



HAL
open science

Approches expérimentales et multi-échelles des processus d'amorçage de fissures en fatigue sous chargements complexes

Komlan Agbessi

► **To cite this version:**

Komlan Agbessi. Approches expérimentales et multi-échelles des processus d'amorçage de fissures en fatigue sous chargements complexes. Autre. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2013. Français. NNT : 2013ENAM0006 . pastel-00867947

HAL Id: pastel-00867947

<https://pastel.hal.science/pastel-00867947>

Submitted on 30 Sep 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n° 432 : Science des Métiers de l'Ingénieur

Doctorat ParisTech

THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité " Mécanique - Matériaux "

présentée et soutenue publiquement par

Komlan AGBESSI

le 21 Mars 2013

Approches expérimentales et multi-échelles des processus d'amorçage des fissures de fatigue sous chargements complexes

Directeur de thèse : **Nicolas SAINTIER**
Co-encadrement de la thèse : **Thierry PALIN-LUC**

Jury

Mme Brigitte BACROIX, Directrice de Recherche CNRS, LSPM, Université Paris 13
M. Habibou MAITOURNAM, Professeur, LMS, École Polytechnique
M. Maxime SAUZAY, Ingénieur de Recherche HdR, SRMA, CEA
M. Napo BONFOH, Maître de Conférences, LaBPS, ENIM
M. Nicolas SAINTIER, Maître de Conférences HdR, I2M, Arts et Métiers ParisTech
M. Thierry PALIN-LUC, Professeur, I2M, Arts et Métiers ParisTech
Mme Stéphanie BASSEVILLE, Maître de Conférences, LSIV, Université de Versailles

Présidente
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examineur
Invitée

**T
H
È
S
E**

*À Nadège,
Ma mère, mon père,
Mes frères et sœurs,
Mes amis,
Je leur dédie cette thèse*

*L'imagination est plus importante que la connaissance [le savoir]. Car la connaissance est limitée,
tandis que l'imagination englobe le monde entier, stimule le progrès, suscite l'évolution.*
Albert Einstein

Remerciements

Les travaux synthétisés dans ce manuscrit ont été réalisés au sein du département Durabilité des Matériaux, des Assemblages et des Structures (DuMAS) de l'Institut de Mécanique et d'Ingénierie (I2M), au centre Arts et Métiers ParisTech de Bordeaux-Talence. Ils ont été rendus possibles grâce à une belle aventure humaine et professionnelle avec des personnes auxquelles je tiens à exprimer toute ma gratitude.

Je remercie tout d'abord mes directeurs de thèse, M. Nicolas SAINTIER et M. Thierry PALIN-LUC, de m'avoir fait confiance en me confiant ce travail de recherche oh combien passionnant. Je me suis bien épanoui scientifiquement en profitant de votre précieuse aide, de votre rigueur, de vos encouragements, de votre disponibilité, ..., je ne saurai tout citer sur cette page bien trop petite. Je ne peux qu'être fier d'avoir eu ce bout de parcours avec vous et je vous témoigne encore ma grande reconnaissance.

Je tiens à adresser mes sincères remerciements à M. Habibou MAITOURNAM et M. Maxime SAUZAY d'avoir accepté et rapporté ce travail de recherche. J'en suis honoré. Qu'il me soit permis de vous exprimer ma profonde gratitude.

Je formule également mes remerciements les plus sincères à Mme Brigitte BACROIX pour avoir accepté présider mon Jury de thèse. Mes vifs remerciements à M. Napo BONFOH et Mme Stéphanie BASSEVILLE pour m'avoir fait l'honneur d'examiner ce travail. Je profite pour adresser, à travers M. Napo BONFOH, ma reconnaissance à M. Sonnou TIEM pour avoir su développer la coopération entre l'École Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Lomé (TOGO) et l'École Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Metz qui m'a permis de loin à réaliser ce parcours.

Je remercie Camille ROBERT et Anis HOR pour notre étroite collaboration dans le cadre de leur Post-doc au laboratoire. Ce fut un plaisir de travailler ensemble. Je tiens à remercier également David MARECHAL pour m'avoir lu et corrigé certains chapitres du manuscrit mais également pour sa contribution dans le chapitre 4.

Je tiens à remercier tous les techniciens du laboratoire (notamment Jérémie, Christophe, Jean-Marie, Jonathan) et tout le personnel de l'I2M et des Arts et Métiers ParisTech. Je remercie également l'ensemble des personnels du CREMEM à travers Mme Elisabeth SELIER pour sa patience et sa gentillesse lors des nombreuses séances MEB. Que M. Hassan SAADAOUI et M. Jean-Marc OLIVE soient également remerciés pour leur gentillesse et disponibilité dans ma formation à l'AFM.

Mes plus tendres remerciements à Nadège pour m'avoir accompagné durant un bon moment de cette belle aventure. Tu m'as toujours soutenu et surtout dans les moments les plus difficiles !

À toute ma famille, ma maman, mon papa, mes frères, mes sœurs et les proches, je n'ai pas de mots assez forts pour vous remercier de votre présence. J'ai puisé à chaque moment la force de continuer à travers vous, vos encouragements. Je vous dis tout simplement mille fois merci. Je mesure votre fierté de l'autre bout de la méditerranée et votre soulagement. Mes sincères remerciements à toutes les personnes qui ont contribué d'une manière ou d'une autre au bon déroulement et à la réussite de ce travail.

Enfin, mes remerciements et encouragements à tous les doctorants pour la bonne ambiance de travail surtout ceux qui sont presque dans la dernière ligne droite (Maxime, Nicolas, Mohamed, Raphaël) et bonne continuation à tous les autres que je n'ai pas mentionnés. Merci à tous ceux que je n'ai pas pu citer !

Le 8 Avril 2013

Dans cet avion m'emmenant de l'autre côté des Bouches-du-Rhône ...

Là où la nouvelle page s'écrit !

Komlan

Table des matières

Table des figures	xii
Liste des tableaux	xxi
Notations et conventions	xxiii
INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
1 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE	5
1.1 Introduction à la fatigue multiaxiale des matériaux métalliques	7
1.1.1 Généralités	7
1.1.2 Quelques notations et définitions	7
1.2 Micro-mécanismes d’amorçage des fissures en fatigue	9
1.2.1 Mécanismes de glissement et formation de PSB	11
1.2.1.1 Dislocations dans les structures de PSB	12
1.2.1.2 Caractérisation des PSB	15
1.2.2 Activation des systèmes de glissement	16
1.2.2.1 Définition du facteur de Schmid en traction uniaxiale	16
1.2.2.2 Notion de facteur de Schmid effectif	18
1.2.2.3 Cas des chargements multiaxiaux	19
1.2.2.4 Critères d’activation des systèmes de glissement	19
1.2.2.5 Effet de l’anisotropie élastique	20
1.2.3 Amorçage de fissures	22
1.2.3.1 Amorçage intragranulaire	22
1.2.3.2 Amorçage intergranulaire	22
1.3 Modélisation micro-mécanique en plasticité polycristalline	24
1.3.1 Le monocristal	25
1.3.2 Le polycristal	27
1.3.2.1 Modèles d’homogénéisation	27
1.3.2.2 Calcul de microstructure	29
1.4 Approches multi-échelles de la fatigue à grand nombre de cycles	30
1.4.1 Définitions	30
1.4.2 Classification des critères de fatigue	30
1.4.3 Critères de fatigue multiaxiale	31
1.4.3.1 Formulation empirique : le critère de Gough et Pollard	31
1.4.3.2 Formulation globale : le critère de Crossland	32
1.4.3.3 Formulation de type plan critique	33
1.4.3.4 Critère de Dang-Van	33
1.4.3.5 Critère de Papadopoulos	34
1.4.3.6 Critère de Mataka	37
1.4.3.7 Critère de Fatemi-Socie	38
1.4.4 Approches probabilistes des critères de fatigue multiaxiale	38
1.5 Statistique des valeurs extrêmes en fatigue	38

1.5.1	Théorie de la distribution des valeurs extrêmes	39
1.5.1.1	Théorème de Fisher-Tippet	39
1.5.1.2	Paramètres des fonctions de distribution	40
1.5.2	Fonction de distribution des valeurs extrêmes généralisée	40
1.6	Discussions	42
1.7	Conclusion	42
2	MATÉRIAU ET DÉMARCHES EXPÉRIMENTALES	45
2.1	Caractérisation microstructurale du cuivre étudié	47
2.1.1	Présentation du matériau	47
2.1.2	Caractérisation microstructurale	47
2.1.2.1	Préparation des échantillons	47
2.1.2.2	État non recuit	47
2.1.2.3	État recuit	47
2.1.2.4	Microdureté	52
2.1.3	Caractérisation de la texture	52
2.1.3.1	Technique utilisée	52
2.1.3.2	Étude de la texture	53
2.1.3.3	Distribution des tailles de grains	56
2.1.3.4	Distribution des fractions de macles	58
2.1.4	Synthèse et choix des conditions de recuit	58
2.2	Caractéristiques mécaniques	60
2.2.1	Essais de traction monotone	60
2.2.1.1	Conditions d'essais et résultats	60
2.2.1.2	Effet de la vitesse de déformation	62
2.2.2	Essais d'écrouissage cyclique	62
2.2.2.1	Conditions d'essais	63
2.2.2.2	Analyse des résultats	64
2.2.3	Synthèse	67
2.3	Résistance en fatigue	68
2.3.1	Conditions des essais de fatigue	68
2.3.1.1	Machine d'essai	68
2.3.1.2	Démarche	68
2.3.2	Détermination des limites de fatigue à 10^6 cycles	70
2.3.2.1	Méthode de l'escalier court	70
2.3.2.2	Méthode d'auto-échauffement	70
2.3.2.3	Application au cuivre recuit	70
2.3.2.4	Cas des chargements combinés de traction-torsion	72
2.3.3	Résistance en fatigue	73
2.3.4	Représentation des niveaux de chargement de l'étude	75
2.3.4.1	Avec le critère de Crossland	75
2.3.4.2	Avec le critère de Dang Van	76
2.3.5	Synthèse	76
2.4	Conclusion	78
3	MICRO-PLASTICITÉ ET AMORÇAGE DE FISSURES DE FATIGUE SOUS CHARGEMENTS COMPLEXES	79
3.1	Motivations et objectifs	81
3.2	Campagne d'essais de fatigue	81
3.2.1	Compléments sur les conditions des essais	81
3.2.1.1	Préparation des éprouvettes	81
3.2.1.2	Les types de chargements combinés	82

3.2.2	Effet de la multiaxialité du chargement sur la durée de vie	83
3.3	Mécanismes de glissement plastique	83
3.3.1	Démarche adoptée	83
3.3.2	Caractérisation du glissement plastique	84
3.3.2.1	Méthode des répliques	84
3.3.2.2	Démarche utilisée pour l'observation au MEB des éprouvettes non rompues après 10^6 cycles	84
3.3.2.3	Modes d'apparition de PSB	88
3.3.2.4	Analyse des seuils d'amplitude de contrainte d'apparition de PSB	88
3.3.2.5	Analyse EF des contraintes seuils d'apparition des PSB	91
3.3.2.6	Développement du glissement plastique	98
3.3.3	Analyse statistique du nombre de systèmes de glissement activés	99
3.3.4	Discussions	105
3.3.5	Synthèse	105
3.4	Activation des systèmes de glissement	106
3.4.1	Présentation du critère	106
3.4.1.1	Hypothèses	106
3.4.1.2	Quelques définitions	106
3.4.1.3	Distribution des ESF	108
3.4.1.4	Système de glissement apparent	110
3.4.2	Formulation du critère d'activation des systèmes de glissement	110
3.4.2.1	Critère à un seul paramètre	110
3.4.2.2	Proposition d'un critère à double paramètre	112
3.4.3	Synthèse et discussions	116
3.5	Amorçage de micro-fissures	118
3.5.1	Introduction de la démarche	118
3.5.2	Statistique sur les modes d'amorçage de fissures	118
3.5.2.1	Effet du rapport de biaxialité et du déphasage	118
3.5.2.2	Relation plasticité/amorçage	122
3.5.3	Synthèse	123
3.6	Conclusion	124
4	ÉTUDE COUPLÉE MEB-EBSD DE LA MICROPLASTICITÉ	127
4.1	Motivations et objectifs	129
4.2	Géométrie des éprouvettes et conditions de chargement	129
4.2.1	Géométrie des éprouvettes	129
4.2.2	Analyse EF des contraintes sur le méplat et en sous couche	130
4.2.3	Conditions de chargement	131
4.3	Traitement des données EBSD	133
4.3.1	EBSD à l'état initial	133
4.3.2	EBSD à l'état final	133
4.4	Analyses des résultats	134
4.4.1	Désorientation dans les grains	134
4.4.1.1	Définitions	134
4.4.1.2	Relation désorientation / plasticité	134
4.4.2	Analyses des ESF	142
4.4.2.1	Démarches	142
4.4.2.2	Relation ESF / désorientation / plasticité	142
4.4.3	Analyses des traces de glissement dans les grains (PSB)	143
4.4.3.1	Principes	143
4.4.3.2	Relation trace des plans de glissement / ESF	147
4.4.3.3	Relation d'orientation	150

4.5	Synthèse	152
4.6	Conclusion	155
5	ÉTUDE D'AGRÉGATS POLYCRISTALLINS 3D	157
5.1	Motivations et objectifs	159
5.2	Génération de la microstructure	160
5.2.1	Microstructure 2D périodique	160
5.2.2	Microstructure 3D semi-périodique	160
5.3	Identification de la loi de comportement	163
5.3.1	Rappel des essais d'écroutissage cyclique	163
5.3.2	Identification des paramètres du comportement mécanique cyclique stabilisé	164
5.3.2.1	Modèle monocristallin	164
5.3.2.2	Modèle de transition d'échelle	164
5.3.2.3	Méthodologie et résultats	165
5.4	Conditions aux limites périodiques	167
5.4.1	Formulation	167
5.4.2	Les chargements étudiés	167
5.5	Mise en place des calculs	168
5.5.1	VER en fatigue ?	168
5.5.2	Microstructures et orientations cristallines	169
5.6	Réponses mécaniques des agrégats	169
5.6.1	Distribution des champs locaux en surface	169
5.6.2	Critère de Dang Van	173
5.6.3	Application du critère de Dang Van	173
5.7	Application de la théorie des valeurs extrêmes	182
5.7.1	Rappel de la théorie des extrêmes	182
5.7.2	Représentativité des calculs	182
5.7.3	Analyses des valeurs extrêmes	185
5.7.4	Domaine d'attraction des extrêmes	188
5.7.5	Effets du chargement sur la distribution des extrêmes	190
5.7.6	Effets de la surface libre	191
5.7.7	Effets du comportement	194
5.8	Analyses des facteurs de Schmid effectifs locaux	194
5.8.1	Distribution des ESF	197
5.8.2	Activation des systèmes de glissement	199
5.9	Synthèse et conclusion	199
	CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES	203
	ANNEXE	207
A	Limites de fatigue des éprouvettes avec méplat	209
A.1	Modèles empiriques	209
A.2	Estimation des limites de fatigue	210
B	Désorientation dans les grains	211
B.1	Grain Orientation Spread (GOS)	211
B.2	Kernel Average Misorientation (KAM)	211
C	ESF des grains activés observés	217
D	Formulation des conditions aux limites périodiques et semi-périodiques	223
D.1	Conditions aux limites périodiques	223

D.1.1	Théorème de la divergence	223
D.1.2	Formulation du problème périodique	224
D.2	Conditions aux limites semi-périodique	224
D.2.1	Formulation du problème semi-périodique	224
D.2.2	Problème semi-périodique en déformations	225
D.2.3	Problème semi-périodique en contraintes	226
E	Ajustement ("Fitting") de la fonction GEV	227
E.1	Élasticité cubique	227
E.2	Élasticité cubique + plasticité cristalline	227
F	FIP de Dang Van en élasticité cubique + plasticité cristalline	235
	Bibliographie	239

Table des figures

1.1	Décomposition des phases d'amorçage et de propagation de fissures sur un diagramme de Wöhler. σ^D est la limite de fatigue du matériau dans le domaine HCF.	8
1.2	Les différents domaines d'étude de la fatigue ; d'après [Mughrabi, 2006].	8
1.3	Illustration schématique de la modification de la rugosité de la surface : a) état initial ; b) début de transformation de la surface ; c) intrusion/extrusion sur la surface et formation de PSB ; d'après [Mughrabi, 2006]	10
1.4	Les stades du processus de fatigue d'un matériau.	10
1.5	Courbe cyclique de contrainte-déformation pour un monocristal de cuivre illustrant l'évolution de l'amplitude de la cission résolue en fonction de l'amplitude de déformation plastique ; d'après [Klesnil and Lukas, 1992]	11
1.6	Illustration de l'irréversibilité de glissement : formation d'une paire intrusion/extrusion à la surface d'un matériau sollicité en fatigue ; d'après [Pommier, 2000]	12
1.7	Différentes structures de dislocations dans le cas d'un monocristal de cuivre : (a) la structure de dislocation veine dans la phase de durcissement après $N = 4.10^4$ cycles à $\sigma_a = 65.5$ MPa ; (b) la structure de dislocation veine dans la phase de saturation (plateau) après $N = 4.10^5$ cycles à $\sigma_a = 65.5$ MPa ; (c) PSB après $N = 4.10^5$ cycles à $\sigma_a = 65.5$ MPa ; (d) Cellules de dislocation après $N = 3.10^4$ cycles à $\sigma_a = 90$ MPa. d'après [Matej, 1993]	13
1.8	Illustration du glissement de type A et B. Le vecteur \vec{m} désigne la direction de glissement.	13
1.9	Annihilation des dislocations vis par le glissement dévié ; d'après [Matej, 1993].	14
1.10	Représentation schématique de la structure de PSB pour les matériaux cubiques à faces centrées.	14
1.11	Différentes structures de dislocations en fonction de l'énergie de défaut d'empilement du matériau ; d'après [Klesnil and Lukas, 1992].	15
1.12	Hauteur des extrusions à la surface de l'acier 316L déformé à une amplitude de déformation de 2.10^{-3} après $N=20000$ cycles ; d'après [Man et al., 2003, Polák and Sauzay, 2009].	16
1.13	Observations AFM du relief de la surface de l'acier 316L déformé à une amplitude de déformation de 2.10^{-3} après $N=20000$ cycles. PSM désigne les bandes de glissement. Les hauteurs des bandes de glissement dans les différentes sections sont reportées sur la figure 1.12 ; d'après [Man et al., 2003].	17
1.14	(a) Représentation schématique de la loi de Schmid dans le cas de la traction uniaxiale d'un monocristal. (b) Définition des systèmes de glissement pour le réseau cristallin cubique à faces centrées.	18
1.15	Schématisme des zones de glissement simple et multiple sur une courbe de traction uniaxiale typique d'un monocristal CFC initialement orienté pour le glissement simple ; d'après [Honeycombe, 1984, Fivel, 1993].	21
1.16	Fréquence cumulée des hauts facteurs de Schmid (μ_{max}) pour 50 grains austénitiques (γ) analysés après $N=2300$ cycles sur de l'acier inoxydable duplex. L'amplitude de déformation totale imposée est de 5.10^{-3} correspondant à une amplitude de déformation plastique imposée de 2.10^{-3} ; d'après [Bartali et al., 2008].	21

1.17	(a) Probabilité cumulée du facteur de Schmid effectif dépendant de l'anisotropie du métal et calculée sur un agrégat de 60 grains ; (b) Distribution des facteurs de Schmid effectifs avec prise en compte de l'anisotropie élastique cristalline [Sauzay, 2009].	22
1.18	Représentation schématique illustrant les sites préférentiels d'amorçage de fissures dans un diagramme amplitude de déformation en fonction du nombre de cycles, d'après [Huang and Ho, 2000]	23
1.19	Schématisme de la géométrie des PSBs et l'interaction avec le joint de grain ; d'après [Sangid et al., 2011].	23
1.20	Illustration du glissement cristallographique au joint de grain le long des plans de glissement. La propagation de fissure est contrôlée par les angles de déflexion α et de déviation β , d'après [Zhai et al., 2000].	24
1.21	Représentation schématique des critères à deux variables (X_1, X_2) ; d'après [Benabes, 2006].	31
1.22	Représentation de la cission mésoscopique : principe de symétrisation ; d'après [Morel, 1996].	35
1.23	Cristal à 3 phases : évolution de la limite d'élasticité mésoscopique τ_y . (I) Durcissement, (II) Saturation, (III) Adoucissement ; d'après [Morel, 1996].	35
1.24	Définition des coordonnées sphériques (θ, φ) orientant la normale au plan matériel Δ .	36
1.25	Exemples des (a) fonctions de densité de probabilité et de (b) fonctions de répartitions correspondantes pour différentes valeurs de ξ ($\xi = -0.5; 0; 0.5$) pour $a_n = 1$ et $b_n = 0$	41
2.1	Microstructure du cuivre CuGF à l'état brut non recuit avec des grains très allongés dans la direction d'étirage z	48
2.2	Microstructure du cuivre CuGS à l'état brut non recuit. DN est la direction normale et DL celle de laminage.	49
2.3	Microstructures dans la section longitudinale pour différentes conditions de recuit (température et temps) sur le cuivre CuGF.	50
2.4	Microstructure du cuivre CuGS dans les 3 directions DN, DT, DL	51
2.5	Évolution de la microdureté dans la section transversale (ST) et la section longitudinale (SL) pour différentes conditions de recuit pour le cuivre CuGF. La microdureté Vickers est mesurée sous une charge de 1 kg	52
2.6	Figures de pôle stéréographiques dans les directions longitudinale et transverse de la barre de cuivre étiré CuGF.	53
2.7	Figure de pôles dans les 3 directions de la plaque de cuivre CuGS. La direction de laminage (DL) correspond à RD (Rolling Direction) et la direction transversale (DT) correspond à TD (Transverse Direction).	54
2.8	Exemple de cartographie d'orientation dans la section longitudinale utilisée pour identifier la distribution de la taille de grains. Cas du cuivre CuGF recuit à 700°C pendant 1h. Les joints de grains sont dessinés en traits noirs. Les joints de macles sont considérés comme des joints de grains.	55
2.9	Distribution de la taille de grains dans la section longitudinale (a,b) et dans la section transversale (c,d) pour différentes conditions de recuit du cuivre CuGF. La taille de la zone analysée de l'échantillon est de $880 \mu\text{m} \times 2585 \mu\text{m}$, identique pour chaque condition de recuit. Le nombre total de grains considérés est d'environ 4000 dans chaque cas.	56
2.10	Distribution de la taille de grains dans la section longitudinale (a,b) et dans la section transversale (c,d) pour différentes conditions de recuit du cuivre CuGF. La taille de la zone analysée de l'échantillon est de $880 \mu\text{m} \times 2585 \mu\text{m}$, identique pour chaque condition de recuit. Le nombre total de grains considérés est d'environ 2000 dans chaque cas.	57
2.11	Distribution de la moyenne (MOY) et l'écart type (STD) de la distribution de la taille de grains pour le cuivre CuGF (a) recuit à 600°C et (b) recuit à 700°C.	57

2.12	Distribution de la taille de grains dans les 3 directions de la plaque de cuivre CuGS. La taille de la zone analysée de l'échantillon est de $880 \mu\text{m} \times 2585 \mu\text{m}$ pour un total de ~ 3500 grains dans chaque direction	58
2.13	Microstructure du cuivre CuGF recuit 700°C pendant 1h avec refroidissement à l'air.	59
2.14	Géométrie d'éprouvette de traction ($K_t = 1.04$) en cuivre CuGF. L'axe longitudinal de l'éprouvette est parallèle à la direction d'étirage z (cf. figure 2.1).	60
2.15	Géométrie d'éprouvette de traction ($K_t = 1.04$) en cuivre CuGS. L'axe longitudinal de l'éprouvette parallèle à la direction DT (cf. figure 2.4).	61
2.16	Courbe de traction monotone quasi-statique des cuivres CuGS et CuGF à une vitesse de déformation de 5.10^{-5} s^{-1}	61
2.17	Courbe de traction monotone quasi-statique du cuivre CuGF à différentes vitesses de déformation totale.	62
2.18	Géométrie des éprouvettes pour les essais d'écrouissage cyclique sur le cuivre CuGF	63
2.19	Évolution des contraintes maximale, minimale et moyenne lors des essais d'écrouissage cyclique à déformation totale imposée sur le cuivre CuGF ($R_\epsilon = -1$).	64
2.20	Comparaison des courbes d'écrouissage cyclique avec celles de [Jia and Fernandes, 2003] sur du cuivre recuit sous 3 différentes amplitudes de déformation plastique appliquées.	65
2.21	Évolution des déformations plastiques maximale et minimale lors des essais d'écrouissage cyclique à déformation totale imposée sur le cuivre CuGF ($R_\epsilon = -1$).	66
2.22	Résistance en fatigue oligocyclique ($R_\epsilon = -1$) : courbes de Coffin-Manson pour le cuivre CuGF recuit. Représentation de l'amplitude de déformation totale $\Delta\epsilon/2$ en fonction du nombre de cycles ainsi que les droites en amplitude de déformation plastique $\Delta\epsilon^p/2$ et élastique $\Delta\epsilon^e/2$	67
2.23	Courbe d'écrouissage cyclique du cuivre CuGF recuit.	68
2.24	Géométrie des éprouvettes de fatigue en cuivre CuGF. L'axe longitudinal de l'éprouvette est parallèle à la direction d'étirage z (cf. figure 2.1)	69
2.25	Géométrie des éprouvettes de fatigue en cuivre CuGS. L'axe longitudinal de l'éprouvette parallèle à la direction transversale DT (cf. figure 2.4)	69
2.26	Évolution de la température stabilisée pour différents trajets de chargement en fonction de la contrainte équivalente de von Mises. Matériau : Acier au carbone C45 (SAE45) ; d'après Poncelet et al. [Poncelet et al., 2007].	71
2.27	Courbe d'auto-échauffement sous chargements de traction-compression ($R = -1$) et de torsion ($R = -1$). Estimation de la limite de fatigue correspondant à une durée de vie de 10^6 cycles. Matériau : cuivre CuGS	72
2.28	Détermination de la contrainte équivalente de von Mises maximale correspondant à un auto-échauffement de 0.5 K ($R = -1$). Matériau : cuivre CuGS	73
2.29	Résultats d'essais de fatigue en traction ($R = -1$) à une fréquence $f = 20 \text{ Hz}$. Matériau : cuivre CuGS	74
2.30	Résultats d'essais de fatigue en torsion ($R = -1$) à une fréquence $f = 20 \text{ Hz}$. Matériau : cuivre CuGS	74
2.31	Application du critère de Crossland pour les niveaux de chargements du tableau 2.11. Les limites de fatigue en traction et torsion alternée symétrique du cuivre CuGS utilisées sont issues du tableau 2.6	76
2.32	Évolution temporelle sur un cycle de la cission et de la contrainte hydrostatique sur le plan critique de Dang Van pour les niveaux de chargements du tableau 2.11. Les limites de fatigue en traction et torsion alternée symétrique du cuivre CuGS utilisées sont issues du tableau 2.6	77
3.1	Représentation schématique des chargements combinés de traction-torsion dans le repère des contraintes normales (traction) et de cisaillement (torsion).	82

3.2	Développement de la plasticité à la surface de l'éprouvette après quelques cycles en traction et torsion ($R=-1$; $f=20$ Hz).	85
3.3	Premier stade observé de développement de la plasticité cyclique à la surface d'une éprouvette en torsion simple ($R=-1$; $\tau_a = 58$ MPa, $f=20$ Hz).	86
3.4	Principe d'observation au MEB de différentes zones sur la surface d'une même éprouvette après 10^6 cycles sous chargement de torsion à la limite de fatigue ($\tau_a = 58$ MPa). La plasticité se développe différemment suivant l'axe Z de l'éprouvette.	87
3.5	Représentation schématique des 2 modes d'apparition de PSB observés : à l'intérieur du grain (IG) et au joint de grain (GB).	88
3.6	Exemples de micrographies au MEB dans la zone seuil d'apparition des PSB.	89
3.7	Proportion des grains activés avec apparition des PSB suivant les 2 modes : intragranulaire (IG) et aux joints de grains (GB) pour les différents chargements étudiés. Le pourcentage de grains est calculé en prenant en compte uniquement les grains actifs (~ 20 grains actifs considérés pour chaque condition de chargement sur un total de 160 grains analysés).	90
3.8	Définition des groupes de nœuds sur l'éprouvette maillée. L'axe longitudinal de l'éprouvette est représenté par Z .	92
3.9	Distribution des contraintes calculées en élasto-plasticité après 10 cycle de chargement en traction ($R=-1$) et en torsion ($R=-1$). La direction 3 (z) correspond à l'axe longitudinal de l'éprouvette).	93
3.10	Évolution des contrainte et déformation en fonction du nombre de cycles au nœud 1 situé sur la surface de l'éprouvette (cf. figure 3.8).	94
3.11	Évolution de la déformation plastique cumulée en fonction du nombre de cycles au nœud 1 situé sur la surface de l'éprouvette (cf. figure 3.8).	95
3.12	Évolution de la déformation plastique cumulée au $10^{\text{ième}}$ cycle au groupe de nœuds suivant le rayon (a) et suivant le profil (b) de la surface de l'éprouvette (cf. figure 3.8).	96
3.13	Amplitude de contrainte maximale en élasticité ("el") et en élasto-plasticité ("el-pl") pour le $10^{\text{ième}}$ cycle sur les nœuds de la surface de l'éprouvette (cf. figure 3.8).	97
3.14	Représentation schématique des 2 types de glissement plastique intragranulaire (IG) observés.	98
3.15	Pourcentage de grains activés, dans la zone intermédiaire (Z_i), avec glissement plastique simple ou multiple à l'intérieur des grains (IG) et aux joints de grain (GB) pour les différents chargements appliqués. Environ 110 grains sont considérés pour chaque condition de chargement.	99
3.16	Observation au MEB dans la zone intermédiaire de l'éprouvette sous chargement de traction-torsion combinée avec $\sigma_a/\tau_a = 2.0$ et déphasage $\beta = 0^\circ$; $\sigma_a = 68$ MPa et $N=10^6$ cycles sans rupture de l'éprouvette. Illustration des différents types de PSB observés.	100
3.17	Observation au MEB dans la zone intermédiaire de l'éprouvette sous chargement de traction-torsion combinée avec $\sigma_a/\tau_a = 2.0$ et déphasage $\beta = 45^\circ$; $\sigma_a = 68$ MPa et $N=10^6$ cycles sans rupture de l'éprouvette. Illustration des différents types de PSB observés.	101
3.18	Exemple de micrographie optique numérique haute résolution de la surface de l'éprouvette, dans la zone centrale, après 10^6 cycles sans rupture macroscopique en torsion simple ($\tau_a = 58$ MPa).	102
3.19	Proportion de grains avec PSB et sans PSB pour les différentes conditions de chargements. Environ 750 grains sont analysés pour chaque cas de chargement.	103
3.20	Représentation de la proportion de grains activés avec un seul, deux et plus de deux systèmes de glissement activés visibles. Le nombre de grains considéré est d'environ 750 et le pourcentage des grains est calculé en prenant en compte seulement les grains activés (environ 400 grains) pour chaque chargement.	104

3.21	Illustration des différentes rotations définissant les 3 angles d'Euler par rapport au repère macroscopique fixe.	107
3.22	Représentation des directions principales de contrainte Σ_I et Σ_{II} et de cisaillement maximal τ_{max} sous chargements cycliques de traction, torsion et traction-torsion combinée en phase. Z est l'axe longitudinal de l'éprouvette ou l'axe de traction.	107
3.23	Figure de pôle stéréographique (111) numérique des 1000 orientations considérées.	108
3.24	Distribution des ESF du système de glissement primaire pour les différents chargements. Les orientations des grains sont celles représentées sur la figure 3.23.	109
3.25	Distribution des ESF (définis selon [Jayaraman and Ditmars, 1989]) du système de glissement primaire. Les orientations des grains sont celles représentées sur la figure 3.23.	110
3.26	Évolution des ESF normalisés pour tous les systèmes de glissement apparents	111
3.27	Application du critère à un seul paramètre ("Single crit") avec $\Delta f_{eff}^o = 0.03$ proposé par [Blochwitz et al., 1996]. Les données expérimentales ("Exp") sont celles de la figure 3.20.	113
3.28	Optimisation au sens des moindres carrés de Δf_{eff}^o pour le critère d'activation à un seul paramètre.	114
3.29	Application du critère à un seul paramètre optimisé ("Single crit opt") avec $\Delta f_{eff}^o = 0.012$ (valeur optimisée sur tous les résultats d'essais et tous les chargements). Les données expérimentales sont celles de la figure 3.20.	115
3.30	Optimisation au sens des moindres carrés de Δf_{eff}^o pour le critère d'activation à double paramètre.	116
3.31	Application du critère à double paramètre ("Double crit") avec $\Delta f_{eff}^o = 0.018$ optimisé et comparaison avec le critère à un seul paramètre ("Single crit") tel que proposé par [Blochwitz et al., 1996] ($\Delta f_{eff}^o = 0.03$). Le pourcentage de grains est calculé en tenant compte seulement des grains activés. Les données expérimentales sont celles de la figure 3.20.	117
3.32	Observation MEB de l'éprouvette sous chargement de torsion ($\tau_a = 58$ MPa et $N=10^6$ cycles). Illustration des différents types d'amorçage de fissures de fatigue.	119
3.33	Observation MEB de l'éprouvette sous chargement de traction-torsion combinée avec le rapport de biaxialité de $\sigma_a/\tau_a = 2.0$ et un déphasage de $\beta = 45^\circ$ ($\sigma_a = 68$ MPa et $N=10^6$ cycles). Illustration des différents types d'amorçage de fissures de fatigue.	120
3.34	Représentation des proportions d'amorçage de fissures intragranulaires (dans les grains à un seul et au moins deux systèmes de glissement activés visibles) et inter-granulaires (aux joints de grains). Environ 60 grains ont été considérés pour chaque condition de chargement.	121
3.35	Proportion d'amorçage de fissures intragranulaires (dans les grains à un seul et au moins deux systèmes de glissement activés visibles) et inter-granulaires (aux joints de grains) en moyenne pour tous les chargements confondus. Environ 60 grains ont été considérés sur un total d'environ 250 grains analysés pour chaque condition de chargement.	121
3.36	Influence du rapport de biaxialité et du déphasage sur les mécanismes d'amorçage de fissures de fatigue sous différents chargements.	122
3.37	Relation entre les différents types de glissement plastique en surface et l'amorçage de fissures de fatigue dans les zones Z_i et Z_c réunies.	123
3.38	Proportion d'amorçage de fissures intragranulaires rapportée au pourcentage de grains présentant du glissement simple et multiple présentée sur la figure 3.4.	124
4.1	Géométrie des éprouvettes (en CuGF recuit) avec méplat utilisées pour les essais de fatigue à grande durée de vie.	130
4.2	État de contrainte autour du méplat en traction ($R=-1$) avec $\sigma_a=85$ MPa. La direction 3 (z) correspond à la direction de traction (axe longitudinal de l'éprouvette).	130

4.3	État de contrainte autour du méplat en torsion ($R=-1$) avec $\tau_a=65$ MPa. La direction 3 (z) correspond à l'axe longitudinal de l'éprouvette.	131
4.4	Évolution des contraintes le long du méplat et du diamètre de l'éprouvette.	132
4.5	Cartographie EBSD à l'état initial et final après déformation sous chargement de traction-torsion combinées avec $\sigma_a/\tau_a = 0.5$, $\sigma_a = 24$ MPa, $\beta = 0^\circ$. RD est la direction de traction. Les traits noirs montrent les joints de grains normaux, les joints de macles sont représentés par des traits jaunes.	135
4.6	Distribution des désorientations dans les grains à l'état initial et final après déformation pour tous les chargements étudiés. Environ 200 grains sont considérés pour chaque cas de chargement.	136
4.7	Probabilité cumulée des désorientations dans les grains présentant des PSB pour tous les chargements étudiés. Environ 50 grains sont considérés pour chaque cas de chargement.	137
4.8	Cartographie des désorientations après déformation (10^6 cycles sans macro-fissure) avec un Kernel d'ordre 3 et d'angle 2°	138
4.9	Cartographie des désorientations après déformation (10^6 cycles sans macro-fissure) avec un Kernel d'ordre 3 et d'angle 2°	139
4.10	Cartographie des désorientations après déformation (10^6 cycles sans macro-fissure) avec un Kernel d'ordre 3 et d'angle 3°	140
4.11	Cartographie des désorientations après déformation (10^6 cycles sans macro-fissure) avec un Kernel d'ordre 3 et d'angle 3°	141
4.12	Distribution des ESF du système de glissement primaire des grains identifiés avec PSB. Les orientations cristallines des grains sont issues de l'EBSD. En moyenne 50 grains sont considérés pour chaque condition de chargement.	143
4.13	Distribution des ESF normalisés pour tous les systèmes de glissement apparents des grains activés identifiés. Les orientations cristallines des grains sont issues de l'EBSD.	144
4.14	Correspondance schématique entre la trace du plan (111) et la trace de glissement sur la cartographie EBSD en image quality (IQ).	145
4.15	Cartographie EBSD en IQ illustrant l'identification des plans (111) correspondant à la trace de glissement plastique observée dans les grains. Cas de la traction simple avec $\sigma_a = 72$ MPa.	146
4.16	Répartition des ESF pour les systèmes de glissement apparents activés identifiés dans les grains observés avec PSB. La largeur des boxs est de 0.02. Le pourcentage de grain est calculé parmi les grains dont le plan de glissement est identifié (cf. tableau 4.5).	148
4.17	Répartition des rangs des systèmes de glissement apparents activés dans les grains identifiés avec PSB. Le pourcentage de grain est calculé parmi les grains dont le plan de glissement est identifié (cf. tableau 4.5).	149
4.18	PSB dans les grains colorés en blue induits par le grain voisin dans le cas de la traction-torsion en phase avec $\sigma_a = 24$ MPa et $r_a = 0.5$. L'activation des systèmes de glissement dans ces grains n'est pas gouvernée par la loi de Schmid. Les joints de grains normaux sont tracés en noir et les joints de macles en jaune.	151
4.19	Définition de la relation d'orientation entre 2 grains G1 et G2 en utilisant les angles d'Euler définis selon la convention de Bunge.	152
4.20	Représentation des relations d'orientation entre quelques grains avec PSB pour tous les chargements étudiés. L'axe de la rotation est représenté dans le triangle standard par pas de 5° de l'angle de rotation.	153
4.21	Zoom sur la figure 4.20 pour $\theta \in [55^\circ - 60^\circ]$	153
4.22	Représentation des relations d'orientation entre les grains avec PSB et sans PSB pour tous les chargements étudiés. L'axe de la rotation est représenté dans le triangle standard par pas 5° de l'angle de rotation.	154

5.1	Différentes étapes utilisées pour réaliser le maillage des agrégats polycristallins 2D. (a) Ellipse (b) Watershed et (c) Maillage final 2D.	161
5.2	Positionnement des germes des cellules de Voronoï	161
5.3	Réplication du domaine initial Ω_0 dans l'espace	162
5.4	Microstructure 3D semi-périodique constituée de 200 grains. La périodicité est appliquée dans les 2 directions X et Y . Environ 470180 éléments et 300000 degrés de liberté (ddl)	162
5.5	Surface libre (nommée Z_{max}) de l'agrégat (environ 50 grains).	163
5.6	Recalage des modèles de Berveiller et Zaoui ("BZ") et de la règle en β de Cailletaud (" β ") sur la courbe expérimentale de traction monotone du cuivre CuGF recuit (700°C pendant 1h).	166
5.7	Comparaison entre les boucles d'hystérésis stabilisées numériques ("Simu") issues de l'identification et celles expérimentales ("Exp Nf/2") obtenues sur le cuivre CuGF recuit.	167
5.8	Projection stéréographique des différents jeux d'orientations aléatoires utilisés. (a-e) représente les figures de pôle (111) et (f-j) les figures de pôle inverse.	169
5.9	Somme des glissement cumulés dans le cas de la torsion simple.	170
5.10	Cartographie de la somme des glissement cumulés dans les grains de la surface libre. Le calcul est réalisé en élasticité cubique + plasticité cristalline.	171
5.11	Cartographie de la contrainte équivalente de von Mises dans les grains de la surface libre. Le calcul est réalisé en élasticité cubique + plasticité cristalline.	172
5.12	Critère de Dang Van à l'échelle macroscopique (en bleu) et à l'échelle mésoscopique (en gris) sous chargement de traction simple avec $\sigma_a = 85$ MPa, $R=-1$. Le seuil médian macroscopique du critère est représenté en noir.	174
5.13	Critère de Dang Van à l'échelle macroscopique (en bleu) et à l'échelle mésoscopique (en gris) sous chargement de traction-torsion combinée avec $\sigma_a = 68$ MPa, $\sigma_a/\tau_a = 2$, $\beta = 0^\circ$, $R=-1$. Le seuil médian macroscopique du critère est représenté en noir.	175
5.14	Critère de Dang Van à l'échelle macroscopique (en bleu) et à l'échelle mésoscopique (en gris) sous chargement de traction-torsion combinée avec $\sigma_a = 68$ MPa, $\sigma_a/\tau_a = 2$, $\beta = 45^\circ$, $R=-1$. Le seuil médian macroscopique du critère est représenté en noir.	176
5.15	Critère de Dang Van à l'échelle macroscopique (en bleu) et à l'échelle mésoscopique (en gris) sous chargement de traction-torsion combinée avec $\sigma_a = 68$ MPa, $\sigma_a/\tau_a = 2$, $\beta = 90^\circ$, $R=-1$. Le seuil médian macroscopique du critère est représenté en noir.	177
5.16	Critère de Dang Van à l'échelle macroscopique (en bleu) et à l'échelle mésoscopique (en gris) sous chargement de traction-torsion combinée avec $\sigma_a = 24$ MPa, $\sigma_a/\tau_a = 0.5$, $\beta = 0^\circ$, $R=-1$. Le seuil médian macroscopique du critère est représenté en noir.	178
5.17	Critère de Dang Van à l'échelle macroscopique (en bleu) et à l'échelle mésoscopique (en gris) sous chargement de traction-torsion combinée avec $\sigma_a = 24$ MPa, $\sigma_a/\tau_a = 0.5$, $\beta = 45^\circ$, $R=-1$. Le seuil médian macroscopique du critère est représenté en noir.	179
5.18	Critère de Dang Van à l'échelle macroscopique (en bleu) et à l'échelle mésoscopique (en gris) sous chargement de traction-torsion combinée avec $\sigma_a = 24$ MPa, $\sigma_a/\tau_a = 0.5$, $\beta = 90^\circ$, $R=-1$. Le seuil médian macroscopique du critère est représenté en noir.	180
5.19	Critère de Dang Van à l'échelle macroscopique (en bleu) et à l'échelle mésoscopique (en gris) sous chargement de torsion simple avec $\tau_a = 58$ MPa, $R=-1$. Le seuil médian macroscopique du critère est représenté en noir.	181
5.20	Distribution des contraintes hydrostatique et de cisaillement dans les grains situés sur la surface libre et ceux dans le volume de l'agrégat pour une même morphologie et orientation des grains. (σ_{hyd} et τ) sont représentés à l'instant du cycle où I_{DV} est maximal.	183
5.21	Distributions exacte et asymptotique de la probabilité cumulée des valeurs extrêmes pour différentes valeurs de la taille n de la population des valeurs extrêmes de la variable x étudiée.	184

5.22	Distributions exacte et asymptotique de la densité de probabilité des valeurs extrêmes pour différentes valeurs de la taille n de la population des valeurs extrêmes de la variable x étudiée.	185
5.23	Ajustement ("Fitted") avec la GEV des valeurs extrêmes de I_{DV} . Représentation de la fonction de probabilité cumulée dans le cas de l'élasticité cubique pour les grains de la surface libre.	186
5.24	Ajustement ("Fitted") avec la GEV des valeurs extrêmes de I_{DV} . Représentation de la fonction de densité de probabilité dans le cas de l'élasticité cubique pour les grains de la surface libre.	187
5.25	Probabilité cumulée des valeurs extrêmes obtenues par méthode GEV pour tous les chargements étudiés	188
5.26	Densité de probabilité des valeurs extrêmes obtenues par méthode GEV pour tous les chargements étudiés	189
5.27	Indice des extrêmes déterminé pour un intervalle de confiance de 99 % à l'aide des contraintes équivalentes I_{DV} pour tous les chargements.	190
5.28	Effet du type de chargement sur les valeurs extrêmes en élasticité cubique sur les grains sur la surface libre. (σ_{hyd} et τ) sont représentés à l'instant du cycle où I_{DV} est maximal.	192
5.29	Effet du type de chargement sur les valeurs extrêmes en élasticité cubique sur les grains dans le volume. (σ_{hyd} et τ) sont représentés à l'instant du cycle où I_{DV} est maximal.	193
5.30	Comparaison des valeurs extrêmes en volume et sur la surface libre de la microstructure. Les points en "bleu foncé" correspondent aux extrêmes obtenues en considérant uniquement la surface libre. Sont représentées respectivement en "rouge" et "bleu clair", les valeurs extrêmes obtenues en considérant respectivement l'ensemble des grains de la microstructure et les grains dans le volume.	194
5.31	Médiane de I_{DV} donnée par les valeurs extrêmes	195
5.32	Comparaison des valeurs extrêmes obtenues en élasticité cubique ("el") et en élasticité cubique + plasticité cristalline ("el+pc")	195
5.33	Comparaison des médianes de I_{DV} donnée par les valeurs extrêmes (a) et variation entre la médiane de I_{DV} pour les grains dans le volume et pour les grains de la surface libre de la microstructure (b).	196
5.34	Distribution des ESF des systèmes de glissement primaires de l'ensemble des grains "critiques" (valeurs extrêmes de I_{DV}) sur la surface libre des microstructures en élasticité cubique.	197
5.35	Distribution des ESF des systèmes de glissement primaires de l'ensemble des grains "critiques" (valeurs extrêmes de I_{DV}) sur la surface libre des microstructures en élasticité cubique + plasticité cristalline.	198
5.36	Critère à double paramètre ("Double crit") avec $\Delta f_{eff}^o = 0.018$ optimisé et celui à un seul paramètre ("Single crit") tel que proposé par Blochwitz et al. [Blochwitz et al., 1996]. Le pourcentage de grains est calculé en tenant compte seulement des grains critiques sur la surface libre. Le modèle de comportement est élastique cubique seule.	200
A.1	Paramètre a_n de Neuber en fonction de R_m . D'après [Qylafku et al., 1998]	210
B.1	Cartographie GOS dans les cas de la traction simple (R=-1) et la torsion simple (R=-1).	212
B.2	Cartographie GOS dans les cas des chargements combinés de traction-torsion (R=-1).	213
B.3	KAM d'angle 2° (ordre 1 à 4) après essai de fatigue en traction-torsion combinée ($\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa; $\beta = 45^\circ$) à 10^6 cycles sans macro-fissure.	214
B.4	KAM d'angle 2° (ordre 5 à 8) après essai de fatigue en traction-torsion combinée ($\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa; $\beta = 45^\circ$) à 10^6 cycles sans macro-fissure.	214
B.5	KAM d'angle 3° (ordre 1 à 4) après essai de fatigue en traction-torsion combinée ($\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa; $\beta = 45^\circ$) à 10^6 cycles sans macro-fissure.	215

B.6	KAM d'angle 3° (ordre 5 à 8) après essai de fatigue en traction-torsion combinée ($\sigma_a/\tau_a = 0.5; \sigma_a = 21 \text{ MPa}; \beta = 45^\circ$) à 10^6 cycles sans macro-fissure.	215
B.7	KAM d'angle 5° (ordre 1 à 4) après essai de fatigue en traction-torsion combinée ($\sigma_a/\tau_a = 0.5; \sigma_a = 21 \text{ MPa}; \beta = 45^\circ$) à 10^6 cycles sans macro-fissure.	216
B.8	KAM d'angle 5° (ordre 5 à 8) après essai de fatigue en traction-torsion combinée ($\sigma_a/\tau_a = 0.5; \sigma_a = 21 \text{ MPa}; \beta = 45^\circ$) à 10^6 cycles sans macro-fissure.	216
E.1	Ajustement ("Fitted") avec la GEV des valeurs extrêmes de I_{DV} . Représentation de la fonction de probabilité cumulée dans le cas de l'élasticité cubique.	228
E.2	Ajustement ("Fitted") avec la GEV des valeurs extrêmes de I_{DV} . Représentation de la fonction de densité de probabilité dans le cas de l'élasticité cubique.	229
E.3	Ajustement ("Fitted") avec la GEV des valeurs extrêmes de I_{DV} . Représentation de la fonction de probabilité cumulée dans le cas de l'élasticité cubique + plasticité cristalline.	230
E.4	Ajustement ("Fitted") avec la GEV des valeurs extrêmes de I_{DV} . Représentation de la fonction de densité de probabilité dans le cas de l'élasticité cubique + plasticité cristalline.	231
E.5	Ajustement ("Fitted") avec la GEV des valeurs extrêmes de I_{DV} . Représentation de la fonction de probabilité cumulée dans le cas de l'élasticité cubique + plasticité cristalline.	232
E.6	Ajustement ("Fitted") avec la GEV des valeurs extrêmes de I_{DV} . Représentation de la fonction de densité de probabilité dans le cas de l'élasticité cubique + plasticité cristalline.	233
F.1	Effet du type de chargement sur les valeurs extrêmes en élasticité cubique + plasticité cristalline sur les grains sur la surface libre. (σ_{hyd} et τ) sont représentés à l'instant du cycle où I_{DV} est maximal.	236
F.2	Effet du type de chargement sur les valeurs extrêmes en élasticité cubique + plasticité cristalline sur les grains dans le volume. (σ_{hyd} et τ) sont représentés à l'instant du cycle où I_{DV} est maximal.	237

Liste des tableaux

1.1	Définition des 12 systèmes de glissement possibles pour une structure cristalline CFC	17
1.2	Signification physique des coefficients de la matrice d'interaction pour le réseau CFC	26
1.3	Forme de la matrice d'interaction pour le réseau cristallin CFC ; d'après [Franciosi et al., 1980]	27
1.4	Coefficients de la matrice d'interaction obtenus à l'aide d'une méthode inverse sur le modèle phénoménologique de Méric et Cailletaud	27
1.5	Coefficients de la loi de comportement monocristalline phénoménologique de Méric-Cailletaud identifiés sur les courbes expérimentales de chargements cycliques de traction-compression pour du cuivre, d'après [Gerard, 2008]	28
1.6	Fonction de répartition G , de densité de probabilité g , l'espérance mathématique E et la variance V pour les distributions de Gumbel et Fléchet	40
1.7	Fonction de répartition G , de densité de probabilité g , l'espérance mathématique E et la variance V pour la distribution de Weibull	40
2.1	Conditions d'attaque chimique des échantillons	47
2.2	Fraction linéique de macles moyennée sur les 2 sections ST et SL pour le cuivre CuGF	59
2.3	Caractéristiques mécaniques du cuivre recuit.	62
2.4	Conditions des essais d'érouissage cyclique à $\dot{\epsilon} = 3.2.10^{-3} s^{-1}$ et $R_{\epsilon} = \epsilon_{min}/\epsilon_{max} = -1$.	63
2.5	Méthode de l'escalier en traction et en torsion sur du cuivre CuGS à $R = -1$	70
2.6	Comparaison des limites de fatigue déterminées par la méthode d'auto-échauffement et la méthode de l'escalier court.	71
2.7	Limite de fatigue déterminée avec la méthode d'auto-échauffement dans le cas des chargements combinés de traction-torsion ($R = -1$).	72
2.8	Résultats d'essais de fatigue en traction-torsion $\beta = 0^{\circ}$ ($R = -1$) à une fréquence $f = 20$ Hz. Matériau : cuivre CuGS	73
2.9	Résultats d'essais de fatigue en traction-torsion $\beta = 45^{\circ}$ ($R = -1$) à une fréquence $f = 20$ Hz. Matériau : cuivre CuGS	74
2.10	Résultats d'essais de fatigue en traction-torsion $\beta = 90^{\circ}$ ($R = -1$) à une fréquence $f = 20$ Hz. Matériau : cuivre CuGS	75
2.11	Tableau récapitulatif des niveaux de contrainte appliqués pour les essais de fatigue ($R = -1, f = 20$ Hz) sans rupture après 10^6 cycles.	75
3.1	Composition du réactif et conditions de polissage électrolytique.	81
3.2	Résultats d'essais de fatigue ($R = -1$ et $f = 20$ Hz) sur du cuivre CuGS pour une même amplitude de contrainte mais à différents déphasages et rapports de biaxialité.	83
3.3	Amplitudes de contrainte seuil d'apparition des PSB pour les différents chargements étudiés. Les éprouvettes ont été sollicitées à 10^6 cycles sans rupture macroscopique.	91
3.4	Amplitudes de contrainte seuil d'apparition des PSB pour des chargements avec rupture avant 10^6 cycles.	91
3.5	Résumé de lois de comportement élastoplastique macroscopique	93
3.6	Paramètres identifiés de la loi de comportement mécanique macroscopique sur les courbes expérimentales d'érouissage cycliques en traction-compression	93

3.7	Comparaison des valeurs expérimentales et calculées en élasto-plasticité des seuils d'amplitude de contrainte d'apparition des PSB pour différents chargements.	98
3.8	Proportion de grains avec PSB et sans PSB dans la zone centrale de l'éprouvette	103
3.9	Proportion de grains avec glissement simple et du glissement multiple <i>parmi les grains activés</i> (i.e. le pourcentage de grains est calculé par rapport au nombre total de grains activés pour chaque condition de chargement). Les éprouvettes ont été sollicitées à 10^6 cycles sans rupture.	103
3.10	Proportion de grains avec glissements simple et multiple <i>parmi tous les grains analysés</i> (i.e. environ 750 grains y compris ceux sans PSB dans chaque cas de chargement). Les éprouvettes ont été sollicitées à 10^6 cycles sans rupture.	104
3.11	Identification des seuils $f_{g,eff}^o$ du critère à double paramètre pour les différents chargements.	114
4.1	Résultats des essais de traction (R=-1) à f=20 Hz sur des éprouvettes avec méplat.	131
4.2	Résultats des essais de torsion (R=-1) à f=20 Hz sur des éprouvettes avec méplat.	131
4.3	Résultats des essais de traction-torsion combinée (R=-1) à f=20 Hz sur des éprouvettes avec méplat.	132
4.4	Tableau récapitulatif des niveaux de contraintes appliqués pour une durée de vie de 10^6 sans macro-fissures sur les éprouvettes avec méplat.	133
4.5	Nombre de grains activés (ayant des PSB) dont le plan de glissement correspondant à la trace de glissement observé est identifié pour tous les chargements étudiés.	145
5.1	Paramètres de comportement élastique cubique du cuivre ; d'après [Meriç and Cailletaud, 1991]	163
5.2	Paramètres de comportement élastique isotrope du cuivre	163
5.3	Coefficients de la loi de comportement monocristallin phénoménologique de Mériç-Cailletaud identifiés pour le cuivre CuGF	166
5.4	Différents chargements appliqués	168
A.1	Limites de fatigue médiane à 10^6 cycles obtenues à l'aide des équations A.1 et A.2 sur les éprouvettes avec méplat en Cuivre CuGF ($R_m=240$ MPa)	210
C.1	ESF des grains activés dont la trace du plan, pour le système de glissement activé, a été identifiée dans le cas du chargement de traction simple ($\sigma_a = 72$ MPa, R=-1).	217
C.2	ESF des grains activés dont la trace du plan, pour le système de glissement activé, a été identifiée dans le cas du chargement de torsion simple ($\tau_a = 50$ MPa, R=-1).	218
C.3	ESF des grains activés dont la trace du plan, pour le système de glissement activé, a été identifiée dans le cas du chargement combiné de traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa; $\beta = 0^\circ$).	219
C.4	ESF des grains activés dont la trace du plan, pour le système de glissement activé, a été identifiée dans le cas du chargement combiné de traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa; $\beta = 45^\circ$).	220
C.5	ESF des grains activés dont la trace du plan, pour le système de glissement activé, a été identifiée dans le cas du chargement combiné de traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa; $\beta = 90^\circ$).	221

Notations et conventions

Tenseurs et matrices

- \underline{a} : Tenseur d'ordre 1 (vecteur)
 $\underline{\underline{a}}$: Tenseur d'ordre 2
 $\underline{\underline{a}}^{dev}$: Déviateur du tenseur $\underline{\underline{a}}$
 $tr(\underline{\underline{a}})$: Trace du tenseur $\underline{\underline{a}}$
 $\underline{\underline{\underline{a}}}$: Tenseur d'ordre 4
 $\underline{\underline{a}}$: Matrice

Opérateurs mathématiques

- $\underline{a} = \underline{x} \cdot \underline{y}$: Produit scalaire des 2 vecteurs \underline{x} et \underline{y}
 $\underline{a} = \underline{x} : \underline{y}$: Produit doublement contracté des 2 tenseurs \underline{x} et \underline{y}
 $\underline{\underline{a}} = \underline{\underline{x}} \cdot \underline{y}$: Produit contracté du tenseur $\underline{\underline{x}}$ et du vecteur \underline{y}
 $\underline{\underline{a}} = \underline{\underline{x}} \cdot \underline{y}$: Produit matriciel de la matrice $\underline{\underline{x}}$ et du vecteur \underline{y}
 $\underline{\underline{a}} = \underline{\underline{x}} \otimes \underline{y}$: Produit tensoriel des 2 vecteurs \underline{x} et \underline{y}

Chargements et paramètres liés à la fatigue

- R : Rapport de chargement
 r_a : Rapport de biaxialité
 τ_{-1}^D : Limite de fatigue à 10^6 cycles en torsion ($R=-1$) sur des éprouvettes lisses
 σ_{-1}^D : Limite de fatigue à 10^6 cycles en traction ($R=-1$) sur des éprouvettes lisses
 τ_n^D : Limite de fatigue à 10^6 cycles en torsion ($R=-1$) sur des éprouvettes entaillées
 σ_n^D : Limite de fatigue à 10^6 cycles en traction ($R=-1$) sur des éprouvettes entaillées
 N : Nombre de cycles
 N_i : Nombre de cycles à l'amorçage de fissures
 N_p : Nombre de cycles dans la phase de propagation de fissures
 N_f : Nombre de cycles à rupture macroscopique
 β : Déphasage entre la traction et la torsion
 σ_a : Amplitude de contrainte sur un cycle
 σ_m : Contrainte moyenne sur un cycle
 σ_{min} : Contrainte minimale sur un cycle
 σ_{max} : Contrainte maximale sur un cycle
 f : Fréquence
 α^{CR} et β^{CR} : Constantes du critère de Crossland

α^{DV} et β^{DV}	: Constantes du critère de Dang Van
α^{PP} et β^{PP}	: Constantes du critère de Papadopoulos
α^{MA} et β^{MA}	: Constantes du critère de Mataka
T_{a,J_2}	: Amplitude de cisaillement octaédral (définition intrinsèque)
τ_{oct}	: Cisaillement octaédral
σ_H	: Contrainte hydrostatique
$\underline{\tau}$: Vecteur cission mésoscopique
\underline{C}	: Vecteur cission macroscopique
$\underline{\tau}^{res}$: Vecteur cission résiduelle

Paramètres et variables de loi de comportement

τ^s	: Cission résolue sur le système s
$\dot{\tilde{\epsilon}}^p$: Vitesse de déformation plastique
$\tilde{\gamma}^s$: Vitesse de glissement du système s
r^s	: Écrouissage isotrope sur le système s
x^s	: Écrouissage cinématique sur le système s
\underline{h}	: Matrice d'interaction entre les systèmes de glissement
h_i ($i = 1, \dots, 6$)	: Coefficients de la matrice d'interaction \underline{h}
c et d	: Paramètres d'écrouissage cinématique
Q et b	: Paramètres d'écrouissage isotrope
K et n	: Paramètres de viscosité
ν	: Coefficient de poisson
μ	: Module de cisaillement
D	: Paramètre de transition d'échelle

Autres variables et paramètres

v_i	: Vitesse de glissement d'une dislocation i
$d\gamma_i^p$: Incrément de déformation plastique correspondant au déplacement d'une dislocation i
γ^p	: Amplitude de déformation plastique
$\{hkl\}$: Indices de Miller définissant une famille de plan
$\langle uvw \rangle$: Indices de Miller définissant une famille de direction
\underline{n}^s	: Vecteur normal au plan de glissement du système s
\underline{m}^s	: Vecteur définissant la direction de glissement du système s
τ^s	: Cission résolue sur le système s
τ^0	: Cission résolue du point de vu de la loi de Schmid
\underline{R}^s	: Tenseur de Schmid du système de glissement s
f^s	: Facteur de Schmid classique
f_{eff}^s	: Facteur de Schmid effectif sur le système s
$f_{g,eff}$: Facteur de Schmid effectif associé à un grain
σ_y	: Limite d'élasticité en traction monotone quasi-statique
$R_{p0.2}$: Limite d'élasticité à 0.2%
E	: Module d'Young
R_m	: Résistance maximale en traction monotone quasi-statique
σ_y^{cyl}	: Limité d'élasticité cyclique
$\tau_{R,psb}^s$: Cission résolue sur le système s au seuil de contrainte d'apparition de PSB
$\tau_{R,psb}$: Cission résolue maximale correspondant au seuil de contrainte d'apparition de PSB
P_{as}	: Pourcentage de grains avec amorçage intragranulaire dans les grains à glissement simple

-
- P_{am} : Pourcentage de grains avec amorçage intragranulaire dans les grains à glissement multiple
 P_{as/g_s} : Probabilité d'amorçage de fissures dans les grains à glissement simple
 P_{am/g_m} : Probabilité d'amorçage de fissures dans les grains à glissement multiple

Autres notations (abréviations)

- AFM : Microscope à force atomique (Atomic Force Microscope)
CFC (ou FCC) : Cubique à Faces Centrées (Face-Centered Cubic)
CL (ou BC) : Condition aux Limites (Boundary Condition)
CuGF : Cuivre pur OFHC commercialisé par la société Goodfellow
CuGS : Cuivre pur OFHC fourni par la société Griset
DDL (ou DOF) : Degré De Liberté (Degree Of Freedom)
DL (ou RD) : Direction de Laminage (Rolling Direction)
DN (ou ND) : Direction Normale (Normal Direction)
DT (ou TD) : Direction Transverse (Transverse Direction)
EBSD : Diffraction d'électrons rétrodiffusés (Electron Back Scattering Diffraction)
EF : Éléments Finis
ESF : Facteur de Schmid effectif (Effective Schmid Factor)
FIP : Fatigue Indicator Parameter
GAM : Grain Average Misorientation
GB : Joint de grain (Grain Boundary)
GEV : Valeur extrême généralisée (Generalized Extreme Value)
GMICRO : Outil de génération de microstructure développé sous C++
GOS : Grain Orientation Spread
HCF : Fatigue à grande durée de vie (High Cycle Fatigue)
IG : Intragranulaire (IntraGranular)
IT : Indice de Texture
KAM : Kernel Average Misorientation
LCF : Fatigue à oligocyclique (Low Cycle Fatigue)
MEB : Microscopie Électronique à Balayage
MET : Microscopie Électronique à Transmission
MPC : Contrainte multi-point (Multi-Point Constraint)
MSC : Fissure Microstructuralement Courte (Microstructurally Short Crack)
OFHC : Oxygen Free High Conductivity
PSB : Bande de glissement persistante (Persistent Slip Band)
SL : Section Longitudinale de l'éprouvette
ST : Section Transversale de l'éprouvette
UHCF : Fatigue à très très grande durée de vie (Ultra High Cycle Fatigue)
VER : Volume Élémentaire Représentatif
VES : Volume Élémentaire Statistique
VHCF : Fatigue à très grande durée de vie (Very High Cycle Fatigue)
3D : Tridimensionnel
2D : Bidimensionnel

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Ce qui m'effraie, ce n'est pas l'oppression des méchants ; c'est l'indifférence des bons.
Martin Luther King

Prévoir la durée de vie des matériaux et des structures métalliques sous chargements cycliques reste une préoccupation industrielle d'importance, puisque la rupture par fatigue est l'une des causes essentielles des avaries en service. Après plusieurs décennies de travaux dans le domaine de la fatigue des matériaux et des structures, les critères actuels ont atteint un certain degré de maturité et permettent d'appréhender de nombreuses situations de service efficacement. Bien qu'il n'existe pas d'approche unifiée pour toutes les situations réelles que peut rencontrer une structure ou toutes les classes de matériaux, les approches actuelles présentent un spectre large d'applications et permettent dans la plupart des cas de répondre au besoin de dimensionnement pour les matériaux métalliques (à température ambiante et sans prise en compte des effets d'environnement).

Dans leur grande majorité, les méthodes de calcul de durée de vie en fatigue à grande durée de vie (HCF) se basent sur la mise en équations de quantités mécaniques calculées à l'échelle macroscopique ou mésoscopique. La pertinence des quantités choisies est validée par la capacité du modèle à reproduire fidèlement les résultats expérimentaux. Parmi les différentes familles de méthodes de calcul en fatigue multiaxiale existant dans la littérature, la plupart reposent sur des hypothèses exprimées à l'échelle mésoscopique, de la plasticité des matériaux polycristallins. On citera par exemple les approches de [Dang-Van, 1973, Dang-Van et al., 1989] ou [Papadopoulos, 1987] très largement utilisées dans l'industrie. On pourra également citer les travaux de [Benabes, 2006] et [Saintier et al., 2013], effectués au laboratoire, et qui, sur la base d'une approche énergétique incrémentale, permettent de prévoir la durée de vie de structures sous chargements complexes (multiaxiaux non-proportionnels), en présence de gradients de contraintes et de déformations. Les approches classiques, sont exprimées à partir de quantités mécaniques définies à l'échelle d'un volume élémentaire représentatif (VER) du point de vue du comportement mécanique du matériau. Bien que les différentes échelles des mécanismes d'endommagement impliqués dans les processus d'amorçage de fissures en fatigue HCF soient relativement bien identifiées (échelle des grains et des bandes de glissement [Brown, 2000, Trochidis et al., 2000]) très peu de modèles prennent en compte la nature exacte de ces mécanismes.

Les travaux actuels dans le domaine de la fatigue visent à mieux comprendre et à prendre en compte le rôle de la microstructure dans les processus d'amorçage de fissure de fatigue dans le domaine HCF de sorte à permettre, finalement, leur intégration dans des critères de fatigue. Ce type d'approche doit permettre à terme de proposer des procédures d'optimisation des structures et des matériaux les constituants par rapport à la tenue en service ; approches particulièrement utiles pour l'optimisation des procédés ou le dimensionnement de matériaux à gradients de propriétés par exemple. Les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse s'inscrivent dans les problématiques d'amorçage de fissures de fatigue sous chargements proportionnels et non proportionnels ainsi que de développement d'outils pour la mise en place de critères ou de méthodes de calcul en fatigue sensibles à la microstructure.

Objectifs

L'objectif principal de ce travail est de contribuer à la compréhension des mécanismes d'endommagement des métaux sous chargements cycliques complexes, afin d'aller vers la modélisation de la fatigue multiaxiale des matériaux et structures en prenant en compte la microstructure. Pour atteindre cet objectif, ce travail comporte à la fois une composante expérimentale et une composante numérique.

La partie expérimentale consiste à caractériser les modes de déformation plastique et d'amorçage de fissures de fatigue en utilisant les techniques d'observation et d'analyse du glissement plastique. Nous utiliserons principalement la microscopie optique, la microscopie électronique à balayage (MEB), et l'EBS (Electron Back-Scattered Diffraction) pour l'analyse et l'observation du développement de la plasticité jusqu'à l'amorçage de fissures (fissures courtes essentiellement) sur un matériau modèle : le cuivre pur.

La partie numérique vise à proposer une analyse à l'échelle de la microstructure des champs mécaniques sous chargements cycliques complexes. Elle est axée principalement sur des calculs éléments finis (EF) en élasticité cubique et plasticité polycristalline sur des microstructures synthétiques tridimensionnelles (3D). La distribution des champs de contraintes et la localisation de la plasticité à l'échelle des grains seront analysées en lien avec les constatations expérimentales. Il s'agit donc de mieux comprendre l'effet de la microstructure sur la modélisation de la fatigue multiaxiale du matériau et à terme d'essayer de les prendre en compte de façon explicite dans les modèles de fatigue.

Organisation générale du mémoire

Le travail présenté dans ce manuscrit s'articule en 5 chapitres.

Dans le chapitre 1, une étude bibliographique est présentée sur les mécanismes de déformations plastiques et les approches multi-échelles utilisées en fatigue multiaxiale des matériaux métalliques. Les micro-mécanismes d'amorçage de fissures de fatigue sont présentés ainsi que quelques critères de fatigue multiaxiale utilisés de nos jours. Un regard particulier est porté sur ceux basés sur une formulation de type plan critique. Il est également présenté dans ce chapitre, le cadre de modélisation micro-mécanique qui sera utilisé pour les calculs de microstructures analysés dans la suite de ce mémoire.

Le chapitre 2 regroupe les études liées à la caractérisation expérimentale du matériau étudié. Les techniques de caractérisation du matériau et d'analyse de microstructure qui nous seront utiles dans ce travail sont aussi présentées. Ce chapitre regroupe les résultats des essais mécaniques sous chargement monotone, des essais d'érouissage cyclique et des essais de fatigue (comportement à 10^6 cycles).

Les modes d'amorçage de fissures de fatigue sous les différents chargements simples et complexes sont étudiés dans le chapitre 3. Les chargements appliqués sont issus des résultats du chapitre 2. Les différents modes d'apparition des PSB en fonction des différents chargements, les niveaux de contrainte seuil d'apparition des PSB et le nombre de systèmes de glissement activés dans les grains ont été étudiés de même que les mécanismes d'amorçage de fissures de fatigue (essentiellement des fissures microstructuralement courtes).

