



**HAL**  
open science

# Modélisation et optimisation de la marche d'un robot bipède avec genoux anthropomorphiques

Mathieu Hobon

► **To cite this version:**

Mathieu Hobon. Modélisation et optimisation de la marche d'un robot bipède avec genoux anthropomorphiques. Autre. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2012. Français. NNT : 2012ENAM0057 . pastel-00832164

**HAL Id: pastel-00832164**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00832164>**

Submitted on 10 Jun 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

**Doctorat ParisTech**

**T H È S E**

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**

**Spécialité " Automatique "**

*présentée et soutenue publiquement par*

**Mathieu HOBON**

le 12 décembre 2012

**Modélisation et optimisation de la marche d'un robot bipède  
avec genoux anthropomorphiques**

Directeur de thèse : **Gabriel ABBA**

Co-encadrement de la thèse : **Nafissa LAKBAKBI ELYAAQOUBI**

**Jury**

**M. Fethi BEN OUEZDOU**, Professeur des Universités, LISV, Université de Versailles Saint Quentin  
**M. Yannick Aoustin**, Maître de Conférences HDR, IRCCyN, Université de Nantes  
**M. Philippe FRAISSE**, Professeur des Universités, LIRMM, Université de Montpellier 2  
**M. Franck MULTON**, Professeur des Universités, M2S, Université de Rennes 2  
**M. Gabriel ABBA**, Professeur des Universités, LCFC, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Metz  
**Mme Nafissa LAKBAKBI**, Maître de Conférences, LCFC, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Metz

Président  
Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur  
Examineur

**T  
H  
È  
S  
E**



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>13</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>15</b>
Contexte . . . . .	15
Présentation de notre approche . . . . .	17
<b>1 Allures de marche</b>	<b>19</b>
1.1 Introduction . . . . .	19
1.2 Le mouvement de marche en robotique . . . . .	19
1.3 Quelques exemples de cinématiques des articulations . . . . .	22
1.3.1 Cinématique du genou en robotique humanoïde . . . . .	22
1.3.2 Autres cinématiques intéressantes . . . . .	26
1.4 Le mouvement de marche chez l'homme . . . . .	28
1.5 L'optimisation énergétique . . . . .	30
1.5.1 Utilisation de trajectoires de référence . . . . .	30
1.5.2 Méthodes de résolution . . . . .	31
1.5.3 Conclusion . . . . .	32
<b>2 Modélisation du robot dans son environnement</b>	<b>33</b>
2.1 Introduction . . . . .	33
2.2 Notations et modèles . . . . .	34
2.3 Modèle géométrique direct . . . . .	36
2.3.1 Propriétés géométriques du genou roulant . . . . .	36
2.3.2 Modèle géométrique du robot avec genoux roulants . . . . .	37
2.3.3 Résolution du MGD du robot à genoux à contacts roulants . . . . .	39
2.4 Modèle géométrique inverse . . . . .	39
2.4.1 Recherche du Modèle géométrique inverse . . . . .	39
2.4.2 Résolution numérique du modèle géométrique inverse pour le genou roulant . . . . .	40
2.4.3 Validation numérique du modèle géométrique inverse pour le genou roulant . . . . .	43
2.5 Modèle cinématique . . . . .	44
2.5.1 Modèle cinématique direct . . . . .	45
2.5.2 Modèle cinématique inverse . . . . .	47
2.6 Conclusion . . . . .	48
<b>3 Le modèle dynamique d'un robot</b>	<b>49</b>
3.1 Introduction . . . . .	49
3.2 Modélisation dynamique du robot . . . . .	49



3.2.1	Méthodes d'obtention du MDyI . . . . .	49
3.2.2	Calcul des matrices du MDyI . . . . .	54
3.3	Etude du modèle dynamique . . . . .	54
3.4	Placement des actionneurs et modification du MDyI . . . . .	57
3.5	Le modèle dynamique inverse en simple support . . . . .	60
3.6	Le modèle dynamique inverse en double support avec rotation du pied sur l'arête des orteils . . . . .	61
3.7	Résolution du modèle dynamique . . . . .	62
3.7.1	Résolution du MDyI avec paramétrisation des forces . . . . .	64
3.7.2	Résolution du MDyI sans paramétrisation des forces . . . . .	64
3.8	Le modèle d'impact . . . . .	65
3.8.1	L'impact . . . . .	65
3.8.2	Le modèle d'impact . . . . .	66
3.8.3	Résolution du modèle d'impact . . . . .	67
3.9	Modélisation du système avec des ressorts . . . . .	68
3.10	Conclusion . . . . .	69
<b>4</b>	<b>Les trajectoires optimales</b>	<b>71</b>
4.1	Introduction . . . . .	71
4.2	Le problème d'optimisation . . . . .	71
4.2.1	Choix du critère . . . . .	72
4.2.2	Contraintes associées à la marche . . . . .	73
4.3	Allures de marche étudiées . . . . .	75
4.4	Génération de trajectoires en simple support . . . . .	75
4.4.1	Fonctions de Bézier d'ordre 3 . . . . .	76
4.4.2	Fonctions polynomiales d'ordre 4 . . . . .	77
4.4.3	Fonctions splines cubiques . . . . .	78
4.5	Génération de trajectoires en double support . . . . .	79
4.6	Paramétrage final pour l'optimisation . . . . .	80
4.7	Modification du critère d'optimisation . . . . .	81
4.8	Conclusion . . . . .	82
<b>5</b>	<b>Résultats en simple support</b>	<b>85</b>
5.1	Introduction . . . . .	85
5.2	Influence des trajectoires en simple support . . . . .	86
5.2.1	Trajectoires basées sur des fonctions de Bézier . . . . .	89
5.2.2	Trajectoires polynomiales d'ordre 4 . . . . .	93
5.2.3	Trajectoires splines cubiques . . . . .	97
5.3	Prise en compte de contraintes technologiques . . . . .	101
5.4	Intégration des frottements dans le modèle . . . . .	105
5.5	Addition des ressorts aux articulations . . . . .	108
5.6	Conclusion . . . . .	110
<b>6</b>	<b>Résultats préliminaires</b>	<b>113</b>
6.1	Introduction . . . . .	113
6.2	Allures de marche avec phase de double support . . . . .	113
6.3	Résultats préliminaires avec le genou à contacts roulants . . . . .	120
6.4	Influence de la cinématique du genou roulant . . . . .	121
6.5	Conclusion . . . . .	123

<i>TABLE DES MATIÈRES</i>	3
<b>Conclusion générale et Perspectives</b>	<b>129</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>132</b>
<b>A Modélisation géométrique du robot avec genoux classiques</b>	<b>139</b>
A.1 Modélisation géométrique direct du robot avec genoux classiques . . .	139
A.2 Modélisation géométrique inverse du robot avec genoux classiques . .	141
<b>B Modélisation dynamique du robot avec genoux classiques</b>	<b>143</b>
B.1 Notation et modèle dynamique . . . . .	143
<b>C Résultats complémentaires</b>	<b>147</b>
C.1 Trajectoires de type Bézier . . . . .	147
C.2 Trajectoires de type polynomiale d'ordre 4 . . . . .	149
C.3 Trajectoires de type spline cubique . . . . .	152



# Table des figures

1	Robot Hydroid . . . . .	16
1.1	Présentation du robot construit par Collins et Ruina. citeRuina2005	20
1.2	Robot Asiatique : a) WL-1, b) WABIAN-2R, c) Asimo, d) HRP-2, e) HRP-3, f) Hubo. . . . .	21
1.3	Robot Américain : a) Spring Flamingo, b) MABEL. . . . .	22
1.4	Robot Européen : a) LOLA, b) Rabbit, c) BIP 2000, d) ROBIAN, e) Dribbel, f) Lucy. . . . .	23
1.5	Mouvement de roulement combiné avec du glissement du fémur sur le tibia. [57] . . . . .	23
1.6	Présentation de la cinématique du genou de Dribbel. a) Ancien genou avec électroaimant b) Nouveau mécanisme de genou verrouillant. . . . .	24
1.7	Présentation du robot ECCEROBOT . . . . .	25
1.8	Présentation la partie locomotrice du robot ECCEROBOT . . . . .	25
1.9	Présentation du robot conçu par Gini et al. puis de la cinématique du genou. [24] . . . . .	26
1.10	Cinématique du genou développé par Hamon et al. [34]. . . . .	26
1.11	Cinématique des chevilles du robot BIP [66]. . . . .	27
1.12	Cinématique des chevilles du robot LOLA [11]. . . . .	27
1.13	Cinématique des hanches du robot ROBIAN [71]. . . . .	28
1.14	A gauche, le modèle développé par Alexander [2] et à droite, le modèle conçu par Minetti et al. [48]. . . . .	29
1.15	Résultat présentant la trajectoire tri-dimensionnelle du centre de masse à la vitesse de 5 <i>km/h</i> . [49]. . . . .	29
1.16	Résultats présentant les variables angulaires de l'appareil locomoteur chez l'humain. [52]. . . . .	30
2.1	Représentation filaire d'un robot bipède avec des genoux à contacts roulants. . . . .	34
2.2	Description du genou roulant pour la jambe de support,(zoom de la partie A sur la figure 2.1) . . . . .	35
2.3	Description du pied gauche du robot. . . . .	35
2.4	Solutions technologiques pour le maintien en contact des deux corps. . . . .	37
2.5	Solutions technologiques pour le non-glissement des deux corps. a) Solution avec des tendons. b) Solution avec des engrenages . . . . .	37
2.6	Présentation du prototype de doigt réalisé par Collins [17]. . . . .	40
2.7	Représentation de la jambe de support avec les notations des variables virtuelles . . . . .	41
2.8	Représentation filaire d'un robot bipède avec des genoux roulants avec les jambes virtuelles. . . . .	42

2.9	Présentation de la jambe de support et de l'espace de test . . . . .	44
2.10	Espace atteint par la hanche dans l'espace de recherche. Chaque croix correspond à une position de la hanche. . . . .	45
2.11	Erreur obtenue entre l'espace de recherche et les solutions calculées du MGD . . . . .	45
3.1	Représentation dynamique du robot bipède avec les genoux roulants.	50
3.2	Description du pied pour la jambe de support avec le centre de masse.	51
3.3	Représentation des angles relatifs du robot bipède avec les genoux roulants. . . . .	53
3.4	Description de l'actionnement au niveau du genou roulant pour la jambe de support. . . . .	58
3.5	Représentation des angles relatifs du robot bipède avec les genoux roulants. . . . .	58
3.6	Représentation de l'angle relatif $\theta_2$ sur la jambe de support. . . . .	59
3.7	Représentation des pieds pendant le mouvement de marche avec la phase de simple support. . . . .	60
3.8	Représentation des pieds pendant le mouvement de marche avec la phase de double support avec rotation sur les orteils. . . . .	62
3.9	Cas d'impact avec différentes positions du pied. . . . .	66
3.10	Solutions de différents systèmes ressorts entre deux corps. . . . .	68
3.11	Système de raideur variable commandé. . . . .	69
4.1	Représentation de l'allure de marche simple support suivi de l'impact.	75
4.2	Représentation de l'allure de marche simple support suivi de l'impact.	76
5.1	Evolution du critère sthénique optimal en fonction de la vitesse d'avance du robot. . . . .	87
5.2	Evolution des périodes de marche en fonction de la vitesse d'avance du robot. . . . .	87
5.3	Evolution du pas de marche en fonction de la vitesse d'avance du robot.	88
5.4	Evolution du critère optimum en fonction de trajectoire paramétrée choisie à la vitesse de 1 m/s. . . . .	88
5.5	Évolution des angles absolus à la vitesse d'avance de 1 m/s. . . . .	89
5.6	Évolution des trajectoires cartésiennes de la cheville mobile, des orteils mobiles et du talon mobile à la vitesse d'avance de 1 m/s. . . . .	90
5.7	Marche à la vitesse d'avance de 1 m/s. A gauche le robot CK et à droite, le robot RK. . . . .	91
5.8	Évolution des angles relatifs à la vitesse d'avance de 1 m/s. . . . .	92
5.9	Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 1 m/s. . . . .	92
5.10	Evolution dans le plan Couple-vitesse du point de fonctionnement à la vitesse d'avance de 1 m/s. . . . .	93
5.11	A gauche, évolution des forces tangentielles et verticales à la vitesse d'avance de 1 m/s. A droite, évolution des ZMP à la vitesse d'avance de 1 m/s. Les pointillés représentent la position des orteils et la position du talon de la jambe de support. . . . .	93
5.12	Évolution des angles absolus à la vitesse d'avance de 1 m/s. . . . .	94
5.13	Évolution des trajectoires cartésiennes de la cheville mobile, des orteils mobiles et du talon mobile à la vitesse d'avance de 1 m/s. . . . .	95

5.14	Marche à la vitesse d'avance de 1 m/s. A gauche le robot CK et à droite, le robot RK. . . . .	96
5.15	Évolution des angles relatifs à la vitesse d'avance de 1 m/s. . . . .	96
5.16	Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 1 m/s . . .	97
5.17	Evolution dans le plan Couple-vitesse du point de fonctionnement à la vitesse d'avance de 1 m/s. . . . .	97
5.18	a) Évolution des forces tangentielle et verticale à la vitesse d'avance de 1 m/s. b) Évolution des ZMP à la vitesse d'avance de 1 m/s. Les pointillés représentent la position des orteils et la position du talon de la jambe de support. . . . .	98
5.19	Évolution des angles absolus à la vitesse d'avance de 1 m/s. . . . .	98
5.20	Évolution des trajectoires cartésiennes de la cheville mobile, des orteils mobiles et du talon mobile à la vitesse d'avance de 1 m/s. . . . .	99
5.21	Marche à la vitesse d'avance de 1 m/s. A gauche le robot CK et à droite, le robot RK. . . . .	100
5.22	Évolution des angles relatifs à la vitesse d'avance de 1 m/s. . . . .	101
5.23	a) Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 1 m/s. .	101
5.24	Evolution dans le plan Couple-vitesse du point de fonctionnement à la vitesse d'avance de 1 m/s. . . . .	102
5.25	a) Évolution des forces tangentielle et verticale à la vitesse d'avance de 1 m/s. b) Évolution des ZMP à la vitesse d'avance de 1 m/s. Les pointillés représentent la position des orteils et la position du talon de la jambe de support. . . . .	102
5.26	Evolution des critères optimaux avec contraintes technologiques en fonction des vitesses de marche. . . . .	103
5.27	Evolution des vitesses articulaires relatives des hanches pour des vitesses d'avance élevées. Les pointillés en vert correspondent aux limites technologiques en vitesse articulaire relative. . . . .	104
5.28	Evolution des vitesses articulaires relatives des genoux pour des vitesses d'avance élevées. Les pointillés en vert correspondent aux limites en vitesse articulaire. . . . .	104
5.29	Evolution des vitesses articulaires relatives des chevilles pour des vitesses d'avance élevées. Les pointillés en vert correspondent aux limites en vitesse articulaire. . . . .	105
5.30	Evolution des critères énergétiques optimaux avec pertes par frottement en fonction de la vitesse de marche. . . . .	106
5.31	Évolution des couples en fonction du temps de la vitesse de marche à 1 m/s. . . . .	107
5.32	Plan des couples articulaires des hanches en fonction des angles relatifs articulaires pour une vitesse de 1 m/s. La droite en noire correspond au modèle de ressort obtenu par les moindres carrés. . . . .	108
5.33	Evolution optimale du critère en fonction de la vitesse de marche. En vert, le critère sthénique avec des trajectoires splines cubiques sans ressorts, en bleu, le critère sthénique avec ressorts au niveau des hanches. . . . .	109
5.34	Evolution des couples à la vitesse de 1 m/s. A gauche, robot RK sans utilisation de ressorts. A droite, robot RK avec l'ajout de ressorts aux hanches. . . . .	109

6.1	Evolution du critère sthénique optimal en fonction de la vitesse d'avance du robot suivant les allures de marche. . . . .	114
6.2	Evolution de la période optimale en fonction de la vitesse d'avance du robot suivant les allures de marche. . . . .	115
6.3	Evolution de la période optimale en fonction de la vitesse d'avance du robot suivant les allures de marche. . . . .	115
6.4	Marche à la vitesse d'avance de 1 m/s. . . . .	116
6.5	Evolution des angles articulaires absolus en fonction du temps à la vitesse de 1 m/s. . . . .	116
6.6	Evolution des couples articulaires absolus en fonction du temps à la vitesse de 1 m/s. . . . .	117
6.7	Evolution des angles articulaires relatifs des chevilles en fonction du temps à la vitesse de 1 m/s. . . . .	117
6.8	Evolution des angles articulaires relatifs des genoux en fonction du temps à la vitesse de 1 m/s. . . . .	118
6.9	Evolution des angles articulaires relatifs des hanches en fonction du temps à la vitesse de 1 m/s. . . . .	118
6.10	Evolution des forces de contact en fonction du temps à la vitesse de 1 m/s. Evolution de la position du ZMP pour cette même vitesse. . .	119
6.11	Evolution du centre de gravité du robot en fonction du temps à la vitesse de 1 m/s. . . . .	120
6.12	Evolution du critère sthénique optimal en fonction de la vitesse d'avance pour les deux structures cinématiques de robots. . . . .	121
6.13	Marche à la vitesse d'avance de 0.5 m/s. . . . .	121
6.14	Evolution des angles articulaires absolus en fonction du temps à la vitesse de 0.5 m/s. . . . .	122
6.15	Evolution des couples articulaires absolus en fonction du temps à la vitesse de 0.5 m/s. . . . .	122
6.16	Evolution des forces de contact en fonction du temps à la vitesse de 0.5 m/s. Evolution de la position du ZMP pour cette même vitesse. .	123
6.17	Cartographie du critère optimal en fonction des rayons $r_1$ et $r_2$ à la vitesse de 1 m/s. . . . .	124
6.18	Zoom cartographique du critère optimal en fonction des rayons $r_1$ et $r_2$ à la vitesse de 1 m/s. . . . .	124
6.19	Marche à la vitesse d'avance de 1 m/s. . . . .	125
6.20	Évolution des trajectoires cartésiennes de la cheville mobile, desorteils mobiles et du talon mobile à la vitesse d'avance de 1 m/s. . . .	125
6.21	Evolution des couples articulaires absolus en fonction du temps à la vitesse de 1 m/s. . . . .	126
6.22	Evolution des angles articulaires relatifs des chevilles en fonction du temps à la vitesse de 1 m/s. . . . .	126
6.23	Evolution des angles articulaires relatifs des genoux en fonction du temps à la vitesse de 1 m/s. . . . .	127
6.24	Evolution des angles articulaires relatifs des hanches en fonction du temps à la vitesse de 1 m/s. . . . .	127
A.1	Représentation filaire d'un robot bipède avec des genoux roulants. . .	139
A.2	Représentation filaire d'un robot bipède avec des genoux pivots. . . .	141

B.1	Représentation dynamique du robot bipède avec les genoux à liaison pivot. . . . .	143
C.1	Évolution des angles absolus à la vitesse d'avance de 0.3 m/s. . . . .	147
C.2	Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 0.3 m/s. . . . .	148
C.3	Évolution des angles articulaires relatifs à la vitesse d'avance de 0.3 m/s. . . . .	148
C.4	Évolution des angles absolus à la vitesse d'avance de 0.7 m/s. . . . .	149
C.5	Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 0.7 m/s. . . . .	149
C.6	Évolution des angles articulaires relatifs à la vitesse d'avance de 0.7 m/s. . . . .	150
C.7	Évolution des angles absolus à la vitesse d'avance de 0.3 m/s. . . . .	150
C.8	Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 0.3 m/s. . . . .	151
C.9	Évolution des angles articulaires relatifs à la vitesse d'avance de 0.3 m/s. . . . .	151
C.10	Évolution des angles absolus à la vitesse d'avance de 0.7 m/s. . . . .	152
C.11	Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 0.7 m/s. . . . .	152
C.12	Évolution des angles articulaires relatifs à la vitesse d'avance de 0.7 m/s. . . . .	153
C.13	Évolution des angles absolus à la vitesse d'avance de 0.3 m/s. . . . .	153
C.14	Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 0.3 m/s. . . . .	154
C.15	Évolution des angles articulaires relatifs à la vitesse d'avance de 0.3 m/s. . . . .	154
C.16	Évolution des angles absolus à la vitesse d'avance de 0.7 m/s. . . . .	155
C.17	Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 0.7 m/s. . . . .	155
C.18	Évolution des angles articulaires relatifs à la vitesse d'avance de 0.7 m/s. . . . .	156





# Liste des tableaux

4.1	Résumé des vecteurs des paramètres en fonction du type de trajectoires	79
4.2	Résumé des vecteurs finaux des paramètres en fonction du type de trajectoires . . . . .	81
5.1	Éléments de dimensionnement du Robot HYDROiD . . . . .	86
5.2	Valeurs maximales des grandeurs articulaires à 1 m/s (fonctions de Bézier). . . . .	91
5.3	Valeurs maximales des grandeurs articulaires à 1 m/s (Polynômes d'ordre 4). . . . .	95
5.4	Valeurs maximales des grandeurs articulaires à 1 m/s (fonctions splines cubiques). . . . .	100
5.5	Contraintes technologiques du robot HYDROiD . . . . .	103
5.6	Valeurs maximales des articulations à 1 m/s avec les contraintes technologiques . . . . .	105
5.7	Paramètres des actionneurs . . . . .	106
5.8	Coût estimé de transport $c_{et}$ . . . . .	107
5.9	Valeurs maximales des articulations à 1 m/s avec ou sans ressorts de torsion montés au niveau des hanches. . . . .	110
6.1	Répartition du critère par actionneurs pour l'allure avec double support. . . . .	119
6.2	Répartition du critère par actionneurs pour l'allure de marche en simple support. . . . .	119



# Remerciements

Je tiens à remercier le Professeur Gabriel Abba, pour avoir dirigé cette thèse, m'avoir transmis cette passion de la recherche et cette pédagogie d'enseignement qui ont enrichies ma connaissance scientifique.

Je souhaite exprimer mes remerciements à Nafissa Lakbakbi Elyaaqoubi, Maître de Conférences, pour avoir co-encadré cette thèse, pour l'aide et les relectures dans l'élaboration de ce manuscrit.

Je souhaite remercier l'ensemble des membres du jury qui ont examiné cette thèse. Tout d'abord, Yannick Aoustin et Philippe Fraisse qui ont rapporté ce manuscrit. Je tiens à remercier Fethi Ben Ouezdou qui a présidé le jury et enfin Franck Multon, pour avoir enrichi ma connaissance en biomécanique.

Je souhaite également remercier les membres du projet ANR R2A2 pour les discussions et débats scientifiques autour de l'articulation du genou pendant ces trois années de thèse.

Mes remerciements vont aux membres du Laboratoire de Conception Fabrication Commande (LCFC) pour leur accueil et leur soutien quotidien. A ma collègue de bureau, Jinna Qin, pour la bonne ambiance, le soutien, et l'aide quotidienne.

Merci à mes collègues du badminton pour les séances musclées et relaxantes moralement, Raphaël, Daniel, Eric, Jinna, Patricia, Célia, Olivier.

Merci à ma famille pour le soutien et la venue jusqu'à Metz pour la soutenance. Merci à Pauline, ma femme, qui m'a permis de pousser mes limites et qui m'a encouragé tout au long de cette période.

Merci à toutes les personnes qui m'ont permis d'arriver jusqu'ici...



# Introduction générale

## Contexte

La recherche en robotique humanoïde ne cesse d'évoluer ces dernières années. De nombreux prototypes sont réalisés de par le monde et les tâches effectuées par ceux-ci sont de plus en plus complexes. Concernant la marche en robotique, les dernières études se concentrent sur la commande et la stabilisation des robots, la gestion de l'économie d'énergie et l'innovation conceptuelle des corps de ces prototypes. Un seul but ressort de toutes ces études, tenter de reproduire la marche humaine le plus fidèlement. L'enjeu est de réaliser un robot pouvant marcher dans des environnements les plus basiques aux plus chaotiques possibles. Les chercheurs tentent donc de reproduire le plus précisément possible l'homme sous forme de robot.

Les premières études biomécaniques représentaient l'homme sous forme d'une masse et de deux jambes raides [3]. Puis les modèles se sont améliorés intégrant une masse avec des jambes pouvant se plier grâce à des genoux. Ces premiers modèles donnent une idée de la consommation énergétique de l'humain et permettent de la comparer à celle d'animaux. De nos jours, le modèle de simulateur de l'homme a été décomposé le corps en plusieurs sections [6] et analyse la cinématique de l'ensemble et le même nombre de degrés de liberté. L'ajout supplémentaire de degrés de liberté augmente la complexité pour résoudre analytiquement les modèles de simulation du corps humain. La complexité se retrouve lorsqu'on désire simuler un modèle de robots. De plus, le nombre important d'actionneurs nécessaires pour faire marcher un robot augmente considérablement le poids du robot. Un compromis doit donc être mis en place pour tenter de reproduire l'être humain en restant dans un domaine de complexité acceptable. D'autre part, les études biomécaniques [57] démontrent que certaines articulations chez l'homme effectuent des mouvements composés. C'est le cas du genou qui effectue un mouvement de roulement et de glissement. Les principaux robots marcheurs n'intègrent pas pour l'instant, d'articulations autres qu'une liaison rotoïde. Le mouvement généré de flexion/extension ne tient donc pas compte d'un mouvement couplé de translation.

La marche est définie comme un mouvement acquis, permettant le déplacement du corps dans une direction déterminée. Chez l'homme, la marche est acquise vers l'âge de deux ans. Pour les robots bipèdes, la marche n'étant pas innée, les chercheurs ont développé des méthodes pour les faire évoluer sur leurs deux pieds. Des méthodes basées sur la paramétrisation des trajectoires articulaires permettent de faire évoluer le robot. Les trajectoires sont définies dans le temps et par modélisation dynamique inverse, permettent de connaître les couples articulaires pour faire marcher le robot. D'autres méthodes font intervenir l'analyse de l'humain. L'une

d'entre elles consiste à établir un catalogue de données constitué à partir de mesures (anthropométrie, signaux, vidéos) effectuées sur la marche humaine. Ces données sont alors transmises au robot qui effectue le mouvement de marche. Cette méthode est basée sur l'imitation.

L'économie d'énergie est un thème important en robotique car les robots sont munis de leur propre source d'énergie. Le robot a la possibilité d'effectuer de multiples tâches. La marche étant l'une de ces tâches ne doit pas être énergivore. Cette nécessité introduit donc l'optimisation énergétique. Plusieurs critères sont évoqués pour minimiser l'énergie consommée pendant la marche, tels que le critère sthénique qui contrôle le carré de couples d'actionnement ou le critère énergétique qui détermine l'énergie consommée par l'ensemble des actionneurs.

Le cadre de cette thèse s'inscrit dans le projet R2A2 du programme ARPEGE de l'Agence Nationale de la Recherche. Ce projet a pour ambition de d'explorer différentes façons d'économiser de l'énergie en robotique humanoïde. Le projet s'appuie sur le prototype de robot HYDROÏD conçu au Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes de Versailles [6]. La figure 1 présente l'appareil locomoteur du robot HYDROÏD [6].



FIGURE 1 – Robot Hydroid

Trois voies sont analysées pendant ce projet :

- l'analyse de la conception de nouvelles articulations pour le genou,
- l'optimisation des allures de mouvements et la stratégie de la commande,
- une diminution de la masse du robot.

L'objectif de la thèse est d'étudier une cinématique de genoux à contacts roulants se rapprochant du genou humain et de la solution du contact entre le fémur et le tibia. Cette structure est modélisée sur un robot bipède composé de sept corps et six actionneurs. Deux types d'allures de marche sont développés et ces phases de marche sont approximées par différents types de fonctions mathématiques. La minimisation de l'énergie consommée au cours de la marche est effectuée par optimisation para-

métrique des trajectoires en utilisant deux critères. Le contrôle de la stabilité et de la faisabilité des mouvements de marche sont assurées par des contraintes associées à l'optimisation. L'analyse de l'influence de ce genou est effectuée par comparaison au fonctionnement d'un robot à genoux à liaison rotoïde au cours des mouvements de marche obtenus après optimisation.

## Présentation de notre approche

Notre approche se concentre sur la modélisation d'un robot bipède avec une structure à contact roulant pour articulation des genoux. Nous cherchons à savoir quelle est l'énergie utilisée par notre robot à genoux roulants. Consomme-t-il moins d'énergie qu'un robot à genoux rotoïdes ? Nous avons décidé de comparer deux robots, un composé de genoux à liaison rotoïde et un avec une structure de genoux roulants, ayant les mêmes caractéristiques (mêmes masses, mêmes longueurs et mêmes inerties).

Le chapitre 2 introduira les notations et les propriétés géométriques du genou roulant. Les modèles géométriques et cinématiques du robot à genoux à contacts roulants seront présentés. Le chapitre 3 poursuit avec la modélisation dynamique du robot à contacts roulants. Les différences entre les modèles dynamiques des deux robots sont posées. Les résolutions des modèles dynamiques, suivant les différents contacts des pieds au sol, sont établies. Le modèle d'impact est discuté et résolu. Enfin, une modélisation d'un robot à ressorts est effectuée.

Pour comparer les deux robots, nous avons choisis deux critères. Un premier critère sthénique qui nous permet de connaître les grandeurs des couples nécessaires aux robots pour effectuer un mouvement. Ce critère facilite la sélection des actionneurs. Un second critère énergétique qui, en fonction des actionneurs choisis, nous donne une idée de l'énergie consommée.

La marche permettant d'activer tous les actionneurs sur notre robot, nous avons choisi de paramétrer ce mouvement suivant deux allures. Une première allure composée de phases de simple support suivi d'un impact. Une seconde allure avec l'introduction d'une phase de double support avec rotation sur les orteils. La recherche du minimum d'énergie permet d'introduire le problème d'optimisation. La résolution de ce problème est effectuée en le transformant en problème d'optimisation paramétrique. Les contraintes associées à la marche sont définies. L'utilisation de l'algorithme du Simplex modifie les critères évoqués précédemment. Toute cette partie est détaillée dans le chapitre 4.

Le chapitre 5 présente les résultats obtenus avec les allures de simple support. Les performances des robots seront comparées suivant différentes fonctions de paramétrisation de l'allure de simple support. Le chapitre complète l'étude par des comparaisons entre les robots utilisant des allures en double support. Nous comparons également nos deux structures de robot en fonction des rayons de la courbure de surfaces à contacts roulants.





# Chapitre 1

## Allures de marche dans le contexte de la robotique

### 1.1 Introduction

L'étude et la recherche des performances de plateformes de robots bipèdes et humanoïdes sont particulièrement intéressantes pour notre travail. L'articulation du genou est le principal sujet de notre étude. Nous donnerons donc des résultats de projets comportant de nouvelles cinématiques de genoux. La présentation de travaux autres que ceux concernant les genoux est utile dans le sens où ils stimulent l'innovation.

L'étude de la marche humaine et plus généralement les modèles représentatifs des mouvements du corps humain sont pour nous une grande source d'inspiration. Nous résumerons quelques résultats typiques issus de ces travaux.

La recherche de trajectoires optimales de marche est entreprise sous l'angle de l'économie d'énergie pour les humanoïdes. Les méthodes de résolution de ces problèmes seront détaillées. Enfin, nous présenterons l'approche de notre étude sur l'articulation du genou et nous exposerons le problème de recherche des trajectoires optimales.

### 1.2 Le mouvement de marche en robotique

Depuis une trentaine d'années, les chercheurs tentent de réaliser des robots pouvant se mouvoir sur tous types de terrains. Les robots à roues ou à chenilles ont été élaborés mais lorsque le terrain devient trop complexe, accidenté par exemple avec des trous à franchir, les robots à pattes deviennent de meilleures solutions. En se concentrant sur les robots bipèdes, les travaux antérieurs font apparaître deux types de marche : la marche statique et la marche dynamique. La marche statique permet de faire évoluer le robot en s'assurant qu'à tout instant, le robot est stable et ne peut tomber. Il faut donc faire en sorte que la projection du centre de masse du robot soit à l'intérieur de la zone de sustentation. Cette marche reste très lente car il faut que les forces soient très faibles pour que le robot soit stable à tout instant. La marche dynamique est une marche qui permet d'avoir des phases de déséquilibre pendant le simple support et de retrouver l'équilibre lorsque l'on revient à une phase de contact

avec le sol. Il n'y a pas de contrôle sur le centre de masse pendant le mouvement de marche et ce qui en fait une marche rapide. L'homme utilise ce type de marche avec des mouvements très fluides ce qui représente un challenge pour les chercheurs en robotique. De plus, on peut distinguer deux classes de robots marcheurs : les robots passifs et les robots actifs. Les robots passifs ne disposent pas de source d'énergie, ni d'actionneurs pour se déplacer sur sol incliné. C'est l'action de la gravité qui permet au robot d'avancer. Les travaux de McGeer [47] concernent un robot compas capable de marcher sur un plan incliné. Les travaux de Wisse et al. [85] ont permis la construction d'un robot bipède plan autonome pouvant marcher. Ce robot possède des caractéristiques énergétiques similaires à un être humain. Collins et al. [18] ont construit un robot passif en 3-dimensions ayant une démarche et une efficacité énergétique identique à celle de l'homme. La figure 1.1 présente ce robot. Les auteurs définissent deux coûts afin de comparer les robots entre eux et aux performances de l'humain : le coût d'énergie mécanique  $c_{mt}$  et le coût estimé spécifique de transport  $c_{et}$ . Les différents robots passifs permettent d'étudier les propriétés de la marche telles que la stabilité, les cycles limites. Pour la catégorie des robots actifs, les articulations ont des actionneurs et le robot est muni d'une source d'énergie pour avancer sur tous types de sol. Les travaux sur cette catégorie de robots concernent en particulier la commande de la marche.

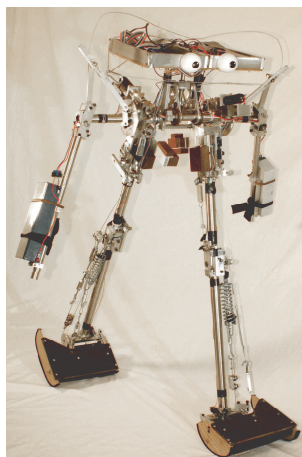


FIGURE 1.1 – Présentation du robot construit par Collins et Ruina. citeRuina2005

Dans le monde, beaucoup de robots marcheurs actifs ont été développés et on peut les détailler en balayant les travaux des chercheurs sur trois continents [15], [1] :

- En Asie : les projets des robots marcheurs ont commencé dans les années 60 avec l'apparition du robot WL-1 au Japon. Ce robot était capable de marcher et de s'asseoir. S'en suivit une série de robots composés uniquement de pieds, de jambes et d'un tronc (WL-3, ... WL-16). En 1995, une nouvelle série de robot apparait appelé WABIAN (pour WAseda Bipedal humANoid). L'objectif de cette série de robots est de pouvoir interagir avec l'homme. Ces robots comportent en plus d'un moyen locomoteur, un tronc muni de bras et au niveau de la tête se trouve un système de vision. L'évolution de la conception de ces robots a permis de faire diminuer leur masse totale et ainsi d'augmenter leurs capacités d'autonomie. L'évolution de ces robots a permis de diminuer la taille en passant de 1m66 pour un poids de 107 kg à un robot de 1m47 pour

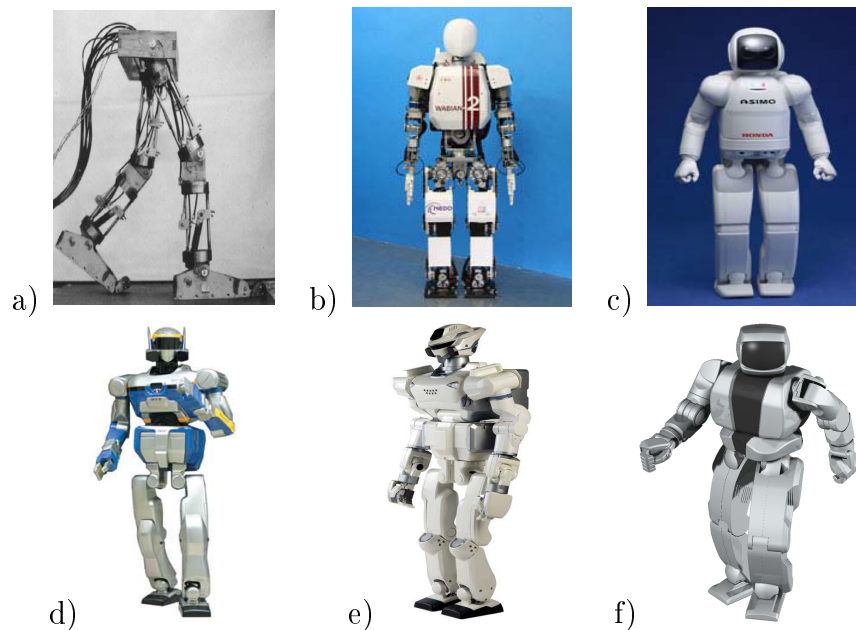


FIGURE 1.2 – Robot Asiatique : a) WL-1, b) WABIAN-2R, c) Asimo, d) HRP-2, e) HRP-3, f) Hubo.

une masse totale de 67.5 kg. L'entreprise Honda a aussi développé des robots marcheurs, le premier se nommant E0. Depuis, Asimo a fait son apparition. Celui-ci peut marcher, courir et sauter à cloche pied. HRP pour Humanoid Robot Project est une série de robots développée par Kawada Industries. Par exemple, HRP-2 est un robot ayant environ 30 degrés de liberté (ddl) capable de marcher, de porter des objets en aidant une personne. La version HRP-3 apporte une innovation au niveau des mains et passe de 30 ddl à 42 ddl pour le même poids que HRP-2 [43]. La figure 1.2 présente différentes plateformes conçues au Japon. En Corée, une série de robot a été mise au point par l'Institut de Sciences et Technologies Avancées Coréen nommé KHR. Des stratégies de marche basées sur le ZMP développées KHR-2 utilisée sur le robot par Park et al. [54] ont été intégrées au robot KHR-3 renommé Hubo.

- Aux États-Unis : on recense plusieurs projets de robotique humanoïde dont des robots planaires. Au MIT, Pratt et son équipe [59] ont développé un robot bipède planaire appelé Spring Flamingo. Ce robot est composé de sept corps et sa démarche se rapproche du pas des oiseaux avec les genoux pliés vers l'arrière. Grizzle et son équipe [28] ont réalisé un robot à cinq corps capable d'avancer avec une démarche humaine. Ce robot est conçu avec des liaisons séries compliantes ce qui lui permet d'absorber les chocs lorsque le pied entre en contact avec le sol. Les expériences faites en 2009 montrent qu'il peut marcher à une vitesse de 1.5 m/s.
- En Europe : beaucoup de projets ont été réalisés. En Allemagne, Pfeiffer et son équipe ont conçu le robot Johnnie [56] qui mesure 1m80 pour un poids de 40 kg. Une extension de ce robot a été réalisée par Ulbrich et al. et s'appelle LOLA [78]. Ces deux plateformes ont été conçues pour réaliser une marche rapide et ressemblante à celle de l'homme. Sur le robot LOLA, des actionneurs linéaires ont été utilisés pour les genoux ce qui a permis une meilleure répartition des masses du robot. En France, le robot plan nommé Rabbit [14] a été réalisé

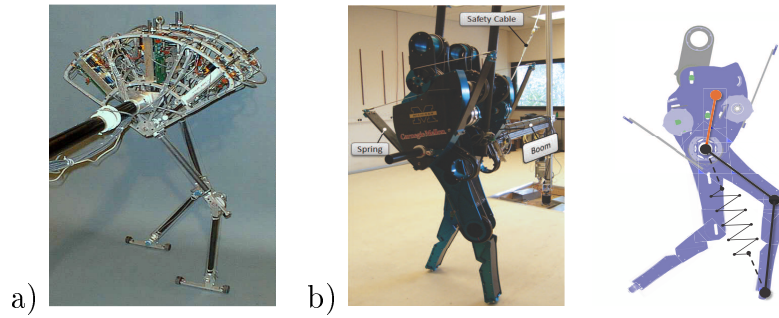


FIGURE 1.3 – Robot Américain : a) Spring Flamingo, b) MABEL.

pour étudier la marche et la course en partant du principe que la marche est une succession de phases de déséquilibre. Le robot BIP [21] a été conçu pour reproduire différentes allures de marche avec des solutions innovantes d'actionnements. Une de ces solutions sera détaillée dans la section 1.3.2. Le robot ROBIAN a été développé [71] pour étudier le système locomoteur de l'être humain. Les hanches et les chevilles sont réalisées avec des systèmes de liaisons parallèles ce qui a permis d'augmenter la rigidité et d'économiser de l'énergie. Au Pays-Bas, l'Université de Twente présente un robot passif nommé Dribbel [79] avec une stratégie de commande du genou permettant de le bloquer pendant la marche. Cette innovation montre que le robot a une marche dynamique stable. En Belgique, Lucy est un robot marcheur 3 dimensions évoluant dans le plan sagittal. La particularité de ce robot est qu'il est actionné par des actionneurs pneumatiques. Ces actionneurs permettent de diminuer le poids du robot et de réduire la consommation énergétique. Leur raideur peut être contrôlée en fonction des angles pendant la marche [80].

L'évolution des prototypes montrent une augmentation du nombre de degrés de liberté et une diminution de la masse totale du robot. La cinématique des robots reste tout de même simple avec des chaînes cinématiques simples en arborescence composées d'un corps et d'une articulation. Toutefois, nous allons voir dans le paragraphe suivant que d'autres cinématiques ont été étudiées pour améliorer les articulations d'un robot bipède et ainsi tenter de reproduire aux mieux les capacités d'endurance et de fluidité de mouvement de l'homme.

## 1.3 Quelques exemples de cinématiques des articulations

Dans notre étude, l'articulation du genou est le principal sujet d'intérêt. Nous allons détailler dans ce paragraphe les différentes cinématiques qui ont été étudiées pour améliorer cette liaison. Nous analysons la particularité du genou humain puis les différentes solutions abordées par les chercheurs en robotique. Nous ferons aussi un point sur différentes cinématiques intéressantes qui se situent sur d'autres articulations locomotrices.

### 1.3.1 Cinématique du genou en robotique humanoïde

La cinématique du genou humain doit d'abord être présentée afin de comprendre le mouvement que l'on cherche à reproduire en robotique. Le genou humain n'est pas

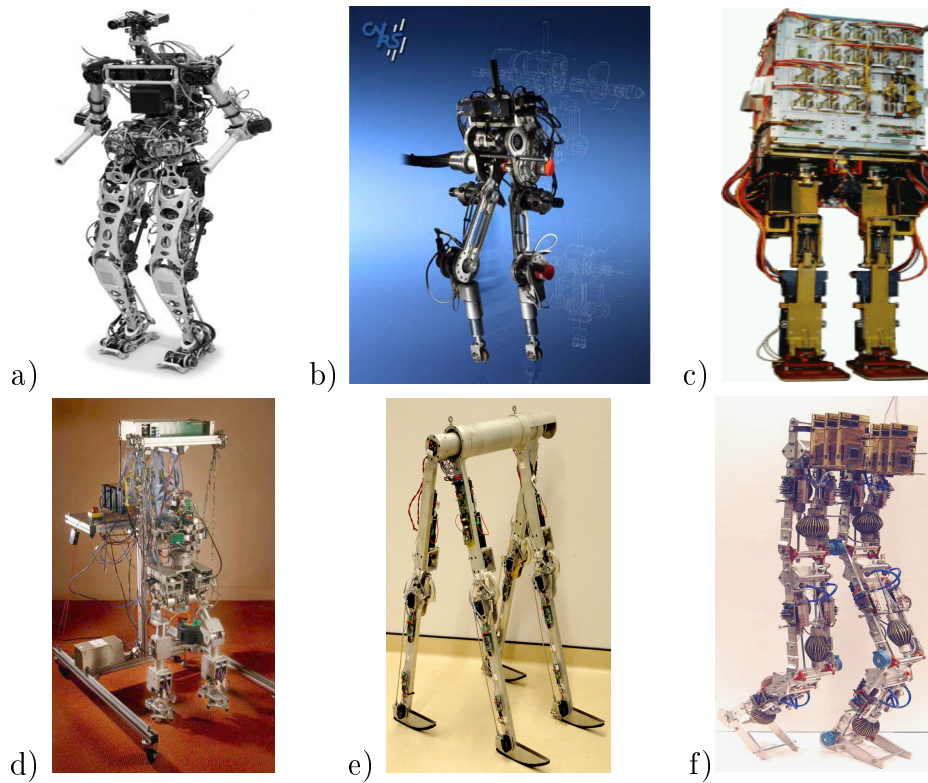


FIGURE 1.4 – Robot Européen : a) LOLA, b) Rabbit, c) BIP 2000, d) ROBIAN, e) Dribbel, f) Lucy.

une simple liaison rotoïde. Le principal mouvement qu'effectue le genou est dans le plan sagittal. Ce mouvement est une combinaison de mouvements de roulement et de glissement simultanés. La figure 1.5 présente le mouvement de roulement-glissement du fémur sur le tibia. Les distances de roulement du fémur ( $l_F$ ) et du tibia ( $l_T$ ) ne sont pas identiques. En tridimensionnel, le genou effectue aussi de faibles rotations et translations dans le plan frontal et le plan transversal qui permettent de verrouiller le genou en fin de flexion. Ces rotations sont limitées par les ligaments du genou [57].

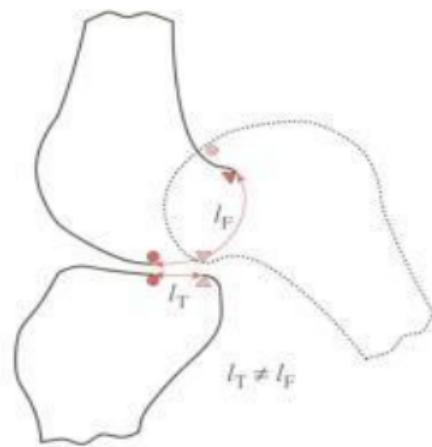


FIGURE 1.5 – Mouvement de roulement combiné avec du glissement du fémur sur le tibia. [57]

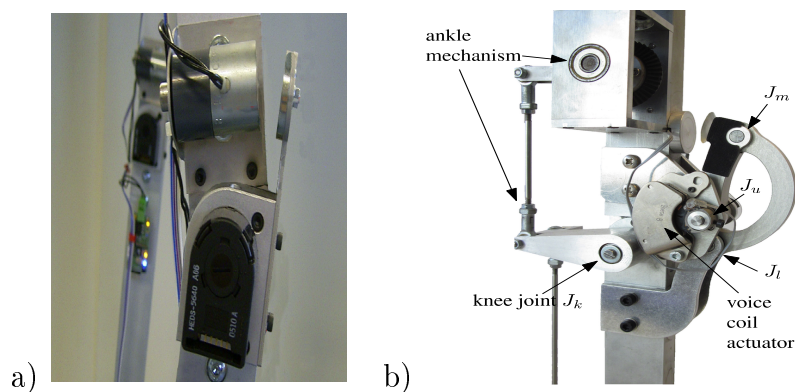


FIGURE 1.6 – Présentation de la cinématique du genou de Dribbel. a) Ancien genou avec électroaimant b) Nouveau mécanisme de genou verrouillant.

Dans la littérature, on retrouve plusieurs cinématiques conduisant à une nouvelle approche du genou en robotique. Van Oort et al. [79] ont repris les travaux effectués sur le robot passif Dribbel. Ce robot est composé de genoux qui se verrouillent lorsqu'ils sont tendus grâce à un système à électroaimant. Ce système pose quelques problèmes lorsque la jambe mobile revient trop rapidement car il existe des décollements de l'aimant dès que la jambe arrive en position tendue. Cette équipe a proposé un nouveau système appelé "Beugel". Ce système est composé de quatre barres et la singularité de celui-ci permet de verrouiller le genou automatiquement lorsque la jambe est tendue. La figure 1.6 montre les deux systèmes utilisés sur le robot Dribbel. Ce système ne coûte pas d'énergie car il utilise sa propre énergie cinétique pour se fermer. La vitesse moyenne de marche obtenue avec ce robot est de  $0.29 \text{ m/s}$ .

Le projet suivant concerne la conception d'un robot humanoïde, basé sur l'anthropomimétique soit l'imitation de l'homme [37]. Ce robot est composé de 206 corps et d'actionneurs munis de liaisons filaires et de liaisons élastiques représentant les muscles. Les os sont modélisés à la main avec un polymère appelé polymorphe thermoplastique composé de polycaprolactone (PCL) ayant la particularité d'être très léger. Le robot nommé ECCEROBOT est présenté sur la figure 1.7. Pour l'instant, la partie supérieure du robot est la plus étudiée avec des stratégies de contrôle des bras pour la manipulation [58]. Les auteurs proposent pour la partie inférieure une structure locomotrice toujours basée sur l'imitation des os de l'homme (figure 1.8 a). Le genou (figure 1.8 b) réalisé sur cette structure permet se rapprocher du mouvement humain car le phénomène de roulement et glissement est respecté. Pour l'instant, il n'y a pas d'études effectuées de mouvement de marche sur ce robot mais l'approche de cette nouvelle structure reste très intéressante pour l'étude du roulement-glissement pendant la marche.

Dans le cadre du projet LARP, l'équipe de Scarfogliero [67], [68] a conçu un robot de 90 cm pour 5 kg dont la démarche se rapproche au mieux du modèle locomoteur humain. Ce robot a été réalisé en polycarbonate ce qui le rend très léger. La cinématique du genou, étudiée par Gini et al. [24], [25], se rapproche de celle des prothèses de genou. La principale caractéristique de ces mécanismes est que le centre de rotation instantané n'est pas fixe comme avec une liaison rotoïde, mais varie pendant le mouvement suivant une trajectoire qui dépend du mécanisme de la structure. Le choix de ces chercheurs est de réaliser un genou avec un contact roulant



FIGURE 1.7 – Présentation du robot ECCEROBOT

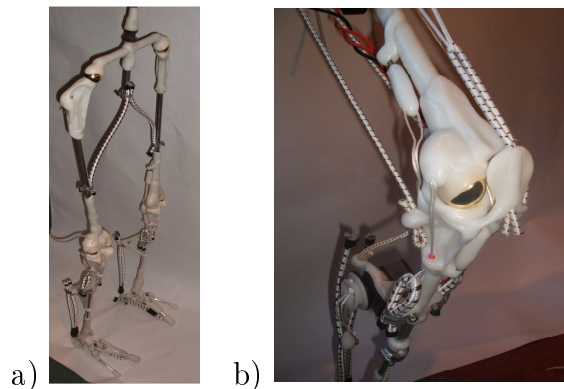


FIGURE 1.8 – Présentation la partie locomotrice du robot ECCEROBOT

entre le fémur et le tibia. Le centre de rotation instantanée évolue donc au point de contact des surfaces de deux cercles. Les deux corps sont maintenus en contact à l'aide de deux ressorts de traction, puis pour éviter les rotations internes, de trois ressorts. Une butée est ajoutée sur la surface supérieure au milieu (visible sur la figure 1.9), ce qui fait en sorte que le genou ne se plie pas dans l'autre sens. Les résultats pour ce robot montrent que l'énergie globale utilisée pour un pas de marche statique est équivalente à 6 Joules. Par contre, on ne trouve pas d'informations permettant de conclure si ce genou roulant avantage le mouvement ou l'économie d'énergie.

Enfin, une autre structure de genou a été étudiée par Hamon et al. [32], [31]. Ce système est un mécanisme de 4-barres croisées reliant le fémur au tibia. Ce type de structure parallèle fermée présente des phénomènes de singularités. L'étude montre que la position du centre de rotation instantané se rapproche de celui de l'homme pendant le mouvement de flexion. La figure 1.10 présente la structure de genou 4-barres croisées ainsi que le modèle CAO de ce type de cinématique. Dans la thèse de Hamon [31], le comparatif entre un robot possédant une structure de genoux de type rotoïde et un robot muni de cette cinématique a été effectué en utilisant un critère énergétique. L'étude montre que pour différentes allures de marche, la structure croisée permet d'économiser de l'énergie.



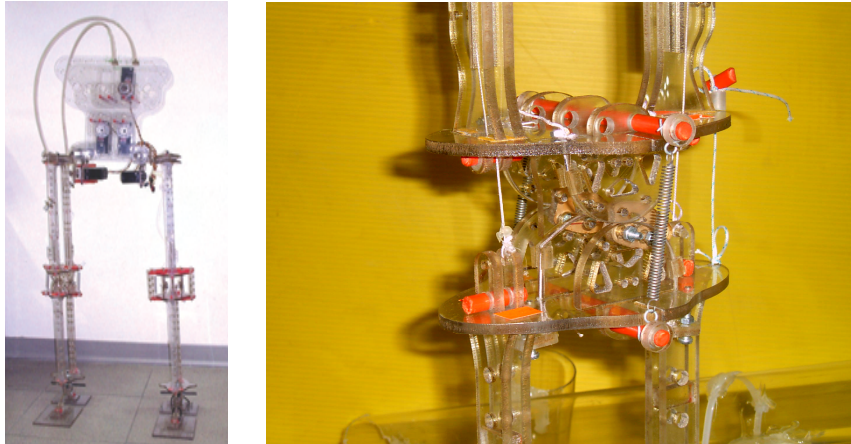


FIGURE 1.9 – Présentation du robot conçu par Gini et al. puis de la cinématique du genou. [24]

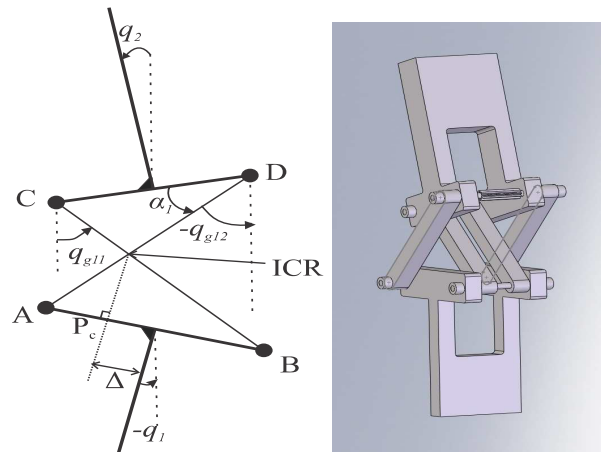


FIGURE 1.10 – Cinématique du genou développé par Hamon et al. [34].

### 1.3.2 Autres cinématiques intéressantes

D'autres articulations ont été étudiées et les choix technologiques sont très pertinents. Prenons la cinématique de l'articulation de la cheville du robot BIP. Développée par Sardain et al. [66], l'articulation de la cheville propose un mouvement de flexion-extension et un mouvement d'abduction-adduction (frontal latérale gauche/droite). La figure 1.11 présente l'articulation en détail. Technologiquement, l'articulation reliant le pied et le tibia est donc réalisée comme un joint de cardan à l'aide d'actionneurs linéaires parallèles. Les deux actionneurs sont placés sur le tibia permettant une meilleure répartition massique. Le robot humanoïde LOLA reprend la même idée pour l'articulation de la cheville. Pour une réduction et une meilleure répartition des masses, l'actionneur de la cheville a été élevé et se retrouve derrière la cuisse [11].

La cinématique de la hanche humaine est difficile à reproduire. Différentes stratégies ont été adoptées pour reproduire la liaison rotule en mettant en série trois liaisons pivot de telle sorte à obtenir les trois rotations suivant les trois axes orthogonaux comme sur Hubo [54] ou sur Johnnie [56]. D'autres projets ont incliné la

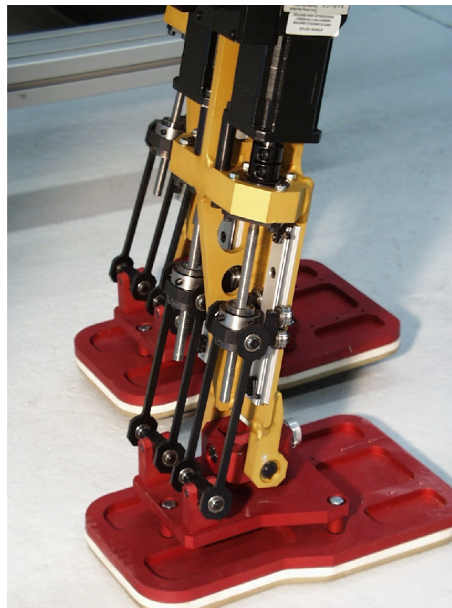


FIGURE 1.11 – Cinématique des chevilles du robot BIP [66].

