Dissipation de l'énergie mécanique dans les assemblages : effet du frottement en sollicitation dynamique

Nicolas Peyret

▶ **To cite this version:**

Nicolas Peyret. Dissipation de l'énergie mécanique dans les assemblages : effet du frottement en sollicitation dynamique. Mécanique [physics.med-ph]. Université Paris-Est, 2012. Français. NNT : 2012PEST1052 . pastel-00749730

HAL Id: pastel-00749730
https://pastel.hal.science/pastel-00749730

Submitted on 8 Nov 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PARIS-EST

ECOLE DOCTORALE SCIENCE INGÉNIERIE ET ENVIRONNEMENT

THÈSE

présentée pour l'obtention du diplôme de

DOCTEUR DE

L'UNIVERSITÉ PARIS-EST

Spécialité : *Structures et Matériaux*

par

Nicolas PEYRET

Sujet de la thèse :

Dissipation de l'énergie mécanique dans les assemblages : effets du frottement en sollicitation dynamique

Soutenue le 18 Octobre 2012 devant le jury composé de :

Président :	Régis DUFOUR
Rapporteurs :	Emmanuel FOLTETE
	Luigi GARIBALDI
Examinateurs :	Gaël CHEVALLIER
	Jean-Luc DION
Directeur de thèse :	Pierre ARGOUL

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur Emmanuel FOLTETE ; professeur à l'université de Franche-Comté et Monsieur Luigi GARIBALDI, professeur à Politecnico di Torino pour avoir accepté d'examiner cette thèse en détail ainsi qu'à Monsieur Régis DUFOUR, professeur à l'INSA Lyon pour avoir accepté de participer au jury.

Je tiens également à remercier :

les membres de l'équipe dynamique des structures et identification du laboratoire Navier de l'école des Ponts ParisTech, en particulier Pierre ARGOUL qui, vu les conditions de réalisation de cette thèse et mon profil, a bien voulu me faire confiance et être mon directeur de thèse ;

les collègues du LISMMA et de Supméca, qui m'ont accueilli dans un premier temps comme thésard puis comme PRAG.

Merci aux collègues qui m'ont au cours de ces quatre années accompagné et écouté parler de « micro-slip » : Ludo, Louis, Alex, Christophe, François, Odile, Raphael, Gaëlle, Lahouari, Sylvain, Manu et bien sûr Michel.

En y repensant, c'est hallucinant de penser où peut mener un café… le chemin fût long et des fois abrupt mais j'y ai trouvé deux amis. Jean-Luc et Gaël que l'aventure a été belle avec vous… Merci pour votre soutien, votre encadrement, les conférences au bout du monde, et votre amitié, vous méritez pour tout ça un C.B. d'honneur !

Enfin j'adresse mes plus tendres pensées à ma famille qui m'a encouragé de près ou de loin tout au long de cette aventure, et tout spécialement à mes filles et ma femme qui m'ont soutenu et supporté…

You can't always get what you want.
But if you try sometimes.
Well, you might find.
You get what you need…

(Mick Jagger/Keith Richards)

Productions scientifiques

Ce travail de thèse a fait l'objet de plusieurs publications

Revues internationales

N. BOUCHAALA, J.L. DION, N. PEYRET, M. HADDAR
Micro-Slip induced damping in the contact of nominally flat surfaces,
Submit to International Journal of Applied Mechanics 2012

J.L. DION, G CHEVALLIER, N PEYRET
Improvement of the measurement techniques for the damping induced by micro sliding,
Accepted to Mechanical System and Signal Processing 2012

N. PEYRET, J.L. DION, G CHEVALLIER, P ARGOUL
Micro slip induced damping in planar contact under constant and uniform normal stress,
International Journal of Applied Mechanics 2010 (2010-Volume 2-Number 2)

Communications dans des colloques nationaux et internationaux

N. PEYRET, G CHEVALLIER, J.L. DION, P ARGOUL
Energy dissipation by micro-slip in an assembly, analytic and experimental approach,
In Proc. IDETC ASME 2011, WASHINGTON, USA.

J.L. DION, G. CHEVALLIER, N. PEYRET, F. RENAUD, H. FESTJENS
Optimization of the spectral kurtosis for harmonic component detection ,
In Proc. IDETC ASME Washington, no. DETC2011-47534, ed. ASME, 2011

N. PEYRET, G CHEVALLIER, J.L. DION, P ARGOUL
Free vibrations of a beam with friction joints, In Proc. VCB 2010, LYON, FRANCE.

N. PEYRET, J.L. DION, G CHEVALLIER
Non linear dynamic behavior modelling of a planar friction interface in a structure assembly,
In Proc. IDTEC ASME 2009, SAN DIEGO, USA.

J.L. DION, G CHEVALLIER, O. PENAS, N. PEYRET,
A New test bench for friction measurements and the evolution of the Lugre Model to the friction Zener (Frozen) Model, , In Proc. IDTEC ASME 2009, SAN DIEGO, USA.

N. PEYRET, J.L. DION, G CHEVALLIER
Analysis of the non linear behaviour of an assembly. Determination of the friction-induced damping, CONFERENCE WCCM 8 - ECCOMAS 2008, VENISE, ITALIA.

Table des matières

Avant-propos…….. 1

Chapitre 1 : Problématique…. 2

Chapitre 2 : Analyse rhéologique de la dissipation d'énergie……..... 23

Chapitre 3 : Etude dynamique de la poutre…….. 49

Chapitre 4 : Etude expérimentale……. 71

Chapitre 5 : Influence de la géométrie réelle des interfaces : prise en compte des défauts de formes……..... 99

Conclusion générale…… 132

Annexes……... 134

Résumé / Abstract…….. 144

Avant-propos

Ce mémoire de thèse traite de l'amortissement des structures assemblées, et plus précisément de la contribution des assemblages sous sollicitations vibratoires. Un travail de réflexion sur la problématique « Dissipation de l'énergie mécanique dans les assemblages : effets du frottement en sollicitation dynamique » a donc été engagé dans le prolongement des travaux réalisés au Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Mécaniques et des MAteriaux (LISMMA) de Supméca. L'étude a été conduite conjointement au Laboratoire Navier (Ecole des Ponts ParisTech, IFSTTAR, CNRS). Ce mémoire est constitué de 5 chapitres.

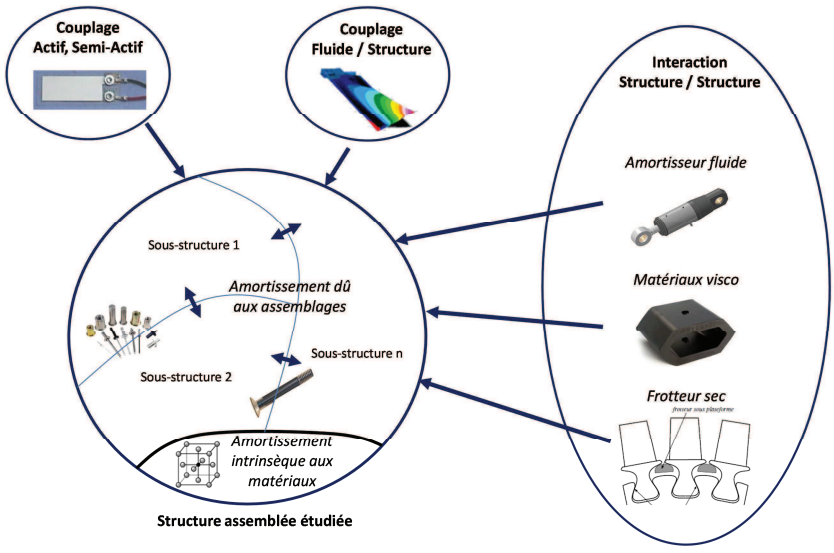
Pour mener à bien cette réflexion, le chapitre 1 présente la problématique de l'amortissement des structures assemblées. Au regard des différents éléments évoqués dans le premier chapitre, un modèle académique de structure assemblée est défini au chapitre 2. Celui-ci doit permettre de procéder à l'étude de la contribution des glissements partiels sur l'amortissement des structures. Pour cela une modélisation locale de l'interface est alors proposée. Les distributions de contraintes et de déplacement dans des interfaces nominalement planes y sont définies. L'amortissement dû aux glissements partiels dans ces assemblages est quantifié par un facteur de perte non linéaire à partir d'une analyse quasi-statique. Dans le chapitre 3, une modélisation globale de la structure est étudiée afin de définir une fonction de dissipation d'énergie par frottement dans l'interface, qui puisse être prise en compte lors de simulation du comportement dynamique de la structure. Du point de vue expérimental, la structure a été définie géométriquement, optimisée puis réalisée. Pour identifier l'amortissement des assemblages, une analyse expérimentale est détaillée dans le chapitre 4. Ainsi, la comparaison des résultats issus du modèle et les mesures expérimentales démontrent la nécessité de prendre en compte les défauts de formes dans la modélisation de l'interface à des fins prédictives. Pour cela, une mesure et une modélisation locale des défauts de forme des surfaces sont menées au chapitre 5 afin de déterminer un facteur de perte prenant en compte ces défauts.

Chapitre 1

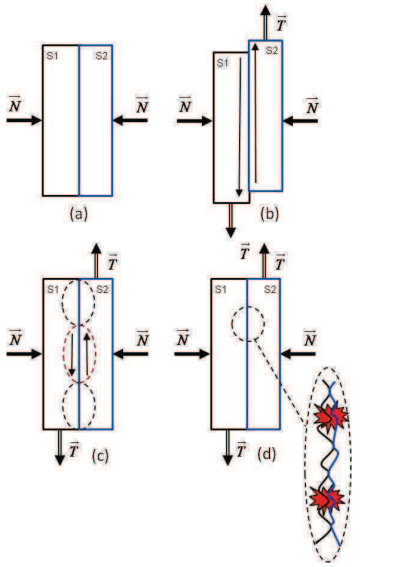
Problématique

Résumé :

Lors de la phase de conception, la prédiction du comportement dynamique d'une structure est souvent entachée d'erreurs dues à une mauvaise évaluation de l'amortissement global de la structure. Son niveau vibratoire est fortement dépendant de l'amortissement induit par les assemblages des sous-structures entre elles. Cet amortissement est consécutif à une perte d'énergie par frottement dû à des glissements partiels dans les interfaces de liaison. L'objet de cette thèse est d'étudier cette énergie dissipée par frottement apparaissant lors des vibrations de la structure et influençant son comportement dynamique. Dans ce chapitre la problématique de l'étude est mise en place. Un bilan bibliographique sur les méthodes d'évaluation de l'énergie dissipée est également conduit, afin de permettre de positionner dans une démarche générale les différents travaux de cette thèse



Sources d'amortissement des structures



Type de glissement dans une interface

Sommaire

Chapitre 1 2
I. Amortissement des structures assemblées - Introduction 4
II. Physique de l'amortissement 6
1. Oscillations libres non amorties 6
2. Sources d'amortissement dans les structures assemblées 7
III. Modélisation de l'amortissement 9
1. Amortissement visqueux dû à la résistance fluide 9
2. Amortissement hystérétique 11
3. Comportement fréquentiel des différents modèle d'amortissement 14
IV. Quantification de l'énergie dissipée par glissement partiel 15
1. Les différents mécanismes de dissipation d'énergie 15
2. Approche globale et locale de quantification de la dissipation 16
V. Conclusion 18

I. Amortissement des structures assemblées - Introduction

La prédiction du comportement vibratoire de structures assemblées en phase de conception reste une opération difficile. L'amortissement impacte fortement la réponse de la structure, en particulier au voisinage des modes propres de vibration. Cependant l'amortissement reste une donnée difficilement prédictible.

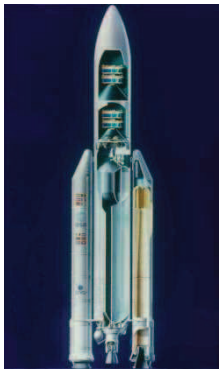
Les outils de simulation numérique tels que les outils de Conception Assistée par Ordinateur (CAO) ou ceux utilisant la méthode des Eléments Finis (EF), sont couramment utilisés en phase de conception pour prédire, avec une très grande précision, les termes de masse et d'inertie de la structure et avec une précision moindre les termes de rigidité.

Actuellement l'amortissement prédit et modélisé est classiquement affecté d'une erreur importante, ce qui rend bien souvent les résultats de modélisation discutables. Il est pourtant nécessaire de connaître les propriétés dissipatives de la structure si l'on veut pouvoir déterminer le niveau de réponse vibratoire de cette dernière. Ainsi, la prédiction des niveaux vibratoires dès la phase de conception reste un élément déterminant dans le dimensionnement des structures.

Les secteurs de l'automobile, de l'aéronautique et du génie civil sont directement impactés par ces problématiques dans l'analyse du comportement vibro-acoustique des caisses en blanc, des lanceurs spatiaux ou des ouvrages d'art. Les assemblages des sous-parties de ces structures (liaisons rivetées, boulonnées ou soudées par points) influencent leur comportement dynamique.

www.forum-auto.com/les-clubs/peugeot-206-207/sujet26126.htm

Caisses en blanc



spaceweb.oulu.fr/projects/cluster/linksandpics.html

Lanceurs spatiaux

br.chryso.com/upload/t_documents/Fichier_L1/22012/Pon-VascoGama_FR_BD.pdf

Câbles et Structure de ponts haubanés

Figure 1 : exemples de produits industriels impactés par les problèmes d'amortissement vibratoire générés par les assemblages.

L'impossibilité d'évaluer l'amortissement dès la phase de conception de la structure implique de longues et couteuses campagnes d'essais afin de pouvoir le mesurer. Le résultat obtenu est souvent global pour la structure ou réduit à une approche modale, sans prise en compte du niveau d'excitation qui peut avoir une influence sur l'évolution de l'amortissement.

Bien que les assemblages des sous-structures correspondent à des liaisons ne présentant pas de degrés de liberté cinématiques, entre les surfaces d'assemblage il se produit des glissements partiels qui provoquent une perte d'énergie par frottement (1).

De nombreuses études ont été menées afin de comprendre et de mettre en évidence ce mécanisme de perte d'énergie dans les liaisons (2), (3), (4), (5), (6), (7), (8). Toutes ces études montrent que les liaisons

sont une source majeure de dissipation d'énergie dans les structures assemblées. De nombreux auteurs (1), (9), (10) ont constaté expérimentalement que dans les structures assemblées, l'amortissement induit par les assemblages est très supérieur à l'amortissement intrinsèque aux matériaux.

Il est donc nécessaire de pouvoir modéliser ces phénomènes afin d'être dans la mesure de quantifier cette énergie dissipée qui influence l'amortissement des modes propres de vibration de la structure assemblée. Expérimentalement, il est possible de déterminer des valeurs d'amortissement modal, par exemple en analysant les Fonctions de Réponse en Fréquence (FRF) d'une structure.

Du point de vue d'une structure nous pouvons définir la liaison comme un ou plusieurs contacts entre couple de surfaces fonctionnelles. Cette surface commune de contact nommée également interface, est technologiquement assurée par des éléments de maintien en position (boulons, vis d'assemblage, rivets, points de soudure). Ils assurent une pression normale à l'interface. La transmission des efforts tangentiels à l'interface se fait par adhérence des deux surfaces en contact. Si on considère deux pièces S1 et S2 en contact surfacique chargé par une force normale au contact N (Figure 2-a), on définit deux mécanismes de dissipation d'énergie par frottement possible lors de l'application d'un effort tangentiel au contact T :

- Le macro-glissement : il y a glissement total des pièces l'une par rapport à l'autre (Figure 2-b) ;
- Le glissement partiel : une partie de l'interface glisse l'autre adhère. Suivant le niveau de description de l'interface (description : géométrie nominale ou description de la géométrie avec prise en compte des défauts de formes et de la micro-géométrie), on peut différencier deux types de glissement partiel :
    - Le meso-glissement : il n'y a pas de glissement total des pièces l'une par rapport à l'autre, seulement une partie va glisser, cette zone de glissement va se propager jusqu'au glissement total si on augmente T (Figure 2-c) ;
    - Le micro-glissement : il y a glissement au niveau des aspérités définissant la micro-géométrie de la surface (Figure 2-d).

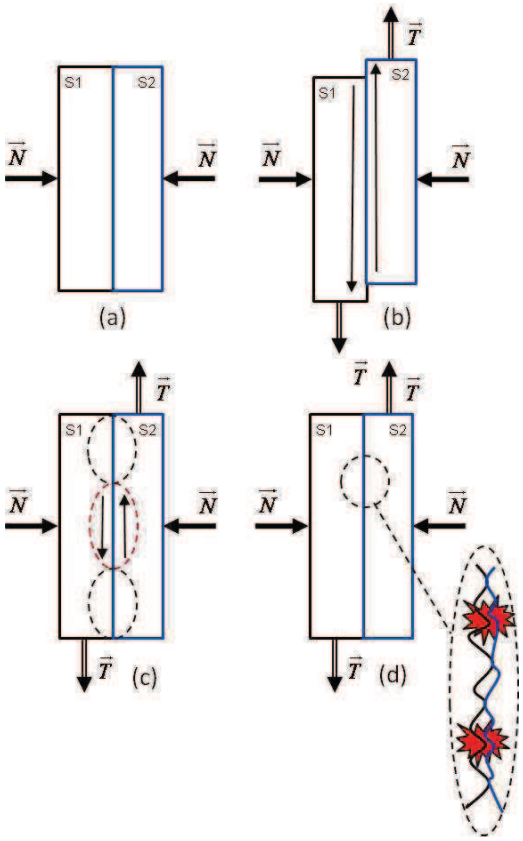


Figure 2 : type de glissement dans une interface.

Dans la plupart des structures assemblées, les sous-parties ne présentent pas de mobilité entre elles, c'est donc le glissement partiel qui provoque une dissipation d'énergie par frottement dans l'interface et donc l'amortissement modal de la structure. Au niveau du contact, cette énergie mise en jeu par le travail de la force de frottement va en très grande partie se transformer en énergie thermique et se dissiper dans le milieu ambiant et dans les deux solides en contact. Sous l'action des contraintes et de l'échauffement, les surfaces des pièces vont subir des modifications structurelles allant jusqu'à l'usure. Lorsque les surfaces sont soumises à des contraintes alternées qu'elles soient mécaniques ou thermiques, on obtient un endommagement par fatigue de contact qui provoque des dégradations qui apparaissent sous forme de piqûres, de fissures ou d'écaillage… Le glissement partiel dans l'interface produit ce type de fatigue ou également appelé « usure par petit déplacement » (11). Le phénomène qui provoque cette usure est appelé fretting et a été défini analytiquement par Mindlin (12) (voir Figure 3) pour un contact sphère plan en glissement partiel.

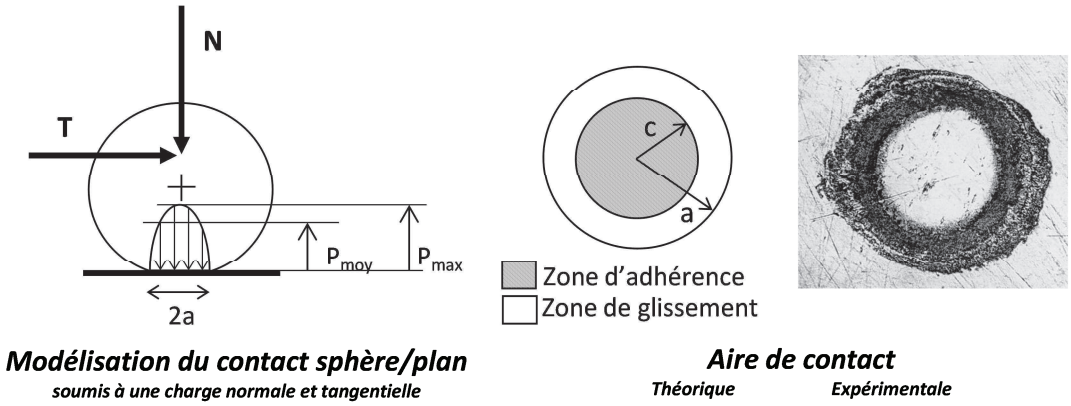


Figure 3 : glissement partiel dans un contact sphère/plan (Essai VCTM LISMMA)

II. Physique de l'amortissement

Les vibrations dans une structure sont la conséquence d'un transfert alternatif entre énergie cinétique et énergie potentielle de déformation. Sans dissipation d'énergie, il n'y a pas de perte d'amplitude des vibrations dans le temps. En pratique, il y a toujours des dissipations d'énergie amenant les amplitudes d'oscillation à converger vers un état d'équilibre (statique dans le cas d'un système libre et dynamique dans le cas d'un système forcé).

1. Oscillations libres non amorties

Le système évolue de part et d'autre d'un état d'équilibre stable, sans diminution d'amplitude des oscillations.

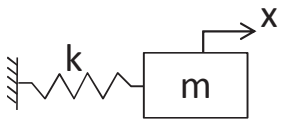


Figure 4 : Système conservatif à un degré de liberté

Equation différentielle régissant le mouvement de la forme :

$$m\ddot{x} + kx = 0 \qquad \mathbf{1}$$

avec m masse, k raideur du ressort, x déplacement de la masse.

Ou sous la forme

$$\ddot{x} + \omega_0^{\,2} x = 0 \qquad \textbf{2}$$

Avec la pulsation propre

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \textbf{3}$$

Et la période propre

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \qquad \textbf{4}$$

La solution générale de l'équation différentielle (1) s'écrit :

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi) \qquad \textbf{5}$$

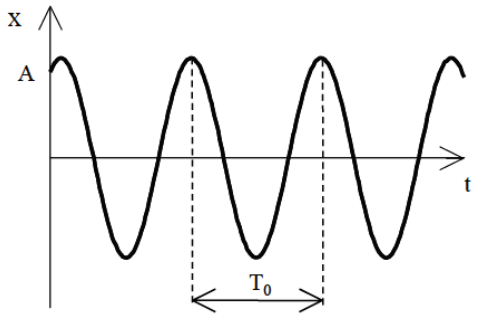


Figure 5 : réponse temporelle libre non amortie

2. Sources d'amortissement dans les structures assemblées

Dans la réalité, les vibrations libres étudiées précédemment n'existent pas car il y a toujours amortissement au cours du temps et l'amplitude des oscillations diminue avec le temps. Ces forces d'amortissement s'opposent au mouvement et sont donc de signes opposés aux vitesses.

Dans la pratique, un système réel cumule différents types d'amortissement qui ne dépendent pas exclusivement de la vitesse et qui contribuent donc à l'atténuation du mouvement (13), (14). Une structure présente différentes sources d'amortissement dans son milieu environnant (Figure 6) :

Amortissement *externe à la structure :*

- *Amortissement dû à un couplage fluide/structure* : l'interaction de la structure en vibration avec le fluide environnant modifie la réponse vibratoire de la structure, ce phénomène est dit couplé car le comportement de la structure dépend de celui du fluide et inversement (15), (16), (17).
- *Amortissement dû à un élément extérieur lié à la structure* : utilisation de matériaux absorbants viscoélastiques (18), (19) ; amortisseur fluide/ressort, frotteur sec (20), (21).

- *Amortissement dû au couplage passif, actif ou semi-actif de matériaux piézo-électriques* : ils sont capables d'assurer une conversion d'énergie électromécanique réversible par effet piézoélectrique (direct ou inverse) (22), (23). Ils peuvent donc être indifféremment utilisés comme capteurs ou actionneurs, ou même cumuler ces deux fonctions. Cette réversibilité permet surtout de gérer les transferts d'énergie au sein d'une structure sur laquelle est intégré ce type de matériau et permet d'obtenir des systèmes «intelligents» (smart system) (24). Il est donc envisageable d'optimiser l'extraction d'une part de l'énergie mécanique de la structure par des techniques appropriées et de contrôler ainsi son état vibratoire.

Amortissement interne à la structure :

- *Amortissement intrinsèque à la structure* : L'amortissement dans les matériaux est un processus très complexe, qui obéit à nombre de différents mécanismes. Il résulte de la dissipation d'énergie lors de transformation de la structure interne (25). Les mécanismes engendrant ces transformations peuvent être fonction de la température, de l'amplitude ou de la fréquence de la déformation et entraine un comportement plus ou moins non-linéaire (26). L'amortissement interne est relativement faible dans les métaux et les matériaux monocristallins (27).
- *Amortissement dû aux liaisons de la structure* : l'amortissement est dû aux micro-glissements présents dans les interfaces constituant les liaisons entre les différentes sous-structures de la structure étudiée (3), (28).

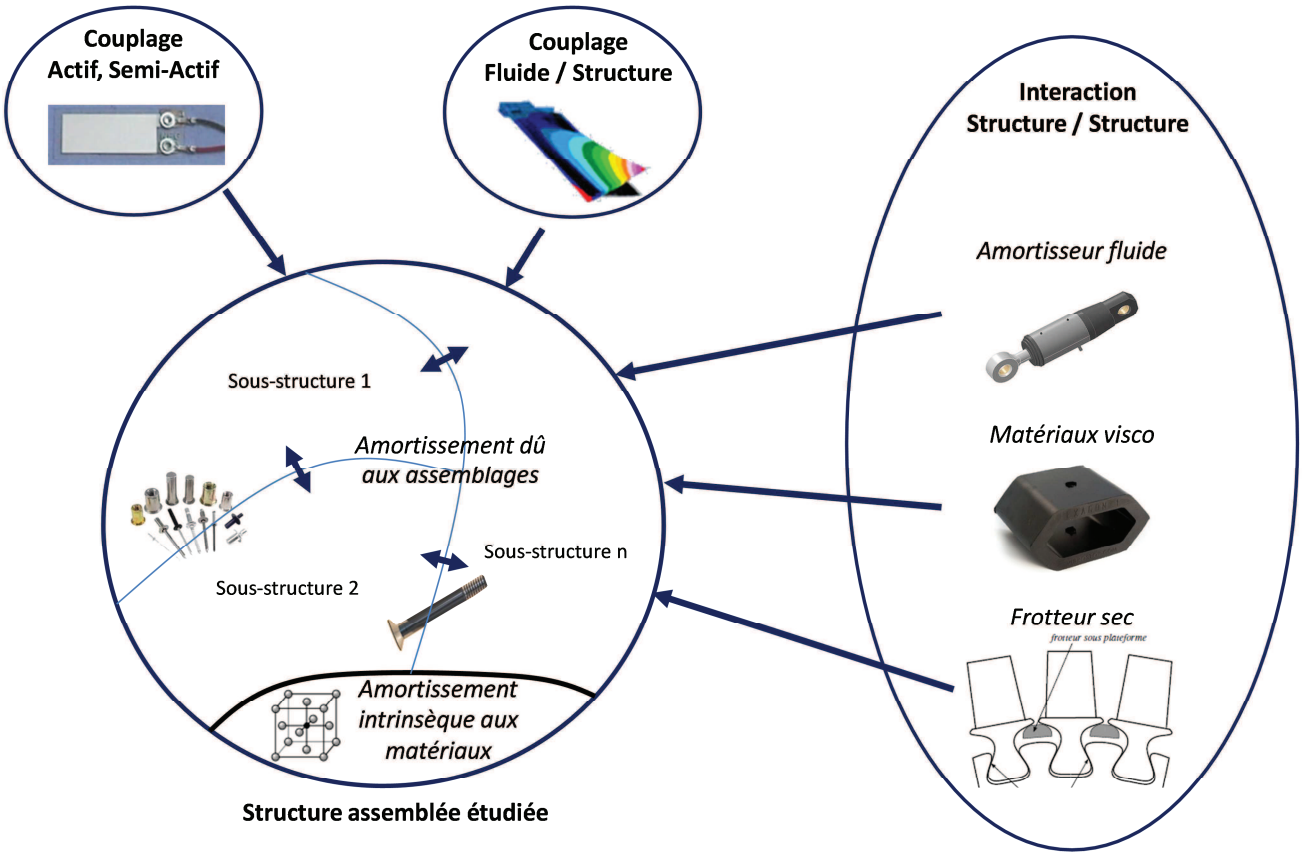


Figure 6 : sources d'amortissement pour une structure assemblée

III. Modélisation de l'amortissement

1. Amortissement visqueux dû à la résistance fluide

Ce type d'amortissement se produit à des vitesses faibles pour des surfaces glissantes lubrifiées (amortisseur hydraulique), il est souvent utilisé à cause de sa loi de comportement linéaire (force proportionnelle à la vitesse) qui permet d'aboutir à une équation linéaire dont la résolution est possible analytiquement.

Il correspond à la modélisation d'un potentiel de dissipation proportionnel à la vitesse vibratoire qui prend la forme suivante pour un système discret :

$$E_d = \frac{1}{2}\dot{u}^T C \dot{u} \qquad \textbf{6}$$

où C est la matrice d'amortissement visqueux, à coefficients réels et u vecteur de déplacement.

Il conduit aux équations classiques de la dynamique des structures.

Régime libre amorti pour un système à un degré de mobilité :

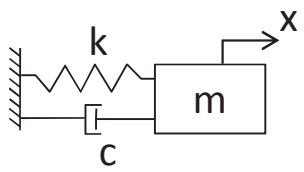


Figure 7 : système dissipatif à un degré de liberté (frottement visqueux)

Equation différentielle régissant le mouvement de la forme :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \qquad \textbf{7}$$

avec c coefficient d'amortissement visqueux.

Ou sous la forme

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_0\dot{x} + \omega_0{}^2 x = 0 \qquad \textbf{8}$$

Avec la pulsation propre

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \textbf{9}$$

Et le taux d'amortissement

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}} \qquad \textbf{10}$$

En fonction du taux d'amortissement, on observe différents régimes de retour à l'équilibre statique (Figure 8) :

- Apériodique pour $\zeta>1$;
- Critique pour $\zeta=1$;
- Pseudo-periodique $\zeta<1$;
- Harmonique $\zeta=0$.

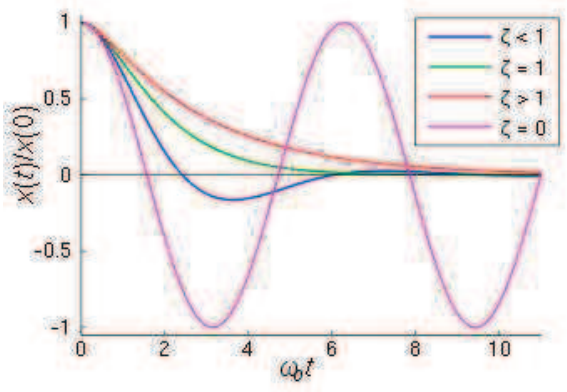


Figure 8 : réponse temporelle amortie.

Amortissement visqueux équivalent :

L'énergie dissipée par un amortisseur visqueux dépend de l'amplitude de la vibration, de sa pulsation et de la valeur d'amortissement.

$$W_{diss} = \pi c \omega x_{\max}^2 \qquad 11$$

Dans beaucoup d'applications la comparaison de l'énergie obtenue par d'autre forme d'amortissement à celle obtenue dans le cas de l'amortissement visqueux permet de définir un amortissement visqueux équivalent (5), (29), (30) .

$$c_{equ} = \frac{W_{diss}}{\pi \omega x_{\max}^2} \qquad 12$$

Pour évaluer la capacité d'amortissement, cette énergie dissipée par cycle sous chargement harmonique est comparée à l'énergie potentielle maximale, en calculant le rapport de ces deux quantités, on obtient le coefficient d'amortissement équivalent :

$$\frac{W_{diss}}{E_p} = \frac{\pi c \omega_0 x_{\max}^2}{\frac{1}{2} k x_{\max}^2} = 4\pi\zeta_e \qquad 13$$

On obtient ainsi une formulation énergétique du coefficient d'amortissement que l'on peut évaluer à partir du rapport des énergies dissipées sur l'énergie totale apportée au système pendant un cycle. On met ainsi en place la notion de taux d'amortissement équivalent :

$$\zeta_e = \frac{W_{diss}}{4\pi E_p} \qquad 14$$

L'énergie dissipée est représentée par la surface incluse dans la courbe d'hystérésis et l'énergie potentielle par la surface moyenne sous cette courbe (Figure 9).

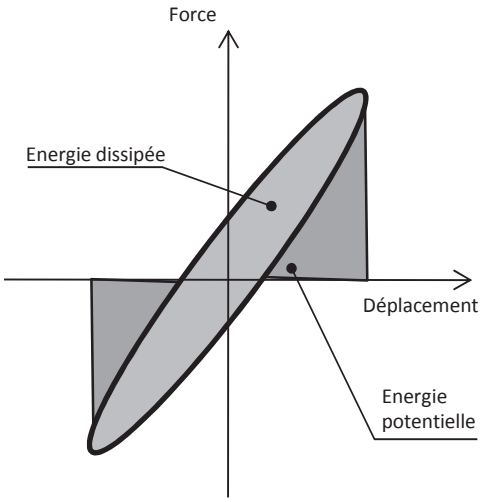


Figure 9 : courbe Force/Déplacement.

2. Amortissement hystérétique

Dans l'analyse du comportement vibratoire des structures, on est pratiquement confronté à des systèmes ayant des relations contraintes/déformations présentant une boucle d'hystérésis (Figure 10) et qui ont la faculté de dissiper de l'énergie (31). Ce type d'amortissement est non-linéaire.

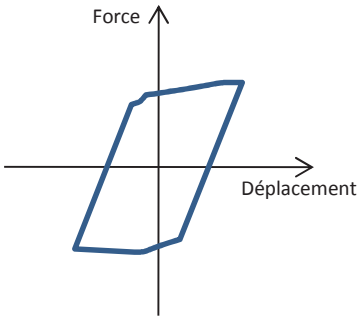


Figure 10 : courbe Force/Déplacement (Boucle d'hystérésis).

Amortissement par frottement sec (de Coulomb)

Ce type d'amortissement se produit lors d'un glissement sur des surfaces non lubrifiées

Dans le cas du modèle d'amortissement utilisé pour modéliser le frottement sec, la force d'amortissement est constante.

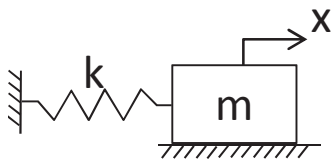


Figure 11 : système dissipatif à un degré de liberté (frottement sec).

Elle est égale au produit de la force N normale au plan de contact par le coefficient de frottement μ, dans le cas d'une masse m sur un plan horizontal:

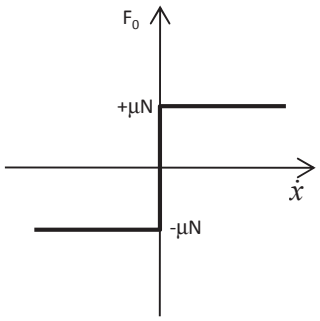


Figure 12 : loi de Coulomb

$$F_0 = \pm \mu N \quad \textbf{15}$$

La force de friction représentant la force d'amortissement agit dans le sens opposé à la vitesse.

Equation différentielle régissant le mouvement de la forme :

$$m\ddot{x} + kx = -\frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} F_0 \quad \textbf{16}$$

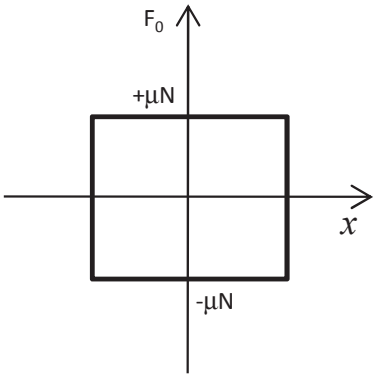


Figure 13 : boucle d'hystérésis pour le modèle de Coulomb

L'énergie dissipée sur un cycle est donnée par :

$$W_{diss} = 4\mu N x_{\max} \quad \textbf{17}$$

L'amortissement visqueux équivalent c_{equ} est obtenu en exprimant que l'énergie dissipée par frottement est égale à l'énergie dissipée dans un amortisseur visqueux.

$$c_{equ} = \frac{4\mu N}{\pi \omega x_{\max}} \quad \textbf{18}$$

Amortissement structural

L'amortissement hystérétique ou amortissement structural est dû aux frottements internes à la structure (amortissement intrinsèque dans les matériaux (32), amortissement dû aux assemblages). Cette notion est souvent décrite par une rigidité complexe lorsque l'équation est exprimée dans le domaine fréquentiel.

L'équation dans le domaine fréquentiel régissant le mouvement en régime permanent est de la forme :

$$\left(-m\omega^2 + \left(1 + i\eta\right)k\right)X = F_0 \quad \text{avec} \quad \begin{matrix} x\left(t\right) = Xe^{i\omega t} \\ f\left(t\right) = F_0 e^{i\omega t} \end{matrix} \qquad \textbf{19}$$

Avec

$$c_{eq} = \frac{\eta k}{\omega} \qquad \textbf{20}$$

Et le taux d'amortissement équivalent suivant :

$$\zeta_e = \frac{\eta k}{2m\omega_0 \omega} \qquad \textbf{21}$$

A la résonance :

$$\zeta_e = \frac{\eta}{2} \qquad \textbf{22}$$

On met ainsi en place la notion de facteur d'amortissement structural (ou de perte : Loss Factor) :

$$\eta = \frac{W_{diss}}{2\pi E_p} = 2\zeta_e \qquad \textbf{23}$$

Pour l'étude de l'amortissement des structures assemblées, dans un grand nombre de publications (33), l' amortissement est identifié comme un amortissement visqueux et linéaire dont la validité est limitée à la fréquence et à l'amplitude auxquelles il a été déterminé. D'autres auteurs ont identifié de manière plus réaliste un amortissement fortement dépendant de l'amplitude vibratoire (34), (35) et (36).

3. Comportement fréquentiel des différents modèles d'amortissements

La Figure 14 donne le schéma de principe des différents types d'amortissements représentés sous forme de l'angle de perte de la rigidité dynamique pour une rhéologie sans masse et un comportement élastique linéaire associé en parallèle du modèle purement dissipatif.
Le modèle de Kelvin-Voigt qui associe un modèle fluide purement dissipatif à un modèle élastique purement conservatif est très fréquemment utilisé mais il reste peu représentatif de l'amortissement réel dans de nombreux cas. Il montre une évolution rapide de l'amortissement en fonction de la fréquence et tend vers un angle de perte de $\pi/2$.
L'amortissement structural linéaire conduit à une formulation complexe ou non-causale de la raideur dans le domaine temporel.
Les comportements hystérétiques tels que le frottement sec (associés à une raideur) conduisent à des amortissements constants indépendants de la fréquence mais non-linéaires en fonction de l'amplitude.

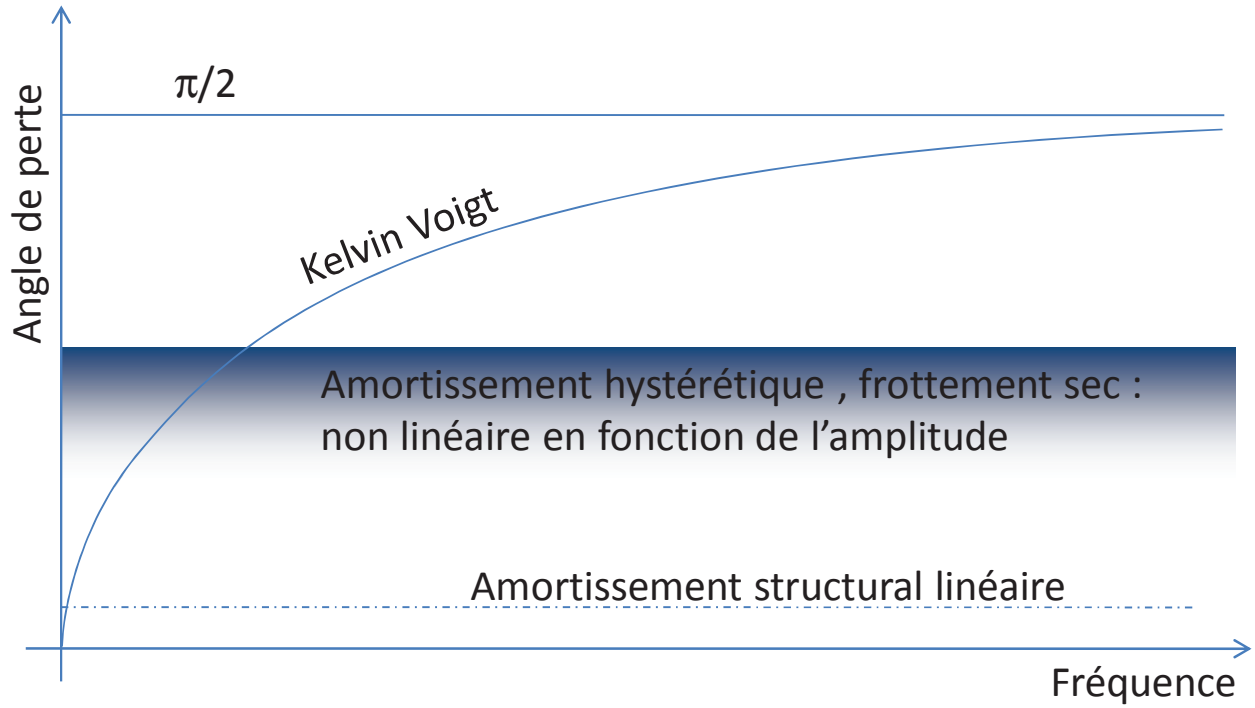


Figure 14 : schéma de principe des différents types d'amortissements représentés sous forme de l'angle de perte de la rigidité dynamique

IV. Quantification de l'énergie dissipée par glissement partiel

1. Les différents mécanismes de dissipation d'énergie

Les études visant à étudier l'amortissement dû aux assemblages de sous-structures peuvent être divisées en deux groupes, en fonction du mécanisme de dissipation d'énergie étudié :

- Energie dissipée par macro-glissement ;
- Energie dissipée par glissement partiel.

Dans le premier groupe, l'amortissement provient d'un glissement total (déplacement relatif entre les deux pièces en contact) entre la structure étudiée et un élément extérieur (35), (37), (38), (39), sans couplage structural (modal) avec la structure.

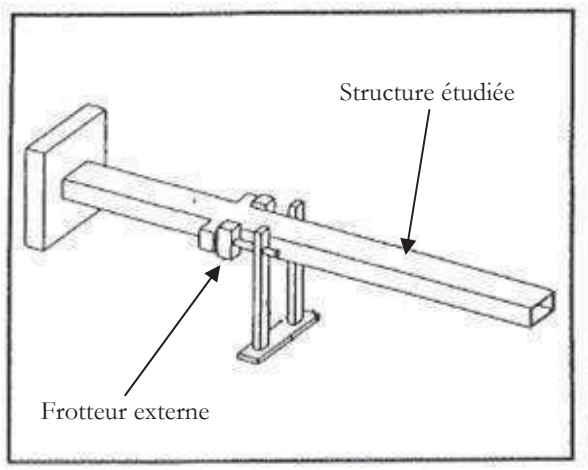


Figure 15 : montage expérimental de L. Korkmaz et al. (39)

L'objectif de ce type d'étude est, de diminuer l'amplitude des déplacements pour limiter les risques d'endommagement. L'utilisation d'un frotteur externe (Figure 15) appelée « amortisseur par frottement » permet de diminuer l'amplitude des vibrations (dissipation d'énergie par frottement sec et réponse non linéaire). La modélisation du frottement est faite à travers une force externe, le modèle couramment utilisé est le modèle de Coulomb. Ce type d'amortisseur est utilisé, dans le domaine de la motorisation aéronautique, en particulier dans la tenue en fatigue des aubes de réacteurs. Le frotteur vient réduire les amplitudes de vibration de l'aube afin de diminuer les fissurations et ruptures des pieds d'aubes (21), (40), (41), (20).

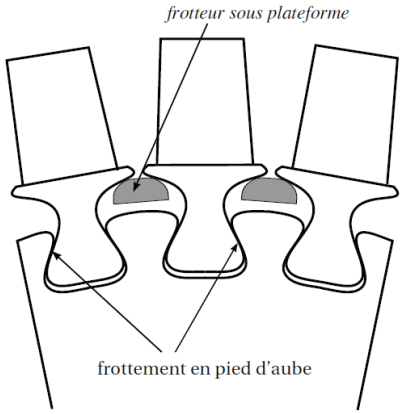
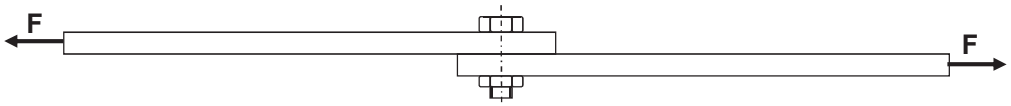


Figure 16 : assemblage aubes-disques muni de frotteurs sous plates-formes (21)

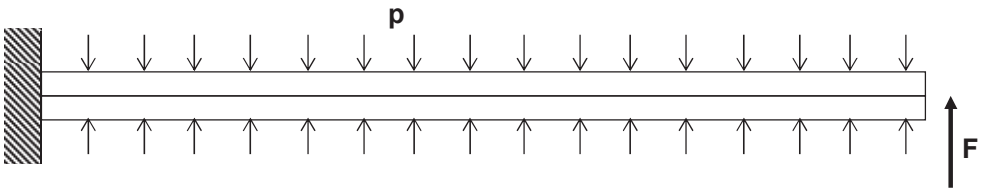
Dans le second groupe, l'amortissement provient de la structure elle-même à travers une liaison, il est dû à un glissement partiel des surfaces en contact (pas de déplacement relatif entre les deux pièces en contact) entre deux pièces faisant partie toutes les deux de la structure étudiée.

Afin de comprendre et de définir de façon analytique le mécanisme de perte d'énergie. Les études sur la prise en compte des interfaces à comportement non-linéaire portent, pour la plupart, sur des structures de géométrie simple :

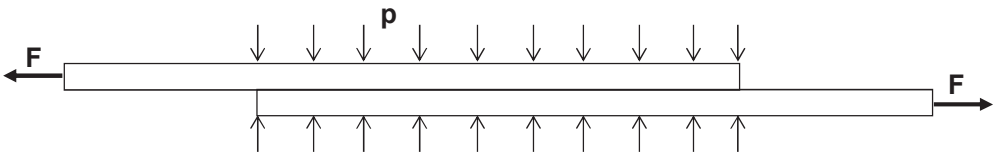
- poutres avec interface longitudinale (3) - Figure 17-b ;
- éléments de poutre reliés par une liaison vissée (7) - Figure 17-a ;
- poutre sandwich sollicitée en traction (42) -Figure 17-c ;
- structure treillis et dissipation dans les articulations (10) ;



(a) A bolted structure – A free-free beam with a lap joint subjected to an axial load F



(b) A press-fit joint subjected to a clamping pressure p and a vertical shear load F



(c) A lap-shear joint subjected to a clamping pressure p and an axial load F

Figure 17 : différents types de modèles expérimentaux

2. Approche globale et locale de quantification de la dissipation

Pour modéliser l'énergie dissipée en dynamique des structures, il est classiquement utilisé : un amortissement visqueux (33), ou un amortissement structural (7), (43) également appelé amortissement hystérétique. La principale différence entre ces deux approches est que l'amortissement visqueux induit une perte d'énergie dépendant de la fréquence. Considérant que les pertes d'énergie par frottement ne sont pas dépendantes de la fréquence, dans cette étude, l'amortissement sera modélisé avec un modèle d'amortissement structural. En outre, (35) et (44) ont identifié une énergie dissipée fortement dépendante de l'amplitude de la charge. Cette dépendance induit des effets non linéaires. Pour modéliser le comportement hystérétique, les limites de glissement sont calculées en utilisant la loi Amontons-Coulomb dans les modèles éléments finis (45). Pour les modèles globaux, les modèles de Dahl et d'Iwan sont fréquemment utilisés, voir (46).

Les études visant à quantifier l'amortissement dû aux glissements partiels peuvent se classer suivant deux approches :

- Approche globale : A partir d'essai vibratoire sur une structure, on identifie un amortissement et les paramètres de modèles vibratoires ;
- Approche locale : l'énergie dissipée est déterminée par une description locale des interfaces et de leur chargement.

Approche globale

À partir de mesures effectuées sur la structure (excitation choc, aléatoire ou sinusoïdale) en certains points judicieusement choisis pour obtenir des déformations significatives, il existe plusieurs moyens expérimentaux pour quantifier la valeur de cet amortissement. Tout d'abord, un facteur de perte peut être défini par le rapport de l'énergie dissipée par frottement dans les interfaces à l'énergie de déformation maximale calculé sur un cycle en conditions quasi-statiques (4), (42). Il est également possible d'estimer l'énergie dissipée, à travers le ratio d'amortissement modal, par analyse des fonctions expérimentales de réponse en fréquence (FRF), voir par exemple (10) et (43), dans le domaine fréquentiel. Dans le domaine temporel, l'amortissement modal peut être identifié en utilisant la méthode du décrément logarithmique (44). Les signaux temporels peuvent également être traités en utilisant une transformée Temps-Fréquence (transformation de Hilbert, transformation en Ondelettes) lorsque plusieurs fréquences ou des comportements non linéaires sont pris en compte (48).

Approche locale

Afin d'évaluer l'énergie dissipée dans les interfaces il existe plusieurs approches. Une grande partie des auteurs favorise une description continue de l'interface (4), (42), (44), (49). L'énergie dissipée est nulle lorsque il y adhérence entre les surfaces et positive lorsqu'il existe un glissement partiel. La transition de la position d'adhérence à celle du glissement partiel dépend de la contrainte normale entre les deux surfaces de contact. Dans les assemblages, les contraintes normales dépendent du temps et de leur répartition. Dans la bibliographie, sont distingués les cas dans lesquels les contraintes normales sont:

- Constantes (indépendantes du temps) et uniformément réparties (4), (42), (44) ;
- Constantes et non uniformes distribuées (8), (38) et (50) ;
- Non constantes et de distribution non uniforme (calculées avec des modèles discrets), voir (50) à titre d'exemple.

Afin d'obtenir et résoudre les équations du modèle avec contraintes normales constantes et uniformément réparties, plusieurs auteurs ont utilisé une approche analytique ou semi-analytique. L'objectif est de déterminer une fonction d'amortissement paramétrique, (37), (44).

Les codes de calcul par éléments finis prennent en compte le contact entre les deux parties assemblées (43) et permettent la modélisation de géométries plus complexes. Ce type de simulations présente cependant deux difficultés : il nécessite une discrétisation de l'interface très fine, ce qui induit un grand nombre de degrés de liberté pour modéliser le contact mais présente peu d'intérêt pour la modélisation du comportement vibratoire. La taille de l'incrément temporel de chargement doit être suffisamment petite pour assurer la convergence ce qui conduit à un grand nombre d'itérations. Ainsi la simulation par éléments finis d'une structure assemblée nécessite souvent des coûts de calculs prohibitifs. Actuellement, des recherches sont menées pour diviser la structure en sous-structures pour faciliter les calculs (8), (50).

V. Conclusion

Il existe donc plusieurs approches pour évaluer l'énergie dissipée par glissement partiel dans les interfaces, ces méthodes se positionnent entre la modélisation et l'expérimentation avec des approches locale et/ou globale. Dans un espace défini par ces 4 axes d'analyse (modélisation, expérimentation, local et global), le schéma fonctionnel suivant met en place les différents « approches » possibles qui conduisent à définir les amplitudes vibratoires d'une structure. La structure est supposée avoir des modes découplés.

Ce schéma fonctionnel permettra de placer dans une démarche générale les différents travaux de cette thèse.

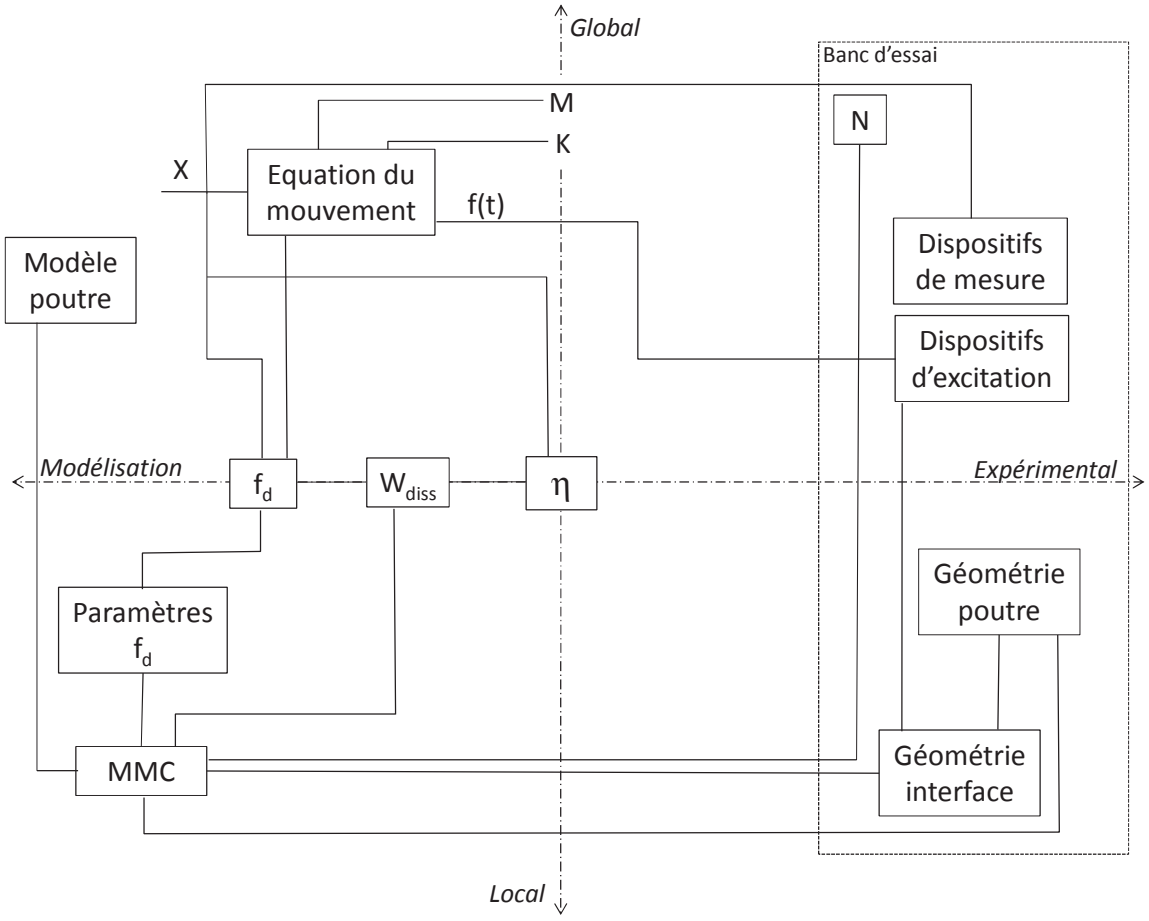


Figure 18 : Schéma fonctionnel

Avec :

M : masse modale de la structure
X : déplacement du modèle à un ddl
f_d : force de dissipation non linéaire

η : facteur de perte
Modèle poutre : définition du modèle poutre de la structure

N : effort normal appliqué sur les interfaces
Géométrie poutre : dimension et fixation poutre

K : raideur modale de la structure
f(t) : force d'excitation
W_{diss} : énergie dissipée par glissement partiel dans les interfaces d'assemblage.

