



HAL
open science

Analyse biomécanique pour la compréhension et l'amélioration du fauteuil roulant dans son application au tennis de haut niveau

Joseph Bascou

► **To cite this version:**

Joseph Bascou. Analyse biomécanique pour la compréhension et l'amélioration du fauteuil roulant dans son application au tennis de haut niveau. Autre. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2012. Français. NNT : 2012ENAM0048 . pastel-00831253

HAL Id: pastel-00831253

<https://pastel.hal.science/pastel-00831253>

Submitted on 6 Jun 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n° 432 : Science des métiers de l'ingénieur

Doctorat ParisTech

T H È S E

pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité " Biomécanique "

présentée et soutenue publiquement par

Joseph BASCOU

le 04 décembre 2012

**ANALYSE BIOMÉCANIQUE POUR LA COMPRÉHENSION ET
L' AMÉLIORATION DU FAUTEUIL ROULANT DANS SON APPLICATION
AU TENNIS DE HAUT NIVEAU**

Directeur de thèse : **François LAVASTE**
Co-encadrement de la thèse : **Hélène PILLET**
Co-encadrement de la thèse : **Patricia THOREUX**

Jury

Mme Laurence CHÈZE , Professeur, LBMC, INRETS-UCBL, Lyon	Rapporteur
M. Philippe GORCE , Professeur, HANDIBIO, Université du Sud Toulon Var, Toulon	Rapporteur
M. Olivier REMY-NÉRIS , Professeur, LaTIM, Université de Bretagne Occidentale, Brest	Examinateur
M. Philippe VASLIN , Maître de conférences, LIMOS, Clermont Universités, Clermont-Ferrand	Examinateur
M. François LAVASTE , Professeur émérite, LBM, Arts et Métiers ParisTech, Paris	Examinateur
Mme Hélène PILLET , Maître de conférences, LBM, Arts et Métiers ParisTech, Paris	Examinateur
Mme Patricia THOREUX , Professeur, LBM, Arts et Métiers ParisTech, Paris	Examinateur
Mme Wafa SKALLI , Professeur, LBM, Arts et Métiers ParisTech, Paris	Examinateur
Mme Pascale FODE , Docteur, Directrice du CERAH, Institut National des Invalides, Paris	Invité
M. Stéphane HOUDET , Docteur en médecine vétérinaire, médaillé olympique de tennis fauteuil 2012	Invité

**T
H
È
S
E**

*A Sabrina, qui a changé ma vie
A Sofia, qui l'a changée aussi*

Remerciements

De nombreuses personnes ont participé et oeuvré, de près ou de loin, à l'aboutissement de ce travail, je tiens ici à les remercier.

Je veux d'abord remercier les personnes qui m'ont fait l'honneur d'accepter de participer à mon jury de thèse : mesdames et messieurs les professeurs Laurence Chèze, Wafa Skalli, Philippe Gorce, Olivier Rémy-Néris ainsi que Philippe Vaslin, avec une attention particulière pour ceux que j'ai eu le plaisir de cotoyer régulièrement, en particulier sur le projet SACR-FRM.

Ensuite, je voulais remercier le Pr Wafa Skalli et le Dr Pascale Fodé, directrices du LBM et du CERAH, qui ont permis que cette thèse se déroule dans les meilleures conditions, en mettant à disposition de ce projet de nombreux équipements et moyens humains.

Merci à la Fondation Handitecam et à la chaire de Biomécanique, qui ont contribué à l'achat d'équipements nécessaires aux expérimentations.

Un grand merci à Stéphane Houdet, pour avoir d'une part initié ce projet, pour avoir fait preuve de beaucoup de patience, de compréhension, de motivation lors de celui-ci. Son ouverture d'esprit, sa compréhension du fauteuil et du sport tennis ont permis d'orienter intelligemment les travaux de recherche. Il a par ailleurs toujours su trouver de la disponibilité pour participer aux expérimentations, même si celles-ci ne le concernaient pas directement, et a apporté des conseils précieux et un entrain constant pour que ce projet conserve sa dynamique

Merci aussi à mes encadrants de thèse, le Pr François Lavaste, Hélène Pillet et le Pr Patricia Thoreux qui ont su donner de leur temps et de leur personne pour me conseiller, m'orienter, me relire et parfaire les travaux qui ont mené à ce document. Leurs appuis, recherches de partenariats et financements ont permis la conduite de nombreux travaux présentés ici.

Les équations (et les erreurs) par dizaines n'ont par ailleurs pas découragé François Lavaste, qui a épluché, corrigé et orienté toutes les démonstrations mécaniques, en expliquant avec la pédagogie et la patience qui lui sont propres les concepts de mécanique nécessaires à l'amélioration des travaux de cette thèse. La justesse de ses remarques, tant sur le plan mécanique que sur le déroulement de la thèse, ainsi que ses qualités humaines ont permis d'améliorer grandement la qualité de ces travaux et fait de que cette expérience de trois ans a été extrêmement positive pour moi.

Une attention toute spéciale à Hélène Pillet, qui a sans faiblir lu, relu et corrigé avec pertinence et constance les quinze versions de toutes mes productions, articles, communications, démonstrations,... Et qui a su animer les séances de programmation, de réflexion, d'expérimentation et autres moments forts de ces trois ans en combinant l'efficacité et la bonne humeur qui lui sont propres.

Il est par ailleurs impossible de dissocier ces travaux de Christophe Sauret, compagnon de la première heure, dont la rigueur, les connaissances encyclopédiques de la littérature, l'ouverture d'esprit, le souci du détail... et l'acharnement (manips à 1500 poussées de fauteuil roulant, vérification des tournures de toutes les phrases de ce document) m'ont poussé à donner le meilleur de moi même.

Merci à Christiane Bascou, pour ses corrections minutieuses d'orthographe et de grammaire, ses remarques pertinentes sur l'organisation des idées de ce document, le tout en un temps record.

Merci à l'équipe du CERAH Créteil, pour avoir soutenu par sa bonne humeur et sa disponibilité ces travaux. Pour s'être débrouillés pour trouver la place, les équipements, les matériaux et surtout le temps pour aider à effectuer les mises en places des travaux d'aménagement qui accompagnent inmanquablement les expérimentations. Merci donc à Didier Azoulay, Christian Cazorla, Jérémie Kouvtanovitch, Geneviève Leroy, mais aussi à Jean-Claude Pasco, à Thierry Vandermerch et à Bilal Haidair, Françoise Parra pour leur grande aide technique et administrative, leur soutien et leur bonne humeur.

Merci aussi à l'équipe du CERAH Woippy, pour son soutien tant administratif que technique et documentaire, en particulier Christine Philippon, Béatrice Louis, Xavier Attali, Sébastien Dewiers, et surtout Olivier Leberre, qui a très fortement contribué à la conception et l'élaboration de nombreux dispositifs utilisés dans cette thèse.

Merci à l'équipe du LBM pour sa bonne humeur et sa disponibilité, merci à Sébastien Laporte et Philippe Rouch en particulier pour leurs conseils en mécanique, merci à la "Team mouvement" : Hélène Pillet, Christophe Sauret (encore eux!), Coralie Villa pour son entrain et son soutien. Merci aux autres membres du LBM, Marine, Hussam, Guillaume,... que je ne pourrai citer tous malheureusement, mais qui contribuent tous les jours à l'ambiance chaleureuse du lieu.

Merci à l'équipe de l'ex Team Lagardère, Alice Bonnefoy, Annie Riquet, Jean-Michel Levêque, Jean Slawinski pour leur investissement dans les manips propulsion.

Merci à l'équipe du projet SACR-FRM, avec qui mes travaux ont commencé et que j'espère retrouver sur d'autres projets aussi intéressants.

Merci à Kateria Kollia, dont le dynamisme lors de son travail de master a permis de conduire bon nombre de travaux. Merci à Romuald Gorjup, qui n'a pas ménagé ses efforts lors des expérimentations.

Merci à ma famille pour son soutien et pour avoir contribué à faire de moi ce que je suis.

Merci à Sabrina et à Sofia pour le bonheur quotidien qu'elles m'apportent.

Table des matières

	Préambule	11
	Introduction	11
	Partie I Pertes énergétiques au cours du mouvement	17
5	I Revue bibliographique	20
	I.1 Pertes énergétiques par déformation du châssis du fauteuil	22
	I.2 Pertes énergétiques par résistance aérodynamique	22
	I.3 Pertes énergétiques dans les paliers des roues, roulettes et fourches . . .	25
	I.4 Pertes énergétiques par résistance au roulement	28
10	I.5 Résistance à la rotation du fauteuil	33
	I.6 Synthèse et conclusions	37
	II Travaux personnels	40
	II.1 Résistances dans les paliers	42
	II.2 Résistance au roulement	54
15	II.3 Résistance au pivotement	81
	II.4 Conclusion sur les résistances à l'avancement	98
	Partie II Interactions sujet - fauteuil roulant	103
	III Revue bibliographique	106
	III.1 Modélisation du sportif dans son fauteuil	107
20	III.2 Influence des réglages sur la propulsion	112
	III.3 Synthèse et conclusions de l'analyse bibliographique	114
	IV Travaux personnels	115
	IV.1 Modélisation inertielle du sujet assis	117
	IV.2 Modélisation inertielle du fauteuil roulant	122

IV.3 Influence des réglages sur le confort de propulsion, l'instabilité et la résistance au roulement	124
IV.4 Synthèse des interactions sportif / fauteuil	133
Partie III Réglages du fauteuil influençant le mouvement	135
V Revue bibliographique	138
V.1 Modèles de déplacement du fauteuil en trajectoire curviligne	138
VI Travaux personnels	140
VI.1 Détermination expérimentale de facteurs influençant la rotation	141
VI.2 Modélisation d'un mouvement libre	149
Synthèse des travaux et conclusion	163
Liste des figures et tables	169
Bibliographie	173
Publications et communications associées	185
Partie IV ANNEXES	191
A Caractéristiques du fauteuil tennis	193
B Repère associé au fauteuil tennis	195
C Dispositif de mesure de résistance dans les paliers	197
C.1 Introduction	197
C.2 Cahier des charges du dispositif de test	197
C.3 Dispositif et protocole de mesure	199
D Article : A method for the field assessment of rolling resistance properties of manual wheelchairs	206
E Article : Assessment of field rolling resistance of manual wheelchairs	219
F Moment dynamique du fauteuil décélérant en ligne droite	232

	G Etude théorique de la rotation libre	234
	G.1 Schéma d'ensemble	234
	G.2 Hypothèses de modélisation	236
	G.3 Matrices de passage entre repères	237
5	G.4 Vitesses et résultantes dynamiques	238
	G.5 Interprétation des conditions de roulement sans glissement	244
	G.6 Moments cinétiques et dynamiques	250
	G.7 Efforts externes sur le fauteuil roulant	267
	G.8 Calcul des efforts tangentiels sur chaque roue	277
10	G.9 Effort transversal du sol sur la roue 1 : U_1	286
	G.10 Cinématique et dynamique du sujet immobile sur le fauteuil	289
	G.11 Principe de la dynamique sur le système complet	294
	G.12 Système d'équations pour la rotation libre	310
	G.13 Récapitulatif des coefficients	322

Préambule

Avant d'aborder cet ouvrage, l'auteur tient à avertir le lecteur sur quelques particularités de celui-ci.

5 En effet, ayant souhaité faciliter l'accès et la compréhension du texte par des non mécaniciens (cliniciens, utilisateurs du fauteuil roulant,...), le texte expose parfois en détail des concepts très connus de la mécanique, ce qui pourrait gêner le lecteur mécanicien par sa longueur. L'auteur a cependant essayé de rester didactique tout en conservant le contenu scientifique de l'ouvrage et espère que chaque type de lecteur pourra trouver son intérêt dans celui-ci.

10 Par ailleurs, ce travail devait aborder aussi les aspects physiologiques et potentiellement pathologiques de la pratique du sport de haut niveau. Cet aspect important n'a pas pu être développé, d'une part par l'étendue des travaux dans le domaine mécanique, d'autre part par le démantèlement d'un des trois partenaires initiaux du projet, qui possédait le matériel et les compétences nécessaires à la conduite de recherches dans le
15 domaine physiologique, ce qui a conduit à se concentrer sur les aspects mécaniques du problème.

Enfin, ce document rassemble plusieurs études très différentes, qui ouvrent de nombreux champs d'approfondissement, non explorés ici. Ce choix a été fait en tenant compte des réponses précises qu'attendait le sportif de haut niveau à l'origine du projet, et re-
20 flète l'équilibre qu'il a fallu trouver entre la production d'un travail de recherche et une volonté d'application concrète.

En vous souhaitant une bonne lecture...

Introduction

L'autonomie de déplacement d'une personne - c'est à dire sa capacité à se mouvoir sans assistance à l'intérieur de son domicile, se rendre à son travail, et plus globalement effectuer tous les déplacements de la vie quotidienne - est une des pierres angulaires de son insertion dans la vie familiale, sociale et professionnelle. Une déficience des membres inférieurs, qu'elle soit congénitale, traumatique, due à la maladie ou au vieillissement [123], va altérer cette autonomie de déplacement avec des conséquences non négligeables sur la vie de la personne [44]. Une prise en charge thérapeutique ainsi qu'une rééducation sont parfois suffisantes pour rétablir la fonction déficiente (jambe fracturée, traumatisme articulaire, par exemple), mais dans de nombreux autres cas (amputation, lésion médullaire,...) la guérison ne peut être envisagée et la mobilité doit être retrouvée par l'utilisation de dispositifs d'assistance au déplacement et / ou d'une adaptation de l'environnement.

Lors d'une atteinte grave à la mobilité, le dispositif auquel l'on pense intuitivement est le fauteuil roulant : avec environ 600 000 utilisateurs en France [89], soit 1% de la population, il présente en effet une alternative à la marche relativement simple, rapide à mettre en œuvre et compense efficacement une déficience des membres inférieurs dans de très nombreuses situations de la vie quotidienne. Les fauteuils roulants manuels, relativement peu coûteux, transportables dans une voiture, simples à l'entretien, peuvent être propulsés par une tierce personne (en institution par exemple) et sont souvent moins encombrants que les fauteuils électriques, ce qui explique leur utilisation massive aujourd'hui contrairement aux fauteuils électriques. En effet, aujourd'hui 90% des utilisateurs de fauteuil roulant en France sont des utilisateurs de fauteuil roulant manuel, [139]).

Le dysfonctionnement d'un membre inférieur entraîne très souvent la sédentarisation de la personne concernée avec une diminution de l'activité physique globale, ce qui n'est pas sans conséquence sur l'évolution de sa santé [95]. En effet, selon une enquête de l'INSERM [45], l'activité physique et sportive est un "*déterminant majeur de l'état de santé des individus et des populations à tout âge de la vie*" et "*la pratique régulière d'une activité physique et sportive, même d'intensité modérée, diminue la mortalité et augmente la qualité de vie*". Ainsi l'activité physique a un impact important sur la prévention de pathologies (cancer, maladies cardiovasculaires, diabète, ostéoporose...) mais a aussi un

rôle psychologique en diminuant les troubles d'anxiété, les dépressions, etc. La pratique d'une activité physique ou d'un sport est donc vivement conseillée [127], plus particulièrement chez les personnes devant utiliser leurs membres supérieurs pour se propulser. Cependant de nombreuses barrières peuvent limiter la pratique de l'activité sportive [97] : le manque de partenaires sportifs, d'incitation de l'entourage, d'équipement personnel et d'infrastructures sont autant de freins à la pratique d'un sport.

La médiatisation de plus en plus importante du sport lié au handicap - en particulier du sport de haut niveau - permet l'émulation des différents individus et augmente l'intérêt des décideurs. De ce fait, cette pratique sportive a un effet positif sur l'image et l'acceptation du handicap ainsi que le déblocage éventuel de fonds, pour développer les infrastructures ou soutenir les associations promouvant la pratique sportive. En France, la marge de progression est encore importante mais le nombre d'affiliés augmente, comme le montrent les chiffres et les ambitions de la Fédération Française Handisport (FFH) [49, 50] : en 2009, les 24 000 licenciés de la FFH représentaient environ 1% de la population ayant un handicap et ils étaient 25 700 en 2010 avec pour objectif 30 000 licences en 2012. Cependant ces chiffres sont encore loin des 17% affichés par la Chine [49].

La particularité du sport - et notamment celui se pratiquant en fauteuil roulant - est qu'il demande une performance physique de la part de l'athlète, mais nécessite aussi une performance du matériel, qui devient ainsi de plus en plus spécialisé. Cette recherche d'amélioration des dispositifs et de performance stimule fortement les activités de recherche [73, 134], notamment en ce qui concerne les fauteuils roulants [132]. Dans ce contexte, Stéphane Houdet, sportif de haut niveau en tennis fauteuil et médaillé Olympique (Pékin 2008), convaincu des possibles améliorations de son fauteuil roulant, a sollicité une collaboration avec le Laboratoire de Biomécanique des Arts et Métiers Paristech et le Centre d'Etudes et de Recherche pour l'Appareillage des Handicapés (CERAH) afin d'étudier les possibilités de mieux adapter le fauteuil roulant à son sport. Ce partenariat incluait initialement le Team Lagardère, qui a cependant été dissous en 2010. C'est ainsi qu'est né ce projet de thèse, qui avait pour objectif d'analyser le fauteuil et son interaction avec le sportif afin de faire ressortir l'influence des réglages du fauteuil (choix géométriques, position du siège, choix de roues, mains courantes,...) sur le comportement du système {sujet+fauteuil} durant le match.

Ce projet qui s'est intéressé en premier lieu aux pertes énergétiques dans le déplacement du fauteuil roulant s'est ensuite focalisé sur les diverses interactions sportif / fauteuil avant de chercher à connaître la trajectoire d'un fauteuil soumis à diverses sollicitations de l'athlète en fonction du choix des réglages du fauteuil. Certains travaux de ce projet ont été réalisés conjointement avec le projet SACR-FRM (ANR 06-Tecsan-020) sur l'aide au choix et réglages du fauteuil roulant manuel ; il a aussi bénéficié de fonds de l'association HandiTecAM et de la chaire BiomecAM.

FIGURE 1 – Stéphane Houdet sur son fauteuil [Roland Garros, 2012]



Le document présent a pour ambition de décrire les travaux effectués pour atteindre notre objectif final : proposer une approche originale basée sur la modélisation biomécanique personnalisée du sportif et l'analyse mécanique du fauteuil pour optimiser la performance dans des situations de jeu identifiées comme critiques au cours d'un match. A
5 terme cette méthode permettra d'aboutir à un ensemble d'explications, de conseils et de préconisations sur la conception d'un fauteuil adapté au sportif de haut niveau tennis.

Ainsi, nous étudierons d'abord les interactions entre athlète et fauteuil en les mettant en relation avec l'intention de l'athlète. Par exemple si le sportif désire frapper la balle dans un fauteuil qui tourne facilement, il devra compenser la rotation induite par
10 son geste, en agissant sur une roue avec sa main libre. Avec un fauteuil tournant moins facilement, il pourrait se concentrer sur son geste sans avoir à penser à la rotation du fauteuil, mais ses efforts pour entraîner le fauteuil en rotation seront plus importants. Il est donc important d'étudier le comportement du fauteuil lorsqu'il est soumis aux actions de l'athlète et inversement. L'aspect amélioration du geste sportif et de la condi-
15 tion physique de l'athlète relève de son entraîneur, de son encadrement technique et n'est donc pas dans notre propos. Cependant, nous devons prendre en compte la biomécanique du geste du sportif lors de l'étude du comportement du fauteuil, puisqu'elle

nous permettra de connaître les conditions aux limites physiologiques appliquées par le sportif dans les différentes conditions de jeu. Ceci devrait permettre d'améliorer la conception d'un fauteuil adapté au comportement de l'athlète, en ayant conscience des interactions sportif - fauteuil durant diverses situations de jeu.

5 Le fauteuil comporte en outre diverses pièces mécaniques inter-agissant les unes avec les autres ainsi qu'avec le sportif, chaque pièce possédant des propriétés de géométrie et de matériaux propres, qui peuvent être modifiées. Cependant toute modification d'une pièce pour adapter le comportement du fauteuil à une situation de jeu peut avoir des répercussions sur d'autres situations de jeu.

10 L'approche choisie ici est une analyse par situation de jeu : une analyse de la tâche a été effectuée sur la vidéo de la finale des JO 2008 en double messieurs, qui a permis de dégager plusieurs constats et pistes d'amélioration du fauteuil en se focalisant sur les items qui semblent les plus importants pour l'athlète. Cette démarche est justifiable du fait de la très bonne connaissance des atouts et défauts de l'athlète par lui-même, de sa
15 compréhension et de son analyse des points "gagnants" et "perdants" du match.

Ces études s'organiseront donc en trois parties distinctes :

Roulement et pertes énergétiques

Le premier constat est qu'en fin de match les fautes directes sont plus nombreuses et le joueur est plus souvent "en retard" sur les balles. La fatigue du joueur peut être
20 clairement mise en cause dans ce phénomène, fatigue qu'il convient de limiter au maximum. Celle-ci est due d'une part à des mouvements du joueur et à sa stratégie de jeu : choix de jouer une balle ou non, mise en difficulté de l'adversaire afin qu'il ne puisse ajuster ses tirs à son gré, placement sur le terrain, etc. Nous avons considéré cette partie comme étant du ressort de l'entraîneur sportif et du joueur et ne l'avons pas traité
25 dans ce document. Il est à noter qu'une modification des capacités de déplacement du sportif avec ajustement des réglages influe de manière certaine sur la stratégie adoptée.

D'autre part, le fauteuil dissipe au cours du mouvement une quantité non négligeable d'énergie du fait des différents frottements et déformations des pièces en mouvement : dans la résistance au roulement, dans les paliers (ou roulements à billes) des roues,
30 dans la résistance aérodynamique, dans la résistance au pivotement, voire même dans les déformations du châssis [116, 27]. La caractérisation de ces résistances est donc essentielle pour chercher à les minimiser, elles seront donc étudiées en première partie de ce travail, afin de faire ressortir des premières préconisations de choix de réglages du fauteuil

35 Interactions sujet / fauteuil

Dans la partie précédente, le sportif était considéré comme une masse immobile par rapport au fauteuil, ce qui permet de mettre en avant les caractéristiques du fauteuil.

Cependant le joueur est loin d'être statique sur son fauteuil au cours du match et ses mouvements modifient non seulement la position de son centre de gravité et son inertie, mais aussi sa dynamique. De plus les fortes accélérations de la frappe produisent un effort supplémentaire sur le fauteuil, capables de le faire changer de direction sans action sur les mains courantes.

La première partie de ce chapitre se consacrera d'abord à caractériser le sportif en terme de masse, centre de gravité et inerties, ce qui permettra par la suite d'ouvrir la voie à toutes les études faisant intervenir sa dynamique.

L'analyse de la tâche et l'observation directe des mouvements du joueur lors de matchs ou d'entraînements a par ailleurs montré que de nombreux points se sont joués sur la capacité de propulsion en ligne droite, le joueur devant se déplacer jusqu'à la position idéale de frappe de la balle. Son mouvement débute alors par une brève rotation lui donnant la direction de déplacement et se poursuit par une propulsion en ligne droite. Il a été constaté lors de cette propulsion que le fauteuil avait un mouvement de tangage : le contact fauteuil/sol se faisait soit par les roulettes avant et les grandes roues arrière, soit par les grandes roues et la roulette anti bascule, soit par les grandes roues arrière seules de manière transitoire. Ceci présente pour nous une énergie perdue à élever la partie avant du fauteuil, mais aussi une instabilité (chocs, passage d'un contact à l'avant du joueur à un contact à l'arrière du joueur), qu'il peut être intéressant de limiter.

20 Analyse des paramètres influant sur la physique du fauteuil en mouvement

Connaissant les interactions sujet / fauteuil et sol / fauteuil dans des situations particulières, il convient à présent de tenter de grouper les connaissances acquises afin de prédire le comportement du fauteuil pour un choix de réglages donné. Cette partie s'attachera donc à caractériser le comportement global du fauteuil pour une condition initiale de mouvement quelconque, en fonction des variations de réglages de celui-ci, au travers d'expérimentations et par la définition d'un modèle mécanique de mouvement.

Première partie

Pertes énergétiques au cours du mouvement

Lors de la locomotion en fauteuil roulant, l'utilisateur dépense de l'énergie pour produire des efforts articulaires qui sont transmis au fauteuil roulant. La mobilité de l'utilisateur dépend ainsi non seulement de sa force musculaire, de ses techniques de locomotion, des propriétés de son fauteuil (paramètres inertiels, réglages, etc.), mais aussi
5 de pertes substantielles d'énergies dues à différentes résistances : au roulement, au pivotement, dans les paliers des roues, à l'air ([24],[65]).

Chacune de ces résistances contribue à dissiper l'énergie produite par l'utilisateur, sans que celui-ci en tire un quelconque effet positif, provoquant fatigue, douleur, voire lésions des muscles et articulations du membre supérieur. Ces pertes d'énergie, si elles
10 peuvent être considérées comme faibles devant celles nécessaires aux accélérations, peuvent faire la différence entre un match gagné et un match perdu. Il apparaît donc important d'étudier ces pertes afin de les quantifier d'une part, de comprendre quels réglages les influencent d'autre part, afin de préconiser les réglages permettant de les limiter.

15 Ces travaux auront pour objectif d'estimer les contributions du plus grand nombre de matériels, en particulier de qualifier les contributions de différentes roues et roulettes du marché. Ces travaux permettront donc d'obtenir des préconisations pour créer un prototype de fauteuil roulant du sportif tennis, en tenant compte de la surface sur laquelle il évoluera.

Chapitre I

Revue bibliographique

Cette section s'attachera à décrire l'existant concernant l'étude des pertes énergétiques en essayant de montrer les améliorations possibles des connaissances actuelles sur les domaines suivants : pertes par déformation du cadre, pertes aérodynamiques, dans les paliers des roues, lors du roulement, lors de la rotation du fauteuil ([24, 65, 138]).

Il est à noter que certains mauvais réglages dans la géométrie du fauteuil, comme le mauvais alignement des roues arrière, qui provoque un effet "chasse-neige" ("toe-in" ou "toe-out" en anglais) des grandes roues et augmente très fortement la résistance à l'avancement, ne seront pas considérés ici : nous sommes dans le cas de fauteuils de compétition, qui ne sont pas censés avoir de défauts de conception. Seul l'effet du vieillissement des "consommables" (ex : paliers des roues et fourches) sera étudié.

La partie synthèse s'attachera à comparer les valeurs relatives des différentes pertes dans le cas d'un fauteuil utilisé dans les conditions du tennis.

Sommaire

	I.1 Pertes énergétiques par déformation du châssis du fauteuil	22
	I.2 Pertes énergétiques par résistance aérodynamique	22
20	I.2.1 Explication du phénomène	22
	I.2.2 Quantification de la résistance aérodynamique	23
	I.2.3 Facteurs influençant la résistance aérodynamique	24
	I.3 Pertes énergétiques dans les paliers des roues, roulettes et fourches	25
	I.3.1 Explication du phénomène	25
25	I.3.2 Quantification de la résistance dans les paliers	26
	I.3.3 Facteurs influençant la résistance dans les paliers	26
	I.4 Pertes énergétiques par résistance au roulement	28
	I.4.1 Explication du phénomène	28

	I.4.2	Quantification de la résistance au roulement	29
	I.4.3	Méthodes de mesure	30
	I.4.4	Modélisation et facteurs influençant la résistance au roulement . .	32
	I.5	Résistance à la rotation du fauteuil	33
5	I.5.1	Explication du phénomène	33
	I.5.2	Quantification de la résistance au pivotement des roues	34
	I.5.3	Facteurs influençant la résistance au pivotement des roues et à la rotation du fauteuil	36
10	I.6	Synthèse et conclusions	37

I.1 Pertes énergétiques par déformation du châssis du fauteuil

Lorsqu'un sujet change de position sur son fauteuil, il modifie la valeur et la répartition des efforts sur ce fauteuil en fonction de la dynamique des différents segments corporels. Ce phénomène se trouve particulièrement accentué dans le cas de la pratique du tennis en fauteuil, où les mouvements peuvent être très violents. Le châssis du fauteuil n'étant pas infiniment rigide, la variation d'effort sur celui-ci va entraîner une déformation de la matière. Si de surcroît le matériau constituant le châssis n'est pas parfaitement élastique tout au long de la déformation, celle-ci va entraîner une dissipation d'énergie.

Bien que dans les arguments de vente de quelques constructeurs, un châssis et des repose-pied très rigides soient présentés comme dissipant moins d'énergie qu'un châssis pliable ou des repose-pieds séparés, aucune étude n'a cherché à prouver cette affirmation à notre connaissance [138]. D'un point de vue mécanique, il est raisonnable de supposer qu'un châssis très rigide, élastique et monobloc dissipera moins d'énergie par déformation qu'un châssis composé de plusieurs pièces [130].

Dans le cas qui nous concerne, le châssis du fauteuil tennis est monobloc, ses éléments sont soudés et le repose-pied est inamovible. Nous considérerons donc les pertes de puissance dans la déformation du châssis comme négligeables devant les autres pertes de puissance et ne l'étudierons pas dans ce projet.

En termes de préconisations, la rigidité du châssis, du siège et des repose-pieds pourrait être conseillée, sans que son impact réel sur la perte d'énergie puisse être quantifié.

I.2 Pertes énergétiques par résistance aérodynamique

I.2.1 Explication du phénomène

Lorsqu'un solide se déplace dans un fluide non parfait, l'écoulement de ce fluide autour du solide entraîne une résistance qui s'oppose à l'avancement, appelée traînée. Celle-ci peut être exprimée comme suit pour un solide se déplaçant dans un courant d'air [23] :

$$R_{air} = \frac{1}{2} \rho A C_D V^2 \quad (\text{I.2.1})$$

Où :

- R_{air} est la résistance opposée par l'écoulement de l'air, ou traînée, en [N]
- ρ est la masse volumique de l'air, en [kg/m^3]
- V est la vitesse relative du solide par rapport à l'air, en [m/s]
- A est l'aire frontale, en [m^2]

- C_D est le coefficient traînée, adimensionnel

Chez certains auteurs, on introduit le terme $SC_x = A C_D$, appelé coefficient de pénétration dans l'air [8], en $[m^2]$

I.2.2 Quantification de la résistance aérodynamique

5 Dans la littérature, les valeurs de résistances dynamiques sont calculées de deux façons : par mesure directe en utilisant une soufflerie ou par calcul à partir des équations de mouvement.

Les souffleries sont des instruments capables de créer un écoulement d'air laminaire et constant. On place alors dans ce flux d'air la structure dont les caractéristiques aérodynamiques sont à étudier. Celle-ci est placée en général sur une plateforme de forces afin de connaître la force de résistance aérodynamique en fonction de la vitesse de l'air soufflé. En connaissant la vitesse de l'écoulement, la densité de l'air et l'aire frontale du solide étudié, le coefficient de traînée peut être déduit de la force de résistance mesurée [20, 23]. De là, la résistance aérodynamique peut être calculée pour toute vitesse. Le coefficient de traînée peut être considéré comme constant [23] ou dépendant de la vitesse [20].

Les souffleries n'étant pas utilisées en pratique médicale ou en conception de fauteuil roulant, peu d'études ont pu utiliser cette instrumentation pour caractériser directement la résistance aérodynamique du fauteuil roulant.

20 D'autres auteurs ont donc déduit les coefficients de traînée ou de pénétration dans l'air des équations de mouvement. Pour ce faire, un mouvement en ligne droite est imprimé au fauteuil et seules les résistances aérodynamiques et au roulement sont considérées lors de l'étude de sa décélération. Cette méthode est appelée "test de décélération" ou "drag test". Comme la résistance aérodynamique dépend du carré de la vitesse et que la résistance au roulement est considérée comme dépendante de la vitesse (non de son carré) ou comme constante, il est possible d'établir une équation de mouvement de la décélération et de découpler les influences respectives de la résistance au roulement et de la résistance aérodynamique [8, 63, 64]. En effet, en considérant un mouvement en ligne droite d'un sujet immobile sur son fauteuil, la masse totale du système {sujet+fauteuil} multipliée par l'accélération de son centre de gravité - à laquelle sont ajoutées les inerties des roues multipliées par leurs accélérations angulaires si elles ne sont pas négligées - est égale à la somme des efforts agissant sur le fauteuil et le sujet. Si ces efforts ne sont constitués que des résistances au roulement et aérodynamique, l'équation de mouvement devient [64] :

$$m_T * \gamma_{GT} = \Sigma F_{\bar{T} \rightarrow T} = R_{air} + R_{roulement} \quad (I.2.2)$$

35 où :

- m_T est la masse totale du système {sujet+fauteuil}, en [kg]
- γ_{GT} est l'accélération du centre de gravité du système (ou de tout point du système dans un mouvement en ligne droite avec sujet immobile), en [m/s^2]
- R_{air} est la résistance opposée par l'écoulement de l'air, ou traînée, en [N]
- 5 • $R_{roulement}$ est la résistance au roulement, en [N]

En remplaçant les termes de résistance au roulement et à l'air par leur expression en fonction de la vitesse et des coefficients dépendant de la géométrie et des matériaux du fauteuil, il est possible d'exprimer la distance parcourue comme une fonction du temps. Afin de déterminer les différents coefficients de résistance à l'air et au roulement, 10 la distance ou l'accélération doivent être exprimées en fonction du temps à l'aide de capteurs optiques mesurant les rotations des roues [29], de capteurs optiques placés sur le terrain [8, 64, 51], ou encore d'un accéléromètre [20].

Les données sur les valeurs de résistance aérodynamique sont relativement peu nombreuses sur les fauteuils roulants, et encore plus limitées sur les fauteuils de type tennis. 15 Malgré tout, Frank [51] a calculé une résistance aérodynamique d'environ 10 % de la résistance au roulement à une vitesse de 1,6 m/s, soit 4 Newtons pour un panneau de 1,3 m^2 . Ceci donne pour une vitesse de 1m/s une résistance aérodynamique de 1.6N, qui monte à 39N pour une vitesse de 5m/s puis à 77N à 7m/s. Ces valeurs peuvent être légèrement surestimées car le panneau peut présenter un coefficient de traînée très différent 20 de celui d'un être humain.

Bougenot [8] a quant à lui calculé des coefficients de pénétration dans l'air pour un utilisateur sur fauteuil de sport de 0,63 m^2 à 0,76 m^2 , ce qui montre en moyenne des résistances aérodynamiques de 0,4N pour 1m/s, 10,5N pour 5m/s, 20,5N pour 7m/s.

Coutts [29] constate quant à lui une augmentation de 4 à 10N de la résistance totale à 25 l'avancement en augmentant la vitesse du fauteuil de 1,5m/s à 4,5 m/s. En considérant que cette augmentation n'est due qu'à la résistance à l'air, ces valeurs rejoindraient celles de Bougenot.

Enfin, Chua [20] a étudié les variations de la traînée en fonction de la vitesse relative du vent d'un fauteuil de rugby sans sujet : à partir de ses travaux peut être calculée une 30 résistance aérodynamique de 0.5 N pour 1 m/s, de 5,8 N pour 5 m/s et de 10,8 N pour 7 m/s.

I.2.3 Facteurs influençant la résistance aérodynamique

D'après l'équation I.2.1, la résistance à l'air dépend d'abord de l'aire frontale présentée par l'athlète et son fauteuil. Elle évolue donc avec le choix de la forme du fauteuil, 35 de l'assise de l'athlète et de la morphologie de l'athlète : plus l'athlète sera ramassé sur lui-même, moins il présentera une aire frontale importante ; de la même manière, pour Higgs [62] un fauteuil à trois roues présentera moins d'aire frontale qu'un fauteuil à

quatre roues car une partie de l'aire de la roue avant sera devant le sujet et son aire ne sera pas ajoutée à celle du sujet.

Ensuite, cette résistance dépend du coefficient de traînée, qui représente la facilité avec laquelle l'écoulement peut se faire autour du sujet : une forme profilée présentera par exemple une meilleure pénétration qu'une forme carrée. Lukes, travaillant sur le vélo [91] offre une quantification de nombreuses façons de réduire ce coefficient : en portant des vêtements plus ajustés, un casque, des déflecteurs sur le vélo. Toujours d'après lui, bien que des roues à disques réduisent la résistance au vent à forte vitesse (supérieure à 17 m/s), ceux-ci nuisent à la stabilité lorsqu'ils sont soumis à des vents latéraux. Par ailleurs une étude non publiée de l'université de l'Illinois (équipe Racing Wheelchair Aerodynamics Design Team) [109] a mesuré qu'en repliant ses jambes sous lui et en se penchant en avant, un sujet pouvait diminuer son coefficient de résistance à l'air de l'ordre de 4%, par rapport à une position jambes plus dépliées et buste relevé. Enfin, selon Higgs [62], une seule roue à l'avant présentera l'avantage de mieux "pénétrer" dans le flux d'air, atténuant par là les turbulences, ce qui lui donnera un meilleur coefficient de traînée qu'un système à deux roues à l'avant. MacLeish [92] propose en 1993 aussi une étude par éléments finis d'une coque recouvrant entièrement le fauteuil, permettant d'améliorer ce coefficient.

Pour terminer, il faut se rappeler que la résistance aérodynamique est liée au carré de la vitesse relative du vent par rapport au système {sujet+fauteuil}. Son importance sera donc majeure par fort vent et/ou par forte vitesse du système.

I.3 Pertes énergétiques dans les paliers des roues, roulettes et fourches

I.3.1 Explication du phénomène

Les roues et fourches d'un fauteuil roulant sont des éléments mobiles. Les liaisons roue/châssis, fourche/châssis et roulette/fourche sont toutes des liaisons pivots, faisant intervenir deux roulements à billes (le plus souvent étanches). La bague extérieure d'un roulement à billes est solidaire du châssis / de la fourche, sa bague intérieure est solidaire de l'axe et les billes assurent la liaison rotule entre la bague extérieure et la bague intérieure (figure en annexe C.1). L'utilisation de deux roulements à billes permet de créer la liaison pivot. En règle générale, sur le fauteuil roulant, un léger serrage est effectué sur l'axe pour rapprocher les bagues intérieures l'une de l'autre. Ainsi un effort axial de compression est exercé sur les paliers, permettant de limiter le jeu dans la liaison pivot. Une entretoise est souvent présente entre les bagues afin de prendre en charge une partie des efforts axiaux.

Les roulements transmettent principalement une charge radiale (perpendiculaire à l'axe de rotation) dans le cas des roues et roulettes, mais ils peuvent aussi encaisser une charge axiale non négligeable : c'est le cas des roulements de la fourche et des roulements des roues carrossées.

5 Du fait du roulement des billes dans leur cage, apparaît un léger couple de résistance à la rotation de l'axe, qui travaille lors de la rotation de celui-ci et constitue donc une perte d'énergie.

I.3.2 Quantification de la résistance dans les paliers

Selon le site internet de la société SKF [122], la résistance dans les paliers atteint une
10 valeur de 0.087 Nm pour un roulement à billes étanche (ICOS-D1B01-TN9, dint=12mm, dext=32mm) chargé radialement de 250 N et axialement de 100 N tournant à 100 tr/min (ces valeurs correspondent à un utilisateur de 75kg sur un fauteuil de 15 kg, dont 60% de la charge est supportée de manière symétrique par les roues arrière, avec un carrossage de 20 °). On remarquera que ce site donne des valeurs pour des roulements neufs,
15 fonctionnant dans des conditions "idéales".

De nombreux auteurs ont cherché à quantifier cette résistance, mais dans des conditions extrêmes de fonctionnement : Poulie et Paleu étudient les grandes vitesses de rotation (supérieures à 50 000 t/min) [101, 105], Scibbe [121] étudie l'influence de la lubrification à des vitesses de 3000 tours/minutes, tandis que Schuller [120] étudie un
20 type précis de roulement à contact oblique. Les bancs de tests utilisés, en plus d'être surdimensionnés par rapport aux conditions d'utilisation du fauteuil roulant, sont souvent très spécifiques au type de roulement à tester. Aussi il semble que dans la littérature du fauteuil roulant, seul Frank [52] ait quantifié la résistance dans un palier de roue à 0,10 Nm pour une charge radiale de 150 N. Cependant, son montage ne permettait d'accéder
25 qu'au couple statique. Son expérience a permis cependant de caractériser un couple de résistance dans les paliers directement montés dans la roulette.

Cette faible valeur a ainsi incité de nombreux auteurs à négliger cette résistance dans la mesure des efforts de résistance à l'avancement [65, 130, 112] ou à mentionner les paliers des roues uniquement comme des éléments à entretenir pour ne pas être
30 endommagés et avoir un jeu trop important dans les roues [98]. Certains comme Vegter [138] la considèrent aussi nulle, mais ajoutent que les pertes dans les paliers mal entretenus peuvent être importantes, sans plus de précision.

I.3.3 Facteurs influençant la résistance dans les paliers

En exécutant plusieurs calculs sur le site internet de la société SKF [122], il peut
35 être constaté que les éléments d'étanchéité jouent pour beaucoup dans le moment résis-

tant dans un palier (de l'ordre de 80 Nmm pour un roulement étanche contre 5 Nmm dans les roulements sans étanchéité, en reprenant les conditions du cas précédent I.3.2). Donc, enlever les bagues d'étanchéité pourrait paraître intéressant car cela diminuerait la résistance du roulement, cependant les fauteuils évoluent dans un environnement
5 agressif (poussières, pluie, etc.) et cette solution deviendrait vite inintéressante. Dans le cadre du sport de haut niveau tennis, il pourrait cependant être envisagé d'utiliser un jeu de roulement par match si la puissance perdue dans les paliers s'avérait trop importante.

Par ailleurs, toujours d'après le site d'un constructeur (conditions du I.3.2), augmen-
10 ter la charge axiale et radiale ou la viscosité du lubrifiant augmenterait aussi le moment de résistance dans les roulements, sans affecter le moment de frottement dans les joints d'étanchéité. La vitesse de rotation semble par contre peu influencer la résistance dans les paliers à faibles vitesses (1 à 4 tours / seconde).

En posant $P_{paliers} = M_{frottementpaliers} * \Omega_{roue}$, où $P_{paliers}$ la puissance perdue dans les
15 roulements, $M_{frottementpaliers}$ est le moment de résistance à la rotation dans les paliers et Ω_{roue} est la vitesse de rotation de la roue par rapport à son axe, à moment de frottement égal c'est la roue qui tourne le plus vite qui dissipe le plus de puissance dans ses paliers. Ainsi les roues avant - tournant plus rapidement du fait de leur plus faible rayon - devraient dissiper plus d'énergie. En limitant la charge radiale sur ces roues, c'est à
20 dire en jouant sur la distribution de charge avant/arrière du fauteuil pour les décharger, il est possible de diminuer le moment de frottement dans les paliers et donc de limiter la puissance perdue.

Par ailleurs, la charge axiale dépend d'une part du carrossage de la roue, mais aussi du couple de serrage de celle-ci. Or la diminution des oscillations des roulettes va de
25 pair avec un serrage axial plus important. Un mauvais réglage pourrait trop comprimer les paliers suivant la direction axiale et ainsi augmenter de manière importante la résistance dans ceux-ci.

Ensuite, la viscosité semble avoir une très forte influence sur le moment de résis-
tance dans les roulements, ce qui veut dire qu'un encrassement ou un vieillissement du
30 lubrifiant pourrait augmenter la viscosité et ainsi élever significativement la résistance dans les paliers.

Cependant, nous n'avons pas trouvé dans la littérature ni sur les sites de construc-
teurs l'influence d'un vieillissement des roulements (chocs, déformation de la cage de
roulement ou des billes,...), ce qui pourrait altérer de manière importante les perfor-
35 mances de ceux-ci.

Enfin, nous n'avons trouvé qu'une seule référence de site d'un constructeur donnant des valeurs de résistance au frottement pour ses roulements à billes, nous ne connais-
sons donc pas l'influence du choix du constructeur ou de la qualité du roulement sur les performances énergétiques des paliers.

I.4 Pertes énergétiques par résistance au roulement

I.4.1 Explication du phénomène

La résistance au roulement est la conséquence d'une énergie dissipée par le contact imparfait entre les roues et le sol sur lequel le fauteuil évolue.

5 Kauzlarich [72] recense trois phénomènes responsables de la résistance au roulement :

- Des forces de friction peuvent apparaître entre deux surfaces en contact du fait de micro-glissements.
- Un sol rugueux modifiera par ailleurs la résistance au roulement, en augmentant la surface de contact [80].
- 10 • Lors du roulement, la roue et / ou le sol peuvent se déformer, ce qui se traduit par un obstacle au roulement et une perte d'énergie par hystérésis lorsque ces éléments reprennent leur forme initiale du fait de leur élasticité imparfaite. Ce phénomène est considéré comme prépondérant dans la résistance au roulement d'un pneu non
- 15 soumis à un freinage ou à une force motrice.

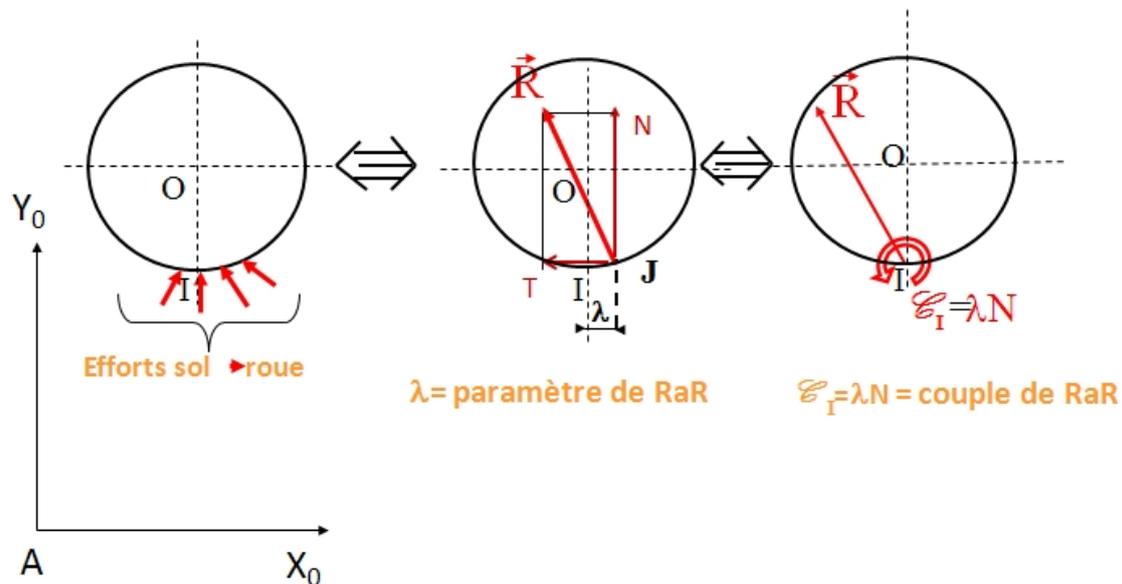
FIGURE I.1 – Déformation de la roue et résistance au roulement [Source : [117]]



Coulomb [25] a d'abord trouvé qu'une relation existait entre la force de résistance au roulement et la force normale entre un cylindre et une surface plane, proportionnelle à l'inverse du rayon du cylindre.

Cette résistance au roulement peut être exprimée par un paramètre, noté λ , dont l'unité est le mètre, qui représente un décalage du point d'application des efforts par rapport à l'intersection de la verticale de l'axe de la roue et du sol, qui serait le point d'un contact parfait. Ainsi, si un effort vertical de bas en haut du sol sur la roue, noté N , est appliqué à un point décalé d'une valeur λ par rapport au point du contact parfait, un moment λN suivant l'axe de rotation de la roue apparaîtra : c'est le moment de

FIGURE I.2 – Le phénomène de résistance au roulement et sa modélisation [Source : [84]]



résistance au roulement (Voir figures I.2 et I.1). Le *facteur* de résistance au roulement λ/r , adimensionnel, est calculé en divisant le paramètre de résistance au roulement de la roue par son rayon r .

I.4.2 Quantification de la résistance au roulement

5 Lors d'un déplacement en ligne droite, la résistance au roulement est considérée comme nettement prépondérante face à la résistance à l'air et dans les paliers des roues et roulettes, en considérant un réglage correct du fauteuil et notamment des roues arrière [65]. Les valeurs présentées par la suite seront celles issues directement des résultats des auteurs, ou bien calculées à partir de ceux-ci. Afin d'uniformiser les résultats et
 10 de pouvoir les comparer, nous utiliserons la puissance d'un utilisateur de 75kg propulsé à vitesse constante de 1m/s, avec une répartition de poids de 60 % sur roues arrière et de 40 % sur roues avant.

Les résultats de la littérature sont assez variables, mais présentent des résistances au roulement pour des conditions citées précédemment de 3 à 33 W, avec une majorité
 15 de résultats approchant les 20W [46, 48, 137]. Des valeurs faibles (de l'ordre de 10W) ont été constatés pour certains fauteuils de sport [46, 137] ou de fauteuils actifs [34] alors que la plus forte valeur de 33W a été constatée par Frank [52] mais pour un chariot équipé uniquement de roulettes.

Enfin, De Saint Rémy [37], puis Sauret [116] ont montré une forte évolution de la
 20 résistance au roulement en fonction de la répartition de masse avant-arrière, pouvant passer de 3W à 17W pour le même fauteuil.

I.4.3 Méthodes de mesure

La résistance au roulement a été largement étudiée dans la littérature, et sa caractérisation a fait appel à de nombreuses techniques :

- Certains auteurs ont mesuré la force globale de résistance au roulement du fauteuil, à l'aide d'un capteur de force retenant le fauteuil, chargé par un sujet ou un mannequin sur un tapis roulant [72, 11, 131, 33]. Cette mesure nécessite que le tapis roulant soit légèrement incliné, afin que le système retenant le fauteuil soit légèrement tendu, même à l'arrêt et que le fauteuil conserve son orientation. Le capteur de force peut être relié par un câble au châssis du fauteuil ou bien à une barre qu'on peut faire translater verticalement [130]. En prenant en compte l'effort de traction dû à la pente et l'orientation du câble, il est possible de déduire de la mesure l'effort de résistance à l'avancement. Un sujet peut utiliser le fauteuil pour se propulser ou bien rester statique sur son fauteuil pour exécuter une mesure passive (il peut alors être remplacé par un mannequin).

Le tapis roulant permet l'utilisation de systèmes d'analyse du mouvement et de systèmes de mesures physiologiques, car l'utilisateur est immobile par rapport à la salle. Cependant, la pente des tapis roulant doit être strictement contrôlée et la comparaison entre deux mesures sur deux tapis roulants différents est à utiliser avec précaution [34].

- D'autres auteurs ont mesuré la décélération de la grande roue sur un ergomètre à rouleaux [126, 46, 82]. Pour cette mesure, la roue avant est fixée à l'ergomètre et la roue arrière posée sur un ou plusieurs rouleaux, qui peuvent être horizontaux ou inclinés selon le carrossage des roues [48]. Il est alors possible d'entraîner les roues arrière en rotation et de mesurer leur vitesse grâce à des capteurs angulaires situés sur les rouleaux ou en instrumentant la roue du fauteuil. On peut alors entraîner les roues jusqu'à une certaine vitesse, puis les laisser décélérer pour mesurer leur résistance au roulement, en tenant compte de l'inertie des rouleaux sur lesquels elles sont posées.

Tout comme le tapis roulant, cette technique permet de mesurer un grand nombre de cycles de propulsion, tout en permettant l'utilisation d'une instrumentation lourde, dans un environnement très sécurisé. Cependant il est difficile d'étudier différents revêtements avec ce dispositif et le contact roue / cylindre de cet ergomètre peut présenter des différences avec le contact roue/plan d'un fauteuil évoluant sur le sol.

- Des plate-formes de forces ont aussi été utilisées pour mesurer directement les efforts de résistance au roulement des roues arrière et avant d'un FRM chargé d'un utilisateur, en décélération libre [87]. Le fauteuil est lancé à une certaine vitesse et passe sur la plate-forme, ce qui permet la mesure directe de l'effort de résistance

au roulement.

Alors que les premières techniques ne permettent pas de différencier les résistances des roues avant de celles des roues arrière, toutes imposent un type de sol spécial : surface du tapis roulant, ergomètre, plateforme de force. Elles ne permettent donc pas de tester la résistance au roulement sur tout type de sol.

D'autres méthodes, basées sur des tests de décélération (ou "coast-down tests") permettent de réaliser des mesures sur le terrain. C'est le cas de celle de Coutts [28, 29] qui a mesuré la résistance au roulement d'un fauteuil en dérivant deux fois les positions angulaires des roues (avec 4 mesures par tour de roue arrière) pour obtenir la décélération du FRM en tenant compte du rayon des roues. D'autres ont mesuré cette décélération en posant les équations différentielles de mouvement à partir d'un temps mesuré pour parcourir une distance donnée [52, 64] ou en plaçant un accéléromètre 3D sur le fauteuil et en mesurant directement la décélération du fauteuil chargé de masses fixes [135, 38, 115]. Enfin, van der Woude [130] a utilisé un système de barres instrumentées qui permettaient de pousser le fauteuil sur tout terrain.

Ces dernières techniques permettent toutes de mesurer la résistance au roulement de différents fauteuils équipés de leurs roues propres, sur différents sols. Il serait donc possible, en utilisant l'une d'elles, de mesurer la résistance au roulement de plusieurs configurations de fauteuils tennis, sur terre battue comme sur surface rapide et de vérifier l'influence du choix des réglages sur sa résistance au roulement. En effet, plusieurs auteurs ont montré que la résistance au roulement évoluait en fonction du terrain [72, 52, 130].

La première limite pour étudier la résistance au roulement d'un fauteuil sur plusieurs sols est d'abord la planéité des terrains testés. En effet selon le rapport 24 de la CIB (Conseil International du Bâtiment) [21], pour une surface dite "élaborée" ("parement avec spécifications d'aspect visuel") un défaut maximal de planéité de 60 mm est prescrit pour une dalle de 10m. Ceci constitue une pente de 0.34° qui, gravie par un utilisateur+fauteuil de 100kg entraîne un surplus d'effort résistant à l'avancement de 6N (pour une résistance au roulement sur sol plan d'une dizaine de Newton selon le fauteuil). Frank [51] a mesuré des pentes jusqu'à $2,3^\circ$, ce qui est bien supérieur à la norme. Il suffit donc d'une légère pente pour que la mesure se trouve altérée en des proportions non négligeables. Les sols tennis par exemple, parfois en extérieur, ne sont pas à l'abri de présenter de forts défaut de planéité, donc le lieu de test pourrait changer les données. Afin de pallier à cette erreur, certains auteurs proposent de traverser la surface de mesure dans les deux sens [27], ce qui permet d'annuler l'influence du poids sur les résultats.

Deuxièmement, afin de tester un nombre de roues important, la mesure ne doit pas dépendre de l'installation du matériel sur le fauteuil, ce qui veut dire que les défauts

de mise en place de l'appareillage de mesure doivent être pris en compte et corrigés. Or, de nombreuses études ne font apparaître de test que sur un seul fauteuil (i.e. un seul jeu de roues avant / arrière) ou lors d'une seule mesure : l'instrumentation n'étant pas enlevée et remise en place. Il n'est donc pas possible de vérifier si la mesure est
5 répétable. Frank [51] a cependant présenté une mesure et l'a répétée quelques jours plus tard afin d'évaluer sa répétabilité, et a constaté une déviation de valeur de 3%.

Enfin, la limite d'une double dérivation d'un signal angulaire ou de position afin d'obtenir une accélération est la nécessité d'utiliser des filtres sur ces données et donc de les altérer. La technique utilisée par Hoffman [64] présentait par exemple une diffi-
10 culté de mesure, à la fois pour la vitesse initiale mais aussi pour mesurer les distances parcourues par les FRM. En effet, l'erreur commise sur le positionnement des cellules photo-électriques peut altérer la précision de la mesure.

I.4.4 Modélisation et facteurs influençant la résistance au roulement

La résistance au roulement dépend des propriétés des roues (matériaux, largeur, rayon, etc.), de celles du sol (dureté, élasticité) ainsi que de la charge appliquée sur la roue, par exemple [72]. Par ailleurs, il a été prouvé que la résistance au roulement du fauteuil augmentait lorsque sa masse était augmentée et quand la roulette avant était plus chargée [38, 115, 116, 111], ce en raison de la différence de rayon entre roulettes
20 avant et roues arrière [11]. De ce fait, l'énergie dissipée lors de la propulsion en fauteuil roulant dépendra de la masse totale de l'utilisateur et du fauteuil ainsi que de sa distribution antéropostérieure [38]. Ainsi, ces paramètres devront être pris en compte lors de la caractérisation de la résistance au roulement.

Concernant les variations de cette résistance avec la vitesse, Frank [52] n'a pas pu
25 la montrer dans ses expériences en test de décélération sur terrain, mais a constaté sur tapis roulant une augmentation de la résistance au roulement avec la vitesse. Chua [20] a aussi prouvé une évolution de la résistance au roulement avec la vitesse, mais sous forme de somme d'une courbe croissante et d'une courbe décroissante : au final, les variations de la résistance au roulement avec la vitesse pour Chua ne sont à consi-
30 dérer que pour des surfaces dures (bois) tandis qu'il conseille un coefficient constant pour les linoleum et la moquette. De plus, la résistance au roulement observée par cet auteur diminue d'abord jusqu' à 1,7 m/s, pour augmenter à des vitesses plus élevées. Compte tenu de ces résultats, nous considérerons que dans un intervalle de vitesses limité (entre 0,75 et 1,5 m/s), la résistance au roulement d'un fauteuil peut être considé-
35 rée comme constante sur tout type de sol. Une valeur de résistance au roulement pourra être donnée à ce fauteuil pour cette gamme de vitesses et comparée à d'autres fauteuils, car les évolutions de résistance au roulement avec la vitesse concernent à priori tous les

fauteuils.

De nombreux auteurs modélisent la résistance au roulement comme une force intervenant dans la résistance totale [34] et la déduisent de l'équation de mouvement [29], d'autres la voient comme un coefficient de résistance au roulement multiplié par la masse utilisateur + fauteuil [64, 51, 20, 63], d'autres enfin prennent en compte les influences relatives des roues avant et arrière dans cette résistance, avec en particulier la répartition de poids avant / arrière [11, 111, 38, 37, 87, 130]. D'autres auteurs proposent une expression plus précise du coefficient de résistance au roulement, notamment en fonction du rayon des roues du fauteuil, voire de leur inertie [84, 116]. Finalement, modéliser la résistance au roulement d'un fauteuil par deux coefficients (roues avant / roues arrière), spécifiques à un type de roue et un type de sol, permet de caractériser la résistance au roulement d'un fauteuil pour toute répartition de masse.

I.5 Résistance à la rotation du fauteuil

Peu traitée dans le domaine des fauteuils roulants comme des voitures, compliquée à modéliser et à expérimenter, la résistance à la rotation reste néanmoins une perte d'énergie qu'il faut considérer, en particulier dans des sports comme le basket, le tennis et le rugby fauteuil, mais aussi dans la vie de tous les jours. En effet, si pour entrer en rotation un athlète peut utiliser une partie de son énergie cinétique de translation, une certaine partie de cette énergie est perdue, dissipée par résistance à la rotation du fauteuil.

I.5.1 Explication du phénomène

Dans cette section, nous parlerons de *pivotement* d'une roue pour qualifier le mouvement de rotation de la roue autour d'un axe vertical. Le terme de *rotation axiale* sera employé pour le mouvement de rotation du fauteuil autour d'un axe vertical (la trajectoire de son centre de gravité est curviligne) ou du mouvement de rotation de la roue autour de son moyeu. Le *roulement* de la roue se produira lorsque celle-ci roule sans glisser sur le sol. Lorsqu'une roue pivote sur elle-même, une perte de puissance se produit par le frottement au niveau de sa zone de contact avec le sol. Lorsqu'un fauteuil suit une trajectoire curviligne, la perte de puissance liée au pivotement de ses roues vient s'ajouter à celle perdue par résistance au roulement.

La résistance au pivotement d'une roue dépend de l'effort normal exercé sur la roue et des caractéristiques géométriques et des matériaux de la roue et du sol. Elle est considérée comme indépendante de la vitesse de rotation [72]. Ainsi le moment de résistance au pivotement d'une roue M_{piv} peut être exprimé par la formule : $M_{piv} = C_r N$, où C_r est le paramètre de résistance au pivotement de la roue et N est l'effort normal appliqué

sur cette roue. C_r est exprimé en [m].

La vitesse de pivotement des roues arrière, solidaires du châssis, sera égale à la vitesse angulaire du châssis par rapport au sol. Pour les roues avant, cette vitesse sera égale à la vitesse angulaire des fourches par rapport au sol. L'apparition d'une vitesse angulaire fourches / châssis entraîne un couple résistant au niveau des paliers des fourches.

I.5.2 Quantification de la résistance au pivotement des roues

Kauzlarich [72] a mesuré le moment de résistance au pivotement de roulettes avec et sans rainures : la roulette est placée sur une fourche pouvant pivoter selon un axe vertical, puis chargée avec une presse spécifique. La charge est contrôlée par la presse, puis le moment nécessaire au pivotement de la roulette est déterminé en mesurant la force à appliquer en un point déterminé pour faire tourner la roue. Frank [52] utilise le même principe, sauf que la charge sur la roue est assurée par des poids et le moment au niveau du support de roue est mesuré.

Les valeurs mesurées montrent une relation linéaire entre couple mesuré et charge appliquée, qui permet de définir un coefficient de résistance au pivotement pour diverses roues :

- Les roulettes, sur surface carrelée, vinyl ou flotex (tissus) ont un paramètre de résistance au pivotement de 0,004 m en moyenne, pour des valeurs allant de 0,003 à 0,008m.
- Les roulettes sur moquette tournent plus difficilement, avec des résistances moyennes de 0,005 pour Frank (valeurs de 0,005 à 0,007) [52] et de 0,014 pour Kauzlarich (valeurs de 0,011 à 0,016m) [72].
- Les grandes roues arrière présentent des résistances au pivotement beaucoup plus élevées, de l'ordre de 0,024 m sur surface carrelée et de 0,038m sur moquette [72].

La résistance à la rotation d'un fauteuil complet a été mesurée par Kauzlarich [72], en fixant une des roues du fauteuil par rapport au châssis et en mesurant l'effort faisant entrer en rotation le fauteuil (Figure I.3). Cette force est proportionnelle à la charge sur les roues avant ainsi qu'à la charge de la fourche (Figure I.4). Par ailleurs un choix de roues avant à rainures augmentera cette résistance à la rotation. D'après ce graphe, il n'est malheureusement pas possible de déduire une résistance à la rotation du fauteuil pour cette configuration, car si la charge sur les roues avant est connue, celle sur les roues arrière ne l'est pas, ainsi que la distance entre les centres des roues arrière, noté W sur le schéma (Figure I.3). Kauzlarich a par ailleurs constaté qu'une roue roulante et pivotante offrait moins de résistance au pivotement qu'une roue en pivotement pur [72]. Cependant, même si les conclusions obtenues sont très certainement correctes,

FIGURE I.3 – Test de résistance à la rotation du FRM [Source : [72]]

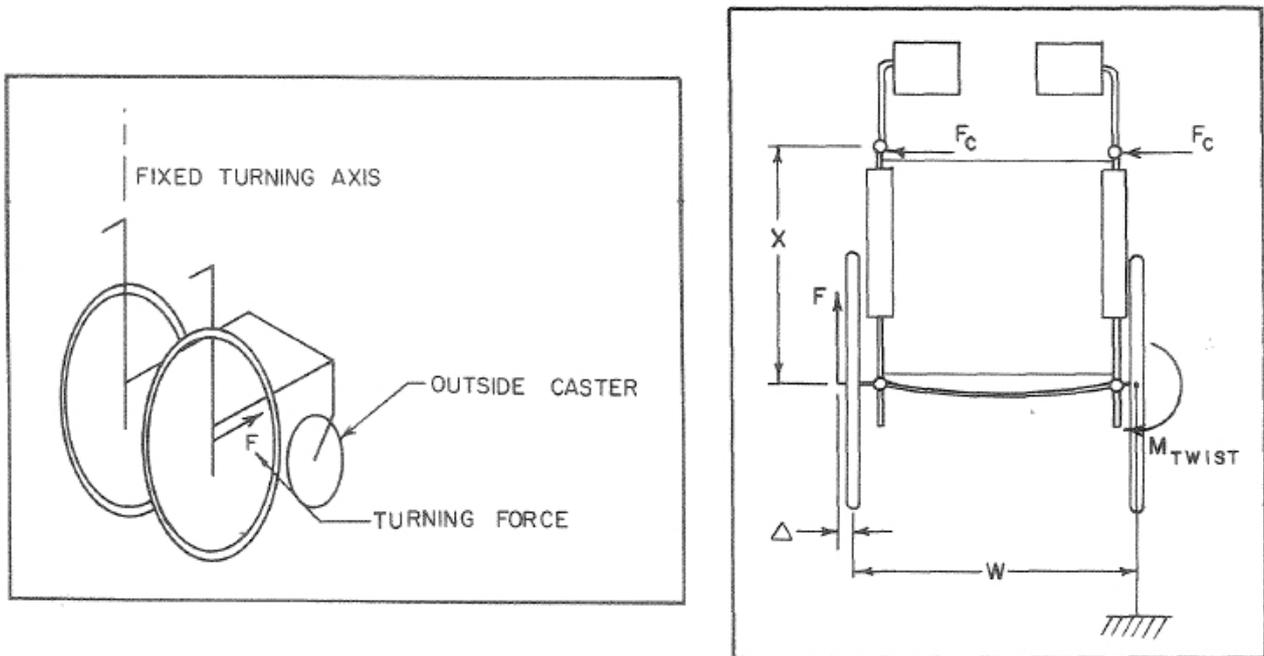
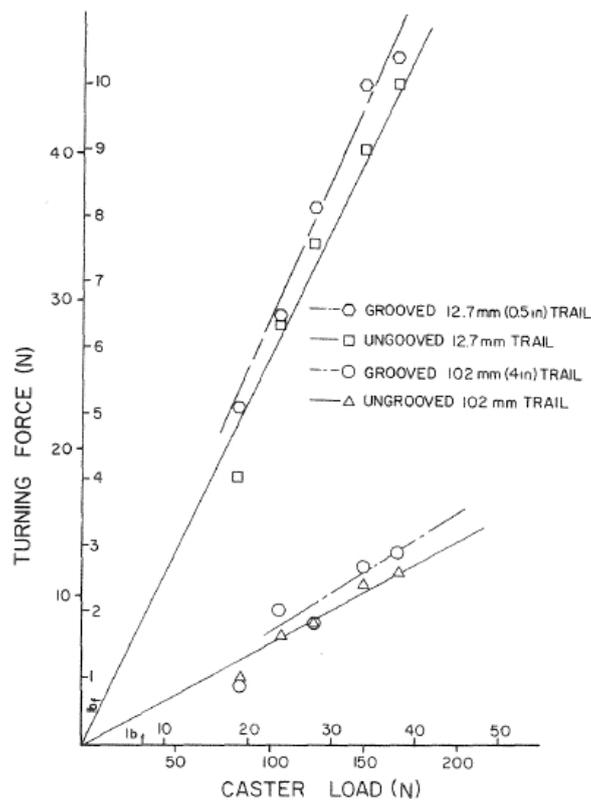


FIGURE I.4 – Force nécessaire pour entrer en rotation en fonction de la charge sur la roue avant et la chasse de la fourche [Source : [72]]



les résultats pourraient être faussés, car la résistance au pivotement d'une des roues arrière n'est pas prise en compte, ni les résistances au roulement des roues. La valeur

de réduction de résistance au pivotement avec roulement, estimée à 50 % de la valeur de résistance au pivotement pur, pourrait donc être à prendre avec précaution.

Parmi les auteurs qui étudient le mouvement curviligne du fauteuil, Johnson [69] considère de son côté que pour un fauteuil électrique, la seule résistance au pivotement à prendre en compte est celle qui intervient quand la roue tourne sur elle-même et qu'elle peut être négligée dans les autres cas. En sachant que le fauteuil tourne rarement autour d'une de ses roues, il néglige donc systématiquement les résistances au pivotement des roues. Chénier [18] néglige de la même façon les résistances au pivotement des roues, ainsi que la résistance au roulement des roues arrière, considérée comme négligeable comparée à celle des roues avant.

I.5.3 Facteurs influençant la résistance au pivotement des roues et à la rotation du fauteuil

Comme vu précédemment pour la résistance au roulement, le choix des roues et du sol influence la résistance au pivotement. Cette dernière varie aussi selon le mouvement de la roue et serait selon la littérature maximale lorsque la roue est en pivotement pur autour d'un axe vertical et réduite lorsque la roue est roulante et pivotante. Le rayon de courbure de la trajectoire du point de contact roue/sol pourrait donc avoir un effet sur la résistance au pivotement de cette roue.

Par ailleurs, la composante horizontale des efforts de la fourche sur le châssis, F_f , exerce un moment proportionnel à la châsse au centre de la roue (en négligeant les inerties de la fourche et de la roue). La châsse des fourches pourrait donc influencer sur la résistance à la rotation du fauteuil : à moment de pivotement résistant égal au niveau de la roue, plus la châsse est importante, plus F_f est réduite ; la résistance à la rotation du fauteuil est donc plus faible.

La masse totale du fauteuil joue aussi son rôle, car comme pour la résistance au roulement, la résistance au pivotement d'une roue dépend de la charge appliquée sur cette roue. Il faut aussi ajouter que la répartition de charge avant / arrière, c'est à dire la charge sur les roulettes avant semble aussi influencer de manière importante la résistance à la rotation du fauteuil.

I.6 Synthèse et conclusions

Les résistances au déplacement peuvent jouer un rôle important dans la fatigue de l'utilisateur. Les diminuer devrait permettre à un utilisateur conventionnel d'utiliser plus longtemps son fauteuil et à un sportif d'être moins fatigué, donc plus performant en fin de match.

Certaines résistances au déplacement sont dues à une mauvaise réalisation du fauteuil, comme le mauvais alignement des roues arrière. Par exemple elles peuvent avoir un effet très négatif sur les déplacements du fauteuil mais sont hors du propos de ce document.

La perte de puissance la plus difficile à estimer est celle issue des déformations du châssis. Elle est peu mentionnée et non étudiée. Pour un châssis rigide et non pliable, rencontré communément dans la pratique sportive, cette perte de puissance est considérée comme négligeable.

Concernant la résistance aérodynamique, l'étude de la littérature montre des valeurs de résistance comprises entre 0,4 et 4N (soit une puissance entre 0,4 et 6 W) pour des vitesses de 1 à 1,5 m/s, qui augmentent rapidement avec la vitesse, tout en restant inférieures à 10N à 5 m/s (soit une puissance de 50W). Or l'étude de Coutts sur les fauteuils basket [29] montre que la vitesse maximale des joueurs testés atteignait environ 4,5 m/s, ce qui peut raisonnablement être considéré comme la vitesse maximale des fauteuils tennis, vu leurs similarités de géométrie et d'utilisation. De plus, les déplacements en tennis se limitent à un demi-terrain de tennis, avec de nombreuses accélérations et décélérations, permettant rarement au joueur d'atteindre sa vitesse maximale. Par ailleurs, les moyens de diminuer la résistance aérodynamique ne sont pas nombreux. Il est en effet très difficile d'ajouter un déflecteur au fauteuil ou un casque à l'athlète comme cela pourrait être fait sur un fauteuil d'athlétisme. De plus, les contraintes de rotation et d'encombrement du fauteuil pour effectuer les mouvements tennis limitent le travail des formes du fauteuil. Malgré tout, il pourra être conseillé au sportif de ne pas utiliser de vêtements amples lors de matchs et de "profiler" au mieux le fauteuil, en essayant de limiter l'aire frontale du système sujet + fauteuil. Par conséquent, même si une quantification de la résistance aérodynamique aurait pu être intéressante dans le cas de la pratique tennis fauteuil nous ne réaliserons pas d'étude sur cette résistance dans ce projet et négligerons son action à faible vitesse.

Le couple de résistance dans les paliers, de l'ordre de 0,1 Nm dans la littérature pour des paliers étanches, est souvent considéré comme suffisamment faible devant la résistance totale à l'avancement pour être négligé de façon quasi-systématique, malgré une puissance produite de 6W pour un fauteuil roulant en ligne droite à 1m/s (roulettes de rayon 0,04 m, grandes roues de rayon 0,3 m) . Cependant, dans un objectif de performance sportive, la diminution de toutes les sources de dissipation d'énergie mécanique

contribue à l'amélioration de la performance. Il a par ailleurs été constaté que les efforts axiaux et radiaux avaient une influence sur cette perte de puissance, et que les mesures effectuées dans la littérature l'étaient soit pour des roulements neufs par le constructeur, soit pour des conditions de moment de frottement statique. Aussi, il apparaît pertinent de vérifier et donc de pouvoir quantifier la puissance dissipée par la résistance des paliers, notamment dans les conditions d'un mauvais montage des roues ou après fatigue et encrassement des paliers avec le temps, voire de pouvoir choisir entre différents constructeurs ou qualités de roulement : est-il par exemple intéressant d'acheter des roulements "haute qualité", beaucoup plus chers que des roulement standard. Ceci montre l'intérêt d'un protocole de mesure et une instrumentation permettant de mesurer les frottements dans les roulements et leur évolution en fonction des différents critères d'utilisation, notamment la charge radiale, la charge axiale, le vieillissement des paliers, la vitesse de rotation et la "qualité de roulement", dans des conditions proches de la réalité. Aucune instrumentation simple permettant ces mesures n'a été rencontrée dans la littérature.

La résistance au roulement, quant à elle, est considérée comme prépondérante par rapport aux autres résistances à l'avancement pour des vitesses inférieures à 5m/s. Estimée de 3 à 33W pour un sujet de 75kg évoluant à 1m/s en fauteuil, la puissance dissipée dans la résistance au roulement est par ailleurs très dépendante du choix des roues et roulettes, ainsi que de la répartition de charge avant / arrière, en plus du terrain : plus les roues avant étaient chargées, plus grande était la résistance au roulement. Il apparaît donc important de connaître l'influence du choix des roues et des roulettes sur différents terrains, et de pouvoir mesurer ou estimer la résistance au roulement d'un fauteuil sur un type de terrain particulier, tout en vérifiant que d'autres facteurs géométriques ou de matériaux du fauteuil n'altèrent pas cette résistance. Afin de connaître précisément les réglages du fauteuil influençant cette résistance, une modélisation du phénomène est utile, car elle permet d'effectuer de nombreuses simulations en utilisant les fourchettes de valeur des différents réglages afin de pouvoir négliger ou non l'influence de tel ou tel paramètre. A la connaissance de l'auteur, aucune modélisation prenant en compte la dynamique complète du fauteuil (roues, châssis, sujet) n'est présente dans la littérature. Par ailleurs, la plupart des méthodologies utilisées par le passé n'ont pas pris en compte à la fois la masse et sa distribution avant / arrière [72, 11, 131, 28, 29, 64]. Or la dissymétrie roues avant et arrière du fauteuil ne permet pas d'extraire d'un facteur global de résistance les influences respectives de chaque roue. Ces auteurs ont donc caractérisé les propriétés de résistance au roulement du fauteuil complet, sans différencier les roues avant des roues arrière. De la même façon, la répartition de masse variant avec les mouvements du sujet [116], il n'est pas judicieux de placer un utilisateur humain sur le fauteuil, en particulier lors de nombreuses répétitions de ce test. Ensuite, la technique de test de décélération utilisant un accéléromètre 3D basée sur les travaux de Vaslin,

De Saint Rémy et Sauret [135, 38, 115, 116] semble la plus prometteuse pour mesurer la décélération et de ce fait les résistances au roulement des roues avant et arrière, sur le terrain. En effet cette instrumentation est pratique à mettre en place par rapport aux mesures de distance parcourue [29, 51] ou de double dérivation de signal angulaire, car un seul instrument est à contrôler et il peut être positionné aisément sur un fauteuil roulant. En contrepartie, l'utilisation de l'accéléromètre 3D peut entraîner diverses erreurs, notamment au niveau de l'interprétation des signaux, des défauts du terrain et de mise en place de l'appareil ou du bruit de mesure, qu'il convient de prendre en compte. Pour finir, il paraît important de présenter une méthode validée, indépendante du choix de terrain d'étude et reproductible. Ceci afin de caractériser un grand nombre de roues et roulettes du marché et de pouvoir conseiller celles qui sont les mieux adaptées au type de terrain pratiqué. A notre connaissance, seul Frank [51] a testé et validé une méthode permettant de faire cette caractérisation, mais avec un protocole relativement lourd à mettre en œuvre faisant intervenir un nivellement du terrain et un chariot équipé de quatre roues identiques, peu adapté pour caractériser les roues d'un fauteuil aisément. Une fois ce protocole établi, des mesures devront permettre de classer l'influence du choix des roues et des roulettes sur la résistance au roulement, en fonction du terrain choisi.

La rotation est quant à elle un mouvement très utilisé en fauteuil tennis, elle entraîne aussi une dissipation de puissance dont il faut tenir compte. A la connaissance de l'auteur, les études présentées dans la littérature ne permettent pas de quantifier de manière exhaustive les paramètres influant sur cette résistance à la rotation du fauteuil, même si elles donnent des estimations intéressantes de la résistance au pivotement de diverses roues. Les modèles de rotation de fauteuil ne prennent par ailleurs pas en compte ces résistances individuelles des roues, ce qui peut poser problème au moment de définir les réglages qui dissiperont le moins de puissance lors la rotation du fauteuil. Dans leurs articles, Johnson [69] et Chénier [18] montrent tout l'intérêt d'un modèle mécanique formel pour l'étude du comportement d'un fauteuil (électrique pour Johnson, manuel pour Chénier, avec à chaque fois plusieurs hypothèses simplificatrices), puisque ce modèle permet d'effectuer diverses simulations, amenant à négliger certains termes et ainsi simplifier l'expression du mouvement. A notre connaissance, ce modèle complet du fauteuil, prenant en compte les divers réglages et les résistances n'est pas établi actuellement. Les influences de géométrie et du matériau des roues, de la charge sur celles-ci et des longueurs de fourches ont été en effet montrées dans la littérature, sans qu'un modèle prenne en compte et permette de classer les influences respectives des divers réglages du fauteuil.

Chapitre II

Travaux personnels

La revue bibliographique a montré l'importance des résistances au mouvement, qui dissipent inutilement une énergie lorsque le fauteuil se déplace.

5 La résistance dans les paliers sera d'abord abordée : très peu étudiée dans la littérature du fauteuil roulant et souvent négligée, elle pourrait devenir non négligeable avec le vieillissement des paliers ou de mauvais réglages.

La résistance au roulement sera ensuite étudiée, en particulier pour le développement d'un modèle prenant en compte les différents réglages du fauteuil, la validation
10 d'un protocole de test indépendant du terrain. Au final, ces travaux ont pour objectif de conseiller le joueur sur le choix des roues et roulettes les plus adaptées à chaque type de sol.

Enfin, la puissance perdue lors de la rotation du fauteuil doit être estimée, car ce mouvement est très fréquent lors d'un match et son impact sur la fatigue du sportif
15 doit être minimisé.

Sommaire

	II.1 Résistances dans les paliers	42
	II.1.1 Introduction	42
20	II.1.2 Etudes de reproductibilité sur la mesure	43
	II.1.3 Validation du dispositif et du protocole de mesure	45
	II.1.4 Classification des paramètres influant sur le couple résistant des paliers	48
	II.1.5 Influence du vieillissement d'un palier	51
25	II.1.6 Conclusion	52
	II.2 Résistance au roulement	54
	II.2.1 Introduction	54
	II.2.2 Modélisation mécanique du test de décélération	54

	II.2.3	Méthode de caractérisation par accéléromètre 3D	59
	II.2.4	Validation de la méthode de mesure	68
	II.2.5	Influence du type de roues, de roulettes et du sol	72
	II.2.6	Travaux complémentaires	77
5	II.3	Résistance au pivotement	81
	II.3.1	Introduction	81
	II.3.2	Modélisation mécanique du pivotement	81
	II.3.3	Éléments de validation	92
	II.4	Conclusion sur les résistances à l'avancement	98
10	II.4.1	Résistance aérodynamique	98
	II.4.2	Résistance dans les paliers	98
	II.4.3	Résistance au roulement	99
15	II.4.4	Résistance au pivotement	101

II.1 Résistances dans les paliers

II.1.1 Introduction

L'analyse bibliographique fait état de l'influence des charges axiales, radiales et de la lubrification sur la résistance des roulements à billes (ou *paliers*) des roues. Ces informations sont cependant issues des données constructeurs ou de mesures statiques effectuées par Frank [52]. Elles ne tiennent pas compte du vieillissement des paliers, information utile pour optimiser leur temps d'utilisation avant de les changer. De plus, il ne nous est pas possible de comparer les roulements à billes de divers constructeurs, car tous ne donnent pas d'indication sur leur résistance à la rotation. Enfin, aucun article ne s'est attaché à vérifier les données constructeurs pour des sollicitations compatibles avec l'utilisation du fauteuil roulant (faibles charges et vitesses de rotation par rapport aux paliers testés dans la littérature) et les machines de tests présentées dans la littérature mesurent l'effet de rotations en conditions extrêmes (hautes vitesses, différents lubrifiants, etc.) et sont donc conçues spécifiquement pour un type de roulement, en plus d'être surdimensionnées pour notre application.

Nous avons donc développé un dispositif expérimental original ainsi qu'un protocole de test qui permettent de mesurer de très faibles couples de résistance dans les roulements à billes, directement montés sur leurs roues et en dynamique. Etant donné l'aspect exploratoire de ce travail, le dispositif a été prévu pour un coût matériel réduit, sans instrumentation sophistiquée, mais de précision suffisante pour mesurer des couples de l'ordre de 5×10^{-3} Nm. Ce dispositif a été conçu et réalisé grâce au bureau d'études du CERAH.

Le fonctionnement du dispositif - décrit plus amplement en annexe C - consiste à entraîner en rotation la roue dont les paliers sont à tester et à les charger axialement (serrage contrôlé par clé dynamométrique) et radialement au moyen d'un axe support et de masses additionnelles.

Avant que la mesure puisse être effectuée, le *balourd*, dû à la non-correspondance entre le centre de gravité des masses et l'axe du support, doit être compensé. Pour cela, une *masselotte d'équilibrage* est utilisée : elle est déplacée sur une réglette de manière compenser le moment créé par le balourd.

La mesure est manuelle et s'effectue en déplaçant une *masselotte de mesure*, placée sur une *réglette de mesure* fixée sur l'axe support, de manière ce que le poids de la masselotte crée un couple de rappel. Lorsque le système est en équilibre, le couple de rappel de la masselotte de mesure est égal au couple résistant dans les paliers : la mesure de l'angle entre l'axe de la réglette et la verticale, la masse de la masselotte et la distance la séparant de l'axe de rotation de la réglette permettent le calcul du couple résistant. Les étapes nécessaires à la mesure se résument en l'équilibrage des masses,

la mesure statique et la mesure dynamique. Les détails de sa conception et du protocole de mesure ne seront pas exposés dans ce chapitre, mais en annexe C.

Les travaux exposés ci-dessous ont visé d'une part à vérifier la précision de mesure du dispositif, d'autre part à déterminer les paramètres influant sur le couple résistant, et enfin à estimer ce couple pour un jeu de paliers neufs et un jeu de paliers usagés.

II.1.2 Etudes de reproductibilité sur la mesure

Afin de déterminer si la mesure est reproductible, les travaux suivants ont été menés, évaluant l'influence de la méthode de mesure, de l'équilibrage et de l'expérimentateur.

II.1.2.1 Reproductibilité et erreurs dues à la mesure

Afin de quantifier la reproductibilité de la mesure, un expérimentateur a réalisé 15 mesures sur une même roue chargée à 15.54 kg sans toucher à l'équilibrage (l'axe support et les masses de chargement de l'axe support n'ont pas été démontés), à la vitesse de rotation (4,4 rad.s⁻¹) ni à l'effort axial (couple de serrage de 1 Nm). Les mesures ont été effectuées en faisant varier de manière aléatoire la masse de la masselotte de mesure (m = 7, 10, 16 et 20 g) et son emplacement sur la réglette. Au final, chaque masse de mesure a été utilisée entre 3 et 4 fois.

Les résultats ont montré que les couples mesurés étaient compris entre 4.3 et 5.9 × 10⁻³ Nm ($\Delta=1.6 \times 10^{-3}$ Nm), pour une moyenne de 5.3 (± 0.4) × 10⁻³ Nm (Figure II.1). Le test de Shapiro-Wilk ($\alpha=0.001$) a montré une distribution normale de la 3^e à la 15^e mesure (W compris entre 0.84 et 0.96) tandis que l'intervalle de confiance à 95 % diminuait de 1.2 à 0.2 × 10⁻³ Nm entre la 3^e et la 15^e mesure.

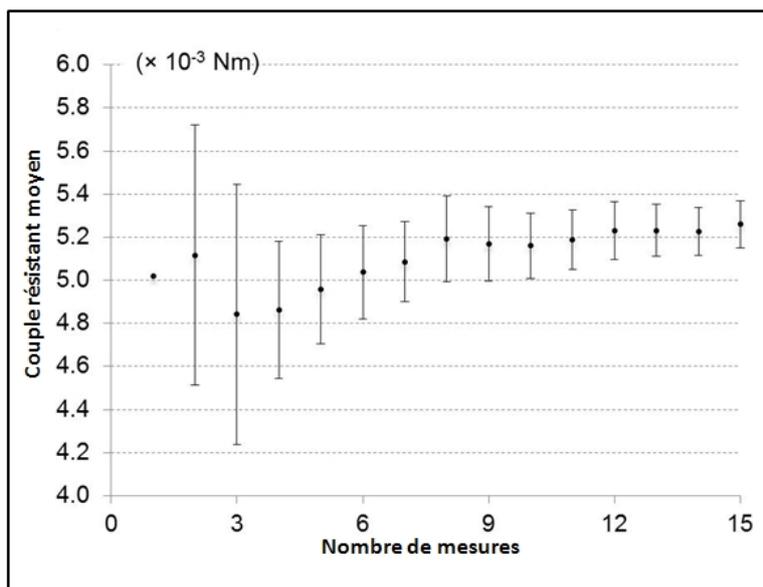
Finalement, ces résultats ont permis de conclure à une reproductibilité satisfaisante de la mesure, à mettre en rapport avec les très faibles couples mesurés, puisque l'incertitude était de l'ordre de ±0.6 × 10⁻³ Nm dès la 3^e mesure (figure II.1).

II.1.2.2 Reproductibilité due à l'équilibrage

Pour évaluer la reproductibilité liée à l'équilibrage, le même expérimentateur a réalisé 10 mesures sur une autre roue chargée à 15.54 kg, en modifiant la répartition des masses (rotation des masses circulaires les unes par rapport aux autres avant de les fixer à nouveau à l'axe support) et en refaisant l'équilibrage à chaque essai. Pour ces essais, tous les autres paramètres étaient conservés : vitesse de rotation (4.4 rad.s⁻¹), effort axial (couple de serrage de 1 Nm), position et masse de la masselotte (m =25 g placé à 45 mm de l'axe de rotation).

Les couples mesurés étaient alors compris entre 4.0 et 6.6 × 10⁻³ Nm ($\Delta=1.2 \times 10^{-3}$ Nm) pour une moyenne de 5.1 (±0.2) × 10⁻³ Nm. Le test de Shapiro-Wilk ($\alpha=0.001$) a

FIGURE II.1 – Evolution du couple moyen et de l'intervalle de confiance sur la mesure en fonction du nombre de mesures - sans modification du balourd



montré une distribution normale de la 3^e à la 10^e mesure (W compris entre 0.92 et 0.96) tandis que l'intervalle de confiance à 95 % diminuait de 1.2 à 0.6×10^{-3} Nm entre la 3^e et la 10^e mesure.

Ainsi, l'intervalle de confiance sur cette série a montré une variabilité de l'ordre de deux fois celle de la première expérience. Aussi, 50 % de l'incertitude liée à la détermination du couple de résistance des paliers peuvent être expliqués par la difficulté à réaliser l'équilibrage des masses, le reste de l'incertitude était lié à la mesure elle-même.

II.1.2.3 Reproductibilité inter-expérimentateur

Un autre expérimentateur a réalisé la seconde expérience dans les mêmes conditions afin d'évaluer la répétabilité inter-expérimentateur.

Les couples mesurés étaient compris entre 3.0 et 6.5×10^{-3} Nm ($\Delta=3.5 \times 10^{-3}$ Nm) pour une valeur moyenne de $4.8 \pm 1.0 \times 10^{-3}$ Nm. La distribution (test de Shapiro-Wilk, $\alpha=0.001$) était normale de la 3^e à la 10^e mesure (W compris entre 0.78 et 0.95), comme pour le premier expérimentateur. L'intervalle de confiance à 95 % évoluait entre 1.4 et 0.7×10^{-3} Nm entre la 3^e et la 10^e mesure. Si la dispersion des valeurs était plus importante pour cet expérimentateur, aucune différence significative (test de Mann & Whitney, $\alpha=0.001$) n'a été trouvée entre les deux expérimentateurs avec 3, 5 ou 10 mesures.

Finalement, cette dernière étude n'a pas montré de différence significative entre les deux expérimentateurs. Aussi, malgré les nombreuses étapes manuelles qu'elle nécessite, la mesure apparaît comme indépendante de l'expérimentateur.

II.1.2.4 Conclusion sur les études de reproductibilité

Les trois expériences réalisées pour évaluer la reproductibilité du dispositif ont permis de conclure à l'absence d'influence significative de l'expérimentateur. L'intervalle de confiance global sur l'ensemble de la procédure était compris entre 0.7 et 1.4×10^{-3} Nm, en fonction du nombre de mesures réalisées.

Compte tenu du temps nécessaire à l'équilibrage et à la mesure (5 à 7' au total), un nombre de 5 mesures apparaît comme un compromis acceptable entre temps d'expérimentation (environ 30') et l'intervalle de confiance à 95 % de $\pm 1.06 \times 10^{-3}$ Nm sur la mesure.

II.1.3 Validation du dispositif et du protocole de mesure

Le dispositif présente une incertitude sur la mesure de 0.6×10^{-3} Nm. Cependant la validation du dispositif nécessite de comparer les résultats à ceux obtenus grâce à une autre méthode de mesure.

Matériel et méthodes

Pour valider le dispositif, le couple de résistance a été déterminé par une seconde méthode, basée sur la mesure de la décélération. Pour cela, le moteur d'entraînement a été allumé et le support chargé entraîné en rotation par la résistance au roulement, jusqu'à ce que sa vitesse de rotation soit celle de la roue (4,4 rad/s). Puis la rotation de la roue a été stoppée en coupant l'alimentation du moteur et les masses (solidaires du support chargé) ont été laissées libres à la décélération. Le couple de résistance des paliers entraînait alors une décélération angulaire ($\ddot{\theta}$) proportionnelle au moment d'inertie I du support chargé :

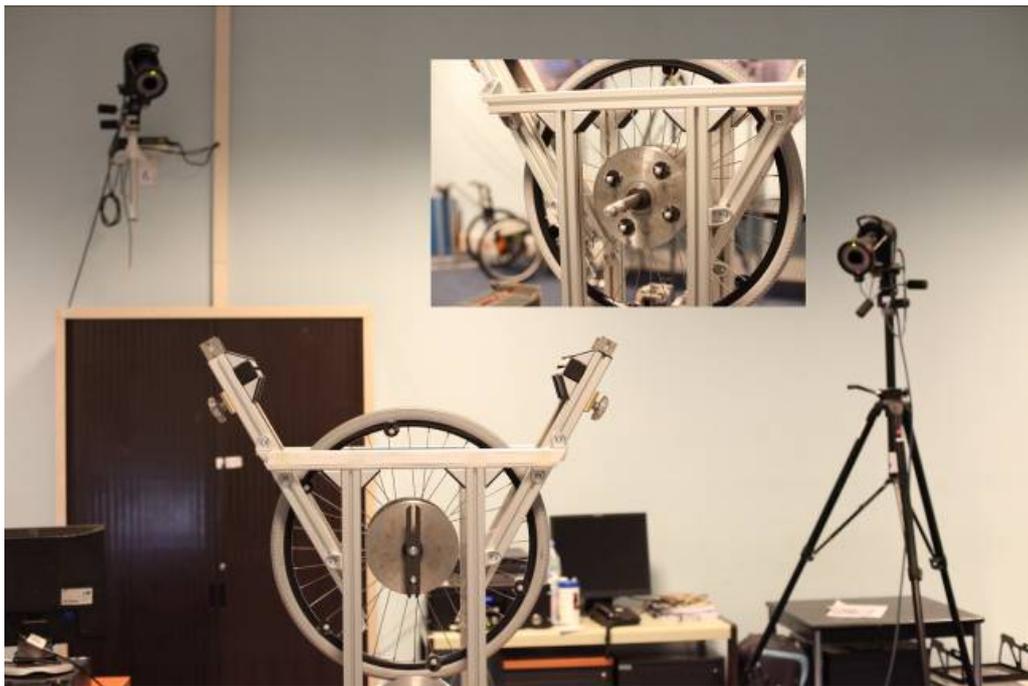
Cette décélération angulaire $\ddot{\theta}$, a été déterminée à l'aide de 4 marqueurs réfléchissants placés sur les masses de chargement et d'un système optoélectronique (V8i, Vicon, UK) composé de 4 caméras numériques, à 100 Hz. Le moment d'inertie I a quant à lui été déterminé par modélisation volumique et inertielle des masses additionnelles et de l'axe support : la représentation en cylindres percés et d'un axe cylindrique a permis de calculer un moment d'inertie de $7,36 \times 10^{-2}$ kg.m².

Les deux méthodes ont été appliquées sur six séries de quatre essais en conservant la même vitesse de rotation (4,4 rad/s) et la même charge radiale (15,54 kg) mais en augmentant la charge axiale à chaque nouvel essai de la série (couples de serrage de 0, 1, 3 puis 5 Nm).

Résultats

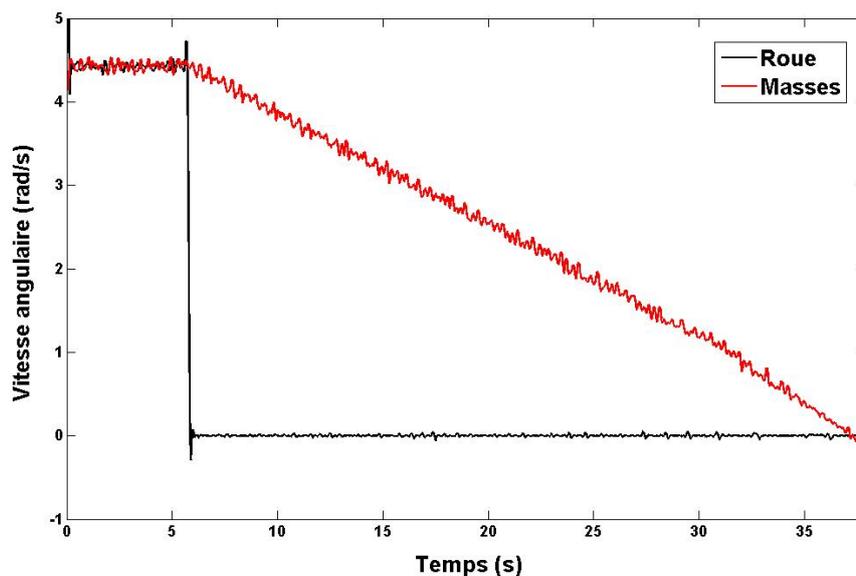
La pente moyenne de la vitesse de rotation des masses, déterminée par régression

FIGURE II.2 – Photographies du dispositif expérimental pendant l'étape de validation



linéaire, a été utilisée pour calculer la décélération des masses puis le couple de résistance des paliers. Les résultats obtenus avec le système optoélectronique ont montré une décélération constante entre 3.5 et 1 rad/s² (Figure II.3) pour tous les essais ($r^2 = 0.991$ en moyenne, $\Delta = 0.978$ et 0.996).

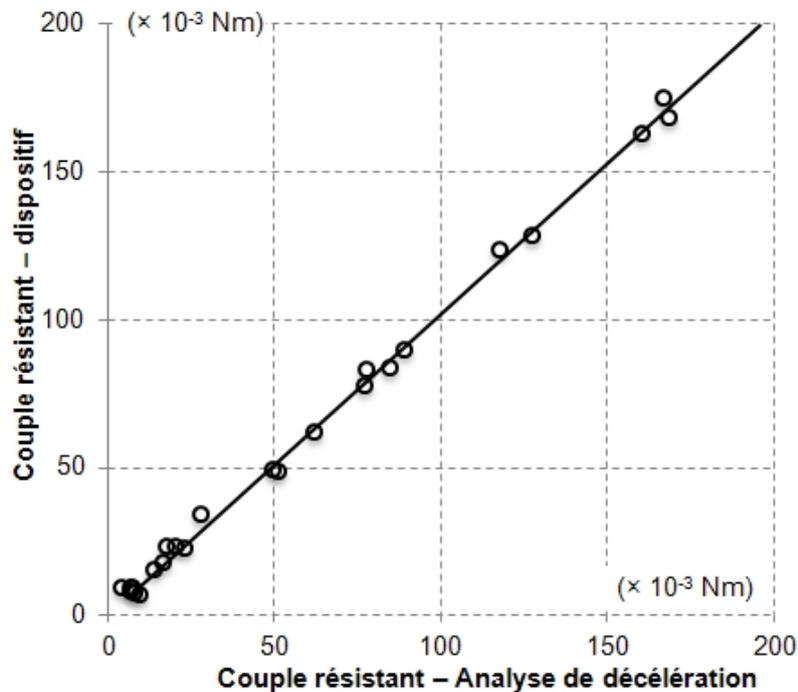
FIGURE II.3 – Evolution des vitesses de rotation de la roue et des masses au cours d'une mesure avec le système optoélectronique.



- 5 La comparaison des couples de résistance mesurés avec le dispositif et ceux calculés à partir du système optoélectronique montre un écart moyen de 2.4×10^{-3} Nm, et ne dépassant pas 7.8×10^{-3} Nm (Figure II.4), avec un coefficient de détermination r^2 entre

les deux méthodes de mesure de 0.997.

FIGURE II.4 – Comparaison des couples mesurés avec les deux systèmes de mesure



Discussion

Les résultats de cette expérimentation permettent de conclure à une précision acceptable des mesures réalisées avec le dispositif, qui peut être améliorée en réalisant 5
5 mesures pour chaque condition (cf. reproductibilité).

Par ailleurs, une augmentation notable de la résistance des paliers a été notée avec l'augmentation de la charge axiale (8.3, 22.8, 68.3 puis 140.1×10^{-3} Nm pour des couples de serrage de 0, 1, 3 puis 5 Nm, respectivement). Une augmentation de la dispersion des valeurs avec la charge axiale a aussi été constatée ($\Delta = 2.5, 18.3, 41.2$ et 91.1×10^{-3} Nm
10 pour des couples de serrage de 0, 1, 3 puis 5 Nm, respectivement). Ce dernier résultat peut être expliqué par le système de réglage du couple de serrage par clef dynamométrique (manuel et peu précis) : comme la résistance des paliers apparaît particulièrement sensible à la charge axiale, une erreur dans le réglage de couple de la clef dynamométrique entraîne alors une erreur dans l'effort axial et par conséquent dans le couple
15 de résistance des paliers. Aussi, en raison de la mauvaise maîtrise du couple de serrage, la charge axiale réellement appliquée sur les paliers n'a pas pu être calculée.

Cependant, cette expérience de validation du dispositif a permis une distribution des serrages axiaux et donc des valeurs de couples de résistance dans l'intervalle [0-200] $\times 10^{-3}$ Nm.

II.1.4 Classification des paramètres influant sur le couple résistant des paliers

Afin de comparer la résistance de différents roulements (type, usure, encrassement, etc.) ou de différents montages (avec ou sans entretoise, roue carrossée, par exemple), il est nécessaire de connaître les paramètres (charge axiale et radiale, vitesse de rotation) qui peuvent influencer sur la résistance des paliers et qu'il est donc nécessaire de contrôler.

II.1.4.1 Matériel et méthodes

Une grande roue arrière de fauteuil avec des roulements neufs a été montée sur le dispositif puis un plan d'expérience complet sur trois facteurs (charge axiale et radiale, vitesse de rotation) à deux niveaux, (-1) et (+1), a été réalisé [125, 12] : les valeurs prises par chacun des facteurs lors des expérimentations dont on souhaite étudier l'influence sont ici au nombre de deux et appelées "niveaux" et on suppose une progression linéaire des résultats entre le niveau bas (-1) et le niveau haut (+1). En exécutant plusieurs mesures et en faisant varier à chaque fois les niveaux pris par chacun des trois facteurs, il est possible de classer les facteurs par ordre d'influence. Pour cette expérience, ces facteurs et niveaux sont :

- le couple de serrage (facteur « A »), qui constitue la charge axiale appliquée sur la bague intérieure des paliers. Niveaux : 1 Nm (-1) et 3 Nm (+1) ;
- la masse (facteur « R ») - qui constitue la charge radiale appliquée sur les paliers. Niveaux : 10,7 kg (-1) et 30 kg (+1) ;
- la vitesse de rotation de la roue (facteur « V ») : 2,6 rad/s (-1) et 4.4 rad/s (+1), soit 24,4 tours/minute et 42 tours/minute

Le "plan d'expérience complet" est une série d'expérimentations où tous les facteurs prennent tous les niveaux : si 3 facteurs prennent 2 niveaux chacun, il faudra exécuter 2^3 expérimentations pour réaliser le plan complet, soit 8 expérimentations. L'intérêt de ce plan est qu'il est aussi possible de mesurer les interactions entre facteurs.

Pour chacune des 8 situations, 5 mesures ont été effectuées en modifiant à chaque fois l'équilibrage des masses (cf. reproductibilité & validation). L'ordre de réalisation des situations a été prévu de manière à conserver strictement le même réglage de la clef dynamométrique pour toutes les situations nécessitant le même couple de serrage.

Le plan d'expérience se présente comme un tableau, avec en ligne les différentes expérimentations et en colonnes les niveaux que prennent les trois facteurs pour chaque expérience, puis les niveaux que prennent les interactions entre facteurs. En dernière colonne se trouve le résultat de l'expérimentation : M_{BR} qui est le

couple résistant.

Les indices propres (-1 ou 1) des interactions entre les facteurs ont été déterminées par le produit des indices des facteurs. Les différents indices liés à chaque situation sont reportés au Tableau II.1.

TABLE II.1 – Plan d’expérience des facteurs couple (A), masse (R), vitesse de rotation (V), leurs interactions et le couple de résistance

Set	A	R	V	AR	AV	RV	ARV	M_{BR} ($\times 10^{-3}$ Nm)
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	15.9
2	-1	-1	1	1	-1	-1	1	16.1
3	-1	1	-1	-1	1	-1	1	63.5
4	-1	1	1	-1	-1	1	-1	65.5
5	1	1	-1	1	-1	-1	-1	81.6
6	1	1	1	1	1	1	1	82.5
7	1	-1	-1	-1	-1	1	1	26.7
8	1	-1	1	-1	1	-1	-1	27.4

5 Le couple de résistance M_{BRi} dans les paliers peut alors être exprimé pour l’expérience i de la manière suivante :

$$M_{BRi} = a_0 + a_1A_i + A_2R_i + a_3V_i + a_4A_iR_i + a_5A_iV_i + a_6R_iV_i + a_7A_iR_iV_i \quad (\text{II.1.1})$$

Où :

- a_0 est le couple résistant moyen obtenu
- $a_1 \dots a_7$ sont les influences de chaque facteur (une influence sera ajoutée à la moyenne si le facteur prend un niveau +1, soustraite s’il prend un niveau -1)
- A_i, R_i, V_i sont les niveaux pris par chaque facteur pour l’expérience i

Les résultats des 8 expériences peuvent alors être exprimés sous forme matricielle par l’équation :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_{BR1} \\ M_{BR2} \\ \dots \\ M_{BR8} \end{bmatrix}}_{[M_{BR}]} = \underbrace{\begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & -1 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & -1 & +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & -1 \end{bmatrix}}_{[N]} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} E_0 \\ E_1 \\ \dots \\ E_8 \end{bmatrix}}_{[E]} \quad (\text{II.1.2})$$

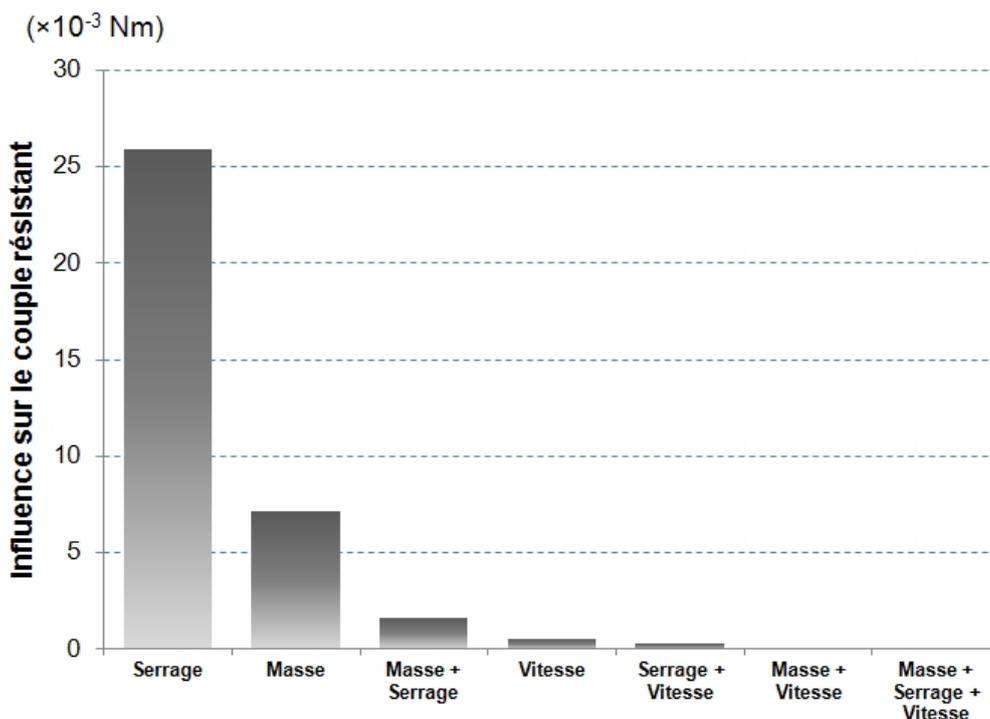
Où $[M_{BR}]$ est la matrice des résultats des expérimentations ; $[E]$ est la matrice des influences (ou des effets) et $[N]$ est la matrice des conditions spécifiques à chacune des 8 situations (cf. Tableau II.1). L'intérêt d'écrire l'équation II.1.1 sous un formalisme matriciel est de pouvoir calculer directement tous les coefficients contenus dans la matrice $[E]$ à partir de l'expression suivante où $[M_{BR}]$ et $[N]$ sont connus :

$$[E] = [N]^{-1} \cdot [M_{BR}] \quad (\text{II.1.3})$$

Les coefficients de la matrice $[E]$ permettent alors d'ordonner les effets principaux des trois facteurs ainsi que leurs interactions.

II.1.4.2 Résultats

FIGURE II.5 – Influence des différents facteurs et de leurs interactions sur le couple de résistance des paliers



Le couple résistant moyen observé sur les 8 expériences est de 47×10^{-3} Nm (cf table II.1). Les résultats obtenus montrent que la charge axiale (couple de serrage) est le facteur déterminant dans la résistance des paliers (Figure II.5) avec une influence de 25.9×10^{-3} Nm en passant du niveau bas au niveau haut. Le second facteur est la charge radiale (masse) avec un coefficient de 7.15×10^{-3} Nm suivi par l'interaction de la masse et du serrage (1.63×10^{-3} Nm). Les effets de la vitesse et des autres interactions sont apparus négligeables ($< 0.5 \times 10^{-3}$ Nm). Remarque : nous parlons ici d'effet du réglage sur le couple, il est donc exprimé dans la même unité que le couple, en Nm.

II.1.4.3 Discussion

Ces résultats indiquent que le contrôle de la charge axiale est indispensable pour mener une étude comparative sur divers paliers. Cependant, ce contrôle n'est pas aisé. Dans le cas de notre dispositif, la charge axiale pourrait être calculée à partir du couple de serrage en tenant compte du pas de vis mais suppose que les frottements entre la partie interne et la partie externe de l'axe ainsi que dans le taraudage soient négligeables. La lubrification de la partie interne de l'axe devrait permettre d'admettre cette hypothèse. Cependant, un système de contrôle précis du couple de serrage devra préalablement être mis en place, ce que ne permettait pas de faire le système de réglage manuel de la clé dynamométrique utilisé pour cette étude.

La comparaison de divers paliers nécessitera également de contrôler la charge radiale (masse).

L'influence de la vitesse de rotation n'est pas apparue significative dans notre expérience. Néanmoins la gamme des vitesses était restreinte du fait des limitations imposées par le moteur. Il est ainsi possible que l'effet de la vitesse ne soit plus négligeable pour des vitesses plus importantes comme celles atteintes lors de la pratique sportive du FRM. Le résultat obtenu ici reste cependant valable pour étudier des grandes roues en condition de locomotion quotidienne.

II.1.5 Influence du vieillissement d'un palier

Les valeurs du couple résistant présentées dans la littérature ne concernent que des paliers neufs. Cependant, l'usage prolongé (avec possibilité d'encrassement) peut affecter le moment résistant dans ces paliers. Aussi, la dégradation des qualités de roulement des paliers peut nécessiter leur remplacement de manière plus ou moins fréquente, pour assurer un couple résistant minimal dans les roulements, notamment dans le cadre de la pratique sportive. Nous avons alors cherché à quantifier ce phénomène à travers une étude prospective, afin de juger de la nécessité ou non de se focaliser sur cet aspect.

Pour cela, deux jeux de paliers ont été testés : des paliers neufs (LFD-608-2RS) et des paliers usagés, notamment utilisés en extérieur sur route salée (YW 6001Z/G). Même si les paliers n'avaient pas la même référence, ils avaient tous deux des caractéristiques techniques similaires (diamètres, billes, joints)

Une série de cinq mesures de couples résistants a été réalisée pour chaque jeu de paliers. La même roue a été utilisée pour les deux séries de mesures. Pour chaque mesure de couple résistant, les conditions de tests ont été conservées : charge radiale de 30 kg, une vitesse de rotation de 4.4 rad.s⁻¹ et un couple de serrage d'environ 1 Nm.

Les résultats montrent que le couple de résistance était supérieur pour les paliers usagés (22.9×10^{-3} Nm) à celui obtenu pour les paliers neufs (18.4×10^{-3} Nm). Cette différence ($\Delta = 4.6 \times 10^{-3}$ Nm) dépassait l'incertitude de mesure déterminée préalablement.

ment (1.2×10^{-3} Nm) (cf. validation) et a donc été considérée comme significative. Cependant cette dégradation des performances est beaucoup moins importante que l'effet de la charge axiale de compression, qui provoque une augmentation de couple résistant cinq fois plus importante lorsque la couple de serrage passe de 1 à 3 Nm.

5 II.1.6 Conclusion

L'objectif de ce chapitre était de présenter une méthode et un dispositif peu coûteux pour quantifier la résistance dans les roulements des roues de FRM pour réaliser une étude exploratoire sur la résistance dans les paliers. Les études conduites ont permis de conclure que cette méthode s'est révélée suffisamment répétable et précise pour mesurer
10 les faibles couples de frottement dans les paliers et différencier un palier usagé d'un palier neuf. Cependant, des améliorations pourraient être apportées telles que la réalisation d'un équilibrage des masses définitif (marquage des positions angulaires des masses les unes par rapport aux autres) et dont l'erreur systématique sur la mesure du couple de résistance serait connue. D'autre part les oscillations du système lors de l'entraînement
15 en rotation de la roue ont empêché de jouer sur la répartition des charges pour simuler un carrossage.

L'étude des facteurs d'influence a par ailleurs montré que si la charge radiale (masse appliquée sur les roulements) devait être contrôlée, la charge axiale devrait l'être encore plus. Pour cela, il faudrait substituer au système actuel (clé dynamométrique à affichage
20 mécanique) insuffisamment précis, un système de contrôle de la charge axiale à travers le couple de serrage.

Enfin, remises dans le contexte des résistances subies par l'utilisateur de FRM au cours de la locomotion quotidienne, la résistance dans les roulements des roues reste minime par rapport à la résistance au roulement due aux efforts de contact entre les
25 roues et le sol. En effet, les couples mesurés dans la présente étude, pour une charge axiale inférieure à 1 N, entraînent une puissance perdue entre 0,5 et 1,2 W pour un fauteuil roulant à 1m/s (rayon de roulettes avant de 0,4m, rayon de roue arrière de 0,3m, masse sujet+fauteuil de 80kg dont 30 % sont sur la roue avant), soit entre 5 à 10 % de la perte de puissance par résistance au roulement de la roue (estimée à partir de
30 [112]).

Néanmoins, lorsque le serrage des roulements n'est pas adéquat, la résistance induite par les roulements des roues augmente très fortement, et cet effort axial est toujours induit par un carrossage des roues. Nous ne savons pas si les différents roulements réagissent de la même façon à la charge axiale, ce qui pourrait être un indicateur de leur
35 qualité.

Les paliers de roulettes n'ont pu être testés pour des problèmes d'oscillations trop importantes du système support + masses. Ceci pourrait être dû à la forme en "V" de la

zone de contact avec la poulie d'entraînement. Une coupe différente pourrait peut être réduire ces oscillations et permettre la mesure.

Pour conclure, ce premier travail a permis de mettre en place un dispositif et une méthode de mesure de très faibles couples de résistance dans les paliers. L'effet du vieillissement des paliers a ainsi été constaté, ce qui conduit le sportif à changer assez régulièrement ses paliers, surtout dans le domaine du haut niveau où toute petite amélioration peut avoir son importance. L'amélioration du dispositif et les études pourront être poursuivies pour clarifier l'effet de différents types de roulement et particulièrement dans le cas de vitesses de rotation plus importantes, ainsi que du carrossage. Par ailleurs, il a été constaté que le dispositif de montage rapide des grandes roues arrière présentait un jeu de fonctionnement qui pénalisait la maniabilité et la précision des mouvements du fauteuil. Assurer une légère contrainte axiale permet au sportif de limiter ce jeu et de gagner en précision, cependant cette contrainte doit être limitée pour ne pas entraîner un couple résistant qui pourrait devenir pénalisant. La conception d'un dispositif permettant de répondre à ces exigences a été développée au CERAH et fait l'objet d'une procédure de dépôt de brevet.

II.2 Résistance au roulement

II.2.1 Introduction

Les travaux présentés dans cette partie ont été réalisés conjointement avec le projet SACR-FRM (ANR 06-Tecsan-020) sur l'aide au choix et réglages du fauteuil roulant
5 manuel.

Suite à l'analyse bibliographique, notre objectif dans cette partie est de déterminer les effets des choix de réglages du fauteuil roulant sur sa résistance au roulement. Ceci nécessite d'abord un modèle exhaustif prenant en compte les données de géométrie et de matériaux, modèle qui a été construit puis simplifié. Ainsi les paramètres entrant en
10 jeu dans la résistance au roulement ont pu être classés par ordre d'importance. Ensuite, un protocole pouvant comparer différents fauteuils sur différents terrains de manière simple a été défini. Pour cela les procédures de test de décélération avec accéléromètre 3D, qui nous semblaient les plus prometteuses, ont été adaptées à ces besoins, puis validées.

Enfin, ces tests nous ont permis d'établir une base de données de la contribution
15 des types de roues à la résistance au roulement, selon le terrain. Ces données nous permettent ainsi d'établir des préconisations permettant de diminuer la résistance au roulement.

Ces travaux ont donné lieu à deux articles (reprise en annexe D), dont une partie est
20 reprise dans cette section [5, 112].