Le chapitre 4 s'intéresse à l'étude des mécanismes de déformation plastique par une approche couplée MEB-EBS sur éprouvettes avec méplat, sollicitées au voisinage de la limite de fatigue médiane à 10^6 cycles. Cette étude locale est basée essentiellement sur l'analyse des paramètres de désorientation tels que le Grain Orientation Spread (GOS) et le "Kernel Average Misorientation" (KAM) des grains avant et après déformation cyclique. La trace de glissement observée à la surface des éprouvettes en fond de méplat a été reliée aux plans de glissement activés et à leurs facteurs de Schmid effectifs sous divers chargements multiaxiaux.

Enfin, le dernier chapitre de ce manuscrit regroupe les calculs par Éléments Finis (EF) sur des microstructures 3D semi-périodiques soumises à des chargements équivalents à ceux appliqués ex-

périmentalement (chapitre 2 et chapitre 3). La méthodologie utilisée pour générer le maillage des microstructures synthétiques tridimensionnelles représentatives de la morphologie réelle des grains est décrite. Ce chapitre présente l'analyse statistique des résultats des calculs des agrégats polycristallins basée sur la statistique des valeurs extrêmes du paramètre indicateur de la fatigue associé au critère de Dang Van.

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Ce chapitre présente un résumé bibliographique sur les problématiques liées aux approches multi-échelles utilisées en fatigue multiaxiale des matériaux métalliques. Dans un premier temps, nous présentons une brève introduction sur le phénomène de fatigue des métaux. Puis, une revue bibliographique est proposée sur les micro-mécanismes d'amorçage de fissures de fatigue ainsi que quelques critères de fatigue multiaxiale utilisés de nos jours avec un regard particulier sur ceux basés sur une formulation de type plan critique. Nous verrons également l'approche micro-mécanique utilisée pour les calculs de microstructures. Elle s'appuie sur des modèles de plasticité polycristalline. Nous présentons les hypothèses de base de leur formulation à l'échelle du cristal puis leur extension au polycristal. Ce chapitre se termine par la présentation des méthodes statistiques d'analyse des résultats de calculs en plasticité polycristalline de microstructures et des grandeurs de certains critères de fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles.

Sommaire

1.1	Introduction à la fatigue multiaxiale des matériaux métalliques	7
1.1.1	Généralités	7
1.1.2	Quelques notations et définitions	7
1.2	Micro-mécanismes d'amorçage des fissures en fatigue	9
1.2.1	Mécanismes de glissement et formation de PSB	11
1.2.2	Activation des systèmes de glissement	16
1.2.3	Amorçage de fissures	22
1.3	Modélisation micro-mécanique en plasticité polycristalline	24
1.3.1	Le monocristal	25
1.3.2	Le polycristal	27
1.4	Approches multi-échelles de la fatigue à grand nombre de cycles	30
1.4.1	Définitions	30
1.4.2	Classification des critères de fatigue	30
1.4.3	Critères de fatigue multiaxiale	31
1.4.4	Approches probabilistes des critères de fatigue multiaxiale	38
1.5	Statistique des valeurs extrêmes en fatigue	38
1.5.1	Théorie de la distribution des valeurs extrêmes	39
1.5.2	Fonction de distribution des valeurs extrêmes généralisée	40
1.6	Discussions	42
1.7	Conclusion	42

1.1 Introduction à la fatigue multiaxiale des matériaux métalliques

1.1.1 Généralités

Les progrès dans le domaine de la fatigue des matériaux et des structures ont été significatifs depuis les accidents survenus sur les premières machines industrielles et les moyens de transports de masse (exemple de l'accident du train Paris-Versailles le 8 Mai 1842¹). Les premières études consacrées à la fatigue des matériaux se sont basées sur des approches uniquement macroscopiques (l'échelle de la structure). Les premiers travaux sont marqués principalement par ceux de Wöhler [Wöhler, 1858] qui ont permis d'établir des courbes reliant l'amplitude de contrainte macroscopique appliquée au nombre de cycles à rupture (N_f), Figure 1.1. En fonction de N_f , différents domaines d'étude peuvent être déterminés. C'est ainsi qu'on distingue principalement trois domaines : la fatigue oligocyclique ou à faible durée de vie (LCF, typiquement $N_f < 10^4$ cycles), la fatigue polycyclique ou à grande durée de vie (HCF, N_f situé entre 10^5 et 10^7 cycles) et la fatigue à très grande durée de vie (VHCF, généralement N_f situé entre 10^8 et 10^{10} cycles). La figure 1.2 illustre ces différents domaines [Mughrabi, 2006]. Le travail présenté dans ce manuscrit se situe dans le domaine HCF.

La complexité des phénomènes associés au processus d'endommagement par fatigue met très rapidement les approches empiriques simples en défaut lorsqu'il s'agit des chargements complexes. En effet, la fatigue des matériaux se manifeste par un ensemble de phénomènes microscopiques complexes, activés sous sollicitations cycliques (typiquement à l'échelle des grains), et intimement liés à la déformation plastique localisée [Lukás and Kunz, 2001]. Une approche multi-échelle de la fatigue est alors nécessaire pour comprendre les mécanismes de déformation plastique, d'amorçage de fissures et par la suite de rupture en fatigue. Il est généralement admis que la phase d'amorçage de fissures représente la plus grande part (environ $\sim 90\%$) de la durée de vie totale dans le domaine HCF [Klesnil and Lukas, 1992, Matej, 1993]. L'étude des micro-mécanismes d'amorçage de fissures (essentiellement des fissures courtes, à l'échelle d'un ou deux grains) revêt une importance primordiale. Il s'agit donc de s'intéresser à une fissure qui s'amorce à l'échelle d'un grain et qui se propage dans quelques grains voisins. La morphologie de ces grains constituant la microstructure du matériau [Mineur, 2000], le type de sollicitations cycliques (chargements uniaxiaux ou multiaxiaux), le régime de durée de vie considéré (LCF, HCF ou VHCF) sont entre autres, autant de facteurs qui vont influencer et gouverner le comportement en fatigue du matériau ou de la structure.

La décomposition courante de la durée de vie totale (N_f) est donnée par :

$$N_f = N_i + N_p \quad (1.1)$$

avec N_i le nombre de cycles à l'amorçage et N_p celui correspondant à la propagation de la fissure jusqu'à la rupture finale. La théorie de la mécanique de la rupture permet de déterminer N_p pour les fissures longues. La détermination de N_i est beaucoup plus complexe car elle dépend des micro-mécanismes prenant place à différentes échelles de la structure ou du matériau. Il en est de même pour les premiers stades de propagation à l'échelle de quelques grains (fissures courtes).

1.1.2 Quelques notations et définitions

Deux principaux types de trajets de chargements sont considérés en fatigue. Le premier type correspond aux trajets de chargements affines, le second aux trajets de chargements non proportionnels. Dans cette étude, nous étudierons ces 2 trajets de chargement mais nous nous limiterons aux chargements synchrones (même fréquence).

Pour les trajets de chargements affines d'amplitude constante, la contrainte appliquée $\tilde{\sigma}(t)$, s'écrit généralement en fonction de l'amplitude de contrainte (σ_a) et de la contrainte moyenne (σ_m), sous la

1. Cet accident fit une centaine de blessés graves et plus de 200 morts. Source : L'opinion publique après le déraillement de Meudon en 1842, article de Pierre Mercier dans Paris et Ile-de-France - Mémoires (tome 44, 1993)

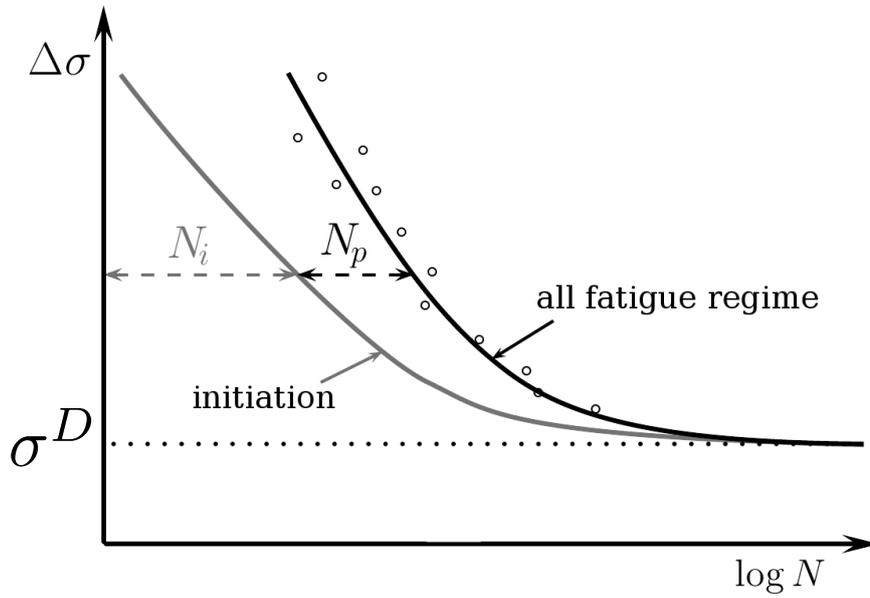


FIG. 1.1 – Décomposition des phases d’amorçage et de propagation de fissures sur un diagramme de Wöhler. σ^D est la limite de fatigue du matériau dans le domaine HCF.

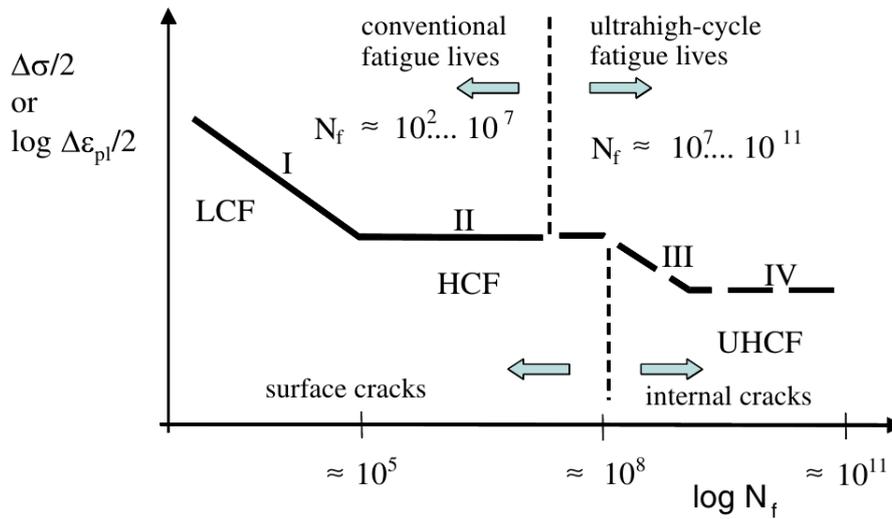


FIG. 1.2 – Les différents domaines d’étude de la fatigue ; d’après [Mughrabi, 2006].

forme suivante :

$$\sigma_{ij}(t) = \sigma_{a,ij} \sin(\omega t) + \sigma_{m,ij} \quad (1.2)$$

où $\omega = 2\pi f$ avec f la fréquence. L'amplitude $\sigma_{a,ij}$ et la moyenne $\sigma_{m,ij}$ sont données respectivement par les équations (1.3) et (1.4).

$$\sigma_{a,ij} = \frac{1}{2} \left\{ \max_t [\sigma_{ij}(t)] - \min_t [\sigma_{ij}(t)] \right\} \quad (1.3)$$

$$\sigma_{m,ij} = \frac{1}{2} \left\{ \max_t [\sigma_{ij}(t)] + \min_t [\sigma_{ij}(t)] \right\} \quad (1.4)$$

La définition de la moyenne et de l'amplitude sont valables aussi pour la déformation.

Dans le cas des chargements déphasés, le tenseur des contraintes s'écrit sous la forme :

$$\sigma_{ij}(t) = \sigma_{a,ij} \sin(\omega t + \beta_{ij}) + \sigma_{m,ij} \quad (1.5)$$

où β_{ij} représente le déphasage.

Les chargements seront dits :

- proportionnels si le repère des contraintes principales reste fixe au cours du temps. ce qui correspond à $\forall i, j$ et $\forall t, \sigma_{ij}(t) = k \cdot \sigma_{ij}^o(t)$ où k est une constante.
- non proportionnels dans tous les autres cas.

Pour la suite, nous allons seulement nous intéresser aux cas de chargements avec une moyenne nulle ($\sigma_{m,ij} = 0, \forall i, j$). Nous définissons également le rapport de charge par :

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (1.6)$$

où σ_{min} et σ_{max} sont respectivement les contraintes minimales et maximales sur un cycle. Pour les chargements combinés de traction-torsion, nous définissons le rapport de biaxialité par :

$$r_a = \frac{\sigma_a}{\tau_a} \quad (1.7)$$

1.2 Micro-mécanismes d'amorçage des fissures en fatigue

Il est possible de diviser, de façon générale, le processus global de fatigue en 4 sous étapes consécutives [Klesnil and Lukas, 1992] :

- *Phase de durcissement/adoucissement*, dépendant principalement de l'état métallurgique initial du matériau et de l'amplitude de contrainte ou de déformation appliquée. Ce stade est caractérisé par des changements des sous-structures de dislocation du matériau sous sollicitations cycliques [Déprés, 2004].
- *Phase d'amorçage des microfissures* qui prennent place essentiellement à la surface du matériau lorsque ce dernier est pur sans défauts internes [Mughrabi, 2006]. Dans le cas contraire, il peut y avoir de l'amorçage sur des défauts internes (typiquement sur les inclusions)
- *Phase de propagation de microfissures* à travers les barrières microstructurales.
- *Phase de propagation* d'une ou plusieurs fissures longues ou macro-fissures conduisant à la rupture finale.

Les deux premières étapes peuvent être regroupées dans la phase d'amorçage des fissures de fatigue. Elles correspondent au stade I du processus de fatigue du matériau conduisant à la rupture (cf. figure 1.4). Ce stade I est donc souvent assimilé à l'amorçage de microfissures dû à des glissements alternés et à la formation d'intrusions et d'extrusions à la surface libre du matériau [Pineau and Bathias, 2008]. Cette formation des intrusions et extrusions induit une modification importante de la rugosité de la surface du matériau (cf. figure 1.3) et, par conséquent, la formation de PSB. De manière générale, il est admis (cf. figure 1.2) que dans le domaine HCF, l'amorçage des microfissures est essentiellement surfacique sauf dans le cas des matériaux à défauts internes.

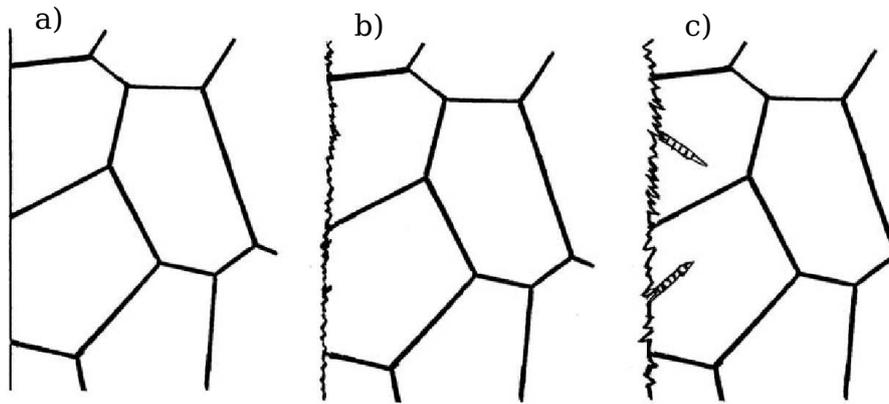


FIG. 1.3 – Illustration schématique de la modification de la rugosité de la surface : a) état initial ; b) début de transformation de la surface ; c) intrusion/extrusion sur la surface et formation de PSB ; d'après [Mughrabi, 2006]

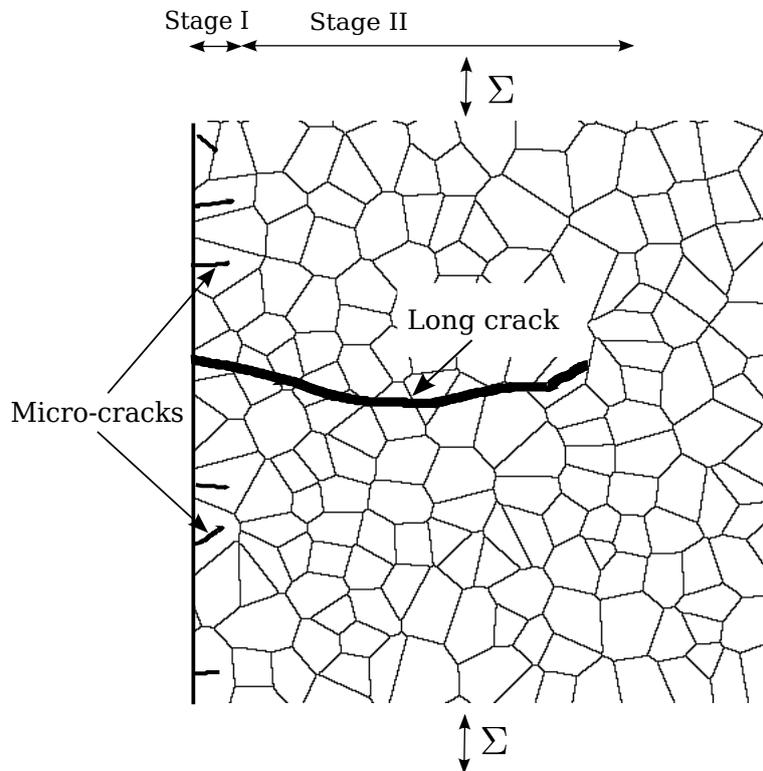


FIG. 1.4 – Les stades du processus de fatigue d'un matériau.

1.2.1 Mécanismes de glissement et formation de PSB

La théorie sur la formation des PSB a été introduite par [Ficher et al., 1952]. Elle a été enrichie depuis par des travaux de [Kuhlmann-Wilsdorf and Laird, 1977, Mughrabi, 1978, Essmann et al., 1980, Wang et al., 1978] et aussi [Basinski and Basinski, 1992], entre autres. Le mécanisme élémentaire de déformation plastique, lié au mouvement des dislocations, se produit par glissement cristallographique dans le matériau, sous sollicitations cycliques. En effet, le mouvement des dislocations se fait sur les plans de glissement cristallographiques au sein des différents grains du matériau sous l'effet de la cission cyclique sur ces plans [Brown, 2000, Trochidis et al., 2000]. Sous l'action de la cission τ , un segment de dislocation, i peut se mouvoir avec une vitesse de glissement v_i donnée par la relation linéaire [Déprés, 2004] :

$$v_i = \frac{\tau \mathbf{b}}{B} \quad (1.8)$$

où \mathbf{b} est la norme du vecteur de Burgers du segment et B un coefficient de viscosité. L'incrément de déformation plastique résultant est donné par :

$$d\gamma_i^p = \frac{1}{2V} (\underline{\mathbf{b}}^s \otimes \underline{\mathbf{n}}^s + \underline{\mathbf{n}}^s \otimes \underline{\mathbf{b}}^s) l^i v_i \delta t \quad (1.9)$$

où V est le volume du domaine d'étude ; l^i est la longueur parcourue par le segment de dislocation i lors de son déplacement ; s désigne le système de glissement considéré (nous reviendrons plus loin sur sa définition) et $\underline{\mathbf{n}}^s$ est la normale au plan de glissement. Pour tous les segments de dislocations dans une structure cubique à faces centrées (CFC), l'incrément de déformation plastique $d\gamma^p$ entre deux instants peut être calculé en faisant la somme de $d\gamma_i^p$ sur tous ces segments. L'amorçage de la déformation plastique marque le début de la phase de durcissement/adoucissement du matériau.

Pour les matériaux CFC, comme le cuivre, [Finney and Laird, 1975] ont montré que la phase de durcissement se produit très rapidement pour les monocristaux déformés avec une amplitude de déformation plastique constante de 5.10^{-3} . En effet, selon les auteurs, la saturation intervient après seulement quelques 1200 cycles. Dans cette phase, on note la présence de structures de dislocations de type « veines » (zone I, figure 1.5) le long du plan de glissement primaire et perpendiculaire à la direction de glissement. Cette structure de dislocation est stable en fatigue à faible amplitude de déformation plastique. Les travaux de [Mughrabi, 1978] et [Wang et al., 1978] sur les monocristaux de cuivre, ont mis en évidence ces structures veines.

Le glissement se manifeste par l'apparition des lignes de glissement parallèles, à la surface du matériau. Le comportement local du matériau reste élastique dans le cas où le glissement reste réversible. Dans les grains situés à la surface, si le vecteur de Burgers du système actif pointe vers la surface, le glissement des dislocations va provoquer l'apparition des marches qui, au cours du cyclage, vont progressivement faire apparaître des intrusions/extrusions (cf. figure 1.6) [Pommier, 2000, Proudhon, 2005]. Ces marches, connues sous le nom de PSB, constituent des lieux privilégiés pour l'amorçage des micro-fissures ; on parle alors de glissement irréversible (zone II, figure 1.5). Les travaux de [Mughrabi, 1978] et [Wang and Mughrabi, 1984] ont montré, dans le cas du cuivre sous sollicitations de traction cyclique, que l'amplitude de déformation plastique seuil de formation des PSB est de $\gamma_1^p = 6.10^{-5}$. Pour [Matej, 1993], γ_1^p est plutôt de l'ordre de 10^{-4} . La fraction volumique de PSB dans les grains augmente avec le nombre de cycles, jusqu'à 100% lorsque l'amplitude de déformation plastique macroscopique atteint le niveau γ_2^p (saturation). Par exemple, pour le cuivre, $\gamma_2^p = 7.5.10^{-3}$ [Mughrabi, 1978, Wang and Mughrabi, 1984]. Dans la zone II, on peut donc distinguer une zone contenant des grains avec PSB et la matrice qui regroupe ceux qui n'ont aucune PSB. L'amplitude de déformation plastique totale macroscopique γ^p peut s'écrire comme une loi des mélanges usuelle [Winter et al., 1981, Pedersen and Winter, 1982] :

$$\gamma^p = f\gamma_2^p + (1 - f)\gamma_1^p \quad (1.10)$$

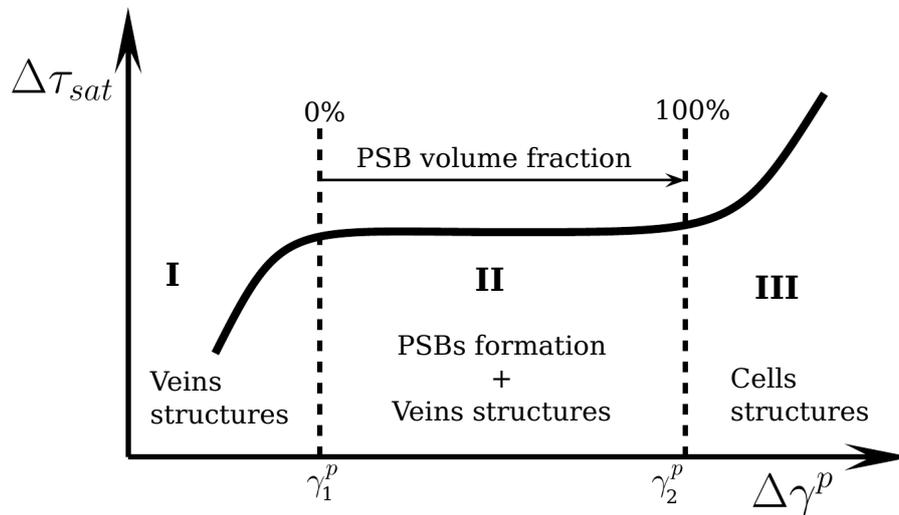


FIG. 1.5 – Courbe cyclique de contrainte-déformation pour un monocristal de cuivre illustrant l'évolution de l'amplitude de la cisssion résolue en fonction de l'amplitude de déformation plastique; d'après [Klesnil and Lukas, 1992]

où f est la fraction volumique de PSB dans les grains. La fraction de PSB évolue alors de façon linéaire de 0 (à γ_1^p) à 100% (γ_2^p). C'est ainsi que la déformation dans les PSB est plus grande (γ_2^p) quand celle de la matrice est faible (γ_1^p). La relation (1.10) illustre le fait que la déformation plastique imposée est accommodée par les PSB. Ainsi, c'est seulement la variation de leur fraction volumique f dans les grains qui permet d'accommoder plus ou moins la déformation plastique totale dans le matériau.

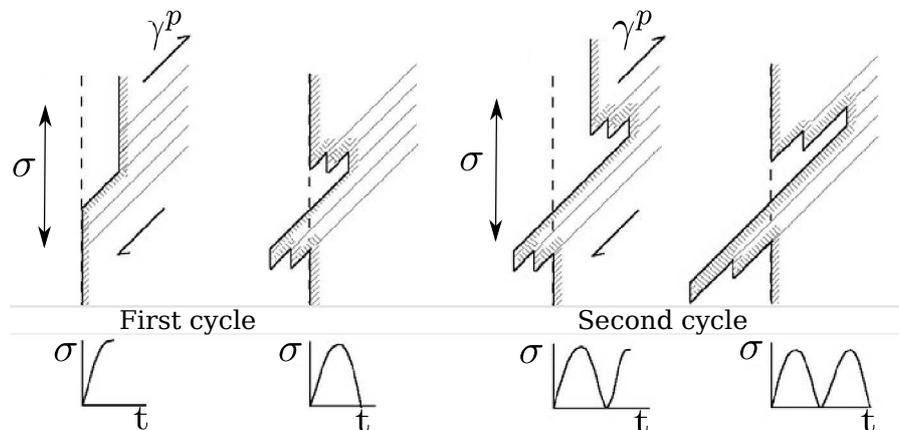


FIG. 1.6 – Illustration de l'irréversibilité de glissement : formation d'une paire intrusion/extrusion à la surface d'un matériau sollicité en fatigue; d'après [Pommier, 2000]

La zone III correspond à la destruction des structures de dislocations veines. La cisssion résolue à saturation augmente ensuite sous l'effet du glissement dévié. Selon l'angle entre le vecteur de glissement et la normale à la surface, il a été mis en évidence des glissements de type A ou de type B (cf. figure 1.8; d'après [Brown and Miller, 1973]). Il se forme alors de nouvelles structures de dislocation, compatibles avec de plus grande déformation plastique : ce sont les cellules de dislocations. Dans cette zone, les dislocations se présentent également sous forme de labyrinthes [Wang et al., 1997]. La figure 1.7 illustre ces différentes structures de dislocations.

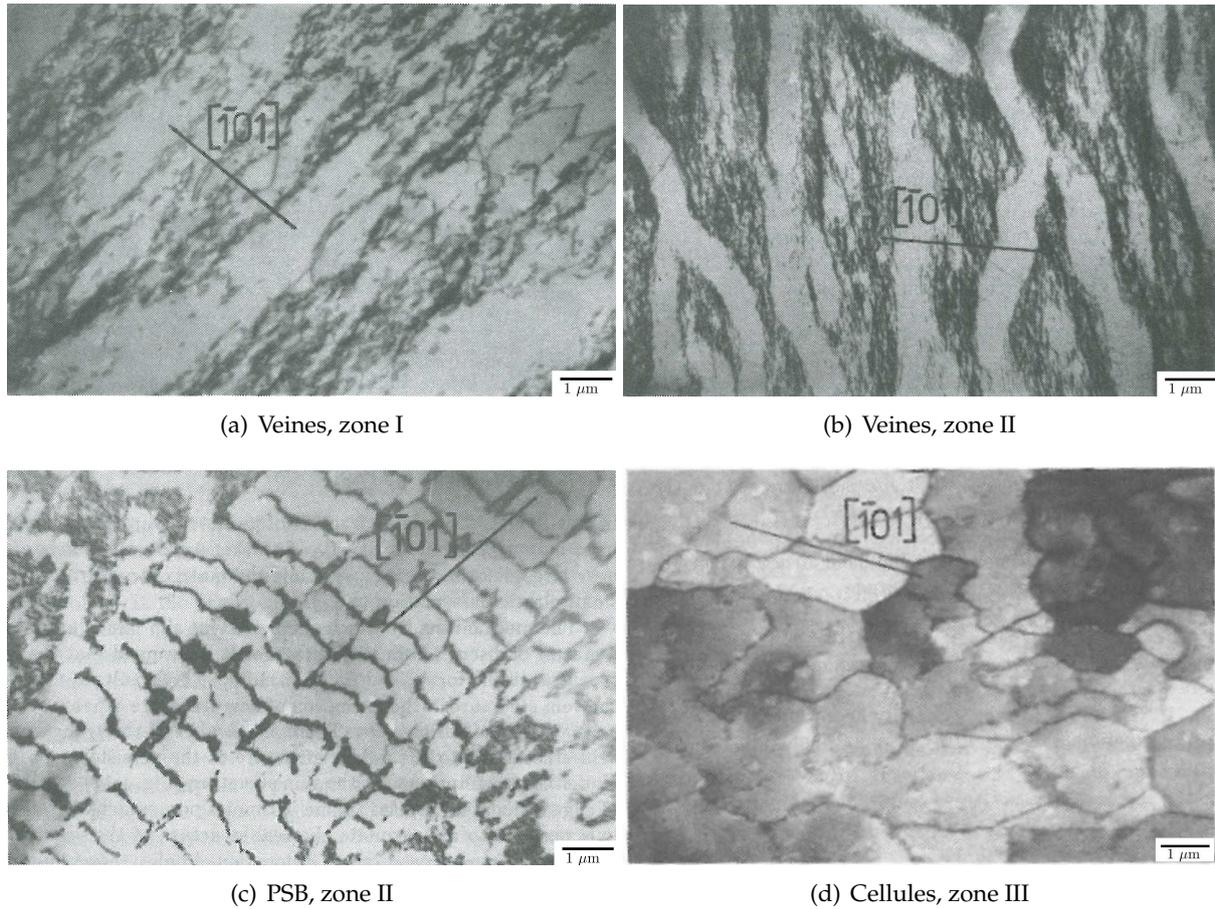


FIG. 1.7 – Différentes structures de dislocations dans le cas d'un monocristal de cuivre : (a) la structure de dislocation veine dans la phase de durcissement après $N = 4.10^4$ cycles à $\sigma_a = 65.5$ MPa ; (b) la structure de dislocation veine dans la phase de saturation (plateau) après $N = 4.10^5$ cycles à $\sigma_a = 65.5$ MPa ; (c) PSB après $N = 4.10^5$ cycles à $\sigma_a = 65.5$ MPa ; (d) Cellules de dislocation après $N = 3.10^4$ cycles à $\sigma_a = 90$ MPa. d'après [Matej, 1993]

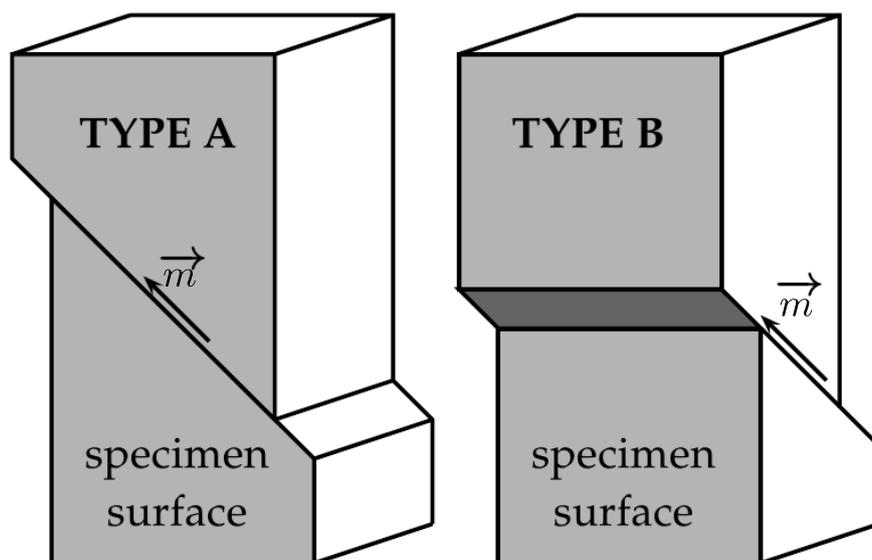


FIG. 1.8 – Illustration du glissement de type A et B. Le vecteur \vec{m} désigne la direction de glissement.

1.2.1.1 Dislocations dans les structures de PSB

Il existe deux types de dislocation dans les structures de PSB. On distingue les dislocations mobiles (dislocations vis) et immobiles (dislocations coins). La majeure partie de la déformation plastique est contenue dans la région occupée par les dislocations vis. La source de l'irréversibilité microscopique de la déformation plastique se trouve essentiellement dans le mouvement des dislocations vis. Deux mécanismes majeurs sont observés :

- annihilation des dislocations vis par le biais du glissement dévié (cf. figure 1.9) ; la bande de glissement est alors extrudée hors de la surface du cristal,
- irréversibilité du glissement de plusieurs dislocations vis qui forme des surfaces irrégulières d'intrusions [Essmann et al., 1980, Mughrabi, 2009, Mughrabi, 2013].

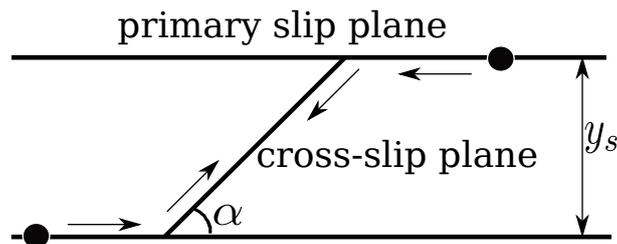


FIG. 1.9 – Annihilation des dislocations vis par le glissement dévié ; d'après [Matej, 1993].

La figure 1.10 montre une représentation de la structure de PSB dans le plan (111) et le plan (121) perpendiculaire au plan de glissement primaire (111) pour le cuivre [Matej, 1993].

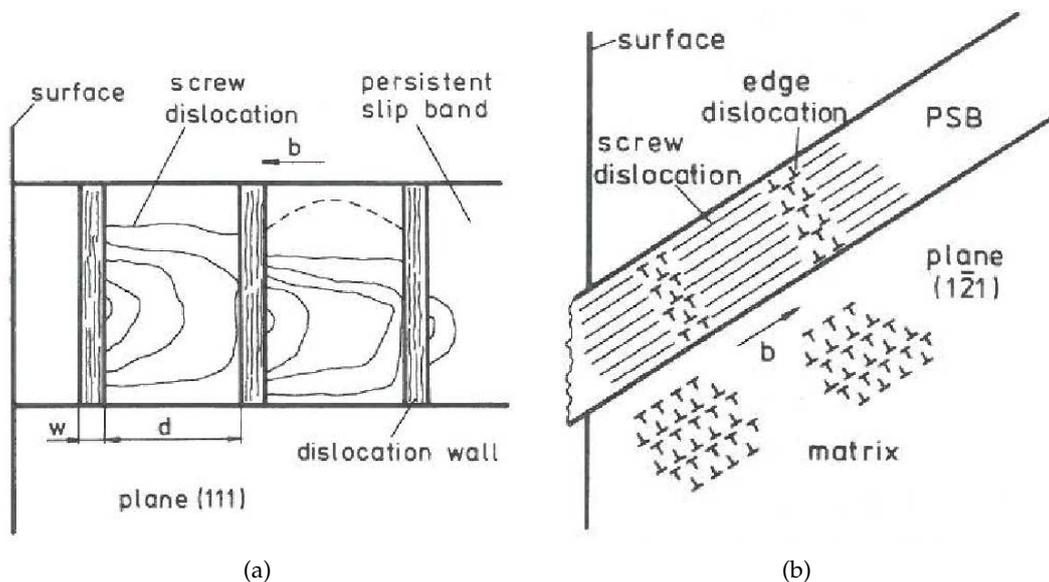


FIG. 1.10 – Représentation schématique de la structure de PSB pour les matériaux cubiques à faces centrées.

L'annihilation des dislocations vis se produit souvent lorsque l'énergie de faute d'empilement du matériau est élevée, comme c'est le cas pour le cuivre ou le Nickel. Les structures de dislocations rencontrées en fonction de l'énergie de faute d'empilement et de l'amplitude de déformation plastique ont été étudiées par [Klesnil and Lukas, 1992] et représentées sur la figure 1.11. Le modèle d'annihilation des dislocations vis a été proposé en 1980 par [Mughrabi and Wang, 1980] et reporté dans

[Matej, 1993]. Il est basé sur la force attractive entre deux dislocations vis. Cette force est donnée par :

$$F = \frac{Gb^2}{2\pi r} \quad (1.11)$$

où G est le module de cisaillement, b la norme du vecteur de Burger et r la distance entre les dislocations. Le glissement dévié se produit si la composante de la contrainte de cisaillement dans le plan de glissement dévié est supérieure à celle dans le plan de glissement primaire :

$$f_c^s \sigma_y + \frac{Gb}{2\pi y_s} \sin\alpha \geq f_p^s \sigma_y + \frac{Gb}{2\pi y_s} \sin\alpha \cos\alpha \quad (1.12)$$

où f_c^s et f_p^s sont respectivement les facteurs de Schmid sur le plan de glissement dévié et sur le plan de glissement primaire. σ_y est la limite d'élasticité du matériau. En utilisant l'équation (1.12), on obtient :

$$y_s \leq \frac{Gb \sin\alpha (1 - \cos\alpha)}{2\pi \sigma_y (f_p^s - f_c^s)} \quad (1.13)$$

Ce modèle met en évidence l'effet de la limite d'élasticité du matériau sur l'annihilation des dislocations vis. En effet, si y_s est grand, alors l'énergie de faute d'empilement des dislocations du matériau est grande et la limite d'élasticité faible (le cas du cuivre). Dans le cas contraire, si y_s est faible, alors l'énergie de faute d'empilement du matériau est également faible et la limite d'élasticité élevée.

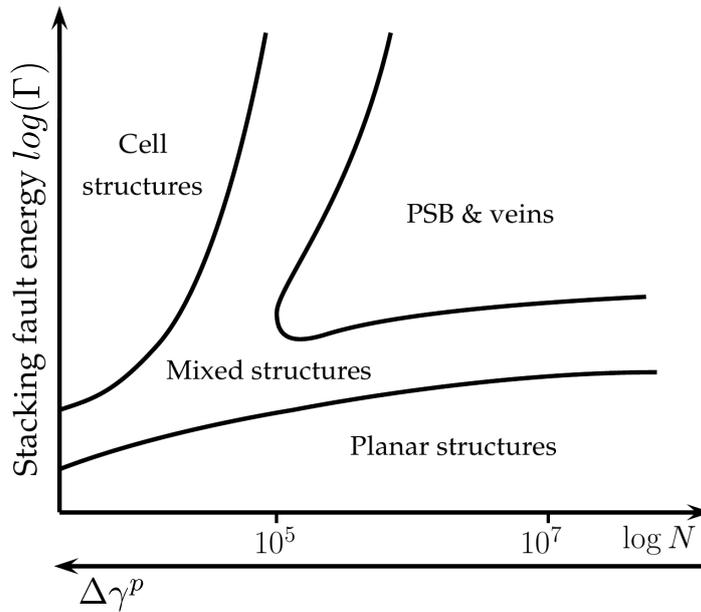


FIG. 1.11 – Différentes structures de dislocations en fonction de l'énergie de défaut d'empilement du matériau ; d'après [Klesnil and Lukas, 1992].

1.2.1.2 Caractérisation des PSB

Parmi les études dédiées à la caractérisation expérimentales des PSB, principalement par MEB et AFM, on peut citer essentiellement [Gretegnny and Saxena, 2001, Buque et al., 2001, Man et al., 2002, Man et al., 2003, Serre et al., 2008]. La largeur et la hauteur des bandes de glissement ainsi que leurs répartitions sont liées à la déformation plastique du matériau. Ces travaux, effectués sous chargement uniaxial, ont confirmé que la densité de PSB augmente avec la déformation plastique ; comme

souligné précédemment (cf. eq. (1.10)). Ceci résulte de l'augmentation de la densité des dislocations en fonction de la déformation plastique ou du nombre de cycles selon les travaux de [Déprés, 2004]. Plus la déformation plastique est importante, plus les bandes de glissement ou les extrusions à la surface sont hautes. La vitesse d'évolution de la hauteur des extrusions en fonction du nombre de cycle a été modélisée par [Polák and Sauzay, 2009] et la comparaison avec les mesures expérimentales [Man et al., 2003] montre une bonne concordance (cf. figure 1.12). Cette figure montre une croissance linéaire des extrusions par rapport au nombre de cycles. Cependant, les théories de l'irréversibilité du glissement aboutissent à une croissance plutôt parabolique de ces extrusions. Cette différence est expliquée par le fait que l'émergence des extrusions pourraient être due au moins partiellement à l'accumulation de défauts ponctuels produits par le glissement cyclique des dislocations. Les travaux de [Devincré and Kubin, 1997, Devincré et al., 2006] sur glissement cyclique des dislocations ont visé à évaluer de façon complète les coefficients d'écroûissage par la dynamique des dislocations. Il convient de mentionner également les premiers travaux de [Bennett and McDowell, 2003] sur la simulation des mécanismes de la fatigue par éléments finis basées sur les bandes de glissements.

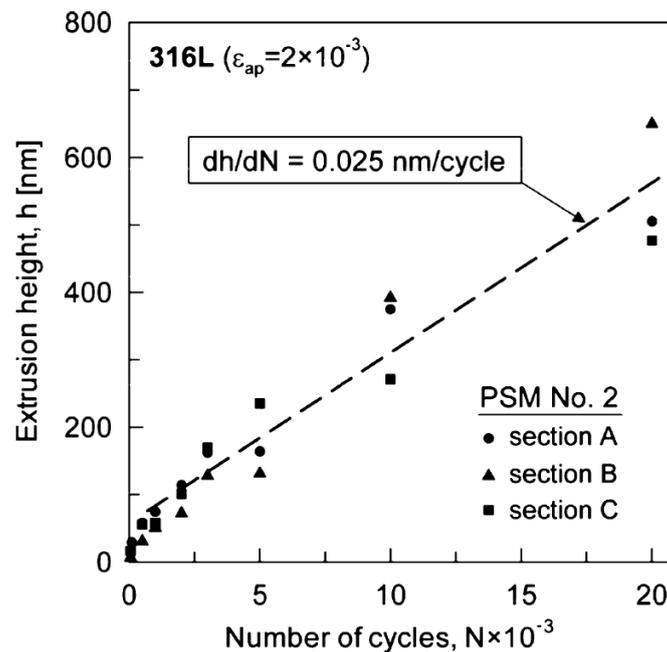


FIG. 1.12 – Hauteur des extrusions à la surface de l'acier 316L déformé à une amplitude de déformation de $2 \cdot 10^{-3}$ après $N=20000$ cycles ; d'après [Man et al., 2003, Polák and Sauzay, 2009].

La distribution spatiale des PSB sous chargements multiaxiaux et le lien avec l'amorçage des fissures de fatigue ont été très peu abordés dans la littérature [Inoue et al., 1986, Wang and Pan, 1999]. Ainsi, à notre connaissance, l'influence du type de chargement sur les distributions des caractéristiques intrinsèques (largeur, hauteur) des bandes de glissement n'est pas établie.

1.2.2 Activation des systèmes de glissement

Il est généralement admis que l'apparition des bandes de glissement en surface du matériau provient de l'activation de certains systèmes de glissement dans les grains. Un système de glissement s est géométriquement défini par le plan de glissement de vecteur normal unitaire \underline{n}^s , d'indices de Miller $\{hkl\}$ et la direction de glissement de vecteur unitaire d'orientation \underline{m}^s , d'indices de Miller $\langle uvw \rangle$. Il sera alors noté $\{\underline{n}^s\}\langle \underline{m}^s \rangle$. Les systèmes de glissements correspondent à des plans et des directions cristallographiques de haute densité atomique et sont propres à chaque structure cristalline. Pour un matériau CFC, il existe 12 systèmes de glissement possibles (cf. tableau 1.1, figure 1.14b).

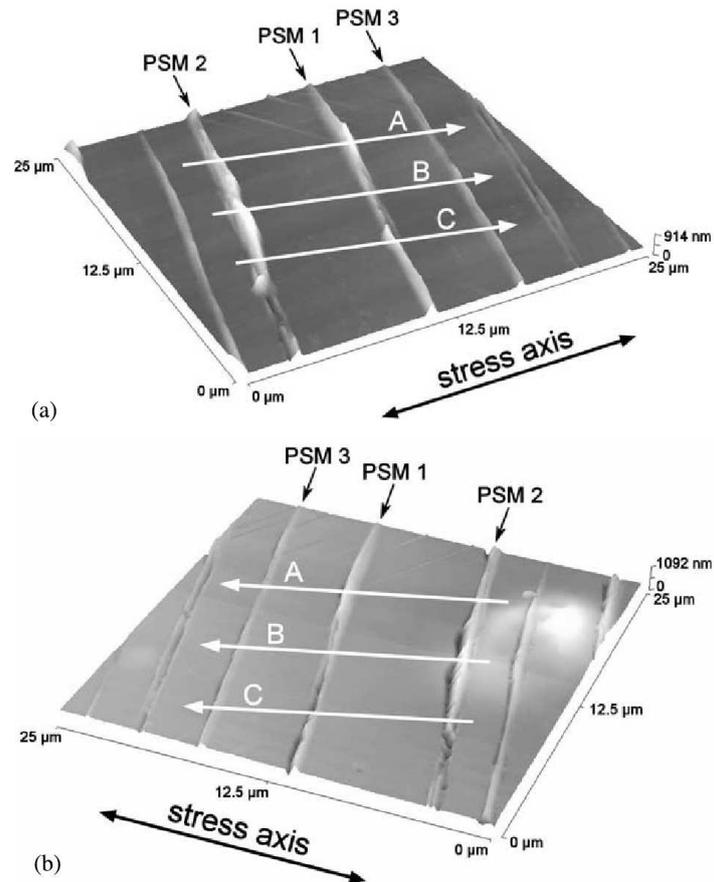


FIG. 1.13 – Observations AFM du relief de la surface de l'acier 316L déformé à une amplitude de déformation de $2 \cdot 10^{-3}$ après $N=20000$ cycles. PSM désigne les bandes de glissement. Les hauteurs des bandes de glissement dans les différentes sections sont reportées sur la figure 1.12; d'après [Man et al., 2003].

TAB. 1.1 – Définition des 12 systèmes de glissement possibles pour une structure cristalline CFC

Plan \underline{n}^s			Direction \underline{m}^s			N° Schmid&Boas
1	1	1	-1	0	1	B4
1	1	1	0	-1	1	B2
1	1	1	-1	1	0	B5
1	-1	1	-1	0	1	D4
1	-1	1	0	1	1	D1
1	-1	1	1	1	0	D6
-1	1	1	0	-1	1	A2
-1	1	1	1	1	0	A6
-1	1	1	1	0	1	A3
1	1	-1	-1	1	0	C5
1	1	-1	1	0	1	C3
1	1	-1	0	1	1	C1

La déformation plastique se produit par l'activation de quelques systèmes de glissement possibles, suivant la structure du réseau cristallin du matériau et de l'état de contrainte locale sur le cristal. Dans le cas de la traction simple, Schmid en 1924 a montré que l'activation d'un système de glissement est liée à un facteur qui porte son nom. Ce dernier défini ci-dessous, est d'origine purement géométrique.

1.2.2.1 Définition du facteur de Schmid en traction uniaxiale

Pour un monocristal, le glissement plastique s'initie lorsque la cission résolue sur un système de glissement atteint la valeur critique τ_c . En traction (chargement uniaxial), la définition de la cission résolue fait intervenir les angles $\alpha_n = (\vec{n}, \vec{t})$ et $\alpha_m = (\vec{m}, \vec{t})$, la direction de sollicitation étant \vec{t} (cf. figure 1.14a).

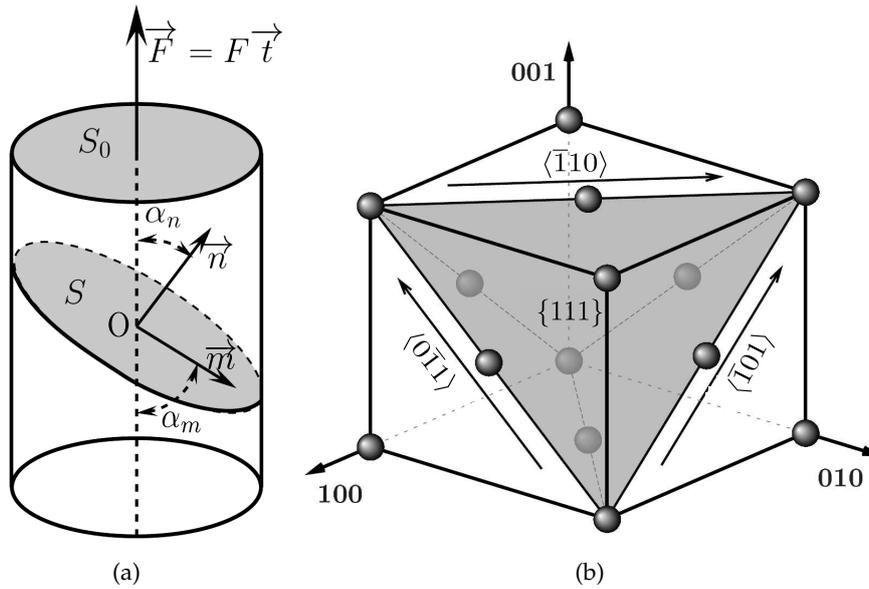


FIG. 1.14 – (a) Représentation schématique de la loi de Schmid dans le cas de la traction uniaxiale d'un monocristal. (b) Définition des systèmes de glissement pour le réseau cristallin cubique à faces centrées.

A l'aide de la figure 1.14, on définit les grandeurs suivantes :

- S_o : aire de la section perpendiculaire à la force F ,
- $F \cdot \cos \alpha_m$: composante de F suivant la direction de glissement,
- $S = \frac{S_o}{\cos \alpha_n}$: aire du plan de glissement.

La cission résolue sur un système de glissement est alors calculée par :

$$\tau = \frac{F \cdot \cos \alpha_m}{\frac{S_o}{\cos \alpha_n}} = \frac{F}{S_o} \cdot \cos \alpha_m \cdot \cos \alpha_n = \sigma \cdot \cos \alpha_m \cdot \cos \alpha_n \quad (1.14)$$

La loi de Schmid stipule qu'il y a glissement plastique si la cission résolue donnée par l'équation (1.14) atteint la valeur critique qui permet de faire bouger une dislocation dans le matériau. Le facteur de Schmid en traction uniaxiale (encore appelé facteur de Schmid classique dans la suite du document), f^s , est défini par :

$$f^s = \frac{\tau}{\sigma} = \cos \alpha_m \cdot \cos \alpha_n \quad (1.15)$$

1.2.2.2 Notion de facteur de Schmid effectif

Les travaux de [Sauzay, 2006, Sauzay, 2007, Sauzay, 2009] ont permis d'introduire la notion de facteur de Schmid effectif (ESF) dans le cas d'agrégats polycristallins à partir de la contrainte locale dans le grain calculée par éléments finis. Ce facteur de Schmid effectif est défini par :

$$f_{eff}^s = \frac{\tau^s}{\Sigma_a} \quad (1.16)$$

où Σ_a est l'amplitude de la contrainte macroscopique appliquée et τ^s la cission résolue dans le grain en fonction de la contrainte locale $\underline{\sigma}$ (cf. eqs. (1.17), (1.18)). En effet, pour tout tenseur de contrainte $\underline{\sigma}(t)$, étant donnés les vecteurs unitaires \underline{n}^s et \underline{m}^s orientant respectivement un plan et une direction de glissement du système de glissement s , la cission résolue sur ce système est donnée par :

$$\tau^s(t) = (\underline{\sigma}(t) \cdot \underline{n}^s) \cdot \underline{m}^s \quad (1.17)$$

$$\tau^s(t) = \underline{R}^s : \underline{\sigma}(t) \quad (1.18)$$

où \underline{R}^s est le tenseur de Schmid défini sur le système de glissement s par :

$$\underline{R}_{ij}^s = \frac{1}{2}(\underline{n}_i^s \underline{m}_j^s + \underline{n}_j^s \underline{m}_i^s) \quad (1.19)$$

Cette définition a été reprise plus récemment par [Guilhem, 2012].

1.2.2.3 Cas des chargements multiaxiaux

Pour les chargements multiaxiaux, la direction de sollicitation n'est plus définie. La cission résolue peut toujours se calculer à partir de la contrainte locale avec les équations (1.17), (1.18) et (1.19). [Jayaraman and Ditmars, 1989] ont estimé que le facteur de Schmid pour les chargements de traction-torsion combinés peut être défini en utilisant la contrainte maximale de Tresca (Σ_{tresca}) :

$$f_{eff}^s = \frac{\tau^s}{\Sigma_{tresca}} \quad (1.20)$$

$$\Sigma_{tresca} = \max_{t \in [0, T]} \sqrt{\sigma^2(t) + 4\tau^2(t)} \quad (1.21)$$

où $\sigma(t)$ est la contrainte de traction appliquée et $\tau(t)$ celle de torsion appliquée. Ce facteur de Schmid est appelé "facteur de Schmid biaxial" par les auteurs.

Plus récemment, [Robert et al., 2012] ont proposé une définition du facteur de Schmid effectif (ESF) pour les chargements multiaxiaux en se basant sur la plus grande contrainte principale au lieu de la contrainte maximale de Tresca. Bien que ces deux formulations soient différentes, il faut remarquer que ce facteur de Schmid effectif est équivalent au facteur de Schmid classique dans le cas particulier de la traction uniaxiale pour chacune d'elles.

1.2.2.4 Critères d'activation des systèmes de glissement

La loi de Schmid (1924) reste une référence dans l'identification de l'activation des systèmes de glissement. Elle stipule qu'un système de glissement s est activé si la cission résolue τ^s est supérieure à une cission critique τ^0 . Dans ce cas, il se produit un glissement irréversible (déformation plastique).

$$\tau^s > \tau_0 \quad (1.22)$$

Activation d'un seul système de glissement par grain

Dans la littérature, pour les chargements uniaxiaux, la plupart des auteurs admettent que les systèmes de glissement activés sont ceux qui possèdent le facteur de Schmid le plus élevé [Blochwitz et al., 1996, Villechaise et al., 2002, Bridier et al., 2005, Bartali et al., 2008, Marinelli et al., 2009] (cf. eq. (1.23)). Le critère d'activation est alors défini par :

$$\tau^s > \tau_0 \Rightarrow f^s > f_0 \quad (1.23)$$

où f_0 est le seuil. Le critère d'activation peut alors être résumé comme suit :

$$\begin{cases} f^s > f_0 & : \text{le système de glissement est activé} \\ f^s < f_0 & : \text{le système de glissement n'est pas activé} \end{cases} \quad (1.24)$$

Le système de glissement avec le plus haut facteur de Schmid est couramment appelé système de glissement primaire. La loi de Schmid est la plus souvent appliquée pour identifier si ce dernier est activé (glissement simple) [Villechaise et al., 2002, Bridier et al., 2005]. [Marinelli et al., 2009] ont montré, dans leurs travaux sur l'acier duplex 316L, que l'activation des systèmes de glissement dans la phase austénitique est bien gouvernée par la loi de Schmid. Ceci montre que la loi de Schmid reste bien adaptée pour les matériaux CFC. Ces auteurs ont montré également que la phase ferritique (structure cubique centrée) ne respecte pas la loi de Schmid.

Le facteur de Schmid maximal reste un bon indicateur pour caractériser le glissement simple mais ne suffit pas pour déterminer le nombre de systèmes de glissement susceptibles d'être activés dans un grain.

Activation de plusieurs systèmes de glissement par grain

Les conditions d'activation d'un deuxième ou plus de deux systèmes de glissement (glissement multiple) sont moins abordées dans la littérature et plus délicates à définir. En effet, selon les travaux de [Blochwitz et al., 1996], il existe un seuil arbitraire de facteur de Schmid pour lequel on peut considérer le second système de glissement (appelé couramment système secondaire) comme activé. Ce seuil est défini sur la différence entre le facteur de Schmid maximal (sur le système de glissement primaire) et celui des autres systèmes. Cette valeur seuil est arbitrairement égale à 0.03 selon l'auteur. Il faut noter que peu d'études sont dédiées à la construction de critère d'activation d'un deuxième ou de plusieurs systèmes de glissement bien qu'expérimentalement, le glissement double ou multiple ait été observé et constaté numériquement [Guilhem, 2012]. Dans les monocristaux, on peut distinguer, en fonction de la déformation plastique monotone et de la cission résolue, les domaines de glissement simple, double et multiple. La figure 1.15 montre les trois zones de glissement possibles sans toutefois pouvoir préciser, aux frontières de ces zones, les valeurs spécifiques de la déformation plastique correspondante. Cette courbe peut varier selon le matériau [Feugas, 2007].

Dans le cas des polycristaux sous chargement cyclique uniaxial, les zones de glissement simple et multiple peuvent être reliées au facteur de Schmid dans les grains. Sur la figure 1.16, [Bartali et al., 2008] ont observé en fonction des facteurs de Schmid le type de glissement plastique dans les grains. L'activation d'un deuxième système de glissement a été également observée par [Villechaise et al., 2002] sur l'acier inoxydable 316L ainsi que sur l'acier inoxydable duplex dans [Gironès et al., 2004], [Marinelli et al., 2009] ou encore [El Bartali et al., 2009] sous chargement uniaxial. Toutefois, un critère objectif sur le facteur de Schmid des systèmes de glissement n'a pas été élaboré pour rendre compte de l'activation de ces derniers.

1.2.2.5 Effet de l'anisotropie élastique

La déformation plastique se localise dans les plans de glissement facile. L'anisotropie induit une redistribution (par rapport au cas isotrope) des champs de contraintes dans le polycristal sollicité.

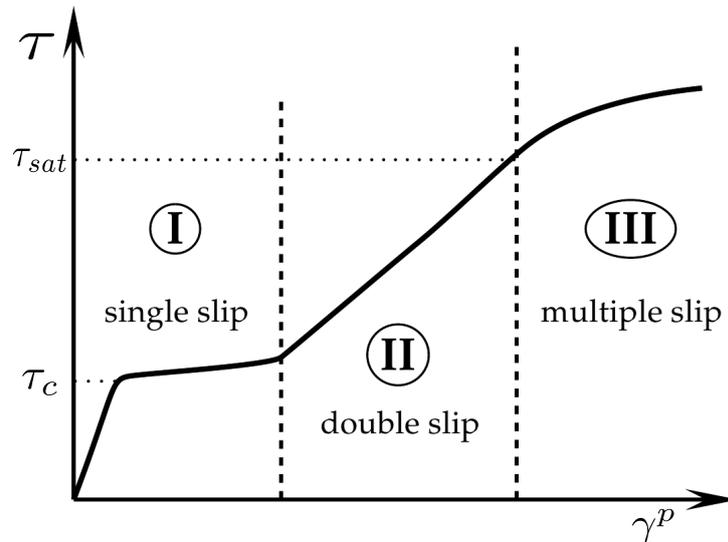
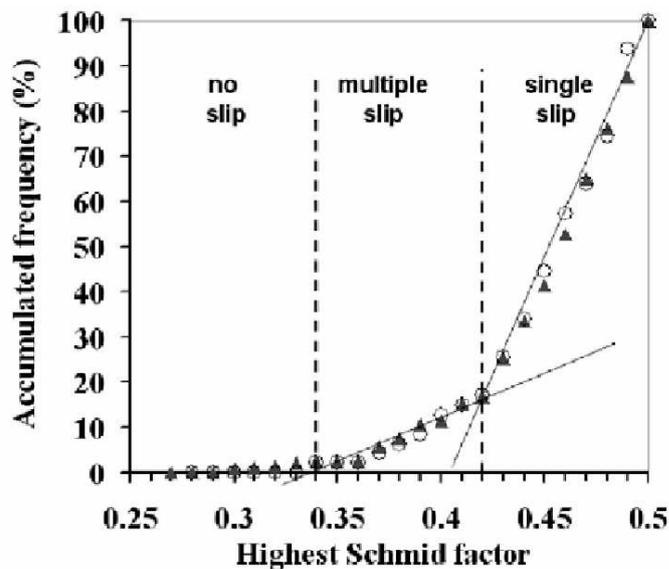


FIG. 1.15 – Schématisation des zones de glissement simple et multiple sur une courbe de traction uniaxiale typique d'un monocristal CFC initialement orienté pour le glissement simple; d'après [Honeycombe, 1984, Fivel, 1993].



- ▲ μ_{max} for all γ grains of which the slip systems are identified
- μ_{max} for the 50 γ grains precisely analyzed

FIG. 1.16 – Fréquence cumulée des hauts facteurs de Schmid (μ_{max}) pour 50 grains austénitiques (γ) analysés après $N=2300$ cycles sur de l'acier inoxydable duplex. L'amplitude de déformation totale imposée est de 5.10^{-3} correspondant à une amplitude de déformation plastique imposée de 2.10^{-3} ; d'après [Bartali et al., 2008].

Cette redistribution affecte alors le facteur de Schmid effectif. Les travaux de [Sauzay, 2009] montrent que les distributions des ESF moyennés par orientation cristalline (modèle grain-matrice) sont affectées par l'anisotropie élastique cristalline. Dans [Sauzay, 2009], l'ESF est défini comme étant le rapport entre la cission résolue maximale calculée et moyennée dans chaque grain et la contrainte macroscopique de traction (cf. la section 1.2.2.2).

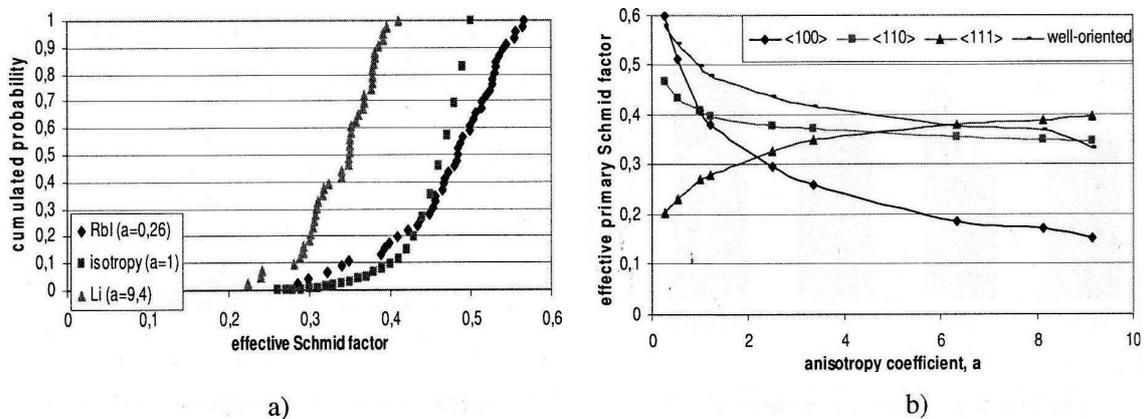


FIG. 1.17 – (a) Probabilité cumulée du facteur de Schmid effectif dépendant de l'anisotropie du métal et calculée sur un agrégat de 60 grains ; (b) Distribution des facteurs de Schmid effectifs avec prise en compte de l'anisotropie élastique cristalline [Sauzay, 2009].

La figure 1.17a montre la probabilité cumulée avec comparaison au cas isotrope. Lorsque la valeur du coefficient d'anisotropie est telle que $a > 1$, les facteurs de Schmid sont décalés vers des valeurs plus faibles. Lorsque $a < 1$, ces derniers sont décalés vers les valeurs plus élevées. La figure 1.17b illustre que l'ordre d'activation des systèmes de glissement est perturbé par l'anisotropie élastique.

1.2.3 Amorçage de fissures

Bien que l'amorçage de fissures courtes en fatigue à grand nombre de cycles soit de nature essentiellement surfacique, il existe plusieurs sites préférentiels pour déclencher les micro-mécanismes qui précèdent. Ainsi, on peut citer principalement deux sites préférentiels pour l'amorçage de fissures dans les métaux purs :

- les PSB : amorçage intragranulaire
- les joints de grains (GB) : amorçage intergranulaire

L'amorçage peut être aussi interne sur des défauts de type inclusions ou pores dans le cas des métaux à défauts internes. Ce cas d'amorçage ne sera pas traité dans ce document.

1.2.3.1 Amorçage intragranulaire

[Huang and Ho, 2000] montrent, dans leurs travaux sur les polycristaux de cuivre, que l'amorçage de fissures dans les PSB est le plus fréquemment rencontré en fatigue à grand nombre de cycles ou à faible amplitude de déformation (cf. figure 1.18). Toutefois, [Figueroa and Laird, 1983] ont montré sur les polycristaux de cuivre que l'on peut avoir de l'amorçage de fissures aux joints de grains dans le domaine HCF (faible amplitude de déformation plastique). Ceci est expliqué par l'interaction entre ces joints de grains et les PSB. Les travaux de [Lin et al., 1998] sur les métaux CFC vont dans le même sens.

L'amorçage de fissures dans les PSB reste prépondérant en HCF et repose essentiellement sur les mécanismes d'activation des systèmes de glissement dans les grains, comme présenté précédemment.

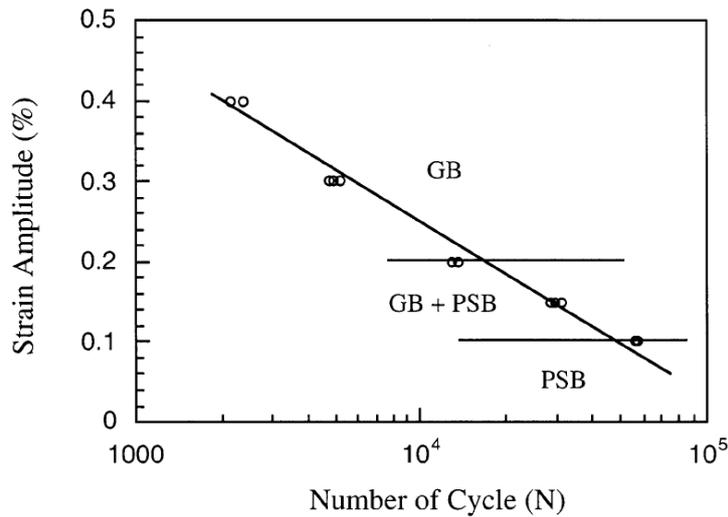


FIG. 1.18 – Représentation schématique illustrant les sites préférentiels d'amorçage de fissures dans un diagramme amplitude de déformation en fonction du nombre de cycles, d'après [Huang and Ho, 2000]

1.2.3.2 Amorçage intergranulaire

Dans la notion de joints de grains, on retrouve souvent les joints de macles caractérisés par une désorientation de $60^\circ / \{111\}$. Les études de [Heinz and Neumann, 1990] sur les métaux CFC ont montré que la fissuration aux joints de macles, par empilement de dislocations, est plus prépondérante que celle aux joints de grains « normaux ». L'amorçage de fissures aux joints de grains dépend de leurs interactions fortes avec les PSB (c.f. la représentation schématique de la figure 1.19). Les joints de grains sont le plus souvent classés en deux catégories en fonction de l'angle de désorientation $\Delta\theta$:

- Les joints de grains à faible angle de désorientation ($\Delta\theta < 15^\circ$)
- Les joints de grains à grand angle de désorientation ($\Delta\theta > 15^\circ$)

La fissuration intergranulaire est prépondérante dans les joints de grains à grand angle de désorientation. En effet, le mouvement des dislocations est bloqué aux joints de grains à grand angle de désorientation. La forte interaction du joint de grains avec les PSB a été mise en évidence dans les travaux de [Zhang and Wang, 2000, Zhang and Wang, 2003, Wang et al., 2001, Sangid et al., 2011]. Les états de contraintes mécaniques locaux du grain voisin (anisotropie élastique) sont aussi déterminantes dans le comportement du joint de grain à l'égard de la fissure [Richter and Burmeister, 1997].

L'amorçage de fissures aux joints de grains est aussi très lié à la désorientation locale entre les grains. Ainsi la désorientation des réseaux cristallins des grains voisins et la contrainte calculée au joint de grains ont permis de mettre en évidence un paramètre de désorientation pour prédire le franchissement des joints de grains [Blochwitz et al., 1997].

Les travaux de [Zhai et al., 2000] sont une référence dans l'étude de la fissuration aux joints de grains. Ils permettent de prendre en compte la désorientation entre les systèmes de glissement. En effet, Zhai et al. ont proposé un modèle de la fissuration au joint de grains en utilisant des bases phénoménologiques. Un critère de choix du plan de fissuration a été élaboré lors du franchissement d'un joint de grain. La figure 1.20 illustre de façon schématique le mécanisme de base. A travers les angles de déflexion α et de déviation β , l'orientation géométrique du joint de grains est prise en compte. Zhai et al. ont montré que le plan de la fissure n'est pas seulement le plan qui donne le facteur de Schmid le plus élevé mais aussi l'angle α le plus faible. L'une des hypothèses restrictives de ce modèle repose sur le fait que les joints de grains sont non seulement parallèles à la direction d'application de la contrainte, mais aussi perpendiculaires à la surface libre des grains. Néanmoins, les techniques classiques d'investigation en surface ne permettent pas de vérifier cette hypothèse.

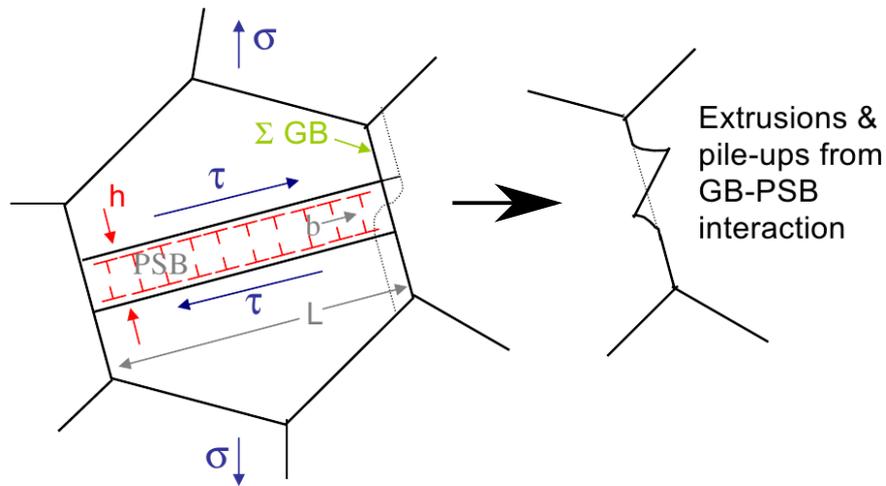


FIG. 1.19 – Schématisation de la géométrie des PSBs et l'interaction avec le joint de grain ; d'après [Sangid et al., 2011].