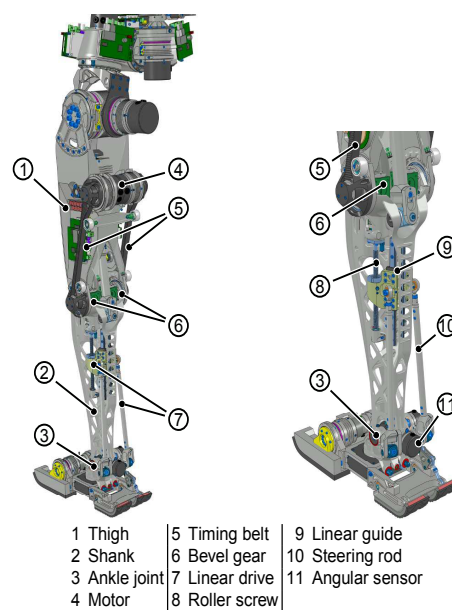


FIGURE 1.12 – Cinématique des chevilles du robot LOLA [11].

liaison pivot sur l'axe de "Lacet" comme sur le robot Nao où l'axe est incliné à  $45^\circ$ . Zorjan et al. [87] font l'étude de différentes rotations de l'inclinaison de la hanche d'un robot 3D. Les inclinaisons des hanches observées sont suivant les axes  $\vec{x}$  ou  $\vec{z}$  et d'angles  $15^\circ$  ou  $30^\circ$ . Ils observent l'influence de ces rotations sur la puissance consommée lors de mouvement de flexion/extension des genoux du robot. Ils en concluent qu'il n'y a pas d'influence sur la puissance consommée pour de faibles amplitudes de flexion. Si les amplitudes d'inclinaison augmentent, la consommation augmente proportionnellement.

L'équipe de Sellaouti [71] a conçu une hanche sur un mécanisme parallèle com-

posé de liaison rotoïde et prismatique. La hanche est représentée sur la figure 1.13. Cette nouvelle cinématique a deux avantages qui sont une meilleure rigidité de la structure comparée aux hanches composées de liaison série et une économie d'énergie pendant la marche.

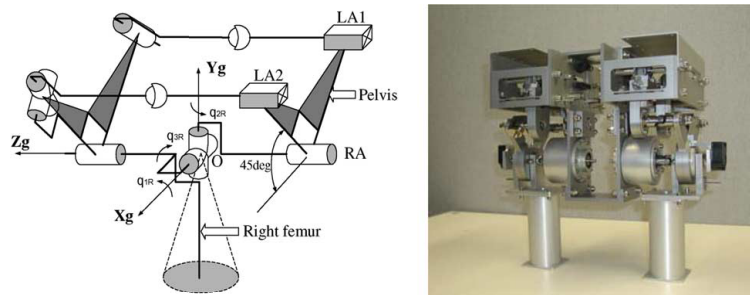


FIGURE 1.13 – Cinématique des hanches du robot ROBIAN [71].

## 1.4 Le mouvement de marche chez l'homme

Les études de la marche humaine sont nombreuses et importantes. Les auteurs comme Alexander [2],[3],[5],[4], Minetti [48] présentent différentes approches pour modéliser l'humain d'un point de vue biomécanique. Le modèle humain décrit par Alexander [3] montre que l'humain est une masse se déplaçant avec deux jambes télescopiques dont la raideur est due aux muscles. Ce modèle est utilisé pour prédire les trajectoires optimales pour les humains et autres bipèdes. Minetti [48] a établi un autre modèle de bipède. Ce modèle comprend toujours une masse qui se déplace mais les jambes ont maintenant des genoux avec liaison rotoïde et des ressorts de torsion entre le fémur et le tibia. Ce modèle est utilisé pour calculer le coût métabolique en fonction de la vitesse de marche, de la longueur du pas et de différents facteurs en relation avec les forces d'appui des pieds sur le sol. Les deux modèles représentés sur la figure 1.14 permettent d'avoir une estimation rapide de la consommation énergétique de l'humain pendant la marche et la course.

Dans [4], Alexander compare la marche de l'homme à celle des animaux. Il calcule le coût métabolique de transport et montre que l'homme consomme le moins d'énergie. Il démontre aussi que l'homme est le seul à marcher le tronc bien droit et à avoir le genou tendu au milieu du pas.

D'autres modèles présentent la marche modélisée par un système de pendule inversé [46]. A partir de mesures de forces effectuées par un humain en marche, les projections du centre de masse du l'humain sont comparés au modèle de pendule inverse effectuant une rotation sur la jambe de support. Cette étude met en évidence que l'angle de la jambe de support ainsi que la compression de cette jambe ont un rôle important que la détermination de la trajectoire du centre de masse pendant la marche. Minetti et al. décrivent dans [49], les projections en trois dimensions du centre de masse chez l'humain. Le centre de masse est représenté suivant les trois axes  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  par des séries de Fourier jusqu'à l'harmonique 6. A partir de données prises sur des personnes marchant à différentes vitesses de marche, le calcul du

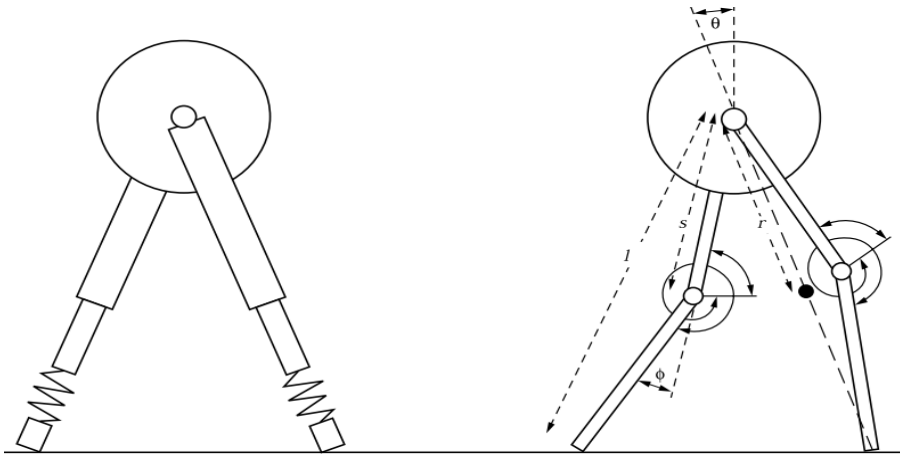


FIGURE 1.14 – A gauche, le modèle développé par Alexander [2] et à droite, le modèle conçu par Minetti et al. [48].

centre de masse est effectué et les résultats sont présentés dans la figure 1.15. Cette approche est développée pour aider les travaux en biomécanique, en physiologie et pour détecter les pathologies de la marche.

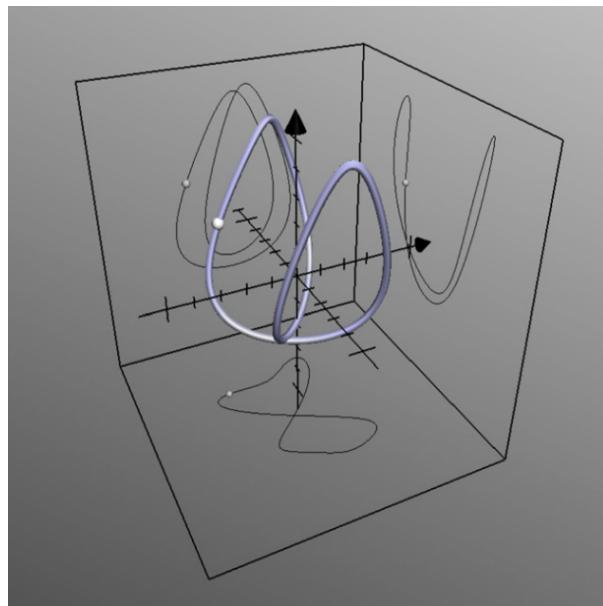


FIGURE 1.15 – Résultat présentant la trajectoire tri-dimensionnelle du centre de masse à la vitesse de 5 km/h. [49].

Une autre approche a été développée par Nicolas et al. [52] pour simuler la marche des hommes préhistoriques en fonction de données anatomiques et de certaines hypothèses. Une version 3D du modèle géométrique a été développée pour la partie locomotrice. Les auteurs ont ensuite capturé des mesures des points des chevilles, des genoux et des hanches pendant la marche sur dix patients à des vitesses de marche comprise entre 0.77 m/s à 1.42 m/s. Ces mesures ont été utilisées pour recréer la marche par modèle cinématique inverse. Les résultats sont présentés sur la

figure 1.16. Ces modèles sont ensuite utilisés pour comparer la marche de l'homme actuel à celle de l'homme préhistorique.

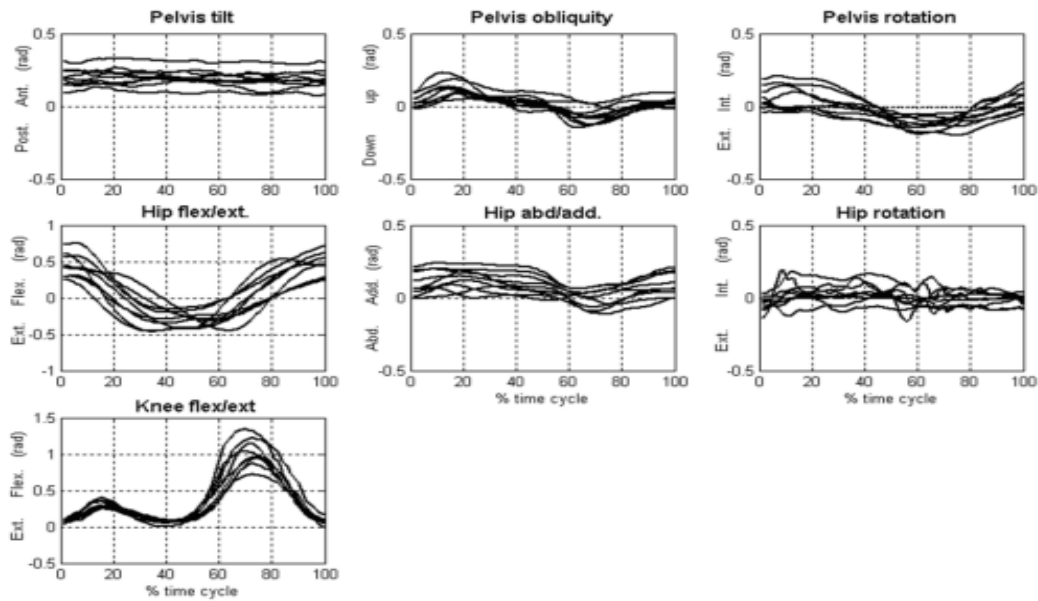


FIGURE 1.16 – Résultats présentant les variables angulaires de l'appareil locomoteur chez l'humain. [52].

## 1.5 L'optimisation énergétique

Nous savons d'après Alexander [4] que l'homme est capable de marcher avec la plus faible énergie possible. Chez les robots bipèdes, l'énergie disponible est limitée dans le temps. Plusieurs stratégies sont alors mises en oeuvre pour faire en sorte que le robot marche le plus longtemps possible en économisant son énergie :

- la recherche de trajectoires optimales [81],[77],
- la recherche de couples articulaires optimaux [61]
- l'innovation cinématique du robot combinée à la recherche de trajectoires optimales [32], [36]

Nous allons détailler différentes trajectoires qui sont utilisées pour optimiser l'énergie. Nous ferons ensuite un point sur les méthodes algorithmiques utilisées.

### 1.5.1 Utilisation de trajectoires de référence

La marche est décrite par une succession de contact entre les pieds et le sol. La chose importante à assurer est de garder l'équilibre pour que le robot ne tombe pas pendant sa progression. Plusieurs stratégies de contrôle ont besoin de trajectoires de référence pour assurer la marche du robot. [16], [29], [83] présentent la stabilité de la marche en étudiant les dynamiques de zéro. Le robot utilise des trajectoires de référence et contrôle une variable monotone non-actionnée qui dépend de l'état articulaire du robot. Cette variable est utilisée pour remplacer le temps réduit durant le mouvement du robot. Le problème devient un problème d'optimisation non

linéaire sous contraintes où les paramètres des trajectoires désirées sont trouvés par minimisation d'un critère sthénique.

Une autre méthode proposée par Kajita [42] utilise des trajectoires de références du Zero Moment Point (ZMP) pour contrôler la stabilité du robot durant la marche. La méthode définit un contrôle prédictif des trajectoires désirées du centre de masse et du ZMP. Wieber [84] propose une loi de commande basée sur la viabilité et un jeu paramétré de trajectoires  $q_d(t, p)$  dépendant de la longueur, la vitesse et la hauteur du pas. Lorsque le robot semble tomber, l'erreur de stabilisation entre l'état du robot  $q$  et l'état désiré  $q_d$  apparaît. L'idée est de sélectionner les paramètres  $p$  pour compenser la contrainte dynamique et stabiliser le robot. Le contrôle n'est pas sur les trajectoires mais sur la dynamique du robot pour éviter l'instabilité. Une autre approche est d'utiliser l'exemple des animaux et le biomimétisme. *Central pattern generators*, décrit par Ijspeert [41], utilise la génération et la synchronisation de différents signaux pour permettre l'avance du robot. Le terme *central* indique le retour par capteurs. La trajectoire peut aussi être définie par l'évolution du centre de masse du robot [62] en utilisant des (walking patterns), [73] ou basée sur des trajectoires de marche stables [27] (Stable gait primitives).

En résumé, toutes ses méthodes utilisent des trajectoires de référence. Ces trajectoires de référence peuvent être approximées par des fonctions mathématiques. On recense de nombreuses fonctions mathématiques pour approximer l'évolution angulaire des articulations. Cabodevila [13] utilise dans ses travaux des séries de Fourier à l'ordre 5. Tlalolini [76] utilise des fonctions polynomiales avec des ordres différents suivant les allures de marche recherchées. Les fonctions splines cubiques sont elles aussi très utilisées pour approximer les variables angulaires [32], [8]. D'autres chercheurs utilisent des fonctions de Bézier d'ordre 3 ou 5 [69], [30], [83]. Toutes ses approches nécessitent de paramétrer les trajectoires et de faire varier des paramètres pour obtenir la marche la plus fluide possible.

## 1.5.2 Méthodes de résolution

Le problème d'optimisation de la dynamique d'un système non linéaire hybride est très complexe. On distingue plusieurs méthodes de résolution du problème par la commande optimale : les méthodes directes et les méthodes indirectes. Les méthodes directes consistent à discrétiser l'état et le contrôle, et réduisent le problème à un problème d'optimisation non linéaire. Les méthodes indirectes consistent à résoudre numériquement, par une méthode de tir ("shooting method"), un problème aux valeurs limites obtenu par application du principe du maximum. Cette méthode a été utilisée par Mombaur dans [51] pour faire marcher un robot bipède en commande optimale. Les entrées du modèle sont les couples nécessaires pour trouver les trajectoires optimales de marche stable.

La plupart des travaux antérieurs essaie de simplifier l'approche en rendant le problème SQP, c'est à dire utiliser la méthode directe. Les trajectoires de marche sont exprimées en fonction d'un vecteur de paramètres dont on cherche la solution optimale [86], [50], [75].

La méthode de programmation quadratique séquentielle (SQP) nécessite ensuite de trouver un algorithme de minimisation satisfaisant les équations dynamiques non linéaire hybride et les contraintes de fonctionnement du robot. Les contraintes qu'il est absolument nécessaire de satisfaire pour les robots bipèdes sont la non pénétration du pied mobile dans le sol, les conditions physiques de contact unilatéral du pied fixe, les hypothèses cohérentes de l'impact du pied mobile et la stabilité du robot définie par la position du ZMP. Nous ajoutons à ces contraintes une condition de non passage de la trajectoire par les points singuliers du modèle cinématique. La résolution du problème de minimisation peut s'effectuer de plusieurs manières. Si l'on dispose des expressions explicites du gradient et du Hessien du critère, on peut utiliser un algorithme très simple comme la méthode du gradient ou de Newton-Euler [75]. Lorsque la dimension de l'espace de paramètres est grande, les méthodes de type Nelder and Mead [36], recuit simulé ou les algorithmes génétiques [12] sont plus efficaces.

### 1.5.3 Conclusion

Pour conclure ce chapitre, nous avons les structures et les performances de différents prototypes de robot humanoïde de par le monde. Ces robots ne cessent d'évoluer et de proposer de nouveaux challenges conceptuels tant au niveau de la cinématique qu'au niveau des stratégies de commande. La recherche de nouvelles cinématiques du genou pour les robots bipèdes a été présentée. Chaque exemple a été analysé pour comprendre l'apport du nouveau mécanisme sur le fonctionnement du robot. L'évolution de structure de jambe a également été faite par l'analyse de la cinématique de la cheville et de la hanche.

Les modèles représentatifs de l'homme ont été établis par les chercheurs en biomécanique. Ils confirment que l'homme est le bipède qui consomme le moins d'énergie pendant la marche. La connaissance des données sur les trajectoires des articulations, des centres de masse de l'humain est un apport essentiel à la recherche dans le monde de la robotique.

Les trajectoires de référence sont indispensables pour contrôler la marche d'un robot. Différentes stratégies de contrôle ont été présentées montrant l'utilité de ces trajectoires. La génération de trajectoires est effectuée par projection dans des sous-espaces de fonctions mathématiques. Plusieurs fonctions mathématiques ont été évoquées.

Dans ce manuscrit, nous allons tout d'abord présenter le robot muni d'une articulation de genoux à contacts roulants. Les modèles géométriques et cinématiques vont être développés avec cette cinématique roulante. Nous détaillerons ensuite les différences entre le robot à genoux roulants et un robot muni de genoux rotoïdes.

# Chapitre 2

## Modélisation du robot dans son environnement

### 2.1 Introduction

Ce chapitre présente la modélisation géométrique et cinématique d'un robot à genoux roulants dans le plan sagittal. Ces modèles seront utilisés pour les résolutions du modèle dynamique du robot en contact avec le sol dans le chapitre 3 puis dans la recherche de trajectoires optimales dans le chapitre 4.

Miossec [50], Bessonnet [9], Saidouni [64], Rostami [60], Roussel [61] et Azevedo [7] ont travaillé sur les modélisations géométriques et cinématiques des robots bipèdes à genoux rotoïdes. Ces travaux ont permis de modéliser un robot bipède dans l'espace. Le robot Rabbit dans Miossec [50] composé de 5 corps et le robot BIP composé de 7 corps dans [7] sont tous les deux utilisés dans le plan sagittal. Les modèles géométriques et cinématiques ont été développés sur le principe de robot à structure arborescente composée de corps rigides suivi d'une articulation. Ces modèles sont directement utilisés pour modéliser le robot 7 corps à structure de genoux à liaison pivot défini en annexe A.

Peu d'études ont été réalisées sur des articulations de bipèdes basées sur deux corps roulants l'un sur l'autre. Une étude sur la modélisation de doigts avec contact roulant entre les phalanges a été faite par Collins [17]. Cet article examine la cinématique de ce contact et donne un exemple de réalisation d'un prototype de doigt. Une équipe du département d'électronique et d'informatique de l'Université Polytechnique de Milan, dans le cadre du projet LARP, a réalisé un prototype de robot bipède avec des caractéristiques anthropomorphes [24], [25]. Le genou de ce robot est constitué par un contact roulant entre le fémur et le tibia. Cette étude ne donne pas d'informations sur la modélisation géométrique et cinématique de ce robot.

L'objectif de ce travail est d'apporter les éléments de modélisation d'un robot ayant une structure de genoux à contact roulant. Les modèles géométriques seront utilisés pour connaître l'état du robot dans l'espace sans liaison avec le sol. La modélisation cinématique permet de retrouver l'évolution de la vitesse des corps du robot et de déterminer les singularités.

Une première partie détaillera les notations utilisées pour modéliser un robot



bipède avec une cinématique de genoux à contacts roulants (paragraphe 2.2). Les paragraphes 2.3 et 2.4 présenteront les modèles géométriques direct et inverse de ce robot. Ensuite le paragraphe 2.5 donnera les éléments concernant la modélisation cinématique directe et inverse de cette structure à contacts roulants.

## 2.2 Notations et modèles

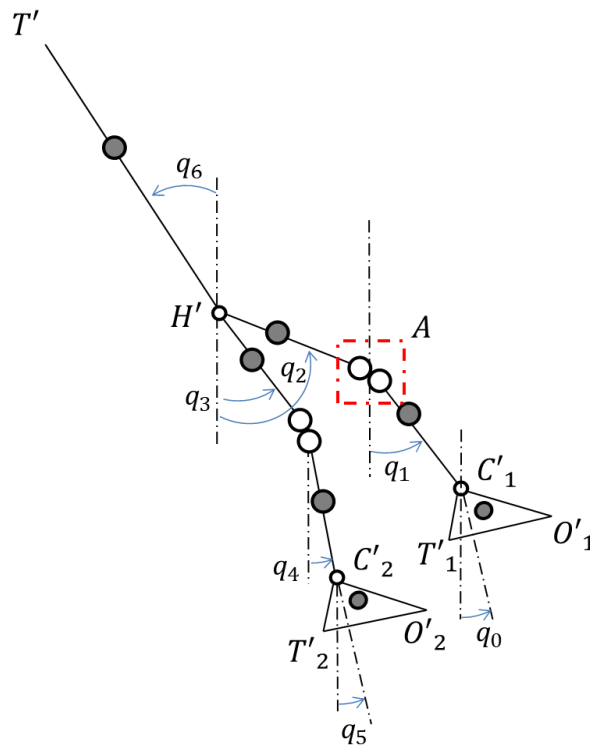


FIGURE 2.1 – Représentation filaire d'un robot bipède avec des genoux à contacts roulants.

La figure 2.1 indique les points remarquables du robot étudié. L'intersection entre l'axe de l'articulation de la cheville fixe avec le plan sagittal est le point  $C'_1$ . Il est nommé cheville fixe dans l'étude. Respectivement pour l'intersection entre l'axe de la cheville mobile avec le plan sagittal, le point  $C'_2$  est nommé cheville mobile. L'intersection entre l'axe de l'articulation de la hanche et le plan sagittal est le point  $H'$ , est nommé hanche. Nous avons choisi pour le paramétrage du robot un modèle explicite en coordonnées absolues. Le robot est considéré comme un système libre, sans contact avec son environnement. Ce choix est nécessaire car cela permet de pouvoir faire une modélisation du robot dans toutes les configurations possibles et de l'adapter plus facilement à la commande. L'orientation des sept corps est repérée par rapport à la verticale. Ainsi  $q_0$  et  $q_5$  donnent l'orientation des pieds gauche et droit,  $q_1$  et  $q_4$  donnent l'orientation des tibias gauche et droit et  $q_2$  et  $q_3$  donnent celle des cuisses gauche et droite. L'inclinaison du tronc est repérée par l'angle  $q_6$ . L'ensemble de ces angles constituent les coordonnées du vecteur  $q = [q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6]^T$ . La hanche est choisie comme référence et on note les positions cartésiennes de la hanche  $(x_{H'}, z_{H'})$ . On définit le vecteur des coordonnées

généralisées du robot bipède  $X' = [q^T, x_{H'}, z_{H'}]^T$ . La figure 2.2 présente le zoom du genou à contacts roulants représenté sur la première figure ainsi que les notations des points remarquables décrits dans le paragraphe 2.3.1.

Les longueurs des tibias représentées par la distance entre les points  $C'_1$  et  $B_1$  pour la jambe de support et la distance entre les points  $C'_2$  et  $B'_1$  pour la jambe de mobile sont notées  $l_1$ . Les longueurs des cuisses ( $d(B_2, H')$ ) et ( $d(B'_2, H')$ ) sont notées  $l_2$ . La longueur du tronc est notée  $l_3$  (distance  $d(H', T')$ ). Les longueurs des pieds sont représentées sur la figure 2.3.  $L_p$  représente la longueur de la voûte plantaire  $d(O'_1, T'_1)$ .  $l_p$  représente la longueur entre le talon et la projection de la cheville sur la voûte plantaire  $d(T'_1, F'_1)$ . La hauteur du pied  $h_p$  est la distance  $d(C'_1, F'_1)$ .

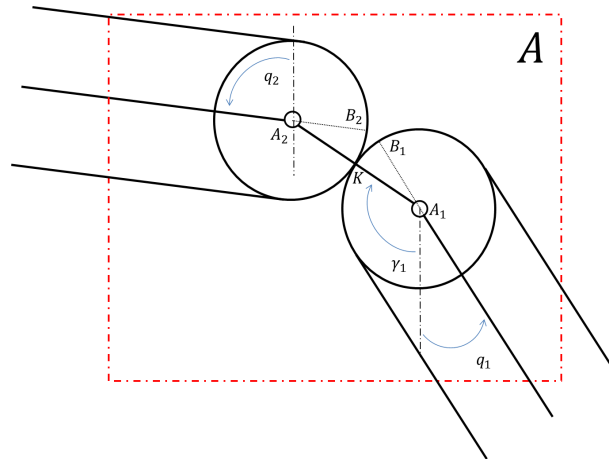


FIGURE 2.2 – Description du genou roulant pour la jambe de support, (zoom de la partie A sur la figure 2.1)

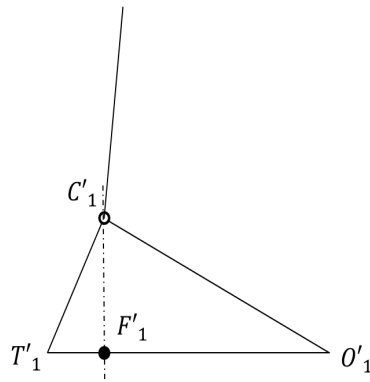


FIGURE 2.3 – Description du pied gauche du robot.

Le robot est motorisé par six actionneurs pour chacune des configurations. Le détail des notations sur les actionneurs sera donné dans le paragraphe 3.2. La modélisation d'un robot avec une liaison rotoïde aux genoux est explicitée dans l'annexe A.

## 2.3 Modèle géométrique direct

Dans cette partie, le modèle géométrique direct (MGD) du robot à genoux roulants est établi. Ce modèle permet de connaître les positions cartésiennes absolues des différents corps du bipède en fonction des variables angulaires et des coordonnées cartésiennes de la hanche. Tout d'abord, intéressons-nous à la structure de genou et aux propriétés géométriques de celle-ci.

### 2.3.1 Propriétés géométriques du genou roulant

La figure 2.2 présente une vue détaillée de la cinématique du genou roulant. La liaison entre le tibia et le fémur est assurée par deux surfaces cylindriques en contact l'une avec l'autre. Le mouvement se fait dans le plan  $(x, z)$  avec l'hypothèse de roulement sans glissement entre les deux corps. On définit les points d'intérêt du genou roulant par :

- $K$  est le point de contact entre les deux corps représentant aussi le centre instantané de rotation,
- $A_1$  représente le centre du cylindre du tibia,
- $A_2$  représente le centre du cylindre du fémur,
- $B_1$  représente la projection de l'axe du tibia sur le cylindre,
- $B_2$  représente la projection de l'axe du fémur sur le cylindre.

Pour éviter les mouvements de translation et rotation dans les autres plans  $(x, y)$  et  $(y, z)$ , les deux cylindres sont maintenus en contact entre les points  $A_1$  et  $A_2$  par un élément de liaison. Le décollement entre les deux surfaces n'est pas envisagé.

Posons les distances  $d(A_1, K) = r_1$  et  $d(A_2, K) = r_2$ . Le roulement sans glissement à partir d'une position initiale où les points  $B_1$  et  $B_2$  coïncident conduit à l'égalité des arcs  $\widehat{B_1K}$  et  $\widehat{B_2K}$  :

$$\widehat{B_1K} = \widehat{B_2K} \quad (2.1)$$

Ce qui donne :

$$r_1(q_1 - \gamma_1) = r_2(\gamma_1 - q_2) \quad (2.2)$$

Cette cinématique introduit un angle de couplage issu des angles de la cuisse  $q_2$  et du tibia  $q_1$ . Cette égalité des angles permet de calculer l'angle de couplage  $\gamma_1$  pour la jambe de support donné par l'équation (2.3). La même résolution est faite pour la jambe mobile où l'angle de couplage  $\gamma_2$  est issu des angles  $q_3$  et  $q_4$ , est exprimé par l'équation (2.4).

$$\gamma_1 = \frac{r_1 q_1 + r_2 q_2}{r_1 + r_2} \quad (2.3)$$

$$\gamma_2 = \frac{r_1 q_4 + r_2 q_3}{r_1 + r_2} \quad (2.4)$$

Les solutions technologiques pour le maintien en contact du tibia et du fémur roulant l'un sur l'autre sont représentées sur la figure 2.4. La première solution consiste à relier les deux corps avec de simples barres rigides (fig. 2.4 a). La connexion se fait des points  $A_1$  à  $A_2$ . La deuxième solution utilise des ressorts de traction connectés aux mêmes points  $A_1$  et  $A_2$ . Les ressorts ont une raideur importante pour éviter le décollement (fig. 2.4 b). La dernière solution est un système de poulie-courroie (fig. 2.4 c). Dans notre étude, des barres rigides sont considérées comme éléments de liaison. Pour éviter le non-glissement entre les corps, des solutions de

tendons croisés sont considérés et montrés sur la figure (2.5 a.) La solution de deux engrenages en contact peut aussi être considérée pour le non-glissement (fig. 2.5 b).

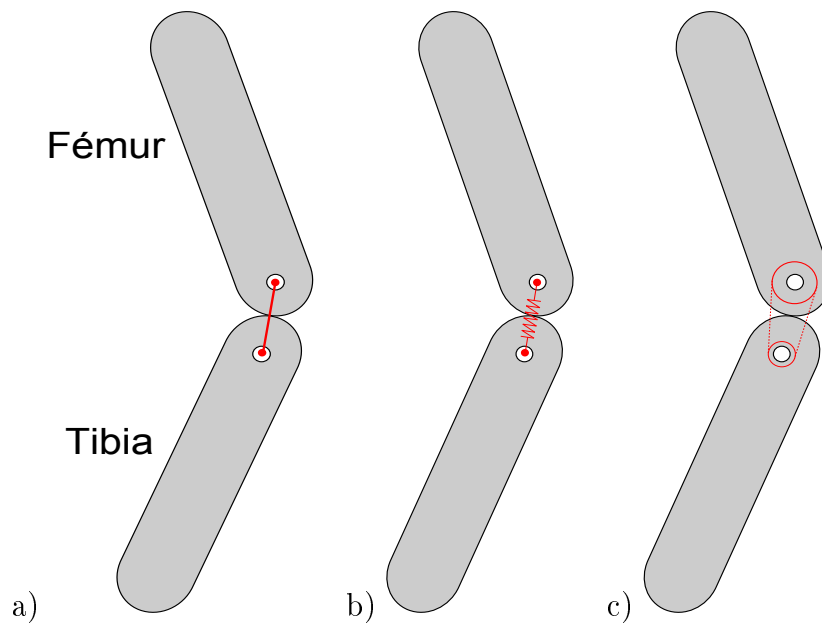


FIGURE 2.4 – Solutions technologiques pour le maintien en contact des deux corps.

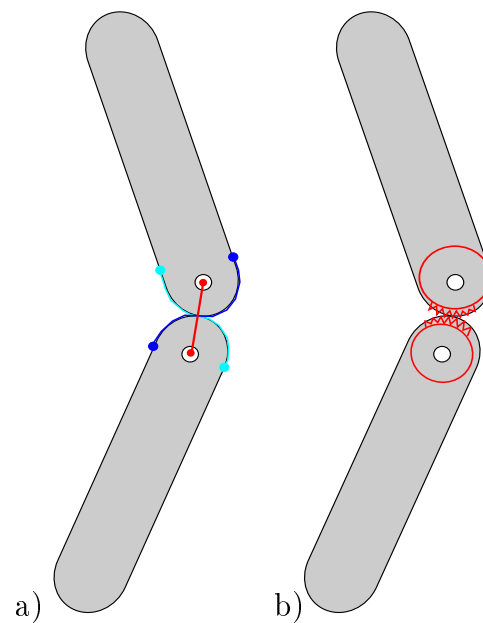


FIGURE 2.5 – Solutions technologiques pour le non-glissement des deux corps. a) Solution avec des tendons. b) Solution avec des engrenages

### 2.3.2 Modèle géométrique du robot avec genoux roulants

Nous pouvons maintenant établir les coordonnées cartésiennes des points remarquables du robot à partir des coordonnées cartésiennes des hanches et des angles absolus définis précédemment :

Position du centre de la surface de contact du fémur de support  $A_2$  :

$$x_{A_2} = x_{H'} + l'_2 \sin q_2 \quad (2.5)$$

$$z_{A_2} = z_{H'} - l'_2 \cos q_2 \quad (2.6)$$

Position du centre de la surface de contact du fémur mobile  $A'_2$  :

$$x_{A'_2} = x_{H'} + l'_2 \sin q_3 \quad (2.7)$$

$$z_{A'_2} = z_{H'} - l'_2 \cos q_3 \quad (2.8)$$

Position du centre de la surface de contact du tibia de support  $A_1$  :

$$x_{A_1} = x_{H'} + l'_2 \sin q_2 + (r_1 + r_2) \sin \gamma_1 \quad (2.9)$$

$$z_{A_1} = z_{H'} - l'_2 \cos q_2 - (r_1 + r_2) \cos \gamma_1 \quad (2.10)$$

Position du centre de la surface de contact du fémur mobile  $A'_1$  :

$$x_{A'_1} = x_{H'} + l'_2 \sin q_3 + (r_1 + r_2) \sin \gamma_2 \quad (2.11)$$

$$z_{A'_1} = z_{H'} - l'_2 \cos q_3 - (r_1 + r_2) \cos \gamma_2 \quad (2.12)$$

Position de la cheville de support  $C'_1$  :

$$x_{C'_1} = x_{H'} + l'_2 \sin q_2 + (r_1 + r_2) \sin \gamma_1 + l'_1 \sin q_1 \quad (2.13)$$

$$z_{C'_1} = z_{H'} - l'_2 \cos q_2 - (r_1 + r_2) \cos \gamma_1 - l'_1 \cos q_1 \quad (2.14)$$

Position de la cheville mobile  $C'_2$  :

$$x_{C'_2} = x_{H'} + l'_2 \sin q_3 + (r_1 + r_2) \sin \gamma_2 + l'_1 \sin q_4 \quad (2.15)$$

$$z_{C'_2} = z_{H'} - l'_2 \cos q_3 - (r_1 + r_2) \cos \gamma_2 - l'_1 \cos q_4 \quad (2.16)$$

Position des orteils de support  $O'_1$  :

$$x_{O'_1} = x_{H'} + l'_2 \sin q_2 + (r_1 + r_2) \sin \gamma_1 + l'_1 \sin q_1 - (l_p - L_p) \cos q_0 + h_p \sin q_0 \quad (2.17)$$

$$z_{O'_1} = z_{H'} - l'_2 \cos q_2 - (r_1 + r_2) \cos \gamma_1 - l'_1 \cos q_1 - (l_p - L_p) \sin q_0 - h_p \cos q_0 \quad (2.18)$$

Position du talon de support  $T'_1$  :

$$x_{T'_1} = x_{H'} + l'_2 \sin q_3 + (r_1 + r_2) \sin \gamma_1 + l'_1 \sin q_4 - l_p \cos q_0 + h_p \sin q_0 \quad (2.19)$$

$$z_{T'_1} = z_{H'} - l'_2 \cos q_3 - (r_1 + r_2) \cos \gamma_1 - l'_1 \cos q_4 - l_p \sin q_0 - h_p \cos q_0 \quad (2.20)$$

Position des orteils mobile  $O'_2$  :

$$x_{O'_2} = x_{H'} + l'_2 \sin q_3 + (r_1 + r_2) \sin \gamma_2 + l'_1 \sin q_4 - (l_p - L_p) \cos q_5 + h_p \sin q_5 \quad (2.21)$$

$$z_{O'_2} = z_{H'} - l'_2 \cos q_3 - (r_1 + r_2) \cos \gamma_2 - l'_1 \cos q_4 - (l_p - L_p) \sin q_5 - h_p \cos q_5 \quad (2.22)$$

Position du talon mobile  $T'_2$  :

$$\begin{aligned} x_{T'_2} &= x_{H'} + l'_2 \sin q_3 + (r_1 + r_2) \sin \gamma_2 + l'_1 \sin q_4 - l_p \cos q_5 \\ &+ h_p \sin q_5 \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} z_{T'_2} &= z_{H'} - l'_2 \cos q_3 - (r_1 + r_2) \cos \gamma_2 - l'_1 \cos q_4 - l_p \sin q_5 \\ &- h_p \cos q_5 \end{aligned} \quad (2.24)$$

Position du haut du tronc  $T'$  :

$$x_{T'} = x_{H'} - l_3 \sin q_6 \quad (2.25)$$

$$z_{T'} = z_{H'} + l_3 \cos q_6 \quad (2.26)$$

avec  $l'_2 = l_2 - r_2$  et  $l'_1 = l_1 - r_1$  ceci afin de pouvoir comparer le robot à genoux à contacts roulants au robot à genoux rotoïdes (voir A).

### 2.3.3 Résolution du MGD du robot à genoux à contacts roulants

Dans le cas particulier où le robot à les pieds au sol, les angles  $q_0$  et  $q_5$  sont nuls. La résolution du MGD de la position du pied de support est :

$$C'1 = \begin{bmatrix} 0 \\ h_p \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$O'1 = \begin{bmatrix} L_p - l_p \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$T'1 = \begin{bmatrix} -l_p \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Le MGD du pied mobile est le suivant :

$$C'2 = \begin{bmatrix} -\frac{d}{2} \\ h_p \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$O'2 = \begin{bmatrix} -\frac{d}{2} + L_p - l_p \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$T'2 = \begin{bmatrix} -\frac{d}{2} - l_p \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

## 2.4 Modèle géométrique inverse

### 2.4.1 Recherche du Modèle géométrique inverse

La recherche du modèle géométrique inverse (MGI) permet de retrouver les positions angulaires des corps en fonction des positions cartésiennes. C'est une phase délicate car les singularités peuvent entraîner soit un nombre fini de solutions, soit une infinité de solutions ou au contraire, pas de solution. Pour notre robot, différents cas sont donc à traiter :

- Aucune solution : ce cas apparait lorsque les positions cartésiennes sont trop éloignées dans les conditions de contact avec le sol envisagé,
- Une seule solution : ce cas n'existe que lorsque la jambe est tendue, (déterminant du Jacobien cinématique nul),
- Deux solutions : la jambe du robot a le genou fléchi soit vers l'avant, soit vers l'arrière.

Dans le cas de deux solutions, nous devons imposer l'une des deux. Dans notre étude, le choix est de garder le genou plié vers l'avant et donc d'imposer que l'angle  $q_2 - q_1$  (ou  $q_3 - q_4$ ) reste positif ou égal à zéro.

Plusieurs méthodes sont proposées dans la littérature et résumées dans Khalil [44], Spong [72]. Une étude sur des doigts ayant le même type de cinématique entre les corps est faite dans les travaux de Collins [17]. La figure 2.6 présente le prototype réalisé. Une méthode est proposée pour résoudre le MGI en faisant des changements de variables, à partir de la position du bout du doigt jusqu'à la première phalange. Dans notre cas, cette méthode conduit à un polynôme d'ordre 4. La résolution analytique est compliquée à résoudre. Nous avons fait le choix de proposer une autre méthode plus rapide pour résoudre ce problème numériquement.

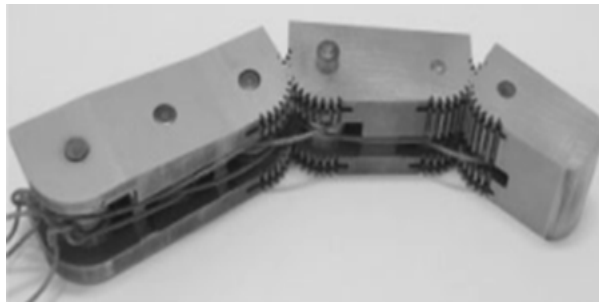


FIGURE 2.6 – Présentation du prototype de doigt réalisé par Collins [17].

Notre méthode de résolution du modèle géométrique est détaillée dans le sous-paragraphe suivant.

### 2.4.2 Résolution numérique du modèle géométrique inverse pour le genou roulant

L'expression du MGI étant difficile à obtenir en symbolique de manière analytique, nous avons fait le choix de le résoudre numériquement. Tout d'abord, nous avons choisi de résoudre le MGI de la jambe de support ayant le pied en contact avec le sol. La figure 2.7 présente ce cas. Notons  $L_0$  la longueur de la jambe virtuelle de support, distance entre la hanche et la cheville  $L_0 = d(H', C'_1)$  et  $\alpha$  l'angle de cette jambe virtuelle par rapport à la verticale. Le pied fixe est à plat sur le sol, la position de la cheville fixe revient à écrire :

$$C'_1(X) = \begin{bmatrix} 0 \\ h_p \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

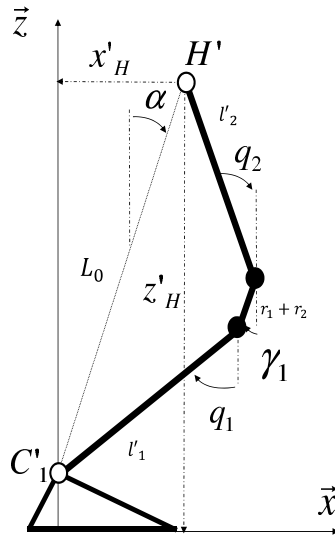


FIGURE 2.7 – Représentation de la jambe de support avec les notations des variables virtuelles

On a donc :

$$x'_H = -L_0 \sin \alpha \quad (2.34)$$

$$z'_H = L_0 \cos \alpha + h_p \quad (2.35)$$

où  $L_0 = \sqrt{(x'_H)^2 + (z'_H - h_p)^2}$  et  $\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{x'_H}{z'_H - h_p} \right)$

Le calcul des angles  $q_1$  et  $q_2$  est fait grâce aux équations (2.13), (2.14) et (2.33) à (2.35). Le système d'équation revient à :

$$\begin{cases} -l'_2 \sin q_2 - (r_1 + r_2) \sin \gamma_1 - l'_1 \sin q_1 + L_0 \sin \alpha = 0 \\ l'_2 \cos q_2 + (r_1 + r_2) \cos \gamma_1 + l'_1 \cos q_1 - L_0 \cos \alpha = 0 \end{cases} \quad (2.36)$$

avec  $\gamma_1 = \frac{r_1 q_1 + r_2 q_2}{r_1 + r_2}$

La résolution de ce système d'équations par substitution n'est pas réalisable car les angles  $q_1$  et  $q_2$  ne sont pas dissociables de l'angle de couplage  $\gamma_1$ . Nous avons utilisé la méthode de Newton pour résoudre ce cas numériquement avec des conditions initiales  $q_{10}$  et  $q_{20}$ . Le calcul du gradient permet de comprendre la recherche de solution et nous allons tenter d'éviter les minimums locaux. La résolution procède suivant l'algorithme suivant :

$$f(x + h) = f(x) + \frac{\partial f}{\partial x} \Delta_x \quad (2.37)$$

$$x = x_0 + \frac{\partial f}{\partial x} h \quad (2.38)$$

$$\Delta_x = \frac{\partial f}{\partial x} h \quad (2.39)$$

avec  $f$  le système d'équations,  $\frac{\partial f}{\partial x}$  représentant la matrice jacobienne et  $x = [q_1, q_2]^T$ .  $h$  est le coefficient de variation à chaque itération.  $x_0 = [q_{10}, q_{20}]^T$  est la condition



initiale. Dans cette résolution,  $f$  représente la fonction  $x_{H'} - x_{C'_1}$  et  $z_{H'} - z_{C'_1}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial x}$  représente donc :

$$\Delta_x = \begin{bmatrix} -(l'_2 \cos q_2 + (r_1 + r_2) \cos \gamma_1 + l'_1 \cos q_1) h_1 \\ -(l'_2 \sin q_2 + (r_1 + r_2) \sin \gamma_1 + l'_1 \sin q_1) h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z_{H'} h_1 \\ x_{H'} h_2 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Par hypothèse, on considère la variation de  $h_1$  et  $h_2$  égale à une variation constante  $h_0$ . L'évolution de  $z_{H'}$  est différente de 0 donc la résolution de l'équation (2.40) élimine les minimums locaux et permet donc de résoudre l'équation (2.36) égale à zéro. L'évolution de  $x_{H'}$  passe par zéro. Le choix des conditions initiales est donc crucial pour trouver une solution rapidement et ne pas rester bloqué sur une valeur en zéro. Le signe de l'angle  $\alpha$  permet de choisir la valeur des conditions initiales. On pose alors :

$$\alpha > 0 \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} q_{10} > 0 \\ q_{20} = 0 \end{cases}$$

$$\alpha < 0 \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} q_{10} < 0 \\ q_{20} = 0 \end{cases}$$

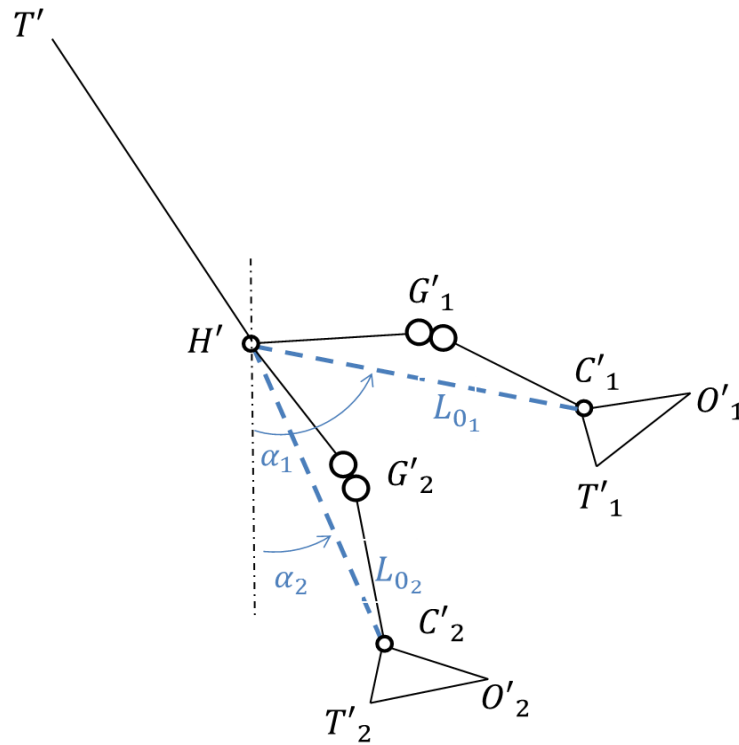


FIGURE 2.8 – Représentation filaire d'un robot bipède avec des genoux roulants avec les jambes virtuelles.

Dans le cas général, le robot est sans liaison cinématique avec le sol (fig. 2.8), nous avons besoin de connaître les positions cartésiennes de la hanche et de la cheville fixe. Nous connaissons les équations de la cheville fixe par rapport à la position cartésienne des hanches donnée dans les équations (2.13) et (2.14). La longueur et

l'angle de la jambe virtuelle deviennent :

$$L_{01} = \sqrt{((x_{H'} - x_{C'_1})^2 + (z_{H'} - z_{C'_1})^2)} \quad (2.41)$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1} \left( \frac{x_{H'} - x_{C'_1}}{z_{H'} - z_{C'_1}} \right) \quad (2.42)$$

On obtient un système d'équations de deux équations à deux inconnues avec :

$$-l'_2 \sin q_2 - (r_1 + r_2) \sin \gamma_1 - l'_1 \sin q_1 = -L_{01} \sin \alpha_1 \quad (2.43)$$

$$l'_2 \cos q_2 + (r_1 + r_2) \cos \gamma_1 + l'_1 \cos q_1 = L_{01} \cos \alpha_1 \quad (2.44)$$

De même que pour le cas précédent, la résolution s'est faite avec la méthode de Newton et en imposant des conditions initiales  $q_{10}$  et  $q_{20}$ .

Dans le cas où  $L_0 = l'_1 + r_1 + r_2 + l'_2$  alors  $q_1$  est égal à  $q_2$ , et les équations de la cheville fixe deviennent :

$$x_{C'_1} = x_{H'} - (l'_2 + (r_1 + r_2) + l'_1) \sin q_1 \quad (2.45)$$

$$z_{C'_1} = z_{H'} + (l'_2 + (r_1 + r_2) + l'_1) \cos q_1 \quad (2.46)$$

En prenant l'équation (2.45), nous obtenons :

$$q_1 = \sin^{-1} \left( \frac{x_{H'} - x_{C'_1}}{(l'_2 + (r_1 + r_2) + l'_1)} \right) \quad (2.47)$$

Ce cas représente la singularité du système lorsque la jambe est tendue.

La résolution du MGI de la jambe mobile, la position de la cheville mobile est nécessaire pour établir les équations de la jambe virtuelle. Nous avons donc :

$$L_{02} = \sqrt{((x'_{H'} - x_{C'_2})^2 + (z_{H'} - z_{C'_2})^2)} \quad (2.48)$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1} \left( \frac{x_{H'} - x_{C'_2}}{z_{H'} - z_{C'_2}} \right) \quad (2.49)$$

La résolution de ce cas est effectuée à partir des équations (2.15) et (2.16).

On obtient un système de deux équations à deux inconnues avec :

$$-l'_2 \sin q_3 - (r_1 + r_2) \sin \gamma_2 - l'_1 \sin q_4 = -L_{02} \sin \alpha_2 \quad (2.50)$$

$$l'_2 \cos q_3 + (r_1 + r_2) \cos \gamma_2 + l'_1 \cos q_4 = L_{02} \cos \alpha_2 \quad (2.51)$$

La résolution numérique est faite, comme pour le cas de la jambe de support, avec la méthode de Newton et en imposant des conditions initiales  $q_{30}$  et  $q_{40}$ .

### 2.4.3 Validation numérique du modèle géométrique inverse pour le genou roulant

La validation du calcul du MGI s'est faite en cherchant les solutions  $q_1$  et  $q_2$  dans un espace de position cartésienne dans le plan  $(\vec{x}, \vec{z})$ . Chaque position de la hanche est définie par  $(x_d, z_d)$ . La figure 2.9 présente l'espace de test de solutions. Pour connaître l'écart entre la valeur désirée de position de hanche et la solution donnée par le MGD, nous effectuons la procédure suivante :

- Calcul des angles  $q_1$  et  $q_2$  avec le programme MGI à partir des valeurs désirées  $x_d$  et  $z_d$ .
- Calcul des positions  $x_{H'}$  et  $z_{H'}$  avec le programme MGD à partir des solutions calculées à l'étape précédente.
- Calcul de l'erreur  $\epsilon$ , équation (2.52), différence entre les valeurs désirées et les solutions calculées par le MGD

La figure 2.10 montre les solutions calculées par le MGD. La figure 2.11 présente les erreurs  $\epsilon$  calculées grâce à l'équation (2.52). Les différents pics que l'on aperçoit sont dûs au rapprochement du robot de la position singulière.

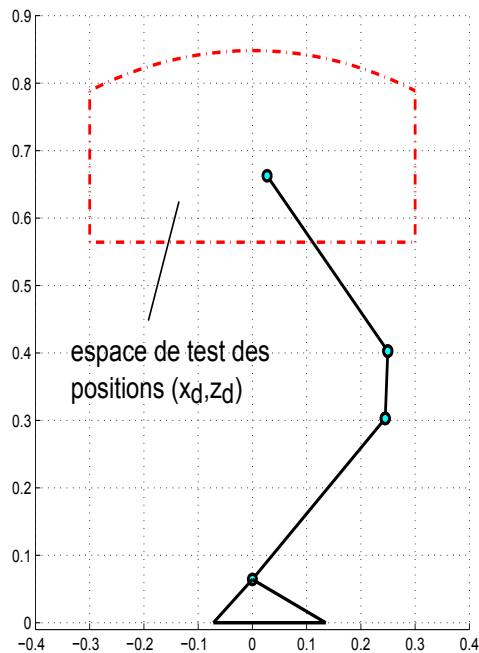


FIGURE 2.9 – Présentation de la jambe de support et de l'espace de test

$$\epsilon = \sqrt{((x_d - x_{H'})^2 + (z_d - z_{H'})^2)} \quad (2.52)$$

avec  $x_d$  et  $z_d$  les positions cartésiennes de l'espace de test.

Dans tous les cas, si la configuration cartésienne ne permet pas de trouver la solution avec le programme de MGI, par exemple lorsque  $L_0 \geq l_1 + l_2$ , le programme fournit un message d'erreur.

## 2.5 Modèle cinématique

L'utilisation des modèles cinématiques est nécessaire pour connaître les vitesses des points remarquables du robot ou bien les vitesses angulaires pendant les phases de mouvement. Les modèles cinématiques direct et inverse vont être détaillés dans ce paragraphe.

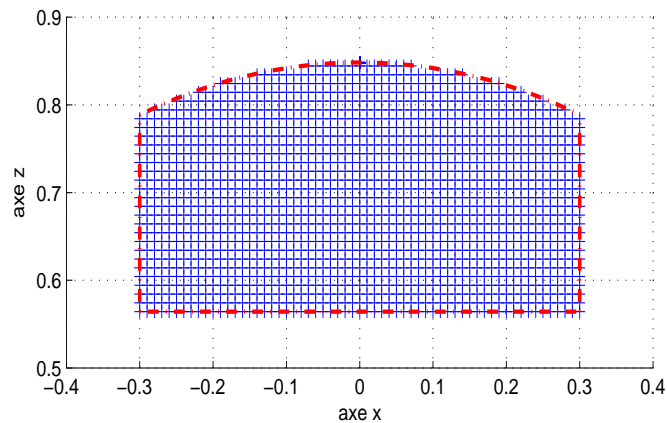


FIGURE 2.10 – Espace atteint par la hanche dans l’espace de recherche. Chaque croix correspond à une position de la hanche.

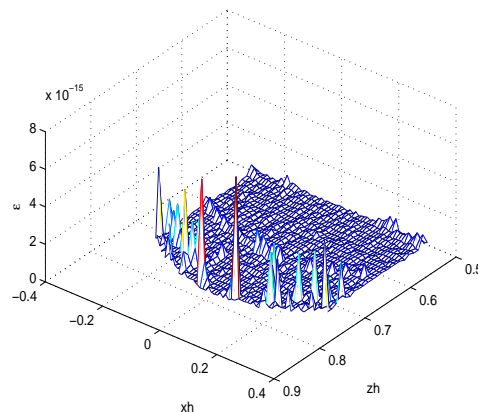


FIGURE 2.11 – Erreur obtenue entre l’espace de recherche et les solutions calculées du MGD

### 2.5.1 Modèle cinématique direct

Le modèle cinématique a pour but de connaître les vitesses d’un point d’un corps en fonction des positions et vitesses angulaires. Ce modèle permet de connaître les vitesses des genoux à contacts roulants et voir leur influence entre les deux structures. Il permet aussi de connaître les vitesses pour calculer les énergies cinétiques. Le modèle cinématique direct s’obtient en dérivant les positions du modèle géométrique direct par rapport au temps. Le modèle cinématique s’écrit sous la forme suivante :

$$\dot{X} = \frac{\partial X}{\partial q} \dot{q} \quad (2.53)$$

L'intérêt de la matrice jacobienne est de pouvoir déterminer les singularités du robot, ainsi que de connaître les efforts sur les organes terminaux, c'est à dire les pieds dans notre cas.