II.2.2 Modélisation mécanique du test de décélération

II.2.2.1 Description du mouvement et hypothèses de modélisation

Un test de décélération consiste à pousser le fauteuil en ligne droite sur sol parfaitement plat jusqu'à une certaine vitesse, puis à le laisser continuer son mouvement (cf
25 section II.2.3). Le fauteuil décélère alors naturellement sous l'effet de différentes forces : la résistance aérodynamique, les frottements internes, et surtout la résistance au roulement. Le poids de l'utilisateur est représenté par l'ajout de masses fixes sur le fauteuil.

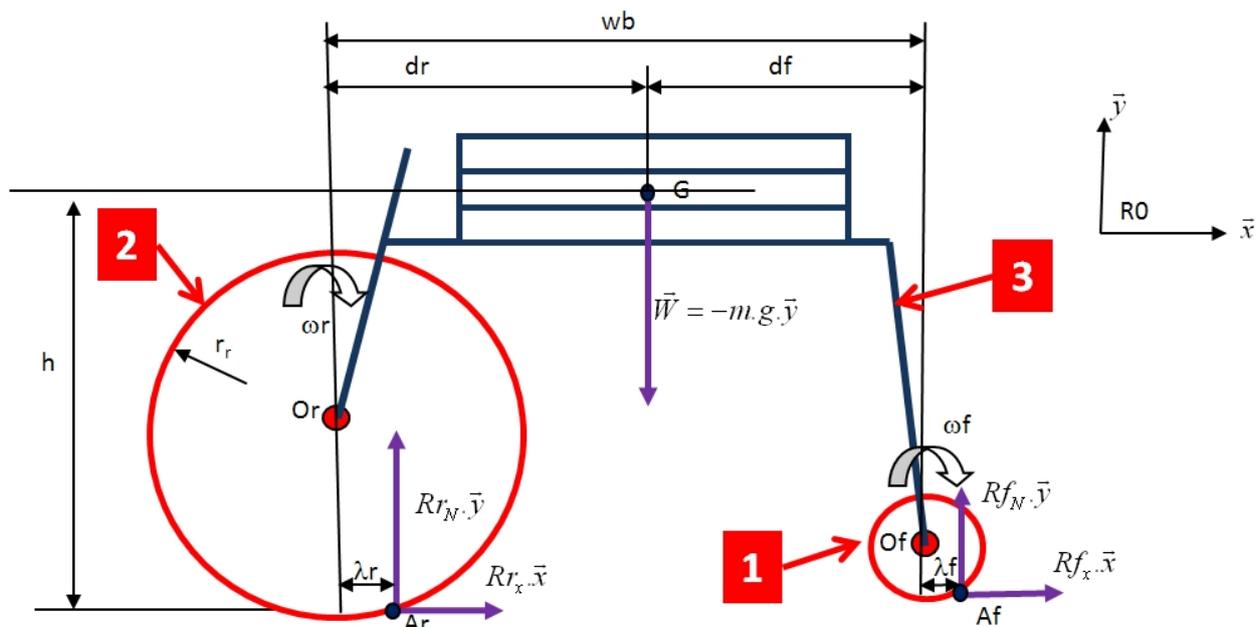
Les valeurs de résistance aérodynamique à faible vitesse rencontrées dans la littérature étaient faibles devant celles de la résistance au roulement, de plus les masses
30 additionnelles présentent beaucoup moins de prise au vent qu'un utilisateur (aire frontale plus faible). Nous avons donc fait l'hypothèse que la résistance aérodynamique était négligeable pour ces tests. De la même manière, nous considérerons le moment résistant dans les roulements à billes comme n'influençant pas suffisamment le mouvement pour être pris en compte. Enfin, les roues seront considérées comme sans pincement, ce qui
35 élimine les actions autres que le roulement entre le sol et les roues.

Il a ainsi été considéré que seule la résistance au roulement contribuait à la décélération du système pour cette démonstration [65, 132].

Pour modéliser la résistance au roulement au niveau d'une roue, les paramètres λ_f et λ_r doivent être introduits, ils sont appelés *paramètres de résistance au roulement* des roues avant et arrière. Exprimés en [m], ces paramètres représentent le décalage du point d'application des efforts du sol sur la roue par rapport à la verticale passant par le centre de l'axe de roue.

Ensuite, en utilisant la modélisation du paramètre de résistance au roulement, nous pouvons établir le schéma mécanique ci-dessous, représentant le fauteuil chargé décélérant librement en ligne droite et sur sol plat, sous l'unique action de la résistance au roulement (figure II.6). Nous noterons que pour un mouvement en ligne droite, il est possible d'utiliser un schéma plan en vue sagittale et les roues sont traitées par paires.

FIGURE II.6 – Schéma du fauteuil décélérant librement en ligne droite sur sol plat



Où :

- S est le système constitué du fauteuil (Châssis+roues) et des masses additionnelles.
- \vec{x} est la direction du mouvement en ligne droite, horizontale.
- \vec{y} est la verticale.
- (\vec{x}, \vec{y}) forment un repère orthonormé R_0
- O_f et O_r sont les centres de pivot des roues avant et arrière
- r_f et r_r sont les rayons des roues avant et arrière, en [m]

- Af et Ar sont les points d'application des résultantes du sol sur les roues avant et arrière
- λ_f et λ_r sont les paramètres de résistance au roulement de chaque roue, en [m]
- ω_f et ω_r sont les vitesses de rotation des roues avant et arrière, en [rad/s]
- 5 • wb est la distance entre les axes des roues avant et arrière, donc la distance OrOf, selon x, en [m]
- G est le centre de gravité du système fauteuil + masses additionnelles
- df et dr sont les distances selon l'axe \vec{x} des centres des roues avant et arrière au centre de gravité G, en [m].
- 10 • h est la hauteur du centre de gravité G par rapport au sol.
- Rf_x et Rf_N , Rr_x et Rr_N sont les composantes selon les axes \vec{x} et \vec{y} de la résultante des action du sol sur les roues, appliquées aux points Af et Ar, en [N].
- $\vec{W} = -mg\vec{y}$ est le poids du système, s'appliquant au point G, en [N]. Nous noterons également $W = mg$.
- 15 • g est l'accélération gravitationnelle, en [m/s²].

II.2.2.2 Obtention des équations de mouvement exhaustives

Nota : dans cette section ne seront présentées que les étapes principales des calculs, afin que le lecteur puisse en suivre le raisonnement. Les calculs précis sont détaillés en annexe D.

20 Isolement du système complet (Châssis chargé + roues)

En appliquant la deuxième loi de Newton à ce système, nous pouvons établir une relation entre les efforts appliqués sur le fauteuil et l'accélération $\gamma_{G/R0}$ du centre de gravité G du système complet S. En projetant cette relation sur l'axe \vec{x} nous obtenons une relation entre l'accélération suivant l'axe \vec{x} de G et les efforts du sol sur le système

25 Rf_x et Rr_x

$$m \gamma_{Gx} = Rf_x + Rr_x \quad (\text{II.2.1})$$

En projetant ce même équilibre sur l'axe vertical \vec{y} , nous obtenons une deuxième équation liant la masse totale du système aux réactions normales du sol sur les roues.

$$m g = Rf_N + Rr_N \quad (\text{II.2.2})$$

En appliquant la loi de Newton généralisée à ce système, il est possible d'écrire une égalité entre le moment des efforts extérieurs au point G et le moment dynamique du

30 fauteuil en son centre de gravité G (Le terme $\delta_{FRM,G}$ est développé en annexe F) :

$$(d_f + \lambda_f)Rf_N + (-d_r + \lambda_r)Rr_N + h(Rf_x + Rr_x) = \delta_{f,Of} + \delta_{r,Or} \quad (\text{II.2.3})$$

Où $\delta_{f,Of}$ et $\delta_{r,Or}$ sont les moment dynamiques des roues avant et arrière selon \vec{z} aux point Of et Or.

Isolement d'une roue

En isolant cette fois-ci la roue avant et en appliquant la loi de Newton généralisée en son centre Of, nous pouvons exprimer le moment des forces extérieures sur cette roue en fonction de son accélération angulaire $\dot{\omega}_f = -\gamma_G/r_f$ et de son moment d'inertie I_f (exprimée en son centre de gravité Of, selon l'axe \vec{z}).

$$- I_f \gamma_G/r_f = r_f Rf_x + \lambda_f Rf_N \quad (\text{II.2.4})$$

Cette expression nous permet d'exprimer l'effort tangentiel du sol sur les roues avant Rf_x en fonction des autres grandeurs :

$$Rf_x = -\frac{\lambda_f}{r_f} Rf_N - \frac{I_f}{r_f^2} \gamma_G \quad (\text{II.2.5})$$

De la même façon, nous obtenons l'effort tangentiel sur les roues arrière :

$$Rr_x = -\frac{\lambda_r}{r_r} Rr_N - \frac{I_r}{r_r^2} \gamma_G \quad (\text{II.2.6})$$

Accélération en fonction des efforts normaux

En remplaçant les efforts tangentiels dans l'équation II.2.1 par leur expression (équations (II.2.6) et (II.2.5)), nous pouvons exprimer l'accélération en fonction uniquement des efforts normaux.

$$-\frac{\lambda_f}{r_f} Rf_N - \frac{\lambda_r}{r_r} Rr_N = \left(m + \frac{I_f}{r_f^2} + \frac{I_r}{r_r^2} \right) \gamma_G \quad (\text{II.2.7})$$

En utilisant (II.2.2) dans l'expression précédente, nous pouvons garder uniquement la composante normale des efforts sur la roue avant pour exprimer l'accélération (Rappel de notation : $W = mg$).

$$Rf_N = \left(\frac{r_f r_r}{\lambda_r r_f - \lambda_f r_r} \right) \left[\frac{\lambda_r}{r_r} W + \left(m + \frac{I_f}{r_f^2} + \frac{I_r}{r_r^2} \right) \gamma_G \right] \quad (\text{II.2.8})$$

Par ailleurs, en combinant (II.2.1) et (II.2.2) dans (II.2.3) nous pouvons établir l'équation suivante :

$$\left(m + \frac{I_f}{r_f h} + \frac{I_r}{r_r h} \right) h \gamma_G = -(w_b + \lambda_f - \lambda_r) Rf_N + (-d_r + \lambda_r) W \quad (\text{II.2.9})$$

Expression de la décélération en fonction des réglages du fauteuil

En combinant les équations (II.2.8) and (II.2.9), Rf_N est éliminé de l'équation, ce qui nous permet d'exprimer la décélération γ_G en fonction des paramètres géométriques du fauteuil et de matériau des roues.

$$\gamma_G = -mg \frac{\left(\frac{\lambda_f d_r}{r_f w_b} + \frac{\lambda_r d_f}{r_r w_b} + \frac{\lambda_f \lambda_r r_f - r_r}{r_f r_r w_b} \right)}{\left(m + \frac{I_f}{r_f^2} + \frac{I_r}{r_r^2} \right) \left(1 + \frac{\lambda_f - \lambda_r}{w_b} \right) + \left(m + \frac{I_f}{r_f h} + \frac{I_r}{r_r h} \right) \left(\frac{\lambda_r}{r_r} - \frac{\lambda_f}{r_f} \right) \frac{h}{w_b}} \quad (\text{II.2.10})$$

5 Remarques :

Dans cette équation, la vitesse n'apparaît pas explicitement, la décélération γ_G ne semble donc dépendre que des réglages du fauteuil. Cependant cette vitesse pourrait avoir une influence sur les paramètres de résistance au roulement λ_f et λ_r , comme les études de Chua [20] et Frank [52] semblent le montrer.

10 De plus si l'on voulait ajouter les résistances aérodynamiques et des paliers à cette équation, les forces résultantes aérodynamique (F_{aero}) et des paliers ($F_{paliers}$) apparaîtraient dans le terme de droite de l'expression (II.2.1). Il serait alors possible de remplacer le terme γ_G par l'expression $\gamma_G - \frac{F_{aero} + F_{paliers}}{m}$ pour intégrer ces résistances à la formulation (II.2.10).

15 **II.2.2.3 Simplification des équations de mouvement**

Comme il est difficile d'estimer les paramètres de résistance au roulement à la vue des équations précédentes, qui présentent trop d'éléments à estimer, il est donc judicieux de simplifier ces équations pour permettre la caractérisation des paramètres λ_f et λ_r .

20 Afin d'estimer quels termes pourraient être éliminés sans altérer fortement les résultats, la formulation suivante est proposée, négligeant les termes inertiels devant la masse du fauteuil et la différence de paramètres de résistance au roulement devant les rayons de roue ou l'empattement :

$$\gamma_G = -g \left(\frac{\lambda_f d_r}{r_f w_b} + \frac{\lambda_r d_f}{r_r w_b} \right) \quad (\text{II.2.11})$$

25 Ensuite, 100 000 étapes de calcul de décélérations ont été exécutées, en modifiant aléatoirement les valeurs géométriques et physiques à chaque étape, mais en imposant leurs variations dans la limite des valeurs rencontrées dans la littérature ou déterminées expérimentalement :

- Paramètres de résistance au roulement : entre 1 et 3 mm [115, 111, 14]
- Rayons des roues avant : de 30 à 100 mm
- Rayons des roues arrière : de 300 à 450 mm

- Hauteur h du centre de gravité du fauteuil chargé : de 500 à 700 mm
- Masse totale du système : de 75 à 100kg [27]
- Moment d'inertie des roues avant I_f : de 0,005 à 0,02 kg.m^2
- Moment d'inertie des roues arrière I_r : de 0,1 à 0,2 kg.m^2 [27, 111]
- Distribution de masse avant / arrière (pour les valeurs d_r et d_f) : de 30 à 60 % de la charge sur les roues avant [111].

Les valeurs de décélération obtenues ont ensuite été comparées à celles obtenues avec la formule exhaustive (II.2.10)

Les résultats montrent que la formule simplifiée (II.2.11) a entraîné une différence moyenne de 3,3% avec la formule complète.

Les simplifications effectuées permettent donc d'estimer la décélération d'un fauteuil roulant en ligne droite avec une erreur acceptable, puisqu'en moyenne inférieure à 3,5 %. Nous pouvons, au vu de ces résultats, conserver la formulation simplifiée du test de décélération.

Par ailleurs, en notant que les termes $\frac{d_r}{w_b}$ et $\frac{d_f}{w_b}$ sont égaux aux portions de poids P_f et P_r appliquées respectivement sur les roues avant et arrière, nous retrouvons la formulation de Lavaste [84] :

$$\gamma_G = -g \left(\frac{\lambda_f}{r_f} P_f + \frac{\lambda_r}{r_r} P_r \right) \quad (\text{II.2.12})$$

Ensuite, en multipliant les termes de cette équation par la masse totale du système, nous obtenons la force de résistance au roulement globale en fonction des charges avant et arrière W_f et W_r , en accord avec les formulations déjà exprimées dans la littérature [24, 116] :

$$F_{roll} = - \left(\frac{\lambda_f}{r_f} W_f + \frac{\lambda_r}{r_r} W_r \right) \quad (\text{II.2.13})$$

Dans ces formules, les paramètres de résistance au roulement des roues sont systématiquement divisés par leur rayon. On introduit donc le terme de *facteur* de résistance au roulement, égal au ratio entre le paramètre de résistance au roulement et le rayon de la roue. Ainsi les roues arrière, de diamètre 5 à 10 fois plus élevé que les roulettes avant, auront un facteur de résistance au roulement plus faible à paramètre λ équivalent.

II.2.3 Méthode de caractérisation par accéléromètre 3D

Cette partie a pour objectif de définir un protocole, basé sur les tests de décélération utilisant un accéléromètre 3D [135, 38, 36, 115, 37, 116] et permettant de comparer différents fauteuils sur différents terrains sans nécessiter une instrumentation lourde. Il doit en outre permettre de distinguer les influences des roues avant et des roues arrière. Enfin, il doit pouvoir être mis en place et conduit rapidement pour être réalisé sur des fauteuils et terrains dont les disponibilités sont restreintes.

II.2.3.1 Principe du test de décélération

D'après la formule présentée au paragraphe précédent, la décélération d'un fauteuil sur sol plat dépend principalement du rayon des roues, de paramètres de résistance au roulement (PRR) λ_i des roues avant et arrière et de la répartition de charge anté-
5 ropostérieure. De ces valeurs, seules celles des λ_i ne peuvent être mesurées aisément. En supposant que ces paramètres restent constants dans les limites des expérimentations, il est donc possible de déterminer les paramètres λ_i en répartissant la charge différemment lors d'un deuxième essai, ce qui nous fournira une deuxième valeur de
10 décélération.

Le test de décélération permet la mesure des décélérations nécessaires à la caracté-
15 risation des PRR. Ces décélérations doivent reproduire les conditions de la formulation, c'est à dire être effectuées en ligne droite et dans des vitesses permettant de négliger la résistance aérodynamique.

Le test consiste à donner une vitesse initiale au fauteuil lesté de masses addition-
15 nelles et à le laisser décélérer en ligne droite. Cette décélération s'effectue dans un corridor de mesure, à la fin duquel le fauteuil est arrêté, et est mesurée à l'aide d'un accéléromètre 3D. La moyenne des décélérations dans le corridor de mesure est alors calculée et représente la décélération associée au test.

II.2.3.2 Identification et correction des erreurs de mesure

20 Vibrations du fauteuil

Des vibrations dues aux imperfections de la surface de déplacement ou aux jeux entre les différentes pièces mécaniques du FRM peuvent apparaître, notamment sur les
25 repose-pieds. Le signal présente donc des oscillations de fréquences élevées qui viennent nuire à son interprétation. Ainsi l'accéléromètre est fixé sur les masses additionnelles, car elles forment un filtre mécanique passe-bas du fait de leur forte masse et de leur
30 compacité. De plus l'accéléromètre est placé sur une mousse fine, qui limite encore les bruits de mesure.

Oscillations du fauteuil

La poussée et son brusque relâchement induisent parfois une oscillation du cadre
30 / châssis du fauteuil : oscillation avant / arrière et droite / gauche, en particulier au niveau du dossier.

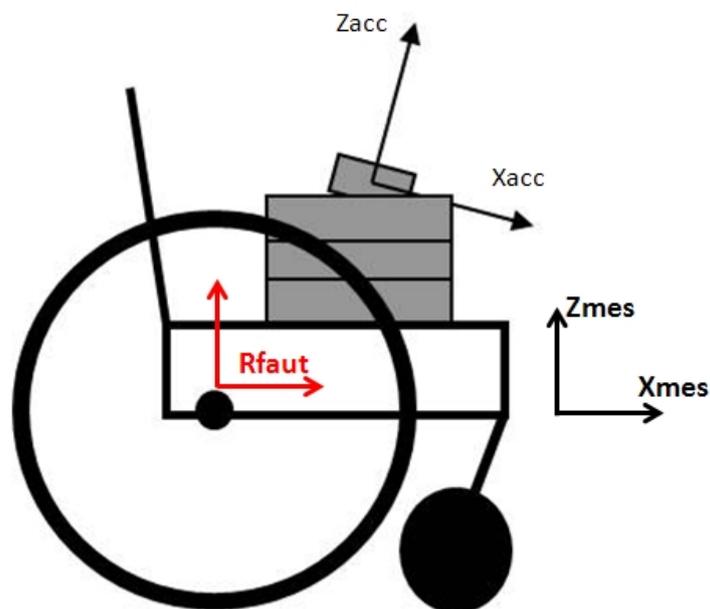
Nous avons constaté que la fixation de l'accéléromètre sur les masses additionnelles, elles-mêmes concentrées sur l'assise du FRM, permettait de limiter l'influence de ces
35 oscillations sur la mesure. Par ailleurs, en positionnant correctement l'axe x de l'accéléromètre suivant la direction du mouvement, les mesures d'accélération suivant les autres directions peuvent ne pas être prises en compte

Alignement de l'accéléromètre avec l'axe du mouvement

Idéalement, l'axe x du repère accéléromètre doit être aligné avec la direction du mouvement. Cependant, cet alignement est difficile à atteindre manuellement.

La conséquence d'un mauvais alignement pour une décélération sur sol horizontal est la prise en compte d'une partie de l'accélération gravitationnelle dans la mesure de décélération. Un défaut d'horizontalité (figure II.7) d'un degré entraîne une décélération supplémentaire de $9,8 \times \sin(1^\circ) = 0,17m/s^2$, ce qui est de l'ordre de certaines décélérations mesurées [38, 116].

FIGURE II.7 – Alignement du repère de mesure par rapport à l'accéléromètre [135]



Par contre, dans le plan horizontal, les défauts de positionnement angulaire n'ont qu'une faible influence puisqu'un défaut de dix degrés entraînera une réduction de l'accélération mesurée par l'accéléromètre de l'ordre de 1 % : $\cos(10^\circ) = 0,984$. Il est donc possible d'orienter manuellement l'axe x_{acc} de l'accéléromètre avec la direction de mouvement sans altérer fortement la mesure.

Pour pallier ces erreurs, l'acquisition est démarrée alors que le FRM est statique sur sol horizontal. Cette acquisition ne mesure que la gravité, donc nous connaissons l'orientation du vecteur gravité dans le repère accéléromètre. Nous faisons par ailleurs l'hypothèse que l'axe x de l'accéléromètre est aligné dans le plan horizontal avec la direction du mouvement, ce qui nous permet de construire le repère de mesure comme suit :

- La verticale \vec{z}_{mes} qui est l'axe du vecteur gravité
- La transversale \vec{y}_{mes} qui est le produit vectoriel de la verticale avec l'axe x_{acc} de l'accéléromètre

- L'axe \vec{x}_{mes} qui est le produit vectoriel de y_{mes} par z_{mes} .

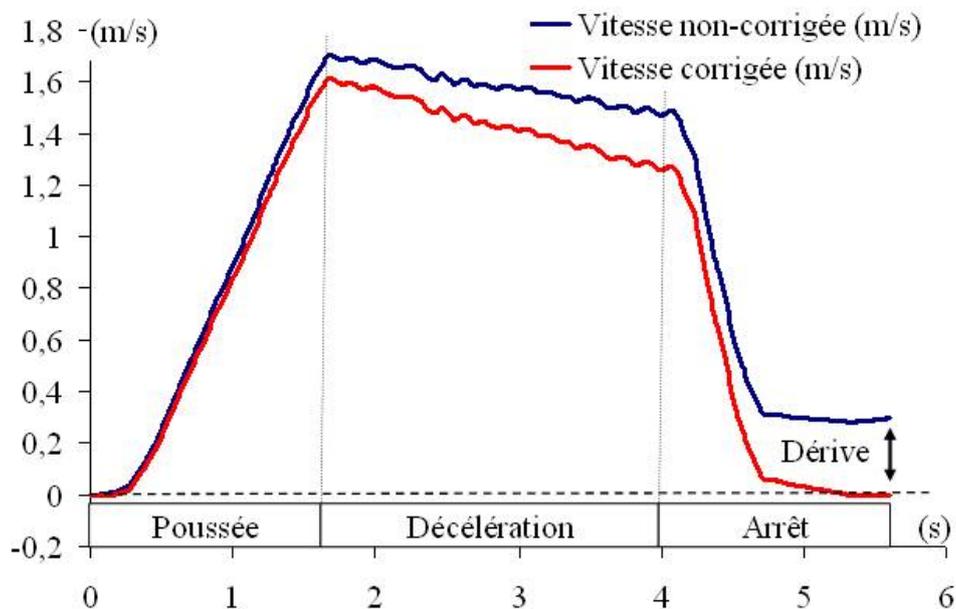
Nous pouvons ainsi établir la matrice de passage permettant de connaître les valeurs de l'accélération dans le repère de mesure (qui est aussi le repère fauteuil) à partir des données fournies par l'accéléromètre dans son repère.

5 Correction de la dérive

Le bruit de mesure ainsi qu'une mauvaise planéité du sol peuvent entraîner l'apparition d'une décélération additionnelle. En effet, lors de la création du repère de mesure, le fauteuil est censé se trouver sur un sol parfaitement plat. Les frottements statiques peuvent permettre au fauteuil de rester immobile tandis que le sol n'est pas tout à fait horizontal. En intégrant l'accélération mesurée tout au long du trajet, la vitesse instantanée du centre de gravité du fauteuil est obtenue. Cependant, la vitesse en fin de parcours, fauteuil à l'arrêt, n'est pas nulle : l'accélération additionnelle aura été intégrée tout au long du trajet.

Nous effectuerons donc une correction de la dérive de la vitesse, en soustrayant au signal d'accélération une accélération constante, dont l'intégration sur la durée du trajet sera égale à la dérive de vitesse constatée.

FIGURE II.8 – Correction de la dérive des vitesses



Ceci nécessite donc que l'acquisition se poursuive quelques instants avec le fauteuil à l'arrêt, afin que les conditions de vitesse nulle soient remplies.

Correction de l'effet d'une pente

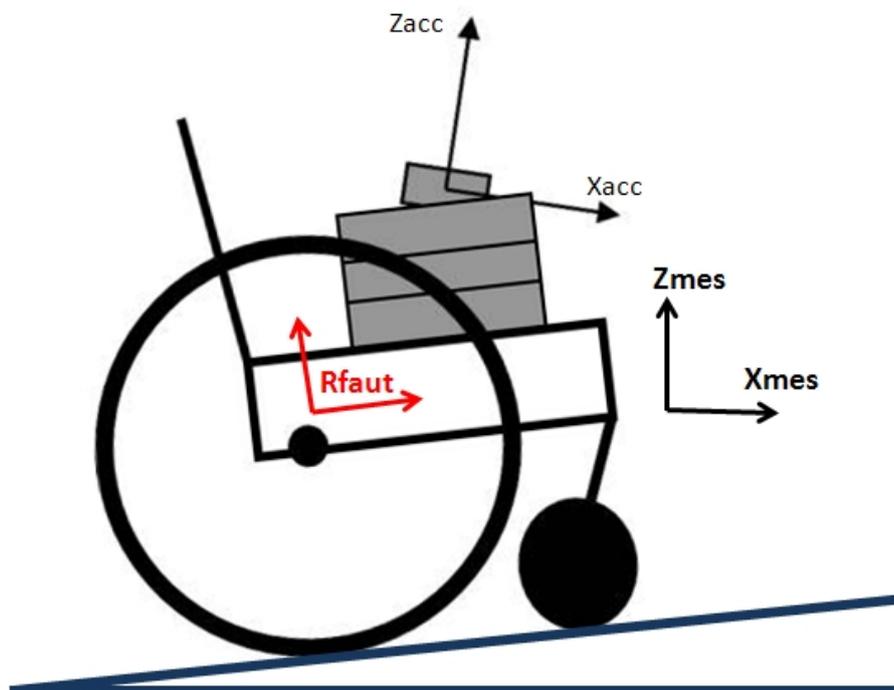
Le sol n'est jamais parfaitement plat [52, 113], aussi ses imperfections perturbent les

données. En montant une pente, le fauteuil soustrait une partie de la gravité au signal, qu'il ajoutera en descendant la pente.

Cette affirmation a été vérifiée en effectuant une série de mesures statiques sur le corridor de test tous les 10cm. Suivant l'axe x de l'accéléromètre, on observe une variation de la part de la gravité de $0,13 \text{ m/s}^2$ sur une surface qui apparaissait parfaitement plane. Par ailleurs, la différence entre les accélérations mesurées en début et à la fin du parcours était de l'ordre de 0.08 m/s^2 . Or, comme l'axe x_{mes} du repère de mesure est aligné avec l'horizontale, le fait de gravir cette pente lui fera prendre en considération une partie de la gravité.

Au final, seuls les points de départ et d'arrivée du fauteuil importent : la droite reliant ces deux points pourra être considérée comme une pente que le fauteuil devra gravir (Figure II.9). Donc en effectuant le trajet dans l'autre sens, et en moyennant les deux valeurs de décélération obtenues, nous pourrons éliminer l'effet de cette pente car elle aura été gravie dans le premier cas, puis descendue lors de la deuxième mesure [27, 29, 113]. La décélération obtenue sera ainsi indépendante des déformations du sol.

FIGURE II.9 – Correction de la pente



Il est à noter que les points de départ et d'arrivée du corridor de mesure doivent être respectés strictement, pour que le chemin parcouru à l'aller soit exactement celui parcouru au retour. De ce fait, le fauteuil ne doit théoriquement pas dévier de sa trajectoire lors du mouvement, ce qui induirait par ailleurs un mouvement de rotation en plus de la translation. Le couloir de mesure doit donc avoir une certaine largeur, et le test sera éliminé si le fauteuil sort de ce chemin. Des expérimentations nous ont permis

de considérer acceptable un couloir d'une largeur de 1,5m [113].

Pour favoriser le mouvement en ligne droite, certains auteurs [20] bloquent les fourches avant en rotation afin que de forcer le fauteuil à suivre la ligne droite. Nous considérons que cette technique pourrait induire un pincement dans les roues, car nous ne sommes
5 jamais sûrs que les roues soient parfaitement alignées. Les fourches sont donc laissées libres en rotation dans tous nos tests.

II.2.3.3 Protocole de mesure

Pour chaque condition de chargement du FRM, la décélération est obtenue à partir d'une série de tests de décélération, décrite ci-dessous :

10 Préparation du matériel

Afin d'effectuer ce test, le fauteuil est chargé de masses additionnelles, concentrées sur le siège et fixées. La répartition des charges avant/arrière est contrôlée à l'aide d'une balance (résolution : 0,05 kg). La gravité n'est pas mesurée, mais estimée à $9,81 \text{ m/s}^2$.

Les rayons des roues sont mesurés à l'aide d'un pied à coulisse.

15 Un accéléromètre 3D (Beanscape AX-3D, France, sensibilité : $\pm 2g$) sans fil est fixé sur les masses au-dessus d'une fine mousse. Les mesures s'effectuent à 100 Hz [135]. Une attention particulière est prise pour aligner l'axe x de l'accéléromètre avec la direction d'avance \vec{x} du fauteuil (voir repère fauteuil annexe B).

FIGURE II.10 – Photo du fauteuil équipé pour le test de décélération



20 Les positions de départ de poussée et d'arrêt (où se font les acquisitions statiques de correction d'alignement et de dérive), ainsi que le couloir de mesure sont marquées sur le sol. Des espaces supplémentaires sont prévus avant et après le corridor, ce qui

permet que les phases de poussée et d'arrêt se fassent hors du corridor de mesure (voir paragraphe suivant pour la description de ces phases).

Exécution du test de décélération

Une fois le matériel en place, les étapes suivantes doivent être respectées :

- 5 1. Mise en place du fauteuil : Le fauteuil est placé en position de départ.
2. Acquisition statique : L'acquisition est ensuite démarrée, sans que l'expérimentateur ne touche le fauteuil. Cette phase dure 2s avec le FRM statique.
3. Phase de poussée : Le fauteuil est poussé par l'expérimentateur de manière à ce que la poussée s'arrête lorsque les roues arrière franchissent le corridor de mesure.
10 La poussée doit cependant être franche pour que l'accélération due à la poussée soit visible sur le signal. Le fauteuil doit avoir une vitesse comprise entre 0,4 et 1 m/s lors de cette poussée.
4. Phase de décélération libre : L'expérimentateur ne touche plus le fauteuil afin que la décélération puisse être déterminée.
- 15 5. Phase d'arrêt : L'expérimentateur commence à stopper le fauteuil lorsque la roue avant passe la ligne marquant la fin du couloir de mesure et fait en sorte que le fauteuil soit stoppé sur la ligne d'arrêt. Comme pour la poussée, l'arrêt doit aussi être franc, afin que la décélération d'arrêt du fauteuil soit repérable sur le signal d'accélération mesuré.
- 20 6. Acquisition statique finale : L'acquisition est stoppée 2 s après que le FRM soit complètement stoppé afin de permettre de corriger la dérive de vitesse.
7. allers-retours : Les étapes précédentes (1 à 6) sont répétées, mais en inversant la direction du test : les positions de début et d'arrêt du fauteuil sont inversées mais le couloir de mesure reste inchangé. Ceci permet la correction de la pente
25 de la surface de mesure : la valeur de décélération retenue sera la moyenne des décélérations mesurées à l'aller et au retour.
8. Série d'allers-retour : Afin de réduire l'intervalle de confiance sur les données, 10 allers-retours sont effectués pour chaque série de test.

Traitement des signaux

30 Le traitement des signaux suit lui aussi plusieurs étapes, afin de déterminer la valeur de décélération pour l'ensemble d'une série de tests.

1. Pour chaque essai, les moyennes des accélérations $A_{Xacc}, A_{Yacc}, A_{Zacc}$ pendant la première phase statique sont utilisées pour le calcul du repère de mesure, dans lequel l'accélération est exprimée ($A_{Xmes}, A_{Ymes}, A_{Zmes}$). A partir de ce moment, les
35 seules données utilisées sont celles de l'accélération suivant l'axe du mouvement A_{Xmes} .

2. Le début et la fin du mouvement sont repérés manuellement sur le signal d'accélération A_{Xmes} .
3. Le signal est ensuite intégré au premier ordre entre les instants de début et de fin de mouvement, afin d'obtenir le profil de vitesses. La dérive de vitesse est alors déterminée : elle correspond à la vitesse à la fin du mouvement. Cette vitesse est divisée par la durée du mouvement pour obtenir une accélération moyenne A_{deriv} . Cette accélération est alors soustraite au signal A_{Xmes} pour toute la phase de mouvement du fauteuil. Nous obtenons à ce stade une accélération corrigée A_{Xcorr} .
4. Le début et la fin de la décélération libre sont repérés manuellement sur la courbe de décélération A_{Xcorr} (figure II.8). L'accélération moyenne dans cet intervalle est calculée et représente l'accélération Aller du test.
5. Les mêmes étapes sont répétées pour traiter les données acquises lors du retour et les accélérations Aller et Retour sont moyennées pour obtenir la valeur de décélération du test A_{test} .
6. Sur l'ensemble des tests d'une série, les valeurs aberrantes sont identifiées par la méthode de Tuckey [85] et rejetées. L'accélération de la série est alors calculée en moyennant les accélérations des tests de décélération conservés. La répartition normale des tests est vérifiée par test de Shapiro-Wilk ($p=0.05$) et l'intervalle de confiance à 95 % est aussi défini grâce à ces 10 valeurs en utilisant la loi de Student :

$$I_{95\%} = Acc_{moy} \pm t_{95\%}^{n-1} \frac{S_{n-1}}{\sqrt{n}},$$

où

- $I_{95\%}$ est l'intervalle de confiance sur la mesure,
- Acc_{moy} est l'accélération moyenne des 10 tests,
- n est le nombre de tests effectués (ici : $n = 10$),
- $t_{95\%}^{n-1}$ est le quantile de Student pour la valeur $n - 1$ (Si $n=10$, alors $t_{95\%}^{n-1} = 1,83$)
- S_{n-1} est la variance empirique $S_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (acc_i - \bar{acc})^2}$, ($S_{n-1}=1.33$ pour $n=10$)

II.2.3.4 Obtention des résistances au roulement avant et arrière

Dans la section précédente, nous avons vu comment obtenir la décélération correspondant à une configuration fauteuil donnée (Choix du fauteuil et des roues, masse, répartition de masse, type de sol). Pour caractériser les paramètres de résistance au roulement avant et arrière pour un FRM donné sur un sol donné, des mesures de décélération sont effectuées pour plusieurs répartitions de poids afin d'obtenir le système d'équation suivant, en considérant que les rayons des roues et les paramètres de résistance au roulement λ_i sont indépendants des conditions de chargement du FRM :

$$\begin{bmatrix} P_{f1} & P_{r1} \\ P_{f2} & P_{r2} \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_f/r_f \\ \lambda_r/r_r \end{bmatrix} = -1/g * \begin{bmatrix} \gamma_{G1} \\ \gamma_{G2} \\ \dots \end{bmatrix} \quad (\text{II.2.14})$$

$$\Leftrightarrow [M_D] \cdot [M_{RR}] = -1/g * [M_\gamma]$$

Où

- La matrice $[M_D]$ représente les distributions de poids avant et arrière de chaque condition de charge.
- $[M_{RR}]$ est la matrice inconnue des facteurs de résistance au roulement λ_f/r_f et λ_r/r_r .
- $[M_\gamma]$ est la matrices des accélérations obtenues pour chaque condition de charge.

Ce système peut être résolu avec un minimum de deux équations (i.e. deux conditions de charge différentes) et à condition que le déterminant de $[M_D]^T \cdot [M_D]$ ne soit pas nul, c'est à dire que cette matrice soit inversible. La solution est alors donnée par la formule :

$$[M_{RR}] = -1/g ([M_D]^T \cdot [M_D])^{-1} \cdot [M_D]^T \cdot [M_\gamma] \quad (\text{II.2.15})$$

Pour vérifier que la matrice est inversible, elle doit être bien conditionnée, ce qui signifie qu'une perturbation aléatoire (des distributions de masse ou des accélérations) ne doit pas influencer fortement les résultats [13]. En pratique, lorsque l'expérimentateur choisit des conditions de chargement suffisamment différentes, cette matrice est inversible.

De plus, si les inconnues sont au nombre de deux (c'est à dire si λ_f/r_f et λ_r/r_r sont considérés comme constants), seules deux conditions de tests sont à priori nécessaires pour déterminer ces inconnues. Cependant, avec un système surabondant, les résultats deviendront moins sensibles aux erreurs car la solution sera une régression des moindres carrés. Dans la plupart de nos tests, 4 conditions de chargement ont été utilisées, avec deux masses et deux répartitions de poids par masse. Une fois le système résolu, la matrice $[M_{RR}]$ des facteurs de résistances au roulements est connue ; il faut alors multiplier chacun des facteurs par le rayon de la roue concernée pour obtenir les paramètres de résistance au roulement λ_f et λ_r .

Comme les valeurs obtenues pour la décélération sont données avec leurs intervalles de confiance, nous pouvons quantifier l'impact de cette imprécision sur le calcul des facteurs de résistance au roulement. Pour cela une simulation de Monte Carlo est effectuée [70]. Pour ce faire, le système (II.2.15) est résolu 10 000 fois, en introduisant à chaque étape un bruit aléatoire au niveau des accélérations, qui varie dans leurs intervalles de confiance. La précision de l'estimation des paramètres de résistance au roulement avant et arrière λ_f et λ_r est ainsi estimée par les écarts types issus des 10 000 calculs.

II.2.4 Validation de la méthode de mesure

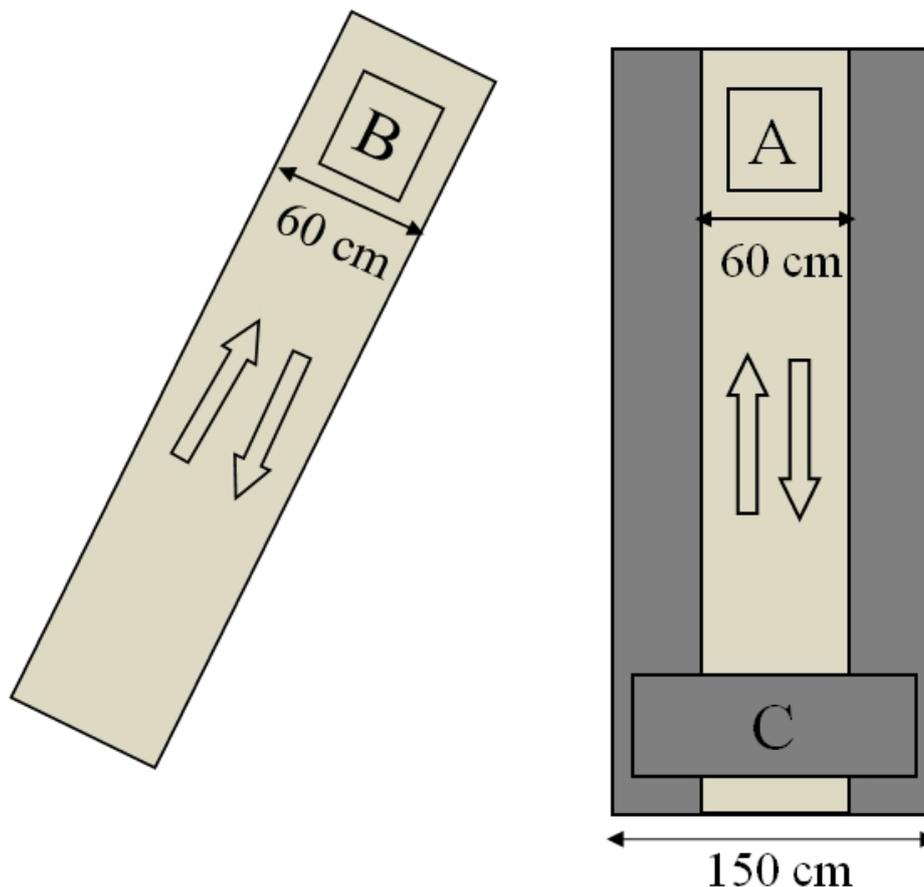
L'objectif de cette partie est de valider la non influence du choix du lieu de mesure sur les résultats, et de savoir si un contrôle très strict des positions de roues ou de la largeur du couloir de mesure est absolument nécessaire.

5 II.2.4.1 Matériel et méthodes

Un fauteuil roulant (Kushall Champion carbone, Invacare, dans sa configuration de vente) a été utilisé pour cette expérience, ses pneus ont été gonflés à la pression recommandée de 6 bars (87psi). Ses roues étaient de rayon 29cm pour les roues arrière et de 6 cm pour les roues avant.

10 Trois corridors de 6m de long et sur une surface en béton lisse (béton recouvert de peinture laquée) ont été définis pour ce test (figure II.11) : les deux premiers "A" et "B" avaient une largeur de 60cm, le dernier, "C", était superposé au corridor A, mais avait une largeur de 1,5m. Les trois corridors étant tracés sur la même surface, les paramètres de résistance au roulement des roues du fauteuil ne devaient pas varier
15 entre ces corridors.

FIGURE II.11 – Corridors utilisés pour la validation de la méthode



Pour tester l'influence du corridor, quatre séries de tests de décélération (S1A, S2A,

S1B, S2B) ont d'abord été effectuées dans les corridors A et B en suivant le protocole de mesure décrit précédemment et en contrôlant strictement l'angulation des roues (table II.2). Lors des deux premières séries, le fauteuil était chargé de masses additionnelles, pour une masse totale de 75,10 kg , dont 29 % était supportés par la roue avant. La première série a été effectuée sur le corridor A (série S1A), la deuxième sur le corridor B (série S1B). Lors des deux séries suivantes (Séries S2A et S2B), la masse additionnelle a été conservée, mais la répartition antéropostérieure de la charge a été modifiée à 64 % sur les roues avant. Pour chaque série de tests, la normalité de l'échantillon a été testée, puis les séries S1A et S1B ont été comparées en utilisant les t-tests de Student, de même que les séries S2A et S2B, afin de vérifier si le choix de l'emplacement du corridor avait une influence sur les décélérations mesurées.

Test de validation du modèle

Afin de déterminer les facteurs de résistance au roulement avant et arrière, deux autres séries ont été réalisées en contrôlant strictement l'angulation des roues sur le corridor A (séries S3 et S4 Table II.2) avec des masses et répartitions différentes. Les résultats issus des quatre séries de tests (S1, S2, S3 et S4) sur corridor A ont alors permis de calculer les facteurs de résistance au roulement avant et arrière en utilisant la méthode décrite en section II.2.3.4.

Puis, trois séries de nouveaux tests sur corridor A ont été effectués en variant à nouveau les masses et leur répartition (séries S5A, S6A et S7A, Table II.2). Pour ces trois séries, les accélérations théoriques ont été contrôlées à partir de la formule (II.2.12) et en utilisant les facteurs de résistance au roulement, calculés précédemment. Les résultats ont alors été comparés aux accélérations mesurées sur le terrain pour les séries S5A, S6A et S7A.

Enfin, afin de vérifier la nécessité de contrôler strictement la trajectoire et l'angulation de la roue (qui sont relativement lourds à mettre en œuvre), des tests en conditions moins strictes ont été effectués. Il a alors été choisi un corridor plus large (corridor C) et une absence de contrôle de l'angulation de roues. Ainsi, les conditions de chargement du fauteuil des séries S1, S2 et S5 ont été reproduites sur le corridor C (séries S1C, S2C et S5C, tableau II.2).

II.2.4.2 Résultats

La table II.2 a été complétée avec les résultats de décélération et d'intervalles de confiance sur cette décélération. Deux valeurs atypiques (ou *outliers*) ont été rejetées pour les séries S1A et S2B.

Les décélérations sur l'ensemble des séries variaient entre $0,045 \text{ m/s}^2$ et $0,076 \text{ m/s}^2$. Par ailleurs, pour quatre des séries (S1A, S2A, S2B et S7A), des différences signifi-

TABLE II.2 – Décélérations obtenues pour des séries de tests effectuées sur divers corridors et divers chargements de FRM

Série	Nb d'aller-retour valides	Masse totale (kg)	% charge sur roues avant	Corridor	Décélération de la série(±ET) (*10 ⁻² m/s ²)	Intervalle de confiance à 95% (*10 ⁻² m/s ²)
S _{1A}	9	75,10	29%	A	4,8 (±0,3)	0,4
S _{1B}	10	75,10	29%	B	4,5 (±0,4)	0,5
S _{2A}	10	75,10	64%	A	6,7 (±0,4)	0,4
S _{2B}	9	75,10	64%	B	6,8 (±0,3)	0,4
S _{3A}	10	99,10	22%	A	4,0 (±0,2)	0,3
S _{4A}	10	90,10	69%	A	7,6 (±0,3)	0,4
S _{5A}	10	75,10	50%	A	5,4 (±0,3)	0,4
S _{6A}	10	58,15	37%	A	4,6 (±0,3)	0,4
S _{7A}	10	58,60	51%	A	5,8 (±0,3)	0,3

tives ont été trouvées entre les décélérations aller et les décélérations retour, avec des différences entre décélération aller et décélération retour allant de 0,006 à 0,012 m/s^2 (S1A et S2B) et des t-tests de Student compris entre 2,2 et 5,74. L'intervalle de confiance sur les décélérations allait de 0,003 à 0,005 m/s^2 , ce qui représente de 6 à 11 % de la valeur nominale. En multipliant les valeurs de décélération par les masses, les forces de résistance au roulement obtenues allaient de 2,7 N (Série S6A) à 6,9 N (Série S4A).

Ensuite, les variations de décélérations observées pour une même configuration de fauteuil évoluant sur les corridors A et B étaient de 0,003 m/s^2 entre les séries S1A et S1B et de 0,001 m/s^2 entre les séries S2 et S2B. Ces différences n'étaient cependant pas significatives, avec des scores de t-tests respectifs de 1,42 et 0,49.

D'autre part, les facteurs de résistance au roulement obtenus pour le fauteuil testé d'après les séries S1A, S2A, S3A et S4A et leur intervalle de confiance étaient ($\times 10^{-3}$) :

$$\frac{\lambda_f}{r_f}(\pm IC) = 9,8(\pm 1,1) \text{ et } \frac{\lambda_r}{r_r}(\pm IC) = 2,6(\pm 0,8).$$

Ceci signifie des paramètre de résistance au roulement de ($\times 10^{-3}$) :

$$\lambda_f(\pm IC) = 0,6(\pm 0,03) \text{ et } \lambda_r(\pm IC) = 0,8(\pm 0,1).$$

Le calcul des décélérations des séries S5A, S6A et S7A, à partir des informations de répartition de charge et des paramètres de résistance au roulement, a donné des décélérations de 0,061 m/s^2 ($\pm 0,009$) pour la série S5A, 0,052 m/s^2 ($\pm 0,009$) pour la série S6A et 0,062 m/s^2 ($\pm 0,009$) pour la série S7A. Les différences entre les valeurs théoriques de décélération et les valeurs mesurées étaient respectivement de 0,007 m/s^2 , 0,006

m/s^2 et $0,004 m/s^2$, et étaient dans les intervalles de confiance des valeurs théoriques calculées.

Enfin, la comparaison entre les résultats des séries S1, S2 et S3, effectuées en conditions strictes (sur corridor A) et moins strictes (sur corridor C) n'ont pas montré de différences significatives.

II.2.4.3 Discussion

Les décélérations et forces de résistances au roulement estimées dans cette étude étaient en accord avec celles rencontrées dans la littérature [27, 28, 11, 29, 38, 116]. Cependant, l'utilisation de la force de résistance au roulement globale du fauteuil pour caractériser celui-ci doit être employée avec précaution, car cette force dépend en grande partie de la répartition de charge avant/arrière [38].

Cette étude met par ailleurs en avant l'influence majeure de la répartition antéro-postérieure de charge sur la résistance au roulement, en montrant par exemple une augmentation de 52 % de la décélération (et donc de la force de résistance au roulement) quand la charge sur la roue avant variait entre 29 % (S1A) et 64 % (S2A), malgré le fait que la masse totale restait inchangée. Ces résultats étaient en accord avec ceux trouvés précédemment par de saint Rémy et Sauret [38, 115, 116]

Les résultats ont par ailleurs montré une bonne reproductibilité des tests lorsqu'ils étaient conduits dans un seul sens, mais montrait des différences entre les allers et les retours. Ceci souligne l'importance des déformations du sol sur les résultats et la nécessiter d'effectuer une procédure d'allers-retours. Grâce à cette technique, la procédure s'est révélée suffisamment robuste pour conduire des expériences sur le même sol mais selon des couloirs d'expérimentations différents. De plus les différences constatées entre les décélérations aller des corridors A et B, de même qu'entre les décélérations retour traduisent que ces deux corridors n'avaient pas la même pente. Cette méthode a permis de s'affranchir des erreurs dus à la pente et permet ainsi la comparaison des propriétés de résistance au roulement des roues de fauteuil sur différents sols (béton, moquette, etc.).

A notre connaissance, les facteurs et paramètres de résistance au roulement ont été calculés une seule fois auparavant [115, 116]. Les valeurs obtenues dans cette étude sont plus faibles, mais peuvent être expliquées par le choix de dureté de terrain et de roues (sol béton vs piste d'athlétisme).

Par ailleurs, les décélérations du fauteuil chargé ont pu être prédites pour les séries S5A, S6A et S7A et se sont montrées en accord avec les valeurs mesurées, ce qui montre la validité du modèle proposé.

Les facteurs de résistance au roulement des roues avant se sont montrés près de quatre fois plus élevés que ceux des roues arrière, ce qui est en accord avec le phénomène

d'augmentation de la résistance au roulement globale du fauteuil lorsqu'on charge les roues avant. En effet à la vue du modèle mécanique, les rayons des roues avant étaient cinq fois plus faibles que ceux des roues arrière, alors que leurs paramètres de résistance au roulement étaient sensiblement égaux. Ainsi, le facteur de résistance au roulement - qui est le ratio du paramètre de résistance au roulement par le rayon - était beaucoup plus élevé pour les roues avant.

Ceci nous donne des indications quant à la géométrie du fauteuil à privilégier pour la résistance au roulement et diminuer ainsi la fatigue du joueur. Pour cela, le poids doit être déporté au maximum sur les roues arrière, et le rayon des roues avant doit être maximisé. Les matériaux des roues avant et arrière doivent aussi être choisis de manière à obtenir des paramètres de résistance au roulement très limités.

De plus, des intervalles de confiance ont pu être associés aux facteurs de résistance au roulement des roues avant et arrière et représentaient respectivement 6 et 15 % des valeurs de résistance au roulement des roues arrière et avant. Cet intervalle de confiance doit être pris en compte lorsque deux roues différentes seront comparées : si leurs intervalles de confiance se chevauchent, il ne sera alors pas possible d'affirmer que les valeurs de résistance au roulement de l'une seront inférieures à celles de l'autre.

II.2.4.4 Conclusion

Cette étude complète le travail effectué lors de recherches précédentes [27, 38, 115, 116] et prouve l'intérêt et la fiabilité de cette méthode pour déterminer les effets du sol et du choix des roues avant et arrière sur la décélération du fauteuil roulant et la force de résistance au roulement.

Des préconisations quant aux choix géométriques du fauteuil ont pu être avancées pour limiter les pertes énergétiques dans les résistances au roulement, comme le fait de décharger les roues avant au profit des roues arrière, d'augmenter le rayon des roues avant, de choisir un paramètre de résistance au roulement faible pour ces deux roues.

La modélisation et le protocole mis en place ont permis de déterminer les facteurs et paramètres de résistance au roulement avec une précision acceptable, ce qui permettra d'utiliser cette méthode pour créer une base de données de propriétés de résistance au roulement de différentes roues et roulettes sur différents sols, initiée par Frank [52]. Elle pourra entre autres permettre de définir quel choix de roues et roulettes est le plus adapté à tel ou tel type de terrain, du point de vue de la perte d'énergie dans la résistance au roulement.

II.2.5 Influence du type de roues, de roulettes et du sol

L'objectif de la section suivante est de déterminer les paramètres et facteurs de résistance au roulement des types de roues du marché sur différents types de sol. Ainsi,

en fonction du sol rencontré, certaines roues et roulettes pourront être préconisées pour limiter la résistance au roulement du fauteuil.

II.2.5.1 Matériels et méthodes

Protocole

5 Pour déterminer les propriétés de résistance au roulement de différents types de roues, il a été fait appel au parc de fauteuils roulants du CERAH, qui comporte plusieurs dizaines de fauteuils roulants manuels correctement équipés et réglés et dont les roues diffèrent. Nous avons fait ce choix plutôt que d'équiper un même fauteuil des différentes roues à tester car même si cette méthode permet de conserver une même
10 résistance aérodynamique pour tous les tests, il n'est pas possible de trouver un fauteuil suffisamment modulable pour pouvoir accepter tous les types de roues.

Les sols rencontrés, que ce soit dans la vie quotidienne et dans la pratique sportive tennis fauteuil, peuvent être grossièrement répartis entre sols durs et sols déformables. Dans cette étude nous avons considéré qu'un sol de béton lissé correspondait à la pre-
15 mière catégorie, qu'il était donc particulièrement "roulant" tandis qu'un sol moquette représentait plutôt le pire en terme de résistance au roulement. [52, 64, 130]. En considérant que la majorité des sols rencontrés par les utilisateurs se situent entre ces deux extrêmes, il est possible d'exécuter des tests de résistance au roulement sur ces deux
20 sols afin de déterminer les limites basse et haute de résistance au roulement des différentes roues. Les fauteuils ont donc été testés sur ces deux types de sol : un sol de béton lisse et un sol moquette (mailles de 5.4 mm, déroulé sur le sol béton).

Pour chaque fauteuil et chaque type de sol, deux masses et deux répartitions de charges ont été utilisées, soit quatre séries de tests de décélération comme décrits dans le protocole précédent. Ces tests ont été exécutés sur un corridor de 1,5m de large (mais
25 en essayant de rester dans un corridor de 60cm), sans contrôle strict de la position des roues, ce qui a permis de conserver une bonne précision sans pénaliser trop fortement le temps d'expérimentation. Au final, 2 répartitions \times 2 masses \times 10 allers-retours \times 2 sols = 80 tests de décélération ont été effectués pour chaque fauteuil.

Trente-trois fauteuils ont été testés selon le protocole décrit précédemment. Les pres-
30 sions de gonflage choisies ont été celles recommandées pour chaque type de pneu, se répartissant entre 3 et 6 bars. L'alignement des roues était effectué par des experts de ces réglages afin de minimiser l'effet du pincement des roues arrière. Les vitesses de début de phase de décélération du fauteuil ont varié entre 1,5 et 2,5 m/s.

Pour chaque fauteuil, les paramètres et facteurs de résistance au roulement (consi-
35 dérés comme constants) ont été calculés à partir des quatre séries de tests à charge et répartition différentes.

Analyse des données

L'analyse par type de grandes roues et de roulettes a été effectuée en groupant les roues par grandes catégories, ce qui a été effectué par un spécialiste en réhabilitation. Les roulettes ont été réparties entre soft roll, roulettes standard et roulettes de roller. Les roues pneumatiques ont été réparties en trois groupes selon leur pression et un autre groupe a été ajouté pour les roues pleines.

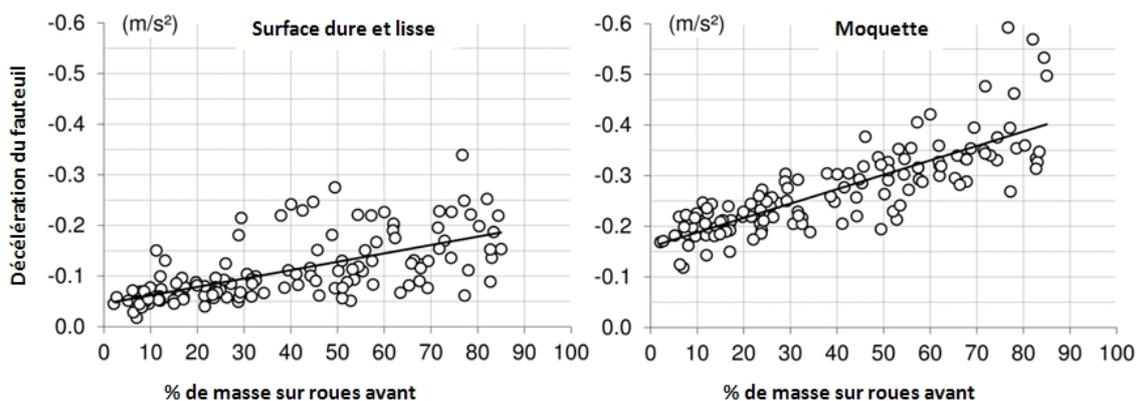
Une analyse statistique a été effectuée pour vérifier si des différences significatives apparaissaient entre les groupes de roues sur sols différents. Du fait de la faible taille des groupes (de 3 à 20), des tests non paramétriques ont été utilisés (Kruskal-Wallis ou Mann-Whitney [81, 94] pour comparer les roues et des tests de Wilcoxon pour les types de sols).

II.2.5.2 Résultats

Décélérations et forces de résistance au roulement

L'augmentation de la décélération avec la masse sur les roulettes avant a été observée (Voir figure II.12), phénomène plus marqué sur la moquette que sur le béton lisse. Les forces de résistance au roulement du fauteuil s'échelonnaient de -3 à -32 N sur béton lisse et de -11 à -62 N sur moquette. Ceci correspondait à des puissances perdues pour un utilisateur se déplaçant à vitesse de confort de 1m/s de 3 à 62 W.

FIGURE II.12 – Tests de décélération des différents fauteuils



Différences entre catégories de roues

Les paramètres de résistance au roulement étaient significativement plus élevés sur moquette que sur béton lisse, quel que soit le type de roulette (voir figure II.13). Ces statistiques n'ont pu être montrées pour les grandes roues, dont certaines catégories ne contenaient que très peu d'échantillons (Ex : pneumatiques 43.5 psi, tableau II.3).

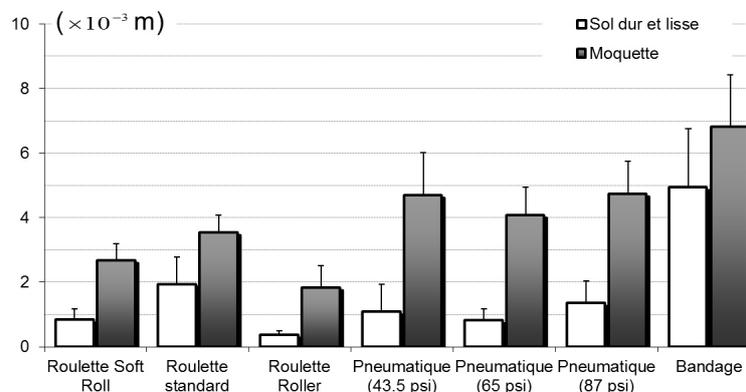
Les paramètres de résistance au roulement étaient significativement différents entre les deux surfaces pour tous les types de roues. Les roulettes de type roller avaient les

TABLE II.3 – Types de roues testées

Types	Nb de roues testées	rayon (cm)
Roulettes « soft roll » (FW)	8	7.1 (± 1.1)
Roulettes standard	19	7.9 (± 1.9)
Roulettes « roller »	6	4.0 (± 0.5)
Pneus à bandes	5	29.6 (± 1.6)
Pneumatiques 43.5 psi	3	30.6 (± 0.9)
Pneumatiques 72.5 psi	5	30.8 (± 0.3)
Pneumatiques 87 psi	20	30.0 (± 0.5)

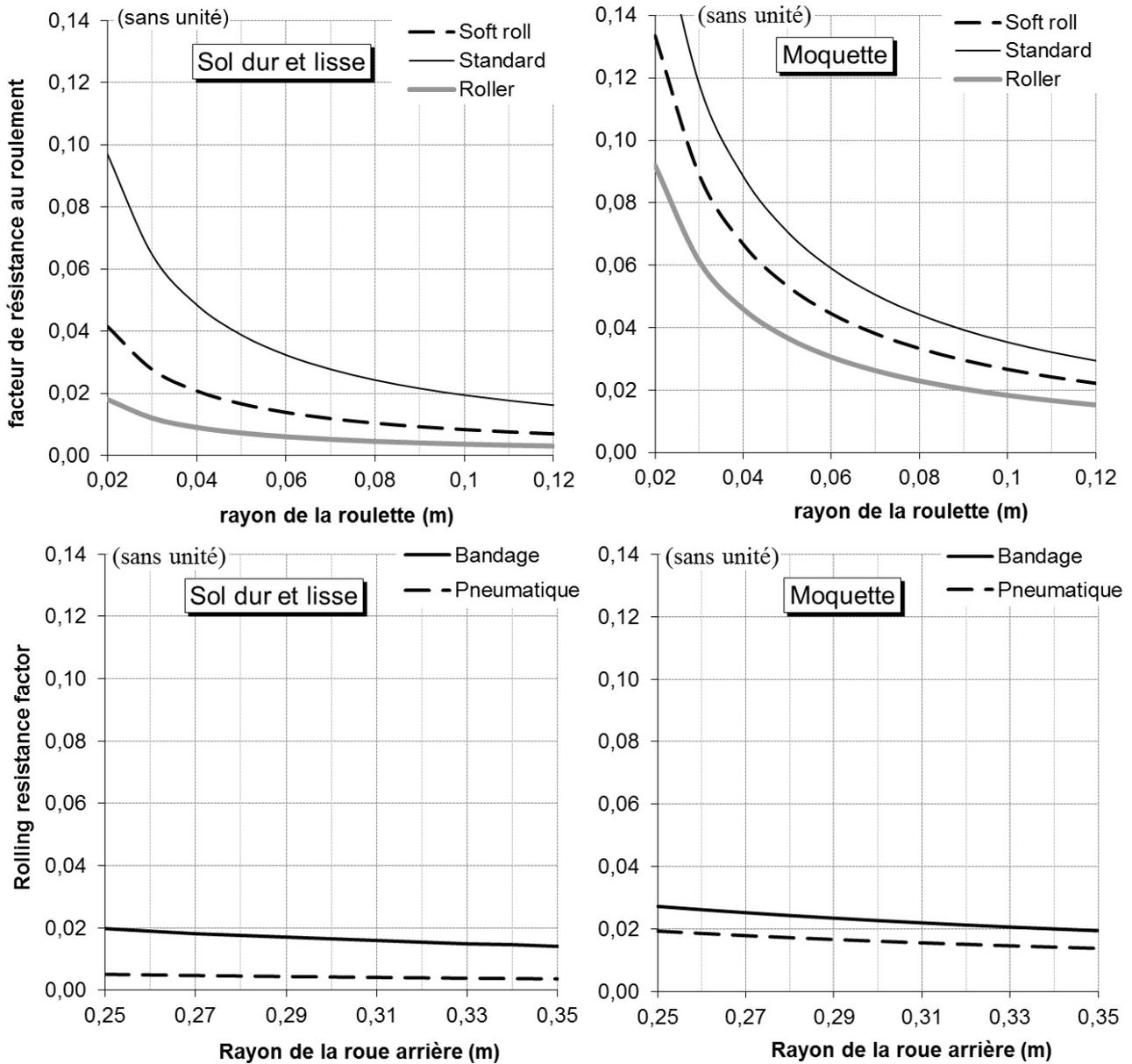
plus faible paramètre de résistance au roulement, suivies par les soft rolls, puis par les roulettes standard. Des grandes roues, seules les roues pleines avaient des paramètres significativement différents des deux autres.

FIGURE II.13 – Paramètres de résistance au roulement par catégorie de roue et par type de sol



En fonction des paramètres de résistance au roulement, les facteurs de résistance au roulement des différentes roues ont pu être calculés. Les courbes montrant l'évolution des facteurs de résistance au roulement des différentes catégories de roues, en fonction du type de sol et du rayon de roue, sont visibles en figure II.14. Le facteur de résistance au roulement roues pneumatiques (roues arrières) évolue peu dans l'intervalle de variation de leur diamètre et reste systématiquement inférieur à celui des autres types des roues et roulettes. Le facteur de résistance au roulement des trois types de roulettes décroît avec le rayon de la roulette, de manière plus prononcée sur moquette que sur sol dur et lisse. Entre les trois types de roulettes, les types roller ont des facteurs de résistance au roulement plus faibles à rayon équivalent, suivis par les roulettes de type "soft rolls" puis celles de type "standard" en dernier.

FIGURE II.14 – Evolution des facteurs de résistance au roulement de la roue avec le rayon et par type



II.2.5.3 Discussion

Les décélérations et forces de résistance au roulement observées étaient en accord avec les données rencontrées dans la littérature sur sol dur et lisse [38, 27]. Elles étaient plus élevées que celles observées sur moquette peu épaisse [111] mais proches de celles
 5 relatées sur piste d'athlétisme. [115, 111, 36]. L'accroissement de la résistance au roulement globale du fauteuil a été observé pour tous les fauteuils quand les roues avant étaient plus chargées, comme vu à la section précédente.

Pour tous les types de roues, la moquette augmentait la résistance au roulement par rapport au sol béton lisse, en accord avec la littérature [78, 52]. Ceci est explicable par
 10 la déformabilité des sols moquette, qui dissipent alors plus d'énergie. Les résistances

au roulement rencontrées sur moquette seraient à rapprocher de celles rencontrées par exemple sur terre battue par les joueurs de tennis (de type Roland Garros par exemple). Sur cette surface, le facteur de résistance au roulement augmente fortement pour les rayons inférieurs à 4cm, donc des rayons de roues avant supérieurs à cette valeur pourraient être conseillés pour les surfaces déformables.

De manière étonnante, les pneus soft rolls présentaient des propriétés de résistance au roulement proches des roues roller même si elles sont beaucoup moins dures : ceci pourrait être expliqué par des propriétés d'élasticité du matériau, qui se déforme mais avec peu de pertes d'énergie. Par ailleurs, les roues soft rolls sont souvent vendues dans le commerce en diamètre plus élevé que les roues de type roller. Les premières se trouvent fréquemment en rayon 40mm à 60 mm alors que les secondes se rencontrent plus facilement en diamètre 20 à 40mm. Selon nos résultats (figure II.14), ces deux roues auraient des facteurs de résistance au roulement comparables sur sol dur et lisse, par contre les soft roll seraient plus intéressantes sur moquettes du fait de leur grand diamètre. Les soft rolls se trouvent aussi en configuration large, ce qui a priori permettrait moins de déformation dans les sols déformables.

Les faibles différences entre les grandes roues à différentes pressions et la taille des échantillons ne nous ont pas permis d'évaluer l'impact de la pression sur la résistance au roulement. Par contre, les pneus pleins sont clairement à proscrire en usage sport de haut niveau : les terrains sont suffisamment propres pour que le risque de crever soit très faible et leur résistance au roulement est vraiment au-dessus de celle des pneumatiques. Par la suite, d'autres expériences pourront cependant être conduites avec le même pneu pour déterminer cette influence.

L'augmentation de la résistance au roulement avec le carrossage [66, 12] n'a pas pu être montrée, car les roues carrossées étaient toutes de même type (forte pression). Il ne pourra être testé qu'avec un dispositif d'ajustement de carrossage [46, 47, 66, 12].

Enfin, même si de plus grands paramètres de résistance au roulement ont été mesurés pour les roues arrière par rapport aux roulettes, elles ont en règle générale des rayons 4 à 5 fois plus élevés, qui font que leurs facteurs de résistance au roulement sont presque systématiquement plus faibles.

II.2.6 Travaux complémentaires

II.2.6.1 Influence du poids sur le paramètre de résistance au roulement

Objectif

Précédemment et dans la littérature, l'évolution des paramètres de résistance au roulement en fonction de la charge appliquée était considérée suffisamment faible pour être négligée. Or nos expériences, en particulier le fait d'effectuer 4 tests avec des répartitions de charges différentes, nous permettent d'estimer les variations des paramètres de

résistance au roulement en fonction de la charge. En effet, considérer que le paramètre de résistance au roulement d'un roue λ varie (linéairement) en fonction de la charge revient à l'exprimer sous la forme $\lambda = A + B N$, où N est la charge appliquée sur la roue, A la partie constante du paramètre et B sa partie variable. Le nombre d'inconnues dans
 5 notre système de résolution d'équation (II.2.14) devient alors de 4, ce qui est soluble avec 4 équations.

Matériel et méthodes

Pour cinq fauteuils de la base de données, les paramètres de résistance au roulement ont été calculés, premièrement en utilisant des paramètres λ avant et arrière constants,
 10 une deuxième fois en utilisant un paramètre avant dépendant du poids $\lambda_f = A_f + B_f N$ et un paramètre arrière constant, puis une dernière fois en considérant que les paramètres avant et arrière dépendent tous deux du poids $\lambda_f = A_f + B_f N$ et $\lambda_r = A_r + B_r N$. Les intervalles de confiance sur les paramètres et coefficients ont été calculés à chaque fois par simulation de Monte Carlo (voir paragraphe II.2.3.4).

15 Pour chaque modèle et chaque fauteuil, un *facteur de résistance au roulement global* K a été calculé en choisissant un pourcentage de charge sur la roue avant de 30 %, tel que $K = 0,7\lambda_f/r_f + 0,3\lambda_r/r_r$. L'intervalle de confiance sur ce facteur est la somme pondérée des intervalles de confiance des facteurs avant et arrière (en utilisant aussi les poids 0,7 et 0,3 pour les roues arrière et avant, respectivement).

20 Résultats

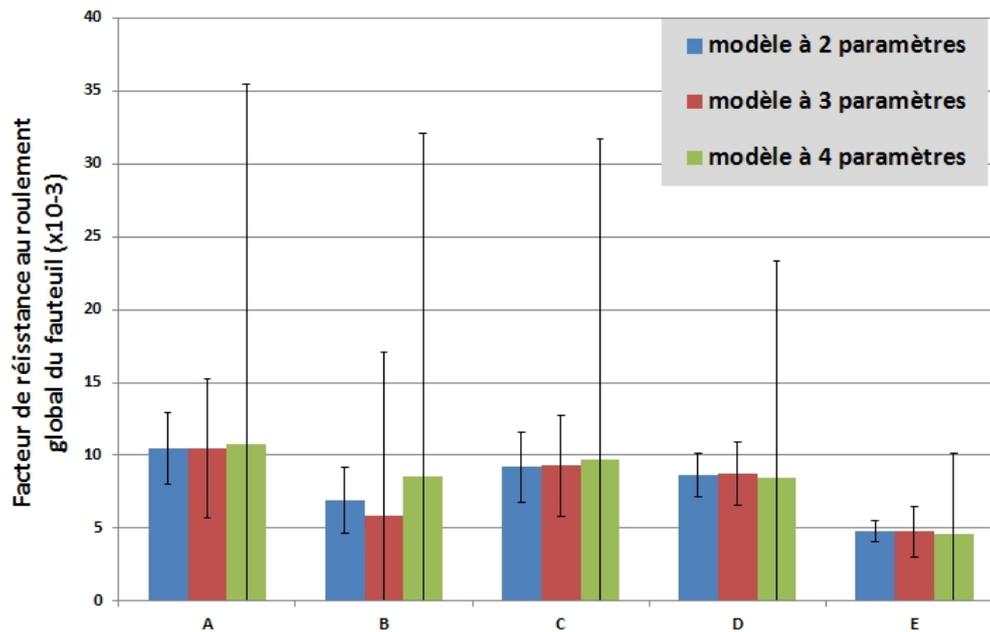
Les résultats ne montrent pas de variation significative entre les valeurs de résistance au roulement globale du fauteuil selon la méthode de calcul. Les intervalles de confiances étaient en moyenne multipliés par 3 entre les facteurs de résistance calculés avec le modèle à 2 paramètres et ceux calculés avec le modèle à 3 paramètres. Les in-
 25 tervalles de confiance calculés avec le modèle à 4 paramètres dépassaient les valeurs de résistance au roulement des fauteuils.

Par ailleurs, le modèle à 3 paramètres montrait une partie variable en fonction de la charge de l'ordre du millièème de la partie constante : $B_f = \frac{A_f}{1000}$

Discussion

30 Les tests effectués sur 5 fauteuils ne montrent pas de différences remarquables entre les différentes méthodes de calcul, en considérant les valeurs de facteurs de résistance au roulement. L'utilisation du modèle à 4 paramètres présente cependant un intervalle de confiance beaucoup trop important pour être utilisé avec ce protocole de test, en particulier à cause de l'erreur commise sur les grandes roues. Il pourrait cependant être
 35 diminué en augmentant le nombre d'allers-retours par série et le nombre de séries. De son côté, le modèle 3 paramètres donne une information complémentaire sur le para-

FIGURE II.15 – Facteur de résistance globale du fauteuil calculé grâce à différents modèles



mètre de résistance au roulement des roulettes avant, tout en conservant un intervalle de confiance sur la mesure acceptable.

En règle générale, pour une variation antéropostérieure des efforts normaux de 20 à 80% (hypothèse haute) et une masse totale de 1000 N, les efforts normaux sur chaque roue varient entre 100 et 400 N. Comme la partie variable du paramètre de résistance au roulement avant est de l'ordre du millième de sa partie fixe, une variation de 300N fera varier le paramètre d'un tiers de sa valeur fixe. Cette valeur n'est pas négligeable mais concerne des cas extrêmes, l'utilisation d'une valeur moyenne du paramètre (correspondant à une répartition moyenne de charge avant / arrière) sera donc satisfaisante pour comparer ces paramètres.

En terme de recommandation technique pour le sportif, ce résultat indique que l'utilisation d'une roulette unique en remplacement des deux roulettes avant augmenterait la charge sur cette roulette, donc son paramètre de résistance au roulement. Cependant en éloignant la roulette de l'entraxe arrière (pour améliorer la stabilité du fauteuil), la charge sur cette roulette se verrait diminuer et l'augmentation de son paramètre de résistance resterait limitée.

II.2.6.2 Influence du gonflage des roues arrière

Les pneumatiques présentent un avantage certain sur les roues à bandage au niveau de leur résistance au roulement. Cependant il est intéressant de vérifier l'effet du gonflage sur leur résistance, car un gonflage très important nécessite un entretien très

régulier, un inconfort (vibrations) ainsi qu'un risque d'éclatement accru.

A titre exploratoire, le protocole de mesure de résistance au roulement d'un fauteuil (Küschall AG, dans sa configuration d'origine) a été réalisé sur sol béton lisse et sur moquette pour une charge totale de 685 N, dont 8,6 % étaient sur la roue avant, ce qui a permis de calculer les facteurs de résistance au roulement avant et arrière. Ensuite, 5 décélérations étaient effectuées pour chaque pression de roues entre 1 et 7 bars, en conservant la même répartition de masses. En considérant que le facteur de résistance de la roue avant n'évoluait pas, il était alors possible de déduire le paramètre de résistance au roulement des roues arrière d'une seule mesure de décélération.

Les paramètres de résistance au roulement des roues arrière sont présentés en table suivante :

TABLE II.4 – Evolution du paramètre de résistance au roulement de la roue arrière selon le gonflage et le type de sol

Pression	λ_r - sol lisse [mm]	λ_r moquette [mm]
1	3,5	6,7
2	2,4	6
3	1,7	5,5
4	1,3	5,5
5	1,4	5,7
6	1,1	4,4
7	1,3	4,5

Les résultats font apparaître une forte diminution de 51 %, du paramètre de résistance au roulement arrière entre 1 et 3 bars sur sol béton lisse et de 62 % entre 1 et 7 bars, ce qui est en accord avec la littérature [57]. Au-delà de 4 bars, la diminution de résistance au roulement avec la pression n'a pas pu être observée par le protocole (même si elle a été observée sur vélo [57]). Sur moquette, la diminution de résistance au roulement avec la pression de gonflage est beaucoup moins marquée (de 20 % en passant de 1 à 3 bars et de 32 % en passant de 1 à 7 bars).

Pour conclure, sur sol dur et lisse le gonflage agit de manière importante sur la résistance au roulement d'une roue, mais au-delà d'une certaine pression, située entre 3 et 4 bars, son effet est beaucoup plus modéré. Sur sol déformable, le gonflage a aussi une influence, mais beaucoup plus modérée : une roue indéformable sert moins puisque c'est le sol qui se déformera. Gonfler un fauteuil entre 3,5 et 4 bars est donc un bon compromis entre faible résistance au roulement, confort et faible risque d'éclatement. Pour un sportif de haut niveau, la pression maximale admissible par la roue peut être atteinte, car il évolue en environnement peu agressif (terrain de tennis).

II.3 Résistance au pivotement

II.3.1 Introduction

La rotation du fauteuil est un mouvement très souvent pratiqué en match de tennis. En effet au cours d'un échange, plusieurs positionnements angulaires sont nécessaires pour amener le fauteuil au point de frappe de balle, se positionner avant la frappe, et se repositionner après la frappe. Ceci fait un minimum de trois à cinq rotations pour un seul échange. Ainsi, toute perte de puissance dans la rotation peut entraîner une fatigue non négligeable en fin de match, au même titre que la résistance au roulement pour la ligne droite.

Dans la revue bibliographique, nous avons montré que la résistance au pivotement des roues et roulettes du fauteuil était peu étudiée et celle du fauteuil souvent négligée.

Considérant que les mécanismes permettant d'expliquer cette perte de puissance doivent être étudiés, nous avons développé un modèle mécanique permettant d'exprimer les paramètres géométriques et mécaniques du fauteuil influant sur la puissance perdue en rotation. Ce modèle est ensuite validé par une série d'expérimentations, ce qui permet enfin de dégager les paramètres influant sur la perte de puissance en rotation.

II.3.2 Modélisation mécanique du pivotement

II.3.2.1 Description du mouvement et hypothèses de modélisation

Dans cette partie, à un instant "t", nous considérerons un châssis et le sujet immobile sur le châssis, formant ainsi un unique solide, en rotation pure dans un plan horizontal autour d'un point. Ce point est nommé C et est le centre instantané de rotation du fauteuil dans ce plan. Le mouvement du châssis peut donc être modélisé par un mouvement plan, dans le plan horizontal.

Par ailleurs, les roues sont considérées comme roulant et pivotant sans glissement sur le sol. Les vitesses selon les axes y_1, y_2, y_3 et y_4 des roues 1,2,3 et 4 sont donc nulles (voir figure II.16). Cette hypothèse entraîne plusieurs conséquences :

- La vitesse linéaire par rapport au sol du centre d'une roulette avant est perpendiculaire à son axe de rotation y (voir figure II.16) et est située dans le plan horizontal. Pour une fourche conçue correctement, cette vitesse est donc alignée avec la direction projection horizontale du centre de roue / projection horizontale du centre de pivot de fourche.
- Comme le fauteuil, à l'instant "t", tourne autour du Centre Instantané de Rotation, à cet instant la vitesse angulaire de la fourche est égale à celle du fauteuil par minimisation de l'effort latéral sur la roue. Nous considérerons l'ensemble châssis+sujet+fourches comme un seul solide rigide au cours du mouvement.

- Les roues arrière ne glissent pas selon leur axe y , la vitesse par rapport au sol de leur centre est uniquement portée par la direction x_5 . Ainsi, le centre instantané de rotation - qui est sur la perpendiculaire aux vitesses instantanées - est positionné sur l'entraxe arrière des roues. Dans notre modélisation, il sera situé au point C.

5 II.3.2.2 Schéma du modèle mécanique

Sur ce schéma :

- C à l'instant t est le centre instantané de rotation du châssis dans son mouvement par rapport au sol, de vitesse angulaire $\dot{\alpha}$.
- Les points O_i sont les centres des roues $i=1,2,3,4$. Les projetés de ces points sur le sol sont les points O_{ip}
- Les points I_i et B_i sont les points de contact respectifs des roues 1,4 et 2,3 avec le sol. Notons que I_3 et I_4 ne sont pas à la verticale des points O_3 et O_4 à cause du carrossage (inclinaison) des roues.
- Le châssis + sujet + fourches est le solide 5, dont G est le centre de gravité. Le sol est le solide 0.
- O est l'entraxe arrière, F_1 et F_2 les centres de pivots de fourches

FIGURE II.16 – Schéma du modèle mécanique

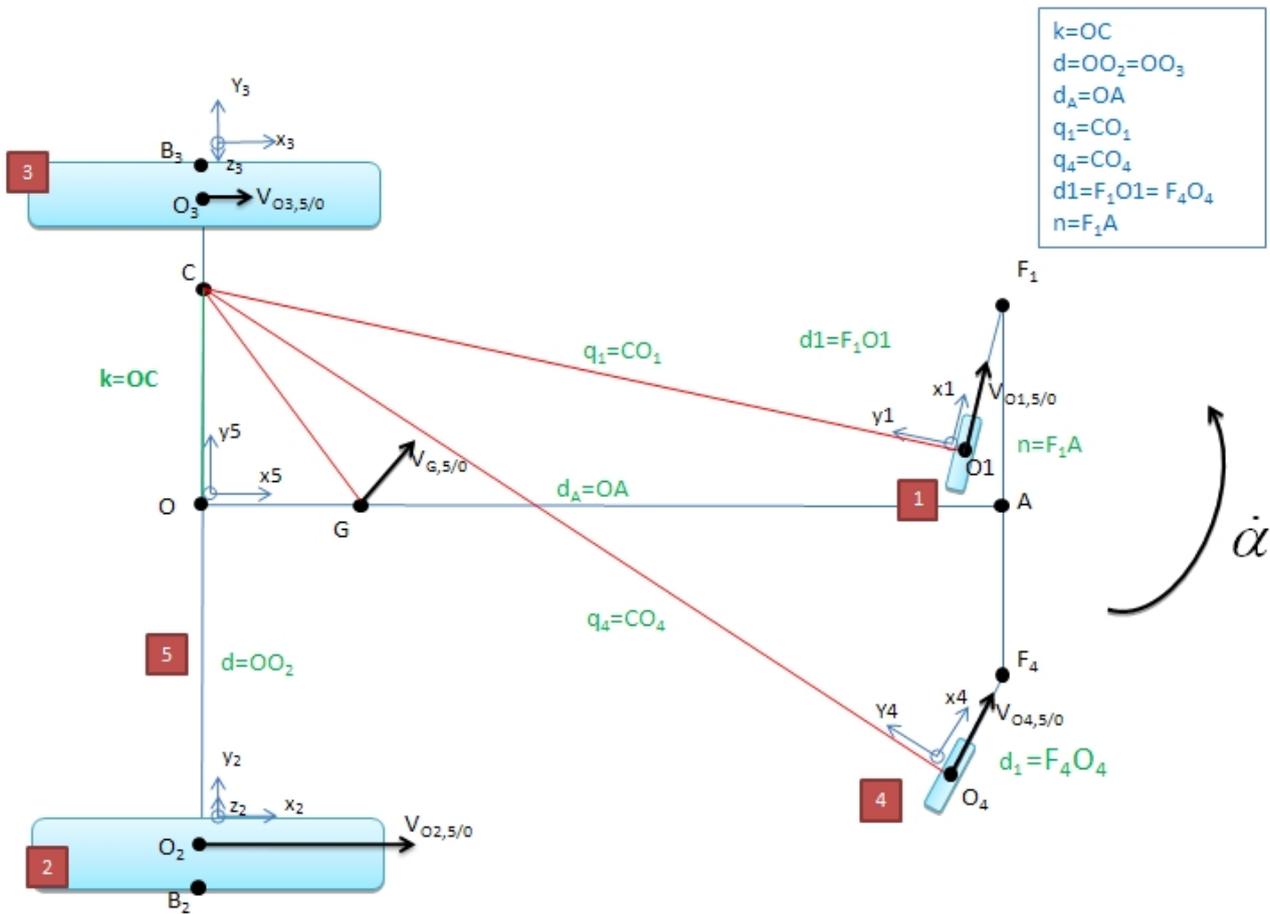


FIGURE II.17 – Schéma de la roue 2

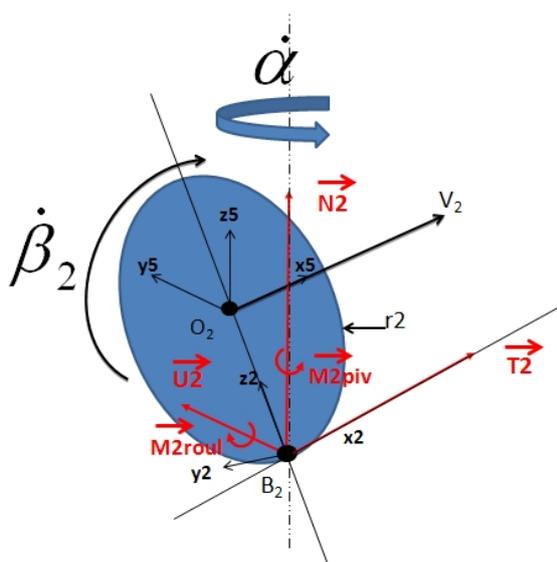
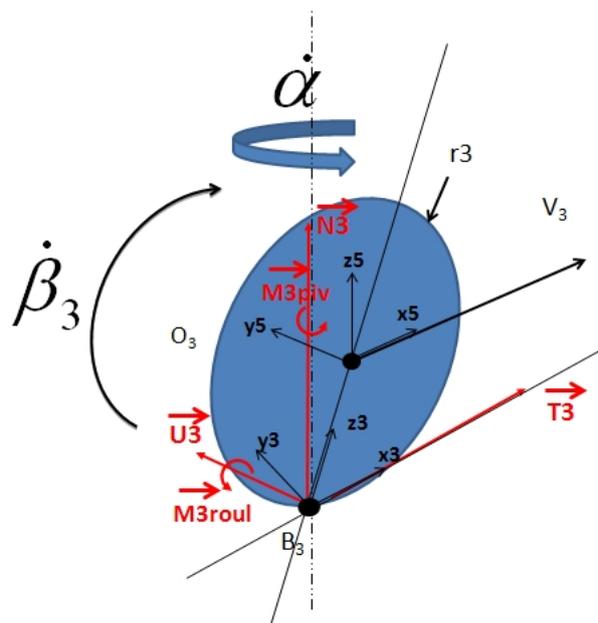


FIGURE II.18 – Schéma de la roue 3



II.3.2.3 Obtention des équations de mouvement exhaustives

Tout le mouvement peut être défini par la seule variable α et une seule équation de mouvement est donc nécessaire. Afin d'obtenir celle-ci, nous utiliserons le théorème des puissances, à notre sens le plus efficace.

5 Vitesses de rotation des roulettes avant

La vitesse de chaque point est fonction de sa distance au centre instantané de rotation. Donc la vitesse du centre O_i de la roue i sera de norme $q_i \cdot \dot{\alpha}$, où q_i est la distance $\|\overrightarrow{CO_i}\|$, et de direction \vec{x}_i .

10 Sachant que le point I_i de contact de la roue i avec le sol a une vitesse nulle, la vitesse de rotation de la roue i sera donc $\dot{\beta}_i = V_{O_i, i/0} / r_i = q_i \cdot \dot{\alpha} / r_i$, avec r_i le rayon de la roue.

Vitesses de rotation des grandes roues motrices

15 La vitesse de rotation des grandes roues motrices est plus complexe, du fait de leur carrossage (cf figures II.17 et II.18). En exprimant le roulement sans glissement de la roue 2, la vitesse son point de contact B_2 avec le sol, appartenant à la roue 2 par rapport au sol est nulle. De là il est possible de lier la vitesse angulaire $\dot{\beta}_2$ de la roue 2 à la vitesse angulaire $\dot{\alpha}$ du fauteuil comme suit :

$$\begin{aligned}
 \vec{V}_{B_2, 2/0} &= \vec{V}_{O_2, 2/0} + \overrightarrow{B_2 O_2} \wedge \vec{\Omega}_{2/0} \\
 &= \vec{V}_{C, 5/0} + \overrightarrow{O_2 C} \wedge \vec{\Omega}_{5/0} + (r_2 \vec{z}_2) \wedge (\dot{\beta}_2 \vec{y}_2 + \dot{\alpha} \vec{z}_5) \\
 &= \vec{0} + q_2 \vec{y}_5 \wedge \dot{\alpha} \vec{z}_5 - r_2 \dot{\beta}_2 \vec{x}_2 + r_2 \dot{\alpha} \vec{z}_2 \wedge (\vec{z}_2 c\theta - \vec{y}_2 s\theta) \\
 &= q_2 \dot{\alpha} \vec{x}_5 - r_2 \dot{\beta}_2 \vec{x}_2 + r_2 \dot{\alpha} s\theta \vec{x}_2
 \end{aligned} \tag{II.3.1}$$

Or, les axes x_5 et x_2 sont confondus, ce qui permet d'écrire :

$$\boxed{\dot{\beta}_2 = \dot{\alpha} \left(\frac{q_2}{r_2} + s\theta \right)} \tag{II.3.2}$$

La vitesse angulaire de la roue 2 est donc :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\Omega}_{2/0} &= \dot{\beta}_2 \vec{y}_2 + \dot{\alpha} \vec{z}_5 \\
 &= \dot{\beta}_2 (c\theta \vec{y}_5 - s\theta \vec{z}_5) + \dot{\alpha} \vec{z}_5 \\
 &= \dot{\beta}_2 c\theta \vec{y}_5 + (\dot{\alpha} - \dot{\beta}_2 s\theta) \vec{z}_5 \\
 &= \dot{\alpha} \left(\frac{q_2}{r_2} + s\theta \right) c\theta \vec{y}_5 + (\dot{\alpha} - \dot{\alpha} \left(\frac{q_2}{r_2} + s\theta \right) s\theta) \vec{z}_5
 \end{aligned} \tag{II.3.3}$$

$$\boxed{\overrightarrow{\Omega}_{2/0} = \dot{\alpha} \left[\left(\frac{q_2}{r_2} + s\theta \right) c\theta \vec{y}_5 + \left(c^2\theta - \frac{q_2}{r_2} s\theta \right) \vec{z}_5 \right]} \tag{II.3.4}$$

20 En exprimant cette vitesse de rotation dans un repère $R_2 = (x_2, y_2, z_2)$, lié au châssis mais orienté selon le pivot de roue, nous obtenons :

$$\vec{z}_5 = c\theta \vec{z}_2 - s\theta \vec{y}_2 \tag{II.3.5}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\Omega}_{2/0} &= \dot{\beta}_2 \vec{y}_2 + \dot{\alpha} \vec{z}_5 \\
 &= \dot{\beta}_2 \vec{y}_2 + \dot{\alpha} (c\theta \vec{z}_2 - s\theta \vec{y}_2) \\
 &= \vec{y}_2 (\dot{\beta}_2 - \dot{\alpha} s\theta) + \dot{\alpha} c\theta \vec{z}_2
 \end{aligned} \tag{II.3.6}$$

En procédant de la même manière pour $\dot{\beta}_3$:

$$\begin{aligned}
 \vec{V}_{B3,3/0} &= \vec{V}_{O3,3/0} + \overrightarrow{B_3 O_3} \wedge \vec{\Omega}_{3/0} \\
 &= \vec{V}_{C,5/0} + \overrightarrow{O_3 C} \wedge \vec{\Omega}_{5/0} + (r_3 \vec{z}_3) \wedge (\dot{\beta}_3 \vec{y}_3 + \dot{\alpha} \vec{z}_5) \\
 &= \vec{0} - q_3 \vec{y}_5 \wedge \dot{\alpha} \vec{z}_5 - r_3 \dot{\beta}_3 \vec{x}_3 + r_3 \dot{\alpha} \vec{z}_3 \wedge (\vec{z}_3 c\theta - \vec{y}_3 s\theta) \\
 &= -q_3 \dot{\alpha} \vec{x}_5 - r_3 \dot{\beta}_3 \vec{x}_3 - r_3 \dot{\alpha} s\theta \vec{x}_3
 \end{aligned} \tag{II.3.7}$$

Il est donc possible d'écrire :

$$\boxed{\dot{\beta}_3 = -\dot{\alpha} \left(\frac{q_3}{r_3} + s\theta \right)} \tag{II.3.8}$$

La vitesse angulaire de la roue 3 est donc :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\Omega}_{3/0} &= \dot{\beta}_3 \vec{y}_3 + \dot{\alpha} \vec{z}_5 \\
 &= \dot{\beta}_3 (c\theta \vec{y}_5 + s\theta \vec{z}_5) + \dot{\alpha} \vec{z}_5 \\
 &= \dot{\beta}_3 c\theta \vec{y}_5 + (\dot{\beta}_3 s\theta + \dot{\alpha}) \vec{z}_5 \\
 &= -\dot{\alpha} \left(\frac{q_3}{r_3} + s\theta \right) c\theta \vec{y}_5 + \left(-\dot{\alpha} \left(\frac{q_3}{r_3} + s\theta \right) s\theta + \dot{\alpha} \right) \vec{z}_5
 \end{aligned} \tag{II.3.9}$$

5

$$\boxed{\overrightarrow{\Omega}_{3/0} = \dot{\alpha} \left[-\left(\frac{q_3}{r_3} + s\theta \right) c\theta \vec{y}_5 + \left(c^2\theta - \frac{q_3}{r_3} s\theta \right) \vec{z}_5 \right]} \tag{II.3.10}$$

En exprimant cette vitesse de rotation dans un repère $R_3 = (x_3, y_3, z_3)$, lié au châssis mais orienté selon le pivot de roue, nous obtenons :

$$\vec{z}_5 = c\theta \vec{z}_3 + s\theta \vec{y}_3 \tag{II.3.11}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\Omega}_{2/0} &= \dot{\beta}_3 \vec{y}_3 + \dot{\alpha} \vec{z}_5 \\
 &= \dot{\beta}_3 \vec{y}_3 + \dot{\alpha} (c\theta \vec{z}_3 + s\theta \vec{y}_3) \\
 &= \vec{y}_3 (\dot{\beta}_3 + \dot{\alpha} s\theta) + \dot{\alpha} c\theta \vec{z}_3
 \end{aligned} \tag{II.3.12}$$

Forces et moments agissant sur le système châssis + sujet + roues

10 La résistance au roulement des roues dépend, pour la roue i , des paramètres de résistance au roulement λ_i , en [m] et de la composante normale de la force du sol sur la roue N_i . Pour les roulettes avant 1 et 4, le couple dû à la résistance au roulement au point O_i est $\lambda_i N_i \vec{y}_i$. Pour les grandes roues arrières 2 et 3, carrossées d'un angle θ , le couple dû

à la résistance au roulement au point B_i est aussi $\lambda_i N_i \vec{y}_5$. La composante de ce moment sur l'axe y_i de chaque roue sera donc $\lambda_i N_i \cos(\theta)$ (cf figure II.17 et II.18).

Le moment de résistance au pivotement de chaque roue, de direction z_5 et de sens $-\dot{\alpha} \vec{z}_5$ est de norme $N_i \cdot f r_i$, où $f r_i$ est le paramètre de résistance au pivotement de la roue i suivant l'axe z , en [m].

Les paramètres de résistance au roulement, au pivotement ainsi que les rayons des roues arrière et des roulettes avant sont considérés égaux deux à deux. L'indice des roues avant sera noté "f" (pour "front wheel), celui des roues arrière "r" (pour "rear wheel").

Puissances externe et interne du système en rotation

Les puissances externes, dues aux efforts du sol sur les roues, seront toutes négatives, du fait de la dissipation d'énergie qu'elles entraînent. Les puissances externes, dues aux efforts du sol sur les roulettes 1 et 4, sont :

$$\begin{aligned}
 P_{ext,syst,1,4} &= P_{roulement1} + P_{roulement4} + P_{pivotement1} + P_{pivotement4} \\
 &= \vec{C}_{r1} \cdot \vec{\Omega}_{1/0} + \vec{C}_{r4} \cdot \vec{\Omega}_{4/0} + \vec{C}_{p2} \cdot \vec{\Omega}_{2/0} + \vec{C}_{p3} \cdot \vec{\Omega}_{3/0} \\
 &= -(\lambda_1 N_1) \cdot (q_1 \dot{\alpha} / r_1) - (\lambda_4 N_4) \cdot (q_4 \dot{\alpha} / r_4) - f r_1 N_1 \dot{\alpha} - f r_4 N_4 \dot{\alpha} \\
 &= -\dot{\alpha} \cdot \left[\frac{\lambda_f}{r_f} (q_1 N_1 + q_4 N_4) + f r_f (N_1 + N_4) \right]
 \end{aligned} \tag{II.3.13}$$

Les puissances externes dues au contact entre les roues 2 et 3 avec le sol sont :

$$\begin{aligned}
 P_{ext,syst,2,3} &= \vec{M}_{B2,0 \rightarrow 2} \cdot \vec{\Omega}_{2/0} + \vec{M}_{B3,0 \rightarrow 3} \cdot \vec{\Omega}_{3/0} \\
 &= (-\lambda_2 N_2 \vec{y}_5 - f r_2 N_2 \vec{z}_5) \cdot \dot{\alpha} \left[\left(\frac{q_2}{r_2} + s\theta \right) c\theta \vec{y}_5 + \left(c^2\theta - \frac{q_2}{r_2} s\theta \right) \vec{z}_5 \right] \\
 &\quad + (\lambda_3 N_3 \vec{y}_5 - f r_3 N_3 \vec{z}_5) \cdot \dot{\alpha} \left[-\left(\frac{q_3}{r_3} + s\theta \right) c\theta \vec{y}_5 + \left(c^2\theta - \frac{q_3}{r_3} s\theta \right) \vec{z}_5 \right] \\
 &= \dot{\alpha} \left(-\lambda_2 N_2 \left(\frac{q_2}{r_2} + s\theta \right) c\theta - f r_2 N_2 \left(c^2\theta - \frac{q_2}{r_2} s\theta \right) - \lambda_3 N_3 \left(\frac{q_3}{r_3} + s\theta \right) c\theta - f r_3 N_3 \left(c^2\theta - \frac{q_3}{r_3} s\theta \right) \right) \\
 &= \dot{\alpha} \left(-\lambda_r c\theta \left[N_2 \left(\frac{q_2}{r_r} + s\theta \right) + N_3 \left(\frac{q_3}{r_r} + s\theta \right) \right] - f r_r \left[N_2 \left(c^2\theta - \frac{q_2}{r_r} s\theta \right) + N_3 \left(c^2\theta - \frac{q_3}{r_r} s\theta \right) \right] \right)
 \end{aligned} \tag{II.3.14}$$

Les puissances internes sont dues aux déformations du cadre (nulles dans un mouvement permanent) ainsi qu'aux puissances dissipées dans les paliers des roues (proportionnelles à la vitesse de rotation des roues par rapport au châssis et au paramètre de résistance dans les paliers $f p_i$).

$$P_{int,syst} = -\dot{\alpha} \cdot \left[\frac{f p_f}{r_f} (q_1 + q_4) + \frac{f p_r}{r_r} (q_2 + q_3 + 2s\theta) \right] \tag{II.3.15}$$

Expression des puissances avec efforts indifférenciés droite/gauche

Les efforts d'inertie et le couple centrifuge appliqués au centre de gravité du système

ont tendance à augmenter la charge sur les roues les plus éloignées du centre de gravité par rapport au centre instantané de rotation et à alléger celle sur les roues les plus proches. Les charges sur les différentes roues peuvent donc être exprimées comme :

$$\begin{aligned} N_1 &= N_f - \Delta_f \\ N_4 &= N_f + \Delta_f \\ N_2 &= N_r + \Delta_r \\ N_3 &= N_r - \Delta_r \end{aligned} \quad (\text{II.3.16})$$

De plus les distances q_i (entre le centre de rotation du fauteuil et le centre de la roue i) peuvent être exprimées en fonction de k et des différentes longueurs géométriques du fauteuil, pour un centre de rotation entre le centre du châssis et le centre de la roue 3 :

$$\begin{aligned} q_1^2 &= -d_1^2 + (k - n)^2 + d_A^2 \\ q_4^2 &= -d_1^2 + (k + n)^2 + d_A^2 \\ q_2 &= d + k \\ q_3 &= d - k \end{aligned} \quad (\text{II.3.17})$$

Ainsi :

$$q_2 + q_3 = 2d$$

$$q_2 - q_3 = 2k$$

$q_1 = q_4$ si k petit devant n , c'est à dire si le centre de rotation est proche du point O.

$$(\text{II.3.18})$$

La somme des puissances internes et externes s'écrit alors pour k inférieur à d , c'est à dire si le centre de rotation se situe entre les centres des roues arrière (hors puissance des efforts du sol sur les roues 2 et 3) :

$$(P_{sol \rightarrow 1,4} + P_{int})_{syst} = -\dot{\alpha} \cdot \left[N_f \cdot \left(\frac{\lambda_f}{r_f} (q_1 + q_4) + 2fr_f \right) + \frac{\lambda_f}{r_f} \Delta_f (q_4 - q_1) \right] - \dot{\alpha} \cdot \left[\frac{fp_f}{r_f} (q_1 + q_4) + 2\frac{fr_r}{r_r} (d + s\theta) \right] \quad (\text{II.3.19})$$

Pour les roues 2 et 3, la puissance développée par les efforts exercés par le sol sur les roues s'écrit :

$$\begin{aligned} P_{sol \rightarrow 2,3} &= \dot{\alpha} \left(-\lambda_r c\theta \left[N_r \left(\frac{q_2}{r_r} + s\theta \right) + N_r \left(\frac{q_3}{r_r} + s\theta \right) \right] - fr_r \left[N_r \left(c^2\theta - \frac{q_2}{r_r} s\theta \right) + N_r \left(c^2\theta - \frac{q_3}{r_r} s\theta \right) \right] \right. \\ &\quad \left. - \lambda_r c\theta \left[\Delta_r \left(\frac{q_2}{r_r} + s\theta \right) - \Delta_r \left(\frac{q_3}{r_r} + s\theta \right) \right] - fr_r \left[\Delta_r \left(c^2\theta - \frac{q_2}{r_r} s\theta \right) - \Delta_r \left(c^2\theta - \frac{q_3}{r_r} s\theta \right) \right] \right) \\ &= -\dot{\alpha} \left(\lambda_r c\theta N_r \left(\frac{1}{r_r} (q_2 + q_3) + 2s\theta \right) + fr_r N_r \left(2c^2\theta - (q_2 + q_3) \frac{s\theta}{r_r} \right) \right. \\ &\quad \left. + \Delta_r (q_2 - q_3) \left(\frac{\lambda_r}{r_r} c\theta - \frac{fr_r}{r_r} \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{II.3.20})$$

$$P_{sol \rightarrow 2,3} = -2\dot{\alpha} \left(\begin{aligned} &\lambda_r c\theta N_r \left(\frac{d}{r_r} + s\theta \right) + f r_r N_r \left(c^2\theta - \frac{ds\theta}{r_r} \right) \\ &+ \Delta_r \cdot k \left(\frac{\lambda_r}{r_r} c\theta - \frac{f r_r}{r_r} \right) \end{aligned} \right) \quad (\text{II.3.21})$$

Rappel : si $q_2 = q_3$, alors $k = 0$

Energie cinétique

Le système {(sujet + châssis + roues + fourches)} est en rotation autour du point C , centre de rotation du fauteuil dans son mouvement par rapport au sol. L'énergie cinétique du système est donc la somme des énergies cinétiques de rotation de chacun de ses solides autour de leur centre de gravité avec les énergies de translation de ces solides autour du point C . Pour le sujet, le châssis et les fourches, une rotation se fera selon l'axe vertical autour de C . Pour les roues et roulettes, l'énergie cinétique sera celle de rotation des roues autour de leur axe en plus de l'énergie de rotation autour du point C . Nous prendrons également $k < d$ comme hypothèse. Les roues étant symétriques, les égalités suivantes seront respectées : $I_{1,O1,y1} = I_{4,O4,y4}$, $I_{2,O2,y2} = I_{3,O3,y3}$ et $r_1 = r_4 = r_f$, $r_2 = r_3 = r_r$.

$E_{C_{syst}}$

$$\begin{aligned} &= E_{C_{sujet}} + E_{C_{chassis+fourches}} + E_{C_{roue1}} + E_{C_{roue2}} + E_{C_{roue3}} + E_{C_{roue4}} \\ &= 1/2 \overrightarrow{\Omega}_{5/0} \cdot \overline{I}_{S,G} \cdot \overrightarrow{\Omega}_{5/0} + 1/2 \overrightarrow{\Omega}_{5/0} \cdot \overline{I}_{5,G} \cdot \overrightarrow{\Omega}_{5/0} + 1/2 \overrightarrow{\Omega}_{1/0} \cdot \overline{I}_{1,O1} \cdot \overrightarrow{\Omega}_{1/0} \\ &\quad + 1/2 \overrightarrow{\Omega}_{4/0} \cdot \overline{I}_{4,O4} \cdot \overrightarrow{\Omega}_{4/0} + 1/2 \overrightarrow{\Omega}_{2/0} \cdot \overline{I}_{2,O2} \cdot \overrightarrow{\Omega}_{2/0} + 1/2 \overrightarrow{\Omega}_{3/0} \cdot \overline{I}_{3,O3} \cdot \overrightarrow{\Omega}_{3/0} \\ &\quad + 1/2 (m_S v_{G_S,5/0}^2 + m_5 v_{G_5,5/0}^2 + m_1 v_{O1,5/0}^2 + m_2 v_{O2,5/0}^2 + m_3 v_{3,O3,5/0}^2 + m_4 v_{4,O4,5/0}^2) \\ &= 1/2 I_{S,G_s,z} \dot{\alpha}^2 + I_{5,G5,z} \dot{\alpha}^2 \\ &\quad + 1/2 I_{1,O1,z} \dot{\alpha}^2 + 1/2 I_{4,O4,z} \dot{\alpha}^2 + 1/2 I_{1,O1,y1} \dot{\beta}_1^2 + 1/2 I_{4,O4,y4} \dot{\beta}_4^2 \\ &\quad + 1/2 I_{2,O2,z2} c^2\theta \dot{\alpha}^2 + 1/2 I_{3,O3,z3} c^2\theta \dot{\alpha}^2 + 1/2 I_{2,O2,y2} (\dot{\beta}_2 - \dot{\alpha}s\theta)^2 + 1/2 I_{3,O3,y3} (\dot{\beta}_3 + \dot{\alpha}s\theta)^2 \\ &\quad + 1/2 \dot{\alpha}^2 (m_S GG_s^2 + m_5 GG_5^2 + m_1 GO_1^2 + m_2 GO_2^2 + m_3 GO_3^2 + m_4 GO_4^2) \\ &= 1/2 \dot{\alpha}^2 \left[\begin{aligned} &I_{S,G_s,z} + I_{5,G5,z} + I_{1,O1,z} + I_{4,O4,z} + I_{2,O2,z2} c^2\theta + I_{3,O3,z3} c^2\theta \\ &+ m_S GG_s^2 + m_5 GG_5^2 + m_1 GO_1^2 + m_2 GO_2^2 + m_3 GO_3^2 + m_4 GO_4^2 \end{aligned} \right] \\ &\quad + 1/2 I_{1,O1,y1} \dot{\beta}_1^2 + 1/2 I_{4,O4,y4} \dot{\beta}_4^2 + 1/2 I_{2,O2,y2} (\dot{\beta}_2 - \dot{\alpha}s\theta)^2 + 1/2 I_{3,O3,y3} (\dot{\beta}_3 + \dot{\alpha}s\theta)^2 \end{aligned} \quad (\text{II.3.22})$$

Remarque :

- Ici, les distances GO_i sont des distances dans le plan (x, y) , leur éloignement vertical n'est pas pris en compte.
- Les produits $I_{2,O2,z2} c^2\theta$ et $I_{3,O3,z3} c^2\theta$ sont les matrices d'inerties des roues arrière selon l'axe vertical.

- Si l'inertie selon l'axe vertical d'un solide i en un point O_i est $I_{i,O_i,z}$, son expression au point C sera $I_{i,O_i,z} + m_i CO_i^2$.
- La somme des termes entre crochets est donc $I_{T,C,z} = I_{T,G,z} + m_T CG^2$, l'inertie du système complet {fauteuil + sujet + roues} selon l'axe vertical $\vec{z} = \vec{z}_5$, où m_T est la masse totale du système et G son centre de gravité.

Il est ainsi possible d'écrire :

$$\begin{aligned}
 E_{C_{syst}} &= 1/2 (I_{T,G,z} + 1/2 m_T CG^2) \dot{\alpha}^2 \\
 &+ 1/2 I_{1,O_1,y_1} (q_1 \dot{\alpha}/r_1)^2 + 1/2 I_{4,O_4,y_4} (q_4 \dot{\alpha}/r_4)^2 \\
 &+ 1/2 I_{2,O_2,y_2} (q_2 \dot{\alpha}/r_2 - \dot{\alpha} s \theta)^2 + 1/2 I_{3,O_3,y_3} (q_3 \dot{\alpha}/r_3 + \dot{\alpha} s \theta)^2 \\
 &= \dot{\alpha}^2 \left[\begin{aligned} &1/2 I_{T,G,z} + 1/2 m_T CG^2 + 1/2 I_{f,O_f,y_f} (q_1^2 + q_4^2)/r_f^2 \\ &+ 1/2 I_{r,O_r,y_r} (q_2^2/r_r^2 + s^2 \theta - 2q_2/r_r s \theta) + 1/2 I_{r,O_r,y_r} (q_3^2/r_r^2 + s^2 \theta + 2q_3/r_r s \theta) \end{aligned} \right] \\
 &= \dot{\alpha}^2 \left[\begin{aligned} &1/2 I_{T,G,z} + 1/2 m_T CG^2 + 1/2 I_{f,O_f,y_f} (q_1^2 + q_4^2)/r_f^2 \\ &+ 1/2 I_{r,O_r,y_r} ((q_2^2 + q_3^2)/r_r^2 + 2s^2 \theta + 2(q_3 - q_2)/r_r s \theta) \end{aligned} \right] \\
 &= \dot{\alpha}^2 \left[\begin{aligned} &1/2 I_{T,G,z} + 1/2 m_T CG^2 + I_{f,O_f,y_f} (-d_1^2 + k^2 + n^2 + d_A^2)/r_f^2 \\ &+ I_{r,O_r,y_r} ((d^2 + k^2)/r_r^2 + 2s^2 \theta - k/r_r s \theta) \end{aligned} \right]
 \end{aligned} \tag{II.3.23}$$

Avec :

- I_{i,O_i,y_i} l'inertie de la roue i autour de son axe y (axe de rotation de la roue), en son centre O_i
- $I_{T,G,z}$ l'inertie du système complet (y compris les roues) autour de la verticale, exprimée en son centre de gravité
- m_T la masse du système complet

Dérivation de l'énergie cinétique

Dans l'équation (II.3.23), seul la vitesse angulaire varie en fonction du temps si l'on suppose que le Centre Instantané de Rotation C devient centre permanent de rotation, sa dérivée sera :

$$\frac{dE_{C_{syst}}}{dt} = 2\dot{\alpha} \dot{\alpha} \left[\begin{aligned} &1/2 I_{T,G,z} + 1/2 m_T CG^2 + I_{f,O_f,y_f} (-d_1^2 + k^2 + n^2 + d_A^2)/r_f^2 \\ &+ I_{r,O_r,y_r} ((d^2 + k^2)/r_r^2 + 2s^2 \theta - k/r_r s \theta) \end{aligned} \right] \tag{II.3.24}$$

Application du théorème de la puissance

D'après le théorème de la puissance, la somme des puissances interne et externe est

égale à la dérivée de l'énergie cinétique à tout instant, soit :

$$\begin{aligned}
 \frac{dE_{c_{syst}}}{dt} &= (P_{ext} + P_{int})_{syst} \\
 \Leftrightarrow \\
 2\ddot{\alpha} &\left[\frac{1}{2} I_{T,G,z} + \frac{1}{2} m_T CG^2 + I_{f,O_f,y_f} \left(\frac{-d_1^2 + k^2 + n^2 + d_A^2}{r_f^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + I_{r,O_r,y_r} \left(\frac{d^2 + k^2}{r_r^2} + 2s^2\theta - \frac{k}{r_r} s\theta \right) \right] \\
 &= -\dot{\alpha} \left(\begin{array}{c} N_f \cdot \left(\frac{\lambda_f}{r_f} (q_1 + q_4) + 2fr_f \right) \\ + \frac{\lambda_f}{r_f} \Delta_f (q_4 - q_1) \\ + 2\lambda_r c\theta N_r \left(\frac{d}{r_r} + s\theta \right) + 2fr_r N_r \left(c^2\theta - \frac{ds\theta}{r_r} \right) \\ + 2\Delta_r \cdot k \left(\frac{\lambda_r}{r_r} c\theta - \frac{fr_r}{r_r} \right) \end{array} \right) - \dot{\alpha} \cdot \left[\frac{fp_f}{r_f} (q_1 + q_4) + 2\frac{fp_r}{r_r} (d + s\theta) \right]
 \end{aligned} \tag{II.3.25}$$

Ceci nous amène à l'expression suivante de $\ddot{\alpha}$:

$$\ddot{\alpha} = \frac{- \left(\begin{array}{c} N_f \cdot \left(\frac{\lambda_f}{r_f} (q_1 + q_4) + 2fr_f \right) \\ + \frac{\lambda_f}{r_f} \Delta_f (q_4 - q_1) \\ + 2\lambda_r c\theta N_r \left(\frac{d}{r_r} + s\theta \right) + 2fr_r N_r \left(c^2\theta - \frac{ds\theta}{r_r} \right) \\ + 2\Delta_r \cdot k \left(\frac{\lambda_r}{r_r} c\theta - \frac{fr_r}{r_r} \right) \end{array} \right) - \left[\frac{fp_f}{r_f} (q_1 + q_4) + 2\frac{fp_r}{r_r} (d + s\theta) \right]}{I_{T,G,z} + m_T CG^2 + I_{f,O_f,y_f} \left(\frac{-d_1^2 + k^2 + n^2 + d_A^2}{r_f^2} \right) + I_{r,O_r,y_r} \left(\frac{d^2 + k^2}{r_r^2} + 2s^2\theta - \frac{k}{r_r} s\theta \right)} \tag{II.3.26}$$

II.3.2.4 Discussion sur le modèle

Simplification des équations de mouvement

- 5 Pour un centre instantané de rotation C proche de l'entraxe arrière O , et en négligeant les termes de résistance dans les paliers, l'équation II.3.26 peut se simplifier car la symétrie permet de négliger certains termes, notamment k devant n et d . Il est de plus admis que la chasse de la fourche d_1 est négligeable devant d_A , surtout élevé au carré. Par symétrie, il est aussi possible de considérer que les distances q_1 et q_4 deviennent proches.
- 10 Les termes inertiels des roues avant et arrière peuvent aussi être négligés par rapport à l'inertie du système et sa masse. Enfin les transferts de charge Δ_r et Δ_f peuvent être considérés nettement plus faibles que le poids appliqué sur une roue (sinon le fauteuil verserait). Notre équation, après simplification, devient donc :

$$\ddot{\alpha} = -2 \frac{N_f \cdot \left(\frac{\lambda_f}{r_f} \sqrt{n^2 + d_A^2} + fr_f \right) + N_r \left(\lambda_r c\theta \left(\frac{d}{r_r} + s\theta \right) + fr_r \left(c^2\theta - \frac{ds\theta}{r_r} \right) \right)}{I_{T,G,z} + m_T \cdot CG^2} \tag{II.3.27}$$

En considérant toujours un centre rotation proche de l'entraxe arrière :

Le moment cinétique total du système est le produit de son inertie par sa vitesse angulaire :

$$\begin{aligned}\vec{\sigma}_{T,G,5/0} &= \overline{\overline{I}}_{T,G} \cdot \dot{\alpha} \vec{z} \\ &= I_{T,G,xz} \dot{\alpha} \vec{x}_5 + I_{T,G,yz} \dot{\alpha} \vec{y}_5 + I_{T,G,z} \dot{\alpha} \vec{z}\end{aligned}\quad (\text{II.3.28})$$

Son moment dynamique est donc :

$$\begin{aligned}\vec{\delta}_{T,G,5/0} &= \frac{d}{dt} \vec{\sigma}_{T,G,5/0} \\ &= I_{T,G,xz} \ddot{\alpha} \vec{x}_5 + I_{T,G,xz} \dot{\alpha}^2 \vec{y}_5 + I_{T,G,yz} \ddot{\alpha} \vec{y}_5 - I_{T,G,yz} \dot{\alpha}^2 \vec{x}_5 + I_{T,G,z} \ddot{\alpha} \vec{z} \\ &= (I_{T,G,xz} \ddot{\alpha} - I_{T,G,yz} \dot{\alpha}^2) \vec{x}_5 + (I_{T,G,xz} \dot{\alpha}^2 + I_{T,G,yz} \ddot{\alpha}) \vec{y}_5 + I_{T,G,z} \ddot{\alpha} \vec{z}\end{aligned}\quad (\text{II.3.29})$$

5 L'accélération du point G dans le mouvement de rotation du fauteuil autour du point C sera, avec $\overrightarrow{CG} = a\vec{x}_5 + b\vec{y}_5 + c\vec{z}$:

$$\begin{aligned}\vec{\gamma}_{G,5/0} &= \frac{d}{dt} \vec{v}_{G,5/0} = \frac{d}{dt} (\vec{v}_{C,5/0} + \overrightarrow{CG} \wedge \vec{\Omega}_{5/0}) = \frac{d}{dt} (\vec{0} + (-a\vec{x}_5 - b\vec{y}_5 - c\vec{z}) \wedge \dot{\alpha} \vec{z}) = \frac{d}{dt} (a\dot{\alpha} \vec{y}_5 - b\dot{\alpha} \vec{x}_5) \\ &= (-a\dot{\alpha}^2 - b\ddot{\alpha}) \vec{x}_5 + (a\ddot{\alpha} - b\dot{\alpha}^2) \vec{y}_5\end{aligned}\quad (\text{II.3.30})$$

Au point G_p , projeté du point G sur le sol, le moment dynamique sera :

$$\begin{aligned}\vec{\delta}_{T,G_p,5/0} &= \vec{\delta}_{T,G,5/0} + \overrightarrow{G_p G} \wedge m_T \vec{\gamma}_{G,5/0} \\ &= (I_{T,G,xz} \ddot{\alpha} - I_{T,G,yz} \dot{\alpha}^2) \vec{x}_5 + (I_{T,G,xz} \dot{\alpha}^2 + I_{T,G,yz} \ddot{\alpha}) \vec{y}_5 + I_{T,G,z} \ddot{\alpha} \vec{z} \\ &\quad + h\vec{z} \wedge m_T ((-a\dot{\alpha}^2 - b\ddot{\alpha}) \vec{x}_5 + (a\ddot{\alpha} - b\dot{\alpha}^2) \vec{y}_5)\end{aligned}\quad (\text{II.3.31})$$

Projeté selon l'axe \vec{y}_5 , ce moment dynamique devient :

$$\vec{\delta}_{T,G_p,5/0} \cdot \vec{y}_5 = (I_{T,G,xz} \dot{\alpha}^2 + I_{T,G,yz} \ddot{\alpha}) + h m_T (-a \dot{\alpha}^2 - b \ddot{\alpha}) \quad (\text{II.3.32})$$

10 En considérant alors un système symétrique par rapport au plan (x, z) , le terme inertiel $I_{T,G,yz}$ devient nul, ainsi que le décalage du centre de gravité selon la direction \vec{y} : $b = 0$. Ainsi :

$$\boxed{\vec{\delta}_{T,G_p,5/0} \cdot \vec{y}_5 = I_{T,G,xz} \dot{\alpha}^2 - a h m_T \dot{\alpha}^2} \quad (\text{II.3.33})$$

Or, le moment des efforts extérieurs sur le fauteuil en G_p , suivant \vec{y}_5 , le poids ne produisant pas de moment, seuls les efforts N_r et N_f sur les roues entraînent un moment. L'application de la loi de Newton généralisé permet alors d'écrire :

$$\begin{aligned}\Sigma \vec{M}_{G_p, ext \rightarrow T} &= \vec{\delta}_{T,G_p,5/0} \\ \Leftrightarrow 2N_r O_p G_p - 2N_f G_p A_p &= (I_{T,G,xz} - a h m_T) \dot{\alpha}^2\end{aligned}\quad (\text{II.3.34})$$

15 Il est par ailleurs aisé de démontrer l'égalité entre le poids du système et les efforts normaux du sol sur celui-ci :

$$2 N_r + 2 N_f = g m_T \quad (\text{II.3.35})$$

Ce qui permet d'exprimer N_r telle que :

$$2 N_r = m_T \cdot \frac{g G_p A_p + (I_{T,G,xz}/m_T - a h) \dot{\alpha}^2}{d_A} \quad (\text{II.3.36})$$

Pour un centre de gravité peu éloigné de l'entraxe arrière

- $a = O_p G_p$ est faible devant $G_p A_p$, donc il est possible de considérer que $a h \dot{\alpha}^2$ est négligeable devant $g G_p A_p$ (pour des valeurs de vitesse angulaire suffisamment peu élevées).
- Le terme $(I_{T,G,xz}/m_T) \dot{\alpha}^2$ peut aussi être négligé devant $g G_p A_p$, du fait des faibles valeurs du produit d'inertie et de la forte masse.