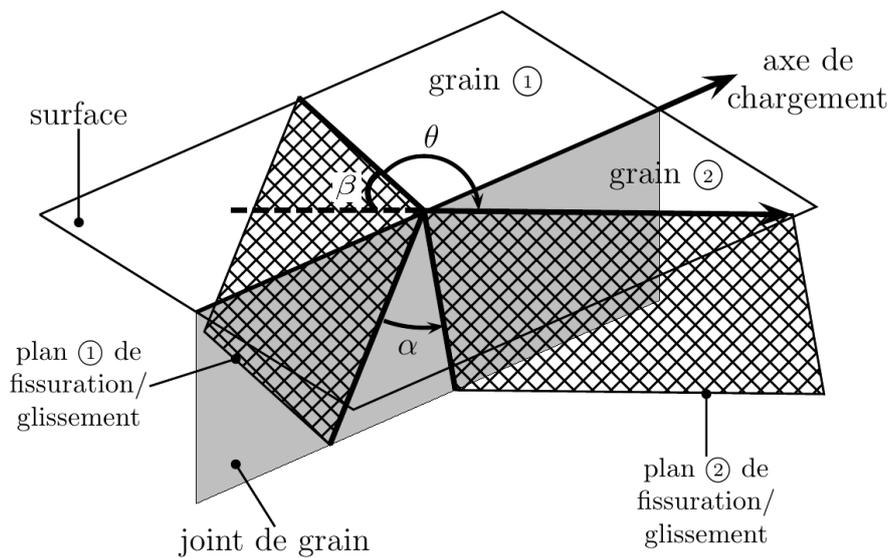


FIG. 1.20 – Illustration du glissement cristallographique au joint de grain le long des plans de glissement. La propagation de fissure est contrôlée par les angles de déflexion α et de déviation β , d'après [Zhai et al., 2000].

Les observations expérimentales sur le comportement des matériaux monocristallins et polycristallins ainsi que les micro-mécanismes d'amorçage de fissures ont permis d'élaborer des lois de comportement micro-mécanique capables de reproduire plus ou moins fidèlement ces constatations. Quelques unes de ces lois sont présentées par la suite.

1.3 Modélisation micro-mécanique en plasticité polycristalline

Les modèles micro-mécaniques de comportement mécanique des matériaux existent sous 2 formes :

- modèles monocristallins : adaptés pour les matériaux monocristallins et sont pour la plupart utilisés pour les matériaux monocristallins purs ou comme modèle élémentaire des grains constitutifs des agrégats polycristallins,
- modèles polycristallins : adaptés pour les matériaux polycristallins et sont le plus souvent sous forme de lois de transition d'échelle entre le monocristal et le polycristal.

1.3.1 Le monocristal

On peut regrouper les modèles monocristallins en 2 grandes familles : modèles physiques ou quasi-physiques et modèles phénoménologiques. Ces familles de modèles se distinguent sur la base des variables internes utilisées dans leur formulation. Les variables internes des modèles quasi-physiques sont basées sur les densités de dislocations alors que celles des modèles phénoménologiques sont basées sur l'écroutissage du matériau. Les modèles de [Tabourot et al., 1997] et de [Déprés, 2004, Déprés et al., 2008] s'inscrivent dans la catégorie des modèles quasi-physiques qui ne seront pas présentés ici. Le modèle de [Méric and Cailletaud, 1991], présenté par la suite, fait parti des modèles phénoménologiques monocristallins les plus utilisés et implémentés dans le code de calcul éléments finis ZéBuLoN² que nous utiliserons dans cette étude.

Les modèles monocristallins sont basés, pour la plupart, sur la vitesse de déformation plastique sommée sur l'ensemble des systèmes de glissement du cristal. Ainsi, la déformation plastique totale $\tilde{\epsilon}^p$ provient de la somme des contributions plastiques sur tous les systèmes de glissement possibles du matériaux. La formulation en vitesse est donnée par :

$$\tilde{\dot{\epsilon}}^p = \sum_s \dot{\gamma}^s \tilde{\mathbf{R}}^s \quad (1.25)$$

où $\dot{\gamma}^s$ désigne la vitesse de glissement plastique sur le système de glissement s et $\tilde{\mathbf{R}}^s$ le tenseur de Schmid du système s caractérisé par la normale unitaire $\tilde{\mathbf{n}}^s$ au plan de glissement et la direction de glissement, de vecteur unitaire $\tilde{\mathbf{m}}^s$. La cission résolue τ^s sur le système s est définie par les équations (1.18).

Modèle phénoménologique de Méric et Cailletaud

Une formulation en vitesse est utilisée pour aider au choix des systèmes de glissement (régularisation induite par la viscosité [Méric and Cailletaud, 1991]). Cette formulation fait ainsi intervenir une loi d'écoulement viscoplastique de type Norton, intégrant 2 termes r^s (écroutissage isotrope) et x^s (écroutissage cinématique), la vitesse de glissement plastique $\dot{\gamma}^s$ sur le système s s'écrivant sous la forme :

$$\dot{\gamma}^s = \left\langle \frac{|\tau^s - x^s| - r^s}{K} \right\rangle^n \text{signe}(\tau^s - x^s) \text{ avec } \langle x \rangle = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases} \quad (1.26)$$

où K et n sont les paramètres du matériau traduisant la viscosité. Les lois d'évolution des écroutissages sont de type non linéaire, traduisant l'augmentation de la cission critique sur un système, avec

2. Ce code est développé conjointement par l'ONERA, Northwest Numerics (Seattle, USA), et le Centre des Matériaux. Programmé en C++, il est adapté aux problèmes de mécanique non linéaire

le glissement plastique sommé sur tous les autres systèmes de glissement. Les différentes expressions de ces lois d'évolution des écrouissages cinématique et isotrope, utilisées dans le cadre de cette étude, sont regroupées ci dessous.

Écrouissage isotrope :

$$r^s = \tau_o + Q \sum_s h_{sr} (1 - e^{-bv^s}) \quad (1.27)$$

où τ_o est la cission résolue critique initiale, Q et b sont respectivement la capacité et la vitesse d'écrouissage isotrope et \underline{h} est la matrice d'interaction entre les systèmes de glissement. v^s est tel que :

$$\dot{v}^s = |\dot{\gamma}^s| \quad (1.28)$$

Écrouissage cinématique :

$$x^s = c\alpha^s \quad (1.29)$$

$$\dot{\alpha}^s = \dot{\gamma}^s - d\alpha^s \dot{v}^s \quad (1.30)$$

où c/d et d sont respectivement les paramètres décrivant la capacité et la vitesse d'écrouissage cinématique.

Matrice d'interaction

L'interaction entre les systèmes de glissement est prise en compte dans le modèle de comportement cristallin à travers la matrice d'interaction \underline{h} . [Hirth, 1960] a proposé une description de cette interaction sous forme d'interaction entre les dislocations. Les travaux de [Franciosi et al., 1980] et [Franciosi, 1985] ont permis de décrire la matrice d'interaction à l'aide de 6 coefficients pour le réseau cristallin CFC avec la prise en compte des symétries du cristal. L'interaction est décrite en se basant sur le système de glissement B4 (notation de Schmid&Boas des systèmes de glissements possibles pour un réseau CFC ; cf. tableau 1.1). Les interactions entre ce système et les autres, traduites par les coefficients de la matrice \underline{h} , sont résumées dans le tableau 1.2. La forme de \underline{h} est donnée par le tableau 1.3.

Pour le modèle phénoménologique de Méric et Cailletaud, la matrice d'interaction identifiée sur du cuivre par méthode inverse avec les calculs d'agrégats et modèles d'homogénéisation est présentée dans le tableau 1.4. Les paramètres de Gérard [Gerard, 2008] caractérisent le rôle prépondérant des interactions de type colinéaire. L'identification de ces coefficients est très délicate du point de vue expérimentale comme numérique, ce qui rend discutable ces valeurs. Néanmoins, ces travaux ont montré l'importance de chaque type d'interaction sur le phénomène d'écrouissage du matériau.

1.3.2 Le polycristal

1.3.2.1 Modèles d'homogénéisation

Les modèles polycristallins s'appuient sur le comportement du monocristal pour aller vers la description de celui du polycristal. Les premières approches sont les méthodes d'homogénéisation [Eshelby, 1957, Hill, 1967, Mandel, 1971, Mori and Tanaka, 1973, Berveiller and Zaoui, 1978] dérivées du problème d'Eshelby. Elles consistent à relier la contrainte et la déformation macroscopique à la contrainte et la déformation dans les grains (échelle mésoscopique). Dans les agrégats polycristallins où un grain est caractérisé par son orientation cristalline, tous les grains de même orientation ou d'orientation très proche, peuvent être regroupés en une seule phase i , représentant une fraction volumique f_i du volume total de l'agrégat. La déformation macroscopique \underline{E} et la contrainte macroscopique $\underline{\Sigma}$ peuvent être, reliées aux contraintes locales $\underline{\sigma}^i$ et déformations locales $\underline{\varepsilon}^i$ de chaque

TAB. 1.2 – Signification physique des coefficients de la matrice d'interaction pour le réseau CFC

Coefficients	Type d'interaction	Nombre de système	N° Schmid&Boas
h_1	Interaction dipolaire : traduit l'auto-écrouissage des systèmes de glissement sur eux-mêmes	1	B4
h_2	Interaction coplanaire : traduit les interactions entre systèmes de même plan	2	B2, B5
h_3	Jonction de Hirth : traduit l'interaction entre les systèmes de glissement dont les vecteurs de Burgers sont perpendiculaires	2	C3, B3
h_4	Interaction colinéaire : traduit l'interaction entre un système de glissement et son système dévié (même direction mais plan différent)	1	D4
h_5	Jonction glissile : traduit l'interaction entre les systèmes de même plan que le système dévié du système de glissement considéré et les systèmes déviés des systèmes coplanaires	4	A2, C5, D1, D6
h_6	Verrous de Lomer : traduit les interactions entre les systèmes de glissement qui partagent le même plan que leur système dévié	2	A6, C1

TAB. 1.3 – Forme de la matrice d'interaction pour le réseau cristallin CFC; d'après [Franciosi et al., 1980]

Système	A2	A3	A6	B2	B4	B5	C1	C3	C5	D1	D4	D6
A2	h_1	h_2	h_2	h_4	h_5	h_5	h_3	h_5	h_6	h_3	h_6	h_5
A3		h_1	h_2	h_5	h_3	h_6	h_5	h_4	h_5	h_6	h_3	h_5
A6			h_1	h_5	h_6	h_3	h_6	h_5	h_3	h_5	h_5	h_4
B2				h_1	h_2	h_2	h_3	h_6	h_5	h_3	h_5	h_6
B4					h_1	h_2	h_6	h_3	h_5	h_5	h_4	h_5
B5						h_1	h_5	h_5	h_4	h_6	h_5	h_3
C1							h_1	h_2	h_2	h_4	h_5	h_5
C3								h_1	h_2	h_5	h_3	h_6
C5			<i>sym</i>						h_1	h_5	h_6	h_3
D1										h_1	h_2	h_2
D4											h_1	h_2
D6												h_1

TAB. 1.4 – Coefficients de la matrice d'interaction obtenus à l'aide d'une méthode inverse sur le modèle phénoménologique de Méric et Cailletaud

	Matériau	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	h_6
Méric [Meric and Cailletaud, 1991]	Monocristaux de cuivre	1	4,4	4,75	4,75	4,75	5
Gérard [Gerard, 2008]	Polycristaux de cuivre	1	1	0,2	90	3	2,5

phase. [Taylor, 1938] et [Lin, 1957] ont proposé le modèle connu sous nom de Taylor-Lin, dans le cas de l'élasticité isotrope, qui se présente comme suit :

$$\underline{\underline{\sigma}}^i = \underline{\underline{\Sigma}} + 2\mu(\underline{\underline{E}} - \underline{\underline{\varepsilon}}) \quad (1.31)$$

En faisant l'hypothèse que le comportement macroscopique reste élastique d'une part, et d'autre part que la déformation élastique de chaque phase est identique à celle macroscopique, le modèle se réduit à :

$$\underline{\underline{\sigma}}^i = \underline{\underline{\Sigma}} - 2\mu\underline{\underline{\varepsilon}}^{p,i} \quad (1.32)$$

[Zouhal et al., 1996] et [Tóth et al., 2000] ont montré l'aptitude de ce modèle à reproduire le comportement du matériau sous sollicitations cycliques tel que l'effet Bauschinger, le glissement simple, le durcissement ou l'adoucissement cyclique aux faibles amplitudes de déformation. Toutefois, il n'est pas capable de traduire par exemple l'accommodation élasto-plastique du matériau.

[Hill, 1967] puis [Berveiller and Zaoui, 1978] ont proposé un modèle basé sur le problème d'Eshelby dans le cas simple d'une inclusion sphérique avec une élasticité homogène isotrope qui se présente sous la forme :

$$\underline{\underline{\sigma}}^i = \underline{\underline{\Sigma}} + 2\mu(1 - \beta)\alpha(\underline{\underline{E}}^p - \underline{\underline{\varepsilon}}^{p,i}) \text{ avec } \beta = \frac{2(4 - 5\nu)}{15(1 - \nu)} \text{ et } \alpha = \frac{1}{1 + 3\mu \frac{E_{ep}^p}{\Sigma_{eq}}} \quad (1.33)$$

où E_{ep}^p et Σ_{eq} sont respectivement la déformation plastique et la contrainte macroscopique équivalente au sens de Von Mises. Ce modèle est souvent utilisé pour donner une première estimation des paramètres d'une loi de comportement monocristalline à partir d'une courbe de traction monotone.

Le modèle de Cailletaud [Cailletaud, 1987, Pilvin, 1990] connu sous le nom de "règle en β ", est aussi l'un des modèles le plus utilisé aujourd'hui. Il se différencie de celui de Hill par l'introduction d'une variable d'accommodation élastoplastique $\underline{\underline{\beta}}^i$. C'est une variable interphases ou intergranulaire permettant de contrôler les contraintes intergranulaires au cours de la déformation du matériau. Le tenseur $\underline{\underline{\beta}}^i$ obéit à une règle de type Armstrong-Frederick permettant de limiter le niveau de contraintes internes. Les hypothèses utilisées dans la formulation du modèle, comme dans la plupart des modèles à champ moyen, sont :

- Effets de voisinage négligés
- Chaque phase, i est définie uniquement par deux paramètres, à savoir son orientation cristalline et sa fraction volumique
- La répartition spatiale des grains n'est pas prise en compte

Le modèle se formule comme suit :

$$\underline{\underline{\sigma}}^i = \underline{\underline{\Sigma}} + 2\mu(1 - \beta)(\underline{\underline{B}} - \underline{\underline{\beta}}^i) \quad (1.34)$$

$$\beta = \frac{2(4 - 5\nu)}{15(1 - \nu)} \quad (1.35)$$

$$\underline{\underline{B}} = \sum_i f_i \underline{\underline{\beta}}^i \quad (1.36)$$

Le jeu de paramètres obtenu après identification par [Gerard, 2008] est présenté dans le tableau 1.5 et complète les paramètres de [Musienko et al., 2007]. Les paramètres de viscosité ne sont pas identifiés expérimentalement mais ajustés numériquement de même que la matrice d'interaction. Enfin, la capacité de cette loi à traduire l'adaptation élastique du matériau n'a pas été vérifiée.

TAB. 1.5 – Coefficients de la loi de comportement monocristalline phénoménologique de Méric-Cailletaud identifiés sur les courbes expérimentales de chargements cycliques de traction-compression pour du cuivre, d'après [Gerard, 2008]

Viscosité		Écr. isotrope			Écr. cinématique		matrice d'interaction					
K	n	$R_o(\text{MPa})$	$Q(\text{MPa})$	b	c	d	h_o	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5
8	20	15	4	12	32000	900	1	1	0.2	90	3	2.5

On peut introduire un paramètre C dont la valeur est proche de μ permettant de réécrire (5.7) en :

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^i = \tilde{\boldsymbol{\Sigma}} + C(\tilde{\mathbf{B}} - \tilde{\boldsymbol{\beta}}^i) \quad (1.37)$$

Selon les travaux de [Cailletaud and Pilvin, 1994], la loi d'évolution de $\tilde{\boldsymbol{\beta}}^i$, de type vitesse, est la fonction de la valeur de la vitesse de déformation plastique équivalente de Von Mises :

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{eq}^{p,i} = \sqrt{\frac{2}{3} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p,i} : \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p,i}} \quad (1.38)$$

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\beta}}}^i = \dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{p,i} - D \tilde{\boldsymbol{\beta}}^i \dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{eq}^{p,i} \quad (1.39)$$

Dans la formulation proposée par [Pilvin, 1994], un terme linéaire ou non linéaire est introduit avec la variable δ :

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\beta}}}^i = \dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{p,i} - D(\tilde{\boldsymbol{\beta}}^i - \delta \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p,i}) \dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{eq}^{p,i} \quad (1.40)$$

L'un des principaux avantages de ce modèle vient de sa capacité à reproduire la réponse macroscopique des matériaux métalliques sous des chargements bien divers [Calloch, 1997, Feyel et al., 1997].

Le modèle de la règle en β a été modifié par [Pilvin, 1998] pour rendre compte de l'état de surface dans les polycristaux :

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^i = \tilde{\boldsymbol{\Sigma}} + C(\eta)(\tilde{\mathbf{B}} - \tilde{\boldsymbol{\beta}}^i) \quad (1.41)$$

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\beta}}}^i = \dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{p,i} - D(\eta)(\tilde{\boldsymbol{\beta}}^i - \delta(\eta) \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p,i}) \dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{eq}^{p,i} \quad (1.42)$$

où η est la nouvelle variable interne du modèle. Les paramètres C , D , δ évoluent en fonction de η selon la forme :

$$F(\eta) = F_0 h(\eta) + F_\infty (1 - h(\eta)) \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} h(0) = 1 \\ h(\infty) = 0 \end{array} \right\} \quad (1.43)$$

Les récentes améliorations de ce modèle sont faites dans le sens de la prise en compte de l'orientation géométrique des grains (transformation des paramètres C et D sous la forme de tenseur) [Sai et al., 2006, Herbland, 2009].

1.3.2.2 Calcul de microstructure

Dans le calcul d'agrégats polycristallins par Éléments Finis (EF), chaque grain est considéré comme une seule phase i avec une fraction volumique f_i et une orientation cristalline θ_i . Les paramètres du modèle sont choisis de manière à retranscrire fidèlement le comportement macroscopique du matériau. Les tenseurs de contraintes $\tilde{\sigma}^i$ et de déformation $\tilde{\varepsilon}^i$ mésoscopiques peuvent être calculés pour chaque phase du polycristal. La moyenne spatiale de ces tenseurs locaux permet de retrouver ceux du polycristal :

$$\tilde{\Sigma} = \sum_i f_i \tilde{\sigma}^i \quad (1.44)$$

$$\tilde{E} = \sum_i f_i \tilde{\varepsilon}^i \quad (1.45)$$

Le développement des calculateurs numériques (cluster, logiciels EF) a permis récemment d'augmenter la puissance de calcul sur les microstructures tridimensionnelles. Elles sont plus représentatives (par rapport au cas 2D) de la géométrie des grains constitutifs des matériaux et des structures. La pertinence du modèle réside dans sa capacité à représenter au mieux la géométrie réelle des grains. Il s'agit d'éviter un maillage au niveau des joints de grain sous forme d'escalier (provient le plus souvent des maillages réglés), loin de la géométrie réelle. Les travaux de [Osipov et al., 2008] ont montré que le maillage réglé surévalue les contraintes locales aux joints de grains. Il existe différentes méthodes pour générer des microstructures polycristallines synthétiques (modèles purement numériques). Les joints de grains dans ce cas peuvent être modélisés par des formes courbes représentatives de la géométrie réelle des grains. On peut citer les travaux de [Groeber et al., 2008], [St-Pierre et al., 2008] ou encore [Fritzen and Böhlke, 2011], par exemple. Parmi les méthodes les plus utilisées, la plus simple consiste à créer des grains de la même topologie et à les dupliquer afin de remplir tout le volume de la microstructure. Cette méthode permet de générer rapidement des microstructures numériques, même si elles peuvent avoir d'importantes différences topologiques avec des microstructures réelles. Cette méthode est utilisée par exemple par [Bridier et al., 2009] et avec une topologie hexagonale des grains [Sauzay, 2009]. Les méthodes développées par [Weyer et al., 2002], [Zhang et al., 2005] ou encore [Luther and Könke, 2009] sont basées sur les polyèdres de Voronoï avec un algorithme de distribution des germes permettant de générer des microstructures plus réalistes. Enfin, des méthodes encore plus sophistiquées sont utilisées comme celles proposées par [Bhandari et al., 2007] ou encore [Fritzen and Böhlke, 2011] afin de modéliser les joints de grains courbes permettant d'obtenir des microstructures plus représentatives en terme description géométrique des grains.

1.4 Approches multi-échelles de la fatigue à grand nombre de cycles

Sur la base des observations expérimentales des mécanismes d'endommagement, les critères de fatigue multiaxiale ont été développés, proposant une base mécanique théorique d'étude de la résistance à la fatigue à grands nombre de cycles des métaux [Orwan, 1939]. On peut regrouper les critères de fatigue multiaxiale en les différenciant en termes d'approche et de formulation. Après quelques définitions, nous présentons ici certains critères de la littérature.

1.4.1 Définitions

Un critère de fatigue est un formalisme mathématique définissant un seuil séparant l'état où la structure est non fissurée de l'état où elle est fissurée par fatigue avant un grand nombre de cycles (typiquement 10^6 cycles ou plus). Il fait donc intervenir les paramètres influents sur l'amorçage d'une ou des microfissures de fatigue dans le matériau ou la structure. Le seuil séparant les 2 états (fissuré

et non fissuré) est défini pour une durée de vie, une probabilité de fissuration et un matériau donnés. On construit un critère de fatigue en tout point P de la structure (pièce mécanique, ensemble mécanique, ...) en proposant un formalisme mathématique permettant de trouver l'image M de ce point P considéré dans l'espace du critère. Si l'image M se trouve au delà du seuil, on se retrouve dans les conditions de risque de fissuration par fatigue. Dans le cas contraire, si l'image M se trouve sous le seuil, il n'y a pas de risque de fissuration par fatigue (cf. figure 1.21). Le formalisme basique d'un critère de fatigue se présente comme suit :

$$F(\bullet, \bullet, \bullet) \leq 0 \quad (1.46)$$

où les \bullet sont les grandeurs mécaniques traduisant l'effet des sollicitations extérieures (les contraintes appliquées, les énergies de déformation élastique et plastique en présence, ...) et les caractéristiques intrinsèques du matériau. Ces grandeurs prennent en compte les paramètres influents sur l'amorçage d'une micro-fissure de fatigue. Les variables d'influences servant à décrire les paramètres liés aux divers procédés d'élaboration des éprouvettes (ou des structures) et les coefficients de service tenant compte des caractéristiques de la structure en état de fonctionnement peuvent par exemple être aussi pris en compte dans ce formalisme.

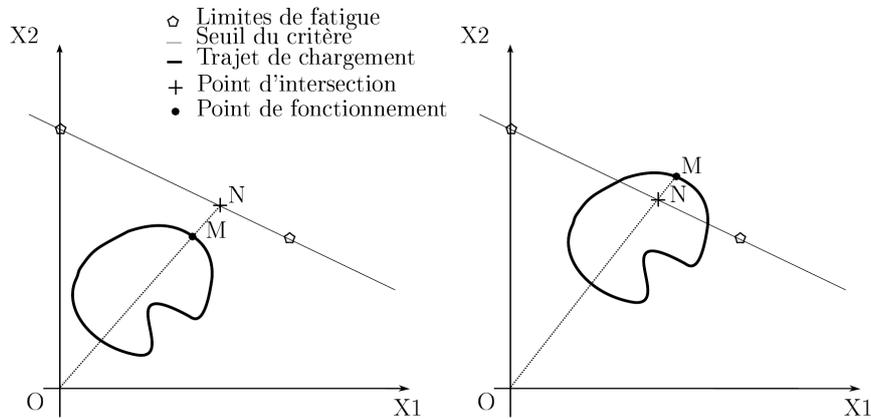


FIG. 1.21 – Représentation schématique des critères à deux variables (X_1, X_2); d'après [Benabes, 2006].

1.4.2 Classification des critères de fatigue

Les articles de [Schijve, 2003], [Fatemi and Shamsaei, 2011] et [Karolczuk and Macha, 2005] proposent un résumé de l'état de l'art en matière de critères de fatigue existants. Ici, nous nous limiterons seulement aux chargements multiaxiaux d'amplitude constante. On peut distinguer 4 principaux types de formulations des critères de fatigue multiaxiale :

- La formulation empirique : les tous premiers critères de fatigue multiaxiale sont basés sur cette formulation. C'est le cas du critère de [Gough and Pollard, 1951] par exemple.
- La formulation de type globale : elle a vu le jour avec le critère de [Crossland, 1959].
- La formulation de type plan critique : elle a été introduite par les travaux de [Findley, 1959, Dang-Van et al., 1989, Papadopoulos, 1994] avec changement d'échelle.
- La formulation du type énergétique : c'est le cas des critères proposés par [Palin-Luc and Lasserre, 1998, Banvillet et al., 2003].

Les critères de chaque type seront présentés par la suite. La formulation énergétique ne sera pas abordée ici bien qu'elle présente l'avantage d'utiliser à la fois la contrainte et la déformation et de

ce fait permet, dans certains cas, de proposer des approches unifiées entre les domaines de fatigue LCF et HCF. Ces critères s'inscrivent dans le cadre des approches ponctuelles. Ils sont donc formulés en un point matériel de la structure. Il existe aussi l'approche volumique qui se différencie de celle ponctuelle par le fait que l'on prend en compte un volume de la structure sur lequel les quantités mécaniques sont moyennées pour rendre compte de l'effet des gradients de contraintes et de déformations sur l'amorçage de fissures de fatigue. L'approche volumique en contraintes a été proposée par [Kuguel, 1961]. On peut aussi noter que l'approche volumique en énergie est utilisée de nos jours, notamment dans le critère du LAMEFIP [Lasserre and Froustey, 1992, Palin-Luc and Lasserre, 1998, Benabes, 2006, Saintier et al., 2013]. L'approche volumique ne sera pas détaillée dans ce travail.

1.4.3 Critères de fatigue multiaxiale

Comme annoncé précédemment, dans le cadre de cette étude nous ne présenterons que les critères de fatigue multiaxiale associés à l'approche ponctuelle.

1.4.3.1 Formulation empirique : le critère de Gough et Pollard

Le critère empirique de [Gough and Pollard, 1951] fait parti des tous premiers critères de fatigue multiaxiale. Il a été établi à la suite d'une vaste campagne d'essai de fatigue sous chargements proportionnels de flexion-torsion combinées sur les métaux. Ce critère s'exprime à l'aide de l'amplitude de la contrainte normale et de la contrainte de cisaillement due à la torsion, sous la forme quadratique suivante :

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}^D}\right)^2 + \left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}^D}\right)^2 \leq 1 \quad (1.47)$$

où σ_{-1}^D et τ_{-1}^D sont les limites de fatigue à 10^6 cycles du matériau respectivement en traction (ou en flexion) et en torsion alternées symétriques ($R = -1$) sur des éprouvettes lisses.

1.4.3.2 Formulation globale : le critère de Crossland

Le critère de [Crossland, 1959] est un exemple de critère appartenant à la catégorie des formulations globales. Il a été formulé à l'échelle macroscopique. Ces auteurs supposent que, pour des trajets de chargements proportionnels, le plan octaédral est le plan d'amorçage d'une fissure par fatigue. Ce

plan représente la facette matérielle orientée par la normale $\underline{n} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$ exprimée dans le repère des

contraintes principales. Le critère de Crossland traduit essentiellement l'influence de la contrainte hydrostatique sur la tenue en fatigue mais aussi celle de l'énergie de distorsion liée à l'amplitude de cission octaédrale τ_{oct} (cf. equation (1.62)). Ce critère fait l'hypothèse que la cission moyenne n'a pas d'influence sur la résistance à la fatigue du matériau. Le critère dépend des 2 grandeurs suivantes :

- l'amplitude de la cission octaédrale $\tau_{oct,a}$, le cisaillement octaédral étant défini par :

$$\tau_{oct}(t) = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1(t) - \sigma_2(t))^2 + (\sigma_2(t) - \sigma_3(t))^2 + (\sigma_1(t) - \sigma_3(t))^2} \quad (1.48)$$

où σ_1, σ_2 et σ_3 sont les contraintes principales.

- la contrainte hydrostatique maximale σ_{Hmax} sur une période T de chargement

$$\sigma_{Hmax} = \max_{t \in [0, T]} \left(\frac{1}{3} \text{trace}(\underline{\sigma}(M, t)) \right) \quad (1.49)$$

Le critère propose une combinaison linéaire entre $\tau_{oct,a}$ et σ_{Hmax} . En un point M, la condition de non amorçage d'une fissure de fatigue après un très grand nombre de cycles (10^6 ou 10^7 cycles typiquement) est donnée par :

$$\tau_{oct,a}(M) + \alpha^{CR} \sigma_{Hmax}(M) \leq \beta^{CR} \quad (1.50)$$

Les paramètres matériaux α^{CR} et β^{CR} sont identifiables expérimentalement. Par exemple, d'après des essais de torsion et traction (ou flexion) alternées symétriques ($R = -1$) sur des éprouvettes lisses en fatigue, ces paramètres sont donnés par :

$$\alpha^{CR} = \frac{3\tau_{-1}^D}{\sigma_{-1}^D} - \sqrt{3} \quad (1.51)$$

$$\beta^{CR} = \tau_{-1}^D \quad (1.52)$$

Cette première version du critère n'est pas adaptée aux chargements non proportionnels où l'amplitude de $\tau_{oct,a}$ n'est pas définie de façon intrinsèque car le repère principale des contraintes change au cours du temps.

Une deuxième version du critère a été proposée pour palier à cette insuffisance. Elle propose une définition intrinsèque de l'amplitude de cisaillement octaédral, τ_{a,J_2} , sous la forme :

$$\tau_{a,J_2} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \max_{t_1 \in [0,T]} \left\{ \max_{t_2 \in [0,T]} \left[\sqrt{[(\tilde{\sigma}^{dev}(M, t_1) - \tilde{\sigma}^{dev}(M, t_2)) : (\tilde{\sigma}^{dev}(M, t_1) - \tilde{\sigma}^{dev}(M, t_2))]} \right] \right\} \quad (1.53)$$

où le tenseur $\tilde{\sigma}^{dev}(M)$ est le tenseur déviateur des contraintes au point M défini par :

$$\tilde{\sigma}^{dev}(M) = \tilde{\sigma}(M) - \frac{1}{3} trace(\tilde{\sigma}(M)) \tilde{I} \quad (1.54)$$

avec \tilde{I} le tenseur identité d'ordre 2.

Par analogie avec l'équation (1.50) en introduisant T_{a,J_2} de l'équation (1.53) on obtient la version intrinsèque du critère de Crossland :

$$\tau_{a,J_2}(M) + \alpha^{CR} \sigma_{Hmax}(M) \leq \beta^{CR} \quad (1.55)$$

Le critère de Crossland traduit la constatation expérimentale de l'effet négatif d'une contrainte hydrostatique positive sur la tenue en fatigue. Son application ne peut donner des résultats cohérents par rapport à l'expérience que si la condition $\alpha^{CR} \geq 0$ est vérifiée (i.e. $\frac{\tau_{-1}^D}{\sigma_{-1}^D} > \frac{1}{\sqrt{3}}$).

1.4.3.3 Formulation de type plan critique

Généralités

En se référant au stade I de l'endommagement par fatigue, l'amorçage de fissure se produit sur un plan de glissement (ou un plan matériel). Ce plan sera appelé "plan critique" du grain d'où le concept de "formulation plan critique". L'amorçage d'une microfissure de fatigue est localisé à une échelle qui est de l'ordre d'un grain ou de quelques grains. Cette échelle est couramment appelée échelle mésoscopique ; l'échelle de la structure étant celle macroscopique. La transition d'échelle méso-macro permet d'accéder aux contraintes à l'échelle mésoscopique dues aux contraintes macroscopiques appliquées. L'équation (1.56) présente le schéma de localisation de la contrainte mésoscopique, selon

le choix fait par [Dang-Van, 1973, Dang-Van et al., 1989] dont la critère est présenté par la suite (cf. section 1.4.3.4).

$$\underset{\sim}{\sigma} = \underset{\sim}{\Lambda} : \underset{\sim}{\Sigma} + \underset{\sim}{\rho} \quad (1.56)$$

où $\underset{\sim}{\sigma}$ est le tenseur des contraintes mésoscopiques (locales), $\underset{\sim}{\Sigma}$ est le tenseur des contraintes macroscopiques (globales); $\underset{\sim}{\Lambda}$ est le tenseur de localisation des contraintes et $\underset{\sim}{\rho}$ désigne le champ local de contraintes résiduelles.

Les deux grandeurs $\underset{\sim}{\Lambda}$ et $\underset{\sim}{\rho}$ sont estimées à l'aide des méthodes d'homogénéisation détaillées dans la section 1.3.2.1 et dans le cas d'une matrice isotrope ($\underset{\sim}{\Lambda} = \underset{\sim}{I}$, le tenseur identité d'ordre 4). En faisant l'hypothèse que macroscopiquement le matériau reste élastique en fatigue HCF, la matrice impose sa déformation aux quelques grains qui ont plastifiés. De plus, si on considère des propriétés élastiques similaires pour les grains et la matrice, l'équation (1.56) peut se réduire à (modèle Taylor-Lin présenté dans la section 1.3.2.1) :

$$\underset{\sim}{\sigma} = \underset{\sim}{\Sigma} - 2\mu\underset{\sim}{\varepsilon}^p \quad (1.57)$$

où $\underset{\sim}{\varepsilon}^p$ est le tenseur de déformation plastique à l'échelle mésoscopique.

1.4.3.4 Critère de Dang-Van

[Orowan, 1939] est le premier à introduire le concept d'approche mésoscopique dans l'étude de la fatigue des métaux. Ce concept est alors repris plus tard par [Dang-Van, 1973, Dang-Van et al., 1989] pour formuler un critère de fatigue avec les hypothèses suivantes :

- un seul système de glissement est actif par grain
- le matériau s'adapte à toutes les échelles (mésos/macro) pour atteindre une durée de vie, infinie (théorique)
- il n'y a pas d'amorçage de fissure en fatigue en un point si en ce point les contraintes mésoscopiques (la cission mésoscopique $\underline{\tau}(\underline{n})$), dans l'état adapté, ne violent pas le critère de plasticité :

$$\| \underline{\tau}(\underline{n}, t) \| - \tau_0 \leq 0 \quad (1.58)$$

Dans l'équation (1.58), τ_0 représente la cission critique du matériau et \underline{n} la normale à une facette matérielle quelconque. Le critère de Dang-Van (1.59) est formulé comme suit, à l'échelle mésoscopique :

$$\max_{\underline{n}} \left\{ \max_{t \in [0, T]} \left[\| \underline{\tau}(\underline{n}, t) \| + \alpha^{DV} \sigma_H(t) \right] \right\} \leq \beta^{DV} \quad (1.59)$$

où $\sigma_H(t) = \frac{1}{3} \text{trace}(\underset{\sim}{\sigma}(t)) = \frac{1}{3} \text{trace}(\underset{\sim}{\Sigma}(t))$ représente la contrainte hydrostatique mésoscopique considérée comme équivalente à celle macroscopique (conséquence de l'hypothèse du modèle Taylor-Lin, équation (1.57)). L'amorçage d'une fissure de fatigue est influencé simultanément par la contrainte hydrostatique et la cission mésoscopique. Les paramètres matériaux α^{DV} et β^{DV} sont identifiables expérimentalement. Par exemple, avec des essais de fatigue en torsion et traction (ou flexion) alternées symétriques ($R = -1$) sur des éprouvettes lisses, ces paramètres sont donnés par :

$$\alpha^{DV} = \frac{\tau_{-1}^D - \frac{\sigma_{-1}^D}{2}}{\frac{\sigma_{-1}^D}{3}} \quad (1.60)$$

$$\beta^{DV} = \tau_{-1}^D \quad (1.61)$$

Calcul de la cission mésoscopique

La cission mésoscopique, $\underline{\tau}(\underline{n}, t)$, diffère de la cission macroscopique $\underline{C}(\underline{n}, t)$ par la présence de la cission résiduelle $\underline{\tau}^{res}(\underline{n})$ indépendante du temps dans l'état stabilisé (cf. figure 1.22).

$$\underline{\tau}(\underline{n}, t) = \underline{C}(\underline{n}, t) + \underline{\tau}^{res}(\underline{n}) \quad (1.62)$$

La cission résiduelle peut être exprimée, à l'aide du tenseur des contraintes résiduelles locales par :

$$\underline{\tau}^{res}(\underline{n}) = \underline{\rho} \cdot \underline{n} = -2\mu \underline{\varepsilon}^p \cdot \underline{n} \quad (1.63)$$

À l'état adapté, le tenseur $\underline{\rho}$ est fixe et les contraintes mésoscopiques $\underline{\sigma}(t)$ respectent à tout instant le critère de plasticité du grain (ou du cristal). De ce fait, le vecteur cisaillement résiduel est défini par QO (cf. figure 1.22), où Q est le centre du cercle circonscrit au trajet de l'extrémité du vecteur cisaillement sur le plan matériel considéré. C'est la symétrisation de la cission.

En se référant à l'équation (1.59), le critère ainsi formulé fait intervenir une double maximisation sur \underline{n} et t . Ceci peut donc rendre difficile l'application du critère du point de vue numérique (cela peut être très coûteux en temps de calcul). Il en est de même pour la construction du cercle circonscrit aux trajets macroscopique et mésoscopique du vecteur cission [Bernasconi, 2002].

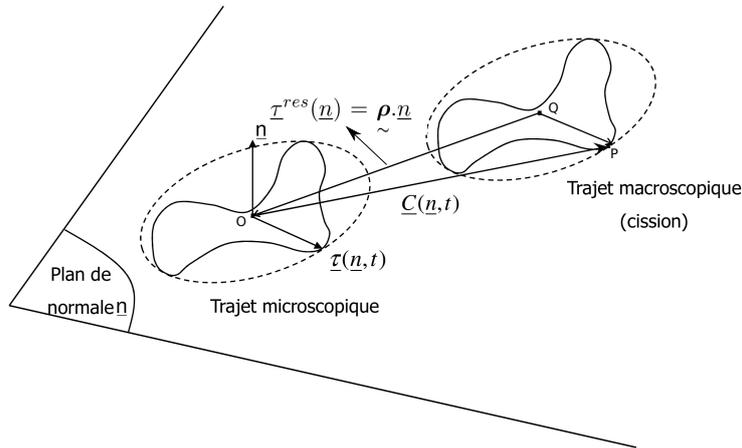


FIG. 1.22 – Représentation de la cission mésoscopique : principe de symétrisation ; d'après [Morel, 1996].

1.4.3.5 Critère de Papadopoulos

Le critère de [Papadopoulos, 1987, Papadopoulos, 1994] s'inscrit dans la continuité de celui de Dang-Van. Il a notamment été formulé dans le but de rendre plus simple sa mise en œuvre du point de vue numérique. L'auteur distingue arbitrairement 2 classes de métaux : les métaux "doux" et les métaux "durs". Ces 2 classes sont définies en fonction du rapport $\lambda^{PP} = \frac{\tau_{-1}^D}{\sigma_{-1}^D}$. Les hypothèses de bases du critère sont les suivantes :

- le matériau est constitué de cristaux parfaits : homogénéité entre les grains
- un seul système de glissement est actif par grain

Le comportement du cristal est modélisé en 3 phases distinctes :

- durcissement
- saturation

- adoucissement

La figure 1.23 représente l'évolution de la limite d'élasticité mésoscopique τ_y pour un cristal à 3 phases de comportement, en fonction de la déformation plastique mésoscopique.

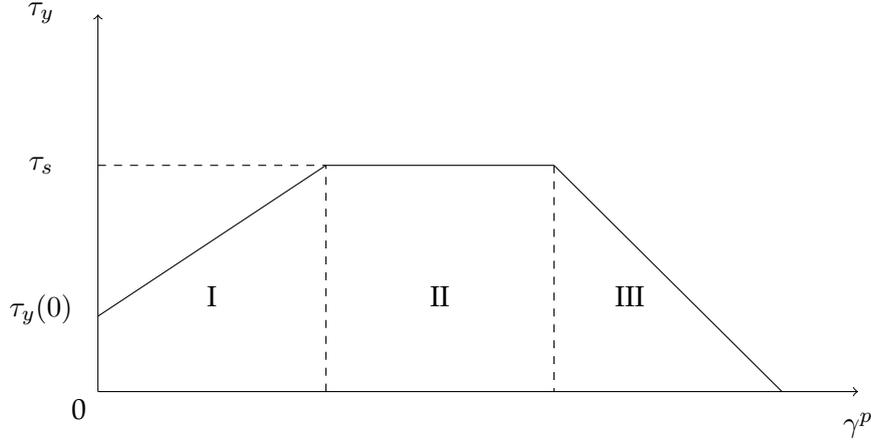


FIG. 1.23 – Cristal à 3 phases : évolution de la limite d'élasticité mésoscopique τ_y . (I) Durcissement, (II) Saturation, (III) Adoucissement ; d'après [Morel, 1996].

Cas des métaux "doux" ($0.5 \leq \frac{\tau_{-1}^D}{\sigma_{-1}^D} \leq 0.6$)

Pour cette classe de métaux, le critère fait intervenir T_σ , la moyenne quadratique de l'amplitude de la cission résolue T_a suivant toutes les directions d'un plan matériel. La définition de T_a est illustrée sur la figure 1.24b. Pour une normale \underline{n} donnée par (1.64) (cf. figure 1.24a), on définit $T_\sigma(\theta, \varphi)$ par l'équation (1.65). Le calcul de T_σ ne présente aucune difficulté dès lors que T_a est bien défini. [Bernasconi and Papadopoulos, 2005] ont ainsi proposé des méthodes numériques pour une bonne définition de cette amplitude.

$$\underline{n} = \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\varphi \\ \sin\theta\sin\varphi \\ \cos\varphi \end{pmatrix}_{(\underline{x}, \underline{y}, \underline{z})} \quad (1.64)$$

$$T_\sigma(\theta, \varphi) = \sqrt{\int_{\chi=0}^{2\pi} T_a^2(\theta, \varphi, \chi) d\chi} \quad (1.65)$$

Le critère de Papadopoulos stipule que la condition de non amorçage d'une fissure de fatigue sur un plan critique est donnée par :

$$\max_{\theta, \varphi} [T_\sigma(\theta, \varphi)] + \alpha_1^{PP} \sigma_{Hmax} \leq \beta_1^{PP} \quad (1.66)$$

où α_1^{PP} et β_1^{PP} sont des paramètres matériaux identifiables expérimentalement. Par exemple, avec des essais de fatigue en torsion et traction (ou flexion) alternées symétriques ($R = -1$) sur des éprouvettes lisses en fatigue, ces paramètres sont donnés par :

$$\alpha_1^{PP} = \sqrt{\pi} \frac{\left(\tau_{-1}^D - \frac{\sigma_{-1}^D}{2} \right)}{\frac{\sigma_{-1}^D}{3}} \quad (1.67)$$

$$\beta_1^{PP} = \tau_{-1}^D \sqrt{\pi} \quad (1.68)$$

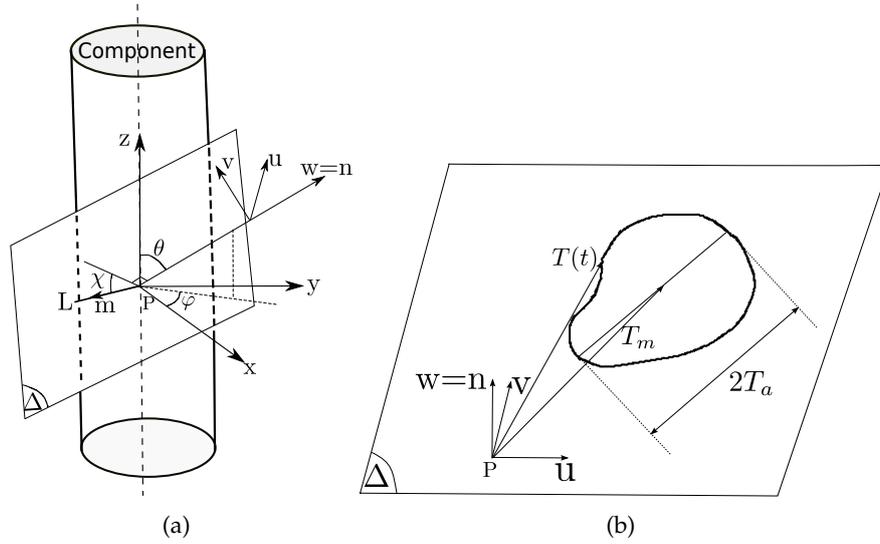


FIG. 1.24 – Définition des coordonnées sphériques (θ, φ) orientant la normale au plan matériel Δ .

Cas des métaux "durs" ($0.6 \leq \frac{\tau_{-1}^D}{\sigma_{-1}^D} \leq 0.8$)

Pour cette classe de métaux, le critère stipule que l'amorçage d'une fissure de fatigue sur un plan critique est piloté par 2 quantités majeures :

- la contrainte hydrostatique maximale sur un cycle de chargement
- la micro-déformation plastique cumulée suivant toutes les orientations possibles du volume élémentaire représentatif.

La différence par rapport à la formulation proposée pour les métaux "doux" vient du choix de la variable représentant l'endommagement en fatigue dû au cisaillement. T_σ est remplacé par M_σ qui représente la moyenne quadratique de la cission résolue sur tous les plans matériels. Ceci permet de rendre compte de la micro-déformation plastique cumulée suivant toutes les orientations possibles au sein du volume élémentaire considéré.

$$M_\sigma = \sqrt{\int_{\chi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} T_\sigma^2(\theta, \varphi, \chi) \sin\theta d\theta d\chi} \quad (1.69)$$

Le critère s'écrit :

$$M_\sigma + \alpha_2^{PP} \sigma_{Hmax} \leq \beta_2^{PP} \quad (1.70)$$

où α_2^{PP} et β_2^{PP} sont des paramètres matériaux identifiables expérimentalement. Par exemple, avec des essais de fatigue en torsion et en traction (ou en flexion) alternées symétriques ($R = -1$) sur des éprouvettes lisses en fatigue, ces paramètres sont donnés par :

$$\alpha_2^{PP} = \pi \sqrt{\frac{8}{5} \frac{(\tau_{-1}^D - \frac{\sigma_{-1}^D}{\sqrt{3}})}{\frac{\sigma_{-1}^D}{3}}} \quad (1.71)$$

$$\beta_2^{PP} = \pi \sqrt{\frac{8}{5} \tau_{-1}^D} \quad (1.72)$$

1.4.3.6 Critère de Matake

Le critère de [Matake, 1977] fait intervenir la contrainte normale maximale sur le plan critique au lieu de la contrainte hydrostatique utilisée par la plupart des critères de type plan critique. Pour ce critère, le plan critique est le plan de cisaillement maximal. Le critère de Matake se présente comme suit :

$$\max_{\underline{n}} \{ \tau_a(\underline{n}) \} + \alpha^{MA} \sigma_{n,max} \leq \beta^{MA} \quad (1.73)$$

où τ_a désigne l'amplitude de la contrainte de cisaillement, $\sigma_{n,max}$ est la contrainte normale maximale sur le plan critique et α^{MA} et β^{MA} sont des paramètres matériaux identifiables expérimentalement. Par exemple, avec des essais de torsion et traction ou flexion alternée symétrique sur des éprouvettes lisses en fatigue, ces paramètres sont donnés par :

$$\alpha^{MA} = 2 \frac{\tau_{-1}^D}{\sigma_{-1}^D} - 1 \quad (1.74)$$

$$\beta^{MA} = \tau_{-1}^D \quad (1.75)$$

où τ_{-1}^D et σ_{-1}^D sont les limites de fatigue à 10^6 cycles du matériau respectivement en traction (ou en flexion) et en torsion alternées symétriques ($R = -1$) sur des éprouvettes lisses.

1.4.3.7 Critère de Fatemi-Socie

Le critère de [Fatemi and Socie, 1988] fait parti des critères de fatigue multiaxiale du type plan critique formulés en contrainte et déformation. Il fait aussi intervenir la contrainte normale maximale sur les plans de glissement au lieu de la contrainte hydrostatique utilisée par la plupart des critères plan critique. Le plan critique est le plan de cisaillement maximal. Ce critère s'écrit :

$$\gamma_{FS} = \max_{t_1, t_2} \left[\frac{\Delta \gamma_{max}(t_1, t_2)}{2} \left(1 + k_{FS} \max_{t \in [0, T]} \left(\frac{\sigma_n(t)}{\sigma_y} \right) \right) \right] \quad (1.76)$$

où $\Delta \gamma_{max}$ est l'amplitude de cisaillement maximale, σ_n est la contrainte normale au plan de cisaillement, σ_y la limite élastique du matériau et k_{FS} est un paramètre matériau.

1.4.4 Approches probabilistes des critères de fatigue multiaxiale

Le recours à la statistique dans l'étude de la fatigue des matériaux a donné lieu à des modèles probabilistes [Thieulot-Laure, 2008] basés essentiellement sur les distributions statistiques de Weibull [Weibull, 1939, Weibull, 1951] dont la forme générale est représentée par :

$$P_f = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma_f}{\sigma_0} \right)^{m_w} \right] \quad (1.77)$$

où P_f est la probabilité de rupture ou aussi la probabilité d'amorçage de fissure, σ_f est la limite de fatigue (la valeur critique de la distribution), σ_0 est le paramètre de normalisation (la moyenne de la distribution) et m_w le paramètre de Weibull ou paramètre de forme.

[Morel, 2000] a proposé une approche mésoscopique de type plan critique proche de celle proposée par Dan Van et Papadopoulos (cf. section 1.4.3.4 et 1.4.3.5) en introduisant le concept d'adaptation élastique. La déformation plastique mésoscopique cumulée est dès lors utilisée comme paramètre d'endommagement pour décrire la condition de non amorçage d'une fissure de fatigue. Récemment, [Nguyen Thi Thu, 2008] a modifié et probabilisé le critère de [Morel, 2000] en se basant sur le concept du maillon le plus faible et en faisant l'hypothèse d'une distribution de Weibull du seuil d'adaptation élastique. Cette approche plus récente des critères de fatigue multiaxiale va dans le sens de

la prise en compte des hétérogénéités microstructurales des matériaux. Elles restent dépendantes des hypothèses de bases des critères de fatigue de type plan critique et de ce fait, limitées aux domaines de validité de ces derniers. Un résumé des critères multiaxiaux de fatigue peut être trouvé dans [Koutiri, 2011a] avec la mise en exergue de l'effet de la contrainte normale et de la biaxialité du chargement imposé.

Une autre façon de décrire la dispersion associée au processus de fatigue est de considérer que localement (à l'échelle des grains), ces processus sont déterministes mais que les dispersions observées à l'échelle macroscopique sont liées aux hétérogénéités de la structure. Le paragraphe suivant présente une approche basée sur la statistique des valeurs extrêmes et qui tente de faire ce lien.

1.5 Statistique des valeurs extrêmes en fatigue

La résistance en fatigue dans le domaine HCF est souvent dominée par l'amorçage de fissures (à 90 %, cf. section 1.1). La microstructure (texture et morphologie des grains en particulier) joue un rôle essentiel dans l'amorçage de fissures de fatigue. Typiquement, l'amorçage de fissure dans les PSB est influencé par la taille des grains, les angles de désorientation entre les grains, etc [Chan, 2010]. Il devient naturel de penser que la variabilité de la réponse en fatigue dépend de la variabilité de la microstructure. La sensibilité à la microstructure du comportement en fatigue ne peut être évaluée à travers la simple analyse des distributions des champs de contrainte et de déformation à ces mêmes échelles. En effet, les processus d'amorçage à grande durée de vie sont principalement liés à la réponse des zones (grains et leur voisinage) les plus critiques : c'est la réponse des extrêmes (au sens de la fatigue) qui pilote la réponse macroscopique du matériau.

Les outils de statistique des valeurs extrêmes (événements rares) ont été utilisés dans la littérature pour l'évaluation du comportement en fatigue des matériaux métalliques. La forme des fonctions de densité de probabilité pour l'étude des événements rares existe telles que les fonctions de [Gumbel, 1957] ou de [Weibull, 1939, Weibull, 1951] très utilisées dans la construction des modèles probabilistes des critères de fatigue [Nguyen Thi Thu, 2008, Delayay, 2004]. L'utilisation de ces outils pour faire le lien entre la microstructure et la dispersion des paramètres moteurs de l'amorçage des fissures a été proposée par [Przybyla, 2010] dans le cas du super alliage de Nickel Ni100 et l'alliage de titane Ti-6Al-4V. Ces travaux ont permis d'établir un cadre pour l'utilisation de la probabilité des valeurs extrêmes en fatigue sous chargement uniaxial. La distribution de la réponse statistique des valeurs extrêmes du critère de fatigue de [Fatemi and Socie, 1988] a ainsi permis d'étudier la sensibilité de la microstructure à l'amorçage des fissures pour ces métaux [McDowell and Dunne, 2010, Przybyla et al., 2010].

1.5.1 Théorie de la distribution des valeurs extrêmes

Soit X une variable aléatoire de fonction de distribution $F_X(x)$. Les n valeurs extrêmes de cette variable X peuvent être définies comme suit :

$$Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1.78)$$

La fonction de distribution de Y_n est définie de la manière suivante :

$$F_{Y_n}(x) \equiv P(Y_n \leq x) = P(X_1 \leq x, X_2 \leq x, \dots, X_n \leq x) \quad (1.79)$$

Si nous supposons que X_1, X_2, \dots, X_n sont statistiquement indépendantes et distribuées identiquement :

$$F_{X_1}(x) = F_{X_2}(x) = \dots = F_{X_n}(x) = F_X(x) \quad (1.80)$$

Alors, la fonction de distribution F_{Y_n} est reliée à F_X par :

$$F_{Y_n}(x) = [F_X(x)]^n \quad (1.81)$$

Le théorème des valeurs extrêmes est analogue au théorème de limite centrale (TCL) rapporté à la somme d'une suite de variables aléatoires de même espérance et de même variance finie qui converge vers une loi normale [Jarrah, 2009].

1.5.1.1 Théorème de Fisher-Tippet

Soit $Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$. S'il existe 2 suites réelles normalisant $(a_n)_{n \geq 1} > 0$ et $(b_n)_{n \geq 1}$ et une distribution non-dégénérée (non réduite à 1 point) G telles que :

$$P\left(\frac{Y_n - b_n}{a_n} \leq x\right) = F^n(a_n x + b_n) \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} G(x) \quad (1.82)$$

alors G suit nécessairement l'une des 3 formulations suivantes :

- Fréchet : $G(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ e^{(-x^{-k})} & \text{si } x > 0 \end{cases}$
- Weibull : $G(x) = \begin{cases} e^{(-(-x)^{-k})} & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$
- Gumbel : $G(x) = e^{(-\exp(-x))} \quad x \in R$

avec k un paramètre strictement positif.

1.5.1.2 Paramètres des fonctions de distribution

La variable $x = \frac{Y_n - b_n}{a_n}$ est appelée maximum normalisé de la variable aléatoire X . Les paramètres a_n et b_n sont appelés facteurs d'échelle de la distribution. Ils sont souvent appelés respectivement le facteur de forme et le mode (ou la dominante) de la distribution étudiée. Les moments statistiques d'ordre 1 (la moyenne ou l'espérance mathématique) et d'ordre 2 (la variance) sont donnés, pour les différents types de distributions, dans les tableaux 1.6 et 1.7.

TAB. 1.6 – Fonction de répartition G , de densité de probabilité g , l'espérance mathématique E et la variance V pour les distributions de Gumbel et Fréchet

Type	Gumbel	Fréchet
$G(x)$	$e^{(-e^{-k})}$	$e^{(-x^{-k})}$
$g(x)$	$\frac{1}{a_n} e^{-k} e^{(-e^{-k})}$	$kx^{-(1+k)} e^{(-x^{-k})}$
$E(x)$	$b_n + \gamma a_n$	$\begin{cases} \Gamma(1 - \frac{1}{k}) & \text{si } k > 1 \\ \infty & \text{si } k \leq 1 \end{cases}$
$V(x)$	$\frac{\pi^2}{6} a_n^2$	$\begin{cases} \Gamma(1 - \frac{2}{k}) - (\Gamma(1 - \frac{1}{k}))^2 & \text{si } k > 2 \\ \infty & \text{si } k \leq 2 \end{cases}$

Dans les tableaux 1.6 et 1.7 :

- $G(x)$ est la fonction de répartition cumulée des valeurs extrêmes
- $g(x)$ est la fonction de densité de probabilité de la distribution
- $E(x)$ est la moyenne ou l'espérance mathématique de la distribution
- $V(x)$ est la variance de la distribution ($\sigma(x) = \sqrt{V(x)}$ est l'écart-type de la distribution)

Une des difficultés dans l'utilisation de la probabilité des valeurs extrêmes réside dans le choix de la distribution (détermination du type de domaine d'attraction de la distribution étudiée). Le test graphique Quantile-quantile plot (QQplot) permet de juger visuellement du type de domaine d'attraction. Les tests d'hypothèse pour ces distributions sont très rares. Seule la distribution de Gumbel dispose d'un test d'hypothèse développé par [Garrido, 2002] : c'est le test ET. Les travaux de

TAB. 1.7 – Fonction de répartition G , de densité de probabilité g , l'espérance mathématique E et la variance V pour la distribution de Weibull

Type	Weibull
$G(x)$	$1 - e^{(-(-x)^{-k})}$
$g(x)$	$\begin{cases} -k(-x)^{-(1+k)}e^{(-(-x)^{-k})} & \text{si } x \leq 0 \\ 0 & \text{si } x > 0 \end{cases}$
$E(x)$	$\Gamma(1 - \frac{1}{k})$
$V(x)$	$\Gamma(1 - \frac{1}{k}) - b_n^2$

[McDowell and Dunne, 2010, McDowell, 2010, Pyrz, 1994] sont basés sur le type de distribution de Gumbel sans toutefois donner les raisons du choix de cette distribution.

Il existe cependant une autre forme de distribution des valeurs extrêmes qui englobe ces 3 types de distribution : Fréchet, Gumbel, Weibull. C'est la fonction de distribution des extrêmes généralisée proposée par [Jenkinson, 1955].

1.5.2 Fonction de distribution des valeurs extrêmes généralisée

[Jenkinson, 1955] a proposé une seule forme paramétrique généralisée qui regroupe les 3 lois limites (Fréchet, Gumbel, Weibull) appelées loi des valeurs extrêmes généralisées (GEV), et qui dépend d'un seul paramètre ξ . Elle est donnée par :

$$GEV : G_\xi(y) = \begin{cases} e^{(- (1+\xi y)^{-\frac{1}{\xi}})} & \text{si } \xi \neq 0, \forall y / 1 + \xi y > 0 \\ e^{(-e^{-y})} & \text{si } \xi = 0 \end{cases} \quad (1.83)$$

Le paramètre ξ est appelé indice extrême. Son signe renseigne sur le type de la loi asymptotique du maximum :

- $\xi = 0 \Rightarrow$ Type Gumbel
- $\xi > 0 \Rightarrow$ Type Fréchet
- $\xi < 0 \Rightarrow$ Type Weibull

La figure 1.25 montre 3 exemples de la fonction de densité de probabilité et de la fonction de répartition de la loi GEV en fonction de la valeur de la variable $x = \frac{Y_n - b_n}{a_n}$. Quelle que soit la valeur de ξ , la fonction de densité n'est pas symétrique.

Dans ce travail, l'indice extrême ξ de la fonction de distribution généralisée est déterminé en même temps que les deux facteurs d'échelle de la distribution. La méthode du maximum de vraisemblance est utilisée pour déterminer les 3 paramètres ξ , a_n et b_n . Il s'agit de chercher des paramètres qui maximisent, à un intervalle de confiance $(1 - \alpha)\%$ près, la fonction de vraisemblance d'une fonction densité f , définie par :

$$L(\xi, \mu, \sigma) = \prod_{i=1}^m f(y_i; \xi, \mu, \sigma) \quad (1.84)$$

Les moments statistiques de cette distribution sont donnés en fonction des paramètres a_n , b_n et ξ :

$$\begin{cases} E(X) = b_n - \frac{a_n}{\xi} + \frac{a_n}{\xi} g_1 \\ V(X) = \frac{a_n^2}{\xi^2} (g_2 - g_1^2) \end{cases} \quad (1.85)$$

où les coefficients g_1 et g_2 sont donnés par :

$$g_k = \Gamma(1 - k\xi), \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (1.86)$$

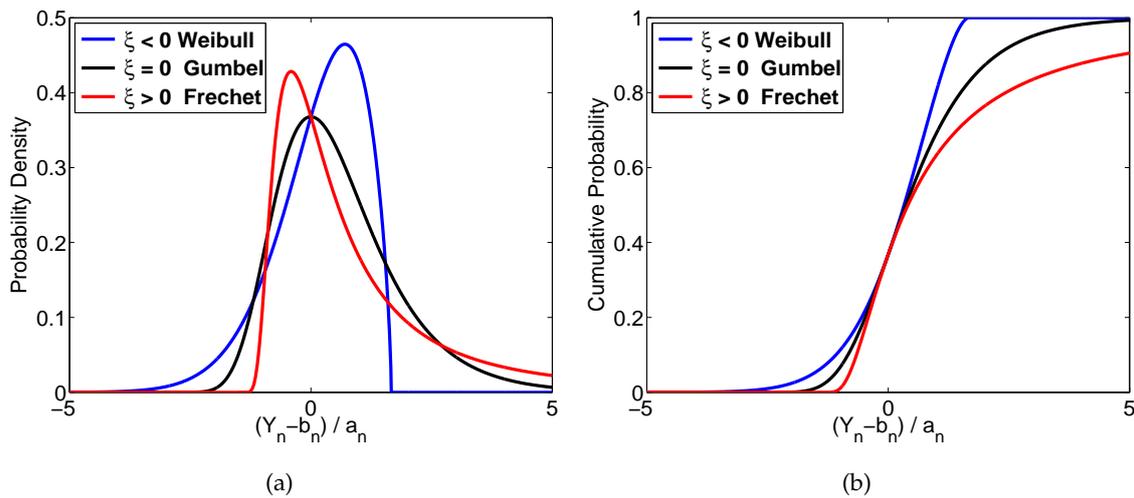


FIG. 1.25 – Exemples des (a) fonctions de densité de probabilité et de (b) fonctions de répartition correspondantes pour différentes valeurs de ξ ($\xi = -0.5; 0; 0.5$) pour $a_n = 1$ et $b_n = 0$

avec Γ la fonction intégrale classique $\Gamma(x) = \int_0^+ t t^{x-1} \exp(-t) dt$.

1.6 Discussions

Les mécanismes d'amorçage des fissures de fatigue dans les matériaux purs (sans défaut interne) reposent essentiellement sur l'activation des systèmes de glissement. Nous avons vu que la loi de Schmid est utilisée de façon classique par bon nombre d'auteurs et de modèles dédiés à la plasticité des métaux. Le cas de chargement uniaxial (traction-compression) est largement étudié, en particulier sur le cuivre. Les chargements multiaxiaux restent pour l'instant très peu explorés, notamment le lien entre la multiplicité du glissement plastique dans les grains et l'amorçage des fissures de fatigue dans le domaine des grands nombres de cycles.

Les critères de fatigue présentés précédemment ainsi que les mécanismes d'amorçage des fissures de fatigue montrent qu'il y a un réel besoin de rapprocher les hypothèses des constatations expérimentales. Nous avons vu que tous les critères de fatigue multiaxiale basés sur l'approche du type plan critique reposent sur l'hypothèse de glissement simple par grain. La complexité que peut induire la non proportionnalité du chargement en fatigue sur les mécanismes de déformation plastique dans les grains doit être confrontée avec cette hypothèse. Aussi, ces critères donnent des erreurs de plus en plus importantes sur la prédiction de l'amorçage de fissures dès que le chargement devient complexe [Papadopoulos et al., 1997, Papadopoulos, 1999]. On peut donc se poser quelques questions afin d'avoir un regard critique sur les hypothèses usuelles des critères de fatigue multiaxiale basés sur l'approche du type plan critique :

- y a-t-il un seul système de glissement activé par grain ?
- comment le fait qu'il y ait plus d'un système de glissement activé pourrait agir sur l'endommagement ?
- comment prendre en compte la multiplicité du glissement plastique dans la formulation des critères de fatigue ?

D'autre part, le lien entre la microstructure et les critères de fatigue multiaxiale du type plan critique n'apparaît pas explicitement dans les modèles présentés. Les hétérogénéités microstructurales des matériaux commencent à être prises en compte dans certaines approches mais de manière empirique (modèle probabiliste) [Nguyen Thi Thu, 2008]. La statistique des valeurs extrêmes a permis

d'étudier l'effet de la microstructure sur le comportement en fatigue du matériau selon les récents travaux de [McDowell and Dunne, 2010, Przybyla, 2010] mais sous chargement simple (traction uniaxiale). Son développement dans le cadre de la fatigue multiaxiale reste à faire.

1.7 Conclusion

Nous avons présenté à travers ce chapitre une vue générale de l'état des travaux dédiés aux mécanismes d'amorçage de fissures de fatigue. La phase d'amorçage des fissures microstructurellement courtes (MSC) est la plus longue du processus de fatigue d'un matériau dans le domaine HCF. Pour les matériaux CFC purs sans défauts internes, nous pouvons dire que le mécanisme de glissement plastique suivant les plans cristallographiques préférentiels (les plans de glissement facile) rend bien compte de l'activité plastique du matériau sous sollicitation cyclique simple (chargement uniaxial). Les structures de dislocation qui se forment sont bien caractérisées grâce aux travaux de [Ficher et al., 1952, Essmann et al., 1980, Mughrabi, 1978, Wang et al., 1978, Basinski and Basinski, 1992]. Les modèles de formation des PSB ainsi que les techniques expérimentales pour leur caractérisation [Gretegnny and Saxena, 2001, Buque et al., 2001, Man et al., 2002, Man, 2007] proposent un cadre d'étude des micro-mécanismes à l'origine de la déformation plastique et de l'amorçage de fissure. Le régime de fatigue est important à situer par rapport à ces mécanismes car nous avons vu que les sites d'amorçage de fissures : i) dans les grains sur les PSB ; ii) aux joints de grains ; en sont fortement dépendants. Le rôle des joints de grains, l'interaction entre ces derniers et les PSB sont importants à appréhender de même que les critères d'activation des systèmes de glissement dans les grains sous chargements complexes.

Ce chapitre a été aussi dédié aux critères de fatigue multiaxiale HCF notamment ceux basés sur une approche du type plan critique en contrainte [Dang-Van, 1973, Mataka, 1977, Papadopoulos, 1987] ainsi qu'en contrainte et déformation [Fatemi and Socie, 1988]. Nous avons présentés les hypothèses sur lesquelles s'appuient ces critères. La question de la validité de l'hypothèse de glissement simple dans les grains, adoptée par tous les critères du type plan critique, reste à vérifier expérimentalement sous chargements complexes mais aussi simples dans le domaine HCF.

Nous avons également présenté dans cette revue bibliographique l'approche statistique d'analyse des grandeurs des critères de fatigue avec un souci de taille qui consiste à prendre en compte la microstructure dans la réponse du critère. La théorie des valeurs extrêmes semble être un bon outil d'étude de la sensibilité du comportement en fatigue à la microstructure du matériau. Les travaux récents de [Przybyla, 2010] et [McDowell and Dunne, 2010, Przybyla et al., 2010] sous chargements uniaxiaux posent un cadre pour l'utilisation de ces approches au calcul de microstructure. Cependant le développement de telles approches dans le cas des chargements multiaxiaux reste à faire. Nous avons vu aussi qu'il existe différentes fonctions de distribution des valeurs extrêmes. Les critères de choix de la fonction de répartition la mieux adaptée au phénomène étudié restent mal définis.

Dans le travail qui sera présenté par la suite et en s'inspirant des approches décrites ci-dessus, nous envisageons de prendre en compte, à terme, la microstructure dans les critères de fatigue multiaxiale (surtout pour les chargements complexes). Pour parvenir à cet objectif, il est indispensable de mieux comprendre les mécanismes responsables de l'amorçage des fissures sous ces chargements. Pour cela, nous avons choisi de faire une étude approfondie sur un matériau modèle : le cuivre pur OHFC³, de structure cristalline CFC. Le chapitre 2 sera donc naturellement consacré à la caractérisation de ce matériau d'étude sous chargements uniaxiaux et multiaxiaux de fatigue à grande durée de vie.

3. Oxygen Free High Conductivity

MATÉRIAU ET DÉMARCHES EXPÉRIMENTALES

Dans ce chapitre, nous présentons les travaux de caractérisation du matériau étudié (cuivre pur OFHC) ainsi qu'une vue globale des dispositifs expérimentaux. La microdureté, la texture et la distribution de la taille de grains ont été analysées afin de définir les conditions optimales de recuit du matériau. Nous y montrons ensuite les essais mécaniques sous chargement monotone et les essais d'érouissage cyclique. Le comportement mécanique du matériau sous sollicitations monotone et cyclique a été analysé. Les méthodes d'auto-échauffement et de l'escalier court ont été utilisées pour déterminer les limites de fatigue médianes à 10^6 cycles du matériau et les résultats obtenus sont discutés. Finalement, une démarche a été proposée pour déterminer des chargements équivalents, au sens de la fatigue à grande durée de vie, qui seront étudiés dans ce travail.

