



HAL
open science

Propriétés d'équilibre et de transport de gaz de Bose bidimensionnels en présence de désordre

Thomas Plisson

► **To cite this version:**

Thomas Plisson. Propriétés d'équilibre et de transport de gaz de Bose bidimensionnels en présence de désordre. *Gaz Quantiques [cond-mat.quant-gas]*. Ecole Polytechnique X, 2012. Français. NNT : . pastel-00758575

HAL Id: pastel-00758575

<https://pastel.hal.science/pastel-00758575>

Submitted on 28 Nov 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LABORATOIRE CHARLES FABRY
INSTITUT D'OPTIQUE
ECOLE DOCTORALE DE L'ECOLE POLYTECHNIQUE

THESE DE DOCTORAT DE L'ECOLE POLYTECHNIQUE

présentée par

Thomas Plisson

pour l'obtention du grade de Docteur de l'Ecole Polytechnique

**PROPRIÉTÉS D'ÉQUILIBRE ET DE TRANSPORT DE GAZ
DE BOSE BIDIMENSIONNELS EN PRÉSENCE DE
DÉSORDRE**

soutenue le 18 septembre 2012 devant le jury composé de :

Mme Hélène Perrin	Rapporteure
Mme Patrizia Vignolo	Rapporteure
M. Jean Dalibard	Examineur
M. Giacomo Roati	Examineur
M. Alain Aspect	Examineur
M. Philippe Bouyer	Directeur de thèse
M. Thomas Bourdel	Co-encadrant

Le savant n'étudie pas la nature parce qu'elle est utile ; il l'étudie parce qu'il y prend plaisir et il y prend plaisir parce qu'elle est belle. Si la nature n'était pas belle, elle ne vaudrait pas la peine d'être connue, la vie ne vaudrait pas la peine d'être vécue.

Science et méthode
Henri Poincaré

Table des matières

Remerciements	11
Introduction	13
I Description et caractérisation du montage expérimental	21
1 Préparation d'un nuage froid confiné à deux dimensions	23
1.1 Refroidissement dissipatif	23
1.1.1 Enceinte expérimentale :	23
1.1.2 Piège magnéto-optique	24
1.1.3 Système laser	25
1.2 Piégeage dipolaire - Refroidissement par évaporation	26
1.2.1 Force dipolaire	26
1.2.1.1 Déplacement lumineux	27
1.2.1.2 Application au rubidium	27
1.2.2 Chargement du piège dipolaire	28
1.2.3 Refroidissement par évaporation	30
1.3 Confinement à 2D	31
1.3.1 Mise en œuvre du piège 2D	31
1.3.1.1 Source laser	31
1.3.1.2 Schéma du piège 2D	33
1.3.2 Caractérisation du piège 2D	34
1.3.2.1 Caractérisation du profil transverse	34
1.3.2.2 Alignement et caractérisation sur les atomes	35
1.3.2.3 Fréquence d'oscillation	36
1.3.2.4 Anticonfinement dans le plan horizontal	36
1.3.3 Rugosité du potentiel 2D	37
1.3.3.1 Caractérisation du problème	37
1.3.3.2 Origine de la rugosité	37
1.4 Décompression adiabatique du confinement horizontal	39
1.5 Caractérisation des fréquences du piège	40
2 Potentiel de désordre - Speckle	43
2.1 Propriétés remarquables du speckle	43
2.1.1 Distribution de potentiel aléatoire	43
2.1.2 Longueur de corrélation du désordre - Taille des grains	44
2.1.2.1 Fonction d'autocorrélation de la figure de speckle	44

2.1.2.2	Densité spectrale de puissance	45
2.2	Exemples de configurations	45
2.2.1	Faisceau homogène diaphragmé par une pupille circulaire (Exemple 1)	46
2.2.2	Faisceau gaussien (Exemple 2)	46
2.2.3	Commentaires	46
2.3	Description et caractérisation du dispositif expérimental	47
2.3.1	Schéma de l'expérience	48
2.3.2	Profil transverse du faisceau	48
2.3.3	Longueur de corrélation - Taille des grains	49
2.3.4	Puissance du speckle	50
2.3.5	Schéma de l'expérience - Anisotropie du potentiel désordonné	51
3	Imagerie par fluorescence	53
3.1	Montage expérimental	53
3.2	Propriétés intrinsèques de la caméra	55
3.2.1	Principe de fonctionnement du capteur EM-CCD	56
3.2.2	Etude du fond	56
3.2.3	Sources de bruits intrinsèques	57
3.3	Observation du bruit de grenaille photonique	58
3.4	Observation du bruit de grenaille atomique	59
3.5	Calibration de l'efficacité de détection	60
3.5.1	Méthode 1 : Comparaison avec l'imagerie par absorption	60
3.5.2	Méthode 2 : Seuil de condensation de Bose-Einstein 3D	61
3.5.3	Méthode 3 : Comparaison à des simulations Monte Carlo	62
3.6	Calibration de la taille du pixel	62
3.6.1	Méthode 1 : Comparaison avec l'imagerie par absorption	62
3.6.2	Méthode 2 : Mesure directe	63
	Résumé du schéma expérimental	65
 II Effet du désordre sur la cohérence d'un gaz de Bose bidimensionnel autour de la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless		67
4	Transition Superfluide dans les gaz de Bose 2D	69
4.1	Gaz de Bose 2D idéal et condensation de Bose Einstein	70
4.1.1	Gaz idéal homogène	70
4.1.2	Gaz idéal dans un piège	70
4.2	Effet des interactions - Superfluidité	71
4.2.1	Absence de condensation à 2D	71
4.2.2	Paramètre d'interaction	71
4.2.3	Superfluidité	72
4.3	Fluctuations de densité réduite	72
4.4	Phénoménologie du modèle XY	73
4.4.1	Présentation du modèle XY	73
4.4.2	Fonction de corrélation	74

4.4.3	Equivalence avec le gaz de Bose	74
4.4.4	Transition BKT	75
4.4.5	Saut de la densité superfluide	75
4.5	Loi d'échelle et universalité	76
4.6	Signatures expérimentales de la transition BKT	76
4.6.1	Densité critique	76
4.6.2	Fraction superfluide	77
4.6.3	Observation des vortex	78
4.6.4	Longueur de cohérence	78
5	Caractérisation de la cohérence autour de la transition BKT	81
5.1	Description de l'expérience	81
5.2	Remarque sur la distribution <i>in-situ</i>	82
5.3	Traitement des profils expérimentaux	83
5.3.1	Moyenne azimutale	83
5.3.2	Température et potentiel chimique	83
5.3.2.1	Gaz thermique dans la limite semi-classique	85
5.3.2.2	Prise en compte des états excités	86
5.3.2.3	Prise en compte des imperfections expérimentales	86
5.3.2.4	Validité du modèle semi-classique	87
5.4	Simulations Monte-Carlo Quantique	87
5.4.1	Calibration du nombre d'atomes	87
5.4.2	Comparaison aux données expérimentales	88
5.4.3	Identifier la transition BKT	88
5.4.4	Extraction de l'entropie par particule	88
5.5	Caractérisation de la cohérence	89
5.5.1	Demi-Largeur à Mi-Hauteur	89
5.5.2	Fraction d'atomes dans le pixel central	91
6	Effet du désordre sur la cohérence autour de la transition BKT	93
6.1	Séquence expérimentale en présence de désordre	93
6.1.1	Moyenne statistique - Caractère auto-moyennant	94
6.1.2	Adiabaticité de l'allumage du speckle	94
6.2	Résultats expérimentaux	96
6.2.1	Analyse des profils en présence de désordre	96
6.2.2	Représentation en entropie	97
6.2.3	Représentation en température	98
6.3	Comparaison aux théories existantes	99
6.3.1	Résultats de [Pilati 10]	99
6.3.2	Résultats de [Falco 09b]	100
6.3.3	Calculs numériques en approximation de densité locale	101
6.3.4	Conclusion sur la LDA	102
6.3.5	Expérience de [Beeler 12]	103
6.4	Perspectives	103
6.4.1	Mesurer la fraction superfluide	103
6.4.2	Signature de la transition en $n(k)$	104
6.4.3	Autres perspectives	105

III Diffusion d'un gaz de Bose bidimensionnel dans un potentiel désordonné	107
7 Etude de la diffusion classique	109
7.1 Introduction	109
7.1.1 Diffusion classique	110
7.1.2 Régimes de diffusion	111
7.2 Description de l'expérience	113
7.3 Distribution spatiale	114
7.3.1 Dynamique verticale	114
7.3.2 Distribution d'énergie	116
7.3.3 Modèle pour la distribution spatiale	116
7.3.3.1 Densité centrale	117
7.3.3.2 Dépendance en énergie des coefficients de diffusion	117
7.4 Analyse des résultats expérimentaux	118
7.4.1 Densité centrale	118
7.4.2 Mesure des coefficients de diffusion	119
8 Quelques progrès expérimentaux	123
8.1 Introduction	123
8.2 Confinement 2D dans un réseau optique	125
8.2.1 Montage expérimental	125
8.2.1.1 Schéma	125
8.2.1.2 Caractéristiques	125
8.2.2 Description en termes d'un seul puits de potentiel - Fréquence du piège	125
8.2.2.1 Approximation harmonique	125
8.2.2.2 Effets au-delà de l'approximation harmonique	126
8.2.3 Spectroscopie du réseau (Chauffage paramétrique)	126
8.2.4 Description en termes de réseau - Etats de Wannier-Stark	126
8.2.5 Interprétation du spectre expérimental	128
8.2.6 Temps de vie	130
8.2.6.1 Transitions Landau-Zener	130
8.2.6.2 Mesure expérimentale du temps de vie	131
8.2.7 Rugosités du potentiel	132
8.3 Refroidissement par refocalisation	133
8.3.1 Principe de la refocalisation	134
8.3.2 Principales limitations	135
8.3.3 Réalisation expérimentale	135
9 Simulation numérique	139
9.1 Simulation de l'équation de Schrödinger à deux dimensions avec conditions aux limites absorbantes	141
9.1.1 Algorithme de Crank-Nicolson à 1D	141
9.1.2 Les PML (Perfectly Matched Layers)	142
9.1.3 Généralisation à deux dimensions	144
9.1.3.1 L'algorithme de Crank-Nicolson à 2D	144

9.1.3.2	Les PML à 2D	144
9.1.4	Illustration des performances de la simulation	145
9.2	Observation de la localisation faible et forte	145
9.2.1	Rétro-diffusion cohérente	146
9.2.1.1	Explication imagée des effets d'interférence	147
9.2.1.2	Observation numérique de la rétro-diffusion cohérente	148
9.2.2	Diffusion cohérente vers l'avant	148
9.3	Utilisation de la simulation pour interpréter une expérience de rétro-diffusion cohérente	149
9.4	Perspective 1 : effet d'un potentiel vecteur sur la localisation	151
9.4.1	Simulation de l'équation de Schrödinger en présence d'un potentiel vecteur	152
9.4.1.1	Algorithme de Crank-Nicolson en présence d'un potentiel vecteur	152
9.4.1.2	Conditions aux limites - PML	152
9.4.1.3	Illustration des performances de la simulation	153
9.4.2	Etude de l'effet du désordre sur les effets d'interférence	154
9.4.2.1	Effet du champ magnétique artificiel sur la localisation faible	154
9.4.2.2	Effet du champ magnétique artificiel sur la localisation forte	157
9.4.3	Perspective expérimentale : Champs magnétiques artificiels	159
9.5	Perspective 2 : Effet d'une modulation du potentiel aléatoire	161
9.5.1	Idée directrice	161
9.5.2	Premiers essais numériques	162
9.5.3	Premiers essais expérimentaux	164
Conclusion		167
A Calculs sur les fluctuations d'imagerie		169
A.1	Calcul 1 : Nombre poissonnien d'atomes qui émettent un nombre poissonnien de photons.	169
A.2	Calcul 2 : Effet des pertes.	169
A.3	Calcul 3 : Effet de l'amplificateur avec bruit. Facteur F.	170
A.4	Calcul 4 : Origine microscopique du facteur F	171
A.5	Prise en compte des corrélations	172
B Code Matlab utilisé pour la simulation de l'équation de Schrödinger à 2D avec conditions aux limites absorbantes		175
C Publications		177

Remerciements

Si la thèse est un travail que l'on mène personnellement, les rencontres que l'on noue pendant ces trois ans constituent une des plus grandes richesses que l'on garde de cette période. Je tiens à remercier les nombreuses personnes avec qui j'ai interagi pendant ma thèse ; qui m'ont fait partager leur expérience, m'ont fait profiter de leur talent ou m'ont apporté leur soutien.

Tout d'abord, je remercie très respectueusement Alain Aspect de m'avoir accueilli dans son groupe de recherche. Je le remercie pour les discussions que nous avons eues et les précieux conseils qu'il m'a donnés. Je remercie Philippe Bouyer d'avoir dirigé ma thèse, dans une période chargée où il a dû voyager entre Stanford et Bordeaux, et s'occuper de l'installation de l'Institut d'Optique à Bordeaux.

Ma thèse a été financée par la société IXBLUE. J'ai eu la chance, en particulier, d'avoir des échanges avec Hervé Lefèvre et Eric Ducloux, qui m'ont fait découvrir le monde d'une entreprise technologique formée de véritables amoureux de la science. J'ai pu découvrir le monde des gyroscopes à fibre optique et passer un mois dans une équipe de Recherche et Développement. Je les remercie de l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail de thèse.

Je remercie chaleureusement les membres de mon jury de thèse, qui ont accepté de relire mon manuscrit et d'examiner mon travail. Je suis honoré de la lecture minutieuse qu'ont effectuée Patrizia Vignolo et Hélène Perrin de mon manuscrit. Leurs remarques ont permis d'améliorer la présentation de mes projets. Je remercie également Jean Dalibard et Giacomo Roati d'avoir examiné mon travail. Je remercie les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon sujet de thèse et la pertinence de leurs remarques et questions.

Thomas Bourdel a encadré ma thèse au quotidien. J'ai beaucoup appris à son contact et il a toujours pris le temps de répondre à mes innombrables questions. Je le remercie pour sa présence et sa grande disponibilité. Son implication quotidienne dans les moindres détails de l'expérience a été précieuse. J'ai apprécié sa constante décontraction et sa bonne humeur et, surtout, ses grandes qualités scientifiques qui rendent les discussions physiques riches et instructives.

Au cours de ma thèse, j'ai eu le plaisir de travailler au sein d'une équipe efficace. Lorsque je suis arrivé en 2009, Jean-Philippe Brantut finissait sa thèse. Même si nous n'avons pas eu le plaisir de travailler ensemble au laboratoire, je me souviendrai de ma visite du laboratoire, au cours de laquelle il m'avait présenté le projet de localisation d'Anderson 2D, me disant que ce projet serait sûrement terminé avant mon arrivée... Martin Robert-de-Saint-Vincent m'a appris à dompter l'expérience dans ses moindres détails et je le remercie pour tout le travail qu'il a effectué avant mon arrivée et qui a beaucoup servi mon travail de thèse. Au cours de ces trois années de thèse, j'ai travaillé avec Baptiste Allard, mon jumeau de thèse. La situation n'était pas a priori facile, et nous avons dû nous adapter à cette situation. Je remercie Baptiste d'avoir permis que notre relation se passe bien. Nous avons tous les deux mis au service de l'expérience des qualités complémentaires. Nous avons aussi vécu ensemble des faits marquants de l'expérience :

une fuite d'eau sur la table de l'expérience, le changement du bâti de l'expérience en soulevant toute l'expérience sur des petits piliers, l'arrivée du laser Verdi, la mort du Laser 50W. Je salue le sens pratique de Baptiste qui a su nous bricoler des petits outils bien utiles. Travailler avec Baptiste c'est aussi apprendre toutes les répliques de Kaamelott par coeur, écouter du Magma, du jazz ou du ACDC à plein volume dans le labo. Pour tout cela je le remercie et je lui souhaite plein de réussite à GroßBasel. Ensuite sont arrivés Guillaume puis Lauriane, aidés de Peng Jun de passage en Post-doc. Ils ont subi le coup dur de la mort du laser 50W et du changement d'atome dans l'expérience qui ont imposé un redémarrage à zéro. Leur enthousiasme leur a permis de prendre en main un projet nouveau et ambitieux. Je leur souhaite la réussite que mérite leur talent.

Au cours de ma thèse j'ai été amené à travailler en collaboration avec des chercheurs qui ont rendu possible la réalisation de projets ambitieux. Sur l'étude de la diffusion classique les calculs de Luca Pezzé et de Laurent Sanchez-Palencia nous ont permis de comprendre et d'interpréter nos résultats. Sur l'étude de la transition BKT, les simulations de Markus Holzmann ont été primordiales. Sur mon projet de simulation numérique, les interactions avec Mondher Besbes et Cord Müller ont été fructueuses et enrichissantes. J'ai aussi été amené à échanger avec l'équipe Pince qui a réalisé l'expérience de Coherent Back-Scattering. Je remercie Vincent Josse d'avoir rendu cela possible, et aussi Fred Jendrzejewski, mon voisin de bureau, avec qui j'ai eu beaucoup d'échanges de physique, souvent autour d'un café ou d'une bière.

Je remercie les personnes avec qui j'ai enseigné à l'Institut d'Optique, dans le cours de Mathématique et Signal : Gaétan Messin, François Goudail, Fabienne Bernard, Hervé Sauer, Nicolas Fiszman. J'ai aussi eu le plaisir d'organiser le séminaire des doctorants de l'Institut d'Optique avec Isabelle Bouchoule. Je remercie également l'ensemble de l'administration du Laboratoire Charles Fabry. J'ai également profité d'un support technique très performant en électronique avec André Villing et Frédéric Moron, et en mécanique avec André Guilbaud et Patrick Roth.

Au sein du groupe d'Optique Atomique règne une ambiance sympathique, à l'intérieur et en dehors du laboratoire, dans les bureaux des doctorants, au cours des réunions de groupe. Je garderai un bon souvenir des moments passés avec les doctorants, post-doctorants et permanents du groupe : Fred, Marie B., Thomas VDB, Simon, Ralf, Etienne, Jérémie, Killian, Lynn, Raphael, Josselin, Alain, JC, Rémi, Vincent, Bess, Thibaut, Marie P., Pierre, Guilhem, Samuel, Guillaume, Giuseppe, Andrea, Luca, Isabelle, David, Vincent, Denis, Laurent, Chris.

Enfin, j'aimerais remercier les personnes avec qui j'ai partagé des moments en dehors du laboratoire, tous mes amis, avec une pensée particulière pour ma troupe de théâtre. Louis Jovet a écrit : "Le théâtre est le désordre incarné et pour faire l'éloge du théâtre il faut commencer par faire l'éloge du désordre". Voilà qui est fait. Ma famille m'a soutenu sans faille jusqu'à présent et je leur dois beaucoup. Je voudrais finir par le plus important et remercier Pauline qui rend ma vie belle et douce au quotidien.

Introduction

L'importance en physique des systèmes que l'on nomme « complexes » - car la présence d'interactions entre particules ou de désordre nous empêche de les ramener à des problèmes simples - réside dans la richesse des phénomènes exotiques qui peuvent s'y produire. Le plus remarquable est que cette richesse n'est pas directement apparente au niveau des particules et des lois les plus fondamentales, mais émerge des effets collectifs ou de la particularité du système [Laughlin 99]. Les phénomènes collectifs créent par exemple de nouvelles particules, des quasi-particules, dont l'existence est intrinsèquement liée au système étudié et qui n'existent pas en-dehors de lui. D'autre part, la complexité des systèmes oblige à développer des théories et des concepts qui leur sont propres. La démarche réductionniste consistant à n'étudier que les constituants élémentaires du système et leurs lois fondamentales ne permet pas, par construction inverse, d'obtenir une description satisfaisante et efficace. Cette idée est résumée par le fameux titre de l'article de P.W. Anderson [Anderson 72] : « More is different ». La description théorique des systèmes complexes en tant que tels et de leurs phénomènes emblématiques (superfluidité [Leggett 04], effet Hall quantique entier [von Klitzing 86] et fractionnaire [Stormer 99], localisation d'Anderson [Anderson 58],...) est une nécessité.

Les systèmes complexes sont un sujet d'étude privilégié de la physique de la matière condensée. Les matériaux solides, qu'ils soient conducteurs, isolants, semi-conducteurs ou supraconducteurs, sont par nature des objets complexes. Les atomes qui les constituent forment une matrice fixe, souvent organisée en réseau, mais qui présente un plus ou moins grand nombre d'imperfections. Les particules transportées sont des porteurs de charge, électrons ou trous, qui interagissent fortement, entre eux et avec la matrice du matériau. Les porteurs de charge sont également contraints par la structure du matériau. La dimensionnalité ou la présence des bords d'un échantillon, par exemple, jouent un rôle crucial dans l'observation de phénomènes exotiques.

Les ingrédients qui rendent complexes les systèmes les plus usuels de la matière condensée sont les interactions, le désordre, le type de particule (bosons ou fermions), la dimensionnalité ou la taille finie du système. La présence d'un, ou plusieurs, de ces ingrédients peut induire une physique intéressante. Par exemple, si on considère un gaz de particules qui diffuse dans un potentiel désordonné, on peut observer l'arrêt de la diffusion dans le régime quantique. C'est le phénomène de localisation d'Anderson [Anderson 58].

Cependant, la localisation peut devenir inobservable, ou laisser place à d'autres phénomènes, si les particules interagissent. Il en va de même d'autres phénomènes (oscillations de Bloch, transition superfluide-isolant de Mott,...) qui n'impliquent que certains des ingrédients mentionnés plus haut et qui peuvent être masqués dans des systèmes plus complexes. Or, dans les systèmes de matière condensée, il n'est pas aisé de supprimer de

manière contrôlée le désordre, les interactions entre particules ou même le réseau cristallin, afin d'étudier un phénomène particulier. C'est en permettant de réaliser des systèmes « propres » et contrôlés que le domaine des atomes froids peut apporter des réponses à l'étude des phénomènes complexes de la matière condensée.

Les atomes froids et l'étude des systèmes complexes

A l'origine, le développement du refroidissement laser permettait d'entrevoir des applications métrologiques. En disposant d'atomes lents, on pourrait les interroger plus longtemps et rendre la mesure plus précise. L'avènement du domaine des atomes froids et le développement conjoint de techniques d'interférométrie atomique [Berman 97] permet aujourd'hui de réaliser des mesures extrêmement précises de différentes grandeurs comme le temps [Wynands 05], l'accélération (en particulier l'accélération de la pesanteur [Peters 01]), la rotation [Gustavson 00], ou certaines constantes fondamentales [Cladé 06, Stuhler 03]. Les techniques de refroidissement devenant de plus en plus efficaces, il fut alors possible d'atteindre le régime de dégénérescence quantique, où l'extension spatiale de l'atome - sa longueur d'onde de De Broglie - devient plus grande que la distance entre particules. Dans ce régime, les effets collectifs entrent en jeu et le phénomène emblématique de condensation de Bose-Einstein a été observé en 1995 [Davis 95, Anderson 95]. Depuis, les observations de phénomènes quantiques collectifs dans les atomes froids se sont développées, et il est devenu possible d'étudier des problématiques issues du monde de la matière condensée. L'intérêt fondamental des expériences d'atomes froids réside dans leur adaptabilité au problème étudié. Les particules étudiées sont des atomes neutres, mais forment un gaz qui peut être équivalent aux gaz de particules chargées (électrons, trous, paires de Cooper,...) dans certaines limites et pour certains modèles. A l'aide de lasers et de champs magnétiques, les atomes sont soumis à des potentiels d'énergie que l'on peut façonner à souhait, et qui présentent peu de défauts.

Expériences emblématiques : On peut par exemple placer les atomes dans un réseau optique parfait, formé par l'interférence de deux lasers contra-propageants, système avec lequel ont été observés les phénomènes d'oscillations de Bloch [Ben Dahan 96] et la transition superfluide-isolant de Mott [Greiner 02]. Il est aussi possible de confiner le gaz dans des géométries variées. En confinant le gaz très fortement dans une direction, on peut ainsi créer des gaz de dimension réduite, à deux dimensions ou à une dimension [Görlitz 01]. Les interactions entre particules peuvent être changées, grâce au phénomène de résonance de Feshbach [Inouye 98], et la transition BEC-BCS a été observée pour des gaz de fermions [Greiner 03, Jochim 03, Zwierlein 03, Bourdel 04]. Enfin, on peut ajouter du désordre à l'expérience, en connaissant sa statistique et en contrôlant son amplitude. C'est le cas du potentiel de speckle ou du réseau bichromatique avec lesquels ont été observés le phénomène de localisation d'Anderson à 1D [Billy 08, Roati 08] et à 3D [Kondov 11, Jendrzejewski 12a].

Gaz de Bose 2D en présence de désordre et d'interactions

Notre expérience a pour but l'étude des gaz de Bose 2D en présence de désordre et d'interactions. La motivation de notre travail vient des problématiques de la matière

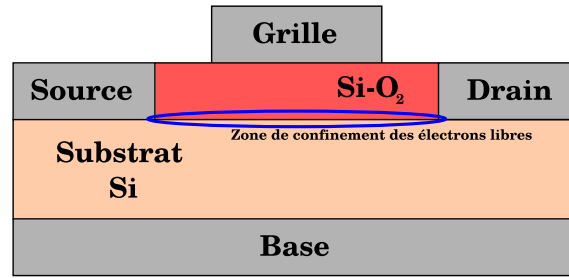


FIGURE 1 – Schéma simplifié d'un MOSFET. Ce dernier est constitué d'un substrat semi-conducteur en silicium dopé p ou n sous lequel est déposée une électrode « base ». Sur le substrat est déposée une couche isolante de dioxyde de silicium (SiO_2) surmontée de l'électrode « grille ». En appliquant entre les électrodes base et grille une tension supérieure à un certain seuil, on crée un champ électrique qui pousse les électrons libres contre la couche isolante, les confinant dans un plan de conduction 2D à l'interface Silicium- SiO_2 . Deux autres électrodes, source et drain, permettent de contrôler ce gaz 2D.

condensée, où l'étude de ces systèmes est intéressante à plusieurs titres. Tout d'abord, les systèmes électroniques bidimensionnels permettent d'atteindre de fortes mobilités de porteurs de charge¹. Les conducteurs 2D sont d'ailleurs facilement élaborés par différentes techniques, comme l'épitaxie par jet moléculaire. Enfin, la miniaturisation des composants électroniques entraîne un intérêt industriel pour la compréhension des effets quantiques de conduction, et leurs modifications par le désordre.

Systemes bidimensionnels désordonnés

Dans les systèmes de matière condensée, l'étude des effets du désordre n'est pas facile. L'interprétation des résultats est soumise aux incertitudes de la reproductibilité des échantillons et aux caractéristiques mal connues du désordre intrinsèquement présent. Parmi les systèmes de la matière condensée créant un gaz d'électron bidimensionnel, le plus célèbre est le transistor à effet de champ à grille métal-oxyde (MOSFET), dans lequel le gaz d'électron est fortement confiné dans un plan 2D. La structure simplifiée et le fonctionnement d'un MOSFET sont présentés sur la figure 1. C'est dans des MOSFETs qu'a été mis en évidence l'effet Hall quantique entier [von Klitzing 86]. D'autres systèmes permettent d'étudier des gaz d'électrons 2D. La transition métal-isolant induite par le désordre a été étudiée dans les MOSFETs [Anissimova 07] ou le graphène [Ponomarenko 11]. Les films minces ont par exemple permis d'étudier la transition de phase quantique supraconducteur-isolant [Goldman 98]. C'est avec des hétérojonctions de composés III-V ($\text{GaAs}/\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$) qu'a été observé l'effet Hall quantique fractionnaire [Tsui 82, Stormer 99], pour lequel le désordre joue un rôle important. Les interfaces d'oxydes [Mannhart 11] permettent aussi de créer des gaz d'électron 2D intéressants. Mentionnons enfin que les gaz d'électron 2D jouent vraisemblablement un rôle important dans la physique des supraconducteurs à haute température critique. Par exemple, la structure très anisotrope des cuprates perovskites implique une conduction 2D dans les plans CuO_2 ,

1. La mobilité est la constante de proportionnalité entre un champ électrique et la vitesse des porteurs de charge. Elle est étroitement liée à la conductivité.

qui sont eux-mêmes couplés entre eux [Pan 01]. Enfin, d'autres systèmes, comme les rangées de jonctions Josephson [Paramanandam 11] ou l'Hélium 4 adsorbé sur une surface [Luhman 04], permettent d'étudier les particularités de la physique à deux dimensions en présence de désordre.

Bosons désordonnés

D'autre part, grâce à la théorie BCS [Bardeen 57] qui décrit la supraconductivité, on sait que cette dernière est liée à une transition superfluide de paires d'électrons, les paires de Cooper. Certains travaux montrent l'importance du caractère bosonique des transitions de phase dans les supraconducteurs à haute température critique [Bollinger 11, Li 10]. L'étude de l'effet du désordre sur la supraconductivité a donc mené au développement, d'abord théorique, du modèle de bosons désordonnés (Dirty boson model) [Fisher 89]. A température nulle l'augmentation du désordre va conduire à une transition de phase quantique vers un état isolant. A température finie la transition superfluide a lieu depuis une phase métallique normale [Aleiner 10]. La compétition entre désordre et interaction rend l'étude complexe. De nouvelles phases de la matière ont été prédites, comme l'existence d'une phase isolante, sans gap dans le spectre des excitations et compressible, appelée « Verre de Bose » [Fisher 89].

Notre expérience s'inscrit dans le contexte de l'étude du modèle de bosons désordonnés. Nous avons construit un système permettant de réaliser des gaz de Bose confinés à 2D. A l'aide de techniques optiques (speckle laser), nous pouvons ajouter du désordre au système de manière contrôlée. Grâce aux outils développés dans le domaine des atomes froids, nous pouvons atteindre le régime de dégénérescence où le gaz devient superfluide. Nous sommes capables d'observer directement la distribution d'impulsion du gaz par mesure de temps de vol. Dans le domaine des atomes froids, des expériences ont commencé à être menées pour étudier l'effet conjoint du désordre et des interactions [Fallani 07, Chen 08, White 09, Pasienski 10, Deissler 10, Lucioni 11, Gadway 11].

Contenu du manuscrit

Ce travail de thèse a été réalisé dans l'équipe de Thomas Bourdel, et avec le travail de toute une équipe, en particulier Martin Robert-de-Saint-Vincent, Baptiste Allard et Guillaume Salomon. Nous avons abordé deux problématiques principales. Nous avons étudié, d'une part, les propriétés d'équilibre d'un gaz piégé et en particulier les propriétés de cohérence d'un gaz de Bose en interaction autour de la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless (BKT). Nous avons mesuré l'effet du désordre sur la cohérence du gaz. D'autre part, nous avons commencé une étude des propriétés de transport d'un gaz 2D en présence de désordre. Nous avons réalisé une étude détaillée du régime de diffusion classique pour mesurer précisément les paramètres de la diffusion. Cette étude est un premier pas vers la mise en évidence d'effets d'interférence d'onde de matière et de la localisation d'Anderson à 2D, dans notre système. Des progrès expérimentaux, ainsi qu'une simulation numérique, nous ont permis de progresser vers l'observation et la caractérisation du régime de diffusion quantique. Ce travail est présenté en trois parties.

Partie 1 : Description et caractérisation du montage expérimental

Dans la première partie nous détaillons le dispositif expérimental sur lequel nous avons effectué les travaux présentés. C'est un montage complexe qui a bénéficié du travail effectué par plusieurs doctorants avant cette thèse [Clément 08, Brantut 09, Robert-de Saint-Vincent 10a]. Le dispositif permet de piéger et refroidir un gaz de rubidium 87 jusqu'au régime de dégénérescence quantique, de le confiner à deux dimensions, d'appliquer un potentiel désordonné et de faire une image de la densité atomique ou de sa distribution d'impulsion.

Chapitre 1 : Le refroidissement du gaz de rubidium commence en utilisant la technique usuelle du piège magnéto-optique à deux puis trois dimensions. Les atomes sont ensuite chargés dans le piège optique formé par le potentiel dipolaire de deux faisceaux lasers croisés. La géométrie originale de ce piège permet un refroidissement par évaporation tout-optique efficace et rapide. Les atomes sont confinés à deux dimensions entre deux nappes de lumières répulsives. Nous caractérisons en détail ce piège que nous avons mis en place. Nous montrons que le piège présente une rugosité résiduelle qui constitue une limite du montage pour observer l'expansion 2D de gaz très froids.

Chapitre 2 : Nous appliquons sur les atomes un potentiel désordonné. Le désordre est produit par le potentiel dipolaire d'une figure de tavelures (speckle), créée par un laser passant à travers une lame diffusante. Nous rappelons les caractéristiques statistiques du potentiel de speckle. Nous caractérisons la longueur de corrélation et l'amplitude du potentiel.

Chapitre 3 : A la fin d'un cycle expérimental, nous faisons l'image de la densité atomique par fluorescence. Deux solutions d'imagerie sont privilégiées par rapport aux expériences réalisées. L'imagerie dans le plan 2D permet de mesurer la densité atomique du nuage qui s'étend horizontalement en présence de désordre, pour les expériences de transport. Une imagerie après un temps de vol à trois dimensions permet de mesurer la distribution d'impulsion et d'étudier la cohérence du gaz à l'équilibre dans le piège initial. Dans les deux configurations, une imagerie par fluorescence permet de détecter de faibles densités atomiques. Nous détaillons la caractérisation du système d'imagerie.

Partie 2 : Effet du désordre sur la cohérence d'un gaz de Bose bidimensionnel autour de la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless

Nous décrivons dans cette partie l'étude des propriétés de cohérence d'un gaz de Bose dans le régime de dégénérescence, autour de la transition superfluide de Berezinskii-Kosterlitz-Thouless. Le désordre modifie les propriétés d'équilibre et nous mesurons l'effet du désordre sur l'apparition de la cohérence.

Chapitre 4 : Dans ce chapitre, nous rappelons différentes caractéristique de la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless. A deux dimensions, le gaz de Bose en interaction subit une transition vers un état superfluide, qui s'accompagne d'un saut dans la densité superfluide. La décroissance de la fonction de corrélation à un corps passe d'exponentielle dans la phase normale à algébrique dans la phase superfluide, modifiant subitement les propriétés de cohérence à la transition. Nous rappelons le lien entre la transition BKT dans les

systèmes continus et le modèle XY de spins sur réseau. Nous rappelons enfin les principales observations et signatures de la transition BKT dans les systèmes d'atomes froids.

Chapitre 5 : Par mesure de temps de vol, nous pouvons sonder les propriétés de cohérence du gaz. La largeur, mais aussi la fraction d'atomes dans le pic central, en sont des mesures quantitatives. Nous analysons nos données grâce à un modèle de champ moyen en approximation de densité locale. Nous montrons que la forme piquée et non-gaussienne des profils ainsi qu'une partie de l'augmentation de la cohérence sont reproduites par ce modèle semi-classique. Plus loin dans le régime dégénéré, et proche de la transition BKT, des effets au-delà du champ moyen sont présents. Le modèle semi-classique échoue alors à reproduire les données expérimentales. Une simulation Monte-Carlo Quantique reproduit quant à elle très bien les données expérimentales dans tous les régimes de paramètres [Plisson 11].

Chapitre 6 : Nous ajoutons du désordre au système caractérisé dans le chapitre précédent. Le potentiel de speckle est allumé adiabatiquement, ce qui préserve l'entropie du système et nous permet de connaître cette grandeur thermodynamique pour les gaz désordonnés. Nous constatons que l'apparition de la cohérence est décalée vers les plus basses entropies. Pour la valeur maximale du désordre, nous n'atteignons pas le régime où la cohérence augmente significativement [Allard 12]. En l'absence de théorie quantitative dans nos régimes de paramètres, nous comparons nos résultats aux théories les plus proches, en particulier dans le régime d'approximation de densité locale.

Partie 3 : Etude de la diffusion d'un gaz de Bose bidimensionnel dans un potentiel désordonné

Dans cette partie, nous présentons une étude des propriétés de transport d'un gaz bidimensionnel en présence de désordre. L'objectif de ce travail est de mettre en évidence le régime de diffusion quantique et de localisation. Les effets de localisation se manifestent par une réduction des coefficients de diffusion (localisation faible) ou un arrêt de la diffusion (localisation forte). A deux dimensions, le régime favorable pour observer expérimentalement la localisation étant très proche du régime de piégeage classique sous le seuil de percolation, une étude précise est nécessaire.

Chapitre 7 : Nous commençons notre étude par une caractérisation du régime de diffusion classique. Nous mettons en évidence le régime de diffusion en observant la décroissance temporelle de la densité centrale. Puis nous mesurons les coefficients de diffusion [Robert-de Saint-Vincent 10b]. La difficulté de ce travail vient de la présence d'une distribution d'énergie dans notre nuage et de la dépendance forte des coefficients de diffusion avec l'énergie. Les résultats de nos mesures sont en accord avec une simulation numérique dans le régime classique [Pezzé 11].

Chapitre 8 : Nous avons ensuite mis en place et caractérisé un réseau optique pour confiner le nuage à deux dimensions. Contrairement aux nappes de lumière utilisées précédemment, le réseau ne présente pas de rugosité résiduelle due aux hublots de l'expérience. Nous avons également mis en place une technique de refroidissement par refocalisation

afin d'atteindre des vitesses initiales plus faibles. Ces améliorations nous ont conduit dans le régime où l'on s'attend à observer la diffusion quantique.

Chapitre 9 : En parallèle de ces progrès expérimentaux, nous avons développé une simulation numérique pour explorer des moyens de mettre en évidence les effets d'interférence. Nous simulons l'évolution d'une fonction d'onde dans le désordre. Nous pouvons reproduire les signatures caractéristiques des effets d'interférence que sont la rétro-diffusion cohérente (Coherent back scattering [Cherroret 12]) et la diffusion cohérente vers l'avant (Coherent forward scattering [Karpiuk 12]). Nous montrons que notre simulation offre des perspectives intéressantes pour explorer l'effet d'un champ magnétique ou d'une modulation du désordre sur les effets d'interférence.

Première partie

**Description et caractérisation du
montage expérimental**

Préparation d'un nuage froid confiné à deux dimensions

Personne n'est capable de raconter une histoire exactement comme ça s'est passé. On arrange. On essaie de retrouver l'émotion première. Finalement on tombe à coup sûr dans la nostalgie. Et s'il y a une chose qui est loin de la vérité, c'est la nostalgie.

Dany Laferrière.

Dans ce chapitre, nous présentons les différentes étapes expérimentales qui permettent de refroidir le gaz jusqu'au régime dégénéré. Ces méthodes de refroidissement impliquent un long travail technique qui a été réalisé avant le début de ce travail de thèse et a été décrit dans plusieurs manuscrits de thèse [Clément 08, Brantut 09, Robert-de Saint-Vincent 10a]. Notre objectif sera donc ici de présenter succinctement les différentes étapes de refroidissement et en particulier la géométrie originale du piégeage dipolaire. Le confinement à deux dimensions, que nous avons mis en place et caractérisé pendant ce travail de thèse, fait l'objet d'une description plus détaillée. Nous étudions l'existence de rugosités résiduelles dans le potentiel de piégeage 2D.

1.1 Refroidissement dissipatif

1.1.1 Enceinte expérimentale :

Le schéma de la chambre expérimentale est présenté sur la figure 1.1. Les atomes manipulés sont en phase gazeuse, peu dense. Pour être capable de les refroidir, l'expérience doit être réalisée sous ultra-vide afin d'éviter des pertes trop importantes par collisions entre des atomes de rubidium et d'autres atomes présents dans l'enceinte. La chambre principale est soumise à une pression de $\sim 10^{-10}$ mbar. Une chambre de collection dans laquelle est pré-refroidi le gaz a une pression de $\sim 10^{-8}$ mbar. Ces pressions sont entretenues par des pompes ioniques et des pompes « getter » adsorbantes, qui sont représentées sur la figure 1.1.

La source de rubidium 87 est une cellule contenant du rubidium métallique. Elle produit du rubidium gazeux en équilibre à la pression de vapeur saturante. La cellule est chauffée à 80 ° C pour augmenter la pression de rubidium dans l'enceinte et collecter assez d'atomes pour réaliser l'expérience.

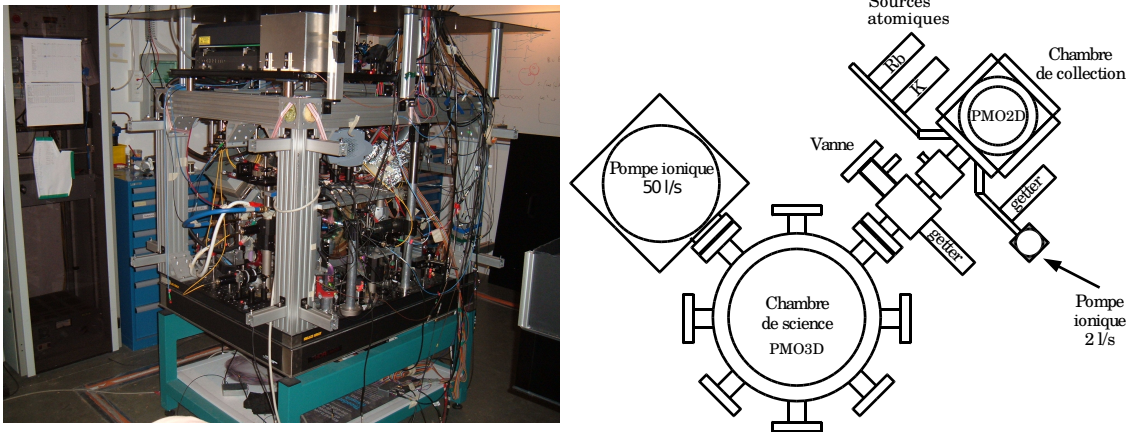


FIGURE 1.1 – Photographie et schéma de l'expérience. Sur le schéma sont représentées les deux chambres de l'enceinte ainsi que les différentes pompes pour effectuer le vide. Le rubidium gazeux est collecté par un piège magnéto optique 2D (PMO2D) dans la chambre de collection, puis envoyé dans la chambre principale à l'aide d'un faisceau pousseur où il est piégé dans un piège magnéto optique 3D (PMO3D).

1.1.2 Piège magnéto-optique

Pour refroidir le rubidium, nous utilisons, dans une première étape, la partie dissipative de l'interaction atome-laser. Cette interaction est le résultat de l'absorption puis de l'émission spontanée de photons par les atomes [Cohen-Tannoudji 83]. Elle nécessite l'utilisation d'un laser dont la fréquence est proche d'une résonance atomique. Pour le rubidium 87, nous utilisons la transition D2 entre l'état $5S_{1/2}$ et l'état $5P_{3/2}$ dont la longueur d'onde est autour de 780 nm. La structure de la transition D2 [Steck 08] est représentée sur la figure 1.2. Le faisceau de refroidissement principal, appelé « piège », est accordé sur la transition entre les états hyperfins $|5S_{1/2}, F = 2\rangle$ et $|5P_{3/2}, F' = 3\rangle$. Cette transition est cyclante : les atomes excités se désexcitent dans l'état fondamental $|5S_{1/2}, F = 2\rangle$. Cependant, il y a une probabilité non nulle que l'atome soit excité dans l'état $|5P_{3/2}, F' = 2\rangle$ et se désexcite dans l'état $|5S_{1/2}, F = 1\rangle$, empêchant la possibilité d'un nouveau cycle et limitant l'efficacité de refroidissement. Il est donc nécessaire d'utiliser simultanément un autre laser, dit « repompeur », accordé sur la transition $|5S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 2\rangle$.

Dans la chambre de collection, ces deux lasers, « piège » et « repompeur », sont combinés à un champ magnétique pour confiner et refroidir le rubidium en phase vapeur dans deux directions de l'espace selon la technique du piège magnéto-optique 2D [Dieckmann 98, Brantut 09, Clément 08]. Dans la troisième direction, un faisceau pousse les atomes vers la chambre principale, où ils sont collectés dans un piège magnéto-optique 3D [Raab 87, Brantut 09, Clément 08].

A la fin de cette étape, nous disposons d'environ 10^9 atomes piégés à une température de $\sim 100 \mu\text{K}$.

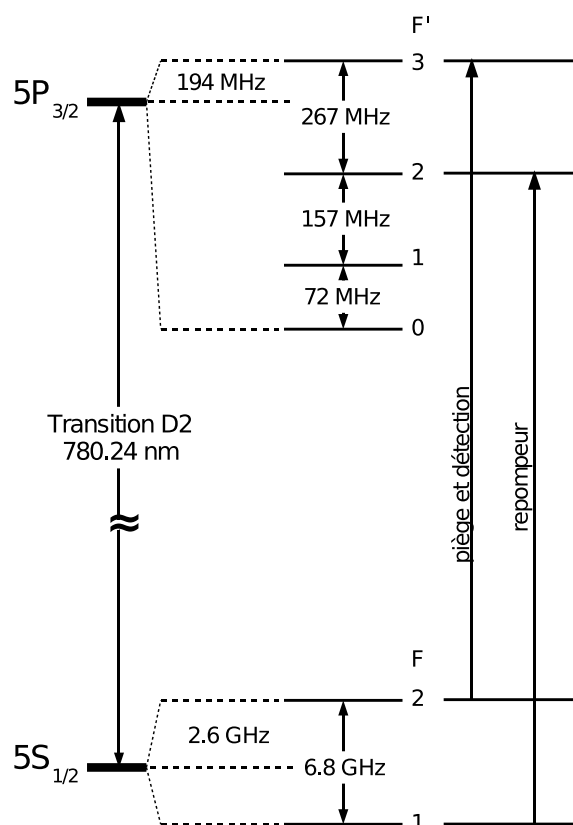


FIGURE 1.2 – Niveaux d'énergie correspondant à la raie D2 du rubidium 87. Les états représentés sont ceux correspondant à la structure fine. On a également représenté les transitions utilisées par les lasers du piège magnéto-optique, de la détection et de la repompe.

1.1.3 Système laser

Pour obtenir les faisceaux lasers piège, repompeur et pousseur, nous mettons en forme les lasers comme présenté sur la figure 1.3. Le laser piège est une diode laser montée dans une cavité étendue où un réseau effectue la sélection en longueur d'onde, selon une configuration Littrow [Nyman 06]. Les deux autres lasers sont des montages similaires mais la sélection en longueur d'onde est réalisée par un filtre interférentiel. Ce montage est plus stable et plus robuste. Il a été développé dans les laboratoires du SYRTE [Botter 07].

Pour asservir les lasers, le laser du faisceau pousseur (nous l'appelons laser « sonde » car il nous fournit aussi le faisceau de l'imagerie par absorption) est asservi sur le spectre d'absorption saturée du rubidium ; puis nous faisons battre les lasers piège et repompe avec le laser sonde sur une photodiode rapide, afin de générer un signal d'erreur qui permet de les asservir [Brantut 09].

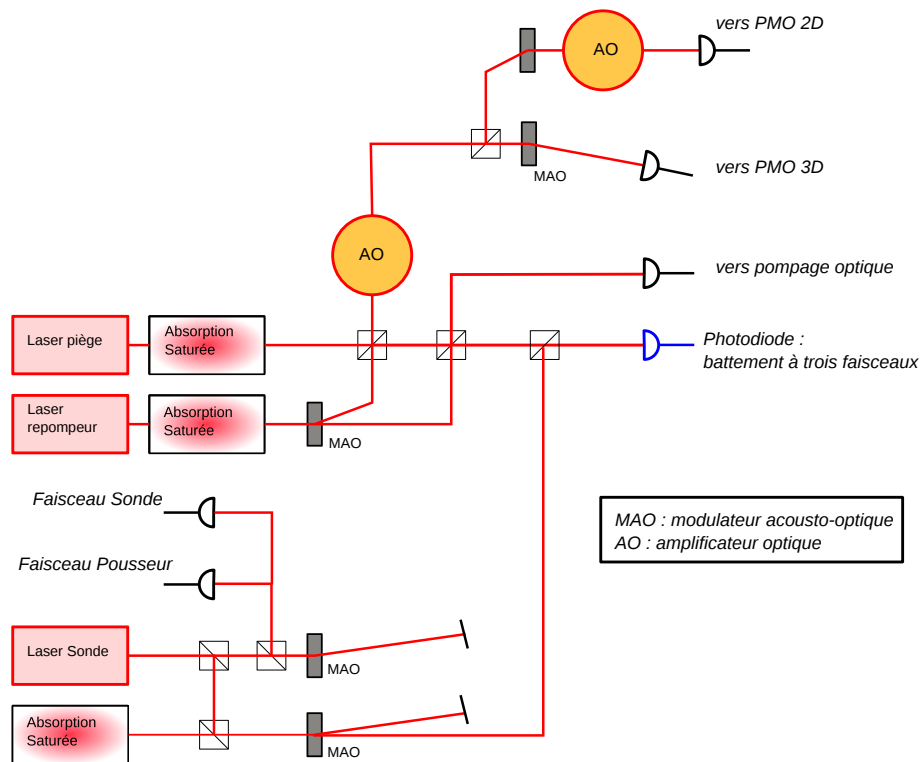


FIGURE 1.3 – Schéma de la table laser servant au refroidissement du rubidium 87 et à la détection. Le laser sonde est asservi par absorption saturée et sert de référence pour asservir les deux autres lasers par battement. Les lasers repompe et piège sont mélangés avant d’être amplifiés et injectés dans des fibres optiques.

1.2 Piégeage dipolaire - Refroidissement par évaporation

Dans le processus de refroidissement dissipatif, les cycles absorption/émission spontanée constituent une marche aléatoire dans l’espace des impulsions [Grynberg 10]. L’augmentation de la variance de l’impulsion avec le temps induit un chauffage qui limite le refroidissement à la température Doppler. Dans une mélasse optique, cependant, il est possible d’atteindre des températures plus basses grâce au mécanisme de refroidissement Sisyphes [Dalibard 89, Lett 88]. Mais tant que le refroidissement repose sur des absorptions de photons, il existe une limite naturelle au refroidissement donnée par la température de recul $T_R = \hbar^2 k_L^2 / 2mk_B$ où k_L est le vecteur d’onde du laser. Cette limite est encore trop élevée pour atteindre le régime de dégénérescence quantique.

1.2.1 Force dipolaire

Pour dépasser cette limite, nous utilisons la technique usuelle de refroidissement par évaporation, qui nécessite de confiner les atomes dans un piège conservatif. Ce piégeage est réalisé grâce à la force dipolaire exercée par un laser dont la fréquence est loin de la résonance atomique.

1.2.1.1 Déplacement lumineux

Pour éviter la diffusion de photons et le chauffage associé, nous utilisons la force dipolaire non dissipative exercée par un laser dont la fréquence est éloignée de la fréquence de résonance atomique. L'action du laser peut alors être traitée comme une perturbation [Grimm 99]. Le Hamiltonien d'interaction dipolaire s'écrit :

$$H_{\text{dip}} = -\vec{\mu} \cdot \vec{E} . \quad (1.1)$$

La théorie des perturbations (pour un système indépendant du temps) donne directement le décalage en énergie d'un niveau d'énergie E_i :

$$\Delta E_i = \sum_{i \neq j} \frac{|\langle j | H_{\text{dip}} | i \rangle|^2}{E_i^0 - E_j^0} , \quad (1.2)$$

où E_i^0 et E_j^0 sont les énergies non perturbées des états i et j . Dans notre cas, il faut appliquer cette formule dans la représentation de l'atome habillé. En introduisant Δ_{ij} le désaccord entre l'énergie associée à la fréquence du laser et à celle de la transition atomique, Γ le taux d'émission spontanée, et $c_{i,j}$ des coefficients de couplage dépendants de la structure atomique, nous obtenons [Grimm 99] :

$$\Delta E_i = \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} I \sum_j \frac{c_{ij}}{\Delta_{ij}} . \quad (1.3)$$

Ce résultat montre que le niveau atomique i est déplacé par le champ lumineux proportionnellement à l'intensité du champ et dans un sens qui dépend des désaccords avec les transitions atomiques. Si le profil d'intensité du faisceau laser est gaussien, le potentiel ressenti par l'atome suit cette forme gaussienne et sera piégeant pour l'atome, comme représenté sur la figure 1.4.

1.2.1.2 Application au rubidium

Dans le cas particulier du rubidium 87 (le résultat étant général pour la famille des alcalins), le couplage entre le spin orbital et le spin intrinsèque de l'électron donne naissance à la séparation des niveaux d'énergie en structure fine. La transition entre l'état $5S$ et l'état $5P$ présente un dédoublement en deux transitions, dû à la structure fine : la transition D1, $|5S_{1/2}\rangle \rightarrow |5P_{1/2}\rangle$, et la transition D2, $|5S_{1/2}\rangle \rightarrow |5P_{3/2}\rangle$. Cette structure est visible sur la figure 1.4. Le couplage au spin nucléaire lève une dégénérescence supplémentaire et donne naissance à la structure hyperfine des niveaux d'énergie. Cependant, nous nous plaçons ici dans le cas où le désaccord Δ_{ij} est grand devant les séparations en énergie de la structure hyperfine des états excités $|5P_{1/2}\rangle$ et $|5P_{3/2}\rangle$. Dans cette limite, le potentiel dipolaire pour un niveau hyperfin m_F de l'état $|5S_{1/2}\rangle$ s'écrit [Grimm 99] :

$$U_{\text{dip}} = -\frac{\pi c^2}{2\omega_0^3} \Gamma \left(\frac{1 - P g_F m_F}{\Delta_1} + \frac{2 + P g_F m_F}{\Delta_2} \right) I , \quad (1.4)$$

où Δ_1 (*resp.* Δ_2) est le désaccord entre le champ laser et la transition atomique D1 (*resp.* D2), P représente la polarisation de la lumière ($P=-1, 0, +1$ pour des polarisations σ^- , π , σ^+), g_F est le facteur de Landé.

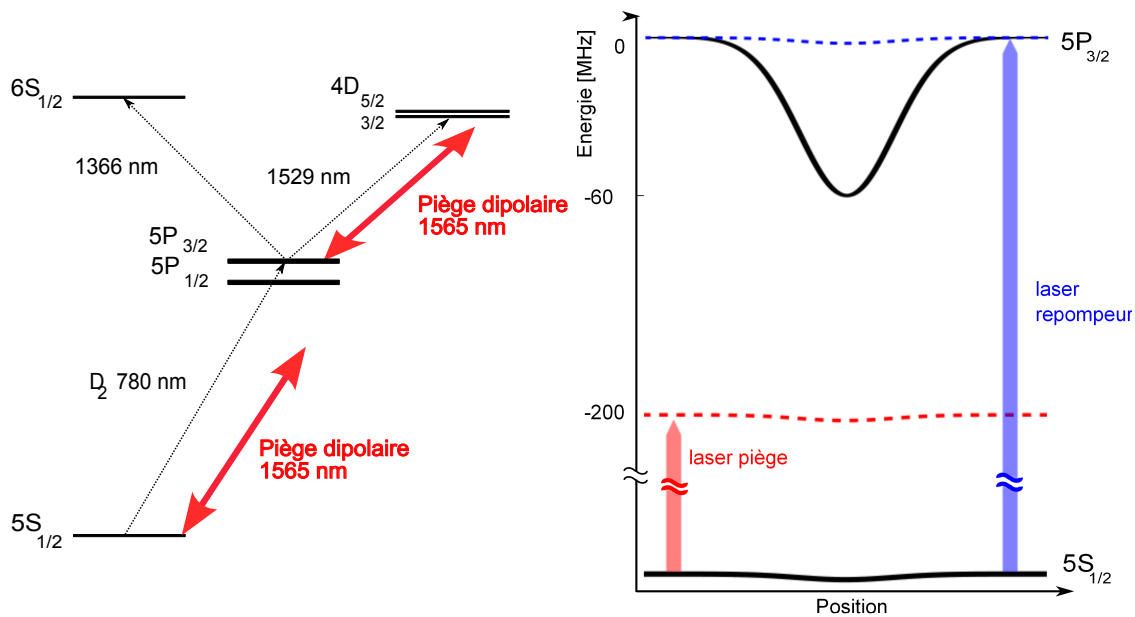


FIGURE 1.4 – *Gauche* : Schéma d'énergie des premiers niveaux excités du rubidium 87, avec la fréquence du piège dipolaire. Le laser à 1565 nm est proche de la résonance entre les niveaux $5P_{3/2}$ et $4D$. *Droite* : Forme spatiale des niveaux d'énergie $5S_{1/2}$ et $5P_{3/2}$ en présence du faisceau gaussien à 1565 nm. Le niveau excité est fortement déplacé. Nous représentons le faisceau piège désaccordé à la fréquence de la mélasse ainsi que le faisceau repompe qui est très désaccordé pour les atomes au centre du piège.

1.2.2 Chargement du piège dipolaire

Expérimentalement, nous utilisons un laser de longueur d'onde 1565 nm et de puissance totale 50 W. Comme on peut le voir sur la figure 1.4 qui représente les premiers niveaux excités, le déplacement lumineux du niveau fondamental est principalement dû à la présence des transitions D1 et D2, et peut être calculé en utilisant l'expression (1.4). Sur la figure 1.4 est représentée une autre particularité du piège dipolaire à 1565 nm. Cette fréquence est très proche d'une autre résonance atomique entre l'état $|5P_{3/2}\rangle$ et les états $|4D_{3/2,5/2}\rangle$. Le déplacement lumineux de l'état $|5P_{3/2}\rangle$ est donc très important au centre du piège et dépend fortement de la distance au centre. Cet effet peut être utilisé pour réaliser une tomographie des atomes piégés [Brantut 09]. Le chargement du piège dipolaire bénéficie également de cette configuration particulière.

Géométrie du piège : Le piège dipolaire est constitué de deux faisceaux croisés comme représenté sur la figure 1.5. Les deux faisceaux ont des géométries différentes. Le premier faisceaux est large et très peu focalisé à l'échelle de la taille du nuage atomique. Son waist est de $150 \mu\text{m}$. Le deuxième faisceau est plus focalisé et son waist est de $22 \mu\text{m}$. La puissance de chacun des deux faisceaux est contrôlée indépendamment par des modulateurs acousto-optiques.

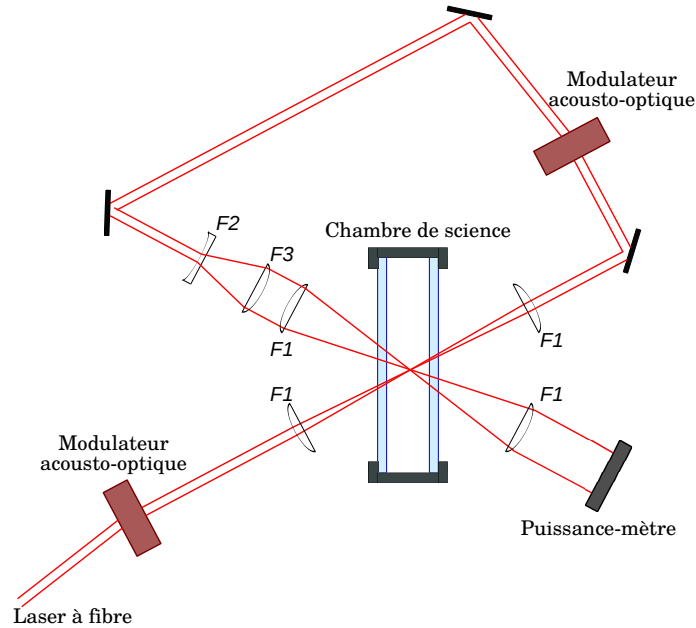


FIGURE 1.5 – Géométrie du piège dipolaire croisé. Un même faisceau est recyclé pour produire les deux faisceaux du piège. La puissance de chacun des deux bras est contrôlée indépendamment par des modulateurs acousto-optique. La lentille de focale $F1 = 292$ mm focalise le premier bras du piège jusqu'à un waist de $150 \mu\text{m}$. Les lentilles $F2 = 40$ mm et $F3 = 500$ mm focalisent le deuxième bras du piège jusqu'à un waist de $22 \mu\text{m}$.

Chargement : A la fin du refroidissement dans le piège magnéto-optique, nous disposons de 10^9 atomes piégés à une température de $\sim 100 \mu\text{K}$. A ce stade, le piège dipolaire est allumé. Le premier faisceau, à une puissance de 28 W, crée un potentiel de $k_B \cdot 74 \mu\text{K}$ de profondeur et un fort déplacement lumineux. Le champ magnétique utilisé dans le piégeage magnéto-optique (PMO) est éteint. Les faisceaux lasers utilisés dans le PMO restent allumés pour obtenir une mélasse optique. A cause du fort déplacement lumineux créé par le piège dipolaire, nous changeons la fréquence du faisceau principal. Son désaccord avec la transition non perturbée est de 200 MHz, ce qui assure que même au centre du piège où le niveau d'énergie est fortement déplacé, le désaccord est de ~ 140 MHz. Le faisceau de repompe n'est pas modifié, ce qui implique que les atomes au centre du piège ne sont pas repompés, et sont dépompés dans l'état $F = 1$, état dans lequel sont piégés les atomes. A la fin de cette étape de mélasse, il reste environ $3 \cdot 10^7$ atomes à une température de $20 \mu\text{K}$.

Pour charger le piège dipolaire croisé, les faisceaux de mélasse sont éteints. Les atomes sont confinés essentiellement dans le *premier* faisceau dipolaire, mais non confinés dans l'axe de ce faisceau. En augmentant la puissance du *deuxième* faisceau focalisé, on obtient un confinement fort au croisement des deux faisceaux. L'accumulation des atomes au centre du piège est possible car les atomes qui passent dans le croisement y sont piégés pendant quelques centaines de millisecondes, ce qui permet à la densité d'augmenter suffisamment pour que les atomes thermalisent et s'accumulent au fond du piège. Les détails du chargement sont précisés dans [Brantut 09].

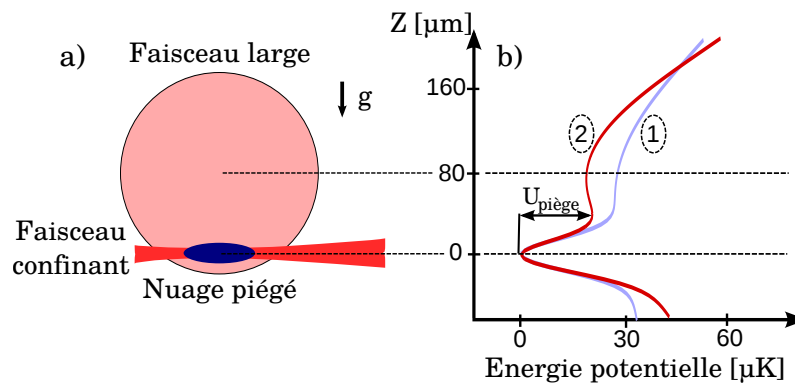


FIGURE 1.6 – a) Schéma du croisement des deux bras du piège dipolaire. Le bras confinant croise le bras large $80 \mu\text{m}$ sous son axe. b) Profil spatial du potentiel obtenu. En augmentant la puissance du faisceau large, on passe de la courbe bleue (1) à la courbe rouge (2) et la profondeur change sans que le confinement soit modifié.

1.2.3 Refroidissement par évaporation

Le refroidissement par évaporation dans un piège optique consiste à baisser la puissance des faisceaux lasers pour réduire la profondeur du piège optique. Les atomes les plus énergétiques sont éliminés et les atomes restant rethermalisent continûment grâce aux collisions. Dans les pièges dipolaires optiques ordinaires, ce schéma pose un problème car en baissant la puissance des faisceaux, le confinement du piège est réduit et donc le taux de collision, ce qui ralentit la thermalisation du nuage [O'Hara 01]. Sur notre expérience a été mise au point une configuration particulière qui permet de réduire la profondeur du piège en affectant peu le confinement [Clément 08].

La configuration repose sur le croisement hors-axe des deux faisceaux dipolaires, décalés d'environ $80 \mu\text{m}$, comme représenté sur la figure 1.6. A l'endroit où les atomes sont piégés, le faisceau large exerce un gradient de potentiel dont on tire profit. Comme présenté sur la figure 1.6, le confinement est principalement réalisé par le faisceau focalisé et la profondeur par le faisceau large. En changeant la puissance du faisceau large, la profondeur du puits de potentiel est modifiée sans nuire au confinement. Cela permet d'effectuer un refroidissement par évaporation efficace¹. Le détail des rampes d'évaporation peut être trouvé dans [Robert-de Saint-Vincent 10a, Clément 09]. Nous obtenons ainsi un nuage de 150 000 atomes condensé à 50 % en 3 s.

Ce nuage froid dans le régime de dégénérescence quantique est le point de départ de l'observation de phénomènes quantiques. Nous allons ensuite confiner ce gaz à deux dimensions et le soumettre à un potentiel désordonné.

1. Les atomes s'évaporent dans le faisceau large. Ce dernier doit avoir une légère inclinaison (1 degré), pour que les atomes évaporés tombent.

1.3 Confinement à 2D

Pour réaliser un nuage 2D dans le plan horizontal, nous devons confiner les atomes verticalement, dans un piège qui a une fréquence d'oscillation élevée. Un gaz confiné est considéré comme un gaz de dimension réduite si sa dynamique dans une ou plusieurs directions est gelée. Pour réaliser cette condition, nous confinons le gaz dans un piège harmonique. Si l'énergie associée à la fréquence d'oscillation du confinement $E = \hbar\omega_z$ est grande devant l'énergie thermique $k_B T$, alors les atomes ne peuplent que le premier niveau de l'oscillateur harmonique et leur dynamique dans cette direction est gelée. En pratique, et dans la plupart des expériences, le régime atteint est plutôt $k_B T \sim \hbar\omega_z$. La dynamique est alors quasi-2D, les premiers niveaux de l'oscillateur harmonique dans la direction de confinement sont peuplés. Nous verrons par la suite qu'il est important de prendre en compte le peuplement des niveaux excités [Holzmann 08a]. Nous reviendrons aussi au chapitre 4.2.2 sur le fait qu'une dynamique 2D ou quasi-2D ne veut pas dire que les interactions sont 2D, et dans les expériences d'atomes froids étudiant les gaz 2D, les interactions ont lieu à 3D.

Dans ce chapitre nous décrivons la mise en place technique de notre piègeage 2D qui est réalisé par deux nappes de lumière. Nous décrivons le système puis sa caractérisation et nous concluons par l'étude des rugosités du potentiel de piègeage, qui constituent un handicap technique important.

Notons que d'autres techniques de confinement à 2D ont été mises en œuvre dans des expériences d'atomes froids. Il est possible, par exemple, de confiner les atomes dans un piège magnétique associé à un couplage radio-fréquence [Zobay 01, Colombe 04]. Il est aussi possible de combiner une onde évanescente et une force extérieure, par exemple la gravité [Rychtarik 04]. Enfin, un réseau optique permet de créer simultanément plusieurs nuages 2D [Burger 02, Bouchoule 02, Günter 05].