MMC : mécanique des milieux continus (contraintes, déformations et déplacements)
Géométrie interface : position, dimension et forme

BIBLIOGRAPHIE

1 IBRAHIM, R. A.; PETTIT, C. L. Uncertainties and dynamic problems of bolted joints and others fasteners. **Journal of Sound and Vibration**, v. 279, p. 857-936, 2005.

2 UNGAR, E. E. Energy dissipation at structural joints, mechanisms and magnitude. **Rapport technique Air Force Flight Dynamics Laboratory, Wright-Pattersons AirForce Base, Ohio, USA**, 1964.

3 GOODMAN, L.; KLUMPP, J. Analysis of slip damping with reference to turbine_blade vibration. **ASME Applied Mechanics Division**, 1956.

4 PIAN, T. Structural damping of simple built-up beam with riveted joints in bending. **ASME Applied Mechanics Division**, v. 24, p. 35-38, 1957.

5 MASUKO, M.; ITO, Y.; YOSHIDA, K. Theoretical analysis for damping ratio of. **Bulletin of the JSME**, 1973.

6 GAUL, L.; LENZ, J. Nonlinear dynamics of structures assembled by bolted joints. **Acta Mechanica**, 1997.

7 ESTEBAN, J.; ROGERS, C. A. Energy dissipation through joints: theory and experiments. **Computers and Structures**, v. 75, p. 347-359, 2000.

8 HELLER, L. Amortissement dans les structures assemblées. **Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté**, 2005.

9 CAIGNOT, A.; LADEVEZE, P.; NERON, D.; LE LOCH, S.; LE GALLO, V.; MA, K.M.; ROMEUF, T.. Prediction of damping in space launch vehicles using a virtual testing strategy. **In Proc. of 6th Internationnal Symposium on Launcher Technologies**, 2005.

10 BEARDS, C.; WILLIAMS, J. The damping of structural vibration by rotational slip in joints. **Journal of Sound and Vibration**, v. 53(3), p. 333–340, 1977.

11 GRAS, R. Tribologie. **Dunod**, 2008.

12 MINDLIN, R. D. Compliance of elastique bodies in contact. **ASME Journal of Applied Mechanics**, v. 16, p. 259-268, 1949.

13 JEZEQUEL, L. Synthèse de l'amortissement par sous-structuration expérimentale. **Thèse de doctorat, Université Lyon 1**, 1978.

14 LALANNE, M. Modeling damping in mechanical engineering structures. **Shock and Vibration Journal**, v. 7, n. 1, p. 29-37, 2000.

15 AXISA, F. Modélisation des systèmes mécaniques, tome 4 : vibrations sous écoulements. **Hermès Sciences**, 2001.

16 GERADIN, M.; RIXEN, D. Théorie des vibrations (application à la dynamique des structures). **Masson**, 1992.

17 MORAND, H. J. P.; OHAYON, R. Intéractions fluides-structures. **Masson**, 1992.

18 RENAUD, F.; DION, J-L.; CHEVALLIER, G.; TAWFIQ, I.; LEMAIRE, R. A new identification method of viscoelastic behavior: Application to the generalized Maxwell model. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 25, n. 3, p. 991-1010, 2010.

19 DION, J.-L.; VIALARD. Identification de liaisons antivibratoires en élastomères. **Mécanique Industrielle et Matériaux**, v. 50, n. 5, p. 232-237, 1997.

20 D'AMBROSIO, F. Comportement dynamique des structures en présence de frottement sec. Application aux ensembles aubés. **Thèse de doctorat, INSA Lyon**, 2004.

21 LAXALDE, D. Etude d'amortisseurs non-linéaires appliqués aus roues aubagées et aux systèmes multi-étages. **Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon**, 2007.

22 CROZES, D. Amortissement piezo-électrique de résonances propres à un équipement de satellite. **Thèse de doctorat, CNAM Toulouse**, 1997.

23 FAIZ, A. Amortissement vibratoire et anéchoïsme par traitement non-linéaire d'éléments piézoélectriques. **Thèse de doctorat, INSA Lyon**, 2006.

24 CHEVALLIER, G.; GHORBEL, S.; BENJEDDOU, A. A benchmark for free-vibration and effective coupling of thick smart structures. **Smart Materials and Structures**, v. 17, n. 6, 2008.

25 SOULA, M.; VINH, T.; CHEVALIER, Y.; BEDA, T.; ESTEOULE, C. Measurements of isothermal complex moduli of viscoelastic materials over a large range of frequencies. **Journal of Sound and Vibration**, v. 205, n. 2, p. 167-184, 1997.

26 CHEN, L. A.; SEMERCIGIL, S. E. A beam-like damper for attenuatting transient vibrations of light structures. **Journal of Sound and Vibration**, v. 164, n. 1, p. 53-65, 1993.

27 HOSAKA, H.; ITAO, K.; KURODA, S. Damping characteristics of beam-shaped micro-oscillators. **Sensors and Actuators**, v. A, n. 49, p. 87-95, 1995.

28 TOUFINE, A.; BARRAU, J. J.; BERTHILLIER, M. Dynamic study of a structure with flexion-torsion coupling in the presence of dry friction. **Nonlinear Dynamic**, v. 18, p. 321-337, 1999.

29 NISHIWAKI, N.; MASUKO, M.; ITO, Y.; OKUMURA, I. A study on damping capacity of a jointed cantiliver beam. **Bulletin of ASME**, 1980.

30 SANLITURK, K. Y.; EDWINS, D. J. Modelling two-dimensional friction contact and its application using harmonic balance methode. **Journal of Sound and Vibration**, v. 193, n. 2, p. 511-523, 1996.

31 MURAVSKII, G. Application of hysteresis functions in vibration problems. **Journal of Sound and Vibration**, v. 319, p. 476-490, 2009.

32 SPITAS, C. A continuous piecewise internal friction model of hysteresis for use in dynamical simulations. **Journal of Sound and Vibration**, v. 324, p. 297-316, 2009.

33 AHMADIAN, H.; JALALI, H. Identification of bolted lap joints parameters in assembled structures. **Mech. Syst. Signal Process.**, v. 21, p. 1041-1050, 2007.

34 NANDA, B. K. Study of the effect of bolt diameter and washer on damping in layered and jointed structures. **Journal of Sound and Vibration**, v. 290, p. 1290–1314, 2006.

35 BERTHILLIER, M.; DUPONT, C.; MONDAL, R.; BARRAU, R. Blades forced response analysis with friction dampers. **Transactions of the ASME**, v. 120, p. 468–474, 1998.

36 PEYRET, N.; DION, J.L.; CHEVALLIER, G.; ARGOUL, P. Micro-slip induced damping in planar contact under constant and uniform normal stress. **International Journal of Applied Mechanics**, v. 2(2), p. 281-304, 2010.

37 WHITEMAN, W.; FERRY, A. Displacement-dependent dry friction damping of a beam-lyke structure. **Journal of Sound and Vibration**, v. 198(3), p. 313-329, 1996.

38 POUDOU, O. Modeling and analysis of the dynamics of dry-friction-damped structural systems. **Ph. D. thesis University of Michigan**, 2007.

39 KORKMAZ, I.; BARRAU, J. J.; BERTHILLIER, M.; CREZE, S. Experimental dynamic analysis of cantiliver beam damped by a dry friction damper. **Mecanique Industrielle et Materiaux**, 1993, v. 46, n. 3, p. 145-149.

40 GALLEGO, L. Fretting et usure mécanique des contacts mécanique : Modélisation numérique. **Thèse de doctorat, INSA Lyon**, 2007.

41 BERRUTTI, T.; FILIPPI, S.; GOLA, M. M.; SALAVANO, S. Friction damping of iterlocked vane segments : experimental results. **In Proc. of ASME Turbo Expo, June 4-7, New Orleans, Louisiana, USA**, 2001.

42 METHERELL, A.; DILLER, S. Instantaneous energy dissipation rate in a lap joint-Uniform clamping pressure, v. 35, p. 123-128, 1968.

43 REN, Y.; BEARDS, C. Identification of joint properties of a structure using FRF Data. **Journal of Sound and Vibration**, v. 186(4), p. 567-587, 1995.

44 NANDA, B. K.; BEHERA, A. K. Study on damping in layered and jointed structures with uniform pressure distribution at the interfaces. **Journal of Sound and Vibration**, 1999.

45 DE BENEDETTI, M. D.; GAROFALO, G.; ZUMPANO, M.; BARDONI, R.. On the damping effect due to bolted junctions in space structures subjected to pyroshock. **Acta Astronautica**, v. 60, p. 947–956, 2007.

46 OLDFIELD, M.; OUYANG, H.; MOTTERSHEAD, J. E. Simplified models of bolted joints under harmonic loading. **Computers and Structures**, v. 84, p. 25-33, 2005.

47 ARGOUL, P.; LE, T. P. Instantaneous indicators of structural behaviour based on continuous Cauchy wavelet transform. **Mech. Syst. Signal Process**, v. 17, p. 250-423, 2003.

48 CHEN, W.; DENG, X. Structural damping caused by micro-slip along frictional interfaces. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 47, p. 1191–1211, 2005.

49 CAIGNOT, A.; LADEVEZE, P.; NERON, D.; GALLO, V. L.; ROMEUF, T. Prédiction par essais virtuels de l'amortissement dans les structures spatiales. **Proc. Colloque national en calcul de structures**, 2007.

50 YANG, B.; CHU, M.; MENQ, C. Stick-slip-separation analysis and non-linear stifness and damping characterization of friction contacts having variable normal load. **Journal of Sound and Vibration**, 1998.

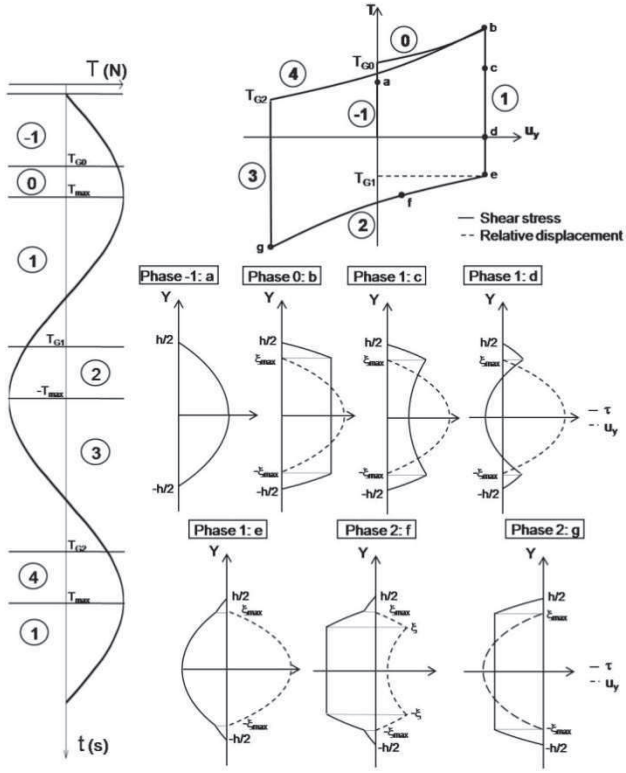
Chapitre 2

Analyse rhéologique de la dissipation d'énergie

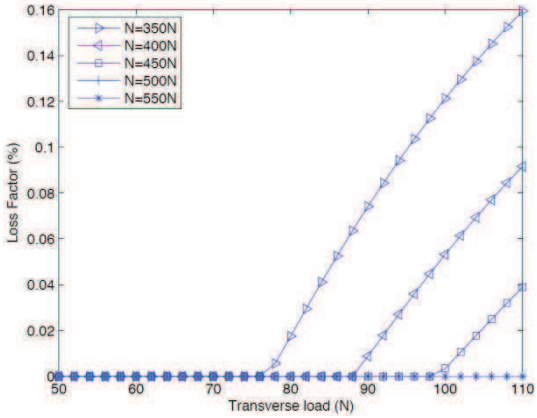
Résumé :

Un nouveau cas d'étude de l'amortissement dans les structures assemblées est proposé et justifié. Le modèle de structure proposé est un modèle de poutres assemblées dont la position des interfaces est originale.

Une approche quasi-statique est proposée, les champs de contraintes et de déplacements sont déterminés dans les interfaces de la structure au cours d'un cycle de chargement. L'énergie dissipée par le glissement partiel et enfin le facteur de perte associé au premier mode de flexion sont déterminés.



Descriptions de différentes phases de méso glissement



Amortissement induit en méso glissement

Sommaire

Chapitre 2 22
I. Introduction 24
II. Présentation du modèle d'étude 25
1. Justification du choix du modèle d'étude – hypothèses 25
2. Description de la structure étudiée 27
III. Modélisation des interfaces de contact de la structure 29
1. Détermination de l'état de contrainte dans l'interface 29
2. Détermination du champ des déplacements dans l'interface 32
3. Cycle de chargement dans l'interface 35
4. Cycle des contraintes dans l'interface 41
IV. Amortissement de la structure 42
1. Energie dissipée dans l'interface 42
2. Energie de déformation de la structure 45
3. Facteur de perte de la structure 46
V. Conclusion 47

I. Introduction

L'objectif de ce chapitre est de déterminer le facteur de perte du modèle choisi (modèle poutre) grâce une analyse quasi-statique de l'énergie dissipée par glissement partiel dans les interfaces. Dans ce but, un modèle de poutre est retenu pour déterminer les efforts sur les interfaces. Les contraintes et les déplacements dans les interfaces sont déterminés par un calcul de MMC local.

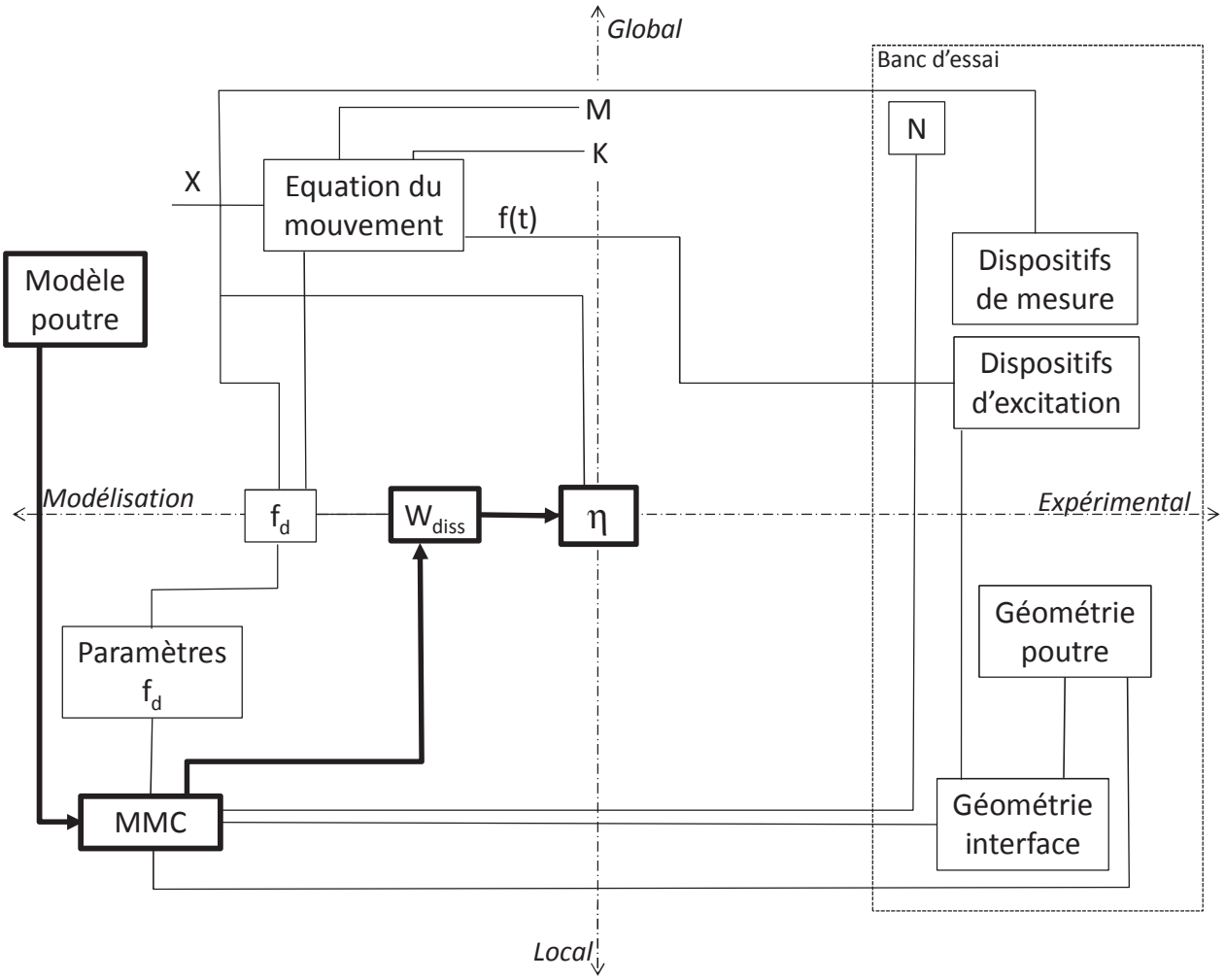


Figure 1 : schéma fonctionnel

Avec :

M : masse modale de la structure

X : déplacement du modèle à un ddl

f_d : force de dissipation non linéaire

η : facteur de perte

Modèle poutre : définition du modèle poutre de la structure

N : effort normal appliqué sur les interfaces

Géométrie poutre : dimension et fixation poutre

K : raideur modale de la structure

f(t) : force d'excitation

W_{diss} : énergie dissipée par glissement partiel dans les interfaces d'assemblage.

MMC : mécanique des milieux continus (contraintes, déformations et déplacements)

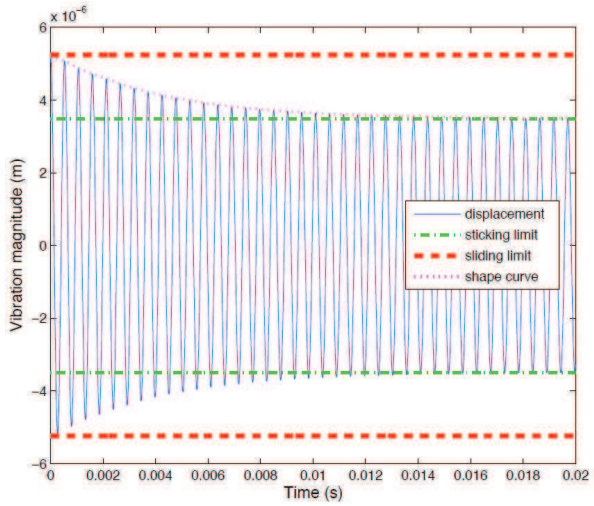
Géométrie interface : position, dimension et forme

II. Présentation du modèle d'étude

1. Justification du choix du modèle d'étude – hypothèses

Les effets du micro-glissement sur l'amortissement d'une structure assemblée sont fortement liés à l'amplitude des vibrations.

La Figure 2 sur la gauche montre le résultat d'une simulation de réponse temporelle libre d'une structure constituée de matériaux supposés conservatifs et de liaisons dissipatives.



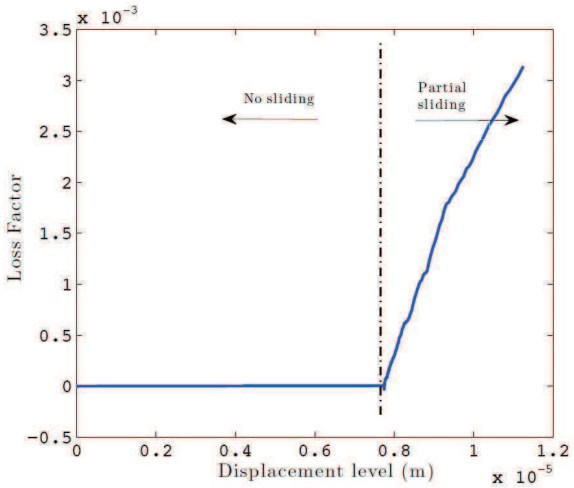


Figure 2 :

réponse temporelle libre d'une structure assemblée (Figure 7), effet du micro-glissement

évolution de l'amortissement en fonction de l'amplitude de déplacement obtenue à partir de la réponse temporelle

Trois phases peuvent être distinguées :

- Pour des faibles valeurs d'amplitudes de déplacement, le micro-glissement n'apparaît pas : l'énergie perdue par micro-glissement est égale à zéro.
- Entre la limite d'adhérence jusqu'à la limite du glissement total entre les deux parties de la structure, l'énergie perdue par micro-glissement augmente en fonction de l'augmentation de l'amplitude du déplacement (glissement partiel dans l'interface).
- Après cette phase de glissement partiel, une phase de macro-glissement se produit, mais ce phénomène n'est pas modélisé ici car il n'est pas représentatif du comportement réel des pièces de liaison d'un assemblage.

L'amortissement induit par micro-glissement dans une interface peut être modélisé comme fonction des déplacements. La Figure 2 sur la droite montre l'évolution du facteur de perte (Loss Factor) par rapport à l'amplitude de déplacement, la fonction est obtenue à partir du calcul du déplacement dans le domaine temporel.

Il a été montré expérimentalement par G. Amontons [1663-1705] et C.-A. Coulomb [1736-1806] que le frottement ne dépend pas fortement de la vitesse de glissement (troisième loi d'Amontons-Coulomb).

Ainsi, il est supposé que l'amortissement généré est indépendant de la fréquence de vibration. La fréquence d'excitation est donc sans conséquence et n'est pas prise en compte dans le calcul des forces dissipatives. Cela permet de réaliser une étude dynamique du cas d'étude proposé avec une approche quasi-statique.

Deux essais sont proposés conduisant à une comparaison entre une poutre monolithique et la même poutre coupée en trois parties et qui a donc deux interfaces. Les modifications structurelles de la poutre génèrent deux effets (voir Figure 3):

- une diminution de la fréquence naturelle (diminution de la raideur) ;
- une augmentation du taux d'amortissement (diminution de l'amplitude de la réponse).

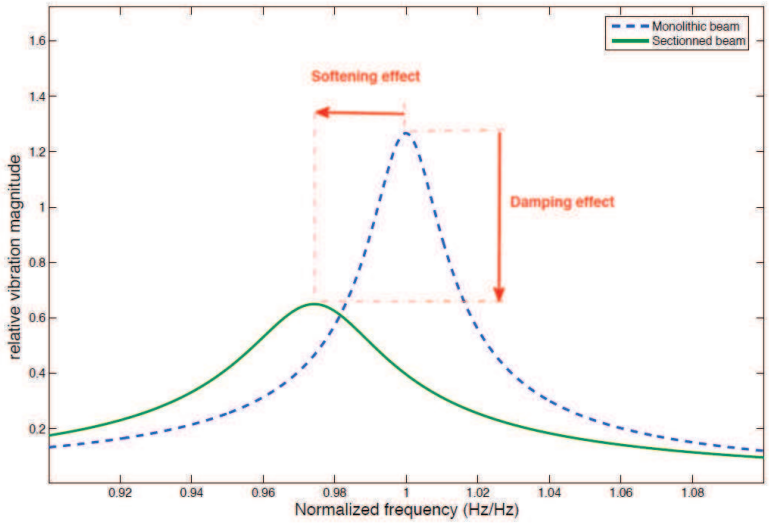


Figure 3 : fonction de réponse en fréquence d'une structure avec ou sans interfaces.

L'objectif principal de l'expérience proposée est de quantifier l'évolution de l'amortissement dans le cas de la poutre monolithique puis dans le cas de celle coupée.

Dans l'étude qui suit, seul l'effet de l'amortissement est analysé. Le modèle d'étude est conçu pour assurer une charge normale uniforme, mais en raison de l'usinage des surfaces planes des interfaces, certains défauts peuvent apparaître. Les conséquences d'une planéité imparfaite de l'interface ou de défauts de perpendicularité sont calculées en utilisant un code éléments finis avec un modèle dans lequel les défauts géométriques sont imposés. La Figure 4 montre, pour un défaut de perpendicularité définit par un angle α et un défaut de planéité modélisé par une surface bombée de rayon R, la répartition de la contrainte normale dans l'interface dû à la l'application de la charge normale F sur l'interface.

L'évolution de la contrainte normale est tracée pour différentes valeurs de ces défauts. Les valeurs de ces défauts doivent donc être très faibles pour assurer l'uniformité de la contrainte normale le long de l'interface.

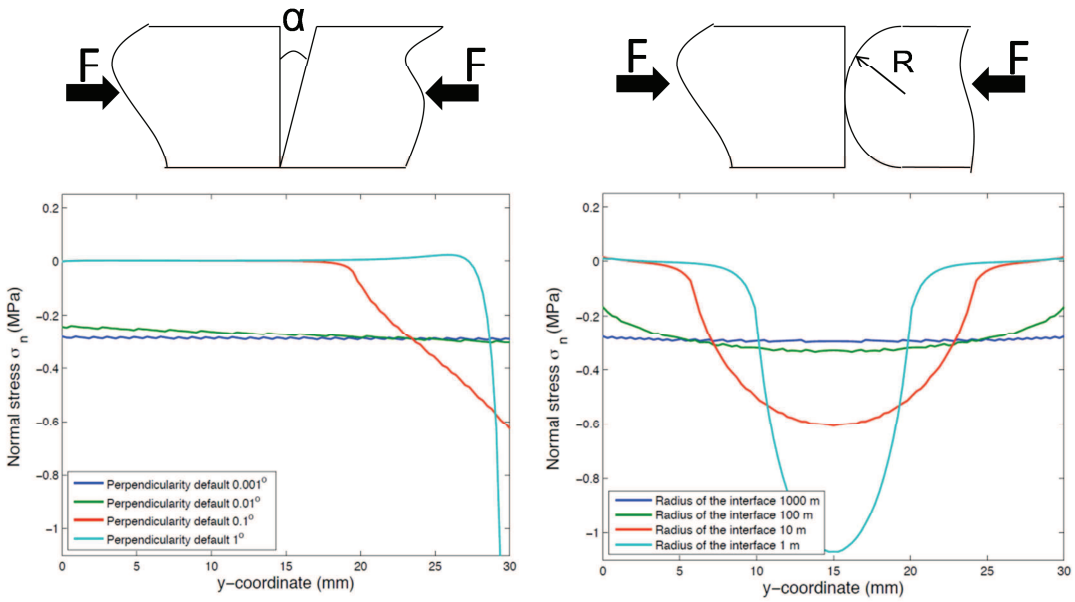


Figure 4 : évolution de la contrainte normale dans une interface plane en fonction des défauts de perpendicularité (à gauche) et des défauts de planéité (à droite).

2. Description de la structure étudiée

Le modèle d'étude est conçu pour simuler les interfaces de liaison d'une structure assemblée sollicitée par une charge normale constante et uniforme et avec une charge transversale dynamique.

Dans un premier temps, nous étudions le cas d'une poutre "monolithique".

Cette poutre est encastrée à ses deux extrémités. Une force transversale d'intensité 2T est appliquée au milieu de la poutre (Figure 5). Elle induit une flexion simple de la poutre.

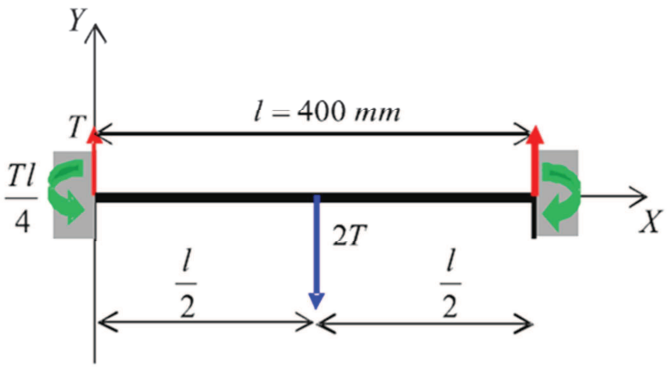


Figure 5 : modélisation de la poutre bi-encastrée chargée en son centre – Efforts (en rouge) et moments résultants (en vert) au niveau des encastrements

L'étude des efforts internes de la poutre monolithique, montre que le moment de flexion est égal à zéro dans la section située à l/4 (Figure 6).

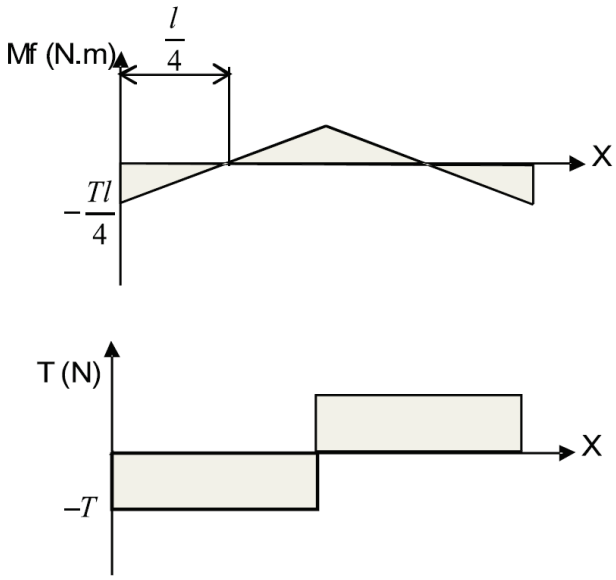


Figure 6 : diagrammes du Moment fléchissant Mf et de l'Effort tranchant T le long de la poutre.

Par conséquent, dans cette section, il n'y a que des contraintes tangentielles de cisaillement, les contraintes normales induites par le moment fléchissant étant nulles (voir Figure 8).
Dans un second temps, une poutre coupée, de même géométrie et avec les mêmes conditions limites que la précédente, est étudiée (voir Annexe 1).

Cette structure est composée de trois poutres successives, de longueurs respectives l/4, l/2 et l/4 (voir Figure 7). Les poutres sont reliées par deux interfaces planes. Les trois parties demeurent liées à l'aide d'une charge axiale N (voir Figure 7), et de la friction entre les deux parties en contact.

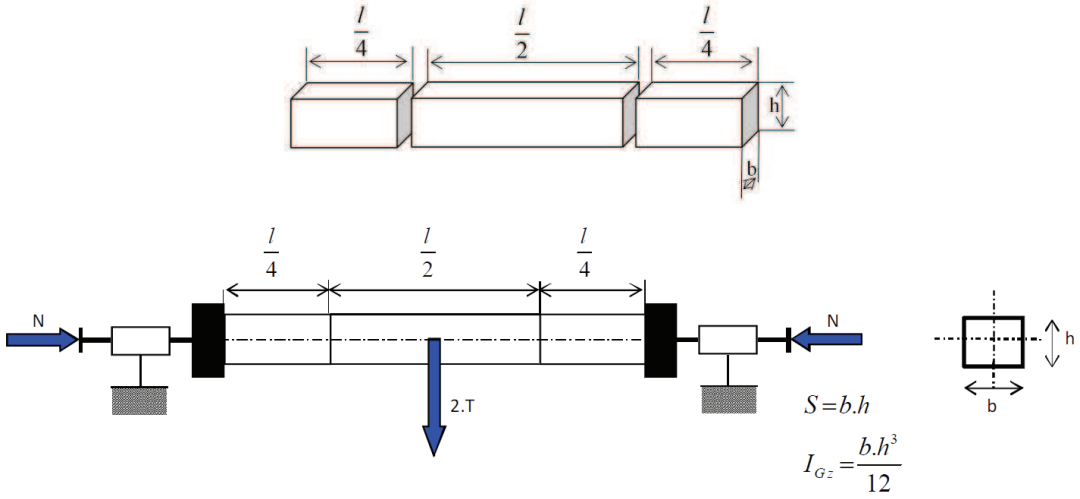


Figure 7 : modélisation et chargement de la poutre coupée

L'objectif de cet assemblage est de découpler les contraintes normales et tangentielles. Le moment fléchissant étant nul en l/4, le montage retenu nous permet donc bien d'obtenir des conditions de contraintes particulières dans les interfaces aux abscisses x = l/4 et x = 3l/4, à savoir (voir Figure 8) :

- Contrainte normale constante ;
- Contrainte tangentielle dynamique.

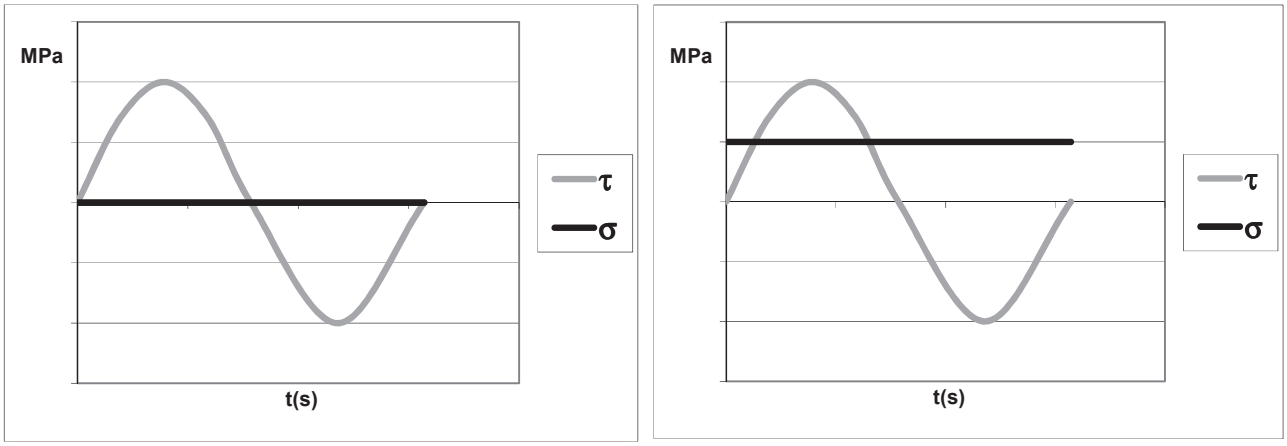


Figure 8 : état de contrainte à l'abscisse x = 1/4 et x = 3l/4 dans la poutre monolithique (à gauche) et dans la poutre coupée (à droite) pour un chargement 2T variable dans le temps.

Cet état de contraintes dans les interfaces est le point fort du modèle proposé.

Ce modèle d'étude s'appuie sur plusieurs hypothèses :

- il est supposé que le premier mode de flexion sera identifié sur la base d'une déformation statique (Rayleigh- Hypothèse de Ritz) ;
- toutes les simulations seront calculées en tenant compte soit d'une charge transversale ou d'un déplacement transversal appliqué à la moitié de la poutre ;
- les encastrements seront considérés comme parfaits (c'est à dire, infiniment rigides et sans frottement). Le modèle expérimental sera conçu de manière à prendre en compte les limites de la validité de cette hypothèse. Cependant, la modélisation des encastrements pourra être ré-ajustée en y ajoutant une rigidité finie, au lieu de considérer l'encastrement infiniment rigide. Une des conséquences de cette modification sera que l'abscisse de la section où le moment est nul se sera déplacée. Cependant cette hypothèse n'affecte pas les développements analytiques suivants.

La dépendance au temps des contraintes étant posée, nous allons maintenant définir leur répartition spatiale le long de l'interface.

III. Modélisation des interfaces de contact de la structure

1. Détermination de l'état de contrainte dans l'interface

Dans cette partie, les contraintes sont calculées dans les interfaces entre les trois parties de la poutre coupée, plus particulièrement pour la section transversale située à l/4.

Deux types d'états de contrainte sont ensuite examinés (voir Figure 9). Premièrement, lorsque la valeur de contrainte maximale est plus faible que la contrainte limite de friction (égal à $\mu\sigma_n$), le champ de la contrainte de cisaillement τ est le même que dans la poutre monolithique.

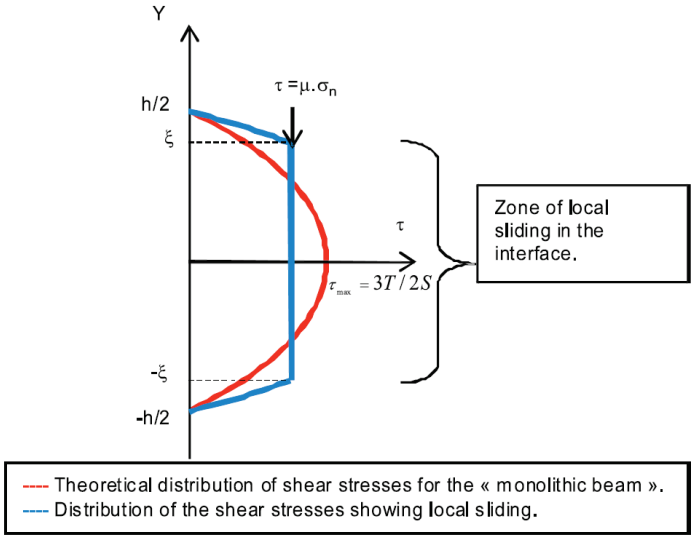


Figure 9 : champs de distribution de la contrainte de cisaillement dans la poutre monolithique et dans la poutre coupée à l'abscisse x= 1/4.

La distribution de la contrainte dans la poutre monolithique est supposée être parabolique (1) (voir Figure 9). Cette hypothèse permet un champ de contraintes continue le long de l'axe des y, et la vérification des conditions aux limites naturelles pour y = h/2 et y = -h/2.

$$\tau = -\frac{T}{2I_{Gz}}y^2 + \frac{3}{2}\frac{T}{S} \qquad \grave{a} \;\; y = 0 \quad \rightarrow \quad \tau_{\max} = \frac{3}{2}\frac{T}{S} \qquad \mathbf{1}$$

Avec τ contrainte de cisaillement, 2T effort appliqué au centre de la poutre, I_{Gz} moment quadratique de la section, S aire de la section.

Deuxièmement, lorsque la contrainte maximale atteint une valeur supérieure à la valeur de la contrainte de friction, le maximum de la contrainte de cisaillement est majoré par $\mu\sigma_n$.

Le calcul des contraintes est effectué sur la surface sous une charge normale constante. Lors de l'application de l'effort tranchant, avant le macro-glissement, il y a une phase de glissement partiel, qui correspond à un glissement qui prend sa source au milieu de l'interface. Ce glissement se produit sans mouvement macroscopique entre les différentes parties de la structure.

Dans chaque interface, la charge induit des contraintes de cisaillement qui ont une distribution supposée parabolique comme dans le cas de la poutre monolithique. Lorsque le glissement partiel se produit, il y a une nouvelle répartition des contraintes de cisaillement révélant la zone de glissement (voir Figure 9). Le modèle de Coulomb est pris en compte pour définir la limite de glissement, une nouvelle répartition des contraintes est déterminée analytiquement.
Cela révèle une zone de glissement centrée ayant une hauteur de 2ξ (dans laquelle la contrainte est constante), entourée par deux zones d'adhérence (dans lesquelles la distribution des contraintes est parabolique).

La distribution parabolique des contraintes de cisaillement dans les zones d'adhérence peut être définie ainsi :

Pour $y \in \left[-\frac{h}{2}; -\xi\right] \cup \left[\xi; \frac{h}{2};\right]$

$$\tau = Ay^2 + B \quad \textbf{2}$$

La distribution constante de la contrainte de cisaillement dans la zone de glissement est donnée par :

$$\tau = \mu \sigma_n \quad \textbf{3}$$

Avec τ contrainte de cisaillement, μ coefficient de frottement et σ_n contrainte normale.

Pour un effort tranchant donné, les conditions limites sont définis pour y = h/2 et à la limite de la zone de glissement (y = ξ). Cela permet de définir les constantes A et B de l'équation 2 :

$$\text{pour } y = \frac{h}{2};\ \tau = A\frac{h^2}{4} + B;\ B = -A\frac{h^2}{4} \quad \textbf{4}$$

$$\text{pour } y = \xi;\ \tau = \mu\sigma_n;\ A = \frac{\mu\sigma_n}{\xi^2 - \frac{h^2}{4}} \quad \textbf{5}$$

Les conditions d'équilibre sur les sections transversales de la poutre garantissent que les forces transversales restent identiques des deux côtés de la section définissant l'interface. Ainsi l'intégrale des contraintes sur la section est égale à la force transversale :

$$T = \int_S \tau . ds = b\int_{\frac{-h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau . dy = b\int_{\frac{-h}{2}}^{-\xi} (A.y^2 + B)\ .dy + b\int_{-\xi}^{\xi} \mu.\sigma_n\ .dy + b\int_{\xi}^{\frac{h}{2}} (A.y^2 + B)\ .dy \quad \textbf{6}$$

En prenant en compte les conditions aux limites (eq 4 et 5), il est possible de déterminer les limite [-ξ ; ξ] de la zone de glissement partiel :

$$\xi = \frac{-2h + \frac{3T}{b\mu\sigma_n} + \sqrt{\left(2h - \frac{3T}{b\mu\sigma_n}\right)\left(-6h - \frac{3T}{b\mu\sigma_n}\right)}}{8} \quad \textbf{7}$$

et ainsi de déterminer la distribution de la contrainte de cisaillement dans la zone de glissement partiel :

$$\tau = \left(\frac{\mu.\sigma_n}{\xi^2 - \frac{h^2}{4}}\right)\left(y^2 - \frac{h^2}{4}\right) \quad \textbf{8}$$

Pour conclure, les contraintes sont définies pour toute la structure, en particulier dans les interfaces où à partir d'une certaine charge apparait deux zones (Figure 9) :

- la zone d'adhérence définie par :

$$Pour\ \ y \in \left[-\frac{h}{2};-\xi\right] \cup \left[\xi;\frac{h}{2};\right]$$

$$\tau = \left(\frac{\mu.\sigma_n}{\xi^2 - \frac{h^2}{4}}\right)\left(y^2 - \frac{h^2}{4}\right)$$

avec

$$\xi = \frac{-2h + \frac{3T}{b\mu\sigma_n} \pm \sqrt{\left(2h - \frac{3T}{b\mu\sigma_n}\right)\left(-6h - \frac{3T}{b\mu\sigma_n}\right)}}{8}$$

- la zone de glissement partiel définie par :

$$Pour\ \ y \in \left[-\xi, \xi\right]$$

$$\tau = \mu\,\sigma_n$$

Un paramètre dimensionnel ξ (fonction de la géométrie de la poutre, des efforts appliqués et du coefficient de frottement) définit, dans la hauteur de l'interface, la zone de glissement et celle d'adhérence.

2. Détermination du champ des déplacements dans l'interface

Cette partie de l'étude vise à trouver un modèle semi-analytique pour décrire l'amplitude relative du déplacement dans l'interface.
Entre les deux plans de l'interface, il est supposé que :

- le déplacement est nul dans la zone d'adhérence pour $y \geq \xi$ et $y \leq -\xi$;
- le déplacement est parabolique dans la zone de glissement partiel ; le déplacement relatif maximum u_{ymax} est situé au centre (y=0) de l'interface

Une simulation par éléments finis est ensuite réalisée afin d'obtenir la valeur du déplacement relatif maximum. Il est supposé que les contraintes sont indépendantes de l'axe z : ce qui conduit à l'hypothèse de contraintes planes. Un schéma du modèle éléments finis utilisé est donné dans la Figure 10, la partie de la poutre modélisée est celle où s'applique le glissement partiel, ainsi seul le bord définissant une des faces de l'interface est laissé libre, les éléments de maillage utilisés sont des quadrangles à fonction d'interpolation de Lagrange d'ordre 2.

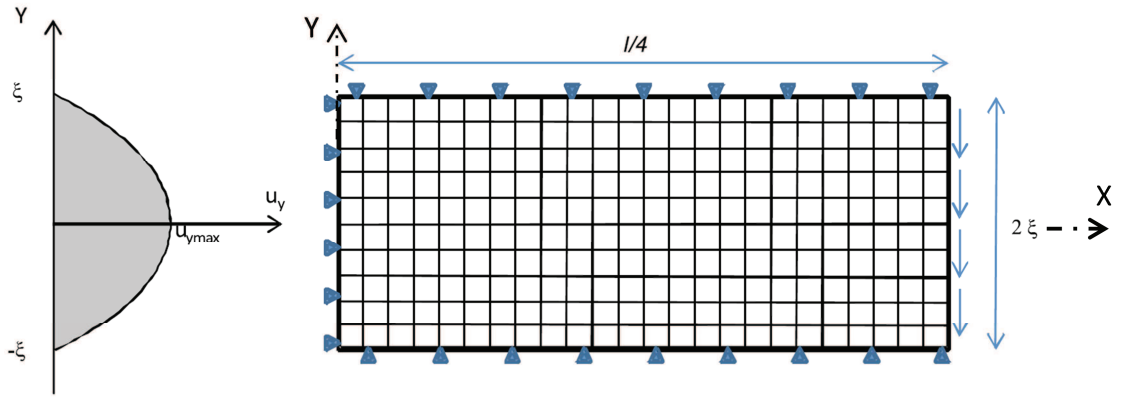


Figure 10 : répartition du déplacement relatif dans la zone de glissement partiel – Modèle éléments finis, maillage et conditions aux limites.

Il n'y a pas de mouvement relatif pour $y \geq |\xi|$, donc le modèle est défini pour $y \in [-\xi; \xi]$. En raison de la symétrie de la poutre, le modèle est défini pour $x \in [0; l/4]$ (voir Figure 10). Les paramètres du modèle sont :

- longueur $l/4$ et hauteur 2ξ ;
- conditions aux limites cinématiques :
  déplacement nul selon y appliqué sur les bords : $y = \xi$, $y = -\xi$;
  déplacement nul selon x appliqué sur les bords : $x = 0$;
- charge transversale constante distribuée le long de l'axe des y et appliquée sur la section transversale à $x=l/4$.

L'analyse du déplacement transversal relatif à la section, par les simulations EF, valide l'hypothèse d'un champ parabolique (**Figure 11**).

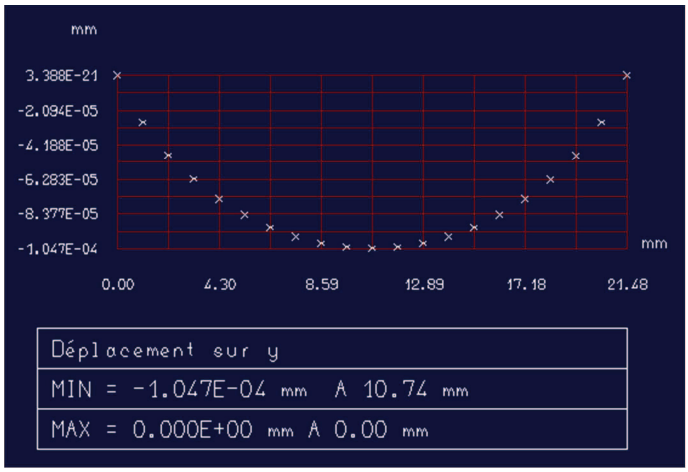


Figure 11 : déplacement transversal dans la section issu des simulations EF

Des analyses paramétriques ont été effectuées, voir Figure 12. Elles ont montré que u_{ymax} est indépendant des paramètres géométriques b, h et l. Par ailleurs, elles ont montré que u_{ymax} dépend des paramètres du matériau : le module E et le coefficient de poisson ν.

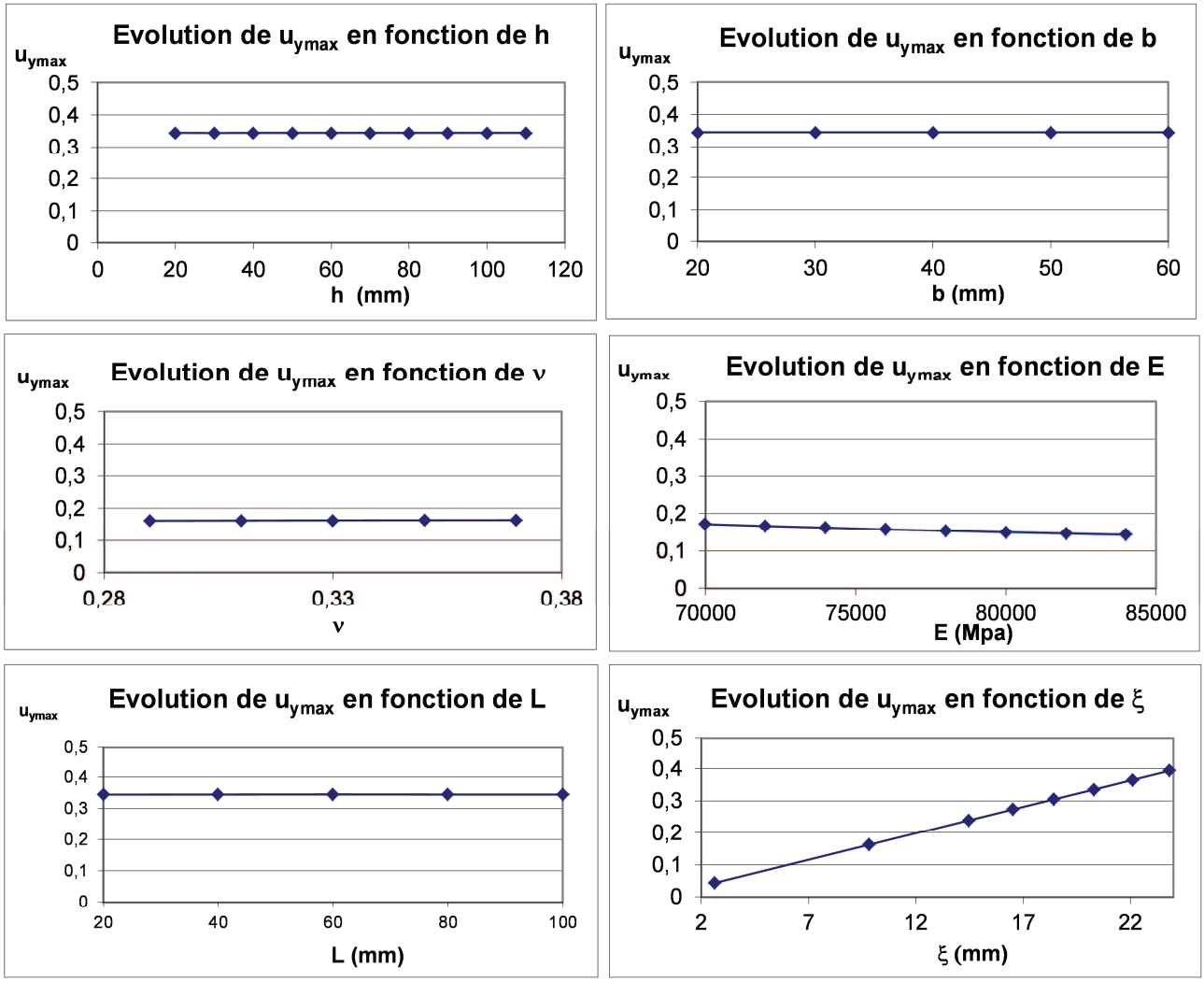


Figure 12 : étude des paramètres influents sur u_{ymax} (E^{-4} mm)

La plus grande valeur du déplacement u_{ymax} est proportionnelle à ξ, voir Figure 12.

Le paramètre C est donc défini comme suit :

$$u_{y\max} = C \cdot \xi \qquad 9$$

Par conséquent, le champ de déplacement relatif u_y selon y dans la zone de glissement est définie par :

$$u_y = \frac{C}{\xi}(y^2 - \xi^2) \qquad 10$$

3. Cycle de chargement dans l'interface

La Figure 13 décrit le cycle de charge en fonction du déplacement relatif dans l'interface et les détails du déplacement relatif u_y et des contraintes de cisaillement τ dans l'interface.

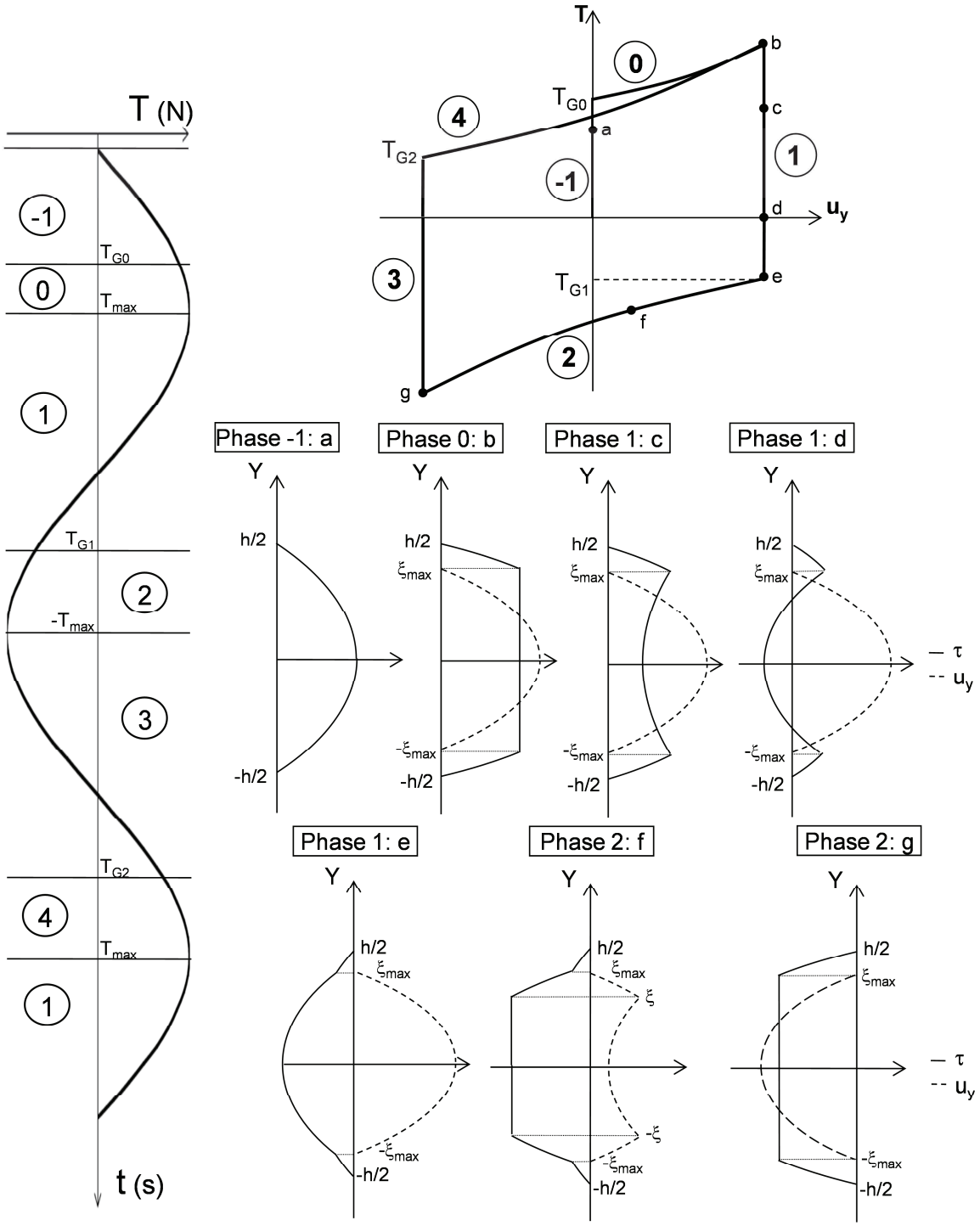


Figure 13 : cycle de chargement de l'interface – détail des différentes phases.