Sommaire

2.1	Caractérisation microstructurale du cuivre étudié	47
2.1.1	Présentation du matériau	47
2.1.2	Caractérisation microstructurale	47
2.1.3	Caractérisation de la texture	52
2.1.4	Synthèse et choix des conditions de recuit	58
2.2	Caractéristiques mécaniques	60
2.2.1	Essais de traction monotone	60
2.2.2	Essais d'écroutissage cyclique	62
2.2.3	Synthèse	67
2.3	Résistance en fatigue	68
2.3.1	Conditions des essais de fatigue	68
2.3.2	Détermination des limites de fatigue à 10^6 cycles	70
2.3.3	Résistance en fatigue	73
2.3.4	Représentation des niveaux de chargement de l'étude	75
2.3.5	Synthèse	76
2.4	Conclusion	78

2.1 Caractérisation microstructurale du cuivre étudié

2.1.1 Présentation du matériau

Deux cuivres OFHC⁴ pur à 99.99% seront utilisés dans cette étude. Ce matériau a été choisi comme modèle dans la famille des matériaux cristallins à structure cristalline CFC. Ce choix est motivé par le fait que la littérature est riche en données expérimentales sous chargements uniaxiaux, données qui peuvent servir d'éléments de comparaison pour les phénomènes physiques qui se mettent en place sous sollicitations cycliques. Les 2 cuivres utilisés sont :

- Un cuivre commercialisé par la société Goodfellow⁵, noté CuGF
- Un cuivre fourni par la société Griset⁶, noté CuGS

Le CuGF est un cuivre étiré alors que le CuGS est obtenu après un laminage à chaud.

2.1.2 Caractérisation microstructurale

2.1.2.1 Préparation des échantillons

Les échantillons sont polis mécaniquement, dans la section utile, au papier abrasif jusqu'au grade 4000 puis à la pâte diamantée jusqu'à la granulométrie de 1 μm . Ensuite une attaque chimique des échantillons est réalisée permettant de révéler les grains (voir composition du milieu dans le tableau 3.1). Cette attaque crée un contraste et les grains peuvent être observés au microscope optique.

TAB. 2.1 – Conditions d'attaque chimique des échantillons

Réactifs	Chlorure de fer III	Acide chlorhydrique	Eau
	10 g	30 mL	120 mL
Temps d'attaque	10 s		

2.1.2.2 État non recuit

Le cuivre CuGF est un cuivre étiré, reçu à l'état non recuit sous forme de tiges de diamètre $\phi = 16$ mm et de longueur $L = 1$ m. Il présente une microstructure lamellaire avec des grains très allongés dans la direction d'étirage (figure 2.1). La section xy sera appelée section transversale (ST) et celle yz la section longitudinale (SL), z étant la direction d'étirage.

Le cuivre CuGS étant obtenu par laminage à chaud, sa microstructure correspond à une microstructure de *recristallisation* (cf. figure 2.2). Le brut est reçu sous forme de plaques rectangulaires d'épaisseur $e = 15$ mm.

2.1.2.3 État recuit

Conditions

Les recuits ont été effectués de manière isotherme au laboratoire. Les échantillons ont été introduits manuellement dans le four après stabilisation de sa température à la valeur voulue pour le traitement thermique. Pour tous ces recuits, le refroidissement a été fait à l'air.

4. Oxygen Free High Conductivity

5. Leader mondial des fournisseurs de matériaux pour la recherche, le développement, la construction de prototypes et l'industrie de la haute technologie

6. Société qui développe sur mesure des laminés en cuivre et alliages de cuivre

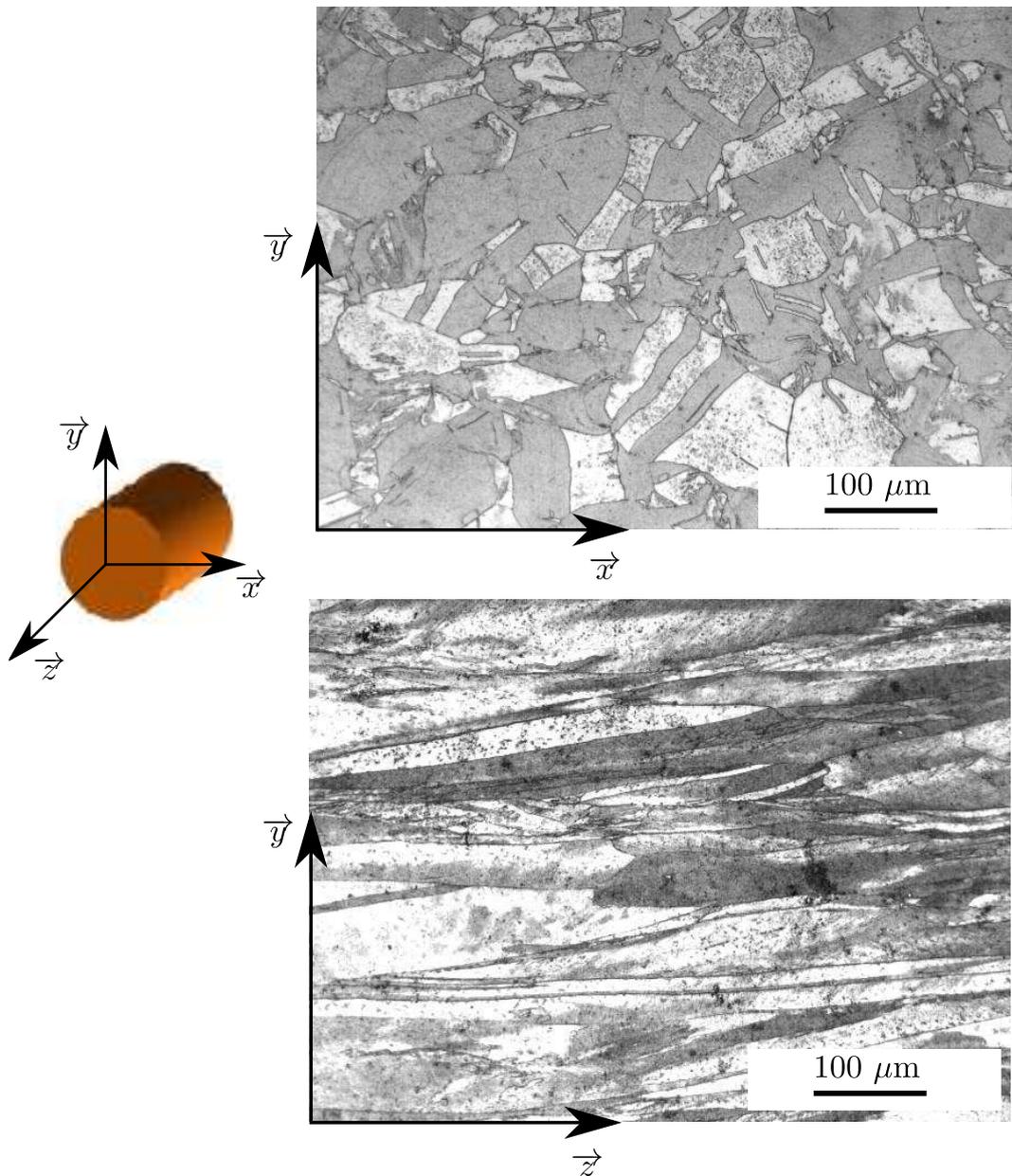


FIG. 2.1 – Microstructure du cuivre CuGF à l'état brut non recuit avec des grains très allongés dans la direction d'étirage z .

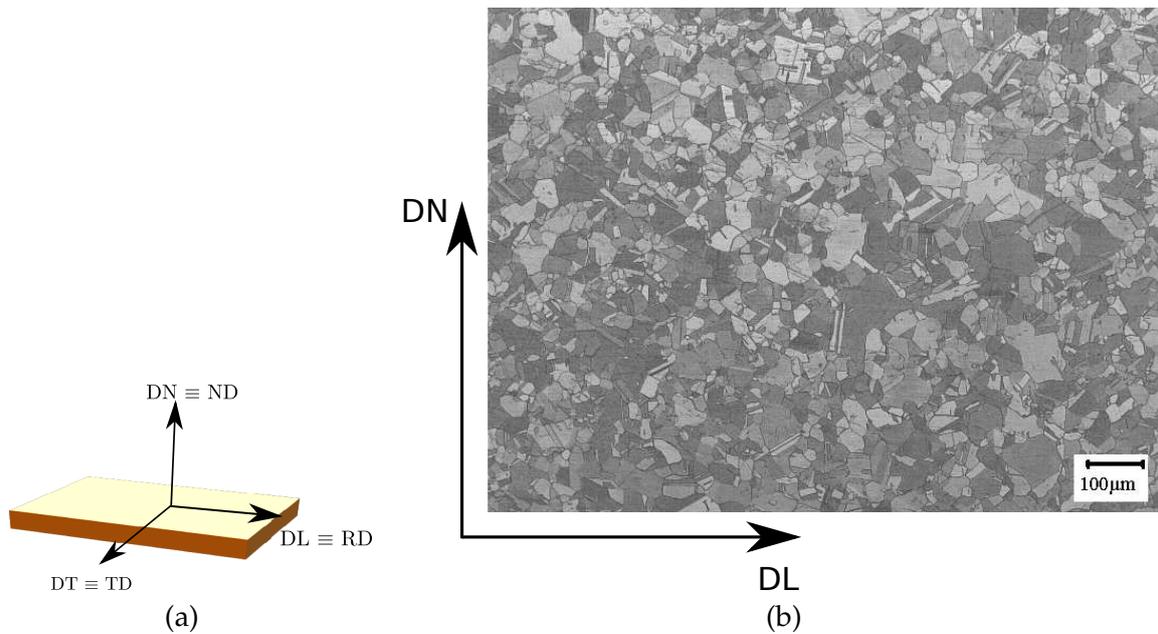


FIG. 2.2 – Microstructure du cuivre CuGS à l'état brut non recuit. DN est la direction normale et DL celle de laminage.

Microstructure du cuivre CuGF

Un recuit de recristallisation s'impose pour le cuivre CuGF afin d'obtenir des grains équiaxes. Différentes conditions (températures et temps) de recuit ont été explorées. La température agit sur la germination et la croissance des grains. Plus la température est élevée, plus les grains sont gros. Le temps du recuit a une influence sur la température de recristallisation et sur celle d'adoucissement. Plus le temps de recuit est long, plus la température nécessaire à une recristallisation complète du matériau est basse. Les microstructures obtenues après recuit sont présentées sur la figure 2.3. Ces microstructures indiquent une recristallisation complète et des grains équiaxes pour toutes les températures testées.

Microstructure du cuivre CuGS

La microstructure pour le cuivre CuGS à l'état brut et après recuit de relaxation à une température de 230°C pendant 1h est présentée sur la figure 2.4 dans les 3 directions de la plaque.

Les grains sont équiaxes et aucun traitement particulier ne sera fait par la suite sur les éprouvettes qui seront usinées dans ce matériau. La microstructure est similaire dans les trois directions de la plaque.

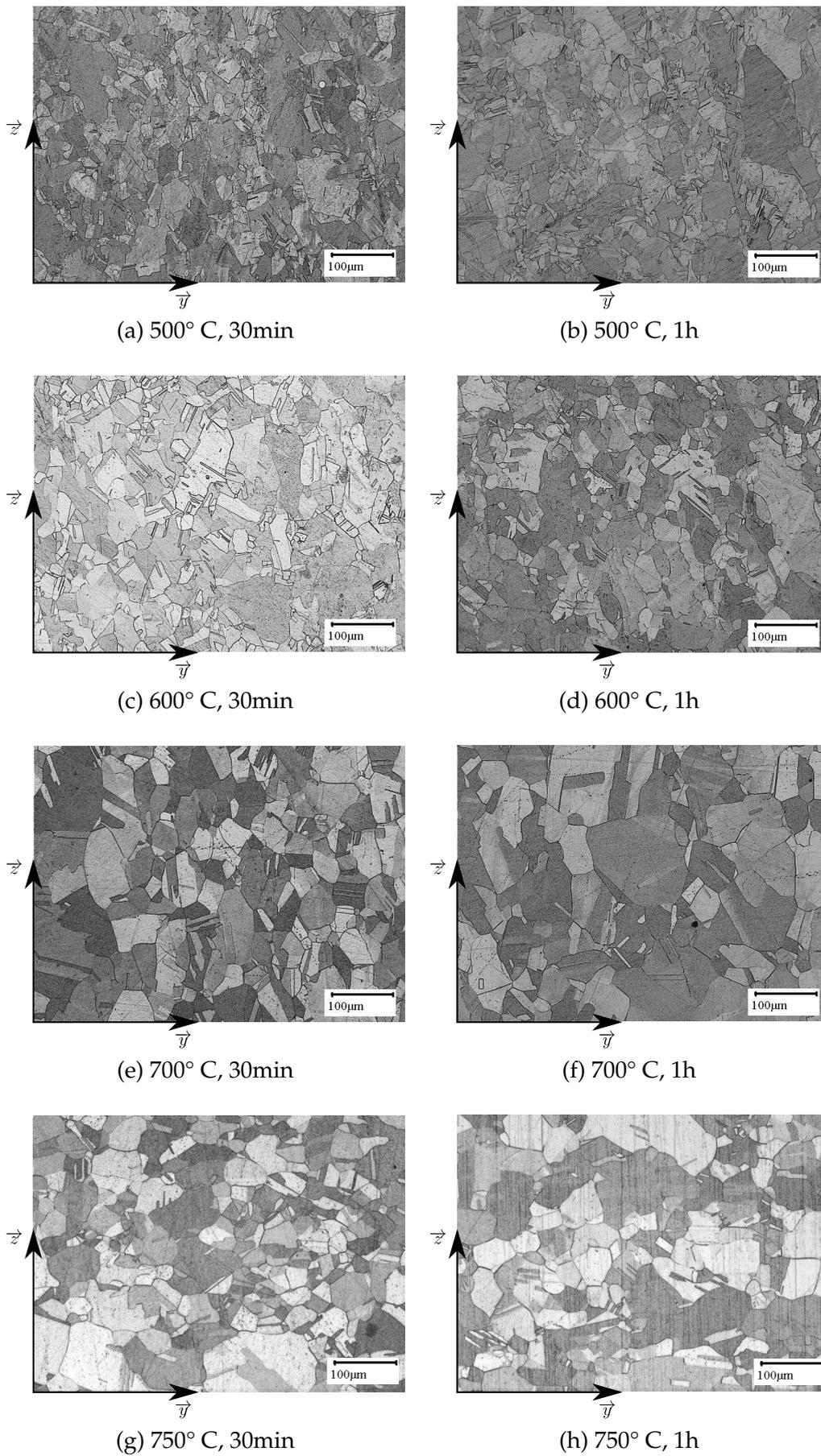


FIG. 2.3 – Microstructures dans la section longitudinale pour différentes conditions de recuit (température et temps) sur le cuivre CuGF.

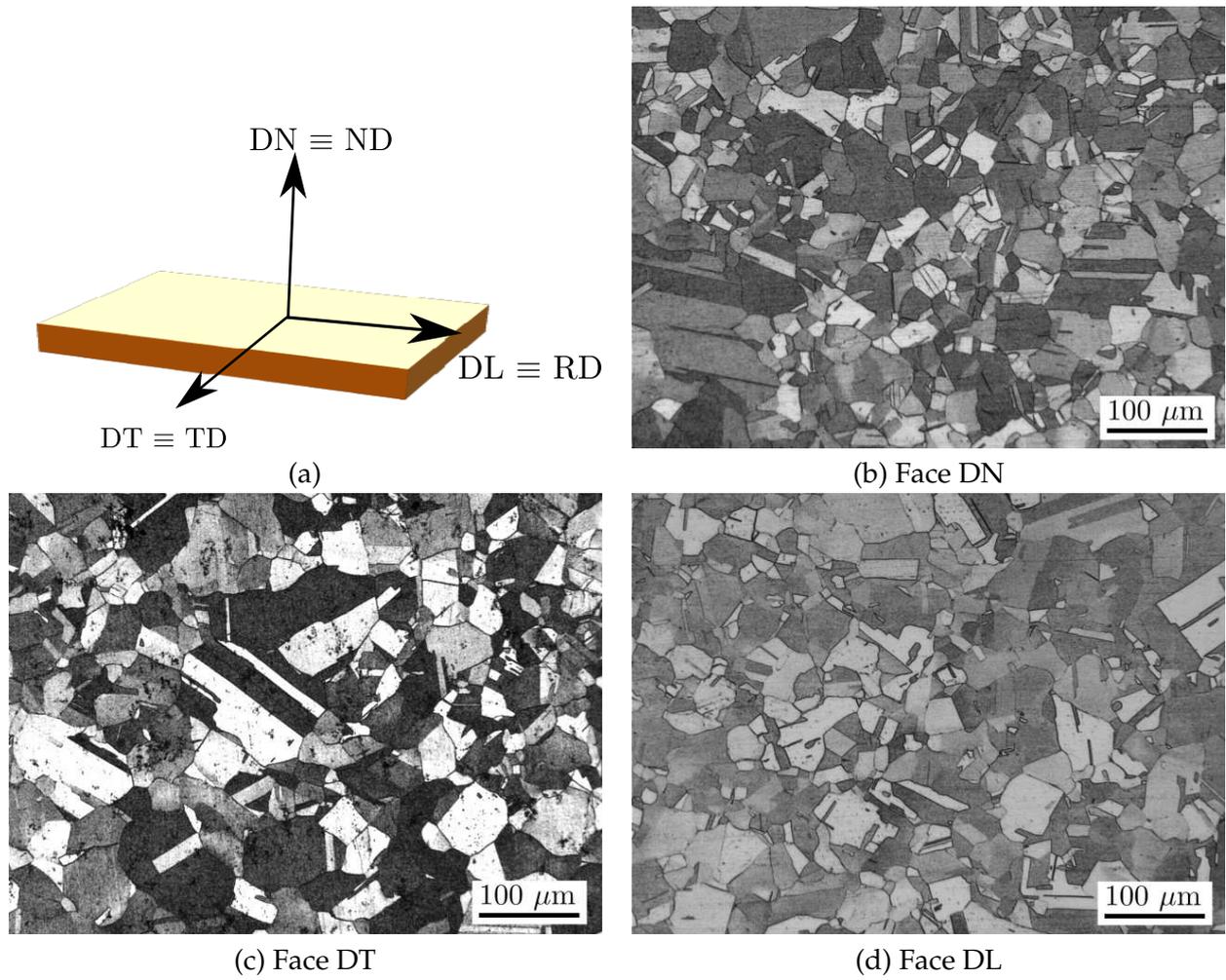


FIG. 2.4 – Microstructure du cuivre CuGS dans les 3 directions DN, DT, DL

2.1.2.4 Microdureté

L'homogénéité des recuits appliqués sur le cuivre CuGF a été vérifiée en réalisant des mesures de microdureté. Ces mesures ont été réalisées en fonction de la température et du temps de recuit. La figure 2.5 montre les résultats obtenus dans les 2 sections droites de la barre. Cette figure représente l'évolution de dureté moyenne et les barres d'erreurs traduisent l'écart autour de cette valeur moyenne. Au total, 5 points de mesures sont considérés sur l'échantillon pour chaque condition de recuit. On peut remarquer sur cette figure que la microdureté est similaire (entre 40-44 Hv1) dans les 2 sections pour ces différentes températures et temps de recuit. La microdureté Vickers mesurée sur le cuivre CuGS est d'environ 41 Hv1, similaire à celle du cuivre CuGF recuit.

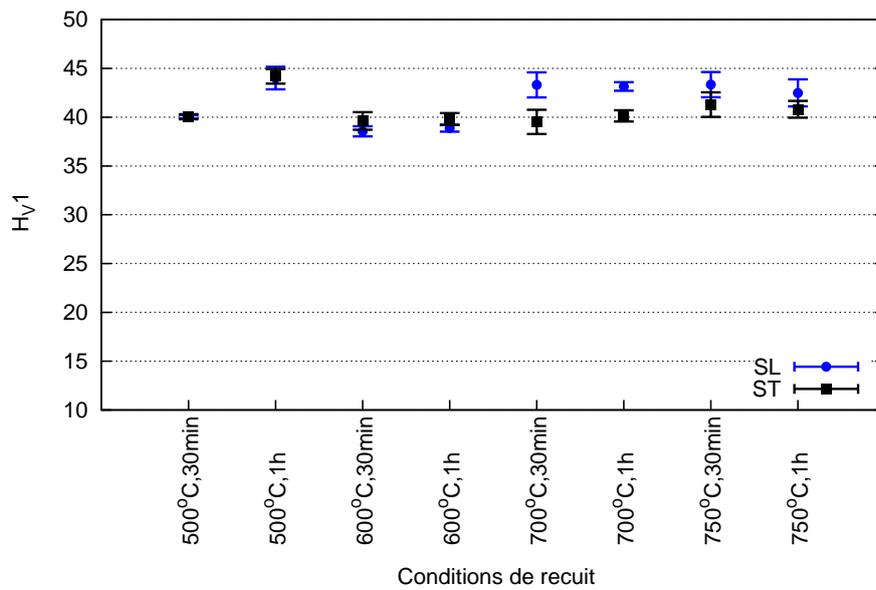


FIG. 2.5 – Évolution de la microdureté dans la section transversale (ST) et la section longitudinale (SL) pour différentes conditions de recuit pour le cuivre CuGF. La microdureté Vickers est mesurée sous une charge de 1 kg

La microdureté ne peut pas être utilisée comme critère de sélection entre les différents recuits réalisés. Cependant, à la vue des microstructures obtenues et présentées précédemment pour diverses conditions de recuit, on peut remarquer que le recuit à 500°C présente une très grande hétérogénéité de taille de grains (figure 2.3a,b). La température de recuit n'est pas suffisante pour une bonne germination et une croissance homogène des grains. Cette condition de recuit ne sera plus considérée par la suite.

Les conditions optimales de recuit doivent tenir compte non seulement de la microstructure, mais aussi des orientations cristallographiques préférentielles et de la proportion de macles générées (il s'agit ici des macles de recuit). Il est donc important d'étudier la texture générée sous diverses conditions de recuit ainsi que la fraction de macles dans les 2 sections SL et ST.

2.1.3 Caractérisation de la texture

2.1.3.1 Technique utilisée

Les mesures de texture sont faites par EBSD, permettant une indexation des grains en fonction de leur orientation. Le MEB utilisé dans ce travail est du type ZEISS EVO-50 muni du système TSL OIMTM 6.0 commercialisé par EDAX. Toutes les mesures EBSD sont faites en utilisant au minimum 9 pics de Hough (équivalent à 9 bandes de Kikuchi) pour indexer une orientation. Dans cette étude, toutes les cartographies EBSD brutes sont faites avec un pas de mesure de 5 μm . Elles sont ensuite

nettoyées avec l'option cleanup de TSL. Ceci consiste à supprimer tous les grains de diamètre $\phi \leq 10 \mu\text{m}$ et à faire une reconstruction finale des grains.

2.1.3.2 Étude de la texture

Étant donné que les 2 matériaux reçus sont sous 2 formes différentes, nous nous attendons à des orientations cristallographiques différentes. La texture est influencée par le procédé de mise en forme du matériau. Dans cette étude, la texture concerne seulement les relations d'orientation cristallographique. L'acuité d'une texture est caractérisée le plus souvent par l'indice de texture (IT). Il est défini à l'aide de la fonction de texture ou fonction de densité des orientations. Le lecteur intéressé par le calcul de l'IT peut se référer aux travaux de Petit [Petit, 2006] pour plus de détails.

Pour le cuivre CuGF, on observe une texture peu marquée de fibre (intensité maximale de 4.45, cf. figure 2.6). L'indice de texture est de 1.3 représentatif des textures faiblement marquées [Petit, 2006, Agbessi, 2009]. La présence de la fibre γ est remarquable avec la direction $\langle 111 \rangle // \text{ND}$ (la direction normale).

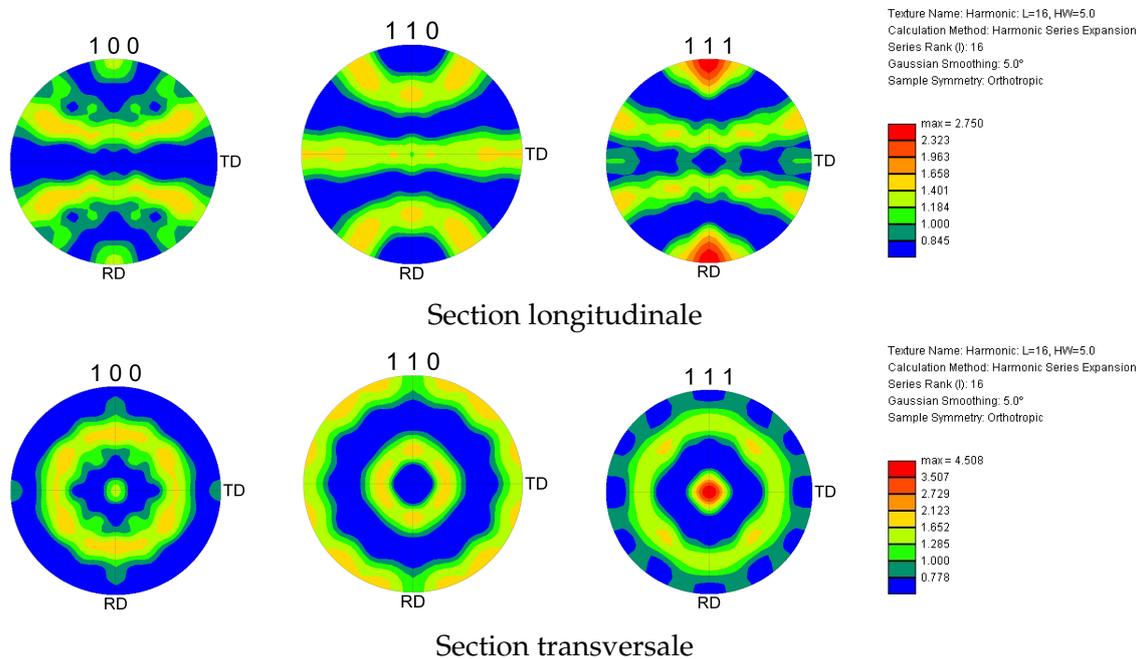


FIG. 2.6 – Figures de pôle stéréographiques dans les directions longitudinale et transverse de la barre de cuivre étiré CuGF.

Le cuivre CuGS est non texturé (IT=1.05) ne présente pas cette texture de fibre. Sur la figure 2.7, on peut voir que les intensités maximales sur les figures de pôles sont faibles dans les 3 directions de la plaque. Par comparaison, les matériaux présentant une texture de fibre marquée (matériaux laminés à froid comme l'Aluminium, le cuivre ou le Nickel [Ray, 1995]) présentent des IT au moins supérieur à 3.

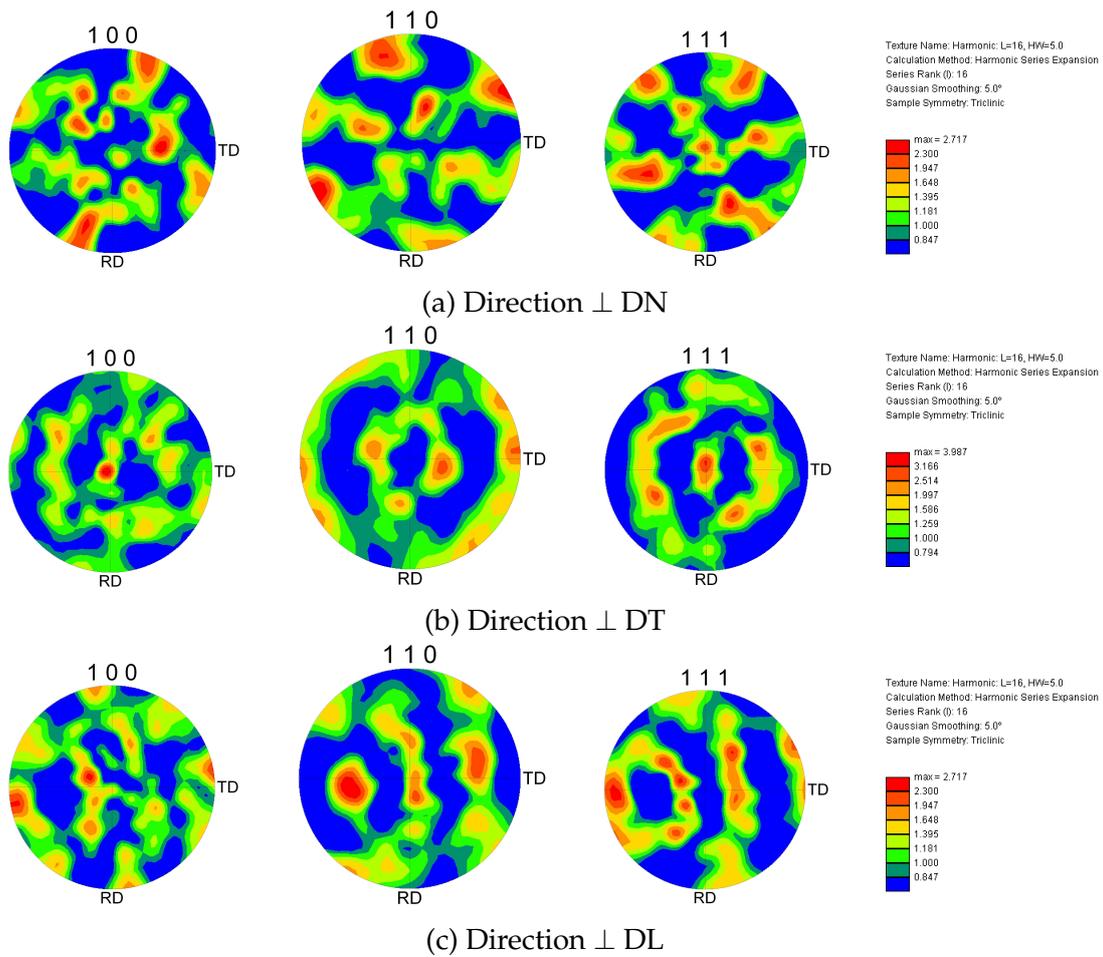


FIG. 2.7 – Figure de pôles dans les 3 directions de la plaque de cuivre CuGS. La direction de laminage (DL) correspond à RD (Rolling Direction) et la direction transversale (DT) correspond à TD (Transverse Direction).

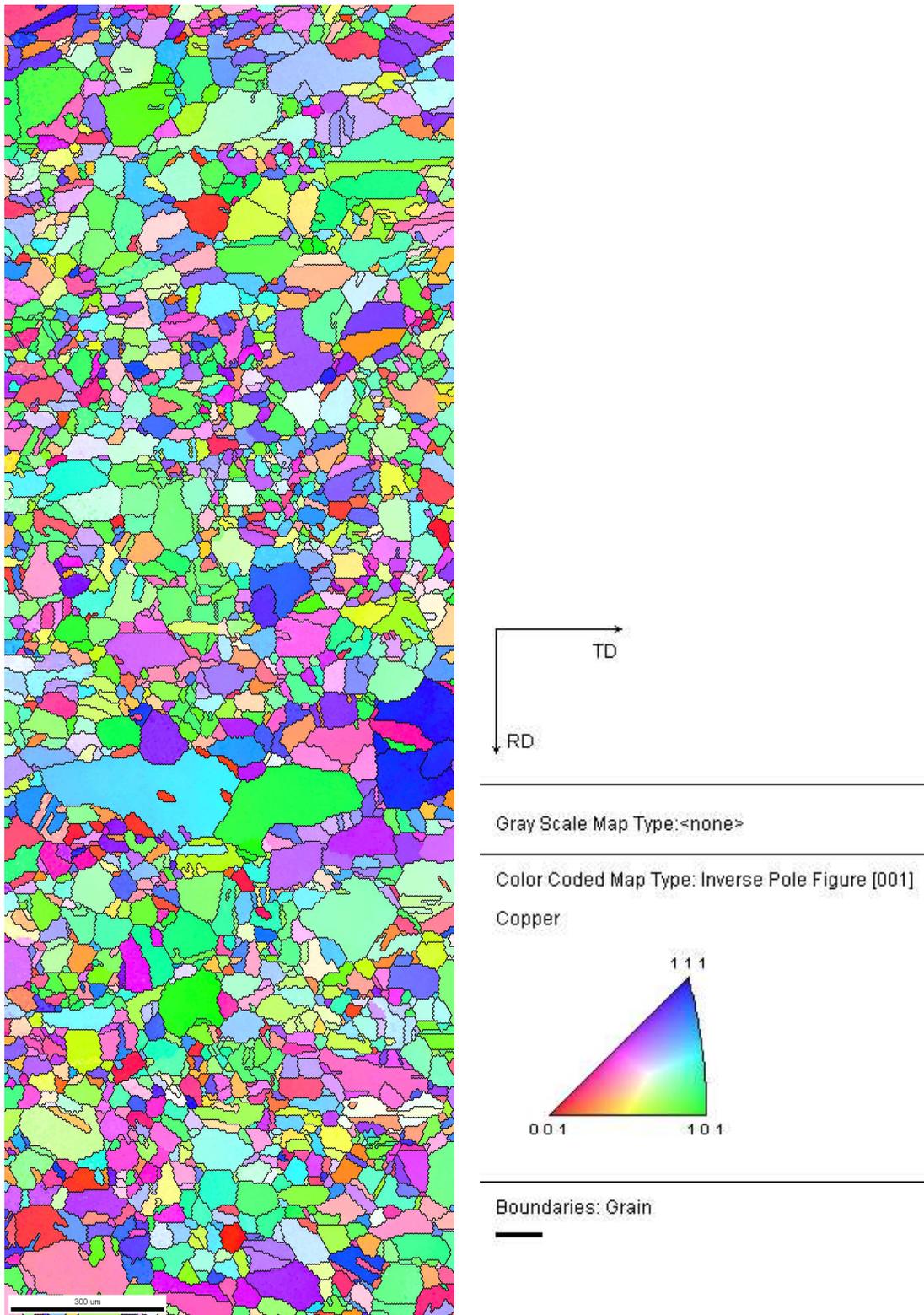


FIG. 2.8 – Exemple de cartographie d'orientation dans la section longitudinale utilisée pour identifier la distribution de la taille de grains. Cas du cuivre CuGF recuit à 700°C pendant 1h. Les joints de grains sont dessinés en traits noirs. Les joints de macles sont considérés comme des joints de grains.

2.1.3.3 Distribution des tailles de grains

La distribution de la taille de grain a été étudiée par EBSD sur une cartographie d'orientation large (taille de la zone analysée $\sim 880 \times 2585 \mu\text{m}$). La figure 2.8 montre un exemple de cartographie EBSD utilisée pour identifier la distribution de la taille de grains et pour l'étude de la texture présentée précédemment. Dans cette étude, les joints de macles sont considérés comme des joints de grains.

Les figures 2.9 et 2.10 montrent les distributions de taille de grains obtenues respectivement dans la section longitudinale et dans la section transversale. On remarque que la distribution de la taille de grains dans la section transversale évolue très légèrement avec les conditions de recuit. Comme attendu, la section longitudinale (grains initialement allongés) reste beaucoup plus sensible à ces conditions de recuit. On peut remarquer une stabilisation de la taille moyenne des grains pour le recuit à 700°C dans les 2 sections pour les temps de recuit de 1h et de 30min (cf. figure 2.11).

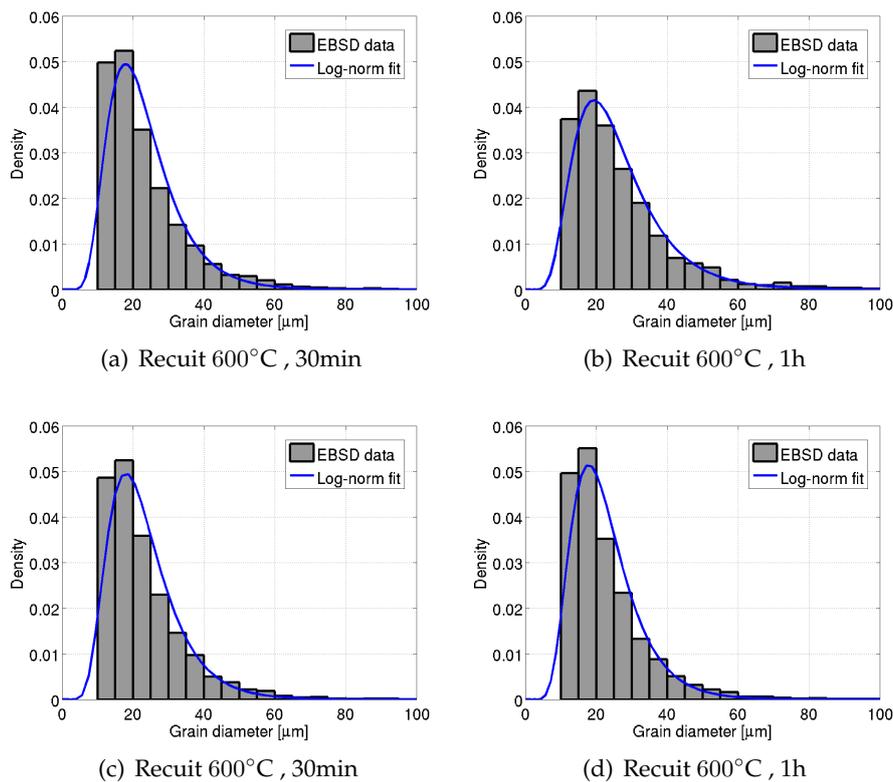


FIG. 2.9 – Distribution de la taille de grains dans la section longitudinale (a,b) et dans la section transversale (c,d) pour différentes conditions de recuit du cuivre CuGF. La taille de la zone analysée de l'échantillon est de $880 \mu\text{m} \times 2585 \mu\text{m}$, identique pour chaque condition de recuit. Le nombre total de grains considérés est d'environ 4000 dans chaque cas.

La figure 2.11 représente la moyenne et l'écart-type de la taille de grain en fonction des différentes températures de recuit. Le recuit à 700°C présente un diamètre moyen stable des grains autour de $\phi_m = 32 \pm 20 \mu\text{m}$.

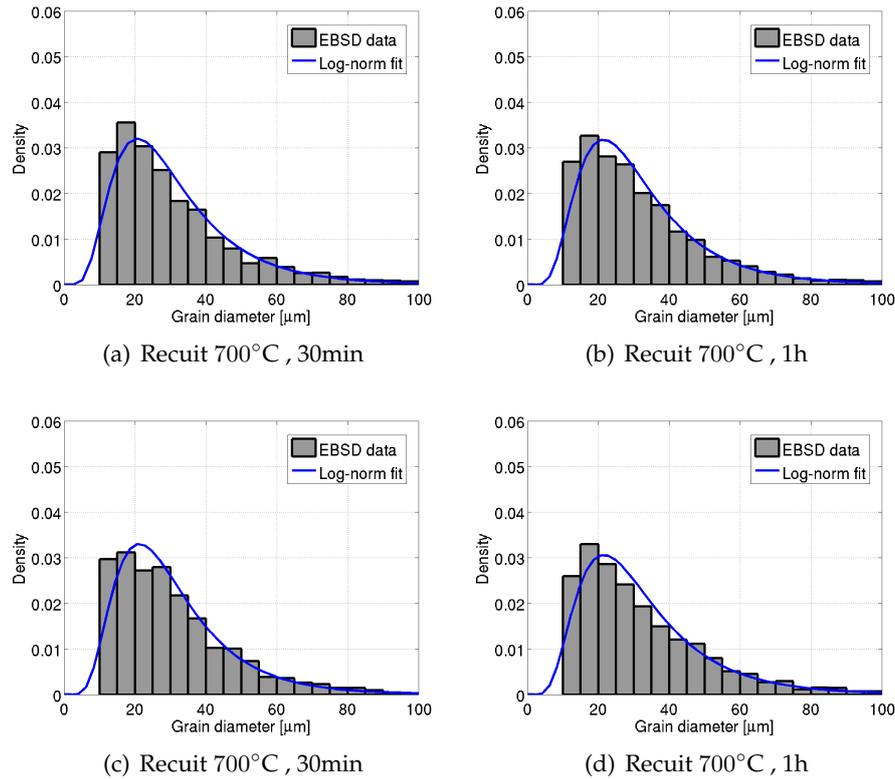


FIG. 2.10 – Distribution de la taille de grains dans la section longitudinale (a,b) et dans la section transversale (c,d) pour différentes conditions de recuit du cuivre CuGF. La taille de la zone analysée de l'échantillon est de $880 \mu\text{m} \times 2585 \mu\text{m}$, identique pour chaque condition de recuit. Le nombre total de grains considérés est d'environ 2000 dans chaque cas.

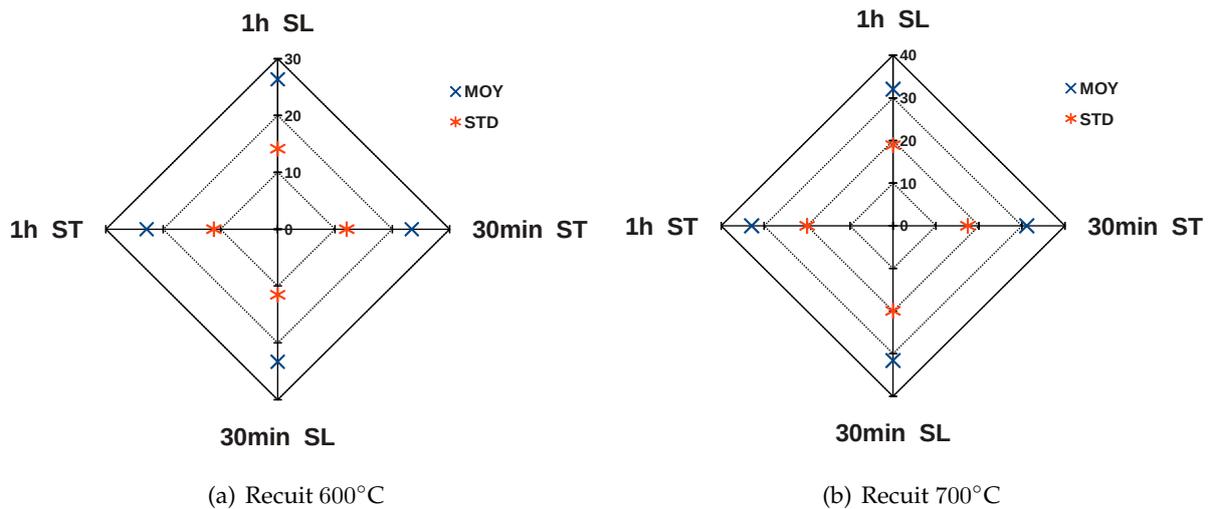


FIG. 2.11 – Distribution de la moyenne (MOY) et l'écart type (STD) de la distribution de la taille de grains pour le cuivre CuGF (a) recuit à 600°C et (b) recuit à 700°C .

Sur le cuivre CuGS, la taille moyenne de grains est de $\phi_m = 30 \pm 15 \mu\text{m}$. La distribution de la taille de grains est similaire dans les 3 directions de la barre (cf. figure 2.12).

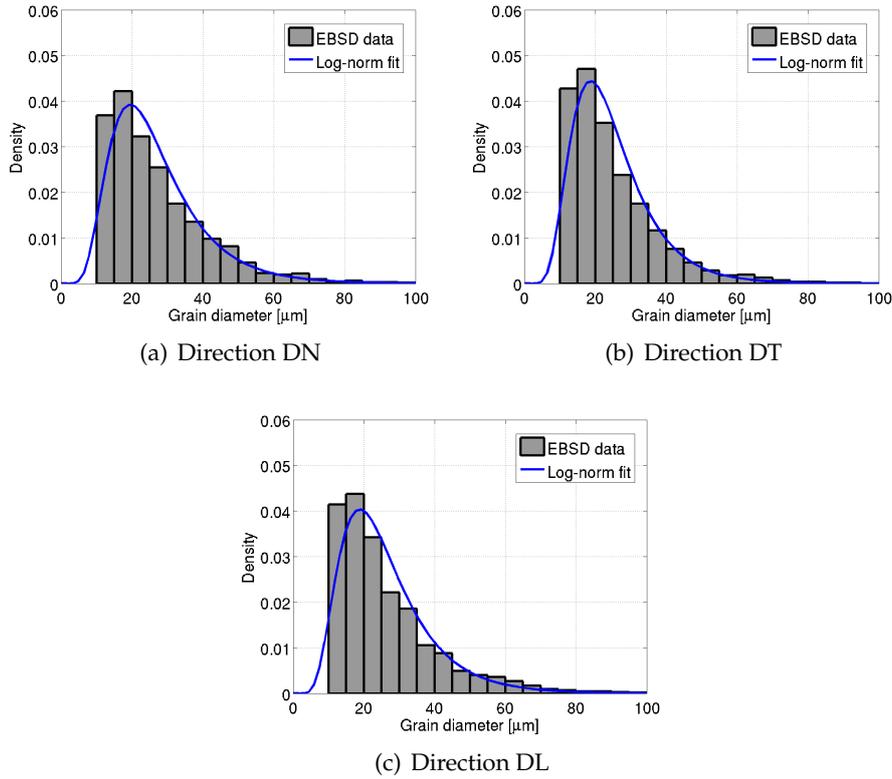


FIG. 2.12 – Distribution de la taille de grains dans les 3 directions de la plaque de cuivre CuGS. La taille de la zone analysée de l'échantillon est de $880 \mu\text{m} \times 2585 \mu\text{m}$ pour un total de ~ 3500 grains dans chaque direction

2.1.3.4 Distribution des fractions de macles

Les joints de macles sont couramment observés dans le cuivre, le nickel et les aciers austénitiques [Souai, 2001]. Nous avons analysé l'effet des conditions de traitement thermique sur la proportion de joints de macles dans le matériau. Pour cela, la fraction linéique de macles a été mesurée par EBSD sur les mêmes cartographies d'orientations que celles utilisées pour l'analyse de la distribution de la taille de grains (cf. figures 2.9, 2.10, 2.11). Si on note l_g la longueur totale de joint de grains (y compris les joints de macle) et l_m la longueur totale des joints de macle pour une cartographie d'orientation donnée, alors la fraction linéique est donnée par :

$$f_m^l = \frac{l_m}{l_g} \quad (2.1)$$

Le tableau 2.2 montre la variation de la fraction linéique de macle en fonction des conditions de recuit. Le recuit à 700°C pendant 1 h nous donne une fraction de macle moins importante. Les joints de macles sont caractérisés par une désorientation de $60^\circ \pm 5^\circ / \langle 111 \rangle \pm 5^\circ$ (i.e. $\Sigma 3$).

La fraction de macle mesurée et moyennée sur les 3 directions du cuivre CuGS est de $f_m^l \sim 16\%$. Elle est du même ordre que celle mesurée sur le cuivre CuGF recuit à 700°C pendant 1h.

2.1.4 Synthèse et choix des conditions de recuit

Nous avons caractérisé les microstructures de 2 cuivres recuits CuGS et CuGF. Suivant les différentes conditions de recuit étudiées pour le cuivre CuGF, on peut remarquer que pour une tempéra-

TAB. 2.2 – Fraction linéique de macles moyennée sur les 2 sections ST et SL pour le cuivre CuGF

		f_m^l [%]
600°C	30min	21.9
	1h	27.3
700°C	30min	22.7
	1h	18.8

ture de 700°C et une durée de recuit de 1h, la microstructure obtenue présente des caractéristiques similaires en terme de distribution de la taille de grain et la fraction linéique de macles. Nous retiendrons cette condition de recuit comme optimale garantissant une microstructure avec des grains équiaxes dans les sections longitudinale et transversale (cf. figure 2.13). Aussi, nous avons observé une stabilité du diamètre moyen des grains dans ces 2 sections. Ce choix est aussi motivé par la fraction linéique faible de joints de macle obtenus pour cette condition de recuit. Les essais de fatigue que nous présenterons par la suite seront effectués sur des éprouvettes usinées avec le matériau recuit suivant cette condition. Cette étude montre que les traitements thermiques choisis permettent d'obtenir des cuivres CuGS et CuGF recuits similaires du point de vue microstructural mais différent par la texture, même si cette différence reste légère (les indices de texture montrent que les 2 matériaux présentent une texture faiblement marquée).

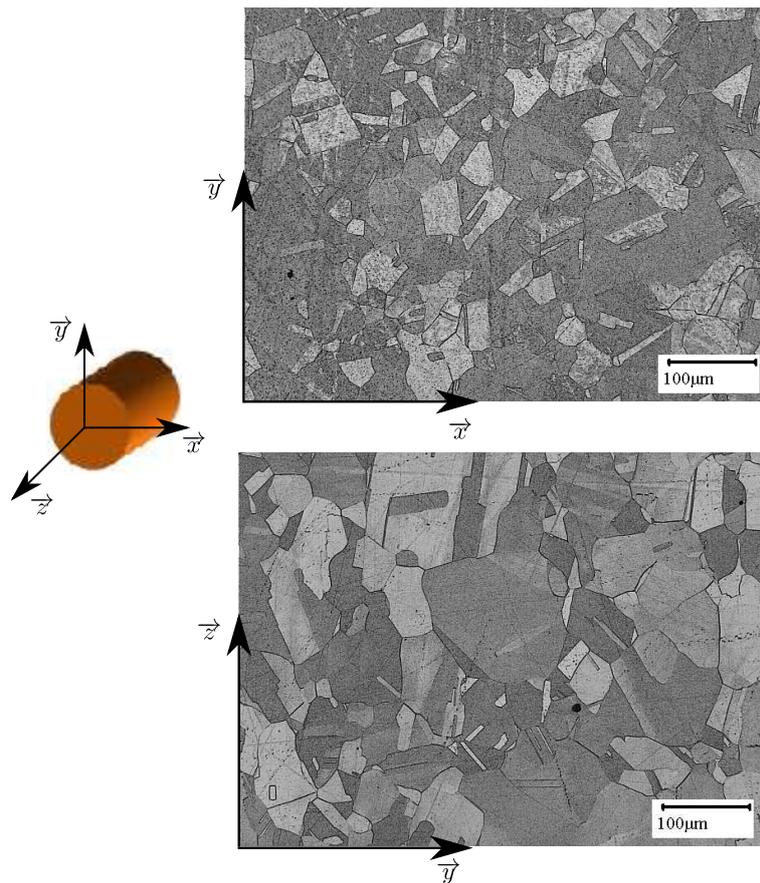


FIG. 2.13 – Microstructure du cuivre CuGF recuit 700°C pendant 1h avec refroidissement à l'air.

2.2 Caractéristiques mécaniques

2.2.1 Essais de traction monotone

2.2.1.1 Conditions d'essais et résultats

Les géométries d'éprouvettes utilisées pour les essais de traction monotone sur les 2 matériaux sont présentées sur les figures 2.14 et 2.15. La différence de géométrie est liée au fait que nous avons réalisé les essais en premier lieu sur le cuivre CuGF, la matière brute étant sous forme de barres cylindriques de diamètre $\phi = 16$ mm. Ensuite, l'état du cuivre CuGS brut (plaque rectangulaire pour le cuivre CuGS d'épaisseur $e = 15$ mm) ne nous permettrait pas de fabriquer une géométrie identique à celle du CuGF. Les essais de traction monotone sont faits à température ambiante.

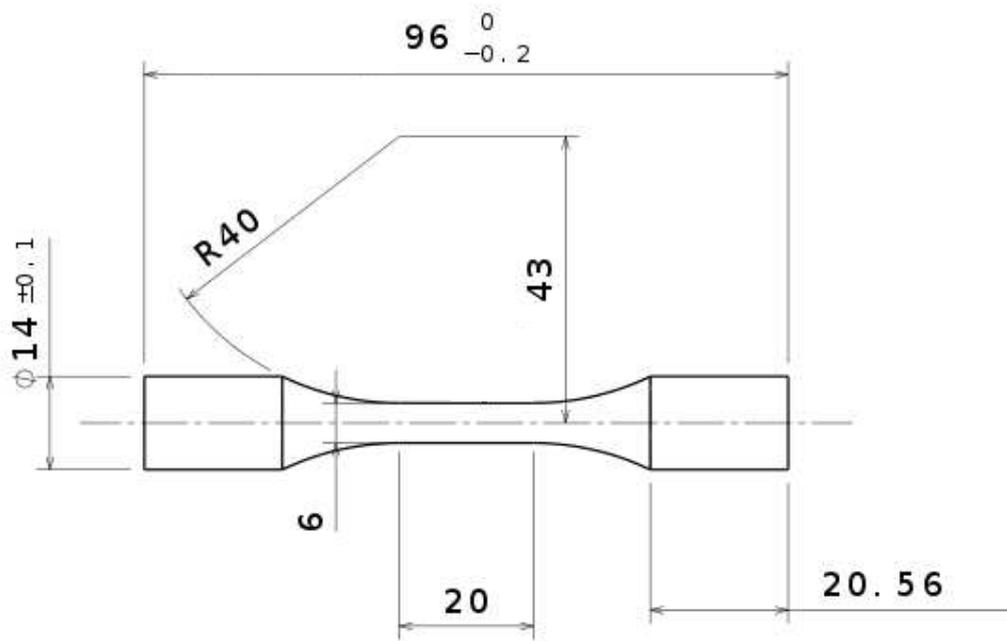


FIG. 2.14 – Géométrie d'éprouvette de traction ($K_t = 1.04$) en cuivre CuGF. L'axe longitudinal de l'éprouvette est parallèle à la direction d'étirage z (cf. figure 2.1).

Les essais de traction monotone ont été réalisés sur une machine de traction monotone Zwick à une vitesse de déplacement de $0.06 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ pour le cuivre CuGF et de $0.075 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ pour le cuivre CuGS. Ces vitesses de déplacement correspondent à une vitesse de déformation totale de $5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ pour une longueur de référence de $l_o = 20$ mm pour le cuivre CuGF et de $l_o = 25$ mm pour le cuivre CuGS (cf. figures 2.14 et 2.15). Cette vitesse de déplacement normalisée (norme AFNOR [AFNOR, 1990] des essais de traction monotone) a été choisie dans un premier temps pour comparer le comportement monotone des 2 matériaux. Les déformations sont mesurées avec un extensomètre à couteaux de longueur de référence de 12.5 mm et de plage de mesure ± 2.5 mm. Les courbes de traction de la figure 2.16 montrent une allure similaire dans la gamme de déformation totale qui nous intéressera dans ce travail ($\varepsilon \leq 1\%$). Nous pouvons dire que les 2 cuivres ont un comportement en traction monotone semblable à cette vitesse de déformation et dans cette gamme de déformation totale. Ces essais de traction ne sont pas faits à rupture. Du fait de l'allongement à rupture important du matériau, les limites de l'extensomètre ne nous permettent pas de suivre l'essai jusqu'à rupture.

Les caractéristiques mécaniques des 2 cuivres sont quasi-identiques et sont regroupées dans le tableau 2.3. La limite d'élasticité statique σ_y (correspond à $R_{p0.02}$) des 2 matériaux reste similaire. Cependant la limite d'élasticité correspondant à 0.2% ($R_{p0.2}$) de déformation plastique est de 50 MPa pour le cuivre CuGS et de 42 MPa pour le cuivre CuGF. L'encadrement de R_m est donné par le

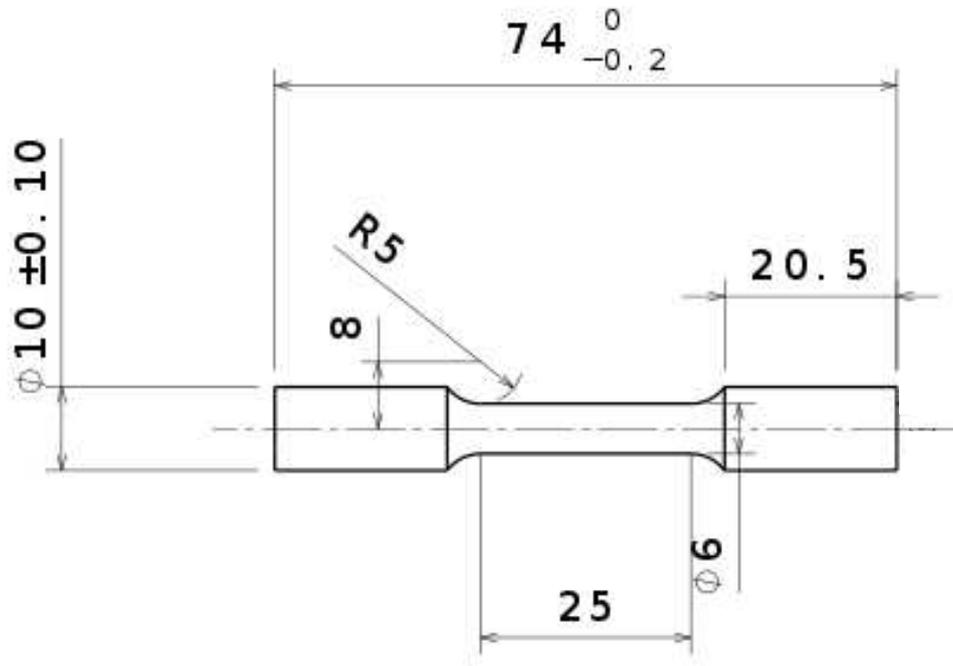


FIG. 2.15 – Géométrie d'éprouvette de traction ($K_t = 1.04$) en cuivre CuGS. L'axe longitudinal de l'éprouvette parallèle à la direction DT (cf. figure 2.4).

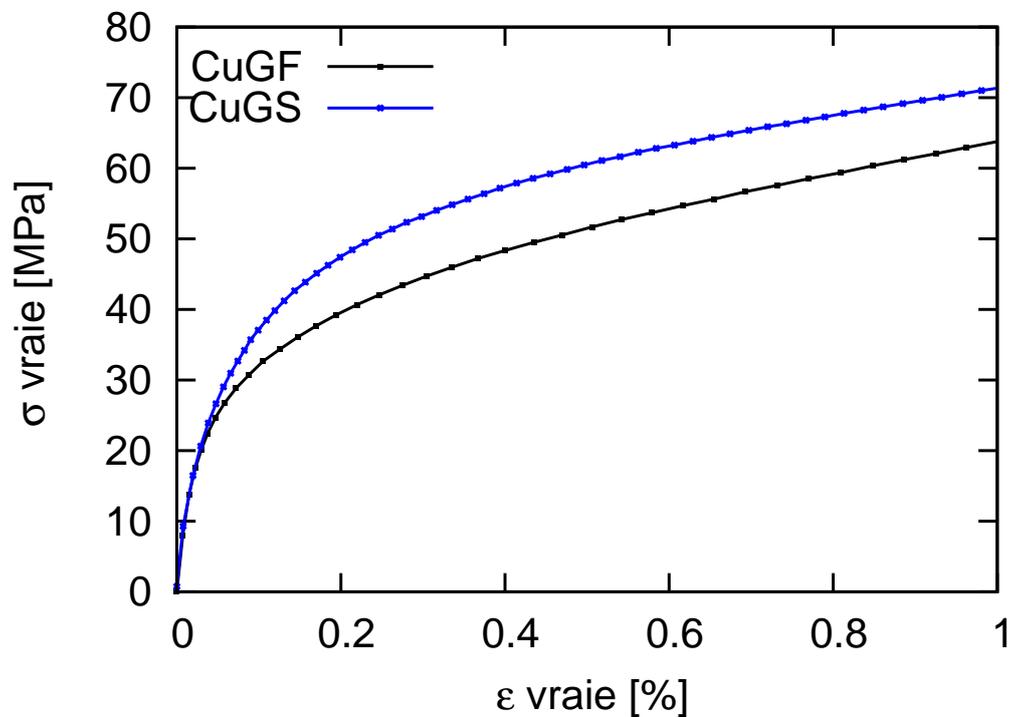


FIG. 2.16 – Courbe de traction monotone quasi-statique des cuivres CuGS et CuGF à une vitesse de déformation de $5.10^{-5} s^{-1}$

fournisseur.

TAB. 2.3 – Caractéristiques mécaniques du cuivre recuit.

Limite d'élasticité statique	Limite d'élasticité à 0.2%	Module d'Young	Coefficient de poisson	Résistance maximale en traction
σ_y (MPa)	$R_{p0.2}$ (MPa)	E (GPa)	ν	R_m (MPa)
15	42-50	120	0.3	220-260

2.2.1.2 Effet de la vitesse de déformation

L'effet de la vitesse de déformation totale $\dot{\epsilon}$ sur le comportement mécanique en traction monotone quasi-statique a été étudié sur le cuivre recuit de Goodfellow (CuGF). Les courbes de traction monotone pour 3 gammes de vitesses de déformation sont présentées sur la figure 2.17. La vitesse de déformation a un effet significatif sur le cuivre recuit mettant en évidence une viscosité à l'ambiante. Le module Young reste constant.

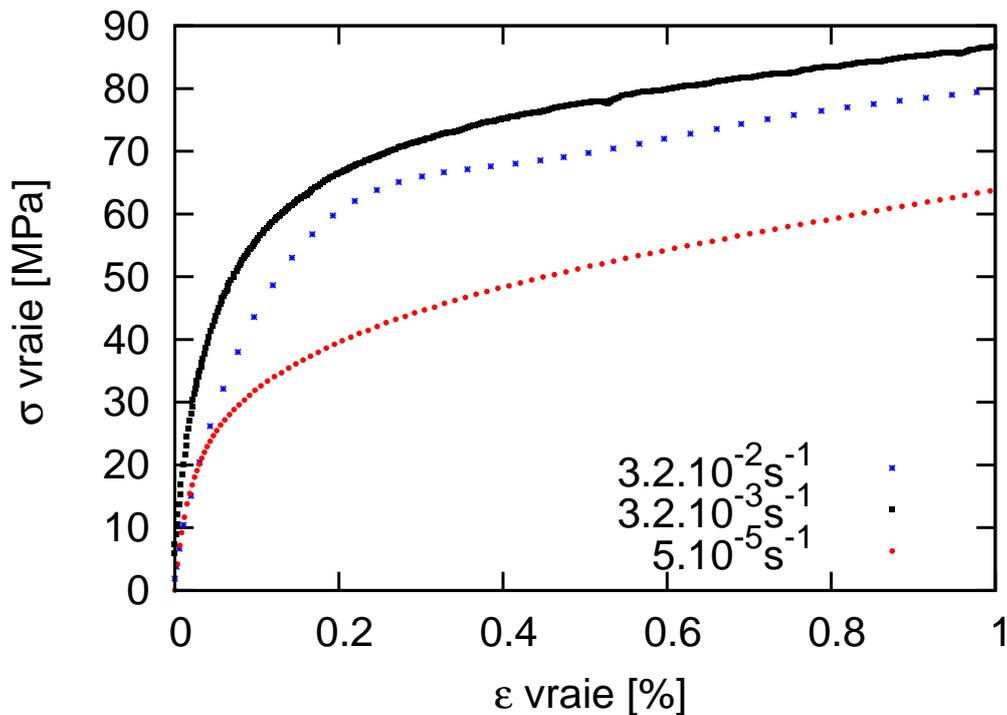


FIG. 2.17 – Courbe de traction monotone quasi-statique du cuivre CuGF à différentes vitesses de déformation totale.

Bien que ces effets visqueux apparaissent comme non négligeables, pour cause de temps, ils ne seront pas pris en compte dans l'identification du modèle du comportement présentée dans la suite du manuscrit.

2.2.2 Essais d'érouissage cyclique

Les essais d'érouissage cyclique ont été réalisés à déformation totale imposée, en traction-compression ($R_\epsilon = -1$) sur une machine servo-hydraulique INSTRON, équipée d'une cellule de charge de $\pm 10 \text{ kN}$.

Ces essais ont été faits sur des éprouvettes en cuivre CuGF à l'état recuit. La géométrie des éprouvettes utilisées est présentée sur la figure 2.18.

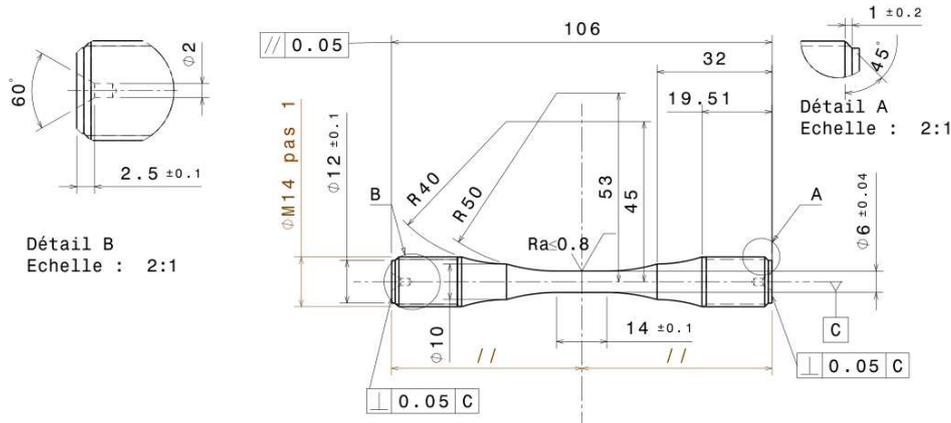


FIG. 2.18 – Géométrie des éprouvettes pour les essais d'écroissage cyclique sur le cuivre CuGF

2.2.2.1 Conditions d'essais

Les conditions des essais d'écroissage cyclique à déformation totale imposée sont regroupées dans le tableau 2.4. Il a été montré précédemment que la vitesse de déformation a un effet significatif sur le comportement monotone du matériau. Il est donc probable que la vitesse de déformation ait un effet sur le comportement cyclique. Pour cette raison, les essais d'écroissage cyclique ont été faits à vitesse de déformation totale $\dot{\epsilon}$ constante (signaux triangulaires). La variation du niveau de déformation totale imposée est adaptée à la fréquence d'essai afin de maintenir la vitesse de déformation totale constante. On a ainsi :

$$f = 1/T = \frac{\dot{\epsilon}}{4\Delta\epsilon/2} \quad (2.2)$$

où f est la fréquence de l'essai ; T la période du signal ; $\Delta\epsilon/2$ l'amplitude de déformation totale imposée et $\dot{\epsilon}$ la vitesse de déformation totale.

Tous les essais d'écroissage cyclique à déformation imposée sont réalisés à une vitesse de déformation de $\dot{\epsilon} = 3.2 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. Elle est fixée par le plus haut niveau de déformation ($\Delta\epsilon/2 = 0.8\%$) testée pour une fréquence d'essai de 0.1Hz. Quatre niveaux d'amplitude de déformation totale sont étudiés (cf. tableau 2.4).

TAB. 2.4 – Conditions des essais d'écroissage cyclique à $\dot{\epsilon} = 3.2 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ et $R_\epsilon = \epsilon_{min}/\epsilon_{max} = -1$.

Amplitude de déformation totale $\Delta\epsilon/2$ [%]	Fréquence d'essai f [Hz]
0.8	0.1
0.6	0.13
0.4	0.2
0.2	0.4

2.2.2.2 Analyse des résultats

Les évolutions de la contrainte maximale σ_{max} , de la contrainte minimale σ_{min} et de la contrainte moyenne σ_{moy} au cours du cycle sont illustrées sur la figure 2.19. Pour tous les niveaux d'amplitudes de déformation totale imposée, le matériau présente un durcissement rapide suivi d'un léger adoucissement avant stabilisation. La durée de la phase de durcissement varie en fonction de l'amplitude de déformation totale imposée. À grande amplitude de déformation totale imposée, la phase de durcissement est plus courte. Le matériau durcit sur les quelques 80 premiers cycles pour $\Delta\varepsilon/2 = 0.2\%$ et sur les quelques 60 premiers cycles pour $\Delta\varepsilon/2 = 0.4\%$. Pour $\Delta\varepsilon/2 = 0.6\%$ et $\Delta\varepsilon/2 = 0.8\%$, on note un durcissement sur respectivement les 19 et 14 premiers cycles. L'adoucissement est moins important à faible amplitude de déformation totale imposée. Pour ces gammes d'amplitudes de déformation imposée, le matériau présente donc un comportement stabilisé après durcissement et adoucissement. Ceci est en accord avec les travaux de [Jia and Fernandes, 2003] (cf. figure 2.20) et [Mughrabi, 1978] sur les phénomènes de durcissement et d'adoucissement du cuivre, bien que nos essais n'ont pas été faits à amplitude de déformation plastique imposée.

