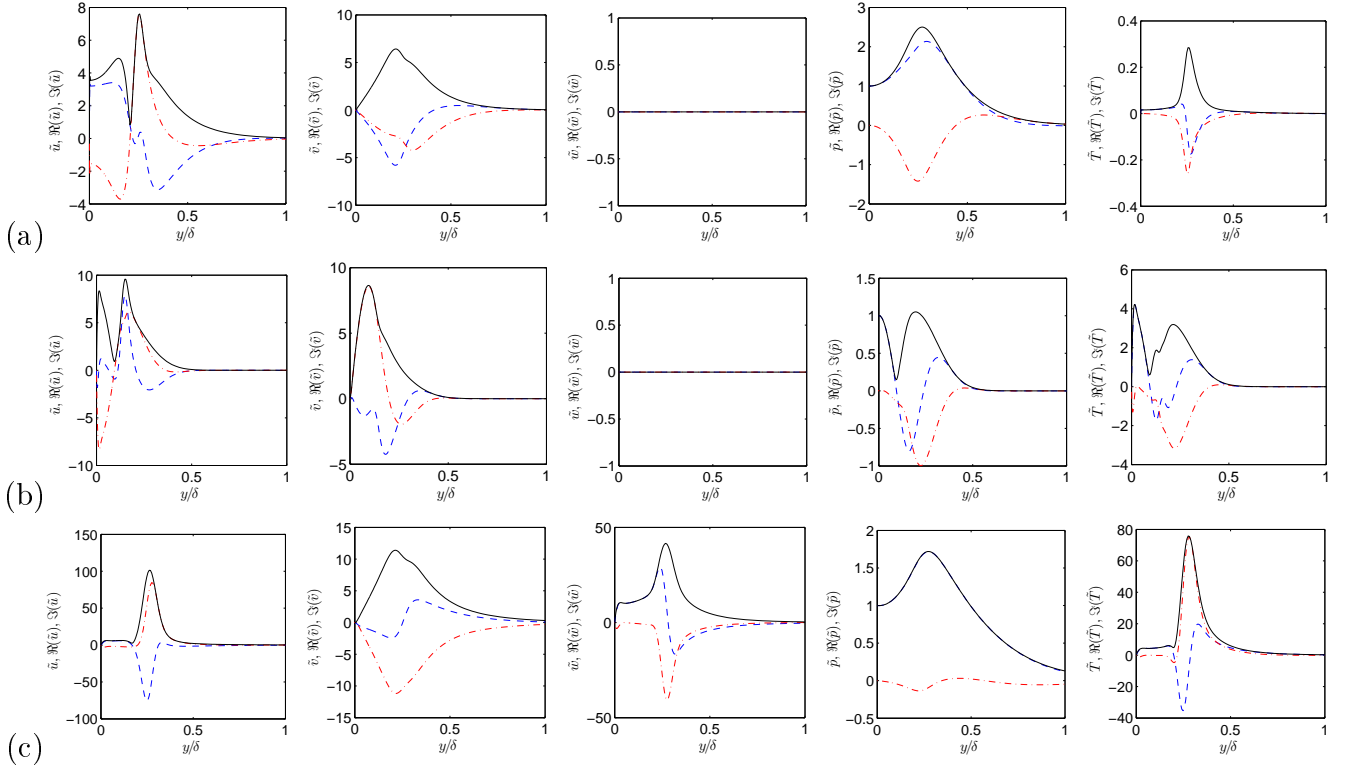


FIGURE 2.14 – Validation de la méthode de bypass numérique. Profils des fonctions propres issues de l'étude de stabilité spatiale pour les profils moyens composites de la vitesse longitudinale donné avec les paramètres dans le tableau 2.3 : module (—), partie réelle (---), et partie imaginaire (-.-.-); essai 1 (a); essai 2 (b); essai 3 (c).

présentent une nette déformation qui est liée à la présence dans l'écoulement de traces des tourbillons générés en entrée. A une distance de  $45\delta$  cette déformation est fortement réduite pour les essais 1 et 3, alors qu'elle est toujours de grande amplitude pour l'essai 2.

On a vu qu'à une distance de  $45\delta$ , l'écoulement garde encore une trace de la condition d'entrée liée à la présence de structures cohérentes advectées dans la seconde moitié de la couche limite. Les tests réalisés précédemment n'ont pas permis d'améliorer cette distance d'adaptation. Dans la suite, le choix est fait de réduire le nombre de Reynolds en entrée de domaine afin de voir si un meilleur comportement est obtenu. L'épaisseur de la couche limite en entrée est prise à  $\delta = 7.7 \times 10^{-4}m$ .

Les comparaisons avec la référence Pirozzoli *et al.* (2004) sont réalisées pour  $Re_\theta = 4000$ . En cette position, la résolution pariétale est de  $(\Delta x^+, \Delta y^+, \Delta z^+) = (40, 2.7, 15)$ . Une grille cartésienne de  $400 \times 150 \times 76$  est utilisée. Le maillage est uniforme dans les directions longitudinale (selon  $x$ ) et transverse (selon  $z$ ). Une raison géométrique de raison 2% est appliquée dans la direction normale. Les dimensions du domaine sont de  $50\delta \times 10\delta \times 1.5\delta$ . Les moyennes temporelles sont réalisées sur un

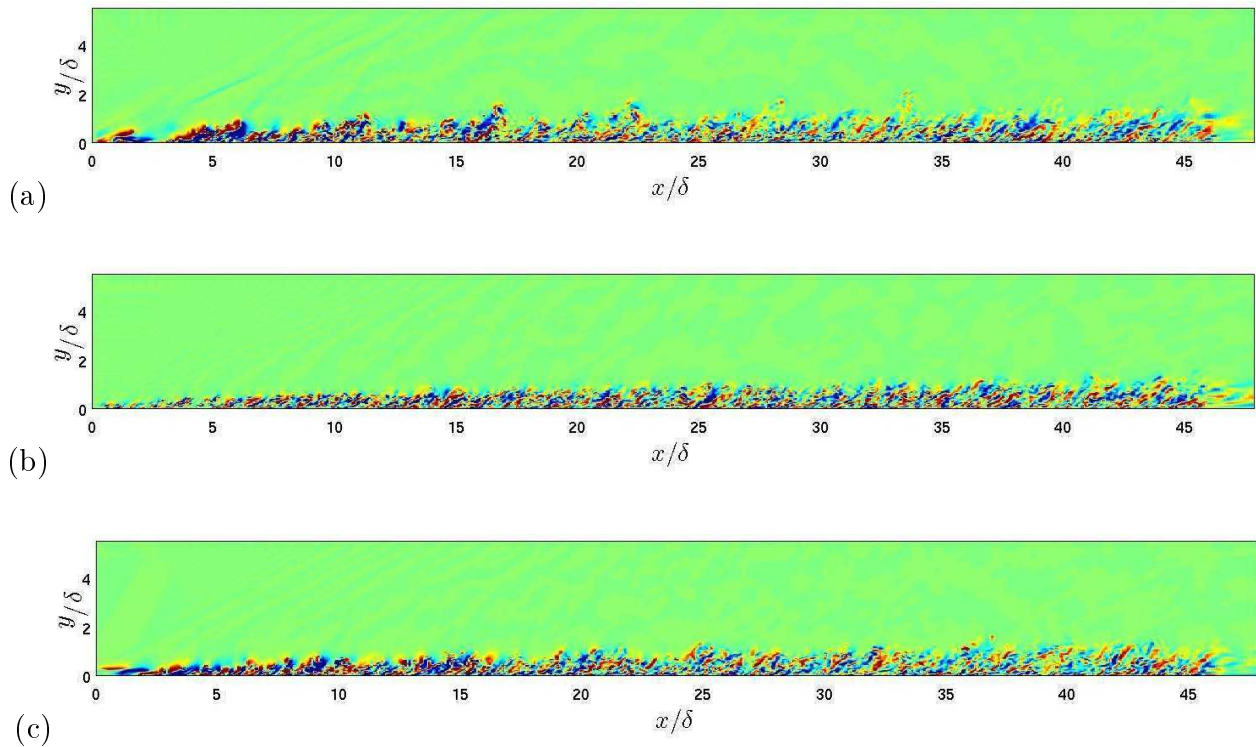


FIGURE 2.15 – Validation de la méthode de bypass numérique. Champs de vitesse transverse pour les essais 1 à 3. essai 1 (a) ; essai 2 (b) ; essai 3 (c).

temps adimensionné de  $800 \delta/U_\infty$ , ce qui permet une bonne convergence des moments d'ordre deux.

Le paramétrage de la condition d'entrée de cet essai, qualifié d'essai 4, est identique à celui de l'essai 1. La figure 2.18 montre le champ de vitesse transverse obtenu. La trace des tourbillons générés en entrée est visible jusqu'à une distance de  $35\delta$ , mais celle-ci a complètement disparu en fin de domaine.

La figure 5.17 compare les performances de l'essai 4 à une distance de  $20\delta$  et  $45\delta$  en aval de l'entrée. En  $20\delta$ , le profil moyen et les profils *rms* sont encore déformés et subissent toujours l'influence de l'entrée. Ici aussi, la déformation est principalement visible sur les profils *rms* avec une surestimation importante des tensions de Reynolds. Cependant, un très bon comportement est obtenu en fin de domaine, et la comparaison avec la référence est excellente pour le profil moyen. Les tensions de Reynolds ne présentent pas de déformation et la loi de sillage de profil de van Driest est bien calculée pour un calcul SGE avec ce type de résolution. Un meilleur comportement est donc obtenu en se plaçant à plus bas nombre de Reynolds et la condition d'entrée est capable de générer une turbulence pleinement développée en  $45\delta$ .

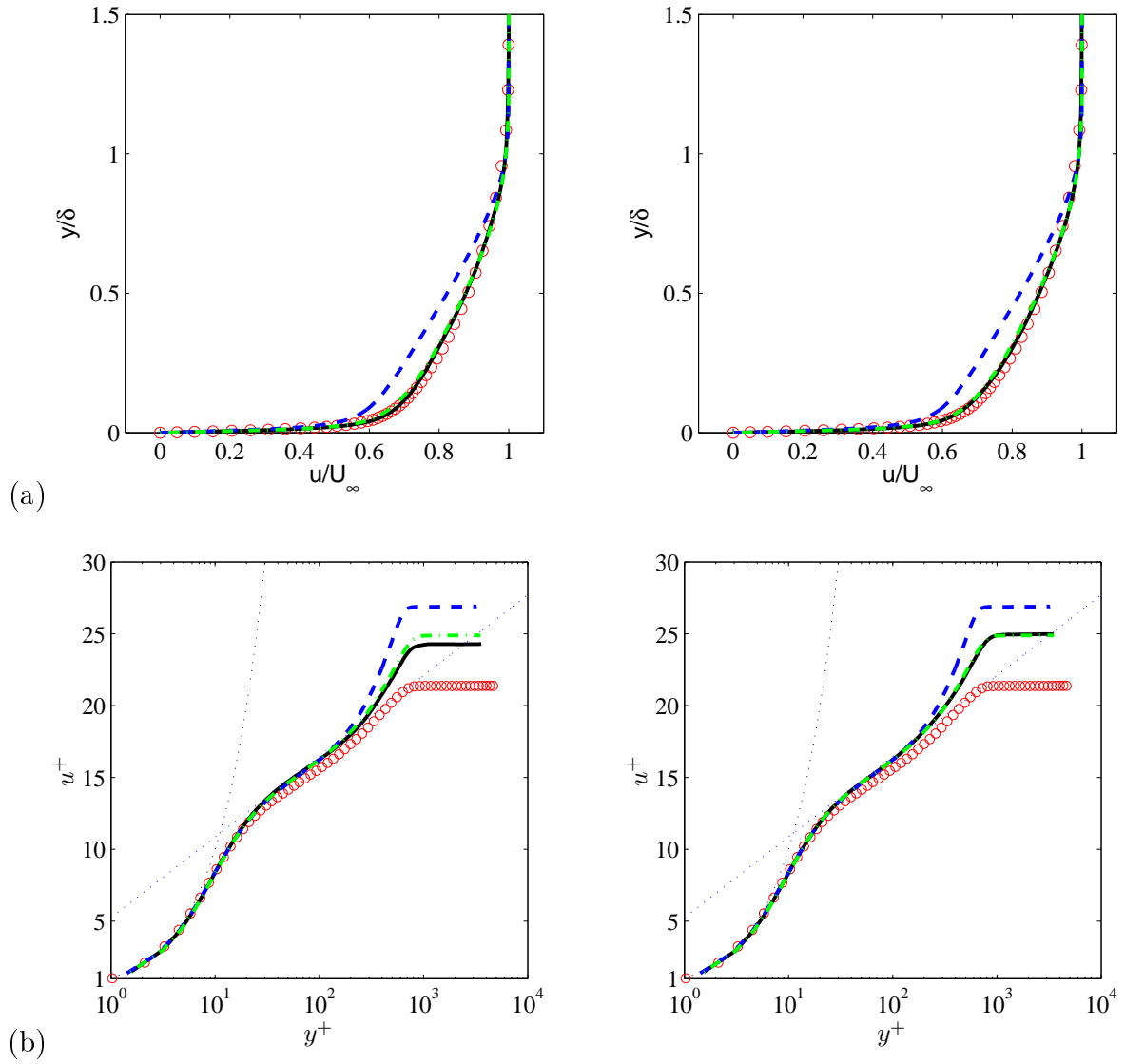


FIGURE 2.16 – Validation de la méthode de bypass numérique. Résultats obtenus pour les essais 1 à 3. Profil moyen de vitesse longitudinale (a) ; transformée de van Driest du profil moyen de vitesse longitudinale (b) à une distance de  $20\delta$  de l'entrée (gauche) et  $45\delta$  (droite) ; essai 1 : (—) ; essai 2 : (---) ; essai 3 : (- - -) ; SND de référence Pirozzoli *et al.* (2004) : (○) à  $Re_\theta = 4000$ .

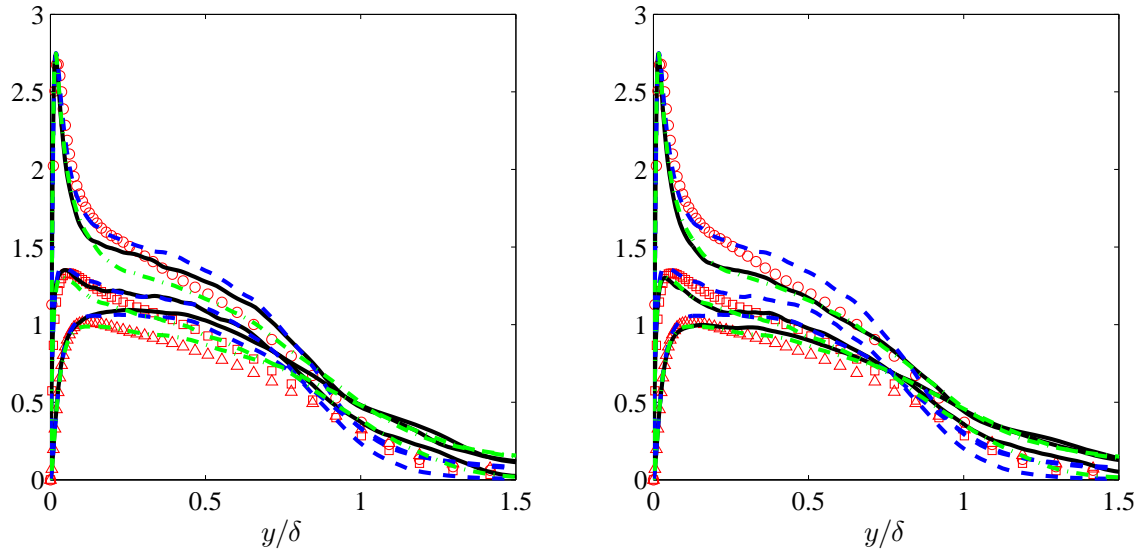


FIGURE 2.17 – Validation de la méthode de bypass numérique. Résultats obtenus pour les essais 1 à 3. Profils de vitesses  $rms$  normalisés par la vitesse de frottement à une distance de  $20\delta$  de l'entrée (gauche) et  $45\delta$  (droite); essai 1 : (—); essai 2 : (- - -); essai 3 : (- · - ·); SND de référence Pirozzoli *et al.* (2004) à  $Re_\theta = 4000$  :  $u_{rms}$  : ( $\circ$ );  $v_{rms}$  : ( $\triangle$ );  $w_{rms}$  : ( $\square$ ).

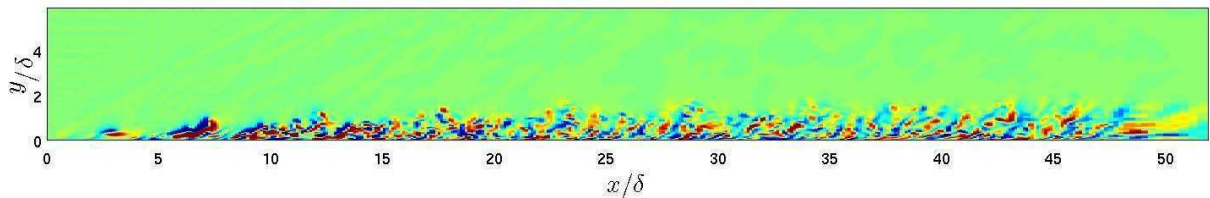


FIGURE 2.18 – Validation de la méthode de bypass numérique. Champs de vitesse transverse pour l'essai 4.

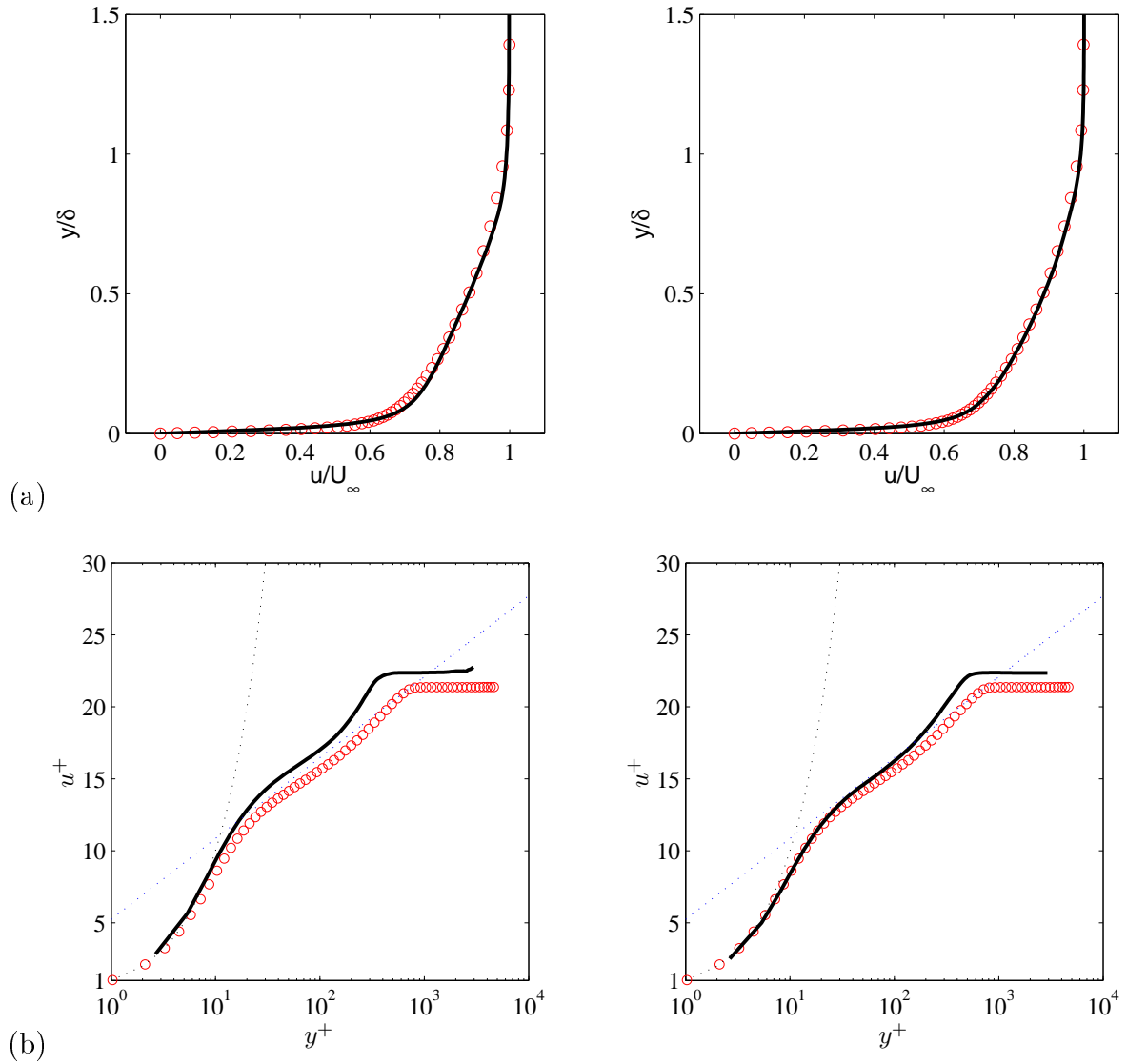


FIGURE 2.19 – Validation de la méthode de bypass numérique. Résultats obtenus pour l'essai 4. Profil moyen de vitesse longitudinale (a) ; transformée de van Driest du profil moyen de vitesse longitudinale (b) à une distance de  $20\delta$  de l'entrée (gauche) et  $45\delta$  (droite) ; essai 4 : (—) ; SND de référence Pirozzoli *et al.* (2004) : ( $\circ$ ) à  $Re_\theta = 4000$ .

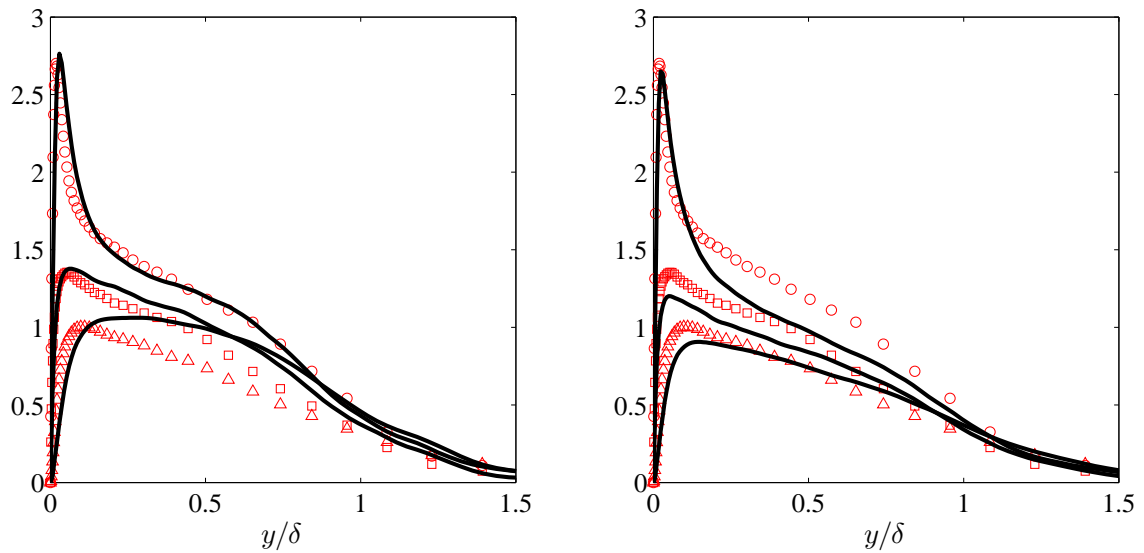


FIGURE 2.20 – Validation de la méthode de bypass numérique. Résultats obtenus pour l'essai 4. Profils de vitesses *rms* normalisés par la vitesse de frottement à une distance de  $20\delta$  de l'entrée (gauche) et  $45\delta$  (droite); essai 4 : (—); SND de référence Pirozzoli *et al.* (2004) à  $Re_\theta = 4000$  :  $u_{rms}$  : ( $\circ$ );  $v_{rms}$  : ( $\triangle$ );  $w_{rms}$  : ( $\square$ ).

## 2.4 Conclusion

Ce chapitre s'est concentré sur la recherche d'une condition d'entrée instationnaire pour la SGE. Deux méthodes de génération de turbulence synthétique, la méthode RFM et la méthode SEM ont été testées. La méthode SEM s'est révélée significativement plus efficace que la méthode RFM et des essais sur des maillages grossiers ont montré qu'une distance inférieure à  $10\delta$  est nécessaire à la SEM pour générer des fluctuations relativement réalistes. Des essais sur des maillages plus fins ont cependant mis en évidence une déformation du profil de vitesse moyen lié au caractère transitionnel de l'écoulement. Il apparaît que la méthode SEM nécessite un paramétrage fin nécessitant une connaissance précise de l'écoulement à simuler. De plus, peut être en raison du caractère supersonique de l'écoulement, la déformation du profil se conserve plusieurs dizaines de  $\delta$  en aval de l'entrée du domaine et une solution consistant à étendre le domaine s'avère donc très coûteuse.

Le cas final de l'étude, l'IOCCL instationnaire à basses fréquences, implique l'utilisation d'une condition d'entrée peu coûteuse et le choix a donc été fait d'utiliser la méthode SEM. La déformation du profil étant observée à partir d'une dizaine de  $\delta$  en fonction du maillage utilisé, le choix a alors été fait de limiter la taille du domaine en amont de l'interaction à  $10\delta$ . Cette distance s'avère suffisante pour obtenir des niveaux de fluctuations turbulentes acceptables.

Afin de pouvoir réaliser une étude sur l'influence des modèles de sous-maille, le choix a été fait de développer une entrée turbulente permettant de s'affranchir de ce problème de déformation du profil de vitesse moyen. Cette condition d'entrée par imposition d'un profil inflexionnel, bien que plus efficace que la simulation d'un scénario de transition complet, est nettement plus coûteuse que la méthode SEM étant donnée la grande longueur de domaine nécessaire à son développement. Cette stratégie a été utilisée pour les simulations de couche limite dans le chapitre 3. Dans le chapitre 5 consacré à la validation du cas d'IOCCL, une simulation, convergée jusqu'aux moment d'ordres 2 a également été réalisée avec cette méthode.

## Chapitre 3

# Discussion sur les approches par Simulation des Grandes Echelles

L'objectif de ce chapitre est d'asseoir la stratégie basée sur l'emploi d'un filtre sélectif comme terme de régularisation dans le cadre de la SGE. Cette approche est comparée ici à un large panel de modèles de sous-maille classiques. On souhaite valider cette approche et mesurer l'apport d'un modèle de sous-maille explicite.

Deux cas tests sont considérés, le tourbillon de Taylor-Green et la couche limite supersonique turbulente. Pour les deux cas tests, une convergence en maillage jusqu'à la SND est réalisée, et les comparaisons entre modèles sont réalisées sur des maillages légers.

### 3.1 Formulation des équations de Navier-Stokes en SGE

L'objectif d'une approche par Simulation des Grandes Echelles est de diminuer de manière significative le coût CPU d'une simulation par rapport à une Simulation Numérique Directe. Cette réduction passe par la diminution du nombre de degrés de liberté du problème considéré ce qui revient à résoudre uniquement certaines échelles spatiales et temporelles. La SGE est donc basée sur un opérateur de séparation d'échelles qui agit comme un filtre passe-bas en nombre d'onde, et qui permet de distinguer entre échelles résolues et non-résolues.

Ainsi, seules les grandes structures qui contiennent la majeure partie de l'énergie cinétique turbulente sont calculées explicitement, les petites échelles non supportées par le maillage, appelées échelles de sous-maille (SGS pour subgrid scales), supposées homogènes et isotropes, et essentiellement dissipant l'énergie, sont modélisées.



Les ouvrages de Sagaut (2006) et de Garnier *et al.* (2009) décrivent les propriétés de cet opérateur de séparation d'échelles  $G$ , qui est défini dans l'espace physique par le produit de convolution :

$$\overline{\phi(\mathbf{x}, t)} = \int_{\mathbb{R}^3} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\xi, t) G(\mathbf{x} - \xi, t - \tau) d^3\xi d\tau \quad (3.1)$$

que l'on note également :

$$\overline{\phi(\mathbf{x}, t)} = G(\mathbf{x}, t) * \phi(\mathbf{x}, t) \quad (3.2)$$

et dans l'espace spectral par :

$$\overline{\hat{\phi}}(\mathbf{k}, \omega) = \hat{G}(\mathbf{k}, \omega) \hat{\phi}(\mathbf{k}, \omega) \quad (3.3)$$

où  $\hat{G}(\mathbf{k}, \omega)$  est la fonction de transfert, transformée de Fourier de  $G(\mathbf{x}, t)$ .

Les équations de Navier-Stokes en SGE sont donc des équations filtrées. L'effet du filtrage spatial sur la variable  $\rho$  sera noté  $\bar{\rho}$  par exemple. Cette opération de filtrage doit commuter avec les dérivées partielles ( $\partial_t, \partial_x$ ). En régime compressible, les composantes de la vitesse sont décomposées en une partie résolue,  $\tilde{u}_i = \overline{\rho u_i} / \bar{\rho}$ , en utilisant la moyenne de Favre et une partie non résolue  $u_i''$ . Il faut remarquer que si l'on applique l'opérateur de filtrage à la définition de l'énergie totale définie par (3.4) nous arrivons à :

$$\bar{\rho} \tilde{E} = \frac{\bar{p}}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \overline{\rho u_i u_i} \quad (3.4)$$

qui n'est pas directement calculable, ce qui a donné lieu à différentes façons d'écrire cette équation (Garnier *et al.* (2009)). Vreman (1995) introduit l'énergie calculable définie par :

$$\rho \check{E} = \frac{\bar{p}}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_i \quad (3.5)$$

Cette formulation ne change pas les autres variables thermodynamiques comme montré par Garnier *et al.* (2009). Si cet opérateur est appliqué aux équations de Navier-Stokes, les équations filtrées deviennent (3.6), (3.7), (3.8) :

– *Equation de conservation de la masse*

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (3.6)$$

– Equation de conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \check{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} = A_1 + A_2 \quad (3.7)$$

– Equation de conservation de l'énergie

$$\frac{\partial \rho \check{E}}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \check{E} + \bar{p}) \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \check{\sigma}_{ij} \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \check{q}_i}{\partial x_i} = -B_1 - B_2 - B_3 + B_4 + B_5 + B_6 - B_7 \quad (3.8)$$

Le tenseur des contraintes visqueuses  $\check{\sigma}_{ij}$  est modélisé pour un fluide newtonien par  $\check{\sigma}_{ij} = 2\mu \check{S}_{ij}$ , où  $\mu(\tilde{T})$  est la viscosité dynamique et  $\check{S}_{ij}$  la partie déviatoire du tenseur des déformations résolues :

$$\check{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right)$$

Les flux de chaleur  $\check{q}_i$  représentent la conduction thermique dans l'écoulement avec la loi de Fourier  $\check{q}_i = -(\mu c_p / \text{Pr})(\partial \tilde{T} / \partial x_i)$ , avec  $c_p$  la chaleur spécifique à pression constante.

Les termes  $A_1$  et  $A_2$  qui apparaissent dans l'équation de quantité de mouvement (3.7) s'écrivent :

$$A_1 = -\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (3.9)$$

$$A_2 = \frac{\partial (\bar{\sigma}_{ij} - \check{\sigma}_{ij})}{\partial x_j} \quad (3.10)$$

où le terme  $\tau_{ij} = \bar{\rho}(\tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j)$  est le tenseur de sous maille qui provient de la non-linéarité du terme convectif. Selon Vreman (1995) et Vreman *et al.* (1995), le terme  $A_2$  est négligeable par rapport aux autres termes de l'équation de quantité de mouvement (il dépend de la variation locale de la viscosité).

D'autres termes sont également présents dans l'équation d'énergie ( $B_1$  à  $B_7$ ). Ceux-ci s'écrivent :

$$B_1 = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{\partial (\bar{p} \tilde{u}_i - \bar{p} \tilde{u}_i)}{\partial x_i} \quad (3.11)$$

$$B_2 = p \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \bar{p} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} \quad (3.12)$$

$$B_3 = \frac{\partial (\tau_{ij} \tilde{u}_i)}{\partial x_j} \quad (3.13)$$

$$B_4 = \tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \quad (3.14)$$

$$B_5 = \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \bar{\sigma}_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} \quad (3.15)$$

$$B_6 = \frac{\partial (\bar{\sigma}_{ij} \tilde{u}_i - \check{\sigma}_{ij} \tilde{u}_i)}{\partial x_j} \quad (3.16)$$

$$B_7 = \frac{\partial (\bar{q}_i - \check{q}_i)}{\partial x_i} \quad (3.17)$$

Vreman (1995) a étudié l'importance relative des termes de sous maille des équations filtrées à partir de simulations numériques directes de couches de mélange temporelles compressibles. Il a conclu que les termes les plus significatifs de l'équation d'énergie sont  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_3$  qui doivent être pris en considération, suivis de  $B_4$  et  $B_5$  qui ont une influence faible. Les termes  $B_6$  et  $B_7$  sont négligeables.

## 3.2 Le problème de fermeture

On a vu qu'en SGE les équations résolues sont obtenues par l'application d'un filtre sur les équations de Navier-Stokes. Ce filtrage des équations génère des termes de sous-maille (SGS pour subgrid-scale models) dont il est nécessaire de reproduire au mieux les effets. L'ensemble des modèles proposés peut être scindé en deux classes principales :

- les modèles de viscosité turbulente (eddy-viscosity models), initiés par Smagorinsky (1963), basés sur une approximation de Boussinesq qui relie les tensions de Reynolds de sous-maille au tenseur des déformations du champ résolu à l'aide d'une viscosité  $\nu_t$ .
- les modèles de similarité d'échelles (SSM pour scale similarity models), proposés par Bardina *et al.* (1980), basés sur le fait que les plus grandes échelles non-résolues interagissent avec les plus petites échelles résolues.

Un grand nombre d'améliorations du modèle initial de Smagorinsky (SM pour Smagorinsky model) ont été proposées. L'une d'elle est le modèle de Smagorinsky dynamique (Germano *et al.* (1991); Ghosal *et al.* (1995)), DSM pour dynamic Smagorinsky, qui repose sur l'utilisation d'un filtre test ainsi que sur l'identité de Germano pour adapter dynamiquement la valeur de  $\nu_t$ , permettant de prendre en compte la présence de parois solides, les régions laminaires d'un écoulement, ou encore la cascade d'énergie inverse (backscatter en anglais). Cependant, tous les modèles de viscosité turbulente souffrent des mêmes limitations. L'expression du tenseur de sous-maille ayant une forme équivalente au tenseur des contraintes visqueuses, son action touche toutes les échelles résolues et le nombre de Reynolds effectif est artificiellement réduit.

Les modèles de similarité d'échelles ne possèdent pas ce défaut, mais ils ne peuvent reproduire la complexité des interactions non-linéaires se produisant aux fines échelles, et se révèlent pas assez dissipatifs. Le concept de modèle mixte a ainsi émergé (Bardina *et al.* (1980)). Ces modèles combinent

le bon comportement des modèles de similarité d'échelles avec le caractère dissipatif des modèles de viscosité turbulente, tel que le modèle de Smagorinsky, dont le rôle est de stabiliser la simulation.

Une autre stratégie prometteuse pour la SGE est la mise en place d'une décomposition d'échelles plus fine que la décomposition entre échelles résolues et non résolues. Cette décomposition est basée sur l'observation que les effets des échelles de sous-maille sur les échelles résolues sont limités à des échelles plus petites d'un facteur 2 que les plus petites échelles résolues. Hughes *et al.* (2001) réalisent une décomposition *ab initio* entre trois types d'échelles : les grandes échelles, les petites échelles, et les échelles non résolues. Un modèle SM est alors appliqué uniquement à partir des petites échelles résolues.

Une autre approche pour la SGE est de mimer l'effet des échelles de sous-maille à l'aide d'une procédure de régularisation. Dans cette approche, qualifiée de SGE implicite (ILES pour *Implicit LES*), la régularisation est obtenue directement à partir de la méthode numérique (Boris *et al.* (1992); Fureby & Grinstein (2002)) ou à partir d'une procédure de filtrage explicite. En s'inspirant de cette idée, des méthodologies utilisant des schémas peu dissipatifs combinés à un filtrage d'ordre élevé ont été développées récemment par Stolz *et al.* (2001), Visbal & Gaitonde (1999), et Bogey & Bailly (2006).

Le détail des modèles tels qu'ils ont été testés dans cette étude est donné par la suite.

### 3.2.1 Modèles fonctionnels

Les modèles fonctionnels reposent sur un certain nombre d'hypothèses (Sagaut (2006)) :

- L'action des échelles de sous maille sur les échelles résolues est essentiellement une action de nature énergétique basée sur la cascade d'énergie. Ainsi, l'équilibre des transferts d'énergie entre les deux classes d'échelles suffit à décrire l'action des échelles de sous maille ;
- Il y a une séparation totale entre les échelles de sous maille et les échelles résolues ;
- Le mécanisme de transfert d'énergie des échelles résolues vers les échelles de sous maille (forward scatter) est analogue aux mécanismes moléculaires représentés par un terme de diffusion qui est remplacé par une viscosité de sous maille  $\nu_t$  (hypothèse de Boussinesq).

- Les modèles de Smagorinsky, de Smagorinsky dynamique et les modèles multi échelles, s'appuient sur l'hypothèse de Boussinesq et accèdent à la partie déviatoire du tenseur de sous maille par :

$$\tau_{ij}^d = \tau_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\tau_{kk} = -2\bar{\rho}\nu_t \left( \tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\tilde{S}_{kk} \right) \quad (3.18)$$

- D'après la dernière hypothèse, pour décrire les échelles sous maille, une échelle de longueur caractéristique  $l_0$  et une échelle caractéristique de temps  $t_0$  suffisent ;
- L'écoulement est localement et à chaque instant dans le même équilibre spectral qu'une turbulence pleinement développée, homogène et isotrope. Par conséquent, il n'y a pas d'accumulation d'énergie à une fréquence particulière et la forme du spectre d'énergie, de la forme :  $E_k = K_0\epsilon^{2/3}k^{-5/3}$ , est supposée invariante dans le temps.

### 3.2.1.1 Modèle de Smagorinsky (*SM*)

Le modèle de Smagorinsky (1963) consiste à définir une viscosité turbulente de sous maille comme :

$$\nu_t = C_s^2 \bar{\Delta}^2 (2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij})^{1/2} \quad (3.19)$$

avec  $\bar{\Delta} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$  et  $C_s = 0,18$  étant la constante de Smagorinsky calculée pour une turbulence homogène et isotrope (THI). On écrit aussi le terme  $(2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij})^{1/2}$  sous la forme  $|\tilde{S}_{ij}|$ .

Il faut encore définir la partie isotrope du tenseur de sous maille. On va utiliser le modèle de Yoshizawa (1986) comme défini par Garnier *et al.* (2009). Yoshizawa a proposé de modéliser  $\tau_{kk}$  sous la forme :

$$\tau_{kk} = 2C_I \bar{\rho} \bar{\Delta}^2 (2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij})^{1/2} \quad (3.20)$$

Erlebacher *et al.* (1992) ont réalisé des simulations directes pour un écoulement THI compressible et ils ont trouvé que la meilleure corrélation du tenseur modèle avec le tenseur exact donnait  $C_I = 0,066$ .

Pour l'équation de l'énergie, on va utiliser le modèle proposé par Vreman *et al.* (1995) qui montre la nécessité de modéliser les termes  $B_1$  et  $B_2$  :

$$B_1 + B_2 = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{c_p \bar{\rho} \nu_t}{\text{Pr}_t} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial \mathcal{Q}_j}{\partial x_j} \quad (3.21)$$

où la valeur de  $\text{Pr}_t$  est fixée à 0.6.

### 3.2.1.2 Modèle de Smagorinsky dynamique (*DSM*)

On cherche un modèle qui ne dépende pas de toutes les échelles de l'écoulement. La solution proposée par Germano *et al.* (1991) est d'appliquer un deuxième filtre, appelé filtre test et représenté par des grandeurs surmontées d'un chapeau, avec un nombre d'onde de coupure plus petit que le filtre principal de la SGE pour exclure dans le calcul du tenseur de sous maille les grandes échelles que ne contribuent pas à la dissipation de l'énergie. La méthode consiste alors, à calculer les variables  $C_s$ ,  $C_I$  et  $Pr_t$  dynamiquement pour chaque point et à chaque itération.

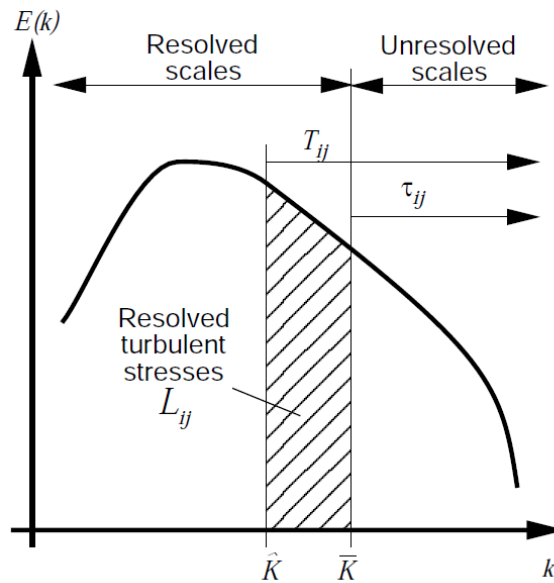


FIGURE 3.1 – Coupures pour le filtre principal et le filtre test.

Si on applique le filtrage de la SGE aux équations de Navier-Stokes on obtient le tenseur de sous maille  $\tau_{ij} = \overline{\rho}(\widehat{u_i u_j} - \widetilde{u_i u_j})$ . Par contre si l'on applique ce filtre suivi du filtre test, le tenseur de sous maille devient :

$$T_{ij} = \widehat{\rho \widehat{u_i u_j}} - \left( \widehat{\rho \widehat{u_i}} \widehat{\rho \widehat{u_j}} \right) / \widehat{\rho} \quad (3.22)$$

Et si l'on considère la partie du tenseur résolue :

$$\mathcal{L}_{ij} = \widehat{\rho \widetilde{u_i u_j}} - (1/\widehat{\rho}) \widehat{\rho \widetilde{u_i}} \widehat{\rho \widetilde{u_j}} \quad (3.23)$$

Dans le cas spécifique du modèle de Smagorinsky, nous écrivons :

$$\tau_{ij}^d = -2\overline{\rho} C_d \overline{\Delta}^2 \left| \widetilde{S}_{ij} \right| \widetilde{S}_{ij}^d \quad (3.24)$$

$$T_{ij} = -2\overline{\rho} C_d \widehat{\Delta}^2 \left| \widehat{S}_{ij} \right| \widehat{S}_{ij}^d \quad (3.25)$$

Les coefficients sont calculés à partir de la relation exacte de Germano *et al.* (1991) :

$$\mathcal{L}_{ij} = T_{ij} - \hat{\tau}_{ij} \quad (3.26)$$

Ils sont déterminés par la procédure aux moindres carrés de Lilly (1992) et Spyropoulos & Blaisdell (1998) :

$$C_d = \frac{\langle (\mathcal{L}_{ij} - \frac{1}{3}\mathcal{L}_{ij}\delta_{ij}) \mathcal{M}_{ij} \rangle}{\langle \mathcal{M}_{pq} \mathcal{M}_{pq} \rangle} \quad (3.27)$$

$$C_I = \frac{\langle \mathcal{L}_{ij} \rangle}{\langle 2\hat{\Delta}\hat{\rho}|\hat{S}|^2 - 2\overline{\Delta\overline{\rho}}|\tilde{S}|^2 \rangle} \quad (3.28)$$

$$\text{Pr}_t = C \frac{\langle N_i N_i \rangle}{\langle -K_j N_j \rangle} \quad (3.29)$$

La valeur de  $\hat{\Delta} = (\hat{\Delta}_1 \hat{\Delta}_2 \hat{\Delta}_3)^{1/3}$  a été prise comme  $2\overline{\Delta}$ ,  $\mathcal{L}_{ij}$  déjà défini et :

$$\mathcal{M}_{ij} = -2\hat{\Delta}^2 \hat{\rho} |\hat{S}| \left( \hat{S}_{ij} - \frac{1}{3} \hat{S}_{kk} \delta_{ij} \right) + 2\overline{\Delta}^2 \left[ \overline{\rho} |\tilde{S}| \left( \tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3} \tilde{S}_{kk} \delta_{ij} \right) \right]^\wedge \quad (3.30)$$

$$N_i = \hat{\Delta}^2 \hat{\rho} |\hat{S}| \frac{\partial \hat{T}}{\partial x_i} - \overline{\Delta}^2 \left[ \overline{\rho} |\tilde{S}| \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} \right]^\wedge \quad (3.31)$$

$$K_i = \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{T}} - (1/\hat{\rho}) \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{\rho} \tilde{T}} \quad (3.32)$$

Pour le modèle de Smagorinsky dynamique ainsi que pour l'ensemble des modèles testés dans cette étude, le filtre test utilisée est un filtre optimisé sur 11 points avec une coupure à  $\pi/3$  calculé par Bogey & Bailly (2004).

### 3.2.1.3 Modèle multi échelle (MSM)

Dans le modèle multi échelle (*multiscale Smagorinsky model* - MSM, Hughes *et al.* (1998, 2001)), nous séparons la partie résolue en grandes et petites échelles, par exemple :  $\tilde{u} = u_{>} + u_{<}$ , où  $\tilde{u}$  représente la partie résolue de la vitesse ( $u = \tilde{u} + u''$ ),  $u_{>}$  la composante représentant les grandes échelles et  $u_{<}$  la composante représentant les petites échelles. Nous écrivons le modèle du tenseur de sous maille sous diverses formes en prenant en considération cette séparation. Ce tenseur reste de la forme :

$$\tau_{ij}^d = \tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2\overline{\rho} \nu_t \left( \tilde{S}'_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tilde{S}'_{kk} \right) \quad (3.33)$$

où le prime indique les petites échelles résolues calculées à partir de  $u_{i<}$ .

La viscosité turbulente peut être exprimée à partir des grandes échelles, des petites ou des deux (Holmen *et al.* (2004)). Pour la version 'grande-petite' échelles (*large-small*) du modèle de Smagorinsky (noté *MSM-ls*), la viscosité turbulente est calculée à partir des grandes échelles :

$$\nu_t = \bar{\rho} C_s^2 \bar{\Delta}^2 \left| \tilde{S}_{ij} \right| \quad (3.34)$$

Pour la version 'petite-petite' échelles (*small-small*) du modèle de Smagorinsky (noté *MSM-ss*), la viscosité turbulente est calculée à partir des petites échelles :

$$\nu_t = \bar{\rho} C_s^2 \bar{\Delta}^2 \left| \tilde{S}'_{ij} \right| \quad (3.35)$$

Il existe aussi une version qui somme la viscosité turbulente provenant des grandes échelles avec la viscosité turbulente provenant des petites échelles.

Le cas présenté est appelé modèle multi échelle statique parce que les coefficients du modèle restent constants en temps. On peut appliquer la même procédure montrée dans le cas du modèle de Smagorinsky dynamique pour obtenir le modèle multi échelle dynamique (noté *MDSM*).

La séparation entre les grandes et les petites échelles résolues est réalisée par une coupure dans l'espace spectral dans la version originelle de Hughes *et al.* (1998) (appelée *VMM* pour *variational multiscale method*). Certains auteurs montrent que ce nombre d'onde de séparation n'a pas une grande influence sur les résultats (Holmen *et al.* (2004)).

### 3.2.2 Modèles structurels

Contrairement à la modélisation fonctionnelle, les modèles issus de la modélisation structurelle sont établis sans connaissance préalable sur la nature des interactions entre les échelles de sous maille et les échelles résolues. On s'intéresse tout d'abord aux modèles qui utilisent la méthode de déconvolution pour introduire ensuite le modèle de régularisation et le modèle de similarité d'échelle.

#### 3.2.2.1 Modèle de déconvolution approchée (*ADM*)

Avant d'introduire la méthode ADM (pour *Approximate Deconvolution Model*) proposée par Stolz & Adams (1999), il est utile de distinguer trois types d'échelles : les échelles qui sont représentées par le maillage et sont résolues, les échelles qui sont représentées par le maillage mais qui ne sont pas ou mal résolues (on parle de *subfilter scales*, SFS) et les échelles qui ne sont pas supportées par le maillage.



L'idée est de reconstruire les échelles représentées mais pas ou mal résolues à travers une procédure de défiltrage (inversion du filtre). Pour présenter le principe, on considère une loi de conservation monodimensionnelle.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f(u)}{\partial x} = 0 \quad (3.36)$$

où  $f(u)$  est une fonction non linéaire. En appliquant la convolution avec le filtre à (3.36), nous obtenons :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + G * \frac{\partial f(u)}{\partial x} = 0 \quad (3.37)$$

qui peut être aussi écrit en fonction des variables filtrées :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial f(\bar{u})}{\partial x} = \mathcal{G} \quad (3.38)$$

avec  $\mathcal{G} = \frac{\partial f(\bar{u})}{\partial x} - G * \frac{\partial f(u)}{\partial x}$ .  $\mathcal{G}$  qui représente l'erreur due au filtrage.

Une discrétisation numérique de (3.38) va résoudre des nombres d'onde  $\xi$  jusqu'à la fréquence de Nyquist  $\xi_N = \pi/h$ , où  $h = L/N$  est la taille de maille et  $N$  le nombre d'intervalles qui partitionnent le domaine. On appelle  $\xi_N$  le nombre d'onde de coupure numérique (*numerical cutoff wavenumber*). Si l'on applique le filtrage à la solution  $\bar{u} = G * u$ , on distingue les nombres d'onde  $0 \leq \xi \leq \xi_C$ , que l'on considère résolus et les nombres d'onde  $\xi_C < \xi \leq \xi_N$  que l'on considère mal résolus. On appelle  $\xi_C$  le nombre d'onde de coupure de sous maille (*subgrid cutoff wavenumber*).

Le modèle de déconvolution introduit :

$$\mathcal{G}_m = \frac{\partial f(\bar{u})}{\partial x} - G * \frac{\partial f(u^*)}{\partial x} \quad (3.39)$$

où  $u^*(x, t) = Q * \bar{u}$  est une approximation de  $u(x, t)$  obtenue par défiltrage avec  $Q$  défini par Stolz & Adams (1999) en utilisant une procédure de van Cittert tronquée :

$$Q = \sum_{m=0}^N (I - G)^m \quad (3.40)$$

avec  $I$  l'opérateur identité.

La formulation ADM n'assure cependant pas le transfert d'énergie de sous maille (Mathew *et al.* (2003)), ce qui conduit à des instabilités numériques (Garnier *et al.* (2009)). Un terme de dissipation (appelé terme de régularisation- $\mathcal{R}$ ) est donc ajouté à cette formulation et l'équation discrétisée devient :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial f(\bar{u})}{\partial x} = \mathcal{G} + \mathcal{R} \quad (3.41)$$

### 3.2.2.2 Modèle de régularisation (*RT*)

Le terme de régularisation introduit dans le modèle ADM joue divers rôles dans la simulation. En plus d'avoir une caractéristique dissipative, il sert à stabiliser le schéma numérique. Cette régularisation s'écrit  $\mathcal{R} = -\chi(I - QG) * \bar{u}$  comme un terme d'amortissement sélectif et modélise le rôle dissipatif des échelles de sous maille.

On peut donc utiliser de façon équivalente un filtre sélectif (comme celui déjà introduit précédemment  $\bar{u}$ ) dont le double rôle est de mimer l'action des échelles de sous-maille et de stabiliser le schéma numérique. L'utilisation du filtre explicite pour régulariser a été utilisé notamment par Visbal *et al.* (2003) ou Bogey & Bailly (2006) et dans de précédents travaux au laboratoire DynFluid (Gloerfelt & Le Garrec (2009); Chicheportiche & Gloerfelt (2011)). Elle s'apparente à la technique *Truncated Navier-Stokes* (TNS) introduite par Domaradzki & Saiki (1997). De Stefano & Vasilyev (2004) ont montré l'influence du choix du nombre d'onde de coupure du filtre en 1D et Yang & Fu (2007) ont testé le rôle de la forme du filtre pour la THI.

On peut considérer que le filtre réalise une opération de défiltrage en supprimant les fluctuations de nombres d'onde plus grands que la limite de résolubilité du schéma aux différences finies. Mathew *et al.* (2003) ont montré en effet que le modèle ADM de Stolz & Adams est globalement équivalent à une convolution avec un filtre sélectif explicite. Dans notre cas, les échelles telles que  $k\Delta x < \pi/2$  sont résolues avec précision spatialement et temporellement, et ne nécessitent donc pas d'être déconvoluées. Les échelles telles que  $k\Delta x > \pi/2$  sont mal résolues mais sont dissipées par l'opération de filtrage. De plus, le filtre sélectif induit une régularisation similaire à celle utilisée dans le modèle ADM, même si le coefficient de filtrage est pris constant. Cependant, comme le filtre n'affecte pas les échelles résolues, la valeur exacte du coefficient n'est pas cruciale. Stolz *et al.* (2001) ont mis en évidence une faible sensibilité des résultats de leurs simulations à la valeur du coefficient de relaxation. Afin de souligner les similarités entre notre approche et celle de Stolz *et al.* (2001), la stratégie présentée ici est qualifiée de méthode RT (*relaxation Regularization Term*).

### 3.2.2.3 Modèles de similarité d'échelle (*SS*)

Le modèle similarité d'échelle (*SS* pour *scale similarity*) introduit par Bardina *et al.* (1980) ne repose pas sur le concept de viscosité turbulente mais sur une hypothèse de similarité entre les plus petites échelles résolues et les plus grandes échelles non résolues. Cette hypothèse s'appuie sur l'égalité

suivante :

$$\tilde{u}'' \equiv \tilde{u}'' \quad (3.42)$$

L'expression suivante est alors proposée pour  $\tau_{ij}$  :

$$\tau_{ij} = \bar{\rho} \left( \widetilde{\widetilde{u}_i \widetilde{u}_j} - \widetilde{\widetilde{u}_i} \widetilde{\widetilde{u}_j} \right) \quad (3.43)$$

Ce modèle a été étendu au cas où deux niveaux de filtrage différents sont considérés par Liu *et al.* (1994) (voir aussi la revue de Meneveau & Katz (2000)). L'expression du tenseur des contraintes de sous mailles utilisée est alors donnée par :

$$\tau_{ij} = \bar{\rho} \left( \widehat{\widehat{u}_i \widehat{u}_j} - \widehat{\widehat{u}_i} \widehat{\widehat{u}_j} \right) \quad (3.44)$$

Ce modèle étant peu dissipatif, il est souvent couplé avec un modèle de Smagorinsky, éventuellement sous une forme dynamique ou multi-échelle. On parle alors de modèles mixtes.