Description sommaire des différentes phases du cycle :

Phase -1 : Aucun glissement dans l'interface.

Phase 0 : Le glissement partiel progresse dans l'interface jusqu'à ce qu'on atteigne l'effort maxi de chargement (inférieur à l'effort permettant d'atteindre le macro-glissement de l'interface).

Phase 1 : L'effort se relâche, puis on l'inverse jusqu'à la nouvelle limite de glissement. Le glissement partiel reste en place.

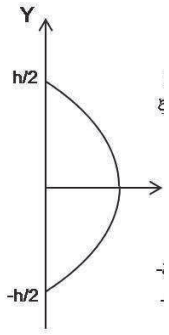
Phase 2 : Le glissement partiel recommence dans l'interface jusqu'à ce qu'on atteigne l'effort maxi de chargement.

Description détaillée des différentes phases du cycle :

Phase -1 : Pour $T \in [0 ; T_{G0}]$ avec $T_{G0} = \frac{2}{3}\mu\sigma_n S$

Il n'y a pas de glissement dans l'interface (Figure 13). La répartition de la contrainte de cisaillement τ est la même que dans la poutre monolithique

$$\left| \begin{array}{l} \tau = -\frac{T}{2I_{Gz}} y^2 + \frac{3}{2}\frac{T}{S} \\ \\ u_y = 0 \end{array} \right. \qquad (11)$$



Phase 0 : Pour $T \in [T_{G0} , T_{max}]$

Le glissement partiel commence dans l'interface et se propage jusqu'à qu'on atteigne la valeur T_{max}

- ✓ Dans la zone de glissement, pour $y \in \left[\frac{h}{2}; \xi\right] \cup \left[-\xi; -\frac{h}{2}\right]$

  Solution générique (cf Annexe 2)

$$\tau = \left(\frac{k\mu.\sigma_n}{\xi^2 - \frac{h^2}{4}}\right)\left(y^2 - \frac{h^2}{4}\right)$$

avec

$$\xi = \frac{-2h + \frac{3T'}{bk\mu\sigma_n} + \sqrt{\left(2h - \frac{3T'}{bk\mu\sigma_n}\right)\left(-6h - \frac{3T'}{b\mu\sigma_n}\right)}}{8}$$

Dans cette phase, la contrainte est bornée par $\mu\sigma_n$ pour un effort égal à T, donc :

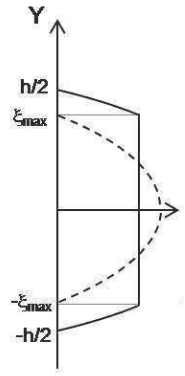
$$\tau = \left(\frac{\mu.\sigma_n}{\xi^2 - \frac{h^2}{4}} \right) \left(y^2 - \frac{h^2}{4} \right)$$

avec

$$\xi = \frac{-2h + \frac{3T}{b\mu\sigma_n} + \sqrt{\left(2h - \frac{3T}{b\mu\sigma_n}\right)\left(-6h - \frac{3T}{b\mu\sigma_n}\right)}}{8}$$

Le déplacement relatif est nul :

$$u_y = 0$$



12

- ✓ Dans la zone d'adhérence, pour $y \in [\xi; -\xi]$

La contrainte de cisaillement est constante :

$$\tau = \mu.\sigma_n$$

Le déplacement relatif donné par :

$$u_y = \frac{C}{\xi}\left(y^2 - \xi^2\right)$$

13

En fin de phase, on pose l'état de contrainte et le déplacement :

$$\tau = \tau_0$$

$$u_y = u_{y0}$$

Phase 1 : Pour T∈ [T_{max},T_{G1} ,]

La charge décroît jusqu'à la limite négative de glissement (voir Figure 14). La contrainte classique de cisaillement de la poutre monolithique est additionnée à l'état de charge résiduel.

$$\tau = \tau_0 + \frac{3}{2}\frac{\left(T - T_{\max}\right)}{S} - \frac{\left(T - T_{\max}\right)}{2I} y^2$$

$$u_y = u_{y0}$$

Détermination de T_{G1}

T_{G1} correspond à T pour $\tau = -\mu.\sigma_n$ en y = 0

Soit $T_{G1} = T_{\max} - \frac{4}{3} S\mu\sigma_n$

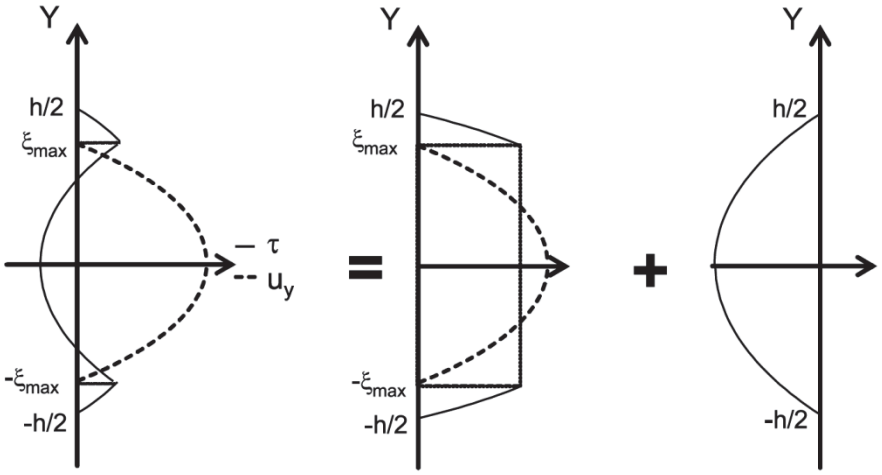


Figure 14 : phase 1 – décomposition de la contrainte de cisaillement et du déplacement

✓ Dans la zone de glissement, pour $y \in \left[\frac{h}{2};\xi\right] \cup \left[-\xi;-\frac{h}{2}\right]$

$$\tau_0 = \left(\frac{\mu.\sigma_n}{\xi_{\max}{}^2 - \frac{h^2}{4}}\right)\left(y^2 - \frac{h^2}{4}\right)$$

avec

$$\xi_{\max} = \frac{-2h + \frac{3T_{\max}}{b\mu\sigma_n} + \sqrt{\left(2h - \frac{3T_{\max}}{b\mu\sigma_n}\right)\left(-6h - \frac{3T_{\max}}{b\mu\sigma_n}\right)}}{8}$$

$$\tau = \tau_0 - \left(\frac{3}{2}\frac{T}{S} - \frac{T}{2I_{Gz}}y^2\right) = \left(\frac{\mu.\sigma_n}{\xi_{\max}{}^2 - \frac{h^2}{4}}\right)\left(y^2 - \frac{h^2}{4}\right) - \left(\frac{3}{2}\frac{T}{S} - \frac{T}{2I_{Gz}}y^2\right)$$

Soit

Une contrainte de cisaillement :

$$\tau = \left(\frac{\mu.\sigma_n}{\xi_{\max}{}^2 - \frac{h^2}{4}} + \frac{T}{2I_{Gz}}\right)y^2 - \left(\frac{3}{2}\frac{T}{S} + \frac{\mu.\sigma_n}{\xi_{\max}{}^2 - \frac{h^2}{4}}.\frac{h^2}{4}\right) \quad \textbf{14}$$

Aucun déplacement n'est ajouté à la phase précédente :

$u_y = 0$

✓ Dans la zone d'adhérence, pour $y \in [\xi; -\xi]$

Pour la zone centrale de l'interface, la contrainte de cisaillement est :

$$\tau = \mu\sigma_n + \left(\frac{T}{2I_{Gz}}y^2 - \frac{3}{2}\frac{T}{S}\right) = \frac{T}{2I_{Gz}}y^2 - \left(\frac{3}{2}\frac{T}{S} - \mu\sigma_n\right)$$

Aucun déplacement n'est ajouté à la phase précédente :

$$u_y = u_{y0}$$

Phase 2 : Pour T∈ [$T_{G1} = T_{\max} - \frac{4}{3}S\mu\sigma_n$,-$T_{\max}$]

Le glissement partiel apparaît de nouveau dans l'interface jusqu'à que l'on atteigne la valeur maximum T_{max}.

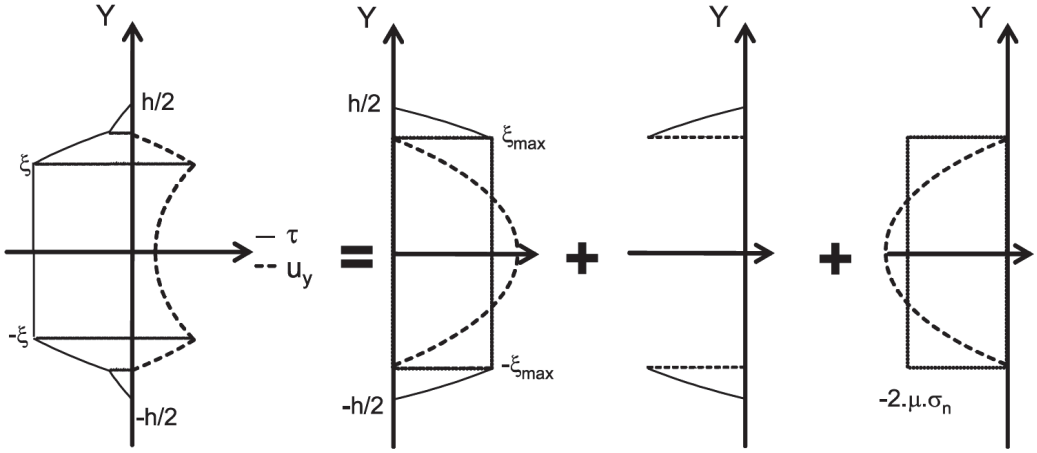


Figure 15 : phase 2 – décomposition de la contrainte de cisaillement et du déplacement

✓ Dans la zone de glissement, pour $y \in \left[\frac{h}{2}; \xi\right] \cup \left[-\xi; -\frac{h}{2}\right]$

$$\tau = \tau_0 - \tau_{générique}$$

Solution générique (cf Annexe 2)

$$\tau_{générique} = \left(\frac{k\mu.\sigma_n}{\xi^2 - \frac{h^2}{4}}\right)\left(y^2 - \frac{h^2}{4}\right)$$

avec

$$\xi = \frac{-2h + \frac{3T'}{bk\mu\sigma_n} + \sqrt{\left(2h - \frac{3T'}{bk\mu\sigma_n}\right)\left(-6h - \frac{3T'}{b\mu\sigma_n}\right)}}{8}$$

Dans cette phase, la contrainte est bornée par $2\mu\sigma_n$ pour un effort égal à $-(T-T_{max})$, donc :

$$\tau_{générique} = \left(\frac{2\mu.\sigma_n}{\xi^2 - \frac{h^2}{4}}\right)\left(y^2 - \frac{h^2}{4}\right)$$

avec

$$\xi = \frac{-2h - \frac{3\left(T - T_{max}\right)}{2b\mu\sigma_n} + \sqrt{\left(2h + \frac{3\left(T - T_{max}\right)}{2b\mu\sigma_n}\right)\left(-6h + \frac{3\left(T - T_{max}\right)}{2b\mu\sigma_n}\right)}}{8}$$

Donc

La contrainte de cisaillement est donnée par :

$$\tau = \tau_0 - \left(\frac{2\mu.\sigma_n}{\xi^2 - \frac{h^2}{4}}\right)\left(y^2 - \frac{h^2}{4}\right)$$

avec

$$\xi = \frac{-2h - \frac{3\left(T - T_{max}\right)}{2b\mu\sigma_n} + \sqrt{\left(2h + \frac{3\left(T - T_{max}\right)}{2b\mu\sigma_n}\right)\left(-6h + \frac{3\left(T - T_{max}\right)}{2b\mu\sigma_n}\right)}}{8}$$

16

Dans cette zone, le déplacement est nul :

$$u_y = 0$$

✓ Dans la zone d'adhérence, pour $y \in [\xi; -\xi]$

La contrainte de cisaillement est égale à la contrainte de friction

$$\tau = \tau_0 - 2\mu\sigma_n = -\mu\sigma_n$$

17

Le déplacement relatif est donné par :

$$u_y = u_{y0} - \frac{C}{\xi}\left(y^2 - \xi^2\right)$$

Les phases 3 et 4 sont déduites à partir des phases 1 et 2 en utilisant la symétrie centrale du cycle de chargement.

4. Cycle des contraintes dans l'interface

Dans cette partie, l'objectif est de reconstruire les cycles de contraintes, déplacements relatifs dans les interfaces. Tout d'abord, il est couramment pratiqué de ne calculer que le chargement initial de la structure pour déterminer tout un cycle d'amplitude donnée. Cette pratique fréquemment utilisée en élasto-plasticité est parfois appelée "Règle de Masing" (2). Cette règle permet de déterminer, à partir de la courbe "contrainte-déplacement relatif de la première charge, le comportement de la liaison lors du cycle de chargement complet. Cette règle repose sur deux hypothèses :

- La pente lors de l'inversion est égale à la pente initiale.
- La forme de la courbe de chargement / déchargement est identique à celle de la courbe vierge transformée de manière homothétique de rapport 2 et dont l'origine a été déplacée au point d'inversion.

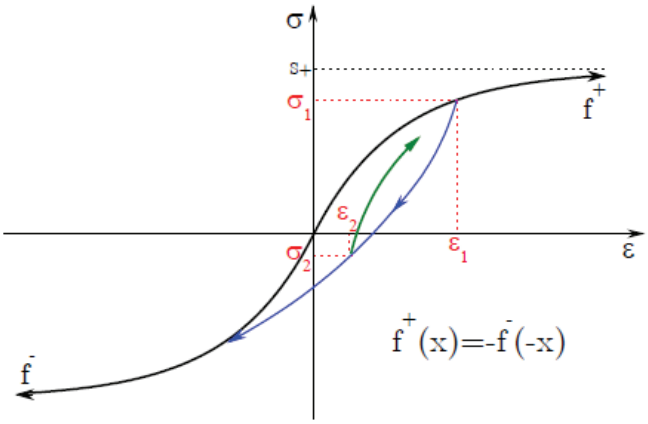


Figure 16 : règle de Masing expliquée graphiquement, d'après (3).

La Figure 17 expose les résultats obtenus sur l'interface en terme de déplacements et de contraintes :

- Contraintes de cisaillement pour la poutre monolithique et pour la poutre coupée en fonction de la hauteur du point dans la section (courbe du haut).
- Cycle contrainte-déplacement local en un point atteignant le glissement.
- Cycle déplacement local / Chargement global en un point atteignant le glissement.

L'application de la règle de Masing permet, à l'échelle locale et à l'échelle globale, de déterminer le cycle complet à partir de la première charge.

Dans les résultats de la Figure 17, la simulation a été effectuée sur le cycle complet afin de valider la règle de Masing pour notre cas d'étude. Les cycles tracés permettent de conclure que cette règle est applicable, ce qui nous permettra lors de la détermination de l'énergie dissipée de se contenter du calcul lors de la première charge que l'on multipliera par quatre pour le cycle complet.

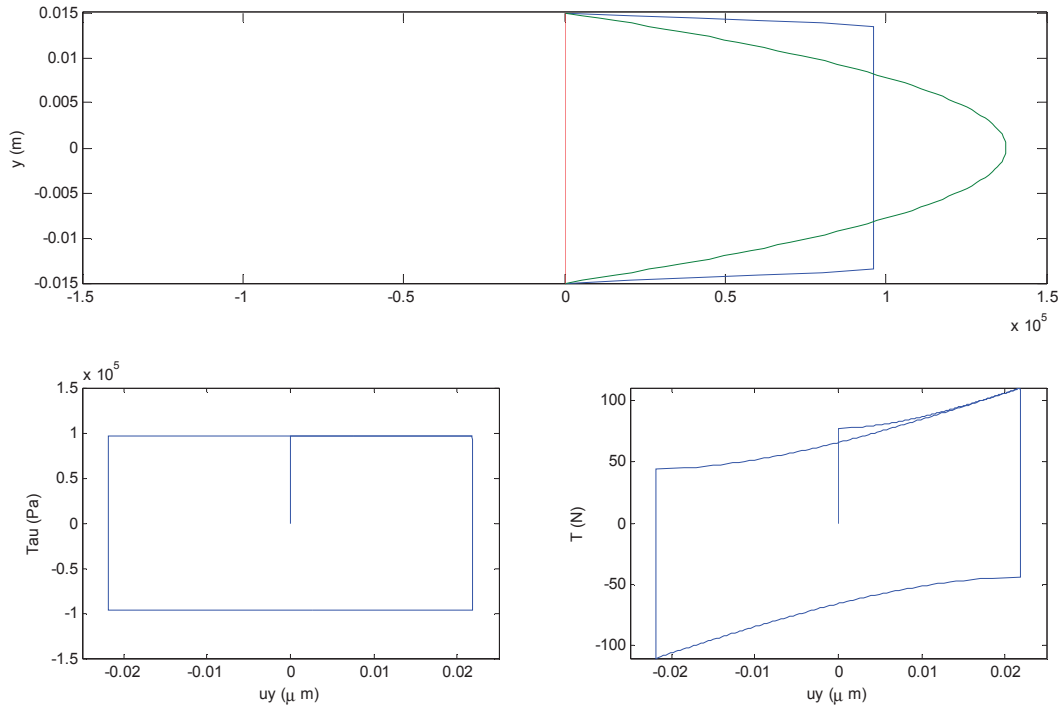


Figure 17 - En haut : répartition des contraintes de cisaillement dans l'interface en fin de phase 4 (en vert dans la poutre monolithique, en bleu dans la poutre coupée).
En bas à gauche : cycle des contraintes de cisaillement calculées au centre de la poutre dans l'interface.
En bas à droite : cycle de chargement dans l'interface (déplacement local en fonction de la charge globale).

IV. Amortissement de la structure

Cette partie définit l'énergie dissipée dans le but de calculer l'amortissement de la structure dû aux glissements partiels dans les interfaces et d'utiliser ce dernier pour effectuer des simulations dynamiques.
L'énergie dissipée sur la boucle d'hystérésis complète est égale à quatre fois celle sur un quart de la boucle.

1. Energie dissipée dans l'interface

Les contraintes de cisaillement entre les deux parties de la poutre P_1 et P_2 le long de l'interface (voir Figure 18) sont définies par :

$$\text{Contrainte}(P_2/P_1) = \tau, \text{ donc } \text{Contrainte}(P_1/P_2) = -\tau$$

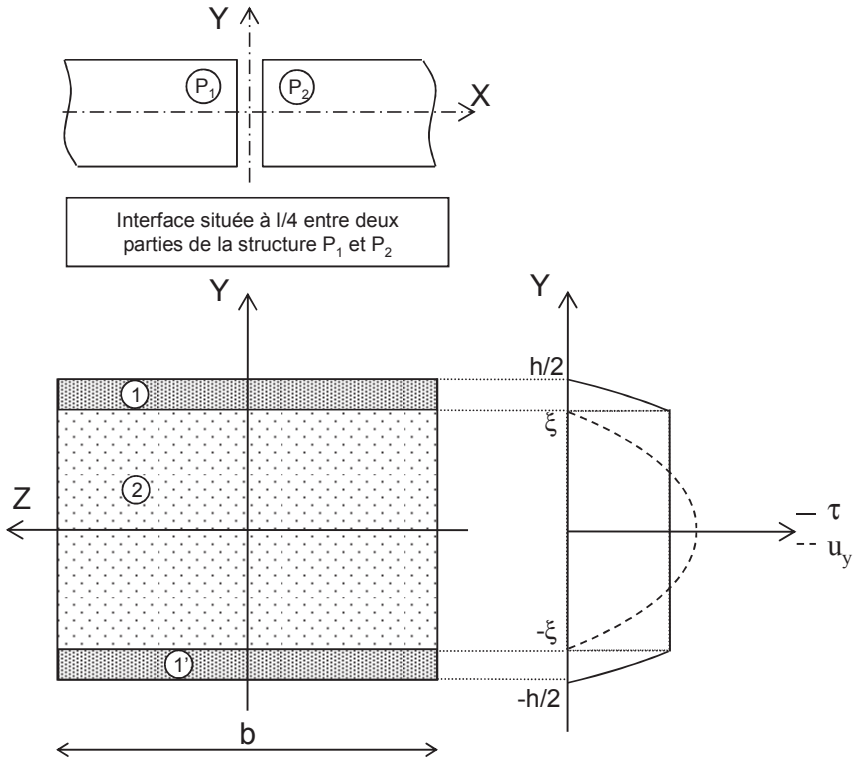


Figure 18 : description de l'interface.

Le déplacement de P_1 par rapport à la coordonnée y est défini par :

$$u(P_1/0) = u_y(\xi) \rightarrow u(P_2/0) = -u_y(\xi)$$

Le déplacement relatif de P_1 par rapport P_2 est défini par:

$$u(P_1/P_2) = u(P_1/0) + u(0/P_2) = 2u_y(\xi)$$

L'expression du travail des contraintes de cisaillement dans le champ de déplacement relatif est donné par :

$$dW_{diss} = -2\tau du_y\left(\xi\right) \qquad \textbf{18}$$

L'intégrale double sur l'aire de contact et sur le déplacement dans l'interface donne l'énergie dissipée pour un quart du cycle :

$$W_{diss} = -2\int_S \int_0^{u_{y\max}} \tau du_y dS \qquad \textbf{19}$$

Cette équation peut être décomposée en prenant en compte les différentes zones de l'interface (zones d'adhérences et de glissement, voir Figure 18) :

$$W_{diss} = -2b\left[\int_{-\frac{h}{2}}^{-\xi}\int_0^{u_{y\max}} \tau du_y dy + \int_{-\xi}^{\xi}\int_0^{u_{y\max}} \tau du_y dy + \int_{\xi}^{\frac{h}{2}}\int_0^{u_{y\max}} \tau du_y dy\right] \qquad \textbf{20}$$

Dans les zones 1 et 1' (voir Figure 18), il n'y a pas de déplacement relatif entre les deux parties, donc dans ces zones $u_y = 0$.

$$W_{diss} = -2b\int_{-\xi}^{\xi}\int_{0}^{u_{y\max}} \tau du_y dy \qquad \textbf{21}$$

Dans la zone 2, la contrainte de cisaillement τ est constante, donc :

$$W_{diss} = -2b\tau\int_{-\xi}^{\xi}\int_{0}^{u_{y\max}} du_y dy \qquad \textbf{22}$$

La première loi de Coulomb-Amontons permet d'écrire :

$$W_{diss} = -2b\mu\sigma_n\int_{-\xi}^{\xi}\int_{0}^{u_{y\max}} du_y dy \qquad \textbf{23}$$

En utilisant l'expression de u_y donnée par l'équation 10, et pour un quart du cycle (voir Figure 13), l'énergie dissipée s'exprime :

$$W_{diss} = \frac{8}{3}b\mu\sigma_n C\xi^2 \qquad \textbf{24}$$

En prenant en compte que la structure présente deux interfaces (à x = l/4 et x = 3l/4) :

$$W_{diss} = \frac{16}{3}b\mu\sigma_n C\xi^2 \qquad \textbf{25}$$

En remplaçant ξ dans l'équation précédente par son expression fonction de T (équation 7), on obtient :

$$W_{diss} = \frac{1}{6}b\mu\sigma_n C\left(-2h + \frac{3T}{b\mu\sigma_n}\right)\left[2h + \frac{3T}{b\mu\sigma_n} + \sqrt{\left(2h - \frac{3T}{b\mu\sigma_n}\right)\left(-6h - \frac{3T}{b\mu\sigma_n}\right)}\right] \qquad \textbf{26}$$

L'énergie dissipée est tracée (Figure 19) en fonction de l'effort T pour différentes valeurs de l'effort normal N.

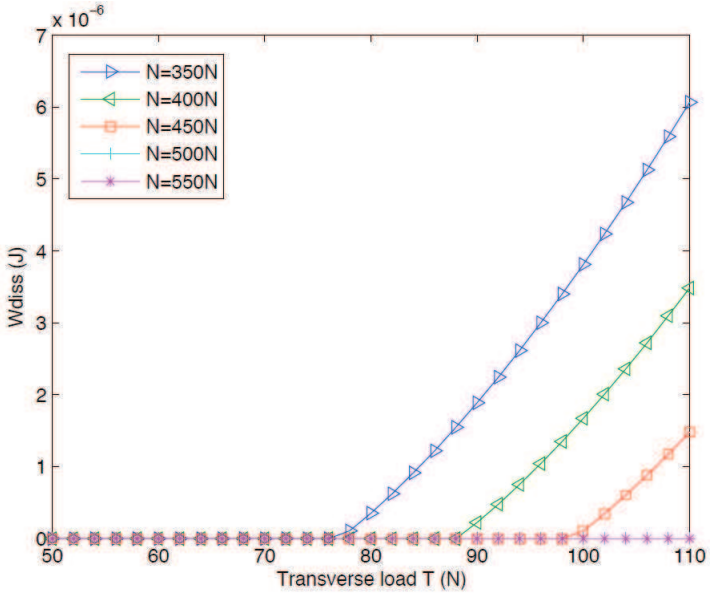


Figure 19 : énergie dissipée par la structure en fonction de T et de N.

Pour une valeur de N, en dessous d'une valeur de T (correspondant à un niveau de contrainte de cisaillement maximal ne dépassant pas la contrainte de limite de glissement), il n'y a pas de glissement dans les interfaces, donc pas d'énergie dissipée.

Cette forme de courbe a été trouvée expérimentalement par Earles et al (4).

2. Energie de déformation de la structure

Le travail de la force transversale appliquée à la structure est estimé afin de calculer le facteur de perte. Le champ de déplacement $\upsilon(x)$ de la poutre bi-encastrée est donné par :

$$Pour\ x \in \left[0;\frac{l}{2}\right] \quad \rightarrow \quad \upsilon\left(x\right) = -\frac{T}{EI_{Gz}}\left(\frac{x^3}{6} - \frac{l}{8}x^2\right) \tag{27}$$

$$Pour\ x = \frac{l}{2} \quad \rightarrow \quad \upsilon = \upsilon\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{T}{EI_{Gz}}\frac{l^3}{96} \tag{28}$$

On peut donc déduire la valeur de T en fonction de υ :

$$T = \frac{96EI_{Gz}}{l^3}\upsilon \tag{29}$$

Le travail de la force 2T, appliqué au centre de la poutre, dans le déplacement υ pour une moitié du cycle de chargement s'exprime :

$$W_{ext} = 2T\upsilon = \frac{T^2 l^3}{48EI_{Gz}} \qquad 30$$

L'énergie de déformation élastique de la poutre est définie par :

$$E_d = \frac{W_{ext}}{2} \qquad 31$$

3. Facteur de perte de la structure

Le facteur de perte est défini par le rapport entre l'énergie dissipée par le frottement et l'énergie de déformation de la structure (voir chapitre 1). Pour le cycle de chargement, on obtient l'expression suivante pour le facteur de perte :

$$\eta = \frac{W_{diss}}{2\pi E_d} = \frac{W_{diss}}{\pi W_{ext}} = 16\frac{b\mu\sigma_n CEI_{Gz}}{\pi T^2 l^3}\left(-2h + \frac{3T}{b\mu\sigma_n}\right)\left[2h + \frac{3T}{b\mu\sigma_n} + \sqrt{\left(2h - \frac{3T}{b\mu\sigma_n}\right)\left(-6h - \frac{3T}{b\mu\sigma_n}\right)}\right] \qquad 32$$

La Figure 20 montre le tracé de η en fonction de T pour différentes valeurs de N. L'évolution de η est en accord avec les résultats expérimentaux trouvés par (4).

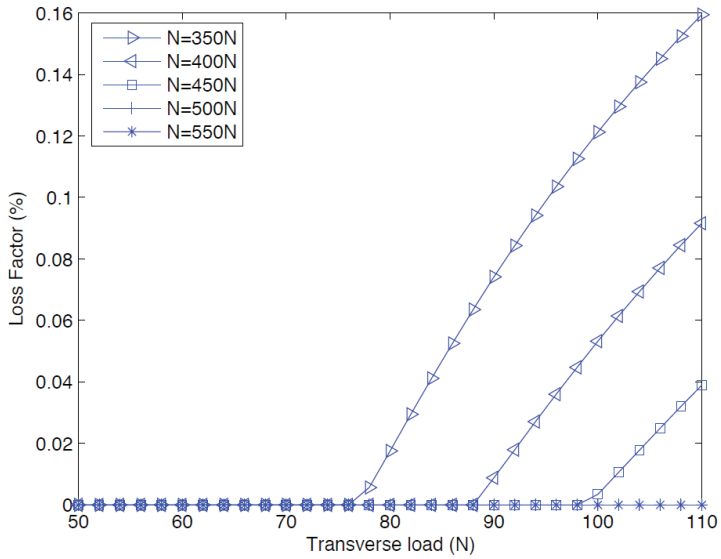


Figure 20 : Facteur de perte de la structure en fonction de T et de N

Le facteur de perte peut être exprimé comme une fonction de υ :

$$\eta = \frac{b\mu\sigma_n C l^3}{576\pi\upsilon^2 EI_{Gz}} \cdot \left(-2h + \frac{288EI_{Gz}}{b\mu\sigma_n l^3}\upsilon\right)\left[2h + \frac{288EI_{Gz}}{b\mu\sigma_n l^3}\upsilon + \sqrt{\left(2h - \frac{288EI_{Gz}}{b\mu\sigma_n l^3}\upsilon\right)\left(-6h - \frac{288EI_{Gz}}{b\mu\sigma_n l^3}\upsilon\right)}\right] \quad \textbf{33}$$

V. Conclusion

Dans ce chapitre, un exemple de structures assemblées est proposé, il s'agit globalement d'une poutre bi-encastrée dont le positionnement original des interfaces permet d'assurer sur le premier mode de flexion, une contrainte normale constante et une contrainte de cisaillement alternée. Ces contraintes ont été définies analytiquement, de même que le glissement relatif entre les interfaces afin de déterminer l'énergie dissipée comme une fonction de l'amplitude vibratoire.
En comparant cette expression au travail des efforts extérieurs générant le déplacement, un facteur de perte caractérisant l'amortissement par méso-glissement de la structure est déterminé.

BIBLIOGRAPHIE

1 TIMOSHENKO, S. P. Résistance des Matériaux. **Dunod Technique**, v. Tome 1 - Chap. 26.

2 YING, R. The analysis and identification of friction joint parameters in the dynamic response of structures. **Ph D thesis, Imperial College, London, U.K.**, 1992.

3 EZAOUI, A. Comportement expérimental statique et dynamique des sables et modélisation « élasto-visco-plastique » anisotrope en petites et moyennes déformations. **Thèse de doctorat, INSA Lyon**, 2008.

4 EARLES, S. W. E.; PHILIPOT, M. Energy dissipation at plane surfaces in contact. **Journal of Mechanical Engineering Science**, v. 9, p. 207-214, 1967.

Chapitre 3

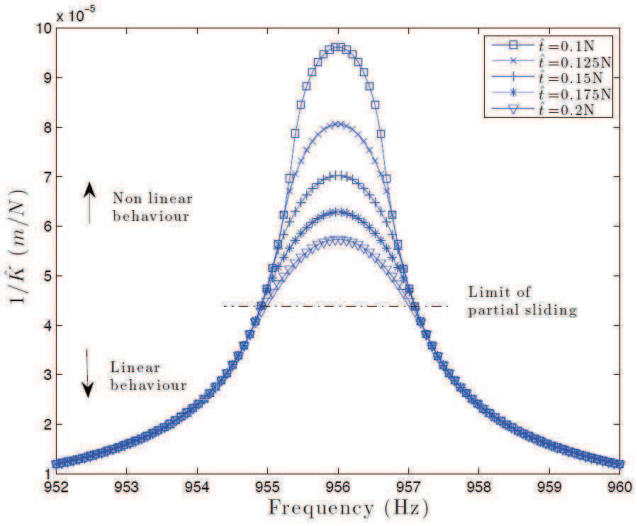
Etude dynamique de la poutre

Résumé :

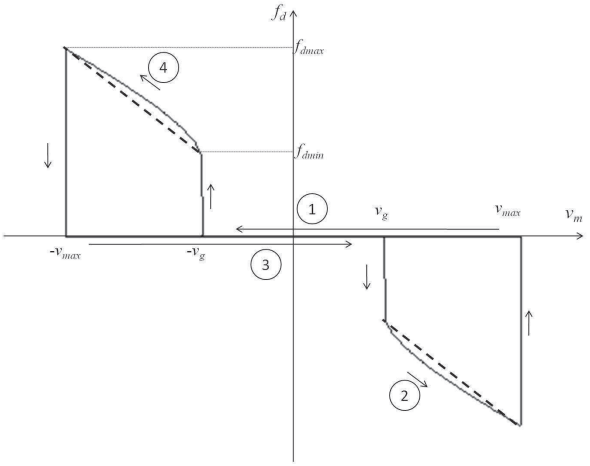
Le modèle d'étude est dans un premier temps modélisé par un système à un degré de liberté afin d'étudier le comportement fréquentiel de la poutre.

Dans un second temps, une correction modale est prise en compte et les résultats précédents sont recalculés et comparés en prenant en compte cette nouvelle hypothèse.

Finalement, le comportement dissipatif de l'interface est modélisé par une fonction de dissipation à seuil qui est integrée à une étude temporelle du comportement dynamique de la poutre, afin de tester différentes méthodes de post traitement de l'amortissement en prévision du traitement des essais expérimentaux.



Fonction de réponse en fréquence FRF du système à 1ddl pour différents niveaux d'excitation



Définition de la fonction de dissipation f_d

Sommaire

Chapitre 3 49
I. Introduction 51
II. Comportement dynamique de la structure 52
III. Correction modale 55
1. Evaluation de la prise en compte du comportement modal de la poutre 55
2. Prise en compte de l'hypothèse modale sur le comportement vibratoire de la structure 59
IV. Oscillations libres 63
1. Définition de la force de dissipation 63
2. Comportement libre de la poutre 64
3. Post traitement du taux d'amortissement équivalent instantané 67
V. Conclusion 69

I. Introduction

L'objectif de ce chapitre est de construire une fonction de dissipation utilisable dans des études de vibrations non stationnaires. Cette fonction de dissipation est issue de l'énergie dissipée définie par les modèles rhéologiques présentés au chapitre 2.

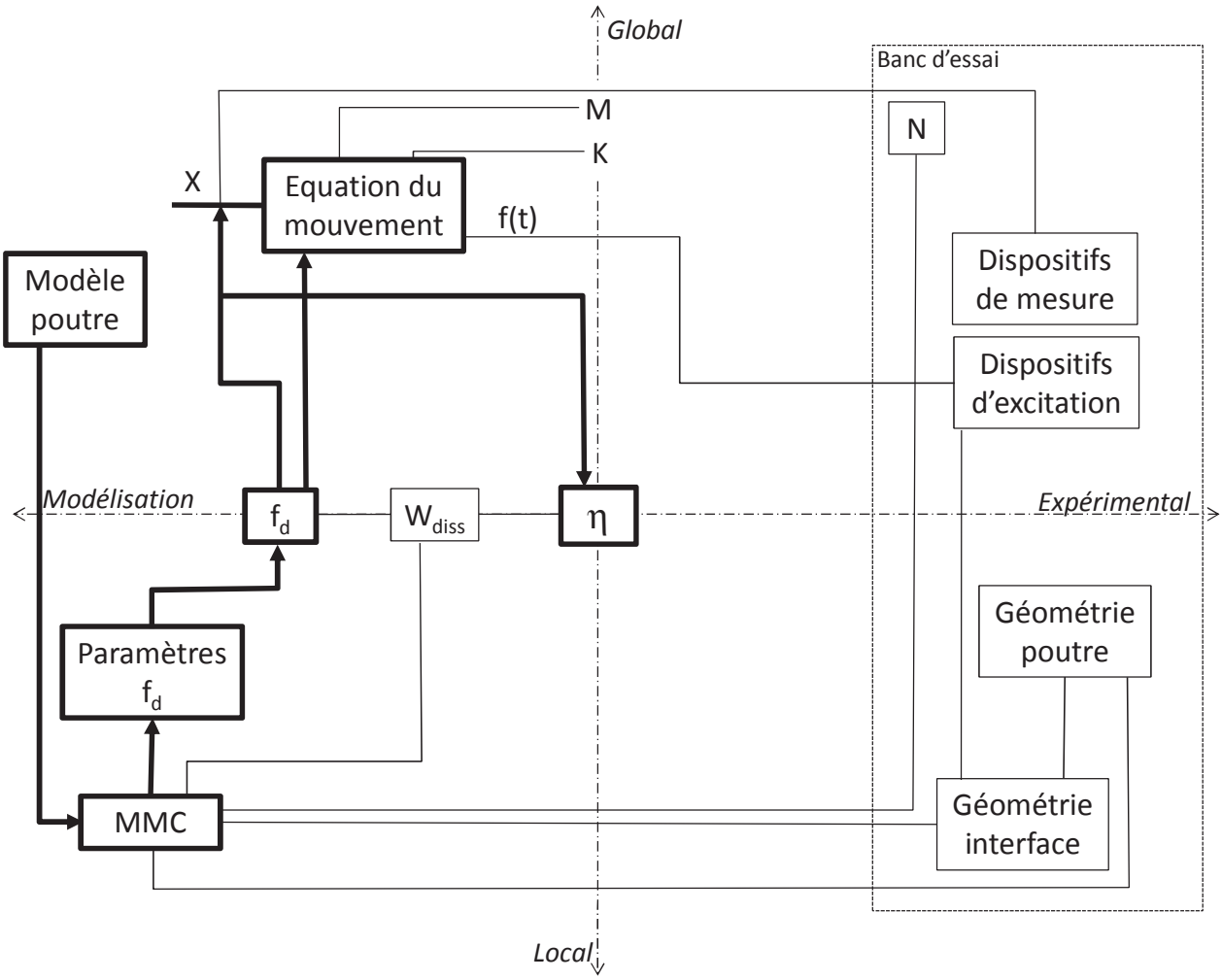


Figure 1 : schéma fonctionnel

Avec :

M : masse modale de la structure
X : déplacement du modèle à un ddl
f_d : force de dissipation non linéaire

η : facteur de perte
Modèle poutre : définition du modèle poutre de la structure

N : effort normal appliqué sur les interfaces
Géométrie poutre : dimension et fixation poutre

K : raideur modale de la structure
f(t) : force d'excitation
W_{diss} : énergie dissipée par glissement partiel dans les interfaces d'assemblage.

MMC : mécanique des milieux continus (contraintes, déformations et déplacements)
Géométrie interface : position, dimension et forme

II. Comportement dynamique de la structure

Cette partie traite de l'étude du comportement dynamique de la poutre bi-encastrée sollicitée par une charge dynamique $2T\left(t\right)$ sur son premier mode de flexion.
Un amortissement structural équivalent est utilisé et nous considérons une dépendance unique à l'amplitude du déplacement et une indépendance à la fréquence.

L'écriture de ce type d'amortissement est simple dans le domaine fréquentiel mais se complique dans le domaine temporel puisque il est nécessaire d'écrire une fonction hystérétique. Compte tenu de la nature de l'amortissement structural, sa prise en compte se fait par la définition d'une raideur complexe K^* dépendante de l'amplitude dans le domaine fréquentiel et par une force hystérétique dans le domaine temporel.

$$\begin{aligned} &\text{En fréquentiel : } \hat{\mathrm{F}}=K^*\hat{v} = K\left(1+i\eta(v_0)\right)\hat{v} \\ &\text{En temporel : } \mathrm{F} = Kv + f(v, sign(\dot{v})) \end{aligned} \qquad \textbf{1}$$

L'objectif de ce travail n'est pas de chercher une équation définissant le passage de la formulation fréquentielle à la formulation temporelle (et inversement) par une transformée de Fourier ou Laplace, mais de fournir deux représentations permettant d'illustrer le phénomène de glissement partiel dans ces deux domaines. Par ailleurs, une équivalence énergétique (sur l'énergie dissipée) est mise en place pour lier le facteur de perte utilisé dans le domaine fréquentiel et la force hystérétique (de dissipation) utilisée dans le domaine temporel.

Un système à un degré de liberté avec une fréquence naturelle ω_0 égale à fréquence du premier mode de flexion de la poutre bi-encastrée est défini.
L'amortissement structural est pris en compte dans le modèle.

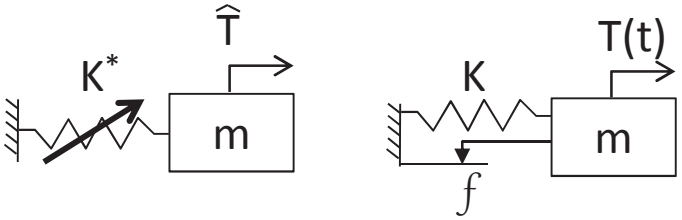


Figure 2 : système à 1ddl modélisé, à gauche en fréquentiel, à droite en temporel.

Modélisation du système à 1ddl (degré de liberté) :

$$m\frac{d^2v}{dt^2} + F = 2T\left(t\right) \qquad \textbf{2}$$

avec F : force élastique + force de dissipation.

En intégrant la définition de l'amortissement (équation 1), on obtient :

$$m\frac{d^2v}{dt^2} + Kv + f(v, sign(\dot{v})) = 2T\left(t\right) \qquad \textbf{3}$$

On peut passer l'équation 3 dans le domaine fréquentiel, on se ramène alors à une écriture complexe dans lequel on utilise la définition fréquentielle de l'amortissement, valable uniquement pour une excitation et une réponse mono-harmonique, de pulsation $\bar{\omega}$, telles que :

$$v(t) = v_0 e^{i\bar{\omega}t} \text{ et } T(t) = T_0 e^{i\bar{\omega}t} \quad 4$$

L'écriture de l'équation du mouvement devient donc :

$$\left(-\bar{\omega}^2 + \omega_0^2\left(1 + i\eta\left(v_0\right)\right)\right)v_0 = \frac{2T_0}{m} \text{ avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad 5$$

où v_0 et T_0 sont les amplitudes de l'excitation et de la réponse vibratoire. Un dernier changement de variable permet d'obtenir :

$$\left[-\bar{\omega}^2 + \omega_0^2\left(1 + i\eta\left(v_0\right)\right)\right]v_0 - t_0 = 0 \quad avec \; t_0 = \frac{2T_0}{m} \quad 6$$

L'équation algébrique obtenue est non linéaire, les solutions sont déterminées à l'aide du logiciel Matlab®, en utilisant la fonction *fminsearch* (routine d'optimisation). L'amplitude v_0 du déplacement v est déterminée pour différentes pulsations ϖ et forces d'excitations T_0.

L'évolution de v est tracée sur la Figure 3. Loin de la fréquence naturelle, les déplacements sont trop petits pour générer du glissement partiel dans les interfaces. Le système se comporte comme un système non amorti. Lorsqu'on se rapproche de la fréquence naturelle de la structure, le déplacement croît jusqu'à une valeur critique pour laquelle le glissement partiel se produit dans les interfaces et génère de l'amortissement. La réponse devient alors « plus plate » que pour un système non amorti. Par ailleurs, plus la force d'excitation est grande, plus le déplacement et donc l'amortissement induits sont importants.

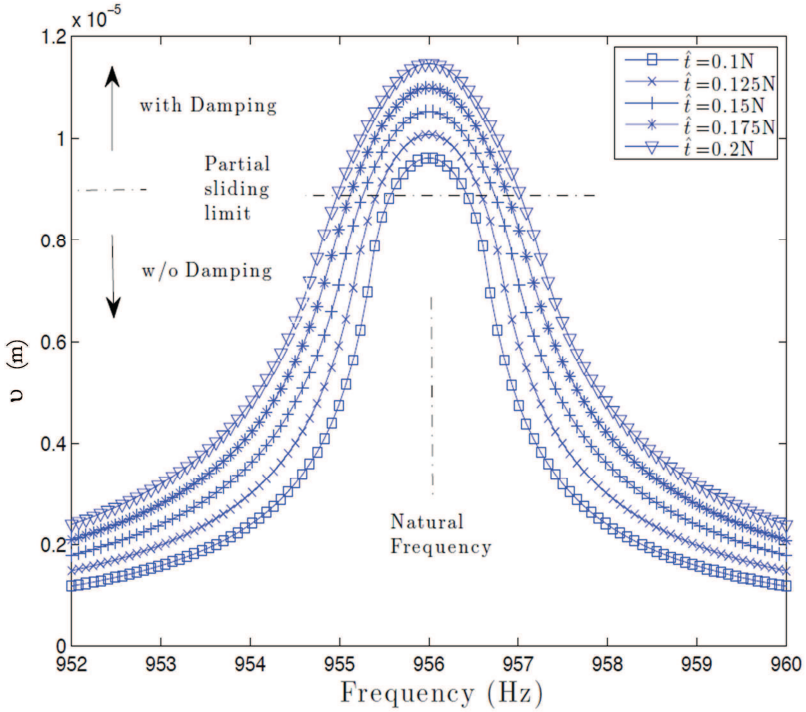


Figure 3 : amplitude du déplacement au centre de la poutre en fonction de la fréquence pour différentes valeurs d'excitation.

La rigidité dynamique par unité de masse $K\ \left(N/kg\ m\right)$ de la poutre est complexe et peut alors être exprimée comme suit :

$$K = \frac{t_0}{v_0} = -\bar{\omega}^2 + \omega_0^2\left(1 + i\eta\left(v_0\right)\right) \qquad 7$$

La souplesse dynamique par unité de masse $1/K$ est tracée pour différentes valeurs de déplacements v (Figure 4). Plus le déplacement au centre de la poutre est important, plus le glissement partiel dans les interfaces augmente. Les courbes de réponse (proches de celle d'un système non amorti pour un petit déplacement) deviennent de plus en plus plates ce qui correspond à une importante augmentation de l'amortissement.
Le même type de conclusion a déjà été trouvé par Berthillier et al. (1) lors de ses essais expérimentaux pour des macro-déplacements de faible amplitude.

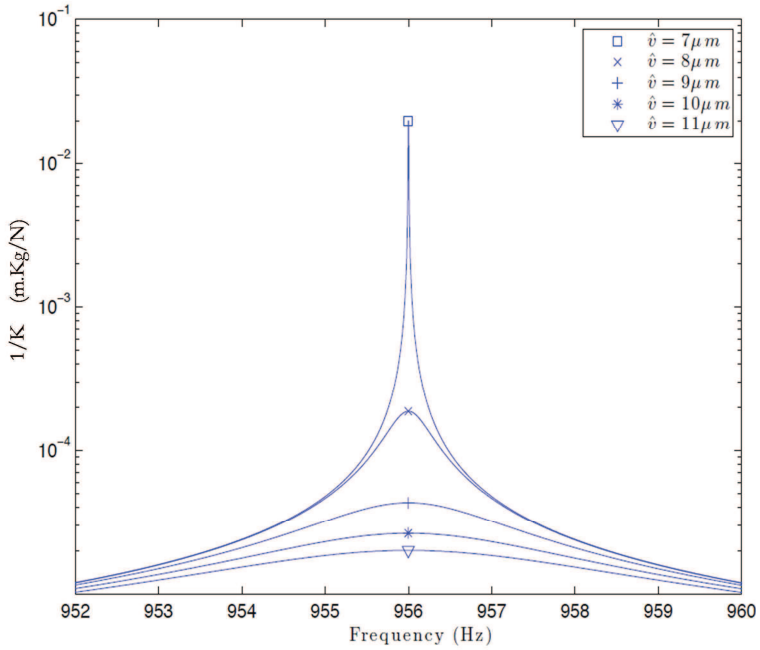


Figure 4 : Fonction de Réponse en Fréquence (FRF) du système à 1ddl pour différents niveaux de déplacement

La souplesse dynamique par unité de masse $1/K$ est également tracée pour différentes valeurs d'excitations t (Figure 5). En dessous de la limite de glissement partiel, tous les résultats sont les mêmes, du fait qu'il n'y a pas d'amortissement, ce qui conditionne un comportement linéaire de la structure.
Lorsque le glissement partiel se produit, le facteur de perte devient non nul et dépend largement de la valeur de v et donc de t. Plus la valeur de t augmente, plus la FRF devient « plate ». Ainsi, l'amplitude maximale de $1/K$ à la fréquence naturelle décroit quand t augmente.

Cela est dû au fait qu'au passage de la fréquence naturelle, le déplacement augmente et donc l'amortissement.

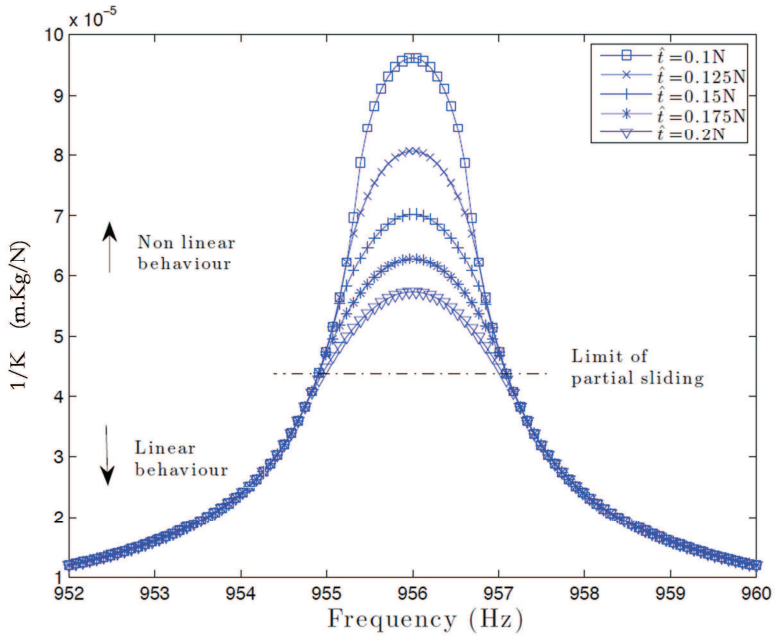


Figure 5 : Fonction de Réponse en Fréquence (FRF) du système à 1ddl pour différents niveaux d'excitation.

Pour les deux courbes (à déplacement imposé et à excitation imposée), quand le niveau d'excitation augmente ou que la fréquence d'excitation se rapproche de la fréquence naturelle, le facteur de perte augmente simultanément.

On peut conclure, grâce à ces observations, que les modèles linéaires d'amortissement ne sont pas valides pour estimer le facteur de perte par glissement partiel.

Les effets non-linéaires du glissement partiel sont visibles sur la Figure 5, en effet lorsque le niveau de déplacement augmente, la flexibilité dynamique est affectée alors que cela ne se produit pas pour un système linéaire. L'amortissement est fortement dépendant de l'amplitude du déplacement. Lorsque le micro-glissement se produit, le modèle non-linéaire d'amortissement montre un brusque changement de la réponse en fréquence.

III. Correction modale

1. Evaluation de la prise en compte du comportement modal de la poutre

L'étude précédente a été réalisée en quasi-statique sur l'hypothèse que la déformée statique est proche de la déformée du premier mode de flexion (Rayleigh- Hypothèse de Ritz).

L'objet de cette partie est de comparer les résultats obtenus avec cette hypothèse de modélisation quasi-statique (QSA) aux résultats dans l'hypothèse d'une modélisation modale (MA).

La dynamique libre d'une poutre bi-encastrée d'Euler-Bernoulli est étudiée (voir Annexe 3). Comme les déplacements restent petits, les équations sont supposées être linéaires et le couplage membrane/flexion n'est pas considéré.

Cela conduit à l'équation suivante

$$\frac{\partial^4 \upsilon}{\partial x^4} + \frac{\rho S}{EI_{Gz}} \frac{\partial^2 \upsilon}{\partial t^2} = 0 \qquad \textbf{8}$$

L'équation 8 admet des solutions de la forme 9 (voir Annexe 3). Ces solutions sont les modes propres de la poutre. Pour le premier mode de flexion, on exprime une solution sous la forme suivante :

$$V(x) = \delta\left(\cos\left(\Omega\frac{x}{l}\right) + \lambda\sin\left(\Omega\frac{x}{l}\right) - \cosh\left(\Omega\frac{x}{l}\right) - \lambda\sinh\left(\Omega\frac{x}{l}\right)\right) \qquad \textbf{9}$$

Le premier mode de flexion de la poutre conduit à la définition d'une masse modale et d'une raideur modale équivalente pour un système à 1ddl.

Pour le premier mode de flexion de la poutre (définie annexe 1) on obtient : Ω = 4,73 et λ = -0,983.

δ est une constante qui peut être normalisée. Ici, le choix de normalisation permet d'obtenir l'amplitude de mode sur le milieu de la poutre égale à l'unité : V(l/2)=1. La valeur numérique de δ est alors égale à 0,63. Cela conduit à la définition suivante du déplacement, en utilisant $\upsilon_m = \upsilon(x = l/2)$:

$$\upsilon(x,t) = V(x)\,\upsilon_m(t) \qquad \textbf{10}$$

L'hypothèse modale (MA) repose sur une formulation d'Euler-Bernoulli, pour valider ce choix pour la géométrie de notre poutre une étude EF 3D a été menée Figure 6.

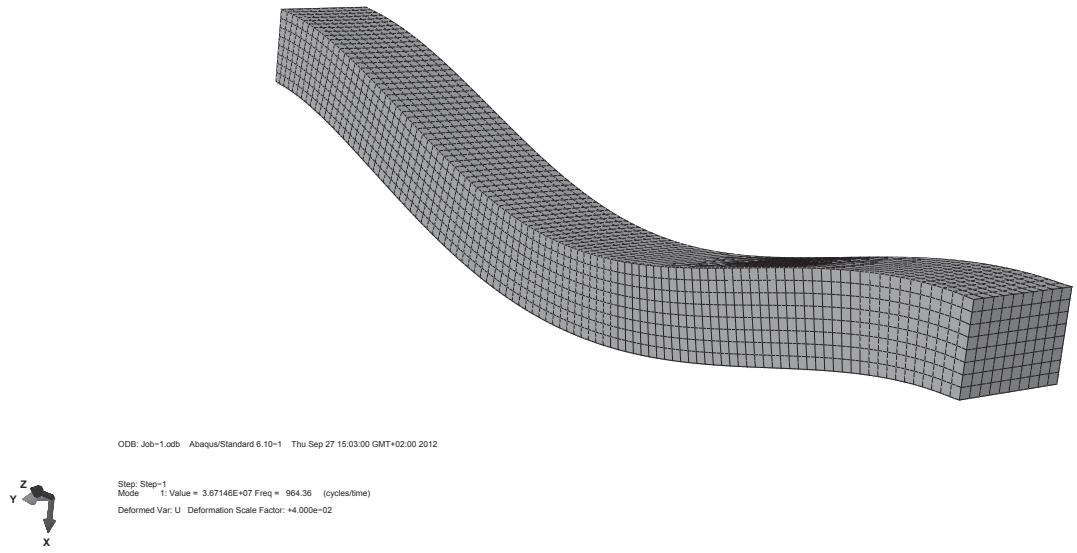


Figure 6 : déformée du premier mode de flexion de la poutre bi-encastrée en EF 3D.