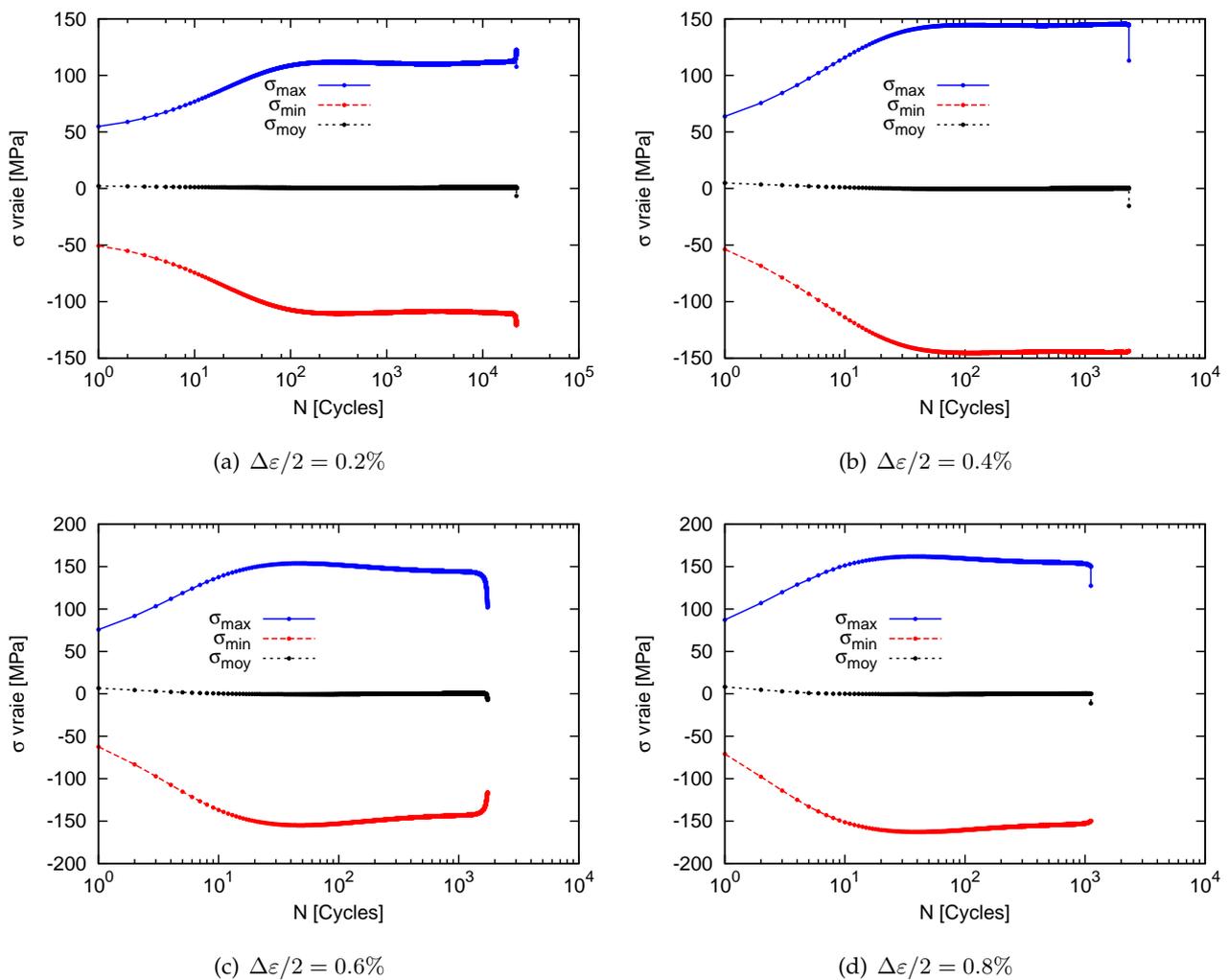


FIG. 2.19 – Évolution des contraintes maximale, minimale et moyenne lors des essais d'érouissage cyclique à déformation totale imposée sur le cuivre CuGF ($R_\varepsilon = -1$).

En analysant l'évolution de la déformation plastique ε^p au cours du cycle, on peut voir que les premiers cycles correspondant au durcissement sont marqués par une importante déformation plastique du matériau (cf. figure 2.21). La phase de stabilisation correspond à une déformation plastique

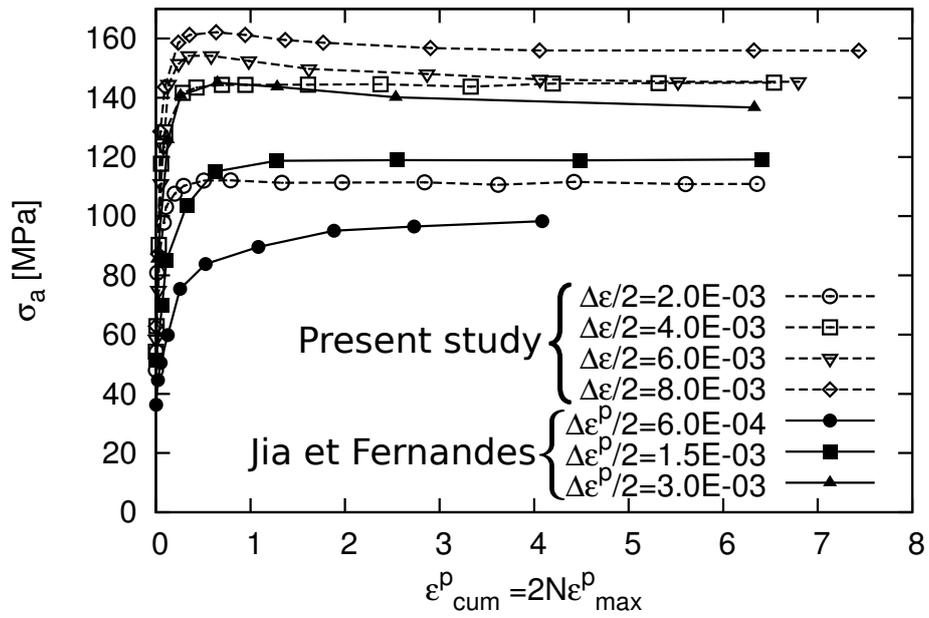


FIG. 2.20 – Comparaison des courbes d'érouissage cyclique avec celles de [Jia and Fernandes, 2003] sur du cuivre recuit sous 3 différentes amplitudes de déformation plastique appliquées.

quasi-constante. La déformation plastique est calculée par :

$$\epsilon^p = \epsilon - \epsilon^e = \epsilon - \frac{\sigma}{E} \quad (2.3)$$

où E représente le module d'Young et ϵ^e la déformation élastique.

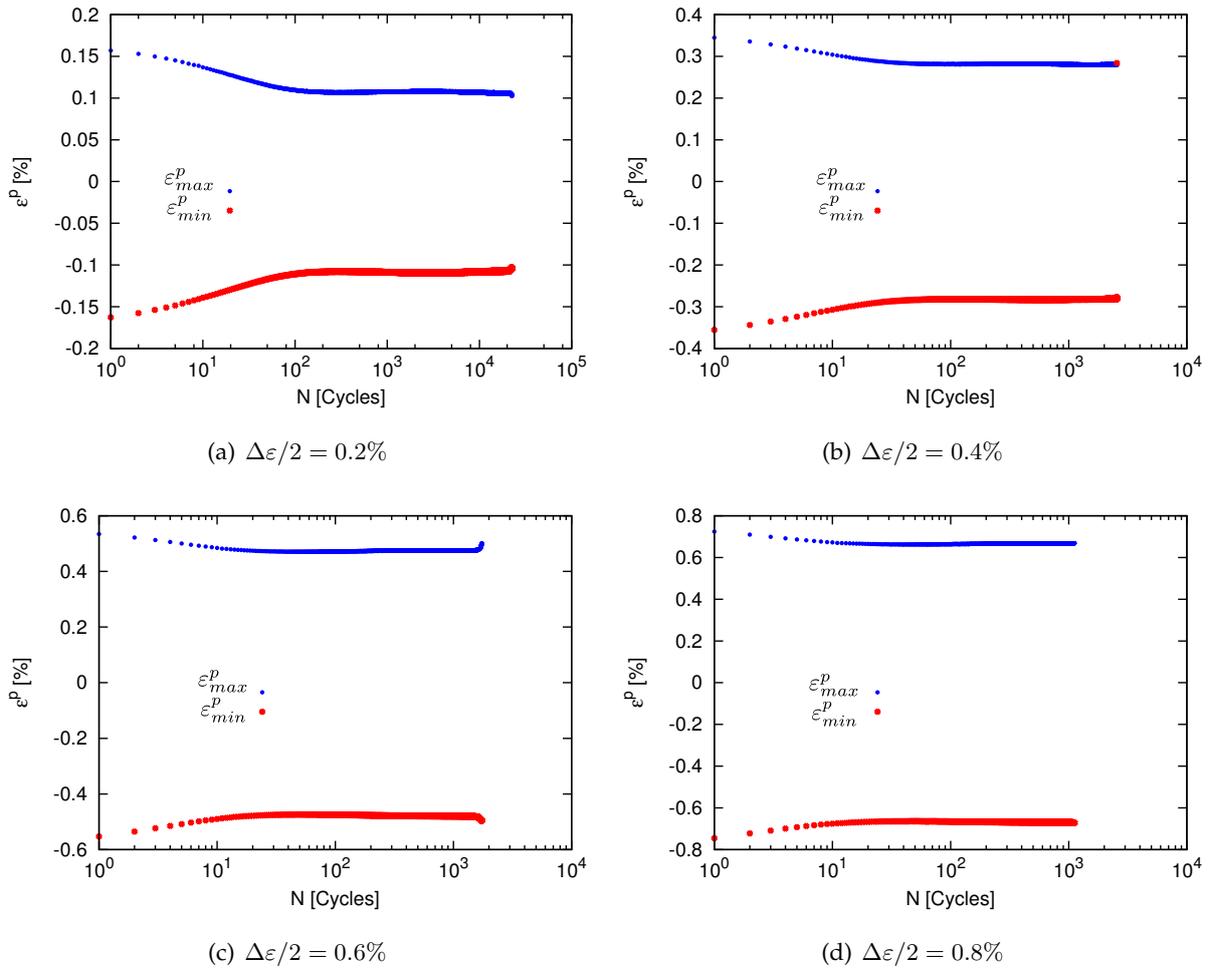


FIG. 2.21 – Évolution des déformations plastiques maximale et minimale lors des essais d'écroutissage cyclique à déformation totale imposée sur le cuivre CuGF ($R_\varepsilon = -1$).

L'importance relative des différentes composantes de la déformation totale sur la durée de vie en fatigue du cuivre CuGF recuit est montrée sur la figure 2.22 avec les courbes de Coffin-Manson. Sur cette figure, l'hypothèse d'une déformation purement élastique est faite pour les points correspondant à une déformation totale inférieure à 0.1%, car ces points sont obtenus par des essais à contraintes imposées.

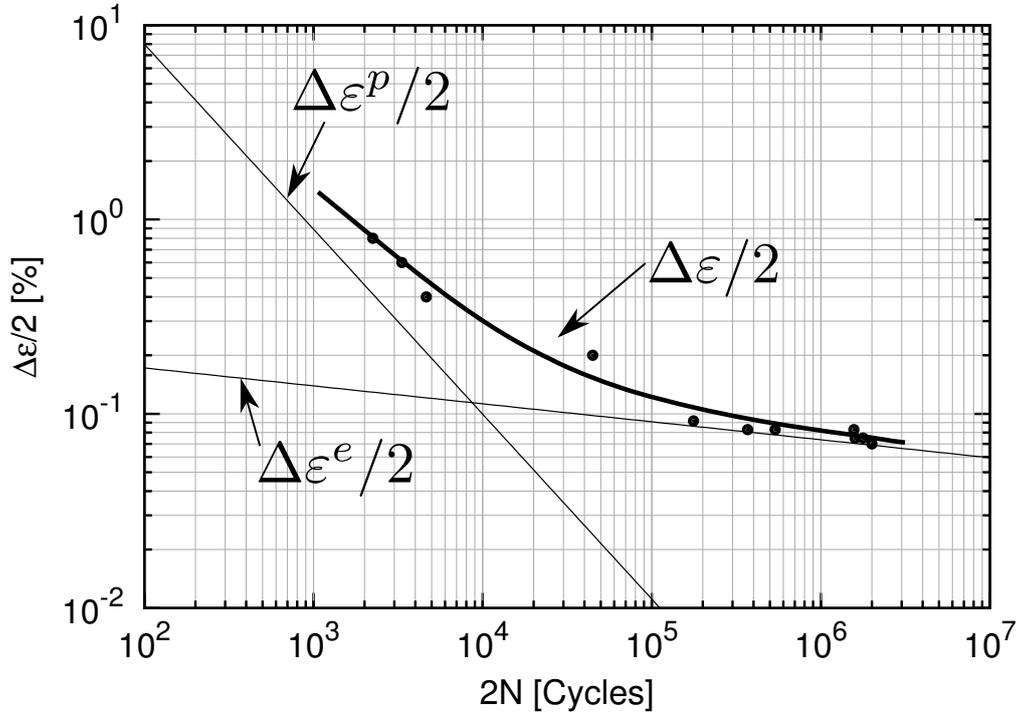


FIG. 2.22 – Résistance en fatigue oligocyclique ($R_\varepsilon = -1$) : courbes de Coffin-Manson pour le cuivre CuGF recuit. Représentation de l'amplitude de déformation totale $\Delta\varepsilon/2$ en fonction du nombre de cycles ainsi que les droites en amplitude de déformation plastique $\Delta\varepsilon^p/2$ et élastique $\Delta\varepsilon^e/2$.

La limite d'élasticité cyclique du matériau est déterminée en utilisant le cycle stabilisé correspondant à la moitié de la durée de vie ($N_f/2$). L'amplitude de contrainte correspondant à la boucle stabilisée a été calculée sous différentes amplitudes de déformation totale imposée. On peut aussi en déduire la courbe d'écrouissage cyclique du matériau représentée sur la figure 2.23. La limite d'élasticité cyclique σ_y^{cyl} est située entre [60 – 80] MPa. La valeur exacte de cette limite ne peut être confirmée car nous disposons de très peu de points d'essais à faibles déformations totales imposées (typiquement entre [0 – 0.2]%).

Les courbes de comportement cyclique à amplitude de déformation totale imposée seront utilisées pour identifier la loi de comportement du matériau en vue des calculs de microstructure réalisés et présentés dans le chapitre 5.

2.2.3 Synthèse

En traction monotone quasi-statique, les caractéristiques mécaniques des cuivres CuGF et CuGS sont similaires dans les domaines de déformation qui nous intéresseront dans ce travail ($\varepsilon \leq 1\%$). Le comportement mécanique cyclique du CuGF montre un durcissement rapide suivi d'un léger adoucissement puis une stabilisation. Les boucles d'hystérésis dans l'état stabilisé (correspondant la moitié de la durée de vie totale) seront utilisées pour l'identification de la loi de comportement dans le chapitre 5 de ce manuscrit. Le comportement mécanique cyclique du cuivre CuGS n'a pas été

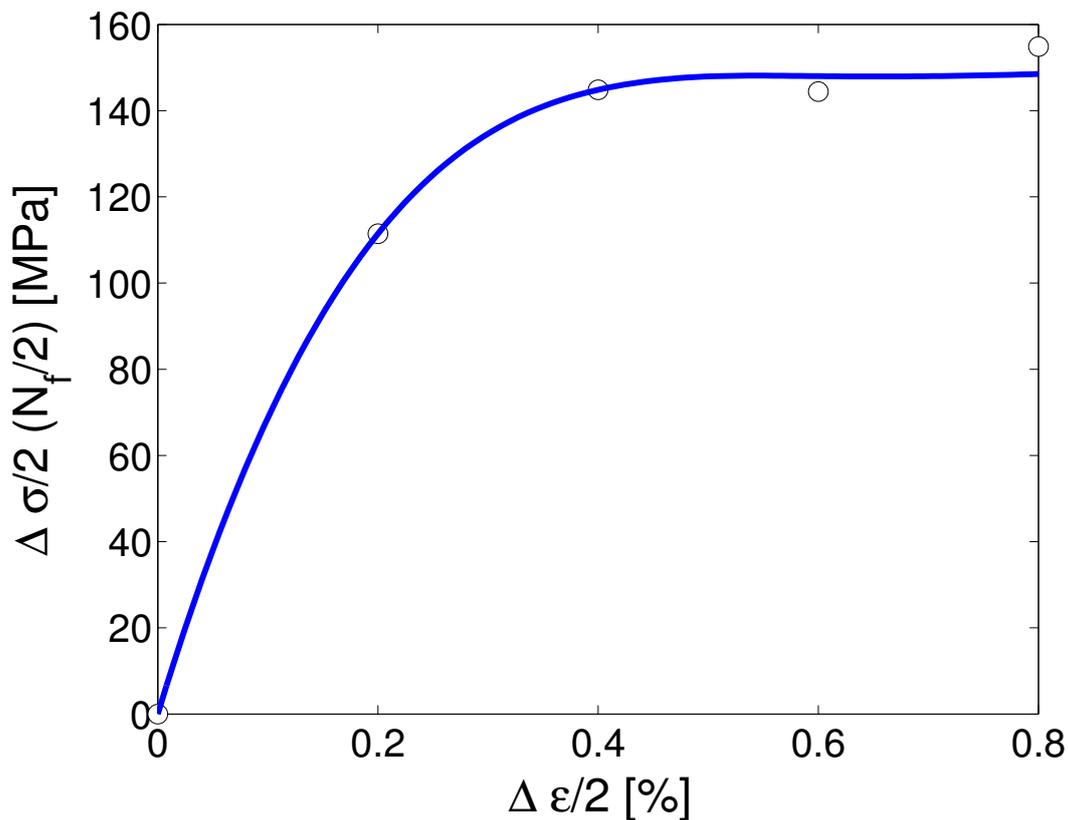


FIG. 2.23 – Courbe d'écroissage cyclique du cuivre CuGF recuit.

étudié par manque de temps et de disponibilité de la matière. Nous considérons que le comportement mécanique cyclique du cuivre CuGS reste similaire à celui du cuivre CuGF.

2.3 Résistance en fatigue

2.3.1 Conditions des essais de fatigue

2.3.1.1 Machine d'essai

Les essais de fatigue ont été réalisés à l'air et à température ambiante sur une machine électromagnétique BOSE de traction-torsion combinées avec un contrôle en effort. Cette machine est équipée d'une cellule de ± 7.5 kN de force axiale et de ± 70 Nm en couple. Les mesures de force, déplacement, couple et rotation sont réalisées par acquisition directe avec le logiciel intégré WinTest Software. Tous les essais de fatigue sont faits avec un rapport de charge $R = \sigma_{min}/\sigma_{max} = -1$ (avec signaux sinusoïdaux), à une fréquence $f = 20$ Hz.

2.3.1.2 Démarche

Nous allons déterminer les limites de fatigue du matériau dans le régime des grandes durées de vie (i.e. 10^6 cycles). Dans notre démarche, nous allons procéder à l'estimation de la durée de vie sous chargements de traction et de torsion à l'aide de la méthode de l'escalier [Lieurade, 1982, Brand et al., 1992]. Cette méthode reste celle conventionnellement utilisée pour la détermination des limites de fatigue des métaux. La méthode de l'escalier dans sa version courte sera utilisée (environ 9 éprouvettes au lieu de 15 à 20 éprouvettes pour la méthode de l'escalier classique). Les limites de fatigue sous ces mêmes types de chargements seront déterminées à l'aide de la méthode d'auto-

échauffement [Poncelet et al., 2010]. La comparaison des résultats obtenus suivant les 2 méthodes nous permettra de valider la méthode d'auto-échauffement pour notre matériau. L'objectif de cette démarche adoptée est d'estimer de façon rapide la limite de fatigue avec peu d'éprouvettes.

Dans le cas des chargements combinés de traction-torsion qui seront étudiés, seule la méthode d'auto-échauffement sera utilisée pour une estimation rapide de la limite de fatigue correspondant à une durée de vie de 10^6 cycles.

Les géométries des éprouvettes qui seront utilisées pour les essais de fatigue sont illustrées sur les figures 2.24 (pour le cuivre CuGF) et 2.25 (pour le cuivre CuGS). La différence de géométrie au niveau des têtes des éprouvettes est liée à la forme de la matière brute. En effet, le cuivre CuGS est reçu sous forme de plaque d'épaisseur 15 mm ne permettant pas de fabriquer des éprouvettes à têtes cylindriques de diamètre 14 mm, alors que le cuivre CuGF est reçu sous forme de barre cylindrique de diamètre 16 mm. Chaque géométrie est alors adaptée selon la configuration la plus simple d'usinage de la matière brute.

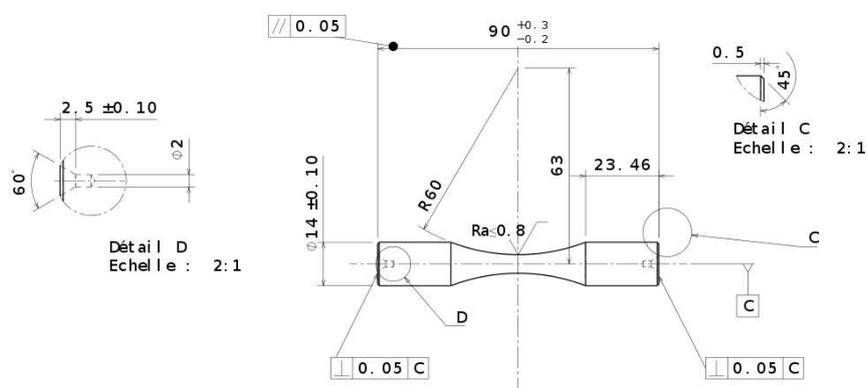


FIG. 2.24 – Géométrie des éprouvettes de fatigue en cuivre CuGF. L'axe longitudinal de l'éprouvette est parallèle à la direction d'étirage z (cf. figure 2.1)

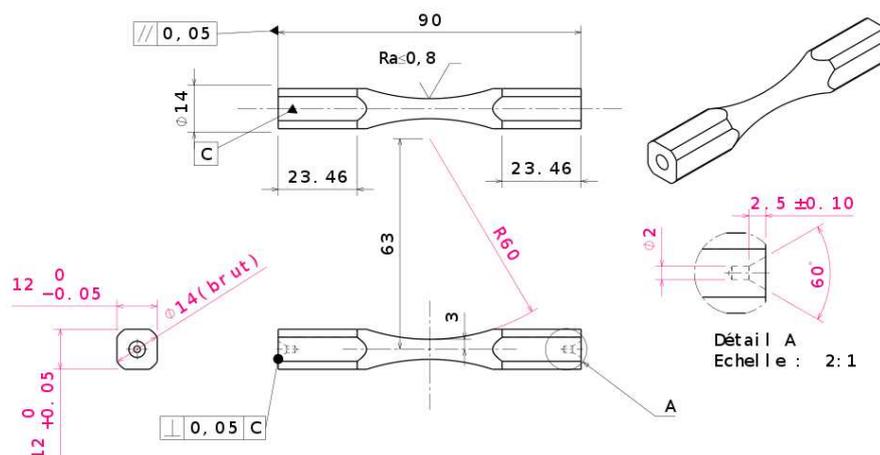


FIG. 2.25 – Géométrie des éprouvettes de fatigue en cuivre CuGS. L'axe longitudinal de l'éprouvette parallèle à la direction transversale DT (cf. figure 2.4)

2.3.2 Détermination des limites de fatigue à 10^6 cycles

2.3.2.1 Méthode de l'escalier court

La méthode de l'escalier court [Brand et al., 1992] a été utilisée avec 9 éprouvettes sous 2 types de chargements : la traction simple et la torsion simple. La limite de fatigue médiane est calculée à l'aide de l'équation (2.4) proposée par Dixon [Brand et al., 1992].

$$\sigma_{-1}^D = \sigma_f + Kd \tag{2.4}$$

où $\sigma_f = 100$ MPa pour la traction simple ($R = -1$) et $\sigma_f = 61$ MPa pour la torsion simple ($R = -1$); d est l'espacement entre les niveaux de contrainte de l'escalier; K est le coefficient de Dixon. Dans le cas de traction simple ($R = -1$), $K = -1.247$ avec $d = 10$ MPa tandis que dans le cas de torsion simple ($R = -1$), on obtient $K = -0.381$ avec $d = 3$ MPa.

La limite de fatigue obtenue est de $\sigma_{-1}^D = 88$ MPa pour le chargement de traction simple ($R = -1$) et $\tau_{-1}^D = 60$ MPa pour celui de la torsion simple ($R = -1$).

TAB. 2.5 – Méthode de l'escalier en traction et en torsion sur du cuivre CuGS à $R = -1$

σ (MPa)	Ordre des essais							
	1	2	3	4	5	6	7	8
120								
110	X							
100		X						X
90			X		X		O	
80				O		O		
70								
Nombre de cycle	88336	268776	796936	1000000	888278	1000000	1000000	781795

τ (MPa)	Ordre des essais								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
76									
73	X								
70		X							
67			X						
64				X		X			
61					O		X		X
58								O	
55									
Nombre de cycle	57897	296916	666808	560402	1000000	178330	528467	1000000	334357

(a) Traction simple ($R = -1$)

(b) Torsion simple ($R = -1$)

2.3.2.2 Méthode d'auto-échauffement

Cette méthode permet de déterminer des propriétés à la fatigue à grand nombre de cycles des matériaux métalliques à partir d'essais d'auto-échauffement [Luong, 1998, Rosa and Risitano, 2000, Fargione et al., 2002, Doudard et al., 2004]. Elle est basée sur l'observation de l'évolution de la température moyenne stabilisée d'une éprouvette soumise à une séquence de chargements cycliques par blocs. Lors de ce type d'essais, on observe, une fois passé un certain niveau de chargement, que la température moyenne stabilisée de l'éprouvette augmente de façon significative (cf. 2.26). Cette augmentation de température est associée au déclenchement des mécanismes dissipatifs (micro-plasticité). Une exploitation empirique de ces essais montre qu'ils permettent d'estimer de façon rapide la limite d'endurance du matériau [Rosa and Risitano, 2000, Fargione et al., 2002]. Plus récemment, le développement d'une méthode d'analyse à partir d'un modèle probabiliste à 2 échelles, a démontré que les essais d'auto-échauffement permettent, avec un nombre d'éprouvettes réduit, de déterminer non seulement la limite d'endurance médiane d'un acier, mais également de prévoir la dispersion des résultats des campagnes d'essais classiques de fatigue [Poncelet et al., 2007, Doudard et al., 2007, Saux et al., 2010].

2.3.2.3 Application au cuivre recuit

Des essais par blocs de $N_{bloc} = 20000$ cycles à différentes amplitudes de contrainte imposée sont faits à température ambiante à une fréquence de $f = 20$ Hz. La variation de température à la surface de l'éprouvette (entre la température initiale et à la température à la fin du bloc) est mesurée par

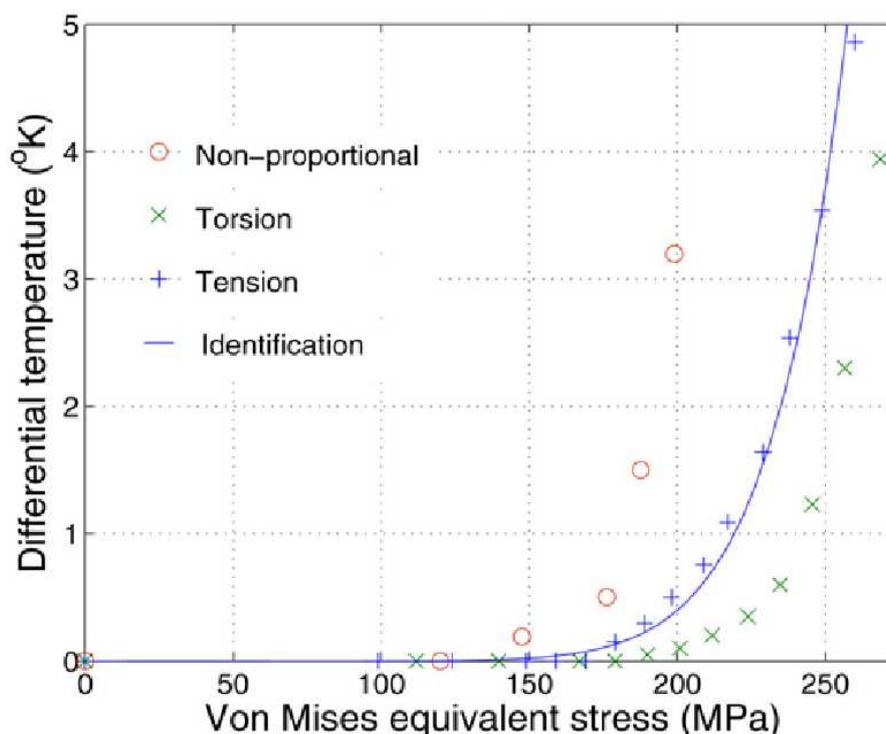


FIG. 2.26 – Évolution de la température stabilisée pour différents trajets de chargement en fonction de la contrainte équivalente de von Mises. Matériau : Acier au carbone C45 (SAE45); d'après Poncelet et al. [Poncelet et al., 2007].

thermographie infrarouge (caméra infrarouge CEDIP Jade III, MWR) et contrôlée par un thermocouple type K. La détermination du niveau de contrainte (chargement) associé à la limite de fatigue du matériau se fait sur la base du dépassement de la température initiale significatif (ΔT_{seuil}) déclenchant la dissipation plastique. Dans notre cas, le ΔT_{seuil} est fixé à 0.5°C et correspond à une valeur proche de celles de la littérature [Poncelet et al., 2007, Poncelet et al., 2010, Saux et al., 2010]. Pour une variation de température $\Delta T \leq 0.5^\circ\text{C}$, la dissipation plastique observée est associée à l'instabilité des conditions ou de l'environnement de l'essai.

Les courbes d'auto-échauffement en traction et torsion sont présentées respectivement sur les figures 2.27a et 2.27b. Les limites de fatigue du matériau correspondant à une durée de vie à 10^6 cycles sont :

- en traction : $\sigma_{-1}^D = 90 \text{ MPa}$
- en torsion : $\tau_{-1}^D = 60 \text{ MPa}$

La comparaison entre les 2 méthodes pour les cas de traction et torsion est présentée dans le tableau 2.6. Les résultats sont bien concordants. On peut donc en déduire que la méthode d'auto-échauffement donne des résultats acceptables pour le cuivre CuGS. Nous considérons qu'il en est de même pour le cuivre CuGF.

TAB. 2.6 – Comparaison des limites de fatigue déterminées par la méthode d'auto-échauffement et la méthode de l'escalier court.

	Traction σ_{-1}^D [MPa]	Torsion τ_{-1}^D [MPa]
Auto-échauffement	90	60
Escalier court (9 éprouvettes)	88	60

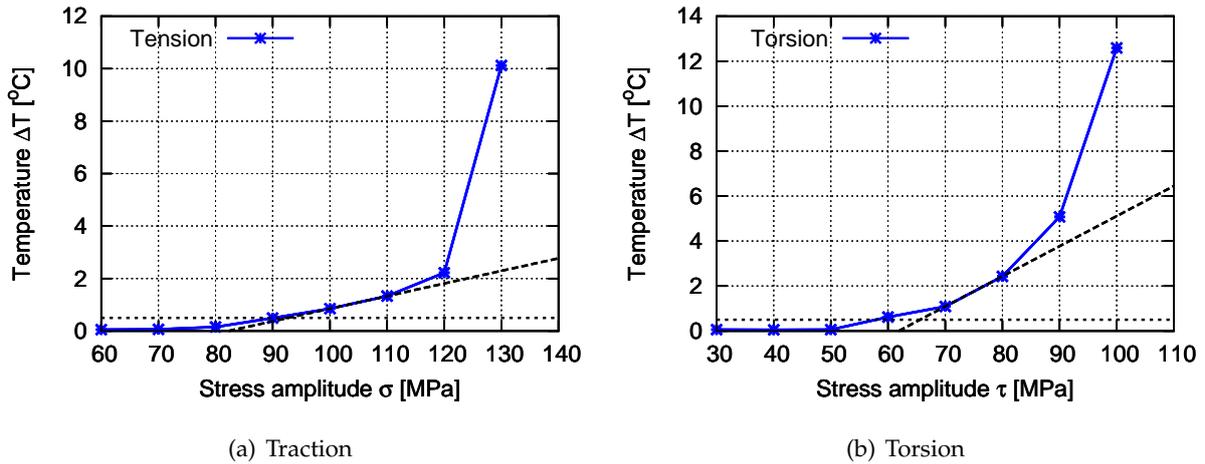


FIG. 2.27 – Courbe d’auto-échauffement sous chargements de traction-compression ($R = -1$) et de torsion ($R = -1$). Estimation de la limite de fatigue correspondant à une durée de vie de 10^6 cycles. Matériau : cuivre CuGS

2.3.2.4 Cas des chargements combinés de traction-torsion

Suite à la validation de la méthode d’auto-échauffement pour la détermination de la limite de fatigue à 10^6 cycles du cuivre CuGS en traction et en torsion, nous nous sommes limités à cette méthode pour l’estimation de la limite de fatigue sous chargements combinés. La figure 2.28 présente les résultats obtenus. La contrainte équivalente de von Mises, $\Sigma_{eq,max}$, est donnée par l’équation (2.5). Ces limites de fatigue seront utilisées pour déterminer les niveaux de chargements à appliquer de façon à se rapprocher du seuil de rupture du matériau mais sans que la rupture ne se produise avant 10^6 cycles. Nos analyses microscopiques se focaliseront essentiellement sur les éprouvettes sans rupture après 10^6 cycles (cf. chapitre 3). La contrainte équivalente de von Mises, $\Sigma_{eq,max}$, est donnée par :

$$\Sigma_{eq,max} = \max_{cycle} \sqrt{\sigma^2(t) + 3\tau^2(t)} \quad (2.5)$$

Les chargements combinés qui seront présentés dans cette étude sont caractérisés par 2 paramètres essentiels à savoir le rapport de biaxialité $r_a = \sigma_a/\tau_a$ et le déphasage β . Les limites de fatigue déterminées dans le cas des chargements combinés avec cette méthode sont regroupées dans le tableau 2.7.

TAB. 2.7 – Limite de fatigue déterminée avec la méthode d’auto-échauffement dans le cas des chargements combinés de traction-torsion ($R = -1$).

β [°]	σ_a/τ_a	$\Sigma_{eq,max}$ [MPa]	σ_{-1}^D [MPa]	τ_{-1}^D [MPa]
0	0.5	95	27	53
0	2.0	95	72	36
45	0.5	98	28	55
45	2.0	98	76	38
90	0.5	93	27	54
90	2.0	93	93	47

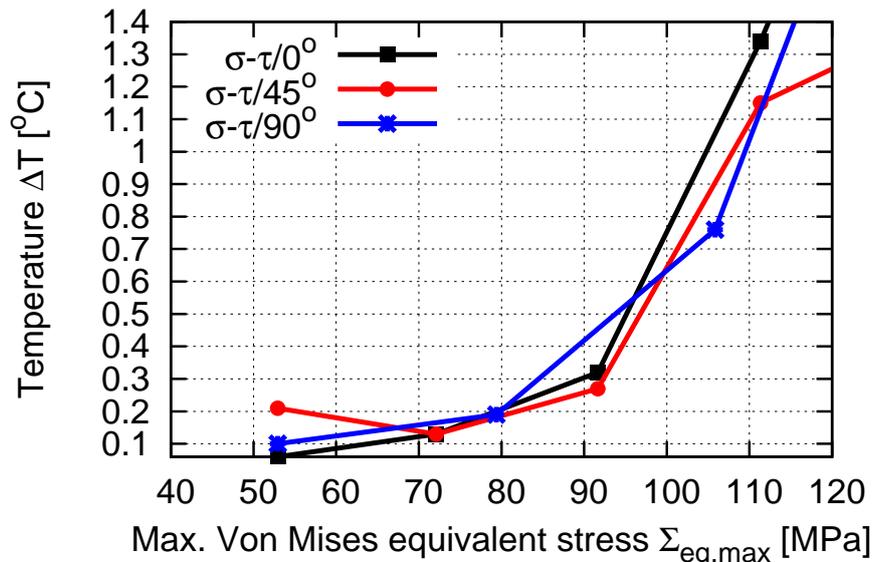


FIG. 2.28 – Détermination de la contrainte équivalente de von Mises maximale correspondant à un auto-échauffement de 0.5 K ($R = -1$). Matériau : cuivre CuGS

2.3.3 Résistance en fatigue

En se basant sur les limites de fatigue à 10^6 cycles déterminées précédemment, une campagne d'essais de fatigue à grand nombre de cycles a été faite. Les résultats des essais sont illustrés sur les figures 2.29, 2.30 et les tableaux 2.8, 2.9 et 2.10. Pour toutes ces figures et tableaux, les points correspondant aux éprouvettes non rompues après 10^6 cycles représentent un seul essai. Nous nous sommes limités à quelques éprouvettes (en raison du nombre important des chargements étudiés) seulement pour déterminer que les niveaux de chargements que nous avons choisis d'analyser sont bien proches de la limite de fatigue du cuivre CuGS sous ces divers types de chargement. Ces essais ont donc permis de confirmer les niveaux de contraintes, proches des limites de fatigue, menant à une durée de vie de 10^6 cycles sans rupture macroscopique des éprouvettes. Le développement de la plasticité et l'amorçage de micro-fissures de fatigue seront étudiés dans le chapitre 2 sur des éprouvettes non rompues sous ces niveaux de contraintes après 10^6 cycles.

TAB. 2.8 – Résultats d'essais de fatigue en traction-torsion $\beta = 0^\circ$ ($R = -1$) à une fréquence $f = 20$ Hz. Matériau : cuivre CuGS

σ_a (MPa)	τ_a (MPa)	Rapport de biaxialité σ_a/τ_a	Déphasage β (°)	Nombre de cycle à rupture
72	36	2.0	0	512882
68	34	2.0	0	non rompu
28	56	0.5	0	885316
24	48	0.5	0	non rompu

Le tableau 2.11 récapitule les différents types de chargements que nous allons étudier et les niveaux de contraintes correspondantes.

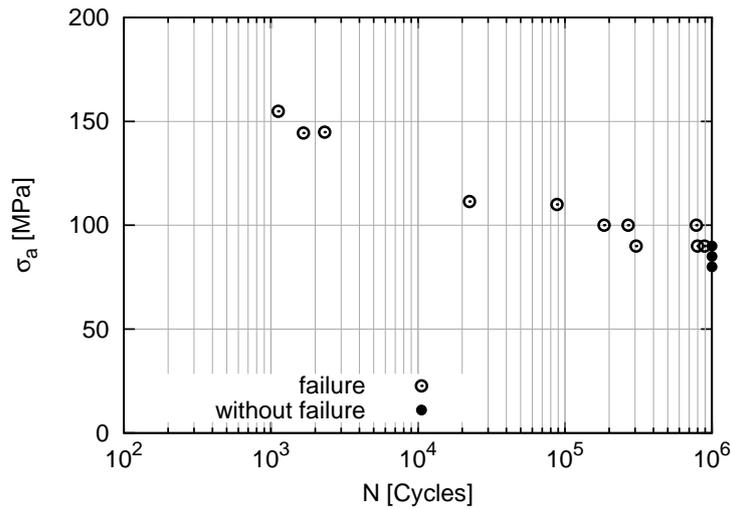


FIG. 2.29 – Résultats d’essais de fatigue en traction ($R = -1$) à une fréquence $f = 20$ Hz. Matériau : cuivre CuGS

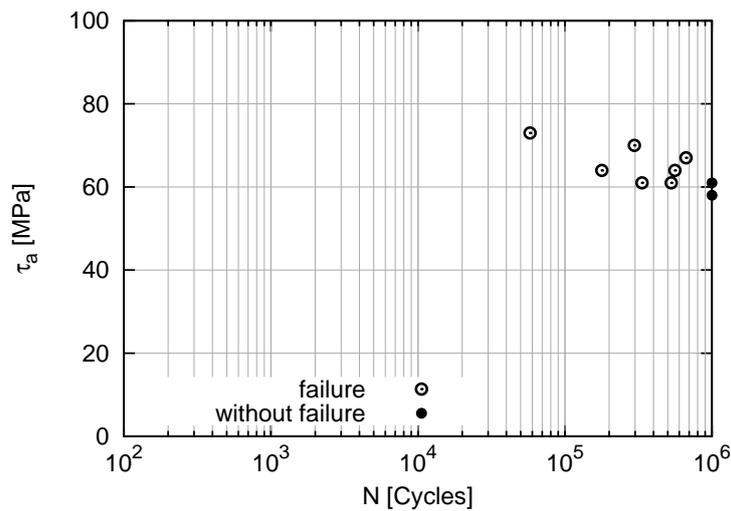


FIG. 2.30 – Résultats d’essais de fatigue en torsion ($R = -1$) à une fréquence $f = 20$ Hz. Matériau : cuivre CuGS

TAB. 2.9 – Résultats d’essais de fatigue en traction-torsion $\beta = 45^\circ$ ($R = -1$) à une fréquence $f = 20$ Hz. Matériau : cuivre CuGS

σ_a (MPa)	τ_a (MPa)	Rapport de biaxialité σ_a/τ_a	Déphasage β ($^\circ$)	Nombre de cycle à rupture
68	34	2.0	45	848392
68	34	2.0	45	non rompu
28	56	0.5	45	675257
24	48	0.5	45	non rompu

TAB. 2.10 – Résultats d’essais de fatigue en traction-torsion $\beta = 90^\circ$ ($R = -1$) à une fréquence $f = 20$ Hz. Matériau : cuivre CuGS

σ_a (MPa)	τ_a (MPa)	Rapport de biaxialité σ_a/τ_a	Déphasage β ($^\circ$)	Nombre de cycle à rupture
72	36	2.0	90	857053
68	34	2.0	90	non rompu
62	31	2.0	90	non rompu
30	60	0.5	90	614947
24	48	0.5	90	non rompu

TAB. 2.11 – Tableau récapitulatif des niveaux de contrainte appliqués pour les essais de fatigue ($R = -1$, $f = 20$ Hz) sans rupture après 10^6 cycles.

	σ_a (MPa)	τ_a (MPa)	σ_a/τ_a	β ($^\circ$)
Traction (σ_a)	85	-	-	-
Torsion (τ_a)	-	58	-	-
Traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 2.0(0^\circ)$)	68	34	2.0	0
Traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 0.5(0^\circ)$)	24	48	0.5	0
Traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 2.0(45^\circ)$)	68	34	2.0	45
Traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 0.5(45^\circ)$)	24	48	0.5	45
Traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 2.0(90^\circ)$)	68	34	2.0	90
Traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 0.5(90^\circ)$)	24	48	0.5	90

2.3.4 Représentation des niveaux de chargement de l’étude

2.3.4.1 Avec le critère de Crossland

Pour les niveaux de contraintes définis dans le tableau 2.11, le critère de Crossland a été appliqué et illustré sur la figure 2.31. Le seuil du critère a été déterminé à l’aide des limites de fatigue en traction et en torsion ($R = -1$) (cf. tableau 2.6). Les principales équations du critère (cf. chapitre 1, section 1.4.3, page 31) sont rappelées ci dessous :

$$\tau_{a,J_2}(M) + \alpha^{CR} \sigma_{Hmax}(M) \leq \beta^{CR} \quad (2.6)$$

$$\tau_{a,J_2} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \max_{t_1 \in T} \left\{ \max_{t_2 \in T} \left[\sqrt{[(\tilde{\sigma}^{dev}(M, t_1) - \tilde{\sigma}^{dev}(M, t_2))] : [(\tilde{\sigma}^{dev}(M, t_1) - \tilde{\sigma}^{dev}(M, t_2))]} \right] \right\} \quad (2.7)$$

$$\alpha^{CR} = \frac{3\tau_{-1}^D}{\sigma^D} - \sqrt{3} \quad (2.8)$$

$$\beta^{CR} = \tau_{-1}^D \quad (2.9)$$

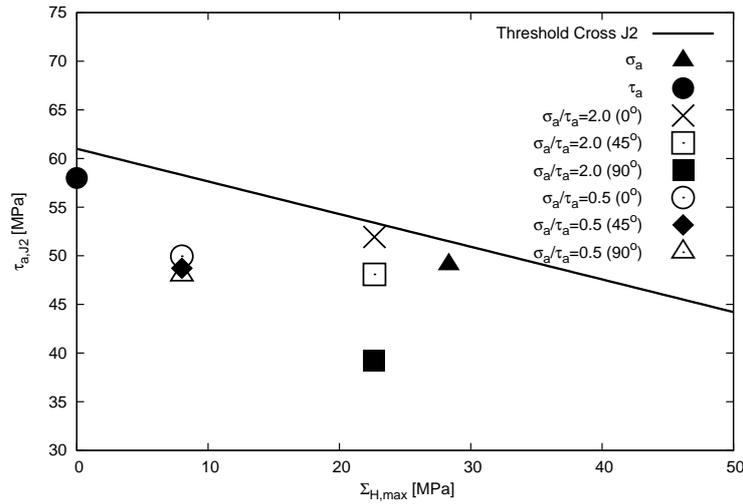


FIG. 2.31 – Application du critère de Crossland pour les niveaux de chargements du tableau 2.11. Les limites de fatigue en traction et torsion alternée symétrique du cuivre CuGS utilisées sont issues du tableau 2.6

2.3.4.2 Avec le critère de Dang Van

Le critère de Dang Van (5.12) pour les niveaux de contraintes définis dans le tableau 2.11 est illustré sur la figure 2.32. Le seuil du critère a été déterminé à l'aide des limites de fatigue en traction et en torsion ($R = -1$) regroupées dans le tableau 2.6). Les principales équations du critère (cf. chapitre 1, section 1.4.3, page 31) sont rappelées ci dessous :

$$\max_{\underline{n}} \left\{ \max_t \left[\|\underline{\tau}(\underline{n}, t)\| + \alpha^{DV} \sigma_H(t) \right] \right\} \leq \beta^{DV} \quad (2.10)$$

$$\sigma_H(t) = \frac{1}{3} \text{trace}(\underline{\sigma}(t)) = \frac{1}{3} \text{trace}(\underline{\Sigma}(t)) \quad (2.11)$$

$$\alpha^{DV} = \frac{\tau_{-1}^D - \frac{\sigma^D}{2}}{\frac{\sigma^D}{3}} \quad (2.12)$$

$$\beta^{DV} = \tau_{-1}^D \quad (2.13)$$

Comme on peut le remarquer sur les diagrammes de Crossland et de Dang Van pour le cuivre CuGS (cf. figures 2.31 et 2.32), les chargements appliqués sont proches du seuil donné par ces 2 critères. Le niveau de contrainte correspondant au cas de chargement combiné de traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 2.0(90^\circ)$) reste nettement en dessous du seuil des 2 critères. Aussi, ces critères ont été mis à défaut dans la littérature pour les cas de chargements multiaxiaux non proportionnels [Froustey and Lasserre, 1989, Weber et al., 2001].

2.3.5 Synthèse

Nous avons étudié le comportement du cuivre recuit en fatigue. Les limites de fatigue sous chargements multiaxiaux proportionnels et non proportionnels ont été déterminées. Afin d'analyser les mécanismes d'amorçage de fissures de fatigue sous ces chargements, les niveaux de contrainte

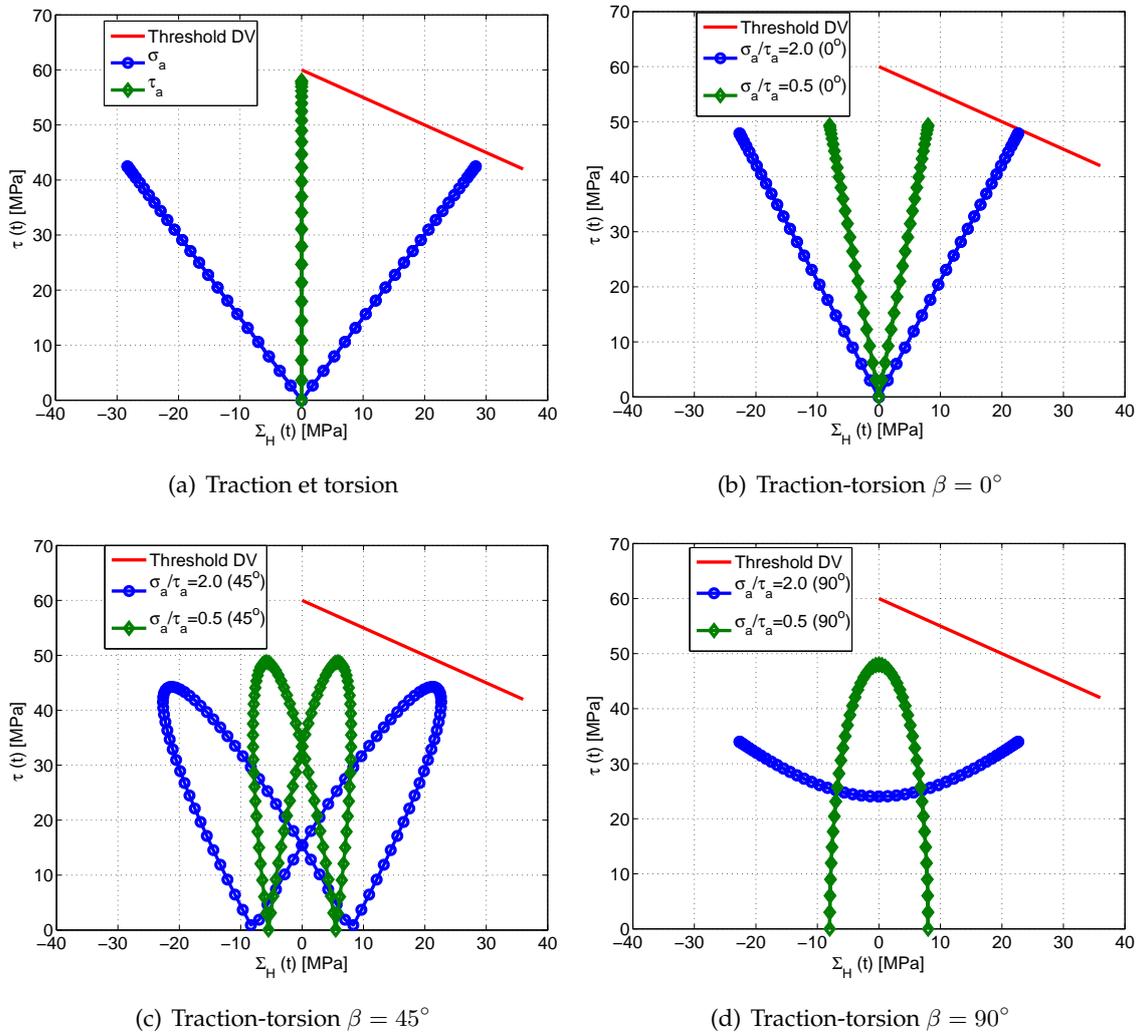


FIG. 2.32 – Évolution temporelle sur un cycle de la cission et de la contrainte hydrostatique sur le plan critique de Dang Van pour les niveaux de chargements du tableau 2.11. Les limites de fatigue en traction et torsion alternée symétrique du cuivre CuGS utilisées sont issues du tableau 2.6

sont déterminés de sorte que la rupture macroscopique du matériau ne se produise pas avant 10^6 cycles. Ces niveaux de contraintes ont été récapitulés dans le tableau 2.11. Deux rapports de biaxialité $r_a = 2.0$ et $r_a = 0.5$ ont été étudiés. Les critères de Crossland et de Dang Van ont été appliqués pour illustrer ces niveaux de chargement en appui avec les résultats expérimentaux, certes avec un nombre réduit d'éprouvettes.

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, la microstructure des matériaux étudiés a été caractérisée. Nous avons montré que les 2 cuivres (l'un obtenu par laminage à chaud suivi d'un recuit de relaxation et l'autre étiré suivi d'un recuit de recristallisation) présentent des caractéristiques similaires (dureté, taille moyenne de grains, fraction linéique de macles, comportement en traction monotone quasi-statique). Les 2 matériaux présentent 2 textures légèrement différentes. Le cuivre CuGS n'est pas texturé alors que le cuivre CuGF présente une texture de fibre γ ($\langle 111 \rangle // ND$) faiblement marquée.

La méthode d'auto-échauffement a été utilisée et validée en traction ($R = -1$) et torsion ($R = -1$) par la méthode de l'escalier court pour la détermination des limites de fatigue à 10^6 cycles du cuivre recuit. Cette étude semble montrer (compte tenu du très faible nombre d'éprouvettes testées) que la mesure de l'auto-échauffement est valable pour le cuivre OFHC utilisé.

Dans le chapitre suivant, les niveaux de chargements correspondant à une durée de vie proche de 10^6 cycles seront appliqués. Les analyses microscopiques seront faites sur les éprouvettes sans rupture macroscopique faisant ressortir les modes de glissement plastique jusqu'à l'amorçage de fissures (microstructuralement courtes) de fatigue sous chargements multiaxiaux proportionnels et non proportionnels. L'effet du type de chargement sur la localisation de la plasticité et l'amorçage des fissures de fatigue sera étudié.

MICRO-PLASTICITÉ ET AMORÇAGE DE FISSURES DE FATIGUE SOUS CHARGEMENTS COMPLEXES

Ce chapitre est consacré à l'étude des mécanismes d'amorçage de fissures de fatigue sous les différents chargements simples et complexes testés (cf. chapitre /home/akomlan2). Nous y montrons les différents sites préférentiels d'amorçage du glissement plastique (apparition des PSB) en fonction des chargements. L'amplitude de contrainte seuil d'apparition des PSB a été déterminée pour chaque chargement et comparée à la littérature. Une analyse statistique du nombre de systèmes de glissement activés dans les grains est également présentée. Ces résultats sont confrontés aux prévisions issues du critère d'activation des systèmes de glissement que nous proposons. Il a été observé que la multiaxialité du chargement induit une multiplicité du glissement contrairement aux chargements uniaxiaux. Finalement, l'étude statistique sur les différents sites d'amorçage des fissures de fatigue est présentée et analysée sous ces divers chargements.

Sommaire

3.1	Motivations et objectifs	81
3.2	Campagne d'essais de fatigue	81
3.2.1	Compléments sur les conditions des essais	81
3.2.2	Effet de la multiaxialité du chargement sur la durée de vie	83
3.3	Mécanismes de glissement plastique	83
3.3.1	Démarche adoptée	83
3.3.2	Caractérisation du glissement plastique	84
3.3.3	Analyse statistique du nombre de systèmes de glissement activés	99
3.3.4	Discussions	105
3.3.5	Synthèse	105
3.4	Activation des systèmes de glissement	106
3.4.1	Présentation du critère	106
3.4.2	Formulation du critère d'activation des systèmes de glissement	110
3.4.3	Synthèse et discussions	116
3.5	Amorçage de micro-fissures	118
3.5.1	Introduction de la démarche	118
3.5.2	Statistique sur les modes d'amorçage de fissures	118
3.5.3	Synthèse	123
3.6	Conclusion	124

3.1 Motivations et objectifs

Les études présentées dans le chapitre 1 ont montré que, en fatigue à grand nombre de cycles, une large part de la durée de vie est consacrée à la phase d’amorçage de fissures (plus de 90% de la durée de vie totale [Klesnil and Lukas, 1992, Matej, 1993]). La durée de vie en fatigue du matériau dépend donc principalement de cette phase d’amorçage de fissures. Comme il a été montré précédemment dans la revue bibliographique, dans le domaine HCF, l’amorçage est piloté par le développement de PSB à la surface pour les métaux purs sans défauts internes [Huang and Ho, 2000, Mughrabi, 2006].

La formation des PSB a été étudiée surtout pour les matériaux CFC [Finney and Laird, 1975, Wang and Mughrabi, 1984, Figueroa and Laird, 1983, Basinski and Basinski, 1992]. Les auteurs ont montré qu’elles se forment à la surface des grains favorablement orientés pour le glissement plastique. L’émergence des PSB est liée à l’activation de système de glissement dans le grain. Toutefois, ces études sont essentiellement faites sous chargements uniaxiaux ; dans le domaine HCF, elles sont inexistantes sous chargements multiaxiaux. L’activité plastique dans les grains, le rôle des joints de grains, l’influence de la déformation d’un grain sur son voisinage sont autant de paramètres qui nécessitent une attention particulière sous chargements multiaxiaux.

Les travaux présentés dans ce chapitre sont dédiés à l’analyse des mécanismes de développement de la plasticité et de l’amorçage de fissures de fatigue sous des chargements multiaxiaux proportionnels et non proportionnels. On s’intéressera essentiellement aux fissures microstructuralement courtes, aussi appelées micro-fissures (fissure à l’échelle de quelques grains). Un bref complément sur les conditions de chargements, décrites dans le chapitre 2, ainsi que les conditions de préparation des éprouvettes en vue d’une bonne observation au MEB des bandes de glissements persistantes sont tout d’abord présentées. Puis, une analyse est faite sur l’activité plastique dans les grains jusqu’à l’identification des sites préférentiels d’amorçage de micro-fissures, sous différents chargements multiaxiaux. Enfin, un critère d’activation des systèmes de glissement est élaboré pour tenter de prévoir l’activité plastique observée.

3.2 Campagne d’essais de fatigue

3.2.1 Compléments sur les conditions des essais

La géométrie des éprouvettes (en cuivre CuGS) utilisées dans cette partie est celle présentée sur la figure 2.25. Les chargements appliqués sont ceux définis dans le tableau 2.11.

3.2.1.1 Préparation des éprouvettes

Avant les essais de fatigue, la section utile de toutes les éprouvettes est polie mécaniquement au papier abrasif (SiC) à l’eau jusqu’au grade 4000 puis à la pâte diamantée jusqu’à une granulométrie de $1 \mu\text{m}$. Un polissage électrolytique est ensuite pratiqué sur ces éprouvettes de sorte à obtenir un état de surface optimal pour l’observation au MEB. Parmi les différentes conditions de polissage électrolytique étudiées, le tableau 3.1 détaille celle qui a été retenue⁷. La densité de courant de polissage est de 60 A/dm^2 .

TAB. 3.1 – Composition du réactif et conditions de polissage électrolytique.

Réactifs	Acide orthophosphorique	Éthanol	Propanol	Urée	Eau distillée
	250 mL	250 mL	50 mL	2.5 g	500 mL
Temps de polissage	50 s				
Densité de courant	60 A/dm^2				

7. L’acide orthophosphorique utilisée est à 80 % en volume, fournisseur VWR

3.2.1.2 Les types de chargements combinés

Pour étudier l'effet du déphasage et du rapport de biaxialité sur le développement de la plasticité et la durée de vie en fatigue sous chargements multiaxiaux, les essais ont été faits pour différents déphasages β et pour les rapports de biaxialité $\sigma_a/\tau_a = 2.0$ et $\sigma_a/\tau_a = 0.5$. La représentation schématique dans le repère des contraintes normale (traction) et de cisaillement (torsion) pour les chargements combinés est illustrée sur la figure 3.1. La forme du trajet de chargement dans ce repère dépend principalement du déphasage.

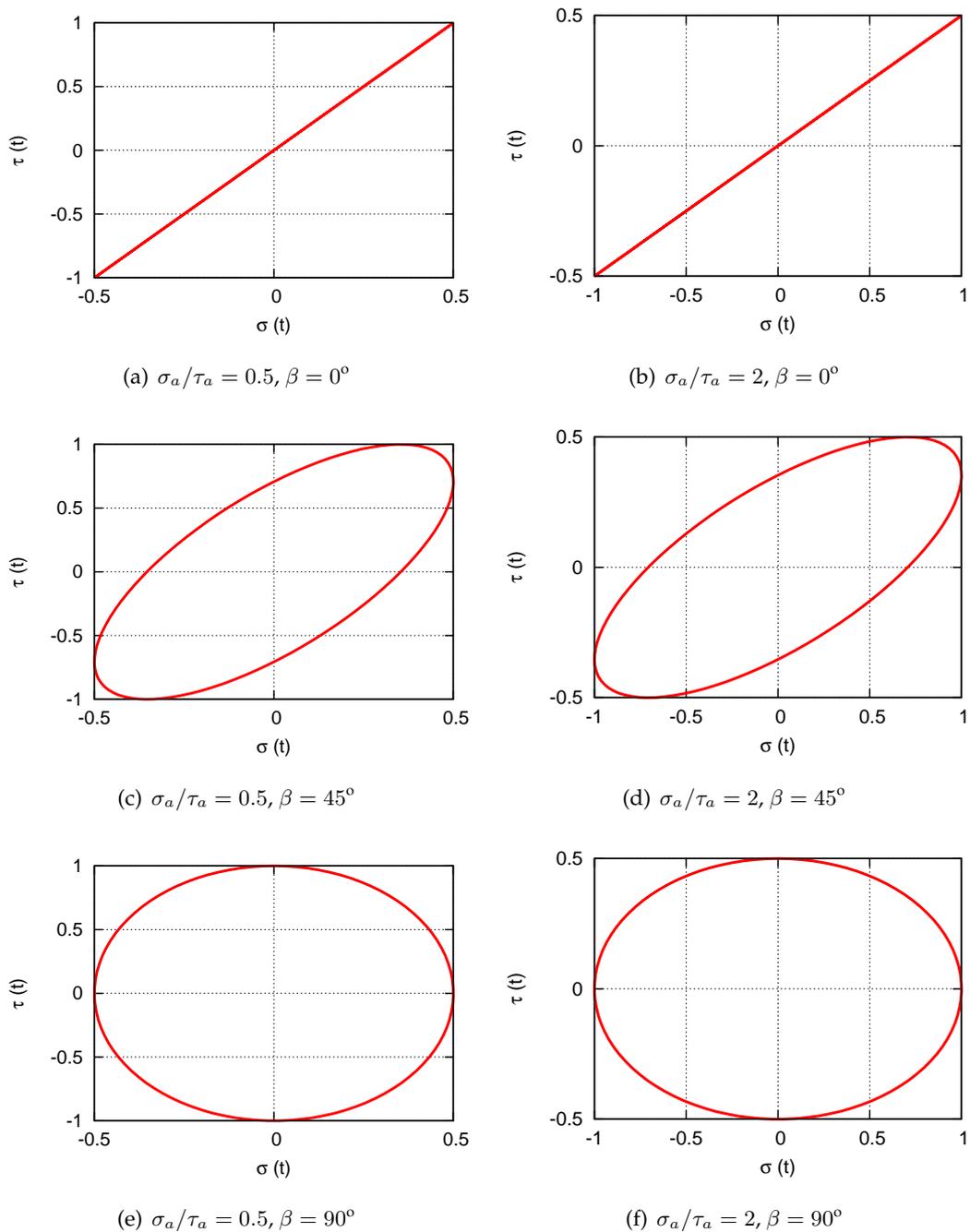


FIG. 3.1 – Représentation schématique des chargements combinés de traction-torsion dans le repère des contraintes normales (traction) et de cisaillement (torsion).

3.2.2 Effet de la multiaxialité du chargement sur la durée de vie

Le but de cette partie est de dégager une tendance concernant les effets du rapport de biaxialité et du déphasage sur la résistance en fatigue à 10^6 cycles du matériau au même niveau d'amplitude de contrainte appliquée. La figure 3.2 illustre le nombre de cycles à rupture en fonction de l'amplitude de contrainte normale appliquée. Compte tenu du nombre assez important de différents types de chargements étudiés, nous n'avons pu tester qu'un nombre limité d'éprouvettes à rupture.

TAB. 3.2 – Résultats d'essais de fatigue ($R = -1$ et $f = 20$ Hz) sur du cuivre CuGS pour une même amplitude de contrainte mais à différents déphasages et rapports de biaxialité.

σ_a (MPa)	τ_a (MPa)	Rapport de biaxialité σ_a/τ_a	Déphasage β ($^\circ$)	Nf (cycles)
72	36	2.0	0	512882
72	36	2.0	45	448392
72	36	2.0	90	Non rompu
28	56	0.5	0	885316
28	56	0.5	45	675257
28	56	0.5	90	614947

Une légère réduction de la durée de vie a été observée avec la non-proportionalité du chargement. Pour le rapport $\sigma_a/\tau_a = 2.0$, la durée de vie est plus faible pour le cas de chargement multiaxial hors phase avec $\beta = 45^\circ$. En effet, contrairement au chargement multiaxial proportionnel ($\beta = 0^\circ$), la non proportionnalité du chargement induite par $\beta = 45^\circ$ semble réduire (compte tenu du peu d'éprouvettes testées) la durée de vie du matériau. Le déphasage de $\beta = 90^\circ$ ne semble pas induire de réduction de durée de vie comparé au cas $\beta = 0^\circ$ pour le régime de fatigue étudié (i.e. 10^6 cycles).

Le rapport $\sigma_a/\tau_a = 0.5$ met en évidence une réduction plus significative de la durée de vie pour les chargements multiaxiaux hors phase avec $\beta = 45^\circ$ et $\beta = 90^\circ$. Cette réduction est similaire pour ces 2 valeurs du déphasage.

Le développement de la plasticité et l'amorçage de fissures responsables de la rupture par fatigue du matériau sont influencés par le rapport de biaxialité. L'effet néfaste de la biaxialité est prévu par la plupart des critères de fatigue multiaxiale, de type plan critique [Koutiri, 2011b]. Pour la suite, nous allons nous concentrer seulement sur l'influence de σ_a/τ_a et de β sur les modes de glissement plastique et d'amorçage de fissures de fatigue pour les différentes conditions de chargement considérées.

3.3 Mécanismes de glissement plastique

3.3.1 Démarche adoptée

La démarche est essentiellement basée sur la caractérisation microscopique de la surface des éprouvettes après sollicitation cyclique à des niveaux de contraintes menant à une durée de vie de l'ordre de 10^6 cycles. *Seules les éprouvettes menées à 10^6 cycles sans rupture sont observées.* Les éprouvettes étant initialement préparées à l'aide d'un polissage mécanique et électrolytique, les PSB à la surface de l'éprouvette après déformation sont directement observables au microscope optique et au MEB.

Une première partie de l'analyse consiste à étudier le développement de l'activité plastique en fonction du nombre de cycles. Pour cela, la méthode des répliques en élastomère [Palin-Luc et al., 2002] a été utilisée.

La deuxième partie de l'analyse concerne l'observation directe de la surface des éprouvettes sollicitées jusqu'à 10^6 cycles sans rupture. Trois différents types d'étude sont réalisés :

- étude de l'amplitude de contrainte seuil d'apparition des PSB,
- étude du développement des PSB à la surface de l'éprouvette,

- étude des modes d'amorçage de fissures dans la zone la plus sollicitée de l'éprouvette.

Dans cette deuxième partie, les phénomènes liés à l'activité plastique dans les grains et aux joints de grains seront analysés de façon statistique. Une analyse similaire sera utilisée pour caractériser les modes d'amorçage de fissures de fatigue. Les résultats seront ensuite comparés pour les divers chargements.

3.3.2 Caractérisation du glissement plastique

3.3.2.1 Méthode des répliques

Nous souhaitons suivre l'évolution de la surface d'une même éprouvette en cours d'essai. La méthode des répliques est souvent utilisée pour étudier les évolutions, en fonction du cyclage mécanique, de la plasticité et de la fissuration par fatigue à la surface des matériaux [Palin-Luc et al., 1998, Man et al., 2003, Polák et al., 2003]. Cette méthode est utilisée pour les essais de fatigue interrompus à des nombres de cycles spécifiques. Elle consiste à prendre des empreintes de la surface de l'éprouvette à ces différents nombres de cycles puis à les observer au MEB.

Différents types de répliques existent [Palin-Luc et al., 2002]. Dans cette étude, nous avons choisi d'utiliser des répliques en élastomère pour pouvoir facilement décoller la réplique de l'éprouvette toroïdale utilisée (cf. figure 2.25). En effet, la surface non plane des éprouvettes rend l'opération de décollement des répliques délicate si ces dernières ne sont pas souples.

L'élastomère utilisé dans cette étude est le Coltène Président Light Body à base de silicone [Col, 2012]. Un catalyseur ayant le rôle d'un durcisseur est mélangé avec l'élastomère à l'aide d'un tube de mélange automatique fourni par le fabricant. Les résolutions obtenues sont de l'ordre du μm , ce qui permet d'observer sans difficulté les PSB et les micro-fissures pouvant apparaître à la surface de l'éprouvette. Les élastomères sont ensuite métallisés (pour les rendre conducteurs) directement après séchage et sont observés au MEB : c'est donc une réplique négative de la surface de l'éprouvette qui est observée.

La figure 3.2 montre l'état de la surface des éprouvettes soumises à un même nombre de cycles sous deux chargements différents. Les niveaux de contraintes correspondent à une durée de vie de 10^6 cycles. Nous observons que la plasticité se développe beaucoup plus sous chargement de torsion avec une présence importante de PSB comparée à la traction. La plasticité reste très localisée en traction alors qu'elle se développe de façon plus homogène en torsion. D'autres part, les PSB apparaissent plus précocement en torsion qu'en traction. En torsion, les PSB sont bien visibles à la surface de l'éprouvette après seulement $5 \cdot 10^3$ cycles (cf. figure 3.3) alors qu'aucune trace de plasticité n'a été observée à ce même nombre de cycles en traction alors que dans les deux cas, les amplitudes de contraintes appliquées correspondent à peu près à la même durée de vie (i.e. 10^6 cycles).

3.3.2.2 Démarche utilisée pour l'observation au MEB des éprouvettes non rompues après 10^6 cycles

La surface des éprouvettes sollicitées en fatigue après 10^6 cycles sans rupture a été observée au MEB. De part la géométrie torique des éprouvettes (cf. chapitre 2 figure 2.25, page 69), la plasticité est plus importante au centre de l'éprouvette puis s'estompe au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre en allant vers les têtes. De la même manière, le développement des PSB à la surface de l'éprouvette évolue le long du tore de l'éprouvette. Cette évolution est représentée de façon schématique sur la figure 3.4. Il a ainsi été mis en évidence 3 zones :

- Zone centrale (Zc) : zone centrale de l'éprouvette. Cette zone supporte l'amplitude de contrainte la plus élevée et la densité de PSB y est maximale. C'est dans cette zone qu'est observé l'amorçage de fissures.
- Zone intermédiaire (Zi) : zone intermédiaire. Dans cette zone, se développent moins de PSB par rapport à la zone centrale. On observe uniquement des PSB sans amorçage de micro-fissures.