1.3.1 Mise en œuvre du piège 2D

1.3.1.1 Source laser

Nous choisissons de confiner les atomes entre deux nappes de lumière répulsives [Meyrath 05, Smith 05], dans une partie noire de l'espace, afin de réduire le chauffage du nuage par diffusion de photons. Le laser utilisé se trouve donc dans la partie bleue de la transition atomique, *ie* sa fréquence $\omega_L/2\pi$ est supérieure à la fréquence de la transition atomique $\omega_{\text{at}}/2\pi$. Pour cela, nous utilisons un laser de longueur d'onde 767 nm. Le choix de cette longueur d'onde repose sur la perspective de notre expérience d'étudier l'atome de potassium 39. La transition atomique D2 du potassium 39 utilisée pour le refroidir est justement à 767 nm [Tiecke 10]. Ce choix repose aussi sur l'existence de technologies Telecom, fiables et accessibles. Le laser employé est une diode fibrée à 1534 nm, dont la puissance est amplifiée par un amplificateur fibré dopé à l'Erbium. La puissance obtenue est de 200 mW à 1534 nm. La lumière laser est ensuite doublée en fréquence dans un matériau non-linéaire qui est un guide d'onde de type PPLN (Periodically poled lithium niobate) contrôlé en température, de la marque NTT Electronics. En modifiant la température du cristal, la

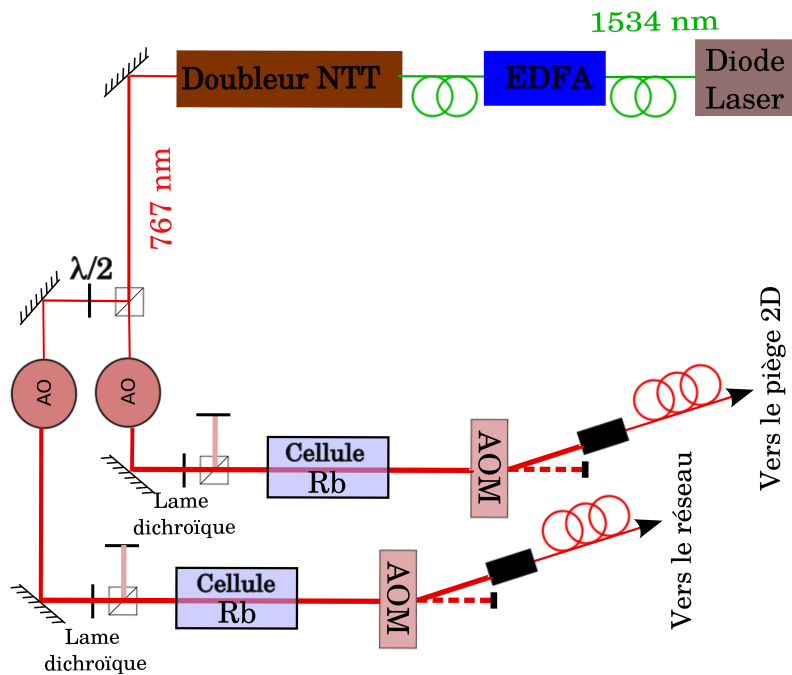


FIGURE 1.7 – Schéma de la table laser à 767 nm pour produire le piège 2D. La technologie utilisée est une diode laser à 1534 nm amplifiée dans un amplificateur à fibre dopé Erbium, puis doublé dans un cristal de type PPLN (NTT). Le faisceau obtenu est divisé en deux puis amplifié optiquement à 767 nm avant d'être injecté dans des fibres optiques.

condition d'accord de phase peut être atteinte pour générer de la lumière à 767 nm avec une efficacité de $193 \text{ \%}/\text{W}^2$.

Le détail du schéma complet de la ligne optique servant à mettre en forme le faisceau est représenté sur la figure 1.7. Nous disposons *in fine* de deux faisceaux dont l'un est utilisé pour le piègeage 2D. Un point important de ce montage est le filtrage en fréquence du faisceau laser. En effet, le faisceau issu du cristal doubleur est amplifié dans des amplificateurs optiques (MOPA). Le spectre de fréquence du faisceau amplifié présente un large piédestal provenant de l'émission spontanée des amplificateurs optiques. En particulier, cela introduit une émission autour de 780 nm, qui correspond à la fréquence de résonance du rubidium 87 et induit un chauffage important des atomes. Pour éviter ce chauffage, nous filtrons le faisceau à l'aide de cellules de rubidium, chauffées, qui diffusent la lumière résonnante à 780 nm. Nous utilisons aussi des lames dichroïques, $\lambda/2$ à 767 nm et λ à 780 nm, associées à un cube polarisant, pour filtrer la lumière à 780 nm. Le temps de vie des atomes en présence du piègeage 2D passe, grâce à ce filtrage, de $\sim 200 \text{ ms}$ à $\sim 10 \text{ s}$.

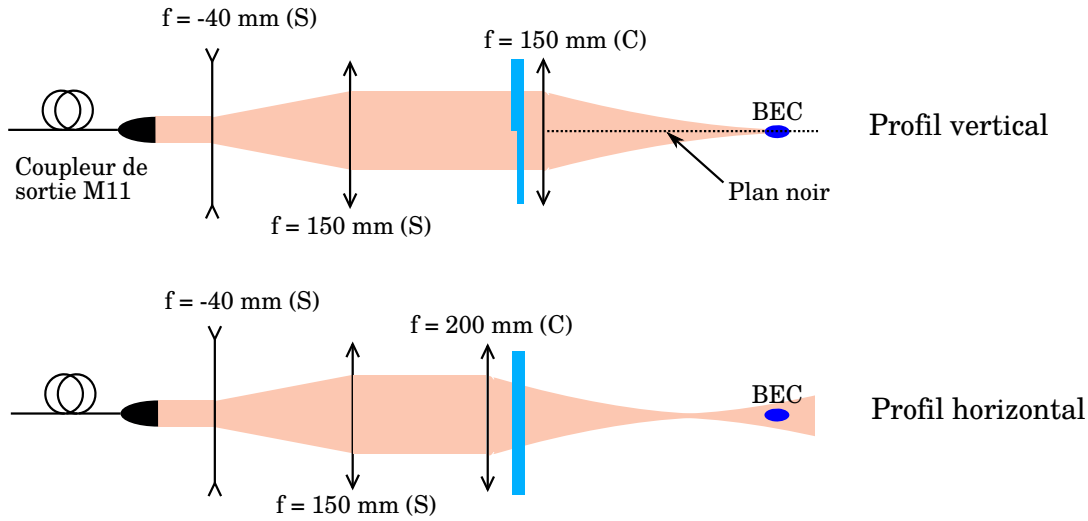


FIGURE 1.8 – Schéma expérimental du piège 2D. Le faisceau est mis en forme différemment dans les deux directions de l'espace avec des lentilles cylindriques, notées (C). Les lentilles notées (S) sont sphériques. Dans la direction verticale, la lame de phase $\pi - 0$ crée une zone noire au centre du faisceau, qui constitue le plan dans lequel sont piégés les atomes. Dans cette direction, le faisceau est focalisé sur les atomes. Dans la direction horizontale, le faisceau est focalisé mais le point focal est situé plus près que les atomes. Cela permet d'avoir un waist plus petit et une fréquence d'oscillation plus grande que dans une configuration où le faisceau est collimaté dans la direction horizontale, mais réduit de fait la taille horizontale du plan 2D. En changeant la position de cette troisième lentille, nous contrôlons le compromis entre une fréquence du piège 2D élevée et une taille du plan horizontal grande, en fonction de l'expérience réalisée. Lorsque le faisceau n'est pas au waist, une force s'applique sur les atomes selon l'axe du faisceau. Cela n'est pas un problème pour les expériences où les atomes sont piégés dans le plan 2D.

1.3.1.2 Schéma du piège 2D

Le schéma du piège 2D a évolué au cours du temps et des expériences réalisées dans cette thèse. Nous avons été amenés à modifier les éléments optiques qui le composent, et donc ses caractéristiques finales. Cependant, le principe du schéma est toujours le même et nous présentons ici le piège dans sa version actuelle, avec laquelle nous avons réalisé les expériences de la partie 2 sur la transition BKT.

Le schéma du dispositif est représenté sur la figure 1.8. Les deux schémas correspondent aux deux axes, horizontal et vertical, qui sont différents car nous utilisons des lentilles cylindriques. Dans la direction horizontale, le faisceau issu de la fibre est élargi puis collimaté. Le waist est alors de $\sim 1.1 \text{ mm}$. Cependant, nous focalisons le faisceau légèrement pour avoir un waist plus faible au niveau des atomes et concentrer l'intensité du faisceau afin d'augmenter la fréquence d'oscillation du piège vertical. Dans la direction verticale, le faisceau est agrandi puis focalisé sur les atomes pour obtenir un fort confinement 2D.

2. L'unité de $\%/W$ est définie par la formule suivante : $\eta(\%/W) = 100P_{767}/P_{1534}^2$. Sa valeur est déterminée pour les faibles puissances de pompe (6 mW). Pour nos valeurs de puissance pompe (200 mW), cette équation de conversion sature et n'est plus vérifiée.

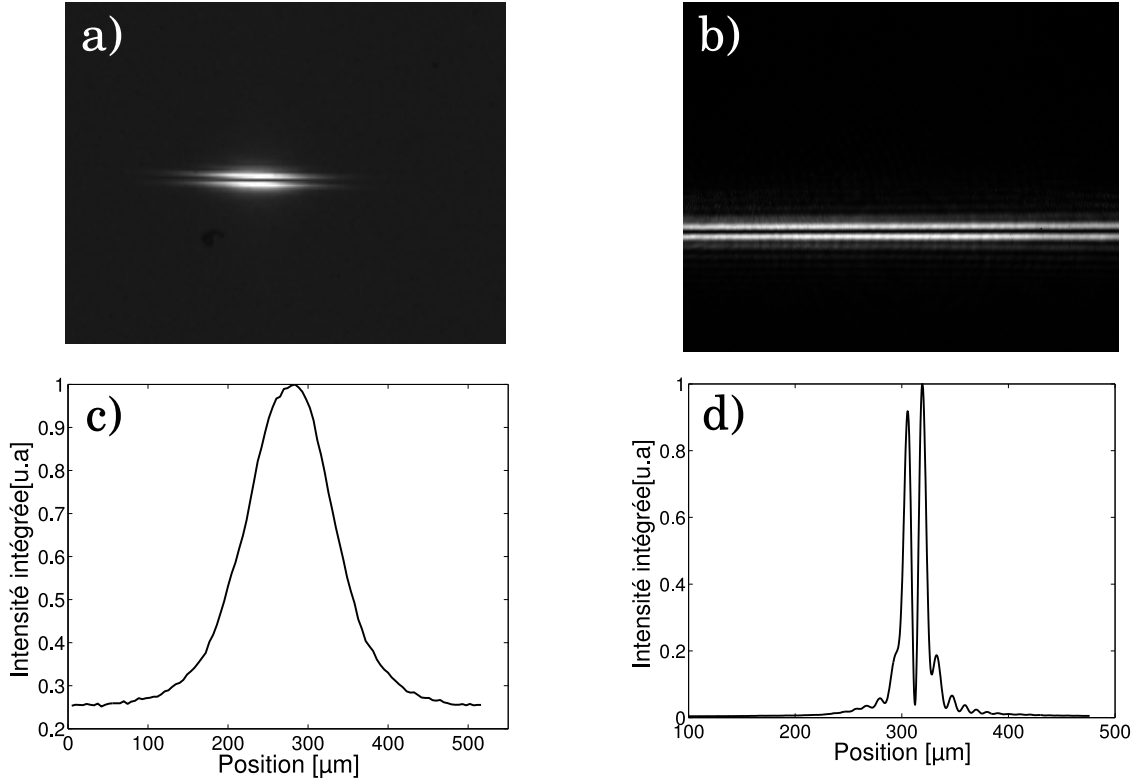


FIGURE 1.9 – a) Profil général du faisceau piège 2D en grandissement 1. Dans cette configuration, le piège 2D n'est pas utilisé pour effectuer des expansions dans le plan horizontal. On a réduit son extension horizontale pour augmenter le confinement vertical. b) Profil en grandissement $\times 10$. c) Profil horizontal sommé de l'image a), qui révèle la forme gaussienne du faisceau. d) Profil vertical sommé de l'image b), qui permet de mesurer l'écart entre les maxima ($15 \mu\text{m}$).

Il passe à travers une lame de phase $\pi - 0$ qui déphase la moitié du profil de π par rapport à l'autre moitié. Le profil obtenu après propagation présente, par antisymétrie, un plan d'intensité nulle le long de l'axe optique. C'est dans ce plan noir que les atomes sont piégés. Le profil du faisceau dans l'axe vertical au niveau des atomes se rapproche d'un mode $\text{TEM}_{0,1}$. Le profil obtenu est [Smith 05] :

$$I = \frac{2P}{\pi w_y w_z} \text{erfi}^2 \left(\frac{z}{w_z} \right) \exp \left(-\frac{2z^2}{w_z^2} \right) \exp \left(-\frac{2y^2}{w_y^2} \right), \quad (1.5)$$

où z est la direction verticale de confinement, y est la direction du plan 2D orthogonal à l'axe du faisceau et $\text{erfi}(z) = -\frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^{iz} e^{-t^2} dt$ est la fonction d'erreur imaginaire. w_i est le waist du faisceau incident dans la direction i .

1.3.2 Caractérisation du piège 2D

1.3.2.1 Caractérisation du profil transverse

Pour caractériser le profil du faisceau, nous l'envoyons d'abord sur une caméra CCD. L'image obtenue est représentée sur la figure 1.9, ainsi que les deux profils sommés dans

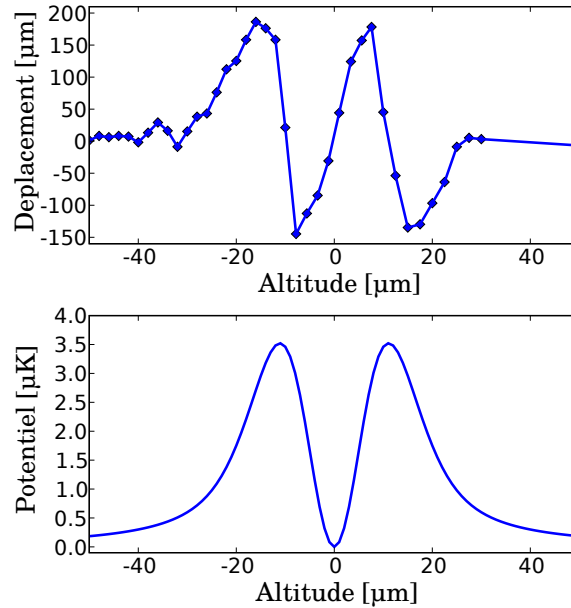


FIGURE 1.10 – Mesure *in situ* du profil du faisceau. Le piège 2D est allumé un bref instant pour que les atomes ressentent une force proportionnelle à la dérivée du potentiel 2D. Après un temps de vol, la position des atomes reflètent la vitesse acquise et donc la dérivée du potentiel. Il faut noter que cette mesure a été effectuée pour une configuration du piège 2D antérieure et légèrement différente à celle que nous avons choisi de présenter ici (voir [Robert-de Saint-Vincent 10a]). La courbe du haut est la courbe obtenue expérimentalement. La courbe du bas est le profil du faisceau correspondant.

les directions horizontale et verticale. Sur ces images, nous observons le profil dans la configuration du piège 2D décrite ci-dessus, où nous avons choisi de réduire l'extension horizontale du faisceau pour concentrer la puissance et augmenter la fréquence d'oscillations dans l'axe vertical. Nous utilisons cette configuration pour des expériences où l'expansion dans le plan 2D n'est pas nécessaire, par exemple les expériences présentées dans la partie 2. Dans cette configuration, la distance entre les deux maxima d'intensité des nappes de lumières verticales est de $15 \mu\text{m}$.

1.3.2.2 Alignement et caractérisation sur les atomes

Pour aligner le piège 2D, nous plaçons une caméra en face du faisceau 2D et nous faisons l'image sur la caméra de la fluorescence d'un nuage atomique. Après avoir repéré la position du nuage, le faisceau 2D est aligné grossièrement sur cette position. Nous finissons l'alignement plus finement en regardant directement si le nuage d'atomes est tenu par le piège 2D. Il y a deux positions de piégeage, qui correspondent au piégeage au dessus de la plus haute nappe de lumière et au piégeage entre les nappes. Nous pouvons également mesurer le profil du faisceau, ou plus exactement sa dérivée, directement sur le signal atomique. Une telle mesure est représentée sur la figure 1.10^[3]. Pour cela, nous déplaçons le faisceau de piégeage 2D verticalement et à chaque position nous laissons le

3. Notons que cette mesure correspond à une configuration plus ancienne du piège présentée dans [Robert-de Saint-Vincent 10a], et à des caractéristiques du faisceau légèrement différentes.

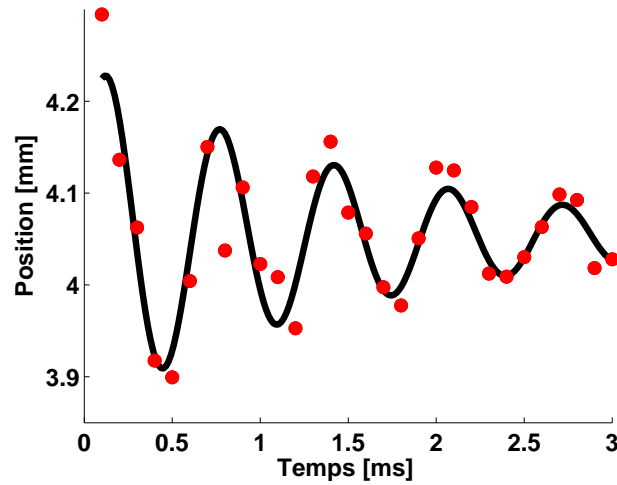


FIGURE 1.11 – Mesure de la fréquence d’oscillation du confinement harmonique dans la direction verticale. Le nuage est lâché dans le piège et laissé libre d’osciller. La vitesse est alors mesurée par temps de vol. La fréquence obtenue est $f_z = 1.5$ kHz.

piège 2D allumé un très court instant (de l’ordre de 1 ms). Les faisceaux exercent alors sur les atomes une force proportionnelle au gradient du potentiel. Après un temps de vol, les atomes se sont déplacés d’une quantité proportionnelle à cette force et donc proportionnelle au gradient de potentiel.

1.3.2.3 Fréquence d’oscillation

Une caractéristique importante du piège est la fréquence d’oscillation de l’oscillateur harmonique. Proche du minimum du potentiel, le piégeage, décrit par l’équation (1.5) est approximativement harmonique. La détermination de sa fréquence permet d’évaluer le caractère bidimensionnel du piégeage et la proportion d’atomes réellement dans le niveau fondamental. Il permet aussi, nous le verrons au chapitre 4.2.2, d’évaluer la valeur de la constante d’interaction effective dans le plan 2D. Pour mesurer cette fréquence, nous faisons osciller le nuage d’atomes dans le piège harmonique et mesurons sa vitesse par temps de vol après un certain temps d’oscillation. Nous obtenons les oscillations présentées sur la figure 1.11 dont nous extrayons la fréquence. Pour la configuration présentée dans cette partie et utilisée dans les expériences de la partie 2 [4], nous trouvons $f_z = 1.5$ kHz.

1.3.2.4 Anticonfinement dans le plan horizontal

Le piégeage 2D n’est pas parfaitement plat dans le plan horizontal. En effet, la valeur de l’énergie du niveau fondamental de l’oscillateur harmonique en un point du plan dépend de la valeur de l’intensité en ce point. Or, le profil de l’intensité horizontale est une gaussienne (figure 1.9), donc varie dans le plan. Le piège 2D est donc légèrement anticonfinant horizontalement. Cela n’a aucune conséquence lorsqu’il y a un piège dipolaire dans la direction horizontale, comme c’est le cas dans les expériences de la partie 2, mais peut jouer

4. Dans le chapitre 7, les expériences sont réalisées dans une configuration où $f_z = 680$ kHz tel que présenté dans [Robert-de Saint-Vincent 10a].

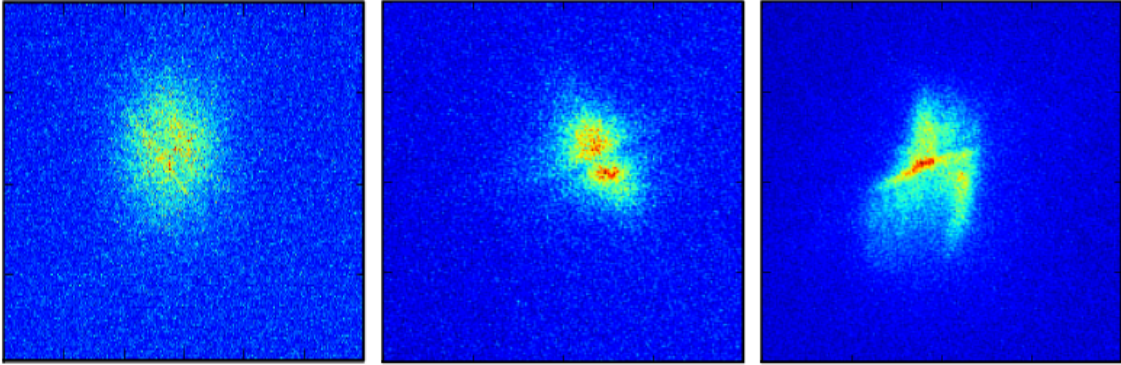


FIGURE 1.12 – Exemples d’images montrant la présence d’une rugosité de potentiel. Ces nuages ont des températures de l’ordre de ~ 100 nK. La rugosité se manifeste par une barre dans le profil du nuage qui empêche d’observer une expansion libre propre du nuage.

un rôle lorsque les atomes s’étendent ou diffusent dans le désordre à 2D, ce qui est le cas des expériences décrites dans la partie 3. Les fréquences d’anticonfinement sont calculées dans [Robert-de Saint-Vincent 10a] en prenant également en compte l’effet de la gravité. On trouve des fréquences d’anticonfinement de l’ordre de ~ 0.3 Hz et ~ 0.9 Hz, mais nous n’avons pas pu mettre en évidence ce faible anticonfinement expérimentalement.

1.3.3 Rugosité du potentiel 2D

1.3.3.1 Caractérisation du problème

Lorsque la température du nuage est réduite, vers ~ 100 nK, son expansion libre dans le plan 2D n’est plus « libre », et le nuage semble guidé dans des rugosités de potentiel. Le type de profils obtenu lors de l’expansion « libre » d’un nuage froid est représenté sur la figure 1.12. Cet effet non souhaité est un handicap important pour l’observation de piégeage dans le désordre car nous devons atteindre des températures basses et s’assurer que le piégeage est effectivement dû au désordre et non au confinement 2D.

L’effet se manifeste sous la forme d’une rugosité de potentiel qui semble alignée selon l’axe de propagation du faisceau de confinement 2D. Nous avons estimé que l’amplitude du potentiel de ces rugosités est de l’ordre de $\sim k_B \cdot 10$ nK, ce qui ne représente qu’un millièème de l’amplitude du potentiel de confinement 2D, mais suffit à gêner l’expansion.

1.3.3.2 Origine de la rugosité

Nous avons suspecté tour à tour la quasi-totalité des éléments liés au piège 2D. Nous pouvons citer quelques pistes étudiées :

- Un piégeage résiduel du piège dipolaire 3D : nous avons essayé différentes rampes d’extinction et mis un obturateur mécanique, ce qui n’a pas résolu le problème.
- La lame de phase $\pi - 0$: nous l’avons enlevée, puis posé les atomes sur le faisceau gaussien. La rugosité est toujours présente.

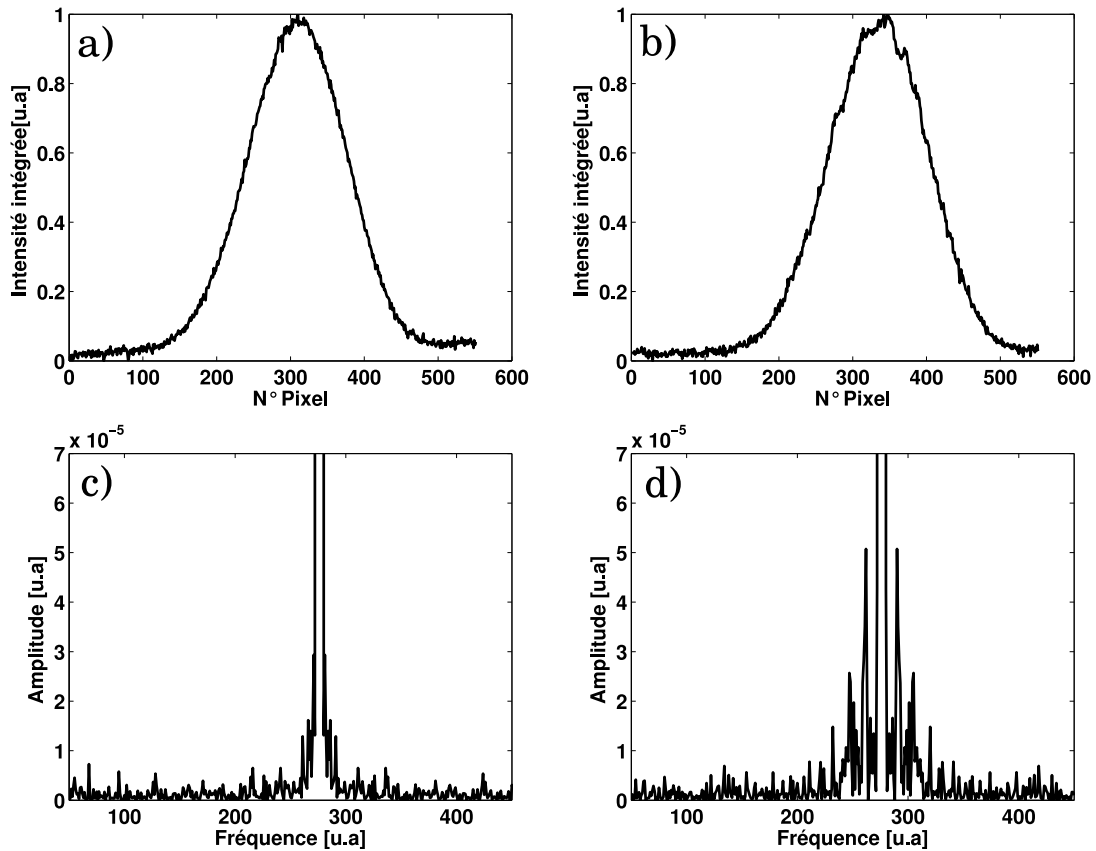


FIGURE 1.13 – a) et c) : Respectivement une coupe dans le profil d'un faisceau focalisé sur une caméra CCD par une lentille cylindrique de focale 200 mm et sa transformée de Fourier, en l'absence de hublot. b) et d) Mêmes grandeurs en présence d'un hublot identique à ceux présents sur l'expérience.

- Une fluctuation de fréquence du piège 2D : nous l'avons asservi sans observer de différence.
- Les éléments optiques du dispositif : nous avons remplacé séparément la fibre optique et toutes les lentilles en essayant différentes distances focales.
- La polarisation du faisceau : nous l'avons modifiée sans effet.
- Le hublot : nous avons changé l'angle entre le faisceau et le hublot, sans succès.
- Nous avons remplacé le piège 2D par un réseau passant par le même hublot. La rugosité est toujours présente.

Aujourd'hui, nous pensons que cette rugosité est due au hublot par lequel le faisceau du piège 2D entre dans l'enceinte. Nous avons réalisé une mesure en utilisant un faisceau gaussien passant à travers un hublot identique à ceux de l'expérience. Le faisceau est focalisé à l'aide d'une lentille cylindrique sur une caméra CCD, située à une distance du hublot égale à la distance entre le hublot et les atomes sur l'expérience. Sur le profil obtenu et sur sa transformée de Fourier la trace d'une modulation spatiale du faisceau est visible. Le résultat est présenté sur la figure 1.13.

Notons que dans cette mesure, le hublot est tourné d'un angle important pour que les réflexions principales sur les interfaces du hublot ne se recouvrent pas et n'interfèrent pas au niveau de la caméra. La rugosité est donc probablement due à des interférences entre des diffusions du faisceau principal sur des impuretés du hublot.

Dans le chapitre 8, nous présentons une solution à ce problème de rugosité. Nous avons construit un réseau optique passant par d'autres hublots de l'enceinte, qui sont situés à une distance plus grande des atomes. Nous n'avons pas pu mettre en évidence une rugosité du même type. Puisque nous avons aussi essayé de faire passer un réseau optique par les hublots principaux et que celui-ci présentait une rugosité de potentiel, il est très probable que les hublots soient responsables de la rugosité et que leur distance aux atomes jouent un rôle.

1.4 Décompression adiabatique du confinement horizontal

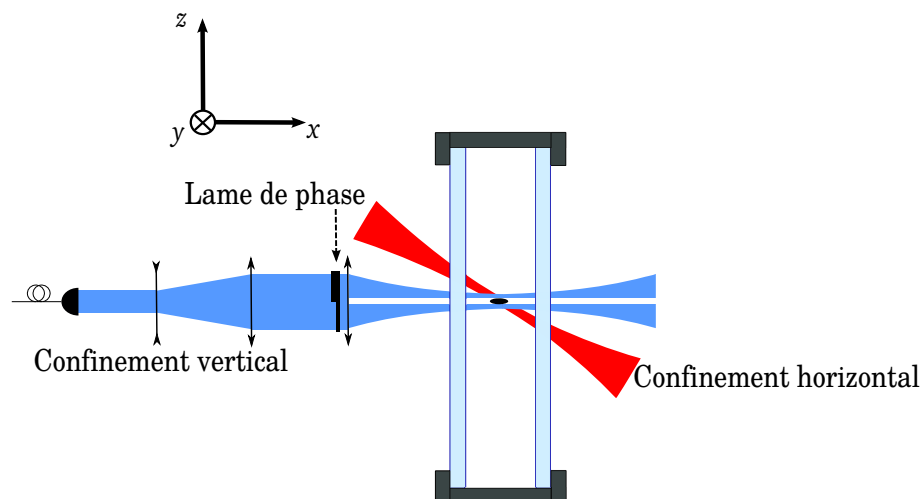


FIGURE 1.14 – Schéma de l'expérience à la fin de la séquence de refroidissement. Le confinement vertical est assuré par le piège 2D. Le confinement horizontal, anisotrope en raison de l'angle du faisceau avec le plan horizontal, est assuré par un piège dipolaire profond très décomprimé.

Pour certaines applications, nous avons besoin que le nuage atteigne des températures très froides, sans condenser. C'est le cas en particulier pour les expériences de diffusion et de localisation, où les phénomènes que l'on souhaite observer sont des phénomènes à une particule. Pour cela nous souhaitons poursuivre le refroidissement en décomprimant le piège au maximum. Cette décompression adiabatique va permettre de refroidir le nuage tout en diminuant le confinement. Pour effectuer cette décompression de manière efficace, en particulier sans perdre d'atomes, nous avons mis en place un troisième faisceau dipolaire de fréquence 1565 nm, de waist 150 μm et de puissance 24 W, qui permet de créer un potentiel profond pour piéger les atomes, tout en atteignant des fréquences d'oscillation faibles de l'ordre de 1 à 10 Hz.

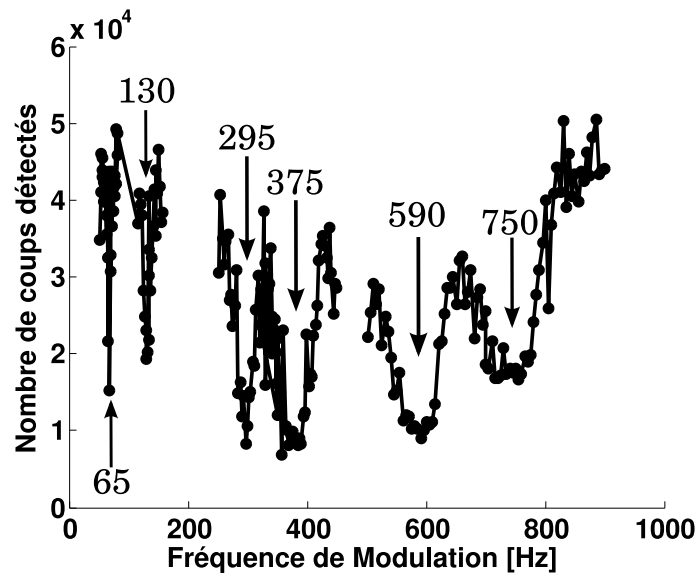


FIGURE 1.15 – Valeur du nombre d’atomes obtenu en modulant l’amplitude du piège final en fonction de la fréquence de modulation. L’amplitude de modulation et le temps de tenue sont optimisés pour l’observation des résonances. Nous observons 6 résonances, qui correspondent à 3 paires de fréquences d’oscillations : (65 Hz ; 130 Hz), (295 Hz ; 590 Hz) et (375 Hz ; 750 Hz). La première paire de fréquences correspond à la fréquence attendue pour le premier bras du piège dipolaire croisé. Les deux autres paires de fréquences ont des valeurs proches et correspondent à la fréquence attendue pour le deuxième bras du piège dipolaire. On met ainsi en évidence la légère anisotropie du deuxième bras du piège dipolaire.

Les atomes étant déjà refroidis et confinés à 2D, nous les transférons dans ce troisième faisceau dipolaire, puis nous éteignons le piège dipolaire croisé. Le faisceau dipolaire assure alors le confinement horizontal tandis que le piège 2D confine les atomes verticalement. Le schéma de l’expérience est présenté sur la figure 1.14.

1.5 Caractérisation des fréquences du piège

Pour caractériser les fréquences d’oscillation des différents pièges dipolaires, on peut laisser osciller le nuage dans chaque faisceau puis mesurer sa vitesse, qui doit osciller à la fréquence du piège. Lorsque la puissance du faisceau est faible, en particulier en fin de rampe d’évaporation, cette méthode ne donne pas toujours une oscillation claire. Une autre méthode consiste à moduler l’intensité du faisceau et observer des résonances dans le nombre d’atomes ou la température du nuage. Pour un piège parfaitement harmonique, cette modulation paramétrique est résonante à la fréquence double de celle du piège, car par symétrie du Hamiltonien, il ne peut pas y avoir de résonance à la fréquence elle-même. En pratique, la symétrie n’est pas parfaite, elle est par exemple brisée par la gravité, et on peut observer une résonance à la fréquence simple.

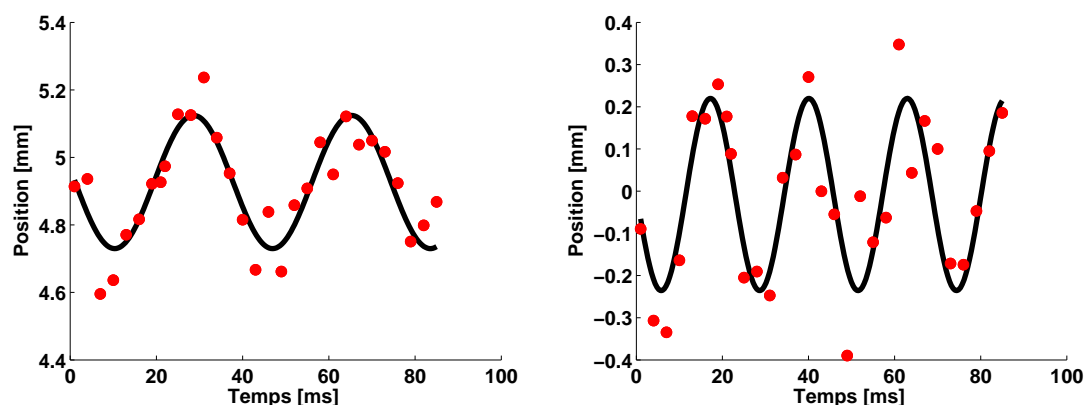


FIGURE 1.16 – Mesure de la fréquence du piège dipolaire final que l'on peut décompresser sans évaporation. Les fréquences mesurées ici, à 10% de la puissance maximale, sont 28 Hz (Gauche) et 43 Hz (Droite) selon les deux axes propres.

Piège dipolaire croisé en fin d'évaporation : Nous avons caractérisé les fréquences du piège dipolaire croisé à la fin de la rampe d'évaporation. La mesure est présentée sur la figure 1.15. Pour chaque fréquence propre du piège, on observe une résonance dans le nombre d'atomes, à la fréquence et au double de la fréquence. La fréquence de 65 Hz correspond à la valeur attendue pour le premier bras du piège dipolaire croisé. Les fréquences à 295 Hz et 375 Hz, valeurs assez proches, correspondent à la valeur attendue pour le deuxième bras (le plus confinant) du piège dipolaire croisé. On met ainsi en évidence l'anisotropie de ce faisceau, que l'on ne peut pas facilement observer si on mesure la fréquence par la méthode d'oscillation.

Piège dipolaire pour la décompression : Nous caractérisons aussi le dernier piège dipolaire, potentiel plus profond dans lequel on décompresse le nuage sans évaporation. La fréquence est caractérisé par une méthode d'oscillations. Les mesures, présentées sur la figure 1.16 sont effectuées à 10% de la puissance maximale, et les fréquences d'oscillations obtenues sont 28 Hz et 43 Hz. Dans l'expérience, on peut baisser la puissance jusqu'à 1% de la puissance maximale et obtenir des fréquences de 8 Hz et 15 Hz.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les étapes de refroidissement. La géométrie originale du piège dipolaire croisé permet de refroidir par évaporation le gaz de manière toute-optique et efficace. Le piégeage 2D entre deux nappes de lumière assure un confinement vertical dont la fréquence d'oscillation est 1.5 kHz. Un piège dipolaire profond et très décomprimé confine les atomes horizontalement, dans un piège dont les fréquences d'oscillation sont 8 et 15 Hz. Cette configuration particulière est celle utilisée dans les chapitres 5 et 6. La connaissance précise des fréquences est importante pour ajuster des modèles sur les données expérimentales et extraire les caractéristiques du gaz, comme la température et le potentiel chimique, mais aussi pour la comparaison avec les simulations Monte-Carlo que nous présenterons plus loin.

Potentiel de désordre - Speckle

Everything is simple and neat-except, of course, the world.

Simple Lessons from Complexity
Nigel Goldenfeld and Leo P. Kadanoff

Dans ce chapitre, nous décrivons l'ajout d'un potentiel désordonné sur les atomes. Il s'agit d'un potentiel optique de speckle¹ dont la répartition aléatoire d'intensité lumineuse représente pour les atomes un potentiel aléatoire corrélé de statistique connue, et dont on peut contrôler les paramètres caractéristiques. En particulier, la longueur de corrélation et la valeur moyenne sont facilement ajustables. Nous rappelons dans un premier temps les caractéristiques principales du potentiel de speckle, puis nous présentons une caractérisation de notre système expérimental. Pour définir la longueur de corrélation, nous détaillons les définitions dans le cas d'un éclairage gaussien et dans le cas d'un éclairage homogène, et présentons le cas de notre expérience qui est intermédiaire.

2.1 Propriétés remarquables du speckle

2.1.1 Distribution de potentiel aléatoire

Une figure de speckle optique est créée par le passage d'un faisceau cohérent dans un milieu diffuseur, par exemple un verre dépoli qui présente une surface rugueuse. A cause des variations de l'épaisseur locale du diffuseur, la phase et l'amplitude de l'onde incidente sont modulées spatialement. Après propagation, le champ électrique E , à une certaine position, est la somme des champs émis par les différents points du diffuseur, qui ont une amplitude et une phase aléatoires.

$$E(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N |a_n| e^{i\phi_n} . \quad (2.1)$$

Dans la limite où les phases ϕ_n du champ diffusé sont uniformément distribuées sur $[0, 2\pi]$ et que les phases ϕ_n et les amplitudes a_n sont des variables aléatoires indépendantes, $E(\vec{r})$ est le résultat d'une marche aléatoire dans le plan complexe. Le théorème de la limite centrale permet d'affirmer que les parties réelle et imaginaire du champ $E(\vec{r})$ sont des variables aléatoires gaussiennes et indépendantes. La variable aléatoire intensité $I = |E|^2$

1. Nous emploierons dans ce manuscrit l'anglicisme usuel « speckle » plutôt que sa version française « figure de tavelures » .

suit alors une loi exponentielle, et sa distribution de probabilité s'écrit [Goodman 07] :

$$p_I(I) = \frac{1}{\bar{I}} \exp(-I/\bar{I}) , \quad (2.2)$$

où \bar{I} est la valeur moyenne de I . La distribution d'intensité (2.2) nous permet de noter que l'écart type des fluctuations d'intensité est égal à la valeur moyenne de l'intensité :

$$\sigma_I = \bar{I} . \quad (2.3)$$

La distribution du potentiel aléatoire vu par les atomes a la même forme :

$$p_V(V) = \frac{1}{V_R} \exp(-V/V_R) , \quad (2.4)$$

où [Bloch 08] :

$$V_R = \frac{2}{3} \frac{\hbar \Gamma^2}{8 I_{\text{sat}}} \frac{\bar{I}}{\delta} , \quad (2.5)$$

avec $\delta = \omega_L - \omega_0$ le désaccord entre la pulsation laser et la pulsation atomique, Γ la largeur de raie du laser et I_{sat} l'intensité de saturation du rubidium. La valeur moyenne du désordre est directement liée à l'intensité du laser incident. Ce paramètre est donc facilement contrôlé expérimentalement. Une propriété importante du speckle est déterminée par le signe de V_R , lui-même lié au signe du désaccord δ . Si δ est positif, le potentiel est borné inférieurement par 0 mais n'a pas de borne supérieure, on parle de speckle « bleu ». Si δ est négatif, le potentiel admet 0 comme borne supérieure et n'est pas borné inférieurement, on parle de speckle « rouge ». Expérimentalement, nous choisissons d'utiliser un speckle bleu. Ce choix est essentiellement motivé par le fait qu'en réduisant la longueur d'onde, la longueur de corrélation diminue, comme nous allons le voir ci-après.

2.1.2 Longueur de corrélation du désordre - Taille des grains

Les propriétés statistiques de la figure de speckle sont déterminées par les caractéristiques du faisceau laser et de l'objet diffusant. Nous avons vu au paragraphe précédent que l'amplitude du désordre et sa variance dépendent de l'intensité du faisceau laser. L'autre propriété fondamentale du potentiel aléatoire est sa fonction de corrélation à deux points, qui donne la taille caractéristique des grains de désordre. Le calcul montre que celle-ci est liée à la transformée de Fourier de l'éclairement au niveau du diffuseur. La taille caractéristique des grains apparaît comme la limite de diffraction du système. Comme nous allons le voir, elle est liée à l'ouverture numérique du système et à la longueur d'onde du laser. A l'inverse, la corrélation des défauts microscopiques du diffuseur se transpose (par transformée de Fourier) à la taille totale de la figure de speckle.

2.1.2.1 Fonction d'autocorrélation de la figure de speckle

La longueur caractéristique du désordre est la taille typique des grains de désordre, elle-même déterminée par la fonction d'autocorrélation de la figure de speckle. Dans la limite où le champ électrique est δ -corrélé au niveau du diffuseur, on peut écrire la fonction de corrélation de l'intensité comme [Goodman 07] :

$$C_I(r) = \bar{I}^2 \left[1 + \left| \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} I(\vec{u}) e^{-j \frac{2\pi}{\lambda_f} (\vec{u} \cdot \vec{r})} d\vec{u}}{\int_{-\infty}^{+\infty} I(\vec{u}) d\vec{u}} \right|^2 \right] , \quad (2.6)$$

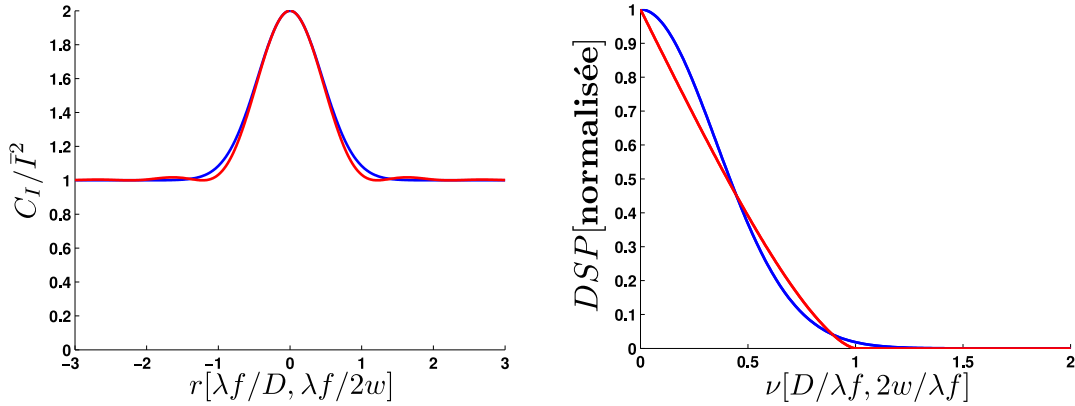


FIGURE 2.1 – Autocorrélation (gauche) et Densité Spectrale de Puissance (droite) pour une pupille circulaire (courbes rouges) et un faisceau gaussien (courbe bleue). L'axe des abscisses est adimensionné avec l'unité naturelle de longueur correspondant à chacun des cas : $\lambda f/D$ pour la pupille et $\lambda f/2w$ pour la gaussienne.

où λ est la longueur d'onde du laser et f la distance entre le plan d'observation et le diffuseur (qui, dans le cas où l'on fait l'image du speckle, correspond à la distance focale de la lentille).

2.1.2.2 Densité spectrale de puissance

La distribution de fréquences spatiales de la figure de speckle est donnée par la Densité Spectrale de Puissance (DSP), qui est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation, en vertu du théorème de Wiener-Khintchine² :

$$DSP(\nu) = \text{TF}[C_I] = \bar{I}^2 \left[\delta(\vec{\nu}) + (\lambda f)^3 \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} I(\vec{u})I(\vec{u} + \lambda f \vec{\nu}) d\vec{u}}{\left(\int_{-\infty}^{+\infty} I(\vec{u}) d\vec{u} \right)^2} \right]. \quad (2.7)$$

2.2 Exemples de configurations

Nous analysons maintenant deux exemples de configurations particulières pour l'éclairage du diffuseur : la pupille circulaire uniformément éclairée et le faisceau gaussien. Notre dispositif expérimental est en fait un faisceau gaussien tronqué par une pupille circulaire, c'est à dire que nous sommes dans une configuration intermédiaire par rapport aux deux cas limites détaillés ici. Nous présentons les principales caractéristiques de ces deux configurations.

2. On peut montrer que la DSP est en fait reliée à l'autocorrélation de l'intensité au niveau du diffuseur.

2.2.1 Faisceau homogène diaphragmé par une pupille circulaire (Exemple 1)

Nous considérons que l'intensité transverse, au niveau du diffuseur, est celle d'une pupille circulaire de diamètre D uniformément éclairée :

$$I(\vec{r}) = I_0 \text{ si } |r| < D/2, \quad (2.8)$$

$$= 0 \text{ sinon.} \quad (2.9)$$

La fonction d'autocorrélation et la DSP s'écrivent respectivement [Goodman 07] :

$$C_I(r) = \bar{I}^2 \left[1 + \left| 2 \frac{J_1\left(\frac{\pi D r}{\lambda f}\right)}{\frac{\pi D r}{\lambda f}} \right|^2 \right], \quad (2.10)$$

$$\text{DSP}(\nu) = \bar{I}^2 \left[\delta(\nu) + \frac{(\lambda f)^2}{\pi D^2/4} \frac{2}{\pi} \left(\arccos\left(\frac{\lambda f}{D} \nu\right) - \frac{\lambda f}{D} \nu \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda f}{D} \nu\right)^2} \right) \right]. \quad (2.11)$$

La taille typique des grains est alors naturellement :

$$\sigma_r = \frac{\lambda f}{\pi D} = \frac{\lambda}{2\pi ON}, \quad (2.12)$$

où $ON = D/2f$ est l'ouverture numérique du système d'imagerie qui focalise le speckle sur les atomes.

2.2.2 Faisceau gaussien (Exemple 2)

Nous considérons ici que l'intensité transverse du faisceau, au niveau du diffuseur, est une gaussienne de waist w :

$$I(r) = I_0 e^{-\frac{2r^2}{w^2}}. \quad (2.13)$$

La fonction d'autocorrélation et la DSP s'écrivent respectivement [Goodman 07] :

$$C_I(r) = \bar{I}^2 \left[1 + \exp\left(-\frac{r^2}{(\lambda f/\pi w)^2}\right) \right], \quad (2.14)$$

$$\text{DSP}(\nu) = \bar{I}^2 \left[\delta(\nu) + \frac{(\lambda f)^2}{\pi w^2} \exp\left(-\frac{(\lambda f)^2}{w^2} \nu^2\right) \right]. \quad (2.15)$$

La longueur naturelle qui apparaît ici comme la taille des grains (taille RMS de $C_I(r)$) est :

$$\sigma_r = \frac{\lambda f}{\sqrt{2}\pi w}. \quad (2.16)$$

2.2.3 Commentaires

Notre speckle expérimental est réalisé par un faisceau gaussien tronqué par une pupille circulaire. Nous pouvons donc adopter, pour la longueur de corrélation, une définition « gaussienne » ou une définition « pupille ». La valeur trouvée dans les deux cas sera différente et il est donc nécessaire de préciser la définition utilisée. Pour comparer le résultat des deux définitions ci-dessus, il faut choisir un diamètre D (cas de la pupille) et un waist

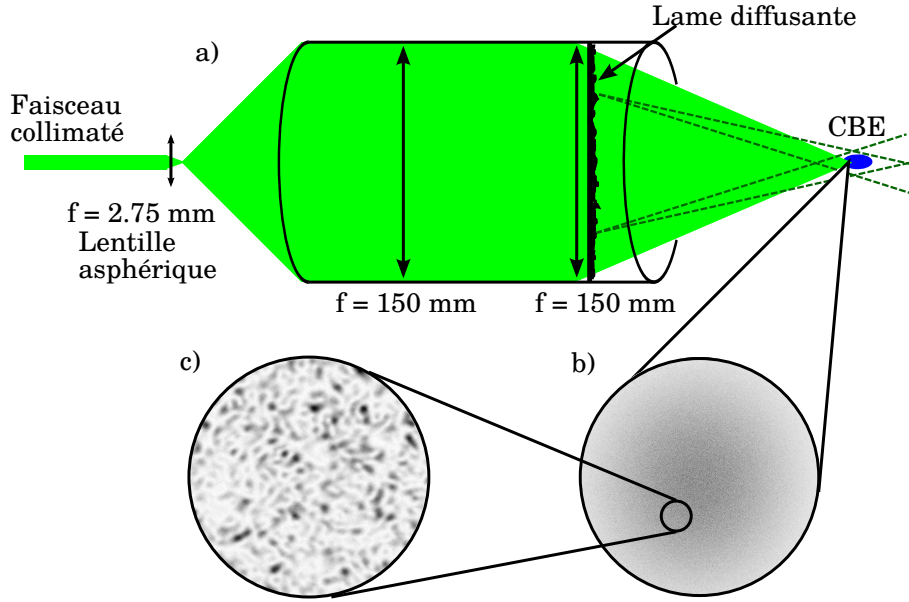


FIGURE 2.2 – a) Une première lentille convergente de courte focale permet d'augmenter le waist du faisceau pour avoir un faisceau le plus homogène possible sur une surface de diamètre 3 pouces (~ 75 mm), puis deux doublets de focale $f = 150$ mm permettent de focaliser le speckle sur les atomes. Le diffuseur est placé juste derrière la dernière lentille. Nous représentons l'image du speckle obtenu en grandissement $\times 1$ (b) et en grandissement $\times 25$ (c).

w (cas gaussien) pour que les deux fonctions d'autocorrélation soient comparables. Par exemple, nous pouvons évaluer le développement à l'ordre 2 des fonctions d'autocorrélation :

$$C_I^{\text{pup}}(r) \sim 1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\pi D}{\lambda f} \right)^2 r^2, \quad (2.17)$$

$$C_I^{\text{gauss}}(r) \sim 1 - \left(\frac{\pi w}{\lambda f} \right)^2 r^2. \quad (2.18)$$

Il est donc naturel de prendre $w = D/2$ pour comparer les deux exemples. Dans ce cas nous obtenons :

$$\sigma_r^{\text{gauss}} = \sqrt{2} \sigma_r^{\text{pup}}. \quad (2.19)$$

La fonction d'autocorrélation et la DSP sont représentées sur la figure 2.1, avec $w = D/2$.

2.3 Description et caractérisation du dispositif expérimental

Pour comprendre les choix effectués dans la conception du dispositif, rappelons tout d'abord que nos objectifs principaux sont, d'une part, l'observation de la localisation d'Anderson à deux dimensions et, d'autre part, l'étude de l'effet d'un désordre d'échelle microscopique sur les atomes. Comme nous l'expliquons dans les chapitres correspondants, ces deux objectifs impliquent de disposer d'un désordre avec une faible longueur de corrélation. D'après l'équation (2.12), la taille des grains est contrôlée par la longueur d'onde du laser et par l'ouverture numérique. Nous maximisons donc l'ouverture numérique de notre

dispositif, dans la limite permise par la géométrie de l'expérience. Avant focalisation, le faisceau occupe le tube de diamètre 3 pouces (~ 75 mm) et il est ensuite focalisé par une lentille de focale 150 mm. Nous obtenons ainsi une ouverture numérique de ~ 0.5 . Nous avons également réduit la longueur d'onde du laser par rapport à la version précédente du speckle [Robert-de Saint-Vincent 10a] en utilisant un laser Verdi à 532 nm. Ce choix de longueur d'onde repose sur un compromis, car pour garder la même valeur moyenne du potentiel lorsque l'on réduit la longueur d'onde, il faut augmenter la puissance du laser. Nous sommes alors contraints par les technologies existantes et leur coût.

Ensuite, les exemples de l'ouverture circulaire et du faisceau gaussien, présentés plus haut, nous montrent que si l'on veut réduire la taille des grains, nous avons tout intérêt à avoir un éclairage uniforme sur la pupille. Cela permet d'augmenter l'ouverture numérique efficace et donc de réduire la longueur de corrélation du speckle. Comme le faisceau laser est naturellement dans un mode gaussien, cela équivaut à augmenter son waist le plus possible. Il est alors naturellement tronqué par le diffuseur, ce qui entraîne une perte importante de puissance. Là encore, un compromis est nécessaire entre puissance disponible et homogénéité du faisceau.

2.3.1 Schéma de l'expérience

Le schéma expérimental permettant de réaliser notre figure de speckle est présenté sur la figure 2.2a). Le laser utilisé est un Verdi 18W (532 nm). Une lentille asphérique de distance focale $f = 2.75$ mm permet de rapidement faire diverger le faisceau. Celui-ci est ensuite collimaté puis focalisé sur les atomes par deux doublets de distance focale $f = 150$ mm, ce qui permet de limiter les aberrations sphériques. Ce point est crucial pour utiliser toute l'ouverture numérique disponible et pour que les faisceaux du bord de la lentille puissent se recouvrir et interférer au point focal avec ceux du centre. Un critère important pour que les aberrations sphériques ne jouent pas un rôle néfaste est que la taille au point focal sans diffuseur soit très petite devant la taille de la tache du speckle avec diffuseur. Enfin, la lame diffusante est un diffuseur d'angle 1° . Le profil d'intensité obtenu est présenté sur les figures 2.2b) et c). Sur la vue d'ensemble on constate que l'enveloppe d'intensité du speckle n'est pas uniforme. C'est la conséquence de la corrélation non nulle des rugosités du diffuseur. La fonction d'autocorrélation et la densité spectrale de puissance de l'image sont représentées sur la figure 2.4. On constate que la valeur centrale de la fonction d'autocorrélation est inférieure à la valeur 2 attendue d'après l'équation (2.6). Cela signifie que la figure observée n'a pas exactement la statistique d'un speckle. Par exemple, si un fond constant F se rajoute à l'intensité du speckle I_{sp} , sur l'image, la valeur centrale de la fonction d'autocorrélation n'est plus 2 mais :

$$\frac{\langle I^2 \rangle}{\langle I \rangle^2} = 1 + \frac{\langle I_{\text{sp}}^2 \rangle}{(\langle I_{\text{sp}} \rangle + F)^2} < 2 . \quad (2.20)$$

C'est ce qui peut arriver, par exemple, si la figure de speckle n'est pas pleinement développée parce qu'une partie du faisceau incident n'est pas bien diffractée par le diffuseur.

2.3.2 Profil transverse du faisceau

Nous commençons par caractériser le profil transverse du faisceau au niveau du diffuseur. Comme nous l'avons expliqué plus haut, la distribution d'intensité au niveau du

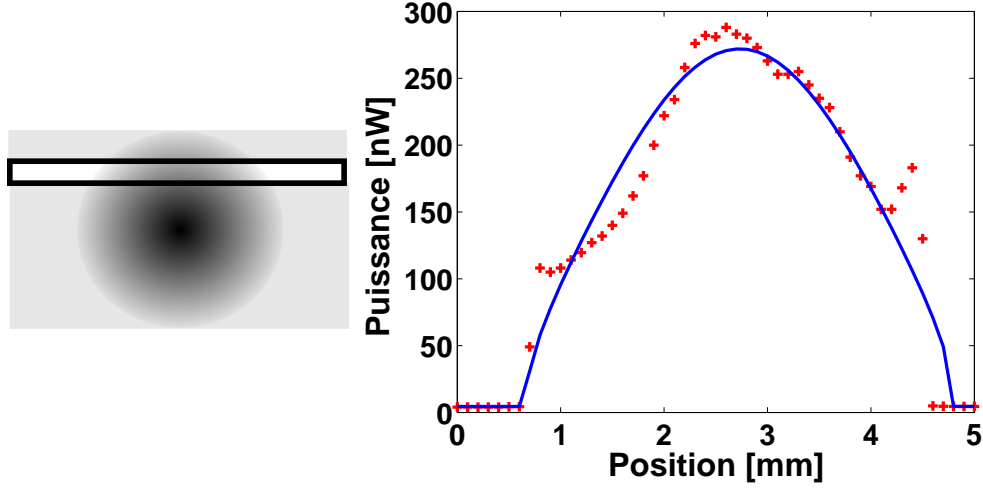


FIGURE 2.3 – *Gauche* : Schéma de la méthode utilisée pour mesurer le waist du faisceau. On translate une fente devant le faisceau et on mesure l'intensité passant par la fente. *Droite* : Mesure du profil transverse du diffuseur (points rouges). Pour une raison pratique, la mesure n'est pas effectuée au niveau du diffuseur mais à un endroit où le faisceau est déjà focalisé. Un modèle de gaussienne tronquée est ajusté pour trouver le waist et le diamètre du faisceau (courbe bleue). Nous retrouvons la valeur du waist au niveau du diffuseur en connaissant le diamètre de la pupille. Le rapport entre le rayon de la pupille et le waist du faisceau est 1.5.

diffuseur est une gaussienne tronquée. Le profil, obtenu en mesurant l'intensité à travers une fente que l'on translate transversalement au faisceau, est représenté sur la figure 2.3. Nous pouvons en extraire le waist w de la gaussienne et le rayon R de la pupille au niveau du diffuseur, en ajustant la fonction :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dy e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{w^2}} \Theta(R^2 - x^2 - y^2) = \frac{w}{\sqrt{2}} e^{-\frac{2x^2}{w^2}} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{2(R^2 - x^2)}{w^2}} \right), \quad (2.21)$$

où $\operatorname{erf}(x) = \int_0^x e^{-u^2} du$ est la fonction d'erreur. Dans notre système, la taille du waist est de l'ordre du rayon de la pupille, ce qui garanti une certaine homogénéité du faisceau sur le diffuseur. Nous pouvons alors calculer la fonction d'autocorrélation et la DSP attendues. Le résultat est représenté sur les courbes expérimentales de la figure 2.4.

2.3.3 Longueur de corrélation - Taille des grains

Si nous voulons donner un chiffre pour la longueur de corrélation du speckle, il faut s'entendre sur la définition. Etant entre le cas « gaussien » et le cas « pupille », nous pouvons ajuster chacun des modèles sur nos données expérimentales.

Définition « gaussienne » : Nous pouvons ajuster une gaussienne, soit sur la fonction d'autocorrélation, soit sur la DSP. Nous obtenons alors :

$$\sigma_r^{\text{gauss}} = 0.5 \mu\text{m} \text{ (respectivement } 0.47 \text{ et } 0.49 \mu\text{m)}. \quad (2.22)$$

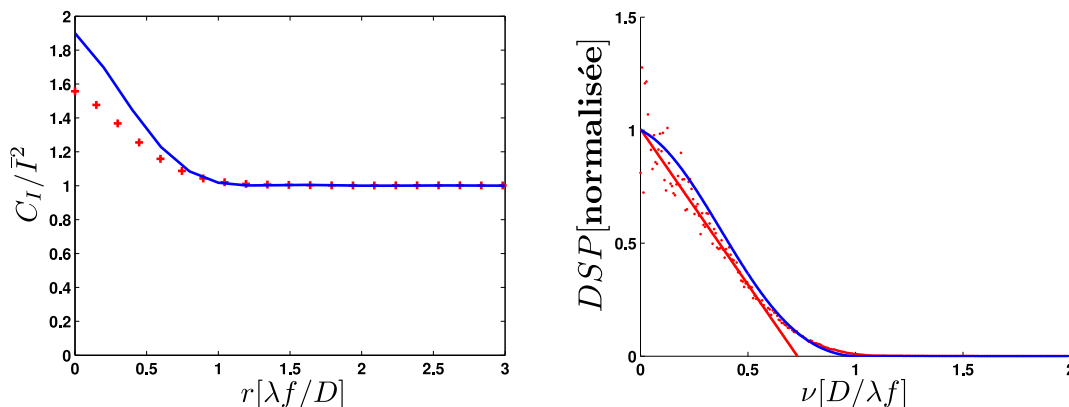


FIGURE 2.4 – *Points rouges* : autocorrélation (gauche) et Densité Spectrale de Puissance (droite) de la figure de speckle expérimentale en grandissement $\times 25$. *Courbe bleue* : autocorrélation et DSP calculée pour le profil mesuré indépendamment. Sur la figure de droite, la densité spectrale de puissance est normalisée et on a tracé la tangente à l'origine des points expérimentaux, qui croise l'axe des abscisses à $\nu_0 = 1/4\sigma_r$.

Elément	Perte
Modulateur acousto-optique	35 %
Système d'imagerie	47%
Hublot	33%

FIGURE 2.5 – Bilan des pertes de puissance le long de la ligne optique du speckle. Partant d'un faisceau de 18 W, seuls 3.4 W sont envoyés sur les atomes.

Définition « pupille » : Le moyen le plus pratique pour extraire σ_r dans ce cas est de regarder le croisement de la pente à l'origine de la DSP avec l'axe des abscisses. La formule (2.11) développée au premier ordre nous dit que ce croisement a lieu pour $\nu_0 = 1/4\sigma_r$ (cf figure 2.4). Nous obtenons alors :

$$\sigma_r^{\text{pup}} = 0.4 \mu\text{m} . \quad (2.23)$$

2.3.4 Puissance du speckle

Pour caractériser l'intensité moyenne du potentiel de speckle, nous avons dans un premier temps déterminé les pertes subies par le faisceau, initialement à 18W, jusqu'aux atomes. Les principales sources de pertes sont le passage dans le modulateur acousto-optique, le passage dans le système d'imagerie, qui diaphragme (volontairement, comme expliqué plus haut) une grande partie du faisceau, et les hublots de la chambre de science qui ne sont non seulement pas traités anti-reflet à 532 nm, mais qui de par leur traitement à d'autres longueurs d'onde (en particulier à 1560 nm) reflètent particulièrement bien la lumière à 532 nm. Le bilan de puissance est détaillé sur la figure 2.5. La puissance totale envoyée *in fine* sur les atomes est de 3.4 W. Pour les atomes, cette puissance maximale correspond à une valeur de l'amplitude moyenne du désordre de $V_R \sim k_B \cdot 60 \text{ nK}$.

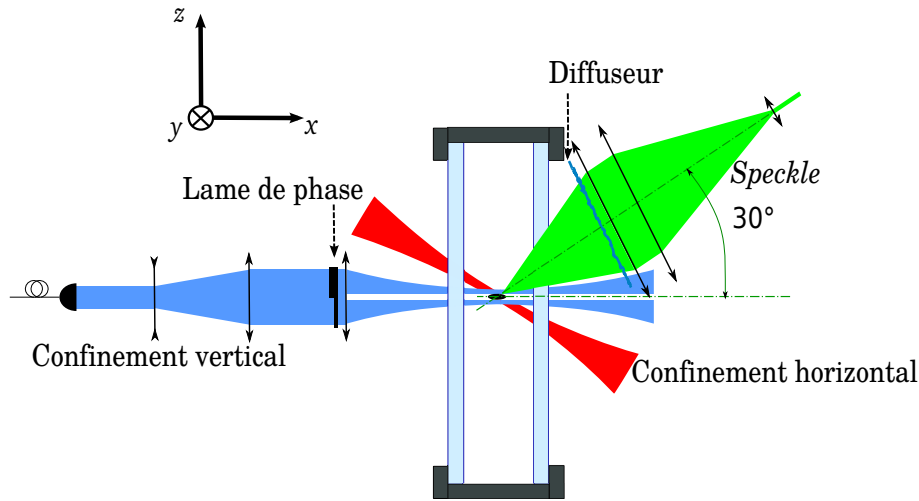


FIGURE 2.6 – Schéma de l'expérience à la fin de la séquence de refroidissement, en présence du potentiel désordonné de speckle.

2.3.5 Schéma de l'expérience - Anisotropie du potentiel désordonné

Le schéma de l'expérience, en présence du potentiel de speckle, est représenté sur la figure 2.6. Pour des raisons techniques, le faisceau du speckle fait un angle de 30° avec le plan 2D des atomes. Le potentiel vu par les atomes est donc anisotrope avec un facteur 2 d'anisotropie. Les longueurs de corrélation sont donc $\sigma_x \sim 0.5 \mu\text{m}$ et $\sigma_y \sim 1 \mu\text{m}$ dans les deux directions du plan.

Conclusion

Nous avons décrit la réalisation d'un potentiel aléatoire corrélé. Le potentiel vu par les atomes est anisotrope et ses longueurs de corrélation, fixées par l'ouverture numérique du système et la longueur d'onde du laser, valent $\sigma_x \sim 0.5 \mu\text{m}$ et $\sigma_y \sim 1 \mu\text{m}$. L'amplitude du désordre est modifiable en changeant l'intensité du laser et peut atteindre une amplitude de $\sim k_B.60 \text{ nK}$. Connaissant la longueur de corrélation et l'amplitude du désordre de speckle, il est possible de simuler ce potentiel pour effectuer des comparaisons numériques ou d'utiliser sa statistique connue dans des calculs théoriques.

Imagerie par fluorescence

Recently, it has become possible to make light sources which get around this effect by making all the atoms emit together in time. The device which does this is a very complicated thing, and has to be understood in a quantum-mechanical way. It is called a laser.

Lectures on Physics
Richard Feynman

L'étude des gaz dilués nécessite de disposer d'un système de détection performant. Nous avons mis en place, sur notre expérience, un système d'imagerie par fluorescence, qui utilise une caméra amplifiée EM-CCD¹. La sensibilité de la caméra et du système d'imagerie permet d'observer la densité atomique de gaz très dilués, après une longue expansion dans le plan 2D par exemple.

Dans ce chapitre, nous décrivons le montage expérimental. Nous détaillons les différentes sources de bruit de la caméra, pour caractériser au mieux le système d'imagerie. Nous mesurons l'efficacité de détection et la taille du pixel. Cette étude nous permet de mieux comprendre les sources de bruit et d'améliorer leur correction.

3.1 Montage expérimental

Dans la perspective d'étudier des nuages d'atomes dilués en expansion dans le plan, nous avons mis au point une imagerie par fluorescence. Ce système permet de faire l'image de la densité atomique de gaz bidimensionnels qui s'étendent dans le plan. L'axe du système d'imagerie est vertical. Les atomes sont excités par des faisceaux lasers résonnants et les photons sont collectés par le système schématisé sur la figure 3.1. Cette configuration utilise l'ouverture numérique maximale permise dans l'axe vertical de l'expérience. Deux doublets de distance focale $f = 190$ mm, corrigés des aberrations sphériques², focalisent le signal de fluorescence sur un miroir de renvoi, puis deux doublets, également corrigés des aberrations sphériques, de distance focale $f = 100$ mm et $f = 80$ mm, focalisent le

1. Electron Multiplying Charge Coupled Device, capteurs à transfert de charge multiplicateurs d'électrons.

2. Point technique : nous avons remarqué que les lentilles corrigées des aberrations chromatiques (par exemple les modèles LAO de la marque CVI) sont moins bien corrigées des aberrations sphériques que les lentilles non achromatiques mais spécifiquement corrigées des aberrations sphériques qui sont, elles, limitées par diffraction (par exemple les modèles LAI de CVI). Pour un laser, il est donc préférable d'opter pour des lentilles corrigées des aberrations sphériques uniquement.