On peut comparer les résultats donnés par l'hypothèse modale (MA) et ceux pour les EF en ce qui concerne la déformée (Figure 7), la répartition du moment fléchissant (Figure 8) et de l'effort tranchant (Figure 9) le long de l'abscisse de la poutre. Il est remarquable que les déformées sont identiques, les moments de flexion dans la zone de coupure également, seul l'évolution de l'effort tranchant diffère légèrement ceci est dû à la triple dérivation numérique par rapport à la coordonnée x.

Afin de comparer les résultats sous l'hypothèse modale (MA) aux résultats sous hypothèse quasi-statique (QSA), dans les deux hypothèses sont donnés :

- les déplacements sur la Figure 7 ;

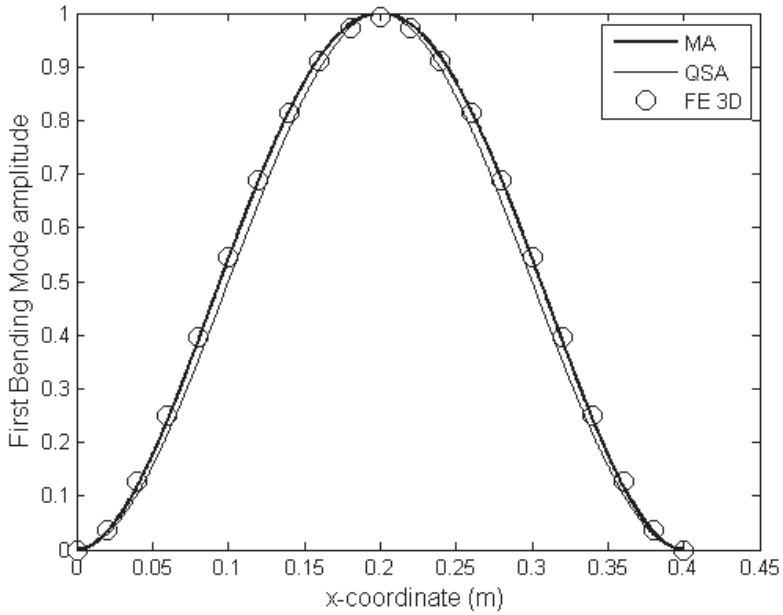


Figure 7 : déformée du premier mode de flexion de la poutre bi-encastrée avec amplitude au centre normalisée.

- les répartitions des moments de flexion (proportionnelles à la courbure, c'est à dire à la dérivée seconde du déplacement par rapport à la coordonnée x) sur la Figure 8.

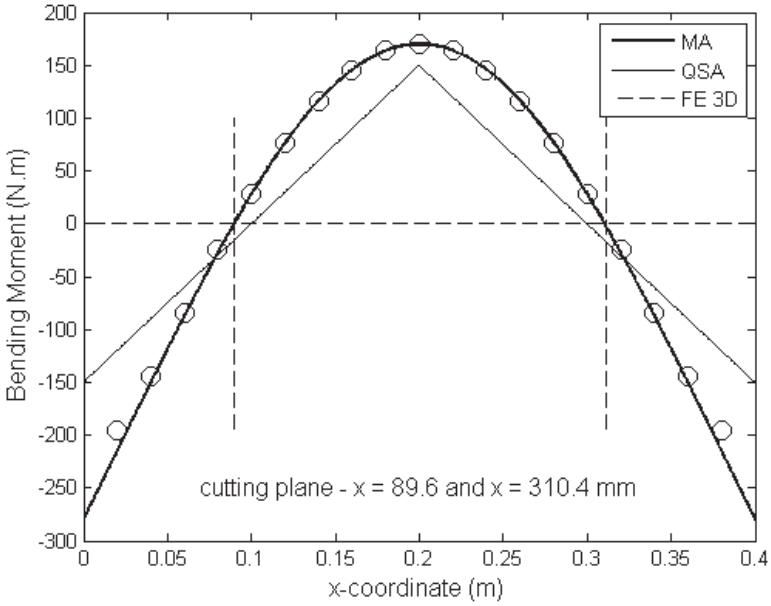


Figure 8 : répartition du moment de flexion le long de la poutre.

Les déplacements sont très proches (après normalisation du déplacement du point situé à l/2 pour les deux hypothèses, les déplacements sur l'ensemble de l'abscisse de la poutre sont très proches), alors que les moments de flexion sont dissemblables. Les différences entre QSA et MA pour le moment de flexion sont dues aux forces d'inertie distribuées pour la MA, alors que le chargement est local dans l'hypothèse QSA. Cette différence est à prendre en compte pour définir le plan de coupe où les contraintes normales dues à la flexion sont nulles (c'est à dire où le moment fléchissant est nul). En effet les interfaces de la structure doivent se trouver dans les plans où le moment fléchissant est nul, c'est à dire là où la courbure $\frac{d^2\upsilon}{dx^2} = 0$. Considérant la QSA, ces plans de coupe sont définis aux abscisses x = 100mm et x = 300mm, alors que ces plans sont situés à x_{C1} = 89,6 mm et x_{C2} = 310,4 mm en utilisant la MA.

L'effort tranchant T est très important pour la définition de la force tangentielle dans l'interface et donc de l'énergie dissipative. Sous l'hypothèse d'Euler-Bernoulli, elle peut être calculée avec la troisième dérivée du déplacement par rapport à l'abscisse x. On peut donc définir la dépendance de T (voir Figure 9), aux déplacements υ_m du point milieu de la poutre :

$$T = EI_{Gz}\frac{\partial^3\upsilon}{\partial x^3} = EI_{Gz}\frac{\partial^3 V}{\partial x^3}\upsilon_m = K_{mcis}\upsilon_m \qquad \textbf{11}$$

La raideur K_{mcis} permet de définir les valeurs de déplacement au centre de la poutre à partir desquelles se produisent le glissement partiel et le glissement total.

En raison de la normalisation du premier mode (équation 10) et en utilisant la définition de l'énergie cinétique, la masse M modale est donnée par :

$$E_c = \frac{1}{2}\int_0^L \rho S\dot{\upsilon}^2 dx = \frac{1}{2}\left[\underbrace{\rho S\int_0^L V^2 dx}_{M}\right]\dot{\upsilon}_m^2 \qquad \textbf{12}$$

La raideur K modale est obtenue avec l'aide de la définition de l'énergie de déformation :

$$E_d = \frac{1}{2}\int_0^L EI_{Gz}\left(\frac{\partial^2\upsilon}{\partial x^2}\right)^2 dx = \frac{1}{2}\left[\underbrace{EI_{Gz}\int_0^L\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right)^2 dx}_{K}\right]\upsilon_m^2 \qquad \textbf{13}$$

Les paramètres M = 0,42 kg et K = $1{,}66.10^7$N/m permettent d'obtenir la fréquence naturelle du modèle: f_0 = 991 Hz.
En utilisant les équations ci-dessus, on peut obtenir un système à 1ddl dans lequel le déplacement modal est égale au déplacement réel $\upsilon_m = \upsilon(x=l/2)$.

$$M\ddot{\upsilon}_m + K\upsilon_m = 0 \qquad \textbf{14}$$

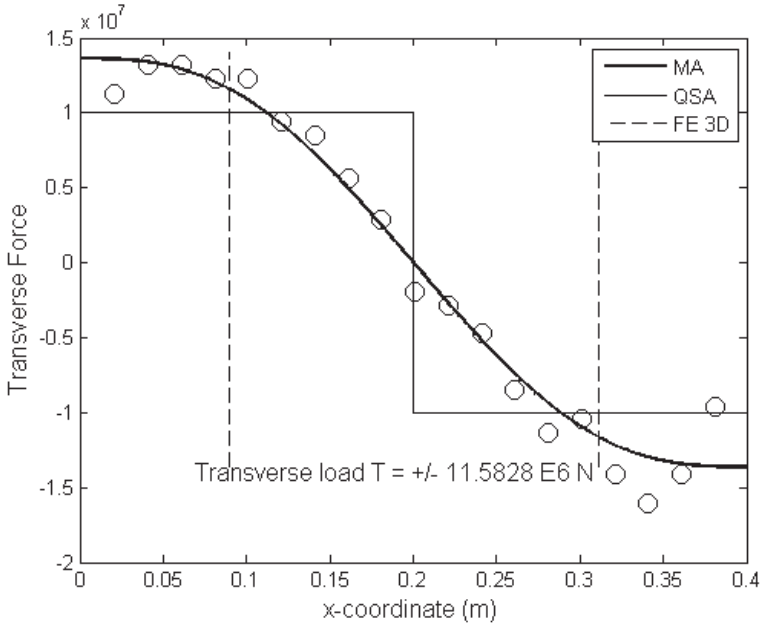


Figure 9 : effort tranchant le long de la poutre, pour les deux hypothèses le déplacement υ_m du centre de la poutre est identique.

Si les résultats obtenus sous QSA et MA sont très proches pour décrire le champ de déplacement, cependant le moment de flexion et la distribution de l'effort tranchant sont très différents et conduisent à des erreurs sur :

- La masse modale et la raideur modale (18%) ;
- La valeur de charge transverse à l/2 (16%) ;
- La position axiale des plans de coupe pour la localisation des interfaces x_{C1} et x_{C2} (10%).

Toutes ces erreurs vont engendrer un comportement plus dissipatif du modèle pour MA que pour QSA

2. Prise en compte de l'hypothèse modale sur le comportement vibratoire de la structure

Le champ de la contrainte de cisaillement dans l'interface est défini par la relation d'équilibre entre l'effort tranchant T et la somme des contraintes sur la section :

$$T(x_{ci}) = b\int_{-h/2}^{h/2} \tau dy = b\left(\int_{-h/2}^{-\xi} \tau dy + \int_{-\xi}^{\xi} \mu\sigma_n dy + \int_{\xi}^{h/2} \tau dy\right) \qquad \textbf{15}$$

où T est défini pour les deux sections des interfaces d'abscisse x_{c1} et x_{c2} sur la Figure 9 ; le champ de contrainte de cisaillement est supposé être constant et égal à $\mu\sigma_n$ dans la zone de glissement partiel, et parabolique dans les zones d'adhérence.

Cela conduit à calculer ξ, comme la limite de la zone de glissement :

$$\xi = \frac{1}{8}\left[-2h + h_g + \sqrt{\left(2h - h_g\right)\left(-6h - h_g\right)}\right] \quad \textbf{16}$$

où $h_g = \dfrac{3T\left(x_{Ci}\right)}{b\mu\sigma_n}$ est proportionnel au rapport entre la contrainte de cisaillement et la contrainte normale dans l'interface. Dans l'équation ci-dessus ξ dépend de la charge transversale T. Afin d'avoir une relation entre le comportement local de l'interface et une grandeur globale de la structure, il est intéressant de faire dépendre ξ de υ_m, le déplacement au milieu de la poutre :

$$h_g = \frac{3EI_{Gz}}{b\mu\sigma_n}\left.\frac{\partial^3 V}{\partial x^3}\right|_{x_{ci}} \upsilon_m = \frac{3K_{mcis}}{b\mu\sigma_n}\upsilon_m \quad \textbf{17}$$

Le déplacement relatif et la contrainte de cisaillement lors de chacune des phases du cycle de chargement, ont été déjà définis (voir chapitre 2). Les résultats précédents conduisent à la définition de l'énergie dissipée pour chaque plan de coupe au cours des deux phases dissipatives 2 et 4.

$$W_{diss} = -2\int_S \int_0^{u_s^{max}} \tau du_s dS = \frac{16}{3}\mu\sigma C\xi^2 \quad \textbf{18}$$

où C est la constante définie numériquement, qui caractérise le déplacement maximum dans la section.
Le facteur de perte η est alors défini en fonction de la charge transversale dans la section. Il est défini comme le ratio de l'énergie dissipative induite par la contrainte de cisaillement sur la structure entière (prise en compte des deux plans de coupe) et l'énergie de déformation :

$$\eta = \frac{W_{diss}}{2\pi E_d} = \frac{64}{3}\frac{\mu\sigma C\xi^2}{K\upsilon_m^2} \quad \textbf{19}$$

Cela implique une dépendance non linéaire du facteur de perte au déplacement, illustrée sur la Figure 10.

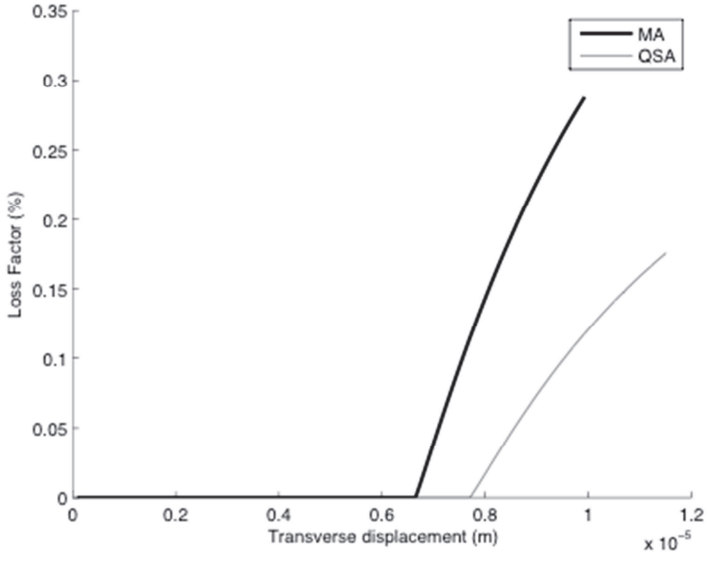


Figure 10 : facteur de perte calculé pour les deux hypothèses QSA and MA en fonction du déplacement au centre de la poutre υ_m

Les résultats obtenus avec l'hypothèse QSA et les nouveaux résultats montrent que le facteur de perte est nul pour les petits déplacements. Il y a une valeur particulière du déplacement pour laquelle le facteur de perte devient positif non nul. Pour les deux hypothèses (MA et QSA), cette valeur est différente.
Par ailleurs, on observe également que le facteur de perte n'augmente pas de la même manière pour les deux hypothèses. Ces différences sont dues au fait que l'effort tranchant dans l'interface est plus grand dans la MA, donc l'énergie dissipée est supérieure aussi, et que le glissement partiel apparaît plus tôt. Par ailleurs, comme la rigidité statique est plus grande que la rigidité modale, l'énergie de déformation est plus faible dans la MA que dans la QSA. Pour ces deux raisons, le facteur de perte est plus grand pour MA que pour QSA pour un déplacement υ_m identique.

Il est à nouveau possible de construire l'équation du système 1ddl dans le domaine fréquentiel, en utilisant les définitions modales, voir les équations (12, 13, 14) et la définition du facteur de perte non-linéaire :

$$\left[-M\omega^2 + K\left(1 + i\eta\left(v_m\right)\right)\right]v_m = f_0 \qquad \textbf{20}$$

Comme précédemment l'équation algébrique obtenue est non linéaire et donc a été résolue en utilisant le programme *fminsearch optimisation* fourni par Matlab®. Les déplacements sont calculés pour différentes fréquences et les forces d'excitation f_0 et sont tracées dans la Figure 11. Les deux hypothèses (QSA et MA) sont comparées ainsi que les deux niveaux d'excitation.

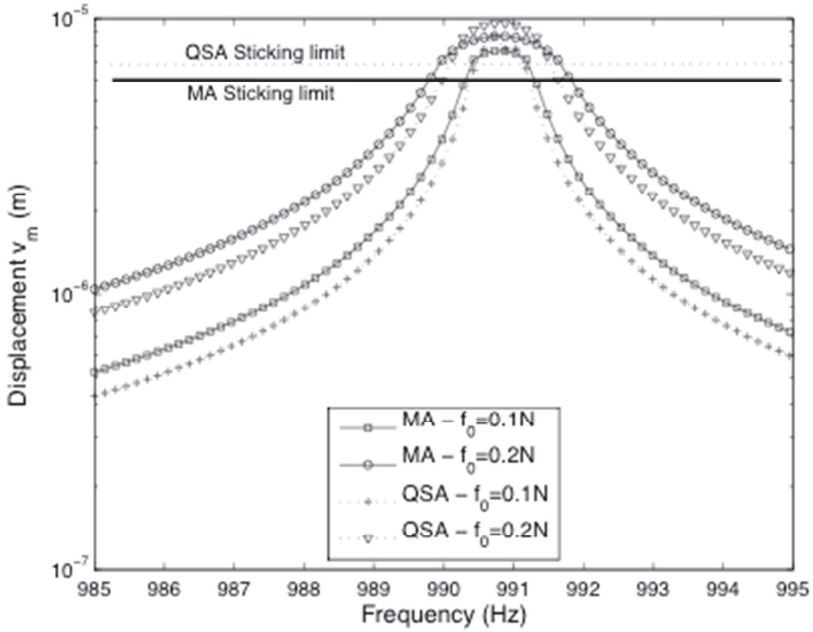


Figure 11 : dynamique de la poutre pour les deux hypothèses MA et QSA – amplitude du déplacement pour deux niveaux d'excitation en fonction de la fréquence.

Comme cela est montré sur la Figure 10, la limite d'apparition du glissement partiel est obtenue pour un plus petit déplacement dans la MA. Loin de la fréquence naturelle, les déplacements sont trop petits pour générer le glissement partiel dans les interfaces ; le système se comporte comme un système linéaire: les FRF sont invariantes selon le niveau d'excitation (Figure 5 et Figure 12). Près de la fréquence naturelle, le déplacement croît jusqu'à une valeur critique pour laquelle le glissement partiel se produit et génère de l'amortissement. Par conséquent, la réponse devient plus « plate » que pour un système linéaire, voir la Figure 12. Par ailleurs, le glissement partiel rend la FRF dépendante du niveau d'excitation : plus les forces d'excitation sont élevées, plus l'amortissement induit est grand.

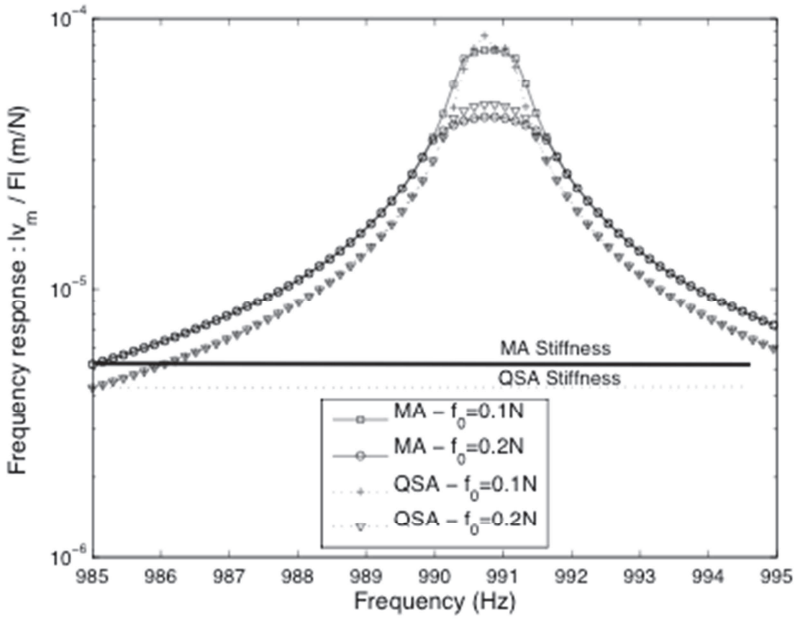


Figure 12 : dynamique de la poutre pour les deux hypothèses MA et QSA – fonction de réponse en fréquence pour deux niveaux d'excitation en fonction de la fréquence.

IV. Oscillations libres

Dans cette section, le comportement libre de la poutre est étudié. Cela signifie que la force d'excitation n'est pas prise en compte :

$$M\ddot{v}_m + Kv_m = f_d\left(v_m\right) \qquad 21$$

Avec f_d est une force de dissipation.

1. Définition de la force de dissipation

La force de dissipation f_d peut être définie en utilisant la définition de l'énergie dissipative (voir équation 18). Afin d'obtenir une force équivalente dissipative qui peut être utilisée dans le modèle 1ddl, l'énergie dissipative est dérivée par le déplacement υ_m.

$$f_d = \frac{1}{2} dW_{diss} / dv_m \qquad 22$$

L'évolution de cette fonction est décrite par la Figure 13, on retrouve les 4 phases mises en évidence dans le chapitre 2. Ces phases correspondent aux phases d'adhérence (1 et 3) et de meso-glissement (2 et 4) dans les interfaces. La fonction existe lorsque qu'il y a glissement partiel dans les interfaces et donc dissipation d'énergie.

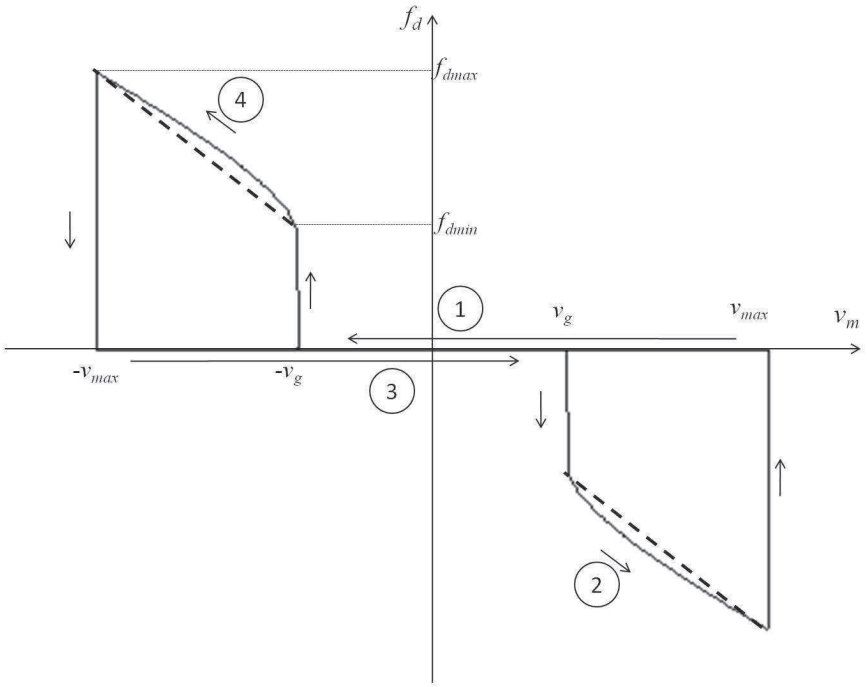


Figure 13 : définition de f_d en fonction de υ_m. Les flèches indique le comportement hystérétique de la fonction de dissipation définie par υ_g et υ_{max}. La fonction est définie par la courbe pleine, une version simplifiée (linéarisée) est représentée en pointillé.

Pour la suite de l'étude, la force de dissipation simplifiée est utilisée et est définie par les équations suivantes pour chacune des phases (voir les lignes en pointillés et les numéros de phases de la Figure 13).

Phases N°	Description	Définition de la force de dissipation	Conditions d'existence
1	Pas de dissipation	$f_d=0$	$C_1 < 0$ + $C_2 > 0$ & $C_3 < 0$
2	Force de dissipation positive de $-v_g$ à $-v_{max}$	$f_d = av+\beta$	$C_1>0$ & $C_2>0$ & $C_3>0$
3	Pas de dissipation	$f_d=0$	$C_1 < 0$ + $C_2 < 0$ & $C_3 > 0$
4	Force de dissipation positive de v_g à v_{max}	$f_d = av-\beta$	$C_1>0$ & $C_2<0$ & $C_3<0$

Où :

- α et β peuvent dépendre de υ_{max} pour améliorer de précision du modèle régissant f_d . Dans ce cas, α et β sont mis à jour à la fin des phases 1 et 3 et restent constants pendant les phases 2 et 4.
- Trois conditions Booléennes élémentaires ont été créées pour définir différentes phases de la fonction de dissipation en fonction de la valeur de $C_1=\text{sign}(|\upsilon_m|-\upsilon_g)$, $C_2=\text{sign}(\upsilon_m)$, $C_3=\text{sign}(d\upsilon_m/dt)$.

2. Comportement libre de la poutre

Afin de résoudre l'équation 3, quatre cas sont considérés comme correspondant aux quatre phases d'un cycle de chargement, voir la Figure 13. Ces quatre cas sont activés tour à tour par la valeur des conditions booléennes Ci. **Deux phases consécutives sont liées par l'introduction des conditions finales de la phase I-1 dans les conditions initiales de la phase I**. Le calcul est analytique par tronçons, correspondant aux phases. La réponse recherchée est mono-harmonique.

Phases 1 ou 3 : Pas de dissipation

$$M\ddot{v}_m + Kv_m = 0 \qquad \textbf{23}$$

La solution pour cette équation différentielle est de la forme :

$$v = V_{11}\sin\left(\omega_0 t\right) + V_{12}\cos\left(\omega_0 t\right) \qquad \textbf{24}$$

Où $\omega_0 = \sqrt{K/M}$

Les constantes V_{11} et V_{12} sont **fixées par les conditions finales de la phase précédente**.

L'instant t_i de la transition entre phases doit être déterminé avec précision pour ne pas engendrer de sauts dans la solution.

$$\begin{bmatrix} \sin\omega_0 t & \cos\omega_0 t \\ \omega_0\cos\omega_0 t & -\omega_0\sin\omega_0 t \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_{11} \\ V_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v(t_i) \\ \dot{v}(t_i) \end{bmatrix} \quad \textbf{25}$$

Phases 2 ou 4 :

$$M\ddot{v}_m + Kv_m = \alpha v_m \pm \beta \quad \textbf{26}$$

L'équation peut être mise sous la forme :

$$M\ddot{v}_m + (K-\alpha)v_m = \pm\beta \quad \textbf{27}$$

La solution pour cette équation différentielle est de la forme :

$$v = V_{21}\sin(\omega_1 t) + V_{22}\cos(\omega_1 t) \pm \frac{\beta}{K-\alpha} \quad \textbf{28}$$

Où $\omega_1 = \sqrt{(K-\alpha)/M}$

Les constantes V_{21} et V_{22} sont fixées par les conditions finales de la phase précédente.

$$\begin{bmatrix} \sin\omega_1 t & \cos\omega_1 t \\ \omega_1\cos\omega_1 t & -\omega_1\sin\omega_1 t \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_{21} \\ V_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v(t_i) \pm \dfrac{\beta}{K-\alpha} \\ \dot{v}(t_i) \end{bmatrix} \quad \textbf{29}$$

Les équations ci-dessus sont programmées dans un script Matlab® en tenant compte des trois cas et les changements au cours de la simulation. Les conditions initiales sont choisies près de la limite de macro-glissement afin d'observer le décrément d'amplitude lors de la période la plus grande. Cela permet d'obtenir une réponse amorties au cours de 0.06s et qui est stable après (Figure 14).

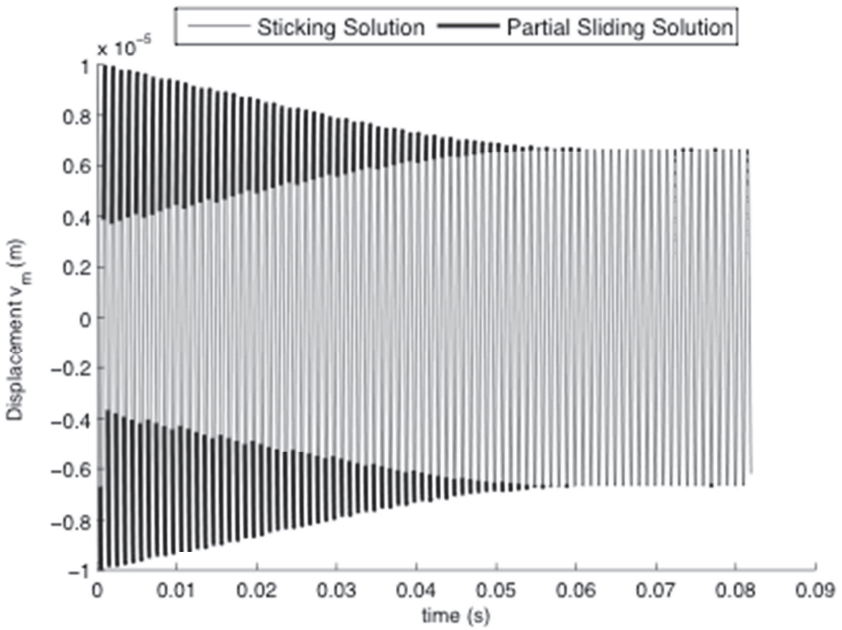


Figure 14 : mise en évidence des phases d'adhérence (phases 1 et 3), et de méso-glissement (phases 2 et 4) en fonction du temps

Afin de visualiser l'effet de la force dissipative non linéaire sur la dynamique de la poutre. Les manifestations des quatre phases sont illustrées sur la Figure 15. Les phases 2 et 4 apparaissent lorsque υ_{max}-υ_g> (2/3)μN. Il est intéressant de constater que le passage de l'adhésion au glissement partiel de collage dépend fortement de υ_{max} (voir Figure 15).

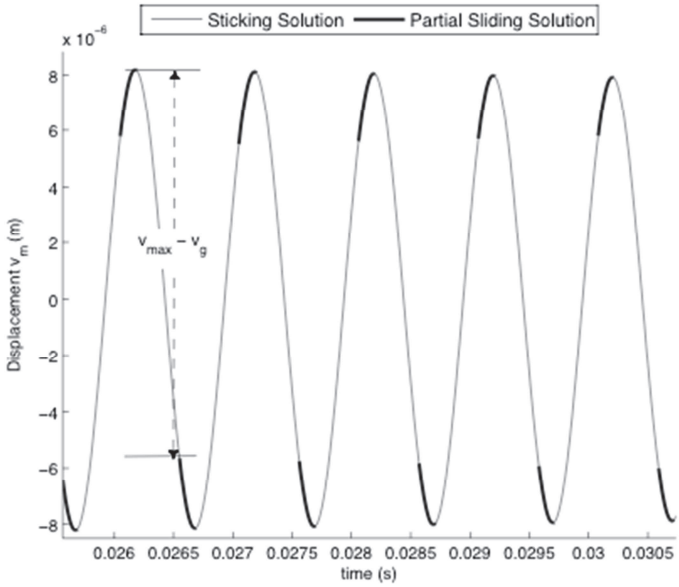


Figure 15 : mise en évidence des phases d'adhérence (phases 1 et 3), et de meso-glissement (phases 2 et 4) en fonction du temps, zoom sur quelques périodes.

La représentation dans un diagramme de phase, voir la Figure 16, la trajectoire est quasi-elliptique pour le système linéaire amorti en raison du faible niveau des forces dissipatives. En outre, il est possible de mettre en évidence les phases dissipatives correspondant au glissement partiel, qui apparaissent pour une valeur de la variable de la υ_m et qui ne dépend que de υ_{max}-υ_g.

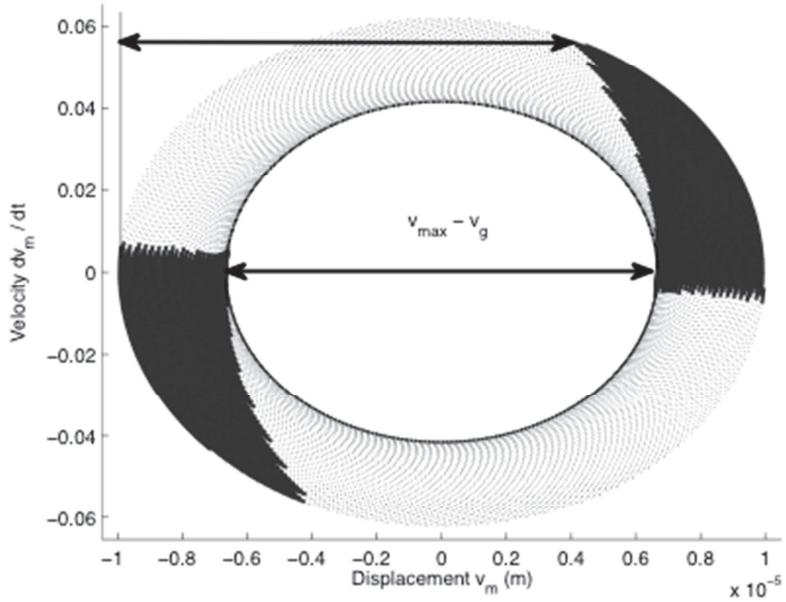


Figure 16 : diagramme de phase. Mise en évidence des phases d'adhérence (trait pointillé) et des phases de glissement partiel (trait épais)

3. Post traitement du taux d'amortissement équivalent instantané

Le taux d'amortissement instantané est numériquement difficile à calculer : en effet ses valeurs changent dans une fourchette étroite de l'amplitude des signaux étudiés. Afin de vérifier les capacités d'outils de traitement de signal, soit pour vérifier la définition du facteur de perte, ou pour des mesures expérimentales, plusieurs techniques ont été utilisées sur ces signaux synthétiques.

Pour l'identification du taux d'amortissement de vibrations libres, deux méthodes ont été testées :

- le décrément logarithmique ;
- la transformée de Hilbert.

Pour la vibration libre avec un amortisseur linéaire, le rapport entre deux oscillations consécutives avec une période T_{ps} est définie par :

$$\frac{v_m\left(t_n\right)}{v_m\left(t_n+1\right)} = \frac{1}{e^{-\zeta\omega_0 T_{ps}}} = e^{\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = e^{\delta} \qquad \textbf{30}$$

Où δ est le décrément logarithmique défini par :

$$\delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \ln\frac{v_m\left(t_n\right)}{v_m\left(t_n+1\right)} \cong 2\pi\zeta \Rightarrow \zeta \cong \frac{\delta}{2\pi} \qquad \textbf{31}$$

Afin de réduire les erreurs relatives, le décrément logarithmique est déterminé sur n oscillations :

$$\delta = \frac{1}{n}\ln\frac{v_m\left(t_1\right)}{v_m\left(t_n\right)} \qquad \textbf{32}$$

La seconde méthode de test est basée sur la transformée d'Hilbert. Le signal analytique $\upsilon_m^*(t)$ est composé du signal original ($\upsilon_m(t)$: la partie réel du signal) et de la transformée d'Hilbert du signal (partie imaginaire)

$$v_m^*(t) = v_m(t) + j\,H\left\{v_m(t)\right\} \qquad \textbf{33}$$

Avec $H\left\{v_m(t)\right\} = \frac{1}{\pi}\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\frac{v_m(\tau)}{t-\tau}d\tau\right\}$

La détection de la courbe enveloppe e(t) pour les oscillations libre est définie par le module du signal analytique $\upsilon_m^*(t)$. C'est un cas particulier de la démodulation d'amplitude.

$$e\left(t\right) = \left|v_m^*(t)\right| \qquad \textbf{34}$$

Dans ce cas le taux d'amortissement :

$$\eta = 2\zeta = 2\frac{d}{dt}\left(-\frac{1}{\omega_0}\log\left(e(t)\right)\right) \qquad \textbf{35}$$

Cette technique de démodulation d'amplitude est connue pour être inexacte à proximité des deux extrémités de la fenêtre d'analyse. Après plusieurs tests numériques et en raison de la présence d'un maximum d'information au début du signal (grande amplitude de glissement partiel), cette technique a été jugée plus pertinente que le décrément logarithmique pour cette analyse. Le facteur de perte a été utilisé dans les parties précédentes plutôt que le taux d'amortissement car il conduit à un amortissement indépendant de la fréquence. Pour la fréquence naturelle de la poutre, le taux d'amortissement ζ et le facteur de perte η sont proportionnels ainsi $\eta = 2\zeta$.

Sur la figure 12, le facteur de perte instantané, obtenu par décrément logarithmique, est tracé en gras pour les oscillations libres. En trait fin, le facteur de perte obtenu précédemment par la correction modale est tracé, les évolutions de ces deux amortissements sont équivalentes (même seuil de déclenchement). Les valeurs obtenues pour les amplitudes les plus élevées diffèrent légèrement, cela est dû aux imprécisions liées à l'identification du facteur de perte pour les hautes amplitudes qui sont situées sur le bord de la fenêtre temporelle.

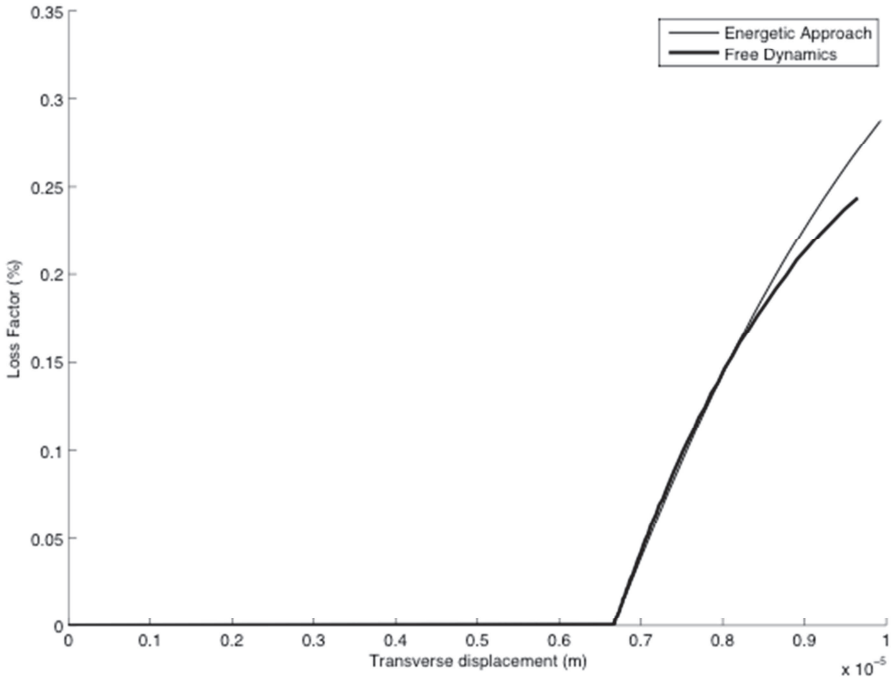


Figure 17 : comparaison de l'évolution du facteur de perte calculé avec une approche énergétique et post-traité à partir des oscillations libres de la poutre sous MA.

V. Conclusion

Le comportement dynamique d'une structure assemblée composée de trois poutres maintenues entre elles par deux interfaces en contact plan avec friction est présenté.

La structure est modélisée par un système à un degré de liberté dans lequel l'énergie dissipée par le glissement partiel dans les interfaces est prise en compte sous forme d'un amortissement structural dépendant de l'amplitude vibratoire.

L'étude dynamique de ce modèle met en évidence qu'à partir d'un certain rapport entre l'effort appliqué à la structure pour la faire fléchir et l'effort normal présent dans les interfaces, un glissement partiel apparaît dans les interfaces. Ce rapport est fonction du coefficient de frottement présent entre les parties de la structure assemblée.
L'apparition de ce glissement partiel engendre de l'énergie dissipée par frottement dans les interfaces et donc un amortissement non linéaire de la structure. Il est démontré que l'amortissement est dépendant de l'amplitude du déplacement. Ces résultats sont discutés dans ce chapitre sous une hypothèse modale. Le seuil de glissement partiel dans l'interface se déclenche plus tôt et l'amortissement est plus important en hypothèse modale qu'en hypothèse quasi-statique. La deuxième partie du chapitre traite des vibrations libres de la poutre. Une formulation analytique, "phase par phase", de la fonction de dissipation est proposée. Cette formulation donne des résultats numériques qui mettent en évidence deux phases particulières : adhérence totale (stabilité du signal) et glissement partiel (diminution de l'amplitude du signal) dans l'interface. L'amortissement est post-traité pendant les deux phases en utilisant la méthode du décrément logarithmique.
La définition temporelle de la force de dissipation et la définition fréquentielle du facteur de perte produisent des résultats équivalents en termes d'amortissement.

BIBLIOGRAPHIE

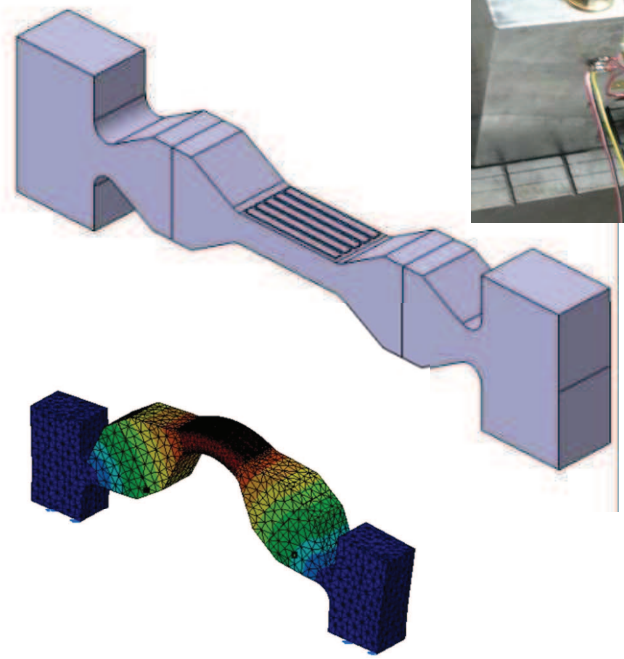
1 BERTHILLIER, M.; DUPONT, C.; MONDAL, R.; BARRAU, R. Blades forced response analysis with friction dampers. **Transactions of the ASME**, v. 120, p. 468–474, 1998.

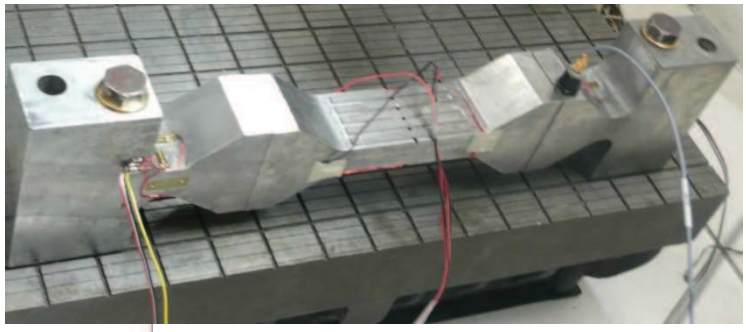
Chapitre 4

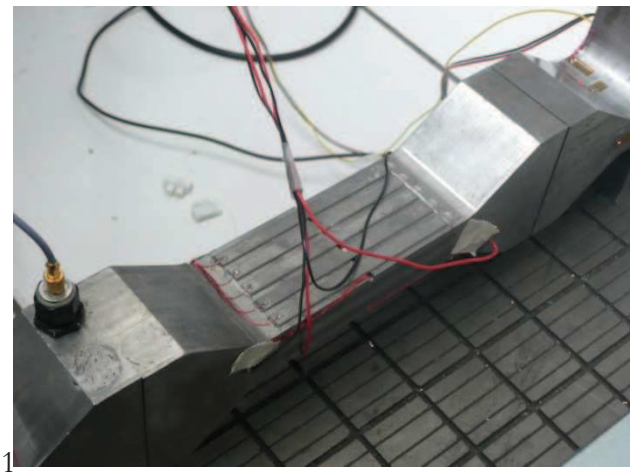
Etude expérimentale

Résumé :

Ce chapitre présente la partie expérimentale de l'étude. Dans un premier temps, les dimensions des interfaces ont été optimisées afin d'obtenir le taux d'amortissement le plus élevé possible, voir Peyret et al. (1). De plus, la forme a été conçue de manière à assurer le découplage entre les contraintes normales présentes dans l'interface et le mouvement de vibration et ce, quels que soient les défauts de positionnement des interfaces lors de la fabrication et aux conditions aux limites au niveau des encastrements. Le dispositif d'essai est ensuite présenté : des patchs piézoélectriques ont été collés sur la structure afin d'exciter le premier mode de vibration, des capteurs permettent d'obtenir la charge normale dans les interfaces et de mesurer le mouvement transversal. Une analyse critique sur la nature des excitations est conduite dans le but de caractériser fidèlement les comportements dissipatifs. Les excitations par choc, par fonction d'Heaviside, par balayage sinus et en « appropriation interrompue » sont testées. Enfin, la présence d'amortissement par glissement partiel est mise en évidence expérimentalement, en comparant le comportement vibratoire d'une structure monolithique et d'une structure assemblée.







Sommaire

Chapitre 4 71
I. Introduction 73
II. Justification du choix du modèle d'étude du point de vue expérimental 75
1. Etat de l'art expérimental 75
2. Justification expérimentale du nouveau modèle d'étude 77
3. Méthode expérimentale 78
III. Conception du moyen d'essai expérimental 79
1. Optimisation de l'énergie dissipée dans les interfaces 79
2. Géométrie du banc d'essai 79
3. Instrumentation du banc d'essai 82
IV. Identification des paramètres modaux et recalage du modèle analytique 84
1. Méthode d'identification de la masse modale et de la raideur modale du banc d'essai. 84
2. Recalage du modèle analytique 86
3. Résultats du modèle analytique recalé 86
V. Techniques de mesures et résultats expérimentaux 89
1. Excitation et technique de mesure 89
2. Les mesures de référence sur la poutre monolithique 91
3. Les mesures de référence sur la poutre coupée 92
VI. Conclusion 95

I. Iqtroduction

L'objectif de ce chapitre est double. Dans un premier temps la conception du banc d'essai est présentée et l'étude dynamique du chapitre 3 est reprise avec les paramètres de la structure réelle (Figure 1). La géométrie réelle de la structure permet de définir la fonction de dissipation à prendre en compte dans les simulations.

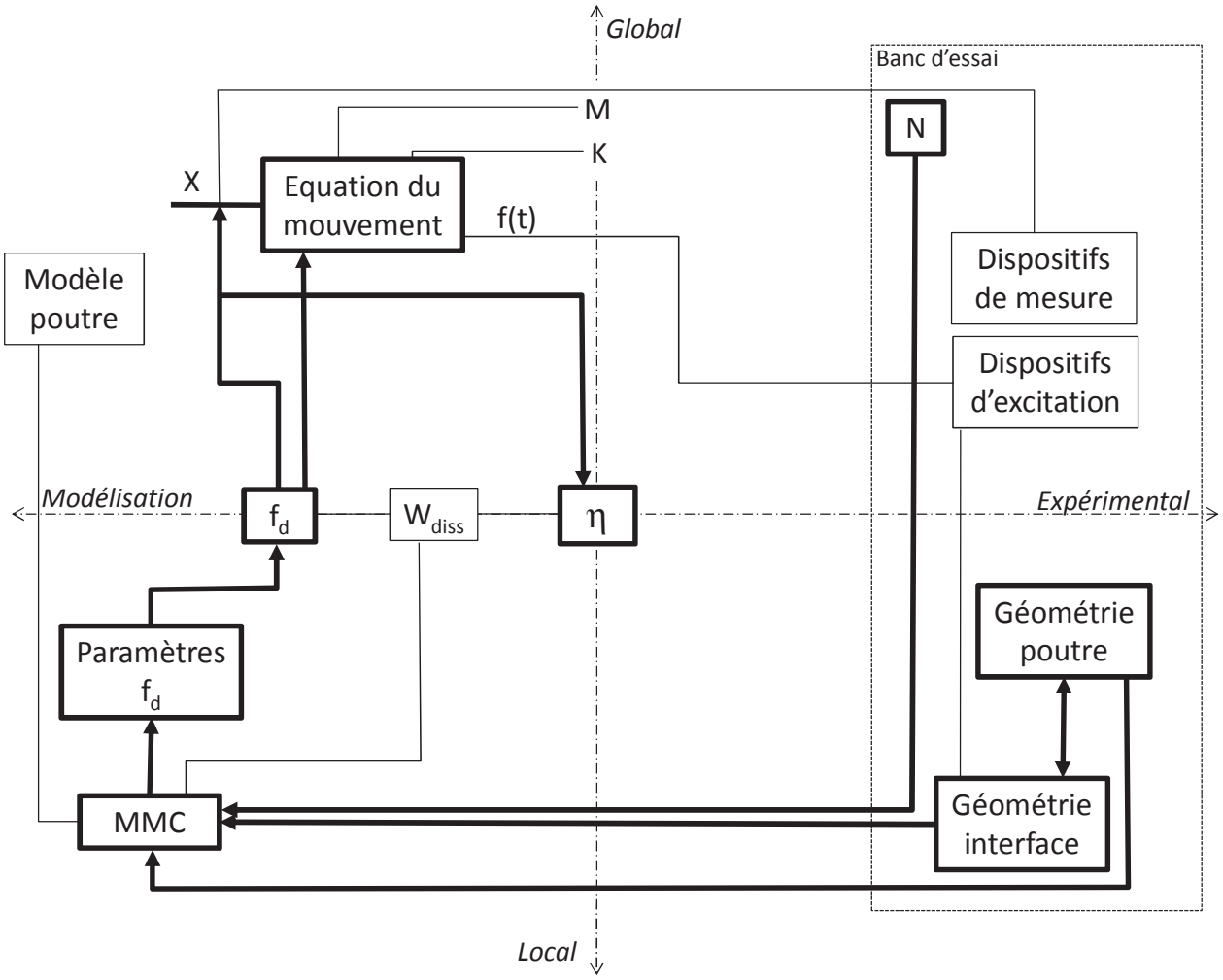


Figure 1 : schéma fonctionnel de la conception du banc d'essai

Avec :

M : masse modale de la structure
X : déplacement du modèle à un ddl
f_d : force de dissipation non linéaire

η : facteur de perte
Modèle poutre : définition du modèle poutre de la structure

N : effort normal appliqué sur les interfaces
Géométrie poutre : dimension et fixation poutre

K : raideur modale de la structure
f(t) : force d'excitation
W_{diss} : énergie dissipée par glissement partiel dans les interfaces d'assemblage.

MMC : mécanique des milieux continus (contraintes, déformations et déplacements)
Géométrie interface : position, dimension et forme

Dans un second temps, l'étude expérimentale de la structure ainsi que les résultats associés sont présentés.

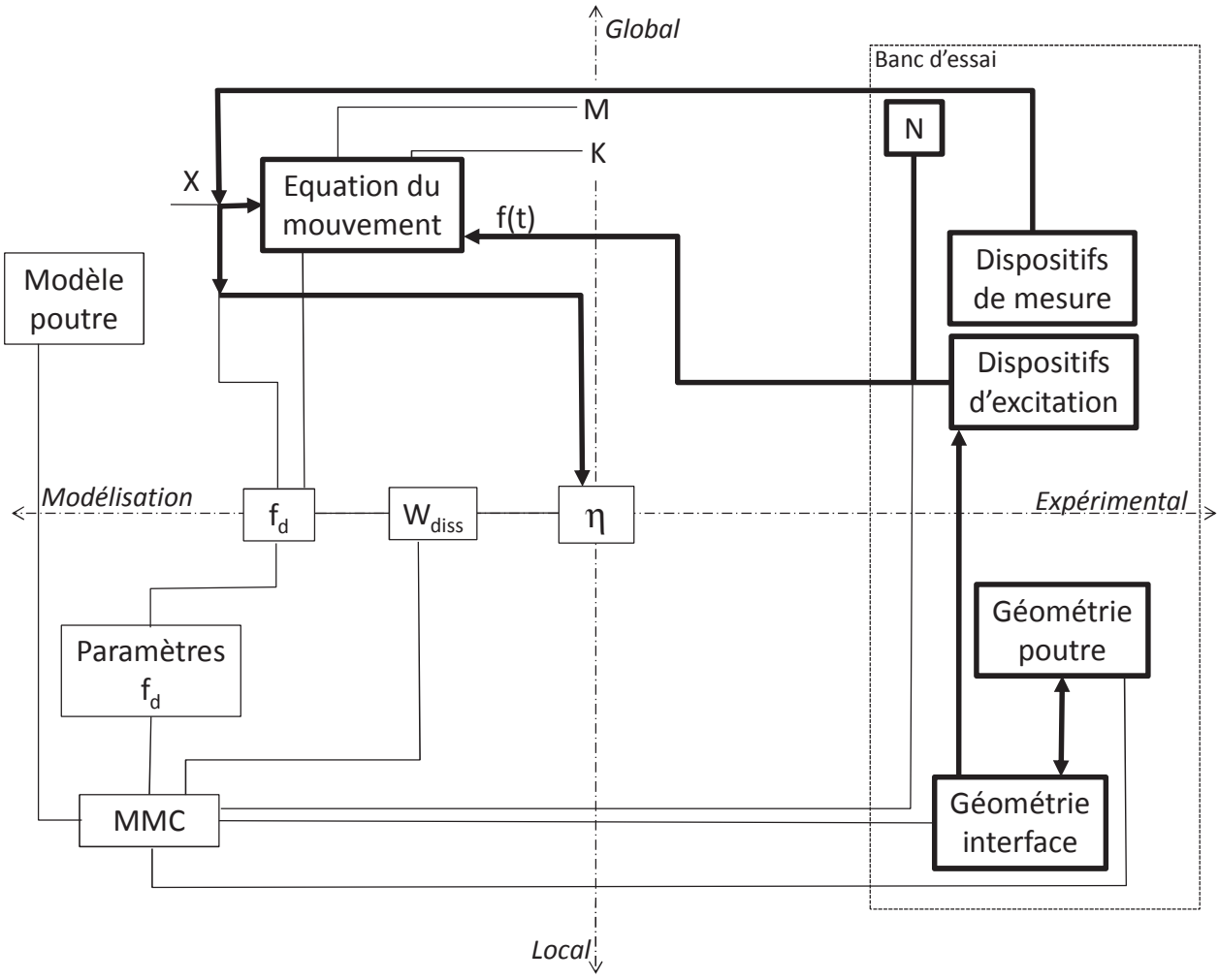


Figure 2 : schéma fonctionnel des essais expérimentaux

Avec :

M : masse modale de la structure
X : déplacement du modèle à un ddl
f_d : force de dissipation non linéaire

η : facteur de perte
Modèle poutre : définition du modèle poutre de la structure

N : effort normal appliqué sur les interfaces
Géométrie poutre : dimension et fixation poutre

K : raideur modale de la structure
f(t) : force d'excitation
W_{diss} : énergie dissipée par glissement partiel dans les interfaces d'assemblage.