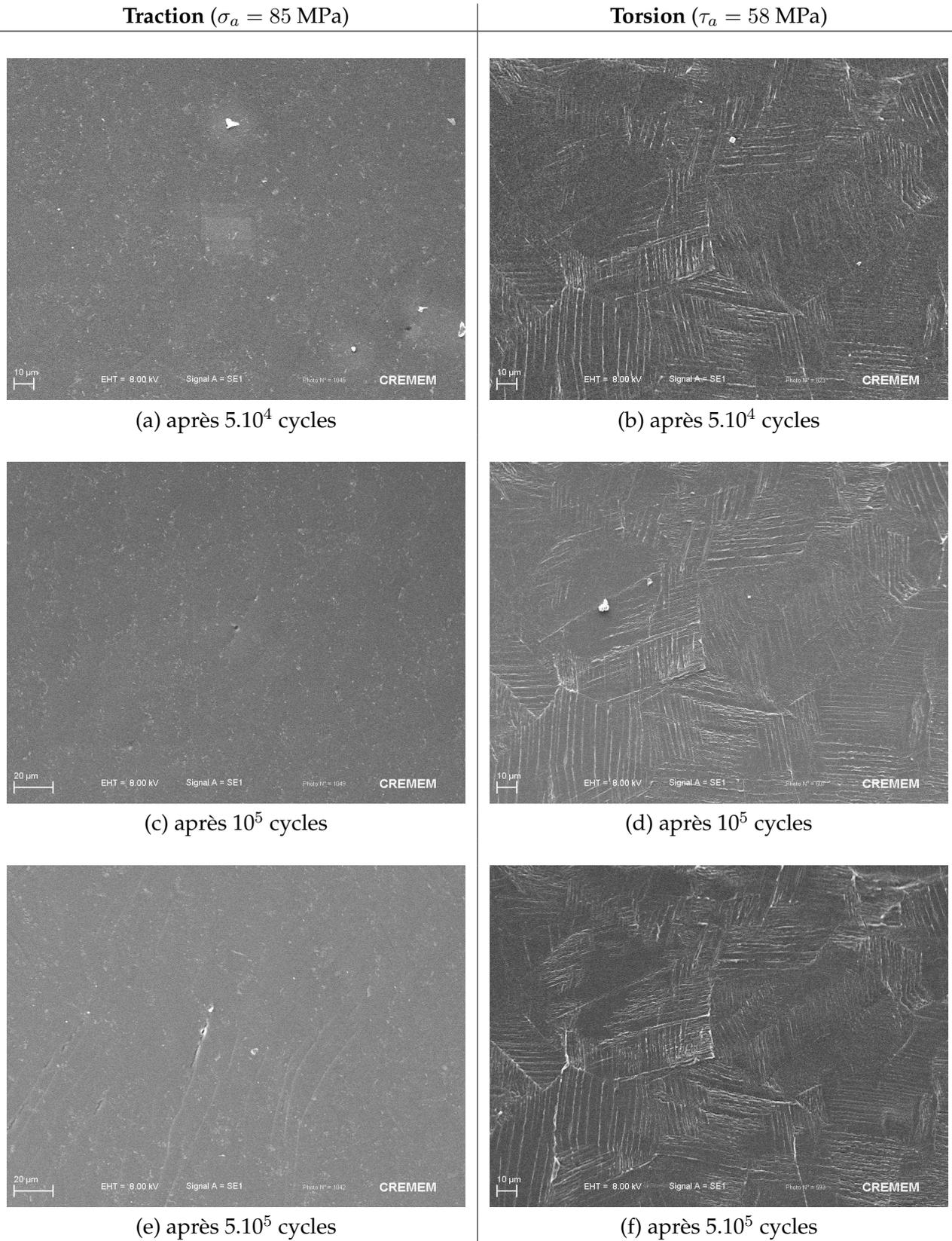
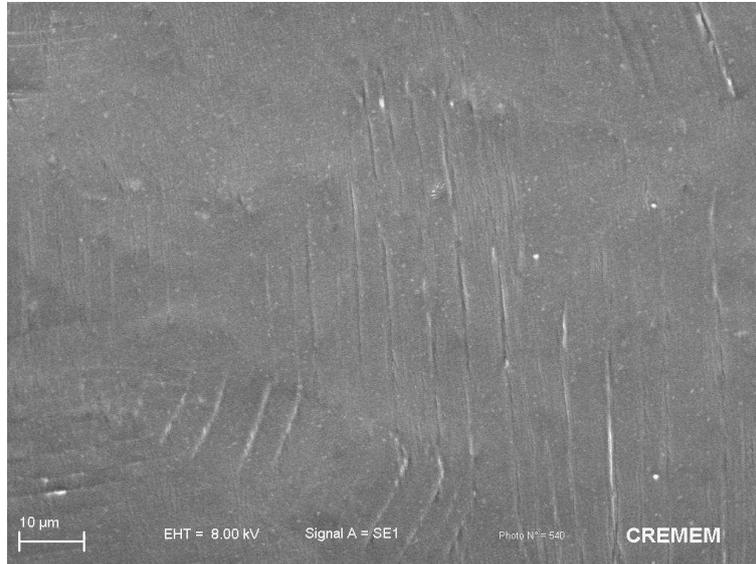
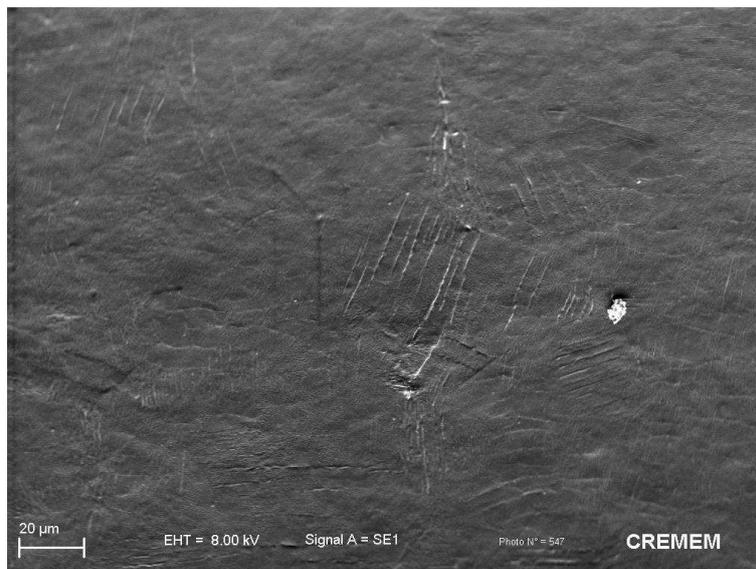


FIG. 3.2 – Développement de la plasticité à la surface de l'éprouvette après quelques cycles en traction et torsion ($R=-1$; $f=20 \text{ Hz}$).



(a) après 5.10^3 cycles



(b) après 15.10^3 cycles

FIG. 3.3 – Premier stade observé de développement de la plasticité cyclique à la surface d'une éprouvette en torsion simple ($R=-1$; $\tau_a = 58$ MPa, $f=20$ Hz).

- Zone seuil (Zs) : frontière entre la zone où l'on n'observe aucune PSB et celle du début d'apparition de ces dernières. Cette zone sera appelée "seuil d'apparition de PSB" étant donné que, pour les métaux CFC purs sans défauts internes, l'apparition des PSB est de nature essentiellement surfacique [Klesnil and Lukas, 1992].

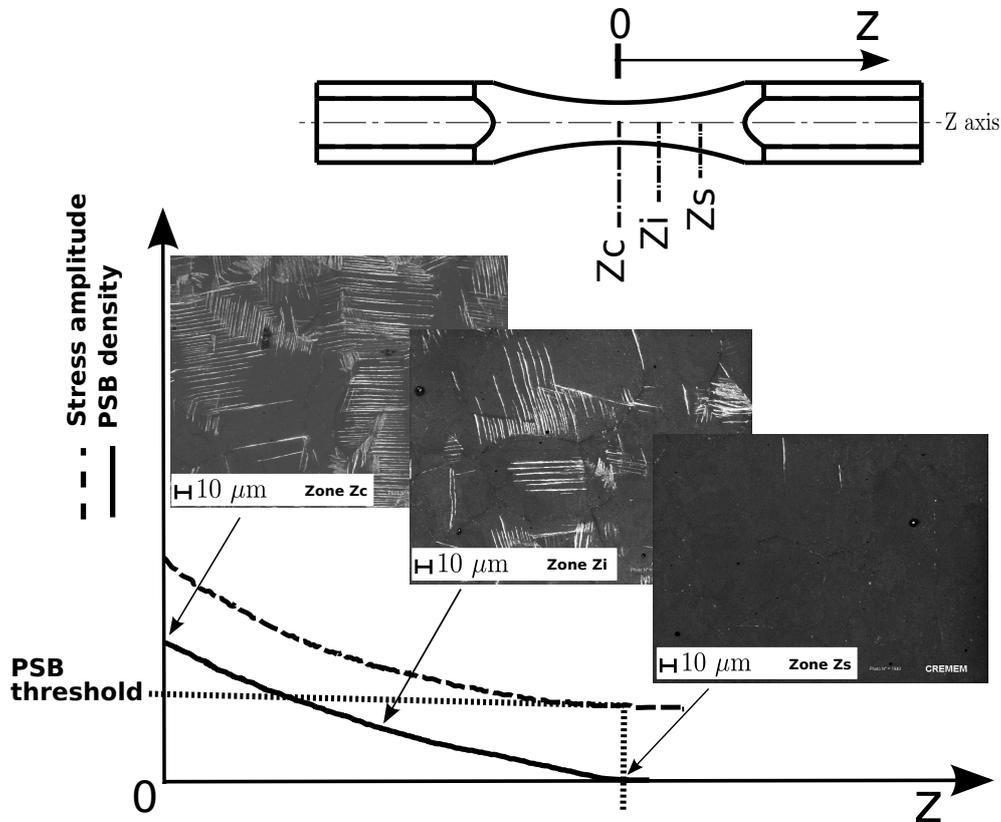


FIG. 3.4 – Principe d'observation au MEB de différentes zones sur la surface d'une même éprouvette après 10^6 cycles sous chargement de torsion à la limite de fatigue ($\tau_a = 58$ MPa). La plasticité se développe différemment suivant l'axe Z de l'éprouvette.

3.3.2.3 Modes d'apparition de PSB

Dans cette partie, nous nous concentrerons sur les différents modes d'apparition des PSB à la surface de l'éprouvette. Dans le but de mettre en évidence des tendances significatives sur une grande quantité d'informations, une méthode statistique sera utilisée pour différencier les PSB apparaissent à l'intérieur des grains (glissement intragranulaire ou IG type slip) de celles qui se localisent aux joints de grains (glissement "intergranulaire" ou GB type slip). Dans le cas du glissement intragranulaire, nous considérons à la fois les grains présentant des PSB sur une partie du grain et les PSB traversant la totalité du grain. L'objectif est d'identifier un rôle particulier des joints de grains dans le déclenchement des PSB. Cette analyse est réalisée dans la zone correspondant au seuil d'apparition des PSB (zone seuil), classées suivant leur mode d'apparition. Dans cette zone, il y a peu de grains activés. De part le gradient de contrainte suivant l'axe z des éprouvettes, on se limite à une petite zone d'observation représentative du début d'apparition des PSB. La figure 3.5 illustre schématiquement les 2 catégories de PSB distinguées.

La figure 3.6 montre un exemple des micrographies MEB utilisées pour réaliser l'étude statistique sur les modes d'apparition des PSB. Ces micrographies ont été réalisées pour tous les chargements étudiés. Le pourcentage de grains observés suivant ces 2 modes est calculé en tenant compte uniquement des cas bien identifiés. Les grains n'ayant pas de PSB ne sont pas pris en compte dans l'analyse

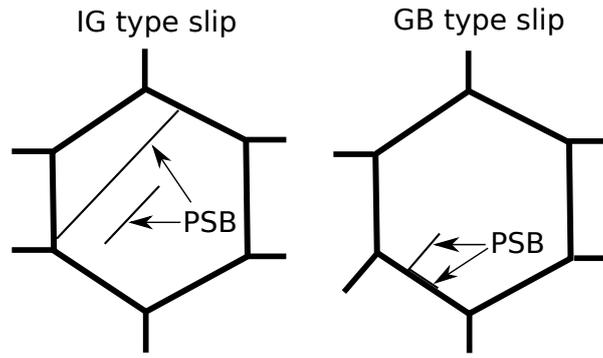


FIG. 3.5 – Représentation schématique des 2 modes d'apparition de PSB observés : à l'intérieur du grain (IG) et au joint de grain (GB).

statistique. En moyenne, une vingtaine de grains actifs (sur un total d'environ 160 grains analysés) sont considérés pour chaque condition de chargement.

Les résultats de cette analyse sont présentés sur la figure 3.7. Les proportions d'apparition des PSB dans le grain ou aux joints de grain restent similaires pour chaque chargement (en moyenne 60% dans le grain et 40% aux joints de grain). Le mode d'apparition des PSB est peu influencé par la nature des chargements étudiés.

Nous allons maintenant nous intéresser au lien entre l'apparition des PSB (i.e. zone seuil de l'éprouvette, cf. figure 3.4) et l'amplitude des contraintes présentes. Ces dernières seront appelées "seuils d'amplitude de contrainte conventionnelle⁸ d'apparition des PSB" pour les différents cas de chargement. On utilise le terme "seuil conventionnel" car la durée de vie correspondante est de 10^6 cycles. Ce terme est aussi désigné par "seuil traditionnel d'apparition des PSB" selon certains auteurs [Stanzl-Tschegg and Schönbauer, 2010, Weidner et al., 2010].

3.3.2.4 Analyse des seuils d'amplitude de contrainte d'apparition de PSB

Suite à la démarche précédente d'analyse des modes d'apparition des PSB, on peut estimer, pour chaque cas de chargement, l'amplitude de contrainte correspondant à la zone seuil qui marque le début d'apparition des PSB. Ce seuil correspond au niveau d'amplitude de contrainte maximale pour lequel aucune PSB n'apparaît pour une durée de vie de 10^6 cycles. Cette notion de seuil d'apparition des PSB a déjà été utilisée par [Finney and Laird, 1975] et reprise plus tard par [Mughrabi, 1978, Mughrabi, 1983, Sauzay, 2009]. Ces auteurs ont exprimé la valeur de ce seuil de contrainte en terme d'amplitude de la cisssion résolue critique d'apparition de PSB égale à $\tau_{R,psb} = 28$ MPa sous chargements uniaxiaux à 10^6 cycles sur du cuivre pur. Ceci correspond à une amplitude de contrainte normale de $\sigma_{a,psb} \sim 56$ MPa (pour $R=-1$). Dans notre étude, les seuils d'amplitude de contraintes correspondant à l'apparition des PSB, à la surface du matériau sous sollicitations cycliques alternées symétriques après 10^6 cycles, sont donnés dans le tableau 3.3. Le calcul des contraintes est fait en élasticité isotrope sans tenir compte du faible coefficient théorique de concentration de contrainte des éprouvettes.

La cisssion résolue $\tau_{R,psb}^s$ sur un système de glissement s au seuil de contrainte d'apparition de PSB est donnée de façon classique par :

$$\tau_{R,psb} = (\underline{\sigma}_{\sim psb} \cdot \underline{n}^s) \cdot \underline{m}^s \quad (3.1)$$

où $\underline{\sigma}_{\sim psb}$ est le tenseur des seuils de contrainte d'apparition des PSB, \underline{n}^s et \underline{m}^s sont respectivement la normale au plan de glissement et la direction du glissement. Ici nous nous intéressons seulement à la

8. Contrainte calculée en élasticité sans tenir compte du faible coefficient théorique de concentration de contrainte des éprouvettes toriques utilisées ($K_t = 1.04$ en traction)



(a) $\sigma_a/\tau_a = 2.0, \sigma_a = 68 \text{ MPa}, \beta = 45^\circ$



(b) $\sigma_a/\tau_a = 0.5, \sigma_a = 24 \text{ MPa}, \beta = 90^\circ$

FIG. 3.6 – Exemples de micrographies au MEB dans la zone seuil d'apparition des PSB.

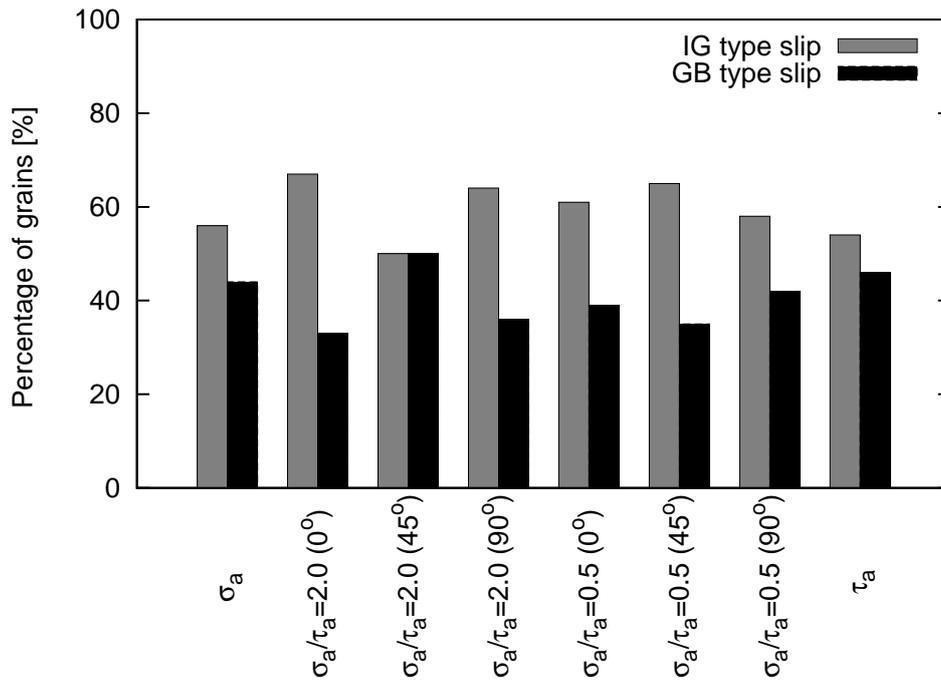


FIG. 3.7 – Proportion des grains activés avec apparition des PSB suivant les 2 modes : intragranulaire (IG) et aux joints de grains (GB) pour les différents chargements étudiés. Le pourcentage de grains est calculé en prenant en compte uniquement les grains actifs (~ 20 grains actifs considérés pour chaque condition de chargement sur un total de 160 grains analysés).

valeur maximale de l'amplitude de la cission résolue dans toutes les directions de l'espace. Nous reviendrons dans la section 3.4 de ce chapitre sur les détails du calcul de la cission résolue. La cission résolue maximale est reportée dans les tableaux 3.3 et 3.4 correspondant aux amplitudes de contrainte au seuil d'apparition des PSB. Cette cission résolue est similaire pour tous les chargements étudiés correspondant à la limite de fatigue à 10^6 cycles du matériau (cf. tableau 3.3).

TAB. 3.3 – Amplitudes de contrainte seuil d'apparition des PSB pour les différents chargements étudiés. Les éprouvettes ont été sollicitées à 10^6 cycles sans rupture macroscopique.

σ_a (MPa)	τ_a (MPa)	β ($^\circ$)	$\sigma_{a,psb}$ (MPa)	$\tau_{a,psb}$ (MPa)	$\tau_{R,psb}$ (MPa)
85	-	-	67	-	33
-	58	-	-	38	38
68	34	0	47	20	31
68	34	45	46	19	27
68	34	90	44	18	22
24	48	0	17	28	29
24	48	45	18	30	31
24	48	90	18	29	30

Le seuil conventionnel de contrainte d'apparition de PSB a été trouvé égal à $\sigma_{a,psb} \sim 63$ MPa par [Stanzl-Tschegg et al., 2007] sur du cuivre pur sous chargement de traction ($R = -1$). Cette valeur diffère un peu de celle initialement déterminée par [Mughrabi, 1978, Mughrabi, 1983], reportée plus haut (ie. $\sigma_{a,psb} \sim 56$ MPa ou $\tau_{R,psb}^s = 28$ MPa). Les résultats du tableau 3.3 confirment ceux de [Stanzl-Tschegg et al., 2007] pour la traction simple ($R=-1$). L'incertitude sur la valeur de $\sigma_{a,psb}$ déterminée en traction est de 4.4 MPa. Les écarts obtenus avec le seuil conventionnel de contrainte d'ap-

parition de PSB de la littérature peuvent être dus au manque de précision dans l'identification de la zone où aucune PSB n'est observée sur la surface de l'éprouvette. Le calcul des seuils de contrainte de traction et de torsion est dépendant du diamètre de l'éprouvette dans cette zone. Expérimentalement, cette zone n'est pas évidente à définir avec la méthode utilisée. La comparaison pour les autres cas de chargements ne peut pas être faite puisque les auteurs n'ont étudié que la traction simple.

Il a été montré par [Stanzl-Tschegg and Schönbauer, 2010] que ce seuil de contrainte d'apparition des PSB dépend du régime de durée de vie (LCF ou HCF ou VHCF). Ces auteurs ont notamment trouvé que ce seuil d'apparition de PSB dans le régime des très grande durée de vie (10^{10} cycles) est d'environ $\sigma_{a,psb} \sim 45$ MPa. Les seuils d'amplitude de contrainte $\sigma_{a,psb}$ chutent de 25% par rapport au seuil conventionnel (i.e. pour une durée de vie de 10^6 cycles).

La chute de l'amplitude de contrainte seuil d'apparition des PSB sur des éprouvettes sollicitées à rupture avant 10^6 cycles par rapport aux éprouvettes sollicitées 10^6 cycles sans rupture (cf. tableau 3.3) est donnée dans le tableau 3.4. Nous pouvons observer entre 10^5 et 10^6 cycles que ce seuil est fortement dépendant de la contrainte imposée et aussi du régime de durée de vie. En effet, dans le tableau 3.4, on peut remarquer une diminution de $\sigma_{a,psb}$ d'environ 10%, observée pour tous les cas de chargements étudiés.

TAB. 3.4 – Amplitudes de contrainte seuil d'apparition des PSB pour des chargements avec rupture avant 10^6 cycles.

σ_a (MPa)	τ_a (MPa)	β (°)	N_f (cycles)	$\sigma_{a,psb}$ (MPa)	$\tau_{a,psb}$ (MPa)	$\tau_{R,psb}$ (MPa)	chute $\tau_{R,psb}$ [%]
100	-	-	184688	60	-	30	9
-	70	-	296916	-	36	36	5
28	56	0	885316	16	21	22	24
28	56	45	675257	17	27	27	13
28	56	90	614947	15	21	21	27

3.3.2.5 Analyse EF des contraintes seuils d'apparition des PSB

Des calculs éléments finis en élasticité isotrope et en élasto-plasticité ont été réalisés sur l'éprouvette de fatigue dont la géométrie maillée est illustrée sur la figure 3.8 (cf. figure 2.25, chapitre 2).

Loi de comportement macroscopique

Une loi de comportement macroscopique à écrouissages à la fois isotrope et cinématique non-linéaire a été utilisée. Le tableau 3.5 résume les différentes équations de la formulation générale de cette loi de comportement. Dans ce tableau, $\underline{\underline{C}}$ désigne le tenseur d'élasticité isotrope, R_o la limite d'élasticité du matériau, p la déformation plastique cumulée, c et d sont les paramètres traduisant l'écrouissage cinématique. Le paramètre c contrôle la pente initiale de la courbe d'écrouissage à la sortie du domaine d'élasticité, tandis que le paramètre d contrôle la non-linéarité de l'écrouissage. $\underline{\underline{\sigma}}^{dev}$ désigne le déviateur du tenseur des contraintes, σ_{eq} la contrainte équivalente de von Mises, $\underline{\underline{I}}$ le tenseur identité d'ordre 2 et λ le multiplicateur plastique. Le potentiel de dissipation est celui proposé par [Armstrong and Frederick, 1966].

Dans le cas particulier de la traction simple, on a $p=\varepsilon^p$, $\sigma_{eq} = \sigma$ et la loi d'évolution de la contrainte élastoplastique se résume sous la forme suivante [Besson et al., 2001] :

$$\sigma = R_o + \underbrace{Q(1 - \exp(-b\varepsilon^p))}_{\text{écrouissage isotrope}} + \underbrace{\frac{c}{d}(1 - \exp(-d\varepsilon^p))}_{\text{écrouissage cinématique}} \quad (3.2)$$

où Q et b sont les paramètres traduisant l'écrouissage isotrope. Les effets de la viscosité ne sont pas considérés dans la loi de comportement mécanique utilisée. Les paramètres de cette loi ont été

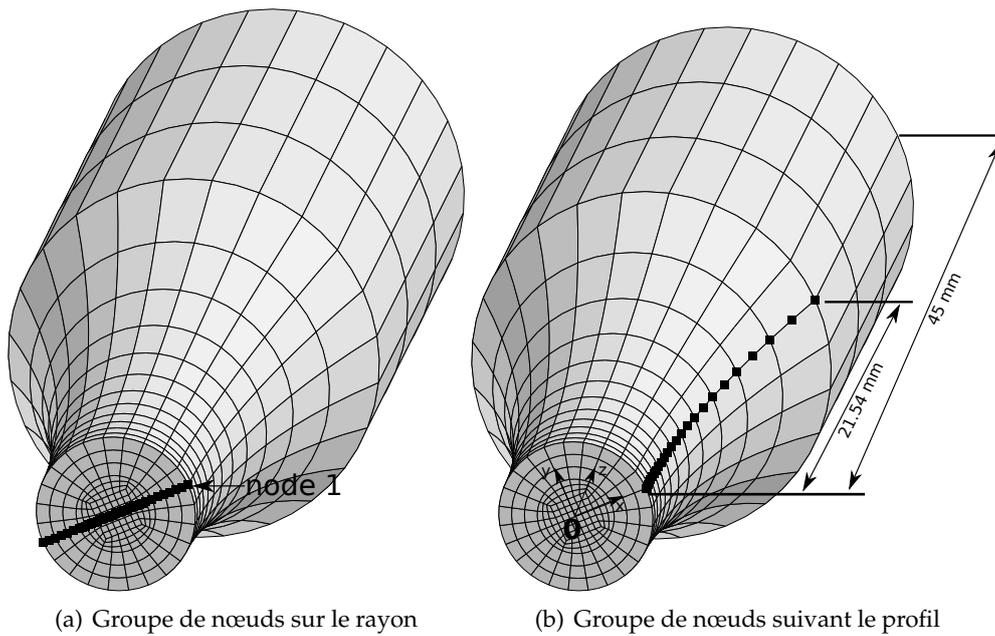


FIG. 3.8 – Définition des groupes de nœuds sur l'éprouvette maillée. L'axe longitudinal de l'éprouvette est représenté par Z .

TAB. 3.5 – Résumé de lois de comportement élastoplastique macroscopique

Potentiel élastoplastique	$\rho\Psi = \rho\Psi_e(\tilde{\varepsilon}^e) + \rho\Psi_p(\tilde{\alpha})$
	$= \frac{1}{2}\tilde{\varepsilon}^e : \tilde{\mathbf{C}} : \tilde{\varepsilon}^e + \frac{1}{2}c\tilde{\alpha} : \tilde{\alpha}$
Tenseur de contrainte dérivé du potentiel $\rho\Psi$	$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \tilde{\varepsilon}^e} = \tilde{\mathbf{C}} : \tilde{\varepsilon}^e$
Décomposition du tenseur de déformation totale	$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$
Surface de charge	$f(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, R) = \sigma_{eq} - R - R_o$
Variable d'écrouissage isotrope	$R = f(p)$
Potentiel de dissipation d'Armstrong-Frederick	$g(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \tilde{\mathbf{X}}) = f(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}) + \frac{1}{2} \frac{d}{c} \tilde{\mathbf{X}} : \tilde{\mathbf{X}}$
Variable d'écrouissage cinématique	$\tilde{\mathbf{X}} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \tilde{\alpha}} = c\tilde{\alpha}$
Tenseur des contraintes relatives	$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}' = \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{dev} - \tilde{\mathbf{X}} = \tilde{\boldsymbol{\sigma}} - \frac{1}{3} tr(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}) \mathbf{I} - \tilde{\mathbf{X}}$
Vitesse de déformation plastique	$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}} = \frac{3}{2} \dot{\lambda} \frac{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}'}{\sigma_{eq}}$
Vitesse d'écrouissage cinématique	$\dot{\tilde{\alpha}} = -\dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \tilde{\mathbf{X}}} = \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - d\dot{\lambda} \tilde{\alpha}$

identifiés (cf. tableau 3.6) sur les boucles d'hystérésis stabilisées correspondant à la moitié de la durée de vie totale.

TAB. 3.6 – Paramètres identifiés de la loi de comportement mécanique macroscopique sur les courbes expérimentales d'érouissage cycliques en traction-compression

Élasticité isotrope		Érouissage isotrope			Érouissage cinématique	
E (GPa)	ν	R_o (MPa)	Q (MPa)	b	c (MPa)	d
120	0.3	15	56	90	52000	680

Distribution des contraintes et déformations

Pour chaque condition de chargement, 10 cycles ont été simulés. La figure 3.9 illustre la distribution des champs de contrainte maximale lors du 10^{ième} cycle. Les contraintes les plus grandes sont obtenues en surface de l'éprouvette.

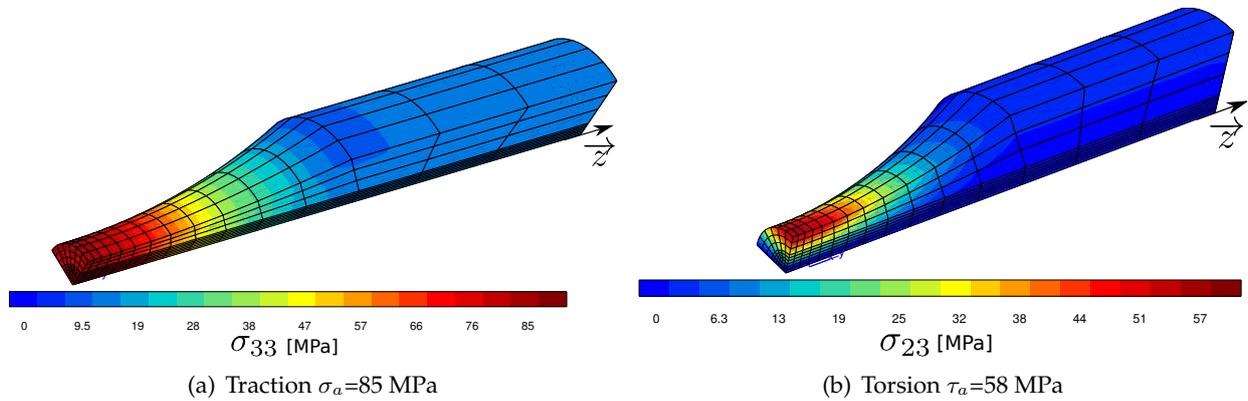


FIG. 3.9 – Distribution des contraintes calculées en élasto-plasticité après 10 cycle de chargement en traction ($R=-1$) et en torsion ($R=-1$). La direction 3 (z) correspond à l'axe longitudinal de l'éprouvette.

Pour le nœud 1 illustré sur la figure 3.8a, les contraintes de traction (σ_{33}) et de cisaillement (σ_{23}) ont été analysées. Leurs distributions en fonction du nombre de cycles sont représentées sur la figure 3.10 pour quelques chargements. On observe une déformation importante au premier cycle. Le comportement du matériau évolue vers une adaptation élastique. Ceci est également traduit sur la figure 3.11 qui représente l'évolution de la déformation plastique cumulée. En effet, cette déformation sature autour du 10^{ième} cycle.

L'évolution de la déformation plastique cumulée le long du rayon et du profil toroïdal de l'éprouvette est représentée sur la figure 3.12. Comme attendu, en traction, la déformation plastique cumulée suivant le rayon de l'éprouvette reste quasi-constante. En torsion, elle est nulle au centre et maximale à la surface de l'éprouvette. Pour les chargements combinés, l'évolution tend vers le cas de la traction ou la torsion suivant le rapport σ_a/τ_a . En l'occurrence, sur la figure 3.12a, on peut observer que les distributions pour $\sigma_a/\tau_a = 0.5$ tendent vers le cas de la torsion. Plus le déphasage β est grand, plus l'évolution de déformation plastique cumulée est similaire à la torsion.

À la surface de l'éprouvette, la déformation plastique cumulée (figure 3.12b) est maximale au nœud 1 (centre de l'éprouvette) et tend vers 0 dans les têtes où le régime est purement élastique. Cette évolution montre qu'il y a un seuil (faible ε_{cum}^p) où aucun signe de plasticité ne sera observé sur l'éprouvette.

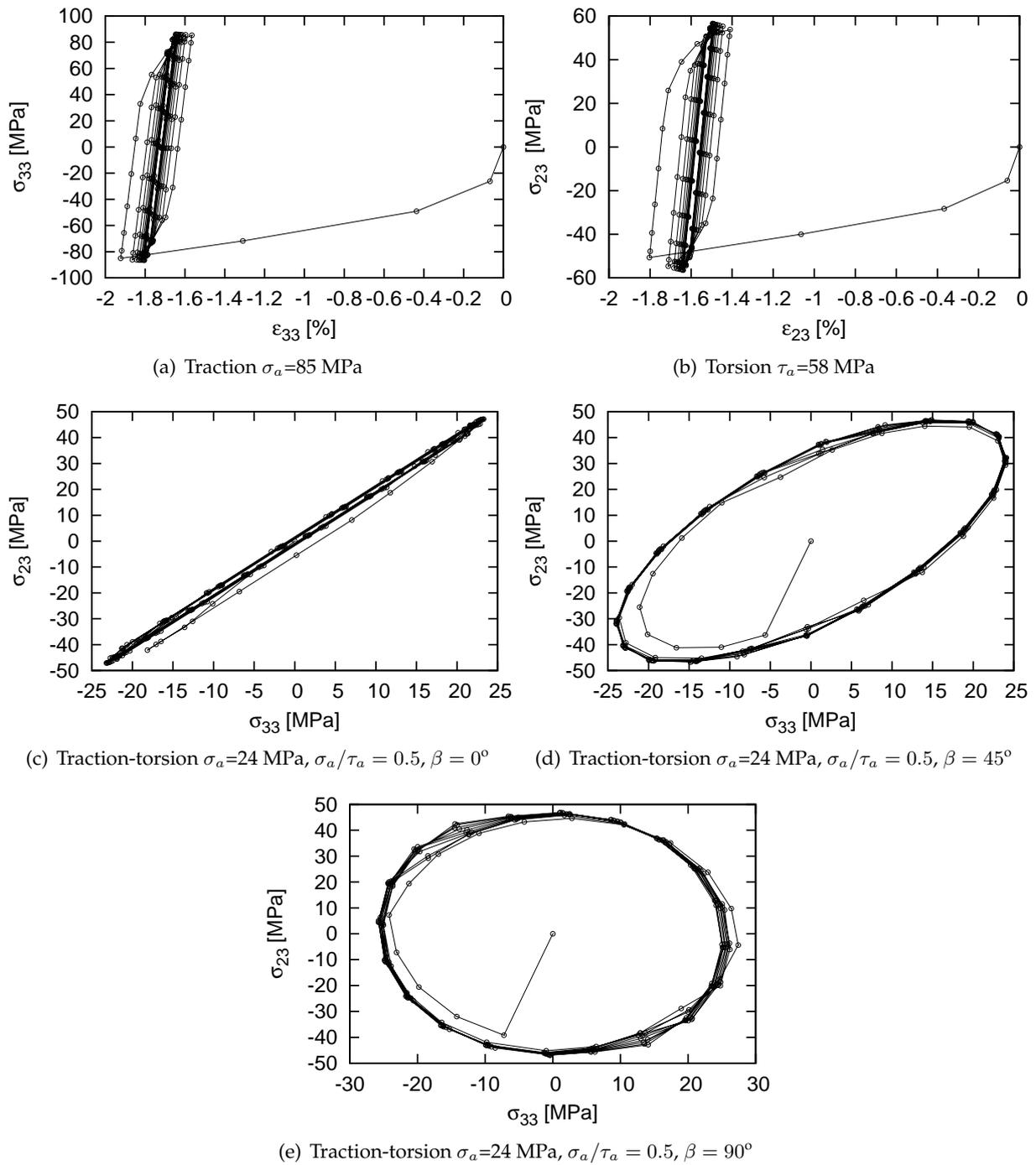


FIG. 3.10 – Évolution des contrainte et déformation en fonction du nombre de cycles au nœud 1 situé sur la surface de l'éprouvette (cf. figure 3.8).

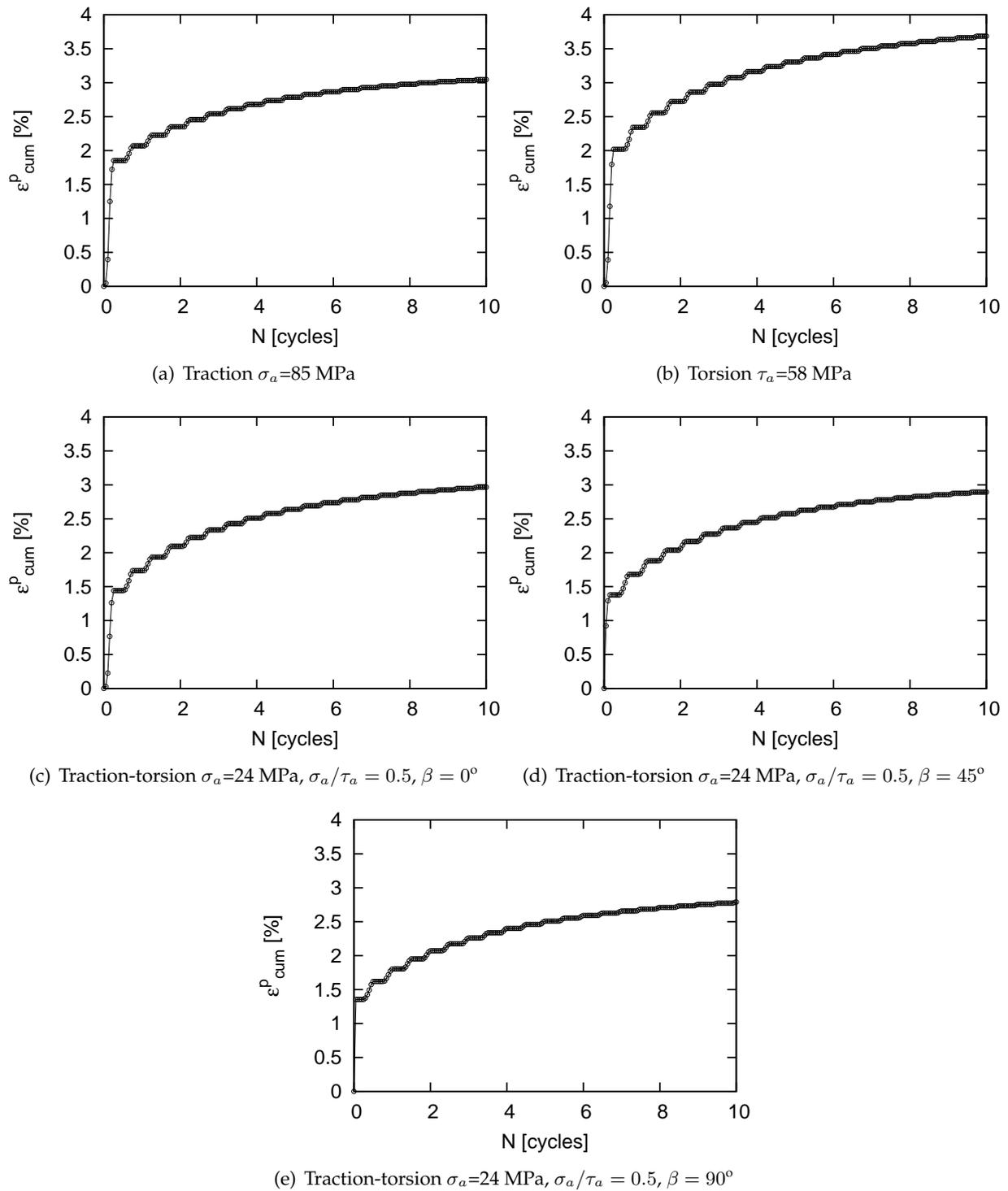


FIG. 3.11 – Évolution de la déformation plastique cumulée en fonction du nombre de cycles au nœud 1 situé sur la surface de l'éprouvette (cf. figure 3.8).

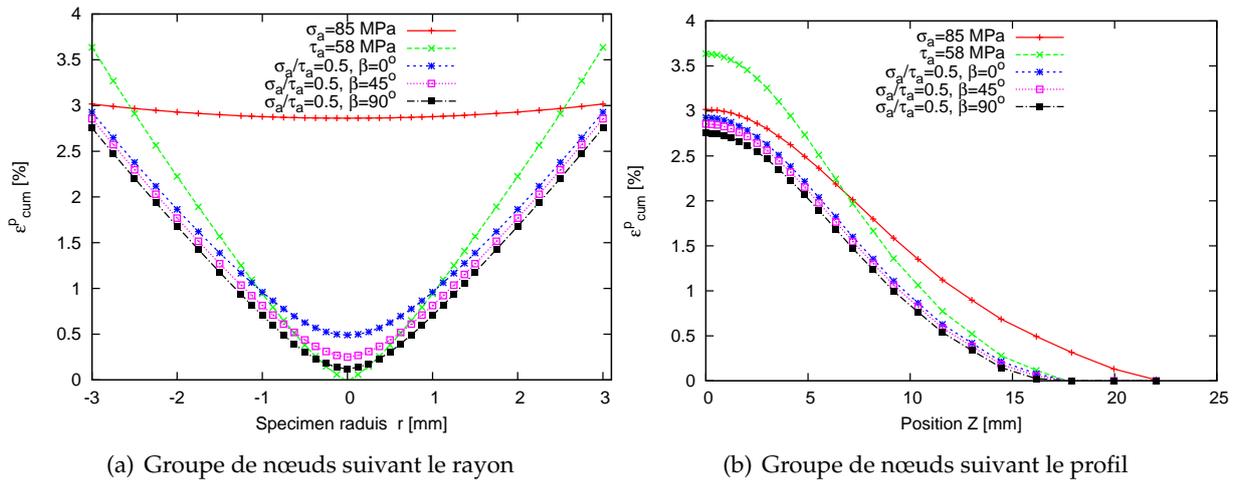


FIG. 3.12 – Évolution de la déformation plastique cumulée au 10^{ième} cycle au groupe de nœuds suivant le rayon (a) et suivant le profil (b) de la surface de l'éprouvette (cf. figure 3.8).

Amplitude de contrainte seuil d'apparition des PSB

Les positions Z suivant l'axe de l'éprouvette correspondant au seuil d'apparition des PSB déterminées au MEB ont été reportées sur la figure 3.13 avec l'évolution des amplitudes de contrainte maximales sur les nœuds suivant le profil toroïdal de l'éprouvette. Le but étant de comparer les seuils d'amplitude de contrainte d'apparition des PSB présentés précédemment (cf. tableaux 3.3 et 3.3) avec ceux obtenus numériquement. Le tableau 3.7 présente l'étude comparative obtenue. Les résultats sont bien concordants.

TAB. 3.7 – Comparaison des valeurs expérimentales et calculées en élasto-plasticité des seuils d'amplitude de contrainte d'apparition des PSB pour différents chargements.

σ_a (MPa)	τ_a (MPa)	β (°)	Nombre de cycles à rupture	Expérimental		Calcul élasto-plastique	
				σ_{psb} (MPa)	τ_{psb} (MPa)	σ_{psb} (MPa)	τ_{psb} (MPa)
85	-	-	>10 ⁶ cycles	67	-	68	-
-	58	-	>10 ⁶ cycles	-	38	-	34
68	34	0	>10 ⁶ cycles	47	20	46	19
68	34	45	>10 ⁶ cycles	46	19	46	19
68	34	90	>10 ⁶ cycles	44	18	39	15
24	48	0	>10 ⁶ cycles	17	28	16	28
24	48	45	>10 ⁶ cycles	18	30	17	29
24	48	90	>10 ⁶ cycles	17	28	17	27
100	-	-	184688	60	-	59	-
-	70	-	296916	-	36	-	35
28	56	0	885316	16	21	14	20
28	56	45	675257	17	27	17	26
28	56	90	614947	15	21	15	20

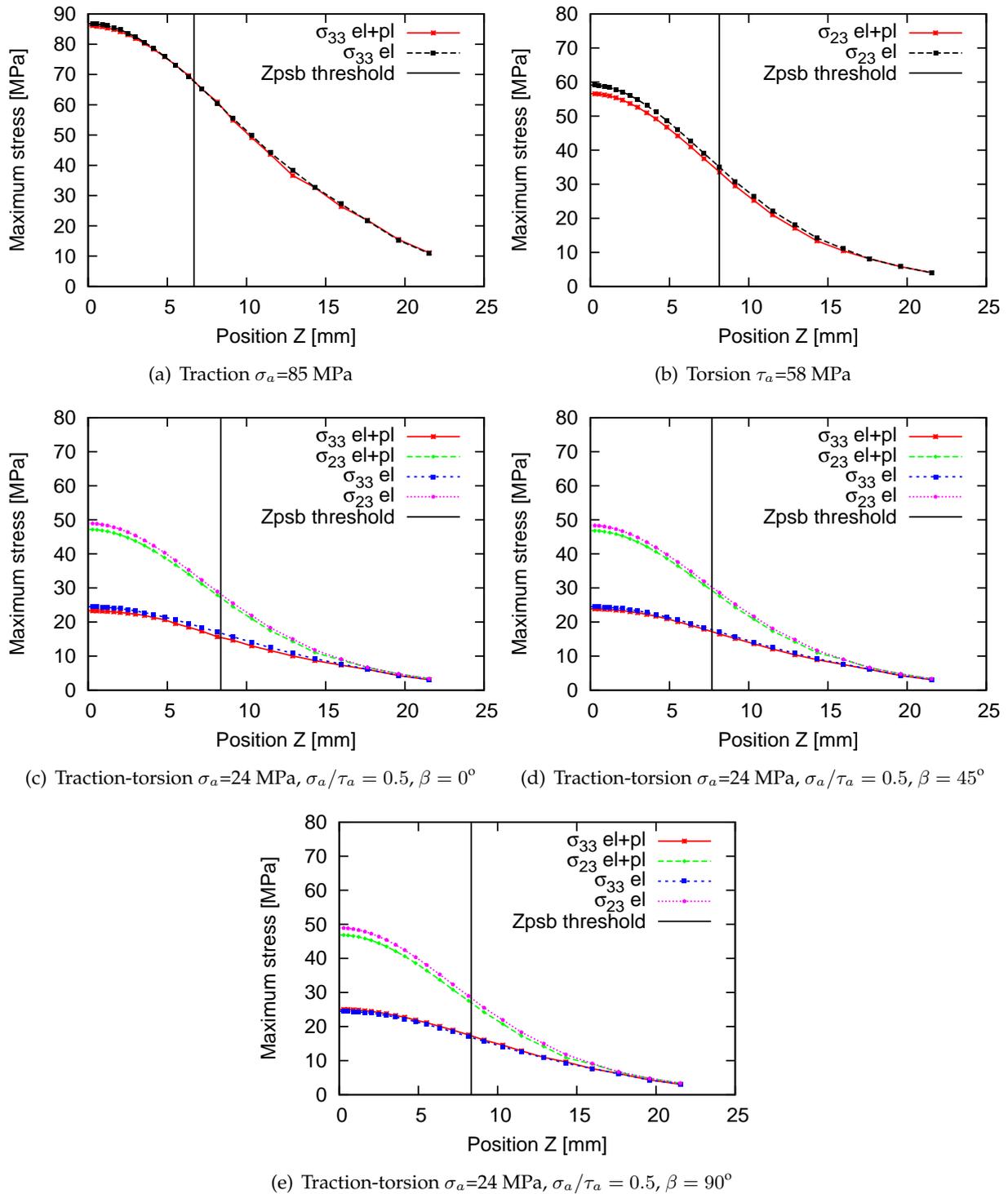


FIG. 3.13 – Amplitude de contrainte maximale en élasticité ("el") et en élasto-plasticité ("el-pl") pour le 10^{ème} cycle sur les nœuds de la surface de l'éprouvette (cf. figure 3.8).

3.3.2.6 Développement du glissement plastique

Nous nous intéressons désormais au développement de la population de PSB à la surface de l'éprouvette. Pour ce faire, une étude statistique similaire à celle réalisée précédemment est mise en œuvre. Cette étude est faite dans la zone intermédiaire de l'éprouvette (cf. figures 3.16 et 3.17 pour des exemples de micrographies MEB utilisées). En moyenne, 110 grains sont considérés dans chaque cas de chargement. Dans cette zone, on distingue 2 formes d'apparition des PSB à l'intérieur du grain (IG) : glissement simple (un seul type de PSB dans le grain) et de glissement multiple (au moins 2 PSB se croisent dans le grain). Ces 2 configurations sont schématisées sur la figure 3.14. Notons que dans la zone seuil (ou zone de transition) analysée précédemment, on ne distingue pas de glissement multiple. Ce dernier se manifeste donc dans des zones soumises à des amplitudes de contrainte plus élevées que les seuils de contraintes d'apparition des PSB.

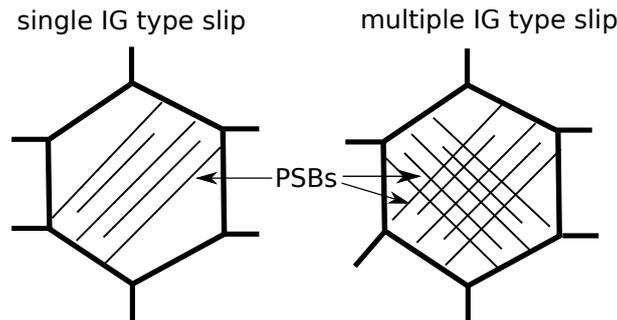


FIG. 3.14 – Représentation schématique des 2 types de glissement plastique intragranulaire (IG) observés.

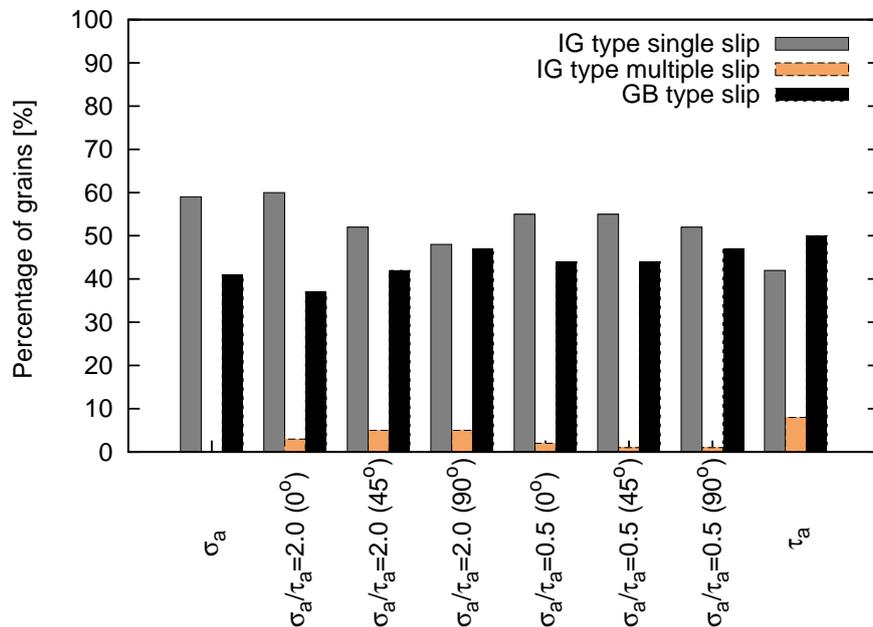


FIG. 3.15 – Pourcentage de grains activés, dans la zone intermédiaire (Z_i), avec glissement plastique simple ou multiple à l'intérieur des grains (IG) et aux joints de grain (GB) pour les différents chargements appliqués. Environ 110 grains sont considérés pour chaque condition de chargement.

Le pourcentage de grains activés présentant des PSB aux joints de grain et les 2 modes intragranulaires (cf. figure 3.14) à l'intérieur du grain est représenté sur la figure 3.15 pour tous les chargements.

On peut remarquer que la tendance observée est similaire à celle observée dans la zone seuil (cf. figure 3.7). En traction simple, les pourcentages de grains activés restent donc presque identiques dans les zones intermédiaire et seuil. On voit qu'en traction simple, il n'y a pas de glissement multiple observé pour les niveaux de chargements considérés (correspondant à une durée de vie de 10^6 cycles). Pour les chargements combinés, au même rapport de biaxialité, le déphasage induit une légère augmentation de la proportion de grains avec développement de la plasticité confinée aux joints de grains. *Tous chargements confondus, le glissement simple reste majoritaire. Le pourcentage de grains à glissement multiple pour les chargements multiaxiaux reste faible dans cette zone intermédiaire des éprouvettes ($\leq 10\%$).*

Dans cette analyse, nous voyons que le pourcentage de grains activés (avec glissement simple et multiple dans le grain d'une part et d'autre part avec PSB aux joints de grains) diffère d'un chargement à l'autre. La proportion de grains avec glissement multiple dans la zone intermédiaire est plus importante en torsion simple et en traction-torsion combinées avec un rapport de biaxialité $\sigma_a/\tau_a = 2.0$. Les pourcentages de grains activés à glissement simple/multiple IG gardent la même tendance dans les zones seuil et intermédiaire. Il en est de même pour l'apparition des PSB aux joints de grains.

3.3.3 Analyse statistique du nombre de systèmes de glissement activés

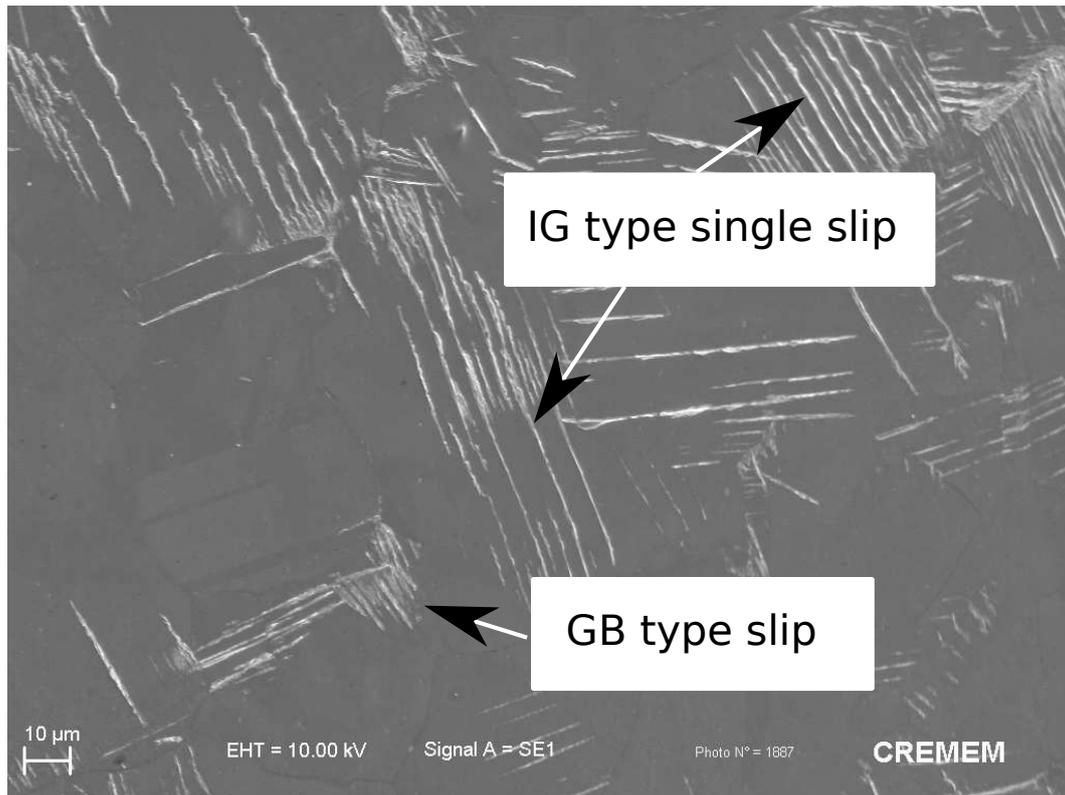
L'apparition de PSB est relative à l'activation de systèmes de glissement dans le grain. Dans cette partie, nous proposons une analyse statistique basée sur le nombre de systèmes de glissements activés dans les grains après 10^6 cycles sans rupture. Pour ce faire, nous allons nous intéresser à la zone de l'éprouvette qui supporte la plus grande amplitude de contrainte. *Dans la zone centrale de l'éprouvette, il s'agit de quantifier la proportion de grains qui présentent un glissement simple (un seul système de glissement actif) et un glissement multiple (deux ou plusieurs systèmes de glissement actif).* Cette analyse se concentre seulement sur le mode de glissement IG (majoritaire comme nous venons de voir). Quatre catégories de grains sont considérées dans cette zone :

- catégorie A : sans PSB. Ces grains ne présentent pas de PSB visible en surface.
- catégorie B : un seul système de glissement activé.
- catégorie C : deux systèmes de glissement activés.
- catégorie D : plus de deux systèmes de glissement activés.

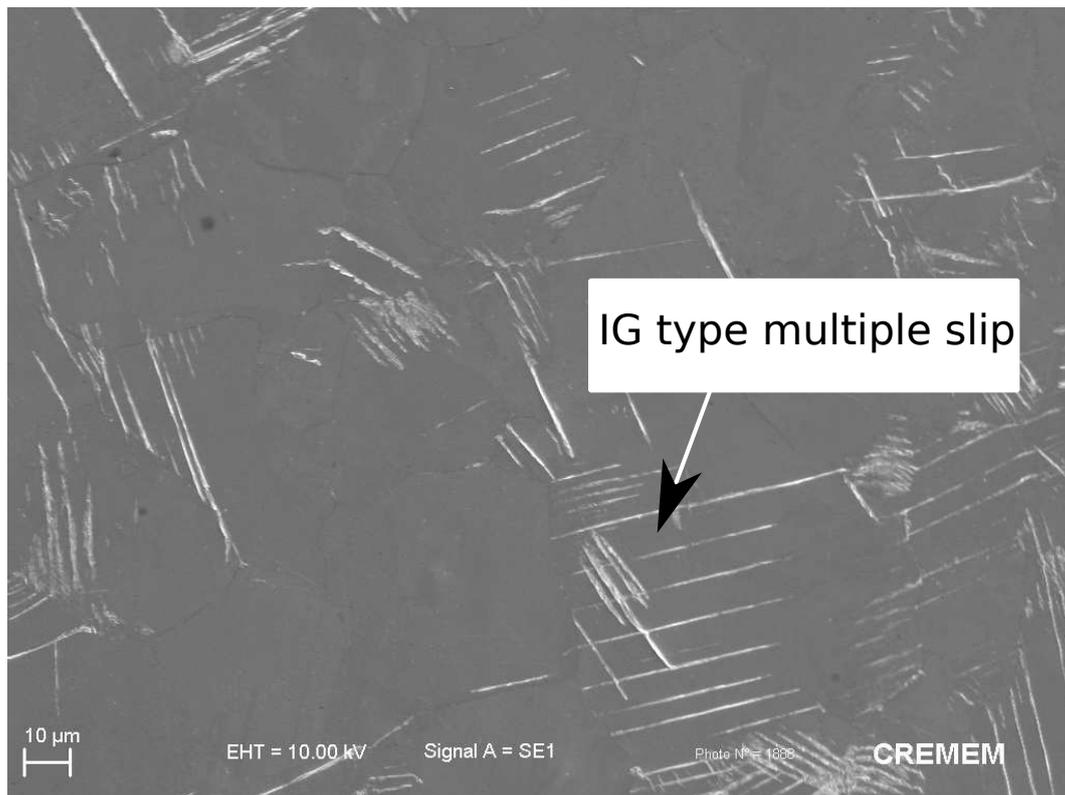
Ces catégories sont visibles sur la figure 3.18 illustrant environ 100 grains. Plusieurs images ont été prises puis assemblées afin de couvrir une zone de taille importante dans la section utile de l'éprouvette. Pour chaque condition de chargement, la taille de la zone analysée correspond à environ 750 grains.

Les proportions de grains activés (avec PSB) et non activés (sans PSB) ont été calculées. Le tableau 3.8 regroupe ces proportions pour chaque condition de chargement. Les résultats sont représentés graphiquement sur la figure 3.19. On peut remarquer que le pourcentage de grains activés (présentant des PSB) en traction est faible par rapport aux autres cas de chargements. Contrairement à la traction simple, la torsion simple et la traction-torsion hors phase 45° présentent plus de grains activés (environ +300%) suivis des autres chargements combinés (environ +100%). Clairement, on développe beaucoup moins de PSB en traction. Ceci confirme les résultats présentés précédemment (cf. 3.3.2.1). La proportion de grains activés ne dépend pas du déphasage β pour les cas de chargements avec $\sigma_a/\tau_a = 0.5$ (i.e. composante de torsion dominante). Elle semble donc régie en grande partie par la composante de torsion. Par contre, cette activité plastique est favorisée par le déphasage pour les chargements avec $\sigma_a/\tau_a = 2.0$ (i.e. avec la composante de traction dominante). Pour $\beta = 45^\circ$, on peut remarquer une activité plastique plus importante et les PSB se répartissent de façon homogène dans plusieurs grains (comme pour le cas de torsion simple). La répartition des PSB semble être beaucoup plus localisée (moins développée) pour $\beta = 0^\circ$ et $\beta = 90^\circ$ (comme pour le cas de la traction simple).

L'étude statistique du glissement simple (catégorie B, figure 3.18) et du glissement multiple (catégories C et D, figure 3.18) dans les grains a été faite en considérant deux cas :

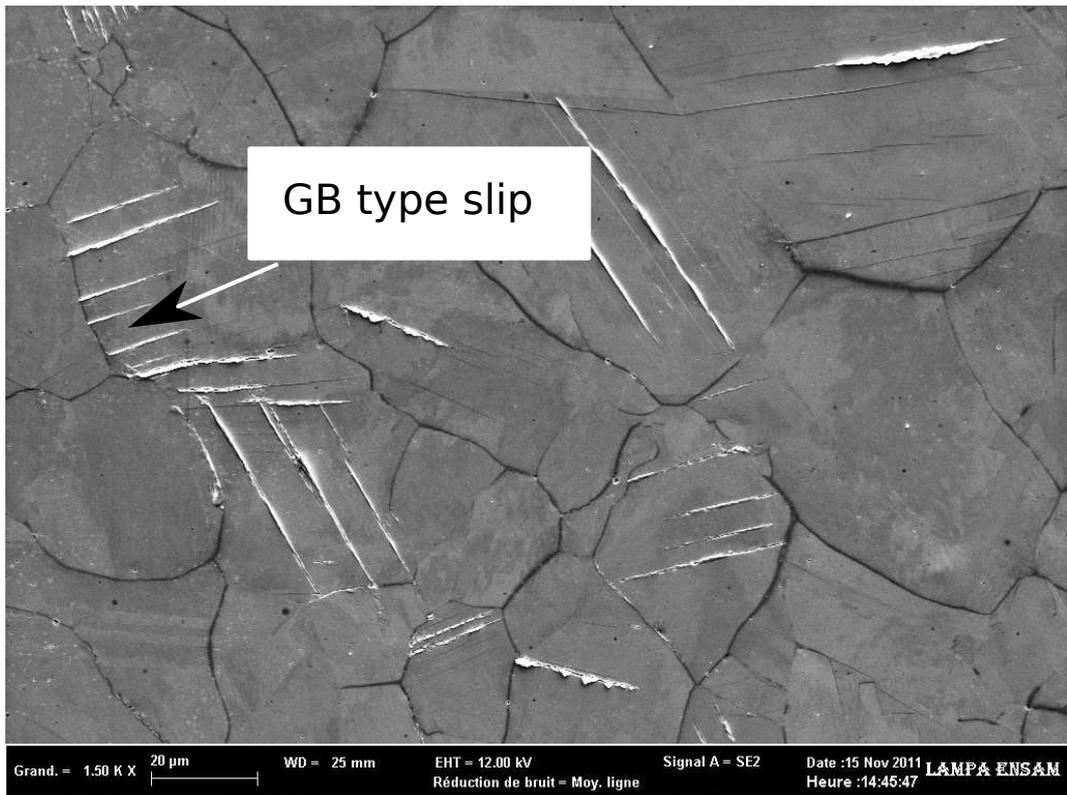


(a)

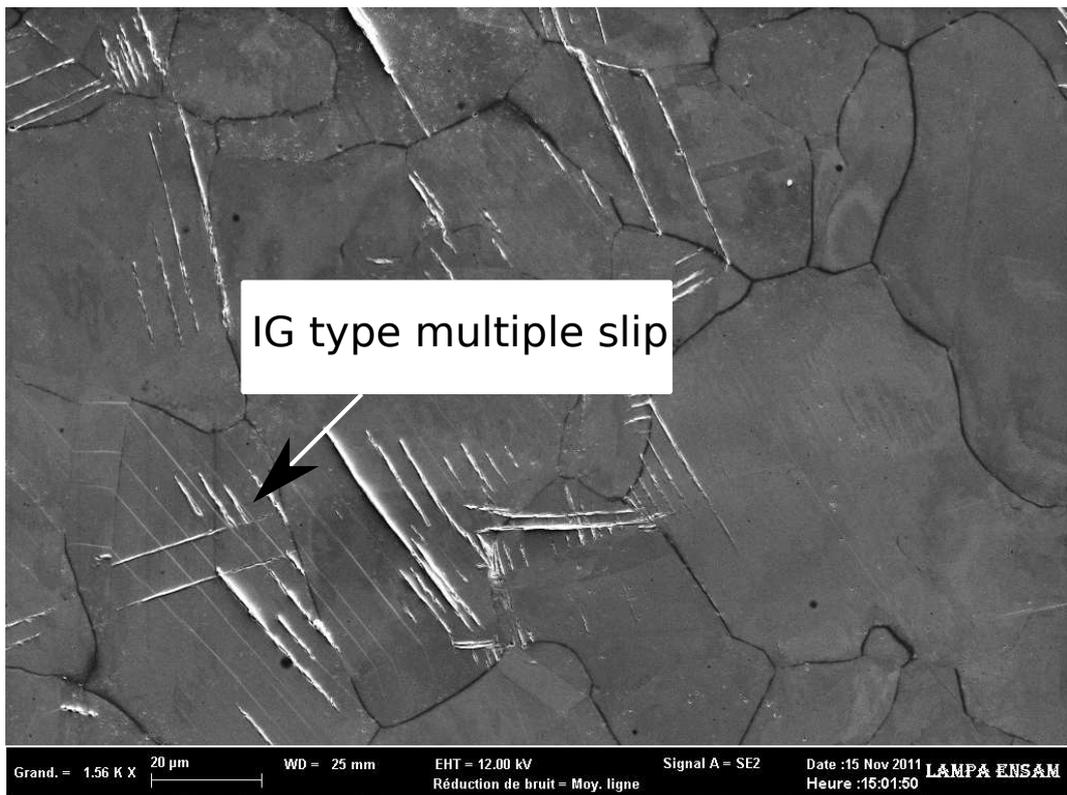


(b)

FIG. 3.16 – Observation au MEB dans la zone intermédiaire de l'éprouvette sous chargement de traction-torsion combinée avec $\sigma_a/\tau_a = 2.0$ et déphasage $\beta = 0^\circ$; $\sigma_a = 68$ MPa et $N=10^6$ cycles sans rupture de l'éprouvette. Illustration des différents types de PSB observés.



(a)



(b)

FIG. 3.17 – Observation au MEB dans la zone intermédiaire de l'éprouvette sous chargement de traction-torsion combinée avec $\sigma_a/\tau_a = 2.0$ et déphasage $\beta = 45^\circ$; $\sigma_a = 68$ MPa et $N=10^6$ cycles sans rupture de l'éprouvette. Illustration des différents types de PSB observés.

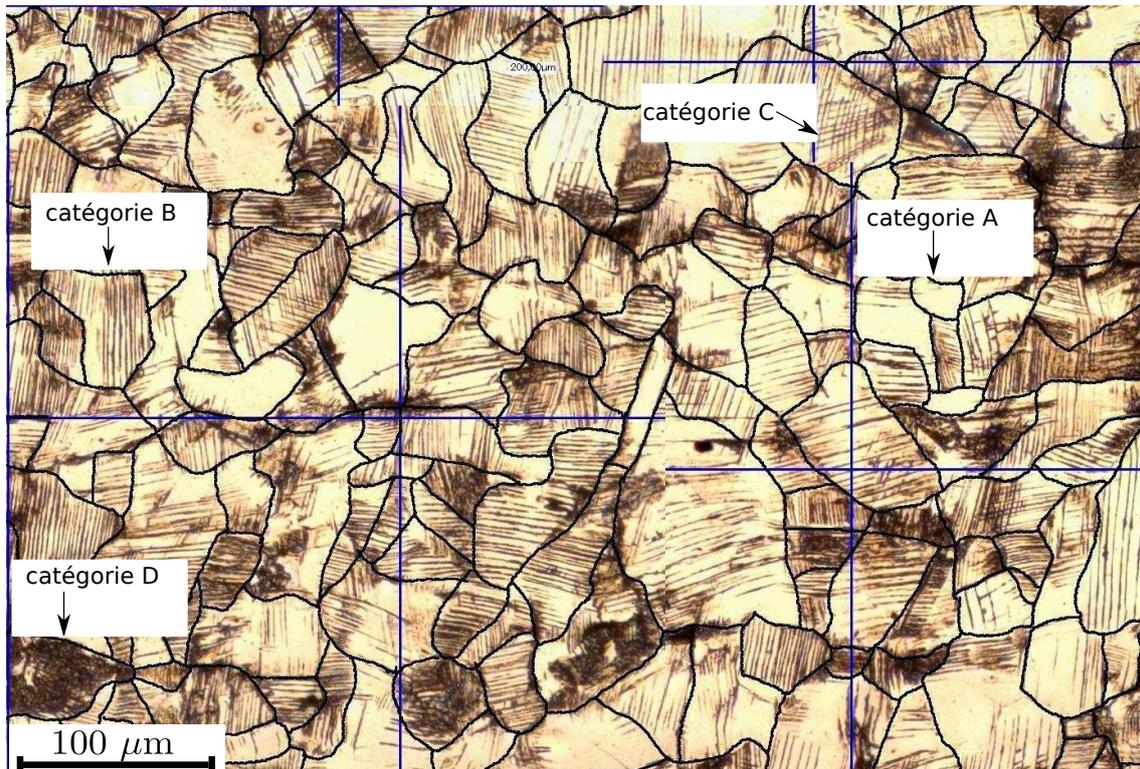


FIG. 3.18 – Exemple de micrographie optique numérique haute résolution de la surface de l'éprouvette, dans la zone centrale, après 10^6 cycles sans rupture macroscopique en torsion simple ($\tau_a = 58$ MPa).