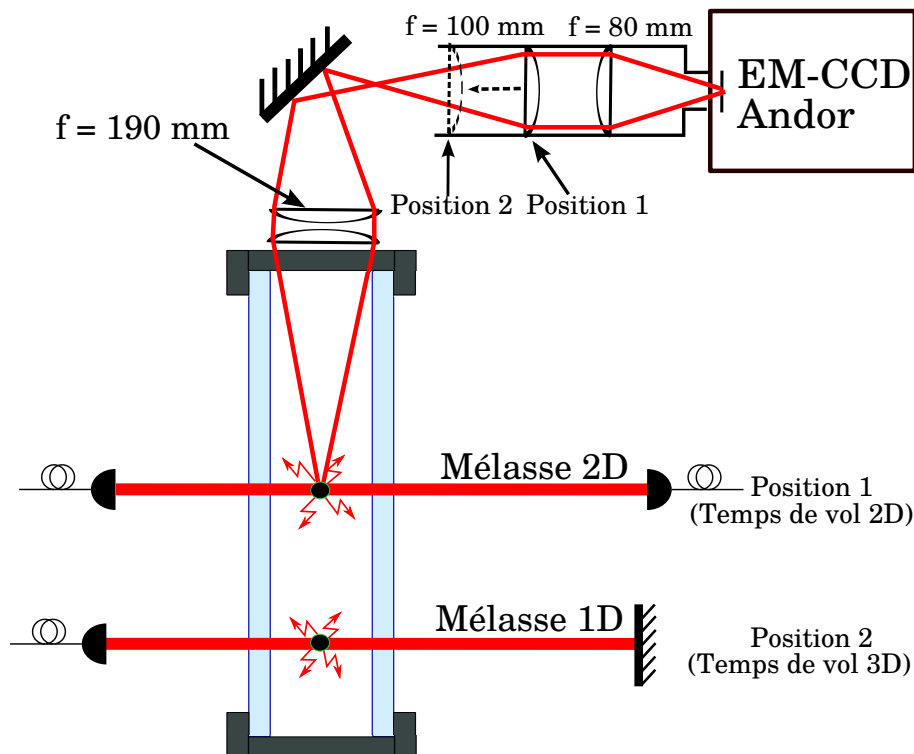


FIGURE 3.1 – Schéma du système d'imagerie par fluorescence. Deux positions permettent de réaliser soit une expansion 2D dans le plan horizontal soit un temps de vol 3D.

signal sur le capteur de la caméra. L'ouverture du hublot est de 40 mm, permettant une ouverture numérique théorique de $ON = 40/190 \sim 0.21$. La résolution obtenue pour le système complet est d'environ $10 \mu\text{m}$, évaluée directement sur le nuage atomique³.

Notre système d'imagerie fonctionne dans deux positions différentes, qui réalisent deux types d'imagerie différents, comme représenté sur la figure 3.1. La première position fait l'image des atomes dans le plan horizontal où ils finissent l'évaporation, sans qu'ils ne tombent. Cette imagerie permet d'observer un nuage qui s'est étendu horizontalement dans le piège bidimensionnel. C'est aussi la configuration qui permettrait de réaliser une image *in situ*, mais notre résolution ($\sim 10 \mu\text{m}$) ne permet pas de résoudre les détails du gaz sans expansion. Dans cette position, les atomes sont excités par une mélasse 2D formée de quatre faisceaux dans le plan.

La deuxième configuration permet de faire l'image du nuage après un temps de vol à trois dimensions, au cours duquel les atomes tombent verticalement sous l'effet de la gravité. Cette configuration permet d'obtenir la distribution d'impulsion du nuage. C'est la configuration utilisée dans la partie 2 aux chapitres 5 et 6. Dans cette configuration, les atomes sont illuminés par une mélasse optique 1D, formée par un faisceau rétro-réfléchi. Le faisceau est situé 3.5 cm sous la position initiale des atomes, correspondant à un temps de

3. En évaluant la résolution sur le banc optique, on trouve une valeur un peu plus faible ($\sim 5 \mu\text{m}$).

Mode de lecture (ReadMode)	2
Température	-80 ° C
Gain postamplification (PreAmp gain)	2 (= x3.8)
Vitesse de lecture verticale (indice) (VSSpeedIndex)	3
Vitesse de lecture horizontale (indice) (HSSpeedIndex)	2 (=13 MHz)
binning	1

FIGURE 3.2 – Principaux paramètres de réglage de la caméra ANDOR utilisés dans notre expérience.

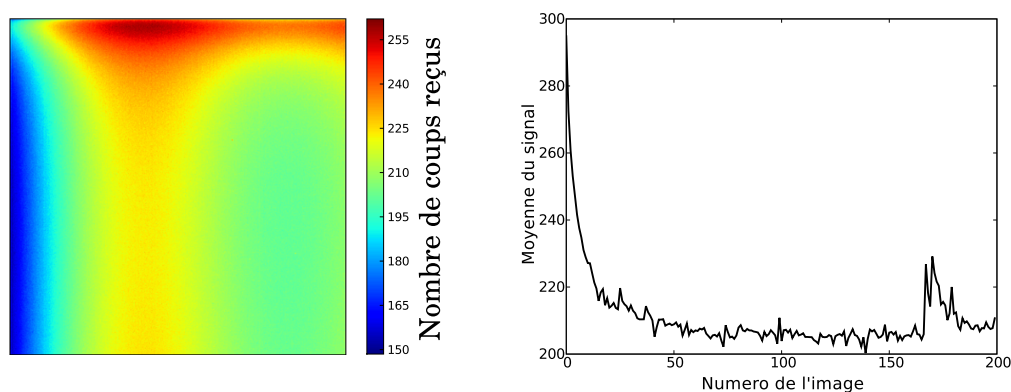


FIGURE 3.3 – *Gauche* : Images de fond obtenue en l'absence de photon (moyenne sur 200 images). *Droite* : Moyenne du nombre de coups (électrons) de chaque image en fonction du numéro de l'image dans la série.

vol de 84 ms. Il est nécessaire d'ajuster la mise au point du système d'imagerie sur cette position. Pour cela, la première lentille de focale 100 mm est avancée, comme indiqué sur la figure 3.1.

3.2 Propriétés intrinsèques de la caméra

Le signal de fluorescence est collecté sur une caméra EM-CCD (ANDOR IXON) dont le capteur a une taille de $8 \times 8 \mu\text{m}^2$ (1004×1002 pixels²). Une première étape de caractérisation du système d'imagerie consiste à étudier les propriétés intrinsèques de la caméra [Bücker 09]. Pour cela, nous bouchons la caméra et réalisons une série d'images « noires ». Pour les résultats présentés dans cette partie, des séries de 200 images sont enregistrées, à différents gains d'amplification (20, 40, 60, 80, 100). Le réglage de la caméra admet un certain nombre de paramètres (Température du capteur, vitesses de lectures horizontale et verticale des cellules du capteur, gain post-amplification,...) que nous avons optimisés une fois pour toutes par rapport à notre utilisation. Le critère principal pour cette optimisation est de minimiser le bruit de fond et d'avoir une lecture qui soit rapide sans pour autant que le signal sur chaque pixel soit dégradé par le signal du pixel voisin. Nous ne détaillons

pas ici les propriétés de la caméra en fonction de ces paramètres. Ils sont recensés dans le tableau de la figure 3.2.

3.2.1 Principe de fonctionnement du capteur EM-CCD

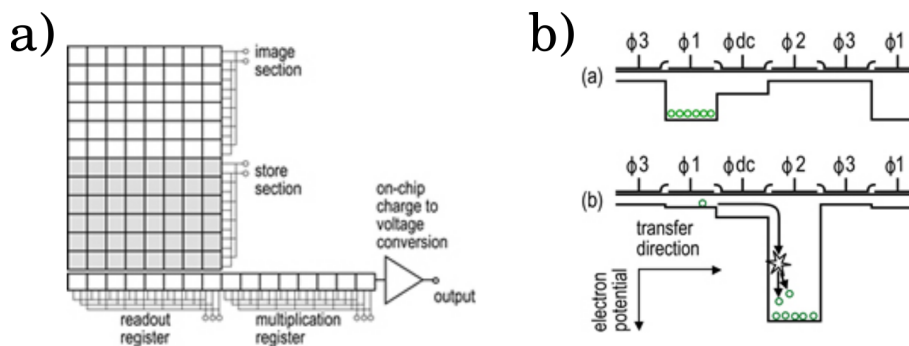


FIGURE 3.4 – Figures provenant de : « www.emccd.com ». a) Schéma de fonctionnement du capteur EM-CCD. Le capteur CCD usuel est doublé par un capteur de stockage. Les lignes sont ensuite lues puis amplifiées avant d'être converties en signaux analogiques. b) Principe de l'amplification. Les électrons produisent d'autres électrons en avalanche grâce au processus d'ionisation sur les parois des registres.

Le capteur EM-CCD (Electron multiplying charge-coupled device) amplifie le signal directement sur le capteur, ce qui amplifie moins le bruit que dans une amplification classique et surtout permet de rendre le bruit de lecture négligeable. Le principe de fonctionnement du capteur EM-CCD est présenté sur la figure 3.4 a). Le capteur CCD classique est doublé par un deuxième capteur CCD de taille identique mais non exposé aux photons incidents. Après acquisition de l'image, celle-ci est transférée sur le deuxième capteur de « stockage ». Cela agit comme un interrupteur électronique. Les lignes sont ensuite transférées une à une dans le registre de lecture puis amplifiées dans le registre de multiplication, avant d'être converties en signal numérique.

Le processus d'amplification est schématisé sur la figure 3.4 b). Il s'agit d'utiliser l'ionisation qui se produit lorsqu'un électron heurte la paroi d'un registre. Dans un capteur CCD, ce phénomène est une source de bruit. Ici, en augmentant l'énergie des électrons avec un potentiel, on peut créer une avalanche d'électrons. Le mécanisme d'amplification est stochastique car la probabilité de produire un électron à chaque étape est faible et il introduit un bruit sur la mesure, que nous décrivons plus bas.

3.2.2 Etude du fond

La caméra ajoute un offset au nombre de coups (électrons) mesuré, sur chaque image, afin d'éviter les signaux négatifs. Cet offset n'est constant ni spatialement sur une seule image, ni dans le temps d'une image à l'autre. Cela pose un problème pour faire de moyennes d'image ou sommer des pixels d'une même image. Il convient donc de caractériser cet effet.

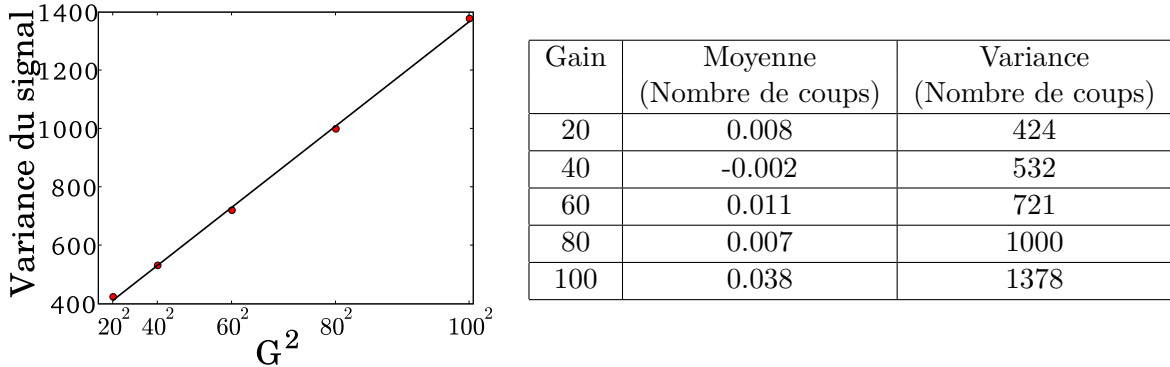


FIGURE 3.5 – *Gauche* : Variance moyenne en fonction du gain pour des images noires dont on a retiré le fond inhomogène. L'offset de la droite donne $\sigma_{ro} = 19 e^-$ et la pente $2\sigma_{dark}^2 = 0.1 e^-$. *Droite* : Moyenne du nombre de coups (électrons) de chaque image en fonction du numéro de l'image dans la série.

Nous commençons l'étude du fond en moyennant 200 images à même gain. L'image obtenue est représentée sur la figure 3.3. Le fond n'est pas homogène mais présente un motif caractéristique, reproductible et identique pour toutes les valeurs de gain. Nous interprétons ce motif comme une inhomogénéité de l'offset rajouté à l'image. Cette inhomogénéité peut être due au mécanisme de collection de pixels qui se fait ligne par ligne et semble ne pas se faire à chaque ligne avec le même offset. Cette inhomogénéité est gênante, par exemple pour faire des statistiques de bruit sur une même image, car cela introduit une variance « spatiale » non nulle, même en l'absence de photons incidents.

Pour étudier la variation de l'offset d'image à image, nous prenons la moyenne du nombre de coups de chaque image. La valeur moyenne en fonction du numéro de l'image dans la série est représentée sur la figure 3.3. Nous observons une décroissance régulière de l'offset moyen de l'image au cours de la série, avec des résurgences à certains moments. L'offset n'est donc ni constant en espace, ni constant en temps. Pour retirer le motif de fond à chaque image, il faut donc soustraire l'image de fond moyenne de la figure 3.3 mais avec une pondération propre à chaque image, déterminée par exemple dans un coin de l'image que l'on souhaite traiter.

3.2.3 Sources de bruits intrinsèques

Origine des bruits : La caméra introduit du bruit sur l'image par trois mécanismes principaux. Premièrement, la lecture du nombre total d'électrons se fait avec une certaine incertitude, ce qui introduit un bruit de lecture que nous modélisons par un bruit gaussien de moyenne nulle et de variance σ_{ro}^2 (« ro » pour « read out »). Ce bruit est indépendant du gain choisi car il s'ajoute après le processus d'amplification. Deuxièmement, même en l'absence de photons incidents, un électron peut être excité thermiquement, soit par effet thermique à la surface du capteur (charges noires - dark charges), soit lors du transfert des charges pour le comptages (charges induites par le comptage - clock induced charges). Ces deux processus sont amplifiés par le gain. Nous les représenterons par un seul et même bruit gaussien de moyenne non nulle et de variance $G^2\sigma_{dark}^2$. Troisièmement, le processus

de gain, qui permet l'amplification du signal, consiste à réaliser une avalanche d'électrons à partir d'un électron incident. Un électron incident a une faible probabilité d'exciter un autre électron puis les deux électrons pourront exciter deux autres électrons,... et après plusieurs étapes nous obtenons un grand nombre d'électrons. Ce processus d'amplification se fait avec une certaine probabilité et le processus même d'amplification introduit un bruit. Nous montrons [voir Annexe A.4] que cela rajoute un terme à la variance, qui est le produit de la variance du signal amplifié et du carré du gain ($G^2\sigma_{\text{dark}}^2$). Le bruit total, en l'absence de photons incidents, s'écrit donc :

$$\sigma^2 = \sigma_{\text{ro}}^2 + 2G^2\sigma_{\text{dark}}^2 . \quad (3.1)$$

Détermination de σ_{ro} et σ_{dark} : Pour étudier les propriétés de bruit, nous effectuons la moyenne pixel à pixel d'un grand nombre d'images, après avoir retiré sur chaque image le fond pondéré. Nous obtenons une variance et une moyenne pour chaque pixel. Nous calculons ensuite la moyenne et la variance. La moyenne des moyennes est très proche de 0, après retrait du fond pondéré. Guidés par l'équation (3.1), nous traçons ensuite la variance moyenne du signal en fonction du carré du gain, pour différents gains, sur la figure 3.5. Les variances et moyennes obtenues sont recensées dans le tableau de la figure 3.5. On obtient alors :

$$\sigma_{\text{ro}} = 19 \text{ e}^- (\pm 1 \text{ e}^-) , \quad (3.2)$$

$$\sigma_{\text{dark}} = 0.22 \text{ e}^- (\pm 0.01 \text{ e}^-) . \quad (3.3)$$

Le bruit de lecture ainsi mesuré est légèrement supérieur à celui annoncé par le fabricant ($\sigma_{\text{ro}} = 13.3 \text{ e}^-$). Cela peut être dû à un vieillissement de la caméra.

3.3 Observation du bruit de grenaille photonique

Après avoir caractérisé la caméra seule, nous voulons caractériser d'autres propriétés. Par exemple, nous pourrions vérifier que le gain de multiplication du signal demandé est bien celui observé. Si la caméra est éclairée par un laser, on s'attend à observer une statistique de bruit de grenaille photonique, amplifiée par le gain, qui obéit aux équations A :

$$\langle S \rangle = GN_{\text{ph}} , \quad (3.4)$$

$$\text{Var}(S) = 2G \langle S \rangle + 2G^2\sigma_{\text{dark}}^2 + \sigma_{\text{ro}}^2 , \quad (3.5)$$

où S représente la variable aléatoire associée au signal observé, G est le gain et N_{ph} est le nombre moyen de photons incidents détectés. La statistique n'est pas poissonnienne à cause du processus de gain, mais la variance du signal reste proportionnelle à sa moyenne (à un offset près). Nous traçons sur la figure 3.6 la variance du signal en fonction de sa moyenne. Pour des raisons pratiques de traitement (offset qui varie, stabilité de l'intensité laser,...) nous ne faisons pas ici des moyennes statistiques pixel à pixel sur différentes images, mais nous effectuons directement les moyennes et variances sur des petits carrés d'une même image. Cela suppose que, sur ces carrés, l'intensité est homogène et nous vérifions la validité de cette hypothèse en changeant la taille des carrés et en constatant

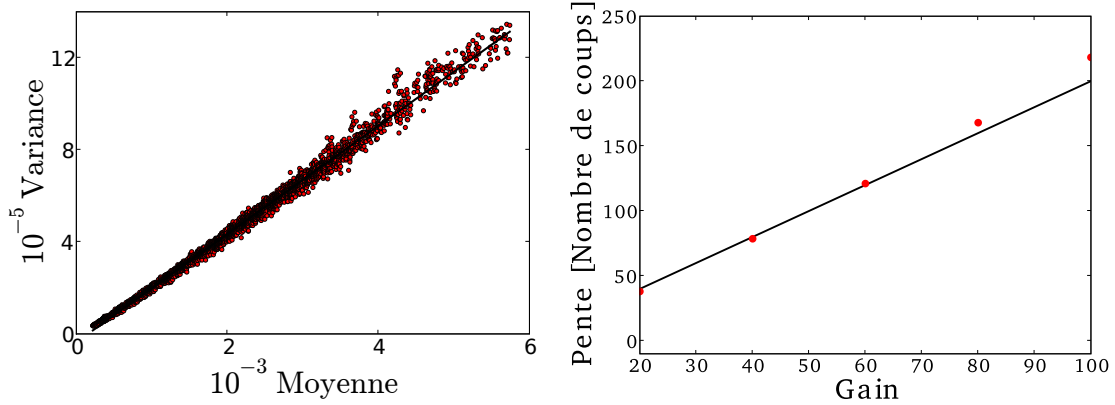


FIGURE 3.6 – *Gauche* : Variance du signal en fonction de la moyenne du signal lorsque la caméra est éclairée par un faisceau laser (sans atomes), ici à gain $\times 100$. *Droite* : Pour chaque image comme celle de gauche, on extrait la pente. On trace ici la pente en fonction du gain pour comparer le comportement avec celui attendu d'après l'équation (3.5).

que le résultat ne change pas⁴. Pour chaque valeur du gain, une courbe comme celle de la figure 3.6 est obtenue. La pente de chaque courbe en fonction du gain est présentée sur la figure 3.6. Nous traçons en comparaison la droite de pente $2G$ attendue d'après l'équation (3.5). L'accord est satisfaisant.

3.4 Observation du bruit de grenaille atomique

Dans la suite logique des caractérisations qui précèdent, nous avons essayé d'observer le bruit de grenaille atomique. Un intérêt potentiel de ce type d'observation serait de calibrer le rapport du nombre d'atomes par nombres de coups (électrons) détectés. En effet, en tenant compte de la présence d'atomes, on s'attend aux relations suivantes entre la moyenne du signal observé et sa variance [Annexe A.5] :

$$\langle S \rangle = GA\eta N_{\text{at}} , \quad (3.6)$$

$$\text{Var}(S) = \langle S \rangle (2G + A\eta C^2) + 2G^2\sigma_{\text{dark}}^2 + \sigma_{\text{ro}} . \quad (3.7)$$

Dans cette expression, A est le nombre moyen de photons émis par atome pendant la fluorescence, η est l'efficacité de détection (qui prend en compte toutes les pertes, à tous les niveaux : angle solide de détection, rendement de conversion de la caméra,...), N_{at} est le nombre moyen d'atomes et C est un coefficient de corrélation entre pixels qui vaut 1 en l'absence de corrélations entre pixels voisins et 0 pour une corrélation totale (voir Annexe A.5).

Cette expression nous dit que plus les pertes sont importantes (η petit), plus la corrélation entre pixels voisins est importante (C petit) et plus il sera difficile de voir une déviation au bruit de grenaille photonique. Pour des raisons de stabilité et de répétabilité, nous choisissons comme précédemment de faire des statistiques sur des zones « relativement » homogènes en signal, sur une seule image. Nous observons bien une dépendance

4. On prend typiquement des carrés de 50×50 pixels².

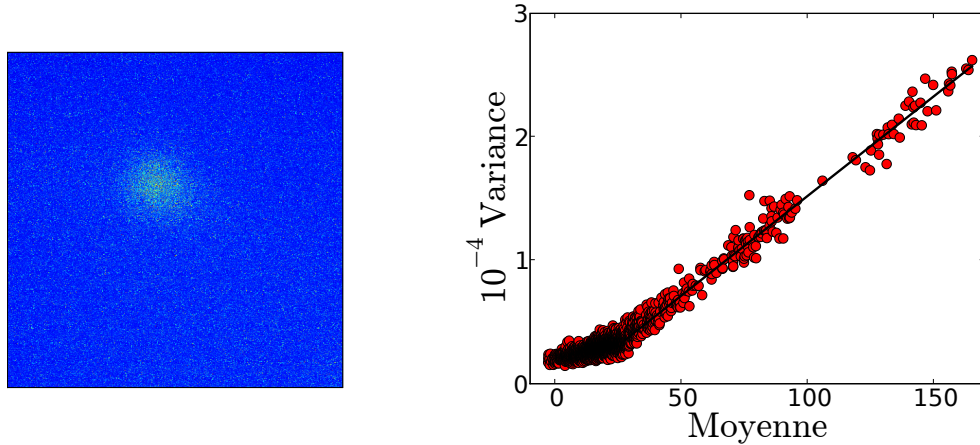


FIGURE 3.7 – *Gauche* : Signal typique d'un nuage atomique (ici pour un gain 100). *Droite* : Variance du signal en fonction de la moyenne du signal (image typique, ici pour un gain 100).

linéaire de la variance en fonction de la moyenne, mais les pentes obtenues ne permettent pas d'en dire plus. Elles sont même plus petites que le bruit de grenaille photonique, ce qui n'est pas cohérent. Nous avons en fait vérifié que cette anomalie vient de la trop faible valeur du signal détecté ($S \sim 100$ coups). Le calcul prenant en compte les corrélations entre pixels (voir Annexe A.5) montre que celles-ci réduisent le signal du bruit de grenaille atomique et le rendrait difficilement observable dans notre expérience, où la résolution est de l'ordre de la taille du pixel de la caméra.

3.5 Calibration de l'efficacité de détection

Après avoir caractérisé la caméra, il est nécessaire de calibrer le système d'imagerie complet pour connaître le rapport entre le nombre de coups (électrons) détectés et le nombre d'atomes effectivement présents. Nous décrivons ici trois méthodes possibles de calibration qui ont été utilisées sur l'expérience, en indiquant leur précision. La méthode la plus directe serait de faire la conversion directe en connaissant, d'une part, le nombre de photons émis : on sait qu'à une intensité de faisceau nettement supérieure à l'intensité de saturation les atomes émettent $\tau_{\text{pulse}} \cdot \Gamma/2$ photons où Γ est la largeur de la transition utilisée et τ_{pulse} la durée de l'impulsion d'imagerie ; et d'autre part, l'efficacité de détection que l'on peut essayer d'évaluer. C'est cette évaluation très qualitative qui rend cette méthode assez peu précise. Nous présentons trois autres méthodes de calibration.

3.5.1 Méthode 1 : Comparaison avec l'imagerie par absorption

En plus de l'imagerie par fluorescence décrite ici, notre expérience est équipée d'une imagerie par absorption. L'imagerie par absorption mesure la densité optique $DO(x, y)$ du nuage dans une direction, en faisant le rapport entre le signal d'une image où les atomes sont présents $S(x, y)$ et celui d'une image sans atomes $S_0(x, y)$ [Robert-de Saint-Vincent 10a]. La densité optique est directement liée à la densité d'atomes à travers la section efficace σ_{abs} :

$$DO(x, y) = -\ln\left(\frac{S(x, y)}{S_0(x, y)}\right) = \int n(x, y, z)\sigma_{\text{abs}}dz, \quad (3.8)$$

$$\sigma_{\text{abs}} = \frac{1}{2.13} \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2} + \frac{I}{I_{\text{sat}}}}, \quad (3.9)$$

où λ est la longueur d'onde du laser, δ est le désaccord du faisceau par rapport à la transition atomique $|5S_{1/2}, F=2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F=3\rangle$, Γ est la largeur de raie du laser, I_{sat} est l'intensité de saturation des atomes et I est l'intensité du faisceau. Le facteur 2.13 [Robert-de Saint-Vincent 10a] permet d'adapter l'expression donnée dans [Steck 08], pour un faisceau polarisé circulairement, à notre configuration (polarisation linéaire). Cette calibration permet de déterminer le nombre d'atomes. Pour calibrer l'imagerie par fluorescence, il est possible de faire deux séries d'images dans la même condition expérimentale, avec les deux types d'imagerie, et de calibrer l'efficacité de détection de l'imagerie par fluorescence. Nous avons évalué l'erreur de ce type de calibration à 40% car la calibration de l'imagerie par absorption présente une incertitude de $\sim 30\%$ et la comparaison entre les deux imageries une incertitude de $\sim 10\%$ [Brantut 09].

3.5.2 Méthode 2 : Seuil de condensation de Bose-Einstein 3D

Une autre méthode de calibration consiste à utiliser le seuil de la condensation de Bose-Einstein à trois dimensions qui a été étudiée de manière extensive. Comme cela est expliqué plus loin dans ce rapport, il nous est possible expérimentalement de changer le nombre d'atomes, sans changer significativement les autres paramètres expérimentaux comme la température. D'autre part, il nous est possible, par des mesures indépendantes, de connaître la température du nuage, grâce à la calibration de la taille du pixel (voir paragraphe suivant), ainsi que les fréquences d'oscillation du piège dipolaire dans lequel se fait l'évaporation (voir chapitre 1.5). La seule inconnue est donc le nombre d'atomes total. En faisant varier celui-ci, on est capable de franchir le seuil de condensation. Nous savons alors que pour un gaz de Bose dans un oscillateur harmonique à 3D, dans la limite semi-classique [Cohen-Tannoudji 97] :

$$N_c = \zeta(3) \left(\frac{k_B T}{\hbar\omega}\right)^3, \quad (3.10)$$

où T est la température, $\omega = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}$ est la pulsation du piège harmonique, ω_i étant la pulsation du piège dans la direction i et ζ est la fonction de Riemann ($\zeta(3) \sim 1.20$). Dans notre piège il faut cependant tenir compte des interactions et des effets de taille finie dus au piège, qui ont aussi été étudiés [Dalfovo 99] :

$$N_c = \zeta(3) \left(\frac{k_B T}{\hbar\omega}\right)^3 \left(1 - A \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B T} - B \frac{a}{a_{\text{oh}}} \sqrt{\frac{k_B T}{\hbar\omega}}\right), \quad (3.11)$$

où $\bar{\omega} = (\omega_x + \omega_y + \omega_z)/3$, a est la longueur de diffusion et $a_{\text{oh}} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ est la taille caractéristique de l'oscillateur harmonique. Les constantes numériques A et B sont des fractions numériques impliquant des fonctions de Riemann, et valent [Dalfovo 99] $A \sim 2.05$ et $B \sim 4.02$. Cela nous permet de calculer l'efficacité de détection. Les erreurs de cette

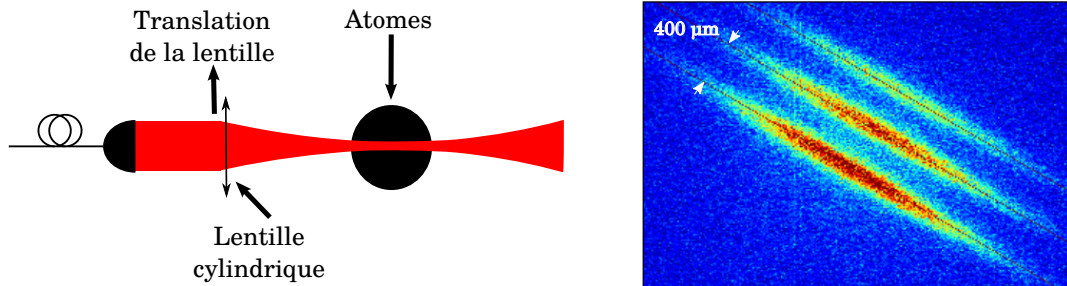


FIGURE 3.8 – *Gauche* : Schéma expérimental utilisé pour calibrer la taille du pixel vu de dessus. Une lentille cylindrique focalise la lumière sur une tranche verticale du nuage d’atomes. Vu de dessus, une seule ligne est éclairée. En translatant la lentille, nous translatons directement la ligne avec un facteur de conversion unité. *Droite* : Images obtenues en translatant la lentille cylindrique. Différentes images obtenues pour différentes positions de la lentille sont superposées sur une même image.

méthode proviennent essentiellement de la mesure des fréquences d’oscillation du piège dipolaire dont l’incertitude est estimée à $\sim 10\%$.

3.5.3 Méthode 3 : Comparaison à des simulations Monte Carlo

Une dernière méthode à été rendue possible lors de la collaboration avec Markus Holzmann sur le projet de l’étude de la transition superfluide en présence de désordre (voir chapitre 6). Des simulations Monte-Carlo ont été réalisées avec nos paramètres expérimentaux. La comparaison entre les profils expérimentaux et les simulations peut servir à ajuster l’efficacité de détection. Le résultat est compatible avec les deux premières méthodes, mais plus précis. On obtient la valeur de 0.062 atomes par coups pour l’efficacité de détection du système complet.

3.6 Calibration de la taille du pixel

Un dernier paramètre essentiel pour extraire des quantités physiques, comme la température, est la taille d’un pixel sur la caméra. Pour cela, nous avons deux méthodes à notre disposition.

3.6.1 Méthode 1 : Comparaison avec l’imagerie par absorption

Contrairement à l’imagerie par fluorescence, l’imagerie par absorption a un de ses axes selon la verticale⁵. En laissant tomber des atomes, on peut donc précisément calibrer la taille d’un pixel. Ensuite, nous pouvons réaliser deux séries d’images avec chacune des caméras, dans les mêmes conditions expérimentales et, en égalant les températures, calibrer le pixel de l’imagerie par fluorescence. Cette méthode est soumise aux aléas de

5. En réalité avec une parallaxe d’axe connu.

répétabilité de l'expérience et à la possibilité de mesurer correctement la température, sachant que les deux imageries (par absorption et par fluorescence) ne permettent pas de réaliser exactement la même condition de temps de vol pour mesurer la température.

3.6.2 Méthode 2 : Mesure directe

Pour améliorer la précision de la calibration du pixel, nous avons utilisé la méthode suivante : il suffit de focaliser le faisceau d'imagerie (celui en position 2 sur la figure 3.1) selon son axe horizontal avec une lentille cylindrique, comme représenté sur la figure 3.8. On n'éclaire ainsi qu'une tranche du nuage atomique, ce qui, vu de dessus, apparaît comme une ligne. En translatant horizontalement la lentille, on déplace cette nappe de lumière dans un rapport 1 : 1. Nous obtenons le type d'image représenté sur la figure 3.8. La taille du pixel est ainsi calibrée à la précision de la platine de translation micrométrique, c'est à dire à environ 3% ($30\mu\text{m}$ de précision sur une course de 1mm). Dans la position 1 d'imagerie (voir figure 3.1), la taille effective d'un pixel caméra est de $11.86\ \mu\text{m}$. Dans la position 2, elle est de $11.65\ \mu\text{m}$.

Conclusion

Nous avons décrit en détail la fonction du système d'imagerie, et en particulier nous avons caractérisé les propriétés de la caméra et les différentes sources de bruit. La résolution finale du système d'imagerie est de $\sim 10\ \mu\text{m}$. Nous avons également déterminé *in situ* la taille effective d'un pixel de la caméra - $11.65\ \mu\text{m}$ après temps de vol 3D - et l'efficacité de détection.

Résumé du schéma expérimental

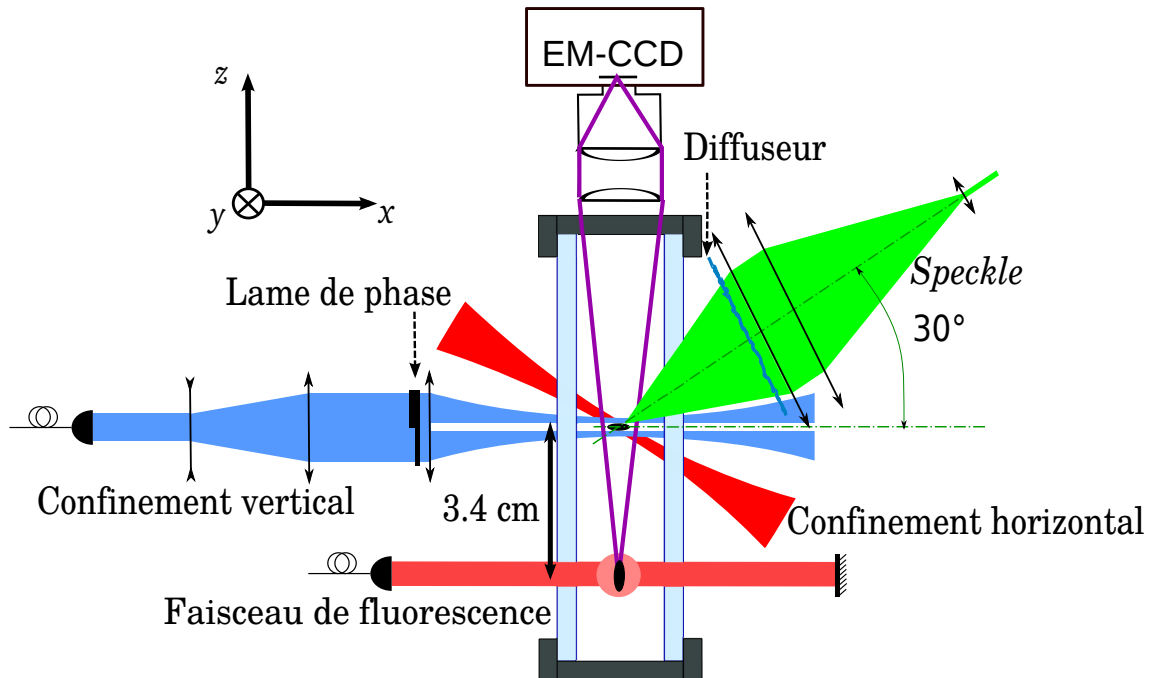


FIGURE 3.9 – Résumé du schéma expérimental. On représente le confinement 2D et horizontal, le potentiel désordonné de speckle et l'imagerie par fluorescence après un temps de vol 3D.

Nous résumons sur la figure 3.9 l'ensemble des caractéristiques de l'expérience. Les valeurs numériques correspondent à la version de l'expérience de la Partie 2 [6]. A la fin du refroidissement, le gaz de Bose est confiné à 2D verticalement par un piège de fréquences d'oscillation 1.5 kHz. Il est confiné horizontalement dans un piège dipolaire très décomprimé de fréquences d'oscillation 8 Hz et 15 Hz. Les gaz obtenus contiennent typiquement entre 20000 et 60000 atomes à une température de 65 nK.

Le désordre, que l'on peut allumer alors que le gaz est piégé (Partie 2) ou alors que le gaz s'étend horizontalement dans le plan 2D (Partie 3), est obtenu par une figure de speckle. Le potentiel désordonné est anisotrope d'un facteur 2 et ses longueurs de corrélation dans le plan sont $\sigma_x \sim 0.5 \mu\text{m}$ et $\sigma_y \sim 1 \mu\text{m}$. L'amplitude du potentiel peut être contrôlé en changeant la puissance du faisceau laser, et la valeur maximale atteignable dans notre configuration actuelle est $\sim k_B.60 \text{ nK}$.

6. Dans la Partie 3, nous présentons des résultats expérimentaux antérieurs et nous précisons que les valeurs des paramètres sont légèrement différents.

Après l'expérience, les atomes sont imagés par fluorescence. Deux configurations sont possibles. Une configuration d'imagerie dans le plan 2D, pour les expériences d'expansion 2D, et une configuration d'expansion après temps de vol 3D, pour mesurer des distributions d'impulsion.

Deuxième partie

Effet du désordre sur la cohérence d'un gaz de Bose bidimensionnel autour de la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless

Transition Superfluide dans les gaz de Bose 2D

Le « jargon » n'est pas un instrument de paraître, comme on le suggère avec une malveillance inutile ; le « jargon » est une imagination (il choque d'ailleurs comme elle), l'approche du langage métaphorique dont le discours intellectuel aura un jour besoin.

Critique et vérité
Roland Barthes

L'étude des gaz de Bose à deux dimensions (2D) n'est pas une simple transposition de la physique et des phénomènes que l'on connaît à trois dimensions. La réduction des degrés de liberté influence jusqu'à la nature des transitions de phase. Un exemple caractéristique est l'absence de condensation de Bose-Einstein pour un gaz de Bose homogène à 2D [Petrov 04]. A basse température, et à cause de la dimension réduite, les fluctuations de phase restent importantes et empêchent l'apparition d'ordre à longue portée. Néanmoins, le gaz de Bose 2D à température non nulle subit une transition de phase vers un état superfluide, la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless (BKT). L'importance de cette transition dans des systèmes de matière condensée conduit à se poser la question de l'influence sur cette transition des paramètres extérieurs au système. Un des principaux ingrédients extérieurs est le désordre, qui modifie l'homogénéité du gaz et la nature des transitions.

Dans cette partie introductive, nous souhaitons rassembler quelques caractéristiques essentielles des gaz de Bose bidimensionnels et de la transition BKT, sans aspirer à la rigueur d'un exposé théorique ni à l'exhaustivité et à la généralité. Nous renvoyons le lecteur intéressé par une présentation plus détaillée aux références dans lesquelles nous avons puisé certains résultats présentés ci-dessous [Hadzibabic 09, Petrov 04, Heritier 07, Castin 01]. L'objectif de cette introduction est de présenter les grandeurs qui caractérisent notre système et les concepts clés que nous allons étudier. Nous présenterons également un état des connaissances actuelles, expérimentales et théoriques, sur la transition BKT dans les gaz de Bose 2D, dans des systèmes continus.

4.1 Gaz de Bose 2D idéal et condensation de Bose Einstein

4.1.1 Gaz idéal homogène

Nous considérons pour commencer un gaz de Bose 2D homogène¹. Un tel gaz, contrairement à son équivalent 3D, ne subit pas de transition de condensation de Bose-Einstein pour $T \neq 0$. Nous pouvons illustrer cette propriété remarquable en considérant un gaz idéal². A deux dimensions, sans interaction, la densité d'atomes des niveaux excités s'écrit, dans l'approximation semi-classique :

$$n_{\text{exc}} = \int_0^\infty \frac{D(E)}{e^{\beta(E-\mu_0)} - 1} dE, \quad (4.1)$$

où $\beta = 1/k_B T$, avec k_B la constante de Boltzmann et T la température, $D(E) = m/2\pi\hbar^2$ est la densité d'état à 2D indépendante de l'énergie E , et $\mu_0 < 0$ est le potentiel chimique. On obtient :

$$n_{\text{exc}} \lambda_T^2 = -\ln(1 - e^{\beta\mu_0}). \quad (4.2)$$

Comme cette expression diverge pour $\mu_0 \rightarrow 0$, il existe une valeur de $\mu_0 < 0$ qui vérifie cette égalité quelque soit la densité dans l'espace des phases. Les niveaux excités ne saturent jamais et l'état fondamental n'est jamais macroscopiquement peuplé. Il n'y a pas de condensation de Bose-Einstein à 2D pour un gaz idéal homogène.

4.1.2 Gaz idéal dans un piège

Dans la plupart des expériences et en particulier dans la nôtre, le gaz n'est pas homogène mais confiné dans un piège harmonique. Cela modifie sensiblement les résultats précédents. En particulier, pour le gaz idéal, la densité dans l'espace des phases devient :

$$n_{\text{exc}}(\mathbf{r}) \lambda_T^2 = -\ln\left(1 - e^{\beta(\mu_0 - \frac{1}{2}m\omega^2 r^2)}\right). \quad (4.3)$$

Cette expression ne diverge plus quand $\mu \rightarrow 0$ et en particulier quand $\mu = 0$, le nombre d'atomes critique qui sature les états excités est :

$$N_{\text{exc}} = \int_0^\infty n(\mathbf{r}, \mu_0 = 0) d\mathbf{r} = \frac{\pi^2}{6} \left(\frac{k_B T}{\hbar\omega}\right)^2. \quad (4.4)$$

Le gaz de Bose idéal dans un piège harmonique subit donc la condensation de Bose-Einstein. Sur ce point, notons que la densité dans l'espace des phases au centre du piège à la condensation ($\mu_0 = 0$, $r = 0$) est infinie, révélant le caractère critique de cet exemple du gaz sans interaction. La prise en compte des interactions du gaz (répulsives, car c'est le cas de notre expérience) est cruciale. En effet, dans l'exemple du gaz piégé développé ci-dessus, les interactions répulsives, même faibles, vont dépléter le centre du piège, empêcher d'atteindre une densité infinie au centre et donc empêcher la condensation.

1. C'est à dire non piégé, ou piégé dans une boîte dont on ferait tendre la taille vers l'infini.

2. C'est à dire un gaz sans interaction.

4.2 Effet des interactions - Superfluidité

4.2.1 Absence de condensation à 2D

A température faible, mais non nulle, la fonction de corrélation de l'opérateur champ $\langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})\hat{\Psi}(0) \rangle$ décroît algébriquement vers 0 à l'infini [Petrov 00] et il n'y a pas d'ordre à longue portée. Ce résultat peut être généralisé. L'absence de condensation pour un gaz 2D homogène est lié à l'impossibilité de toute transition de phase qui brise la symétrie. Ce résultat est connu sous le nom de théorème de Mermin-Wagner-Hohenberg [Mermin 66, Hohenberg 67] et démontre que les fluctuations thermiques de basse énergie détruisent l'ordre à longue portée à toute température non nulle, dans tout système 2D en interaction à courte portée qui est décrit par un Hamiltonien à symétrie continue. Les fluctuations favorisent la symétrie du Hamiltonien et empêchent une transition de phase qui brise la symétrie.

En revanche, le gaz de Bose en interaction à faible température est superfluide. La présence des interactions est un élément essentiel pour la transition vers l'état superfluide.

4.2.2 Paramètre d'interaction

En théorie, le Hamiltonien d'un gaz de Bose libre, 2D, en interaction s'écrit [Cohen-Tannoudji 83] :

$$\hat{H} = \int dx dy \hat{\Psi}^\dagger(x, y) \left[-\frac{\hbar^2 \Delta}{2m} + \frac{g^{2D}}{2} \hat{\Psi}^\dagger \hat{\Psi} \right] \hat{\Psi}(x, y), \quad (4.5)$$

où $\hat{\Psi}$ est l'opérateur champ et g^{2D} le paramètre d'interaction. Dans l'expérience, le gaz n'est pas 2D par nature mais est confiné à 2D par un piègeage harmonique vertical. Il a une dynamique 2D si la fréquence d'oscillation du piège 2D est grande devant la température du gaz (voir chapitre 1.3), $k_B T \ll \hbar \omega_z$, qui s'écrit aussi $a_z \ll \lambda_T$, avec $a_z = \sqrt{\hbar/m\omega_z}$ la taille de l'oscillateur harmonique vertical, et λ_T la longueur d'onde de De Broglie. A cette condition, les niveaux excités de l'oscillateur harmonique sont faiblement peuplés et la dynamique dans cette direction est gelée.

Cependant, la condition pour que les interactions soient aussi 2D est différente. La constante d'interaction à deux corps pour un gaz confiné à 2D s'écrit [Petrov 00] :

$$g^{2D} = \frac{\sqrt{8\pi}\hbar^2}{m} \frac{1}{a_z/a_s + \ln(\hbar\omega_z/2\pi\mu_0)/\sqrt{2\pi}}, \quad (4.6)$$

où a_s est la longueur de diffusion à 3D. Pour le Rubidium, $a_s \sim 5.3$ nm. Pour connaître le caractère 2D de la diffusion, il ne faut plus comparer a_z à λ_T , mais a_z à a_s . La limite de diffusion 2D s'obtient pour $a_s \gg a_z$. Notre expérience se trouve dans la limite inverse : $a_s \ll a_z$ [3]. Les interactions sont donc essentiellement 3D, avec un paramètre d'interaction renormalisé, qui ne dépend pas de la densité :

$$g^{2D} = g = \frac{\hbar^2 \sqrt{8\pi} a_s}{m a_z}. \quad (4.7)$$

3. En pratique, $a_s \sim 5.3$ nm et $a_z \sim 278$ nm.

On note généralement :

$$\tilde{g} = \frac{\sqrt{8\pi}a_s}{a_z}, \quad (4.8)$$

la constante de couplage adimensionnée.

4.2.3 Superfluidité

La superfluidité est une caractéristique dynamique du gaz. Le caractère superfluide du gaz de Bose 2D en interaction peut être mis en évidence en étudiant les excitations qui peuvent se propager dans le gaz, et en particulier leur énergie. On peut le faire dans le cadre de la méthode de Bogoliubov. Le point de départ de cette méthode est une fonction d'onde macroscopique du condensat à laquelle on ajoute des fluctuations que l'on caractérise. Il faut noter qu'à 2D, puisqu'il n'y a pas de condensat, nous devons adapter cette méthode [Mora 03]. Les fluctuations de densité sont supposées petites, ce qui est vérifié à la fin du traitement. Le paramètre d'ordre s'écrit sous une forme densité-phase :

$$\psi(\mathbf{r}) = \sqrt{n(\mathbf{r})}e^{i\theta(\mathbf{r})}, \quad (4.9)$$

On considère les fluctuations de densité $\delta n(\mathbf{r}) = n(\mathbf{r}) - n_0(\mathbf{r})$ et les fluctuations de phase $\theta(\mathbf{r})$. La méthode de Bogoliubov, détaillée dans [Mora 03, Hadzibabic 09], conduit au spectre des excitations. L'énergie d'une excitation de vecteur d'onde \mathbf{k} obéit à :

$$E(\mathbf{k}) = \sqrt{\frac{\hbar^2 k^2}{2m} \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + 2gn \right)}. \quad (4.10)$$

Les excitations de basse énergie (k faible) ont donc une relation de dispersion de type phononique :

$$E(\mathbf{k}) = C.k, \quad (4.11)$$

où $C = \sqrt{\frac{\hbar^2 gn}{m}}$ est une constante.

Argument de Landau de la superfluidité : Cette relation de dispersion traduit directement le caractère superfluide du gaz. En effet, un fluide en écoulement à la vitesse \mathbf{v} ne peut opposer une résistance à l'écoulement qu'en échange de la création d'excitations dans le fluide, dont l'énergie $E(\mathbf{k})$ vérifie (4.11). La conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement du fluide lors de la création de l'excitation ainsi que la relation de dispersion phononique, imposent :

$$\mathbf{v} > C/\hbar. \quad (4.12)$$

Cet exemple simple montre qu'en dessous de la vitesse critique C/\hbar , le fluide s'écoule sans résistance. Il est superfluide.

4.3 Fluctuations de densité réduite

Le traitement de Bogoliubov précise aussi les contributions des fluctuations de densité et de phase. Un résultat important est que les fluctuations de densité sont réduites quand la

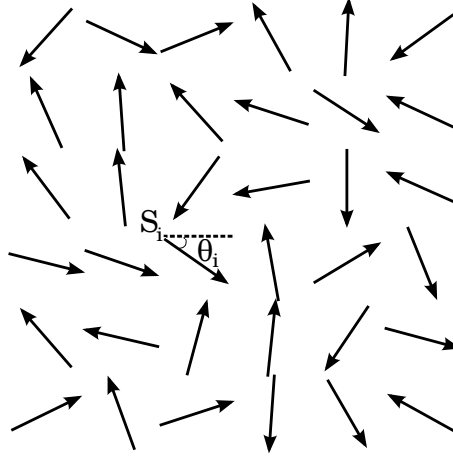


FIGURE 4.1 – Représentation du modèle XY. Des spins \mathbf{S}_i peuvent tourner dans le plan. Ils sont repérés par l'angle $\{\theta_i\}$. Les spins interagissent avec leurs premiers voisins.

densité dans l'espace des phases augmente. Une estimation de l'importance des fluctuations de densité est [Hadzibabic 09] :

$$\frac{\Delta n^2}{n^2} \sim \frac{2}{n\lambda_T^2} \ln\left(\frac{k_B T}{2gn}\right), \quad (4.13)$$

qui, par exemple, pour nos paramètres expérimentaux, vaut ~ 0.3 autour de la transition. Cette formule n'est valable que si $k_B T \gg gn$. Au contraire, les fluctuations de phase ont une contribution importante, qui est responsable, comme nous l'avons vu, de la destruction de l'ordre à longue portée.

Dans la limite où les fluctuations de densité sont réduites, le Hamiltonien de l'équation (4.5) prend la forme :

$$H = \frac{\hbar^2}{2m} \int n(\nabla\theta)^2 dx dy .[4] \quad (4.14)$$

Nous allons voir que cette forme du Hamiltonien est identique à celle du Hamiltonien du modèle XY dans l'approximation « ondes de spins ».

4.4 Phénoménologie du modèle XY

Nous décrivons ici le modèle XY. Ce modèle est historiquement le cadre dans lequel a été étudié la transition BKT. Il est équivalent au gaz de Bose 2D dans la limite des très basses températures, et certains résultats obtenus pour ce modèle peuvent être transposés au gaz de Bose.

4.4.1 Présentation du modèle XY

Le modèle XY est un modèle de spins sur réseau qui peuvent tourner continûment dans le plan 2D, comme représenté sur la figure 4.1. Il faut noter qu'il y a un et un seul

4. Nous nous plaçons dans la limite à basse température où tout le fluide est superfluide ($n \sim n_s$). Le terme lié aux interactions devient une constante que l'on peut omettre.

spin par nœud du réseau. L'état du système est donc repéré par l'ensemble des angles des spins $\mathbf{S}_i : \{\theta_i\}$. On note $J \cos(\theta_i - \theta_j)$ l'interaction entre deux spins voisins aux sites (i, j) et on ne considère que cette interaction. Le Hamiltonien du système est :

$$H = -J \sum_{(i,j)} \cos(\theta_i - \theta_j) . \quad (4.15)$$

Ce modèle est classique et possède une symétrie continue par rotation ($SO(2)$).

4.4.2 Fonction de corrélation

Dans ce modèle, nous pouvons calculer la fonction de corrélation de spin :

$$g(\mathbf{r}) = \langle \vec{S}(\mathbf{r}) \vec{S}(0) \rangle = \langle e^{i(\theta(\mathbf{r}) - \theta(0))} \rangle . \quad (4.16)$$

A haute température ($k_B T \gg J$) : elle s'écrit [Heritier 07] :

$$g(\mathbf{r}) \sim e^{-r/l} , \quad (4.17)$$

avec $l = 1/\ln(k_B T/J)$. Dans cette limite, la fonction de corrélation décroît exponentiellement.

A basse température ($k_B T \ll J$) : on peut se placer dans l'approximation d'ondes de spin dans laquelle $\theta_i - \theta_j \ll 1$ et $\cos(\theta_i - \theta_j) \sim 1 - \frac{\nabla\theta^2}{2}$. Le Hamiltonien s'écrit alors, en passant à la limite continue :

$$H = \frac{J}{2} \int (\nabla\theta)^2 d\mathbf{r} , \quad (4.18)$$

et le calcul de la fonction de corrélation conduit à [Heritier 07] :

$$g(\mathbf{r}) \sim r^{-\eta(T)} , \quad (4.19)$$

avec $\eta(T) = k_B T/2\pi J$. Dans cette limite, la fonction de corrélation décroît jusqu'à 0 à l'infini (en conformité avec le théorème de Mermin-Wagner-Hohenberg) mais algébriquement, c'est à dire beaucoup plus lentement qu'à haute température. Ces deux calculs impliquent une transition où la fonction de corrélation change de comportement. Notons qu'une transition qui ne brise pas la symétrie n'est pas interdite par le théorème de Mermin-Wagner-Hohenberg.

4.4.3 Equivalence avec le gaz de Bose

Le Hamiltonien de l'équation (4.18) est formellement équivalent au Hamiltonien de l'équation (4.14) obtenu pour le gaz de Bose 2D, soulignant l'analogie forte entre les deux modèles. Cette analogie n'est stricte qu'à très faible température, car le modèle XY ne considère que des variations de phase, à densité fixe. Pour que l'analogie soit rigoureuse, il faut donc que les fluctuations de densité du gaz 2D soient supprimées, à très basse température. Néanmoins, l'image reste qualitativement valable autour de la transition où les fluctuations de densités sont déjà réduites. Les résultats du modèle XY , y compris ceux pour la transition, fournissent des informations sur ce qui se passe dans le gaz de Bose, et en particulier le modèle microscopique de la transition est analogue [Hadzibabic 06].

4.4.4 Transition BKT

Le mécanisme microscopique de la transition entre la phase de haute température [fonction de corrélation exponentielle - phase normale] et la phase de basse température [fonction de corrélation algébrique - phase superfluide] a été décrit par Berezinskii, Kosterlitz et Thouless [Berezinskii 71, Kosterlitz 73]. Il implique la présence de singularités de phase localisées en un point de l'espace, appelées vortex. La circulation de la phase sur un contour fermé, qui contient le vortex, est un multiple de 2π :

$$\int \nabla\theta d\mathbf{r} = 2\pi p, \quad p \in \mathbb{Z} \text{ est la charge du vortex.} \quad (4.20)$$

Au dessus de la transition, les vortex prolifèrent et détruisent la superfluidité⁵. A la transition, les vortex de charge opposée s'apparient et ne jouent plus de rôle à grande échelle.

4.4.5 Saut de la densité superfluide

Pour un système homogène, la fraction superfluide subit un saut discontinu à la transition [Nelson 77]. Ce résultat peut être retrouvé par un raisonnement énergétique [Hadzibabic 09]. En effet, l'équation (4.20) entraîne :

$$\nabla\theta = \frac{p}{r} \mathbf{e}_\theta. \quad (4.21)$$

Pour un gaz de Bose superfluide, cela correspond à une vitesse tangentielle :

$$\mathbf{v} = \frac{\hbar}{m} \nabla\theta. \quad (4.22)$$

S'il y a une densité d'atomes superfluide n_s , elle va tourner à la vitesse \mathbf{v} . Au centre du vortex est présent un cœur non superfluide dont la taille caractéristique est la longueur de cicatrisation ξ (healing length). Cela assure que la vitesse du fluide en ce point ne diverge pas. L'énergie cinétique d'un vortex est donc :

$$E = \frac{\hbar^2 \pi}{m} n_s \ln \left(\frac{R}{\xi} \right), \quad (4.23)$$

où R est le rayon du système total, et son entropie est⁶ :

$$S = 2k_B \ln \left(\frac{R}{\xi} \right). \quad (4.24)$$

L'énergie libre associée est donc :

$$F = \frac{1}{2\beta} (n_s \lambda_T^2 - 4) \ln \left(\frac{R}{\xi} \right). \quad (4.25)$$

On constate que si $n_s \lambda_T^2 > 4$ la création de vortex est défavorable, le superfluide est stable. En revanche, si $0 < n_s \lambda_T^2 < 4$, la création de vortex est favorable et la prolifération de ces derniers détruit la superfluidité. Ce calcul illustre le saut de la densité superfluide à la transition qui passe de 0 à $4/\lambda_T^2$ [Nelson 77].

5. La notion même de vortex n'a de sens que proche de la transition car si la phase fluctue fortement d'un spin à l'autre, on ne peut pas distinguer les vortex.

6. On calcule l'entropie $S = k_B \ln \Omega$ où Ω est le nombre de positions possibles pour le vortex.

4.5 Loi d'échelle et universalité

Le gaz de Bose 2D possède une propriété d'invariance d'échelle : toute grandeur thermodynamique adimensionnée ne dépend pas indépendamment du potentiel chimique μ_0 et de la température T mais uniquement du rapport μ_0/T . Cela est une conséquence du fait qu'il n'y a pas dans le système d'autre énergie caractéristique pour adimensionner μ_0 et T séparément. En effet, le paramètre d'interaction 2D, \tilde{g} , étant sans dimension, il ne fournit pas d'unité de longueur caractéristique.

Cette invariance d'échelle a été vérifiée expérimentalement pour les gaz de Bose dans les groupes de J. Dalibard [Rath 10a, Yefsah 11] et de C.Chin [Hung 11]. Ces équipes ont mesuré des profils de densité $n(\mathbf{r})$ qui leur ont permis d'accéder à différentes grandeurs thermodynamiques comme la densité dans l'espace des phases :

$$D = n(0)\lambda_T^2, \quad (4.26)$$

la pression réduite :

$$P = \left(\frac{\hbar\omega}{k_B T} \right)^2 N, \quad (4.27)$$

ou encore l'entropie par particule :

$$S = 2k_B \frac{P}{D} - \frac{\mu_0}{T}. \quad (4.28)$$

Si on trace ces grandeurs en fonction de μ_0/T pour des expériences effectuées avec différents μ_0 et T , toutes les données tombent sur la même courbe comme on peut le voir sur la figure 4.2. Cette courbe n'est cependant pas tout à fait universelle car elle dépend de \tilde{g} .

Une autre propriété, plus forte, est l'universalité de la variation des grandeurs thermodynamiques autour de la transition BKT [Prokof'ev 02]. Dans cette région, les grandeurs thermodynamiques ne dépendent que du rapport :

$$X = \frac{\mu_0 - \mu_c}{k_B T \tilde{g}}, \quad (4.29)$$

où μ_c est le potentiel chimique à la transition BKT. Cette universalité a été observée dans le groupe de C. Chin [Hung 11].

4.6 Signatures expérimentales de la transition BKT

4.6.1 Densité critique

Le modèle XY et la théorie BKT apportent des informations importantes sur le mécanisme de la transition, mais ne donnent pas la position exacte du point critique de la transition dans l'espace des phases. Ce problème a été abordé, pour les gaz 2D, par des simulations Monte-Carlo [Prokof'ev 01]. La valeur obtenue pour la densité critique dans l'espace des phases est :

$$n_c \lambda_T^2 = D_c = \ln \left(\frac{380 \pm 3}{\tilde{g}} \right). \quad (4.30)$$

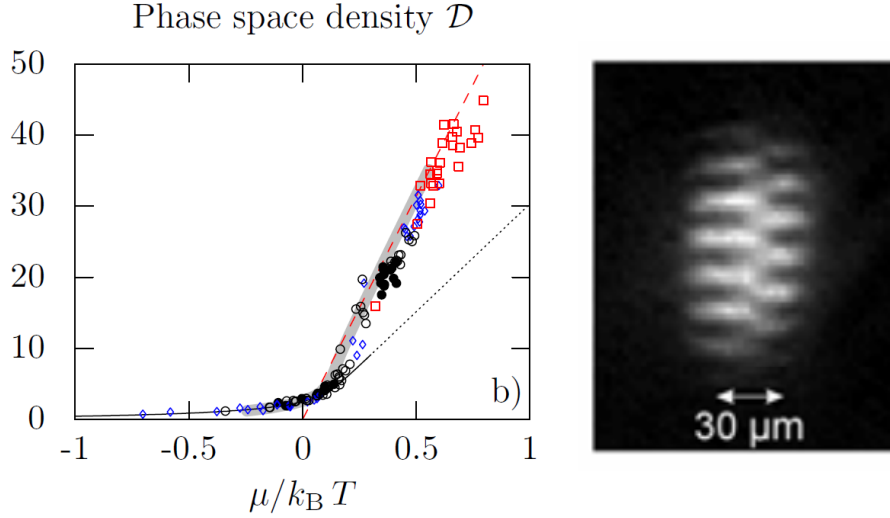


FIGURE 4.2 – *Gauche* : Image extraite de [Yefsah 11]. Densité dans l'espace des phases en fonction de $\mu_0/k_B T$. Les différentes couleurs correspondent à des paramètres expérimentaux différents. *Droite* : Image extraite de [Hadzibabic 06]. Figure d'interférence de deux gaz de Bose 2D. La dislocation témoigne de la présence d'un vortex (défaut de phase).

Du fait de la dépendance faible (logarithmique), les expériences avec des gaz de Bose continus 2D présentent toutes des valeurs de D_c assez proches ($D_c \sim 7 - 10$). Pour notre expérience, où $\tilde{g} = 0.096$, nous obtenons :

$$D_c = 8.28 . \quad (4.31)$$

4.6.2 Fraction superfluide

Expérimentalement, la signature la plus directe de la transition BKT est l'apparition d'une fraction superfluide. Cette grandeur est d'autant plus caractéristique qu'elle est discontinue pour un système homogène⁷. Pour des atomes confinés dans un piège harmonique, la densité $n(\mathbf{r})$ dépend de la position et est maximale au centre du piège. La densité critique n_c va être atteinte d'abord localement au centre du piège. La mesure d'une fraction superfluide n'est pas aisée expérimentalement, en particulier car la superfluidité est une propriété dynamique. Des propositions d'expériences [Ho 09, Cooper 10] sont présentées dans les perspectives de ce travail. Au cours de la rédaction de ce manuscrit, l'équipe de J. Dalibard [Desbuquois 12] a rapporté une première mesure directe du caractère superfluide d'un gaz, en déplaçant un obstacle dans le fluide formé par un faisceau laser focalisé à un rayon donné du piège (donc à densité dans l'espace des phases constante dans l'image de l'approximation de densité locale). En observant la réponse du fluide et en particulier le chauffage créé, la position de la transition superfluide peut être déterminée.

7. Pour un gaz piégé, on s'attend à ce que le saut soit adouci.

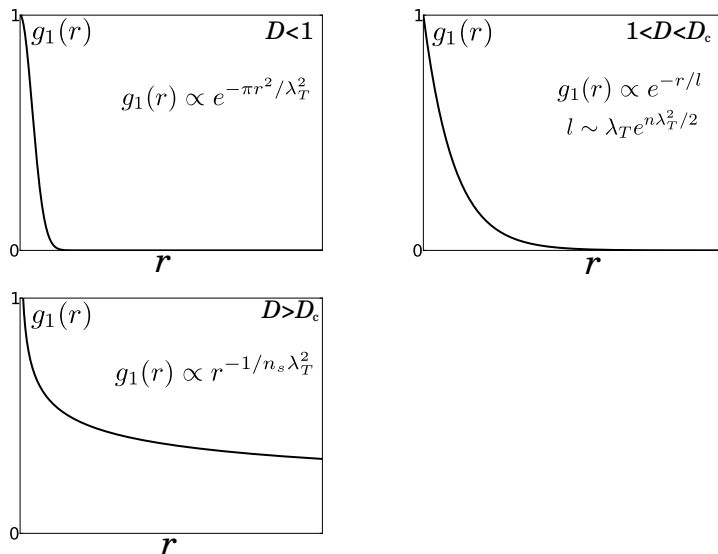


FIGURE 4.3 – Comportement de la fonction de corrélation du premier ordre g_1 en fonction de la dégénérescence. A faible dégénérescence, g_1 décroît comme une gaussienne de largeur $\lambda_T/\sqrt{2\pi}$. Quand le gaz est dégénéré mais encore dans la phase normale, g_1 décroît exponentiellement avec une longueur caractéristique d'ordre λ_T . Dans la phase superfluide, g_1 décroît algébriquement avec un exposant inférieur à $1/4$.

4.6.3 Observation des vortex

Une autre signature importante de la transition est l'appariement de vortex. L'observation de la prolifération de vortex libres au dessus de la transition a été un point important de la validation de la théorie BKT dans les gaz d'atomes froids. Pour cela, le groupe de J. Dalibard [Hadzibabic 06] a observé la figure d'interférence de deux gaz 2D superfluides. Les vortex, en tant que singularités de phase, créent une dislocation dans la figure d'interférence, comme on peut le voir sur la figure 4.2. Quand la température du nuage est abaissée, le nombre de vortex libres observés diminue. La disparition des vortex libres accompagne la transition BKT.

4.6.4 Longueur de cohérence

Une signature caractéristique de la transition BKT est le changement de comportement de la fonction de corrélation du premier ordre :

$$g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \delta\mathbf{r}) = \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r} + \delta\mathbf{r}) \rangle, \quad (4.32)$$

qui décroît exponentiellement dans la phase normale dégénérée (voir l'équation (4.17)) et algébriquement dans la phase superfluide (voir l'équation (4.19)). Dans la phase normale non dégénérée, la fonction de corrélation a une décroissance gaussienne [Hadzibabic 09]. Le comportement de g_1 est résumé et illustré sur la figure 4.3.

La longueur de cohérence est définie comme la longueur caractéristique sur laquelle décroît la fonction de corrélation du premier ordre g_1 . Pour le gaz homogène, on peut

parler de la longueur de cohérence de cette façon car $g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \delta\mathbf{r}) = g_1(\delta\mathbf{r})$ ne dépend que de la distance $\delta\mathbf{r}$, par homogénéité spatiale. Dans un piège harmonique, il faut définir une longueur de cohérence globale [Cohen-Tannoudji 01] qui est la longueur de décroissance de la fonction de cohérence globale, que l'on obtient en intégrant la fonction g_1 :

$$G(\delta\mathbf{r}) = \int g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \delta\mathbf{r}) d\mathbf{r} . \quad (4.33)$$

Avec cette définition généralisée, on retrouve bien la définition de la longueur de cohérence dans le cas homogène.

Mesure dans l'espace réel : Il est possible de mesurer directement la fonction de corrélation, par exemple par spectroscopie de Bragg [Stenger 99, Richard 03] ou en faisant interférer deux copies du nuage, décalées d'une distance $\delta\mathbf{r}$ [Cladé 09].

Dans le domaine des gaz 2D, la mesure directe de la longueur de corrélation a été réalisée par interférence de deux condensats dans le groupe de W.D. Phillips [Cladé 09]. Les auteurs ont observé que dans la phase normale, la fonction de corrélation s'élargit, mais décroît vers 0 sur la taille du nuage. Dans la phase superfluide, g_1 est non nulle sur les bords du nuage. Dans un piège harmonique, les effets de taille finie jouent un rôle sur la cohérence. En effet, si la fonction de corrélation décroît rapidement, elle sera nulle sur les bords du piège. Mais dans la phase superfluide où la fonction de corrélation décroît algébriquement, donc lentement, elle ne sera pas nulle aux bords du piège, ce qui entraîne une cohérence à l'échelle du nuage piégé et l'apparition d'une fraction condensée. De ce point de vue, le gaz subit une condensation de Bose-Einstein induite par la transition BKT [Hadzibabic 09]. La longueur de cohérence dépasse alors la taille du piège.