### 3.2.3 Modèles mixtes

Les modèles fonctionnels prennent correctement en compte les transferts énergétiques entre les échelles résolues et de sous maille. En revanche, la structure, c'est-à-dire les vecteurs propres du tenseur de sous maille, est mal prédite par la modélisation fonctionnelle.

Les modèles construits à partir de l'hypothèse de Bardina prédisent mieux la forme spectrale théorique associée au tenseur de sous maille lorsqu'ils sont appliqués *a priori* sur un champ issu d'une SND. Ils sont également capables de rendre compte de la cascade inverse d'énergie. En revanche, les transferts énergétiques inter-échelles sont moins bien représentés.

L'idée des modèles mixtes est alors de combiner un modèle fonctionnel et un modèle structurel, et ainsi de profiter des avantages des deux.

#### 3.2.3.1 Modèle mixte *SM/SS*

Un premier exemple est proposé par Bardina *et al.* (1980), sous la forme d'une combinaison linéaire du modèle de Smagorinsky et du modèle de similarité d'échelles. La partie déviatoire du tenseur sous maille s'écrit alors :

$$\tau_{ij}^d = C_m \left[ \bar{\rho} \left( \widehat{\widehat{u}_i \widehat{u}_j} - \widehat{\widehat{u}_i} \widehat{\widehat{u}_j} \right) - 2\bar{\rho} C_d \bar{\Delta}^2 \left| \tilde{S}_{ij} \right| \tilde{S}_{ij}^d \right] \quad (3.45)$$

avec  $C_m = 1$  ou  $C_m = 1/2$  (Vreman *et al.* (1994); Sagaut (1998)). Nous utilisons  $C_m = 1$  dans la suite.

### 3.2.3.2 Modèle mixte *DSM/SS*

Cette approche a été proposée par Zang *et al.* (1993). Comme présenté dans la section DSM, on écrit les termes  $\tau_{ij}$  et  $T_{ij}$  comme :

$$\tau_{ij}^d = (L_{ij})^d - 2\bar{\rho}C_d\bar{\Delta}^2 \left| \tilde{S}_{ij} \right| \tilde{S}_{ij}^d \quad (3.46)$$

$$T_{ij} = (L_{ij}^T)^d - 2\bar{\rho}C_d\hat{\Delta}^2 \left| \widehat{\tilde{S}}_{ij} \right| \widehat{\tilde{S}}_{ij}^d \quad (3.47)$$

avec :

$$L_{ij} = \bar{\rho} \left( \widetilde{\widetilde{u}_i \widetilde{u}_j} - \widetilde{\widetilde{u}_i} \widetilde{\widetilde{u}_j} \right) \quad (3.48)$$

$$L_{ij}^T = \widehat{\widetilde{\widetilde{\rho u_i u_j}}} - \widehat{\widetilde{\widetilde{\rho u_i}}} \widehat{\widetilde{\widetilde{\rho u_j}}} / \widehat{\widetilde{\widetilde{\rho}}} \quad (3.49)$$

Et les nouvelles constantes dynamiques sont :

$$C_d = \frac{\langle (\mathcal{L}'_{ij} - \frac{1}{3}\mathcal{L}'_{ij}\delta_{ij}) \mathcal{M}_{ij} \rangle}{\langle \mathcal{M}_{pq} \mathcal{M}_{pq} \rangle} \quad (3.50)$$

$$C_I = \frac{\langle \mathcal{L}'_{ij} \rangle}{\langle 2\hat{\Delta}\hat{\rho} \left| \hat{\tilde{S}} \right|^2 - 2\bar{\Delta}\bar{\rho} \left| \tilde{S} \right|^2 \rangle} \quad (3.51)$$

avec

$$\mathcal{L}'_{ij} = \mathcal{L}_{ij} - (L_{ij}^T - L_{ij}) \quad (3.52)$$

L'acronyme *DSM/SS* représente donc la même chose que *DMM-Dynamic Mixed Model* utilisé par Zang *et al.* (1993).

## 3.3 Tourbillon de Taylor-Green

Le premier cas test considéré est le cas du tourbillon de Taylor-Green (TGV pour *Taylor-Green Vortex*) tridimensionnel, illustré sur la figure 3.2. Une partie des résultats obtenus sur ce cas TGV a fait l'objet d'un stage réalisé par Pedro Volpiani et co-encadré par Xavier Gloerfelt et le présent auteur. L'écoulement TGV est considéré comme un prototype qui décrit la production de petites structures à partir du mécanisme d'étirement des tourbillons en turbulence homogène et isotrope (Taylor & Green (1937)). Il est souvent utilisé en raison notamment des symétries dans l'écoulement qui permettent de gagner en espace de stockage et en temps de calcul CPU. C'est aussi un cas qui permet

de tester la capacité des modèles à représenter la transition d'un état laminaire vers un état turbulent.

Le domaine de calcul est défini par  $\Omega = [-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]$  et les points de discrétisation dans chaque direction sont répartis de manière homogène. Les conditions aux limites sont de type périodique dans les trois directions et la condition initiale s'écrit :

$$u_0(\mathbf{x}, 0) = U_\infty \sin(x) \cos(y) \cos(z) \quad (3.53)$$

$$v_0(\mathbf{x}, 0) = -U_\infty \cos(x) \sin(y) \cos(z) \quad (3.54)$$

$$w_0(\mathbf{x}, 0) = 0 \quad (3.55)$$

$$p_0(\mathbf{x}, 0) = p_\infty + \frac{\rho_\infty U_\infty^2}{16} [\cos(2z) + 2] [\cos(2x) + \cos(2y)] \quad (3.56)$$

Dans la simulation, les valeurs de référence adimensionnées sont :  $U_\infty = 1$ ,  $p_\infty = 100$  et  $\rho_\infty = 1$  donc la valeur du nombre de Mach vaut 0.085. Le cas test est quasi incompressible. Les performances de modèles testés sont comparées avec la SND de Brachet *et al.* (1983) qui utilise des méthodes spectrales sur un maillage de  $1024^3$  et une SGE réalisée sur un maillage de  $64^3$  avec le modèle ALDM de Hickel *et al.* (2006) (Adaptive Local Deconvolution Model) qui est une amélioration des modèles ADM (Approximate Deconvolution Model).

### 3.3.1 Influence des paramètres numériques : schéma spatial et méthodologie RT

On réalise tout d'abord une convergence en maillage avec la stratégie RT. Les résultats sont comparés sur la figure 3.3 à la SND de Brachet *et al.* (1983) pour les nombres de Reynolds 400, 1600, et 3000. A bas nombres de Reynolds (400 et 1600) un bon accord est obtenu avec le maillage  $64^3$  points. Pour un nombre de Reynolds de 3000, le maillage de  $64^3$  points capte bien la zone de transition mais résout mal le pic de production turbulente. Un très bon accord est obtenu avec les maillages plus fins, ce qui montre la capacité de la méthode RT à simuler le phénomène de transition laminaire-turbulent. Etant donné les résultats satisfaisants obtenus avec le maillage  $64^3$ , celui-ci est conservé pour la suite de l'étude.

On s'intéresse tout d'abord à l'influence du schéma spatial et du filtre sélectif. Cette étude est conduite pour un nombre de Reynolds de 1600. La figure 3.4(a) montre que les résultats sont indépendants de l'ordre standard du schéma à partir de l'ordre 6. De manière équivalente, les résultats sont également indépendants pour les schémas optimisés avec un stencil de plus de 7 points (figure 3.4(b)).

Au contraire, la figure 3.5 montre que le filtre sélectif a une forte influence sur la qualité de la simulation. Ainsi, il est nécessaire, pour les filtres standards et les filtres optimisés, d'utiliser un stencil de

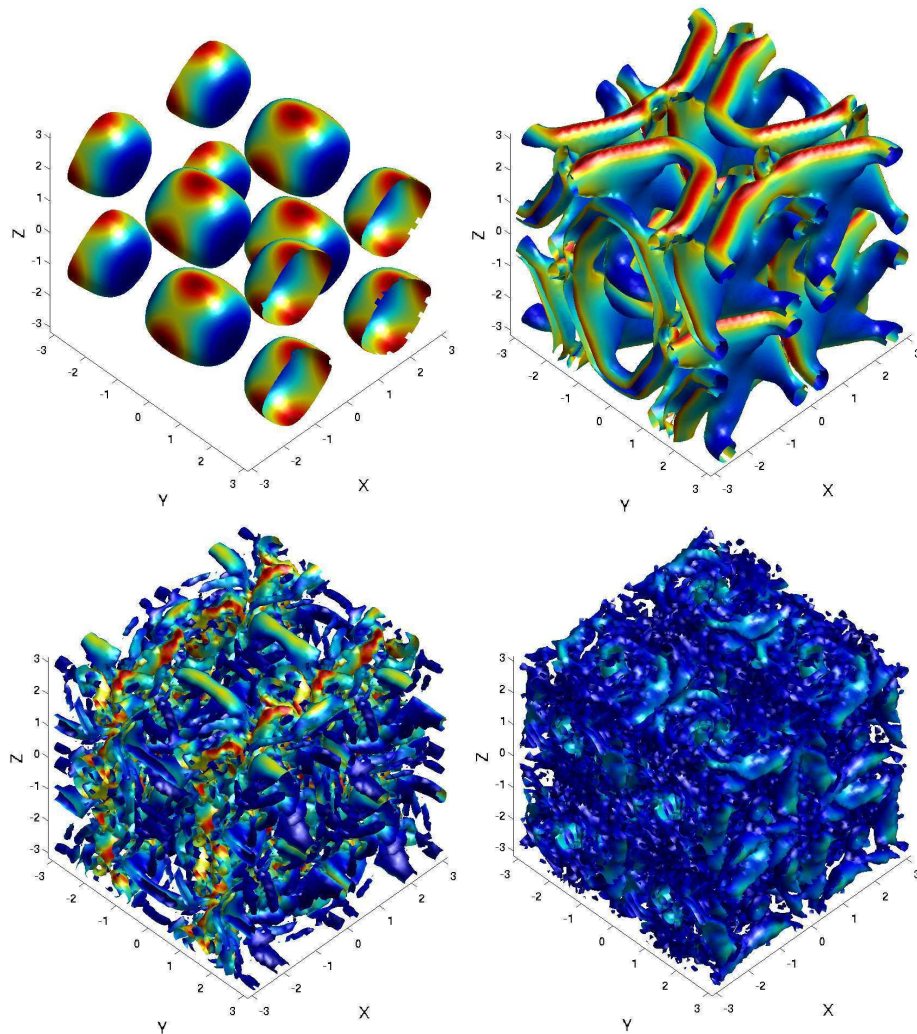


FIGURE 3.2 – Iso-surfaces du critère  $Q$ , colorié par l'énergie cinétique, pour la SGE du tourbillon de Taylor-Green pour 4 instants successifs ( $t=0, 3.75, 9, 15$ ) pour un maillage de  $64^3$  et un nombre de Reynolds de 1600.

9 points pour obtenir un résultat satisfaisant, et la zone de transition n'est correctement reproduite qu'à partir d'un stencil de 11 points. Cette influence du filtre sélectif est confirmée par la figure 3.6 qui montre l'influence du coefficient avec lequel est appliqué le filtre, dans le cas où un filtre optimisé sur 11 points est utilisé. Ainsi, une valeur de  $\chi$  de 0.2 crée une légère dissipation dans la zone transitionnelle, absente lorsqu'on utilise une valeur de 0.1. Une valeur de 0.8 entraîne une forte dissipation dans la zone laminaire ainsi qu'une sous-estimation du pic de production turbulente. On voit ici l'intérêt de mettre en place une procédure adaptative pour l'évaluation du coefficient  $\chi$ , en particulier pour les régions laminaires ou transitionnelles d'un écoulement.

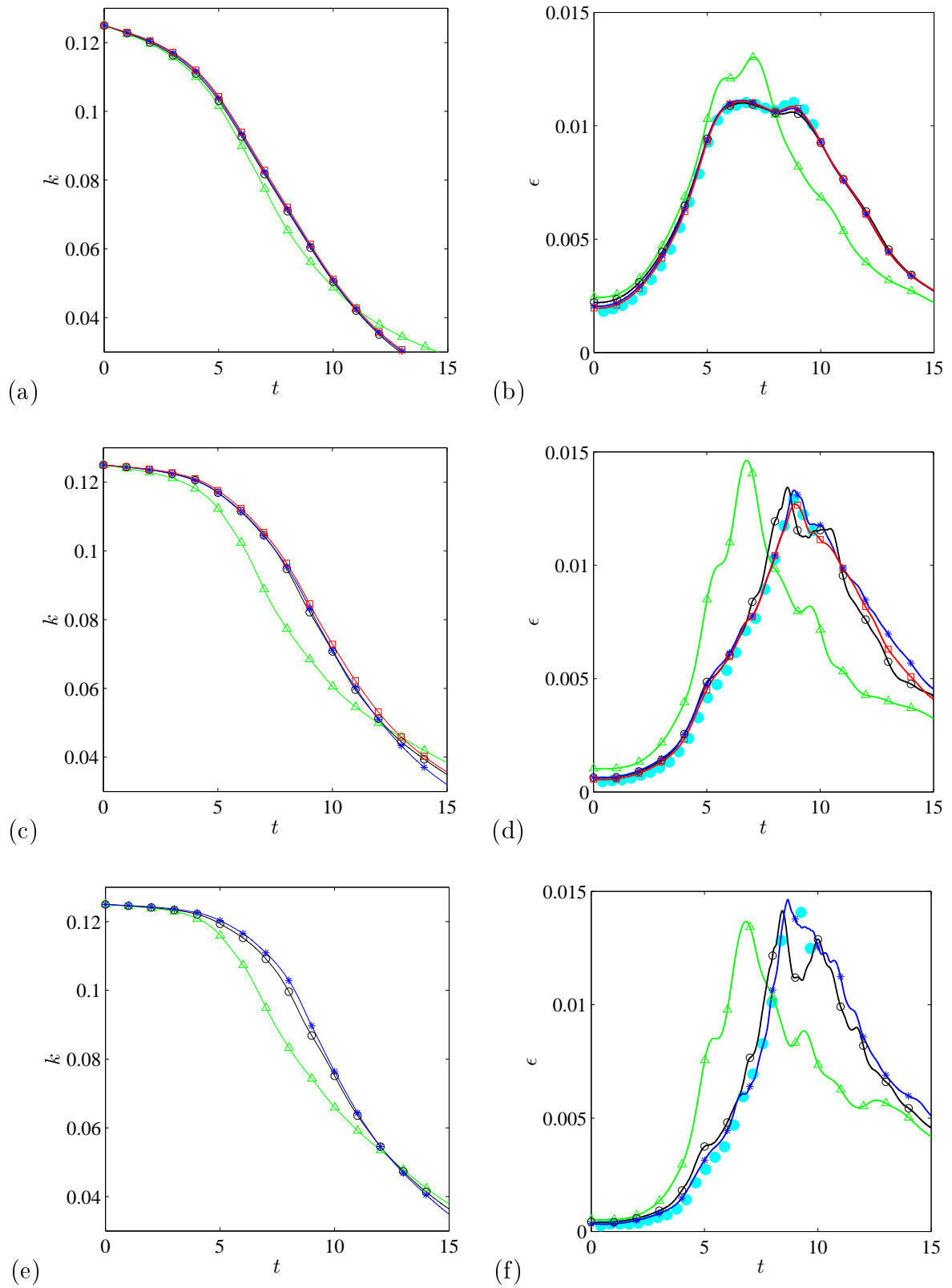


FIGURE 3.3 – Convergence en maillage avec la méthode RT. Evolution temporelle de l'énergie cinétique  $k$  (a,c,e) et évolution temporelle du taux de dissipation  $\epsilon$  (b,d,f) pour trois nombres de Reynolds : 400 (a,b), 1600 (c,d) et 3000 (e,f) :  $\triangle$   $32^3$  ;  $\circ$   $64^3$  ;  $*$   $128^3$  ;  $\square$   $256^3$  ;  $\bullet$   $\bullet$  Brachet *et al.* (1983).

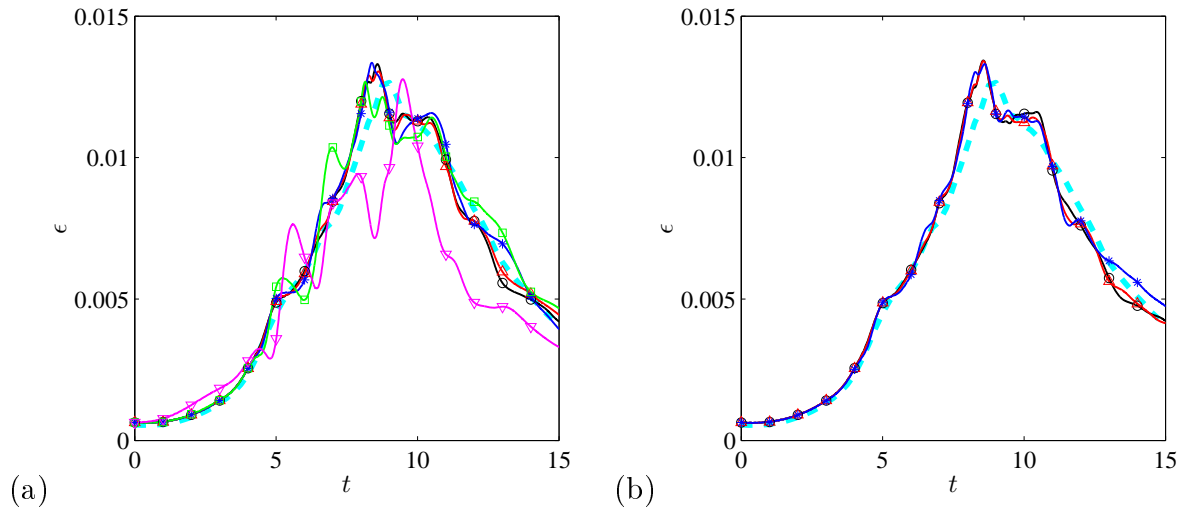


FIGURE 3.4 – Evolution temporelle du taux de dissipation pour  $Re = 1600$ . (a) Influence de l'ordre pour les différences finies standards :  $\nabla$  2<sup>ème</sup> ordre ;  $\square$  4<sup>ème</sup> ordre ;  $*$  6<sup>ème</sup> ordre ;  $\triangle$  8<sup>ème</sup> ordre ;  $\circ$  10<sup>ème</sup> ordre. (b) Influence de la taille du stencil pour les différences finies optimisées :  $*$  schéma DRP sur 7 points ;  $\triangle$  schéma DRP sur 9 points ;  $\circ$  schéma DRP sur 11 points. Le calcul pour  $256^3$  sert de référence (---).

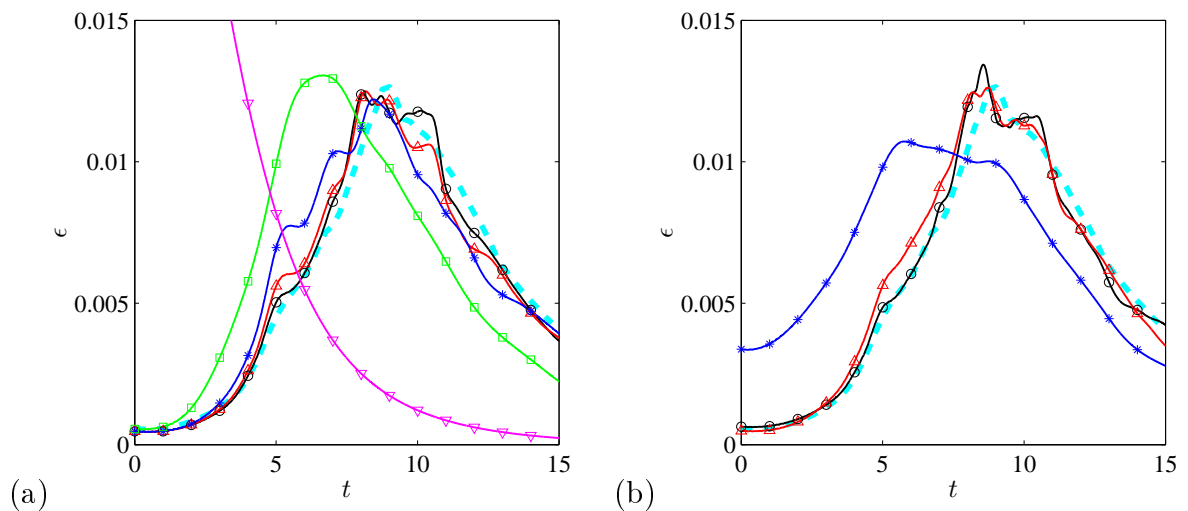


FIGURE 3.5 – Evolution temporelle du taux de dissipation pour  $Re = 1600$ . (a) Influence de l'ordre pour les filtres standards :  $\nabla$  2<sup>ème</sup> ordre ;  $\square$  4<sup>ème</sup> ordre ;  $*$  6<sup>ème</sup> ordre ;  $\triangle$  8<sup>ème</sup> ordre ;  $\circ$  10<sup>ème</sup> ordre. (b) Influence de la taille du stencil pour les filtres optimisées :  $*$  filtre DRP sur 7 points ;  $\triangle$  filtre DRP sur 9 points ;  $\circ$  filtre DRP sur 11 points. Le calcul pour  $256^3$  sert de référence (---).



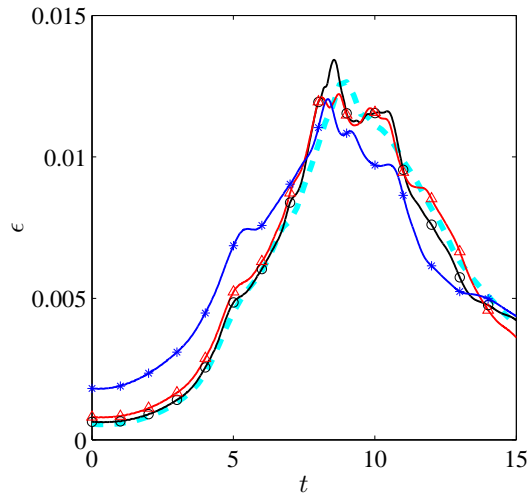


FIGURE 3.6 – Evolution temporelle du taux de dissipation pour  $Re = 1600$ . Influence du coefficient  $\chi$  :  $\circ$  —  $\chi=0.1$ ;  $\triangle$  —  $\chi=0.2$ ;  $*$  —  $\chi=0.8$ ; — — — réf.  $256^3$ .

Le découplage entre le schéma spatial et sa dissipation, dont le rôle est joué ici par le filtre sélectif, met en évidence la forte influence de la partie dissipative de la méthode numérique sur la qualité de la simulation.

### 3.3.2 Comparaison des approches SGE

On s'intéresse maintenant à l'influence des modèles de sous-maille. La figure 3.7 montre l'effet des différentes versions des modèles de Smagorinsky. Le rôle de la constante  $C_s$  est bien connu et les résultats de la figure 3.7(a) montrent qu'une constante de 0.18 dissipe fortement au niveau de la zone transitionnelle, la dissipation étant réduite avec une constante de 0.1. On constate que le modèle de Smagorinsky dans sa version dynamique se comporte de la même façon que le Smagorinsky avec une constante de 0.1, et peine donc à gérer la zone de transition. La figure 3.7(b) montre que les versions multiéchelles du modèle de Smagorinsky donnent des résultats sensiblement équivalents, la version MSM-ls étant légèrement plus dissipative dans la zone de transition. La version dynamique du modèle (MDSM-ls) corrige cependant ce défaut. Le modèle MSM-ss donne de très bons résultats malgré la présence d'un deuxième pic de production turbulente. Ce défaut est ici aussi corrigé par sa version dynamique. La mise en place des versions multiéchelles permet donc d'obtenir de très bons résultats avec un modèle de Smagorinsky.

La figure 3.8(a) présente une partie des résultats obtenus avec les modèles de type mixtes. Les performances des modèles testés sont très bonnes et sensiblement équivalentes. On peut notamment remarquer que le modèle de Smagorinsky en version SM/SS donne des résultats aussi bons que les autres modèles testés, ce qui montre le gain apporté par la similarité d'échelles. Enfin, une partie

des modèles présentés sont comparés à la stratégie RT sur la figure 3.8(b). Les plus mauvaises performances sont obtenues avec le modèle de Smagorinsky dynamique, en particulier dans la zone de transition. Des modèles ayant obtenus les meilleures performances (comme le modèle MDSM-ss) sont comparés à la stratégie RT seule. La présence de ces modèles n'améliore pas les résultats obtenus avec la stratégie RT (résultats déjà très satisfaisants). On peut également noter que la stratégie RT donne de meilleurs résultats que le modèle ALDM de Hickel *et al.* (2006) pour un nombre de Reynolds et un maillage identique. En résumé, l'implémentation de modèles de type multiéchelles ou mixte améliore fortement les performances de modèles de type Smagorinsky à l'origine très dissipatifs mais n'améliore pas les performances de la stratégie RT. Les performances de la stratégie RT étant déjà très bonnes, on peut arguer que le maillage utilisé ne permet pas ici de révéler une éventuelle amélioration des modèles de sous-maille.

Les figures 3.9 et 3.10 reprennent une partie des comparaisons réalisées précédemment mais cette fois pour un nombre de Reynolds de 3000. Les tendances obtenues sont similaires, le modèle de Smagorinsky standard et dans sa version dynamique étant trop dissipatifs, les performances obtenues avec les versions multiéchelles ou mixtes étant ici aussi nettement meilleures. Enfin, la figure 3.10(b) montre qu'une fois encore, les meilleures performances sont obtenues avec la méthodologie RT, la présence de modèles de sous-maille n'améliorant ni la zone de transition, ni le pic de production turbulente.

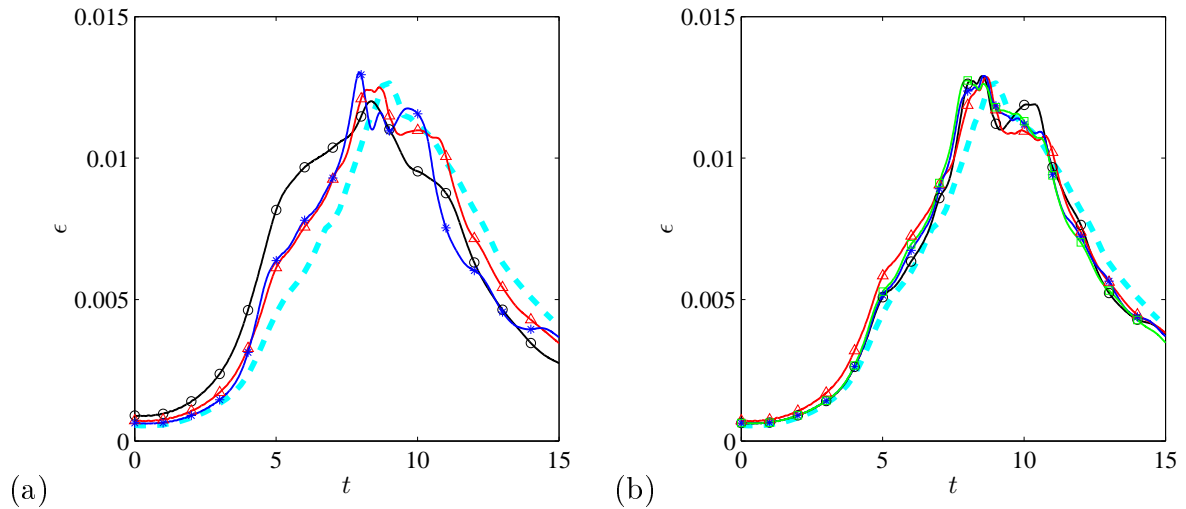


FIGURE 3.7 – Evolution temporelle du taux de dissipation pour  $Re = 1600$ . (a) Influence des modèles de sous-maille de type Smagorinsky :  $\circ$ — SM avec  $C_s=0.18$  ;  $\triangle$ — SM avec  $C_s=0.1$  ;  $*$ — DSM. (b) Influence des modèles de sous-maille de type Smagorinsky multiéchelles :  $\circ$ — MSM-ss ;  $\triangle$ — MSM-ls ;  $*$ — MDSM-ss ;  $\square$ — MDSM-ls. Le calcul pour  $256^3$  sert de référence ( - - - ).

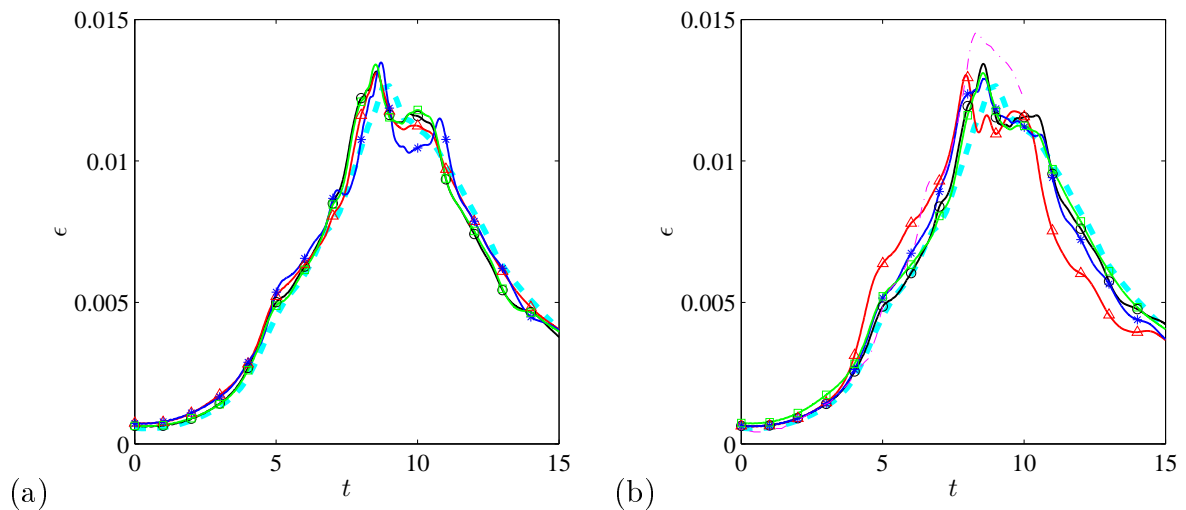


FIGURE 3.8 – Evolution temporelle du taux de dissipation pour  $Re = 1600$ . (a) Influence des modèles de sous-maille de type mixtes :  $\circ$ — SM/SS avec  $C_s=0.18$  ;  $\triangle$ — DMM, c'est-à-dire DSM/SS ;  $*$ — MSM-ss/SS ;  $\square$ — RT/SS. (b) Comparaison des principaux modèles de sous-maille :  $\circ$ — RT avec  $\chi=0.1$  ;  $\triangle$ — DSM ;  $*$ — MDSM-ss ;  $\square$ — DMM ; - - - ALDM (Hickel *et al.* (2006)). Le calcul pour  $256^3$  sert de référence ( - - - ).

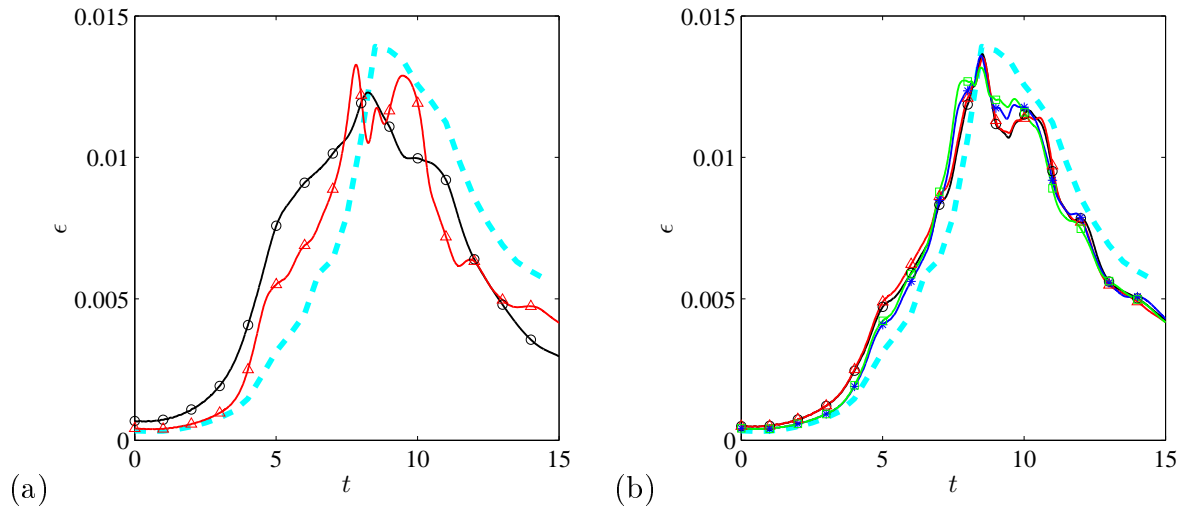


FIGURE 3.9 – Evolution temporelle du taux de dissipation pour  $Re = 3000$ . (a) Influence des modèles de sous-maille de type Smagorinsky :  $\circ$ — SM avec  $C_s=0.18$ ;  $\triangle$ — DSM. (b) Influence des modèles de sous-maille de type Smagorinsky multiéchelles :  $\circ$ — MSM-ss;  $\triangle$ — MSM-ls;  $*$ — MDSM-ss;  $\square$ — MDSM-ls. Le calcul pour  $128^3$  sert de référence (---).

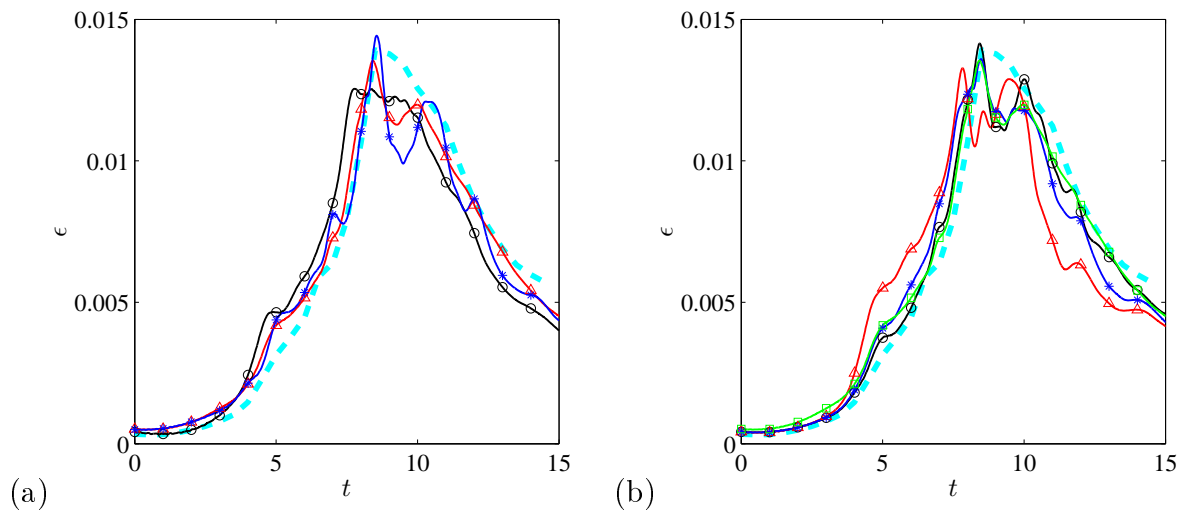


FIGURE 3.10 – Evolution temporelle du taux de dissipation pour  $Re = 3000$ . (a) Influence des modèles de sous-maille de type mixtes :  $\circ$ — SM/SS avec  $C_s=0.18$ ;  $\triangle$ — DMM, c'est-à-dire DSM/SS;  $*$ — MSM-ss/SS. (b) Comparaison des principaux modèles de sous-maille :  $\circ$ — RT avec  $\chi=0.1$ ;  $\triangle$ — DSM;  $*$ — MDSM-ss;  $\square$ — DMM. Le calcul pour  $128^3$  sert de référence (---).

## 3.4 Couche limite turbulente supersonique

### 3.4.1 Simulation numérique directe

Une simulation numérique directe est réalisée sur le cas de couche limite supersonique afin de servir de référence pour les calculs par simulation des grandes échelles. La simulation est réalisée pour un nombre de Mach de 2.25.

La paroi est adiabatique et les conditions aux limites caractéristiques de non-réflexion (Thompson (1987, 1990)) sont appliquées sur la limite haute et en sortie de domaine. Des conditions de périodicité sont imposées dans la direction transverse. Une méthode de "bypass" numérique, développée dans le cadre de cette étude et présentée dans le chapitre 2, est utilisée dans cette simulation pour générer un écoulement turbulent en entrée de domaine. La longueur du domaine est dimensionnée de façon à avoir un écoulement turbulent pleinement développé avant  $Re_\theta \approx 3000$  (voir figure 3.11). Une tranche de domaine allant de  $Re_\theta = 3000$  à  $Re_\theta = 3500$  est alors disponible pour les comparaisons avec les simulations de référence.

Sauf indication contraire, les comparaisons avec les références sont réalisées pour  $Re_\theta = 3000$ . En cette position, la résolution pariétale est de  $\Delta x^+ \times \Delta y^+ \times \Delta z^+ = 13 \times 0.9 \times 7$ . Les dimensions du domaine de calcul sont de  $L_x/\delta_0 \times L_y/\delta_0 \times L_z/\delta_0 = 133 \times 14 \times 4.1$ , où  $\delta_0$  est l'épaisseur de couche limite en entrée de domaine. Ces dimensions conduisent à un maillage de  $N_x \times N_y \times N_z = 2560 \times 200 \times 300$ , soit un total de 154 millions de points.

La présente simulation est comparée à des simulations numériques directes récentes (compressibles et incompressibles), ainsi qu'à des expériences. Ces références sont présentées dans les tableaux 3.1 et 3.2. Les légendes associées aux figures de cette section du manuscrit sont également présentées dans ces tableaux.

Simulations numériques	Mach	$Re_\theta$	$\Delta x^+$	$\Delta y^+$	$\Delta z^+$
Pirozzoli & Bernardini (2011) ( $\triangle$ )	2.28	2300	5.6	0.93	6.6
Bernardini & Pirozzoli (2011) ( $\circ$ )	2.	3000	5.8	0.7	5.
Schlatter & Örlü (2010) ( $\triangle$ )	0	2000	9	< 1	4
Jimenez <i>et al.</i> (2010) ( $\circ$ )	0	1968	6.1	0.3	4.1

TABLE 3.1 – Paramètres des simulations de référence.

Expériences	Mach	$Re_\theta$
Elèna & Lacharme (1988) ( $\triangleright$ )	2.32	4700
Piponniau <i>et al.</i> (2009) ( $\square$ )	2.28	5100

TABLE 3.2 – Paramètres des expériences de référence.

L'évolution du coefficient de frottement est un bon indicateur d'un écoulement pleinement développé et à l'équilibre. La transformation de van Driest II permet de comparer l'évolution du coefficient de frottement avec les corrélations de Kármán/Schoenherr et de Blasius. Le coefficient de frottement incompressible  $Cf_i$  est obtenu par la transformation :

$$Cf_i = \frac{T_w/T_\infty - 1}{\arcsin^2 \alpha} Cf \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{T_w/T_\infty - 1}{\sqrt{(T_w/T_\infty)(T_w/T_\infty - 1)}}$$

Le nombre de Reynolds incompressible est obtenue par la transformation :  $Re_{\theta_i} = \frac{\mu_\infty}{\mu_w} Re_\theta$

Les corrélations de Kármán/Schoenherr  $Cf_{KS}$  et de Blasius  $Cf_{BL}$  sont données par :

$$Cf_{KS} = \frac{1}{17.08 \log(Re_{\theta_i})^2 + 25.11 \log(Re_{\theta_i}) + 6.012} \quad \text{et} \quad Cf_{BL} = \frac{0.026}{Re_{\theta_i}^{1/4}}$$

Celles-ci donnent des bornes d'erreur pour l'estimation de la valeur du coefficient de frottement incompressible. Les résultats présentés sur la figure 3.11 montrent qu'un écoulement turbulent pleinement développé est obtenu pour  $Re_{\theta_i} = 2000$ , ce qui correspond à  $Re_\theta = 2250$ . L'écoulement est donc bien à l'équilibre pour  $Re_\theta = 3000$  et les figures de comparaison suivantes sont réalisées en cette position.

Au nombre de Mach relativement faible considéré dans cette étude (inférieurs à Mach 3), l'hypothèse de Morkovin reste valide et les données issues de la SND, convenablement remises à l'échelle, peuvent être comparées à celles des simulations incompressibles.

La transformation de van Driest est appliquée sur le profil de vitesse longitudinale moyen. La vitesse de frottement est calculée en inversant une loi logarithmique  $u^+ = \log(y^+)/0.41 + 5.24$  et non une loi linéaire, l'objectif de cette étude étant de déraffiner fortement le maillage. Cette méthode par inversion d'une loi logarithmique est couramment employée en expérience car les données proche paroi sont difficilement accessibles.

La figure 3.12 compare le profil  $u^+$ , qui est le profil transformé de van Driest pondéré par la vitesse de frottement, avec les données issus des simulations de références compressibles (a) et incompress-

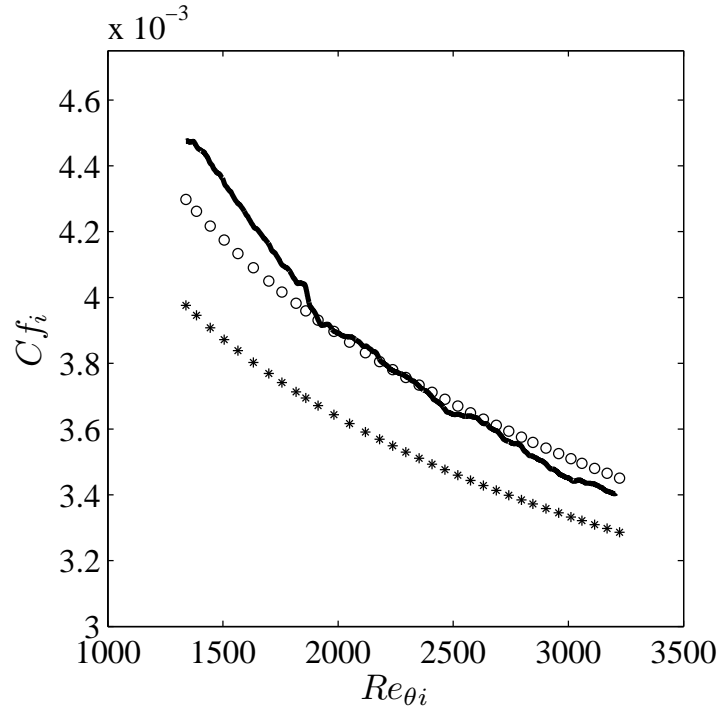


FIGURE 3.11 – Résultats de la SND. Evolution du coefficient de frottement incompressible : (—) présente SND ; (o) corrélation de Blasius  $Cf_{BL}$  ; (\*) corrélation de Kármán/Schoenherr  $Cf_{KS}$ .

ibles (b). L'accord avec les simulations compressibles est excellent. En particulier, la loi de sillage est en parfait accord avec la simulation de Bernardini & Pirozzoli (2011). Un léger écart sur la loi de sillage est visible dans le cas des simulations incompressibles, ce qui peut être lié aux approximations commises dans le calcul de la vitesse de frottement ou à des effets de compressibilité.

De même que pour le profil de vitesse moyen, les profils  $rms$   $u_{i,rms}$  peuvent être comparés aux simulations incompressibles lorsqu'ils sont remis à l'échelle de la façon suivante (représentation de Morkovin) :

$$u_i^* = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_w} \frac{u_{i,rms}}{u_\tau}}$$

La figure 3.13 compare les profils  $rms$  avec les références compressibles (a) et incompressibles (b). L'accord est excellent et donne pleinement confiance dans la stratégie numérique adoptée dans cette étude. Le détail de chacun des profils  $rms$  est présenté sur la figure 3.14. Ceux-ci sont comparés aux simulations compressibles ainsi qu'aux expériences de référence. Un léger écart sur les pics de proche paroi est visible entre les deux simulations compressibles de référence. Cet écart est probablement lié à l'écart entre les nombre de Reynolds des deux simulations. Les pics de proche paroi de la présente SND sont légèrement inférieurs à ceux issus du calcul de Bernardini & Pirozzoli (2011) réalisé au

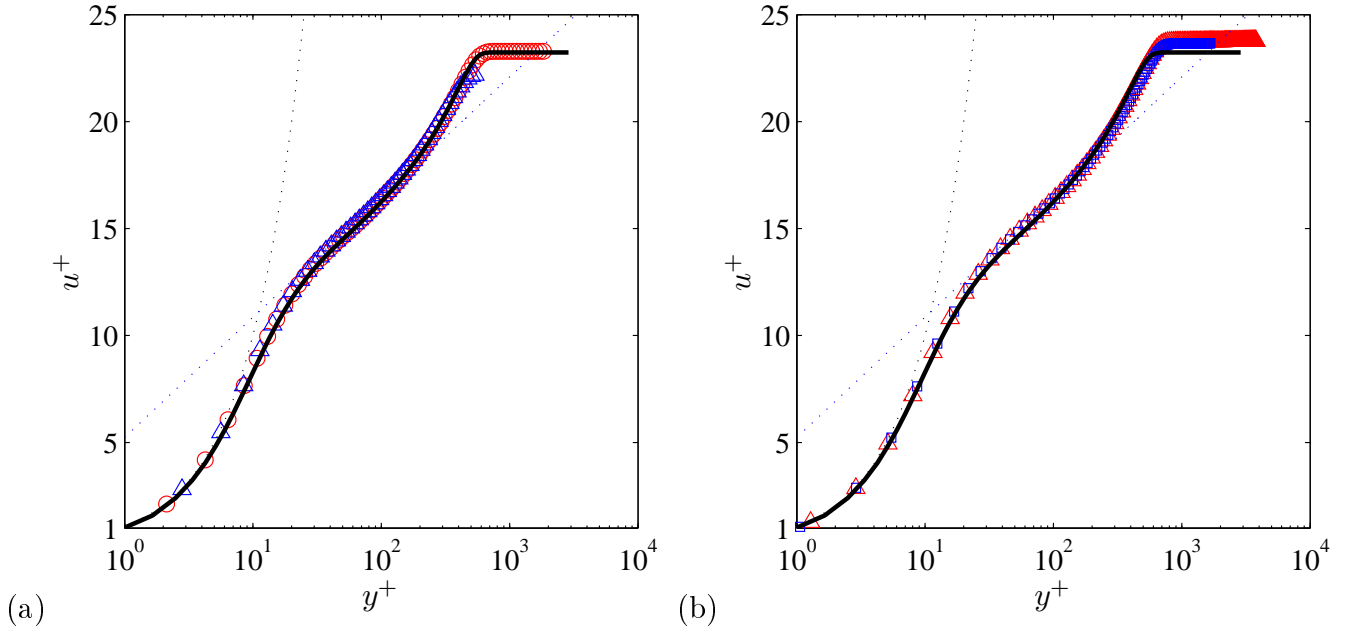


FIGURE 3.12 – Résultats de la SND. Transformée de van Driest du profil de vitesse longitudinale moyen. Comparaison avec les simulations compressibles (a) : (—) présente SND ; (◦) Bernardini & Pirozzoli (2011) ; (△) Pirozzoli & Bernardini (2011) ; Comparaison avec les simulations incompressibles (b) : (—) présente SND ; (△) SND incompressible de Schlatter & Örlü (2010) ; (◦) SND incompressible de Jimenez *et al.* (2010).

même nombre de Reynolds. La méthode de calcul de la vitesse de frottement a cependant une influence non-négligeable sur les profils *rms* et les résultats sont globalement très satisfaisant.

L'équation du bilan d'énergie cinétique turbulente compressible  $\overline{\rho k}$  a été écrite et implémentée numériquement dans le cadre de cette étude. Une version basée sur la méthode RT pour le cas de la couche limite turbulente est présentée ci-dessous.

L'action du filtre, pour l'équation de conservation de la masse, est prise en compte par une intégration explicite d'ordre 1, sur le pas de temps  $\Delta t$  de la simulation, de l'opérateur :

$$D_f(\overline{\rho})_{i,j,k} = -\frac{\chi}{\Delta t} \sum_{m=-5}^5 d_m (\overline{\rho}_{i+m,j,k} - \langle \overline{\rho}_{i+m,j,k} \rangle)$$

où les  $d_m$  sont les coefficients du filtre optimisé sur 11 points utilisé dans cette étude.

L'opérateur 3D est alors obtenu par sommation de l'opérateur 1D dans chaque direction. Une démarche similaire est utilisée pour les variables de l'équation de quantité de mouvement.

L'équation du bilan d'énergie cinétique turbulente est donnée par :



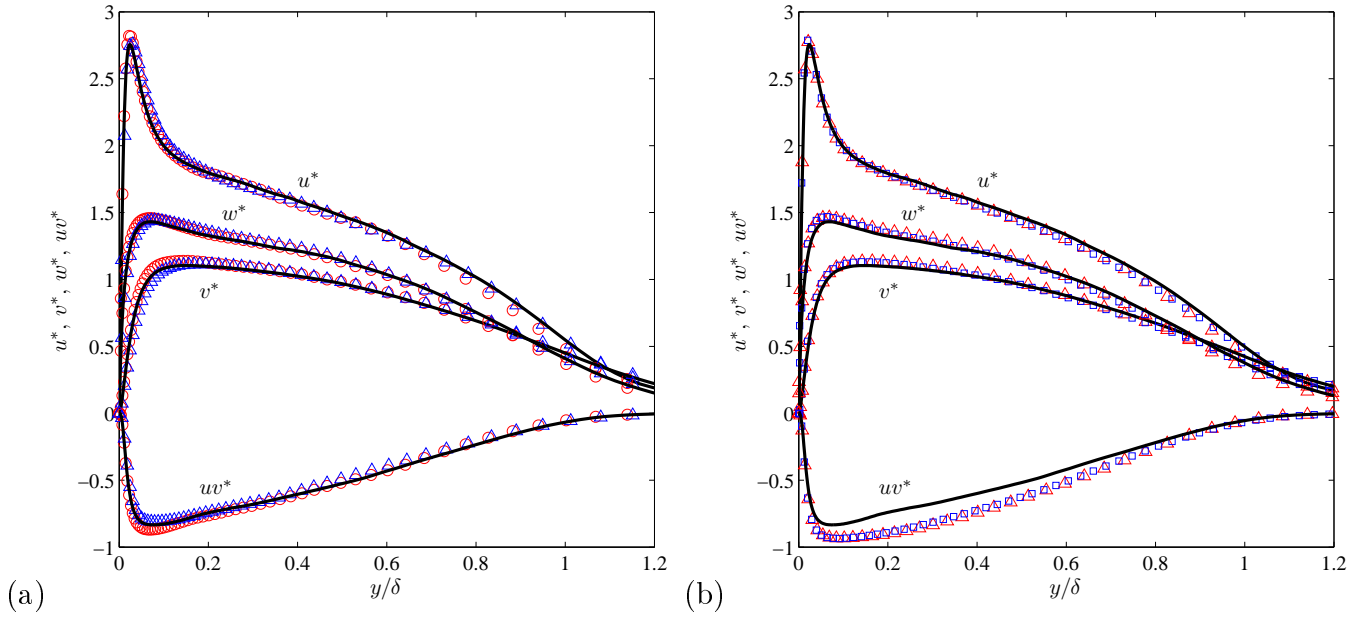


FIGURE 3.13 – Résultats de la SND. Profil *rms* en représentation de Morkovin. Comparaison avec les simulations compressibles (a) : légende identique à la figure 3.12 (a) ; Comparaison avec les simulations incompressibles (b) : légende identique à la figure 3.12 (b).

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \bar{\rho} k}{\partial t} = 0 = & \underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{2} \langle \bar{\rho} u_i'^2 \rangle [u_j] \right)}_{\text{Convection par le champ moyen}} \underbrace{-\langle \bar{\rho} u_i' u_j' \rangle \frac{\partial [u_i]}{\partial x_j}}_{\text{Production}} \underbrace{-\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \langle \bar{\rho} u_i'^2 u_j' \rangle}_{\text{Diffusion turbulente}} \\
 & \underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_j} \langle p' u_i' \rangle}_{\text{Diffusion par la pression}} \underbrace{+ \left\langle p' \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} \right\rangle}_{\text{Dilatation par la pression}} \underbrace{- \langle u_i' \rangle \frac{\partial \langle \bar{p} \rangle}{\partial x_i}}_{\text{Dissipation visqueuse}} \underbrace{- \left\langle \tilde{\tau}_{ij} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right\rangle}_{\text{Dissipation visqueuse}} \\
 & \underbrace{+ \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u_i' \tilde{\tau}_{ij} \rangle}_{\text{Diffusion visqueuse}} \underbrace{+ \langle u_i' D_f(\bar{\rho} u_i) \rangle}_{\text{Dissipation liée au filtrage sélectif}} \underbrace{- \langle u_i' \tilde{u}_i D_f(\bar{\rho}) \rangle + \frac{1}{2} \langle u_i'^2 D_f(\bar{\rho}) \rangle}_{\text{Dissipation liée au filtrage sélectif}}
 \end{aligned}$$

où  $\langle . \rangle$  désigne la moyenne statistique et  $[.]$  la moyenne de Favre.

Les termes prépondérants du bilan d'énergie pondérés par  $\rho_w u_\tau^4 / \nu_w$  sont représentés sur la figure 3.15. Une fois encore un très bon accord est trouvé avec ici la référence incompressible de Schlatter & Örlü (2010) pour tous les termes du bilan. Un léger écart est visible sur le terme de dissipation turbulente en très proche paroi (pour  $y^+ < 25$ ). Cet écart peut s'expliquer par des effets de compressibilité.