Vitesse de la hanche  $H'$  :

$$\dot{x}_{H'} = -(l'_1 \cos q_1 + r_1 \cos \gamma_1) \dot{q}_1 - (r_2 \cos \gamma_1 + l'_2 \cos q_2) \dot{q}_2 \quad (2.54)$$

$$\dot{z}_{H'} = -(l'_1 \sin q_1 + r_1 \sin \gamma_1) \dot{q}_1 - (r_2 \sin \gamma_1 + l'_2 \sin q_2) \dot{q}_2 \quad (2.55)$$

Vitesse du point  $A_2$  du fémur de support :

$$\dot{x}_{A_2} = \dot{x}_{H'} + l'_2 \dot{q}_2 \cos q_2 \quad (2.56)$$

$$\dot{z}_{A_2} = \dot{z}_{H'} + l'_2 \dot{q}_2 \sin q_2 \quad (2.57)$$

Vitesse du point  $A'_2$  du fémur mobile :

$$\dot{x}_{A'_2} = \dot{x}_{H'} + l'_2 \dot{q}_3 \cos q_3 \quad (2.58)$$

$$\dot{z}_{A'_2} = \dot{z}_{H'} + l'_2 \dot{q}_3 \sin q_3 \quad (2.59)$$

Vitesse du point  $A_1$  du tibia de support :

$$\dot{x}_{A_1} = \dot{x}_{H'} + l'_2 \dot{q}_2 \cos q_2 + (r_1 \dot{q}_1 + r_2 \dot{q}_2) \cos \gamma_1 \quad (2.60)$$

$$\dot{z}_{A_1} = \dot{z}_{H'} + l'_2 \dot{q}_2 \sin q_2 + (r_1 \dot{q}_1 + r_2 \dot{q}_2) \sin \gamma_1 \quad (2.61)$$

Vitesse du point  $A'_1$  du fémur mobile :

$$\dot{x}_{A'_1} = \dot{x}_{H'} + l'_2 \dot{q}_3 \cos q_3 + (r_1 \dot{q}_4 + r_2 \dot{q}_3) \cos \gamma_2 \quad (2.62)$$

$$\dot{z}_{A'_1} = \dot{z}_{H'} + l'_2 \dot{q}_3 \sin q_3 + (r_1 \dot{q}_4 + r_2 \dot{q}_3) \sin \gamma_2 \quad (2.63)$$

Vitesse de la cheville de support  $C'_1$  :

$$\dot{x}_{C'_1} = \dot{x}_{H'} + l'_2 \dot{q}_2 \cos q_2 + (r_1 \dot{q}_1 + r_2 \dot{q}_2) \cos \gamma_1 + l'_1 \dot{q}_1 \cos q_1 \quad (2.64)$$

$$\dot{z}_{C'_1} = \dot{z}_{H'} + l'_2 \dot{q}_2 \sin q_2 + (r_1 \dot{q}_1 + r_2 \dot{q}_2) \sin \gamma_1 + l'_1 \dot{q}_1 \sin q_1 \quad (2.65)$$

Vitesse de la cheville mobile  $C'_2$  :

$$\dot{x}_{C'_2} = \dot{x}_{H'} + l'_2 \dot{q}_3 \cos q_3 + (r_1 \dot{q}_4 + r_2 \dot{q}_3) \cos \gamma_2 + l'_1 \dot{q}_4 \cos q_4 \quad (2.66)$$

$$\dot{z}_{C'_2} = \dot{z}_{H'} + l'_2 \dot{q}_3 \sin q_3 + (r_1 \dot{q}_4 + r_2 \dot{q}_3) \sin \gamma_2 + l'_1 \dot{q}_4 \sin q_4 \quad (2.67)$$

Vitesse des orteils de support  $O'_1$  :

$$\begin{aligned} \dot{x}_{O'_1} &= \dot{x}_{H'} + l'_2 \dot{q}_2 \cos q_2 + (r_1 \dot{q}_1 + r_2 \dot{q}_2) \cos \gamma_1 + l'_1 \dot{q}_1 \cos q_1 \\ &+ ((l_p - L_p) \sin(q_0) + h_p \cos(q_0)) \dot{q}_0 \end{aligned} \quad (2.68)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_{O'_1} &= \dot{z}_{H'} + l'_2 \dot{q}_2 \sin q_2 + (r_1 \dot{q}_1 + r_2 \dot{q}_2) \sin \gamma_1 + l'_1 \dot{q}_1 \sin q_1 \\ &+ ((-l_p + L_p) \cos(q_0) + h_p \sin(q_0)) \dot{q}_0 \end{aligned} \quad (2.69)$$

Vitesse du talon de support  $T'_1$  :

$$\begin{aligned} \dot{x}_{T'_1} &= \dot{x}_{H'} + l'_2 \dot{q}_2 \cos q_2 + (r_1 \dot{q}_1 + r_2 \dot{q}_2) \cos \gamma_1 \\ &+ l'_1 \dot{q}_1 \cos q_1 + (l_p \sin q_0 + h_p \cos q_0) \dot{q}_0 \end{aligned} \quad (2.70)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_{T'_1} &= \dot{z}_{H'} + l'_2 \dot{q}_2 \sin q_2 + (r_1 \dot{q}_1 + r_2 \dot{q}_2) \sin \gamma_1 \\ &+ l'_1 \dot{q}_1 \sin q_1 + (-l_p \sin q_0 + h_p \cos q_0) \dot{q}_0 \end{aligned} \quad (2.71)$$

Vitesse des orteils mobile  $O'_2$  :

$$\begin{aligned}\dot{x}_{O'_2} &= \dot{x}_{H'} + l'_2 \dot{q}_3 \cos q_3 + (r_1 \dot{q}_4 + r_2 \dot{q}_3) \cos \gamma_2 + l'_1 \dot{q}_4 \cos q_4 \\ &+ ((l_p - L_p) \sin(q_5) + h_p \cos(q_5)) \dot{q}_5\end{aligned}\quad (2.72)$$

$$\begin{aligned}\dot{z}_{O'_2} &= \dot{z}_{H'} + l'_2 \dot{q}_3 \sin q_3 + (r_1 \dot{q}_4 + r_2 \dot{q}_3) \sin \gamma_2 + l'_1 \dot{q}_4 \sin q_4 \\ &+ ((-l_p + L_p) \cos(q_5) + h_p \sin(q_5)) \dot{q}_5\end{aligned}\quad (2.73)$$

Vitesse du talon mobile  $T'_2$  :

$$\begin{aligned}\dot{x}_{T'_2} &= \dot{x}_{H'} + l'_2 \dot{q}_3 \cos q_3 + (r_1 \dot{q}_4 + r_2 \dot{q}_3) \cos \gamma_2 \\ &+ l'_1 \dot{q}_4 \cos q_4 + (l_p \sin q_5 + h_p \cos q_5) \dot{q}_5\end{aligned}\quad (2.74)$$

$$\begin{aligned}\dot{z}_{T'_2} &= \dot{z}_{H'} + l'_2 \dot{q}_3 \sin q_3 + (r_1 \dot{q}_4 + r_2 \dot{q}_3) \sin \gamma_2 \\ &+ l'_1 \dot{q}_4 \sin q_4 + (-l_p \sin q_5 + h_p \cos q_5) \dot{q}_5\end{aligned}\quad (2.75)$$

Vitesse aux épaules  $T'$  :

$$\dot{x}_{T'} = \dot{x}_{H'} - l_3 \dot{q}_6 \cos q_6 \quad (2.76)$$

$$\dot{z}_{T'} = \dot{z}_{H'} - l_3 \dot{q}_6 \sin q_6 \quad (2.77)$$

## 2.5.2 Modèle cinématique inverse

Le modèle cinématique inverse (MCI) permet de trouver les solutions des vitesses angulaires à partir des vitesses cartésiennes et de la position angulaire. On le représente par :

$$\dot{q} = \frac{\partial X^{-1}}{\partial q} \dot{X} \quad (2.78)$$

Ce modèle sert d'une part pour initialiser certaines variables au départ des simulations, d'autre part afin de calculer les vitesses articulaires lorsqu'on impose une trajectoire cartésienne.

Dans notre étude, la recherche du MCI est nécessaire pour calculer les vitesses angulaires des jambes dans le cas où le pied est en contact avec le sol. Les vitesses angulaires qui nous intéressent sont les vitesses angulaires des jambes fixe et mobile.

Plusieurs cas sont recensés selon la jambe considérée du robot. Pour déterminer les vitesses angulaires de la jambe de support  $\dot{q}_1$  et  $\dot{q}_2$ , les équations (2.64) et (2.65) permettent de regrouper les termes des vitesses angulaires ce qui donne :

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = J_1^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}_{H'} \\ \dot{z}_{H'} \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

$$\text{avec } J_1 = \begin{bmatrix} -(l'_1 \cos q_1 + r_1 \cos \gamma_1) & -(r_2 \cos \gamma_1 + l'_2 \cos q_2) \\ -(l'_1 \sin q_1 + r_1 \sin \gamma_1) & -(r_2 \sin \gamma_1 + l'_2 \sin q_2) \end{bmatrix}$$

De même, la connaissance de la vitesse cartésienne de la cheville mobile est nécessaire pour déterminer les vitesses absolues de la jambe mobile, soit  $\dot{q}_3$  et  $\dot{q}_4$  à partir des positions angulaires  $q_3$  et  $q_4$  et de la vitesse cartésienne de la hanche. Avec les équations (2.66) et (2.67), on obtient :

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = J_2^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}_{H'} \\ \dot{z}_{H'} \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

$$\text{avec } J_2 = \begin{bmatrix} (-r_2 \cos \gamma_2 - l'_2 \cos q_3) & (-l'_1 \cos q_4 - r_1 \cos \gamma_2) \\ (-r_2 \sin \gamma_2 - l'_2 \sin q_3) & (-l'_1 \sin q_4 - r_1 \sin \gamma_2) \end{bmatrix}$$

## 2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, l'objectif était de présenter le robot bipède avec un genou possédant une cinématique de contacts roulants entre le fémur et le tibia et de présenter les propriétés géométriques de cette structure. Ensuite, nous avons déterminé les modèles géométriques et cinématiques du robot bipède pour cette structure.

Les modèles géométriques direct et inverse ont été développés pour représenter le robot dans l'espace articulaire et cartésien en utilisant un paramétrage explicite. Une validation du modèle géométrique inverse a été effectuée pour donner une idée du domaine d'accessibilité de la hanche dans l'espace cartésien. Le modèle géométrique inverse ainsi développé permet d'éliminer les cas où les contraintes ne sont pas satisfaites comme le genou plié vers l'arrière ou l'impossibilité d'atteindre un point hors du champ d'action de la jambe.

Le modèle cinématique direct a été établi afin de connaître les vitesses cartésiennes des points du robot en fonction des vitesses angulaires et de la position angulaire du robot. Le modèle cinématique inverse permet de calculer les vitesses angulaires des jambes en tenant compte de la position des chevilles et de la hanche quelles que soient les vitesses cartésiennes des hanches.

Les modèles développés seront utilisés pour simuler le robot pendant la marche. Dans le chapitre suivant, nous allons développer le modèle dynamique de robot avec le genou à contacts roulants. Ce modèle permettra de connaître l'énergie nécessaire au robot pendant la marche.

# Chapitre 3

## Le modèle dynamique d'un robot

### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons développer le modèle dynamique inverse (MDyI) d'un robot avec la structure de genoux roulants pour les différentes phases de mouvement. Nous entendons par différentes phases de mouvement, les phases de simple support (cas d'un pied en contact avec le sol) et les phases de double support avec les deux pieds en appui sur le sol. Nous rappelons que nous nous intéressons avant tout à la marche des robots bipèdes. Ce modèle permet de connaître les couples durant le mouvement de marche et les forces exercées sur le robot lorsqu'il y a contact entre les pieds et le sol. Il permet donc de déterminer le comportement du robot durant la marche.

Les modèles dynamiques de la structure de genoux à liaison rotoïde ont été largement étudiés dans les travaux de Miossec [50], Wieber [84], Bessonnet [15] et ne sont pas repris ici. Cependant, ces travaux nous servent à établir la méthodologie. Le modèle correspondant est détaillé en annexe B.

La phase de contact entre les pieds du robot et le sol est très importante. Cette phase d'impact modélise le comportement du corps venant en contact avec le sol à des vitesses non-nulles.

L'objectif de ce chapitre est d'établir le modèle dynamique du robot avec la cinématique de genoux à contacts roulants.

### 3.2 Modélisation dynamique du robot

#### 3.2.1 Méthodes d'obtention du MDyI

Il existe plusieurs formalismes pour calculer le modèle dynamique inverse d'un robot dont le formalisme d'Euler-Lagrange, le principe des travaux virtuels et la méthode de Newton-Euler. Le choix du formalisme de Euler-Lagrange simplifie le nombre de calculs du MDyI en symbolique [44].

Les équations de mouvement sont détaillées en termes de travail et d'énergie du système. Lorsque l'effort sur l'organe terminal est nul, les équations de Lagrange sont les suivantes :

$$\Xi_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{X}_i} - \frac{\partial L}{\partial X_i} \quad i = 1, \dots, n_X \quad (3.1)$$



avec  $L = E - U$  le Lagrangien du système,  $E$  étant l'énergie cinétique totale du système et  $U$  représentant l'énergie potentielle totale du système.  $n_X$  le nombre de variable du vecteur de position en absolu. On suppose ici que les corps ne possèdent pas d'énergie interne variable (pas d'éléments compliant).  $\Xi_i$  correspond à la force ou au couple résultant de la dynamique des corps  $C_i$ .

La figure 3.1 présente les notations pour les couples articulaires et les centres de gravité des corps composants le robot à genoux roulants. Afin de simplifier l'écriture du modèle dynamique, nous considérons les corps du robot modélisés par des masses ponctuelles placées au centre de gravité positionné sur l'axe de symétrie du corps considéré. Cette hypothèse réduit le nombre de paramètres définissant le modèle de chaque corps. On appelle donc  $m_0$  la masse des pieds,  $m_1$  celle des tibias,  $m_2$  celle des cuisses et  $m_3$  la masse du tronc. Les positions des centres de gravité des tibias sont repérées par  $s_1 = d(G'_1 C g_1) = d(G'_2 C g_4)$ ,  $s_2 = d(H' C g_2) = d(H' C g_3)$  pour les cuisses, et  $s_3 = d(H' C g_6)$  pour le tronc. Pour les pieds, nous avons  $s_x = d(F'_1 C g_0) = d(F'_2 C g_5)$  et  $s_z = d(C'_1 C g_0) = d(C'_2 C g_5)$  comme détaillé sur la figure 3.2. De plus, nous tenons compte du moment d'inertie de chaque corps autour de l'axe  $\vec{y}$  calculé au centre de gravité. On note ces moments d'inertie  $I_0$  pour les pieds,  $I_1$  pour les tibias,  $I_2$  pour les cuisses et  $I_3$  pour le tronc.

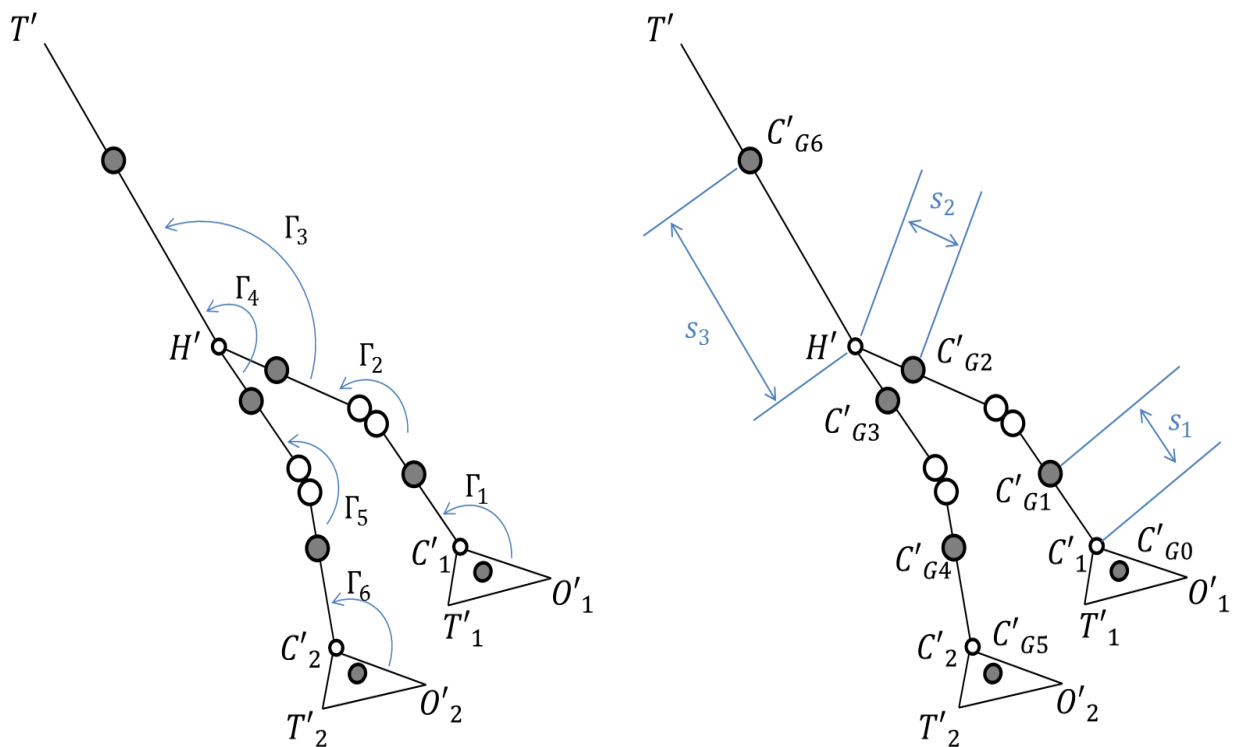


FIGURE 3.1 – Représentation dynamique du robot bipède avec les genoux roulants.

Toutes les positions des centres de gravité sont calculées à partir de la position de la hanche. Les coordonnées des centres de gravité de chaque corps repéré sur la

figure 3.1 dans le repère fixe sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{C'_{G_0}} = x_{H'} + l'_2 \sin q_2 + (r_1 + r_2) \sin \gamma_1 + l'_1 \sin q_1 + s_z \sin q_0 + s_x \cos q_0 \\ z_{C'_{G_0}} = z_{H'} - l'_2 \cos q_2 - (r_1 + r_2) \cos \gamma_1 - l'_1 \cos q_1 - s_z \cos q_0 + s_x \sin q_0 \\ x_{C'_{G_1}} = x_{H'} + l'_2 \sin q_2 + (r_1 + r_2) \sin \gamma_1 + (s_1 - r_1) \sin(q_1) \\ z_{C'_{G_1}} = z_{H'} - l'_2 \cos q_2 - (r_1 + r_2) \cos \gamma_1 - (s_1 - r_1) \cos(q_1) \\ x_{C'_{G_2}} = x_{H'} + s_2 \sin q_2 \\ z_{C'_{G_2}} = z_{H'} - s_2 \cos q_2 \\ x_{C'_{G_3}} = x_{H'} + s_2 \sin q_3 \\ z_{C'_{G_3}} = z_{H'} - s_2 \cos q_3 \\ x_{C'_{G_4}} = x_{H'} + l'_2 \sin q_3 + (r_1 + r_2) \sin \gamma_2 + (s_1 - r_1) \sin q_4 \\ z_{C'_{G_4}} = z_{H'} - l'_2 \cos q_3 - (r_1 + r_2) \cos \gamma_2 - (s_1 - r_1) \cos q_4 \\ x_{C'_{G_5}} = x_{H'} + l'_2 \sin q_3 + (r_1 + r_2) \sin \gamma_2 + l'_1 \sin q_4 + s_z \sin q_5 + s_x \cos q_5 \\ z_{C'_{G_5}} = z_{H'} - l'_2 \cos q_3 - (r_1 + r_2) \cos \gamma_2 - l'_1 \cos q_4 - s_z \cos q_5 + s_x \sin q_5 \\ x_{C'_{G_6}} = x_{H'} - s_3 \sin q_6 \\ z_{C'_{G_6}} = z_{H'} + s_3 \cos q_6 \end{array} \right. \quad (3.2)$$

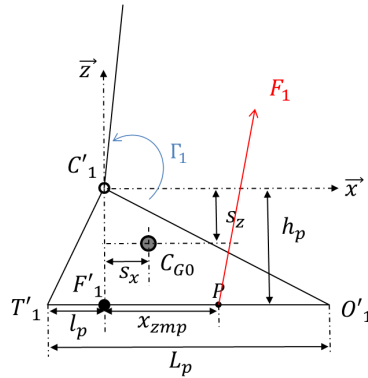


FIGURE 3.2 – Description du pied pour la jambe de support avec le centre de masse.

Avec les simplifications des modèles des corps explicités précédemment, nous pouvons exprimer les énergies cinétique et potentielle de l'ensemble du robot. L'énergie cinétique totale  $E$  du système est calculée à partir de l'expression suivante :

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n_c-1} \left( (I_i \dot{q}_i^2) + (m_i (\dot{x}_{C'_{G_i}}^2 + \dot{z}_{C'_{G_i}}^2)) \right) \quad (3.3)$$

avec  $n_c$  le nombre de corps,  $I_i$  le moment d'inertie du corps  $i$  autour de l'axe  $\vec{y}$  calculé au point  $C'_{G_i}$ ,  $\dot{x}_{C'_{G_i}}$  et  $\dot{z}_{C'_{G_i}}$  les coordonnées du vecteur vitesse du centre de gravité  $C'_{G_i}$  du corps  $i$ .

L'énergie potentielle totale  $U$  du système est calculée à partir de l'expression suivante :

$$U = \sum_{i=0}^{n_c-1} (m_i g z_{C'_{G_i}}) \quad (3.4)$$

avec  $m_i$  la masse du corps  $C_i$ ,  $g$  l'accélération de la pesanteur et  $z_{C'_{G_i}}$  la position en  $z$  du centre de gravité du corps  $C_i$  définie par l'équation (B.1).

$\Gamma_1$  et  $\Gamma_6$  sont les couples articulaires exercés par les pieds (de support et mobile) sur les tibias (de support et mobile) suivant l'axe des chevilles en  $C_1$  et  $C_2$  ou  $C'_1$  et  $C'_2$  selon la configuration du robot.  $\Gamma_3$  et  $\Gamma_4$  sont les couples articulaires exercés par les cuisses sur le tronc suivant l'axe de la hanche en  $H$  ou  $H'$ . Pour la configuration à genoux roulants, les couples virtuels  $\Gamma_2$  et  $\Gamma_5$  sont les couples autour de l'axe  $\vec{y}$  exercés par les tibias sur les cuisses au point de contact. Nous discuterons dans le paragraphe 3.4 d'une autre possibilité de placement des actionneurs sur les genoux et détaillerons les modifications que cela entraîne sur le modèle dynamique. Le choix de  $\Gamma_2$  et  $\Gamma_5$  est fait pour comparer les couples du robot à genoux roulants au robot à genoux rotoïdes. Le vecteur des couples est noté  $\Gamma = [\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4, \Gamma_5, \Gamma_6]^T$ .

La position du centre de gravité total du robot souvent appelé centre de masse est définie par :

$$x_{C'_G} = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{n_c-1} x_{C'_G_i} \quad (3.5)$$

$$z_{C'_G} = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{n_c-1} z_{C'_G_i} \quad (3.6)$$

La vitesse du centre de masse du robot est calculée par dérivation de la position du centre de masse. L'observation du centre de masse du robot sera effectuée dans le chapitre 6. La comparaison avec le robot à genoux rotoïdes permettra de découvrir l'influence de la nouvelle cinématique.

Le robot est composé de 6 actionneurs placés aux articulations.

Le calcul de la matrice d'actionnement  $B$  de dimension  $(9 \times 6)$ , est effectué suivant le principe des travaux virtuels. On pose  $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6]^T$ , les variables articulaires relatives actionnées pour le mouvement du robot :

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_1 = q_1 - q_0 \\ \theta_2 = q_2 - q_1 \\ \theta_3 = q_6 - q_2 \\ \theta_4 = q_6 - q_3 \\ \theta_5 = q_3 - q_4 \\ \theta_6 = q_4 - q_5 \end{array} \right. \quad (3.7)$$

La figure 3.3 présente les angles relatifs du robot avec genoux à contact roulant.

Il suffit de dériver la variable  $\theta$  en fonction du vecteur d'état  $X$  pour trouver la matrice d'actionnement  $B$ .

$$B = \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^T \quad (3.8)$$

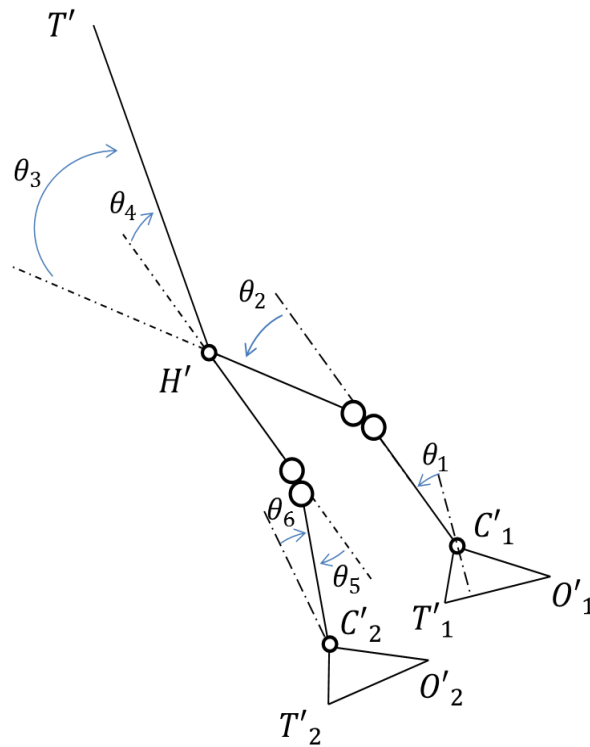


FIGURE 3.3 – Représentation des angles relatifs du robot bipède avec les genoux roulants.

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Les vitesses articulaires  $\dot{\theta}_i$  sont obtenues par dérivation des variables articulaires  $\theta$  et s'écrivent sous la forme suivante :

$$\dot{\theta}_1 = \dot{q}_1 - \dot{q}_0 \quad (3.10)$$

$$\dot{\theta}_2 = \dot{q}_2 - \dot{q}_1 \quad (3.11)$$

$$\dot{\theta}_3 = \dot{q}_6 - \dot{q}_2 \quad (3.12)$$

$$\dot{\theta}_4 = \dot{q}_6 - \dot{q}_3 \quad (3.13)$$

$$\dot{\theta}_5 = \dot{q}_3 - \dot{q}_4 \quad (3.14)$$

$$\dot{\theta}_6 = \dot{q}_4 - \dot{q}_5 \quad (3.15)$$

### 3.2.2 Calcul des matrices du MDyI

Avec la méthode détaillée auparavant et l'équation de Lagrange (3.1), le modèle dynamique peut se mettre sous la forme :

$$D(X)\ddot{X} + H(X, \dot{X}) + Q(X) = \Xi \quad (3.16)$$

où  $D(X)$  est la matrice d'inertie de dimension  $(9 \times 9)$ ,  $H(X, \dot{X})$  représente le vecteur des effets centrifuges et de Coriolis de dimension  $(9 \times 1)$ ,  $Q(X)$  est le vecteur des effets de la gravité de dimension  $(9 \times 1)$ .

Notre modèle est complet si on fait interagir les pieds du robot sur le sol. Nous devons considérer les forces générées sur les deux pieds par le sol. Le modèle dynamique devient donc :

$$D(X)\ddot{X} + H(X, \dot{X}) + Q(X) = B\Gamma(q, \dot{q}, \ddot{q}) + A_{c1}(X)^T F_1 + A_{c2}(X)^T F_2 \quad (3.17)$$

avec  $B$  représente la matrice d'actionnement de dimension  $(9 \times 6)$ .  $\Gamma(q, \dot{q}, \ddot{q})$  correspondant aux couples d'actionnement.  $A_{c1}(X)$  et  $A_{c2}(X)$  représentant les matrices jacobiennes de contact sur les pied 1 et 2.  $F_1$  et  $F_2$  représente les torseurs d'interaction du sol sur chacun des pieds du robot. Suivant les phases de mouvement (simple support, double support, double support avec rotation sur l'arête d'un pied), la représentation des torseurs n'est pas la même. Le calcul des matrices jacobiennes intervenant suivant les phases de marche est détaillé dans les paragraphes 3.5 et 3.6.

Le calcul des matrices  $D(X)$ ,  $H(X, \dot{X})$ ,  $Q(X)$  s'effectue à partir des équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} D(X) = \frac{\partial^2 E}{\partial \dot{X}^2} \\ \left\{ \begin{array}{l} H_{ij} = \sum_{k=1}^n c_{i,jk} \dot{X}_k \\ c_{i,jk} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial D_{ij}}{\partial X_k} + \frac{\partial D_{ik}}{\partial X_j} + \frac{\partial D_{jk}}{\partial X_i} \right) \end{array} \right. \\ Q = \frac{\partial U}{\partial X} \end{array} \right. \quad (3.18)$$

Le calcul des matrices jacobiennes  $A_{c1}(X)$  et  $A_{c2}(X)$  est obtenu par dérivation du travail virtuel par les forces extérieures exercées sur les pieds du robot.

$$A_{c1}(X) = \frac{\partial \Xi}{\partial F_1} \quad (3.19)$$

$$A_{c2}(X) = \frac{\partial \Xi}{\partial F_2} \quad (3.20)$$

Les dimensions des matrices  $A_{c1}(X)$  et  $A_{c2}(X)$  dépendent du type de contact entre les pieds et le sol durant la marche.

## 3.3 Etude du modèle dynamique

Notre étude basée sur le modèle de la structure à genoux roulants apporte des modifications dans les matrices du modèle dynamique calculé précédemment. L'objectif de ce paragraphe est de montrer les différences entre le modèle dynamique d'un

robot à genoux rotoïdes et celui défini précédemment. L'annexe B donne le détail du modèle dynamique d'un robot bipède à structure de genoux rotoïdes. Ce modèle est défini par la matrice d'inertie notée  $Dc$ , le vecteur de centrifuges et Coriolis notée  $Hc$  et le vecteur de gravité notée  $Qc$ . Nous allons d'abord détailler les différences entre les vecteurs de gravité des deux modèles de robots.

$$\begin{aligned}
Q_1 &= Qc_1 \\
Q_2 &= Qc_2 - gr_1((m_1 + m_0)(\sin q_1 - \sin \gamma_1)) \\
Q_3 &= Qc_3 - gr_2((m_1 + m_0)(\sin q_2 - \sin \gamma_1)) \\
Q_4 &= Qc_4 - gr_2((m_1 + m_0)(\sin q_3 - \sin \gamma_2)) \\
Q_5 &= Qc_5 - gr_1((m_1 + m_0)(\sin q_4 - \sin \gamma_2)) \\
Q_6 &= Qc_6 \\
Q_7 &= Qc_7 \\
Q_8 &= Qc_8 \\
Q_9 &= Qc_9
\end{aligned}$$

On peut voir que les coefficients du vecteur  $Q_i$  sont égaux à ceux du vecteur  $Qc_i$  pour  $i = [1, 6, 7, 8, 9]$  malgré l'ajout du contact roulant aux genoux. L'influence de ces coefficients n'est pas changée entre les deux structures. Regardons alors les coefficients  $Q_2$ ,  $Q_3$ ,  $Q_4$  et  $Q_5$ . Pour analyser ces coefficients, posons que les rayons  $r_1$  et  $r_2$  sont égaux. Pour chaque coefficient, on peut écrire :

$$\begin{aligned}
Q_2 &= Qc_2 - gr_1((m_1 + m_0) \left( 2 \cos \left( \frac{3q_1 + q_2}{4} \right) \sin \left( \frac{q_1 - q_2}{4} \right) \right)) \\
Q_3 &= Qc_3 - gr_2((m_1 + m_0) \left( 2 \cos \left( \frac{3q_2 + q_1}{4} \right) \sin \left( \frac{q_2 - q_1}{4} \right) \right)) \\
Q_4 &= Qc_4 - gr_2((m_1 + m_0) \left( 2 \cos \left( \frac{3q_3 + q_4}{4} \right) \sin \left( \frac{q_3 - q_4}{4} \right) \right)) \\
Q_5 &= Qc_5 - gr_1((m_1 + m_0) \left( 2 \cos \left( \frac{3q_4 + q_3}{4} \right) \sin \left( \frac{q_4 - q_3}{4} \right) \right))
\end{aligned}$$

Pour les trajectoires de marche recherchées, les termes en cosinus sont proches de 1 et on peut approximer les termes en sinus à l'ordre 1. Les coefficients  $Qc_j$  pour  $j = [2, 3, 4, 5]$  peuvent alors s'écrire :

$$\begin{aligned}
Q_2 &\simeq g \left( q_1(m_0l_1 + m_1s_1) - r_1((m_1 + m_0) \left( \frac{q_1 - q_2}{2} \right)) \right) \\
Q_3 &\simeq g \left( q_2((m_0 + m_1)l_2 + m_2s_2) - r_2((m_1 + m_0) \left( \frac{q_2 - q_1}{2} \right)) \right) \\
Q_4 &\simeq g \left( q_3((m_0 + m_1)l_2 + m_2s_2) - r_2((m_1 + m_0) \left( \frac{q_3 - q_4}{2} \right)) \right) \\
Q_5 &\simeq g \left( q_4(m_0l_1 + m_1s_1) - r_1((m_1 + m_0) \left( \frac{q_4 - q_3}{2} \right)) \right)
\end{aligned}$$

Pendant la marche, la jambe de support est la plus raide possible,  $(q_2 - q_1)$  est alors proche de zéro. La jambe mobile a besoin de se plier pour passer le pied au-dessus du sol, alors  $(q_3 - q_4)$  est supérieur à zéro. L'influence majeure se trouve sur la jambe mobile où l'on observe une élévation virtuelle du centre de gravité. Le robot à genoux roulants modifie le centre de masse virtuel.

Pour l'étude de la matrice d'inertie, on constate que les deux matrices  $D(X)$  et  $Dc(X)$  sont toutes les deux de dimension  $(9 \times 9)$  et ont la même forme, c'est à dire les mêmes éléments nuls. La matrice  $D$  est présentée dans l'équation (3.21).

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{18} & D_{19} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{28} & D_{29} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{38} & D_{39} \\ 0 & 0 & 0 & D_{44} & D_{45} & D_{46} & 0 & D_{48} & D_{49} \\ 0 & 0 & 0 & D_{54} & D_{55} & D_{56} & 0 & D_{58} & D_{59} \\ 0 & 0 & 0 & D_{64} & D_{65} & D_{66} & 0 & D_{68} & D_{69} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{77} & D_{78} & D_{79} \\ D_{81} & D_{82} & D_{83} & D_{84} & D_{85} & D_{86} & D_{87} & D_{88} & 0 \\ D_{91} & D_{92} & D_{93} & D_{94} & D_{95} & D_{96} & D_{97} & 0 & D_{99} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Par contre, les termes non-nuls de la matrice  $D$  peuvent être obtenus à partir de ceux de la matrice  $Dc$  en ajoutant des termes supplémentaires précisés dans les équations suivantes :

$$\begin{aligned} D_{11} &= D_{66} = Dc_{11} \\ D_{12} &= D_{21} = Dc_{12} + m_0 r_1 (s_z (\cos \alpha_1 - \cos \theta_1) + s_x (\sin \alpha_1 - \sin \theta_1)) \\ D_{13} &= D_{31} = Dc_{13} + m_0 r_2 (s_z (\cos \alpha_1 - \cos(q_2 - q_0)) + s_x (\sin \alpha_1 - \sin(q_2 - q_0))) \\ D_{22} &= Dc_{22} + 2r_1 ((m_1 (r_1 - s_1) - m_0 l'_1) + (m_1 (s_1 - r_1) + m_0 l'_1) \cos(\alpha_3)) \\ D_{23} &= D_{32} = Dc_{23} + (m_1 l'_2 + m_0 l'_2) r_1 \cos \alpha_2 + (m_0 l'_1 + m_1 (s_1 - r_1)) r_2 \cos \alpha_3 \\ &\quad - ((m_1 + m_0) r_1 l'_2 + m_0 (l_1 + s_1) r_2) \cos(q_1 - q_2) + (m_1 + m_0) r_1 r_2 \\ D_{33} &= Dc_{33} + 2r_2 ((m_1 + m_0) l'_2 \cos(\alpha_2) - l'_2) \\ D_{44} &= Dc_{44} + 2r_2 ((m_1 + m_0) l'_2 \cos(\alpha_5) - l'_2) \\ D_{45} &= D_{54} = Dc_{54} + (m_1 r_2 (s_1 - r_1) + m_0 r_2 l'_1) \cos \alpha_4 + (m_0 + m_1) l'_2 r_1 \cos \alpha_5 \\ &\quad + (m_0 (-l_2 r_1 - l'_1 r_2) + m_1 (-r_2 s_1 - l'_2 r_1)) \cos(-q_3 + q_4) + (m_1 + m_0) r_1 r_2 \\ D_{46} &= D_{64} = Dc_{64} - m_0 r_2 (s_z (\cos(q_3 - q_5) - \cos \alpha_6) + s_x (\sin(q_3 - q_5) - \sin \alpha_6)) \\ D_{55} &= Dc_{55} + 2r_1 ((m_1 (r_1 - s_1) - m_0 l'_1) + (m_1 (s_1 - r_1) + m_0 l'_1) \cos(\alpha_4)) \\ D_{56} &= D_{65} = Dc_{56} + m_0 r_1 (s_x (\sin \alpha_6 - \sin \theta_6) + s_z (\cos \alpha_6 - \cos \theta_6)) \\ D_{18} &= D_{81} = Dc_{18} \\ D_{19} &= D_{91} = Dc_{19} \\ D_{28} &= D_{82} = Dc_{28} - r_1 (m_0 (\cos q_1 - \cos \gamma_1) + m_1 (\cos q_1 - \cos \gamma_1)) \\ D_{29} &= D_{92} = Dc_{29} + r_1 (m_1 (\sin \gamma_1 - \sin q_1) + m_0 (\sin \gamma_1 - \sin q_1)) \\ D_{38} &= D_{83} = Dc_{38} + r_2 (m_1 (\cos \gamma_1 - \cos q_2) + m_0 (\cos \gamma_1 - \cos q_2)) \\ D_{39} &= D_{93} = Dc_{39} - r_2 (m_1 (\sin q_2 - \sin \gamma_1) + m_0 (\sin q_2 - \sin \gamma_1)) \\ D_{48} &= D_{84} = Dc_{48} - r_2 (m_0 (\cos q_3 - \cos \gamma_2) + m_1 (\cos q_3 - \cos \gamma_2)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{49} &= D_{94} = Dc_{49} - r_2(m_1(\sin q_3 - \sin \gamma_2) + m_0(\sin q_3 - \sin \gamma_2)) \\
 D_{58} &= D_{85} = Dc_{58} + r_1(m_0(\cos \gamma_2 - \cos q_4) + m_1(\cos \gamma_2 - \cos q_4)) \\
 D_{59} &= D_{95} = Dc_{59} + r_1(m_0(\sin \gamma_2 - \sin q_4) + m_1(\sin \gamma_2 - \sin q_4)) \\
 D_{68} &= D_{86} = Dc_{68} \\
 D_{69} &= D_{96} = Dc_{69} \\
 D_{77} &= Dc_{77} \\
 D_{78} &= D_{87} = Dc_{78} \\
 D_{79} &= D_{97} = Dc_{79} \\
 D_{88} &= D_{99} = Dc_{88}
 \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= (-q_0r_1 - q_0r_2 + r_1q_1 + r_2q_2)/(r_1 + r_2) \\
 \alpha_2 &= r_1(q_1 - q_2)/(r_1 + r_2) \\
 \alpha_3 &= r_2(q_1 - q_2)/(r_1 + r_2) \\
 \alpha_4 &= r_2(-q_3 + q_4)/(r_1 + r_2) \\
 \alpha_5 &= r_1(-q_3 + q_4)/(r_1 + r_2) \\
 \alpha_6 &= (r_1q_4 + r_2q_3 - q_5r_1 - q_5r_2)/(r_1 + r_2)
 \end{aligned}$$

La même comparaison que précédemment est effectuée à l'aide des mêmes hypothèses. Les termes  $D_{j8}$  et  $D_{j9}$   $j = [2, 3, 4, 5]$  ont les mêmes caractéristiques que pour la matrice  $Q$ . On peut donc conclure dans ce cas que le genou roulant augmente le couplage inertielle entre le tibia et la cuisse car les termes ajoutés du genou roulant sont positifs. Pour les termes d'inertie des pieds et du tronc, le genou à contact roulant n'influence pas ces termes. Pour les termes  $D_{23}$  et  $D_{45}$ , le couplage inertiel est augmentée respectivement pour la jambe fixe et pour la jambe mobile. Pour les derniers termes  $D_{12}$ ,  $D_{13}$ ,  $D_{46}$  et  $D_{56}$ , l'analyse ne peut se faire qu'avec l'étude des trajectoires.

### 3.4 Placement des actionneurs et modification du MDyI

Pour cette étude, le placement des moteurs des genoux est envisagé sur l'axe du cylindre de contact du fémur. Les couples  $\Gamma_2$  et  $\Gamma_5$  sont exercés suivant l'axe du centre du cercle de rayon  $r_2$  au point  $A_2$  sur la figure 3.4. L'actionnement de cette articulation s'effectue au point  $A_2$ . La liaison rotoïde en  $A_1$  est passive ce qui a pour effet de n'avoir qu'un actionneur pour cette articulation. La masse du robot reste inchangée. La figure 3.4 montre le couple d'actionnement au point d'application  $A_2$ .

Les variables  $\theta$  et  $B$  sont modifiées. Pour comparer nos structures, nous posons  $\theta_\Gamma$  et  $B_\Gamma$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_{\Gamma_1} = q_1 - q_0 \\ \theta_{\Gamma_2} = q_2 - \gamma_1 \\ \theta_{\Gamma_3} = q_6 - q_2 \\ \theta_{\Gamma_4} = q_6 - q_3 \\ \theta_{\Gamma_5} = q_3 - \gamma_2 \\ \theta_{\Gamma_6} = q_4 - q_5 \end{array} \right. \quad (3.22)$$



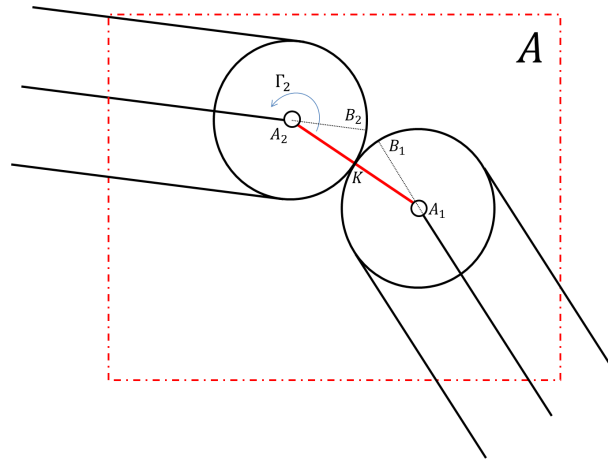


FIGURE 3.4 – Description de l'actionnement au niveau du genou roulant pour la jambe de support.

Les figures 3.5 et 3.6 présente les angles relatifs du robot avec genoux à contact roulant et barre d'actionnement.

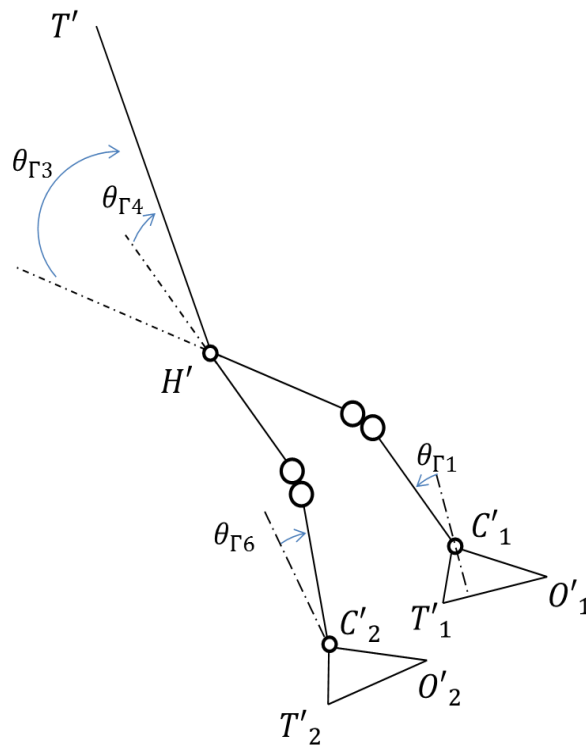
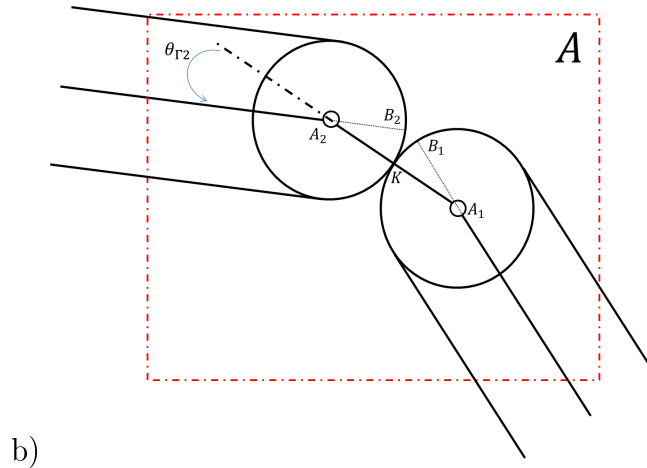


FIGURE 3.5 – Représentation des angles relatifs du robot bipède avec les genoux roulants.

Il suffit de dériver la variable  $\theta_{\Gamma}$  en fonction du vecteur d'état  $X$  pour trouver la


 FIGURE 3.6 – Représentation de l'angle relatif  $\theta_2$  sur la jambe de support.

matrice d'actionnement  $B_\Gamma$ .

$$B_\Gamma = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -\frac{r_1}{r_1+r_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r_1}{r_1+r_2} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & \frac{r_1}{r_1+r_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{r_1}{r_1+r_2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Les rayons de la structure du genou interviennent directement dans l'actionnement des genoux. Le déport de l'actionneur au point  $A_2$  ou  $A'_2$  apporte un couplage naturel dû aux rayons des cylindres en contact. Nous verrons dans le chapitre 6, l'influence qu'il peut y avoir entre la cinématique dues aux rayons et la consommation énergétique du robot.

Les vitesses articulaires  $\dot{\theta}_\Gamma$  sont obtenues par dérivation des variables articulaires  $\theta_\Gamma$  et s'écrivent sous la forme suivante :

$$\dot{\theta}_{\Gamma_1} = \dot{q}_1 - \dot{q}_0 \quad (3.24)$$

$$\dot{\theta}_{\Gamma_2} = r_1(\dot{q}_2 - \dot{q}_1)/(r_1 + r_2) \quad (3.25)$$

$$\dot{\theta}_{\Gamma_3} = \dot{q}_6 - \dot{q}_2 \quad (3.26)$$

$$\dot{\theta}_{\Gamma_4} = \dot{q}_6 - \dot{q}_3 \quad (3.27)$$

$$\dot{\theta}_{\Gamma_5} = r_1(\dot{q}_3 - \dot{q}_4)/(r_1 + r_2) \quad (3.28)$$

$$\dot{\theta}_{\Gamma_6} = \dot{q}_4 - \dot{q}_5 \quad (3.29)$$

### 3.5 Le modèle dynamique inverse en simple support

Une phase de simple support est définie par un pied en contact avec le sol et l'autre pied en mouvement donc libre. La figure 3.7 montre le mouvement effectué par les pieds pendant la phase de marche. Le pied fixe arrive en impact à plat, puis le pied mobile décolle instantanément. Pendant que le pied mobile est en mouvement, le robot est en phase de simple support (SS).

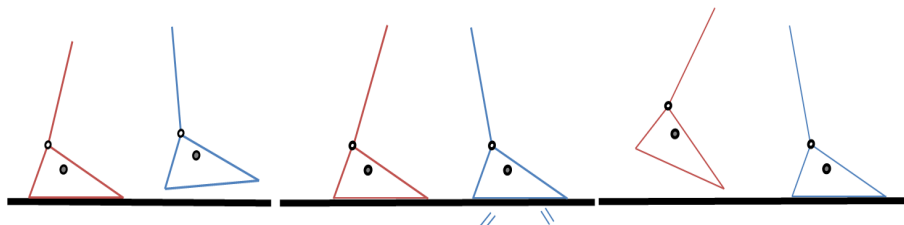


FIGURE 3.7 – Représentation des pieds pendant le mouvement de marche avec la phase de simple support.

Durant la phase de simple support, la force sur le pied mobile est nulle. L'équation (3.17) se simplifie et devient :

$$D(X)\ddot{X} + C(X, \dot{X}) + Q(X) = B\Gamma(q, \dot{q}, \ddot{q}) + A_{c1}(X)^T F_1 \quad (3.30)$$

Pendant la phase de simple support, le torseur des forces extérieures  $F_1$  exercée sur le pied par le sol est non-nulle et égale à :

$$F_1 = \begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{1z} \\ C_y \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Le torseur  $F_1$  est appliqué au *Zero Moment Point* (ZMP). Dans le cas du simple appui, le centre de pression et le ZMP sont confondus [26] [82]. Le moment  $C_y$  est le couple nécessaire pour que le pied reste en contact avec le sol. La connaissance de la position du ZMP est essentielle pour savoir si le robot ne tombe pas pendant la marche. Lorsque le ZMP est dans la polygone de sustentation, le robot est en position stable sur son pied d'appui, si la position du ZMP est en dehors de cette surface, le robot est en déséquilibre. En phase de simple support, le calcul du ZMP est le suivant :

$$x_{ZMP} = \frac{C_y + s_x m_0 g - h_p F_{1x}}{F_{1z}} \quad (3.32)$$

Cette relation est calculée à partir des forces et moment exercés sur le pied fixe pour que ce pied reste à l'équilibre en rotation autour de la cheville et donc que le pied fixe ne décolle pas du sol :

$$-\Gamma_1 + \begin{bmatrix} x_{ZMP} \\ 0 \\ -h_p \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} F_{1x} \\ 0 \\ F_{1z} \end{bmatrix} + m_0 \begin{bmatrix} x_{C'_G} \\ 0 \\ z_{C'_G} \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} = 0 \quad (3.33)$$

où  $m_0$  est la masse du pied. Ici,  $C_y$  est égal à  $-\Gamma_1$ .

Le modèle dynamique inverse est obtenu par dérivation des contraintes de liaisons [15]. Cette méthode permet de connaître les dérivées secondes des contraintes de

liaison et aide à la résolution du système (3.30) en faisant apparaître les accélérations. Dans le cas du simple support, le pied est en contact au point  $O'_1$ . L'angle  $q_0$  est égal à zéro. Pour que le pied reste en contact avec le sol, nous projettons les forces d'application sur la cheville munie de son actionneur.

Pour satisfaire les contraintes sur le pied du robot, on pose :

$$C'_1(X) = \begin{bmatrix} x_{C'_1} \\ z_{C'_1} \\ q_0 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

La dérivation de cette équation permet d'obtenir les contraintes aux niveaux des vitesses (3.35) et des accélérations (3.36).

$$A_{c1}(X)\dot{X} = 0 \quad (3.35)$$

$$A_{c1}(X)\ddot{X} + H_{c1}(X, \dot{X}) = 0 \quad (3.36)$$

avec  $A_{c1}$  tel que :

$$A_{c1} = \begin{bmatrix} 0 & r_1 \cos(\gamma_1) + l'_1 \cos(q_1) & r_2 \cos(\gamma_1) + l'_2 \cos(q_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & r_1 \sin(\gamma_1) + l'_1 \sin(q_1) & r_2 \sin(\gamma_1) + l'_2 \sin(q_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

avec  $H_{c1}$  tel que :

$$H_{c1}(X, \dot{X}) = \dot{A}_{c1}\dot{X} \quad (3.38)$$

On peut trouver des explications plus détaillées dans [44].

Les angles dans ces équations sont connus grâce à la position cartésienne de la hanche et le contact du pied au sol. La résolution du MGD donne les angles des  $q_1$  et  $q_2$  et les angles  $q_3$  et  $q_4$ . Les contraintes en accélération permettent de déterminer les accélérations de la hanche et de résoudre le modèle dynamique.

Nous aborderons la résolution de ce système dans le paragraphe 3.7.

### 3.6 Le modèle dynamique inverse en double support avec rotation du pied sur l'arête des orteils

La figure 3.8 montre le mouvement de marche effectué par les pieds pendant un cycle détaillant une phase de double support (DS). Le pied 1 arrive en impact à plat. Le pied 2 effectue une rotation sur les orteils en  $O'_2$ , le talon  $T'_2$  décolle. Cette phase s'effectue durant un temps de double support  $T_{DS}$ . Le pied 2 décolle et le robot est en phase de simple support durant un temps de simple support  $T_{SS}$  puis arrive en impact.

Pour effectuer la rotation autour des orteils, posons les équations de contraintes géométriques :

$$C'_1(X) = \begin{bmatrix} x_{C'_1} \\ z_{C'_1} \\ q_0 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$O'_2(X) = \begin{bmatrix} x_{O'_2} \\ z_{O'_2} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

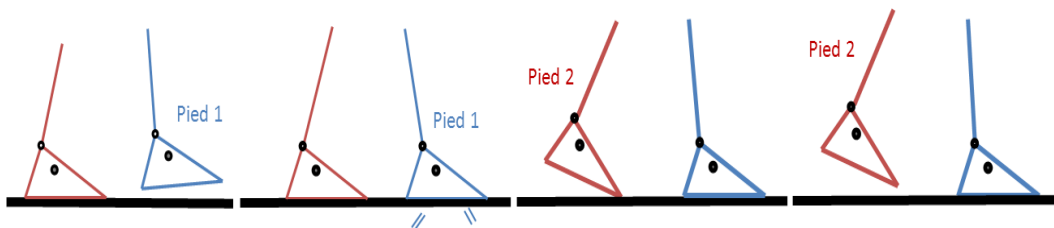


FIGURE 3.8 – Représentation des pieds pendant le mouvement de marche avec la phase de double support avec rotation sur les orteils.

Les contraintes de contact cinématique et dynamique sont obtenues de la même façon que dans le paragraphe 3.5 en dérivant les équations de contraintes deux fois successivement permettant de trouver les accélérations.

$$A_{c1}(X)\dot{X} = 0 \quad (3.41)$$

$$A_{c2}(X)\dot{X} = 0 \quad (3.42)$$

$$A_{c1}(X)\ddot{X} + H_{c1}(X, \dot{X}) = 0 \quad (3.43)$$

$$A_{c2}(X)\ddot{X} + H_{c2}(X, \dot{X}) = 0 \quad (3.44)$$

avec :

$$A_{c2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & r_2 \cos(\gamma_2) + l'_2 \cos(q_3) & r_1 \cos(\gamma_2) + l'_1 \cos(q_4) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_2 \sin(\gamma_2) + l'_2 \sin(q_3) & r_1 \sin(\gamma_2) + l'_1 \sin(q_4) & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$A_{c1}$  a la même expression qu'en (3.37).

### 3.7 Résolution du modèle dynamique

La résolution du modèle dynamique suivant les phases de mouvement de marche nécessite de bien connaître les contraintes et les degrés de liberté du robot. Lorsque le pied de support est au sol, les équations de contraintes en vitesses (3.35) permettent de connaître les vitesses de la hanche, soit  $\dot{x}_H$  et  $\dot{z}_H$ . Les équation de contraintes en accélération (3.36) permettent de calculer  $\ddot{x}_H$  et  $\ddot{z}_H$ . La connaissance des trajectoires  $q(t)$  permet de déterminer entièrement les vecteurs  $\dot{X}$  et  $\ddot{X}$ .