Mesure de la transformée de Fourier : La fonction de cohérence globale $G(\delta\mathbf{r})$ est la transformée de Fourier de la distribution d'impulsion du gaz, grandeur que l'on sait mesurer par temps de vol. En effet :

$$G(\delta\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r} \langle \mathbf{r} | \hat{\Psi} \rangle \langle \hat{\Psi} | \mathbf{r} + \delta\mathbf{r} \rangle , \quad (4.34)$$

$$= \int d\mathbf{r} d\mathbf{k} d\mathbf{k}' \langle \mathbf{r} | \mathbf{k} \rangle \langle \mathbf{k} | \hat{\Psi} \rangle \langle \hat{\Psi} | \mathbf{k}' \rangle \langle \mathbf{k}' | \mathbf{r} + \delta\mathbf{r} \rangle , \quad (4.35)$$

$$= \int d\mathbf{k} e^{-i\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{r}} \langle \mathbf{k} | \hat{\Psi} \rangle \langle \hat{\Psi} | \mathbf{k} \rangle , \quad (4.36)$$

$$= \text{TF} [n(\mathbf{k})] . \quad (4.37)$$

Quelques mesures de distribution d'impulsion ont été rapportées dans des gaz 2D autour de la transition BKT. Dans [Tung 10], les auteurs ont mesuré la distribution d'impulsion par une méthode de refocalisation du nuage et ont observé qu'au passage de la transition (pour $D = D_c$, voir équation (4.30)), la distribution devient très piquée, synonyme d'une grande longueur de cohérence. Des mesures de temps de vol ont été rapportées dans [Krüger 07, Cladé 09]. Les mesures relient l'augmentation de la cohérence à la transition BKT.

Il faut noter que la cohérence n'est pas une observable directement reliée à la transition elle-même. Comme on peut le voir sur la figure 4.3, même dans la phase normale,

la longueur de cohérence augmente, exponentiellement avec la densité dans l'espace des phases. Des simulations [Bisset 09] ont montré que les effets de taille finie (présence du piège) induisent l'apparition de cohérence avant la transition elle-même. On ne s'attend donc pas à voir un saut brutal de la cohérence. Néanmoins, la cohérence reste liée à la forme de la fonction de corrélation et son comportement doit changer à la transition. C'est une observable importante à considérer. D'autre part, même si c'est une observable facilement accessible expérimentalement, il n'y avait pas d'étude expérimentale détaillée du comportement de la distribution d'impulsion pour des gaz 2D autour de la transition BKT avant ce travail de thèse.

Sur ce point, nous pouvons commenter les mesures de distribution d'impulsion réalisées par temps de vol. La mesure réalisée dans [Krüger 07] correspond à un temps de vol de t_{TOF} assez court, tel que $(\omega_x t_{\text{TOF}})^2 \sim 1.7$, où ω_x est la fréquence d'oscillation du piège final. La condition $(\omega_x t_{\text{TOF}})^2 \gg 1$ n'est pas vérifiée et on s'attend à ce que le profil après expansion ne représente pas bien la distribution d'impulsion du gaz. Dans [Cladé 09], $(\omega_{\perp} t_{\text{TOF}})^2 \sim 1.6$ et la même conclusion peut être tirée. Dans [Tung 10], la distribution est obtenue par une technique de refocalisation. La mesure est bien représentative de la distribution d'impulsion. Mais les auteurs n'ont présenté qu'une étude qualitative de la forme de la distribution au voisinage de la transition, en particulier dans la phase normale dégénérée.

Conclusion

La présentation des propriétés principales de la transition BKT dans les gaz de Bose 2D nous a permis d'introduire les spécificités de cette transition vers l'état superfluide. Nous avons en particulier insisté sur le comportement des propriétés de cohérence, qui sont modifiées à la transition BKT. La cohérence du système n'est pas un marqueur rigoureux de la transition, comme peut l'être l'apparition d'une fraction superfluide. Cependant, c'est une grandeur caractéristique importante dont le comportement est intimement lié à l'état superfluide ou normal du gaz et qui peut être obtenue expérimentalement par mesure de temps de vol.

Caractérisation de la cohérence autour de la transition BKT

Ce sont des faits. Et les faits sont la chose la plus obstinée du monde. Mais ce qui nous intéresse maintenant c'est ce qui va suivre, et non les faits déjà accomplis.

Le maître et Marguerite
Mikhaïl Boulgakov

Les propriétés de cohérence pouvant être sondées expérimentalement par mesure de temps de vol, nous souhaitons étudier leur comportement autour de la transition BKT. Dans ce chapitre, nous nous intéressons dans un premier temps aux propriétés de cohérence en l'absence de désordre. Nous détaillons notre analyse des profils expérimentaux, et les observables que nous extrayons pour caractériser quantitativement la cohérence du gaz. Les données expérimentales sont comparées à un modèle de champ moyen, ce qui nous permet d'extraire des grandeurs physiques du gaz. Elles sont aussi comparées à des simulations Monte-Carlo quantiques pour valider la pertinence des résultats obtenus et déterminer d'autres grandeurs qui nous seront nécessaires. Ces résultats ont été publiés dans [Plisson 11].

5.1 Description de l'expérience

Nous préparons un gaz froid confiné à deux dimensions, comme expliqué dans le chapitre 1. Le piège harmonique final, dans lequel le gaz atteint l'équilibre thermodynamique, a des fréquences d'oscillations de :

$$\omega_x/2\pi = 8 \text{ Hz} \quad (5.1)$$

$$\omega_y/2\pi = 15 \text{ Hz} \quad (5.2)$$

$$\omega_z/2\pi = 1.5 \text{ kHz} . \quad (5.3)$$

Le gaz d'atome a une température caractéristique de $T \sim 64.5 \text{ nK}$ et un nombre d'atomes que nous varions de 20000 à 60000. Avec nos paramètres, $k_B T / \hbar \omega_z = 0.9$, la dynamique du gaz est donc 2D et 70% des atomes sont dans le niveau fondamental. Pour sonder les propriétés du gaz autour de la transition BKT, nous changeons le nombre d'atomes dans le piège final. Pour cela, on rend simplement le chargement du piège dipolaire moins optimal en début de cycle, ce qui réduit le nombre d'atomes à la fin. Cependant, comme on peut le voir sur la figure 5.1, cela n'a pas d'influence sur la température finale qui reste constante

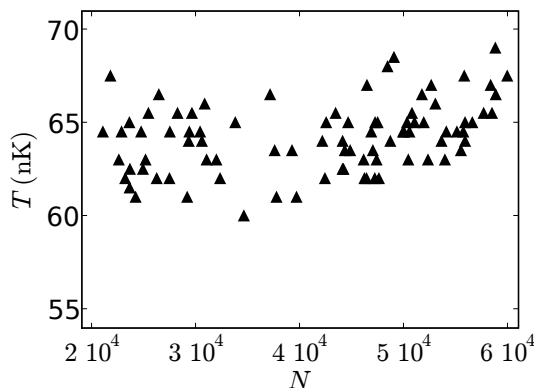


FIGURE 5.1 – Température du nuage en fonction du nombre d’atomes. Lorsque l’on varie le nombre d’atomes en modifiant le chargement, la température des atomes ne varie pas à l’incertitude près sur la mesure de la température.

à

$$T = 64.5 \pm 2 \text{ nK} . \quad (5.4)$$

Dans cette configuration, nous pouvons ajouter du désordre. Nous présentons l’ajout de désordre et sa conséquence sur le gaz dans le chapitre suivant. Nous commençons par l’étude de la distribution d’impulsion et de l’émergence de la cohérence en l’absence de désordre. Pour mesurer la distribution d’impulsion du gaz, nous coupons le piège et laissons les atomes tomber. Au bout d’un temps de 84.5 ms, nous faisons l’image des atomes par fluorescence, comme présenté dans le chapitre 3.

5.2 Remarque sur la distribution *in-situ*

Même si notre étude est fondée sur l’étude de la cohérence, qui elle-même est révélée par la distribution d’impulsion, la mesure de la densité du gaz *in-situ* (dans l’espace réel) présenterait un grand intérêt, en particulier du fait que cette grandeur a été étudiée en détail [Rath 10a, Holzmann 08a]. Elle permet d’accéder à de nombreuses grandeurs thermodynamiques, grâce notamment à la valeur de la densité au centre du piège comme le montrent les équations (4.26), (4.27) et (4.28). La raison de l’absence de mesure directe de densité *in-situ* dans ce travail est essentiellement technique. La configuration de notre expérience ne permet pas une résolution d’imagerie suffisante pour résoudre la taille du nuage *in-situ*.

Cependant, les gaz 2D ont une propriété remarquable qu’est l’expansion auto-similaire dans le plan. Il a été montré dans la limite d’interactions de contact en potentiel delta [Kagan 96], et vérifié expérimentalement [Rath 10a], que si l’on effectue une mesure de temps de vol 2D, c’est à dire en coupant le confinement horizontal mais pas le confinement 2D vertical, l’évolution de la densité obéit à :

$$n(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 t^2}} n_{\text{in-situ}} \left(\frac{\mathbf{r}}{\sqrt{1 + \omega^2 t^2}} \right) . \quad (5.5)$$

Nous pourrions donc effectuer un temps de vol dans le plan 2D et en déduire $n(\mathbf{r})$. Là encore un problème technique nous en a empêché, car le potentiel 2D présente une rugosité qui gêne l'expansion dans le plan, comme nous l'avons présenté dans le chapitre 1.3.3.

5.3 Traitement des profils expérimentaux

Les images expérimentales obtenues sont présentées sur la figure 5.2. Elles représentent la distribution d'impulsion du nuage. À partir de ces images, on souhaite extraire les grandeurs thermodynamiques qui vont nous permettre de caractériser l'état du nuage atomique. Ces paramètres sont : le nombre d'atomes (N), la température (T) et le potentiel chimique (μ_0).

5.3.1 Moyenne azimutale

Pour améliorer la précision des mesures, il est préférable de moyenniser les données expérimentales. Cependant, la physique que nous souhaitons étudier avec ces données est la physique au voisinage d'une transition où, par définition, un petit changement dans les conditions expérimentales va se traduire par un état physique différent. La conséquence pratique de cela est que même si on ne change pas les paramètres expérimentaux, les fluctuations intrinsèques de l'expérience (fluctuation des puissances laser, de l'alignement des faisceaux laser,...) vont se traduire par une fluctuation des caractéristiques du gaz à la fin de la séquence (température et nombre d'atomes). Il se peut alors qu'avec les mêmes conditions expérimentales, on puisse passer d'un côté ou de l'autre de la transition, et moyenniser les différentes images n'a pas de sens. Par contre, les profils bidimensionnels ont une symétrie cylindrique. Les modèles que nous allons ajuster sont des fonctions radiales, *ie* ne dépendant que de la distance au centre. Nous pouvons tirer profit de cette particularité et effectuer une moyenne azimutale des données. Ce traitement est celui décrit dans [Rath 10b, Rath 10a].

Techniquement, le centre du nuage est déterminé par un ajustement gaussien grossier. Puis, la distance au centre, pour chaque pixel, est calculée. Enfin, nous prenons la moyenne de tous les pixels dans un intervalle de distance choisi. La conséquence immédiate de ce traitement est que plus un point est proche du centre, moins les données sont moyennées ; cela explique les tailles des barres d'erreur que nous avons représentées sur la figure 5.2. Cependant, comme nous le montrons dans la suite, l'extraction des paramètres physiques se fait dans les ailes du profil, où le modèle semi-classique s'applique, et les grandes erreurs relatives au centre ne sont pas un handicap pour cela.

Pour obtenir le nombre d'atomes N , il suffit de compter le nombre de coups reçus sur la caméra en connaissant l'efficacité de détection du système d'imagerie. La détermination de ce facteur est détaillée dans le chapitre 3.

5.3.2 Température et potentiel chimique

Pour connaître la température et le potentiel chimique des atomes, nous ajustons nos données sur un modèle. Il faut disposer d'un modèle qui donne la distribution du gaz en fonction de T et μ_0 . Un tel modèle existe pour un gaz thermique dans la limite semi-classique.

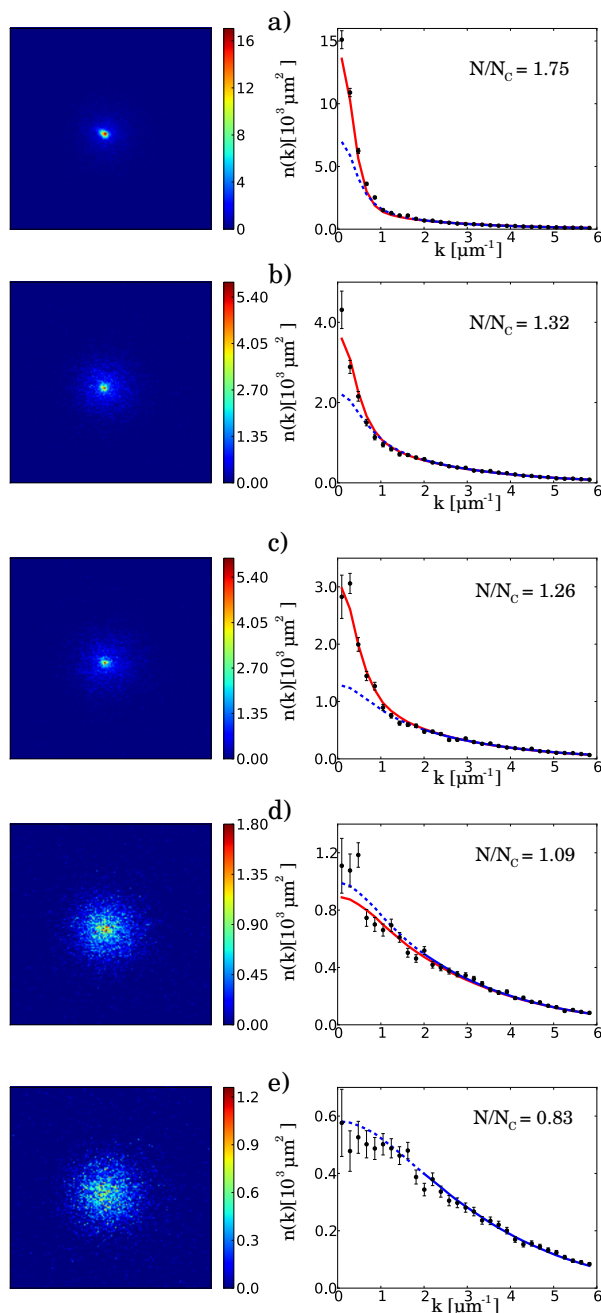


FIGURE 5.2 – Profils expérimentaux de la distribution d'impulsion obtenus par mesure de temps de vol. A gauche, le profil 2D non moyenné obtenu sur la caméra. A droite, le profil correspondant moyenné azimutalement. De haut en bas, les nuages sont de moins en moins dégénérés. On donne pour chaque couple d'image la valeur de N/N_c correspondantes (nombre d'atomes normalisé par le nombre d'atomes critique à la transition BEC 3D). La valeur critique de N/N_c à la transition est ~ 1.26 , correspondant à l'image c). a) et b) sont dans la région superfluide, d) et e) dans la phase normale. Les barres d'erreur correspondent à l'erreur statistique de la moyenne azimutale.

5.3.2.1 Gaz thermique dans la limite semi-classique

Pour ajuster nos données sur le modèle du gaz thermique dans la limite semi-classique, nous allons faire un certain nombre d'approximations, dont la validité a été discutée dans la thèse de P. Rath [Rath 10b]. Tout d'abord, d'après nos conditions expérimentales, nous sommes dans un régime où $k_B T \sim 0.9\hbar\omega_z$ mais $k_B T \gg \hbar\omega_x, \hbar\omega_y$. Nous nous placerons donc dans la limite semi-classique vis à vis du piégeage dans le plan (x, y) , mais nous devons prendre en compte le caractère discret des niveaux de l'oscillateur harmonique selon l'axe z . Dans notre cas, 70% des atomes peuplent l'état fondamental de l'oscillateur harmonique vertical. La population des états excités est faible, mais non négligeable [Holzmann 08a].

Dans le modèle établi pour ajuster nos données expérimentales, nous considérons un oscillateur harmonique 2D dans la limite semi-classique, où les interactions sont prises en compte dans une approximation de champ moyen. La densité dans l'espace des phases ainsi obtenue est la densité des atomes dans l'état fondamental de l'oscillateur harmonique vertical :

$$w(\vec{r}, \vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{e^{\beta(\hbar^2 k^2/2m + m\omega^2 r^2/2 + 2gn(\vec{r}) - \mu_0)} - 1} . \quad (5.6)$$

L'écriture de la distribution sous cette forme implique d'une part une approximation de *champ moyen* qui consiste à remplacer les interactions entre chaque paire d'atomes par un potentiel moyenné qui s'applique à chaque atome et qui représente le potentiel exercé par tous les autres atomes sur lui ; et d'autre part une approximation de type *Approximation de Densité Locale (LDA)*, qui consiste à traiter localement le gaz comme un gaz homogène qui aurait un potentiel chimique donné par

$$\mu(\vec{r}) = \mu_0 - \frac{1}{2}m\omega^2 r^2. \quad (5.7)$$

La limite de validité de cette approximation est difficile à situer précisément. Elle doit être valable dans la limite où les caractéristiques du gaz (longueur d'onde de De Broglie λ_T , longueur de cicatrisation ξ) sont petites devant les caractéristiques du piège ($a_{\text{oh}} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$). Mais des travaux [Holzmann 10, Holzmann 08a, Holzmann 08b] ont montré que cette approximation semi-classique reste valable même pour des gaz 2D assez dégénérés.

Pour ajuster nos données, nous devons calculer la distribution d'impulsion :

$$n(\vec{k}) = \int d\vec{r} w(\vec{r}, \vec{k}) \quad (5.8)$$

Nous voyons sur l'équation (5.6) que la présence du terme en $n(\vec{r})$ dans l'expression de $w(\vec{r}, \vec{k})$ rend l'intégration sur \vec{r} non directe. Un moyen de contourner le problème est de remplacer l'intégrale sur \vec{r} par une intégrale sur μ , en utilisant le lien entre ces deux variables donné par l'équation (5.7). Nous obtenons la relation suivante :

$$n(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty \frac{2\pi r dr}{e^{\beta(\hbar^2 k^2/2m + 2gn(\vec{r}) - \mu(\vec{r}))} - 1} , \quad (5.9)$$

$$= \frac{1}{2\pi m\omega^2} \int_{-\infty}^{\beta\mu_0} \frac{d\mu}{e^{\beta(\hbar^2 k^2/2m + 2gn(\mu) - \mu)} - 1} . \quad (5.10)$$

Il suffit de connaître $n(\mu)$ pour conclure. Pour cela, nous calculons l'intégrale de $w(\vec{r}, \vec{k})$

sur \vec{k} , qui s'obtient directement :

$$n(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty \frac{2\pi k dk}{e^{\beta(\hbar^2 k^2/2m + 2gn(\vec{r}) - \mu(\vec{r}))} - 1}, \quad (5.11)$$

$$= -\frac{1}{\lambda_T^2} \ln(1 - e^{-\beta(2gn(\vec{r}) - \mu(\vec{r}))}), \quad (5.12)$$

et donc

$$\mu = 2gn + \frac{1}{\beta} \ln(1 - e^{-\lambda_T^2 n}). \quad (5.13)$$

En inversant cette équation, nous trouvons $n(\mu)$ ^[1]. On peut alors calculer numériquement l'équation (5.10).

5.3.2.2 Prise en compte des états excités

Pour simplifier le traitement, nous ne suivons pas la même démarche pour chacun des états excités de l'oscillateur harmonique vertical. Nous négligeons les interactions dans les états excités. Cette simplification est justifiée par la faible densité d'atomes dans les états excités. Sa validité est discutée dans [Rath 10b]. L'écriture de la distribution d'impulsion pour l'ensemble des niveaux excités est directe et explicite :

$$n_{\text{exc}}(\vec{k}) = -\sum_{\nu > 1} \frac{1}{2\pi\beta m\omega^2} \ln\left(1 - e^{-\beta(\hbar^2 k^2/2m + \nu\hbar\omega_z - \mu_0)}\right). \quad (5.14)$$

On peut aller plus loin dans la simplification si $\beta\mu_0 \ll \beta\hbar\omega_z$ ($\beta\hbar\omega_z = 1.19$ pour $T = 60$ nK et $f_z = 1.5$ kHz) et calculer directement la somme :

$$n_{\text{exc}}(\vec{k}) = \frac{1}{2\pi\beta m\omega^2} \frac{e^{-\beta(\hbar^2 k^2/2m - \mu_0)}}{e^{\beta\hbar\omega_z}}. \quad (5.15)$$

Le modèle total à ajuster à nos données est donc :

$$n(\vec{k}) = \frac{1}{2\pi m\beta\omega^2} \left(\int_{-\infty}^{\beta\mu_0} \frac{d\mu}{e^{\beta(\hbar^2 k^2/2m + 2gn(\mu) - \mu)} - 1} + \frac{e^{-\beta(\hbar^2 k^2/2m - \mu_0)}}{e^{\beta\hbar\omega_z}} \right). \quad (5.16)$$

5.3.2.3 Prise en compte des imperfections expérimentales

Résolution d'imagerie : Pour prendre en compte l'effet de la résolution finie de l'imagerie, qui joue un rôle, surtout près du centre et pour les profils de faible largeur, nous convoluons les profils théoriques obtenus par une gaussienne de largeur égale à la résolution d'imagerie ($\sim 10 \mu\text{m}$). Ce traitement est aussi appliqué aux profils issus des simulations Monte-Carlo que nous présentons ensuite.

Effet de taille initiale : Pour corriger les effets dus à la taille initiale in-situ non nulle du nuage (ou à la durée non infinie du temps de vol), nous considérons une valeur corrigée de la durée de temps de vol, qui tient compte de la taille initiale du nuage, à travers la fréquence d'oscillation ω du piège :

$$t_{\text{TOF}}^{\text{modif}} = \sqrt{t_{\text{TOF}}^2 + \frac{1}{\omega^2}}. \quad (5.17)$$

1. Numériquement, passer de $\mu(n)$ à $n(\mu)$ est trivial car n et μ sont deux listes numériques différentes.

Cette valeur serait la correction exacte en l'absence d'interaction. Elle constitue une bonne correction en première approximation pour nos données.

5.3.2.4 Validité du modèle semi-classique

Le modèle semi-classique présenté plus haut est valable pour des gaz thermiques, et même s'il reste valable pour des gaz relativement dégénérés [Holzmann 10, Holzmann 08a, Holzmann 08b], il ne rend compte ni de la physique de la transition superfluide, qui est une physique au delà du champ moyen, ni de la phase quasi-condensée où les fluctuations de densités réduites modifient le terme d'interaction (on passe de $E_{\text{int}} = 2gn$ à $E_{\text{int}} = gn$). Cependant, la présence du piège implique que même dans des conditions où une partie du nuage (les atomes au centre du piège) est dans un état superfluide, les atomes de plus haute énergie (ou haute impulsion, $\hbar k$) ont un potentiel chimique effectif (en approximation de densité locale) plus faible : $\mu(\vec{r}) = \mu_0 - \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$. On peut donc ajuster le modèle sur la partie du profil correspondant aux grandes impulsions (la limite des *grandes impulsions* dépendant de la fraction d'atomes superfluide). On ajuste donc le modèle dans les ailes du profil. Sur la figure 5.2, nous présentons l'ajustement du modèle dans les ailes, et nous prolongeons la courbe ajustée jusqu'au centre (en pointillés). Si dans tous les cas, les ailes sont bien reproduites par le modèle, le centre, lui, n'est bien reproduit que dans la phase normale.

Expérimentalement, le domaine d'ajustement est déterminé sur les profils les plus condensés, en ajustant le modèle de k_0 à $k = \infty$. On détermine k_0 en l'augmentant jusqu'à ce que les grandeurs physiques extraites (température, potentiel chimique) deviennent constantes avec l'augmentation de k_0 . La valeur trouvée de cette façon est $k_0 = 2.6 \mu\text{m}^{-1}$.

5.4 Simulations Monte-Carlo Quantique

Dans le cadre de notre étude de la transition superfluide à deux dimensions, nous avons développé une collaboration avec Markus Holzmann (LPTMC, Jussieu). Le but de cette collaboration est de confronter les données expérimentales à des simulations Monte-Carlo quantiques. Cette collaboration nous a permis d'une part de reproduire nos données expérimentales et de valider notre traitement de données, en particulier en ce qui concerne l'extraction de la température (T) et du potentiel chimique (μ_0). Mais surtout, les simulations Monte-Carlo ont accès à des grandeurs physiques différentes que nous ne pouvons pas extraire avec notre expérience, comme la densité dans l'espace réelle, qui permet de déterminer la densité dans l'espace des phases ou l'entropie par particule [Yefsah 11].

5.4.1 Calibration du nombre d'atomes

Dans une première étape, nous comparons les données expérimentales à des simulations Monte-Carlo quantiques. Les paramètres de la simulation sont ceux extraits par l'ajustement du modèle semi-classique décrit plus haut.

Les simulations Monte-Carlo nous fournissent un moyen de calibrer plus précisément le facteur de conversion entre le nombre de coups détectés sur la caméra et le nombre d'atomes dans l'expérience. Au lieu de comparer les données expérimentales et Monte-Carlo sans paramètre ajustable, nous laissons libre un facteur multiplicatif qui donne le

facteur recherché pour calibrer l'efficacité de notre système d'imagerie plus précisément que par les méthodes décrites au chapitre 3. Nous obtenons la valeur de 0.062 atomes par coup pour l'efficacité de détection. Cette valeur est compatible avec les valeurs trouvées indépendamment par d'autres méthodes moins précises.

5.4.2 Comparaison aux données expérimentales

Une fois le facteur de calibration déterminé, nous comparons les simulations Monte-Carlo avec les courbes expérimentales correspondantes. Le résultat est représenté sur la figure 5.2, où les simulations Monte-Carlo sont les courbes rouges. Les simulations Monte-Carlo reproduisent très bien les données expérimentales, l'accord étant très bon même pour des profils très piqués dans la région superfluide, où la théorie de champ moyen, elle, échoue à décrire le centre des profils.

5.4.3 Identifier la transition BKT

Un des principaux atouts de la simulation Monte-Carlo par rapport à l'expérience, est qu'elle peut facilement accéder au profil de densité in situ $n(\vec{r})$. Il est possible d'en déduire la densité dans l'espace des phases $D = n_0 \lambda_T^2$ où n_0 est la densité in situ au centre du piège. Elle caractérise la dégénérescence du gaz. Dans notre expérience, à température constante, le nombre d'atomes N est déjà une mesure de la dégénérescence du gaz. Nous utilisons plus précisément le rapport N/N_c où N_c est le nombre d'atomes critique à la transition de Bose-Einstein pour un gaz idéal avec nos paramètres expérimentaux :

$$N_c = \sum_{\nu} \frac{1}{(\beta \hbar \omega)^2} g_2(e^{-\nu \beta \hbar \omega}) , \quad (5.18)$$

avec $g_2(x) = \sum_{n=1}^{\infty} x^n / n^2$. Normaliser le nombre d'atomes permet de prendre partiellement en compte les petites fluctuations de température dont dépend N_c . La simulation Monte-Carlo nous permet alors de relier nos valeurs expérimentales de N/N_c à la densité dans l'espace des phases D . Nous avons ainsi une méthode pour identifier de manière indirecte la transition BKT, qui a lieu quand $D_c = 8.28$ (cf équation (4.30)). Avec cet outil, il est possible de pointer la transition BKT pour nos paramètres expérimentaux. Elle a lieu pour $N/N_c = 1.26$.

5.4.4 Extraction de l'entropie par particule

Une autre grandeur d'importance dans notre analyse est l'entropie par particule. Comme nos expériences sont réalisées à température constante et que l'on change simplement le nombre d'atomes, l'entropie par particule est reliée directement au nombre d'atomes. L'enjeu est donc essentiellement de calibrer l'entropie par particule en fonction du nombre d'atomes pour pouvoir présenter nos résultats dans une grandeur dont la signification est plus commune.

Techniquement, l'entropie par particule est déterminée grâce aux profils Monte-Carlo in situ en utilisant l'équation (4.28). Sur la figure 5.3, est représentée l'entropie par particule en fonction de N/N_c . Comme attendu, une relation de bijection nous permet de connaître l'entropie de nos données expérimentales. Nous reviendrons sur l'entropie lorsque nous

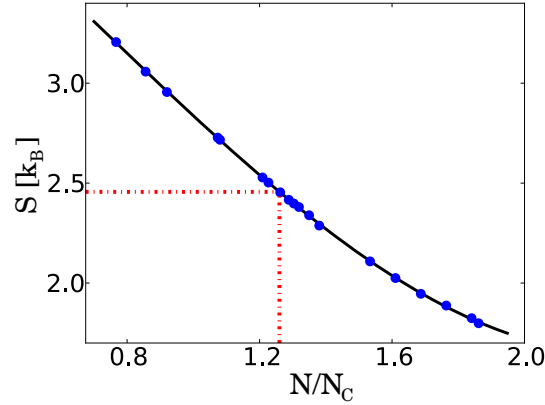


FIGURE 5.3 – Entropie par particule S en fonction du nombre d'atomes normalisé N/N_c , à la température de 64.5 nK qui correspond à la température de nos données expérimentales. Les points correspondent aux valeurs obtenues par la simulation Monte-Carlo. La courbe est un ajustement polynomial qui permet d'extrapoler à toutes les valeurs de N/N_c .

parlerons de l'effet du désordre au chapitre 6. Cette grandeur va jouer un rôle important lors de l'ajout du désordre. Le potentiel de speckle étant ajouté adiabatiquement, l'entropie est une grandeur conservée. La mesurer en l'absence de désordre permet connaître sa valeur en présence de désordre. Cela donne une information précieuse car, en présence de désordre, la validité des modèles de type semi-classique, qui nous permettent d'extraire les grandeurs thermodynamiques, n'est pas assurée puisque les hypothèses de départ, en particulier l'approximation de densité locale, n'ont pas de raison d'être valables.

5.5 Caractérisation de la cohérence

A partir des profils expérimentaux, nous pouvons caractériser la cohérence du nuage. Nous présentons ci-dessous deux observables caractéristiques de la cohérence : la largeur du profil et sa hauteur. Nous détaillons ensuite l'évolution de la cohérence autour de la transition BKT.

5.5.1 Demi-Largeur à Mi-Hauteur

Nous avons vu que la longueur de cohérence, qui est la largeur de la fonction de corrélation $g_1(r)$, est reliée par transformée de Fourier à la largeur de la distribution d'impulsion, que l'on obtient par mesure de temps de vol. Sur la figure 5.4, nous représentons l'évolution de la largeur de la distribution d'impulsion lorsque le nombre d'atomes varie à température constante. Nous représentons la Demi-Largeur à Mi-Hauteur (DLMH) - grandeur qui s'obtient indépendamment de toute théorie - en fonction du rapport N/N_c . Nous normalisons cette largeur par la DLMH d'un gaz classique, décrit par la fonction de Boltzmann. La distribution d'impulsion du gaz classique est une gaussienne dont la DLMH ne dépend

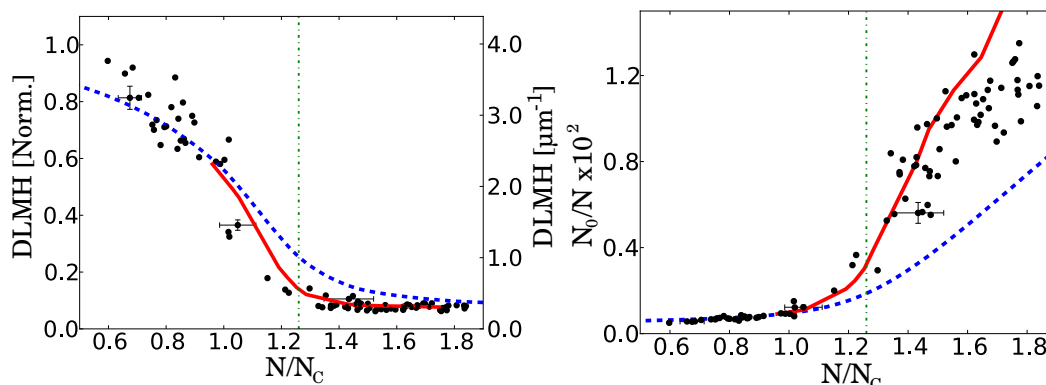


FIGURE 5.4 – *Gauche* : Demi-Largeur à Mi-Hauteur (DLMH) en fonction du nombre d'atome normalisé. Sur l'ordonnée de gauche, la DLMH est normalisée par la largeur d'une gaussienne à la température correspondante. *Droite* : Fraction d'atomes dans le pic central en fonction du nombre d'atomes normalisé. Sur les deux figures : les points correspondent aux données expérimentales, courbe bleue (pointillé) aux profils de champ moyen et la courbe rouge (trait plein) aux simulations Monte-Carlo. Le trait vert vertical (pointillé) correspond au seuil de la transition BKT.

que de la température, et pas du nombre d'atomes :

$$\text{DLMH}_{\text{gauss}} = \frac{2\sqrt{\pi \ln 2}}{\lambda_T}. \quad (5.19)$$

Au contraire, la largeur de notre gaz diminue lorsque le nombre d'atomes augmente, traduisant l'augmentation de la cohérence avec la densité dans l'espace des phases. Nous traçons (en bleu) la courbe obtenue pour le modèle de champ moyen à la température correspondante ($T = 64.5$ nK). Nous traçons aussi (en rouge) les résultats de la simulation Monte-Carlo.

Dans la phase normale : bien avant la transition, la largeur diminue. La distribution d'impulsion s'éloigne rapidement de la fonction gaussienne. Ce résultat est bien contenu dans la description semi-classique en champ moyen. Nous voyons, sur la figure 5.4, que le modèle de champ moyen reproduit bien les données expérimentales. Contrairement au cas 3D, la description semi-classique en champ moyen, à 2D, s'éloigne nettement de la gaussienne. Le trait vertical sur la figure 5.4 indique la transition BKT, déterminée grâce aux simulations Monte-Carlo (voir paragraphe 5.4). Avant le point critique de la transition, les données expérimentales dévient de la courbe de champ moyen. C'est dans cette région que d'autres effets entrent en jeu, comme la réduction des fluctuations de densité et l'apparition d'effets au delà d'une théorie de champ moyen propres à la physique de la transition BKT.

Dans la phase superfluide : la valeur de la largeur à mi-hauteur sature et ne décroît plus. Cela est dû à la résolution finie de l'imagerie. Dans la région superfluide, la décroissance algébrique de la fonction de corrélation est très lente, donc sa transformée de Fourier est

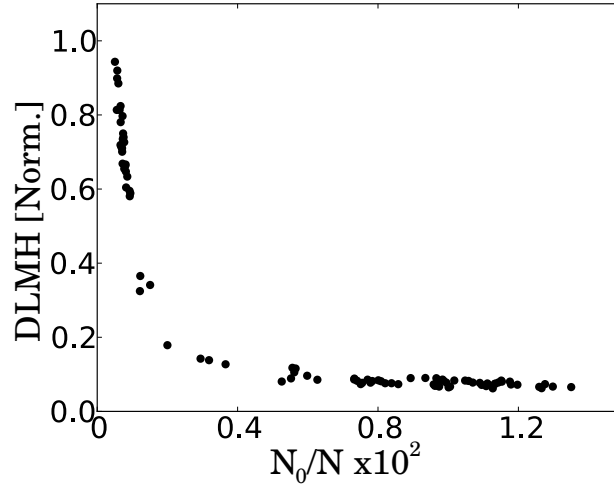


FIGURE 5.5 – Demi-Largeur à Mi-Hauteur (DLMH) normalisée par la largeur d'une gaussienne à la température correspondante, en fonction de la fraction d'atomes dans le pic central. Mis à part la saturation de la largeur, il y a une relation de bijection entre les deux grandeurs.

très piquée ; la largeur est alors plus petite que la résolution d'imagerie. La DLMH n'est donc pas bien adaptée à la caractérisation de la cohérence de notre système.

5.5.2 Fraction d'atomes dans le pixel central

Nous disposons cependant d'une autre observable : la fraction d'atomes dans le pixel central N_0/N . Elle s'obtient en comptant le nombre d'atomes dans la zone centrale autour du pic à $k = 0$, jusqu'à un diamètre égal à la taille d'un pixel de la caméra, correspondant au centre du nuage d'atomes, et en divisant par le nombre total d'atomes. Cette grandeur correspond à la fraction du nuage qui est cohérente sur une largeur de plus de $\sim 5\mu\text{m}$. Le maximum de la distribution d'impulsion augmente quand sa largeur diminue et il y a un lien entre ces deux grandeurs. Nous avons tracé sur la figure 5.5 la fraction d'atomes dans le pixel central en fonction de la largeur du profil. Mis à part la saturation de la largeur, il y a une bijection entre les deux grandeurs. La grandeur N_0/N est donc aussi bien adaptée à la caractérisation de la cohérence que la largeur du profil.

Sur la figure 5.4, nous traçons N_0/N en fonction du nombre d'atomes normalisé N/N_c . On retrouve les conclusions tirées précédemment pour la phase normale, dont l'accord avec la théorie de champ moyen. Dans la phase superfluide, N_0/N ne sature pas, et continue à augmenter. Dans cette région, les simulations Monte-Carlo reproduisent bien les données expérimentales et l'augmentation de N_0/N . Il faut cependant appliquer préalablement l'effet de résolution finie aux données Monte-Carlo pour reproduire les valeurs expérimentales. Comme N_0/N croît avant la transition BKT, elle n'est pas un marqueur précis de cette transition. Cependant, l'augmentation est beaucoup plus importante après la transition, et traduit le fait que la cohérence du nuage est tout de même intimement liée à la transition BKT.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons caractérisé la cohérence de nos nuages froids au voisinage de la transition BKT. A partir de la distribution d'impulsion du nuage, obtenue par mesure de temps de vol, nous pouvons extraire les grandeurs caractéristiques du gaz (température, potentiel chimique) par ajustement sur un modèle semi-classique de champ moyen. Une comparaison à des simulations Monte-Carlo nous a permis de valider notre étude. La cohérence a été caractérisée quantitativement à travers la largeur de la distribution d'impulsion, et de manière plus complète par la hauteur du pic central qui ne sature pas à la limite de résolution d'imagerie.

L'augmentation forte de la cohérence, observée dans la phase superfluide, souligne l'importance de cette caractéristique du gaz. L'ajout d'un potentiel désordonné sur un gaz où les interactions jouent un rôle important va donner naissance à des phénomènes riches. Nous allons aborder l'effet du désordre sur la cohérence dans le chapitre suivant.

Effet du désordre sur la cohérence autour de la transition BKT

Unfortunately, in this domain simple experiments are not precise and precise experiments are not simple.

Spatial diffusion of atoms cooled in a speckle field
Gilbert Grynberg *et al*

La caractérisation de la cohérence du gaz 2D au voisinage de la transition BKT détaillée dans le chapitre précédent va être mise à profit dans ce chapitre pour étudier l'effet d'un potentiel désordonné sur la cohérence. Nous commençons par présenter les grandeurs caractéristiques du gaz et du désordre. L'allumage lent du désordre est un point important pour conserver l'entropie du système. Nous observons que l'apparition de la cohérence est décalée vers une entropie plus basse. Ces résultats ont été publiés dans [Allard 12]. Enfin, nous mettons nos résultats expérimentaux en relation avec certains résultats théoriques, mais obtenus dans des régimes de paramètres différents. Cela nous amène à souligner que l'effet du désordre que nous observons expérimentalement n'est pas trivial et que dans certains régimes de paramètres le désordre favorise superfluidité et cohérence.

6.1 Séquence expérimentale en présence de désordre

Dans cette expérience, où nous ajoutons le potentiel désordonné sur les atomes, le gaz est d'abord préparé exactement comme dans l'expérience sans désordre du chapitre précédent. A la fin du cycle, le nuage est confiné dans le piège harmonique horizontal (de fréquences d'oscillation 8 et 15 Hz) et dans le piège 2D vertical (de fréquence 1.5 kHz). Nous allumons alors le potentiel de désordre.

Le désordre est le potentiel de speckle décrit au chapitre 2. Il arrive sur les atomes avec un angle de 30° , comme présenté sur la figure 3.9. Les grains de désordre ont donc un facteur 2 d'anisotropie, et les longueurs de corrélation du désordre sont $\sigma_x = 1 \mu\text{m}$ et $\sigma_y = 0.5 \mu\text{m}$ [1]. Un point important est que ces longueurs de corrélations sont similaires aux longueurs caractéristiques du nuage d'atomes : sa longueur d'onde de DeBroglie vaut :

$$\lambda_T = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}} \sim 0.73 \mu\text{m} , \quad (6.1)$$

1. On prend la définition « gaussienne » du chapitre 2 et σ est la largeur RMS de la gaussienne.

et sa longueur de cicatrisation (healing length) vaut, à la transition BKT :

$$\xi = \frac{\lambda_T}{\sqrt{D_c \tilde{g}}} \sim 0.82 \mu\text{m} , \quad (6.2)$$

où D_c est la densité critique à la transition et \tilde{g} est le paramètre d'interaction adimensionné. Dans nos expériences, l'amplitude moyenne maximale du désordre utilisée est :

$$V_R^{\text{max}} = k_B \cdot 60(10) \text{ nK} , \quad (6.3)$$

valeur comparable à la température du nuage d'atomes ($T = 64.5 \text{ nK}$). Nous avons réalisé des expériences pour des amplitudes de désordre de $V_R = V_R^{\text{max}}$ et $V_R = 0.4V_R^{\text{max}}$. Avec le désordre de type speckle, deux questions principales se posent : la moyenne statistique sur différentes réalisations du désordre, afin d'obtenir des résultats généraux indépendants d'une configuration particulière ; et l'adiabaticité de l'allumage du désordre. Ces deux questions sont subtiles et nécessiteraient à elles seules des études approfondies. Nous donnons ici quelques arguments en guise de justification.

6.1.1 Moyenne statistique - Caractère auto-moyennant

Les résultats obtenus en présence de désordre ne doivent pas dépendre d'une réalisation particulière du potentiel de désordre. Les effets physiques généraux sont ceux qui survivent à la moyenne statistique sur différentes réalisations du désordre.

Le potentiel de speckle possède la propriété remarquable d'être *auto-moyennant*. Le principe ergodique implique que pour un système homogène infini, la moyenne d'ensemble est égale à la moyenne spatiale. Dans un système de taille finie, le caractère auto-moyennant reste vrai si la taille du système est grande devant la taille caractéristique du désordre - la longueur de corrélation σ - et aussi si le nuage explore une zone grande devant σ . Une étude détaillée de cette propriété a été réalisée dans [Clément 07]. Dans notre expérience, la taille du nuage, donnée par les rayons de Thomas-Fermi (à la transition BKT) dans les deux directions du plan valent :

$$l_x = \frac{\hbar \sqrt{2\tilde{g}D_c}}{m\omega_x \lambda_T} = 25 \mu\text{m} \quad (6.4)$$

$$l_y = \frac{\hbar \sqrt{2\tilde{g}D_c}}{m\omega_y \lambda_T} = 13 \mu\text{m} . \quad (6.5)$$

La taille du nuage dans chacune de ces directions est grande devant les longueurs de corrélations : $\sigma_x = 1 \mu\text{m}$ et $\sigma_y = 0.5 \mu\text{m}$. Nous supposons donc que la condition pour que le potentiel soit auto-moyennant est respectée.

6.1.2 Adiabaticité de l'allumage du speckle

Dans la définition généralement admise, un processus adiabatique est un processus lent au cours duquel le système est transformé sans apport de chaleur de l'extérieur. Dans ces conditions, l'entropie est conservée. L'adiabaticité nécessite que le processus s'effectue lentement devant les temps caractéristiques du système. La version quantique du théorème adiabatique, plus générale, implique l'absence de transitions entre les différents niveaux d'énergie du système, mais est trop restrictif dans les systèmes où la distance entre niveaux d'énergie tend vers 0.

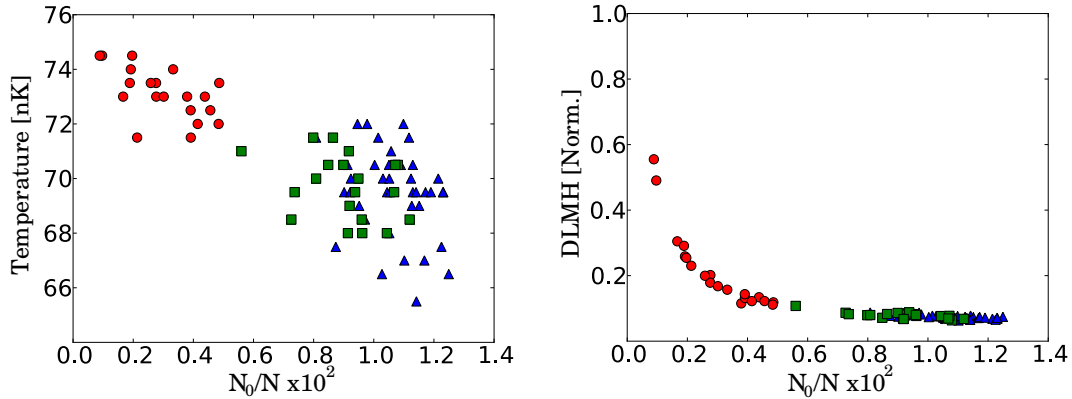


FIGURE 6.1 – Test d'adiabaticité de l'allumage du désordre. *Gauche* : Température en fonction de la fraction d'atomes dans le pic central. *Droite* : Demi-Largeur à Mi-Hauteur (DLMH) normalisée par la largeur d'une gaussienne à la température correspondante en fonction de la fraction d'atomes dans le pic central. Pour les deux figures, les triangles bleus sont les profils en l'absence de désordre. Les carrés verts correspondent au désordre allumé puis éteint. Les ronds rouges correspondent au désordre allumé puis tenu.

Il est généralement admis qu'un changement de paramètres « assez lent » permettra de respecter la condition d'adiabaticité, et qu'il reste à déterminer ce temps de rampe. Cependant, et en particulier pour des systèmes de dimension réduite, des études théoriques [Polkovnikov 08] et expérimentales [Edwards 08, Zakrzewski 09] ont montré que l'adiabaticité n'est pas une évidence, surtout en présence de désordre. Une explication qualitative de ce phénomène repose sur l'importance des fluctuations thermiques et quantiques. Elles sont responsables, comme nous l'avons vu, de la destruction de l'ordre à longue portée (Théorème de Mermin-Wagner-Hoheberg), car à 2D et 1D la densité d'état est plus élevée à basse énergie qu'à 3D et les fluctuations vont créer des excitations qui vont peupler les états de basse énergie. De la même manière, lors d'une rampe au cours de laquelle on modifie les paramètres du système, des excitations, même de faible énergie, vont pouvoir être créées et modifier fortement l'état du système.

Les études expérimentales ont observé que la présence de désordre modifie d'autant plus les critères d'adiabaticité. Dans [Edwards 08], le système étudié est un réseau optique où le désordre est créé avec un autre réseau de faible intensité et de fréquence incommensurable avec le premier. Les auteurs ont observé qu'un temps de rampe de 1 ms est adiabatique sans désordre, mais qu'en présence de désordre, un temps de rampe supérieur à 2.5 ms devient nécessaire.

Dans notre expérience, nous allumons le potentiel de speckle avec une rampe de 250 ms. Nous abordons expérimentalement la question de l'adiabaticité de ce processus. Nous constatons que la présence de speckle modifie fortement les propriétés du gaz. Le gaz initialement cohérent peut perdre la cohérence et avoir une température plus grande. Nous souhaitons vérifier que l'extinction du speckle ramènerait le gaz dans l'état initial, à la température initiale, et que les modifications des propriétés du gaz ne sont pas dues

à un transfert de chaleur au cours de la rampe d'allumage. Pour cela, nous comparons deux situations. Dans la première, nous allumons le désordre avec une rampe de 250 ms, jusqu'à l'amplitude maximale du potentiel V_R^{\max} , et nous tenons le désordre allumé pendant 250 ms. Dans la deuxième situation, nous allumons le désordre de la même façon en 250 ms puis nous l'éteignons avec une autre rampe de 250 ms. A chaque fois, une expérience en l'absence de désordre est réalisée. Pour quantifier le chauffage et l'état du gaz, nous pouvons mesurer la température du gaz, mais aussi sa cohérence à travers sa valeur pic et sa largeur (voir chapitre 5). Les résultats de ces mesures sont représentés sur la figure 6.1. En l'absence de désordre, la température mesurée est de $T_0 = 65$ nK. Lorsqu'on allume puis éteint le désordre, nous mesurons $T = 65.9$ nK, ce qui est égal à la température en l'absence de désordre aux incertitudes près dans la mesure de température. Lorsque l'on tient le désordre allumé, nous mesurons une température de $T = 73$ nK [2]. De même, on constate que la cohérence perdue en présence du désordre est bien retrouvée si l'on éteint le désordre. Ces données confirment que le processus est globalement réversible et que l'entropie est conservée lors de l'allumage du speckle. Nous ne disposons pas de données pour d'autres valeurs de speckle plus petites, mais l'adiabaticité doit alors être encore mieux vérifiée puisqu'on effectue une modification d'amplitude plus faible dans le même temps.

6.2 Résultats expérimentaux

Sur la figure 6.2, nous présentons les profils expérimentaux de nuages, pour trois valeurs du nombre d'atomes. Pour chaque nombre d'atomes est tracé le profil sans désordre, avec $V_R = V_R^{\max}$ et $V_R = 0.4V_R^{\max}$. En l'absence de cohérence, l'effet du désordre n'est pas notable. Lorsque le système est cohérent, le désordre réduit la cohérence, avec un effet particulièrement marqué autour de la transition BKT.

6.2.1 Analyse des profils en présence de désordre

En présence de désordre, et vu les caractéristiques microscopiques de celui-ci, nous avons toutes les raisons de croire que l'approximation de densité locale n'est pas vérifiée. En tous cas, nous ne pouvons pas le justifier a priori. Le traitement effectué au chapitre 5 qui consiste à comparer les profils expérimentaux à la théorie de champ moyen dans l'approximation de densité locale n'est plus applicable. Nous n'avons donc pas de moyen fiable pour extraire la température et le potentiel chimique des profils. Dans ces conditions, l'hypothèse de l'allumage adiabatique du speckle est primordiale, car elle nous permet de connaître l'entropie du gaz. En effet, grâce aux simulations Monte-Carlo, nous connaissons l'entropie du gaz en l'absence de désordre (voir chapitre 5), liée à la grandeur N/N_c que nous mesurons directement. Lors de l'allumage adiabatique du désordre, l'entropie est conservée et nous la connaissons donc aussi en présence de désordre.

Un autre moyen de caractériser le nuage est d'appliquer quand même la théorie de champ moyen, mais de n'effectuer la comparaison entre expérience et théorie que loin dans les ailes. Les ailes correspondent aux grandes impulsions, *ie* aux grandes énergies qui sont

2. Cette température est estimée en ajustant le modèle sans désordre loin dans les ailes, nous discutons cette démarche plus loin.

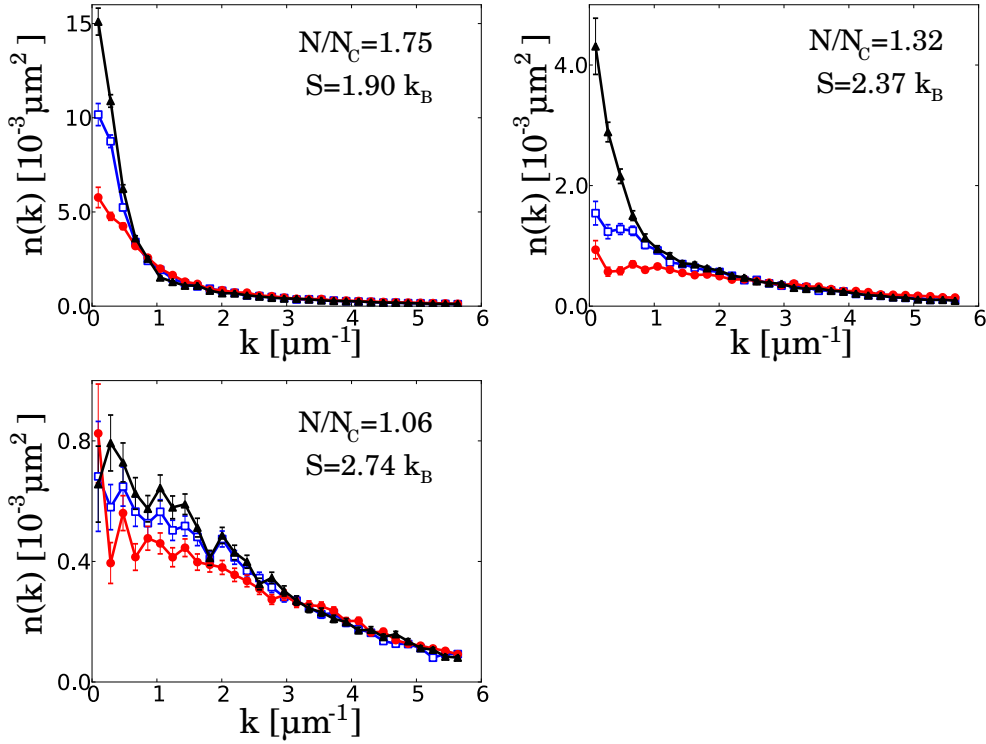


FIGURE 6.2 – Profils expérimentaux en présence de désordre, moyennés azimutalement. Chacune des trois figures correspond à des valeurs de N/N_c différentes. Sur chaque figure sont représentées trois courbes qui correspondent aux trois valeurs de désordre $V_R = 0$ (Courbes noires), $V_R = 0.4V_R^{\max}$ (Courbes bleues) et $V_R = V_R^{\max}$ (Courbes rouges). On indique aussi sur chaque figure l'entropie par particule S correspondante. Les barres d'erreur correspondent à l'erreur statistique lorsque l'on moyenne.

moins sensibles au désordre. La question est de savoir quand cette hypothèse est vérifiée. Nous procédons de la même manière que sans désordre. On ajuste le modèle de $n(\mathbf{k})$ sur les données expérimentales, de k_0 à l'infini et on regarde comment la température extraite varie en fonction du point d'ajustement initial k_0 . Lorsqu'elle ne varie plus, on suppose qu'on est assez loin dans les ailes pour que le modèle soit valable. En présence de désordre la limite est plus loin dans les ailes que sans désordre, là où le rapport signal à bruit est moins bon, et on ne l'atteint jamais vraiment.

6.2.2 Représentation en entropie

Sur la figure 6.3, nous traçons la courbe de la fraction d'atomes dans le pic central en fonction de l'entropie par particule, pour les trois valeurs de désordre. Cette courbe reproduit la conclusion que la cohérence, pour une même entropie, est réduite avec l'ajout de désordre. Avec cette courbe, nous constatons que c'est plutôt l'apparition de la cohérence qui est déplacée vers les faibles entropies. La courbe pour $V_R = 0.4V_R^{\max}$ est décalée d'une grandeur que l'on peut quantifier :

$$\Delta S = 0.2(1)k_B . \quad (6.6)$$

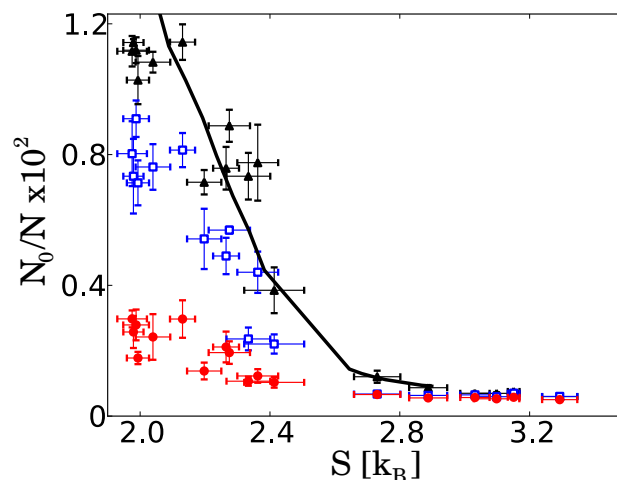


FIGURE 6.3 – Fraction d’atomes dans le pic central en fonction de l’entropie par particule. Triangles noirs : $V_R = 0$. Carrés bleus : $V_R = 0.4V_R^{\max}$. Ronds rouges : $V_R = V_R^{\max}$. Le trait plein est le résultat des simulations Monte-Carlo en l’absence de désordre. Chaque point est une moyenne de 5 données expérimentales et les barres d’erreur sont les erreurs statistiques correspondantes.

Nous pourrions comprendre ce retard dans l’apparition de la cohérence par un décalage de la transition BKT, mais cette mesure n’en est pas une preuve. En effet, nous avons déjà précisé que si la cohérence change de comportement à la transition, passant d’exponentielle à algébrique, elle augmente avant la transition et ne permet pas d’identifier clairement celle-ci. On ne peut donc pas affirmer que le décalage observé ici signifie un décalage de la transition superfluide. Pour une valeur plus élevée du désordre, $V_R = V_R^{\max}$, l’entropie atteinte dans l’expérience ne permet pas de voir une augmentation significative de la cohérence. On peut se demander si la cohérence augmenterait pour de plus faibles entropies. La valeur maximale atteinte par N_0/N est inférieure à la valeur de 0.0035 qui correspond, dans le cas sans désordre, au seuil de la transition BKT dans notre système. Nous savons par ailleurs qu’à désordre fort, la transition vers un état superfluide n’est pas garantie, et que même à température nulle, il existe une transition de phase vers un état non superfluide quand on augmente l’amplitude du désordre [Aleiner 10]³.

6.2.3 Représentation en température

En déterminant la température avec le modèle sans désordre loin dans les ailes, nous pouvons présenter les résultats en fonction de la température, normalisée par T_c , la température critique à la transition de Bose-Einstein pour un gaz idéal⁴. Cette représentation permettrait d’observer un décalage d’une « température critique » de l’apparition de la cohérence. Le résultat est présenté sur la figure 6.4. Le décalage n’est pas quantifiable et

3. Nous faisons référence à la version de cette article publiée sur arXiv, qui diffère de la version finalement publiée dans Nature Physics, en particulier en évoquant le cas 2D.

4. Même si T ne varie pas dans notre expérience, T/T_c varie à travers T_c qui dépend du nombre d’atomes.

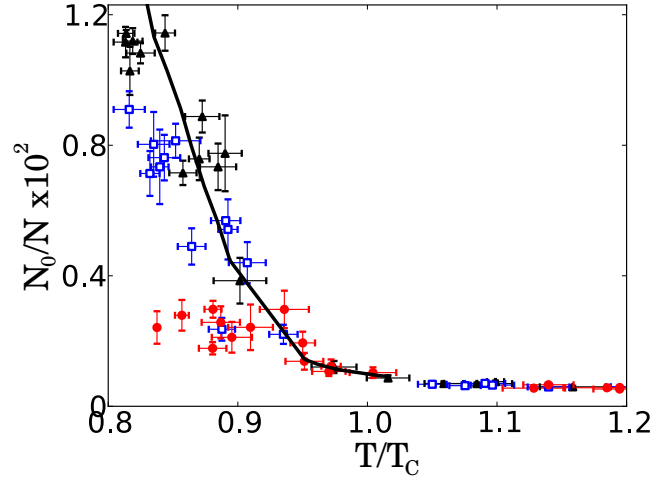


FIGURE 6.4 – Fraction d’atomes dans le pic central en fonction de la température. *Triangles noirs* : $V_R = 0$. *Carrés bleus* : $V_R = 0.4V_R^{\max}$. *Ronds rouges* : $V_R = V_R^{\max}$. Le trait plein est le résultat des simulations Monte-Carlo en l’absence de désordre. Chaque point est une moyenne de 5 données expérimentales et les barres d’erreur sont les erreurs statistiques correspondantes.

reste dans l’incertitude de la détermination de la température, d’autant plus que notre méthode de mesure de T n’est pas très fiable.

6.3 Comparaison aux théories existantes

La comparaison de nos résultats à une théorie n’est pas aisée car il n’existe, à notre connaissance, aucune théorie quantitative dans des conditions similaires aux nôtres, en particulier pour un gaz 2D continu avec un désordre corrélé dont la longueur de corrélé est de l’ordre des longueurs caractéristiques du gaz. Nous présentons ici quelques résultats, théoriques et numériques, qui peuvent éclairer l’interprétation des résultats expérimentaux.

6.3.1 Résultats de [Pilati 10]

Dans [Pilati 10, Pilati 09], des simulations Monte-Carlo ont été effectuées pour un gaz de Bose continu en présence d’un désordre de speckle. Ces simulations ont été réalisées pour un gaz 3D. Les résultats obtenus sont cependant intéressants pour nous car ils illustrent les différents cas limites lorsque l’on varie la longueur de corrélé du désordre, de la limite $\sigma \ll n^{-1/3}$ à la limite $\sigma \gg n^{-1/3}$, où n est la densité du gaz et σ la longueur de corrélé.

Dans la limite $\sigma \ll n^{-1/3}$: Le potentiel de désordre tend vers un décalage constant en énergie et n’a pas d’effet sur la température critique de la transition.

Dans la limite $\sigma \gg n^{-1/3}$: le potentiel de désordre varie localement doucement par rapport aux caractéristiques du gaz (λ_T, ξ) et on peut appliquer l’approximation de densité

locale. Dans ce cas, la densité dans l'espace des phases est localement plus grande en présence de désordre, car le potentiel de désordre joue le rôle d'un « dimple » qui comprime le gaz localement et augmente la superfluidité. La température critique est augmentée. Dans ce cas limite, *la superfluidité est favorisée par le désordre*.

Pour un désordre fort, même si la superfluidité *locale* est favorisée par l'effet dimple, on peut penser que la superfluidité *globale* va être impossible si on se trouve sous le seuil de percolation. On aura alors des îlots superfluides déconnectés et non un superfluide à grande échelle. La percolation joue en effet un rôle important, mais essentiellement à 2D comme nous allons le voir ci-dessous. A 3D, le seuil de percolation classique en énergie dans un speckle est $E_{\text{perc}} \sim 0.0004V_R$, donc il ne joue un rôle que pour des désordres extrêmement forts.

Pour $\sigma \sim n^{-1/3}$: les conclusions sont différentes et la superfluidité est défavorisée par le désordre. La température critique est abaissée. Tous ces résultats sont résumés dans la figure 14 de [Pilati 10]. Ils montrent clairement que l'effet du désordre n'est pas trivial et qu'il va dépendre fortement des caractéristiques de celui-ci.

6.3.2 Résultats de [Falco 09b]

Les résultats obtenus par [Nattermann 08, Falco 09b, Falco 09a] portent sur les dépendances du nombre d'atomes critiques en fonction des différentes grandeurs, sans obtenir les préfacteurs numériques nécessaires à une analyse quantitative. D'autre part, cette étude porte sur le cas d'un gaz à température nulle⁵, pour un désordre de statistique gaussienne. Le problème étudié est cependant étendu au cas d'un gaz confiné à 2D par un piège harmonique vertical et pour un désordre corrélé. Les résultats sont obtenus dans la limite où la longueur de corrélation est grande, c'est à dire une limite équivalente à celle de l'approximation de densité locale.

Dans cette limite, les auteurs obtiennent la variation du nombre d'atomes critiques à la transition vers l'état superfluide :

$$N_c \sim \left(\frac{a_{\text{oh}}}{B} \right)^4 \frac{a_z}{a_s}, \quad (6.7)$$

où $B = \sqrt{\hbar^2/mV_R}$ est la largeur caractéristique donnée par l'amplitude du désordre, $a_{\text{oh}} = \sqrt{\hbar/m\omega}$ est la taille de l'oscillateur harmonique dans le plan 2D, $a_z = \sqrt{\hbar/m\omega_z}$ est la taille de l'oscillateur dans la direction verticale de confinement à 2D et a_s est la longueur de diffusion 3D du rubidium. Pour les paramètres de notre expérience avec $V_R \sim k_B \cdot 35$ nK, on trouve $N_c \sim 32000$, qui est un ordre de grandeur compatible avec nos résultats, même si nous ne sommes pas à température nulle. D'autre part, le résultat de l'équation (6.7) prédit :

$$N_c \propto V_R^2, \quad (6.8)$$

ce qui va aussi dans le sens de la non-linéarité observée dans notre expérience pour le décalage de l'apparition de la cohérence en fonction de l'amplitude du désordre. Expérimentalement, nous n'observons pas le régime de transition entre la phase isolante et

5. Ce n'est donc pas la transition thermique BKT qui est étudiée.

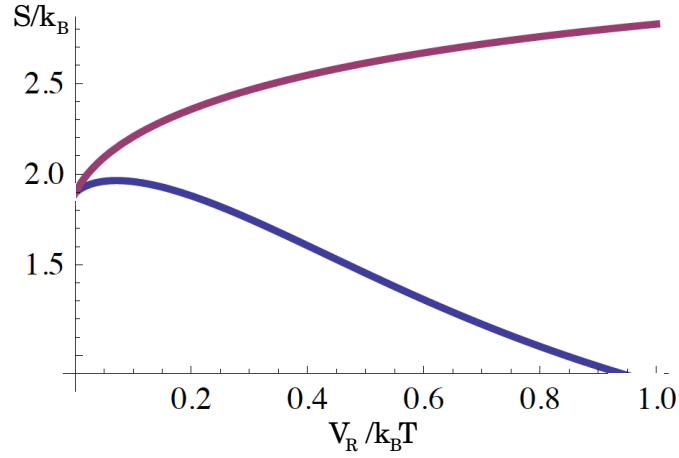


FIGURE 6.5 – Résultat obtenu par le calcul dans l’approximation de densité locale. Entropie par particule critique en fonction de l’amplitude du désordre. La courbe violette correspond à l’entropie critique pour le seuil de superfluidité locale. La courbe bleue correspond au seuil de superfluidité globale.

la phase superfluide mais entre la phase normale (métallique) et la phase superfluide. Dans le diagramme de phase d’un gaz 2D (voir [Aleiner 10]), les courbes de transition isolant-normal et normal-superfluide se rejoignent en un même point à température nulle, où il n’existe qu’une transition superfluide-isolant. Si la courbe de la transition normal-superfluide varie doucement avec la température, on pourrait comprendre que même à température non-nulle on observe des valeurs compatibles au cas de la température nulle. D’autre part, même si l’approximation de densité locale ne doit pas être valable dans nos systèmes, on constate que pour certaines grandeurs, les prédictions ne sont pas trop fausses.