L'ensemble des comparaisons avec les références de SND compressibles, incompressibles, ou encore les expériences permettent de valider la stratégie numérique choisie dans cette étude. Une résolu-

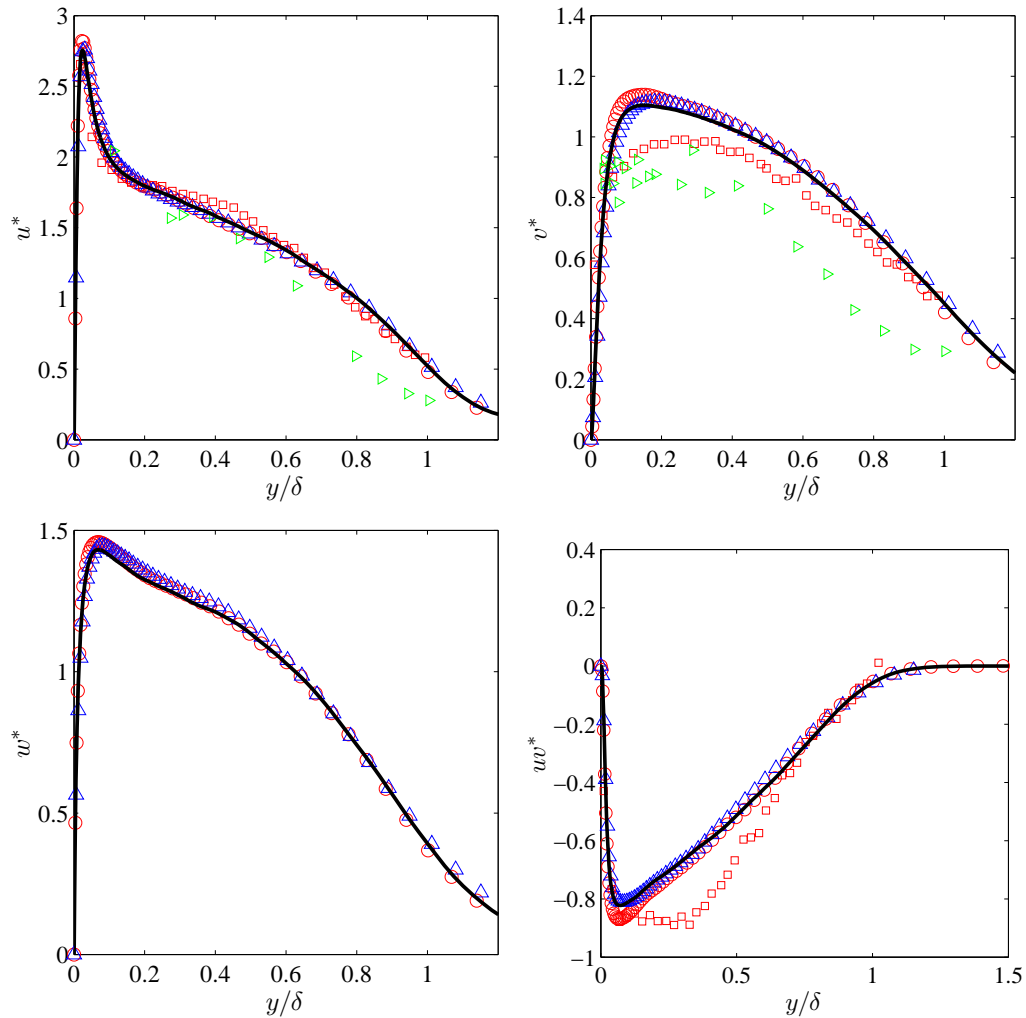


FIGURE 3.14 – Résultats de la SND. Comparaison avec les simulations compressibles et les expériences. Profil *rms* en représentation de Morkovin : (—) présente SND ; (◦) SND de Bernardini & Pirozzoli (2011) ; (△) SND de Pirozzoli & Bernardini (2011) ; (◻) Expérience de Piponniau *et al.* (2009) ; (◄) Expérience de Eléna & Lacharme (1988).

tion fine, mais néanmoins plus grossière que celles des simulations de référence (en particulier dans la direction longitudinale), donne des résultats très satisfaisant jusqu’aux termes prépondérants du bilan d’énergie cinétique turbulente. La méthode RT est donc capable de reproduire fidèlement la dynamique de la turbulence pariétale. La SND réalisée ici peut donc servir de référence pour les calculs par SGE de la section suivante.

Une illustration d’un critère  $\lambda_2$  coloré par la vitesse longitudinale est présenté sur les figures 3.16 et 3.17. La figure 3.16 se concentre sur l’entrée du domaine de calcul. On retrouve sur celle-ci les structures classiquement observées dans les scénarios de transition physiques. La modulation trans-

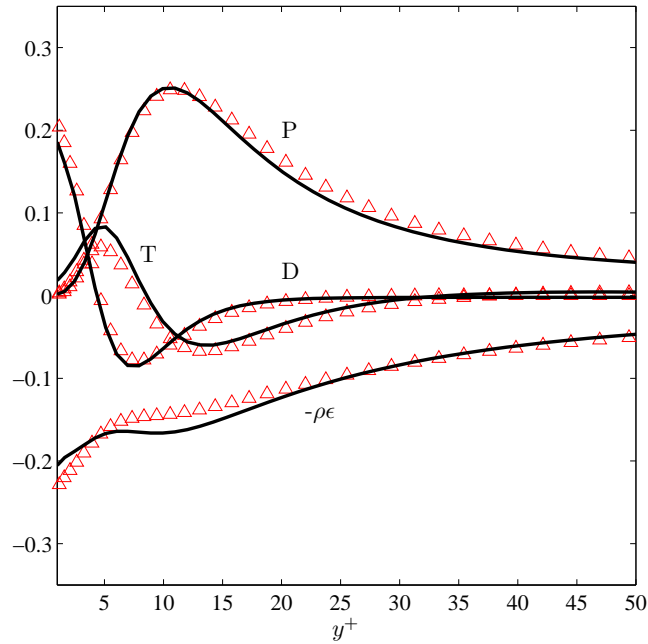
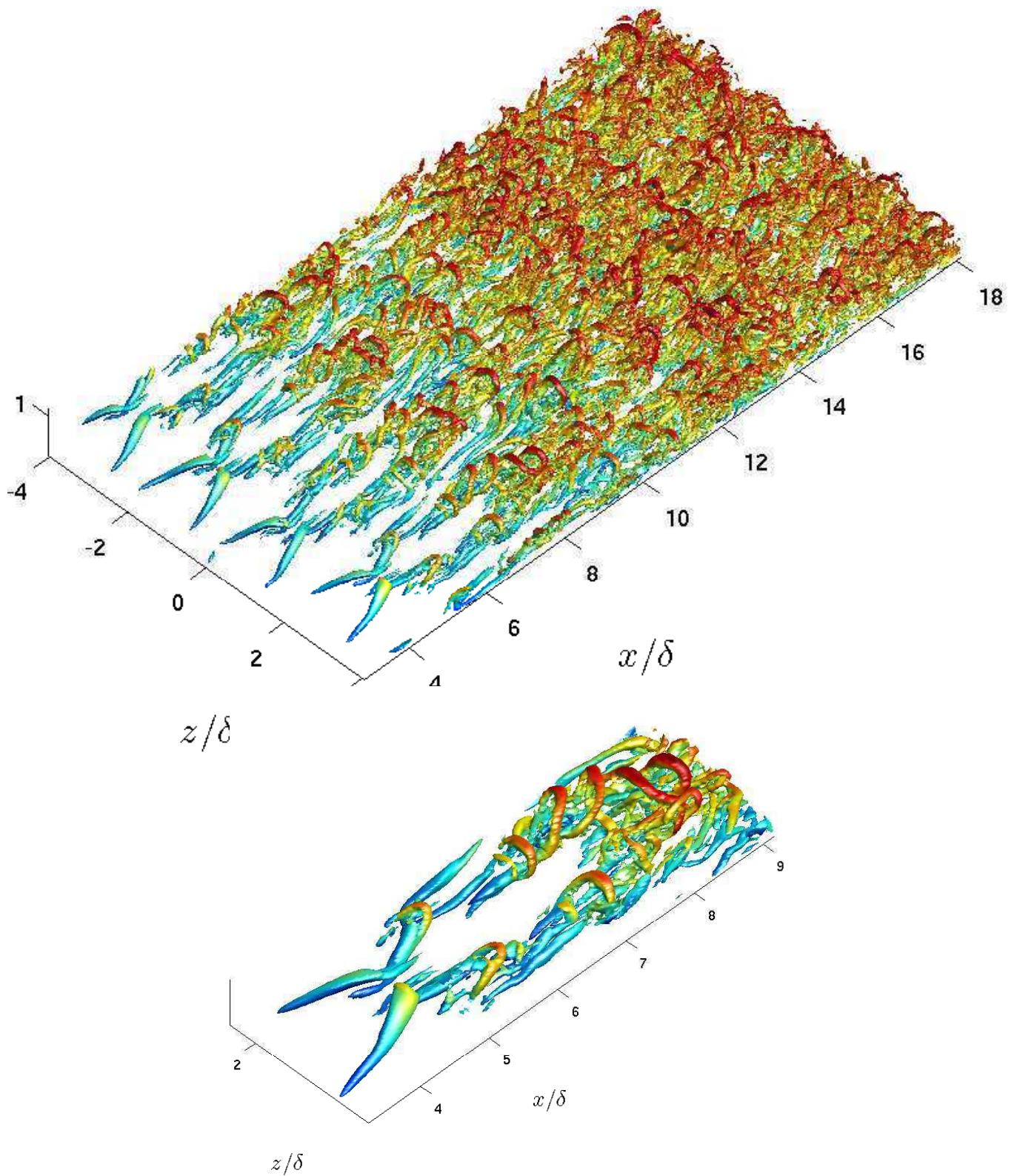


FIGURE 3.15 – Résultats de la SND. Termes prépondérants du bilan d'énergie cinétique turbulent. P : terme de production; T : terme de transport turbulent (diffusion turbulente + diffusion par la pression); D : terme de diffusion visqueuse;  $-\rho\epsilon$  : terme de dissipation visqueuse. (—) présente SND; ( $\Delta$ ) SND incompressible de Schlatter & Örlü (2010).

verse crée une série de pics et de vallées qui génèrent des structures en lambda ainsi que des stries en proches paroi. Une série de harpins se forme alors le long des stries basses vitesses. Ces deux séries de harpins fusionnent ensuite avant d'éclater en turbulence. Il est intéressant de noter que bien que la perturbation imposée soit périodique dans la direction transverse, les harpins générés le long des stries sont à chaque fois différents. De plus, l'éclatement des harpins en turbulence est très rapide puisqu'il se produit à une distance de l'ordre de  $10\delta$  de l'entrée. On note la présence d'un nombre impressionnant de harpins dans la zone externe de la couche limite. La figure 3.17 se concentre, elle, sur la fin du domaine de calcul. La turbulence est alors pleinement développée et la zone externe de la couche limite est peuplée de morceaux de harpins déstructurés. On remarque la présence en proche parois, d'organisations longitudinales de grandes tailles qui rappellent les structures classiquement observées en couche limite incompressible. On retrouve le comportement observé en couche limite incompressible par Schlatter & Örlü (2010).

FIGURE 3.16 – Critère  $\lambda_2$  coloré par la vitesse longitudinale. Zoom sur la zone en entrée de domaine.

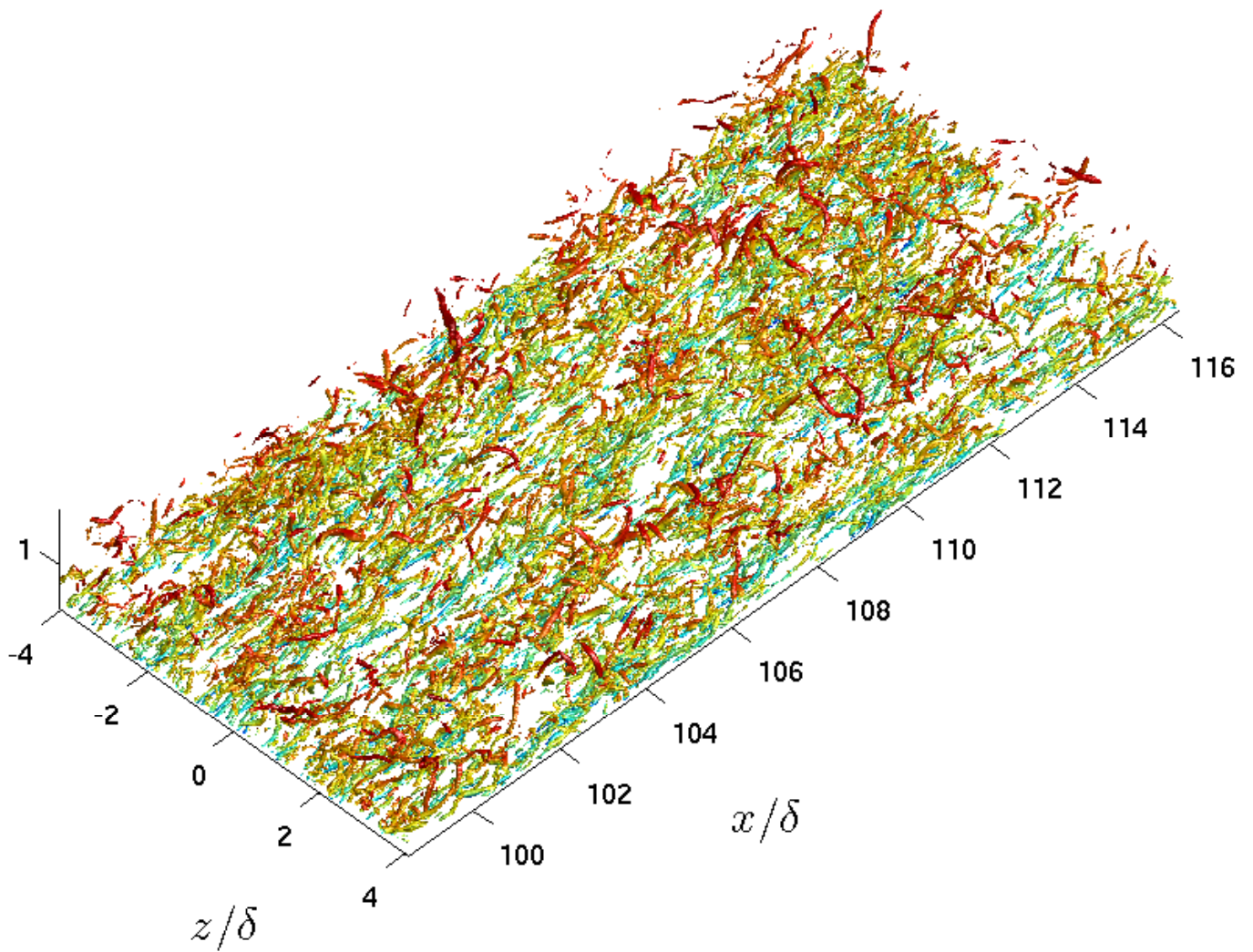


FIGURE 3.17 – Critère  $\lambda_2$  coloré par la vitesse longitudinale. Zoom sur la zone en fin de domaine.

### 3.4.2 Calcul par SGE : convergence en maillage

Dans cette section, une convergence en maillage "inverse" est réalisée avec la méthodologie RT en déraffinant progressivement le maillage de la SND. L'objectif est de trouver un maillage suffisamment léger et donc peu coûteux pour pouvoir réaliser une série de tests en SGE. Le maillage de la SND est progressivement déraffiné dans les trois directions, les trois niveaux de maillage successifs étant qualifiés de cas SGE1, SGE2, SGE3. Les paramètres liés aux différents maillages sont présentés dans le tableau 3.3.

Niveaux de maillage	$N_x$	$N_y$	$N_z$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta z$	$\Delta x^+$	$\Delta y^+$	$\Delta z^+$
SND(—)	2560	200	300	$3.2 \times 10^{-5}$	$2.1 \times 10^{-6}$	$1.7 \times 10^{-5}$	13	0.9	7
SGE 1(---)	1280	200	150	$3\Delta x_{DNS}$	$2\Delta y_{DNS}$	$2\Delta z_{DNS}$	40	1.8	14
SGE 2(-.-.)	1280	180	50	$4\Delta x_{DNS}$	$3\Delta y_{DNS}$	$3\Delta z_{DNS}$	53	2.7	21
SGE 3(.-.-.-)	1032	135	38	$5\Delta x_{DNS}$	$4\Delta y_{DNS}$	$4\Delta z_{DNS}$	69	3.6	28

TABLE 3.3 – Paramètres de maillage pour les SGE.

La figure 3.18 montre l'effet du déraffinement sur la transformée de van Driest du profil de vitesse longitudinale moyen et sur les profils de vitesse *rms*. La vitesse de frottement est calculée comme pour la SND par une inversion d'une loi logarithmique. Contrairement au cas d'inversion d'une loi linéaire, le déraffinement entraîne ici une surestimation de la vitesse de frottement, ce qui explique que les lois de sillages sont sous-estimées pour les maillages les plus grossiers (SGE2 et SGE3). Un très bon accord est obtenu pour le maillage SGE1. La loi linéaire est bien retrouvée pour toutes les simulations.

Des résultats similaires sont obtenus au niveau des profils de vitesse *rms*. Ici aussi le maillage SGE1 est très proche de la SND, une légère sous estimation étant visible pour  $u^*$  autour de l'altitude  $0.2\delta$ . Pour les maillages plus grossiers les profils sont visiblement sous estimés principalement pour les courbes  $u^*$  et  $w^*$ , et ce bien que les pics de proche parois soient assez bien captés.

La figure 3.19 montre l'effet du déraffinement sur les termes prépondérants du bilan d'énergie cinétique. Un assez bon accord est obtenu pour les différents maillages. La sous estimation du terme de production pour les maillages grossiers est principalement liée à la chute des profils *rms*.

Le terme de dissipation visqueuse est en conséquence fortement sous estimé. Cependant, le terme de dissipation lié au filtrage sélectif devient de plus en plus important en raison de la coupure du maillage qui touche des échelles de plus en plus grandes. La dissipation visqueuse "totale" prenant en compte ce terme lié au filtrage sélectif n'est donc pas autant sous-estimée.

Les effets du déraffinement consistent donc essentiellement en une sous estimation des termes de production et de dissipation visqueuse.

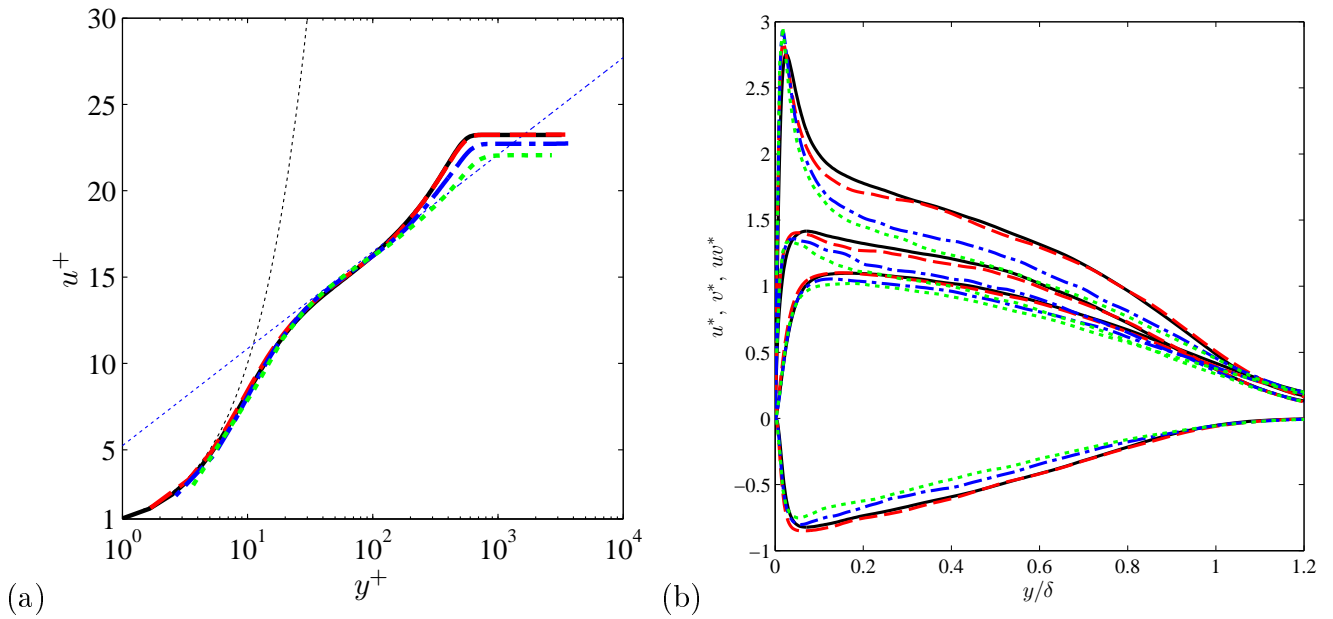


FIGURE 3.18 – Résultats de la convergence en maillage. (a) Transformée de van Driest du profil de vitesse longitudinale moyen ; (b) Profil *rms* en représentation de Morkovin ; Legende donnée dans le tableau 3.3.

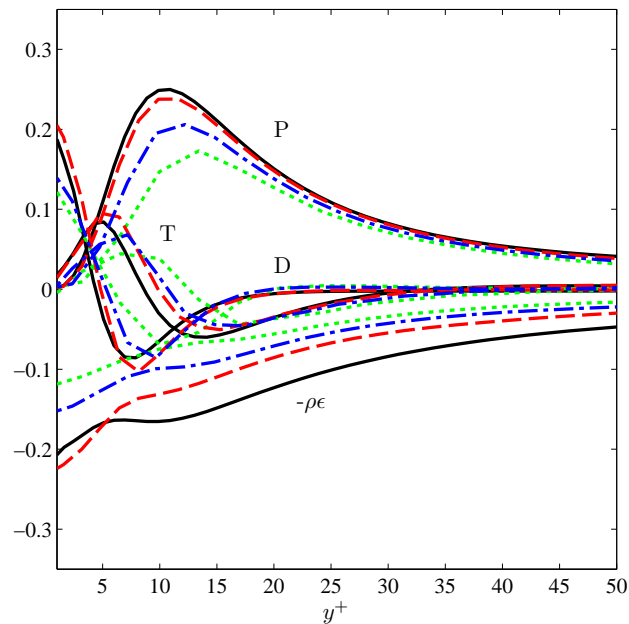


FIGURE 3.19 – Résultats de la convergence en maillage ; Termes prépondérants du bilan d'énergie cinétique turbulent. P : terme de production ; T : terme de transport turbulent ; D : terme de diffusion visqueuse ;  $-\rho\epsilon$  : terme de dissipation visqueuse. Legende donnée dans le tableau 3.3.

La figure 3.20 montre l'effet du déraffinement sur le contenu structural de l'écoulement. Des spec-

tres en nombres d'onde en proche paroi sont présentés pour les différentes simulations. Les nombres d'onde de coupure liés aux maillages des simulations sont visibles par le changement brutal de pente des spectres. Les spectres pré-multipliés mettent en évidence la présence d'un pic d'énergie situé au niveau des échelles de l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche limite locale. Le déraffinement a pour conséquence un décalage du pic vers les bas nombres d'onde, ce qui traduit un manque d'énergie au niveau des fines échelles turbulentes. A noter que la normalisation par  $u_\tau^2$  accentue les écarts entre les différents cas.

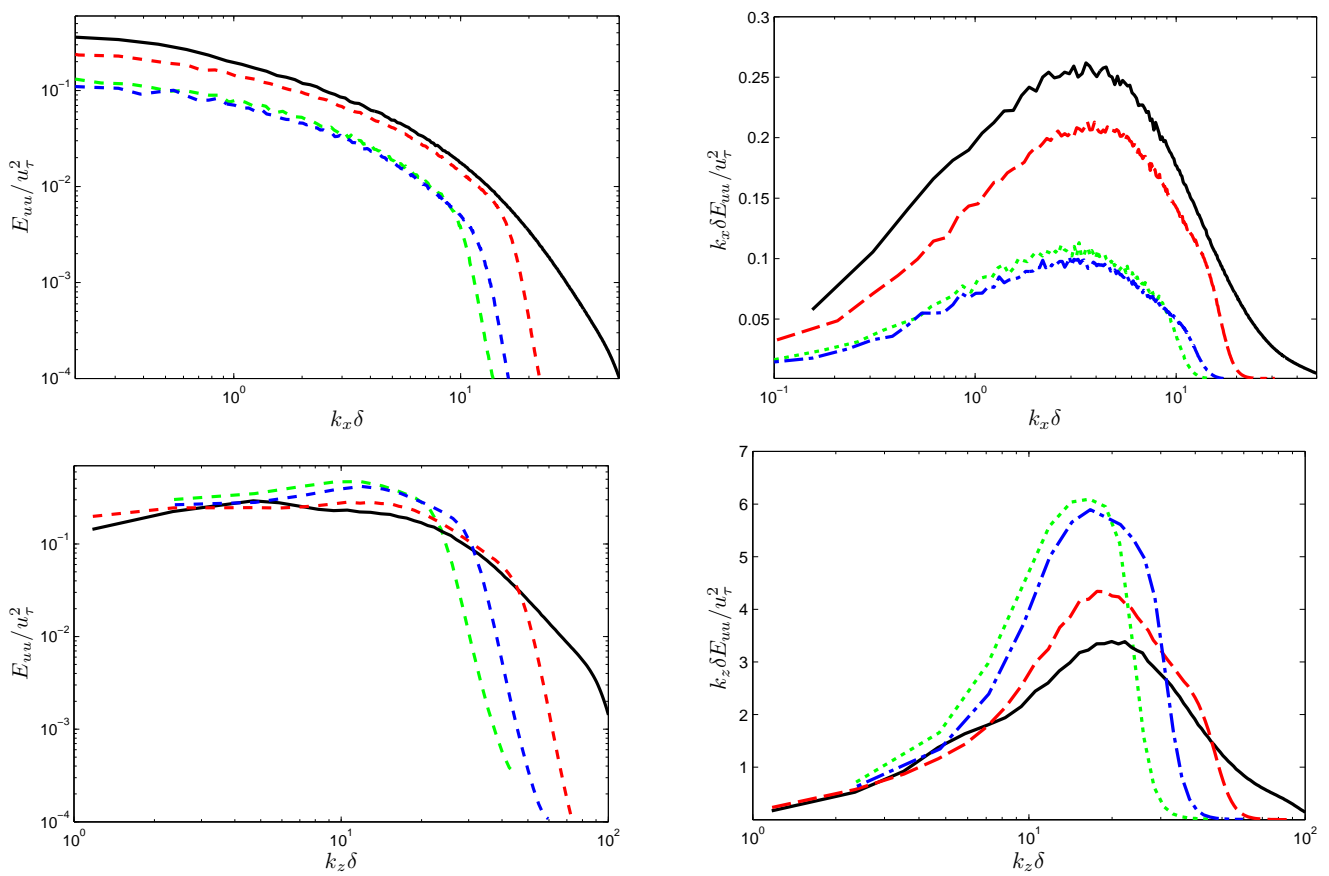


FIGURE 3.20 – Résultats de la convergence en maillage ; Spectres en nombres d'onde calculés en  $y/\delta = 0.03$  pour la direction longitudinale  $k_x$  (haut) et transverse  $k_z$  (bas). Legende donnée dans le tableau 3.3.



### 3.4.3 Comparaison des approches de SGE

#### 3.4.3.1 Modification des modèles de turbulence

La présence d'une paroi impose certaines modifications au niveau des modèles de turbulence présentés en début de chapitre. Le modèle de Smagorinsky, par exemple, ne prend pas en compte la réduction des tailles d'échelle qui se produit près de la paroi solide. La correction utilisée dans cette étude (Dear-dorff (1970)) est d'imposer une loi empirique de paroi pour la viscosité turbulente  $\mu_t$ . La longueur caractéristique  $\Delta_c$  est modifiée en utilisant la fonction d'amortissement de van Driest (1956) :

$$\Delta'_c = \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{y}{A^+}\right) \right\} \Delta_c \quad (3.57)$$

avec  $A^+ = 25$  et  $y^+ = yu_\tau/\nu$ . La vitesse de frottement  $u_\tau$  est déterminée en inversant une loi logarithmique pour chaque position longitudinale (Gloerfelt *et al.* (2003b)) :

$$\frac{\langle u(x, y) \rangle}{u_\tau(x)} - 5.75 \log\left(\frac{yu_\tau(x)}{\nu}\right) + 5.24 = 0 \quad (3.58)$$

avec  $\langle u \rangle$  la vitesse moyenne longitudinale.

La même modification a été implémentée pour les modèles multi-échelle (en versions ls et ss). A noter que cette modification n'est pas nécessaire dans le cas du modèle dynamique, ce dernier prenant en compte la diminution de vitesse en proche paroi. Pour le modèle dynamique, une attention particulière a été portée à la question du filtrage en proche paroi.

#### 3.4.3.2 Comparaison des différents modèles

Dans un esprit de synthèse, les résultats de la comparaison des modèles de SGE sont présentés sur le maillage SGE3 et pour certains modèles uniquement. Les conclusions de cette étude sont cependant identiques sur le maillage SGE2, et la conclusion générale est valable pour les autres modèles présentés en début de chapitre.

Les figures 3.21 et 3.22 présentent des cartographies 2D de viscosité turbulente des différents modèles (normalisée par la viscosité locale du fluide) sous forme instantanée ou moyenne. Pour une question de lisibilité, la direction normale a été étirée. Les niveaux sont compris entre 0 et 1.

De façon prévisible, le modèle de Smagorinsky avec une constante de 0.15 génère une viscosité turbulente importante sur toute l'épaisseur de la couche limite. Les rouleaux générés par la condition d'entrée sont particulièrement visibles pour ce modèle, ce qui suggère que le modèle dissipe fortement

les fines échelles rendant les rouleaux plus cohérents. Une diminution de la constante à 0.1 permet de limiter la viscosité à des valeurs inférieures à celles du Smagorinsky dynamique, ce qui indique que ce dernier génère une viscosité intermédiaire. On note que les niveaux de viscosité turbulente instantanés du modèle DSM sont similaires au cas du modèle SM avec une constante de 0.15, alors que les niveaux moyens sont nettement plus faibles. Cette observation montre que le modèle DSM génère de forts gradients de viscosité turbulente, ce qui souligne son caractère adaptatif. On note également que le grain de viscosité est très fin pour le modèle SM avec une constante de 0.1 alors qu'il est plus gros dans le cas du modèle DSM. Cette différence est simplement liée à la présence d'un filtrage laplacien dans le cas du modèle DSM. Une viscosité turbulente beaucoup plus faible est obtenue pour le modèle MSM-ss. Ces cartographies donnent une idée de la dissipation introduite par les différents modèles et les résultats semblent cohérents en regard de ceux obtenus dans le cas du tourbillons de Taylor-Green. On remarque que les modèles SM captent le choc lié à la discontinuité de la condition d'entrée du domaine, et particulièrement le modèle dynamique, ce qui montre le potentiel des modèles de sous-maille pour la capture de choc de faibles amplitudes.

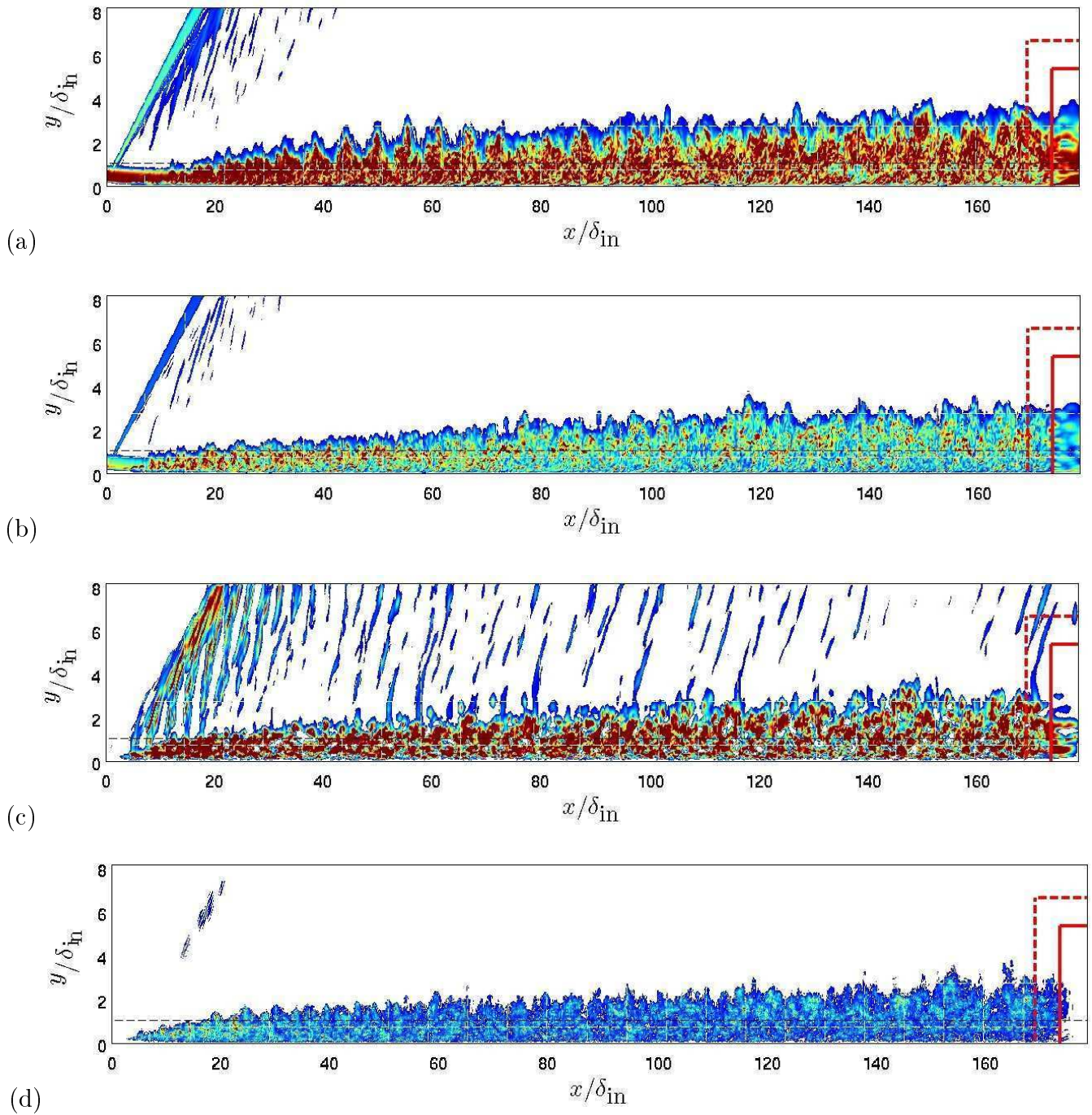


FIGURE 3.21 – Comparaison des modèles de SGE. Cartographie de viscosité turbulente instantanée. (a) modèle SM avec  $C_G=0.15$ ; (b) modèle SM avec  $C_G=0.1$ ; (c) modèle DSM; (d) modèle MSM-ss.

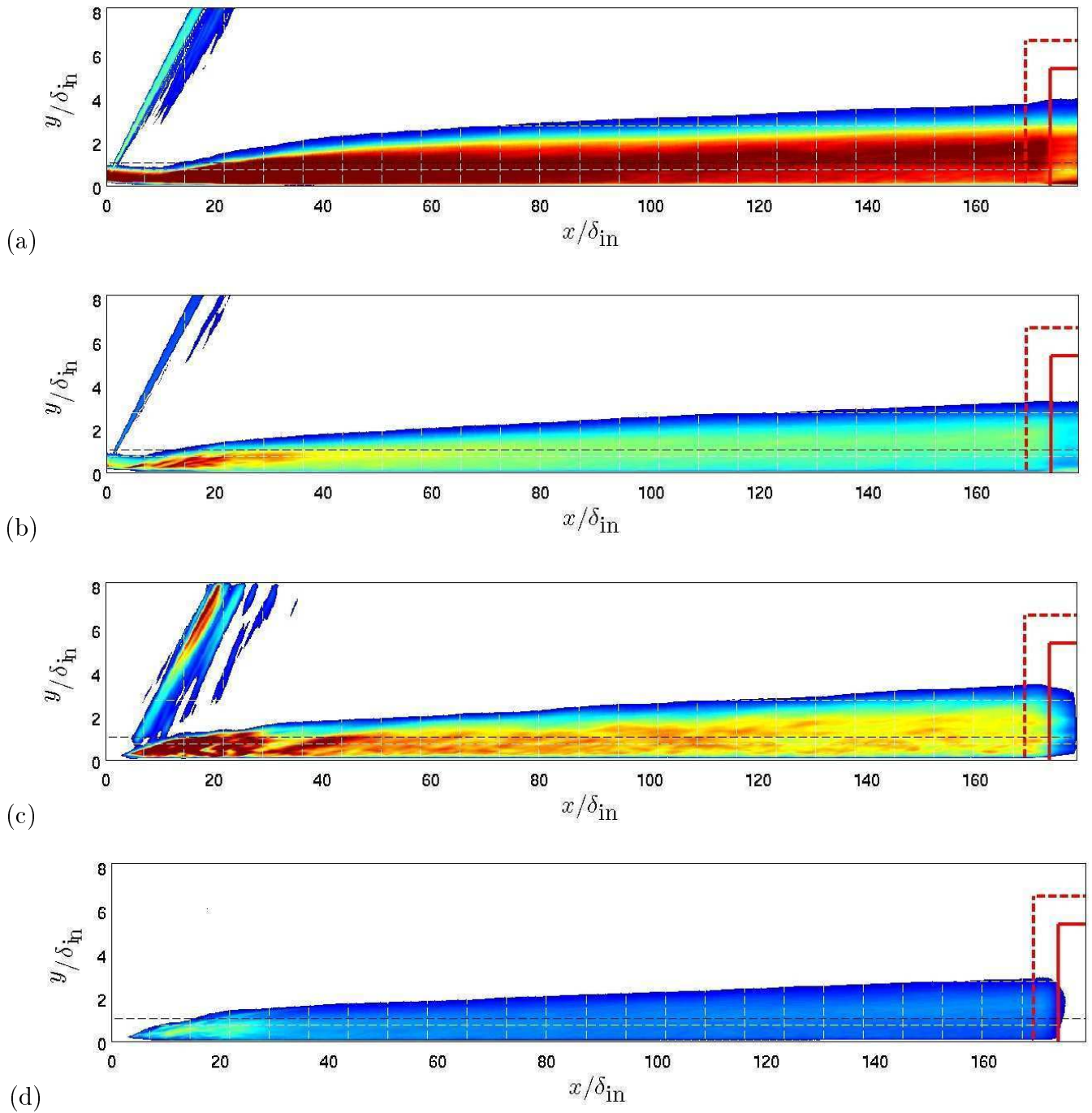


FIGURE 3.22 – Comparaison des modèles de SGE. Cartographie de viscosité turbulente moyenne. (a) modèle SM avec  $C_S=0.15$ ; (b) modèle SM avec  $C_S=0.1$ ; (c) modèle DSM; (d) modèle MSM-ss.

La figure 3.23 montre l'effet des modèles sur les profils de vitesse *rms*. Les meilleurs résultats, indiqués par un pic proche paroi plus important, sont obtenus avec la stratégie RT et le modèle MSM-ss. Les performances des différents modèles sont en accord avec celles obtenues sur le cas du tourbillon de Taylor-Green, les modèles de viscosité turbulente étant trop dissipatifs.

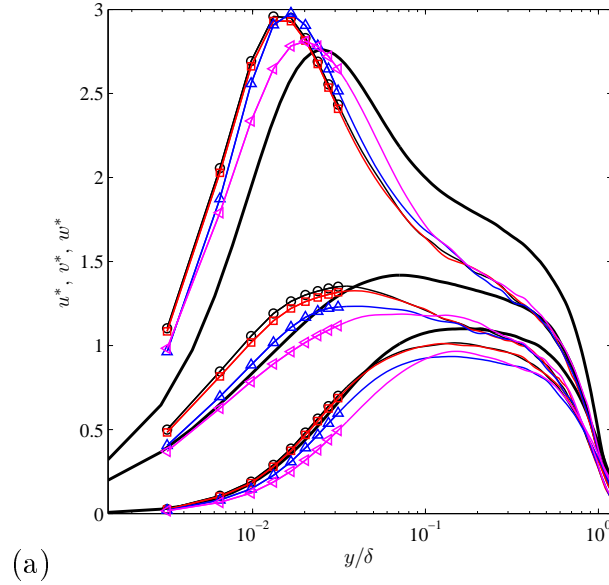


FIGURE 3.23 – Comparaison des modèles de SGE. Profils de vitesse *rms* en représentation de Morkovin.  $\circ$  — méthode RT ;  $\square$  — modèle MSM-ss ;  $\triangle$  — modèle DSM ;  $\triangleleft$  — modèle SM avec  $C_S=0.15$  ; — présente SND.

La figure 3.24 montre l'effet des modèles sur les échelles présentes dans l'écoulement. Les spectres montrent que les modèles de viscosité turbulente dissipent une partie importante des fines échelles turbulentes, transférant ainsi une partie de l'énergie qu'elles contiennent à des échelles plus grandes. Ceci peut être interprété comme une diminution artificielle du nombre de Reynolds effectif de la simulation. Au contraire, la méthode RT limite la dissipation aux plus petites échelles résolues et le pic d'énergie du spectre est en bon accord avec la SND de référence.

Un bilan d'énergie est écrit et implémenté pour chacun des modèles testés. Par rapport au bilan écrit pour la méthode RT, un terme supplémentaire de dissipation lié aux modèles de sous-maille doit être ajouté. Ce terme, de la forme d'une dissipation visqueuse, est calculé par :

$$-\left\langle \tilde{\tau}_{ij}^{SGE} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle$$

ou  $\tilde{\tau}_{ij}^{SGE}$  est calculé à partir de la viscosité turbulente et de l'énergie cinétique de sous-maille des modèles.

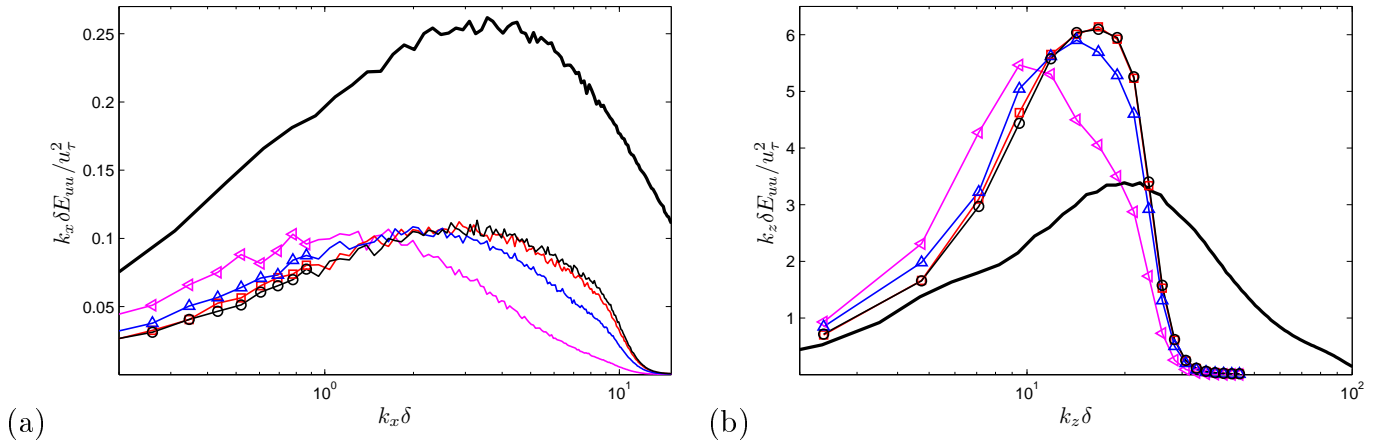


FIGURE 3.24 – Comparaison des modèles de SGE. Spectres en nombre d’ondes pré-multipliés en  $y/\delta = 0.03$  pour la direction longitudinale  $k_x$  (a), et pour la direction transverse  $k_z$  (b). Légende identique à la figure 3.23.

La figure 3.25(a) montre le terme de production du bilan d’énergie cinétique turbulente, et la figure 3.25(b) le terme de dissipation visqueuse, et ce pour les différentes simulations. La sur-dissipation des modèles de viscosité turbulente réduit l’amplitude du pic de production d’énergie en proche paroi. L’amplitude du terme de dissipation visqueuse est fortement sous-estimée avec ces modèles, en particulier en proche paroi. La hiérarchie des performances des modèles est cohérente avec les résultats antérieurs, ici aussi la méthode RT étant la plus proche de la SND de référence.

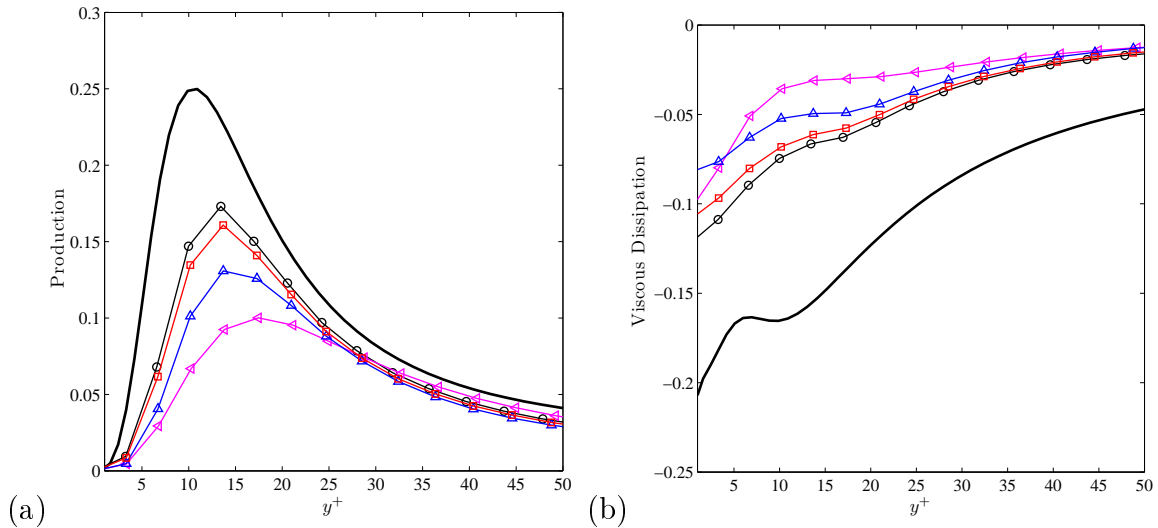


FIGURE 3.25 – Comparaison des modèles de SGE. Bilan d’énergie cinétique. (a) Terme de production ; (b) Terme de dissipation visqueuse. Légende identique à la figure 3.23.

L’activité du filtre sélectif est présentée sur la figure 3.26(a). La présence d’un modèle de sous-maille réduit fortement la contribution du filtrage au bilan d’énergie, cette réduction étant proportionnelle à la contribution propre du modèle de sous-maille (montrée sur la figure 3.26(b)). Ces résultats mon-

trent que l'activité du filtre s'adapte en proche paroi, celle-ci pouvant même avoir un comportement antidissipatif sur les premiers points de paroi, et ce malgré la prescription d'une amplitude de filtrage constante.

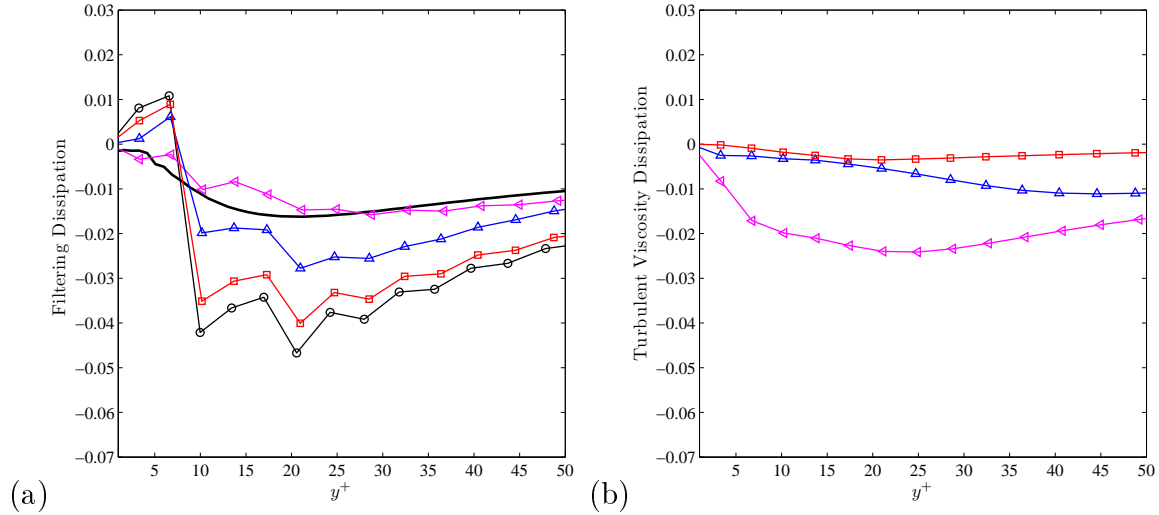


FIGURE 3.26 – Comparaison des modèles de SGE. Bilan d'énergie cinétique. (a) Terme de dissipation lié au filtrage sélectif; (b) Terme de dissipation lié au modèle de sous-maille. Légende identique à la figure 3.23.

### 3.5 Conclusion

Les résultats obtenus sur les cas du Taylor-Green ont montré une plus grande sensibilité des résultats au traitement de la partie dissipative du schéma spatial, qu'à l'effet du modèle de sous-maille. Les meilleurs résultats ont été obtenus avec la stratégie RT et ce pour un coût très inférieur aux autres modèles testés.

Les résultats du cas de couche limite supersonique ont montré que les modèles de viscosité turbulente, même dans une forme dynamique, sont trop dissipatifs et réduisent artificiellement le nombre de Reynolds effectif de la simulation. Aucun des modèles testés n'apporte de réelle amélioration à la méthode RT. Des performances assez proches sont obtenues avec l'emploi de modèles mixtes mais sans réelle amélioration et pour un coût bien supérieur à la méthode RT seule. Là encore l'influence de la discrétisation adoptée est prépondérante sur l'effet du modèle de sous-maille. Il est intéressant de noter que le filtre sélectif, en n'agissant que sur les grands nombres d'onde  $k\Delta x > \pi/2$ , va s'adapter aux fines échelles effectivement présentes, qui est fonction de la dissipation déjà introduite par le schéma et le modèle de sous-maille. Ainsi les convergences en maillage réalisées pour le TGV et la couche limite supersonique montrent que la stratégie RT converge de façon consistante vers la SND. La méthodologie est donc indépendante du maillage (*grid-independent LES*) comme dans le cas du filtrage explicite de Bose *et al.* (2010).

A noter que dans le cas d'écoulements stationnaires ou transitionnels, il est possible de s'inspirer des modèles existants afin de proposer une version dynamique de la méthode RT. Les résultats obtenus montrent cependant qu'une telle amélioration n'est pas nécessaire pour le cas d'étude final d'interaction turbulente qui nous intéresse.





# Chapitre 4

## L'interaction onde de choc / couche limite sur plaque plane et sur rampe de compression

L'objectif de ce chapitre est de réaliser un état de l'art concernant les écoulements de choc oblique impactant une plaque plane et de rampe de compression, d'une part en ce qui concerne leur organisation moyenne (stationnaire), et d'autre part leur organisation dynamique (instationnaire). Cette synthèse ne se veut pas exhaustive et il serait difficile de l'être en quelques pages sur un sujet étudié depuis plus de 50 ans. Ces écoulements complexes sont caractérisés par une dynamique très large-bande, des fines échelles de la turbulence aux mouvements basses fréquences du choc réfléchi. Les différents ingrédients composant le cas d'IOCCL sont tout d'abord considérés séparément afin de caractériser leur dynamique propre. La dynamique du cas d'IOCCL est cependant celle d'un système très fortement couplé et cette séparation n'est ici qu'artificielle. Une synthèse critique des scénarios proposés pour expliquer les instationnarités basses fréquences est alors réalisée, et met en évidence ce couplage fort entre les dynamiques des éléments du cas d'IOCCL.

### 4.1 Description de l'écoulement

#### 4.1.1 Organisation moyenne

En ce qui concerne les écoulements pleinement supersoniques, la plupart des études se sont concentrées sur deux cas, celui du choc oblique impactant une plaque plane (figure 4.1), et celui de la rampe de compression (figure 4.2). Une synthèse récente des connaissances acquises sur l'IOCCL peut être trouvée dans les revues de Dolling (2001), et Clemens & Narayanaswamy (2009). Celles-ci retracent les premières expérimentations réalisées depuis les années 40 et basées sur l'analyse de signaux de pression pariétale jusqu'aux expérimentations plus récentes où des méthodes de type PIV ont permis d'avoir

une connaissance plus approfondie de l'écoulement. Celles-ci montrent que l'on possède maintenant une bonne description de la topologie de ces écoulements et des phénomènes dynamiques qui les caractérisent. Dans le cas du choc oblique impactant une plaque plane figure 4.1, on peut citer les travaux relativement récents de Garnier & Sagaut (2002), Dupont *et al.* (2006), Pirozzoli & Grasso (2006), Toubert & Sandham (2009), Piponniau *et al.* (2009), Humble *et al.* (2009), Souverein *et al.* (2009*a,b*), Polivanov *et al.* (2009), Agostini (2011), Morgan *et al.* (2011*b*), Hadjadj *et al.* (2010), Pirozzoli *et al.* (2010). Pour le cas de rampe de compression, on peut citer Erenkil & Dolling (1993), Adams (2000), Beresh *et al.* (2002), Loginov *et al.* (2006), Ganapathisubramani *et al.* (2007, 2009), Wu & Martin (2008), Priebe *et al.* (2009), Priebe & Martin (2012).

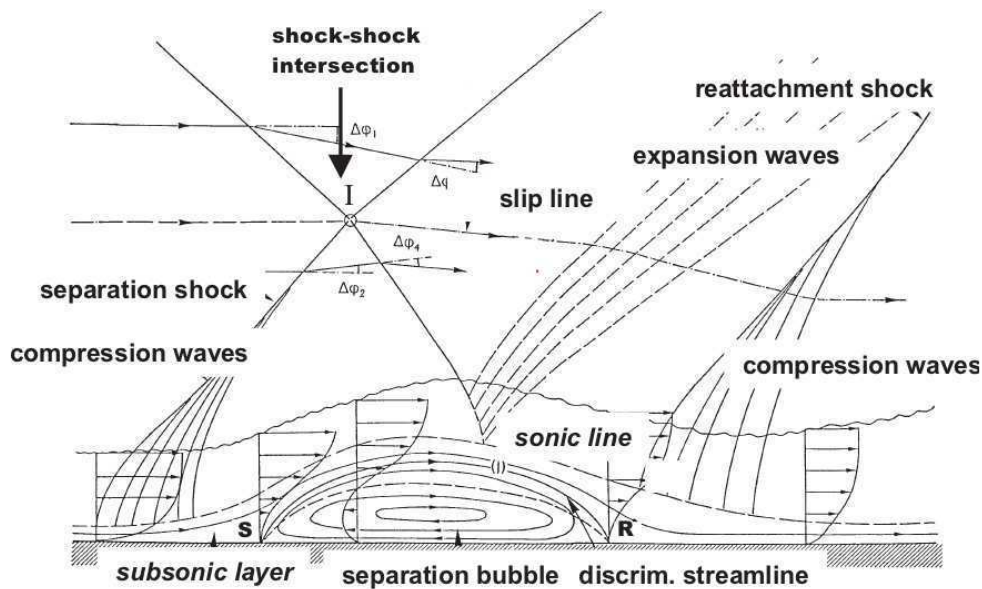


FIGURE 4.1 – Schéma du cas de choc oblique impactant une plaque plane d'après Shahab (2011), adapté de Arnal & Déleroy (1971).