TAB. 3.8 – Proportion de grains avec PSB et sans PSB dans la zone centrale de l'éprouvette

σ_a (MPa)	τ_a (MPa)	σ_a/τ_a	β ($^\circ$)	% grains sans PSB	% grains avec PSB
85	-	-	-	70	30
-	58	-	-	3	97
68	34	2	0	49	51
68	34	2	45	6	94
68	34	2	90	41	59
24	48	0.5	0	55	45
24	48	0.5	45	52	48
24	48	0.5	90	50	50

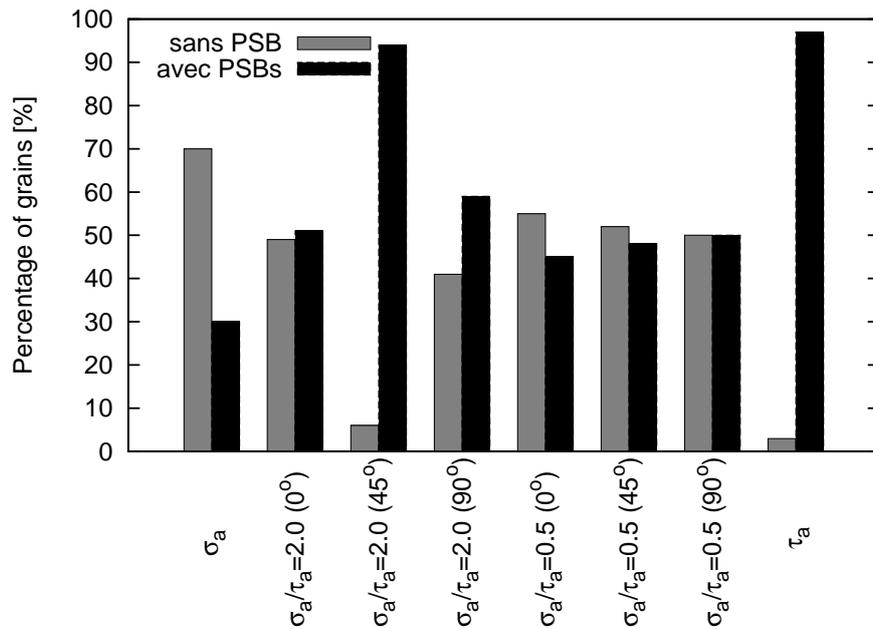


FIG. 3.19 – Proportion de grains avec PSB et sans PSB pour les différentes conditions de chargements. Environ 750 grains sont analysés pour chaque cas de chargement.

- calcul basé seulement sur les grains activés : tableau 3.9.
- calcul basé sur le nombre total de grains analysés (i.e. environ 750 grains) y compris les grains non activés : tableau 3.10.

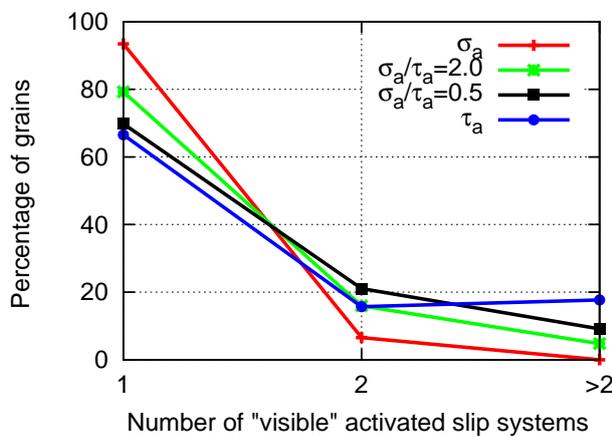
TAB. 3.9 – Proportion de grains avec glissement simple et du glissement multiple *parmi les grains activés* (i.e. le pourcentage de grains est calculé par rapport au nombre total de grains activés pour chaque condition de chargement). Les éprouvettes ont été sollicitées à 10^6 cycles sans rupture.

σ_a (MPa)	τ_a (MPa)	β ($^\circ$)	% grains à un seul système de glissement activé	% grains ayant au moins deux systèmes de glissement activés	% grains sans PSB
85	-	-	93	7	70
-	58	-	66	34	3
68	34	0	79	21	49
68	34	45	76	24	6
68	34	90	77	23	41
24	48	0	69	31	55
24	48	45	66	34	52
24	48	90	78	22	50

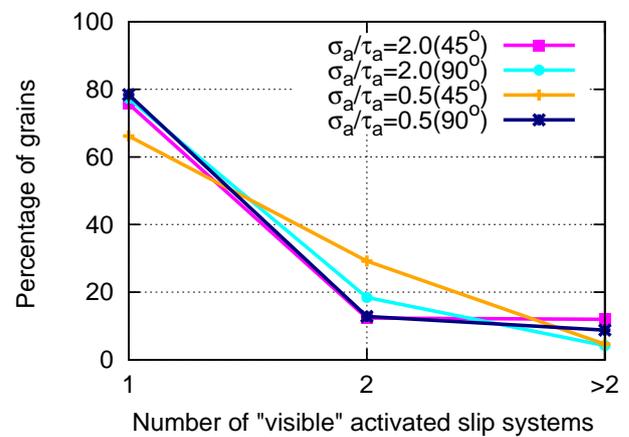
Les pourcentages de grains dans les catégories B, C et D (cf. figure 3.18) ont été présentés dans le tableau 3.9 et sont représentés sur la figure 3.20. *En traction simple, la plupart des grains activés ont un seul système de glissement actif. Cependant, notons qu'en torsion simple, environ 1/3 des grains activés présentent du glissement multiple.* La proportion de grains à glissement multiple est plus importante en torsion où plus de PSB se développent que pour les autres cas de chargements. Dans le cas des chargements combinés, la traction-torsion hors phase avec $\sigma_a/\tau_a = 2.0$ et $\beta = 45^\circ$ présente plus de 22 % de grains à glissement multiple. Rappelons que ce chargement présente plus de grains activés (cf. tableau 3.8).

TAB. 3.10 – Proportion de grains avec glissements simple et multiple *parmi tous les grains analysés* (i.e. environ 750 grains y compris ceux sans PSB dans chaque cas de chargement). Les éprouvettes ont été sollicitées à 10^6 cycles sans rupture.

σ_a (MPa)	τ_a (MPa)	β (°)	% grains à un seul système de glissement activé	% grains à au moins deux systèmes de glissement activés	% grains sans PSB
85	-	-	28	2	70
-	58	-	65	32	3
68	34	0	40	10	49
68	34	45	71	22	6
68	34	90	46	13	41
24	48	0	31	13	55
24	48	45	32	16	52
24	48	90	39	11	50



(a) Chargements en phase



(b) Chargements hors phase

FIG. 3.20 – Représentation de la proportion de grains activés avec un seul, deux et plus de deux systèmes de glissement activés visibles. Le nombre de grains considéré est d'environ 750 et le pourcentage des grains est calculé en prenant en compte seulement les grains activés (environ 400 grains) pour chaque chargement.

Le chargement de traction simple (respectivement de torsion simple) définit une borne inférieure (respectivement supérieure) du pourcentage de grains actifs présentant du glissement multiple avec 2% des grains (respectivement 34%). Il est à souligner de ce fait que la multiaxialité du chargement favorise la multiplicité du glissement dans les grains activés. Comme souligné précédemment (cf. 3.8), les PSB développées dans les grains activés sont beaucoup plus uniformément réparties à la surface de l'éprouvette en traction-torsion avec $\sigma_a/\tau_a = 2.0$ et $\beta = 45^\circ$ (i.e. similaire à ce qui est observé dans le cas de la torsion simple). Ceci peut expliquer la forte multiplicité de glissement observée. Pour la suite du document, nous considérons seulement les grains activés analysés (ie. le tableau 3.10).

3.3.4 Discussions

Nous avons montré que la plupart des grains présentent du glissement simple sous chargement de traction simple (plus de 90% des grains activés). Pour les chargements multiaxiaux proportionnels et non proportionnels étudiés, il a été observé que plus de 70% des grains actifs ont un seul système de glissement activé. Ainsi, l'hypothèse d'un seul système de glissement actif par grain est valide pour 70% des grains présentant des PSB et constitue une approximation représentative de la réalité pour capturer la majeure partie de l'activité plastique du matériau. Cependant, le passage du développement des PSB à l'amorçage de fissures de fatigue n'est pas trivial. La transition PSB/amorçage de fissures peut faire intervenir des phénomènes complexes qui ne peuvent pas être traduits par la simple considération de glissement dans les grains. Donc, bien que l'hypothèse de glissement simple soit une bonne approximation pour le développement des PSB, les mécanismes d'amorçage de fissures peuvent ne pas être traduits correctement par cette hypothèse. La réponse à cette question nous permettra de nous prononcer de façon plus précise sur la validité de cette hypothèse dans le cadre de la formulation des critères de fatigue multiaxiale de type plan critique. Ce point sera abordé dans la partie 3.5 de ce chapitre.

3.3.5 Synthèse

Les modes d'apparition et de développement des bandes de glissements persistantes ont été étudiés sous des chargements dont l'intensité correspond à la limite de fatigue médiane à 10^6 cycles du cuivre pur CuGS. Il a été observé que la nature du chargement n'influence pas le mode d'apparition des PSB (dans la zone seuil d'apparition des PSB). Par contre, l'amplitude de contrainte seuil d'apparition des PSB est bien dépendante du chargement. Nous avons observé une bonne concordance du seuil d'amplitude de contrainte conventionnelle des PSB avec les résultats de la littérature en traction simple [Mughrabi, 1983, Stanzl-Tschegg et al., 2007]. La question du nombre de systèmes de glissement activés par grain a été abordée. *La multiplicité du glissement dans les grains semble non négligeable pour les chargements multiaxiaux, en particulier non proportionnels.* En effet, environ 1/3 des grains présentent au moins 2 systèmes de glissement activés. Il en est de même pour la traction-torsion hors phase avec $\sigma_a/\tau_a = 2.0$ et un déphasage de $\beta = 45^\circ$. Dans la suite de ce document, un critère a été proposé pour prévoir l'activité plastique dans le matériau en terme de PSB. Puis les modes d'amorçage de fissures de fatigue seront analysés.

3.4 Activation des systèmes de glissement

Suite aux observations et à la caractérisation des modes d'apparition des PSB sous divers chargements au voisinage de la limite de fatigue médiane à 10^6 cycles, il est proposé un critère d'activation des systèmes de glissement sur la base du principe de Schmid. Le but est de voir si une telle approche permet de rendre compte de l'activité plastique dans les grains par rapport aux observations expérimentales précédemment présentées.

3.4.1 Présentation du critère

3.4.1.1 Hypothèses

- Le matériau respecte la loi de Schmid. Celle-ci est couramment utilisée pour le cuivre ou le nickel (et en général pour les métaux CFC [Blochwitz et al., 1996, Bartali et al., 2008]). Cette hypothèse sera toutefois vérifiée dans la suite du document.
- Un système de glissement activé reste activé au cours du chargement.
- Un système de glissement non activé le demeure au cours du chargement.

3.4.1.2 Quelques définitions

Chargement uniaxial

La loi de Schmid est le plus souvent utilisée pour identifier un système de glissement activé dans un grain. Sous chargement uniaxial, le système de glissement qui a le plus haut facteur de Schmid est considéré comme activé [Blochwitz et al., 1997, Bartali et al., 2008, Marinelli et al., 2009]. C'est le système de glissement dit primaire. Pour ces auteurs, le nombre de systèmes de glissement activés peut être déterminé par la loi de Schmid classique (cf. chapitre 1, section 1.2.2.4, page 19) basée sur le facteur de Schmid classique tel que défini par l'équation (3.3) en supposant que le tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ dans le grain est égal à celui appliqué macroscopiquement $\underline{\underline{\Sigma}}$. Pour plus d'un système de glissement activé, [Blochwitz et al., 1997] a proposé un critère que nous analyserons par la suite, basé sur le deuxième plus haut facteur de Schmid correspondant au système de glissement secondaire.

$$f_{eff}^s = \frac{\tau^s}{\Sigma_a} \quad (3.3)$$

où τ^s est la cisssion résolue sur le système de glissement s du grain considéré.

$$\tau^s = (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{n}}^s) \cdot \underline{\underline{m}}^s \quad (3.4)$$

où $\underline{\underline{n}}^s$ et $\underline{\underline{m}}^s$ sont les vecteurs unitaires orientant respectivement un plan et une direction de glissement de s . Dans le repère du cristal, les composantes de ces vecteurs sont respectivement notées $\underline{\underline{n}}_i^s$ et $\underline{\underline{m}}_j^s$ alors qu'elles sont notées $\underline{\underline{N}}_i^s$ et $\underline{\underline{M}}_j^s$ dans le repère global. Soit $\underline{\underline{G}}$ la matrice de passage du repère globale (ou encore macroscopique) vers le repère du cristal (ou encore mésoscopique). La matrice $\underline{\underline{G}} = \underline{\underline{R}}_1 \circ \underline{\underline{R}}_2 \circ \underline{\underline{R}}_3$ est obtenue par une composition des rotations définies sur la figure 3.21. Sur cette figure le repère macroscopique est désigné par $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ et le repère du cristal par $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. On peut alors écrire :

$$\underline{\underline{N}}_i^s = \underline{\underline{G}} \cdot \underline{\underline{n}}_i^s \quad (3.5)$$

$$\underline{\underline{M}}_j^s = \underline{\underline{G}} \cdot \underline{\underline{m}}_j^s \quad (3.6)$$

$$\underline{\underline{G}} = \begin{pmatrix} \cos \phi_1 \cdot \cos \phi_2 - \sin \phi_1 \cdot \sin \phi_2 \cdot \cos \phi & -\sin \phi_2 \cdot \cos \phi_1 - \cos \phi_2 \cdot \sin \phi_1 \cdot \cos \phi & \sin \phi_1 \cdot \sin \phi \\ \cos \phi_2 \cdot \sin \phi_1 + \sin \phi_2 \cdot \cos \phi_1 \cdot \cos \phi & -\sin \phi_1 \cdot \sin \phi_2 + \cos \phi_1 \cdot \cos \phi_2 \cdot \cos \phi & -\cos \phi_1 \cdot \sin \phi \\ \sin \phi_2 \cdot \sin \phi & \cos \phi_2 \cdot \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

où ϕ_1 , ϕ et ϕ_2 sont les 3 angles d'Euler exprimés suivant la convention de Bunge (cf. figure 3.21).

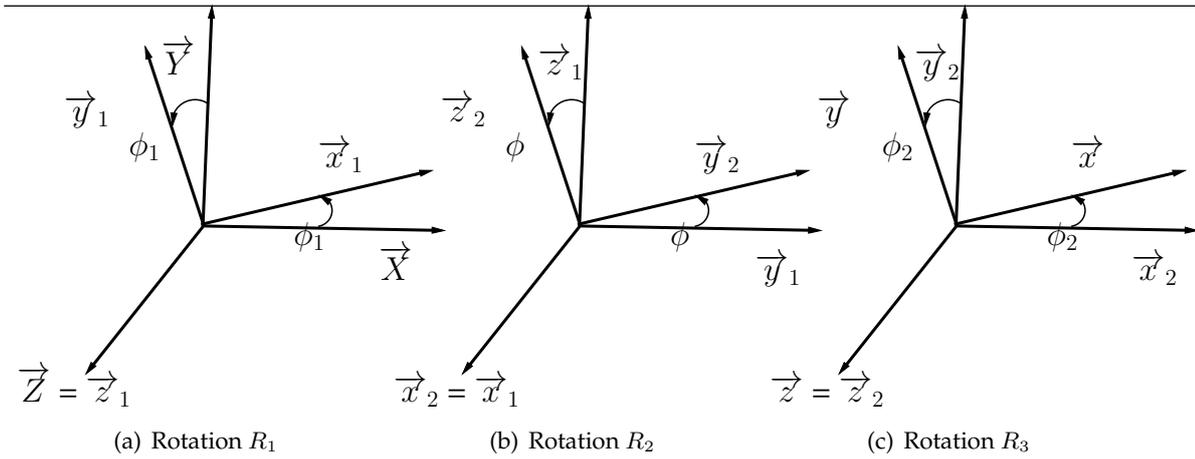


FIG. 3.21 – Illustration des différentes rotations définissant les 3 angles d'Euler par rapport au repère macroscopique fixe.

Chargement multiaxial

Pour les chargements multiaxiaux, la définition standard du facteur de Schmid n'est plus appropriée. La direction principale de contrainte n'est plus définie de façon unique (cf. figure 3.22). De plus, pour les chargements non proportionnels, les directions principales de contraintes changent au cours du cycle de telle sorte que la définition d'une direction de sollicitation unique telle que considérée dans l'approche proposée par Schmid devient impossible.

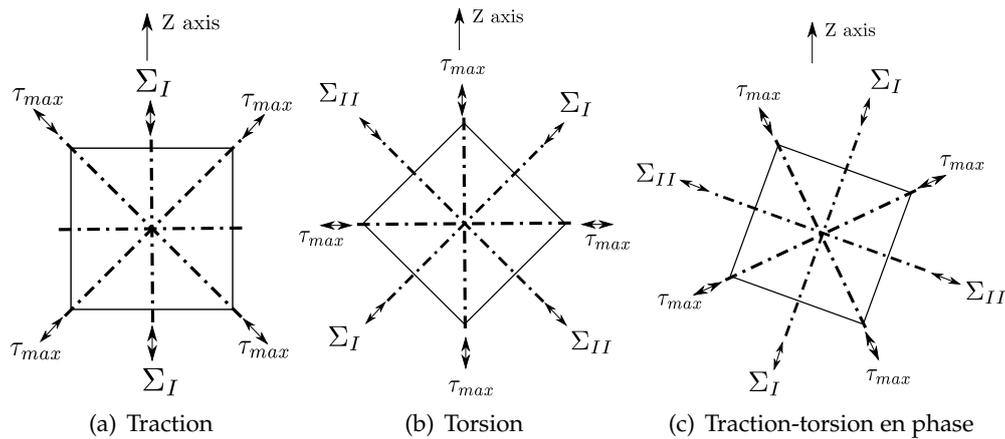


FIG. 3.22 – Représentation des directions principales de contrainte Σ_I et Σ_{II} et de cisaillement maximal τ_{max} sous chargements cycliques de traction, torsion et traction-torsion combinée en phase. Z est l'axe longitudinal de l'éprouvette ou l'axe de traction.

Comme souligné dans le chapitre 1 (cf. section 1.2.2.2 page 18), [Jayaraman and Ditmars, 1989] ont proposé une définition du facteur de Schmid dit "biaxial" pour les chargements de traction-torsion en utilisant la contrainte équivalente maximale de Tresca. Le critère de Tresca est aussi connu comme critère de la contrainte de cisaillement maximal. Cette définition est rappelée ci-dessous :

$$f_{eff}^s = \frac{\tau^s}{\Sigma_{tresca}} \quad (3.8)$$

$$\Sigma_{tresca} = \max_{t \in [0, T]} \sqrt{\sigma^2(t) + 4\tau^2(t)} \quad (3.9)$$

où $\sigma(t)$ est la contrainte de traction appliquée et $\tau(t)$ celle de torsion appliquée.

Dans ce travail, la contrainte équivalente de von Mises a été préférée pour introduire une définition du ESF, comme suit :

$$f_{eff}^s = \max_t \left\{ \frac{\tau^s(t)}{\Sigma_{eq}(t)} \right\} \quad (3.10)$$

où Σ_{eq} est la contrainte équivalente de von Mises. Nous rappelons que le ESF est équivalent au facteur de Schmid classique lorsque le chargement considéré est de la traction.

3.4.1.3 Distribution des ESF

Le ESF associé à chaque grain ($f_{g,eff}$) est la valeur maximale sur les 12 systèmes de glissement du grains. Cette valeur correspond au facteur de Schmid du système de glissement primaire du grain :

$$f_{g,eff} = \max_s \{f_{eff}^s\} \quad (3.11)$$

Dans un premier temps, nous avons réalisé des calculs semi-analytiques avec le logiciel Matlab en considérant un jeu de 1000 orientations choisies aléatoirement. Ces orientations des grains ont été générées par la fonction `rand`⁹ de Matlab. La figure 3.23 montre la figure de pôle (111) des orientations de grains générées.

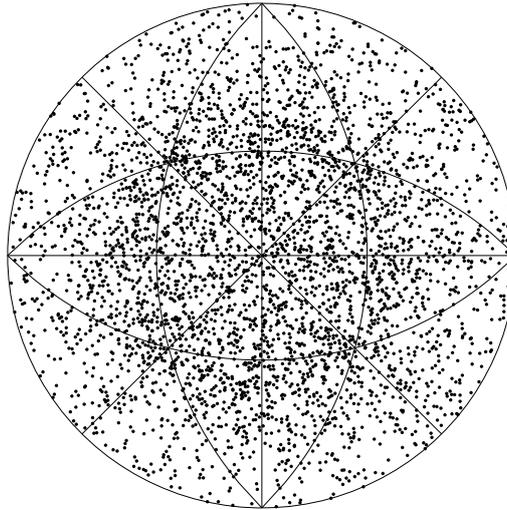


FIG. 3.23 – Figure de pôle stéréographique (111) numérique des 1000 orientations considérées.

Chargements proportionnels

La figure 3.24 illustre la distribution du facteur de Schmid du système de glissement primaire de chaque grain pour les différents chargements. La probabilité cumulée est définie par :

$$P_n = \frac{n}{N_g + 1} \quad (3.12)$$

où n est le numéro du grain et N_g le nombre total de grains (i.e. ici $N_g=1000$).

9. Uniformly distributed pseudorandom numbers

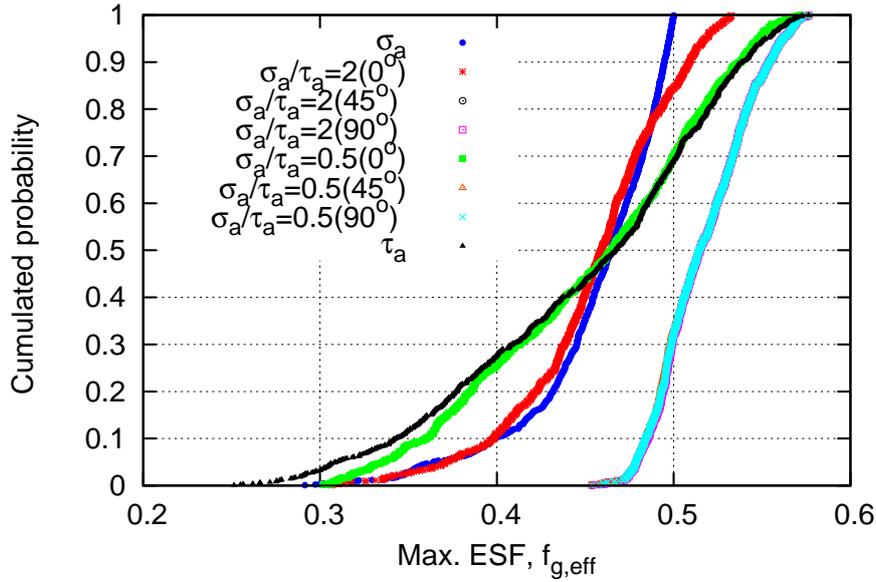


FIG. 3.24 – Distribution des ESF du système de glissement primaire pour les différents chargements. Les orientations des grains sont celles représentées sur la figure 3.23.

On peut remarquer que les chargements de traction simple et de traction-torsion avec $\sigma_a/\tau_a = 2$ ont une distribution similaire pour $f_{g,eff} < 0.47$. Les chargements de torsion simple et de traction-torsion avec $\sigma_a/\tau_a = 0.5$ présentent la même tendance mais dans une large gamme de facteur de Schmid. Toutefois, sur la gamme des facteurs de Schmid faibles ($f_{g,eff} < 0.4$), il convient de signaler que la distribution des ESF pour le chargement de traction-torsion avec $\sigma_a/\tau_a = 0.5$ est décalée vers celle de torsion. Celle de la traction-torsion avec $\sigma_a/\tau_a = 2$ est décalée vers celle de la traction simple. Cela signifie que la distribution de $f_{g,eff}$ en traction-torsion est principalement déterminée par la partie dominante (traction ou torsion). Mais, pour les hauts ESF (i.e. $f_{g,eff} > 0.47$), nous pouvons observer que la probabilité cumulée de ESF pour $\sigma_a/\tau_a = 2$ est très sensible à la composante de torsion. L'effet de la contrainte de cisaillement est important sur les plus hauts ESF.

Chargements non proportionnels

Pour les chargements non proportionnels, aucun effet du déphasage β et du rapport σ_a/τ_a n'est obtenu sur la distribution des ESF dans les grains. Sur la figure 3.24, on remarque que les ESF, pour ces cas de chargements, sont les plus élevés (i.e. $f_{g,eff} > 0.44$ pour tous les grains). Ces chargements augmentent considérablement les ESF. Ceci est indépendant du fait que la définition du ESF proposée (cf. equation (3.10)) entraîne différentes valeurs maximales en fonction du chargement. En effet, les distributions des facteurs de Schmid biaxial de [Jayaraman and Ditmars, 1989] (cf. equation (3.8)) ont été analysées et représentées sur la figure 3.25. L'une des caractéristiques de cette définition est que la plus grande valeur possible de ce facteur est de 0.5, comme le facteur de Schmid classique. En comparaison aux cas de chargements proportionnels, il ressort assez clairement que pour les chargements non proportionnels, les faibles ESF ont été nettement décalés vers les valeurs élevées à cause de la non proportionnalité du chargement.

3.4.1.4 Système de glissement apparent

Pour un plan donné, on définit le système de glissement apparent comme le système de glissement qui maximise le ESF sur ce plan suivant les 3 directions de glissement possible du cristal. Ainsi, avec 4 plans de glissement possibles pour un grain, on obtient alors 4 systèmes de glissement appar-

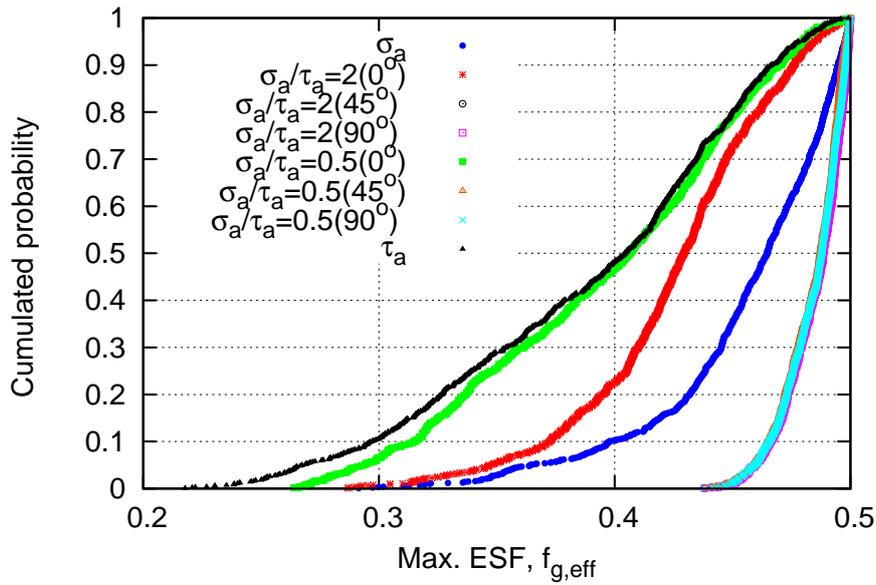


FIG. 3.25 – Distribution des ESF (définis selon [Jayaraman and Ditmars, 1989]) du système de glissement primaire. Les orientations des grains sont celles représentées sur la figure 3.23.

ents (susceptible d’être activés). Il est possible de classer ces systèmes par ordre décroissant de ESF. En prenant en compte l’ensemble des orientations (cf. figure 3.23), on obtient alors une distribution des ESF pour les 1^{er}, 2^e, 3^e et 4^e systèmes de glissement apparents.

Le ESF du 1^{er} système de glissement apparent (ou encore le système de glissement primaire) est équivalent au facteur de Schmid associé à un grain, à savoir $f_{g,eff}$ (3.11). Pour analyser la distribution des ESF des autres systèmes de glissement apparent, la valeur normalisée suivante a été définie :

$$\alpha^s = \frac{f_{eff}^s}{f_{g,eff}} \quad (3.13)$$

où s (variant de 1 à 4) désigne le numéro du système de glissement apparent. Pour le système de glissement primaire, il est évident que $\alpha^1 = 1$. Les évolutions du ESF normalisé pour les autres systèmes de glissement apparents sont représentées sur la figure 3.26.

L’effet de la contrainte de torsion sur la distribution des ESF sur ces systèmes de glissement apparents va dans le même sens que pour le système de glissement primaire présenté précédemment (cf. section 3.4.1.3).

3.4.2 Formulation du critère d’activation des systèmes de glissement

3.4.2.1 Critère à un seul paramètre

À notre connaissance, seuls les travaux de [Blochwitz et al., 1996] tentent de mettre en place une règle d’activation d’un deuxième système de glissement dans les grains sous sollicitations cycliques (amplitude de déformation plastique constante imposée de $5 \cdot 10^{-4}$, $N = 10^4$ cycles) en traction uniaxiale sur des polycristaux de Nickel. Cette règle est basée sur la définition d’une tolérance autour de la valeur maximale $f_{g,eff}$ du ESF. En effet, [Blochwitz et al., 1996] ont proposé une condition du type $\Delta f_{eff}^s = f_{g,eff} - f_{eff}^s \leq \Delta f_{eff}^0$ permettant de considérer le système de glissement s comme activé. Δf_{eff}^0 est un seuil arbitraire égal à 0.03 selon ces auteurs. Un système de glissement sera donc

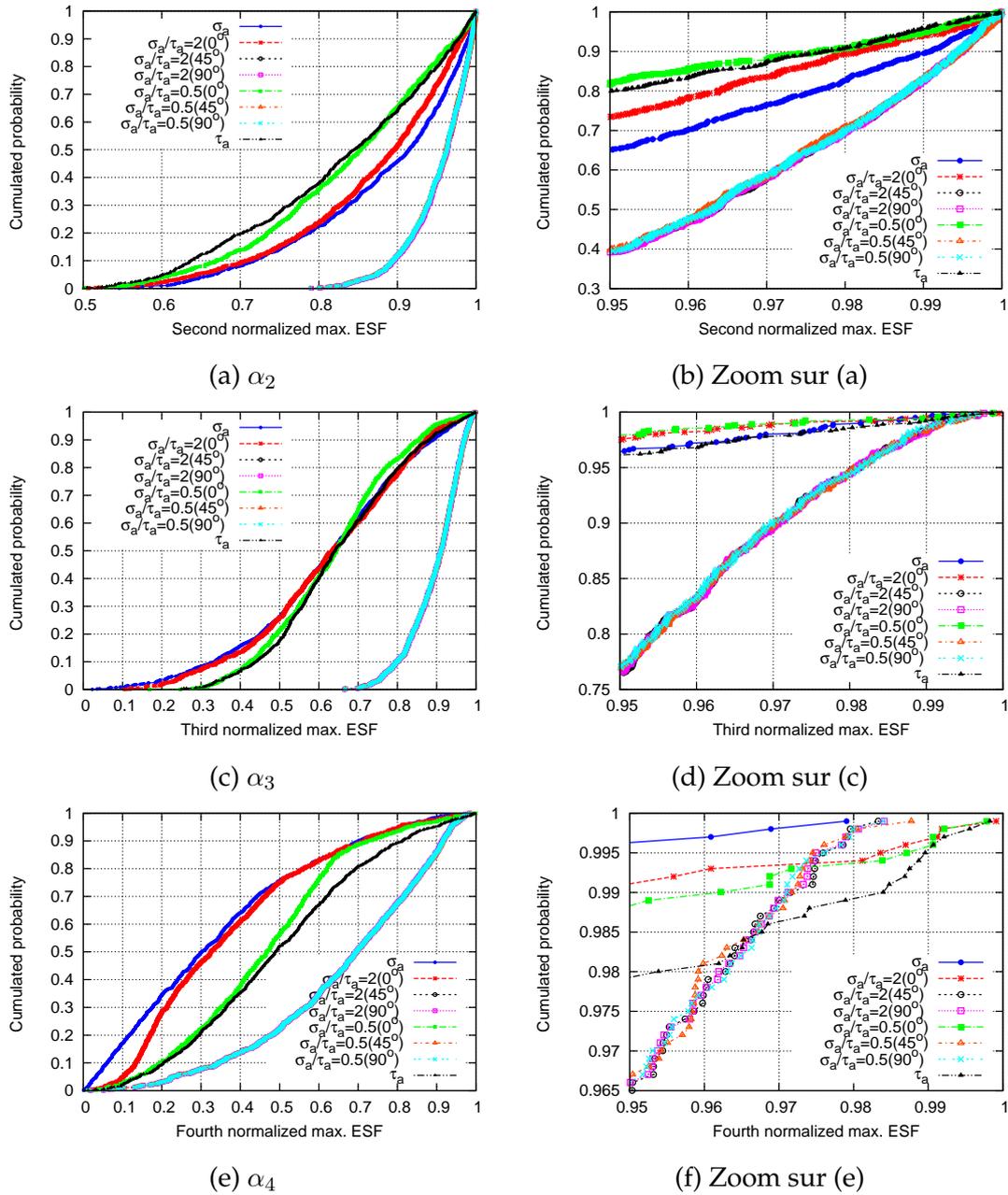


FIG. 3.26 – Évolution des ESF normalisés pour tous les systèmes de glissement apparents

considéré comme activé si :

$$\begin{cases} \Delta f_{eff}^s = f_{g,eff} - f_{eff}^s \leq \Delta f_{eff}^o \\ \text{avec } \Delta f_{eff}^o = 0.03 \end{cases} \quad (3.14)$$

où $f_{g,eff}$ est le ESF associé au grain (cf. 3.4.1.3) et f_{eff}^s celui du système de glissement considéré. C'est donc un critère à un seul paramètre (Δf_{eff}^o).

Ce critère d'activation des systèmes de glissement a été appliqué sur les cas de chargements étudiés en considérant les orientations aléatoires de 1000 grains (représentées sur la figure 3.23). Une comparaison est faite avec les résultats expérimentaux représentés sur la figure 3.20. *Expérimentalement, l'observation à la surface de l'éprouvette correspond seulement à la trace du plan de glissement activé. Ceci correspond à l'une des 4 familles de plan {111} constituant les 4 systèmes de glissement apparents, définis précédemment. En effet, la direction de glissement ne peut pas être observée sur une image MEB.*

La figure 3.27 illustre les résultats obtenus en appliquant le critère à un seul paramètre tel que proposé par [Blochwitz et al., 1996]. Ce critère ne donne pas une bonne prévision du nombre de systèmes de glissement activés par grain observé expérimentalement. Ceci peut être lié au caractère arbitraire du seuil Δf_{eff}^o . Dans un premier temps, nous avons donc procédé à une optimisation au sens des moindres carrés sur Δf_{eff}^o pour identifier la valeur seuil décrivant au mieux les observations expérimentales. Elle consiste à minimiser l'écart défini par :

$$e_r = \sum_{i=1}^3 \frac{(E_i - N_i)^2}{E_i} \quad (3.15)$$

où E_i représente le pourcentage de grains observés expérimentalement avec i systèmes de glissement activés et N_i est celui déterminé à partir du critère. À noter que $i = 3$ correspond à la proportion de grains ayant plus de 2 systèmes de glissements activés.

Comme le montre la figure 3.28, au delà de $\Delta f_{eff}^o = 0.03$, les erreurs augmentent considérablement pour tous les chargements. D'autre part, aucune valeur optimale de Δf_{eff}^o ne s'impose de façon claire pour décrire au mieux l'activité plastique observée pour tous les chargements. Cependant, si nous considérons comme acceptable une erreur $e_r \lesssim 20\%$ tous les chargements confondus, nous trouvons $\Delta f_{eff}^o = 0.012$.

Inconvénients du critère à un seul paramètre

Les inconvénients principaux du critère à un seul paramètre Δf_{eff}^o sont :

- le système de glissement primaire est toujours supposé activé quelle que soit la valeur du ESF $f_{g,eff}$
- il n'existe pas une valeur unique optimale du paramètre Δf_{eff}^o permettant de prévoir l'activation des systèmes de glissement pour tous les types de chargement.

3.4.2.2 Proposition d'un critère à double paramètre

Pour palier aux inconvénients du critère à un seul paramètre, un deuxième paramètre a été introduit [Agbessi et al., 2012]. Il consiste à fixer un seuil $f_{g,eff}^o$ sur le ESF sur tous les systèmes de glissement. Ainsi, un système de glissement sera considéré comme activé si, simultanément, ce seuil est franchi et que la condition du critère à un seul paramètre (cf. equation 3.14) est satisfaite. Ce critère à 2 paramètres ($\Delta f_{eff}^o, f_{g,eff}^o$) peut être résumé comme suit :

$$\begin{cases} \Delta f_{eff}^s = f_{g,eff} - f_{eff}^s \leq \Delta f_{eff}^o \\ f_{eff}^s \geq f_{g,eff}^o \end{cases} \quad (3.16)$$

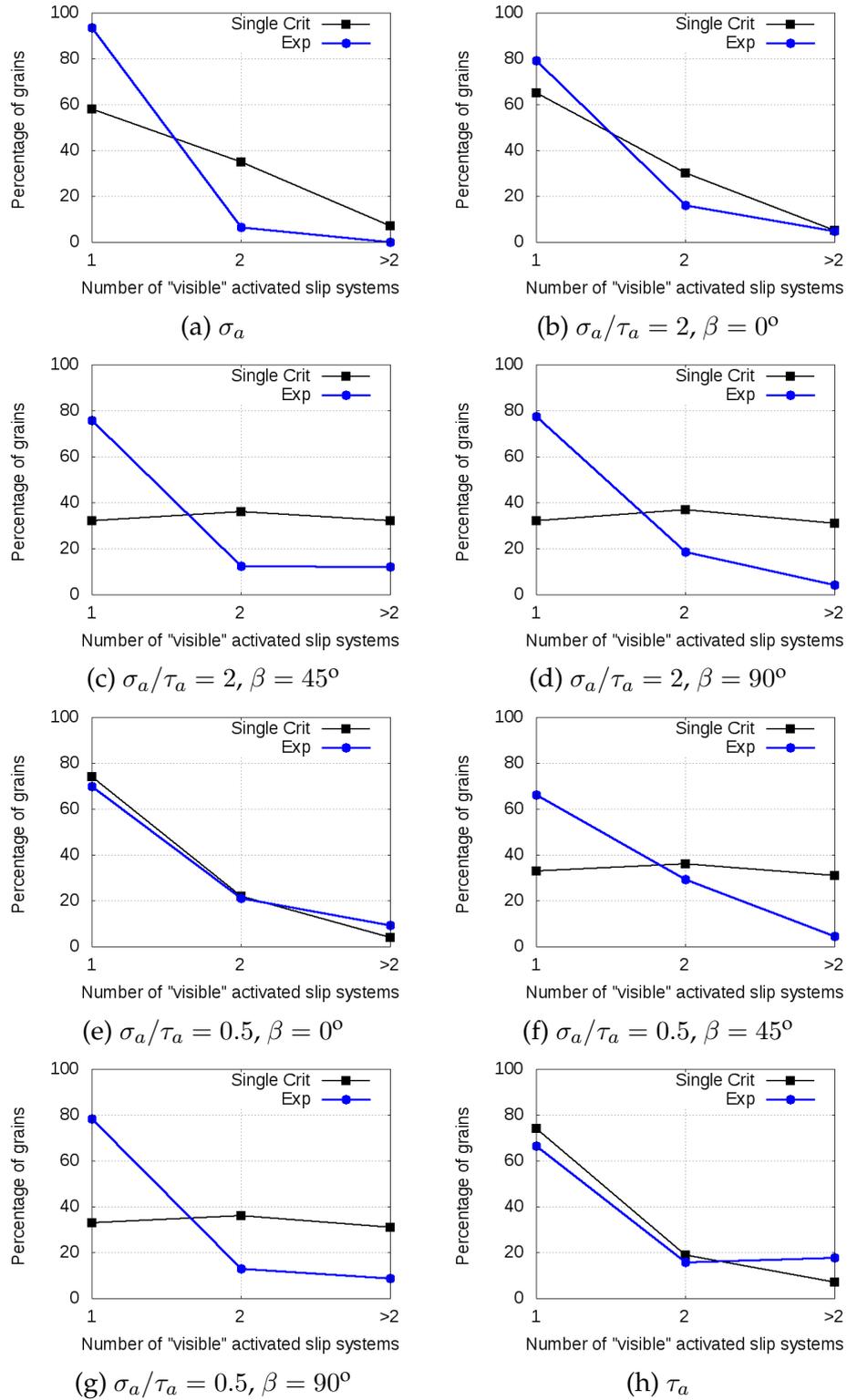


FIG. 3.27 – Application du critère à un seul paramètre ("Single crit") avec $\Delta f_{eff}^0 = 0.03$ proposé par [Blochwitz et al., 1996]. Les données expérimentales ("Exp") sont celles de la figure 3.20.

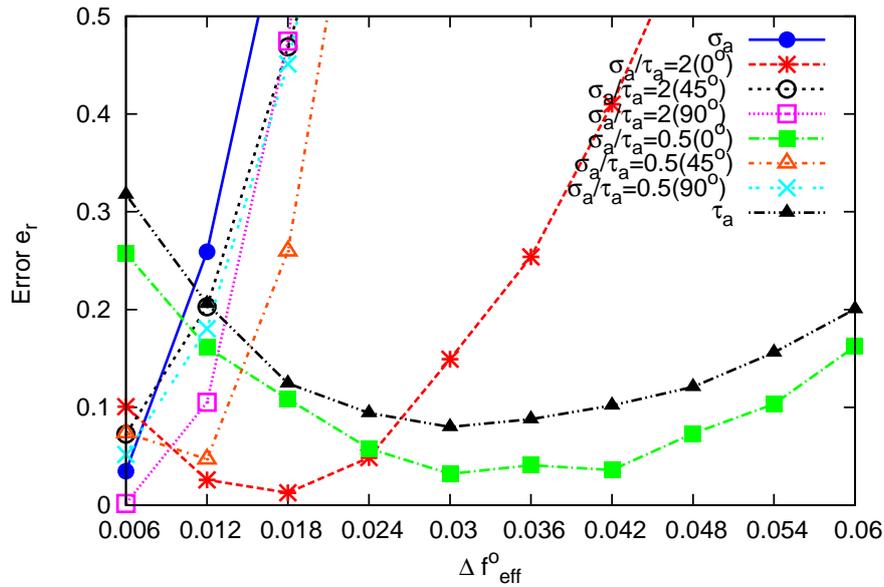


FIG. 3.28 – Optimisation au sens des moindres carrés de Δf_{eff}^o pour le critère d'activation à un seul paramètre.

Remarquons que le seuil $f_{g,eff}^o$ permet d'ajuster, avec les observations expérimentales (cf. tableau 3.8) la proportion de grains activés (avec PSB) dans l'agrégat polycristallin considéré.

Les proportions de grains activés observées expérimentalement (cf. tableau 3.8) ont été utilisées pour identifier la valeur du seuil $f_{g,eff}^o$. Le développement de la plasticité étant différent pour chaque cas de chargement, il est évident que le seuil $f_{g,eff}^o$ dépend du type de chargement considéré. Ainsi, le tableau 3.11 regroupe les valeurs de $f_{g,eff}^o$ permettant d'obtenir une proportion identique de grains activés expérimentalement et numériquement. Les orientations de grains aléatoires utilisées restent toujours celles de la figure 3.23. Une fois la valeur du seuil $f_{g,eff}^o$ identifiée, le deuxième paramètre Δf_{eff}^o est alors optimisé. Pour une erreur considérée comme acceptable, $e_r \lesssim 15\%$, on obtient $\Delta f_{eff}^o = 0.018$ (cf. figure 3.30).

TAB. 3.11 – Identification des seuils $f_{g,eff}^o$ du critère à double paramètre pour les différents chargements.

σ_a (MPa)	τ_a (MPa)	Déphasage β (°)	$f_{g,eff}^o$	% grains activés
85	-	-	0.47	30
-	58	-	0.32	95
68	34	0	0.46	50
68	34	45	0.48	90
68	34	90	0.5	60
24	48	0	0.46	50
24	48	45	0.51	50
24	48	90	0.51	50

La figure 3.31 montre les résultats obtenus. Une comparaison avec le critère à un seul paramètre optimisé est faite. On peut remarquer une bonne prévision des observations expérimentales. L'erreur relativement importante obtenue pour le cas de la traction peut être expliquée par le fait que la répartition des PSB reste très localisée et très peu de grains ont des traces de glissement en surface. Le critère semble mieux traduire une forte activité plastique avec des PSB répartis de façon homogène dans plusieurs grains activés.

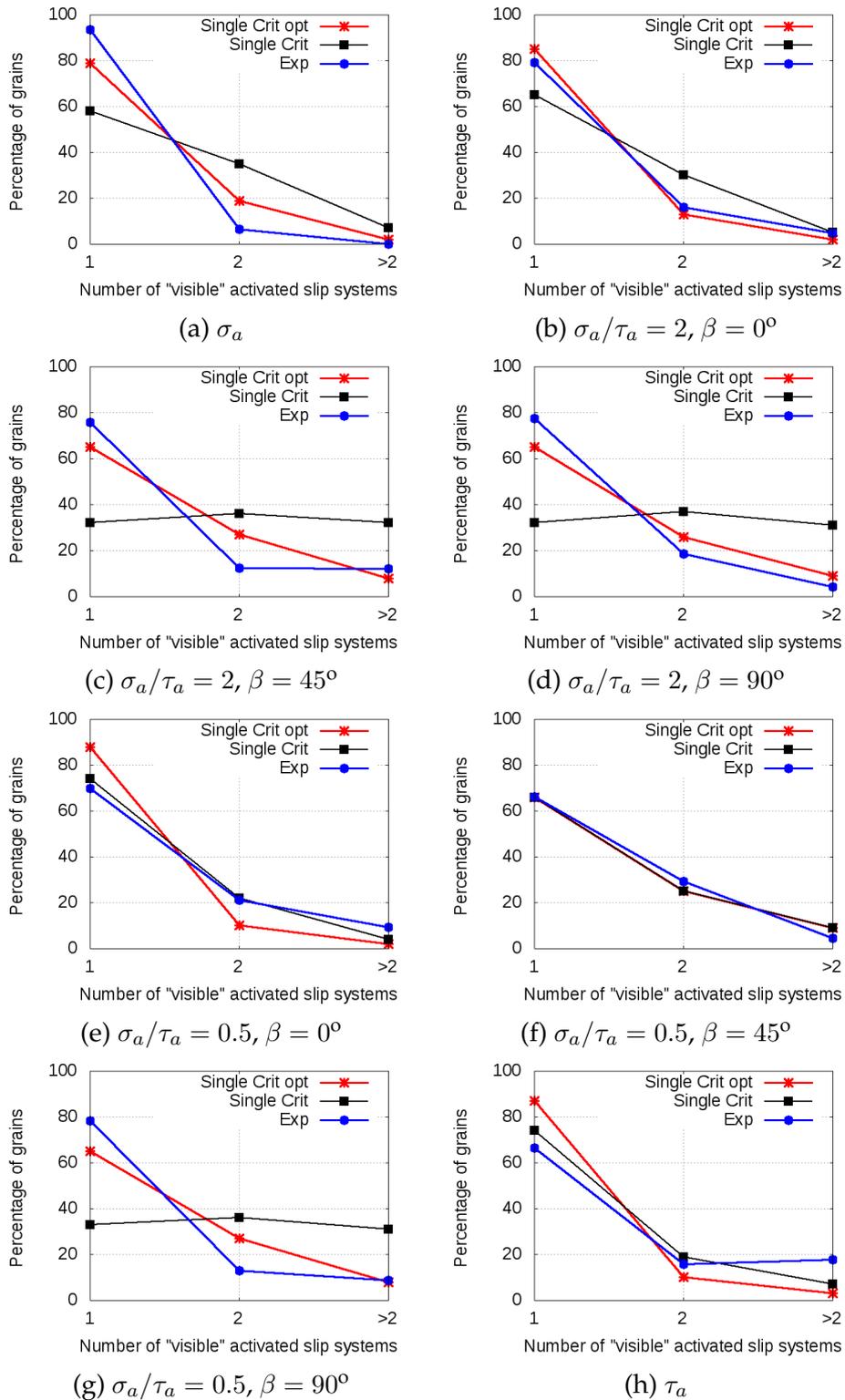


FIG. 3.29 – Application du critère à un seul paramètre optimisé ("Single crit opt") avec $\Delta f_{eff}^0 = 0.012$ (valeur optimisée sur tous les résultats d'essais et tous les chargements). Les données expérimentales sont celles de la figure 3.20.

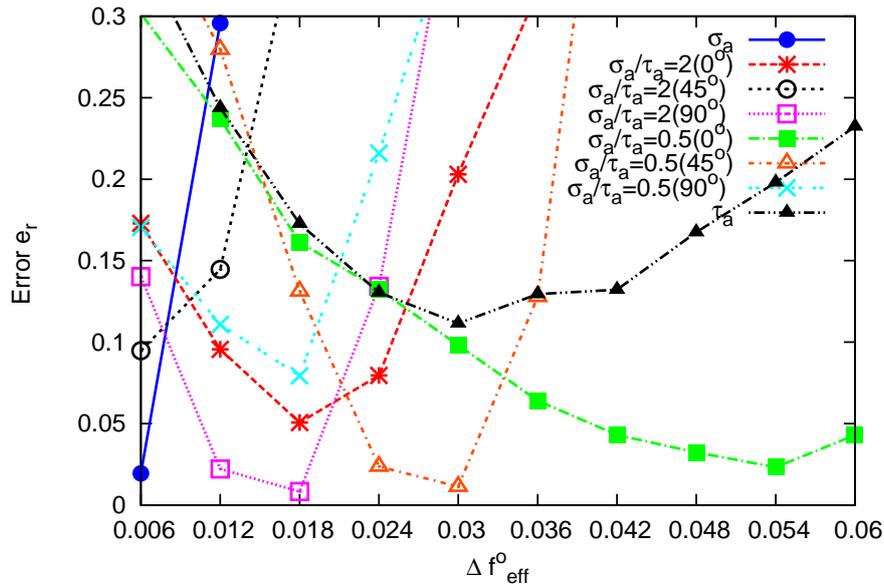


FIG. 3.30 – Optimisation au sens des moindres carrés de Δf_{eff}^0 pour le critère d’activation à double paramètre.

3.4.3 Synthèse et discussions

Le critère d’activation des systèmes de glissement proposé a été comparé à celui proposé par [Blochwitz et al., 1996]. Il est basé sur le principe de Schmid avec l’introduction d’un ESF pour les chargements uniaxiaux comme multiaxiaux. Les prévisions du critère à double paramètre proposé ont été confrontées aux observations expérimentales. Ce critère donne une bonne prévision de l’activité plastique du matériau sous les divers chargements étudiés.

La difficulté principale du critère phénoménologique proposé réside dans l’identification des paramètres Δf_{eff}^0 et $f_{g,eff}^0$. Le paramètre $f_{g,eff}^0$ est identifié en considérant le pourcentage de grains activés (avec des PSB) observés expérimentalement. Nous avons montré que l’activité plastique du matériau est liée au chargement. Par conséquent, le paramètre seuil $f_{g,eff}^0$ est logiquement lié au chargement considéré. Une valeur optimale unique de Δf_{eff}^0 n’a pas été trouvée pour tous les chargements. Néanmoins, une acceptabilité de la prévision du critère a été définie autour d’une erreur $e_r \lesssim 15\%$.

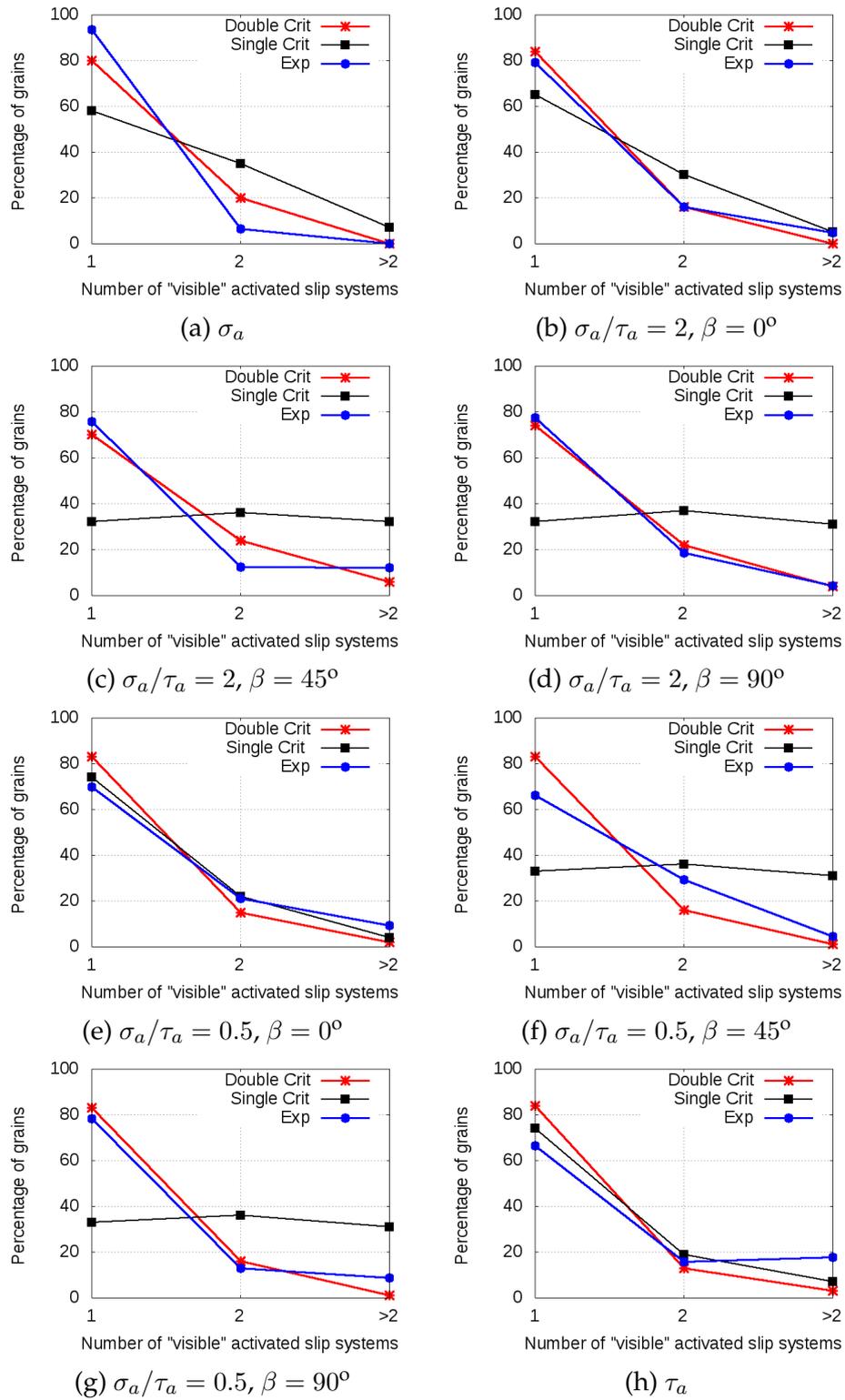


FIG. 3.31 – Application du critère à double paramètre ("Double crit") avec $\Delta f_{eff}^o = 0.018$ optimisé et comparaison avec le critère à un seul paramètre ("Single crit") tel que proposé par [Blochwitz et al., 1996] ($\Delta f_{eff}^o = 0.03$). Le pourcentage de grains est calculé en tenant compte seulement des grains activés. Les données expérimentales sont celles de la figure 3.20.

3.5 Amorçage de micro-fissures

Après avoir étudié les PSB à la surface des éprouvettes, nous nous intéressons maintenant aux micro-fissures.

3.5.1 Introduction de la démarche

Les micro-fissures de fatigue sont analysées de façon statistique dans la zone centrale (illustrée sur la figure 3.4) de l'éprouvette après 10^6 cycles sans rupture. La démarche adoptée consiste à faire une micrographie MEB haute résolution sur les zones où nous observons des micro-fissures et à dénombrer les différents types d'amorçage de micro-fissures de fatigue. Les types d'amorçage observés sont classés en 3 catégories principales (illustrées sur la figure 3.32 dans le cas de la torsion et sur la figure 3.33 dans le cas de traction-torsion combinées avec $\sigma_a/\tau_a = 2.0$ et $\beta = 45^\circ$) :

- amorçage sur les grains présentant du glissement simple intragranulaire (IG type single slip).
- amorçage sur les grains présentant du glissement multiple intragranulaire (IG type multiple slip).
- amorçage aux joints de grains (GB type slip).

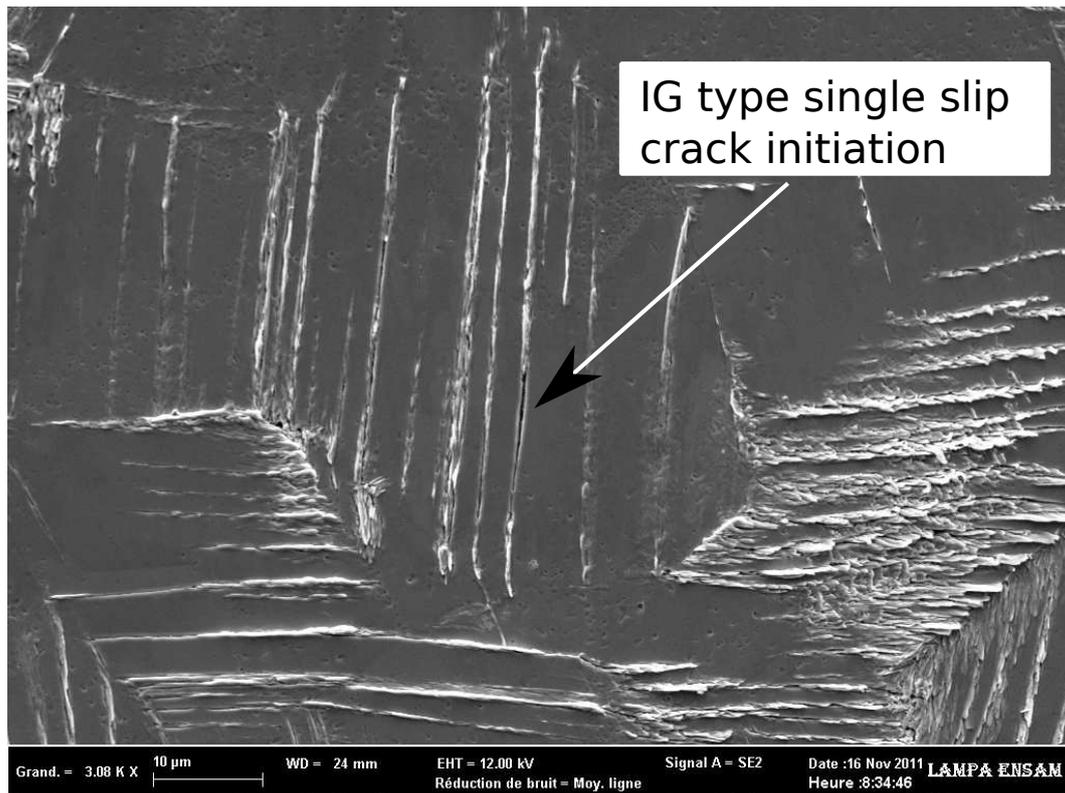
Dans tous les cas de chargements étudiés, les fissures considérées ont une taille de l'ordre de la taille d'un grain. L'identification des fissures est relativement délicate et l'observation étant faite en surface, il n'est pas toujours certains que la fissure soit développée sur tout le grain (dans l'épaisseur).

3.5.2 Statistique sur les modes d'amorçage de fissures

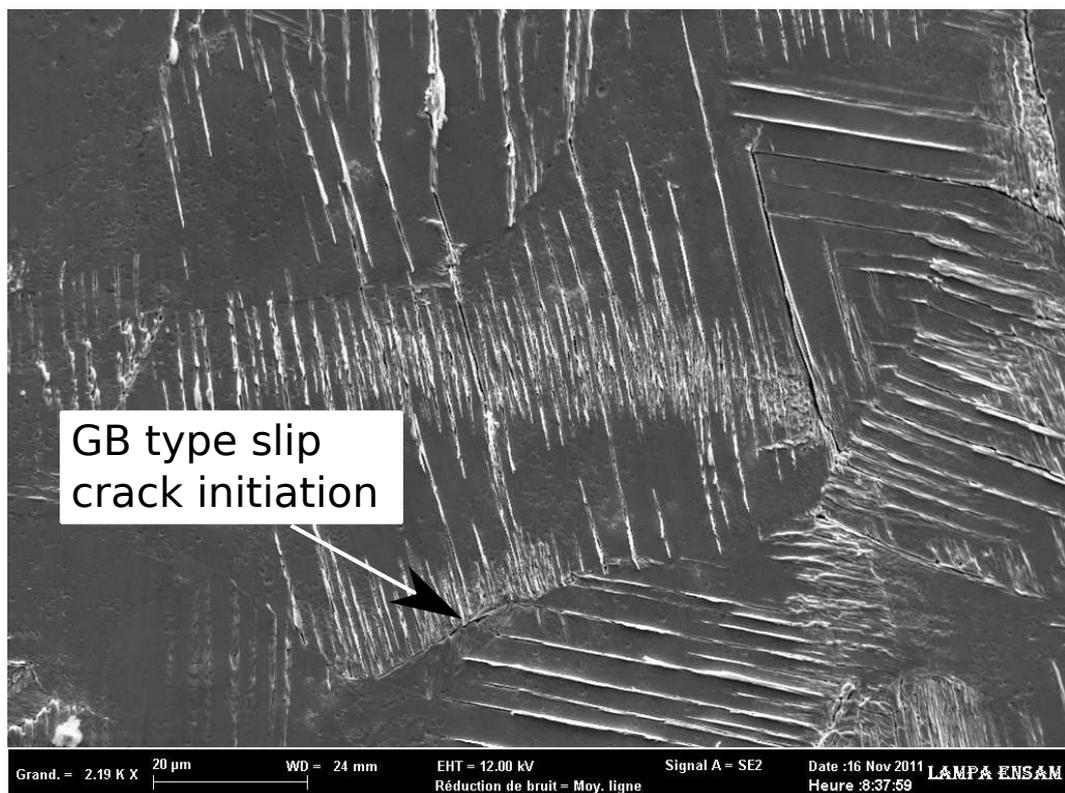
La figure 3.34 représente les proportions de grains en fonction des différentes catégories d'amorçage de fissures pour chaque condition de chargement. En traction, on remarque que les fissures s'amorcent plus souvent aux joints de grains (57% des cas). Il faut souligner que, nous avons observé précédemment un faible développement de la plasticité en traction simple (cf. tableau 3.8 et 3.3.3). Les joints de grains semblent faciliter la localisation de la déformation plastique en traction simple. *Les incompatibilités de déformation aux joints de grains semblent jouer un rôle non négligeable sur le développement de l'endommagement en traction simple dans le domaine de grande durée de vie.* Dans le cas de la torsion simple, où les PSB se développent de façon plus homogène dans plusieurs grains, la proportion d'amorçage de fissures aux joints de grains est de 40% (moins ~ 15 points par rapport à la traction simple). Dans ce cas, l'activité plastique dans le grain prend le pas sur celle du joint de grain.

Il convient de rappeler que ces observations ont été faites pour des chargements équivalents correspondant à une même durée de vie de l'ordre de 10^6 cycles. Dans le cas des chargements équivalents au sens de von Mises en traction et torsion cyclique (domaine de fatigue oligocyclique avec une durée de vie différente), il a été observé, dans les travaux de [Doquet, 1997], que l'amorçage de fissures intergranulaire est plus prépondérant en torsion (environ 45%) qu'en traction (environ 26%). Ceci met en lumière la différence marquante des mécanismes d'amorçage de fissures en fonction du domaine de durée de vie considéré d'une part et l'équivalence choisie pour les chargements analysés d'autre part.

Tous les types de chargements confondus, la majorité des fissures observées s'amorcent à l'intérieur des grains ayant un seul système de glissement activé visible ($\sim 50\%$, cf. figure 3.35). L'amorçage de fissures aux joints de grains représente environ 40%. Une proportion de l'ordre de 10% de grains avec au moins 2 systèmes de glissement activés visibles est observée. *Il ressort de cette analyse que l'amorçage de fissures de fatigue est essentiellement intragranulaire sur le cuivre OFHC étudié. Le pourcentage d'amorçage de fissures dans les grains avec du glissement multiple est relativement faible. Toutefois, l'effet des joints de grains (joints de macles y compris) est important.*

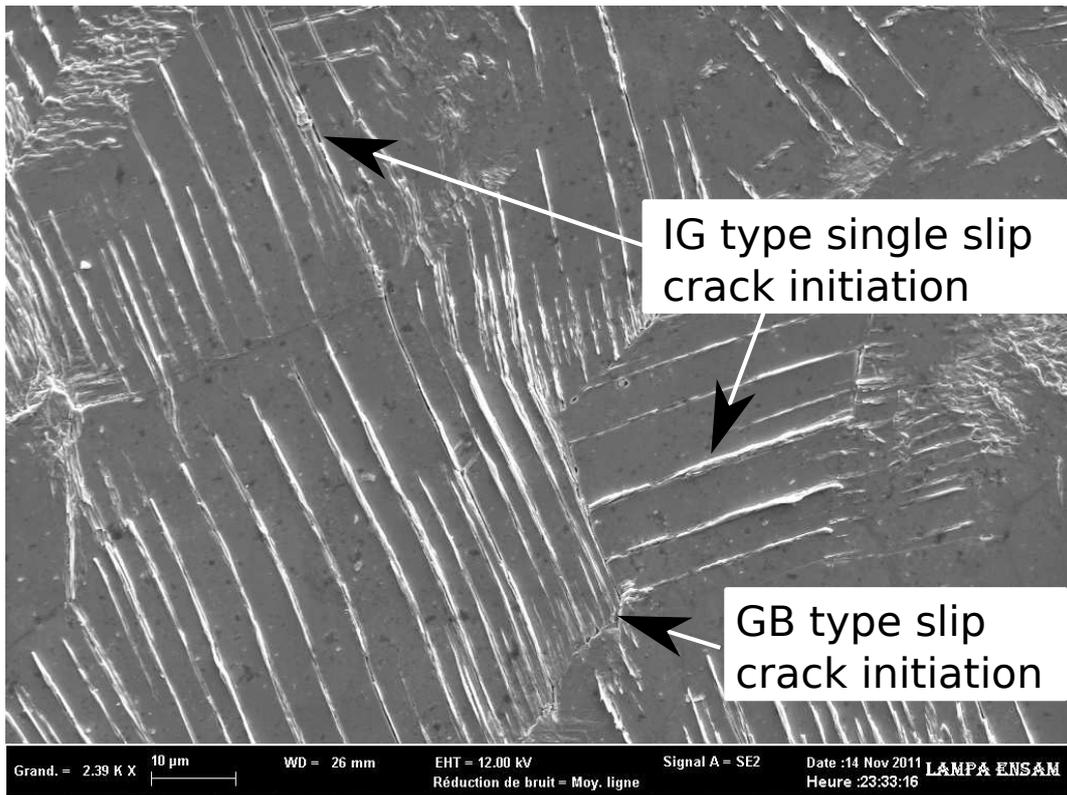


(a)

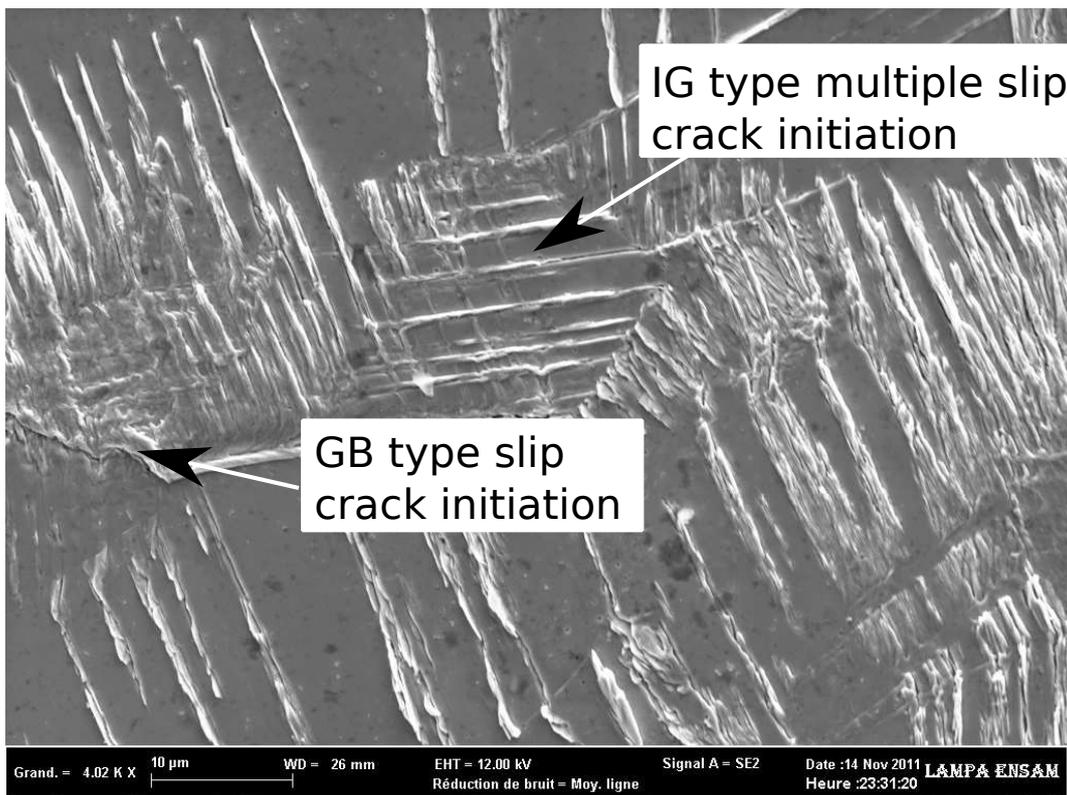


(b)

FIG. 3.32 – Observation MEB de l'éprouvette sous chargement de torsion ($\tau_a = 58$ MPa et $N=10^6$ cycles). Illustration des différents types d'amorçage de fissures de fatigue.