Au final, N_f et N_r peuvent être considérés comme équivalents à leur valeur en statique : $N_r = m_T g [OG]/d_A$ et $N_r = m_T g [GA]/d_A$, où $[OG]$ et $[GA]$ sont les distances entre ces points dans le plan horizontal.

L'équation (II.3.27) devient alors :

$$\ddot{\alpha} = -g \frac{[OG]/d_A \cdot \left(\frac{\lambda_f}{r_f} \sqrt{n^2 + d_A^2} + f r_f \right) + [GA]/d_A \cdot \left(\lambda_r c \theta \left(\frac{d}{r_r} + s \theta \right) + f r_r \left(c^2 \theta - \frac{d s \theta}{r_r} \right) \right)}{\frac{I_{T,G,z}}{m_T} + C G^2} \quad (\text{II.3.37})$$

L'équation peut aussi être présentée sous la forme suivante, où P_f et P_r sont les pourcentages de poids portés par les roues avant et arrière :

$$\ddot{\alpha} = -g \frac{P_f \cdot \left(\frac{\lambda_f}{r_f} \sqrt{n^2 + d_A^2} + f r_f \right) + P_r \cdot \left(\lambda_r c \theta \left(\frac{d}{r_r} + s \theta \right) + f r_r \left(c^2 \theta - \frac{d s \theta}{r_r} \right) \right)}{\frac{I_{T,G,z}}{m_T} + C G^2} \quad (\text{II.3.38})$$

En remplaçant P_f et P_r par OG/d_A et GA/d_A ,

Ces dernières équations, en rapport avec les différentes hypothèses de modélisation, montrent que la décélération angulaire d'un fauteuil en rotation autour d'un point fixe est constante et ne dépend que de ses propriétés géométriques et mécaniques.

II.3.3 Éléments de validation

II.3.3.1 Matériel et méthodes

D'après les équations décrites au paragraphe précédent, la décélération angulaire ne dépend que des paramètres géométriques et inertiels du système. Elle est donc

constante si ces derniers ne varient pas. Ainsi, en faisant varier la répartition des masses par exemple et en mesurant les décélérations induites, il serait possible de déterminer expérimentalement les paramètres de résistance au pivotement des roues.

Afin de tester le modèle, une étude de décélération angulaire "pure" du sportif et de son fauteuil a été réalisée. Lors de tests préliminaires, il a été constaté que lorsque le sportif était suffisamment droit sur son fauteuil, le fauteuil exécutait plusieurs tours sur lui-même (comportement différent de la plupart des fauteuils roulants manuels, qui ont tendance à retrouver assez rapidement la ligne droite). Ce mouvement, spécifique à ce fauteuil particulier, a été considéré suffisamment proche de nos hypothèses de formulation pour permettre leur validation.

Nous avons donc choisi de valider la formulation avec le sportif sur son fauteuil, ce qui a évité la fabrication d'un dispositif de mesure et donné la possibilité d'estimer les caractéristiques de ses roues en pivotement, mais qui a limité le nombre des expérimentations du fait de la faible disponibilité du sportif et de son fauteuil.

Lors de chaque test, le sportif sur son fauteuil restait d'abord statique, puis donnait une impulsion de rotation à son fauteuil à partir des mains courantes afin d'initier le mouvement. Il relâchait ensuite les mains et restait le plus immobile possible par rapport à son fauteuil jusqu'à la fin du mouvement. Des consignes lui avaient été données afin qu'il essaie de reproduire la même position immobile pour tous les tests. Au cours du mouvement, l'évolution de la position des marqueurs placés sur le sujet et le fauteuil était suivie grâce à un système optoélectronique, des centrales inertielles (MTx 5g - 18rad/s, Xsens, Netherlands) fixées sur le fauteuil mesuraient aussi ses accélérations et vitesses angulaires. Les détails de placement des marqueurs et des centrales seront abordés plus amplement dans la partie suivante (Section IV.1.1).

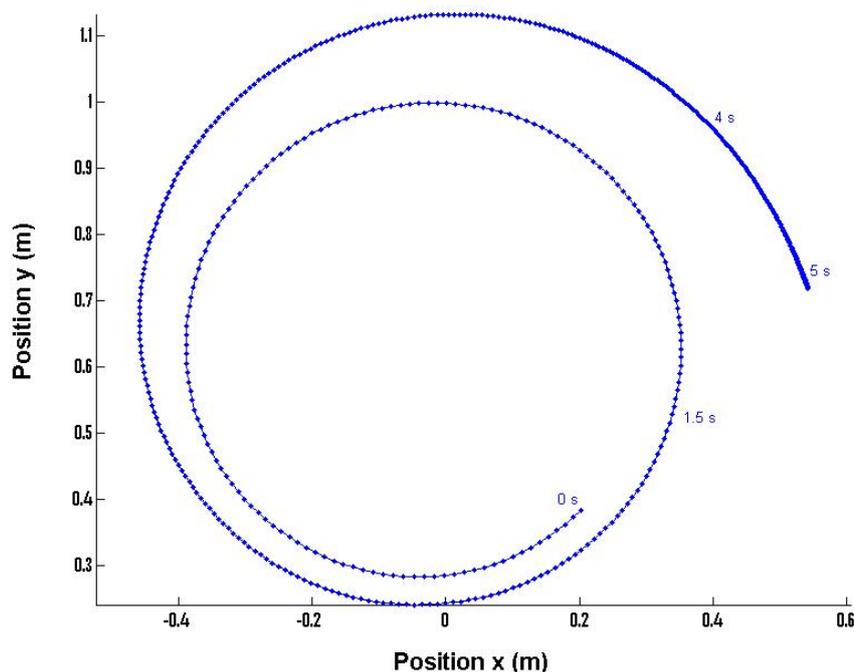
Deux séries de 10 tests de rotations ont été effectuées pour annuler les effets potentiels d'une pente : l'une dans le sens horaire, l'autre dans le sens antihoraire. Dans ces deux séries on laissait le fauteuil décélérer jusqu'à arrêt complet.

La norme de la décélération angulaire des centrales a été calculée pour chaque test, ainsi que la moyenne par série, en éliminant les outliers (valeurs atypiques) par la méthode des boîtes à moustaches [85]. Pour chaque test, la position du centre de gravité du sujet a été calculée à partir des données inertielles, dans le repère salle puis dans le repère fauteuil. Les propriétés inertielles du sportif et de son fauteuil ont été obtenues d'après les méthodes décrites au chapitre suivant (Sections IV.1.1 et IV.2).

II.3.3.2 Résultats

L'évolution des positions des centres des roues arrière au cours du mouvement formait une trajectoire en spirale, comme le montre l'exemple (rotation horaire non stoppée) présenté figure II.19.

FIGURE II.19 – Positions du centre de la roue arrière droite dans le repère global en fonction du temps, proche d'un mouvement circulaire



Par ailleurs, l'évolution du centre de gravité du système Sujet + Fauteuil dans le repère fauteuil selon l'axe avant/arrière, dans la première série (rotations horaires), a montré des écarts types (ET) compris entre $2 ET = 4.4 \text{ mm}$ et $2 ET = 36 \text{ mm}$, selon l'essai considéré. Les positions moyennes selon l'axe antéro-postérieur \vec{x} du centre de gravité pour différents tests variaient entre -70 mm et 50 mm , tandis qu'elles variaient entre 6 et 54 mm selon l'axe transverse \vec{y} . Pour la deuxième série, les 2 écarts types étaient plus groupés et variaient entre 19 et 28 mm . Les positions suivant \vec{x} variaient alors entre -50 et 100 mm , elles variaient entre 14 et 33 mm selon \vec{y} . Les positions négatives suivant \vec{x} du centre de masse dans le repère fauteuil pour les deux séries signifie que le poids n'était pas supporté par les roulettes avant pendant les rotations concernées, mais par la roulette antibascule arrière. Ceci a par ailleurs été constaté sur les différentes vidéos. Cependant, en considérant que les paramètres de résistance au roulement et au pivotement n'évoluent pas avec la charge, l'équation n'est pas modifiée pour une seule roulette ou deux roulettes, si ce n'est la distance n entre deux pivots de fourches qui sera nulle.

Les évolutions des vitesses angulaires étaient linéaires, avec des coefficients de corrélation r^2 supérieurs à 0.90 , les décélérations angulaires étaient donc constantes. Les décélérations angulaires moyennes étaient de 0.84 rad/s^2 pour les rotations horaires et de 0.94 rad/s^2 pour les rotations antihoraires avec des écarts types respectifs de $2 ET = 0,14 \text{ rad/s}^2$ et $2 ET = 0,18 \text{ rad/s}^2$.

TABLE II.5 – Valeurs géométriques et mécaniques de l'expérience

Désignation	Description	Valeur/commentaire
m_T	Masse système	75kg athlète + 12 kg fauteuil = 87 kg
$\ddot{\alpha}$	Décélération angulaire mesurée	0.83 rad/s ² (horaire 2) 1.02 rad/s ² (antihoraire 4)
$I_{sys,O,zz}$	Inertie angulaire autour de l'entraxe arrière	2,85 kg/m ² (horaire 2) 2,27 kg/m ² (antihoraire 4)
OG	distance centre de rotation - centre de gravité	77mm(horaire2) -61mm (antihoraire4)
d_A	distance OA	roulettes avant : 410 mm roulettes arrière : 360 mm
GA	distance centre de gravité - centre de fourches	333 mm (horaire0) (roulettes arrière) 299 mm (antihoraire0)
n	distance inter fourches	300 mm (roues av), 0mm (roulette ar)
d	demi longueur entraxe arrière	305 mm
λ_f/r_f	facteur de résistance au roulement des roulettes	$9,7 \cdot 10^{-3}$
λ_r/r_r	facteur de résistance au roulement des grands roues	$2,7 \cdot 10^{-3}$

L'application numérique de la formule (II.3.37), avec les données rassemblées en table II.5, reprenant des données géométriques et mécaniques mesurées mais des paramètres de résistance au pivotement issus de la littérature (Paramètre de résistance au pivotement des roues arrière : 0,024 m et paramètre de résistance au pivotement des roues avant : 0,005 m) [71], montre des valeurs de décélération de 3.2 rad/s² pour la rotation horaire et de 4.9 rad/s² pour la rotation antihoraire, ce qui représente donc 5 à 6 fois les valeurs mesurées.

Par ailleurs, en choisissant deux essais où le centre de gravité évoluait peu (conditions "horaire 2" et "antihoraire 4"), en mesurant les décélération angulaires dans ces essais et exprimant ces décélération en fonction des réglages des fauteuils, un système de deux équations à deux inconnues pouvait être exprimé, en exprimant la formule (II.3.37) pour chacun de ces essais. Dans ce système, les paramètres de résistances au pivotement étaient les inconnues.

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha}_1 &= A_1 + B_1 f r_r + C_1 f r_f \\ \ddot{\alpha}_2 &= A_2 + B_2 f r_r + C_2 f r_f \end{aligned} \tag{II.3.39}$$

L'application numérique a permis d'estimer des paramètres de résistance au pivotement de $f r_r = 0,0047m$ pour les grandes roues et de $f r_f = 0.0035m$ pour les roulettes.

En multipliant la décélération angulaire par l'inertie du fauteuil au point O, les couples résistants pour les situations de rotation horaire 0 et antihoraire 0 étaient respectivement de 2.3 et 2.4 N.m. En admettant que le fauteuil tourne autour du point O (milieu de son axe central) selon un axe vertical, ce qu'on peut estimer au vu des résultats, ces décélération

5 représentent une puissance dissipée de 14,9 et 14,5 W respectivement, pour une vitesse de rotation de 1 tour/s (soit 2π rad/s), absorbés par la résistance au pivotement et au roulement.

II.3.3.3 Discussion et conclusion sur la résistance au pivotement

Dans cette partie, un modèle permettant d'exprimer les facteurs influençant la résistance au pivotement a été développé. Il fait apparaître de manière claire, d'une part la contribution des résistances au roulement et au pivotement (au numérateur de l'équation (II.3.37)), et d'autre part l'importance de la position du centre de gravité et donc de la répartition antéro-postérieure de la masse (au dénominateur de l'équation (II.3.37)).

Toujours d'après la formulation (II.3.37), il a été constaté que l'éloignement des roulettes avant de l'entraxe arrière (distance d_A) et l'augmentation de la distance d entre les roues arrière (longueur de l'entraxe arrière) augmentait l'effet de leur résistance au roulement. Un fauteuil plus "compact" dissipera donc moins d'énergie dans la résistance au roulement, lors de sa rotation sur lui-même.

Par ailleurs, le facteur de résistance au roulement des roues avant est souvent plus fort que celui des roues arrière, mais d'après la littérature, ce sont les roues arrière les plus résistantes au pivotement [72]. Sachant les paramètres de résistance au roulement et au pivotement des roues sont du même ordre de grandeur (de l'ordre du millième de mètre), la plus forte résistance au roulement des roues avant (λ_f/r_f) pourrait être compensée par leur faible résistance au pivotement ($f r_f$), et inversement pour les roues arrière. Par conséquent, l'effet de la position antéro-postérieure du centre de gravité total, qu'il était préférable de rapprocher de l'entraxe arrière, pourrait ne pas être aussi tranché que lors de l'étude de la résistance au roulement en ligne droite.

La pré-étude réalisée a montré un comportement de fauteuil proche des hypothèses de modélisation, en présentant une trajectoire quasi circulaire pour le châssis et un faible déplacement du centre de gravité du système par rapport au fauteuil. Comme annoncé dans le modèle, la décélération observée est restée proche d'une valeur constante pour tous les essais, comme l'ont montré les bons coefficients de corrélation.

En choisissant deux positions de centre de gravité (une position en rotation horaire et une position en rotation antihoraire), les valeurs de résistance au pivotement $f r_r$ et $f r_f$ ont pu être calculées. Les valeurs rencontrées étaient comparables à celles de la littérature [71, 52] (effectuées pour des roues non roulantes) pour les roulettes avant. Elles étaient par contre inférieures à celles trouvées par Kauzlarich pour les grandes

roues arrière, ce qui pourrait corroborer le fait que la résistance au pivotement d'une roue déformable à la fois roulante et pivotante soit plus faible que celle d'une roue en pivotement pur [71]. En effet pour un rayon de giration suffisamment grand, la gomme en superficie de la roue pourrait se déformer localement au point de contact au lieu de glisser, puis reprendre son état initial une fois le point de contact quitté.

Le protocole utilisé a toutefois montré plusieurs limites. Tout d'abord malgré l'immobilité demandée au sportif, son centre de gravité évoluait durant la mesure dans le repère fauteuil, ce qui modifiait les conditions géométriques durant le test. De plus, l'utilisation d'un modèle pour calculer la position du centre de gravité et inertie présente ici ses limites, les erreurs dues à la modélisation ont une répercussion non négligeable sur le calcul du centre de gravité, et donc sur les résultats. Enfin les variations de la position du centre de gravité dans le repère fauteuil observées dans les résultats ont montré qu'elle pouvait difficilement être contrôlée, ce qui n'a pas permis d'effectuer plusieurs mesures strictement identiques, mais a permis l'observation de deux répartitions antéropostérieures pour déterminer les paramètres de résistance au pivotement.

Cette expérience a permis de déterminer expérimentalement les ordres de grandeur des résistances au pivotement avant et arrière, ainsi que leurs importances relatives. La puissance perdue dans la résistance au pivotement et au roulement lors de la rotation du fauteuil était pour notre cas de l'ordre de 10 à 13 W sur béton lisse. La part du pivotement n'est donc pas du tout négligeable compte tenu de la faible résistance au roulement du fauteuil tennis sur ce type de sol (puissance perdue dans la résistance au roulement de l'ordre de 5 W pour un fauteuil roulant à 1 m/s en ligne droite). Elle n'a pas pu être reconduite du fait de la faible disponibilité du fauteuil, qui a la capacité rare de tourner sur lui-même en mouvement de rotation libre et non en spirale, ce qui peut être dû à la position du centre de gravité du sujet proche de l'entraxe arrière du fauteuil. Par ailleurs, le choix de deux répartitions de masses très différentes aurait nécessité de charger plus les roues avant, et dans ce cas il a été constaté que le fauteuil avait un mouvement plus proche d'une spirale que d'un mouvement circulaire. Cependant, nous avons vu qu'un décalage de quelques centimètres du centre de gravité entraînait une variation importante de l'inertie globale, ce qui pourrait être suffisant pour différencier les deux expériences, tout en conservant un mouvement quasi-circulaire.

II.4 Conclusion sur les résistances à l'avancement

Le terme de résistance à l'avancement regroupe les phénomènes qui entraînent une perte de puissance lors du mouvement, souvent indépendamment de la technique et de la force musculaire de l'utilisateur du fauteuil roulant. Ces phénomènes n'apportent ici
5 aucun avantage au sportif et doivent donc être réduites au minimum.

L'objectif de cette partie était de comprendre d'abord les sources de ces pertes de puissance en les liant aux paramètres géométriques et mécaniques du fauteuil et du sujet. Ainsi, des préconisations sur les réglages du fauteuil tennis ont pu être données.

Dans cette partie, une étude bibliographique a permis de mettre en évidence les fac-
10 teurs influençant la résistance aérodynamique, puis a montré quelques manques concernant la résistance dans les paliers, au roulement et lors du pivotement du fauteuil. Ainsi les travaux personnels se sont focalisés sur ces aspects.

II.4.1 Résistance aérodynamique

La résistance aérodynamique est due aux frottements de l'air sur le fauteuil et son
15 utilisateur. Elle dépend du carré de la vitesse, mais aussi de l'aire frontale du système ainsi que d'un coefficient appelé coefficient de traînée (voir équation (I.2.1)).

Etudiée par plusieurs auteurs pour le fauteuil roulant [23, 63, 29, 8, 64, 109, 20], ses valeurs sont de l'ordre de 1 à 4 N (puissance dissipée de 1 à 4 W) pour une vitesse de 1m/s, 10N (50 W) pour 5 m/s et 20N (140 W) pour 7m/s. Il est admis qu'à faibles vi-
20 tesses (de l'ordre de 1m/s), cette résistance pouvait être négligée, par contre elle devient majeure à des vitesses supérieures à 10m/s.

Il est difficile de réduire ces résistances en réglant le fauteuil, en effet la vitesse est imposée par le jeu, de même que la position du joueur sur son fauteuil. Le coefficient de traînée seul pourrait être modifié légèrement en évitant les habits flottants. Un carénage
25 pourrait être intéressant du point de vue aérodynamique, mais il risquerait de limiter les mouvements du sportif et d'alourdir le fauteuil.

Ainsi, ces résistances existent mais ne peuvent être abaissées facilement et de ma-
nière importante. Elles restent néanmoins limitées à faibles vitesses de déplacement, ce qui est souvent le cas en tennis fauteuil où la zone de déplacement étroite ne permet pas
30 d'atteindre des vitesses très importantes.

II.4.2 Résistance dans les paliers

L'utilisation de roulements à billes pour réaliser toutes les liaisons pivot du fau-
teuil limite fortement la perte de puissance dans ces éléments. Très peu étudiés dans les conditions d'utilisation du fauteuil roulant [52], de nombreux auteurs négligent les

couples résistants dans les paliers [130, 65, 112, 138] du fait de valeurs de couples résistants de l'ordre de 0,10 Nm [52, 122], ce qui constitue cependant une puissance perdue pour un fauteuil évoluant à 1m/s (rayons de roue arrière et avant de 0,3m et 0,04m respectivement) de l'ordre de 6W, perdus principalement dans les roulettes avant, qui ont
5 une forte vitesse angulaire du fait de leur faible rayon.

Les facteurs influant sur le couple résistant d'un roulement neuf sont la charge axiale sur le roulement, la charge radiale, la viscosité du roulement, l'ajout de joints d'étanchéité. Par contre seules les données d'un constructeur sont disponibles ainsi qu'une étude statique. L'effet du vieillissement n'a pas été étudié à notre connaissance, ce qui
10 pourrait donner une indication intéressante de la périodicité de remplacement de roulements à billes. De même les roulements de différents constructeurs n'ont pas été comparés et l'effet d'un mauvais montage de roues (charge axiale trop importante) n'a pas été mesuré.

Pour effectuer ces vérifications, une machine a été conçue et réalisée. Elle permet
15 de faire varier les charges axiales et radiales, la vitesse de rotation et de simuler un carrossage dans la limite des conditions d'utilisation du fauteuil. Un protocole de test de paliers dans leurs conditions d'utilisation a été défini et des tests de précision et de reproductibilité des mesures ont été effectués. A titre d'essai, un palier neuf a été comparé à un palier usagé.

Les dispositifs et protocoles réalisés permettent de mesurer des couples avec une précision de l'ordre de 6.10^{-3} Nm en une trentaine de minutes. Des aménagements mineurs sur la machine permettraient de faciliter encore son utilisation, mais elle a été capable de différencier le roulement neuf du roulement usagé, même si le vieillissement du roulement n'a pas augmenté de manière très notable son couple résistant. Il a néanmoins
20 été constaté une forte sensibilité du couple résistant à la charge axiale, qui est nécessaire pour limiter les mouvements indésirables des roues ou roulettes, mais qui peut rendre le couple résistant non négligeable.

A l'issue de ces travaux un dispositif a été conçu pour assurer aisément le serrage correct des paliers et fait l'objet d'un brevet en cours de dépôt par le CERAH.

30 II.4.3 Résistance au roulement

Les déformations de la roue roulant sur le sol entraînent une perte de puissance, phénomène appelé résistance au roulement. La résistance au roulement d'une roue est modélisée à l'aide d'un paramètre λ , appelé *paramètre de résistance au roulement* et d'un
35 *facteur de résistance au roulement* λ/r , obtenu en divisant le paramètre par le rayon de roue r , le [25, 80, 72, 84].

Les valeurs de facteur de résistance au roulement de la littérature sont comprises entre 10^{-2} et 4.10^{-2} pour les roulettes et sont entre $0,5.10^{-2}$ et 10^{-2} pour les grandes roues

[52, 72, 115].

La force due à la résistance au roulement lors d'un déplacement en ligne droite d'un fauteuil chargé varie selon les auteurs de 3 à 33 N (3 à 33 W pour un fauteuil roulant à 1m/s en ligne droite) [72, 11, 131, 52, 137, 130, 46, 34, 37, 48, 116] et est considérée
5 comme la perte d'énergie majeure du fauteuil à faible vitesse. Elle est fonction du matériau de la roue, du type de sol, mais aussi de la géométrie de la roue, notamment son rayon. Pour un fauteuil roulant, la répartition antéro-postérieure de charge a aussi une influence sur sa résistance au roulement [37, 116].

A la connaissance de l'auteur, si certaines modélisations existent déjà [84, 116], aucune modélisation prenant en compte tous les paramètres géométriques et mécaniques
10 - notamment les inerties - du système sportif + fauteuil n'a lié le mouvement en ligne droite du fauteuil aux paramètres de résistance au roulement de ses roues. De même aucune étude n'a comparé le comportement d'un nombre important de roues sur différents sols, ce qui implique l'utilisation d'un protocole de test sur le terrain indépendant
15 de la géométrie du terrain testé.

Lors des travaux réalisés, le mouvement en ligne droite d'un fauteuil roulant a été modélisé mécaniquement en tenant compte des paramètres géométriques et inertiels de celui-ci, ce qui a permis de connaître quels paramètres pouvaient être négligés et de lier la décélération libre du fauteuil aux paramètres de résistance au roulement avant et
20 arrière dans la formule (II.2.11) :

$$\gamma_G = -g * \left(\frac{\lambda_f}{r_f} P_f + \frac{\lambda_r}{r_r} P_r \right)$$

De là un protocole de mesure du fauteuil complet sur différents sols a été conçu à partir de travaux réalisés précédemment [135, 38, 115, 116], permettant de déterminer les facteurs et paramètres de résistance au roulement des roues avant et arrière.

Après validation de ce protocole et estimation de l'intervalle de confiance sur les
25 mesures, 33 fauteuils (couples roue avant / roue arrière) ont été testés sur sol lisse et dur (béton lissé) et sur sol déformable (moquette). Ainsi une base de données de résistances au roulement de roues arrière et de roulettes avant a été créée, qui a permis de les classer par ordre de résistance au roulement et de définir de grands types de roues et roulettes.

Il est apparu que si les roulettes de type roller possédaient le plus faible paramètre
30 de résistance au roulement sur sol dur et lisse, les roulettes de type *soft roll* devenaient plus avantageuses sur sols moins durs et concurrentielles sur sol dur et lisse du fait de leur diamètre généralement plus grand. Les roues arrière pneumatiques étaient sans conteste plus intéressantes que les roues à bandage et de beaucoup plus faible facteur de
35 résistance au roulement que les roulettes, toujours grâce à leurs diamètres. Par ailleurs, les pressions de gonflage supérieures à 3 bars ne permettaient pas de gagner énormément.

ment au niveau de la résistance au roulement, notamment sur sol déformable.

En conclusion, l'optimisation du fauteuil pour limiter la résistance au roulement passe par la diminution de charge sur les roulettes avant, l'augmentation du rayon de celles-ci, notamment sur les sols déformables (type piste d'athlétisme ou Roland Garros, par exemple) avec l'emploi éventuel de roulettes de type "soft roll". L'évolution du paramètre de résistance au roulement avec la charge n'est par ailleurs pas flagrante dans les conditions d'utilisation du fauteuil roulant et l'emploi d'une seule roulette au lieu de deux ne serait pas pénalisant du point de vue de la résistance au roulement.

II.4.4 Résistance au pivotement

Le jeu en tennis fauteuil fait intervenir de nombreuses fois le mouvement de rotation du fauteuil, qui dissipe alors au niveau des roues une puissance supplémentaire par rapport à la résistance au roulement. En effet lorsqu'une roue tourne autour d'un axe perpendiculaire au sol, des glissements se produisent dans sa zone de contact, qui provoquent une dissipation de puissance. Le moment de pivotement d'une roue M_{piv} peut être exprimé comme la multiplication de l'effort normal sur cette roue par un paramètre de résistance au pivotement.

Ce phénomène est peu étudié pour le fauteuil roulant, car les résistances au pivotement sont souvent négligées dans les modèles de mouvement [69, 18]. Des études ont cependant mesuré des résistances de roues dans un mouvement de pivotement pur [71, 52] et ont montré sa dépendance avec l'effort normal et son indépendance avec la vitesse de pivotement. Les valeurs recensées en pivotement pur sont de l'ordre de 3 à 16×10^{-3} m pour les roulettes [72, 52] et de l'ordre de 24×10^{-3} pour les grandes roues [72]. D'après l'étude de Kauzlarich [72], ce paramètre de pivotement pourrait diminuer de l'ordre de 50 % lorsque la roue avance en plus de pivoter (mouvement combiné de roulement + pivotement).

La perte de puissance au cours d'un mouvement contrôlé de rotation du fauteuil, avec centre instantané de rotation imposé, a été modélisée mécaniquement. Lors de la rotation du fauteuil, les roues dissipent une puissance à la fois dans leurs résistances au pivotement et dans leurs résistances au roulement. La puissance perdue par pivotement des roues était par ailleurs du même ordre de grandeur que celle perdue par roulement. Par ailleurs, cette modélisation a fait apparaître le rôle de l'éloignement des roues arrière et des roulettes avant par rapport au centre de rotation dans l'augmentation de la puissance dissipée par le roulement de ces roues. Ainsi un fauteuil plus compact dissipera moins de puissance par résistance au roulement dans sa rotation. Comme pour la résistance au roulement, la répartition de masses avant-arrière modifiera les influences des grandes roues ou des roulettes, bien que pour les grandes roues, le faible facteur de résistance au roulement pourrait être compensé par une résistance au pivotement plus

élevée que celle des roulettes. Il peut être remarqué par ailleurs que l'inertie ainsi que la position du centre de gravité influent fortement sur la valeur de décélération. Par ailleurs, en choisissant deux répartitions de charge avant / arrière et en mesurant la décélération en rotation il est possible de déterminer les paramètres de résistance au pivotement des roues avant et arrière.

Une étude a été réalisée, dans laquelle le sportif entraînait son fauteuil en rotation puis le laissait décélérer, ce afin d'apporter des éléments de validation au modèle. La position du centre de gravité du sportif au cours du mouvement était mesurée grâce à un système optoélectronique et la vitesse angulaire grâce à une centrale inertielle. Le mouvement du fauteuil était proche d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixé et la décélération constatée constante pour tous les tests effectués. Les paramètres de pivotement avant étaient similaires à ceux recensés dans la littérature, mais les paramètres arrières étaient égaux aux paramètres avant, soit 8 fois plus faibles que ceux recensés par d'autres auteurs [72]. Ces dernières valeurs de résistance au pivotement des roues arrières ne sont cependant pas suffisamment faibles, à notre sens, pour qu'elles soient négligées, comme l'ont fait Johnson et de Chénier [69, 18]. Les résultats issus de ce test sont cependant à considérer en tenant compte des imprécisions sur le centre de gravité, sur l'inertie du fauteuil et surtout du sujet, ainsi qu'aux mouvements de ce dernier.

En conclusion, la résistance au pivotement joue un rôle équivalent à la résistance au roulement lors de la rotation du fauteuil, et l'éloignement des roues du centre de rotation contribue à augmenter la puissance dissipée (pour une vitesse de rotation imposée). Un protocole de tests de résistance au pivotement de différentes roues, similaire à celui de test de résistance au roulement, pourrait être envisagé pour caractériser les roues et roulettes sur différents sols. La diminution du paramètre de pivotement avec le roulement de la roue reste à investiguer.

Deuxième partie

Interactions sujet - fauteuil roulant

Jusqu'à présent, le sportif était considéré comme une masse fixe sur le fauteuil, afin de faciliter l'interprétation des pertes de puissances du fauteuil, indépendantes des capacités physiques et de la technique du joueur.

5 Nous avons cependant remarqué que la position du centre de gravité du système fauteuil + sportif ainsi que son inertie avaient un impact important sur les dissipations d'énergies par le fauteuil. Du fait des mouvements du joueur nécessaires à la réalisation de nombreuses tâches "tennis", ces caractéristiques inertielles évoluent au cours du match et influent donc sur le comportement du fauteuil. Nous étudierons dans un premier temps une manière de représenter le joueur dans son fauteuil, qui nous permettra
10 de définir à chaque instant ses caractéristiques inertielles, ouvrant la voie à l'étude dynamique de ses mouvements.

Par ailleurs, il a été constaté qu'en phase de propulsion, le fauteuil exécutait un mouvement de tangage (en passant d'un contact sur les roulettes avant à un contact sur la roulette antibascule à l'arrière), qui nuisait donc à la stabilité du système et
15 provoquait potentiellement une perte d'énergie. La phase de propulsion en ligne droite est un élément clé du match car elle permet au sportif de se rendre sur le point de frappe de balle. Avec un minimum de deux phases de propulsion par échange, toute perte d'énergie et de stabilité dans cette phase peut nuire au joueur. Une manière intuitive de réduire cet effet de tangage serait d'avancer le siège, afin que le poids du sportif
20 soit appliqué légèrement plus sur les roulettes avant, limitant le décollement de celles-ci. Cependant si cette position améliore certainement la stabilité antéro-postérieure du fauteuil, elle n'est pas sans conséquence sur la propulsion de sportif et la résistance au roulement. Une étude de la propulsion en ligne droite permettra donc de mettre en relation ces différents aspects.

Chapitre III

Revue bibliographique

Dans cette section, nous recenserons les études actuelles concernant la modélisation du sportif dans son fauteuil, puis celles ayant trait à la caractérisation des interactions sportif / fauteuil.

Les recherches bibliographiques suivantes s'attacheront à la propulsion du sportif en ligne droite, les réglages l'influençant et ses liens avec la résistance au roulement.

Sommaire

10	III.1 Modélisation du sportif dans son fauteuil	107
	III.1.1 Cinématique du sportif	107
	III.1.2 Dynamique du joueur dans son fauteuil	107
	III.1.3 Fauteuil	109
	III.1.4 Raquette	110
15	III.2 Influence des réglages sur la propulsion	112
	III.3 Synthèse et conclusions de l'analyse bibliographique	114

III.1 Modélisation du sportif dans son fauteuil

III.1.1 Cinématique du sportif

Si les membres inférieurs du sportif peuvent être considérés comme immobiles dans le repère fauteuil, et donc être traités comme un seul solide rigide, il n'en va pas de même pour les membres supérieurs du joueur, qui se déplacent les uns par rapport aux autres au cours du mouvement. Les représentations habituelles de l'être humain le séparent en différents segments, considérés comme des solides rigides, liés entre eux par des articulations. Ces segments sont généralement : les pieds, les segments tibiaux, les segments fémoraux, le bassin, le tronc (séparé parfois en thorax et abdomen), les bras, les avant-bras, les mains et pour finir l'ensemble tête et cou [106].

Les paramètres décrivant les mouvements du sportif sont les positions, les vitesses et les accélérations de ses segments, par rapport au repère terre et les uns par rapport aux autres. Lorsque la position relative d'un segment par rapport à un autre est décrite, on parlera d'angles ou de vitesses angulaires inter-segmentaire. Ces valeurs sont importantes pour savoir si une articulation est proche de sa butée articulaire, ce qui peut présenter un danger pour elle [90]. La symétrie du système permet parfois de suivre le mouvement en deux dimensions.

L'usage du fauteuil présente une particularité : les mouvements de la personne peuvent être exprimés dans le repère fauteuil. Nous parlerons alors de *pattern de propulsion* pour caractériser le mouvement des mains par rapport au fauteuil lors de la propulsion, en cherchant par exemple à déterminer le point d'application des mains sur les mains courantes du fauteuil [110, 108, 78].

III.1.2 Dynamique du joueur dans son fauteuil

De nombreux auteurs ont travaillé sur la modélisation du corps humain car les paramètres inertiels de celui-ci prennent une importance majeure lors de mouvements à fortes accélérations linéaire et angulaire. Dans les activités sportives en fauteuil en particulier, le tronc et les bras peuvent subir des accélérations fortes et la détermination de ces paramètres devient majeure pour la compréhension du mouvement. Le couplage des informations inertielles avec les accélérations d'un solide permet entre autres de déterminer le torseur dynamique de ce solide, information nécessaire pour calculer les efforts articulaires, actuellement impossibles à obtenir de manière directe.

La précision obtenue sur les efforts articulaires est très dépendante de la précision avec laquelle le corps humain est représenté [107], surtout quand les accélérations sont importantes. Or, la stabilité du fauteuil, les résistances à l'avancement et plus globalement la locomotion du sportif sont tous affectés par la position de celui-ci et ses caractéristiques inertielles [76, 93]. Ces dernières sont obtenues de différentes manières

dans la littérature, même si toutes s'entendent sur le fait que l'être humain peut être représenté par un assemblage de segments rigides (tronc, bras, main, segment fémoral, etc.). Les méthodes permettant d'accéder aux Paramètres Inertiels Segmentaires ou *PIS* peuvent être regroupées en 3 catégories : les méthodes paramétriques, les méthodes d'identification et les méthodes géométriques.

Les méthodes dites *paramétriques* [6] sont issues de mesures directes d'inertie de segments découpés et isolés, issus de cadavres [39, 22, 15]. Ces mesures ont permis d'obtenir des bases de données anthropométriques, pour un type spécifique de population. Il est alors possible de se référer à ces bases pour estimer les paramètres inertiels d'un nouveau sujet, en utilisant certaines mesures faites sur celui-ci [35]. Ces mesures sont par exemple la masse totale, les longueurs segmentaires ou utilisent les coordonnées de marqueurs optoélectroniques situés à différents points anatomiques [145, 41]. Cependant, ces méthodes proposent des propriétés inertielles génériques, qui peuvent devenir peu précises si le sujet n'appartient pas à la tranche de population testée. Par exemple la masse des segments est donnée relativement à la masse totale du sujet, qui pour un sujet amputé, comme c'est le cas pour notre athlète, est faussée par l'absence d'une des jambes.

Des mesures dites *d'identification*, qui utilisent la résultante d'efforts sur des plateformes de force pour différentes positions ou mouvements du sujet, permettent aussi de caractériser les inerties des segments. Elles font par exemple l'hypothèse que la masse d'un segment et son centre de masse sont des fonctions de la masse totale et de la longueur du segment concerné [74, 102]. Ces méthodes sont souvent adaptées pour l'étude de la marche [88] et surtout allongent le temps d'expérimentation. Sans faire d'hypothèses sur des relations de masses et de longueurs, certains utilisent les informations des plateformes de force ainsi qu'un système d'analyse du mouvement pour déterminer expérimentalement les paramètres inertiels des segments. Le sujet adopte plusieurs positions en fléchissant ou étendant chaque segment et la résultante des efforts induits est mesurée grâce à une ou deux plateformes [31, 16, 99]. D'autres font appel à des manipulations robotiques pour déterminer les paramètres inertiels [77]. Ces méthodes peuvent permettre d'obtenir de bonnes approximations des paramètres inertiels, sans faire intervenir d'hypothèse de répartition de masse ou autre, mais elles sont complexes à mettre en place, consommatrices de temps et une personne ayant un handicap peut avoir quelques difficultés à exécuter tous les mouvements requis par ces mesures et notamment parce qu'elles requièrent de fortes accélérations pour accéder aux propriétés inertielles.

Il est par ailleurs possible d'estimer les paramètres inertiels d'un sujet en utilisant les méthodes dites *géométriques*. Dans ces méthodes, le volume du sujet est représenté par des formes géométriques, puis une densité leur est appliquée, ce qui permet d'accéder aux paramètres inertiels. L'estimation de cette densité de segment peut être obtenue

par des tables (issue de mesures cadavériques [39]) de densité segmentaire, en divisant le segment en grands ensembles (os, muscle, graisse) et en appliquant une densité spécifique à chaque ensemble [96], ou encore directement à partir de données d'imagerie [86]). L'utilisation de l'imagerie médicale permet de reconstruire les formes géométriques des segments, des masses osseuse, musculaires, graisseuses, etc. qui les constituent et dans d'estimer plus précisément leurs densités [17, 42, 54, 40, 86]. Ces mesures imposent de disposer, à proximité du lieu de mesure, d'un dispositif d'imagerie médicale, qui fait rarement partie de l'équipement standard d'un laboratoire d'analyse du mouvement. Bien que les résultats issus de l'imagerie médicale soient parmi les plus précis pour des mesures inertielles in vivo d'un sujet, le coût de cette instrumentation la rend inaccessible pour beaucoup de chercheurs. La reconstruction géométrique peut aussi être effectuée par un certain nombre de mesures anthropométriques sur le patient (rayon, longueur de membre,...) et ne nécessite donc pas de dispositif d'imagerie médicale [59, 61, 144]. Ces mesures sont souvent nombreuses (plus de 200 pour Hatze [61]) et nécessitent donc un temps d'expérimentation important.

Enfin, il est possible de modéliser le volume du sujet grâce à des mesures utilisant des photographies ou des prises de vues par caméra [68, 2, 55, 104]. Le modèle de Pillet [104] en particulier nécessite une acquisition statique, avec un système optoélectronique et deux photographies face / profil prises simultanément, les marqueurs positionnés aux points anatomiques du sujet servant à définir un certain nombre d'ellipses et à calibrer les prises de vues. Les ellipses sont ensuite jointes pour former des portions de cônes représentatifs des segments et ajustées ensuite aux contours du sujet sur les photos face / profil. Les volumes obtenus étant proches de ceux des segments du sujet, des densités uniformes spécifiques à chaque segment [39] sont appliquées et un système d'axe associé au segment est défini en suivant les recommandations de l'ISB [143, 142, 141]. Ceci permet d'exprimer pour chaque segment la matrice d'inertie et la position du centre de gravité dans son repère segmentaire. Cette méthode sollicite peu le sujet (faible temps d'expérimentation, demeurer statique quelques secondes suffit à la prise de mesure) et s'adapte donc bien à nos besoins d'estimation d'inertie sur une personne handicapée. Elle n'a cependant été validée que pour l'estimation des inerties d'un sujet debout et n'est donc pas adaptée à une personne en fauteuil roulant.

III.1.3 Fauteuil

Le fauteuil peut être décomposé quant à lui en un châssis rigide, des fourches pivotantes par rapport à ce châssis et des roulettes pivotantes par rapport aux fourches. Les études mesurant les inerties angulaires du fauteuil sont rares : Chénier [18] calcule l'inertie du système sujet + fauteuil en exprimant celle-ci comme une inconnue dans l'équation de mouvement du fauteuil et en optimisant sa valeur pour retrouver la tra-

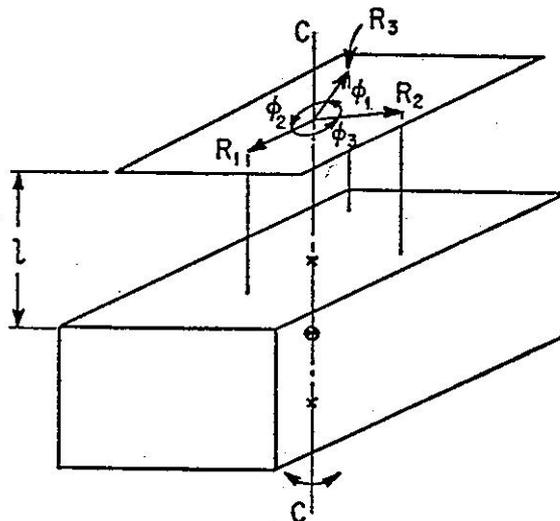
jectoire mesurée du système. Il considère donc le système sujet + fauteuil et obtient des valeurs de 7 à 8 kg.m².

Harris [60] propose, quant à lui, une méthode baptisée "méthode du pendule trifilaire" et basée sur la mesure de la période d'oscillation d'un pendule à trois cordes. Le solide S dont on veut estimer l'inertie est suspendu à un bâti fixe et indéformable au moyen de trois câbles de même longueur l , tous verticaux et accrochés à égale distance (notée R) du centre de gravité du solide (Figure III.1). En déplaçant angulairement le solide et en le relâchant, il oscille avec une période d'oscillation T dépendante de son inertie selon l'axe vertical passant par son centre de gravité $I_{G,z}$, de la longueur des câbles l et de la masse du système m , tels que :

$$I_{G,z} = \frac{m g R^2 T^2}{4 \Pi^2 l} \quad (\text{III.1.1})$$

Cette méthode a été utilisée par MacPhee [93]

FIGURE III.1 – Illustration de la méthode du pendule trifilaire [60]



Eicholtz [43] utilise une méthode similaire, mais remplace les trois fils par un système de ressorts. Les inerties sont estimées à partir des mesures de période d'oscillation propre du système de table montée sur ces ressorts.

15 III.1.4 Raquette

Le moment d'inertie de la raquette autour d'un axe perpendiculaire à la normale au tamis et à l'axe du manche est exprimé dans le sport comme le *Swingweight*. Il correspond au moment d'inertie (en kg/cm²) de la raquette à 10 cm du bout du manche (coté le plus proximal de la raquette) [9]. Ce point correspond en première approximation au point de contact / au centre de pression du contact de la raquette avec la main au cours de la frappe. En effet, on peut estimer que lors d'une frappe, c'est autour de cet

axe que la raquette va tourner principalement et que les faibles accélérations de rotation sur les autres axes permettent de négliger leurs effets inertiels.

Les informations sur le swingweight et le centre de gravité de la raquette sont recensées sur les sites fournisseurs. Dans le cas de notre sportif, la raquette (Technifibre 5 TFight 320 VO2 Max) présente les caractéristiques suivantes : swingweight 324 kg.cm^2 , centre de gravité à 32 cm de l'extrémité proximale du manche, masse de 337 grammes.

III.2 Influence des réglages sur la propulsion

La propulsion en fauteuil roulant est le fait d'utiliser les membres supérieurs sur les mains courantes des roues pour mettre le fauteuil en mouvement. Les actions conjointes du buste, des bras, avant-bras et mains créent sur les mains courantes du fauteuil un effort, entraînant la roue en rotation autour de son axe. Le moment créé par une partie de l'effort sur les mains courantes est appelé "moment propulsif" et est souvent considéré comme seul moteur du fauteuil [32] en négligeant la gesticulation de l'utilisateur [114]. La propulsion peut être étudiée sur simulateur, sur ergomètre, sur tapis roulant ou sur le terrain.

Les simulateurs sont des dispositifs constitués d'un siège fixe et des grandes roues. Les roues peuvent être déplacées par rapport au siège et les efforts sur les mains courantes mesurés à l'aide de roues dynamométriques [67]. Les ergomètres à rouleaux permettent de fixer un fauteuil dans sa configuration d'utilisation sur un ensemble de rouleaux. Les roues arrière entraînent les rouleaux arrière lors de leur rotation. Le moment propulsif et la vitesse angulaire peuvent être mesurés en instrumentant la roue ou les rouleaux [24, 26, 48, 83, 56]. Ces dispositifs permettent d'isoler la capacité de propulsion d'un utilisateur d'autres facteurs (stabilité, résistance au roulement, etc.), d'effectuer des mesures à instrumentation encombrante telles que des mesures de consommation d'oxygène et d'activité électrique musculaire (EMG) et enfin de mesurer de nombreux cycles de propulsion par système optoélectronique.

Sur tapis roulant, l'utilisateur a une vitesse quasiment nulle par rapport à la salle, ce qui offre les mêmes avantages que les études utilisant les ergomètres à rouleaux. Par contre, l'effet de la dynamique du corps entre en compte : les mouvements relatifs utilisateur / fauteuil influent sur le mouvement. Les roues peuvent être instrumentées, mais il est aussi possible de retenir le fauteuil par un câble lié à un capteur de force, pour mesurer sa dynamique. Ce dispositif peut présenter toutefois des problèmes de sécurité à fortes vitesses et gêner la propulsion naturelle par une vitesse imposée.

Sur terrain, les conditions d'expérimentations sont proches des conditions réelles, mais l'instrumentation doit être plus légère. La distance parcourue au cours d'un cycle de propulsion étant de plusieurs mètres, elle peut être trop importante pour les salles et les dispositifs optoélectroniques rencontrés habituellement en recherche. Il se développe actuellement des dispositifs utilisant un ensemble de centrales inertielles pour mesurer accélérations linéaires et vitesses angulaires pour reconstruire le mouvement, bien que l'intégration des données pour obtenir un déplacement puisse poser des problèmes de dérive. Les roues instrumentées peuvent par contre être utilisées pour mesurer les efforts sur les mains courantes [38, 30, 111].

Les capacités de propulsion sont dépendantes évidemment des capacités physiques du sportif, mais aussi de ses capacités à exercer l'effort correctement, c'est à dire de son

entraînement. On remarque par exemple des différences entre les mouvements relatifs de la main par rapport au fauteuil durant un cycle de propulsion (nommé "pattern de propulsion" entre un nouvel utilisateur et un utilisateur expérimenté [133, 1, 56]).

La propulsion est aussi affectée par la géométrie du fauteuil, qui peut favoriser un effort maximal ou des angles inter segmentaires limitant les risques de blessures. Mc Laurin [98] recense le diamètre de main courante (un faible diamètre permettra d'entraîner les roues à des vitesses plus élevées mais diminuera les capacités d'accélération) [26], la section de la main courante (une section ovale d'aire élevée facilitera la transmission d'efforts à la main courante [98, 128]), bien que son effet ne soit pas clairement prouvé [129].

Un facteur de la géométrie du fauteuil affectant fortement la propulsion est la position relative du siège par rapport au fauteuil. En effet cette position influera fortement sur les angles des segments supérieurs au cours de la poussée, sur le temps de propulsion et le secteur angulaire parcouru par la main sur la roue [10, 67, 7, 79, 53, 56]. Les conclusions sont d'une part qu'un angle du coude de 60° à 80° lorsque la main est posée sur le haut de la main courante est conseillé [79], d'autre part, un siège trop haut ou trop en avant par rapport à l'entraxe arrière augmentera les risques de blessure et limitera les capacités propulsives de l'utilisateur. Ces mesures ayant été effectuées sur ergomètres à rouleaux ou sur fauteuil roulant à vitesse de confort, la stabilité antéropostérieure n'a à notre connaissance pas été prise en compte dans ces études, bien que la position de l'entraxe arrière par rapport au siège y joue un rôle majeur [76, 136, 119].

Or, nous avons vu dans le chapitre précédent l'influence forte de la position du centre de masse du système sujet / fauteuil sur la résistance au roulement, en concluant que celle-ci sera plus faible lorsque la masse est déportée vers l'arrière. Le confort de propulsion et la résistance au roulement nous incitent donc à reculer le siège par rapport à l'entraxe arrière mais aucune étude, à la connaissance de l'auteur, n'a observé l'effet de la stabilité du fauteuil sur l'affirmation précédente, notamment pour un fauteuil tennis et une dynamique de mouvement importante.

III.3 Synthèse et conclusions de l'analyse bibliographique

La revue bibliographique a d'une part montré de multiples méthodes pour obtenir les paramètres inertiels du corps humain, par des méthodes paramétriques, par infé-
5 rence à partir de données de plateformes de forces ou par méthodes géométriques. Les méthodes géométriques, en particulier celles utilisant la photogrammétrie, semblent les plus adaptées à une mesure des inerties d'un sportif de haut niveau en fauteuil rou-
lant, car elles utilisent peu d'équipement, fournissent des données personnalisables et sont peu consommatrices de temps d'expérimentation ; de plus, elles ne nécessitent pas
10 que l'utilisateur prenne des positions allongées ou des poses spécifiques. Parmi elles, la méthode de Pillet [104] permet, grâce à deux photographies face / profil du sujet, de reconstruire un modèle volumique personnalisé de celui-ci, mais n'est pas validée pour une personne assise.

La propulsion en fauteuil roulant a pour sa part été étudiée dans la littérature, mais
15 soit sur ergomètre à rouleaux, soit sur fauteuil conventionnel à des vitesses faibles. Les conclusions principales concernant la géométrie du fauteuil sont qu'il est préférable de reculer le siège et de ne pas trop l'élever par rapport à l'entraxe arrière [53, 56], elles rejoignent en cela celles exprimées pour la résistance au roulement, qui préconisent de décharger au maximum les roues avant en reculant par exemple l'assise du joueur.
20 Cependant, ces positions très reculées du siège peuvent provoquer une instabilité du fauteuil [76, 136], mais cet aspect n'a, à la connaissance de l'auteur, pas été étudié dans la littérature pour un fauteuil tennis ni pour de fortes accélérations segmentaires.

Chapitre IV

Travaux personnels

Les mouvements du sportif ont un impact important sur celui du fauteuil, ils doivent donc être étudiés, en particulier dans les situations considérées comme pénalisantes pour le sportif.

La revue de littérature a montré l'importance de disposer des paramètres inertiels des segments du sujet et de son fauteuil pour pouvoir accéder aux grandeurs dynamiques lors du mouvement. Les premiers travaux auront pour objectif d'estimer ces paramètres inertiels, pour un sujet en fauteuil, en limitant la gêne pour celui-ci.

Ensuite, ces paramètres inertiels serviront à l'étude d'une situation pénalisante, qui est le mouvement de tangage du fauteuil roulant lors de la propulsion, générateur d'instabilité pour le sportif.

Sommaire

15	IV.1 Modélisation inertielle du sujet assis	117
	IV.1.1 Adaptation du modèle	117
	IV.1.2 Résultats	118
	IV.1.3 Discussion	120
	IV.1.4 Conclusion	121
20	IV.2 Modélisation inertielle du fauteuil roulant	122
	IV.2.1 Matériel et méthode	122
	IV.2.2 Résultats	124
	IV.2.3 Discussion et conclusion	124
25	IV.3 Influence des réglages sur le confort de propulsion, l'instabilité et la résistance au roulement	124
	IV.3.1 Matériel et méthodes	125
	IV.3.2 Résultats	128
	IV.3.3 Discussion	130

IV.1 Modélisation inertielle du sujet assis

La revue bibliographique a montré l'intérêt de la méthode de Pillet [104] afin d'estimer sans gêne importante pour l'utilisateur les masses de ses segments, leurs centres de masses et leurs matrices d'inerties, nommés paramètres inertiels ou *PIS*, à l'aide de deux photographies face / profil et d'un système optoélectronique. Validé pour une application aux mouvements de marche, ce modèle ne l'a pas été pour une position assise, où la position des centres de masse prend plus d'importance que pour la marche, car les segments du membre inférieur ne sont plus à la verticale du tronc. Par ailleurs, ce modèle nécessite un sujet en position debout et ne tient donc pas compte de la déformation des segments en position assise (abdomen et cuisses en particulier). L'adaptation de ce modèle à l'estimation des PIS d'un sujet assis a donc été réalisée, en collaboration avec K.Kollia (LBM, 2011), dans le cadre de ses travaux de master.

IV.1.1 Adaptation du modèle

IV.1.1.1 Matériel et méthodes

7 sujets asymptomatiques (trois hommes et quatre femmes) ainsi que le sportif (amputé fémoral, mesure sans prothèse) ont participé à l'étude. Chaque sujet a été équipé de marqueurs réfléchissants, situés aux points anatomiques selon les recommandations de l'ISB [140, 142, 141].

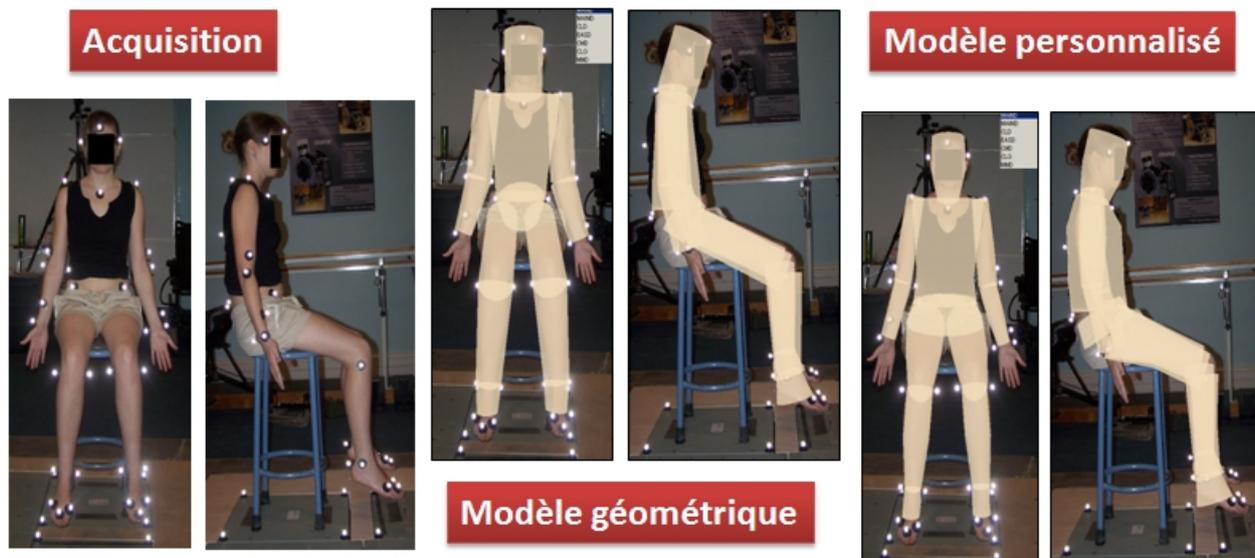
Une acquisition consistait en un enregistrement de quelques secondes du sujet statique par un système optoélectronique (8 caméras VICON, Oxford Metrics, UK) durant laquelle deux photos - face et profil - étaient prises (Appareil KODAK EasyShare ZD710); les masse et centre de pression du sujet étaient aussi enregistrées à l'aide de plateformes de force (AMTI).

La reconstruction volumique de 11 segments des sujets (pieds, segments tibiaux et fémoraux, bassin, tronc, avant-bras, bras, tête) était effectuée par la méthode de Pillet [104] pour chaque acquisition (voir IV.1), ses mains étaient modélisées par la méthode de Dumas [41].

Pour chaque sujet, deux acquisitions statiques ont été effectuées puis leur modèles respectifs construits :

- une première acquisition en position debout, bras écartés du corps, pieds sur une plateforme de force, a permis de créer le "*modèle 1 - debout*" (application directe de la méthode de Pillet).
- une deuxième acquisition assise statique sur un tabouret, bras écartés du corps. Les quatre pieds de la chaise étaient placés sur une plateforme de force et les pieds du sujet ne devaient pas toucher le sol. Ceci a permis de créer le "*modèle 2 - assis*".

FIGURE IV.1 – Etapes de reconstruction du modèle de Pillet [104] en position assise



Le centre de gravité de chaque sujet (moyenne pondérée des centres de masse de chaque segment) et sa projection au sol a d'abord été calculé pour chaque modèle et comparé au centre de pression mesuré par la plateforme (en tenant compte de l'ajout de la chaise pour le modèle 2 -assis). En effet en statique la projection du centre de gravité et le centre de pression sont confondus. Les marqueurs anatomiques n'ayant pas été touchés entre les deux acquisitions, le système d'axe des repères segmentaires était le même pour les modèles 1 et 2. Ceci a permis de remplacer les paramètres inertiels du modèle 2 par ceux du modèle 1, créant ainsi le *modèle 1 - assis*.

Le sportif, amputé transfémoral, ne pouvant se tenir debout seul, les données de la plateforme de force en position debout (acquisition 1) étaient inutilisables. Ses modèles debout (modèle 1 - debout) et assis (modèle 2 - assis) ont néanmoins été construits et les projection des centres de gravité du modèle 1-assis et du modèle 2-assis ont été comparés aux mesures de la plateforme de force de la deuxième acquisition.

IV.1.2 Résultats

Les masses estimées grâce aux modèles 1-debout et 2-assis différaient des masses réelles mesurées par les plateformes (Figure IV.1) L'erreur moyenne était de $2,1 (\pm 0.7)$ kg pour le modèle 1-debout et de $3,1 (\pm 2.1)$ kg pour le modèle 2-assis. La différence moyenne entre les deux modèles était de $2,1 (\pm 1.3)$ kg.

La comparaison des répartitions de masses segmentaires avec la littérature (Tableau IV.2) montre des différences maximales de 3 % avec le modèle de Zatsiorsky et des différences jusqu'à 15 % en comparant le tronc de Dempster, Chandler, Clauser avec la somme (bassin+tronc) des modèles 1-assis et 2-debout.

IV.1. MODÉLISATION INERTIELLE DU SUJET ASSIS

La comparaison des projections des centres de masses avec les centres de pression mesurés par les plateformes en position assise (Figure IV.3) fait apparaître une erreur plus faible en moyenne pour le modèle 2-assis (17 mm) que pour le modèle 1-debout (25 mm) en position assise.

TABLE IV.1 – Comparaison des masses calculées et mesurées (valeurs absolues en Kg)

Sujet	Masse mesurée (kg)	Masse estimée "modèle 1" (kg)	Erreur de masse (%)	Masse estimée "modèle 2" (kg)	Erreur de masse (%)
S1	76	78	3.1	81	5.9
S2	59	57	2.2	59	0.4
S3	73	76	3.2	79	7.3
S4	90	92	1.7	90	0.4
S5	49	52	4.8	53	7.9
S6	66	70	4.8	70	5.6
S7	62	63	2.3	65	4.3
S8	-	64	-	68	-
Moyenne			3.2	Moyenne	
ET			1.2	ET	
Moyenne			3.2	Moyenne	
ET			1.2	ET	

FIGURE IV.2 – Comparaison de la masse relative de chaque segment avec la littérature pour 7 sujets sains, en %

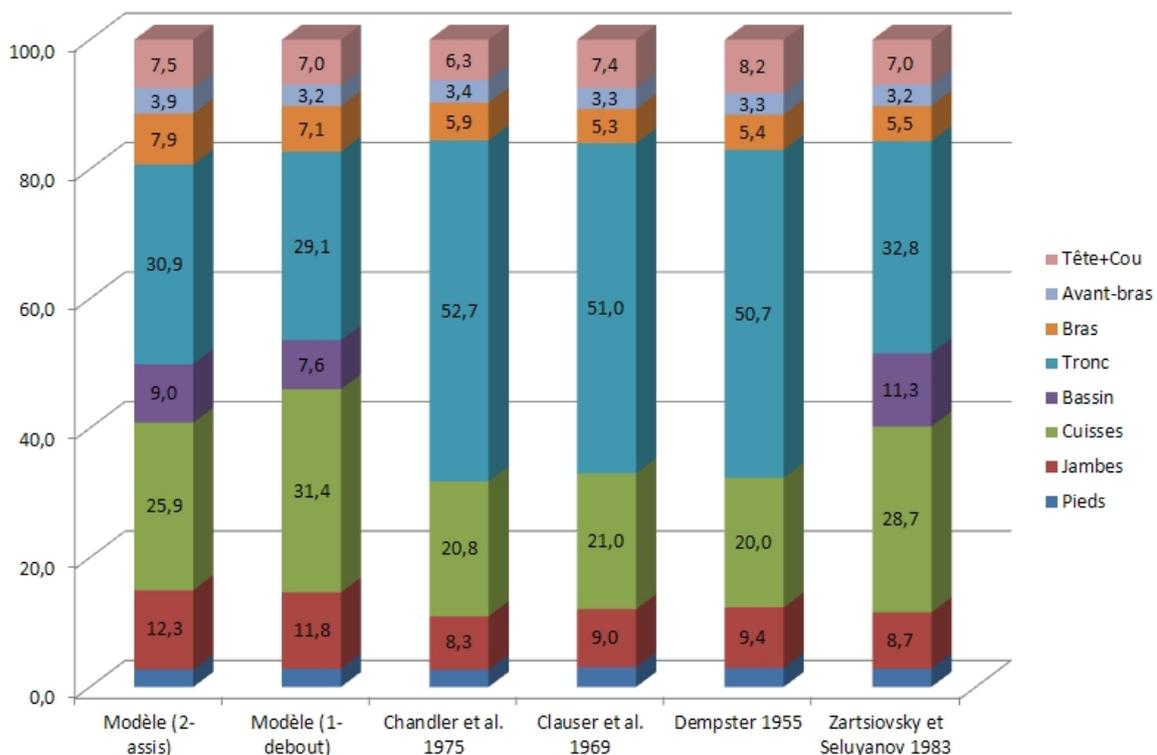
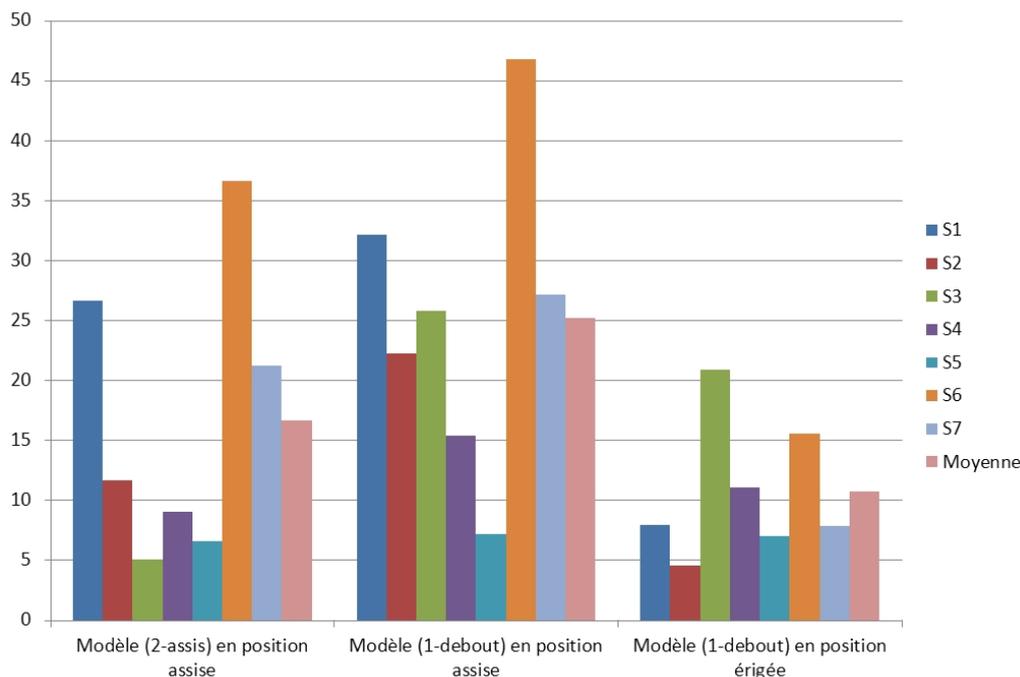


FIGURE IV.3 – Distance entre projection du centre de masse, calculée grâce aux modèles, et centres de pression mesurés (valeurs absolues en mm)



IV.1.3 Discussion

L'étude a proposé une adaptation du modèle de Pillet [104], qui a été évalué sur 8 sujets, qui différaient par le genre, la taille (de 1.58 à 1.85 m), le poids (de 49 à 90 kg) et dont un était amputé d'un membre inférieur.

5 Les masses segmentaires calculés par cette méthode étaient raisonnablement similaires à ceux recensés dans la littérature [104]. La différence de masse relative du tronc+bassin est due au choix des limites entre le bassin et la cuisse, qui transfère une partie de la masse du bassin vers les cuisses dans le cas du modèle de Pillet. Ceci a peu d'incidence en fauteuil roulant, où le bassin et les cuisses ont peu de déplacements
10 relatifs. Nous noterons par ailleurs que nous avons dû grouper l'abdomen et le thorax avec le bassin pour effectuer cette comparaison avec certains modèles de la littérature.

Les positions des centres de masses étaient comparables entre le modèle 2-assis et le modèle 1- debout -qui a été précédemment validé pour la marche [104] - et présentaient une meilleure précision pour le modèle 2-assis, pour une personne assise. Les erreurs
15 de centre de pression pour le sujet assis sont probablement dues d'une part à ce que le modèle ne couvre pas à la perfection le volume du sujet, d'autre part à l'hypothèse de densité uniforme sur un segment. Par ailleurs, en position assise, la position des centres de masse des cuisses prennent une grande importance par rapport à la position
20 debout, où l'axe principal du segment est vertical et donc où une erreur de positionnement du centre de masse a des conséquences minimales sur le centre de pression. De plus

les membres inférieurs sont éloignés horizontalement par rapport au reste du corps en position assise, donc une erreur de masse sur ces segments entraîne une variation importante du centre de pression, alors qu'en position debout les projections des centres de masse des segments sur le sol sont contenues dans une surface de $0,1 \text{ m}^2$. Sujet assis, Le modèle 2-assis s'est par ailleurs révélé plus précis sur la position du centre de masse que le modèle 1-debout, ce qui est certainement dû à la déformation des segments (tronc, cuisses principalement) entre la position érigée et la position assise. Il est donc préférable de créer le modèle volumique directement en position assise pour minimiser les erreurs du centre de masse. Son utilisation pour des mouvements à plus fortes accélérations devra comme tout modèle être considérée avec précaution, car une erreur sur l'inertie aura de plus fortes répercussions [75, 6].

L'acquisition optoélectronique sur un fauteuil présente plus de risques d'occlusion de marqueurs que sur une chaise, en particulier pour les marqueurs positionnées aux points anatomiques des membres inférieurs. Or, le volume représentatif d'un segment peut être construit par cette méthodes sans se référer nécessairement à des points anatomiques de ce segment. Ceci permet de modéliser des formes spécifiques (ex : moignon d'un segment amputé, ne comportant pas tous les points anatomiques du segment entier), mais aussi d'estimer les paramètres inertiels d'un segment sans placer les marqueurs aux points anatomiques de celui-ci. Théoriquement, un segment reconstruit grâce à ses points anatomiques diffèrera par son repère d'un segment reconstruit grâce à d'autre points, mais leurs paramètres inertiels seront similaires. Dans le cas d'un déplacement en fauteuil roulant, où le membre inférieur est quasiment immobile par rapport au fauteuil, les repères segmentaires des membres inférieurs ont peu d'importance, car la variation des angles relatifs entre ces membres ont peu d'intérêt. Il peut donc être intéressant de placer les marqueurs optoélectroniques sur les membres inférieurs en des points visibles par les caméras plutôt qu'en des points anatomiques, ce qui permettra d'éviter les occlusions de marqueurs tout en ne pénalisant pas l'interprétation des résultats.

Enfin, le temps nécessaire à la prise des deux photos était en moyenne de 15 secondes, celui de génération du modèle était de 5 minutes, ce qui présente un autre intérêt de cette méthode.

IV.1.4 Conclusion

Sa capacité à générer rapidement un modèle personnalisé d'un patient assis ou debout, sain ou amputé, rend la méthode présentée ici particulièrement intéressante pour estimer les inerties de personnes handicapées en fauteuil roulant. Elle est utile pour analyser la locomotion en fauteuil roulant, où les paramètres inertiels du sujet sont de plus en plus utilisés [58, 116]. Pour le cas d'un sujet assis, il est par ailleurs préférable

de définir son modèle dans cette position plutôt que dans une position debout. L'erreur sur sa masse totale sera légèrement augmentée mais l'erreur sur son centre de pression sera réduite fortement.

IV.2 Modélisation inertielle du fauteuil roulant

5 Même si le sujet représente la plus grosse part de la masse du système sujet + fauteuil, les paramètres inertiels (PI) du fauteuil doivent aussi être caractérisé afin de connaître précisément les paramètres inertiels du système sujet + fauteuil.

IV.2.1 Matériel et méthode

Le centre de gravité du fauteuil a été défini en utilisant la méthode décrite par Harris
 10 en 1961 [60] : le fauteuil est suspendu par un fil alternativement accroché en trois points différents du fauteuil. A chaque essai, son centre de gravité est aligné avec le fil. Dans notre expérience, des marqueurs réfléchissants étaient placés sur le fauteuil ainsi que sur le fil et une acquisition par système optoélectronique (VICON, Oxford Metrics, UK) était effectuée (figure IV.4). Il était donc possible d'exprimer la direction verticale dans
 15 le repère fauteuil pour chaque point d'accroche du fauteuil. Théoriquement, le centre de gravité est à l'intersection de ces trois droites. En pratique, du fait des erreurs de mesure, le point minimisant les distances aux trois droites a été retenu comme le centre de gravité du fauteuil..

FIGURE IV.4 – Détermination du centre de gravité du fauteuil par suspension par trois points d'accroche différents



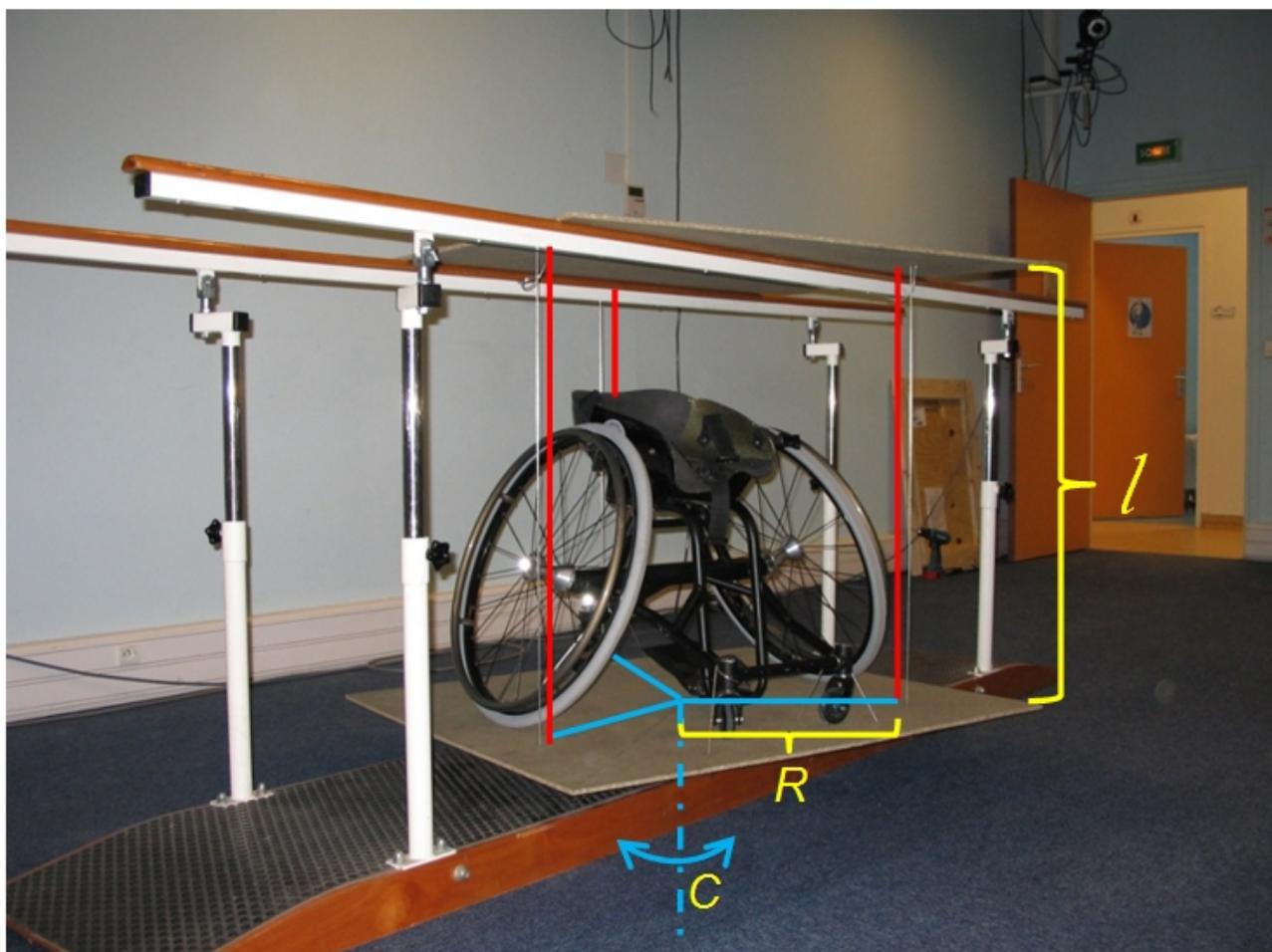
Le moment d'inertie selon l'axe vertical a été défini grâce à la méthode du pendule
 20 trifilaire [60] (figure IV.5) : le fauteuil est fixé sur un plaque de bois dont les propriétés inertiels sont connues (ou facilement calculables), suspendu à un bâti par trois câbles

flexibles de même longueur et de manière à ce que chaque câble soit à égale distance (notée R) du centre de gravité du fauteuil. En déplaçant angulairement le panneau de bois et en le relâchant, le panneau et le fauteuil oscillent avec une période d'oscillations T dépendante de l'inertie du système plaque + fauteuil selon l'axe vertical passant par le centre de gravité $I_{G,z}$, de la longueur des câbles l et de la masse du système m , tels que :

$$I_{G,z} = \frac{m g R^2 T^2}{4 \Pi^2 l} \quad (\text{IV.2.1})$$

Les poids de la plaque et du fauteuil ont été mesurés grâce à une plateforme de force (AMTI), la gravité est supposée connue et égale à 9.81 m/s^2 , et les périodes d'oscillations étaient mesurées par un simple chronomètre (mesure effectuée sur 10 périodes d'oscillation). Dans les tests effectués, la plaque (de masse et de dimensions connues) a d'abord été testée seule en effectuant une série de trois mesures et son inertie mesurée a été comparée à sa valeur théorique (calculée à partir de ses dimensions et de sa masse). Ensuite, le fauteuil a été fixé sur la plaque avec son centre de gravité à la verticale du centre de celle-ci, et trois nouvelles mesures de période ont été effectuées.

FIGURE IV.5 – Photo du montage de mesure d'inertie du fauteuil selon la direction verticale



IV.2.2 Résultats

Les coordonnées du centre de gravité du fauteuil tennis dans son repère R_f (défini en annexe B) sont :

$$\overrightarrow{O_f G_f} | R_f = \begin{bmatrix} 3,2 \\ -0,06 \\ 1,7 \end{bmatrix} \times 10^{-2} \text{ m}$$

5 La différence entre l'inertie théorique et l'inertie mesurée du panneau de bois était de $0,06 \text{ kg.m}^2$, soit $3,5 \%$ (Valeur théorique de $1,86 \text{ kg.m}^2$ et valeur expérimentale de $1,92 \text{ kg.m}^2$).

Le moment d'inertie du fauteuil selon l'axe vertical passant par son centre de gravité était de $1,10 \text{ kg.m}^2$, avec une erreur de reproductibilité de $2,3 \%$.

10 IV.2.3 Discussion et conclusion

Dans cette section, nous avons pu mesurer la position du centre de gravité du fauteuil dans un repère associé au fauteuil. La précision de ce résultat aurait pu être améliorée en suspendant le fauteuil à un bâti fixe et non en le soutenant manuellement. Cependant la faible amplitude des oscillations observées lors de la mesure permet de conclure à une
15 bonne estimation de cette position.

Par ailleurs, la méthode de mesure de Harris [60] a permis de mesurer la composante verticale principale de la matrice d'inertie du fauteuil roulant avec une très bonne répétabilité, de manière simple et nécessitant peu d'instrumentation. Lors d'un mouvement plan du fauteuil, seule cette composante influera dans la rotation du fauteuil, les compo-
20 santes inertielles selon les autres axes n'ont donc pas été mesurées. Cette méthode peut donc être recommandée pour estimer la composante inertielle verticale de tout fauteuil.

IV.3 Influence des réglages sur le confort de propulsion, l'instabilité et la résistance au roulement

Le constat de mouvements de tangage du fauteuil (balancement avant / arrière) pendant la propulsion pose la question d'avancer le siège pour limiter ce phénomène. En
25 effet, lorsqu'une roulette n'est plus en contact avec le sol, elle peut tourner par rapport à l'axe de pivot de fourche, ainsi lorsqu'elle touche le sol à nouveau elle se réaligne brutalement avec la direction du mouvement, ce qui est source de vibration et de perte d'énergie inutile. De plus, en passant du contact sur les roulettes avant au contact sur
30 les roulettes arrière, il existe un instant pendant lequel seules les grandes roues motrices sont en contact avec le sol, ce qui entraîne une instabilité directionnelle. Ainsi, en avançant le siège, le centre de gravité du sujet est porté vers l'avant, ce qui plaque les

roues avant sur le sol et doit limiter le tangage. Cependant, l'étude de la littérature a montré qu'une position reculée du siège par rapport à l'entraxe arrière permettait un meilleur confort de propulsion par une diminution des contraintes articulaires et une augmentation de la puissance transmise à la main courante [56, 79]. De plus, du point
5 de vue de la résistance au roulement, charger la roue avant entraîne plus de dissipation d'énergie dans la résistance au roulement du fauteuil.

Or, la propulsion en ligne droite est un mouvement important en tennis fauteuil car elle permet de se rendre au lieu de renvoi de la balle. Il convient donc de trouver le meilleur compromis entre confort de propulsion et résistance au roulement d'une part,
10 stabilité d'autre part, c'est à dire vérifier les effets relatifs de ces phénomènes sur la propulsion.

Le travail suivant a donc cherché à caractériser l'influence de la position du siège sur la propulsion à vitesse maximale d'un fauteuil tennis et a fait l'objet de deux communications [4, 3].

15 **IV.3.1 Matériel et méthodes**

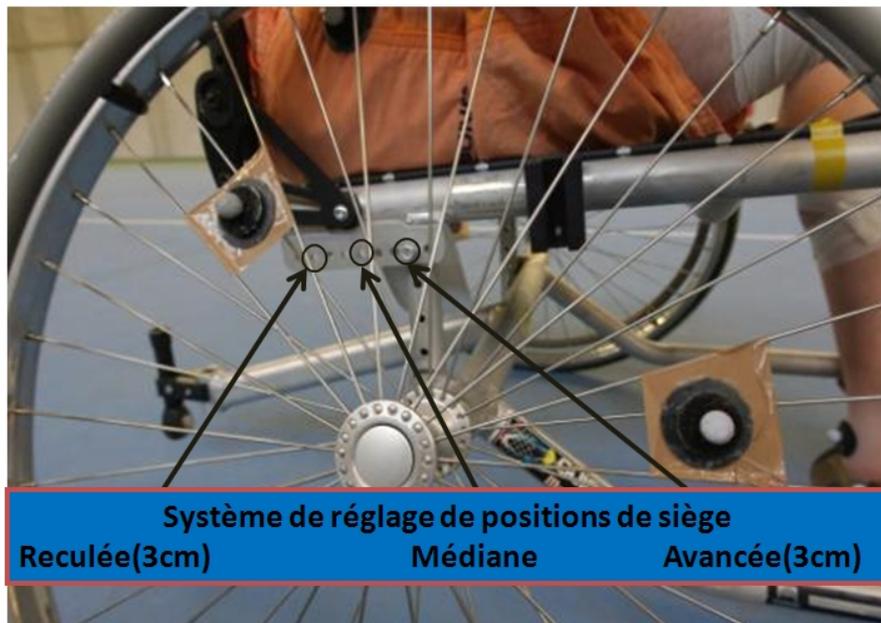
IV.3.1.1 Matériel

Le grand volume de mesure nécessaire à cette étude a nécessité un complexe sportif, possédé par l'ex Team Lagardère, doté d'un cours de tennis avec un revêtement de type *surface rapide*. Cette équipe possédait en effet un système optoélectronique (Motion
20 Analysis, Motion Labs, USA ; 300 Hz) capable de mesurer les mouvements de marqueurs réfléchissants sur un corridor de mesure de 7 m de long sur 1,5 m de large, en plus de l'espace nécessaire aux accélérations et freinages du fauteuil. Le fauteuil utilisé (Quickie Match Point, Sunrise Medical) comportait un dispositif de réglage de l'avance du
25 siège, dont trois positions ont été testées : 1) dans une position de référence (position médiane sur le dispositif d'ajustement), 2) 3 cm en avant et 3) 3cm en arrière de cette position de référence. La roulette antibascule arrière du fauteuil utilisé a été surélevée pour augmenter la sensation de bascule par le sujet.

IV.3.1.2 Protocole de mesure

Le sportif de haut niveau tennis a participé à l'étude : il a effectué trois séries de
30 5 essais. A chaque série l'avance du siège était changée (1-médiane, 2-avance, 3-recul). Chaque essai consistait à accélérer le fauteuil sur une distance de 15m de manière à atteindre la vitesse de propulsion maximale avant le début du corridor de mesure, puis la conserver pendant les 7m du corridor de mesure. La cinématique du joueur était mesurée tout au long de ce corridor par le système optoélectronique, grâce à des marqueurs
35 réfléchissants placés sur des points anatomiques du sujet selon les recommandations de

FIGURE IV.6 – Système de réglage de positions de siège



l'ISB [140, 142, 141]. Après la zone de mesure, le sujet disposait de 20 m pour s'arrêter.

IV.3.1.3 Calcul de la dynamique du sportif dans son fauteuil

Le corps du sportif (amputé fémoral) a été segmenté en 14 solides rigides (1 pied, 1 tibia, 2 fémurs, bassin, abdomen, thorax, tête et cou, 2 bras, 2 avant-bras, 2 mains) et ses paramètres inertiels calculés par la méthode volumique de Pillet adapté à la position assise [104], à l'exception de ses mains, calculées par la méthode de Dumas [41]

Les poids, répartition de poids du fauteuil ont été mesurés au préalable (sa matrice d'inertie était inutile pour un déplacement en ligne droite). Ses paramètres de résistance au roulement ont été estimés en fonction du choix des roues avant et arrière.

Les données de positions acquises ont été filtrées (filtre Butterworth du 4^e ordre, fréquence de coupure 30 Hz) puis dérivées deux fois afin d'obtenir les données de vitesses et d'accélération [103].

Le centre de gravité du sujet dans le repère fauteuil a été calculé comme la moyenne pondérée des centres de gravités de ses membres affectés de leurs poids ; il a été procédé de la même façon pour obtenir le centre de gravité du système sujet + fauteuil dans le repère fauteuil.

Le centre de pression (CdP) du système sur le sol - c'est à dire le point du sol où les moments du système sur le sol selon les deux axes horizontaux sont nuls - est tel que :

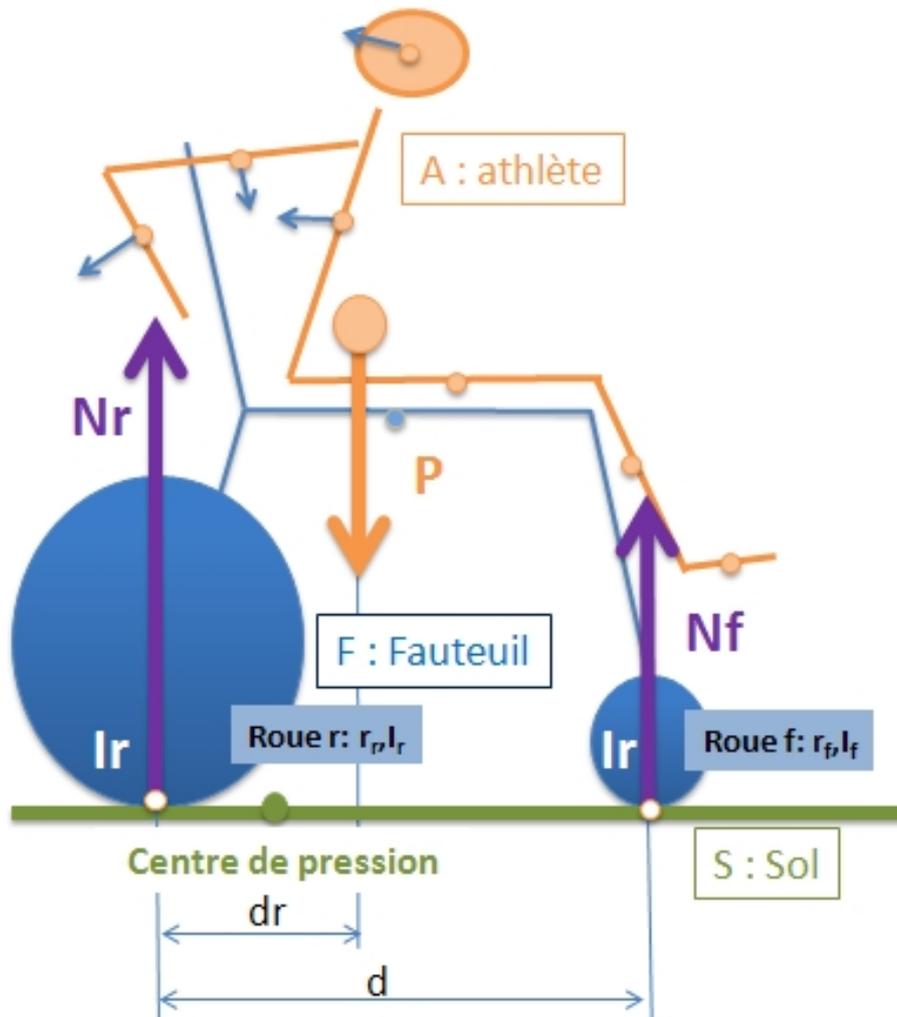
$$\vec{M}_{CdP, \vec{N}_r, S/(A+F)} + \vec{M}_{CdP, \vec{N}_f, S/(A+F)} = \vec{0} \quad (IV.3.1)$$

Où CdP est le centre de pression du fauteuil sur le sol, \vec{N}_r et \vec{N}_f sont les efforts normaux sur les roues avant et arrière (voir figure IV.7), l'indice S est pour le sol associé

IV.3. INFLUENCE DES RÉGLAGES SUR LE CONFORT DE PROPULSION, L'INSTABILITÉ ET LA RÉSISTANCE AU ROULEMENT

à son repère R_s , A représente l'athlète et F est le fauteuil.

FIGURE IV.7 – Centre de pression des interactions entre le sol et le système
fauteuil+ sujet



En écrivant l'équilibre dynamique du système $A + F$ au centre de pression (CdP) et en y faisant apparaître les efforts normaux :

$$\vec{M}_{CdP, \vec{P}} + \vec{M}_{CdP, \vec{N}_r, S \rightarrow (A+F)} + \vec{M}_{CdP, \vec{N}_f, S \rightarrow (A+F)} = \vec{\delta}_{CdP, (A+F)/R_s} \quad (IV.3.2)$$

Où :

- \vec{P} est le poids du système, seul effort extérieur avec les efforts sur les roues créant un moment au point CdP
- $\vec{\delta}_{CdP, (A+F)/R_s}$ est le moment dynamique du système dans le référentiel sol, c'est à dire la somme des moments dynamiques des segments du sujet et de son fauteuil.

En utilisant la propriété du centre de pression (IV.3.2), il est donc possible d'obtenir l'égalité suivante, permettant d'obtenir le centre de pression sans connaître les efforts

normaux sur les roues :

$$\vec{M}_{CdP,\vec{P}} = \vec{\delta}_{CdP,(A+F)/Rs} \quad (IV.3.3)$$

Le centre de pression est le point d'application de la résultante des efforts du sol sur le système {sujet+fauteuil}. Lorsqu'il y a contact des roulettes avant et des roues arrière avec le sol, le moment dû aux efforts normaux sur les roues avant est l'opposé de celui dû aux efforts normaux sur les roues arrière en ce point. De plus, il est possible de montrer qu'au centre de pression, le moment dû au poids est égal au moment dynamique du système {sujet+fauteuil}. Par ailleurs, une égalité existe entre la résultante dynamique de ce système suivant l'axe vertical, les efforts du sol sur les roues et l'effort dû au poids du système. En combinant ces équations et en connaissant le poids et le moment dynamique, le centre de pression peut être calculé. Ceci nous permet alors de connaître les efforts normaux sur les roues avant et arrière, définissant ainsi la répartition de charge avant / arrière et la résistance au roulement globale du fauteuil à tout instant [111].

Nota : il est aussi possible de déterminer les efforts normaux en utilisant le théorème du moment dynamique par rapport aux point I_r , puis I_f , points de contact des roues avant et arrière avec le sol :

$$/I_r : d N_f \vec{z} - P d_r \vec{z} = \vec{\delta}_{I_r,(A+F)/R0} \quad (IV.3.4)$$

$$/I_f : d N_r \vec{z} - P d_f \vec{z} = \vec{\delta}_{I_f,(A+F)/R0} \quad (IV.3.5)$$

Or, connaissant les vitesses et vitesses angulaires ainsi que les inerties et masses des segments et du fauteuil, il est possible de calculer l'énergie cinétique du système {sujet+fauteuil} à tout instant. Puis, en la dérivant, nous obtenons la puissance cinétique du système. Nous connaissons par ailleurs la puissance du poids, qui est la somme des poids de chaque segment, multipliée par leurs vitesses linéaires suivant l'axe vertical \vec{z} . Enfin, nous pouvons calculer les couples de résistance au roulement λN , qui multipliés par la vitesse angulaire instantanée des roues du fauteuil, nous donnera la puissance perdue dans la résistance au roulement. Au final, le théorème des puissances nous permet d'écrire, pour le système fauteuil + sujet, la relation entre la puissance interne du système (qu'on peut comparer à une puissance produite par le sujet [108, 111]), la puissance des efforts extérieurs (le poids et la résistance au roulement) et la dérivée de l'énergie cinétique du système :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{int} &= d\mathcal{E}_c/dt - \mathcal{P}_{ext} \\ \Leftrightarrow \mathcal{P}_{int} &= \mathcal{P}_{cin} - \mathcal{P}_{poids} - \mathcal{P}_{roulement} \end{aligned} \quad (IV.3.6)$$

30 IV.3.2 Résultats

La propulsion étant une activité cyclique, les résultats peuvent être normalisés dans le temps en pourcentage du temps de cycle (0 % correspond ici aux mains les plus en

IV.3. INFLUENCE DES RÉGLAGES SUR LE CONFORT DE PROPULSION, L'INSTABILITÉ ET LA RÉSISTANCE AU ROULEMENT

arrière par rapport au siège et donc quelques instants avant la saisie des mains courantes). Un cycle complet de propulsion a été extrait de chaque essai. Un cycle moyen a été défini comme la moyenne des 5 essais d'une série. Les cycles moyens des trois positions (1-Médiane, 2-Avancée, 3-Recul) ont été ensuite comparés.

5 Les vitesses instantanées et résistances au roulement du fauteuil variaient au cours du cycle de propulsion (voir figure IV.8) et leurs moyennes pour le cycle sont données figure IV.9.

FIGURE IV.8 – Profil des forces équivalentes de résistance au roulement et vitesses linéaires instantanées au cours du cycle moyen de propulsion

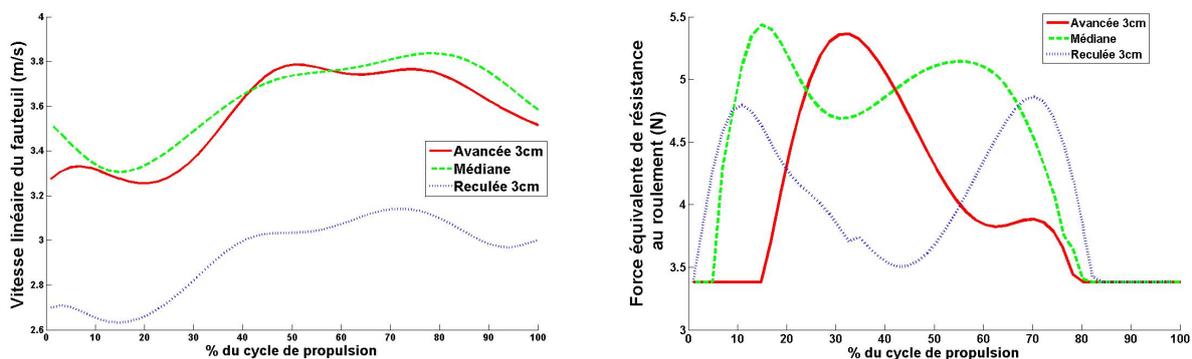
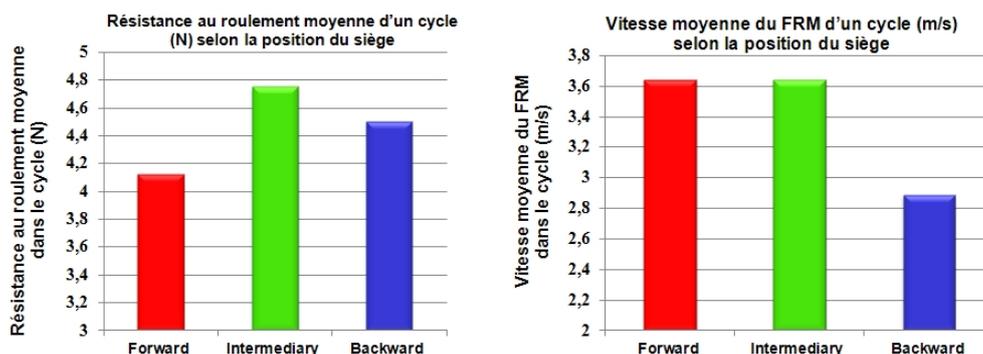


FIGURE IV.9 – Résistance au roulement et vitesse moyennes d'un cycle de propulsion selon le réglage d'avance de siège



Les valeurs de position de la projection du centre de gravité du sportif ainsi que du centre de pression du système (Athlète + fauteuil), selon l'axe arrière/avant du fauteuil (\bar{x}) sont données en table IV.2, selon les réglages d'avance de siège. Elles variaient en moyenne de 0,06m pour le centre de masse et de 0,47m pour le centre de pression au cours du mouvement. Le centre de gravité avait toujours des valeurs positives, tandis que le centre de pression avait parfois des valeurs négatives, quelle que soit le réglage. Le centre de gravité moyen était avancé de 0,10m pour les positions reculée(3) et médiane(1) et de 0,15m pour la position avancée(2) du siège. Sa hauteur était de 0,30 et

IV.3. INFLUENCE DES RÉGLAGES SUR LE CONFORT DE PROPULSION, L'INSTABILITÉ ET LA RÉSISTANCE AU ROULEMENT

0,31m pour les positions reculée(3) et médiane(1) du siège et de 0,42m pour la position avancée (2).

Enfin il a été observé des variations rapides mais de faibles amplitudes des positions verticales des marqueurs situés sur les fourches avant du fauteuil lorsque le centre de pression dépassait une position située en moyenne à 5cm en arrière de l'entraxe arrière.

TABLE IV.2 – Evolutions du centre de gravité athlète et du centre de pression (athlète+fauteuil) dans la direction arrière/avant du repère fauteuil, selon le réglage antéropostérieur du siège

Pour un cycle moyen (5 essais) \pm ET	Position du siège du fauteuil	Moyenne du cycle [m]	Min cycle [m]	Max du cycle [m]	Amplitude [m]
Position x du Centre de masse (Repère fauteuil)	Avancée	0,15 \pm 0,01	0,12	0,19	0,07 \pm 0,002
	Médiane	0,10 \pm 0,01	0,07	0,13	0,05 \pm 0,004
	Arrière	0,10 \pm 0,01	0,07	0,12	0,05 \pm 0,004
Position x du centre de pression (Repère fauteuil)	Avancée	0,04 \pm 0,01	-0,12	0,18	0,31 \pm 0,05
	Médiane	0,11 \pm 0,01	-0,26	0,31	0,57 \pm 0,23
	Arrière	0,08 \pm 0,02	-0,31	0,24	0,55 \pm 0,12

Les énergies cinétiques moyennes calculées sur un cycle étaient respectivement de 476 J, 508J et 326 J pour les positions avancée, médiane et reculée du siège.

Les puissances internes moyennes calculées sur un cycle étaient de -4 W pour la position avancée, 25W pour la position médiane et 36 W pour la position reculée du siège. Les moyennes de leur valeur absolue étaient respectivement de 65 W, 130 W et 174 W pour les positions avance, médiane et recul.

Le ressenti du joueur était que la position médiane(1) était « Meilleure au niveau de la position des mains » et « A priori le plus rapide » tandis que la position avancée(2) était « Plus confortable car nécessitant moins de compensation au niveau du buste », mais offrait « Moins de capacité de poussée sur les mains courantes».

IV.3.3 Discussion

La position avant/arrière du siège a clairement influencé la vitesse instantanée, l'évolution du centre de masse dans le repère fauteuil, du centre de pression et la résistance au roulement dans les conditions de notre expérience. Cependant, les profils et valeurs moyennes de résistance au roulement et de vitesse n'étaient pas liés.

Bien que le siège soit reculé de 3cm entre la position médiane(1) et reculée(3), les évolutions et valeurs moyennes du centre de gravité étaient similaires pour ces deux réglages, ce qui peut être expliqué par une inclinaison plus importante du tronc pour la position reculée, car le fauteuil était plus instable. Finalement les effets bénéfiques

IV.3. INFLUENCE DES RÉGLAGES SUR LE CONFORT DE PROPULSION, L'INSTABILITÉ ET LA RÉSISTANCE AU ROULEMENT

potentiels sur la résistance au roulement de la position reculée du siège sont contrebalancés par une instabilité arrière du fauteuil que le sportif doit chercher à compenser.

Il faut remarquer que la vitesse en fin de cycle pour la position de siège avancée et reculée n'étaient pas égales à celles en début de cycle. Ceci peut être dû à la difficulté de conserver un rythme stationnaire dans ces deux cas, ou bien à la non répétabilité des mouvements de bras, qui a influé sur la détection des débuts et fin de cycle.

Les différences majeures entre la projection verticale du centre de gravité et le centre de pression (dans le référentiel fauteuil) peuvent être expliquées par les fortes accélérations subies par le fauteuil et le sujet au cours du mouvement, qui décalent le centre de pression vers l'arrière. Lorsque la coordonnée x centre de pression est négative, la résultante des efforts du sol sur le fauteuil passe en arrière du contact roues arrière / sol : l'effort sur les roulettes avant devient théoriquement nul, ce qui veut dire qu'elles décollent du sol. Ce phénomène peut être relié à l'élévation des roues avant du sol observé pendant le cycle de propulsion. La différence entre le point de bascule constaté (-5cm) et l'entraxe arrière (0cm) peut être considérée comme un indicateur de la précision du modèle.

Les positions les plus extrêmes du centre de pression ont été atteintes lors des propulsions avec le siège en position médiane(1), certainement en raison d'une plus grande dynamique du tronc. La position avancée (2) avait tendance à limiter les valeurs négatives de centre de pression, grâce à la translation du sujet vers l'avant. En position arrière, le sujet devait limiter la dynamique de ses mouvements pour ne pas basculer en arrière.

Finalement, l'étude des positions du centre de pression fournit des informations intéressantes, mais qui doivent être interprétées avec précaution : en effet, les choix de modélisation et de filtrage ne sont pas sans conséquence sur les résultats. Ainsi, il est préférable d'observer les tendances plutôt que les valeurs. Dans notre cas, cette erreur sur le centre de pression est au moins de 5 cm lors d'une poussée maximale, comme le montre la position du centre de pression au moment de l'élévation des roues avant.

L'absence de lien entre la résistance au roulement et la vitesse instantanée du fauteuil peut être expliquée par les faibles valeurs de résistance au roulement comparées aux efforts nécessaires pour accélérer le fauteuil et pour mobiliser les segments. En effet, une accélération de propulsion très confortable, de l'ordre de 1 m/s^2 (10 fois plus faible que les accélérations de démarrage au sprint constatées par Moss [100]), nécessite pour un sujet et son fauteuil de 90kg un effort de 90N, qui est déjà supérieur à la résistance au roulement totale du fauteuil. Si l'effet sur la vitesse instantanée de la résistance au roulement est masqué par ces efforts pour accélérer le fauteuil, l'effet à long terme d'une résistance au roulement plus élevée n'est cependant pas à négliger pour minimiser la fatigue du sportif.

La position la plus reculée(3) du siège, favorisant normalement la résistance au rou-

IV.3. INFLUENCE DES RÉGLAGES SUR LE CONFORT DE PROPULSION, L'INSTABILITÉ ET LA RÉSISTANCE AU ROULEMENT

lement et le confort de propulsion était de loin la plus défavorable : en effet le mouvement de tangage - amplifié par l'antibascule surélevée - accroissait le sentiment d'instabilité du joueur et l'obligeait à pencher le tronc fortement en avant (d'où un centre de gravité moyen à une faible hauteur). De ce fait les centres de gravité et de pression
5 étaient déportés vers l'avant, entraînant plus de résistance au roulement, et le confort de propulsion se trouvait diminué.

Les positions avancée(2) et médiane(1) avaient les mêmes performances en terme de vitesse instantanée. La position médiane, plus instable, obligeait à compenser un peu avec le buste mais offrait un confort de propulsion intéressant alors que la position
10 avancée(2) offrait un confort de propulsion plus faible (accès à la main courante moins facile), mais nécessitait moins de contrôle de stabilité et permettait donc plus de confiance.

Les énergies cinétiques totales du système étaient beaucoup plus élevées que celles présentées par Sauret [118], mais nous étions en conditions de vitesse maximale alors
15 qu'il utilisait un cycle de propulsion à vitesse de confort, avec un utilisateur plus léger. Ces deux différences suffisent à expliquer l'écart important entre les deux énergies cinétiques. Nous avons remarqué que la position présentant le plus haut niveau d'énergie cinétique est la position médiane, qui semble donc être celle qui permettait le plus de mobilité au sportif.

Les puissances internes moyennes produites lors du cycle de propulsion en positions
20 médiane et reculée étaient de l'ordre de celles rencontrées dans les rares études de la littérature [117, 119]. Ceci peut être expliqué par le fait que sur un cycle, l'utilisateur a juste à lutter contre la résistance au roulement, la puissance à fournir sur un cycle est donc de l'ordre de la résistance au roulement (aux erreurs de modélisation et de détection de cycle près). La valeur de puissance interne moyenne pour la position avancée est
25 plus surprenante car la puissance interne moyenne est négative, ce qui veut dire que le système reçoit de l'énergie. La différence de vitesse instantanée entre le début et la fin du cycle peut aussi être une explication de ce résultat. Ceci peut être expliqué par la difficulté à maintenir une vitesse constante entre les cycles par le joueur dans cette
30 position du fait de l'inconfort de propulsion.

Les valeurs absolues des puissances internes permettent d'avoir une idée du ressenti de l'utilisateur sur la puissance produite, car les muscles de celui-ci ne reçoivent pas de puissance : qu'un segment accélère ou décélère, les muscles qui doivent le mettre
35 en mouvement travaillent de toute façon. Ces valeurs absolues de puissance interne montrent une moyenne croissante à mesure que le siège est reculé, qui pourrait s'apparenter à une production d'efforts supplémentaire de la part de l'utilisateur. La position avancée du siège pourrait donc être moins fatigante à long terme. Cependant nous avons vu que l'énergie cinétique moyenne du cycle était plus importante pour la position médiane, ce qui peut être expliqué par un recrutement plus important des différents seg-

ments pour effectuer la propulsion. Il peut donc être avancé que le recrutement plus important des autres segment sert à effectuer la propulsion et pourrait donc décharger les puissances produites par les seuls bras. Cette position pourrait donc être moins traumatisante (pour les articulations de l'épaule en particulier), bien que plus consommatrice de puissance.

IV.4 Synthèse des interactions sportif / fauteuil

Les travaux effectués ont permis de définir un modèle inertiel personnalisé du sportif, qui nécessite un système optoélectronique ainsi que deux photos (face et profil) du sportif assis dans son fauteuil. Ce modèle permet d'estimer les masses, centres de masse et matrices d'inertie de tous les segments du sujet, pour un confort de prise de mesure qui le rend très adapté pour une personne handicapée. L'établissement de ce modèle ainsi que celui du fauteuil roulant permettent d'étudier la dynamique des mouvements du joueur en plus de leur cinématique.

Ces travaux ont montré par ailleurs l'évolution du centre de gravité et du centre de pression au cours d'un cycle de propulsion à vitesse maximale, ce qui est en accord avec les travaux de Sauret [111] à vitesse de confort. Ceci implique l'évolution de la résistance au roulement et de la stabilité antéropostérieure au cours du mouvement [119].

Les vitesses instantanées au cours du cycle ainsi que le profil d'évolution du centre de pression et du centre de gravité étaient très influencés par la position antéropostérieure du siège : ainsi des modifications de 3cm dans la position du siège peuvent avoir un impact majeur sur la dynamique du joueur et de son fauteuil. Par contre, il ne semble pas que la résistance au roulement joue un rôle important dans la performance à vitesse maximale du sportif, même si son influence sur sa fatigue à long terme n'est pas à négliger.

Les mouvements de tangage du fauteuil, lorsqu'ils sont amplifiés par la surélévation de la roulette anti-bascule et la consigne de vitesse maximale, prennent une importance majeure dans la performance de propulsion du sportif (estimée par sa vitesse maximale). Cette importance était telle dans nos expérimentations que la position la plus reculée du siège, présentant le meilleur confort de propulsion pour un fauteuil stable sur ergomètre, était clairement la plus défavorable lors de nos essais. Dans les positions avancée et médiane du siège, l'effet du confort de propulsion et de l'instabilité se contrebalancent, et donnent une performance de vitesse maximale similaires. Cependant la résistance au roulement plus faible en moyenne pour la position avancée pourrait jouer en sa faveur à long terme, bien que les mouvements de propulsion à vitesse maximale ne soient pas les seuls lors d'un match de tennis.

Ces travaux ont montré l'importance de la position antéropostérieure du siège sur les

capacités de propulsion à vitesse maximale : cette position est un compromis à trouver entre stabilité et confort de propulsion, en essayant de limiter la résistance au roulement. La stratégie actuelle des joueurs est d'abaisser au maximum leurs roulettes arrière pour qu'elles soient rapidement en contact avec le sol lors d'une bascule. L'idéal pour eux serait de garder en permanence les roulettes avant et arrière en contact avec le sol, ce qui est impossible vu les défauts de planéité du sol et le risque de n'avoir un contact que sur les roulettes avant et l'antibascule et non plus sur les grandes roues motrices. La position idéale pour le joueur est actuellement à obtenir par un ensemble d'essais de différentes positions du siège, et dépend des capacités de propulsion de chaque joueur et de leur habileté à gérer l'instabilité directionnelle qui résulte du tangage.

Ayant constaté que les positions du centre de pression en cours de poussée étaient le plus souvent situées en arrière de sa position statique et très peu souvent vers l'avant, une position où la roulette arrière est par défaut en contact avec le sol pourrait être envisagée. Les roues avant deviendraient des antibascules utilisées uniquement lors de la frappe d'une balle à l'avant, à vitesse faible. Ceci serait rendu possible par un recul du siège de manière à placer le centre de gravité du joueur en arrière de l'entraxe arrière. L'efficacité de cette proposition en match est cependant à prouver, car le fauteuil tournerait par exemple autour d'un point situé à l'avant du joueur et non plus à l'arrière, ce qui pourrait procurer des sensations dérangeantes.

Jouer sur la déformation du châssis pour plaquer en permanence la roulette arrière sur le sol tout en permettant son élévation au passage d'une bosse (pour garder toujours les roues arrière en contact avec le sol) pourrait aussi être envisagé : la roulette serait toujours alignée avec le mouvement et les chocs limités, mais les pertes de puissance dans le châssis et dans la résistance au roulement risqueraient d'être augmentées, en plus d'un potentiel manque de réaction du fauteuil.

Troisième partie

Réglages du fauteuil influençant le mouvement

Introduction

Les précédents travaux nous ont permis de mettre en évidence l'influence des réglages du fauteuil sur les résistances et de mieux comprendre les interactions sportif / fauteuil au cours de la pratique du tennis. Selon ses réglages, le fauteuil réagira différemment à ces différentes sollicitations, dans un mouvement favorable au sportif ou un mouvement non désiré. Cette partie cherche donc à caractériser le mouvement du fauteuil en fonction de ses réglages et des mouvements du sujet.

Or, le fauteuil roulant est un système composé de plusieurs solides en mouvement les uns par rapport aux autres et le choix de différentes géométries de châssis, roues et fourches offre une variété très importante de réglages. Afin d'étudier l'influence de chaque réglage sur le comportement dynamique du fauteuil, l'étude expérimentale est nécessaire, mais difficile à mettre en place : en effet les conditions matérielles limitent l'éventail des géométries, matériaux, propriétés mécaniques, conditions aux limites et nécessitent souvent la création de matériel spécifique, ce qui peut représenter des coûts matériel et temporel importants.

L'utilisation de plans d'expérience constitue une approche intéressante pour déterminer les influences relatives des réglages principaux sur le comportement du fauteuil en optimisant les coûts en temps d'expérimentation. En se plaçant dans une situation de mouvement libre après une rotation imposée, la première partie des travaux aura pour objectif de déterminer l'influence de réglages du fauteuil sur son mouvement en utilisant un plan d'expérience.

Malgré tout, l'expérimentation reste consommatrice de temps et est influencée par les biais de mesure, le matériel utilisé, etc. C'est pourquoi la simulation informatique du mouvement présente plusieurs atouts majeurs. En effet, elle permet de tester dans un temps réduit des modifications de réglage du fauteuil et leur influence sur son comportement, tout en contrôlant précisément les conditions d'expérimentation. De cette façon, la simulation ouvre la porte aux procédures d'optimisation, impossibles à réaliser de manière expérimentale compte tenu du nombre de réglages possibles sur le fauteuil et du nombre de situations rencontrées.