Comme décrit en introduction du manuscrit, la présence d'un gradient de pression adverse entraîne une décélération de l'écoulement en proche paroi et un épaississement de la couche limite incidente. Celle-ci impose sa propre déviation à l'écoulement externe et génère des ondes de compression qui forment une onde de choc parfois qualifiée de choc réfléchi ou de choc de décollement. La ligne sonique, initialement située en très proche paroi dans la couche limite amont, se retrouve déviée loin de la paroi et une part importante de la couche limite devient subsonique. L'intensité du choc formé est liée à la déviation de l'écoulement et donc à l'intensité du gradient de pression adverse. Si ce dernier est suffisamment fort, la couche limite décolle et forme une zone de recirculation. L'écoulement en aval de l'interaction relaxe alors lentement vers une couche limite turbulente à l'équilibre. Dans le

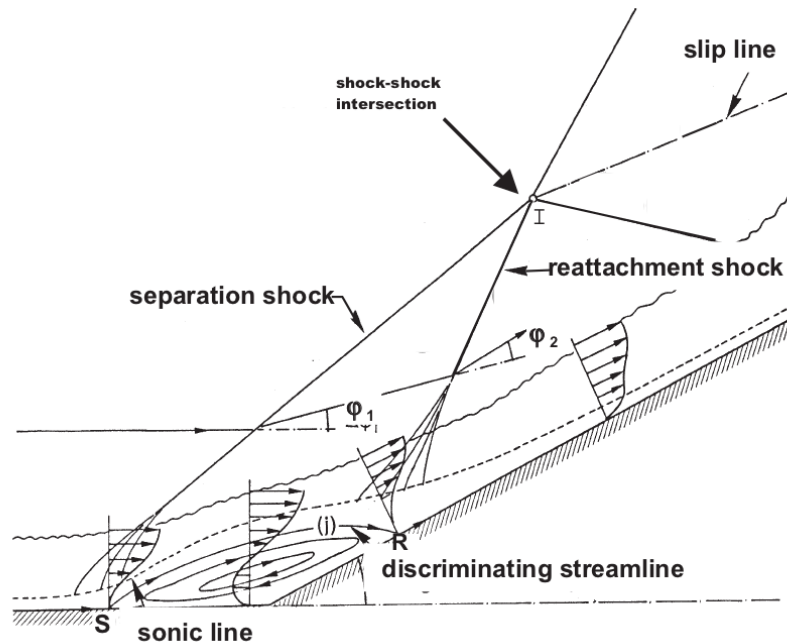


FIGURE 4.2 – Schéma du cas de rampe de compression d'après Shahab (2011), adapté de Arnal & Détery (1971).

cas d'un choc impactant une plaque plane (figure 4.1), le gradient de pression adverse est généré par un choc incident et son intensité dépend de l'angle entre ce dernier et la couche limite impactée. Le choc incident se courbe en pénétrant dans la couche limite en raison du gradient du nombre de Mach jusqu'à atteindre la ligne sonique où il disparaît. Le choc réfléchi est alors suivi par un faisceau de détente puis par une zone de compression progressive plus en aval. Dans le cas de la rampe de compression (figure 4.1(c)), c'est un changement de la géométrie qui génère un gradient de pression adverse, dont l'intensité est lié à l'angle que forme la rampe avec l'écoulement amont. La déviation de l'écoulement imposée par le gradient de pression entraîne la formation d'ondes de compression qui fusionnent en une onde de choc similaire au choc réfléchi du cas d'interaction sur plaque plane.

Les travaux de Green (1970) sur la géométrie du décollement ont permis à Détery (1971) de réaliser une modélisation en non-visqueux des configurations de choc oblique impactant une plaque plane (figure 4.3), et de rampe de compression (figure 4.4). La zone décélérée est ainsi modélisée sous la forme d'un "prisme solide". Dans le cas de l'impact d'un choc oblique, le sommet du prisme est le point d'impact du choc incident. La forme du prisme traduit les deux déflexions positive, puis négative de l'écoulement, et implique la formation d'un choc en amont du sommet du prisme (appelé choc réfléchi ou choc de décollement) et la présence d'une détente en aval. Dans le cas de la rampe de compression, le prisme est associé à une double rampe impliquant deux déflexions positives succes-

sives de l'écoulement et donc la formation de deux chocs réfléchis. Cette modélisation non-visqueuse est donc un outil efficace pour interpréter l'organisation de l'écoulement mais ne permet pas d'en décrire la topologie, celle-ci étant imposée par la forme du prisme. Cette modélisation a été améliorée récemment par Agostini (2011) et est discutée dans la suite de ce chapitre.

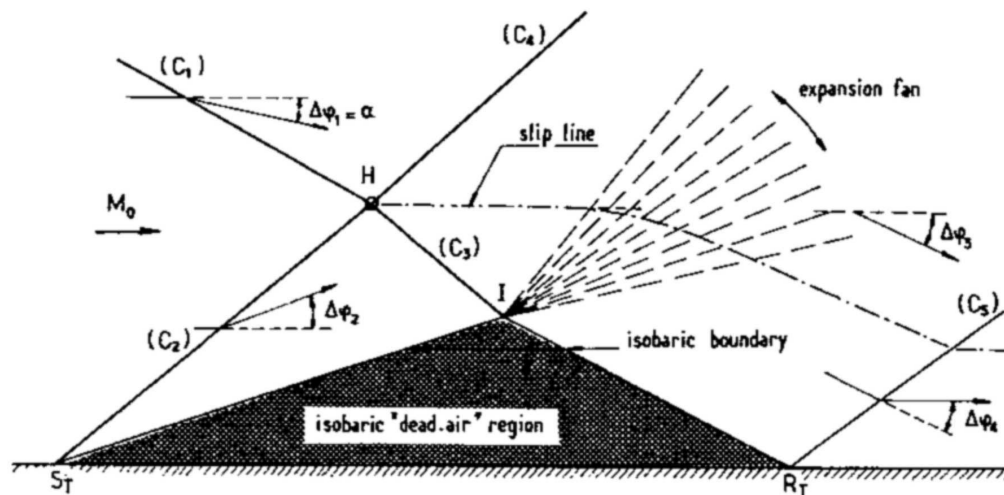


FIGURE 4.3 – Représentation en non-visqueux de la configuration de choc oblique impactant une plaque plane d'après Détery (1971).

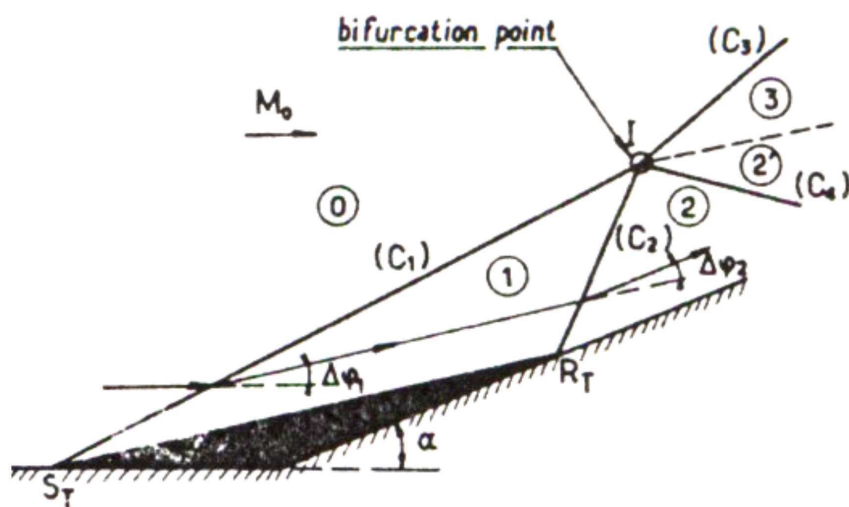


FIGURE 4.4 – Représentation en non-visqueux de la configuration de rampe de compression, d'après Détery (1971).

### 4.1.2 Organisation dynamique

Concernant l'organisation dynamique de l'écoulement, différents types de structures peuvent être identifiées (voir notamment Dolling (2001)) :

#### – La couche limite turbulente amont

De nombreuses études en régime incompressible ont montré la présence d'organisations cohérentes à grandes échelles dans les couches limites turbulentes (voir notamment Adrian *et al.* (2000)). Celles-ci consistent principalement en un assemblage en paquets de structures cohérentes de type harpins en général associés à la formation de stries allongées de grandes dimensions longitudinales en proche paroi (figure 4.5). Des études récentes (Schlatter & Örlü (2010)) suggèrent cependant que cette description pertinente à bas nombres de Reynolds ne serait plus valable à des nombres de Reynolds  $Re_\theta$  supérieurs à 4000. Leur étude par SND montre qu'à hauts nombres de Reynolds, les structures de type hairpins se déstructurent dans la zone externe de la couche limite. En revanche, la présence de structures longitudinales de plusieurs dizaines d'épaisseurs de couche limite est bien confirmée à très hauts nombres de Reynolds. De plus, ces structures ont été détectées expérimentalement et numériquement en subsonique (Adrian *et al.* (2000)) et en supersonique (Ganapathisubramani *et al.* (2007)). Il a été suggéré que leur grande taille pourrait être une source d'instabilité très basse fréquence correspondant à la gamme de fréquences d'oscillation du choc réfléchi (Beresh *et al.* (2002), Ganapathisubramani *et al.* (2009), Humble *et al.* (2009)). La forme incurvée des parois des souffleries expérimentales peut être aussi à l'origine de la formation de tourbillons de type Taylor-Görtler, induisant une organisation cohérente longitudinale dans la couche limite (voir Smits & Dussauge (1996)), et représentant également une source potentielle d'instabilité très basse fréquence. Le rôle de ces organisations longitudinales en regard de la dynamique basse fréquence est discutée par la suite, mais on peut déjà remarquer que les simulations récentes SND et SGE reproduisant les instationnarités basses fréquences observées en soufflerie ne possèdent pas un domaine en amont de l'interaction suffisant pour supporter des structures d'aussi grandes dimensions. On remarque aussi qu'il est maintenant admis qu'une augmentation de l'angle d'impact du choc incident entraîne, pour une couche limite amont identique, une diminution fréquentielle des instationnarités basses fréquences. Ces observations soulèvent des doutes importants quant à la pertinence de ce scénario faisant intervenir des "super-structures" de la couche limite amont.

#### – Le choc réfléchi

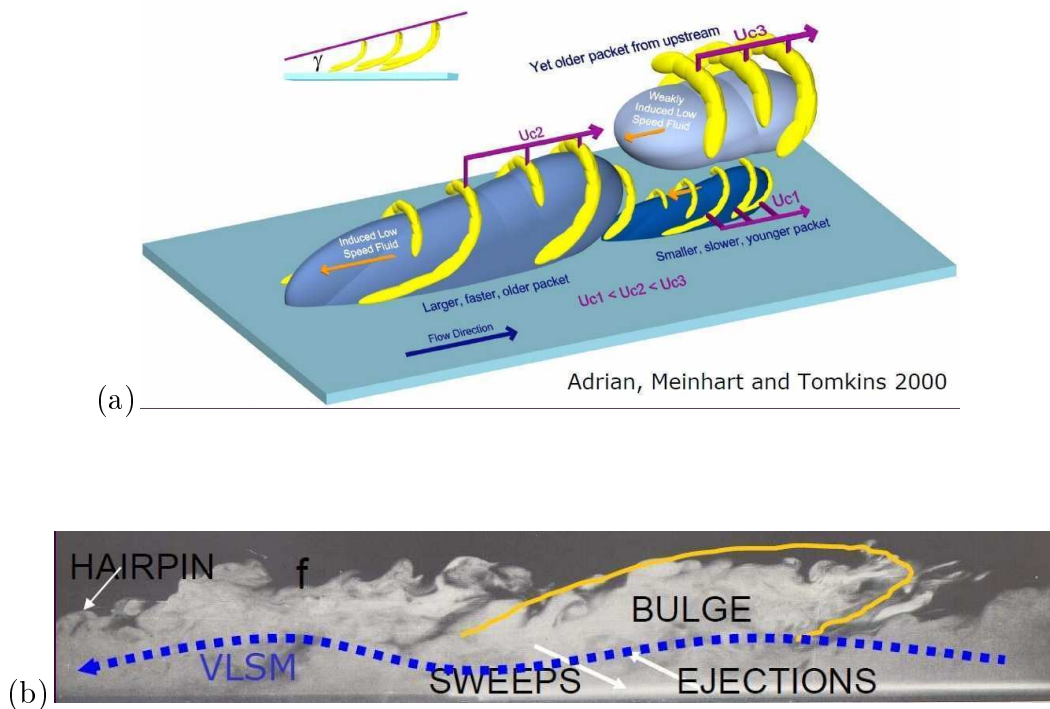


FIGURE 4.5 – (a) Représentation schématique de l'organisation en paquets cohérents de harpins associés à la génération de stries longitudinales allongées, d'après Adrian *et al.* (2000); (b) Visualisation expérimentale d'une couche limite turbulente mettant en évidence la présence de paquets de harpins formant de grandes échancrures (bulges) et associés à la présence de très longues structures longitudinales.

La déflexion de la couche limite amont entraîne la formation d'ondes de compression qui se rassemblent en une onde de choc qualifiée de choc réfléchi. Le rôle du choc réfléchi au niveau des instationnarités basses fréquences n'est pas toujours clairement défini. La théorie linéaire nous apprend que les chocs sont en général stable et se comportent en filtres passe-bas. En effet, de nombreux travaux (notamment Landau & Lifshitz (1987)) ont montré qu'une onde de choc seule dans un écoulement de gaz parfait est linéairement stable, et cela semble maintenant acquis, non-linéairement stable. Par ailleurs, les théories de Ribner (1984) et Moore (1954) ont montré qu'une onde de choc droite ou oblique soumise à un forçage harmonique, d'une part se comporte comme un filtre passe-bas, mais d'autre part peut amplifier certaines perturbations à la traversée du choc. Le choc n'est cependant pas sélectif en fréquence. Lorsqu'une onde de choc est en interaction avec une couche limite, l'onde de choc elle-même reste linéairement stable (Robinet (1999)). Cependant, nous connaissons mal le comportement dynamique et en fréquence d'une perturbation, sous la forme d'un tourbillon ou plus généralement d'une structure cohérente, interagissant avec le système onde de choc/couche limite.

### – La couche de mélange

Une couche de mélange prend naissance au pied du choc réfléchi et se développe le long de la zone décélérée. La déviation de l'écoulement entraîne la formation de points d'inflexion dans le profil de vitesse longitudinale moyen pouvant entraîner le développement d'instabilités de Kelvin-Helmholtz dont le mécanisme en régime laminaire est bien connu (voir figure 4.6).

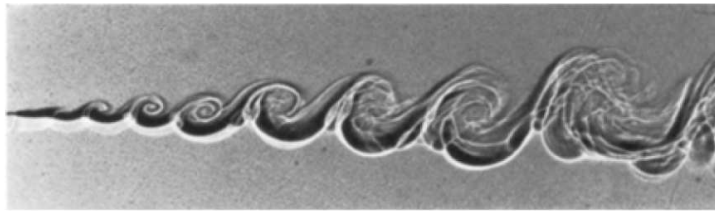


FIGURE 4.6 – Visualisation expérimentale d'une couche de mélange libre en régime laminaire, d'après Brown & Roshko (1974).

La couche de mélange est sujette à un nombre important d'instabilités en fonction du régime dans laquelle elle se trouve. Ainsi, une couche de mélange co-courante laminaire est sujette à une instabilité convective dont les modes de Kelvin-Helmholtz les plus instables sont 2D en régime subsonique et 3D (obliques) en régime supersonique. En régime turbulent celle-ci se comporte comme un amplificateur sélectif de bruit, à travers notamment des phénomènes d'appariements non-linéaires de tourbillons. Dans le cas d'un écoulement décollé la couche de mélange qui se développe le long de la zone décollée est généralement contre-courante. Elle est alors sujette à une instabilité absolue, et se comporte comme un oscillateur. Sa dynamique est en général plus basse fréquence que celle d'une couche de mélange co-courante. Dans le cas qui nous intéresse dans cette étude, la couche de mélange qui se développe le long de la zone décélérée est turbulente, puisque forcée par la couche limite amont et par la zone décollée, et a priori supersonique. Celle-ci est donc sujette à des phénomènes non-linéaires de type appariement de tourbillons. De plus, la présence d'un décollement rend possible le développement d'une instabilité absolue. On s'attend donc à observer une dynamique 3D non-linéaire complexe.

La question de la persistance de structures tourbillonnaires cohérentes à hauts nombres de Reynolds a longtemps été sujet à controverses. La figure 4.7 montre le comportement d'une couche de mélange co-courante libre en régime turbulent. On observe un développement des structures cohérentes similaire à celui d'une couche de mélange laminaire, bien qu'un mécanisme non-linéaire d'appariement



soit visible au tout début du développement de la couche de mélange. Plus en aval, les structures fines échelles de la turbulence viennent simplement se superposer aux grosses structures cohérentes. On voit qu'il existe une séparation d'échelle claire entre les tourbillons cohérents et la turbulence fine échelle. Ce mécanisme de croissance des tourbillons ne permet cependant pas de générer à lui seul des échelles spatio-temporelles en lien avec la dynamique basse fréquence qui nous intéresse.

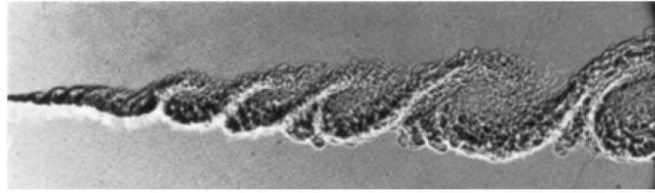


FIGURE 4.7 – Visualisation expérimentale d'une couche de mélange libre en régime turbulent, d'après Brown & Roshko (1974).

Des études du développement d'une couche de mélange forcée à basse fréquence Ho & Nossair (1981) et Ho & Huang (1982) ont mis en évidence le phénomène d'interaction collective, qui consiste en la fusion de petits tourbillons qui sont ensuite éjectés à la fréquence la plus instable de la couche de mélange. Ce phénomène est illustré sur la figure 4.8.

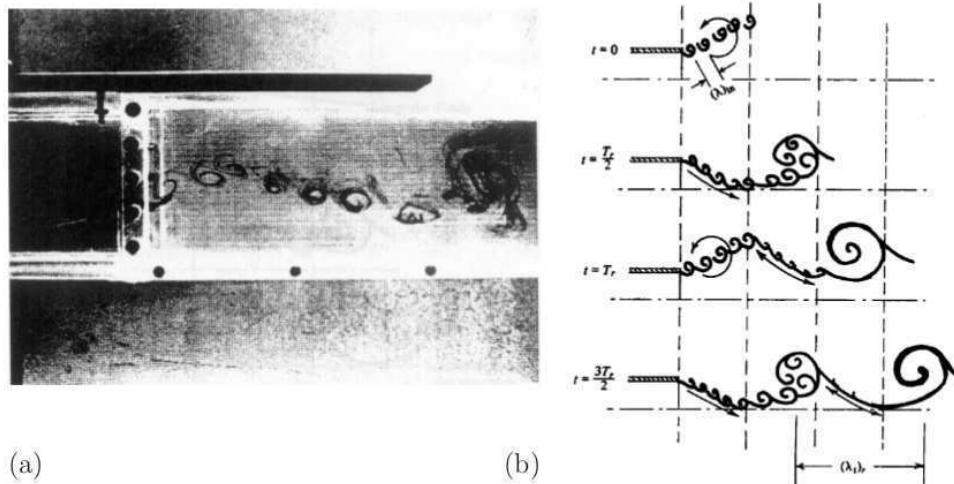


FIGURE 4.8 – Phénomène d'interaction collective : (a) expérimentation de Ho et Huang 1982 pour une couche de mélange forcée à basse fréquence ; (b) schéma du phénomène de fusion des tourbillons, d'après Ho & Nossair (1981).

La figure 4.9 montre des visualisations Schlieren d'une SGE de cavité carrée à haut nombre de Reynolds. On a ici une bonne illustration du phénomène d'interaction collective qui apparaît en

raison du forçage basse fréquence lié à un rebouclage acoustique dans la cavité. Ce phénomène permet de former de gros tourbillons le long de la couche de mélange qui se développe à partir du coin amont de la cavité. On remarque que l'augmentation de la taille des tourbillons est beaucoup plus rapide que dans le cas de la couche de mélange plane. Le phénomène de fusion des tourbillons permet donc de générer rapidement des structures de très grandes tailles.

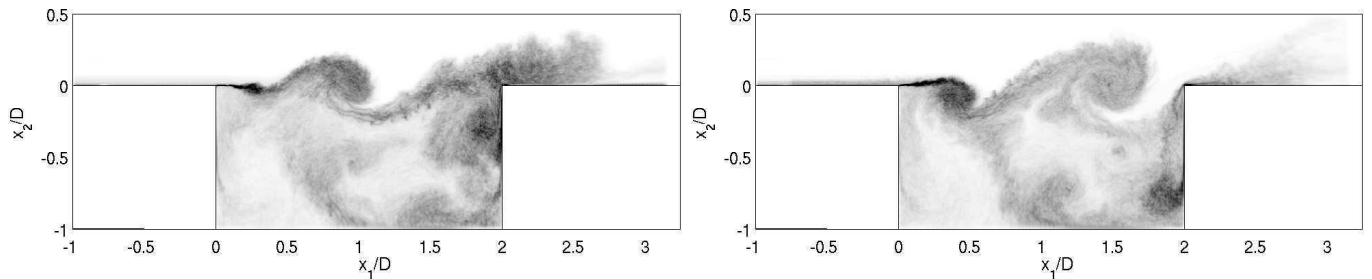


FIGURE 4.9 – Visualisation Schlieren d'une SGE de cavité carrée à deux instants décorrélés, d'après Gloerfelt, communication privée.

Des études portant sur les écoulements décollés en régime incompressible ont montré que la dynamique de la couche de mélange et en particulier de l'appariement des tourbillons, est pilotée par les fréquences d'excitation au niveau du point de décollement (voir notamment Kiyama *et al.* (1997)). La couche de mélange qui se développe dans le cas d'IOCCCL étant forcée sur une large gamme de fréquences, on peut alors envisager l'existence, au sein de la zone décollée du cas d'IOCCCL, d'une dynamique autoentretenu maintenue par une boucle de retroaction entre le phénomène de lâcher tourbillonnaire qui vient exciter le pied de la couche de mélange, générant ainsi des phénomènes d'interaction collectives. Cependant, le rapport entre les fréquences caractéristiques de la dynamique basse fréquences et les fréquences associées aux tourbillons de Kelvin-Helmholtz est supérieur à 10. Cela signifie qu'il faudrait un appariement d'au moins 10 tourbillons pour générer une fréquence en lien avec la dynamique basse fréquence d'intérêt, ce qui est possible mais peu probable dans le cas d'IOCCCL, étant donné la faible distance entre le pied de la couche de mélange et la zone de lâchers tourbillonnaires.

Dans le cas d'un écoulement décollé de faibles dimensions, des instabilités convectives moyennes fréquences associées à des lâchers tourbillonnaires se développent. Des études portant sur des décollements plus intenses, ont montré l'existence d'une seconde instabilité plus basse fréquence de la couche de mélange. Cette instabilité absolue, qualifiée de flapping (ou battement), est associée à un mode d'oscillation basse fréquence de la couche de mélange qui se manifeste à des fréquences 5 à 12 fois plus basses que celles associées au lâcher tourbillonnaire. En utilisant un adimensionnement basé sur la longueur de décollement  $L_r$  et la vitesse amont  $U_\infty$ , le phénomène de flapping

est caractérisé par un nombre de Strouhal  $0.1 < St_{L_r} = fL_r/U_\infty < 0.18$ , alors que le phénomène de lâcher tourbillonnaire est associé à un nombre de Strouhal  $0.49 < St_{L_r} < 0.63$ . Les travaux de Driver *et al.* (1987) sur une marche descendante montrent qu'il s'agit d'un phénomène large-bande et qu'il n'existe pas de séparation d'échelle nette avec les fréquences associées à des lâchers tourbillonnaires. La figure 4.10 illustre ce phénomène sur le cas de marche descendante. Les oscillations de la couche de mélange entraînent une oscillation basse fréquence de la position du point de recollement.

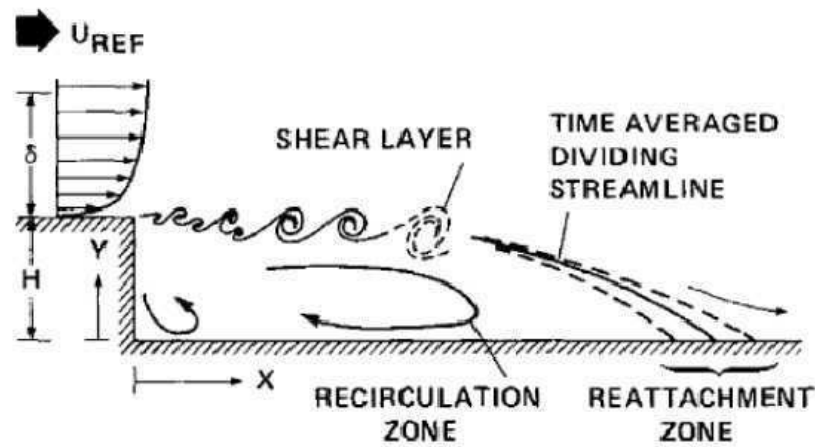


FIGURE 4.10 – Illustration du développement d'une couche de mélange dans le cas d'une marche descendante, d'après Driver *et al.* (1987).

Les travaux de Kiya & Sasaki (1983) sur une plaque mince ont montré que les fluctuations de pression pariétale à basse fréquence (pour  $St_{L_r} < 0.25$ ) autour du point de décollement sont en opposition de phase avec celles situées autour du point de recollement. De plus, Kiya & Sasaki (1983) lient le déplacement vers le haut ou le bas de la couche de mélange avec le déplacement vers l'aval ou l'amont du point de recollement instantané par rapport à sa position moyenne. À partir de leurs résultats, ceux-ci proposent un scénario expliquant le phénomène de battement de la couche de mélange (figure 4.11). La taille du bulbe de recirculation augmente par injection de masse des structures associées au lâcher tourbillonnaire au niveau de la zone de recollement. Le mouvement du bulbe est ainsi accompagné d'un mouvement vers l'extérieur de la couche de mélange. Au-delà d'une taille critique du bulbe, un gros tourbillon s'en détache faisant rapidement décroître sa masse. Ce mouvement est à son tour associé à un mouvement vers le bas de la couche de mélange. Selon Eaton & Johnston (1982), cette oscillation est induite par un déséquilibre entre la quantité de fluide extrait à la zone de recirculation par la couche de mélange, et la quantité de fluide injecté par la partie aval du décollement. Ce déséquilibre entraîne ainsi une respiration à basse fréquence

de la zone décollée. Très peu d'études du même type ont été réalisées dans un cadre supersonique. Piponnier *et al.* (2009) ont adapté ce mécanisme pour le supersonique en tenant compte des effets de compressibilité et le relie à la dynamique basse fréquence qui nous intéresse. Ce point est discuté par la suite.

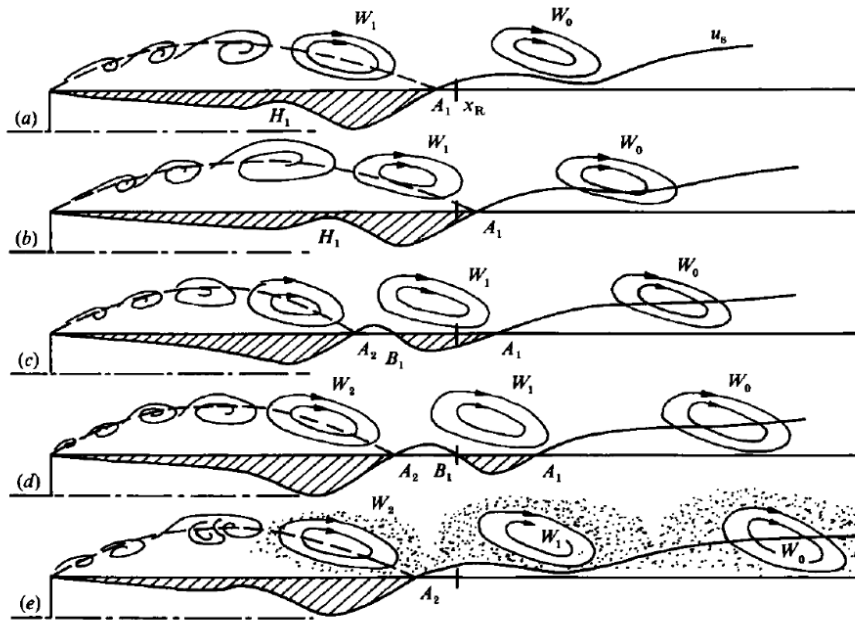


FIGURE 4.11 – Illustration du phénomène de flapping dans le cas d'un écoulement de bord de plaque, d'après Kiya & Sasaki (1983).

Différents mécanismes de génération d'instationnarités basses fréquences ont été proposés pour les écoulements décollés subsoniques, faisant à chaque fois intervenir les structures qui se développent le long de la couche de cisaillement, ainsi que leur interaction avec la zone décollée. Dans le cas de l'IOCCL, cependant, la question de la présence de structures de type tourbillons de Kelvin-Helmholtz est encore incertaine. Souverein *et al.* (2009a) ont détecté, à l'aide d'un critère de vorticité, la présence de structures cohérentes se développant le long de la couche de mélange puis éjectées dans l'écoulement aval (figure 4.12). Cependant, à la connaissance de l'auteur, de telles structures n'ont été détectées de manière directe dans aucune configuration numérique ou expérimentale du cas d'IOCCL, la présente étude incluse. Il est possible que ces grandes structures consistent en une organisation statistique de petits tourbillons, rendant leur détection délicate. Néanmoins, une activité à des fréquences intermédiaires entre les fréquences caractéristiques de la couche limite amont (en  $O(\delta/U_\infty)$ ) et celles de la dynamique basse fréquence a été détectée et suggère la présence de structures cohérentes dans la zone décélérée.

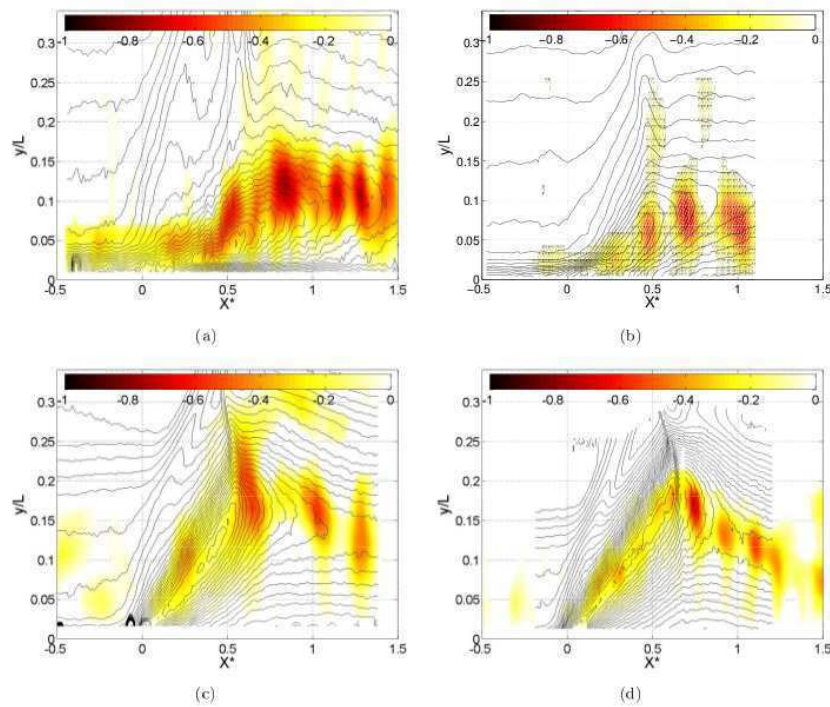


FIGURE 4.12 – Visualisations instantanées des structures de la couche de mélange et du phénomène de lâcher tourbillonnaire associé, basées sur le détecteur de vorticité, d'après Souverein *et al.* (2009a).

Pirozzoli & Grasso (2006) montrent dans leur SND que la couche de mélange est en grande partie responsable de l'amplification des niveaux de turbulence. Cette amplification n'est cependant pas forcément liée à la génération de structures cohérentes.

Touber (2010) a montré, à l'aide d'une simulation par SGE, que la couche de mélange est composée de deux parties, l'une inclinée (d'environ 30 degrés dans le cas de sa simulation) partant du pied du choc réfléchi jusqu'au point d'impact du choc incident, qui crée un gradient de pression adverse, ralentit localement l'écoulement et dévie la ligne de cisaillement qui devient horizontale dans la zone aval de l'interaction et la zone de relaxation. Celui-ci montre également que le taux de croissance de la couche de mélange est supérieur à celui d'une couche de mélange compressible libre, probablement en raison du fort gradient de pression adverse imposé par le choc incident.

#### – Le bulbe de recirculation

Une zone de recirculation (appelée aussi bulbe de recirculation) se forme lorsque l'intensité du gradient de pression est suffisante. Le choc incident est à l'origine du gradient de pression et exerce une force de rappel sur la zone décélérée qui va former le bulbe de recirculation. Cependant,

les caractéristiques moyennes du bulbe dépendent également des propriétés de la couche limite amont, ainsi que de la zone cisailée. De plus, une large gamme de structures vient perturber la zone de recirculation, des fines échelles turbulentes aux structures cohérentes issues de la couche de mélange. Ainsi, deux effets opposés sont en compétition au niveau de la dynamique de la zone décollée, d'un côté la force de rappel exercée par le choc incident qui tend à augmenter la taille du bulbe, et de l'autre les structures de la couche limite amont et de la couche de mélange qui échangent (probablement à la fois en extrayant et en injectant) de la masse avec la zone décollée et contribuent à déstabiliser cette dernière et donc à en diminuer la masse par des phénomènes large-bandes d'arrachement tourbillonnaire. Les phénomènes en jeu au niveau de la dynamique de la zone décollée du cas d'IOCCL semblent a priori proches de ceux des écoulements décollés subsoniques.

Les fluctuations de pression en valeur *rms* pariétales donnent une vision intégrée dans la direction normale de la dynamique d'un écoulement. La figure 4.13 donne le niveau du coefficient de pression *rms* pariétal pour différentes configurations d'écoulements décollés subsoniques. L'utilisation d'un repère adimensionné permet de faire apparaître les fortes similitudes entre ces différents écoulements. Seul le cas de la marche montante, caractérisé par la présence de deux décollements, diffère. Les évolutions longitudinales des fluctuations de pression sont en effet très similaires entre les différents écoulements, le maximum d'intensité étant atteint au niveau du point de recollement.

Cependant, dans le cas de l'IOCCL, les niveaux de pression *rms* pariétaux sont plus forts au niveau de point de décollement (figure 4.14). Agostini (2011) montre cependant, qu'en se plaçant dans le référentiel du choc réfléchi, les distributions longitudinales des variations de pression pariétale retrouvent une forme très similaire à celles d'un écoulement subsonique de marche descendante, comme illustré sur la figure 4.15. Ce résultat semble indiquer que les mouvements du choc sont à l'origine du pic de fluctuation de pression pariétale en amont de la zone décollée. Ainsi, si l'on arrive à extraire uniquement la dynamique de la zone décollée (par un changement de référentiel ici), on retrouve un comportement similaire aux écoulements décollés subsoniques. Ce résultat important souligne encore une fois le lien entre les décollements du cas d'IOCCL et l'ensemble des écoulements décollés subsoniques.

Des études en incompressible et en supersonique ont montré que la zone décollée est sujette à des instabilités hydrodynamiques. Les travaux de Boin *et al.* (2003) et Boin *et al.* (2006), sur un cas d'IOCCL laminaire, montrent que lorsque l'intensité de l'interaction augmente, l'écoulement se tridimensionnalise avant de devenir instationnaire. Une analyse de stabilité globale réalisée par

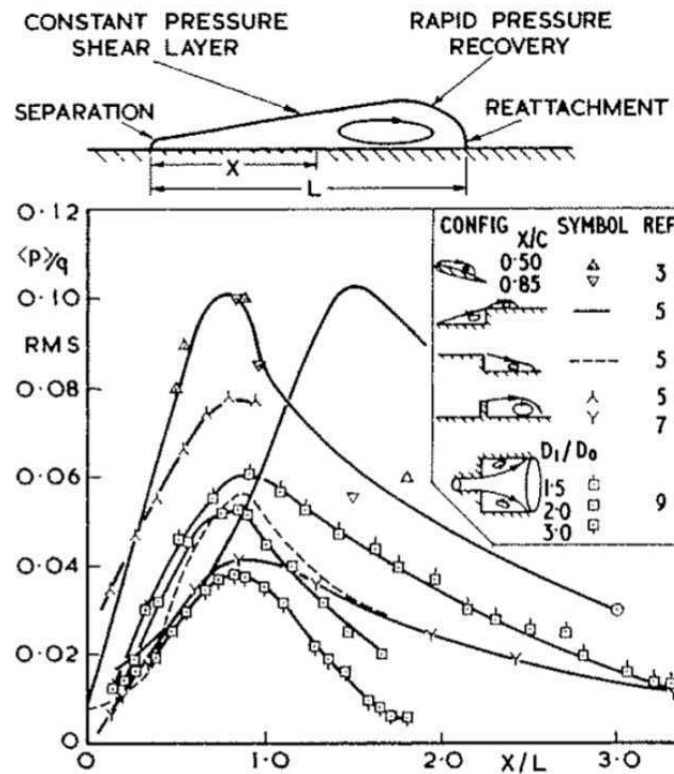


FIGURE 4.13 – Niveau du coefficient de pression *rms* pariétal pour différentes configurations d'écoulements décollés subsoniques, d'après Mabey (1972).

Robinet (2007) montre que pour des interactions suffisamment fortes, le mode le plus instable est 3D stationnaire. Ces travaux se basent sur la conjecture de Dallmann (1988), qui suggère que l'apparition d'une dynamique instationnaire au sein de la zone décollée est liée à l'apparition de recirculations multiples dans le bulbe de recirculation. Theofilis *et al.* (2000) relie l'apparition des instabilités globales 3D à la conjecture de Dallman pour les écoulements incompressibles.

#### – La zone de relaxation

La couche limite en aval de l'interaction relaxe progressivement vers une couche limite turbulente à l'équilibre. Cette relaxation est relativement rapide en proche paroi (de l'ordre de  $10\delta$ ) mais beaucoup plus lente dans la zone externe (jusqu'à  $100\delta$ ), ce qui suggère que des structures cohérentes sont éjectées par la zone décélérée.

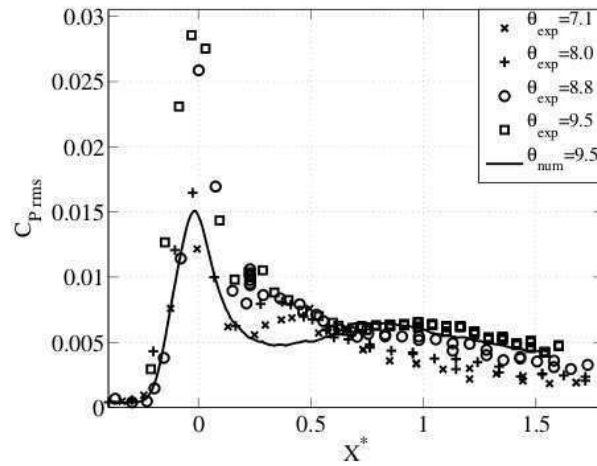
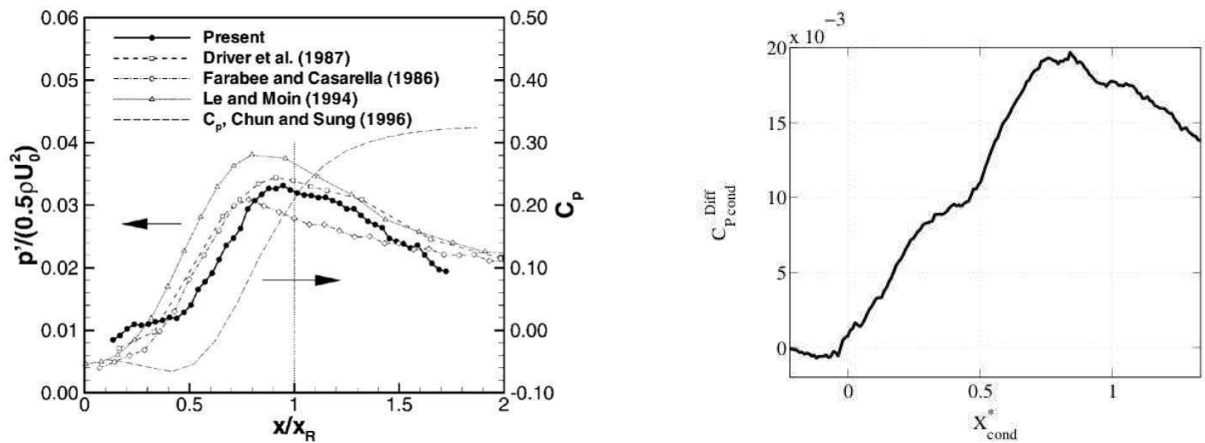


FIGURE 4.14 – Niveau du coefficient de pression *rms* pariétal pour le cas d'IOCCL sur plaque plane, d'après Agostini (2011).



(a)

(b)

FIGURE 4.15 – (a) Distribution des fluctuations de pression pariétales pour le cas de marche descendante, d'après Lee & Sung (2001); (b) niveau du coefficient de pression *rms* pariétal pour le cas d'IOCCL sur plaque plane en se plaçant dans le repère du choc réfléchi, d'après Agostini (2011).



## 4.2 Mécanismes d'instationnarité basse fréquence

La présence de mouvements basses fréquences du choc réfléchi a été observée dans de nombreuses expérimentations du cas d'interaction sur plaque plane (entre autres Dupont *et al.* (2006), Souverein *et al.* (2009a), Polivanov *et al.* (2009), Humble *et al.* (2009)), et du cas de rampe de compression (Ganapathisubramani *et al.* (2009), Humble *et al.* (2009)). Certaines de ces configurations ont été reproduites par SND (Pirozzoli & Grasso (2006), Wu & Martin (2008), Priebe *et al.* (2009), Priebe & Martin (2012)) et par SGE (Adams (2000), Garnier & Sagaut (2002), Pirozzoli & Grasso (2006), Toubert & Sandham (2009), Agostini (2011), Hadjadj *et al.* (2010), Morgan *et al.* (2011b)). Cependant, seules les simulations les plus récentes ont permis de résoudre un nombre suffisant de cycles basses fréquences pour en caractériser la dynamique. La première à posséder un temps d'intégration suffisant étant la simulation par SGE de Toubert & Sandham (2009), démontrant la capacité des méthodes SGE à reproduire le caractère large bande de ces instationnarités.

Ces études ont montré que le mouvement du choc réfléchi se produit à des fréquences beaucoup plus basses que celles de la couche limite amont, l'échelle de temps caractéristique associée au mouvement du choc étant de 10 à 100 fois plus grande que celle associée à la couche limite amont en  $O(\delta/U_\infty)$ . Malgré le nombre important d'expérimentations et de simulations réalisées dans le but de reproduire et comprendre la dynamique basse fréquence, le ou les mécanismes à l'origine de cette dynamique sont encore mal compris.

Un grand nombre de travaux se sont focalisés sur la réponse du choc réfléchi à des perturbations issues de la couche limite turbulente amont. Cette démarche semble justifiée en regard du comportement parfois sélectif en fréquence d'une onde de choc. Dans le cas de l'IOCCL, le choc réfléchi pourrait ainsi répondre de façon sélective à des basses fréquences déjà présentes dans l'écoulement. Certains auteurs, comme Erenkil & Dolling (1993) et Wu & Miles (2000) ont cherché ces basses fréquences dans des événements bien connus de la couche limite turbulente, comme le phénomène de bursting ou la présence de paquets de structures de type hairpin. Il est cependant peu probable que ces événements soient reliés à la dynamique basse fréquence étant donné les fréquences bien supérieures auxquelles ils sont associés.

D'autres se sont concentrés sur la présence de superstructures dont la grande taille longitudinale (de l'ordre de  $50\delta$ ) pourrait être une source d'instabilité très basse fréquence correspondant à la gamme de fréquences qui nous intéresse ici (Beresh *et al.* (2002), Ganapathisubramani *et al.* (2009), Humble *et al.* (2009)). Ces études montrent une corrélation significative (supérieure à 0.2) entre les fluctuations de la couche limite amont et les mouvements du pied choc réfléchi. Le mécanisme permettant de

relier le passage de superstructures aux oscillations basses fréquences du choc réfléchi a été proposé initialement par Beresh *et al.* (2002) et est illustré sur la figure 4.16. D'autres études ont cependant montré qu'il n'existe pas de corrélation significative entre le mouvement du choc et la couche limite amont (Thomas *et al.* (1994), Dupont *et al.* (2006), Wu & Martin (2008)). De plus, des simulations par SGE et SND (Touber & Sandham (2009), Morgan *et al.* (2011a), Agostini (2011) parmi d'autres) retrouvent une dynamique basse fréquence en l'absence de structure de grandes tailles en amont. Enfin, comme précisé précédemment, une augmentation de l'angle d'impact du choc incident entraîne, pour une couche limite amont identique, une diminution fréquentielle des instationnarités basses fréquences, ce qui est incompatible avec un mécanisme impliquant des structures de la couche limite amont.

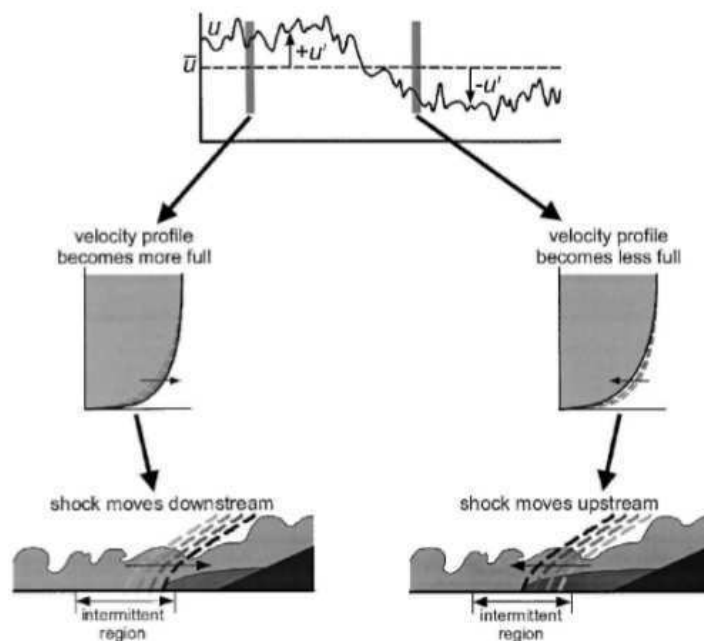


FIGURE 4.16 – Illustration du mécanisme d'interaction entre les structures longitudinales de grandes tailles induisant de lentes variations de la forme du profil de vitesse, auxquelles répond le choc réfléchi, d'après Beresh *et al.* (2002).

Plotkin (1975) suggère que le choc réfléchi se comporte comme un filtre passe-bas qui serait perturbé de manière aléatoire par des fluctuations turbulentes. Le mouvement du choc réfléchi obéit alors à une EDO du premier ordre forcée de manière stochastique afin de reproduire les effets de la turbulence amont. Touber & Sandham (2011) ont montré, à l'aide d'une base de donnée SGE, que le mouvement du choc réfléchi obéit à une EDO stochastique dont la forme simplifiée est identique à

celle établie par Plotkin (1975). En accord avec ce dernier, cette étude suggère que la dynamique basse fréquence est liée au couplage du système 'couche limite / choc réfléchi' qui se comporte comme un filtre passe-bas. Ce scénario suggère que le choc réfléchi amplifie des fréquences existantes, ce qui suppose leur présence dans l'écoulement de couche limite amont, et qui n'est a priori pas le cas dans la simulation de Toubert & Sandham (2009). Ce scénario ne permet cependant pas de donner les échelles qui vont piloter la dynamique basse fréquence, ce qui reviendrait dans ce cas à déterminer le nombre de Strouhal de coupure du choc. Si l'on suppose maintenant que la zone décélérée vient également forcer le choc réfléchi à travers la zone subsonique, il est alors possible que l'origine de la dynamique basse fréquence y soit localisée, le rôle du choc réfléchi étant alors uniquement de "révéler" cette dynamique en se comportant comme un filtre passe-bas.

De nombreuses études ont en effet montré le lien entre les mouvements du choc et la dynamique de la zone de recirculation (notamment Erenkil & Dolling (1991), Dolling & Murphy (1983), Dolling & Or (1985), Thomas *et al.* (1994)) Ces études ont notamment montré la corrélation existant entre le pied du choc réfléchi et les fluctuations de pression sous la zone de recirculation. Wu & Martin (2008) ont étudié la dynamique du bulbe de recirculation sur un cas de rampe de compression, et ont montré que celui-ci était animé d'une dynamique large-bande associée à des arrachements tourbillonnaires. Ils ont également montré que la position du point de décollement était fortement corrélée et en phase avec les mouvements du choc. L'analyse des corrélations temporelles suggère que le mouvement du point de décollement précède celui du choc, ce qui semble impliquer que la zone décollée pilote les mouvements du choc réfléchi. De plus, ils ont corrélié les mouvements du choc réfléchi avec l'évolution de la masse de la zone de recirculation. Là encore, les corrélations temporelles suggèrent que la dynamique du bulbe pilote celle du choc. Des études plus récentes (Priebe & Martin (2012)) se sont intéressées à l'évolution de la topologie de la zone décollée à l'aide de lignes de courant, et relient ainsi les mouvements du choc à une respiration basse fréquence de la zone décollée. Ils proposent également de relier le mouvement basse fréquence aval du choc à un mécanisme de cassage global de la zone décollée. Ces études tendent à montrer que la zone décollée, ou tout du moins la zone décélérée de l'écoulement, pilote la dynamique du choc réfléchi. Le lien entre la dynamique de la zone décélérée et les mouvements du choc a notamment été retrouvé par Toubert & Sandham (2009), Agostini (2011), et Morgan *et al.* (2011a). Une décomposition modale basée sur l'algorithme DMD (Dynamic Mode Decomposition, voir Schmid (2010), Rowley *et al.* (2010)) a été récemment appliquée sur un cas d'interaction onde de choc sur plaque plane (Pirozzoli *et al.* (2010)) et sur le cas de rampe de compression (Grilli *et al.* (2012)). Les résultats permettent d'identifier pour les deux configurations un mode représentatif de la dynamique basse fréquence, caractérisé par une respiration de la zone

décélérée associée à un mouvement de va-et-vient du choc réfléchi.

Comme introduit en première partie de chapitre, des études d'écoulements décollés ont montré que la dynamique de la couche de mélange est pilotée par les fréquences d'excitation au niveau du point de décollement. De plus, il a été montré que le forçage à basse fréquence d'une couche mélange génère des phénomènes d'appariements tourbillonnaires susceptibles d'entraîner la formation de tourbillons de très grandes tailles. En s'inspirant de ces résultats, Pirozzoli & Grasso (2006) suggèrent que les instationnarités basses fréquences sont générées par un mécanisme auto-entretenu de résonance acoustique du même type que le mécanisme de Rossiter observé en cavité (Rossiter (1964)). Le passage de structures cohérentes en proche paroi au niveau de la zone de recollement serait à l'origine de fluctuations de pression, qui en remontant l'écoulement jusqu'au point de décollement, influerait sur le processus d'appariement des tourbillons. Le caractère large-bande des mouvements du choc et la nature très non-linéaire de l'écoulement ne vont cependant pas dans le sens d'un tel scénario. Ceci n'élimine cependant pas la possibilité d'une synchronisation hydrodynamique de l'écoulement.

D'autres études se focalisent sur la couche de mélange qui se développe le long de la zone décélérée et relie la dynamique de l'IOCCL à celle des écoulements décollés subsoniques (Dupont *et al.* (2006), Dussauge *et al.* (2006), Piponniau *et al.* (2009), Agostini (2011)). Cette piste semble pertinente en regard des similitudes, déduites de l'étude des fluctuations de pression pariétale, entre la dynamique de la zone décollée du cas d'IOCCL et celle des écoulements décollés subsoniques (Agostini (2011)). On a vu que la couche de mélange des écoulements décollés est sujette à deux instabilités, une instabilité convective associée à des lâchers tourbillonnaires et centrée sur un nombre de Strouhal de 0.5, et une instabilité absolue (globale) associée à un mode d'oscillation basse fréquence de la couche de mélange qualifié de flapping, et centrée sur un nombre de Strouhal de 0.12. En s'inspirant des travaux réalisés en subsonique et notamment de ceux d'Erengil & Dolling (1991), Dupont *et al.* (2006) proposent d'utiliser un nombre de Strouhal basé sur la longueur d'interaction  $L$ , définie par la distance à la paroi entre les prolongements fictifs des chocs incident et réfléchi, et la vitesse à l'extérieur de la zone décélérée  $U_\infty$ . Le nombre de Strouhal associé aux mouvements basses fréquences du choc réfléchi est trouvé égal à 0.03, et une synthèse d'études bibliographiques permet de retrouver cette valeur pour un large panel de configurations de type rampe de compression, d'interaction sur plaque plane, et même de tuyères surdétendues, pour des nombres de Mach compris en 2 et 5, et pour une large gamme de nombres de Reynolds. Des spectres de pression pariétale réalisés dans la zone décélérée montrent qu'une dynamique à un nombre de Strouhal équivalent est bien présente, mais que l'on retrouve principalement une dynamique centrée sur un nombre de Strouhal de 0.5 que l'on

peut rapprocher de la dynamique de lâcher tourbillonnaire observée en subsonique.

Les mécanismes proposés pour expliquer l'apparition du phénomène de flapping en subsonique ont été étendus en supersonique par Piponnier *et al.* (2009) en tenant compte des effets de compressibilité de la couche de mélange. Cette étude étend les travaux de Dupont *et al.* (2006) en proposant un modèle basé sur un bilan de masse de la zone de recirculation, illustré sur la figure 4.17. Ce modèle estime l'échelle de temps nécessaire aux tourbillons de la couche de mélange pour extraire toute la masse de la zone de recirculation. Ce modèle permet ainsi de retrouver un nombre de Strouhal de 0.03, suggérant que les instationnarités basses fréquences de la zone d'interaction sont en fait générées par un mécanisme de type flapping. L'écart en nombre de Strouhal observé avec les décollements subsoniques serait donc lié à des effets de compressibilité. On peut noter qu'il a été montré que dans une couche de mélange supersonique, les modes de Kelvin-Helmholtz les plus instables ont une direction de propagation inclinée dans la direction transverse (Jackson & Grosch (1989)), ce qui peut contribuer à cet écart en fréquence observé avec les écoulements subsoniques.