6.3.3 Calculs numériques en approximation de densité locale

Pour évaluer la pertinence de la description LDA dans nos expériences, nous pouvons nous placer dans cette approximation et calculer numériquement la variation de l’entropie par particule critique en fonction de l’amplitude du désordre. Ces calculs ont été réalisés par Thomas Bourdel [Bourdel 12]. Pour cela, on calcule dans un premier temps l’entropie totale du nuage moyennée sur le désordre :

$$\langle S_{\text{total}} \rangle = \iint s \left(\mu_0 - \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 - V \right) n \left(\mu_0 - \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 - V \right) d^2 r P(V) dV, \quad (6.9)$$

où s est l’entropie locale par particule, n est la densité locale, $P(V)$ est la distribution de probabilité du désordre. On peut ramener ce calcul à celui de la densité dans l’espace des phases en fonction de μ : $D(\mu)$. En faisant le changement de variable $x = \mu_0 - \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 - V$ et $y = \mu_0 - \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 + V$, nous obtenons :

$$\langle S_{\text{total}} \rangle = \text{Cste} \int_{-\infty}^{\mu_0} s(x) D(x) \left(1 - e^{-\frac{\mu_0 - x}{V_R}} \right) dx. \quad (6.10)$$

Les valeurs de s en fonction de μ s'obtiennent grâce aux relations (4.26), (4.27) et (4.28). L'entropie totale par particule est alors

$$\frac{\langle S_{\text{total}} \rangle}{N}. \quad (6.11)$$

Pour obtenir les valeurs numériques de $D(\mu)$ on utilise la limite semi-classique de champ moyen dans la zone des faibles densités dans l'espace des phases (faibles μ) et le modèle de Thomas-Fermi pour les grandes densités, loin dans la zone superfluide. Autour de la transition, on peut utiliser les données Monte-Carlo tabulées dans [Prokof'ev 02]. En interpolant entre ces jeux de données, on obtient la courbe $D(\mu)$. Il reste enfin à choisir μ_0 . On considère deux valeurs de μ_0 en fonction du potentiel chimique critique de la transition BKT μ_c .

Pour $\mu_0 = \mu_c$: le gaz devient *localement* superfluide mais les régions superfluides sont piégées dans le désordre.

Pour $\mu_0 = \mu_c + V_{\text{perc}}$: les îlots superfluides percolent, le gaz devient *globalement* superfluide. A 2D, pour un speckle, $V_{\text{perc}} = 0.52V_R$ [Pezzé 11].

Dans ces deux limites, on peut calculer l'entropie critique en fonction de V_R . Sur la figure 6.5, on voit que pour vérifier la condition de superfluidité *locale*, le désordre est toujours favorable (c'est l'effet dimple qui prévaut). Pour la condition de superfluidité *globale*, lorsque la percolation entre en jeu, le désordre est favorable à petit V_R , puis devient défavorable ensuite. Qualitativement, les résultats sont compatibles avec les observations expérimentales où l'on a vu qu'à $V_R = 0.4 k_B T$ l'entropie critique est faiblement affectée et à $V_R = k_B T$, elle l'est beaucoup plus. Cependant ces calculs ne prennent pas en compte les états excités, ce qui explique la différence quantitative avec les résultats expérimentaux de la figure 6.3, pour les valeurs de l'entropie.

6.3.4 Conclusion sur la LDA

Les calculs réalisés dans le cadre de la LDA semblent qualitativement en accord avec les résultats expérimentaux, même si encore une fois ces modèles ne sont pas vraiment représentatifs de l'expérience. Pour autant, les résultats préliminaires de simulations Monte-Carlo réalisées par Markus Holzmann en présence de désordre semblent indiquer que l'approximation de densité locale n'est pas en accord avec les profils issus de la simulation. Il sera intéressant de poursuivre cette comparaison pour comprendre les limites de validité de la LDA. En particulier il serait intéressant de savoir à partir de quelle longueur de corrélation ce modèle, qui en l'absence de désordre est bon jusqu'à la transition BKT [Holzmann 08a], échoue à décrire les expériences avec désordre. La limite de validité de la LDA va aussi dépendre de la quantité observée.

Outre la question de la validité de la LDA, des études théoriques pourront nous renseigner sur les mécanismes en compétition qui affectent la superfluidité : percolation et effets de compression du gaz. Dans la limite où la longueur de corrélation est comparable à la longueur de cicatrisation (healing length), on peut aussi envisager que le désordre d'échelle

microscopique puisse agir directement sur les vortex responsables de la transition BKT en bloquant leur mouvement (« vortex pinning »), ce qui générerait la transition⁶.

A 2D, en présence de désordre à faible longueur de corrélation, les effets d'interférence quantique de type localisation d'Anderson jouent aussi un rôle puisque tous les états doivent être localisés à une certaine échelle. Cela constitue un autre effet pouvant réduire la cohérence dans les nuages. Mieux comprendre ces effets de localisation quantique à 2D est une des motivations de la dernière partie de ce travail.

6.3.5 Expérience de [Beeler 12]

Une expérience abordant des questions proches des nôtres a été menée dans le groupe de S. Rolston [Beeler 12]. Les auteurs ont étudié l'effet du désordre sur la phase et sur la densité du paramètre d'ordre du gaz superfluide. Ils ont voulu comprendre si le désordre affecte principalement la phase ou la densité. Pour cela, ils ont fait interférer deux gaz 2D et ont observé simultanément le contraste des franges d'interférence - qui donne une information sur la phase et ses fluctuations - et le profil bi-modal transverse donnant une information sur la fraction d'atomes cohérents.

Leurs résultats montrent que la présence de désordre affecte essentiellement la visibilité des franges d'interférence, et donc induit principalement des fluctuations de phase. Ces résultats sont obtenus pour des paramètres où le gaz en l'absence de désordre est toujours superfluide au centre. Ils sont complémentaires des résultats que nous avons obtenus et constituent une première étape expérimentale dans la compréhension des effets induits par le désordre.

6.4 Perspectives

Aujourd'hui, les mécanismes expliquant l'effet du désordre sur la cohérence ou la transition BKT ne sont pas encore bien connus. De nombreuses perspectives peuvent être envisagées. Nous donnons ici quelques pistes qui pourraient faire suite à notre travail.

6.4.1 Mesurer la fraction superfluide

Nous avons insisté sur le fait que notre mesure de la cohérence ne permet pas de situer exactement la transition BKT. Pour cela, il faudrait mesurer directement la fraction superfluide. Cela nécessite de sonder les propriétés dynamiques du fluide. Des travaux ont été réalisés dans le groupe de J. Dalibard [Desbuquois 12] pour mesurer les excitations d'un gaz produites par le mouvement d'une impureté dans le gaz. Une autre proposition a été présentée dans [Cooper 10, John 11]. Elle repose sur l'utilisation d'un pseudo-potential vecteur (voir [Dalibard 11] et chapitre 9.4.3) créé par des faisceaux optiques, pour mettre le fluide en rotation. Une mesure spectroscopique des différences de population de chaque état permet une mesure de la densité superfluide. Il est aussi possible d'obtenir la fraction superfluide directement, grâce au profil de densité d'un gaz en rotation [Ho 09].

6. Notons que l'effet du vortex pinning n'est pas clair car il pourrait aussi bien gêner l'appariement que le désappariement des vortex et donc favoriser ou défavoriser la phase superfluide.

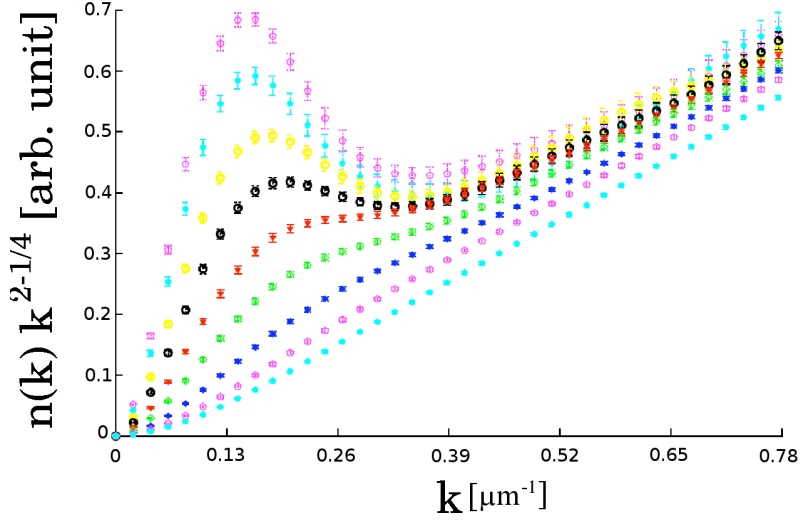


FIGURE 6.6 – Résultat de simulations Monte-Carlo quantique pour la distribution d'impulsion normalisée : $n(\mathbf{k})k^{2-1/4}$ en fonction de k pour différentes valeurs de la dégénérescence autour de la transition superfluide. Ces courbes correspondent à un nombre d'atomes $N=40000$ et à des températures de [58.8, 59.6, 60.4, 61.2, 62.0, 62.9, 63.7, 64.5, 65.3] nK de la courbe supérieure à la courbe inférieure. L'effet de taille fini impose à toutes les courbes de tendre vers 0 en $k = 0$. Dans la phase superfluide, la divergence pour $k = 0$ qui aurait lieu dans un système infini est tout de même visible, par un plateau. Sur notre expérience, la résolution de l'imagerie en k est de l'ordre de $0.2 \mu\text{m}^{-1}$, rendant cet effet inobservable.

6.4.2 Signature de la transition en $n(k)$

Les méthodes proposées ci-dessus permettraient de mesurer la fraction superfluide et sont intéressantes. Cependant, pour notre expérience, elles nécessiteraient de nombreuses modifications. Une autre méthode plus proche de notre dispositif expérimental a été proposée par Markus Holzmann, pour situer la transition directement à travers le changement de comportement de la fraction superfluide, d'une décroissance exponentielle à une décroissance algébrique. Cette méthode repose uniquement sur les profils de distribution d'impulsion. Le principe est le suivant. Dans une boîte, la distribution d'impulsion est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation g_1 :

$$n(\mathbf{k}) = \int e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} g_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r} . \quad (6.12)$$

Dans la phase superfluide, où $g_1 \sim r^{-\eta}$ (avec $\eta < 1/4$) :

$$n(\mathbf{k}) = \frac{1}{k^{2-\eta}} \int e^{i\frac{\mathbf{k}}{k}\cdot\mathbf{u}} u^{-\eta} d\mathbf{u} , \quad (6.13)$$

où l'intégrale est une constante indépendante de $|\mathbf{k}|$. Donc si nous multiplions $n(\mathbf{k})$ par $k^{2-1/4}$, nous obtenons :

$$n(\mathbf{k})k^{2-1/4} \propto k^{\eta-1/4} , \quad (6.14)$$

expression qui diverge en $k = 0$, puisque $\eta < 1/4$ dans la phase superfluide (voir chapitre 4). Au contraire, dans la phase normale : $g_1(\mathbf{r}) \sim e^{-r/l}$, donc

$$n(\mathbf{k})k^{2-1/4} \propto \frac{k^{2-1/4}}{1 + (k/\kappa)^2}, \quad (6.15)$$

qui tend vers 0 quand k tend vers 0. Tracer $n(\mathbf{k})k^{2-1/4}$ nous permet donc de distinguer, à petit k , la décroissance exponentielle de la décroissance algébrique de g_1 .

En pratique, la taille finie du piège contraint à avoir $n(\mathbf{k})k^{2-1/4} \rightarrow 0$ quand $k \rightarrow 0$, mais le comportement va rester différent entre les deux phases, normale et superfluide, comme on peut le voir sur le résultat des simulations Monte-Carlo de la figure 6.6. Il faut aussi que la résolution de l'imagerie permette de distinguer la zone des faibles k , ce qui n'est pas le cas sur notre expérience actuellement, où elle vaut $\sim 0.2 \mu\text{m}^{-1}$.

6.4.3 Autres perspectives

On peut finalement mentionner les perspectives les plus proches de notre travail. Après ce travail, nous savons quantifier des décalages en entropie de l'apparition de la cohérence. Nous pourrions poursuivre ce travail en étudiant de manière systématique la valeur de ce décalage en fonction de la force du désordre. Une comparaison des profils expérimentaux avec des simulations Monte-Carlo incluant le désordre est en cours et pourra apporter beaucoup d'informations, en particulier un moyen d'extraire les grandeurs physiques caractérisant le gaz en présence de désordre (T, μ, n_s, \dots).

Enfin, nous sommes en train de refroidir du potassium dans l'expérience. Cet atome présente l'intérêt d'avoir des résonances de Feshbach facilement accessibles. Cela permettra de modifier les interactions entre atomes et d'étudier plus finement le rôle de celles-ci.

Conclusion

Notre expérience constitue une première étape dans l'étude des gaz de Bose 2D en présence de désordre corrélé. Nous sommes capables d'observer un décalage en entropie de l'apparition de la cohérence. A désordre fort, nous n'arrivons pas à observer l'émergence d'une cohérence significative. L'absence de théorie quantitative, dans des gammes de paramètres similaires aux nôtres, limite l'interprétation des résultats en terme de mécanisme. Ce travail ouvre cependant la voie à une étude expérimentale plus approfondie des effets combinés du désordre et des interactions.

Troisième partie

Diffusion d'un gaz de Bose bidimensionnel dans un potentiel désordonné

Etude de la diffusion classique

Une bande de tous-seuls ensemble : voilà ce qu'on est !

À toi pour toujours, ta Marie-Lou
Michel Tremblay

7.1 Introduction

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'étude des propriétés de transport d'un gaz bidimensionnel en présence de désordre. Le désordre est un potentiel de speckle, fixe dans le temps et corrélé spatialement. Nous l'avons décrit au chapitre 2. Les atomes diffusent dans le potentiel désordonné en subissant des collisions élastiques. Les caractéristiques physiques de la diffusion dépendent du régime considéré. De manière générale, pour étudier la propagation d'un atome dans le désordre, nous considérons la probabilité $P(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)$ d'aller d'un point \mathbf{r}_0 à un point \mathbf{r} en un temps t . Cette probabilité dépend des caractéristiques statistiques du désordre. Elle doit être indépendante d'une réalisation particulière de celui-ci. Elle s'obtient en prenant la moyenne de l'intensité de probabilité de diffusion sur les différentes réalisations statistiques du désordre :

$$P(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) = \langle |A(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)|^2 \rangle , \quad (7.1)$$

où $A(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)$ est l'amplitude de diffusion. L'amplitude totale $A(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)$ est la somme de toutes les amplitudes $\{a_i(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)\}$ correspondant à tous les chemins possibles qui relient \mathbf{r}_0 à \mathbf{r} en un temps t . On obtient donc :

$$P(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) = \sum_{i,j} \langle a_i^* a_j \rangle , \quad (7.2)$$

expression que l'on peut écrire sous la forme :

$$P(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) = \sum_i \langle |a_i|^2 \rangle + \sum_{i \neq j} \langle a_i^* a_j \rangle . \quad (7.3)$$

Le premier terme de l'expression (7.3) contient la somme incohérente des amplitudes de probabilité. Ne considérer que ce terme revient à négliger les interférences entre les différentes trajectoires. Il s'agit du terme de diffusion classique, appelé « diffuson ». Le second terme prend en compte les interférences entre les différentes amplitudes de probabilité. Ces corrections quantiques sont responsables du phénomène de localisation.

La diffusion est caractérisée par différentes échelles de longueur qui définissent l'importance des termes du développement (7.3) et donc les propriétés du régime de diffusion. Tout d'abord les atomes sont des ondes de matière dont la longueur caractéristique est la longueur d'onde de De Broglie λ_T . Le désordre a, quant à lui, une longueur caractéristique : sa longueur de corrélation σ , qui, pour le speckle, donne à la fois l'ordre de grandeur de la taille des grains de désordre et de la distance entre grains. La longueur caractéristique sur laquelle l'amplitude de diffusion dans la direction initiale décroît est appelée la longueur de diffusion l_s . Cette distance, dans le speckle est généralement supérieure à la distance entre deux grains de speckle ($l_s > \sigma$). Lorsque l'effet du désordre est faible, les particules sont faiblement déviées au premier événement de diffusion. Une autre longueur caractéristique, appelée libre parcours moyen de transport l^* , est la longueur sur laquelle la particule perd complètement la mémoire de ses conditions initiales. En l'absence d'effets d'interférence entre les chemins de probabilité, le libre parcours moyen de transport est appelé longueur de Boltzmann et noté l_B . Enfin, on peut ajouter à la liste des longueurs caractéristiques la taille du système L et la longueur de localisation L_{Loc} si on décrit le régime localisé.

Nous pouvons distinguer deux régimes de diffusion. Si $\lambda_T \ll (\sigma, l_B)$, les atomes se comportent, vis à vis du désordre, comme des particules qui vérifient les équations du mouvement de Newton. C'est le régime de la diffusion classique. Si $\lambda_T \gg (\sigma, l_B)$, les atomes se comportent, vis à vis du désordre, comme des ondes. Des effets d'interférence peuvent avoir lieu. Le phénomène de localisation, faible ou forte, d'Anderson, va ralentir voire supprimer la diffusion.

Dans ce chapitre, nous considérons le régime de diffusion classique où $\lambda_T \ll \sigma \leq l_B \ll L$. Cette étude est une étape expérimentale préliminaire vers l'observation d'effets d'interférence et de localisation. L'enjeu est d'observer le régime de diffusion classique puis de le caractériser. La principale difficulté réside dans le fait que nous disposons d'un gaz avec une certaine distribution d'énergie, chaque classe d'énergie possédant un coefficient de diffusion différent. En observant l'évolution de la densité centrale, nous mettons en évidence le régime de diffusion classique pour notre système. Afin d'extraire une mesure quantitative des coefficients de diffusion, nous nous appuyons sur les résultats d'une simulation. Elle nous permet de construire un modèle à ajuster sur les données expérimentales.

7.1.1 Diffusion classique

L'étude du phénomène de diffusion classique a une longue histoire [Brown 28, Einstein 05, Langevin 08]. Il peut-être décrit par le modèle discret de la marche aléatoire, où à chaque pas de temps la particule subit un déplacement aléatoire. L'équation de diffusion classique est obtenue à partir de l'équation de continuité (loi de conservation) pour la densité de probabilité $P(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)$ [Müller 09] :

$$\frac{\partial P}{\partial t}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) + \nabla \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) = S(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) , \quad (7.4)$$

où \mathbf{j} représente la densité de courant associée à $P(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)$, et $S(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)$ est un éventuel terme source. Nous pouvons exprimer \mathbf{j} en fonction de P dans le régime de la réponse linéaire et nous obtenons une loi de Fick :

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) = -D\nabla P(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) . \quad (7.5)$$

En combinant (7.4) et (7.5) nous obtenons l'équation de diffusion :

$$[\partial_t - D\nabla^2]P(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) = S(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) . \quad (7.6)$$

Cette équation peut être résolue dans le domaine de Fourier, pour une source ponctuelle $S(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) = \delta(\mathbf{r})\delta(t)$. Cela fournit la fonction de Green du problème, appelée noyau de diffusion :

$$G_0(q, \omega) = \frac{1}{-i\omega + Dq^2} , \quad (7.7)$$

ou encore

$$G_0(r, t) = \int \frac{d\omega}{2\pi} \int \frac{d^2q}{(2\pi)^2} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} G_0(q, \omega) = \Theta(t) \frac{1}{4\pi Dt} e^{-r^2/4Dt} . \quad (7.8)$$

Le coefficient de diffusion D est une grandeur qui dépend des paramètres du désordre et de l'énergie de la particule. En l'absence d'effets d'interférence, la constante de diffusion s'exprime en fonction de la longueur de Boltzmann l_B et de l'impulsion $\hbar k$ de la particule :

$$D(k) = \frac{\hbar k l_B}{2m} . \quad (7.9)$$

L'équation (7.8) donne directement l'évolution de la taille du système :

$$\langle r^2 \rangle = 2Dt . \quad (7.10)$$

On trouve ici un résultat caractéristique de la diffusion. La variance de la taille du système évolue proportionnellement au temps. Le coefficient de proportionnalité est la constante de diffusion. En comparaison, pour un mouvement balistique (sans désordre), la variance évolue quadratiquement avec le temps : $\langle r^2 \rangle \propto t^2$.

7.1.2 Régimes de diffusion

En présence de désordre, dans le régime classique, deux comportements asymptotiques sont possibles. Soit l'énergie E de la particule est sous le seuil de percolation E_{perc} , la particule est alors piégée dans une région du désordre de taille finie ; soit son énergie est supérieure à E_{perc} et elle présente un comportement diffusif. Le seuil de percolation classique est déterminé en considérant les zones énergétiquement accessibles du désordre. Si ces zones connectent l'ensemble du domaine, il y a percolation. Sinon, la particule est piégée.

Expérimentalement, nous utilisons un potentiel de speckle répulsif (voir chapitre 2). Pour le speckle, des calculs théoriques [Weinrib 82] et numériques [Smith 79, Pezzé 11] ont montré qu'à 2D : $E_{\text{perc}} = 0.52 V_R$, où V_R est l'amplitude moyenne du désordre. Notons que le seuil de percolation est fortement dépendant de la dimension de l'espace. A titre de comparaison, pour un speckle, à 1D il existe statistiquement toujours des pics d'énergie supérieure à l'énergie de la particule et $E_{\text{perc}} = \infty$. A 3D, un calcul numérique [Pilati 10] permet de montrer que $E_{\text{perc}} = 0.0004 V_R$. Qualitativement, il est plus facile de contourner les grains de désordre quand la dimension d'espace est grande. Le seuil de percolation classique est donc plus bas à 3D qu'à 2D ou 1D.

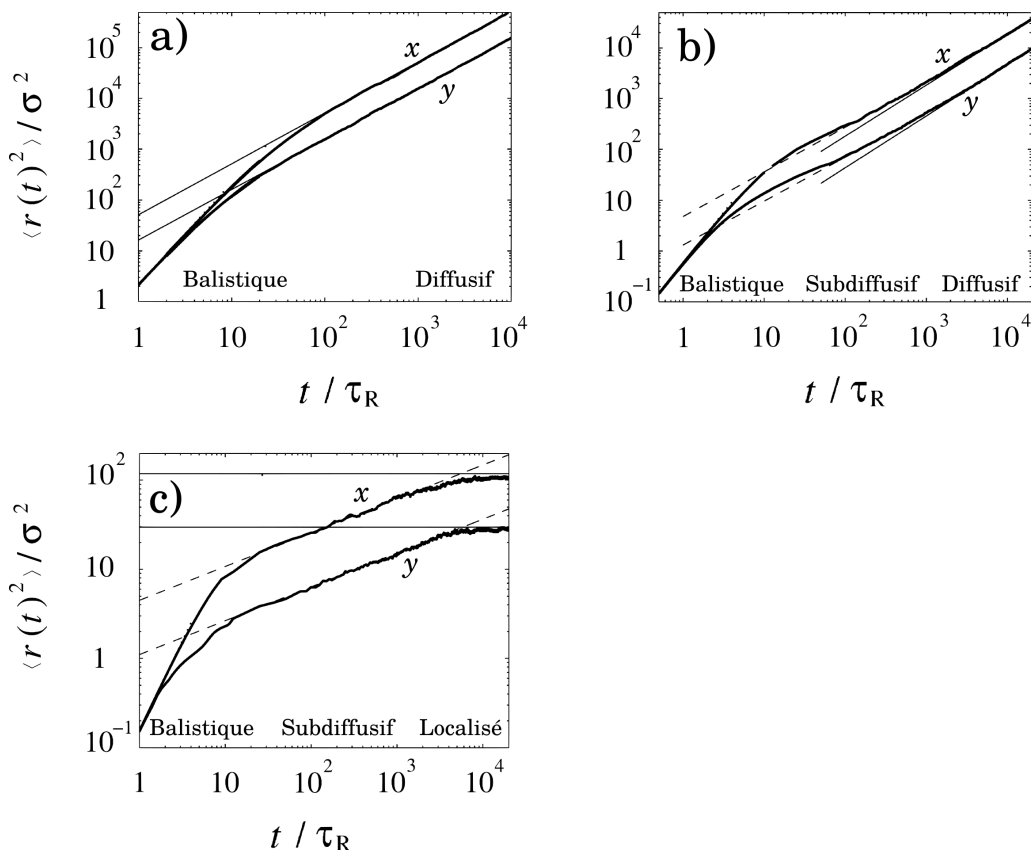


FIGURE 7.1 – Différents régimes de diffusion et régimes transitoires. Sur chaque courbe est représentée la variance du déplacement d'une particule d'énergie E , moyennée sur le désordre. Les deux courbes correspondent aux deux axes du plan (x et y). L'unité de temps des simulations est $\tau_R = \sqrt{m\sigma^2/V_R} = 0.5$ ms. a) $E = 3 V_R$. La dynamique à temps court est balistique, puis devient diffusive à temps long. b) $E = V_R$. La dynamique à temps court est balistique, puis devient subdiffusive à temps intermédiaire et enfin diffusive asymptotiquement. c) $E = 0.3 V_R$. La dynamique à temps court est balistique, puis devient subdiffusive à temps intermédiaire et enfin piégée asymptotiquement. Ce comportement est cohérent avec le fait que l'énergie est sous le seuil de percolation $E_{\text{perc}} = 0.52 V_R$.

S'il n'existe classiquement que les deux régimes asymptotiques présentés ci-dessous, la dynamique à temps courts est plus riche, et d'autres comportements sont observés. A temps très courts, par exemple, la particule ne ressent pas instantanément le désordre et sa dynamique est balistique. Par ailleurs, pour un gaz sous le seuil de percolation mais proche de celui-ci, $E < E_{\text{perc}}$, il faudra un temps fini pour que l'expansion du gaz soit bloquée. Durant cette phase transitoire, la taille d'un ensemble de particules d'énergie E a une dépendance temporelle particulière, typiquement en loi de puissance :

$$\langle r^2 \rangle \propto t^\alpha . \quad (7.11)$$

Si $\alpha = 2$ l'expansion est balistique. Si $\alpha = 1$, l'expansion est diffusive. Sinon, l'expansion est subdiffusive pour $\alpha < 1$ et superdiffusive pour $1 < \alpha < 2$. Les simulations effectuées

par Luca Pezzé [Pezzé 11] mettent en évidence ces comportements transitoires. Sur la figure 7.1, on peut observer la trajectoire singulière d'une particule d'énergie $E = V_R$ et la variance moyenne de son expansion. Le mouvement à temps court est balistique, puis devient subdiffusif et finalement diffusif. Pour une énergie plus grande, $E = 3 V_R$, le régime subdiffusif est absent. Enfin, pour une énergie $E = 0.3 V_R < 0.52 V_R$, la particule, transitoirement subdiffusive, est piégée asymptotiquement. Pour des énergies proches du seuil de percolation, typiquement $E \leq 2 V_R$, nous constatons que la dynamique est subdiffusive pendant un temps assez long. En valeurs dimensionnées, la durée de ce régime transitoire vaut typiquement $t \sim 500$ ms pour des paramètres de simulation similaires à nos paramètres expérimentaux. Cela correspond aux durées caractéristiques des expériences que nous réalisons.

7.2 Description de l'expérience

L'expérience que nous décrivons ici a été réalisée avant l'expérience présentée dans la partie 2 concernant l'étude de la cohérence. Le protocole des deux expériences est assez similaire sur le principe - nous l'avons décrit dans la partie 1 - mais les améliorations que nous y avons apporté au cours du temps rendent les paramètres expérimentaux quantitativement différents. Les valeurs numériques données dans la partie 1 (fréquences des pièges, corrélations du désordre, ...) correspondent à la partie 2 et sont différentes ici. Nous précisons ci-dessous les valeurs correspondantes.

Les atomes sont refroidis dans un piège dipolaire puis confinés verticalement dans le piège 2D, comme nous l'avons décrit dans le chapitre 1. Dans l'expérience, le confinement vertical a une fréquence d'oscillation de $\omega_z/2\pi \sim 680$ Hz. Dans le piège final, la température du nuage est $T = 200$ nK. Nous avons donc $k_B T \sim 6\hbar\omega_z$. Les atomes peuplent de manière importante les niveaux excités de l'oscillateur harmonique vertical.

Le désordre est un potentiel de speckle optique analogue à celui décrit dans le chapitre 2. Cependant, dans cette première version du montage, le désordre est réalisé avec un laser dont la longueur d'onde est 767 nm (et non 532 nm comme dans la version de la partie 2). Les longueurs de corrélations sont $\sigma_x = 1.6 \mu\text{m}$ et $\sigma_y = 0.8 \mu\text{m}$. Le désordre est anisotrope car, comme dans la version actuelle, l'axe de propagation du faisceau de speckle fait un angle de 30° avec le plan horizontal des atomes. L'amplitude du désordre que nous utilisons est $V_R = k_B \cdot 53$ nK. A l'instant $t = 0$, on coupe le confinement horizontal et le gaz s'étend dans le désordre. Le confinement vertical 2D reste présent tout au long de l'expansion.

Les profils de nuages atomiques obtenus expérimentalement sont représentés sur la figure 7.2. Nous avons représenté l'expansion en présence et en l'absence de désordre. En présence de désordre, l'expansion est ralentie et le profil plus piqué. Nous analysons ces profils de manière quantitative dans la suite.

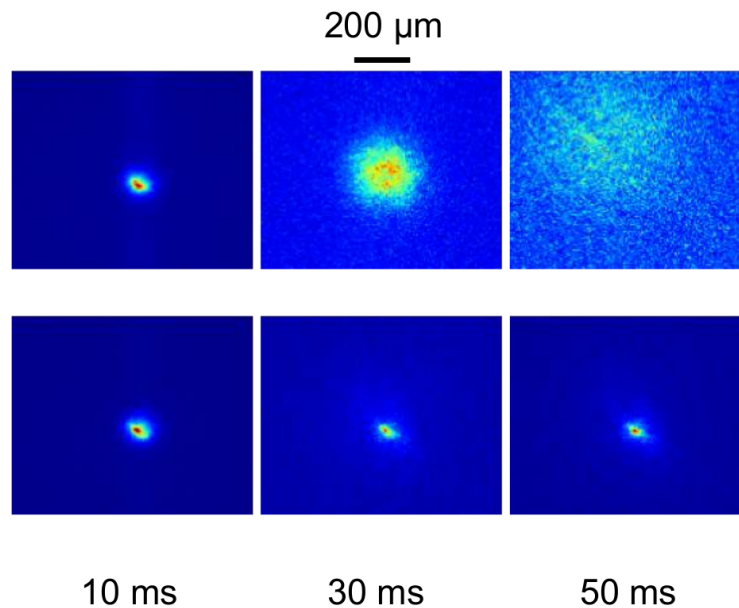


FIGURE 7.2 – Densité spatiale des atomes en fonction du temps d'expansion. La première ligne correspond à l'expansion sans désordre, la deuxième ligne à l'expansion en présence de désordre.

7.3 Distribution spatiale

La principale difficulté dans l'analyse des profils expérimentaux vient du fait qu'à l'instant $t = 0$, le gaz est à l'équilibre thermodynamique. Il possède une distribution d'énergie $n(E)$. De ce fait, l'évolution du gaz va être le résultat de l'addition de plusieurs régimes de diffusion. Les particules de plus basse énergie seront piégées, celles de plus haute énergie seront balistiques dans le temps de l'expérience et les particules d'énergie moyenne auront un comportement diffusif ou subdiffusif.

7.3.1 Dynamique verticale

Nous commençons par étudier l'influence du peuplement des niveaux de l'oscillateur harmonique vertical. Lorsque $k_B T \geq \hbar \omega_z$ les états de l'oscillateur harmonique vertical sont thermiquement peuplés et le gaz n'est pas strictement 2D. De plus, dans notre configuration expérimentale, le désordre fait un angle de 30° avec le plan 2D des atomes et couple l'énergie dans les deux directions du plan avec l'énergie dans la direction verticale. Les simulations numériques de [Pezzé 11] ont montré que l'énergie initialement dans le plan est effectivement rapidement redistribuée dans toutes les directions. La *dynamique* verticale est cependant stationnaire. L'expansion a bien lieu dans le plan, avec des constantes de diffusion légèrement renormalisées. Dans la suite, nous considérons uniquement une dynamique 2D. Néanmoins, la population des états excités est prise en compte pour calculer la distribution d'énergie du gaz.

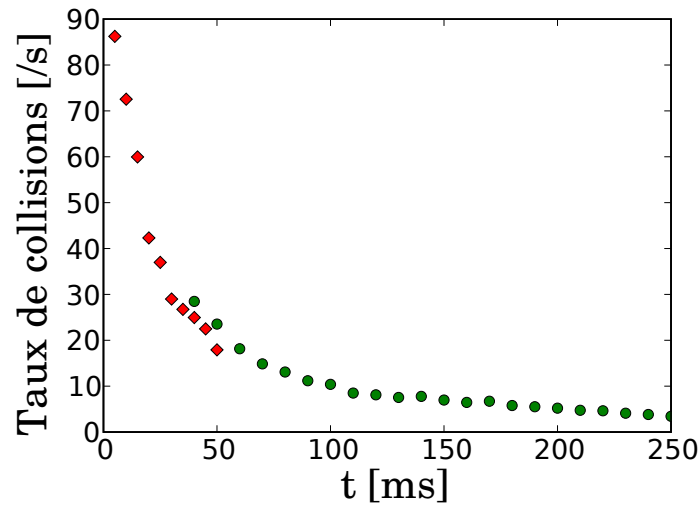


FIGURE 7.3 – Taux de collision élastique à deux corps au centre du nuage après allumage soudain du désordre au début de l'expansion. Les points rouges à temps court sont mesurés sans gains d'amplification de la caméra. Les points verts sont mesurés avec un gain $\times 12$. Le taux de collision est initialement assez élevé pour que les particules subissent quelques collisions puis il décroît, garantissant une expansion majoritairement sans interaction.

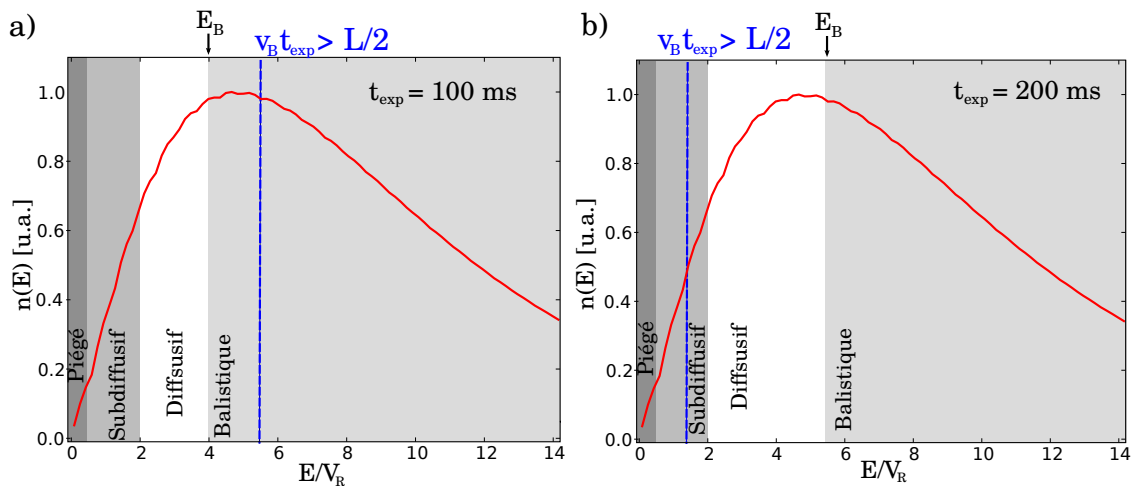


FIGURE 7.4 – Distribution d'énergie des atomes en présence de désordre pour un gaz initialement à une température de 200 nK. Sur chaque courbe les zones grisées/blanches représentent schématiquement les zones d'énergie où la dynamique des atomes pendant le temps de l'expérience t_{exp} est (de gauche à droite) : piégée, subdiffusive, diffusive, balistique. Nous indiquons l'énergie E_B correspondant à l'énergie pour laquelle le temps de Boltzmann des particules serait égal au temps de l'expérience. La ligne pointillée bleue correspond à l'énergie minimale pour laquelle des atomes balistiques à cette énergie sortent de l'image. Si cette limite est dans la zone balistique (cas (a)), alors il reste des atomes balistiques sur l'image finale. Sinon (cas (b)), tous les atomes avec une dynamique balistique sont sortis de l'image. a) $t_{\text{exp}} = 100$ ms. b) $t_{\text{exp}} = 200$ ms.

7.3.2 Distribution d'énergie

Afin d'élaborer un modèle pour la densité spatiale du gaz d'atomes après un temps d'expansion t_{exp} , il faut connaître la distribution d'énergie du gaz initial. La température caractéristique du gaz dans ces expériences est $T \sim 200$ nK. L'amplitude du désordre est $V_R \sim k_B \cdot 53$ nK. Pour calculer la distribution d'énergie, nous supposons que le gaz atteint l'équilibre thermique en présence de désordre. Même dans le cas où le désordre est allumé soudainement, les atomes subissent rapidement quelques collisions qui assurent leur thermalisation. Sur la figure 7.3 est tracé le taux de collision dans le gaz en fonction du temps. On constate qu'il est important au début de l'expansion, permettant une thermalisation rapide, puis qu'il décroît rapidement, assurant que l'expansion après un temps court est sans interaction. Dans ce cadre, on peut calculer la distribution d'énergie à 2D pour un speckle répulsif [Pezzé 11] :

$$\langle n(E) \rangle = \beta(1 + \beta V_R) e^{-\beta E} \left(1 - e^{-E/V_R}\right) \Theta(E) . \quad (7.12)$$

Si on considère les niveaux excités, cette équation devient :

$$\langle n(E) \rangle = \beta(1 + \beta V_R) e^{-\beta E} \sum_{\nu=0}^{\lfloor E/\hbar\omega_z \rfloor} \left(1 - e^{(\nu\hbar\omega_z - E)/V_R}\right) \Theta(E) . \quad (7.13)$$

La densité d'énergie est tracée sur la figure 7.4 pour nos paramètres expérimentaux. La fraction d'atomes sous le seuil de percolation ($E \leq 0.52 V_R$) est de $\sim 0.4\%$. La fraction d'atomes qui seraient subdiffusifs dans la durée de l'expérience ($0.52 V_R \leq E \leq 2 V_R$) est de $\sim 6\%$. Nous pourrions négliger en première approximation la faible proportion d'atomes piégés et subdiffusifs. Parmi les atomes restants, certains atteignent le régime diffusif. Ceux avec le plus d'énergie restent balistiques pendant le temps de l'expérience. Pour analyser les profils en ne considérant que les atomes diffusifs, il faut que tous les atomes dans le régime balistique soient sortis de la zone d'étude. Les atomes sont balistiques si le temps de Boltzmann qui correspond à leur énergie est supérieur au temps de l'expérience. La partie de la distribution d'énergie qui correspond aux atomes balistiques est représentée par la zone gris clair sur la figure 7.4. Si nous notons E_B la limite inférieure de cette zone, nous pourrions considérer qu'il n'y a plus d'atomes balistiques sur l'image si l'énergie E_B suffit à sortir de la zone d'intérêt, de taille $L \sim 1.08$ mm, pendant le temps d'expansion t_{exp} :

$$\sqrt{\frac{2E_B}{m}} t_{\text{exp}} > \frac{L}{2} . \quad (7.14)$$

Sur la figure 7.4, nous avons représenté cette condition. Pour un temps d'expérience $t = 100$ ms, il reste des atomes balistiques sur l'image. En revanche, pour $t = 200$ ms, les atomes balistiques sont sortis de l'image. Nous considérons alors que la quasi-totalité des atomes est diffusive.

7.3.3 Modèle pour la distribution spatiale

Pour un nuage diffusif avec une distribution d'énergie $n(E)$, la distribution spatiale après expansion s'obtient en sommant le noyau de diffusion (équation 7.8) sur les énergies

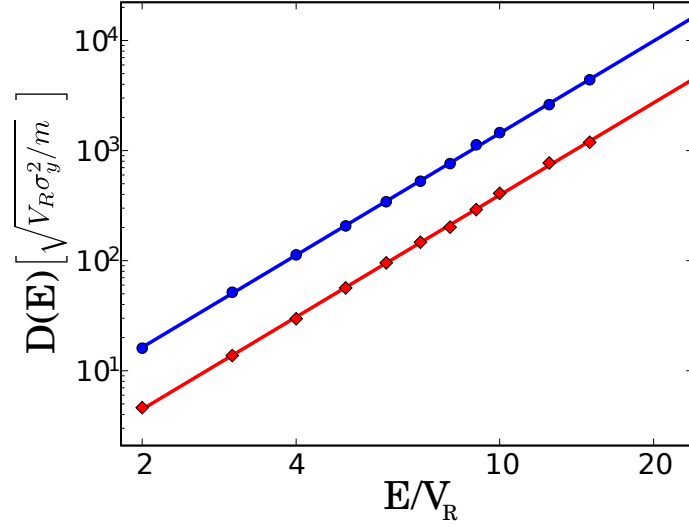


FIGURE 7.5 – Coefficients de diffusion obtenus numériquement dans [Pezzé 11] en fonction de l'énergie, pour les deux axes propres du système (Bleu : axe x , Rouge : axe y). Ces simulations sont effectuées pour des paramètres similaires à nos paramètres expérimentaux. Ce résultat montre la dépendance algébrique des coefficients de diffusion par rapport à l'énergie, et que cette dépendance est la même selon les deux directions propres du système. L'exposant trouvé numériquement est 2.8.

en pondérant par la distribution d'énergie $n(E)$:

$$n(x, y, t) = \int dE \frac{n(E)}{4\pi\sqrt{D_x(E)D_y(E)}t} \exp\left(-\frac{x^2}{4D_x(E)t} - \frac{y^2}{4D_y(E)t}\right). \quad (7.15)$$

Cette distribution décrit nos profils expérimentaux.

7.3.3.1 Densité centrale

Nous pouvons extraire un résultat simple de l'expression (7.15). L'évolution de la densité centrale s'écrit :

$$n(0, 0, t) = \frac{1}{t} \int dE \frac{n(E)}{4\pi\sqrt{D_x(E)D_y(E)}}. \quad (7.16)$$

Cette évolution en $1/t$ est caractéristique du régime diffusif à 2D. A titre de comparaison, pour une expansion balistique, à temps long¹ : $n(0, 0, t) \propto 1/t^2$. Ce résultat simple et facilement accessible expérimentalement nous fournit une signature du régime de diffusion.

7.3.3.2 Dépendance en énergie des coefficients de diffusion

Le principal problème pour utiliser le modèle (7.15) dans l'analyse des résultats expérimentaux est la dépendance en énergie des coefficients de diffusion, dont on ne connaît pas la forme a priori. Dans [Kuhn 07], les auteurs prédisent que dans les limites $k\sigma \ll 1$ et

1. La limite de temps long étant obtenue quand la taille du nuage est grande devant la taille initiale.

$k\sigma \gg 1$, où hk est l'impulsion de la particule et σ la longueur de corrélation du désordre, les coefficients de diffusion dépendent algébriquement de l'énergie, avec une puissance différente, respectivement $D(E) \propto E$ et $D(E) \propto E^{2.5}$. Dans notre expérience, nous avons $k\sigma_{x,y} \sim 5 - 10$, ce qui ne correspond à aucune des deux limites précédentes. Cependant, pour nos paramètres, les simulations de [Pezzé 11] confirment le comportement algébrique du coefficient de diffusion en fonction de l'énergie, comme on peut le voir sur la figure 7.5. L'exposant trouvé numériquement pour nos paramètres quasi-2D, en incluant les niveaux de l'oscillateur harmonique vertical, est 2.8 : $D(E) \propto E^{2.8}$. Le résultat pour l'exposant est différent si on considère un cas purement 2D, mais reste proche : $D(E) \propto E^{3.15}$. Ces résultats nous permettent en tout cas de justifier l'utilisation d'un *ansatz* pour la forme du coefficient de diffusion :

$$D_{x,y}(E) = D_{x,y}^0 \left(\frac{E}{E_{\text{rec}}} \right)^\gamma, \quad (7.17)$$

où γ et $D_{x,y}^0$ sont des paramètres à déterminer, E_{rec} est l'énergie de recul des atomes dans le potentiel. En utilisant l'équation (7.15), nous obtenons donc le modèle suivant :

$$n(x, y, t) = \int dE \frac{n(E)}{4\pi \sqrt{D_x^0 D_y^0} \left(\frac{E}{E_{\text{rec}}} \right)^\gamma t} \exp \left(-\frac{x^2}{4D_x^0 \left(\frac{E}{E_{\text{rec}}} \right)^\gamma t} - \frac{y^2}{4D_y^0 \left(\frac{E}{E_{\text{rec}}} \right)^\gamma t} \right). \quad (7.18)$$

Dans ce modèle, $n(E)$ est déterminé a priori à travers des mesures indépendantes de la température T , de l'amplitude du désordre V_R et de la fréquence du confinement 2D $\omega_z/2\pi$. Les seuls paramètres d'ajustement restent donc γ , D_x^0 et D_y^0 .

7.4 Analyse des résultats expérimentaux

Pour analyser les profils bidimensionnels de la figure 7.2, nous commençons par étudier l'évolution temporelle des profils. Sur la figure 7.6, nous avons tracé le profil 2D du nuage à 50 ms dans une échelle de couleur qui met en évidence sa double structure. Le fond isotrope est dû aux atomes de plus haute énergie qui ne ressentent pas le désordre, car la durée de l'expérience est inférieure à leur temps de Boltzmann. La structure centrale, piquée et anisotrope, correspond aux atomes de plus basse énergie qui diffusent dans le désordre. Sur les profils intégrés, nous observons que les profils ne sont pas gaussiens. Cela est conforme à la forme de la distribution (7.18), et confirme que les coefficients de diffusion dépendent de l'énergie².

7.4.1 Densité centrale

Sur la figure 7.7, nous traçons l'évolution de la densité centrale en fonction du temps. Nous observons bien une décroissance algébrique en temps (une droite en représentation log-log). En l'absence de désordre, l'exposant de la décroissance vaut $\alpha = -2.0 \pm 0.3$, comme attendu pour une expansion balistique. En présence de désordre, nous mesurons $\alpha = -0.9 \pm 0.2$, ce qui correspond à la décroissance en $1/t$ attendue pour le régime diffusif (cf équation (7.16)). Nous avons donc mis en évidence l'existence d'un régime où la majorité des atomes restant après 200 ms est diffusive.

2. En effet, si les coefficients de diffusion étaient indépendants de l'énergie, le calcul de l'intégrale (7.18) donnerait une gaussienne.

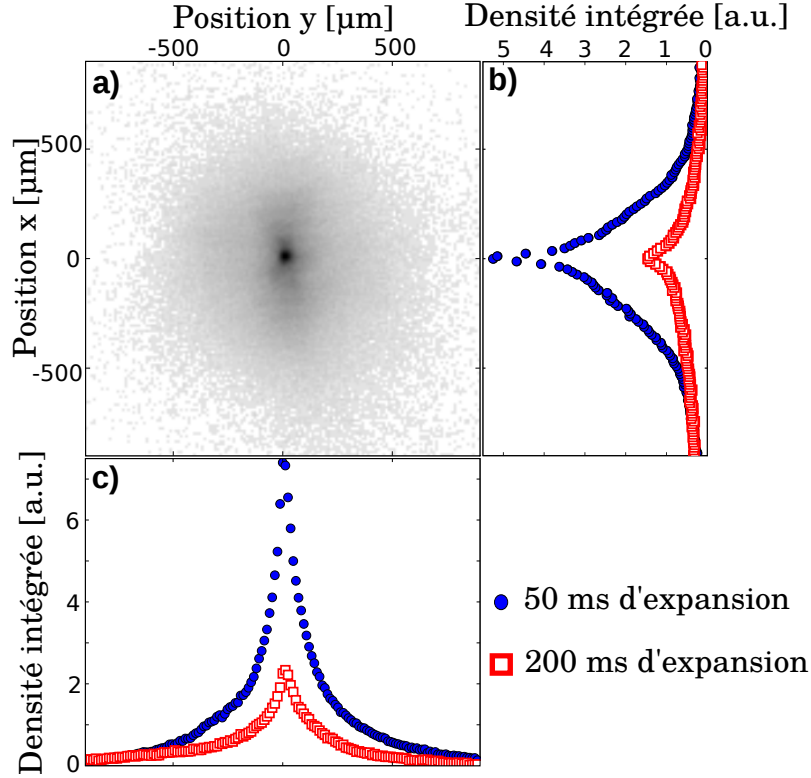


FIGURE 7.6 – a) Image 2D obtenue après 50 ms d'expansion dans le désordre. Les atomes balistiques forment un fond isotrope et les atomes diffusifs une structure piquée anisotrope. b) et c) Densités intégrées pour des temps de 50 ms (ronds bleus) et 200 ms (carrés rouges). Les profils sont fortement non-gaussiens témoignant de la dépendance en énergie des coefficients de diffusion.

7.4.2 Mesure des coefficients de diffusion

Nous ajustons maintenant le modèle de l'équation (7.18) pour extraire la valeur des coefficients de diffusion. Avant cela, il faut prendre en compte la résolution du système d'imagerie. Nous convoluons le profil de l'équation (7.18) par une gaussienne dont la taille est égale à la résolution de notre imagerie. Dans cette version de l'expérience, la longueur de résolution vaut $\sigma_{\text{resol}} \sim 15 \mu\text{m}$.

Le résultat de l'ajustement du modèle (7.18) est présenté sur la figure 7.8. Il s'agit d'un ajustement 2D. Nous traçons plusieurs coupes du profil 2D. Le modèle reproduit les données expérimentales de manière satisfaisante. Les paramètres ajustés valent :

$$D_x^0 = 3.0(1.5) \cdot 10^{-7} \text{m}^2/\text{s} , \quad (7.19)$$

$$D_y^0 = 8.7(4.3) \cdot 10^{-8} \text{m}^2/\text{s} , \quad (7.20)$$

$$\gamma = 3.3(3) . \quad (7.21)$$

Les incertitudes proviennent des déterminations de N , T , V_R , ω_z , mais particulièrement de la mauvaise connaissance de V_R . Dans les simulations numériques réalisées par [Pezzé 11],

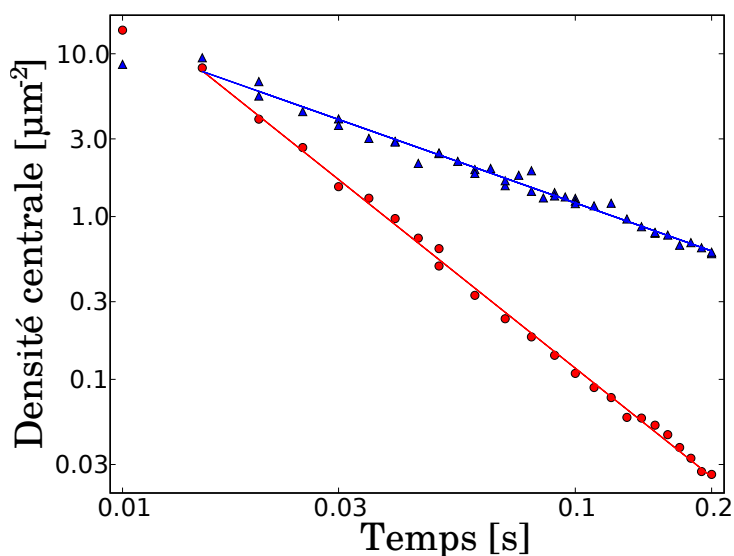


FIGURE 7.7 – Densité centrale en fonction du temps, $n(0, 0, t)$ en l'absence de désordre (ronds rouges) et en présence de désordre (triangles bleus). Les droites sont des ajustements dont la pente donne la dépendance en puissance du temps (la courbe est tracée en représentation log-log). Les valeurs des pentes obtenues sont : -2.0 ± 0.3 sans désordre et -0.9 ± 0.2 avec désordre.

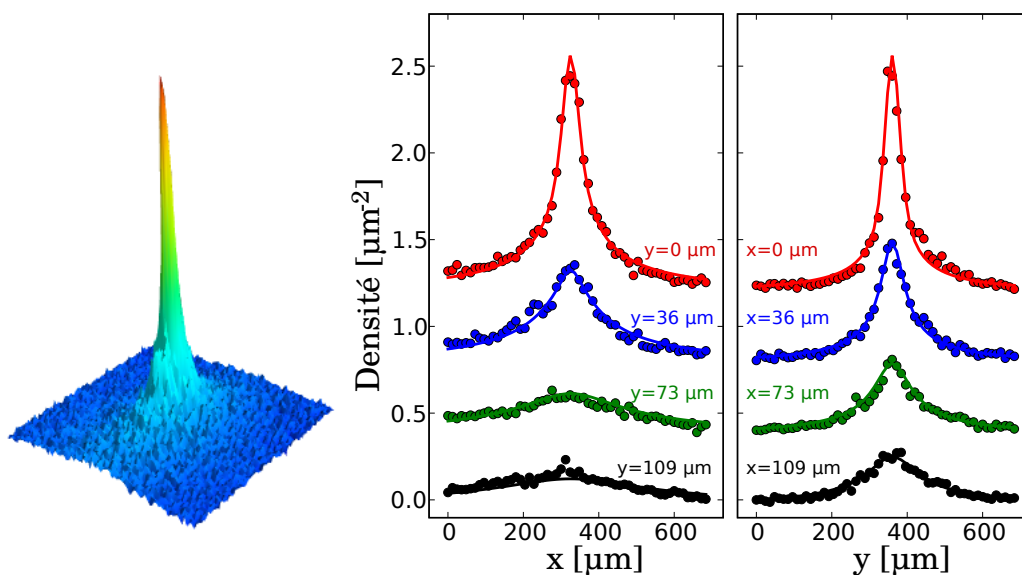


FIGURE 7.8 – *Gauche* : Profil 2D expérimental après 200 ms d'expansion, sur lequel est ajusté le modèle de l'équation (7.18). *Droite* : Résultat de l'ajustement du modèle (ligne continue) sur les données expérimentales (points). Les différentes courbes correspondent à des coupes du profil 2D dans les deux axes et à différentes positions. Les courbes sont décalées par souci de clarté.

les valeurs obtenues sont :

$$D_x^{0,\text{simu}} = 1.3(0.6).10^{-7}\text{m}^2/\text{s} , \quad (7.22)$$

$$D_y^{0,\text{simu}} = 3.5(1.7).10^{-8}\text{m}^2/\text{s} , \quad (7.23)$$

$$\gamma = 2.8 . \quad (7.24)$$

Les valeurs expérimentales sont donc en accord avec la simulation.

Conclusion : Dans ce chapitre, nous avons étudié la diffusion d'un gaz 2D dans le régime classique. La décroissance de la densité centrale en $1/t$ est une signature du régime diffusif. Une simulation numérique menée par Luca Pezzé *et al* a confirmé pour nos paramètres expérimentaux la dépendance algébrique des coefficients de diffusion en fonction de l'énergie. Ce comportement est similaire à celui déduit théoriquement dans d'autres régimes de paramètres. En utilisant cette dépendance particulière, nous avons ajusté un modèle sur nos données expérimentales et extrait la valeur des coefficients de diffusion. Nos résultats sont en accord avec une simulation quasi-2D ne prenant en compte que des effets classiques. Dans le régime quantique, les interférences d'ondes de matière réduisent la valeur des coefficients de diffusion. La mesure quantitative des coefficients de diffusion constitue donc une première étape vers la mise en évidence d'effets de localisation quantique dans un gaz 2D.

Quelques progrès expérimentaux vers la localisation d'Anderson 2D

Altogether, satisfying all conditions is far from easy, making 2D Anderson localization of ultracold atoms an interesting challenge.

Disorder and interference : localization phenomena

Cord A. Müller and Dominique Delande

8.1 Introduction

Pour observer des effets d'interférence d'ondes de matière dans le désordre, il faut que la longueur d'onde caractéristique des atomes, $1/k$, où $\hbar k$ est l'impulsion des atomes, soit grande devant la longueur caractéristique du désordre σ . Dans la limite $k\sigma \ll 1$, différents chemins de diffusion dans le désordre peuvent interférer entre eux. En l'état actuel de notre expérience, nous avons typiquement $k\sigma \sim 5 - 10$. Il faut donc gagner, au moins, un ordre de grandeur pour entrer dans le régime quantique. Notons qu'un ordre de grandeur sur k représente deux ordres de grandeur en équivalent de température, ce qui rend l'objectif ambitieux.

Dans la configuration actuelle de l'expérience, nous avons essayé de refroidir les atomes le plus possible. Le résultat de l'expansion est présenté sur la figure 8.1. Nous observons, de manière préliminaire, une expansion diffusive extrêmement réduite sur une période de 7 secondes. Les conclusions que nous pouvons tirer de ce résultat sont limitées en l'état actuel de notre expérience. En particulier, le piège 2D présente une rugosité. A ces basses températures, le nuage est guidé par les rugosités et nous ne pouvons pas observer l'expansion libre correspondante. D'autre part, nous devons mettre au point une autre méthode de refroidissement pour atteindre les très basses énergies de manière contrôlée. Dans ce chapitre, nous détaillons les progrès techniques réalisés pour atteindre le régime quantique. Nous avons d'abord mis en place un réseau optique permettant de confiner les atomes à 2D. Ce dernier est exempt de la rugosité résiduelle de potentiel due aux hublots de l'expérience. Nous détaillons sa caractérisation. Ensuite, nous décrivons une méthode de refroidissement par refocalisation et présentons les premiers résultats obtenus.

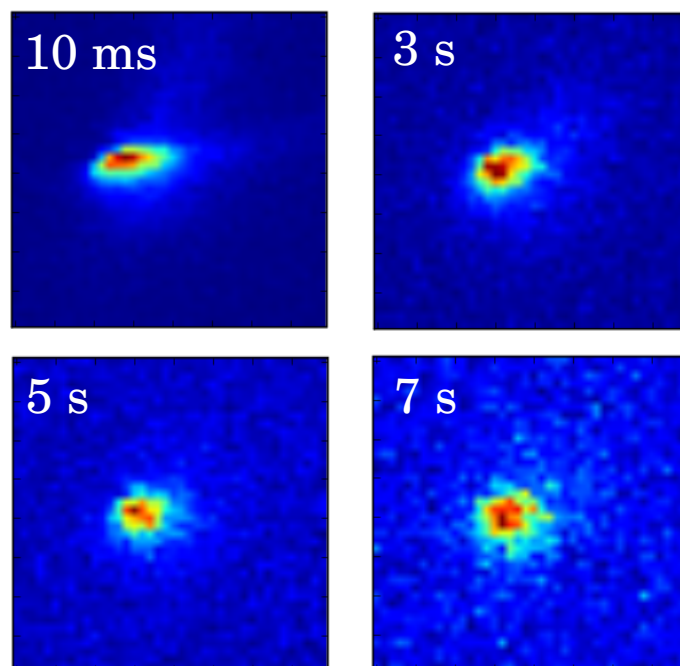


FIGURE 8.1 – Expansion d'un nuage refroidi dans le désordre. L'amplitude du désordre est de 66 nK et les atomes, dans le désordre, ont une température de ~ 60 nK. Les échelles de couleur des images ne sont pas identiques pour laisser apparaître la taille des atomes restant.

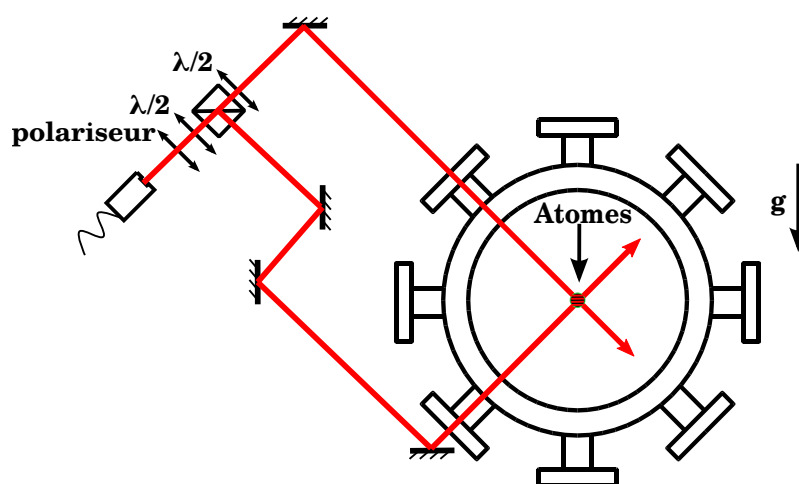


FIGURE 8.2 – Schéma expérimental du réseau. L'angle entre les deux faisceaux est de 90° . La polarisation est ajustée par un polariseur puis la puissance relative entre les deux bras est ajustée par une lame demi-onde et un cube polariseur. Après le cube, une lame demi-onde placée sur un des bras permet d'ajuster la polarisation. Les polarisations des deux bras doivent être identiques pour que les faisceaux interfèrent au centre de l'enceinte.

8.2 Confinement 2D dans un réseau optique

8.2.1 Montage expérimental

8.2.1.1 Schéma

Le réseau que nous avons mis en place est constitué de deux faisceaux laser, de fréquence 767 nm, qui se croisent et interfèrent au niveau des atomes, avec un angle de 90° . Le schéma expérimental est représenté sur la figure 8.2. Pour assurer la cohérence de phase des deux faisceaux, une seule fibre optique arrive sur l'expérience. Le coupleur utilisé est un coupleur Schäfter et Kirchhoff M8 qui crée un faisceau de $720 \mu\text{m}$ de waist. En sortie de coupleur, la polarisation est fixée à l'aide d'un polariseur. On sépare le faisceau en deux faisceaux d'intensité égale, à l'aide d'une lame à retard $\lambda/2$ et d'une lame séparatrice sensible en polarisation. Pour que les deux faisceaux interfèrent, ils doivent avoir la même polarisation, linéaire horizontale dans notre cas.. Une lame à retard $\lambda/2$ sur un des deux bras ajuste la polarisation d'un des faisceaux. L'autre faisceau a la bonne polarisation par construction.

8.2.1.2 Caractéristiques

Au niveau des atomes, les deux faisceaux ont un waist de $w_0 \sim 780 \mu\text{m}$ et une puissance de $P \sim 110 \text{ mW}$ ¹. Ils forment une figure d'interférence d'intensité :

$$I(z) = 4I_0 \sin^2(k_{\text{eff}}z) , \quad (8.1)$$

où $I_0 = 2P/\pi w_0^2$ est l'intensité au centre du faisceau et $k_{\text{eff}} = \frac{2\pi}{\lambda} \sin(\theta/2)$ est le vecteur d'onde effectif du réseau. Dans notre configuration $\theta = \pi/2$. Le potentiel ressenti par les atomes est donc directement :

$$V(z) = V_0 \sin^2(k_{\text{eff}}z) , \quad (8.2)$$

avec $V_0 = cste \frac{2P}{\pi w_0^2}$, où $cste = 4 \times 2.2752 \cdot 10^{-35} \text{ m}^2\text{s}$ [Grimm 99]. Nous notons $d = \pi/k_{\text{eff}}$ le pas du réseau.

8.2.2 Description en termes d'un seul puits de potentiel - Fréquence du piège

8.2.2.1 Approximation harmonique

Dans la limite semi-classique, au voisinage du fond d'un des puits du réseau, le potentiel vu par les atomes est harmonique :

$$V(z) \sim V_0 k_{\text{eff}}^2 z^2 = \frac{1}{2} m \omega_{\text{harm}}^2 z^2 , \quad (8.3)$$

avec $\omega_{\text{harm}} = \sqrt{2V_0 k_{\text{eff}}^2/m}$. Avec nos paramètres, en première approximation, la fréquence vaut :

$$\omega_{\text{harm}}/2\pi \sim 7 \text{ kHz} . \quad (8.4)$$

1. Cette valeur correspond à une puissance de $\sim 320\text{mW}$ en sortie de coupleur et peut être changée.

8.2.2.2 Effets au-delà de l'approximation harmonique

Gravité : Au potentiel de piégeage créé par le réseau dans la direction verticale, se rajoute la gravité qui modifie la position d'équilibre du nuage dans le piège, et donc la fréquence ressentie par les atomes. Dans notre système, cet effet est négligeable, par exemple devant les effets d'anharmonicité du piégeage [Salomon 11].

Anharmonicité : A température finie, les atomes peuvent sonder des zones anharmoniques du puits de potentiel, ce modifie la fréquence harmonique effective. Le détail de cet effet est présenté dans [Salomon 11]. Si on développe le potentiel $V(z)$ de l'équation (8.2) à l'ordre supérieur, on obtient :

$$V(z) = V_0 k_{\text{eff}}^2 z^2 + \frac{1}{3} V_0 k_{\text{eff}}^4 z^4 . \quad (8.5)$$

Avec ce potentiel, la fréquence est modifiée de la façon suivante [Salomon 11] :

$$\omega_{\text{anharm}} = \omega_{\text{harm}} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{k_{\text{B}} T}{V_0} \right) . \quad (8.6)$$

Pour un nuage à la température de 100 nK, cet effet entraîne une correction de la fréquence de piégeage harmonique de $\sim 15\%$.

8.2.3 Spectroscopie du réseau (Chauffage paramétrique)

Une méthode expérimentale de caractérisation de la fréquence d'un piège harmonique consiste à moduler sinusoidalement l'intensité des faisceaux de piégeage. Cette excitation, dite paramétrique, est résonnante à la fréquence double de la fréquence d'oscillation du piège. Le Hamiltonien prend la forme :

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 z^2 (1 + \epsilon(t)) , \quad (8.7)$$

où $\epsilon(t)$ représente la modulation temporelle. Pour un oscillateur harmonique, dont on note $\{|n\rangle\}$, $n \in \mathbb{N}$ les états propres, le terme en z^2 du Hamiltonien ne couple que les états $|n\rangle \rightarrow |n+2\rangle$. Ce couplage est résonnant à la fréquence double de celle du piège. Dans notre cas (figure 8.3), ce type de spectroscopie ne donne pas un pic unique mais une série de pics. Notre piège n'est pas un simple oscillateur harmonique, mais un réseau.

8.2.4 Description en termes de réseau - Etats de Wannier-Stark

Nous devons décrire le réseau en tant que tel. En particulier, dans le cas d'un réseau parfait, le diagramme d'énergie est un diagramme de bande. En excitant le système par chauffage paramétrique, c'est le diagramme de bande qui est sondé. Les fréquences de résonance ne sont donc plus directement reliées aux fréquences de l'oscillateur harmonique dans chaque puits, mais elles restent quand mêmes liées aux caractéristiques du réseau.

Dans notre cas, le réseau étant vertical, la gravité doit être prise en compte. Cela entraîne un changement important dans la description du système. Pour un réseau simple, on tire avantage de la périodicité du Hamiltonien pour résoudre le problème. Ici, la gravité rompt la périodicité du Hamiltonien :

$$H = \frac{p^2}{2m} + V_0 \cos^2(k_{\text{eff}} z) + mgz . \quad (8.8)$$

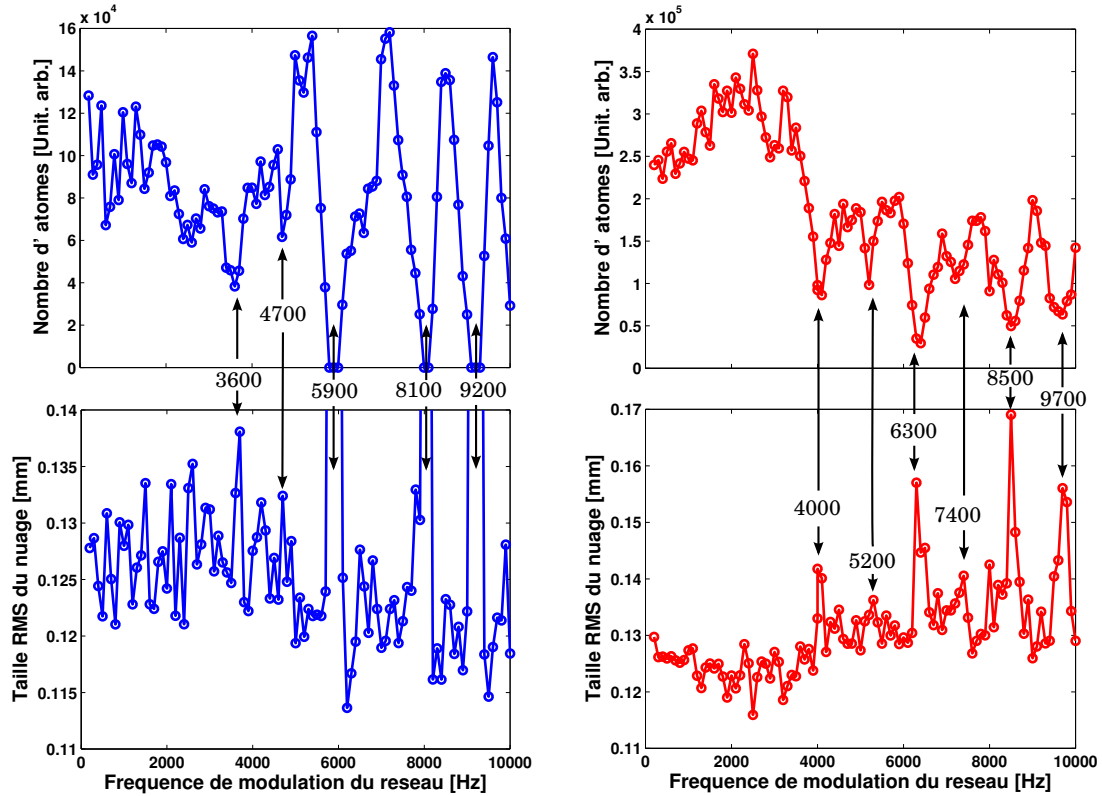


FIGURE 8.3 – Signal de spectroscopie du réseau. Nous traçons le nombre d'atomes restant et la taille du nuage en fonction de la fréquence de modulation de l'amplitude du réseau. Une série de résonances est observée. Elles sont espacées de $\Delta f = 1100 - 1200$ Hz. *Gauche (bleu)* : $P = 270$ mW. *Droite (rouge)* : $P = 320$ mW. Ces puissances correspondent à la puissance totale des deux faisceaux en sortie du coupleur de fibre.