Les travaux issus de cette partie ont donc eu pour but de recenser l'influence des choix de réglage du fauteuil roulant sur son mouvement, en particulier lors d'un mouvement rotatif. Si des expérimentations ont permis d'obtenir les influences relatives de certains paramètres dans un premier temps, la modélisation du mouvement libre nous donnait la possibilité de tester de plus nombreuses conditions de réglages et donc d'améliorer notre compréhension de ce comportement. Nous avons donc mis en place, dans un deuxième temps, une simulation du mouvement du fauteuil.

Chapitre V

Revue bibliographique

Dans cette partie nous étudierons la littérature concernant les modèles prédisant la trajectoire d'un fauteuil pour les autres situations que la ligne droite. Ces modèles ont pour objectif de décrire comment les réglages du fauteuil influencent la trajectoire du fauteuil. Ils permettent également de prédire la modification d'une trajectoire induite par l'utilisation d'un réglage différent, en connaissant les conditions initiales régissant cette équation.

V.1 Modèles de déplacement du fauteuil en trajectoire curviligne

V.1.1 Modèle de Johnson

Johnson [69] a été le premier à notre connaissance à exprimer la trajectoire d'un fauteuil roulant électrique en fonction des réglages de celui-ci et des couples moteurs.

Ses hypothèses cinématiques ont été le non glissement des roues, la non déformation du fauteuil au cours du mouvement, le déplacement sur surface parfaitement plane.

Ses hypothèses sur la dynamique ont été que les inerties des roulettes et des fourches dans le plan vertical étaient négligées, ainsi que leur masse. Au niveau résistance, il a considéré la résistance au roulement, à l'air et dans les paliers. Pour le pivotement, seul le moment de pivotement des roues avant a été pris en compte, comme dépendant du rayon de la zone de contact roue/sol, de l'effort normal et du paramètre de friction de la roue sur le sol. En effet, il a considéré que les résistances au pivotement des grandes roues devenaient négligeables lorsque le centre de rotation du fauteuil était suffisamment éloigné du contact de ces roues avec le sol, ce qui se produisait, d'après lui, dans la plupart des cas.

Les variables utilisées dans son modèle étaient les angles de rotation des roues arrière θ_1 et θ_2 et les angles de rotation des fourches avant α_1 et α_2 .

La validation est effectuée par la comparaison entre modèle et expérimentation lors d'une décélération en ligne droite et la mesure du réalignement de la fourche après une condition initiale désalignée.

V.1.2 Modèle de Chenier

5 Chenier [18, 19] a quant à lui caractérisé le déplacement d'un fauteuil conventionnel.

Ses hypothèses cinématiques sont comme pour Johnson [69] le non glissement des roues, la non déformation du fauteuil au cours du mouvement, le déplacement sur surface parfaitement plane.

10 Ses hypothèses dynamiques sont un centre de gravité et une inertie selon l'axe vertical constants au cours du mouvement, une résistance au roulement constante et répartie équitablement gauche/droite, uniquement présente sur les roulettes avant. De plus les masses des fourches et roulettes avant sont négligées. Les moments de pivotement sont aussi négligés. Deux moments variables sont appliqués sur les roues arrière.

15 Les variables du mouvement utilisées sont le déplacement linéaire du châssis et son déplacement angulaire. Les vitesses angulaires des roues ainsi que les angles de pivotement des fourches sont calculés à partir des autres variables de mouvement et des hypothèses de non glissement.

La validation du modèle a été effectuée en comparant les vitesses angulaires des roues théoriques à celles mesurées.

Chapitre VI

Travaux personnels

La littérature très succincte sur les mouvements impliquant une rotation du fauteuil n'a pas permis de classer les influences sur cette rotation des paramètres de géométries et de matériaux.

Une première étude expérimentale sera donc conduite et cherchera à déterminer les paramètres principaux influant sur la rotation du fauteuil et du sportif.

Ensuite, nous chercherons à créer et à valider un modèle de mouvement prenant en compte le maximum de paramètres, afin de pouvoir conduire des simulations de différents choix de réglages du fauteuil, moins coûteuses en temps et en ressources que les expérimentations.

Sommaire

	VI.1 Détermination expérimentale de facteurs influençant la rotation	141
15	VI.1.1 Matériel et méthodes	141
	VI.1.2 Résultats	146
	VI.1.3 Discussion et conclusion	148
	VI.2 Modélisation d'un mouvement libre	149
	VI.2.1 Introduction	149
20	VI.2.2 Méthode de travail	149
	VI.2.3 Schéma d'ensemble	150
	VI.2.4 Analyse du système	152
	VI.2.5 Analyse cinématique du système	153
	VI.2.6 Mise en équation du système	153
25	VI.2.7 Validation du modèle obtenu	157
	VI.2.8 Discussion et conclusion	160

VI.1 Détermination expérimentale de facteurs influençant la rotation

Le fauteuil de tennis de haut niveau doit être adapté au style de jeu de son utilisateur. Ainsi, par une action de la part du sportif, volontaire ou non, le fauteuil acquiert une certaine vitesse linéaire et angulaire, puis sa trajectoire évolue en fonction de divers paramètres du sujet et réglages du fauteuil. L'étude réalisée ici a pour but de déterminer l'influence de différents paramètres sur la rotation du fauteuil, en se plaçant dans des conditions initiales simplifiées et répétables, qui sont l'initiation d'une rotation pure du fauteuil et l'observation de sa trajectoire sans effort additionnel. Les réglages testés sont la position du centre de masse, la distance de l'entraxe arrière au pivot de fourche, la chasse de la fourche, le diamètre de roue et l'inclinaison de fourche, soit 5 réglages. De plus nous avons voulu que le dispositif de réglage puisse s'adapter au fauteuil personnel du sportif, afin que celui-ci puisse tester divers réglages en conditions d'entraînement et déterminer celui qui lui convient le mieux. Enfin, ces réglages serviront de moyen de comparaison pour la validation du modèle de simulation de mouvement, décrit au chapitre VI.2.

VI.1.1 Matériel et méthodes

VI.1.1.1 Instrumentation

Les mesures expérimentales ont été réalisées dans la salle d'analyse du mouvement du CERAH, sur revêtement bois. Deux centrales inertielles sont fixées de part et d'autre de l'origine du repère fauteuil, leur axe x confondu avec celui du fauteuil mais leurs axes y et z inversés par rapport au fauteuil. Les origines des accéléromètres des centrales (mesurées manuellement) avaient pour coordonnées (14 ;27 ;30) mm et à (14,50 ;30) mm dans le repère du fauteuil (Figure VI.1).

Le fauteuil du sportif a été utilisé, mais sa partie avant (notamment ses fourches et roulettes) a été remplacée par un dispositif de réglage spécifique (Figure VI.2). Ce dispositif permettait de modifier la distance du pivot de fourche et l'origine du repère fauteuil (milieu de l'entraxe arrière), la chasse de fourche (distance entre l'axe de pivot de fourche et l'axe de roulette), l'inclinaison de la fourche. Il permettait aussi d'utiliser une roulette de faible diamètre ou une roulette de fort diamètre. Le choix d'une roulette avant au lieu de deux permettait d'obtenir un système isostatique et d'assurer le contact de cette roulette avec le sol.

Deux masses de 20kg ont été utilisées pour charger le fauteuil. Elles étaient placées sur le siège, à l'arrière du siège pour la première série de tests, à l'avant pour la deuxième série. A chaque positionnement des masses et configuration du dispositif de

FIGURE VI.1 – Positionnement des centrales inertielles



réglage, la position antéropostérieure du centre de gravité du fauteuil chargé a été calculée en mesurant les efforts normaux sur la roulette avant et sur les roues arrière, grâce à un plateau de force. Les paramètres inertiels du fauteuil avec ses roulettes avant et sans le dispositif étaient connus. Il a été aussi estimé que le décalage du centre de gravité du fauteuil obtenu en retirant les fourches avant et en ajoutant le dispositif était suffisamment faible pour que le centre de gravité du fauteuil modifié soit celui du fauteuil sans modification. En connaissant la position antéropostérieure du centre de gravité du système fauteuil + masses et celle du fauteuil seul, il est ainsi possible de déterminer la position antéropostérieure du centre de gravité des masses dans le repère fauteuil.

10 Le système était suffisamment symétrique pour que le centre de gravité soit considéré positionné sur le plan vertical de symétrie.

Deux roulettes avant ont été utilisées pour les expérimentations, elles étaient de type roller, possédaient le même matériau de gomme, mais avaient des diamètres différents, de 60 mm et 80 mm.

15 VI.1.1.2 Protocole de test

A chaque essai, l'expérimentateur imprimait une rotation au fauteuil dans le sens horaire puis le laissait poursuivre sa trajectoire sans le toucher jusqu'à l'arrêt ou jusqu'à ce que le fauteuil sorte d'un cercle d'1 m de rayon centré sur son centre initial de rotation. Les deux centrales inertielles ont permis d'enregistrer la décélération angulaire du fauteuil pendant cette phase de mouvement libre.

20

Un plan d'expérience fractionnaire (nécessitant moins d'expérimentations qu'un plan complet, expliqué plus en détail ci dessous) a été utilisé pour examiner les influences

VI.1. DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DE FACTEURS INFLUENÇANT LA ROTATION

FIGURE VI.2 – Evolution des facteurs de résistance au roulement avec le rayon, par type de roue



(ou *effets*) de 5 paramètres (ou *facteurs*) sur la décélération angulaire du fauteuil. Ces facteurs étaient :

- la position du centre de masse de la charge additionnelle du fauteuil,
- la distance du pivot de fourche à l'origine du repère fauteuil,
- 5 • la chasse,
- l'inclinaison de fourche
- le diamètre de roulette avant.

Chaque facteur pouvait prendre deux valeurs ou *niveaux* : un niveau bas (noté -1) et un niveau haut (noté +1) (Tableau VI.1). Un *réglage* du fauteuil est une combinaison
10 de choix de différents niveaux (ex : centre de gravité en avant, inclinaison de roue 0°, chasse de fourche 3cm, diamètre de roue 60mm et longue distance entre pivot de fourche et centre fauteuil).

TABLE VI.1 – Facteurs testés dans le plan d'expérience fractionnaire

Identifiant	Facteur	Niveau -1	Niveau +1
A	Position du centre de gravité	0.04m	0.07 m
B	Inclinaison roue	0	+3°
C	Chasse fourche	0.03 m	0.08 m
D	Diamètre de roue	0.06 m	0.08 m
E	Distance Pivot de fourche/centre fauteuil	0,5m	0.63 m

VI.1. DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DE FACTEURS INFLUENÇANT LA ROTATION

8 réglages différents du fauteuil ont été testés (5 essais par réglage, figure VI.3). 8 réglages de fauteuil pour 5 facteurs à 2 niveaux constitue un plan d'expérience appelé *fractionnaire*. Contrairement à un plan *complet*, qui nécessiterait $2^5 = 32$ séries de tests, ce plan fractionnaire présente l'avantage de nécessiter un nombre limité de séries de réglages, mais fait l'hypothèse que certaines *interactions* entre facteurs sont négligeables (une interaction est le fait qu'un facteur influe plus sur le résultat lorsqu'un autre facteur prend une certaine valeur). Par exemple l'interaction entre le facteur A et le facteur B sera notée AB (tableau VI.2). L'ordre des séries (appelées *cas*, de 1 à 8) a été choisi de manière à minimiser les changements des facteurs difficilement contrôlables, comme la position du centre de masse. A ces séries ont été ajoutées trois autres :

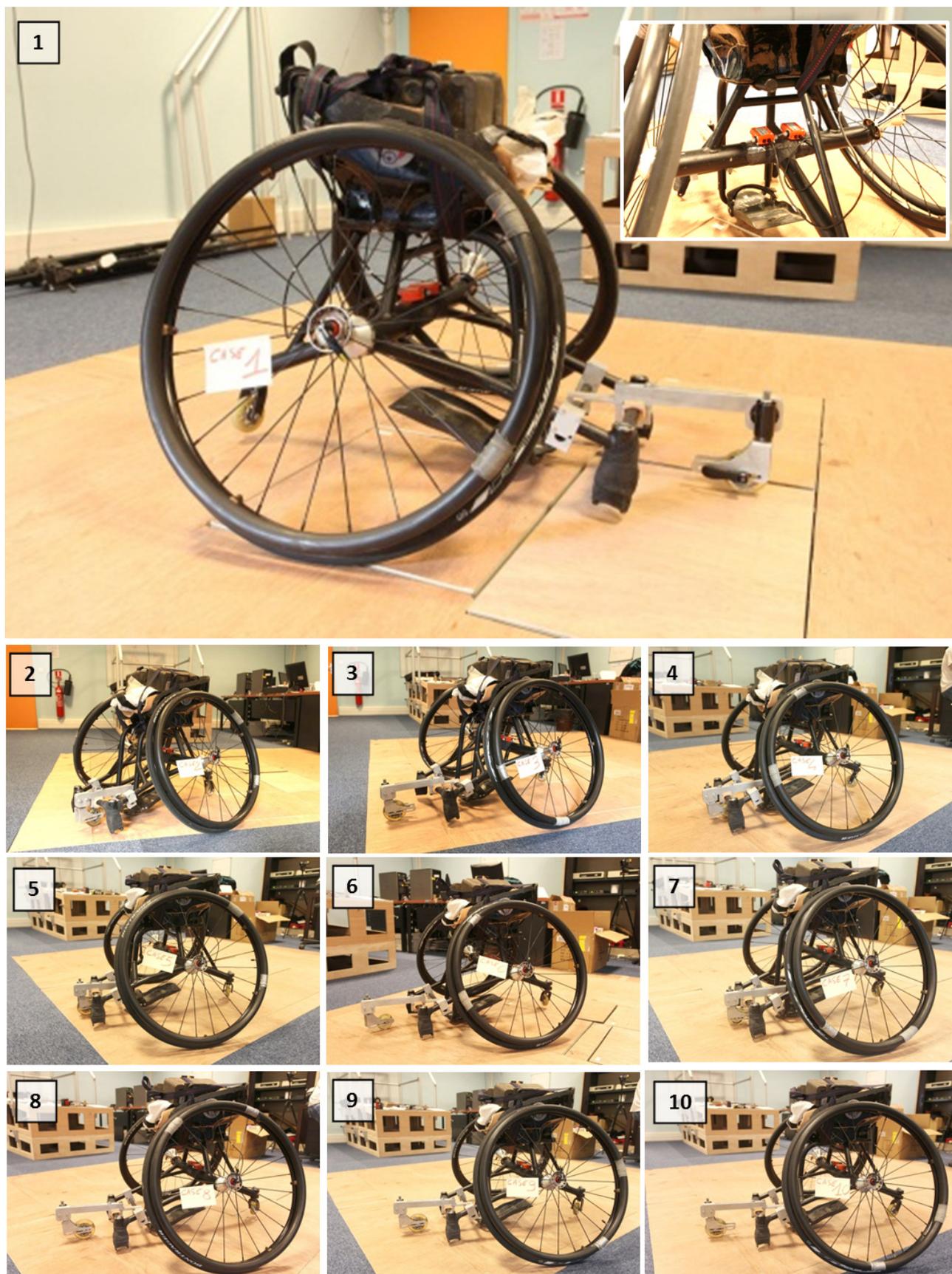
- la première avec les réglages de la première série, mais en tournant dans le sens antihoraire,
- les deux autres ont été choisies comme séries de vérification, utilisant des réglages autres que ceux du plan fractionnaire. En effet, à l'issue du plan fractionnaire sera exprimée une formule de calcul de la décélération théorique associée à un type de réglages. Cette décélération théorique sera calculée pour les deux dernières séries et comparée aux valeurs mesurées.

TABLE VI.2 – Plan d'expérience fractionnaire à 2 niveaux et décélérations obtenues

Essai	A masse (BD) 4/7cm	D Diam roue (AB) 60/80mm	C Chasse (AE) 3cm/6cm	B Angle inclinaison fourche (AD) 0°/3°	E Dist à entraxe (AC) 50/63cm	(BC)	(ACD)	I	Décélération (m/s ²)	ET
Case 01 sens+	-	-	-	-	+	+	-	+	2,8	0,4
Cas 02	-	+	+	-	-	-	-	+	1,8	0,1
Cas 03	-	+	-	+	+	-	+	+	2,1	0,1
Cas 04	-	-	+	+	-	+	+	+	3,0	0,2
Cas 05	+	+	-	-	-	+	-	+	3,8	0,3
Cas 06	+	-	+	-	+	-	-	+	4,2	0,3
Cas 07	+	-	-	+	-	-	+	+	4,2	0,3
Cas 08	+	+	+	+	+	+	+	+	4,0	0,1
Cas 09	+	+	+	-	+	NA	NA	NA	3,6	0,2
Cas 01 sens-	-	-	-	-	+	NA	NA	NA	2,5	0,2
Cas 10	+	+	+	+	+	NA	NA	NA	4,1	0,2

Les 8 réglages du plan d'expérience ont aussi été utilisés pour permettre au sportif de ressentir leur influence sur les mouvements de son fauteuil. En effet pour chacun des réglages il a effectué quelques mouvements d'entraînement (accélérations, rotations, ...). A l'issue des essais, son réglage préférentiel a été reproduit et il l'a testé en entraînement sur terrain de tennis.

FIGURE VI.3 – Présentation des 8 réglages testés



VI.1.1.3 Traitement des données

Pour chaque essai, la fenêtre de temps de la décélération angulaire libre a été définie manuellement grâce à la courbe de vitesse angulaire instantanée, car la pente des courbes de vitesses était constante tout au long de la décélération libre. La pente de cette courbe est l'accélération angulaire, considérée comme constante dans l'intervalle de temps considéré. Le coefficient de corrélation de chaque droite a été calculé, afin de vérifier la validité de cette hypothèse. Pour chaque série de tests, les outliers (valeurs atypiques) ont été détectés par la méthode des boîtes à moustaches, puis la moyenne des tests conservés ainsi que l'écart type sur la mesure ont été exprimés (Tableau VI.2).

En écrivant la décélération angulaire du châssis $\dot{\omega}_i$ pour un réglage donné en fonction du niveau N_i de chaque facteur (+1 ou -1), multiplié par son effet E_i , l'équation suivante peut être exprimée :

$$\dot{\omega} = \dot{\omega}_{moy} + N_1 * E_1 + N_2 * E_2 + \dots + N_5 * E_5 \quad (VI.1.1)$$

il est possible d'arriver à l'expression matricielle suivante pour plusieurs décélérations :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dots \\ \dot{\omega}_8 \end{bmatrix}}_{[\dot{\omega}_i]} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & +1 \\ -1 & +1 & +1 & -1 & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}}_{[Ni]} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} E_0 \\ E_1 \\ \dots \\ E_8 \end{bmatrix}}_{[E_i]} \quad (VI.1.2)$$

Où :

- $[Ni]$ la matrice 8*8 définissant les niveaux des réglages (valeurs +1 ou -1 présentées dans l'ordre du tableau),
- $[E_i]$ le vecteur des effets (inconnus),
- $[\dot{\omega}_i]$ le vecteur des décélérations angulaires

La matrice $[Ni]$ étant carrée et inversible par construction, les effets des différents facteurs peuvent être déduits des deux autres matrices par :

$$[E_i] = [Ni]^{-1} * [\dot{\omega}_i] \quad (VI.1.3)$$

VI.1.2 Résultats

La trajectoire du point O , origine du repère fauteuil, était pour chaque essai une spirale et la décélération angulaire était constante dans l'intervalle de mesure constaté.

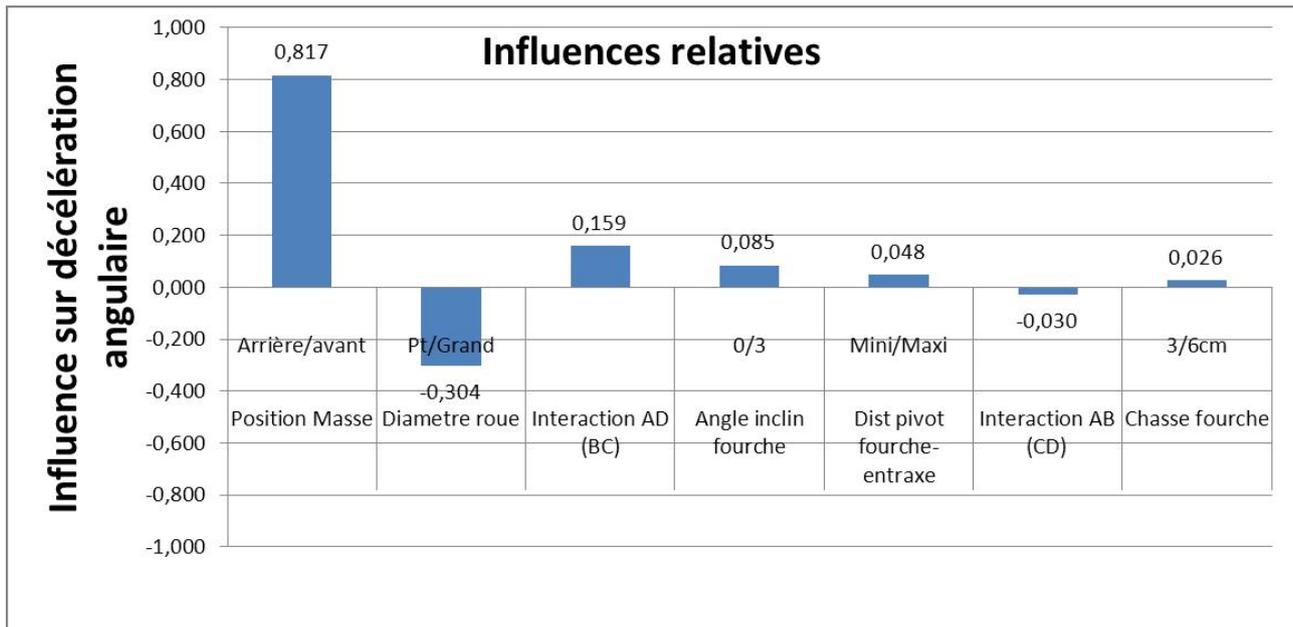
La vitesse initiale de lâcher variait entre 3.9 rad/s et 5.4 rad/s, soit respectivement 223°/s et 309°/s.

VI.1. DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DE FACTEURS INFLUENÇANT LA ROTATION

Les décélérations observées variaient selon les réglages du fauteuil entre 1.8 et 4.2 rad/s² (Tableau VI.2). Les écarts types variaient de 0.1 à 0.4 rad/s², avec une moyenne de 0.2 rad/s².

La décélération moyenne observée pour l'ensemble des essais était de 3,2 rad/s² ± 0.2 rad/s². Le facteur ayant la plus forte influence était la position du centre de gravité, suivi par le diamètre de roue (Tableau VI.4).

FIGURE VI.4 – Effets des différents facteurs sur la décélération angulaire



Les deux séries de décélération du fauteuil avec réglage du cas 01 (cf table VI.2), en sens horaire et antihoraire, n'ont pas montré de différence significative (2.8 ± 0.4 contre 2.5 ± 0.2 rad/s²).

En ce qui concerne la validation de la formulation théorique de décélération avec les deux dernières séries, les valeurs théoriques des cas 09 et 10 montraient des différences de 0.3 et 0.26 rad/s² avec les valeurs mesurées de décélération, soit des erreurs respectives de 8 % et 6 % par rapport aux valeurs mesurées.

VI.1.3 Discussion et conclusion

Le protocole d'expérimentation décrit plus haut a permis de différencier rapidement les influences des réglages sur la rotation libre du fauteuil et les résultats ont pu être validés par deux séries (cas 09 et 10, table VI.2) d'essais supplémentaires.

5 Le plan d'expérience a permis de mettre en avant le rôle majeur de la position du centre de masse dans la décélération, ainsi que celui du diamètre de la roulette. Ainsi, un centre de masse très en avant et une roulette petite diminueront très vite la vitesse de rotation du fauteuil, en rendant la décélération angulaire un tiers plus élevée. Ceci ne
10 veut pas forcément dire que la puissance perdue dans la rotation avec ces réglages soit plus importante, mais peut être que le fauteuil retrouve plus rapidement la ligne droite (en transférant l'énergie cinétique de rotation vers une énergie cinétique de translation), ce qui est un signe de stabilité directionnelle.

Le fait que le centre de masse ait un rôle si important dans la décélération angulaire donne une indication sur une manière d'influer sur la trajectoire du fauteuil en
15 rotation : sur un fauteuil tennis avec un centre de gravité en général très légèrement en avant des roues arrière, il suffit en effet au sportif de se pencher en arrière et donc de rapprocher son centre de gravité de l'entraxe arrière pour faciliter la rotation, par contre il pourra se pencher en avant pour sortir d'une rotation et retrouver la ligne droite. De même avancer le siège portera le centre de gravité du joueur vers l'avant, ce qui lui don-
20 nera une meilleure stabilité en ligne droite mais aussi une plus grande difficulté pour imprimer une rotation au fauteuil.

La précision sur les résultats obtenus est acceptable, mais ne permet pas de différencier deux facteurs ou interactions ayant des influences trop proches, comme l'inclinaison de fourche et la distance pivot de fourche/origine du repère fauteuil. Cette précision au-
25 rait pu être améliorée en contrôlant plus rigoureusement la position de départ et d'arrêt des essais et en effectuant systématiquement une deuxième série en sens antihoraire pour éliminer les effets des imperfections du sol, de la même manière que pour le protocole de mesure de résistance au roulement. De plus, le plan d'expérience était partiel, ce qui signifie que certaines interactions entre facteurs ont été négligées. Mais au vu de
30 l'influence majeure de la position de la masse sur les résultats, il n'est pas impossible que les interactions incluant ce paramètre ne soient pas négligeables, ce qui pourrait modifier légèrement les résultats.

VI.2 Modélisation d'un mouvement libre

VI.2.1 Introduction

En considérant l'intérêt de l'apport d'un modèle mécanique à la compréhension de l'influence des réglages sur le mouvement, l'objectif de cette section est d'établir les équations de mouvement lors d'un mouvement libre du fauteuil, capables de prendre en compte les différentes géométries et caractéristiques mécaniques des solides constituant le fauteuil, ainsi qu'un sujet de poids donné, en mouvement par rapport au fauteuil, et ce pour n'importe quelle condition initiale. Dans cette section seules les étapes principales de la méthode sont décrites : le volume trop important de la démonstration complète aurait nuit à la compréhension de la méthode, qui a donc été détaillée en annexe G, page 234.

VI.2.2 Méthode de travail

L'ensemble des variables cinématiques explicatives du mouvement des solides constituant le fauteuil est d'abord schématisé dans une position quelconque, pour être mis en relation avec les paramètres géométriques et les efforts externes à ces solides (Schémas VI.7, VI.5 et VI.6). Les actions de l'utilisateur sur le fauteuil sont considérées comme un torseur d'efforts externe supplémentaire, dépendant du temps.

De là, le châssis 5, la fourche 4, les roues 1,2,3 seront isolés tour à tour pour établir les équations de la dynamique (Schémas VI.8, VI.9 et VI.10), qui seront ensuite projetées sur les différents axes du repère châssis R_5 pour établir un système d'équations indépendantes.

A celles-ci seront ajoutées des équations holonomes (hypothèses sur les vitesses : non glissement des roues) ou non holonomes (hypothèses sur les déplacements) qui permettront de compléter le système afin d'obtenir autant d'équations que d'inconnues.

Au final, un système d'équations différentielles au second degré sera établi, et permettra de lier les inconnues cinématiques à leur dérivées premières et secondes, ainsi qu'aux réglages du fauteuil (géométries des pièces, inerties, poids,...) et aux caractéristiques et actions du sujet. Ceci permettra ainsi de résoudre le système numériquement et d'établir par exemple la trajectoire du fauteuil, sa vitesse et son accélération à tout instant.

Le choix de modélisation présente un appui isostatique du fauteuil sur le sol, avec une seule roulette avant. En effet, un modèle du fauteuil roulant avec 4 roues en contact avec le sol est hyperstatique et nécessiterait des hypothèses peu maîtrisées quant à la répartition des efforts sur chaque roue par le sol. De plus ce modèle est en adéquation avec les expérimentations menées au chapitre précédent, qui pourront donc être utilisées pour valider le modèle.

En focalisant l'étude sur le système fauteuil, le sujet est alors un élément extérieur au système étudié. Ses actions mécaniques sur le fauteuil sont modélisées par un torseur d'efforts au point O, centre de l'entraxe des roues arrière. Si le sujet est immobile par rapport au fauteuil et ne touche pas les roues, son action sur le fauteuil peut être exprimée comme fonction des paramètres cinématiques du mouvement du fauteuil, ainsi que des caractéristiques géométriques et inertielles du sujet et du fauteuil. Dans le cas d'un sujet actif sur le fauteuil, tous les efforts du sujet sur le fauteuil (en particulier au niveau des mains courantes) devront être exprimés dans le torseur d'effort au point O. Ceci inclut des transferts et des transmissions d'efforts des mains courantes aux roues et au châssis, qui ne seront pas considérées dans ce chapitre.

Afin de pouvoir traiter les données en simulation, nous utiliserons un formalisme matriciel pour exprimer les différentes grandeurs, facilitant ainsi la programmation, en multipliant un vecteur colonne d'inconnues cinématiques et/ou d'effort par un vecteur ou une matrice de coefficients géométriques, inertiels et de friction.

VI.2.3 Schéma d'ensemble

FIGURE VI.5 – Vue de droite du fauteuil

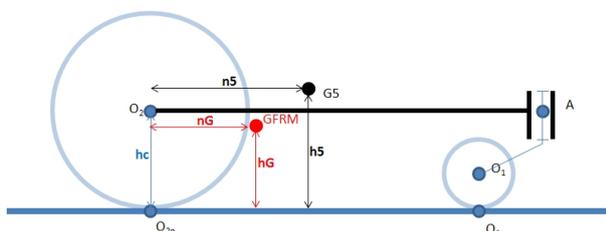


FIGURE VI.6 – Vue de dos du fauteuil

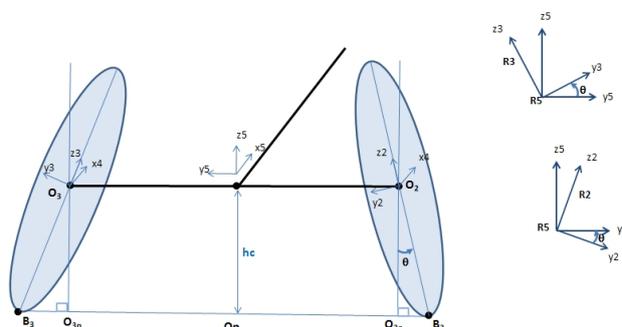


FIGURE VI.7 – Vue de dessus du fauteuil

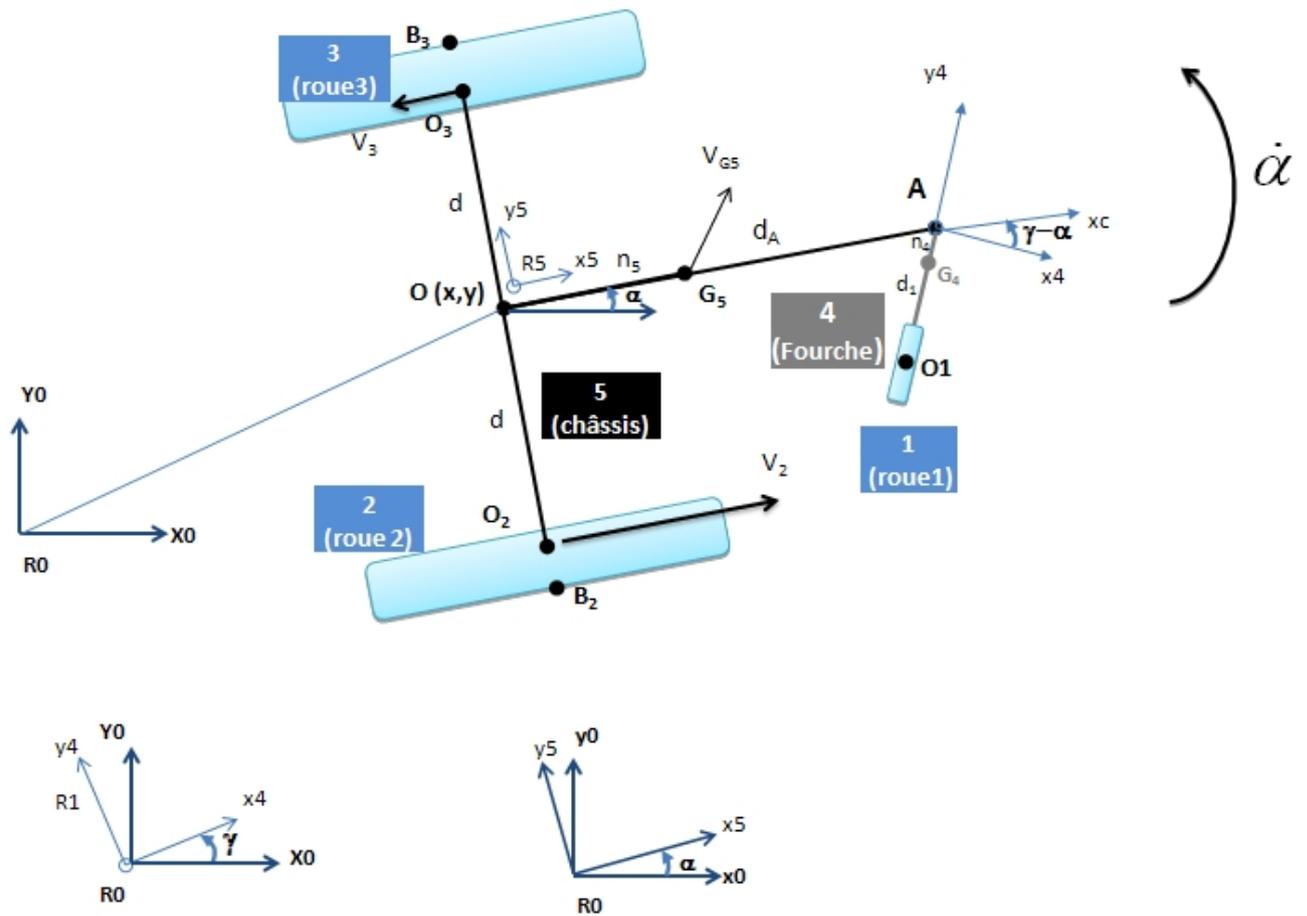


FIGURE VI.8 – Schéma de la roue 1

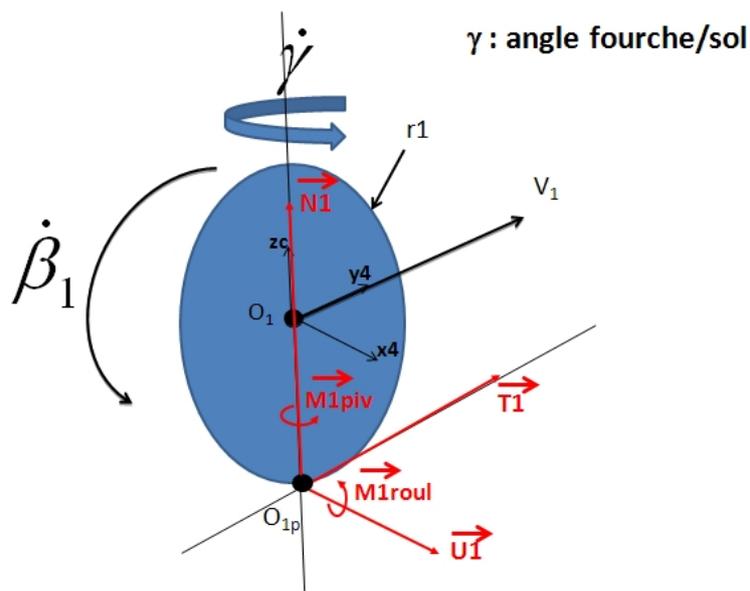


FIGURE VI.9 – Schéma de la roue 2

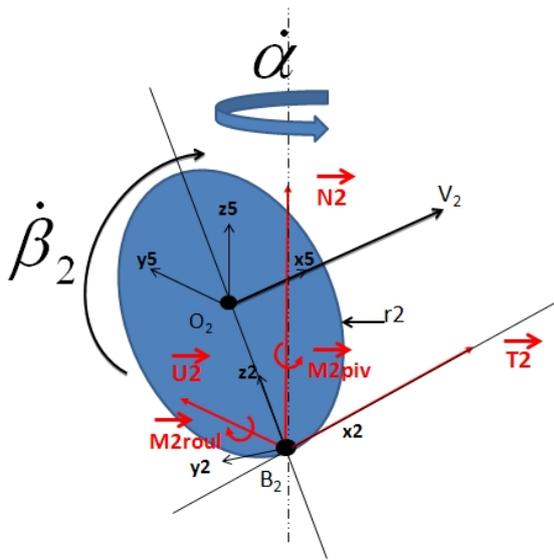
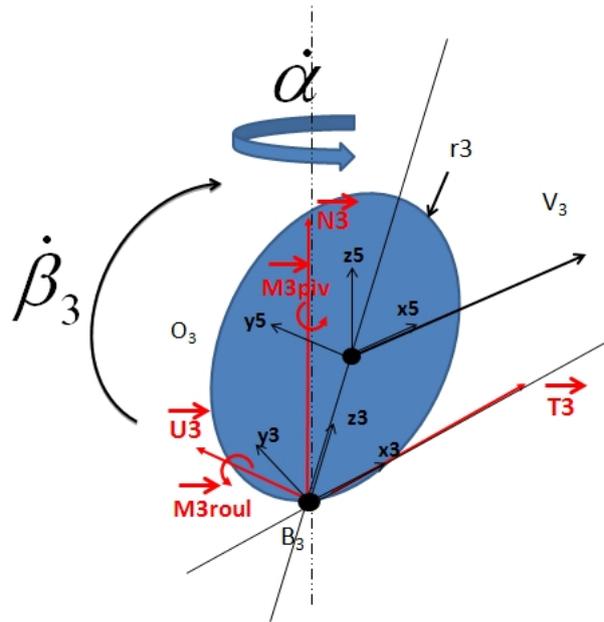


FIGURE VI.10 – Schéma de la roue 3



VI.2.4 Analyse du système

Le système décrit (schéma VI.7) comporte des inconnues cinématiques de rotation du châssis par rapport au sol α , de la fourche par rapport au sol γ et des roues par rapport à la fourche, $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ ainsi que de position de l'origine du repère fauteuil x, y dans le repère R_0 . A cela s'ajoutent les inconnues d'efforts normaux du sol sur les roues (N_1, N_2 et N_3), tangentiels (T_1, T_2 et T_3), bi normaux (U_1, U_2 et U_3 , dans le plan horizontal et perpendiculaire à la direction tangentielle) ainsi que les moments de pivotement exercés par le sol sur les roues M_1, M_2, M_3 . Au final, 19 inconnues constituent le système.

En isolant le fauteuil complet et en appliquant les lois de la dynamique, nous obtenons 6 équations de mouvement en projetant les équations aux forces et aux moments sur les 3 axes du châssis. Les moments dus aux efforts du sol sur les roues, projetés sur les axes bi normaux, fournissent chacun une équation, ce qui donne 3 équations supplémentaires. L'équilibre aux moments de la fourche et de sa roulette projeté sur l'axe vertical permet d'établir 1 équation supplémentaire. La tribologie fournit 3 équations entre les forces normales de contact du sol sur les roues et les couples de résistance au pivotement exercés par le sol sur les roues. Le roulement sans glissement des roues donne 3 équations holonomes. Le non glissement des roues selon leur axe bi normal fournit seulement 2 équations holonomes, car les 2 grandes roues ont les mêmes axes bi normaux, suivant l'axe transversal du fauteuil.

Au final, 18 équations sont disponibles pour 19 inconnues, ce qui ne permet pas de résoudre le système. Cependant nous pouvons observer que les efforts bi normaux (efforts U_2 et U_3 , sur l'axe y_c) sur les roues arrière ne sont présents que dans l'équilibre aux efforts du fauteuil suivant cet axe. Il n'est en effet pas possible de connaître la réparti-

tion d'un effort normal au fauteuil sur les roues droite et gauche, à moins d'utiliser une hypothèse du type "répartition symétrique de la charge" ou "effort bi normal en fonction de la charge sur la roue". Sans hypothèse, nous n'aurons accès qu'à la somme des efforts $U_2 + U_3$. Ne pouvant séparer ces deux efforts, nous remarquons cependant qu'ils n'apparaissent que dans une équation. En traitant cette équation et ces efforts à part, notre système devient soluble avec 17 équations à 17 inconnues.

VI.2.5 Analyse cinématique du système

Nous essaierons dans cette partie et dans les suivantes d'exprimer les différentes vitesses et accélérations en fonction de 4 paramètres cinématiques : x , y , α et γ , que nous appellerons *paramètres cinématiques explicatifs du système*. En utilisant la propriété du champ des vitesses dans les solides rigides définissant le fauteuil, il est possible d'exprimer les torseurs cinématiques des points d'intérêt (Origine du repère fauteuil, centre des roues arrière, points de contact avec le sol, centre de pivot de fourche, centre de gravité) en fonction des grandeurs géométriques et des variables cinématiques (cf annexes, section G.4, p 238).

Pour exemple, la vitesse $\vec{V}_{A,s/0}$ du point A peut être calculée en fonction de celle du point B $\vec{V}_{B,s/0}$, et de la vitesse angulaire $\vec{\Omega}_{s/0}$ du solide s auquel ils appartiennent tous les deux de la façon suivante :

$$\vec{V}_{A,s/0} = \vec{V}_{B,s/0} + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{\Omega}_{s/0}$$

De la même façon, les matrices de passage entre les différents repères (repères châssis, fourche, roues, etc.) peuvent elles aussi être définies (voir section G.3).

VI.2.6 Mise en équation du système

VI.2.6.1 Utilisation des relations holonomes

L'hypothèse de roulement sans glissement de la roulette avant permet d'écrire que la vitesse du point de contact entre la roulette et le sol est nulle :

$$\overrightarrow{V_{O_{1p},1/0}} = \vec{0} \tag{VI.2.1}$$

Ceci nous permet d'exprimer la vitesse angulaire de la roue par rapport à la fourche $\dot{\beta}_1$ en fonction de x , y , α , γ et de leurs dérivées (voir annexe G.5.1, p 244). De même, les vitesses de rotation $\dot{\beta}_2$ et $\dot{\beta}_3$ des roues 2 et 3 par rapport au châssis peuvent être exprimées de manière similaire (cf annexes, section G.5.2, p 247)

L'hypothèse de non glissement de la roue 1 suivant son axe \vec{x}_1 permet quant à elle d'exprimer la vitesse angulaire de la fourche $\dot{\gamma}$ en fonction des autres paramètres cinématiques (cf annexes, section G.5.1, équation (G.5.6)).

L'hypothèse de non glissement des roues 2 et 3 selon l'axe y_c permet de définir une relation entre les paramètres x et y (Equation (G.5.11)).

VI.2.6.2 Expression des torseurs dynamiques des solides

Afin de pouvoir exprimer les équations de mouvement, les torseurs dynamiques des solides constituant le fauteuil ont été exprimés sous forme matricielle, faisant intervenir d'une part les paramètres géométriques et mécaniques du fauteuil, d'autre part les paramètres cinématiques (cf annexes, section G.6, p 250).

VI.2.6.3 Expression des efforts du sol sur les roues, du poids et du sujet sur le fauteuil

Le contact du sol sur la roue 1, qui roule sans glisser sur le sol et pivote en même temps autour d'un axe vertical, peut être exprimé sous la forme du torseur d'action suivant, au point O_{1p} , qui est le projeté du centre de roue sur le sol (Annexes section G.7, p 267) :

$$\overrightarrow{\mathcal{F}}_{Sol \rightarrow roue1} = \left\{ \begin{array}{l} U_1 \quad \lambda_1 N_1 sg^*(-\dot{\beta}_1) \\ T_1 \quad 0 \\ N_1 \quad -fr_1 N_1 sg^*(\dot{\gamma}) \end{array} \right\}_{O_{1p}, R_4}$$

Où :

- Les efforts U_1 , T_1 et N_1 sont inconnus
- Les moments de résistance au roulement $\lambda_1 N_1 sg^*(-\dot{\beta}_1)$ et de résistance au pivotement $-fr_1 N_1 sg^*(\dot{\gamma})$ sont dépendants de N_1 .
- L'élément $sg^*(\dot{\gamma})$ est utilisé pour inverser le signe du moment si le mouvement de roulement ou de pivotement se fait dans le sens inverse, et a pour valeur :

$$sg^*(\dot{\gamma}) = \begin{pmatrix} sg^*(\dot{\gamma}) \text{ si } \dot{\gamma} \neq 0 \\ 0 \text{ si } \dot{\gamma} = 0 \end{pmatrix} \quad (\text{VI.2.2})$$

De la même façon, les efforts de contact du sol sur les roues 2 et 3 sont exprimés dans leur repère roue, puis exprimés en O_p dans le repère R_c du châssis.

Ensuite, l'action du poids du fauteuil est à son tour exprimée (cf annexes, section G.7.4, p 273), en faisant l'hypothèse que la chasse d_1 , le poids de la fourche et de la roulette sont suffisamment faibles devant le poids total du fauteuil, il est possible de faire l'hypothèse que le centre de gravité du fauteuil complet dans le repère châssis est fixe, et ce quel que soit l'angle de pivotement de la fourche γ . Le torseur d'action du poids ainsi que tous les autres efforts extérieurs au fauteuil est alors exprimé au point O_p , dans le repère châssis.

Les efforts du sujet sur le fauteuil sont quant à eux considérés comme un torseur d'action appliqué au point O , origine du repère fauteuil. Cependant, dans le cas d'un sujet immobile par rapport au fauteuil, ces efforts peuvent être exprimés par les inconnues cinématiques du mouvement.

VI.2.6.4 Calcul des efforts tangentiels

L'effort tangentiel sur la roulette 1 est obtenu en isolant cette roue (cf annexes, section G.8, p 277). Le moment au pivot de roue est connu car il s'agit d'un moment de résistance dans les roulements à billes, qui est considéré comme constant (ou nul s'il n'y a pas de mouvement et de moment de rotation) et opposé au mouvement. Ce moment peut être exprimé en fonction de la résistance au roulement et des efforts T_1 et N_1 inconnus (efforts tangentiel et normal du sol sur la roue 1), en isolant la roulette et la fourche. Ceci nous permet d'exprimer T_1 en fonction des paramètres cinématiques et de l'effort N_1 .

De la même manière, en faisant l'hypothèse que les mains du sujet ne touchent pas les mains courantes (hypothèse de mouvement libre), les efforts T_2 et T_3 (efforts tangentiels du sol sur les roues 2 et 3) sont calculés en fonction des paramètres cinématiques et des efforts normaux N_1 , N_2 et N_3 (cf annexes, section G.8.2 p 279 et suivante).

VI.2.6.5 Calcul de l'effort bi normal U_1

En isolant la roue 1 ainsi que la fourche 4, nous voyons que l'effort du châssis sur la fourche 4 est transmis par le pivot de fourche, dont nous connaissons le moment car c'est le couple résistant des roulements à billes de la fourche (cf annexes, section G.9, p 286). En exprimant les efforts du sol sur la roue et en calculant le moment qu'ils produisent au niveau du pivot de fourche, l'effort U_1 peut lui aussi être exprimé en fonction des paramètres cinématiques et de l'effort normal N_1 .

VI.2.6.6 Expression des efforts d'un sujet fixe sur le fauteuil

En considérant un sujet fixe dans le repère fauteuil, tous les efforts de celui-ci sur le fauteuil sont uniquement dus à la dynamique du fauteuil, à la masse et à l'inertie du sujet. Ils peuvent donc être exprimés en fonction des paramètres cinématiques du système (cf annexes, section G.10, p 289).

VI.2.6.7 Principe de la dynamique sur le fauteuil complet

En isolant le fauteuil complet (solides 1, 2, 3, 4, 5), nous pouvons appliquer le principe de la dynamique et obtenir ainsi 5 équations (une équation d'équilibre selon l'axe y_c ne sera pas exprimée car faisant intervenir les éléments non calculables U_2 et U_3). Ces équations auront pour seules inconnues les paramètres cinématiques, mais aussi les efforts N_1 , N_2 et N_3 (cf annexes, section G.11, p 294).

$$\begin{aligned} \sum \overrightarrow{F_{(\vec{s} \rightarrow S)}} &= m_S \vec{\gamma}_{G_S/R_0} \\ \sum \overrightarrow{M_{O_p,(\vec{s} \rightarrow S)}} &= \vec{\delta}_{O_p,S/R_0} \end{aligned} \quad (\text{VI.2.3})$$

Où :

- S est le système complet
- m_S est sa masse
- G_S est son centre de gravité

5 VI.2.6.8 Expression finale du système

Trois des équations de la section précédente seront utilisées pour calculer les efforts normaux sur les roues N_1 , N_2 et N_3 en fonction des paramètres cinématiques. Ces équations sont :

- 10 • l'égalité entre la somme des efforts extérieurs au fauteuil et sa résultante dynamique selon \vec{z}
- l'égalité entre les moments produits par les efforts extérieurs au fauteuil et le moment dynamique en O_p , selon \vec{y}_c
- l'égalité entre les moments produits par les efforts extérieurs au fauteuil et le moment dynamique en O_p , selon \vec{x}_c

15 Elles seront choisies de manière à ce que les coefficients devant les efforts normaux à remplacer ne soient jamais nuls, ce qui introduirait un problème de division par zéro lors du calcul (cf annexes, section G.12, p 310).

Ex : dans l'équation $a N_1 + b N_2 + c N_3 = 0$, il est possible d'exprimer N_3 en fonction des autres efforts : $N_3 = \frac{1}{c} * (a N_1 + b N_2)$, seulement si le facteur c n'est pas nul.

20 Ainsi, les efforts normaux seront remplacés par leur expression dans les deux équations restantes, qui ajoutées aux deux équations formées par les hypothèses de non glissement formeront le système final, liant 4 inconnues cinématiques (dérivées secondes) à des dérivées premières cinématiques et à des paramètres géométriques et mécaniques du fauteuil (cf annexes, équation (G.12.22), p 322).

$$\begin{bmatrix} a_{s11} & a_{s12} & a_{s13} & a_{s14} \\ a_{s21} & a_{s22} & a_{s23} & a_{s24} \\ g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{s11} & b_{s12} & 0 & 0 & b_{s13} & b_{s14} & 0 & b_{s15} \\ b_{s21} & b_{s22} & 0 & 0 & b_{s23} & b_{s24} & 0 & b_{s25} \\ h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} & h_{15} & 0 & h_{16} & 0 \\ h_{21} & h_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{VI.2.4}$$

VI.2.6.9 Résolution du système

Une résolution numérique est faite du système, où à chaque pas de calcul les paramètres cinématiques (angles et distances) sont connus ainsi que leurs dérivées et les efforts du sujet sur le fauteuil sont aussi supposés connus, ce qui permet de calculer leurs accélérations grâce au système et de déterminer leurs valeurs au pas suivant.

Ainsi, à partir des conditions initiales de positions (x_0, y_0, α_0 et γ_0) et de vitesses ($\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{\alpha}_0$ et $\dot{\gamma}_0$), les autres paramètres cinématiques tels que les vitesses angulaires des roues $\dot{\beta}_i$ peuvent être calculés. Les coefficients du système final d'équations $a_{ij}, h_{ij}, b_{ij}, g_{ij}$ sont aussi calculables. Les valeurs d'accélération des inconnues cinématiques $\ddot{x}_0, \ddot{y}_0, \ddot{\alpha}_0$ et $\ddot{\gamma}_0$ peuvent être alors exprimées.

Le système peut alors être calculé dans un premier temps avec la méthode d'Euler, avec un pas de temps de $1/1000^e$ de seconde, ce qui permet une simulation relativement rapide. Cette méthode permet de calculer la valeur des paramètres cinématiques, notés Y_{n+1} au pas de temps t_{n+1} à partir des informations cinématiques Y_n au pas de temps t_n , tels que :

$$Y_{n+1} = Y_n + (t_{n+1} - t_n) Y'_n \quad (\text{VI.2.5})$$

en posant

$$Y_n = \begin{bmatrix} x_n & y_n & \alpha_n & \gamma_n & \dot{x}_n & \dot{y}_n & \dot{\alpha}_n & \dot{\gamma}_n \end{bmatrix} \quad (\text{VI.2.6})$$

nous obtenons :

$$Y'_n = \begin{bmatrix} \dot{x}_n & \dot{y}_n & \dot{\alpha}_n & \dot{\gamma}_n & \ddot{x}_n & \ddot{y}_n & \ddot{\alpha}_n & \ddot{\gamma}_n \end{bmatrix} \quad (\text{VI.2.7})$$

Dans cette matrice de valeurs Y'_n , nous connaissons les dérivées premières des paramètres cinématiques et nous pouvons calculer les dérivées secondes grâce au système global, en injectant les efforts du sujet sur le fauteuil dans l'équation. Cette matrice est donc connue au pas n et permet de calculer les paramètres cinématiques au pas $n + 1$.

La méthode de Runge Kutta utilise le même principe que la méthode d'Euler, mais effectue plusieurs pas de calcul supplémentaires en calculant des dérivées intermédiaires. Elle est plus stable, mais moins rapide que la méthode d'Euler, que nous utiliserons donc dans un premier temps, où le nombre de simulation à effectuer est important.

VI.2.7 Validation du modèle obtenu

VI.2.7.1 Comparaison avec les essais de rotation libre avec masses fixes

Le plan d'expérience de rotation libre avec masses fixes réalisé a permis d'obtenir des données de comparaison (Section VI.1). Les conditions de ce plan d'expérience ont été reproduites en simulation afin de comparer les résultats théoriques aux résultats réels, à l'exception des expériences avec inclinaison du pivot de fourche (qui n'a pas été modélisée).

Pour cela, les paramètres géométriques et mécaniques du fauteuil lors des essais ont été recensés, puis saisis comme données d'entrée de la simulation. Des hypothèses ont été faites cependant pour certaines grandeurs. L'inertie en rotation du fauteuil sans masse additionnelle a été considérée comme égale à celle de sa configuration d'origine malgré la suppression des roulettes et l'ajout du dispositif de réglage. En effet, il a été supposé que les masses additionnelles de 40kg joueraient beaucoup plus sur l'inertie en rotation du fauteuil chargé et masqueraient donc une différence d'inertie due au dispositif de réglage. Les paramètres inertiels des roues ont par ailleurs été tirés d'une modélisation CAO du fauteuil et non de mesure directe. Les paramètres de résistance au roulement ont été estimés par comparaison avec la base de données réalisée avec 33 fauteuils (cf partie II.2.5) et les paramètres de résistance au pivotement des roues ont été tirés de la littérature [52] (ils seront considérés comme constants).

Par ailleurs, toutes les conditions cinématiques d'entrée dans la simulation de 2s étaient celles d'une rotation imposée du châssis autour de l'origine du repère fauteuil à 4 rad/s, ce qui était dans l'intervalle des vitesses de lâcher dans les essais réalisés.

Deux séries de simulations (méthode d'Euler, pas de $1/1000^e$ de seconde) ont d'abord été effectuées, la première en utilisant les coefficients issus de l'expérience de calcul de résistance au pivotement en première partie, soit 0.0045 et 0.0035 m (issus des mesures section II.3.3.2), la deuxième en utilisant des valeurs de résistance au pivotement de roulette et de roues arrière de 0.004 et 0.024 m (résistances observées par Kauzlarich en pivotement pur).

Les décélérations angulaires théoriques issues de la simulation ont alors été calculées et comparées aux valeurs réelles. Les effets des facteurs testés lors des simulations ont été aussi calculés pour être comparés à ceux calculés lors des essais.

Ensuite, pour tester la sensibilité du modèle au divers paramètres géométriques et mécaniques, les valeurs du 1^{er} cas du plan d'expérience ont été appliquées à la simulation, et deux simulations ont été effectuées par paramètre, la première en lui enlevant un pourcentage de sa valeur, la deuxième en ajoutant ce même pourcentage à sa valeur. Un premier pourcentage de 30 % a été utilisé pour observer les influences relatives des paramètres. Dans un deuxième temps, pour vérifier l'influence d'une éventuelle erreur de mesure sur un paramètre, ce pourcentage variait en fonction de la confiance sur la mesure de ce paramètre :

- 5 % d'erreur sur les mesures de distances,
- 10 % d'erreur sur les masses,
- 20 % sur les positions des centres de gravité,
- 30 % pour les inerties calculées,
- 50 % pour les valeurs de résistance au pivotement et dans les paliers.

VI.2.7.2 Résultats

La simulation montre des différences avec les essais pouvant aller jusqu'à 32 % de la valeur de décélération (Tableau VI.3) lorsqu'on choisit les paramètres issus de l'expérimentation de la section VI.1, avec une erreur moyenne de 21 %. La décélération simulée est par ailleurs systématiquement plus faible que la décélération mesurée. Les cas 6 et 9, différenciés uniquement par le diamètre de roulette utilisé, n'ont pas de différence importante en simulation alors qu'elle était plus marquée pour les essais. En choisissant les valeurs de la littérature pour du pivotement pur, l'erreur absolue moyenne est passée à 33 %. Les simulations n'ont par ailleurs pas montré de différence entre sens positif et sens négatif.

TABLE VI.3 – Comparaison entre mesures effectuées et simulation de rotation libre, en choisissant des paramètres de résistance au pivotement de $3,5$ et $4,5 \times 10^{-3}$ m ou de 4 et 24×10^{-3} m pour les roues avant et arrière, respectivement

Série d'essai	Décélération essai (rad/s ²)	std	Décélération simulation 3,5 av / 4,5 ar (rad/s ²)	delta réel/ simul 3,5 av / 4,5 ar	Delta (%)	Décélération simulation - 4 av / 24 ar (rad/s ²)	delta réel/ simul 4av / 24 ar	Delta (%)
Cas 01 sens+	2,8	0,4	1,9	0,9	32%	3,7	-0,9	-32%
Cas 02	1,8	0,1	2,0	-0,2	-9%	3,9	-2,0	-113%
Cas 05	3,8	0,3	3,0	0,8	21%	4,0	-0,3	-7%
Cas 06	4,2	0,3	2,8	1,4	34%	3,9	0,3	8%
Cas 09	3,6	0,2	2,8	0,8	23%	3,9	-0,3	-8%
Cas 01 sens-	2,5	0,2	1,9	0,6	25%	3,7	-1,1	-44%
Moyenne	3,1		2,4	0,7	21%	3,8	-0,7	-33%

Parmi les 10 paramètres les plus influents sur la décélération angulaire lors des simulations, 4 sont des paramètres géométriques du fauteuil et de ses roues, 4 concernent ses paramètres mécaniques et 2 le sujet (Tableau VI.4).

Les simulations montrent par ailleurs que le paramètre de résistance au pivotement de la roue 1 est celui qui entraîne la plus forte incertitude sur la décélération angulaire, ainsi que la mesure de l'entraxe arrière (Tableau VI.5).

TABLE VI.4 – Influences relatives d'une variation de 30 % des paramètres sur la décélération angulaire

Paramètre	Descriptif	Valeur de base	Delta décél. pour une variation de $\pm 30\%$ (rad/s ²)	Delta décélération (%)	Valeur absolue du delta (rad/s ²)
d	Entraxe arrière (m)	0,26	-1,05	35,0%	1,05
θ	Carrossage (°)	0,384	-0,45	14,9%	0,45
r_2	Rayon roue 2 (m)	0,3	0,40	13,4%	0,40
$I_{c,Gc,zz}$	Inertie fauteuil (kg/m ²)	1	0,17	5,8%	0,17
n_s	Distance CdG sujet - Ofauteuil (m)	0,1	0,17	5,6%	0,17
fr_1	Paramètre de résistance au pivotement roue 1 (m)	0,005	0,17	5,5%	0,17
m_c	Masse châssis (kg)	10	-0,14	4,7%	0,14
d_A	Distance entraxe-pivot de fourche (m)	0,45	-0,12	4,1%	0,12
m_s	Masse sujet (kg)	40	-0,11	3,8%	0,11
λ_2	Paramètre de résistance au roulement roue 2 (m)	0,003	-0,11	3,6%	0,11
r_3	Rayon roue 3 (m)	0,3	0,08	2,5%	0,08
$I_{s,Gs,zz}$	Inertie du sujet selon l'axe vertical au centre de masse sujet (kg/m ²)	0,44	0,08	2,5%	0,08
n_{Gc}	Distance CdG châssis-O fauteuil (m)	0,036	0,06	2,2%	0,06
$I_{2,02,zz}$	Inertie verticale de la roue 2 en son centre (m)	0,2	0,04	1,5%	0,04
λ_3	Paramètre de résistance au roulement roue 3 (m)	0,003	0,04	1,3%	0,04
$I_{1,01,zz}$	Inertie verticale de la roue 1 en son centre (kg/m ²)	0,02	-0,04	1,3%	0,04
$I_{F,GF,zz}$	Inertie verticale de la fourche en son centre de Gravité	0,02	-0,04	1,3%	0,04
d_1	Chasse fourche (m)	0,02	-0,03	1,1%	0,03
$I_{3,03,yy}$	Inertie de la roue 3 en son centre et selon l'axe de sa liaison avec le châssis (kg/m ²)	0,1	-0,03	1,0%	0,03

VI.2.8 Discussion et conclusion

Un modèle du mouvement libre a été établi dans cette partie. Il prend en compte un nombre important de paramètres géométriques et mécaniques du fauteuil, ainsi que les actions du sujet sur le fauteuil. Il permet d'anticiper l'influence d'une modification de certains réglages du fauteuil sur son mouvement en fonction des actions de l'utilisateur, d'estimer les facteurs les plus influents sur la rotation et le retour à la ligne droite et donc ceux sur lesquels il est possible d'influer pour obtenir le mouvement désiré.

On retrouve par exemple les influences de la position du centre de masse du sujet ainsi que de son inertie, sur lesquels le joueur peut influer au cours du match en penchant ou en relevant le tronc. Par ailleurs, ces simulations ont montré les influences majeures des distances pivot de fourche/origine du repère fauteuil et entraxe arrière. S'il est aisé de modifier la première, la deuxième dépend beaucoup du bassin du joueur et de sa largeur d'épaule et ne peut donc pas être facilement modifiée.

La comparaison de la simulation avec les mesures de décélérations angulaires de

TABLE VI.5 – Influences relatives d'erreurs de mesure des paramètres sur la décélération angulaire

Paramètre	Descriptif	Valeur de base	Erreur plausible (%)	Delta décélération pondéré par erreur plausible (rad/s ²)	Delta (%)
f_{r1}	Paramètre de résistance au pivotement roue 1 (m)	0,005	50	0,28	9,2%
d	Entraxe arrière (m)	0,26	5	0,17	5,8%
$I_{c,Gc,zz}$	Inertie fauteuil (kg/m ²)	1	20	0,12	3,9%
n_s	Distance CdG sujet - Ofauteuil (m)	0,1	20	0,11	3,7%
λ_2	Paramètre de résistance au roulement roue 2 (m)	0,003	30	0,11	3,6%
$I_{s,Gs,zz}$	Inertie du sujet selon l'axe vertical au centre de masse sujet (kg/m ²)	0,44	30	0,08	2,5%
θ	Carrossage (°)	0,384	5	0,07	2,5%
r_2	Rayon roue 2 (m)	0,3	5	0,07	2,2%
$I_{2,O2,zz}$	Inertie verticale de la roue 2 en son centre (m)	0,2	30	0,04	1,5%
n_{Gc}	Distance CdG châssis-O fauteuil (m)	0,036	20	0,04	1,4%
λ_3	Paramètre de résistance au roulement roue 3 (m)	0,003	30	0,04	1,3%
$I_{1,O1,zz}$	Inertie verticale de la roue 1 en son centre (kg/m ²)	0,02	30	0,04	1,3%
$I_{F,GF,zz}$	Inertie verticale de la fourche en son centre de Gravité	0,02	30	0,04	1,3%
m_s	Masse sujet (kg)	40	10	0,04	1,3%
$I_{3,O3,yy}$	Inertie de la roue 3 en son centre et selon l'axe de sa liaison avec le châssis (kg/m ²)	0,1	30	0,03	1,0%

la section précédente montre cependant des différences importantes, de l'ordre de 23 %. D'un côté les mesures de décélération peuvent être perfectibles (utilisation d'une mesure sens horaire et d'une autre en sens antihoraire et contrôle strict de la trajectoire par exemple), de l'autre les tests sur la simulation, ont montré que ses résultats étaient très sensibles aux valeurs de résistance au pivotement de la roue avant ainsi qu'aux inerties et centre de masse du sujet, valeurs qui ont été calculées lors des essais et non mesurées.

L'amélioration du modèle pourrait donc être obtenue en diminuant l'erreur commise sur les paramètres géométriques et mécaniques du modèle, c'est à dire en améliorant les méthodes de mesure de ces paramètres et en préférant les mesures directes aux calculs. De plus, dans notre simulation la résistance au pivotement d'une roue était considérée fixe, alors que Kauzlarich [71] a supposé une diminution de celle-ci avec le rayon de courbure de la trajectoire. Enfin le diamètre de la roue n'était pas pris en compte pour la résistance au pivotement dans la simulation, ce qui explique les faibles différences entre les cas 6 et 9 des simulations, qui ne diffèrent que par le choix du diamètre de roue.

De là, il serait possible d'affiner le modèle en utilisant un paramètre de résistance au pivotement dépendant du rayon de roue mais aussi du rayon de courbure de sa trajectoire. En effet, en ligne droite ce rayon de courbure est infini et la résistance au pivotement nulle, tandis qu'en pivotement pur de la roue, la résistance au pivotement est maximale et mesurable. Ceci peut être expliqué par le fait que lors d'une rotation pure, des déformations locales du sol et de la roue et des micro glissements se produisent dans la totalité de l'aire de contact. Lorsque qu'une roue roule sur le sol, l'aire de contact sol/roue "avance" par rapport à la roue. Les zones déformées en périphérie de l'extrémité avant de l'aire de contact se rapprochent donc de son centre et sont remplacées par de la matière non déformée. Nous pouvons ainsi faire l'hypothèse que la zone de déformation et de glissement diminue par rapport à l'aire de contact lorsqu'il y a roulement (phénomène analogue au phénomène de dérive sur les voitures [124]) et cette diminution augmente lorsque le rapport vitesse de pivotement / vitesse de roulement diminue. Nous pourrions alors définir une évolution du moment de pivotement M_{piv} en fonction d'un paramètre de résistance au pivotement K de la forme suivante :

$$M_{piv} = K.N$$

$$\text{avec } K = K_{max} \cdot \frac{r_r}{r_r + R_c} \quad (\text{VI.2.8})$$

où K_{max} est le paramètre de résistance au pivotement pur de la roue, r_r est le rayon de roue et R_c le rayon de courbure de la trajectoire.

Nota : Ceci implique bien sur un roulement sans glissement de la roue.

Synthèse des travaux et conclusion

L'encouragement de la pratique régulière d'une activité physique, voire sportive, est un enjeu de la santé publique tant son effet est bénéfique sur la prévention de diverses pathologies et son rôle psychologique. Son intérêt dans le cas de troubles de fonctionnement des membres inférieurs est d'autant plus important que la capacité de propulsion, ici par les membres supérieurs, définit directement le périmètre de déplacement de la personne en fauteuil.

Dans cette optique, le développement du sport de haut niveau en fauteuil roulant et sa médiatisation favorisent l'image positive et donc l'acceptation du handicap et sa reconnaissance par la société des performances des athlètes en fauteuil.

Cette recherche de performance dans le cas du sport en fauteuil s'accompagne d'une part d'un entraînement physique et sportif poussé, mais aussi d'une spécialisation du matériel et donc des fauteuils, afin de répondre aux attentes de leurs utilisateurs de manière optimale et dans les mouvements spécifiques au sport pratiqué.

Le tennis a cela de particulier qu'il nécessite autant de déplacements en ligne droite pour atteindre la balle ou se repositionner, que de capacités de rotation pour s'orienter rapidement dans la direction à atteindre et de stabilité, pour limiter le déséquilibre lors de la frappe ou de la propulsion en ligne droite. Les caractéristiques géométriques et mécaniques du fauteuil doivent donc être adaptées aux contraintes du sport mais aussi au jeu du sportif, qui pourra préférer un fauteuil plus stable en ligne droite et lors de la frappe ou favoriser au contraire la rotation.

Pour cette raison, Stéphane Houdet, parmi les 10 meilleurs joueurs mondiaux et médaillé olympique de tennis fauteuil, convaincu de la marge de progression des fauteuils actuels, a sollicité le CERAH (Centre d'Etudes et de Recherches sur l'Appareillage des Handicapés) et le LBM (Laboratoire de Biomécanique des Arts et Métiers Paristech) pour l'aider à comprendre le comportement de son fauteuil afin de pouvoir améliorer l'adaptation de celui-ci à son jeu.

Les travaux de cette thèse ont d'abord cherché à limiter les résistances au mouvement du fauteuil, qui nuisent aux performances du joueur en augmentant sa fatigue. Les réduire permettrait donc au sportif en fin de match de limiter la dégradation des performances de jeu dues à son épuisement.

Une instrumentation et une méthode faisant intervenir des matériaux simples et peu

coûteux a d'abord permis de caractériser la résistance dans les roulements à billes des pivots de fourches et de roues, en mettant notamment en évidence l'impact important de la charge axiale sur l'augmentation du couple résistant dans ces paliers. Le vieillissement d'un palier a été aussi caractérisé, et a montré un couple résistant légèrement plus important qu'avec un palier neuf, pour les deux paliers testés. Ces travaux ouvrent la voie à des comparaisons entre divers roulements et la nécessité d'atteindre un couple de serrage suffisamment important pour empêcher le jeu axial tout en restant limité pour ne pas augmenter le couple résistant dans les paliers, poussant à la conception d'un dispositif de montage rapide de roue par le CERAH. L'utilisation de paliers non étanches "consommables" pourrait par ailleurs entraîner une diminution de la perte de puissance dans les paliers, bien que celle-ci reste faible devant les autres pertes de puissance.

La résistance au roulement, considérée comme perte de puissance majeure dans un mouvement en ligne droite à vitesse limitée a par ailleurs été étudiée en collaboration avec le projet ANR SACR-FRM, sur l'aide au choix et au réglage de fauteuil roulant. Les travaux ci-dessus ont permis de caractériser cette résistance au roulement, en établissant les équations de mouvement et en validant un protocole permettant de l'estimer sur tout type de terrain plat et avec une instrumentation limitée. En fonction du matériau et du diamètre des roues, du type de sol et de la répartition de poids, la résistance au roulement de n'importe quel fauteuil peut désormais être estimée rapidement et facilement. Les conclusions de ce travail ont fait l'objet d'un chapitre dans un ouvrage dédié aux prescripteurs et professionnels [89] et deux articles [4, 112] ont été publiés sur le sujet. La diminution de la résistance au roulement peut s'obtenir en choisissant un diamètre de roulette important et en limitant la charge sur cette roulette (en avançant la roulette ou en reculant l'assise par rapport aux roues arrière). Des roulettes larges de type "soft roll" ont par exemple été conseillées au sportif pour jouer sur terre battue à Roland Garros (cf photo VI.6).

Le mouvement de pivotement intervient plus souvent en tennis fauteuil que dans d'autres sports : le sportif est systématiquement en train de se placer par rapport à la balle et de retourner en position de défense. Cette dépense énergétique a été peu étudiée dans la littérature, notamment en ce qui concerne les paramètres de résistance au pivotement des roues. Les travaux ont permis de mettre en évidence les paramètres géométriques et mécaniques du fauteuil influant sur la perte de puissance en rotation, en particulier le rôle des résistances au roulement et au pivotement des roues dans ce phénomène. La mise en lien de ces paramètres avec la décélération du fauteuil a permis de créer un protocole de mesure de la résistance au pivotement des roues avant et arrière.

Une fois le fauteuil isolé étudié, des premières indications quant à la géométrie et aux matériaux constituant les éléments du fauteuil ont pu être définies, l'étude des interactions de ce fauteuil avec le sportif ont alors permis de vérifier la compatibilité des

TABLE VI.6 – Stephane Houdet, Roland Garros 2012



limitations de puissance perdue avec les contraintes de la propulsion et des mouvements du joueur. Pour cela, il a fallu pouvoir représenter le joueur en mouvement dans son fauteuil et vérifier ainsi l'influence des réglages sur le jeu lui-même. Le corps du sujet a été séparé en divers segments conformément à la littérature, puis les caractéristiques inertielles (masse, centre de masse et matrice d'inertie) de chacun de ces segments ont été estimés. La particularité de ce projet était que le sujet à modéliser était amputé d'un membre inférieur et ne pouvait tenir facilement la position debout. Les travaux ont permis d'adapter à une personne assise et de valider le modèle développé au Laboratoire de Biomécanique des Arts et Métiers Paristech par Pillet [104], qui permettait d'estimer les inerties personnalisées debout grâce à un système optoélectronique et deux photographies, procédure simple, rapide et particulièrement adaptée à notre situation. Par ailleurs, les caractéristiques inertielles du fauteuil utilisé par le sportif ont aussi été estimées, ainsi que celles de sa raquette.

Une fois un modèle créé, il a pu être utilisé pour caractériser la propulsion à vitesse maximale en ligne droite. En effet, lors de ce mouvement, la diminution de résistance au roulement ainsi que le confort de propulsion entraînent en conflit avec la stabilité et le mouvement de tangage du fauteuil, lorsque le siège était avancé par rapport à l'entraxe arrière. Ces travaux ont donc permis d'apporter un éclairage sur les conséquences de l'avance ou du recul du siège sur la vitesse maximale atteinte par le sportif, sur l'évolution de son centre de gravité et du centre de pression des efforts du système sur le sol, ou encore sur la puissance interne produite par le sportif. Il est apparu que si la position la

plus reculée du siège favorise normalement la résistance au roulement et le confort de propulsion, en revanche, elle limite fortement les performances de vitesse du joueur en raison d'une trop grande instabilité. Les positions médiane et avancée du siège avaient la même efficacité en terme de vitesse maximale, bien que différentes sur le plan de la cinématique du sportif. La position médiane entraînait une production de puissance supérieure à la position avancée due à des mouvements plus importants de tous les segments supérieurs. Ceci pourrait signifier plus de fatigue à long terme. La puissance interne du système étant celle produite par le joueur, elle est donc un indicateur de sa dépense énergétique. Par contre, l'utilisation de tous les segments - et en particulier du tronc - lors du mouvement pourrait signifier que les articulations de l'épaule, du coude et du poignet soient moins sollicitées et ne fonctionnent pas dans des angles dangereux pour l'articulation.

Enfin, les problèmes de maniabilité du fauteuil sont critiques en tennis fauteuil et se trouvent amplifiés lorsque l'utilisateur ne touche pas les roues de son fauteuil : c'est par exemple le cas lors des phases de préparation du geste et de frappe de balle, où le sportif doit se concentrer sur son geste plutôt que sur les mouvements de son fauteuil. Les travaux se sont ainsi centrés sur l'étude des influences de cinq réglages sur le comportement du fauteuil. Les résultats du plan d'expérience fractionnaire utilisé ont montré un effet prépondérant de la position du centre de masse de l'utilisateur par rapport au milieu de l'entraxe arrière du fauteuil, puis un effet plus réduit du choix de roulette avant. Ces résultats mettent en avant l'intérêt pour le joueur de se pencher en arrière (donc de rapprocher son centre de gravité de l'entraxe arrière) pour entrer en rotation et de se pencher en avant pour en sortir rapidement. Toujours d'après les résultats de ces travaux, la roulette avant a intérêt à être de plus grand diamètre pour que la rotation et la maniabilité soient facilitées. Les résultats pourront cependant être affinés en effectuant un plan d'expérience complet et en contrôlant plus fortement les conditions d'expérimentation.

L'expérimentation ne pouvant tester les influences de tous les réglages, une modélisation prenant en compte un grand nombre de paramètres géométriques et mécaniques du fauteuil ainsi que les efforts du sujet sur celui-ci a pu être construite. Les simulations ont cependant montré des écarts importants (de l'ordre de 23 %) avec les expériences exécutées, mais ces résultats pourraient certainement être améliorés en mesurant directement les grandeurs inertielles et centre de gravité lors des expérimentations. De plus, ce modèle a mis en lumière l'influence ou non de paramètres géométriques du fauteuil et de positions, attitudes du sportif sur la décélération angulaire du fauteuil. Il nécessite néanmoins d'être affiné, en prenant en compte en particulier l'influence des rayons de roues et de courbure sur la résistance au pivotement.

L'ensemble de ces travaux résulte d'une collaboration étroite et d'échanges fructueux avec le sportif Stéphane Houdet, qui a pu grâce à eux mieux comprendre le fonction-

nement de son fauteuil et orienter les modifications de celui-ci, mais aussi proposer de nouvelles approches et donner son ressenti sur certaines configurations. Les observations issues de ces travaux pourront cependant être adaptées pour servir au plus grand nombre d'utilisateurs de fauteuil roulant manuel, qu'ils soient sportifs ou non, comme 5 l'ont été les travaux sur la résistance au roulement, utilisés pour alimenter un outil de conseil et d'aide au choix de fauteuil roulant conventionnel.

Figures et tableaux

Table des figures

	1	Stéphane Houdet sur son fauteuil [Roland Garros, 2012]	14
	I.1	Déformation de la roue et résistance au roulement [Source : [117]]	28
5	I.2	Le phénomène de résistance au roulement et sa modélisation [Source : [84]]	29
	I.3	Test de résistance à la rotation du FRM [Source : [72]]	35
	I.4	Force nécessaire pour entrer en rotation en fonction de la charge sur la roue avant et la chasse de la fourche [Source : [72]]	35
10	II.1	Evolution du couple moyen et de l'intervalle de confiance sur la mesure en fonction du nombre de mesures - sans modification du balourd	44
	II.2	Photographies du dispositif expérimental pendant l'étape de validation	46
	II.3	Evolution des vitesses de rotation de la roue et des masses au cours d'une mesure avec le système optoélectronique.	46
15	II.4	Comparaison des couples mesurés avec les deux systèmes de mesure	47
	II.5	Influence des différents facteurs et de leurs interactions sur le couple de résistance des paliers	50
	II.6	Schéma du fauteuil décélérant librement en ligne droite sur sol plat	55
	II.7	Alignement du repère de mesure par rapport à l'accéléromètre [135]	61
20	II.8	Correction de la dérive des vitesses	62
	II.9	Correction de la pente	63
	II.10	Photo du fauteuil équipé pour le test de décélération	64
	II.11	Corridors utilisés pour la validation de la méthode	68
	II.12	Tests de décélération des différents fauteuils	74

	II.13 Paramètres de résistance au roulement par catégorie de roue et par type de sol	75
	II.14 Evolution des facteurs de résistance au roulement de la roue avec le rayon et par type	76
5	II.15 Facteur de résistance globale du fauteuil calculé grâce à différents modèles	79
	II.16 Schéma du modèle mécanique	83
	II.17 Schéma de la roue 2	83
	II.18 Schéma de la roue 3	83
10	II.19 Positions du centre de la roue arrière droite dans le repère global en fonction du temps, proche d'un mouvement circulaire	94
	III.1 Illustration de la méthode du pendule trifilaire [60]	110
	IV.1 Etapes de reconstruction du modèle de Pillet [104] en position assise . . .	118
	IV.2 Comparaison de la masse relative de chaque segment avec la littérature pour 7 sujets sains, en %	119
15	IV.3 Distance entre projection du centre de masse, calculée grâce aux modèles, et centres de pression mesurés (valeurs absolues en mm)	120
	IV.4 Détermination du centre de gravité du fauteuil par suspension par trois points d'accroche différents	122
	IV.5 Photo du montage de mesure d'inertie du fauteuil selon la direction verticale	123
20	IV.6 Système de réglage de positions de siège	126
	IV.7 Centre de pression des interactions entre le sol et le système fauteuil+sujet	127
	IV.8 Profil des forces équivalentes de résistance au roulement et vitesses linéaires instantanées au cours du cycle moyen de propulsion	129
25	IV.9 Résistance au roulement et vitesse moyennes d'un cycle de propulsion selon le réglage d'avance de siège	129
	VI.1 Positionnement des centrales inertielles	142
	VI.2 Evolution des facteurs de résistance au roulement avec le rayon, par type de roue	143
	VI.3 Présentation des 8 réglages testés	145
30	VI.4 Effets des différents facteurs sur la décélération angulaire	147
	VI.5 Vue de droite du fauteuil	150
	VI.6 Vue de dos du fauteuil	150
	VI.7 Vue de dessus du fauteuil	151
	VI.8 Schéma de la roue 1	151
35	VI.9 Schéma de la roue 2	152
	VI.10 Schéma de la roue 3	152
	A.1 Photo d'une main courante [Source : C.Sauret]	194

	A.2	Caractéristiques du fauteuil roulant]	194
	B.1	Points du fauteuil tennis servant à la construction de son repère [Source : C.Sauret, Roland Garros 2011]	196
	C.1	Rappel de la constitution d'un roulement à billes	198
5	C.2	Schéma d'ensemble et coupe du dispositif de mesure	199
	C.3	Photo du dispositif sans axe support ni charge additionnelle	199
	C.4	Dispositif chargé sans bâti	200
	C.5	Axe support	200
	C.6	Réglette de mesure	201
10	C.7	Réglette de mesure	203
	C.8	Alignement de la réglette avec le balourd et ajout de la masselotte d'équi- librage	204
	C.9	Mesure de couple de frottement	205
	G.1	Vue de dessus du fauteuil	234
15	G.2	Vue de droite du fauteuil	235
	G.3	Schéma de la roue 1	235
	G.4	Schéma de la roue 2	235
	G.5	Schéma de la roue 3	235
	G.6	Schéma de la roue 1	267
20	G.7	Schéma de la roue 2	270
	G.8	Schéma de la roue 3	272
	G.9	Schéma de la roue 1	277
	G.10	Schéma de la roue 2	280
	G.11	Schéma de la roue 3	283

25 Liste des tableaux

	II.1	Plan d'expérience des facteurs couple (A), masse (R), vitesse de rotation (V), leurs interactions et le couple de résistance	49
	II.2	Décélérations obtenues pour des séries de tests effectuées sur divers cor- ridors et divers chargements de FRM	70
30	II.3	Types de roues testées	75

	II.4 Evolution du paramètre de résistance au roulement de la roue arrière selon le gonflage et le type de sol	80
	II.5 Valeurs géométriques et mécaniques de l'expérience	95
	IV.1 Comparaison des masses calculées et mesurées (valeurs absolues en Kg) .	119
5	IV.2 Evolutions du centre de gravité athlète et du centre de pression (athlète+fauteuil) dans la direction arrière/avant du repère fauteuil, selon le réglage antéropostérieur du siège	130
	VI.1 Facteurs testés dans le plan d'expérience fractionnaire	143
	VI.2 Plan d'expérience fractionnaire à 2 niveaux et décélérations obtenues . .	144
10	VI.3 Comparaison entre mesures effectuées et simulation de rotation libre, en choisissant des paramètres de résistance au pivotement de $3,5$ et $4,5 \times 10^{-3}$ m ou de 4 et 24×10^{-3} m pour les roues avant et arrière, respectivement .	159
	VI.4 Influences relatives d'une variation de 30 % des paramètres sur la décélération angulaire	160
15	VI.5 Influences relatives d'erreurs de mesure des paramètres sur la décélération angulaire	161
	VI.6 Stephane Houdet, Roland Garros 2012	165
	G.19 Coefficients g_{ii} et h_{ii}	322
	G.20 Coefficients c_{ii} et d_{ii}	322

Bibliographie

- [1] R. Aissaoui and G. Desroches. Stroke pattern classification during manual wheelchair propulsion in the elderly using fuzzy clustering. *Journal of Biomechanics*, 41(11) :2438 – 2445, 2008.
- 5 [2] A. Baca. Precise determination of anthropometric dimensions by means of image processing methods for estimating human body segment parameter values. *J Biomech*, 29(4) :563–567, Apr 1996.
- [3] J. Bascou, C. Sauret, H. Pillet, A. Bonnefoy, P. Thoreux, and F. Lavaste. Evolutions of the wheelchair user’s centre of mass and centre of pressure according to the seat fore-aft position during sprinting : a case study of an elite wheelchair tennis player. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 10 15(sup1) :210–211, 2012.
- [4] J. Bascou, C. Sauret, H. Pillet, F. Lavaste, and P. Vaslin. Influence of fore-aft seat position and rolling drag force on wheelchair propulsive performance. *Journal of Biomechanics*, 15 45 suppl.1 :S508, 2012.
- [5] J. Bascou, C. Sauret, H. Pillet, P. Vaslin, P. Thoreux, and F. Lavaste. A method for the field assessment of rolling resistance properties of manual wheelchairs. *Comput Methods Biomech Biomed Engin*, Jan 2012.
- [6] M. Begon and P. Lacouture. Modélisation anthropométrique pour une analyse mécanique du geste sportif. *Movement & Sport Sciences*, 20 54 :11–33, 2005.
- [7] M.L. Boninger, M. Baldwin, R.A. Cooper, A. Koontz, and L. Chan. Manual wheelchair pushrim biomechanics and axle position. *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation*, 81(5) :608–613, May 2000.
- [8] M.P. Bougenot, N. Tordi, F. Grappe, J.D. Rouillon, and A. Belli. Détermination sur le terrain des résistances à l’avancement en fauteuil roulant. *Actes du 8e Congrès de l’ACAPS Macolin : Suisse*, pages 285–286, 1999. cited By (since 1996) 1.
- 25 [9] H. Brody and R. Cross. *The Physics and Technology of Tennis*. Racquet Tech Publishing, 2002.

-
- [10] C. Brubaker. Ergonomic considerations. *J Rehabil Res Dev Clin Suppl*, (2) :37–48, 1990.
- [11] C. E. Brubaker. Wheelchair prescription : an analysis of factors that affect mobility and performance. *J Rehabil Res Dev*, 23(4) :19–26, Oct 1986.
- 5 [12] M. Burton, A. Subic, M. Mazur, and M. Leary. Systematic design customization of sport wheelchairs using the taguchi method. *Procedia Engineering*, 2(2) :2659–2665, June 2010.
- [13] R. Cabane. Methodes numeriques en algebre lineaire. Technical report, Techniques de l'ingénieur, 2010.
- 10 [14] J-C. Cabelguen. *Développement d'outils pour l'analyse et la quantification des interactions fauteuil /utilisateur /environnement lors du déplacement du fauteuil roulant manuel*. These, ENSAM, 2008.
- [15] R F Chandler, C E Clauser, J T McConville, H M Reynolds, and J W. Young. Investigation of inertial properties of the human body. *Aerospace Medical Research Laboratory ; National Highway Traffic Safety Administration ; Civil Aeromedical Institute ; Webb Associates*, 1975.
- 15 [16] S-C. Chen, H-J. Hsieh, T-W. Lu, and C-H. Tseng. A method for estimating subject-specific body segment inertial parameters in human movement analysis. *Gait Posture*, 33(4) :695–700, Apr 2011.
- 20 [17] C. K. Cheng, H. H. Chen, C. S. Chen, C. L. Chen, and C. Y. Chen. Segment inertial properties of chinese adults determined from magnetic resonance imaging. *Clin Biomech (Bristol, Avon)*, 15(8) :559–566, Oct 2000.
- [18] F. Chenier, P. Bigras, and R. Aissaoui. A new dynamic model of the manual wheelchair for straight and curvilinear propulsion. *IEEE Int Conf Rehabil Robot*, 2011 :5975357, 2011.
- 25 [19] F. Chenier, P. Bigras, and R. Aissaoui. An orientation estimator for the wheelchair's caster wheels. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 19 :1317–1326, 2011.
- [20] J.J.C. Chua, F. Konstantin Fuss, and A. Subic. Rolling friction of a rugby wheelchair. *Procedia Engineering*, 2(2) :3071 – 3076, 2010. <ce :title>The Engineering of Sport 8 - Engineering Emotion</ce :title>.
- 30 [21] CIB. Tolerances on blemishes of concrete cib : International council for research and innovation in building and construction. *CIB*, 24, 1973.
-

- [22] C.E. Clauser, J.T. McConville, and J. W. Young. *Weight, volume, and center of mass of segments of the human body*. Aerospace Medical Research Laboratory, Aerospace Medical Division, Air Force Systems Command, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, 1969.
- 5 [23] PL. Coe. Aerodynamics characteristics of wheelchairs. *NASA Technical Memorandum*, 80191 :1–17, 1979.
- [24] R.A. Cooper. A systems approach to the modeling of racing wheelchair propulsion. *Journal of Rehabilitation Research and Development*, 27(2) :151–162, 1990. cited By (since 1996) 13.
- 10 [25] C.A Coulomb. *Théorie des machines simples*. -, 1821.
- [26] K.D. Coutts. Kinematics of sport wheelchair propulsion. *Journal of Rehabilitation Research and Development*, 27(1) :21–26, 1990. cited By (since 1996) 7.
- [27] K.D. Coutts. Dynamic characteristics of a sport wheelchair. *Journal of Rehabilitation Research and Development*, 28(3) :45–50, 1991. cited By (since 1996) 7.
- 15 [28] K.D. Coutts. Dynamics of wheelchair basketball. *Medicine and Science in Sports and Exercise*, 24(2) :231–234, 1992. cited By (since 1996) 17.
- [29] K.D. Coutts. Drag and sprint performance of wheelchair basketball players. *Journal of Rehabilitation Research and Development*, 31(2) :138–143, 1994. cited By (since 1996) 15.
- 20 [30] M. Dabonneville, P. Kauffmann, P. Vaslin, N. de Saint Rémy, Y.b Couétard, and M.b Cid. A self-contained wireless wheelchair ergometer designed for biomechanical measures in real life conditions. *Technology and Disability*, 17(2) :63–76, 2005. cited By (since 1996) 1.
- [31] M. Damavandi, N. Farahpour, and P. Allard. Determination of body segment masses and centers of mass using a force plate method in individuals of different morphology. *Med Eng Phys*, 31(9) :1187–1194, Nov 2009.
- 25 [32] M. de Groot, S. andde Bruin, S. P. Noomen, and L. H V van der Woude. Mechanical efficiency and propulsion technique after 7 weeks of low-intensity wheelchair training. *Clin Biomech (Bristol, Avon)*, 23(4) :434–441, May 2008.
- 30 [33] S. de Groot, H.E.J. Veeger, A.P. Hollander, and L.H.V. van der Woude. Influence of task complexity on mechanical efficiency and propulsion technique during learning of hand rim wheelchair propulsion. *Medical Engineering & Physics*, 27(1) :41–49, January 2005.

- [34] S. de Groot, M. Zuidgeest, and L.H.V. van der Woude. Standardization of measuring power output during wheelchair propulsion on a treadmill : Pitfalls in a multi-center study. *Medical Engineering & Physics*, 28(6) :604–612, July 2006.
- [35] P. de Leva. Adjustments to zatsiorsky-seluyanov’s segment inertia parameters. *Journal of Biomechanics*, 29(9) :1223 – 1230, 1996.
- [36] N. de Saint-Remy. *Modélisation et détermination des paramètres biomécaniques de la locomotion en fauteuil roulant manuel*. PhD thesis, Laboratoire de Biomécanique, Arts et Métiers Paristech, 2005.
- [37] N. de Saint-Remy, P. Vaslin, M. Dabonneville, and M. Cid. Computing wheelchair drag force from the system’s total weight value and distribution. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 10(sup1) :103–104, 2007.
- [38] N. de Saint de Saint-Rémy, P. Vaslin, M. Dabonneville, L. Martel, and A. Gavand. Dynamique de la locomotion en fauteuil roulant manuel : influences de la masse totale et de sa répartition antéropostérieure sur la résultante des forces de freinage dynamics of manual wheelchair locomotion : influences of the level and the fore-and-aft distribution of the total mass on the resultant braking force. *Science & Sports*, 18(3) :141–149, June 2003.
- [39] W. T. Dempster. Space requirements of the seated operator. *WADC Technical report TR-55-159(1955)*, 1955.
- [40] R. Dumas, R. Aissaoui, D. Mitton, W. Skalli, and J.A. de Guise. Personalized body segment parameters from biplanar low-dose radiography. *IEEE Trans Biomed Eng*, 52(10) :1756–1763, Oct 2005.
- [41] R. Dumas, L. Chèze, and J-P. Verriest. Adjustments to mcconville et al. and young et al. body segment inertial parameters. *J Biomech*, 40(3) :543–553, 2007.
- [42] J.L. Durkin, J.J. Dowling, and D.M. Andrews. The measurement of body segment inertial parameters using dual energy x-ray absorptiometry. *J Biomech*, 35(12) :1575–1580, Dec 2002.
- [43] M.R. Eicholtz, J. J. Caspall, P.V. Dao, S. Sprigle, and A. Ferri. Test method for empirically determining inertial properties of manual wheelchairs. *J Rehabil Res Dev*, 49(1) :51–62, 2012.
- [44] M. Espagnacq. *Mortalité à long terme et devenir social des blessés médullaires tétraplégiques. Etudes à partir des enquêtes Tétrafigap 1995 et 2006*. These, Université Panthéon-Sorbonne - Paris I, December 2008.

- [45] J. Etiemble and al. *Activité physique, contextes et effets sur la santé - Une expertise collective de l'INSERM*, chapter 1. Editions Inserm, 2008.
- [46] A. Faupin, P. Campillo, T. Weissland, P. Gorce, and A. Thevenon. The effects of rear-wheel camber on the mechanical parameters produced during the wheelchair sprinting of handibasketball athletes. *Journal of Rehabilitation Research and Development*, 41(3 B) :421–428, 2004. cited By (since 1996) 3.
- [47] A. Faupin, P. Gorce, P. Campillo, A. Thevenon, and O. Rémy-Néris. Kinematic analysis of handbike propulsion in various gear ratios : Implications for joint pain. *Clinical Biomechanics*, 21(6) :560 – 566, 2006.
- [48] A. Faupin, P. Gorce, C. Meyer, and A. Thevenon. Effects of backrest positioning and gear ratio on nondisabled subjects' handcycling sprinting performance and kinematics. *Journal of Rehabilitation Research and Development*, 45 :109–116, 2008.
- [49] FFH. Communication de la ffh. présentation, chiffres, 2009.
- [50] FFH. Communication de la ffh. Présentation, chiffres, 2011.
- [51] T.G. Frank and E.W. Abel. A technique for the accurate measurement of low values of rolling resistance. *PROC. INST. MECH. ENGRS. PART D*, 202(D4, 1988) :251–255, 1988. cited By (since 1996) 2.
- [52] T.G. Frank and E.W. Abel. Measurement of the turning, rolling and obstacle resistance of wheelchair castor wheels. *Journal of Biomedical Engineering*, 11(6) :462–466, November 1989.
- [53] O. Freixes, S.A. Fernández, M. A. Gatti, M. J. Crespo, L. E. Olmos, and I. F. Rubel. Wheelchair axle position effect on start-up propulsion performance of persons with tetraplegia. *J Rehabil Res Dev*, 47(7) :661–668, 2010.
- [54] K.J. Ganley and C.M. Powers. Determination of lower extremity anthropometric parameters using dual energy x-ray absorptiometry : the influence on net joint moments during gait. *Clin Biomech (Bristol, Avon)*, 19(1) :50–56, Jan 2004.
- [55] M. J. R. Gittoes, I.N. Bezodis, and C. Wilson. An image-based approach to obtaining anthropometric measurements for inertia modeling. *J Appl Biomech*, 25(3) :265–270, Aug 2009.
- [56] P. Gorce and N. Louis. Wheelchair propulsion kinematics in beginners and expert users : Influence of wheelchair settings. *Clinical Biomechanics*, (0) :–, 2011.

- [57] F. Grappe, R. Candau, B. Barbier, M. D. Hoffman, A. Belli, and J. D. Rouillon. Influence of tyre pressure and vertical load on coefficient of rolling resistance and simulated cycling performance. *Ergonomics*, 42(10) :1361–1371, 1999.
- [58] L-Y. Guo, F-C. Su, H-W. Wu, and K-N. An. Mechanical energy and power flow of the upper extremity in manual wheelchair propulsion. *Clinical Biomechanics*, 18(2) :106–114, February 2003.
- [59] Jr Hanavan. A mathematical model for the human body. amrl-tr-64-102. *AMRL TR*, pages 1–149, Oct 1964.
- [60] C.M. Harris. *Shock and Vibration Handbook*. Mecanique et industrie, 1961.
- [61] H. Hatze. A mathematical model for the computational determination of parameter values of anthropomorphic segments. *Journal of Biomechanics*, 13(10) :833–843, 1980.
- [62] C. Higgs. Racing wheelchairs : a comparison of three- and four-wheeled designs. *The Free Library*, 1992.
- [63] C. Higgs. Wheeling in the wind : The effect of wind velocity and direction on the aerodynamic drag of wheelchairs. *SOURCE Adapted Physical Activity Quarterly*, 9 Issue 1 :74 :87, 1992.
- [64] M.D. Hoffman, G.Y. Millet, A.Z. Hoch, and R.B. Candau. Assessment of wheelchair drag resistance using a coasting deceleration technique. *American Journal of Physical Medicine and Rehabilitation*, 82(11) :880–889, 2003. cited By (since 1996) 3.
- [65] M. Hofstad and P.E. Patterson. Modelling the propulsion characteristics of a standard wheelchair. *Journal of Rehabilitation Research and Development*, 31(2) :129–137, 1994. cited By (since 1996) 9.
- [66] Y.C. Huang, L.Y. Guo, C.Y. Tsai, and F.C. Su. Effect of wheel camber on mechanical energy and power flow analysis of the upper extremity in wheelchair propulsion. *Journal of Biomechanics*, 40(Supplement 2) :S469–S469, 2007.
- [67] C.J. Hughes, W.H. Weimar, P.N. Sheth, and C.E. Brubaker. Biomechanics of wheelchair propulsion as a function of seat position and user-to-chair interface. *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation*, 73(3) :263–269, 1992. cited By (since 1996) 41.
- [68] R. K. Jensen. Estimation of the biomechanical properties of three body types using a photogrammetric method. *J Biomech*, 11(8-9) :349–358, 1978.

- [69] B.W. Johnson and J.H. Aylor. Dynamic modeling of an electric wheelchair. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-21 :1284–1293, 1985.
- [70] M. Kalos and P. Whitlock. *Monte Carlo Methods*. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2008.
- 5 [71] JJ. Kauzlarich, T. Bruning, and JG. Thacker. Wheelchair caster shimmy and turning resistance. *Journal of rehabilitation research and development*, 21 :15–29, 1984.
- [72] JJ. Kauzlarich and JG. Thacker. Wheelchair tire rolling resistance and fatigue. *Journal of Rehabilitation Research and Development*, 22, 1985.
- 10 [73] J.W. L. Keogh. Paralympic sport : an emerging area for research and consultancy in sports biomechanics. *Sports biomechanics / International Society of Biomechanics in Sports*, 10(3) :234–53, 2011.
- [74] I. Kingma, H. M. Toussaint, D. A. Commissaris, M. J. Hoozemans, and M. J. Ober. Optimizing the determination of the body center of mass. *J Biomech*, 28(9) :1137–1142, Sep 1995.
- 15 [75] I. Kingma, H. M. Toussaint, M. P. De Looze, and J. H. Van Dieen. Segment inertial parameter evaluation in two anthropometric models by application of a dynamic linked segment model. *J Biomech*, 29(5) :693–704, May 1996.
- [76] R. L. Kirby, M. T. Sampson, F. A. Thoren, and D. A. MacLeod. Wheelchair stability : effect of body position. *J Rehabil Res Dev*, 32(4) :367–372, Nov 1995.
- 20 [77] T. Kodek and M. Munih. An identification technique for evaluating body segment parameters in the upper extremity from manipulator-hand contact forces and arm kinematics. *Clin Biomech (Bristol, Avon)*, 21(7) :710–716, Aug 2006.
- [78] A. M. Koontz, B. M. Roche, J. L. Collinger, R. A. Cooper, and M. L. Boninger. Manual wheelchair propulsion patterns on natural surfaces during start-up propulsion. *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation*, 90(11) :1916–1923, November 2009.
- 25 [79] Brian R. Kotajarvi, Michelle B. Sabick, Kai-Nan An, Kristin D. Zhao, Kenton R. Kaufman, and Jeffrey R. Basford. The effect of seat position on wheelchair propulsion biomechanics. *Journal of Rehabilitation Research and Development*, 41, 2004.
- 30 [80] I.V. Kragelsky and N.B. Demkin. Contact area of rough surfaces. *Wear*, 3(3) :170 – 187, 1960.

- [81] W.H. Kruskal and W.A. Wallis. Use of ranks in one-criterion variance analysis. *Journal of the American Statistical Association*, pages 583–621, 1952.
- [82] A. Kwarciak, M. Yarossi, A. Ramanujam, S. A. Sisto, G. Forrest, and T. Dyson-Hudson. Poster 8 : Effect of tire type on manual wheelchair propulsion kinematics in persons with spinal cord injury. *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation*, 90(10) :e14–e14, October 2009.
- [83] A. M. Kwarciak, M. Yarossi, A. Ramanujam, T. A Dyson-Hudson, and S. A. Sisto. Evaluation of wheelchair tire rolling resistance using dynamometer-based coast-down tests. *J Rehabil Res Dev*, 46(7) :931–938, 2009.
- [84] F Lavaste. La propulsion du fauteuil roulant manuel. In *Entretiens de Garches*, 2008.
- [85] M. Le-Guen. La boîte à moustaches de tukey un outil pour initier à la statistique. Technical report, CNRS Matisse, MATISSE-CNRS UMR8595, Maison des Sciences Economiques, 106-112 Boulevard de l’Hôpital, 75013 Paris, 2001.
- [86] M. K. Lee, N. Sa. Le, A. C. Fang, and M. T H. Koh. Measurement of body segment parameters using dual energy x-ray absorptiometry and three-dimensional geometry : an application in gait analysis. *J Biomech*, 42(3) :217–222, Feb 2009.
- [87] E. D. Lemaire, M. Lamontagne, H. W. Barclay, T. John, and G. Martel. A technique for the determination of center of gravity and rolling resistance for tilt-seat wheelchairs. *J Rehabil Res Dev*, 28(3) :51–58, 1991.
- [88] D. Lenzi, A. Cappello, and L. Chiari. Influence of body segment parameters and modeling assumptions on the estimate of center of mass trajectory. *J Biomech*, 36(9) :1335–1341, Sep 2003.
- [89] F.X. Lepoutre, V. Delcroix, P. Fodé, A. Thevenon, I. Ville, P. Vaslin, L. Cheze, and E. Watelain. *Le fauteuil roulant manuel : choix et réglages : une approche pluridisciplinaire*. Sauramps Médical, 2011.
- [90] N. Louis. *Analyse biomécanique de la propulsion en fauteuil roulant à mains courantes : indices d’évaluation ergonomique*. PhD thesis, Laboratoire Handibio, Université du Sud Toulon - Var, 2010.
- [91] R. A. Lukes, S. B. Chin, and S. J. Haake. The understanding and development of cycling aerodynamics. *Sports engineering*, 8(2) :59–74, 2005.
- [92] M. S. MacLeish, R. A. Cooper, J. Harralson, and JF Ster, 3rd. Design of a composite monocoque frame racing wheelchair. *J Rehabil Res Dev*, 30(2) :233–249, 1993.

- [93] A. H. MacPhee, R. L. Kirby, A. C. Bell, and D. A. MacLeod. The effect of knee-flexion angle on wheelchair turning. *Medical Engineering & Physics*, 23(4) :275–283, May 2001.
- [94] H.B. Mann and D.R. Whitney. On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other. *The Annals of Mathematical Statistics*, pages 50–60, 1947.
- [95] J. E. Manson, P. Greenland, A. Z. LaCroix, M. L. Stefanick, C. P. Mouton, A. Oberman, M. G. Perri, D. S. Sheps, M. B. Pettinger, and D. S. Siscovick. Walking compared with vigorous exercise for the prevention of cardiovascular events in women. *New England Journal of Medicine*, 347(10) :716–725, 2002.
- [96] P. E. Martin, M. Mungiole, M. W. Marzke, and J. M. Longhill. The use of magnetic resonance imaging for measuring segment inertial properties. *J Biomech*, 22(4) :367–376, 1989.
- [97] J. M. Matheri and J. M. Frantz. Physical activity levels among young people with physical disabilities in selected high schools in kenya and their perceived barriers and facilitators to participation. *Journal of Community and health sciences*, 4, 2009.
- [98] C.A. McLaurin and C.E. Brubaker. Biomechanics and the wheelchair. *Prosthet Orthot Int*. 1991, Apr 15(1) :24–37, 1991.
- [99] T. Monnet. *Contribution à l'identification des paramètres inertiels des segments du corps humain*. PhD thesis, Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées, Université de Poitiers, 2007.
- [100] A. D. Moss, N. E. Fowler, and V. L. Goosey-Tolfrey. The intra-push velocity profile of the over-ground racing wheelchair sprint start. *Journal of Biomechanics*, 38(1) :15 – 22, 2005.
- [101] Viorel Paleu, Spiridon Cretu, Barbu Drăgan, and Rodica Bălan. Test rig for friction torque measurement in rolling bearings test rig for friction torque measurement in rolling bearings. *The annuals of university "DUNĂREA DE JOS " of galati*, FASCICLE VIII, 2004.
- [102] T. C. Pataky, V. M. Zatsiorsky, and J. H. Challis. A simple method to determine body segment masses in vivo : reliability, accuracy and sensitivity analysis. *Clin Biomech (Bristol, Avon)*, 18(4) :364–368, May 2003.
- [103] J. C. Pezzack, R. W. Norman, and D. A. Winter. An assessment of derivative determining techniques used for motion analysis. *J Biomech*, 10(5-6) :377–382, 1977.

- [104] H. Pillet, X. Bonnet, F. Lavaste, and W. Skalli. Evaluation of force plate-less estimation of the trajectory of the centre of pressure during gait. comparison of two anthropometric models. *Gait & Posture*, 31 :147–152, 2010.
- [105] F. Pouly. *Modélisation thermo mécanique d'un roulement à billes grande vitesse*. PhD thesis, L'institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2010.
- [106] M. Reed, M. Manary, and L. Schneider. Methods for measuring and representing automobile occupant posture. *SAE Technical Paper*, 1999.
- [107] R. Riemer, E. T. Hsiao-Wecksler, and X. Zhang. Uncertainties in inverse dynamics solutions : a comprehensive analysis and an application to gait. *Gait Posture*, 27(4) :578–588, May 2008.
- [108] L. A. Rozendaal, H. E. J. Veeger, and L. H. V. van der Woude. The push force pattern in manual wheelchair propulsion as a balance between cost and effect. *Journal of Biomechanics*, 36(2) :239–247, February 2003.
- [109] Racing wheelchair aerodynamic design team RWADT. Wind tunnel testing at the university of illinois. Tests de fauteuil roulant d'athlétisme pour différentes positions de l'athlète et, 2010.
- [110] M. B. Sabick, K. D. Zhao, and K. N. An. A comparison of methods to compute the point of force application in handrim wheelchair propulsion : a technical note. *J Rehabil Res Dev*, 38(1) :57–68, 2001.
- [111] C. Sauret. *Cinétique et énergétique de la propulsion en fauteuil roulant manuel*. These, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, March 2010.
- [112] C. Sauret, J. Bascou, N. de Saint Rémy, H. Pillet, P. Vaslin, and F. Lavaste. Assessment of field rolling resistance of manual wheelchairs. *J Rehabil Res Dev*, 49(1) :63–74, 2012.
- [113] C. Sauret, J. Bascou, H. Pillet, F. Lavaste, and P. Vaslin. Repeatability of wheelchair deceleration tests using a 3-d accelerometer. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 13 :137–138, 2010.
- [114] C. Sauret, J. Bascou, H. Pillet, F. Lavaste, and P. Vaslin. Assessing "power input" of the manual wheelchair user during real life ambulation. *Journal of Biomechanics*, 45 suppl.1 :S300, 2012.
- [115] C. Sauret, N. de Saint Rémy, Ph. Vaslin, M. Cid, M. Dabonneville, and Ph. Kauffmann. Theoretical comparison of the resultant braking force applied on a manual wheelchair within a propulsion cycle on the field and on laboratory ergometers. *AMSE Journal Modelling Measurement and Control Series C*, 67 :43–52, 2006.

- [116] C. Sauret, P. Vaslin, M. Dabonneville, and M. Cid. Drag force mechanical power during an actual propulsion cycle on a manual wheelchair. *IRBM*, 30(1) :3–9, February 2009.
- [117] C. Sauret, P. Vaslin, R. Dumas, J. Bascou, H. Pillet, L. Chèze, M. Cid, and F. Lavaste. Assessment of the mechanical power developed by a manual wheelchair user during ambulation in the field. In *3DAHM Proceedings*, 2012.
- [118] C. Sauret, P. Vaslin, R. Dumas, L. Cheze, N. De Saint Remy, A. Bonnefoy, and M. Cid. Respective contributions of the subject and the wheelchair to the total kinetic energy of manual wheelchair locomotion. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 12 :227–228, 2009.
- [119] C. Sauret, P. Vaslin, F. Lavaste, N. de Saint-Remy, and M. Cid. Effects of user’s actions on rolling resistance and wheelchair stability during handrim wheelchair propulsion in the field. *J. Med Erg.Phys. (accepted)*, 2012.
- [120] F. T. Schuller, S. I. Pinel, and H. R. Signer. Operating characteristics of a high-speed, jet-lubricated 3 5-millimeter-bore ball bearing with a single-outer-land-guided cage. Technical Paper 1657, NASA, 1980.
- [121] H. W. Scibbe, D. C. Glenn, and W. J. Anderson. Friction torque of ball bearings in vacuum with seven polytetrafluoroethylene-composition retainer materials. Technical report, NASA, 1968.
- [122] SKF. Calcul de moments de frottement dans les roulements. Technical report, SKF, 2012.
- [123] Soins-Handicaps. Le handicap moteur. *Soins*, 690(690) :57–58, Novembre 2004.
- [124] J. Stephant, A. Charara, and D. Meizel. Contact roue-sol : Comparaison de modèles d’efforts. In *Journées "Automatique et Automobile"*, 2001.
- [125] G. Taguchi. *System of Experimental Design*. New York : UNIPUB/Kraus International Publications, 1987.
- [126] D. Theisen, M. Francaux, A. Fayt, and X. Sturbois. A new procedure to determine external power output during handrim wheelchair propulsion on a roller ergometer : A reliability study. *International Journal of Sports Medicine*, 17(8) :564–571, 1996. cited By (since 1996) 21.
- [127] L. Tlili, S. Lebib, I. Moalla, S. Ghorbel, F.Z. BenSalah, C. Dziri, and F. Aouididi. Impact de la pratique sportive sur l’autonomie et la qualité de vie du paraplégique. *Annales de Réadaptation et de Médecine Physique*, 51(3) :179–183, April 2008.

- [128] M. L. Van-Der-Linden, L. Valent, H. E. Veeger, and L. H. van der Woude. The effect of wheelchair handrim tube diameter on propulsion efficiency and force application (tube diameter and efficiency in wheelchairs). *IEEE Trans Rehabil Eng*, 4(3) :123–132, Sep 1996.
- 5 [129] L. H. V. Van-der Woude, M. Formanoy, and S. de Groot. Hand rim configuration : effects on physical strain and technique in unimpaired subjects? *Med Eng Phys*, 25(9) :765–774, Nov 2003.
- [130] L. H. V. Van-der Woude, C. Geurts, H. Winkelman, and H. E J Veeger. Measurement of wheelchair rolling resistance with a handle bar push technique. *J Med*
10 *Eng Technol*, 27(6) :249–258, 2003.
- [131] L.H.V. Van-der Woude, G. De Groot, and A.P. Hollander. Wheelchair ergonomics and physiological testing of prototypes. *Ergonomics*, 29(12) :1561–1573, 1986. cited By (since 1996) 60.
- [132] L.H.V. Van-der Woude, S. de Groot, and T.W.J. Janssen. Manual wheelchairs :
15 research and innovation in sports and daily life. *Science & Sports*, 21(4) :226–235, August 2006.
- [133] L.H.V. Van-der Woude, J.J. Van Croonenborg, I. Wolff, A.J. Dallmeijer, and A.P. Hollander. Physical work capacity after 7 wk of wheelchair training : Effect of intensity in able-bodied subjects. *Medicine and Science in Sports and Exercise*,
20 31(2) :331–341, 1999. cited By (since 1996) 18.
- [134] Y. Vanlandewijck. Sport science in the paralympic movement. *J Rehabil Res Dev*, 43(7) :xvii–xxiv, 2006.
- [135] P. Vaslin and M. Dabonneville. Use of a 3d accelerometer for kinetic analysis of wheelchair propulsion. *Proc. 12 Conf. ESBth*, page 345, 2000. cited By (since 1996)
25 2.
- [136] P. Vaslin, A. Faupin, and FX. Lepoutre. Adjustment of the subject and wheelchair fore aft stability, 2010.
- [137] H.E.J. Veeger, L.H.V. Van Der Woude, and R.H. Rozendal. The effect of rear wheel camber in manual wheelchair propulsion. *Journal of Rehabilitation Research and*
30 *Development*, 26(2) :37–46, 1989. cited By (since 1996) 20.
- [138] R.J. Vegter, S. de Groot, F.J. Hettinga, D.H. Veeger, and L.H. Van Der Woude. Design of a manually propelled wheelchair : optimizing a wheelchair-user combination. *International Encyclopedia of Rehabilitation Available online : <http://cirrie.buffalo.edu/encyclopedia/en/article/191/>*, 2012.

- [139] N. Vignier, J.F. Ravaud, M. Winance, F.X. Lepoutre, and I. Ville. Demographics of wheelchair users in france : Results of national community-based handicaps-incapacités-dépendance surveys. *Acta Dermato-venereologica*, 40 :231–239, 2008.
- [140] G. Wu and P. R. Cavanagh. Isb recommendations for standardization in the reporting of kinematic data. *Journal of Biomechanics*, 28(10) :1257 – 1261, 1995.
- [141] G. Wu, A. Frans, C.T. van der Helm, H.E.J. (DirkJan) Veeger, M. Makhsous, P. Van Roy, C. Anglin, J. Nagels, A. R. Karduna, K. McQuade, X. Wang, F. W. Werner, and B. Buchholz. Isb recommendation on definitions of joint coordinate systems of various joints for the reporting of human joint motion—part ii : shoulder, elbow, wrist and hand. *Journal of Biomechanics*, 38(5) :981 – 992, 2005.
- [142] G. Wu, S. Siegler, P. Allard, C. Kirtley, A. Leardini, D. Rosenbaum, M. Whittle, D. D. D’Lima, L. Cristofolini, H. Witte, O. Schmid, and I. Stokes. Isb recommendation on definitions of joint coordinate system of various joints for the reporting of human joint motion—part i : ankle, hip, and spine. *Journal of Biomechanics*, 35(4) :543 – 548, 2002.
- [143] H.-W. Wu, L.J. Berglund, F.-C. Su, B. Yu, A. Westreich, K.-J. Kim, and K.-N. An. An instrumented wheel for kinetic analysis of wheelchair propulsion. *Journal of Biomechanical Engineering*, 120(4) :533–535, 1998. cited By (since 1996) 19.
- [144] M. R. Yeadon and M. Morlock. The appropriate use of regression equations for the estimation of segmental inertia parameters. *J Biomech*, 22(6-7) :683–689, 1989.
- [145] V. Zatsiorsky and V. Seluyanov. Methods of determining mass-inertial characteristics of human body segments. *Biomechanics*, IX :233–239, 1990.