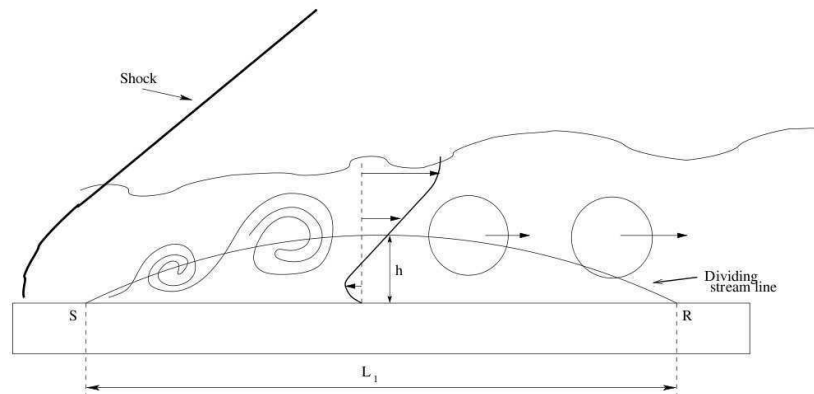


FIGURE 4.17 – Illustration du mécanisme d'arrachement de masse par les tourbillons générés par la couche de mélange, d'après Piponnier *et al.* (2009).

Agostini (2011) ont réalisé, à partir de données expérimentales combinées à des SGE, une étude détaillée du lien entre la dynamique du choc et la dynamique à moyenne et basse fréquence de la zone décélérée dans le cas du choc oblique impactant une plaque plane. Ils montrent notamment que le choc réfléchi possède une dynamique à basse fréquence ( $St_L \approx 0.03$ ) et à moyenne fréquence ( $St_L \approx 0.5$ ), et démontrent que celles-ci "ne sont que le miroir des phénomènes créés dans la zone décélérée". Ils suggèrent alors que la dynamique basse fréquence correspond à une modulation des structures convectives par un mécanisme proche du flapping rencontré en subsonique. Ils proposent ainsi d'améliorer la représentation non-visqueuse de Déleroy (1971) en scindant la couche de mélange

en deux parties (figure 4.18 gauche). Dans cette nouvelle représentation, la partie amont est liée au pied du choc réfléchi et subit une simple translation isobare, alors que la partie aval est la zone où sont générées les instationnarités basses fréquences. Plus précisément, l'angle que forme la couche de mélange avec la paroi se voit modulé non seulement à moyenne fréquence, par le passage des structures convectives, mais également à basse fréquence. Ils appliquent le même raisonnement au cas de la rampe de compression (figure 4.18 droite), soulignant les fortes similitudes entre les dynamiques de ces deux types d'écoulement.

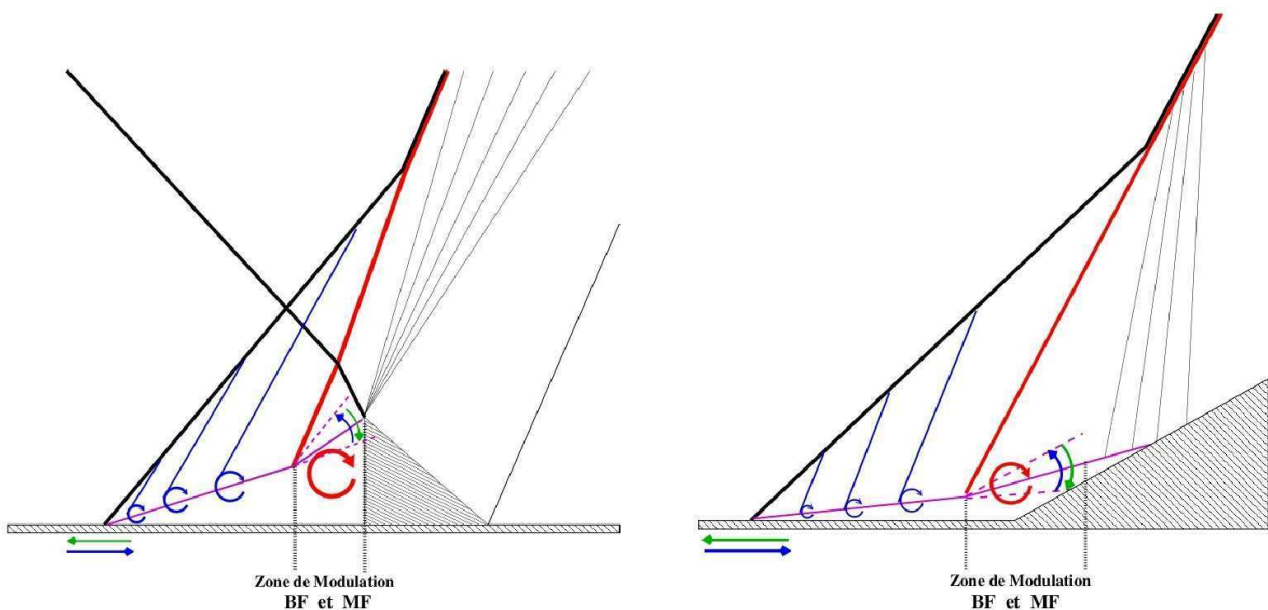


FIGURE 4.18 – Représentation en non-visqueux de la configuration de choc oblique impactant une plaque plane (gauche) et de rampe de compression (droite), d'après Agostini (2011).

Des analyses de stabilité du champ moyen du cas d'IOCCL sur plaque plane ont été réalisées par Toubert & Sandham (2009) et Pirozzoli *et al.* (2010) et révèlent l'existence d'un mode global 2D stationnaire. Ce résultat est cependant peu réaliste car une analyse de stabilité d'un champ moyen 2D ne peut pas engendrer un mode 2D stationnaire, c'est à dire ayant les mêmes symétries que la champ moyen lui-même, instable.

Les travaux de Souverein *et al.* (2009*a,b*) suggèrent que plusieurs mécanismes d'instationnarités basses fréquences sont en fait présents simultanément dans l'écoulement. La prédominance d'un mécanisme sur un autre semble dépendre des caractéristiques moyennes de l'interaction considérée (absence de décollement, décollement naissant, ou décollement important). En présence d'un décollement très faible, la couche limite amont se verra posséder une forte influence sur la dynamique basse fréquence,

alors que dans le cas d'un écoulement fortement décollé, c'est la zone décélérée qui pilotera les instationnarités basses fréquences.

Les tentatives d'explication des instationnarités basses fréquences se sont limitées jusqu'à présent à des raisonnements 2D. Or les travaux de Boin *et al.* (2003) et Boin *et al.* (2006), sur un cas d'IOCCL laminaire, montrent que lorsque l'intensité de l'interaction augmente, l'écoulement se tridimensionnalise avant de devenir instationnaire. Une analyse de stabilité globale réalisée par Robinet (2007) montre que pour des interactions suffisamment fortes, le mode le plus instable est 3D. Bien que ces résultats concernent des IOCCL laminaires, ils suggèrent que la dynamique instationnaire possède un caractère 3D intrinsèque. Dupont *et al.* (2006) montrent, pour une IOCCL turbulente, que la zone de décollement présente des caractéristiques 3D dans le cas de fortes interactions. Des simulations par SGE récentes (notamment Garnier (2009), Larchevêque *et al.* (2009) et Hadjadj *et al.* (2010)) ont cependant montré que le caractère 3D était lié dans ce cas à un effet de confinement engendré par la présence des parois latérales de la soufflerie. Toubert (2010) a réalisé une simulation SGE avec une large envergure et en l'absence de parois latérales. Cette simulation met en évidence une organisation instantanée 3D de l'écoulement, avec notamment la formation de cellules de décollement dans la direction transverse, accompagnée de mouvements de grande amplitude du choc réfléchi. L'étude des aspects 3D des instationnarités basses fréquences est cependant encore limitée en expérimentation par la présence de parois latérales, et en simulation par le coût important lié à la grande envergure transverse nécessaire.

# Chapitre 5

## Simulation des grandes échelles de l'interaction onde de choc / couche limite

### 5.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de montrer que la stratégie numérique peu coûteuse proposée dans cette étude permet d'accéder à la dynamique instationnaire basse fréquence du cas d'IOCCL sur plaque plane. Pour cela une première simulation SGE est réalisée en utilisant comme condition d'entrée turbulente la méthode de "bypass" numérique présentée dans le chapitre 2. Un domaine long est utilisé en amont afin de se rendre complètement indépendant de la condition d'entrée. Un deuxième calcul avec une zone réduite en entrée grâce à l'utilisation de la méthode SEM et sans raffinement dans la zone d'interaction permet de diviser le coût par un ordre de grandeur. Ces deux premières SGE sont réalisées pour un angle de déflecteur de choc  $\phi = 8^\circ$  permettant une validation croisée avec de nombreuses références. Enfin, l'angle est augmenté d'un degré et le temps d'intégration est très long pour le dernier calcul afin de caractériser les oscillations basses fréquences.

### 5.2 IOCCL turbulente pour un angle de déflecteur de choc $\phi = 8^\circ$

#### 5.2.1 Paramètres physiques et numériques

On présente dans cette section les deux simulations SGE réalisées sur la configuration de la SND de Pirozzoli & Grasso (2006), pour lequel l'angle du déflecteur de choc est  $\phi = 8^\circ$ . Le nombre de Mach de la simulation est  $M_\infty = 2.25$  et le nombre de Reynolds  $Re_\theta = 3725$ . Le nombre de Reynolds est calculé sur la couche limite seule à la position du point d'impact du choc incident. La simulation SND de Pirozzoli & Grasso (2006) montre que cette configuration entraîne la formation d'un décollement naissant (incipient). On peut déjà remarquer que cette configuration est a priori difficile à reproduire



par SGE étant donné qu'un décollement naissant est beaucoup plus sensible qu'un décollement fort aux propriétés de la couche limite amont. A la paroi, des conditions d'adhérence et d'adiabaticité sont imposées. La température en amont à l'extérieur de la couche limite est  $T_\infty = 169.44$  K, et la température de la paroi est proche de 322K qui est la température de recouvrement imposée à la paroi par Pirozzoli & Grasso (2006) dans leur SND. La pression en amont à l'extérieur de la couche limite est de  $p_\infty = 23999$  Pa. Le choc est défini à partir des relations de saut de Rankine-Hugoniot en entrée de domaine pour un rapport de pression  $p_1/p_\infty = 1.6$ , où  $p_1$  est la valeur de la pression en aval du choc incident. La couche limite en amont de la zone d'interaction a pour valeur  $\delta = 0.0017$  m.

Les deux simulations réalisées ici sont :

- une SGE qualifiée de **ICCLT1** utilisant la méthode de "bypass" numérique en condition d'entrée,
- une SGE qualifiée de **ICCLT2** utilisant la méthode SEM en condition d'entrée.

Les paramètres liés aux maillages des deux simulations sont donnés dans le tableau 5.1. La résolution pariétale utilisée pour le calcul ICCLT1 est identique à celle de la simulation qualifiée de maillage SGE1 présentée dans le chapitre 2. Les résultats obtenus avec ce maillage se sont révélés en très bon accord avec les simulations SND récentes de référence en couche limite. De plus, le maillage est ici raffiné dans la direction longitudinale au niveau de la zone d'interaction, ce qui permet d'avoir une très bonne résolution de la zone décélérée dans les trois directions de l'espace. Étant donné la grande longueur de domaine nécessaire en amont de la zone d'interaction pour s'assurer d'être bien indépendant de la condition d'entrée, le domaine de calcul a été divisé en deux blocs (figure 5.1(a)). Ce découpage permet d'économiser ici plus de 4 millions de points. Enfin, comme pour le calcul ICCLT1, le maillage dans la direction normale est étiré avec une raison géométrique de 2%. La longueur du domaine dans la direction longitudinale pour le calcul ICCLT2 est plus de deux fois plus courte que celle du calcul ICCLT1, grâce à l'utilisation de la méthode SEM en entrée de domaine. La résolution utilisée est sensiblement équivalente à celle du calcul ICCLT1 à l'exception du fort raffinement dans la direction longitudinale au niveau de la zone d'interaction qui est absent ici (figure 5.1(b)). Enfin, le maillage dans la direction normale est étiré avec une raison géométrique de 2% à l'intérieur de la couche limite, puis de 4% à l'extérieur. Pour les deux simulations, la largeur transverse du domaine a été choisie légèrement supérieure à celle utilisée par la SND de Pirozzoli & Grasso (2006), qui est d'environ  $2.6\delta$ . Des conditions limites caractéristiques de non-réflexion sont utilisées pour la paroi haute et sont combinées à une zone éponge en sortie de domaine.

Le tableau 5.2 regroupe quelques paramètres numériques pour les deux SGE. Les temps d'intégrations

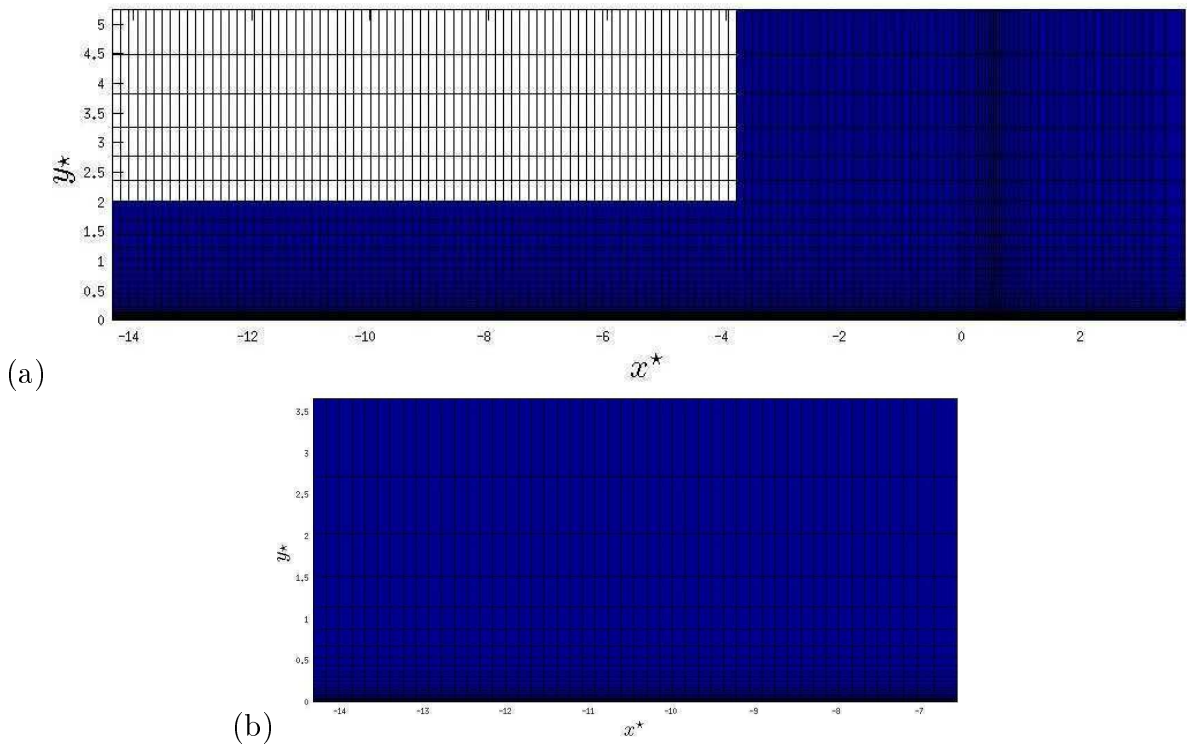


FIGURE 5.1 – Visualisation des maillages pour les calculs ICCLT1 (a) et ICCLT2 (b). Les domaines effectifs de calcul sont en bleu. Pour une question de visibilité, une maille sur 8 pour chaque direction est représentée.

Simulations	$L_x/\delta$	$L_y/\delta$	$L_z/\delta$	$\Delta x^+$	$\Delta y^+$	$\Delta z^+$	$N_x$	$N_y$	$N_z$	$N_{tot}$
ICCLT1	58	17.6	2.94	40-9-40	1.8	14	1100	250	150	41.2M
ICCLT2	26	15.1	3.5	42	1.7	17	400	200	154	12.3M

TABLE 5.1 – Paramètres du maillage des calculs ICCLT1 et ICCLT2.

sont de l'ordre de  $1000U_\infty/\delta$ , ce qui est nettement supérieur au temps d'intégration de la SND de Pirozzoli & Grasso (2006), qui est de  $32U_\infty/\delta$ . Le tableau 5.2 met en évidence le gain en terme d'heures de calcul CPU qui est presque d'un ordre de grandeur entre le calcul ICCLT1 et ICCLT2. On remarque par contre que le temps de restitution est similaire. En effet, les pas de temps étant très similaires pour les deux SGE, et l'avancement temporel de la méthode numérique étant complètement explicite, le temps de restitution n'est dépendant que des performances de la méthode en terme de scalabilité, celles-ci étant proches pour les deux calculs.

Lorsque l'on cherche à comparer différentes simulations d'IOCCL entre elles, il est courant de se placer dans un référentiel local à la zone d'interaction. En expérimentation, la longueur d'interaction, définie par la distance séparant les points d'impact Euler des chocs incident et réfléchi, est couramment choisie. En simulation numérique, on aura tendance à considérer la longueur de décollement qui peut

	ICCLT1	ICCLT2
$\Delta t U_\infty / \delta$	0.0024	0.0023
temps d'intégration (en $U_\infty / \delta$ )	1200	920
nombre de traversées de domaine	20	36
nombre de processeurs	294	32
nombre d'heures CPU	200000h	27000h
temps de restitution	$\simeq 15$ jours	$\simeq 16$ jours

TABLE 5.2 – Paramètres numériques des calculs ICCLT1 et ICCLT2.

être précisément estimée. Dans ce chapitre, le choix est fait d'utiliser la longueur de décollement  $L_{sep}$ , définie comme la distance entre les points de décollement et de recollement, et on placera l'origine du repère au niveau de point de décollement  $x_{decol}$ . La figure 5.1 permet de se faire une idée des dimensions des domaines de calcul dans ce nouveau repère défini par  $x^{**} = (x - x_{decol}) / L_{sep}$ , et  $y^{**} = y / L_{sep}$ . de décollement définie comme la distance entre les points de décollement et de recollement. Une partie des résultats obtenus est comparée à des SND et des SGE de la littérature. Le tableau regroupe les études utilisées ici. Celles-ci regroupent certains travaux précurseurs concernant la SGE de l'IOCCL sur plaque plane (Touber & Sandham (2009)), et d'autres très récents (Morgan *et al.* (2011a)).

Références numériques	Mach	$Re_\theta$
Pirozzoli & Grasso (2006)	2.25	3725
Shahab (2011)	2.25	3725
Pirozzoli & Bernardini (2011)	2.28	2300
Touber & Sandham (2009)	2.28	5100
Morgan <i>et al.</i> (2011a)a	2.28	4800
Morgan <i>et al.</i> (2011a)b	2.28	2300
Morgan <i>et al.</i> (2011a)c	2.28	1500
ICCLT1	2.25	3725
ICCLT2	2.25	3725

TABLE 5.3 – Paramètres physiques des simulations SND et SGE de référence pour un angle de déflecteur du choc incident de  $8^\circ$ .

### 5.2.2 Mise en place de la capture de choc en turbulent

La méthode ANSF est utilisée pour les calcul d'IOCCL afin de supprimer les oscillations parasites liées aux chocs incident et réfléchi. Cette méthode a été appliquée avec succès au chapitre 1 notamment sur le cas du choc oblique impactant une couche limite laminaire. Dans le cas de l'interaction entre une onde de choc et une couche limite turbulente, le rôle du senseur est primordial et il n'existe pas dans la littérature de senseur capable de s'adapter à tous les types d'écoulements turbulents. Après

l'impact du choc incident, la croissance du bulbe de recirculation se fait sur des échelles visqueuses et donc très lentes. Un long transitoire est donc nécessaire avant d'atteindre un écoulement établi. Le début du transitoire du calcul ICCLT2 est utilisé ici pour réaliser quelques tests de performances des senseurs utilisés par la méthode ANSF. Pour rappel, deux senseurs ont été développés pour la méthode ANSF, l'un basé sur la pression, et l'autre sur la dilatation. La figure 5.2 montre l'amplitude du filtrage appliqué par la méthode ANSF lorsqu'un senseur basé sur la pression est utilisé (figure 5.2(a)) et lorsqu'un senseur basé sur la dilatation est utilisé (figure 5.2(b)).

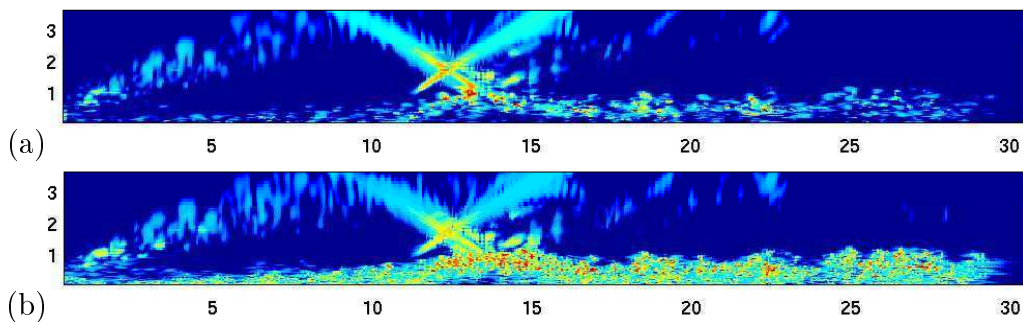


FIGURE 5.2 – Amplitude du filtrage issue de la méthode ANSF dans le cas de l'utilisation d'un senseur basé sur la pression (a) et sur la dilatation (b). Le repère X et Y de la grille de calcul est ici simplement adimensionné par  $\delta$ .

Les senseurs capturent bien les chocs incident et réfléchi dans la partie non-visqueuse de l'écoulement et détectent également la discontinuité en entrée de domaine. Cependant, le filtrage touche également une part importante de la couche limite turbulente et particulièrement la zone décélérée. Les senseurs tels qu'ils sont proposés pour la méthode ANSF ne permettent donc pas de distinguer proprement les discontinuités des fluctuations turbulentes. Le choix a donc été fait de combiner le senseur basé sur la pression, qui détecte plus efficacement les chocs, à un senseur de Ducros *et al.* (1999), basé sur une combinaison des champs de dilatation et de vorticité de l'écoulement tel que :

$$\Psi = \frac{(\nabla \cdot \mathbf{u})^2}{(\nabla \cdot \mathbf{u})^2 + \Omega^2 + \epsilon}$$

avec  $0 \leq \Psi \leq 1$ , et  $\epsilon = 1 \times 10^{-30}$ . Une modification du senseur de Ducros proposée par Bhagatwala & Lele (2009) a été également implémentée, permettant notamment de distinguer les zones de fortes compression comme les chocs de la zone de détente en aval du choc réfléchi. La version améliorée du senseur de Ducros est donnée par :

$$\frac{1}{2} \left( 1 - \tanh \left( 2.5 + 10 \frac{\Delta}{c} \nabla \cdot \mathbf{u} \right) \right) \times \frac{(\nabla \cdot \mathbf{u})^2}{(\nabla \cdot \mathbf{u})^2 + \Omega^2 + \epsilon}$$

La figure 5.3 montre que la combinaison avec un senseur de Ducros permet de limiter l'application du filtrage uniquement en dehors de la couche limite. L'amélioration de Bhagatwala & Lele (2009) améliore légèrement les résultats du senseur de Ducros et concentre le filtrage uniquement sur les chocs incident et réfléchi.

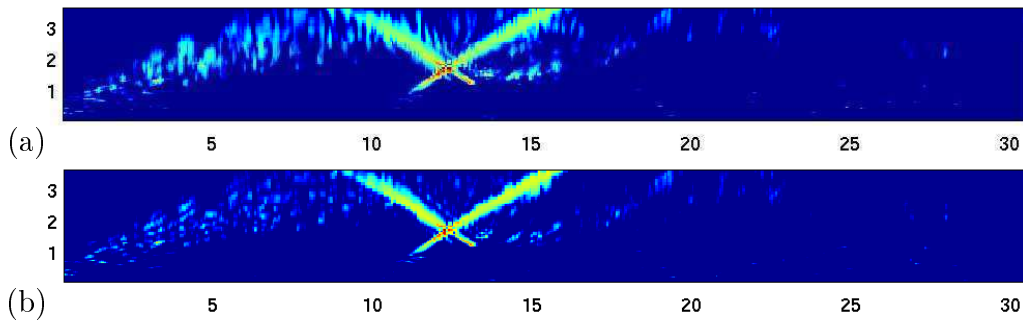


FIGURE 5.3 – Amplitude du filtrage issue de la méthode ANSF dans le cas de l'utilisation d'un senseur basé sur la pression combiné avec un senseur de Ducros (a) ou de Ducros amélioré par Bhagatwala & Lele (2009) (b). Le repère X et Y de la grille de calcul est ici simplement adimensionné par  $\delta$ .

De très bons résultats ont donc été obtenus en combinant la méthode ANSF avec un senseur de Ducros amélioré et cette stratégie est conservée pour les simulations d'IOCCL turbulentes.

### 5.2.3 Visualisations instantanées

Le champ de température instantané pour le calcul ICCLT1 sur la figure 5.5(a) permet d'apprécier le caractère pleinement turbulent de l'interaction ainsi que la finesse des plus petites structures. On peut également noter leur intensification après la traversée du choc réfléchi. Il n'est cependant pas aisé de distinguer la couche de mélange, qui est le siège de l'amplification comme le montrent les cartographies des intensités turbulentes un peu plus loin. La visualisation strioscopique de la figure 5.5(b) montre que le système de chocs est capturé très proprement. L'intensification de l'activité turbulente à la traversée du choc est également visible ici avec des gradients de masse volumique très intenses dans la zone aval.

### 5.2.4 Comparaison avec les références numériques

#### 5.2.4.1 Champ moyens

Les longueurs caractéristiques de la zone d'interaction obtenues pour les deux SGE sont présentées dans le tableau 5.3. Les valeurs obtenues par les deux calculs SGE surestiment les valeurs trouvées par Pirozzoli & Grasso (2006). Dupont et al 2006 montrent qu'il existe une relation de proportionnalité

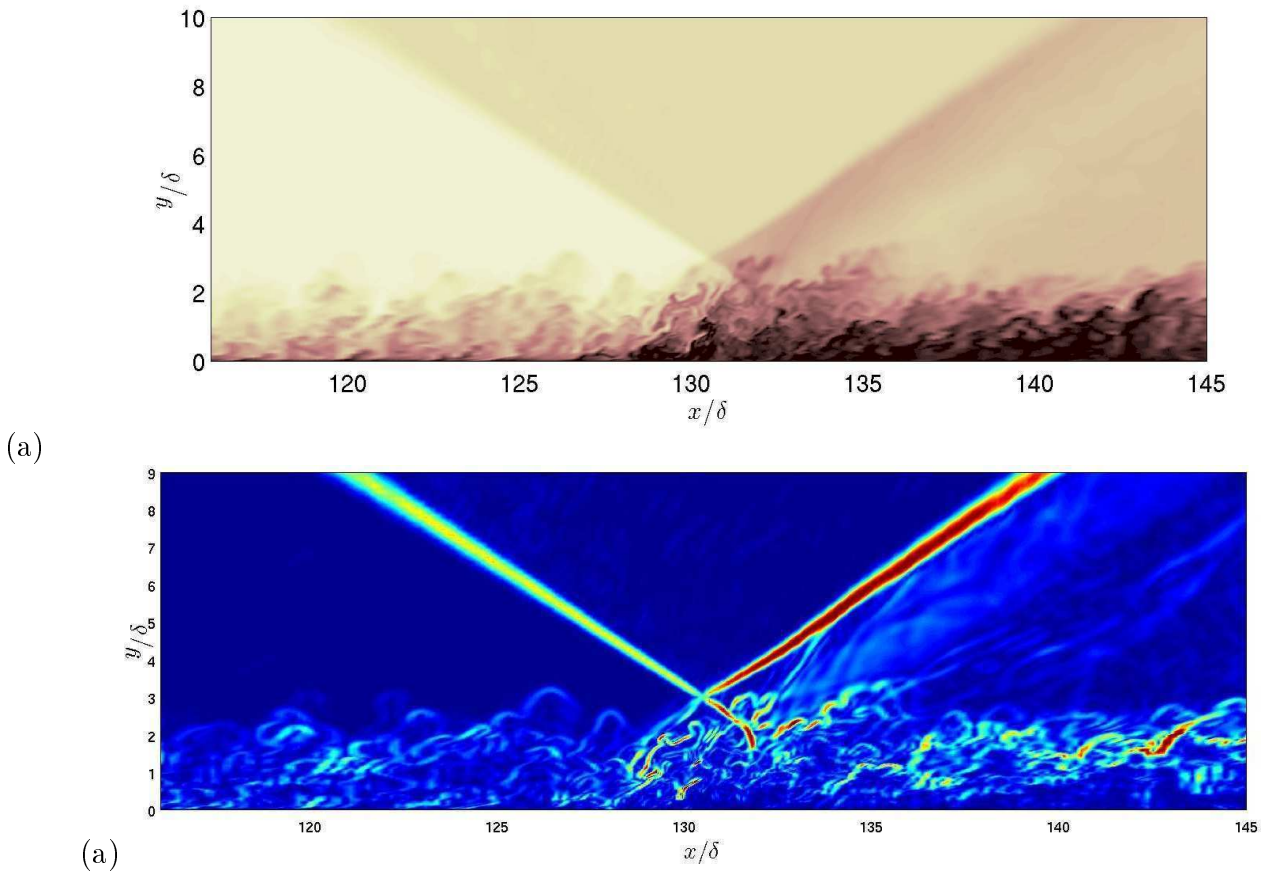


FIGURE 5.4 – Champ de température (a) et visualisation Schlieren (b) pour le calcul ICCLT1.

entre l'intensité de l'interaction, définie par  $(p_1 - p_\infty)/2\tau_w$ , et le ratio  $L_{int}/\delta$ . Ce résultat peut expliquer une différence de taille de bulbe de recirculation par un écart sur le nombre de Reynolds effectif de la simulation. Cependant, ici l'écart est plus important avec le calcul fin qu'avec le calcul grossier, ce qui ne va pas dans le sens d'un nombre de Reynolds effectif réduit par une trop grande dissipation numérique. Des simulations récentes réalisées sur des configurations similaires, par Pirozzoli & Bernardini (2011) et Morgan *et al.* (2011a), donnent des valeurs du ratio  $L_{int}/\delta$  en très bon accord avec nos simulations et plus particulièrement avec le calcul ICCLT1. De plus, Morgan *et al.* (2011a) ont étudié, en SGE, l'influence, sur la taille du décollement, du nombre de Reynolds et du rapport de pression au niveau du choc incident, et montrent que le frottement pariétal de la couche limite amont a peu d'influence en comparaison de l'intensité du choc incident. Ces résultats suggèrent que les valeurs obtenues sur notre configuration sont bien supposées être en accord avec celles obtenues par Pirozzoli & Bernardini (2011) à  $Re_\theta = 2300$  et Morgan *et al.* (2011a) à  $Re_\theta = 4800$ . Une explication de ces écarts significatifs pourrait être liée au temps d'intégration très faible de la SND de Pirozzoli

& Grasso (2006), notamment en regard de la croissance de la zone décollée basée sur des échelles visqueuses, ainsi qu'en regard des instationnarités basses fréquences (présentes sur les spectres de pression de Pirozzoli & Grasso (2006), bien que mal résolues) qui marquent certainement le champ moyen en raison des fortes distortions de l'écoulement qu'elles engendrent.

Simulations	$L_{sep}/\delta$	$L_{int}/\delta$	$Re_\theta$
ICCLT1	2.35	2.84	3725
ICCLT2	2.	2.51	3725
Pirozzoli & Bernardini (2011)	2.31*	2.89	2300
Pirozzoli & Grasso (2006)	1.18	2.17	3725
Morgan <i>et al.</i> (2011a)	2.32*	2.9	4800
Touber & Sandham (2009)	3.9	4.8	5100

TABLE 5.4 – Longueurs d'interactions pour les calculs ICCLT1 et ICCLT2. L'indice \* signifie que les valeurs ont été déduites à partir de  $L_{sep} = 0.8L_{int}$  (voir Clemens & Narayanaswamy (2009)). Les nombres de Reynolds des simulations sont indiqués pour rappel.

On se place pour le reste de la validation dans le repère  $(x^{**}, y^{**})$  centré sur le point de décollement et normalisé par la longueur de décollement. On s'intéresse dans un premier temps à la validation des champs moyens. La figure 5.5 montre des profils de vitesse extraits aux positions  $x^{**} = -1; 0; 1.5; 2.5; \text{ et } 7$  (uniquement pour le calcul ICCLT2 qui possède la distance suffisante en aval), comparés à la SND de Pirozzoli & Grasso (2006). Un très bon accord est obtenu pour le calcul ICCLT1. Pour le calcul ICCLT2, les profils dans la zone aval de l'interaction présentent de légers écarts mais la solution globale est très bonne. Ces résultats montrent que malgré un écart significatif sur les dimensions de la zone décélérée, les résultats sont en très bon accord avec la référence SND lorsque l'on se place dans un référentiel local à la zone d'interaction.

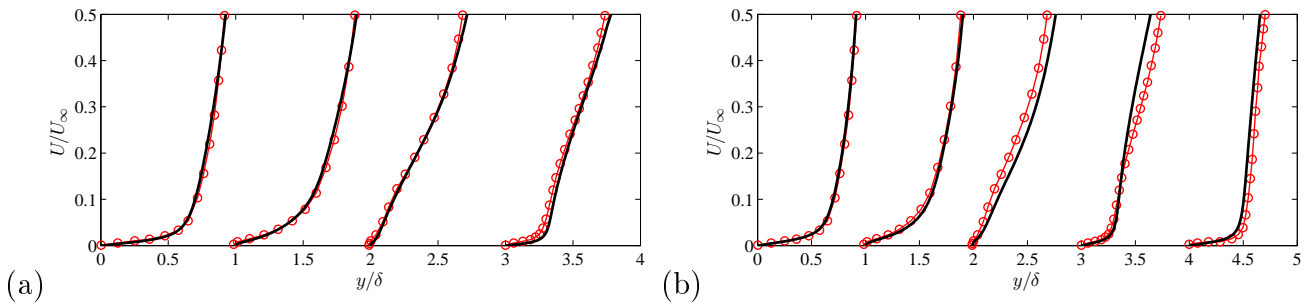


FIGURE 5.5 – Profils moyens de vitesse pour le calcul ICCLT1 — (a) et ICCLT2 — (b) aux positions  $x^{**} = -1; 0; 1.5; 2.5; \text{ et } 7$ ; Pirozzoli & Grasso (2006) —  $\circ$  —.

Les évolutions du saut de pression pariétal et du coefficient de frottement sont classiquement utilisées pour caractériser les propriétés moyennes du cas d'IOCCL. La figure 5.6 compare les résultats obtenus dans cette étude avec quelques références de la littérature. Une première remarque est que le même niveau de pression est retrouvé en aval de l'interaction pour toutes les simulations. Dans le repère  $(x^{**}, y^{**})$ , les évolutions de la pression pariétale sont en très bon accord entre les différentes simulations, et ce malgré un écart en nombre de Reynolds entre certaines des simulations. Ce résultat met en évidence que les dimensions de la zone d'interaction sont principalement pilotées par la zone Euler de l'écoulement c'est-à-dire ici essentiellement par le choc incident.

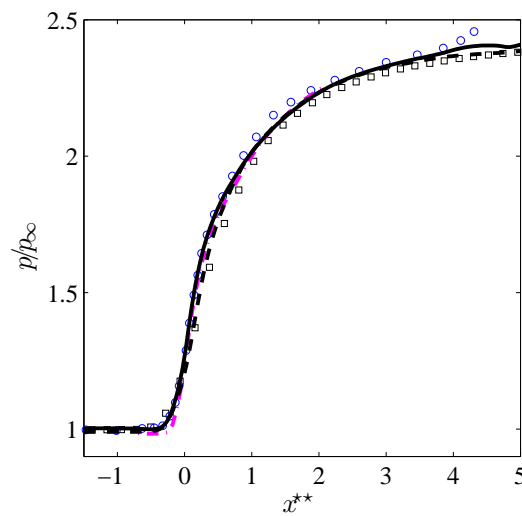


FIGURE 5.6 – Évolution de la pression pariétale. ICCLT1 — ; ICCLT2 - - - ; Pirozzoli & Bernardini (2011)  $\square$  ; Touber & Sandham (2009) - · - · ; Morgan *et al.* (2011a)  $\circ$ .

La figure 5.7 compare l'évolution du coefficient de frottement avec quelques références de la littérature. En plus des courbes correspondant aux simulations ICCLT1 et ICCLT2, on ajoute sur la figure 5.7(a) les références numériques les plus récentes, c'est à dire la SND de Pirozzoli & Bernardini (2011) et la SGE de Morgan *et al.* (2011a). L'écart en nombre de Reynolds des simulations se traduit par une amplitude différente du coefficient de frottement à la fois en amont et en aval de la zone d'interaction. Cependant, les formes des profils sont très similaires, et en particulier la formation en moyenne de deux zones de recirculation observée pour les simulations de référence et pour le calcul ICCLT1. Seul le calcul ICCLT2 à un comportement différent caractérisé par un profil en plateau. On s'intéresse maintenant à la figure 5.7(b) qui, en plus des courbes correspondant aux simulations ICCLT1 et ICCLT2, présente les résultats des simulations SGE de Touber & Sandham (2009) et SND de Pirozzoli & Grasso (2006). Cette fois c'est le calcul ICCLT2 qui est en meilleur accord avec les références numériques, avec un frottement globalement plus intense et en forme de plateau.



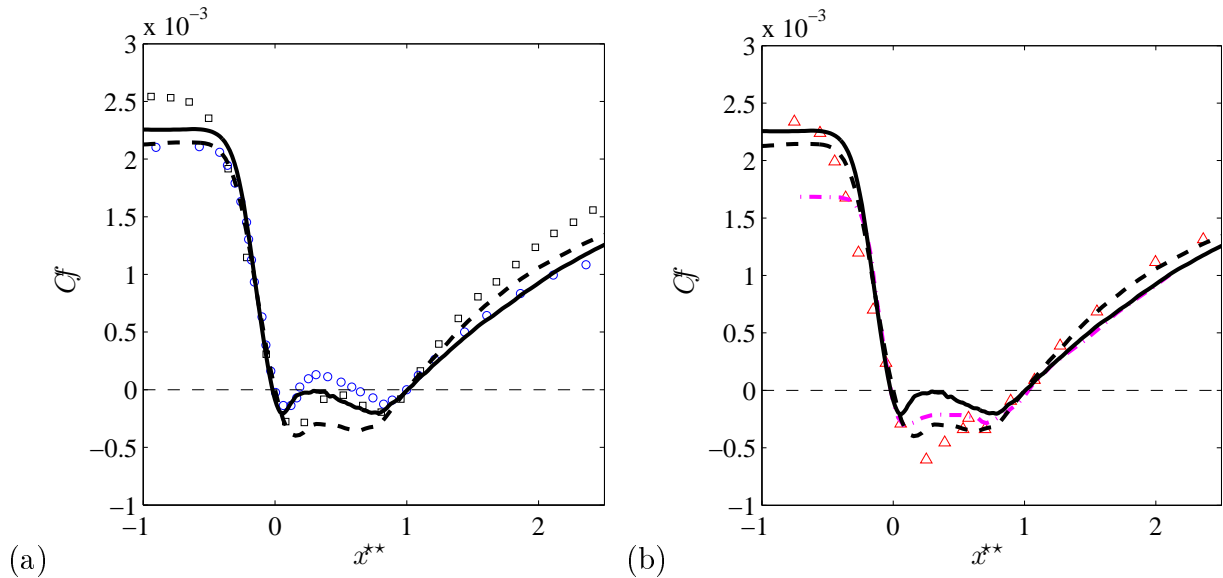


FIGURE 5.7 – Évolution du coefficient de frottement pariétal. ICCLT1 — ; ICCLT2 - - - ; Pirozzoli & Bernardini (2011)  $\square$  ; Toubert & Sandham (2009) - · - · ; Morgan *et al.* (2011a)  $\circ$  ; Pirozzoli & Grasso (2006)  $\triangle$ .

On voit donc que les résultats du calcul ICCLT1 sont en très bon accord avec les références les plus récentes et ceux du calcul ICCLT2 avec les références antérieures. Pour toutes les simulations considérées l'angle d'impact du choc incident est le même et seul le nombre de Reynolds diffère. Il est donc intéressant pour notre analyse de connaître le comportement du coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds de la simulation. Une telle information est fournie par les calculs de Morgan *et al.* (2011a) présentés sur la figure 5.8. Cette figure met en évidence l'influence du nombre de Reynolds et montre qu'un nombre de Reynolds plus important conduit à une couche limite plus énergétique et donc à une recirculation moins intense. Cette recirculation moins intense se traduit par une amplitude de frottement plus faible voir même à la formation de deux zones de recirculation en moyenne à partir d'un nombre de Reynolds de 4800. Une comparaison entre les SND de Pirozzoli & Grasso (2006) à  $Re_\theta = 3750$  et de Pirozzoli & Bernardini (2011) à  $Re_\theta = 2300$  montre cependant un comportement opposé, et des incohérences similaires peuvent également être observées entre les simulations SGE. Au final, la différence essentielle entre les simulations de références présentées sur la figure 5.7(a) et celles présentées sur la figure 5.7(b) est la résolution adoptée et en particulier la résolution dans la direction longitudinale dans la zone d'interaction. Le coefficient de frottement est donc très sensible aux caractéristiques de la méthode numérique employée (caractère dissipatif du schéma spatial, résolution dans la zone d'interaction) et les meilleurs résultats sont obtenus avec le

calcul ICCLT1. Cependant, le calcul ICCLT2 est en bon accord avec les simulations possédant des résolutions similaires et donne des résultats satisfaisant.

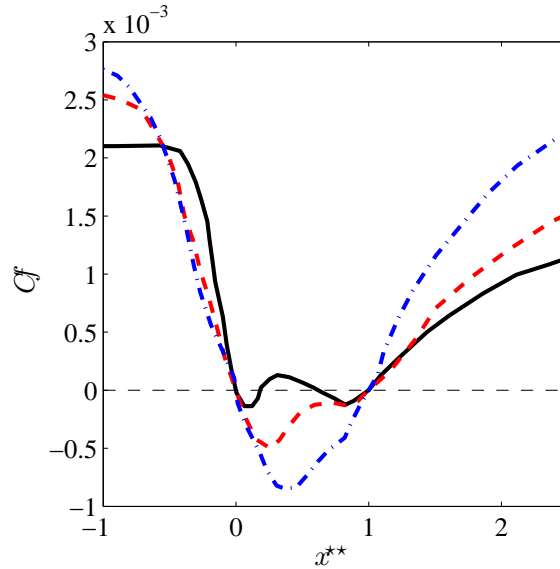


FIGURE 5.8 – Évolution du coefficient de frottement pariétal. Morgan *et al.* (2011a)a — ; Morgan *et al.* (2011a)b - - - ; Morgan *et al.* (2011a)c - · - · .

#### 5.2.4.2 Intensités turbulentes

La partie amont du calcul d'ICCLT1 a été validée finement dans le chapitre 3 et les résultats obtenus ont montré un très bon comportement des tensions turbulentes. On pourra se référer à cette section pour la validation de la couche limite amont. Dans ce qui suit on trace des cartographies 2D des tensions turbulentes *rms* pour le calcul ICCLT1 que l'on compare aux champs issus du calcul SND de Shahab (2011).

En amont de l'interaction, les fluctuations turbulentes sont caractérisées par un pic d'intensité en proche paroi. Dans la zone d'interaction, les pics de fluctuations turbulentes s'éloignent progressivement de la paroi en raison de l'amplification produite par la couche de mélange. Les cartographies montrent que les niveaux d'amplification des tensions sont correctement retrouvés par le calcul ICCLT1. Le ratio de la longueur de décollement et de l'épaisseur de couche limite amont est supérieur à celui obtenu par Shahab (2011), et donne ainsi l'impression que la couche limite amont est plus fine, ce qui n'est pas le cas. Cependant, les résultats sont en très bon accord avec ceux de la SND. On remarque tout de même que les niveaux *rms* sont plus faibles avec le calcul ICCLT1 au niveau des chocs incident et réfléchi, et notamment les niveaux de pression *rms* suggèrent que le choc est moins étalé que dans la SND de Shahab (2011).

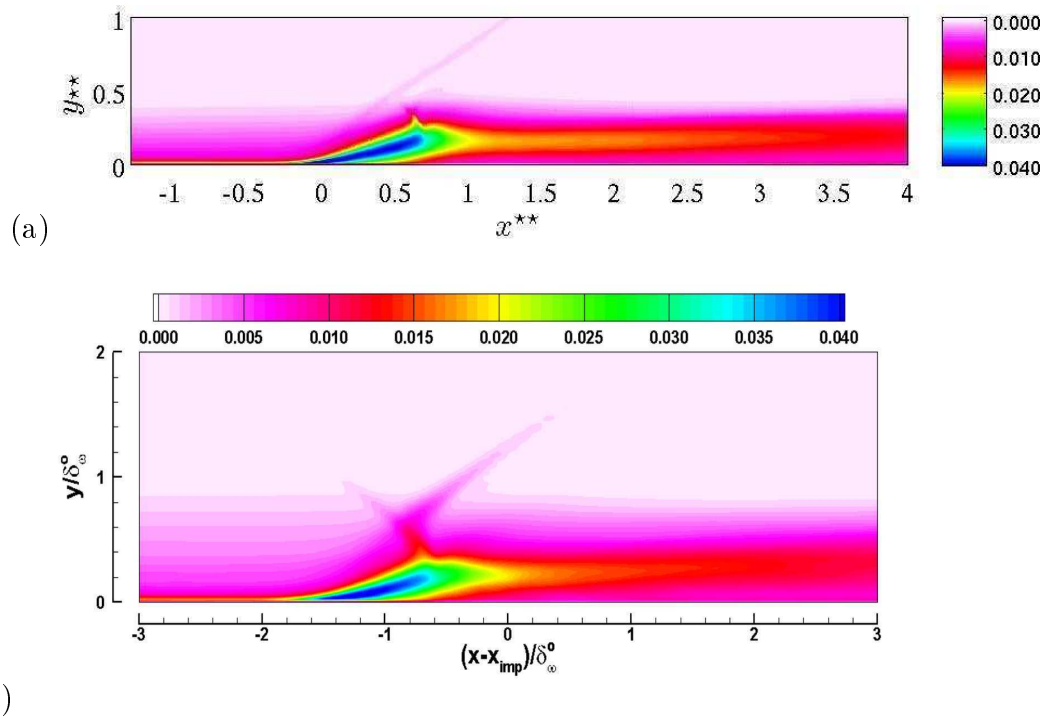


FIGURE 5.9 – Cartographie des champs  $u_{rms}^2/U_\infty^2$  au sein de la zone d'interaction pour le calcul ICCLT2 (a), et pour la SND de Shahab (2011) (b).

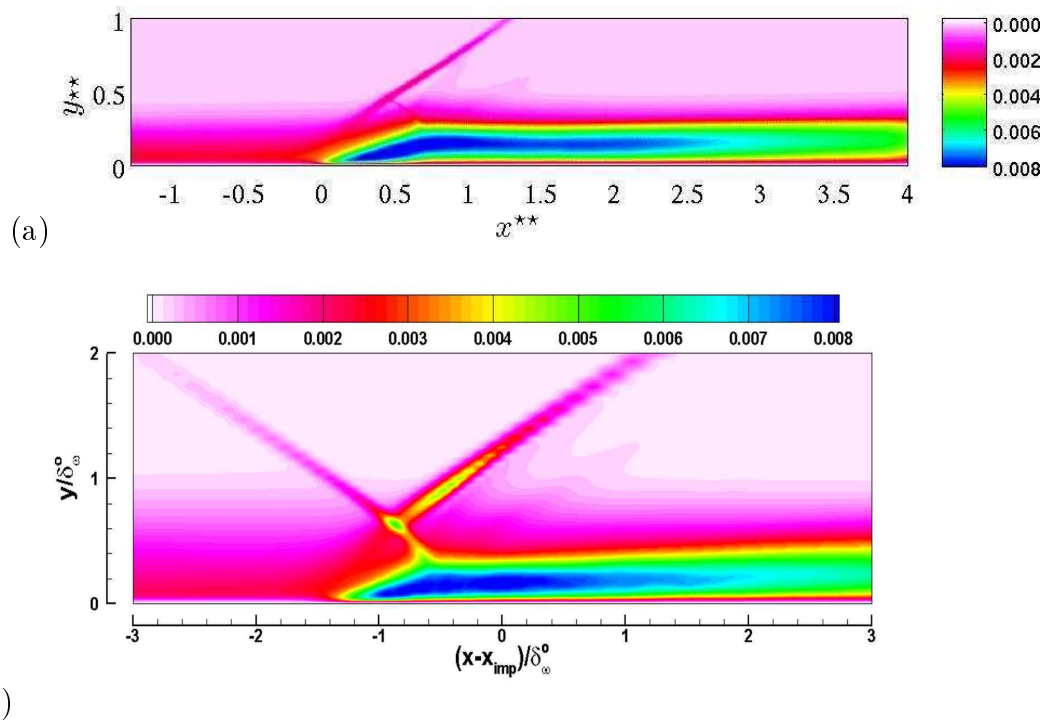


FIGURE 5.10 – Cartographie des champs  $v_{rms}^2/U_\infty^2$  au sein de la zone d'interaction pour le calcul ICCLT2 (a), et pour la SND de Shahab (2011) (b).

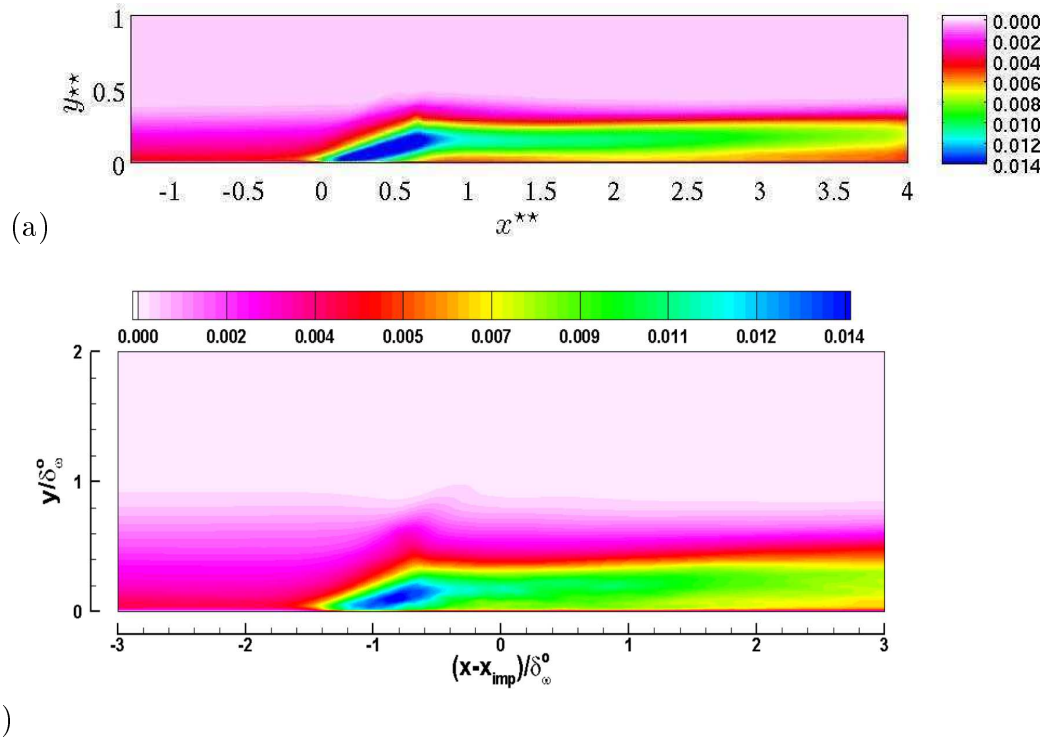


FIGURE 5.11 – Cartographie des champs  $w_{rms}^2/U_\infty^2$  au sein de la zone d’interaction pour le calcul ICCLT2 (a), et pour la SND de Shahab (2011) (b).

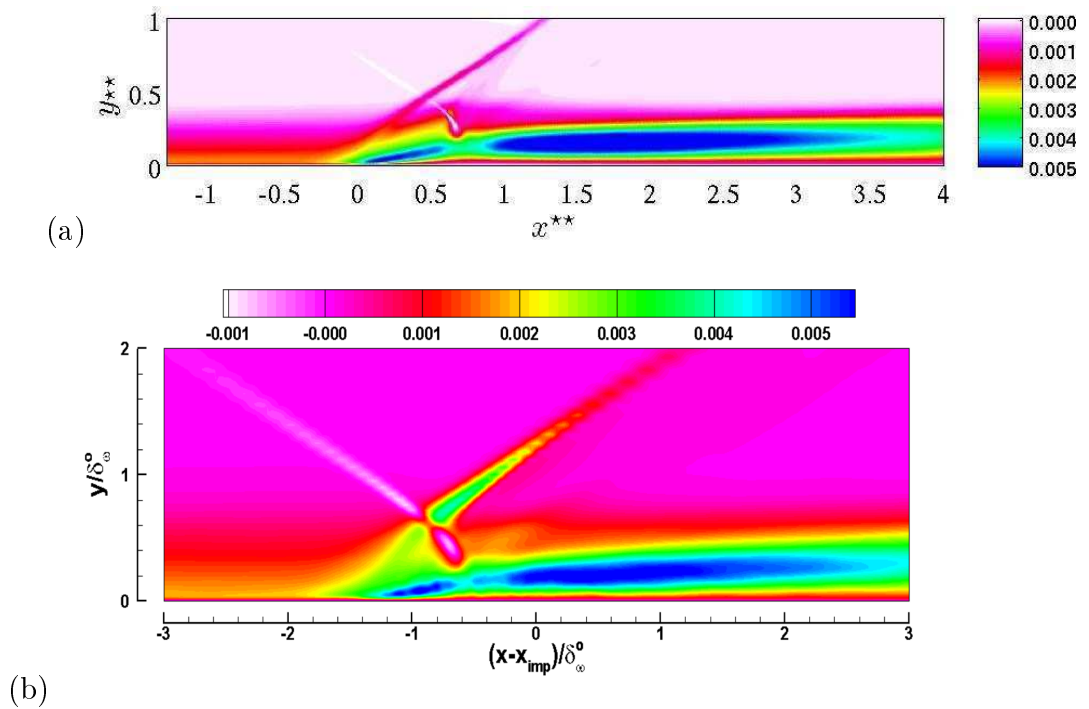


FIGURE 5.12 – Cartographie des champs  $(uv)_{rms}/U_\infty^2$  au sein de la zone d’interaction pour le calcul ICCLT2 (a), et pour la SND de Shahab (2011) (b).