MMC : mécanique des milieux continus (contraintes, déformations et déplacements)
Géométrie interface : position, dimension et forme

II. Justification du choix du modèle d'étude du point de vue expérimental

1. Etat de l'art expérimental

Cette partie propose d'analyser les différents bancs d'essais permettant l'étude des glissements partiels dans les assemblages en fonction de leur conception et du processus expérimental.

Une attention particulière a été portée à l'analyse du couplage entre les charges tangentielle et normale présentes dans les interfaces de liaison. En pratique ce couplage rend les expérimentations assez difficile à réaliser, car la limite de glissement devient fonction de la dynamique de la charge normale.

Ahmadian et al. (2), Figure 3, ont travaillé sur une structure composée de deux poutres longitudinales avec une interface réalisée par une surface commune aux deux poutres et un boulon. Leur structure est étudiée dans des conditions libres sur son premier mode de flexion. Une telle configuration conduit à un couplage important entre la contrainte tangentielle et la contrainte normale due aux effets de frontière dans la région de l'interface.

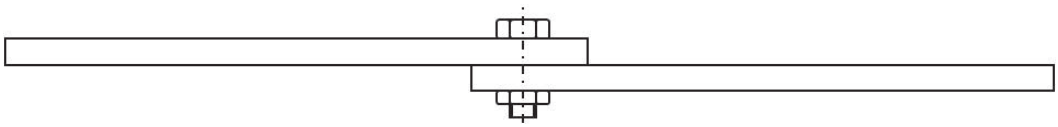


Figure 3 : montage composé de deux poutres assemblées longitudinalement pas un boulon proposé par Ahmadian et al. (2)

Afin de limiter le couplage, Metherell et al (3) et Esteban et al. (4) (Figure 4), suggèrent une configuration très similaire à (2), avec une longueur d'interface de liaison supérieure et deux boulons pour réaliser l'assemblage.

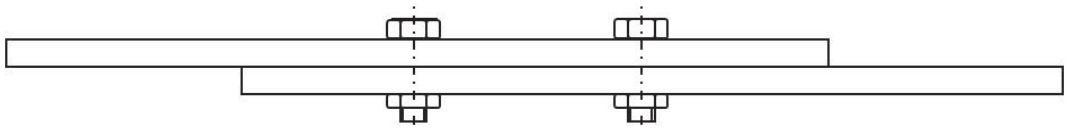


Figure 4 : montage composé de deux poutres assemblées longitudinalement pas deux boulons

Song (5), Figure 5, introduit une symétrie dans la structure pour éviter le couplage entre la contrainte normale et la contrainte tangentielle, les deux poutres sont donc prises en « sandwich », la structure présente quatre interfaces.

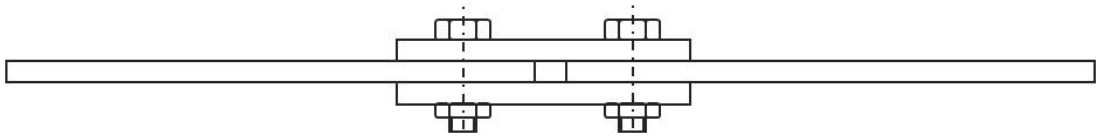


Figure 5 : montage composé de deux poutres avec assemblage symétrique par deux boulons.

Goodman et al. (6) et Nanda et al. (7) (8), ont travaillé sur une structure constituée de deux poutres longitudinales avec une interface « longue » avec serrage réparti par x boulons, Figure 6. Leur structure est étudiée dans des conditions encastré-libre sur son premier mode de flexion. Une telle configuration permet de limiter le couplage entre la contrainte normale et la contrainte tangentielle due à la distribution du serrage le long de l'éprouvette.

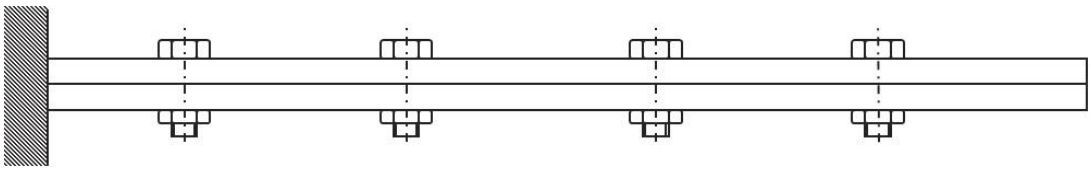


Figure 6 : montage composé de deux poutres assemblées longitudinalement pas x boulons uniformément répartis sur la longueur d'assemblage

Heller et al (9) (10), Figure 7, ont proposé une amélioration de l'assemblage précédent, en réduisant l'épaisseur de la poutre supérieure afin d'obtenir une meilleure répartition des contraintes normales. De plus, les essais ont été effectués dans des conditions libres, afin d'éliminer les difficultés expérimentales dues aux conditions d'encastrement, en particulier sur la rigidité finie de la liaison et sur le potentiel dissipatif des surfaces réalisant l'encastrement.

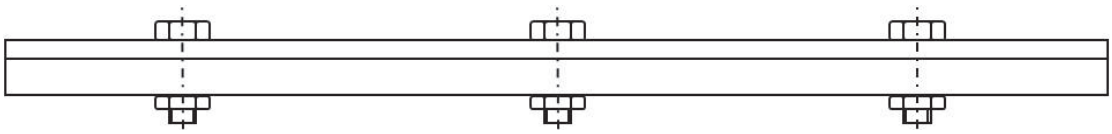


Figure 7 : montage composé d'une poutre « fine » avec une poutre « massive » assemblées longitudinalement pas x boulons uniformément répartis sur la longueur d'assemblage

Nouira et al (11) ont proposé une poutre sandwich, Figure 8, dédiée à l'étude des micro-glissements entre deux blocs encastrés et une poutre mince. En raison de l'épaisseur de l'encastrement dans un tel dispositif, la répartition des pressions est directement liée à la rugosité et la planéité des pièces.

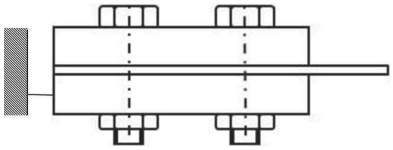


Figure 8 : poutre sandwich destiné à l'analyse des micro-glissements dans l'encastrement

Goyder et al (12), Figure 9 ont proposé l'étude d'une structure composée de deux blocs et de poutres assemblés par deux boulons dans des conditions libres. L'inertie des blocs permettent la sollicitation des poutres, un « anneau » central permettant d'éviter la torsion de la structure.

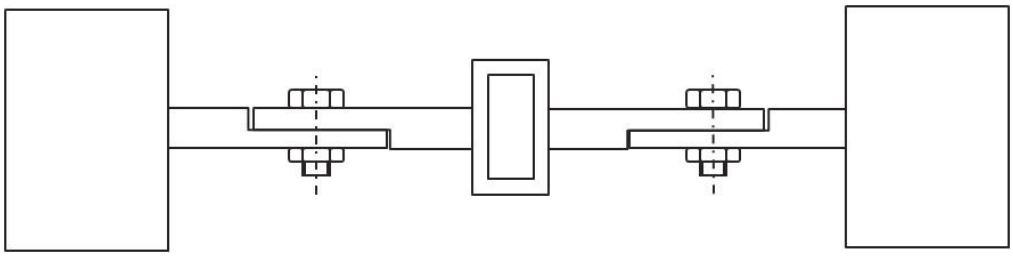


Figure 9 : structures composées de deux blocs et de poutres assemblées par deux boulons.

Beards et al (13) et Gaul et al. (14), Figure 10, ont travaillé sur des structures avec des interfaces dissipatives dans les articulations, le micro-glissement apparaît lors des quasi-rotations entre les parties assemblées. Ce type de solution technologique permet d'éviter complètement le couplage entre la contrainte normale et la contrainte tangentielle et permet de contrôler précisément la charge normale.

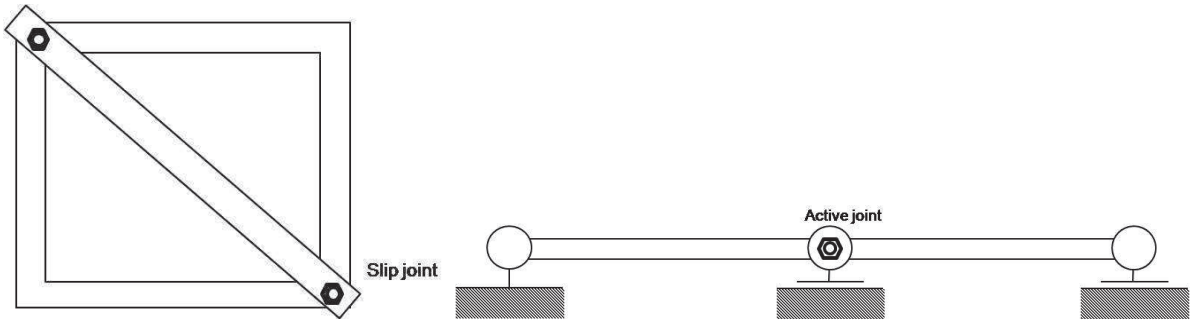


Figure 10 : structure poly articulée avec liaison articulée dissipative de Beards et al. (13) à gauche, Poutre assemblée par une liaison articulée dissipative avec serrage modulable de Gaul et al (14) à droite.

L'énergie perdue par glissement partiel dans les assemblages est étroitement liée à leur conception. Considérant les exemples présentés ci-dessus, lorsque les interfaces sont assez étendues et que les pièces sont épaisses, la répartition des contraintes normales dans l'interface est fonction des défauts de surface (planéité et rugosité). La surface de contact réelle et la distribution des contraintes normales pourraient être trouvées en utilisant les théories de Greenwood (15). Si les pièces sont minces ou que la zone de contact est assez restreinte, la répartition des contraintes normales est fonction des contraintes volumétriques dans les pièces de l'assemblage, la zone de contact autour des assemblages boulonnés est classiquement défini par le cône de pression de Rötchar (16).
Pour les géométries Figure 3 à Figure 9, les modes de flexion de la structure induisent des contraintes de cisaillement dans les interfaces de liaison qui peuvent conduire à du glissement partiel. Dans le cas de la Figure 10, les mouvements de vibration induisent des rotations des deux parties constituantes de l'assemblage, ce qui conduit aussi à des contraintes de cisaillement dans les articulations.
Les mouvements de vibration peuvent également faire varier l'effort normal autour de la charge initiale d'assemblage. Certaines configurations (Figure 5, Figure 10) permettent d'éviter le couplage entre le mouvement de vibration et les tensions normales. D'autres configurations (Figure 7, Figure 9) limitent ce couplage alors que les configurations les plus simples (Figure 3, Figure 4, Figure 6) peuvent générer un couplage important.

Ce couplage rend l'expérimentation difficile à réaliser en raison du mauvais contrôle de la charge normale. De plus, lorsqu'il y a une fixation à un bâti ou à un système d'excitation, il est impossible de dissocier l'énergie dissipée par glissement partiel dans les assemblages de la structure de celle qui est dissipée dans les fixations

2. Justification expérimentale du nouveau modèle d'étude

Les travaux théoriques présentés dans la partie 2 visent à justifier la conception d'une structure pour laquelle les tensions normales ne dépendent pas du temps et du mouvement de vibration (Figure 3). L'étude a permis de proposer une poutre bi-encastrée chargée normalement où les interfaces sont normales à l'axe neutre et situés là où les contraintes normales induite par la flexion sont nulles. Cette étude a également permis de démontrer que le facteur de perte obtenu est non linéaire en fonction de l'amplitude de la charge.

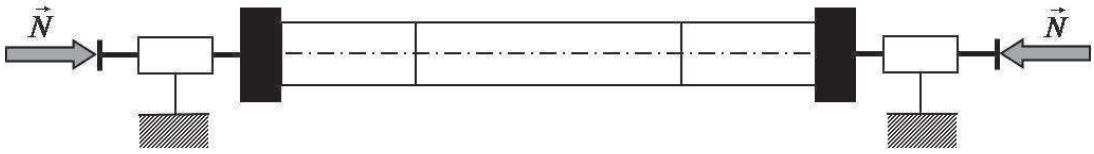


Figure 11 : nouvelle structure proposée

Dans cette conception, nous avons une structure « épaisse » avec un choix original du positionnement des interfaces ce qui permet d'avoir un découplage complet entre la contrainte normale statique et la contrainte tangentielle dynamique. Cette configuration permet de maitriser la contrainte normale, le choix de la structure implique par contre que les surfaces composant les interfaces sont difficilement conformables.
De plus afin d'isoler spécifiquement l'énergie dissipée dans les interfaces et donc l'amortissement que cela implique, le parti a été pris de réaliser et tester deux poutres identiques, l'une monolithique et l'autre coupée et réassemblée. La comparaison des résultats permet de s'affranchir de la contribution des encastrements quant à l'énergie dissipée par glissement partiel.

3. Méthode expérimentale

Toutes les configurations expérimentales ont été testées avec des dispositifs d'excitation et des signaux d'excitation spécifiques. Il y a plusieurs façons de mettre en évidence expérimentalement les effets non linéaires tels que la dépendance des fréquences naturelles et de l'amortissement à l'amplitude vibratoire, qui sont assez classiques pour l'amortissement par frottement.

De nombreux travaux sont basés sur l'analyse en régime forcé du système afin de construire des Fonctions de Réponse en Fréquence (FRF) (6), (17), (18) L'énergie dissipée est alors estimée, à travers un taux d'amortissement modal. L'énergie dissipée peut également être estimée grâce à une analyse quasi-statique (7), (9), (17). L'analyse transitoire est également très courante : l'approche classique consiste à exciter la structure avec un marteau de choc (10), (19); une approche plus originale est d'obtenir une réponse libre mono-modale de la structure en interrompant une excitation sinusoïdale, dont la fréquence est celle du premier mode propre de la structure. L'excitation est donc basée sur l'appropriation modale mais la partie du signal étudiée se situe après l'interruption de l'excitation lorsque la structure vibre en état libre sur son premier mode (11), (20). Nous appellerons cette procédure « Appropriation interrompue ».

Afin de post-traiter les résultats des essais et d'identifier les paramètres de la structure assemblée, plusieurs méthodes sont utilisées. Lors d'essais avec excitation par balayages sinus, les FRF et les diagrammes force-déplacement permettent d'identifier l'amortissement en utilisant la bande de fréquences autour de la fréquence de résonance. Au cours des essais transitoires, le décrément logarithmique est utilisé sur le signal temporel. Pour caractériser les dépendances entre amplitude, fréquence et amortissement, des représentations temps-fréquence basées sur la Transformée de Fourier à Court Terme ou les transformées en ondelettes (9), (10), (11), (21), sont couramment utilisées.

III. Conception du moyen d'essai expérimental

1. Optimisation de l'énergie dissipée dans les interfaces

Sur la structure proposée, on peut faire varier la charge normale N indépendamment de la charge transversale T présente dans les interfaces. Ainsi, il est possible de se placer à la limite du glissement total des interfaces de la structure :

$$T \simeq \mu N \quad (1)$$

Au niveau de l'interface, le glissement total correspond à une zone glissement qui serait pratiquement égale à la surface soit :

$$\xi \simeq \frac{h}{2} \quad (2)$$

où b caractérise la hauteur de l'interface et ξ la limite géométrique de la zone de glissement partiel.

L'expression de l'énergie dissipée pour un cycle de chargement est donnée par :

$$W_{diss} = \frac{16}{3} b \mu \sigma_n C \xi^2 \quad (3)$$

où b caractérise la largeur de l'interface, C le coefficient définissant le glissement dans l'interface, σ_n la contrainte normale dans l'interface et ξ la limite géométrique de la zone de glissement partiel.

Soit dans notre configuration :

$$W_{diss} = \frac{16}{3} b \mu \frac{N}{S} C \frac{h^2}{4} = \frac{4}{3} TCh \quad (4)$$

L'expression du facteur de perte dans cette configuration pour un cycle de chargement est donnée par :

$$\eta = \frac{W_{diss}}{2\pi E_d} = \frac{W_{diss}}{\pi W_{ext}} = \frac{16}{3\pi} \frac{bCEh^4}{Tl^3} \quad (5)$$

où b caractérise la largeur de l'interface, C le coefficient définissant le glissement dans l'interface, E le module de Young du matériau, l la longueur de la poutre et h la hauteur de l'interface.

Cette expression nous permet de trouver le pourcentage maximum du facteur de perte que nous pouvons espérer. Au-delà de ce résultat, cette expression souligne les principaux paramètres du facteur de perte. Le terme h est le paramètre le plus influent. Donc afin de maximiser l'amortissement dans notre structure, la hauteur de l'interface devra être la plus grande possible.

2. Géométrie du banc d'essai

Le banc d'essai a été conçu en partant du principe de la poutre définie pas le modèle analytique, il est constitué de (voir Figure 12) :

- un plan de symétrie ;
- deux blocs massifs permettant de réaliser l'encastrement (Figure 12 - 1) ;
- deux zones d'interface. La géométrie autour des deux zones d'interface a été conçue afin de maximiser la hauteur de la zone (Figure 12 - 2).

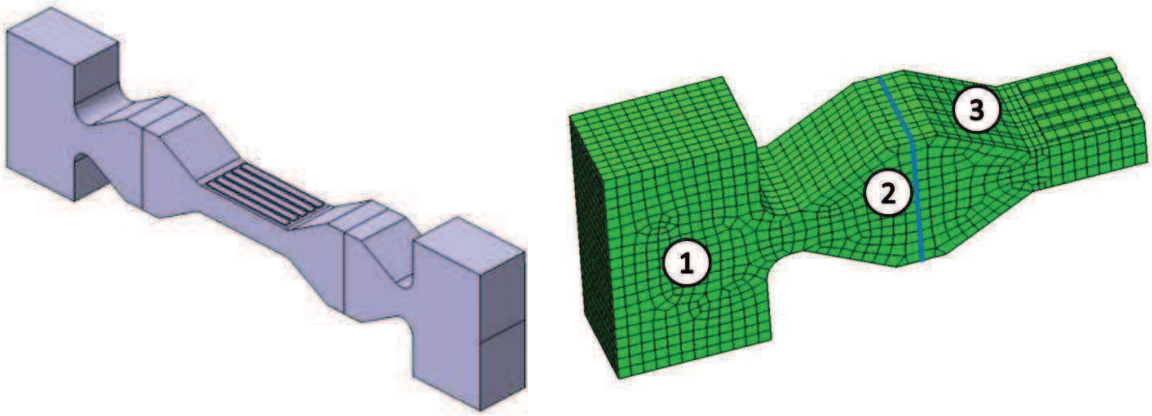


Figure 12 : géométrie du banc d'essai

Ces contraintes géométriques posées, il faut s'assurer de la conformité du chargement des interfaces, à savoir : contraintes normales uniformes et indépendantes de la dynamique de flexion de la poutre. Cela revient à vérifier que :

- le moment de flexion est nul dans l'interface
- la contrainte normale due à l'effort N (voir Figure 11) est uniforme dans l'interface.

Le respect de ces contraintes de conception conduit à la géométrie définie Figure 12 et Annexe 4. La rigidité finie des encastrements peut conduire à un décalage axial des zones théoriques où le moment fléchissant s'annule, de plus les défauts d'usinage ne permettent pas d'assurer précisément une découpe dans la section désirée. Ces défauts conduisant à un couplage entre la charge normale et la charge tangentielle inhérente au mouvement de vibration. Afin d'anticiper les conséquences de ces erreurs, la géométrie du modèle proposé, à savoir les blocs autour des deux zones d'interface (Figure 12 - 2), permet d'obtenir un moment de flexion quasi nul dans les zones où vont se situer les interfaces. La Figure 13 montre l'évolution du moment fléchissant le long de la poutre, cette courbe a été obtenue par post traitement de la déformée de la fibre neutre pour le premier mode de flexion obtenu par un calcul éléments finis. On observe que le moment de flexion est quasi nul sur une longueur importante de la fibre neutre permettant ainsi de limiter les risques de couplage dans le contact entre la contrainte tangentielle et la contrainte normale.

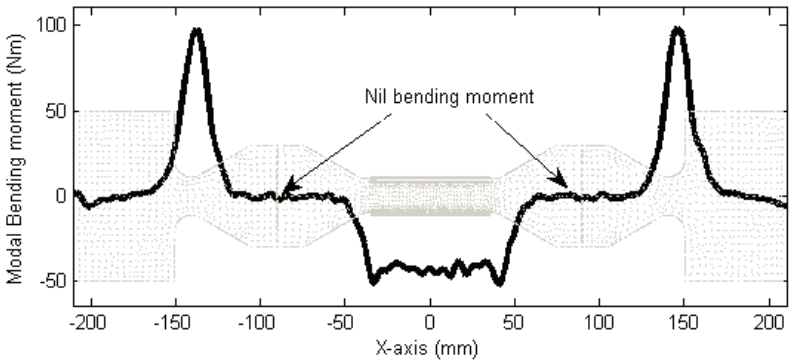


Figure 13 : moment de flexion tracé le long de la poutre. Une attention particulière peut être accordée à la largeur de la zone de moment nul.

Afin d'obtenir une contrainte normale uniformément répartie dans l'interface de coupe (Figure 14), une variation progressive de l'épaisseur de la poutre a été définie (Figure 12 - 3) et permet ainsi de répartir la pré-charge normale N dans l'interface. Les défauts de surface intervenant également dans la répartition de la contrainte dans l'interface, une attention particulière a été accordée dans l'usinage de la poutre. Le découpage en trois parties a été obtenu par électroérosion à fil.

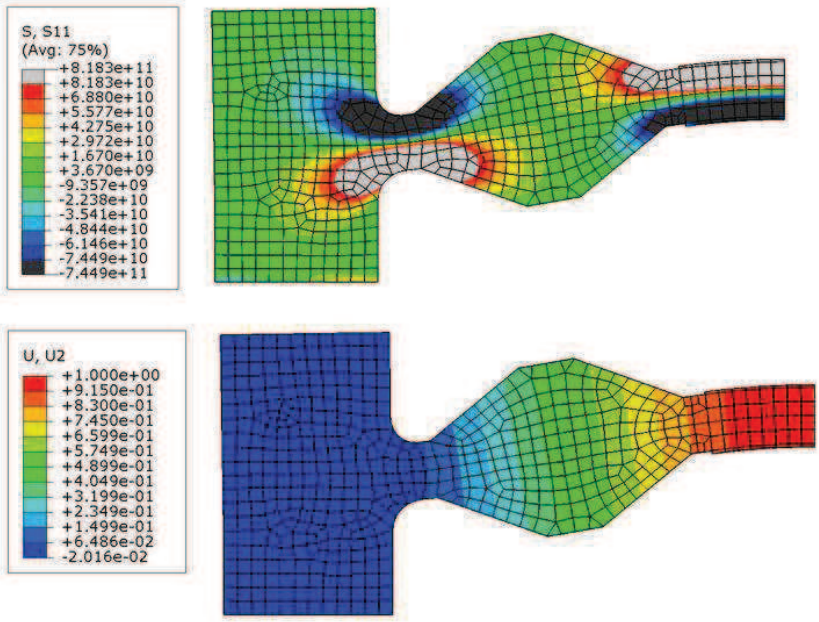


Figure 14 : premier mode de flexion : distribution de la contrainte normale dans la poutre S11, distribution du déplacement vertical dans la poutre U2,

Enfin, la géométrie a été optimisée pour obtenir le plus grand écart de fréquence entre le premier et le second mode de flexion (écart de 1677Hz pour un premier mode à 1099Hz) afin d'éviter le couplage entre ces deux premiers modes, comme le montre la simulation EF de la Figure 15 de la poutre bi-encastrée (encastrements placés sur les faces du dessous des blocs en contact avec le marbre).

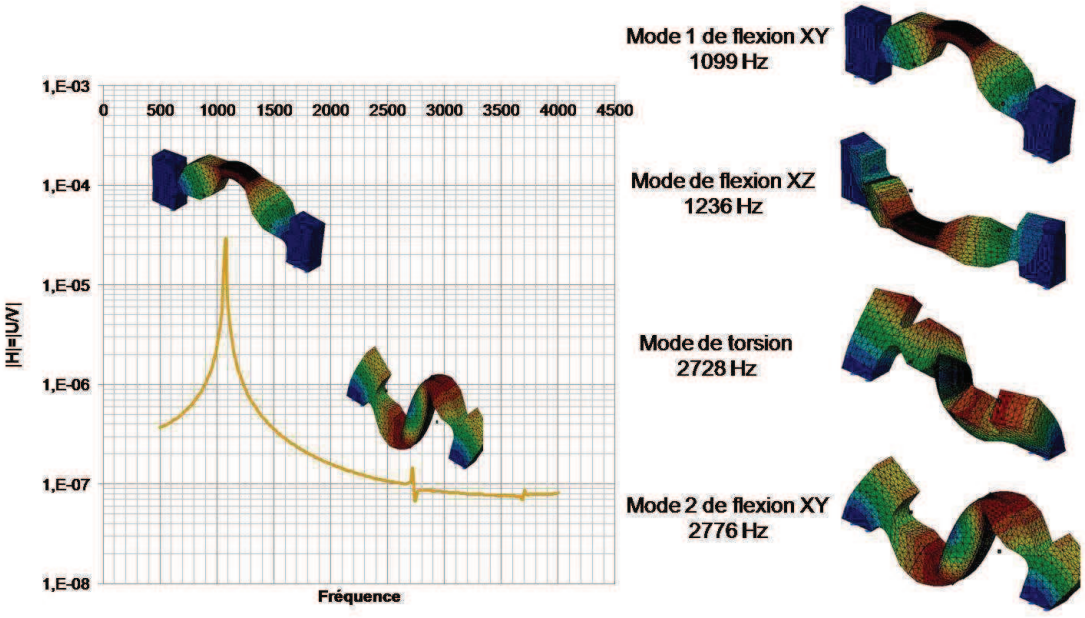


Figure 15 : caractérisation Elément Finis (EF) de la structure.

3. Instrumentation du banc d'essai

Au montage de la poutre, une pré-charge normale est appliquée à l'aide d'un serre-joint, voir Figure 16-4, la poutre est ensuite fixée sur un marbre par quatre vis (Figure 16- 1). Le diamètre des vis, le diamètre des trous de passage ainsi que le couple de serrage appliqué permettent de maintenir la charge normale durant la mesure. Le niveau de la charge normale est mesuré par des jauges de déformation placées sur les deux côtés de la poutre (Figure 16- 2).

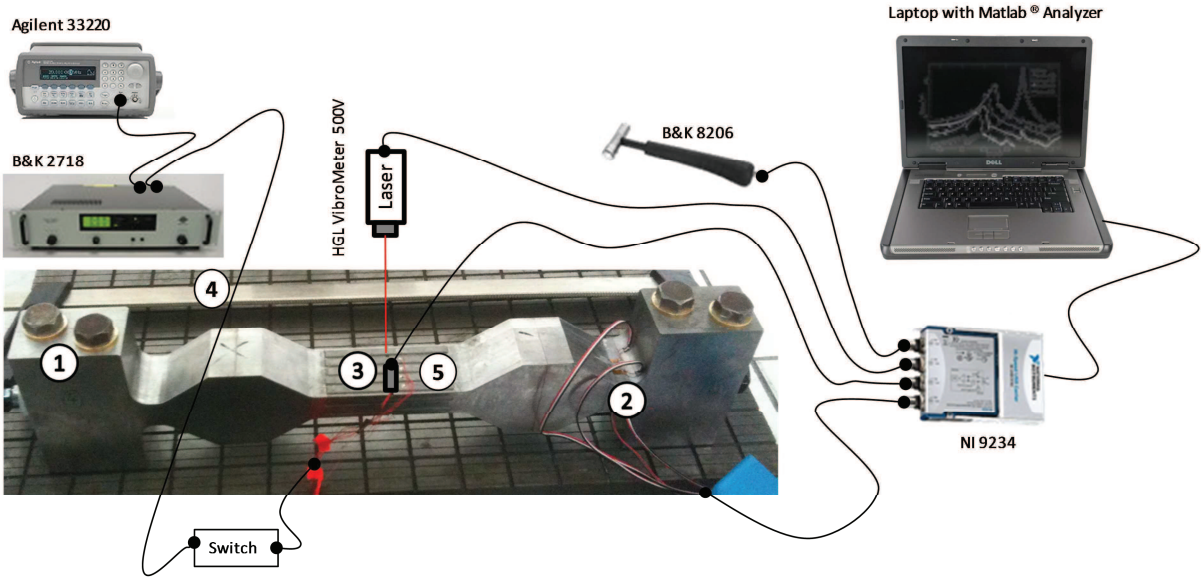


Figure 16 : vue de la poutre « vissée » sur un marbre. 1 : blocs massifs liant la poutre sur le marbre (encastrement). 2 : jauges collées sur les deux côtés de la poutre pour mesurer la charge normale et contrôler le moment fléchissant. 3 : patchs piézoélectriques collés sur les deux côtés de la poutre pour exciter la poutre. 4 : serre-joint utilisé pour appliquer la charge normale avant les essais et le serrage des encastrements. 5 : accéléromètre miniature

Lors de la mesure, la charge normale est supposée rester statique. Cette charge est mesurée par des jauges de déformation collées sur les deux côtés de la poutre (Figure 16-2), ces jauges ont été étalonnées lors de la mise en place de la charge normale par le serre joint à l'aide d'un capteur annulaire. Une fois ces jauges calibrées, la charge normale présente dans la poutre est évaluable par la mesure de la variation de tension aux bornes du pont de jauge.

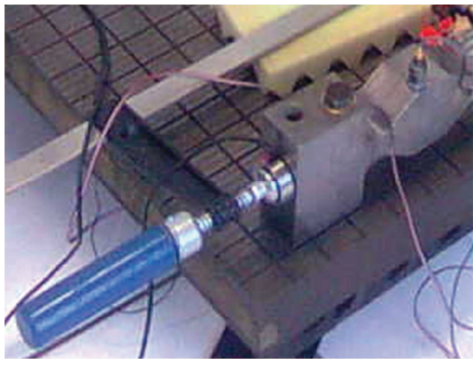


Figure 17 : étalonnage des jauges de déformation mesurant la charge normale appliquée par un capteur annulaire placé entre la poutre et le serre-joint.

La mesure dynamique de cette charge montre un couplage dynamique avec la charge transversale qui dont l'amplitude ne dépasse pas ± 1% de la charge nominale (Figure 18), on peut donc considérer que notre charge reste statique durant l'essai.

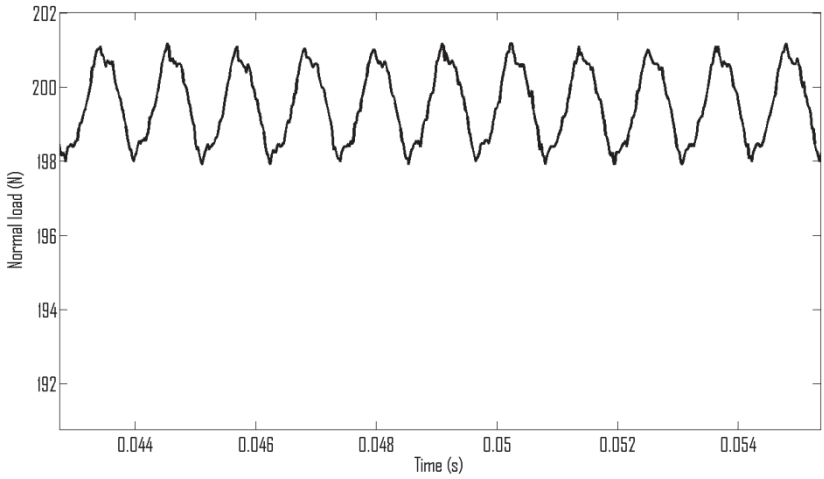


Figure 18 : évolution de la charge normale supposée être statique à environ 200N : le couplage avec la charge tangentielle dynamique induit une variation de la charge statique d'environ 1%

L'excitation de la structure se fait en utilisant, soit un marteau de choc, soit les patchs piézoélectriques installés sur la poutre, voir la Figure 16-3. Les patchs piézoélectriques sont collés sur la face supérieure et la face inferieure de la poutre en polarisation inverse afin d'obtenir des effets opposés sur les deux côtés (Figure 19). Alors qu'ils sont en extension sur un côté, ils sont en compression de l'autre côté. Les patchs génèrent donc un moment de flexion centré au milieu de la poutre (Figure 19). Le moment engendré est approprié à l'excitation du premier mode de flexion de la poutre. Par ailleurs, il est très facile d'arrêter l'excitation afin d'effectuer les tests en appropriation interrompue. Un commutateur placé dans le circuit électrique assure l'interruption de l'excitation.

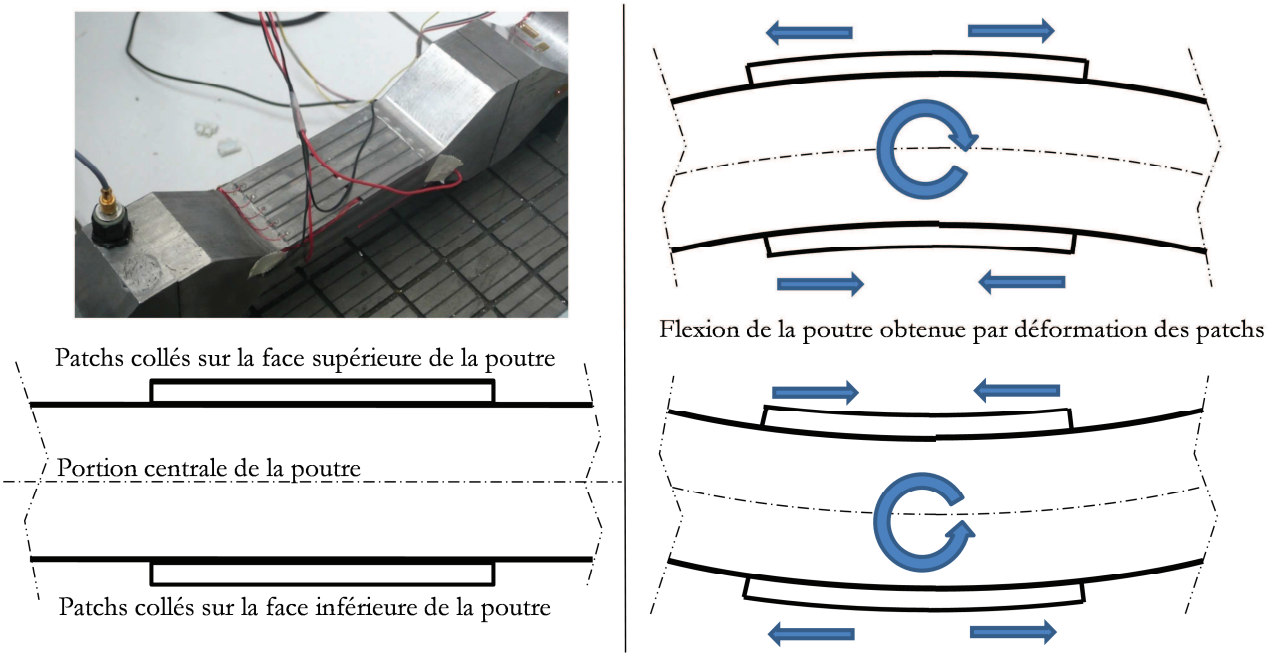


Figure 19 : position des patchs piézoélectriques sur la partie centrale de la poutre - Illustration de la déformation de la poutre obtenue par déformation électrique des patchs.

Parmi toutes les méthodes testées, la méthode d'appropriation interrompue avec des patchs piézoélectriques reste la méthode d'excitation la plus précise mise en œuvre pour mesurer l'amortissement. Ceci est un élément important de ce travail.

Afin de mesurer le déplacement transversal, un accéléromètre et un laser-vélocimètre ont été utilisés. Le premier est plus précis mais son fil et sa masse modifient le comportement vibratoire de la structure. Le second est moins précis et sensible au bruit environnant, mais ne modifie pas le comportement de la structure (aucun contact entre le capteur et la structure).

Afin de quantifier l'influence de la masse de l'accéléromètre et de son câble sur le comportement dynamique de la poutre, des tests ont été effectués en faisant varier la masse de l'accéléromètre, avec et sans câble. Ces tests ont montré que la masse supplémentaire de l'accéléromètre et la présence de son câble ne modifient pas le comportement dynamique moyen de la poutre.

IV. Ideqtification des paramètres modaux et recalage du modèle analytique

1. Méthode d'identification de la masse modale et de la raideur modale du banc d'essai.

À partir de la simulation éléments finis (EF) du modèle expérimental (voir Figure 14), les paramètres modaux de la poutre sont recherchés.

L'analyse modale par EF cherche à résoudre le problème aux valeurs et vecteurs propres $\left(\omega, \underline{\phi}\right)$ suivant :

$$\left(-\omega^2 \underline{\underline{M}} + \underline{\underline{K}}\right)\underline{\phi} = \underline{0} \qquad \textbf{6}$$

où $\underline{\underline{M}}$ caractérise la matrice de masse, $\underline{\underline{K}}$ la matrice de raideur, $\omega^2 = \lambda$ pulsation propre et $\underline{\phi}$ le champ des déplacements propres associé.

Soit à vérifier :

$$\det\left(\underline{\underline{K}} - \omega^2 \underline{\underline{M}}\right) = 0 \qquad \textbf{7}$$

Les modes propres (vecteurs propres) sont de ce fait définis à une constante près. Une constante pour les modes propres peut être déterminée par les conditions d'orthonormalisation :

Orthonormalisation de $\underline{\phi}$ par rapport à $\underline{\underline{M}}$

$$\underline{{}^T\phi_i}\,\underline{\underline{M}}\,\underline{\phi_i} = \begin{cases} 1 & si\ i = j \\ 0 & si\ i \neq j \end{cases} \qquad \textbf{8}$$

Donc pour un mode propre, on a un champ de déplacement et une pulsation, $\underline{\phi_i}\ et\ \omega_i$ t

Tels que :

$$\underline{{}^T\phi_i}\ \underline{\underline{M}}\ \underline{\phi_i} = 1 = m_i \quad \textbf{9}$$

ce qui implique que :

$$\underline{{}^T\phi_i}\ \underline{\underline{M}}\ \underline{\phi_i} = \omega_{0i}^2 = k_i \quad \textbf{10}$$

Dans notre simulation, on a :

$$m_i^v \ddot{\upsilon} + k_i^v \upsilon = f_d\left(\upsilon\right) \quad \textbf{11}$$

Où $m_i^v\ et\ k_i^v$ sont les valeurs de masse modale et de raideur modale avec normalisation de ϕ_i^v à 1 au centre de la poutre. Soit

$$\phi_1^v(x = L/2) = 1 \quad \textbf{12}$$

Ce qui pour notre cas devient :

$$\phi_1^v = \frac{\phi_1}{\phi_1\left(x = L/2\right)} \quad \textbf{13}$$

Donc

$$m_1^v = \frac{m_1}{\left(\phi_1\left(x = L/2\right)\right)^2} = \frac{1}{\left(\phi_1\left(x = L/2\right)\right)^2} \quad \textbf{14}$$

et

$$k_1^v = \frac{\omega_{01}^2}{\left(\phi_1\left(x = L/2\right)\right)^2} \quad \textbf{15}$$

La simulation EF de la structure donne pour le premier mode de flexion :

- $f_0 = 1099.9\ Hz$
- $\phi_i^{centre} = 41.18$

Donc on obtient :

- *une masse modale de 5.9^{E}-04 Kg*
- *une raideur modale de 2,81 10^{7} N/m*

2. Recalage du modèle analytique

La simulation EF de la structure permet d'obtenir les valeurs des contraintes de cisaillement aux points de gauss des éléments encadrant la section de coupe. Un post-traitement de ces dernières permet de tracer la répartition de ces contraintes avant et après la zone où vont se situer les interfaces (voir Figure 20). On retrouve la répartition postulée dans le chapitre 2, avec la mise en évidence d'une légère variation dans la largeur de la section due à des effets de bord.

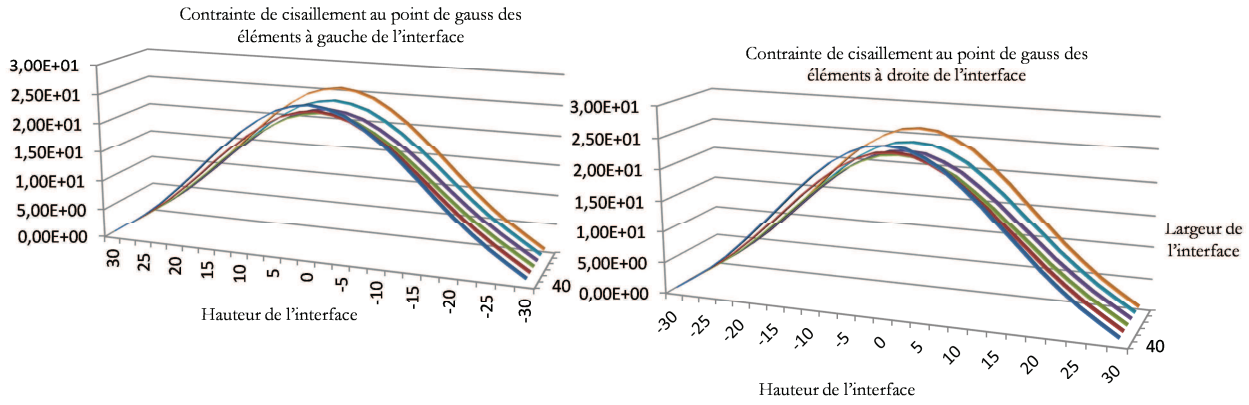


Figure 20 : contrainte de cisaillement au point de Gauss des éléments situés de part et d'autre d'une interface

L'intégration sur la surface de l'interface des contraintes et leur moyenne permet d'obtenir un effort tranchant de 32,3 N pour 1 µm de déflexion au centre.

$$T = K_{mcis} v_m \qquad 16$$

Avec :

- *une raideur* $K_{mcis} = 3{,}23.10^7\ N/m$

Cette raideur permet de définir les valeurs de déplacements au centre de la poutre à partir desquelles se produisent le glissement partiel et le glissement total et donc les conditions initiales de simulation dans l'étude des oscillations libres.

3. Résultats du modèle analytique recalé

On reprend les équations définies dans de la partie 3, et en y intégrant les nouvelles caractéristiques matériaux de la poutre, module de Young, coefficient de Poisson (cf Annexe 4) et les paramètres de raideur et de masse de la nouvelle géométrie obtenues précédemment.

Phases 1 ou 3 : Pas de dissipation

$$M\ddot{v}_m + Kv_m = 0$$

Forme de la solution : $v = V_{11}\sin\left(\omega_0 t\right) + V_{12}\cos\left(\omega_0 t\right)$ avec $\omega_0 = \sqrt{K/M}$ **17**

$$\begin{bmatrix} \sin\omega_0 t & \cos\omega_0 t \\ \omega_0\cos\omega_0 t & -\omega_0\sin\omega_0 t \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_{11} \\ V_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v\left(t_i\right) \\ \dot{v}\left(t_i\right) \end{bmatrix}$$

Phases 2 ou 4 :

$$M\ddot{v}_m + \left(K-\alpha\right)v_m = \pm\beta$$

Forme de la solution : $v = V_{21}\sin\left(\omega_1 t\right) + V_{22}\cos\left(\omega_1 t\right) \pm \dfrac{\beta}{K-\alpha}$ avec $\omega_1 = \sqrt{\left(K-\alpha\right)/M}$ **18**

$$\begin{bmatrix} \sin\omega_1 t & \cos\omega_1 t \\ \omega_1\cos\omega_1 t & -\omega_1\sin\omega_1 t \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_{21} \\ V_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v\left(t_i\right) \pm \dfrac{\beta}{K-\alpha} \\ \dot{v}\left(t_i\right) \end{bmatrix}$$

On obtient ainsi la réponse amortie de la poutre (Figure 21) :

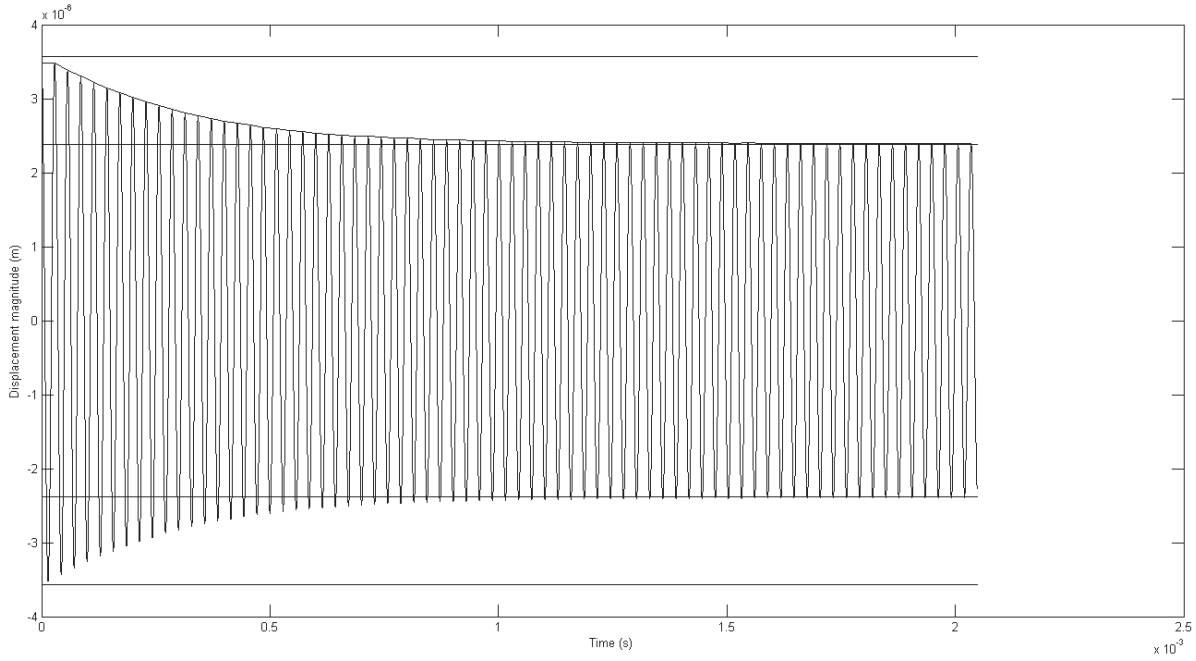


Figure 21 : réponse temporelle du modèle expérimental.

On définit également l'évolution du facteur de perte en reprenant la définition du chapitre 3 (Figure 22).

$$\eta = 2\zeta = 2\frac{d}{dt}\left(-\frac{1}{\omega_0}\log\left(e(t)\right)\right) \qquad \textbf{19}$$

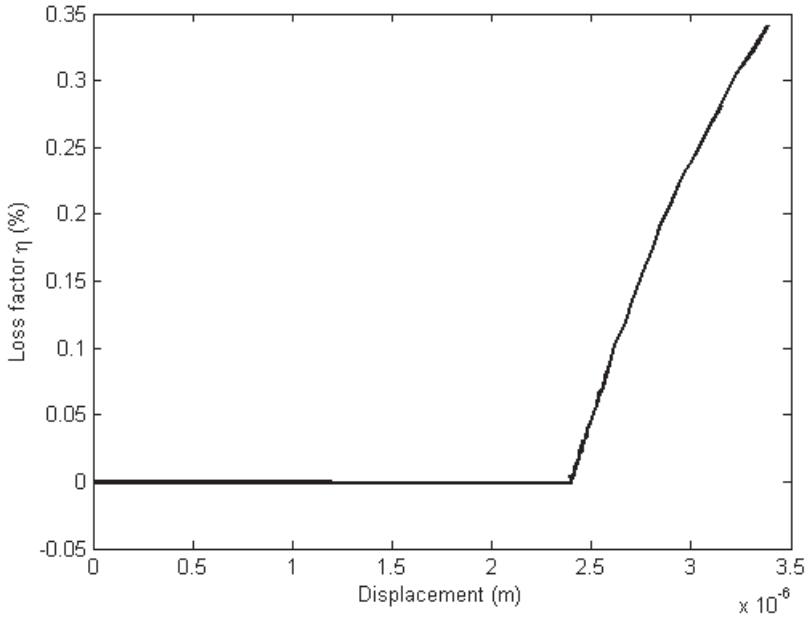


Figure 22 : évolution du facteur de perte post-traité à partir des oscillations libres

V. Techqiques de mesures et résultats expérimentaux

1. Excitation et technique de mesure

Pendant les essais menés, les réponses dynamiques libres de la poutre bi-encastrée ont été recherchées. Le premier mode de flexion de la poutre est étudié avec plusieurs niveaux de charges normales et plusieurs niveaux d'excitation.

Pour l'expérimentation dynamique en régime forcé, la poutre est excitée par les patchs piézoélectriques localisés au centre et des deux côtés de la poutre (Figure 16). Les signaux d'excitation sont des fonctions sinusoïdales dont les fréquences sont situées dans la bande spectrale d'étude.

Pour l'expérimentation dynamique libre, quatre techniques d'excitation sont utilisés :

- Excitation par un marteau de choc ;
- Excitation par balayage sinus autour du premier mode de flexion obtenue avec les patchs piézoélectriques ;
- Excitation réalisée avec une corde de pré-charge accrochée au centre de la poutre, qui permet d'effectuer une excitation de type "Heaviside" lorsque la corde est coupée ;
- Excitation sinusoïdale interrompue à la fréquence du premier mode de flexion, méthode d'appropriation interrompue.

Ces quatre types d'excitation sont comparés dans le domaine temps-fréquence dans la Figure 23.

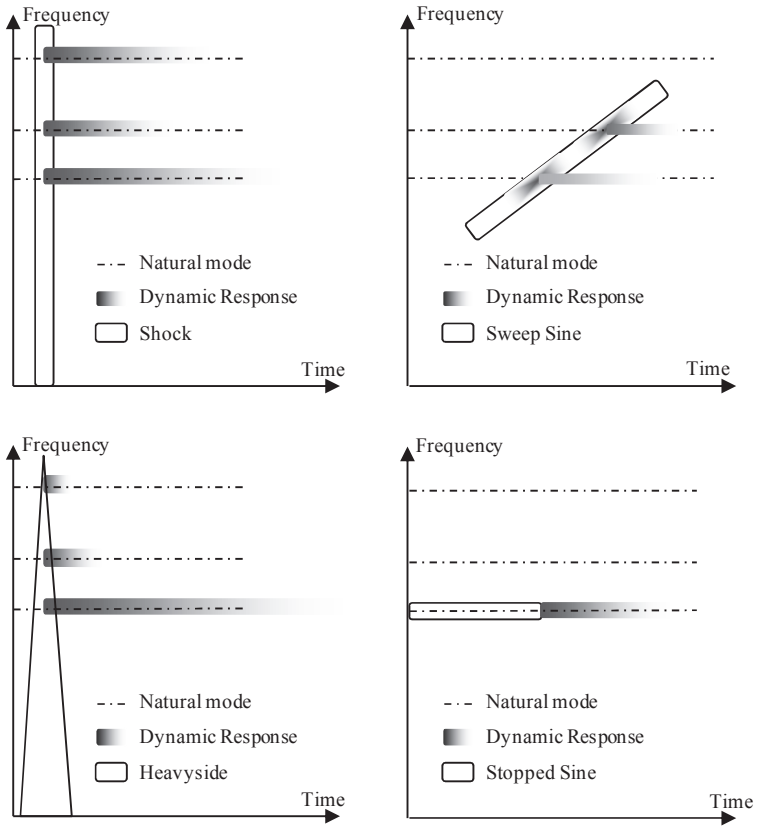


Figure 23 : représentation Temps-Fréquence de l'excitation et de la réponse dynamique des structures linéaires pour différents types d'excitation : chocs, balayage sinus (Sweep-sine), heaviside, appropriation interrompue (Stopped-Sine)

La première excitation est un choc au marteau, la réponse est un signal transitoire, il se distingue d'une excitation sinusoïdale, qui est stationnaire. Lors de l'excitation par choc, toute l'énergie est fournie dans un temps très court et sur l'ensemble des fréquences de la bande spectrale étudiée. Le choc excite tous les modes naturels au même instant. Cette excitation est classiquement retenue pour les structures linéaires. Toutefois, pour des systèmes non linéaires, la réponse dynamique dépend fortement du niveau des chocs et des modes de la structure, elle ne peut pas être considérée comme la superposition de la réponse dynamique de chaque mode naturel.

Le second type d'excitation est le balayage sinus. Lors de l'essai, la fréquence d'excitation augmente en fonction du temps. La réponse dynamique est supposée être une solution en régime permanent pour chaque fréquence. Pour les modes naturels faiblement amortis, la principale difficulté du balayage sinus réside dans le choix d'une évolution suffisamment lente de la fréquence, afin d'éviter des modulations entre fréquences naturelles et fréquence d'excitation. L'intérêt du sinus balayé, par rapport aux autres types d'essais, est qu'il permet d'obtenir une excitation contrôlée sur l'ensemble de la bande de fréquence étudiée. Les variations d'amplitude ne sont plus alors dues qu'aux réponses de la structure (résonances et antirésonances). Cependant la vitesse de balayage doit être maîtrisée, car on observe classiquement après la résonance, une "interférence" entre la réponse libre du système mécanique et l'excitation sinusoïdale. Il y a alors apparition d'un phénomène de battements.

Le troisième type d'excitation est une fonction de Heaviside. Cette fonction a un apport plus important en énergie sur les basses fréquences que sur les fréquences plus élevées. Pour obtenir l'excitation Heaviside, une corde est attachée au milieu de la structure, et la tension de cette corde permet d'obtenir une déformée statique de la poutre proche de la forme de celle du premier mode de flexion. La condition initiale obtenue avec la déformée statique et la nature de l'excitation conduit à une réponse dynamique composée principalement de la première fréquence propre. Cependant, plusieurs résultats expérimentaux montrent tout de même la contribution de modes de fréquence plus élevée dans la réponse dynamique

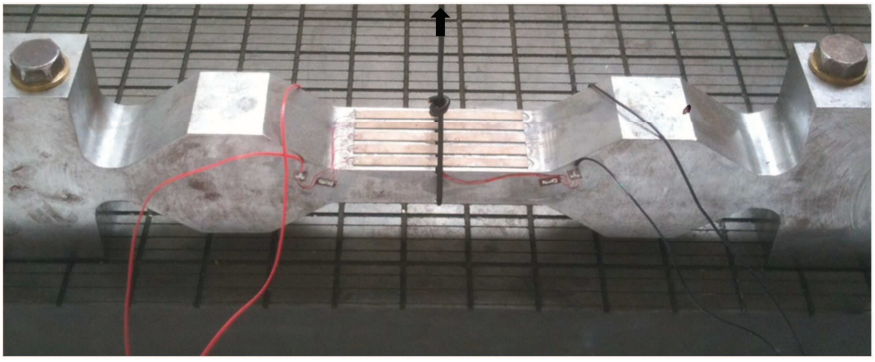


Figure 24 : excitation par fonction Heaviside

L'excitation la plus précise dans le contexte de notre étude est une appropriation interrompue, accordée près de la fréquence naturelle étudiée. Cette fréquence est préalablement détectée par des essais aux chocs ou des balayages sinus. Lorsque l'excitation est arrêtée, la structure continue sa réponse dynamique, composée uniquement du mode naturel étudié. Cette propriété est importante et permet d'étudier les non-linéarités dynamiques avec précision. L'étude de l'amortissement non-linéaire (considéré dépendant de l'amplitude) se fera par analyse de la diminution de l'amplitude du signal au cours du temps.