Liste des publications et communications associées

Articles publiés dans des revues avec comité de lecture

Bascou, J., Sauret, C., Pillet, H., Vaslin, P., Thoreux, P. and Lavaste, F. *A method for the field assessment of rolling resistance properties of manual wheelchairs*. Comput
 5 Methods Biomech Biomed Engin, a LBM, Arts et Métiers Paristech , 151 Bd de l'Hôpital
 , Paris , 75013 , France., 2012

Sauret, C., Bascou, J., de Saint Rémy, N., Pillet, H., Vaslin, P. and Lavaste, F. *Assessment of field rolling resistance of manual wheelchairs*. J Rehabil Res Dev, Laboratoire
 de Biomécanique, Arts et Métiers ParisTech, 151 boulevard de l'Hôpital, Paris, France.
 10 christophe.sauret@ensam.eu, 2012, Vol. 49(1), pp. 63-74

Communications avec résumé publié dans une revue avec comité de lecture

Bascou, J., Sauret, C., Pillet, H., Lavaste, F. and Vaslin, P. *Error estimations of wheelchair deceleration tests using a 3D accelerometer* Computer Methods in Biomechanics
 15 and Biomedical Engineering, 2010, Vol. 13, pp. 21-22

Bascou, J., Sauret, C., Pillet, H., Lavaste, F. and Vaslin, P. *Influence of fore-aft seat position and rolling drag force on wheelchair propulsive performance* Journal of Biomechanics,
 2012, Vol. 45 suppl.1, pp. S508

Bascou, J., Sauret, C., Pillet, H., Bonnefoy, A., Thoreux, P. and Lavaste, F. *Evolutions of the wheelchair user's centre of mass and centre of pressure according to the seat fore-aft position during sprinting : a case study of an elite wheelchair tennis player* Computer
 20 Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, 2012, Vol. 15(sup1), pp. 210-211

Sauret, C., Bascou, J., Pillet, H., Lavaste, F. and Vaslin, P. *Repeatability of wheelchair deceleration tests using a 3-D accelerometer* Computer Methods in Biomechanics and
 25 Biomedical Engineering, 2010, Vol. 13, pp. 137-138

Sauret, C., Vaslin, P., Bascou, J., Pillet, H. and Lavaste, F. *Rolling resistance index of manual wheelchairs* Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering,
 2011, Vol. 14(sup1), pp. 65-66

Sauret, C., Bascou, J., Pillet, H., Lavaste, F. and Vaslin, P. *Assessing "power input" of the manual wheelchair user during real life ambulation* Journal of Biomechanics, 2012,
 30 Vol. 45 suppl.1, pp. S300

Sauret, C., Vaslin, P., Dumas, R., Bascou, J., Pillet, H., Chèze, L., Cid, M. and Lavaste, F. *Assessment of the mechanical power developed by a manual wheelchair user during ambulation in the field* 3DAHM Proceedings 2012

35 Kollia, A. ; Pillet, H. ; Bascou, J. ; Villa, C. ; Sauret, C. and Lavaste, F. *Validation of a*

volumic model to obtain personalized body segment inertial parameters for people sitting in a wheelchair. Comput Methods Biomech Biomed Engin, a Arts et Métiers ParisTech, LBM, 151 bd de l'hôpital , 75013 , Paris , France., 2012, 15 Suppl 1, 208-209

Communications avec comité de lecture

5 Chapitre de livre

Lepoutre, F. X. ; Delcroix, V. ; Fodé, P. ; Thevenon, A. ; Ville, I. ; Vaslin, P. ; Cheze, L. and Watelain, E. *Le fauteuil roulant manuel : choix et réglages : une approche pluridisciplinaire* Sauret, C., Bascou, J. and Lavaste, F. *Résistance au roulement des FRM.* Chapter Résistance au roulement des FRM. Sauramps Médical, 2011, pp. 115-122

Analyse biomécanique pour la compréhension et l'amélioration du fauteuil roulant dans son application au tennis fauteuil de haut niveau

RESUME : Le développement et la médiatisation du sport de haut niveau, notamment en fauteuil roulant, ont changé l'image du handicap et favorisé le développement d'infrastructures permettant la pratique handisport, reconnue comme bénéfique pour la santé physique et psychique des personnes handicapées... Dans ce contexte, en partenariat avec un joueur de tennis fauteuil de haut niveau, l'objet de ces travaux a été d'étudier l'influence des réglages du fauteuil roulant sur le comportement du fauteuil lors de match, afin de l'optimiser pour le sport concerné. Ces travaux se concentrent d'abord sur les résistances au mouvement, en particulier dans les paliers des roues, lors du déplacement en ligne droite et en rotation. La méthode consiste à créer d'abord un modèle mécanique représentatif du mouvement pour ensuite le valider avec une série d'expérimentations et l'exploiter. L'étude du sportif en mouvement sur son fauteuil a nécessité l'adaptation d'un modèle volumique à une personne assise, avec estimation des paramètres inertiels par mesures rapides. Ce modèle a été appliqué à l'étude de la propulsion à vitesse maximale, pour vérifier l'influence de la position du siège sur ce mouvement. Enfin une étude expérimentale des paramètres retentissant sur la rotation du fauteuil a mis en avant la forte influence de la position du centre de gravité du sujet sur la rotation, corroborée par un modèle mécanique. Les résultats issus de ces travaux ont permis de mieux comprendre les influences des réglages sur le comportement du fauteuil, de modifier certains réglages pour le sportif et d'orienter la conception d'un nouveau fauteuil. Ces études ont par ailleurs eu des retombées sur les fauteuils conventionnels et entre temps, notre sportif est devenu champion du monde...

Mots clés : Fauteuil roulant manuel, Tennis fauteuil, Biomécanique, Résistance au mouvement, Modélisation

Biomechanical analysis to understand and improvement of high level tennis wheelchair

ABSTRACT : The development of Paralympics has done a lot for a more positive image of handicap and has opened up new opportunities for the practice of disability sport, known to be highly beneficial for the physical and psychological health of disabled people. Conducted in close partnership with a high level tennis player, this study focuses on the influence of the wheelchair settings on its behavior in order to adapt this behavior to wheelchair tennis playing. The study first highlighted the forces of resistance to straight line or rotating wheelchair movements, thanks to mechanical models validated by experiments. Then, the inertial parameters of the seated player's body segments were assessed by adapting a volumic model to the sitting position, and his propulsion at maximal velocity was studied, in order to understand the effect of the seat fore-and-aft position on this movement. Then, an experimental study proved the major influence of the center of gravity position on free rotation, which was modeled too. In a nutshell, this research work has led to a better understanding of the effects of the wheelchair settings on its behavior, its results have allowed to modify various settings on our partner's wheelchair and can be used as a basis for future wheelchair conception/design. They have also proved useful for conventional wheelchairs and in the meantime, our tennis player partner has become wheelchair tennis world champion...

Keywords : Manual wheelchair, Tennis wheelchair, Biomechanics, Resistance to movement, Mechanical model

École doctorale n° 432 : Science des métiers de l'ingénieur

Doctorat ParisTech

(ANNEXES)

THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité " Biomécanique "

présentée et soutenue publiquement par

Joseph BASCOU

le 04 décembre 2012

**ANALYSE BIOMÉCANIQUE POUR LA COMPRÉHENSION ET
L' AMÉLIORATION DU FAUTEUIL ROULANT DANS SON APPLICATION
AU TENNIS DE HAUT NIVEAU**

Directeur de thèse : **François LAVASTE**

Co-encadrement de la thèse : **Hélène PILLET**

Co-encadrement de la thèse : **Patricia THOREUX**

Jury

Mme Laurence CHÈZE, Professeur, LBMC, INRETS-UCBL, Lyon

M. Philippe GORCE, Professeur, HANDIBIO, Université du Sud Toulon Var, Toulon

M. Olivier REMY-NÉRIS, Professeur, LaTIM, Université de Bretagne Occidentale, Brest

M. Philippe VASLIN, Maître de conférences, LIMOS, Clermont Universités, Clermont-Ferrand

M. François LAVASTE, Professeur émérite, LBM, Arts et Métiers ParisTech, Paris

Mme Hélène PILLET, Maître de conférences, LBM, Arts et Métiers ParisTech, Paris

Mme Patricia THOREUX, Professeur, LBM, Arts et Métiers ParisTech, Paris

Mme Wafa SKALLI, Professeur, LBM, Arts et Métiers ParisTech, Paris

Mme Pascale FODE, Docteur, Directrice du CERAH, Institut National des Invalides, Paris

M. Stéphane HOUDET, Docteur en médecine vétérinaire, médaillé olympique de tennis fauteuil 2012

Rapporteur

Rapporteur

Examineur

Examineur

Examineur

Examineur

Examineur

Examineur

Invité

Invité

**T
H
È
S
E**

Quatrième partie

ANNEXES

Annexe A

Caractéristiques du fauteuil tennis

Cette partie est dédiée à la description du fauteuil roulant tennis et au vocabulaire associé (voir figure A.2).

5 Le support de tous les éléments du fauteuil (roues, siège, ...) est le *châssis*. En acier, aluminium ou carbone, on recherche en tennis sa légèreté, sa rigidité et sa solidité.

Le fauteuil tennis possède par ailleurs comme tout fauteuil roulant manuel des grandes roues arrière, utilisées pour la propulsion. L'utilisateur du fauteuil n'exerce pas l'effort directement sur les roues, il l'exerce sur les *mains courantes*, des tores - en gé-
10 néral de métal - fixés sur les grandes roues (voir photo A.1). Ces grandes roues peuvent être *carrossées*, c'est à dire ne pas être dans un plan vertical mais inclinées par rapport à ce plan. Au tennis, le carrossage des grandes roues atteint en général entre 18 ° et 22 °. Les grandes roues arrière sont en liaison pivot avec le châssis. La ligne imaginaire liant les centres des grandes roues arrière est appelée *entraxe arrière*, elle sert en général
15 pour constituer le repère fauteuil.

Les *roulettes avant* ne sont pas directement en liaison avec le châssis, leur axe de rotation est en effet fixé sur des *fourches*. Ce sont ces fourches qui sont en liaison pivot avec le châssis (on parle de *pivot de fourche*). En règle générale, le pivot de fourche a un axe vertical, mais il peut arriver qu'il soit légèrement incliné par rapport à la verticale,
20 cette inclinaison est appelée *angle de fourche*. De plus, l'axe des roulettes n'est pas situé à la verticale du pivot de fourche, mais décalé horizontalement d'une certaine valeur, appelée *chasse de la fourche*, de quelques centimètres.

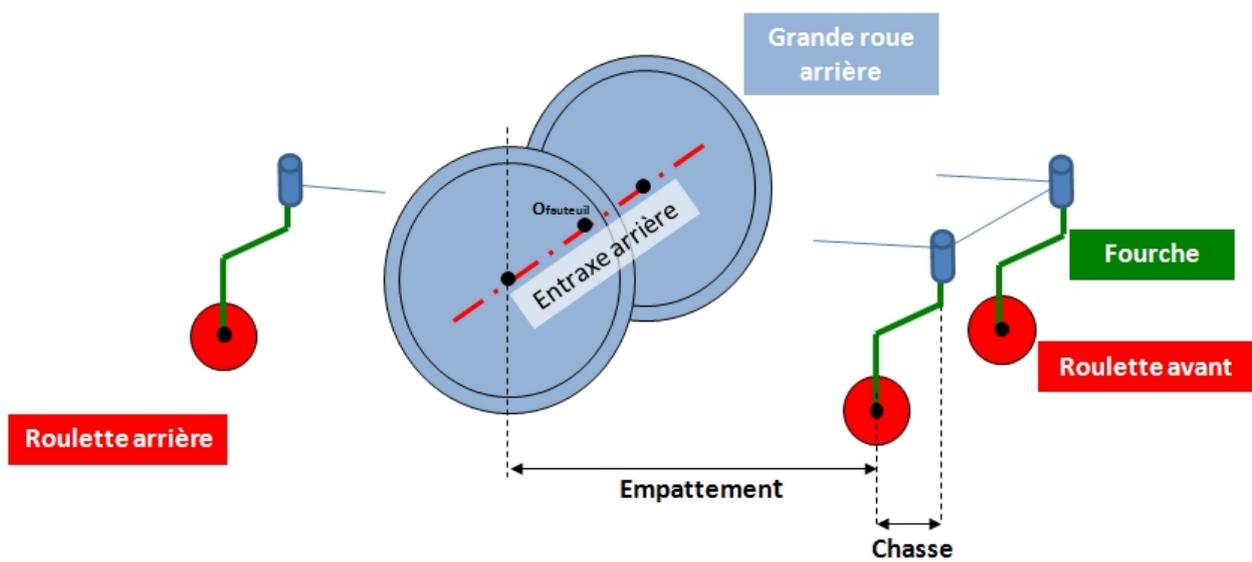
A l'arrière du fauteuil, une ou plusieurs *roulettes arrière* ou encore appelées *anti-bascules* permettent d'éviter la chute du sportif lorsqu'il se penche trop en arrière.

25 En terme de mesure, en vue de côté, la distance entre les points de contact des roues avant et arrière avec le sol est appelée *empattement*.

FIGURE A.1 – Photo d'une main courante [Source : C.Sauret]



FIGURE A.2 – Caractéristiques du fauteuil roulant]



Annexe B

Repère associé au fauteuil tennis

Les points définissant le repère fauteuil sont les dessus de pivot de fourches avant (de coordonnées WLA et WRA), fourches arrières (WP) et pivot de grandes roues arrière (5 WLW et WRW), comme indiqué figure B.1.

L'origine du repère fauteuil O_{frm} est le milieu de l'entraxe arrière

$$O_{frm} = (WRW + WLW)/2$$

L'axe de direction du mouvement (axe \vec{x}_{frm}) est celui passant par le pivot de fourche arrière et le milieu des pivots de fourches avant, il est bien sûr normalisé.

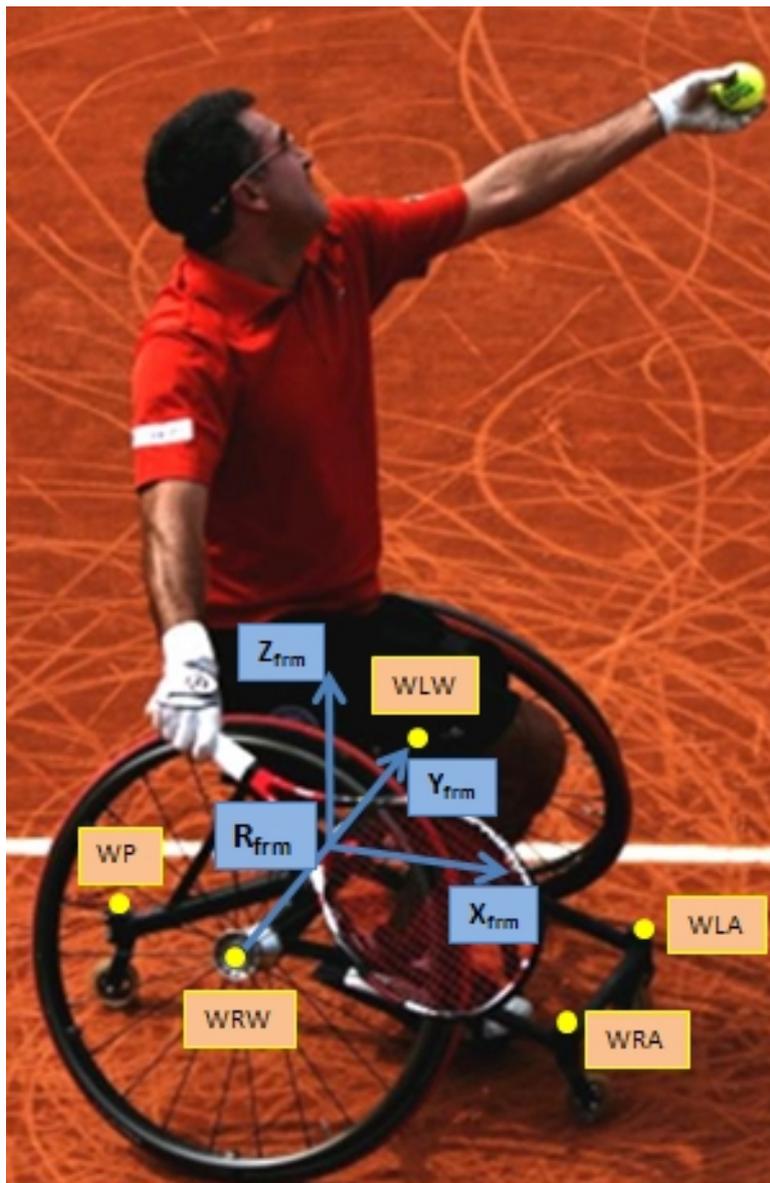
$$10 \quad \vec{x}_{frm} = (WRA + WLA)/2 - WP$$

L'axe transversal (axe \vec{y}_{frm}) lie les pivots de roues arrière et est donc parallèle à l'entraxe arrière.

$$\vec{y}_{frm} = WRW - WLW$$

L'axe vertical (axe \vec{z}_{frm}) est donné par le produit vectoriel entre les deux précédents (15 axes. $\vec{z}_{frm} = \vec{x}_{frm} \wedge \vec{y}_{frm}$

FIGURE B.1 – Points du fauteuil tennis servant à la construction de son repère
[Source : C.Sauret, Roland Garros 2011]



Annexe C

Dispositif de mesure de résistance dans les paliers

C.1 Introduction

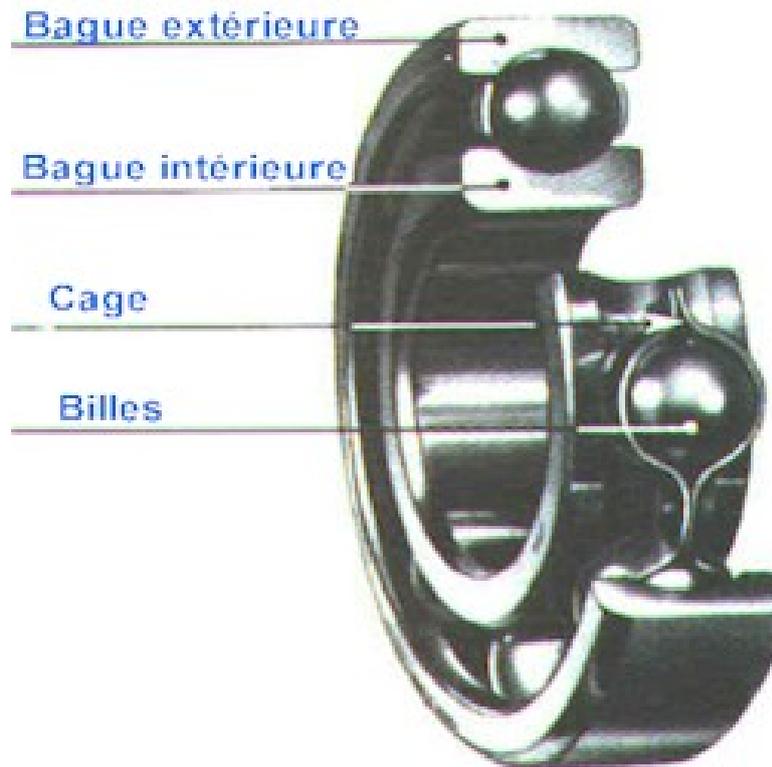
5 Nous avons développé un dispositif expérimental ainsi qu'un protocole de test qui permettent de mesurer de très faibles couples de résistance dans les roulements à billes, montés directement sur leurs roues. Etant donné l'aspect exploratoire de ce travail, le dispositif a été prévu pour un coût matériel réduit, sans instrumentation sophistiquée, mais de précision suffisante pour mesurer des couples de l'ordre de $5 \cdot 10^{-3}$ Nm. Ce dispositif a été conçu et réalisé en forte collaboration avec le bureau d'études du CERAH.

C.2 Cahier des charges du dispositif de test

15 Avant de définir les réglages de la machine de test, les conditions de fonctionnement des roulement doivent être exprimées. Le fauteuil roulant possède habituellement 4 roues en contact avec le sol, chacune supportant une portion du poids utilisateur+fauteuil. Pour une personne de 75 Kg sur un fauteuil de 15 Kg, avec une répartition de 60 % sur les roues arrière et de 40 % sur les roues avant, les roues arrière supportent chacune une charge de 270 N et les roues avant 180 N chacune. Pour un fauteuil se déplaçant à 1m/s et pour des roues de diamètre avant de 6 cm et arrière de 60 cm, la vitesse de rotation d'une roue est de l'ordre de 30tr/min pour les roues arrière et de 300 tr/min pour les roues avant. Les roues peuvent avoir un carrossage allant jusqu'à 20°.

20 En plus du respect des conditions de fonctionnement, les fonctionnalités demandées au dispositif sont de permettre la mesure des frottements dans les paliers, c'est à dire le moment exercé par l'axe de rotation sur la bague extérieure des paliers. De plus, les roulements à billes doivent rester solidaires de la roue à laquelle ils sont initialement fixés. Idéalement, le diamètre des roues à tester doit pouvoir varier entre 6cm (roulette)

FIGURE C.1 – Rappel de la constitution d'un roulement à billes



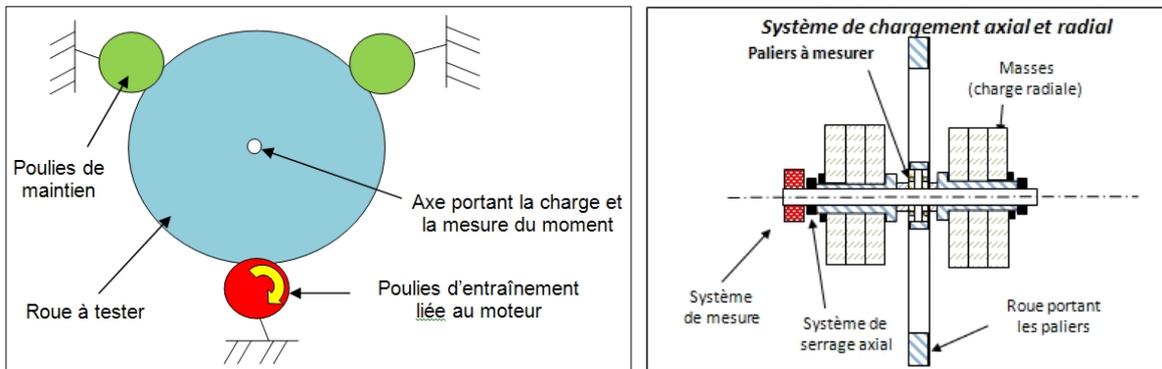
et 60cm (grande roue) et la vitesse doit pouvoir varier pour correspondre à des vitesses de fauteuil de 1 m/s à 5 m/s. La charge radiale du palier sur la roue doit être réglable entre 150 et 300N. Il est également envisagé de simuler le carrossage de 20 ° en créant un moment sur la roue de 30 Nm, perpendiculaire à l'axe du palier et une charge axiale de 90 N. Ainsi un chargement axial des roulements doit être possible. L'étendue de mesure du moment de frottement mesuré varie entre 0,01 et 1 Nm. La précision voulue est inférieure à $5 \cdot 10^{-3}$ Nm (on souhaite discriminer des moments de l'ordre de 10^{-2} Nm).

Pour cela, le dispositif proposé est composé de cinq éléments fonctionnels principaux (figure C.2 :

- La roue dont les roulements sont à tester. Elle est en liaison pivot par rapport au sol. La bague extérieure des roulements est fixée à elle.
- Le moteur et le dispositif de maintien, chargés d'entraîner la roue en rotation tout en imposant une liaison pivot entre la roue et le bâti.
- L'axe solidaire des bagues intérieures des roulements, qui porte la charge, le système de serrage axial et le système de mesure. Il est immobile par rapport au sol.
- La charge additionnelle, composée de disques qui peuvent se fixer sur l'axe.
- Le système de mesure de couple (figure C.6).

Ceci est illustré dans les schémas de fonctionnement en figure C.2 :

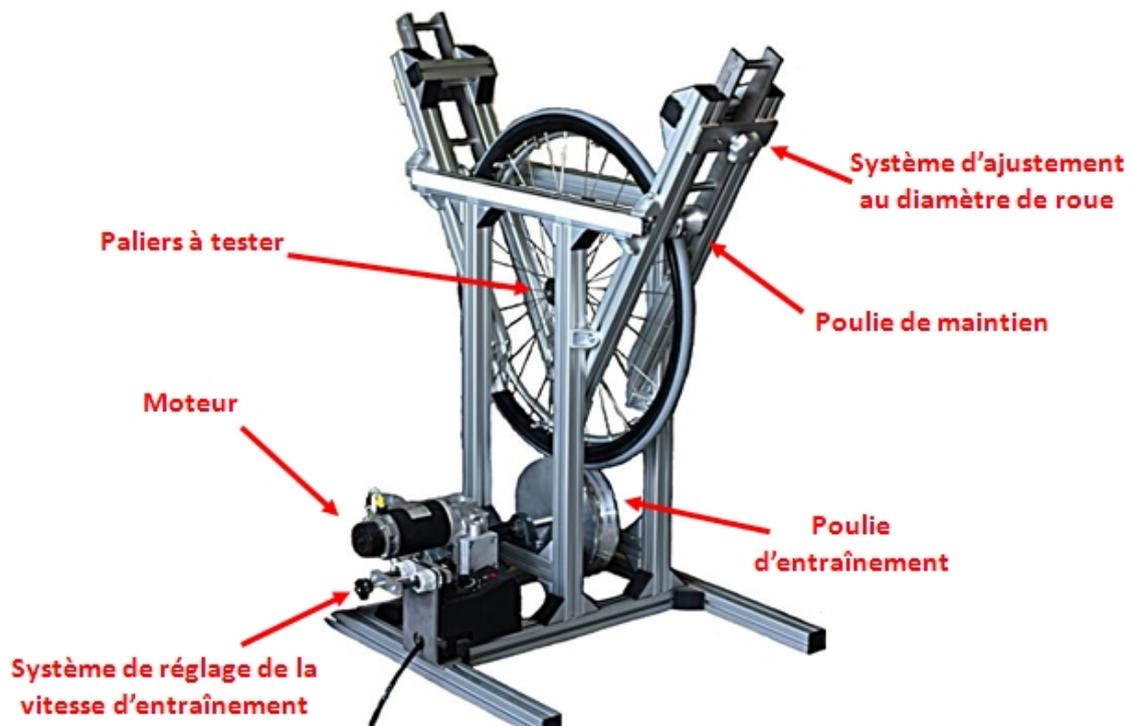
FIGURE C.2 – Schéma d'ensemble et coupe du dispositif de mesure



C.3 Dispositif et protocole de mesure

C.3.1 Description du dispositif expérimental

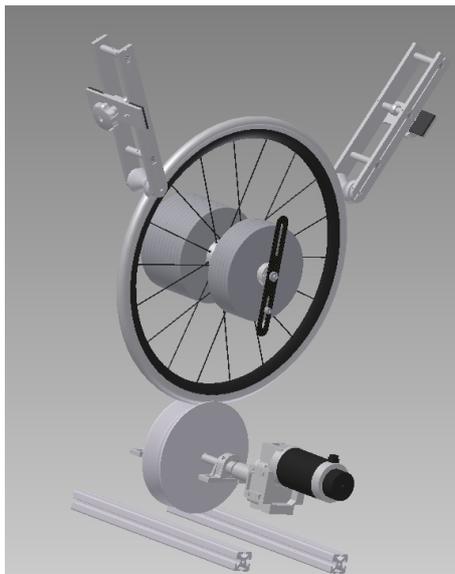
FIGURE C.3 – Photo du dispositif sans axe support ni charge additionnelle



Système d'entraînement et de maintien de la roue

Le moteur utilisé est celui d'un fauteuil roulant électrique. Il entraîne une poulie sur laquelle est posée la roue (figure C.3). Un châssis en profilé d'aluminium permet le coulissement de deux autres poulies. Celles-ci viennent en contact avec la roue et permettent de bloquer les translations de cette dernière tout en permettant sa rotation.

FIGURE C.4 – Dispositif chargé sans bâti



Axe support de charge et système de chargement axial

Cet axe repose sur les bagues intérieures des roulements à billes et est présenté figure C.5. Il supporte le système de chargement, le système de serrage axial ainsi que le système de mesure du couple résistant. Il est constitué de trois parties : deux parties extérieures A et C se positionnant de part et d'autre de la roue et une partie traversante B.

FIGURE C.5 – Axe support



Par ailleurs, l'utilisation de la partie traversante B permet de comprimer les bagues intérieures des roulements en rapprochant les parties A et C l'une de l'autre, créant ainsi une charge axiale de compression sur les paliers. Cette compression se fait au moyen d'une vis dont le serrage est contrôlé au moyen d'une clé dynamométrique à réglage manuel (Rahsol Dremotec, Gedore, Germany, 1-12 Nm). La partie traversante

C peut par ailleurs se lier en rotation aux parties extérieures A et C une fois le serrage effectué, rendant celles-ci solidaires en rotation.

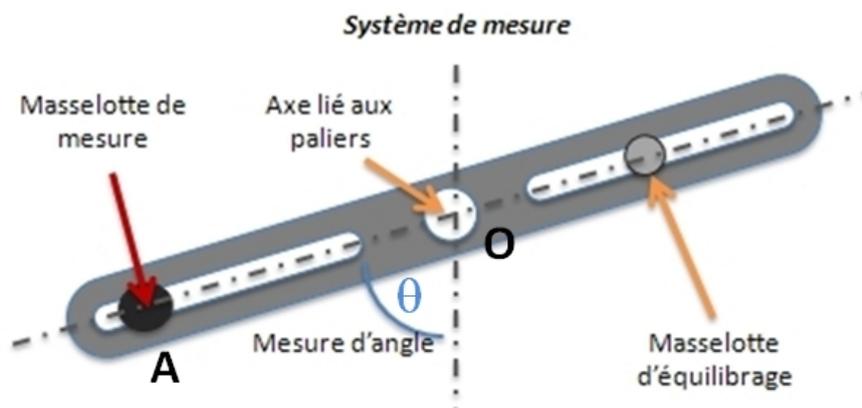
Système de chargement radial

La charge radiale est ajustée par l'ajout de disques de 2,5kg, percés en leur centre. Ils viennent coulisser sur l'axe support sur les parties A ou C, puis sont serrés sur celles-ci. Le moment dû à un carrossage de roue est simulé en ne répartissant pas équitablement la charge sur les parties A et C. Cependant le dispositif ne permet pas de tenir compte de l'effort axial induit par le carrossage, qui vient décharger un palier et comprimer l'autre.

Système de mesure de couple résistant

Le système de mesure est composé d'une réglette en carbone fixée sur l'axe support et permettant les coulissements de deux masselottes dans des glissières (figure C.6). Une des masselottes permet l'équilibrage du balourd lié aux inévitables défauts de centrage des masses tandis que l'autre masselotte (masselotte de mesure) permet d'exercer un couple sur l'axe pour déterminer le couple résistant des paliers. A l'équilibre, le couple créé par la masselotte de mesure est compensé par le couple de frottement statique si la roue est immobile, et par le couple de frottement dynamique si la roue est en rotation.

FIGURE C.6 – Réglette de mesure



C.3.2 Protocole de mise en place et équilibrage du système

1. Préparation de la mesure et ajustement de la charge radiale

La roue est d'abord posée sur la poulie d'entraînement et les poulies de maintien sont abaissées jusqu'à entrer en contact avec la roue, puis bloquées. Ensuite, les parties extérieures de l'axe support (notées A et B précédemment) sont placées de part et d'autre de la roue, puis la partie intérieure (notée C) est placée à son tour. A ce stade, les parties A et B peuvent pivoter par rapport à la roue et la partie C peut pivoter et coulisser. Il est maintenant possible d'ajouter les disques d'un côté

et de l'autre de la roue, afin de charger l'axe support. Une pression axiale au moyen d'une vis de blocage permet alors de solidariser les disques des parties A ou B, sur lesquels ils reposent.

2. Réglage de la charge axiale

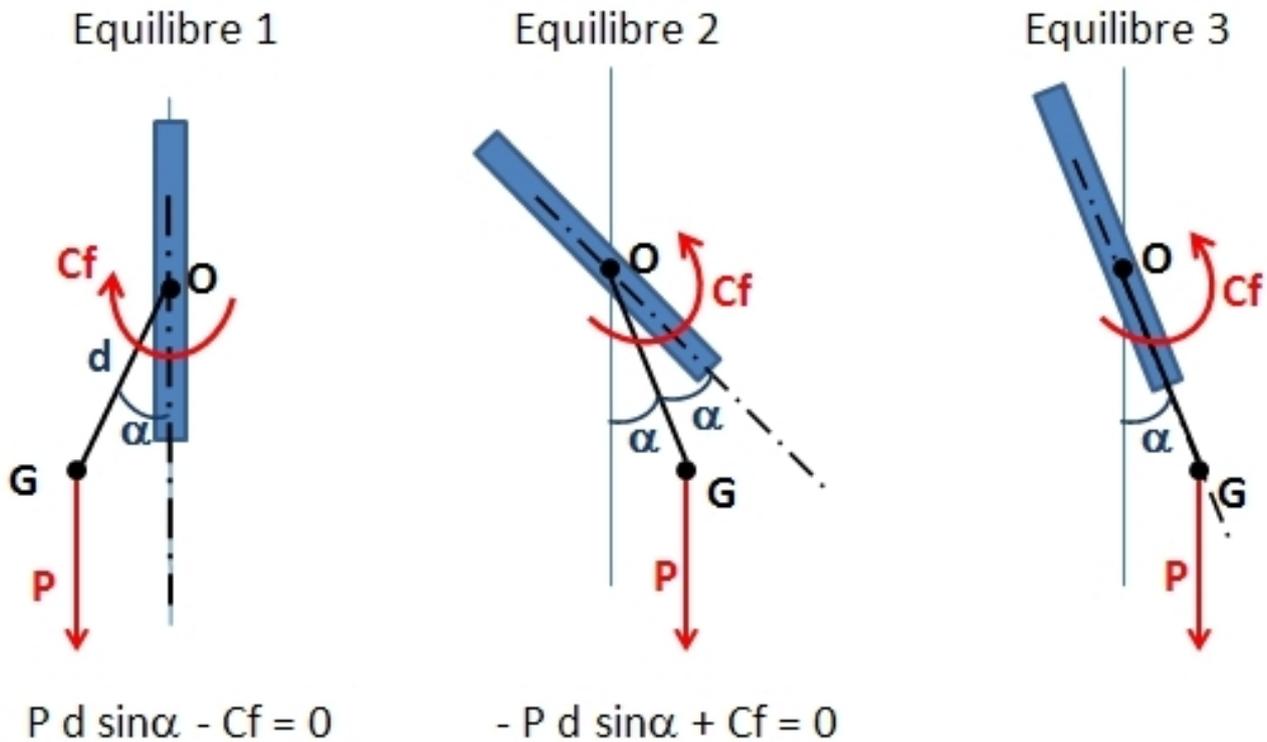
L'axe intérieur C est alors bloqué en translation du côté de la partie A à l'aide d'un écrou, puis une vis tirant l'axe et s'appuyant sur le bord de la partie B, dont le serrage est contrôlé par clé dynamométrique, permet de comprimer les bagues intérieures des roulements. Les efforts axiaux passent donc par l'axe C, l'écrou de blocage, la partie A, les bagues intérieures des roulements, la partie B, la vis de serrage et enfin l'axe C. Connaissant le couple de serrage grâce à la clé dynamométrique ainsi que le pas de vis (de 1mm/tour), les efforts axiaux peuvent être déduits de l'indication de la clé dynamométrique. Une fois le réglage de l'effort radial effectué, les parties A et B sont rendues solidaires en rotation de l'axe C, grâce à des vis de pression : les différentes parties de l'axe support ainsi que les charges radiales n'ont plus de mouvement relatif.

3. Compensation du balourd

Du fait d'un centrage non parfait des masses, la charge radiale présente un balourd, c'est à dire que le centre de gravité du système (axe support+charge radiale) n'est pas confondu avec l'axe de rotation de ce système. En notant m_{rad} la masse du système (axe support+charge radiale) et d_b la distance entre son centre de gravité et son axe de rotation, nous observerons un moment de rappel dû au balourd de valeur : $M_{appel} = d_b * m_{rad} * g$, où g est l'accélération gravitationnelle. Sachant qu'un balourd créé par une masse de 20kg et dont le centre de gravité serait décalé d'un dixième de millimètre donnerait un couple de 0.02 Nm, cette valeur est trop importante pour la précision recherchée.

Afin de compenser ce balourd, l'axe support chargé des masses est laissé libre en rotation. Il tend à tourner pour que le centre de gravité des masses et le centre de l'axe support soient alignés avec la verticale. En pratique, les frottements statiques dans les paliers empêchent cet alignement, donc la rotation s'arrête avant que cet alignement se produise (Equilibre 1 sur figure C.7). La réglette est alors placée de façon à ce que son axe soit à la verticale, à l'aide d'un laser (Mark 2 LC, David White, USA), puis elle est fixée en rotation par rapport au support chargé. Il est à noter que la réglette n'est pas alignée dans cette position avec l'axe passant par le centre du support chargé et le balourd : un angle α inconnu, dû aux frottements statiques, les sépare. Ensuite le support chargé est tourné de 90° dans le même sens que précédemment pour faire passer le balourd de l'autre côté de la verticale. En laissant à nouveau la rotation libre, le système tend à nouveau à aligner le balourd avec la verticale mais s'arrête dans la zone de frottements statiques du roulement : l'emplacement du balourd est alors symétrique par rapport à celui qu'il

FIGURE C.7 – Réglette de mesure



avait à la première position, donc éloigné d'un angle $-\alpha$ de la verticale (Equilibre 2 sur figure C.7). L'axe centre du support / balourd se situe donc sur la bissectrice entre la verticale et l'axe de la réglette. La réglette est alors désolidarisée du support et placée sur l'axe centre du support / balourd (Equilibre 3 sur figure C.7). Le centre de gravité du balourd se situe alors sur l'axe de la réglette. Pour compenser le balourd en tenant compte des frottements statiques, une *masselotte d'équilibrage* est placée sur la réglette de mesure, au-dessus du centre du support chargé : elle est donc à l'opposé du balourd par rapport au centre du support. Le système (support+réglette) est alors tourné de 90° de manière à ce que la réglette soit en position horizontale. Si les frottements étaient nuls, il y aurait une seule position de la masselotte où le couple de rappel dû à la masselotte serait égal au couple dû au balourd. Avec les frottements, l'équilibre est conservé tant que la différence entre le couple de rappel dû à la masselotte $C_{masselotte}$ et celui dû au balourd $C_{balourd}$ n'excède pas la limite de frottements statiques, notée f_{stat} . Afin de déterminer cette zone, la masselotte d'équilibrage est déplacée du centre vers la périphérie de la réglette, jusqu'au début de la zone d'équilibre, tel que $C_{balourd} = C_{masselotte} + f_{stat}$. Elle est déplacée à nouveau jusqu'en fin de zone d'équilibre, où $C_{balourd} + f_{stat} = C_{masselotte}$. La masselotte d'équilibrage est alors placée au centre de la zone d'équilibre. Le système est alors prêt pour la mesure.

FIGURE C.8 – Alignement de la réglette avec le balourd et ajout de la masselotte d'équilibrage



C.3.3 Protocole de mesure

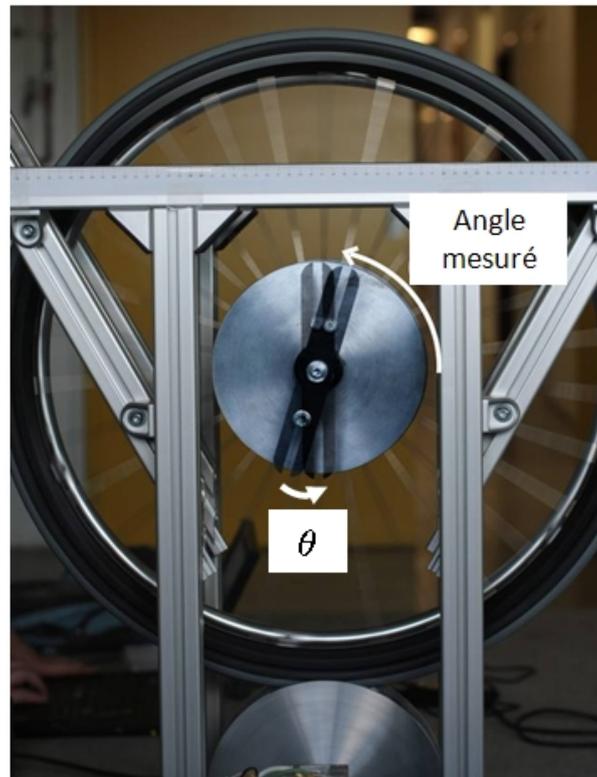
Principe Pour effectuer la mesure du couple de résistance, une seconde masselotte de masse m ($m = 7, 10, 16, 20, 25, 27, 40, 53$ ou 103 g), la *masselotte de mesure*, est placée de l'autre côté de la réglette. Lorsque la roue est en rotation à vitesse constante et à l'équilibre du système de mesure, le couple d'entraînement des masses dû à la résistance dans les paliers est compensé par le couple de rappel créé par le poids de la masselotte. Il existe alors un angle d'équilibre θ (Figure C.9), où le moment M exercé sur le support par la masselotte de mesure, située à une distance l du centre du support, est égal au couple de frottement dans les paliers. Sa valeur est $M = m g l \cos(\theta)$.

L'angle complémentaire de θ est mesuré avec un inclinomètre digital (SPI Pro 3600 31-040-9, Swiss Precision Instrument, Suisse) et la distance l avec un mètre ruban.

Remarques pratiques et instruments de mesure La masse idéale de la masselotte de mesure est celle qui permet au système de rester statique tout en maximisant la distance l par rapport au centre du support et en obtenant un angle θ proche 90° (réglette à l'horizontale). Ainsi, les erreurs de mesure sur l'angle et sur la distance influenceront moins sur la précision de mesure qu'avec un angle θ proche de 0° (réglette verticale) et une distance proche de 0 cm.

Au final, pour effectuer une mesure, les temps constatés étaient de 4 à 5 minutes

FIGURE C.9 – Mesure de couple de frottement



pour l'équilibrage des masses tandis qu'une minute suffisait pour déterminer l'angle θ et réaliser la mesure.

Annexe D

**Article : A method for the field
assessment of rolling resistance
properties of manual wheelchairs**

This article was downloaded by: [Arts et Métiers ParisTech], [Joseph Bascou]

On: 29 March 2012, At: 23:44

Publisher: Taylor & Francis

Informa Ltd Registered in England and Wales Registered Number: 1072954 Registered office: Mortimer House, 37-41 Mortimer Street, London W1T 3JH, UK



Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering

Publication details, including instructions for authors and subscription information:

<http://www.tandfonline.com/loi/gcmb20>

A method for the field assessment of rolling resistance properties of manual wheelchairs

Joseph Bascou^a, Christophe Sauret^a, Hélène Pillet^a, Philippe Vaslin^b, Patricia Thoreux^a & François Lavaste^{a,c}

^a LBM, Arts et Métiers Paristech, 151 Bd de l'Hôpital, Paris, 75013, France

^b 3 Clermont Université, Université Blaise Pascal, LIMOS, BP 10448, Clermont-Ferrand, 63000, France

^c CERAH/INI, Antenne de Créteil, 47 rue de l'Echat, Créteil, 94000, France

Available online: 20 Jan 2012

To cite this article: Joseph Bascou, Christophe Sauret, Hélène Pillet, Philippe Vaslin, Patricia Thoreux & François Lavaste (2012): A method for the field assessment of rolling resistance properties of manual wheelchairs, Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, DOI:10.1080/10255842.2011.623673

To link to this article: <http://dx.doi.org/10.1080/10255842.2011.623673>



PLEASE SCROLL DOWN FOR ARTICLE

Full terms and conditions of use: <http://www.tandfonline.com/page/terms-and-conditions>

This article may be used for research, teaching, and private study purposes. Any substantial or systematic reproduction, redistribution, reselling, loan, sub-licensing, systematic supply, or distribution in any form to anyone is expressly forbidden.

The publisher does not give any warranty express or implied or make any representation that the contents will be complete or accurate or up to date. The accuracy of any instructions, formulae, and drug doses should be independently verified with primary sources. The publisher shall not be liable for any loss, actions, claims, proceedings, demand, or costs or damages whatsoever or howsoever caused arising directly or indirectly in connection with or arising out of the use of this material.

A method for the field assessment of rolling resistance properties of manual wheelchairs

Joseph Bascou^{a*}, Christophe Sauret^a, Hélène Pillet^a, Philippe Vaslin^b, Patricia Thoreux^a and François Lavaste^{a,c}

^aLBM, Arts et Métiers Paristech, 151 Bd de l'Hôpital, Paris 75013, France; ^b3 Clermont Université, Université Blaise Pascal, LIMOS, BP 10448, Clermont-Ferrand 63000, France; ^cCERAH/INI, Antenne de Créteil, 47 rue de l'Echat, Créteil 94000, France

(Received 22 December 2010; final version received 12 September 2011)

This article presents an examination and validation of a method to measure the field deceleration of a manual wheelchair (MWC) and to calculate the rolling resistances properties of the front and rear wheels. This method was based on the measurements of the MWC deceleration for various load settings from a 3D accelerometer. A mechanical model of MWC deceleration was developed which allowed computing the rolling resistance factors of front and rear wheels on a tested surface. Four deceleration sets were conducted on two paths on the same ground to test the repeatability. Two other deceleration sets were conducted using different load settings to compute the rolling resistance parameters (RPs). The theoretical decelerations of three load settings were computed and compared with the measured decelerations. The results showed good repeatability (variations of measures represented 6–11% of the nominal values) and no statistical difference between the path results. The rolling RPs were computed and their confidence intervals were assessed. For the last three sets, no significant difference was found between the theoretical and measured decelerations. This method can determine the specific rolling resistance properties of the wheels of a MWC, and be employed to establish a catalogue of the rolling resistance properties of wheels on various surfaces.

Keywords: 3D accelerometer; deceleration test; rolling resistance; rolling resistance parameters; wheel; wheelchair

1. Introduction

During manual wheelchair (MWC) locomotion, the user expends energy to generate joint forces and torques, which are transferred to the MWC. The user's mobility thus depends on muscle strength, locomotion techniques, MWC properties (inertial parameters, adjustments, etc.) and substantial sources of energy loss by the MWC, i.e. rolling, turning, bearing and aerodynamic resistances (Cooper 1990; Hofstad and Patterson 1994). In the daily life of MWC users, the ability for straight displacement is considerably important. In this condition, the turning, bearing and aerodynamic resistances can be neglected with regard to rolling resistance (Hofstad and Patterson 1994), which depends on wheels' properties (material, width, radius, etc.), floor type (hardness and roughness) and loads applied on front and rear wheels, for instance. Besides, the rolling resistance was proved to increase when the mass of the loaded MWC is brought forward (de Saint Rémy et al. 2003, de Saint Rémy, 2005; Sauret et al. 2006, 2009, 2010), due to differences in the radii of the front and the rear wheels (Brubaker et al. 1986). Hence, the energy loss by a MWC during propulsion would depend on both the total mass of the MWC-user system and its fore–aft distribution (de Saint Rémy et al. 2003). Thus, characterising the rolling resistance properties of several MWCs should account for these parameters.

Several papers focused on the assessment of MWC rolling resistance using various techniques: several authors measured the global drag force, with a force sensor, sustained by a MWC (loaded with a MWC user or a dummy) rolling on a motor-driven treadmill (Kauzlarich and Thacker 1985; Brubaker et al. 1986; van der Woude et al. 1986; de Groot et al. 2006); others determined the rear wheel deceleration on a roller ergometer (Theisen et al. 1996; Faupin et al. 2004; Kwarciak et al. 2009); or determined the rolling coefficients of front and rear wheels from measurements of a force plate during a deceleration test performed with a MWC loaded with a MWC user (Lemaire et al. 1991). Unfortunately, even if these techniques allowed testing different types of wheels, they did not allow testing different floors. Thus, the results remained confined to the materials of the treadmill belt, the rollers or the force-plate covering. Other techniques, based on deceleration tests (or coast down test) performed in the field, were also described. Coutts (1992, 1994) computed the deceleration of a MWC loaded with a user from a second-order time differentiation of the rear wheels' angular positions (four measurements per turn); others computed the MWC deceleration using the movement differential equations from the time measurement to cross a known distance (Hoffman et al. 2003); or by directly measuring the deceleration from 3D accelerometer with a

*Corresponding author. Email: joseph.bascou-8@etudiants.ensam.eu

MWC loaded by artificial masses (Vaslin and Dabonneville 2000; de Saint Rémy et al. 2003). All these field techniques allowed testing various MWCs equipped with different wheels and on different floors. However, computing deceleration from rear wheels angular displacements (Coutts 1992, 1994) required the use of digital filters before differentiating the data that could alter the deceleration value. In the technique developed by Hoffman et al. (2003), the limit was the assessments of both the initial instantaneous velocity and the actual distances travelled by the MWC achievable with their equipment (photo-electric cells), which did not provide sufficient accuracy. Hence, the technique developed by Vaslin and Dabonneville (2000) would provide better results than the others listed above in quantifying the rolling resistance of various types of wheels and floors.

From another perspective, most methodologies used in the past did not account the influences of both the mass and its fore–aft distribution (Kauzlarich and Thacker 1985; Brubaker et al. 1986; van der Woude et al. 1986; Coutts 1992, 1994; Hoffman et al. 2003). Indeed, few authors distinguished the loads on front and rear wheels (Lemaire et al. 1991; Sauret et al. 2006, 2009). These authors have thus characterised the rolling resistance properties of a MWC by two rolling coefficients (front–rear wheels), which are specific to each wheel–floor couple. In this manner, it was possible to assess the rolling resistance for various masses and fore–aft distributions of this mass.

To characterise the rolling resistance properties of various MWCs on different floors, a good solution could be the measurement of MWC deceleration with a 3D accelerometer during field deceleration tests, then the computing of front and rear wheels' rolling resistance properties, based on the previous works of Vaslin and Dabonneville (2000), de Saint Rémy et al. (2003) and Sauret et al. (2006, 2009). However, before applying this

technique in an extensive way to compare several MWCs or floors, it is important to evaluate the accuracy of the provided results. This study completed the description of the method, provided validation of the repeatability of the tests and assessed the range of potential errors.

2. Materials and methods

2.1 Modelling of rolling resistance

The MWC, loaded with a fixed mass and decelerating on a straightforward motion under the only action of the rolling resistance – neglecting bearing, slipping and air resistances (Hofstad and Patterson 1994; Van der Woude et al. 2006) – was modelled as presented in Figure 1. The mechanical model that links the deceleration of the global center of mass (COM) (γ_G) to both forces and torques exerted on the system (MWC + artificial masses) is detailed in Appendix A and is written as follows (see symbols description in Table 1):

$$\gamma_G = -mg \frac{\left(\frac{\lambda_f d_f}{r_f w_b} + \frac{\lambda_r d_r}{r_r w_b} + \frac{\lambda_f \lambda_r r_f - r_r}{r_f r_r w_b} \right)}{\left(m + \frac{I_f}{r_f^2} + \frac{I_r}{r_r^2} \right) \left(1 + \frac{\lambda_f - \lambda_r}{w_b} \right) + \left(m + \frac{I_f}{r_f h} + \frac{I_r}{r_r h} \right) \left(\frac{\lambda_f - \lambda_r}{r_f} \right) \frac{h}{w_b}} \quad (1)$$

This equation is an exhaustive model of rolling resistance. However, it can be correctly approximated ($< 3\%$ error) by the following expression, leaving out the negligible terms (see details in Appendix B):

$$\gamma_G = -g \left(\frac{\lambda_f d_f}{r_f w_b} + \frac{\lambda_r d_r}{r_r w_b} \right) \quad (2)$$

In this expression, λ_f and λ_r are the rolling resistance parameters (RPs) of the front and rear wheels, respectively. They represent the fore–aft distance between the theoretical centre of rotation of the wheel on the floor

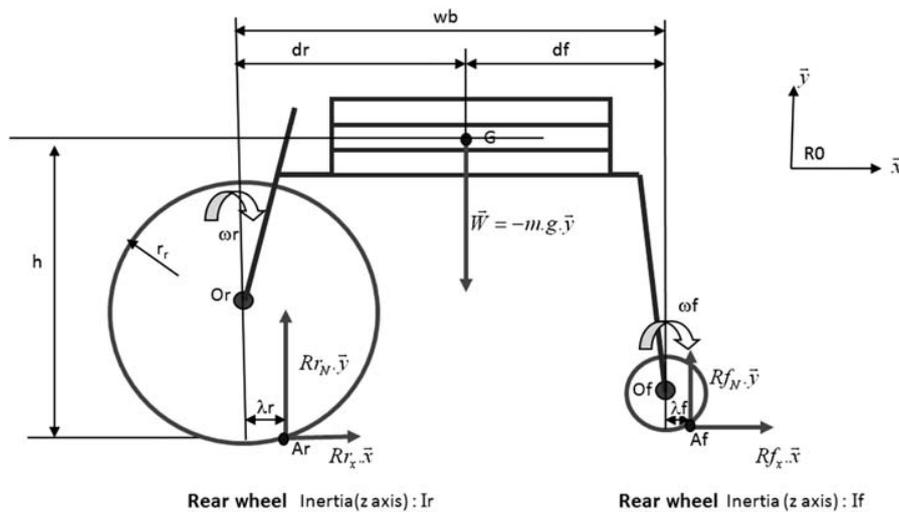


Figure 1. Free body diagram of rolling resistance.

Table 1. Symbols description.

Symbol	Description	Unit
γ_G	Deceleration of the global COM	m s^{-2}
g	Gravity acceleration	m s^{-2}
m	Total mass	kg
λ_f	Rolling RP of the front casters	m
λ_r	Rolling RP of the rear wheels	m
r_f	Radius of the front casters	m
r_r	Radius of the rear wheels	m
d_f	Fore-aft distance between global COM and front wheels centre	m
d_r	Fore-aft distance between global COM and rear wheels centre	m
w_b	Wheelbase (fore-aft distance between front and rear wheels centres)	m
h	Height of the global COM with respect to the ground	m
I_f	Moment of inertia of the two front casters along their rotational axes	kg m^2
I_r	Moment of inertia of the two rear wheels along their rotational axes	kg m^2
W_f	Weight applied on front casters	N
W_r	Weight applied on the rear wheels	N
m_f	Mass applied on the front wheels	kg
m_r	Mass applied on the rear wheels	kg
F_{roll}	MWC rolling resistance	N

(normal projection of wheel centre on the floor) and the centre of pressure in the contact area where the resulting ground reaction force is applied. As a consequence, the ground reaction force creates a resisting moment with respect to the theoretical centre of rotation on the floor, namely the moment of rolling resistance. The distances λ_f and λ_r are a consequence of the material inelastic properties of both wheels and floor (i.e. hysteresis phenomenon) and characterise the contact between the wheel and the ground.

The ratio between the rolling RP (λ) and the wheel radius (r) is called the rolling resistance factor and represents the effective rolling resistance property of a wheel. Then, the rolling resistance factor characterises the wheel.

Finally, the resultant force of rolling resistance (F_{roll}), characterising the MWC, can be obtained by multiplying Equation (2) by the total mass (m) to give a formulation that is consistent with those already expressed (Cooper 1990; Sauret et al. 2009):

$$F_{\text{roll}} = m\gamma_G = -\left(\frac{\lambda_f}{r_f} W_f + \frac{\lambda_r}{r_r} W_r\right). \quad (3)$$

Furthermore, Equation (2) can also be written using the mass proportion on the front and rear wheels:

$$\gamma_G = -g^* \left(\frac{\lambda_f}{r_f} P_f + \frac{\lambda_r}{r_r} P_r\right). \quad (4)$$

2.2 Experimental protocol

To reproduce the hypothesis leading to Equation (4) for a given MWC and floor, the selected MWC was loaded concatenating additional masses on the seat and close to the floor. This way, the MWC oscillations in horizontal and sagittal plane, due to the frame deformation and the pushing of the MWC, were limited. Its deceleration during free-wheeling phase was then measured.

The estimation of the rolling resistance factors in Equation (4) required the measurement of the other values. The resulting loads on front wheels and on rear wheels were measured with a specific large weight-scale platform (resolution: 0.05 kg). A gravitational acceleration value of 9.81 m/s^2 was used. The wheel radii were measured with a calliper rule. The deceleration value during the free-wheeling phase associated with this load repartition was obtained by conducting various deceleration tests (see below) and data processing.

2.2.1 Deceleration tests

The deceleration test provided a deceleration value for the free-wheeling phase, and consisted in pushing the MWC and allowing it to decelerate along a straight corridor, measuring the deceleration during this time.

During the acquisition, various phases have to be observed (1) static phase: lasts for 2 s and is used for data processing; (2) push phase: the MWC is manually pushed to 1–3 km/h; (3) free deceleration phase; (4) stop phase: as the deceleration length was limited, the MWC was manually stopped after a 4-m long deceleration phase and (5) static phase: used for data processing.

The deceleration value was measured during the free deceleration phase (phase 3) using a wireless 3D accelerometer (Beanscape AX-3D, Beanair, Neuville-sur-Oise, France, sensitivity: $\pm 2 \text{ g}$) fixed on the additional masses (a thin foam was used to limit the sensor vibrations) and at a 100 Hz frequency (Vaslin and Dabonneville 2000). Caution was taken to align the accelerometer x -axis with the travel direction (see x -axis of the reference frame in Figure 2).

The start and stop positions and the trajectory as well as the angular start position of the rear wheels (valves down) were controlled; the test was conducted in a narrow lane of 60-cm width drawn on the floor and was rejected if the MWC deviated from this lane (Example : lane A in Figure 3).

2.2.2 There-and-back deceleration

To overcome the limit due to the unevenness of the ground, a there-and-back procedure was adopted: for each deceleration test in one way, another deceleration test was conducted on the way back (Coutts 1991, 1994; Sauret et al. 2010), keeping the same deceleration path. Hence,

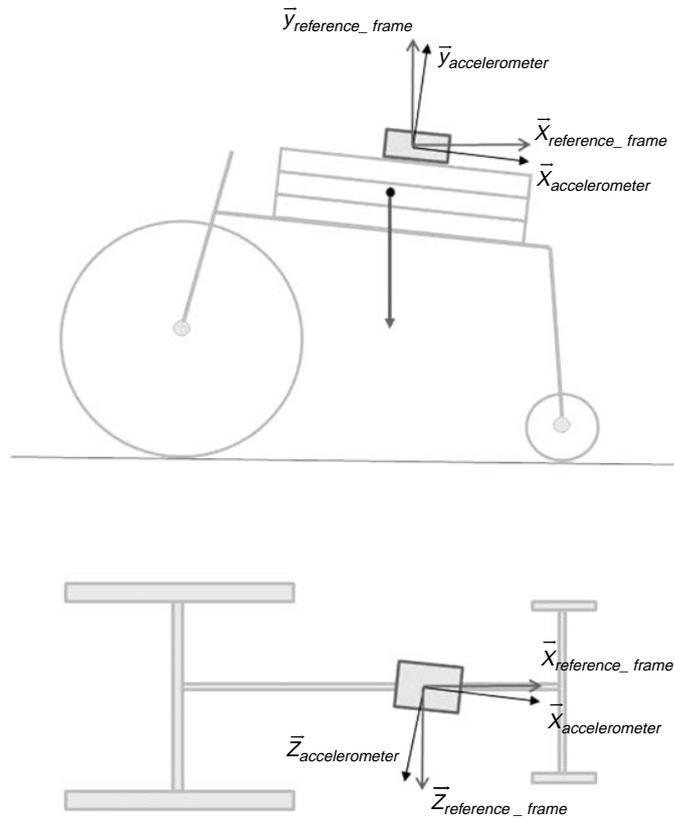


Figure 2. Accelerometer axis and reference frame.

the tests were always paired, with half of the tests made in one direction and the other half on the reverse direction, providing one deceleration value for each pair.

2.2.3 Sets deceleration for each load repartition

A set of there-and-back decelerations allowed defining the deceleration value associated with Equation (4) to a given

load distribution. Within a set, the load repartition remained constant (the position of the additional mass did not vary) and the MWC deceleration was evaluated by conducting various there-and-back tests on a horizontal floor. In our study, 10 there-and-back procedures were performed for each set, providing 10 deceleration values. One set was done for every load distribution presented in Table 2.

2.3 Data processing: deceleration and rolling resistance properties computation

2.3.1 Deceleration test processing

When the x -axis of the 3D accelerometer was perfectly aligned with the travel direction, a 1D accelerometer was sufficient. Unfortunately, it is impossible to perfectly align manually the x -axis with the travel direction both in the sagittal and in the horizontal planes (Figure 2). As the errors due to small misalignments in the horizontal plane could be neglected, those caused by misalignments in the sagittal plane (Figure 2) could induce large errors on MWC deceleration measure, due to the action of the gravitational acceleration.

Therefore, to correct misalignments that occurred during the deceleration test, various steps of signal processing were applied to the raw data:

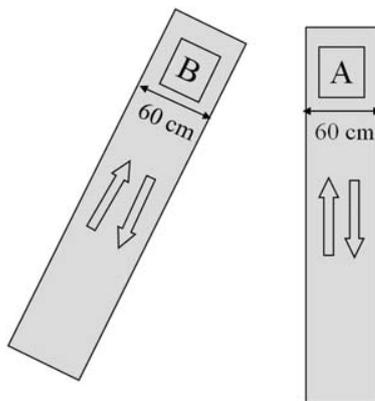


Figure 3. Corridor description for validation tests.

Table 2. Deceleration results for deceleration sets conducted with various corridors, total load and load distribution.

Set number	No of valid there-and-back procedures	Total mass (kg)	Total load on front wheels (%)	Corridor	Outward deceleration (\pm SD) ($\times 10^{-2}$ m/s ²)	Forward deceleration (\pm SD) ($\times 10^{-2}$ m/s ²)	Set deceleration (\pm SD) ($\times 10^{-2}$ m/s ²)	Set deceleration confidence interval ($\times 10^{-2}$ m/s ²)
S ₁	9	75.10	29	A	4.2 (\pm 0.8)	5.4 (\pm 0.7)	4.8 (\pm 0.3)	0.4
S _{1B}	10	75.10	29	B	4.3 (\pm 0.6)	4.8 (\pm 0.5)	4.5 (\pm 0.4)	0.5
S ₂	10	75.10	64	A	6.4 (\pm 0.6)	7.0 (\pm 0.6)	6.7 (\pm 0.4)	0.4
S _{2B}	9	75.10	64	B	6.2 (\pm 0.5)	7.4 (\pm 0.4)	6.8 (\pm 0.3)	0.4
S ₃	10	99.10	22	A	3.7 (\pm 0.5)	4.4 (\pm 0.4)	4.0 (\pm 0.2)	0.3
S ₄	10	90.10	69	A	7.5 (\pm 0.5)	7.8 (\pm 0.4)	7.6 (\pm 0.3)	0.4
S ₅	10	75.10	50	A	5.4 (\pm 0.6)	5.4 (\pm 0.5)	5.4 (\pm 0.3)	0.4
S ₆	10	58.15	37	A	4.3 (\pm 0.6)	5.0 (\pm 0.5)	4.6 (\pm 0.3)	0.4
S ₇	10	58.60	51	A	5.2 (\pm 0.5)	6.4 (\pm 0.6)	5.8 (\pm 0.3)	0.3

- First step. A rotation matrix was defined to transform the accelerometer frame (R_{acc}) to the measurement frame ($R_{measure}$) and was defined as follows: the gravity measurement during the first static phase (1st part) defined the vertical $y_{measure}$ -axis (Vaslin and Dabonneville 2000; de Saint Rémy et al. 2003); the transversal $z_{measure}$ -axis was the same as the transversal z_{acc} -axis; the $x_{measure}$ -axis, pointing in the travel direction, was defined by the cross product of $y_{measure}$ by $z_{measure}$. This axis was perfectly horizontal at the beginning of the measure and was the one used to measure the MWC deceleration. The raw acceleration vector was then transformed using the rotation matrix into the measure vector. The components of this vector were the deceleration value along $x_{measure}$ -axis, the gravity acceleration along $y_{measure}$ -axis and the MWC transversal oscillations along $z_{measure}$ -axis (equal to zero in theory).
- Second step. The horizontal velocity was calculated by a first-order time integration of the fore–aft deceleration (along $x_{measure}$ -axis) from the start of the push phase (2nd part) to the complete stop of the MWC (beginning of the 5th part). A constant value was subtracted to the $x_{measure}$ -data to obtain a null velocity at the end of the movement (see Figure 4). This correction corrects small misalignments of the $x_{measure}$ -axis with the deceleration vector, which otherwise induce a drift in the measured velocity.
- Third step. The deceleration phase was manually identified from maximal velocity (end of the push phase) until the beginning of the stop phase (characterised by a break in the velocity decrease). The mean deceleration value (along $x_{measure}$ -axis) during the deceleration phase was then calculated. This deceleration value was considered as the MWC centre of mass deceleration during the free deceleration phase of the test.

2.3.2 There-and-back set processing

To obtain the deceleration value for each there-and-back procedure, the two decelerations obtained for the pair of deceleration tests were averaged, which allowed cancelling out the tiny slope effect that always exists even on an apparently flat ground.

Prior to computing the mean deceleration value of each set (composed of 10 there-and-back deceleration values), the outliers identified using the Box and Whiskers Plots method (Le Guen 2001) were rejected.

2.3.3 Wheel rolling resistance factors computation

From the simplified Equation (4), knowing the wheel radius, the load distribution and the MWC COM

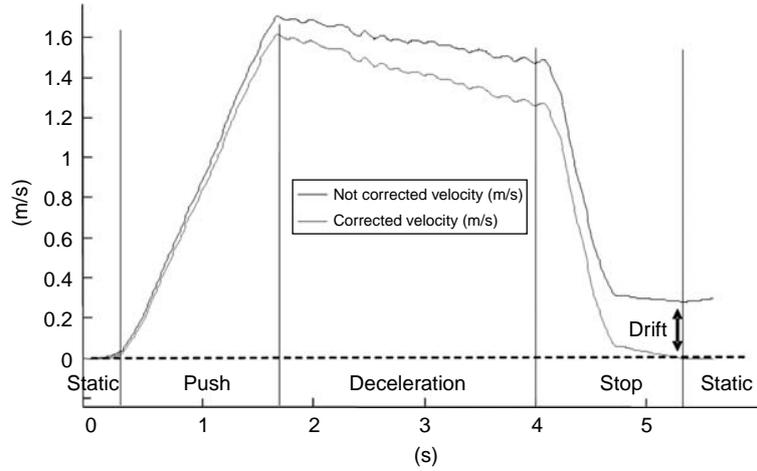


Figure 4. Initial and corrected velocity profile during the deceleration.

deceleration for various load conditions, a set of equations could be formulated, in which only the rolling RPs λ_f and λ_r are the unknown variables, and were assumed to be unchanged when the loads on each wheel varied.

The set of equations to be solved was presented in the following system:

$$\frac{\lambda_r}{r_r} P_{fi} + \frac{\lambda_f}{r_f} P_{ri} = \frac{\gamma_i}{-g}, \quad (5)$$

where the indices i represented the equation set number.

This system of Equations (5) could be expressed in a matrix form:

$$\begin{bmatrix} P_{f1} & P_{r1} \\ P_{f2} & P_{r2} \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_f/r_f \\ \lambda_r/r_r \end{bmatrix} = -1/g \cdot \begin{bmatrix} -\gamma_{G1} \\ -\gamma_{G2} \\ \dots \end{bmatrix} \quad (6)$$

distribution matrix ($n \times 2$) matrix of unknown (2×1) acceleration matrix ($n \times 2$)

Here, the wheel radii were known, but were integrated in the unknown matrix to maintain a simple equation system. The unknown elements were then the rolling resistance factors.

More generally, the system could then be expressed by

$$[M_D] \cdot [M_{RF}] = \frac{-1}{g} \cdot [M_\gamma], \quad (7)$$

where M_D is the distribution matrix, M_{RF} is the matrix of unknowns and M_γ is the acceleration matrix.

This can be solved by the following equation, provided that the determinant of $([M_D]^T [M_D])$ is not null, then the matrix invertible is

$$[M_{RF}] = \frac{-1}{g} \cdot ([M_D]^T \cdot [M_D])^{-1} \cdot [M_D]^T \cdot [M_\gamma]. \quad (8)$$

In reality, as the measurements suffer from approximations, the $([M_D]^T [M_D])$ matrix has to be well conditioned, which means that the resulting unknown matrix computation need not change significantly when a random perturbation is placed in the distribution or in the acceleration matrix (Cabane 1998). As two unknowns are present in the system, at least two sets of equations are necessary to solve the system, which means two load conditions and two deceleration values. If more load conditions are considered, the system will be overabundant and the results will be averaged: solved through a root mean square regression, the system becomes less sensitive to small errors when the number of points rises.

2.3.4 Wheel rolling RPs

The rolling RPs could be calculated by multiplying the rolling resistance factors of the front and rear wheels by their respective radii. The values of the rolling resistance factors and the rolling RPs were considered independent of the load applied on each wheel.

2.3.5 Confidence interval on decelerations

The normal distribution of the deceleration values within a set was checked with the Shapiro–Wilk test ($p = 0.05$) and the 95% confidence interval was finally calculated using the Student law (Rakotomalala 2008), which allows

the estimation of the accuracy of the deceleration value obtained for each set.

To quantify the impact of this accuracy on rolling RPs, a Monte Carlo simulation was performed (Kalos and Whitlock 1986). To proceed, the system expressed in Equation (8) was solved 10,000 times introducing a white noise on decelerations, which varied within their confidence interval (Bascou et al. 2010). The accuracy of the front and rear wheels' rolling RPs was then estimated from the standard deviation provided by the 10,000 computations.

2.4 Validation

2.4.1 Experimental procedure for method validation

The validation of the method was performed using various sets of 10 there-and-back decelerations, conducted on a hard and smooth surface (polished concrete ground) with one MWC (Kushall Champion carbone, Invacare, Elyria, Ohio, USA, in its sale configuration), in which the rear wheels were inflated up to 6 bars (87 psi). The wheel radii were 29 cm for rear wheels and 6 cm for front wheels. For each set, the additional masses and/or their distribution varied. Two 6-m-long and 60-cm-wide corridors, drawn on the same ground (see Figure 3), were used to perform the deceleration tests and sets and were named 'corridor A' and 'corridor B'.

2.4.2 Measurement validation: influence of the path on the deceleration results

To assess the influence of the path choice on this method, two deceleration sets were conducted using one load distribution on corridors A and B (set numbers S_1 and S_{B1} in Table 2). Then the load conditions were changed and two other sets were conducted on corridors A and B as presented in Table 2 (set numbers S_2 and S_{B2}). For each set, the normality of the there-and-back decelerations was checked, then Student *t*-tests were used to compare sets S_1 with S_{B1} and sets S_2 with S_{B2} .

2.4.3 Model validation

Two more sets were performed on corridor A (S_3 and S_4 , Table 2) and their mean decelerations were used, with S_1 and S_2 mean decelerations, to compute the rolling resistance factors of the front and rear wheels. Three additional sets (S_5 , S_6 and S_7 , Table 2) were also performed on corridor A and were used for validation by comparing the decelerations measured to the decelerations assessed from the rolling resistance factors previously obtained (from S_1 , S_2 , S_3 and S_4).

2.5 Results

The results of sets S_1 , S_{B1} , S_2 and S_{B2} are described in Table 2. Two outliers were rejected for sets S_1 and S_{B2} .

For three of the four load conditions (sets S_1 , S_2 and S_{B2}), significant differences were found between deceleration tests conducted in the reverse directions. These differences ranged from 0.006 (S_{1B}) to 0.012 m s^{-2} (S_1 and S_{2B}), and in the Student *t*-test from 2.2 to 5.74.

Considering the there-and-back decelerations (gathering outward and forward deceleration tests), the set decelerations ranged from 0.045 to 0.068 m s^{-2} for S_{1B} and S_{2B} , respectively. The intra-set variability, expressed through the standard deviation, ranged from 0.003 (S_1 and S_{2B}) to 0.004 m s^{-2} (S_{1B} and S_2). Considering the 95% confidence interval, the measurement uncertainty on deceleration ranged from ± 0.004 to $\pm 0.005 \text{ m s}^{-2}$, which was 6–11% of the nominal value. Comparing corridor A with corridor B, the mean decelerations differed by 0.003 m s^{-2} (between S_1 and S_{1B}) and 0.001 m s^{-2} (between S_2 and S_{2B}); however, these differences were insignificant (Student *t*-test = 1.42 and 0.49, respectively).

The results of sets S_3 and S_4 are presented in Table 2. The computation of rolling resistance factors using sets S_1 , S_2 , S_3 and S_4 decelerations provided the rolling resistance factors and the Monte Carlo simulation provided an estimation of the confidence intervals: $\lambda_{\text{front}}/r_{\text{front}}$ ($\pm 2\text{SD}$) = 9.8×10^{-3} ($\pm 1.1 \times 10^{-3}$) and $\lambda_{\text{rear}}/r_{\text{rear}}$ ($\pm 2\text{SD}$) = 2.6×10^{-3} ($\pm 0.8 \times 10^{-3}$). The rolling RPs could then be calculated: λ_{front} ($\pm 2\text{SD}$) = $0.6 \times 10^{-3} \text{ m}$ ($\pm 0.03 \times 10^{-3}$) and λ_{rear} ($\pm 2\text{SD}$) = $0.8 \times 10^{-3} \text{ m}$ ($\pm 0.1 \times 10^{-3}$).

The rolling resistance factors and the load conditions of sets S_5 , S_6 and S_7 were used to predict their decelerations: 0.061 m s^{-2} (± 0.009) for set S_5 , 0.052 m s^{-2} (± 0.009) for set S_6 and 0.062 m s^{-2} (± 0.009) for set S_7 . The differences between the computed and the measured decelerations for S_5 , S_6 and S_7 were 0.007, 0.006 and 0.004 m s^{-2} , respectively, which were lower than the confidence intervals of each set deceleration.

Multiplying the deceleration values obtained for each set by the total masses yielded drag forces ranging between 2.7 N (58 kg, 37% on the front wheels) and 6.9 N (90.8 kg, 69% on the front wheels).

3. Discussion

Owing to the proposed method, the MWC decelerations could be obtained for various sets of load conditions and were consistent with previous studies (Coutts 1991; de Saint Rémy 2003; Sauret et al. 2009). The study underlined the significant influence of the load distribution on the deceleration: for example a 52% increase in the deceleration was observed when the load repartition varied

from 29% (S_1) to 64% (S_2), although the total mass remained the same. These results were expected and consistent with previous results obtained by de Saint Rémy et al. (2003) and Sauret et al. (2009, 2010).

The results also showed a good repeatability in the deceleration tests when performed in the same direction, but showed differences between tests in one way and tests in the way back. This underlines the significant influence of small floor deformations on the measured deceleration and the need for there-and-back procedures, with which the method proved to be sufficiently robust to conduct experiments on different paths on the same ground without altering the results (providing the ground properties are the same, as shown by the comparison of the sets S_1 , S_{1B} , S_2 and S_{2B} for different corridors). This novel result allows the comparison of wheel properties of a MWC on various grounds (concrete, carpet, etc.), ensuring that differences in deceleration values are directly correlated with the ground material properties, rather than its deformities.

To the authors' knowledge, the rolling resistance factors and parameters of the front and rear wheels of MWC were calculated only once before (Sauret et al. 2006, 2009): the rolling resistances found in our study were lower, but this could be explained by differences in the wheel and ground types (concrete ground vs. athletic track ground). The calculation of predicted decelerations for sets S_5 , S_6 and S_7 and their comparison with the measured deceleration showed the validity of the proposed model. The rolling resistance factors were significantly higher on the front wheels than on the rear wheels for the tested MWC, which is consistent with the increase in rolling resistance with the front wheels distribution of the total mass. This could be explained by the mechanical model of rolling resistance: the front wheels' radii were five times smaller than the rear wheels' radii and their rolling RPs were quite the same (0.6×10^{-3} m vs. 0.8×10^{-3} m). Therefore, the front wheel rolling resistance factor, which is the ratio of the rolling RP to the radius of the front wheel, was four times smaller than that of the rear wheel one. Taking into account the confidence intervals, the front and rear rolling resistance factors could be distinguished: the two standard deviations on the rolling RPs were 6% of the nominal value for the front wheels and 15% for the rear wheels, which must be taken into account when comparing the two wheels on the same ground or two grounds for the same wheels.

The rolling drag forces were in accordance with those found by Coutts (1992, 1994) and Brubaker et al. (1986). However, the use of the drag force to compare the wheelchairs must be handled with extreme caution, as it mainly depends on the load distribution (de Saint Rémy et al. 2003).

4. Conclusion

This study completed the work of previous researches on the deceleration method (Coutts 1991; de Saint Rémy et al. 2003; Sauret et al. 2006, 2009), and proved the interest and the reliability of this technique in assessing the effect of the ground and front and rear wheel choice on the MWC deceleration and rolling drag force.

The mechanical model allowed the front and rear wheels rolling resistance factors and parameters to be computed with an acceptable accuracy. The use of this method could allow the creation of a database of the rolling resistance properties of various wheels on different surfaces: the rolling drag force of a wheelchair could then be calculated from the front and rear wheel types, the ground type and the load distribution. This database would allow a comparison between MWC on a defined floor, according to the load distribution and from an energetic point of view.

Acknowledgements

The authors would like to thank the French National Research Agency (ANR) for its financial support to the SACR-FRM project (ANR-06-TecSan-020) and to the CERAH for the loan of all the manual wheelchairs evaluated in this work.

References

- Bascou J, Sauret C, Pillet H, Lavaste F, Vaslin P. 2010. Error estimations of wheelchair deceleration tests using a 3-D accelerometer. *Comput Methods Biomech Biomed Eng.* 13(suppl. 4):21–22.
- Brubaker CE, McLaurin CA, McClay IS. 1986. Effects of side slope on wheelchair performance. *J Rehabil Res Dev.* 23(2): 55–58.
- Cabane R. 1998. *Méthodes numériques en algèbre linéaire. Techniques de l'ingénieur, sciences fondamentales, mathématiques pour l'ingénieur, méthodes numériques, algèbre linéaire et optimisation méthodes numériques en algèbre linéaire, traitement des erreurs en algèbre linéaire. Techniques de l'ingénieur, Référence AF485.*
- Cabelguen J-C. 2008 Développement d'outils pour l'analyse et la quantification des interactions utilisateur-fauteuil-environnement lors de déplacements en fauteuil roulant manuel. Doctorat Biomécanique, Laboratoire de BioMécanique, Paristech > ENSAM 2008ENAM0048. p.144.
- Cooper RA. 1990. A system approach to the modeling of racing wheelchair propulsion. *J Rehabil Res Dev.* 27(2): 151–162.
- Coutts KD. 1991. Dynamic characteristics of a sport wheelchair. *J Rehabil Res Dev.* 28(3):45–50.
- Coutts KD. 1992. Dynamics of basketball. *Med Sci Sports Exerc.* 24(2):231–234.
- Coutts KD. 1994. Drag and sprint performance of wheelchair basketball players. *J Rehabil Res Dev.* 31(2):138–143.
- de Groot S, Zuidgeest M, van der Woude L. 2006. Standardization of measuring power output during wheelchair propulsion on a treadmill: pitfalls in a multi-center study. *Med Eng Phys.* 28:604–612.

- de Saint Rémy N. 2005. Modelisation and determination of biomechanical parameters of manual wheelchair locomotion. PhD Thesis. Blaise Pascal university, Clermont-Ferrand, France (in French).
- de Saint Rémy N, Vaslin P, Dabonneville M, Martel L, Gavand A. 2003. Dynamique de la locomotion en fauteuil roulant manuel: influences de la masse totale et de sa répartition antéropostérieure sur la résultante des forces de freinage. *Sci Sports*. 18(3):141–149.
- Faupin A, Campillo P, Weissland T, Gorce P, Thevenon A. 2004. The effects of rear-wheel camber on the mechanical parameters produced during the wheelchair sprinting of handibasketball athletes. *J Rehabil Res Dev*. 41(3B):421–428.
- Hoffman MD, Millet GY, Hoch AZ, Candau RB. 2003. Assessment of wheelchair drag resistance using a coasting deceleration technique. *Am J Phys Med Rehabil*. 82(11):880–889.
- Hofstad M, Patterson PE. 1994. Modelling the propulsion characteristics of a standard wheelchair. *J Rehabil Res Dev*. 31(2):129–137.
- Kalos M, Whitlock P. 1986. Monte Carlo methods. New York, NY: John Wiley and Sons.
- Kauzlarich JJ, Thacker JG. 1985. Wheelchair tire rolling resistance and fatigue. *J Rehab Res Dev*. 22(3):25–41.
- Kwarciak AM, Yarossi M, Ramanujam A, Dyson-Hudson TA, Sisto SA. 2009. Evaluation of wheelchair tire rolling resistance using dynamometer-based coast-down tests. *J Rehabil Res Dev*. 46(7):931–938.
- Le Guen M. 2001. La boîte à moustaches de TUKEY un outil pour initier à la Statistique. *Statistiquement vôtre*. 4.
- Lemaire ED, Lamontagne M, Barclay HW, John T, Martel G. 1991. A technique for the determination of center of gravity and rolling resistance for tilt-seat wheelchair. *J Rehabil Res Dev*. 28:51–58.
- Rakotomalala R. 2008. Tests de normalité: Techniques empiriques et tests statistiques. Support de cours Université Lumière Lyon. 2.
- Sauret C, de Saint Rémy N, Vaslin P, Cid M, Dabonneville M, Kauffmann P. 2006. Theoretical comparison of the resultant braking force applied on a manual wheelchair within a propulsion cycle on the field and on laboratory ergometers. *ASME J Model Measure Cont Ser C*. 67(suppl. Handicap 2006):43–52.
- Sauret C, Vaslin P, Dabonneville M, Cid M. 2009. Drag force mechanical power during an actual propulsion cycle on a manual wheelchair. *IRBM*. 30(1):3–9.
- Sauret C, Bascou J, Pillet H, Lavaste F, Vaslin P. 2010. Repeatability of wheelchair deceleration tests using a 3-D accelerometer. *Comput Methods Biomech Biomed Eng*. 13(suppl. 4):137–138.
- Sauret C. 2010. Kinetics and energetics of manual wheelchair propulsion. PhD Thesis. Blaise Pascal university, Clermont-Ferrand, France (in French).
- Theisen D, Francaux M, Fayt A, Sturbois X. 1996. A new procedure to determine external power output during handrim wheelchair propulsion on a roller ergometer: a reliability study. *Int J Sports Med*. 17:564–571.
- Van der Woude LHV, de Groot G, Hollander AP, van Ingen Schenau GJ, Rozendal RH. 1986. Wheelchair ergonomics and physiological testing of prototypes. *Ergonomics*. 29:1561–1573.
- Van der Woude L, de Groot S, Janssen T. 2006. Manual wheelchairs: research and innovation in sports and daily life. *Sci Sports*. 21:226–235.
- Vaslin P, Dabonneville M. 2000. Use of a 3D accelerometer for kinetic analysis of wheelchair propulsion. *Proceedings of XIIth Conference of the European Society of Biomechanics*, 28–33 August, Dublin (Ireland). p. 345.

Appendix A

This appendix aims to develop the mechanical model providing Equation (1) carrying on the COM deceleration of the loaded MWC during the deceleration phase of a coast down test and is based on Figure 1: the sagittal plane is considered and the front and rear wheels are treated as pairs.

At first, considering the loaded MWC (frame + wheels) during this phase, the exterior forces applied are the total weight (\bar{W}) and the ground reaction forces on the front (\bar{R}_f) and rear wheels (\bar{R}_r); applying the second law of Newton on the system equation along the fore-and-aft and the vertical directions gives

$$\sum F_{x,\text{ext} \rightarrow \text{WMC}} = m\gamma_G \Leftrightarrow R_{fx} + R_{rx} = m\gamma_G, \quad (\text{A1})$$

$$W + R_{fN} + R_{rN} = 0, \quad (\text{A2})$$

where R_{fx} and R_{rx} are the fore-and-aft components of the ground reaction forces applied on the front and rear wheels, respectively; R_{fN} and R_{rN} are the normal components, m is the total mass and γ_G is the fore-and-aft COM deceleration of the loaded MWC.

Considering the front wheels and their centre O_f , the equality of the torque of the exterior forces in O_f with the angular momentum variation in O_f , projected on z -axis, gives

$$\sum M_{z,\text{ext} \rightarrow \text{front wheels}} = I_{z,\text{front wheels}} \times \Gamma_z = I_f \times \Gamma_z,$$

where I_f is the front wheel inertia along z -axis and $\Gamma_z = \gamma_G/r_f$ is the wheel angular acceleration.

The torque of exterior forces can be expressed by

$$\begin{aligned} \sum M_{z,\text{ext} \rightarrow \text{front wheels}} &= M_{z,O_f,\text{frame} \rightarrow \text{front wheels}} + M_{z,O_f,\text{ground} \rightarrow \text{front wheels}} \\ &= 0 + M_{z,A_f,\text{ground} \rightarrow \text{front wheels}} + (O_f A_f \wedge F_{\text{ground} \rightarrow \text{front wheels}}) \cdot z \\ &= 0 + 0 + (-r_f \cdot y + \lambda \cdot x) \wedge (R_{fN} \cdot y + R_{fx} \cdot x) \cdot z \\ &= r_f R_{fx} + \lambda R_{fN}. \end{aligned}$$

When the MWC rolls without slipping on the ground, R_{fx} and R_{rx} can be expressed by the next equation, where the first part concerns the rolling resistance and the second part concerns the angular momentum variation:

$$R_{fx} = -\frac{\lambda_f}{r_f} R_{fN} - \frac{I_f}{r_f^2} \gamma_G, \quad (\text{A3})$$

$$R_{rx} = -\frac{\lambda_r}{r_r} R_{rN} - \frac{I_r}{r_r^2} \gamma_G, \quad (\text{A4})$$

where λ_f and λ_r are the front and rear wheels' RP; r_f and r_r are the front and rear wheels' radii and I_f and I_r are the moment of inertia along z -dimension of the two front wheels and the two rear wheels, respectively.

Using the last two Equations (A3 and A4) in Equation (A1) then gathering the terms in γ_G allows linking the normal ground reaction forces to the COM acceleration of the loaded MWC:

$$-\frac{\lambda_f}{r_f} R_{fN} - \frac{\lambda_r}{r_r} R_{rN} = \left(m + \frac{I_f}{r_f^2} + \frac{I_r}{r_r^2} \right) \gamma_G. \quad (\text{A5})$$

Then, replacing R_{rN} from Equation (A2) in Equation (A5) allows expressing R_{fN} :

$$\begin{aligned} R_{fN} &= -\frac{\lambda_r}{r_r} \left(\frac{r_f r_r}{\lambda_r r_f - \lambda_f r_r} \right) W + \left(m + \frac{I_f}{r_f^2} + \frac{I_r}{r_r^2} \right) \\ &\quad \times \left(\frac{r_f r_r}{\lambda_r r_f - \lambda_f r_r} \right) \gamma_G. \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

In the second time, the sum of the torques acting on the loaded MWC and expressed at the COM is equal to the resulting dynamic momentum, which is drastically simplified with a MWC loaded with additional masses. So, following the transversal direction:

$$\begin{aligned} (d_f + \lambda_f) R_{fN} + (-d_r + \lambda_r) R_{rN} + h(R_{fx} + R_{rx}) \\ = -\left(\frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2} \right) \gamma_G, \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

where d_f and d_r are the distance between the COM and the front and rear wheels centres, respectively ($d_f + d_r$ is the wheelbase w_b), and h is the height of the COM with respect to the ground. Then, using Equations (A1) and (A2) in A7 gives

$$\begin{aligned} \left(m + \frac{I_f}{r_f h} + \frac{I_r}{r_r h} \right) h \gamma_G = -(w_b + \lambda_f - \lambda_r) R_{fN} \\ + (-d_r + \lambda_r) W. \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

Using Equation (A6) in Equation (A8) to replace R_{fN} gives

$$\begin{aligned} \left((w_b + \lambda_f - \lambda_r) \left(m + \frac{I_f}{r_f^2} + \frac{I_r}{r_r^2} \right) \left(\frac{r_f r_r}{\lambda_r r_f - \lambda_f r_r} \right) \right. \\ \left. + \left(m + \frac{I_f}{r_f h} + \frac{I_r}{r_r h} \right) h \right) \gamma_G = (w_b + \lambda_f - \lambda_r) \frac{\lambda_r}{r_r} \left(\frac{r_f r_r}{\lambda_r r_f - \lambda_f r_r} \right) \\ - (d_r - \lambda_r) W. \end{aligned}$$

Then, multiplying the previous equation by $(\lambda_2 r_1 - \lambda_1 r_2)$ and dividing by $r_1 r_2 w_b$ gives

$$\begin{aligned} \left(\left(m + \frac{I_f}{r_f^2} + \frac{I_r}{r_r^2} \right) \left(1 + \frac{\lambda_f - \lambda_r}{w_b} \right) \right. \\ \left. + \left(m + \frac{I_f}{r_f h} + \frac{I_r}{r_r h} \right) \left(\frac{\lambda_r - \lambda_f}{r_r} - \frac{\lambda_f}{r_f} \right) \frac{h}{w_b} \right) \gamma_G \\ = \left(\frac{\lambda_f d_r}{r_f w_b} + \frac{\lambda_r d_f}{r_r w_b} + \frac{\lambda_f \lambda_r r_f - r_r}{r_f r_r w_b} \right) W. \end{aligned}$$

Finally, with $W = -mg$, this equation allows expressing the COM deceleration of the loaded MWC during the deceleration phase of a coast down test (cf. Equation (1)):

Appendix B

In order to quantify the terms that can be neglected in Equation (1), the deceleration value was computed 100,000 times from

Equation (1) and the two following equations:

$$\gamma_G = -mg \frac{\left(\frac{\lambda_f d_f}{r_f w_b} + \frac{\lambda_r d_r}{r_r w_b} \right)}{\left(m + \frac{I_f}{r_f^2} + \frac{I_r}{r_r^2} \right)}, \quad (\text{B1})$$

$$\gamma_G = -g \left(\frac{\lambda_f d_f}{r_f w_b} + \frac{\lambda_r d_r}{r_r w_b} \right). \quad (\text{B2})$$

In each step, the terms used to compute the three deceleration values were randomly chosen within their respective variation range, defined from the previous values related in the literature or from the typical values measured on MWC: the RP ranged from 1 to 3 mm (Sauret et al. 2006, 2010; Cabelguen 2008); the radii of

the front wheels ranged from 30 to 100 mm and those of the rear wheels ranged from 260 to 330 mm; the radii of the wheelbase ranged between 300 and 450 mm; the COM height of the loaded MWC ranged from 500 to 700 mm; the total mass ranged between 75 and 100 kg (Coutts 1991); the moments of inertia ranged between 0.005 and 0.02 kg m² for the front wheels and between 0.1 and 0.2 kg m² for the rear wheels (Coutts 1991; Sauret 2010) and the fore-and-aft mass distribution ranged between 30% and 60% of the mass distributed on the front wheels.

The decelerations computed from Equations (1), (B1) and (B2) were then compared.

The results showed around 3.5% error comparing the accelerations computed using Equation (1) and (B1) and around 3.3% error comparing Equation (1) with Equation (B2).

Annexe E

Article : Assessment of field rolling resistance of manual wheelchairs

Assessment of field rolling resistance of manual wheelchairs

Christophe Sauret, PhD;^{1*} Joseph Bascou, MS;¹⁻² Nicolas de Saint Rémy, PhD;¹ Hélène Pillet, PhD;¹ Philippe Vaslin, PhD;³⁻⁴ François Lavaste, PhD¹⁻²

¹Arts et Métiers ParisTech, Laboratoire de Biomécanique, Paris, France; ²Institution Nationale des Invalides, Centre d'Etudes et de Recherche sur l'Appareillage des Handicapés, Woippy, France; ³Clermont Université, Université Blaise Pascal, Laboratoire d'Informatique, de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes, Clermont-Ferrand, France;

⁴Centre National de la Recherche Scientifique, Unité mixte de recherche, Laboratoire d'Informatique, de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes, Aubière, France

Abstract—This article proposes a simple and convenient method for assessing the subject-specific rolling resistance acting on a manual wheelchair, which could be used during the provision of clinical service. This method, based on a simple mathematical equation, is sensitive to both the total mass and its fore-aft distribution, which changes with the subject, wheelchair properties, and adjustments. The rolling-resistance properties of three types of front casters and four types of rear wheels were determined for two indoor surfaces commonly encountered by wheelchair users (a hard smooth surface and carpet) from measurements of a three-dimensional accelerometer during field deceleration tests performed with artificial load. The average results provided by these experiments were then used as input data to assess the rolling resistance from the mathematical equation with an acceptable accuracy on hard smooth and carpet surfaces (standard errors of the estimates were 4.4 and 3.9 N, respectively). Thus, this method can be confidently used by clinicians to help users make trade-offs between front and rear wheel types and sizes when choosing and adjusting their manual wheelchair.

Key words: carpet, caster, indoor floor, pneumatic tire, rehabilitation, roller, rolling resistance, soft roll, solid tire, wheel, wheelchair.

INTRODUCTION

Evaluating resistances is critical to the study of manual wheelchair (MWC) propulsion. In fact, the impact of

resistance on the mechanical efficiency of MWC propulsion induces a decrease in the user's mobility, with potential risks including musculoskeletal disorders (i.e., pain and/or injuries). This has caused clinicians, scientists, and mechanical engineers to focus on this topic with the goal of minimizing such resistances. During propulsion, most of the energy supplied by the user is dissipated by the rolling, turning, slipping, bearing, and air resistances. Because bearing resistance and air drag have been proven to be negligible in daily locomotion [1], the rolling, turning, and slipping resistances remain as causes of energy loss. However, no turning resistance occurs in straightforward propulsion. Therefore, under the assumption that the MWC does not slip, the present study focused on rolling resistance, which is mainly caused by inelastic deformations of the tires and ground [2].

Examining previous studies clarified the influences of tire type (pneumatic vs solid), pressure, rear wheel camber, and floor hardness on rolling resistance [3–8].

Abbreviations: COM = center of mass, MWC = manual wheelchair, RF = rolling resistance factor, RP = rolling resistance parameter, SEE = standard error of the estimate.

*Address all correspondence to Christophe Sauret, PhD; Laboratoire de Biomécanique – Arts et Métiers ParisTech, 151 boulevard de l'Hôpital, Paris 75013, France; +33144246364; fax: +330144246366. Email: christophe.sauret@ensam.eu
<http://dx.doi.org/10.1682/JRRD.2011.03.0050>

Furthermore, MWC propulsion models [1,9–13] have established the relation between wheel radius and rolling resistance; i.e., for a given laden weight, the wheel rolling resistance increases when the radius is reduced and vice versa. This relation thus explains the increase in MWC rolling resistance when the mass is brought forward [4,11–15]. Rear wheel toe-in/-out could also be an important source of resistance [3], but this mechanical phenomenon may not be considered part of rolling resistance because it is a consequence of the rear wheels' slipping (the wheel trajectories are not perfectly in their rotational plans, inducing a slipping friction of the wheels on the floor) and can be cancelled by appropriate rear wheel alignment. All the findings of the different studies conducted on MWC rolling resistance provide useful guidelines for clinicians and users when choosing and adjusting a MWC. However, these recommendations are not listed in terms of importance and may not all be satisfied at one time. Thus, compromises are usually made by clinicians when optimizing a MWC, with no quantified visibility for the benefits. Hence, a simple and fast tool to assess the rolling resistance in clinical practice is needed.

In order to quantify rolling resistance acting on a MWC, different experimental methods have been developed in the past. The first one measured the drag force (with a force transducer) occurring on a treadmill [2–3,5,16]. The main problem with this method was that rolling resistance depended on the material of the treadmill belt and did not allow evaluation of different surfaces. Other authors quantified the rolling resistance from deceleration tests (or coast-down tests) performed in the field by measuring the MWC deceleration with a subject sitting in the MWC [17–20]. These methods allowed evaluation of various surfaces but neglected the influence of the fore-aft distribution of the total mass, which conduces to major changes in rolling resistance. Hence, experiments were required to test the influence on rolling resistance of each adjustment of the MWC and each choice of wheels. Finally, a method also based on deceleration tests performed in the field with artificial masses and with various fore-aft distribution of the total mass was developed [11–13,21–22]. In this case, the rolling resistance offered by a MWC was calculated from coefficients linked to the loads applied on front and rear wheels. This method allows quantification of the rolling resistance of a MWC on various surfaces and simulates the effect of various adjustments, which change the fore-aft distribution of the mass. However, all these methods

are time consuming during MWC adjustment. Therefore, they are not applicable in clinical routine.

In this context, the aim of this study was to develop a simple method for assessing subject-specific MWC rolling resistance in clinical practice.

METHODS

Model of Rolling Resistance

In order to quantify MWC rolling resistance, deceleration tests were performed on a horizontal surface [14–15,17–22]. During these tests, the MWC was first pushed forward (push phase) manually, released, and allowed to decelerate (deceleration phase). This deceleration was caused only by the rolling resistance, assuming that the MWC did not deviate and neglecting the bearing, slipping, and air resistances [1,4]. The mechanical model (detailed in **Appendix 1**, available online only) of the deceleration phase, linking the deceleration both to the forces and torques exerted on the MWC, was as follows:

$$\gamma_G = -mg \frac{\left(\frac{\lambda_f d_r}{r_f w_b} + \frac{\lambda_r d_f}{r_r w_b} + \frac{\lambda_f \lambda_r}{r_f r_r} \frac{r_f - r_r}{w_b} \right)}{\left(m + \frac{I_f}{r_f^2} + \frac{I_r}{r_r^2} \right) \left(1 + \frac{\lambda_f - \lambda_r}{w_b} \right) + \left(m + \frac{I_f}{r_f h} + \frac{I_r}{r_r h} \right) \left(\frac{\lambda_r}{r_r} - \frac{\lambda_f}{r_f} \right) \frac{h}{w_b}} \quad (1)$$

where γ_G is the linear deceleration along the fore-aft direction (in meters per second squared); g is the gravitational acceleration (in meters per second squared); λ_f and λ_r are the front and rear wheel rolling resistance parameters (RPs) (in meters), respectively, characterizing the rolling resistance property caused by the contact between the wheels and floor and modeled as the fore-aft length between the theoretical and real centers of pressure in the contact area (**Figure 1**); r_f and r_r are the front and rear wheel radii (in meters); d_f and d_r are the fore-aft distances between the global center of mass (COM) and the front and rear wheel hubs (in meters), respectively; w_b is the wheelbase (in meters), defined as the fore-aft distance between the front and rear hubs; m is the total mass (in kilograms); h is the height to the ground of the global COM (in meters); and I_f and I_r are the moments of inertia of the two front and the two rear wheels around their rotational axes (in kilogram-meters squared), respectively.

This equation was used as an exhaustive model for the MWC rolling resistance during the deceleration phase of the test. However, it could be simplified by leaving out

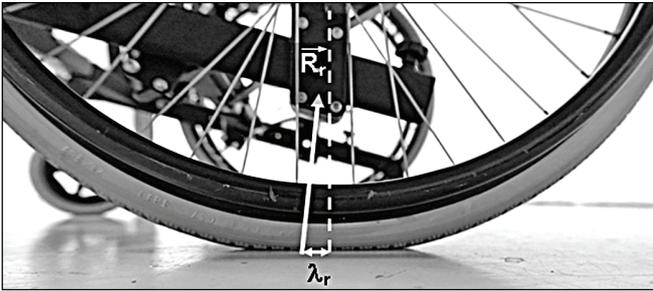


Figure 1. Representation of rear wheel rolling resistance parameter, which is fore-aft length between theoretical and real centers of pressure during rolling. \bar{R}_r is ground reaction force applied on rear wheel.

some terms with an error that was lower than 5 percent (see details in **Appendix 2**, available online only):

$$\gamma_G = -g \left(\frac{\lambda_f}{r_f} \frac{d_r}{w_b} + \frac{\lambda_r}{r_r} \frac{d_f}{w_b} \right) \quad (2)$$

Moreover, when replacing w_b , d_f , and d_r with the masses applied to the front and rear wheels (m_f and m_r , respectively) and the total mass (m), the model is close to those previously proposed [1,9].

$$\gamma_G = -g \left(\frac{\lambda_f}{r_f} \frac{m_f}{m} + \frac{\lambda_r}{r_r} \frac{m_r}{m} \right) \quad (3)$$

This equation shows that the MWC deceleration is inversely related to the wheel radii. Because the front casters have smaller radii than the rear wheels, the MWC deceleration would be more influenced by the mass distribution on the front wheels than the rear wheels [11–14]. Finally, the rolling resistance can also be expressed by means of a resisting force (F_{roll}) sustained by the subject during propulsion:

$$F_{roll} = m\gamma_G \Leftrightarrow m\gamma_G = -g \left(\frac{\lambda_f}{r_f} m_f + \frac{\lambda_r}{r_r} m_r \right) \quad (4)$$

The RP characterizes the resistance acting at the contact level between the wheels and ground and greatly depends on the materials used for both. The rolling resistance factor (RF) is the ratio between RP and the wheel radius; it characterizes the wheel's specific rolling quality based on its size and the type of floor. Therefore, RF increases with an increase in RP or a decrease in wheel radius. The resisting force (F_{roll}) characterizes the inten-

sity of the MWC rolling resistance for a given subject during propulsion on a specific floor.

Experiments

Two approaches could be used to characterize the rolling resistance properties (RP and RF) for different types of front and rear wheels. The first one uses a single chair and replaces the wheels, while the other uses several chairs already equipped with various wheels. If the same chair were to be used, then resistances such as the air drag and frame deformations would remain unchanged. However, all the wheels cannot be mounted on the same chair because of differences in the rear wheel axles and fork geometries, inducing the need for several chairs. Thus, we selected the second approach, while neglecting the air drag and frame deformation effects [1,4].

Thirty-three different MWCs (**Table 1**) were tested on two typical indoor surfaces: a hard smooth surface (polished concrete type) and carpet (loop pile carpet [5.4 mm] laid on concrete). For pneumatic rear wheels, the pressures were respectively set to their advised maximum values, which ranged from 43.5 to 87.0 psi. Rehabilitation experts performed the wheel alignments to minimize the toe-in/-out effect. A there-and-back procedure was undertaken to override possible flatness imperfections in the floor [16–17,20]. The deceleration was measured by use of a wireless three-dimensional accelerometer (sensitivity: ± 2 g; Beanscape AX-3D; Neuville-sur-Oise, France) with a sampling frequency of 100 Hz [21–23] that was fixed to the loads placed on the seat.

For each MWC, 4 sets of 20 deceleration tests (80 tests total) were performed on each surface and the mean deceleration of every set was computed. The number of deceleration tests for each set was defined to give both acceptable accuracy and a feasible protocol in terms of experiment time (around 1 hour for one MWC on the two tested surfaces). For each set, the mass distribution on the front and rear wheels was changed by alternatively placing the loads forward or backward (**Table 1**) and was measured with use of a specific weight-scale platform (resolution: 0.05 kg). In summary, 5,280 deceleration tests were performed (20 tests \times 4 sets \times 33 MWCs \times 2 floors). The initial velocities at the beginning of the deceleration phase, computing from the acceleration signals, ranged from 1.5 to 2.5 m/s.

A system, comprising **Equation (3)** written four times and applied to the four sets, was thus available for each MWC for every surface and only included two

Table 1.
Manual wheelchair properties and load settings used for experiments.

Company (Model)	Front Casters			Rear Wheels			Load Setting [set 1, set 2, set 3, set 4]	
	Type	Radius (m)	Psi vs Solid	Width (in.)	Tread Design	Radius (m)	Total Mass (kg)	Front Distribution (%)
Dietz GMBH (Pro Activ Traveler)	Standard	0.064	87.0	1-3/8	Street	0.312	[67, 64, 103, 103]	[10, 57, 8, 60]
Invacare (Kuschall Champ Carb)	Soft	0.063	87.0	1	Smooth	0.299	[75, 75, 99, 90]	[29, 63, 22, 69]
Sunrise Medical (Quickie Easy Max)	Soft	0.071	87.0	1	Smooth	0.298	[67, 68, 106, 107]	[9, 68, 10, 58]
Sunrise Medical (Quickie Matchpoint)	Roller	0.040	87.0	1	Smooth	0.297	[83, 83, 106, 106]	[6, 24, 12, 24]
Otto Bock (Avant-Garde T)	Soft	0.072	87.0	1	Street	0.299	[68, 68, 107, 107]	[12, 83, 12, 65]
Livestand (LSA Helium)	Standard	0.059	87.0	1'	Street	0.299	[83, 83, 102, 107]	[17, 51, 17, 56]
Sunrise Medical (Quickie 2HP)	Standard	0.061	87.0	1-3/8	Street	0.307	[69, 69, 117, 117]	[46, 78, 29, 85]
Sunrise Medical (Classic 160 Recline)	Soft	0.070	Solid	1-3/8	Smooth	0.306	[83, 84, 115, 115]	[39, 50, 44, 55]
Progeo (Exelle Vario)	Soft	0.060	87.0	1	Smooth	0.297	[80, 83, 103, 108]	[14, 39, 17, 42]
Rehateam (Projeo Jocker)	Soft	0.062	87.0	1	Smooth	0.297	[66, 67, 106, 103]	[6, 77, 7, 53]
Dupond Medical (Optimo Confort)	Standard	0.097	Solid	1-3/8	Street	0.302	[92, 93, 131, 132]	[13, 79, 11, 77]
Invacare (Rea Azalea)	Standard	0.099	87.0	1-3/8	Smooth	0.306	[102, 102, 125, 125]	[41, 68, 44, 66]
Otto Bock (Innov XXL)	Standard	0.074	87.0	1-3/8	Street	0.310	[100, 100, 141, 141]	[27, 52, 26, 54]
Invacare (Action 3 Junior)	Standard	0.063	Solid	1-3/8	Smooth	0.279	[56, 62, 84, 82]	[26, 46, 29, 49]
Meyra (Offense 1.879)	Roller	0.040	87.0	1	Smooth	0.292	[75, 75, 97, 102]	[14, 32, 16, 26]
Invacare (Action 4 XLT)	Soft	0.096	65.0	1-3/8	Street	0.313	[73, 80, 112, 113]	[29, 83, 23, 74]
Meyra (X2 3.351)	Standard	0.063	65.0	1-3/8	Street	0.308	[79, 84, 102, 103]	[15, 45, 14, 54]
Dupond Medical (Alto Plus F)	Standard	0.097	87.0	1	Smooth	0.293	[71, 72, 110, 11]	[25, 83, 24, 72]
Dupond Medical (Primeo C)	Standard	0.095	43.5	1-3/8	Street	0.305	[84, 92, 112, 112]	[32, 58, 31, 62]
Meyra (FX One)	Soft	0.074	87.0	1	Smooth	0.299	[76, 79, 108, 111]	[12, 34, 17, 49]
RGK (Interceptor)	Roller	0.036	87.0	1	Smooth	0.295	[64, 65, 103, 103]	[7, 69, 5, 53]
Invacare (Top End Transformer)	Roller	0.040	87.0	1	Smooth	0.298	[74, 74, 106, 103]	[12, 24, 17, 32]
Bischoff & Bischoff (Triton)	Standard	0.086	Solid	1-3/8	Smooth	0.300	[107, 107, 133, 133]	[38, 62, 42, 54]
Dietz GMBH (Primo Amico)	Standard	0.090	65.0	1-3/8	Street	0.309	[84, 90, 107, 111]	[24, 62, 24, 62]
Invacare (Rea Clematis)	Standard	0.097	43.5	1-3/8	Street	0.305	[89, 90, 127, 128]	[15, 83, 20, 73]
Invacare (Action 3 Positioning)	Standard	0.074	65.0	1-3/8	Street	0.304	[75, 79, 116, 117]	[15, 68, 8, 66]
Invacare (Kushall AG)	Standard	0.051	87.0	1	Street	0.299	[70, 71, 97, 98]	[9, 84, 8, 82]

Table 1. (Continued)

Manual wheelchair properties and load settings used for experiments.

RGK (Hi Lite)	Roller	0.051	87.0	1	Smooth	0.297	[81, 81, 99, 99]	[22, 51, 24, 51]
Rupiani (Fuze T20 PDG)	Standard	0.072	65.0	1–3/8	Street	0.307	[99, 99, 121, 121]	[32, 57, 32, 72]
Invacare (Top end Pro Tennis)	Roller	0.036	87.0	1	Smooth	0.298	[78, 78, 101, 101]	[3, 23, 2, 22]
Dupond Medical (Energy ASB 600)	Standard	0.062	87.0	1	Smooth	0.298	[65, 65, 104, 104]	[9, 72, 12, 77]
Vermeiren (795 TII)	Standard	0.101	Solid	1–3/8	Smooth	0.282	[110, 116, 148, 159]	[29, 45, 40, 49]
Vermeiren (R708 TII)	Standard	0.101	43.5	1–3/8	Street	0.306	[69, 71, 108, 110]	[20, 80, 22, 74]

unknown variables: the RP values for the front (λ_f) and rear (λ_r) wheels. Each system was then written in a matrix form:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \gamma_{G(set1)} \\ \gamma_{G(set2)} \\ \dots \end{bmatrix}}_{[M_A](4 \times 1)} = -g \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{r_f} \frac{m_f(set1)}{m(set1)} & \frac{1}{r_r} \frac{m_r(set1)}{m(set1)} \\ \dots \end{bmatrix}}_{[M_D](4 \times 2)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \lambda_f \\ \lambda_r \end{bmatrix}}_{[M_{RP}](2 \times 1)} \quad (5)$$

in which $[M_A]$ is the acceleration matrix containing the measured decelerations, $[M_D]$ is the distribution matrix containing the wheels' radii and mass distributions, and $[M_{RP}]$ contained the unknown RPs. The latter were then computed as follows:

$$[M_{RP}] = \left[-g [M_D]^T [M_D] \right]^{-1} [M_D]^T [M_A] \quad (6)$$

For the 33 MWCs, the system was respectively solved for each surface.

Data Analysis

The rolling resistance parameters (λ_f and λ_r) for each MWC (on the two tested surfaces) were analyzed based on the types of front and rear wheels. A rehabilitation specialist sorted the front casters into three groups (Table 2): soft roll, standard, and roller casters. The rear wheels were gathered into four groups: three for pneumatic tires according to their inflating pressure (43.5, 65.0, and 87.0 psi) and one for solid tires.

A statistical analysis was carried out to ascertain whether significant RP differences existed between the various wheels and floor types. Because of the small sizes of the groups (ranging between 3 and 20), nonparametric tests were used (Kruskal-Wallis or Mann-Whitney to com-

pare the wheel types and Wilcoxon signed-rank for floor types). All the comparisons were two-sided and p -values ≤ 0.05 were considered significant.

To validate the predicting model for the MWC rolling resistance per surface, we used a leave-one-out cross validation technique and evaluated the accuracy by means of the standard error of the estimate (SEE).

RESULTS

Manual Wheelchair Deceleration

The decelerations ranged from -0.02 to -0.34 m/s² on a hard smooth surface and from -0.12 to -0.59 m/s² on carpet. For both surfaces, the decelerations increased when the mass distribution on the front casters was augmented (Figure 2). In addition, this increase was more important on carpet than on the hard smooth surface. The MWC rolling resistances (F_{roll}) ranged from -2.9 to -32.6 N on a hard smooth surface and from -11.2 to -61.6 N on carpet.

Table 2.Properties (mean \pm standard deviation) of three types of front casters and four types of rear wheels.

Type	No.	Radius (m)
FW		
Soft Casters	8	0.071 \pm 0.011
Standard Casters	19	0.079 \pm 0.019
Roller Casters	6	0.040 \pm 0.005
RW		
Solid Tires	5	0.296 \pm 0.016
Pneumatic Tires 43.5 psi	3	0.306 \pm 0.009
Pneumatic Tires 65.0 psi	5	0.308 \pm 0.003
Pneumatic Tires 87.0 psi	20	0.300 \pm 0.005

FW = front wheels, RW = rear wheels.

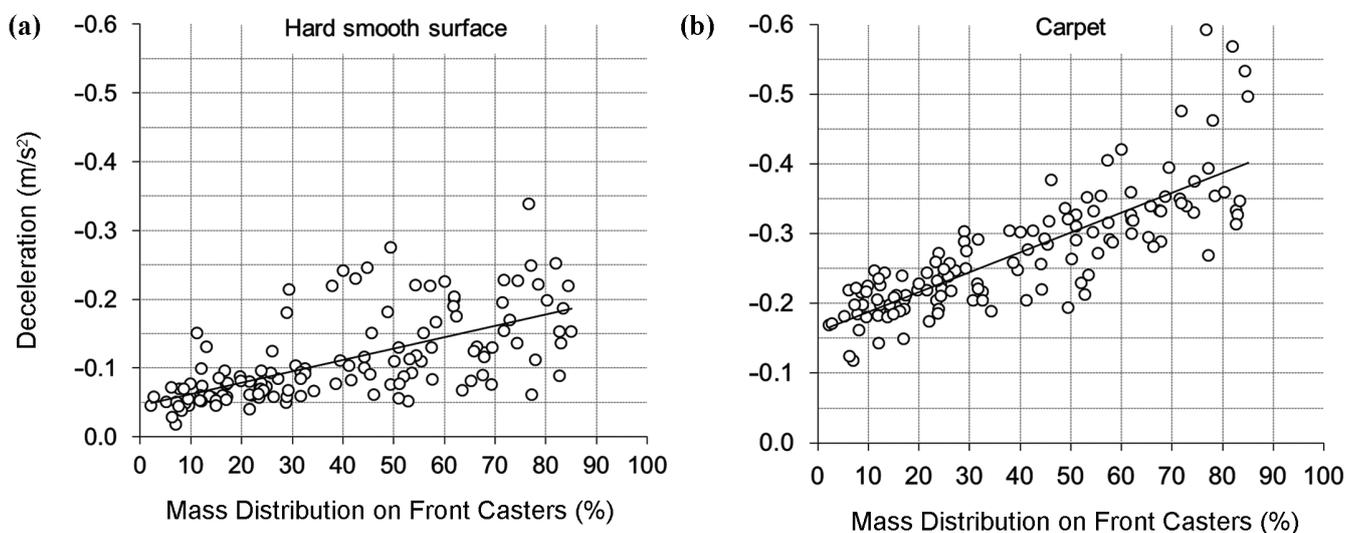


Figure 2.

Results of measured manual wheelchair decelerations during 132 sets performed on (a) hard smooth surface and on (b) carpet and respective linear regressions (thin lines) with respect to percentage of total mass distributed on front casters.

Wheel Rolling Properties (Rolling Resistance Parameter and Rolling Resistance Factor)

For each type of front caster, the RP value was significantly higher on carpet than on the hard smooth surface (Figure 3). The RP values of every type of rear wheel were also higher on carpet than the hard smooth surface, but the statistics could not be computed for all the groups because of the small sample sizes. The only significant difference was found for pneumatics inflated to 87.0 psi.

On both surfaces, the RP values were found to be significantly different according to the caster types ($p < 0.001$). Standard casters showed the highest RP, followed by soft and then roller casters. Therefore, for a given radius, standard casters had the biggest RF, whereas roller casters had the smallest (Figure 4). Figure 4 shows that the same RF value could be obtained for all the caster types when setting different radii. For the same caster, Figure 4 shows that RF decreased when the radius was augmented. However, the effect on RF of a caster radius variation evolved with the enlargement of the radius: the smaller the radius, the higher the effect and vice versa.

Surprisingly, the rear wheel pneumatics showed that tires inflated to 87.0 psi exhibited a higher RP than those inflated to 43.5 and 65.0 psi (Figure 3). However, the first group included six cambered wheels, which showed a slightly higher RP than the rest of the group on the hard smooth (1.91 ± 0.66 mm vs 1.10 ± 0.56 mm) and carpet

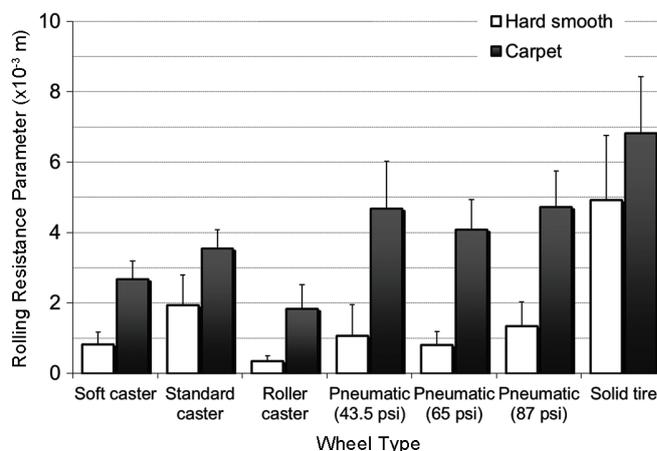


Figure 3.