Les calculs de  $\dot{x}_H$ ,  $\dot{z}_H$ ,  $\ddot{x}_H$  et  $\ddot{z}_H$  sont les suivants :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_H \\ \dot{z}_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(r_1 \cos \gamma_1 + l'_1 \cos q_1)\dot{q}_1 - (l'_2 \cos q_2 + r_2 \cos \gamma_1)\dot{q}_2 \\ -(r_1 \sin \gamma_1 + l'_1 \sin q_1)\dot{q}_1 - (l'_2 \sin q_2 + r_2 \sin \gamma_1)\dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

et

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_H \\ \ddot{z}_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(l'_1 \cos q_1 + r_1 \cos \gamma_1) \\ -(l'_1 \sin q_1 + r_1 \sin \gamma_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_{c1} \\ H_{c2} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

Pour la phase de simple support, le nombre d'inconnues est 9 en dénombrant 6 variables de couples et 3 variables de forces et de moment dues aux contraintes sur le

ped fixe. Ici, le nombre d'équations étant égal au nombre d'inconnues, la résolution est directement possible et se met sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \Gamma(q, \dot{q}, \ddot{q}) \\ F_1 \end{bmatrix} = [BA_{c1}(X)^T]^{-1} [D(X)\ddot{X} + C(X, \dot{X}) + Q(X)] \quad (3.48)$$

Pour la phase de double support avec rotation du pied 2, le nombre d'inconnues est supérieur au nombre d'équations. Nous considérons que les deux pieds sont en contact avec le sol. Nous avons besoin de connaître les vitesses et les accélérations de la hanche pour résoudre le modèle dynamique. Les équations (3.42) et (3.44) permettent de calculer  $\dot{x}_H$ ,  $\dot{z}_H$ ,  $\ddot{x}_H$  et  $\ddot{z}_H$ . Les vecteurs  $\dot{X}$  et  $\ddot{X}$  sont des vecteurs de dimension  $(9 \times 1)$ . Le calcul des vitesses et accélérations de la hanche et le calcul des vitesses et accélérations de la cheville mobile permettent de calculer les vitesses et accélérations angulaires de la jambe mobile pendant la rotation sur les orteils grâce aux contraintes en vitesses et accélérations énoncées par les équations (3.42) et (3.44). Nous déterminons les angles  $q_3$  et  $q_4$  grâce au MGI de la jambe mobile à partir des positions cartésiennes de la hanche  $(x_{H'}, z_{H'})$  et de la position de la cheville mobile  $(x_{O'_2}, z_{O'_2})$ . Ensuite, comme nous connaissons les vitesses et accélérations de la hanche calculées par les équations (3.46) et (3.47), nous pouvons déterminer les vitesses angulaires  $\dot{q}_3$  et  $\dot{q}_4$  et les accélérations angulaires  $\ddot{q}_3$  et  $\ddot{q}_4$ . Les équations des vitesses angulaires sont les suivantes :

$$A_{c2}(X)\dot{X} = 0 \quad (3.49)$$

donne :

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_4 \end{bmatrix} = W_2^{-1}W_1 \quad (3.50)$$

avec :

$$W_1 = \begin{bmatrix} -((s_z \cos q_5 - s_x \sin q_5)\dot{q}_5 + \dot{x}_H) \\ -((s_z \sin q_5 + s_x \cos q_5)\dot{q}_5 + \dot{z}_H) \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

$$W_2 = \begin{bmatrix} (l'_2 \cos q_3 + r_2 \cos \gamma_2) & (r_1 \cos \gamma_2 + l'_1 \cos q_4) \\ (l'_2 \sin q_3 + r_2 \sin \gamma_2) & (l'_1 \sin q_4 + r_1 \sin \gamma_2) \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

Les équations des accélérations angulaires sont les suivantes :

$$A_{c2}(X)\ddot{X} + H_{c2}(X, \dot{X}) = 0 \quad (3.53)$$

(3.53) donne :

$$\begin{aligned} (l'_2 \cos q_3 + r_2 \cos \gamma_2)\ddot{q}_3 + (r_1 \cos \gamma_2 + l'_1 \cos q_4)\ddot{q}_4 + \ddot{x}_H \\ - W_4 \dot{q}_3^2 - W_5 \dot{q}_4 \dot{q}_3 - W_6 \dot{q}_4^2 = 0 \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned} (l'_2 \sin q_3 + r_2 \sin \gamma_2)\ddot{q}_3 + (r_1 \sin \gamma_2 + l'_1 \sin q_4)\ddot{q}_4 + \ddot{z}_H \\ + W_7 \dot{q}_3^2 + W_8 \dot{q}_4 \dot{q}_3 + W_9 \dot{q}_4^2 = 0 \end{aligned} \quad (3.55)$$

$$W_4 = l'_2 \sin(q_3) + r_2^2 \sin(\gamma_2)/(r_1 + r_2) \quad (3.56)$$

$$W_5 = \frac{2r_2 r_1 \sin(\gamma_2)}{(r_1 + r_2)} \quad (3.57)$$

$$W_6 = l'_1 \sin(q_4) + r_1^2 \sin(\gamma_2)/(r_1 + r_2) \quad (3.58)$$

$$W_7 = l'_2 \cos(q_3) + r_2^2 \cos(\gamma_2)/(r_1 + r_2) \quad (3.59)$$

$$W_8 = \frac{2r_2 r_1 \cos(\gamma_2)}{(r_1 + r_2)} \quad (3.60)$$

$$W_9 = l'_1 \sin(q_4) + r_1^2 \cos(\gamma_2)/(r_1 + r_2) \quad (3.61)$$

Par substitution, les accélérations  $\ddot{q}_3$  et  $\ddot{q}_4$  sont déterminées. Le calcul étant long, il n'est pas détaillé dans ce mémoire.

Maintenant que nous connaissons les vecteurs  $X$ ,  $\dot{X}$  et  $\ddot{X}$ , deux solutions sont donc envisageables pour résoudre le modèle dynamique :

- Le paramétrage des forces sur le pied mobile par des fonctions mathématiques [75],
- la résolution en interne de ces forces par une résolution de commande optimale [65], mais dans le cas d'un mouvement différent des pieds par rapport à celui que nous envisageons.

### 3.7.1 Résolution du MDyI avec paramétrisation des forces

La première solution nécessite d'exprimer sous forme explicite du temps les forces s'exerçant sur un des pieds. Nous avons choisi de pied 2. Les forces  $F_2 = [F_{2x} F_{2z}]^T$  sur les orteils s'expriment donc sous la forme :

$$F_{2x} = \sum_{j=0}^{m_x} a x_j t^j \quad (3.62)$$

$$F_{2z} = \sum_{j=0}^{m_z} a z_j t^j \quad (3.63)$$

avec  $m_x$  et  $m_z$  les ordres de la fonction linéaire choisie.

Ensuite, la résolution revient à :

$$\begin{bmatrix} \Gamma(q, \dot{q}, \ddot{q}) \\ F_1 \end{bmatrix} = A_{sol}^{-1} [D(X)\ddot{X} + C(X, \dot{X}) + Q(X) - A_{c2}(X)^T F_2] \quad (3.64)$$

avec  $A_{sol} = [B \ A_{c1}(X)^T]$ . La matrice  $A_{sol}$  est une matrice carrée de taille  $(9 \times 9)$  inversible.

### 3.7.2 Résolution du MDyI sans paramétrisation des forces

Cette méthode est nouvelle à notre connaissance. Nous n'avons pas trouvé de travaux à ce sujet. La solution proposée est développée avec une phase de double support avec rotation sur les orteils du pied mobile lorsque le pied de support est à plat. Le but est d'exprimer le problème sous forme de commande optimale des forces. La matrice  $A_{sol}^{-1}$  de l'équation (3.64) peut s'écrire sous la forme  $\begin{bmatrix} A_{s1} \\ A_{s2} \end{bmatrix}$  avec

$A_{s1}$  une matrice de dimension  $(6 \times 9)$  et  $A_{s2}$  une matrice de dimension  $(3 \times 9)$ . Le vecteur de couple  $\Gamma$  de l'équation (3.64) s'écrit alors :

$$\Gamma = A_{s1} [D\ddot{X} + H + Q] - A_{s1}A_{c2}^T F_2 \quad (3.65)$$

ce qui peut s'écrire sous la forme :

$$\Gamma = M_{opt} - K_{opt} \begin{bmatrix} F_{2x} \\ F_{2z} \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

avec  $K_{opt} = A_{s1}A_{c2}^T$ ,  $M_{opt} = A_{s1} [D\ddot{X} + H + Q]$ .

La solution  $F_{2opt}$  qui minimise le carré des couples est donnée par :

$$\Gamma^T \frac{\partial \Gamma}{\partial F_2} = 0 \quad (3.67)$$

En remplaçant  $\Gamma$  par l'équation (3.66), les forces  $F_{2opt}$  sont calculées par la relation :

$$F_{2opt} = (K_{opt}^T K_{opt})^{-1} (K_{opt}^T M_{opt}) \quad (3.68)$$

Ensuite, il nous suffit d'injecter les forces optimales obtenues dans l'équation (3.64) pour calculer les couples nécessaires aux mouvements du robot et les forces du pied de support sur le sol ce qui devient :

$$\begin{bmatrix} \Gamma(q, \dot{q}, \ddot{q}) \\ F_1 \end{bmatrix} = A_{sol}^{-1} [D(X)\ddot{X} + C(X, \dot{X}) + Q(X) - A_{c2}(X)^T F_{2opt}] \quad (3.69)$$

## 3.8 Le modèle d'impact

### 3.8.1 L'impact

L'impact est un phénomène où le pied mobile arrive en contact avec le sol à une vitesse non-nulle. Le choc entre deux corps supposés rigides, le pied et le sol, entraîne des discontinuités de vitesse des corps en mouvement. Pour que le pied qui arrive en impact au sol ne décolle pas, nous posons l'hypothèse que le coefficient de restitution du contact est égal à zéro. Une fois que le pied est au sol, l'intégration du modèle dynamique entre le temps avant impact  $T = 0^-$  et le temps après impact  $T = 0^+$  donne les vitesses des corps avant et après impact. Plusieurs cas sont à considérer concernant la situation des autres corps après impact :

- soit l'impact provoque le décollement du pied mobile. Ce cas conduit à une succession de phase de simple support suivi d'un impact (voir figure 3.7). La force  $F_1$  est donc positive et la force sur le pied mobile  $F_2$  devient nulle. La résolution du modèle d'impact doit satisfaire les contraintes de contact du pied de support au sol à l'impact.
- soit le pied mobile reste au sol. Ce cas est une phase de simple support suivi d'un impact et d'une phase de double support (voir figure 3.8). Ici les forces  $F_1$  et  $F_2$  sont non-nulles. La résolution du modèle d'impact doit satisfaire les contraintes de contact des deux pieds sur le sol.



Pour les deux cas, nous devons poser les équations de contraintes pour le pied arrivant en impact. Ensuite, suivant l'allure de marche choisie (SS suivi d'impact ou SS+impact+DS), soit le pied 2 décolle, soit, il reste en contact et nous vérifions des conditions de contact supplémentaires. Le choc du pied sur le sol peut se faire de plusieurs manières. Le pied arrive à plat sur le sol. La figure (3.9 a) présente ce cas. D'autres cas peuvent être envisagés comme l'arrivée du pied en impact sur le talon (fig. (3.9 b)) ou cas du pied arrivant en impact sur les orteils (fig. (3.9 c)). Notre cas d'étude s'est porté uniquement sur l'impact pied à plat.

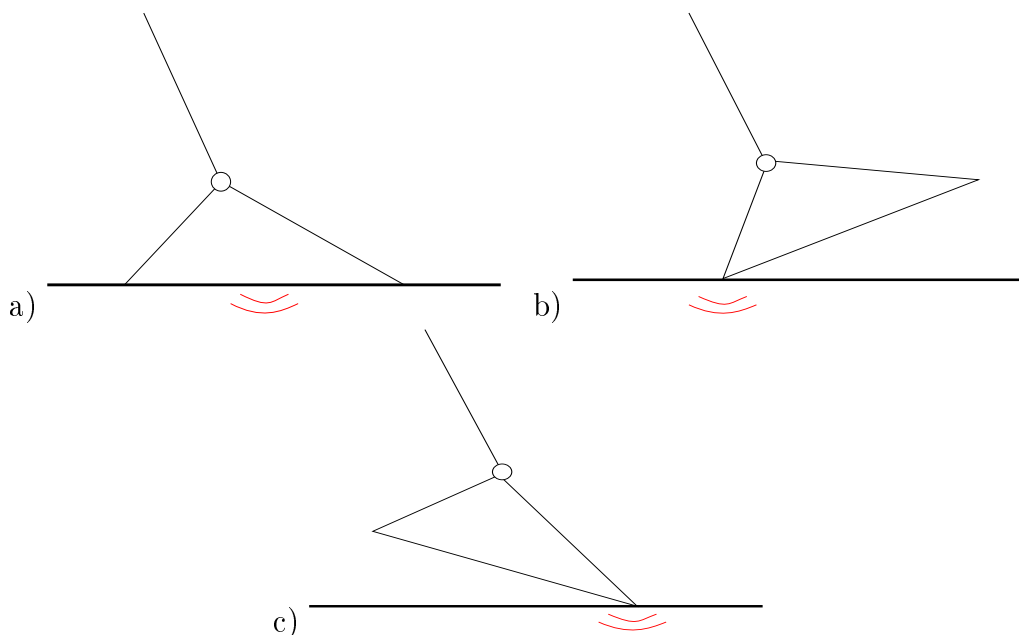


FIGURE 3.9 – Cas d'impact avec différentes positions du pied.

Il existe différentes manières de calculer le modèle d'impact, impact impulsionnel ou impact différentiel. On recense aussi l'impact ponctuel ou le multi-impact. [50], [39] [10], [74], [55]. Le choix du paramétrage explicite pour modéliser le robot est nécessaire pour calculer le modèle d'impact car nous avons un changement de jambe de support durant cette phase instantanée. Les conditions de contact seront vérifiées à cet instant pour connaître l'état du robot au moment de l'impact.

### 3.8.2 Le modèle d'impact

Nous avons choisi de considérer des impacts impulsionnels qui permettent de résoudre plus facilement le contact entre le sol et le pied. Connaissant l'état du robot avant la phase d'impact, l'écriture du modèle d'impact ne dépend que de la phase de mouvement que l'on veut reproduire ensuite. C'est-à-dire soit avoir une phase de simple support, soit une phase de double support. Le modèle d'impact général est calculé en intégrant le modèle dynamique complet (3.16) entre le temps avant et après impact. Le détail du modèle est le suivant :

$$D(X)(\dot{X}^+ - \dot{X}^-) = A_{c1}(X)^T I_1 + A_{c2}(X)^T I_2 \quad (3.70)$$

$$A_{c1}(X)\dot{X}^+ = 0 \quad (3.71)$$

$$A_{c2}(X)\dot{X}^+ = 0 \quad (3.72)$$

avec

- $\dot{X}^-$  la vitesse avant impact,
- $\dot{X}^+$  la vitesse après impact,
- $I_1$  et  $I_2$  les forces d'impact sur le pied 1 et le pied 2.

Ce modèle (3.70) est utilisé pour toutes les phases de contact entre les pieds et le sol suivant l'impact. Si le pied du robot impacte sur le sol et que s'en suit une phase de simple support, les forces d'impact du pied 2 seront nulles et le système se réduit à :

$$D(X)(\dot{X}^+ - \dot{X}^-) = A_{c1}^T I_1 \quad (3.73)$$

$$A_{c1}(X)\dot{X}^+ = 0 \quad (3.74)$$

Pour résoudre ces systèmes, nous devons satisfaire les conditions d'Amontons-Coulomb à l'impact ainsi que les contraintes de non-décollement et de glissement. On pose alors :

$$I_{1z} > 0 \quad (3.75)$$

$$I_{2z} > 0 \quad (3.76)$$

$$-\mu I_{1z} \leq I_{1x} \leq \mu I_{1z} \quad (3.77)$$

$$-\mu I_{2z} \leq I_{2x} \leq \mu I_{2z} \quad (3.78)$$

### 3.8.3 Résolution du modèle d'impact

La résolution du modèle d'impact doit nous permettre de calculer la vitesse après impact en ayant la connaissance de la position du robot avant impact et la vitesse avant l'impact. Ce même modèle permettra de connaître les forces d'impact au niveau de la cheville de support en cas de simple support. En cas de double support, la force d'impact au niveau des orteils sera connue. Dans le cas d'un impact suivi d'une phase de double support, on utilise l'équation 3.79. En cas de simple support, l'équation 3.80 suffira.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}^+ \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & -A_{c1}^T & -A_{c2}^T \\ A_{c1} & & \mathbf{0}_{5 \times 5} \\ A_{c2} & & \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}^+ \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & -A_{c1}^T \\ A_{c1} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

Ce vecteur nous permettra d'interpréter les variations de vitesse de chaque corps au moment de l'impact.

On définit le vecteur  $\Delta$ , vecteur des différences entre la vitesse après impact et la vitesse avant impact par :

$$\Delta = \dot{X}_e^+ - \dot{X}_e^- = -D(X_e)^{-1} A_{c1}^T I_R \quad (3.81)$$

Les sept premières composantes  $\Delta_i, i \in [0 \dots 6]$  seront utilisées pour initialiser les fonctions paramétriques utilisées lors de la résolution du problème d'optimisation des trajectoires du robot.

### 3.9 Modélisation du système avec des ressorts

L'ajout de système de ressorts est envisagé dans plusieurs articles pour réduire la consommation énergétique [73], [69], [35] ou pour rendre la trajectoire du centre de masse plus fluide et réduire les impacts [62]. Ces stratégies ont été utilisées pour économiser de l'énergie grâce au stockage de celle-ci dans des systèmes à ressorts. Ces ressorts peuvent être placés suivant plusieurs stratégies : entre le pied et le tibia [69], le tibia et le fémur [31], le pied et le fémur [70] [40], le tronc et le tibia [40]. L'ajout de systèmes mécaniques de types ressort doit avoir pour avantage de réduire l'énergie.

Plusieurs systèmes peuvent être utilisées comme des ressorts de torsion (fig. 3.10 a,b ), des ressorts de traction ou de compression (fig. 3.10 c). Des associations de ressorts permettent d'obtenir des raideurs variables (fig. 3.10 d). Le principe du dernier système est d'avoir l'association de deux ressorts pendant une première phase de mouvement et lorsque le mécanisme intermédiaire arrive en butée, un des ressorts n'agit plus et la raideur globale est ainsi modifiée. On obtient avec ce dispositif une raideur variable pendant le mouvement de marche. Ce choix est intéressant car des études montrent que chez l'homme, les muscles ont une raideur variable en fonction de la vitesse d'avance du marcheur [45].

Ce type de système mécanisme de ressort à raideur variable est compliqué à réaliser mais pas impossible. L'important dans ces systèmes, c'est qu'ils ne coûtent pas plus d'énergie et que leur masse reste la plus faible possible. La solution de la figure (3.11) présente un actionneur irréversible qui positionne la butée en fonction de la vitesse de marche.

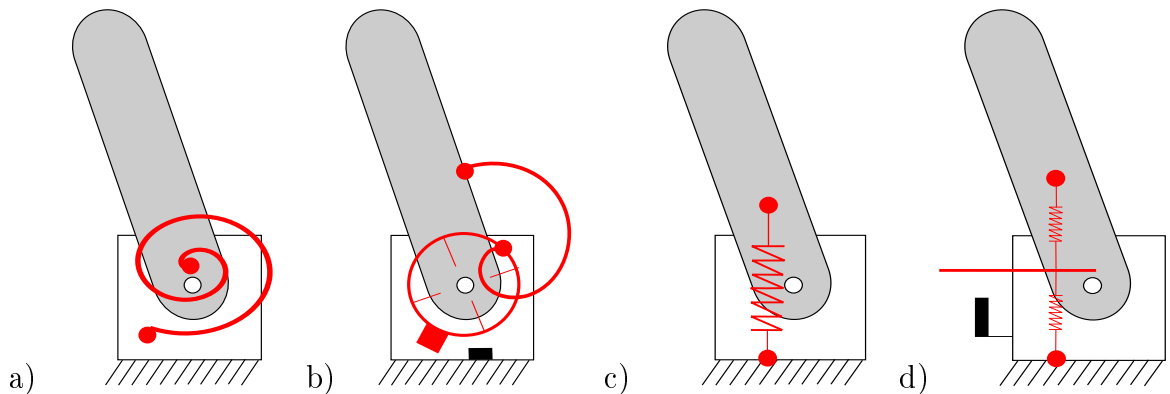


FIGURE 3.10 – Solutions de différents systèmes ressorts entre deux corps.

Le choix du placement des ressorts ne peut être envisagé qu'à partir de la connaissance des couples des articulations et de la position articulaire où on veut les placer. L'introduction des ressorts dans la modélisation est faite de tel sorte que :

$$D(X)\ddot{X} + C(X, \dot{X}) + Q(X) = B(\Gamma(q, \dot{q}, \ddot{q}) - KX) + J_1(X)^T F_1 + J_2(X)^T F_2 \quad (3.82)$$

avec  $K$  la matrice des coefficients de raideur des ressorts. Cette matrice agit directement avec les couples d'actionnement.

La matrice  $K$  ( $6 \times 9$ ) est composée des coefficients de raideurs des ressorts que l'on veut utiliser. Par exemple, si l'on désire ajouter un système de ressort de torsion,

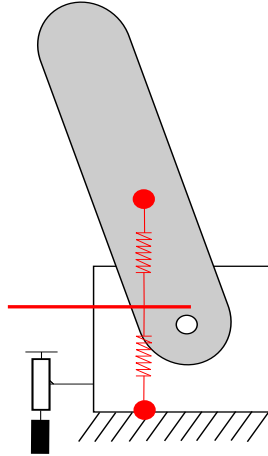


FIGURE 3.11 – Système de raideur variable commandé.

de raideur  $k$ , entre le tronc et la cuisse fixe et le tronc et la cuisse mobile. La matrice  $K$  devient :

$$K = \begin{bmatrix} & & & 0_{2 \times 9} & & & & & & \\ 0 & 0 & -k & 0 & 0 & 0 & k & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & -k & 0 & 0 & k & 0 & 0 & \\ & & & 0_{2 \times 9} & & & & & & \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

Dans notre étude, le plan de phase entre les couples et les positions angulaires respectives sera observé pour permettre le calcul des coefficients de raideur. Nous déterminerons le coefficient optimal de raideur à utiliser pour économiser de l'énergie. L'étude est réalisée pour des ressorts reliés du corps  $i$  au corps  $i + 1$ . Le but étant de trouver un coefficient de raideur négatif ce qui permettra d'économiser de l'énergie pendant le mouvement de marche. On peut poser :

$$\Gamma = k\theta + a \quad (3.84)$$

avec  $k$  le coefficient de raideur et  $a$  une valeur constante de couple.

La détermination du coefficient se fait par régression linéaire. On obtient alors :

$$\begin{bmatrix} k \\ a \end{bmatrix} = (M^T M)^{-1} M^T \Gamma \quad (3.85)$$

avec  $M = [\theta \ 1]^T$ .

### 3.10 Conclusion

Ce chapitre établit le modèle dynamique d'un robot bipède à genoux à contacts roulants. La comparaison entre ce modèle et le modèle dynamique d'un robot bipède à genoux rotoïdes est effectuée. L'analyse des matrices de gravité et d'inertie pour le robot à genoux roulants est effectuée et l'apport de cette structure est mis en lumière. Nous avons montré que selon le placement de l'actionneur sur le genou roulant, la matrice  $B$  d'actionnement n'est pas la même et fait intervenir des éléments de la cinématique du contact.

La résolution du modèle dynamique est effectuée pour deux types différents d'allures de marche. Une première résolution est faite pour une allure de marche en phase de simple support. Cette résolution nous permet de connaître les couples des actionneurs et les forces qui agissent sur le pied de support du robot. Pour la seconde allure de marche, deux méthodes de résolution ont été développées. Une méthode avec la paramétrisation des forces sur le pied mobile. Une autre méthode, nouvelle, qui permet de résoudre le modèle dynamique d'un pied en support pendant que le pied mobile effectue une rotation autour de ces orteils. Les forces sont déterminées avec une résolution de commande optimale.

Le modèle d'impact constitue une phase critique pendant la marche pour les robots. La satisfaction des contraintes durant un temps infinitésimal est une tâche délicate de la marche.

L'intégration de ressorts dans l'étude du robot est une solution envisagée pour économiser de l'énergie pendant la marche. Les raideurs des jambes chez l'homme étant variables en fonction de la vitesse de marche, les ressorts recherchés devront disposer d'une caractéristique analogue. Il est nécessaire de faire un compromis entre la masse du dispositif à ressort et sa capacité à économiser de l'énergie.

La paramétrisation et la recherche des trajectoires optimales de marche constituent des outils afin d'obtenir une démarche fluide des mouvements du robot. C'est ce que nous allons détailler dans le prochain chapitre. Les modèles définis précédemment seront utilisés afin de comparer les deux structures cinématiques de genoux.

# Chapitre 4

## Les trajectoires optimales

### 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous abordons le problème d'optimisation de la marche d'un robot bipède et définissons le critère d'optimisation utilisé pour résoudre le problème. Des contraintes multiples (contact, collision, non-glissement, stabilité,...) sont associées à chaque allure de marche et doivent être satisfaites. Nous définissons ensuite les allures de marche étudiées et la génération de trajectoires associées. Les générations de trajectoires nous permettent de comparer les performances des deux structures de genou envisagées. Le paramétrage des trajectoires est nécessaire afin de se ramener à un problème d'optimisation séquentiel.

### 4.2 Le problème d'optimisation

Dans ce paragraphe, nous présentons le problème d'optimisation permettant de trouver des solutions de marche optimale. Le problème considéré peut se mettre généralement sous la forme suivante :

$$\min f(t) \tag{4.1}$$

$$\Psi_i(t) \geq 0, i = [1, 2, \dots n_\Psi] \tag{4.2}$$

avec  $f(t)$  la fonction coût à minimiser.

La résolution d'un problème d'optimisation peut être faite avec plusieurs méthodes décrites au paragraphe 1.5.2. Notre choix s'est porté sur la résolution du système en transformant le problème d'optimisation de fonctionnelles en un problème d'optimisation paramétrique. Le problème devient :

$$\min_p C(p) \tag{4.3}$$

$$\Psi_i(p) \geq 0, i = [1, 2, \dots n_\Psi] \tag{4.4}$$

avec  $C(p)$  représentant un critère à minimiser,  $p$  les paramètres d'optimisation,  $\Psi_i(p) \geq 0$  sont les contraintes à satisfaire et  $n_\Psi$  le nombre de contraintes. Cette approche fournit une ou des solutions sous-optimales qui permettent d'approcher la solution globale si le vecteur de paramètres est bien choisi. Nous nous intéressons donc à la détermination de la fonction optimale des variables angulaires des articulations des robots. Nous devons d'abord définir le critère à utiliser. Le paragraphe 4.2.1

introduit le critère permettant de comparer différentes structures. Les contraintes soumises à notre problème d'optimisation sont énoncées dans le paragraphe 4.2.2. Deux types d'allures de marche sont étudiés. Nous proposons de tester plusieurs fonctions mathématiques candidates pour paramétrer les trajectoires articulaires. Un élément d'appréciation du résultat est de déterminer laquelle des fonctions, permet d'obtenir un critère minimal.

### 4.2.1 Choix du critère

Le choix du critère dépend de ce que l'on recherche exactement : économiser de l'énergie, diminuer la masse totale du robot ou obtenir la trajectoire angulaire la plus précise possible. Dans notre cas, nous cherchons à comparer des structures cinématiques de robot. L'objectif est de comparer les structures pour différents types de marche et à des vitesses moyennes d'avance également différentes. De ce fait, nous avons choisi un critère sthénique (équation 4.5). Ce critère est l'intégrale d'une forme quadratique des couples articulaires divisée par la distance parcourue par le robot. Ce critère est souvent utilisé pour la commande des robots mobiles portants leur propre source d'énergie [61]. Une minimisation de ce critère permet de minimiser les pertes par effet joule dans les actionneurs électriques, ce qui a pour conséquence de minimiser le courant et donc diminuer les effets thermiques dans les moteurs. Ce critère permet également d'augmenter la durée de vie des actionneurs.

$$C_{\Gamma} = \frac{2}{d} \int_0^T \Gamma^T P \Gamma dt \quad (4.5)$$

avec  $d$  la distance parcourue par le pied mobile,  $T$  la période du pas,  $\Gamma$  les couples associés aux actionneurs. Ce critère s'exprime en  $N^2ms$ .

La matrice de pondération  $P$  est une matrice qui permet de privilégier un actionneur par rapport à l'autre. Dans notre cas, la matrice  $P$  est une matrice identité. Si l'on considère le placement de l'actionneur du genou au point  $A_2$  (voir figure 3.4) sur la structure à genoux roulants, le couplage cinématique par rapport à l'axe de rotation instantané du genou nécessite de changer cette matrice  $P$ . Posons alors :

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\frac{r_1}{r_1+r_2})^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (\frac{r_1}{r_1+r_2})^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Dans le cas de la structure cinématique de l'annexe A, la matrice  $P$  est la matrice identité.

Pour chaque vitesse de marche constante et définie par avance, l'on cherche à minimiser le critère sthénique. Nous pourrions ainsi déterminer quelle cinématique permet de minimiser au mieux le critère pendant la marche et pour quelle vitesse.

Cette stratégie nous permet aussi de connaître les couples nécessaires à la marche du robot. Ce critère facilitant la sélection des actionneurs, une étude a été réalisée

et le choix des actionneurs effectué. Une fois ce choix effectué, un second critère, appelée critère énergétique, permet de connaître l'état de dépenses énergétiques des actionneurs durant la marche. Le critère énergétique dépend des pertes par effet Joule, des frottements visqueux et des frottements secs. Ce critère s'écrit sous la forme suivante :

$$C_E = \frac{2}{d} \int_0^T k_J \Gamma_m^T \Gamma_m + C_s |\dot{\theta}| + F_v \dot{\theta}^2 dt \quad (4.7)$$

avec  $k_J$  représentant la matrice des facteurs de qualité par pertes Joule et  $|\dot{\theta}| = \left[ \left| \dot{\theta}_i \right| \right]$  pour  $i = \{1 \dots 6\}$ .  $\Gamma$  vecteur de couples articulaires comprend les couples moteurs ainsi que les frottements internes calculés par :

$$\Gamma_m = \Gamma + F_v \dot{\theta} + C_s \text{sign}(\dot{\theta}) \quad (4.8)$$

avec  $\Gamma_m$  le vecteur des couples moteurs,  $F_v$  la matrice diagonale des coefficients de frottements visqueux et  $C_s$  la matrice diagonale des couples de frottements secs. Le critère  $C_E$  s'exprime en  $J/m$ .

Ce nouveau critère introduit l'énergie nécessaire au robot à une vitesse donnée. De plus, grâce à l'équation du coût de transport établi par Collins [19] discuté dans le chapitre 1, nous pourrions ainsi comparer le robot se déplaçant avec les trajectoires optimisées à d'autres prototypes construits dans d'autres laboratoires.

### 4.2.2 Contraintes associées à la marche

Pour effectuer un pas de marche, le robot est soumis à des contraintes physiques. Certaines contraintes sont liées à la dynamique et d'autres à un choix technologique.

– Contraintes géométriques et dynamiques à satisfaire obligatoirement :

Les contraintes dynamiques portent en particulier sur les contacts entre les pieds et le sol. Dans le cas du double support, nous devons nous assurer que les forces normales  $F_{1z}$  et  $F_{2z}$  restent positives pour éviter le décollement du pied (contact unilatéral du pied). En simple support, seule la composante  $F_{1z}$  doit être positive.

L'évolution du pied mobile pendant le mouvement doit être connue afin d'éviter qu'il ne percute le sol. Ceci se traduit par la position suivant l'axe  $\vec{z}$  des orteils et du talon doivent être au-dessus du sol. Les coordonnées  $z_{O'_2}$  et  $z_{T'_2}$ , respectivement  $z_{O_2}$  et  $z_{T_2}$ , devront donc être supérieures à zéro.

Nous vérifions aussi que la vitesse suivant l'axe  $\vec{z}$  du pied mobile après impact soit positive pour confirmer le décollement du pied. Cette condition peut être vérifiée en calculant la vitesse des orteils du pied mobile après impact.

Pour assurer la stabilité du robot, nous devons vérifier que la position du ZMP reste dans le polygone de sustentation. Dans le cas du double support, le polygone est défini de l'arête des orteils du pied mobile jusqu'à l'arête des orteils du pied de support. Pour le simple support, la surface du pied de support définit la zone de sustentation. A l'impact, la contrainte de la position du ZMP s'écrit selon l'équation (4.9). En double support à l'impact, les deux pieds sont



au sol, le polygone est défini du talon du pied mobile aux orteils du pied fixe.

$$x_{ZMP_{i\text{mpact}}} = \frac{-h_p I_{1x}}{I_{1z}} \quad (4.9)$$

Nous avons fait le choix que pendant le pas de marche, la démarche du robot se rapproche de celle de l'homme. Ainsi les genoux se plient vers l'avant. Nous posons donc les deux équations suivantes :

$$q_2 - q_1 \geq 0 \quad (4.10)$$

$$q_3 - q_4 \geq 0 \quad (4.11)$$

– Contraintes vérifiées a posteriori

Les contraintes de non-glissement peuvent être vérifiées après optimisation. Ne connaissant pas la nature du contact entre le sol et le matériau des pieds, nous définissons un coefficient de frottement moyen équivalent  $\mu$  et nous vérifions l'équation (4.12) :

$$-\mu F_{1z} \leq F_{1x} \leq \mu F_{1z} \quad (4.12)$$

De même, nous vérifions que le robot ne glisse pas à l'impact :

$$-\mu I_{1z} \leq I_{1x} \leq \mu I_{1z} \quad (4.13)$$

En résumé, on définit les contraintes suivant le type d'allure étudiée. Comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, deux types d'allure sont proposés, une avec phase de simple support et une seconde avec un double support. Nous pouvons donc définir  $\Psi_{ssi}$  et  $\Psi_{dsi}$ , les vecteurs de contraintes. Dans notre cas, on veut que les contraintes soient définies positives, c'est à dire  $\Psi(t) \geq 0$ .

$$\Psi_{ssi} = [\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4, \Psi_5, \Psi_6, \Psi_7, \Psi_8, \Psi_9, \Psi_{10}, \Psi_{11}]^T \quad (4.14)$$

avec :

- $\Psi_1 = F_{1z}$ ,
- $\Psi_2 = z_{O'_2}$ , respectivement  $\Psi_2 = z_{O_2}$  pour le robot à genoux à liaison rotoïde,
- $\Psi_3 = z_{T'_2}$ , respectivement  $\Psi_3 = z_{T_2}$  pour le robot à genoux à liaison rotoïde,
- $\Psi_4 = x_{ZMP} + l_p$ ,
- $\Psi_5 = -x_{ZMP} + L_p - l_p$ ,
- $\Psi_6 = q_2 - q_1$ ,
- $\Psi_7 = q_3 - q_4$ ,
- $\Psi_8 = v_{z_{O'_2}}$ , respectivement  $\Psi_8 = v_{z_{O_2}}$  le robot à genoux à liaison rotoïde,
- $\Psi_9 = I_{1z}$ ,
- $\Psi_{10} = x_{ZMP_{i\text{mpact}}} + l_p$ ,
- $\Psi_{11} = -x_{ZMP_{i\text{mpact}}} + L_p - l_p$ ,

Pour l'allure avec le double support, nous posons :

$$\Psi_{dsi} = [\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_5, \Psi_6, \Psi_7, \Psi_9, \Psi_{11}, \Psi_{12}, \Psi_{13}, \Psi_{14}, \Psi_{15}, \Psi_{16}]^T \quad (4.15)$$

avec :

- $\Psi_{12} = F_{2z}$ ,
- $\Psi_{13} = x_{ZMP} - x_{O'_2}$ , respectivement  $\Psi_{13} = x_{ZMP} - x_{O_2}$  pour le robot à genoux à liaison rotoïde,
- $\Psi_{14} = x_{ZMP_{i\text{mpact}}} - x_{O'_2}$ , respectivement  $\Psi_{14} = x_{ZMP_{i\text{mpact}}} - x_{O_2}$  pour le robot à genoux à liaison rotoïde,
- $\Psi_{15} = v_{O'_2}$ , respectivement  $\Psi_{16} = v_{O_2}$  pour le robot à genoux à liaison rotoïde,
- $\Psi_{16} = I_{2z}$ ,

### 4.3 Allures de marche étudiées

Le but étant de comparer deux structures de robot selon le type de mouvements, nous avons choisi deux types d'allures de marche qui se rapprochent de celle de l'homme. La première allure est une marche composée d'une succession de phases de simple support suivie d'un impact. Cette marche est simple et permet une comparaison rapide entre les deux structures cinématique du genou. La figure 4.1 présente l'allure de marche décrite. La seconde allure introduit une phase de double support avec rotation du pied mobile autour de l'arête de ses orteils entre la phase d'impact et la phase en simple support. Ce type de marche se rapproche de la marche humaine avec un déroulé du pied après l'impact. La figure 4.2 montre les différentes phases de l'allure de marche avec double support.

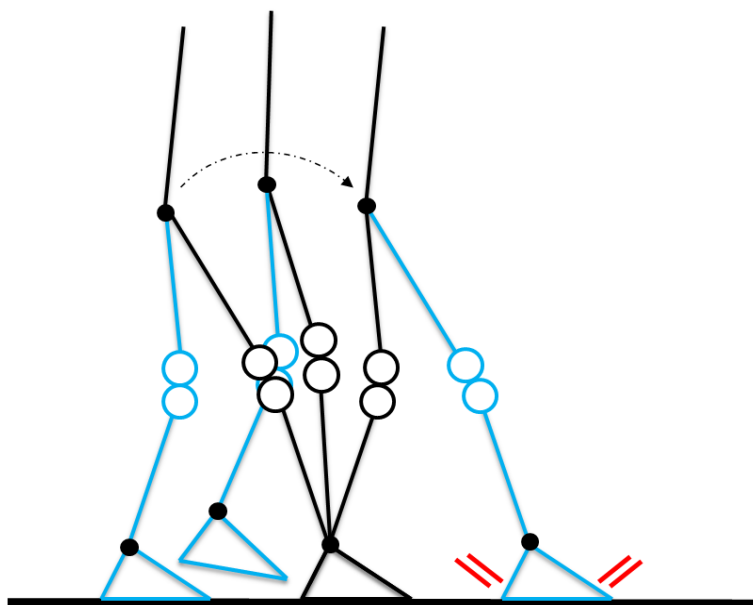


FIGURE 4.1 – Représentation de l'allure de marche simple support suivie de l'impact.

Ces allures vont être générées par des trajectoires utilisant des fonctions paramétriques. La paramétrisation des trajectoires est une composante majeure de la résolution du problème. Elle diffère selon le type d'allure choisie. Nous avons choisi de paramétrer la phase de simple support avec plusieurs fonctions mathématiques qui sont les fonctions de Bézier d'ordre 3, les fonctions polynomiales d'ordre 4 et les fonctions splines cubique. Elles seront décrites dans la suite.

Pour la génération de trajectoires de l'allure avec double support, le choix s'est porté sur des trajectoires polynomiales d'ordre 3 pour la phase de double support et des polynômes d'ordre 5 pour la phase de simple support. Les raisons de ce choix seront détaillées dans la suite.

### 4.4 Génération de trajectoires en simple support

Nous proposons d'utiliser trois types de fonctions mathématiques (fonctionnelles) pour faire évoluer les angles articulaires pendant la phase de simple support. Ces fonctions ont déjà été utilisées par [63], [15], [75]. Notre choix s'est porté sur des

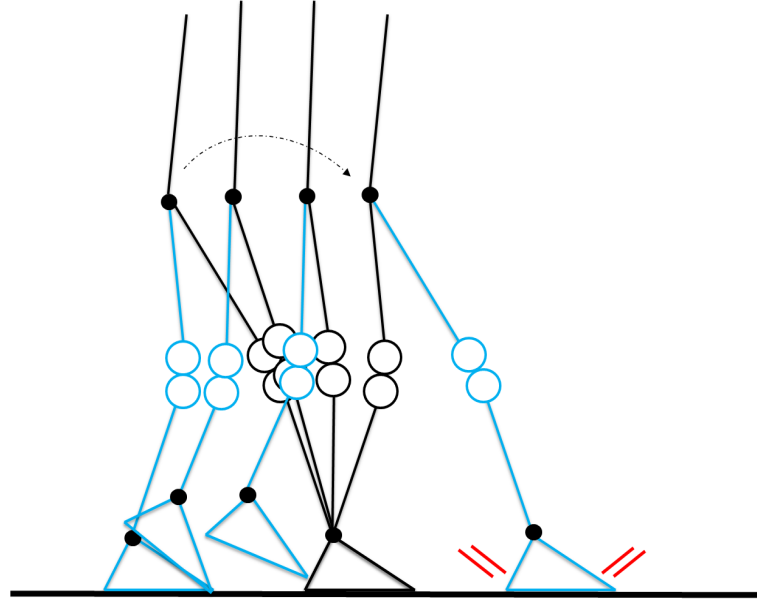


FIGURE 4.2 – Représentation de l'allure de marche simple support suivi de l'impact.

fonctions de Bézier d'ordre 3, sur des fonctions polynomiales d'ordre 4 et sur des fonctions splines cubiques. Le nombre de paramètres est différent pour chaque fonctionnelle. Les sous-paragraphes suivants présentent les définitions des fonctions et les conditions de cyclicité à respecter pour obtenir un pas de marche. Dans cette allure de marche, le pied de support est fixe au sol, l'angle  $q_0$  est nul tout au long du pas. Les angles  $q_i$  pour  $i = [1 \dots 6]$  seront les angles paramétrés pendant la marche. Pour simplifier les calculs, le temps  $t$  est normalisé et décrit par  $t_n = t/T$ .  $T$  étant la période du pas. A  $t_n = 0$ , le pied gauche est support et le pied droit est derrière le tronc. A  $t_n = 1$ , le pied droit a avancé d'une distance  $d$  et est devant le tronc.

#### 4.4.1 Fonctions de Bézier d'ordre 3

Dans ce cas, les angles articulaires sont définis par des fonctions de Bézier d'ordre 3. Ces fonctions paramétriques sont construites d'un point  $A$  initial à un point  $B$  final par deux points de contrôle. La construction du barycentre entre les points de contrôle et les positions initiale et finale permet de lisser la trajectoire. L'équation s'exprime sous la forme ci-dessous.

$$B_{q_i}(t_n) = \sum_{j=0}^3 \frac{3!}{j!(3-j)!} c_{i_j} t_n^j (1-t_n)^{(3-j)} \quad (4.16)$$

Nous avons six angles articulaires à déterminer donc vingt-quatre paramètres pour décrire l'évolution du robot. Les paramètres  $c_{i_0}$  et  $c_{i_3}$  définissent les positions initiales et finales. Les paramètres  $c_{i_1}$  sont obtenus à partir des conditions d'impact. Il reste à déterminer les paramètres  $c_{i_2}$  qui seront trouvés par optimisation. La réduction du nombre de paramètres avec les conditions de cyclicité donne :

- Pour le tronc :  $c_{6_0} = c_{6_3}$
- Pour le pied mobile :  $c_{5_0} = c_{5_3}$
- Pour les cuisses :  $c_{i_j} = c_{i_{(3-j)}}$ ,  $i = [2, 3]$ ,  $j = [0, 3]$
- Pour les tibias :  $c_{i_j} = c_{i_{(3-j)}}$ ,  $i = [1, 4]$ ,  $j = [0, 3]$

L'impact impose des conditions sur les vitesses initiales des corps du robot. Nous avons donc :

- Pour le tronc :  $c_{6_1} = 3(c_{6_0} - c_{6_2}) + \Delta_6$ ,
- Pour le pied mobile :  $c_{5_1} = -3c_{5_2} + \Delta_5$
- Pour les cuisses :  $c_{2_1} = 3(c_{2_0} - c_{3_2}) + \Delta_2$ ,  $c_{3_1} = 3(c_{3_0} - c_{2_2}) + \Delta_3$
- Pour les tibias :  $c_{1_1} = 3(c_{1_0} - c_{4_2}) + \Delta_1$ ,  $c_{4_1} = 3(c_{4_0} - c_{1_2}) + \Delta_4$

$\Delta_i$  est toujours calculé grâce à l'équation (3.81). Nous obtenons finalement onze paramètres pour définir l'évolution d'un pas de marche. Ces paramètres sont les positions initiales des tibias, des cuisses, du tronc et les points de contrôle  $c_{i_2}$  des positions 2 pour chaque corps mobile.

#### 4.4.2 Fonctions polynomiales d'ordre 4

Les fonctions polynomiales sont clairement les fonctions les plus souvent utilisées pour la planification de trajectoires [50], [7]. Une seule fonction polynomiale d'ordre 4 est utilisée pour définir les angles des tibias, des cuisses, et du pied mobile. L'angle du tronc est calculé à l'aide d'un polynôme d'ordre 3 ce qui permet de réduire le nombre de paramètres et évite des phénomènes d'oscillations, dues à la masse importante placée sur le tronc, qui perturbent la convergence de l'algorithme. Les fonctions utilisées sont :

$$f_{q_i}(t_n) = \sum_{j=0}^4 p_{i_j} t_n^j \quad (4.17)$$

pour  $i = [1, 2, 3, 4, 5]$  et pour le tronc

$$f_{q_6}(t_n) = \sum_{j=0}^3 p_{6_j} t_n^j \quad (4.18)$$

Les conditions de cyclicité de ces fonctions sont les suivantes :

- Pour le tronc :  $f_{q_6}(0) = f_{q_6}(1)$  d'où  $p_{6_0} = \sum_{j=0}^3 p_{6_j}$
- Pour le pied mobile :  $f_{q_5}(0) = f_{q_5}(1)$  d'où  $p_{5_0} = \sum_{j=0}^4 p_{5_j}$
- Pour les cuisses :  $f_{q_2}(0) = f_{q_3}(1)$ ,  $f_{q_3}(0) = f_{q_2}(1)$   
d'où  $p_{2_0} = \sum_{j=0}^4 p_{3_j}$ ,  $p_{3_0} = \sum_{j=0}^4 p_{2_j}$ ,
- Pour les tibias :  $f_{q_1}(0) = f_{q_4}(1)$ ,  $f_{q_4}(0) = f_{q_1}(1)$   
d'où  $p_{1_0} = \sum_{j=0}^4 p_{4_j}$ ,  $p_{4_0} = \sum_{j=0}^4 p_{1_j}$ .

L'impact impose des conditions sur les vitesses initiales des corps du robot. Nous avons donc :

- Pour le tronc :  $\dot{f}_{q_6}(0) = \dot{f}_{q_6}(1) + \Delta_6$ ,
- Pour le pied mobile :  $\dot{f}_{q_5}(0) = \dot{f}_{q_5}(1) + \Delta_5$
- Pour les cuisses :  $p_{2_1} = \sum_{j=1}^3 j p_{3_j} - \Delta_1$ ,  $\dot{f}_{q_2}(0) = \dot{f}_{q_2}(1) + \Delta_2$ ,  $\dot{f}_{q_3}(0) = \dot{f}_{q_3}(1) + \Delta_3$
- Pour les tibias :  $\dot{f}_{q_1}(0) = \dot{f}_{q_1}(1) + \Delta_1$ ,  $\dot{f}_{q_4}(0) = \dot{f}_{q_4}(1) + \Delta_4$

Les valeurs  $\Delta_i$  sont toujours calculées grâce à l'équation 3.81. La définition des fonctions impose vingt-neuf paramètres pour définir les trajectoires d'évolution du robot. Avec les conditions de cyclicité et d'impact, seize paramètres permettent de

décrire un mouvement de pas cyclique. Ces paramètres sont les positions angulaires initiales (tibias, cuisses et tronc), les vitesses finales de chaque corps et les accélérations initiales correspondantes aux positions initiales.

### 4.4.3 Fonctions splines cubiques

Les fonctions splines cubiques sont des fonctions composées de morceaux de plusieurs fonctions polynomiales d'ordre 3. Ce type de fonction a été utilisé dans les travaux de [63] , [33]. Notre stratégie a été de définir les fonctions splines sur deux demi-périodes. Dans l'étude, la continuité des positions, des vitesses et des accélérations angulaires entre les deux fonctions polynomiales d'ordre 3 est imposée. Les fonctions splines cubiques sont définies par les équations suivantes :

$$0 \leq t_n \leq \frac{1}{2} \rightarrow f_{q_i}(t_n) = \sum_{j=0}^3 a_{i_j} t_n^j \quad (4.19)$$

$$\frac{1}{2} \leq t_n \leq 1 \rightarrow f'_{q_i}(t_n) = \sum_{j=0}^3 b_{i_j} (1 - t_n)^j \quad (4.20)$$

$a_j$  et  $b_j$  pour  $j = [0 \dots 3]$  représentent les coefficients nécessaires pour paramétrer chaque trajectoire angulaire.

Les conditions de continuité entre les deux fonctions polynomiales sont détaillées ci-dessous :

- Pour le tronc :  $a_{6_0} = b_{6_0}, a_{6_2} = b_{6_2}, a_{6_3} = b_{6_3} = -\frac{4}{3}a_{6_2}$
- Pour le pied mobile :  $a_{5_0} = b_{5_0} = 0, a_{5_2} = b_{5_2}, a_{5_3} = b_{5_3} = -\frac{4}{3}a_{5_2}$
- Pour les cuisses :  $a_{2_0} = b_{3_0}, a_{2_2} = b_{3_2} = a_{3_2} + 6(a_{3_0} - a_{2_0}), b_{2_3} = -6((a_{2_0} - a_{3_0}) + \frac{4}{3}(a_{2_1} - a_{2_2})),$   
 $a_{3_0} = b_{2_0}, a_{3_2} = b_{2_2} = a_{2_2} + 6(a_{2_0} - a_{3_0}), b_{3_3} = -6((a_{3_0} - a_{2_0}) + \frac{4}{3}(a_{3_1} - a_{3_2}))$
- Pour les tibias :  $a_{1_0} = b_{4_0}, a_{1_2} = b_{4_2} = a_{4_2} + 6(a_{4_0} - a_{1_0}), b_{1_3} = -6((a_{1_0} - a_{4_0}) + \frac{4}{3}(a_{1_1} - a_{1_2})),$   
 $a_{4_0} = b_{1_0}, a_{4_2} = b_{1_2} = a_{1_2} + 6(a_{1_0} - a_{4_0}), b_{4_3} = -6((a_{4_0} - a_{1_0}) + \frac{4}{3}(a_{4_1} - a_{4_2}))$

L'impact impose des conditions sur les vitesses initiales des corps du robot. Nous avons donc :

- Pour le tronc :  $a_{6_1} = b_{6_1} + \Delta_6,$
- Pour le pied mobile :  $a_{5_1} = b_{5_1} + \Delta_5$
- Pour les cuisses :  $a_{2_1} = b_{3_1} + \Delta_2, a_{3_1} = b_{2_1} + \Delta_3$
- Pour les tibias :  $a_{1_1} = b_{4_1} + \Delta_1, a_{4_1} = b_{1_1} + \Delta_4$

Pour définir l'évolution du robot, nous avons initialement besoin de quarante-huit paramètres. Avec toutes les conditions de cyclicité, le nombre des paramètres nécessaire se réduit à dix-sept. Les paramètres sont les positions angulaires initiales des tibias, des cuisses et du tronc, les vitesses finales de chaque corps et les accélérations initiales de chaque corps.

En résumé, le tableau 4.4.3 donne les paramètres et leur nombre pour chaque type de trajectoires.

Types de trajectoires	Nombres de paramètres	Vecteurs de paramètres $\mathbf{p}$
Fonction de Bézier d'ordre 3	11	$c_{i_0}$ for $i = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ , $c_{j_2}$ for $j = \{1 \dots 6\}$
Fonction polynomiale d'ordre 4	16	$p_{i_0}$ pour $i = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ , $p_{j_1}$ pour $j = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , $p_{k_2}$ pour $k = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
Fonction spline cubique	17	$a_{i_0}$ pour $i = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ , $b_{j_1}$ et $a_{j_2}$ pour $j = \{1 \dots 6\}$

TABLE 4.1 – Résumé des vecteurs des paramètres en fonction du type de trajectoires

## 4.5 Génération de trajectoires en double support

Nous allons développer les générations des trajectoires utilisées pour l'intégration de la phase de double support avec rotation autour de l'arête des orteils. Le pied de support est toujours à plat au sol pendant le mouvement de marche. Nous posons donc  $q_0(t) = 0$ . Suivant les contraintes imposées par le double appui, les trajectoires de la jambe mobile seront imposées par les trajectoires de la jambe fixe et de la trajectoire du pied mobile servant à effectuer la rotation autour de l'arête des orteils. Durant cette phase de double support, il reste donc trois angles des jambes ainsi que l'angle du tronc à définir pour faire évoluer le robot. Ces quatre angles sont définis par des polynômes d'ordre 3. La trajectoire est paramétrée de 0 à  $T_{ds}$ ,  $T_{ds}$  étant la durée du double support. Nous définissons  $q_{ds} = [q_1, q_2, q_5, q_6]^T$ , le vecteur des trajectoires durant le double support. Les trajectoires s'écrivent :

$$f_{qds_i}(te_n) = \sum_{j=0}^3 e_{i_j} te_n^j \quad (4.21)$$

pour  $i = [1, 2, 5, 6]$ .  $te_n = t/T_{ds}$  correspondant au temps normalisé pour la phase de double support. A  $te_n(0)$ , le robot a les deux pieds à plat sur le sol. A  $te_n(T_{ds})$ , le robot a le pied de support à plat et le pied mobile fait une rotation d'un angle  $q_5(T_{ds})$  sur l'arête des orteils.

A partir de la connaissance des trajectoires du tibia fixe et de la cuisse fixe, nous calculons la position de la hanche avec le MGD. La trajectoire du pied mobile permet de calculer la position de la cheville mobile. Nous pouvons désormais calculer le MGI de la jambe mobile et ainsi déterminer la trajectoire de  $q_3(t)$  et  $q_4(t)$ . Pour connaître les vitesses  $\dot{q}_3$  et  $\dot{q}_4$ , nous savons que pendant le mouvement du pied mobile sur les orteils, les vitesses  $\dot{x}_{O'_2}$  et  $\dot{z}_{O'_2}$  sont nulles. Nous pouvons alors déterminer le MCI de la jambe mobile et calculer les vitesses angulaires  $\dot{q}_3(t)$  et  $\dot{q}_4(t)$ . Ces expressions sont détaillées dans le paragraphe 3.7. Le calcul pour déterminer l'accélération de la jambe mobile est basé sur la même résolution. Nous calculons l'accélération cartésienne de la hanche à partir des angles, des vitesses et des accélérations angulaires de la jambe fixe. Sachant que l'accélération au point  $O'_2$  est nulle pendant la phase de

double appui, les accélérations  $\ddot{q}_3$  et  $\ddot{q}_4$  peuvent être calculées pendant le mouvement.

Pour la phase de simple support, on note  $q_{ss} = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6]^T$  le vecteur des variables articulaires. En simple appui, une fonction polynomiale d'ordre 5 définit l'évolution de chaque coordonnée de  $q_{ss}$ . La durée de simple support est notée  $tf_n = (t - T_{ds}/T - T_{ds})$  est le temps normalisé pour la phase de simple appui. A  $tf(T_{ds})$ , le robot est en appui sur le pied de support et le pied mobile sur l'arête des orteils. A  $tf(T)$ , le robot a effectué un pas de marche.

$$f_{q_{ss_i}}(tf_n) = \sum_{j=0}^5 f_{i_j} tf_n^j \quad (4.22)$$

pour  $i = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$ .

Entre les deux phases, les positions angulaires et les vitesses angulaires doivent être continues. Les conditions de continuité pour le pied mobile et le tronc sont les suivantes :

- Pour le tronc :  $e_{6_0} = \sum_{j=0}^5 f_{6_j}$  ,  $f_{6_0} = \sum_{j=0}^3 e_{6_j}$
- Pour le pied mobile :  $e_{5_0} = \sum_{j=0}^5 f_{5_j} = 0$  ,  $f_{5_0} = \sum_{j=0}^3 e_{5_j}$

Pour les cuisses et les tibias, le paramétrage et l'échange des jambes à la phase d'impact est une partie délicate. La continuité des variables de la jambe fixe entre les deux phases impose le paramétrage suivant :

- Pour les cuisses :  $f_{2_0} = \sum_{j=0}^3 e_{2_j}$  ,  $f_{3_0} = qds_3(T_{ds})$
- Pour les tibias :  $f_{1_0} = \sum_{j=0}^3 e_{1_j}$  ,  $f_{4_0} = qds_4(T_{ds})$

L'impact impose aussi des conditions de cyclicité car la position et la vitesse finale de simple support déterminent la vitesse après impact.

- Pour le tronc :  $e_{6_1} = qss_6(T) + \Delta_6$ ,
- Pour le pied mobile :  $e_{5_1} = qss_5(T) + \Delta_5$
- Pour les cuisses :  $e_{2_1} = qss_3(T) + \Delta_2$ ,  $e_{3_1} = qss_2(T) + \Delta_3$
- Pour les tibias :  $e_{1_1} = qss_4(T) + \Delta_1$ ,  $e_{4_1} = qss_1(T) + \Delta_4$

Le nombre total de paramètres avant d'imposer les conditions de continuité et de cyclicité est de 52. La réduction permet d'atteindre un nombre de 34 paramètres qui sont les positions angulaires initiales et finales des cuisses, des tibias et du tronc, les positions angulaires intermédiaires et les vitesses angulaires intermédiaires de la jambe fixe, du pied mobile et du tronc, les vitesses finales de la phase de SS de chaque corps, les accélérations initiales et finales de chaque corps pour la phase de simple support.

## 4.6 Paramétrage final pour l'optimisation

Dans les paragraphes 4.4 et 4.5, nous avons établi le paramétrage définissant l'évolution des mouvements de marche. Nous pouvons encore réduire le nombre

de paramètres de chaque fonction en faisant intervenir les conditions initiales de contact des pieds avec le sol. Ces conditions nous permettent de faire intervenir la position cartésienne de la hanche et de retrouver ainsi les positions articulaires initiales des deux jambes. Le nombre total de paramètres est ainsi réduit de deux. Nous posons donc  $x_H(0)$  et  $z_H(0)$  les positions cartésiennes initiales des hanches. Dans notre étude, la variable temporelle, c'est à dire la durée d'un pas est une valeur inconnue. Nous proposons donc de l'ajouter au vecteur de paramètres. Dans le cas de la génération de trajectoires pour le double support, nous avons une position intermédiaire qui peut être aussi modélisée avec le modèle géométrique inverse. La durée de double support  $T_{ds}$  est ajoutée au vecteur de paramètres. Le tableau 4.6 donne un aperçu du vecteur de paramètres utilisées pour l'optimisation dans chaque cas.