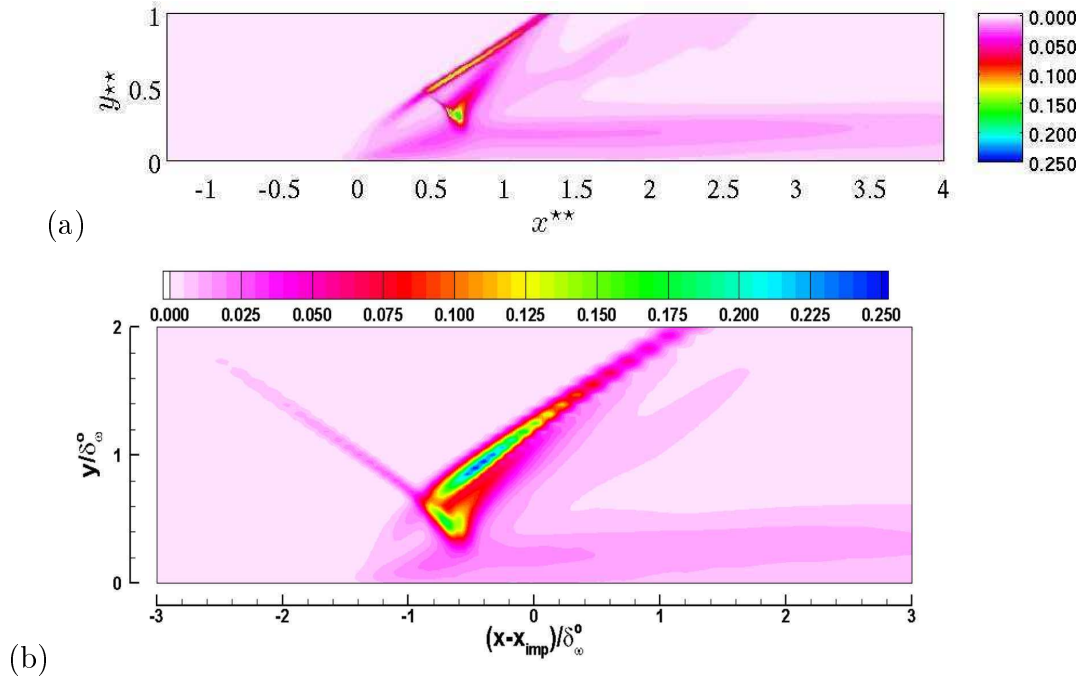


FIGURE 5.13 – Cartographie des champs  $P_{rms}/P_\infty^2$  au sein de la zone d'interaction pour le calcul ICCLT2 (a), et pour la SND de Shahab (2011) (b).

### 5.2.5 Comparaison avec la référence expérimentale

Dans cette section, on compare les champs de vitesse moyens et  $rms$  de nos simulations SGE avec les données PIV de Dupont *et al.* (2006) sur les figures 5.14 et 5.15. On se place pour cette comparaison dans un repère centrée sur l'origine apparente au niveau de la paroi du choc réfléchi  $x_I$  et normalisé par la longueur d'interaction  $L_{int}$  définie par la distance entre les prolongements jusqu'à la paroi des chocs incident et réfléchi, défini par  $x^* = (x - x_I)/L_{int}$ , et  $y^* = y/L_{int}$ . Les résultats des calculs SGE sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux. En particulier la topologie de la zone d'interaction est très bien retrouvée, l'épaississement de la couche limite étant bien reproduite ainsi que l'amplification des fluctuations turbulentes le long de la couche de cisaillement. Des niveaux inférieurs des profils  $rms$  sont obtenus avec le calcul ICCLT2, cependant la structure des champs de fluctuations est bien retrouvée.

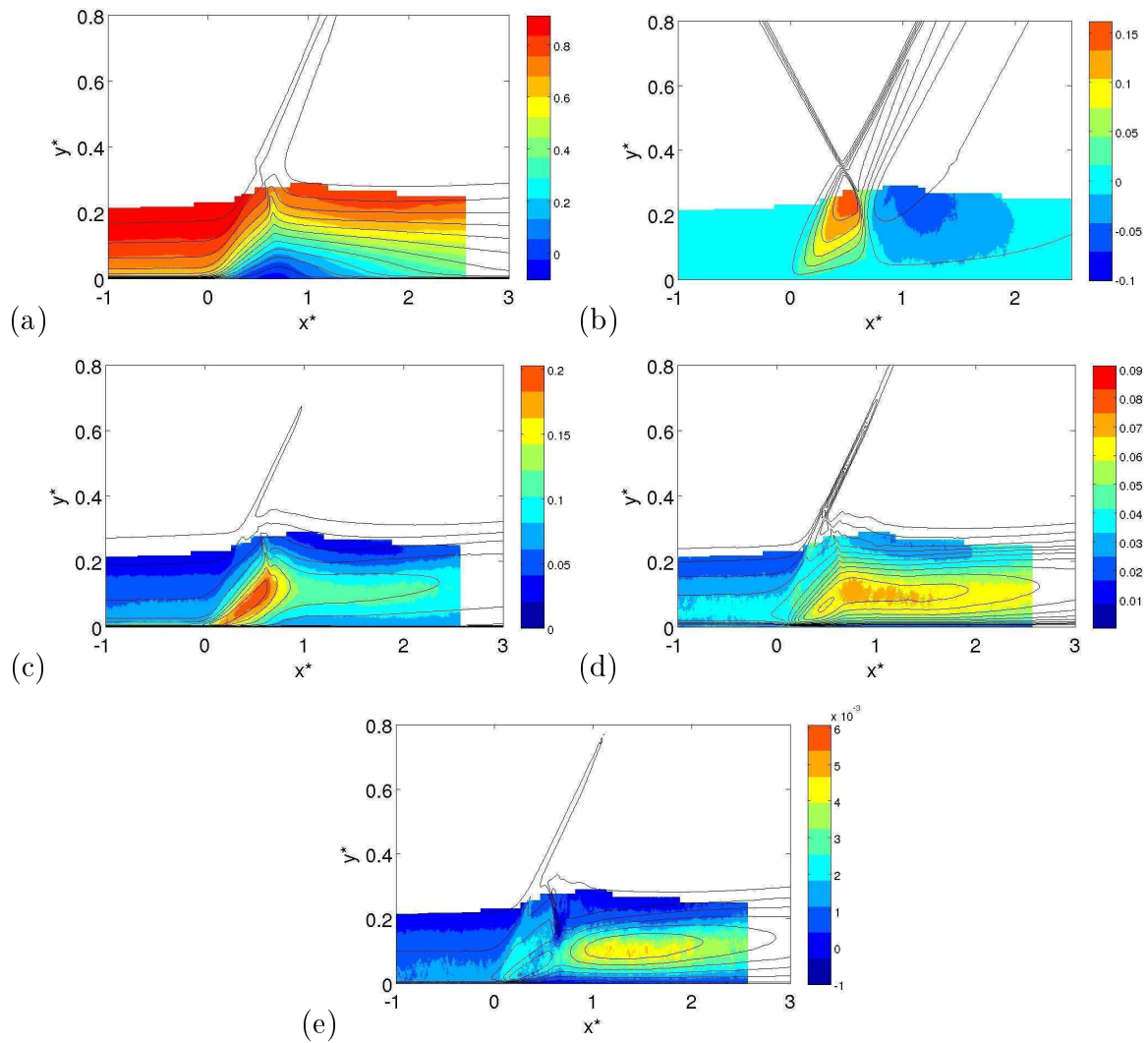


FIGURE 5.14 – Champs de vitesse moyens et  $rms$  issus du calcul ICCLT1 (lignes noires) et des champs PIV (cartographies couleur) de Dupont *et al.* (2006); 15 contours régulièrement espacés pour :  $\langle u \rangle / U_\infty$  de -0.05 à 0.908;  $\langle v \rangle / U_\infty$  de -0.1 à 0.16;  $u_{rms} / U_\infty$  de 0 à 0.2;  $v_{rms} / U_\infty$  de 0 à 0.09;  $-\langle u'v' \rangle / U_\infty$  de -0.001 à 0.006.

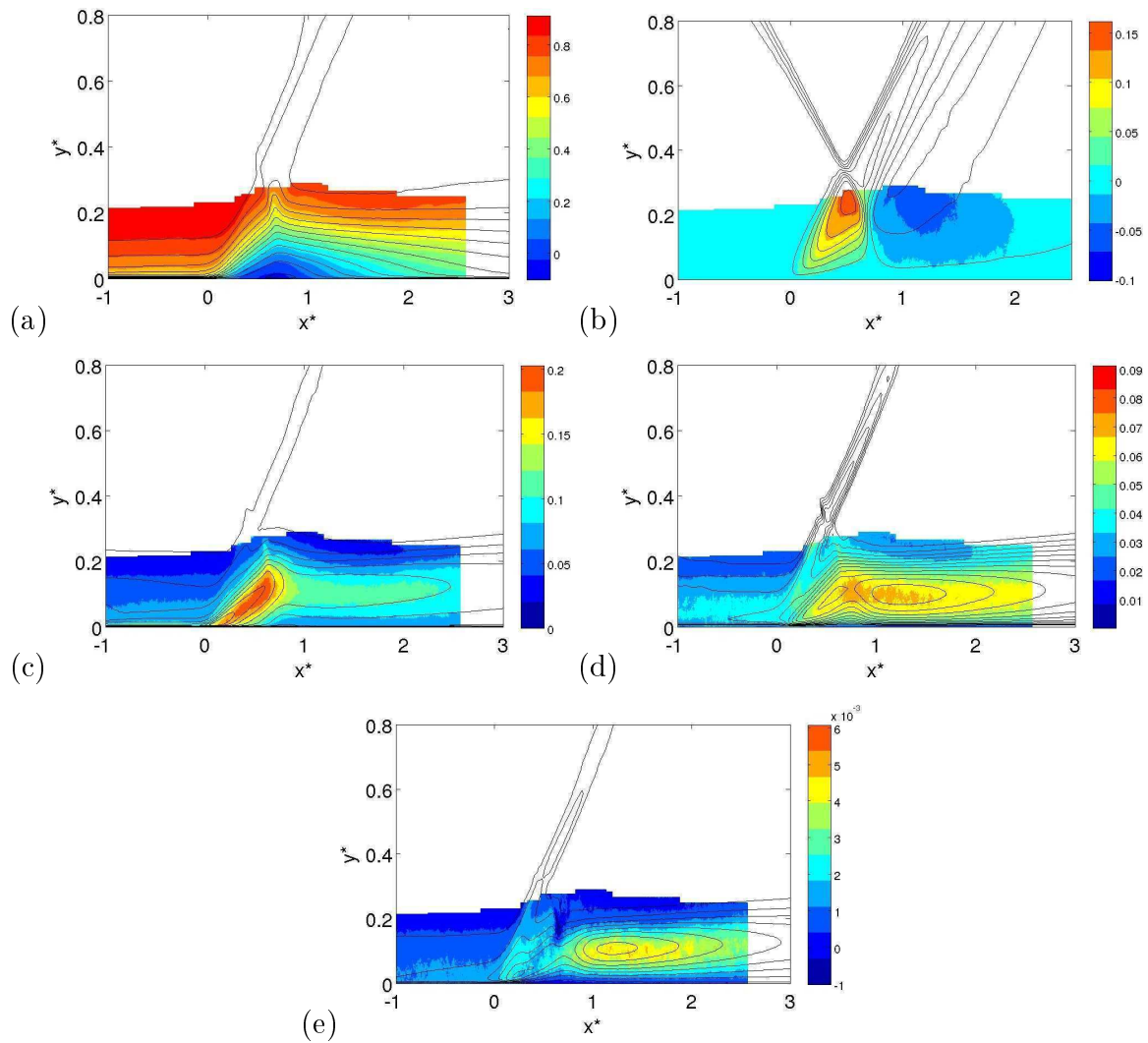


FIGURE 5.15 – Champs de vitesse moyens et  $rms$  issus du calcul ICCLT2 (lignes noires) et des champs PIV (cartographies couleur) de Dupont *et al.* (2006); 15 contours régulièrement espacés pour :  $\langle u \rangle / U_\infty$  de -0.05 à 0.908;  $\langle v \rangle / U_\infty$  de -0.1 à 0.16;  $u_{rms} / U_\infty$  de 0 à 0.2;  $v_{rms} / U_\infty$  de 0 à 0.09;  $-\langle u'v' \rangle / U_\infty$  de -0.001 à 0.006.

### 5.3 IOCCCL turbulente pour un angle de déflecteur de choc $\phi = 9^\circ$

Le calcul ICCLT2 présenté en début de chapitre a permis de valider une stratégie numérique peu coûteuse en terme d'heures de calcul CPU, permettant ainsi d'accéder à la dynamique basse fréquence du cas d'IOCCCL. Pour cela, on repart de la même configuration physique et numérique que pour le calcul ICCLT2. Cependant, l'interaction est générée ici avec un angle de  $9^\circ$  du déflecteur de choc ce qui permet d'avoir un écoulement pleinement décollé. On qualifie ce calcul de ICCLT3. Le tableau 5.5 regroupe quelques paramètres numériques pour le calcul ICCLT3.

Après convergence des champs moyens, 41600 plans de pression pariétale ont été enregistrés tous les 50 pas de temps ce qui permet d'avoir une résolution fréquentielle de  $2.75 \times 10^{-4} U_\infty / \delta$ . 13000 plans  $xy$  de la vitesse, masse volumique, et pression de la zone d'interaction ont également été enregistrés tous les 160 pas de temps, donnant une résolution fréquentielle identique.

	ICCLT2	ICCLT3
temps d'intégration (en $U_\infty / \delta$ )	920	7000
nombre de traversées de domaine	36	280
nombre de processeurs	32	32
nombre d'heures CPU	27000h	220000h
temps de restitution	$\simeq 16$ jours	$\simeq 4$ mois
$L_{sep} / \delta$	2.	3.24
$L_{int} / \delta$	2.51	3.88

TABLE 5.5 – Paramètres numériques des calculs ICCLT2 et ICCLT3.

Les figures 5.16 et 5.17 montrent l'effet de l'augmentation de l'angle du générateur de choc incident sur la topologie de la zone d'interaction. Le rapport de pression  $P_w / P_\infty$  augmente d'environ 15%, alors que la taille de la zone décollée augmente de 25%. Les profils des coefficients de frottement sont très similaires, en se plaçant dans le repère normalisé par  $L_{sep}$ , et les niveaux dans la zone décollée sont très proches. Ce résultat est en accord avec l'étude de Morgan *et al.* (2011a) qui montre, sur un cas d'IOCCCL à  $Re_\theta = 1500$ , qu'une augmentation de l'angle du déflecteur de  $6.5^\circ$  à  $9.5^\circ$  augmente fortement les dimensions du bulbe de recirculation mais ne change pas le niveau du coefficient de frottement dans la zone décollée. Pour rappel, cette même étude a montré que le nombre de Reynolds de la couche limite amont joue peu sur la taille du décollement. Il apparaît donc que les dimensions de la zone décollée sont pilotées par des aspects Euler, c'est à dire par l'intensité du choc incident,



alors que le coefficient de frottement est piloté par des aspects visqueux et en particulier le nombre de Reynolds de la couche limite amont. La figure 5.17 montre la topologie de la zone décollée pour les deux simulations. On voit nettement que le bulbe de décollement du calcul ICCLT2 est très petit. Un décollement est présent en moyenne donc le cas n'est pas incipient mais la très petite taille de la zone décollée a justifié la mise en place du calcul ICCLT3, dont le bulbe plus important est visible sur la figure 5.17(b). La figure 5.17 présente également les lignes sonique et de cisaillement. On voit la forte déviation de la ligne sonique et la formation d'une importante zone décélérée d'une hauteur équivalente à celle de la couche limite amont dans le cas du calcul ICCLT3. On remarque également que la ligne de cisaillement suit la ligne sonique et reste en dessous de celle-ci. La couche de mélange qui se développe le long de la zone décélérée est donc en moyenne subsonique, et est très proche de la ligne sonique en particulier dans la zone aval pour le calcul ICCLT3.

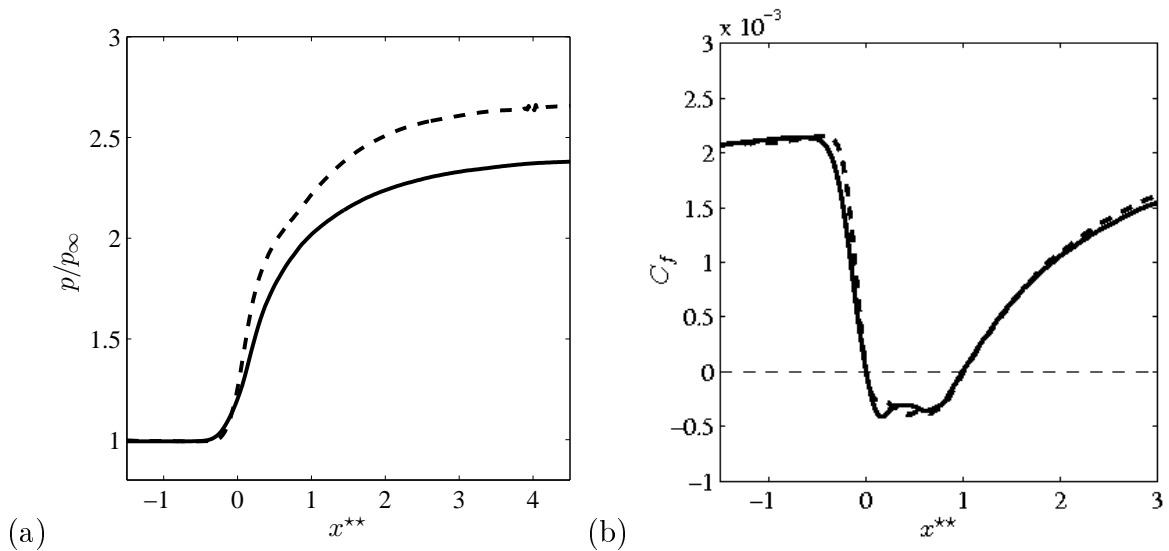


FIGURE 5.16 – Évolution de la pression pariétale (a) et du coefficient de frottement (b) pour le calcul ICCLT2 (—) et ICCLT3 (---).

## 5.4 Conclusion

Un calcul fin avec un domaine long en entrée a été réalisé dans un premier temps afin de valider les ingrédients de la méthode numérique tels que le filtrage sélectif et la méthode de capture de choc ANSF sur un cas d'IOCCL turbulent. Dans un second temps, un calcul sur un maillage plus grossier dans la zone d'interaction et avec la méthode SEM en condition d'entrée est réalisé afin de valider une stratégie de simulation moins coûteuse. Cette approche s'est révélée capable de reproduire la dynamique du cas d'IOCCL turbulente et ce pour un coût de calcul d'un ordre de grandeur inférieur à celui de la stratégie initiale, et a donc été retenue pour réaliser un calcul d'IOCCL instationnaire

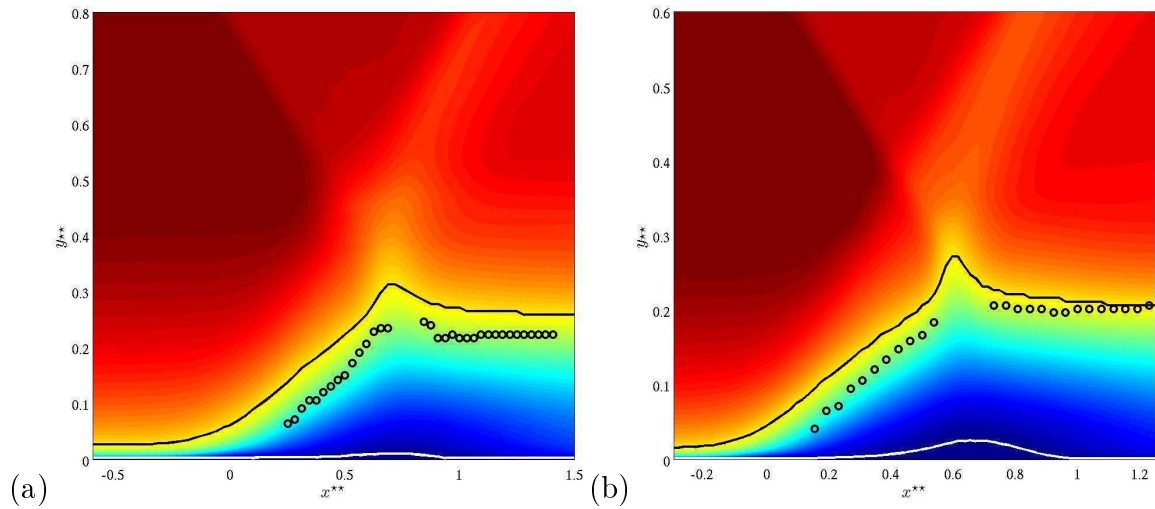


FIGURE 5.17 – Champ moyen de vitesse longitudinale sur lequel on indique la position de la ligne sonique (—), de la ligne de cisaillement ( $\circ$ ), et de la ligne de séparation (en blanc), pour le calcul ICCLT2 (a) et ICCLT3 (b).

intégré sur un nombre important de cycles de la dynamique basse fréquence. Cette simulation a été menée avec un angle de déflecteur du choc incident plus grand d'un degré permettant la formation d'un bulbe de recirculation plus important que le cas initial de Pirozzoli & Grasso (2006). Une longueur d'interaction plus importante signifie une dynamique à plus basses fréquences et donc un temps d'intégration nécessairement plus long pour capter cette dynamique. Un angle de déflecteur de  $9^\circ$  permet de réaliser un compromis entre un temps d'intégration qui n'est pas excessif et une intensité d'interaction suffisante pour générer une dynamique basse fréquence énergétique. La base de donnée issue de ce calcul est alors utilisée dans le chapitre suivant pour caractériser la dynamique basse et moyenne fréquence du cas d'IOCCL.



# Chapitre 6

## Aspects instationnaires de l'IOCCCL

Dans ce chapitre, la base de donnée issue du calcul ICCLT3 est utilisée afin de caractériser les dynamiques basse et moyenne fréquences de la zone d'interaction. Malgré la forte robustesse des instationnarités basses fréquences, puisque celles-ci sont observées dans de nombreuses configurations et pour une large gamme de nombres de Reynolds et de Mach, il reste difficile d'extraire un mécanisme expliquant leur origine. Des données collectées sur plusieurs dizaines de cycles basses fréquences sont analysées dans ce chapitre afin d'apporter des éléments de compréhension des phénomènes se produisant au sein de la zone décélérée. La dynamique du bulbe de recirculation a été étudiée dans le cas d'une rampe de compression par Wu & Martin (2008), Priebe & Martin (2012), mais des études similaires n'ont pas été menées dans le cas du choc oblique impactant une plaque plane. Une partie de l'analyse se concentrera donc sur la zone décollée.

### 6.1 Présentation de la base de donnée

La base de donnée utilisée dans ce chapitre a été générée à partir de la simulation ICCLT3 présentée au chapitre 5. Pour rappel, l'angle du déflecteur a été choisi à  $9^\circ$  afin de générer une interaction pleinement décollée, et donc une dynamique basse fréquence plus énergétique. Après convergence des champ moyens, 41600 plans de pression pariétale ont été enregistrés tous les 50 pas de temps ce qui permet d'avoir une résolution maximale en nombre de Strouhal de 18 et minimale de 0.00085. 13000 plans  $xy$  de la vitesse, masse volumique, et pression de la zone d'interaction ont également été enregistrés tous les 160 pas de temps, donnant une résolution maximale en nombre de Strouhal de 5.6 et minimale de 0.00085.

## 6.2 Analyse de la pression pariétale

Dans tout le chapitre, sauf indication contraire, les résultats présentés sont moyennés dans la direction transverse. La zone d'interaction est fortement 3D et peu cohérente et le fait de moyenner en  $z$  permet de donner une vision intégrée de la dynamique sur la zone décélérée. On se place par la suite dans un repère centrée sur l'origine apparente au niveau de la paroi du choc réfléchi  $x_I$  et normalisé par la longueur d'interaction  $L_{int}$  définie par la distance entre les prolongements jusqu'à la paroi des chocs incident et réfléchi, défini par  $x^* = (x - x_I)/L_{int}$ , et  $y^* = y/L_{int}$ . En accord avec les travaux d'Agostini (2011), le choix est fait de définir un nombre de Strouhal  $St_L$  basé sur  $L_{int}$  et sur la vitesse longitudinale jute en aval du choc incident notée  $U_1$ . On cherche dans un premier temps à avoir une connaissance globale des fréquences présentes dans notre écoulement. On réalise pour cela une densité spectrale de puissance (PSD, power spectral density) de la pression pariétale, ce qui permet d'avoir une vision "intégrée" dans la direction normale des fréquences les plus énergétiques de l'écoulement. Cette PSD est ici pré-multipliée ( $fE(f)$ ) et moyennée dans la direction transverse. Le résultat est présenté sur la figure 6.1. Les lignes en pointillés bleus indiquent la position des nombres de Strouhal associés, par Dupont *et al.* (2006), aux dynamiques basses fréquences ( $St_L \approx 0.03$ ) et moyennes fréquences ( $St_L \approx 0.5$ ).

Une première remarque est que la SEM ne génère pas de forçage à basse fréquence. En effet, la majeure partie de l'énergie de la couche limite amont est associée à des nombres de Strouhal supérieurs à 1. Une activité basse fréquence importante est présente au niveau du pied du choc réfléchi. Agostini (2011) a montré que cette activité résulte des fluctuations de pression générées par les passages successifs du pied du choc réfléchi. A noter que du point de vue de l'ingénieur, ce sont bien les mouvements basses fréquences du choc qui génèrent les importantes fluctuations de pressions qui se transmettent aux structures mécaniques. Comme dans le cas du phénomène de flapping observé en subsonique, l'activité basse fréquence est large bande puisqu'elle couvre plus d'une décade de fréquences. La dynamique à temps court est cependant associée à des raies en terme de fréquences et c'est la variabilité de la dynamique basse fréquence qui module la position des raies et crée cet effet statistiquement large bande. De plus, celle-ci est centrée sur un nombre de Strouhal de 0.03 ce qui est en accord avec les études expérimentales et numériques existantes (notamment Dupont *et al.* (2006) et Toubert & Sandham (2009)). De façon similaire au phénomène de flapping, les instationnarités basses fréquences semblent pilotées par les échelles de longueur d'interaction et de vitesse à l'extérieur de la zone décélérée. Cette forte activité basse fréquence localisée au pied du choc réfléchi ne permet cependant pas de conclure quant à la localisation du mécanisme à l'origine des mouvements basses

fréquences. On montrera par la suite qu'une activité basse fréquence est présente dans l'ensemble de la zone décélérée, bien qu'elle soit masquée ici par les fluctuations de pression très cohérentes et intenses liées aux passages du choc réfléchi.

Enfin l'épaississement de la couche limite en aval de l'interaction se traduit par une plage de nombres de Strouhal d'une décade supplémentaire par rapport à la turbulence amont. Cette décade, située sur la plage de nombres de Strouhal 0.2-0.6, correspond à une dynamique qualifiée par Agostini (2011) de moyenne fréquence et que l'on relie par la suite à des phénomènes de lâchers tourbillonnaires.

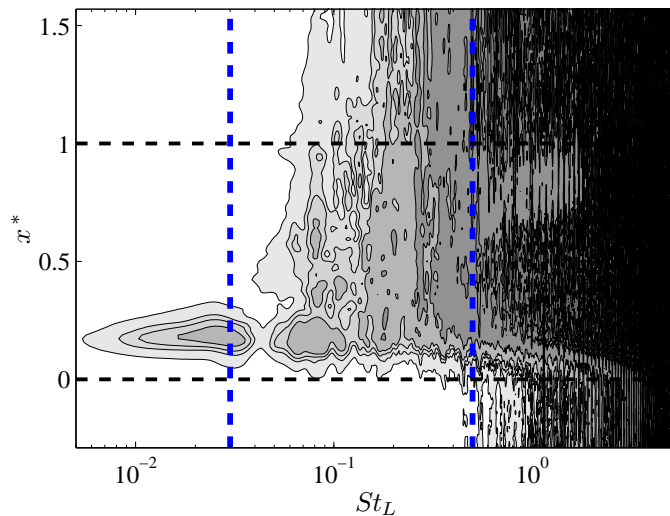


FIGURE 6.1 – PSD prémultipliée  $fE(f)$  de la pression pariétale (échelle arbitraire)

### 6.3 Analyse spectrale non-linéaire : modes de Koopman

On se propose dans cette section d'appliquer, sur notre base de données SGE, une décomposition modale basée sur une analyse spectrale de l'opérateur de Koopman (Rowley *et al.* (2010)). Cette méthode utilise des snapshots des grandeurs de l'écoulement pour en extraire les organisations cohérentes dynamiques. Contrairement au cas des méthodes POD (Proper Orthogonal Decomposition), chaque mode est associé à une seule fréquence ce qui permet de caractériser le support spatial de la dynamique de l'écoulement à une fréquence donnée.

L'opérateur de Koopman est un opérateur linéaire qui, bien qu'il ne soit pas basé sur une linéarisation des équations de Navier-Stokes, capture une vision approchée de la dynamique non-linéaire du système complet. L'opérateur de Koopman décrit l'évolution des "observables" dans l'espace des phases. Les équations de Navier-Stokes discrètes peuvent être représentées sous la forme du système dynamique discret :

$$\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{F}(\mathbf{u}_k)$$

où  $\mathbf{u}$  est le vecteur d'état,  $k$  est l'incrément en temps, et  $\mathbf{F}$  est l'opérateur de Navier-Stokes. La dynamique de l'écoulement peut être décrite à partir d'une méthode de clichés où l'on note la matrice de clichés  $\mathbf{V}_1^N$  :

$$\mathbf{V}_1^N = (\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_N)^t$$

On suppose qu'il existe un opérateur linéaire  $\mathbf{A}$  permettant de passer d'un cliché à l'autre :

$$\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{u}_k, \quad \forall k \in [1, \dots, N-1].$$

Alors la matrice de clichés peut s'écrire :

$$\mathbf{V}_1^N = (\mathbf{u}_1, \mathbf{A}\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{A}^{N-1}\mathbf{u}_1)^t$$

Différentes hypothèses sont faites. La première est que  $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{A}\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{A}^{N-1}\mathbf{u}_1\}$  sont linéairement indépendants. La seconde hypothèse est que le vecteur  $\mathbf{u}_N$  est engendré par  $\{\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{N-1}\}$ . Autrement dit, nous avons :

$$\mathbf{u}_N = c_1\mathbf{u}_1 + \dots + c_{N-1}\mathbf{u}_{N-1} + r.$$

Finalement, on obtient :

$$\mathbf{A}\mathbf{V}_1^{N-1} = \mathbf{V}_1^{N-1}\mathbf{C} + \mathbf{r}\mathbf{e}_{N-1}^t,$$

où  $\mathbf{C}$  est la matrice Companion.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & c_1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & c_2 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & c_3 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & c_{N-1} \end{pmatrix}$$

Les coefficients  $c_i$  peuvent être calculés en utilisant une décomposition  $QR$  de  $\mathbf{V}_1^{N-1}$ .

$$\mathbf{u}_n = \mathbf{V}_1^{N-1}\mathbf{c} = \mathbf{Q}\mathbf{R}\mathbf{c}$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{Q}^H\mathbf{u}_n$$

L'objectif est de calculer les valeurs propres de  $\mathbf{A}$ . Lorsque  $\|r\| \rightarrow 0$  alors  $\mathbf{C}\mathbf{y}_i = \lambda_i\mathbf{y}_i$  implique  $\mathbf{A}\mathbf{v}_i \simeq \lambda_i\mathbf{v}_i$  avec  $\mathbf{v}_i = \mathbf{V}_1^{N-1}\mathbf{y}_i$ ,  $\lambda_i$  et  $\mathbf{v}_i$  sont respectivement les valeurs propres et les vecteurs propres de Ritz. Si les valeurs propres  $\lambda_i$  sont de multiplicité un, alors

$$\mathbf{C} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{\Lambda}\mathbf{T}$$

avec  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_{N-1})$ . La matrice  $\mathbf{T}$  est une matrice de Vandermonde.

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & \lambda_1 & \lambda_1^2 & \dots & \lambda_1^{N-2} \\ 1 & \lambda_2 & \lambda_2^2 & \dots & \lambda_2^{N-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & \lambda_{N-1} & \lambda_{N-1}^2 & \dots & \lambda_{N-1}^{N-2} \end{pmatrix}$$

Les modes de Koopman s'écrivent donc  $(\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{N-1}) = \mathbf{V}_1^{N-1} \mathbf{T}^{-1}$  associés aux valeurs propres  $(\lambda_1, \dots, \lambda_{N-1})$ .

Si l'on cherche à recombinaer les différents modes, c'est-à-dire, si l'on cherche à représenter une quantité observable  $\mathbf{q}$  alors le problème précédent se formule de la façon suivante :  $\mathbf{C}\phi_j(\mathbf{u}) = \lambda_j\phi_j(\mathbf{u})$  où  $\phi_j$  et  $\lambda_j$  sont respectivement les fonctions propres et les valeurs propres de l'opérateur  $\mathbf{C}$ . Il est intéressant de noter que l'opérateur  $\mathbf{C}$  a les propriétés suivantes :

Pour toute quantité physique "observable"  $\mathbf{q}$ , l'opérateur de Koopman agit sur  $\mathbf{q}(\mathbf{u}_k)$  par  $\mathbf{C}\mathbf{q}(\mathbf{u}_k) = \mathbf{q}(\mathbf{F}(\mathbf{u}_k)) = \mathbf{q}(\mathbf{u}_{k+1})$  ou  $\mathbf{C}^k\mathbf{q}(\mathbf{u}_0) = \mathbf{q}(\mathbf{u}_k)$ .  $\mathbf{q}(\mathbf{u}_k)$  peut s'écrire comme une combinaison des fonctions propres par

$$\mathbf{q}(\mathbf{u}_k) = \sum_{j=1}^N \phi_j(\mathbf{u}_k)\mathbf{v}_j = \sum_{j=1}^N \mathbf{C}^k\phi_j(\mathbf{u}_0)\mathbf{v}_j = \sum_{j=1}^N \lambda_j^k\phi_j(\mathbf{u}_0)\mathbf{v}_j$$

où les fonctions propres  $\phi_j$  et les vecteurs correspondant  $\mathbf{v}_j$  sont les fonctions propres de Koopman et les modes de Koopman de l'espace  $\mathbf{F}$  associé à l'observable  $\mathbf{q}$ . Les valeurs propres de Koopman approximées  $\lambda_j$  et les vecteurs propres  $\mathbf{v}_j$  sont calculés à partir d'une séquence de snapshots de l'écoulement  $\{\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{m-1}\}$  pour un nombre donné de snapshots  $m$  séparés par un intervalle de temps  $\Delta T$ . Respectivement, les taux d'amplification temporels et les fréquences associées sont obtenues par  $\sigma_j = \log(|\lambda_j|)/\Delta T$  et  $\omega_j = \arg(\lambda_j)/\Delta T$ .

Le cas d'IOCCCL est supersonique et on utilise donc un produit scalaire basé sur la vitesse, la pression et l'entropie pour projeter la dynamique sur un espace de dimensions inférieures :

$$\iint \left[ \frac{\rho u_i'^2}{2} + \frac{p'^2}{2\gamma\bar{P}} + \frac{(\gamma-1)\bar{P}s'^2}{\gamma r^2} \right] dx dy$$

où  $s$  est l'entropie thermodynamique, et  $r = c_p - c_v$  est la constante des gaz. Ce choix de produit scalaire n'est unique en compressible. Il est par exemple possible de remplacer la pression et l'entropie par la masse volumique et la température, mais ce choix n'influe pas qualitativement sur les résultats présentés. Le calcul des modes de Koopman est réalisé par un algorithme de DMD (Dynamic Mode Decomposition) détaillé par Schmid (2010). Cet algorithme est appliqué sur des clichés 2D de dimensions dans le repère adimensionné  $x^* \in [-0.4, 1.5]$ ,  $y^* \in [0., 0.6]$ . Le domaine englobe une partie de la couche limite amont ainsi que l'ensemble de la zone d'interaction.



Un élément essentiel de la méthode DMD est l'échantillonnage des clichés, c'est-à-dire l'intervalle entre deux clichés successifs, ainsi que le nombre de clichés, et donc la résolution fréquentielle utilisée. Ces deux éléments doivent être choisis de façon pertinente en regard de la dynamique que l'on cherche à caractériser, c'est-à-dire ici une dynamique localisée autour de  $St_L = 0.03$  d'après l'analyse spectrale linéaire. Dans notre cas les clichés sont espacés de  $160\Delta t$ , ce qui signifie qu'un cycle à  $St_L = 0.03$  est discrétisé par environ 360 clichés. Cette discrétisation semble très fine pour capter un cycle basse fréquence mais elle est liée également à la volonté de cette étude à capter des organisations à moyennes fréquences. La figure 6.2 montre l'effet du nombre de clichés sur les fréquences obtenues par l'analyse de Koopman. Les figures situées à gauche présentent le spectre des valeurs propres approchées de Koopman  $\lambda_j$ . Les valeurs propres situées à l'intérieur du cercle unité sont atténuées, alors que celles à l'extérieur sont amplifiées. Dans notre cas la plupart des valeurs propres sont situées sur le cercle unité, ce qui est prévisible pour un système statistiquement stationnaire. Les figures situées à droite présentent l'amplitude des modes de Koopman, définies par une norme basée sur l'énergie  $\|\mathbf{v}_j\|$ , en fonction du nombre de Strouhal. La nature turbulente de l'écoulement se traduit par une distribution continue de modes d'amplitudes similaires sur une large gamme de nombres de Strouhal. Les pics associés à la dynamique basse fréquence sont cependant les plus énergétiques. La position des pics et leur amplitude change légèrement d'un cas à l'autre et est le résultat d'une discrétisation fréquentielle d'un phénomène large-bande. Il est donc difficile de déterminer une convergence à partir de ces visualisations seules.

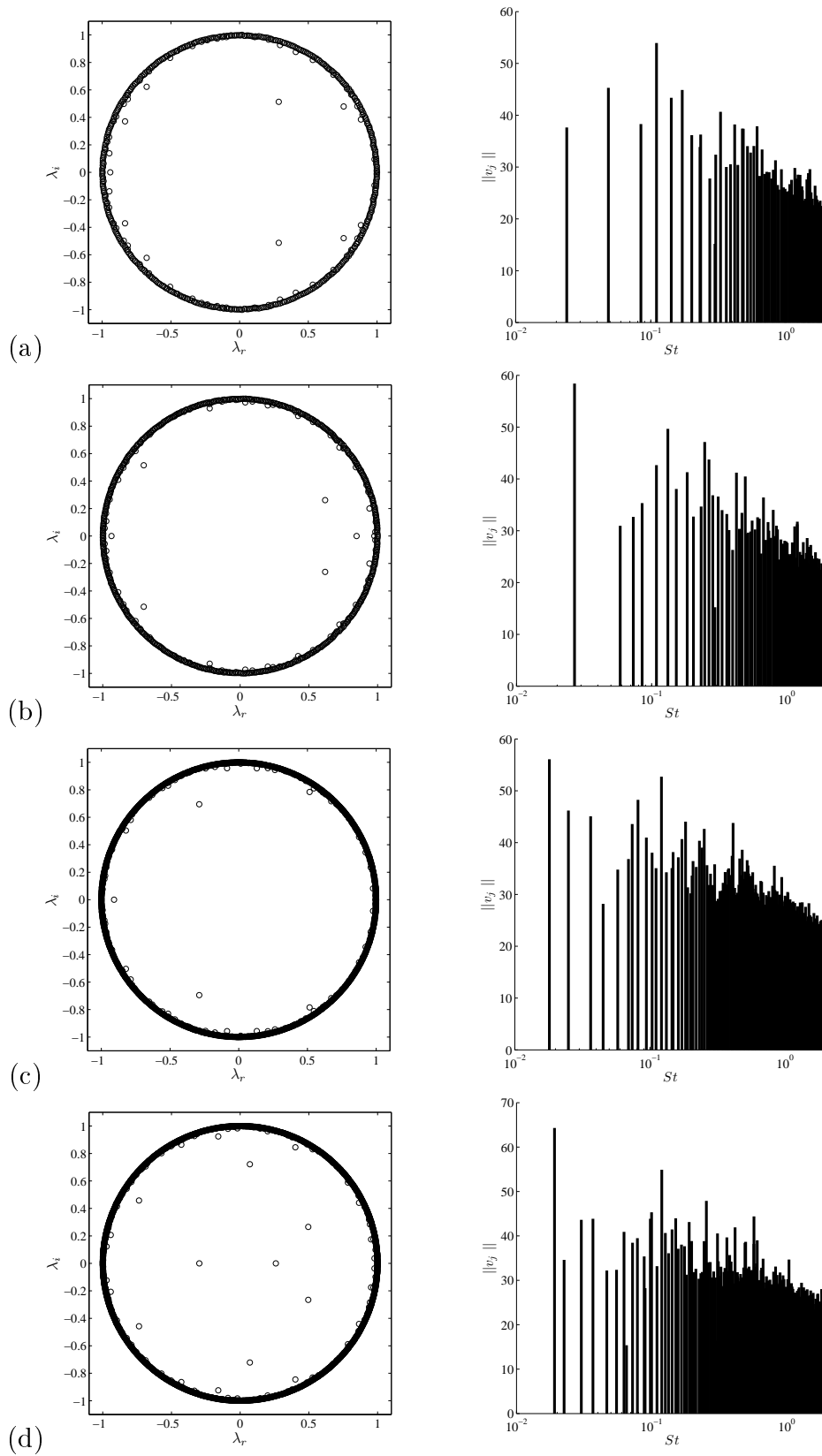


FIGURE 6.2 – Spectres des valeurs propres de Koopman  $\lambda_j$  (gauche) et amplitude des modes de Koopman en fonction du nombre de Strouhal en échelle logarithmique (droite) pour une base de 550 clichés (a), 720 clichés (b), 1600 clichés (c), et 2000 clichés (d).

Deux solutions sont possibles pour construire la base de clichés 2D. Il est possible d'extraire des plans  $xy$  instantanés par exemple au milieu du domaine de calcul. Il est également possible de moyenner chaque volume dans la direction transverse, et de considérer uniquement le plan résultant de cette moyenne. La figure 6.3 montre, dans le cas d'une base de 720 snapshots, l'influence de cette moyenne transverse. De façon prévisible, les niveaux relatifs sont réduits à hautes fréquences, permettant de mettre en évidence les modes associés à la dynamique basse fréquence. L'objectif ici n'est pas d'extraire quelques modes basses fréquences pour reconstruire une dynamique mais de caractériser le support spatial des modes basses et moyennes fréquences, et cette opération de moyenne n'est pas souhaitable.

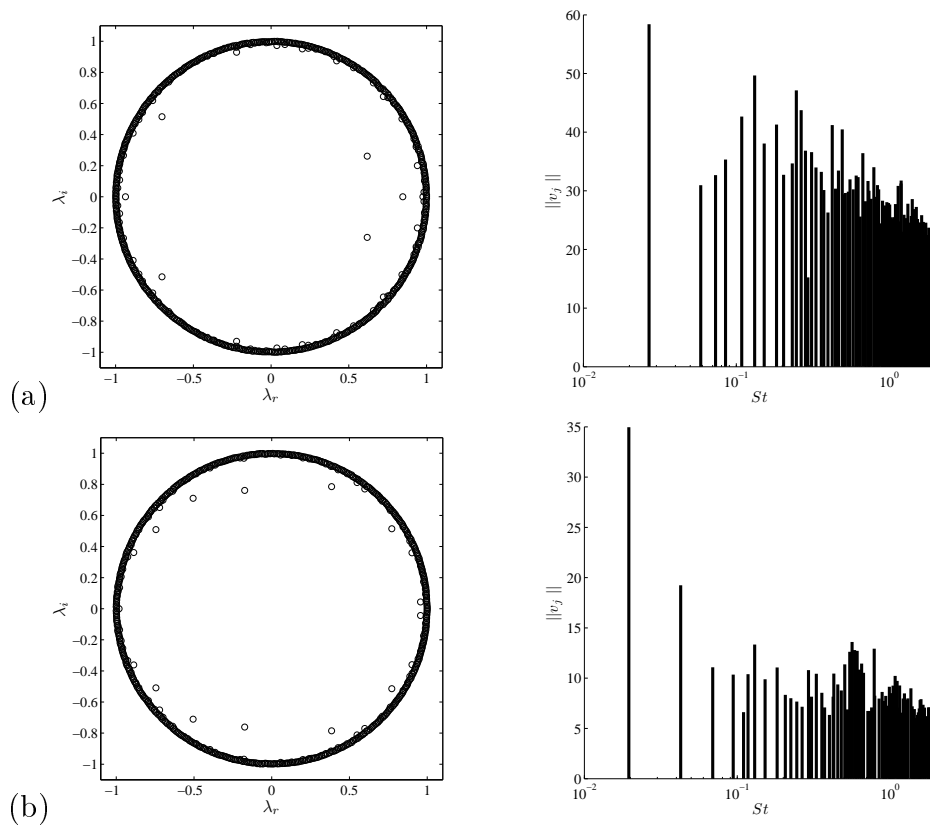


FIGURE 6.3 – Spectres des valeurs propres de Koopman  $\lambda_j$  (gauche) et amplitude des modes de Koopman en fonction du nombre de Strouhal pour une base de 720 clichés sans moyenne en  $z$  (a), et avec moyenne en  $z$  (b).

Le choix est fait d'utiliser une base de 1600 clichés espacés de  $\Delta t U_\infty / L_{int} = 0.0792$  permettant une résolution maximale en nombre de Strouhal de 10.5 et minimum de 0.0054.

Chen *et al.* (2011) ont montré que si l'on soustrait la moyenne des clichés avant la décomposition en modes de Koopman, la méthode devient équivalente à une transformée de Fourier discrète. On se propose ici de réaliser cette comparaison afin de voir si l'algorithme original de Koopman se comporte

différemment de l'analyse de Fourier. Les deux cas seront nommés "cas Koopman" et "cas Fourier" par soucis de simplicité.

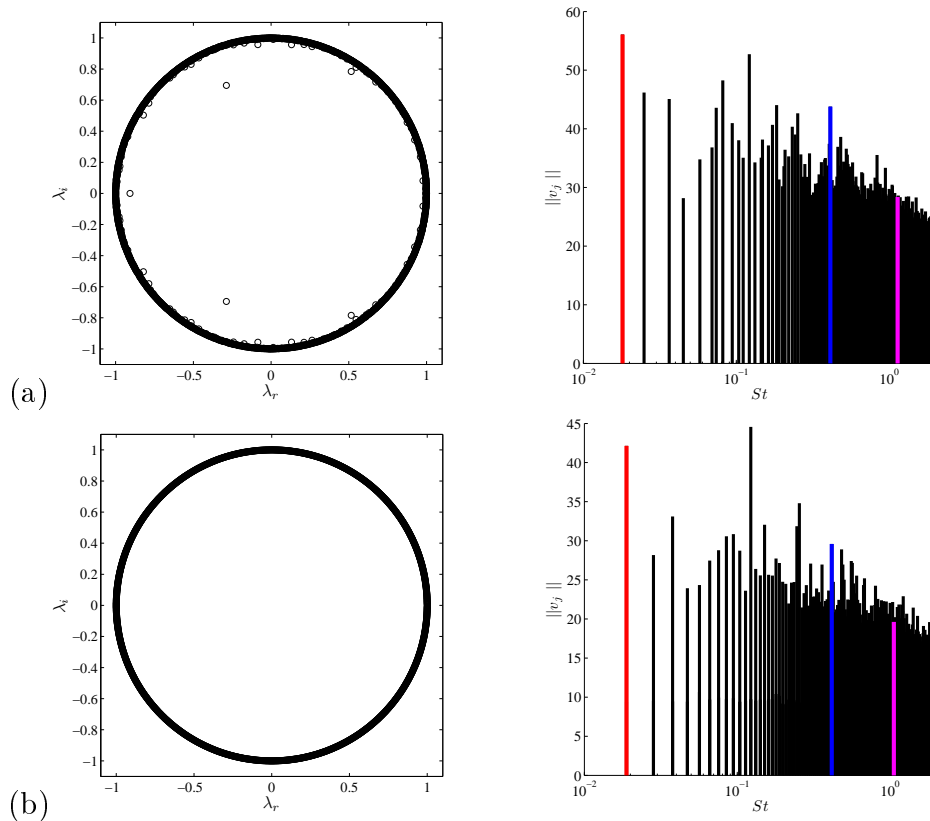


FIGURE 6.4 – Spectres des valeurs propres de Koopman  $\lambda_j$  (gauche) et amplitude des modes de Koopman en fonction du nombre de Strouhal en échelle logarithmique (droite) pour une base de 1600 clichés pour le cas Koopman (a), et pour le cas Fourier (b). Les nombres de Strouhal suivants sont mis en évidence :  $St_L = 0.018$  (—),  $St_L = 0.41$  (—),  $St_L = 1.1$  (—).

La figure 6.4 présente le spectre des valeurs propres approchées de Koopman  $\lambda_j$ , et l'amplitude des modes de Koopman en fonction du nombre de Strouhal, et ce pour le cas Koopman (a) et Fourier (b). Dans le cas Koopman, on retrouve le comportement des résultats obtenus plus hauts. Dans le cas Fourier, les valeurs propres sont les racines  $n$ -ièmes de l'unités et sont toutes situées exactement sur le cercle unité. Les ratios d'amplitudes entres modes sont légèrement modifiés, et on constate en particulier l'émergence d'un mode localisé autour de  $St_L = 0.1$ . Les résultats sont cependant très similaires. On s'intéresse maintenant au supports spatiaux de ces modes.

Les figures 6.5 et 6.6 montrent le support spatial associé à un mode caractéristique de la dynamique basse fréquence pour les cas Koopman (6.5) et Fourier (6.6). L'ordre des figures donne l'impression d'un déphasage entre les cas Koopman et Fourier mais ce décalage fortuit n'est dû qu'au choix du début de période présenté. Les résultats sont très similaires pour les deux cas et montrent que le

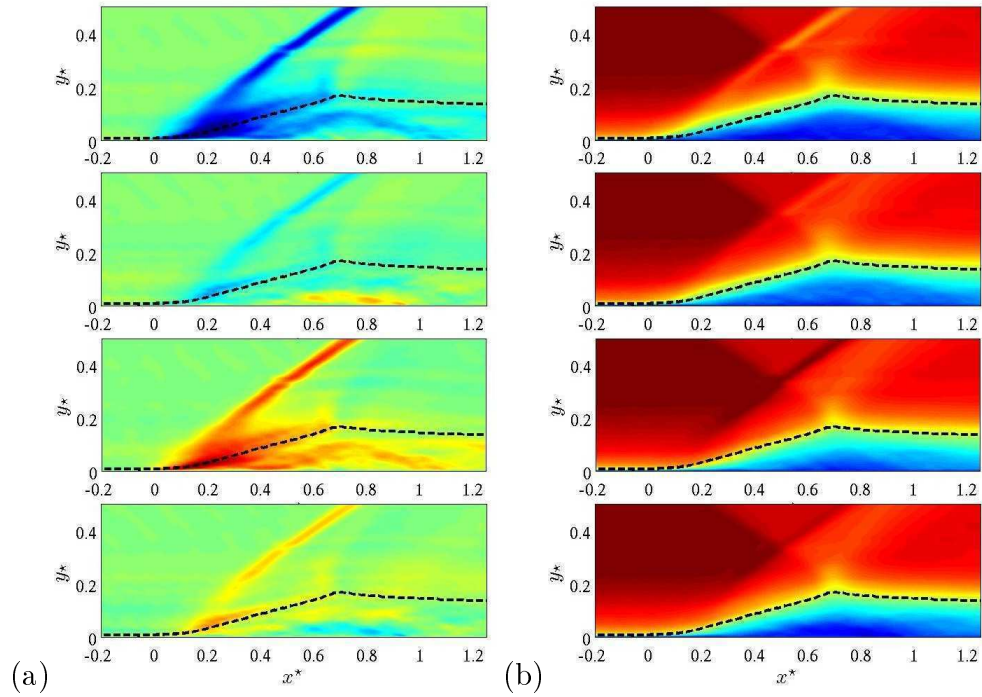


FIGURE 6.5 – Cas Koopman. Contours de vitesse longitudinale  $u'$  pour un mode caractéristique basse fréquence à  $St_L = 0.018$  (voir figure 6.4) (a), avec superposition du champ moyen (b). Les figures sont obtenues à 4 intervalles de temps équidistants d'un quart de période. La ligne sonique moyenne est indiquée (---).