2. Les mesures de référence sur la poutre monolithique

Afin de valider la conception de la structure étudiée, une analyse modale expérimentale de la poutre monolithique est menée. L'objectif de cette étude, est de s'assurer de la corrélation entre le modèle théorique et la poutre réelle, en ce qui concerne notamment : la forme du premier mode de flexion et la position des sections où le moment fléchissant s'annule. Cela afin de valider les coordonnées axiales où la poutre doit être coupée avant usinage de celle-ci.

Pour obtenir la forme du premier mode de la poutre, une FRF est construite entre le signal du capteur de force du marteau de choc et le signal du laser. Les chocs ont été appliqués au centre de la poutre. Les mesures laser ont été effectuées le long de la poutre en douze points différents.

Après traitement des données et la construction des fonctions de transfert, on obtient la Figure 25 qui montre une fréquence naturelle de la poutre à 950 Hz pour son premier mode de flexion.

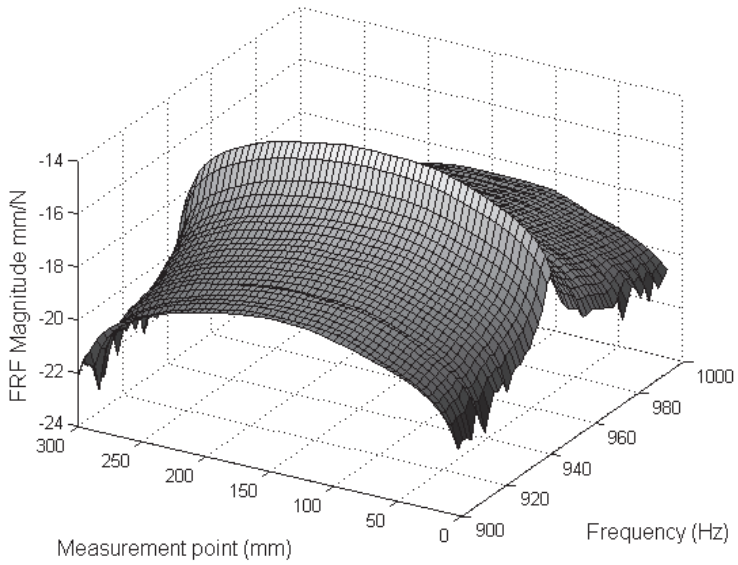


Figure 25 : FRF obtenues pour un choc appliqué au centre de la poutre et les mesures laser en douze points différents

Les amplitudes de la déformée du premier mode de flexion sont alors reconstruites et comparées aux données obtenues par la simulation EF, voir la Figure 26. La déformée du mode numérique et la déformée mesurée expérimentalement sont très proches, permettant d'être confiant sur le positionnement axial des plans de coupe.

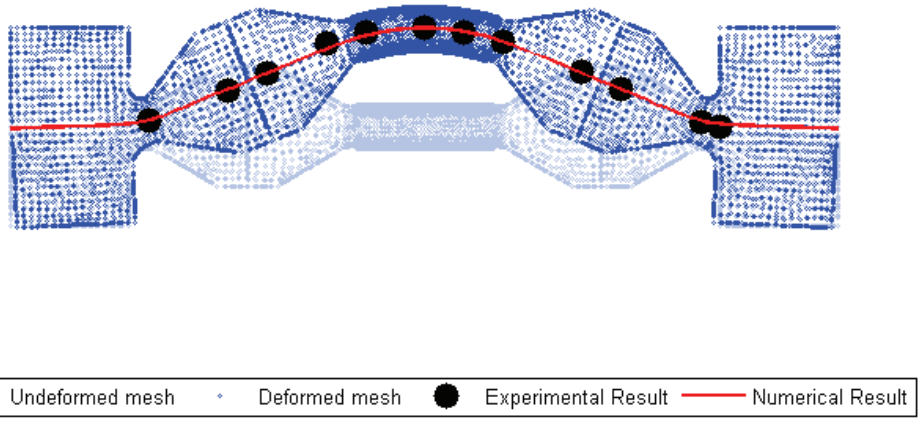


Figure 26 : comparaison des formes obtenues pour le premier mode de flexion par calculs éléments finis et par calcul à partir des données expérimentales. Les deux résultats sont superposés sur la fibre neutre.

3. Les mesures de référence sur la poutre coupée

Seuls les résultats des tests effectués avec des chocs et des appropriations interrompues sont présentés. Les autres résultats obtenus avec balayage sinusoïdal et Heaviside ont produit des résultats moins « intéressants ».

Analyse aux chocs de la poutre coupée

Pour l'analyse des chocs, des FRF sont calculées entre le capteur du marteau de choc et l'accéléromètre. Le choc se fait près du milieu de la poutre et l'accéléromètre est localisé au centre de la poutre.

Les mêmes tests sont effectués pour la poutre de référence (monolithique) et pour la poutre coupée. La Figure 27 montre les FRF pour la poutre monolithique et pour la poutre coupée. Comme la charge normale ne modifie pas la réponse dynamique de la poutre de référence, elle n'est pas présentée comme un paramètre pour celle-ci, par contre la réponse dynamique de la poutre coupée est étudiée avec des charges normales de 100N, 200N, 500N et 1000N

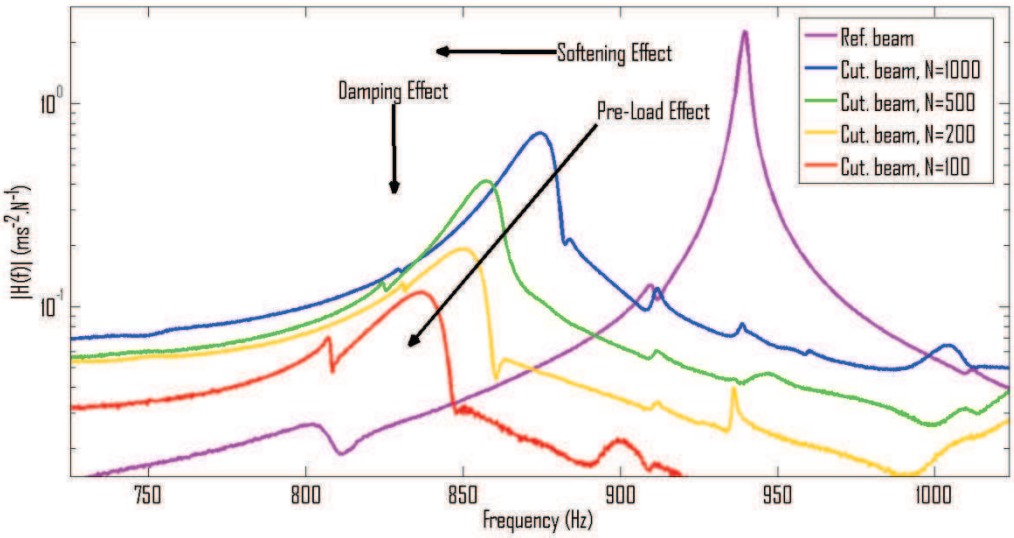


Figure 27 : FRF entre l'accéléromètre et le capteur de marteau de choc. Les deux poutres, monolithique et coupée, sont testées. La poutre coupée est testée pour quatre niveaux de chargement normal dans la gamme [100-1000 N].

La Figure 27 met en évidence trois effets notoires dans l'évolution des FRF:

- *L'effet « assouplissant » des interfaces* : la première fréquence naturelle de la poutre de référence est proche de 940 Hz. Celle de la poutre coupée va diminuer de 875 Hz jusqu'à 837 Hz en fonction de la charge normale appliquée avant l'essai et donc de la contrainte normale présente dans les interfaces. En faisant l'hypothèse que la forme du mode ne dépend pas de la charge normale, cette diminution de 10% de la fréquence correspond à 20% de baisse de la raideur modale. Donc plus la contrainte normale dans les interfaces diminue, plus la raideur modale de la structure diminue.

- *L'effet non-linéaire des interfaces* : on observe sur la courbe de la fonction de transfert que le premier mode naturel de flexion de la poutre de référence présente une symétrie dans le domaine des fréquences. Pour la poutre coupée, on observe que le mode n'est pas symétrique quel que soit la charge normale, ce qui met en évidence le caractère non-linéaire du comportement de la structure.

- *L'effet d'amortissement de l'interface et de la charge normale* : les mesures effectuées sur la poutre coupée mettent en évidence une évolution significative de l'amortissement en fonction de la charge normale : l'amortissement augmente avec la diminution de la charge normale. Ceci est cohérent avec le fait que pour une même charge tangentielle le glissement partiel dans l'interface sera plus important pour une charge normale plus basse, on aura ainsi plus d'énergie dissipée donc plus d'amortissement.

Analyse en appropriation interrompue

L'amortissement de la poutre étant faible, sa mesure est effectuée dans le domaine temporel pour des raisons de précision et afin d'étudier l'évolution de l'amortissement en fonction de l'amplitude. Par ailleurs, afin de simplifier les techniques de post-traitement et à nouveau pour des raisons de précision, l'excitation sera réalisée par la technique d'appropriation interrompue en utilisant des patchs piézoélectriques.

La première étape consiste à détecter la courbe enveloppe, voir la Figure 28.

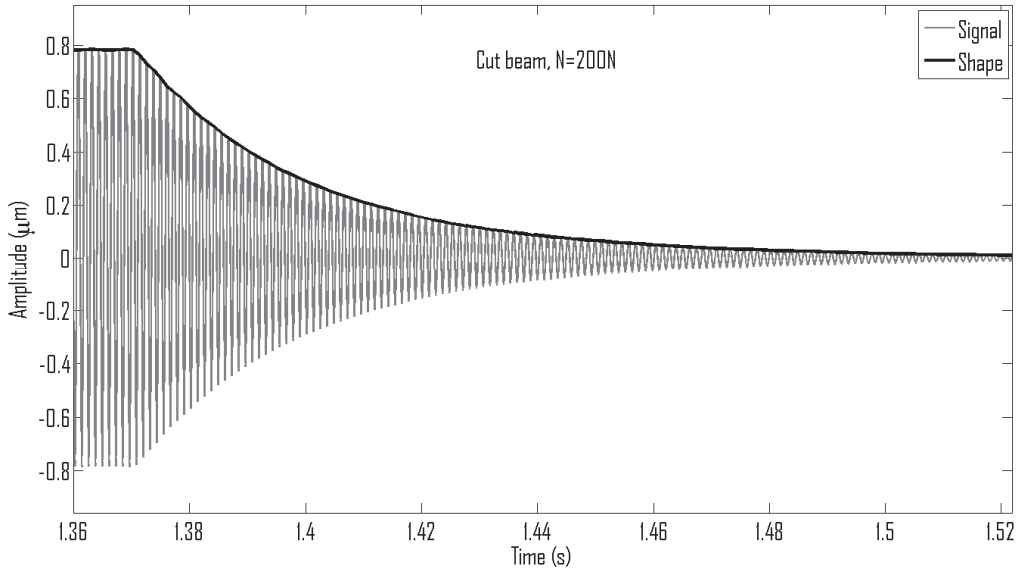


Figure 28 : signal temporel mesuré à l'accéléromètre et intégrées au cours du temps deux fois pour obtenir un déplacement sous une charge normale 200N, et la courbe enveloppe.

Cette courbe a été calculée avec la transformée de Hilbert. On peut associer à tout signal réel x(t) le signal analytique (complexe) correspondant :

$$z_x(t) = x(t) + jH\{x(t)\} \quad \textbf{20}$$

où H désigne la transformée de Hilbert.

Par analogie avec le cas d'un signal monochromatique, on peut définir une amplitude instantanée (enveloppe) :

$$r_x(t) = |z_x(t)| \quad \textbf{21}$$

et une fréquence instantanée :

$$f_x(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d(\arg z_x)}{dt}(t) \quad \textbf{22}$$

La deuxième étape consiste à calculer la pente logarithmique de la courbe enveloppe. Cet objectif peut être atteint :

- à partir du signal réel par le calcul du décrément logarithmique avec une moyenne mobile sur plusieurs amplitudes max :

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{x_0}{x_n} \qquad 23$$

où x_0 est la plus grande des deux amplitudes et x_n l'amplitude d'un pic à n périodes plus loin ;

- à partir de la transformée de Hilbert par le calcul de la moyenne mobile de l'amplitude logarithmique.

Contrairement à la première technique, la deuxième méthode ne dépend pas d'un nombre entier d'oscillations.

Ces techniques montrent un amortissement non-linéaire : la pente diminue avec la diminution de l'amplitude de déplacement (Figure 29). Cet effet est évident pour la poutre coupée, mais il a pu être observé sur la poutre de référence dans une infime proportion. Cela provient probablement du fait que les surfaces de mise en position des encastrements de la poutre sur le marbre produisent le même effet que les interfaces étudiés mais dans une moindre importance, à savoir un comportement dissipatif inhérent au glissement partiel. D'où l'intérêt évoqué précédemment de comparer les résultats de la poutre coupée à ceux de la poutre de référence afin d'isoler les effets amortissants dûs uniquement aux interfaces étudiées.

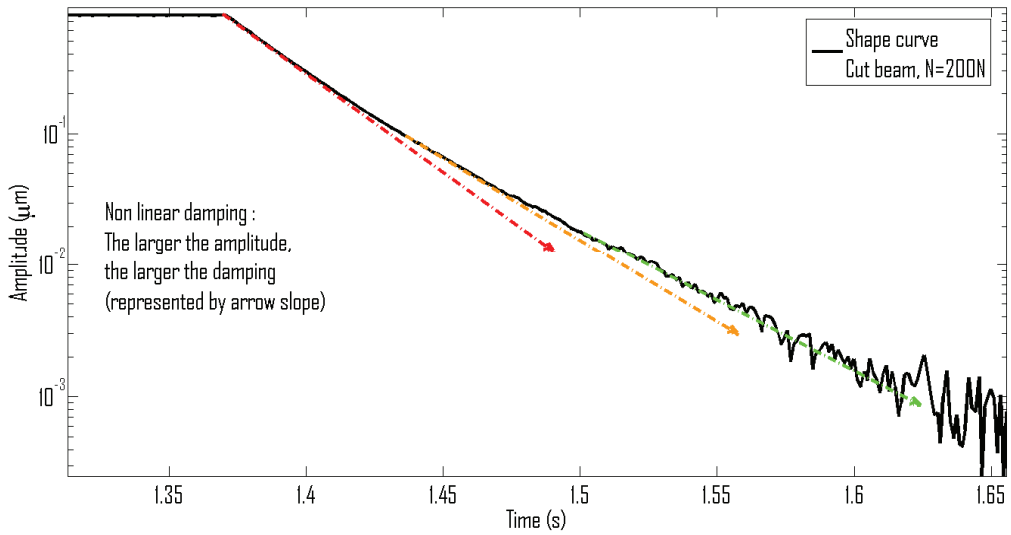


Figure 29 : l'évolution logarithmique de la courbe enveloppe: l'évolution devrait être linéaire pour un amortissement constant.

Le calcul de la pente de la courbe enveloppe mène à l'amortissement instantané :

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi}{\delta}\right)^2}} \qquad 24$$

La Figure 30 représente l'évolution de l'amortissement modal du premier mode de flexion par rapport à l'amplitude de déplacement pour la poutre de référence et pour la poutre coupée chargée avec quatre niveaux de charges normales.

Ces courbes mettent en évidence :

L'effet non linéaire des interfaces sur l'amortissement : l'amortissement dépend du déplacement d'amplitude et de la charge normale ;
L'augmentation de l'amortissement avec la diminution de la charge normale. Cet effet a déjà été montré avec les excitations par choc ;
L'augmentation de l'amortissement avec l'augmentation de l'amplitude de déplacement. Les interfaces de la poutre coupée dissipent de plus en plus d'énergie lorsque le déplacement augmente.

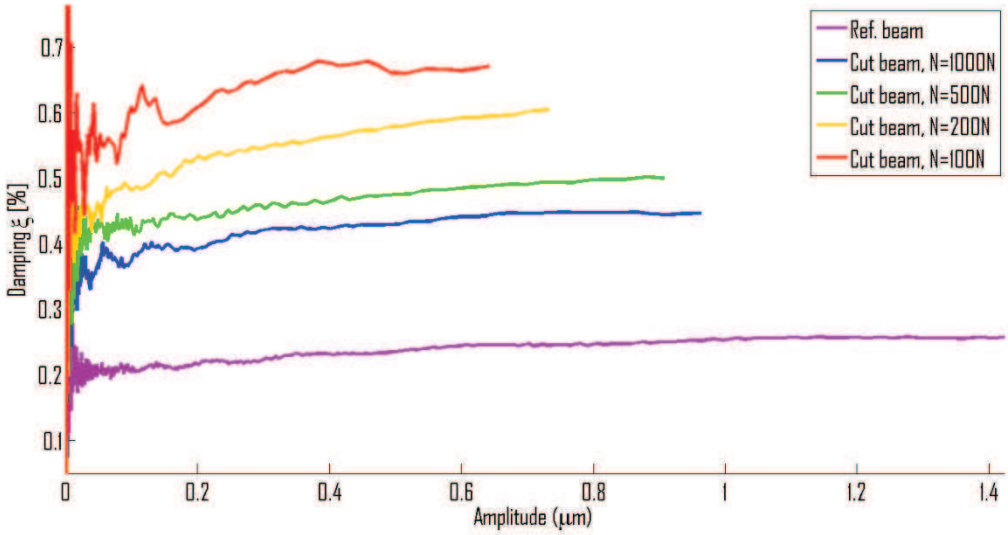


Figure 30 : évolutions de l'amortissement en fonction de l'amplitude de déplacement pour différentes charges normales

VI. Conclusion

Contrairement à d'autres types d'études expérimentales trouvés dans la bibliographie, le moyen expérimental proposé vise à déterminer l'amortissement dans les interfaces avec des charges normale et transversale connues et contrôlées.

Cependant, même si la charge est contrôlée, la distribution des contraintes normales dans l'interface dépend des surfaces de contact réelles et surtout de leur planéité.

Le montage proposé s'attache à étudier l'amortissement non-linéaire dû aux micro-glissements dans les interfaces. La conception originale du dispositif expérimental est basée sur le découplage des charges normales statiques et des charges tangentielles dynamiques dans les interfaces.

Afin d'évaluer l'amortissement de la structure, plusieurs types d'excitation ont été testés et comparés. L'excitation par appropriation interrompue après calage de l'excitation sur le premier mode de la structure se révèle être la plus intéressante pour une telle étude. Elle permet d'obtenir une réponse en fréquence unique, et d'étudier le mode non-linéaire sans interférences avec des autres modes.

L'excitation est obtenue grâce aux patchs piézoélectriques collés sur deux faces opposées de la structure. Ce dispositif permet de déconnecter instantanément l'excitation sans variation d'impédance mécanique comme c'est le cas avec des excitateurs électrodynamiques. Quel que soit l'instant de la

coupure de courant, les conditions cinématiques initiales sont colinéaires au premier mode de flexion étudié. Ainsi, la poutre vibre dans des conditions libres uniquement sur la fréquence du premier mode de flexion avec une lente diminution de l'amplitude. L'utilisation de patchs piézoélectriques est fondamentale pour le succès de la méthode d'excitation par appropriation interrompue. La principale amélioration de ce dispositif serait de mettre en place des patchs piézoélectriques en mesure de fournir une amplitude de déplacement plus importante.

Malgré sa forme académique, assez éloignée d'un assemblage boulonné, ce banc reproduit les conditions de chargement d'un assemblage sous charge normale constante et charge tangentielle dynamique. De plus la comparaison de la poutre de référence avec la poutre coupée permet d'isoler l'amortissement induit par les interfaces, de l'amortissement induit par d'autres sources (en particulier de l'amortissement pour les surfaces de contact des encastrements).

Expérimentalement, la fréquence et les évolutions du facteur de perte entre la poutre monolithique et la poutre coupée, sont conformes aux tendances issues de la bibliographie. Cependant, on remarque que les amplitudes atteintes ne permettent pas de comparer directement ces résultats avec ceux issus des modélisations analytiques, en effets ces derniers ne prédisent pas d'amortissement avant l'apparition du méso-glissement alors que l'expérimentation met en évidence un amortissement à très faible amplitude.

BIBLIOGRAPHIE

1 PEYRET, N.; DION, J.L.; CHEVALLIER, G.; ARGOUL, P. Nonlinear dynamic behavior modelling of a planar friction interface in a structure assembly. **in Proc. IDTEC ASME**, 2009.

2 AHMADIAN, H.; JALALI, H. Identification of bolted lap joints parameters in assemled structures. **Mech. Syst. Signal Process,** v. 21, p. 1041-1050, 2007.

3 METHERELL, A.; DILLER, S. Instantaneous energy dissipation rate in a lap joint-Uniform clamping pressure. **ASME Journal of Applied Mechanics**, v. 35, p. 123-128, 1968.

4 ESTEBAN, J.; ROGERS, C. A. Energy dissipation through joints: theory and experiments. **Computers and Structures**, v. 75, p. 347-359, 2000.

5 SONG, Y. Simulation of dynamics of beam structures with bolted joints using adjusted Iwan beam elements. **Journal of Sound and Vibration**, v. 273, n. 1-2, p. 249-276, 2004.

6 GOODMAN, L.; KLUMPP, J. Analysis of slip damping with reference to turbine_blade vibration. **ASME Applied Mechanics Division**, 1956.

7 NANDA, B. K.; BEHERA, A. K. Study on damping in layered and jointed structures with uniform pressure distribution at the interfaces. **Journal of Sound and Vibration**, 1999.

8 NANDA, B. K. Study of the effect of bolt diameter and washer on damping in layered and jointed structures. **Journal of Sound and Vibration**, v. 290, p. 1290–1314, 2006.

9 HELLER, L. Amortissement dans les structures assemblées. **Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté**, 2005.

10 HELLER, L.; FOLTETE, E.; PIRANDA, J. Experimental identification of nonlinear dynamic properties of built-up structures. **Journal of Sound and Vibration**, v. 327, n. 1-2, p. 183-196, 2009.

11 NOUIRA, H.; FOLTETE, E; AIT BRIK, B; HIRSINGER, L; BALLANDRAS, S. Experimental characterization and modeling of microsliding on a small cantilever quartz beam. **Journal of Sound and Vibration**, v. 317, n. 1-2, p. 30-49, 2008.

12 GOYDER, H.; IND, P.; BROWN, D. Development of a method for measuring damping in bolted joints. **In Proc. IDETC ASME**, 2011.

13 BEARDS, C.; WILLIAMS, J. The damping of structural vibration by rotational slip in joints. **Journal of Sound and Vibration**, v. 53(3), p. 333–340, 1977.

14 GAUL, L.; LENZ, J. Nonlinear dynamics of structures assembled by bolted joints. **Acta Mechanica**, 1997.

15 GREENWOOD J.A.; WILLIAMSON, J. B. P. Contact of nominally flat surfaces. **Proceedings Royal Society**, v. A295, p. 300-319, 1966.

16 MASUKO M., ITO, Y.; YOSHIDA, K. Theoretical analysis for a damping ratio of a jointed cantibeam. **Bulletin of JSME**, n. 16, p. 1421-1432, 1973.

17 DE BENEDETTI, M. D.; GAROFALO, G.; ZUMPANO, M.; BARDONI, R. On the damping effect due to bolted junctions in space structures subjected to pyroshock. **Acta Astronautica**, v. 60, p. 947–956, 2007.

18 BERTHILLIER, M.; DUPONT, C.; MONDAL, R.; BARRAU, R. Blades forced response analysis with friction dampers. **Transactions of the ASME**, v. 120, p. 468–474, 1998.

19 UNGAR, E. E. The status of engineering knowledge concerning the damping of built up structure. **Journal of Sound and Vibration**, v. 26(1), p. 141-154, 1973.

20 KORKMAZ, I.; BARRAU, J. J.; BERTHILLIER, M.; CREZE, S. Experimental dynamic analysis of cantiliver beam damped by a dry friction damper. **Mecanique Industrielle et Materiaux**, 1993, v. 46(3), p. 145-149.

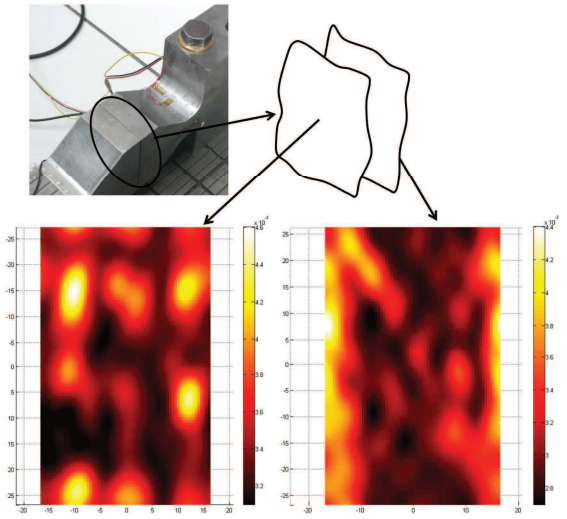
21 ARGOUL, P. Identification des structures vibrantes. **Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées**, 1991.

Chapitre 5

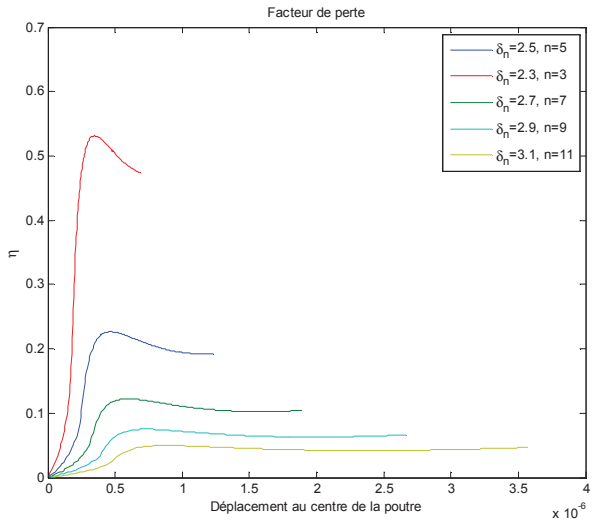
Influence de la géométrie réelle des interfaces : Prise en compte des défauts de formes.

Résumé :

Les résultats expérimentaux sur le banc d'essai académique montrent que l'amortissement dû aux interfaces est présent dès les petites amplitudes de déplacement contrairement au modèle. Il est postulé dans ce chapitre que cet amortissement provient des défauts géométriques de surfaces en contact, et un nouveau modèle prenant en compte ces défauts est développé. Un facteur de perte est ainsi recalculé permettant la modélisation de l'amortissement de notre structure. Pour finir une identification des paramètres d'un modèle global, (modèle de Dahl) est menée.



Relevés tridimensionnels des surfaces d'une interface du banc d'essai



Evolution du facteur de perte η (%) en fonction de υ (m)

Sommaire

Chapitre 5 99
I. Introduction 101
II. Description réelle des interfaces 102
1. Défauts de surface des interfaces 102
2. Modélisation d'une surface de contact réelle 103
3. Caractérisation des surfaces d'assemblage du banc d'essai 105
III. Modélisation du contact plan réel 107
1. Modélisation du contact bombé sphérique 107
2. Modélisation du contact multi-bombé sphérique 113
3. Application aux surfaces définissant nos interfaces. 117
4. Facteur de perte de la structure 118
5. Analyse de l'influence des différents paramètres du modèle 120
IV. Modèle global du contact – Identification du modèle de Dahl 125
1. Fonction de dissipation F_d 125
2. Modèle de Dahl 126
3. Identification des paramètres du Modèle de Dahl pour un contact bombé 126
V. Conclusion 129

I. Introduction

L'objectif de ce chapitre est de prendre en compte les défauts de formes des interfaces et de quantifier leur contribution dans l'amortissement de la structure (**Figure 1**). A partir d'une modélisation locale des défauts de surfaces des interfaces, l'énergie dissipée et la fonction de dissipation sont déterminées.

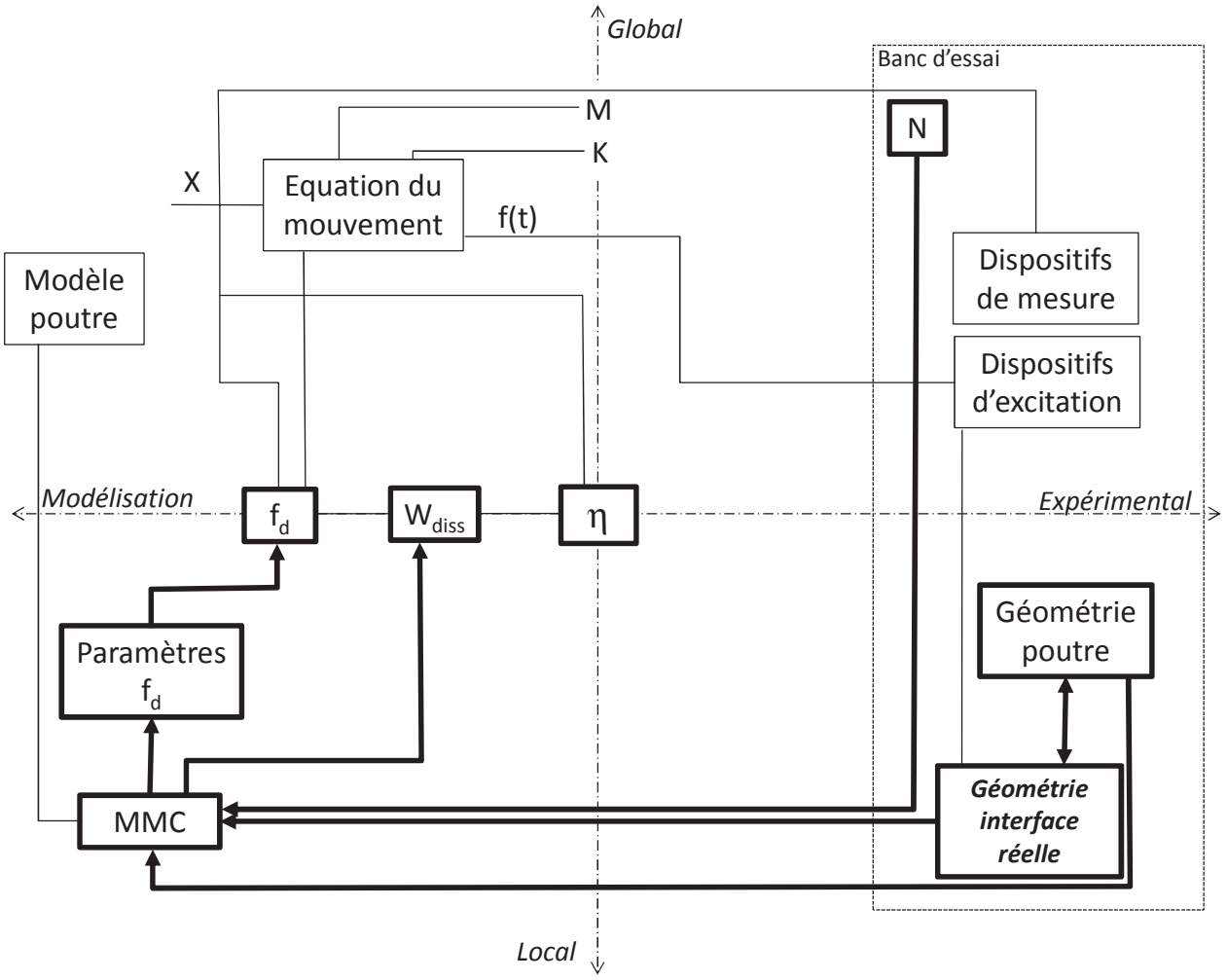


Figure 1 : schéma fonctionnel de la prise en compte des défauts de formes

Avec :

M : masse modale de la structure

X : déplacement du modèle à un ddl

f_d : force de dissipation non linéaire

η : facteur de perte

Modèle poutre : définition du modèle poutre de la structure

N : effort normal appliqué sur les interfaces

Géométrie poutre : dimension et fixation poutre

K : raideur modale de la structure

f(t) : force d'excitation

W_{diss} : énergie dissipée par glissement partiel dans les interfaces d'assemblage.

MMC : mécanique des milieux continus (contraintes, déformations et déplacements)

Géométrie interface : position, dimension et forme

II. Description réelle des interfaces

1. Défauts de surface des interfaces

Lors de la réalisation des surfaces fonctionnelles spécifiées (surface géométrique) par le bureau d'études sur les plans de définition, il apparaît lors de la fabrication un certain nombre de défauts géométriques. Ces défauts remettent en cause l'hypothèse d'un contact plan dans les interfaces avec une répartition de contrainte normale uniforme.

En effet, les surfaces fonctionnelles réelles sont affectées par des irrégularités inhérentes aux procédés de fabrication et de réalisation. Les normes NF EN ISO 4787-4288 et NF EN ISO 12085 divisent les écarts ou défauts de ces surfaces en six classes principales en fonction de leur nature et de leur dimension (Figure 2-a).

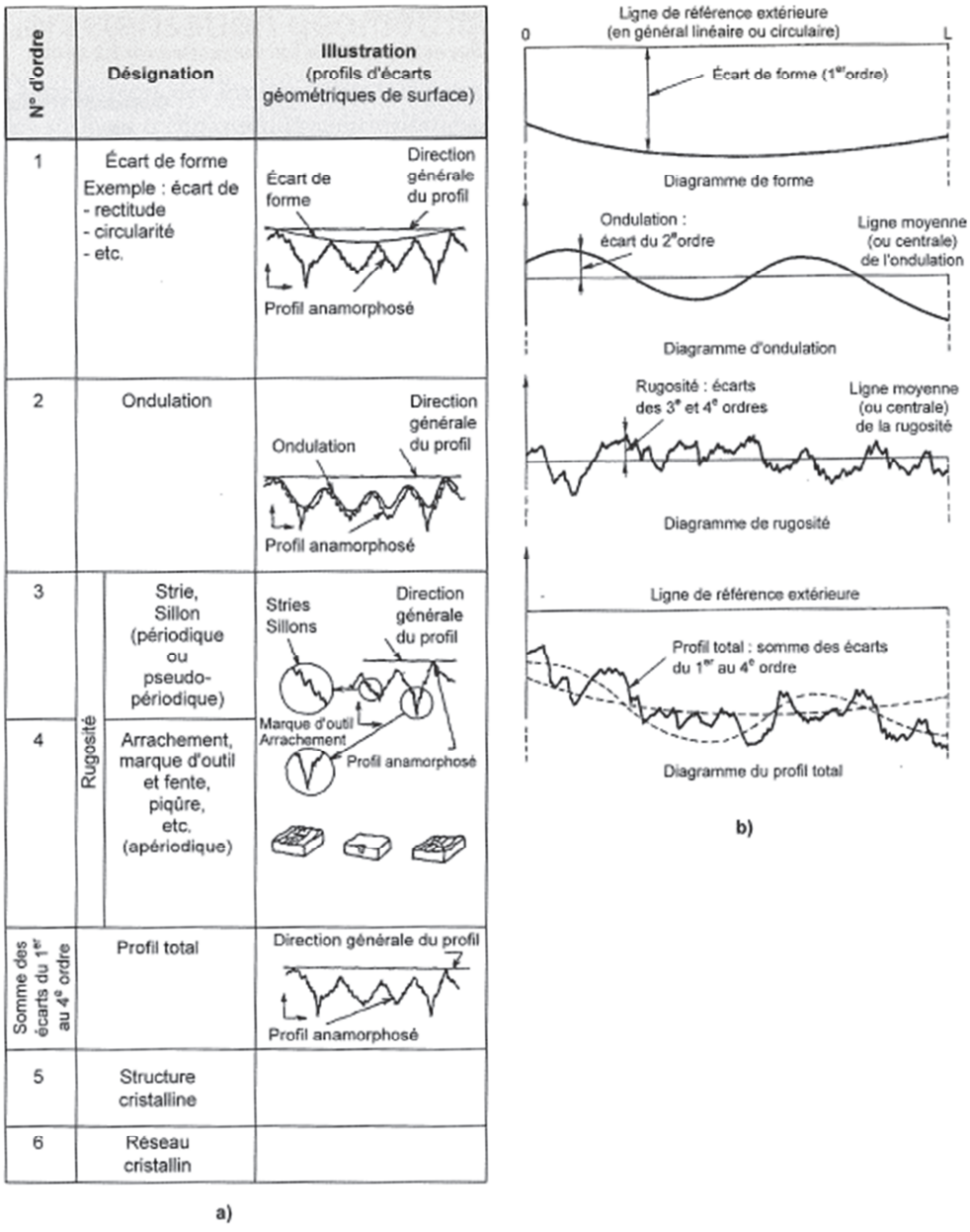


Figure 2 : classes de défauts de surface d'après (1)

a) d'après Norme NF 05-015 b) Superposition des 4 premières classes de défauts de surface.

Les défauts de forme ou erreurs macro-géométriques, dites de *1er ordre*, proviennent des déformations de la pièce et de la machine-outil lors de l'usinage, telles que les défauts de planéité, cylindricité, parallélisme, perpendicularité… Les irrégularités du *2ième ordre* consistent en des ondulations régulières engendrées par des vibrations de la pièce et/ou de la machine-outil lors de l'usinage. A plus petite échelle, visible seulement à la loupe ou au microscope, on rencontre la « rugosité ou micro géométrie de surface » qui regroupe les défauts de *3ième et 4ième ordre*. Les défauts du *3ième ordre*, sont des stries ou sillons dont la répartition peut être périodique ou pseudo-périodique. Ces stries peuvent résulter de vibrations haute fréquence de l'outil ou de la pièce, de la qualité de l'affûtage de l'outil, de l'hétérogénéité du matériau…

La somme des écarts des défauts du 1ier au 4ième constitue le « profil total » qui correspond à la ligne enveloppe de la surface accessible physiquement à la mesure dimensionnelle (Figure 2-b).

2. Modélisation d'une surface de contact réelle

La surface de contact (surface géométrique) entre deux pièces est géométriquement définie par l'aire de contact nominale, c'est à dire par la surface où les deux solides paraissent en contact. En réalité, du fait des défauts géométriques, le contact réel se fait uniquement sur le sommet des aspérités (Figure 3).

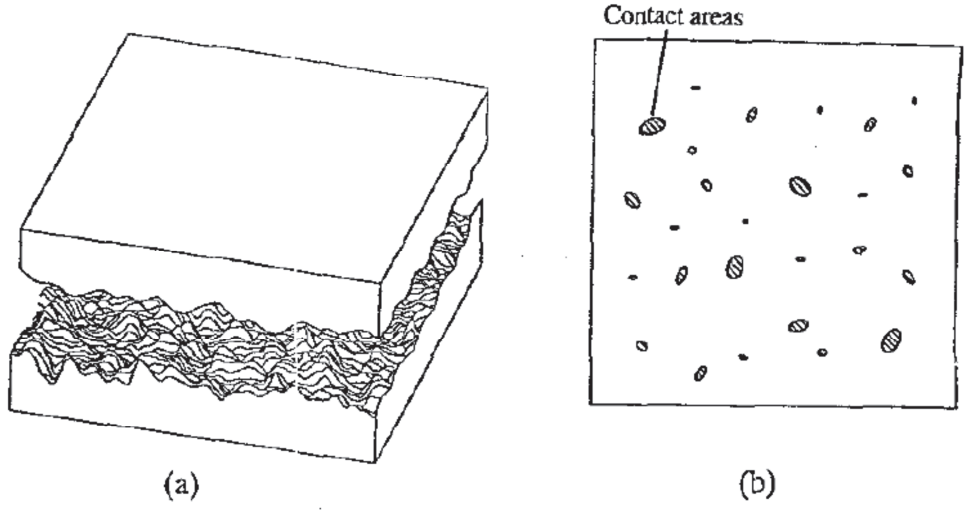


Figure 3 : deux surfaces réelles nominalement planes en contact (a) et aires de contact réelles correspondantes (b) d'après (2)

L'aire de la surface effective de contact des aspérités est appelée surface de contact réelle A_r. Elle est naturellement plus petite que la surface géométrique, ainsi la pression de contact réelle p_r est beaucoup plus forte que la pression nominale p.

La modélisation des défauts micro géométriques d'état de surface permet d'établir des lois de comportement de phénomènes physiques où interviennent les effets des défauts de surface. Pour établir ces relations, on effectue des hypothèses sur la distribution horizontale et verticale des aspérités.

Un des modèles les plus couramment utilisés est celui de Greenwood-Williamson (3), (4).

Ce modèle caractérise :

- La distribution des hauteurs des aspérités ;
- La forme des aspérités.

Les aspérités sont supposées réparties uniformément dans le plan horizontal (sans interaction entre elles) et la distribution des hauteurs de celles-ci est définie par une loi gaussienne d'écart type σ. Cette loi est celle qui semble le mieux correspondre aux relevés expérimentaux (5) et a fait l'objet de nombreux développements mathématiques. Les écarts de la loi gaussienne par rapport à d'autres types de distribution ne sont pas très importants (6).

Pour une loi normale, l'expression de la distribution des hauteurs d'aspérités $\phi(y)$, lorsque la ligne de référence est prise sur la ligne moyenne de hauteur d'aspérités (Figure 4), s'écrit :

$$\phi(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-y^2}{2\sigma^2}} \qquad \mathbf{1}$$

Avec σ l'écart type et *y* la variable de hauteur d'aspérité

Les aspérités sont supposées avoir des extrémités sphériques (permettant de traiter chaque contact d'aspérité comme un contact hertzien) et une deuxième surface rugueuse est mise en contact. Cette modélisation s'intéresse à des surfaces réelles de contact ne comportant que des défauts géométriques du 3ième ordre. Dans un premier temps, le problème du contact de deux surfaces réelles (dites surfaces rugueuses), est ramené au contact d'une surface rugueuse et d'un plan géométriquement parfait, la rugosité de la surface réelle étant définie par une distribution gaussienne d'écart type σ (racine carrée de la somme des écarts type des répartitions de chacune des surfaces réelles en contact).

Lorsque les deux surfaces sont mises en contact et en charge, il est considéré qu'il n'y a que des déformations locales élastiques et que la déformation globale des surfaces en contact est nulle. La surface plane parfaite se trouve à une distance *d* du plan moyen de référence de la surface de rugosité équivalente et *y* définit la variable de hauteur d'aspérité (**Figure 4**), la probabilité de contact entre la surface rugueuse et la surface plane est définie par :

$$\psi(d) = \mathrm{Prob}(y > d) = \int_d^{\infty} \phi(y) dy \qquad \mathbf{2}$$

Avec :

ϕ(y) la densité de probabilité d'une aspérité de se situer entre y et y+dy

ψ(d) le nombre de points dont l'altitude dépasse d

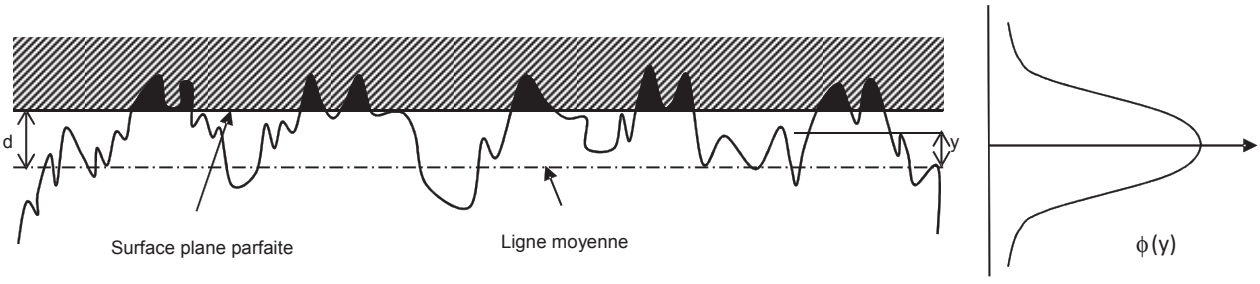


Figure 4 : modélisation du contact entre surface rugueuse et distribution gaussienne de la hauteur des aspérités

Cette théorie permet de définir : le nombre total d'aspérités en contact, l'aire réelle de contact et la charge totale supportée par les aspérités.

Ce modèle élémentaire a été souvent amélioré. Greenwood et Tripp (7) ont pris en compte des aspérités de formes différentes et d'autres types de distribution. Les interactions entre aspérités ont été

prises en compte entre autre par Goryacheva et al. (8), la répartition uniformément distribuée sur la surface a été améliorée par Sukizoe et al. (9) et Mc Cool (10). La plasticité du contact est également prise en compte dans certains modèles (voir par exemple (11)).

9. Caractérisation des surfaces d'assemblage du banc d'essai

Afin d'obtenir les surfaces réelles de contact des interfaces des mesures tridimensionnelles de ces surfaces ont été effectuées. Ces mesures ont été réalisées sur une machine ZEISS (Figure 5) de la société JPB Système (partenaire du projet MAIAS - Pôle de Compétitivité aérospatial ASTECH).

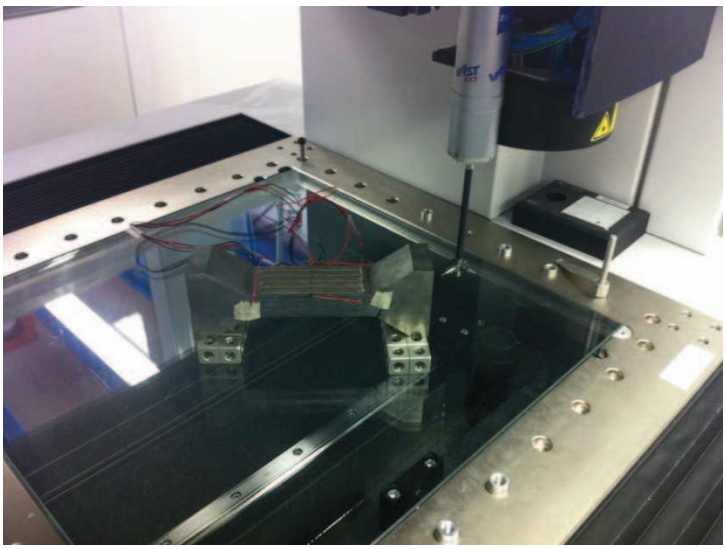
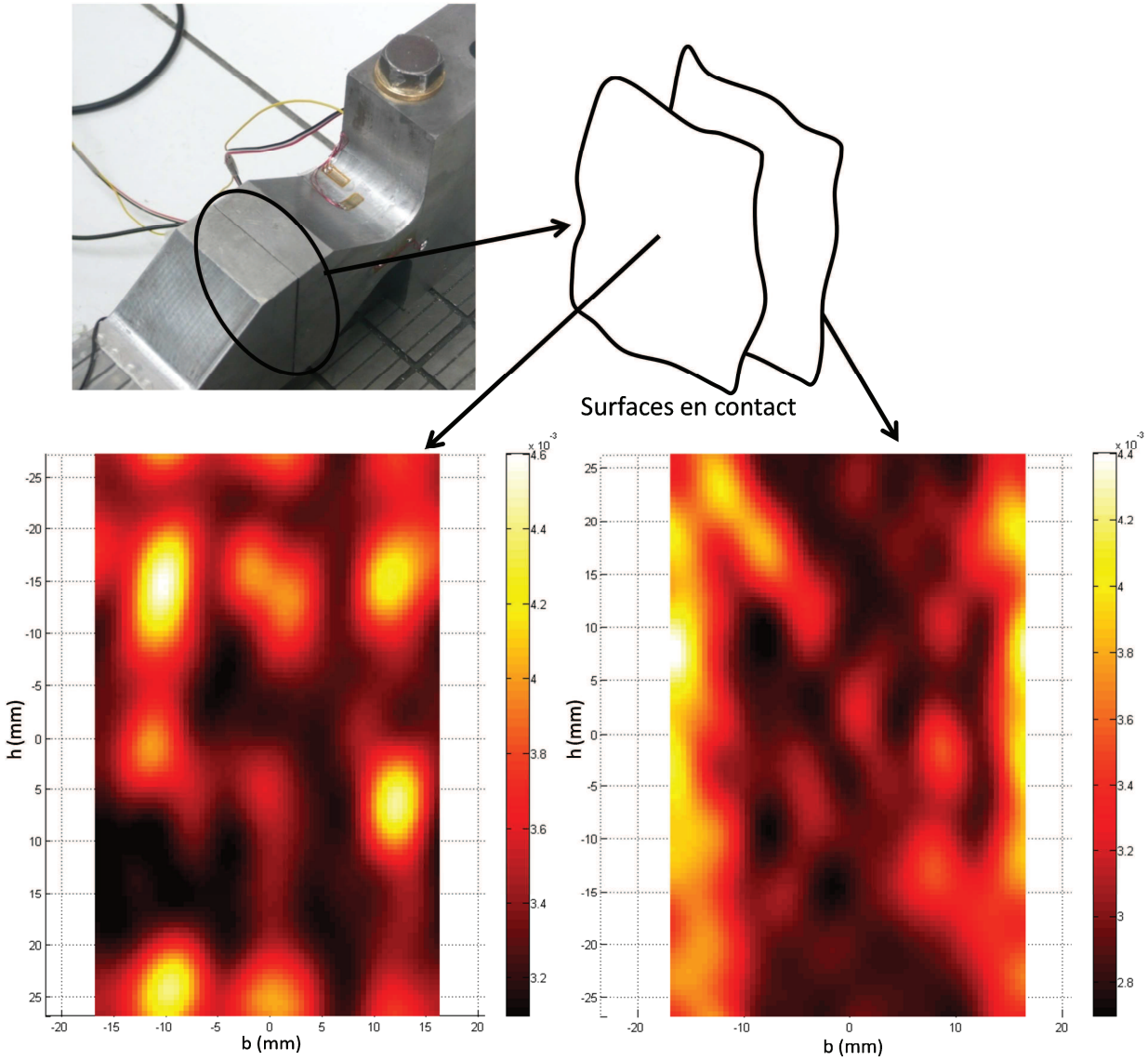


Figure 5 : mesure tridimensionnelle des interfaces du banc d'essai

Sur chaque surface, un million de points ont été mesurés. Après filtrage et ré-échantillonnage, on obtient un maillage de points sur la surface de 1200x800 points.

Le contact se faisant sur les bombés de la surface les plus « extérieurs » à la matière, et de façon à pouvoir définir un nuage de points définissant les zones possibles de contact, il a été pris le parti de retenir uniquement les points les plus « hauts » (10% de l'ensemble des points). On remarque sur la Figure 6 que les surfaces sont composées de plusieurs zones de forme bombée sur lesquelles le contact va s'établir.



Cartographie des hauteurs et emplacements des bombés des deux surfaces en contact

Figure 6 : relevés tridimensionnels des surfaces d'une interface du banc d'essai (mesures en mm)

III. Modélisation du contact plan réel

Contrairement aux modèles dérivés de celui de Greenwood-Williamson (3), (4), prenant en compte les défauts de 3ième ordre, nous allons nous intéresser à la contribution des défauts géométriques de 1ier et 2nd ordre des interfaces sur l'amplitude des oscillations de la structure. Afin de modéliser cette contribution, nous allons nous intéresser dans un premier temps au contact d'un bombé sphérique, puis à un contact multi-bombé sphérique.

1. Modélisation du contact bombé sphérique

Contact sphère /plan soumis à une charge normale statique

Considérons un contact statique sphère/plan chargé sous l'effet d'une force normale N_i (Figure 7). La taille de la zone de contact (disque de diamètre 2*a*) ainsi que le champ des contraintes (pression de Hertz, contraintes superficielles, cisaillement profond...) peuvent être déterminés par la théorie de Hertz [Hertz, 1882].

Les matériaux composant les corps en contact sont définis par :

E_1 et E_2 les modules d'élasticité longitudinale ;

G_1 et G_2 les modules d'élasticité transversale ;

υ_1 et υ_2 les coefficients de poisson ;

On note :

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\upsilon_1^2}{E_1} + \frac{1-\upsilon_2^2}{E_2} \qquad 3$$

$$G^* = \frac{2-\upsilon_1}{G_1} + \frac{2-\upsilon_2}{G_2} \text{ avec } G_j = \frac{E_j}{2\left(1+\upsilon_j\right)}. \qquad 4$$

Les surfaces de contact sont définies par :

R_1 et R_2 les rayons de courbures ;

Rayon de courbure réduit :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad 5$$

La forme des surfaces en contact est définie par : sphère de rayon R_1 et plan avec $R_2 = \infty$

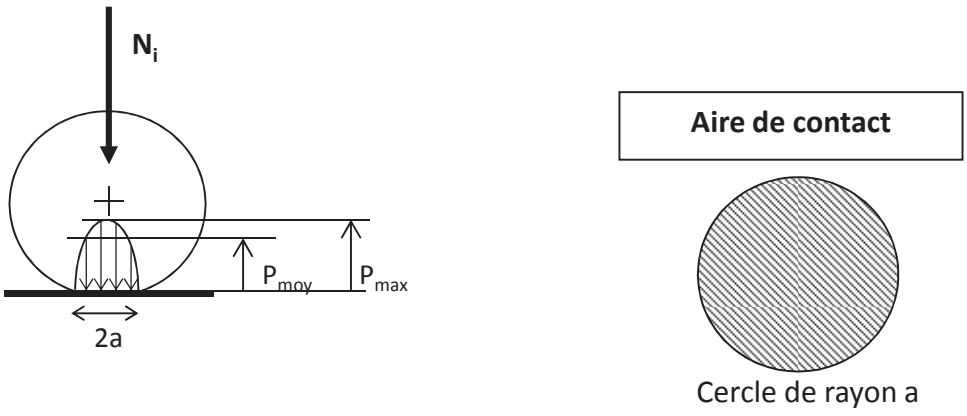


Figure 7 : contact sphère/plan soumis à une charge normale Ni constante.