Ce problème - une force constante ajoutée à un potentiel périodique - a été extensivement étudié dans le domaine de la matière condensée [Nenciu 91]. Il est équivalent au problème d'un électron dans un réseau cristallin soumis à un champ électrique constant. Des expériences d'atomes froids ont également étudié ce modèle [Niu 96, Wilkinson 96, Peik 97, Tackmann 11]. Les énergies et états propres du système sont dits de Wannier-Stark. Nous donnons un aperçu du traitement de ce problème dans la limite des liaisons fortes (*ie* une grande amplitude du réseau) qui offre une description imagée. Le traitement de la limite opposée, des liaisons faibles, peut être trouvé dans [Glück 02, Glück 98].

Dans la limite des liaisons fortes, le réseau est profond et la gravité est traitée comme une perturbation. Nous partons donc des états propres du hamiltonien non perturbé :

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + V_0 \cos^2(k_{\text{eff}}z), \quad (8.9)$$

qui sont les états de Bloch $\Phi_{\alpha,q}(x)$ [Ashcroft 75], où α est l'indice de la bande d'énergie et q la quasi-impulsion. Les énergies propres sont les bandes d'énergies $E_{\alpha}(q)$. A partir des états de Bloch, qui sont des fonctions d'onde délocalisées sur l'ensemble du réseau, nous

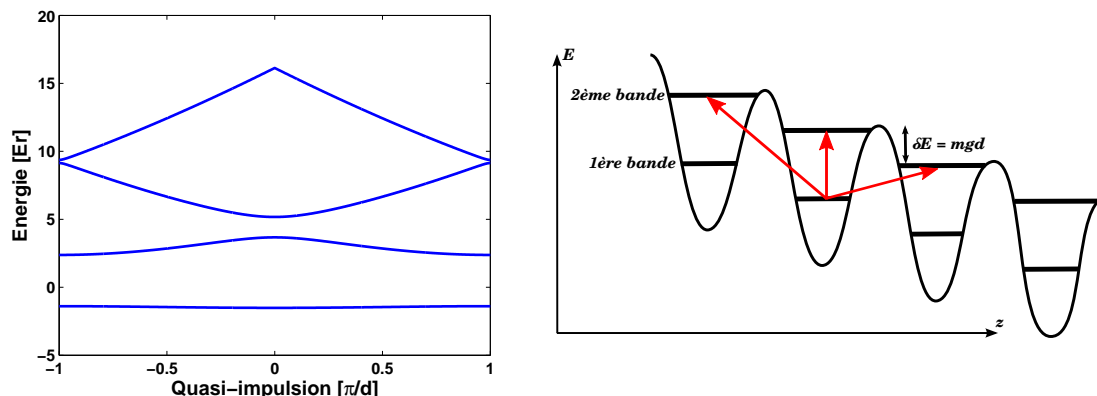


FIGURE 8.4 – *Gauche* : Diagramme de bande du réseau (sans gravité) d'amplitude $V_0 = 8 E_R$. *Droite* : Diagramme d'énergie dans le problème de Wannier-Stark (image correspondant à la limite des liaisons fortes). Dans chaque puits est représenté le niveau d'énergie correspondant aux première et deuxième bande. Entre chaque puits, les niveaux correspondant à une même bande subissent un décalage en énergie dû à la gravité et forment l'échelle de Wannier-Stark.

pouvons construire les états de Wannier :

$$\Psi_{\alpha,l} = \int_{-\pi/d}^{\pi/d} dq e^{-iqlx} \Phi_{\alpha,q}(x) , \quad (8.10)$$

qui, eux, sont localisés sur chaque puits d'indice l , avec des énergies (dégénérées) dans chaque puits $\epsilon_{\alpha,l} = \epsilon_{\alpha}$. Si le potentiel de gravité est ajouté comme une perturbation, l'énergie de chaque état est décalé de l'énergie potentielle de la gravité et les énergies deviennent :

$$\epsilon_{\alpha,l} = \epsilon_{\alpha} + mgld , \quad (8.11)$$

formant une échelle d'énergie, dite échelle de Wannier-Stark, représentée sur la figure 8.4.

8.2.5 Interprétation du spectre expérimental

L'allure du spectre obtenu expérimentalement se comprend aisément dans le cadre de la théorie de Wannier-Stark exposée ci-dessus. Tout d'abord, autour du pic correspondant à la transition entre la bande 1 et la bande 2 (à ce stade nous ne savons pas encore duquel il s'agit dans l'ensemble) les pics équidistants traduisent l'existence de l'échelle de Wannier-Stark entre la bande 1 d'un puits et la bande 2 des puits voisins. L'espacement de ces pics est indépendante de la hauteur du réseau et il vaut dans notre cas :

$$\Delta f = \frac{mgd}{h} \sim 1160 \text{ Hz} . \quad (8.12)$$

Les données expérimentales présentées sur la figure 8.3 sont compatibles avec cette valeur.

L'enjeu est maintenant d'identifier le pic qui correspond à la transition inter-bande dans un même puits. C'est cette fréquence qui nous permet de caractériser l'amplitude du

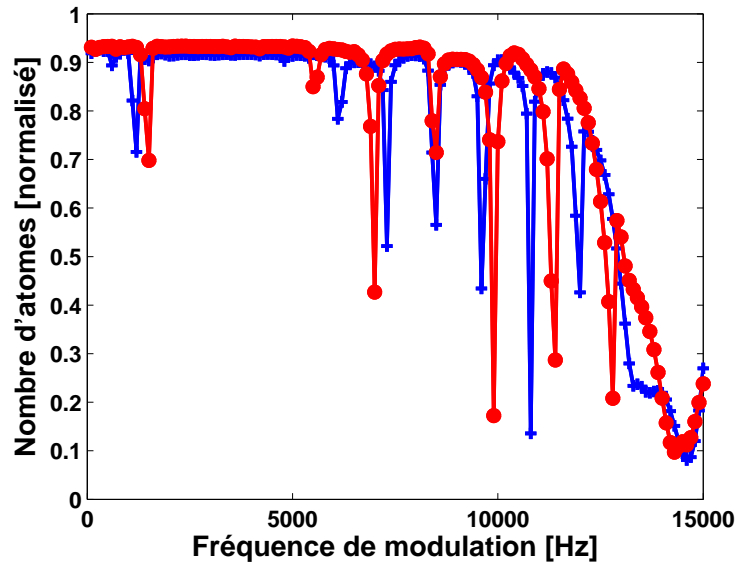


FIGURE 8.5 – Simulation du signal de spectroscopie. L'équation de Schrödinger est résolue à 1 dimension pour un paquet d'onde initial (gaussienne de variance égale au pas du réseau), soumis au potentiel de gravité et à un potentiel de réseau modulé. Au bout d'un certain temps, on regarde le recouvrement avec le paquet d'onde initial. Le résultat est tracé en fonction de la fréquence de modulation. *Courbe bleue* : $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$. *Courbe rouge* : $g' = 1.25g$. Les deux pics à faible fréquence sont à la fréquence $\Delta f = mgd/h$ de l'échelle de Wannier-Stark. Ils correspondent à une transition à l'intérieur de la même bande entre deux niveaux de l'échelle de Wannier-Stark.

réseau. Expérimentalement, si la puissance du réseau est modifiée, l'ensemble des pics est translaté en masse. L'écart Δf , lui, est inchangé. Le pic « central » ne peut pas être identifié de cette façon. Il faudrait par exemple changer m , g ou k_{eff} et alors seul le pic central ne se déplacerait pas. Dans notre montage, ces paramètres ne sont pas techniquement simples à changer et nous avons choisi de simuler le système pour identifier le pic intéressant. Nous réalisons une simulation 1D (en Matlab), dans laquelle une fonction d'onde évolue selon l'équation de Schrödinger (les interactions sont négligées) avec le potentiel de la gravité et celui du réseau modulé à une fréquence choisie. Les détails techniques du code utilisé sont donnés dans le chapitre 9. En particulier, nous avons dû appliquer des conditions aux limites absorbantes pour ne pas être gênés par les réflexions sur les bords de la boîte. Au bout d'un temps long, la norme de la fonction d'onde renseigne sur les pertes dues à la modulation. Cela reproduit le protocole de spectroscopie expérimentale. Le type de spectre obtenu (voir figure 8.5) est très similaire au spectre expérimental. De plus, il est très facile numériquement de changer, par exemple, la gravité. La courbe rouge sur la figure 8.5 est calculée pour une gravité de $1.25g$. De part et d'autre du pic central qui n'a pas bougé, les pics se sont éloignés du pic central. Cela permet de déterminer que le pic principal est le pic à 8.5 kHz. La valeur de V_0 qui, dans la simulation, reproduit les résonances du spectre expérimental est $V_0 \sim 8 E_R$ où $E_R = \hbar^2 k_{\text{eff}}^2 / 2m$ est l'énergie de recul.

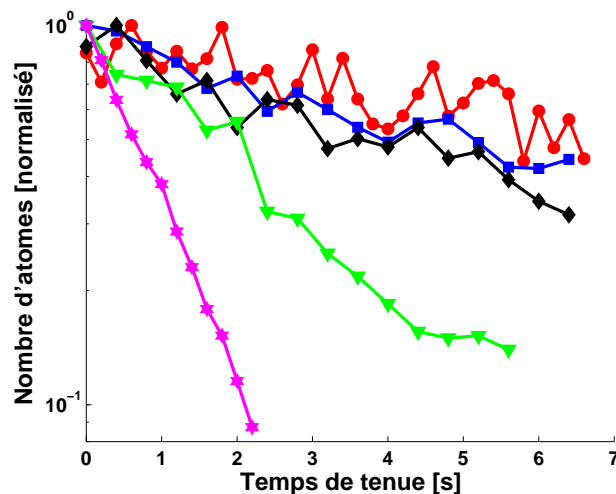


FIGURE 8.6 – Evolution du nombre d'atomes, piégés verticalement dans le réseau et horizontalement dans un piège dipolaire, en fonction du temps. La décroissance exponentielle du nombre d'atomes est traduite par une droite en représentation log-lin. La droite de cette pente donne le temps de vie des atomes dans le réseau. Ce temps de vie est relié à la profondeur du réseau par l'équation (8.20). Les puissances totales en sortie du coupleur mesurées ici sont $P=360$ mW (ronds rouges), $P=340$ mW (carrés bleus), $P=320$ mW (losanges noirs), $P=300$ mW (triangles verts), $P=280$ mW (étoiles magenta). Les temps de vie extraits sont présentés dans le tableau de la figure 8.7.

Nous connaissons donc les caractéristiques du réseau et en particulier :

$$\omega_{\text{harm}}/2\pi = \sqrt{\frac{2V_0 k_{\text{eff}}^2}{m}} = 6.9 \text{ kHz } (\pm 100 \text{ Hz}) . \quad (8.13)$$

Cette valeur correspond à la valeur attendue pour nos paramètres expérimentaux, d'après l'équation 8.4.

8.2.6 Temps de vie

8.2.6.1 Transitions Landau-Zener

Nous exposons ici une autre approche pour caractériser le réseau : la durée de vie des atomes piégés. Les atomes peuvent passer d'un puits du réseau à un autre par effet tunnel, et disparaître du puits initial. Dans notre configuration, cet effet tunnel est asymétrique à cause de la gravité et les atomes tombent. Cet effet peut également être décrit à partir du diagramme de bande de la figure 8.4, qui représente le diagramme de bande du réseau sans gravité. La gravité est une force qui fait évoluer la quasi-impulsion des atomes. A l'endroit du diagramme où deux bandes s'anticroisent - pour les bandes 1 et 2 il s'agit du bord de la zone de Brillouin à $q = \hbar k_{\text{eff}}$ - les atomes peuvent passer d'une bande à l'autre si le passage de l'anticroisement ne se fait pas de manière adiabatique. Cette transition est décrite par la théorie de Landau-Zener. La probabilité de transition Landau-Zener s'écrit

Puissance Laser [mW]	Temps de vie [ms]	V_0/E_R
360	9370	4.25
340	7100	4.19
320	6420	4.16
300	2575	3.94
280	960	3.69

FIGURE 8.7 – Valeurs expérimentales du temps de vie obtenues pour différentes valeurs de la puissance laser incidente. Ces valeurs nous permettent de remonter à l’amplitude du réseau.

[Wittig 05] :

$$P_{LZ} = \exp \left(- \frac{2\pi M_{12}^2}{\frac{dq}{dt} \left[\frac{d(E_2 - E_1)}{dq} \right]_{E_2 - E_1 = 0}} \right), \quad (8.14)$$

où M_{12} est l’élément de matrice antidiagonal du Hamiltonien qui couple les deux niveaux : $M_{12} = V_0/4$. La probabilité de transition dépend de l’écart d’énergie entre les deux bandes, de la pente des deux bandes à l’endroit de la transition et de la force $F = \frac{dq}{dt} = mg$.

Sur le diagramme de bande de la figure 8.4, nous pouvons voir que l’écart en énergie entre bandes successives se rétrécit (et que la dérivée des branches augmente) quand on monte dans les bandes supérieures. La probabilité de transition Landau-Zener augmente donc aussi et un atome qui quitte la première bande est perdu. Les atomes qui ne sont pas perdus par transitions Landau-Zener oscillent dans la première bande de Bloch à la période de Bloch :

$$T_B = \frac{2\pi}{mgd}. \quad (8.15)$$

A chaque oscillation, la probabilité de perte est P_{LZ} . L’évolution du nombre d’atomes est donc :

$$N(t) = N_0(1 - P_{LZ})^{t/T_B} \sim N_0 e^{-P_{LZ}t/T_B}. \quad (8.16)$$

La dernière approximation est vraie dans la limite où $P_{LZ} \ll 1$, ie quand $\tau = \frac{T_B}{P_{LZ}} \gg T_B$.

$$N(t) = N_0 \exp(-\Gamma t), \quad (8.17)$$

$$\Gamma = \frac{P_{LZ}}{T_B} = \frac{mg}{2\hbar k_{\text{eff}}} \exp \left(- \frac{\pi}{64} \left(\frac{V_0}{E_R} \right)^2 \frac{\hbar^2 k_{\text{eff}}^3}{m^2 g} \right), \quad (8.18)$$

$$(8.19)$$

et en renversant cette équation, nous déduisons l’amplitude du réseau à partir du temps de vie :

$$\frac{V_0}{E_R} = \sqrt{\frac{64m^2g}{\pi\hbar^2k_{\text{eff}}^3} \ln \left(\frac{mg}{2\hbar k_{\text{eff}}\Gamma} \right)}. \quad (8.20)$$

8.2.6.2 Mesure expérimentale du temps de vie

Expérimentalement, pour mesurer le temps de vie dans le réseau, les atomes sont tenus d’une part avec le réseau, qui piège les atomes verticalement, et d’autre part dans le

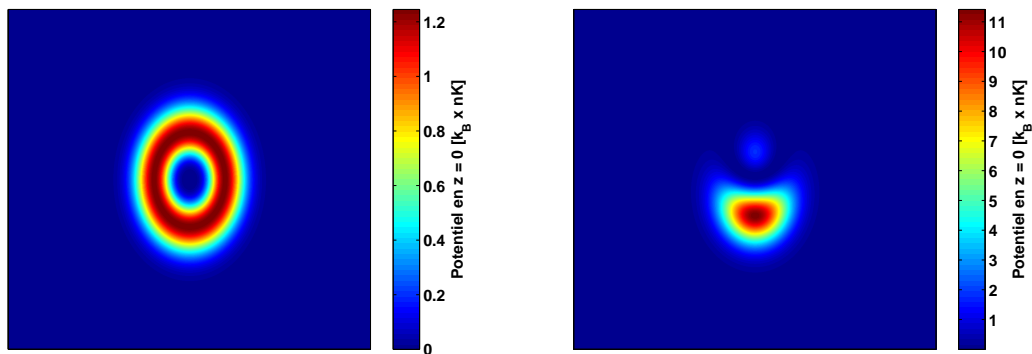


FIGURE 8.8 – Potentiel dans le plan de piégeage des atomes (plan $z = 0$, qui est noir pour deux faisceaux identiques et alignés). On représente ici l’effet de deux exemples d’imperfections techniques. *Gauche* : Une différence de waist de 4%. *Droite* : Une différence de waist de 4% ajoutée à un défaut d’alignement d’un dixième de waist.

piège dipolaire qui les confine dans le plan horizontal. Nous mesurons le nombre d’atomes restants après un certain temps de tenue, pour différentes puissances relatives du réseau². Le résultat est représenté sur la figure 8.6 où est représentée la décroissance du nombre d’atomes en fonction du temps pour plusieurs intensités du faisceau laser incident. Cela permet, grâce à l’équation 8.20, d’en déduire un facteur de calibration qui relie la puissance du faisceau laser en sortie du coupleur et l’amplitude du réseau. Les résultats obtenus sont recensés dans le tableau de la figure 8.7. Les mesures de temps de vie ne sont pas compatibles avec la spectroscopie du potentiel effectuée précédemment. La raison la plus directe de cet écart est que le modèle de Landau-Zener est valide lorsque $P_{LZ} \ll 1$, ce qui n’est pas le cas ici. Il est donc plus naturel de faire confiance à la méthode de calibration par spectroscopie, qui est compatible avec la valeur attendue théoriquement.

8.2.7 Rugosités du potentiel

Nous avons expliqué dans le chapitre 1.3 que la mise en place du réseau a été motivée par l’existence d’une rugosité résiduelle sur le potentiel du piège 2D dans sa version avec lame de phase, et dont nous soupçonnons les hublots latéraux de l’expérience d’en être à l’origine. Nous sommes passés d’un piège 2D créé par une lame de phase (Voir chapitre 1.3) à un piège 2D dans un réseau optique³.

Qu’en est-il de la rugosité du potentiel avec ce nouveau piège 2D ? A des température où nous observons la rugosité dans l’ancien montage, l’expansion d’un nuage dans le réseau est beaucoup plus « propre », et en particulier le motif caractéristique des rugosités résiduelles - une barre dans le profil circulaire de densité (voir chapitre 1.3) - n’est plus observable⁴

2. Si on se sert de cette méthode pour calibrer V_0 , on ne connaît pas a priori la puissance du réseau de manière absolue.

3. Le choix de la configuration réseau a été fait principalement pour des raisons techniques d’accès optique.

4. Il faut noter que nous avons dans un premier temps mis en place ce réseau en passant par les hublots latéraux et que dans ce cas le motif de rugosité est présent.

Le réseau tel que nous le créons n'est pourtant pas un potentiel bidimensionnel parfait. En particulier, comme nous avons ici deux faisceaux différents qui interfèrent - contrairement au montage « lame de phase » - nous pouvons discuter la conséquence d'une petite différence de waist entre les 2 faisceaux, ou un petit défaut d'alignement des centres des deux faisceaux. En effet, le calcul de l'intensité de la figure d'interférence de deux faisceaux d'intensités I_1 et I_2 et de vecteurs d'onde \vec{k}_1 et \vec{k}_2 donne :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left((\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{z}\right) . \quad (8.21)$$

Dans le plan d'intensité minimum nous avons :

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} . \quad (8.22)$$

Si $I_1 = I_2$, en tout point du plan, il y a bien une frange noire ($I_{\min} = 0$). Sinon, le potentiel n'est pas plat. Dans le montage expérimental actuel, les deux bras du réseau ont des longueurs respectives de 75 cm et 100 cm à partir du coupleur, ce qui implique (avec une longueur de Rayleigh de $z_R = 2.1$ m) des waists de $763 \mu\text{m}$ et $796 \mu\text{m}$ au niveau des atomes, soit une différence de 4 %. D'autre part, l'alignement est réalisé grâce à des miroirs qui permettent une précision d'alignement d'un dixième de waist.

Le premier effet considéré - une différence de waist de l'ordre de 4 % - conduit à un profil de potentiel en $z = 0$ (frange noire) représenté sur la figure 8.8. On observe une rugosité en forme de puits de potentiel, d'une profondeur de ~ 1 nK, ce qui dans notre cas reste faible comparé aux plus basses températures atteintes ($T \sim 10$ nK) mais peut ne pas être complètement négligeable. Cependant, si on constatait un piégeage résiduel, il serait possible de symétriser le montage du réseau pour supprimer cet effet.

L'autre effet - le désaxement des deux faisceaux - est représenté sur la figure 8.8, pour un faible écart d'un dixième de waist. Le potentiel en forme de « banane », d'une amplitude de ~ 10 nK, va modifier l'expansion des atomes. Nous avons observé ce type d'expansion. Cette expansion pathologique peut être considérée comme un signal fin pour aligner les faisceaux du réseau. Cependant, avec notre montage, un désaxement d'un dixième de waist correspond à notre sensibilité maximale. Pour corriger cet effet, il faudra disposer d'un réglage plus fin de la position des faisceaux.

Ce nouveau piégeage 2D représente une amélioration notable par rapport à l'ancien piège 2D. Les fréquences de confinement atteintes sont plus élevées et un seul niveau de l'oscillateur harmonique vertical est piégé. Enfin, la rugosité résiduelle de l'ancien piège 2D a été supprimée.

8.3 Refroidissement par refocalisation

Le refroidissement par la technique d'évaporation ou de décompression adiabatique atteint une limite que nous aimerions dépasser. En effet, lorsque les fréquences du piège atteignent des valeurs de l'ordre de ~ 1 Hz, la dynamique de refroidissement devient très lente, car pour rester adiabatique en décompressant, le temps d'ouverture nécessaire

devient de l'ordre de la seconde, ce qui devient techniquement difficile à réaliser⁵. Pour étudier des effets d'interférence dans le désordre, nous devons obtenir un nuage très froid. Cependant, en particulier pour cette application aux effets de localisation qui sont des effets à une particule, il n'est pas nécessaire d'avoir un gaz à l'équilibre thermique. Nous devons simplement avoir un ensemble d'atomes avec une dispersion de vitesses assez faible.

8.3.1 Principe de la refocalisation

Nous avons mis en place une technique de refroidissement par refocalisation appelée « Delta-kick cooling » [Ammann 97]. Pour expliquer son principe, nous considérons tout d'abord un nuage ponctuel avec une distribution d'énergie donnée. Les atomes sont confinés à 2D, mais à l'instant initial le confinement transverse est coupé et les atomes s'étendent librement dans le plan. l'expansion se fait en fonction de la vitesse initiale. Après un temps d'expansion, la distribution de vitesse⁶ du gaz se transpose donc à la distribution des positions :

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{v}_i t_{\text{exp}} . \quad (8.23)$$

La conséquence intéressante d'une telle répartition spatiale des classes de vitesse est qu'un potentiel harmonique, $V = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$, appliqué pendant un temps τ_p bien choisi, permet d'annuler simultanément la vitesse de tous les atomes. En effet, l'équation classique du mouvement :

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\nabla V , \quad (8.24)$$

admet pour solution :

$$\mathbf{v}(t) = -\mathbf{v}_i t_{\text{exp}} \omega \sin(\omega t) + \mathbf{v}_i \cos(\omega t) . \quad (8.25)$$

Il existe donc un temps :

$$\tau_p = \frac{1}{\omega} \text{Arctan} \left(\frac{1}{\omega t_{\text{exp}}} \right) , \quad (8.26)$$

qui annule la vitesse, quelque soit la vitesse initiale \mathbf{v}_i . En chaque point du nuage, les atomes subissent une force, opposée à leur vitesse, qui les refocalise jusqu'à les arrêter. Dans ce modèle simplifié, on peut choisir t_{exp} aussi petit que l'on veut, et ω indépendamment. En pratique, la taille initiale non nulle du nuage ainsi que l'utilisation de potentiels gaussiens plutôt qu'harmoniques imposent des limitations.

5. De plus, dans un régime où l'énergie d'interaction n'est pas négligeable, on peut noter que si l'on compare un piège harmonique 3D isotrope de fréquences d'oscillation $\omega_x = \omega_y = \omega_z = \omega$ et un piège harmonique quasi-2D de fréquences d'oscillation $\omega_x = \omega_y = \omega$ et $\omega_z = 100\omega$, pour le même nombre d'atomes, la densité sera plus grande dans le cas 2D et donc l'énergie d'interaction sera plus grande. La dimensionnalité n'aide pas.

6. Au début de l'expansion, l'énergie d'interaction se transforme en énergie cinétique de telle manière que l'expansion des atomes dans le plan est auto-similaire [Hadzibabic 09]. Lors de l'expansion 2D, ce n'est donc pas la distribution de vitesse *initiale* qui se transpose à la distribution des positions mais la distribution de vitesse après que l'énergie d'interaction a été convertie en énergie cinétique. Cela fonctionne sous réserve que le temps nécessaire à transformer l'énergie d'interaction en énergie cinétique (typiquement inférieur à 1 ms dans notre cas) est petit devant le temps d'expansion.

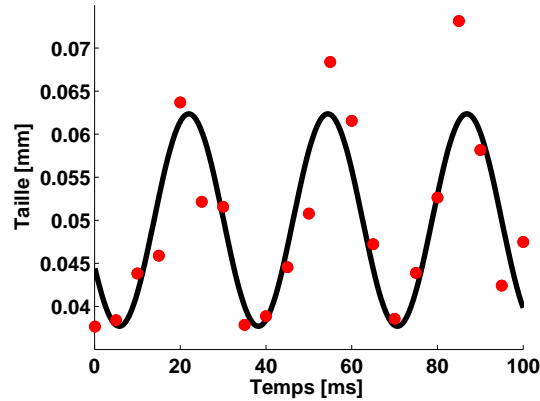


FIGURE 8.9 – Mesure de la fréquence d’oscillation du piège dipolaire rendu isotrope. La fréquence d’oscillation de la taille est de 30 Hz à 1.2 W, soit une fréquence d’oscillation du piège de 15 Hz.

8.3.2 Principales limitations

Taille initiale : Si avant l’expansion libre du gaz dans le plan, ce dernier a une taille non nulle, la transposition de la distribution de vitesse à la distribution spatiale n’est plus parfaite, sauf dans la limite des temps longs. Il est donc nécessaire d’attendre un temps suffisamment long. Le critère de temps long est évalué par la taille du nuage après expansion libre qui doit être grande devant la taille initiale. Cependant, le nuage se dilue pendant l’expansion libre, ce qui engendre d’autres limitations techniques, par exemple pour faire l’image des atomes.

Anharmonicité du potentiel : Le fait qu’un potentiel harmonique soit favorable à la méthode du « Delta-kick cooling » rend cette dernière techniquement intéressante, car le piège dipolaire qui assure le confinement horizontal avant l’expansion libre 2D est un faisceau gaussien qui est approximativement harmonique au centre. Il suffit donc de l’éteindre, de laisser les atomes s’étendre, puis de le rallumer à une puissance choisie pour effectuer l’impulsion de refocalisation.

Cependant, le profil gaussien du faisceau dipolaire n’est approximativement harmonique que proche du centre. Si l’expansion libre du nuage est trop longue, les atomes les plus loin du centre ne vont pas ressentir un potentiel harmonique et la condition (8.26) ne sera plus vérifiée.

8.3.3 Réalisation expérimentale

Pour mettre en place la technique de refocalisation, le plus naturel est d’utiliser le faisceau qui confine initialement les atomes dans le plan horizontal. Il s’agit du piège dipolaire décrit précédemment dans le chapitre 1.4, et qui présente une anisotropie d’un facteur 2 entre les fréquences d’oscillation de ses deux directions propres. Pour que la refocalisation permette un refroidissement efficace dans les deux directions du plan, il est

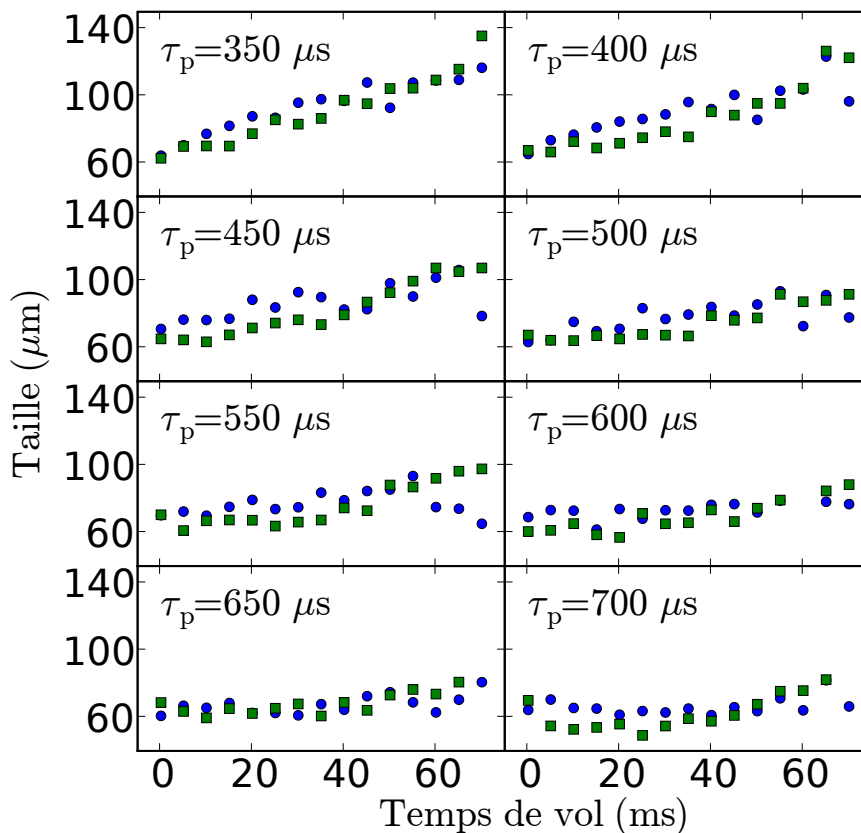


FIGURE 8.10 – Taille du nuage lors d’une expansion libre après refroidissement par refocalisation (Delta-kick cooling). Les deux couleurs (symboles) correspondent aux deux axes du nuages. La fréquence du piège harmonique de l’impulsion de refocalisation est 30 Hz. On réalise une mesure de temps de vol pour différentes durées d’impulsions τ_p . La durée optimale pour le refroidissement est $\tau_p = 650 \mu\text{s}$. Pour une durée plus grande, on observe une refocalisation du nuage.

préférable d’utiliser un faisceau isotrope⁷. Nous avons placé une lentille cylindrique de distance focale $f = 500 \text{ mm}$ à l’endroit adéquat sur le trajet du faisceau pour rendre isotrope le faisceau au niveau des atomes. Le piège obtenu, dont la fréquence d’oscillation est caractérisé par l’oscillation du nuage sur la figure 8.9, ne présente plus d’anisotropie apparente. Sa fréquence est de 15 Hz à 1.2 W.

Nous effectuons l’expérience de refocalisation, pour laquelle il faut optimiser le temps de l’expansion libre t_{exp} , la pulsation ω du piège dipolaire que l’on rallume pour la refocalisation et la durée de l’impulsion τ_p . Le nuage de départ est déjà décomprimé dans le piège dipolaire à une fréquence de 7 Hz. Les résultats présentés ici ont été obtenus pour $t_{\text{exp}} = 40 \text{ ms}$ et $\omega/2\pi = 30 \text{ Hz}$. Il faut ensuite déterminer le temps d’impulsion τ_p

7. En théorie, ce n’est pas essentiel car les atomes oscillent dans le piège harmonique et leur vitesse est nulle à chaque multiple de la période. Avec un faisceau anisotrope, il suffirait d’attendre un temps multiple commun des périodes de chaque axe. En pratique, il est préférable que les atomes n’oscillent pas dans le piège.

optimal qui permet de refroidir les atomes. Si le temps τ_p est légèrement supérieur au temps optimal, les atomes auront une vitesse radiale dirigée vers le centre du nuage. Pendant l'expansion ultérieure le nuage va se refocaliser au lieu d'être immobile. Pour chaque temps d'impulsion τ_p choisi, il faut observer l'évolution libre ultérieure. C'est ce qui est représenté sur la figure 8.10. Le temps optimal que l'on a déterminé dans ces conditions est $\tau_p^{\text{opt}} = 650 \mu\text{s}$. Sur la figure 8.10, nous constatons effectivement que pour $\tau_p > \tau_p^{\text{opt}}$ le nuage se refocalise. Pour $\tau_p < \tau_p^{\text{opt}}$, le nuage s'étend plus et la distribution de vitesse n'est pas minimale

Des courbes de la figure 8.10, nous déduisons la largeur de la distribution de vitesse⁸ avant (Δv_i) et après (Δv_f) le Delta-kick cooling :

$$\Delta v_i \sim 1.6 \text{ mm/s} (\Leftrightarrow \sim 27 \text{ nK}) \quad (8.27)$$

$$\Delta v_f \sim 0.6 \text{ mm/s} (\Leftrightarrow \sim 4 \text{ nK}) . \quad (8.28)$$

La largeur en vitesse est donc divisée par ~ 2.6 (~ 6.8 en équivalent température). Cette technique réduit de manière non négligeable la largeur de la distribution de vitesse du gaz.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit les améliorations techniques qui vont permettre d'atteindre le régime quantique ($k\sigma \leq 1$), où les effets d'interférence jouent un rôle dans la diffusion. La mise en place d'un réseau optique exempt de rugosité due aux hublots et la méthode de refroidissement par refocalisation permettent d'observer des expansions libres de nuages dont la dispersion en vitesse est très faible.

Au moment crucial d'observer les premiers signaux de diffusion d'atomes très froids dans le désordre, notre laser à 1565 nm, qui assure le piégeage dipolaire et le refroidissement par évaporation du gaz, a brûlé, nous obligeant à patienter quelques mois avant d'observer les premières expansions expérimentales dans le désordre...

8. Parler de « température » n'a pas de sens ni avant l'application de l'impulsion de Delta-kick cooling, car les interactions lors de l'expansion 2D impliquent l'autosimilarité de l'expansion et empêchent de mesurer la température (voir chapitre 4), ni après l'impulsion car l'absence d'interaction empêche la thermalisation vers un état d'équilibre thermique.

Simulation numérique

Celui qui n'a pas d'objectif ne risque pas de les atteindre.

L'Art de la guerre
Sun Tzu

Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons un travail de simulation réalisé en complément des améliorations expérimentales détaillées dans le chapitre précédent. La mise en œuvre de ces simulations répond au besoin de trouver, à deux dimensions, des signatures expérimentales de la localisation au sens d'Anderson. La signature la plus usuelle qui accompagne l'observation d'une diffusion très lente, ou arrêtée, est la décroissance exponentielle du profil de densité. C'est comme cela que la localisation forte, à 2D, pour des photons, a été démontrée [Schwartz 07]. Dans cette expérience, les photons ont un vecteur d'onde \mathbf{k} (donc une énergie) bien défini. Dans le régime diffusif non localisé, le profil de densité a une forme gaussienne (voir équation 7.8). Lorsque la localisation d'Anderson joue un rôle, le profil de densité change de forme et décroît exponentiellement. Dans notre expérience, la source d'ondes de matière a une largeur en énergie non négligeable devant la variation très rapide des coefficients de diffusion avec l'énergie (voir équation (7.17)). Nous avons vu au chapitre 7 que les profils de diffusion qui en découlent (voir figure 7.6) sont loin d'être gaussiens, et plus proches d'un profil exponentiel, bien que nous soyons dans le régime de diffusion classique. Nous ne pouvons donc pas utiliser cette signature comme une preuve de la localisation.

Pourquoi ne pas se contenter de l'observation de l'arrêt de la diffusion ? Premièrement, il faut pouvoir distinguer la localisation d'une diffusion très lente. Même si nous savons, grâce à la théorie, que toutes les énergies sont localisées [Akkermans 07], nous voudrions apporter une preuve expérimentale qu'il s'agit bien du régime de localisation. Deuxièmement, il faudra justifier que la localisation observée est bien due à des effets d'interférence d'ondes de matière. Or, on sait que dans le régime classique, des particules sous le seuil de percolation ($E < 0.52 V_R$, où V_R est l'énergie moyenne du speckle) sont piégées. Ce piégeage trivial est l'effet parasite principal que nous voulons distinguer des effets d'interférence. A 1D et 3D, les expériences qui ont permis l'observation de la localisation d'Anderson d'ondes de matière ont été réalisées dans des régimes de paramètres où le piégeage classique est négligeable ([Billy 08, Jendrzejewski 12a]). A 1D, le piégeage classique est très important, mais il a été possible d'observer des effets de localisation avec un désordre très faible. A

3D, les auteurs se sont placés dans un régime de fort désordre mais, à cette dimension, le seuil de percolation est très bas ($E < 0.0004V_R$). A 2D, le seuil de percolation n'étant pas négligeable, et tous les états étant localisés, il est possible, en théorie, de localiser les particules dans la limite de faible désordre. Cependant, dans ce régime, la longueur de localisation du système s'écrit [Kuhn 07] :

$$L_{\text{Loc}} \sim l_B e^{\pi k l_B} , \quad (9.1)$$

où k est le vecteur d'onde et l_B la longueur de Boltzmann. Pour un faible désordre, l_B est grand et la longueur de localisation diverge très vite. Nous allons préciser le régime que nous souhaitons atteindre.

Discussion du régime de paramètres : Nous souhaitons observer un effet d'interférence d'ondes de matière. Si k est le vecteur d'onde de la particule et σ la longueur de corrélation du désordre, le caractère ondulatoire des particules joue un rôle important lorsque :

$$k\sigma \ll 1 . \quad (9.2)$$

C'est la condition du régime quantique. Dans ce régime, des calculs sont possibles dans la limite de désordre faible où la théorie de perturbation est valable. Le paramètre qui contrôle cette limite est $V_R^2/EE_\sigma \ll 1$, où $E_\sigma = \hbar^2/m\sigma^2$ est l'énergie de corrélation du désordre, E l'énergie de la particule et V_R l'amplitude du désordre. Dans cette limite, le calcul conduit à [Kuhn 07] :

$$k l_B \sim \frac{1}{2\pi} \frac{EE_\sigma}{V_R^2} \gg 1 . \quad (9.3)$$

La longueur de localisation est alors très grande. Il est impossible d'observer la localisation d'un nuage dans ce régime, pour un système de taille finie. Il faut donc absolument se placer dans la limite de désordre fort, là où le piégeage sous le seuil de percolation peut jouer un rôle. Notons cependant que dans la limite $k\sigma \ll 1$, l'image des particules dans des vallées de potentiel n'est pas correcte, les fonctions d'onde étant plus étendues que la taille typique des grains. Parler de percolation au sens classique n'a pas de sens. Expérimentalement, nous nous situons dans le régime $k\sigma \sim 1$, qui est intermédiaire entre le régime classique et le régime quantique. Il faut donc se poser la question du rôle conjoint du piégeage classique et de la localisation quantique.

Simuler plusieurs stratégies : Avec la simulation que nous présentons dans ce chapitre, nous avons cherché le moyen de briser les effets de cohérence dans le système pour mieux les mettre en évidence. Dans le domaine de la matière condensée, le phénomène de localisation faible a ainsi été mis en évidence en appliquant un champ magnétique à l'échantillon. Les différentes trajectoires acquièrent une phase due à la circulation du potentiel vecteur et les trajectoires déphasées ne contribuent plus de la même façon à la localisation. Il a ainsi été observé que la résistance de l'échantillon diminue avec le champ appliqué [Bergmann 84]. Une autre méthode pour déphaser les trajectoires serait de moduler le potentiel de speckle. Nous voulons étudier ces différents scénarios.

Nous commencerons par présenter le principe de la simulation réalisée. Elle repose sur une résolution 2D de l'équation de Schrödinger avec des conditions absorbantes permettant une étude aux temps longs. Nous montrerons ensuite que la simulation permet effectivement de reproduire la localisation faible et forte. Enfin, nous présenterons quelques résultats préliminaires illustrant des perspectives, comme l'étude de l'effet d'un potentiel vecteur ou de l'effet d'une modulation sur la localisation.

9.1 Simulation de l'équation de Schrödinger à deux dimensions avec conditions aux limites absorbantes

Nous décrivons dans ce chapitre la simulation de l'équation de Schrödinger avec des conditions absorbantes. Cette simulation a déjà été utilisée dans le chapitre 8.2. Elle a permis de simuler l'évolution d'une fonction d'onde dans un potentiel de réseau optique soumis à la gravité à 1D. Dans ce chapitre, nous étudions l'évolution d'une fonction d'onde dans un potentiel de speckle, éventuellement modulé ou en présence d'un champ magnétique. L'intérêt de ce programme réside dans les conditions aux limites absorbantes qui permettent de simuler des temps d'expansion longs, sans pour autant agrandir la taille spatiale du domaine considéré. Elle s'applique donc bien à des problèmes de localisation où l'on s'intéresse aux atomes piégés au centre du domaine et qui ne seront pas absorbés sur ses bords. Pour des raisons de clarté, nous présentons en détail le principe de la simulation à 1D. Nous décrivons d'abord l'algorithme de Crank-Nicolson puis les conditions aux limites absorbantes. Nous expliquons enfin sa généralisation à 2D.

9.1.1 Algorithme de Crank-Nicolson à 1D

Dans cette première partie, nous nous intéressons à l'algorithme de Crank-Nicolson qui résout l'équation de Schrödinger par une méthode de différence finie assurant la stabilité de la simulation. L'équation adimensionnée que nous considérons est :

$$i\partial_t u = Hu = -\partial_x^2 u + Vu . \quad (9.4)$$

On note σ la longueur de corrélation du désordre qui constitue l'unité de longueur pour adimensionner l'équation. $E_\sigma = \hbar^2/m\sigma^2$ est l'énergie de corrélation et $t_\sigma = m\sigma^2/\hbar$ le temps associé¹. On note $u^n(x)$ la version discrétisée de u au temps $n.dt$ et à la position x . La discrétisation de la dérivée temporelle s'écrit :

$$\partial_t u = \frac{u^{n+1}(x) - u^n(x)}{dt} . \quad (9.5)$$

Or

$$i \frac{u^{n+1}(x) - u^n(x)}{dt} = Hu^n \quad (9.6)$$

$$\Updownarrow \quad (9.7)$$

$$u^{n+1}(x) = (1 - idtH)u^n(x) . \quad (9.8)$$

$$(9.9)$$

1. Notons que nous avons fait le choix de ne pas mettre le facteur 1/2 devant le terme de dérivée seconde. L'unité d'énergie est donc $E_\sigma/2$.

Cela équivaut à développer à l'ordre 1 en dt l'opérateur d'évolution :

$$u^{n+1}(x) = e^{-idtH}u^n(x) \sim (1 - idtH)u^n(x) . \quad (9.10)$$

L'idée de l'algorithme de Crank-Nicolson est d'écrire un développement différent de l'opérateur d'évolution :

$$e^{-idtH} \sim \frac{1 - \frac{idt}{2}H}{1 + \frac{idt}{2}H} , \quad (9.11)$$

qui est égal au précédent (9.10) à l'ordre un en dt mais qui préserve l'unitarité, donc la norme de u , et est même valable à l'ordre 2 en dt . Il rend la discrétisation plus stable².

Finalement, l'équation discrétisée s'écrit :

$$\left(1 + \frac{idt}{2}H\right) u^{n+1}(x) = \left(1 - \frac{idt}{2}H\right) u^n(x) . \quad (9.12)$$

Nous discrétisons le Laplacien de la façon suivante :

$$\partial_x^2 u^n(x) = \frac{1}{dx^2}(u^n(x+dx) - 2u^n(x) + u^n(x-dx)) . \quad (9.13)$$

Nous obtenons donc :

$$\begin{aligned} & u^{n+1}(x) - \frac{idt}{2dx^2}(u^{n+1}(x+dx) - 2u^{n+1}(x) + u^{n+1}(x-dx)) + \frac{idt}{2}Vu^{n+1}(x) \\ = & u^n(x) + \frac{idt}{2dx^2}(u^n(x+dx) - 2u^n(x) + u^n(x-dx)) - \frac{idt}{2}Vu^n(x) \\ & \Downarrow \\ & -\frac{idt}{2dx^2}u^{n+1}(x-dx) + \left(1 + \frac{idt}{2}\left(\frac{2}{dx^2} + V\right)\right)u^{n+1}(x) - \frac{idt}{2dx^2}u^{n+1}(x+dx) \\ = & \frac{idt}{2dx^2}u^n(x-dx) + \left(1 - \frac{idt}{2}\left(\frac{2}{dx^2} + V\right)\right)u^n(x) + \frac{idt}{2dx^2}u^n(x+dx) \\ & \Downarrow \\ & D_2 \cdot u^{n+1} = D_1 \cdot u^n . \end{aligned}$$

$$\text{où } D_1 = \begin{pmatrix} \gamma_1 & \alpha & 0 & \dots & \\ \alpha & \gamma_2 & \alpha & 0 & \dots \\ 0 & \alpha & \gamma_3 & \alpha & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \end{pmatrix}, \quad D_2 = \begin{pmatrix} \xi_1 & -\alpha & 0 & \dots & \\ -\alpha & \xi_2 & -\alpha & 0 & \dots \\ 0 & -\alpha & \xi_3 & -\alpha & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \end{pmatrix}$$

avec $\alpha = \frac{idt}{2dx^2}$, $\gamma_j = 1 - \beta_j$, $\xi_j = 1 + \beta_j$, $\beta_j = \frac{idt}{2}\left(\frac{2}{dx^2} + V_j\right)$. Les matrices qui apparaissent sont tridiagonales, ce qui rend les calculs numériques (inversions et multiplications de matrices) beaucoup plus faciles. C'est ce qui constitue l'intérêt principal de ce type de discrétisation.

9.1.2 Les PML (Perfectly Matched Layers)

La méthode et les calculs détaillés ici m'ont été présentés par Mondher Besbes. Je le remercie pour les discussions que nous avons eues et pour ses explications qui m'ont permis d'améliorer rapidement ma simulation, en qualité et en rapidité. Ce que je décris ici est issu de ses explications.

2. Cela est équivalent à écrire $Hu = H\left(\frac{u^{n+1}(x)+u^n(x)}{2}\right)$

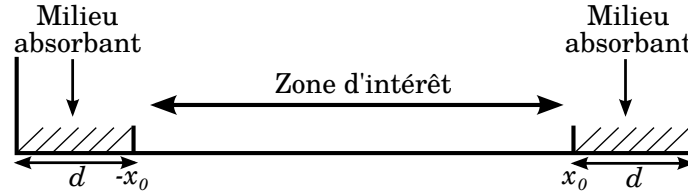


FIGURE 9.1 – Schéma représentant la démarche de la méthode PML (perfectly matched layers). On rajoute de part et d'autre du domaine considéré des couches où le milieu est modifié pour absorber l'onde incidente sans la réfléchir.

Nous souhaitons obtenir des conditions aux limites absorbantes pour l'équation (9.4). Il existe différentes stratégies. Il est possible de trouver directement, mathématiquement, des conditions aux limites à l'interface du domaine d'intérêt. On nomme cette démarche : "Absorbing boundary conditions". Elle fonctionne de manière efficace à une dimension, mais devient complexe quand on la généralise à deux dimensions [Shibata 91, Antoine 04]. La technique que nous présentons ne consiste pas à chercher des conditions aux bords qui conviennent, mais à ajouter une couche d'un milieu absorbant, à l'interface duquel il n'y a pas de réflexion, et qui va absorber l'onde incidente, comme représenté sur la figure 9.1. À l'extrémité de ce matériau absorbant, il y a un mur qui réfléchit l'onde, mais comme celle-ci est déjà exponentiellement atténuée, la partie réfléchie est négligeable. Cette technique porte le nom de « Perfectly Matched Layers » (PML) [Berenger 94, Nissen 09].

Présentation de la méthode à 1D : Dans la zone absorbante, la solution de l'équation d'onde est prolongée analytiquement dans le plan complexe. Cela transforme une onde qui se propage (par exemple e^{ikx}) en une onde exponentiellement décroissante ($e^{ikx} = e^{ik\text{Re}(x) - k\text{Im}(x)}$). Nous réalisons ensuite une transformation de coordonnées pour exprimer les coordonnées complexes X en fonction de leur partie réelle x : $X = F(x)$. En particulier :

$$\partial X = f(x)\partial x , \tag{9.14}$$

où f est la dérivée de F . La fonction u est aussi transformée en $u(x) = k(x)\phi(x)$ où $k(x)$ est une fonction à déterminer pour que la nouvelle fonction $\phi(x)$ vérifie elle-même l'équation originelle (9.4). Les transformations effectuées ne doivent, bien sûr, affecter l'onde que dans les couches rajoutées aux extrémités du domaine d'intérêt. Dans le domaine d'intérêt, il faut prendre $f(x) = 1$ et $k(x) = 1$. Si ces transformations sont injectées dans l'équation (9.4), nous obtenons :

$$i\partial_t \frac{\phi}{f} = \left(-\frac{k''f - k'f'}{kf^3} - \frac{f''}{f^3} + \frac{2(f')^2}{f^4} \right) \frac{\phi}{f} + \left(-\frac{2k'f - kf'}{kf^4} - \frac{2f'}{f^4} \right) \partial_x \phi - \frac{1}{f^2} \partial_x^2 \frac{\phi}{f} + V \frac{\phi}{f} . \tag{9.15}$$

La valeur de $k(x)$ qui annule le terme en $\partial_x \phi$, afin de retrouver pour $\psi = \phi/f$ l'équation (9.4), est :

$$k(x) = 1/\sqrt{f(x)} . \tag{9.16}$$

La fonction ψ vérifie alors :

$$i\partial_t \psi(x, t) = \left(-\frac{1}{f^2(x)} \partial_x^2 + \mathcal{V}(x) \right) \psi(x, t) , \tag{9.17}$$

avec

$$\mathcal{V}(x) = V(x) + \frac{3(f')^2 - 2f^4 f''}{4f^4}. \quad (9.18)$$

Il faut choisir $f(x)$ pour maximiser l'adaptation du milieu absorbant et son absorption. Comme nous l'avons dit précédemment, $f(x) = 1$ dans le milieu d'intérêt. Pour le milieu absorbant, nous choisissons³ :

$$f(x) = 1 + 5e^{i\pi/4} \left(\frac{x - x_0}{d} \right)^4, \quad (9.19)$$

où x_0 est la coordonnée de la frontière entre le milieu absorbant et le milieu d'intérêt et d est la taille du milieu absorbant⁴, comme indiqué sur la figure 9.1. Les facteurs numériques 5, $\pi/4$ et 4 doivent être choisis et optimisés en fonction du problème particulier considéré.

Il suffit maintenant d'appliquer l'algorithme de Crank Nicolson sur l'équation (9.17), qui n'est rien d'autre que l'équation (9.4) où $\partial_x^2 \rightarrow (1/f_x^2)\partial_x^2$ et $V(x) \rightarrow \mathcal{V}(x)$.

9.1.3 Généralisation à deux dimensions

9.1.3.1 L'algorithme de Crank-Nicolson à 2D

Nous partons de la même discrétisation :

$$\left(1 + \frac{idt}{2} H \right) u^{n+1}(x, y) = \left(1 - \frac{idt}{2} H \right) u^n(x, y), \quad (9.20)$$

avec $H = -\partial_x^2 - \partial_y^2 + V$. Au premier ordre en dt , nous obtenons :

$$\left[1 + \frac{idt}{2} (-\partial_x^2 - \partial_y^2 + V) \right] = \left[1 + \frac{idt}{2} (-\partial_x^2 + V/2) \right] \cdot \left[1 + \frac{idt}{2} (-\partial_y^2 + V/2) \right], \quad (9.21)$$

et donc

$$D_2^y D_2^x u^{n+1} = D_1^y D_1^x u^n, \quad (9.22)$$

où V est remplacé par $V/2$ dans les matrices $D_{x,y}^{1,2}$.

9.1.3.2 Les PML à 2D

Pour étendre les PML à deux dimensions, nous rajoutons à chaque bord de notre domaine carré (plan (x,y)) une couche absorbante. Il faut effectuer les transformations décrites précédemment selon chacun des axes. Les étapes de calcul sont les mêmes qu'à 1D, avec $Y = F_y(y)$, $X = F_x(x)$ et $u(x, y) = k_x(x)k_y(y)\phi(x, y)$. Cela conduit à $k(x) = 1/\sqrt{f_x(x)}$ et $k_y(y) = 1/\sqrt{f_y(y)}$. Puis nous posons $\psi(x, y) = \phi(x, y)/(f_x f_y)$. L'équation obtenue *in fine* s'écrit :

$$i\partial_t \psi(x, y, t) = \left(-\frac{1}{f_x^2(x)} \partial_x^2 - \frac{1}{f_y^2(y)} \partial_y^2 + \mathcal{V}(x, y) \right) \psi(x, y, t), \quad (9.23)$$

où

$$\mathcal{V}(x, y) = V(x, y) + \frac{3(f'_x)^2 - 2f_x^4 f''_x}{4f_x^4} + \frac{3(f'_y)^2 - 2f_y^4 f''_y}{4f_y^4}. \quad (9.24)$$

3. Sur les conseils expérimentés de Mondher Besbes.

4. Il doit être choisi en fonction du problème étudié.

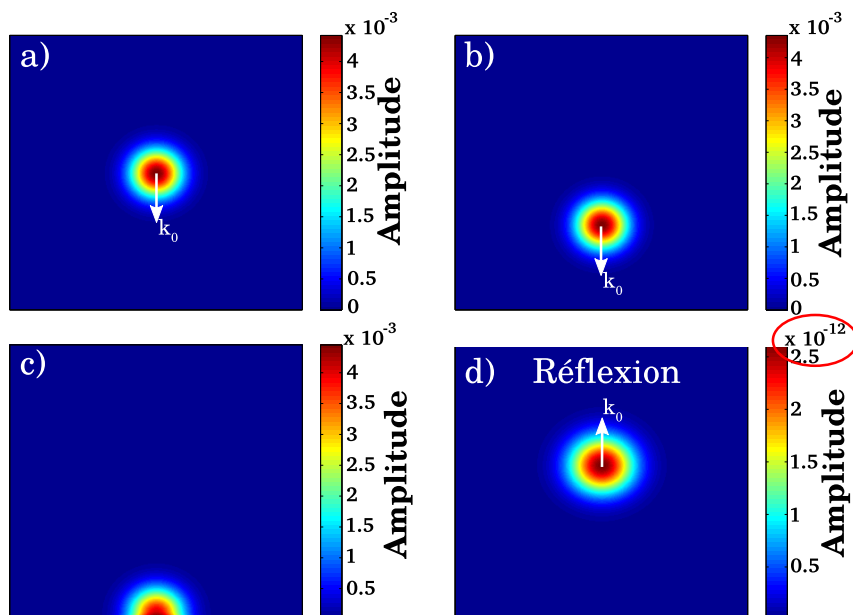


FIGURE 9.2 – Exemple de test de la simulation. Un paquet d’onde gaussien est envoyé contre un bord du domaine. La réflexion est atténuée d’un facteur 10^{-9} . Nous représentons la densité initiale de la simulation (a). Le paquet d’onde évolue vers le bas (b), puis est absorbé sur le bord (c). Une très faible part est réfléchi (d).

Les fonctions f_x et f_y choisies ont la même forme qu’à 1D :

$$\begin{cases} f_x(x) = 1 + 5e^{i\pi/4} \left(\frac{x - x_0}{d} \right)^4, \\ f_y(y) = 1 + 5e^{i\pi/4} \left(\frac{y - y_0}{d} \right)^4. \end{cases} \quad (9.25)$$

9.1.4 Illustration des performances de la simulation

Le code utilisé est donné dans l’annexe B. Pour illustrer l’effet des couches absorbantes, nous réalisons une simulation en partant d’une fonction d’onde gaussienne, comme représenté sur la figure 9.2. Nous multiplions la fonction gaussienne initiale par une phase e^{ik_0x} , ce qui revient à donner une vitesse au paquet d’onde. Nous regardons alors le comportement du paquet d’onde lorsqu’il touche les bords. La réflexion est atténuée d’un facteur 10^{-9} par rapport à la fonction initiale. Ce niveau d’absorption est très satisfaisant pour nos applications.

9.2 Observation de la localisation faible et forte

Après avoir expliqué le principe de notre simulation dans le paragraphe précédent, nous allons montrer ici que la simulation est bien capable de reproduire des effets de localisation faible et forte dans les régimes adéquats. L’observation d’effets d’interférence n’est cependant pas plus directe que dans l’expérience. Nous avons souligné dans l’introduction

de ce chapitre que les effets de localisation des atomes dans l'espace réel ne présentent pas de signature spectaculaire. Il s'agit d'une réduction des coefficients de diffusion (Localisation faible) ou d'une absence de diffusion (Localisation forte). Elle peut être difficile à distinguer d'une diffusion classique, sans effet d'interférence, dont la dynamique serait lente, simplement parce que les particules ont une énergie faible par rapport à la force du désordre, et du fait que les coefficients de diffusion dépendent fortement de l'énergie.

Il existe cependant une signature caractéristique des effets d'interférence dans l'espace des impulsions, en particulier dans le régime de localisation faible. Il s'agit du phénomène de rétro-diffusion cohérente, qui a été observé dans de nombreux systèmes et pour différents types d'onde, en particulier pour la lumière [Albada 85, Wolf 85, Labeyrie 99], pour des ondes acoustiques [Bayer 93, Tourin 97] ou même des ondes sismiques [Larose 04]. Dans le cas d'une onde de matière dans un désordre, un protocole expérimental a été proposé par [Cherret 12, Karpiuk 12] et analysé théoriquement. Pour ce protocole, des simulations numériques ont été réalisées. Dans la suite nous nous appuyons en très grande partie sur ces travaux. Le phénomène de rétrodiffusion cohérente (Coherent Back Scattering) est une signature visuelle et « positive » (par opposition à la signature « négative » qu'est l'absence de diffusion) des effets d'interférence responsables de la localisation faible. Les auteurs ont également proposé une signature positive du régime de localisation forte. Ils ont baptisé cet effet : diffusion cohérente vers l'avant (Coherent Forward Scattering). Nous allons décrire ces phénomènes puis montrer que nos simulations sont capables de les reproduire. Ils valident la pertinence des résultats de nos simulations, en accord quantitatif avec les résultats de [Cherret 12, Karpiuk 12].

9.2.1 Rétro-diffusion cohérente

Considérons une particule qui diffuse dans un désordre, comme représenté sur la figure 9.3. La particule a une impulsion $\hbar\mathbf{k}_0$. Nous nous intéressons à l'état de la particule à un instant ultérieur t , et en particulier à son impulsion $\hbar\mathbf{k}$. La distribution d'impulsion est notée $n(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0, t)$. Nous nous plaçons dans la situation où la particule ne subit que des collisions élastiques. A chaque instant, nous avons donc $|\mathbf{k}| = |\mathbf{k}_0|$ et seule la direction de l'impulsion est modifiée lors des événements de diffusion. Dans l'espace des impulsions, $n(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0, t)$ est donc distribuée sur un cercle de centre 0 et de rayon $|\mathbf{k}_0|$. Qualitativement, si on regarde l'évolution du paquet d'onde dans le désordre et dans l'espace des impulsions, on a initialement un pic en $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0$, de largeur Δk , qui est la largeur de la distribution d'impulsion initiale dans le désordre⁵. Le désordre couple cette impulsion au continuum des impulsions \mathbf{k} de norme $|\mathbf{k}_0|$. L'amplitude du pic initial va donc décroître avec un temps caractéristique, τ_s , et le cercle de rayon $|\mathbf{k}_0|$ va commencer à se remplir. Lorsque le régime de diffusion est établi, le cercle est complètement rempli et isotrope. Si des effets d'interférence jouent un rôle, un pic apparaît en $\mathbf{k} = -\mathbf{k}_0$ comme nous pouvons le voir sur la figure 9.9.

5. La largeur du paquet d'onde en l'absence de désordre est modifiée par l'allumage du désordre qui élargit la distribution d'impulsion et la décale. Si on avait une distribution d'énergie infiniment fine $n(k) = \delta(k - k_0)$, la distribution après allumage du désordre aurait la largeur de la fonction spectrale du désordre et serait décalée par un effet de déplacement lumineux. En pratique cet effet du désordre est difficile à calculer [Piraud 12]. Cependant, l'élargissement par le désordre va être d'autant plus grand que la force du désordre est grande et que la largeur initiale de la distribution d'impulsion est faible.

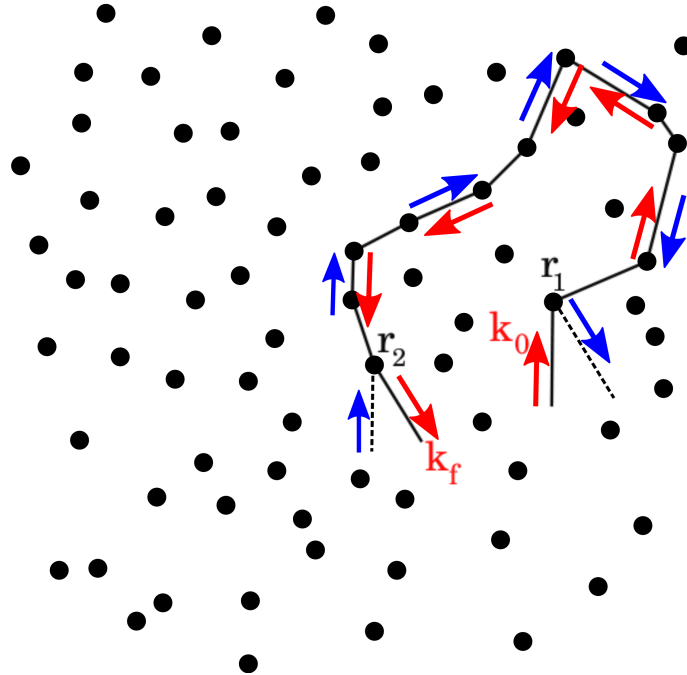


FIGURE 9.3 – Schéma d'une boucle de diffusion. Les points représentent schématiquement des événements de diffusion. L'onde plane incidente a un vecteur d'onde \mathbf{k}_0 . En rouge et en bleu sont représentés deux chemins qui passent par les mêmes diffuseurs, mais parcourus en sens inverse. Si $\mathbf{k}_f = -\mathbf{k}_0$, les deux chemins interfèrent constructivement. Si l'onde considérée n'est pas une onde plane, il faut que sa longueur de cohérence spatiale soit au moins supérieure à la distance $|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$ pour que les deux chemins puissent interférer.

9.2.1.1 Explication imagée des effets d'interférence

Pour calculer la distribution d'impulsion finale $n(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0, t)$ qui inclue tous les effets d'interférence, il faut sommer les amplitudes de probabilité des différents chemins possibles pour la particule. On obtient l'expression (7.3), où le premier terme est responsable de la diffusion classique que nous avons étudiée dans le chapitre précédent. Nous nous intéressons maintenant au second terme qui représente les effets d'interférence entre les différentes paires de chemins possibles. Si nous considérons une paire de chemins constituée de chemins complètement différents, la différence de phase accumulée lors du parcours des chemins est non nulle, et lorsque l'on change la réalisation du désordre, une autre paire aura une autre différence de phase. En sommant toutes ces paires de chemins et en moyennant sur le désordre, ces termes avec des phases différentes équiréparties dans $[0, 2\pi]$ vont avoir une contribution nulle. Cependant, si l'on considère deux chemins du type de ceux représentés sur la figure 9.3, c'est-à-dire deux chemins qui sont en fait la même trajectoire parcourue dans les deux sens opposés, la différence de phase est nulle partout où les chemins sont superposés, et seule contribue la différence de phase au début et à la fin des chemins :

$$\Delta\Phi = (\mathbf{k}_0 + \mathbf{k}_f) \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) . \quad (9.26)$$

Pour que les deux chemins puissent effectivement interférer, il faut que la longueur de cohérence soit supérieure à la distance entre les extrémités des chemins \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 [⁶]. Il s'agit donc de « boucles » qui doivent être fermées à la longueur de cohérence spatiale près.

Dans l'expression (9.26), si l'on considère le cas $\mathbf{k}_f = -\mathbf{k}_0$, la différence de phase entre les deux chemins est nulle. Toutes les paires de chemins de ce type, qui forment des boucles, interfèrent donc constructivement, quelque soit la réalisation du potentiel aléatoire. Ces termes augmentent la probabilité d'avoir une diffusion dans la direction $-\mathbf{k}_0$. C'est le phénomène de rétro-diffusion cohérente.

9.2.1.2 Observation numérique de la rétro-diffusion cohérente

Nous pouvons observer ce phénomène numériquement dans notre programme. Il constitue un test intéressant des performances de notre simulation. Pour cela, nous utilisons des paramètres proches de ceux utilisés dans [Cherret 12]. Nous partons d'un paquet d'onde gaussien de largeur Δx , reliée à la largeur en impulsion $\Delta k \propto 1/\Delta x$. Nous multiplions le paquet d'onde par un terme de phase $e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{x}}$, ce qui le lance avec une impulsion $\hbar\mathbf{k}_0$. Nous laissons le paquet d'onde évoluer. A chaque pas de temps, nous obtenons la fonction d'onde dans l'espace réel $\psi(\mathbf{x}, t)$, ou dans l'espace des impulsions par transformée de Fourier $\psi(\mathbf{k}, t)$, et donc les distributions associées. L'expérience numérique est répétée plusieurs fois avec des réalisations différentes du désordre pour effectuer des moyennes statistiques. Les résultats sont moyennés, typiquement, sur 1000 réalisations du désordre.

L'évolution temporelle de la distribution d'impulsion est représentée sur la figure 9.9. Le pic initial est déplété, les différents modes d'impulsion $|\mathbf{k}| = |\mathbf{k}_0|$ sont peuplés, et un pic de rétro-diffusion apparaît en $\mathbf{k} = -\mathbf{k}_0$. Cette observation valide la possibilité d'observer des effets d'interférence dans la simulation.