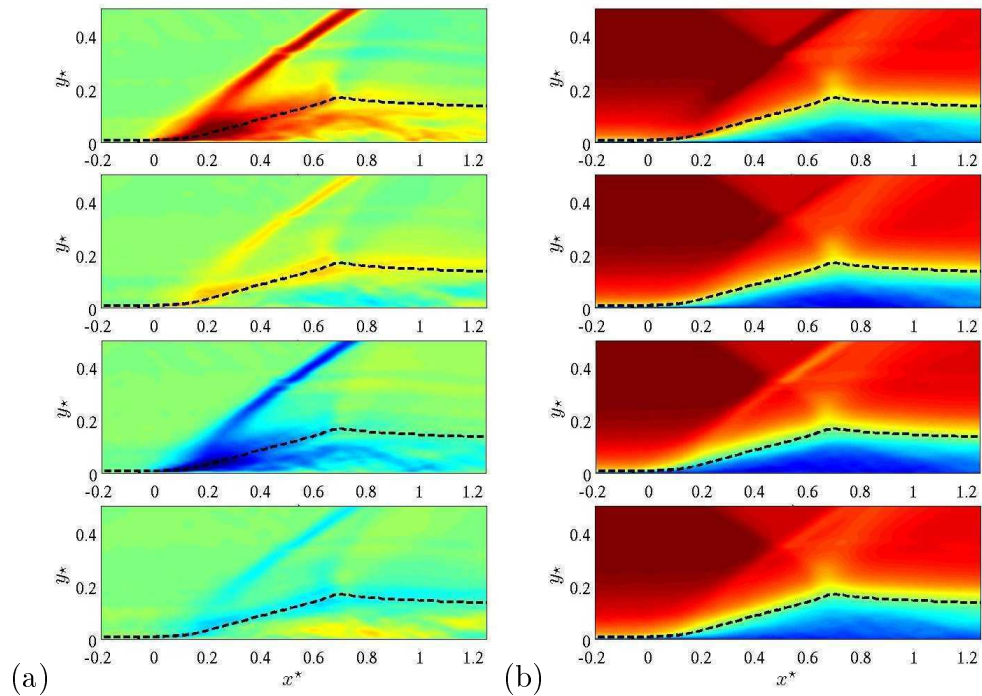


FIGURE 6.6 – Cas Fourier. Contours de vitesse longitudinale  $u'$  pour un mode caractéristique basse fréquence à  $St_L = 0.018$  (voir figure 6.4) (a), avec superposition du champ moyen (b). Les figures sont obtenues à 4 intervalles de temps équidistants d'un quart de période. La ligne sonique moyenne est indiquée (---).

support spatial du mode est concentré dans la partie amont de la zone décollée et le long du choc réfléchi. L'ajout du champ moyen (figures (b)) montre que le mode est caractérisé par une respiration cyclique du bulbe de recirculation associée à un mouvement de va-et vient du choc réfléchi, rappelant le modèle de remplissage et vidage du bulbe de Piponniau *et al.* (2009). Des résultats similaires ont été obtenus à l'aide de bases de données SGE par Pirozzoli *et al.* (2010) pour un cas de plaque plane et par Grilli *et al.* (2012) pour un cas de rampe de compression. Grilli *et al.* (2012) vont plus loin en recombinaut quatre modes basses fréquences afin de reproduire l'évolution de la masse dans la zone décollée ainsi que l'évolution de la position longitudinale du choc réfléchi. Aucune comparaison avec des signaux filtrés de leur base de donnée SGE n'est réalisée ce qui rend l'interprétation physique de ces résultats délicate. La décomposition modale en modes de Koopman est cependant robuste et montre que la dynamique basse fréquence est localisée énergétiquement au sein de la zone décélérée et non pas dans la couche limite amont à travers la présence de super-structures par exemple. Les résultats obtenus montrent également que la zone décélérée est divisée en deux parties, la partie amont étant beaucoup plus énergétique à basses fréquences. Les forts niveaux trouvés dans la couche de mélange suggèrent que celle-ci joue un rôle au niveau de la dynamique basse fréquence, probablement à travers une modulation de l'amplitude des fluctuations de vitesse qu'elle génère. On s'intéresse maintenant au support spatial des modes à moyennes et hautes fréquences. Les figures 6.7 et 6.8 montrent le support spatial associé à un mode caractéristique de la dynamique moyenne et haute fréquences pour les cas Koopman (6.7) et Fourier (6.8). Dans le cas du mode haute fréquence, le support spatial est présent dans la couche limite amont et dans tout le domaine étudié. L'essentiel de l'activité est concentrée le long de la ligne sonique et n'affecte pas la zone décélérée, ce qui montre que les hautes fréquences sont découplées de l'activité basse fréquence, et correspondent d'avantage à l'activité de la turbulence. Dans le cas du mode moyenne fréquence, le support suit également la ligne sonique mais semble prendre naissance au pied de la couche de mélange. Ce support montre que la couche de mélange forcée par de la turbulence amont (large gamme de structures) est fortement sélective en fréquences et principalement dans une gamme qui est celle qualifiée dans cette étude de moyenne fréquence. Les résultats montrent enfin le caractère convectif des dynamiques moyennes et hautes fréquences et le caractère global (localisé uniquement dans la zone décélérée) de la dynamique basse fréquence. Le passage des hautes aux basses fréquences se fait de façon continue ce qui traduit la caractéristique large-bande du cas d'IOCCL turbulente. Contrairement au cas d'une dynamique caractérisée par un spectre sous forme de raies, un mode seul ne peut ici être rattaché à une dynamique de structure cohérente et il reste nécessaire de recombinaut un nombre suffisant de modes pour décrire convenablement une dynamique. Enfin, bien que coûteuse en terme de mémoire informatique, une approche 3D serait plus pertinente et plus proche de la dynamique réelle.

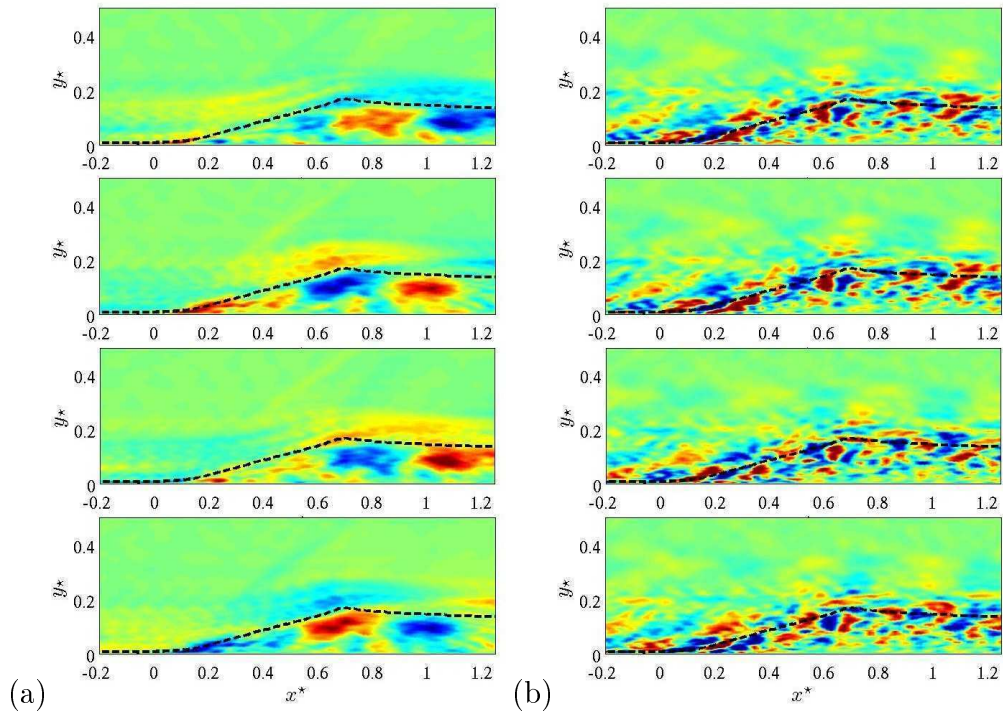


FIGURE 6.7 – Cas Koopman. Contours de vitesse longitudinale  $u'$  pour un mode caractéristique basse fréquence à  $St_L = 0.41$  (voir figure 6.4) (a), et à  $St_L = 1.1$  (b). Les figures sont obtenues à 4 intervalles de temps équidistants d'un quart de période. La ligne sonique moyenne est indiquée (---).

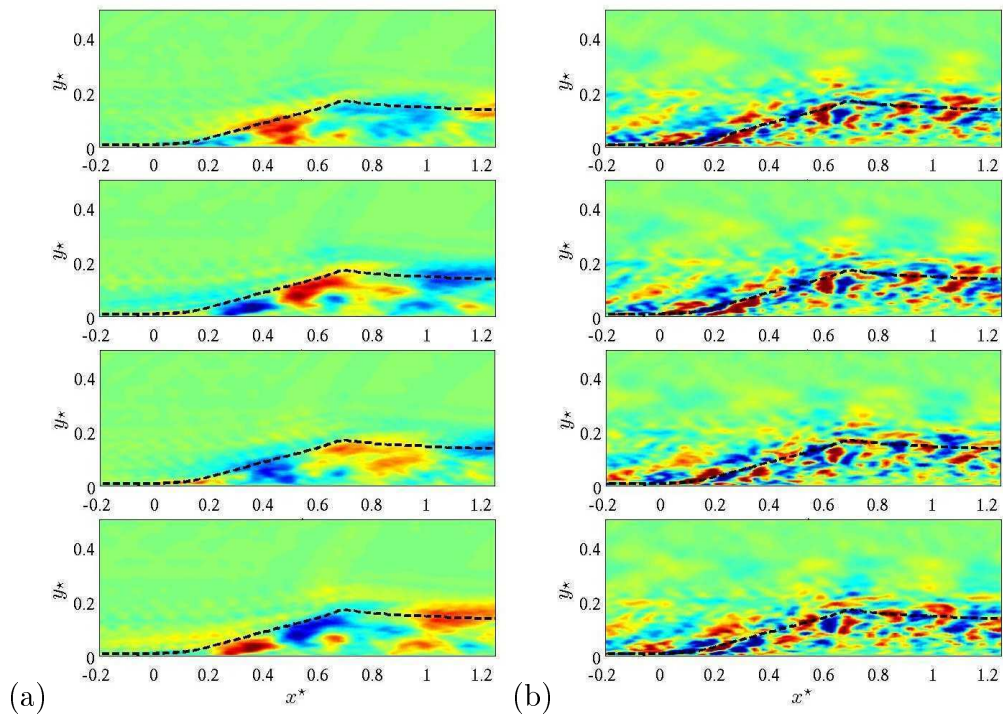


FIGURE 6.8 – Cas Fourier. Contours de vitesse longitudinale  $u'$  pour un mode caractéristique basse fréquence à  $St_L = 0.41$  (voir figure 6.4) (a), et à  $St_L = 1.1$  (b). Les figures sont obtenues à 4 intervalles de temps équidistants d'un quart de période. La ligne sonique moyenne est indiquée (---).

## 6.4 Dynamique de la zone de recirculation

Le calcul, pour chaque cliché de la base, du coefficient de frottement  $C_f$  permet de déduire la position des points de décollement et de recollement en considérant la position du premier point qui satisfait  $C_f \leq 0$  en partant de l'amont pour le point de décollement et de l'aval pour le point de recollement. Le mouvement du point de décollement filtré en passe-bas avec un Strouhal de coupure de 0.5 est présenté sur la figure 6.9. L'opération de filtrage est réalisée en appliquant une transformée de Fourier du signal, puis en ne conservant que la bande de fréquence désirée, et enfin en appliquant une transformée de Fourier inverse. Il est possible de distinguer des cycles de longueurs de l'ordre de 20 à 50  $tU_1/L$ , ce qui correspond à des nombres de Strouhal de 0.02 à 0.05 associés à la dynamique basse fréquence. En accord avec les résultats obtenus expérimentalement, la dynamique basse fréquence est irrégulière, ce qui rend difficile la caractérisation d'un cycle basse fréquence représentatif.

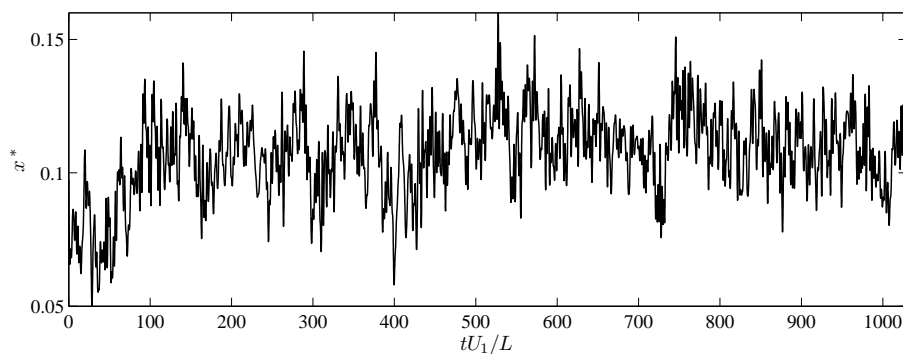


FIGURE 6.9 – Evolution temporelle de la position du point de décollement. Signal filtré en passe bas avec un Strouhal de coupure de 0.5.

Le mouvement du point de recollement filtré lui aussi en passe-bas avec un nombre de Strouhal de coupure de 0.5 est présenté sur la figure 6.10. La dynamique semble essentiellement moyenne fréquence bien qu'une activité basse fréquence soit visible.

Un zoom du même signal non filtré (figure 6.11) montre un comportement en dents de scie caractérisé par une vitesse constante vers l'aval puis une remontée très rapide en amont. Ce comportement est associé, en incompressible, au passage de tourbillons générées par la couche de mélange et éjectées dans l'écoulement aval (Kiya & Sasaki (1983)). Ces cycles en dent de scie ont ici une durée approximative de  $t = U_1/L$  et une amplitude de l'ordre de  $\delta$ , ce qui est similaire aux résultats obtenus pour un écoulement de rampe de compression par Priebe & Martin (2012). On peut également noter que les mouvements du point de décollement sont d'amplitudes inférieures à celles du point de recollement.



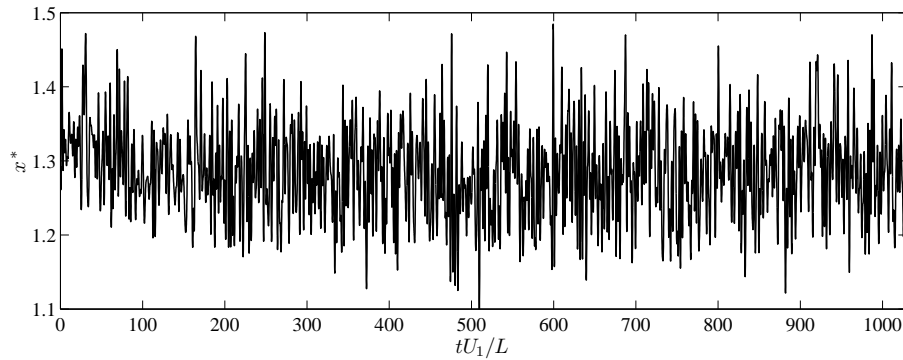


FIGURE 6.10 – Evolution temporelle de la position du point de recollement. Signal filtré en passe bas avec un Strouhal de coupure de 0.5.

ment. Un comportement équivalent a été observé dans le cas d'une rampe de compression (Priebe & Martin (2012)) et dans le cas d'une plaque plane (Pirozzoli & Grasso (2006)).

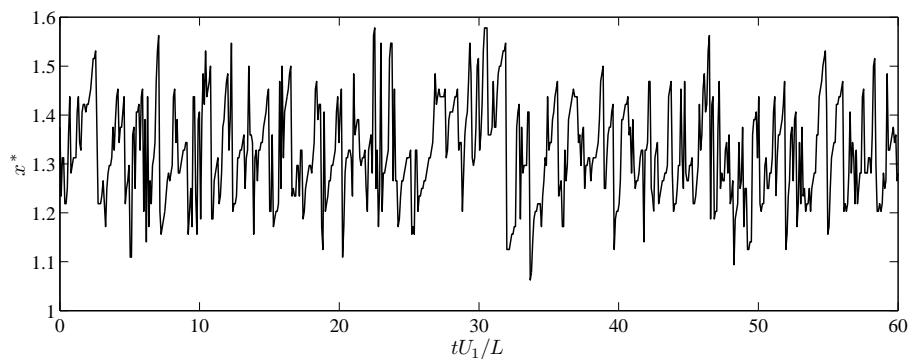


FIGURE 6.11 – Evolution temporelle de la position du point de recollement (zoom). Signal non filtré.

Une PSD de ces signaux est présentée sur la figure 6.12. Celle-ci confirme les observations réalisées ci-dessus. Le point de décollement est piloté par une dynamique basse fréquence située dans la gamme de nombres de Strouhal 0.01-0.05 alors que le point de recollement est piloté par une dynamique moyenne fréquence située autour de Strouhal 0.4. Une activité localisée autour de Strouhal 0.03 est tout de même visible au point de recollement, ce qui montre qu'une activité basse fréquence est présente dans l'ensemble de la zone de recirculation.

Des spectres de la vitesse normale peuvent être un bon indicateur de la dynamique de la zone décollée. Des PSD sont ainsi réalisées en différentes hauteurs  $y^*$  de la zone décollée comme indiqué sur la figure 6.13. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 6.14.

Les résultats confirment le caractère large-bande de la dynamique du bulbe de recirculation. Ils confirment également que le bulbe est séparé en deux au niveau de sa dynamique, une partie amont ou

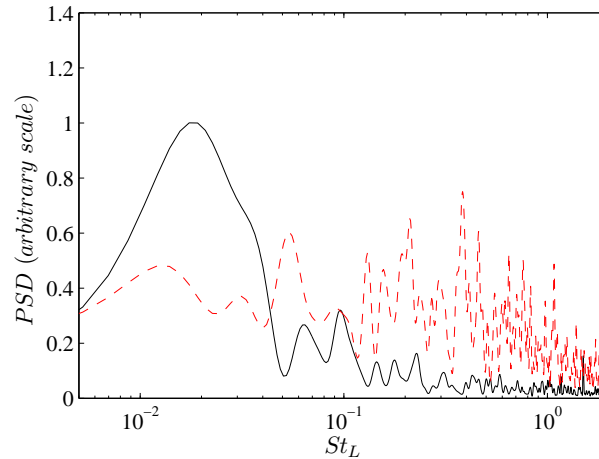


FIGURE 6.12 – PSD des positions des points de décollement (—) et recollement (---).

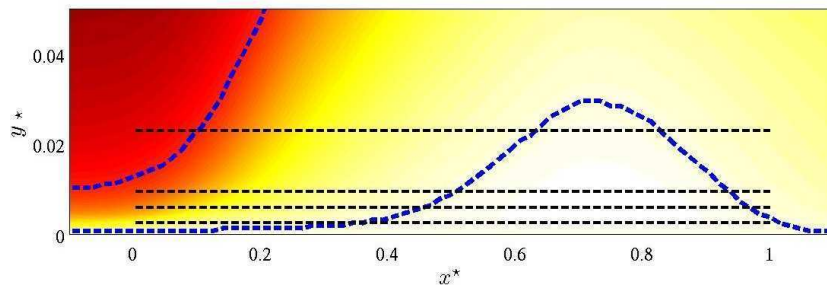


FIGURE 6.13 – Hauteurs des PSD de la vitesse normale à la paroi. (---) :  $y^* = 0.0024, 0.0057, 0.0094,$  et  $0.0229$ . (---) : ligne de séparation et ligne sonique.

la dynamique est essentiellement à basses fréquences, et une partie aval ou celle-ci est à moyennes fréquences. Cependant, on note la présence, au centre du bulbe, d'une zone d'activité beaucoup plus faible et ce pour toute la gamme de fréquences du spectre. Des cartographies 2D de corrélation spatiale sur des champ filtrés à basses fréquences, réalisés par Agostini (2011) mettent en évidence une zone similaire décorrélée du reste de l'écoulement et localisée également au centre de la zone décélérée.

En résumé, la zone décollée est divisée en deux parties. La partie amont est dominée par une dynamique large-bande à basses fréquences. La partie aval est dominée par une dynamique convective à moyennes fréquences. On retrouve ici les résultats obtenus par la décomposition en modes de Koopman.

L'évolution de la masse de la zone de recirculation permet d'avoir une vision globale de sa dynamique. La délimitation du bulbe de recirculation est extrêmement délicate en 3D et on s'intéresse ici uniquement à une vision moyennée dans la direction transverse. La masse est alors calculée en considérant le volume (une surface dans notre cas) contenu sous la ligne de séparation (définie par une vitesse

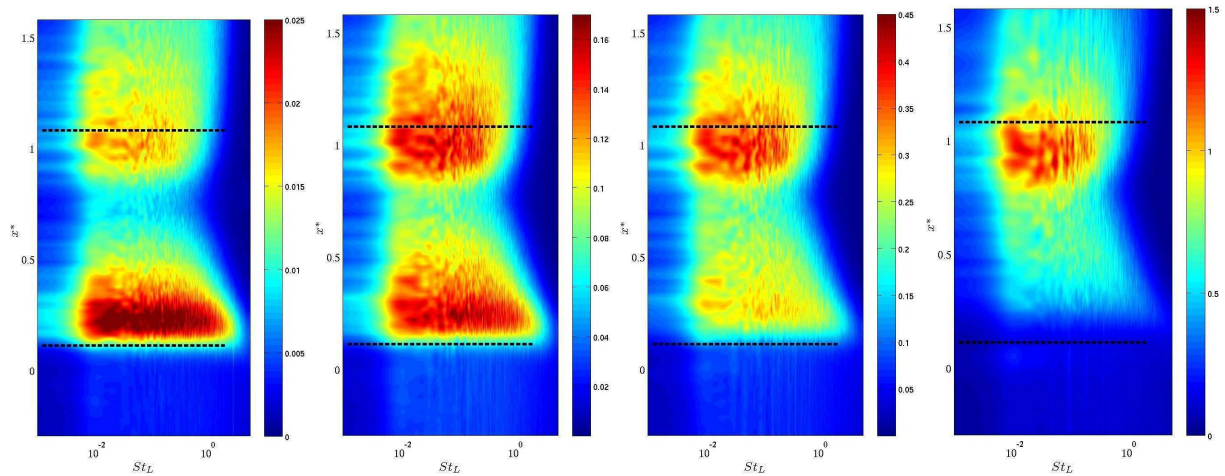


FIGURE 6.14 – PSD de la vitesse normale à la paroi en différentes altitudes  $y^* = 0.0024, 0.0057, 0.0094,$  et  $0.0229$ . (— — —) : position des points de décollement et de recollement.

longitudinale moyenne nulle). La figure 6.15 montre l'évolution de la masse de la zone de recirculation ainsi que le même signal filtré en passe bas avec un Strouhal de coupure de 0.05. Comme pour le point de décollement, il est possible d'identifier des événements d'une longueur de l'ordre de 20 à  $50 tU_1/L$  mis en évidence ici par le signal filtré. Là encore, il est difficile d'identifier un cycle basse fréquence récurrent, en raison du caractère large bande, irrégulier, et asymétrique de la dynamique basse fréquence.

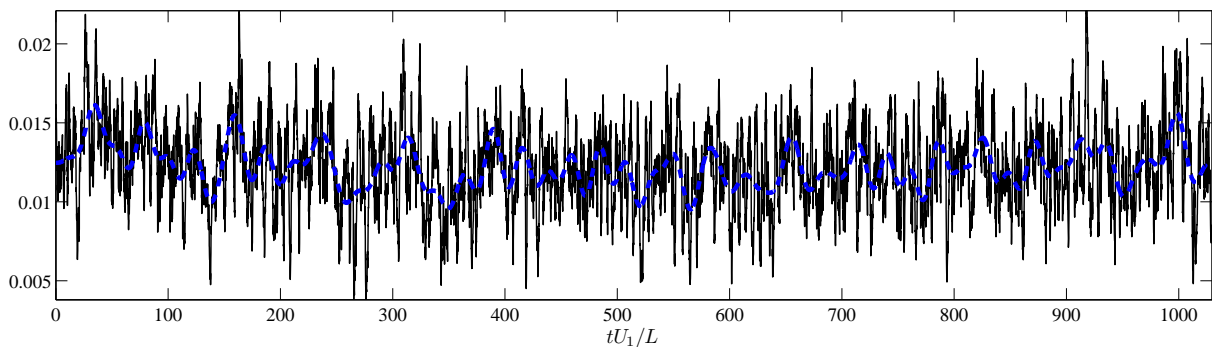


FIGURE 6.15 – Evolution de la masse dans la zone de recirculation (normalisée par  $0.5L^2$ ). Signal non filtré (—) et filtré en passe-bas avec un Strouhal de coupure de 0.05 (—).

Une PSD du signal non filtré de la figure 6.15 confirme ce caractère large bande en fréquence. L'activité dans la zone décollée est dominée par des mécanismes à moyennes et basses fréquences (figure 6.16). On retrouve ainsi une dynamique basse fréquence localisée autour de Strouhal 0.03, ainsi qu'une dynamique moyenne fréquence localisée dans la gamme de nombres de Strouhal 0.2-0.5.

La figure 6.17 réalise un zoom sur différentes portions du signal de l'évolution de la masse du bulbe.

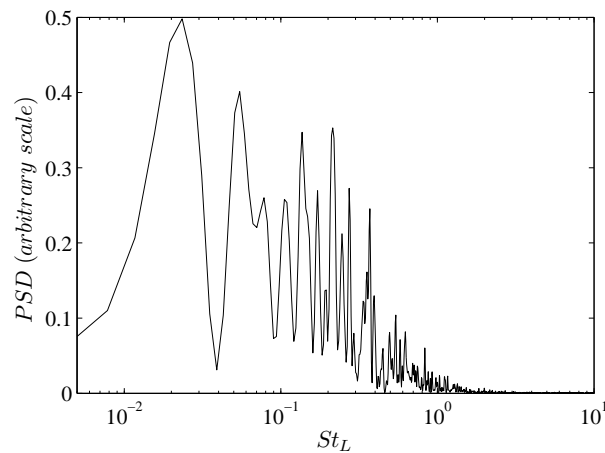


FIGURE 6.16 – PSD de l'évolution de la masse dans le bulbe de recirculation.

Le signal initial est filtré en passe-bas afin de faire apparaître les fréquences associées aux cycles dynamiques observés. Trois filtrages sont réalisés, deux à moyennes fréquences (avec un nombre de Strouhal de coupure de 0.2 et 0.5) et un à basse fréquence (avec un nombre de Strouhal de coupure de 0.05). Il apparaît clairement que la plupart des cycles sont captés par les signaux filtrés à moyennes fréquences, et sont donc associés à la gamme de nombres de Strouhal 0.2-0.5. Le signal filtré à basse fréquence montre que ces cycles moyennes fréquences sont modulés mais qu'il n'existe pas de séparation d'échelle entre les dynamiques à moyennes et basses fréquences. En effet, l'amplitude des cycles moyennes fréquences est équivalente à l'amplitude de leur modulation à basses fréquences.

On s'attache dans ce qui suit à relier les cycles de variation de masse dans le bulbe à des structures physiques de la zone décollée. Une approche de ce type a été réalisée par Wu & Martin (2008) sur un cas de rampe de compression. Ces derniers considèrent l'évolution à basses fréquences du point de décollement et relient le déplacement vers l'aval de ce dernier à un mécanisme de rupture du bulbe de recirculation. Leur étude suggère que cette rupture du bulbe de recirculation est corrélée aux mouvements basses fréquences du choc réfléchi.

Une façon de connaître l'évolution de la topologie du bulbe est de tracer les lignes de courant associées au champ de vitesse. On considère tout d'abord 4 instants décrivant un cycle associé à un nombre de Strouhal de 0.05 (figure 6.18(a)). Les champs de vitesse ont ici été filtrés en passe-bas avec un nombre de Strouhal de 0.1. Le résultat obtenu est présenté sur la figure 6.19 et met en évidence une respiration basse fréquence du bulbe de recirculation. Cette respiration correspond bien à une vision filtrée de la dynamique du bulbe. On s'intéresse maintenant à deux cycles associés à un nombre de Strouhal de 0.2 et faisant partie du cycle basse fréquence observé précédemment. (figure 6.18(a) et (b)). Cette fois les champs de vitesse ne sont pas filtrés. Les deux cycles montrent un

comportement similaire, avec une croissance régulière du bulbe de recirculation, suivie d'un écrasement de ce dernier associé, comme chez Wu & Martin (2008) à une rupture du bulbe de recirculation.

Ce que montrent ces résultats, c'est que sur un même cycle basse fréquence, vivent plusieurs cycles intermédiaires caractérisés par de fortes variations de la topologie du bulbe. Ces cycles moyennes fréquences sont associés à un phénomène de remplissage et vidage du bulbe, et les modulations basses fréquences sont les conséquences du caractère irrégulier de ce phénomène. Ces modulations se traduisent alors par une respiration du bulbe dans une vision filtrée à basses fréquences. Les mouvements basses fréquences ne sont donc pas directement associés à un mécanisme de rupture du bulbe de recirculation comme suggéré par Wu & Martin (2008), ni à une structure physique tel un gros tourbillon éjecté en aval.

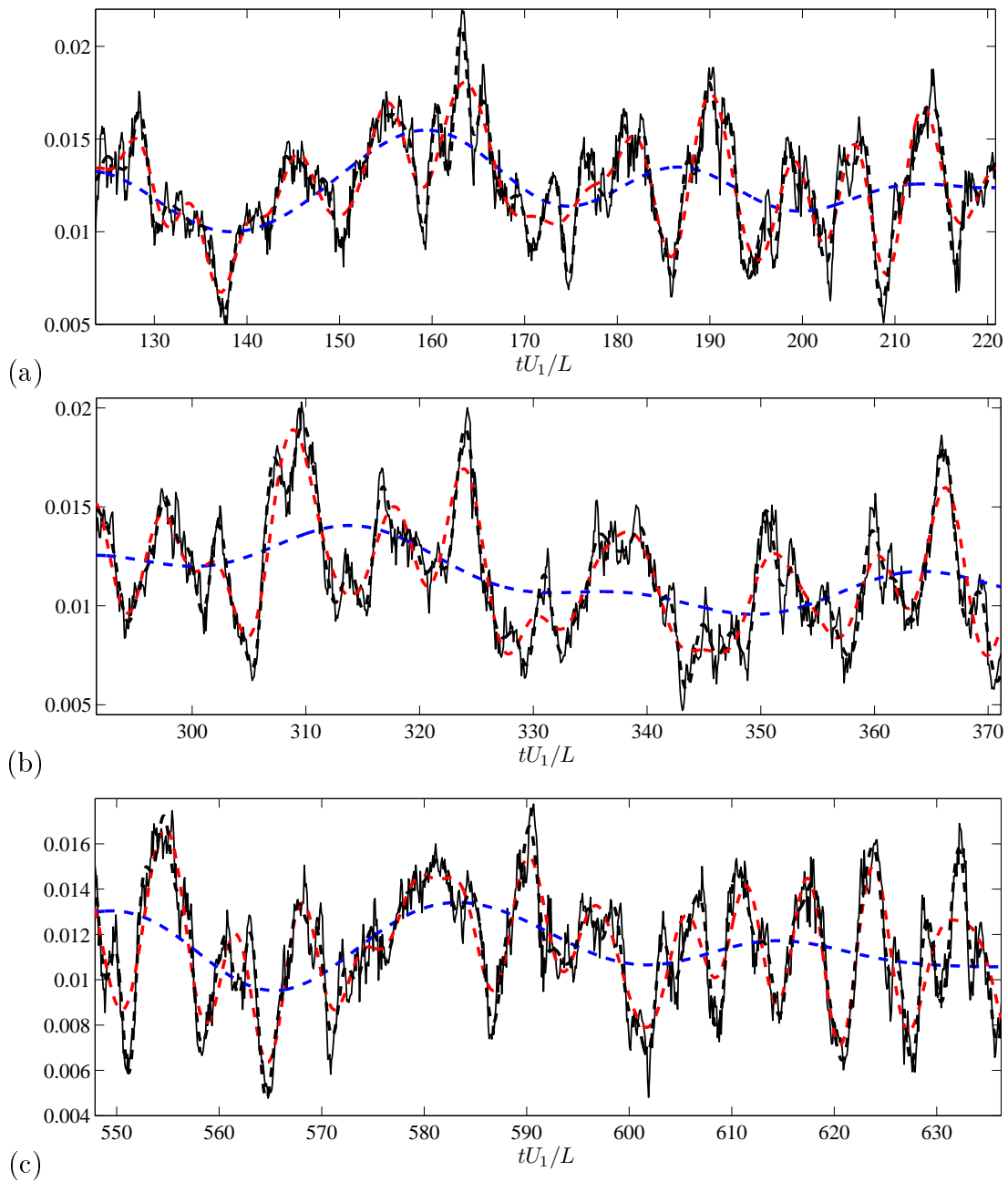


FIGURE 6.17 – Différentes portions de signal de l'évolution de la masse du bulbe de recirculation (normalisée par  $0.5L^2$ ). Signal non filtré (—); signal filtré en passe-bas avec un Strouhal de coupure de 0.5 (---); 0.2 (- - -); et 0.05 (- - -).

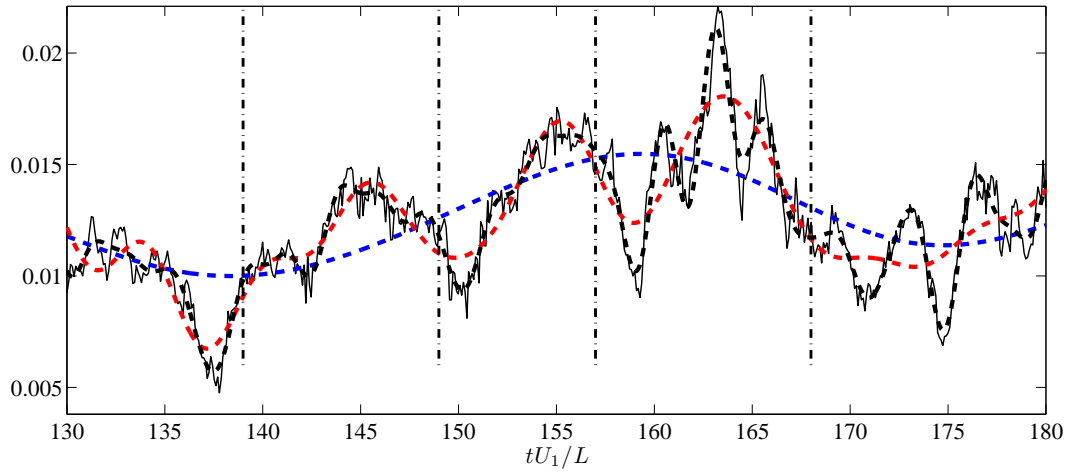


FIGURE 6.18 – Evolution de la masse du bulbe de recirculation. Les lignes verticales indiquent les instants auxquels sont obtenus les champs présentés sur la figure 6.19. Légendes identiques à la figure 6.17.

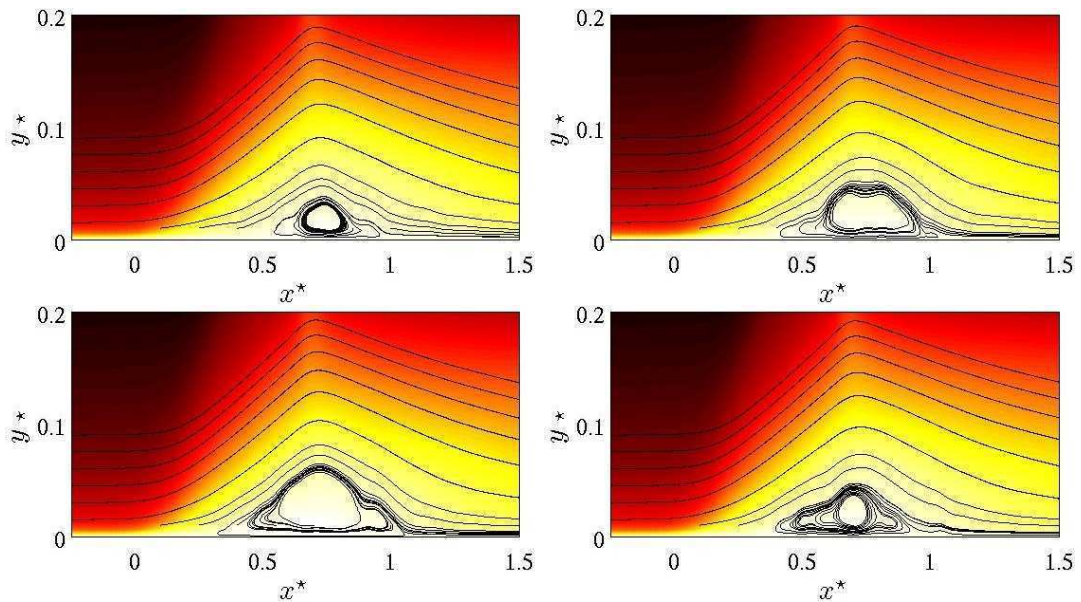


FIGURE 6.19 – Champs de vitesse moyennés dans la direction transverse et filtré en passe-bas avec un nombre de Strouhal de 0.1 pour les différents instants indiqués sur la figure 6.18.

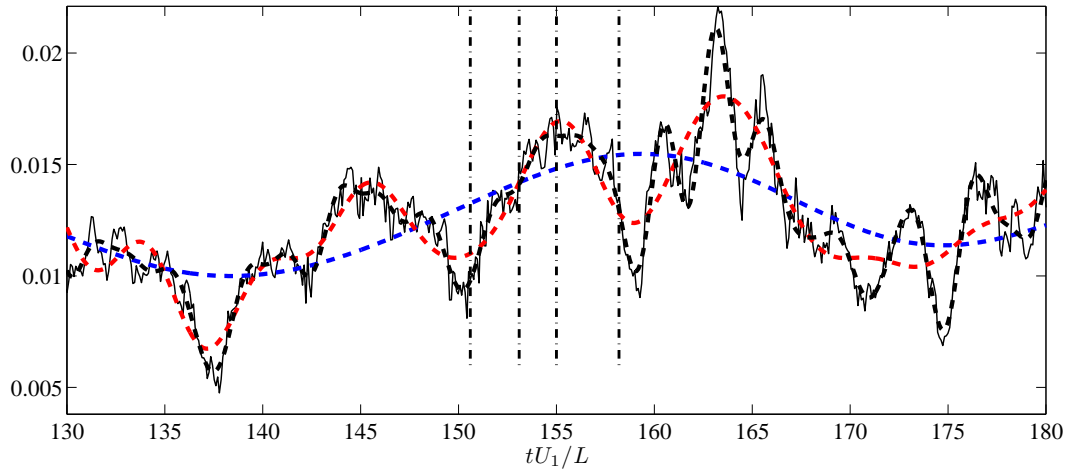


FIGURE 6.20 – Evolution de la masse du bulbe de recirculation. Les lignes verticales indiquent les instants auxquels sont obtenus les champs présentés sur la figure 6.21. Légendes identiques à la figure 6.17.

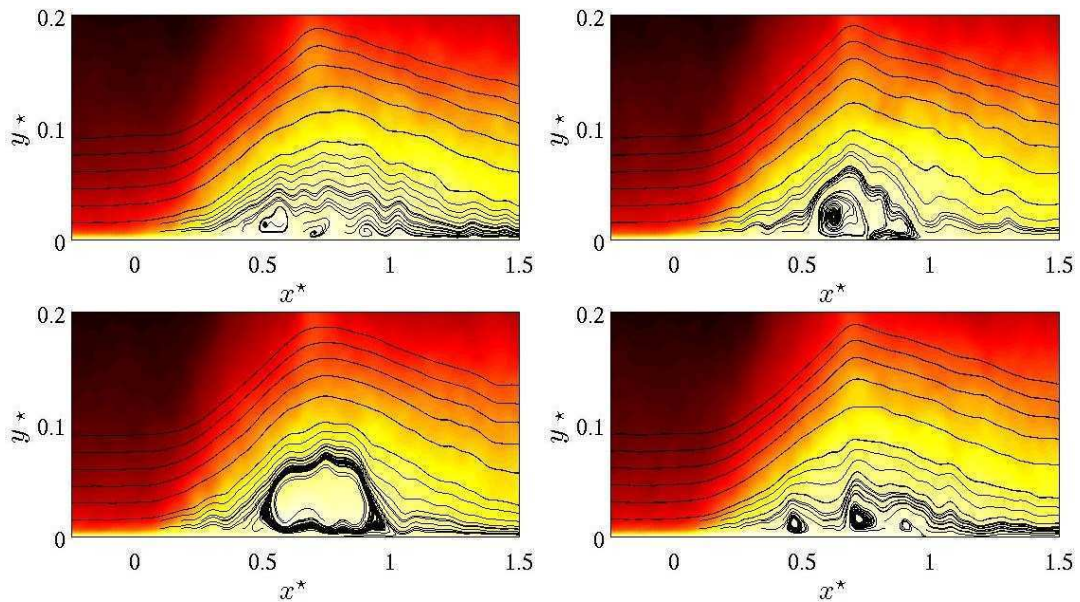


FIGURE 6.21 – Champs de vitesse moyennés dans la direction transverse pour les différents instants indiqués sur la figure 6.20.



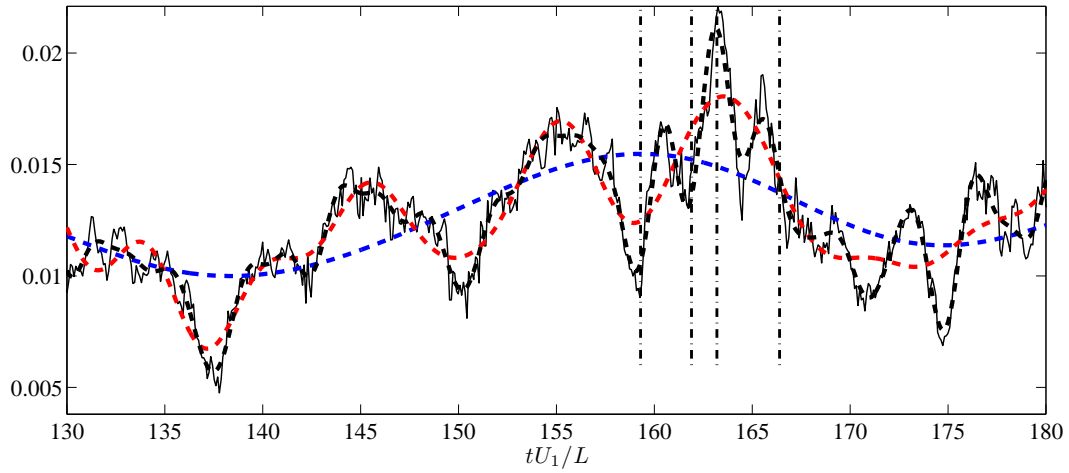


FIGURE 6.22 – Evolution de la masse du bulbe de recirculation. Les lignes verticales indiquent les instants auxquels sont obtenus les champs présentés sur la figure 6.23. Légendes identiques à la figure 6.17.

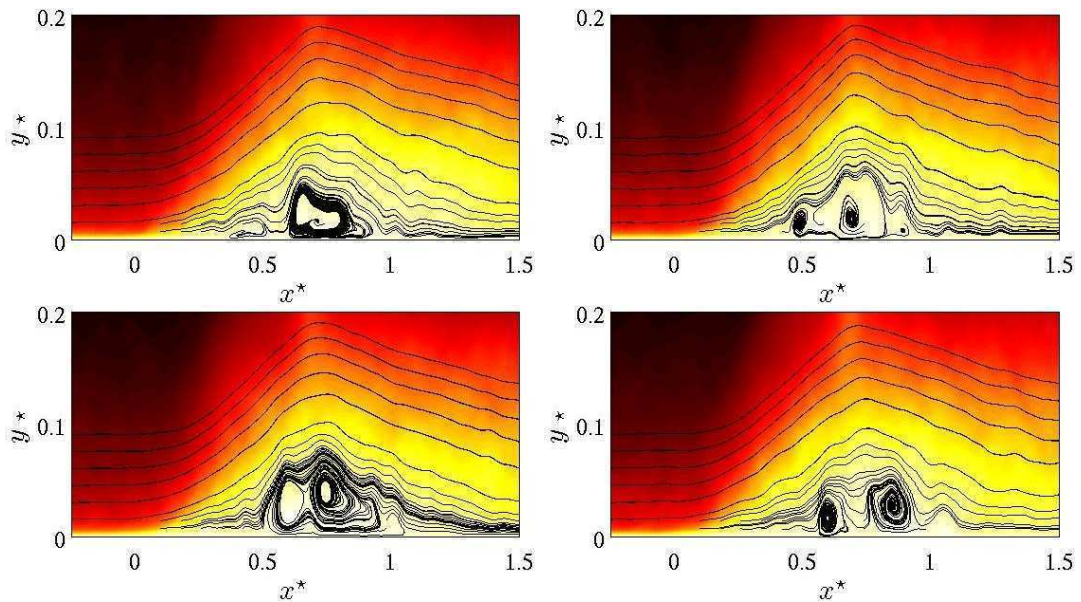


FIGURE 6.23 – Champs de vitesse moyennés dans la direction transverse pour les différents instants indiqués sur la figure 6.22.

## 6.5 Lien avec la dynamique du choc réfléchi et de la couche de mélange

La figure 6.24(a) montre une PSD de la position instantanée du choc réfléchi à la position  $y^* = 0.5$ . La position du choc est prise volontairement en dehors de la zone visqueuse afin que le choc ne soit pas trop étalé. Un simple critère de saut de pression est utilisé ici pour déterminer la position du choc. Afin de faire apparaître les fluctuations à moyennes fréquences une PSD prémultipliée est présentée sur la figure 6.24(b). Comme pour la zone décollée, deux dynamiques sont visibles, une à basses fréquences située autour d'un nombre de Strouhal de 0.02 et une à moyennes fréquences, située autour d'un nombre de Strouhal de 0.4. Agostini (2011) suggère que la présence d'une dynamique moyennes fréquences au niveau du choc est liée aux structures cohérentes générées par la couche de mélange, dont la trace du passage est transmise jusqu'à la nappe de choc à travers des ondes de Mach.

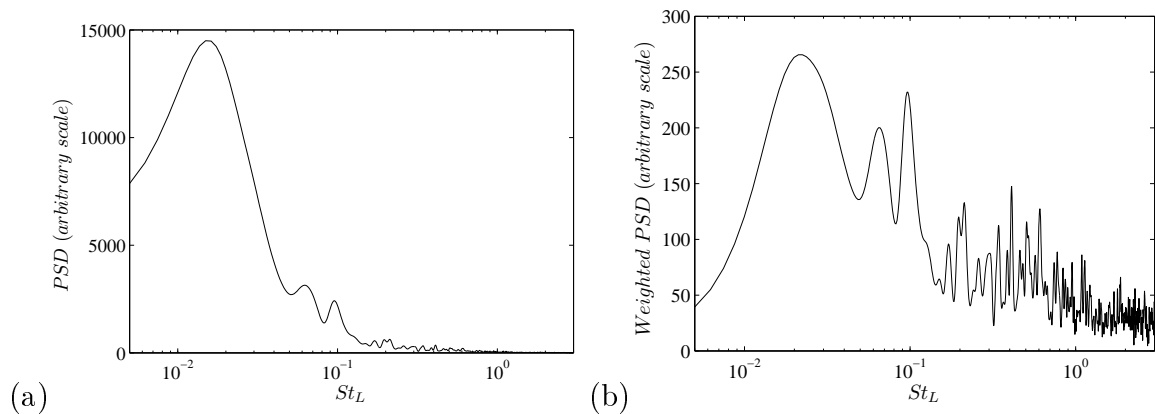


FIGURE 6.24 – PSD (a) et PSD prémultipliée (b) de la position longitudinale instantanée du choc réfléchi déterminée lorsque l'augmentation de la pression dépasse 30% de la pression amont.

On s'intéresse, à l'aide de corrélations temporelles, au lien existant entre les dynamiques de la zone décollée, du choc réfléchi, et de la couche de mélange. On gardera à l'esprit que les niveaux des corrélations peuvent être sous-estimés en raison de la dynamique convective hautes et moyennes fréquences qui va "bruiter" les signaux que l'on cherche à corrélérer. On note également que la partie aval de l'interaction étant fortement 3D en raison des mécanismes d'arrachements tourbillonnaires, les résultats concernant la zone de recollement sont à considérer avec prudence.

La figure 6.25(a) s'intéresse aux corrélations temporelles existantes au sein de la zone de recirculation. Les résultats montrent que les mouvements des points de décollement et de recollement sont en opposition de phase. De plus, le mouvement du point de décollement est en opposition de phase

avec l'évolution de la masse dans le bulbe de recirculation, alors que celui du point de recollement est en phase avec celle-ci. Ces résultats traduisent un mouvement d'expansion / contraction à basses fréquences du bulbe de recirculation déjà mis en évidence dans de nombreuses études.

La figure 6.25(b) s'intéresse aux corrélations temporelles existantes entre la dynamique de la zone de recirculation et le mouvement du choc réfléchi. On note tout d'abord la forte corrélation entre le point de décollement et le mouvement du choc. Le pic de corrélation se produit pour un décalage négatif, ce qui montre, étant donné que les signaux proviennent de la même réalisation temporelle et sont donc synchronisés, que le mouvement du point de décollement précède celui du choc. Le point de recollement et l'évolution de la masse du bulbe sont corrélés et en déphasage avec les mouvements du choc. Ces résultats montrent que les mouvements de respiration du bulbe de recirculation sont en opposition de phase par rapport aux mouvements du choc réfléchi. Ici aussi le pic de corrélation est atteint pour un décalage négatif, ce qui montre que le choc se déplace avec un décalage par rapport aux mouvements du bulbe de recirculation.

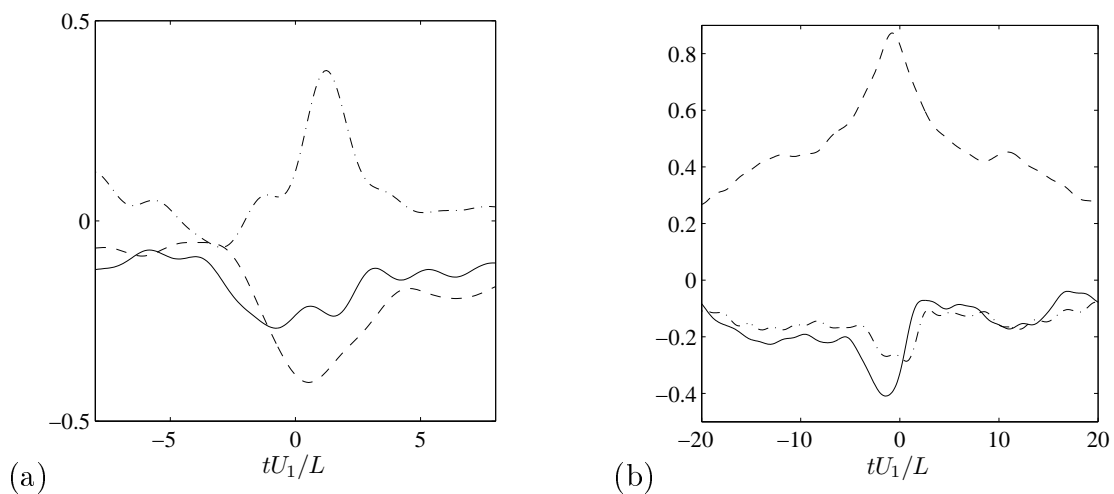


FIGURE 6.25 – (a) corrélations temporelles au sein de la zone de recirculation, entre le point de décollement et le point de recollement (—), entre le point de décollement et la masse du bulbe (---)(trait pointillés), entre le point de recollement et la masse du bulbe (-·-·). (b) corrélations temporelles entre la zone de recirculation et les mouvements du choc réfléchi; corrélation entre le point de décollement et la position du choc (---), entre le point de recollement et la position du choc (-·-·), entre la masse du bulbe et la position du choc (—).

La première partie de l'étude des corrélations temporelles a mis en évidence le phénomène de respiration du bulbe de recirculation. De plus, on montre que cette respiration est corrélée et en opposition de phase avec les mouvements du choc réfléchi, ce qui montre que les deux dynamiques sont liées. Enfin, on montre également que le mouvement du choc est "en retard" sur les mouvements de la zone

décollée.

On a vu précédemment qu'il était possible d'identifier la position de la couche de mélange à partir des points d'inflexions généralisés du profil moyen de vitesse. Des essais similaires ont été réalisés sur des champs filtrés en passe-bas mais n'ont pas permis d'extraire la position de la couche de mélange de façon satisfaisante. Cependant, une animation de la position instantanée approximative de la couche de mélange et de la ligne sonique sur des champs filtrés en passe-bas ont montré que celles-ci restent relativement proches sur toute la durée de notre simulation. Ainsi, s'il existe une modulation à basses fréquences de la couche de mélange, on peut s'attendre à en retrouver la dynamique en étudiant le déplacement de la ligne sonique. On s'intéresse donc aux corrélations existantes entre les dynamiques de la zone décollée, du choc réfléchi, et des mouvements d'oscillations de la ligne sonique. On considère 6 points appartenant à la ligne sonique moyennement répartis dans la direction longitudinale. La position de ces points est donnée sur la figure 6.26. Le déplacement de ces points dans la direction normale est alors corrélé à la dynamique du bulbe de recirculation et du choc réfléchi.

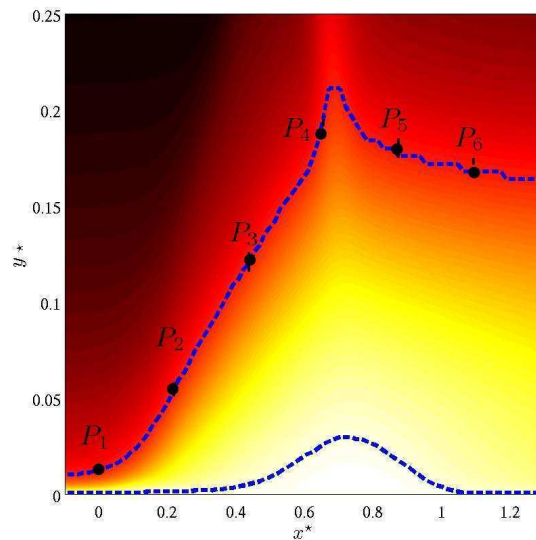


FIGURE 6.26 – Positions des points de la ligne sonique choisis pour être corrélés à la dynamique du bulbe de recirculation et du choc réfléchi :  $P_1$  :  $x^* = 0, 0.22, 0.43, 0.65, 0.87, \text{ et } 1.09$ . (---) : ligne de séparation et ligne sonique.