Types de trajectoires	Nombres de paramètres	Vecteurs de paramètres $\mathbf{p}$
Fonction de Bézier d'ordre 3	10	$x_H(0), z_H(0), c_{6_0}, T$ $c_{j_2}$ for $j = \{1 \dots 6\}$
Fonction polynomiale d'ordre 4	15	$x_H(0), z_H(0), p_{6_0}, T$ $p_{j_1}$ pour $j = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , $p_{k_2}$ pour $k = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
Fonction spline cubique	16	$x_H(0), z_H(0), a_{6_0}, T$ $b_{j_1}$ et $a_{j_2}$ pour $j = \{1 \dots 6\}$
Ensemble des fonctions pour le double support	31	$x_H(0), z_H(0), e_{6_0}, f_{5_0}, f_{6_0},$ $x_H(T_{ds}), z_H(T_{ds}), T_{ds}, T$ $e_{j_1}$ et $f_{j_2}$ pour $j = \{1 \dots 6\}$

TABLE 4.2 – Résumé des vecteurs finaux des paramètres en fonction du type de trajectoires

## 4.7 Modification du critère d'optimisation

Pour résoudre le problème d'optimisation, nous avons fait le choix d'utiliser l'algorithme de Nelder-Mead appelé aussi algorithme du Simplex. Le choix de ce type d'algorithme impose de modifier le critère (4.5) en ajoutant les contraintes sous forme de pénalités de Lagrange. Le nouveau critère utilisé pour déterminer l'allure de marche avec simple support s'écrit donc sous la forme :

$$C_{\mathbf{P}} = \frac{2}{d} \int_0^T \left( \Gamma(\mathbf{p})^T P \Gamma(\mathbf{p}) + k \sum_{i=1}^{n_{\Psi}} (e^{(|\Psi_{ss_i}(\mathbf{p})| - \Psi_{ss_i}(\mathbf{p}))} - 1) + error_{MGI} \right) d\tau \quad (4.23)$$

avec :

- $k$  un multiplicateur de Lagrange,
- $\Psi_i$  les contraintes associées aux robots
- $error_{MGI}$  l'erreur du MGI (voir paragraphe 2.4.2)



–  $n_c$  le nombre de contraintes à satisfaire.

Le choix du coefficient  $k$  doit être assez élevé pour éviter que le robot n'effectue pas un mouvement non réalisable. Il ne doit pas être trop élevé pour ne pas augmenter de manière exagérée le temps de convergence de l'algorithme. Dans ces travaux, le coefficient  $k$  est égal à  $10^6$ .

L'allure de marche avec double support impose de définir deux expressions intermédiaires de critère. On pose :

$$C_{ds_p} = \int_0^{T_{ds}} \left( \Gamma_{ds}(\mathbf{p})^T P \Gamma_{ds}(\mathbf{p}) + k \sum_{i=1}^{n_\Psi} (e^{(|\Psi_{ds_i}(\mathbf{p})| - \Psi_{ds_i}(\mathbf{p}))} - 1) + error_{MGI} \right) d\tau \quad (4.24)$$

pour la phase de double support et :

$$C_{ssp} = \int_{T_{ds}}^T \left( \Gamma_{ss}(\mathbf{p})^T P \Gamma_{ss}(\mathbf{p}) + k \sum_{i=1}^{n_\Psi} (e^{(|\Psi_{ss_i}(\mathbf{p})| - \Psi_{ss_i}(\mathbf{p}))} - 1) + error_{MGI} \right) d\tau \quad (4.25)$$

pour la phase de simple support.

Le critère finalement utilisé pour l'allure en double support s'écrit :

$$C_{\mathbf{p}} = \frac{2}{d} (C_{ds_p} + C_{ssp}) \quad (4.26)$$

## 4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le problème d'optimisation en le modifiant en un problème d'optimisation paramétrique. Deux critères ont été utilisés pour résoudre le problème d'optimisation. Un critère sthénique qui permet de connaître les couples articulaires nécessaires pour générer le mouvement du robot bipède. Ce critère permet de comparer les deux structures cinématiques de robots. Il facilite la sélection des actionneurs. Une fois que les moteurs ont été choisis, un critère énergétique est utilisé pour estimer la consommation énergétique réelle du robot en fonction des frottements dus aux motoréducteurs. Ce critère permet de comparer les performances des robots en fonction des prototypes utilisés dans différents laboratoires et en fonction de l'humain.

La génération de trajectoires a été développé pour deux types d'allures de marche qui sont des marches avec phase de simple support suivi d'impact et des marches composées de phases de double support avec rotation du pied mobile suivi d'une phase de simple support et d'un impact pied à plat. Les contraintes du problème d'optimisation ont été posées pour que le robot fasse un pas de marche convenable.

Pour la génération des premières allures de marche, trois types de fonctions mathématiques qui sont des fonctions de Bézier d'ordre 3, des fonctions polynomiales d'ordre 4 et des fonctions splines cubiques ont été étudiés. Pour la génération de la seconde allure, des fonctions polynomiales d'ordre 3 et d'ordre 5 ont été utilisées.

L'algorithme du Simplex est choisi pour résoudre le problème d'optimisation. Les critères ont donc été modifiés pour que les contraintes soient prises en compte

durant la phase d'optimisation. Les contraintes ont été gérées par des fonctions de pénalités de Lagrange et ajoutées au critère.

Nous allons maintenant effectuer les séries d'optimisation en utilisant tout d'abord l'allure de simple support suivi de l'impact. La comparaison des deux structures sera effectuée en fonction des différentes fonctions de trajectoires et du critère sthénique ainsi que le critère énergétique dans le chapitre 5. Les structures de robots seront comparées avec l'utilisation de la phase de double support avec rotation sur les orteils.



# Chapitre 5

## Résultats de trajectoires en simple support

### 5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons optimiser les allures de marche du robot pour des vitesses de marche comprises entre  $0.2\text{ m/s}$  et  $1\text{ m/s}$ . Ces optimisations sont effectuées aussi bien pour la structure de robot à genoux roulants que pour la structure à liaison pivot. Les éléments du modèle dynamique qui sont constants (longueurs, masses, inerties,...) sont ceux du robot HYDROiD comme présentés dans le contexte. Ces éléments sont résumés dans le tableau 5.1. Les rayons de la cinématique du genou roulant sont choisis tels que  $r_1$  et  $r_2$  sont égaux à  $5\text{ cm}$ . La comparaison entre les structures est faite dans un premier temps avec l'allure de simple support et le critère sthénique. L'évolution des critères est analysée en fonction de la vitesse de marche. Ensuite, l'évolution temporelle des angles et des couples articulaires de chaque trajectoire et pour chaque structure de genoux est étudiée en détail. Pour compléter ces paragraphes, nous verrons les modifications dues aux contraintes technologiques propres au robot HYDROiD dans le cadre des problèmes d'optimisation. L'analyse des vitesses, des couples articulaires et des puissances maximales est effectuée et les valeurs comparées aux résultats obtenus dans la première partie de ce chapitre.

L'ajout de ressorts de torsion sur le robot à genoux roulants est analysé et une série d'optimisation est effectuée pour connaître l'apport de ces composants flexibles et l'économie d'énergie qui peut être garantie pendant la marche.

Pour finir ce chapitre, nous effectuons des optimisations avec un critère énergétique. Nous comparons l'évolution du critère énergétique des deux robots en fonction de la vitesse de marche. L'introduction de frottements secs est étudiée et comparée au coût estimé de transport établi par Collins [18].

Dans ce chapitre, le robot ayant la structure de genoux rotoïdes est nommé "Robot CK" et le robot utilisant la structure à genoux roulants est appelé "Robot RK".

TABLE 5.1 – Éléments de dimensionnement du Robot HYDROïD

Corps	Longueurs [m]	Masses [kg]	Moments d'inertie [kg.m <sup>2</sup> ]	Positions du CdG [m]
Pied	$L_p = 0.207$ $l_p = 0.072$ $h_p = 0.064$	0.678	0.001	$sx = 0.0135$ $sz = 0.0321$
Tibia	$l_1 = 0.392$	2.188	0.028	0.1685
Cuisse	$l_2 = 0.392$	5.025	0.068	0.1685
Tronc	$l_3 = 0.543$	29.27	0.815	0.1921

## 5.2 Influence des trajectoires en simple support

Les résultats pour la première allure, composée de phase de simple support suivi d'impact, nous permettent dans un premier temps, de montrer les avantages et les inconvénients des deux configurations cinématiques choisies pour les genoux. L'étude s'est faite avec les trois fonctions de trajectoires vues dans le chapitre 4. Les résultats sont représentés sur la figure 5.1.

On remarque que le critère sthénique du robot basé sur la structure à genoux roulants est plus faible que celui du robot comportant uniquement des liaisons pivots aux genoux. Pour les trois fonctions de trajectoires, le robot RK consomme moins d'énergie. La fonction spline cubique permet d'avoir la consommation la plus faible à la vitesse de 0.29 m/s avec un critère optimal de 19 N<sup>2</sup>ms. On remarque que les critères optimaux pour cette même fonction et à partir de la vitesse de 0.29 m/s jusqu'à 1 m/s sont plus faibles que pour les autres fonctions de trajectoires. On peut tout de même noter que pour les faibles vitesses de marche, les fonctions de Bézier sont à privilégier pour obtenir un faible critère sthénique. Les résultats présentés ici ne tiennent pas compte des contraintes technologiques imposées sur le robot HYDROïD. Nous verrons dans le paragraphe suivant, l'influence de ces contraintes sur l'évolution du critère et sur le dimensionnement.

Nous pouvons voir sur les figures 5.2 et 5.3, la période et la longueur du pas de marche obtenue pour les valeurs optimales du critère et pour les deux configurations de robot et ceci pour les trois fonctions de trajectoire. On peut remarquer que les stratégies de marche diffèrent suivant les vitesses de marche. Pour les faibles vitesses de marche, la solution optimale privilégie des grandes périodes avec des longueurs de pas courtes. En fortes vitesses, la trajectoire a une période plus courte et des pas plus longs.

Pour tout algorithme d'optimisation, il est nécessaire de se préoccuper de la convergence et du blocage de la recherche par l'existence de minimums locaux. Le choix de l'algorithme du simplex permet d'éviter en partie le blocage au voisinage d'un minimum local. Il faut pour cela avoir un simplex suffisamment étendu, une propriété que l'on obtient par une réinitialisation répétée et une modification aléatoire de faible amplitude des valeurs du vecteur de paramètres. D'autre part, la convergence de l'algorithme doit être suffisamment rapide afin d'éviter que les mul-

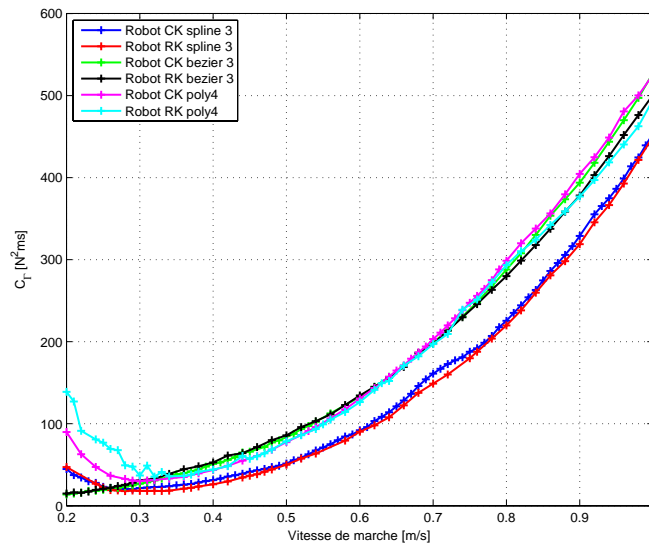


FIGURE 5.1 – Evolution du critère sthénique optimal en fonction de la vitesse d'avance du robot.

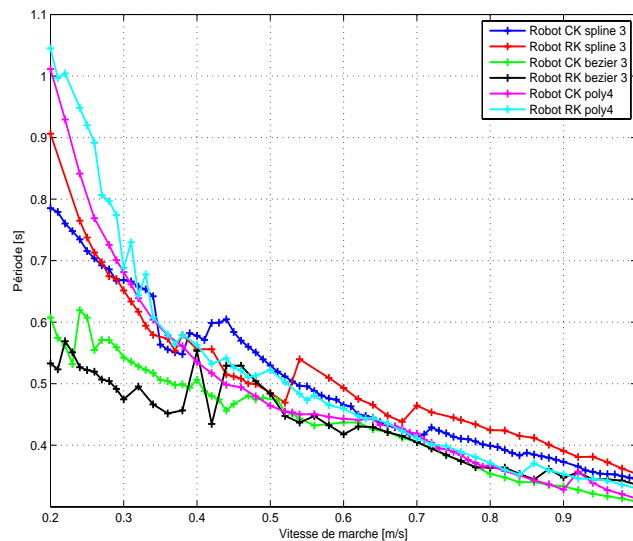


FIGURE 5.2 – Evolution des périodes de marche en fonction de la vitesse d'avance du robot.

tiples réinitialisations ne conduisent à un temps de calcul trop important. La figure 5.4 présente la convergence de l'algorithme pour les trois fonctions de trajectoires utilisées. L'analyse de la convergence est effectuée à partir du dernier vecteur de paramètres obtenus à l'itération précédente. Ce vecteur est modifié en ajoutant à chaque paramètre, une valeur aléatoire de  $\pm 1\%$  et l'algorithme d'optimisation est programmé pour effectuer trois fois deux milles itérations. La figure 5.4 présente un résultat typique. On remarque que le critère optimal est trouvé avant le nombre maximal d'itérations imposé par l'algorithme pour les trois fonctions.

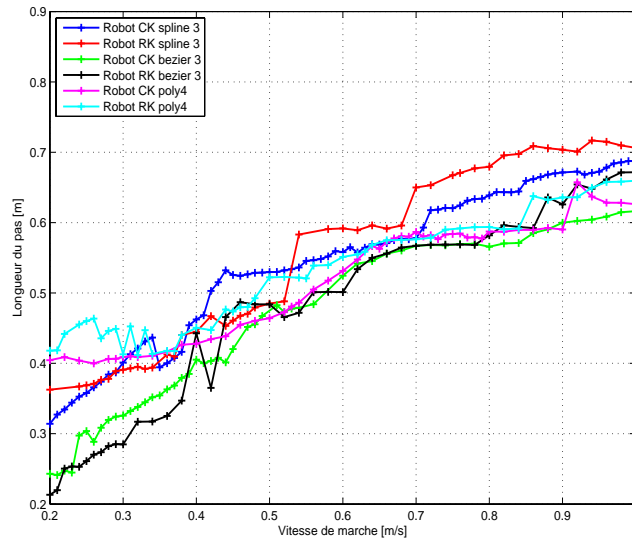


FIGURE 5.3 – Evolution du pas de marche en fonction de la vitesse d’avance du robot.

tions de Bézier et les fonctions splines cubiques, la convergence est la plus rapide. La convergence avec les polynômes d’ordre 4 est la plus lente. La convergence n’est donc pas dépendante du nombre de paramètres utilisé.

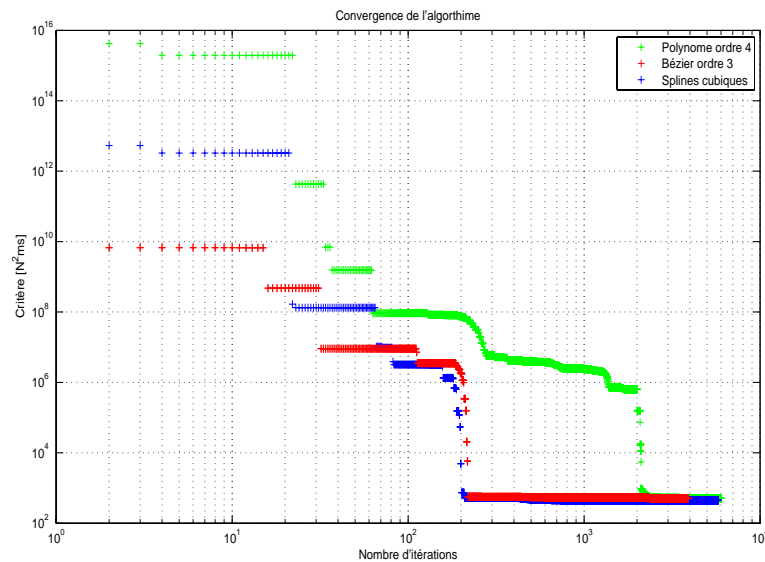


FIGURE 5.4 – Evolution du critère optimum en fonction de trajectoire paramétrée choisie à la vitesse de  $1\text{ m/s}$ .

Les paragraphes suivants détaillent les évolutions temporelles des angles, des vitesses et des couples articulaires pour chaque type de trajectoires utilisées et pour la vitesse de marche de  $1\text{ m/s}$ .

### 5.2.1 Trajectoires basées sur des fonctions de Bézier

Dans ce premier paragraphe, la comparaison des deux structures est effectuée avec la paramétrisation des trajectoires par des fonctions de Bézier d'ordre 3. Nous avons pu voir sur la figure 5.1 que les critères optimaux sont assez proches pour des vitesses entre 0.2 et 0.78  $m/s$ . Pour les plus fortes vitesses de marche, la consommation de la structure RK est plus faible qu'avec la structure CK. A la vitesse de 1  $m/s$ , la diminution du critère pour le robot RK est d'environ 5%. La figure 5.5 présente les évolutions des angles absolus en fonction du temps pour la vitesse de marche de 1  $m/s$ . On peut remarquer que pour le robot CK, la jambe fixe est plus raide que celle du robot RK. Le pied du robot RK oscille et se rapproche des trajectoires que l'on rencontre chez l'humain. Cette oscillation permet à la cheville mobile de s'élever moins.

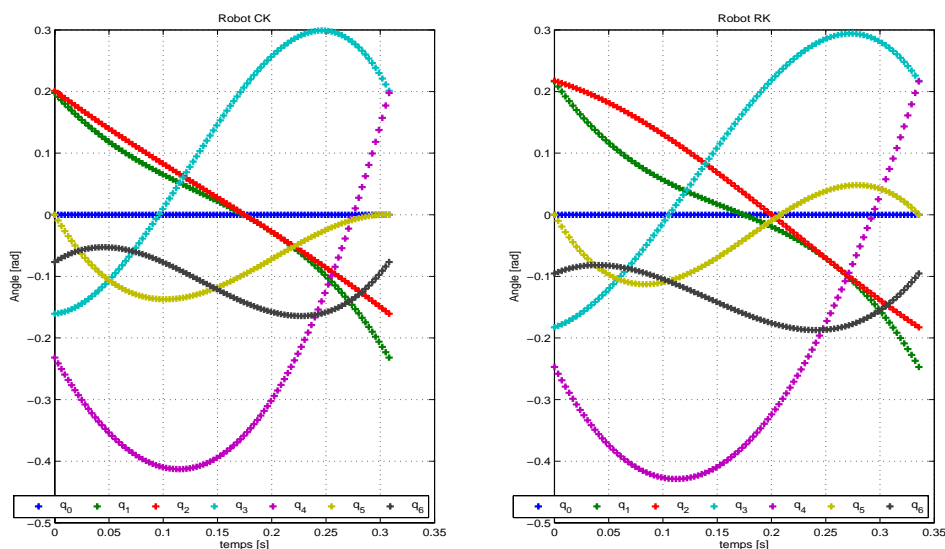


FIGURE 5.5 – Évolution des angles absolus à la vitesse d'avance de 1  $m/s$ .

La figure 5.6 montre l'évolution du pied mobile. On voit que la position en  $\vec{z}$  la cheville mobile du robot RK diminue progressivement jusqu'à sa position finale. Cette diminution est plus linéaire que celle du robot CK. Une différence notable concerne la période de marche qui est plus longue avec le robot RK. On a donc un pas un peu plus long.

La figure 5.7 montre l'évolution des robots à la vitesse de marche de 1  $m/s$ . On observe que les robots ont les mêmes allures de marche avec une différence sur le pied mobile du robot RK qui termine avec un mouvement ramenant en premier le talon au sol. Les jambes de support sont tendues presque tout le long du pas comme pour un pendule inverse.

La figure 5.8 présente l'évolution des angles relatifs articulaires pour cette même vitesse. Les profils des angles relatifs entre les deux structures sont comparables. On peut voir que l'amplitude de l'angle du genou est plus importante pour le robot RK que celle du robot CK. Ce profil de l'angle du genou RK est assez proche de l'angle



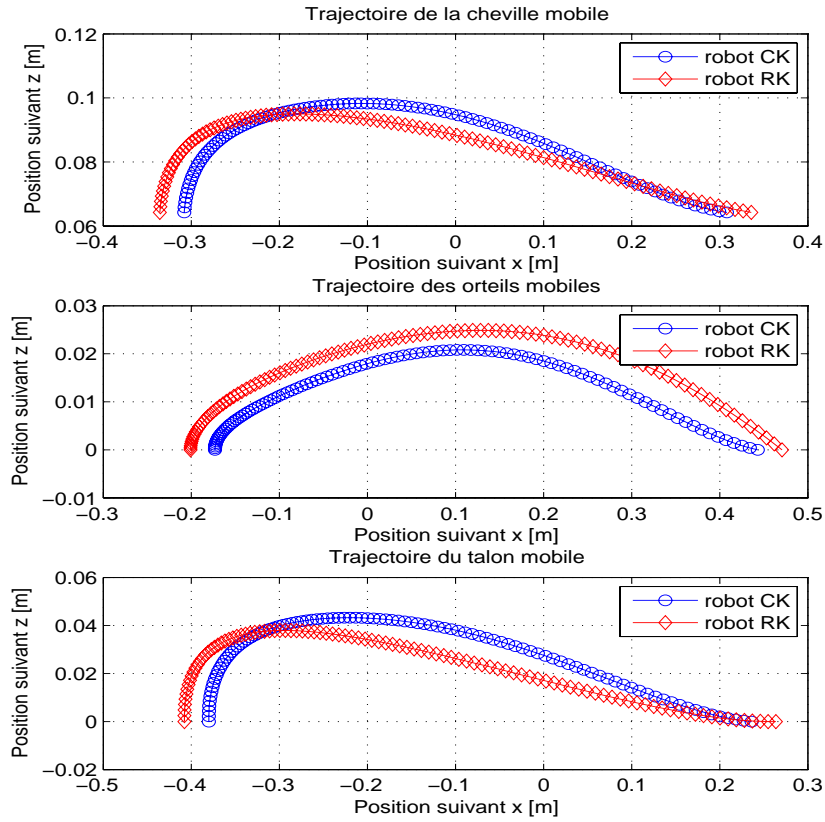


FIGURE 5.6 – Évolution des trajectoires cartésiennes de la cheville mobile, des orteils mobiles et du talon mobile à la vitesse d’avance de 1 m/s.

mesuré chez l’humain dans [52].

La figure 5.9 présente l’évolution des couples articulaires pour cette même vitesse. Les profils des couples des deux structures sont comparables. Le couple de la cheville fixe ( $\Gamma_1$ ) et le couple de la hanche mobile ( $\Gamma_4$ ) du robot RK sont plus faibles que ceux du robot CK.

Le tableau 5.2 donne les grandeurs articulaires maximales (couples, vitesses, puissances) de chaque articulation. La puissance maximale est atteinte pour l’articulation mobile de la hanche du robot CK. Cette puissance est calculée à partir des couples et des vitesses articulaires relatives soit :

$$P_{mot_i} = \Gamma_i \dot{\theta}_i \quad (5.1)$$

On remarque que la puissance de l’articulation de la hanche fixe pour le robot RK est d’environ 30% plus faible que celle du robot CK. Une diminution de la puissance de cette hanche permet de diminuer la puissance des actionneurs correspondants et donc leurs masses.

L’observation des couples articulaires en fonction des vitesses articulaires aux genoux pour nos deux structures est représentée sur la figure 5.10. On remarque une très faible diminution du couple pour l’articulation RK, et une diminution plus

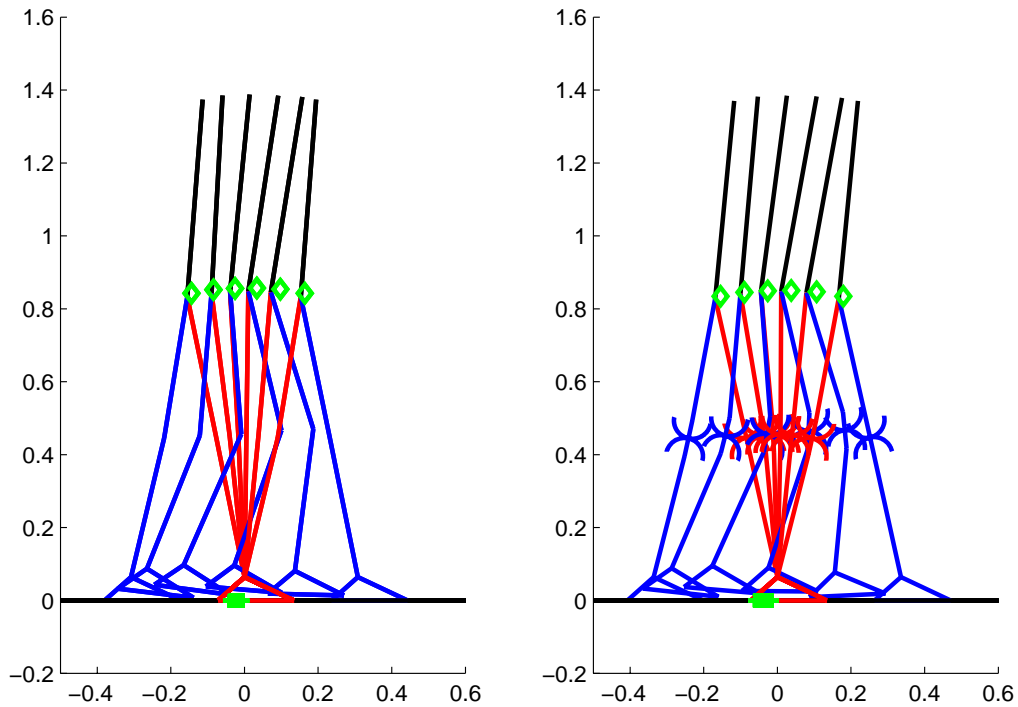


FIGURE 5.7 – Marche à la vitesse d’avance de 1 m/s. A gauche le robot CK et à droite, le robot RK.

		Robot CK		Robot RK	
		Fixe	Mobile	Fixe	Mobile
Cheville	Couple max [N.m]	16.64	0.57	14.71	0.58
	Vitesse max [rad/s]	2.87	6.67	2.98	7.37
	Puissance max [W]	30.40	0.56	26.74	0.73
Genou	Couple max [N.m]	4.53	10.79	5.48	10.12
	Vitesse max [rad/s]	1.50	10	1.97	8.12
	Puissance max [W]	6.78	34.71	4.25	39.56
Hanche	Couple max [N.m]	16.84	29.19	16.53	25.21
	Vitesse max [rad/s]	3.77	5.79	3.35	4.76
	Puissance max [W]	34.26	99.39	28.03	67.74

TABLE 5.2 – Valeurs maximales des grandeurs articulaires à 1 m/s (fonctions de Bézier).

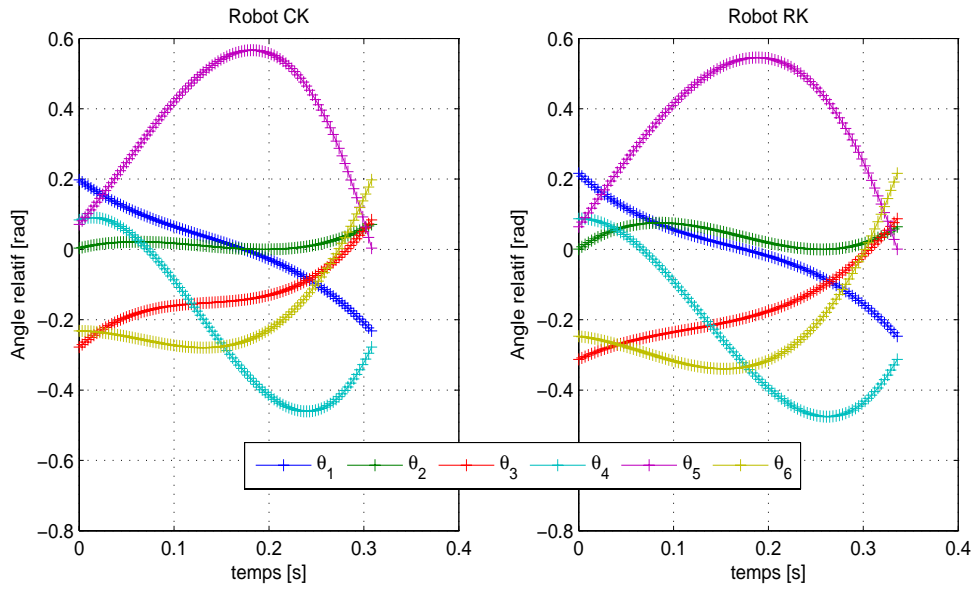


FIGURE 5.8 – Évolution des angles relatifs à la vitesse d'avance de 1 m/s.

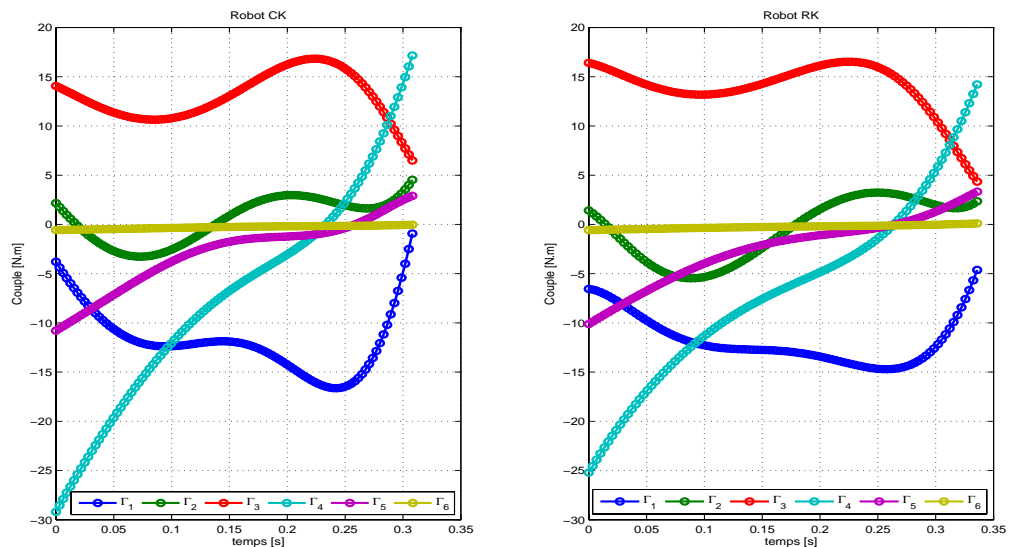


FIGURE 5.9 – Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 1 m/s.

élevée de la vitesse articulaire. On note que la puissance du genou mobile du robot RK est plus élevée que celle du robot CK.

La figure 5.11 montre que les contraintes de contact unilatéral et de stabilité sont satisfaites pendant le pas de marche. À gauche, on compare les forces  $F_x$  et  $F_z$  pour les deux structures de robots. On constate que les profils sont les mêmes. À droite, l'évolution de la position du ZMP est présentée. On voit que ces positions sont bien à l'intérieur de la surface du pied de support tout au long de la trajectoire.

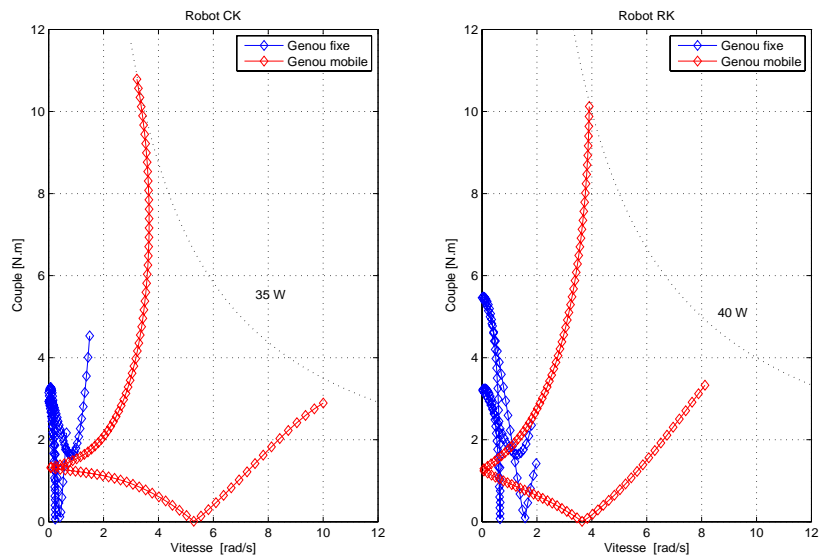


FIGURE 5.10 – Evolution dans le plan Couple-vitesse du point de fonctionnement à la vitesse d'avance de 1 m/s.

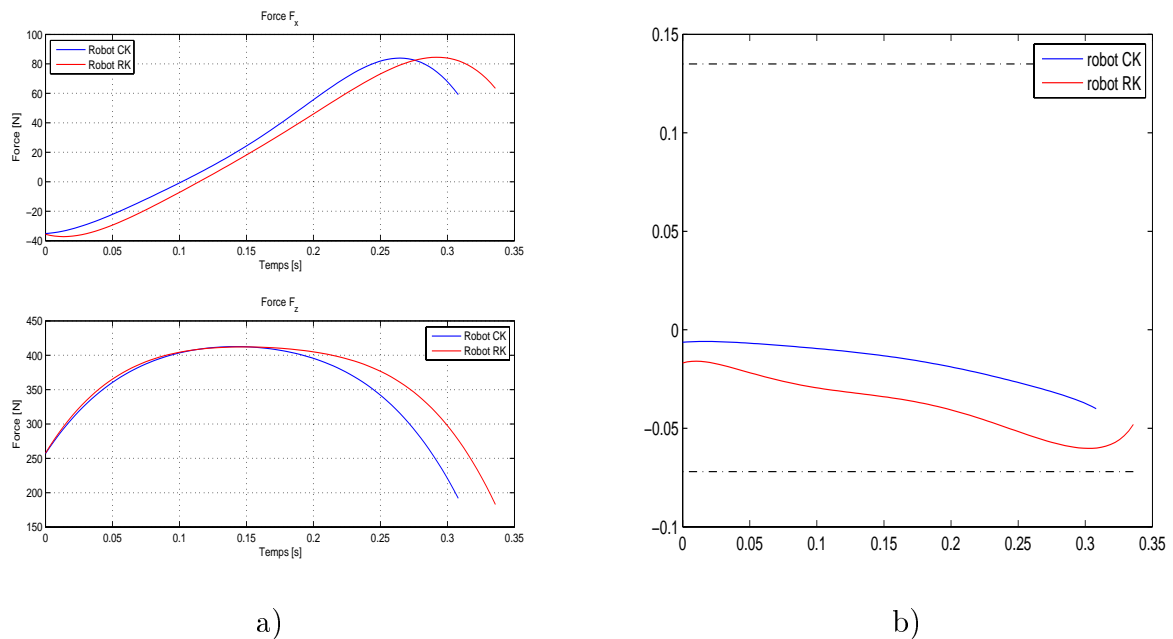


FIGURE 5.11 – A gauche, évolution des forces tangentielle et verticale à la vitesse d'avance de 1 m/s. A droite, évolution des ZMP à la vitesse d'avance de 1 m/s. Les pointillés représentent la position des orteils et la position du talon de la jambe de support.

### 5.2.2 Trajectoires polynomiales d'ordre 4

Dans ce paragraphe, la comparaison des deux structures est faite avec les trajectoires polynomiales d'ordre 4. Les résultats ont montré que les critères optimaux, avec l'utilisation de ce type de trajectoire, se rapprochaient des résultats obtenus

avec les fonctions de Bézier. La différence majeure se retrouve pour les faibles vitesses où le critère est plus élevé que celui obtenu auparavant. On peut faire le même constat que précédemment, pour les plus fortes vitesses de marche, la valeur du critère de la structure RK est plus faible qu'avec la structure CK. Le gain pour le robot RK à la vitesse de  $1\text{ m/s}$  est d'environ  $5.9\%$ .

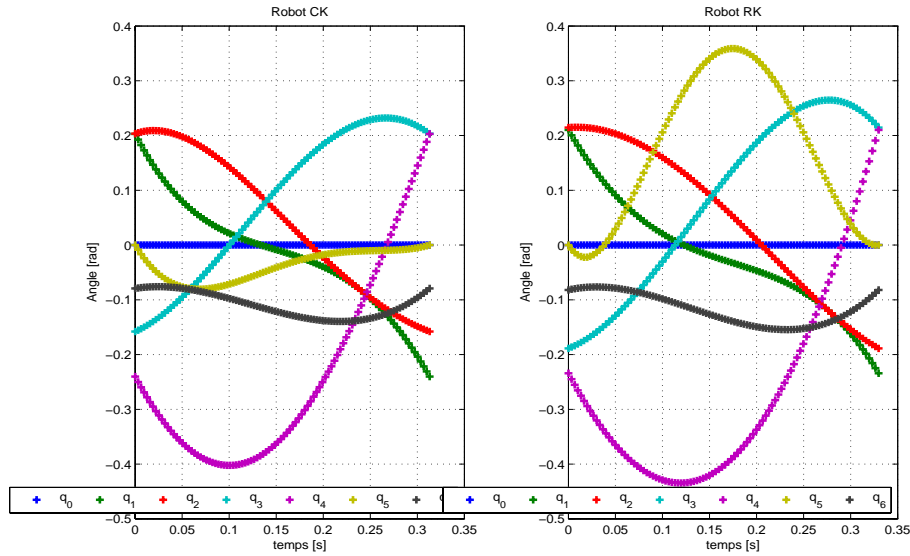


FIGURE 5.12 – Évolution des angles absolus à la vitesse d'avance de  $1\text{ m/s}$ .

La figure 5.12 présente les allures des angles absolus en fonction du temps pour la vitesse de marche de  $1\text{ m/s}$ . Les allures des angles des cuisses, des tibias et du tronc sont très similaires à celles obtenues avec les fonctions de Bézier. L'allure de l'angle du pied mobile est très différente. Le résultat obtenu pour le robot CK montre que l'angle de la cheville reste proche de zéro alors que pour le robot RK, l'angle a une très grande oscillation.

Pour le robot CK, la figure 5.13 montre que le pied se soulève et reste à plat tout au long du mouvement. Pour le robot RK, le pied mobile bascule et le talon mobile est plus proche du sol. Les orteils sont eux plus élevés. Comme dans le paragraphe précédent, la durée du pas pour le robot RK est légèrement plus élevée que celle du robot CK. La figure 5.14 montre l'évolution des robots à la vitesse de marche de  $1\text{ m/s}$ . On observe que pour le pied mobile, les orteils se relèvent rapidement et le talon reste très proche du sol pour le robot RK.

La figure 5.15 présente l'évolution des angles relatifs articulaires pour cette même vitesse. Les profils des angles relatifs entre les deux structures sont comparables sauf pour l'angle de la cheville mobile qui a une plus grande amplitude pour le robot RK.

La figure 5.16 présente l'évolution des couples articulaires à la vitesse de  $1\text{ m/s}$ . Les profils des couples sont comparables entre les deux robots mais également très proches des profils obtenus avec les fonctions de Bézier. Par contre, les couples des hanches sont plus faibles pour le robot RK que ceux du robot CK. Le couple du genou de support est lui aussi plus faible. On constate avec les valeurs du tableau 5.3 que les puissances consommées aux hanches sont bien plus faibles que dans le

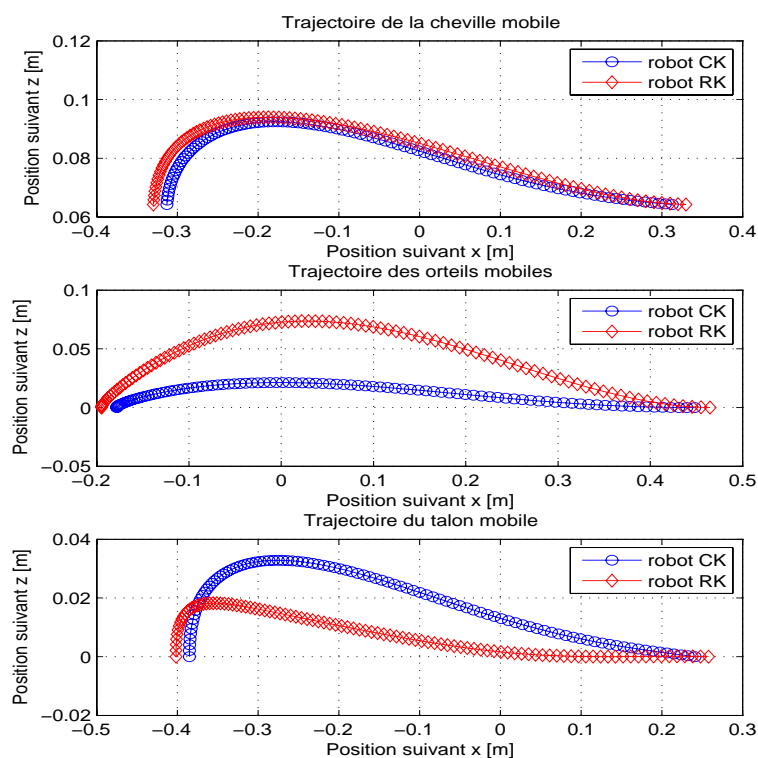


FIGURE 5.13 – Évolution des trajectoires cartésiennes de la cheville mobile, des orteils mobiles et du talon mobile à la vitesse d'avance de 1 m/s.

cas des fonctions de Bézier. Par contre, on note une augmentation des puissances aux chevilles. Cela revient à choisir des moteurs plus lourds au pied.

Les couples articulaires des genoux sur la figure 5.17 montrent que le couple du genou fixe pour le robot RK est plus faible pendant le mouvement. La vitesse du genou mobile du robot RK est plus importante que celle du genou mobile du robot CK.

		Robot CK		Robot RK	
		Fixe	Mobile	Fixe	Mobile
Cheville	Couple max [N.m]	15.22	0.61	14.80	0.82
	Vitesse max [rad/s]	3.35	4.30	2.95	7.67
	Puissance max [W]	50.98	0.61	43.66	2.23
Genou	Couple max [N.m]	8.63	10.42	7.52	9.90
	Vitesse max [rad/s]	3.94	5.85	3.05	7.87
	Puissance max [W]	15.15	40.66	7.07	38.39
Hanche	Couple max [N.m]	20.72	27.78	18.16	24.00
	Vitesse max [rad/s]	2.08	2.70	2.65	3.68
	Puissance max [W]	20.67	33.13	25.20	37.06

TABLE 5.3 – Valeurs maximales des grandeurs articulaires à 1 m/s (Polynômes d'ordre 4).

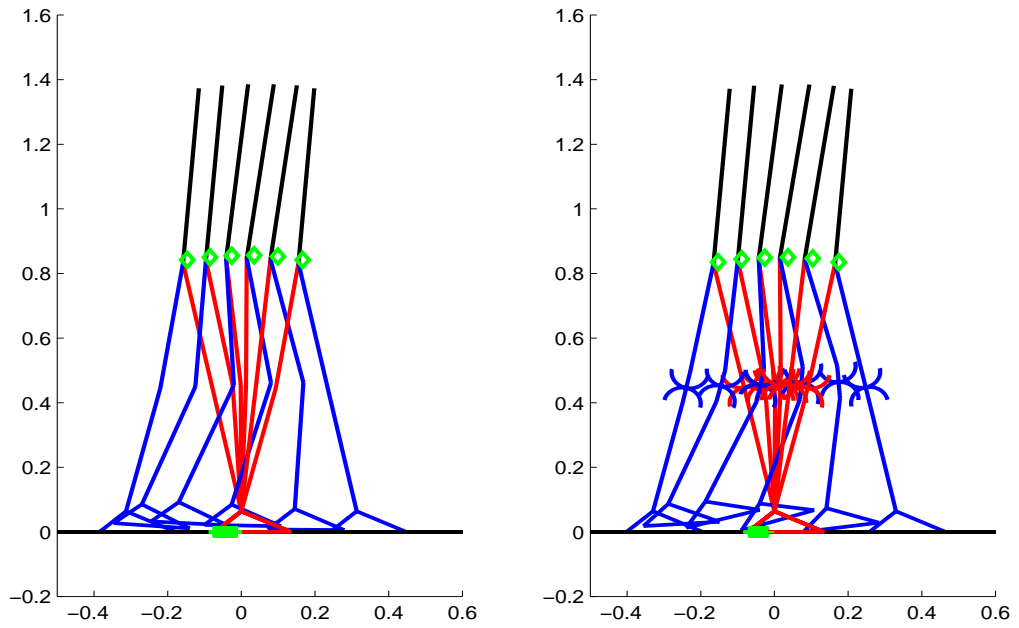


FIGURE 5.14 – Marche à la vitesse d’avance de 1 m/s. A gauche le robot CK et à droite, le robot RK.

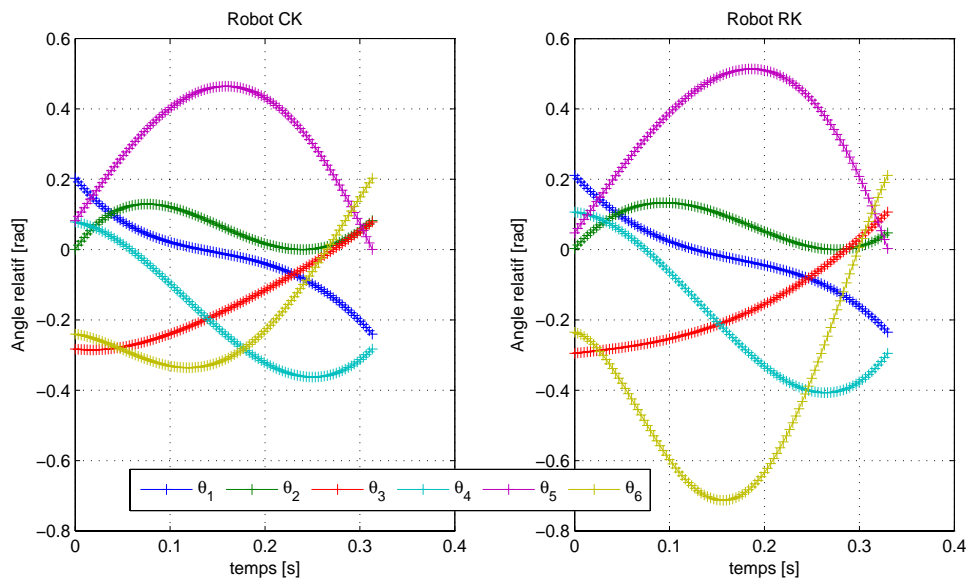


FIGURE 5.15 – Évolution des angles relatifs à la vitesse d’avance de 1 m/s.

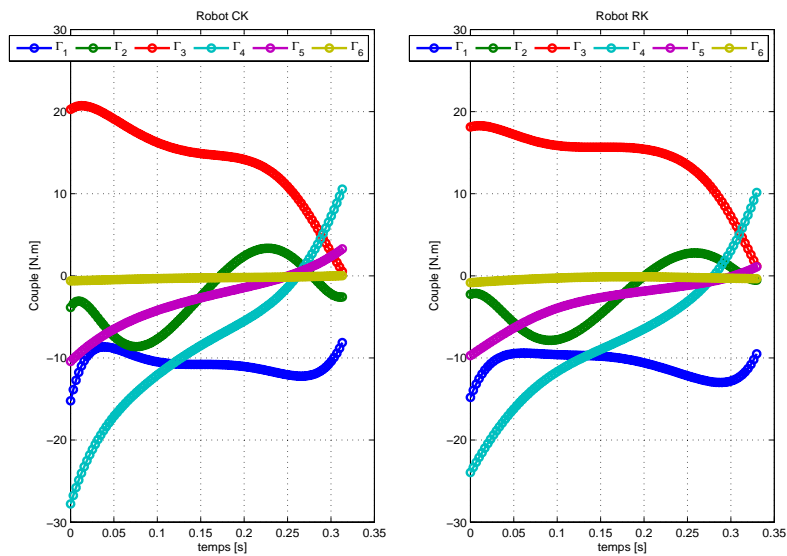


FIGURE 5.16 – Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 1 m/s .

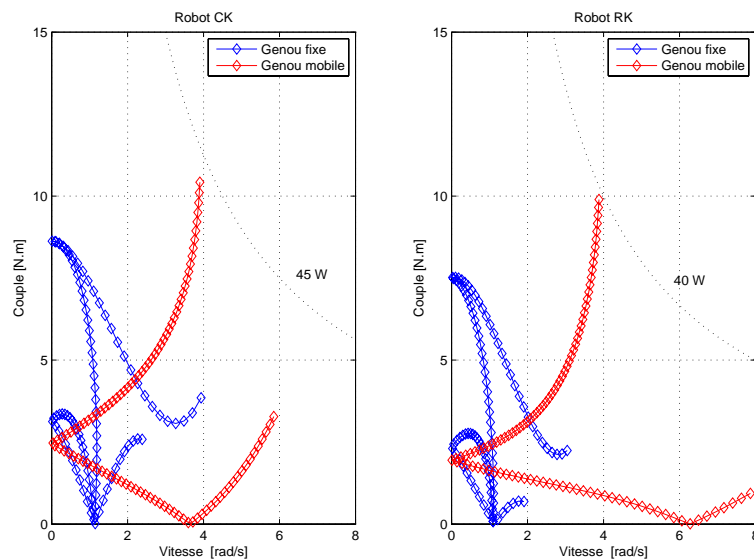


FIGURE 5.17 – Evolution dans le plan Couple-vitesse du point de fonctionnement à la vitesse d'avance de 1 m/s.

La figure 5.18.a montre les allures des forces  $F_x$  et  $F_z$  des deux structures de robots. Les contraintes de non-glissement sont donc vérifiées. La figure 5.18.b prouve que l'évolution des positions du ZMP est bien comprise dans la surface du pied de support.

### 5.2.3 Trajectoires splines cubiques

Nous avons utilisé les trajectoires générées avec des fonctions splines cubiques pour comparer les deux structures. C'est avec ce type de trajectoires que le minimum



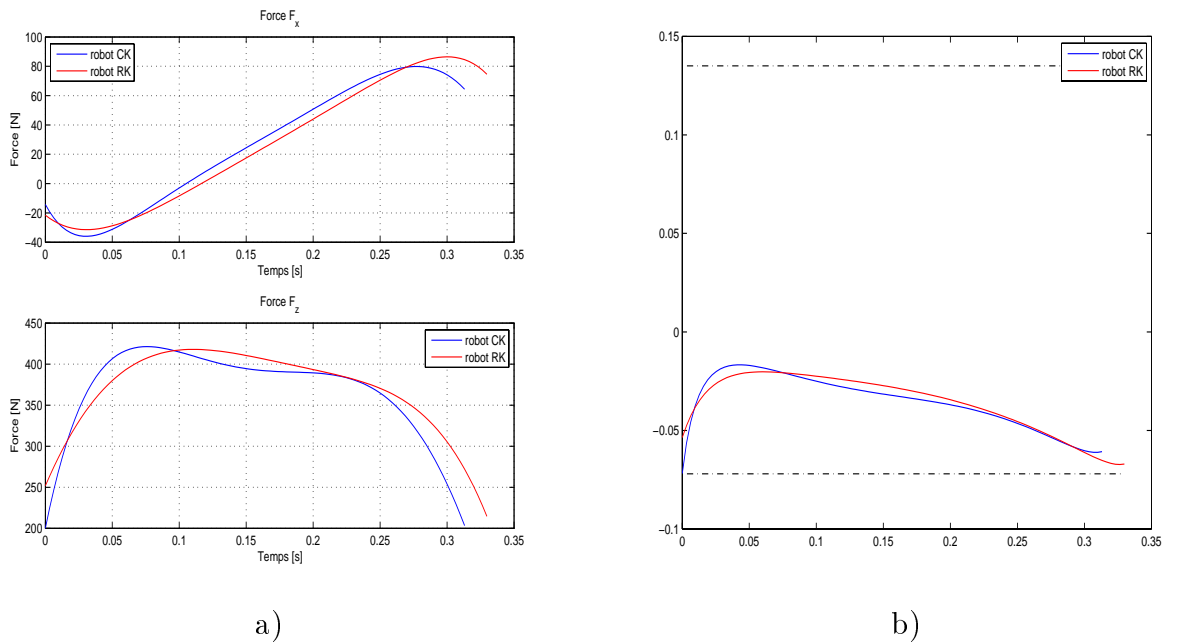


FIGURE 5.18 – a) Évolution des forces tangentielles et verticales à la vitesse d’avance de 1 m/s. b) Évolution des ZMP à la vitesse d’avance de 1 m/s. Les pointillés représentent la position des orteils et la position du talon de la jambe de support.

de critère de  $19 N^2ms$  est obtenu à la vitesse de  $0.29 m/s$  (voir figure 5.1). On remarque que les critères optimaux sont les plus faibles pour les vitesses de marche comprises entre  $0.25$  et  $1 m/s$ . Le gain de critère pour le robot RK est de 1 % à la vitesse de  $1 m/s$ . En moyenne, le gain de critère pour cette même structure est égal à 6%. La figure 5.19 présente les allures des angles absolus en fonction du temps

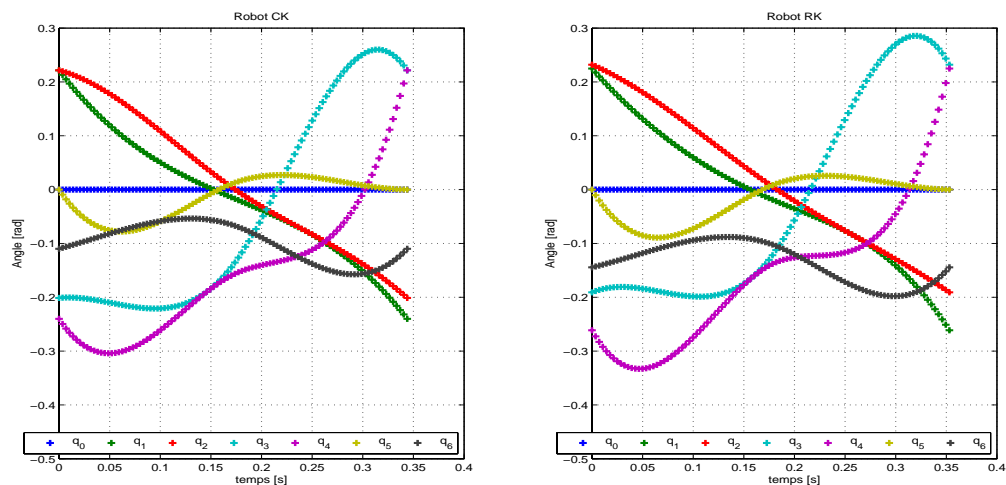


FIGURE 5.19 – Évolution des angles absolus à la vitesse d’avance de 1 m/s.

pour la vitesse de marche de  $1 m/s$ . On remarque que pour le robot CK, la jambe fixe est plus raide que celle du robot RK. La trajectoire du pied du robot RK oscille.

Cette oscillation permet à la cheville mobile de s'élever moins et de revenir plus vite vers le sol.

La figure 5.20 nous montre l'évolution de la position du pied mobile. On remarque que les allures des chevilles, des talons et des orteils sont très proches entre les robots. La période de marche du robot RK est légèrement plus longue que celle du robot CK comme dans les cas précédent.