Rolling resistance parameter values of front and rear wheels according to wheel types on hard smooth and carpet surfaces.

surfaces (4.81 ± 0.90 mm vs 4.69 ± 1.11 mm). Nevertheless, the statistics did not reveal significant differences between the pneumatic types for either the hard smooth surface ($p = 0.18$) or carpet ($p = 0.57$). Then, all the pneumatic tires were gathered into the same group, which showed significantly lower RP values than the solid tires on both surfaces. Hence, the solid tires exhibited a higher RF than the pneumatic tires for any wheel radius (ranging from 0.25 to 0.35 m) (Figure 5).

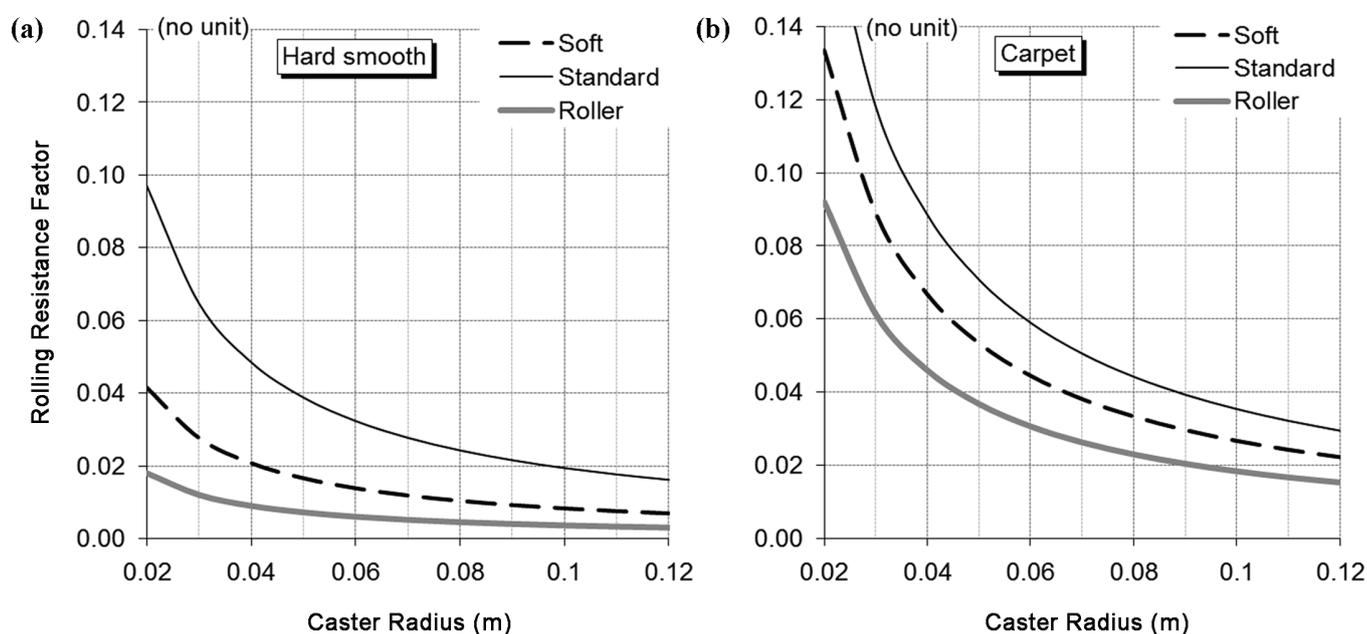


Figure 4.

Evolution of rolling resistance factor of soft (dashed line), standard (thin line), and roller (gray thick line) casters with respect to radius values on (a) hard smooth and (b) carpet surfaces.

Finally, on the hard smooth surface, the pneumatic rear wheels showed a higher RP value than the roller ($p < 0.001$), soft ($p = 0.04$), and standard casters ($p = 0.002$). On carpet, the RP of the pneumatic rear wheels was also higher than those of the roller ($p < 0.001$), soft ($p < 0.001$), and standard ($p < 0.001$) casters. In addition, the effect of the radius variation on RF appeared to be significantly smaller than that for front casters.

Assessment of Manual Wheelchair Rolling Resistance

The accuracy of the MWC rolling resistance assessments was evaluated with a leave-one-out crossvalidation technique (Figure 6). The SEE values were 4.4 and 3.9 N on the hard smooth and carpet surfaces, respectively. Finally, the mean RP values computed from all the data are summarized in Table 3.

DISCUSSION

Modeling the MWC rolling resistance (Equation 4) provided helpful information for decreasing it based on the geometric properties of the MWC. For example, enlarging the wheel radii made decreasing the rolling resistance pos-

sible. The rolling resistance could also be decreased by adjusting the MWC with a change in the rear wheel fore-aft position, which modified the masses applied to the front and rear wheels. For instance, when the front casters exhibited a higher RF than the rear wheels, the latter could be brought forward to decrease the load on the front casters and thus drop the MWC rolling resistance. When RP values for the front and rear wheels are previously known, the RF values can be easily calculated by measuring the wheel radii. Hence, the measurements of the masses applied on front and rear wheels (using weight scale plate-forms) when the user is sitting in the MWC allow estimation (using Equation (4)) of the specific rolling resistance sustained with this MWC. In this case, the required measurements are very easy and fast to do and the method becomes applicable in clinical routine by clinicians or other members of the rehabilitation team.

Because MWC rolling resistance is related to the type of floor, the RP values were determined for two different surfaces: a hard smooth surface and carpet. For that purpose, deceleration tests were performed directly in the field. This experimental setting made it possible to test any surface, which cannot be done with drum-dynamometers [6,8] or treadmills [2,5,16]. During the deceleration tests,

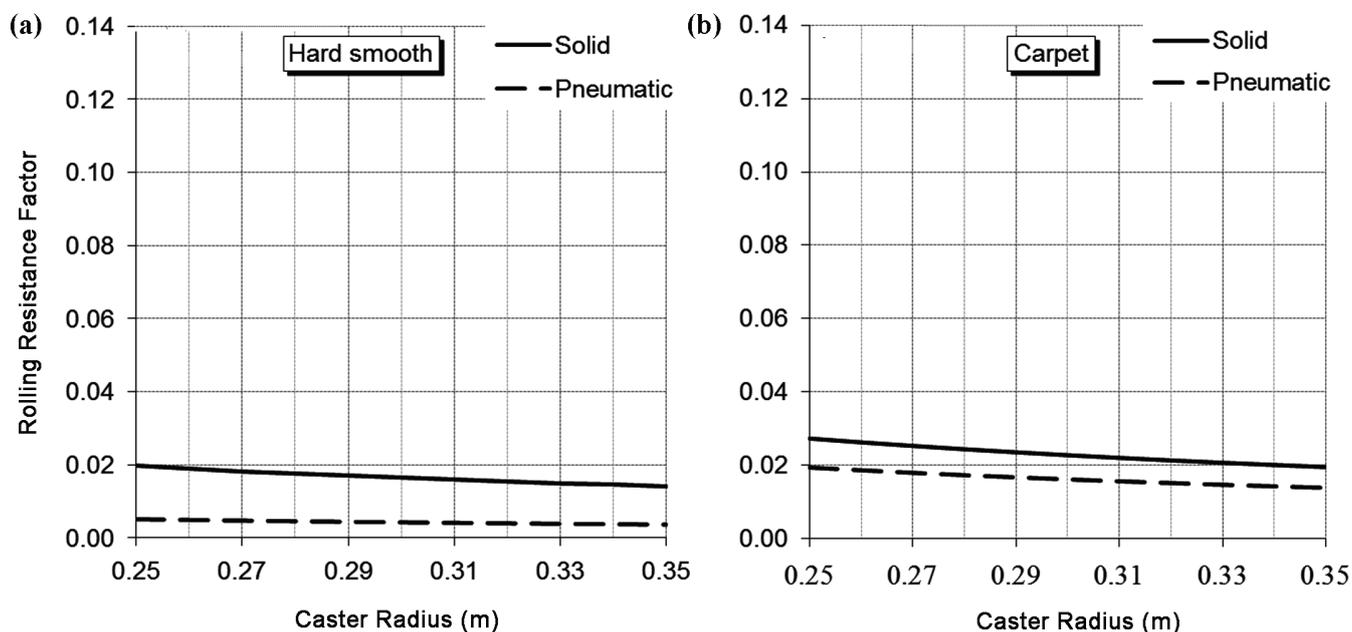


Figure 5.

Evolution of rolling resistance factor of rear wheels solid (solid line) and pneumatic (dashed line) tires with respect to radius values on (a) hard smooth and (b) carpet surfaces.

the bearing resistance, air drag, and wheel toe-in/-out effect were neglected. However, so that these hypotheses could be assumed, the MWC velocity did not exceed 2.5 m/s, the ball-bearings were clean and not overused, and wheel alignments were carried out by rehabilitation experts.

In order to compute the RP values, we performed the deceleration tests with four load settings for each MWC on every surface. The results for these four conditions were then used to solve a system of four equations with only two unknowns. Even though two loads would have been enough, a system of four equations offered more reliable results. Therefore, the variations in RP with the load were neglected based on the good linearity previously found [24].

On the hard smooth surface, the decelerations were consistent with the previous ones obtained on a hardwood gymnasium surface [14–15,17]. On carpet, the decelerations were slightly higher than those obtained on short pile carpet [13] but in the same range as those obtained on an athletic track [11–12,15]. On both surfaces, the deceleration increased with the percentage of the total mass distributed on the front wheels as in the previous observations [4,11–15]. Furthermore, this result

reveals that the rolling resistance of MWC could not be evaluated using a single load setting, as is often done [20,25].

The MWC rolling resistances obtained on the hard smooth surface were consistent with the previous results, ranging from -2.9 to -22.6 N [3,16–19]. On carpet, the rolling resistances were higher than on the hard smooth surface, which confirmed the conclusions of Koontz et al. [26]. These authors found that, for a given velocity, the propelling torque was higher on carpet than on linoleum or tiled floors. Therefore, they suggested that this resulted from higher rolling resistance. Frank and Abel earlier showed that the rolling resistances of casters on carpet were higher than on a vinyl surface [24]. However, they did not use a MWC but a trolley equipped with four casters. Finally, the results make it possible to advise home architects not to use carpet, both to increase the mobility of MWC users and to decrease muscle and joint strain.

For every type of wheel, the RP values were found to be significantly higher on carpet than on the hard smooth surface, which explains the differences noted in the decelerations and rolling resistances. This result is explained by floor deformations for carpet that did not

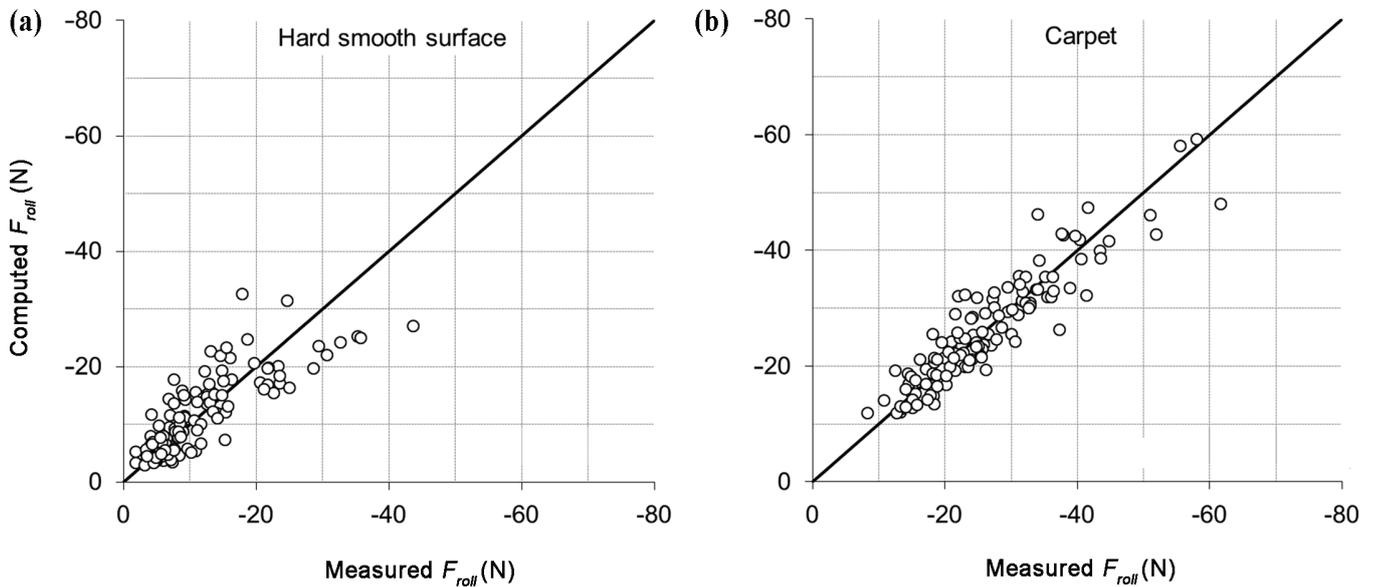


Figure 6.

Comparison of F_{roll} calculated from measured decelerations (Measured F_{roll}) and those computed by leave-one-out crossvalidation technique (Computed F_{roll}) on (a) hard smooth and (b) carpet surfaces. (Solid line is identity line).

Table 3.

Mean \pm standard deviation rolling resistance parameters (RPs) of front and rear wheels according to wheel type.

Type	RP ($\times 10^{-3}$ m)	Hard Smooth	Carpet	<i>p</i> -Value
Front	Soft Caster	0.83 ± 0.34	2.67 ± 0.52	$p = 0.006$
	Standard Caster	1.94 ± 0.85	3.54 ± 0.68	$p < 0.001$
	Roller Caster	0.36 ± 0.14	1.84 ± 0.54	$p = 0.01$
		$p < 0.001$	$p < 0.001$	
Rear	Solid Tire	4.93 ± 1.83	6.92 ± 1.60	
	Pneumatic Tire	1.28 ± 0.73	4.84 ± 1.23	$p < 0.001$
		$p < 0.001$	$p < 0.001$	

occur for the hard smooth surface. As a consequence, the use of a carpet surface should decrease the mobility of MWC users and increase the risk of musculoskeletal disorders.

The high RP of standard casters reflects the low rolling properties of their materials, which require improvements to decrease the rolling resistance. Conversely, roller casters showed materials with high rolling properties. Unexpectedly, although the soft casters were the most deformable, their RP was not the highest. This result could be explained by the high elastic properties of these caster materials. Hence, the RP value depended not only on the wheel softness but also on the elastic proper-

ties of their materials. The effect of the tire pressure, previously demonstrated [2,4], was not found in our results. However, the inclusion of six cambered wheels—which showed slightly higher RP values than noncambered wheels—in the group of tires inflated to 87.0 psi could partially explain the highest RP found for this group. In addition, the pneumatics inflated to 43.5 and 65.0 psi exhibited larger widths than the pneumatics inflated to 87.0 psi, which could also partially explain the fact that the highest RP was obtained for the latter group. Indeed, under the same load and pressure conditions, the contact area would be the same for any tire width. Hence, the main axis of the ellipse area drops with an increase in tire

width, which decreases the RP. Therefore, the expected decrease in the RP with tire pressure might have been impaired by the negative effects of both the camber and thinness of the pneumatics inflated to 87.0 psi. In addition, these results clarify the low effect of the tire pressure from 43.5 to 87.0 psi. However, keep in mind that MWC users generally do not maintain tire pressure, which could lead to a significant increase in the rolling resistance when tire pressure falls below 43.5 psi. Thus, further experiments carried out with different pressures on the same tires would allow both verification and quantification of the influence of the tire pressure on RP. Finally, the solid tires exhibited significantly higher RP values than the pneumatics. Considering that the solid and pneumatic rear wheels had similar radii, the fact that the former exhibited a higher RF than the latter is consistent with the previous results [5–6,27]. Thus, even if solid tires do not need to be maintained, improvements in their materials are required to reach the rolling properties of pneumatic tires. Thus, solid tires would decrease the mobility of MWC users and could lead to potential risks of muscle and joint disorders.

Beyond wheel comparisons, this knowledge of RP values makes determining the wheel radii that provide the same RF possible. For that, the ratio between the radii of the wheels must be the inverse of this between RP. As an example, the standard casters would need radii 5.4 times higher than those of roller casters to provide the same RF on a hard smooth surface. In the same way, pneumatic rear wheels would need radii 3.6-, 1.5-, and 0.7-fold those of roller, soft, and standard casters, respectively, to provide the same RF on a hard smooth surface. Considering that the radii of the front casters generally range from 0.03 to 0.10 m, the RF values of the rear wheels are lower than those of the front casters. Consequently, both clinicians and MWC users should probably not focus on the choice of rear wheel pneumatics but rather on the front casters.

The method presented in this article would help clinicians to make trade-offs, both when choosing MWCs and when making adjustments, based on a quantitative evaluation of the subject-specific MWC rolling resistance. The method includes a mechanical model (**Equation (4)**) and input data (**Table 3**), which just require measurements of the wheel radii and load applied to the front and rear wheels when a user sits in the MWC. Furthermore, the model can be applied to any mechanical system equipped with front and rear wheels (e.g., wheelchairs, strollers, or

medical beds) and only needs a few inputs: wheel radii, masses applied on front and on rear wheels, and specific RP. The input data (RP summarized in **Table 3**) makes reducing the measurements possible, thereby making the method usable in a clinical environment. The validity of the method was investigated with a crossvalidation technique and gave acceptable results when predicting MWC rolling resistances on both tested surfaces. Further experiments performed on other surfaces (indoor and/or outdoor) would be useful to assess the specific MWC rolling resistance on the surface on which the user mainly rolls. However, the use of different types of front and rear wheels will be required on each surface.

Finally, clinicians could use the method to adjust the MWC for users with regard to subject-specific MWC rolling resistance. The method could also be used by engineers to enhance MWCs and by architects to improve the accessibility of private and public buildings for MWC users.

CONCLUSIONS

This study presented a simple and convenient method for the assessment of subject-specific MWC rolling resistance during propulsion on hard smooth and carpet surfaces. Rolling resistance properties were quantified from experiments and used as input data in the model. Thus, the method could be easily incorporated into a clinical routine.

The experiments allowed us to confirm various considerations, such as the higher rolling resistance of (1) solid tires on the rear wheels compared with pneumatic tires, (2) front casters compared with rear wheels, and (3) carpet compared with a hard smooth surface. Thus, carpet and solid tires should be avoided to improve both the mobility and accessibility of MWC users and decrease the potential risk of upper-limb disorders. Although these recommendations already exist, this study provided quantified data comparing several parameters like surfaces and wheel types and sizes.

Assessments of MWC rolling resistances from the method showed acceptable accuracy on both tested surfaces. In addition, this method could easily be implemented in a calculus sheet that would help clinicians to choose a MWC, its wheels, and its adjustments based on the subject and environment. It should also help MWC manufacturers during the development of their products

and should help architects enhance the accessibility of buildings. Finally, daily use of this method in various fields should decrease the rolling resistance sustained by MWC users in their daily life, which would improve their mobility and contribute to the prevention of muscle and joint disorders.

In the future, it would be interesting to enlarge this study to other common indoor or outdoor floors such as asphalt or clay ground. The modeling of the tire pressure effect on the rolling resistance could also be interesting, particularly to quantify the rolling resistance for low pressures, which are often used by MWC users.

ACKNOWLEDGMENTS

Author Contributions:

Study concept and design: C. Sauret, J. Bascou, N. de Saint Rémy, H. Pillet, P. Vaslin.

Acquisition of data: C. Sauret, J. Bascou, N. de Saint Rémy.

Analysis and interpretation of data: C. Sauret, J. Bascou.

Drafting of manuscript: C. Sauret, J. Bascou.

Statistical analysis: C. Sauret, J. Bascou.

Critical revision of manuscript for important intellectual content: H. Pillet, P. Vaslin, F. Lavaste.

Obtained funding: F. Lavaste.

Study supervision: F. Lavaste.

Financial Disclosures: The authors have declared that no competing interests exist.

Funding/Support: This material was based on work supported by the SACR-FRM project, French National Research Agency (ANR-06-TecSan-020) and the Centre d'Etudes et de Recherche sur l'Appareillage des Handicapés (loaned all MWCs required to fulfill this work).

REFERENCES

- Hofstad M, Patterson PE. Modelling the propulsion characteristics of a standard wheelchair. *J Rehabil Res Dev.* 1994;31(2):129–37. [PMID: 7965869]
- Kauzlarich JJ, Thacker JG. Wheelchair tire rolling resistance and fatigue. *J Rehabil Res Dev.* 1985;22(3):25–41. [PMID: 3835263]
- Van der Woude LH, Veeger HE, Dallmeijer AJ, Janssen TW, Rozendaal LA. Biomechanics and physiology in active manual wheelchair propulsion. *Med Eng Phys.* 2001;23(10):713–33. [PMID: 11801413]
- Van der Woude LH, De Groot S, Janssen TW. Manual wheelchairs: Research and innovation in sports and daily life. *Science Sports.* 2006;21(4):226–35.
- Gordon J, Kauzlarich JJ, Thacker JG. Tests of two new polyurethane foam wheelchair tires. *J Rehabil Res Dev.* 1989;26(1):33–46. [PMID: 2918486]
- Kwarciak AM, Yarossi M, Ramanujam A, Dyson-Hudson TA, Sisto SA. Evaluation of wheelchair tire rolling resistance using dynamometer-based coast-down tests. *J Rehabil Res Dev.* 2009;46(7):931–38. [PMID: 20104415]
- Veeger D, Van der Woude LH, Rozendal RH. The effect of rear wheel camber in manual wheelchair propulsion. *J Rehabil Res Dev.* 1989;26(2):37–46. [PMID: 2724151]
- Faupin A, Campillo P, Weissland T, Gorce P, Thevenon A. The effects of rear-wheel camber on the mechanical parameters produced during the wheelchair sprinting of handbasketball athletes. *J Rehabil Res Dev.* 2004;41(3B):421–28. [PMID: 15543460]
- Cooper RA. A systems approach to the modeling of racing wheelchair propulsion. *J Rehabil Res Dev.* 1990;27(2):151–62. [PMID: 2366199]
- Lemaire ED, Lamontagne M, Barclay HW, John T, Martel G. A technique for the determination of center of gravity and rolling resistance for tilt-seat wheelchair. *J Rehabil Res Dev.* 1991;28(3):51–58. [PMID: 1880750]
- Sauret C, De Saint Rémy N, Vaslin P, Cid M, Dabonneville M, Kauffmann P. Theoretical comparison of the resultant braking force applied on a manual wheelchair within a propulsion cycle on the field and on laboratory ergometers. *Model Meas Control C.* 2006;67:43–52.
- Sauret C, Vaslin P, Dabonneville M, Cid M. Drag force mechanical power during an actual propulsion cycle on a manual wheelchair. *IRBM.* 2009;30(1):3–9.
- Sauret C. Cinétique et énergétique de la propulsion en fauteuil roulant manuel [Kinetics and energetics of manual wheelchair propulsion] [dissertation]. Clermont-Ferrand (France): Université Blaise Pascal; 2010. 404 p. French.
- De Saint Rémy N, Vaslin P, Dabonneville M, Martel L, Gavand A. Dynamique de la locomotion en fauteuil roulant manuel : Influences de la masse totale et de sa répartition antéropostérieure sur la résultante des forces de freinage. [Dynamics of manual wheelchair locomotion: Influences of the level and the fore-and-aft distribution of the total mass on the resultant braking force]. *Science Sports.* 2003;18(3):141–49. French.
- De Saint Rémy N. Modélisation et détermination des paramètres biomécaniques de la locomotion en fauteuil roulant manuel [Modeling and computation of biomechanical parameters of manual wheelchair locomotion] [dissertation]. Clermont-Ferrand (France): Université Blaise Pascal; 2005. 234 p. French.
- Brubaker CE, McLaurin CA, McClay IS. Effects of side slope on wheelchair performance. *J Rehabil Res Dev.* 1986;23(2):55–58. [PMID: 3723426]

17. Coutts KD. Dynamic characteristics of a sport wheelchair. *J Rehabil Res Dev*. 1991;28(3):45–50. [PMID: 1880749] <http://dx.doi.org/10.1682/JRRD.1991.07.0045>
18. Coutts KD. Drag and sprint performance of wheelchair basketball players. *J Rehabil Res Dev*. 1994;31(2):138–43. [PMID: 7965870] <http://dx.doi.org/10.1682/JRRD.1994.02.0043>
19. Vinet A, Bernard PL, Ducomps C, Selchow O, Le Gallais D, Micallef JP. A field deceleration test to assess total wheelchair resistance. *Int J Rehabil Res*. 1998;21(4):397–401. [PMID: 9926355] <http://dx.doi.org/10.1097/00004356-199812000-00007>
20. Hoffman MD, Millet GY, Hoch AZ, Candau RB. Assessment of wheelchair drag resistance using a coasting deceleration technique. *Am J Phys Med Rehabil*. 2003;82(11):880–89. [PMID: 14566157] <http://dx.doi.org/10.1097/01.PHM.0000091980.91666.58>
21. Bascou J, Sauret C, Pillet H, Lavaste F, Vaslin P. Error estimations of wheelchair deceleration tests using a 3D accelerometer. *Comp Meth Biomech Biomed Eng*. 2010;13(Suppl 1):21–22. <http://dx.doi.org/10.1080/10255842.2010.490091>
22. Sauret C, Bascou J, Pillet H, Lavaste F, Vaslin P. Repeatability of wheelchair deceleration tests using a 3-D accelerometer. *Comp Meth Biomech Biomed Eng*. 2010;13(Suppl 1):137–38. <http://dx.doi.org/10.1080/10255842.2010.495874>
23. Vaslin P, Dabonneville M. Use of a 3D accelerometer for kinetic analysis of wheelchair propulsion. Proceedings of the 12th Conference of the European Society of Biomechanics; 2000 Aug 28–33; Dublin Ireland. Dublin (Ireland): Royal Academy of Medicine in Ireland; 2000.
24. Frank TG, Abel EW. Measurement of the turning, rolling and obstacle resistance of wheelchair castor wheels. *J Biomed Eng*. 1989;11(6):462–66. [PMID: 2811344] [http://dx.doi.org/10.1016/0141-5425\(89\)90040-X](http://dx.doi.org/10.1016/0141-5425(89)90040-X)
25. Chua JJ, Fuss FK, Subic A. Rolling friction of a rugby wheelchair. *Procedia Engineering*. 2010;2(2):3071–76. <http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2010.04.113>
26. Koontz AM, Cooper RA, Boninger ML, Yang Y, Impink BG, Van der Woude LH. A kinetic analysis of manual wheelchair propulsion during start-up on select indoor and outdoor surfaces. *J Rehabil Res Dev*. 2005;42(4):447–58. [PMID: 16320141] <http://dx.doi.org/10.1682/JRRD.2004.08.0106>
27. Sawatzky BJ, Kim WO, Denison I. The ergonomics of different tyres and tyre pressure during wheelchair propulsion. *Ergonomics*. 2004;47(14):1475–83. [PMID: 15697064] <http://dx.doi.org/10.1080/00140130412331290862>
28. Cabelguen JC. Développement d'outils pour l'analyse et la quantification des interactions utilisateur-fauteuil-environnement lors de déplacements en fauteuil roulant manuel [Development of tools for analysis and quantification of interactions between user, wheelchair and environment during wheelchair moving] [dissertation]. Paris (France): Arts & Metiers ParisTech; 2008. 146 p. French.

Submitted for publication March 18, 2011. Accepted in revised form July 26, 2011.

This article and any supplementary material should be cited as follows:

Sauret C, Bascou J, de Saint Rémy N, Pillet H, Vaslin P, Lavast F. Assessment of field rolling resistance of manual wheelchairs. *J Rehabil Res Dev*. 2012;49(1):XX–XX. <http://dx.doi.org/10.1682/JRRD.2011.03.0050>



ResearcherID: Christophe Sauret, PhD: H-2410-2011; Joseph Bascou, MS: H-2414-2011.

Annexe F

Moment dynamique du fauteuil décélérant en ligne droite

Cette annexe démontre l'égalité entre le moment dynamique du fauteuil $\delta_{FRM,G}$ lors
5 d'un mouvement de décélération libre γ en ligne droite et la somme des moments dyna-
miques de ses roues $\vec{\delta}_{1,O1} + \vec{\delta}_{2,O2} + \vec{\delta}_{3,O3} + \vec{\delta}_{4,O4}$

$$\begin{aligned}\vec{\delta}_{FRM,G} &= \vec{\delta}_{c,G} + \vec{\delta}_{1,G} + \vec{\delta}_{2,G} + \vec{\delta}_{3,G} + \vec{\delta}_{4,G} \\ &= \vec{\delta}_{c,Gc} + \overrightarrow{GG_c} \wedge m_c \vec{\Gamma}_{Gc,c/0} \\ &\quad + \vec{\delta}_{1,O1} + \overrightarrow{GO_1} \wedge m_1 \vec{\Gamma}_{O1,1/0} + \vec{\delta}_{2,O2} + \overrightarrow{GO_2} \wedge m_2 \vec{\Gamma}_{O2,2/0} \\ &\quad + \vec{\delta}_{3,O3} + \overrightarrow{GO_3} \wedge m_3 \vec{\Gamma}_{O3,3/0} + \vec{\delta}_{4,O4} + \overrightarrow{GO_4} \wedge m_4 \vec{\Gamma}_{O4,4/0}\end{aligned}\tag{F.0.1}$$

Rappel :

- G est le centre de gravité du système fauteuil+roues.
- c est le châssis chargé de masses fixes et les solides de 1 à 4 sont les roulettes et
10 roues.
- $\delta_{i,G}$ est le moment dynamique du solide i au point G .
- $\gamma_{Oi, i/0}$ est l'accélération du point Oi , centre de gravité du solide i , par rapport au
sol 0.
- m_i est la masse du solide i .

15 Or, en mouvement de translation du fauteuil, $\vec{\Gamma}_{Gc,c/0} = \vec{\Gamma}_{O1,1/0} = \vec{\Gamma}_{O2,2/0} = \vec{\Gamma}_{O3,3/0} =$
 $\vec{\Gamma}_{O4,4/0} = \vec{\gamma}$.

En se rappelant la propriété du centre de gravité des solides $c, 1, 2, 3, 4$, il est aussi
possible d'écrire pour tout point A :

$$m_c \overrightarrow{AG_c} + m_1 \overrightarrow{AG_1} + m_2 \overrightarrow{AG_2} + m_3 \overrightarrow{AG_3} + m_4 \overrightarrow{AG_4} = m_T \overrightarrow{AG}\tag{F.0.2}$$

Ainsi, en se plaçant au point G :

$$m_c \overrightarrow{GG_c} + m_1 \overrightarrow{GG_1} + m_2 \overrightarrow{GG_2} + m_3 \overrightarrow{GG_3} + m_4 \overrightarrow{GG_4} = m_T \overrightarrow{GG} = \vec{0}\tag{F.0.3}$$

Ainsi, l'équation (F.0.1) peut s'écrire et se simplifier de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
\vec{\delta}_{FRM,G} &= \vec{\delta}_{c,G} + \vec{\delta}_{1,G} + \vec{\delta}_{2,G} + \vec{\delta}_{3,G} + \vec{\delta}_{4,G} \\
&= \vec{\delta}_{c,Gc} + \overrightarrow{GG_c} \wedge m_c \vec{\gamma} \\
&\quad + \vec{\delta}_{1,O1} + \overrightarrow{GO_1} \wedge m_1 \vec{\gamma} + \vec{\delta}_{2,O2} + \overrightarrow{GO_2} \wedge m_2 \vec{\gamma} \\
&\quad + \vec{\delta}_{3,O3} + \overrightarrow{GO_3} \wedge m_3 \vec{\gamma} + \vec{\delta}_{4,O4} + \overrightarrow{GO_4} \wedge m_4 \vec{\gamma} \\
&= \vec{\delta}_{c,Gc} + \vec{\delta}_{1,O1} + \vec{\delta}_{2,O2} + \vec{\delta}_{3,O3} + \vec{\delta}_{4,O4} \\
&\quad + \overrightarrow{GG_c} \wedge m_c \vec{\gamma} + \overrightarrow{GO_1} \wedge m_1 \vec{\gamma} + \overrightarrow{GO_2} \wedge m_2 \vec{\gamma} + \overrightarrow{GO_3} \wedge m_3 \vec{\gamma} + \overrightarrow{GO_4} \wedge m_4 \vec{\gamma} \quad (\text{F.0.4}) \\
&= \vec{\delta}_{c,Gc} + \vec{\delta}_{1,O1} + \vec{\delta}_{2,O2} + \vec{\delta}_{3,O3} + \vec{\delta}_{4,O4} \\
&\quad + (m_c \overrightarrow{GG_c} + m_1 \overrightarrow{GO_1} + m_2 \overrightarrow{GO_2} + m_3 \overrightarrow{GO_3} + m_4 \overrightarrow{GO_4}) \wedge \vec{\gamma} \\
&= \vec{0} + \vec{\delta}_{1,O1} + \vec{\delta}_{2,O2} + \vec{\delta}_{3,O3} + \vec{\delta}_{4,O4} \\
&\quad + (\vec{0}) \wedge \vec{\gamma} \\
&= \vec{0} + \vec{\delta}_{1,O1} + \vec{\delta}_{2,O2} + \vec{\delta}_{3,O3} + \vec{\delta}_{4,O4}
\end{aligned}$$

Dans une vue en 2D, les solides 1 et 2 sont confondus, ainsi que les solides 3 et 4, ainsi en notant f l'indice des roulettes avant et r l'indice des roues arrière :

$$\vec{\delta}_{FRM,G} = \vec{\delta}_{f,O_f} + \vec{\delta}_{r,O_r} \quad (\text{F.0.5})$$

Annexe G

Etude théorique de la rotation libre

G.1 Schéma d'ensemble

FIGURE G.1 – Vue de dessus du fauteuil

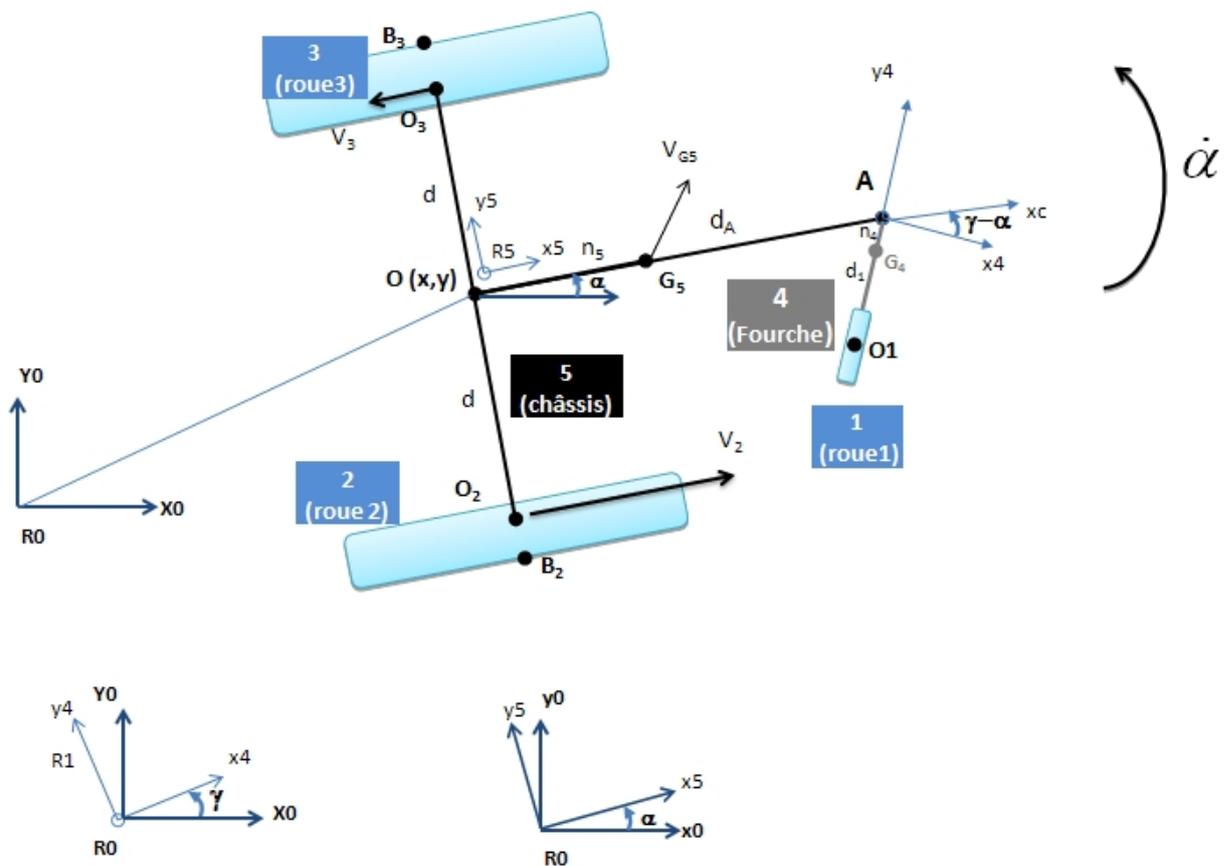


FIGURE G.2 – Vue de droite du fauteuil

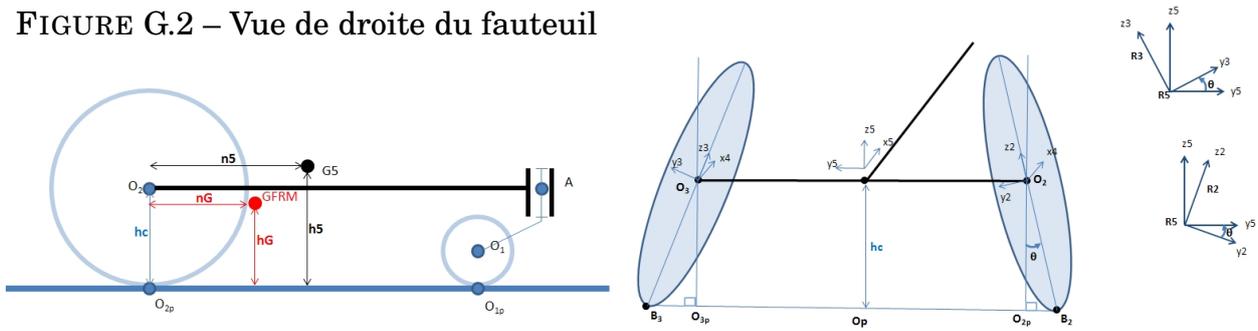


FIGURE G.3 – Schéma de la roue 1

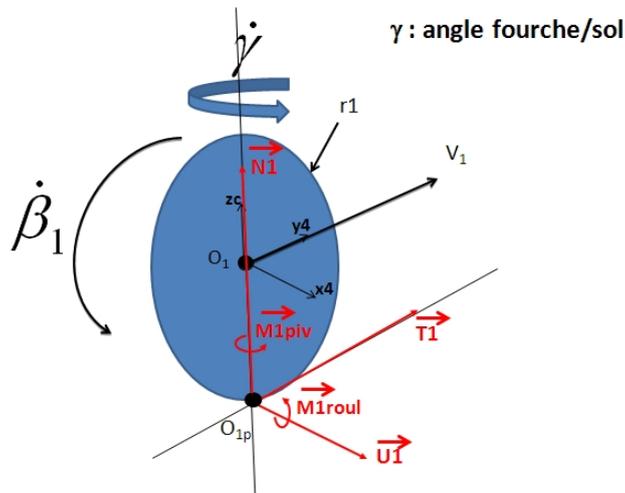


FIGURE G.4 – Schéma de la roue 2

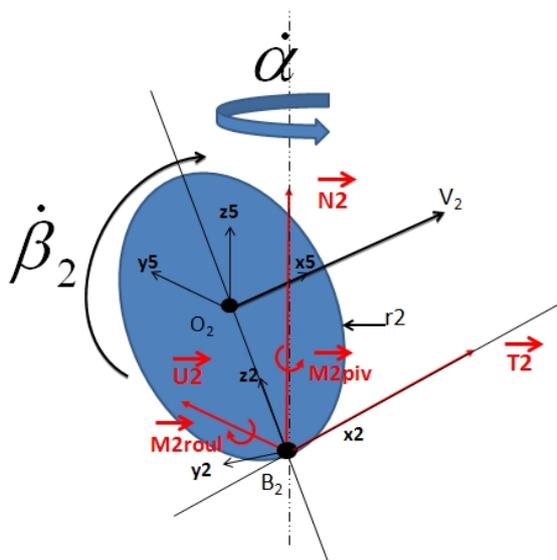
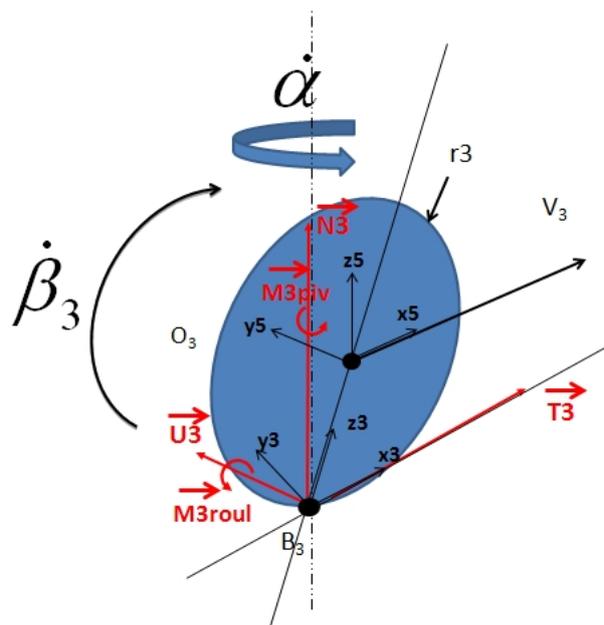


FIGURE G.5 – Schéma de la roue 3



G.2 Hypothèses de modélisation

G.2.1 Hypothèses cinématiques

- Le fauteuil se déplace sur un plan horizontal
- Les inconnues cinématiques sont :
 - 5 ◦ Les coordonnées x et y du point O , origine du repère fauteuil, dans le repère terre R_0 .
 - L'angle α du repère châssis R_5 par rapport au repère R_0 .
 - L'angle γ du repère fourche R_4 par rapport au repère R_0 .
 - Les angles de rotation β_1 , β_2 et β_3 des roues 1, 2 et 3 par rapport à leurs supports : la fourche 4 pour la roue 1 et le châssis 5 pour les roues 2 et 3.
- 10 • Les roues et roulettes du fauteuil roulent sans glisser. La vitesse par rapport au sol de tout point de la zone de contact entre la roue et le sol est nulle. Les points de contact avec le sol étant O_{1p} pour la roulette 1, B_2 pour la grande roue 2 et B_3 pour la grande roue 3. Ceci implique les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\vec{V}_{O_{1p},1/0} &= \vec{0} \\ \vec{V}_{B_2,2/0} &= \vec{0} \\ \vec{V}_{B_3,3/0} &= \vec{0}\end{aligned}\tag{G.2.1}$$

15 G.2.2 Hypothèses sur la dynamique

- Nous négligerons l'évolution du centre de gravité du fauteuil complet, dit *FRM*, constitué des solides $\{1,2,3,4,5\}$, ce même si les position de la fourche 4 et de la roulette avant évoluent par rapport au châssis. La position du centre de gravité de l'ensemble des solides $\{1,2,3,4,5\}$ dans le repère fauteuil sera donc considérée
- 20 comme fixe (cf G.7.4 p 273 pour la validation de cette hypothèse).
- Nous considérerons que la résultante des actions du sol sur les roues et roulettes s'exprime aux points de contact cités ci-dessus.
- La résistance au roulement d'une roue est représentée par un moment, appliqué au point de contact de cette roue avec le sol, ainsi :

$$\begin{aligned}\vec{M}_{roul,O_{1p},0\rightarrow 1} &= -\lambda_1 N_1 s g^*(\dot{\beta}_1) \vec{x}_4 \\ \vec{M}_{roul,B_2,0\rightarrow 2} &= -\lambda_2 N_2 s g^*(\dot{\beta}_2) \vec{y}_5 \\ \vec{M}_{roul,B_3,0\rightarrow 3} &= -\lambda_3 N_3 s g^*(\dot{\beta}_3) \vec{y}_5\end{aligned}\tag{G.2.2}$$

25 Où :

- λ_i est le paramètre de résistance au roulement de la roue i
- $\dot{\beta}_i$ est la vitesse angulaire de la roue i par rapport à son support (la fourche pour la roue 1, le châssis pour les roues 2 et 3)

- $sg^*(\dot{\beta}_i)$ est le signe de $\dot{\beta}_i$, et $sg^*(\dot{\beta}_i) = 0$ si $\dot{\beta}_i = 0$
- N_i est l'effort normal du sol sur la roue i
- Les résistances au pivotement sont exprimées en leur points de contact avec le sol par les moments :

$$\begin{aligned}\vec{M}_{piv,O1p,0 \rightarrow 1} &= -fr_1 N_1 sg^*(\dot{\gamma}) \vec{z}_4 \\ \vec{M}_{piv,B2,0 \rightarrow 2} &= -fr_2 N_2 sg^*(\dot{\alpha} - s\theta \dot{\beta}_2) \vec{z}_5 \\ \vec{M}_{piv,B3,0 \rightarrow 3} &= -fr_3 N_3 sg^*(\dot{\alpha} + s\theta \dot{\beta}_3) \vec{z}_5\end{aligned}\tag{G.2.3}$$

5

Où :

- fr_i est le paramètre de résistance au pivotement de la roue i selon l'axe vertical

G.3 Matrices de passage entre repères

$$V|_{R5} = P_{R5R0} V|_{R0} = \begin{pmatrix} c\alpha & s\alpha & 0 \\ -s\alpha & c\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} V|_{R0}\tag{G.3.1}$$

$$V|_{R4} = P_{R4R0} V|_{R0} = \begin{pmatrix} c\gamma & s\gamma & 0 \\ -s\gamma & c\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} V|_{R0}\tag{G.3.2}$$

10

$$V|_{R0} = P_{R0R4} V|_{R4} = \begin{pmatrix} c\gamma & -s\gamma & 0 \\ s\gamma & c\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} V|_{R4}\tag{G.3.3}$$

$$V|_{R5} = P_{R5R4} V|_{R4} = \begin{pmatrix} c(\gamma - \alpha) & -s(\gamma - \alpha) & 0 \\ s(\gamma - \alpha) & c(\gamma - \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} V|_{R4}\tag{G.3.4}$$

$$V|_{R4} = P_{R4R5} V|_{R5} = \begin{pmatrix} c(\gamma - \alpha) & s(\gamma - \alpha) & 0 \\ -s(\gamma - \alpha) & c(\gamma - \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} V|_{R5}\tag{G.3.5}$$

$$V|_{R2} = P_{R2R5} V|_{R5} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & -s\theta \\ 0 & s\theta & c\theta \end{pmatrix} V|_{R5}\tag{G.3.6}$$

$$V|_{R5} = P_{R5R2} \cdot V|_{R2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & s\theta \\ 0 & -s\theta & c\theta \end{pmatrix} \cdot V|_{R2} \quad (\text{G.3.7})$$

$$V|_{R3} = P_{R3R5} \cdot V|_{R5} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & s\theta \\ 0 & -s\theta & c\theta \end{pmatrix} \cdot V|_{R5} \quad (\text{G.3.8})$$

$$V|_{R5} = P_{R5R3} \cdot V|_{R3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & -s\theta \\ 0 & s\theta & c\theta \end{pmatrix} \cdot V|_{R3} \quad (\text{G.3.9})$$

G.4 Vitesses et résultantes dynamiques

5 G.4.1 Introduction

Cette partie s'attache à définir les torseurs cinématiques des différents points d'intérêt du fauteuil, qui seront utiles aux calculs des torseurs dynamiques impliqués dans les équations tirées du principe fondamental de la dynamique.

G.4.2 Vitesses angulaires des différents solides

10 Nous utiliserons la loi de composition des vitesses angulaires pour exprimer l'ensemble des vitesses angulaires relatives des solides les uns par rapport aux autres. cf G.3 pour les matrices de passages. cf G.1 et suivantes pour les données géométriques.

$$\begin{aligned} \vec{\Omega}_{5/0} &= \dot{\alpha} \vec{z}_5 \\ \vec{\Omega}_{4/0} &= \dot{\gamma} \vec{z}_5 \\ \vec{\Omega}_{1/0} &= \vec{\Omega}_{1/4} + \vec{\Omega}_{4/0} \\ &= \dot{\beta}_1 \vec{x}_4 + \dot{\gamma} \vec{z}_5 \\ \vec{\Omega}_{2/0} &= \vec{\Omega}_{2/5} + \vec{\Omega}_{5/0} \\ &= \dot{\beta}_2 \vec{y}_2 + \dot{\alpha} \vec{z}_5 \\ \vec{\Omega}_{3/0} &= \vec{\Omega}_{3/5} + \vec{\Omega}_{5/0} \\ &= \dot{\beta}_3 \vec{y}_3 + \dot{\alpha} \vec{z}_5 \end{aligned} \quad (\text{G.4.1})$$

Dans le repère châssis R_5 , les vitesses angulaires deviennent :

$$\begin{aligned}
 \vec{\Omega}_{5/0}|_{R_5} &= \dot{\alpha}\vec{z}_5 \\
 \vec{\Omega}_{4/0}|_{R_5} &= \dot{\gamma}\vec{z}_5 \\
 \vec{\Omega}_{1/0}|_{R_5} &= P_{R_5R_4}\dot{\beta}_1\vec{x}_4 + \dot{\gamma}\vec{z}_5 \\
 &= \begin{pmatrix} c(\gamma - \alpha) & -s(\gamma - \alpha) & 0 \\ s(\gamma - \alpha) & c(\gamma - \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dot{\beta}_1\vec{x}_4 + \dot{\gamma}\vec{z}_5 \\
 &= c(\gamma - \alpha)\dot{\beta}_1\vec{x}_5 + s(\gamma - \alpha)\dot{\beta}_1\vec{y}_5 + \dot{\gamma}\vec{z}_5 \\
 \vec{\Omega}_{2/0}|_{R_5} &= P_{R_5R_2}\dot{\beta}_2\vec{y}_2 + \dot{\alpha}\vec{z}_5 \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & s\theta \\ 0 & -s\theta & c\theta \end{pmatrix} \dot{\beta}_2\vec{y}_2 + \dot{\alpha}\vec{z}_5 \\
 &= c\theta\dot{\beta}_2\vec{y}_5 - s\theta\dot{\beta}_2\vec{z}_5 + \dot{\alpha}\vec{z}_5 \\
 &= c\theta\dot{\beta}_2\vec{y}_5 + (-s\theta\dot{\beta}_2 + \dot{\alpha})\vec{z}_5 \\
 \vec{\Omega}_{3/0}|_{R_5} &= P_{R_5R_3}\dot{\beta}_3\vec{y}_3 + \dot{\alpha}\vec{z}_5 \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & -s\theta \\ 0 & s\theta & c\theta \end{pmatrix} \dot{\beta}_3\vec{y}_3 + \dot{\alpha}\vec{z}_5 \\
 &= c\theta\dot{\beta}_3\vec{y}_5 + s\theta\dot{\beta}_3\vec{z}_5 + \dot{\alpha}\vec{z}_5 \\
 &= c\theta\dot{\beta}_3\vec{y}_5 + (s\theta\dot{\beta}_3 + \dot{\alpha})\vec{z}_5
 \end{aligned} \tag{G.4.2}$$

G.4.3 Vitesses linéaires des points d'intérêt

Point O : entraxe arrière

- Vitesse du point O , appartenant à 5, par rapport à 0

$$\overrightarrow{V_{O,5/0}}|_{R_0} = \dot{x}\cdot\vec{x}_0 + \dot{y}\cdot\vec{y}_0$$

- 5 L'expression de sa vitesse dans le repère châssis est donc (cf G.3 pour les matrices de passages) :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{V_{O,5/0}}|_{R_5} &= P_{R_5R_0}\overrightarrow{V_{O,5/0}}|_{R_0} \\
 &= \begin{pmatrix} c\alpha & s\alpha & 0 \\ -s\alpha & c\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overrightarrow{V_{O,5/0}}|_{R_0} \\
 &= (c\alpha\dot{x} + s\alpha\dot{y})\vec{x}_5 + (-s\alpha\dot{x} + c\alpha\dot{y})\vec{y}_5 \\
 &= (c\alpha\dot{x} + s\alpha\dot{y})\vec{x}_5
 \end{aligned} \tag{G.4.3}$$

Nota : équation simplifiée grâce aux hypothèses de non glissement (voir (G.5.10)) $-s\alpha.\dot{x} + c\alpha.\dot{y} = 0$

- Accélération du point O : $\overrightarrow{\Gamma}_{O,5/0}$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\Gamma}_{O,5/0}|_{R5} &= \frac{d}{dt}(\overrightarrow{V}_{O,5/0}) \\ &= \frac{d}{dt}((c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y})\vec{x}_5) \\ &= (c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y})\vec{x}_5 + \dot{\alpha}(c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y})\vec{y}_5\end{aligned}\tag{G.4.4}$$

En considérant les coordonnées (x ;y) du point O dans le repère R_0 , il est aussi possible d'exprimer cette accélération comme :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\Gamma}_{O,5/0}|_{R5} &= P_{R5R0} \overrightarrow{\Gamma}_{O,5/0}|_{R0} \\ &= P_{R5R0} \frac{d}{dt}(\overrightarrow{V}_{O,5/0}|_{R0}) \\ &= P_{R5R0} \frac{d}{dt}(\dot{x}\vec{x}_0 + \dot{y}\vec{y}_0) \\ &= P_{R5R0} \begin{pmatrix} \ddot{x} & \ddot{y} & 0 \end{pmatrix} \\ &= (c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y})\vec{x}_5 + (-s\alpha.\ddot{x} + c\alpha.\ddot{y})\vec{y}_5\end{aligned}\tag{G.4.5}$$

Centre de gravité châssis G_5

- Vitesse du point G_5 : $\overrightarrow{V}_{G5,5/0}$

Nota : le points G_5 , est tel que $\overrightarrow{G_5O} = -n_5\vec{x}_5$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{V}_{G5,5/0} &= \overrightarrow{V}_{O,5/0} + \overrightarrow{G_5O} \wedge \overrightarrow{\Omega}_{5/0} \\ &= (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y})\vec{x}_5 - n_5\vec{x}_5 \wedge \dot{\alpha}\vec{z}_5 = (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y})\vec{x}_5 + n_5\dot{\alpha}\vec{y}_5\end{aligned}\tag{G.4.6}$$

cf (G.4.3) pour l'expression de $\overrightarrow{V}_{O,5/0}$

$$\boxed{\overrightarrow{V}_{G5,5/0} = (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y})\vec{x}_5 + n_5\dot{\alpha}\vec{y}_5}\tag{G.4.7}$$

- Accélération du point G_5 : $\overrightarrow{\Gamma}_{G5,5/0}$

Nota : utilisation de (G.4.6) et de (G.4.4)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\Gamma}_{G5,5/0} &= \frac{d\overrightarrow{V}_{G5,5/0}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\overrightarrow{V}_{O,5/0} + n_5.\dot{\alpha}.\vec{y}_5 \right) \\ &= (c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y})\vec{x}_5 + (-s\alpha.\ddot{x} + c\alpha.\ddot{y})\vec{y}_5 + n_5.\ddot{\alpha}.\vec{y}_5 - n_5.\dot{\alpha}^2.\vec{x}_5\end{aligned}$$

$$\boxed{\overrightarrow{\Gamma}_{G5,5/0}|_{R5} = [c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y} - n_5.\dot{\alpha}^2] .\vec{x}_5 + [-s\alpha.\ddot{x} + c\alpha.\ddot{y} + n_5.\ddot{\alpha}] .\vec{y}_5}\tag{G.4.8}$$

Point O2

- Vitesse du point O2 : $\overrightarrow{V_{O2,2/0}}$

Nota : utilisation de (G.4.3)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{V_{O2,2/0}} &= \overrightarrow{V_{O2,5/0}} = \overrightarrow{V_{O,5/0}} + \overrightarrow{O_2O} \wedge \overrightarrow{\Omega_{5/0}} = (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y})\vec{x}_5 + d.\vec{y}_5 \wedge \dot{\alpha}.\vec{z}_5 \\ &= (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y})\vec{x}_5 + d.\dot{\alpha}\vec{x}_5\end{aligned}\quad (\text{G.4.9})$$

$$\boxed{\overrightarrow{V_{O2,5/0}}|_{R5} = (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y} + d.\dot{\alpha})\vec{x}_5}\quad (\text{G.4.10})$$

- 5 • Accélération du point O2 : $\overrightarrow{\Gamma_{O2,2/0}}$

Nota : utilisation de (G.4.9) et de (G.4.4)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\Gamma_{O2,2/0}} &= \frac{d\overrightarrow{V_{O2,5/0}}}{dt} = \frac{d}{dt}(\overrightarrow{V_{O,5/0}} + d\dot{\alpha}.\vec{x}_5) \\ &= (c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y})\vec{x}_5 + (-s\alpha.\ddot{x} + c\alpha.\ddot{y})\vec{y}_5 + d.\ddot{\alpha}.\vec{x}_5 + d.\dot{\alpha}^2.\vec{y}_5\end{aligned}\quad (\text{G.4.11})$$

$$\boxed{\begin{aligned}\overrightarrow{\Gamma_{O2,5/0}}|_{R5} &= [c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y} + d.\ddot{\alpha}].\vec{x}_5 \\ &\quad + [-s\alpha.\ddot{x} + c\alpha.\ddot{y} + d.\dot{\alpha}^2].\vec{y}_5\end{aligned}}\quad (\text{G.4.12})$$

Point O3

- Vitesse du point O3 : $\overrightarrow{V_{O3,3/0}}$

10 Nota : utilisation de (G.4.3)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{V_{O3,3/0}} &= \overrightarrow{V_{O3,5/0}} = \overrightarrow{V_{O,5/0}} + \overrightarrow{O_3O} \wedge \overrightarrow{\Omega_{5/0}} = (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y})\vec{x}_5 - d.\vec{y}_5 \wedge \dot{\alpha}.\vec{z}_5 \\ &= (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y})\vec{x}_5 - d.\dot{\alpha}\vec{x}_5\end{aligned}\quad (\text{G.4.13})$$

$$\boxed{\overrightarrow{V_{O3,3/0}}|_{R5} = (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y} - d.\dot{\alpha})\vec{x}_5}\quad (\text{G.4.14})$$

- Accélération du point O3, appartenant au Châssis/sol, dans R5

Nota : utilisation de (G.4.13) et de (G.4.4)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\Gamma_{O3,3/0}} &= \frac{d\overrightarrow{V_{O3,5/0}}}{dt} = \frac{d}{dt}(\overrightarrow{V_{O,5/0}} - d\dot{\alpha}.\vec{x}_5) \\ &= (c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y})\vec{x}_5 + (-s\alpha.\ddot{x} + c\alpha.\ddot{y})\vec{y}_5 - d.\ddot{\alpha}.\vec{x}_5 - d.\dot{\alpha}^2.\vec{y}_5\end{aligned}\quad (\text{G.4.15})$$

$$\boxed{\begin{aligned}\overrightarrow{\Gamma_{O3,3/0}}|_{R5} &= [c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y} - d.\ddot{\alpha}].\vec{x}_5 \\ &\quad + [-s\alpha.\ddot{x} + c\alpha.\ddot{y} - d.\dot{\alpha}^2].\vec{y}_5\end{aligned}}\quad (\text{G.4.16})$$

15 **Point A**

- Vitesse du point A : $\overrightarrow{V_{A,4/0}}$

Nota : le points A est tel que $\overrightarrow{AO} = d_A\vec{x}_5$, utilisation de (G.4.3).

$$\begin{aligned}\overrightarrow{V_{A,4/0}} &= \overrightarrow{V_{A,5/0}} = \overrightarrow{V_{O,5/0}} + \overrightarrow{AO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{5/0}} \\ &= (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y})\vec{x}_5 - d_A.\vec{x}_5 \wedge \dot{\alpha}.\vec{z}_5 \\ &= (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y})\vec{x}_5 + d_A.\dot{\alpha}.\vec{y}_5\end{aligned}\quad (\text{G.4.17})$$

$$\boxed{\overrightarrow{V}_{A,4/0} = \overrightarrow{V}_{A,5/0} = (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y})\vec{x}_5 + d_A.\dot{\alpha}.\vec{y}_5} \quad (\text{G.4.18})$$

- Accélération du point A : $\overrightarrow{\Gamma}_{A,4/0}$

Nota : utilisation de (G.4.17) et de (G.4.4).

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Gamma}_{A,4/0} &= \frac{d\overrightarrow{V}_{A,5/0}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\overrightarrow{V}_{O,5/0} + d_A.\dot{\alpha}.\vec{y}_5 \right) \\ &= (c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y})\vec{x}_5 + (-s\alpha.\ddot{x} + c\alpha.\ddot{y})\vec{y}_5 + d_A.\ddot{\alpha}.\vec{y}_5 - d_A.\dot{\alpha}^2.\vec{x}_5 \end{aligned}$$

$$\boxed{\overrightarrow{\Gamma}_{A,5/0}|_{R5} = (c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y} - d_A.\dot{\alpha}^2)\vec{x}_5 + (-s\alpha.\ddot{x} + c\alpha.\ddot{y} + d_A.\ddot{\alpha})\vec{y}_5} \quad (\text{G.4.19})$$

5 Point O1

- Vitesse du point O1 : $\overrightarrow{V}_{O1,1/0}$

Nota : utilisation de (G.4.17)

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V}_{O1,1/0} &= \overrightarrow{V}_{O1,4/0} \\ &= \overrightarrow{V}_{A,4/0} + \overrightarrow{O_1A} \wedge \vec{\Omega}_{4/0} \\ &= \overrightarrow{V}_{A,4/0} + d_1\vec{y}_4 \wedge \dot{\gamma}.\vec{z}_5 \\ &= (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y})\vec{x}_5 + d_A.\dot{\alpha}.\vec{y}_5 + d_1\dot{\gamma}\vec{x}_4 \end{aligned} \quad (\text{G.4.20})$$

\Leftrightarrow

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V}_{O1,1/0}|_{R5} &= (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y})\vec{x}_5 + d_A.\dot{\alpha}.\vec{y}_5 + d_1\dot{\gamma}(c(\gamma - \alpha)\vec{x}_5 + s(\gamma - \alpha)\vec{y}_5) \\ &= (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y} + d_1\dot{\gamma}c(\gamma - \alpha))\vec{x}_5 + (d_A.\dot{\alpha} + d_1\dot{\gamma}s(\gamma - \alpha))\vec{y}_5 \end{aligned}$$

$$\boxed{\overrightarrow{V}_{O1,1/0}|_{R5} = (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y} + d_1\dot{\gamma}c(\gamma - \alpha))\vec{x}_5 + (d_A.\dot{\alpha} + d_1\dot{\gamma}s(\gamma - \alpha))\vec{y}_5} \quad (\text{G.4.21})$$

- Accélération du point O1 : $\overrightarrow{\Gamma}_{O1,1/0}$

10 Nota : utilisation de (G.4.20) et (G.4.19)

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Gamma}_{O1,1/0} &= \frac{d\overrightarrow{V}_{O1,1/0}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{V}_{O1,4/0}}{dt} \\ &= \frac{d}{dt} (\overrightarrow{V}_{A,4/0} + d_1\dot{\gamma}(c(\gamma - \alpha)\vec{x}_5 + s(\gamma - \alpha)\vec{y}_5)) \\ &= (c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y} - d_A.\dot{\alpha}^2)\vec{x}_5 + (-s\alpha.\ddot{x} + c\alpha.\ddot{y} + d_A.\ddot{\alpha})\vec{y}_5 \\ &\quad + d_1\ddot{\gamma}(c(\gamma - \alpha)\vec{x}_5 + s(\gamma - \alpha)\vec{y}_5) + d_1\dot{\gamma}(\dot{\alpha}c(\gamma - \alpha)\vec{y}_5 - \dot{\alpha}s(\gamma - \alpha)\vec{x}_5) \\ &\quad + d_1\dot{\gamma}(-(\dot{\gamma} - \dot{\alpha})s(\gamma - \alpha)\vec{x}_5 + (\dot{\gamma} - \dot{\alpha})c(\gamma - \alpha)\vec{y}_5) \\ &= (c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y} - d_A.\dot{\alpha}^2 + d_1\ddot{\gamma}c(\gamma - \alpha) - d_1\dot{\gamma}\dot{\alpha}s(\gamma - \alpha) - d_1\dot{\gamma}(\dot{\gamma} - \dot{\alpha})s(\gamma - \alpha))\vec{x}_5 \\ &\quad + (-s\alpha.\ddot{x} + c\alpha.\ddot{y} + d_A.\ddot{\alpha} + d_1\ddot{\gamma}s(\gamma - \alpha) + d_1\dot{\gamma}\dot{\alpha}c(\gamma - \alpha) + d_1\dot{\gamma}(\dot{\gamma} - \dot{\alpha})c(\gamma - \alpha))\vec{y}_5 \\ &= (c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y} - d_A.\dot{\alpha}^2 + d_1\ddot{\gamma}c(\gamma - \alpha) - d_1\dot{\gamma}^2s(\gamma - \alpha))\vec{x}_5 \\ &\quad + (-s\alpha.\ddot{x} + c\alpha.\ddot{y} + d_A.\ddot{\alpha} + d_1\ddot{\gamma}s(\gamma - \alpha) + d_1\dot{\gamma}^2c(\gamma - \alpha))\vec{y}_5 \end{aligned} \quad (\text{G.4.22})$$

$$\overrightarrow{\Gamma}_{O_{1,1}/0} = \begin{matrix} (c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y} - d_A.\dot{\alpha}^2 + d_1\ddot{\gamma}c(\gamma - \alpha) - d_1\dot{\gamma}^2s(\gamma - \alpha)) \vec{x}_5 \\ + (-s\alpha.\ddot{x} + c\alpha.\ddot{y} + d_A.\ddot{\alpha} + d_1\ddot{\gamma}s(\gamma - \alpha) + d_1\dot{\gamma}^2c(\gamma - \alpha)) \vec{y}_5 \end{matrix} \quad (\text{G.4.23})$$

Point G4, centre de gravité de la fourche 4

Ce point appartient au même solide que O_1 (fourche 4) et les points A , G_4 et O_1 sont alignés, donc la construction de ses vitesse et accélération ne diffère de celles du point O_1 (cf (G.4.20) et (G.4.23) pour les vitesses et accélération de O_1) que par une distance au point A différente.

$$\overrightarrow{V}_{G_{4,4}/0}|_{R5} = \begin{matrix} (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y} + n_4\dot{\gamma}c(\gamma - \alpha)) \vec{x}_5 \\ + (d_A.\dot{\alpha} + n_4\dot{\gamma}s(\gamma - \alpha)) \vec{y}_5 \end{matrix} \quad (\text{G.4.24})$$

$$\overrightarrow{\Gamma}_{G_{4,4}/0} = \begin{matrix} (c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y} - d_A.\dot{\alpha}^2 + n_4\ddot{\gamma}c(\gamma - \alpha) - n_4\dot{\gamma}^2s(\gamma - \alpha)) \vec{x}_5 \\ + (-s\alpha.\ddot{x} + c\alpha.\ddot{y} + d_A.\ddot{\alpha} + n_4\ddot{\gamma}s(\gamma - \alpha) + n_4\dot{\gamma}^2c(\gamma - \alpha)) \vec{y}_5 \end{matrix} \quad (\text{G.4.25})$$

G.4.4 Résultante dynamique du fauteuil complet

La résultante dynamique du fauteuil complet est la somme des accélérations des centres de gravité de ses différents solides, affectées de leurs masses (cf accélérations (G.4.8) p 240, (G.4.12) p 241, (G.4.15) p 241, (G.4.23) p 243, (G.4.25) p 243).

Nota : les termes $m_2d\ddot{\alpha}$ et $-m_3d\ddot{\alpha}$, apparaissant dans les résultantes dynamiques des roues 2 et 3 selon l'axe \vec{x}_5 , s'annulent car les roues 2 et 3 sont considérées comme symétriques et donc de masses égales.

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{R_{FRM}} &= m_5 \overrightarrow{\Gamma_{G5,5/0}} + m_1 \overrightarrow{\Gamma_{O1,1/0}} + m_2 \overrightarrow{\Gamma_{O2,2/0}} + m_3 \overrightarrow{\Gamma_{O3,3/0}} + m_4 \overrightarrow{\Gamma_{G4,4/0}} \\
 &= \begin{pmatrix} \ddot{x} * (m_5 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4) * c\alpha \\ + \ddot{y} * (m_5 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4) * s\alpha \\ + \ddot{\gamma} * (m_1 d_1 + m_4 n_4) * c(\gamma - \alpha) \\ + \dot{\alpha}^2 * (-m_5 n_5 - m_1 d_A - m_4 d_A) \\ + \dot{\gamma}^2 * (-m_1 d_1 - m_4 n_4) * s(\gamma - \alpha) \\ \\ - \ddot{x} * s\alpha * (m_5 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4) \\ + \ddot{y} * c\alpha * (m_5 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4) \\ + \ddot{\alpha} * (m_5 n_5 + m_1 d_A + m_4 d_A) \\ + \ddot{\gamma} * (m_1 d_1 + m_4 n_4) * s(\gamma - \alpha) \\ + \dot{\gamma}^2 * (m_1 d_1 + m_4 n_4) * c(\gamma - \alpha) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ 0 \\ c_{14} \\ c_{17} \\ c_{18} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\gamma}^2 \end{pmatrix} \\ \\ \begin{pmatrix} c_{21} \\ c_{22} \\ c_{23} \\ c_{24} \\ 0 \\ c_{28} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\gamma}^2 \end{pmatrix} \\ 0 \end{pmatrix}_{R5}
 \end{aligned}
 \tag{G.4.26}$$

Avec :

$c_{11} = (m_5 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4) * c\alpha$	$c_{21} = -s\alpha * (m_5 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4)$
$c_{12} = (m_5 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4) * s\alpha$	$c_{22} = c\alpha * (m_5 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4)$
$c_{14} = (m_1 * d_1 + m_4 * n_4) * c(\gamma - \alpha)$	$c_{23} = (m_5 * n_5 + m_1 * d_A + m_4 * d_A)$
$c_{17} = (-m_5 * n_5 - m_1 * d_A - m_4 * d_A)$	$c_{24} = (m_1 * d_1 + m_4 * n_4) * s(\gamma - \alpha)$
$c_{18} = (-m_1 * d_1 - m_4 * n_4) * s(\gamma - \alpha)$	$c_{28} = (m_1 * d_1 + m_4 * n_4) * c(\gamma - \alpha)$

G.5 Interprétation des conditions de roulement sans glissement

D'après les hypothèses (v. section G.2), les roues roulent sans glisser aux points $O1_p$, B_2 et B_3 . Les vitesses relatives roue/sol en ces points sont nulles.

G.5.1 Roulement sans glissement de la roue 1

L'expression de la vitesse en $\vec{V}_{O1p,1/0}$ grâce à la vitesse $\vec{V}_{O,5/0}$ nous permet d'exprimer $\dot{\beta}_1$ en fonction des autres variables cinématiques et d'obtenir une équation liant les variables x, y, α, γ .

G.5.1.1 Expression de la vitesse de O_{1p} grâce aux variables cinématiques

Nota : utilisation des équations : (G.4.2) et (G.4.20)

$$\begin{aligned}
 \vec{V}_{O_{p1},1/0}|_{R5} &= \vec{V}_{O_{1,1/0}} + \overrightarrow{O_{p1}O_1} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} \\
 &= (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y} + d_1\dot{\gamma}c(\gamma - \alpha)) \vec{x}_5 + (d_A.\dot{\alpha} + d_1\dot{\gamma}s(\gamma - \alpha)) \vec{y}_5 \\
 &\quad + r_1\vec{z}_5 \wedge (c(\gamma - \alpha)\dot{\beta}_1\vec{x}_5 + s(\gamma - \alpha)\dot{\beta}_1\vec{y}_5 + \dot{\gamma}\vec{z}_5) \\
 &= (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y} + d_1\dot{\gamma}c(\gamma - \alpha)) \vec{x}_5 + (d_A.\dot{\alpha} + d_1\dot{\gamma}s(\gamma - \alpha)) \vec{y}_5 \\
 &\quad + r_1c(\gamma - \alpha)\dot{\beta}_1\vec{y}_5 - r_1s(\gamma - \alpha)\dot{\beta}_1\vec{x}_5 \\
 &= \left(c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y} + d_1\dot{\gamma}c(\gamma - \alpha) - r_1s(\gamma - \alpha)\dot{\beta}_1 \right) \vec{x}_5 \\
 &\quad + \left(d_A.\dot{\alpha} + d_1\dot{\gamma}s(\gamma - \alpha) + r_1c(\gamma - \alpha)\dot{\beta}_1 \right) \vec{y}_5
 \end{aligned}$$

\Leftrightarrow

$$\begin{aligned}
 \vec{V}_{O_{p1},1/0}|_{R4} &= P_{R4R5} \cdot V_{O_{p1},1/0}|_{R5} \\
 &= \begin{pmatrix} c(\gamma - \alpha) & s(\gamma - \alpha) & 0 \\ -s(\gamma - \alpha) & c(\gamma - \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y} + d_1\dot{\gamma}c(\gamma - \alpha) - r_1s(\gamma - \alpha)\dot{\beta}_1 \\ d_A.\dot{\alpha} + d_1\dot{\gamma}s(\gamma - \alpha) + r_1c(\gamma - \alpha)\dot{\beta}_1 \\ 0 \end{pmatrix}_{R5} \\
 &= [c\alpha \ c(\gamma - \alpha) \ \dot{x} + s\alpha \ c(\gamma - \alpha) \ \dot{y} + d_1 \ \dot{\gamma} + d_A \ \dot{\alpha} \ s(\gamma - \alpha)] \vec{x}_4 \\
 &\quad + [-s(\gamma - \alpha)c\alpha.\dot{x} - s(\gamma - \alpha)s\alpha.\dot{y} + r_1\dot{\beta}_1 + d_A.\dot{\alpha}c(\gamma - \alpha)] \vec{y}_4
 \end{aligned} \tag{G.5.1}$$

G.5.1.2 Expression de $\dot{\beta}_1$

En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement de la roue 1 suivant l'axe \vec{y}_4 , nous pouvons poser $\overrightarrow{V}_{O_{1p},1/0}|_{R4} \cdot \vec{y}_4 = 0$, ce qui donne l'équation suivante :

$$\boxed{\dot{\beta}_1 = \frac{s(\gamma - \alpha)c\alpha\dot{x} + s(\gamma - \alpha)s\alpha\dot{y} - d_Ac(\gamma - \alpha)\dot{\alpha}}{r_1}} \tag{G.5.2}$$

G.5.1.3 Etablissement de la 1e équation de liaison

En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement de la roue 1 suivant l'axe \vec{x}_4 , $\overrightarrow{V}_{O_{1p},1/0}|_{R4} \cdot \vec{x}_4 = 0$, ce qui donne l'équation suivante :

$$c(\gamma - \alpha) * (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y}) + s(\gamma - \alpha) * d_A\dot{\alpha} + d_1.\dot{\gamma} = 0 \tag{G.5.3}$$

En dérivant cette expression par rapport au temps, et en sachant que $-s\alpha\dot{x} + c\alpha\dot{y} = 0$ (cf (G.5.10), non glissement des roues arrières 2 et 3) nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 &\frac{d}{dt} (c(\gamma - \alpha) * c\alpha\dot{x} + c(\gamma - \alpha) * s\alpha\dot{y} + s(\gamma - \alpha) * d_A\dot{\alpha} + d_1\dot{\gamma}) = 0 \\
 \Leftrightarrow &\begin{pmatrix} c(\gamma - \alpha) * c\alpha.\ddot{x} + c(\gamma - \alpha) * s\alpha\ddot{y} + s(\gamma - \alpha) * d_A\ddot{\alpha} + d_1\ddot{\gamma} \\ -c(\gamma - \alpha) * s\alpha\dot{x}\dot{\alpha} + c(\gamma - \alpha) * c\alpha\dot{y}\dot{\alpha} + c(\gamma - \alpha) * d_A\dot{\alpha} * (\dot{\gamma} - \dot{\alpha}) \\ -s(\gamma - \alpha) * c\alpha\dot{x}(\dot{\gamma} - \dot{\alpha}) - s(\gamma - \alpha) * s\alpha\dot{y}(\dot{\gamma} - \dot{\alpha}) \end{pmatrix} = 0
 \end{aligned} \tag{G.5.4}$$

**G.5. INTERPRÉTATION DES CONDITIONS DE ROULEMENT SANS
GLISSEMENT**

Or, comme nous le verrons en (G.5.10), le terme $-s\alpha\dot{x} + c\alpha\dot{y} = 0$ du fait de l'hypothèse de non glissement des roues arrières 2 et 3. Le terme $-c(\gamma - \alpha) * s\alpha\dot{x}\dot{\alpha} + c(\gamma - \alpha) * c\alpha\dot{y}\dot{\alpha} = c(\gamma - \alpha)\dot{\alpha}(-s\alpha\dot{x} + c\alpha\dot{y})$ disparaît, l'équation G.5.4 devient donc :

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{c} c(\gamma - \alpha) * c\alpha\ddot{x} + c(\gamma - \alpha) * s\alpha\ddot{y} + s(\gamma - \alpha) * d_A\ddot{\alpha} + d_1\ddot{\gamma} \\ + c(\gamma - \alpha) * d_A\dot{\alpha} * (\dot{\gamma} - \dot{\alpha}) \\ - s(\gamma - \alpha) * c\alpha\dot{x}(\dot{\gamma} - \dot{\alpha}) - s(\gamma - \alpha) * s\alpha\dot{y}(\dot{\gamma} - \dot{\alpha}) \end{array} \right) = 0 \\ \Leftrightarrow & \left(\begin{array}{c} \ddot{x} * c\alpha * c(\gamma - \alpha) + \ddot{y} * s\alpha * c(\gamma - \alpha) + \ddot{\alpha} * d_A * s(\gamma - \alpha) + d_1 * \ddot{\gamma} \\ + \dot{x}\dot{\alpha} * (+c\alpha * s(\gamma - \alpha)) + \dot{y}\dot{\alpha} * (+s\alpha * s(\gamma - \alpha)) \\ - \dot{x}\dot{\gamma} * c\alpha * s(\gamma - \alpha) - \dot{y}\dot{\gamma} * s\alpha * s(\gamma - \alpha) - \dot{\alpha}^2 * d_A * c(\gamma - \alpha) \\ + \dot{\alpha}\dot{\gamma} * d_A * c(\gamma - \alpha) \end{array} \right) = 0 \\ \Leftrightarrow & \left(\begin{array}{c} \ddot{x} * c\alpha * c(\gamma - \alpha) + \ddot{y} * s\alpha * c(\gamma - \alpha) \\ + \ddot{\alpha} * d_A * s(\gamma - \alpha) + d_1 * \ddot{\gamma} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} -\dot{x}\dot{\alpha} * (+c\alpha * s(\gamma - \alpha)) \\ -\dot{y}\dot{\alpha} * (+s\alpha * s(\gamma - \alpha)) \\ +\dot{x}\dot{\gamma} * c\alpha * s(\gamma - \alpha) + \dot{y}\dot{\gamma} * s\alpha * s(\gamma - \alpha) \\ +\dot{\alpha}^2 * d_A * c(\gamma - \alpha) - \dot{\alpha}\dot{\gamma} * d_A * c(\gamma - \alpha) \end{array} \right) \end{aligned} \quad (\text{G.5.5})$$

Mise sous forme matricielle, l'équation devient

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{c} c\alpha * c(\gamma - \alpha) \\ s\alpha * c(\gamma - \alpha) \\ d_A * s(\gamma - \alpha) \\ d_1 \end{array} \right) * \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} -c\alpha * s(\gamma - \alpha) \\ -s\alpha * s(\gamma - \alpha) \\ +d_A * c(\gamma - \alpha) \\ +c\alpha * s(\gamma - \alpha) \\ +s\alpha * s(\gamma - \alpha) \\ -d_A * c(\gamma - \alpha) \end{array} \right) * \left(\begin{array}{c} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{array} \right) \\ \Leftrightarrow & \left(\begin{array}{c} g_{11} \\ g_{12} \\ g_{13} \\ g_{14} \end{array} \right) * \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} h_{11} \\ h_{12} \\ h_{13} \\ h_{19} \\ h_{1A} \\ h_{1B} \end{array} \right) * \left(\begin{array}{c} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{array} \right) \end{aligned} \quad (\text{G.5.6})$$

5 Avec :

$g_{11} = c\alpha * c(\gamma - \alpha)$	$h_{11} = -c\alpha * s(\gamma - \alpha)$
$g_{12} = s\alpha * c(\gamma - \alpha)$	$h_{12} = -s\alpha * s(\gamma - \alpha)$
$g_{13} = d_A * s(\gamma - \alpha)$	$h_{13} = d_A * c(\gamma - \alpha)$
$g_{14} = d_1$	$h_{19} = c\alpha * s(\gamma - \alpha)$
	$h_{1A} = s\alpha * s(\gamma - \alpha)$
	$h_{1B} = -d_A * c(\gamma - \alpha)$

G.5.2 Roulement sans glissement de la roue 2

L'expression de la vitesse $\vec{V}_{B_2,2/0}$ grâce à la vitesse $\vec{V}_{O,5/0}$ nous permet d'exprimer $\dot{\beta}_2$ en fonction des autres variables cinématiques et d'obtenir une équation liant les variables x et y .

5 G.5.2.1 Expression de la vitesse du point B2

$$\begin{aligned}
 \vec{V}_{B_2,2/0}|_{R_5} &= \vec{V}_{O_2,2/0} + \overrightarrow{B_2O_2} \wedge \vec{\Omega}_{2/0} \\
 &= \vec{V}_{O,5/0} + \overrightarrow{O_2O} \wedge \vec{\Omega}_{5/0} + \overrightarrow{B_2O_2} \wedge \vec{\Omega}_{2/0} \\
 &= (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y}) \vec{x}_5 + (-s\alpha.\dot{x} + c\alpha.\dot{y}) \vec{y}_5 + d\dot{\alpha}\vec{x}_5 \\
 &\quad + [r_2c\theta\vec{z}_5 + r_2s\theta\vec{y}_5] \wedge [c\theta\dot{\beta}_2\vec{y}_5 + (-s\theta\dot{\beta}_2 + \dot{\alpha})\vec{z}_5] \\
 &= (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y} + d\dot{\alpha}) \vec{x}_5 + (-s\alpha.\dot{x} + c\alpha.\dot{y}) \vec{y}_5 \\
 &\quad - r_2c^2\theta\dot{\beta}_2\vec{x}_5 + (-r_2s^2\theta\dot{\beta}_2 + r_2s\theta\dot{\alpha})\vec{x}_5 \\
 &= \left(c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y} + d\dot{\alpha} - r_2\dot{\beta}_2 + r_2s\theta\dot{\alpha} \right) \vec{x}_5 \\
 &\quad + (-s\alpha.\dot{x} + c\alpha.\dot{y}) \vec{y}_5
 \end{aligned} \tag{G.5.7}$$

G.5.2.2 Expression de $\dot{\beta}_2$

En projetant la vitesse $\vec{V}_{B_2,2/0}$ sur l'axe \vec{x}_5 et en exprimant l'hypothèse de roulement sans glissement, l'équation (G.5.7) permet d'écrire :

$$c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y} + d\dot{\alpha} - r_2\dot{\beta}_2 + r_2s\theta\dot{\alpha} = 0 \tag{G.5.8}$$

Et donc :

$$\boxed{\dot{\beta}_2 = \frac{\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha + \dot{\alpha}(d + r_2s\theta)}{r_2}} \tag{G.5.9}$$

10 G.5.2.3 Etablissement de la 2e équation de liaison

En projetant la vitesse $\vec{V}_{B_2,2/0}$ sur l'axe \vec{y}_5 et en exprimant l'hypothèse de roulement sans glissement, l'équation (G.5.7) permet d'écrire :

$$-s\alpha.\dot{x} + c\alpha.\dot{y} = 0 \tag{G.5.10}$$

En dérivant cette expression par rapport au temps

$$\begin{aligned}
 & \ddot{y}.c\alpha - \ddot{x}.s\alpha - \dot{y}.\dot{\alpha}.s\alpha - \dot{x}.\dot{\alpha}.c\alpha = 0 \\
 \Leftrightarrow & \\
 & \begin{pmatrix} -s\alpha \\ c\alpha \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\alpha \\ s\alpha \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \dot{x}.\dot{\alpha} \\ \dot{y}.\dot{\alpha} \end{pmatrix} \\
 \Leftrightarrow & \\
 & \begin{pmatrix} g_{21} \\ g_{22} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{21} \\ h_{22} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \dot{x}.\dot{\alpha} \\ \dot{y}.\dot{\alpha} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{G.5.11}$$

Avec :

$g_{21} = -s\alpha$	$h_{21} = c\alpha$
$g_{22} = c\alpha$	$h_{22} = s\alpha$

G.5.3 Roulement sans glissement de la roue 3

5 Le même raisonnement que pour la roue 2, en exprimant la vitesse $\vec{V}_{B3,3/0}$ grâce à la vitesse $\vec{V}_{O,5/0}$, nous pouvons exprimer $\dot{\beta}_3$ en fonction des autres variables cinématiques.

G.5.3.1 Expression de la vitesse du point B3

$$\begin{aligned}
 \vec{V}_{B3,3/0}|_{R5} &= \vec{V}_{O3,3/0} + \overrightarrow{B_3O_3} \wedge \vec{\Omega}_{3/0} \\
 &= \vec{V}_{O,5/0} + \overrightarrow{O_3O} \wedge \vec{\Omega}_{5/0} + \overrightarrow{B_3O_3} \wedge \vec{\Omega}_{3/0} \\
 &= (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y}) \vec{x}_5 + (-s\alpha.\dot{x} + c\alpha.\dot{y}) \vec{y}_5 - d\dot{\alpha}\vec{x}_5 \\
 &\quad + [r_3c\theta\vec{z}_5 - r_3s\theta\vec{y}_5] \wedge [c\theta\dot{\beta}_3\vec{y}_5 + (-s\theta\dot{\beta}_3 + \dot{\alpha})\vec{z}_5] \\
 &= (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y} - d\dot{\alpha}) \vec{x}_5 + (-s\alpha.\dot{x} + c\alpha.\dot{y}) \vec{y}_5 \\
 &\quad - r_3c^2\theta\dot{\beta}_3\vec{x}_5 + (-r_3s^2\theta\dot{\beta}_2 - r_3s\theta\dot{\alpha})\vec{x}_5 \\
 &= \left(c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y} - d\dot{\alpha} - r_3\dot{\beta}_3 - r_3s\theta\dot{\alpha} \right) \vec{x}_5 \\
 &\quad + (-s\alpha.\dot{x} + c\alpha.\dot{y}) \vec{y}_5
 \end{aligned} \tag{G.5.12}$$

G.5.3.2 Expression de $\dot{\beta}_3$

10 En projetant la vitesse $\vec{V}_{B3,3/0}$ sur l'axe \vec{x}_5 et en exprimant l'hypothèse de roulement sans glissement, l'équation (G.5.12) permet d'écrire :

$$c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y} - d\dot{\alpha} - r_3\dot{\beta}_3 - r_3s\theta\dot{\alpha} = 0 \tag{G.5.13}$$

Et donc :

$$\dot{\beta}_3 = \frac{\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha - \dot{\alpha}(d + r_3s\theta)}{r_3} \tag{G.5.14}$$

G.5.3.3 Equation de liaison

La projection de l'équation précédente sur l'axe \vec{x} montre la même expression que lors de l'expression du roulement sans glissement de la roue B_2 . Nous ne pouvons pas obtenir d'équation de liaison additionnelle par cette formulation.

5 G.5.3.4 Expression de dérivées $\ddot{\beta}_1$, $\ddot{\beta}_2$ et $\ddot{\beta}_3$

Lors des futurs développements, les dérivées des vitesses angulaires seront utilisées, nous les calculerons donc ici :

$$\begin{aligned}\ddot{\beta}_1 &= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r_1} [s(\gamma - \alpha)(c\alpha\dot{x} + s\alpha\dot{y}) - d_{Ac}(\gamma - \alpha)\dot{\alpha}] \right) \\ &= \frac{1}{r_1} (s(\gamma - \alpha)(c\alpha\ddot{x} + s\alpha\ddot{y}) - \dot{\alpha}s\alpha\dot{x} + \dot{\alpha}c\alpha\dot{y}) - d_{Ac}(\gamma - \alpha)\ddot{\alpha} \\ &\quad + (\dot{\gamma} - \dot{\alpha})[c(\gamma - \alpha)(c\alpha\dot{x} + s\alpha\dot{y}) + d_{As}(\gamma - \alpha)\dot{\alpha}]\end{aligned}\tag{G.5.15}$$

En utilisant la condition de non glissement (G.5.10) de la roue 2

$$-s\alpha\dot{x} + c\alpha\dot{y} = 0$$

Ainsi que l'équation due au roulement sans glissement (cf (G.5.3)) de la roue 1

$$c(\gamma - \alpha) * (c\alpha.\dot{x} + s\alpha.\dot{y}) + d_{As}(\gamma - \alpha)\dot{\alpha} + d_1.\dot{\gamma} = 0$$

Nous obtenons :

$$\boxed{\ddot{\beta}_1 = \frac{1}{r_1} (s(\gamma - \alpha)(c\alpha\ddot{x} + s\alpha\ddot{y}) - d_{Ac}(\gamma - \alpha)\ddot{\alpha} + d_1\dot{\gamma}\dot{\alpha} - d_1\dot{\gamma}^2)}\tag{G.5.16}$$

D'autre part, la dérivation de $\dot{\beta}_2$ donne l'expression :

$$\ddot{\beta}_2 = \frac{\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha + \ddot{\alpha}(d + r_2s\theta) - \dot{\alpha}\dot{x}s\alpha + \dot{\alpha}\dot{y}c\alpha}{r_2}\tag{G.5.17}$$

10 En considérant la condition de non glissement arrière (G.5.10) de la roue 2 :

$$\boxed{\ddot{\beta}_2 = \frac{\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha + \ddot{\alpha}(d + r_2s\theta)}{r_2}}\tag{G.5.18}$$

De la même façon, la dérivée de $\dot{\beta}_3$ sera :

$$\ddot{\beta}_3 = \frac{\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha - \ddot{\alpha}(d + r_3s\theta) - \dot{\alpha}\dot{x}s\alpha + \dot{\alpha}\dot{y}c\alpha}{r_3}\tag{G.5.19}$$

En considérant la condition de non glissement arrière (G.5.10) de la roue 2 :

$$\boxed{\ddot{\beta}_3 = \frac{\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha - \ddot{\alpha}(d + r_3s\theta)}{r_3}}\tag{G.5.20}$$

G.6 Moments cinétiques et dynamiques

G.6.1 Châssis

Moment cinétique châssis au point G5

$$\overrightarrow{\sigma_{G5,5/0}} = \underline{J_{5,G5}} \cdot \overrightarrow{\Omega_{5/0}} = I_{5,G5,zz} \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z} \quad (\text{G.6.1})$$

où $I_{5,G5,zz}$ est le moment principal d'inertie du châssis en G5 selon l'axe z

$$\boxed{\overrightarrow{\sigma_{G5,5/0}} = I_{5,G5,zz} \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}} \quad (\text{G.6.2})$$

Moment dynamique du châssis au point G5

$$\overrightarrow{\delta_{G5,5/0}} = \frac{d}{dt} (\overrightarrow{\sigma_{G5,5/0}}) = I_{5,G5,zz} \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z} \quad (\text{G.6.3})$$

5 Moment dynamique du châssis au point Op

Nota : utilisation de l'accélération décrite en (G.4.8)

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\delta_{Op,5/0}} &= \overrightarrow{\delta_{G5,5/0}} + \overrightarrow{O_p G_5} \wedge m_5 \overrightarrow{\Gamma_{G5,5/0}} \\ &= I_{5,G5,zz} \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_5 + (n_5 \vec{x}_5 + h_5 \vec{z}_5) \wedge m_5 \begin{pmatrix} (c\alpha \cdot \ddot{x} + s\alpha \cdot \ddot{y} - n_5 \cdot \dot{\alpha}^2) \cdot \vec{x}_5 \\ + (-s\alpha \cdot \ddot{x} + c\alpha \cdot \ddot{y} + n_5 \cdot \ddot{\alpha}) \cdot \vec{y}_5 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -m_5 h_5 (-s\alpha \cdot \ddot{x} + c\alpha \cdot \ddot{y} + n_5 \cdot \ddot{\alpha}) \\ m_5 h_5 (c\alpha \cdot \ddot{x} + s\alpha \cdot \ddot{y} - n_5 \cdot \dot{\alpha}^2) \\ I_{5,G5,zz} \cdot \ddot{\alpha} + m_5 n_5 (-s\alpha \cdot \ddot{x} + c\alpha \cdot \ddot{y} + n_5 \cdot \ddot{\alpha}) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} m_5 h_5 (s\alpha \cdot \ddot{x} - c\alpha \cdot \ddot{y} - n_5 \cdot \ddot{\alpha}) \\ m_5 h_5 (c\alpha \cdot \ddot{x} + s\alpha \cdot \ddot{y} - n_5 \cdot \dot{\alpha}^2) \\ (I_{5,G5,zz} + m_5 n_5^2) \cdot \ddot{\alpha} - m_5 n_5 s\alpha \cdot \ddot{x} + m_5 n_5 c\alpha \cdot \ddot{y} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{G.6.4})$$

$$\overrightarrow{\delta_{5,Op}} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} d5_{11} \\ d5_{12} \\ d5_{13} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} d5_{21} \\ d5_{22} \\ d5_{27} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \dot{\alpha}^2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} d5_{31} \\ d5_{32} \\ d5_{33} \\ 0 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} \end{pmatrix}_{Op,R5} \quad (\text{G.6.5})$$

Avec :

$d5_{11} = h_5 * m_5 * s\alpha$	$d5_{27} = -h_5 * m_5 * n_5$
$d5_{12} = -h_5 * m_5 * c\alpha$	$d5_{31} = -m_5 * n_5 * s\alpha$
$d5_{13} = -h_5 * m_5 * n_5$	$d5_{32} = m_5 * n_5 * c\alpha$
$d5_{21} = h_5 * m_5 * c\alpha$	$d5_{33} = I_{5,G5,zz} + m_5 * n_{G5}^2$
$d5_{22} = h_5 * m_5 * s\alpha$	

G.6.2 Roue 2

Moment cinétique roue 2 en O_2

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\sigma_{2,O2,2/0}} &= \bar{I}_{2,O2} \cdot \vec{\Omega}_{2/0} \\
 &= \bar{I}_{2,O2} \cdot (\dot{\alpha} \cdot \vec{z}_5 + \dot{\beta}_2 \cdot \vec{y}_2) \\
 &\Leftrightarrow \\
 \overrightarrow{\sigma_{2,O2,2/0}}|_{R_2} &= \bar{I}_{2,O2} (P_{R2R5} \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_5 + \dot{\beta}_2 \cdot \vec{y}_2) \\
 &= \bar{I}_{2,O2} \cdot (\dot{\alpha} (-s\theta \cdot \vec{y}_2 + c\theta \cdot \vec{z}_2) + \dot{\beta}_2 \cdot \vec{y}_2) \\
 &= \bar{I}_{2,O2} \cdot ((-\dot{\alpha} * s\theta + \dot{\beta}_2) \cdot \vec{y}_2 + \dot{\alpha} c\theta \cdot \vec{z}_2) \\
 &= (-\dot{\alpha} * s\theta + \dot{\beta}_2) * I_{2,O2,yy} \cdot \vec{y}_2 + \dot{\alpha} * c\theta * I_{2,O2,zz} \cdot \vec{z}_2 \\
 &\Leftrightarrow \\
 \overrightarrow{\sigma_{2,O2,2/0}}|_{R_5} &= P_{R2R5} \overrightarrow{\sigma_{2,O2}}|_{R_2} \\
 &= [c\theta (-\dot{\alpha} * s\theta + \dot{\beta}_2) * I_{2,O2,yy} - s\theta (\dot{\alpha} * c\theta * I_{2,O2,zz})] \vec{y}_5 \\
 &\quad + s\theta (-\dot{\alpha} * s\theta + \dot{\beta}_2) * I_{2,O2,yy} + c\theta (\dot{\alpha} * c\theta * I_{2,O2,zz}) \vec{z}_5
 \end{aligned} \tag{G.6.6}$$

où $I_{2,O2,yy}$ et $I_{2,O2,zz}$ sont les moments d'inertie selon l'axe de pivot de roue et selon son axe perpendiculaire, respectivement.

5 Moment dynamique roue 2 en O_2

Ce moment dynamique est obtenu en dérivant le moment cinétique de l'expression (G.6.6).

$$\text{Rappel : } \vec{\Omega}_{5/0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\delta_{2,O2,2/0}} &= \frac{d}{dt} (\overrightarrow{\sigma_{2,O2,2/0}}) \\
 &= \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\alpha} * c\theta s\theta * (-I_{2,O2,yy} + I_{2,O2,zz}) + \dot{\beta}_2 * c\theta * I_{2,O2,yy} \\ \dot{\alpha} * (I_{2,O2,yy}s^2\theta + I_{2,O2,zz}c^2\theta) - \dot{\beta}_2 * s\theta * I_{2,O2,yy} \end{pmatrix}_{R5} \\
 &= \begin{pmatrix} 0 \\ \ddot{\alpha} * c\theta s\theta * (-I_{2,O2,yy} + I_{2,O2,zz}) + \ddot{\beta}_2 * c\theta * I_{2,O2,yy} \\ \ddot{\alpha} * (I_{2,O2,yy}s^2\theta + I_{2,O2,zz}c^2\theta) - \ddot{\beta}_2 * s\theta * I_{2,O2,yy} \end{pmatrix}_{R5} \\
 &+ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\alpha} * c\theta s\theta * (-I_{2,O2,yy} + I_{2,O2,zz}) + \dot{\beta}_2 * c\theta * I_{2,O2,yy} \\ \dot{\alpha} * (I_{2,O2,yy}s^2\theta + I_{2,O2,zz}c^2\theta) - \dot{\beta}_2 * s\theta * I_{2,O2,yy} \end{pmatrix}_{R5} \\
 &= \begin{pmatrix} 0 \\ \ddot{\alpha} * c\theta s\theta * (-I_{2,O2,yy} + I_{2,O2,zz}) + \ddot{\beta}_2 * c\theta * I_{2,O2,yy} \\ \ddot{\alpha} * (I_{2,O2,yy}s^2\theta + I_{2,O2,zz}c^2\theta) - \ddot{\beta}_2 * s\theta * I_{2,O2,yy} \end{pmatrix}_{R5} \\
 &+ \begin{pmatrix} -\dot{\alpha}^2 * c\theta s\theta * (-I_{2,O2,yy} + I_{2,O2,zz}) - \dot{\alpha}\dot{\beta}_2 * c\theta * I_{2,O2,yy} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{R5}
 \end{aligned} \tag{G.6.7}$$

$$\boxed{\overrightarrow{\delta_{2,O2,2/0}} = \begin{pmatrix} \dot{\alpha}^2 * c\theta s\theta * (I_{2,O2,yy} - I_{2,O2,zz}) - \dot{\alpha}\dot{\beta}_2 * c\theta * I_{2,O2,yy} \\ \ddot{\alpha} * c\theta s\theta * (-I_{2,O2,yy} + I_{2,O2,zz}) + \ddot{\beta}_2 * c\theta * I_{2,O2,yy} \\ \ddot{\alpha} * (I_{2,O2,yy}s^2\theta + I_{2,O2,zz}c^2\theta) - \ddot{\beta}_2 * s\theta * I_{2,O2,yy} \end{pmatrix}_{R5}} \tag{G.6.8}$$

Moment dynamique en O2 en remplaçant $\dot{\beta}_2$ et $\ddot{\beta}_2$ par leur expression

Nota : les expressions de $\dot{\beta}_2$ et $\ddot{\beta}_2$ sont calculées dans les équations (G.5.9) et (G.5.18) :

$$\dot{\beta}_2 = (\dot{x}\alpha + \dot{y}\alpha + \dot{\alpha}(d + r_2s\theta))/r_2$$

et

$$\ddot{\beta}_2 = (\ddot{x}\alpha + \ddot{y}\alpha + \ddot{\alpha}(d + r_2s\theta))/r_2$$

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\delta}_{2,O2,2/0} &= \begin{pmatrix} \dot{\alpha}^2 * c\theta s\theta * (I_{2,O2,yy} - I_{2,O2,zz}) - \dot{\alpha} * (\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha + \dot{\alpha}(d + r_2s\theta))/r_2 * c\theta * I_{2,O2,yy} \\ \ddot{\alpha} * c\theta s\theta * (-I_{2,O2,yy} + I_{2,O2,zz}) + (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha + \ddot{\alpha}(d + r_2s\theta))/r_2 * c\theta * I_{2,O2,yy} \\ \ddot{\alpha} * (I_{2,O2,yy}s^2\theta + I_{2,O2,zz}c^2\theta) - (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha + \ddot{\alpha}(d + r_2s\theta))/r_2 * s\theta * I_{2,O2,yy} \end{pmatrix}_{R5} \\
 &= \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} -\dot{\alpha}(\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha) * c\theta I_{2,O2,yy}/r_2 \\ +\dot{\alpha}^2 c\theta (s\theta(I_{2,O2,yy} - I_{2,O2,zz}) - (d + r_2s\theta) * I_{2,O2,yy}/r_2) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * c\theta I_{2,O2,yy}/r_2 \\ +\ddot{\alpha} * c\theta (s\theta * (-I_{2,O2,yy} + I_{2,O2,zz}) + (d + r_2s\theta) * I_{2,O2,yy}/r_2) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -\ddot{x}c\alpha * s\theta * I_{2,O2,yy}/r_2 - \ddot{y}s\alpha * s\theta * I_{2,O2,yy}/r_2 \\ +\ddot{\alpha} * ((I_{2,O2,yy}s^2\theta + I_{2,O2,zz}c^2\theta) - (d + r_2s\theta) * s\theta * I_{2,O2,yy}/r_2) \end{bmatrix} \end{pmatrix}_{R5} \\
 &= \begin{pmatrix} -\dot{\alpha}(\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha) * c\theta I_{2,O2,yy}/r_2 - \dot{\alpha}^2 c\theta * (s\theta I_{2,O2,zz} + I_{2,O2,yy}d/r_2) \\ (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * c\theta I_{2,O2,yy}/r_2 + \ddot{\alpha}c\theta * (s\theta I_{2,O2,zz} + I_{2,O2,yy}d/r_2) \\ (-\ddot{x}c\alpha - \ddot{y}s\alpha) * s\theta I_{2,O2,yy}/r_2 + \ddot{\alpha} * (I_{2,O2,zz}c^2\theta - s\theta I_{2,O2,yy} * d/r_2) \end{pmatrix}_{R5} \\
 &= \begin{pmatrix} -\dot{\alpha}(\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha) * I_{2eq1}/r_2 - \dot{\alpha}^2 I_{2eq2} \\ (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{2eq1}/r_2 + \ddot{\alpha} I_{2eq2} \\ -(\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{2eq3}/r_2 + \ddot{\alpha} * I_{2eq4} \end{pmatrix}_{O2,R5}
 \end{aligned} \tag{G.6.9}$$

$$\overrightarrow{\delta}_{2,O2,2/0} = \begin{pmatrix} -\dot{\alpha}(\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha) * I_{2eq1}/r_2 - \dot{\alpha}^2 I_{2eq2} \\ (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{2eq1}/r_2 + \ddot{\alpha} I_{2eq2} \\ -(\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{2eq3}/r_2 + \ddot{\alpha} I_{2eq4} \end{pmatrix}_{O2,R5} \tag{G.6.10}$$

Avec :

$I_{2eq1} = c\theta * I_{2,O2,yy}$
$I_{2eq2} = c\theta * (s\theta * I_{2,O2,zz} + I_{2,O2,yy} * d/r_2)$
$I_{2eq3} = s\theta * I_{2,O2,yy}$
$I_{2eq4} = (I_{2,O2,zz} * c^2\theta - s\theta * I_{2,O2,yy} * d/r_2)$

Moment dynamique roue 2 en O_p

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\delta}_{2,Op,2/0} &= \overrightarrow{\delta}_{2,O2,2/0} + \overrightarrow{O_p O_2} \wedge m_2 \cdot \overrightarrow{\Gamma}_{O2,2/0} \\
 &= \overrightarrow{\delta}_{2,O2,2/0} + (-d \cdot \overrightarrow{y}_5 + h_c \overrightarrow{z}_5) \wedge m_2 \cdot \begin{pmatrix} (c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y} + d\ddot{\alpha}) \cdot \overrightarrow{x}_5 \\ +(-s\alpha \ddot{x} + c\alpha \ddot{y} + d\dot{\alpha}^2) \cdot \overrightarrow{y}_5 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} -\dot{\alpha}(\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha) * I_{2eq1}/r_2 - \dot{\alpha}^2 I_{2eq2} - h_c m_2 (-s\alpha \ddot{x} + c\alpha \ddot{y} + d\dot{\alpha}^2) \\ (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{2eq1}/r_2 + \ddot{\alpha} I_{2eq2} + h_c m_2 (c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y} + d\ddot{\alpha}) \\ -(\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{2eq3}/r_2 + \ddot{\alpha} I_{2eq4} + d m_2 (c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y} + d\ddot{\alpha}) \end{pmatrix}_{Op,R5} \\
 &= \begin{pmatrix} +h_c m_2 (+s\alpha \ddot{x} - c\alpha \ddot{y}) - \dot{\alpha}(\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha) * I_{2eq1}/r_2 - \dot{\alpha}^2 (I_{2eq2} + d h_c m_2) \\ (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{2eq1}/r_2 + \ddot{\alpha} (I_{2eq2} + d h_c m_2) + h_c m_2 (c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y}) \\ -(\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{2eq3}/r_2 + \ddot{\alpha} I_{2eq4} + d m_2 (c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y} + d\ddot{\alpha}) \end{pmatrix}_{Op,R5}
 \end{aligned} \tag{G.6.11}$$

$$\overrightarrow{\delta}_{2,Op,2/0} = \begin{pmatrix} +h_c m_2 (s\alpha \ddot{x} - c\alpha \ddot{y}) - \dot{\alpha} (\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha) * I_{2eq1}/r_2 - \dot{\alpha}^2 (I_{2eq2} + dh_c m_2) \\ (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * (I_{2eq1}/r_2 + h_c m_2) + \ddot{\alpha} (I_{2eq2} + dh_c m_2) \\ -(\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{2eq3}/r_2 + \ddot{\alpha} I_{2eq4} + dm_2 (c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y} + d\ddot{\alpha}) \end{pmatrix}_{Op,R5}$$

$$= \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} d2_{11} \\ d2_{12} \\ 0 \\ 0 \\ d2_{15} \\ d2_{16} \\ d2_{17} \end{pmatrix}^T & \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} d2_{21} \\ d2_{22} \\ d2_{23} \end{pmatrix}^T & \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} d2_{31} \\ d2_{32} \\ d2_{33} \end{pmatrix}^T & \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \end{pmatrix} \end{pmatrix}_{Op,R5}$$

(G.6.12)

Avec :	$d2_{11} = h_c * m_2 * s\alpha$	$d2_{21} = c\alpha * (I_{2eq1}/r_2 + h_c * m_2)$
	$d2_{12} = -h_c * m_2 * c\alpha$	$d2_{22} = s\alpha * (I_{2eq1}/r_2 + h_c * m_2)$
	$d2_{15} = -c\alpha * I_{2eq1}/r_2$	$d2_{23} = I_{2eq2} + d * h_c * m_2$
	$d2_{16} = -s\alpha * I_{2eq1}/r_2$	$d2_{31} = c\alpha * (-I_{2eq3}/r_2 + d * m_2)$
	$d2_{17} = -I_{2eq2} - d * h_c * m_2$	$d2_{32} = s\alpha * (-I_{2eq3}/r_2 + d * m_2)$
		$d2_{33} = I_{2eq4} + d^2 * m_2$

G.6.3 Roue 3

Moment cinétique roue 3 en O_3

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\sigma_{3,O3,3/0}} &= \bar{I}_3 \cdot \vec{\Omega}_{3/0} \\
 &= \bar{I}_3 \cdot (\dot{\alpha} \cdot \vec{z}_5 + \dot{\beta}_3 \cdot \vec{y}_3) \\
 &\Leftrightarrow \\
 \overrightarrow{\sigma_{3,O3,3/0}}|_{R3} &= \bar{I}_3 \cdot (\dot{\alpha}(s\theta \cdot \vec{y}_3 + c\theta \cdot \vec{z}_3) + \dot{\beta}_3 \cdot \vec{y}_3) \\
 &= \bar{I}_3 \cdot ((\dot{\alpha} * s\theta + \dot{\beta}_3) \cdot \vec{y}_3 + \dot{\alpha} c\theta \cdot \vec{z}_3) \\
 &= (\dot{\alpha} * s\theta + \dot{\beta}_3) * I_{3,O3,yy} \cdot \vec{y}_3 + \dot{\alpha} * c\theta * I_{3,O3,zz} \cdot \vec{z}_3 \\
 &\Leftrightarrow \\
 \overrightarrow{\sigma_{3,O3,3/0}}|_{R5} &= P_{R5R3} \overrightarrow{\sigma_{3,O3}}|_{R3} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & -s\theta \\ 0 & s\theta & c\theta \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ (\dot{\alpha} * s\theta + \dot{\beta}_3) * I_{3,O3,yy} \\ \dot{\alpha} * c\theta * I_{3,O3,zz} \end{pmatrix}_{R3} \\
 &= \begin{pmatrix} 0 \\ c\theta * (\dot{\alpha} * s\theta + \dot{\beta}_3) * I_{3,O3,yy} - s\theta * \dot{\alpha} * c\theta * I_{3,O3,zz} \\ s\theta * (\dot{\alpha} * s\theta + \dot{\beta}_3) * I_{3,O3,yy} + c\theta * \dot{\alpha} * c\theta * I_{3,O3,zz} \end{pmatrix}_{R5}
 \end{aligned} \tag{G.6.13}$$

$$\overrightarrow{\sigma_{3,O3,3/0}}|_{R5} = \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\alpha} * c\theta s\theta * (I_{3,O3,yy} - I_{3,O3,zz}) + \dot{\beta}_3 * I_{3,O3,yy} * c\theta \\ \dot{\alpha} * (I_{3,O3,yy} s^2\theta + I_{3,O3,zz} * c^2\theta) + \dot{\beta}_3 * I_{3,O3,yy} * s\theta \end{pmatrix}_{R5}$$

(G.6.14)

Moment dynamique roue 3 en O_3

Rappel : $\vec{\Omega}_{5/0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\delta}_{3,O3,3/0} &= \frac{d}{dt} (\overrightarrow{\sigma}_{3,O3,3/0}) \\
 &= \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\alpha} * c\theta s\theta * (I_{3,O3,yy} - I_{3,O3,zz}) + \dot{\beta}_3 * I_{3,O3,yy} * c\theta \\ \dot{\alpha} * (I_{3,O3,yy}s^2\theta + I_{3,O3,zz} * c^2\theta) + \dot{\beta}_3 * I_{3,O3,yy} * s\theta \end{pmatrix}_{R5} \\
 &= \begin{pmatrix} 0 \\ \ddot{\alpha} * c\theta s\theta * (I_{3,O3,yy} - I_{3,O3,zz}) + \ddot{\beta}_3 * I_{3,O3,yy} * c\theta \\ \ddot{\alpha} * (I_{3,O3,yy}s^2\theta + I_{3,O3,zz} * c^2\theta) + \ddot{\beta}_3 * I_{3,O3,yy} * s\theta \end{pmatrix}_{R5} \\
 &+ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\alpha} * c\theta s\theta * (I_{3,O3,yy} - I_{3,O3,zz}) + \dot{\beta}_3 * I_{3,O3,yy} * c\theta \\ \dot{\alpha} * (I_{3,O3,yy}s^2\theta + I_{3,O3,zz} * c^2\theta) + \dot{\beta}_3 * I_{3,O3,yy} * s\theta \end{pmatrix}_{R5} \\
 &= \begin{pmatrix} 0 \\ \ddot{\alpha} * c\theta s\theta * (I_{3,O3,yy} - I_{3,O3,zz}) + \ddot{\beta}_3 * I_{3,O3,yy} * c\theta \\ \ddot{\alpha} * (I_{3,O3,yy}s^2\theta + I_{3,O3,zz} * c^2\theta) + \ddot{\beta}_3 * I_{3,O3,yy} * s\theta \end{pmatrix}_{R5} \\
 &+ \begin{pmatrix} -\dot{\alpha}^2 * c\theta s\theta * (I_{3,O3,yy} - I_{3,O3,zz}) - \dot{\alpha}\dot{\beta}_3 * I_{3,O3,yy} * c\theta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{G.6.15}$$

$$\overrightarrow{\delta}_{3,O3,3/0} = \begin{pmatrix} -\dot{\alpha}^2 * c\theta s\theta * (I_{3,O3,yy} - I_{3,O3,zz}) - \dot{\alpha}\dot{\beta}_3 * I_{3,O3,yy} * c\theta \\ \ddot{\alpha} * c\theta s\theta * (I_{3,O3,yy} - I_{3,O3,zz}) + \ddot{\beta}_3 * I_{3,O3,yy} * c\theta \\ \ddot{\alpha} * (I_{3,O3,yy}s^2\theta + I_{3,O3,zz} * c^2\theta) + \ddot{\beta}_3 * I_{3,O3,yy} * s\theta \end{pmatrix}_{R5} \tag{G.6.16}$$

En remplaçant $\dot{\beta}_3$ et $\ddot{\beta}_3$ par leurs expressions

Nota : les expressions de $\dot{\beta}_3$ et $\ddot{\beta}_3$ sont calculées dans les équations (G.5.14) et (G.5.20) :

$$\dot{\beta}_3 = \frac{\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha - \dot{\alpha}(d + r_3s\theta)}{r_3}$$

$$\ddot{\beta}_3 = \frac{\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha - \ddot{\alpha}(d + r_3s\theta)}{r_3}$$

$\overrightarrow{\delta_{3,O3,3/0}}$ devient :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\delta_{3,O3,3/0}} &= \begin{pmatrix} -\dot{\alpha}^2 * c\theta s\theta * (I_{3,O3,yy} - I_{3,O3,zz}) - \dot{\alpha} * (\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha - \dot{\alpha}(d + r_3s\theta))/r_3 * I_{3,O3,yy} * c\theta \\ \ddot{\alpha} * c\theta s\theta * (I_{3,O3,yy} - I_{3,O3,zz}) + (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha - \ddot{\alpha}(d + r_3s\theta))/r_3 * I_{3,O3,yy} * c\theta \\ \ddot{\alpha} * (I_{3,O3,yy}s^2\theta + I_{3,O3,zz} * c^2\theta) + (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha - \ddot{\alpha}(d + r_3s\theta))/r_3 * I_{3,O3,yy} * s\theta \end{pmatrix}_{R5} \\
 &= \begin{pmatrix} \dot{\alpha}^2 * c\theta * (s\theta * I_{3,O3,zz} + d/r_3 * I_{3,O3,yy}) - (\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha) * \dot{\alpha}/r_3 * I_{3,O3,yy} * c\theta \\ \ddot{\alpha} * c\theta(-s\theta * I_{3,O3,zz} - d/r_3 * I_{3,O3,yy}) + (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha)/r_3 * I_{3,O3,yy} * c\theta \\ \ddot{\alpha} * (I_{3,O3,zz} * c^2\theta - d/r_3 * I_{3,O3,yy} * s\theta) + (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha)/r_3 * I_{3,O3,yy} * s\theta \end{pmatrix}_{R5} \\
 &= \begin{pmatrix} -(\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha) * \dot{\alpha} * I_{3eq1}/r_3 + \dot{\alpha}^2 * I_{3eq2} \\ (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{3eq1}/r_3 - \ddot{\alpha} * I_{3eq2} \\ (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{3eq3}/r_3 + \ddot{\alpha} * I_{3eq4} \end{pmatrix}_{R5}
 \end{aligned} \tag{G.6.17}$$

$$\overrightarrow{\delta_{3,O3,3/0}} = \begin{pmatrix} -(\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha) * \dot{\alpha} * I_{3eq1}/r_3 + \dot{\alpha}^2 * I_{3eq2} \\ (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{3eq1}/r_3 - \ddot{\alpha} * I_{3eq2} \\ (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{3eq3}/r_3 + \ddot{\alpha} * I_{3eq4} \end{pmatrix}_{O3,R5} \tag{G.6.18}$$