La surface de contact est un cercle de rayon a :

$$a = \sqrt[3]{\frac{3}{4}.\frac{N_i.\rho}{E^*}} \qquad 6$$

Rapprochement de deux solides :

La contrainte (et donc la déformation) est localisée au voisinage du point de contact. Les solides se comportent donc globalement comme des corps rigides et on peut caractériser la déformation au contact par le rapprochement « dans la direction de la charge » de 2 points situés loin de la zone de contact.

$$\delta_n = \frac{a^2}{\rho} \qquad 7$$

Pression de contact :

La forme de la répartition des pressions le long de l'aire de contact est définie par un ellipsoïde, dont la surface plane du contact est plan de symétrie, la pression maximale p_{max} aussi appelé pression de Hertz vaut :

$$p_{\max} = 1,5.p_{moy} = \frac{3.N_i}{2\pi.a^2} \qquad 8$$

Contact sphère /plan soumis à une charge normale statique et à une charge tangentielle alternée : Modèle de Mindlin

D'après la loi de Coulomb, tant que $T_i < \mu N_i$, les deux solides sont en équilibre. En réalité, Cattaneo (12) puis Mindlin (13) ont démontré que l'application d'une force tangentielle T_i va dans un premier temps se traduire par une zone de glissement annulaire en périphérie du contact, alors que l'aire de contact centrale reste bloquée (**Figure 8**). L'accroissement de la force tangentielle entraine l'expansion de la zone glissante vers le centre de la surface de contact et réduit ainsi la zone d'adhérence. Lorsque la valeur de la force tangentielle par le coefficient de frottement μ atteint celle de la force normale, c'est-à-dire lorsque $N_i = \mu T_i$, la zone d'adhérence disparaît et le glissement entre les deux surfaces conduit à un déplacement relatif entre les deux massifs.

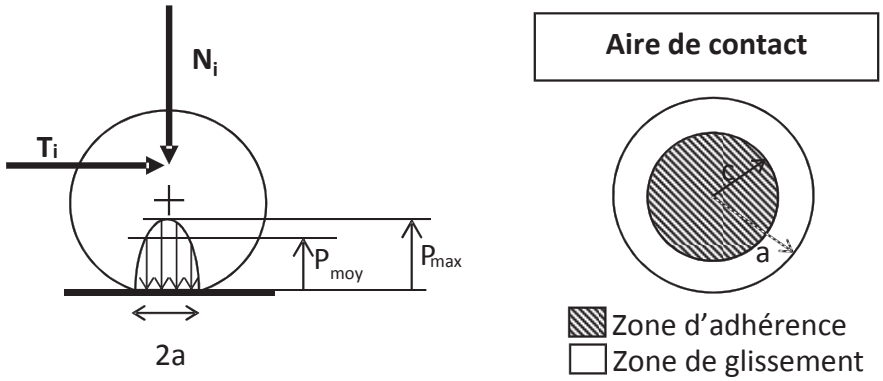


Figure 8 : contact sphère/plan soumis à une charge normale N_i constante et une charge tangentielle alternée T_i.

Le glissement partiel dans la zone de contact provient du fait que la contrainte tangentielle τ_0 présente une singularité sur les bords du contact qui conduit à une contrainte tangentielle infinie, supérieure au produit de la contrainte normale par le coefficient de frottement $\mu\sigma_n$, ce qui entraine le glissement annulaire et une nouvelle distribution de la contrainte tangentielle τ (Figure 9).

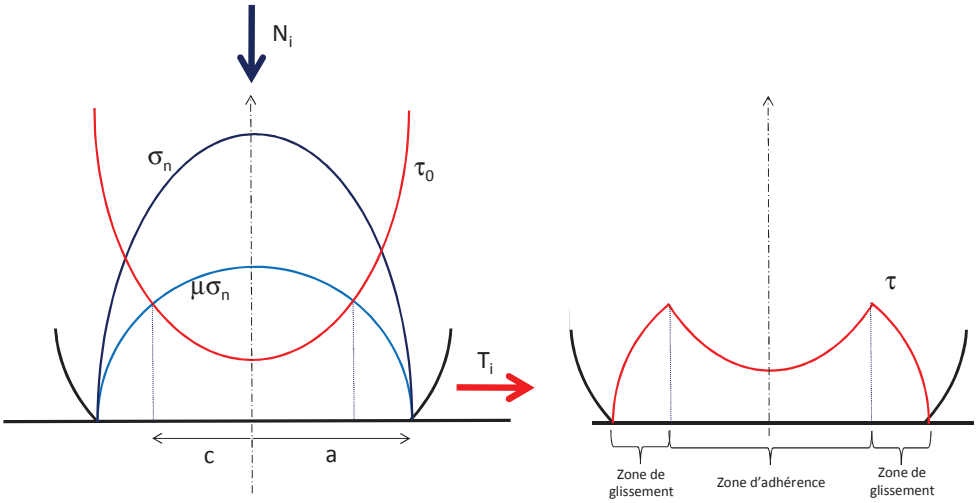


Figure 9 : distribution des contraintes normales et tangentielles dans la zone de contact

Les zones de glissement et d'adhérence ont été définies, ainsi que le déplacement rigide tangentiel avec glissement partiel.

Zone de glissement :

La zone annulaire de glissement est définie par son rayon c (**Figure 8**) :

$$c = a\left(1 - \frac{T_i}{\mu N_i}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad \textbf{9}$$

Déplacement rigide tangentiel avec glissement partiel (Figure 10) *:*

$$\delta = \frac{3\mu N_i}{16} G^* \frac{\left(a^2 - c^2\right)}{a^3} \qquad \textbf{10}$$

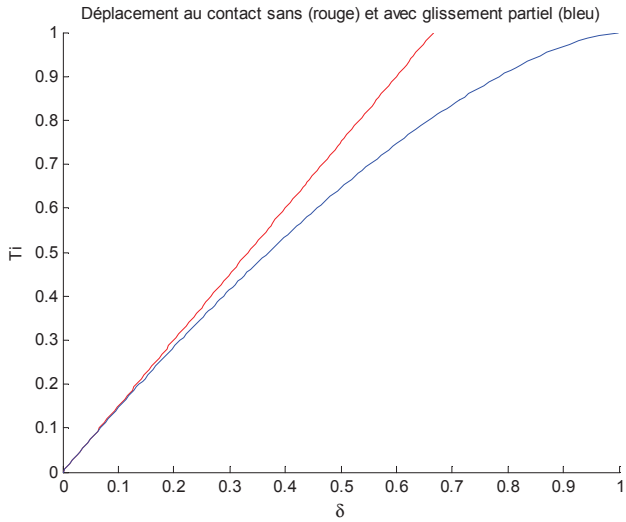


Figure 10 : déplacement tangentiel δ (μm) dans un contact sphère/plan avec ou sans glissement partiel en fonction de la charge tangentielle appliquée T_i (N)

À partir des équations précédentes, Johnson (14) propose les solutions pour un contact sphérique, initialement chargé par une charge normale constante N_i, et soumis à une charge tangentielle T_i oscillant entre $\pm T_{max}$ avec $T_{max} < \mu N_i$.

Ce chargement se décompose en 3 phases :

Phase 0 (courbe OA) : Cette phase correspond à la mise en charge tangentielle, pour $T_i \in \left[0; T_{max}\right]$

$$\delta = \frac{3\mu N_i}{16a} G^* \left[1 - \left(1 - \frac{T_i}{\mu N_i}\right)^{\frac{2}{3}}\right] \qquad \textbf{11}$$

Phase 1 (courbe ABC) : $T_i \in \left[T_{max}; -T_{max}\right]$

$$\delta_1 = \frac{3\mu N_i}{16a} G^* \left[2.\left(1 - \frac{T_{max} - T_i}{2\mu N_i}\right)^{\frac{2}{3}} - \left(1 - \frac{T_{max}}{\mu N_i}\right)^{\frac{2}{3}} - 1\right] \qquad \textbf{12}$$

Phase 2 (courbe CDA) : $T_i \in \left[-T_{max}; T_{max}\right]$

$$\delta_2 = \frac{3\mu N_i}{16a} G^* \left[-2.\left(1 - \frac{T_{max} + T_i}{2\mu N_i}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(1 - \frac{T_{max}}{\mu N_i}\right)^{\frac{2}{3}} + 1\right] \qquad \textbf{13}$$

Cycle de chargement et déplacement :

Les équations 11, 12 et 13 permettent de tracer le cycle de chargement/déplacement pour ce type de contact. (Figure 11). [Simulation avec N_i= 77 N, R_1= 280 m, E= 200.10^9 N/mm², ν=0.3, μ=0.33]

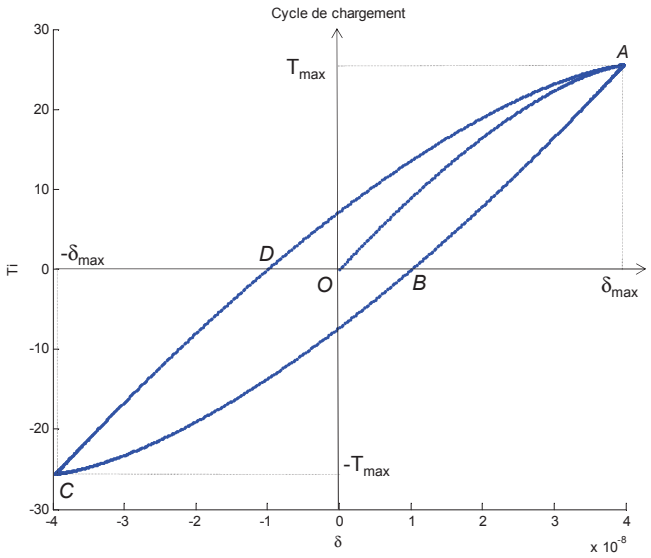


Figure 11 : cycle de chargement, force Ti (N) – déplacement δ (m), pour un contact sphère/plan sous charge normale constante et charge tangentielle alternée

Energie dissipée dans un contact sphère / plan en glissement partiel

Le glissement partiel dans la zone de contact engendre une perte d'énergie sous forme de chaleur par frottement sec dans la zone de glissement. L'énergie dissipée (équation 15) pour un cycle de chargement correspond à l'aire inscrite dans la boucle d'hystérésis définie par le cycle de chargement (**Figure 11**).

$$W_{diss} = 2\left[\int_{\delta_D}^{\delta_{\max}} \delta_2 \, d\delta - \int_{\delta_B}^{\delta_{\max}} \delta_1 \, d\delta\right] \quad \textbf{14}$$

$$W_{diss} = \frac{9\mu^2 N_i^{\,2}}{10a} G^* \left[1 - \left(1 - \frac{T_{\max}}{\mu N_i}\right)^{\frac{5}{3}} - \frac{5T_{\max}}{6\mu N_i}\left(1 + \left(1 - \frac{T_{\max}}{\mu N_i}\right)^{\frac{2}{3}}\right)\right] \quad \textbf{15}$$

On peut donc tracer l'évolution de l'énergie dissipée sur un cycle par glissement partiel en fonction de la charge tangentielle T_i (**Figure 12**).

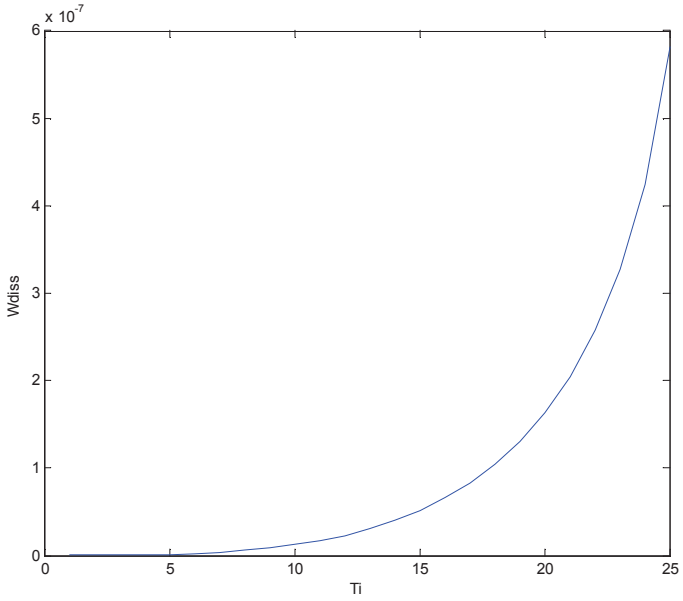


Figure 12 : énergie dissipée W_{diss} (J) dans un contact sphère/plan sous charge normale constante et charge tangentielle alternée T_i (N)

En utilisant l'équation de chargement 10, on peut également exprimer l'énergie dissipée en fonction du déplacement :

$$W_{diss} = \frac{9\mu^2 N_i^{\,2}}{10a_i} G^* \left[1 - \left(1 - \frac{16a_i}{3\mu N_i G^*}\delta\right)^{\frac{5}{2}} - \frac{5}{6}\left(1 - \left(1 - \frac{16a_i}{3\mu N_i G^*}\delta\right)^{\frac{3}{2}}\right)\left(2 - \frac{16a_i}{3\mu N_i G^*}\delta\right)\right] \quad \textbf{16}$$

Cas du contact sphère / plan en macro-glissement

Lorsque on augmente la charge tangentielle, pour $T_{\max} > \mu N_i$, la sphère va passer successivement du glissement partiel au glissement total, on peut ainsi tracer un nouveau cycle de chargement mettant en évidence le glissement total de la sphère en contact (**Figure 13**).

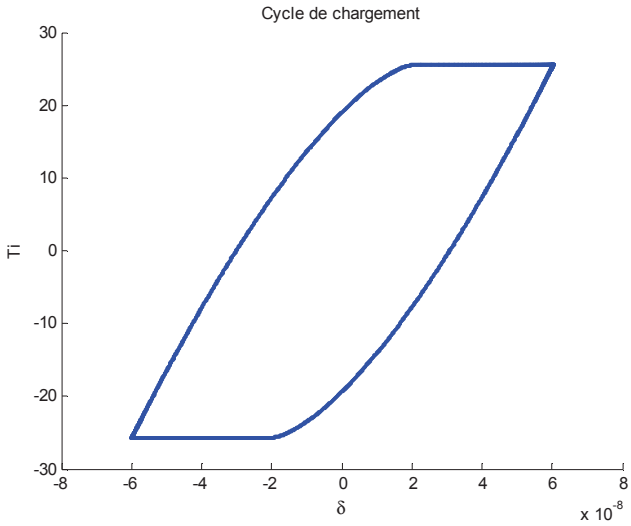


Figure 13 : cycle de chargement, force T_i (N) – déplacement δ (m), avec macro-glissement

L'énergie dissipée dans la phase de macro-glissement s'exprime :

$$W_{diss} = \mu N_i . \delta \qquad 17$$

On peut donc tracer l'évolution de l'énergie dissipée par cycle en glissement partiel puis en glissement total (macro-glissement) en fonction de la charge tangentiel T_i (**Figure 14**).

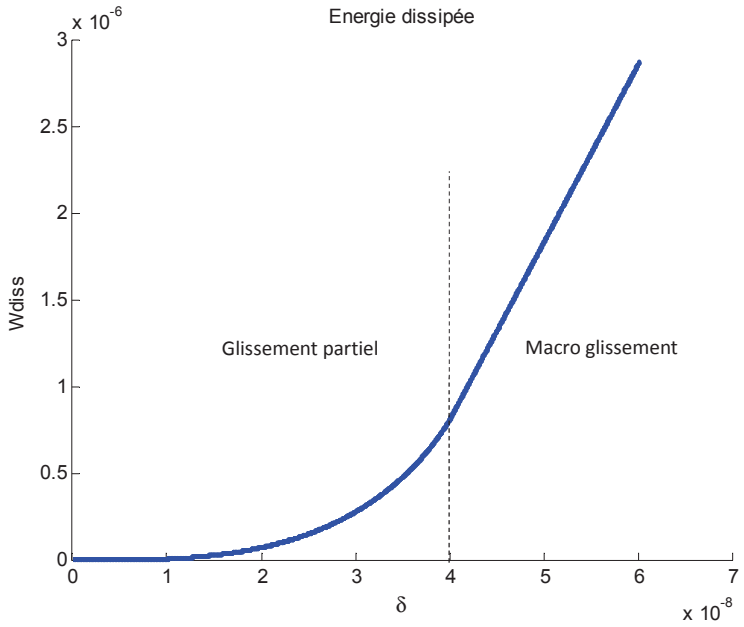


Figure 14 : énergie dissipée Wdiss (J) en fonction du déplacement tangentiel δ (m) avec macro-glissement

2. Modélisation du contact multi-bombé sphérique

Afin de prendre en compte les défauts géométriques avec des contacts sur plusieurs bombés, on modélise le contact dans l'interface comme suit :

le contact se fait sur deux types de bombés (**Figure 15**) :

- m bombés « G » assurant la rigidité de l'interface, ils sont les premiers à rentrer en contact lors de la mise en place de la charge normale et ne peuvent pas glisser totalement (macro-glissement) ;
- n bombés « P » pouvant potentiellement glisser totalement.

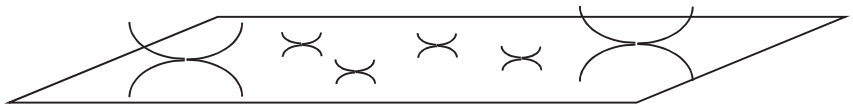


Figure 15 : contact multi-bombé.

Paramétrage de l'interface :

Le chargement de l'interface est défini par le rapprochement normal δ_n des deux plans constituant l'interface. Avant chargement, la différence de hauteur des deux types de bombé est définie par h. Les bombés sont définis par leurs rayons de courbure ρ_G et ρ_P.

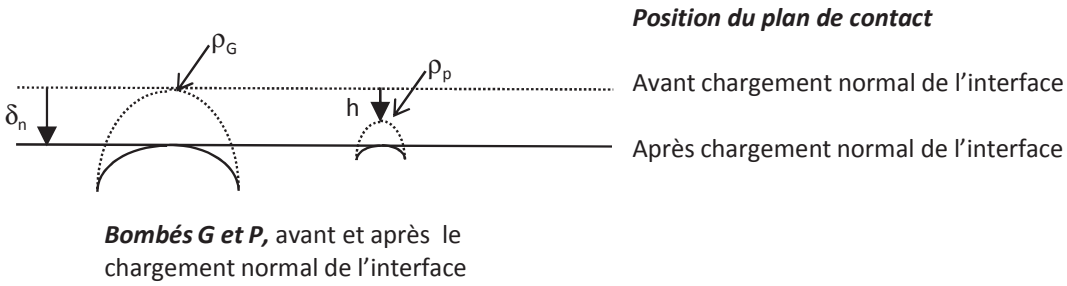


Figure 16 : paramétrage du contact multi-bombé.

Répartition des efforts dans l'interface :

On définit les charges appliquées sur l'interface par : N la charge normale et T la charge tangentielle. Ce chargement implique des efforts N_i et T_i répartis sur les différents bombés de type P et G. Les sommes des forces normales et tangentielles élémentaires étant égales aux forces normales et tangentielles globales avec l'hypothèse de répartition que les efforts élémentaires dépendent de l'écrasement et de la géométrie du bombé.

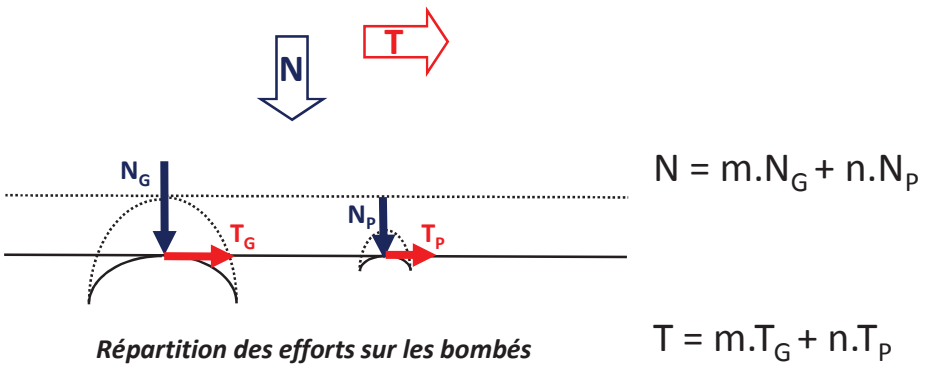


Figure 17 : répartition des efforts globalement appliqués sur l'interface au niveau des bombés.

Energie dissipée par frottement dans l'interface :

Afin de pouvoir simuler le comportement dynamique de la structure et ainsi évaluer ses amplitudes dynamiques, on veut déterminer l'énergie dissipée due au glissement dans l'interface au travers d'une fonction de dissipation, la **Figure 18** définit la démarche employée.

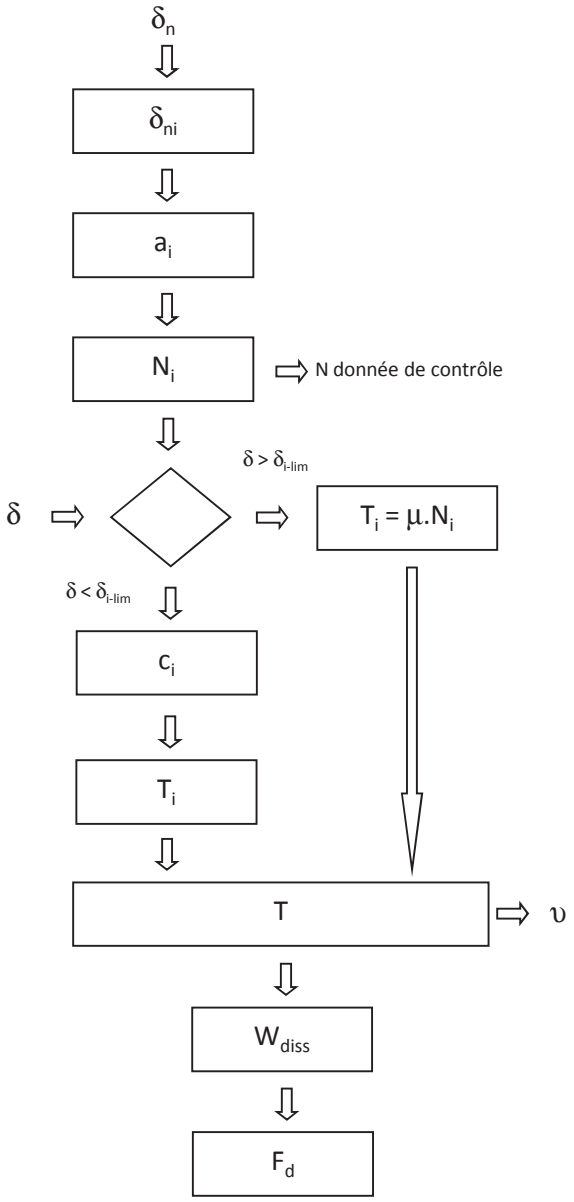


Figure 18 : organigramme de recherche de la fonction de dissipation

Dans un premier temps, l'interface est chargée normalement en fixant le rapprochement δ_n des deux surfaces. Ce rapprochement permet de définir, le rapprochement de chacun des bombés δ_{ni}. En utilisant l'équation 7, on définit l'aire de contact a_i de chaque bombé et finalement en utilisant l'équation 6, la charge normale appliquée sur chaque bombé N_i.

On détermine ainsi l'effort normal résultant :

$$N = mN_G + nN_P \quad \textbf{18}$$

$$N = \frac{4}{3} E^* \left(\frac{m a_G^3}{\rho_G} + \frac{n a_P^3}{\rho_P} \right) \quad \textbf{19}$$

$$N = \frac{4}{3} E^* \left(m \rho_G^{\frac{1}{2}} \delta_n^{\frac{3}{2}} + n \rho_P^{\frac{1}{2}} \left(\delta_n - h \right)^{\frac{3}{2}} \right) \quad \textbf{20}$$

Une fois le chargement normal établi, un déplacement tangentiel δ est appliqué entre les deux surfaces de l'interface. L'hypothèse est faite que ce déplacement est le même pour chaque bombé et à partir de l'équation de chargement 10 est calculé un $\delta_{i\,\lim}$ définissant pour chaque bombé une valeur limite de déplacement tangentiel pour laquelle le bombé passe en phase de macro-glissement (glissement total).

$$\delta_{i\lim} = \frac{3\mu N_i}{16 a_i} G^* \quad \textbf{21}$$

En fonction de cette valeur seuil, pour chaque écrasement δ l'état de chacun des bombés est défini : glissement partiel ou de macro-glissement. En considérant qu'il n'y a pas de macro-glissement total entre les surfaces de l'interface, c'est-à-dire que les bombés G restent en phase de glissement partiel, il est distingué 2 phases lors du déplacement δ :

- Les bombés G et P sont en glissement partiel : phase dite de "glissement partiel généralisé" ;
- Les bombés G restent en glissement partiel et les bombés P passent en macro-glissement : phase dite de "glissement pseudo-partiel"

Il est ainsi possible de déterminer l'effort tangentiel résultant :

$$T = m T_G + n T_P \quad \textbf{22}$$

En glissement partiel généralisé :

$$T = m\mu N_G \left[1 - \left(1 - \frac{16 a_G}{3\mu N_G G^*} \delta \right)^{\frac{3}{2}} \right] + n\mu N_P \left[1 - \left(1 - \frac{16 a_P}{3\mu N_P G^*} \delta \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad \textbf{23}$$

En glissement pseudo-partiel ;

$$T = m\mu N_G \left[1 - \left(1 - \frac{16 a_G}{3\mu N_G G^*} \delta \right)^{\frac{3}{2}} \right] + n\mu N_P \quad \textbf{24}$$

Le cycle de chargement du contact multi-bombé peut ainsi être tracé (**Figure 19**). La comparaison de la forme de ce cycle à celui donné par un seul contact (**Figure 13**), met en évidence le changement de comportement lors du chargement qui correspond au basculement du glissement partiel au glissement total des bombés « P ».

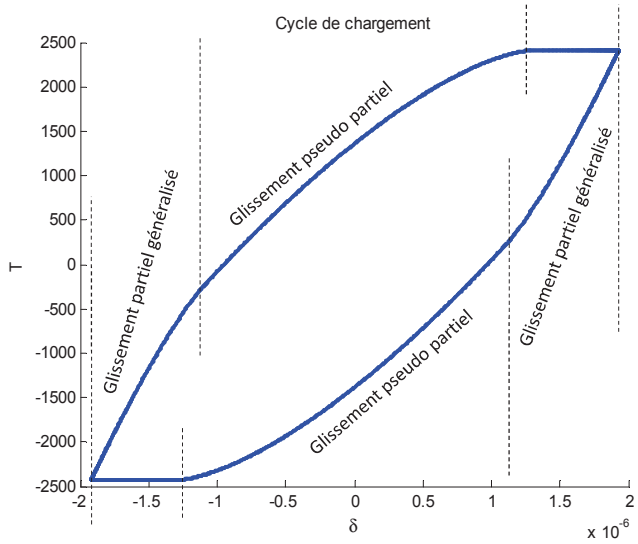


Figure 19 : cycle de chargement, force T_i (N) – déplacement δ (m), pour le contact multi-bombé.

Les équations définissant l'énergie dissipée par cycle 16 et 17, permettent de définir l'énergie dissipée par le contact multi-bombé (**Figure 20**) :

En glissement partiel généralisé :

$$W_{diss} = \frac{9\mu^2}{10} G^* \left\{ m \frac{N_G^{\ 2}}{a_G} \left[1 - \left(1 - A_G\delta\right)^{\frac{5}{2}} - \frac{5}{6}\left[1 - \left(1 - A_G\delta\right)^{\frac{3}{2}} \right]\left(2 - A_G\delta\right) \right] \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + n \frac{N_P^{\ 2}}{a_P} \left[1 - \left(1 - A_P\delta\right)^{\frac{5}{2}} - \frac{5}{6}\left[1 - \left(1 - A_P\delta\right)^{\frac{3}{2}} \right]\left(2 - A_P\delta\right) \right] \right\} \qquad \textbf{25}$$
$$avec\ A_i = \frac{16 a_i}{3\mu N_i G^*}$$

En glissement pseudo-partiel ;

$$W_{diss} = \frac{9\mu^2}{10} G^* \left\{ m \frac{N_G^{\ 2}}{a_G} \left[1 - \left(1 - A_G\delta\right)^{\frac{5}{2}} - \frac{5}{6}\left[1 - \left(1 - A_G\delta\right)^{\frac{3}{2}} \right]\left(2 - A_G\delta\right) \right] + n\mu N_P \delta \right\} \qquad \textbf{26}$$
$$avec\ A_i = \frac{16 a_i}{3\mu N_i G^*}$$

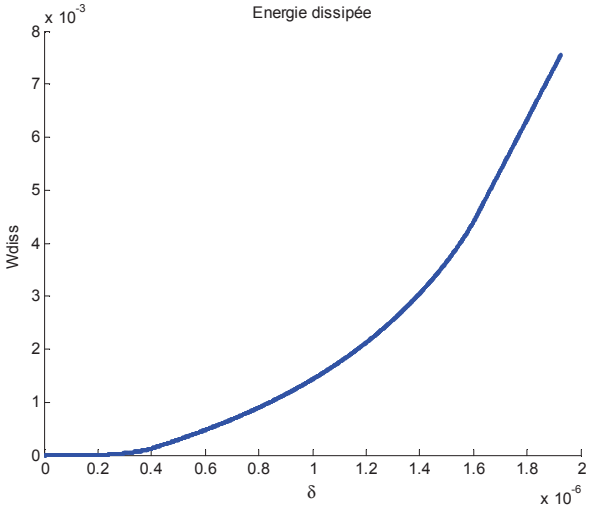


Figure 20 : énergie dissipée W_{diss} (J) en fonction de δ (m) pour le contact multi-bombé.

9. Application aux surfaces définissant nos interfaces.

Afin de déterminer l'influence des défauts de formes sur l'amortissement, une interface est modélisée.

On modélise les bombés des surfaces comme suit :

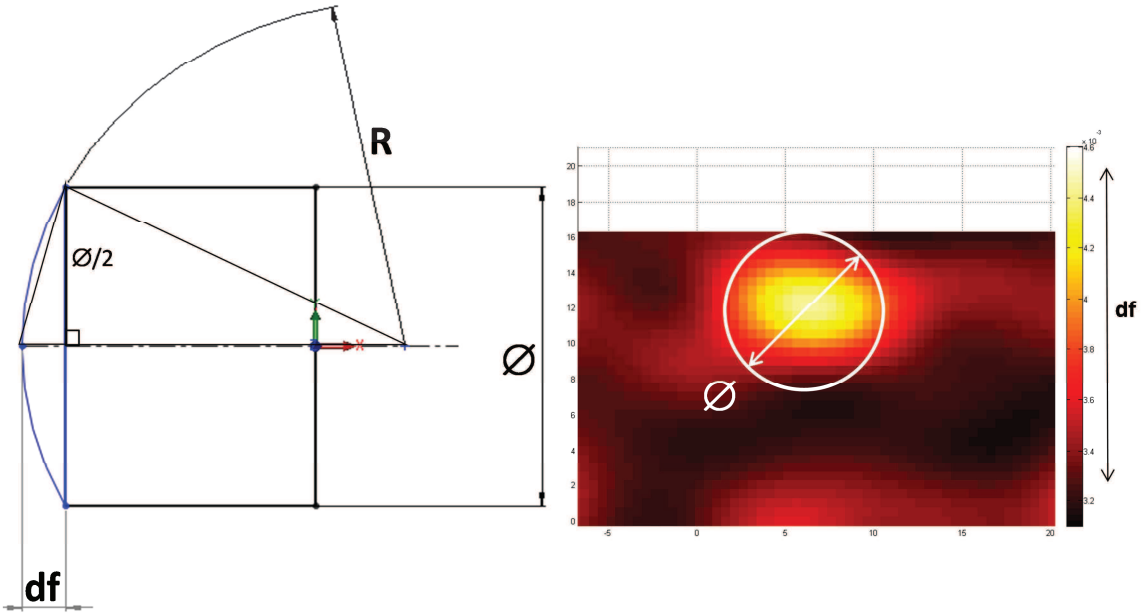


Figure 21 : modélisation géométrique du bombé (à gauche) – Identification des paramètres du bombé sur la mesure.

Avec R : rayon de courbure du bombé, df : défaut de bombé et ∅ le diamètre de la surface apparente du bombé.

Afin d'identifier les bombés, ∅ et df sont directement extraits de la **Figure 6** :

- le diamètre ∅ est estimé sur la cartographie de la section comme spécifié sur la **Figure 21** ;
- la hauteur df est relevée sur l'échelle adjointe à la cartographie de la section comme spécifié sur la **Figure 21**.

Le rayon R est alors calculé en utilisant l'expression suivante (**Tableau 1**) :

$$R = \frac{\left(\frac{\varnothing^2}{4} + df^2\right)}{2df} \qquad 27$$

Deux familles de bombés sont identifiés conformément au modèle :

Bombés	Nombre	df (m)	∅ (m)	R(m)
G	n = 5	1,70E-06	1,80E-02	2,38E+01
P	m = 18	1,20E-06	1,60E-02	2,67E+01
h = 2.4E-07 m				

Tableau 1 : Paramètres du modèle

Ces deux types de bombés existent sur chacune des surfaces, et lors du chargement normal de l'interface, il est considéré qu'ils viennent au contact d'une surface considérée comme plane. Les bombés G sont les premiers et les plus écrasés, ils assurent la rigidité de l'interface. Les bombés P « affleurent » et sont très peu écrasés.

L'énergie dissipée dans l'interface est donc calculée dans cette configuration (**Figure 22**).

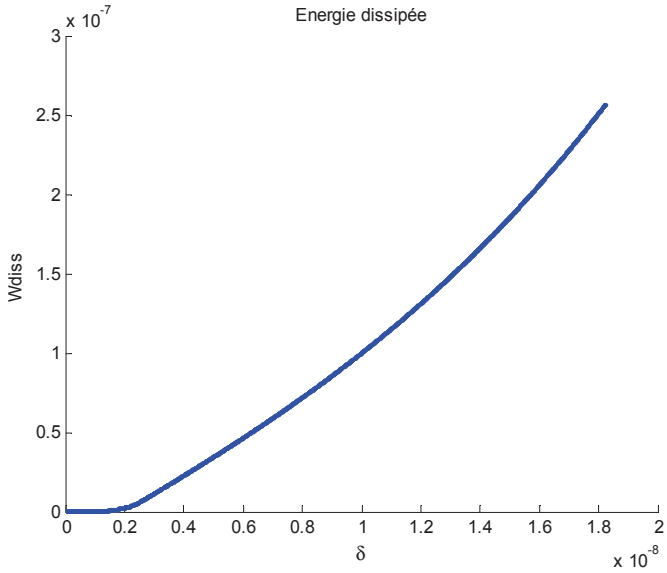


Figure 22 : énergie dissipée W_{diss} (J) en fonction de δ (m) dans une interface.

4. Facteur de perte de la structure

Facteur de perte

Afin de définir le facteur de perte de la structure dû aux glissements partiels dans les interfaces, on utilise la définition du facteur de perte donnée au chapitre 2 :

$$\eta = \frac{W_{diss}}{\pi W_{ext}} \qquad \textbf{28}$$

L'énergie dissipée par cycle de chargement W_{diss} est définie par tronçons (équations 25 et 26) en fonction de la valeur du déplacement tangentiel δ et de $\delta_{i\,lim}$ (équation 21).

Le travail des forces extérieures W_{ext} peut être exprimé en fonction du déplacement au centre de la poutre υ :

$$W_{ext} = \frac{1}{2} K_m . \upsilon^2 \qquad \textbf{29}$$

où K_m correspond à la raideur modale de la structure définie chapitre 4 (K_m=2.81 10^7 N/m).

On relie l'effort tangentiel dans l'interface et le déplacement υ :

$$T = K_{mcis} \upsilon \qquad \textbf{30}$$

où K_{mcis} correspond à la raideur liant l'effort tangentiel dans l'interface et le déplacement au centre de la poutre (K_{mcis}=3.23 10^7 N/m).

On obtient ainsi le travail des forces extérieures appliquées à la structure :

$$W_{ext} = \frac{1}{2} K_m . \left(\frac{T_{\max}}{K_{mcis}} \right)^2 \qquad \textbf{31}$$

On peut donc tracer l'évolution du facteur de perte de notre structure pour la contribution d'une interface sous un pré-chargement normal de 460 N (**Figure 23**). Le changement d'évolution de la courbe (pour 0.4 µm d'amplitude de déplacement) correspond au glissement total des aspérités P.

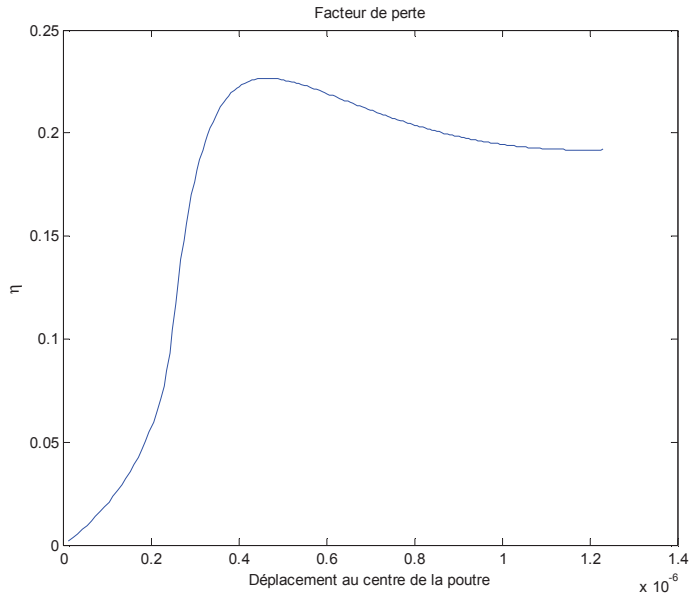


Figure 23 : facteur de perte η (%) en fonction de υ (m) du contact multi-bombé pour une interface.

Comparaison modélisation/expérimentation

Afin de pouvoir comparer les résultats expérimentaux aux résultats fournis par le modèle, il nous faut isoler la contribution des interfaces étudiées des autres sources d'amortissement, pour cela une partie des résultats ont été linéarisés par tronçons (**Figure 24**).

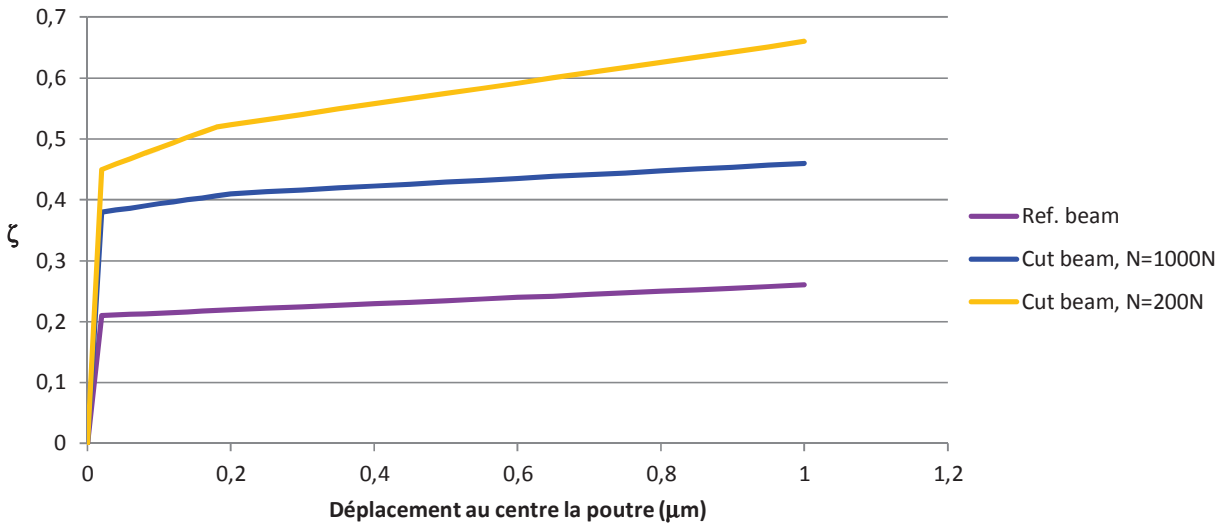


Figure 24 : Taux d'amortissement ζ (%) expérimental linéarisé

Les courbes de la **Figure 24** montrent l'évolution du taux d'amortissement de la structure monolithique (ref. beam) et de la structure assemblée dans le cas d'un chargement normal de 1000 N et 200 N. Les deux structures, assemblée et monolithique, ayant la même géométrie et les mêmes conditions limites, il est possible de considérer deux sources d'amortissement distinctes. Dans la première, se trouvent toutes les sources autres que celle produite par les interfaces étudiées f_{d1} ; dans la seconde la dissipation induite par les interfaces f_{d2}. :

$$m\ddot{x} + kx = f_{d1}(x,\dot{x}) + f_{d2}(x,\dot{x}) \qquad 32$$

L'énergie dissipée peut s'écrire :

$$W_{diss} = \oint \left(f_{d1}(x,\dot{x}) + f_{d2}(x,\dot{x}) \right) dx \qquad 33$$

Les deux énergies sont donc dissociables par soustraction. Il est considéré que W_{d1} peut être identifié par un essai sur la poutre monolithique tandis que W_{d2} peut être calculé en soustrayant le taux d'amortissement de la poutre monolithique à ceux de la poutre assemblée, on isole ainsi la contribution des deux interfaces dans l'amortissement de la structure (**Figure 25**)

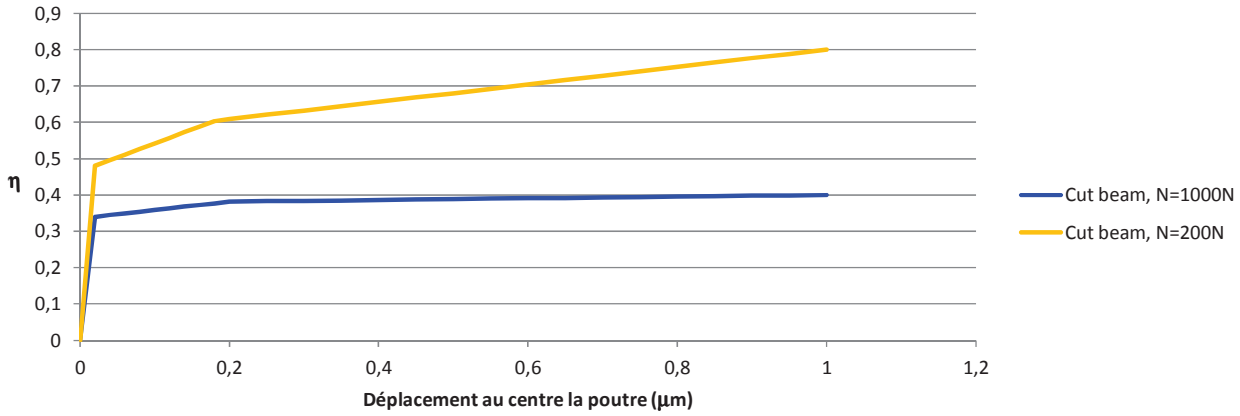


Figure 25 : facteur de perte η (%) expérimental linéarisé dû aux interfaces.

On peut donc comparer ces résultats expérimentaux à ceux donnés par le modèle (**Figure 23**). On remarque qu'on atteint les mêmes niveaux d'amortissement, bien que ce niveau soit atteint expérimentalement pour de plus petits déplacements. Cette différence provient probablement de la modélisation binaire des bombés (deux hauteurs de bombés référencées dans le modèle) qui ne prend pas en compte la progressivité de hauteur des bombés. Il est donc important d'analyser l'influence des différents paramètres du modèle dans l'évolution de l'amortissement.

5. Analyse de l'influence des différents paramètres du modèle

Il est intéressant d'analyser l'évolution de l'amortissement au travers du facteur de perte en fonction des variations des différents paramètres (voir Tableau 2), en effet le modèle gère uniquement deux types de bombés, sur l'hypothèse qu'un des types assure la rigidité (bombé G) et reste en glissement partiel et que l'autre affleurant la surface va très rapidement, face à la charge tangentielle variable, passer en glissement total (bombé P). De plus, l'identification du nombre et de la géométrie des bombés peut être délicate et discutable. Si l'on fait varier le nombre de bombés P, on observe une variation du niveau d'amortissement sans grande variation de l'effort normal résultant, cela correspond à un nombre plus important de bombés qui vont glisser totalement et donc dissiper plus d'énergie (**Figure 26**).

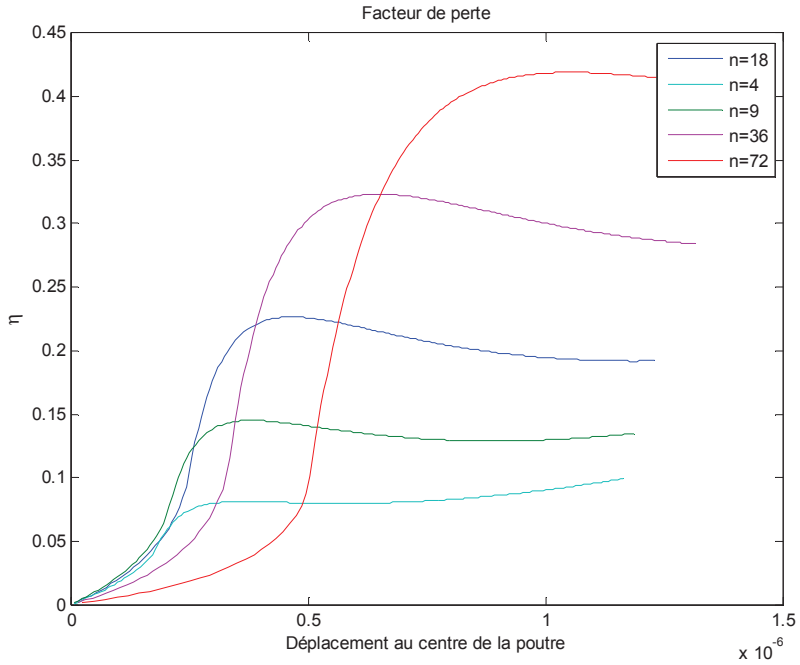


Figure 26 : évolution du facteur de perte η (%) en fonction de υ (m) pour différents nombres de bombé P.

Une variation du nombre de bombés G pour un même écrasement normal, influence directement la charge normale résultante et la raideur tangentielle de l'interface. Ainsi, pour une même amplitude de vibration de la structure, plus on est en présence de bombés G, plus les déplacements tangentiels et donc l'énergie dissipée diminuent (**Figure 27**).

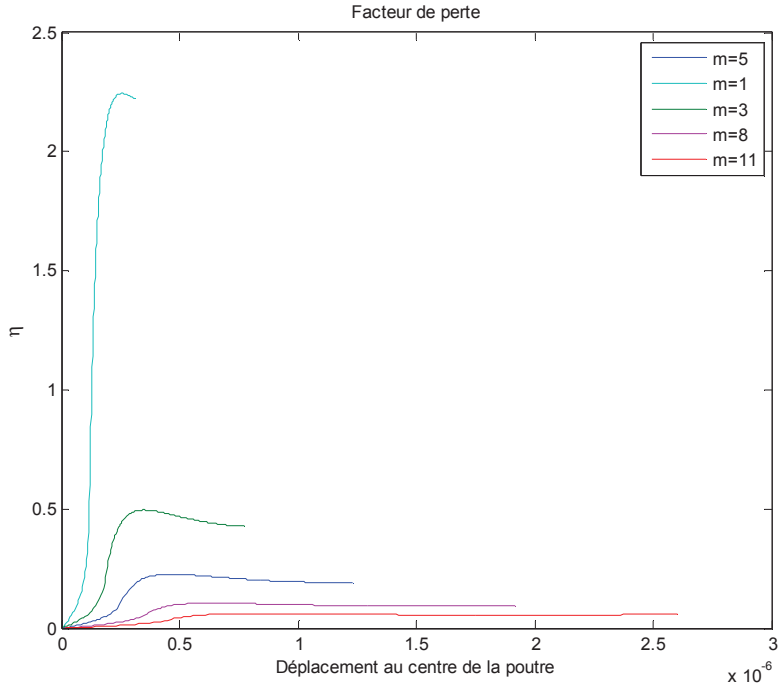


Figure 27 : évolution du facteur de perte η (%) en fonction de υ (m) pour différents nombres de bombés G.

Si l'on augmente uniquement l'écrasement normal δ_n (sans faire varier h : différence de hauteur entre les deux types de bombés), on observe très vite un écrasement des bombés P ne permettant plus leur macro glissement et un amortissement qui change radicalement d'évolution (**Figure 28**). En réalité, les paramètres ne sont pas indépendants, en effet lors d'un écrasement normal plus important, des bombés P se retrouvent plus écrasés et donc ont un comportement plus proche des bombés G, mais d'autres bombés se retrouvent affleurant et dissipent de l'énergie par frottement.

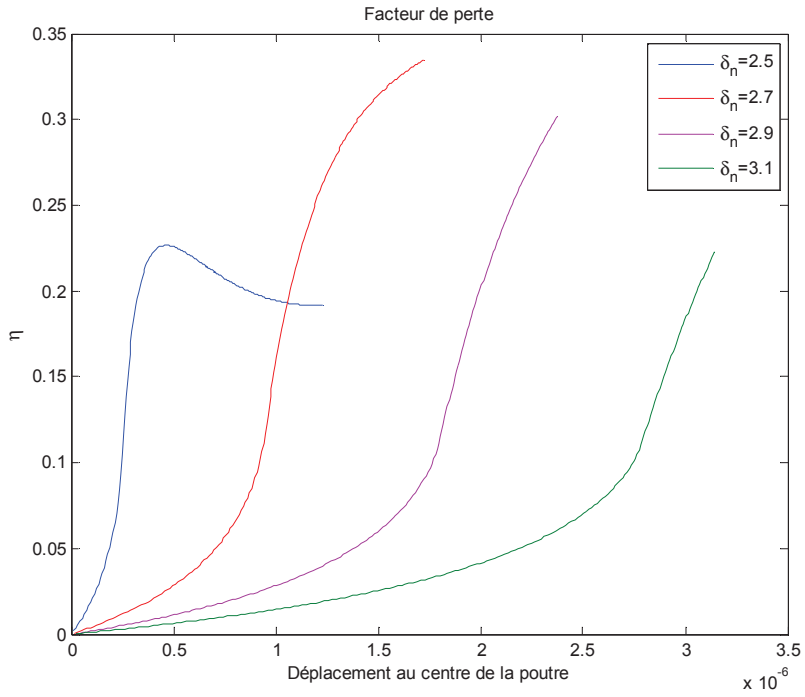


Figure 28 : évolution du facteur de perte η (%) en fonction de υ (m) pour différents « écrasements » normaux.

La **Figure 29** propose l'évolution du facteur de perte en faisant varier conjointement l'écrasement normal δ_n et le nombre de bombés G, en considérant que, quel que soit l'écrasement, la géométrie fournit un nombre constant de bombés affleurants (**Tableau 3**). On observe ainsi, une évolution similaire de l'amortissement fonction de l'écrasement normal et légèrement dépendant de l'amplitude (**Figure 29**).

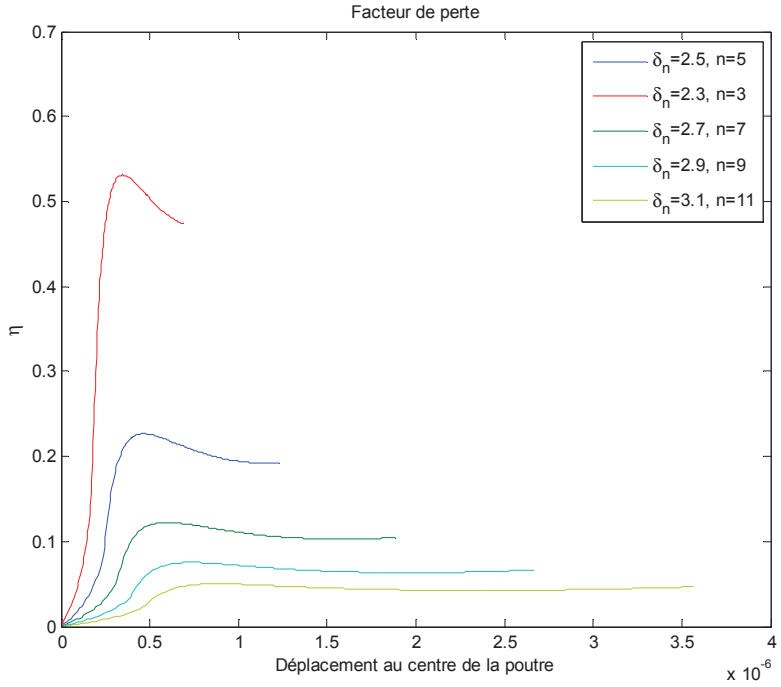


Figure 29 : évolution du facteur de perte η (%) en fonction de υ (m) pour différents « écrasements » normaux avec variation du nombre de bombés G.

Pour finir cette analyse, il est intéressant de considérer une variation du coefficient de frottement présent dans l'interface (**Tableau 2**), une telle variation va jouer sur le seuil de déclenchement du macro-glissement dans les bombés de type P qui se déclenchera pour des amplitudes plus ou moins importantes (**Figure 30**)

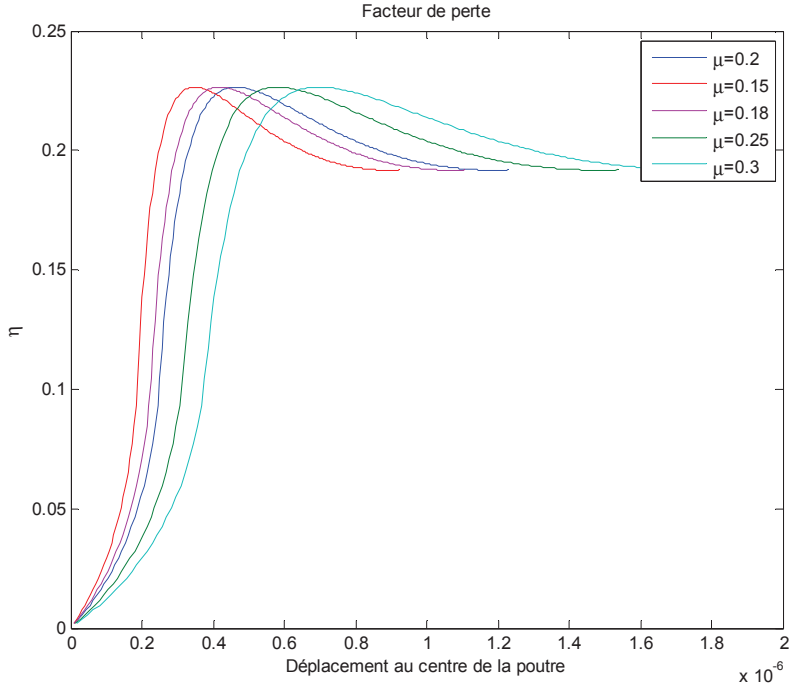


Figure 30 : évolution du facteur de perte η (%) en fonction de υ (m) pour différentes valeurs du coefficient de frottement.

m	*n*	*N (N)*	δ_n *(10^{-7} m)*	*h (10^{-7} m)*	μ	*Figure*
5	18	460.4	2.5	2.4	0.2	**Figure 23**
5	*4*	449.7	2.5	2.4	0.2	**Figure 26**
5	*9*	453.5	2.5	2.4	0.2	**Figure 26**
5	*36*	474	2.5	2.4	0.2	**Figure 26**
5	*72*	501	2.5	2.4	0.2	**Figure 26**
1	18	102.9	2.5	2.4	0.2	**Figure 27**
3	18	281.7	2.5	2.4	0.2	**Figure 27**
8	18	728.4	2.5	2.4	0.2	**Figure 27**
11	18	996.5	2.5	2.4	0.2	**Figure 27**
5	18	572.2	*2.7*	2.4	0.2	**Figure 28**
5	18	710.5	*2.9*	2.4	0.2	**Figure 28**
5	18	869.2	*3.1*	2.4	0.2	**Figure 28**
5	18	460.4	2.5	2.4	*0.15*	**Figure 30**
5	18	460.4	2.5	2.4	*0.18*	**Figure 30**
5	18	460.4	2.5	2.4	*0.25*	**Figure 30**
5	18	460.4	2.5	2.4	*0.3*	**Figure 30**

Tableau 2 : tableau de valeurs des différents paramètres du modèle.

m	*n*	*N (N)*	δ_n *(10^{-7} m)*	*h (10^{-7} m)*	μ	*Figure*
3	18	250	2.3	*2.2*	0.2	Figure 29
5	18	460.4	2.5	*2.4*	0.2	Figure 29
7	18	715.5	*2.7*	*2.6*	0.2	Figure 29
9	18	1618.3	*2.9*	*2.8*	0.2	Figure 29
11	18	1370	*3.1*	*3*	0.2	Figure 29

Tableau 3 : tableau de valeurs pour une variation multiple des paramètres du modèle.