9.2.2 Diffusion cohérente vers l'avant

La rétro-diffusion cohérente est une signature de la localisation faible. Jusqu'à très récemment, il n'existait pas de signature de la localisation forte et les expériences s'appuyaient sur l'observation d'un arrêt de la diffusion, accompagné d'une analyse théorique des profils localisés [Billy 08, Roati 08, Kondov 11, Jendrzejewski 12a]. Dans [Karpiuk 12], les auteurs ont découvert que dans le régime de désordre fort, le pic de rétro-diffusion cohérente dans l'espace des impulsions, qui traduit la probabilité accrue de diffuser dans la direction $-\mathbf{k}_0$ opposée à la direction initiale, donne naissance à un autre pic dans la direction initiale \mathbf{k}_0 . Ce pic de diffusion cohérente vers l'avant (Coherent Forward Scattering) peut être observé dans les simulations de [Karpiuk 12] présentées sur la figure 9.4. Sur cette figure sont présentés, en parallèle, les résultats de nos simulations, dans lesquelles nous observons aussi ce pic. Nous présentons également, sur la figure 9.5, une comparaison entre nos résultats et les résultats de [Karpiuk 12] pour les contrastes des pics de rétro-diffusion et de diffusion vers l'avant, ainsi que pour leur dynamique d'apparition. Les résultats sont identiques.

6. Si on considère une fonction d'onde cohérente vérifiant initialement $\Delta x \Delta k = \hbar/2$, cela revient à la condition que \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 sont tous les deux, à la fois dans le nuage initial, et dans le nuage final.

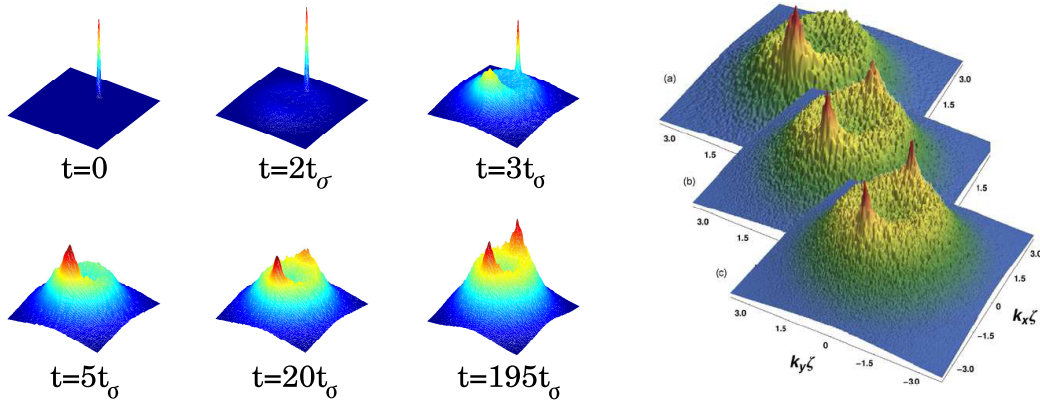


FIGURE 9.4 – *Gauche* : Images numériques obtenues dans notre simulation pour le régime de localisation forte. La simulation est réalisée pour un paquet d’onde gaussien lancé avec une impulsion initiale $k_0 = 1.5/\sigma$, de largeur $\Delta k = 0.02k_0$ et une force de désordre de $V_R = 5E_\sigma$. Les données sont moyennées sur 1000 réalisations du désordre. On observe la formation du pic de rétro-diffusion cohérente (CBS) et du pic de diffusion cohérente vers l’avant (CFS). *Droite* : Profils présentés dans [Karpiuk 12].

Les auteurs de [Karpiuk 12] interprètent le pic de diffusion cohérente vers l’avant comme une signature positive de l’émergence de la localisation forte d’Anderson, qui mène à un régime stationnaire où l’impulsion moyenne est nulle. Dans les différentes simulations, nous n’observons jamais la disparition des deux pics jumeaux de la figure 9.4. L’étude de l’effet du champ magnétique, présentée plus bas, pourrait apporter des informations sur la nature de ces phénomènes.

9.3 Utilisation de la simulation pour interpréter une expérience de rétro-diffusion cohérente

Au moment où nous développons la simulation, une expérience de rétro-diffusion cohérente a été réalisée dans l’équipe de Vincent Josse. Le protocole expérimental est similaire à celui proposé dans [Cherret 12]. Il s’agit de lancer un condensat de Bose Einstein dans le désordre, de le laisser diffuser dans le désordre et d’observer sa distribution d’impulsion par une mesure de temps de vol. Le détail des résultats expérimentaux a été publié [Jendrzejewski 12b] et sera décrit dans le manuscrit de thèse de Fred Jendrzejewski. Les auteurs ont préparé un nuage très froid avec des méthodes similaires à celles présentées dans ce manuscrit, mais sans confinement 2D. Le nuage est donc initialement 3D. Un des points forts de l’expérience est la réalisation d’une lévitation magnétique qui permet de compenser la gravité et d’effectuer des mesures de temps de vol 3D pendant des temps très longs (plusieurs secondes). Le désordre utilisé est un désordre de speckle identique à celui présenté dans ce travail. Il faut noter que dans l’axe de propagation du speckle, les grains de désordre sont très allongés. Entre la direction longitudinale et la direction transverse, la longueur de corrélation présente une anisotropie d’un facteur ~ 10 . Le nuage est lancé dans la direction perpendiculaire aux grains. Il est important de noter que même si le nuage est 3D, la diffusion va être essentiellement 2D car la dynamique dans la troisième direction

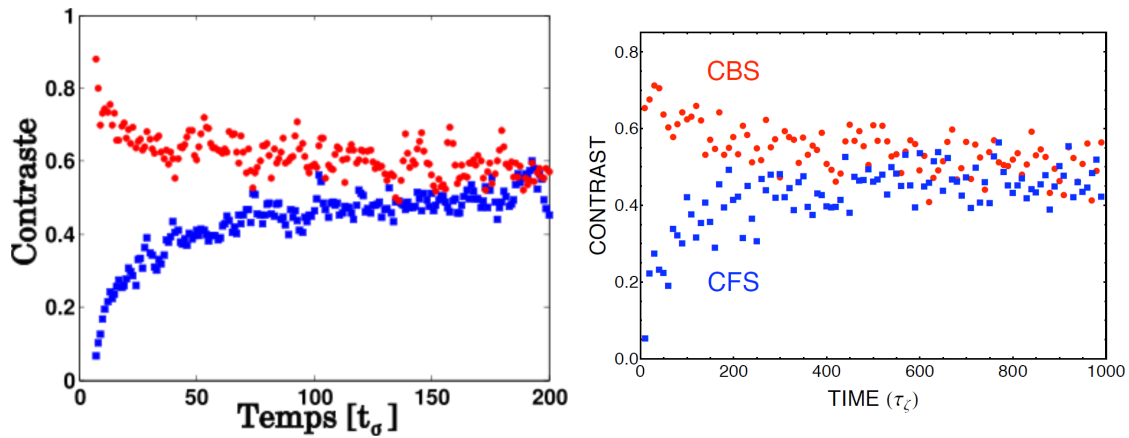


FIGURE 9.5 – Evolution du contraste des pics de rétro-diffusion cohérente (rouge) et de diffusion cohérente vers l'avant (bleu). *Gauche* : résultat de notre simulation. *Droite* : résultats de [Karpiuk 12]. On constate que les résultats sont identiques.

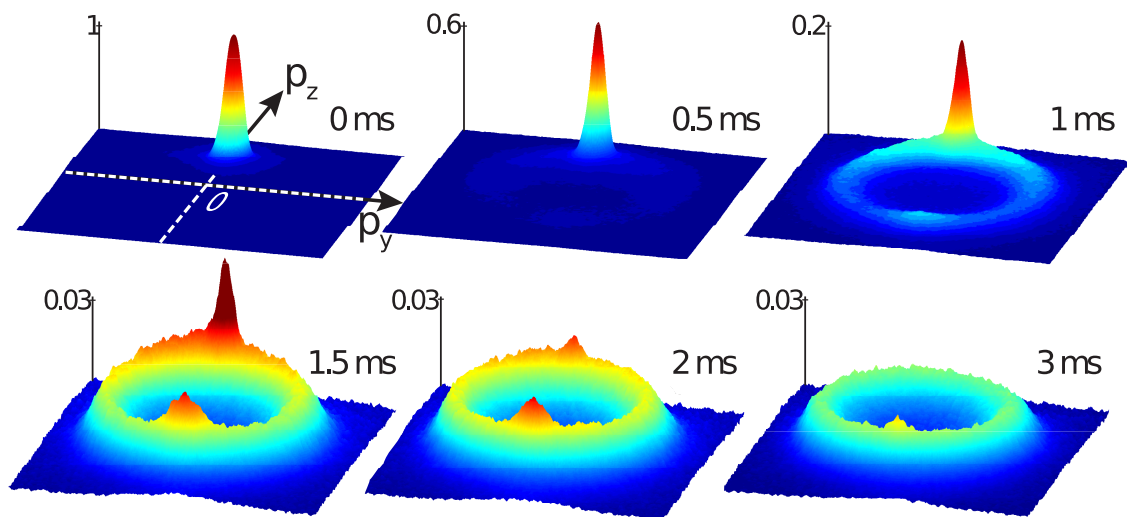


FIGURE 9.6 – Résultats expérimentaux obtenus par l'équipe de Vincent Josse. Nous observons toute la dynamique décrite plus haut. Le nuage a initialement une impulsion $\hbar\mathbf{k}_0$, puis l'impulsion est redistribuée sur le cercle. Nous voyons enfin l'apparition du pic de rétro-diffusion cohérente, puis sa diminution. Les résultats expérimentaux sont décrits en détail dans la thèse de Fred Jendrzejewski.

longue des grains est beaucoup plus lente. Il est donc possible de comparer les observations expérimentales avec les simulations numériques 2D que nous avons développées.

Les résultats typiques obtenus sont présentés sur la figure 9.6. En particulier, le pic de rétro-diffusion cohérente a été observé, mettant en évidence la présence d'interférence d'ondes de matière dans l'expérience.

La simulation que nous avons développée a pu être utilisée pour analyser les valeurs des temps caractéristiques : le temps de décroissance du pic initial τ_s , le temps d'isotropisation de la distribution d'impulsion τ^* (temps de libre parcours moyen de transport), et le temps de décroissance du pic de rétro-diffusion cohérente τ_Δ .

En particulier, dans l'expérience, il a été observé que la réduction du contraste du pic de rétro-diffusion était plus rapide que prévu par la théorie de [Cherret 12]. En étendant la simulation à 3D, grâce au travail de F. Jendrzejewski, il a été possible de montrer que cette réduction du contraste est bien expliquée par des effets de diffusion dans la troisième dimension, qui apparaissent au bout d'un temps fini. L'imagerie des atomes intègre dans cette troisième dimension, et les atomes diffusés hors du plan masquent ce qui se passe dans le plan. Cela réduit le contraste du pic de rétro-diffusion. Les résultats expérimentaux sont en très bon accord avec les résultats numériques. La simulation développée dans ce travail est donc un outil d'analyse intéressant. Dans la suite, nous allons nous servir de la simulation pour tester des protocoles afin de briser la cohérence mise en évidence ici.

9.4 Perspective 1 : effet d'un potentiel vecteur sur la localisation

Revenons à l'image qualitative donnée plus haut pour expliquer la présence du pic de rétro-diffusion cohérente. Nous avons expliqué que les chemins responsables de l'effet sont des chemins de diffusion formant des boucles et qui, parcourus dans un sens ou dans l'autre, déphasent l'onde de la même façon. On peut envisager de tester directement cette image en brisant l'invariance de phase par changement du sens de parcours. Pour des particules chargées, la présence d'un champ magnétique constant, perpendiculaire à la surface de la boucle, induit un déphasage dont le signe dépend du sens de parcours de la boucle. La phase accumulée est proportionnelle au flux de champ magnétique traversant la boucle. Si le champ magnétique est assez fort, les deux chemins parcourus dans un sens et dans l'autre n'interfèrent plus et les effets d'interférence soient brisés. L'application d'un champ magnétique est à l'origine de la mise en évidence de la localisation faible dans les systèmes de matière condensée [Bergmann 84], où il est observé que l'application d'un champ magnétique diminue la résistance du matériau étudié.

Il est d'autant plus intéressant d'étudier l'effet d'un potentiel vecteur que nous pourrions, à l'avenir, le mettre en place sur notre expérience. Les atomes de Rubidium ne sont pas des particules chargées, mais plusieurs protocoles ont été proposés pour générer des champs magnétiques artificiels⁷ pour des atomes neutres (voir [Dalibard 11]). Ils utilisent des potentiels de jauge géométriques.

Enfin, l'image des boucles, qui permet d'expliquer les effets de localisation faible, ne tient plus dans le régime de localisation forte, où les états propres sont des états localisés dans le désordre. Le comportement devient différent en désordre fort, et l'effet du champ magnétique n'est pas connu. L'intérêt d'observer les pics de rétro-diffusion et de diffusion vers l'avant dans cette configuration expérimentale est l'existence de cette signature directe

7. C'est à dire un terme de potentiel vecteur dans le Hamiltonien qui simule l'effet d'un champ magnétique sur une particule chargée.

des effets de localisation faible et forte et la possibilité de voir directement l'effet du champ magnétique artificiel sur les effets d'interférence.

Nous commencerons par présenter les modifications apportées au code de la simulation pour inclure l'effet du potentiel vecteur. Puis, nous présenterons quelques résultats préliminaires de l'effet d'un champ magnétique artificiel, en désordre faible et en désordre fort. Enfin, nous présenterons rapidement le principe des champs magnétiques artificiels qui pourraient être mis en place expérimentalement.

9.4.1 Simulation de l'équation de Schrödinger en présence d'un potentiel vecteur

9.4.1.1 Algorithme de Crank-Nicolson en présence d'un potentiel vecteur

Nous considérons ici l'effet d'un champ magnétique artificiel homogène $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$. Dans les équations adimensionnées, nous prenons une charge unité ($q = 1$). Le plan 2D étant le plan (x, y) , le champ magnétique est orthogonal au plan des atomes. Cela se traduit par la présence dans l'équation de Schrödinger du potentiel vecteur \mathbf{A} définit tel que $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$:

$$i\partial_t u = [(-i\nabla - \mathbf{A})^2 + V] u . \quad (9.27)$$

Connaissant \mathbf{B}_0 , nous pouvons choisir \mathbf{A} à un changement de jauge près. Nous nous plaçons dans la jauge symétrique où :

$$\mathbf{A} = \frac{B_0}{2} (-y\mathbf{e}_x + x\mathbf{e}_y) . \quad (9.28)$$

Dans cette jauge, le Hamiltonien se développe sous la forme suivante :

$$H = -\partial_x^2 - \partial_y^2 + iB_0(x\partial_y - y\partial_x) + \frac{B_0^2}{4}(x^2 + y^2) + V . \quad (9.29)$$

De la même façon que dans le chapitre 9.1.3, nous définissons les matrices $D_{x,y}^{1,2}$. Il faut simplement incorporer la dérivée première, que nous discrétisons de manière symétrique :

$$\partial_x u^n(x) = \frac{(u^n(x+dx) - u^n(x-dx))}{2dx} . \quad (9.30)$$

9.4.1.2 Conditions aux limites - PML

Les conditions aux limites doivent également être modifiées. Un calcul analogue au calcul présenté au chapitre 9.1.2, réalisé en collaboration avec Mondher Besbes, aboutit à une nouvelle équation :

$$i\partial_t \Psi = -\frac{1}{f_x^2} \partial_x^2 \Psi - \frac{1}{f_y^2} \partial_y^2 \Psi + iB_0(x\partial_y \Psi - y\partial_x \Psi) + \mathcal{V}(x, y) \Psi , \quad (9.31)$$

avec

$$\mathcal{V}(x, y) = V(x, y) + \frac{3(f'_x)^2 - 2f_x^4 f''_x}{4f_x^4} + \frac{3(f'_y)^2 - 2f_y^4 f''_y}{4f_y^4} + \frac{B_0^2}{4} (x^2 + y^2) - iB_0 y \frac{f'_x}{f_x} + iB_0 x \frac{f'_y}{f_y} . \quad (9.32)$$

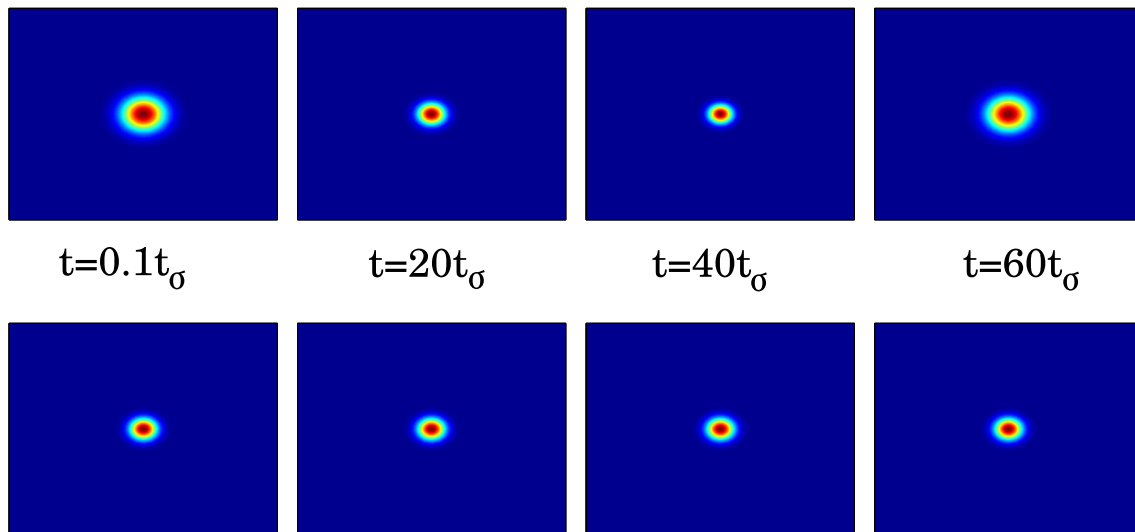


FIGURE 9.7 – Evolution temporelle d'une fonction d'onde gaussienne, en l'absence de désordre, en présence d'un champ magnétique artificiel. Si la taille de la gaussienne est quelconque, la taille du paquet d'onde oscille (rangée supérieure). Si la taille initiale est choisie de telle sorte que la fonction d'onde gaussienne soit état propre du système, la taille du paquet d'onde n'évolue pas (rangée inférieure)

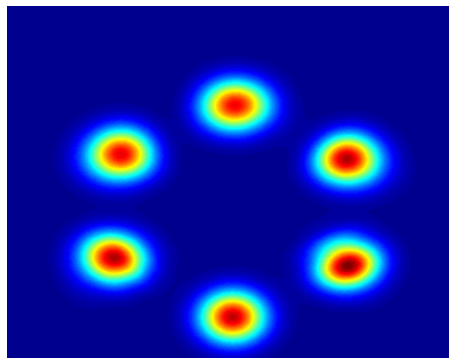


FIGURE 9.8 – Le paquet d'onde est lancé avec une impulsion initiale. Le nuage tourne en rond en présence du champ magnétique artificiel, comme une particule classique chargée. Ici, nous avons représenté sur la même image le paquet d'onde à différents temps.

9.4.1.3 Illustration des performances de la simulation

Pour illustrer les performances de la simulation, nous avons effectué quelques tests. Nous avons vérifié que les fonctions propres attendues sont bien stationnaires lors de l'évolution temporelle. Nous savons qu'une fonction gaussienne, dont la largeur est bien choisie en fonction du champ magnétique artificiel appliqué, est un état propre [Basdevant 04] du Hamiltonien :

$$\psi_0(x, y) = e^{-(x^2+y^2)/2a_0^2}, \quad (9.33)$$

avec $a_0 = \sqrt{2\hbar/qB}$. Sur la figure 9.7, nous pouvons vérifier que si nous prenons une gaussienne dont la taille n'est pas bien choisie, elle n'est pas état propre et sa taille va

évoluer dans le temps. Par contre, si nous prenons la taille adéquate, la densité n'évolue pas.

Nous pouvons aussi lancer le paquet d'onde en lui donnant une impulsion initiale. Nous constatons alors, comme présenté sur la figure 9.8, qu'il décrit des cercles au cours du temps, comme le ferait une particule classique chargée en présence de champ magnétique. La fréquence de rotation est donnée par la fréquence cyclotron qui, pour une particule de charge q et de masse m , s'écrit : $\omega_c = |qB_0|/m$. Ces quelques phénomènes, attendus en présence d'un champ magnétique pour une particule chargée, sont bien reproduits par la simulation.

9.4.2 Etude de l'effet du désordre sur les effets d'interférence

Nous sommes maintenant intéressés par l'étude de l'effet du champ magnétique artificiel sur la localisation, en présence de désordre. Nous pouvons nous placer soit dans un régime où nous observons simplement le pic de rétro-diffusion, puis sa disparition (localisation faible, cas de la figure 9.9), soit dans un régime où nous observons l'apparition ultérieure du pic de diffusion cohérente vers l'avant (localisation forte, cas de la figure 9.4). Les résultats exposés ici sont préliminaires. Nous les présentons pour donner un éventail de perspectives envisagées à partir des simulations développées dans ce travail de thèse.

Notons que l'allumage du potentiel vecteur s'accompagne d'une augmentation de l'énergie du système. Cet effet est dû au fait que l'allumage est associé à la variation temporelle du potentiel vecteur \mathbf{A} . Cette variation temporelle de \mathbf{A} génère un champ électrique artificiel qui fournit du travail au système. Dans les simulations, nous pouvons mesurer l'énergie totale du système. La conséquence la plus importante pour nous est que la largeur de la distribution d'impulsion initiale Δk augmente lorsque l'on applique le potentiel. Cette augmentation de Δk est une réduction de la longueur de cohérence de l'onde et entraînera une réduction des effets d'interférence, sans pour autant que cet effet soit lié à un déphasage sur les chemins de diffusion. Nous devons donc être vigilant sur le fait que la réduction des effets d'interférence dans notre système, entre la simulation sans potentiel vecteur et la simulation avec potentiel vecteur, n'est pas simplement due à un élargissement de la distribution d'impulsion.

9.4.2.1 Effet du champ magnétique artificiel sur la localisation faible

Nous présentons ici les résultats préliminaires obtenus pour une seule valeur du champ magnétique artificiel, choisie car elle permet d'observer l'effet du désordre sans modifier trop violemment la largeur de la distribution d'impulsion. Pour estimer l'ordre de grandeur du champ magnétique qui va affecter la rétro-diffusion cohérente, nous constatons d'abord sur la figure 9.9 qu'en l'absence de champ magnétique, le pic de rétro-diffusion a une amplitude maximale à un temps de l'ordre de $\tau \sim 10t_\sigma$. La distribution de probabilité de l'aire A des boucles est donnée par [Akkermans 07] :

$$P(A, \tau) = \frac{\pi}{4D\tau} \frac{1}{\cosh^2(\pi A/2D\tau)}, \quad (9.34)$$

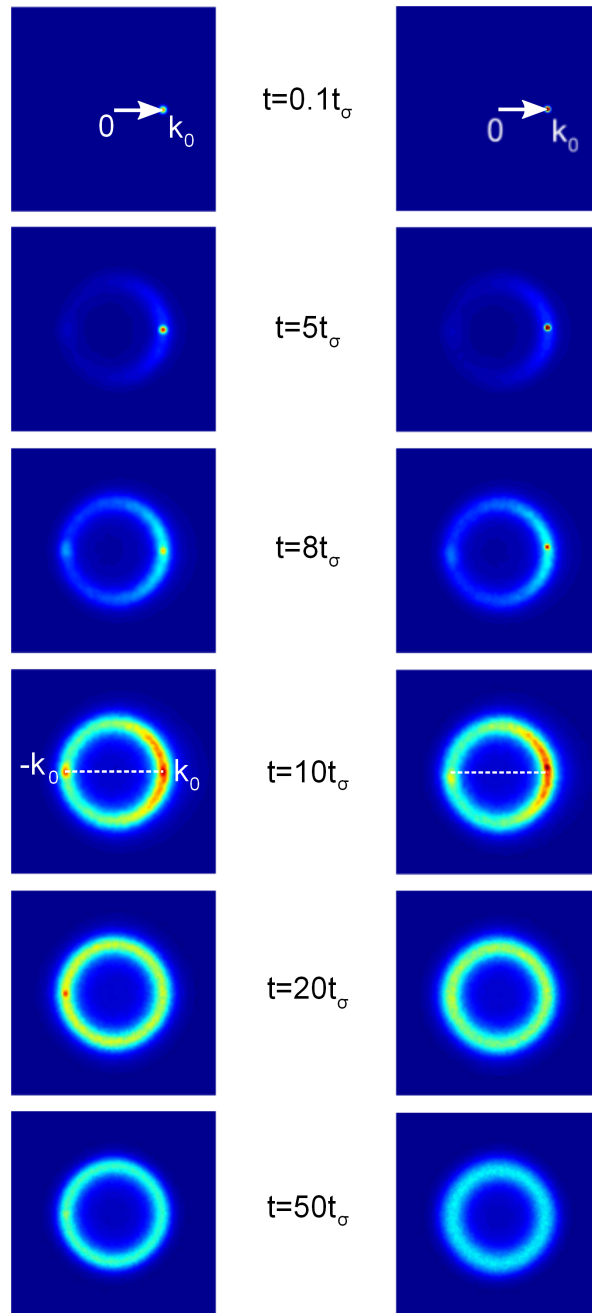


FIGURE 9.9 – Evolution temporelle de la distribution d'impulsion d'un paquet d'onde gaussien lancé dans le désordre. L'amplitude du désordre est $V_R = E_\sigma$. Le vecteur d'onde initial est $k_0 = 2/\sigma$. Nous sommes ici dans le régime de localisation faible. On observe l'apparition puis la disparition du pic de rétro-diffusion cohérente. A gauche est représentée la simulation sans champ magnétique. A droite est représentée la simulation avec un champ magnétique de valeur $qB_0/\hbar = 0.02/\sigma^2$. La largeur du paquet d'onde est adaptée pour avoir la même énergie totale dans les deux configurations, avec et sans champ magnétique (artificiel).

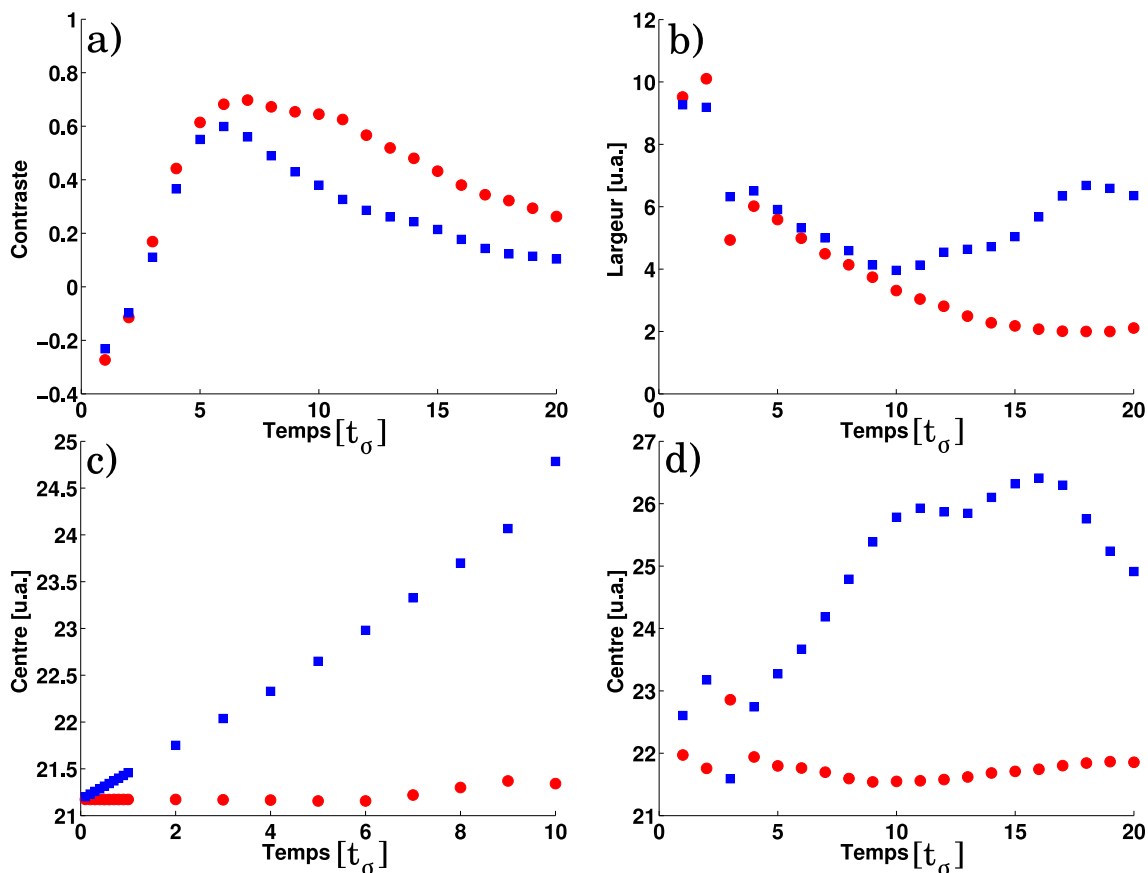


FIGURE 9.10 – Evolution temporelle du contraste (a), de la largeur (b) et de la position (d) du pic de rétro-diffusion cohérent en présence de champ magnétique (courbes bleues) et en l'absence de champ magnétique (courbes rouges). (c) Evolution temporelle de la position du pic initial.

où D est le coefficient de diffusion. La valeur moyenne de l'aire est donc :

$$\langle A \rangle = \log(2) \frac{D\tau}{\pi} . \quad (9.35)$$

Si l'on prend (en première approximation) cette aire comme l'aire typique des boucles, la différence de phase accumulée entre les deux sens de parcours de la boucle est donc :

$$\Delta\Phi \sim 2 \frac{qB_0}{\hbar} \langle A \rangle = 2 \frac{qB_0}{\hbar} \log(2) \frac{\hbar k_0 l^*}{2m\pi} \tau . \quad (9.36)$$

Dans notre simulation, nous avons utilisé les paramètres de [Cherroret 12], $k_0 = 2/\sigma$ et $k_0 l^* = 23.2$. Pour obtenir un déphasage de l'ordre de 1, nous utilisons donc un champ magnétique artificiel de $qB_0/\hbar \sim 0.02/\sigma^2$.

Pour prendre en compte l'effet d'élargissement de l'augmentation d'énergie par l'ajout du potentiel vecteur, nous adaptons la largeur des fonctions d'onde initiales afin que l'énergie totale soit la même avec et sans potentiel vecteur. Le résultat des simulations est présenté sur la figure 9.9. Le pic de rétro-diffusion est affecté par la présence du champ magnétique artificiel. Il est toujours présent mais disparaît plus vite que dans le cas sans

champ magnétique artificiel. Nous observons également que le pic initial à \mathbf{k}_0 tourne, en présence de champ magnétique artificiel, ce qui traduit l'effet classique du champ magnétique changeant l'orientation de la vitesse d'une particule chargée. Le pic de rétro-diffusion, en $-\mathbf{k}_0$, tourne aussi. On peut analyser un peu plus quantitativement les résultats en s'intéressant particulièrement au contraste, à la largeur et à la position des pics initiaux et de rétro-diffusion. A partir d'une image comme celles de la figure 9.9, le profil radial du nuage est extrait, et nous ajustons un modèle gaussien sur les deux pics, initial et rétro-diffusé, pour en obtenir la largeur, la hauteur et la position. Les résultats sont présentés sur la figure 9.10, en présence et en l'absence du champ magnétique artificiel.

Contraste : Le contraste du pic de rétro-diffusion décroît plus vite en présence de champ magnétique et n'atteint pas une valeur maximale aussi élevée. Pour cette valeur du champ magnétique, assez faible, l'effet n'est pas dramatique. Il sera intéressant d'étudier le comportement à différentes valeurs du champ, et de simuler des régimes où le pic de rétro-diffusion, en l'absence de champ magnétique, est plus robuste.

Largeur Concernant la largeur du pic de rétro-diffusion, commençons par commenter le résultat obtenu sans champ magnétique. D'après les calculs présentés dans [Cherroret 12], la largeur du pic diminue au cours du temps, comme :

$$\Delta\theta = \Delta\theta_0 \sqrt{1 + \tau_\Delta/t}, \quad (9.37)$$

où $\Delta\theta_0 = \Delta k/k_0$ est la largeur limite à temps long déterminée par la largeur de la distribution initiale, et τ_Δ le temps caractéristique associé à la perte du contraste du pic de rétro-diffusion. Qualitativement, cette diminution de la largeur des pics est associée au fait que les boucles en jeu dans le phénomène de rétro-diffusion grandissent avec le temps la contrainte sur le vecteur d'onde devient plus forte. Le champ magnétique artificiel va d'autant plus déphaser une boucle qu'elle est grande, et détruire le pic de rétro-diffusion. C'est bien ce que l'on observe sur la figure 9.10. Il existe un temps typique, que nous pouvons déterminer sur la courbe ($t \sim 10 t_\sigma$), à partir duquel l'effet du champ magnétique est très visible.

Position Si on s'intéresse à la vitesse de rotation des deux pics, initial et rétro-diffusé, en présence de champ magnétique artificiel, nous notons d'abord que le pic initial tourne à la vitesse cyclotron : $\omega_c = qB_0/m$. Le pic rétro-diffusé a une vitesse similaire. Ce résultat est une première observation. Nous n'avons pas encore d'interprétation de ce résultat, qui devra être confirmé par d'autres simulations, en particulier dans d'autres régimes de paramètres.

9.4.2.2 Effet du champ magnétique artificiel sur la localisation forte

Nous avons aussi effectué une simulation en présence du potentiel vecteur dans le régime fortement localisé où le pic de diffusion cohérente vers l'avant est présent. Les résultats sont présentés sur la figure 9.11. Le champ magnétique artificiel, bien que plus fort dans ce cas ($0.05/\sigma^2$) que dans le cas de la figure 9.9, a moins d'effet sur les deux pics que dans le cas précédent. En particulier les pics ne tournent pas comme dans le cas de la localisation faible. Dans ce régime fortement localisé, l'image des « boucles » n'est plus

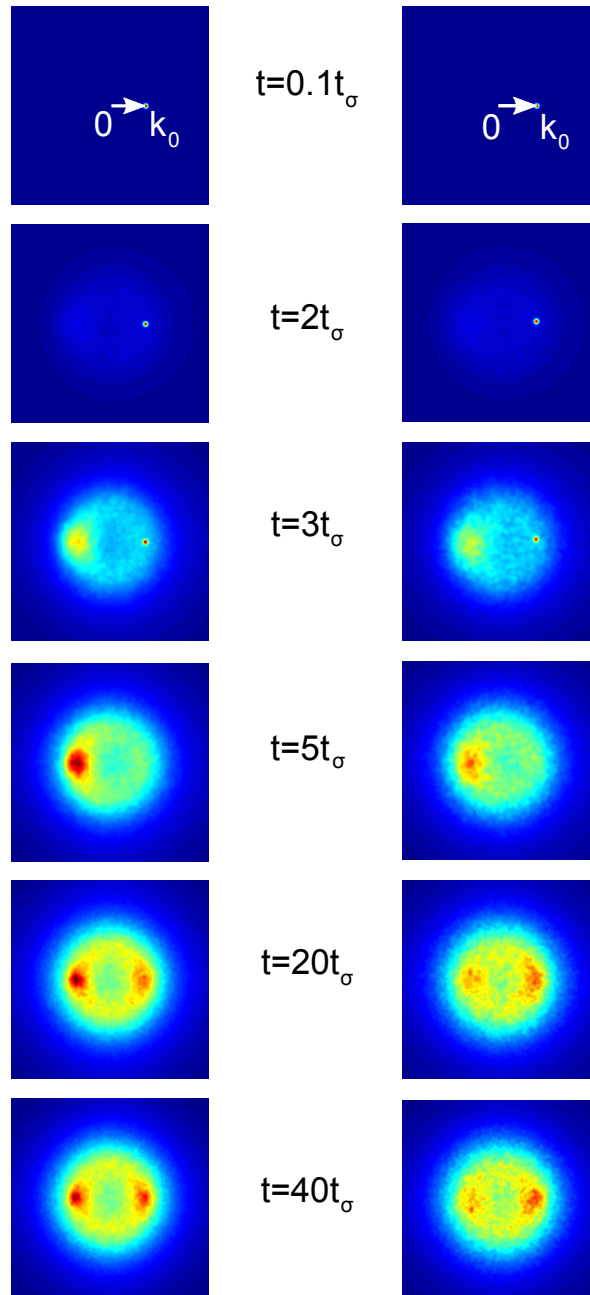


FIGURE 9.11 – Evolution temporelle de la distribution d'impulsion d'un paquet d'onde gaussien lancé dans le désordre. L'amplitude du désordre est $V_R = 5E_\sigma$. Le vecteur d'onde initial est $k_0 = 1.5/\sigma$ et la largeur du paquet d'onde initial est $\Delta_x = 5\sigma$. Nous sommes ici dans le régime de localisation forte. On observe l'apparition du pic de rétro-diffusion cohérente puis du pic de diffusion cohérente vers l'avant. A gauche est représentée la simulation sans champ magnétique, qui correspond aux images de la figure 9.4. A droite est représentée la simulation avec un champ magnétique (artificiel) de valeur $qB_0/\hbar = 0.05/\sigma^2$.

pertinente et les états propres sont des états localisés que le champ magnétique n'a pas de raison d'affecter très fortement. On constate aussi que, bien que les pics ne bougent pas, l'ensemble du fond de l'anneau de la distribution d'impulsion tourne en présence du champ magnétique⁸.

9.4.3 Perspective expérimentale : Champs magnétiques artificiels

Nous souhaitons mentionner ici les perspectives expérimentales qui l'étude numérique qui précède. Pour des atomes de Rubidium, neutres, un champ magnétique réel n'engendre pas de force de Lorentz sur les particules, et ne déphasera pas les différents chemins de diffusion. Cependant, en utilisant un potentiel lumineux bien choisi, il est possible de créer un champ magnétique artificiel pour les atomes. Un potentiel qui varie spatialement peut modifier le Hamiltonien en y faisant apparaître un terme de la forme $\mathbf{p}^2/2m \rightarrow (\mathbf{p}-q\mathbf{A})^2/2m$, qui simule l'effet d'un potentiel vecteur, et donc éventuellement d'un champ magnétique, si le potentiel vecteur \mathbf{A} est inhomogène. Dans les systèmes d'atomes froids, différents protocoles ont été proposés [Spielman 09, Dalibard 11, Cheneau 08, Juzeliunas 06]. Nous allons rapidement illustrer le principe des champs de jauge sur l'exemple de l'atome à deux niveaux [Dalibard 11]. On considère un atome à deux niveaux, dont on note $|\psi_1\rangle$ et $|\psi_2\rangle$ les états propres. La fonction d'onde totale s'écrit comme une combinaison linéaire de ces états. Si le Hamiltonien varie spatialement, les vecteurs propres varient aussi spatialement. L'expression générale d'un état est donc :

$$|\Psi\rangle = a_1 |\psi_1(\mathbf{r})\rangle + a_2 |\psi_2(\mathbf{r})\rangle . \quad (9.38)$$

Nous supposons que $|\Psi\rangle$ est préparé dans l'état $|\psi_1(\mathbf{r})\rangle$ et que la variation spatiale est assez lente pour que $|\Psi\rangle$ puisse suivre adiabatiquement $|\psi_1(\mathbf{r})\rangle$ à tout instant. Si l'atome est couplé à un champ, on écrit le Hamiltonien de couplage sous la forme :

$$H_{\text{int}} = \frac{\hbar\Omega}{2} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & e^{-i\phi} \sin(\theta) \\ e^{i\phi} \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix} , \quad (9.39)$$

où Ω est la fréquence de Rabi du couplage. En écrivant l'équation de Schrödinger pour $|\Psi\rangle \simeq a_1 |\psi_1(\mathbf{r})\rangle$ et en la projetant sur l'état $\langle\psi_1(\mathbf{r})|$ nous obtenons :

$$i\hbar\partial_t a_1 = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\nabla^2 a_1 + 2\nabla a_1 \langle\psi_1|\nabla\psi_1\rangle + a_1 \langle\psi_1|\nabla^2\psi_1\rangle \right) + \frac{\hbar\Omega}{2} a_1 . \quad (9.40)$$

Or,

$$\langle\psi_1|\nabla^2\psi_1\rangle = \langle\nabla\psi_1|\nabla\psi_1\rangle = |\langle\psi_1|\nabla\psi_1\rangle|^2 + |\langle\psi_2|\nabla\psi_1\rangle|^2 , \quad (9.41)$$

donc, en posant :

$$\mathbf{A} = i\hbar \langle\psi_1(\mathbf{r})|\nabla\psi_1(\mathbf{r})\rangle , \quad (9.42)$$

nous obtenons une équation de la forme :

$$i\hbar\partial_t a_1 = \left[\frac{(-i\hbar\nabla - \mathbf{A})^2}{2m} + \frac{\hbar\Omega}{2} + \frac{\hbar^2}{2m} |\langle\psi_2|\nabla\psi_1\rangle|^2 \right] a_1 . \quad (9.43)$$

8. Cela n'est pas visible sur les images présentées mais on l'observe en regardant un film de l'évolution temporelle.

Le terme qui nous intéresse est le potentiel vecteur effectif \mathbf{A} qui apparaît dans l'équation de Schrödinger. Le potentiel vecteur \mathbf{A} donne naissance à un champ magnétique de valeur $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, où l'on a fixé la valeur de la charge égale à 1. Le potentiel vecteur naît de la variation spatiale des états propres et du suivi adiabatique de ces états propres. La particule acquiert une phase, dite de Berry, qui a une origine géométrique [Berry 84].

Propositions pratiques : En pratique, les schémas proposés pour les atomes alcalins [Spielman 09, Dalibard 11, Cheneau 08, Juzeliunas 06] sont un peu plus élaborés, en particulier parce que les deux niveaux considérés doivent avoir une durée de vie suffisante. Les schémas proposés impliquent donc plusieurs niveaux atomiques. Il existe plusieurs stratégies pour arriver au résultat, et en particulier pour avoir une variation spatiale du Hamiltonien. Certaines propositions utilisent des faisceaux lasers contenant du moment angulaire [Juzeliunas 04], d'autres tirent profit d'une variation spatiale du désaccord entre la fréquence du laser et la fréquence atomique, que l'on peut créer grâce à un gradient de champ magnétique réel [Spielman 09]. Un dernier type de propositions utilise une variation spatiale de l'intensité du faisceau laser en décalant les atomes de l'axe de propagation des lasers [Juzeliunas 06, Cheneau 08, Günter 09].

Réalisations expérimentales : Plusieurs réalisations de champs de jauge artificiels ont déjà été rapportés [Lin 09, Lin 10, Fu 11, Cheuk 12], validant l'utilité de ces méthodes. Il faut cependant noter que cet outil n'est pas simple à mettre en place. Les auteurs des expériences mentionnées rapportent l'observation d'un chauffage résiduel important (~ 300 nK/s) du nuage atomique [Lin 10]. Ce chauffage est dû aux fluctuations de l'expérience, en particulier au bruit sur le champ magnétique réel. Dans notre cas, ce chauffage est une limitation assez forte, puisque nous souhaiterions idéalement observer une réduction des effets de cohérence en présence de champ magnétique, mais sans chauffer le nuage, pour ne pas changer le rapport entre l'énergie des atomes et l'amplitude du désordre qui fixe la condition de piégeage classique. D'autre part, nous souhaiterions réaliser l'expérience en présence de speckle, ce qui nécessitera d'étudier l'effet de la présence du speckle sur le champ de jauge artificiel, et en particulier sur la condition de suivi adiabatique des états propres. On peut craindre que la variation rapide du potentiel lumineux du speckle puisse modifier rapidement le désaccord relatif entre les niveaux atomiques, par exemple à cause de l'effet de la polarisation tensorielle dans les niveaux excités [Clément 08]. Nous n'avons pas encore évalué cet effet dans notre expérience.

Nous pouvons par contre évaluer l'ordre de grandeur du champ magnétique nécessaire pour observer un effet sur la cohérence de notre système et le comparer à l'amplitude du champ magnétique déjà observé sur d'autres expériences [Lin 10]. Le nombre de vortex créés dans cette expérience ($N \sim 8$) nous renseigne sur le flux total atteint et donc sur le champ magnétique effectif :

$$qB_0 = \frac{h}{S}N, \quad (9.44)$$

où $S = \pi R_{\text{TF}}^2$ est la surface du nuage avec R_{TF} le rayon de Thomas-Fermi. D'après l'expression (9.36) on obtient

$$\Delta\phi = \frac{N}{S} \left(\frac{\hbar k_0 \tau}{m} \right)^2 2 \log(2). \quad (9.45)$$

On considère des valeurs typiques pour l'expérience de rétro-diffusion réalisée par l'équipe de Vincent Josse : $k_0 = 4.5 \mu\text{m}^{-1}$, $\tau = 2 \text{ ms}$, ainsi que les valeurs typiques de [Lin 10] qui donnent l'ordre de grandeur du champ que l'on peut atteindre par la méthode des champs de jauge : $R_{\text{TF}} \sim 5 \mu\text{m}$. On constate que le champ nécessaire à la création d'un vortex dans l'expérience de [Lin 10] donne typiquement une différence de phase $\Delta\phi$ entre les deux chemins contra-propageants supérieure à 1. On peut donc espérer observer expérimentalement un effet du champ magnétique artificiel pour des valeurs de champs moins importantes que celles nécessaires pour créer 8 vortex, et être ainsi dans un régime où le chauffage du nuage est moins important. Les champs magnétiques artificiels sont un outil intéressant, en particulier pour l'étude de problèmes issus du domaine de la matière condensée.

9.5 Perspective 2 : Effet d'une modulation du potentiel aléatoire

9.5.1 Idée directrice

Nous présentons maintenant une dernière perspective pour nos simulations numériques. Il s'agit de l'étude d'une modulation du désordre. Revenant toujours à l'image des boucles responsables de la localisation faible, nous nous attendons à ce que la modulation à une fréquence bien choisie brise l'invariance entre les deux sens de parcours des boucles et réduise les effets de localisation faible. Des effets de délocalisation similaires à ceux engendrés par le champ magnétique devrait être observés. Plusieurs types de modulation peuvent être envisagées : modulation de l'amplitude du désordre, de sa position spatiale, ou des combinaisons des deux. La modulation du désordre devrait être particulièrement efficace dans une certaine gamme de fréquences. Tout d'abord, il faut que la période de modulation soit grande devant le temps entre deux événements de collisions τ_s . Si la période est trop petite, le désordre va être moyenné. Ensuite, il faut que la période soit courte devant le temps typique de formation des premières boucles qui est de l'ordre de τ^* , le libre parcours moyen de transport, sinon le chemin ne subit simplement pas de modulation pendant le temps de parcours de la boucle. Dans le régime de localisation forte, l'effet de la modulation pourrait être qualitativement différent de celui d'un champ magnétique.

Chauffage : Cependant, contrairement à l'utilisation d'un champ magnétique, la modulation du potentiel, en amplitude ou en position, entraîne inévitablement un chauffage du nuage d'atomes. Ce chauffage va dépendre de la fréquence et de l'amplitude du désordre. Pour une modulation d'amplitude, par exemple, si le speckle est schématisé comme étant constitué de puits de potentiel, le mécanisme de chauffage est équivalent à l'effet du chauffage paramétrique pour des atomes confinés dans un piège harmonique. Le chauffage va être très important au double de la fréquence d'oscillation du piège. Pour un speckle, il n'y a pas de fréquence d'oscillation bien déterminée, mais l'amplitude du potentiel V_R et la longueur de corrélation spatiale σ fournissent une fréquence caractéristique des puits de désordre :

$$f_{\text{sp}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2V_R}{m\sigma^2}}, \quad (9.46)$$

autour de laquelle nous attendons un chauffage plus important, mais sur une plage de fréquence assez large. Ce chauffage est un véritable problème qui pourra se poser expéri-

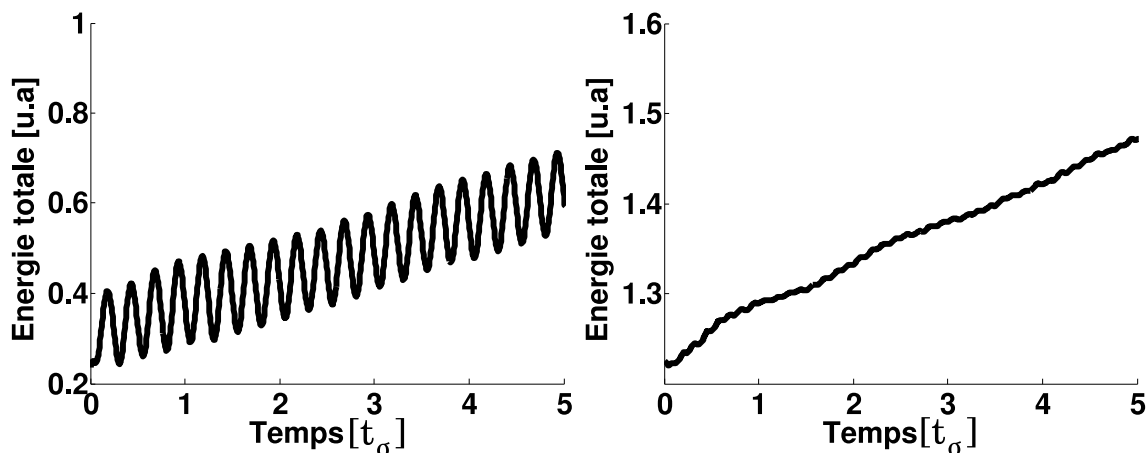


FIGURE 9.12 – Exemple de courbes obtenus pour l'évolution temporelle de l'énergie lorsque l'on module le potentiel en amplitude (gauche) ou en position (droite). De l'évolution (moyenne) linéaire en temps de l'énergie, nous pouvons extraire son taux d'accroissement.

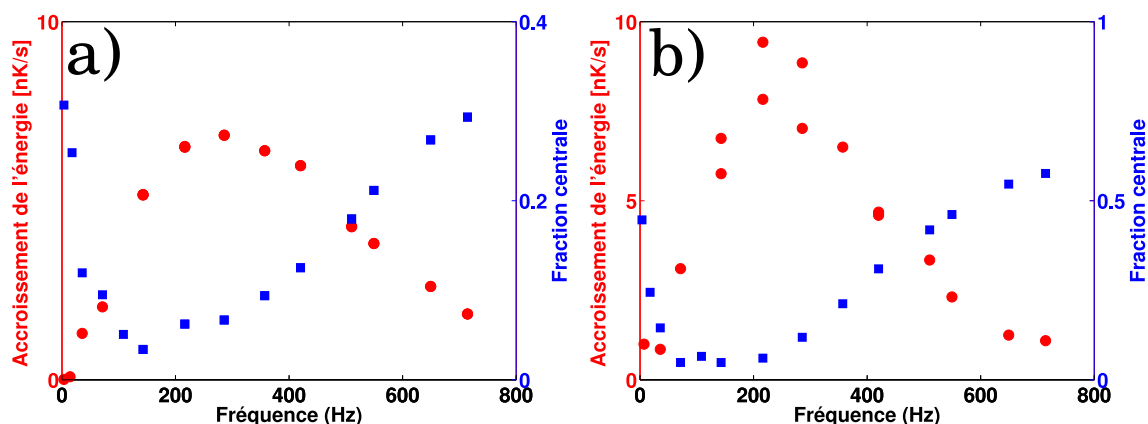


FIGURE 9.13 – Taux d'accroissement de l'énergie (rouge) et fraction de la fonction d'onde restant dans une zone centrale (bleu) en fonction de la fréquence de modulation. Le désordre est modulé en amplitude (gauche) ou en position (droite).

mentalement dans l'analyse de données. Si la modulation chauffe le nuage, ce dernier va s'étendre plus vite dans l'espace réel, ou le contraste du pic de rétro-diffusion va diminuer dans l'espace des impulsions indépendamment des effets de cohérence. Nous pouvons étudier par la simulation si les effets de délocalisation et le chauffage sont des phénomènes intimement liés dans le désordre, qui se produisent sur des plages de fréquence similaires, ou s'il est possible d'identifier des régimes où la modulation a un effet négligeable sur le chauffage mais pas sur les effets d'interférence.

9.5.2 Premiers essais numériques

Nous avons effectué des simulations numériques en modulant le désordre en amplitude et en position. Dans ce paragraphe, nous ne présentons les résultats préliminaires que

qualitativement, à titre illustratif. Sachant que grâce aux phénomènes de rétro-diffusion et de diffusion vers l'avant nous disposons d'une signature directe des effets d'interférence, il serait naturel de regarder l'effet de la modulation directement sur ce signal. Cependant, l'obtention d'une série d'images comme celles de la figure 9.9 est très coûteuse en temps de calcul, en particulier à cause de la moyenne sur le désordre. Nous avons donc décidé, dans un premier temps, de regarder le signal dans l'espace réel et de ne considérer qu'une seule réalisation du désordre, qui sera toujours la même dans tous les résultats que nous considérons ici. Dans ces premières simulations, nous nous plaçons dans le régime de localisation forte. Sur le temps de la simulation, une partie de la fonction d'onde s'étend au delà de la boîte qui limite notre domaine d'étude. La largeur de la fonction d'onde dans l'espace réel n'est donc pas une quantité pertinente. Nous utilisons plutôt la probabilité intégrée sur une petite zone spatiale autour du centre. En l'absence de modulation, on constate que cette grandeur sature, signe du régime de localisation forte. La valeur finale à long temps (moyennée sur une petite plage de temps pour se débarrasser des fluctuations), nous donne une grandeur quantitative pour mesurer l'effet de la modulation.

Energie totale : Outre cette grandeur qui donne une mesure reliée à la fraction localisée, il faut quantifier le chauffage de notre système. Dans le cas d'une fonction d'onde, il n'y a pas de système à l'équilibre thermodynamique, et parler de chauffage est un abus de langage. Nous allons en réalité regarder l'augmentation de l'énergie totale, et nous appellerons chauffage le taux d'augmentation de cette énergie totale. Dans la simulation, l'énergie du système se mesure par⁹ :

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{kin},x} + E_{\text{kin},y} + E_{\text{pot}} = \int \partial_x u \, dx dy + \int \partial_y u \, dx dy + \int u^* V u \, dx dy . \quad (9.47)$$

Les conditions aux limites absorbantes posent un problème pour calculer l'énergie totale car la fonction d'onde n'est plus normalisée. Pour le calcul de l'énergie, une autre simulation sans conditions aux limites absorbantes est effectuée. Lorsqu'il n'y a pas de modulation, l'énergie du système est bien constante. Lorsqu'on module le désordre en amplitude, l'énergie totale oscille, comme présenté sur la figure 9.12, car la valeur moyenne du désordre change. En plus de cette oscillation, nous observons une augmentation linéaire, dont la pente nous donne le taux de chauffage. Sur la figure 9.12 est aussi représenté le cas de la modulation spatiale du désordre. Dans ce cas, la valeur moyenne du désordre est constante dans le temps et nous n'observons pas d'oscillations de l'énergie totale.

Chauffage vs Délocalisation : Nous effectuons, pour une même réalisation du désordre, des simulations pour différentes fréquences de modulation, à une amplitude de modulation fixée. A chaque simulation, le taux de chauffage et la fraction restante dans une zone centrale à temps long sont mesurés. Les résultats sont présentés sur la figure 9.13. Les effets observés de délocalisation, dans ce régime de paramètres, apparaissent aux mêmes fréquences que le chauffage. Cependant, les deux courbes sont asymétriques, et pour un même taux de chauffage, par exemple à ~ 50 Hz et ~ 500 Hz, la délocalisation n'est pas la même, ce qui laisse pressentir que des effets de décohérence sont quand même présents. Nous constatons aussi que les deux types de modulation (modulation d'amplitude ou modulation spatiale) ont des comportements similaires.

9. Cette formule est valable en l'absence de potentiel vecteur et pour le problème adimensionné de l'équation (9.21).

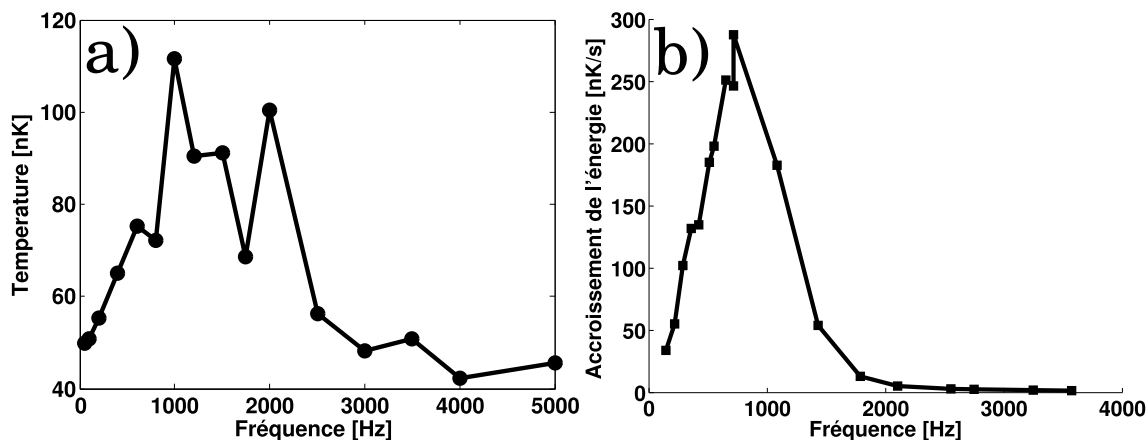


FIGURE 9.14 – *Gauche* : Taux de chauffage mesuré dans l'expérience pour un speckle d'amplitude $V_R = k_B \cdot 60$ nK et modulé de 20% pic-pic pendant 1 seconde en fonction de la fréquence de la modulation. *Droite* : Résultat de la simulation pour des paramètres similaires.

9.5.3 Premiers essais expérimentaux

Nous avons commencé à étudier expérimentalement l'effet de la modulation en mesurant le taux de chauffage lorsque le potentiel est modulé. Pour cette expérience, nous maintenons le gaz piégé, et nous modulons le désordre d'amplitude moyenne $V_R = k_B \cdot 60$ nK et de longueur de corrélation $1 \mu\text{m}$ pendant une durée de 1 seconde. Nous mesurons ensuite la température du gaz par temps de vol. L'amplitude de la modulation est choisie pour observer un effet de chauffage tout en gardant des atomes dans le piège à toutes les fréquences. La fréquence de modulation est variée. Le résultat est présenté sur la figure 9.14. Le taux de chauffage est bien dépendant de la fréquence. Nous avons mentionné ci-dessus (équation (9.46)) que l'amplitude et la longueur de corrélation du désordre fournissent une fréquence typique. Pour cette expérience, la fréquence caractéristique est de 1 kHz, ce qui correspond bien à l'ordre de grandeur de la large résonance observée.

Sur la figure 9.14 est également présentée une simulation numérique de modulation du désordre avec des paramètres similaires à ceux de l'expérience. Le taux d'accroissement de l'énergie totale reproduit bien la résonance expérimentale, dans la même gamme de fréquences. Cette première étude nous permet de valider notre capacité à mesurer le chauffage expérimentalement.

Ces résultats préliminaires semblent présager qu'il sera difficile, expérimentalement, de discriminer effets de chauffage et de délocalisation. En étudiant différentes amplitudes de modulation du désordre, nous pourrions peut-être mettre en évidence les régimes les plus favorables et se poser alors la question de leur réalisation expérimentale. Surtout, il faut maintenant regarder l'effet de la modulation sur le pic de rétro-diffusion cohérente qui permettra de quantifier plus précisément les effets sur la cohérence. Enfin, la modulation du potentiel pourra peut-être révéler d'autres informations sur l'état du système. Des études théoriques [Kollath 06b, Kollath 06b, Tokuno 11, Tokuno 12] et expérimentales [Schori 04, Stöferle 04] ont été menées sur la modulation d'un réseau optique

(périodique). Par exemple, la mesure du taux de chauffage lors d'une modulation en position d'un réseau permet de mesurer la conductivité optique du système [Tokuno 11]. En modulant l'amplitude, il est possible d'accéder à la fonction de corrélation en énergie cinétique [Kollath 06b, Kollath 06a]. Même si le speckle est un potentiel plus compliqué, et en particulier non périodique, nous pouvons imaginer que sa statistique bien connue, et en particulier son spectre en fréquence borné pourront être des atouts pour développer des approches similaires et des outils de diagnostic précieux.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une simulation numérique qui permet de résoudre l'équation de Schrödinger en temps. L'intérêt de cette simulation est la présence de conditions aux limites absorbantes, qui permettent de laisser le système évoluer pendant des temps longs, ce qui est particulièrement intéressant pour un système localisé. Nous avons présenté différents exemples de perspectives possibles, avec ces simulations, qui permettront d'explorer numériquement les différents régimes de paramètres. La simulation a déjà permis de confirmer certains résultats expérimentaux. Des perspectives nouvelles concernant la destruction de la localisation, au moins faible, en brisant la cohérence entre les différents sens de parcours d'un même chemin, pourront être explorées. La simulation permet d'étudier l'effet d'un champ magnétique ou d'une modulation du potentiel. Les premiers résultats obtenus présentent déjà des caractéristiques intéressantes qu'il faudra explorer plus en détail.

Conclusion

Au cours de ce travail de thèse, nous avons exploré deux aspects de la physique des gaz de Bose bidimensionnels, en présence de désordre corrélé au niveau microscopique. Les deux expériences ont en commun le dispositif expérimental qui permet de refroidir un gaz de Rubidium 87 par évaporation optique, de le confiner à deux dimensions entre deux nappes de lumières, d'appliquer un potentiel désordonné de speckle et finalement de faire l'image de la densité atomique par fluorescence.

Effet du désordre sur la transition superfluide-isolant à 2D : La première étude présentée dans ce manuscrit concerne la transition superfluide à 2D. L'apparition d'une phase superfluide, lorsque la densité dans l'espace des phases augmente, est liée à la présence d'interaction. Elle est décrite par la transition de Berezinskii-Kosterlitz-Thouless. Autour de cette transition, les propriétés de cohérence du nuage changent fortement, car la décroissance exponentielle de la fonction de corrélation dans la phase normale devient algébrique dans la phase superfluide. Nous avons caractérisé de manière quantitative la cohérence du nuage en mesurant la distribution d'impulsion du gaz par temps de vol. La largeur de la distribution d'impulsion et la fraction d'atomes dans le pic central sont des mesures de la cohérence du gaz. Nous ajustons un modèle semi-classique en champ moyen sur les données expérimentales. Dans la région de paramètres correspondants à la transition BKT, ce modèle ne s'ajuste que dans les ailes, car au centre des profils, des effets au-delà de la description en champ moyen sont visibles. Des simulations Monte-Carlo, réalisées par M. Holzmann, sont en accord avec nos données expérimentales. Ces simulations valident notre analyse et apportent des informations supplémentaires, comme l'emplacement exact de la transition BKT pour nos paramètres, ou la valeur de l'entropie du système.

Après avoir caractérisé l'évolution de la cohérence autour de la transition BKT, nous avons ajouté un potentiel désordonné au gaz à l'équilibre thermodynamique. Le potentiel de désordre est ajouté adiabatiquement, ce qui permet de connaître l'entropie du gaz en présence de désordre, connaissant l'entropie du gaz en absence de désordre. Les autres grandeurs thermodynamiques sont plus difficiles à calculer, car nous ne disposons pas de modèle valide en présence d'un potentiel désordonné. Le modèle semi-classique de champ moyen sans désordre doit être valide pour les grandes impulsions, mais cela correspond à une zone où le rapport signal sur bruit n'est pas suffisant. Nous observons que l'apparition de la cohérence est gênée par la présence du désordre. En fonction de la force du désordre, nous observons un décalage de l'apparition de la cohérence vers les plus basses entropies (désordre moyen), ou même l'absence d'apparition d'une cohérence significative (désordre fort). Pour nos paramètres, il n'existe pas d'étude détaillée prédisant le comportement de la transition superfluide ou de l'apparition de la cohérence. Une description théorique dans l'approximation de densité locale reproduit qualitativement certains comportements, mais n'est pas satisfaisante dans ce régime.

Ce travail est un premier pas vers l'étude de l'effet conjoint des interactions et du désordre. Dans ces systèmes, des phases exotiques vitreuses ont été prédites. Un contrôle expérimental des interactions, par résonance de Feshbach pourra être d'une grande utilité. Pour cela, nous avons commencé à mettre en place le refroidissement d'atomes de Potassium pour lesquels la résonance de Feshbach est plus accessible. Des études Monte-Carlo du système désordonné sont également en cours de réalisation, pour développer des méthodes d'analyse pour les données expérimentales.

Diffusion et localisation d'un nuage 2D en expansion dans le désordre : La deuxième partie de ce travail de thèse a consisté en l'étude de l'expansion d'un nuage d'atomes 2D dans un potentiel désordonné. Nous avons commencé par étudier le régime classique des hautes énergies, où le nuage diffuse classiquement dans le désordre. Nous avons mis en évidence le régime de diffusion en étudiant l'évolution temporelle de la densité centrale du gaz. Nous avons également mesuré les coefficients de diffusion qui dépendent fortement de l'énergie. Les mesures expérimentales sont en bon accord avec une simulation numérique n'incluant que des effets classiques. Cette caractérisation quantitative détaillée du régime de diffusion classique nous permettra de mieux comprendre les déviations à ce régime, qui apparaissent dans le régime de diffusion quantique.

Dans cette version de l'expérience, nous avons observé la diffusion d'un nuage très froid. Une fraction d'atomes ne s'étend pas sur une échelle de temps de 7 secondes. Pour mieux caractériser ce régime, nous avons effectué des améliorations techniques. Nous avons mis en place un réseau optique qui nous permet d'observer l'expansion libre et propre d'un gaz très froid, ainsi qu'une technique de refroidissement par refocalisation pour atteindre des températures très faibles. Notre laser principal ayant brûlé au moment où nous achevions ces améliorations, nous n'avons pas pu étudier la diffusion dans ce régime.

Nous avons alors décidé de mettre en place le refroidissement du Potassium pour lequel les résonances de Feshbach permettent de modifier les interactions. Cela permettra de supprimer l'énergie d'interaction et d'atteindre des vitesses encore plus faibles. Nous avons expliqué qu'il sera également nécessaire de réfléchir à des signatures non-ambigües des effets d'interférence et de localisation. Nos paramètres expérimentaux sont intermédiaires entre le régime quantique, où les effets de localisation dominant, et le régime classique, où les atomes peuvent être piégés sous le seuil de percolation.

Pour étudier cette question, nous avons développé une simulation numérique de l'équation de Schrödinger à 2D, en présence de désordre et avec des conditions absorbantes. Celle-ci nous permet d'étudier des temps d'expansion longs. La simulation nous a permis de reproduire les phénomènes de rétro-diffusion cohérente et de diffusion cohérente vers l'avant dans l'espace des impulsions, qui sont des signatures caractéristiques des effets d'interférence. Nous montrons que la simulation offre des perspectives intéressantes. Nous pourrions étudier l'influence d'un champ magnétique sur les effets d'interférence ainsi que la conséquence d'une modulation du potentiel désordonné, en amplitude et en position.

Calculs sur les fluctuations d'imagerie

Dans cette annexe, nous adopterons les notations suivantes :

- N est le nombre moyen d'atomes ou de photons en fonction du contexte.
- A est le nombre moyen de photons émis par atomes pendant la fluorescence.
- η est l'efficacité de détection en tenant compte de l'efficacité de collection et de l'efficacité quantique de la caméra ($\eta \sim 0.062$).
- G est le gain de la caméra, variant de 0 à 300.

A.1 Calcul 1 : Nombre poissonnien d'atomes qui émettent un nombre poissonnien de photons.

Si on combine deux processus poissonniens le signal final n'est pas poissonnien.

$$S = \sum_{i=1}^{N_{\text{at}}} X_i , \quad (\text{A.1})$$

ici X_i est le nombre de photons émis par atome et N_{at} est le nombre d'atomes.