Avec :

$I_{3eq1} = I_{3,O3,yy} * c\theta$
$I_{3eq2} = c\theta * (s\theta * I_{3,O3,zz} + d/r_3 * I_{3,O3,yy})$
$I_{3eq3} = I_{3,O3,yy} * s\theta$
$I_{3eq4} = I_{3,O3,zz} * c^2\theta - d/r_3 * I_{3,O3,yy} * s\theta$

Moment dynamique roue 3 en O_p

5 Nota : utilisation de l'accélération du point O_3 , équation (G.4.15)

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\delta_{3,Op,3/0}} &= \overrightarrow{\delta_{3,O3}} + \overrightarrow{O_pO_3} \wedge m_3 \cdot \overrightarrow{\Gamma_{O3}} \\
 &= \overrightarrow{\delta_{3,O3}} + (d \cdot \overrightarrow{y_5} + h_c \overrightarrow{z_5}) \wedge m_3 \cdot \begin{pmatrix} (c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y} - d\ddot{\alpha}) \cdot \overrightarrow{x_5} \\ + (-s\alpha \ddot{x} + c\alpha \ddot{y} - d\dot{\alpha}^2) \cdot \overrightarrow{y_5} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} -(\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha) * \dot{\alpha} * I_{3eq1}/r_3 + \dot{\alpha}^2 * I_{3eq2} - h_c m_3 (-s\alpha \ddot{x} + c\alpha \ddot{y} - d\dot{\alpha}^2) \\ (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{3eq1}/r_3 - \ddot{\alpha} * I_{3eq2} + h_c m_3 (c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y} - d\ddot{\alpha}) \\ (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{3eq3}/r_3 + \ddot{\alpha} * I_{3eq4} - dm_3 (c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y} - d\ddot{\alpha}) \end{pmatrix}_{Op,R5} \\
 &= \begin{pmatrix} h_c m_3 (s\alpha \ddot{x} - c\alpha \ddot{y}) - (\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha) * \dot{\alpha} * I_{3eq1}/r_3 + \dot{\alpha}^2 (I_{3eq2} + dh_c m_3) \\ (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * (I_{3eq1}/r_3 + h_c m_3) - \ddot{\alpha} (I_{3eq2} + dh_c m_3) \\ (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{3eq3}/r_3 + \ddot{\alpha} * I_{3eq4} - dm_3 (c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y} - d\ddot{\alpha}) \end{pmatrix}_{Op,R5}
 \end{aligned} \tag{G.6.19}$$

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\delta}_{3,Op,3/0} &= \begin{pmatrix} h_c m_3 (s\alpha \ddot{x} - c\alpha \ddot{y}) - (\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha) * \dot{\alpha} * I_{3eq1}/r_3 + \dot{\alpha}^2 (I_{3eq2} + dh_c m_3) \\ (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * (I_{3eq1}/r_3 + h_c m_3) - \ddot{\alpha} (I_{3eq2} + dh_c m_3) \\ (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{3eq3}/r_3 + \ddot{\alpha} * I_{3eq4} - dm_3 (c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y} - d\ddot{\alpha}) \end{pmatrix}_{Op,R5} \\
 &= \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} d3_{11} \\ d3_{12} \\ 0 \\ 0 \\ d3_{15} \\ d3_{16} \\ d3_{17} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} d3_{31} \\ d3_{32} \\ d3_{33} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} d3_{31} \\ d3_{32} \\ d3_{33} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \end{pmatrix} \end{pmatrix}_{Op,R5}
 \end{aligned}$$

(G.6.20)

Avec :

$d3_{11} = h_c * m_3 * s\alpha$	$d3_{21} = c\alpha * (I_{3eq1}/r_3 + h_c * m_3)$
$d3_{12} = -h_c * m_3 * c\alpha$	$d3_{22} = s\alpha * (I_{3eq1}/r_3 + h_c * m_3)$
$d3_{15} = -c\alpha * I_{3eq1}/r_3$	$d3_{23} = -I_{3eq2} - d * h_c * m_3$
$d3_{16} = -s\alpha * I_{3eq1}/r_3$	$d3_{31} = c\alpha * (I_{3eq3}/r_3 - d * m_3)$
$d3_{17} = I_{3eq2} + d * h_c * m_3$	$d3_{32} = s\alpha * (I_{3eq3}/r_3 - d * m_3)$
	$d3_{33} = I_{3eq4} + d^2 * m_3$

G.6.4 Roue 1

Moment cinétique roue 1 en O_1

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\sigma}_{1,O1,1/0} &= \overline{J}_1 \cdot \overrightarrow{\Omega}_{1/0} = \overline{J}_1 \cdot (\dot{\gamma} \cdot \vec{z}_5 + \dot{\beta}_1 \cdot \vec{x}_4) \\
 &= I_{1,O1,zz} \cdot \dot{\gamma} \cdot \vec{z}_5 + I_{1,O1,xx} \cdot \dot{\beta}_1 \cdot \vec{x}_4
 \end{aligned}$$

(G.6.21)

Moment dynamique roue 1 en O_1

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\delta}_{1,O1,1/0} &= \frac{d}{dt} (\overrightarrow{\sigma}_{1,O1,1/0}) \\
 &= \frac{d}{dt} (I_{1,O1,zz} \cdot \dot{\gamma} \cdot \vec{z}_5 + I_{1,O1,xx} \cdot \dot{\beta}_1 \cdot \vec{x}_4) \\
 &= (I_{1,O1,zz} \cdot \ddot{\gamma} \cdot \vec{z}_5 + I_{1,O1,xx} \cdot \ddot{\beta}_1 \cdot \vec{x}_4) + \dot{\gamma} (I_{1,O1,xx} \cdot \dot{\beta}_1 \cdot \vec{y}_4) \\
 &= I_{1,O1,xx} \cdot \ddot{\beta}_1 \cdot \vec{x}_4 + I_{1,O1,xx} \cdot \dot{\gamma} \cdot \dot{\beta}_1 \cdot \vec{y}_4 + I_{1,O1,zz} \cdot \ddot{\gamma} \cdot \vec{z}_5
 \end{aligned}$$

(G.6.22)

Moment dynamique roue 1 en O_p

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\delta_{1,O_p,1/0}} &= \overrightarrow{\delta_{1,O_1,1/0}} + \overrightarrow{O_p O_1} \wedge m_1 \overrightarrow{\Gamma_{O_1,1/0}} \\
 &= (I_{1,O_1,zz} \cdot \ddot{\gamma} \cdot \vec{z}_5 + I_{1,O_1,xx} \cdot \ddot{\beta}_1 \cdot \vec{x}_4) + \dot{\gamma} (I_{1,O_1,xx} \cdot \dot{\beta}_1 \cdot \vec{y}_4) \\
 &\quad + (r_1 \vec{z}_5 + d_A \vec{x}_5 - d_1 \vec{y}_4) \wedge m_1 \left[\begin{array}{l} (c\alpha \cdot \ddot{x} + s\alpha \cdot \ddot{y} - d_A \cdot \dot{\alpha}^2 + d_1 \ddot{\gamma} c(\gamma - \alpha) - d_1 \dot{\gamma}^2 s(\gamma - \alpha)) \vec{x}_5 \\ + (-s\alpha \cdot \ddot{x} + c\alpha \cdot \ddot{y} + d_A \cdot \ddot{\alpha} + d_1 \ddot{\gamma} s(\gamma - \alpha) + d_1 \dot{\gamma}^2 c(\gamma - \alpha)) \vec{y}_5 \end{array} \right]
 \end{aligned} \tag{G.6.23}$$

En changeant le repère de \vec{x}_4 et \vec{y}_4 grâce à la matrice de passage

$$P_{R_5 R_4} = \begin{pmatrix} c(\gamma - \alpha) & -s(\gamma - \alpha) & 0 \\ s(\gamma - \alpha) & c(\gamma - \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ (cf G.3, p 237) :}$$

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\delta_{1,O_p,1/0}}|_{R_5} &= (I_{1,O_1,zz} \cdot \ddot{\gamma} \cdot \vec{z}_5 + I_{1,O_1,xx} \cdot \ddot{\beta}_1 \cdot (c(\gamma - \alpha) \vec{x}_5 + s(\gamma - \alpha) \vec{y}_5) \\
 &\quad + (I_{1,O_1,xx} \dot{\gamma} \dot{\beta}_1 (-s(\gamma - \alpha) \vec{x}_5 + c(\gamma - \alpha) \vec{y}_5) \\
 &\quad + (r_1 \vec{z}_5 + d_A \vec{x}_5 - d_1 (-s(\gamma - \alpha) \vec{x}_5 + c(\gamma - \alpha) \vec{y}_5)) \\
 &\quad \wedge m_1 \left[\begin{array}{l} (c\alpha \cdot \ddot{x} + s\alpha \cdot \ddot{y} - d_A \cdot \dot{\alpha}^2 + d_1 \ddot{\gamma} c(\gamma - \alpha) - d_1 \dot{\gamma}^2 s(\gamma - \alpha)) \vec{x}_5 \\ + (-s\alpha \cdot \ddot{x} + c\alpha \cdot \ddot{y} + d_A \cdot \ddot{\alpha} + d_1 \ddot{\gamma} s(\gamma - \alpha) + d_1 \dot{\gamma}^2 c(\gamma - \alpha)) \vec{y}_5 \end{array} \right] \\
 &= [I_{1,O_1,xx} (\ddot{\beta}_1 c(\gamma - \alpha) - \dot{\gamma} \dot{\beta}_1 s(\gamma - \alpha))] \vec{x}_5 + [I_{1,O_1,xx} (\ddot{\beta}_1 s(\gamma - \alpha) + \dot{\gamma} \dot{\beta}_1 c(\gamma - \alpha))] \vec{y}_5 \\
 &\quad + I_{1,O_1,zz} \cdot \ddot{\gamma} \cdot \vec{z}_5 \\
 &\quad + [(d_A + d_1 s(\gamma - \alpha)) \vec{x}_5 - d_1 c(\gamma - \alpha) \vec{y}_5 + r_1 \vec{z}_5] \\
 &\quad \wedge m_1 \left[\begin{array}{l} (c\alpha \cdot \ddot{x} + s\alpha \cdot \ddot{y} - d_A \cdot \dot{\alpha}^2 + d_1 \ddot{\gamma} c(\gamma - \alpha) - d_1 \dot{\gamma}^2 s(\gamma - \alpha)) \vec{x}_5 \\ + (-s\alpha \cdot \ddot{x} + c\alpha \cdot \ddot{y} + d_A \cdot \ddot{\alpha} + d_1 \ddot{\gamma} s(\gamma - \alpha) + d_1 \dot{\gamma}^2 c(\gamma - \alpha)) \vec{y}_5 \end{array} \right] \\
 &= [I_{1,O_1,xx} (\ddot{\beta}_1 c(\gamma - \alpha) - \dot{\gamma} \dot{\beta}_1 s(\gamma - \alpha))] \vec{x}_5 + [I_{1,O_1,xx} (\ddot{\beta}_1 s(\gamma - \alpha) + \dot{\gamma} \dot{\beta}_1 c(\gamma - \alpha))] \vec{y}_5 \\
 &\quad + I_{1,O_1,zz} \cdot \ddot{\gamma} \cdot \vec{z}_5 \\
 &\quad + [(d_A + d_1 s(\gamma - \alpha)) \vec{x}_5 - d_1 c(\gamma - \alpha) \vec{y}_5 + r_1 \vec{z}_5] \\
 &\quad \wedge m_1 \left[\begin{array}{l} (c\alpha \cdot \ddot{x} + s\alpha \cdot \ddot{y} - d_A \cdot \dot{\alpha}^2 + d_1 \ddot{\gamma} c(\gamma - \alpha) - d_1 \dot{\gamma}^2 s(\gamma - \alpha)) \vec{x}_5 \\ + (-s\alpha \cdot \ddot{x} + c\alpha \cdot \ddot{y} + d_A \cdot \ddot{\alpha} + d_1 \ddot{\gamma} s(\gamma - \alpha) + d_1 \dot{\gamma}^2 c(\gamma - \alpha)) \vec{y}_5 \end{array} \right]
 \end{aligned} \tag{G.6.24}$$

$$\begin{aligned}
 & \overrightarrow{\delta_{1,O_p,1/0}}|_{R5} \\
 = & \left(\begin{array}{c} I_{1,O1,xx}(\ddot{\beta}_1 c(\gamma - \alpha) - \dot{\gamma} \dot{\beta}_1 s(\gamma - \alpha)) \\ + I_{1,O1,xx}(\ddot{\beta}_1 s(\gamma - \alpha) + \dot{\gamma} \dot{\beta}_1 c(\gamma - \alpha)) \\ + I_{1,O1,zz} \ddot{\gamma} \end{array} \right)_{R5} \\
 & + \left(\begin{array}{c} -m_1 r_1 (-s\alpha \ddot{x} + c\alpha \ddot{y} + d_A \ddot{\alpha} + d_1 \ddot{\gamma} s(\gamma - \alpha) + d_1 \dot{\gamma}^2 c(\gamma - \alpha)) \\ + m_1 r_1 (c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y} - d_A \dot{\alpha}^2 + d_1 \ddot{\gamma} c(\gamma - \alpha) - d_1 \dot{\gamma}^2 s(\gamma - \alpha)) \\ \left[\begin{array}{c} m_1 (d_A + d_1 s(\gamma - \alpha)) (-s\alpha \ddot{x} + c\alpha \ddot{y} + d_A \ddot{\alpha} + d_1 \ddot{\gamma} s(\gamma - \alpha) + d_1 \dot{\gamma}^2 c(\gamma - \alpha)) \\ + m_1 d_1 c(\gamma - \alpha) (c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y} - d_A \dot{\alpha}^2 + d_1 \ddot{\gamma} c(\gamma - \alpha) - d_1 \dot{\gamma}^2 s(\gamma - \alpha)) \end{array} \right] \end{array} \right)_{R5} \\
 = & \left(\begin{array}{c} I_{1,O1,xx}(\ddot{\beta}_1 c(\gamma - \alpha) - \dot{\gamma} \dot{\beta}_1 s(\gamma - \alpha)) \\ + I_{1,O1,xx}(\ddot{\beta}_1 s(\gamma - \alpha) + \dot{\gamma} \dot{\beta}_1 c(\gamma - \alpha)) \\ + I_{1,O1,zz} \ddot{\gamma} \end{array} \right)_{R5} \\
 & + \left(\begin{array}{c} -m_1 r_1 (-s\alpha \ddot{x} + c\alpha \ddot{y} + d_A \ddot{\alpha} + d_1 \ddot{\gamma} s(\gamma - \alpha) + d_1 \dot{\gamma}^2 c(\gamma - \alpha)) \\ + m_1 r_1 (c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y} - d_A \dot{\alpha}^2 + d_1 \ddot{\gamma} c(\gamma - \alpha) - d_1 \dot{\gamma}^2 s(\gamma - \alpha)) \\ m_1 \left[\begin{array}{c} (-d_A s\alpha - d_1 s\alpha s(\gamma - \alpha) + d_1 c\alpha c(\gamma - \alpha)) \ddot{x} \\ + (d_A c\alpha + d_1 c\alpha s(\gamma - \alpha) + d_1 s\alpha c(\gamma - \alpha)) \ddot{y} \\ + (d_A^2 + d_1 d_A s(\gamma - \alpha)) \ddot{\alpha} \\ + (d_1 d_A s(\gamma - \alpha) + d_1^2) \ddot{\gamma} \\ + (-d_A d_1 c(\gamma - \alpha)) \dot{\alpha}^2 \end{array} \right] \end{array} \right)_{R5}
 \end{aligned} \tag{G.6.25}$$

En remplaçant $\dot{\beta}_1$ et $\ddot{\beta}_1$ par leurs expressions dans (G.5.2) et (G.5.16)

$$\dot{\beta}_1 = \frac{s(\gamma - \alpha)c\alpha \dot{x} + s(\gamma - \alpha)s\alpha \dot{y} - d_{Ac}(\gamma - \alpha)\dot{\alpha}}{r_1} \tag{G.6.26}$$

$$\ddot{\beta}_1 = \frac{1}{r_1} (s(\gamma - \alpha)(c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y}) - d_{Ac}(\gamma - \alpha)\ddot{\alpha} + d_1 \dot{\alpha} - d_1 \dot{\gamma}^2) \tag{G.6.27}$$

Sachant de plus que $c\alpha c(\gamma - \alpha) - s\alpha s(\gamma - \alpha) = c\gamma$ et que $c\alpha s(\gamma - \alpha) + s\alpha c(\gamma - \alpha) = s\gamma$, l'équation suivante peut être obtenue :

$$\begin{aligned}
 & \overrightarrow{\delta_{1,Op,1/0}}|_{R5} \\
 = & \left(\begin{array}{c} \frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} \left[\begin{array}{c} c(\gamma - \alpha) [s(\gamma - \alpha)(c\alpha\ddot{x} + s\alpha\ddot{y}) - d_Ac(\gamma - \alpha)\ddot{\alpha} - d_1\dot{\gamma}(\dot{\gamma} - \dot{\alpha})] \\ -\dot{\gamma}s(\gamma - \alpha) [s(\gamma - \alpha)c\alpha\dot{x} + s(\gamma - \alpha)s\alpha\dot{y} - d_Ac(\gamma - \alpha)\dot{\alpha}] \end{array} \right] \\ \frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} \left[\begin{array}{c} s(\gamma - \alpha) [s(\gamma - \alpha)(c\alpha\ddot{x} + s\alpha\ddot{y}) - d_Ac(\gamma - \alpha)\ddot{\alpha} - d_1\dot{\gamma}(\dot{\gamma} - \dot{\alpha})] \\ +\dot{\gamma}c(\gamma - \alpha) [s(\gamma - \alpha)c\alpha\dot{x} + s(\gamma - \alpha)s\alpha\dot{y} - d_Ac(\gamma - \alpha)\dot{\alpha}] \end{array} \right] \\ I_{1,O1,zz}\ddot{\gamma} \end{array} \right)_{R5} \\
 + & \left(\begin{array}{c} -m_1r_1(-s\alpha\ddot{x} + c\alpha\ddot{y} + d_A\ddot{\alpha} + d_1\dot{\gamma}s(\gamma - \alpha) + d_1\dot{\gamma}^2c(\gamma - \alpha)) \\ m_1r_1(c\alpha\ddot{x} + s\alpha\ddot{y} - d_A\dot{\alpha}^2 + d_1\dot{\gamma}c(\gamma - \alpha) - d_1\dot{\gamma}^2s(\gamma - \alpha)) \\ m_1 \left[\begin{array}{c} (-d_A s\alpha + d_1 c\gamma)\ddot{x} \\ +(d_A c\alpha + d_1 s\gamma)\ddot{y} \\ +(d_A^2 + d_1 d_A s(\gamma - \alpha))\ddot{\alpha} \\ +(d_1 d_A s(\gamma - \alpha) + d_1^2)\ddot{\gamma} \\ +(-d_A d_1 c(\gamma - \alpha))\dot{\alpha}^2 \end{array} \right] \end{array} \right)_{R5} \quad (G.6.28)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \overrightarrow{\delta_{1,Op,1/0}}|_{R5} \\
 = & \left(\begin{array}{c} \frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} \left[\begin{array}{c} c(\gamma - \alpha)s(\gamma - \alpha)(c\alpha\ddot{x} + s\alpha\ddot{y}) \\ -d_Ac^2(\gamma - \alpha)\ddot{\alpha} \\ -s^2(\gamma - \alpha)(c\alpha\dot{x} + s\alpha\dot{y})\dot{\gamma} \\ +d_Ac(\gamma - \alpha)s(\gamma - \alpha)\dot{\alpha}\dot{\gamma} \\ +d_1c(\gamma - \alpha)\dot{\alpha}\dot{\gamma} \\ -d_1c(\gamma - \alpha)\dot{\gamma}^2 \end{array} \right] \\ \frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} \left[\begin{array}{c} s^2(\gamma - \alpha)(c\alpha\ddot{x} + s\alpha\ddot{y}) \\ -d_Ac(\gamma - \alpha)s(\gamma - \alpha)\ddot{\alpha} \\ +c(\gamma - \alpha)s(\gamma - \alpha)(c\alpha\dot{x} + s\alpha\dot{y})\dot{\gamma} \\ (d_1s(\gamma - \alpha) - d_Ac^2(\gamma - \alpha))\dot{\alpha}\dot{\gamma} \\ -d_1s(\gamma - \alpha)\dot{\gamma}^2 \\ I_{1,O1,zz}\ddot{\gamma} \end{array} \right] \end{array} \right)_{R5} + \left(\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} m_1r_1(s\alpha\ddot{x} - c\alpha\ddot{y}) \\ -m_1r_1d_A\ddot{\alpha} \\ -m_1r_1d_1s(\gamma - \alpha)\ddot{\gamma} \\ -m_1r_1d_1c(\gamma - \alpha)\dot{\gamma}^2 \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} m_1r_1(c\alpha\ddot{x} + s\alpha\ddot{y}) - m_1r_1d_A\dot{\alpha}^2 \\ +m_1r_1d_1c(\gamma - \alpha)\dot{\gamma} \\ -m_1r_1d_1s(\gamma - \alpha)\dot{\gamma}^2 \end{array} \right] \\ m_1 \left[\begin{array}{c} (-d_A s\alpha + d_1 c\gamma)\ddot{x} \\ +(d_A c\alpha + d_1 s\gamma)\ddot{y} \\ +(d_A^2 + d_1 d_A s(\gamma - \alpha))\ddot{\alpha} \\ +(d_1 d_A s(\gamma - \alpha) + d_1^2)\ddot{\gamma} \\ +(-d_A d_1 c(\gamma - \alpha))\dot{\alpha}^2 \end{array} \right] \end{array} \right)_{R5} \quad (G.6.29)
 \end{aligned}$$

Sous forme de coefficients, le moment dynamique de la roue 1 en O_p devient :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\delta}_{1,Op,1/0}|_{R5} = & \left(\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} [\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} cac(\gamma - \alpha)s(\gamma - \alpha) + m_1 r_1 s \alpha] \ddot{x} \\ [\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} sac(\gamma - \alpha)s(\gamma - \alpha) - m_1 r_1 c \alpha] \ddot{y} \\ [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} d_A c^2(\gamma - \alpha) - m_1 r_1 d_A] \ddot{\alpha} \\ [-m_1 r_1 d_1 s(\gamma - \alpha)] \ddot{\gamma} \\ [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} s^2(\gamma - \alpha) c \alpha] \dot{x} \dot{\gamma} \\ [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} s^2(\gamma - \alpha) s \alpha] \dot{y} \dot{\gamma} \\ [+ \frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} (d_A s(\gamma - \alpha) + d_1) c(\gamma - \alpha)] \dot{\alpha} \dot{\gamma} \\ [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} d_1 c(\gamma - \alpha) - m_1 r_1 d_1 c(\gamma - \alpha)] \dot{\gamma}^2 \end{array} \right] \\ \frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} \left[\begin{array}{c} [\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} s^2(\gamma - \alpha) c \alpha + m_1 r_1 c \alpha] \ddot{x} \\ [\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} s^2(\gamma - \alpha) s \alpha + m_1 r_1 s \alpha] \ddot{y} \\ [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} d_A c(\gamma - \alpha) s(\gamma - \alpha)] \ddot{\alpha} \\ [+m_1 r_1 d_1 c(\gamma - \alpha)] \ddot{\gamma} \\ [+ \frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} c(\gamma - \alpha) s(\gamma - \alpha) c \alpha] \dot{x} \dot{\gamma} \\ [+ \frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} c(\gamma - \alpha) s(\gamma - \alpha) s \alpha] \dot{y} \dot{\gamma} \\ [-m_1 r_1 d_A] \dot{\alpha}^2 \\ [\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} (d_1 s(\gamma - \alpha) - d_A c^2(\gamma - \alpha))] \dot{\alpha} \dot{\gamma} \\ [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} d_1 s(\gamma - \alpha) - m_1 r_1 d_1 s(\gamma - \alpha)] \dot{\gamma}^2 \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} m_1 (-d_A s \alpha + d_1 c \gamma) \ddot{x} \\ +m_1 (d_A c \alpha + d_1 s \gamma) \ddot{y} \\ +m_1 (d_A^2 + d_1 d_A s(\gamma - \alpha)) \ddot{\alpha} \\ I_{1,O1,zz} + m_1 (d_1 d_A s(\gamma - \alpha) + d_1^2) \ddot{\gamma} \\ +m_1 (-d_A d_1 c(\gamma - \alpha)) \dot{\alpha}^2 \end{array} \right] \end{array} \right)_{R5} = \begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} d1_{11} \\ d1_{12} \\ d1_{13} \\ d1_{14} \\ d1_{17} \\ d1_{18} \\ d1_{19} \\ d1_{1A} \\ d1_{1B} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ \dot{x} \dot{\gamma} \\ \dot{y} \dot{\gamma} \\ \dot{\alpha} \dot{\gamma} \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} d1_{21} \\ d1_{22} \\ d1_{23} \\ d1_{24} \\ d1_{27} \\ d1_{28} \\ d1_{29} \\ d1_{2A} \\ d1_{2B} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ \dot{x} \dot{\gamma} \\ \dot{y} \dot{\gamma} \\ \dot{\alpha} \dot{\gamma} \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} d1_{31} \\ d1_{32} \\ d1_{33} \\ d1_{34} \\ d1_{37} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \end{array} \right) \end{array} \right)_{Op,R5} \\
 \text{(G.6.30)}
 \end{array}
 \end{aligned}$$

Avec :

$d1_{11} = [\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} cac(\gamma - \alpha)s(\gamma - \alpha) + m_1 r_1 s \alpha] \ddot{x}$	$d1_{21} = [\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} s^2(\gamma - \alpha) c \alpha + m_1 r_1 c \alpha] \ddot{x}$
$d1_{12} = [\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} sac(\gamma - \alpha)s(\gamma - \alpha) - m_1 r_1 c \alpha] \ddot{y}$	$d1_{22} = [\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} s^2(\gamma - \alpha) s \alpha + m_1 r_1 s \alpha] \ddot{y}$
$d1_{13} = [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} d_A c^2(\gamma - \alpha) - m_1 r_1 d_A] \ddot{\alpha}$	$d1_{23} = [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} d_A c(\gamma - \alpha) s(\gamma - \alpha)] \ddot{\alpha}$
$d1_{14} = [-m_1 r_1 d_1 s(\gamma - \alpha)] \ddot{\gamma}$	$d1_{24} = [+m_1 r_1 d_1 c(\gamma - \alpha)] \ddot{\gamma}$
$d1_{18} = [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} d_1 c(\gamma - \alpha) - m_1 r_1 d_1 c(\gamma - \alpha)] \dot{\gamma}^2$	$d1_{27} = [-m_1 r_1 d_A] \dot{\alpha}^2$
$d1_{19} = [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} s^2(\gamma - \alpha) c \alpha] \dot{x} \dot{\gamma}$	$d1_{28} = [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} d_1 s(\gamma - \alpha) - m_1 r_1 d_1 s(\gamma - \alpha)] \dot{\gamma}^2$
$d1_{1A} = [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} s^2(\gamma - \alpha) s \alpha] \dot{y} \dot{\gamma}$	$d1_{29} = [+ \frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} c(\gamma - \alpha) s(\gamma - \alpha) c \alpha] \dot{x} \dot{\gamma}$
$d1_{1B} = [+ \frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} (d_A s(\gamma - \alpha) + d_1) c(\gamma - \alpha)] \dot{\alpha} \dot{\gamma}$	$d1_{2A} = [+ \frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} c(\gamma - \alpha) s(\gamma - \alpha) s \alpha] \dot{y} \dot{\gamma}$
$d1_{31} = m_1 (-d_A s \alpha + d_1 c \gamma) \ddot{x}$	$d1_{2B} = [\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} (d_1 s(\gamma - \alpha) - d_A c^2(\gamma - \alpha))] \dot{\alpha} \dot{\gamma}$
$d1_{32} = +m_1 (d_A c \alpha + d_1 s \gamma) \ddot{y}$	$d1_{34} = I_{1,O1,zz} + m_1 (d_1 d_A s(\gamma - \alpha) + d_1^2) \ddot{\gamma}$
$d1_{33} = +m_1 (d_A^2 + d_1 d_A s(\gamma - \alpha)) \ddot{\alpha}$	$d1_{37} = +m_1 (-d_A d_1 c(\gamma - \alpha)) \dot{\alpha}^2$

G.6.5 Fourche 4

Analogie avec la roue 1 Afin d'éviter des calculs fastidieux, nous procéderons ici par analogie avec la roue 1 :

- Les points O_1 , centre gravité de la roue 1 et G_4 , centre de gravité de la fourche, appartiennent tous deux au même solide. Le premier est éloigné du point A d'une distance d_1 , l'autre d'une distance n_4 .
- La vitesse angulaire de la fourche 4 est la même que celle de la roue 1 selon l'axe \vec{z} et nulle selon les autres axes.
- La hauteur de centre de gravité de la fourche, h_4 est différente de celle du centre de gravité de la roue 1, r_1
- La masse de la fourche est m_4 , au lieu de m_1 pour la roue.
- Les calculs de moment dynamique en O_p ont été effectués uniquement par changement de repère
- L'inertie au centre de gravité ne sera pas $I_{1,O_1,zz}$ mais $I_{4,G_4,zz}$

En résumé, en supprimant les termes liés aux vitesse et accélération angulaires de la roue $\dot{\beta}_1$ et $\ddot{\beta}_1$ de l'équation précédente et en remplaçant les distance d_1 par n_4 et r_1 par h_4 , nous pouvons obtenir le moment dynamique dû à la fourche 4, en O_p :

$$\overrightarrow{\delta_{4,O_p,4/0}}|_{R5} = I_{4,G_4,zz} \cdot \ddot{\gamma} \vec{z} + \left(\begin{array}{l} -m_4 h_4 (-s\alpha \ddot{x} + c\alpha \ddot{y} + d_A \ddot{\alpha} + n_4 s(\gamma - \alpha) \ddot{\gamma} + n_4 c(\gamma - \alpha) \dot{\gamma}^2) \\ + m_4 h_4 (c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y} - d_A \dot{\alpha}^2 + n_4 \ddot{\gamma} c(\gamma - \alpha) - n_4 \dot{\gamma}^2 s(\gamma - \alpha)) \\ \left[\begin{array}{l} (-d_A s\alpha - n_4 s\alpha s(\gamma - \alpha) + n_4 c\alpha c(\gamma - \alpha)) \ddot{x} \\ + (d_A c\alpha + n_4 c\alpha s(\gamma - \alpha) + n_4 s\alpha c(\gamma - \alpha)) \ddot{y} \\ + (d_A^2 + n_4 d_A s(\gamma - \alpha)) \ddot{\alpha} \\ + (n_4 d_A s(\gamma - \alpha) + n_4^2) \ddot{\gamma} \\ + (-d_A n_4 c(\gamma - \alpha)) \dot{\alpha}^2 \end{array} \right] \end{array} \right)_{R5} \quad (\text{G.6.31})$$

Ce qui peut être exprimé sous forme

$$\overrightarrow{\delta_{4,O_p,4/0}}|_{R5} = \left(\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} d4_{11} \\ d4_{12} \\ d4_{13} \\ d4_{14} \\ d4_{18} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{l} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{\gamma}^2 \end{array} \right) \cdot \vec{x}_5 + \left(\begin{array}{l} d4_{21} \\ d4_{22} \\ d4_{23} \\ d4_{24} \\ d4_{27} \\ d4_{28} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{l} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \end{array} \right) \cdot \vec{y}_5 + \left(\begin{array}{l} d4_{31} \\ d4_{32} \\ d4_{33} \\ d4_{34} \\ d4_{37} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{l} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \end{array} \right) \cdot \vec{z}_5 \end{array} \right)_{O_p, R5} \quad (\text{G.6.32})$$

$d4_{11} = m_4 h_4 s \alpha \cdot \ddot{x}$	$d4_{31} = m_4 (-d_A s \alpha - n_4 s \alpha s (\gamma - \alpha) + n_4 c \alpha c (\gamma - \alpha)) \ddot{x}$
$d4_{12} = -m_4 h_4 c \alpha \cdot \ddot{y}$	$d4_{32} = +m_4 (d_A c \alpha + n_4 c \alpha s (\gamma - \alpha) + n_4 s \alpha c (\gamma - \alpha)) \ddot{y}$
$d4_{13} = -m_4 h_4 d_A \cdot \ddot{\alpha}$	$d4_{33} = +m_4 (d_A^2 + n_4 d_A s (\gamma - \alpha)) \ddot{\alpha}$
$d4_{14} = -m_4 h_4 n_4 \ddot{\gamma} s (\gamma - \alpha)$	$d4_{34} = +[I_{4,G^4,zz} + m_4 (n_4 d_A s (\gamma - \alpha) + n_4^2)] \ddot{\gamma}$
$d4_{18} = -m_4 h_4 n_4 c (\gamma - \alpha) \dot{\gamma}^2$	$d4_{37} = +m_4 (-d_A n_4 c (\gamma - \alpha)) \dot{\alpha}^2$
$d4_{21} = +m_4 h_4 c \alpha \ddot{x}$	
$d4_{22} = +m_4 h_4 s \alpha \ddot{y}$	
$d4_{24} = +m_4 h_4 n_4 c (\gamma - \alpha) \ddot{\gamma}$	
$d4_{27} = -m_4 h_4 d_A \dot{\alpha}^2$	
$d4_{28} = -m_4 h_4 n_4 s (\gamma - \alpha) \dot{\gamma}^2$	

Avec :

G.6.6 Somme des moments dynamiques du fauteuil en Op

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\delta_{FRM,Op}} &= \overrightarrow{\delta_{5,Op}} + \overrightarrow{\delta_{1,Op}} + \overrightarrow{\delta_{2,Op}} + \overrightarrow{\delta_{3,Op}} + \overrightarrow{\delta_{F,Op}} \\
 &= \left(\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} d5_{11} \\ d5_{12} \\ d5_{13} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} d5_{21} \\ d5_{22} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ d5_{27} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{x}\dot{\alpha} \\ y\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} d5_{31} \\ d5_{32} \\ d5_{33} \\ 0 \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{array} \right) \end{array} \right)_{Op,R5} + \left(\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} d1_{11} \\ d1_{12} \\ d1_{13} \\ d1_{14} \\ d1_{17} \\ d1_{18} \\ d1_{19} \\ d1_{1A} \\ d1_{1B} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ y\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} d1_{21} \\ d1_{22} \\ d1_{23} \\ d1_{24} \\ d1_{27} \\ d1_{28} \\ d1_{29} \\ d1_{2A} \\ d1_{2B} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ y\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} d1_{31} \\ d1_{32} \\ d1_{33} \\ d1_{34} \\ d1_{37} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \end{array} \right) \end{array} \right)_{Op,R5} + \left(\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} d4_{11} \\ d4_{12} \\ d4_{13} \\ d4_{14} \\ d4_{18} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{\gamma}^2 \end{array} \right) \cdot \vec{x}_5 + \\ \left(\begin{array}{c} d4_{21} \\ d4_{22} \\ d4_{23} \\ d4_{24} \\ d4_{27} \\ d4_{28} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \end{array} \right) \cdot \vec{y}_5 \\ \left(\begin{array}{c} d4_{31} \\ d4_{32} \\ d4_{33} \\ d4_{34} \\ d4_{37} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \end{array} \right) \cdot \vec{z}_5 \end{array} \right)_{Op,R5} \\
 &+ \left(\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} d2_{11} \\ d2_{12} \\ d2_{15} \\ d2_{16} \\ d2_{17} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \dot{x}\dot{\alpha} \\ y\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} d2_{21} \\ d2_{22} \\ d2_{23} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} d2_{31} \\ d2_{32} \\ d2_{33} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \end{array} \right) \end{array} \right)_{Op,R5} + \left(\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} d3_{11} \\ d3_{12} \\ d3_{15} \\ d3_{16} \\ d3_{17} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \dot{x}\dot{\alpha} \\ y\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} d3_{21} \\ d3_{22} \\ d3_{23} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} d3_{31} \\ d3_{32} \\ d3_{33} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \end{array} \right) \end{array} \right)_{Op,R5}
 \end{aligned} \tag{G.6.33}$$

Moment dynamique du fauteuil complet en O_p

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\delta_{FRM,Op}} = & \begin{pmatrix} \ddot{x} * (d5_{11} + d1_{11} + d2_{11} + d3_{11} + d4_{11}) \\ +\ddot{y} * (d5_{12} + d1_{12} + d2_{12} + d3_{12} + d4_{12}) \\ +\ddot{\alpha} * (d5_{13} + d1_{13} + d4_{13}) \\ +\ddot{\gamma} * (d1_{14} + d4_{14}) \\ +\dot{x}\dot{\alpha} * (+d2_{15} + d3_{15}) \\ +\dot{y}\dot{\alpha} * (+d2_{16} + d3_{16}) \\ +\dot{\alpha}^2 * (d1_{17} + d2_{17} + d3_{17}) \\ +\dot{\gamma}^2 * (d1_{18} + d4_{18}) \\ +\dot{x}\dot{\gamma} * (d1_{19}) \\ +\dot{y}\dot{\gamma} * (d1_{1A}) \\ +\dot{\alpha}\dot{\gamma} * (d1_{1B}) \\ \\ \ddot{x} * (d5_{21} + d1_{21} + d2_{21} + d3_{21} + d4_{21}) \\ +\ddot{y} * (d5_{22} + d1_{22} + d2_{22} + d3_{22} + d4_{22}) \\ +\ddot{\alpha} * (d1_{23} + d2_{23} + d3_{23} + d4_{23}) \\ +\ddot{\gamma} * (d1_{24} + d4_{24}) \\ +\dot{x}\dot{\alpha} * (d1_{25}) \\ +\dot{y}\dot{\alpha} * (d1_{26}) \\ +\dot{\alpha}^2 * (d5_{27} + d1_{27} + d4_{27}) \\ +\dot{\gamma}^2 * (d1_{28} + d4_{28}) \\ +\dot{x}\dot{\gamma} * (d1_{29}) \\ +\dot{y}\dot{\gamma} * (d1_{2A}) \\ +\dot{\alpha}\dot{\gamma} * (d1_{2B}) \\ \\ \ddot{x} * (d5_{31} + d1_{31} + d2_{31} + d3_{31} + d4_{31}) \\ +\ddot{y} * (d5_{32} + d1_{32} + d2_{32} + d3_{32} + d4_{32}) \\ +\ddot{\alpha} * (d5_{33} + d1_{33} + d2_{33} + d3_{33} + d4_{33}) \\ +\ddot{\gamma} * (d1_{34} + d4_{34}) \\ +\dot{\alpha}^2 * (d1_{37} + d4_{37}) \end{pmatrix}_{Op,R5} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{11} \\ d_{12} \\ d_{13} \\ d_{14} \\ d_{15} \\ d_{16} \\ d_{17} \\ d_{18} \\ d_{19} \\ d_{1A} \\ d_{1B} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \\ \\ \begin{pmatrix} d_{21} \\ d_{22} \\ d_{23} \\ d_{24} \\ d_{25} \\ d_{26} \\ d_{27} \\ d_{28} \\ d_{29} \\ d_{2A} \\ d_{2B} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \\ \\ \begin{pmatrix} d_{31} \\ d_{32} \\ d_{33} \\ d_{34} \\ d_{37} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \end{pmatrix} \end{pmatrix}_{Op,R5}
 \end{aligned}
 \tag{G.6.34}$$

Avec :

$d_{11} = d5_{11} + d1_{11} + d2_{11} + d3_{11} + d4_{11}$	$d_{11} = d5_{21} + d1_{21} + d2_{21} + d3_{21} + d4_{21}$
$d_{12} = d5_{12} + d1_{12} + d2_{12} + d3_{12} + d4_{12}$	$d_{12} = d5_{22} + d1_{22} + d2_{22} + d3_{22} + d4_{22}$
$d_{13} = d5_{13} + d1_{13} + d4_{13}$	$d_{13} = d1_{23} + d2_{23} + d3_{23} + d4_{23}$
$d_{14} = d1_{14} + d4_{14}$	$d_{14} = d1_{24} + d4_{24}$
$d_{15} = +d2_{15} + d3_{15}$	$d_{15} = d1_{25}$

$d_{16} = +d_{216} + d_{316}$	$d_{16} = d_{126}$
$d_{17} = d_{117} + d_{217} + d_{317}$	$d_{17} = d_{527} + d_{127} + d_{427}$
$d_{18} = d_{118} + d_{418}$	$d_{18} = d_{128} + d_{428}$
$d_{19} = d_{119}$	$d_{19} = d_{129}$
$d_{1A} = d_{11A}$	$d_{1A} = d_{12A}$
$d_{1B} = d_{11B}$	$d_{1B} = d_{12B}$
$d_{11} = d_{531} + d_{131} + d_{231} + d_{331} + d_{431}$	$d_{14} = d_{134} + d_{434}$
$d_{12} = d_{532} + d_{132} + d_{232} + d_{332} + d_{432}$	$d_{17} = d_{137} + d_{437}$
$d_{13} = d_{533} + d_{133} + d_{233} + d_{333} + d_{433}$	

G.7 Efforts externes sur le fauteuil roulant

G.7.1 Efforts du sol sur le fauteuil (au niveau de la roue 1)

FIGURE G.6 – Schéma de la roue 1

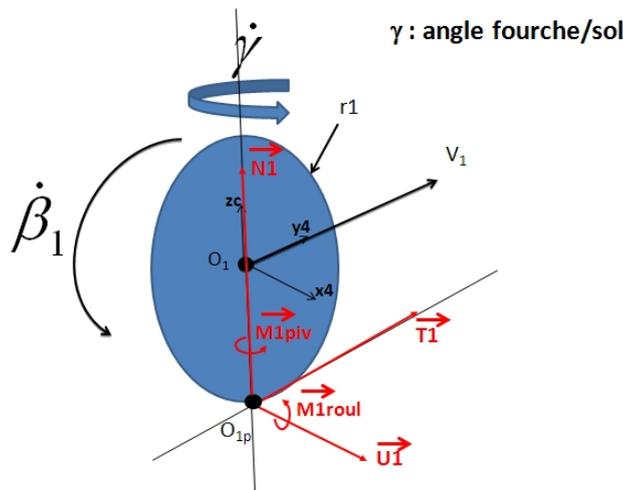


Schéma de la roue 1

Rappel sur la résistance au roulement et au pivotement

- 5 Selon les hypothèses en paragraphe G.2, la résistance au roulement d'une roue est représentée par un moment, appliqué au point de contact de cette roue avec le sol :

$$\vec{M}_{roul, O1p, 0 \rightarrow 1} = -\lambda_1 N_1 s g^*(\dot{\beta}_1) \cdot \vec{x}_4 \quad (G.7.1)$$

Où :

- λ_i est le paramètre de résistance au roulement de la roue i

- $\dot{\beta}_i$ est la vitesse angulaire de la roue i par rapport à son support (la fourche pour la roue 1, le châssis pour les roues 2 et 3)
- $sg^*(\dot{\beta}_i)$ est le signe de $\dot{\beta}_i$, et $sg^*(\dot{\beta}_i) = 0$ si $\dot{\beta}_i = 0$
- N_i est l'effort normal du sol sur la roue i

- 5 De plus, les résistances au pivotement sont exprimées en leur points de contact avec le sol par les moments :

$$\vec{M}_{piv,O1p,0 \rightarrow 1} = -fr_1 N_1 sg^*(\dot{\gamma}) \cdot \vec{z}_4 \quad (\text{G.7.2})$$

Où fr_i est le paramètre de résistance au pivotement de la roue i selon l'axe vertical

Moment et torseur d'action du sol sur la roue 1, en O1p

- En nommant U_1 , T_1 et N_1 les efforts dans les directions respectives \vec{x}_4 , \vec{y}_4 et \vec{z}_5 , ce
10 torseur est :

$$\overrightarrow{\mathcal{F}}_{Sol \rightarrow roue1} = \left\{ \begin{array}{cc} U_1 & -\lambda_1 N_1 sg^*(\dot{\beta}_1) \\ T_1 & 0 \\ N_1 & -fr_1 N_1 sg^*(\dot{\gamma}) \end{array} \right\}_{O1p, R_4} \quad (\text{G.7.3})$$

Effort du sol sur la roue, dans le repère R5 (châssis)

$$\overrightarrow{F}_{Sol \rightarrow roue1} |_{R5} = \begin{pmatrix} c(\gamma - \alpha) & -s(\gamma - \alpha) & 0 \\ s(\gamma - \alpha) & c(\gamma - \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ T_1 \\ N_1 \end{pmatrix}_{R_4}$$

$$\overrightarrow{F}_{Sol \rightarrow roue1} |_{R5} = \begin{pmatrix} U_1 * c(\gamma - \alpha) - T_1 * s(\gamma - \alpha) \\ U_1 * s(\gamma - \alpha) + T_1 * c(\gamma - \alpha) \\ N_1 \end{pmatrix}_{R5} \quad (\text{G.7.4})$$

Transfert du moment d'action du sol sur la roue 1, du point O_{1p} au point O_p

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\mathcal{M}}_{O_p,0 \rightarrow 1} &= \overrightarrow{\mathcal{M}}_{O_{1p},0 \rightarrow 1} + \overrightarrow{O_p O_{1p}} \wedge \overrightarrow{\mathcal{F}}_{0 \rightarrow 1} \\
 &= \begin{pmatrix} -\lambda_1 N_1 s g^*(\dot{\beta}_1) \\ 0 \\ -f r_1 N_1 s g^*(\dot{\gamma}) \end{pmatrix}_{R4} + (d_A \vec{x}_5 - d_1 \vec{y}_4) \wedge \begin{pmatrix} U_1 \\ T_1 \\ N_1 \end{pmatrix}_{R4} \\
 &= \begin{pmatrix} -\lambda_1 N_1 s g^*(\dot{\beta}_1) \\ 0 \\ -f r_1 N_1 s g^*(\dot{\gamma}) \end{pmatrix}_{R4} + (d_A(c(\gamma - \alpha)\vec{x}_4 - s(\gamma - \alpha)\vec{y}_4 - d_1 \vec{y}_4) \wedge \begin{pmatrix} U_1 \\ T_1 \\ N_1 \end{pmatrix}_{R4} \\
 &= \begin{pmatrix} -\lambda_1 N_1 s g^*(\dot{\beta}_1) \\ 0 \\ -f r_1 N_1 s g^*(\dot{\gamma}) \end{pmatrix}_{R4} + \begin{pmatrix} d_A c(\gamma - \alpha) \\ -d_A s(\gamma - \alpha) - d_1 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} U_1 \\ T_1 \\ N_1 \end{pmatrix}_{R4} \\
 &= \begin{pmatrix} -\lambda_1 N_1 s g^*(\dot{\beta}_1) + (-d_A s(\gamma - \alpha) - d_1) N_1 \\ -d_A c(\gamma - \alpha) N_1 \\ -f r_1 N_1 s g^*(\dot{\gamma}) + d_A c(\gamma - \alpha) T_1 - (-d_A s(\gamma - \alpha) - d_1) U_1 \end{pmatrix}_{R4}
 \end{aligned}$$

 \Leftrightarrow

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\mathcal{M}}_{O_p,0 \rightarrow 1R5} &= P_{R5R4} \begin{pmatrix} -\lambda_1 N_1 s g^*(\dot{\beta}_1) + (-d_A s(\gamma - \alpha) - d_1) N_1 \\ -d_A c(\gamma - \alpha) N_1 \\ -f r_1 N_1 s g^*(\dot{\gamma}) + d_A c(\gamma - \alpha) T_1 + (d_A s(\gamma - \alpha) + d_1) U_1 \end{pmatrix}_{R4} \\
 &= \begin{pmatrix} c(\gamma - \alpha) & -s(\gamma - \alpha) & 0 \\ s(\gamma - \alpha) & c(\gamma - \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\lambda_1 N_1 s g^*(\dot{\beta}_1) + (-d_A s(\gamma - \alpha) - d_1) N_1 \\ -d_A c(\gamma - \alpha) N_1 \\ -f r_1 N_1 s g^*(\dot{\gamma}) + d_A c(\gamma - \alpha) T_1 + (d_A s(\gamma - \alpha) + d_1) U_1 \end{pmatrix}_{Op,R4} \\
 &= \begin{pmatrix} c(\gamma - \alpha)[- \lambda_1 N_1 s g^*(\dot{\beta}_1) + (-d_A s(\gamma - \alpha) - d_1) N_1] - s(\gamma - \alpha)[-d_A c(\gamma - \alpha) N_1] \\ s(\gamma - \alpha)[- \lambda_1 N_1 s g^*(\dot{\beta}_1) + (-d_A s(\gamma - \alpha) - d_1) N_1] + c(\gamma - \alpha)[-d_A c(\gamma - \alpha) N_1] \\ -f r_1 N_1 s g^*(\dot{\gamma}) + d_A c(\gamma - \alpha) T_1 + (d_A s(\gamma - \alpha) + d_1) U_1 \end{pmatrix}_{Op,R5} \\
 &= \begin{pmatrix} N_1 [(-\lambda_1 s g^*(\dot{\beta}_1) - d_1) c(\gamma - \alpha)] \\ N_1 [(-\lambda_1 s g^*(\dot{\beta}_1) - d_1) s(\gamma - \alpha) - d_A] \\ -f r_1 N_1 s g^*(\dot{\gamma}) + d_A c(\gamma - \alpha) T_1 + (d_A s(\gamma - \alpha) + d_1) U_1 \end{pmatrix}_{Op,R5}
 \end{aligned}$$

(G.7.5)

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\mathcal{M}}_{Op,0 \rightarrow 1} |_{R5} &= \begin{pmatrix} -N_1(\lambda_1 s g^*(\dot{\beta}_1) + d_1) c(\gamma - \alpha) \\ -N_1[(\lambda_1 s g^*(\dot{\beta}_1) + d_1) s(\gamma - \alpha) + d_A] \\ -N_1 f r_1 s g^*(\dot{\gamma}) + T_1 d_{Ac}(\gamma - \alpha) + U_1(d_{As}(\gamma - \alpha) + d_1) \end{pmatrix}_{Op,R5} \\ &= \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} e1_{11} \\ e1_{21} \\ e1_{31} \\ e1_{35} \\ e1_{38} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_1 \\ N_1 \\ U_1 \\ T_1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}_{R5} \end{aligned} \quad (G.7.6)$$

Avec :

$e1_{11} = -(\lambda_1 * s g^*(\dot{\beta}_1) + d_1) * c(\gamma - \alpha)$
$e1_{21} = -((\lambda_1 * s g^*(\dot{\beta}_1) + d_1) * s(\gamma - \alpha) + d_A)$
$e1_{31} = -f r_1 * s g^*(\dot{\gamma})$
$e1_{35} = d_1 + d_A * s(\gamma - \alpha)$
$e1_{38} = d_A * c(\gamma - \alpha)$

G.7.2 Efforts du sol sur le fauteuil (au niveau de la roue 2)

FIGURE G.7 – Schéma de la roue 2

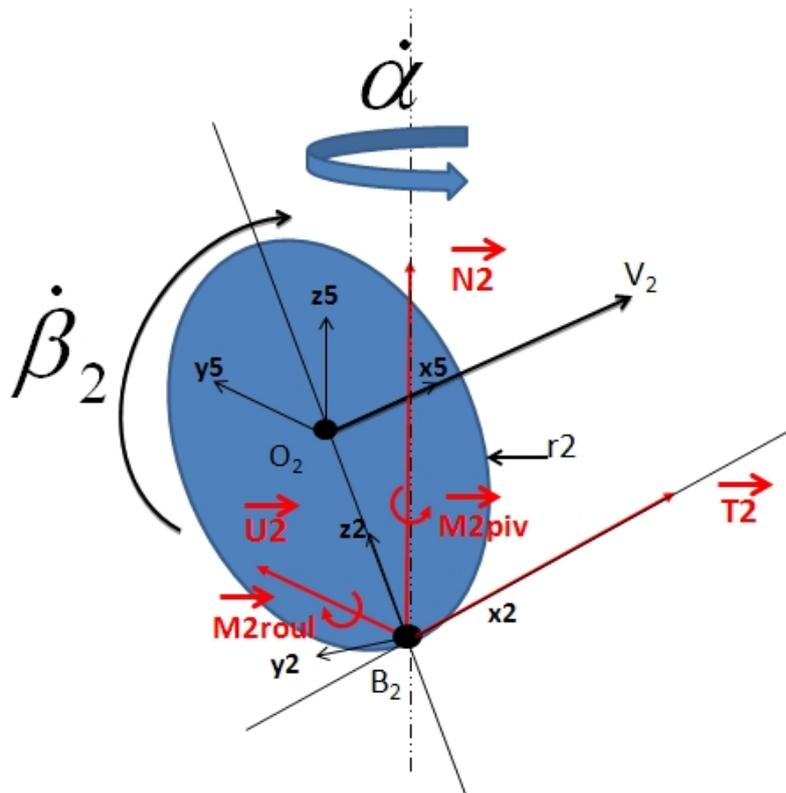


Schéma de la roue 2

Torseur d'action sur la roue 2 en son point de contact avec le sol B2

Comme pour la roue 1, selon les hypothèses en paragraphe G.2, ce torseur est constitué d'un effort inconnu, et de moments dûs à la résistance au roulement au au pivotement de la roue. De plus, le repère de ce torseur est parallèle au repère R5, ce qui permet

d'écrire le torseur d'action au point de contact de la roue avec le sol :

$$\overrightarrow{\mathcal{F}}_{0 \rightarrow 2} = \left\{ \begin{array}{cc} T_2 & 0 \\ U_2 & -\lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2) * N_2 \\ N_2 & -fr_2 * N_2 * sg^*(\dot{\alpha} - s\theta\dot{\beta}_2) \end{array} \right\}_{B2, R5} \quad (G.7.7)$$

Transfert du moment du sol sur la roue 2, du point B2 au point Op

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow 2, Op} &= \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow 2, B2} + \overrightarrow{O_p B_2} \wedge \overrightarrow{F}_{0 \rightarrow 2} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ -\lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2) * N_2 \\ -fr_2 * N_2 * sg^*(\dot{\alpha} - s\theta\dot{\beta}_2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -(d + r_2 s\theta) \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} T_2 \\ U_2 \\ N_2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (G.7.8)$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\mathcal{M}}_{sol/2, Op} |_{R5} &= \begin{pmatrix} -(d + r_2 s\theta) * N_2 \\ -\lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2) * N_2 \\ -fr_2 * N_2 * sg^*(\dot{\alpha} - s\theta\dot{\beta}_2) + (d + r_2 s\theta) * T_2 \end{pmatrix}_{Op, R5} \\ &= \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} e2_{12} \\ e2_{22} \\ e2_{32} \\ 0 \\ e2_{39} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} N_2 \\ N_2 \\ N_2 \\ U_2 \\ T_2 \end{pmatrix} \end{pmatrix}_{Op, R5} \end{aligned} \quad (G.7.9)$$

Avec :

$e2_{12} = -(d + r_2 * s\theta)$
$e2_{22} = -\lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2)$
$e2_{32} = -fr_2 * sg^*(\dot{\alpha} - s\theta\dot{\beta}_2)$
$e2_{39} = d + r_2 * s\theta$

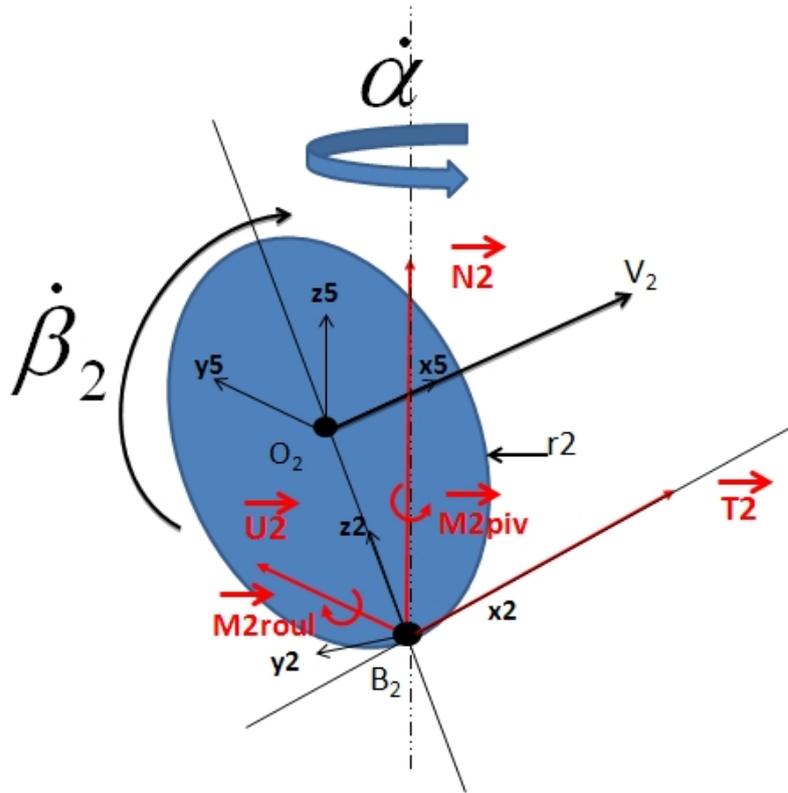
G.7.3 Efforts du sol sur le fauteuil (au niveau de la roue 3)

10 Schéma de la roue 3

Torseur d'action du sol sur la roue 3 au point B3

Le repère d'expression des efforts du sol sur la roue 3 est égal à celui de la roue 2, selon les hypothèses d'effort nous aurons donc un torseur d'action similaire.

FIGURE G.8 – Schéma de la roue 3



$$\overrightarrow{\mathcal{F}}_{0 \rightarrow 3} = \left\{ \begin{array}{cc} T_3 & 0 \\ U_3 & -\lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3) * N_3 \\ N_3 & -fr_3 * N_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3) \end{array} \right\}_{B_3, R_5} \quad (G.7.10)$$

Transfert du moment des actions du sol sur la roue 3, du point B3 au point Op

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow 3, Op} &= \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow 3, B_3} + \overrightarrow{O_p B_3} \wedge \overrightarrow{F}_{0 \rightarrow 3} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ -\lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3) * N_3 \\ -fr_3 * N_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ (d + r_3 s\theta) \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} T_3 \\ U_3 \\ N_3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\mathcal{M}}_{sol/3, Op} |_{R_5} &= \begin{pmatrix} (d + r_3 s\theta) * N_3 \\ -\lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3) * N_3 \\ -N_3 * fr_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3) - (d + r_3 s\theta) * T_3 \end{pmatrix}_{Op, R_5} \\ &= \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{313} \\ e_{323} \\ e_{333} \\ 0 \\ e_{3310} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} N_3 \\ N_3 \\ N_3 \\ U_3 \\ T_3 \end{pmatrix} \end{pmatrix}_{Op, R_5} \quad (G.7.11) \end{aligned}$$

Avec :

$e_{313} = (d + r_3 * s\theta)$
$e_{323} = -\lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3)$
$e_{333} = -fr_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3)$
$e_{3310} = -(d + r_3 * s\theta)$

G.7.4 Efforts du POIDS sur le fauteuil

Validation de l'hypothèse de centre de gravité FRM fixe malgré les mouvements relatifs de la fourche par rapport au châssis

Rappel : Cette hypothèse est exprimée en G.2.

La position de la fourche varie dans le mouvement, nous prendrons des positions extrêmes de la fourche dans son mouvement dans le repère châssis et calculerons leurs impacts sur le centre de gravité global du fauteuil, pour des valeurs usuelles de distances et de masse des différents éléments du fauteuil. **Valeurs de masses et de distances usuelles**

- distance entre le centre de gravité de l'ensemble châssis 5 + roues 2 et 3 au pivot de fourche A : $d_{GA}=20$ cm
- distance (horizontale) entre le point A, pivot de fourche et le centre de gravité fourche+rouletteAV : $d_{GF}=2$ cm
- masse totale fauteuil : $m_T = 10$ Kg
- masse fourche+rouletteAV : $0,5$ Kg

Pour ce choix de valeurs, maximisant le poids des roues et des fourches, les variations de centre de gravité avec les positions extrêmes de la fourche sont de Variation = $d_{GF} * m_f / m_T = 2 * 0,5 / 10 = 0,1$ cm

Par conséquent, l'hypothèse d'un centre de gravité FRM fixe malgré les mouvements de la fourche est considérée comme valable

Efforts dus au poids au point G_{FRM} , centre de gravité du fauteuil

25

$$\vec{P}_{FRM, GFRM, R5} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_{FRM} \cdot g \end{bmatrix}_{GFRM, R5} \quad (G.7.12)$$

Transport de moment du poids au point Op

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{M_{P \rightarrow 5, Op, R5}} &= \overrightarrow{O_p G_{FRM}} \wedge \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_{FRM} \cdot g \end{bmatrix}_{G_{FRM}, R5} \\
 &= (n_G \cdot \vec{x}_5 + (h_G) \cdot \vec{z}_5) \wedge \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_{FRM} \cdot g \end{bmatrix}_{O, R5} = \begin{bmatrix} 0 \\ n_G \cdot m_{FRM} \cdot g \\ 0 \end{bmatrix}_{Op, R5} \\
 \overrightarrow{M_{P \rightarrow 5, Op, R5}} &= \begin{pmatrix} 0 \\ n_G \cdot m_{FRM} \cdot g \\ 0 \end{pmatrix}_{Op, R5} = \begin{pmatrix} 0 \\ eP_{24} \\ 0 \end{pmatrix}_{Op, R5}
 \end{aligned} \tag{G.7.13}$$

Avec :

$$eP_{24} = n_G * m_{FRM} * g$$

G.7.5 Efforts du sujet sur le chassis

5 **Efforts du sujet sur le chassis en O**

$$\overrightarrow{T_{Sujet/chassis}} = \left(\overrightarrow{F_{s \rightarrow 5}} \quad \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5}} \right)_{O, R5}$$

Transport du moment des efforts du sujet sur le chassis de O en Op

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, Op, R5}} &= \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, O, R5}} + \overrightarrow{OpO} \wedge \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, O, R5}} \\
 &= \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, O, R5}} + h_c \cdot \vec{z} \wedge \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \\
 &= \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, O, R5}} + h_c \cdot \vec{z} \wedge \begin{bmatrix} \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{x}_5 \\ \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{y}_5 \\ \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{z} \end{bmatrix}_{O, R5} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, O, R5}} \cdot \vec{x}_5 - h_c \cdot \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{y}_5 \\ \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, O, R5}} \cdot \vec{y}_5 + h_c \cdot \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{x}_5 \\ \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, O, R5}} \cdot \vec{z} \end{bmatrix}_{Op, R5}
 \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, Op, R5}} = \begin{pmatrix} \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, O, R5}} \cdot \vec{x}_5 - h_c * \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{y}_5 \\ \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, O, R5}} \cdot \vec{y}_5 + h_c * \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{x}_5 \\ \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, O, R5}} \cdot \vec{z} \end{pmatrix}_{Op, R5} \tag{G.7.14}$$

G.7.6 Somme des torseurs d'effort en Op

Somme des moments en Op

$$\begin{aligned}
 & \overrightarrow{M_{0 \rightarrow 1, OpR5}} + \overrightarrow{M_{0 \rightarrow 2, OpR5}} + \overrightarrow{M_{0 \rightarrow 3, OpR5}} + \overrightarrow{M_{poids \rightarrow 5, OpR5}} + \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, OpR5}} \\
 = & \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} e1_{11} \\ e1_{21} \\ e1_{31} \\ e1_{35} \\ e1_{38} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_1 \\ N_1 \\ U_1 \\ T_1 \end{pmatrix} \\ \end{pmatrix}_{R5} + \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} e2_{12} \\ e2_{22} \\ e2_{32} \\ 0 \\ e2_{39} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} N_2 \\ N_2 \\ N_2 \\ U_2 \\ T_2 \end{pmatrix} \\ \end{pmatrix}_{Op, R5} + \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} e3_{13} \\ e3_{23} \\ e3_{33} \\ 0 \\ e2_{310} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} N_3 \\ N_3 \\ N_3 \\ U_3 \\ T_3 \end{pmatrix} \\ \end{pmatrix}_{Op, R5} \\
 & + \begin{pmatrix} 0 \\ eP_{41} \\ 0 \end{pmatrix}_{Op, R5} + \begin{pmatrix} \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, OR5} \cdot \vec{x}_5} - hc * \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5 R5} \cdot \vec{y}_5} \\ \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, OR5} \cdot \vec{y}_5} + hc * \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5 R5} \cdot \vec{x}_5} \\ \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, OR5} \cdot \vec{z}} \end{pmatrix}_{Op, R5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \overrightarrow{M_{0 \rightarrow 1, OpR5}} + \overrightarrow{M_{0 \rightarrow 2, OpR5}} + \overrightarrow{M_{0 \rightarrow 3, OpR5}} + \overrightarrow{M_{poids \rightarrow 5, OpR5}} + \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, OpR5}} \\
 = & \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} e1_{11} \\ e2_{12} \\ e3_{13} \\ \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, OR5} \cdot \vec{x}_5} - hc * \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5 R5} \cdot \vec{y}_5} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} e1_{21} \\ e2_{22} \\ e3_{23} \\ eP_{24} + \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, OR5} \cdot \vec{y}_5} + hc * \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5 R5} \cdot \vec{x}_5} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} e1_{31} \\ e2_{32} \\ e3_{33} \\ \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, OR5} \cdot \vec{z}} \\ e1_{35} \\ 0 \\ 0 \\ e1_{38} \\ e2_{39} \\ e2_{310} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ 1 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} e11 \\ e12 \\ e13 \\ eF_{14} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} e21 \\ e22 \\ e23 \\ e24 + eF_{25} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} e31 \\ e32 \\ e33 \\ eF_{34} \\ e35 \\ 0 \\ 0 \\ e38 \\ e39 \\ e310 \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ 1 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

(G.7.15)

Avec :

$e_{11} = e_{111}$	$e_{31} = e_{131}$
$e_{12} = e_{212}$	$e_{32} = e_{232}$
$e_{13} = e_{313}$	$e_{33} = e_{333}$
$eF_{14} = \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, OR5}} \cdot \vec{x}_5 - hc * \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{y}_5$	$eF_{34} = \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, OR5}} \cdot \vec{z}$
$e_{21} = e_{121}$	$e_{35} = e_{135}$
$e_{22} = e_{222}$	$e_{38} = e_{138}$
$e_{23} = e_{323}$	$e_{39} = e_{239}$
$e_{24} = +eP_{24}$	$e_{310} = e_{3310}$
$eF_{25} = \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, OR5}} \cdot \vec{y}_5 + hc * \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{x}_5$	

Somme des efforts sur le système FRM

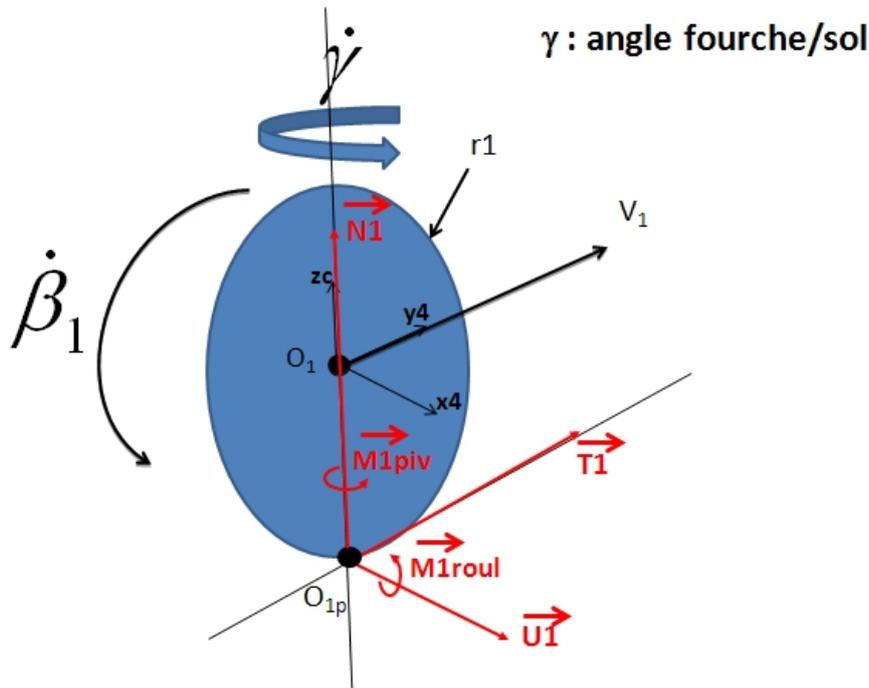
$$\begin{aligned} & \left(\overrightarrow{F_{0 \rightarrow 1, OpR5}} + \overrightarrow{F_{0 \rightarrow 2, OpR5}} + \overrightarrow{F_{0 \rightarrow 3, OpR5}} + \overrightarrow{F_{poids \rightarrow 5, OpR5}} + \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, OpR5}} \right) \\ &= \begin{pmatrix} U_1 c(\gamma - \alpha) - T_1 s(\gamma - \alpha) \\ U_1 s(\gamma - \alpha) + T_1 c(\gamma - \alpha) \\ N_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_2 \\ U_2 \\ N_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_3 \\ U_3 \\ N_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_{FRM} \cdot g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{x}_5 \\ \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{y}_5 \\ \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{z} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\overrightarrow{F_{0 \rightarrow 1, OpR5}} + \overrightarrow{F_{0 \rightarrow 2, OpR5}} + \overrightarrow{F_{0 \rightarrow 3, OpR5}} + \overrightarrow{F_{poids \rightarrow 5, OpR5}} + \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, OpR5}} \right) \\ &= \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{x}_5 \\ c(\gamma - \alpha) \\ 0 \\ 0 \\ -s(\gamma - \alpha) \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{y}_5 \\ s(\gamma - \alpha) \\ 1 \\ 1 \\ c(\gamma - \alpha) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ T_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -m_{FRM} \cdot g + \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{z} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} eF_{44} \\ e_{45} \\ 0 \\ 0 \\ e_{48} \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} eF_{54} \\ e_{55} \\ 1 \\ 1 \\ e_{58} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ T_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ e_{64} + eF_{64} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{G.7.16}$$

Avec :

$eF_{44} = +\overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{x}_5$	$e_{55} = s(\gamma - \alpha)$
$e_{45} = c(\gamma - \alpha)$	$e_{58} = c(\gamma - \alpha)$
$e_{48} = -s(\gamma - \alpha)$	$e_{64} = -m_{FRM} \cdot g$
$eF_{54} = +\overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{y}_5$	$eF_{64} = \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5, R5}} \cdot \vec{z}$

FIGURE G.9 – Schéma de la roue 1



G.8 Calcul des efforts tangentiels sur chaque roue

G.8.1 Roue 1

Effort du sol sur la roue 1, exprimé au point O1 Nous rappelons que le torseur du sol sur la roue 1, au point O_{1p} est (cf (G.7.3), p 268) :

$$\overrightarrow{\mathcal{F}}_{0 \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{cc} U_1 & -\lambda_1 N_1 s g^*(\dot{\beta}_1) \\ T_1 & 0 \\ N_1 & -f r_1 N_1 s g^*(\dot{\gamma}) \end{array} \right\}_{O_{1p}, R_4} \quad (\text{G.8.1})$$

5 Au point O1, nous pouvons écrire le moment dû aux efforts du sol sur la roue 1 :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow 1, O_1} &= \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow 1, O_{1p}} + \overrightarrow{O_1 O_{1p}} \wedge \overrightarrow{F}_{0 \rightarrow 1} \\ &= \begin{pmatrix} -\lambda_1 N_1 s g^*(\dot{\beta}_1) \\ 0 \\ -f r_1 N_1 s g^*(\dot{\gamma}) \end{pmatrix} - r_1 \vec{z}_4 \wedge \begin{pmatrix} U_1 \\ T_1 \\ N_1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\lambda_1 N_1 s g^*(\dot{\beta}_1) + r_1 T_1 \\ -r_1 U_1 \\ -f r_1 N_1 s g^*(\dot{\gamma}) \end{pmatrix}_{O_1, R_4} \end{aligned} \quad (\text{G.8.2})$$

Moment de la fourche 4 sur la roue 1 en O1, selon \vec{x}_4

Ce moment est dû uniquement au moment résistant dans les roulements à billes de

la roulette, son expression est donc :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_{4/1,O1} = -C_{r1} * sg^*(\dot{\beta}_1) \cdot \vec{x}_4 \quad (\text{G.8.3})$$

Avec :

- C_{r1} est le couple de résistance au frottement du pivot de roue 1 (frottement dans les roulements à billes de la roue 1)
- 5 • $sg^*(\dot{\beta}_1)$ est le signe de la vitesse angulaire de la roue 1 par rapport à la fourche 4, et nul si cette vitesse est nulle

Rappel du torseur dynamique de la roue 1 en O1

Selon l'équation (G.6.22) p 258

$$\overrightarrow{\delta}_{1,O1,1/0} = I_{1,O1,xx} \cdot \ddot{\beta}_1 \cdot \vec{x}_4 + I_{1,O1,xy} \dot{\beta}_1 \cdot \vec{y}_4 + I_{1,O1,zz} \cdot \ddot{\gamma} \cdot \vec{z}_5 \quad (\text{G.8.4})$$

Avec $\dot{\beta}_1$ et $\ddot{\beta}_1$ de valeurs respectives (cf équations (G.5.2) p 245 et (G.5.16) p 249) :

$$\dot{\beta}_1 = \frac{s(\gamma - \alpha)c\alpha\dot{x} + s(\gamma - \alpha)s\alpha\dot{y} - d_{Ac}(\gamma - \alpha)\dot{\alpha}}{r_1} \quad (\text{G.8.5})$$

$$\ddot{\beta}_1 = \frac{1}{r_1}(s(\gamma - \alpha)(c\alpha\ddot{x} + s\alpha\ddot{y}) - d_{Ac}(\gamma - \alpha)\ddot{\alpha} + d_1\dot{\gamma}\dot{\alpha} - d_1\dot{\gamma}^2) \quad (\text{G.8.6})$$

10 Calcul de l'effort T_1

Nous rappelons d'abord qu'en O1, centre de gravité de la roue1, le moment dû au poids de la roue 1 est nul.

Nous utiliserons le théorème des puissances virtuelles pour calculer l'effort T_1 :

Soit un torseur cinématique virtuel en O1 de la forme :

$$\mathcal{T}_{cin,O1}^* = \begin{pmatrix} w^* \cdot \vec{x}_4 \\ 0 \end{pmatrix}_{O1,R4} \quad (\text{G.8.7})$$

15 En appliquant le principe des puissances virtuelles à la roue 1 :

$$\begin{aligned}
 & \forall \mathcal{T}_{cin}^* \\
 & \mathcal{P}_{int}^* + \mathcal{P}_{ext}^* = \mathcal{P}_{cin}^* \\
 & \Leftrightarrow (\mathcal{F}_{0 \rightarrow 1, O1} + \mathcal{F}_{4 \rightarrow 1, O1}) \otimes \mathcal{T}_{cin, O1}^* = \overrightarrow{\delta_{1, O1}} \otimes \mathcal{T}_{cin, O1}^* \\
 & \Leftrightarrow \overrightarrow{\mathcal{M}_{0 \rightarrow 1, w^*} \cdot \vec{x}_4} + \overrightarrow{\mathcal{M}_{4 \rightarrow 1, w^*} \cdot \vec{x}_4} = \overrightarrow{\delta_{1, O1}} \cdot w^* \cdot \vec{x}_4 \\
 & \Leftrightarrow (\lambda_1 sg^*(\dot{\beta}_1) N_1 + r_1 T_1 - C_{r1} sg^*(\dot{\beta}_1)) \cdot w^* \\
 & \quad = I_{1, O1, xx} \cdot \ddot{\beta}_1 \cdot w^* \tag{G.8.8} \\
 & \Leftrightarrow (\lambda_1 sg^*(\dot{\beta}_1) N_1 + r_1 T_1 - C_{r1} sg^*(\dot{\beta}_1)) \cdot w^* \\
 & \quad = I_{1, O1, xx} \cdot \frac{1}{r_1} \left(s(\gamma - \alpha)(c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y}) - d_{Ac}(\gamma - \alpha)\ddot{\alpha} + d_1 \dot{\gamma} \dot{\alpha} - d_1 \dot{\gamma}^2 \right) \cdot w^* \\
 & \Leftrightarrow T_1 = -\frac{\lambda_1}{r_1} sg^*(\dot{\beta}_1) N_1 + \frac{C_{r1}}{r_1} sg^*(\dot{\beta}_1) \\
 & \quad + I_{1, O1, xx} \cdot \frac{1}{r_1^2} \left(s(\gamma - \alpha)(c\alpha \ddot{x} + s\alpha \ddot{y}) - d_{Ac}(\gamma - \alpha)\ddot{\alpha} + d_1 \dot{\gamma} \dot{\alpha} - d_1 \dot{\gamma}^2 \right)
 \end{aligned}$$

$$T_1 = \begin{pmatrix} I_{1, O1, xx}/r_1^2 \cdot s(\gamma - \alpha)c\alpha \\ I_{1, O1, xx}/r_1^2 \cdot s(\gamma - \alpha)s\alpha \\ -I_{1, O1, xx}/r_1^2 \cdot d_{Ac}(\gamma - \alpha) \\ -I_{1, O1, xx}/r_1^2 \cdot d_1 \\ I_{1, O1, xx}/r_1^2 \cdot d_1 \\ -\lambda_1/r_1 \cdot sg^*(\dot{\beta}_1) \\ +C_{r1}/r_1 \cdot sg^*(\dot{\beta}_1) \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma}^2 \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \\ N1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} edT_{11} \\ edT_{12} \\ edT_{13} \\ edT_{18} \\ edT_{1B} \\ eT_{11} \\ eT_{14} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma}^2 \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \\ N1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{G.8.9}$$

Avec :

$edT_{11} = I_{1, O1, xx}/r_1^2 * s(\gamma - \alpha) * c\alpha$	$edT_{1B} = I_{1, O1, xx}/r_1^2 * d_1$
$edT_{12} = I_{1, O1, xx}/r_1^2 * s(\gamma - \alpha)s\alpha$	$eT_{11} = -\lambda_1/r_1 * sg^*(\dot{\beta}_1)$
$edT_{13} = -I_{1, O1, xx}/r_1^2 * d_{Ac} * c(\gamma - \alpha)$	$eT_{14} = +C_{r1}/r_1 * sg^*(\dot{\beta}_1)$
$edT_{18} = -I_{1, O1, xx}/r_1^2 * d_1$	

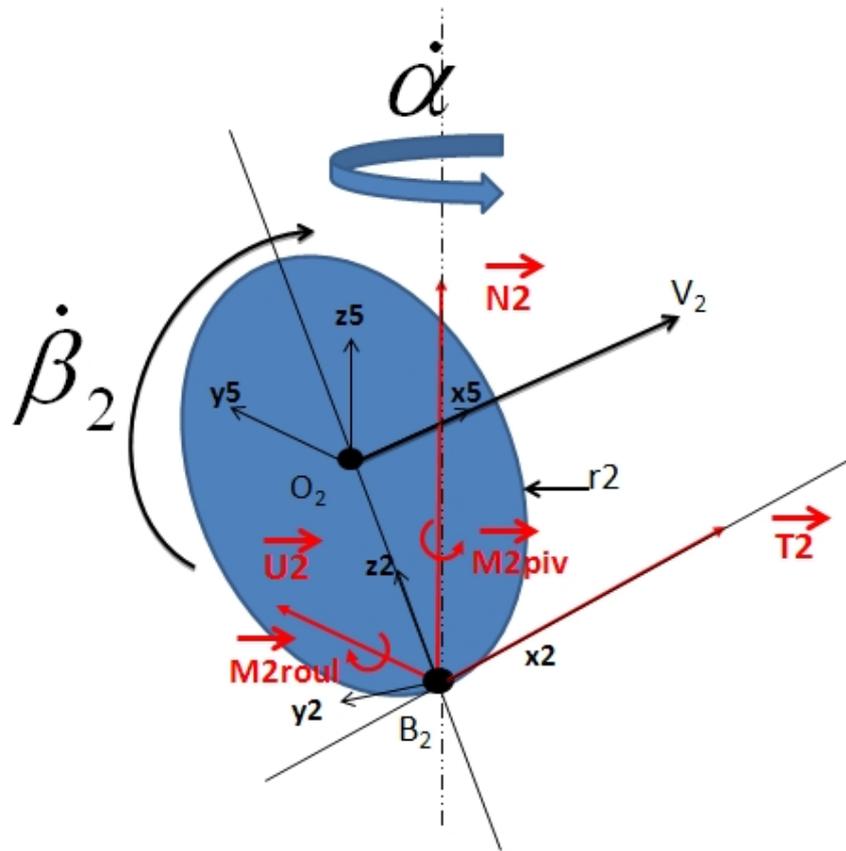
G.8.2 Roue 2

Calcul du torseur d'effort en O2

Pour rappel, le torseur d'effort en O_{2p} est (cf (G.7.7) p 271) :

$$\overrightarrow{\mathcal{F}_{0 \rightarrow 2}} = \left\{ \begin{array}{cc} T_2 & 0 \\ U_2 & -\lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2) * N_2 \\ N_2 & -fr_2 * N_2 * sg^*(\dot{\alpha} - s\theta\dot{\beta}_2) \end{array} \right\}_{B2, R5} \tag{G.8.10}$$

FIGURE G.10 – Schéma de la roue 2



Le moment des efforts du sol sur la roue 2 sera donc en O_2 , dans le repère R_5 :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow 2, O_2} &= \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow 2, B_2} + \overrightarrow{O_2 B_2} \wedge \overrightarrow{F}_{0 \rightarrow 2} \\
 &= \begin{pmatrix} 0 \\ -\lambda_2 s g^*(\dot{\beta}_2) N_2 \\ -f r_2 N_2 * s g^*(\dot{\alpha} - s \theta \dot{\beta}_2) \end{pmatrix}_{B_2, R_5} + (-r_2 s \theta \vec{y}_5 - r_2 c \theta \vec{z}_5) \wedge \begin{pmatrix} T_2 \\ U_2 \\ N_2 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} -r_2 s \theta N_2 + r_2 c \theta U_2 \\ -\lambda_2 s g^*(\dot{\beta}_2) N_2 - r_2 c \theta T_2 \\ -f r_2 N_2 * s g^*(\dot{\alpha} - s \theta \dot{\beta}_2) + r_2 s \theta T_2 \end{pmatrix}_{B_2, R_5} \quad (G.8.11)
 \end{aligned}$$

Expression du moment des actions du sol sur la roue 2, dans le repère R_2

Le changement de repère s'effectue en utilisant la matrice de passage décrite en sec-

tion G.3 :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow 2, O_2 | R_2} &= P_{R_2 R_5} \cdot \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow 2, O_2 | R_5} \\
 \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow 2, O_2 | R_2} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & -s\theta \\ 0 & s\theta & c\theta \end{pmatrix} \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow 2, O_2 | R_5} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & -s\theta \\ 0 & s\theta & c\theta \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -r_2 N_2 s\theta + r_2 U_2 c\theta \\ -\lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2) N_2 - r_2 T_2 c\theta \\ Mr_2 + r_2 T_2 s\theta \end{pmatrix}_{O_2, R_5} \\
 &= \begin{pmatrix} -N_2 r_2 s\theta + r_2 U_2 c\theta \\ c\theta(-r_2 T_2 c\theta - \lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2) N_2) - s\theta(r_2 s\theta T_2 - f r_2 N_2 * sg^*(\dot{\alpha} - s\theta \dot{\beta}_2)) \\ s\theta(-r_2 T_2 c\theta - \lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2) N_2) + c\theta(r_2 s\theta T_2 - f r_2 N_2 * sg^*(\dot{\alpha} - s\theta \dot{\beta}_2)) \end{pmatrix}_{O_2, R_2} \\
 &= \begin{pmatrix} -N_2 r_2 s\theta + r_2 U_2 c\theta \\ -r_2 T_2 - c\theta \lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2) N_2 + s\theta f r_2 N_2 * sg^*(\dot{\alpha} - s\theta \dot{\beta}_2) \\ -s\theta \lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2) N_2 - c\theta f r_2 N_2 * sg^*(\dot{\alpha} - s\theta \dot{\beta}_2) \end{pmatrix}_{O_2, R_2}
 \end{aligned} \tag{G.8.12}$$

Moment du châssis sur la roue 2, en O2, suivant \vec{y}_2

Ce moment est dû aux couples résistants dans les roulements à billes dans le pivot de roue :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_{5 \rightarrow 2, O_2 \cdot \vec{y}_2} = -C_{r_2} * sg^*(\dot{\beta}_2) \tag{G.8.13}$$

5 **Torseur dynamique de la roue 2 en O2, dans R2**

$$\mathcal{T}_{2dyn, O_2}^* = \left[\overrightarrow{\mathcal{R}}_{2dyn}, \overrightarrow{\delta}_{2, O_2} \right]$$

où $\overrightarrow{\mathcal{R}}_{2dyn}$ est la résultante dynamique de la roue 2 et $\overrightarrow{\delta}_{2, O_2}$ est le moment dynamique de la roue 2 en O2, avec :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\delta}_{2, O_2 R_2} &= P_{R_2 R_5} \cdot \overrightarrow{\delta}_{2, O_2 R_5} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & -s\theta \\ 0 & s\theta & c\theta \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -\dot{\alpha}(\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha) * I_{2eq1}/r_2 - \dot{\alpha}^2 I_{2eq2} \\ (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{2eq1}/r_2 + \ddot{\alpha} I_{2eq2} \\ -(\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{2eq3}/r_2 + \ddot{\alpha} I_{2eq4} \end{pmatrix}_{O_2, R_5} \\
 &= \begin{pmatrix} -\dot{\alpha}(\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha) * I_{2eq1}/r_2 - \dot{\alpha}^2 I_{2eq2} \\ ((\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{2eq1}/r_2 + \ddot{\alpha} I_{2eq2})c\theta - (-(\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{2eq3}/r_2 + \ddot{\alpha} I_{2eq4})s\theta \\ ((\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{2eq1}/r_2 + \ddot{\alpha} I_{2eq2})s\theta + (-(\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{2eq3}/r_2 + \ddot{\alpha} I_{2eq4})c\theta \end{pmatrix}_{O_2, R_2} \\
 &= \begin{pmatrix} -\dot{\alpha}(\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha) * I_{2eq1}/r_2 - \dot{\alpha}^2 I_{2eq2} \\ \ddot{x}c\alpha * (I_{2eq1}c\theta + I_{2eq3}s\theta)/r_2 + \ddot{y}s\alpha * (I_{2eq1}c\theta + I_{2eq3}s\theta)/r_2 + \ddot{\alpha}(I_{2eq2}c\theta - I_{2eq4}s\theta) \\ \ddot{x}c\alpha * (I_{2eq1}s\theta - I_{2eq3}c\theta)/r_2 + \ddot{y}s\alpha * (I_{2eq1}s\theta - I_{2eq3}c\theta)/r_2 + \ddot{\alpha}(I_{2eq2}s\theta + I_{2eq4}c\theta) \end{pmatrix}_{O_2, R_2}
 \end{aligned} \tag{G.8.14}$$

Détermination de T2 en utilisant le théorème des puissances virtuelles

Soit un torseur cinétique virtuel de la forme :

$$\mathcal{T}_{cin,O2}^* = \begin{pmatrix} w^* \cdot \vec{y}_2 \\ 0 \end{pmatrix}_{O2,R2} \quad (G.8.15)$$

En appliquant le principe des puissances virtuelles (la puissance interne est nulle, la roue étant considérée comme infiniment rigide et ne se déformant donc pas) :

$$\begin{aligned} & \forall \mathcal{T}_{cin}^* \\ & \mathcal{P}_{int}^* + \mathcal{P}_{ext}^* = \mathcal{P}_{cin}^* \\ \Leftrightarrow & (\mathcal{F}_{0 \rightarrow 2, O2} + \mathcal{F}_{5 \rightarrow 2, O2}) \otimes \mathcal{T}_{cin, O2}^* = \mathcal{T}_{dyn, O2}^* \otimes \mathcal{T}_{cin, O2}^* \\ \Leftrightarrow & \overrightarrow{\mathcal{M}_{0 \rightarrow 2}} \cdot w^* \cdot \vec{y}_2 + \overrightarrow{\mathcal{M}_{5 \rightarrow 2}} \cdot w^* \cdot \vec{y}_2 = \overrightarrow{\delta_{2, O2}} \cdot w^* \cdot \vec{y}_2 \\ \Leftrightarrow & (-r_2 T_2 - c\theta \lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2) N_2 + s\theta f r_2 N_2 * sg^*(\dot{\alpha} - s\theta \dot{\beta}_2)) * w^* - C_{r2} * sg^*(\dot{\beta}_2) * c\theta * w^* \\ & = (\ddot{x} c\alpha * (I_{2eq1} c\theta + I_{2eq3} s\theta) / r_2 + \ddot{y} s\alpha * (I_{2eq1} c\theta + I_{2eq3} s\theta) / r_2 + \ddot{\alpha} (I_{2eq2} c\theta / - I_{2eq4} s\theta)) * w^* \\ \Leftrightarrow & r_2 T_2 = -c\theta \lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2) N_2 + s\theta f r_2 N_2 * sg^*(\dot{\alpha} - s\theta \dot{\beta}_2) - C_{r2} * sg^*(\dot{\beta}_2) * c\theta \\ & - \ddot{x} c\alpha * (I_{2eq1} c\theta + I_{2eq3} s\theta) / r_2 - \ddot{y} s\alpha * (I_{2eq1} c\theta + I_{2eq3} s\theta) / r_2 - \ddot{\alpha} (I_{2eq2} c\theta / - I_{2eq4} s\theta) \\ \Leftrightarrow & T_2 = (s\theta N_2 * sg^*(\dot{\alpha} - s\theta \dot{\beta}_2) - c\theta \lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2)) N_2 / r_2 - C_{r2} * sg^*(\dot{\beta}_2) * c\theta / r_2 \\ & - \ddot{x} c\alpha * (I_{2eq1} c\theta + I_{2eq3} s\theta) / r_2^2 - \ddot{y} s\alpha * (I_{2eq1} c\theta + I_{2eq3} s\theta) / r_2^2 - \ddot{\alpha} (I_{2eq2} c\theta / - I_{2eq4} s\theta) / r_2 \end{aligned} \quad (G.8.16)$$

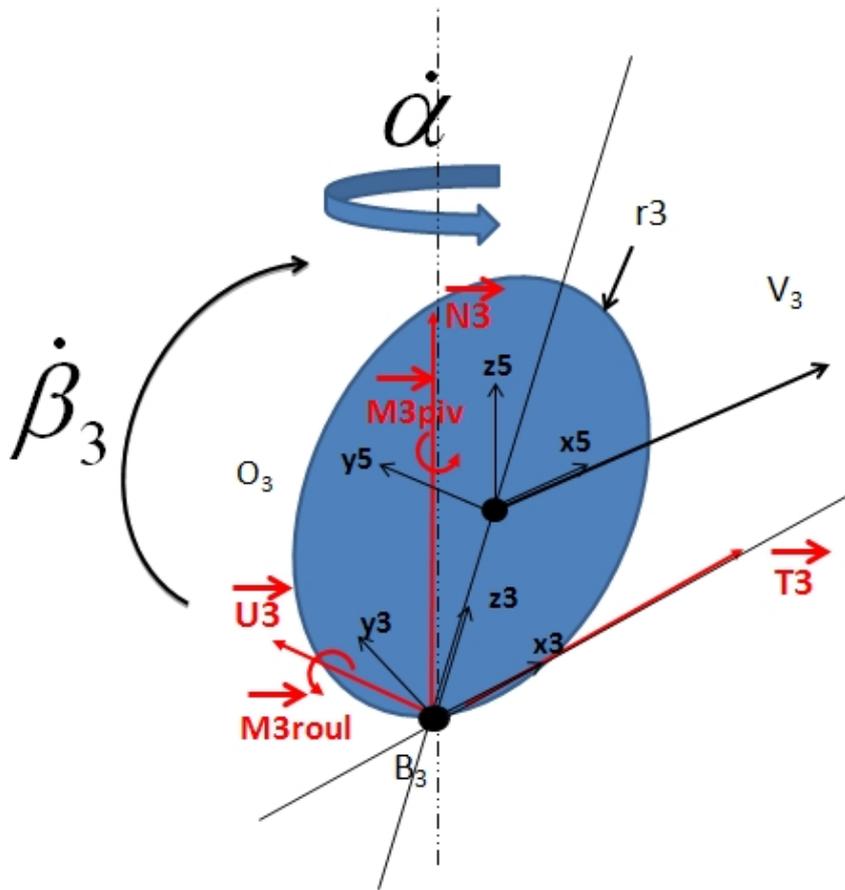
$$T_2 = \begin{pmatrix} -c\alpha * (I_{2eq1} c\theta + I_{2eq3} s\theta) / r_2^2 \\ -s\alpha * (I_{2eq1} c\theta + I_{2eq3} s\theta) / r_2^2 \\ -(I_{2eq2} c\theta / - I_{2eq4} s\theta) / r_2 \\ -C_{r2} * sg^*(\dot{\beta}_2) * c\theta / r_2 \\ 0 \\ (s\theta * N_2 * sg^*(\dot{\alpha} - s\theta \dot{\beta}_2) - c\theta * \lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2)) / r_2 \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ 1 \\ N_1 \\ N_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} edT_{21} \\ edT_{22} \\ edT_{23} \\ eT_{24} \\ 0 \\ eT_{22} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ 1 \\ N_1 \\ N_2 \end{pmatrix} \quad (G.8.17)$$

5 Avec :

edT_{21}	$edT_{21} = -c\alpha * (I_{2eq1} * c\theta + I_{2eq3} * s\theta) / r_2^2$
edT_{22}	$edT_{22} = -s\alpha * (I_{2eq1} * c\theta + I_{2eq3} * s\theta) / r_2^2$
edT_{23}	$edT_{23} = -(I_{2eq2} * c\theta - I_{2eq4} * s\theta) / r_2$
eT_{24}	$eT_{24} = -C_{r2} * sg^*(\dot{\beta}_2) * c\theta / r_2$
eT_{22}	$eT_{22} = (s\theta * N_2 * sg^*(\dot{\alpha} - s\theta \dot{\beta}_2) - c\theta * \lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2)) / r_2$

G.8.3 Roue 3

FIGURE G.11 – Schéma de la roue 3



Nous procéderons de la même manière pour la roue 3 que pour la roue 2. De par leurs grandes similitudes, nous abrègerons les étapes de calcul.

Moment d'action du sol sur la roue 3, en O3

5 Rappel des efforts du sol sur la roue 3 en B3 :

$$\overrightarrow{\mathcal{F}}_{0 \rightarrow 3} = \left\{ \begin{array}{cc} T_3 & 0 \\ U_3 & -\lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3) * N_3 \\ N_3 & -fr_3 * N_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3) \end{array} \right\}_{B_3, R_5} \quad (G.8.18)$$

En transférant le moment de ce torseur en centre de roue 3, O3 :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow 3, O_3} = \left(\begin{array}{c} r_3 N_3 s\theta + r_3 U_3 c\theta \\ -\lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3) N_3 - r_3 T_3 c\theta \\ -fr_3 * N_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3) - r_3 T_3 s\theta \end{array} \right)_{O_3, R_5} \quad (G.8.19)$$

Expression du moment dans le repère $R3$

Nous utiliserons la matrice de passage P_{R3R5} :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow 3, O3 | R3} &= P_{R3R5} \cdot \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow 3, O3 | R5} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & s\theta \\ 0 & -s\theta & c\theta \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} r_3 N_3 s\theta + r_3 U_3 c\theta \\ -\lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3) N_3 - r_3 T_3 c\theta \\ -fr_3 * N_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta \dot{\beta}_3) - r_3 T_3 s\theta \end{pmatrix}_{O3, R5} \\
 &= \begin{pmatrix} r_3 N_3 s\theta + r_3 U_3 c\theta \\ c\theta(-\lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3) N_3 - r_3 T_3 c\theta) + s\theta(-fr_3 * N_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta \dot{\beta}_3) - r_3 T_3 s\theta) \\ -s\theta(-\lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3) N_3 - r_3 T_3 c\theta) + c\theta(-fr_3 * N_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta \dot{\beta}_3) - r_3 T_3 s\theta) \end{pmatrix}_{O3, R3} \\
 &= \begin{pmatrix} r_3 N_3 s\theta + r_3 U_3 c\theta \\ -c\theta \lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3) N_3 - r_3 T_3 - s\theta fr_3 * N_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta \dot{\beta}_3) \\ s\theta \lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3) N_3 - c\theta fr_3 * N_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta \dot{\beta}_3) \end{pmatrix}_{O3, R3}
 \end{aligned} \tag{G.8.20}$$

Moment du châssis sur la roue 3, en $O3$, selon \vec{y}_3

Comme précédemment, pour les roulements à billes, ce moment est :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_{5 \rightarrow 3, O3} = -C_{r3} * sg^*(\dot{\beta}_3) \cdot \vec{y}_3 \tag{G.8.21}$$

5 **Torseur dynamique de la roue 3 en $O3$, dans $R3$**

L'expression de ce torseur nécessite un changement de repère par rapport au torseur calculé précédemment (cf (G.6.16) p 256) :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\delta}_{3, O3 | R3} &= P_{R3R5} \overrightarrow{\delta}_{3, O3 | R5} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & s\theta \\ 0 & -s\theta & c\theta \end{pmatrix} * \overrightarrow{\delta}_{3, O3 | R5} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & s\theta \\ 0 & -s\theta & c\theta \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -(\dot{x}\alpha + \dot{y}s\alpha) * \dot{\alpha} * I_{3eq1}/r_3 + \dot{\alpha}^2 * I_{3eq2} \\ (\ddot{x}\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{3eq1}/r_3 - \ddot{\alpha} * I_{3eq2} \\ (\ddot{x}\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{3eq3}/r_3 + \ddot{\alpha} * I_{3eq4} \end{pmatrix}_{O3, R5} \\
 &= \begin{pmatrix} -(\dot{x}\alpha + \dot{y}s\alpha) * \dot{\alpha} * I_{3eq1}/r_3 + \dot{\alpha}^2 * I_{3eq2} \\ c\theta((\ddot{x}\alpha + \ddot{y}s\alpha) * I_{3eq1}/r_3 - \ddot{\alpha} * I_{3eq2}) - s\theta((\ddot{x}\alpha + \dot{y}s\alpha) * I_{3eq3}/r_3 + \ddot{\alpha} * I_{3eq4}) \\ s\theta((\ddot{x}\alpha + \dot{y}s\alpha) * I_{3eq1}/r_3 - \ddot{\alpha} * I_{3eq2}) + c\theta((\ddot{x}\alpha + \dot{y}s\alpha) * I_{3eq3}/r_3 + \ddot{\alpha} * I_{3eq4}) \end{pmatrix}_{O3, R5} \\
 &= \begin{pmatrix} -(\dot{x}\alpha + \dot{y}s\alpha) * \dot{\alpha} * I_{3eq1}/r_3 + \dot{\alpha}^2 * I_{3eq2} \\ \ddot{x}\alpha * (c\theta I_{3eq1} - s\theta I_{3eq3})/r_3 + \dot{y}s\alpha * (c\theta I_{3eq1} - s\theta I_{3eq3})/r_3 - \ddot{\alpha} * (c\theta I_{3eq2} + s\theta I_{3eq4}) \\ \ddot{x}\alpha * (s\theta I_{3eq1} + c\theta I_{3eq3})/r_3 + \dot{y}s\alpha * (s\theta I_{3eq1} + c\theta I_{3eq3})/r_3 + \ddot{\alpha} * (-s\theta I_{3eq2} + c\theta I_{3eq4}) \end{pmatrix}_{O3, R5}
 \end{aligned} \tag{G.8.22}$$

Expression de T3 en utilisant le théorème des puissances virtuelles

Soit un torseur cinétique virtuel pour la roue 3 de la forme :

$$\mathcal{T}_{cin,O3}^* = \begin{pmatrix} w^* \cdot \vec{y}_3 \\ 0 \end{pmatrix}_{O3,R3} \quad (G.8.23)$$

En appliquant le principe des puissances virtuelles :

$$\begin{aligned} & \forall \mathcal{T}_{cin}^* \\ & \mathcal{P}_{int}^* + \mathcal{P}_{ext}^* = \mathcal{P}_{cin}^* \\ \Leftrightarrow & (\mathcal{F}_{0 \rightarrow 3} + \mathcal{F}_{5 \rightarrow 3}) \otimes \mathcal{T}_{cin,O3}^* = \mathcal{T}_{3dyn,O3} \otimes \mathcal{T}_{cin}^* \\ \Leftrightarrow & \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow 3} \cdot w^* \cdot \vec{y}_3 + \overrightarrow{\mathcal{M}}_{5 \rightarrow 3} \cdot w^* \cdot \vec{y}_3 = \overrightarrow{\delta}_{3,O3} \cdot w^* \cdot \vec{y}_3 \\ \Leftrightarrow & (-c\theta\lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3)N_3 - r_3T_3 - s\theta fr_3 * N_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3)) * w^* - C_{r3} * sg(\dot{\beta}_3) * w^* \\ & = (\ddot{x}\alpha * (c\theta I_{3eq1} - s\theta I_{3eq3})/r_3 + \ddot{y}\alpha * (c\theta I_{3eq1} - s\theta I_{3eq3})/r_3 - \ddot{\alpha} * (c\theta I_{3eq2} + s\theta I_{3eq4})) * w^* \\ \Leftrightarrow & (-c\theta\lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3) - s\theta fr_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3))N_3 - r_3T_3 - C_{r3} * sg(\dot{\beta}_3) \\ & = \ddot{x}\alpha * (c\theta I_{3eq1} - s\theta I_{3eq3})/r_3 + \ddot{y}\alpha * (c\theta I_{3eq1} - s\theta I_{3eq3})/r_3 - \ddot{\alpha} * (c\theta I_{3eq2} + s\theta I_{3eq4}) \\ \Leftrightarrow & r_3T_3 = (-c\theta\lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3) - s\theta fr_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3))N_3 - C_{r3} * sg^*(\dot{\beta}_3) \\ & - \ddot{x}\alpha * (c\theta I_{3eq1} - s\theta I_{3eq3})/r_3 - \ddot{y}\alpha * (c\theta I_{3eq1} - s\theta I_{3eq3})/r_3 + \ddot{\alpha} * (c\theta I_{3eq2} + s\theta I_{3eq4}) \\ \Leftrightarrow & T_3 = N_3(-c\theta\lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3) - s\theta fr_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3))/r_3 - C_{r3} * sg^*(\dot{\beta}_3)/r_3 \\ & - \ddot{x}\alpha * (c\theta I_{3eq1} - s\theta I_{3eq3})/r_3^2 - \ddot{y}\alpha * (c\theta I_{3eq1} - s\theta I_{3eq3})/r_3^2 + \ddot{\alpha} * (c\theta I_{3eq2} + s\theta I_{3eq4})/r_3 \end{aligned} \quad (G.8.24)$$

$$T_3 = \begin{pmatrix} -c\alpha * (c\theta I_{3eq1} - s\theta I_{3eq3})/r_3^2 \\ -s\alpha * (c\theta I_{3eq1} - s\theta I_{3eq3})/r_3^2 \\ (c\theta I_{3eq2} + s\theta I_{3eq4})/r_3 \\ -C_{r3} * sg^*(\dot{\beta}_3)/r_3 \\ 0 \\ 0 \\ (-c\theta\lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3) - s\theta fr_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3))/r_3 \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ 1 \\ N_1 \\ N_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} edT_{31} \\ edT_{32} \\ edT_{33} \\ eT_{34} \\ 0 \\ 0 \\ eT_{33} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ 1 \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix} \quad (G.8.25)$$

Avec :

edT_{31}	$edT_{31} = -c\alpha * (c\theta * I_{3eq1} - s\theta * I_{3eq3})/r_3^2$
edT_{32}	$edT_{32} = -s\alpha * (c\theta * I_{3eq1} - s\theta * I_{3eq3})/r_3^2$
edT_{33}	$edT_{33} = (c\theta * I_{3eq2} + s\theta * I_{3eq4})/r_3$
eT_{34}	$eT_{34} = -C_{r3} * sg^*(\dot{\beta}_3)/r_3$
eT_{33}	$eT_{33} = (-c\theta * \lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3) - s\theta * fr_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3))/r_3$

G.9 Effort transversal du sol sur la roue 1 : U_1

Cet effort sera calculé en isolant le système roue 1 + fourche 4, et en considérant le moment suivant l'axe vertical \vec{z}_4 . Dans ce calcul nous considérerons que les efforts de résistance dans les paliers du pivot de fourche en A sont constants de valeur Cf .

5 Le signe de ces efforts dépendra de la vitesse angulaire de la fourche 4 par rapport au châssis 5 ; il sera noté $sg^*(\dot{\gamma} - \dot{\alpha})$.

Le moment des efforts du châssis 5 sur le système {roue 1 + fourche 4}, selon \vec{z}_4 est donc :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_{5 \rightarrow (1+4), A} \cdot \vec{z}_4 = -Cf * sg(\dot{\gamma} - \dot{\alpha}) \quad (\text{G.9.1})$$

10 Par ailleurs, le moment en A dû aux efforts du sol sur la roue 1 est (cf (G.8.2) p 277 pour le moment en O1 du sol 0 sur la roue 1) :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow (1+4), A} &= \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow (1+4), O1} + \overrightarrow{AO1} \wedge F_{0 \rightarrow 1} \\ &= \begin{pmatrix} -\lambda_1 N_1 sg^*(\dot{\beta}_1) + r_1 T_1 \\ -r_1 U_1 \\ -fr_1 N_1 sg^*(\dot{\gamma}) \end{pmatrix}_{O1, R4} - d_1 \vec{y}_4 \wedge \begin{pmatrix} U_1 \\ T_1 \\ N_1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\lambda_1 N_1 sg^*(\dot{\beta}_1) + r_1 T_1 - d_1 N_1 \\ -r_1 U_1 \\ -fr_1 N_1 sg^*(\dot{\gamma}) + d_1 U_1 \end{pmatrix}_{A, R4} \end{aligned} \quad (\text{G.9.2})$$

Afin de déterminer les moments dynamiques de la fourche 4 et de la roue 1 en A, nous devons utiliser les accélérations du point O_1 et G_4 , dans le repère R_4 (cf (G.4.23) p

243 pour l'accélération du point O_1 et (G.4.25) p 243 pour celle du point G_4 :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Gamma}_{O_1,1/0|R_4} &= P_{R_4R_5} \cdot \overrightarrow{\Gamma}_{O_1,1/0|R_5} \\ &= \begin{pmatrix} c(\gamma - \alpha) & s(\gamma - \alpha) & 0 \\ -s(\gamma - \alpha) & c(\gamma - \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y} - d_A.\dot{\alpha}^2 + d_1\ddot{\gamma}c(\gamma - \alpha) - d_1\dot{\gamma}^2s(\gamma - \alpha) \\ -s\alpha.\ddot{x} + c\alpha.\ddot{y} + d_A.\ddot{\alpha} + d_1\ddot{\gamma}s(\gamma - \alpha) + d_1\dot{\gamma}^2c(\gamma - \alpha) \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c(\gamma - \alpha).(c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y} - d_A.\dot{\alpha}^2 + d_1\ddot{\gamma}c(\gamma - \alpha) - d_1\dot{\gamma}^2s(\gamma - \alpha)) \\ +s(\gamma - \alpha).(-s\alpha.\ddot{x} + c\alpha.\ddot{y} + d_A.\ddot{\alpha} + d_1\ddot{\gamma}s(\gamma - \alpha) + d_1\dot{\gamma}^2c(\gamma - \alpha)) \\ -s(\gamma - \alpha).(c\alpha.\ddot{x} + s\alpha.\ddot{y} - d_A.\dot{\alpha}^2 + d_1\ddot{\gamma}c(\gamma - \alpha) - d_1\dot{\gamma}^2s(\gamma - \alpha)) \\ +c(\gamma - \alpha).(-s\alpha.\ddot{x} + c\alpha.\ddot{y} + d_A.\ddot{\alpha} + d_1\ddot{\gamma}s(\gamma - \alpha) + d_1\dot{\gamma}^2c(\gamma - \alpha)) \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (G.9.3)$$

Soit :

$$\overrightarrow{\Gamma}_{O_1,1/0|R_4} = \begin{pmatrix} \ddot{x}.(cac(\gamma - \alpha) - sas(\gamma - \alpha)) + \ddot{y}.(sac(\gamma - \alpha) + cas(\gamma - \alpha)) \\ +\ddot{\alpha}d_{As}(\gamma - \alpha) + \ddot{\gamma}d_1 - \dot{\alpha}^2d_{Ac}(\gamma - \alpha) \\ \ddot{x}.(-cas(\gamma - \alpha) - sac(\gamma - \alpha)) + \ddot{y}.(-sas(\gamma - \alpha) + cac(\gamma - \alpha)) \\ +\ddot{\alpha}d_{Ac}(\gamma - \alpha) + \dot{\gamma}^2d_1 + \dot{\alpha}^2d_{As}(\gamma - \alpha) \\ 0 \end{pmatrix}_{R_4} \quad (G.9.4)$$

De par son alignement avec A et O_1 , l'accélération du point G_4 sera très similaire à celle du point O_1 , la distance d_1 (distance AO_1) sera juste remplacée par la distance n_4 (distance AG_4) donc :

$$\overrightarrow{\Gamma}_{G_4,4/0|R_4} = \begin{pmatrix} \ddot{x}.(cac(\gamma - \alpha) - sas(\gamma - \alpha)) + \ddot{y}.(sac(\gamma - \alpha) + cas(\gamma - \alpha)) \\ +\ddot{\alpha}d_{As}(\gamma - \alpha) + \ddot{\gamma}n_4 - \dot{\alpha}^2d_{Ac}(\gamma - \alpha) \\ \ddot{x}.(-cas(\gamma - \alpha) - sac(\gamma - \alpha)) + \ddot{y}.(-sas(\gamma - \alpha) + cac(\gamma - \alpha)) \\ +\ddot{\alpha}d_{Ac}(\gamma - \alpha) + \dot{\gamma}^2n_4 + \dot{\alpha}^2d_{As}(\gamma - \alpha) \\ 0 \end{pmatrix}_{R_4} \quad (G.9.5)$$

Le moment dynamique du système {roue 1+fourche 4}, en A, est :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\delta}_{A,(1+4)/0} &= \overrightarrow{\delta}_{A,1/0} + \overrightarrow{\delta}_{A,4/0} \\ &= \overrightarrow{\delta}_{O_1,1/0} + \overrightarrow{AO_1} \wedge m_1 \overrightarrow{\Gamma}_{O_1,1/0} + \overrightarrow{\delta}_{G_4,4/0} + \overrightarrow{AG_4} \wedge m_4 \overrightarrow{\Gamma}_{G_4,4/0} \\ &= \overrightarrow{\delta}_{O_1,1/0} + [-d_1\vec{y}_4 - (h_c - r_1)\vec{z}_4] \wedge m_1 \overrightarrow{\Gamma}_{O_1,1/0} + \overrightarrow{\delta}_{G_4,4/0} + [-n_4\vec{y}_4 - (h_c - h_4)\vec{z}_4] \wedge m_4 \overrightarrow{\Gamma}_{G_4,4/0} \end{aligned} \quad (G.9.6)$$

Du fait que nous établirons l'équilibre entre moment des efforts extérieurs au système {roue 1 + fourche 4} suivant l'axe \vec{z}_4 , seules certaines composantes des vecteurs de l'équation précédente nous intéressent.

De plus, en utilisant les valeurs d'accélération $\overrightarrow{\Gamma}_{G4,4/0}$ et $\overrightarrow{\Gamma}_{O1,1/0}$, calculées précédemment ainsi que les expressions des moments dynamiques en (G.6.22) p 258 et sachant que la fourche tourne à une accélération angulaire $\ddot{\gamma}$ dans le plan horizontal, nous pouvons exprimer :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\delta}_{A,(1+4)/0} \cdot \vec{z}_4 &= \overrightarrow{\delta}_{O1,1/0} \cdot \vec{z}_4 + m_1 d_1 (\overrightarrow{\Gamma}_{O1,1/0} \cdot \vec{x}_4) + \overrightarrow{\delta}_{G4,4/0} \cdot \vec{z}_4 + m_4 n_4 (\overrightarrow{\Gamma}_{G4,4/0} \cdot \vec{x}_4) \\
 &= I_{1,O1,zz} \cdot \ddot{\gamma} \\
 &\quad + m_1 d_1 \left(\begin{aligned} &\ddot{x} \cdot (c\alpha c(\gamma - \alpha) - s\alpha s(\gamma - \alpha)) + \ddot{y} \cdot (s\alpha c(\gamma - \alpha) + c\alpha s(\gamma - \alpha)) \\ &+ \ddot{\alpha} d_{As}(\gamma - \alpha) + \ddot{\gamma} d_1 - \dot{\alpha}^2 d_{Ac}(\gamma - \alpha) \end{aligned} \right) \\
 &\quad + I_{4,G4,zz} \cdot \ddot{\gamma} \\
 &\quad + m_4 n_4 \left(\begin{aligned} &\ddot{x} \cdot (c\alpha c(\gamma - \alpha) - s\alpha s(\gamma - \alpha)) + \ddot{y} \cdot (s\alpha c(\gamma - \alpha) + c\alpha s(\gamma - \alpha)) \\ &+ \ddot{\alpha} d_{As}(\gamma - \alpha) + \ddot{\gamma} n_4 - \dot{\alpha}^2 d_{Ac}(\gamma - \alpha) \end{aligned} \right) \\
 &= \left(\begin{aligned} &\ddot{x} \cdot (c\alpha c(\gamma - \alpha) - s\alpha s(\gamma - \alpha))(m_4 n_4 + m_1 d_1) \\ &+ \ddot{y} \cdot (s\alpha c(\gamma - \alpha) + c\alpha s(\gamma - \alpha))(m_4 n_4 + m_1 d_1) \\ &+ \ddot{\alpha} d_{As}(\gamma - \alpha)(m_4 n_4 + m_1 d_1) \\ &+ \ddot{\gamma} [I_{1,O1,zz} + I_{4,G4,zz} + m_4 n_4^2 + m_1 d_1^2] \\ &- \dot{\alpha}^2 d_{Ac}(\gamma - \alpha)(m_4 n_4 + m_1 d_1) \end{aligned} \right)
 \end{aligned}
 \tag{G.9.7}$$

Pour finir, de l'égalité au point A entre le moment des efforts extérieurs sur le système {roue 1 + fourche 4} et la somme des moments dynamiques de la roue et de la fourche, résulte l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\mathcal{M}}_{5 \rightarrow (1+4),A} \cdot \vec{z}_4 + \overrightarrow{\mathcal{M}}_{0 \rightarrow (1+4),A} \cdot \vec{z}_4 &= \overrightarrow{\delta}_{A,(4+1)/0} \cdot \vec{z}_4 \\
 \Leftrightarrow & \\
 - Cf * sg(\dot{\gamma} - \dot{\alpha}) - f_{r1} \cdot N_1 * sg^*(\dot{\gamma}) + d_1 U_1 & \\
 &= \left(\begin{aligned} &\ddot{x} \cdot (c\alpha c(\gamma - \alpha) - s\alpha s(\gamma - \alpha))(m_4 n_4 + m_1 d_1) \\ &+ \ddot{y} \cdot (s\alpha c(\gamma - \alpha) + c\alpha s(\gamma - \alpha))(m_4 n_4 + m_1 d_1) \\ &+ \ddot{\alpha} d_{As}(\gamma - \alpha)(m_4 n_4 + m_1 d_1) \\ &+ \ddot{\gamma} [I_{1,O1,zz} + I_{4,G4,zz} + m_4 n_4^2 + m_1 d_1^2] \\ &- \dot{\alpha}^2 d_{Ac}(\gamma - \alpha)(m_4 n_4 + m_1 d_1) \end{aligned} \right)
 \end{aligned}
 \tag{G.9.8}$$

Il est alors possible d'exprimer U_1 en fonction des variables cinématiques et de N_1

$$U = \frac{1}{d_1} * \begin{pmatrix} \ddot{x} * (m_4 * n_4 + m_1 * d_1) * (-s(\gamma - \alpha) * s\alpha + c(\gamma - \alpha) * c\alpha) \\ + \ddot{y} * (m_4 * n_4 + m_1 * d_1) * (s(\gamma - \alpha) * c\alpha + c(\gamma - \alpha) * s\alpha) \\ + \ddot{\alpha} * (m_4 * n_4 + m_1 * d_1) * d_A * s(\gamma - \alpha) \\ + \ddot{\gamma} * (I_{4,G4,zz} + m_4 * n_4^2 + m_1 * d_1^2 + I_{1,O1,zz}) \\ - \dot{\alpha}^2 * (m_4 * n_4 + m_1 * d_1) * d_A * c(\gamma - \alpha) \\ + Cf.sg^*(\dot{\gamma} - \dot{\alpha}) \\ + f_{r1} \cdot N_1 \cdot sg^*(\dot{\gamma}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} edU_{11} \\ edU_{12} \\ edU_{13} \\ edU_{14} \\ edU_{17} \\ eU_{14} \\ eU_{11} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \\ 1 \\ N_1 \end{pmatrix} \quad (\text{G.9.9})$$

Avec :

$edU_{11} = \frac{1}{d_1} * (m_4 * n_4 + m_1 * d_1) * (-s(\gamma - \alpha) * s\alpha + c(\gamma - \alpha) * c\alpha)$
$edU_{12} = \frac{1}{d_1} * (m_4 * n_4 + m_1 * d_1) * (s(\gamma - \alpha) * c\alpha + c(\gamma - \alpha) * s\alpha)$
$edU_{13} = \frac{1}{d_1} * (m_4 * n_4 + m_1 * d_1) * d_A * s(\gamma - \alpha)$
$edU_{14} = \frac{1}{d_1} * (I_{4,G4,zz} + m_4 * n_4^2 + m_1 * d_1^2 + I_{1,O1,zz})$
$edU_{17} = -\frac{1}{d_1} * (m_4 * n_4 + m_1 * d_1) * d_A * c(\gamma - \alpha)$
$eU_{14} = \frac{1}{d_1} * Cf.sg^*(\dot{\gamma} - \dot{\alpha})$
$eU_{11} = \frac{1}{d_1} * f_{r1} * sg^*(\dot{\gamma})$

G.10 Cinématique et dynamique du sujet immobile sur le fauteuil

- 5 Lorsque le sujet est fixe dans le repère fauteuil au cours du mouvement, toutes les actions du sujet sur le fauteuil peuvent être exprimées grâce aux variables cinématiques du fauteuil. Le sujet est alors considéré comme un solide S , lié au châssis 5.