IV. Modèle global du contact – Identification du modèle de Dahl

Afin de pouvoir simuler le comportement dynamique de la structure, la fonction de dissipation dûe aux glissements partiels dans les interfaces est recherchée.

1. Fonction de dissipation F_d

On définit la fonction de dissipation comme la dérivée de l'énergie dissipée W_{diss} par le déplacement au centre de la poutre υ :

$$F_d = \frac{dW_{diss}}{d\upsilon} \tag{34}$$

En posant :

$$F_d = \frac{dW_{diss}}{d\delta}\frac{d\delta}{d\upsilon} \qquad \frac{dT}{d\upsilon} = \frac{dT}{d\delta}\frac{d\delta}{d\upsilon} \tag{35}$$

On définit la fonction de dissipation comme :

$$F_d = \frac{dW_{diss}}{d\upsilon} = \frac{dW_{diss}}{d\delta}\frac{dT}{d\upsilon}\left(\frac{dT}{d\delta}\right)^{-1} \tag{36}$$

On obtient ainsi la fonction de dissipation définie par tronçon :

En glissement partiel généralisé :

$$F_d = K_{mcis}\mu G^* \frac{mN_G\left[1+2\left(1-A_G\delta\right)^{\frac{3}{2}}-\frac{3}{2}\left(2-A_G\delta\right)\left(1-A_G\delta\right)^{\frac{1}{2}}\right]+nN_P\left[1+2\left(1-A_P\delta\right)^{\frac{3}{2}}-\frac{3}{2}\left(2-A_P\delta\right)\left(1-A_P\delta\right)^{\frac{1}{2}}\right]}{2\left[ma_G\left(1-A_G\delta\right)^{\frac{1}{2}}+na_P\left(1-A_P\delta\right)^{\frac{1}{2}}\right]} \tag{37}$$

avec

$$A_G = \frac{16a_G}{3\mu N_G G^*} \; et \; A_P = \frac{16a_P}{3\mu N_P G^*}$$

En glissement pseudo-partiel ;

$$F_d = K_{mcis}\mu G^* \frac{4mN_G\left[1+2\left(1-A_G\delta\right)^{\frac{3}{2}}-\frac{3}{2}\left(2-A_G\delta\right)\left(1-A_G\delta\right)^{\frac{1}{2}}\right]+nN_P}{8ma_G\left(1-A_G\delta\right)^{\frac{1}{2}}} \tag{38}$$

avec

$$A_G = \frac{16a_G}{3\mu N_G G^*} \; et \; A_P = \frac{16a_P}{3\mu N_P G^*}$$

La fonction de définition est ainsi définie pour le contact multi-bombés.

2. Modèle de Dahl

En 1968, P. R. Dahl propose un modèle de frottement de comportement unidimensionnel afin de modéliser le frottement sec intervenant dans des roulements à billes, il appliquera également son modèle à la modélisation du frottement dans un pendule de torsion (15), (16), (17). De nombreuses études utilisent ce modèle en particulier pour l'identification de paramètres de friction (voir par exemple (18), (19), (20)).

Le modèle de Dahl exprime la dérivée de l'effort de frottement par rapport au déplacement en traduisant le phénomène dissipatif d'hystérésis lors des mouvements périodiques (**Figure 31**). En posant x, le déplacement relatif entre les deux solides en contact, F(x), la force d'interaction tangentielle entre les solides, le modèle est le suivant :

$$\frac{dF}{dx} = \sigma \left(1 - \frac{F}{F_c} sign\, \dot{x} \right)^{\alpha} \qquad \textbf{39}$$

où F_c est la force de glissement tangentiel, σ représente la rigidité tangentielle initiale et α représente la forme de la courbe force-déplacement.

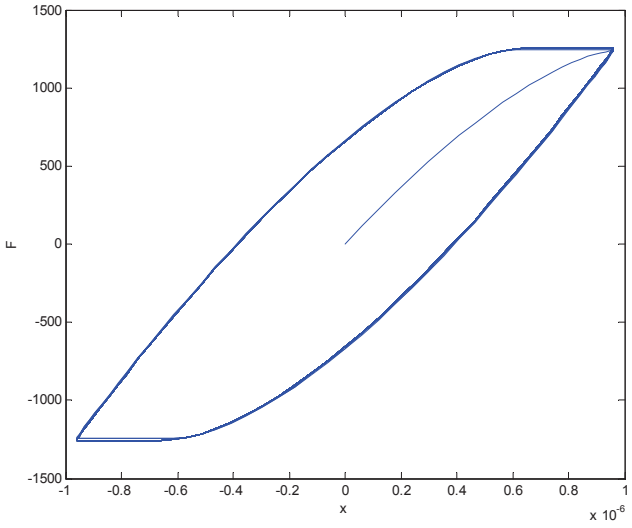


Figure 31 : cycle de chargement, force F(N) –déplacement x (m), par le modèle de Dahl.

G. Chevallier (21) montre l'intérêt de ce modèle de frottement dynamique, facilitant la résolution transitoire numérique des équations du mouvement sans dénaturer le résultat par rapport au modèle de Coulomb.

3. Identification des paramètres du Modèle de Dahl pour un contact bombé

Contact circulaire :

Pour un contact sphérique, à partir de l'équation 11 qui donne le déplacement rigide tangentiel δ en fonction de l'effort tangentiel T_i, on exprime T_i en fonction de δ :

$$T_i = \mu N_i \left[1 - \left(1 - \frac{16 a_i}{3 \mu N_i G^*} \delta \right)^{\frac{3}{2}} \right] \qquad \textbf{40}$$

On exprime le modèle de Dahl avec le paramétrage utilisé pour modéliser le contact sphérique, où la force de frottement $F_c=\mu N_i$.

$$\frac{dT_i}{d\delta} = \sigma\left(1 - \frac{T_i}{\mu N_i} sign\,\dot{\delta}\right)^{\alpha} \quad \textbf{41}$$

On dérive l'équation 40 par rapport au déplacement tangentiel δ :

$$\frac{dT_i}{d\delta} = \frac{8a_i}{G^*}\left(1 - \frac{16a_i}{3\mu N_i G^*}\delta\right)^{\frac{1}{2}} \quad \textbf{42}$$

En intégrant l'expression du déplacement tangentiel δ en fonction de T_i donné par l'équation 11 dans l'équation précédente, on obtient une équation de la forme du modèle proposé par Dahl :

$$\frac{dT_i}{d\delta} = \frac{8a_i}{G^*}\left(1 - \frac{T_i}{\mu N_i}\right)^{\frac{1}{3}} \quad \textbf{43}$$

Cette équation permet d'identifier les paramètres du modèle de Dahl pour un contact circulaire qui s'expriment :

$$\sigma = \frac{8a_i}{G^*} \qquad \alpha = \frac{1}{3} \quad \textbf{44}$$

La (**Figure 32**) montre, en phase de chargement, la corrélation en phase de chargement du cycle entre le modèle de Mindlin et le modèle de Dahl.

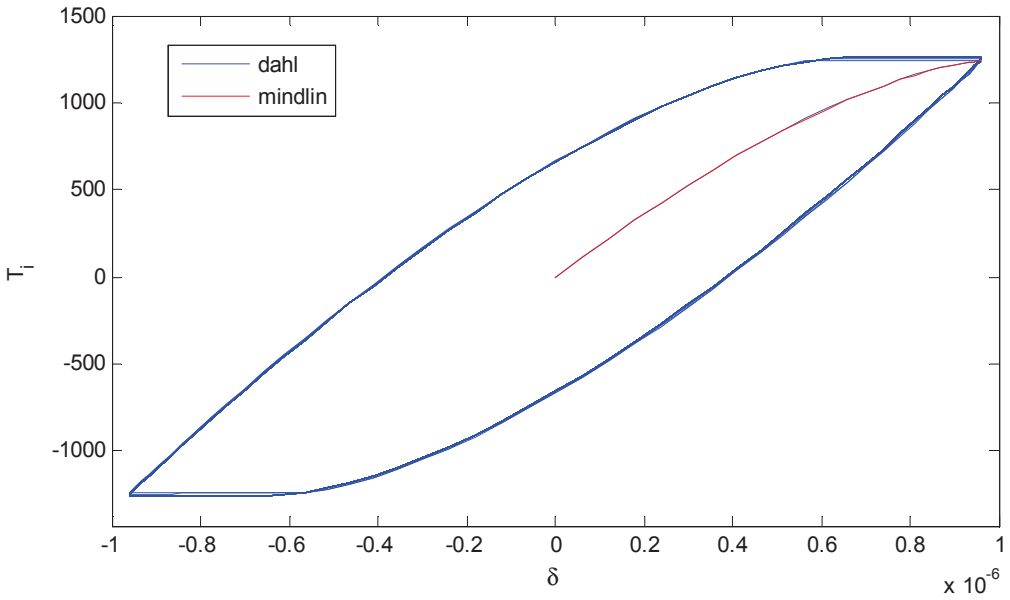


Figure 32 : comparaison des courbes force T_i (N) – déplacement δ (m) proposées par Mindlin et celle par le modèle de Dahl en phase de chargement.

Cependant, sur un cycle de chargement (**Figure 33**), on observe une différence qui peut provenir de deux facteurs :

- dérive du modèle de Dahl qui atteint des valeurs supérieures dans le cycle à celle atteinte en fin de phase de chargement, et donc pour ce qui est la fin de phase de micro-glissement pour Mindlin atteint le macro-glissement ;
- une sous-estimation des contraintes résiduelles dans le cycle de Mindlin.

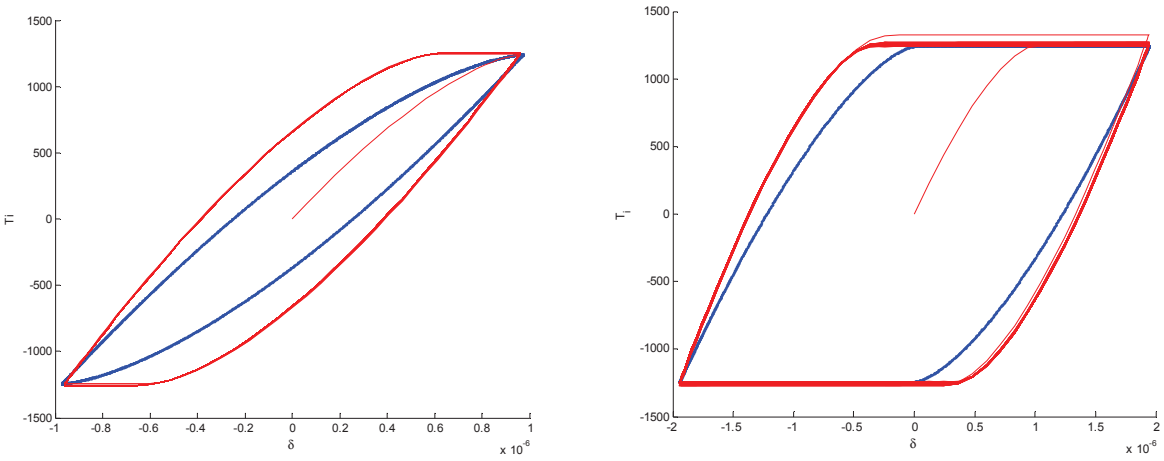


Figure 33 : Comparaison des courbes force T_i (N) – déplacement δ (m) proposées par Mindlin (courbe bleu) et celle par le modèle de Dahl (courbe rouge). A la limite du micro-glissement (à gauche), en glissement total (à droite).

Cas général du contact elliptique :

Afin de généraliser cette identification, en phase de chargement, à n'importe quel type de contact, on définit un contact entre deux corps élastiques ellipsoïdaux.

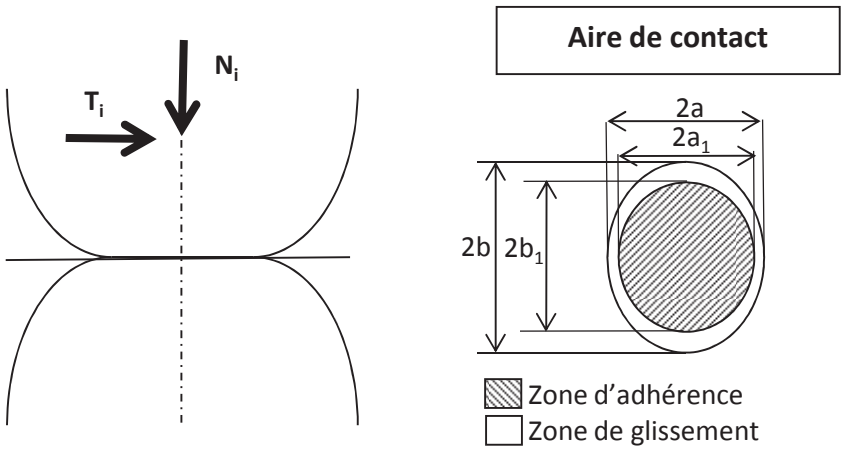


Figure 34 : Contact elliptique

L'étude de ce type de contact a été menée par Deresiewicz (22), il exprime les rapports des dimensions des deux ellipses d'adhérence et de glissement :

$$\frac{a_1}{a} = \frac{b_1}{b} = \left(1 - \frac{T_i}{\mu N_i}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (45)$$

Le déplacement rigide tangentiel δ des corps en contact est également donné par (22). A partir de cette équation, Olofsson (23) définit un cycle de chargement et l'énergie dissipée dans un multi-contact elliptique.

Hale (24) propose une expression simplifiée du déplacement rigide tangentiel δ à partir de l'expression du déplacement défini pour un contact circulaire (Equation 11) :

$$\delta = \frac{3\mu N_i}{16a} G^* \left(1 - \left(1 - \frac{T_i}{\mu N_i}\right)^{\frac{2}{3}}\right) \Phi \quad (46)$$

où Φ est un facteur correctif défini par :

$$\Phi \cong \begin{cases} \left(1 + \left(1.4 - 0.8\nu\right) \log\left(\frac{a}{b}\right)\right) & pour\ T_i\ //\ b \\ 1 & pour\ a = b \\ \left(1 + \left(1.4 + 0.8\nu\right) \log\left(\frac{a}{b}\right)\right) & pour\ T_i\ //\ a \end{cases} \quad (47)$$

De la même manière que pour un contact circulaire, on identifie les paramètres du modèle de Dahl pour un contact elliptique :

$$\sigma = \frac{8a_i}{\Phi G^*} \quad (48)$$
$$\alpha = \frac{1}{3}$$

V. Conclusion

Un modèle prenant en compte les défauts de surfaces a été développé afin de modéliser plus précisément l'évolution de l'amortissement en fonction de l'amplitude des déformations. Ce nouveau modèle est une modélisation multi-bombés des plans composants l'interface basée sur le comportement du contact sphérique développé par Hertz et Mindlin. La prise en compte des défauts de surface des plans de contact permet de prévoir le facteur de perte obtenu expérimentalement avec un amortissement présent dès les plus petites amplitudes. Ce modèle reposant sur des paramètres issus directement de la géométrie réelle des surfaces, pouvant être sujet à interprétation, une analyse de sensibilité des différents paramètres du modèle a été menée permettant de s'assurer de la validité du modèle. De plus afin de pouvoir utiliser ce modèle dans des simulations dynamiques, une fonction de dissipation est déterminée. Devant la difficulté d'utilisation de cette fonction (fonction définie par tronçons), une identification des paramètres d'un modèle dynamique global a été menée sur la base du modèle de Dahl. Il est montré qu'il existe pour la phase de chargement d'un contact sphérique définie par Mindlin, une identification exacte des paramètres de Dahl.

BIBLIOGRAPHIE

1 GRAS, R. Tribologie. **Dunod**, 2008.

2 PENNEC, F. Modélisation du contact métal-métal : Application aux microcommutateurs MEMS RF. **Thèse de doctorat, Université de Toulouse**, 2009.

3 GREENWOOD, J. A.; WILLIAMSON, J. B. P. Contact of nominally flat surfaces. **Proceedings Royal Society**, v. A295, p. 300-319, 1966.

4 GREENWOOD, J. A.; WU, J. J. Surface Roughness and Contact: An Apology. **Meccanica**, v. 36, p. 617–630, 2001.

5 BARWELL, F. T.; JONES, M. H.; PROBERT, S. D. The interaction and lubrification of rough surfaces. **Proc. Symp. IUTAM. Enschede. Delft univerity**, 1974.

6 HALLING, J. Principes of tribology. **Mc Millan Press**, 1975.

7 GREENWOOD, J. A.; TRIPP, J. H. The contact of two nominally flat rough surfaces. **Proc. Institute mechanical engineering**, v. 185, 1971.

8 GORYACHEVA, I. G.; DOBYCHIN, M. N. Multiple contact model in the problems of tribomechanics. **Tribology international**, v. 24, 1991.

9 SUKIZOE, T. T.; HISAKADO, Y. On the mechanism of contact between metal surfaces. **Transaction of ASME**, p. 666-674, 1986.

10 McCOOL, J. L. Predicting microfracture in ceramics via micro contact model. **ASME, Journal of tribology**, v. 108, p. 380-386, 1986.

11 PUGLIESE, G.; TAVARES, S. M. O.; CIULLI, E.; FERREIRA, L. A. Rough contacts between actual engineering surfaces Part II. Contact mechanics. **Wear**, v. 264, p. 1116–1128, 2008.

12 CATTANEO, C. Sul contatto di due corpo elastici : distribuzione locale degli sforzi. **Rendiconti Accademia Nazionale Lincei**, v. XXVII, n. 6, 1938.

13 MINDLIN, R. D. Compliance of elastic bodies in contact. **ASME J. Appl. Mech**, v. 16, p. 259-268, 1949.

14 JOHNSON, K. L. Contact Mechanics. **Cambridge University Press, London**, 1985.

15 DAHL, P. R. A solid friction model. **The Aérospace corporation, El Segundo (California),** v. Tor-158(3107-18)-1, 1968.

16 DAHL, P. R. Solid friction damping on spacecraft oscillations. **AIAA Guidance, Navigation and Control Conf.**, v. 75-1014, p. 1-13, 1975.

17 DAHL, P. R. Measurement of solid friction parameters of ball bearings. **Proc. Of 6th Annual Symp. On Incremental Motion, control systems and devices, University of Illinois**, 1977.

18 AL MAJID, A.; DUFOUR, R. Formulation of a hysteresis restoring force model. Application to vibration isolation. **Nonlinear Dynamics**, v. 27, p. 69-85, 2002.

19 LAMPAERT, V.; SWEVERS, J.; AL-BENDER, F. Modifications of the Leuven integrated friction model structure. **IEEE transactions on Automatic Control**, v. 47, n. 4, p. 683-687, 2002.

20 GAUL, L.; LENZ, J. Nonlinear dynamics of structures assembled by bolted joints. **Acta Mechanica**, 1997.

21 CHEVALLIER, G. Etude des vibrations de broutement provoquées par le frootement sec. Application aux systèmes d'embrayage. **Thèse de doctorat, Université Paris VI**, 2005.

22 DERESIEWICZ, H. Oblique contact of nonspherical elastic bodies. **Journal of applied mechanics**, v. 24, p. 623-624, 1957.

23 OLOFSSON, U.; HAGMAN, L. A model for micro-slip between flat surfaces based on deformation of ellipsoidal elastic bodies. **Tribology International**, v. 30, n. 8, p. 599–603, 1997.

24 HALE, L. C. Principles and techniques for designing precision machines. **Ph.D. Thesis, University of California - Livermore, California**, 1999.

Conclusion générale

Les travaux de recherche de ce mémoire portent sur la quantification de l'amortissement induit par glissements partiels dans les interfaces constituant les assemblages de structure. Ils comportent des développements analytiques, des simulations numériques ainsi qu'une étude expérimentale.

Dans un premier temps, la problématique de cette étude est posée puis située dans les travaux bibliographiques. Un schéma fonctionnel est proposé et permet, tout au long de l'étude, de placer les différentes étapes de cette thèse dans une démarche générale.

Ensuite, un modèle d'étude académique constitué d'une poutre bi-encastrée est proposé ; la distribution du moment de flexion le long de la poutre est exploitée afin de mettre en place deux interfaces soumises lors de la flexion de la poutre, à un cisaillement pur. La configuration de la structure (conditions aux limites et emplacement des interfaces) permet l'étude d'interfaces planes soumises à une charge normale constante (statique) et à une charge tangentielle dépendant de l'amplitude de flexion (dynamique). L'étude quasi-statique définit la distribution des contraintes et des déplacements dans les interfaces lors de la flexion de la poutre, et permet de tracer les cycles charge/déplacement dans ces derniers. Le comportement interne de l'interface est mis en évidence : en dessous d'une certaine charge tangentielle, l'interface se comporte comme si la poutre était monolithique, lorsque le maximum de la contrainte de cisaillement parabolique dans l'interface dépasse la valeur de la contrainte normale multipliée par la valeur du coefficient de frottement, un glissement partiel apparaît. Le facteur de perte est ensuite déterminé afin d'étudier l'évolution de l'amortissement lors de la flexion de la poutre. Nous avons ainsi pu montrer que l'amortissement a bien une évolution non linéaire dépendant de l'amplitude de flexion.

Une fonction de dissipation est déterminée, afin de simuler le comportement dynamique de la structure. Une analyse dynamique de la poutre bi-encastrée permet d'affiner le positionnement axial des interfaces, les répartitions des charges et des contraintes sur le premier mode de flexion de la poutre. Le facteur de perte est à nouveau calculé sous une hypothèse de déformation modale. Cette hypothèse montre que le glissement partiel et l'amortissement inhérent apparaissent pour des amplitudes de déplacement plus faibles que dans l'hypothèse statique. Cette fonction de dissipation issue de l'analyse des contraintes illustre le comportement défini dans l'interface. Lors de l'augmentation des amplitudes vibratoires, une phase d'adhérence totale apparaît pour les basses amplitudes, suivie d'une phase de glissement partiel évoluant jusqu'au macro-glissement (glissement total relatif des deux parties assemblées). La structure est modélisée par un système à un degré de liberté. L'énergie dissipée par le glissement partiel dans les interfaces est pris en compte sous forme d'un amortissement structural dépendant de l'amplitude vibratoire. Cette modélisation dynamique permet de mettre en place les deux phases de comportement dans les interfaces et leur contribution tout au long de l'évolution des oscillations de la structure.

La partie expérimentale présente la conception de la poutre et les essais réalisés. À partir des caractéristiques du modèle précédemment défini, une poutre bi-encastrée coupée dans les zones où s'annule le moment fléchissant, la forme de la poutre est optimisée en cherchant à maximiser l'amortissement et à garantir les conditions de chargement définies par ce modèle. Une attention

particulière a été portée au découplage des deux premiers modes de flexion et à la prise en compte de la contribution des potentiels défauts de fabrication. Afin de se focaliser sur la contribution des interfaces dans l'amortissement, deux poutres ont été réalisées. Ces deux configurations permettent de comparer, pour deux géométries identiques et conditions limites équivalentes, l'évolution de l'amortissement pour une structure monolithique et une structure avec interfaces. Un protocole d'excitation est mis en place afin de solliciter le premier mode de flexion de la structure (appropriation interrompue). Cette analyse met en évidence que l'évolution du niveau de chargement normal induit conjointement une variation du taux amortissement et une perte de rigidité. Ainsi, plus la contrainte normale est basse, plus le glissement partiel est présent, ce qui entraîne une augmentation de l'amortissement et une perte de rigidité de la structure. Il existe également une dépendance de cet amortissement à l'amplitude de déplacement. Cependant, dès les plus basses amplitudes de vibrations, les essais montrent que la structure est amortie alors que le modèle prévoyait un amortissement nul. De plus, le dispositif d'excitation par patchs piézo-électriques, optimisant l'excitation sur le premier mode, ne permet pas d'atteindre les niveaux de déplacement attendus.

Une des raisons à la présence d'amortissement pour de faibles amplitudes de déplacement, vient du contact entre les plans des interfaces qui est réalisé sur des défauts de forme bombés de différentes tailles. Certains de ces bombés passent très vite en phase de glissement total. Un modèle est donc proposé prenant en compte les défauts de surfaces des interfaces.

L'objectif principal de cette thèse était d'étudier la contribution des interfaces assemblées sur l'amortissement apparent des structures. L'étude a été conduite dans le cas d'un chargement normal constant et d'un chargement tangentiel fonction des amplitudes vibratoires de la structure. Les travaux réalisés se sont concentrés sur le premier mode de flexion d'une structure de type « poutre ». Un des apports de cette étude est de quantifier et d'isoler les effets « amortissant » des glissements partiels dans les assemblages, en procédant à la comparaison d'une structure monolithique et d'une structure assemblée. Cette comparaison permet de soustraire toutes les autres sources d'amortissement. Cet amortissement apparaît comme une fonction non-linéaire dépendante de l'amplitude des sollicitations. Pour la modélisation de ces phénomènes, il ressort de cette analyse la nécessité d'une approche « glocale » afin de pouvoir « nourrir » le modèle global de vibration (ici un système à 1ddl) par des caractéristiques locales de l'interface. Ces caractéristiques issues de l'analyse topologique des surfaces en contact permettent la définition des contraintes et déplacements, menant à la définition d'une fonction de dissipation.

Au-delà du type de chargement et donc des sollicitations, il semble impossible, si nous voulons évaluer analytiquement l'évolution instantanée de l'amortissement, de ne pas prendre en compte les défauts de formes des surfaces participant aux assemblages. Cependant une telle modélisation fait intervenir un nombre important de paramètres difficilement quantifiables lors des phases de conception où toutes les surfaces sont définies aux côtes nominales. Même avec l'intégration de modèles généraux de vibrations (du type Dahl) permettant de minimiser le nombre de paramètres, il sera nécessaire de procéder à une identification locale.

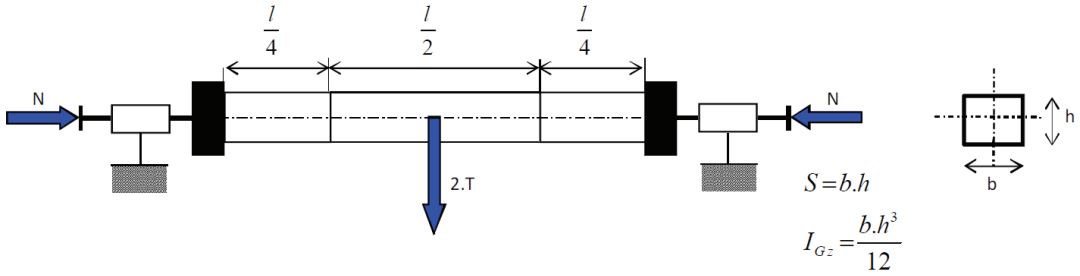
De plus, technologiquement, l'amortissement et la raideur de la structure dépendent du niveau de serrage normal des assemblages. Devant ces difficultés de prédiction, une des pistes de recherche est la conception de liaisons spécifiques ayant un caractère fortement amortissant ou bien de dispositifs amortissants à placer entre les surfaces assemblées. La maîtrise des formes et états de surface de ces solutions pourraient permettre de définir pour la force de serrage de fonctionnement, une plage d'amortissement attendue.

Pour finir, les travaux présentés dans cette thèse ont servi de point de départ et de réflexion à la mise en place du projet MAIAS (Maîtrise des Amortissements Induits dans les ASsemblages) du Pôle de Compétitivité aérospatial ASTech Paris Région ayant pour objectif de « Développer des technologies de transmission des efforts permettant un contrôle de l'amortissement ».

Annexes

ANNEXE 1

Caractéristiques de la poutre coupée

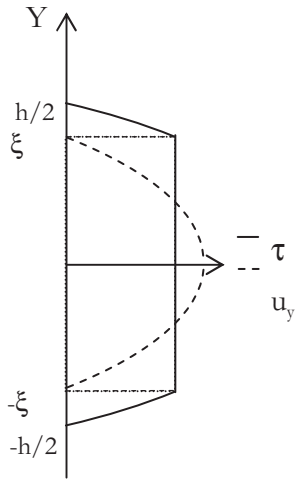


Symbole	Description	Unité	Valeur
b	Largeur de la section de la poutre	mm	40
E	Module de Young	MPa	74000
h	Hauteur de la section de la poutre	mm	30
I_{Gz}	Moment quadratique	mm^4	90000
l	Longueur de la poutre	mm	400
S	Aire de la section de la poutre	mm^2	1200
μ	Coefficient de frottement		0.33
ν	Coefficient de Poisson		0.3

Répartition de contrainte – Solution générique

Afin de déterminer les équations de répartition de contrainte dans les différentes phases de chargement, une solution générique à ce type de répartition de contrainte est déterminée pour :

- une borne de contrainte à $k\mu\sigma_n$;
- un effort tranchant de T'.



Equation de τ et conditions limites :

$$\tau = A.y^2 + B$$

$$\grave{a} \quad y = \frac{h}{2} \quad \rightarrow \quad \tau_0 = A.\frac{h^2}{4} + B$$

$$\rightarrow \quad B = -A\frac{h^2}{4}$$

$$\grave{a} \quad y = \xi \quad \rightarrow \quad \tau = k.\mu.\sigma_n$$

$$\rightarrow \quad A = \frac{k.\mu.\sigma_n}{\xi^2 - \frac{h^2}{4}}$$

Effort tranchant correspond à la somme de la contrainte de cisaillement sur la surface :

$$T' = b\int_{\frac{-h}{2}}^{-\xi} (A.y^2 + B)\ .dy + b\int_{-\xi}^{\xi} k.\mu.\sigma_n\ .dy + b\int_{\xi}^{\frac{h}{2}} (A.y^2 + B)\ .dy$$

$$T' = \frac{2bk\mu\sigma_n}{\xi^2 - \frac{h^2}{4}}\left[\frac{2}{3}\xi^3 - \frac{h^3}{12}\right]$$

$$\frac{16}{3}k\mu\sigma_n\xi^3 - 4\frac{T'}{b}\xi^2 + h^2\left(\frac{T'}{b} - \frac{2}{3}k\mu\sigma_n h\right) = 0$$

$$\left(\xi - \frac{h}{2}\right).\left(\frac{16}{3}k\mu\sigma_n\xi^2 + 4\left(\frac{2}{3}k\mu\sigma_n h - \frac{T'}{b}\right)\xi + 2h\left(\frac{2}{3}k\mu\sigma_n h - \frac{T'}{b}\right)\right) = 0$$

$$\boxed{\frac{4}{3}k\mu\sigma_n\left(\xi - \frac{h}{2}\right).\left(4\xi^2 + \left(2h - \frac{3T'}{bk\mu\sigma_n}\right)\xi + \frac{h}{2}\left(2h - \frac{3T'}{bk\mu\sigma_n}\right)\right) = 0}$$

Cherchons maintenant les solutions du polynôme :

$$4\xi^2+\left(2h-\frac{3T'}{bk\mu\sigma_n}\right)\xi+\frac{h}{2}\left(2h-\frac{3T'}{bk\mu\sigma_n}\right)=0$$

On pose

$$\alpha=2h-\frac{3T'}{bk\mu\sigma_n}$$

Le polynôme devient

$$4\xi^2+\alpha\xi+\alpha\frac{h}{2}=0$$

Avec comme discriminant $\Delta=\alpha^2-4.4.\frac{h}{2}.\alpha=\alpha(\alpha-8h)$

On aura des solutions réelles que si ;

$$\Delta=\alpha(\alpha-8h)\geq 0$$

or

$$\alpha-8h=-6h-\frac{3T'}{bk\mu\sigma_n}<0$$

donc $\Delta\geq 0$ *seulement si* $\alpha\leq 0$

c'est à dire si :

$$2h\leq\frac{3T'}{bk\mu\sigma_n}$$

$$h\leq\frac{3}{4}.\frac{T'}{bk\mu\sigma_n}$$

$$\xi=\frac{-\alpha\pm\sqrt{\Delta}}{8}=\frac{-\alpha\pm\sqrt{\alpha(\alpha-8h)}}{8}$$

$$\xi=\frac{-2h+\frac{3T'}{bk\mu\sigma_n}\pm\sqrt{\left(2h-\frac{3T'}{bk\mu\sigma_n}\right)\left(-6h-\frac{3T'}{bk\mu\sigma_n}\right)}}{8}$$

Donc

$$\tau=\left(\frac{k\mu.\sigma_n}{\xi^2-\frac{h^2}{4}}\right)\left(y^2-\frac{h^2}{4}\right)$$

avec

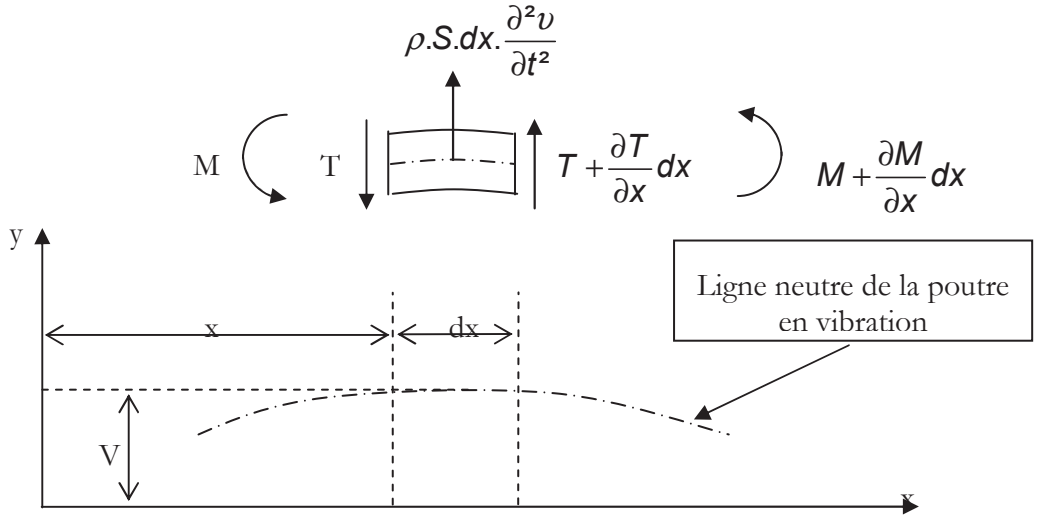
$$\xi=\frac{-2h+\frac{3T'}{bk\mu\sigma_n}+\sqrt{\left(2h-\frac{3T'}{bk\mu\sigma_n}\right)\left(-6h-\frac{3T'}{b\mu\sigma_n}\right)}}{8}$$

ANNEXE 3

Etude des vibrations de flexion de la poutre bi-encastrée

Hypothèses :

- les vibrations ont lieu dans un des plans principaux de la poutre ;
- les dimensions de la section transversale sont faibles devant la longueur ;
- on néglige l'amortissement ;
- on néglige les effets de l'inertie rotatoire (étant du second ordre par rapport au facteur de forme D/l de la poutre) ;
- on néglige les effets du cisaillement transversal ;
- on néglige l'action de la pesanteur.



On définit par :

- υ : Amplitude de la vibration à l'abscisse x
- T : Effort tranchant au point d'abscisse x
- Mf : Moment fléchissant au point d'abscisse x
- ρ : Masse volumique du matériau

ETUDE DE L'EQUILIBRE DU TRONCON

En projection sur y, on a pour les efforts tranchants :

$$-T+(T+\frac{\partial T}{\partial x}dx)=\rho S dx\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial t^2} \quad \rightarrow \text{Loi de Newton}$$

Donc

$$\frac{\partial T}{\partial x}=\rho.S.\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial t^2}$$

La somme des moments à l'abscisse x+dx donne :

$$-Tdx - Mf + (Mf + \frac{\partial Mf}{\partial x} dx) = 0$$

Donc

$$T = \frac{\partial M}{\partial x}$$

Les résultats de la RDM nous permettent de lier le Moment de flexion et la flèche de la ligne moyenne de la poutre.

$$M = -EI_{Gz} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \ ;$$

Avec E : module d'Young du matériau, I_{Gz} : moment quadratique de la section droite

Ainsi

$$\frac{\partial T}{\partial x} - \rho.S.\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$$

et

$$\frac{\partial^2 Mf}{\partial x^2} - \rho.S.\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$$

On obtient donc l'équation générale du mouvement des poutres en flexion, en vibration libre :

$$\boxed{EI_{Gz} \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \rho.S.\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0}$$

En oscillations libres, $v(x,t)$ prend la forme :

$$v(x,t) = V(x).\sin \omega t$$

L'équation générale du mouvement devient :

$$EI_{Gz}.\sin \omega t.\frac{\partial^4 V}{\partial x^4} - \rho.S.V.\omega^2.\sin \omega t = 0$$

Soit

$$\frac{\partial^4 V}{\partial x^4} - \frac{\rho.S.\omega^2}{EI_{Gz}}.V = 0$$

Equation dont la solution générale peut être mise sous la forme :

$$V(x) = A.\sin\lambda x + B.\cos\lambda x + C.\sinh\lambda x + D.\cosh\lambda x$$

$$avec\ \lambda = \sqrt[4]{\frac{\rho S\omega^2}{EI_{Gz}}}$$

Dans le cas d'une excitation forcée 2T de type harmonique concentrée en un point, on écrira :

$$EI_{Gz}\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \rho.S.\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 2T.\sin(\omega t + \alpha)$$

Conditions aux limites d'une poutre bi-encastrée

$Pour$:

$x = 0\ et\ x = l \rightarrow V = 0$

$$x = 0\ et\ x = l \rightarrow \frac{dV}{dx} = 0$$

Les conditions limites en x=l permettent d'obtenir le système d'équation suivant :

$$A.\sin\lambda l + B.\cos\lambda l + C.\sinh\lambda l + D.\cosh\lambda l = 0$$
$$A.\cos\lambda l - B.\sin\lambda l + C.\cosh\lambda l + D.\sinh\lambda l = 0$$

Pour obtenir la solution vibratoire du problème il faut que le déterminant du système soit nul :

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \sin\lambda L & \cos\lambda L & \sinh\lambda L & \cosh\lambda L \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ \cos\lambda L & -\sin\lambda L & \cosh\lambda L & \sinh\lambda L \end{vmatrix} = 0$$

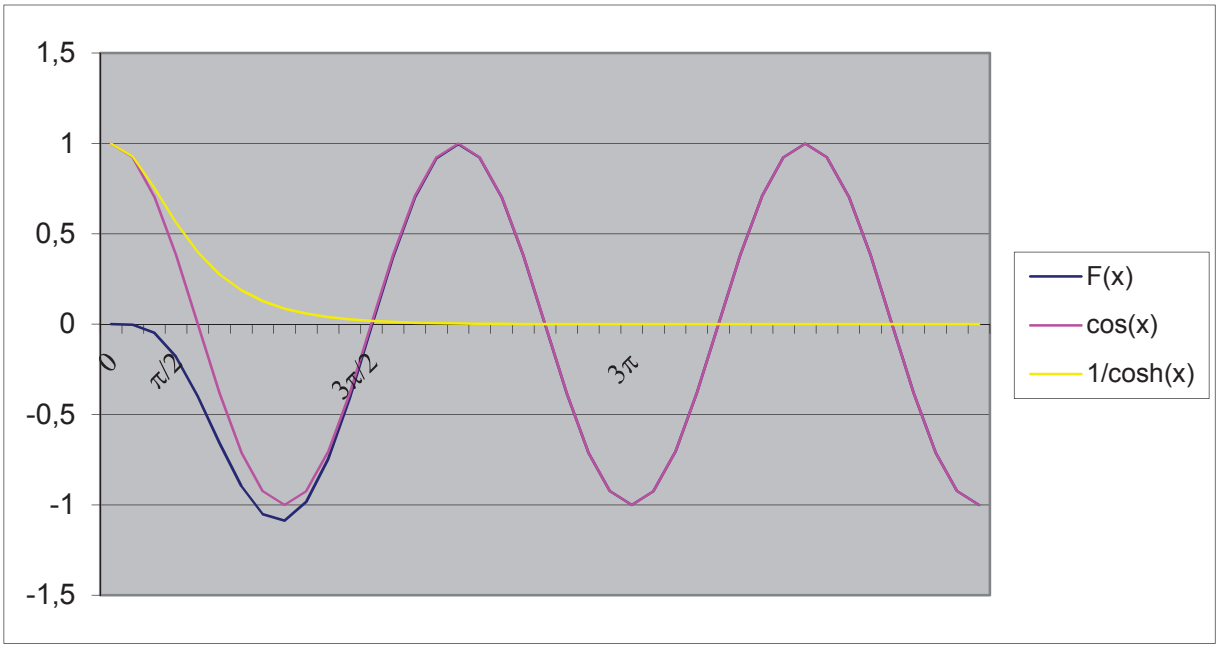
Soit

$$\cos\lambda L - \frac{1}{\cosh\lambda L} = 0$$

On trace ci-dessous l'évolution de F(x)

$$F(x) = \cos\lambda L - \frac{1}{\cosh\lambda L}$$

On remarque que la fonction $\frac{1}{\cosh(x)}$ tend rapidement vers 0 ce qui implique, à part la première racine de l'équation, des racines très proche de celle de la fonction $\cos(x)$.



Ce qui implique que le déterminant est nul pour une infinité de racines :

$$\lambda_1 L \simeq 1{,}5056.\pi$$

$$\lambda_i L \simeq (2i+1).\frac{\pi}{2}$$

Cette infinité de racine correspond à une infinité de pulsations propres ω_i et de modes propres associés Vi(x)

$$\omega_i = \sqrt[2]{\frac{EI.\lambda_i^4}{\rho S}}$$

Valeurs des pulsations et fréquences

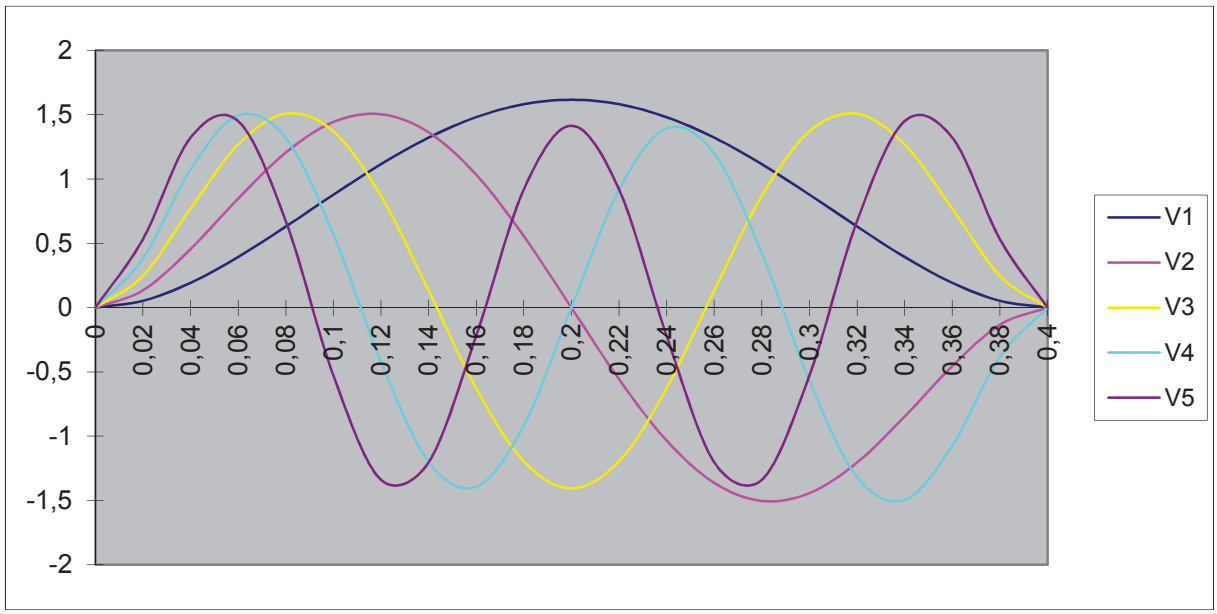
	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5
$\lambda_i L$	4,729	7,853	10,995	14,137	17,278
λ_i	11,824	19,634	27,488	35,342	43,196
ω_i	6632,698	18287,361	35843,227	59251,049	88510,827
f_i	1055,626	2910,523	5704,626	9430,097	14086,935

Les conditions limites en x=0 permettent d'obtenir l'équation suivante :

$$V(x) = A.[(\sin\lambda x - \sinh\lambda x) + \frac{1}{\alpha}.(\cos\lambda x - \cosh\lambda x)]$$

Donc

$$V_i(x) = A_i.[(\sin \lambda_i x - \sinh \lambda_i x) + \frac{1}{\alpha_i}.(\cos \lambda_i x - \cosh \lambda_i x)]$$

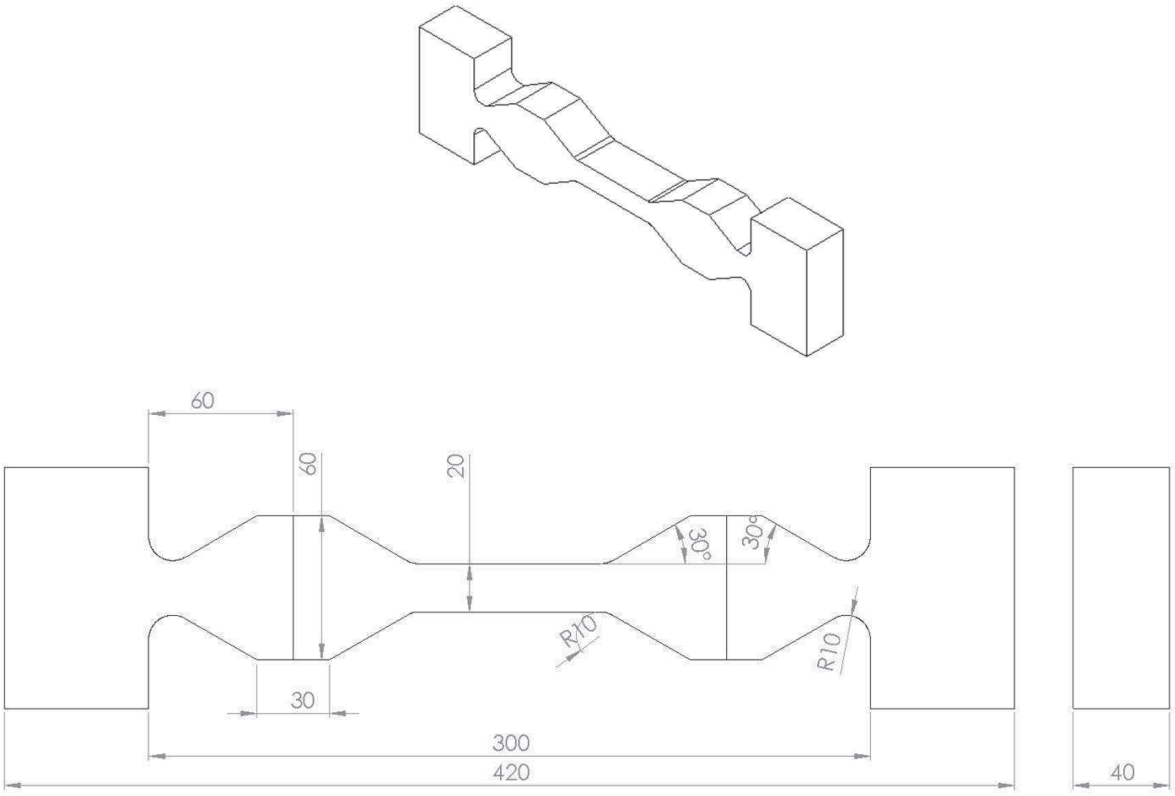


L'expression précédente peut également s'écrire sous la forme :

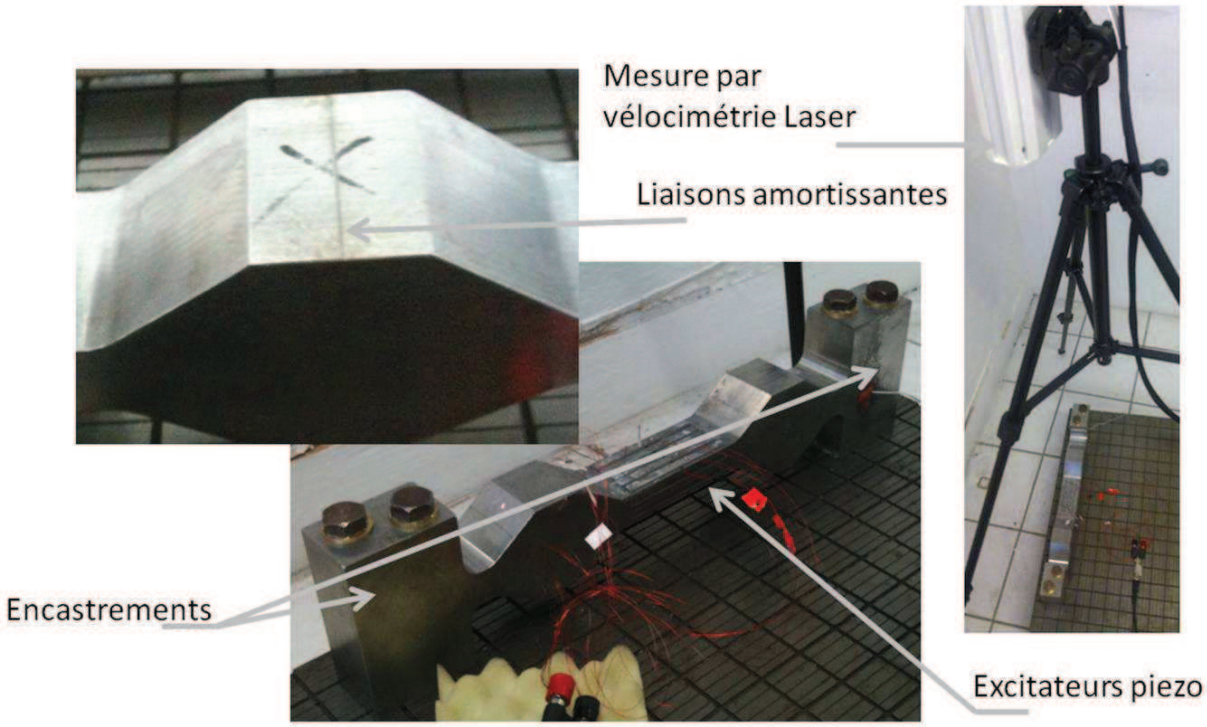
$$V_i(x) = \delta_i \left(cos\left(\Omega_i \frac{x}{l}\right) + \lambda_i sin\left(\Omega_i \frac{x}{l}\right) - cosh\left(\Omega_i \frac{x}{l}\right) - \lambda_i sinh\left(\Omega_i \frac{x}{l}\right) \right)$$

ANNEXE 4

Définition de la structure expérimentale



Materiaux : Acier C35 : Module de Young E = 200 GPa, Coefficient de Poisson ν = 0,3



Résumé

Dissipation de l'énergie mécanique dans les assemblages : effets du frottement en sollicitation dynamique

Cette thèse porte sur l'étude de l'amortissement des structures assemblées, et plus précisément de la contribution des assemblages sous sollicitations vibratoires. Le mémoire est composé de cinq chapitres traitant la problématique tant du point de vue analytique qu'expérimental.

Un banc d'étude académique est proposé afin d'étudier des assemblages sous sollicitation normale constante (statique) et sous sollicitations tangentielles liées aux vibrations de la structure (dynamique). Le facteur de perte caractérisant l'amortissement de la structure est obtenu, dans un premier temps par une étude locale quasi-statique. Puis une fonction de dissipation est définie, permettant d'affiner la modélisation de l'amortissement par une étude dynamique globale.

Au regard des résultats obtenus par la modélisation, une analyse expérimentale est menée. Cela afin d'isoler la contribution, à l'amortissement de la structure, des glissements partiels dans les assemblages. Pour cela, deux structures géométriquement identiques, l'une monolithique et l'autre assemblée sont étudiées. Les effets des interfaces sont analysés puis comparés aux résultats analytiques.

Afin de simuler plus précisément ces effets, une modélisation prenant en compte les défauts de forme des surfaces en contact est menée.

Mots clés : Structure assemblée, dynamique des structures, frottement, micro-glissement, amortissement non-linéaire.

Abstract

Dissipation of mechanical energy in assemblies: frictional effects in dynamic strains

This thesis presents a study of damping in assembled structures, or, more precisely, a study of the vibrations of assemblies under external excitations. The paper contains five chapters examining this problem from both analytical and experimental viewpoints.

An academic investigation is presented as a foundation in order to study assemblies both under constant normal stresses (static), and under tangential stresses linked to the structural vibrations (dynamic). The loss factor that characterizes the damping of the structure is obtained through a quasi-static local study. Then, a dissipation function is given, which allows the refinement of the damping model through a global dynamic study.

An experimental analysis is undertaken to examine the results obtained by the modeling. The objective of this analysis is to isolate the effects, at the structural damping, of partial sliding in the assemblies. To isolate these effects, two structures identical in shape and material, one assembled and one uniform, are studied. The data collected from the interfaces are analyzed, and then compared to the analytical results.

In order to simulate these effects with greater precision, a modeling is undertaken that takes into account the defects of form for the surfaces in contact.

Keywords: Structural assembly, dynamics of structures, friction, micro-slip, non-linear damping.