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle N_{\text{at}} \rangle = N , \\ \text{Var}(N_{\text{at}}) = \langle N_{\text{at}} \rangle = N . \end{array} \right. \quad (\text{A.2}) \quad \left\{ \begin{array}{l} \langle X_i \rangle = A , \\ \text{Var}(X_i) = \langle X_i \rangle = A . \end{array} \right. \quad (\text{A.3})$$

On calcule la moyenne et la variance de S :

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle S \rangle = A.N , \\ \text{Var}(S) = \langle N_{\text{at}} \rangle \text{Var}(X_i) + \text{Var}(N_{\text{at}}) \langle X_i \rangle^2 = N.A(1 + A) = \langle S \rangle (1 + A) . \end{array} \right. \quad (\text{A.4})$$

A.2 Calcul 2 : Effet des pertes.

Un signal non poissonnien tel que celui obtenu par le calcul 1 se rapproche d'un signal poissonnien. On modélise le problème par un signal qui passe dans une lame réfléchissante avec coefficient de transmission η . Ce processus est binomial.

$$S = \sum_{i=1}^{N_{\text{ph}}} X_i , \quad (\text{A.5})$$

ici X_i est le nombre d'électrons obtenus par photons. Il y a deux résultats possibles, 1 ou 0, avec les probabilités η et $1 - \eta$.

$$\begin{cases} \langle N_{\text{ph}} \rangle = A.N , \\ \text{Var}(N_{\text{ph}}) = A.N(1 + A) . \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{cases} \langle X_i \rangle = \eta , \\ \text{Var}(X_i) = \eta(1 - \eta) . \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

On calcule la moyenne et la variance de S :

$$\begin{cases} \langle S \rangle = \eta \cdot \langle N_{\text{ph}} \rangle = \eta \cdot A.N , \\ \text{Var}(S) = \langle N_{\text{ph}} \rangle \text{Var}(X_i) + \text{Var}(N_{\text{ph}}) \langle X_i \rangle^2 = A.N.\eta(1 - \eta) + A.N(1 + A)\eta^2 = \langle S \rangle (1 + \eta.A) . \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

Une première remarque est qu'un signal poissonnien resterait poissonnien. Une deuxième remarque est qu'on peut modéliser à la fois l'amplification et les pertes par un coefficient d'amplification global (éventuellement plus petit que 1).

A.3 Calcul 3 : Effet de l'amplificateur avec bruit. Facteur F.

Si on amplifie un signal avec l'EMCCD, l'amplification se fait avec une certaine probabilité (voir le chapitre sur le principe de l'amplification). On a alors

$$S = \sum_{i=1}^{N_{\text{ph}}} X_i , \quad (\text{A.9})$$

ici, X_i est le nombre d'électrons après amplifications par photon incident. Le nombre de photons incidents ainsi que le nombre d'électrons obtenus après amplification sont des variables aléatoires :

$$\begin{cases} \langle N_{\text{ph}} \rangle = A.\eta.N , \\ \text{Var}(N_{\text{ph}}) = A.\eta.N(1 + \eta A) . \end{cases} \quad (\text{A.10}) \quad \begin{cases} \langle X_i \rangle = G , \\ \text{Var}(X_i) = G^2 . \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

La statistique de X_i est démontrée dans le chapitre suivant. On calcule la moyenne et la variance de S :

$$\begin{aligned} \langle S \rangle &= G \cdot \langle N_{\text{ph}} \rangle = G.A.\eta.N , \\ \langle S^2 \rangle &= \left\langle \sum_{i=1}^{N_{\text{ph}}} X_i \sum_{j=1}^{N_{\text{ph}}} X_j \right\rangle = \langle N_{\text{ph}} \rangle \text{Var}(X_i) + \langle N_{\text{ph}}^2 \rangle \langle X_i \rangle^2 , \\ \text{Var}(S) &= \langle N_{\text{ph}} \rangle \text{Var}(X_i) + \text{Var}(N_{\text{ph}}) \langle X_i \rangle^2 = G^2.A.\eta.N + G^2.A\eta N(1 + A\eta) = G \cdot \langle S \rangle (2 + A.\eta) . \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Le facteur 2 qui apparaît ici est appelé le facteur F.

A.4 Calcul 4 : Origine microscopique du facteur F

Le calcul de ce chapitre est effectué à partir de [Basden 03]. Pour obtenir le facteur F, on doit supposer que

$$\begin{cases} \langle X_i \rangle = G , \\ \text{Var}(X_i) = G^2 . \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

Cela peut se démontrer en revenant au processus de gain. L'idée du calcul est qu'un photon donne un électron et que cet électron va être amplifié en un grand nombre de petites étapes. A chaque étape, chaque électron peut donner naissance à un autre électron avec une probabilité g . On suppose que l'on commence de manière certaine avec un électron :

$$\begin{cases} \langle N_0 \rangle = 1 , \\ \text{Var}(N_0) = 0 . \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

A l'étape n , on peut écrire :

$$N_{n+1} = \sum_{i=1}^{N_n} (1 + g_i) , \quad (\text{A.15})$$

où g_i vaut 1 avec probabilité g et 0 avec probabilité $(1-g)$.

$$\begin{cases} \langle N_{n+1} \rangle = \langle N_n \rangle \cdot (1 + g) , \\ \langle N_n \rangle = \langle N_0 \rangle \cdot (1 + g)^N , \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

donc

$$G = (1 + g)^N . \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned} \langle N_{n+1} N_{n+1} \rangle &= \left\langle \sum_{i=1}^{N_n} (1 + g_i) \sum_{j=1}^{N_n} (1 + g_j) \right\rangle , \\ &= \left\langle \sum_{i=1}^{N_n} \sum_{j=1}^{N_n} (1 + g_i + g_j + g_i g_j) \right\rangle , \\ &= \langle N_n^2 \rangle + 2 \langle g \rangle \langle N_n^2 \rangle + \langle N_n \rangle \langle g^2 \rangle + (\langle N_n^2 \rangle - \langle N_n \rangle) \langle g \rangle^2 . \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Donc

$$\text{Var}(N_{n+1}) = \text{Var}(N_n)(1 + g)^2 + \langle N_n \rangle \text{Var}(g) , \quad (\text{A.19})$$

avec $\text{Var}(g) = g(1 - g)$ (processus binomial). On suppose que $\text{Var}(N_n) = \alpha_n \langle N_n \rangle$. On a donc

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n \frac{(1 + g)^2}{1 + g} + \frac{g(1 - g)}{1 + g} . \quad (\text{A.20})$$

(on peut résoudre cette suite en posant $u_n = \alpha_n + \frac{1-g}{1+g}$) On trouve :

$$\alpha_n = (1 + g)^n \left(\alpha_0 + \frac{(1 - g)}{1 + g} \right) - \frac{(1 - g)}{1 + g} . \quad (\text{A.21})$$

Or $\alpha_0 = 0$, donc si on se place dans la limite où g est petit et n grand, on trouve bien

$$\begin{cases} \text{Var}(N_n) = G \langle N_n \rangle , \\ = G^2 . \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

A.5 Prise en compte des corrélations

Le mouvement des atomes pendant la fluorescence ainsi que la résolution non nulle de l'imagerie étale le signal d'un atome sur plusieurs pixels. Cela crée des corrélations entre pixels voisins et modifie le bruit sur chaque pixel. On modélise ce phénomène de corrélation en convoluant la densité atomique initiale par une gaussienne avec une certaine largeur σ (inconnue). Puis on calcule le bruit dans un pixel de côté Δ . On considère qu'en chaque point \vec{r}_a du plan dont on fait l'image, il y a une densité atomique $n(\vec{r}_a)$. A cause de l'effet de corrélation, l'émission de l'atome ne provient pas simplement du point \vec{r}_a mais est distribuée sur une gaussienne éventuellement plus large que le pixel. Le nombre d'atomes effectif obtenu dans un pixel est donc :

$$N_{\text{at}} = \left[\int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r}_a n(\vec{r}_a) \int_{\text{pix}} d\vec{r} e^{-(\vec{r}-\vec{r}_a)^2/\sigma^2} / 2\pi\sigma^2 \right]. \quad (\text{A.23})$$

Si la variable aléatoire X_i représente le nombre de photons émis par atomes, le nombre de photons émis S_1 est donc donné par :

$$S_1 = \sum_{i=0}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r}_a n(\vec{r}_a) \int_{\text{pix}} d\vec{r} e^{-(\vec{r}-\vec{r}_a)^2/\sigma^2} / 2\pi\sigma^2 \right] X_i. \quad (\text{A.24})$$

$$\begin{cases} \langle X_i \rangle = A, \\ \text{Var}(X_i) = A. \end{cases} \quad (\text{A.25})$$

On trouve facilement la moyenne :

$$\langle S_1 \rangle = A \langle n \rangle \Delta^2. \quad (\text{A.26})$$

Calculons :

$$\begin{aligned} \langle S_1^2 \rangle &= \left\langle \sum_{i,j=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r}_a n(\vec{r}_a) \int_{\text{pix}} d\vec{r} e^{-(\vec{r}-\vec{r}_a)^2/\sigma^2} / 2\pi\sigma^2 X_i X_j \right\rangle, \\ &= \langle X_i^2 \rangle \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r}_a n(\vec{r}_a) \int_{\text{pix}} d\vec{r} \frac{e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}_a)^2}{2\sigma^2}}}{2\pi\sigma^2} \right\rangle \\ &\quad + \langle X_i \rangle^2 \left(\left\langle \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r}_a n(\vec{r}_a) \int_{\text{pix}} d\vec{r} \frac{e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}_a)^2}{2\sigma^2}}}{2\pi\sigma^2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r}'_a n(\vec{r}'_a) \int_{\text{pix}} d\vec{r}' \frac{e^{-\frac{(\vec{r}'-\vec{r}'_a)^2}{2\sigma^2}}}{2\pi\sigma^2} \right\rangle \right. \\ &\quad \left. - \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r}_a n(\vec{r}_a) \int_{\text{pix}} d\vec{r} \frac{e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}_a)^2}{2\sigma^2}}}{2\pi\sigma^2} \right\rangle \right), \\ &= \text{Var}(X_i) \int d\vec{r}_a d\vec{r} \langle n \rangle \frac{e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}_a)^2}{2\sigma^2}}}{2\pi\sigma^2} + \langle X_i \rangle^2 \left(\int d\vec{r}_a d\vec{r} d\vec{r}'_a d\vec{r}' \langle n(\vec{r}_a) n(\vec{r}'_a) \rangle \frac{e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}_a)^2}{2\sigma^2}}}{2\pi\sigma^2} \frac{e^{-\frac{(\vec{r}'-\vec{r}'_a)^2}{2\sigma^2}}}{2\pi\sigma^2} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Donc on arrive à :

$$\begin{aligned} \text{Var}(S_1) = & \text{Var}(X_i) \int d\vec{r}_a d\vec{r} \langle n \rangle \frac{e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}_a)^2}{2\sigma^2}}}{2\pi\sigma^2} \\ & + \langle X_i \rangle^2 \left(\int d\vec{r}_a d\vec{r} d\vec{r}'_a d\vec{r}' \left(\langle n(\vec{r}_a) n(\vec{r}'_a) \rangle - \langle n(\vec{r}_a) \rangle \langle n(\vec{r}'_a) \rangle \right) \frac{e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}_a)^2}}{2\pi\sigma^2}}{2\pi\sigma^2} \frac{e^{-\frac{(\vec{r}'-\vec{r}'_a)^2}}{2\pi\sigma^2}}{2\pi\sigma^2} \right) . \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

On utilise la propriété que le signal atomique est poissonnien :

$$\langle n(\vec{r}_a) n(\vec{r}'_a) \rangle - \langle n(\vec{r}_a) \rangle \langle n(\vec{r}'_a) \rangle = \langle n \rangle \delta(\vec{r}_a - \vec{r}'_a) , \quad (\text{A.29})$$

et on obtient :

$$\begin{aligned} \text{Var}(S_1) = & \text{Var}(X_i) \int d\vec{r}_a d\vec{r} \langle n \rangle \frac{e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}_a)^2}}{2\pi\sigma^2}}{2\pi\sigma^2} \\ & + \langle X_i \rangle^2 \left(\int d\vec{r}_a d\vec{r} d\vec{r}'_a d\vec{r}' \langle n \rangle \frac{e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}_a)^2}}{2\pi\sigma^2}}{2\pi\sigma^2} \frac{e^{-\frac{(\vec{r}'-\vec{r}'_a)^2}}{2\pi\sigma^2}}{2\pi\sigma^2} \right) . \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

Il ne reste plus qu'à calculer les intégrales :

$$\begin{aligned} \int d\vec{r}_a d\vec{r} \langle n \rangle \frac{e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}_a)^2}}{2\pi\sigma^2}}{2\pi\sigma^2} & = \langle n \rangle \Delta^2 , \\ \int d\vec{r}_a d\vec{r} d\vec{r}'_a d\vec{r}' \langle n \rangle \frac{e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}_a)^2}}{2\pi\sigma^2}}{2\pi\sigma^2} \frac{e^{-\frac{(\vec{r}'-\vec{r}'_a)^2}}{2\pi\sigma^2}}{2\pi\sigma^2} & = \int d\vec{r} d\vec{r}' \langle n \rangle \frac{e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}')^2}}{4\pi\sigma^2}}{4\pi\sigma^2} , \\ & = \langle n \rangle \left(\int_{\text{pix}} dx dx' \frac{e^{-\frac{(x-x')^2}}{4\sigma^2}}{\sqrt{4\pi\sigma^2}} \right)^2 . \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

On note :

$$C = \frac{1}{\Delta} \int_{\text{pix}} dx dx' \frac{e^{-\frac{(x-x')^2}}{4\sigma^2}}{\sqrt{4\pi\sigma^2}} = \frac{\sigma}{\Delta} \left(\frac{\Delta}{\sigma} \text{erf} \left(\frac{\Delta}{2\sigma} \right) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\Delta^2}{4\sigma^2}} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) . \quad (\text{A.32})$$

On a donc finalement :

$$\text{Var}(S_1) = A \langle n \rangle \Delta^2 + A^2 \langle n \rangle \Delta^2 C^2 = A \langle n \rangle \Delta^2 (1 + A C^2) \quad (\text{A.33})$$

où on doit encore prendre $N_{\text{at}} = \langle n \rangle \Delta^2$. Avec cette variable aléatoire S_1 qui est l'équivalent du résultat du calcul 1 en prenant en compte les corrélations, on peut maintenant refaire les calculs 2, 3 et 4 pour obtenir :

$$\boxed{\begin{cases} \langle S_3 \rangle = G.A.\eta.N_{\text{at}} , \\ \text{Var}(S_3) = \langle S \rangle . G(2 + A\eta C^2) . \end{cases}} \quad (\text{A.34})$$

Notons que C tend vers 0 si $\frac{\Delta}{\sigma}$ tend vers 0 (atomes complètement délocalisés) et vers 1 si $\frac{\Delta}{\sigma}$ tend vers l'infini (limite d'absence de corrélations). Le dernier terme $A\eta C^2$ représente le bruit de grenaille atomique, qui est directement réduit par les corrélations, ce qui le rend inobservable dans notre expérience.

Code Matlab utilisé pour la simulation de l'équation de Schrödinger à 2D avec conditions aux limites absorbantes

```
1 clear all
2 close all
3 format long
4
5 Lpml=6; gam=pi/4; sig_max=5; p=4; % Parametres pour les PML
6 L=45; Nboite=300; dx=2*L/Nboite; dt=0.05; % Parametres de la simulation
7
8 % Definition de la grille, on suppose dx=dy
9 [x,y] = meshgrid(-L-Lpml:dx:L+Lpml,-L-Lpml:dx:L+Lpml);
10 N=size(x,2);
11 cx=0; cy=0; % Centres
12 sx=6; sy=6; % Tailles
13
14 % Fonction d'onde initiale
15 u0= exp(-(x-cx).^2/(4*sx^2)).*exp(-(y-cy).^2/(4*sy^2)).*exp(1i*(y)*2);
16 norm = sum(sum(abs(u0).^2))*dx^2;
17 u0 = u0/sqrt(norm);
18
19 % Generation du potentiel exterieur.
20 Vsp=speckle(L,Nboite,1,2);
21 V=zeros(N,N);
22 V(Lpml/dx:end-Lpml/dx-1,Lpml/dx:end-Lpml/dx-1)=Vsp;
23
24 % Definitions de Nu, fx, fy et derivees (les parametres des PML).
25 fx=zeros(N,N)+1; fpx=zeros(N,N); fppx=zeros(N,N);
26 fy=zeros(N,N)+1; fpy=zeros(N,N); fppy=zeros(N,N);
27
28 fx(:,1:Lpml/dx)=1+exp(1i*gam)*sig_max*((x(:,1:Lpml/dx)+L)/Lpml).^p;
29 fpx(:,1:Lpml/dx)=exp(1i*gam)*p/Lpml*sig_max*((x(:,1:Lpml/dx)+L)/Lpml).^(p-1);
30 fppx(:,1:Lpml/dx)=exp(1i*gam)*p*(p-1)/Lpml^2*sig_max*((x(:,1:Lpml/dx)+L)/Lpml).^(p-2);
31
32 fx(:,end-Lpml/dx:end)=1+exp(1i*gam)*sig_max*((x(:,end-Lpml/dx:end)-L)/Lpml).^p;
33 fpx(:,end-Lpml/dx:end)=exp(1i*gam)*p/Lpml*sig_max*...
34 ...((x(:,end-Lpml/dx:end)-L)/Lpml).^(p-1);
35 fppx(:,end-Lpml/dx:end)=exp(1i*gam)*p*(p-1)/Lpml^2*sig_max*...
36 ...((x(:,end-Lpml/dx:end)-L)/Lpml).^(p-2);
37
38 fy(1:Lpml/dx,:)=1+exp(1i*gam)*sig_max*((y(1:Lpml/dx,:)+L)/Lpml).^p;
39 fpy(1:Lpml/dx,:)=exp(1i*gam)*p/Lpml*sig_max*...
40 ...((y(1:Lpml/dx,:)+L)/Lpml).^(p-1);
```

Annexe B - Code Matlab utilisé pour la simulation de l'équation de Schrödinger à 2D
176 **avec conditions aux limites absorbantes**

```

41 fppy(1:Lpml/dx,:) = exp(1*i*gam)*p*(p-1)/Lpml^2*sig_max * ...
42 ... ((y(1:Lpml/dx:)+L)/Lpml).^(p-2);
43
44 fy(end-Lpml/dx:end,:) = 1 + exp(1*i*gam)*sig_max*((y(end-Lpml/dx:end:)-L)/Lpml).^p;
45 fpy(end-Lpml/dx:end,:) = exp(1*i*gam)*p/Lpml*sig_max * ...
46 ... ((y(end-Lpml/dx:end:)-L)/Lpml).^(p-1);
47 fppy(end-Lpml/dx:end,:) = exp(1*i*gam)*p*(p-1)/Lpml^2*sig_max * ...
48 ... ((y(end-Lpml/dx:end:)-L)/Lpml).^(p-2);
49
50 Nu=V+(3*fpx.^2-2*fppx.*fx)/(4*fx.^4)+(3*fpy.^2-2*fppy.*fy)/(4*fy.^4);
51
52 %Definition de alpha,beta,gamma,xhi (Les elements des matrices de l'algorithme de Crank-Nicholson).
53 alphax=i*dt./(2*fx.^2*dx^2);
54 betax=i*dt/2*(2./(fx.^2*dx^2));
55 gammax=1-betax;
56 xhix=1+betax;
57
58 V1x=alphax.'; V1x=V1x(:);
59 V2x=gammax.'; V2x=V2x(:);
60 V3x=xhix.'; V3x=V3x(:);
61
62 D1x=spdiags([V1x,V2x,V1x],-1:1,N^2,N^2);
63 D2x=spdiags([-V1x,V3x,-V1x],-1:1,N^2,N^2);
64
65 alphay=i*dt./(2*fy.^2*dx^2);
66 betay=i*dt/2*(2./(fy.^2*dx^2)+Nu);
67 gammay=1-betay;
68 xhiy=1+betay;
69
70 V1y=alphay; V1y=V1y(:);
71 V2y=gammay; V2y=V2y(:);
72 V3y=xhiy; V3y=V3y(:);
73
74 D1y=spdiags([V1y,V2y,V1y],-1:1,N^2,N^2);
75 D2y=spdiags([-V1y,V3y,-V1y],-1:1,N^2,N^2);
76
77 for tp=1:1000
78
79 u0=u0.';%passage a la transposee
80 u0=u0(:); %u0 en base 'x'
81 u1=D1x*u0;
82 u1=reshape(u1,N,N); %u1 en version transposee
83 u1=u1.';%Repasse en mode normal
84 u1=u1(:); %u1 en base 'y'
85 u2=D2y\u1;
86 u2=reshape(u2,N,N); %u2 en version normale
87 u2=u2.';%u2 en version transposee
88 u2=u2(:); %u2 en base 'x'
89 u3=D2x\u2;
90 u3=reshape(u3,N,N); %u3 en version transposee
91 u3=u3.';%u3 en version normale
92 u0=u3;
93
94 figure(1)
95 imagesc(abs(u0).^2)
96 colorbar()
97
98 end

```

Publications

- M. Robert-de-Saint-Vincent, J.-P. Brantut, B. Allard, T. Plisson, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer : *Anisotropic 2D diffusive expansion of ultra-cold atoms in a disordered potential*, Physical Review Letters **104**, 220602 (2010) .
- L. Pezzé, M. Robert-de-Saint-Vincent, T. Bourdel, J.-P. Brantut, B. Allard, T. Plisson, A. Aspect, P. Bouyer, and L. Sanchez-Palencia : *Regimes of classical transport of cold gases in a two-dimensional anisotropic disorder*, New Journal of Physics **13**, 095015 (2011).
- T. Plisson, B. Allard, M. Holzmann, G. Salomon, A. Aspect, P. Bouyer and T. Bourdel : *Coherence properties of a 2D trapped Bose gas around the superfluid transition*, Physical Review A, **84**, 061606(R) (2011).
- B. Allard, T. Plisson, M. Holzmann, G. Salomon, A. Aspect, P. Bouyer and T. Bourdel : *Effect of disorder close to the superfluid transition in a two-dimensional Bose gas*, Physical Review A **85**, 033602 (2012).
- F. Jendrzejewski, K. Müller, J. Richard, A. Date, T. Plisson, P. Bouyer, A. Aspect and V. Josse : *Coherent backscattering of ultra-cold atoms*, Physical Review Letters **109**, 195302 (2012) .
- T. Plisson, T. Bourdel and C. A. Müller : *Momentum isotropisation in random potentials*, arXiv **1209.1477** (2012)

Bibliographie

- [Akkermans 07] E. Akkermans & G Montambaux. *Mesoscopic Physics of Electrons and Photons*. Press, Cambridge University, 2007.
- [Albada 85] Meint Albada & Ad Lagendijk. *Observation of Weak Localization of Light in a Random Medium*. *Physical Review Letters*, vol. 55, no. 24, pages 2692–2695, December 1985.
- [Aleiner 10] I. L. Aleiner, B. L. Altshuler & G. V. Shlyapnikov. *A finite-temperature phase transition for disordered weakly interacting bosons in one dimension*. *Nature Physics*, vol. 6, no. 11, pages 900–904, September 2010.
- [Allard 12] Baptiste Allard, Thomas Plisson, Markus Holzmann, Guillaume Salomon, Alain Aspect, Philippe Bouyer & Thomas Bourdel. *Effect of disorder close to the superfluid transition in a two-dimensional Bose gas*. *Physical Review A*, vol. 85, no. 3, page 033602, March 2012.
- [Ammann 97] Hubert Ammann & Nelson Christensen. *Delta Kick Cooling : A New Method for Cooling Atoms*. *Physical Review Letters*, vol. 78, no. 11, pages 2088–2091, March 1997.
- [Anderson 58] P.W. Anderson. *Absence of diffusion in certain random lattices*. *Physical Review*, vol. 109, no. 5, pages 1492–1505, 1958.
- [Anderson 72] P W Anderson. *More is different*. *Science* (New York, N.Y.), vol. 177, no. 4047, pages 393–6, August 1972.
- [Anderson 95] M H Anderson, J R Ensher, M R Matthews, C E Wieman & E A Cornell. *Observation of bose-einstein condensation in a dilute atomic vapor*. *Science* (New York, N.Y.), vol. 269, no. 5221, pages 198–201, July 1995.
- [Anissimova 07] S. Anissimova, S. V. Kravchenko, A. Punnoose, A. M. Finkelstein & T. M. Klapwijk. *Flow diagram of the metal-insulator transition in two dimensions*. *Nature Physics*, vol. 3, no. 10, pages 707–710, August 2007.
- [Antoine 04] Xavier Antoine, Christophe Besse & Vincent Mouysset. *Numerical schemes for the simulation of the two-dimensional Schrödinger equation using non-reflecting boundary conditions*. *Mathematics of Computation*, vol. 73, no. 248, pages 1779–1800, January 2004.
- [Ashcroft 75] N Ashcroft & N Mermin. *Solid States Physics*. Saunders College, 1975.

- [Bardeen 57] J. Bardeen, L. Cooper & J. Schrieffer. *Microscopic Theory of Superconductivity*. Physical Review, vol. 106, no. 1, pages 162–164, April 1957.
- [Basden 03] A. G. Basden, C. A. Haniff & C. D. Mackay. *Photon counting strategies with low-light-level CCDs*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, vol. 345, no. 3, pages 985–991, November 2003.
- [Basdevant 04] Jean-Louis Basdevant, Jean Dalibard & Manuel Joffre. *Mécanique quantique*. Ecole Polytechnique, 2004.
- [Bayer 93] G. Bayer & T. Niederdränk. *Weak localization of acoustic waves in strongly scattering media*. Physical Review Letters, vol. 70, no. 25, pages 3884–3887, June 1993.
- [Beeler 12] M. C. Beeler, M. E. W. Reed, T Hong & S. L. Rolston. *Disorder-driven loss of phase coherence in a quasi-2D cold atom system*. New Journal of Physics, vol. 14, no. 7, page 073024, July 2012.
- [Ben Dahan 96] Maxime Ben Dahan, Ekkehard Peik, Jakob Reichel, Yvan Castin & Christophe Salomon. *Bloch Oscillations of Atoms in an Optical Potential*. Physical Review Letters, vol. 76, no. 24, pages 4508–4511, June 1996.
- [Berenger 94] Jean-Pierre Berenger. *A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves*. Journal of Computational Physics, vol. 114, no. 2, pages 185–200, October 1994.
- [Berezinskii 71] V.L. Berezinskii. *Destruction of long-range order in one-dimensional and two-dimensional systems with a continuous symmetry group*. Soviet Physics JETP, vol. 34, no. 610, 1971.
- [Bergmann 84] Gerd Bergmann. *Weak localization in thin films*. Physics Reports, vol. 107, no. 1, pages 1–58, May 1984.
- [Berman 97] P.R. Berman. *Atom interferometry*. Press, Academic, 1997.
- [Berry 84] M. V. Berry. *Quantal Phase Factors Accompanying Adiabatic Changes*. Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences, vol. 392, no. 1802, pages 45–57, March 1984.
- [Billy 08] Juliette Billy, Vincent Josse, Zhanchun Zuo, Alain Bernard, Ben Hambrecht, Pierre Lugan, David Clément, Laurent Sanchez-Palencia, Philippe Bouyer & Alain Aspect. *Direct observation of Anderson localization of matter-waves in a controlled disorder*. Nature, vol. 453, no. 7197, pages 891–4, 2008.
- [Bisset 09] R. Bisset, M. Davis, T. Simula & P. Blakie. *Quasicondensation and coherence in the quasi-two-dimensional trapped Bose gas*. Physical Review A, vol. 79, no. 3, page 033626, March 2009.

- [Bloch 08] Immanuel Bloch, Jean Dalibard & Wilhelm Zwerger. *Many-body physics with ultracold gases*. Reviews of Modern Physics, vol. 80, no. 3, pages 885–964, July 2008.
- [Bollinger 11] A T Bollinger, G Dubuis, J Yoon, D Pavuna, J Misewich & I Božović. *Superconductor-insulator transition in $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ at the pair quantum resistance*. Nature, vol. 472, no. 7344, pages 458–60, April 2011.
- [Botter 07] Thierry Botter. *Construction d'une cavité laser : étapes et instructions*. Rapport technique, Institut d'Optique Graduate School - Observatoire de Paris, 2007.
- [Bouchoule 02] I. Bouchoule, M. Morinaga, C. Salomon & D. Petrov. *Cesium gas strongly confined in one dimension : Sideband cooling and collisional properties*. Physical Review A, vol. 65, no. 3, page 033402, February 2002.
- [Bourdel 04] T. Bourdel, L. Khaykovich, J. Cubizolles, J. Zhang, F. Chevy, M. Teichmann, L. Tarruell, S. Kokkelmans & C. Salomon. *Experimental Study of the BEC-BCS Crossover Region in Lithium 6*. Physical Review Letters, vol. 93, no. 5, page 050401, July 2004.
- [Bourdel 12] Thomas Bourdel. *Phase diagrams of 2D and 3D disordered Bose gases in the local density approximation*. arXiv, vol. 1210.1096, 2012.
- [Brantut 09] Jean-Philippe Brantut. *Manipulation d'atomes froids dans des potentiels lumineux*. PhD thesis, Université Paris XI, 2009.
- [Brown 28] Robert Brown. *A brief account of microscopical observations made in the months of June, July and August, 1827, on the particles contained in the pollen of plants; and on the general existence of active molecules in organic and inorganic bodies*. Philosophical Magazine, vol. 4, pages 161–173, 1828.
- [Bücker 09] Robert Bücker, Aurélien Perrin, Stephanie Manz, Thomas Betz, Christian Koller, Thomas Plisson, J Rottmann, Thorsten Schumm & Jörg Schmiedmayer. *Single-particle-sensitive imaging of freely propagating ultracold atoms*. New Journal of Physics, vol. 11, no. 10, page 103039, October 2009.
- [Burger 02] S Burger, F. S Cataliotti, C Fort, P Maddaloni, F Minardi & M Inguscio. *Quasi-2D Bose-Einstein condensation in an optical lattice*. Europhysics Letters (EPL), vol. 57, no. 1, pages 1–6, January 2002.
- [Castin 01] Yvan Castin. *Bose-Einstein condensates in atomic gases : simple theoretical results*. In Coherent atomic matter waves, page 1. EDP Sciences and Springer-Verlag, 2001.

- [Chen 08] Yong Chen, J. Hitchcock, D. Dries, M. Junker, C. Welford & R. Hulet. *Phase coherence and superfluid-insulator transition in a disordered Bose-Einstein condensate*. Physical Review A, vol. 77, no. 3, page 033632, March 2008.
- [Cheneau 08] M Cheneau, S P Rath, T Yefsah, K J Gunter, G Juzeliunas & J Dalibard. *Geometric potentials in quantum optics : A semi-classical interpretation*. EPL (Europhysics Letters), vol. 83, no. 6, page 60001 (6pp), 2008.
- [Cherroret 12] Nicolas Cherroret, Tomasz Karpiuk, Cord Müller, Benoît Grémaud & Christian Miniatura. *Coherent backscattering of ultracold matter waves : Momentum space signatures*. Physical Review A, vol. 85, no. 1, page 011604, January 2012.
- [Cheuk 12] Lawrence Cheuk, Ariel Sommer, Zoran Hadzibabic, Tarik Yefsah, Waseem Bakr & Martin Zwierlein. *Spin-Injection Spectroscopy of a Spin-Orbit Coupled Fermi Gas*. Physical Review Letters, vol. 109, no. 9, page 095302, August 2012.
- [Cladé 06] Pierre Cladé, Estefania de Mirandes, Malo Cadoret, Saïda Guellati-Khélifa, Catherine Schwob, François Nez, Lucile Julien & François Biraben. *Determination of the Fine Structure Constant Based on Bloch Oscillations of Ultracold Atoms in a Vertical Optical Lattice*. Physical Review Letters, vol. 96, no. 3, page 033001, January 2006.
- [Cladé 09] P. Cladé, C. Ryu, A. Ramanathan, K. Helmerson & W. D. Phillips. *Observation of a 2D Bose Gas : From Thermal to Quasicondensate to Superfluid*. Physical Review Letters, vol. 102, no. 17, page 170401, April 2009.
- [Clément 07] David Clément. *Propriétés Statiques et dynamiques d'un condensat de Bose-Einstein dans un potentiel aléatoire*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2007.
- [Clément 08] Jean-François Clément. *Réalisation d'un condensat de Bose-Einstein dans un piège dipolaire optique à 1565 nm*. PhD thesis, Université Paris XI, 2008.
- [Clément 09] J.-F. Clément, J.-P. Brantut, M. Robert-de Saint-Vincent, R. A. Nyman, A. Aspect, T. Bourdel & P. Bouyer. *All-optical runaway evaporation to Bose-Einstein condensation*. Physical Review A, vol. 79, no. 6, page 061406, June 2009.
- [Cohen-Tannoudji 83] Claude Cohen-Tannoudji. *Cours de Physique du Collège de France*. 1983.
- [Cohen-Tannoudji 97] Claude Cohen-Tannoudji. *Cours de Physique du Collège de France*. 1997.
- [Cohen-Tannoudji 01] Claude Cohen-Tannoudji & C Robilliard. *Wave functions, relative phase and interference for atomic Bose-Einstein*

- condensates*. C.R. Acad. Sci., vol. 2, no. 4, pages 445–477, 2001.
- [Colombe 04] Y Colombe, E Knyazchyan, O Morizot, B Mercier, V Lorent & H Perrin. *Ultracold atoms confined in rf-induced two-dimensional trapping potentials*. Europhysics Letters (EPL), vol. 67, no. 4, pages 593–599, August 2004.
- [Cooper 10] Nigel R. Cooper & Zoran Hadzibabic. *Measuring the Superfluid Fraction of an Ultracold Atomic Gas*. Physical Review Letters, vol. 104, no. 3, page 030401, January 2010.
- [Dalfovo 99] Franco Dalfovo, Stefano Giorgini & Sandro Stringari. *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*. Reviews of Modern Physics, vol. 71, no. 3, pages 463–512, April 1999.
- [Dalibard 89] J. Dalibard & C. Cohen-Tannoudji. *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models*. Journal of the Optical Society of America B, vol. 6, no. 11, page 2023, November 1989.
- [Dalibard 11] Jean Dalibard, Fabrice Gerbier, Gediminas Juzeliunas & Patrik Öhberg. *Colloquium : Artificial gauge potentials for neutral atoms*. Reviews of Modern Physics, vol. 83, no. 4, pages 1523–1543, 2011.
- [Davis 95] K. Davis, M. Mewes, M. Andrews, N. van Druten, D. Durfee, D. Kurn & W. Ketterle. *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms*. Physical Review Letters, vol. 75, no. 22, pages 3969–3973, November 1995.
- [Deissler 10] B. Deissler, M. Zaccanti, G. Roati, C. D’Errico, M. Fattori, M. Modugno, G. Modugno & M. Inguscio. *Delocalization of a disordered bosonic system by repulsive interactions*. Nature Physics, vol. 6, no. 5, pages 354–358, April 2010.
- [Desbuquois 12] Rémi Desbuquois, Lauriane Chomaz, Tarik Yefsah, Julian Léonard, Jérôme Beugnon, Christof Weitenberg & Jean Dalibard. *Superfluid behaviour of a two-dimensional Bose gas*. Nature Physics, vol. 8, no. 9, pages 645–648, July 2012.
- [Dieckmann 98] K. Dieckmann, R. Spreeuw, M. Weidemüller & J. Walraven. *Two-dimensional magneto-optical trap as a source of slow atoms*. Physical Review A, vol. 58, no. 5, pages 3891–3895, November 1998.
- [Edwards 08] E. Edwards, M. Beeler, Tao Hong & S. Rolston. *Adiabaticity and Localization in One-Dimensional Incommensurate Lattices*. Physical Review Letters, vol. 101, no. 26, page 260402, December 2008.
- [Einstein 05] Albert Einstein. *On the movement of small particles suspended in stationary liquids required by the molecular-*

- kinetic theory of heat.* Annalen der Physik, vol. 17, page 549, 1905.
- [Falco 09a] G. Falco, T. Nattermann & V. Pokrovsky. *Weakly interacting Bose gas in a random environment.* Physical Review B, vol. 80, no. 10, page 104515, September 2009.
- [Falco 09b] G. M. Falco, T. Nattermann & V. L. Pokrovsky. *Localized states and interaction-induced delocalization in Bose gases with quenched disorder.* EPL (Europhysics Letters), vol. 85, no. 3, page 30002, February 2009.
- [Fallani 07] L. Fallani, J. Lye, V. Guarrera, C. Fort & M. Inguscio. *Ultracold Atoms in a Disordered Crystal of Light : Towards a Bose Glass.* Physical Review Letters, vol. 98, no. 13, page 130404, March 2007.
- [Fisher 89] Matthew P. A. Fisher, G. Grinstein & Daniel S. Fisher. *Boson localization and the superfluid-insulator transition.* Physical Review B, vol. 40, no. 1, pages 546–570, July 1989.
- [Fu 11] Zhengkun Fu, Pengjun Wang, Shijie Chai, Lianghai Huang & Jing Zhang. *Bose-Einstein condensate in a light-induced vector gauge potential using 1064-nm optical-dipole-trap lasers.* Physical Review A, vol. 84, no. 4, page 043609, October 2011.
- [Gadway 11] Bryce Gadway, Daniel Pertot, Jeremy Reeves, Matthias Vogt & Dominik Schneble. *Glassy Behavior in a Binary Atomic Mixture.* Physical Review Letters, vol. 107, no. 14, page 145306, September 2011.
- [Glück 98] M. Glück, AR Kolovsky, HJ Korsch & N. Moiseyev. *Calculation of Wannier-Bloch and Wannier-Stark states.* The European Physical Journal D - Atomic, Molecular and Optical Physics, vol. 4, no. 3, pages 239–246, December 1998.
- [Glück 02] M Glück, Andrey R. Kolovsky & Hans Jürgen Korsch. *Wannier-Stark resonances in optical and semiconductor superlattices.* Physics Reports, vol. 366, no. 3, pages 103–182, August 2002.
- [Goldman 98] Allen M. Goldman & Nina Markovic. *Superconductor-Insulator Transitions in the Two-Dimensional Limit.* Physics Today, vol. 51, no. 11, page 39, 1998.
- [Goodman 07] Joseph W. Goodman. *Speckle Phenomena in Optics.* Roberts & Company, Englewood, Colorado, 2007.
- [Görlitz 01] A Görlitz, J. Vogels, A. Leanhardt, C Raman, T. Gustavson, J. Abo-Shaeer, A. Chikkatur, S Gupta, S Inouye, T Rosenband & W Ketterle. *Realization of Bose-Einstein Condensates in Lower Dimensions.* Physical Review Letters, vol. 87, no. 13, page 130402, September 2001.

- [Greiner 02] Markus Greiner, Olaf Mandel, Tilman Esslinger, Theodor W Hänsch & Immanuel Bloch. *Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms*. Nature, vol. 415, no. 6867, pages 39–44, January 2002.
- [Greiner 03] Markus Greiner, Cindy A Regal & Deborah S Jin. *Emergence of a molecular Bose-Einstein condensate from a Fermi gas*. Nature, vol. 426, no. 6966, pages 537–40, December 2003.
- [Grimm 99] Rudolf Grimm, Matthias Weidemüller & Yurii B. Ovchinnikov. *Optical dipole traps for neutral atoms*. Advances in atomic, molecular, and optical physics, vol. 42, page 39, February 1999.
- [Grynberg 10] Gilbert Grynberg, Alain Aspect & Claude Fabre. *Introduction to Quantum Optics*. Cambridge university press, 2010.
- [Günter 05] Kenneth Günter, Thilo Stöferle, Henning Moritz, Michael Köhl & Tilman Esslinger. *p-Wave Interactions in Low-Dimensional Fermionic Gases*. Physical Review Letters, vol. 95, no. 23, page 230401, November 2005.
- [Günter 09] Kenneth Günter, Marc Cheneau, Tarik Yefsah, Steffen Rath & Jean Dalibard. *Practical scheme for a light-induced gauge field in an atomic Bose gas*. Physical Review A, vol. 79, no. 1, page 011604, January 2009.
- [Gustavson 00] T L Gustavson, A Landragin & M A Kasevich. *Rotation sensing with a dual atom-interferometer Sagnac gyroscope*. Classical and Quantum Gravity, vol. 17, no. 12, pages 2385–2398, June 2000.
- [Hadzibabic 06] Zoran Hadzibabic, Peter Krüger, Marc Cheneau, Baptiste Battelier & Jean Dalibard. *Berezinskii-Kosterlitz-Thouless crossover in a trapped atomic gas*. Nature, vol. 441, no. 7097, pages 1118–21, June 2006.
- [Hadzibabic 09] Zoran Hadzibabic & J. Dalibard. *Two-dimensional Bose fluids : An atomic physics perspective*. Interactions, vol. 34, page 6, December 2009.
- [Heritier 07] Michel Heritier. *Physique statistique et transitions de phase*. Cours du Master 2 de Physique de la matière condensée, 2007.
- [Ho 09] Tin-Lun Ho & Qi Zhou. *Obtaining the phase diagram and thermodynamic quantities of bulk systems from the densities of trapped gases*. Nature Physics, vol. 6, no. 2, pages 131–134, December 2009.
- [Hohenberg 67] P. Hohenberg. *Existence of Long-Range Order in One and Two Dimensions*. Physical Review, vol. 158, no. 2, pages 383–386, June 1967.

- [Holzmann 08a] Markus Holzmann, Maguelonne Chevallier & Werner Krauth. *Semiclassical theory of the quasi-two-dimensional trapped Bose gas*. EPL (Europhysics Letters), vol. 82, no. 3, page 30001, May 2008.
- [Holzmann 08b] Markus Holzmann & Werner Krauth. *Kosterlitz-Thouless Transition of the Quasi-Two-Dimensional Trapped Bose Gas*. Physical Review Letters, vol. 100, no. 19, page 190402, May 2008.
- [Holzmann 10] Markus Holzmann, Maguelonne Chevallier & Werner Krauth. *Universal correlations and coherence in quasi-two-dimensional trapped Bose gases*. Physical Review A, vol. 81, no. 4, page 043622, April 2010.
- [Hung 11] Chen-Lung Hung, Xibo Zhang, Nathan Gemelke & Cheng Chin. *Observation of scale invariance and universality in two-dimensional Bose gases*. Nature, vol. 470, no. 7333, pages 236–9, February 2011.
- [Inouye 98] S Inouye, J Stenger, W Ketterle & Van Abeelen. *Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate*. Nature, no. 392, pages 151–154, 1998.
- [Jendrzejewski 12a] F Jendrzejewski, A Bernard, K Müller, P Cheinet, V Josse, M Piraud, L Pezzé, L Sanchez-Palencia, A Aspect & P Bouyer. *Three-dimensional localization of ultracold atoms in an optical disordered potential*. Nature Physics, vol. 8, no. 5, pages 398–403, 2012.
- [Jendrzejewski 12b] Fred Jendrzejewski, Kilian Müller, Jérémie Richard, Aditya Date, Thomas Plisson, Philippe Bouyer, Alain Aspect & Vincent Josse. *Coherent Backscattering of Ultra-cold Atoms*. Physical Review Letters, vol. 109, no. 19, page 195302, July 2012.
- [Jochim 03] S Jochim, M Bartenstein, A Altmeyer, G Hendl, S Riedl, C Chin, J Hecker Denschlag & R Grimm. *Bose-Einstein condensation of molecules*. Science (New York, N.Y.), vol. 302, no. 5653, pages 2101–3, December 2003.
- [John 11] S. John, Z Hadzibabic & N. Cooper. *Spectroscopic method to measure the superfluid fraction of an ultracold atomic gas*. Physical Review A, vol. 83, no. 2, page 023610, February 2011.
- [Juzeliunas 04] G Juzeliunas & P Ohberg. *Slow light in degenerate Fermi gases*. Physical Review Letters, vol. 93, no. 3, page 033602, 2004.
- [Juzeliunas 06] G. Juzeliunas, J Ruseckas, P. Öhberg & M Fleischhauer. *Light-induced effective magnetic fields for ultracold atoms in planar geometries*. Physical Review A, vol. 73, no. 2, page 025602, February 2006.

- [Kagan 96] Yu. Kagan, E. Surkov & G. Shlyapnikov. *Evolution of a Bose-condensed gas under variations of the confining potential*. Physical Review A, vol. 54, no. 3, pages R1753–R1756, September 1996.
- [Karpiuk 12] T. Karpiuk, N. Cherroret, K. Lee, B. Grémaud, C. Müller & C. Miniatura. *Coherent Forward Scattering Peak Induced by Anderson Localization*. Physical Review Letters, vol. 109, no. 19, page 190601, November 2012.
- [Kollath 06a] C Kollath, A Iucci, T Giamarchi, W Hofstetter & U Schollwoeck. *Spectroscopy of ultracold atoms by periodic lattice modulations*. Physical Review Letters, vol. 97, no. 5, page 050402, 2006.
- [Kollath 06b] C Kollath, A Iucci, I. P. McCulloch & T Giamarchi. *Modulation spectroscopy with ultracold fermions in an optical lattice*. Physical Review A, vol. 74, no. 4, page 041604, October 2006.
- [Kondov 11] S S Kondov, W R McGehee, J J Zirbel & B DeMarco. *Three-Dimensional Anderson Localization of Ultracold Matter*. Science, vol. 334, no. 6052, pages 66–68, 2011.
- [Kosterlitz 73] J M Kosterlitz & D J Thouless. *Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems*. Journal of Physics C : Solid State Physics, vol. 6, no. 7, pages 1181–1203, April 1973.
- [Krüger 07] Peter Krüger, Zoran Hadzibabic & Jean Dalibard. *Critical Point of an Interacting Two-Dimensional Atomic Bose Gas*. Physical Review Letters, vol. 99, no. 4, page 40402, July 2007.
- [Kuhn 07] R C Kuhn, O Sigwarth, C Miniatura, D Delande & C A Müller. *Coherent matter wave transport in speckle potentials*. New Journal of Physics, vol. 9, no. 6, pages 161–161, June 2007.
- [Labeyrie 99] G. Labeyrie, F. de Tomasi, J.-C. Bernard, C. Müller, C. Miniatura & R. Kaiser. *Coherent Backscattering of Light by Cold Atoms*. Physical Review Letters, vol. 83, no. 25, pages 5266–5269, December 1999.
- [Langevin 08] Paul Langevin. *Sur la théorie du mouvement brownien*. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, vol. 146, pages 530–532, 1908.
- [Larose 04] E. Larose, L. Margerin, B. van Tiggelen & M. Campillo. *Weak Localization of Seismic Waves*. Physical Review Letters, vol. 93, no. 4, page 048501, July 2004.
- [Laughlin 99] R. Laughlin. *Nobel Lecture : Fractional quantization*. Reviews of Modern Physics, vol. 71, no. 4, pages 863–874, July 1999.

- [Leggett 04] Anthony Leggett. *Nobel Lecture : Superfluid He3 : the early days as seen by a theorist*. Reviews of Modern Physics, vol. 76, no. 3, pages 999–1011, December 2004.
- [Lett 88] Paul Lett, Richard Watts, Christoph Westbrook, William Phillips, Phillip Gould & Harold Metcalf. *Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit*. Physical Review Letters, vol. 61, no. 2, pages 169–172, July 1988.
- [Li 10] Lu Li, Yayu Wang, Seiki Komiya, Shimpei Ono, Yoichi Ando, G. D. Gu & N. P. Ong. *Diamagnetism and Cooper pairing above T_c in cuprates*. Physical Review B, vol. 81, no. 5, page 054510, February 2010.
- [Lin 09] Y J Lin, R Compton, A Perry, W Phillips, J Porto & I Spielman. *Bose-Einstein Condensate in a Uniform Light-Induced Vector Potential*. Physical Review Letters, vol. 102, no. 13, page 130401, 2009.
- [Lin 10] Y-J Lin, R L Compton, K Jiménez-García, J V Porto & I B Spielman. *Synthetic magnetic fields for ultracold neutral atoms*. Nature, vol. 462, no. 7273, pages 628–632, 2010.
- [Lucioni 11] E. Lucioni, B. Deissler, L. Tanzi, G. Roati, M. Zaccanti, M. Modugno, M. Larcher, F. Dalfovo, M. Inguscio & G. Modugno. *Observation of Subdiffusion in a Disordered Interacting System*. Physical Review Letters, vol. 106, no. 23, page 230403, June 2011.
- [Luhman 04] D. Luhman & R. Hallock. *Kosterlitz-Thouless Transition for He4 Films Adsorbed to Rough Surfaces*. Physical Review Letters, vol. 93, no. 8, page 086106, August 2004.
- [Mannhart 11] J. Mannhart, D.H.A. Blank, H.Y. Hwang, A.J. Millis & J.-M. Triscone. *Two-Dimensional Electron Gases at Oxide Interfaces*. MRS Bulletin, vol. 33, no. 11, pages 1027–1034, January 2011.
- [Mermin 66] N. Mermin & H. Wagner. *Absence of Ferromagnetism or Antiferromagnetism in One- or Two-Dimensional Isotropic Heisenberg Models*. Physical Review Letters, vol. 17, no. 26, pages 1307–1307, December 1966.
- [Meyrath 05] T. P. Meyrath, F. Schreck, J. L. Hanssen, C. S. Chuu & M. G. Raizen. *A high frequency optical trap for atoms using Hermite-Gaussian beams*. Optics Express, vol. 13, no. 8, page 2843, 2005.
- [Mora 03] Christophe Mora & Yvan Castin. *Extension of Bogoliubov theory to quasicondensates*. Physical Review A, vol. 67, no. 5, page 053615, May 2003.
- [Müller 09] Cord A. Müller & Dominique Delande. *Disorder and interference : localization phenomena*. In C. Miniatura et Al., editeur, Les Houches 2009 - Session XCI : Ultracold Gases

- and Quantum Information, page Chapter 9. Oxford University Press, 2011, 2009.
- [Nattermann 08] T. Nattermann & V. Pokrovsky. *Bose-Einstein Condensates in Strongly Disordered Traps*. Physical Review Letters, vol. 100, no. 6, page 060402, February 2008.
- [Nelson 77] David R. Nelson. *Universal Jump in the Superfluid Density of Two-Dimensional Superfluids*. Physical Review Letters, vol. 39, no. 19, pages 1201–1205, November 1977.
- [Nenciu 91] G. Nenciu. *Dynamics of band electrons in electric and magnetic fields : rigorous justification of the effective Hamiltonians*. Reviews of Modern Physics, vol. 63, no. 1, pages 91–127, January 1991.
- [Nissen 09] Anna Nissen & Gunilla Kreiss. *An Optimized Perfectly Matched Layer for the Schrödinger Equation*. Rapport technique, Department of Information Technology, Uppsala University, 2009.
- [Niu 96] Qian Niu, Xian-Geng Zhao, G. Georgakis & M. Raizen. *Atomic Landau-Zener Tunneling and Wannier-Stark Ladders in Optical Potentials*. Physical Review Letters, vol. 76, no. 24, pages 4504–4507, June 1996.
- [Nyman 06] R. A. Nyman, G. Varoquaux, B. Villier, D. Sacchet, F. Moron, Y. Le Coq, A. Aspect & P. Bouyer. *Tapered-amplified antireflection-coated laser diodes for potassium and rubidium atomic-physics experiments*. Review of Scientific Instruments, vol. 77, no. 3, page 033105, 2006.
- [O’Hara 01] K. O’Hara, M. Gehm, S. Granade & J. Thomas. *Scaling laws for evaporative cooling in time-dependent optical traps*. Physical Review A, vol. 64, no. 5, page 051403(R), October 2001.
- [Pan 01] S H Pan, J P O’Neal, R L Badzey, C Chamon, H Ding, J R Engelbrecht, Z Wang, H Eisaki, S Uchida, A K Gupta, K W Ng, E W Hudson, K M Lang & J C Davis. *Microscopic electronic inhomogeneity in the high- T_c superconductor $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+x}$* . Nature, vol. 413, no. 6853, pages 282–5, September 2001.
- [Paramanandam 11] J. Paramanandam, M. T. Bell, L. B. Ioffe & M. E. Gershenson. *Magnetic Field Driven Quantum Phase Transitions in Josephson Arrays*. arXiv, vol. 1112.6377, December 2011.
- [Pasienski 10] M. Pasienski, D. McKay, M. White & B. DeMarco. *A disordered insulator in an optical lattice*. Nature Physics, vol. 6, no. 9, pages 677–680, July 2010.
- [Peik 97] Ekkehard Peik, Maxime Ben Dahan, Isabelle Bouchoule, Yvan Castin & Christophe Salomon. *Bloch oscillations of atoms, adiabatic rapid passage, and monokinetic atomic*

- beams*. Physical Review A, vol. 55, no. 4, pages 2989–3001, April 1997.
- [Peters 01] A Peters, K Y Chung & S Chu. *High-precision gravity measurements using atom interferometry*. Metrologia, vol. 38, no. 1, pages 25–61, February 2001.
- [Petrov 00] D. S. Petrov, M. Holzmann & G. V. Shlyapnikov. *Bose-Einstein Condensation in Quasi-2D Trapped Gases*. Physical Review Letters, vol. 84, no. 12, pages 2551–2555, March 2000.
- [Petrov 04] D. S. Petrov, D. M. Gangardt & G. V. Shlyapnikov. *Low-dimensional trapped gases*. Journal de Physique IV (Proceedings), vol. 116, pages 5–44, October 2004.
- [Pezzé 11] L Pezzé, Martin Robert-de Saint-Vincent, Thomas Bourdel, Jean-Philippe Brantut, Baptiste Allard, Thomas Plisson, Alain Aspect, Philippe Bouyer & Laurent Sanchez-Palencia. *Regimes of classical transport of cold gases in a two-dimensional anisotropic disorder*. New Journal of Physics, vol. 13, no. 9, page 095015, September 2011.
- [Pilati 09] S Pilati, S Giorgini & Nikolay Prokof'ev. *Superfluid transition in a Bose gas with correlated disorder*. Physical review letters, vol. 102, no. 15, page 150402, February 2009.
- [Pilati 10] S Pilati, S Giorgini, M Modugno & Nikolay Prokof'ev. *Dilute Bose gas with correlated disorder : a path integral Monte Carlo study*. New Journal of Physics, vol. 12, no. 7, page 073003, July 2010.
- [Piraud 12] Marie Piraud, Luca Pezzé & Laurent Sanchez-Palencia. *Matter wave transport and Anderson localization in anisotropic three-dimensional disorder*. EPL (Europhysics Letters), vol. 99, no. 5, page 50003, September 2012.
- [Plisson 11] Thomas Plisson, Baptiste Allard, Markus Holzmann, Guillaume Salomon, Alain Aspect, Philippe Bouyer & Thomas Bourdel. *Coherence properties of a two-dimensional trapped Bose gas around the superfluid transition*. Physical Review A, vol. 84, no. 6, page 061606, December 2011.
- [Polkovnikov 08] Anatoli Polkovnikov & Vladimir Gritsev. *Breakdown of the adiabatic limit in low-dimensional gapless systems*. Nature Physics, vol. 4, no. 6, pages 477–481, May 2008.
- [Ponomarenko 11] L. A. Ponomarenko, A. K. Geim, A. A. Zhukov, R. Jalil, S. V. Morozov, K. S. Novoselov, I. V. Grigorieva, E. H. Hill, V. V. Cheianov, V. I. Falko, K. Watanabe, T. Taniguchi & R. V. Gorbachev. *Tunable metal-insulator transition in double-layer graphene heterostructures*. Nature Physics, vol. 7, no. 12, pages 958–961, October 2011.

- [Prokof'ev 01] Nikolay Prokof'ev, Oliver Ruebenacker & Boris Svistunov. *Critical Point of a Weakly Interacting Two-Dimensional Bose Gas*. Physical Review Letters, vol. 87, no. 27, page 270402, December 2001.
- [Prokof'ev 02] Nikolay Prokof'ev & Boris Svistunov. *Two-dimensional weakly interacting Bose gas in the fluctuation region*. Physical Review A, vol. 66, no. 4, page 043608, October 2002.
- [Raab 87] E. Raab, M. Prentiss, Alex Cable, Steven Chu & D. Pritchard. *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*. Physical Review Letters, vol. 59, no. 23, pages 2631–2634, December 1987.
- [Rath 10a] Steffen Rath, Tarik Yefsah, Kenneth Günter, Marc Cheneau, Rémi Desbuquois, Markus Holzmann, Werner Krauth & Jean Dalibard. *Equilibrium state of a trapped two-dimensional Bose gas*. Physical Review A, vol. 82, no. 1, page 013609, July 2010.
- [Rath 10b] Steffen Patrick Rath. *Production and investigation of quasi-two-dimensional Bose gases*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2010.
- [Richard 03] S. Richard, F. Gerbier, J. Thywissen, M. Hugbart, P. Bouyer & A. Aspect. *Momentum Spectroscopy of 1D Phase Fluctuations in Bose-Einstein Condensates*. Physical Review Letters, vol. 91, no. 1, page 010405, July 2003.
- [Roati 08] Giacomo Roati, Chiara D'Errico, Leonardo Fallani, Marco Fattori, Chiara Fort, Matteo Zaccanti, Giovanni Modugno, Michele Modugno & Massimo Inguscio. *Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate*. Nature, vol. 453, no. 7197, pages 895–898, 2008.
- [Robert-de Saint-Vincent 10a] Martin Robert-de Saint-Vincent. *Lévitation d'atomes par interférences & Transport bidimensionnel en présence de désordre*. PhD thesis, Université Paris XI, 2010.
- [Robert-de Saint-Vincent 10b] Martin Robert-de Saint-Vincent, Jean-Philippe Brantut, Baptiste Allard, Thomas Plisson, L. Pezzé, Laurent Sanchez-Palencia, Alain Aspect, Thomas Bourdel & Philippe Bouyer. *Anisotropic 2D Diffusive Expansion of Ultracold Atoms in a Disordered Potential*. Physical Review Letters, vol. 104, no. 22, page 220602, June 2010.
- [Rychtarik 04] D. Rychtarik, B. Engeser, H.-C. Nägerl & R. Grimm. *Two-Dimensional Bose-Einstein Condensate in an Optical Surface Trap*. Physical Review Letters, vol. 92, no. 17, page 173003, April 2004.
- [Salomon 11] Guillaume Salomon. *Rapport de stage de M2*. Rapport technique, Laboratoire Charles Fabry, Institut d'Optique, 2011.

- [Schori 04] Christian Schori, Thilo Stöferle, Henning Moritz, Michael Köhl & Tilman Esslinger. *Excitations of a Superfluid in a Three-Dimensional Optical Lattice*. Physical Review Letters, vol. 93, no. 24, page 240402, December 2004.
- [Schwartz 07] Tal Schwartz, Guy Bartal, Shmuel Fishman & Mordechai Segev. *Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices*. Nature, vol. 446, no. 7131, pages 52–55, 2007.
- [Shibata 91] Tsugumichi Shibata. *Absorbing boundary conditions for the finite-difference time-domain calculation of the one-dimensional Schrödinger equation*. Physical Review B, vol. 43, no. 8, pages 6760–6763, March 1991.
- [Smith 79] L. N. Smith & C. J. Lobb. *Percolation in two-dimensional conductor-insulator networks with controllable anisotropy*. Physical Review B, vol. 20, no. 9, pages 3653–3658, November 1979.
- [Smith 05] N L Smith, W H Heathcote, G. Hechenblaikner, E Nugent & C J Foot. *Quasi-2D confinement of a BEC in a combined optical and magnetic potential*. Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics, vol. 38, no. 3, pages 223–235, February 2005.
- [Spielman 09] I B Spielman. *Raman processes and effective gauge potentials*. Physical Review A, vol. 79, no. 6, page 63613, 2009.
- [Steck 08] Daniel Adam Steck. *Rubidium 87 D Line Data*. <http://s-teck.us/alkalidata/rubidium87numbers.pdf>, 2008.
- [Stenger 99] J. Stenger, S. Inouye, A. Chikkatur, D. Stamper-Kurn, D. Pritchard & W. Ketterle. *Bragg Spectroscopy of a Bose-Einstein Condensate*. Physical Review Letters, vol. 82, no. 23, pages 4569–4573, June 1999.
- [Stöferle 04] Thilo Stöferle, Henning Moritz, Christian Schori, Michael Köhl & Tilman Esslinger. *Transition from a Strongly Interacting 1D Superfluid to a Mott Insulator*. Physical Review Letters, vol. 92, no. 13, page 130403, March 2004.
- [Stormer 99] Horst Stormer. *Nobel Lecture : The fractional quantum Hall effect*. Reviews of Modern Physics, vol. 71, no. 4, pages 875–889, July 1999.
- [Stuhler 03] J Stuhler, M Fattori, T Petelski & G M Tino. *MAGIA using atom interferometry to determine the Newtonian gravitational constant*. Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics, vol. 5, no. 2, pages S75–S81, April 2003.
- [Tackmann 11] Gunnar Tackmann, Bruno Pelle, Adèle Hilico, Quentin Beaufils & F. Pereira dos Santos. *Raman-laser spectroscopy of Wannier-Stark states*. Physical Review A, vol. 84, no. 6, page 063422, December 2011.

- [Tiecke 10] T.G. Tiecke. *Properties of Potassium*. 2010.
- [Tokuno 11] Akiyuki Tokuno & Thierry Giamarchi. *Spectroscopy for cold atom gases in periodically phase-modulated optical lattices*. Physical Review Letters, vol. 106, no. 20, page 205301, 2011.
- [Tokuno 12] Akiyuki Tokuno, Eugene Demler & Thierry Giamarchi. *doublon production rate in modulated optical lattices*. Physical Review A, vol. 85, no. 5, page 053601, May 2012.
- [Tourin 97] Arnaud Tourin, Arnaud Derode, Philippe Roux, Bart van Tiggelen & Mathias Fink. *Time-Dependent Coherent Backscattering of Acoustic Waves*. Physical Review Letters, vol. 79, no. 19, pages 3637–3639, November 1997.
- [Tsui 82] D. C. Tsui, H. L. Stormer & A. C. Gossard. *Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit*. Physical Review Letters, vol. 48, no. 22, pages 1559–1562, May 1982.
- [Tung 10] S. Tung, G. Lamporesi, D. Lobser, L. Xia & E. Cornell. *Observation of the Presuperfluid Regime in a Two-Dimensional Bose Gas*. Physical Review Letters, vol. 105, no. 23, page 230408, December 2010.
- [von Klitzing 86] Klaus von Klitzing. *The quantized Hall effect*. Reviews of Modern Physics, vol. 58, no. 3, pages 519–531, July 1986.
- [Weinrib 82] Abel Weinrib. *Percolation threshold of a two-dimensional continuum system*. Physical Review B, vol. 26, no. 3, pages 1352–1361, August 1982.
- [White 09] M White, M Pasienski, D McKay, S Q Zhou, D Ceperley & B DeMarco. *Strongly Interacting Bosons in a Disordered Optical Lattice*. Physical Review Letters, vol. 102, no. 5, page 55301, February 2009.
- [Wilkinson 96] S. Wilkinson, C. Bharucha, K. Madison, Qian Niu & M. Raizen. *Observation of Atomic Wannier-Stark Ladders in an Accelerating Optical Potential*. Physical Review Letters, vol. 76, no. 24, pages 4512–4515, June 1996.
- [Wittig 05] Curt Wittig. *The Landau-Zener formula*. The journal of physical chemistry. B, vol. 109, no. 17, pages 8428–30, May 2005.
- [Wolf 85] Pierre-Etienne Wolf & Georg Maret. *Weak Localization and Coherent Backscattering of Photons in Disordered Media*. Physical Review Letters, vol. 55, no. 24, pages 2696–2699, December 1985.
- [Wynands 05] R Wynands & S Weyers. *Atomic fountain clocks*. Metrologia, vol. 42, no. 3, pages S64–S79, June 2005.

- [Yefsah 11] Tarik Yefsah, Rémi Desbuquois, Lauriane Chomaz, Kenneth Günter & Jean Dalibard. *Exploring the Thermodynamics of a Two-Dimensional Bose Gas*. Physical Review Letters, vol. 107, no. 13, page 130401, September 2011.
- [Zakrzewski 09] Jakub Zakrzewski & Dominique Delande. *Breakdown of adiabaticity when loading ultracold atoms in optical lattices*. Physical Review A, vol. 80, no. 1, page 013602, July 2009.
- [Zobay 01] O. Zobay & B. Garraway. *Two-Dimensional Atom Trapping in Field-Induced Adiabatic Potentials*. Physical Review Letters, vol. 86, no. 7, pages 1195–1198, February 2001.
- [Zwierlein 03] M. Zwierlein, C. Stan, C. Schunck, S. Raupach, S. Gupta, Z. Hadzibabic & W. Ketterle. *Observation of Bose-Einstein Condensation of Molecules*. Physical Review Letters, vol. 91, no. 25, page 250401, December 2003.

Résumé

Dans cette thèse, nous étudions l'influence du désordre sur les propriétés d'équilibre et de transport de gaz de Bose bidimensionnels dans le régime de dégénérescence quantique. Les échantillons étudiés sont des nuages de rubidium 87 ultra-froids, refroidis et piégés par des méthodes optiques, confinés à deux dimensions entre deux nappes de lumières. Le potentiel désordonné est un potentiel optique de speckle.

La première expérience que nous décrivons est une étude des propriétés de cohérence du gaz en interaction au voisinage de la transition superfluide, appelée transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless. Nous étudions quantitativement le comportement de la distribution d'impulsion du gaz par mesure de temps de vol. Nos résultats sont en accord avec une simulation Monte-Carlo Quantique. En présence de désordre, nous observons que l'augmentation de la cohérence est décalée vers les plus basses entropies. Ce résultat constitue une première étape dans l'étude détaillée des effets combinés des interactions et du désordre pour des gaz de Bose 2D.

Notre deuxième expérience est une étude des propriétés de transport d'un gaz 2D en expansion dans le désordre. Nous étudions d'abord le régime de diffusion classique. Nous observons la décroissance caractéristique de la densité centrale en fonction du temps et nous mesurons les coefficients de diffusion dépendant de l'énergie. Les résultats expérimentaux sont en accord avec une simulation numérique classique. Nous décrivons les améliorations expérimentales mises en place pour atteindre le régime de diffusion quantique et la localisation d'Anderson, ainsi qu'une simulation numérique avec laquelle nous explorons des signatures expérimentales de la localisation faible et forte.

Mots clés

Gaz de Bose désordonnés - Transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless - Transport à deux dimensions - Diffusion - Localisation d'Anderson

Abstract

In this thesis, we study the influence of disorder on the transport and equilibrium properties of two-dimensional (2D) Bose gases in the regime of quantum degeneracy. The systems we study are ultra-cold clouds of Rubidium 87, cooled and trapped by optical means, confined in 2D between two light sheets. The disordered potential is generated by laser speckles.

The first experiment we describe studies the coherence properties of an interacting gas in the vicinity of the superfluid transition, called Berezinskii-Kosterlitz-Thouless transition. We quantitatively study the behavior of the momentum distribution of the gas through time-of-flight measurements. Our results are in agreement with Quantum Monte-Carlo simulation. In the presence of disorder, we observe that the growth of coherence is shifted to lower entropies. This result is a first step to the detailed study of the combined effects of interactions and disorder for 2D Bose gases.

Our second experiment is a study of the transport properties of a 2D gas expanding in disorder. We first analyse in details the classical diffusion regime. We observe the characteristic decay of the central density with time and measure the diffusion coefficients depending on energy. The experimental results are in agreement with a specially developed classical numerical simulation. We then describe the experimental progress to reach the regime of quantum diffusion and Anderson localisation, together with a numerical simulation, with which we investigate experimental signatures of weak and strong localisation.

Key words

Disordered Bose gases - Berezinskii-Kosterlitz-Thouless transition - Two-dimensional transport - Diffusion - Anderson Localisation