G.10.1 Cinématique du sujet fixe

Position du point G_s dans R_5

- 10 Le point G_s , centre de gravité du sujet est placé par rapport au fauteuil tel que :

$$\overrightarrow{OG_s} = n_s \cdot \vec{x}_5 + q_s \cdot \vec{y}_5 + h_s \cdot \vec{z}_5 \quad (\text{G.10.1})$$

Vitesse du point G_s appartenant au châssis dans R5 par rapport au sol Nota : la vitesse du point O a été calculée au préalable en (G.4.3) p 239.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{V_{G_s,5/0}} &= \overrightarrow{V_{O,5/0}} + \overrightarrow{G_s O} \wedge \overrightarrow{\Omega_{5/0}} \\ &= (\dot{x}.c\alpha + \dot{y}.s\alpha).\vec{x}_5 - (n_s.\vec{x}_5 + q_s.\vec{y}_5 + h_s.\vec{z}) \wedge \dot{\alpha}.\vec{z}_5 \\ &= (\dot{x}.c\alpha + \dot{y}.s\alpha).\vec{x}_5 + n_s.\dot{\alpha}.\vec{y}_5 - q_s.\dot{\alpha}.\vec{x}_5\end{aligned}\quad (\text{G.10.2})$$

$$\boxed{\overrightarrow{V_{G_s,5/0}} = (\dot{x}c\alpha + \dot{y}s\alpha - q_s\dot{\alpha}).\vec{x}_5 + n_s\dot{\alpha}.\vec{y}_5}\quad (\text{G.10.3})$$

Accélération du point G_s appartenant au châssis dans R5 par rapport au sol

Cette accélération est obtenue en dérivant la vitesse du point G_s (utilisation de la dérivée de la vitesse en O, appartenant au châssis 5 par rapport au sol en (G.4.4) p 240) :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\Gamma_{G_s,5/0}} &= \frac{d\overrightarrow{V_{G_s,5/0}}}{dt} \\ &= \frac{d}{dt} \left(\overrightarrow{V_{O,5/0}} + n_s.\dot{\alpha}.\vec{y}_5 - q_s.\dot{\alpha}.\vec{x}_5 \right) \\ &= (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha)\vec{x}_5 + (-\ddot{x}s\alpha + \ddot{y}c\alpha)\vec{y}_5 + n_s.\ddot{\alpha}.\vec{y}_5 - q_s.\ddot{\alpha}.\vec{x}_5 - n_s.\dot{\alpha}^2.\vec{x}_5 - q_s.\dot{\alpha}^2.\vec{y}_5 \\ &= (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha - q_s.\ddot{\alpha} - n_s.\dot{\alpha}^2).\vec{x}_5 + (-\ddot{x}s\alpha + \ddot{y}c\alpha + n_s.\ddot{\alpha} - q_s.\dot{\alpha}^2).\vec{y}_5\end{aligned}\quad (\text{G.10.4})$$

$$\boxed{\overrightarrow{\Gamma_{G_s,5/0}} = (\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha - q_s.\ddot{\alpha} - n_s.\dot{\alpha}^2).\vec{x}_5 + (-\ddot{x}s\alpha + \ddot{y}c\alpha + n_s.\ddot{\alpha} - q_s.\dot{\alpha}^2).\vec{y}_5}\quad (\text{G.10.5})$$

G.10.2 Résultante dynamique

La résultante dynamique du sujet fixe est le produit de sa masse par l'accélération de son centre de gravité

$$\boxed{\overrightarrow{\nu_{G_s,5/0}} = m_s.(\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha - q_s.\ddot{\alpha} - n_s.\dot{\alpha}^2).\vec{x}_5 + m_s.(-\ddot{x}s\alpha + \ddot{y}c\alpha + n_s.\ddot{\alpha} - q_s.\dot{\alpha}^2).\vec{y}_5}\quad (\text{G.10.6})$$

10 G.10.3 Moment dynamique

Moment cinétique du sujet au point G_s

$$\overrightarrow{\sigma_{s,G_s,5/0}} = J_s.\overrightarrow{\Omega_{5/0}} = I_{s,zz}.\dot{\alpha}.\vec{z}$$

$$\boxed{\overrightarrow{\sigma_{s,G_s,5/0}} = I_{s,zz}.\dot{\alpha}.\vec{z}}\quad (\text{G.10.7})$$

où $I_{s,zz}$ est le moment d'inertie du sujet selon l'axe principal z

Moment dynamique du sujet au point G_s dans son mouvement par rapport au sol

$$\overrightarrow{\delta_{s,G_s,5/0}} = \frac{d}{dt} (\overrightarrow{\sigma_{s,G_s}}) = \frac{d}{dt} (I_{s,zz} \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}) = I_{s,zz} \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}$$

$$\boxed{\overrightarrow{\delta_{s,G_s,5/0}} = I_{s,zz} \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}} \quad (\text{G.10.8})$$

Moment dynamique du sujet au point O dans son mouvement par rapport au sol

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\delta_{s,O,5/0}} &= \overrightarrow{\delta_{s,G_s,5/0}} + \overrightarrow{OG_s} \wedge m_s \cdot \overrightarrow{\Gamma_{G_s,5/0}} \\ &= \overrightarrow{\delta_{s,G_s,5/0}} + (n_s \cdot \vec{x}_5 + q_s \cdot \vec{y}_5 + h_s \cdot \vec{z}) \wedge m_s \cdot \begin{pmatrix} (\ddot{x}\alpha + \ddot{y} \cdot s\alpha - q_s \cdot \ddot{\alpha} - n_s \cdot \dot{\alpha}^2) \cdot \vec{x}_5 \\ + (-\ddot{x}s\alpha + \ddot{y} \cdot c\alpha + n_s \cdot \ddot{\alpha} - q_s \cdot \dot{\alpha}^2) \cdot \vec{y}_5 \end{pmatrix} \\ &= \overrightarrow{\delta_{s,G_s,5/0}} + \begin{pmatrix} -h_s \cdot m_s \cdot (-\ddot{x}s\alpha + \ddot{y} \cdot c\alpha + n_s \cdot \ddot{\alpha} - q_s \cdot \dot{\alpha}^2) \\ h_s \cdot m_s \cdot (\ddot{x}\alpha + \ddot{y} \cdot s\alpha - q_s \cdot \ddot{\alpha} - n_s \cdot \dot{\alpha}^2) \\ n_s \cdot m_s \cdot (-\ddot{x}s\alpha + \ddot{y} \cdot c\alpha + n_s \cdot \ddot{\alpha} - q_s \cdot \dot{\alpha}^2) - q_s \cdot m_s \cdot (\ddot{x}\alpha + \ddot{y} \cdot s\alpha - q_s \cdot \ddot{\alpha} - n_s \cdot \dot{\alpha}^2) \end{pmatrix}_{R5} \\ &= \begin{pmatrix} -h_s \cdot m_s \cdot (-\ddot{x}s\alpha + \ddot{y} \cdot c\alpha + n_s \cdot \ddot{\alpha} - q_s \cdot \dot{\alpha}^2) \\ h_s \cdot m_s \cdot (\ddot{x}\alpha + \ddot{y} \cdot s\alpha - q_s \cdot \ddot{\alpha} - n_s \cdot \dot{\alpha}^2) \\ I_{s,zz} \cdot \ddot{\alpha} + n_s \cdot m_s \cdot (-\ddot{x}s\alpha + \ddot{y} \cdot c\alpha + n_s \cdot \ddot{\alpha} - q_s \cdot \dot{\alpha}^2) - q_s \cdot m_s \cdot (\ddot{x}\alpha + \ddot{y} \cdot s\alpha - q_s \cdot \ddot{\alpha} - n_s \cdot \dot{\alpha}^2) \end{pmatrix}_{R5} \\ &= \begin{pmatrix} -h_s \cdot m_s \cdot (-\ddot{x}s\alpha + \ddot{y} \cdot c\alpha + n_s \cdot \ddot{\alpha} - q_s \cdot \dot{\alpha}^2) \\ h_s \cdot m_s \cdot (\ddot{x}\alpha + \ddot{y} \cdot s\alpha - q_s \cdot \ddot{\alpha} - n_s \cdot \dot{\alpha}^2) \\ \ddot{x} \cdot m_s \cdot (-n_s \cdot s\alpha - q_s \cdot c\alpha) + \ddot{y} \cdot m_s \cdot (n_s \cdot c\alpha - q_s \cdot s\alpha) + \ddot{\alpha} \cdot (m_s \cdot n_s^2 + m_s \cdot q_s^2 + I_{s,G_s,zz}) \end{pmatrix}_{R5} \end{aligned}$$

$$\boxed{\overrightarrow{\delta_{s,O,5/0}} = \begin{pmatrix} -h_s \cdot m_s \cdot (-\ddot{x}s\alpha + \ddot{y} \cdot c\alpha + n_s \cdot \ddot{\alpha} - q_s \cdot \dot{\alpha}^2) \\ h_s \cdot m_s \cdot (\ddot{x}\alpha + \ddot{y} \cdot s\alpha - q_s \cdot \ddot{\alpha} - n_s \cdot \dot{\alpha}^2) \\ \ddot{x} \cdot m_s \cdot (-n_s \cdot s\alpha - q_s \cdot c\alpha) + \ddot{y} \cdot m_s \cdot (n_s \cdot c\alpha - q_s \cdot s\alpha) + \ddot{\alpha} \cdot (m_s \cdot n_s^2 + m_s \cdot q_s^2 + I_{s,G_s,zz}) \end{pmatrix}_{O,R5}} \quad (\text{G.10.9})$$

Moment dynamique du sujet au point Op

Le transfert du moment dynamique au point O_p est une translation selon l'axe \vec{z}_5 , son expression est similaire à l'expression précédente, en remplaçant le déplacement h_s par

le nouveau déplacement $h_s + h_c$

$$\boxed{\overrightarrow{\delta_{s,O_p,5/0}} = \begin{pmatrix} -(h_s + h_c) \cdot m_s \cdot (-\ddot{x}s\alpha + \ddot{y} \cdot c\alpha + n_s \cdot \ddot{\alpha} - q_s \cdot \dot{\alpha}^2) \\ (h_s + h_c) \cdot m_s \cdot (\ddot{x}\alpha + \ddot{y} \cdot s\alpha - q_s \cdot \ddot{\alpha} - n_s \cdot \dot{\alpha}^2) \\ \ddot{x} \cdot m_s \cdot (-n_s \cdot s\alpha - q_s \cdot c\alpha) + \ddot{y} \cdot m_s \cdot (n_s \cdot c\alpha - q_s \cdot s\alpha) + \ddot{\alpha} \cdot (m_s \cdot n_s^2 + m_s \cdot q_s^2 + I_{s,G_s,zz}) \end{pmatrix}_{O_p,R5}} \quad (\text{G.10.10})$$

G.10.4 Torseur d'efforts du sujet (immobile par rapport au fauteuil) sur le fauteuil

Principe de calcul du torseur d'efforts exercés par le sujet sur le fauteuil

En isolant le sujet et en lui appliquant le principe de la dynamique, le torseur dynamique du sujet $\mathbb{D}_{s,s/0}$ est égal au torseur d'effort externes sur le sujet $\mathbb{T}_{ext/s}$, lui même se limitant à l'action du fauteuil roulant manuel (FRM) sur le sujet (S) $\mathbb{T}_{FRM/s}$ ainsi que l'action du poids $\mathbb{P}_{poids/s}$, selon l'équation suivante : $\mathbb{D}_{s,s/0} = \mathbb{T}_{FRM/s} + \mathbb{P}_{poids/s}$

En appliquant la réciprocité des efforts du solide sujet sur le solide fauteuil : $\mathbb{T}_{FRM/s} = -\mathbb{T}_{s/FRM}$, l'équation suivante est obtenue :

$$\mathbb{T}_{s/FRM} = -\mathbb{D}_{s,s/0} + \mathbb{P}_{poids/s} \quad (\text{G.10.11})$$

Ceci nous permet donc d'établir les expressions de la force et du moment exercés par le sujet sur le fauteuil

Force exercée par le sujet sur le fauteuil : égalité avec la résultante dynamique du sujet

$$F_{s \rightarrow 5} = -\overrightarrow{\nu_{Gs,5/0}} + \vec{P}_s \Leftrightarrow F_{s \rightarrow 5} = \begin{pmatrix} -m_s * (+\ddot{x}c\alpha + \ddot{y}s\alpha - q_s\ddot{\alpha} - n_s\dot{\alpha}^2) \\ -m_s * (-\ddot{x}s\alpha + \ddot{y}c\alpha + n_s\ddot{\alpha} - q_s\dot{\alpha}^2) \\ -m_s * g \end{pmatrix} \quad (\text{G.10.12})$$

$$F_{s \rightarrow 5} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -m_s * c\alpha \\ -m_s * s\alpha \\ m_s * q_s \\ 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + m_s * n_s * \dot{\alpha}^2 \\ \begin{pmatrix} m_s * s\alpha \\ -m_s * c\alpha \\ -m_s * n_s \\ 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + m_s * q_s * \dot{\alpha}^2 \\ -m_s * g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{11} \\ s_{12} \\ s_{13} \\ 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + s_{17} * \dot{\alpha}^2 \\ \begin{pmatrix} s_{21} \\ s_{22} \\ s_{23} \\ 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + s_{27} * \dot{\alpha}^2 \\ s_{29} \end{pmatrix} \quad (\text{G.10.13})$$

Avec :

$s_{11} = -m_s * c\alpha$
$s_{12} = -m_s * s\alpha$
$s_{13} = m_s * q_s$
$s_{17} = m_s * n_s$

$s_{21} = m_s * s\alpha$
$s_{22} = -m_s * c\alpha$
$s_{23} = -m_s * n_s$
$s_{27} = m_s * q_s$
$s_{29} = -m_s * g$
Nota : g est la gravité , en [m/s²]

Moment exercé par le sujet sur le fauteuil en Op

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, Op}} &= -\overrightarrow{\delta_{s, Op}} + \overrightarrow{OG'_s} \wedge (-m_s * g * \vec{z}) + \overrightarrow{M_{p \rightarrow s, Op}} \\
 &= \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, Op}} = -\overrightarrow{\delta_{s, Op}} + (n_s \cdot \vec{x}_5 + q_s \cdot \vec{y}_5 + (h_s + h_c) \cdot \vec{z}_5) \wedge (-m_s * g * \vec{z}_5) \\
 &= \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, Op}} = -\overrightarrow{\delta_{s, Op}} + m_s * g * n_s \cdot \vec{y}_5 - m_s * g * q_s \cdot \vec{x}_5 \\
 &= \left(\begin{array}{l} + (h_s + h_5) * m_s * (-\ddot{x}\alpha + \dot{y} \cdot c\alpha + n_s * \ddot{\alpha} - q_s * \dot{\alpha}^2) - m_s * g * q_s \\ - (h_s + h_5) * m_s * (\ddot{x}c\alpha + \dot{y} \cdot s\alpha - q_s * \ddot{\alpha} - n_s * \dot{\alpha}^2) + m_s * g * n_s \\ \ddot{x} \cdot m_s * (+n_s \cdot s\alpha + q_s \cdot c\alpha) + \dot{y} \cdot m_s * (-n_s * c\alpha + q_s * s\alpha) - \ddot{\alpha} \cdot (m_s * n_s^2 + m_s * q_s^2 + I_{s, G_s, zz}) \end{array} \right)_{Op}
 \end{aligned}
 \tag{G.10.14}$$

$$\begin{aligned}
 M_{s \rightarrow 5, Op, R5} = & \left(\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} -(h_s + h_5) * m_s * s\alpha \\ (h_s + h_5) * m_s * c\alpha \\ (h_s + h_5) * m_s * n_s \\ 0 \\ -(h_s + h_5) * m_s * q_s \\ -m_s * g * q_s \end{array} \right) * \left(\begin{array}{l} \ddot{x} \\ \dot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \\ 1 \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{l} -(h_s + h_5) * m_s * c\alpha \\ -(h_s + h_5) * m_s * s\alpha \\ (h_s + h_5) * m_s * q_s \\ 0 \\ (h_s + h_5) * m_s * n_s \\ m_s * g * n_s \end{array} \right) * \left(\begin{array}{l} \ddot{x} \\ \dot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \\ 1 \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{l} m_s * (+n_s \cdot s\alpha + q_s \cdot c\alpha) \\ m_s * (-n_s * c\alpha + q_s * s\alpha) \\ -(m_s * n_s^2 + m_s * q_s^2 + I_{s, G_s, zz}) \\ 0 \end{array} \right) * \left(\begin{array}{l} \ddot{x} \\ \dot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \end{array} \right) \end{array} \right)_{Op, R5} = \left(\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} s_{31} \\ s_{32} \\ s_{33} \\ 0 \\ s_{37} \\ s_{39} \end{array} \right) * \left(\begin{array}{l} \ddot{x} \\ \dot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \\ 1 \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{l} s_{41} \\ s_{42} \\ s_{43} \\ 0 \\ s_{47} \\ s_{49} \end{array} \right) * \left(\begin{array}{l} \ddot{x} \\ \dot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \\ 1 \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{l} s_{51} \\ s_{52} \\ s_{53} \\ 0 \end{array} \right) * \left(\begin{array}{l} \ddot{x} \\ \dot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \end{array} \right) \end{array} \right)_{Op, R5}
 \end{aligned}
 \tag{G.10.15}$$

Avec :

$s_{31} = -(h_s + h_5) * m_s * s\alpha$	$s_{42} = -(h_s + h_5) * m_s * s\alpha$
$s_{32} = (h_s + h_5) * m_s * c\alpha$	$s_{43} = (h_s + h_5) * m_s * q_s$
$s_{33} = (h_s + h_5) * m_s * n_s$	$s_{47} = (h_s + h_5) * m_s * n_s$
$s_{37} = -(h_s + h_5) * m_s * q_s$	$s_{49} = +m_s * g * n_s$
$s_{39} = -m_s * g * q_s$	$s_{51} = m_s * (+n_s * s\alpha + q_s * c\alpha)$
$s_{41} = -(h_s + h_5) * m_s * c\alpha$	$s_{52} = m_s * (-n_s * c\alpha + q_s * s\alpha)$
	$s_{53} = -(m_s * n_s^2 + m_s * q_s^2 + I_{s,Gs,zz})$

G.11 Principe de la dynamique sur le système complet

En appliquant le principe de la dynamique à différents systèmes de solides et en le projetant sur différents axes, nous pourrions obtenir suffisamment d'équations pour calculer les paramètres de mouvement de notre système. Nous considérerons le fauteuil dans son ensemble, c'est à dire les solides 1,2,3,4,5 (3 roues + châssis + fourche) et projetterons les équations issues du principe de la dynamique sur tous les axes.

G.11.1 Egalité entre forces et résultante dynamique du FRM suivant \vec{x}_5

L'équation issue de cette égalité sera déclinée en deux cas : l'un prendra en compte un effort extérieur quelconque du sujet sur le fauteuil ("cas générique"), l'autre considèrera le sujet fixe sur son fauteuil et nous permettra d'exprimer les efforts du sujet sur le fauteuil en fonction des inconnues cinématiques.

G.11.1.1 Cas d'efforts génériques du sujet sur le fauteuil

Egalité entre résultante des efforts extérieurs sur le fauteuil et résultante dynamique, suivant \vec{x}_5

$$\begin{aligned}
 & \overrightarrow{F_{0 \rightarrow 1R5}} + \overrightarrow{F_{0 \rightarrow 2R5}} + \overrightarrow{F_{0 \rightarrow 3R5}} + \overrightarrow{F_{S \rightarrow 5R5}} + \overrightarrow{P_{R5}} \cdot \vec{x}_5 \\
 & = (m_5 \cdot \overrightarrow{\Gamma_{G5,5/0}} + m_1 \cdot \overrightarrow{\Gamma_{O1,1/0}} + m_2 \cdot \overrightarrow{\Gamma_{O2,2/0}} + m_3 \cdot \overrightarrow{\Gamma_{O3,3/0}} + m_4 \cdot \overrightarrow{\Gamma_{G4,4/0}}) \cdot \vec{x}_5 \\
 \Leftrightarrow & \begin{pmatrix} eF_{44} \\ e_{45} \\ 0 \\ 0 \\ e_{48} \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ 0 \\ c_{14} \\ 0 \\ 0 \\ c_{17} \\ c_{18} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \end{pmatrix} \tag{G.11.1}
 \end{aligned}$$

En remplaçant U1, T1, T2, T3 par leur expression (cf G.8.2 p 279 et (G.9.9) p 289), l'équilibre des résultantes suivant \vec{x}_5 devient :

$$\begin{aligned}
 \Leftrightarrow & \begin{pmatrix} edU_{11} \\ edU_{12} \\ edU_{13} \\ edU_{14} \\ edU_{17} \\ eU_{14} \\ eU_{11} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \\ 1 \\ N1 \end{pmatrix} + e_{45} * \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} \\
 & + e_{48} * \begin{pmatrix} edT_{11} \\ edT_{12} \\ edT_{13} \\ edT_{17} \\ edT_{18} \\ eT_{14} \\ eT_{11} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ N1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} edT_{21} \\ edT_{22} \\ edT_{23} \\ eT_{24} \\ 0 \\ eT_{22} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ 1 \\ N_1 \\ N_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} edT_{31} \\ edT_{32} \\ edT_{33} \\ eT_{34} \\ 0 \\ 0 \\ eT_{33} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ 1 \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ 0 \\ c_{14} \\ 0 \\ 0 \\ c_{17} \\ c_{18} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \end{pmatrix} \tag{G.11.2}
 \end{aligned}$$

En regroupant les termes, nous obtenons alors :

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{c} e_{45} * eU_{11} + e_{48} * eT_{11} \\ eT_{22} \\ eT_{33} \end{array} \right)^T * \left(\begin{array}{c} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} e_{45} * edU_{11} + e_{48} * edT_{11} + edT_{21} + edT_{31} - c_{11} \\ e_{45} * edU_{12} + e_{48} * edT_{12} + edT_{22} + edT_{32} - c_{12} \\ e_{45} * edU_{13} + e_{48} * edT_{13} + edT_{23} + edT_{33} \\ e_{45} * edU_{14} - c_{14} \end{array} \right)^T * \left(\begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{array} \right) \\
 & = \left(\begin{array}{c} c_{17} - e_{45} * edU_{17} - e_{48} * edT_{17} \\ c_{18} - e_{48} * edT_{18} \\ -eF_{44} - e_{45} * eU_{14} - e_{48} * eT_{14} - eT_{24} - eT_{34} \end{array} \right)^T * \left(\begin{array}{c} \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{array} \right) \\
 & \hspace{15em} \text{(G.11.3)}
 \end{aligned}$$

Egalité entre forces et résultante dynamique suivant \vec{x}_5

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{c} e_{45} * eU_{11} + e_{48} * eT_{11} \\ eT_{22} \\ eT_{33} \\ e_{45} * edU_{11} + e_{48} * edT_{11} + edT_{21} + edT_{31} - c_{11} \\ e_{45} * edU_{12} + e_{48} * edT_{12} + edT_{22} + edT_{32} - c_{12} \\ e_{45} * edU_{13} + e_{48} * edT_{13} + edT_{23} + edT_{33} \\ e_{45} * edU_{14} - c_{14} \end{array} \right)^T * \left(\begin{array}{c} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{array} \right) \\
 & = \left(\begin{array}{c} c_{17} - e_{45} * edU_{17} - e_{48} * edT_{17} \\ c_{18} - e_{48} * edT_{18} \\ -e_{45} * eU_{14} - e_{48} * eT_{14} - eT_{24} - eT_{34} \end{array} \right)^T * \left(\begin{array}{c} \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{array} \right) - eF_{44} \Leftrightarrow \\
 & \left(\begin{array}{c} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{14} \\ a_{15} \\ a_{16} \\ a_{17} \end{array} \right)^T * \left(\begin{array}{c} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} b_{15} \\ b_{16} \\ b_{17} \end{array} \right)^T * \left(\begin{array}{c} \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{array} \right) - eF_{44} \\
 & \hspace{15em} \text{(G.11.4)}
 \end{aligned}$$

Avec :

$a_{11} = e_{45} * eU_{11} + e_{48} * eT_{11}$
$a_{12} = eT_{22}$
$a_{13} = eT_{33}$

$a_{14} = e_{45} * edU_{11} + e_{48} * edT_{11} + edT_{21} + edT_{31} - c_{11}$
$a_{15} = e_{45} * edU_{12} + e_{48} * edT_{12} + edT_{22} + edT_{32} - c_{12}$
$a_{16} = e_{45} * edU_{13} + e_{48} * edT_{13} + edT_{23} + edT_{33}$
$a_{17} = e_{45} * edU_{14} - c_{14}$
$b_{15} = c_{17} - e_{45} * edU_{17} - e_{48} * edT_{17}$
$b_{16} = c_{18} - e_{48} * edT_{18}$
$b_{17} = -e_{45} * eU_{14} - e_{48} * eT_{14} - eT_{24} - eT_{34}$

G.11.1.2 Résultante sur x_5 avec sujet fixe par rapport au fauteuil

Ici nous considérerons un sujet fixe, dont les actions sont dépendantes uniquement des variables cinématiques du fauteuil.

Rappel : d'après l'équation (G.10.13) p 292, $eF_{44} = +\overrightarrow{F_{s \rightarrow 5}} \cdot \vec{x}_5 = \begin{pmatrix} s_{11} \\ s_{12} \\ s_{13} \\ 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + s_{17} * \dot{\alpha}^2$

5 Nous obtenons alors l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} \Sigma_{i=1...5}(\Gamma_i) \cdot \vec{x}_5 &= \Sigma(F_{ext \rightarrow FRM}) \vec{x}_5 \\ \Leftrightarrow & \\ & \begin{pmatrix} e_{45} * eU_{11} + e_{48} * eT_{11} \\ eT_{22} \\ eT_{33} \\ e_{45} * edU_{11} + e_{48} * edT_{11} + edT_{21} + edT_{31} - c_{11} \\ e_{45} * edU_{12} + e_{48} * edT_{12} + edT_{22} + edT_{32} - c_{12} \\ e_{45} * edU_{13} + e_{48} * edT_{13} + edT_{23} + edT_{33} \\ e_{45} * edU_{14} - c_{14} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c_{17} - e_{45} * edU_{17} - e_{48} * edT_{17} \\ c_{18} - e_{48} * edT_{18} \\ -e_{45} * eU_{14} - e_{48} * eT_{14} - eT_{24} - eT_{34} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} s_{11} \\ s_{12} \\ s_{13} \\ 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} - s_{17} * \dot{\alpha}^2 \end{aligned} \tag{G.11.5}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} e_{45} * eU_{11} + e_{48} * eT_{11} \\ eT_{22} \\ eT_{33} \\ e_{45} * edU_{11} + e_{48} * edT_{11} + edT_{21} + edT_{31} - c_{11} + s_{11} \\ e_{45} * edU_{12} + e_{48} * edT_{12} + edT_{22} + edT_{32} - c_{12} + s_{12} \\ e_{45} * edU_{13} + e_{48} * edT_{13} + edT_{23} + edT_{33} + s_{13} \\ e_{45} * edU_{14} - c_{14} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} \quad (G.11.6)$$

$$= \begin{pmatrix} c_{17} - e_{45} * edU_{17} - e_{48} * edT_{17} - s_{17} \\ c_{18} - e_{48} * edT_{18} \\ -e_{45} * eU_{14} - e_{48} * eT_{14} - eT_{24} - eT_{34} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

En résumé, l'équilibre des résultantes suivant \vec{x}_5 peut s'écrire :

$$\Sigma_{i=1\dots 5}(\Gamma_i) \cdot \vec{x}_5 = \Sigma(F_{ext \rightarrow FRM}) \vec{x}_5$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} e_{45} * eU_{11} + e_{48} * eT_{11} \\ eT_{22} \\ eT_{33} \\ e_{45} * edU_{11} + e_{48} * edT_{11} + edT_{21} + edT_{31} - c_{11} + s_{11} \\ e_{45} * edU_{12} + e_{48} * edT_{12} + edT_{22} + edT_{32} - c_{12} + s_{12} \\ e_{45} * edU_{13} + e_{48} * edT_{13} + edT_{23} + edT_{33} + s_{13} \\ e_{45} * edU_{14} - c_{14} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} \quad (G.11.7)$$

$$= \begin{pmatrix} c_{17} - e_{45} * edU_{17} - e_{48} * edT_{17} - s_{17} \\ c_{18} - e_{48} * edT_{18} \\ -e_{45} * eU_{14} - e_{48} * eT_{14} - eT_{24} - eT_{34} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_{f11} \\ a_{f12} \\ a_{f13} \\ a_{f14} \\ a_{f15} \\ a_{f16} \\ a_{f17} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{f15} \\ b_{f16} \\ b_{f17} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Avec :

$a_{f11} = e_{45} * eU_{11} + e_{48} * eT_{11}$
$a_{f12} = eT_{22}$

$a_{f13} = eT_{33}$
$a_{f14} = e_{45} * edU_{11} + e_{48} * edT_{11} + edT_{21} + edT_{31} - c_{11} + s_{11}$
$a_{f15} = e_{45} * edU_{12} + e_{48} * edT_{12} + edT_{22} + edT_{32} - c_{12} + s_{12}$
$a_{f16} = e_{45} * edU_{13} + e_{48} * edT_{13} + edT_{23} + edT_{33} + s_{13}$
$a_{f17} = e_{45} * edU_{14} - c_{14}$
$b_{f15} = c_{17} - e_{45} * edU_{17} - e_{48} * edT_{17} - s_{17}$
$b_{f16} = c_{18} - e_{48} * edT_{18}$
$b_{f17} = -e_{45} * eU_{14} - e_{48} * eT_{14} - eT_{24} - eT_{34}$

G.11.2 Egalité entre forces et résultante dynamique du FRM suivant \vec{y}_5

De la même manière que précédemment l'équilibre des résultantes peut se poser suivant l'axe \vec{y}_5 :

$$\begin{aligned}
 & \Sigma_{i=1...5}(\Gamma_i) \cdot \vec{y}_5 = \Sigma(F_{ext \rightarrow FRM}) \vec{y}_5 \\
 \Leftrightarrow & \\
 & (\overrightarrow{F_{Sol \rightarrow roue1R5}} + \overrightarrow{F_{Sol \rightarrow roue2R5}} + \overrightarrow{F_{Sol \rightarrow roue3R5}} + \overrightarrow{F_{S \rightarrow cR5}} + \overrightarrow{P_{R5}}) \cdot \vec{y}_5 \\
 & = (m_5 \cdot \overrightarrow{\Gamma_{G5}} + m_1 \cdot \overrightarrow{\Gamma_{O1}} + m_2 \cdot \overrightarrow{\Gamma_{O2}} + m_3 \cdot \overrightarrow{\Gamma_{O3}} + m_F \cdot \overrightarrow{\Gamma_{GF}}) \cdot \vec{y}_5 \\
 \Leftrightarrow & \\
 & \begin{pmatrix} eF_{54} \\ e_{55} \\ 1 \\ 1 \\ e_{58} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ T_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{21} \\ c_{22} \\ c_{23} \\ c_{24} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ c_{28} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \end{pmatrix} \tag{G.11.8}
 \end{aligned}$$

5 C'est la seule équation où apparaissent les efforts au sol sur les grandes roues arrière U2 et U3. Ces efforts étant colinéaires, il est impossible de savoir si une roue supportera plus d'efforts qu'une autre. La seule certitude est sur la somme U2+U3. Une hypothèse pourrait être d'égaliser ces deux efforts, ce qui reviendrait répartir équitablement les efforts sur chacune des roues arrière. Ceci ajouterait une équation et permettrait au

10 système d'être résolu.

Cependant nous n'exprimerons pas les composantes U2 et U3 ici, car elles ne sont pas nécessaires à la détermination des variables de mouvement. Ceci nous permet d'éliminer

deux inconnues en effort, mais nous élimine une équation.

G.11.3 Egalité entre forces et résultante dynamique du FRM suivant \vec{z}

G.11.3.1 Cas d'efforts génériques du sujet sur le fauteuil

$$\begin{aligned}
 & \Sigma_{i=1\dots 5}(\Gamma_i) \cdot \vec{z}_5 = \Sigma(F_{ext \rightarrow FRM}) \vec{z}_5 \\
 \Leftrightarrow & \\
 & N1 + N2 + N3 - m_{FRM} \cdot g + F_s \rightarrow 5 = 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ e_{64} + e_{F64} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ b_{37} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ 1 \end{pmatrix} = 0
 \end{aligned}
 \tag{G.11.9}$$

5 Avec :

$$\boxed{b_{37} \quad b_{37} = e_{64} + e_{F64}}$$

G.11.3.2 Cas du sujet fixe par rapport au le fauteuil

Rappel : projection suivant z de l'effort sujet sur fauteuil : $e_{F65} = \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5}} \cdot \vec{z} = -m_s * g =$

s_{29}

$$\begin{aligned}
 & \Sigma_{i=1\dots 5}(\Gamma_i) \cdot \vec{z}_5 = \Sigma(F_{ext \rightarrow FRM}) \vec{z}_5 \\
 \Leftrightarrow & \\
 & N1 + N2 + N3 - m_{FRM} * g + s_{29} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ e_{64} + s_{29} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ b_{f37} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ 1 \end{pmatrix} = 0
 \end{aligned}
 \tag{G.11.10}$$

Avec :

$$\boxed{b_{f37} \quad b_{f37} = e_{64} + s_{29}}$$

G.11.4 Somme des moments suivant \vec{x}_5 en Op et torseur dynamique

De la même manière que les résultantes des efforts extérieurs au fauteuil et la résultante dynamique du fauteuil sont égales, les moments des efforts extérieurs et le moment dynamique du système s'équilibrent, selon la loi de Newton.

Ici nous nous intéresserons à la projection de l'équilibre aux moments du système sur l'axe \vec{x}_5

G.11.4.1 Cas d'un effort générique du sujet sur le fauteuil

$$\begin{aligned}
 \Sigma_{i=1\dots 5}(\delta_i) \cdot \vec{x}_5 &= \Sigma(M_{ext \rightarrow FRM}) \vec{x}_5 \\
 \Leftrightarrow \overrightarrow{M_{0 \rightarrow 1, OpR5}} + \overrightarrow{M_{0 \rightarrow 2, OpR5}} + \overrightarrow{M_{0 \rightarrow 3, OpR5}} + \overrightarrow{M_{poids \rightarrow 5, OpR5}} + \overrightarrow{M_{S/c, OpR5}} \cdot \vec{x}_5 \\
 &= (\delta_{1, Op} + \delta_{2, Op} + \delta_{3, Op} + \delta_{5, Op} + \delta_{4, Op}) \cdot \vec{x}_5 \\
 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ e_{13} \\ eF_{14} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ 1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} d_{11} \\ d_{12} \\ d_{13} \\ d_{14} \\ d_{15} \\ d_{16} \\ d_{17} \\ d_{18} \\ d_{19} \\ d_{1A} \\ d_{1B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{G.11.11}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ e_{13} \\ -d_{11} \\ -d_{12} \\ -d_{13} \\ -d_{14} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{15} \\ d_{16} \\ d_{17} \\ d_{18} \\ d_{19} \\ d_{1A} \\ d_{1B} \\ -eF_{14} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \\ 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_{41} \\ a_{42} \\ a_{43} \\ a_{44} \\ a_{45} \\ a_{46} \\ a_{47} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{41} \\ b_{42} \\ b_{43} \\ b_{44} \\ b_{45} \\ b_{49} \\ b_{4A} \\ b_{4B} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix}$$

(G.11.12)

Avec :

$a_{41} = e_{11}$	$b_{41} = d_{15}$
$a_{42} = e_{12}$	$b_{42} = d_{16}$
$a_{43} = e_{13}$	$b_{43} = d_{17}$
$a_{44} = -d_{11}$	$b_{44} = d_{18}$
$a_{45} = -d_{12}$	$b_{45} = -eF_{14}$
$a_{46} = -d_{13}$	$b_{49} = d_{19}$
$a_{47} = -d_{14}$	$b_{4A} = d_{1A}$
	$b_{4B} = d_{1B}$

G.11.4.2 Cas du sujet fixe par rapport au fauteuil

En considérant toujours l'équilibre au moment selon \vec{x}_5 , nous tiendrons compte ici d'un sujet fixe par rapport au fauteuil :

5 Rappel : $eF_{14} = \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, Op}} \cdot \vec{x}_5 = \begin{pmatrix} s_{31} \\ s_{32} \\ s_{33} \\ 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + s_{37} * \dot{\alpha}^2 + s_{39}$

$$\Sigma_{i=1..5}(\delta_i) \cdot \vec{x}_5 = \Sigma(M_{ext \rightarrow FRM}) \vec{x}_5$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ e_{13} \\ -d_{11} + s_{31} \\ -d_{12} + s_{32} \\ -d_{13} + s_{33} \\ -d_{14} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{15} \\ d_{16} \\ d_{17} - s_{37} \\ d_{18} \\ -s_{39} \\ d_{19} \\ d_{1A} \\ d_{1B} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \quad (G.11.13)$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_{f41} \\ a_{f42} \\ a_{f43} \\ a_{f44} \\ a_{f45} \\ a_{f46} \\ a_{f47} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{f41} \\ b_{f42} \\ b_{f43} \\ b_{f44} \\ b_{f45} \\ b_{f49} \\ b_{f4A} \\ b_{f4B} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix}$$

Avec :

$a_{f41} = e_{11}$	$b_{f41} = d_{15}$
$a_{f42} = e_{12}$	$b_{f42} = d_{16}$
$a_{f43} = e_{13}$	$b_{f43} = d_{17} - s_{37}$

$a_{f44} = -d_{11} + s_{31}$	$b_{f44} = d_{18}$
$a_{f45} = -d_{12} + s_{32}$	$b_{f45} = -s_{39}$
$a_{f46} = -d_{13} + s_{33}$	$b_{f49} = d_{19}$
$a_{f47} = -d_{14}$	$b_{f4A} = d_{1A}$
	$b_{f4B} = d_{1B}$

G.11.5 Somme des moments suivant \vec{y}_5 en Op et torseur dynamique

G.11.5.1 Cas d'un effort sujet sur fauteuil générique

$$\Sigma_{i=1\dots 5}(\delta_i) \cdot \vec{y}_5 = \Sigma(M_{ext \rightarrow FRM}) \vec{y}_5 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} e_{21} \\ e_{22} \\ e_{23} \\ e_{24} + eF_{25} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{21} \\ d_{22} \\ d_{23} \\ d_{24} \\ d_{25} \\ d_{26} \\ d_{27} \\ d_{28} \\ d_{29} \\ d_{2A} \\ d_{2B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \\ \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \quad (\text{G.11.14})$$

$$\Sigma_{i=1\dots 5}(\delta_i) \cdot \vec{y}_5 = \Sigma(M_{ext \rightarrow FRM}) \vec{y}_5 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} e_{21} \\ e_{22} \\ e_{23} \\ -d_{21} \\ -d_{22} \\ -d_{23} \\ -d_{24} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{25} \\ d_{26} \\ d_{27} \\ d_{28} \\ -e_{24} - eF_{25} \\ d_{29} \\ d_{2A} \\ d_{2B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_{51} \\ a_{52} \\ a_{53} \\ a_{54} \\ a_{55} \\ a_{56} \\ a_{57} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{51} \\ b_{52} \\ b_{53} \\ b_{54} \\ b_{55} \\ b_{59} \\ b_{5A} \\ b_{5B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix}$$

(G.11.15)

Avec :

$a_{51} = e_{21}$	$b_{51} = d_{25}$
$a_{52} = e_{22}$	$b_{52} = d_{26}$
$a_{53} = e_{23}$	$b_{53} = d_{27}$
$a_{54} = -d_{21}$	$b_{54} = d_{28}$
$a_{55} = -d_{22}$	$b_{55} = -e_{24} - eF_{25}$
$a_{56} = -d_{23}$	$b_{59} = d_{29}$
$a_{57} = -d_{24}$	$b_{5A} = d_{2A}$
	$b_{5B} = d_{2B}$

G.11.5.2 Cas du sujet fixe par rapport au fauteuil

$$\text{Rappel : } eF_{25} = \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, Op}} \cdot \vec{y}_5 = \begin{pmatrix} s_{41} \\ s_{42} \\ s_{43} \\ 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + s_{47} * \dot{\alpha}^2 + s_{49}$$

$$\Sigma_{i=1\dots 5}(\delta_i) \cdot \vec{y}_5 = \Sigma(M_{ext \rightarrow FRM}) \vec{y}_5 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} e_{21} \\ e_{22} \\ e_{23} \\ -d_{21} + s_{41} \\ -d_{22} + s_{42} \\ -d_{23} + s_{43} \\ -d_{24} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{25} \\ d_{26} \\ d_{27} - s_{47} \\ d_{28} \\ -e_{24} - s_{49} \\ d_{29} \\ d_{2A} \\ d_{2B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_{f51} \\ a_{f52} \\ a_{f53} \\ a_{f54} \\ a_{f55} \\ a_{f56} \\ a_{f57} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{f51} \\ b_{f52} \\ b_{f53} \\ b_{f54} \\ b_{f55} \\ b_{f59} \\ b_{f5A} \\ b_{f5B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix}$$

(G.11.16)

Avec :

$a_{f51} = e_{21}$	$b_{f51} = d_{25}$
$a_{f52} = e_{22}$	$b_{f52} = d_{26}$
$a_{f53} = e_{23}$	$b_{f53} = d_{27} - s_{47}$
$a_{f54} = -d_{21} + s_{41}$	$b_{f54} = d_{28}$
$a_{f55} = -d_{22} + s_{42}$	$b_{f55} = -e_{24} - s_{49}$
$a_{f56} = -d_{23} + s_{43}$	$b_{f59} = d_{29}$
$a_{f57} = -d_{24}$	$b_{f5A} = d_{2A}$
	$b_{f5B} = d_{2B}$

G.11.6 Somme des moments suivant \vec{z}_5 en Op et torseur dynamique

G.11.6.1 Cas d'un effort générique sujet sur fauteuil générique

Egalité entre moments et moment dynamique suivant \vec{z}_5

$$\Sigma_{i=1\dots 5}(\delta_i) \cdot \vec{z}_5 = \Sigma(M_{ext \rightarrow FRM}) \vec{z}_5 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} e_{31} \\ e_{32} \\ e_{33} \\ eF_{34} \\ e_{35} \\ 0 \\ 0 \\ e_{38} \\ e_{39} \\ e_{310} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ 1 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{31} \\ d_{32} \\ d_{33} \\ d_{34} \\ d_{35} \\ d_{36} \\ d_{37} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \end{pmatrix} \quad (\text{G.11.17})$$

5 Remplacement des efforts U_1, T_1, T_2, T_3 par leurs expressions

$$\begin{aligned} \Sigma_{i=1\dots 5}(\delta_i) \cdot \vec{z}_5 &= \Sigma(M_{ext \rightarrow FRM}) \vec{z}_5 \\ \Leftrightarrow \begin{pmatrix} e_{31} \\ e_{32} \\ e_{33} \\ eF_{34} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ 1 \end{pmatrix} &+ e_{35} * \begin{pmatrix} edU_{11} \\ edU_{12} \\ edU_{13} \\ edU_{14} \\ edU_{17} \\ eU_{14} \\ eU_{11} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}^2 \\ 1 \\ N1 \end{pmatrix} + e_{38} * \begin{pmatrix} edT_{11} \\ edT_{12} \\ edT_{13} \\ edT_{17} \\ edT_{18} \\ eT_{14} \\ eT_{11} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ N1 \end{pmatrix} \\ &+ e_{39} * \begin{pmatrix} edT_{21} \\ edT_{22} \\ edT_{23} \\ eT_{24} \\ 0 \\ eT_{22} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ 1 \\ N_1 \\ N_2 \end{pmatrix} + e_{310} * \begin{pmatrix} edT_{31} \\ edT_{32} \\ edT_{33} \\ eT_{34} \\ 0 \\ 0 \\ eT_{33} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ 1 \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{31} \\ d_{32} \\ d_{33} \\ d_{34} \\ d_{35} \\ d_{36} \\ d_{37} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \end{pmatrix} \quad (\text{G.11.18}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \Leftrightarrow \begin{pmatrix} e_{31} + e_{35} * eU_{11} + e_{38} * eT_{11} \\ e_{32} + e_{39} * eT_{22} \\ e_{33} + e_{310} * eT_{33} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix} \\
 & + \begin{pmatrix} -d_{31} + e_{35} * edU_{11} + e_{38} * edT_{11} + e_{39} * edT_{21} + e_{310} * edT_{31} \\ -d_{32} + e_{35} * edU_{12} + e_{38} * edT_{12} + e_{39} * edT_{22} + e_{310} * edT_{32} \\ -d_{33} + e_{35} * edU_{13} + e_{38} * edT_{13} + e_{39} * edT_{23} + e_{310} * edT_{33} \\ -d_{34} + e_{35} * edU_{14} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} \\
 & = \begin{pmatrix} d_{35} \\ d_{36} \\ d_{37} - e_{35} * edU_{17} - e_{38} * edT_{17} \\ -e_{38} * edT_{18} \\ -eF_{34} - e_{35} * eU_{14} - e_{38} * eT_{14} - e_{39} * eT_{24} - e_{310} * eT_{34} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{G.11.19}$$

$$\begin{aligned}
 & \Sigma_{i=1\dots 5}(\delta_i) \cdot \vec{z}_5 = \Sigma(M_{ext \rightarrow FRM}) \vec{z}_5 \\
 & \Leftrightarrow \begin{pmatrix} e_{31} + e_{35} * eU_{11} + e_{38} * eT_{11} \\ e_{32} + e_{39} * eT_{22} \\ e_{33} + e_{310} * eT_{33} \\ -d_{31} + e_{35} * edU_{11} + e_{38} * edT_{11} + e_{39} * edT_{21} + e_{310} * edT_{31} \\ -d_{32} + e_{35} * edU_{12} + e_{38} * edT_{12} + e_{39} * edT_{22} + e_{310} * edT_{32} \\ -d_{33} + e_{35} * edU_{13} + e_{38} * edT_{13} + e_{39} * edT_{23} + e_{310} * edT_{33} \\ -d_{34} + e_{35} * edU_{14} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} \\
 & = \begin{pmatrix} d_{35} \\ d_{36} \\ d_{37} - e_{35} * edU_{17} - e_{38} * edT_{17} \\ -e_{38} * edT_{18} \\ -eF_{34} - e_{35} * eU_{14} - e_{38} * eT_{14} - e_{39} * eT_{24} - e_{310} * eT_{34} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{pmatrix} \\
 & \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_{61} \\ a_{62} \\ a_{63} \\ a_{64} \\ a_{65} \\ a_{66} \\ a_{67} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{61} \\ b_{62} \\ b_{63} \\ b_{64} \\ b_{65} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{G.11.20}$$

Avec :

$a_{61} = e_{31} + e_{35} * eU_{11} + e_{38} * eT_{11}$
$a_{62} = e_{32} + e_{39} * eT_{22}$
$a_{63} = e_{33} + e_{310} * eT_{33}$
$a_{64} = -d_{31} + e_{35} * edU_{11} + e_{38} * edT_{11} + e_{39} * edT_{21} + e_{310} * edT_{31}$
$a_{65} = -d_{32} + e_{35} * edU_{12} + e_{38} * edT_{12} + e_{39} * edT_{22} + e_{310} * edT_{32}$
$a_{66} = -d_{33} + e_{35} * edU_{13} + e_{38} * edT_{13} + e_{39} * edT_{23} + e_{310} * edT_{33}$
$a_{67} = -d_{34} + e_{35} * edU_{14}$
$b_{61} = d_{35}$
$b_{62} = d_{36}$
$b_{63} = d_{37} - e_{35} * edU_{17} - e_{38} * edT_{17}$
$b_{64} = -e_{38} * edT_{18}$
$b_{65} = -eF_{34} - e_{35} * eU_{14} - e_{38} * eT_{14} - e_{39} * eT_{24} - e_{310} * eT_{34}$

G.11.6.2 Cas d'un sujet fixe sur le fauteuil

$$\text{Rappel : } eF_{34} = \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, Op}} \cdot \vec{z} = \begin{pmatrix} s_{51} \\ s_{52} \\ s_{53} \\ 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} e_{31} + e_{35} * eU_{11} + e_{38} * eT_{11} \\ e_{32} + e_{39} * eT_{22} \\ e_{33} + e_{310} * eT_{33} \\ -d_{31} + e_{35} * edU_{11} + e_{38} * edT_{11} + e_{39} * edT_{21} + e_{310} * edT_{31} + s_{51} \\ -d_{32} + e_{35} * edU_{12} + e_{38} * edT_{12} + e_{39} * edT_{22} + e_{310} * edT_{32} + s_{52} \\ -d_{33} + e_{35} * edU_{13} + e_{38} * edT_{13} + e_{39} * edT_{23} + e_{310} * edT_{33} + s_{53} \\ -d_{34} + e_{35} * edU_{14} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} \\
 & = \begin{pmatrix} d_{35} \\ d_{36} \\ d_{37} - e_{35} * edU_{17} - e_{38} * edT_{17} \\ -e_{38} * edT_{18} \\ -eF_{34} - e_{35} * eU_{14} - e_{38} * eT_{14} - e_{39} * eT_{24} - e_{310} * eT_{34} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \text{(G.11.21)} \\
 & \begin{pmatrix} a_{f61} \\ a_{f62} \\ a_{f63} \\ a_{f64} \\ a_{f65} \\ a_{f66} \\ a_{f67} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{f61} \\ b_{f62} \\ b_{f63} \\ b_{f64} \\ b_{f65} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Avec :

$a_{f61} = e_{31} + e_{35} * eU_{11} + e_{38} * eT_{11}$
$a_{f62} = e_{32} + e_{39} * eT_{22}$
$a_{f63} = e_{33} + e_{310} * eT_{33}$
$a_{f64} = -d_{31} + e_{35} * edU_{11} + e_{38} * edT_{11} + e_{39} * edT_{21} + e_{310} * edT_{31} + s_{51}$
$a_{f65} = -d_{32} + e_{35} * edU_{12} + e_{38} * edT_{12} + e_{39} * edT_{22} + e_{310} * edT_{32} + s_{52}$
$a_{f66} = -d_{33} + e_{35} * edU_{13} + e_{38} * edT_{13} + e_{39} * edT_{23} + e_{310} * edT_{33} + s_{53}$
$a_{f67} = -d_{34} + e_{35} * edU_{14}$
$b_{f61} = d_{35}$
$b_{f62} = d_{36}$
$b_{f63} = d_{37} - e_{35} * edU_{17} - e_{38} * edT_{17}$
$b_{f64} = -e_{38} * edT_{18}$
$b_{f65} = -e_{35} * eU_{14} - e_{38} * eT_{14} - e_{39} * eT_{24} - e_{310} * eT_{34}$

G.12 Système d'équations pour la rotation libre

G.12.1 Rappel des équations disponibles

Egalité entre forces et résultante dynamique suivant \vec{x}_5

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_{f11} \\ a_{f12} \\ a_{f13} \\ a_{f14} \\ a_{f15} \\ a_{f16} \\ a_{f17} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{f15} \\ b_{f16} \\ b_{f17} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{G.12.1})$$

Egalité entre forces et résultante dynamique suivant \vec{z}

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ b_{f37} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{G.12.2})$$

Egalité entre moment et moment dynamique suivant \vec{x}_5

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_{f41} \\ a_{f42} \\ a_{f43} \\ a_{f44} \\ a_{f45} \\ a_{f46} \\ a_{f47} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{f41} \\ b_{f42} \\ b_{f43} \\ b_{f44} \\ b_{f45} \\ b_{f49} \\ b_{f4A} \\ b_{f4B} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \quad (\text{G.12.3})$$

Egalité entre moment et moment dynamique suivant \vec{y}_5

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_{f51} \\ a_{f52} \\ a_{f53} \\ a_{f54} \\ a_{f55} \\ a_{f56} \\ a_{f57} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{f51} \\ b_{f52} \\ b_{f53} \\ b_{f54} \\ b_{f55} \\ b_{f59} \\ b_{f5A} \\ b_{f5B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \quad (\text{G.12.4})$$

Egalité entre moment et moment dynamique suivant \vec{z}

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_{f61} \\ a_{f62} \\ a_{f63} \\ a_{f64} \\ a_{f65} \\ a_{f66} \\ a_{f67} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{f61} \\ b_{f62} \\ b_{f63} \\ b_{f64} \\ b_{f65} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{G.12.5})$$

Non glissement de la roulette avant

$$\begin{pmatrix} g_{11} \\ g_{12} \\ g_{13} \\ g_{14} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ h_{13} \\ h_{19} \\ h_{1A} \\ h_{1B} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \quad (\text{G.12.6})$$

Non glissement des roues arrière

$$\begin{pmatrix} g_{21} \\ g_{22} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h_{21} \\ h_{22} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{G.12.7})$$

G.12.2 Expression des efforts N1, N2 et N3

Expression de N3 en fonction de N2 et N1

En utilisant l'équation (G.12.2)

$$N_1 + N_2 + N_3 + b_{f37} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\boxed{N_3 = -N_1 - N_2 - b_{f37}} \quad (\text{G.12.8})$$

Expression de N1

5 En utilisant de (G.12.4)

$$a_{f51} * N1 + a_{f52} * N2 + a_{f53} * N3 + \begin{pmatrix} a_{f54} \\ a_{f55} \\ a_{f56} \\ a_{f57} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{f51} \\ b_{f52} \\ b_{f53} \\ b_{f54} \\ b_{f55} \\ b_{f59} \\ b_{f5A} \\ b_{f5B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix}$$

⇔

$$a_{f51} * N1 + a_{f52} * N2 + a_{f53} * (-N1 - N2 - b_{f37}) + \begin{pmatrix} a_{f54} \\ a_{f55} \\ a_{f56} \\ a_{f57} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{f51} \\ b_{f52} \\ b_{f53} \\ b_{f54} \\ b_{f55} \\ b_{f59} \\ b_{f5A} \\ b_{f5B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix}$$

⇔

$$(a_{f51} - a_{f53}) * N1 = (-a_{f52} + a_{f53}) * N2 + a_{f53} * b_{f37} - \begin{pmatrix} a_{f54} \\ a_{f55} \\ a_{f56} \\ a_{f57} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{f51} \\ b_{f52} \\ b_{f53} \\ b_{f54} \\ b_{f55} \\ b_{f59} \\ b_{f5A} \\ b_{f5B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \quad (\text{G.12.9})$$

Or :

$$a_{f52} = e_{22} = e_{222} = -\lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2)$$

et :

$$a_{f53} = e_{23} = e_{323} = -\lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3)$$

5 Les roues arrière étant symétriques, nous pouvons considérer que leurs valeurs de résistance au roulement λ_i sont identiques, nous aurons donc : $\lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2) = \lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3)$

$$\text{et donc : } a_{f52} - a_{f53} = \lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3) - \lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2) = 0$$

$$\text{De plus : } a_{f51} - a_{f53} = e_{21} - a_{f53} = (d_A + d_1.s(\gamma - \alpha)) - \lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3)$$

Or, compte tenu des caractéristiques générales des fauteuils roulants, quels que

soient $d_A, d_1, \lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3)$ pris dans les valeurs rencontrées dans tous les cas de fauteuils, $\|d_A\| > \|d_1\| + \|\lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3)\|$, donc $a_{f51} - a_{f53} > 0$

Donc la fraction $\left(\frac{1}{a_{f51} - a_{f53}}\right)$ sera toujours définie.

Nous pouvons alors définir N1 comme suit :

$$\begin{aligned}
 N1 &= \frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * \left(- \begin{pmatrix} a_{f54} \\ a_{f55} \\ a_{f56} \\ a_{f57} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{a} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{f51} \\ b_{f52} \\ b_{f53} \\ b_{f54} \\ b_{f55} + a_{f53} * b_{f37} \\ b_{f59} \\ b_{f5A} \\ b_{f5B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{a} \\ \dot{y}\dot{a} \\ \dot{a}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{a}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \right) \\
 &= \begin{pmatrix} a_{n11} \\ a_{n12} \\ a_{n13} \\ a_{n14} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{a} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{n11} \\ b_{n12} \\ b_{n13} \\ b_{n14} \\ b_{n15} \\ b_{n19} \\ b_{n1A} \\ b_{n1B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{a} \\ \dot{y}\dot{a} \\ \dot{a}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{a}\dot{\gamma} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{G.12.10}$$

5

Avec :

$a_{n11} = -\frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * a_{f54}$	$b_{n11} = \frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * b_{f51}$
$a_{n12} = -\frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * a_{f55}$	$b_{n12} = \frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * b_{f52}$
$a_{n13} = -\frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * a_{f56}$	$b_{n13} = \frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * b_{f53}$
$a_{n14} = -\frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * a_{f57}$	$b_{n14} = \frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * b_{f54}$
	$b_{n15} = \frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * (b_{f55} + a_{f53} * b_{f37})$
	$b_{n19} = \frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * b_{f59}$
	$b_{n1A} = \frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * b_{f5A}$
	$b_{n1B} = \frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * b_{f5B}$

Expression de N2

En utilisant l'équation de (G.12.3)

$$a_{f41} * N_1 + a_{f42} * N_2 + a_{f43} * N_3 + \begin{pmatrix} a_{f44} \\ a_{f45} \\ a_{f46} \\ a_{f47} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{f41} \\ b_{f42} \\ b_{f43} \\ b_{f44} \\ b_{f45} \\ b_{f49} \\ b_{f4A} \\ b_{f4B} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \quad (\text{G.12.11})$$

Cette équation devient, en remplaçant N_3 par son expression dans (G.12.8)

$$a_{f41} * N_1 + a_{f42} * N_2 + a_{f43} * (-N_1 - N_2 - b_{f37}) + \begin{pmatrix} a_{f44} \\ a_{f45} \\ a_{f46} \\ a_{f47} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{f41} \\ b_{f42} \\ b_{f43} \\ b_{f44} \\ b_{f45} \\ b_{f49} \\ b_{f4A} \\ b_{f4B} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow (a_{f42} - a_{f43}) * N_2 = (a_{f43} - a_{f41}) * N_1 + a_{f43} * b_{f37} - \begin{pmatrix} a_{f44} \\ a_{f45} \\ a_{f46} \\ a_{f47} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{f41} \\ b_{f42} \\ b_{f43} \\ b_{f44} \\ b_{f45} \\ b_{f49} \\ b_{f4A} \\ b_{f4B} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \quad (\text{G.12.12})$$

En remplaçant cette fois-ci N_1 par son expression dans (G.12.10)

$$\begin{aligned}
 (a_{f42} - a_{f43}) * N_2 = & (a_{f43} - a_{f41}) * \begin{pmatrix} \left(\begin{matrix} a_{n11} \\ a_{n12} \\ a_{n13} \\ a_{n14} \end{matrix} \right)^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{n11} \\ b_{n12} \\ b_{n13} \\ b_{n14} \\ b_{n15} \\ b_{n19} \\ b_{n1A} \\ b_{n1B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \\
 & + a_{f43} * b_{f37} - \begin{pmatrix} a_{f44} \\ a_{f45} \\ a_{f46} \\ a_{f47} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{f41} \\ b_{f42} \\ b_{f43} \\ b_{f44} \\ b_{f45} \\ b_{f49} \\ b_{f4A} \\ b_{f4B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{G.12.13}$$

En étudiant le signe de $a_{f42} - a_{f43}$, nous remarquons que $a_{f42} - a_{f43} = e_{12} - e_{13} = -(d + r_2.s\theta) - (d + r_3.s\theta) = -2 * (d + r_2.s\theta)$. Ainsi, $a_{f42} - a_{f43}$ n'est jamais nul, ce qui nous permet de l'utiliser, sans risque, comme diviseur pour l'équation précédente :

$$\begin{aligned}
 N_2 = & \frac{a_{f43} - a_{f41}}{a_{f42} - a_{f43}} * \begin{pmatrix} \left(\begin{matrix} a_{n11} \\ a_{n12} \\ a_{n13} \\ a_{n14} \end{matrix} \right)^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{n11} \\ b_{n12} \\ b_{n13} \\ b_{n14} \\ b_{n15} \\ b_{n19} \\ b_{n1A} \\ b_{n1B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} + \frac{1}{a_{f42} - a_{f43}} * a_{f43} * b_{f37} \\
 & + \frac{1}{a_{f42} - a_{f43}} * \begin{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_{f44} \\ a_{f45} \\ a_{f46} \\ a_{f47} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{f41} \\ b_{f42} \\ b_{f43} \\ b_{f44} \\ b_{f45} \\ b_{f49} \\ b_{f4A} \\ b_{f4B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{G.12.14}$$

N2 s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
 N_2 &= \frac{a_{f43} - a_{f41}}{a_{f42} - a_{f43}} \begin{pmatrix} a_{n11} \\ +a_{n12} \\ +a_{n13} \\ +a_{n14} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + \frac{a_{f43} - a_{f41}}{a_{f42} - a_{f43}} \begin{pmatrix} b_{n11} \\ b_{n12} \\ b_{n13} \\ b_{n14} \\ b_{n15} \\ b_{n19} \\ b_{n1A} \\ b_{n1B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} + \frac{a_{f43} * b_{f37}}{(a_{f42} - a_{f43})} \\
 &- \frac{1}{a_{f42} - a_{f43}} \begin{pmatrix} a_{f44} \\ a_{f45} \\ a_{f46} \\ a_{f47} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + \frac{1}{a_{f42} - a_{f43}} \begin{pmatrix} b_{f41} \\ b_{f42} \\ b_{f43} \\ b_{f44} \\ b_{f45} \\ b_{f49} \\ b_{f4A} \\ b_{f4B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} a_{n21} \\ a_{n22} \\ a_{n23} \\ a_{n24} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{n21} \\ b_{n22} \\ b_{n23} \\ b_{n24} \\ b_{n25} \\ b_{n29} \\ b_{n2A} \\ b_{n2B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

(G.12.15)

Avec :

$a_{n21} = \frac{(a_{n11} * (a_{f43} - a_{f41}) - a_{f44})}{a_{f42} - a_{f43}}$	$b_{n23} = \frac{(b_{n13} * (a_{f43} - a_{f41}) + b_{f43})}{a_{f42} - a_{f43}}$
$a_{n22} = \frac{(a_{n12} * (a_{f43} - a_{f41}) - a_{f45})}{a_{f42} - a_{f43}}$	$b_{n24} = \frac{(b_{n14} * (a_{f43} - a_{f41}) + b_{f44})}{a_{f42} - a_{f43}}$
$a_{n23} = \frac{(a_{n13} * (a_{f43} - a_{f41}) - a_{f46})}{a_{f42} - a_{f43}}$	$b_{n25} = \frac{(b_{n15} * (a_{f43} - a_{f41}) + b_{f45} + a_{f43} * b_{f37})}{a_{f42} - a_{f43}}$
$a_{n24} = \frac{(a_{n14} * (a_{f43} - a_{f41}) - a_{f47})}{a_{f42} - a_{f43}}$	$b_{n29} = \frac{(b_{n19} * (a_{f43} - a_{f41}) + b_{f49})}{a_{f42} - a_{f43}}$
$b_{n21} = \frac{(b_{n11} * (a_{f43} - a_{f41}) + b_{f41})}{a_{f42} - a_{f43}}$	$b_{n2A} = \frac{(b_{n1A} * (a_{f43} - a_{f41}) + b_{f4A})}{a_{f42} - a_{f43}}$
$b_{n22} = \frac{(b_{n12} * (a_{f43} - a_{f41}) + b_{f42})}{a_{f42} - a_{f43}}$	$b_{n2B} = \frac{(b_{n1B} * (a_{f43} - a_{f41}) + b_{f4B})}{a_{f42} - a_{f43}}$

Expression de N_3

En remplaçant dans (G.12.8) N1 et N2 par leur expression (G.12.10) et (G.12.15)

$$N_3 = -N_1 - N_2 - b_{f37}$$

$$= - \begin{pmatrix} a_{n11} \\ a_{n12} \\ a_{n13} \\ a_{n14} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_{n11} \\ b_{n12} \\ b_{n13} \\ b_{n14} \\ b_{n15} \\ b_{n19} \\ b_{n1A} \\ b_{n1B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_{n21} \\ a_{n22} \\ a_{n23} \\ a_{n24} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_{n21} \\ b_{n22} \\ b_{n23} \\ b_{n24} \\ b_{n25} \\ b_{n29} \\ b_{n2A} \\ b_{n2B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} - b_{f37} \quad (\text{G.12.16})$$

$$N_3 = \begin{pmatrix} -a_{n11} - a_{n21} \\ -a_{n12} - a_{n22} \\ -a_{n13} - a_{n23} \\ -a_{n14} - a_{n24} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -b_{n11} - b_{n21} \\ -b_{n12} - b_{n22} \\ -b_{n13} - b_{n23} \\ -b_{n14} - b_{n24} \\ -b_{n15} - b_{n25} - b_{f37} \\ -b_{n19} - b_{n29} \\ -b_{n1A} - b_{n2A} \\ -b_{n1B} - b_{n2B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \quad (\text{G.12.17})$$

$$= \begin{pmatrix} a_{n31} \\ a_{n32} \\ a_{n33} \\ a_{n34} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{n31} \\ b_{n32} \\ b_{n33} \\ b_{n34} \\ b_{n35} \\ b_{n39} \\ b_{n3A} \\ b_{n3B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix}$$

Avec :

$a_{n31} = -a_{n11} - a_{n21}$	$b_{n33} = -b_{n13} - b_{n23}$
$a_{n32} = -a_{n12} - a_{n22}$	$b_{n34} = -b_{n14} - b_{n24}$
$a_{n33} = -a_{n13} - a_{n23}$	$b_{n35} = -b_{n15} - b_{n25} - b_{f37}$
$a_{n34} = -a_{n14} - a_{n24}$	$b_{n39} = -b_{n19} - b_{n29}$
$b_{n31} = -b_{n11} - b_{n21}$	$b_{n3A} = -b_{n1A} - b_{n2A}$
$b_{n32} = -b_{n12} - b_{n22}$	$b_{n3B} = -b_{n1B} - b_{n2B}$

G.12.3 Equations du mouvement en remplaçant N_1, N_2, N_3 par leur expression

Remplacement des efforts normaux dans l'équation (G.12.1)

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} a_{f11} \\ a_{f12} \\ a_{f13} \\ a_{f14} \\ a_{f15} \\ a_{f16} \\ a_{f17} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{f15} \\ b_{f16} \\ b_{f17} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{pmatrix} \\
 & \Leftrightarrow \\
 & a_{f11} \begin{pmatrix} a_{n11} \\ a_{n12} \\ a_{n13} \\ a_{n14} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{n11} \\ b_{n12} \\ b_{n13} \\ b_{n14} \\ b_{n15} \\ b_{n19} \\ b_{n1A} \\ b_{n1B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} + a_{f12} \begin{pmatrix} a_{n21} \\ a_{n22} \\ a_{n23} \\ a_{n24} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{n21} \\ b_{n22} \\ b_{n23} \\ b_{n24} \\ b_{n25} \\ b_{n29} \\ b_{n2A} \\ b_{n2B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \\
 & + a_{f13} \begin{pmatrix} a_{n31} \\ a_{n32} \\ a_{n33} \\ a_{n34} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{n31} \\ b_{n32} \\ b_{n33} \\ b_{n34} \\ b_{n35} \\ b_{n39} \\ b_{n3A} \\ b_{n3B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{f14} \\ a_{f15} \\ a_{f16} \\ a_{f17} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} \\
 & = \begin{pmatrix} b_{f15} \\ b_{f16} \\ b_{f17} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

(G.12.18)

L'expression de l'équation (G.12.1) devient donc :

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} a_{f11} * a_{n11} + a_{f12} * a_{n21} + a_{f13} * a_{n31} + a_{f14} \\ a_{f11} * a_{n12} + a_{f12} * a_{n22} + a_{f13} * a_{n32} + a_{f15} \\ a_{f11} * a_{n13} + a_{f12} * a_{n23} + a_{f13} * a_{n33} + a_{f16} \\ a_{f11} * a_{n14} + a_{f12} * a_{n24} + a_{f13} * a_{n34} + a_{f17} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} \\
 = & \begin{pmatrix} -a_{f11} * b_{n11} - a_{f12} * b_{n21} - a_{f13} * b_{n31} \\ -a_{f11} * b_{n12} - a_{f12} * b_{n22} - a_{f13} * b_{n32} \\ b_{f15} - a_{f11} * b_{n13} - a_{f12} * b_{n23} - a_{f13} * b_{n33} \\ b_{f16} - a_{f11} * b_{n14} - a_{f12} * b_{n24} - a_{f13} * b_{n34} \\ b_{f17} - a_{f11} * b_{n15} - a_{f12} * b_{n25} - a_{f13} * b_{n35} \\ -a_{f11} * b_{n19} - a_{f12} * b_{n29} - a_{f13} * b_{n39} \\ -a_{f11} * b_{n1A} - a_{f12} * b_{n2A} - a_{f13} * b_{n3A} \\ -a_{f11} * b_{n1B} - a_{f12} * b_{n2B} - a_{f13} * b_{n3B} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \\
 \Leftrightarrow & \begin{pmatrix} a_{s11} \\ a_{s12} \\ a_{s13} \\ a_{s14} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{s11} \\ b_{s12} \\ b_{s13} \\ b_{s14} \\ b_{s15} \\ b_{s19} \\ b_{s1A} \\ b_{s1B} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{G.12.19}$$

Avec :

$a_{s11} = a_{f11} * a_{n11} + a_{f12} * a_{n21} + a_{f13} * a_{n31} + a_{f14}$
$a_{s12} = a_{f11} * a_{n12} + a_{f12} * a_{n22} + a_{f13} * a_{n32} + a_{f15}$
$a_{s13} = a_{f11} * a_{n13} + a_{f12} * a_{n23} + a_{f13} * a_{n33} + a_{f16}$
$a_{s14} = a_{f11} * a_{n14} + a_{f12} * a_{n24} + a_{f13} * a_{n34} + a_{f17}$
$b_{s11} = -a_{f11} * b_{n11} - a_{f12} * b_{n21} - a_{f13} * b_{n31}$
$b_{s12} = -a_{f11} * b_{n12} - a_{f12} * b_{n22} - a_{f13} * b_{n32}$
$b_{s13} = b_{f15} - a_{f11} * b_{n13} - a_{f12} * b_{n23} - a_{f13} * b_{n33}$
$b_{s14} = b_{f16} - a_{f11} * b_{n14} - a_{f12} * b_{n24} - a_{f13} * b_{n34}$
$b_{s15} = b_{f17} - a_{f11} * b_{n15} - a_{f12} * b_{n25} - a_{f13} * b_{n35}$
$b_{s19} = -a_{f11} * b_{n19} - a_{f12} * b_{n29} - a_{f13} * b_{n39}$
$b_{s1A} = -a_{f11} * b_{n1A} - a_{f12} * b_{n2A} - a_{f13} * b_{n3A}$
$b_{s1B} = -a_{f11} * b_{n1B} - a_{f12} * b_{n2B} - a_{f13} * b_{n3B}$

Remplacement des efforts normaux dans l'équation (G.12.5)

$$\begin{pmatrix} a_{f61} \\ a_{f62} \\ a_{f63} \\ a_{f64} \\ a_{f65} \\ a_{f66} \\ a_{f67} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{f61} \\ b_{f62} \\ b_{f63} \\ b_{f64} \\ b_{f65} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned}
 & a_{f61} * \begin{pmatrix} a_{n11} \\ a_{n12} \\ a_{n13} \\ a_{n14} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{n11} \\ b_{n12} \\ b_{n13} \\ b_{n14} \\ b_{n15} \\ b_{n19} \\ b_{n1A} \\ b_{n1B} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \\
 & + a_{f62} * \begin{pmatrix} a_{n21} \\ a_{n22} \\ a_{n23} \\ a_{n24} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{n21} \\ b_{n22} \\ b_{n23} \\ b_{n24} \\ b_{n25} \\ b_{n29} \\ b_{n2A} \\ b_{n2B} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \\
 & + a_{f63} * \begin{pmatrix} a_{n31} \\ a_{n32} \\ a_{n33} \\ a_{n34} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{n31} \\ b_{n32} \\ b_{n33} \\ b_{n34} \\ b_{n35} \\ b_{n39} \\ b_{n3A} \\ b_{n3B} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{f64} \\ a_{f65} \\ a_{f66} \\ a_{f67} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{f61} \\ b_{f62} \\ b_{f63} \\ b_{f64} \\ b_{f65} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

(G.12.20)

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} a_{f61} * a_{n11} + a_{f62} * a_{n21} + a_{f63} * a_{n31} + a_{f64} \\ a_{f61} * a_{n12} + a_{f62} * a_{n22} + a_{f63} * a_{n32} + a_{f65} \\ a_{f61} * a_{n13} + a_{f62} * a_{n23} + a_{f63} * a_{n33} + a_{f66} \\ a_{f61} * a_{n14} + a_{f62} * a_{n24} + a_{f63} * a_{n34} + a_{f67} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} \\
 = & \begin{pmatrix} b_{f61} - a_{f61} * b_{n11} - a_{f62} * b_{n21} - a_{f63} * b_{n31} \\ b_{f62} - a_{f61} * b_{n12} - a_{f62} * b_{n22} - a_{f63} * b_{n32} \\ b_{f63} - a_{f61} * b_{n13} - a_{f62} * b_{n23} - a_{f63} * b_{n33} \\ b_{f64} - a_{f61} * b_{n14} - a_{f62} * b_{n24} - a_{f63} * b_{n34} \\ b_{f65} - a_{f61} * b_{n15} - a_{f62} * b_{n25} - a_{f63} * b_{n35} \\ -a_{f61} * b_{n19} - a_{f62} * b_{n29} - a_{f63} * b_{n39} \\ -a_{f61} * b_{n1A} - a_{f62} * b_{n2A} - a_{f63} * b_{n3A} \\ -a_{f61} * b_{n1B} - a_{f62} * b_{n2B} - a_{f63} * b_{n3B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \\
 \Leftrightarrow & \begin{pmatrix} a_{s21} \\ a_{s22} \\ a_{s23} \\ a_{s24} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{s21} \\ b_{s22} \\ b_{s23} & b_{s24} \\ b_{s25} \\ b_{s29} \\ b_{s2A} \\ b_{s2B} \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{G.12.21}$$

Avec :

$a_{s21} = a_{f61} * a_{n11} + a_{f62} * a_{n21} + a_{f63} * a_{n31} + a_{f64}$
$a_{s22} = a_{f61} * a_{n12} + a_{f62} * a_{n22} + a_{f63} * a_{n32} + a_{f65}$
$a_{s23} = a_{f61} * a_{n13} + a_{f62} * a_{n23} + a_{f63} * a_{n33} + a_{f66}$
$a_{s24} = a_{f61} * a_{n14} + a_{f62} * a_{n24} + a_{f63} * a_{n34} + a_{f67}$
$b_{s21} = b_{f61} - a_{f61} * b_{n11} - a_{f62} * b_{n21} - a_{f63} * b_{n31}$
$b_{s22} = b_{f62} - a_{f61} * b_{n12} - a_{f62} * b_{n22} - a_{f63} * b_{n32}$
$b_{s23} = b_{f63} - a_{f61} * b_{n13} - a_{f62} * b_{n23} - a_{f63} * b_{n33}$
$b_{s24} = b_{f64} - a_{f61} * b_{n14} - a_{f62} * b_{n24} - a_{f63} * b_{n34}$
$b_{s25} = b_{f65} - a_{f61} * b_{n15} - a_{f62} * b_{n25} - a_{f63} * b_{n35}$
$b_{s29} = -a_{f61} * b_{n19} - a_{f62} * b_{n29} - a_{f63} * b_{n39}$
$b_{s2A} = -a_{f61} * b_{n1A} - a_{f62} * b_{n2A} - a_{f63} * b_{n3A}$
$b_{s2B} = -a_{f61} * b_{n1B} - a_{f62} * b_{n2B} - a_{f63} * b_{n3B}$

G.12.4 Système final obtenu

En utilisant (G.12.19), (G.12.21), (G.12.6), (G.12.7) :

$$\begin{pmatrix} a_{s11} & a_{s12} & a_{s13} & a_{s14} \\ a_{s21} & a_{s22} & a_{s23} & a_{s24} \\ g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & 0 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{s11} & b_{s12} & b_{s13} & b_{s14} & b_{s15} & b_{s19} & b_{s1A} & b_{s1B} \\ b_{s21} & b_{s22} & b_{s23} & b_{s24} & b_{s25} & b_{s29} & b_{s2A} & b_{s2B} \\ h_{11} & h_{12} & h_{13} & 0 & 0 & h_{19} & h_{1A} & h_{1B} \\ h_{21} & h_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \dot{x}\dot{\alpha} \\ \dot{y}\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}^2 \\ \dot{\gamma}^2 \\ 1 \\ \dot{x}\dot{\gamma} \\ \dot{y}\dot{\gamma} \\ \dot{\alpha}\dot{\gamma} \end{pmatrix} \quad (\text{G.12.22})$$

Récapitulatif des coefficients

G.13 Récapitulatif des coefficients

G.13.1 Coefficients g_{ii} et h_{ii} utilisés dans les équations additionnelles

TABLE G.19 – Coefficients g_{ii} et h_{ii}

$g_{11} = c\alpha * c(\gamma - \alpha)$
$g_{12} = s\alpha * c(\gamma - \alpha)$
$g_{13} = d_A * s(\gamma - \alpha)$
$g_{14} = d_1$
$h_{11} = -c\alpha * s(\gamma - \alpha)$
$h_{12} = -s\alpha * s(\gamma - \alpha)$
$h_{13} = d_A * c(\gamma - \alpha)$
$h_{19} = c\alpha * s(\gamma - \alpha)$
$h_{1A} = s\alpha * s(\gamma - \alpha)$
$h_{1B} = -d_A * c(\gamma - \alpha)$

5 G.13.2 Coefficients c_{ii} et d_{ii} utilisés en cinématique et cinétique

- Résultante dynamique du FRM

TABLE G.20 – Coefficients c_{ii} et d_{ii}

$$c_{11} = (m_5 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4) * c\alpha$$

$c_{12} = (m_5 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4) * s\alpha$
$c_{14} = (m_1 * d_1 + m_4 * n_4) * c(\gamma - \alpha)$
$c_{17} = (-m_5 * n_5 - m_1 * d_A - m_4 * d_A)$
$c_{18} = (-m_1 * d_1 - m_4 * n_4) * s(\gamma - \alpha)$
$c_{21} = -s\alpha * (m_5 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4)$
$c_{22} = c\alpha * (m_5 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4)$
$c_{23} = (m_5 * n_5 + m_1 * d_A + m_4 * d_A)$
$c_{24} = (m_1 * d_1 + m_4 * n_4) * s(\gamma - \alpha)$
$c_{28} = (m_1 * d_1 + m_4 * n_4) * c(\gamma - \alpha)$

- Expression des angles β_i et de leurs dérivées

$$\dot{\beta}_1 = \frac{s(\gamma - \alpha) * c\alpha * \dot{x} + s(\gamma - \alpha) * s\alpha * \dot{y} - d_A * c(\gamma - \alpha) * \dot{\alpha}}{r_1} \quad (\text{G.13.1})$$

$$\dot{\beta}_2 = \frac{\dot{x} * c\alpha + \dot{y} * s\alpha + \dot{\alpha} * (d + r_2 * s\theta)}{r_2} \quad (\text{G.13.2})$$

$$\dot{\beta}_3 = \frac{\dot{x} * c\alpha + \dot{y} * s\alpha - \dot{\alpha} * (d + r_3 * s\theta)}{r_3} \quad (\text{G.13.3})$$

$$\ddot{\beta}_1 = \frac{1}{r_1} (s(\gamma - \alpha)(c\alpha * \ddot{x} + s\alpha * \ddot{y}) - d_A * c(\gamma - \alpha) * \ddot{\alpha} + d_1 * \dot{\gamma} * \dot{\alpha} - d_1 * \dot{\gamma}^2) \quad (\text{G.13.4})$$

$$\ddot{\beta}_2 = \frac{\ddot{x} * c\alpha + \ddot{y} * s\alpha + \ddot{\alpha} * (d + r_2 * s\theta) - \dot{\alpha} * \dot{x} * s\alpha + \dot{\alpha} * \dot{y} * c\alpha}{r_2} \quad (\text{G.13.5})$$

$$\ddot{\beta}_3 = \frac{\ddot{x} * c\alpha + \ddot{y} * s\alpha - \ddot{\alpha} * (d + r_3 * s\theta)}{r_3} \quad (\text{G.13.6})$$

- Moment Dynamique du châssis

$d5_{11} = h_5 * m_5 * s\alpha$
$d5_{12} = -h_5 * m_5 * c\alpha$
$d5_{13} = -h_5 * m_5 * n_5$
$d5_{21} = h_5 * m_5 * c\alpha$
$d5_{22} = h_5 * m_5 * s\alpha$
$d5_{27} = -h_5 * m_5 * n_5$
$d5_{31} = -m_5 * n_5 * s\alpha$
$d5_{32} = m_5 * n_5 * c\alpha$
$d5_{33} = I_{5,G5,zz} + m_5 * n_{G5}^2$

- Inerties équivalentes de la roue 2

$I_{2eq1} = c\theta * I_{2,O2,yy}$
$I_{2eq2} = c\theta * (s\theta * I_{2,O2,zz} + I_{2,O2,yy} * d/r_2)$
$I_{2eq3} = s\theta * I_{2,O2,yy}$
$I_{2eq4} = (I_{2,O2,zz} * c^2\theta - s\theta * I_{2,O2,yy} * d/r_2)$

• Moment dynamique roue 2

$d2_{11} = h_c * m_2 * s\alpha$
$d2_{12} = -h_c * m_2 * c\alpha$
$d2_{15} = -c\alpha * I_{2eq1}/r_2$
$d2_{16} = -s\alpha * I_{2eq1}/r_2$
$d2_{17} = -I_{2eq2} - d * h_c * m_2$
$d2_{21} = c\alpha * (I_{2eq1}/r_2 + h_c * m_2)$
$d2_{22} = s\alpha * (I_{2eq1}/r_2 + h_c * m_2)$
$d2_{23} = I_{2eq2} + d * h_c * m_2$
$d2_{31} = c\alpha * (-I_{2eq3}/r_2 + d * m_2)$
$d2_{32} = s\alpha * (-I_{2eq3}/r_2 + d * m_2)$
$d2_{33} = I_{2eq4} + d^2 * m_2$

• Inerties équivalentes roue 3

$I_{3eq1} = I_{3,O3,yy} * c\theta$
$I_{3eq2} = c\theta * (s\theta * I_{3,O3,zz} + d/r_3 * I_{3,O3,yy})$
$I_{3eq3} = I_{3,O3,yy} * s\theta$
$I_{3eq4} = I_{3,O3,zz} * c^2\theta - d/r_3 * I_{3,O3,yy} * s\theta$

• Moment dynamique roue 3

$d3_{11} = h_c * m_3 * s\alpha$
$d3_{12} = -h_c * m_3 * c\alpha$
$d3_{15} = -c\alpha * I_{3eq1}/r_3$
$d3_{16} = -s\alpha * I_{3eq1}/r_3$
$d3_{17} = I_{3eq2} + d * h_c * m_3$
$d3_{21} = c\alpha * (I_{3eq1}/r_3 + h_c * m_3)$
$d3_{22} = s\alpha * (I_{3eq1}/r_3 + h_c * m_3)$
$d3_{23} = -I_{3eq2} - d * h_c * m_3$
$d3_{31} = c\alpha * (I_{3eq3}/r_3 - d * m_3)$
$d3_{32} = s\alpha * (I_{3eq3}/r_3 - d * m_3)$
$d3_{33} = I_{3eq4} + d^2 * m_3$

• Moment dynamique roue 1

$d1_{11} = [\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} * c\alpha * c(\gamma - \alpha) * s(\gamma - \alpha) + m_1 * r_1 * s\alpha]$
$d1_{12} = [\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} * s\alpha * c(\gamma - \alpha) * s(\gamma - \alpha) - m_1 * r_1 * c\alpha]$
$d1_{13} = [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} * d_A * c^2(\gamma - \alpha) - m_1 * r_1 * d_A]$
$d1_{14} = [-m_1 * r_1 * d_1 * s(\gamma - \alpha)]$
$d1_{18} = [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} * d_1 * c(\gamma - \alpha) - m_1 * r_1 * d_1 * c(\gamma - \alpha)]$
$d1_{19} = [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} * s^2(\gamma - \alpha) * c\alpha]$
$d1_{1A} = [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} * s^2(\gamma - \alpha) * s\alpha]$
$d1_{1B} = [+ \frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} * (d_A * s(\gamma - \alpha) + d_1) * c(\gamma - \alpha)]$
$d1_{21} = [\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} * s^2(\gamma - \alpha) * c\alpha + m_1 * r_1 * c\alpha]$
$d1_{22} = [\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} * s^2(\gamma - \alpha) * s\alpha + m_1 * r_1 * s\alpha]$
$d1_{23} = [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} * d_A * c(\gamma - \alpha) * s(\gamma - \alpha)]$
$d1_{24} = [+m_1 * r_1 * d_1 * c(\gamma - \alpha)]$
$d1_{27} = [-m_1 * r_1 * d_A]$
$d1_{28} = [-\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} * d_1 * s(\gamma - \alpha) - m_1 * r_1 * d_1 * s(\gamma - \alpha)]$
$d1_{29} = [+ \frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} * c(\gamma - \alpha) * s(\gamma - \alpha) * c\alpha]$
$d1_{2A} = [+ \frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} * c(\gamma - \alpha) * s(\gamma - \alpha) * s\alpha]$
$d1_{2B} = [\frac{I_{1,O1,xx}}{r_1} (d_1 * s(\gamma - \alpha) - d_A * c^2(\gamma - \alpha))]$
$d1_{31} = m_1 * (-d_A * s\alpha + d_1 * c\gamma)$
$d1_{32} = +m_1 * (d_A * c\alpha + d_1 * s\gamma)$
$d1_{33} = +m_1 * (d_A^2 + d_1 * d_A * s(\gamma - \alpha))$
$d1_{34} = I_{1,O1,zz} + m_1 * (d_1 * d_A * s(\gamma - \alpha) + d_1^2)$
$d1_{37} = +m_1(-d_A * d_1 * c(\gamma - \alpha))$

• Moment dynamique fourche

$d4_{11} = m_4 * h_4 s\alpha$
$d4_{12} = -m_4 * h_4 * c\alpha$
$d4_{13} = -m_4 * h_4 * d_A$
$d4_{14} = -m_4 * h_4 * n_4 * s(\gamma - \alpha)$
$d4_{18} = -m_4 * h_4 * n_4 * c(\gamma - \alpha)$
$d4_{21} = +m_4 * h_4 * c\alpha$
$d4_{22} = +m_4 * h_4 * s\alpha$
$d4_{24} = +m_4 * h_4 * n_4 * c(\gamma - \alpha)$
$d4_{27} = -m_4 * h_4 * d_A$
$d4_{28} = -m_4 * h_4 * n_4 * s(\gamma - \alpha)$
$d4_{31} = m_4 * (-d_A * s\alpha - n_4 * s\alpha * s(\gamma - \alpha) + n_4 * c\alpha * c(\gamma - \alpha))$
$d4_{32} = +m_4 * (d_A * c\alpha + n_4 * c\alpha * s(\gamma - \alpha) + n_4 * s\alpha * c(\gamma - \alpha))$

$d4_{33} = +m_4 * (d_A^2 + n_4 * d_A * s(\gamma - \alpha))$
$d4_{34} = +[I_{4,G4,zz} + m_4 * (n_4 * d_A * s(\gamma - \alpha) + n_4^2)]$
$d4_{37} = -m_4 * d_A * n_4 * c(\gamma - \alpha)$

• Moment dynamique total FRM

$d_{11} = d5_{11} + d1_{11} + d2_{11} + d3_{11} + d4_{11}$
$d_{12} = d5_{12} + d1_{12} + d2_{12} + d3_{12} + d4_{12}$
$d_{13} = d5_{13} + d1_{13} + d4_{13}$
$d_{14} = d1_{14} + d4_{14}$
$d_{15} = +d2_{15} + d3_{15}$
$d_{16} = +d2_{16} + d3_{16}$
$d_{17} = d1_{17} + d2_{17} + d3_{17}$
$d_{18} = d1_{18} + d4_{18}$
$d_{19} = d1_{19}$
$d_{1A} = d1_{1A}$
$d_{1B} = d1_{1B}$
$d_{21} = d5_{21} + d1_{21} + d2_{21} + d3_{21} + d4_{21}$
$d_{22} = d5_{22} + d1_{22} + d2_{22} + d3_{22} + d4_{22}$
$d_{23} = d1_{23} + d2_{23} + d3_{23} + d4_{23}$
$d_{24} = d1_{24} + d4_{24}$
$d_{25} = d1_{25}$
$d_{26} = d1_{26}$
$d_{27} = d5_{27} + d1_{27} + d4_{27}$
$d_{28} = d1_{28} + d4_{28}$
$d_{29} = d1_{29}$
$d_{2A} = d1_{2A}$
$d_{2B} = d1_{2B}$
$d_{31} = d5_{31} + d1_{31} + d2_{31} + d3_{31} + d4_{31}$
$d_{32} = d5_{32} + d1_{32} + d2_{32} + d3_{32} + d4_{32}$
$d_{33} = d5_{33} + d1_{33} + d2_{33} + d3_{33} + d4_{33}$
$d_{34} = d1_{34} + d4_{34}$
$d_{37} = d1_{37} + d4_{37}$

G.13.3 Coefficients e_{ii} et d_{ii} liées aux efforts

• Effort tangentiel du sol sur la roue 1

$edT_{11} = I_{1,O1,xx}/r_1^2 * s(\gamma - \alpha) * c\alpha$

$edT_{12} = I_{1,O1,xx}/r_1^2 * s(\gamma - \alpha) * s\alpha$
$edT_{13} = -I_{1,O1,xx}/r_1^2 * d_A * c(\gamma - \alpha)$
$edT_{18} = -I_{1,O1,xx}/r_1^2 * d_1$
$edT_{1B} = I_{1,O1,xx}/r_1^2 * d_1$
$eT_{11} = -\lambda_1/r_1 * sg^*(\dot{\beta}_1)$
$eT_{14} = +C_{r1}/r_1 * sg^*(\dot{\beta}_1)$

- Effort tangentiel du sol sur la roue 2

$edT_{21} = -c\alpha * (I_{2eq1} * c\theta + I_{2eq3} * s\theta)/r_2^2$
$edT_{22} = -s\alpha * (I_{2eq1} * c\theta + I_{2eq3} * s\theta)/r_2^2$
$edT_{23} = -(I_{2eq2} * c\theta - I_{2eq4} * s\theta)/r_2$
$eT_{24} = -C_{r2} * sg^*(\dot{\beta}_2) * c\theta/r_2$
$eT_{22} = (s\theta * N_2 * sg^*(\dot{\alpha} - s\theta\dot{\beta}_2) - c\theta * \lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2))/r_2$

- Effort tangentiel du sol sur la roue 3

$edT_{31} = -c\alpha * (c\theta * I_{3eq1} - s\theta * I_{3eq3})/r_3^2$
$edT_{32} = -s\alpha * (c\theta * I_{3eq1} - s\theta * I_{3eq3})/r_3^2$
$edT_{33} = (c\theta * I_{3eq2} + s\theta * I_{3eq4})/r_3$
$eT_{34} = -C_{r3} * sg^*(\dot{\beta}_3)/r_3$
$eT_{33} = (-c\theta * \lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3) - s\theta * fr_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3))/r_3$

- Efforts du sol sur roue 1

$$Mr_1 = -fr_1 * N_1 * sg^*(\dot{\gamma}) \text{ Avec : } sg^*(\dot{\gamma}) = \begin{pmatrix} sg^*(\dot{\gamma}) \text{ si } \dot{\gamma} \neq 0 \\ 0 \text{ si } \dot{\gamma} = 0 \end{pmatrix}$$

$e1_{11} = -(\lambda_1 * sg^*(\dot{\beta}_1) + d_1) * c(\gamma - \alpha)$
$e1_{21} = -((\lambda_1 * sg^*(\dot{\beta}_1) + d_1) * s(\gamma - \alpha) + d_A)$
$e1_{31} = -fr_1 * sg^*(\dot{\gamma})$
$e1_{35} = d_1 + d_A * s(\gamma - \alpha)$
$e1_{38} = d_A * c(\gamma - \alpha)$

- 5 • Efforts du sol sur le roue 2

$$Mr_2 = -fr_2 * N_2 * sg^*(\dot{\alpha} - s\theta\dot{\beta}_2)$$

$$\text{Avec : } sg^*(\dot{\alpha} - s\theta\dot{\beta}_2) = \begin{pmatrix} sg^*(\dot{\alpha} - s\theta\dot{\beta}_2) \text{ si } \dot{\alpha} - s\theta\dot{\beta}_2 \neq 0 \\ 0 \text{ si } \dot{\alpha} - s\theta\dot{\beta}_2 = 0 \end{pmatrix}$$

$e2_{12} = -(d + r_2 * s\theta)$
$e2_{22} = -\lambda_2 * sg^*(\dot{\beta}_2)$
$e2_{32} = -fr_2 * sg^*(\dot{\alpha} - s\theta\dot{\beta}_2)$

$$e_{239} = d + r_2 * s\theta$$

- Efforts du sol sur la roue 3

$$Mr_3 = -fr_3 * N_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3)$$

$$\text{Avec : } sg^*(\dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3) = \begin{pmatrix} sg^*(\dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3) & \text{si } \dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3 \neq 0 \\ 0 & \text{si } \dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3 = 0 \end{pmatrix}$$

$$e_{313} = (d + r_3 * s\theta)$$

$$e_{323} = -\lambda_3 * sg^*(\dot{\beta}_3)$$

$$e_{333} = -fr_3 * sg^*(\dot{\alpha} + s\theta\dot{\beta}_3)$$

$$e_{3310} = -(d + r_3 * s\theta)$$

- Effort du poids sur le FRM

$$e_{P_{24}} = n_G * m_{FRM} * g$$

- Moment total sur le fauteuil

$e_{11} = e_{111}$
$e_{12} = e_{212}$
$e_{13} = e_{313}$
$e_{F_{14}} = \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, OR5}} \cdot \vec{x}_5 - hc * \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5R5}} \cdot \vec{y}_5$
$e_{21} = e_{121}$
$e_{22} = e_{222}$
$e_{23} = e_{323}$
$e_{24} = +e_{P_{24}}$
$e_{F_{25}} = \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, OR5}} \cdot \vec{y}_5 + hc * \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5R5}} \cdot \vec{x}_5$
$e_{31} = e_{131}$
$e_{32} = e_{232}$
$e_{33} = e_{333}$
$e_{F_{34}} = \overrightarrow{M_{s \rightarrow 5, OR5}} \cdot \vec{z}$
$e_{35} = e_{135}$
$e_{38} = e_{138}$
$e_{39} = e_{239}$
$e_{310} = e_{3310}$

- Effort total sur le FRM

$$e_{F_{44}} = +\overrightarrow{F_{s \rightarrow 5}} \cdot \vec{x}_5$$

$$e_{45} = c(\gamma - \alpha)$$

$$e_{48} = -s(\gamma - \alpha)$$

$$e_{F_{54}} = +\overrightarrow{F_{s \rightarrow 5}} \cdot \vec{y}_5$$

$e_{55} = s(\gamma - \alpha)$
$e_{58} = c(\gamma - \alpha)$
$e_{64} = -m_{FRM} \cdot g$
$eF_{64} = \overrightarrow{F_{s \rightarrow 5}} \cdot \vec{z}$

- Expression de l'effort U1

$edU_{11} = \frac{1}{d_1} * (m_4 * n_4 + m_1 * d_1) * (-s(\gamma - \alpha) * s\alpha + c(\gamma - \alpha) * c\alpha)$
$edU_{12} = \frac{1}{d_1} * (m_4 * n_4 + m_1 * d_1) * (s(\gamma - \alpha) * c\alpha + c(\gamma - \alpha) * s\alpha)$
$edU_{13} = \frac{1}{d_1} * (m_4 * n_4 + m_1 * d_1) * d_A * s(\gamma - \alpha)$
$edU_{14} = \frac{1}{d_1} * (I_{4,G4,zz} + m_4 * n_4^2 + m_1 * d_1^2 + I_{1,O1,zz})$
$edU_{17} = -\frac{1}{d_1} * (m_4 * n_4 + m_1 * d_1) * d_A * c(\gamma - \alpha)$
$eU_{14} = \frac{1}{d_1} * Cf.sg^*(\dot{\gamma} - \dot{\alpha})$
$eU_{11} = \frac{1}{d_1} * f_{r1} * sg^*(\dot{\gamma})$

G.13.4 Coefficients s_{ii} liées à la cinématique du sujet

- Cinématique sujet fixe - Effort sujet / FRM

$s_{11} = -m_s * c\alpha$
$s_{12} = -m_s * s\alpha$
$s_{13} = m_s * q_s$
$s_{17} = m_s * n_s$
$s_{21} = m_s * s\alpha$
$s_{22} = -m_s * c\alpha$
$s_{23} = -m_s * n_s$
$s_{27} = m_s * q_s$
$s_{29} = -m_s * g$
Nota : g est la gravité , en [m/s ²]

- Cinématique sujet fixe - Moment sujet / FRM

$s_{31} = -(h_s + h_5) * m_s * s\alpha$
$s_{32} = (h_s + h_5) * m_s * c\alpha$
$s_{33} = (h_s + h_5) * m_s * n_s$
$s_{37} = -(h_s + h_5) * m_s * q_s$
$s_{39} = -m_s * g * q_s$

$s_{41} = -(h_s + h_5) * m_s * c\alpha$
$s_{42} = -(h_s + h_5) * m_s * s\alpha$
$s_{43} = (h_s + h_5) * m_s * q_s$
$s_{47} = (h_s + h_5) * m_s * n_s$
$s_{49} = +m_s * g * n_s$
$s_{51} = m_s * (+n_s.s\alpha + q_s.c\alpha)$
$s_{52} = m_s * (-n_s * c\alpha + q_s * s\alpha)$
$s_{53} = -(m_s * n_s^2 + m_s * q_s^2 + I_{s,Gs,zz})$

G.13.5 Coefficients a_{ii} , b_{ii} , a_{fii} , b_{fii} utilisés dans la section principe fondamental de la dynamique

- Equilibre à la résultante x_5 - effort générique sujet sur fauteuil

$a_{11} = e_{45} * eU_{11} + e_{48} * eT_{11}$
$a_{12} = eT_{22}$
$a_{13} = eT_{33}$
$a_{14} = e_{45} * edU_{11} + e_{48} * edT_{11} + edT_{21} + edT_{31} - c_{11}$
$a_{15} = e_{45} * edU_{12} + e_{48} * edT_{12} + edT_{22} + edT_{32} - c_{12}$
$a_{16} = e_{45} * edU_{13} + e_{48} * edT_{13} + edT_{23} + edT_{33}$
$a_{17} = e_{45} * edU_{14} - c_{14}$
$b_{15} = c_{17} - e_{45} * edU_{17} - e_{48} * edT_{17}$
$b_{16} = c_{18} - e_{48} * edT_{18}$
$b_{17} = -e_{45} * eU_{14} - e_{48} * eT_{14} - eT_{24} - eT_{34}$

- Equilibre à la résultante x_5 - sujet fixe sur fauteuil

$a_{f11} = e_{45} * eU_{11} + e_{48} * eT_{11}$
$a_{f12} = eT_{22}$
$a_{f13} = eT_{33}$
$a_{f14} = e_{45} * edU_{11} + e_{48} * edT_{11} + edT_{21} + edT_{31} - c_{11} + s_{11}$
$a_{f15} = e_{45} * edU_{12} + e_{48} * edT_{12} + edT_{22} + edT_{32} - c_{12} + s_{12}$
$a_{f16} = e_{45} * edU_{13} + e_{48} * edT_{13} + edT_{23} + edT_{33} + s_{13}$
$a_{f17} = e_{45} * edU_{14} - c_{14}$
$b_{f15} = c_{17} - e_{45} * edU_{17} - e_{48} * edT_{17} - s_{17}$
$b_{f16} = c_{18} - e_{48} * edT_{18}$
$b_{f17} = -e_{45} * eU_{14} - e_{48} * eT_{14} - eT_{24} - eT_{34}$

- Equilibre à la résultante z - effort générique sujet sur fauteuil

b_{37}	$b_{37} = e_{64} + eF_{64}$
----------	-----------------------------

- Equilibre à la résultante z - sujet fixe sur fauteuil

b_{f37}	$b_{f37} = e_{64} + s_{29}$
-----------	-----------------------------

- Equilibre au moment x_5 - effort générique sujet sur fauteuil

$a_{41} = e_{11}$	$b_{41} = d_{15}$
$a_{42} = e_{12}$	$b_{42} = d_{16}$
$a_{43} = e_{13}$	$b_{43} = d_{17}$
$a_{44} = -d_{11}$	$b_{44} = d_{18}$
$a_{45} = -d_{12}$	$b_{45} = -eF_{14}$
$a_{46} = -d_{13}$	$b_{49} = d_{19}$
$a_{47} = -d_{14}$	$b_{4A} = d_{1A}$
	$b_{4B} = d_{1B}$

Equilibre au moment x_5 - sujet fixe sur fauteuil

$a_{f41} = e_{11}$	$b_{f41} = d_{15}$
$a_{f42} = e_{12}$	$b_{f42} = d_{16}$
$a_{f43} = e_{13}$	$b_{f43} = d_{17} - s_{37}$
$a_{f44} = -d_{11} + s_{31}$	$b_{f44} = d_{18}$
$a_{f45} = -d_{12} + s_{32}$	$b_{f45} = -s_{39}$
$a_{f46} = -d_{13} + s_{33}$	$b_{f49} = d_{19}$
$a_{f47} = -d_{14}$	$b_{f4A} = d_{1A}$
	$b_{f4B} = d_{1B}$

Equilibre au moment y_5 - effort générique sujet sur fauteuil

$a_{51} = e_{21}$
$a_{52} = e_{22}$
$a_{53} = e_{23}$
$a_{54} = -d_{21}$
$a_{55} = -d_{22}$
$a_{56} = -d_{23}$
$a_{57} = -d_{24}$
$b_{51} = d_{25}$
$b_{52} = d_{26}$
$b_{53} = d_{27}$

$b_{54} = d_{28}$
$b_{55} = -e_{24} - eF_{25}$
$b_{59} = d_{29}$
$b_{5A} = d_{2A}$
$b_{5B} = d_{2B}$

- Equilibre au moment y_5 - sujet fixe sur fauteuil

$a_{f51} = e_{21}$
$a_{f52} = e_{22}$
$a_{f53} = e_{23}$
$a_{f54} = -d_{21} + s_{41}$
$a_{f55} = -d_{22} + s_{42}$
$a_{f56} = -d_{23} + s_{43}$
$a_{f57} = -d_{24}$
$b_{f51} = d_{25}$
$b_{f52} = d_{26}$
$b_{f53} = d_{27} - s_{47}$
$b_{f54} = d_{28}$
$b_{f55} = -e_{24} - s_{49}$
$b_{f59} = d_{29}$
$b_{f5A} = d_{2A}$
$b_{f5B} = d_{2B}$

- Equilibre au moment z - effort générique sujet sur fauteuil

$a_{61} = e_{31} + e_{35} * eU_{11} + e_{38} * eT_{11}$
$a_{62} = e_{32} + e_{39} * eT_{22}$
$a_{63} = e_{33} + e_{310} * eT_{33}$
$a_{64} = -d_{31} + e_{35} * edU_{11} + e_{38} * edT_{11} + e_{39} * edT_{21} + e_{310} * edT_{31}$
$a_{65} = -d_{32} + e_{35} * edU_{12} + e_{38} * edT_{12} + e_{39} * edT_{22} + e_{310} * edT_{32}$
$a_{66} = -d_{33} + e_{35} * edU_{13} + e_{38} * edT_{13} + e_{39} * edT_{23} + e_{310} * edT_{33}$
$a_{67} = -d_{34} + e_{35} * edU_{14}$
$b_{61} = d_{35}$
$b_{62} = d_{36}$
$b_{63} = d_{37} - e_{35} * edU_{17} - e_{38} * edT_{17}$
$b_{64} = -e_{38} * edT_{18}$
$b_{65} = -eF_{34} - e_{35} * eU_{14} - e_{38} * eT_{14} - e_{39} * eT_{24} - e_{310} * eT_{34}$

- Equilibre au moment z - sujet fixe sur fauteuil

$a_{f61} = e_{31} + e_{35} * eU_{11} + e_{38} * eT_{11}$
$a_{f62} = e_{32} + e_{39} * eT_{22}$
$a_{f63} = e_{33} + e_{310} * eT_{33}$
$a_{f64} = -d_{31} + e_{35} * edU_{11} + e_{38} * edT_{11} + e_{39} * edT_{21} + e_{310} * edT_{31} + s_{51}$
$a_{f65} = -d_{32} + e_{35} * edU_{12} + e_{38} * edT_{12} + e_{39} * edT_{22} + e_{310} * edT_{32} + s_{52}$
$a_{f66} = -d_{33} + e_{35} * edU_{13} + e_{38} * edT_{13} + e_{39} * edT_{23} + e_{310} * edT_{33} + s_{53}$
$a_{f67} = -d_{34} + e_{35} * edU_{14}$
$b_{f61} = d_{35}$
$b_{f62} = d_{36}$
$b_{f63} = d_{37} - e_{35} * edU_{17} - e_{38} * edT_{17}$
$b_{f64} = -e_{38} * edT_{18}$
$b_{f65} = -e_{35} * eU_{14} - e_{38} * eT_{14} - e_{39} * eT_{24} - e_{310} * eT_{34}$

G.13.6 Coefficients a_n et b_n utilisés dans les efforts normaux N1 N2 et N3

- Système d'équations - expression de N1

$a_{n11} = -\frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * a_{f54}$
$a_{n12} = -\frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * a_{f55}$
$a_{n13} = -\frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * a_{f56}$
$a_{n14} = -\frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * a_{f57}$
$b_{n11} = \frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * b_{f51}$
$b_{n12} = \frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * b_{f52}$
$b_{n13} = \frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * b_{f53}$
$b_{n14} = \frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * b_{f54}$
$b_{n15} = \frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * (b_{f55} + a_{f53} * b_{f37})$
$b_{n19} = \frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * b_{f59}$
$b_{n1A} = \frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * b_{f5A}$
$b_{n1B} = \frac{1}{a_{f51} - a_{f53}} * b_{f5B}$

- Système d'équations - expression de N2

$a_{n21} = \frac{(a_{n11} * (a_{f43} - a_{f41}) - a_{f44})}{a_{f42} - a_{f43}}$
$a_{n22} = \frac{(a_{n12} * (a_{f43} - a_{f41}) - a_{f45})}{a_{f42} - a_{f43}}$
$a_{n23} = \frac{(a_{n13} * (a_{f43} - a_{f41}) - a_{f46})}{a_{f42} - a_{f43}}$
$a_{n24} = \frac{(a_{n14} * (a_{f43} - a_{f41}) - a_{f47})}{a_{f42} - a_{f43}}$
$b_{n21} = \frac{(b_{n11} * (a_{f43} - a_{f41}) + b_{f41})}{a_{f42} - a_{f43}}$
$b_{n22} = \frac{(b_{n12} * (a_{f43} - a_{f41}) + b_{f42})}{a_{f42} - a_{f43}}$
$b_{n23} = \frac{(b_{n13} * (a_{f43} - a_{f41}) + b_{f43})}{a_{f42} - a_{f43}}$
$b_{n24} = \frac{(b_{n14} * (a_{f43} - a_{f41}) + b_{f44})}{a_{f42} - a_{f43}}$
$b_{n25} = \frac{(b_{n15} * (a_{f43} - a_{f41}) + b_{f45} + a_{f43} * b_{f37})}{a_{f42} - a_{f43}}$
$b_{n29} = \frac{(b_{n19} * (a_{f43} - a_{f41}) + b_{f49})}{a_{f42} - a_{f43}}$
$b_{n2A} = \frac{(b_{n1A} * (a_{f43} - a_{f41}) + b_{f4A})}{a_{f42} - a_{f43}}$
$b_{n2B} = \frac{(b_{n1B} * (a_{f43} - a_{f41}) + b_{f4B})}{a_{f42} - a_{f43}}$

• **Système d'équations - expression de N2**

$a_{n31} = -a_{n11} - a_{n21}$
$a_{n32} = -a_{n12} - a_{n22}$
$a_{n33} = -a_{n13} - a_{n23}$
$a_{n34} = -a_{n14} - a_{n24}$
$b_{n31} = -b_{n11} - b_{n21}$
$b_{n32} = -b_{n12} - b_{n22}$
$b_{n33} = -b_{n13} - b_{n23}$
$b_{n34} = -b_{n14} - b_{n24}$
$b_{n35} = -b_{n15} - b_{n25} - b_{f37}$
$b_{n39} = -b_{n19} - b_{n29}$
$b_{n3A} = -b_{n1A} - b_{n2A}$
$b_{n3B} = -b_{n1B} - b_{n2B}$

G.13.7 Coefficients a_s et b_s dans l'expression du système final

- 5 • **Système d'équations - système 1**

$a_{s11} = a_{f11} * a_{n11} + a_{f12} * a_{n21} + a_{f13} * a_{n31} + a_{f14}$
$a_{s12} = a_{f11} * a_{n12} + a_{f12} * a_{n22} + a_{f13} * a_{n32} + a_{f15}$
$a_{s13} = a_{f11} * a_{n13} + a_{f12} * a_{n23} + a_{f13} * a_{n33} + a_{f16}$
$a_{s14} = a_{f11} * a_{n14} + a_{f12} * a_{n24} + a_{f13} * a_{n34} + a_{f17}$
$b_{s11} = -a_{f11} * b_{n11} - a_{f12} * b_{n21} - a_{f13} * b_{n31}$
$b_{s12} = -a_{f11} * b_{n12} - a_{f12} * b_{n22} - a_{f13} * b_{n32}$
$b_{s13} = b_{f15} - a_{f11} * b_{n13} - a_{f12} * b_{n23} - a_{f13} * b_{n33}$
$b_{s14} = b_{f16} - a_{f11} * b_{n14} - a_{f12} * b_{n24} - a_{f13} * b_{n34}$
$b_{s15} = b_{f17} - a_{f11} * b_{n15} - a_{f12} * b_{n25} - a_{f13} * b_{n35}$
$b_{s19} = -a_{f11} * b_{n19} - a_{f12} * b_{n29} - a_{f13} * b_{n39}$
$b_{s1A} = -a_{f11} * b_{n1A} - a_{f12} * b_{n2A} - a_{f13} * b_{n3A}$
$b_{s1B} = -a_{f11} * b_{n1B} - a_{f12} * b_{n2B} - a_{f13} * b_{n3B}$

• **Système d'équations - système 2**

$a_{s21} = a_{f61} * a_{n11} + a_{f62} * a_{n21} + a_{f63} * a_{n31} + a_{f64}$
$a_{s22} = a_{f61} * a_{n12} + a_{f62} * a_{n22} + a_{f63} * a_{n32} + a_{f65}$
$a_{s23} = a_{f61} * a_{n13} + a_{f62} * a_{n23} + a_{f63} * a_{n33} + a_{f66}$
$a_{s24} = a_{f61} * a_{n14} + a_{f62} * a_{n24} + a_{f63} * a_{n34} + a_{f67}$
$b_{s21} = b_{f61} - a_{f61} * b_{n11} - a_{f62} * b_{n21} - a_{f63} * b_{n31}$
$b_{s22} = b_{f62} - a_{f61} * b_{n12} - a_{f62} * b_{n22} - a_{f63} * b_{n32}$
$b_{s23} = b_{f63} - a_{f61} * b_{n13} - a_{f62} * b_{n23} - a_{f63} * b_{n33}$
$b_{s24} = b_{f64} - a_{f61} * b_{n14} - a_{f62} * b_{n24} - a_{f63} * b_{n34}$
$b_{s25} = b_{f65} - a_{f61} * b_{n15} - a_{f62} * b_{n25} - a_{f63} * b_{n35}$
$b_{s29} = -a_{f61} * b_{n19} - a_{f62} * b_{n29} - a_{f63} * b_{n39}$
$b_{s2A} = -a_{f61} * b_{n1A} - a_{f62} * b_{n2A} - a_{f63} * b_{n3A}$
$b_{s2B} = -a_{f61} * b_{n1B} - a_{f62} * b_{n2B} - a_{f63} * b_{n3B}$