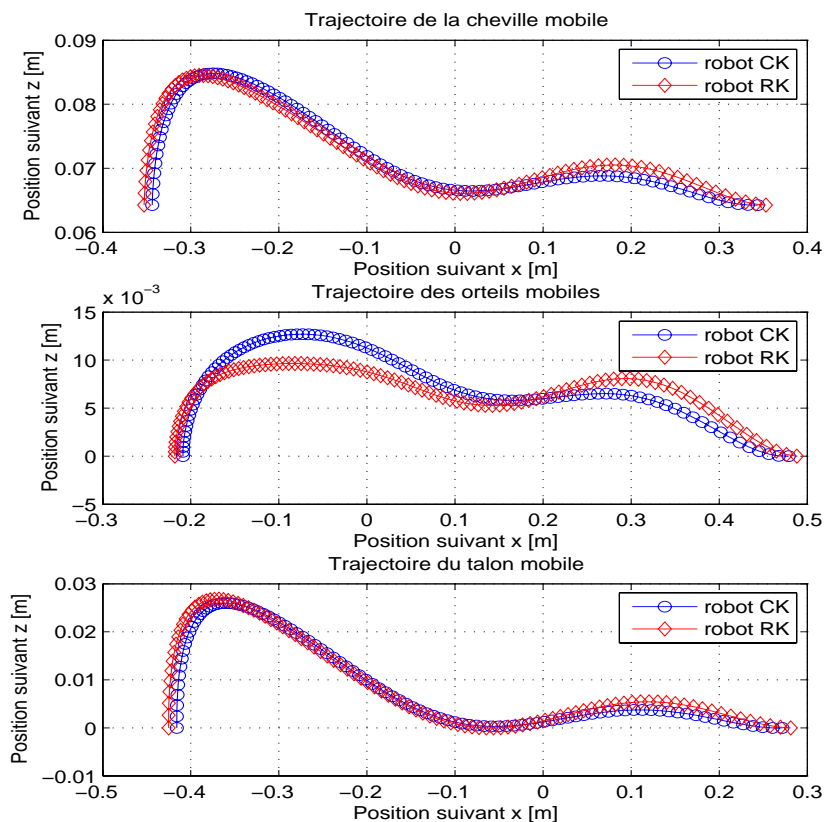


FIGURE 5.20 – Évolution des trajectoires cartésiennes de la cheville mobile, des orteils mobiles et du talon mobile à la vitesse d'avance de  $1 \text{ m/s}$ .

La figure 5.21 montre l'évolution des deux robots à la vitesse de marche de  $1 \text{ m/s}$ . On voit que les robots ont les mêmes allures de marche avec une différence notable sur la position moyenne du tronc qui est plus en avant pour le robot RK que pour le robot CK.

La figure 5.22 présente l'évolution des angles relatifs articulaires pour cette même vitesse. Les profils des angles relatifs sont similaires entre les deux structures sont comparables. Par rapport aux profils des trajectoires précédemment observées, les angles des genoux mobiles ont une oscillation supplémentaire.

La figure 5.23 présente l'évolution des couples articulaires pour la vitesse de  $1 \text{ m/s}$ . Les profils des couples sont identiques pour les deux structures. Le couple de la hanche mobile ( $\Gamma_4$ ) est plus faible pour le robot RK par rapport à celui du robot CK.

Enfin, les figures 5.25.a et 5.25.b montrent que les contraintes de non-glissement

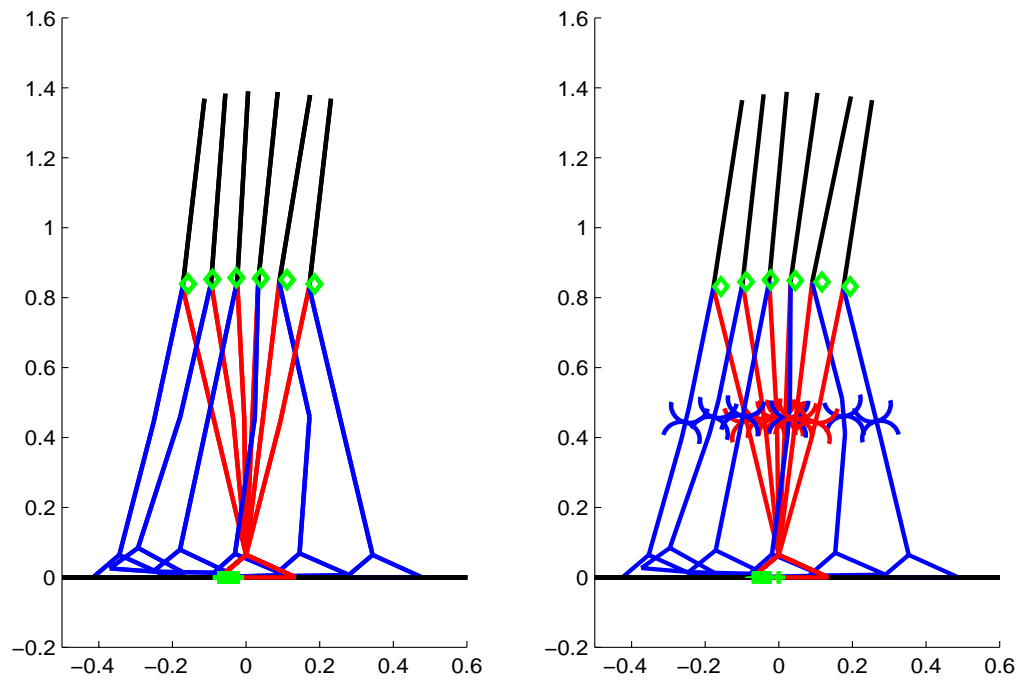


FIGURE 5.21 – Marche à la vitesse d’avance de  $1\text{ m/s}$ . A gauche le robot CK et à droite, le robot RK.

		Robot CK		Robot RK	
		Fixe	Mobile	Fixe	Mobile
Cheville	Couple max [N.m]	17.39	0.65	18.40	0.70
	Vitesse max [rad/s]	2.46	7.20	2.94	7.77
	Puissance max [W]	42.83	2.44	38.88	3.02
Genou	Couple max [N.m]	4.85	8.92	9.74	9.14
	Vitesse max [rad/s]	1.97	9.97	1.68	11.14
	Puissance max [W]	3.61	26.86	16.32	37.22
Hanche	Couple max [N.m]	22.60	20.77	22.96	22.50
	Vitesse max [rad/s]	3.66	4.77	3.41	5.54
	Puissance max [W]	30.85	99.01	32.01	124.70

TABLE 5.4 – Valeurs maximales des grandeurs articulaires à  $1\text{ m/s}$  (fonctions splines cubiques).

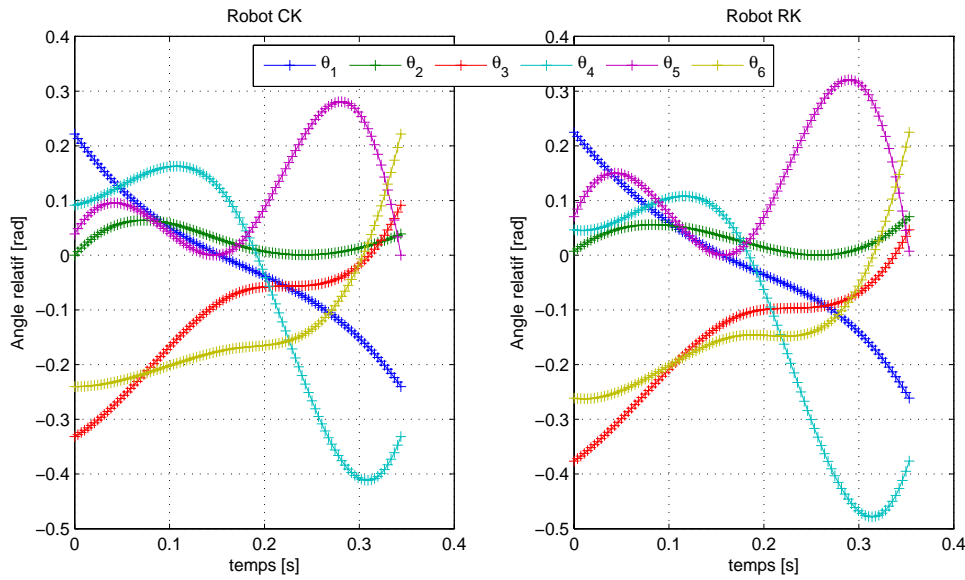


FIGURE 5.22 – Évolution des angles relatifs à la vitesse d'avance de 1 m/s.

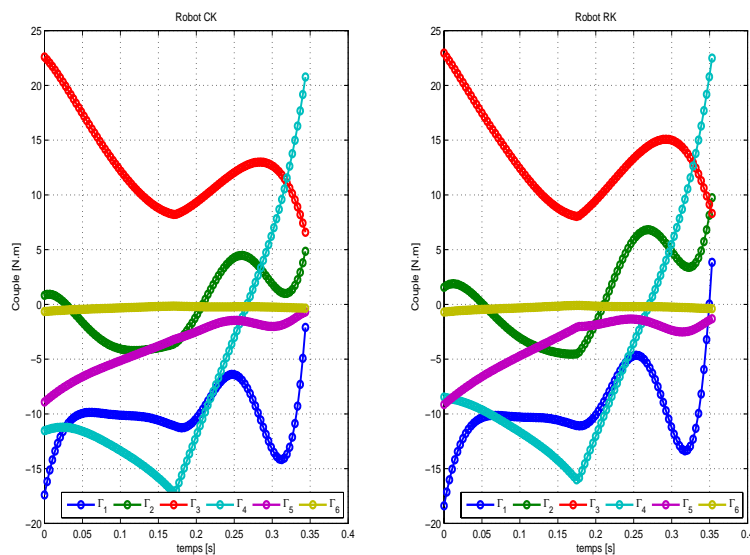


FIGURE 5.23 – a) Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 1 m/s.

du pied support sont satisfaites durant le pas de marche. La figure 5.25.a montre les forces  $F_x$  et  $F_z$  des deux robots. On remarque que le robot ne glisse pas pendant le pas. La figure 5.25.b présente l'évolution de la position du ZMP. On voit que ces positions sont bien à l'intérieur de la surface du pied de support.

### 5.3 Prise en compte de contraintes technologiques

Lors de la conception d'un robot, il est souvent nécessaire de fixer des limites à certaines grandeurs physiques comme les couples et les vitesses maximales ainsi que

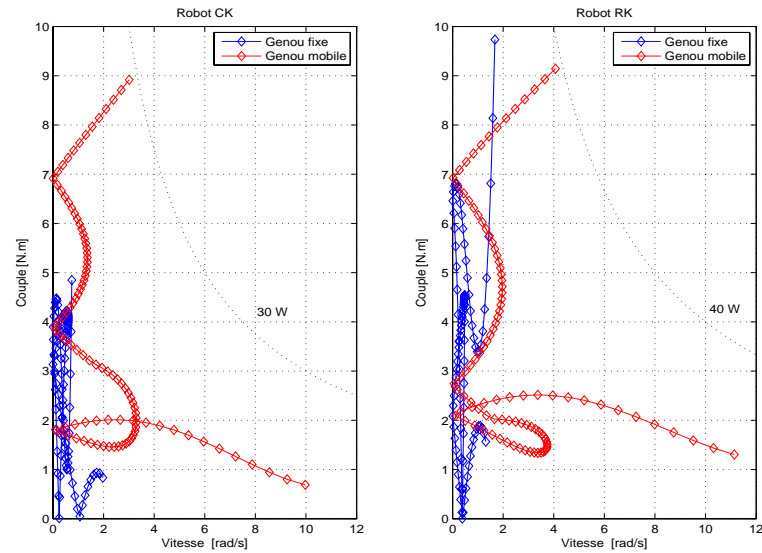


FIGURE 5.24 – Evolution dans le plan Couple-vitesse du point de fonctionnement à la vitesse d’avance de 1 m/s.

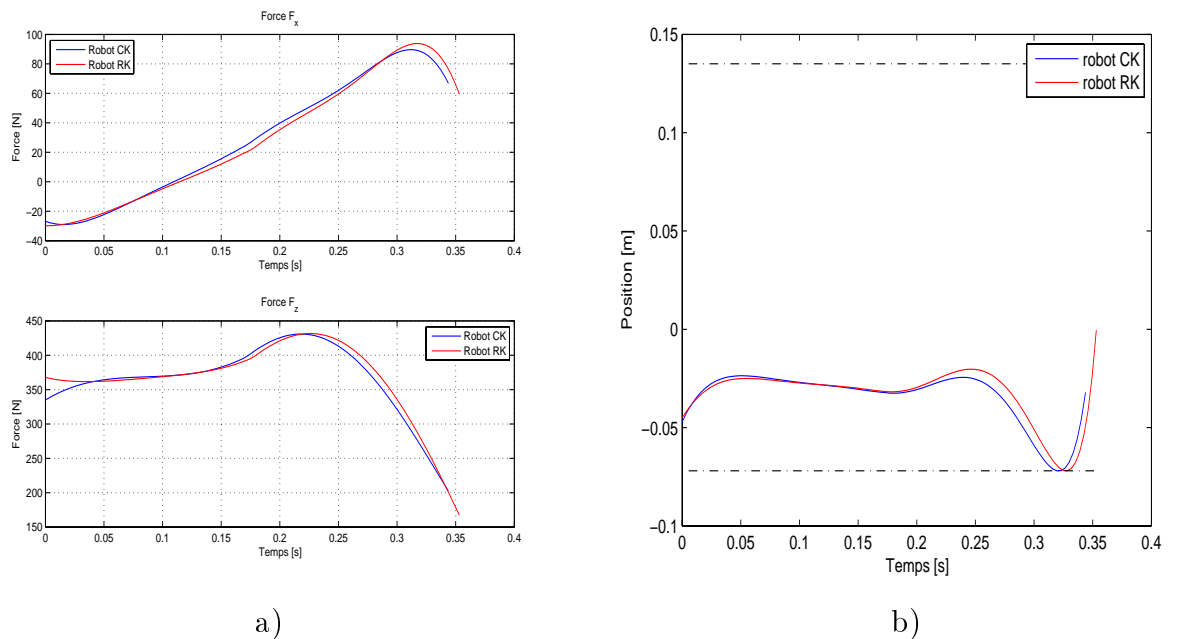


FIGURE 5.25 – a) Évolution des forces tangentielles et verticales à la vitesse d’avance de 1 m/s. b) Évolution des ZMP à la vitesse d’avance de 1 m/s. Les pointillés représentent la position des orteils et la position du talon de la jambe de support.

la puissance maximale des actionneurs. C’est ainsi que pour le robot HYDROïD, plusieurs contraintes technologiques sont à prendre en compte du fait de l’utilisation des actionneurs hydrauliques. Les actionneurs sont limités en couples et en vitesses articulaires. Le tableau 5.5 donne les contraintes technologiques de ces actionneurs hydrauliques. Ces contraintes ont été ajoutés dans le calcul du critère sous forme

de pénalités de Lagrange de manière analogue à ce qui a été proposé au paragraphe 4.2.2.

Actionneurs	Couple Maximal [N.m]	Vitesse relative Maximale [rad/s]
Cheville	157	4.3
Genou	108	7.0
Hanche	150	2.7

TABLE 5.5 – Contraintes technologiques du robot HYDROiD

Pour ces nouvelles optimisations, nous avons choisi d'utiliser les trajectoires splines cubiques qui étaient les trajectoires permettant d'obtenir un critère le plus faible à fortes vitesses de marche. La figure 5.26 présente les résultats obtenus en considérant ces contraintes technologiques. On peut voir que les critères optimaux pour les vitesses de marche rapide sont plus élevés que ceux obtenus dans le paragraphe précédent. Les critères optimaux du robot RK restent cependant plus faibles que ceux du robot CK.

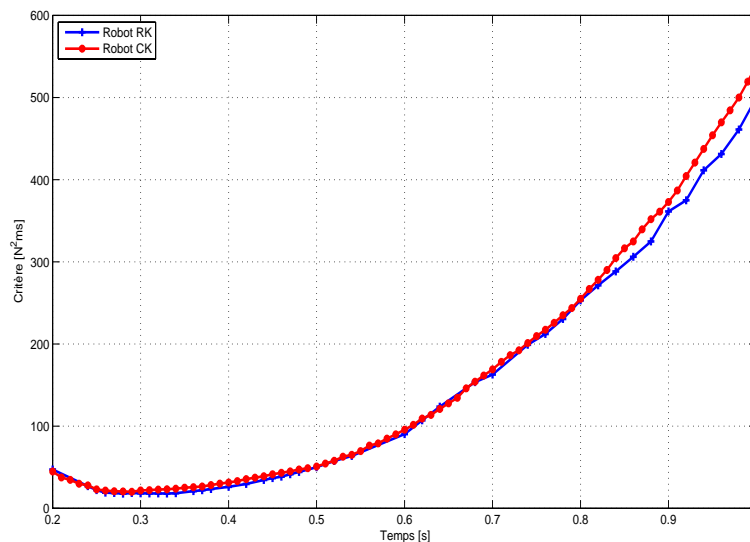


FIGURE 5.26 – Evolution des critères optimaux avec contraintes technologiques en fonction des vitesses de marche.

Les vitesses relatives maximales des articulations des hanches sont atteintes pour des vitesses de marche à partir de  $0.50 \text{ m/s}$  pour le robot CK et à partir de  $0.62 \text{ m/s}$  pour le robot RK. Les figures 5.27, 5.28 et 5.29 présentent l'évolution des vitesses articulaires des hanches, des genoux et des chevilles pour les deux robots aux vitesses de marche élevées (à partir de  $0.5 \text{ m/s}$  jusqu'à  $1 \text{ m/s}$  pour le robot CK et à partir de  $0.62 \text{ m/s}$  jusqu'à  $1 \text{ m/s}$  pour le robot RK). Les hanches mobiles des deux robots arrivent toutes les deux en limite de vitesse. Ceci limite les vitesses aux niveaux des genoux car nous avons établi dans le tableau 5.4 que les vitesses articulaires dépassaient les contraintes technologiques. Nous constatons que les contraintes technologiques pour les genoux ne sont pas atteintes. On remarque que les chevilles du robot CK arrivent en limite de vitesse articulaire relative. Pour le robot RK, une

seule vitesse articulaire arrive en limite de contrainte. La structure du robot RK permet donc de diminuer les vitesses articulaires relatives au niveau des chevilles.

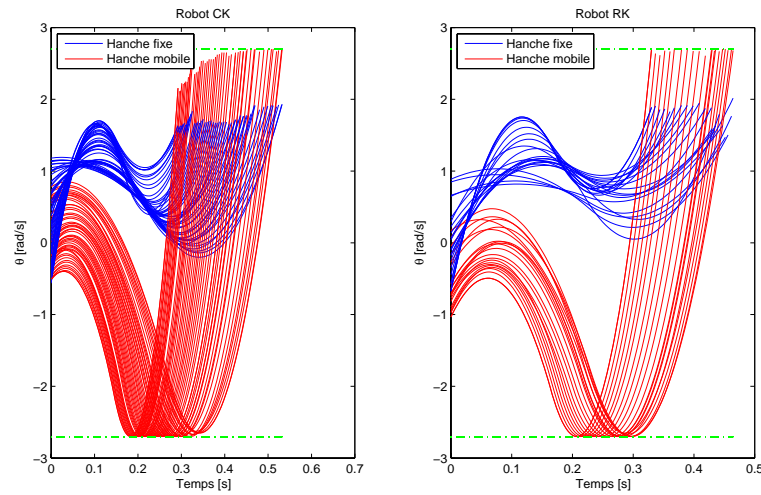


FIGURE 5.27 – Evolution des vitesses articulaires relatives des hanches pour des vitesses d'avance élevées. Les pointillés en vert correspondent aux limites technologiques en vitesse articulaire relative.

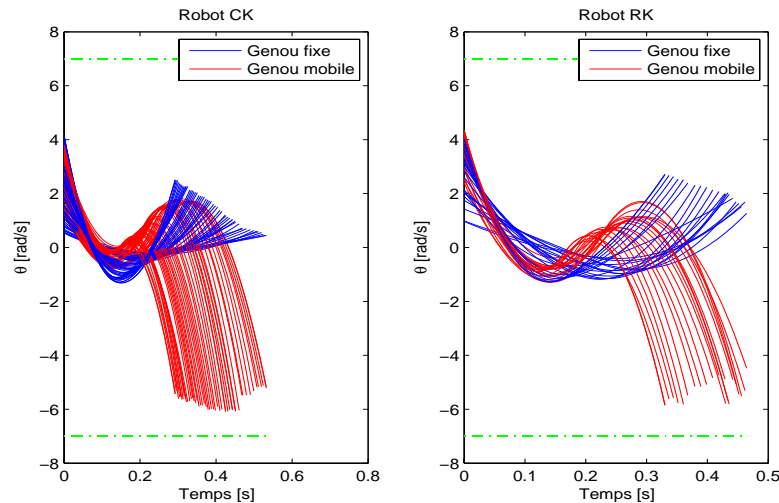


FIGURE 5.28 – Evolution des vitesses articulaires relatives des genoux pour des vitesses d'avance élevées. Les pointillés en vert correspondent aux limites en vitesse articulaire.

Le tableau 5.6 donne les valeurs maximales des couples, des vitesses articulaires relatives et des puissances pour les deux robots. Les puissances des hanches sont divisées par 3 pour le robot CK et par 4 pour le robot RK par rapport aux puissances des hanches sans contraintes (voir tableau 5.4). On peut donc envisager de choisir des moteurs moins puissants et plus légers, d'où une réduction de la masse. Par contre, on remarque que les puissances des genoux et des chevilles sont plus élevées. Les actionneurs sélectionnés seront donc plus lourds. Nous pouvons conclure que les

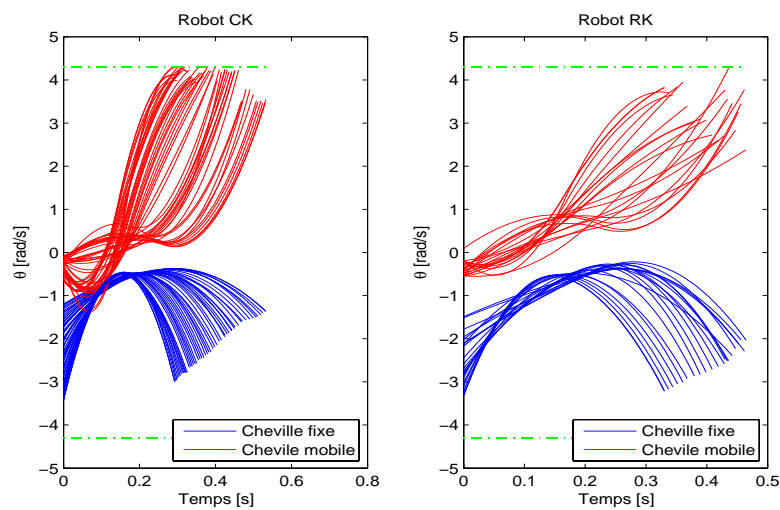


FIGURE 5.29 – Evolution des vitesses articulaires relatives des chevilles pour des vitesses d’avance élevées. Les pointillés en vert correspondent aux limites en vitesse articulaire.

limites technologiques des hanches conduisent à une diminution des performances et à une augmentation des masses des actionneurs du robot HYDROïD.

		Robot CK		Robot RK	
		Fixe	Mobile	Fixe	Mobile
Cheville	Couple max [N.m]	16.68	0.71	16.06	0.76
	Vitesse max [rad/s]	3.42	4.12	3.31	3.82
	Puissance max [W]	57.01	0.56	53.22	0.59
Genou	Couple max [N.m]	9.26	11.21	6.04	11.57
	Vitesse max [rad/s]	4.13	5.43	3.99	5.85
	Puissance max [W]	9.21	42.56	6.47	50.28
Hanche	Couple max [N.m]	27.32	23.61	28.42	21.42
	Vitesse max [rad/s]	1.70	2.70	1.89	2.70
	Puissance max [W]	25.78	41.84	28.91	35.95

TABLE 5.6 – Valeurs maximales des articulations à 1 m/s avec les contraintes technologiques

## 5.4 Intégration des frottements dans le modèle

Comme présenté au chapitre 4, à la suite des optimisations avec le critère sthénique, un choix de moteurs et de réducteurs a été effectué. La connaissance des actionneurs permet de déterminer les coefficients  $k_J$ ,  $F_v$  et  $F_s$  définis au chapitre 4. Les valeurs numériques de ces coefficients sont données dans le tableau 5.7. L’étude du corps humain montre que l’articulation du genou humain est entourée d’une poche synoviale. Cette poche est remplie d’un liquide synovial qui lubrifie le contact entre le fémur et le tibia. Les articulations chez l’homme ont un coefficient de frottement



équivalent proche de 0.001 [53]. Des développements sur les matériaux des prothèses [23] cherchent à diminuer le coefficient de frottement en utilisant des polyuréthanes permettant de se rapprocher de celui du genou humain (entre 0.001 et 0.015). Les actionneurs utilisés en robotique sont associés à des réducteurs ayant des rendements entre 0.5 et 0.7 ce qui signifie des frottements mécaniques relativement importants. L'étude faite dans ce paragraphe concerne la mise en évidence de l'influence des paramètres des frottements de Coulomb de l'ensemble moto-réducteur. Nous avons donc effectué les optimisations en utilisant un critère énergétique noté  $C_E$  et des trajectoires splines cubiques. Une première série d'optimisation est effectuée avec les coefficients de frottement de Coulomb nuls et une seconde avec les coefficients de frottement de l'association moteur-réducteur.

TABLE 5.7 – Paramètres des actionneurs

Actionneur	$k_J$ [ $J/Nm^2$ ]	$C_s$ [ $Nm$ ]	$F_v$ [ $Nm.s$ ]
Cheville	$k_{J_1} = 0.016$	$c_{s_1} = 1.608$	$f_{v_1} = 0.367$
Genou	$k_{J_2} = 0.039$	$c_{s_2} = 1.260$	$f_{v_2} = 0.207$
Hanche	$k_{J_3} = 0.010$	$c_{s_3} = 2.204$	$f_{v_3} = 0.902$

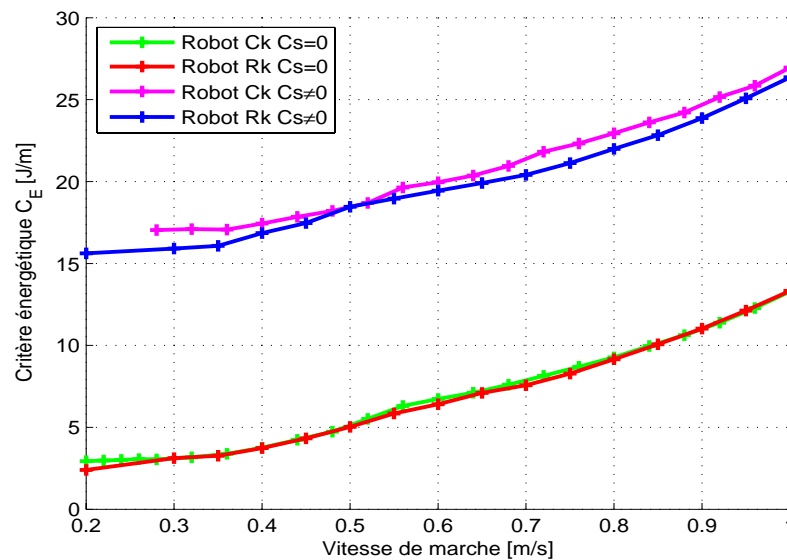


FIGURE 5.30 – Evolution des critères énergétiques optimaux avec pertes par frottement en fonction de la vitesse de marche.

La figure 5.30 présente l'évolution des critères énergétiques optimaux en fonction de la vitesse de marche. On remarque que les critères pour les deux structures de robot avec les frottements nuls sont proches. Le gain d'énergie pour le robot RK est de 4.6 % par rapport au robot CK. En considérant les frottements de l'ensemble moto-réducteurs, le gain d'énergie est de 4.4 % en moyenne pour le robot RK comparé à la configuration CK. De plus, nous obtenons un ratio de six entre les critères énergétiques avec les frottements nuls et ceux en tenant compte des frottements

des actionneurs pour les basses vitesses. Une division par deux des critères pour les fortes vitesses.

La figure 5.31 présente l'évolution des couples pour la vitesse de  $1m/s$ . Sans frottements, les couples de la hanche mobile pour le robot RK sont réduits au début du pas et la période de marche est augmentée. Avec les frottements associés à l'actionnement, les couples des hanches des deux jambes du robot RK sont plus faibles que ceux du robot CK. Les couples articulaires aux niveaux des genoux sont eux plus élevés. Dans les deux cas, avec ou sans frottements, le genou à contact roulant permet une répartition de couples différente entre les articulations des hanches et des genoux. C'est à dire qu'il diminue les couples au niveau des hanches et augmentent ceux au niveau des genoux.

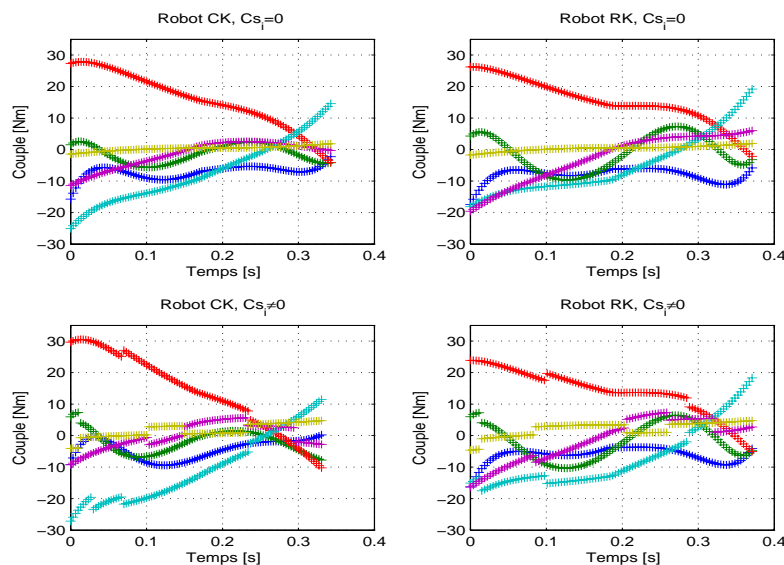


FIGURE 5.31 – Évolution des couples en fonction du temps de la vitesse de marche à  $1 m/s$ .

TABLE 5.8 – Coût estimé de transport  $c_{et}$

Robot bipède :	$c_{et}$
Asimo	3.2
robot de Collins	0.2
Robot CK ( $Cs = 0$ )	0.295
Robot CK ( $Cs \neq 0$ )	0.6
Robot RK ( $Cs = 0$ )	0.292
Robot RK ( $Cs \neq 0$ )	0.58
Humain :	0.2

Le tableau 5.8 montre le coût estimé de transport calculé par  $(\text{énergie utilisée})/(\text{poids}) * (\text{distance parcourue})$ . On peut voir que les résultats obtenus pour le robot sans frottement sont proches de ceux de l'humain.

## 5.5 Addition des ressorts aux articulations

Plusieurs auteurs évoquent l'utilisation de ressorts dans la conception de robots bipèdes [69], [70] dans l'objectif de diminuer la consommation énergétique.

L'ajout de ressorts aux articulations a été effectué pour le robot RK. Nous nous basons sur les trajectoires splines cubiques obtenues dans le cas sans contraintes technologiques. La figure 5.32 montre la relation entre les couples et les angles relatifs articulaires pour l'actionnement des hanches. On constate que la courbe a globalement une pente négative et une grande partie de la courbe se situe dans les cadrans 2 et 4. Si l'on cherche à dimensionner des ressorts de torsion linéaire à placer entre le tronc et les cuisses, il apparaît que la recherche d'une droite qui passe au plus près des points de la courbe de la figure 5.32 peut être intéressante. Le calcul du coefficient de raideur  $k$  est effectué à l'aide de l'équation (3.85). La résolution de l'équation donne un coefficient de raideur égal à  $40 \text{ Nm rad}^{-1}$ . Le coefficient  $a$  étant proche de zéro, nous l'avons négligé afin de faciliter les calculs. Les optimisations avec les trajectoires splines cubiques ont été reprises avec donc un ressort de torsion linéaire de raideur  $k$  égal à  $40 \text{ N.m.rad}^{-1}$  ajouté à l'équation du modèle dynamique.

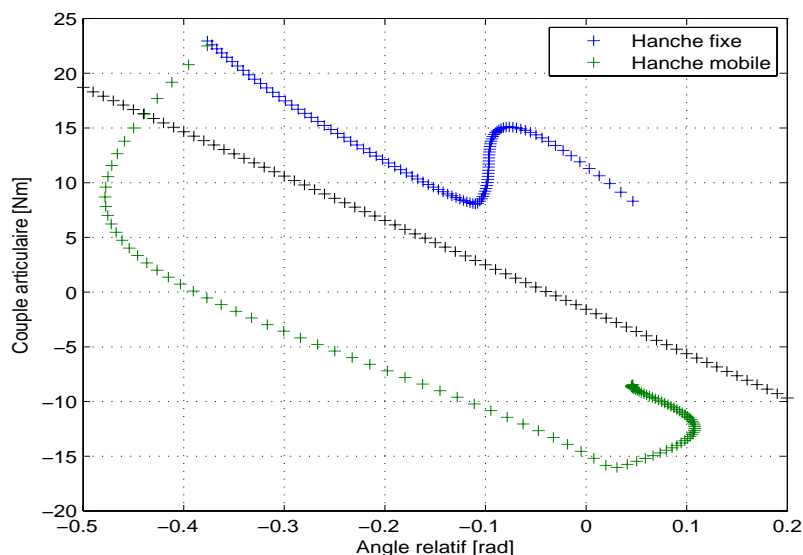


FIGURE 5.32 – Plan des couples articulaires des hanches en fonction des angles relatifs articulaires pour une vitesse de  $1 \text{ m/s}$ . La droite en noire correspond au modèle de ressort obtenu par les moindres carrés.

La figure 5.34 présente l'évolution du critère optimal pour les vitesses de marche comprise entre  $0.2 \text{ m/s}$  et  $1 \text{ m/s}$ , avec ou sans ressorts de torsion montés aux hanches. Pour les vitesses supérieures à  $0.5 \text{ m/s}$ , les ressorts permettent de réduire le critère. Pour les vitesses inférieures à  $0.5 \text{ m/s}$ , les ressorts n'aident pas à la diminution du critère. La figure 5.34 présente la comparaison entre les couples avant et après l'ajout des ressorts, à la vitesse de  $1 \text{ m/s}$ . Le tableau 5.9 résume les valeurs maximales des couples, des vitesses et des puissances nécessaires à  $1 \text{ m/s}$  au niveau des actionneurs. Il apparaît que les couples nécessaires au niveau des hanches sont plus faibles avec l'utilisation des ressorts. La puissance maximale nécessaire au dimensionnement de l'actionneur de la hanche est également plus faible. Les couples

des genoux sont plus faibles avec ressort mais la puissance nécessaire au niveau du genou mobile est plus élevée. L'utilisation de ressorts à raideur variable avec la vitesse d'avance peut donc être intéressante pour réduire aussi le critère pour les faibles vitesses dans notre cas.

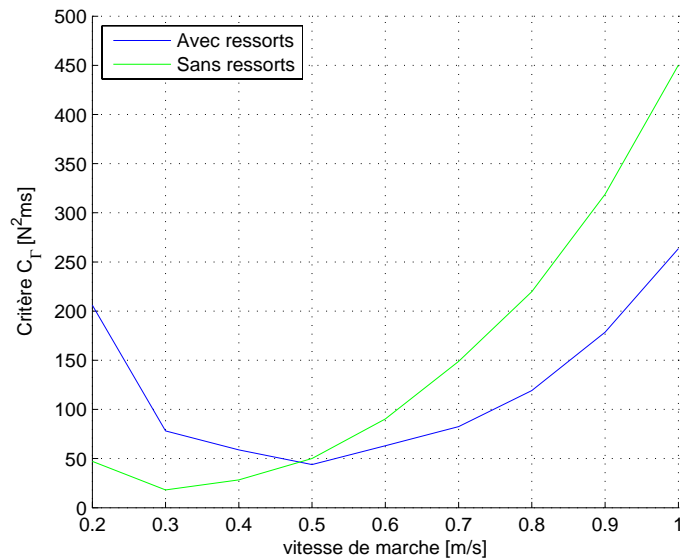


FIGURE 5.33 – Evolution optimale du critère en fonction de la vitesse de marche. En vert, le critère sthénique avec des trajectoires splines cubiques sans ressorts, en bleu, le critère sthénique avec ressorts au niveau des hanches.

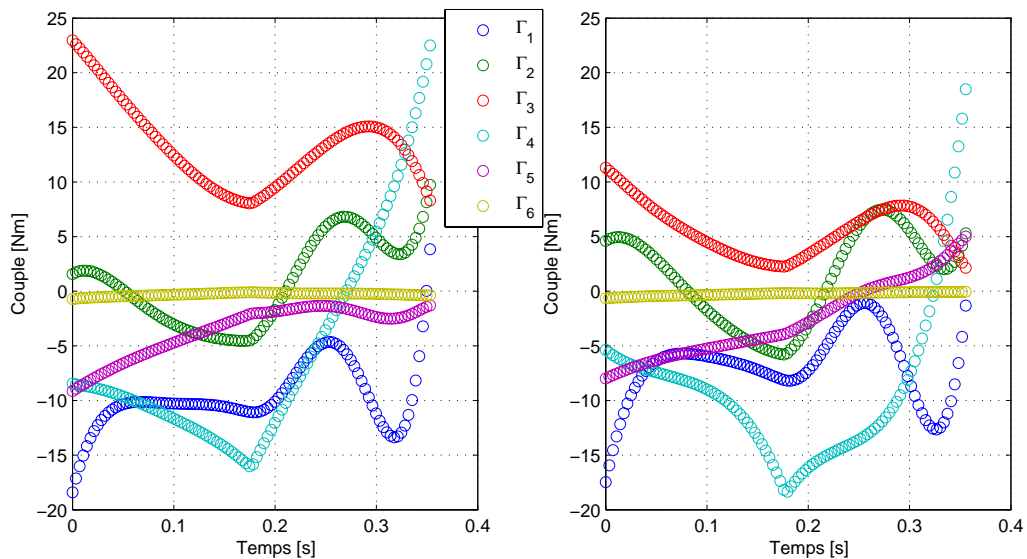


FIGURE 5.34 – Evolution des couples à la vitesse de 1  $m/s$ . A gauche, robot RK sans utilisation de ressorts. A droite, robot RK avec l'ajout de ressorts aux hanches.

		Robot RK sans ressorts		Robot RK avec ressorts	
		Fixe	Mobile	Fixe	Mobile
Cheville	Couple max [N.m]	18.40	0.70	17.47	0.65
	Vitesse max [rad/s]	2.94	7.77	2.97	6.13
	Puissance max [W]	38.88	3.02	38.69	0.37
Genou	Couple max [N.m]	9.74	9.14	7.48	7.98
	Vitesse max [rad/s]	1.68	11.14	1.71	9.40
	Puissance max [W]	16.32	37.22	9.05	47.05
Hanche	Couple max [N.m]	22.96	22.50	11.30	18.49
	Vitesse max [rad/s]	3.41	5.54	3.46	5.49
	Puissance max [W]	32.01	124.70	14.44	101.47

TABLE 5.9 – Valeurs maximales des articulations à 1  $m/s$  avec ou sans ressorts de torsion montés au niveau des hanches.

## 5.6 Conclusion

Cette étude a permis de mettre en évidence que la structure du robot RK est bénéfique pour la conception d'un robot marcheur.

Nous avons d'abord réalisé une première série d'optimisation avec trois types de trajectoires. Ces trajectoires sont appliquées pour une allure de marche contenant une phase de simple support suivi d'une phase d'impact. Les trois types de trajectoires utilisés sont définis par des fonctions de Bézier d'ordre 3, des fonctions polynomiales d'ordre 4 et des fonctions splines cubiques.

Les résultats montrent que la structure avec le genou à contacts roulants apporte une diminution du critère sthénique pendant la marche pour les trois types de trajectoires.

Les trajectoires de Bézier montrent que l'on peut obtenir un optimum pour les faibles vitesses de marche. Les trajectoires polynomiales d'ordre 4 permettent de diminuer légèrement le critère optimal pour les fortes vitesses de marche par rapport aux trajectoires de Bézier. Par contre, pour les faibles vitesses de marche, les optima restent supérieurs à ceux des trajectoires de Bézier. Le gain majeur se retrouve avec l'utilisation des trajectoires splines cubiques.

La prise en compte des contraintes technologiques dues aux moto-réducteurs apporte une augmentation du critère sthénique ce qui est somme toute logique. Dans ce dernier cas, la distribution des puissances étant différente sur chaque moteur, on peut dire que la distribution des masses des actionneurs pénalise la conception.

L'utilisation du critère énergétique montre que le robot avec la structure de genoux roulants est bénéfique par rapport aux robots composés de genoux à liaison pivot. L'étude sur les coefficients de frottements montre que la diminution des frottements dans les moto-réducteurs permet d'atteindre des coûts de transport proches de l'être humain.

Enfin, l'utilisation de ressorts dans la conception des robots bipèdes est bénéfique

énergétiquement si on utilise les ressorts dans les bonnes plages de vitesses de marche. La conception de système de ressorts à coefficient de raideur variable permettrait également d'économiser de l'énergie pour les faibles vitesses de marche.



# Chapitre 6

## Résultats préliminaires avec les trajectoires de double support

### 6.1 Introduction

Dans ce chapitre, l'étude du critère sthénique est réalisée pour des allures de marche incluant une phase de double support suivie d'une phase de simple support et d'un impact. Différentes méthodes de calcul du modèle dynamique ont été établies dans le chapitre 3. La génération de trajectoires utilisée est énoncée dans le chapitre 4. Les résultats d'optimisation obtenus ont été réalisés pour le robot CK. Les allures des angles absolus, des couples articulaires et des angles relatifs sont observés. Les profils des forces sont également étudiés pour connaître l'influence de cette phase de double support sur la diminution du critère sthénique.

Nous effectuons également une étude de la répartition de critère dans les actionneurs pour les deux configurations de robots pour les allures de simple support suivies d'un impact et nous mettons en évidence les avantages de l'ajout de la phase de double support, toujours en observant cette répartition de couples.

Nous présenterons les premiers résultats de critère sthénique obtenus pour le robot RK avec l'allure de marche composée du double support. Nous observerons les profils des angles absolus et des couples articulaires.

Une dernière étude a été faite pour connaître l'influence des rayons  $r_1$  et  $r_2$  sur le critère sthénique. Cette étude a été faite pour les allures de marche de simple support suivi de l'impact.

### 6.2 Allures de marche avec phase de double support.

Dans ce paragraphe, l'étude de la marche avec la phase de double support est réalisée pour le robot CK. L'utilisation des deux méthodes de résolution du modèle dynamique en double support développées dans le paragraphe 3.7 ont été effectuées. Pour la méthode de paramétrisation des forces, nous avons choisi de paramétrer la force  $F_{2x}$  avec un polynôme d'ordre 3 puis la force  $F_{2z}$  avec un polynôme d'ordre 2. Ces choix ont été faits pour éviter d'avoir un vecteur d'optimisation de taille trop



importante. Nous avons donc un nouveau vecteur  $\mathbf{p}$  compléter des cinq paramètres de forces ce qui donne au total 36 paramètres. La seconde méthode n'a pas d'influence sur le vecteur de paramètres énoncés au paragraphe 4.6 et dans le tableau 4.6. Nous autorisons que les genoux se plient vers l'arrière pendant le mouvement de marche. L'angle relatif de flexion arrière autorisé est de  $0.04 \text{ rad}$ .

Tout d'abord, intéressons-nous au robot CK et à l'influence de la phase de double support sur le critère sthénique. Nous comparons ici les critères optimaux du robot CK obtenus avec les deux types d'allures de marche. Nous comparons aussi les deux méthodes de calcul des forces de contact utilisées pour la résolution du modèle dynamique pendant la phase de double support.

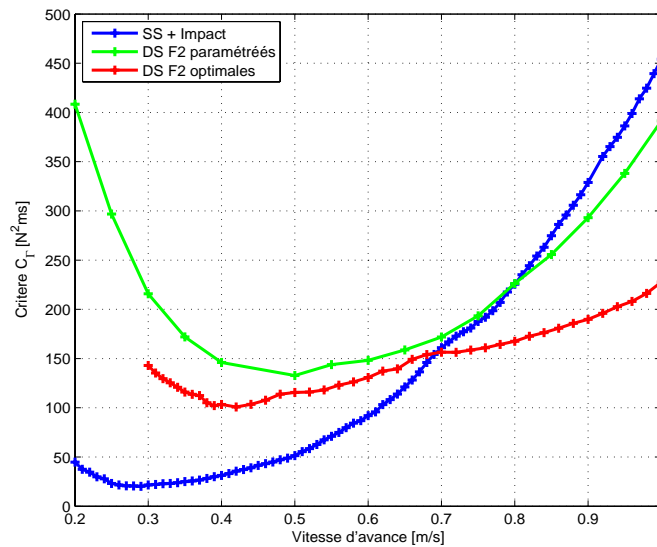


FIGURE 6.1 – Evolution du critère sthénique optimal en fonction de la vitesse d'avance du robot suivant les allures de marche.

La figure 6.1 présente l'évolution des critères optimaux en fonction de la vitesse de marche pour les deux allures de marche ainsi que les deux méthodes de calcul des forces. Les critères optimaux pour l'allure de phase de simple support sont ceux obtenus au chapitre 5 avec les trajectoires splines cubiques. Les critères optimaux avec l'allure de double support apportent une réduction de critère par rapport à l'allure de simple support pour les fortes vitesses de marche dans les deux cas de résolution. La résolution avec les forces optimales est celle qui permet d'avoir un gain beaucoup plus significatif pour les vitesses comprises entre  $0.7 \text{ m/s}$  et  $1 \text{ m/s}$ . Dans les deux cas, l'ajout du double support n'avantage pas la diminution du critère pour les vitesses inférieures à  $0.7 \text{ m/s}$ .

L'évolution de la période de marche présentée sur la figure 6.2 montre une augmentation de celle-ci avec l'utilisation du double support. La longueur du pas de marche (voir figure 6.3) est elle aussi augmentée avec l'ajout de la phase de double support.

La figure 6.4 montre l'évolution du robot à la vitesse de  $1 \text{ m/s}$ . On constate que la jambe de support reste droite et tendue pendant tout le mouvement. L'allure de marche du robot ressemble fortement à une allure anthropomorphique. Des allures

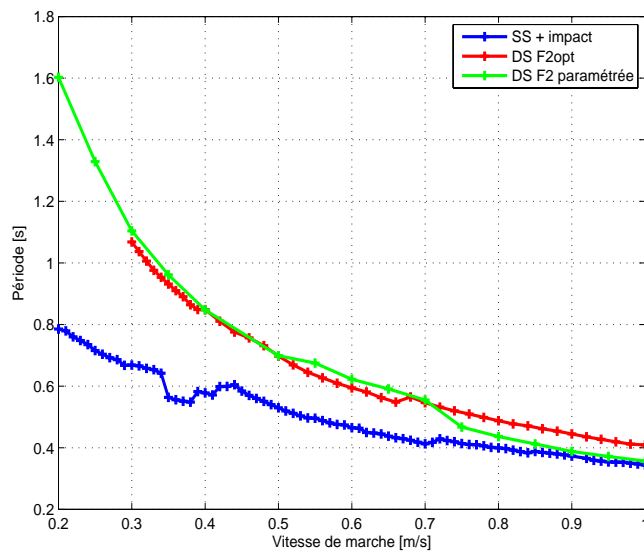


FIGURE 6.2 – Evolution de la période optimale en fonction de la vitesse d’avance du robot suivant les allures de marche.

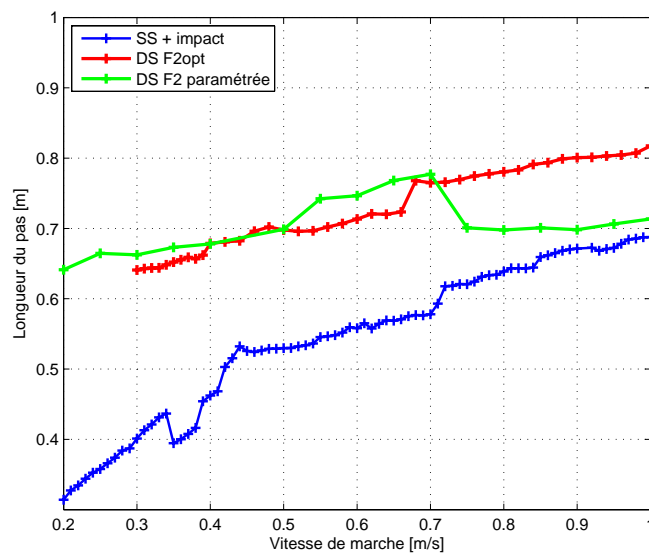


FIGURE 6.3 – Evolution de la longueur du pas optimale en fonction de la vitesse d’avance du robot suivant les allures de marche.

similaires sont données dans la littérature [66], [22]. La figure 6.5 présente l’évolution des angles absolus pendant le pas de marche. On remarque bien que les angles  $q_1$  et  $q_2$  sont très proches ce qui permet de tendre la jambe pendant le mouvement. Le tronc oscille très peu pendant le mouvement, contrairement à ce qui a été observé pour les trajectoires de simple support.

Les couples articulaires sont représentés sur la figure 6.6. L’apport de la phase de double support permet de diminuer les couples pendant la phase de simple support. Cette observation est visible sur les couples des hanches fixe  $\Gamma_3$  et mobile  $\Gamma_4$  ainsi

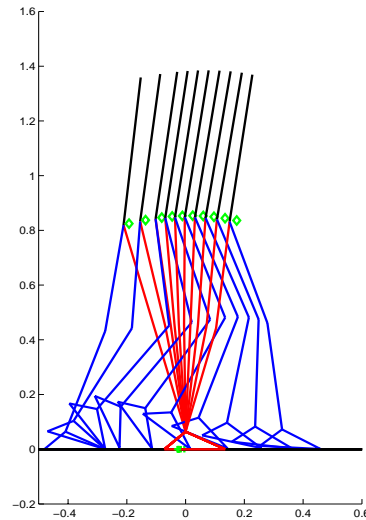


FIGURE 6.4 – Marche à la vitesse d’avance de 1 m/s.

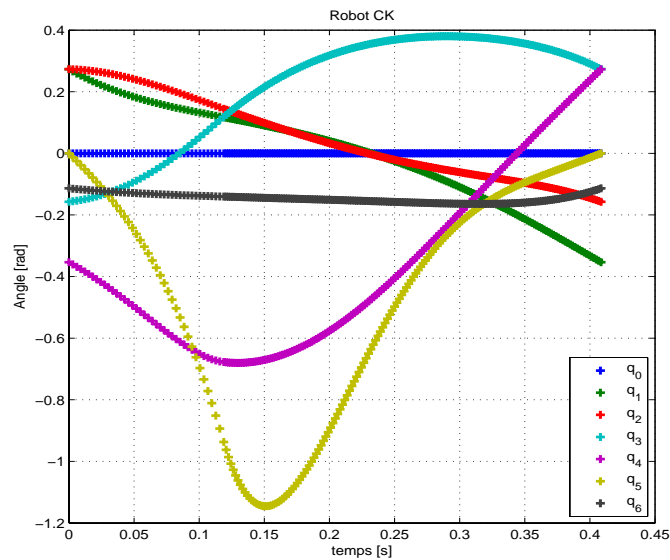


FIGURE 6.5 – Evolution des angles articulaires absolus en fonction du temps à la vitesse de 1 m/s.

que sur le couple du genou mobile  $\Gamma_5$ . Le couple de la cheville de support  $\Gamma_1$  est aussi réduit par rapport aux allures de marche en simple support suivi de l’impact.

Les angles articulaires relatifs représentés sur les figures 6.7, 6.8 et 6.9 ont, à l’exception de l’angle de la cheville, la même allure que pour l’allure en simple support. On constate que les allures des angles relatifs des hanches et des genoux correspondent aux allures mesurées dans [52], [22].

Les figures 6.10 représentent les forces exercées par le sol sur les pieds pendant le mouvement de marche à la vitesse de 1 m/s et la position du ZMP pendant ce mouvement. On remarque que le robot ne glisse pas pendant le pas. On constate

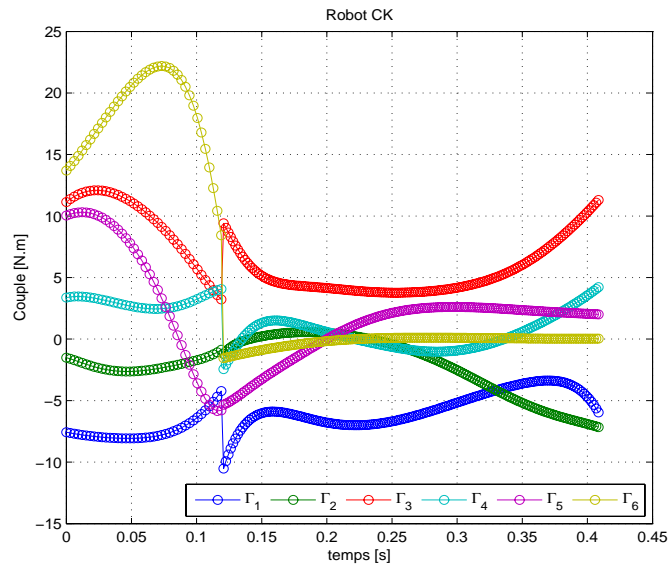


FIGURE 6.6 – Evolution des couples articulaires absolus en fonction du temps à la vitesse de 1  $m/s$ .

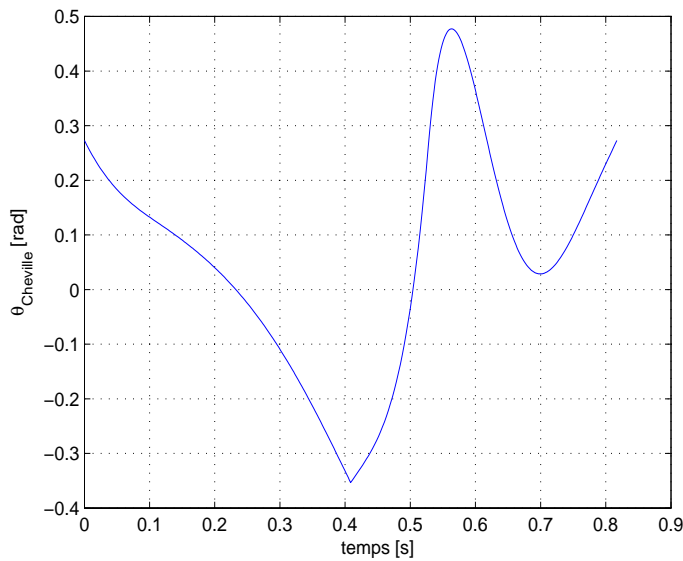


FIGURE 6.7 – Evolution des angles articulaires relatifs des chevilles en fonction du temps à la vitesse de 1  $m/s$ .

que la position du ZMP est bien comprise dans les limites de sustentation et donc les contraintes de stabilité sont satisfaites.

La répartition du critère sthénique par actionneurs pour la phase de double se calcule grâce à la formule :

$$C_{i_{ds}} = \left( \frac{2}{d} \int_0^{T_{ds}} \Gamma_{i_{ds}}^T \Gamma_{i_{ds}} d\tau \right) \frac{100}{C_{ds}} \quad (6.1)$$

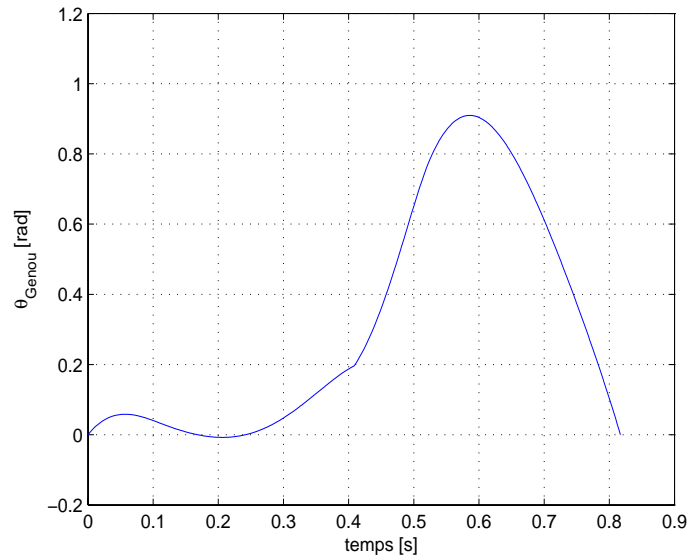


FIGURE 6.8 – Evolution des angles articulaires relatifs des genoux en fonction du temps à la vitesse de 1  $m/s$ .

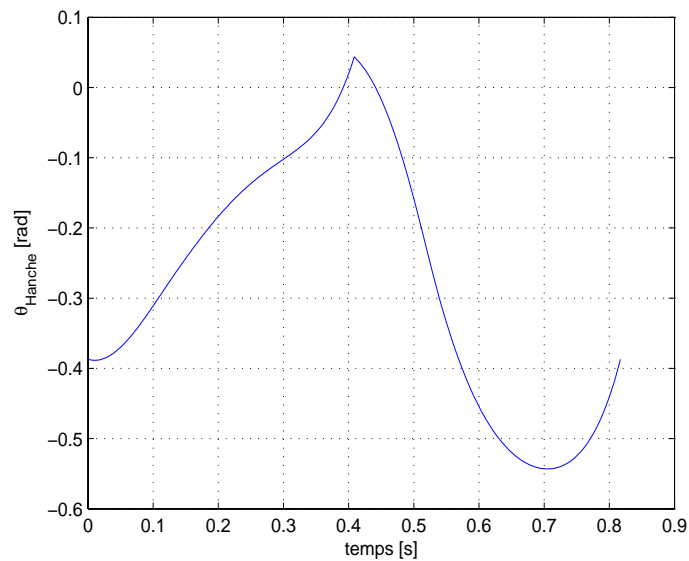


FIGURE 6.9 – Evolution des angles articulaires relatifs des hanches en fonction du temps à la vitesse de 1  $m/s$ .