Les résultats montrent que la dynamique du bulbe de recirculation est corrélée aux mouvements de la ligne sonique. L'évolution de la masse de la zone décollée est en phase avec la partie amont de la ligne sonique située avant l'impact du choc incident, et le pic de corrélation étant obtenu pour un

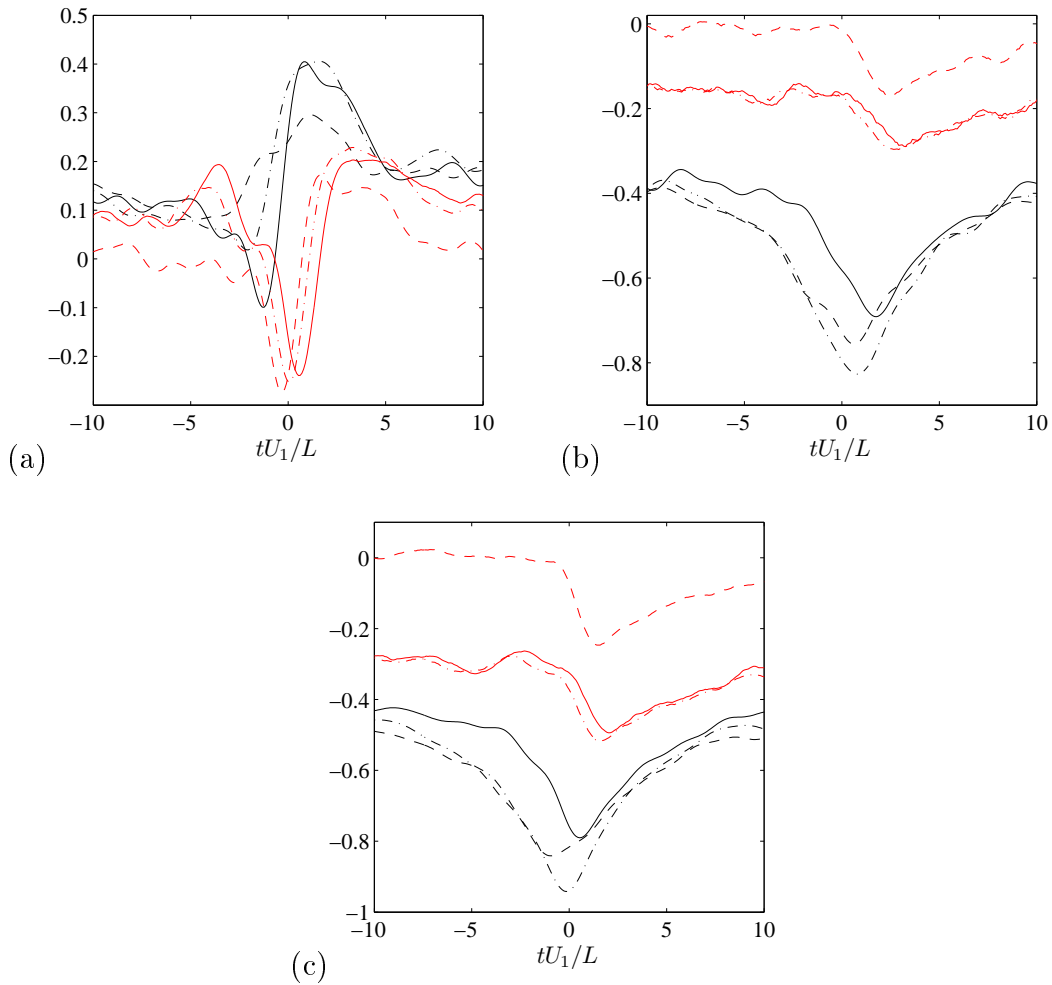


FIGURE 6.27 – Corrélations temporelles entre différents points de la ligne sonique et l'évolution de la masse dans le bulbe (a), la position du point de décollement (b), et la position du choc réfléchi (c); (—)  $P_1$  (---)  $P_2$  (-·-·)  $P_3$  (—)  $P_4$  (- - -)  $P_5$  (-·-·)  $P_6$ .

décalage positif, les mouvements du bulbe précèdent ceux de la ligne sonique en amont du point d'impact du choc incident. Ces résultats montrent que la croissance de la zone décollée est accompagnée d'un déplacement vers le haut de la ligne sonique et donc probablement de la couche de mélange. Le déplacement du point de décollement est, de façon prévisible fortement corrélé et en opposition de phase avec la partie amont de la ligne sonique, ce qui montre qu'un déplacement vers l'amont du point de décollement est associé à un déplacement vers le haut de la première partie de la couche de mélange. Le déplacement du point de décollement est plus faiblement corrélé avec la partie aval de la ligne sonique et est également en déphasage avec celle-ci, ce qui est en accord avec un scénario de respiration du bulbe associé à un mouvement vers le haut de la couche de mélange. Un comportement semblable est retrouvé dans le cas du choc réfléchi, les corrélations avec la partie amont de la couche de mélange étant encore légèrement supérieures.

En résumé de l'étude des corrélations temporelles, le bulbe de recirculation est animé d'un mouvement d'expansion / contraction que l'on peut qualifier de respiration basse fréquence. Ce mouvement est corrélé à la dynamique de la couche de mélange et du choc réfléchi. En particulier, la phase de croissance du bulbe de recirculation est associée à un déplacement du choc réfléchi vers l'amont, ainsi qu'à un déplacement vers l'extérieur de la ligne sonique. La phase d'écrasement du bulbe est associée à un mouvement vers l'aval du choc réfléchi et à un mouvement vers le bas de la ligne sonique et donc probablement de la couche de mélange. De plus, les résultats suggèrent que les mouvements de la zone décollée précèdent ceux du choc réfléchi et de la couche de mélange. Cependant, la forte corrélation existant au sein de la zone d'interaction suggère que les instationnarités basses fréquences sont associées à une synchronisation globale de l'écoulement. L'analyse des corrélations temporelles ne permet donc pas de conclure quant à l'origine des instationnarités basses fréquences.

## 6.6 Conclusion

Une base de donnée issue d'un calcul par SGE couvrant plusieurs dizaines de cycles basses fréquences a été utilisée afin de caractériser la dynamique de la zone décélérée, ainsi que son lien avec les mouvements du choc réfléchi. Les résultats montrent que la zone de recirculation est animée d'une dynamique **convective** à moyennes fréquences située dans la gamme  $St_L = 0.2 - 0.5$  que l'on peut relier à des **structures physiques** (arrachements tourbillonnaires, rupture du bulbe de recirculation), ainsi que d'une dynamique à basses fréquences centrée sur  $St_L = 0.03$ , correspondant à une **synchronisation globale de l'écoulement**, caractérisée par une respiration cyclique de la zone décollée associée à un mouvement de va-et-vient du choc réfléchi, ainsi qu'à une modulation de la couche de mélange. Les résultats suggèrent que le choc réfléchi répond de façon passive à la façon d'un filtre passe-bas à la dynamique large-bande de la zone décollée, et donc que la dynamique basse fréquence est intrinsèque à cette dernière. Le choc incident génère le gradient de pression adverse qui exerce une force de rappel sur la zone décélérée à l'origine de la formation du bulbe de recirculation. Deux effets opposés sont alors en compétition au niveau de la dynamique de la zone décollée, d'un côté la force de rappel exercée par le choc incident qui tend à augmenter la taille du bulbe, et de l'autre les structures de la couche limite amont et de la couche de mélange qui contribuent à déstabiliser cette dernière et donc à en diminuer la masse par des phénomènes larges-bandes d'arrachements tourbillonnaires. Le **couplage** entre ces deux mécanismes est à l'origine d'une modulation large bande de l'éjection des tourbillons qui correspond de manière **statistique** à la dynamique basse fréquence d'intérêt.



# Conclusion

Le cas final de cette étude est un cas d'interaction entre une onde de choc oblique impactant une couche limite turbulente sur une plaque plane. Pour reproduire la dynamique complexe de cette configuration, une stratégie numérique efficace a été proposée, développée, et validée sur une série de cas intermédiaires. Chacun de ces cas a permis de donner confiance dans les différents éléments de la stratégie, c'est-à-dire les conditions limites caractéristiques, la capture de choc, le filtrage sélectif (qualifié de méthode RT pour *Regularization Term*), et la condition d'entrée instationnaire.

En ce qui concerne la capture de choc, deux pistes ont été suivies, la première étant l'extension TVD et MP des schémas DRP, et la seconde le couplage des schémas DRP avec les méthodes ANAD ou ANSF. Les extensions TVD et MP ont été mises de côté en raison des difficultés d'adaptation de ces méthodes en 2D. Ces méthodes ont cependant montré un excellent comportement en 1D et une adaptation pour des cas plus complexes doit être poursuivie. Le couplage des schémas DRP avec les méthodes ANAD et ANSF a montré un comportement légèrement dissipatif au niveau des cas tests classiques de capture de choc, mais celui-ci peut être réglé afin de s'adapter au cas traité. Un tel réglage est réalisé notamment pour le cas final de l'étude et montre un très bon comportement. Étant donné le très faible coût de la méthode, elle constitue une très bonne alternative aux méthodes plus classiques de capture de choc.

La condition d'entrée instationnaire joue un rôle essentiel au niveau du coût d'une simulation SGE. La piste des conditions de génération de turbulence synthétique a été testée au travers des méthodes RFM et SEM. Malgré le comportement bien meilleur de la SEM pour générer rapidement des fluctuations réalistes, une forte sensibilité au paramétrage de la condition d'entrée a conduit, sur des maillages fins, à des écoulements de type transitionnels et non pleinement turbulents où l'on peut observer des déformations sur le profil de vitesse moyen. De façon surprenante, le comportement est très satisfaisant pour des maillages grossiers. Les calculs réalisés avec cette condition d'entrée ont ainsi utilisé des domaines amont de l'ordre de 10 épaisseurs de couches limites initiale afin de conserver le profil moyen turbulent désiré. Malgré ce défaut, cette méthode a permis de réaliser deux simulations



d'IOCCL de qualité satisfaisante. Une autre condition d'entrée, basée sur l'utilisation d'un profil inflexionnel a été proposée. Cette condition permet astucieusement de réduire significativement le coût d'une SGE par rapport à la simulation où la transition laminaire-turbulente est intégralement calculée.

Nous nous sommes ensuite intéressés à l'impact de la modélisation de la turbulence et son couplage avec la méthode numérique. Pour cela une étude sur les cas de tourbillon de Taylor-Green et de couche limite turbulente supersonique a été menée afin d'asseoir la stratégie basée sur l'emploi d'un filtre sélectif comme terme de régularisation dans le cadre de la SGE. Cette approche a été comparée à un large panel de modèles de sous-maille classiques afin d'estimer l'apport d'un modèle de sous-maille explicite. Les résultats ont montré une plus grande sensibilité de la qualité de la solution au traitement de la partie dissipative du schéma spatial qu'à l'effet du modèle de sous-maille. Les meilleurs résultats ont été obtenus avec la stratégie qualifiée de RT et ce pour un coût très inférieur aux autres modèles testés. Cette étude n'a donc pas permis d'améliorer la stratégie adoptée initialement mais souligne l'avantage d'une méthode basée sur une procédure de régularisation permettant de s'affranchir du coût supplémentaire que constitue un modèle de sous-maille. Une convergence en maillage a été réalisée jusqu'à la SND notamment sur le cas de couche limite turbulente et a permis de valider finement le solveur développé par comparaison avec les simulations SND compressibles et incompressibles les plus récentes.

Ces différentes étapes de validation ont été permises notamment grâce à une parallélisation massive du solveur qui participe à la stratégie globale de mise en place d'une méthode de simulation efficace.

Ces différents éléments ont permis de réaliser trois simulations du cas d'IOCCL turbulente. Un premier cas sur un maillage fin, en particulier au niveau de la zone d'interaction, et utilisant un long domaine en entrée a été réalisé afin de valider l'ensemble de la stratégie numérique. Les résultats ont montré un très bon accord avec les simulations SND et SGE les plus récentes. Un second calcul sur un maillage plus grossier, et utilisant la SEM en condition d'entrée a été réalisé afin d'évaluer les performances de la stratégie peu coûteuse développée. Les résultats ont montré que cette stratégie permet de reproduire correctement la dynamique du cas d'IOCCL, et peut donc être utilisée pour analyser cette dernière. Un cas d'IOCCL identique au cas précédent utilisant la SEM mais avec un angle de déflecteur de choc supérieur a été réalisé afin de générer une dynamique basse fréquence plus énergétique. Une base de donnée de plusieurs dizaines de cycles basses fréquences a ainsi été constituée.

Le dernier chapitre s'intéresse à la dynamique de la zone décélérée, ainsi qu'à son lien avec les mouvements du choc réfléchi. Une synthèse des travaux réalisés sur les dynamiques basses et moyennes fréquences du cas d'IOCL a montré le caractère robuste, large-bande, et global (au sens présente dans toute la zone d'interaction) de la dynamique basse fréquence. La question de savoir si les mouvements basses fréquences du choc réfléchi sont liés à la présence de super-structures dans la couche limite amont ou à une dynamique issue de la zone décélérée est maintenant quasiment close. Les origines des instationnarités basses fréquences sont maintenant recherchées au niveau de la zone décélérée et plus particulièrement au niveau de la couche de mélange et de la zone de recirculation. C'est dans cette démarche que s'inscrit cette étude, notamment en s'intéressant à la dynamique du bulbe de recirculation. Les résultats montrent que la zone décélérée est séparée en deux parties, une partie amont (localisée du pied du choc réfléchi jusqu'au point d'impact du choc incident) très énergétique à basses fréquences et une partie aval énergétique principalement à moyennes fréquences (et dans une moindre mesure à basses fréquences également) et associée à des mécanismes physiques tels que des arrachements tourbillonnaires ou une rupture du bulbe de recirculation. Ces résultats ne permettent cependant pas de trancher au niveau des origines de la dynamique basse fréquence étant donné que la présence du choc réfléchi masque l'activité basse fréquence pourtant bien présente dans l'ensemble de la zone décélérée. L'analyse de la masse de la zone décollée (moyennée dans la direction transverse) montre que la dynamique de cette dernière se situe principalement dans la gamme de nombre de Strouhals 0.2-0.5. Une analyse de l'évolution de la topologie du bulbe au cours des cycles moyennes fréquences suggère que ces derniers sont associés à une dynamique de remplissage et vidage de poche. C'est alors la modulation à basses fréquences de cette dynamique qui donne, dans une approche filtrée en passe-bas, l'image d'un bulbe qui grossit et s'écrase à basses fréquences. La dynamique de la zone décélérée semble donc être principalement liée à des cycles irréguliers de stockage et vidage de masse qui vivent sur une large gamme de fréquences, de façon très énergétique à moyennes fréquences, et moins énergétique à basses fréquences.

On pourrait imaginer une dynamique de remplissage et vidage du bulbe à moyennes fréquences qui s'effectue de façon irrégulière en raison de la nature turbulente de l'écoulement et de l'amplification sélective en fréquences de certaines structures par la couche de mélange. Ce caractère irrégulier peut entraîner une modulation à plus basses fréquence de ces cycles moyennes fréquences. Cette hypothèse n'explique cependant pas l'existence d'échelles spatiales qui pilotent la dynamique basse fréquence. Cependant, les échelles globales de la zone d'interaction doivent fixer les échelles caractéristiques observées au niveau de la dynamique basse fréquence. De plus, une analyse spectrale à temps courts montre que la dynamique basse fréquence est caractérisée par des fréquences marquées (plus proches

de raies que d'une bosse) mais fortement variables dans le temps. C'est leur intégration sur un temps long qui fait ressortir statistiquement le nombre de Strouhal de 0.03.

Il est cependant probable que la zone décélérée forme un système fortement couplé et auto-entretenu, ce qui rend particulièrement difficile d'identifier l'ingrédient moteur de la modulation basse fréquence. L'analyse des modes de Koopman montre nettement que la couche de mélange est très énergétique à basse fréquence, et en lien avec les scénarios de type flapping rencontrés en subsonique, il est possible qu'une modulation à basse fréquence de cette dernière soit à l'origine d'une synchronisation globale de la zone décélérée.

En terme de perspectives, on peut proposer une série de configurations qui permettraient d'étudier séparément la dynamique des différents ingrédients du cas d'IOCCL. Dans le cas du choc réfléchi, des simulations d'interaction choc / turbulence homogène isotrope ont montré le caractère amplificateur en passe-bas d'une onde choc seule, mais ont souligné aussi l'absence de sélectivité en fréquences du choc, cependant nécessaire pour expliquer le scaling observé à un nombre de Strouhal de 0.03 dans le cas d'IOCCL. Un cas d'interaction entre une onde de choc oblique et une couche de mélange libre permettrait de se concentrer sur l'effet de l'impact du choc sur la dynamique de la couche de mélange, notamment à travers la forte déviation de la cette dernière à la traversée du choc, qui n'est pas sans rappeler celle observée sur le cas d'IOCCL et liée à l'impact du choc incident. Un cas identique mais en présence d'une paroi inférieure permettrait d'étudier l'effet d'une paroi sur la dynamique d'une couche de mélange en présence d'une onde de choc. Il est également possible de s'intéresser à un cas de bulbe subsonique turbulent et en particulier aux fréquences associées à sa dynamique. Une difficulté du cas d'IOCCL turbulente réside dans le forçage intense et continu issu de la turbulence de la couche limite amont. Un cas d'IOCCL laminaire ou transitionnel permettrait de supprimer tout forçage sur la zone décélérée et permettrait par exemple d'identifier des structures cohérentes issues de la couche de mélange et déterminer le lien entre ces dernières et la dynamique à basses fréquences qui nous intéresse.

# Bibliographie

- ADAMS, N.A. 2000 Direct simulation of the turbulent boundary layer along a compression ramp at  $M=3$  and  $Re_\theta = 1685$ . *J. Fluid Mech.* **420**, 47–83.
- ADRIAN, R.J., MEINHART, C.D. & TOMKINS, C.D. 2000 Vortex organization in the outer region of the turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **422**, 1–54.
- AGOSTINI, L. 2011 Instationnarités en écoulements décollés supersoniques. PhD thesis, Université de Provence.
- ARNAL, D. & DÉLERY, J. 1971 Laminar-turbulent transition and shock-wave turbulent boundary layer interaction. *Tech. Report*. Rhodes Saint-Genese, Belgium.
- BABA-AHMADI, M.H. & TABOR, G.R. 2009 Inlet conditions for LES using mapping and feedback control. *Computers and Fluids* **38**, 1299–1311.
- BAILLY, C., GLOERFELT, X. & BOGEY, C. 2002 Report on stochastic noise source modelling. *JEAN - Deliverable 2.4*, EU Research Programme - FP5, Contract No. GARD-CT-2000-00313 .
- BAILLY, C., LAFON, P. & CANDEL, S. 1995 A stochastic approach to compute noise generation and radiation of free turbulent flows. *AIAA Paper 95-092* .
- BARDINA, J., FERZIGER, J.H. & REYNOLD, W.C. 1980 Improved subgrid scale models for large eddy simulation. *AIAA Paper 80-1357* .
- BATTEN, P., GOLDBERG, U. & CHAKRAVARTHY, S. 2002 Reconstructed sub-grid methods for acoustics prediction at all Reynolds numbers. *AIAA Paper 2002-2511* .
- BÉCHARA, W., BAILLY, C., LAFON, P. & CANDEL, S. 1994 Stochastic approach to noise modeling for free turbulent flows. *AIAA Journal* **32** (3), 455–463.
- BERESH, S.J., CLEMENS, N.T. & DOLLING, D.S. 2002 Relationship between upstream turbulent boundary-layer velocity fluctuations and separation shock unsteadiness. *AIAA Journal* **40** (12).

- BERNARDINI, M. & PIROZZOLI, S. 2011 Wall pressure fluctuations beneath supersonic turbulent boundary layers. *Phys. Fluids* **23**, 085102.
- BHAGATWALA, A. & LELE, S.K. 2009 A modified artificial viscosity approach for compressible turbulence simulations. *J. Comput. Phys.* **228**, 4965–4969.
- BILLSON, M., ERIKSSON, L.-E & DAVIDSON, L. 2004 Modeling of synthetic anisotropic turbulence and its sound emission. *AIAA Paper 2004-2857* .
- BOGEY, C. & BAILLY, C. 2004 A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for noise computation. *J. Comput. Phys.* **194**, 194–214.
- BOGEY, C. & BAILLY, C. 2006 Large eddy simulations of round jets using explicit filtering with/without dynamic Smagorinsky model. *International Journal of Heat and Fluid Flow* **27**, 603–610.
- BOGEY, C., DE CACQUERAY, N. & BAILLY, C. 2008 Self-adjusting shock-capturing spatial filtering for high-order non-linear computations. *14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 5-7 May, Vancouver, Canada, AIAA Paper 2008-2968 .
- BOGEY, C., DE CACQUERAY, N. & BAILLY, C. 2009 A shock-capturing methodology based on adaptive spatial filtering for high-order non-linear computations. *J. Comput. Phys.* **228** (5), 1447–1465.
- BOIN, J. PH., ROBINET, J.-CH. & CORRE, C. 2003 Interaction choc/couche limite laminaire : caractéristiques instationnaires.
- BOIN, J-P., ROBINET, J.-C., CORRE, C. & DENIAU, H. 2006 3D steady and unsteady bifurcations in a shock-wave/laminar boundary layer interaction : a numerical study. *Theoret. Comput. Fluid Dynamics* **20** (3), 163–180.
- BOLES, J.A., CHOI, J. & EDWARDS, J.R. 2009 Simulation of high-speed internal flows using LES/RANS models. *AIAA Paper* (2009-1324).
- BORIS, J.P., GRINSTEIN, F.F., ORAN, E.S. & KOLBE, R.L. 1992 New insights into large eddy simulation. *Fluid Dyn. Res.* **10**, 199–228.
- BOSE, S.T., MOIN, P. & YOU, D. 2010 Grid-independent large-eddy simulation using explicit filtering. *Phys. Fluids* **22**, 105103.

- BRACHET, M. E., MEIRON, D. I., ORSZAG, S. A., NICKEL, B. G., MORF, R. H. & FRISCH, U. 1983 Small-scale structure of the Taylor-Green vortex. *J. Fluid Mech.* **130**, 411–452.
- BROWN, G.L. & ROSHKO, A. 1974 Density effect and large structure in turbulent mixing layers. *J. Fluid Mech.* **64**, 775–816.
- CHEN, K., TU, J.H. & ROWLEY, C.W. 2011 Variants of dynamic mode decomposition : connections between Koopman and Fourier analyses. *Journal of Nonlinear Science* Submitted.
- CHICHEPORTICHE, J. & GLOERFELT, X. 2011 Effect of a turbulent incoming boundary layer on noise radiation by the flow over cylindrical cavities. *AIAA Paper 2011-2862* .
- CHUNG, Y.M. & SUNG, H.J. 1997 Comparative study of inflow conditions for spatially evolving simulation. *AIAA Journal* **35** (2), 269–274.
- CLEMENS, N.T. & NARAYANASWAMY, V. 2009 Shock/turbulent boundary layer interactions : Review of recent work on sources of unsteadiness. *AIAA Paper 2009-3710* .
- COLONIUS, T., LELE, S.K. & MOIN, P. 1994 Boundary conditions for direct computation of aerodynamic sound generation. *AIAA Journal* **31** (9), 1574–1582.
- DALLMANN, U. 1988 Three-dimensional vortex structures and vorticity topology. IUTAM Symposium on Fundamental aspects of vortex motion, Tokyo, Japan.
- DARU, V. & TENAUD, C. 2004 High order one-step monotonicity-preserving schemes for unsteady compressible flow calculations. *J. Comput. Phys.* **193**, 563–594.
- DAVIDSON, L. & BILLSON, M. 2006 Hybrid LES-RANS using synthesized turbulent fluctuations for forcing in the interface region. *International Journal of Heat and Fluid Flow* **27**, 1028–1042.
- DE STEFANO, G. & VASILYEV, O.V. 2004 Sharp cutoff versus smooth filtering in large eddy simulation. *Phys. Fluids* **14** (1), 362–369.
- DEARDORFF, J.W. 1970 A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.* **41** (2), 453–480.
- DECK, S., WEISS, P.E., PAMIÈS, M. & GARNIER, E. 2011 Zonal detached eddy simulation of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer. *Computers and Fluids* **48**, 1–15.

- DEGREZ, G., BOCCADORO, C.H. & WENDT, J.F. 1987 The interaction of an oblique shock wave with a laminar boundary layer revisited. An experimental and numerical study. *J. Fluid Mech.* **177**, 247–263.
- DOLLING, D.S. 1993 Fluctuating loads in shock-wave / boundary layer interaction : tutorial and update. *AIAA Paper* (93-0284).
- DOLLING, D.S. 1998 High-speed turbulent separated flows : Consistency of mathematical models and flow physics. *AIAA Journal* **36** (5), 725–732.
- DOLLING, D.S. & MURPHY, M.T. 1983 Unsteadiness of the separation shock wave structure in a supersonic compression ramp flow field. *AIAA Journal* **21**, 1628–1634.
- DOLLING, D.S. & OR, C.T. 1985 Unsteadiness of the shock wave structure in attached and separated compression ramp flow. *Experiments in Fluids* **3**, 24–32.
- DOLLING, D. S. 2001 Fifty years of shock-wave/boundary-layer interaction research : What next? *AIAA Journal* **39** (8), 1517–1531.
- DOMARADZKI, J.A. & SAIKI, E.M. 1997 A subgrid-scale model based on the estimation of unresolved scales of turbulence. *Phys. Fluids* **9** (7), 2148–2164.
- VAN DRIEST, E.R. 1956 On turbulent flow near a wall. *Journal of the Aeronautical Sciences* **23** (11), 1007–1011.
- DRIVER, D.M., SEEGMILLER, H.L. & J., M. 1987 Time dependent behaviour of a reattaching shear layer. *AIAA Journal* **25**, 914–919.
- DUCROS, F., FERRAND, V., NICOUD, F., WEBER, C., DARRACQ, D., GACHERIEU, C. & POINSOT, T. 1999 Large-eddy simulation of shock/ turbulence interaction. *J. Comput. Phys.* **152**, 517–549.
- DUCROS, F., LAPORTE, F., SOULERES, T., GUINOT, V., MOINAT, P. & CARUELLE, B. 2000 High-order fluxes for conservative skew-symmetric-like schemes in structured meshes : Application to compressible flows. *J. Comput. Phys.* **16**, 114–139.
- DUPONT, P., HADDAD, C. & DEBIEVE, J.F. 2006 Space and time organization in a shock-induced separated boundary layer. *AIAA Journal* **559**, 255–277.

- DUSSAUGE, J.-P., DUPONT, P. & DEBIÈVE, J.-F. 2006 Unsteadiness in shock wave boundary layer interaction with separation. *Aerospace Science and Technology* **10** (2), 85–91.
- DÉLERY, J. 1971 Shock-wave boundary layer interactions. *Tech. Report*. DTIC Document.
- EATON, J.K. & JOHNSTON, J.P. 1982 Low-frequency unsteadiness of a reattaching turbulent shear layer. *Turbulent Shear Flows 3* **1**, 162–170.
- ELÈNA, M. & LACHARME, J.P. 1988 Experimental study of a supersonic turbulent boundary layer using a laser Doppler anemometer. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée* **36** (11), 175–190.
- EMMERT, T., LAFON, P. & BAILLY, C. 2007 Computation of aeroacoustic phenomena in subsonic and transonic ducted flow. *13th AIAA/CEAS AeroAcoustics Conference*, 21-23 May, Rome, Italy, AIAA Paper 2007-3429 .
- ERENGIL, M.E. & DOLLING, D.S. 1991 Unsteady wave structure near separation in a Mach 5 compression ramp interaction. *AIAA Journal* **29**, 728–735.
- ERENGIL, M.E. & DOLLING, D.S. 1993 Physical causes of separation shock unsteadiness in shock-wave/turbulent boundary layer interaction. *AIAA Paper 93-3134* .
- ERLEBACHER, G., HUSSAINI, M.Y., SPEZIALE, C.G. & ZANG, T.A. 1992 Toward the large-eddy simulation of compressible turbulent flows. *J. Fluid Mech.* **238**, 155–185.
- FUREBY, C. & GRINSTEIN, F.F. 2002 Large eddy simulation of high-Reynolds number free and wall-bounded flows. *J. Comput. Phys.* **181**, 68–97.
- GANAPATHISUBRAMANI, B., CLEMENS, N.T. & DOLLING, D.S. 2007 Effects of upstream boundary layer on the unsteadiness of shock-induced separation. *J. Fluid Mech.* **585**, 336–425.
- GANAPATHISUBRAMANI, B., CLEMENS, N.T. & DOLLING, D.S. 2009 Low-frequency dynamics of shock-induced separation in a compression ramp interaction. *J. Fluid Mech.* **585**, 397–425.
- GARNIER, E.. 2009 Stimulated detached eddy simulation of three-dimensional shock/boundary layer interaction. *Shock-Wave* **19**, 479–486.
- GARNIER, E., ADAMS, N. & SAGAUT, P. 2009 *Large eddy simulation for compressible flows*. Springer.
- GARNIER, E. & DECK, S. 2008 Large eddy simulation of transonic buffet over a supercritical airfoil. *Direct and Large-Eddy Simulation VII*, Trieste, Italy, September 8-10 .



- GARNIER, E., MOSSI, M., SAGAUT, P., DEVILLE, M. & COMTE, P. 1999 On the use of shock-capturing schemes for large-eddy simulation. *J. Comput. Phys.* **153**, 273–311.
- GARNIER, E. & SAGAUT, P. 2002 Large eddy simulation of shock/boundary-layer interaction. *AIAA Journal* **40** (10), 1935–1944.
- GERMANO, M., PIOMELLI, U., MOIN, P. & CABOT, W.H. 1991 A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Phys. Fluids A* **3** (7), 1760–1765.
- GHOSAL, S., LUND, T.S., MOIN, P. & AKSELVOLL, K. 1995 A dynamic localization model for large-eddy simulation of turbulent flows. *J. Fluid Mech.* **286**, 229–255.
- GILES, M.B. 1990 Nonreflecting boundary conditions for Euler equation calculations. *AIAA Journal* **28** (12), 2050–2058.
- GLOERFELT, X., BAILLY, C. & JUVÉ, D. 2003a Direct computation of the noise radiated by a subsonic cavity flow and application of integral methods. *J. Sound Vib.* **226** (1), 119–146.
- GLOERFELT, X., BOGEY, C. & BAILLY, C. 2003b Numerical evidence of mode switching in the flow-induced oscillations by a cavity. *Int. J. of Aeroacoustics* **2** (2), 99–124.
- GLOERFELT, X. & LAFON, P. 2008 Direct computation of the noise induced by a turbulent flow through a diaphragm in a duct at low Mach number. *Computers and Fluids* **37**, 388–401.
- GLOERFELT, X. & LE GARREC, T. 2009 Trailing edge noise from an isolated airfoil at a high Reynolds number. *15th AIAA/CEAS AeroAcoustics Conference*, 11-13 May, Miami, Florida, AIAA Paper 2009-3201 .
- GREEN, J. 1970 Reflection of an oblique shock-wave by a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **10**, 81–95.
- GRILLI, M., SCHMID, J.P., HICKEL, S. & ADAMS, N.A. 2012 Analysis of unsteady behaviour in shockwave turbulent boundary layer interaction. *J. Fluid Mech.* pp. 1–13, doi :10.1017/jfm.2012.37.
- HADJADJ, A., LARSSON, J., MORGAN, B. E., NICHOLS, J. W. & LELE, S.K. 2010 Large-eddy simulation of shock/boundary-layer interaction. *Proceedings of the Summer Program, Center for Turbulence Research* .
- HARTEN, A., ENGQUIST, B., OSHER, S. & CHAKRAVARTHY, S. 1987 Uniformly high order essentially non-oscillatory schemes, III. *J. Comput. Phys.* **71**, 231–303.

- HENNINGSON, D.S., LUNDBLADH, A. & JOHANSSON, A.V. 1993 A mechanism for bypass transition from localized disturbances in wall-bounded shear flows. *J. Fluid Mech.* **250**, 169–207.
- HERBERT, T. 1988 Secondary instability of boundary layers. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **20**, 487–526.
- HICKEL, S., ADAMS, N. A. & DOMARADZKI, J. A. 2006 An adaptive local deconvolution method for implicit LES. *J. Comput. Phys.* **213**, 413–436.
- HO, C.-M. & HUANG, L.-S. 1982 Subharmonics and vortex merging in mixing layers. *J. Fluid Mech.* **119**, 443–473.
- HO, C.-M. & NOSSEIR, N.S. 1981 Dynamics of an impinging jet. Part 1. The feedback phenomenon. *J. Fluid Mech.* **105**, 119–142.
- HOLMEN, J., HUGHES, T. J. R., OBERAI, A. A. & WELLS, G. N. 2004 Sensitivity of the scale partition for variational multiscale large-eddy simulation of channel flow. *Phys. Fluids* **16**, 824–827.
- HONEIN, A.E. & MOIN, P. 2004 Higher entropy conservation and numerical stability of compressible turbulence simulation. *J. Comput. Phys.* **201**, 531–545.
- HU, F.Q., HUSSAINI, M.Y. & MANTHEY, J.L. 1996 Low-dissipation and low-dispersion Runge-Kutta schemes for computational acoustics. *J. Comput. Phys.* **124**, 177–191.
- HUGHES, T.J.R., MAZZEI, L. & OBERAI, A.A. 2001 The multiscale formulation of large eddy simulation : Decay of homogeneous isotropic turbulence. *Phys. Fluids* **13** (2), 505–512.
- HUGHES, T. J. R., FEIJOO, G. R., MAZZEI, L. & QUNICY, J.-B. 1998 The variational multiscale method - a paradigm for computational mechanics. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* **166**, 3–24.
- HUMBLE, R.A., ELSINGA, G.E., SCARANO, F. & VAN OUDHEUSDEN, B.W. 2009 Three-dimensional instantaneous structure of a shock wave/turbulent boundary layer interaction. *J. Fluid Mech.* **622**, 33–62.
- JACKSON, T. L. & GROSCH, C. E. 1989 Inviscid spatial stability of a compressible mixing layer. *J. Fluid Mech.* **208**, 609–637.
- JACOBS, R.G. & DURBIN, P.A. 2001 Simulations of bypass transition. *J. Fluid Mech.* **428**, 185–212.
- JAMESON, A., SCHMIDT, W. & TURKEL, E. 1981 Numerical solutions of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time-stepping schemes. *AIAA Paper 81-1259* .

- JARRIN, N., BENHAMADOUCHE, S., LAURENCE, D. & PROSSER, R. 2006 A synthetic-eddy-method for generating inflow conditions for large-eddy simulation. *International Journal of Heat and Fluid Flow* **27**, 585–593.
- JEWKES, J.W., CHUNG, Y.M. & CARPENTER, P.W. 2011 Modification to a turbulent inflow generation method for boundary-layer flows. *AIAA Journal* **49** (1), 247–250.
- JIMENEZ, J., HOYAS, S., SIMENS, M.P. & MIZUNO, Y. 2010 Turbulent boundary layers and channels at moderate Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.* **657**, 335–360.
- KACHANOV, Y.S. & LEVCHENKO, V.Y. 1984 The resonant interaction of disturbances at laminar-turbulent transition in a boundary layer. *J. Fluid Mech.* **138**, 209–247.
- KAWAI, S., SHANKAR, S.K. & LELE, S.K. 2010 Assessment of localized artificial diffusivity scheme for large-eddy simulation of compressible turbulent flows. *J. Comput. Phys.* **229**, 1739–1762.
- KEATING, A., PIOMELLI, U., BALARAS, E. & KALTENBACH, H.J. 2004 A priori and a posteriori tests of inflow conditions for large-eddy simulation. *Phys. Fluids* **16** (12), 4696.
- KIM, J.W. & LEE, D.J. 2001 Adaptive nonlinear artificial dissipation model for computational aeroacoustics. *AIAA Journal* **39** (5), 810–818.
- KIYA, M. & SASAKI, K. 1983 Sinusoidal forcing of a turbulent separation bubble. *J. Fluid Mech.* **137**, 83–113.
- KIYA, M., SHIMIZU, M. & MOCHIZUKI, O. 1997 Sinusoidal forcing of a turbulent separation bubble. *J. Fluid Mech.* **342**, 119–139.
- KLEBANOFF, P.S., TIDSTROM, K.D. & SARGENT, L.M. 1962 The three-dimensional nature of boundary layer instability. *J. Fluid Mech.* **12**, 1–34.
- KLEIN, M., SADIKI, A. & JANICKA, J. 2003 A digital filter based generation of inflow data for spatially developing direct numerical or large eddy simulations. *J. Comput. Phys.* **186**, 652–665.
- KRAICHNAN, R. 1970 Diffusion by a random velocity field. *Phys. Fluids* **13** (1), 22–31.
- LANDAU, L.D. & LIFSHITZ, E.M. 1987 *Fluid Mechanics. Vol. 6 (2nd ed.)*. Butterworth-Heinemann.
- LARAUFIE, M., DECK, S. & SAGAUT, P. 2011 A dynamic forcing method for unsteady turbulent inflow conditions. *J. Comput. Phys.* **230**, 8647–8663.

- LARCHEVÊQUE, L., DUPONT, P., DE MARTEL, E., GARNIER, E. & DEBIÈVE, J.F. 2009 Experimental and numerical study of unsteadiness in boundary layer / shock wave interaction. *2nd International Conference on Turbulence and Interaction (TI2009), Sainte-Luce, Martinique, France*.
- LE, H., MOIN, P. & KIM, J. 1997 Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step. *J. Fluid Mech.* **330**, 349–374.
- LEE, I. & SUNG, H.J. 2001 Characteristics of wall pressure fluctuations in separated and reattaching flows over a backward-facing step; part I Time-mean statistics and cross-spectral analyses. *Experiments in Fluids* **30**, 262–272.
- LEE, S., LELE, S.K. & MOIN, P. 1992 Simulation of spatially evolving turbulence and the applicability of Taylor hypothesis in compressible flow. *Phys. Fluids A* **4** (7), 1521–1530.
- LELE, S.K. 1992 Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *J. Comput. Phys.* **103**, 16–42.
- LILLY, D. K. 1992 A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. *Phys. Fluids* **4**, 633–635.
- LIU, S., MENEVEAU, C. & KATZ, J. 1994 On the properties of similarity subgrid-scale models as deduced from measurements in a turbulent jet. *J. Fluid Mech.* **275**, 83–119.
- LOGINOV, M.S., ADAMS, N.A. & ZHELTOVODOV, A.A. 2006 Large-eddy simulation of shock-wave/turbulent-boundary-layer interaction. *J. Fluid Mech.* **565**, 135–169.
- LUND, T.S., WU, X. & SQUIRES, K.D. 1998 Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations. *J. Comput. Phys.* **140**, 233–258.
- MABEY, D.G. 1972 Analysis and correlation of data on pressure fluctuations in separated flow. *Journal of Aircraft* **9**, 642–645.
- MATHEW, J., LECHNER, R., FOYSI, H., SESTERHENN, J. & FRIEDRICH, R. 2003 An explicit filtering method for large eddy simulation of compressible flows. *Phys. Fluids* **15** (8), 2279–2289.
- MAYER, C.S.J., VON TERZI, D.A. & H., FASEL 2011 Direct numerical simulation of complete transition to turbulence via oblique breakdown at Mach 3. *J. Fluid Mech.* **591**, 1–38.

- MENEVEAU, C. & KATZ, J. 2000 Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **32**, 1–32.
- MOORE, F.K. 1954 Unsteady oblique interaction of a shock wave with a plane disturbance. *Tech. Rep.* Report No. 1165. NACA.
- MORGAN, B., LARSSON, J., KAWAI, S. & LELE, S.K. 2011*a* Improving low-frequency characteristics of recycling/rescaling inflow turbulence generation. *AIAA Journal* **49**, 582–597.
- MORGAN, J., KAWAI, S. & LELE, S.K. 2011*b* A parametric investigation of oblique shockwave / turbulent boundary layer interaction using LES. *AIAA Paper 2011-3430* .
- NA, Y. & MOIN, P. 1998 Direct numerical simulation of a separated turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **374**, 379–405.
- NAGARAJAN, S., LELE, S.K. & FERZIGER, J.H. 2007 Leading-edge effects in bypass transition. *J. Fluid Mech.* **572**, 471–504.
- OVCHINNIKOV, V., CHOUDHARI, M.M. & PIOMELLI, U. 2008 Numerical simulations of boundary-layer bypass transition due to high-amplitude free-stream turbulence. *J. Fluid Mech.* **613**, 135–169.
- PAMIÈS, M., WEISS, P.E., GARNIER, E., DECK, S. & SAGAUT, P. 2009 Generation of synthetic turbulent inflow data for large eddy simulation of spatially evolving wall-bounded flows. *Phys. Fluids* **21** (4).
- PERRY, A.E. & MARUSIC, I. 1995 A wall-wake model for the turbulence structure of boundary layer. Part 1. Extension of the attached eddy hypothesis. *J. Fluid Mech.* **298** (361).
- PIPONNIAU, S., DUSSAUGE, J.P., DEBIEVE, J.F. & DUPONT, P. 2009 A simple model for low-frequency unsteadiness in shock-induced separation. *J. Fluid Mech.* **629**, 87–108.
- PIROZZOLI, S. 2011 Numerical methods for high-speed flows. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **43**, 163–194.
- PIROZZOLI, S., BEER, A., BERNARDINI, M. & GRASSO, F. 2009 Computational analysis of impinging shock-wave boundary layer interaction under conditions of incipient separation. *Shock-Wave* **19** (6), 487–497.
- PIROZZOLI, S. & BERNARDINI, M. 2011 Direct numerical simulation database for impinging shock wave/turbulent boundary-layer interaction. *AIAA Journal* **49** (6), 1307–1312.

- PIROZZOLI, S. & GRASSO, F. 2006 Direct numerical simulation of impinging shock wave/turbulent boundary layer interaction at  $M=2.25$ . *Phys. Fluids* **18**, 065113.
- PIROZZOLI, S., GRASSO, F. & GATSKI, T.B. 2004 Direct numerical simulation and analysis of a spatially evolving supersonic turbulent boundary layer at  $M=2.25$ . *Phys. Fluids* **16** (3), 530–544.
- PIROZZOLI, S., LARSSON, J., NICHOLS, J. W., BERNARDINI, M., MORGAN, B. E. & LELE, S. K. 2010 Analysis of unsteady effects in shock/boundary layer interactions. *Proceedings of the Summer Program, Center for Turbulence Research* .
- PLOTKIN, K. J. 1975 Shock wave oscillation driven by turbulent boundary-layer fluctuations. *AIAA Journal* **13** (8), 1036–1040.
- POINSOT, T.J. & LELE, S.K. 1992 Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *J. Comput. Phys.* **101**, 104–129.
- POLIVANOV, P.A., SIDORENKO, A.A. & MASLOV, A.A. 2009 Experimental study of unsteady effects in shock wave/turbulent boundary layer interaction. In *In 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting*. Orlando, Florida, USA.
- POPESCU, M., SHYY, W. & GARBEY, M. 2005 Finite volume treatment of dispersion-relation-preserving and optimized prefactored compact schemes for wave propagation. *J. Comput. Phys.* **210**, 709–729.
- PRIEBE, S. & MARTIN, M.P. 2010 Low-frequency unsteadiness in the DNS of a compression ramp shockwave and turbulent boundary layer interaction. *AIAA Paper 2010-108* .
- PRIEBE, S. & MARTIN, M.P. 2012 Low-frequency unsteadiness in shock wave–turbulent boundary layer interaction, *in press*. *J. Fluid Mech.* .
- PRIEBE, S., WU, M. & MARTIN, M.P. 2009 Direct numerical simulation of a reflected-shock-wave/turbulent-boundary-layer interaction. *AIAA Journal* **47** (5), 1173–1185.
- RIBNER, H.S. 1984 Cylindrical sound wave generated by shock-vortex interaction. *AIAA Journal* **23** (1708), 1708–1715.
- ROBINET, J.C 2007 Bifurcations in shock wave / laminar boundary layer interaction : Global instability approach. *J. Fluid Mech.* **579**, 85–112.

- ROBINET, J.-CH. 1999 Stabilité linéaire d'un écoulement présentant une onde de choc. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'espace.
- ROSSITER, J.E. 1964 Wind-tunnel experiments of the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds. *Tech. Rep. 3438. Aeronautical Research Council Reports and Memoranda.*
- ROWLEY, C.W., MEZIC, I., BAGHERI, S., SCHLATTER, P. & HENNINGSON, D.S. 2010 Spectral analysis of nonlinear flows. *J. Fluid Mech.* **641**, 115–127.
- SAGAUT, P. 1998 *Introduction à la simulation des grandes échelles pour les écoulements de fluide incompressible.* Springer.
- SAGAUT, P. 2006 *Large eddy simulation for incompressible flows.* Berlin : Springer.
- SANDBERG, R.D. & SANDHAM, N.D. 2008 Direct numerical simulation of turbulent flow past a trailing edge and the associated noise generation. *J. Fluid Mech.* **596**, 353–385.
- SANDHAM, N.D., YAO, Y.F. & LAWAL, A.A. 2003 Large-eddy simulation of transonic turbulent flow over a bump. *International Journal of Heat and Fluid Flow* **24**, 584–595.
- SCHLATTER, P. & ÖRLÜ, R. 2010 Assessment of direct numerical simulation data of turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* **659**, 116–126.
- SCHMID, P.J. 2010 Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data. *J. Fluid Mech.* **656**, 5–28.
- SCHMID, P.J. & HENNINGSON, D.S. 2001 *Stability and transition in shear flows, Applied Mathematical Sciences*, vol. 142. Springer.
- SHAHAB, M.F. 2011 Etude numérique de l'influence de l'impact d'une onde de choc et d'un transfert de chaleur sur une couche limite en développement. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie.
- SHU, C.W. & OSHER, S. 1989 Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes, II. *J. Comput. Phys.* **83**, 32–79.
- SMAGORINSKY, J.S. 1963 General circulation experiments with the primitive equations : I. the basic experiment. *Mon. Weath. Rev.* **91**, 99–163.
- SMIRNOV, A., SHI, S. & CELIK, I. 2001 Random flow generation technique for large eddy simulation and particle-dynamics modeling. *ASME Journal of Fluids Engineering* **123**, 359–371.

- SMITS, A. J. & DUSSAUGE, J.-P. 1996 *Turbulent Shear Layers in Supersonic Flow*. New York : AIP Press.
- SOUVEREIN, L.J., DUPONT, P., DEBIÈVE, J.-F., DUSSAUGE, J.-P., AN OUDHEUSDEN, B.W. & SCARANO, F. 2009a Effect of interaction strength on the unsteady behavior of shock wave boundary layer interactions. In *In 39th Fluid Dynamics Conference and Exhibit*. San Antonio, Texas, USA.
- SOUVEREIN, L.J., VAN OUDHEUSDEN, B.W., SCARANO, F. & DUPONT, P. 2009b Application of a dual-plane particle image velocimetry (dual-PIV) technique for the unsteadiness characterization of a shock wave turbulent boundary layer interaction. *Measurement Science and Technology* **20** (7), 074003.
- SPALART, P.R., STRELETS, M. & TRAVIN, A. 2006 Direct numerical simulation of large-eddy-break-up devices in a boundary layer. *International Journal of Heat and Fluid Flow* **27**, 902–910.
- SPILE, A. & KALTENBACH, H.-J. 2001 Generation of turbulent inflow data with a prescribed shear stress profile. In *3rd AFOSR International Conference on Direct Numerical Simulation and Large Eddy Simulation (TAICDL)*, pp. 1–4. Arlington, Texas.
- SPYROPOULOS, E.T. & BLAISDELL, G.A. 1998 Large-eddy simulation of a spatially evolving supersonic turbulent boundary-layer flow. *AIAA Journal* **36** (11), 1983–1990.
- STOLZ, S. & ADAMS, N.A. 1999 An approximate deconvolution procedure for large-eddy simulation. *Phys. Fluids* **11** (7), 1699–1701.
- STOLZ, S. & ADAMS, N.A. 2003 Large-eddy simulation of high-Reynolds-number supersonic boundary layers using the approximate deconvolution model and rescaling and recycling technique. *Phys. Fluids* **15** (8), 2398–2412.
- STOLZ, S., ADAMS, N.A. & KLEISER, L. 2001 An approximate deconvolution model for large-eddy simulation with application to incompressible wall-bounded flows. *Phys. Fluids* **13** (4), 997–1015.
- SURESH, A. & HUYNH, H.T. 1997 Accurate monotonicity-preserving schemes with Runge-Kutta time stepping. *J. Comput. Phys.* **136**, 83–99.
- TABOR, G.R. & BABA-AHMADI, M.H. 2010 Inlet conditions for large eddy simulation : A review. *Computers and Fluids* **39**, 553–567.



- TAM, C.K.W. & WEBB, J.C. 1993 Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics. *J. Comput. Phys.* **107**, 262–281.
- TAM, C.K.W., WEBB, J.C. & DONG, Z. 1993 A study of the short wave components in computational acoustics. *J. Comput. Acous.* **1** (1), 1–30.
- TAYLOR, G.I. & GREEN, B.A. 1937 Mechanism of the production of small eddies from large ones. *Proc. of the Royal Society of London* **158** (895), 499–521.
- THEOFILIS, V., HEIN, S. & DALLMANN, U. 2000 On the origin of unsteadiness and three-dimensionality in a laminar separation bubble. *Phil. Trans. R. Lond. A* **358**, 3229–3246.
- THOMAS, F.O., PUTNAM, C.M. & CHU, H.C. 1994 On the mechanism of unsteady shock/wave turbulent boundary layer interactions. *Experiments in Fluids* **18**, 69–81.
- THOMPSON, K.W. 1987 Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems. *J. Comput. Phys.* **68**, 1–24.
- THOMPSON, K.W. 1990 Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems, II. *J. Comput. Phys.* **89**, 439–461.
- TOUBER, E. 2010 Unsteadiness in shock-wave/boundary layer interactions. PhD thesis, University of Southampton.
- TOUBER, E. & SANDHAM, N.D. 2009 Large-eddy simulation of low-frequency unsteadiness in a turbulent shock-induced separation bubble. *Theoret. Comput. Fluid Dynamics* **23** (2), 79–107.
- TOUBER, E. & SANDHAM, N.D. 2011 Low-order stochastic modelling of low-frequency motions in reflected shock-wave/boundary-layer interactions. *J. Fluid Mech.* **417** (465).
- URBIN, G. & KNIGHT, D. 2001 Large-eddy simulation of a supersonic boundary layer using an unstructured grid. *AIAA Journal* **39** (7), 1288–1295.
- VISBAL, M.R. & GAITONDE, D.V. 1999 High-order-accurate methods for complex unsteady subsonic flows. *AIAA Journal* **37** (10), 1231–1239.
- VISBAL, M.R. & GAITONDE, D.V. 2005 Shock capturing using compact-differencing-based methods. *AIAA Paper 2005-1265* .
- VISBAL, M.R., MORGAN, P.E. & RIZZETTA, D.P. 2003 An implicit LES approach based on high-order compact differencing and filtering schemes. *AIAA Paper 2003-4098* .

- VISBAL, M.R. & RIZZETTA, D.P. 2002 Large-Eddy Simulation on curvilinear grids using compact differencing and filtering schemes. *ASME Journal of Fluids Engineering* **124**, 836–847.
- VREMAN, A. W. 1995 Direct and large eddy simulation of the compressible turbulent mixing layer. PhD thesis, University of Twente.
- VREMAN, B., GEURTS, B. & KUERTEN, H. 1994 On the formulation of the dynamic mixed subgrid-scale model. *Phys. Fluids* **6** (12), 4057–4059.
- VREMAN, B., GEURTS, B. & KUERTEN, H. 1995 Subgrid-modelling in LES of compressible flow. *Appl. Sci. Res.* **54**, 181–203.
- WU, M. & MARTIN, P. 2008 Analysis of shock motion in shockwave and turbulent boundary layer interaction using direct numerical simulation data. *J. Fluid Mech.* **594**, 71–83.
- WU, P. & MILES, R.B. 2000 Mega Hertz rate visualization of separation shock-wave structure. *AIAA Paper 2000-647* .
- XU, S. & MARTIN, M. 2004 Assesment of inflow boundary conditions for compressible turbulent boundary layers. *Phys. Fluids* **16** (7), 2623–2639.
- YANG, X. & FU, S. 2007 The effect of filtering on truncated Navier-Stokes equations. *J. Turbulence* **8** (8), 1–18.
- YEE, H. & HARTEN, A. 1987 Implicit TVD schemes for hyperbolic conservation laws in curvilinear coordinates. *AIAA Journal* **25**, 266–274.
- YEE, H.C., VINOKUR, M. & DJOMEHRI, M.J. 2000 Entropy splitting and numerical dissipation. *J. Comput. Phys.* **162**, 33–81.
- YOSHIZAWA, A. 1986 Statistical theory for compressible turbulent shear flows, with the application to subgrid modeling. *Phys. Fluids* **29**, 2152–2164.
- ZANG, Y., STREET, R.L. & KOSEFF, J.R. 1993 A dynamic mixed subgrid-scale model and its application to turbulent recirculating flows. *Phys. Fluids A* **5** (12), 3186–3196.





## **SIMULATION DES GRANDES ÉCHELLES DES INSTATIONNARITÉS BASSES FRÉQUENCES DANS UNE INTERACTION ONDE DE CHOC/COUCHE LIMITE SUR PLAQUE PLANE**

**RESUME :** Les interactions ondes de choc/couches limites qui se développent sur les parois des véhicules aéronautiques sont le siège d'instationnarités à des fréquences de l'ordre de la centaine de Hertz qui constituent une source d'excitation aérodynamique. Le projet ANR SPICEX, dans lequel s'inscrit la présente étude, s'attaque à la modélisation numérique de ces phénomènes basses fréquences. On s'intéresse à la dynamique instationnaire du cas d'interaction entre une onde de choc et une couche limite supersonique sur une plaque plane (IOCCCL). Un outil numérique de Simulation des Grandes Échelles (SGE) est développé pour les écoulements en régime compressible. Une méthode de capture de choc et une condition d'entrée instationnaire peu coûteuses sont mises en place. Une attention particulière est portée sur la validation de la stratégie numérique adoptée, et notamment sur la modélisation SGE. Des simulations de couche limites turbulentes ainsi que du cas d'IOCCCL sont réalisées et permettent d'asseoir les choix numériques adoptés. Une SGE de l'IOCCCL instationnaire couvrant plusieurs dizaines de cycles de la dynamique à basses fréquences est également réalisée afin de caractériser cette dernière. Les résultats de l'étude suggèrent que les instationnarités basses fréquences sont liées à une synchronisation globale de l'écoulement, caractérisée par une respiration cyclique de la zone décollée associée à un mouvement de va-et-vient du choc réfléchi, ainsi qu'à une modulation de la couche de mélange. L'étude suggère que le couplage entre la force de rappel exercé par le choc incident et les perturbations issues de la turbulence amont et de la couche de mélange est à l'origine d'une modulation large bande de l'éjection des tourbillons en aval de l'écoulement qui correspond de manière statistique à la dynamique basse fréquence d'intérêt.

**Mots clés :** mécanique des fluides compressible, simulation numérique, calcul intensif.

## **LARGE EDDY SIMULATION OF THE LOW-FREQUENCY UNSTEADINESS OF A SHOCK WAVE TURBULENT BOUNDARY LAYER INTERACTION ON A FLAT PLATE**

**ABSTRACT :** Shock wave / turbulent boundary layer interactions arising on aeronautical vehicles are prone to unsteadiness with a low frequency of few hundred Hertz, which can induce severe aerodynamic loads. The present study is done in the framework of the ANR project SPICEX, which deals with the numerical modeling of these low-frequency phenomena. The unsteady dynamics of a shock wave / turbulent boundary layer interaction (SWTBLI) on a flat plate is investigated. A numerical tool based on Large Eddy Simulation (LES) is developed for the compressible regime. In particular, efficient strategies for shock capturing and turbulent inflow generation are implemented. A particular attention is devoted to the validation of the present algorithms, notably concerning the LES models. Turbulent boundary layer and SWTBLI simulations are conducted, and give confidence in the present numerical strategy. LES of an unsteady SWTBLI covering dozens of low-frequency cycles is performed. The results suggest that the low-frequency dynamics is related to a global synchronization of the flow, characterized by a cyclic breathing motion of the recirculation bubble, associated with a fore-and aft motion of the reflected shock, together with a modulation of the mixing layer. The study shows that the coupling between the restoring force due to the incident shock and the disturbances generated by the incoming turbulence and the mixing layer is responsible for the low-frequency broadband modulation of the vortex shedding in the downstream flow, corresponding statistically to the low frequency of interest.

**Keywords :** compressible fluid mechanics, numerical simulation, high-performance computing.