Pour la phase de simple support, la répartition du critère sthénique s'écrit :

$$C_{i_{ss}} = \left( \frac{2}{d} \int_0^{T_{ss}} \Gamma_{i_{ss}}^T \Gamma_{i_{ss}} d\tau \right) \frac{100}{C_{ss}} \quad (6.2)$$

La répartition du critère par actionneurs pour l'allure de marche avec phase de simple support est aussi calculée. L'équation est la suivante :

$$C_i = \left( \frac{2}{d} \int_0^T \Gamma_i^T \Gamma_i d\tau \right) \frac{100}{C} \quad (6.3)$$

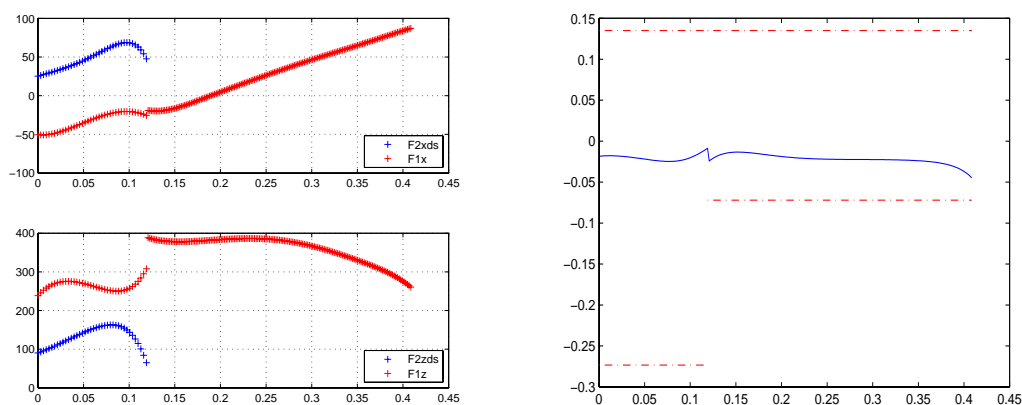


FIGURE 6.10 – Evolution des forces de contact en fonction du temps à la vitesse de  $1\text{ m/s}$ . Evolution de la position du ZMP pour cette même vitesse.

Actionneurs	$C_{ids}$ (en %)	$C_{iss}$ (en %)
$\Gamma_1$	9.85	39.14
$\Gamma_2$	0.82	13.04
$\Gamma_3$	16.90	38.37
$\Gamma_4$	1.71	2.22
$\Gamma_5$	9.19	6.99
$\Gamma_6$	61.54	0.24

TABLE 6.1 – Répartition du critère par actionneurs pour l'allure avec double support.

Actionneurs	$C_i$ (en %)
$\Gamma_1$	24.33
$\Gamma_2$	2.01
$\Gamma_3$	38.16
$\Gamma_4$	31.19
$\Gamma_5$	4.28
$\Gamma_6$	0.02

TABLE 6.2 – Répartition du critère par actionneurs pour l'allure de marche en simple support.

Les tableaux 6.1 et 6.2 montrent les répartitions du critère par actionneurs pour la vitesse de marche de  $1\text{ m/s}$ . On voit qu'avec l'ajout de la phase de double support, la répartition de critère est plus faible pour le couple articulaire de la hanche mobile.

Le tableau 6.1 sera utilisé pour comparer les deux structures et connaître la répartition du critère entre les deux robots avec l'allure en double support.

La figure 6.11 présente l'évolution du cycle du centre de masse du robot pour la vitesse de  $1\text{ m/s}$ . Le profil est assez différent de celui présenté dans [49] qui ressemblait plus à une forme d'ovoïde. Ici, le profil est incliné vers l'arrière.

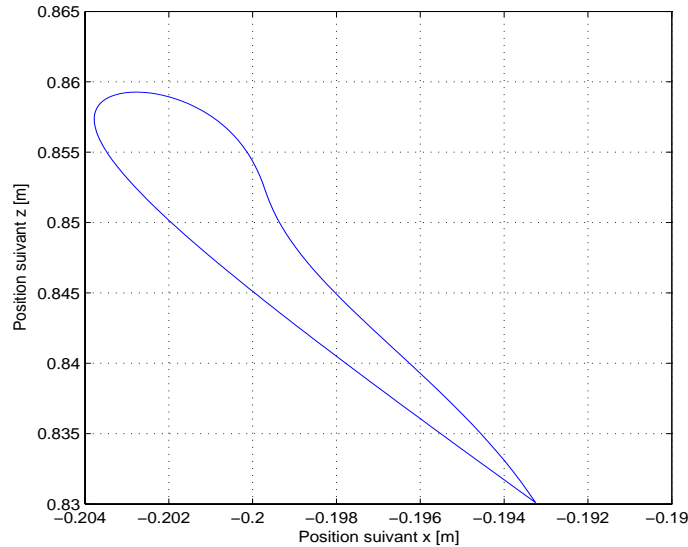


FIGURE 6.11 – Evolution du centre de gravité du robot en fonction du temps à la vitesse de 1  $m/s$ .

### 6.3 Résultats préliminaires avec le genou à contacts roulants

Dans ce paragraphe, la présentation des premiers résultats du critère optimal pour le robot à genoux à contacts roulants avec l'allure de marche en phase de double support. La résolution du modèle dynamique est effectuée avec la méthode des forces optimales. La figure 6.12 présente les premiers résultats obtenus pour ce robot.

On peut voir que le critère pour le robot RK est plus élevé que pour la structure de genoux à liaison pivot. Pour l'instant, les résultats obtenus ne sont pas suffisamment optimisés, c'est à dire que le minimum global n'est pas atteint. La convergence dans ce cas est très lente d'où le manque de résultats pour cette partie.

La figure 6.13 présente l'allure de marche du robot à la vitesse de 0.5  $m/s$ . On remarque que l'allure du robot n'est pas optimale, la hauteur du pied mobile étant encore très élevée comparée au robot CK.

Sur la figure 6.14, les angles  $q_1$  et  $q_2$  sont éloignés ce qui signifie que la jambe n'est pas encore complètement tendue pendant le mouvement de marche.

Les couples articulaires sont présentés sur la figure 6.15. Les couples articulaires en phase de simple support sont bien plus élevés que ceux du robot CK à la même vitesse de marche.

La figure 6.16 présente les forces de contact pour le robot RK ainsi que la position du ZMP pendant la marche à une vitesse de 0.5  $m/s$ . Les profils des forces tangentielles sont assez semblables à ceux du robot CK (voir figure 6.10). La force normale sur le pied mobile ( $F_{2zds}$ ) est plus faible que celle obtenu pour le robot CK

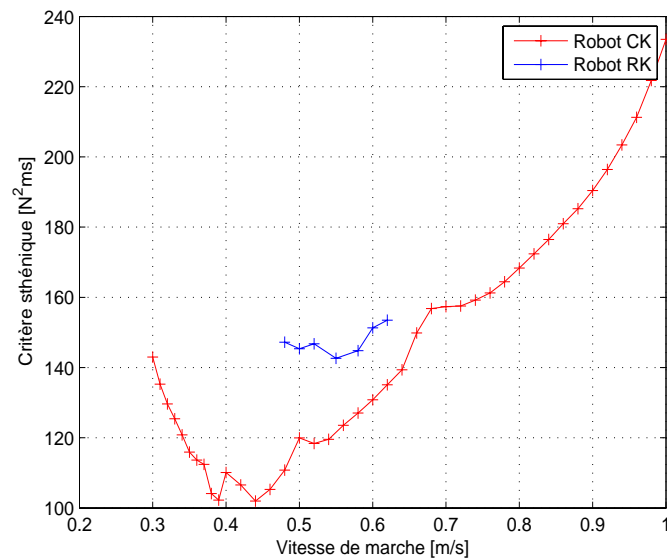


FIGURE 6.12 – Evolution du critère sthénique optimal en fonction de la vitesse d’avance pour les deux structures cinématiques de robots.

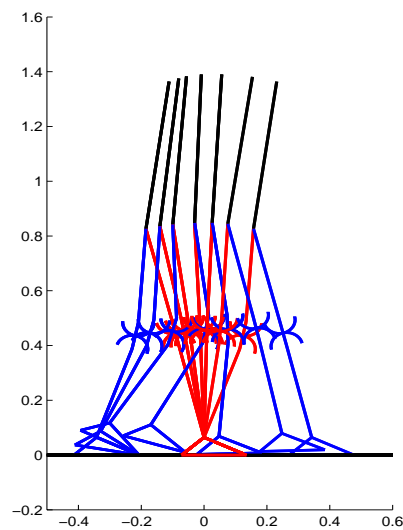


FIGURE 6.13 – Marche à la vitesse d’avance de 0.5 m/s.

pendant que la force normale ( $F_{1z}$ ) est plus élevée. On peut voir que la position du ZMP est à l’intérieur du polygone de sustentation durant le mouvement.

## 6.4 Influence de la cinématique du genou roulant

L’influence de la cinématique du genou roulant a été étudiée. Nous avons repris ici les allures de marche de simple support avec les fonctions splines cubiques et les optimisations pour la vitesse de 1 m/s. La variation des rayons des cylindres de



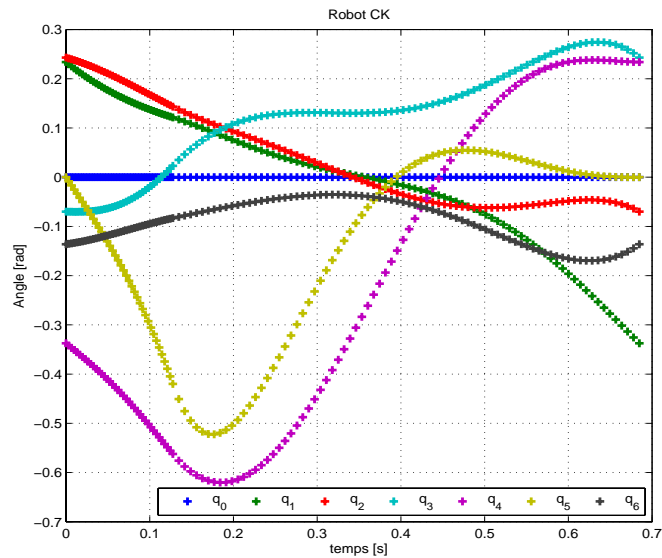


FIGURE 6.14 – Evolution des angles articulaires absolus en fonction du temps à la vitesse de  $0.5 \text{ m/s}$ .

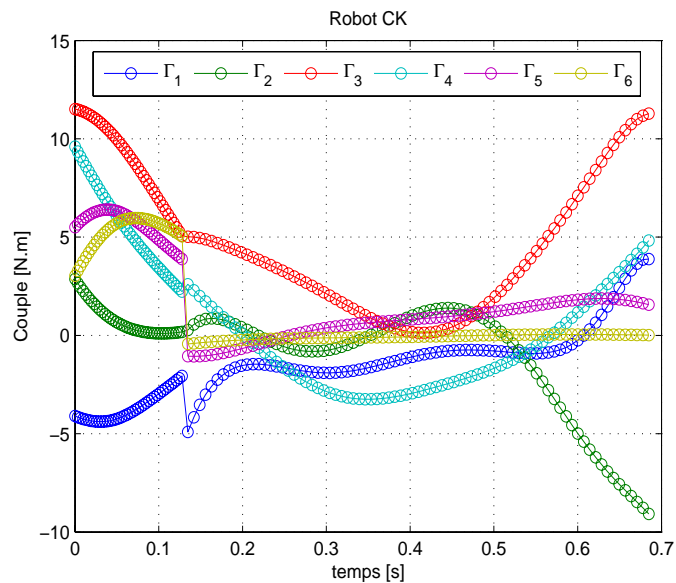


FIGURE 6.15 – Evolution des couples articulaires absolus en fonction du temps à la vitesse de  $0.5 \text{ m/s}$ .

contact du genou s'est faite de  $0.03 \text{ m}$  à  $0.25 \text{ m}$  pour le rayon  $r_1$  et de  $0.03 \text{ m}$  à  $0.30 \text{ m}$  pour le rayon  $r_2$ .

Les figures 6.17 et 6.18 présentent la cartographie du critère optimal en fonction des rayons  $r_1$  et  $r_2$  à la vitesse de  $1 \text{ m/s}$ . Nous remarquons que la tendance est d'augmenter les rayons pour diminuer le critère sthénique. Le minimum du critère sthénique se trouve pour les rayons  $r_1 = 0.14 \text{ m}$  et  $r_2 = 0.24 \text{ m}$  et il est égal à  $436 \text{ N}^2\text{ms}$ .

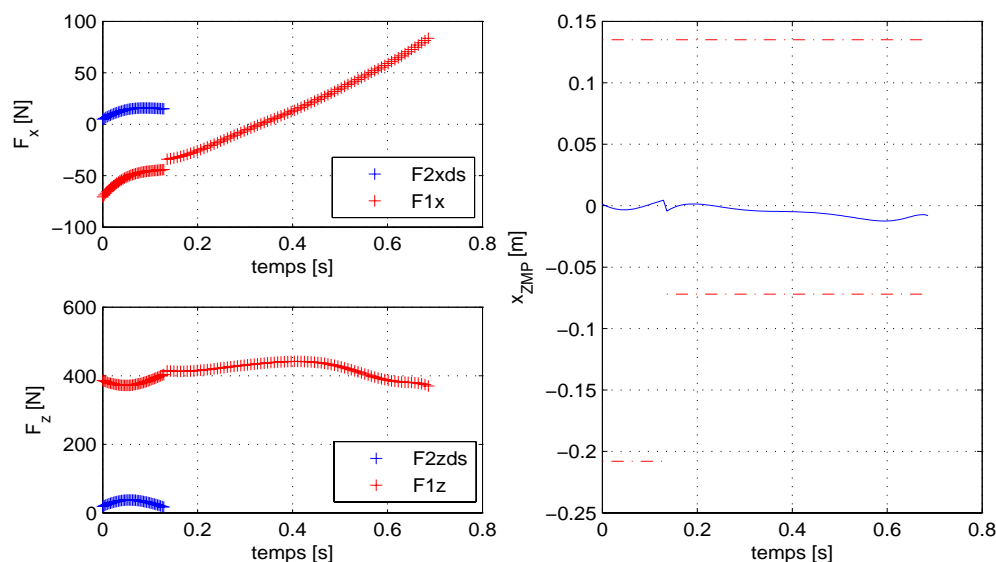


FIGURE 6.16 – Evolution des forces de contact en fonction du temps à la vitesse de  $0.5 \text{ m/s}$ . Evolution de la position du ZMP pour cette même vitesse.

La figure 6.19 présente le robot avec les rayons  $r_1$  et  $r_2$  différents permettant de trouver un minimum du critère à  $1 \text{ m/s}$ .

La figure 6.21 présente l'évolution des couples articulaires pour les rayons  $r_1 = 0.14 \text{ m}$  et  $r_2 = 0.24 \text{ m}$ . On observe que les couples articulaires de la hanche mobile et de la cheville de support sont plus faibles par rapport au robot avec des rayons égaux à  $5 \text{ cm}$  (fig. 5.23). Les couples articulaires au niveau des genoux sont eux plus élevés.

La figure 6.20 présente l'évolution des points remarquables du pied mobile. On remarque que les positions de la cheville, des orteils et du talon sont moins élevés que ceux trouvés sur la figure 5.20. L'augmentation des rayons permet donc au pied mobile de s'élever moins.

Les figures 6.22, 6.23 et 6.24 présentent les évolutions des angles articulaires relatifs pour le robot avec les rayons  $r_1 = 0.14 \text{ m}$  et  $r_2 = 0.24 \text{ m}$ . On remarque une ressemblance entre les profils obtenus pour ce robot et ceux de l'homme recensés dans [22].

## 6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons pu comparer deux méthodes de résolution du modèle dynamique pour la phase de double support. La résolution a été effectuée sur le robot CK et a montré que la solution avec les forces optimales permet de trouver un critère plus faible qu'avec la paramétrisation des forces par des polynômes. Les profils des couples articulaires ont montré que pour les fortes vitesses, l'apport du double support permet de diminuer les couples en phase de simple support.

Les premiers résultats pour le robot RK ont été obtenus. Pour l'instant, la tendance montre que le critère sthénique est plus important que celui trouvé pour le

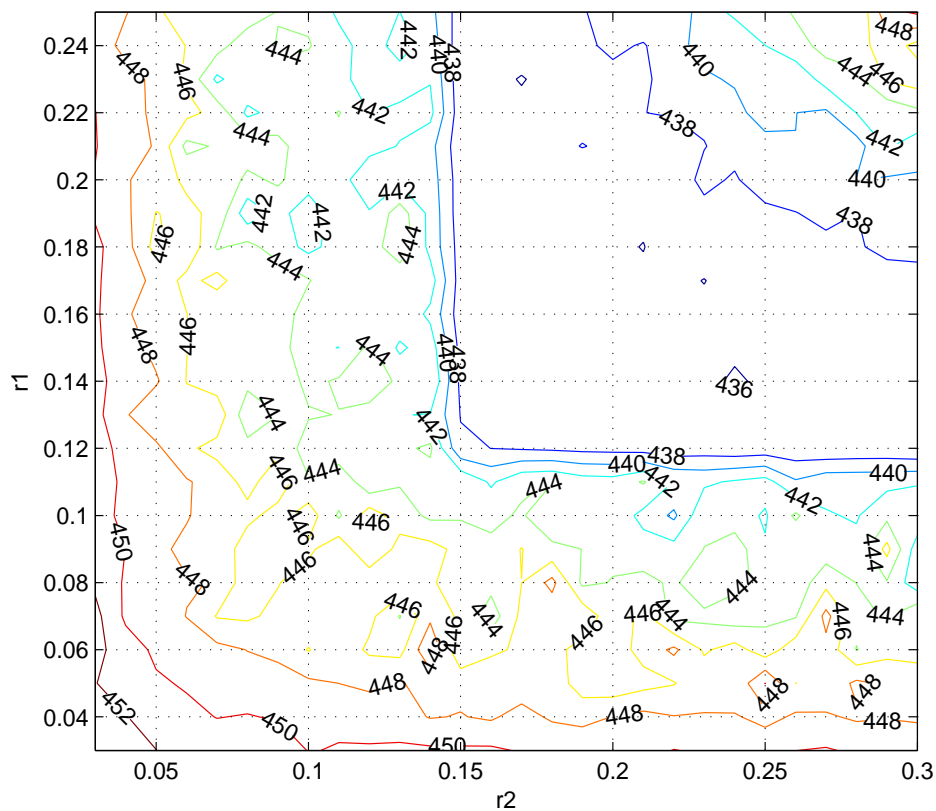


FIGURE 6.17 – Cartographie du critère optimal en fonction des rayons  $r_1$  et  $r_2$  à la vitesse de 1  $m/s$ .

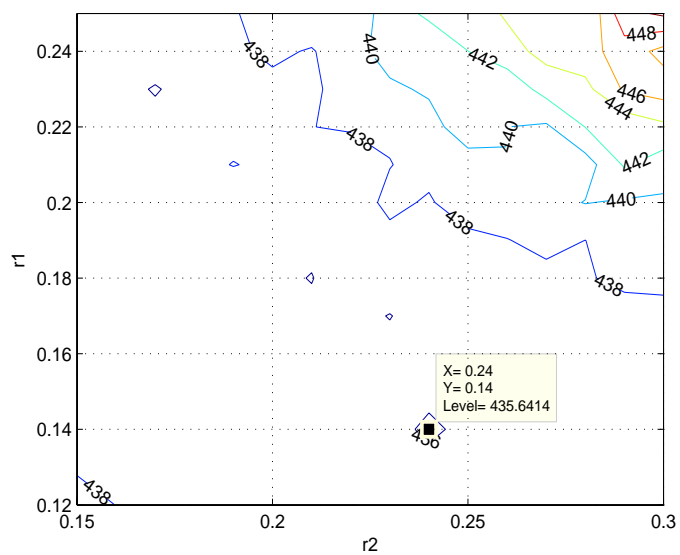


FIGURE 6.18 – Zoom cartographique du critère optimal en fonction des rayons  $r_1$  et  $r_2$  à la vitesse de 1  $m/s$ .

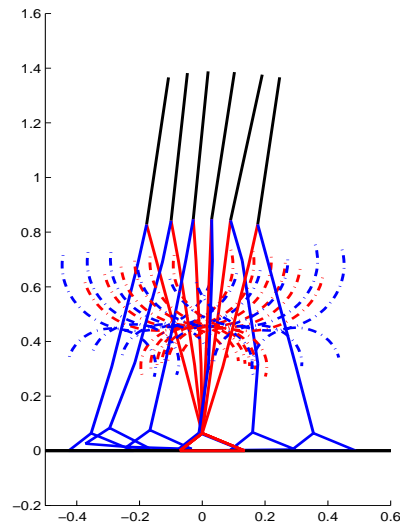


FIGURE 6.19 – Marche à la vitesse d'avance de 1 m/s.

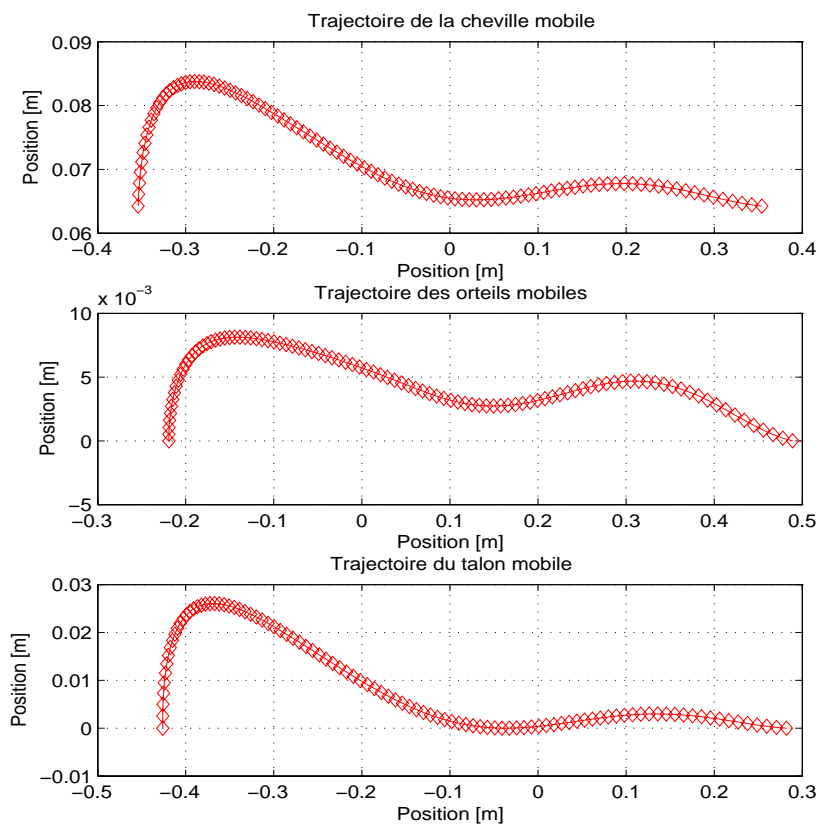


FIGURE 6.20 – Évolution des trajectoires cartésiennes de la cheville mobile, des orteils mobiles et du talon mobile à la vitesse d'avance de 1 m/s.

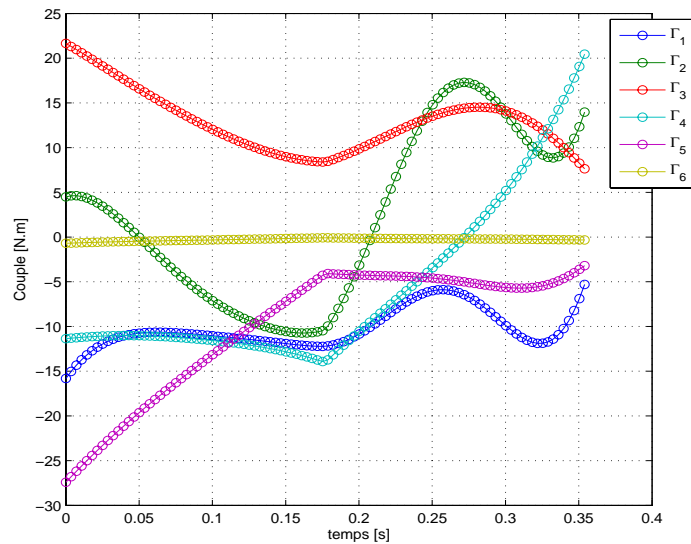


FIGURE 6.21 – Evolution des couples articulaires absolus en fonction du temps à la vitesse de 1  $m/s$ .

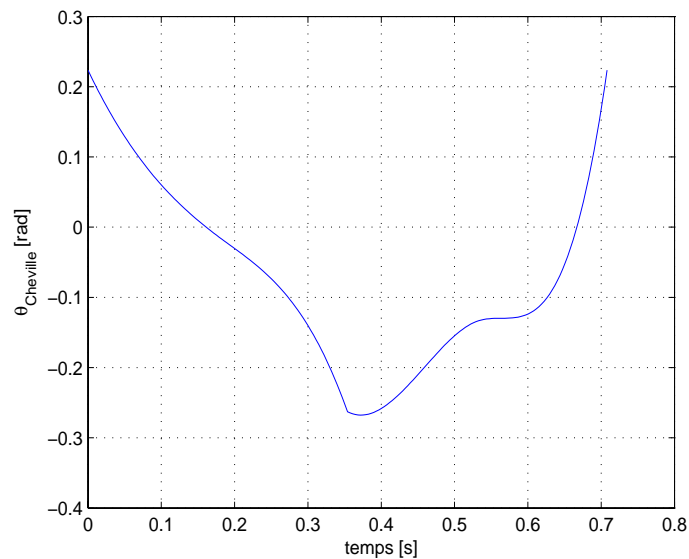


FIGURE 6.22 – Evolution des angles articulaires relatifs des chevilles en fonction du temps à la vitesse de 1  $m/s$ .

robot CK mais les optimisations n'ont pas pu être menées à termes.

L'optimisation pour différents rayons  $r_1$  et  $r_2$  des cylindres de contact des genoux a été effectuée pour la vitesse de 1  $m/s$  et avec l'allure de simple support suivi d'un impact. Les résultats ont montré que le critère minimal est obtenu pour les rayons de  $r_1 = 0.14 m$  et  $r_2 = 0.24 m$ . L'apport des rayons différents montre que le pied mobile s'élève moins haut. Les couples générés au niveau de la cheville fixe et de la hanche mobile sont plus faibles. Les couples articulaires au niveau des genoux sont

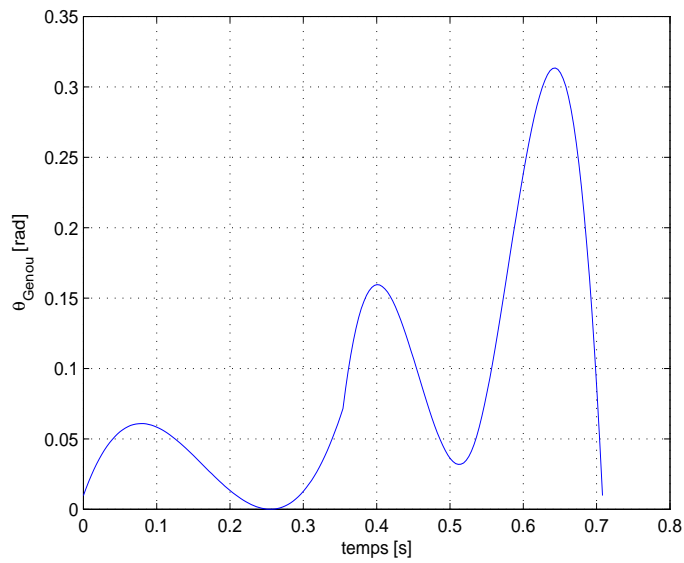


FIGURE 6.23 – Evolution des angles articulaires relatifs des genoux en fonction du temps à la vitesse de 1  $m/s$ .

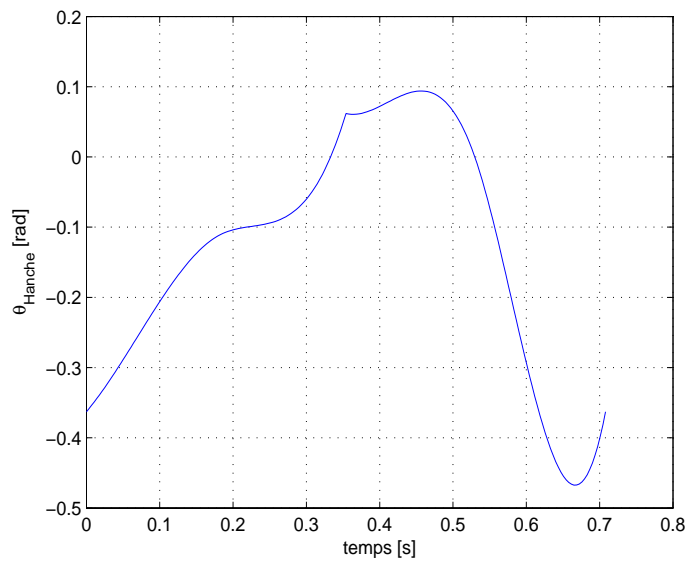


FIGURE 6.24 – Evolution des angles articulaires relatifs des hanches en fonction du temps à la vitesse de 1  $m/s$ .

plus élevés.



# Conclusion générale et Perspectives

## Conclusion

Dans ce mémoire, nous avons présenté plusieurs dispositifs de genoux robotisés offrant des stratégies pour économiser de l'énergie pendant la marche. Notre étude s'est portée sur l'analyse de la structure de genoux à contacts roulants et son influence sur la marche.

Dans le chapitre 2, les modèles géométriques direct et inverse du bipède composé de l'articulation de genoux roulants ont été développés pour simuler le robot dans l'espace. Nous avons proposé un modèle géométrique inverse simple permettant de connaître les positions angulaires des jambes en fonction des positions cartésiennes de la hanche et des chevilles fixes et mobile. La modélisation cinématique est étudiée afin de connaître les vitesses des genoux et l'apport de cette cinématique.

Le développement du modèle dynamique est effectué au chapitre 3. Le mécanisme et son influence sur la dynamique du robot sont analysés et comparés au robot à genoux rotoïdes. La résolution du modèle dynamique est effectuée en fonction des contacts des pieds considérés sur le sol. Dans le cas d'une phase de simple support, la résolution est faite à partir de contraintes de vitesses et d'accélération sur le pied en contact. Pour la phase de double support avec rotation sur les orteils, deux méthodes sont développées. Une première méthode est réalisée en paramétrant les forces en fonction du temps au point de contact entre le pied mobile et le sol. La seconde méthode permet la résolution avec recherches des forces optimales. Cette résolution du double support avec un pied à plat et l'autre en rotation sur l'arête des orteils est novatrice.

Le chapitre 4 introduit le problème d'optimisation paramétrique sous contraintes. L'objectif étant de comparer un robot muni de genoux à contacts roulants avec un robot à genoux rotoïdes, deux critères sont établis. La génération de trajectoire est effectuée pour deux types d'allures de marche. Les trajectoires pour les allures de simple support sont approximées par des fonctions mathématiques qui sont les fonctions de Bézier d'ordre 3, les fonctions polynomiales d'ordre 4 et les fonctions splines cubiques. Dans le cas de l'intégration du double support, les trajectoires paramétrées sont des fonctions polynomiales d'ordre 3 et la trajectoire du simple support qui s'en suit est paramétrée par des fonctions polynomiales d'ordre 5.

A partir des chapitres précédents, la recherche des trajectoires optimales a été effectuée pour les deux robots selon les différents types de marche développés. Dans ce chapitre 5, nous avons pu comparer les critères optimaux pour les deux structures



suivant les trajectoires utilisées et l'ajout de ressorts.

Pour les allures de simple support suivi de l'impact, les critères sthéniques optimaux du robot à genoux à contacts roulant sont plus faibles que ceux du robot à genoux rotoïdes. Pour les trajectoires paramétrées avec les fonctions de Bézier d'ordre 3 et les fonctions polynomiales d'ordre 4, la diminution du critère sthénique est de 1 %. Les profils obtenus pour les angles relatifs montrent une similitude avec les profils mesurés chez l'homme. Une diminution des couples articulaires des hanches est observée sur le robot à genoux roulants par rapport aux couples du robot à liaison rotoïde. Pour les trajectoires paramétrées par des fonctions splines cubiques, le critère sthénique optimal est le plus faible obtenu à  $19 N^2ms$  pour la vitesse de  $0.29 m/s$ . Le gain de critère obtenu est en moyenne de 6 %. Les allures des angles relatifs diffèrent légèrement de celle de l'humain.

A partir des données des angles relatifs et des couples articulaires, un choix d'actionneurs a été effectué. L'optimisation avec un critère énergétique a donc montré que le robot muni de genoux roulants permet un gain de 4.5 % par rapport à l'autre structure. La diminution majeure est observée pour les couples articulaires au niveau des hanches.

L'ajout de système à ressorts au niveau des hanches, dimensionnés pour les fortes vitesses à partir des données calculées pour les trajectoires splines cubiques, a montré qu'il était possible de diminuer le critère sthénique sur une certaine plage de vitesses comprises entre  $0.5 m/s$  et  $1 m/s$ . La stratégie qui en découle est qu'il faut réaliser des systèmes à ressorts à raideur variable qui permettent d'économiser de l'énergie sur toute la plage de vitesses désirée.

Ce travail propose donc une cinématique de genoux à contacts roulants permettant d'économiser de l'énergie durant la marche. Cette structure développée sur un robot bipède plan montre que les couples articulaires au niveau des hanches sont plus faibles qu'avec le robot à genoux rotoïdes. Cette diminution de couples articulaires conduit à une diminution de la masse des actionneurs. Cette réduction de masse des actionneurs impacte sur la masse globale du robot qui peut alors être optimisée pour continuer à économiser de l'énergie ou sur la charge utile qui peut être augmentée.

## Perspectives

Parmi les perspectives possibles de ce travail, citons tout d'abord l'étude d'autres allures de double support avec des rotations sur le pied de support afin d'améliorer encore la marche du robot à genoux roulants.

D'autre part, les analyses sur le gain de l'ajout des ressorts évalué avec un critère énergétique peut être poursuivies. De plus, il est intéressant de connaître la raideur nécessaire pour les faibles vitesses afin de chercher si les solutions technologiques proposées sont viables. Le développement d'un dispositif mécanique à une raideur variable en fonction de la vitesse de marche sur ce type de robot humanoïde serait

novateur.

D'autres types d'algorithmes pour l'optimisation paramétrique peuvent être envisagés tels que les algorithmes génétiques. Le compromis étant de garantir l'optimum global et d'avoir un temps de convergence raisonnable pour obtenir ce minimum.

La conception de l'actionnement pour des genoux à contacts roulants doit de plusieurs manières. Le placement de l'actionneur est envisagé au point d'application  $A_2$  mais aussi au point d'application  $A_1$  (voir figure 3.4). Une autre solution pourrait être de placer le moteur au niveau des hanches et d'avoir une transmission par poulie-courroie ou câbles. Ces solutions sont choisies pour des moteurs rotatifs et on déjà fait un sujet d'étude [38]. La solution d'un actionneur linéaire entre le fémur et le tibia peut aussi être examinée.

Il serait intéressant de continuer les études sur ce type de structure de genoux d'un point de vue expérimental. La conception d'un genou s'adaptant au robot HYDROÏD permettrait de connaître le gain réel d'énergie, pour une stratégie de commande de marche définie à partir des trajectoires de références développées durant ce travail.

Dans un autre domaine, il serait intéressant de savoir si la structure de genoux roulants diminue les frottements entre les liaisons. La liaison rotoïde est constituée d'un cylindre intérieur glissant sur un cylindre extérieur. Ce type de liaison présente un contact surfacique où l'on retrouve des frottements importants. Ces frottements augmentent donc la déformation. À l'inverse, le genou roulant propose deux cylindres roulants l'un sur l'autre. Les propriétés de ce type de cinématique apportent une diminution de la pression de contact entre le tibia et la cuisse. La déformation au point de contact est donc réduite. Les frottements dans ce type de structure se retrouvent donc diminués.



# Bibliographie

- [1] Md Akhtaruzzaman and A. A. Shafie. Evolution of humanoid robot and contribution of various countries in advancing the research and development of the platform. In *ICCAS 2010 - International Conference on Control, Automation and Systems*, pages 1021–1028, 2010.
- [2] R. M. Alexander. Energy-saving mechanisms in walking and running. *Journal of Experimental Biology*, 160 :55–69, 1991.
- [3] R. M. Alexander. A model of bipedal locomotion on compliant legs. *Philosophical transactions of the Royal Society of London. Series B : Biological sciences*, 338(1284) :189–198, 1992.
- [4] R. M. Alexander. Bipedal animals and their differences from humans. *Journal of anatomy*, 204(5) :321–330, 2004.
- [5] R.M. Alexander. Energetics and optimization of human walking and running : The 2000 raymond pearl memorial lecture. *American Journal of Human Biology*, 14(5) :641–648, 2002.
- [6] S. Alfayad. *Robot humanoïde HYDROïD : Actionnement, Structure Cinématique et Stratégie de contrôle*. Thèse, Université de Versailles Saint Quentin en Yvelines, Nantes, France, 6 Novembre 2009.
- [7] C. Azevedo, P. Poignet, and B. Espiau. On line optimal control for biped robot. In *IFAC 15th World Congress 2002*, Barcelona, Spain, 2002.
- [8] Y. Banno, Y. Harata, K. Taji, and Y. Uno. Optimal trajectory design for parametric excitation walking. In *2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS 2009*, pages 3202–3207, 2009.
- [9] G. Bessonnet and P. Sardain. Optimal dynamics of actuated kinematic chains. part 1 : Dynamic modelling and symbolic differentiations. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 24(3) :452–471, 2005.
- [10] Raymond M. Brach. Classical planar impact theory and the tip impact of a slender rod. *International Journal of Impact Engineering*, 13(1) :21 – 33, 1993.
- [11] T. Buschmann, S. Lohmeier, and H. Ulbrich. Humanoid robot lola : Design and walking control. *Journal of Physiology Paris*, 103(3-5) :141–148, 2009.
- [12] G. Cabodevila. *Determination of energy optimal gaits of biped robots*. Phd thesis, University of Strasbourg, France, January 15 1997. in french.
- [13] G. Cabodevila and G. Abba. Rank selection genetic algorithm to determine quasi optimal constrained gait for a biped robot. In BSMEE eds., editor, *Proc. Int. Conf. on Climbing and Walking Robots*, pages 303–310, Brussels, Belgium, Nov. 1998.

- [14] C. Chevallereau, G. Abba, Y. Aoustin, F. Plestan, E.R. Westervelt, C. Canudas-de Wit, and J.W. Grizzle. Rabbit : A testbed for advanced control theory. *IEEE Control Systems Magazine*, 23(5) :57–79, 2003.
- [15] C. Chevallereau, G. Bessonnet, G. Abba, and Y. Aoustin. *Bipedal robots : modeling, design and building walking robots*. ISTE and Wiley Editions, New York, 2009.
- [16] C. Chevallereau, J.W. Grizzle, and C.-L. Shih. Asymptotically stable walking of a five-link underactuated 3-d bipedal robot. *IEEE Transactions on Robotics*, 25(1) :37–50, 2009.
- [17] C. L. Collins. Kinematics of robot fingers with circular rolling contact joints. *Journal of Robotic Systems*, 20(6) :285–296, 2003.
- [18] S. H. Collins and A. Ruina. A bipedal walking robot with efficient and human-like gait. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 2005, pages 1983–1988, 2005.
- [19] S.H. Collins, M. Wisse, and A. Ruina. A three-dimensional passive-dynamic walking robot with two legs and knees. *International Journal of Robotics Research*, 20(7) :607–615, 2001.
- [20] D. Djoudi. *Contribution à la commande d'un robot bipède*. Thèse, École Centrale de Nantes, Nantes, France, 23 Janvier 2007.
- [21] Bernard Espiau. Bip : A joint project for the development of an anthropomorphic biped robot. In *International Conference on Advanced Robotics, Proceedings, ICAR*, pages 267–272, 1997.
- [22] A. Faivre. *Conception et validation d'un nouvel outil d'analyse de la marche*. Thèse, Université de Franche-Comté, Besançon, France, 16 Décembre 2003.
- [23] M. Flannery, S. Flanagan, E. Jones, and C. Birkinshaw. Compliant layer knee bearings. part i : Friction and lubrication. *Wear*, 269(5-6) :325–330, 2010.
- [24] G. Gini, U. Scarfogliero, and M. Folgheraiter. Human-oriented biped robot design : Insights into the development of a truly anthropomorphic leg. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2910–2915, 2007.
- [25] G. Gini, U. Scarfogliero, and M. Folgheraiter. New joint design to create a more natural and efficient biped. *Applied Bionics and Biomechanics*, 6(1) :27–42, 2009.
- [26] A. Goswami. Postural stability of biped robots and the foot-rotation indicator (fri) point. *International Journal of Robotics Research*, 18(6) :523–533, 1999.
- [27] R.D. Gregg, T. Bretl, and M.W. Spong. Asymptotically stable gait primitives for planning dynamic bipedal locomotion in three dimensions. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1695–1702, 2010.
- [28] J. W. Grizzle, J Hurst, B. Morris, H. Park, and K. Sreenath. Mabel, a new robotic bipedal walker and runner. In *Proceedings of the American Control Conference*, pages 2030–2036, 2009.
- [29] J.W. Grizzle, G. Abba, and F. Plestan. Asymptotically stable walking for biped robots : Analysis via systems with impulse effects. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46(1) :51–64, 2001.

- [30] J.W. Grizzle, F. Plestan, and G. Abba. Poincare's method for systems with impulse effects : application to mechanical biped locomotion. In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, volume 4, pages 3869–3876, 1999.
- [31] A. Hamon. *Influence de la cinématique d'une articulation de genou polycen- trique sur la marche d'un robot bipède*. Thèse, Université de Nantes, Nantes, France, 9 Décembre 2011.
- [32] A. Hamon and Y. Aoustin. Study of different structures of the knee joint for a planar bipedal robot. In *9th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, HUMANOIDS09*, pages 113–120, 2009.
- [33] A. Hamon and Y. Aoustin. Cross four-bar linkage for the knees of a planar bipe- dal robot. In *10th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, Humanoids 2010*, pages 379–384, 2010.
- [34] Arnaud Hamon and Yannick. Aoustin. Walking trajectory optimization with rotation of the feet for a planar bipedal robot with four-bar knees. In *Proceedings of The ASME 2012 11th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, Nantes, France, July 2012 to appears.
- [35] A. Haq, Y. Aoustin, and C. Chevallereau. Effects of knee locking and passive joint stiffness on energy consumption of a seven-link planar biped. In *Pro- ceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 870–876, 2012.
- [36] M. Hobon, N. Lakbakbi Elyaaqoubi, and G. Abba. Quasi Optimal Gait of a Biped Robot with a Rolling Knee Kinematic. In *IFAC 18th World Congress 2011*, pages 11580–11587, Milano, Italy, 2011.
- [37] O. Holland and R. Knight. The anthropomimetic principle. In *Proceedings of AISB'06 : Adaptation in Artificial and Biological Systems*, volume 2, pages 115–122, 2006.
- [38] Thomas Howard, L. Berviller, P. Zattarin, and G. Abba. Optimized design for the knee structure of a humanoid robot. In *Proceedings of The ASME 2012 11th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, Nantes, France, July 2012 to appears.
- [39] Yildirim Hurmuzlu, Frank Génot, and Bernard Brogliato. Modeling, stability and control of biped robots - a general framework. *Automatica*, 40(10) :1647–1664, 2004.
- [40] F. Iida, J. Rummel, and A. Seyfarth. Bipedal walking and running with com- pliant legs. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3970–3975, 2007.
- [41] A. J. Ijspeert. Central pattern generators for locomotion control in animals and robots : A review. *Neural Networks*, 21(4) :642–653, 2008. Cited By (since 1996) : 141.
- [42] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Harada, K. Yokoi, and H. Hirukawa. Biped walking pattern generation by using preview control of zero- moment point. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 2, pages 1620–1626, 2003.
- [43] K. Kaneko, K. Harada, F. Kanehiro, G. Miyamori, and K. Akachi. Humanoid robot hrp-3. In *2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS*, pages 2471–2478, 2008.

- [44] W. Khalil and E. Dombre. *Modeling, identification and control of robots*. Bristol, PA, 2002.
- [45] Seyoung Kim and Sukyung Park. Leg stiffness increases with speed to modulate gait frequency and propulsion energy. *Journal of Biomechanics*, 44(7) :1253 – 1258, 2011.
- [46] C. R. Lee and C. T. Farley. Determinants of the center of mass trajectory in human walking and running. *Journal of Experimental Biology*, 201(21) :2935–2944, 1998.
- [47] T. McGeer. Passive dynamic walking. *Int. J. Rob. Research*, 9(2) :62–82, 1990.
- [48] A.E. Minetti and R.McN. Alexander. A theory of metabolic costs for bipedal gaits. *Journal of Theoretical Biology*, 186(4) :467 – 476, 1997.
- [49] Alberto E. Minetti, Caterina Cisotti, and Omar S. Mian. The mathematical description of the body centre of mass 3d path in human and animal locomotion. *Journal of Biomechanics*, 44(8) :1471 – 1477, 2011.
- [50] S. Miossec. *Contribution à l'étude de la marche d'un bipède*. Phd thesis, École Centrale de Nantes, France, November 27 2004. in french.
- [51] K. D. Mombaur, H. G. Bock, J. P. Schlöder, and R. W. Longman. Human-like actuated walking that is asymptotically stable without feedback. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 4, pages 4128–4133, 2001.
- [52] G. Nicolas, F. Multon, G. Berillon, and F. Marchal. From bone to plausible bipedal locomotion using inverse kinematics. *Journal of Biomechanics*, 40(5) :1048–1057, 2007.
- [53] C.A. Oatis. *Kinesiology : The Mechanics and Pathomechanics of Human Movement*. Lippincott Williams & Wilkins, 2004.
- [54] I. . Park, J. . Kim, J. Lee, and J. . Oh. Mechanical design of humanoid robot platform khr-3 (kaist humanoid robot - 3 : Hubo). In *Proceedings of 2005 5th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, volume 2005, pages 321–326, 2005.
- [55] F. Pfeiffer and C. Glocker. *Multibody Dynamics with Unilateral Contacts*. Wiley, New York, 1996.
- [56] F. Pfeiffer, K. Löffler, and M. Gienger. The concept of jogging johnnie. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 3, pages 3129–3135, 2002.
- [57] P. Sommerfeld P.Klein. *Biomécanique des membres inférieurs. Bases et concepts, bassin, membres inférieurs*. Elsevier, 2003.
- [58] V. Potkonjak, B. Svetozarevic, K. Jovanovic, and O. Holland. Control of compliant anthropomorphic robot joint. In *AIP Conference Proceedings*, volume 1281, pages 1271–1274, 2010.
- [59] Jerry Pratt and Gill Pratt. Intuitive control of a planar bipedal walking robot. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 3, pages 2014–2021, 1998.
- [60] M. Rostami, G. Bessonnet, and P. Sardain. Optimal gait synthesis of a planar biped. In *Proc. 3rd IFAC Int. Workshop on Motion Control*, Monographie, pages 185–190, Grenoble, France, 21-23 September 1998 1998. IFAC.

- [61] L. Roussel, C. Canudas-de Wit, and A. Goswami. Generation of energy optimal complete gait cycles for biped robots. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 3, pages 2036–2041, 1998.
- [62] J. Rummel, Y. Blum, H. Moritz Maus, C. Rode, and A. Seyfarth. Stable and robust walking with compliant legs. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 5250–5255, 2010.
- [63] T. Saidouni. *Synthèse numérique d'allures de marche optimales de robots bipèdes anthropomorphes*. Phd thesis, University of Poitiers, Poitiers, France, January 11 2005. in french.
- [64] T. Saidouni and G. Bessonnet. Gait trajectory optimization using approximation functions. In *Proc. Int. Conf. on Climbing and Walking Robots*, Paris, France, Sept. 2002.
- [65] T. Saidouni and G. Bessonnet. Generating globally optimised sagittal gait cycles of a biped robot. *Robotica*, 21(2) :199–210, 2003.
- [66] P. Sardain, M. Rostami, E. Thomas, and G. Bessonnet. Biped robots : Correlations between technological design and dynamic behavior. *Control Engineering Practice*, 7(3) :401–411, 1999.
- [67] U. Scarfogliero, M. Folgheraiter, and G. Gini. Advanced steps in biped robotics : Innovative design and intuitive control through spring-damper actuator. In *2004 4th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, volume 1, pages 196–214, 2004.
- [68] U. Scarfogliero, M. Folgheraiter, and G. Gini. Larp, biped robotics conceived as human modeling. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 3575 LNAI :299–314, 2005.
- [69] T. Schauß, M. Scheint, M. Sobotka, W. Seiberl, and M. Buss. Effects of compliant ankles on bipedal locomotion. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2761–2766, 2009.
- [70] M. Scheint, M. Sobotka, and M. Buss. Compliance in gait synthesis : Effects on energy and gait. In *2008 8th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, Humanoids 2008*, pages 259–264, 2008.
- [71] R. Sellaouti and F.B. Ouezdou. Design and control of a 3dofs parallel actuated mechanism for biped application. *Mechanism and Machine Theory*, 40(12) :1367 – 1393, 2005.
- [72] M.W. Spong and M. Vidyasagar. *Robot dynamics and control*. John Wiley and Sons, New-York, 1991.
- [73] M. Srinivasan. Fifteen observations on the structure of energy-minimizing gaits in many simple biped models. *Journal of the Royal Society Interface*, 8(54) :74–98, JAN 6 2011.
- [74] W.J. Stronge. Planar impact of rough compliant bodies. *International Journal of Impact Engineering*, 15(4) :435 – 450, 1994.
- [75] D. Tlalolini, C. Chevallereau, and Y. Aoustin. Comparison of different gaits with rotation of the feet for a planar biped. *Robotics and Autonomous Systems*, 57(4) :371–383, 2009.



- [76] D. Tlalolini, C. Chevallereau, and Y. Aoustin. Optimal reference motions with rotation of the feet for a biped. In *2008 Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, DETC 2008*, volume 2, pages 1027–1036, 2009.
- [77] R.D. Tlalolini. *Génération de mouvements optimaux de marche pour des robots bipèdes 3D*. Phd thesis, University of Nantes, Nantes, France, December 15 2008. in french.
- [78] H. Ulbrich, T. Buschmann, and S. Lohmeier. *Development of the humanoid robot LOLA*, volume 5-6 of *Applied Mechanics and Materials*. 2006.
- [79] G. Van Oort, R. Carloni, D.J. Borgerink, and S. Stramigioli. An energy efficient knee locking mechanism for a dynamically walking robot. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2003–2008, 2011.
- [80] Björn Verrelst, Bram Vanderborght, Jimmy Vermeulen, Ronald Van Ham, Joris Naudet, and Dirk Lefeber. Control architecture for the pneumatically actuated dynamic walking biped ?lucy? *Mechatronics*, 15(6) :703 – 729, 2005.
- [81] J. Viet, N. Chaillet, G. Abba, and E. Ostertag. Study of biped robot trajectories. In *2nd IMACS/IFAC Symposium on Mathematical and Intelligents Models in System Simulation*, Brussels, April 12-16 1993.
- [82] Miomir Vukobratovic and Branislav Borovac. Zero-moment point - thirty five years of its life. *I. J. Humanoid Robotics*, 1(1) :157–173, 2004.
- [83] E. R. Westervelt, J.W. Grizzle, and D. E. Koditschek. Hybrid zero dynamics of planar biped walkers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48 :42–56, 2001.
- [84] Pierre-Brice Wieber. Constrained dynamics and parametrized control in biped walking. In *International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, Perpignan, France, 2000.
- [85] M. Wisse and J. Van Frankenhuyzen. Design and construction of mike ; a 2d autonomous biped based on passive dynamic walking. In *Proceedings of International Symposium of Adaptive Motion and Animals and Machines (AMAM03)*, 2003.
- [86] T.-Y. Wu and T.-J. Yeh. Optimal design and implementation of an energy-efficient, semi-active biped. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1252–1257, 2008.
- [87] M. Zorjan, V. Hugel, and P. Blazevic. Influence of hip joint axes change of orientation on power distribution in humanoid motion. In *ICARA 2011 - Proceedings of the 5th International Conference on Automation, Robotics and Applications*, pages 271–276, 2011.

# Annexe A

## Modélisation géométrique du robot avec genoux classiques

### A.1 Modélisation géométrique direct du robot avec genoux classiques

Le robot composé de genoux à liaison pivot est présenté dans la figure A.1.

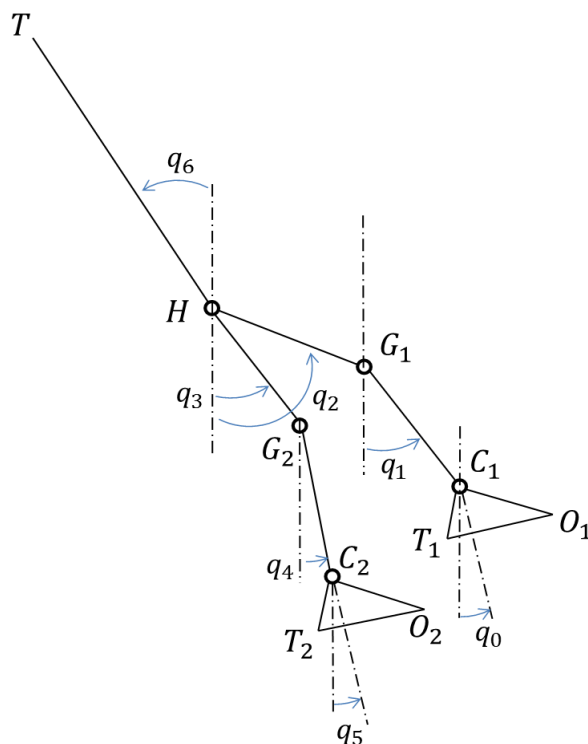


FIGURE A.1 – Représentation filaire d'un robot bipède avec des genoux roulants.

Les longueurs des corps sont les suivantes :

- les tibias  $d(C_1, G_1)$  et  $d(C_2, G_2)$  sont de longueur  $l_1$ ,
- les cuisses  $d(G_1, H)$  et  $d(G_2, H)$  sont de longueur  $l_2$ ,
- le tronc  $d(H, T)$  est de longueur  $l_3$

Les longueurs des pieds sont les mêmes que celle présentées dans le paragraphe 2.2.

Le modèle géométrique direct du robot avec la structure de genoux classiques est détaillé comme ceci :

Position de la hanche  $H$  :

$$x_H = -l_2 \sin q_2 - l_1 \sin q_1 \quad (\text{A.1})$$

$$z_H = l_2 \cos q_2 + l_1 \cos q_1 + h_p \quad (\text{A.2})$$

Position du genou de support  $G_1$  :

$$x_{G_1} = x_H + l_2 \sin q_2 \quad (\text{A.3})$$

$$z_{G_1} = z_H - l_2 \cos q_2 \quad (\text{A.4})$$

Position du genou mobile  $G_2$  :

$$x_{G_2} = x_H + l_2 \sin q_3 \quad (\text{A.5})$$

$$z_{G_2} = z_H - l_2 \cos q_3 \quad (\text{A.6})$$

Position de la cheville de support  $C_1$  :

$$x_{C_1} = x_H + l_2 \sin q_2 + l_1 \sin q_1 \quad (\text{A.7})$$

$$z_{C_1} = z_H - l_2 \cos q_2 - l_1 \cos q_1 \quad (\text{A.8})$$

Position de la cheville mobile  $C_2$  :

$$x_{C_2} = x_H + l_2 \sin q_3 + l_1 \sin q_4 \quad (\text{A.9})$$

$$z_{C_2} = z_H - l_2 \cos q_3 - l_1 \cos q_4 \quad (\text{A.10})$$

Position des orteils de support  $O_1$  :

$$x_{O_1} = x_H + l_2 \sin q_2 + l_1 \sin q_1 - (l_p - L_p) \cos q_0 + h_p \sin q_0 \quad (\text{A.11})$$

$$z_{O_1} = z_H - l_2 \cos q_2 - l_1 \cos q_1 - (l_p - L_p) \sin q_0 - h_p \cos q_0 \quad (\text{A.12})$$

Position du talon de support  $T_1$  :

$$x_{T_1} = x_H + l_2 \sin q_3 + l_1 \sin q_4 - l_p \cos q_0 + h_p \sin q_0 \quad (\text{A.13})$$

$$z_{T_1} = z_H - l_2 \cos q_3 - l_1 \cos q_4 - l_p \sin q_0 - h_p \cos q_0 \quad (\text{A.14})$$

Position des orteils mobile  $O_2$  :

$$x_{O_2} = x_H + l_2 \sin q_3 + l_1 \sin q_4 - (l_p - L_p) \cos q_5 + h_p \sin q_5 \quad (\text{A.15})$$

$$z_{O_2} = z_H - l_2 \cos q_3 - l_1 \cos q_4 - (l_p - L_p) \sin q_5 - h_p \cos q_5 \quad (\text{A.16})$$

Position du talon mobile  $T_2$  :

$$x_{T_2} = x_H + l_2 \sin q_3 + l_1 \sin q_4 - l_p \cos q_5 + h_p \sin q_5 \quad (\text{A.17})$$

$$z_{T_2} = z_H - l_2 \cos q_3 - l_1 \cos q_4 - l_p \sin q_5 - h_p \cos q_5 \quad (\text{A.18})$$

Position du tronc  $T$

$$x_T = x_H - l_3 \sin q_6 \quad (\text{A.19})$$

$$z_T = z_H + l_3 \cos q_6 \quad (\text{A.20})$$

## A.2 Modélisation géométrique inverse du robot avec genoux classiques

Largement étudié dans les thèses de Miossec [50], Djoudi [20], Hamon [31]. Le modèle géométrique inverse est réalisé tout d'abord pour la jambe de support puis pour la jambe mobile. La figure A.2 présente le robot ainsi que les jambes virtuelles nécessaires au calcul des angles des jambes.

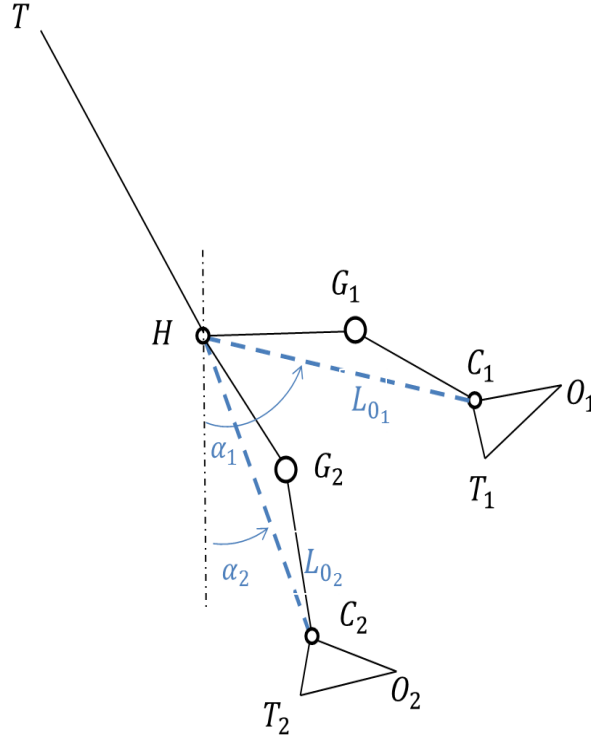


FIGURE A.2 – Représentation filaire d'un robot bipède avec des genoux pivots.

Le calcul des angles  $q_1$  et  $q_2$  pour la jambe de support est le suivant :

$$-l_2 \sin q_2 - l_1 \sin q_1 = -L_{01} \sin \alpha_1 \quad (\text{A.21})$$

$$l_2 \cos q_2 + l_1 \cos q_1 = L_{01} \cos \alpha_1 \quad (\text{A.22})$$

avec  $L_{01} = \sqrt{((x_H - x_{C_1})^2 + (z_H - z_{C_1})^2)}$  et  $\alpha_1 = \tan^{-1} \left( \frac{(x_H - x_{C_1})}{(z_H - z_{C_1})} \right)$

La résolution donne :

$$\beta = \cos^{-1} \left( \frac{l_1^2 + l_2^2 - L_{01}^2}{2l_1 l_2} \right) \quad (\text{A.23})$$

Calcul de l'angle interne de la cheville de support au sol

$$B_1 = l_2 \sin \beta \quad (\text{A.24})$$

$$A_1 = \frac{(l_1^2 - l_2^2 + L_{01}^2)}{2l_1} \quad (\text{A.25})$$

$$\phi_1 = -\tan^{-1} \left( \frac{B_1}{A_1} \right) \quad (\text{A.26})$$

Le calcul de l'angle absolu du tibia est :

$$q_1 = \alpha_1 + \phi_1; \quad (\text{A.27})$$

Le calcul de l'angle absolu du fémur est :

$$q_2 = \pi + q_1 - \beta \quad (\text{A.28})$$

Pour la jambe mobile, le calcul des angles  $q_3$  et  $q_4$  est le suivant :

$$-l_2 \sin q_3 - l_1 \sin q_4 = -L_{0_2} \sin \alpha_2 \quad (\text{A.29})$$

$$l_2 \cos q_3 + l_1 \cos q_4 = L_{0_2} \cos \alpha_2 \quad (\text{A.30})$$

avec  $L_{0_2} = \sqrt{(x_H - x_{C_2})^2 + (z_H - z_{C_2})^2}$  et  $\alpha_2 = \tan^{-1} \left( \frac{(x_H - x_{C_2})}{(z_H - z_{C_2})} \right)$

La résolution du modèle géométrique inverse pour le calcul des angles de la jambe mobile est le même que pour celui de la jambe fixe.

# Annexe B

## Modélisation dynamique du robot avec genoux classiques

### B.1 Notation et modèle dynamique

La résolution du MDyI se fait de la même manière que dans le chapitre 3. Nous présentons dans la figure B.1 les centres de gravité du robot à genoux rotoïdes.

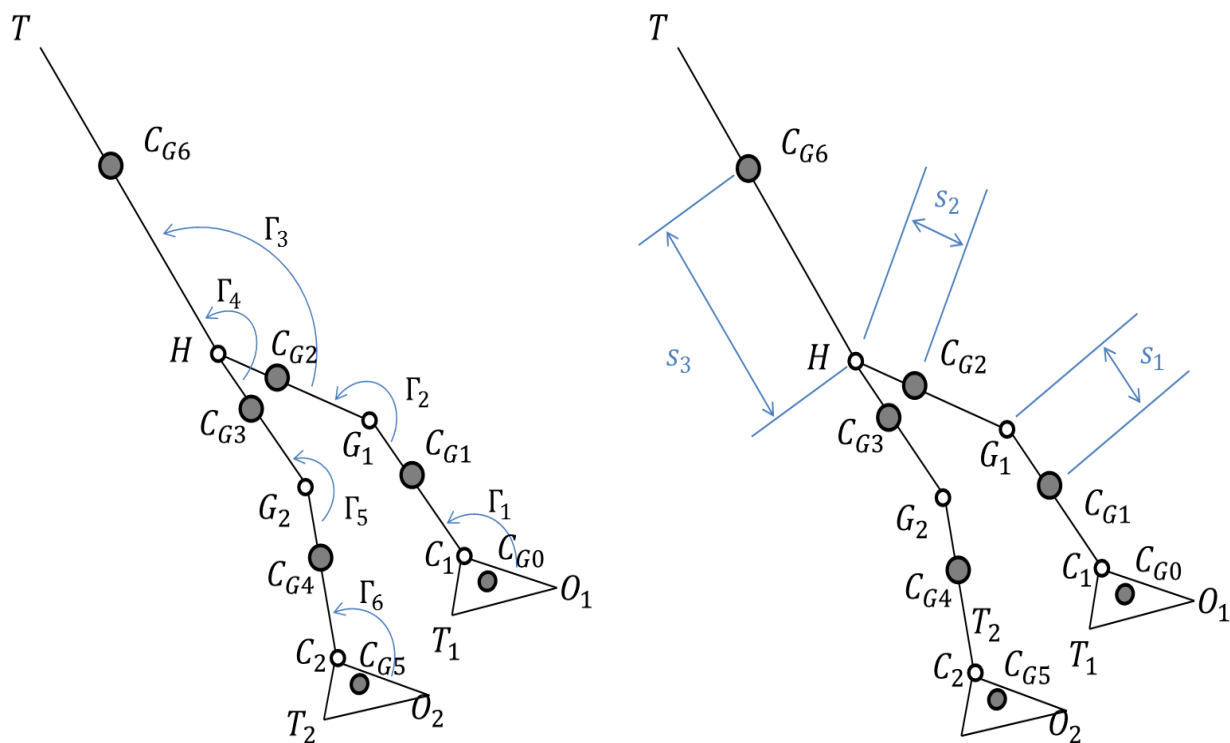


FIGURE B.1 – Représentation dynamique du robot bipède avec les genoux à liaison pivot.

$$\left\{ \begin{array}{l}
x_{C_{G_0}} = x_H + l_2 \sin q_2 + l_1 \sin q_1 + s_z \sin q_0 + s_x \cos q_0 \\
z_{C_{G_0}} = z_H - l_2 \cos q_2 - l_1 \cos q_1 - s_z \cos q_0 + s_x \sin q_0 \\
x_{C_{G_1}} = x_H + l_2 \sin q_2 + s_1 \sin q_1 \\
z_{C_{G_1}} = z_H - l_2 \cos q_2 - s_1 \cos q_1 \\
x_{C_{G_2}} = x_H + s_2 \sin q_2 \\
z_{C_{G_2}} = z_H - s_2 \cos q_2 \\
x_{C_{G_3}} = x_H + s_2 \sin q_3 \\
z_{C_{G_3}} = z_H - s_2 \cos q_3 \\
x_{C_{G_4}} = x_H + l_2 \sin q_3 + s_1 \sin q_4 \\
z_{C_{G_4}} = z_H - l_2 \cos q_3 - s_1 \cos q_4 \\
x_{C_{G_5}} = x_H + l_2 \sin q_3 + l_1 \sin q_4 + s_z \sin q_5 + s_x \cos q_5 \\
z_{C_{G_5}} = z_H - l_2 \cos q_3 - l_1 \cos q_4 - s_z \cos q_5 + s_x \sin q_5 \\
x_{C_{G_6}} = x_H - s_3 \sin q_6 \\
z_{C_{G_6}} = z_H + s_3 \cos q_6
\end{array} \right. \quad (\text{B.1})$$

Le détail de la matrice d'inertie  $Dc$  est le suivant :

$$\begin{aligned}
Dc_{11} &= Dc_{66} = s_z^2 m_0 + s_x^2 m_0 + I_0 \\
Dc_{12} &= Dc_{21} = m_0 l_1 (s_x \sin(\theta_1) - s_z \cos(\theta_1)) \\
Dc_{13} &= Dc_{31} = -m_0 l_2 (s_x \sin(q_0 - q_2) - s_z \cos(q_0 - q_2)) \\
Dc_{22} &= Dc_{55} = I_1 + m_0 l_1^2 + m_1 s_1^2 \\
Dc_{23} &= Dc_{32} = l_2 \cos(-\theta_2) (m_0 l_1 + m_1 s_1) \\
Dc_{33} &= Dc_{44} = m_0 l_2^2 + I_2 + m_1 l_2^2 + m_2 s_2^2 \\
Dc_{45} &= Dc_{54} = l_2 \cos(\theta_5) (m_0 l_1 + m_1 s_1) \\
Dc_{46} &= Dc_{64} = m_0 l_2 (\cos(q_3 - q_0) s_z + s_x \sin(q_3 - q_0)) \\
Dc_{56} &= Dc_{65} = m_0 l_1 (s_x \sin(\theta_6) + s_z \cos(\theta_6)) \\
Dc_{18} &= Dc_{81} = -m_0 (s_x \sin(q_0) - s_z \cos(q_0)) \\
Dc_{19} &= Dc_{91} = m_0 (s_z \sin(q_0) + s_x \cos(q_0)) \\
Dc_{28} &= Dc_{82} = (m_0 l_1 + m_1 s_1) \cos(q_1) \\
Dc_{29} &= Dc_{92} = (m_0 l_1 + m_1 s_1) \sin(q_1) \\
Dc_{38} &= Dc_{83} = (m_0 l_2 + m_1 l_2 + m_2 s_2) \cos(q_2) \\
Dc_{39} &= Dc_{93} = (m_0 l_2 + m_1 l_2 + m_2 s_2) \sin(q_2) \\
Dc_{48} &= Dc_{84} = (m_0 l_2 + m_1 l_2 + m_2 s_2) \cos(q_3) \\
Dc_{49} &= Dc_{94} = (m_0 l_2 + m_1 l_2 + m_2 s_2) \sin(q_3) \\
Dc_{58} &= Dc_{85} = (m_0 l_1 + m_1 s_1) \cos(q_4) \\
Dc_{59} &= Dc_{95} = (m_0 l_1 + m_1 s_1) \sin(q_4) \\
Dc_{68} &= Dc_{86} = -m_0 (-\cos(q_5) s_z + s_x \sin(q_5)) \\
Dc_{69} &= Dc_{96} = m_0 (s_x \cos(q_5) + s_z \sin(q_5)) \\
Dc_{77} &= I_3 + m_3 s_3^2 \\
Dc_{78} &= Dc_{87} = -m_3 s_3 \cos(q_6) \\
Dc_{79} &= Dc_{97} = -m_3 s_3 \sin(q_6) \\
Dc_{88} &= Dc_{99} = 2m_0 + 2m_1 + 2m_2 + m_3
\end{aligned}$$

Le détail de la matrice d'inertie  $Qc$  est le suivant :

$$\begin{aligned} Qc_1 &= m_0g(s_z \sin(q_0) + s_x \cos(q_0)) \\ Qc_2 &= g \sin(q_1)(m_0l_1 + m_1s_1) \\ Qc_3 &= g \sin(q_2)(m_0l_2 + m_1l_2 + m_2s_2) \\ Qc_4 &= g \sin(q_3)(m_0l_2 + m_1l_2 + m_2s_2) \\ Qc_5 &= g \sin(q_4)(m_0l_1 + m_1s_1) \\ Qc_6 &= m_0g(s_x \cos(q_5) + s_z \sin(q_5)) \\ Qc_7 &= -m_3s_3g \sin(q_6) \\ Qc_8 &= 0 \\ Qc_9 &= g(2m_1 + 2m_2 + m_3 + 2m_0) \end{aligned}$$





# Annexe C

## Résultats complémentaires pour les trajectoires en simple support

Cette annexe a pour but de compléter les résultats observés au chapitre 5 pour des vitesses de marche différentes. Ces résultats Les allures de marche à la vitesse de  $0.3 \text{ m/s}$  et de  $0.7 \text{ m/s}$  sont étudiées mais non commentées.

### C.1 Trajectoires de type Bézier

Les allures des angles absolus, des couples articulaires, des angles relatifs articulaires pour les deux configurations de robots sont observées à la vitesse de  $0.3 \text{ m/s}$ . Les critères sthéniques obtenus pour le robot CK est de  $26.83N^2ms$  et de  $30.9N^2ms$  pour le robot RK.

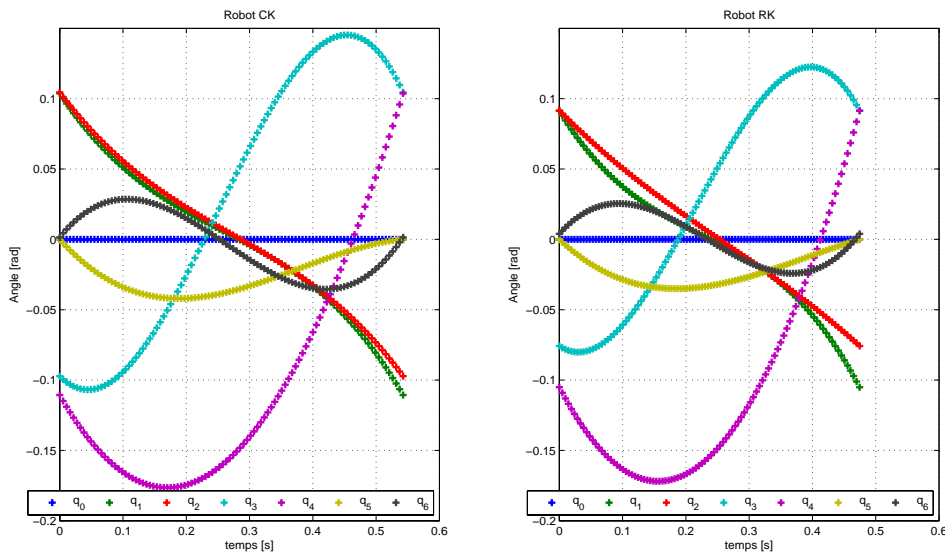


FIGURE C.1 – Évolution des angles absolus à la vitesse d'avance de  $0.3 \text{ m/s}$ .

Pour la vitesse de  $0.7 \text{ m/s}$ , le critère du robot CK est de  $198.9N^2ms$  et celui du robot RK est de  $197.4N^2ms$ . Les allures des angles absolus, des couples et des angles relatifs sont présentées.

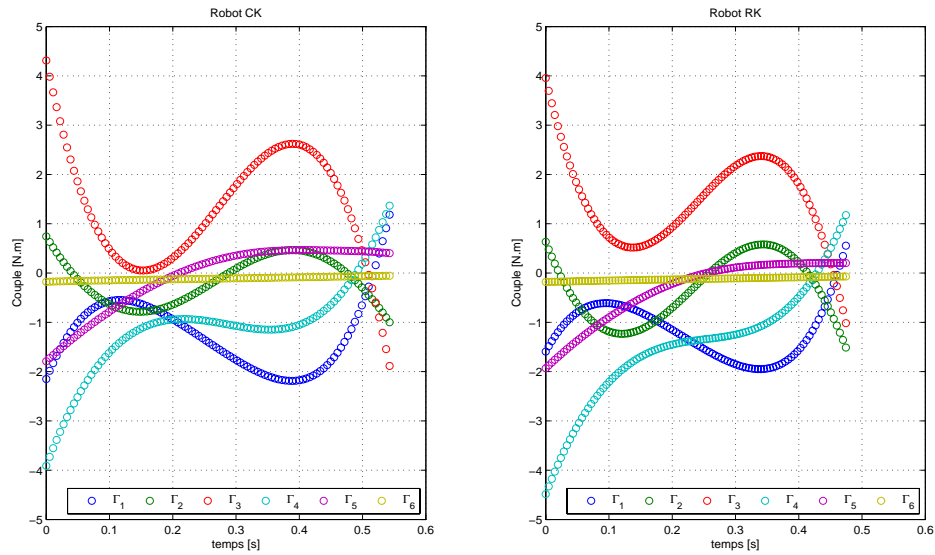


FIGURE C.2 – Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 0.3 m/s.

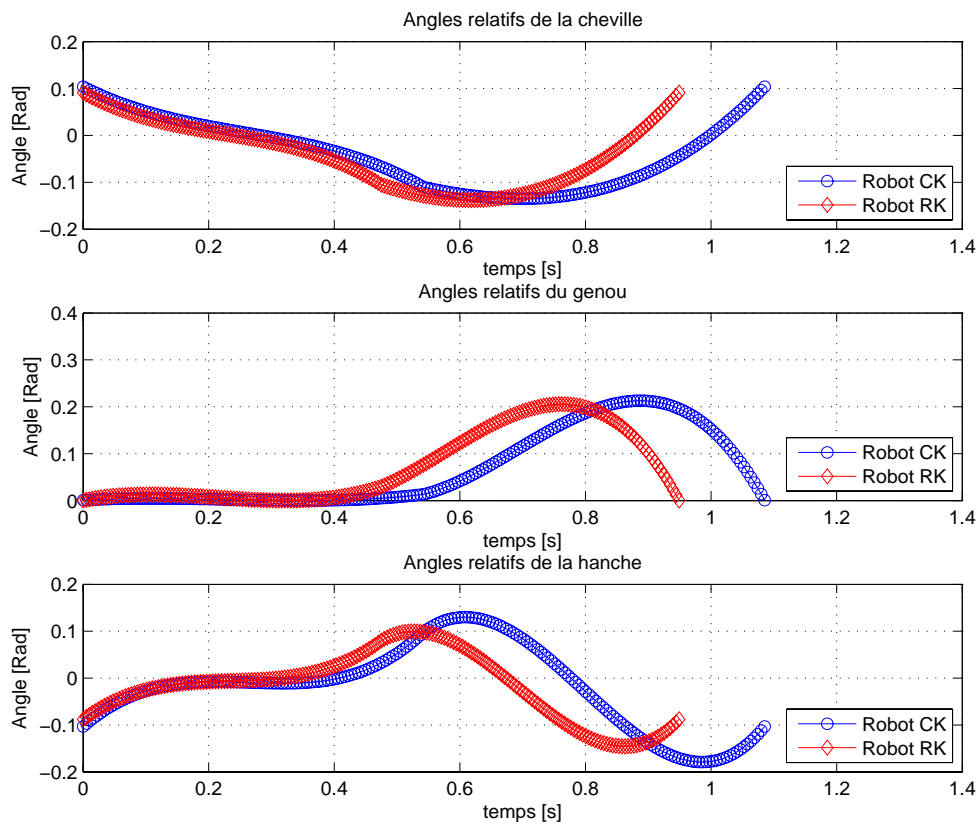


FIGURE C.3 – Évolution des angles articulaires relatifs à la vitesse d'avance de 0.3 m/s.

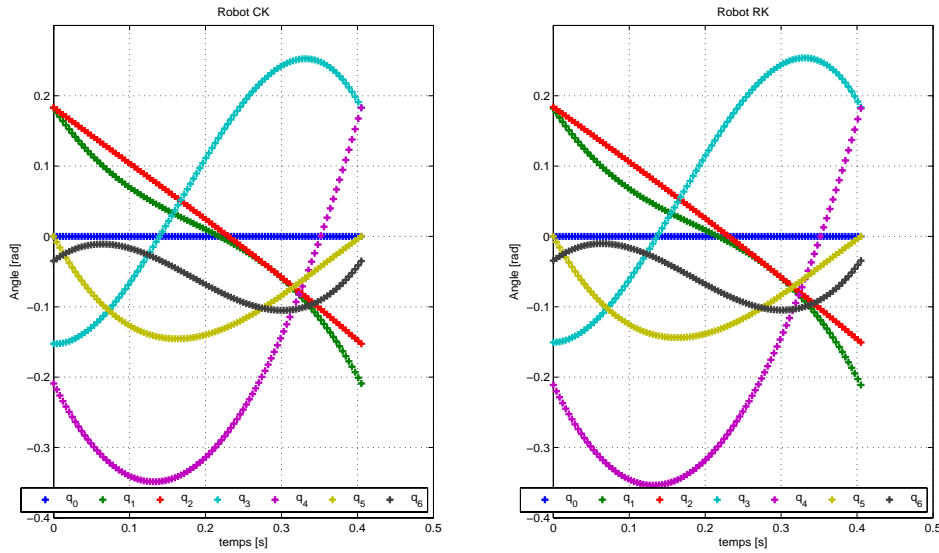


FIGURE C.4 – Évolution des angles absolus à la vitesse d'avance de 0.7 m/s.

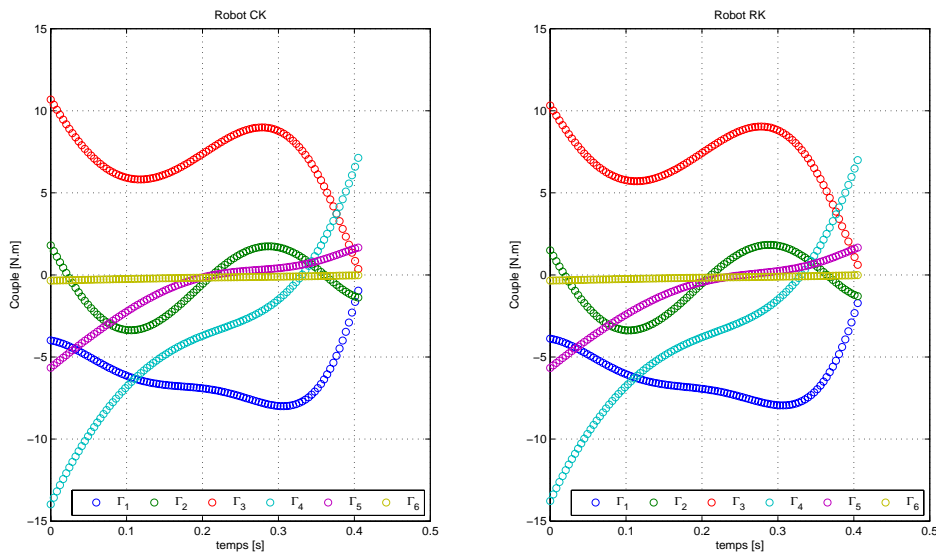


FIGURE C.5 – Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 0.7 m/s.

## C.2 Trajectoires de type polynomiale d'ordre 4

Les allures des angles absolus, des couples articulaires, des angles relatifs articulaires pour les deux configurations de robots sont observées à la vitesse de 0.3 m/s. Les critères sthéniques obtenus pour le robot CK est de  $98.9N^2ms$  et de  $85.9N^2ms$  pour le robot RK.

Pour la vitesse de 0.7 m/s, le critère du robot CK est de  $203.2N^2ms$  et celui du robot RK est de  $197N^2ms$ . Les allures des angles absolus, des couples et des angles relatifs sont présentées.

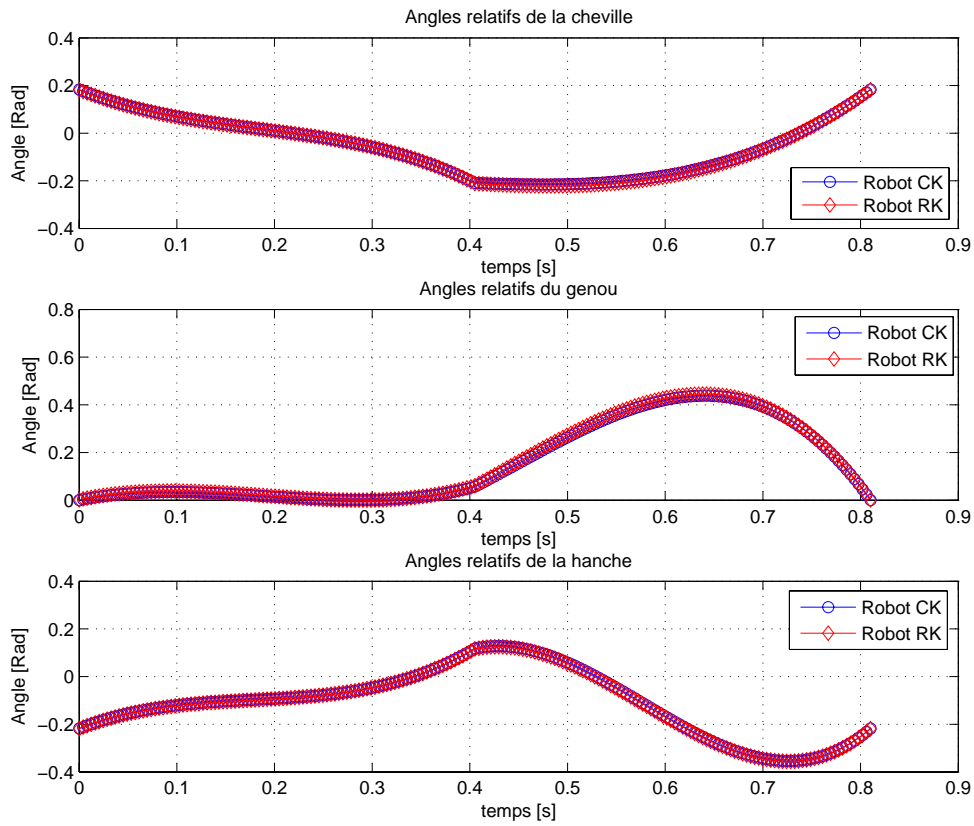


FIGURE C.6 – Évolution des angles articulaires relatifs à la vitesse d’avance de 0.7 m/s.

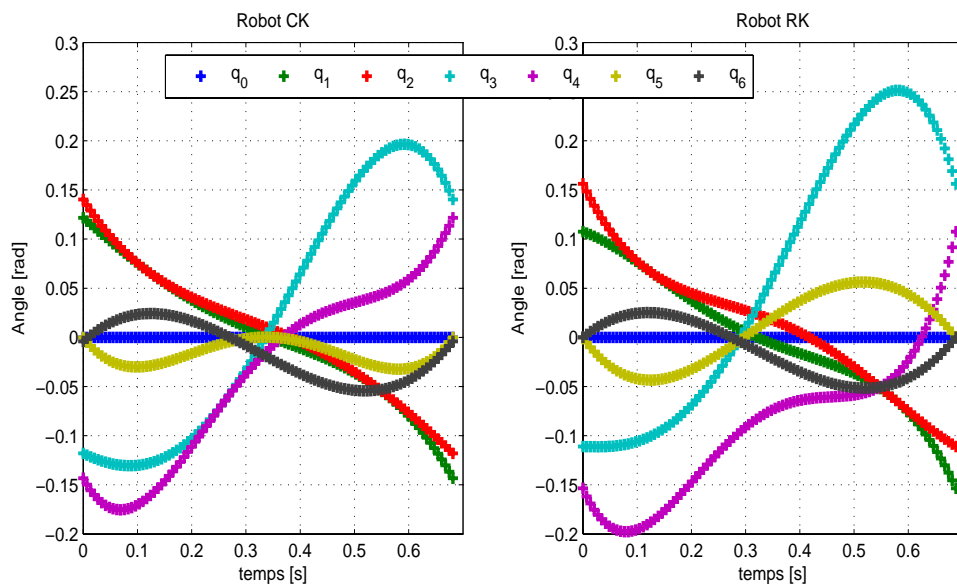


FIGURE C.7 – Évolution des angles absolus à la vitesse d’avance de 0.3 m/s.

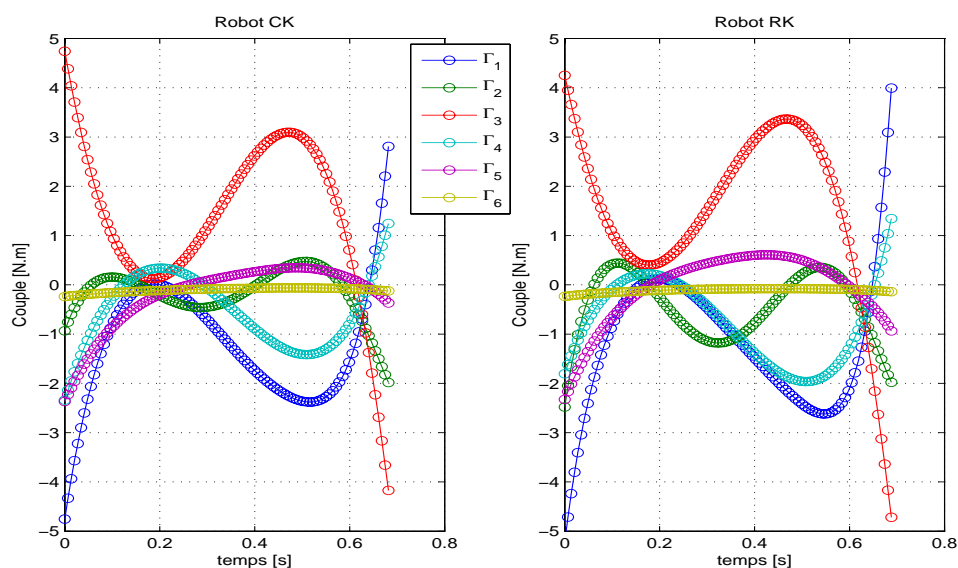


FIGURE C.8 – Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 0.3 m/s.

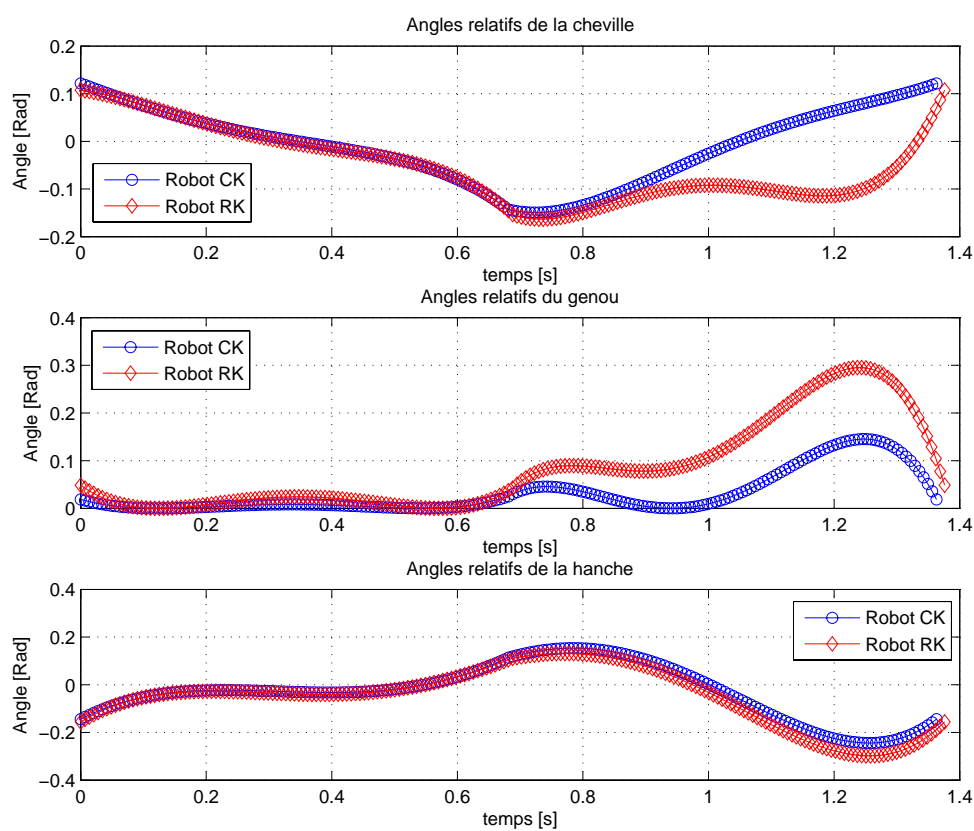


FIGURE C.9 – Évolution des angles articulaires relatifs à la vitesse d'avance de 0.3 m/s.

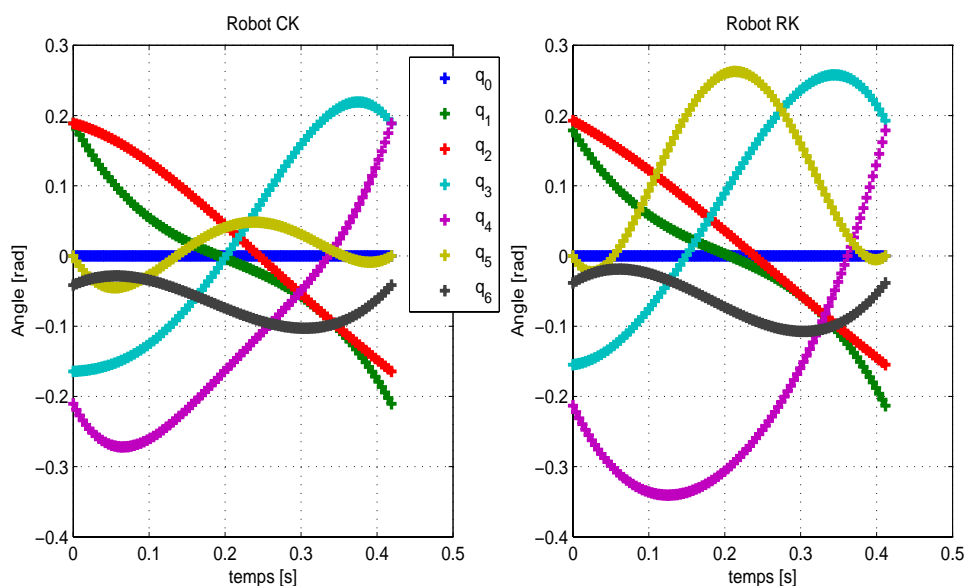


FIGURE C.10 – Évolution des angles absolus à la vitesse d'avance de 0.7 m/s.

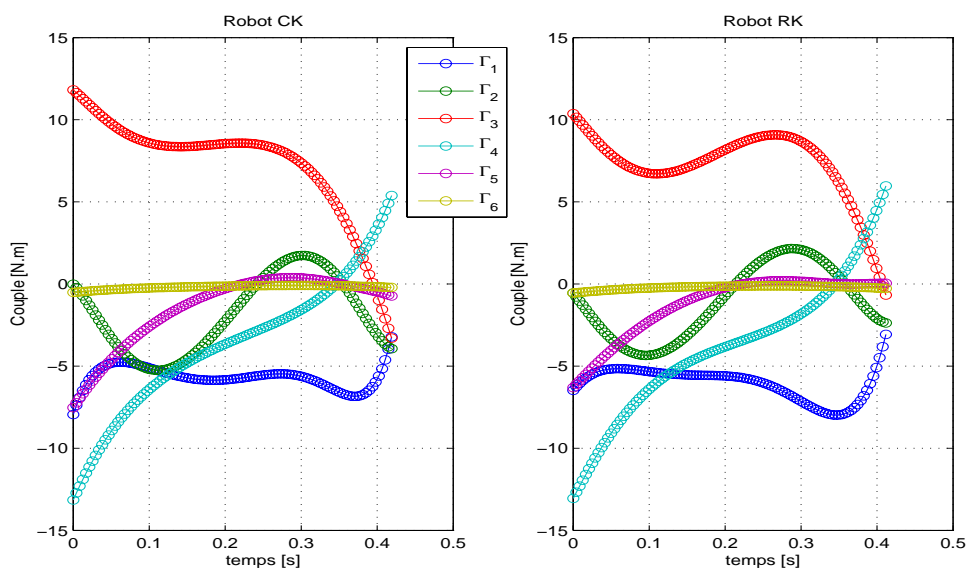


FIGURE C.11 – Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 0.7 m/s.

### C.3 Trajectoires de type spline cubique

Les allures des angles absolus, des couples articulaires, des angles relatifs articulaires pour les deux configurations de robots sont observées à la vitesse de 0.3 m/s. Les critères sthéniques obtenus pour le robot CK est de  $21.6N^2ms$  et de  $18.1N^2ms$  pour le robot RK.

Pour la vitesse de 0.7 m/s, le critère du robot CK est de  $161N^2ms$  et celui du robot RK est de  $148N^2ms$ . Les allures des angles absolus, des couples et des angles relatifs sont présentées .

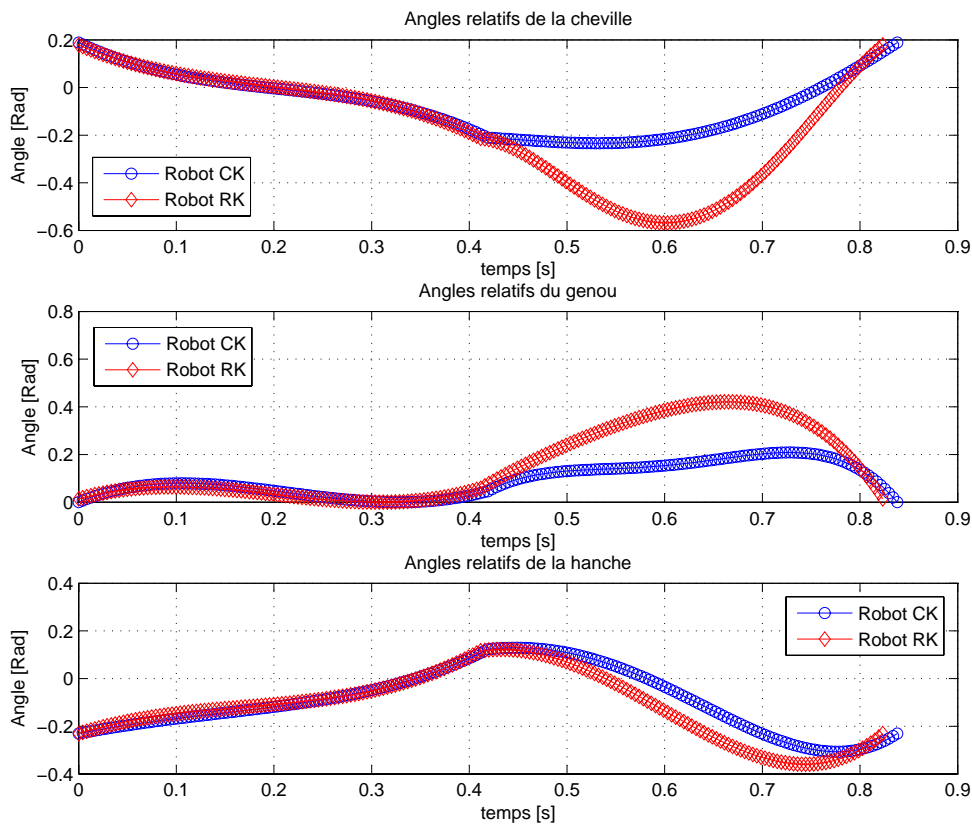


FIGURE C.12 – Évolution des angles articulaires relatifs à la vitesse d’avance de 0.7 m/s.

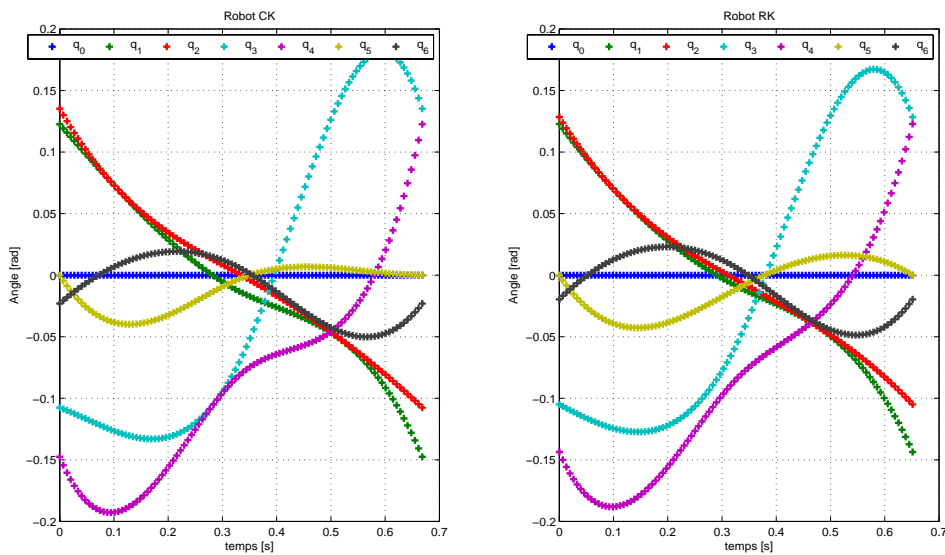


FIGURE C.13 – Évolution des angles absolus à la vitesse d’avance de 0.3 m/s.



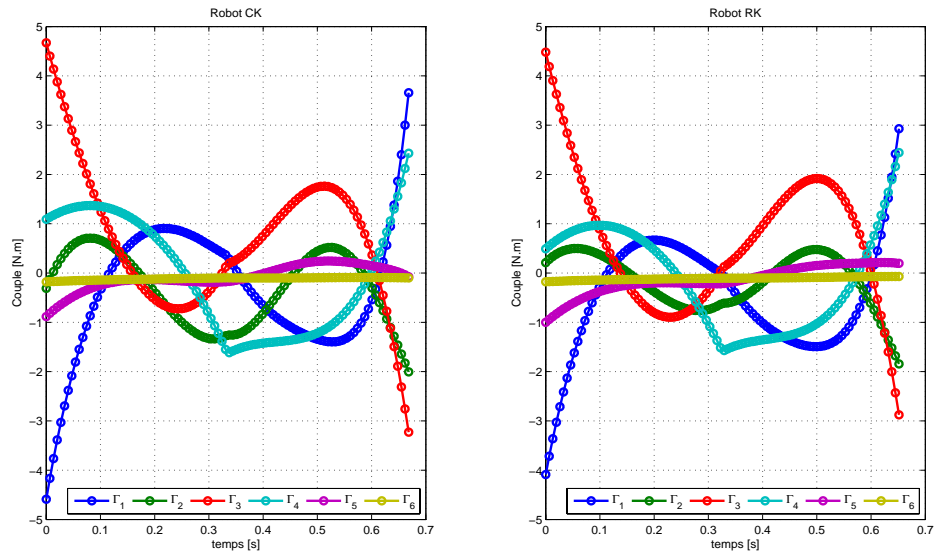


FIGURE C.14 – Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 0.3 m/s.

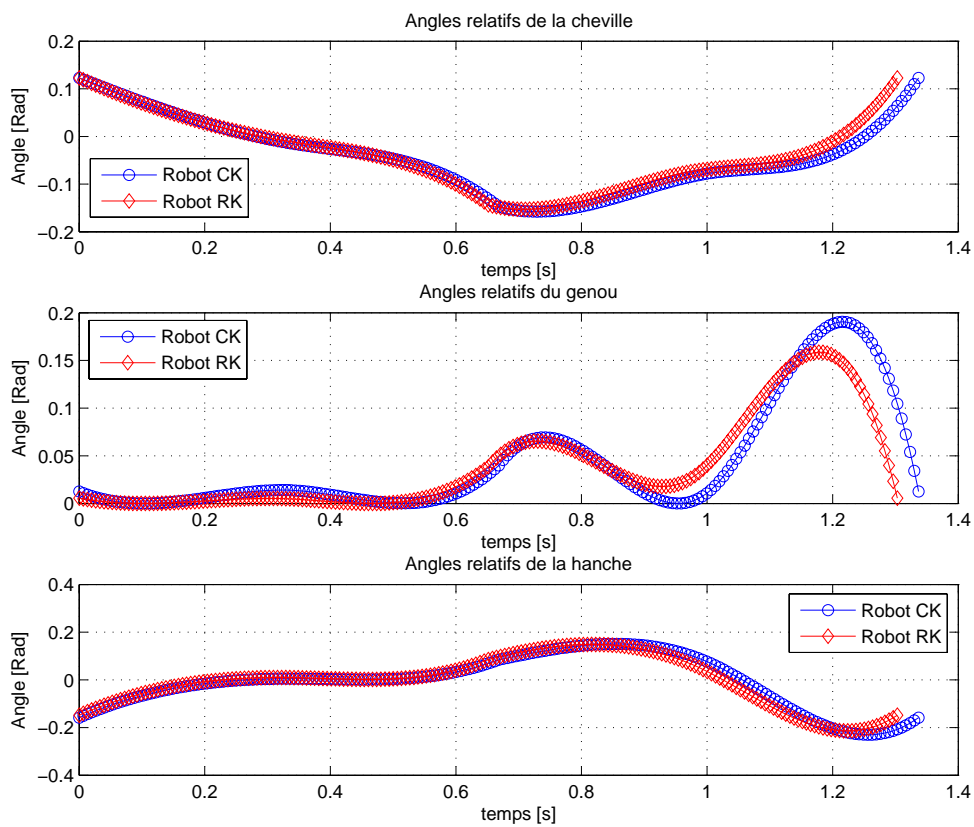


FIGURE C.15 – Évolution des angles articulaires relatifs à la vitesse d'avance de 0.3 m/s.

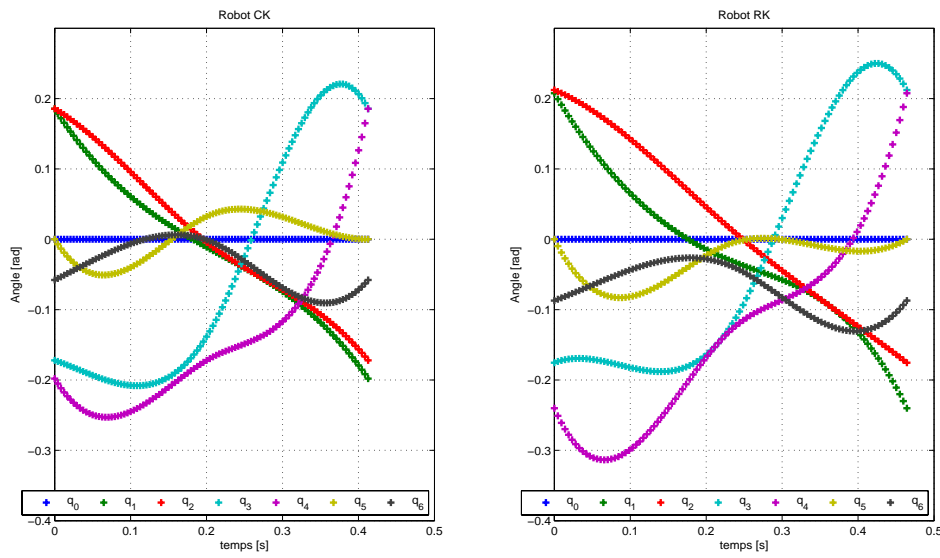


FIGURE C.16 – Évolution des angles absolus à la vitesse d'avance de 0.7 m/s.

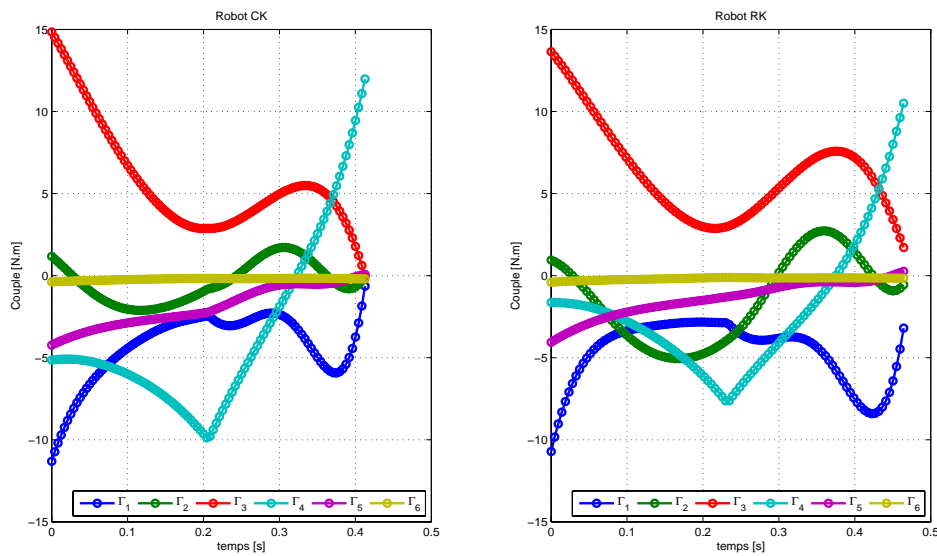


FIGURE C.17 – Évolution des couples articulaires à la vitesse d'avance de 0.7 m/s.

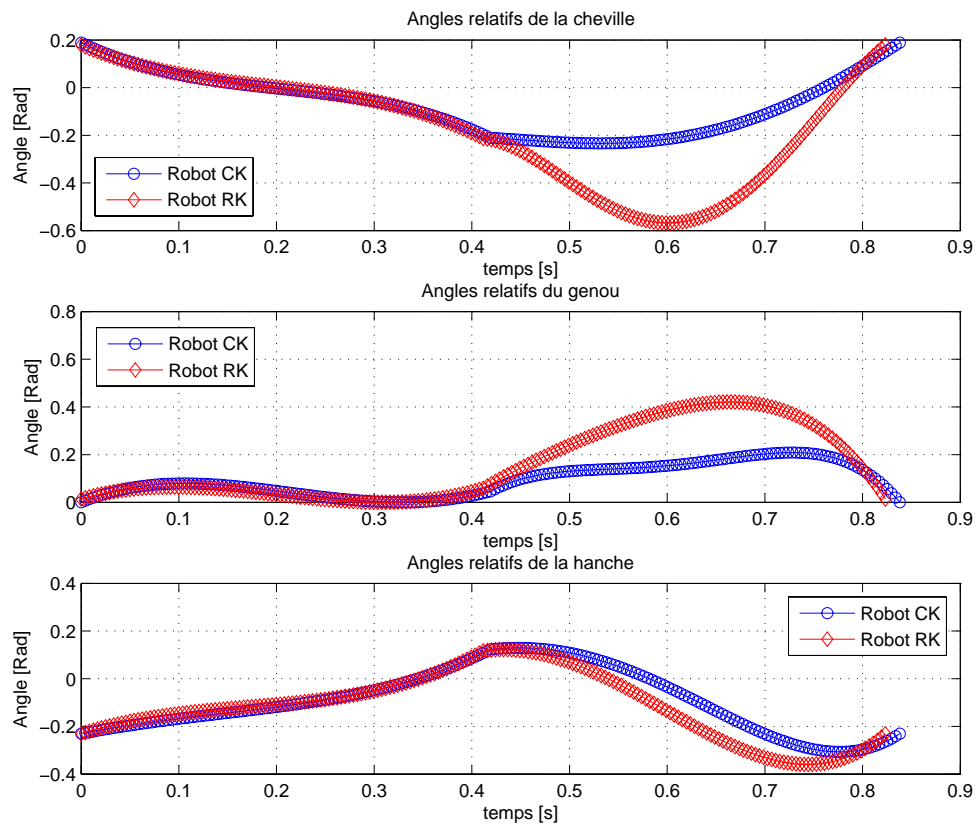


FIGURE C.18 – Évolution des angles articulaires relatifs à la vitesse d'avance de 0.7 m/s.







## MODELISATION ET OPTIMISATION DE LA MARCHÉ D'UN ROBOT BIPÈDE AVEC GENOUX ANTHROPOMORPHIQUES

**RESUME :** La conception des robots humanoïdes est un défi depuis plusieurs années. Les articulations de l'être humain de par leur complexité cinématique créent des mouvements difficilement reproductibles par un mécanisme. Le genou humain permet des mouvements composés de roulement et de glissement. La conception de nouvelles articulations bio-inspirées est un enjeu pour recréer avec un robot une marche anthropomorphe. Une analyse de la cinématique des genoux a été effectuée et nous proposons une solution mécanique pour reproduire cette cinématique de genoux. L'idée est de recréer un genou avec un contact roulant entre le fémur et le tibia. Les modèles géométriques, cinématiques et dynamiques et un modèle d'impact sont développés pour un robot bipède muni de ce genou à contacts roulants. L'allure de marche est étudiée sous forme d'un problème d'optimisation paramétrique sous contraintes. Les trajectoires de marche sont approximées par des fonctions mathématiques pour deux allures de marche : une allure de simple support avec impacts et une allure de double support suivi d'un simple support puis d'un impact. Des critères énergétiques permettent de comparer le robot muni du mécanisme de genoux roulants à un robot muni de genoux à liaison rotoïde. Les résultats des optimisations montrent que le genou roulant apporte une diminution du critère sthénique. L'optimisation énergétique montre que les couples articulaires sont plus faibles sur les hanches ce qui engendre une diminution de la masse des actionneurs du robot. Enfin, un gain d'énergie est possible en associant des systèmes à ressorts en parallèle sur les articulations du robot.

**Mots clés :** Robot bipède, marche bipède, allure de marche, trajectoires optimales, modélisation géométrique et dynamique, optimisation paramétrique, genou à contact roulant.

## MODELING AND OPTIMIZATION OF THE GAIT OF A BIPED ROBOT WITH ANTHROPOMORPHIC KNEES

**ABSTRACT:** The design of humanoid robot has been a tricky challenge for several years. Due to the kinematic complexity of human joints, their movements are notoriously difficult to be reproduced by a mechanism. The human knees allow movements including rolling and sliding, and therefore the design of new bio-inspired robots is of utmost importance for the reproduction of anthropomorphic walking in a robot. In this thesis, the kinematic characteristics of knees were analyzed and a mechanical solution reproducing them is proposed. The geometrical, kinematic and dynamic models are created together with an impact model for a biped robot with the knees proposed. The walking is studied as of a problem of parametric optimization under constraints. The trajectories of walking are simulated approximately by mathematical functions for two gaits: one of a single support with impacts and one of double supports followed by a simple support and then an impact. Energy criteria allow comparing the robot provided with the mechanism of rolling knees and a robot provided with revolute knees connection. The results of the optimizations show that the rolling knee brings a decrease of the sthenic criterion. The energy optimization shows that the articular couples are weaker on hips what engenders a decrease of the mass of the actuators of the robot. Finally, energy gains are possible by associating spring systems.

**Keywords:** biped robot, gait, dynamic model, optimal trajectory, rolling contact knees.