(a)



(b)

FIG. 3.33 – Observation MEB de l'éprouvette sous chargement de traction-torsion combinée avec le rapport de biaxialité de $\sigma_a/\tau_a = 2.0$ et un déphasage de $\beta = 45^\circ$ ($\sigma_a = 68$ MPa et $N=10^6$ cycles). Illustration des différents types d'amorçage de fissures de fatigue.

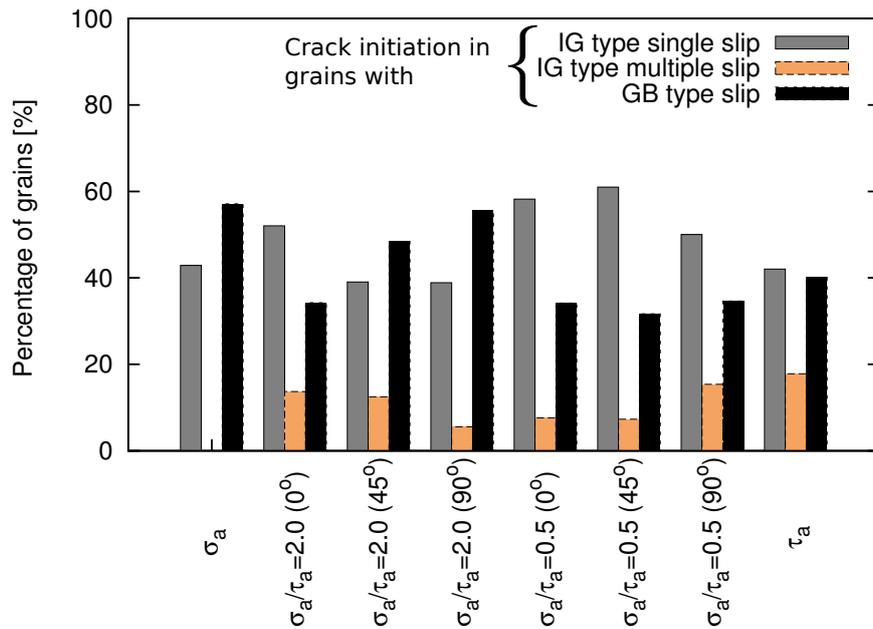


FIG. 3.34 – Représentation des proportions d’amorçage de fissures intragranulaires (dans les grains à un seul et au moins deux systèmes de glissement activés visibles) et inter-granulaires (aux joints de grains). Environ 60 grains ont été considérés pour chaque condition de chargement.

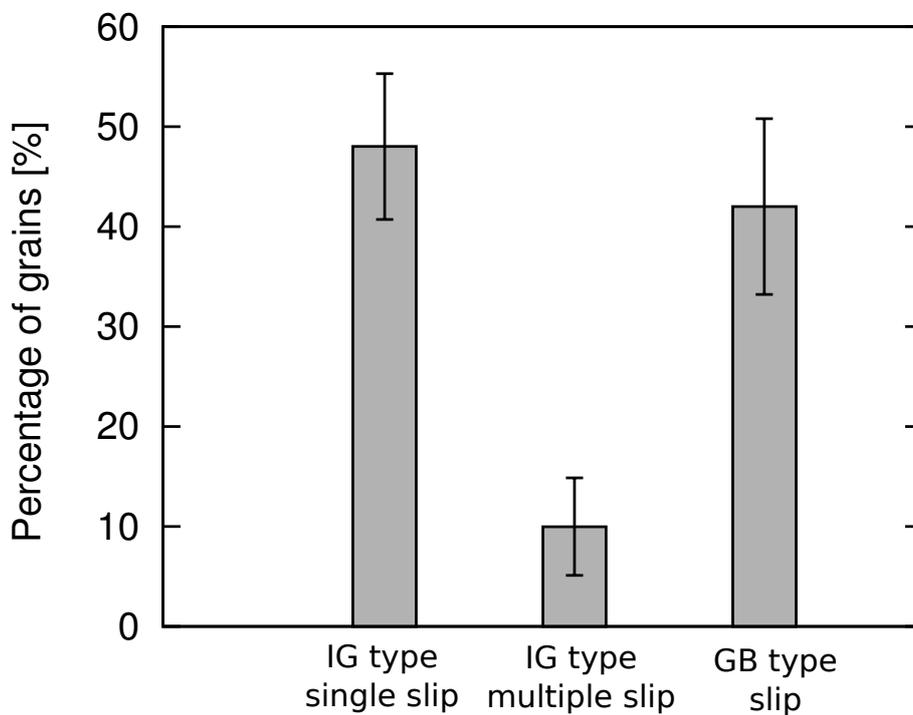


FIG. 3.35 – Proportion d’amorçage de fissures intragranulaires (dans les grains à un seul et au moins deux systèmes de glissement activés visibles) et inter-granulaires (aux joints de grains) en moyenne pour tous les chargements confondus. Environ 60 grains ont été considérés sur un total d’environ 250 grains analysés pour chaque condition de chargement.

3.5.2.1 Effet du rapport de biaxialité et du déphasage

Pour étudier les effets du rapport de biaxialité et du déphasage sur les modes d'amorçage de fissures de fatigue, un résumé des observations présentées sur la figure 3.34 est proposé (cf. figure 3.36).

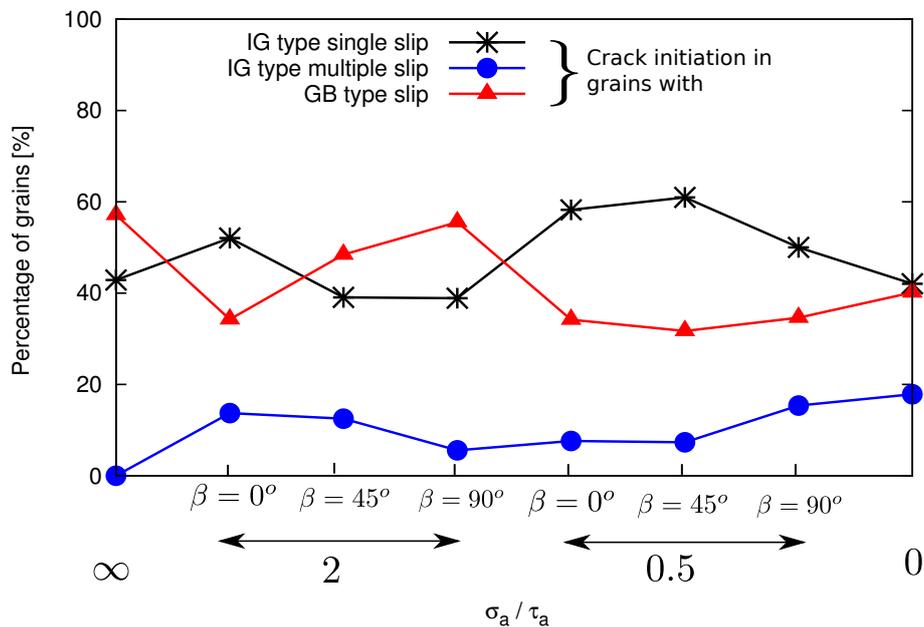


FIG. 3.36 – Influence du rapport de biaxialité et du déphasage sur les mécanismes d'amorçage de fissures de fatigue sous différents chargements.

Pour les chargements avec un rapport de biaxialité de $\sigma_a/\tau_a = 2.0$, la proportion d'amorçage de fissures aux joints de grains augmente avec le déphasage β (+ 15 points pour $\beta = 45^\circ$ et + 21 points pour $\beta = 90^\circ$; le chargement en phase $\beta = 0^\circ$ étant pris comme référence). La proportion d'amorçage de fissures intragranulaires diminue avec l'augmentation de β . Plus précisément, lorsque le déphasage augmente, la proportion d'amorçage de fissures dans le grain sur les PSB tend vers celle que l'on observe en traction simple.

Pour les chargements avec un rapport de biaxialité de $\sigma_a/\tau_a = 0.5$, la proportion d'amorçage de fissures aux joints de grains semble ne pas être influencée par le déphasage β . Toutefois, environ 35% des fissures observées s'amorcent aux joints de grain. La proportion d'amorçage de glissement intragranulaire reste en conséquence stable en fonction du déphasage. Cependant, lorsque β augmente, la proportion d'amorçage de fissures dans les grains à un seul système de glissement activé diminue alors que celle dans les grains à au moins 2 systèmes de glissement activés augmente.

3.5.2.2 Relation plasticité/amorçage

L'analyse des modes de glissement dans la zone intermédiaire (Zi) de l'éprouvette présentée sur la figure 3.15 a été comparée aux différents types d'amorçage de fissures dans la zone centrale (Zc). Le but étant de dégager une relation entre l'évolution des proportions de grains activés sans micro-fissures et avec micro-fissures suivant les différents modes de glissement. La figure 3.34 résume l'évolution de la proportion de grains dans ces 2 domaines. On peut remarquer que les évolutions sont similaires. Ces évolutions de la proportion de grain semblent indiquer que le mode de glissement dans le grain pilote en partie l'amorçage de fissures. La proportion de grains, situés dans la zone centrale, présentant du glissement multiple avec amorçage de fissure augmente pour la plupart des chargements multiaxiaux. Dans le cas du glissement multiple, la proportion de grains avec micro-fissures est plus importante par rapport aux grains sans micro-fissures. Le glissement multiple semble jouer un rôle plus significatif en terme d'amorçage de fissures.

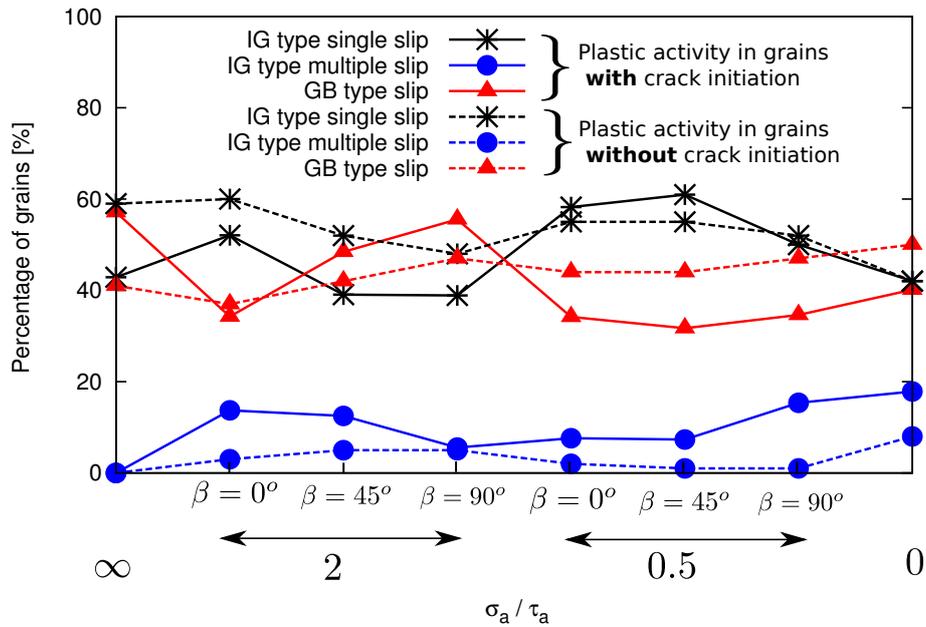


FIG. 3.37 – Relation entre les différents types de glissement plastique en surface et l’amorçage de fissures de fatigue dans les zones Zi et Zc réunies.

En s’intéressant qu’à l’amorçage de fissures intragranulaires, nous pouvons aussi établir un lien entre l’activité plastique en terme de nombre de systèmes de glissement activés par grain et les types d’amorçage de fissures. La proportion d’amorçage de fissures intragranulaires est ramenée au pourcentage de grains analysés présentant du glissement simple et du glissement multiple.

Soit P_{gs} le pourcentage de grains avec glissement simple et P_{gm} celui avec glissement multiple. Nous définissons le pourcentage de grains avec amorçage de fissures intragranulaires rapporté au pourcentage de grains avec PSb (glissement plastique) par :

$$P_{as/gs} = \frac{P_{as}}{P_{gs}} \quad (3.17)$$

$$P_{am/gm} = \frac{P_{am}}{P_{gm}} \quad (3.18)$$

où P_{as} et P_{am} sont respectivement les pourcentages de grains avec amorçage intragranulaire dans les grains à glissement simple et les grains à glissement multiple.

$P_{as/gs}$ et $P_{am/gm}$ sont respectivement les pourcentages de grains avec amorçage de fissures dans un grain à glissements simple et multiple. Sur la figure 3.38, le pourcentage de grains correspond à $P_{as/gs}$ et $P_{am/gm}$. On peut remarquer que, de façon générale, l’amorçage de fissures intragranulaires se produit le plus souvent dans les grains à glissement simple. Cependant, les chargements multiaxiaux non proportionnels et la torsion simple (chargement simple avec un état de contrainte multiaxial) présentent une forte probabilité d’amorçage de fissures sur les grains à glissement multiple. Ces grains sont donc plus vulnérables à l’amorçage de fissures pour ces chargements multiaxiaux non proportionnels. L’hypothèse d’un seul système de glissement activé par grain paraît donc mal adaptée pour prévoir l’amorçage de fissures dans ces cas de chargements.

3.5.3 Synthèse

Les types d’amorçage de fissures de fatigue (fissures microstructuralement courtes) ont été étudiés sous divers chargements proportionnels et non proportionnels en adoptant une approche statistique pour traiter les résultats observés. Les effets du rapport de biaxialité et du déphasage sur

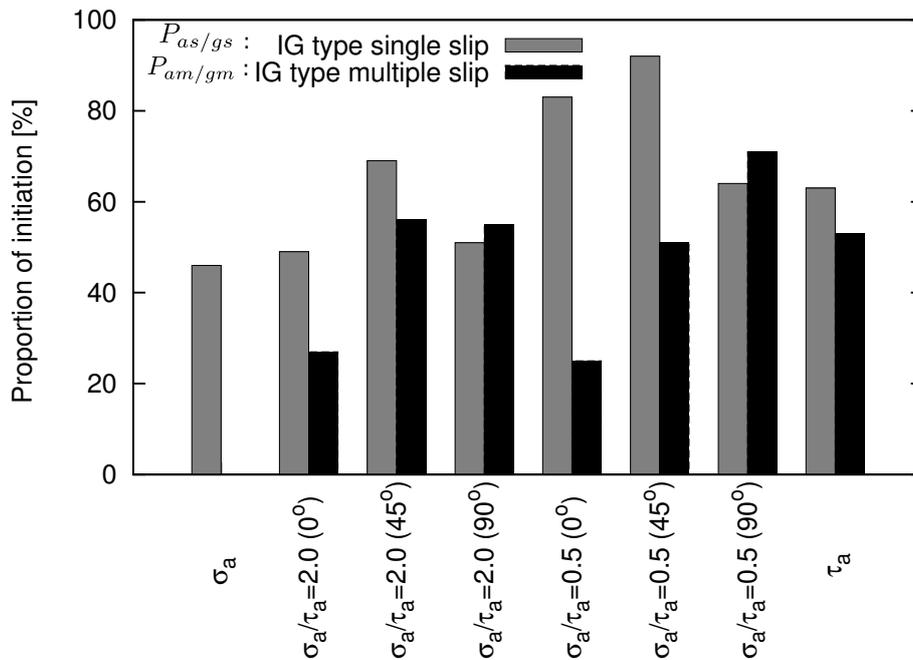


FIG. 3.38 – Proportion d’amorçage de fissures intragranulaires rapportée au pourcentage de grains présentant du glissement simple et multiple présentée sur la figure 3.4.

l’amorçage de fissures ont été analysés. En traction uniaxiale ($\sigma_a/\tau_a = \infty$), nous avons observé plus d’amorçage de fissures aux joints de grains (+ 15% par rapport à la torsion simple, $\sigma_a/\tau_a = 0$). Ceci est cohérent avec : (i) le fait qu’en traction, les PSB se répartissent de façon très localisée dans quelques grains (ici le plus souvent aux joints de grain ou aux joints de macle) et (ii) en torsion, les PSB sont réparties de façon plus homogènes et réparties dans plusieurs grains. Pour les chargements combinés de traction-torsion, la proportion d’amorçage des fissures aux joints de grains augmente avec le déphasage. Enfin, les chargements multiaxiaux favorisent l’amorçage de fissures sur les grains à glissement multiple. En considérant les grains à glissement multiple, il a été observé que la probabilité d’amorcer des fissures dans ces derniers est plus élevée pour les cas de chargement multiaxiaux non proportionnels (environ 55%). En conséquence, le glissement multiple semble jouer un rôle important dans l’amorçage de fissures dans les grains sous ces chargements complexes. Ceci n’est pas pris en compte dans la formulation des critères de fatigue multiaxiale de type plan critique de la littérature. Cela peut expliquer les moins bonnes prévisions (dans la littérature [Froustey and Lasserre, 1989, Papadopoulos et al., 1997, Wang and Yao, 2004]) de ces critères pour les chargements non proportionnels.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, les mécanismes de déformation plastique sous chargements proportionnels et non proportionnels ont été étudiés. Nous avons montré que le mode d’apparition des PSB (IG type et GB type) dépend peu de la nature du chargement alors que le seuil de contrainte d’apparition des PSB en dépend fortement. La multiplicité du glissement dans les grains semble non négligeable pour les chargements multiaxiaux. En effet, il a été observé que la multiaxialité du chargement induit une multiplicité supplémentaire de glissement dans les grains par rapport au chargement uniaxial. L’étude statistique du nombre de systèmes de glissement activés par grain a tout de même mis en évidence la dominance du glissement simple dans les grains pour tous les chargements étudiés.

Un critère phénoménologique d’activation des systèmes de glissement a été proposé et a été comparé aux observations expérimentales sur le nombre de systèmes de glissement activés par grain.

Dans un premier temps, une amélioration du critère à un seul paramètre a été proposée avec une optimisation du paramètre Δf_{eff}^o . Pour aller plus loin, un critère à double paramètre (Δf_{eff}^o et $f_{g,eff}^o$) a été introduit ; ses prévisions sont satisfaisantes. Les limites de cette nouvelle approche ont été discutées. Ce nouveau critère prend en compte la proportion réelle de grains activés (avec PSB) sous chaque cas de chargement considéré. Il permet ainsi de bien rendre compte de l'activité plastique sous chargement cyclique dans le domaine des grandes durées de vie.

Enfin, les mécanismes d'amorçage des micro-fissures de fatigue ont été analysés pour les différents chargements. Il a été observé que la probabilité d'avoir un amorçage de fissures dans les grains à glissement multiple est plus élevée pour les cas de chargements multiaxiaux non proportionnels (jusqu'à 55% d'amorçage de fissures). Pour ces chargements, l'hypothèse de glissement simple par grain adoptée dans la formulation des critères de fatigue multiaxiale de type plan critique est discutable.

Ces résultats amènent les questions suivantes :

- En corrélant le glissement plastique observé dans le grain avec son orientation cristallographique, le critère d'activation des systèmes de glissement basé sur le ESF traduit-il bien l'activité plastique dans le grain ?
- À quel plan de la famille {111} est associée la trace de glissement visible à la surface du grain ? Le plan identifié correspond-il au système de glissement présentant le plus haut ESF ?
- Est-ce que le ESF seul suffit pour décrire ce qui se passe dans le grain ? Plus précisément, y a-t-il un effet important de voisinage autour du grain considéré ?

Avec une simple observation MEB, il n'est pas possible d'identifier le plan de glissement {111} responsable de la trace de glissement observé dans les grains. Aussi, il n'est pas possible de prendre en compte les orientations réelles des grains observés dans l'application du critère d'activation des systèmes de glissement proposé. Pour étudier ces aspects et prendre en compte les orientations réelles des grains, une analyse EBSD s'impose. Les travaux présentés dans le chapitre 4 tenteront de répondre à ces questions.

ÉTUDE COUPLÉE MEB-EBSD DE LA MICROPLASTICITÉ

Ce chapitre propose une étude des mécanismes de déformation plastique par une approche couplée MEB-EBSD. Nous y montrons les analyses EBSD sur éprouvettes avec méplat sollicitées au voisinage de la limite de fatigue à 10^6 cycles. Pour rendre compte de la déformation plastique locale dans les grains après déformation cyclique, les désorientations ont été analysés en utilisant le Grain Orientation Spread (GOS) et le Kernel Average Misorientation (KAM). La trace de glissement observée à la surface des éprouvettes au niveau du méplat a été étudiée afin de caractériser précisément les plans des systèmes de glissement activés correspondant. Les facteurs de Schmid effectifs des grains ont été analysés afin de déterminer le rang des systèmes de glissement activés. Finalement, nous présentons l'étude sur les relations d'orientation entre les grains en rapport avec le développement de la plasticité, sous chargements divers proportionnels et non proportionnels.

Sommaire

4.1	Motivations et objectifs	129
4.2	Géométrie des éprouvettes et conditions de chargement	129
4.2.1	Géométrie des éprouvettes	129
4.2.2	Analyse EF des contraintes sur le méplat et en sous couche	130
4.2.3	Conditions de chargement	131
4.3	Traitement des données EBSD	133
4.3.1	EBSD à l'état initial	133
4.3.2	EBSD à l'état final	133
4.4	Analyses des résultats	134
4.4.1	Désorientation dans les grains	134
4.4.2	Analyses des ESF	142
4.4.3	Analyses des traces de glissement dans les grains (PSB)	143
4.5	Synthèse	152
4.6	Conclusion	155

4.1 Motivations et objectifs

Les motivations de ce chapitre résident dans l'analyse de l'effet de l'orientation des grains sur le développement des PSB sous sollicitations cycliques dans le domaine des grandes durées de vie. Le chapitre 3 a mis en exergue l'effet de la multiaxialité du chargement sur l'activité plastique et l'amorçage de fissures de fatigue après 10^6 cycles. L'étude présentée dans le chapitre 3 a été principalement axée sur l'observation des PSB à la surface du matériau. Ces PSB proviennent de l'activation des systèmes de glissement formés des plans de la famille $\{111\}$ pour les métaux CFC. L'objectif est double :

- vérifier si l'approche de type Schmid basée sur le facteur de Schmid effectif (ESF) permet de rendre compte de l'activité plastique dans les grains
- analyser les effets de voisinage et fournir des éléments à une modélisation de la microstructure (géométrie des grains) ébauchée au chapitre 5.

Pour étudier l'effet de l'environnement immédiat d'un grain dans l'analyse des mécanismes de déformation plastique et d'amorçage des fissures de fatigue, nous proposons dans ce chapitre d'utiliser la technique EBSD. Dans la littérature, l'utilisation de l'EBSD dans l'étude des micro-mécanismes de déformation plastique et d'amorçage de fissures a été essentiellement faite en fatigue dans le domaine LCF. L'amplitude de déformation plastique imposée est souvent de l'ordre de $2 \cdot 10^{-3}$ et la durée de vie de l'ordre de $2 \cdot 10^3$ cycles. On peut citer les travaux de [Villechaise et al., 2002] sur l'acier inoxydable 316L ainsi que ceux sur l'acier inoxydable duplex de [Gironès et al., 2004, Bartali et al., 2008, El Bartali et al., 2009, Marinelli et al., 2009]. La loi de Schmid a permis à ces auteurs de bien rendre compte de l'activation des systèmes de glissement dans les grains. Cependant ces études ne concernent que les chargements uniaxiaux. Dans le régime des grandes durées de vie (HCF), les mécanismes de glissement plastique mis en jeu (cf. chapitre 3) ne sont pas les mêmes. De plus, l'effet du type de chargement sur le développement de la plasticité est important. Nous proposons d'étudier la validité de l'approche de type Schmid sur des chargements multiaxiaux surtout non proportionnels, dans le domaine HCF.

Le travail présenté dans ce chapitre vise donc à analyser l'activité plastique et l'amorçage de fissures de fatigue sur des grains dont l'orientation cristallographique a été identifiée précisément par EBSD. Les éprouvettes ont été sollicitées jusqu'à 10^6 cycles sans macro-fissures. Elles ont été usinées dans du cuivre CuGF recuit à 700°C pendant 1h. Différents chargements proportionnels et non proportionnels ont été appliqués. Les points suivants seront discutés :

- la désorientation dans les grains induite par la déformation plastique cyclique.
- les facteurs de Schmid effectifs (ESF).
- l'analyse surfacique des traces de glissement plastique.

4.2 Géométrie des éprouvettes et conditions de chargement

La géométrie des éprouvettes lisses cylindriques de révolution utilisées dans le chapitre 3 ne permet pas une bonne observation EBSD (surface non plane). Aussi, des éprouvettes cylindriques avec méplat seront utilisées pour faciliter les mesures EBSD sur le méplat (surface plane).

4.2.1 Géométrie des éprouvettes

La géométrie des éprouvettes avec "méplat" (petite entaille cylindrique) utilisées pour tous les essais de fatigue dont les résultats sont présentés dans ce chapitre est représentée sur la figure 4.1. La longueur du méplat est de 9 mm. Comme dit précédemment, le méplat permet d'avoir une surface plane pour les observations EBSD. Il a aussi pour but de concentrer très légèrement les contraintes dans cette zone sans avoir un effet trop important sur la durée de vie en HCF du matériau.

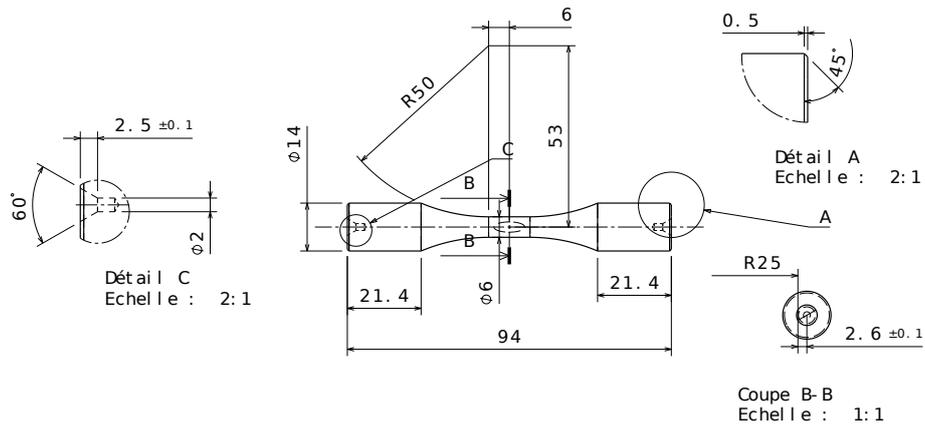


FIG. 4.1 – Géométrie des éprouvettes (en CuGF recuit) avec méplat utilisées pour les essais de fatigue à grande durée de vie.

4.2.2 Analyse EF des contraintes sur le méplat et en sous couche

Des calculs EF en élasticité isotrope ont été réalisés sur les éprouvettes avec méplat. La distribution des contraintes le long du méplat et dans la zone utile de l'éprouvette est illustrée sur la figure 4.2 dans le cas de la traction et sur la figure 4.3 dans le cas de la torsion. Le maillage des éprouvettes est réalisé avec le mailleur de ABAQUS. Les calculs nous ont permis de déterminer le facteur théorique de concentration de contrainte en traction ($K_t = 1.18$) et celui en torsion ($K_t = 1.13$). Ces facteurs de concentration de contrainte légèrement supérieurs à 1 permettent ainsi d'obtenir une très légère concentration des contraintes en fond de méplat sans se placer dans le cas de la tenue en fatigue des géométries fortement entaillées. Le figure 4.4 montre que les gradients de contrainte sont faibles (1 MPa/mm le long du méplat en traction 4.4a et 6 MPa/mm le long du rayon en traction 4.4c). On suppose que pour les K_t étudiés, les gradients ne modifient pas significativement les résultats obtenus.

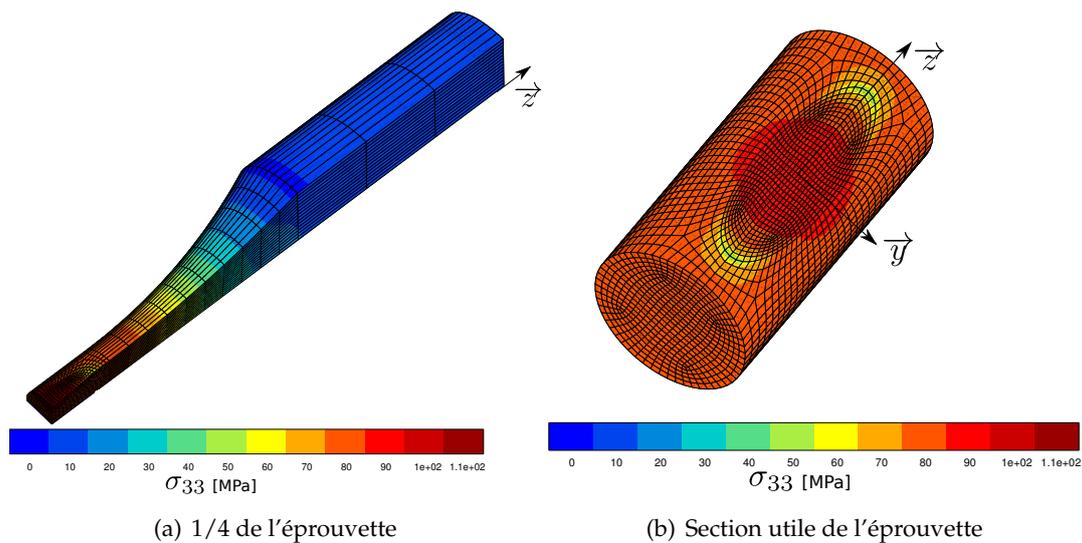


FIG. 4.2 – État de contrainte autour du méplat en traction ($R=-1$) avec $\sigma_a=85$ MPa. La direction 3 (z) correspond à la direction de traction (axe longitudinal de l'éprouvette).

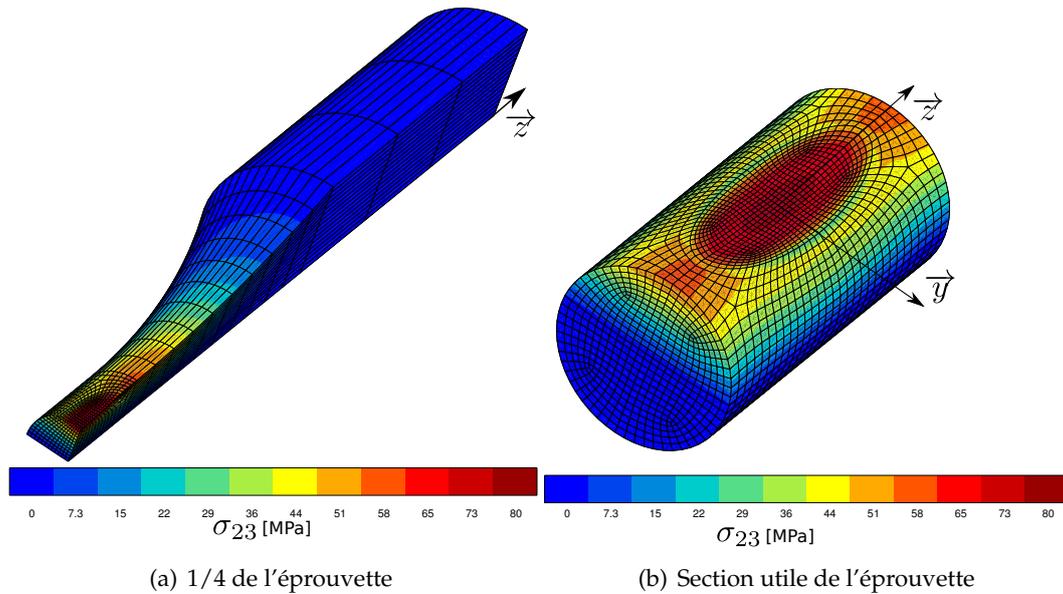


FIG. 4.3 – État de contrainte autour du méplat en torsion ($R=-1$) avec $\tau_a=65$ MPa. La direction 3 (z) correspond à l'axe longitudinal de l'éprouvette.

4.2.3 Conditions de chargement

Pour ces éprouvettes avec méplat, des modèles empiriques sont utilisés pour déterminer les limites de fatigue médianes correspondant à 10^6 cycles connaissant celles des éprouvettes lisses à la même durée de vie (cf. chapitre 2). Ces modèles sont présentés en Annexe E. Le but est de pouvoir faire une estimation rapide des chargements proches de la limite de fatigue sans avoir à tester un nombre important d'éprouvettes.

En utilisant les limites de fatigue déterminées précédemment, les chargements proches de ces limites sont déterminés assurant une non-rupture après 10^6 cycles. Pour ce faire, 2 éprouvettes ont été testées pour chaque type de chargement afin de sélectionner les niveaux de contraintes proches des limites de fatigue et conduisant une non-rupture de l'éprouvette après 10^6 cycles. Il s'agit d'une estimation rapide. Les tableaux 4.1, 4.2 et 4.3 regroupent les résultats obtenus. Pour la traction et la torsion, l'amplitude de contrainte conduisant une non-rupture après 10^6 cycles est à environ 5 MPa de la limite de fatigue déterminée avec les modèles empiriques utilisés (cf. tableau A.1). Cet écart est quasi-identique à celui obtenu pour les niveaux de chargements utilisés pour les éprouvettes lisses (cf. chapitre 2, tableau 2.11). Ici, les chargements combinés non proportionnels sont calés directement sur le chargement proportionnel correspondant (même niveau de contrainte et rapport de biaxialité constant).

TAB. 4.1 – Résultats des essais de traction ($R=-1$) à $f=20$ Hz sur des éprouvettes avec méplat.

N° éprouvette	σ_a (MPa)	N (cycles)	État
1	80	314171	Rompue
2	72	$>10^6$	Non rompue

TAB. 4.2 – Résultats des essais de torsion ($R=-1$) à $f=20$ Hz sur des éprouvettes avec méplat.

N° éprouvette	τ_a (MPa)	N (cycles)	État
1	58	254512	Rompue
2	50	$>10^6$	Non rompue

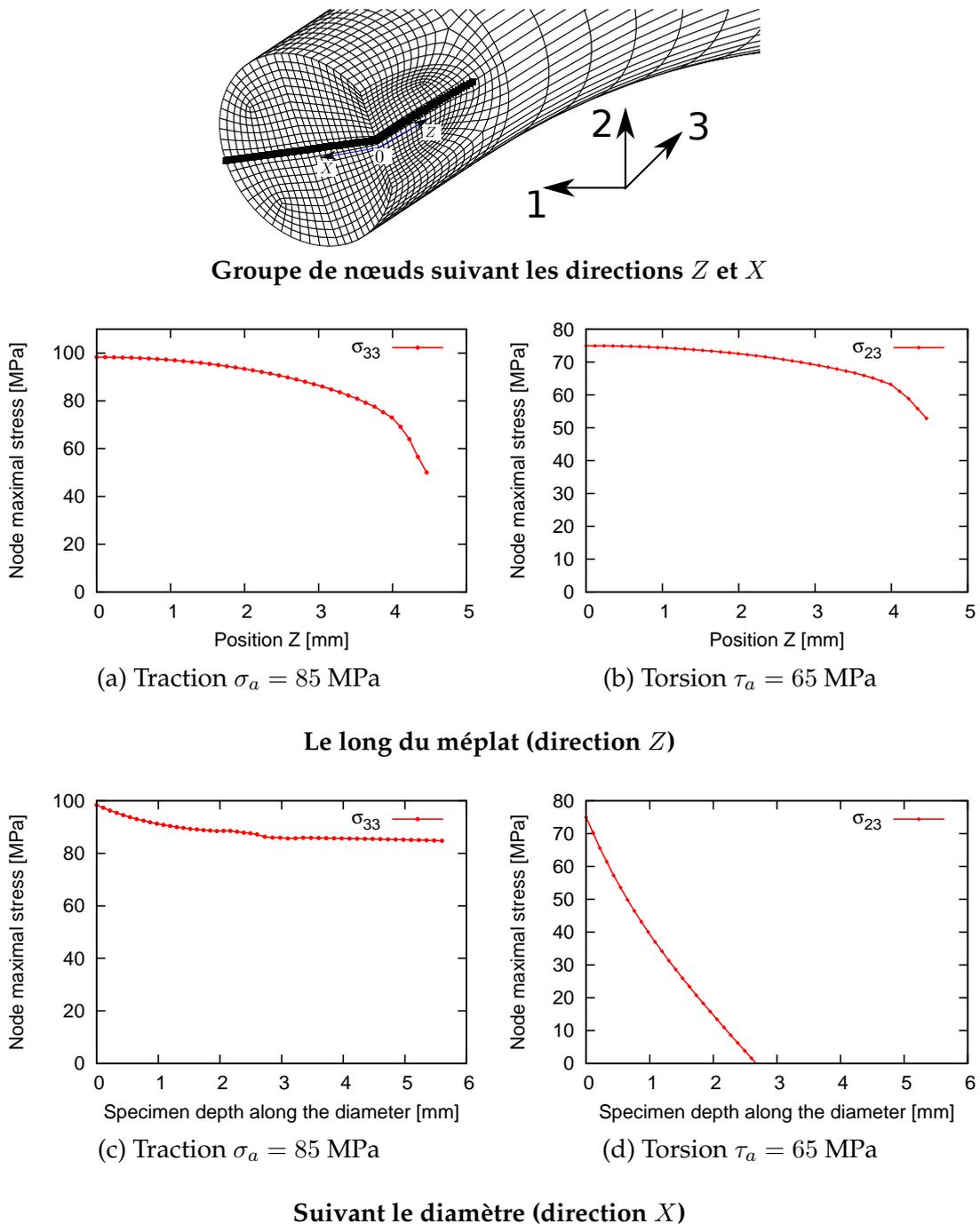


FIG. 4.4 – Évolution des contraintes le long du méplat et du diamètre de l'éprouvette.

TAB. 4.3 – Résultats des essais de traction-torsion combinée (R=-1) à f=20 Hz sur des éprouvettes avec méplat.

N° éprouvette	σ_a (MPa)	τ_a (MPa)	β (degré)	N (cycles)	État
1	24	48	0	292267	Rompue
2	21	42	0	$>10^6$	Non rompue

Le tableau 4.4 récapitule les chargements retenus qui ont été appliqués sur les éprouvettes et n'ont pas conduit à rupture après 10^6 cycles. Ces éprouvettes seront analysées dans la suite de ce chapitre.

TAB. 4.4 – Tableau récapitulatif des niveaux de contraintes appliqués pour une durée de vie de 10^6 sans macro-fissures sur les éprouvettes avec méplat.

	σ_a (MPa)	τ_a (MPa)	σ_a/τ_a	β (°)
Traction (σ_a)	72	-	-	-
Torsion (τ_a)	-	50	-	-
Traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 0.5(0^\circ)$)	21	42	0.5	0
Traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 0.5(45^\circ)$)	21	42	0.5	45
Traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 0.5(90^\circ)$)	21	42	0.5	90

4.3 Traitement des données EBSD

Les éprouvettes ont été analysées avec un MEB (ZEISS EVO-50) équipé du système EBSD avec un logiciel d'acquisition TSL OIMTM 6.0 commercialisé par EDAX. Pendant l'acquisition, un pixel est indexé par au minimum 9 pics de Hough comme pour les mesures EBSD décrites dans le chapitre 2 (cf. section 2.1.3). Ces mesures ont été faites sur les éprouvettes à l'état initial non déformé et à l'état final déformé (i.e. après 10^6 cycles sans macro-fissure). Le pas de mesure dépend de l'état de l'éprouvette car la qualité du rendu de la cartographie en indice de qualité (IQ) chute avec le taux de déformation plastique (écrouissage). En conséquence, l'indexation des PSB dans les grains nécessite un pas de mesure beaucoup plus petit. Les orientations cristallines de chaque grain sont définies comme l'orientation des axes principaux du cristal par rapport à l'axe longitudinal (axe de traction) de l'éprouvette. Ces orientations sont enregistrées sous forme d'un triplet d'angles d'Euler (ϕ_1, ϕ, ϕ_2) suivant la convention de Bunge.

4.3.1 EBSD à l'état initial

Les mesures EBSD à l'état initial ont été faites avec des pas de 5 μm (grandissement X 100) et 2 μm (grandissement X 200). Toutes les cartographies ont été soumises à la procédure de nettoyage ("cleanup") de TSL. Pour ce faire, le paramètre de diamètre minimum des grains a été fixé à 10 μm comme pour les mesures présentées dans le chapitre 2, section 2.1.3.

4.3.2 EBSD à l'état final

Les mesures EBSD à l'état final ont été faites avec des pas de 2 μm (grandissement X 200) et 1 μm (grandissement X 300) qui permettent d'identifier correctement les traces de glissement plastique (ie. PSB) dans les grains activés. Elles sont faites dans la même zone que l'EBSD initial. Comme pour les mesures EBSD à l'état initial, toutes les cartographies sont également nettoyées par le cleanup de TSL avec un minimum de diamètre de grains de 10 μm .

Les joints de grains et les joints de macles ont été identifiés par la même procédure que celle présentée dans le chapitre 2.

4.4 Analyses des résultats

4.4.1 Désorientation dans les grains

4.4.1.1 Définitions

Les variations locales de désorientation dans un grain peuvent permettre de rendre compte de la déformation plastique subie, caractérisée par la présence de PSB après 10^6 cycles. Un grain est indexé avec plusieurs pixels. Ainsi, chaque pixel est un "point" de mesure auquel une désorientation locale est affectée. Parmi les différents paramètres pouvant rendre compte de la désorientation d'un grain, nous pouvons distinguer le "Grain Orientation Spread" (GOS), noté $\Delta\theta$. Le GOS représente la moyenne des désorientations de chaque pixel d'un même grain par rapport à l'orientation moyenne de ce grain. Une faible valeur du GOS signifie que le grain a de faibles désorientations internes et donc de faibles déformations plastiques. Il est clair que plus l'on va avoir de PSB dans le grain, plus $\Delta\theta$ sera grand. Le GOS est disponible dans le système d'analyse EBSD TSL (logiciel OIMTM Analysis).

Il existe d'autres mesures de la désorientation telles que sont le "Grain Average Misorientation" (GAM) et le "Kernel Average Misorientation" (KAM) déterminé à l'aide des fonctions de Kernel disponibles dans le logiciel OIMTM Analysis. Le GAM a été trouvé non satisfaisant pour rendre compte du phénomène de glissement plastique local dans les grains. Avec le GAM, la désorientation est calculée entre 2 pixels et ensuite moyennée sur tous les points de mesures dans le grain. Il s'ensuit que l'information contenue dans les pixels désorientés est très vite noyée dans la masse de pixels non désorientés. Pour le KAM, le choix de la fonction Kernel est très délicate et peut, par conséquent, être source de beaucoup d'erreurs. La fonction Kernel est définie suivant l'ordre des voisins du pixel considéré. Le KAM représente la moyenne des désorientations entre le pixel considéré et les pixels voisins, en excluant les désorientations supérieures à un angle limite correspondant à l'angle de désorientation seuil de définition d'un joint de grains.

4.4.1.2 Relation désorientation / plasticité

Grain Orientation Spread

Le GOS dans les grains est calculé dans l'état initial et final de déformation de l'éprouvette. Le but est de construire une distribution de la désorientation dans les grains. Dans le cas de la traction simple, un exemple de cartographie EBSD utilisée dans ce travail est montré sur la figure 4.5. De telles cartographies permettent d'extraire le GOS, $\Delta\theta$, de chaque grain.

La figure 4.6 représente la probabilité cumulée des GOS dans les grains à l'état initial et final après déformation pour tous les chargements. L'analyse est faite sur les cartographies EBSD dont un exemple est donné figure 4.5. On remarque que les distributions des désorientations dans les grains déformés sont décalées vers les valeurs plus élevées. Ce paramètre traduit bien la plasticité induite dans les grains sous sollicitations cycliques. La distribution des $\Delta\theta$ dans le cas de la torsion dévie significativement des autres cas de chargements. Ce résultat est cohérent avec les observations MEB réalisées où une importante activité plastique a été constatée pour ce cas de chargement (cf. section 3.3.3 chapitre 3). La répartition des PSB est plus homogène et affecte beaucoup plus de grains. Pour les chargements combinés avec $\sigma_a/\tau_a = 0.5$, une légère influence du déphasage peut être observée (cf. figure 4.6) sur la distribution des désorientations. La traction-torsion combinée avec $\beta = 45^\circ$ présente de plus fortes désorientations par rapport aux autres chargements combinés. Dans cette première analyse des distributions de désorientations dans les grains, la population de grains considérée regroupe aussi ceux qui n'ont pas de PSB après 10^6 cycles.

Pour une analyse plus fine de l'effet de la déformation plastique traduite par le paramètre $\Delta\theta$, il convient de prendre en compte seulement les grains qui ont des PSB. Une cinquantaine de grains en moyenne a été considérée pour chaque cas de chargement. Il est difficile et très coûteux en temps d'analyse de pouvoir analyser une grande quantité de grains ; ce qui nécessite plusieurs cartographies EBSD avec un grandissement et un pas de mesure suffisant pour une bonne identification des grains

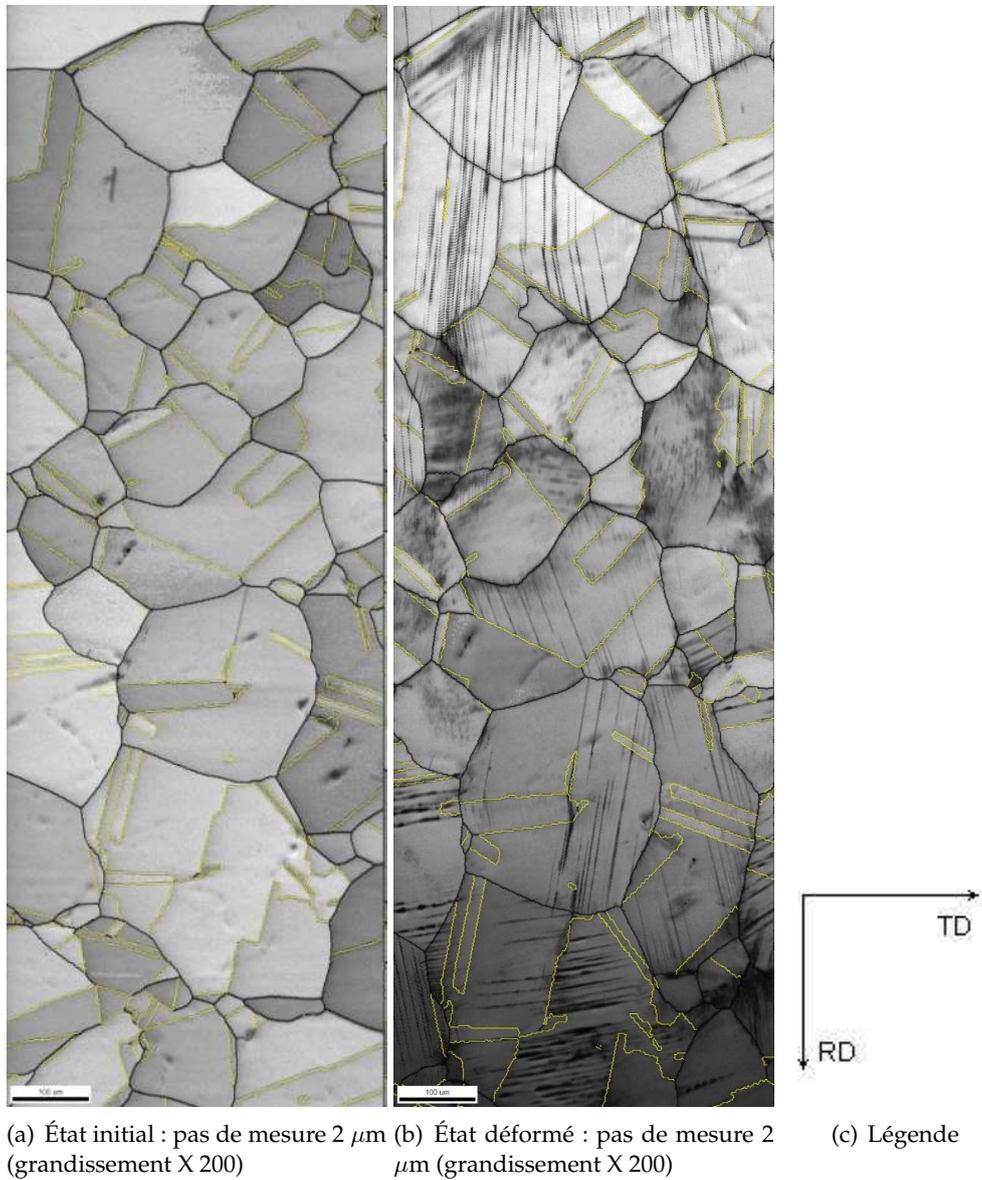


FIG. 4.5 – Cartographie EBSD à l'état initial et final après déformation sous chargement de traction-torsion combinées avec $\sigma_a/\tau_a = 0.5$, $\sigma_a = 24 \text{ MPa}$, $\beta = 0^\circ$. RD est la direction de traction. Les traits noirs montrent les joints de grains normaux, les joints de macles sont représentés par des traits jaunes.

et un meilleur calcul des orientations cristallines. Nous considérons qu'une cinquantaine de grains est assez représentative dans le cadre de cette étude. Les grains avec PSB considérés ont été identifiés également dans leur état initial. Il est clair que la distribution des désorientations des grains initialement avant déformation ne change pas et reste identique à la figure 4.6. Par contre, les désorientations calculées uniquement dans les grains ayant des PSB sont représentées sur la figure 4.7. La tendance de la figure 4.6 reste confirmée. Ce résultat confirme non seulement la représentativité des grains considérés mais aussi le degré de plasticité important en torsion. Les grains ayant des PSB seront tout particulièrement étudiés par la suite. Les cartographies des GOS pour tous les chargements sont présentées en annexe B.

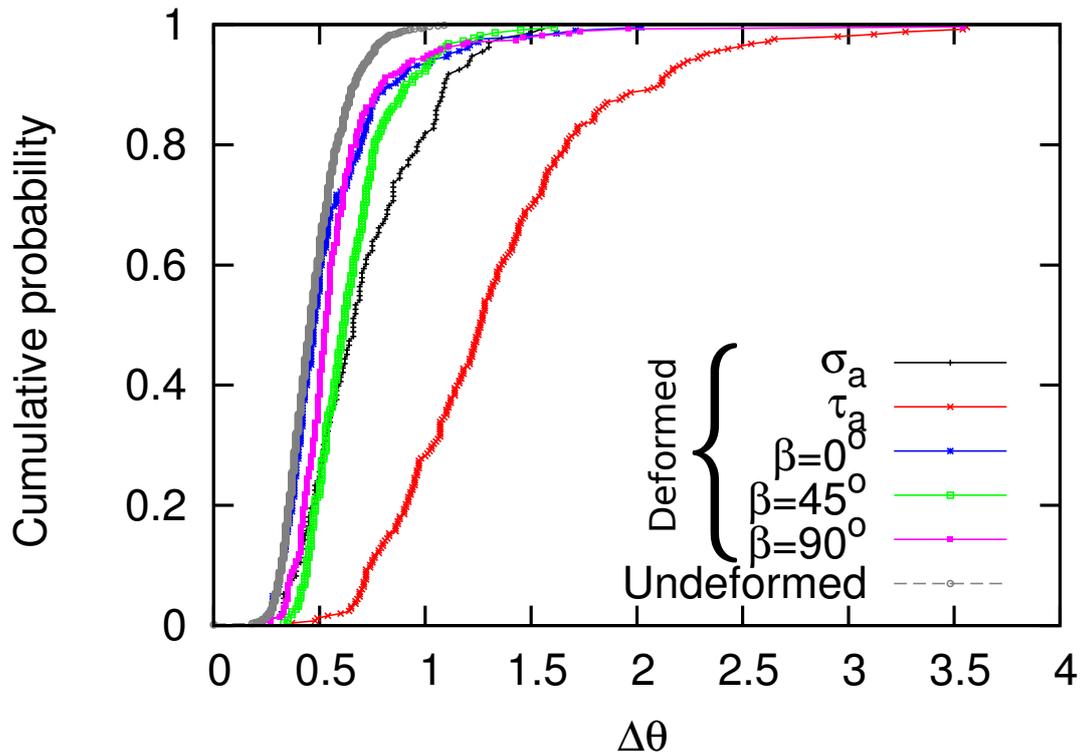


FIG. 4.6 – Distribution des désorientations dans les grains à l'état initial et final après déformation pour tous les chargements étudiés. Environ 200 grains sont considérés pour chaque cas de chargement.

Kernel Average Misorientation

Les désorientations locales dans les grains après déformation ont été quantifiées en utilisant le KAM. Il permet d'avoir une désorientation par pixel dans le grain contrairement au GOS qui donne une valeur de désorientation pour un grain. Dans cette étude, différentes fonctions Kernel sont analysées. Nous présentons ici une étude du Kernel d'ordre 3 (3^{ième} voisin, soit un rayon de 6 μm en considérant le pas de mesure de 2 μm utilisé pour l'acquisition des cartographies EBSD). Les seuils de définition d'un joint de grain sont de 2° (cf. figures 4.8 et 4.9) et 3° (cf. figures 4.10 et 4.11). Une étude comparative des fonctions Kernel est présentée dans l'annexe B. Le choix de la fonction Kernel et de l'angle limite correspondant à l'angle de désorientation seuil de définition d'un joint de grain ont une influence importante sur la représentation des désorientations. L'ordre de la fonction Kernel définit le nombre de pixels voisins au pixel considéré. En effet, plus l'ordre de la fonction Kernel est faible, plus l'information est localisée. Ainsi, on observe mieux les PSB et la désorientation dans les pixels définissant ces PSB. On peut remarquer sur les figures 4.8, 4.9, 4.10 et 4.11 que le seuil d'angle permet de lisser la cartographie du KAM.

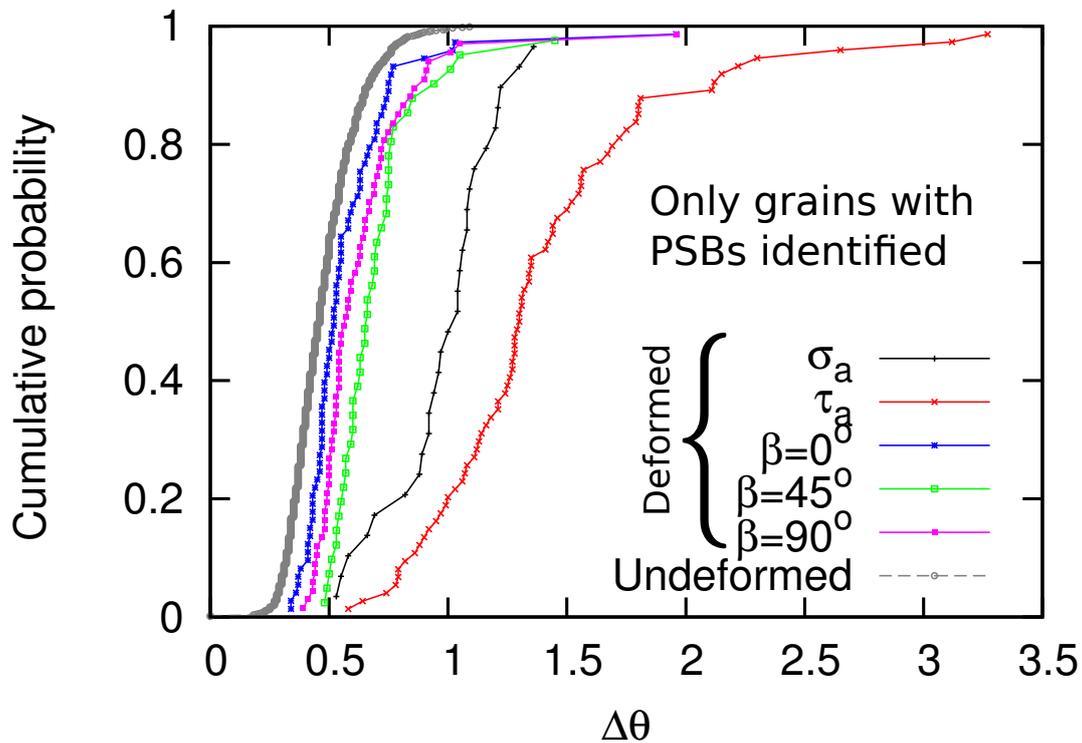


FIG. 4.7 – Probabilité cumulée des désorientations dans les grains présentant des PSB pour tous les chargements étudiés. Environ 50 grains sont considérés pour chaque cas de chargement.

Dans le cas de la torsion simple, nous observons de plus grandes désorientations localement dans les grains. Elles traduisent une déformation plastique plus importante pour ce cas de chargement par rapport aux autres cas. Les désorientations plus élevées sont obtenues dans les PSB (grains activés) mais aussi aux joints de grains. Au niveau de ces joints de grains, on retrouve le mode "GB type slip" analysé dans le chapitre 3. La proportion de grains activés présentant du KAM élevé aux joints de grain semble plus importante en torsion. Ceci est conforme avec l'analyse faite du glissement dans le chapitre 3 où nous avons observé que la proportion de grain avec du glissement aux joints de grains est plus grande en torsion par rapport aux autres cas de chargements.

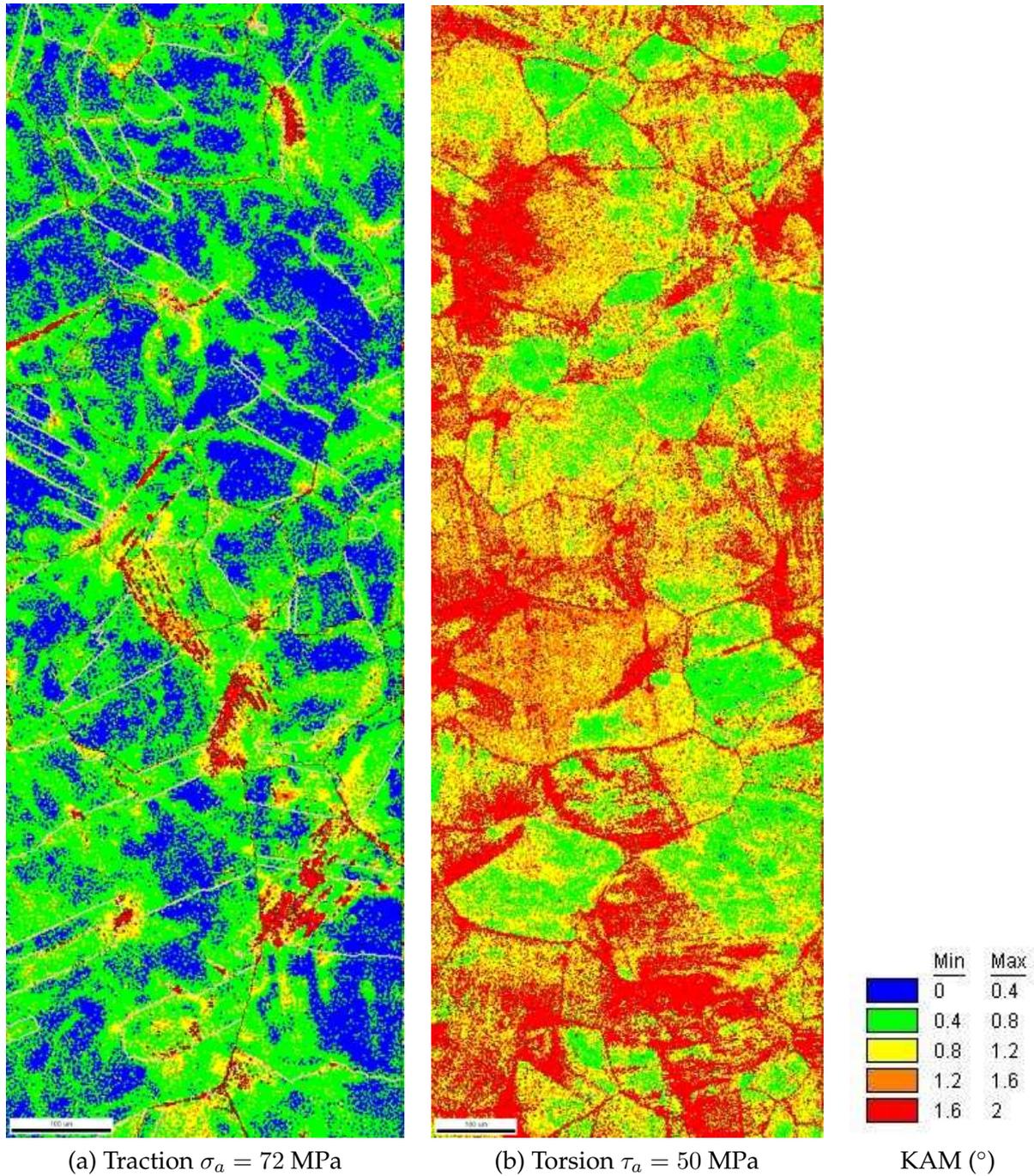
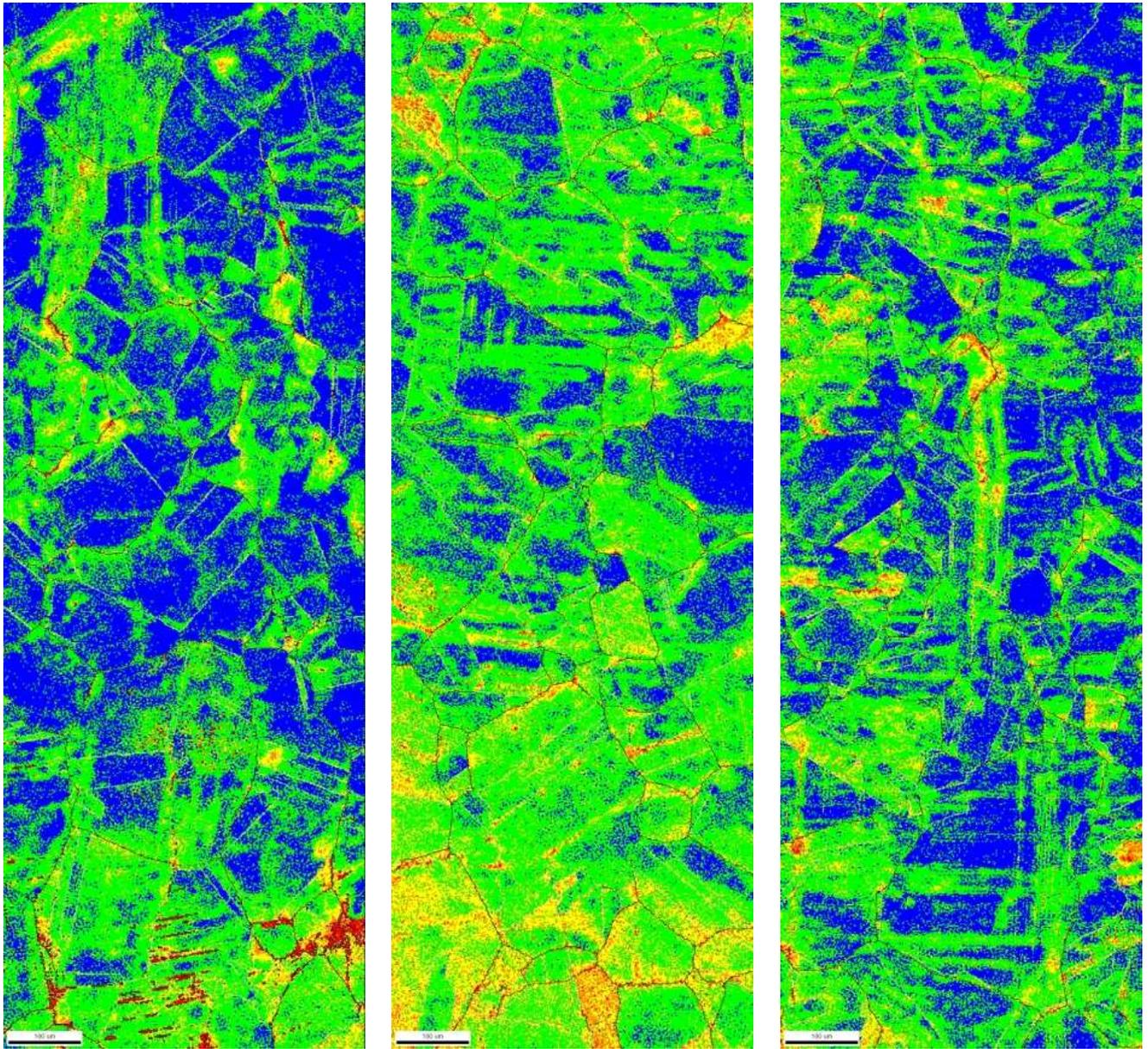


FIG. 4.8 – Cartographie des désorientations après déformation (10^6 cycles sans macro-fissure) avec un Kernel d'ordre 3 et d'angle 2° .



(a) Traction-torsion $\beta = 0^\circ$
 $\sigma_a/\tau_a = 0.5; \sigma_a = 21 \text{ MPa}$

(b) Traction-torsion $\beta = 45^\circ$
 $\sigma_a/\tau_a = 0.5; \sigma_a = 21 \text{ MPa}$

(c) Traction-torsion $\beta = 90^\circ$
 $\sigma_a/\tau_a = 0.5; \sigma_a = 21 \text{ MPa}$

FIG. 4.9 – Cartographie des désorientations après déformation (10^6 cycles sans macro-fissure) avec un Kernel d'ordre 3 et d'angle 2° .

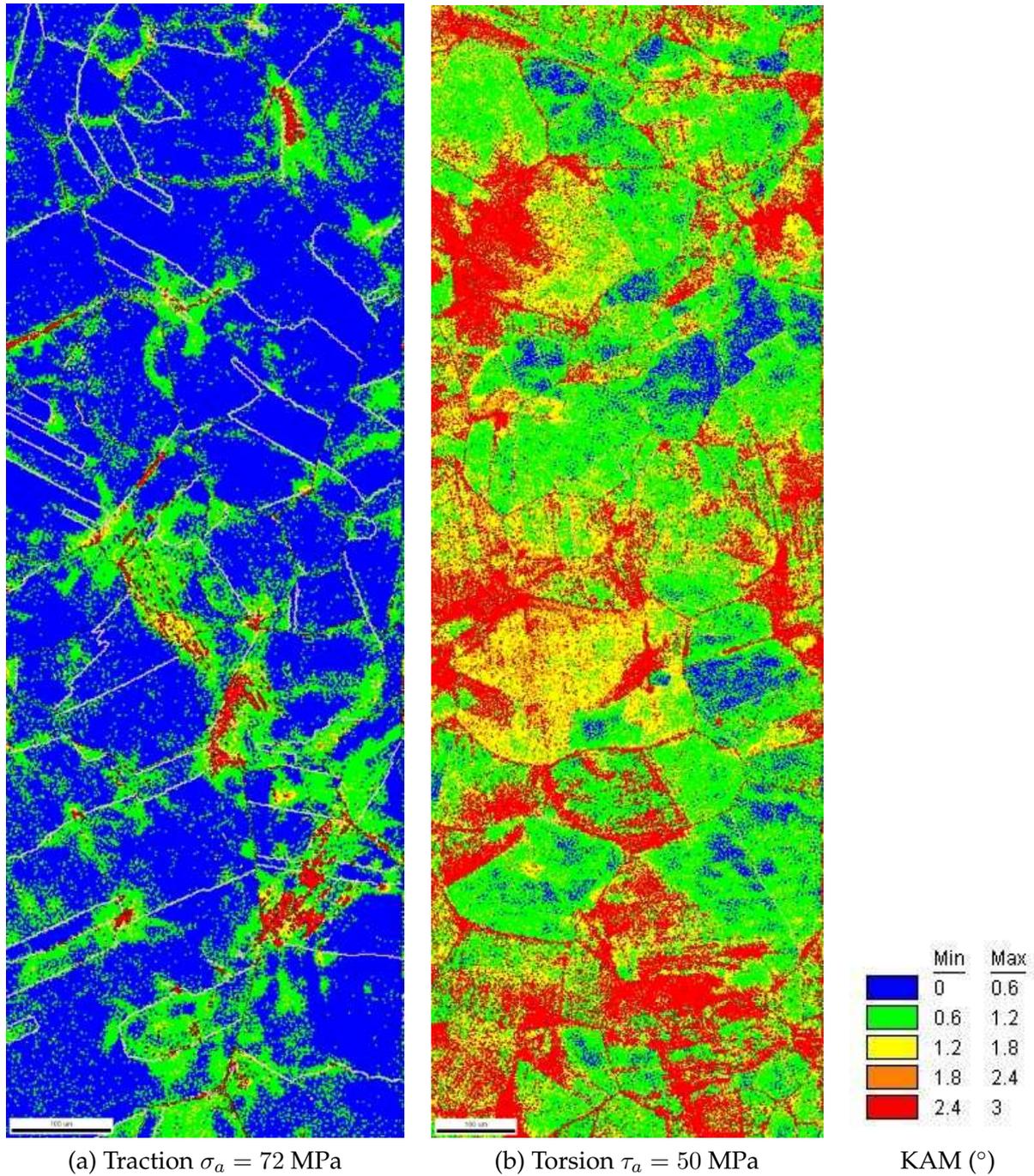
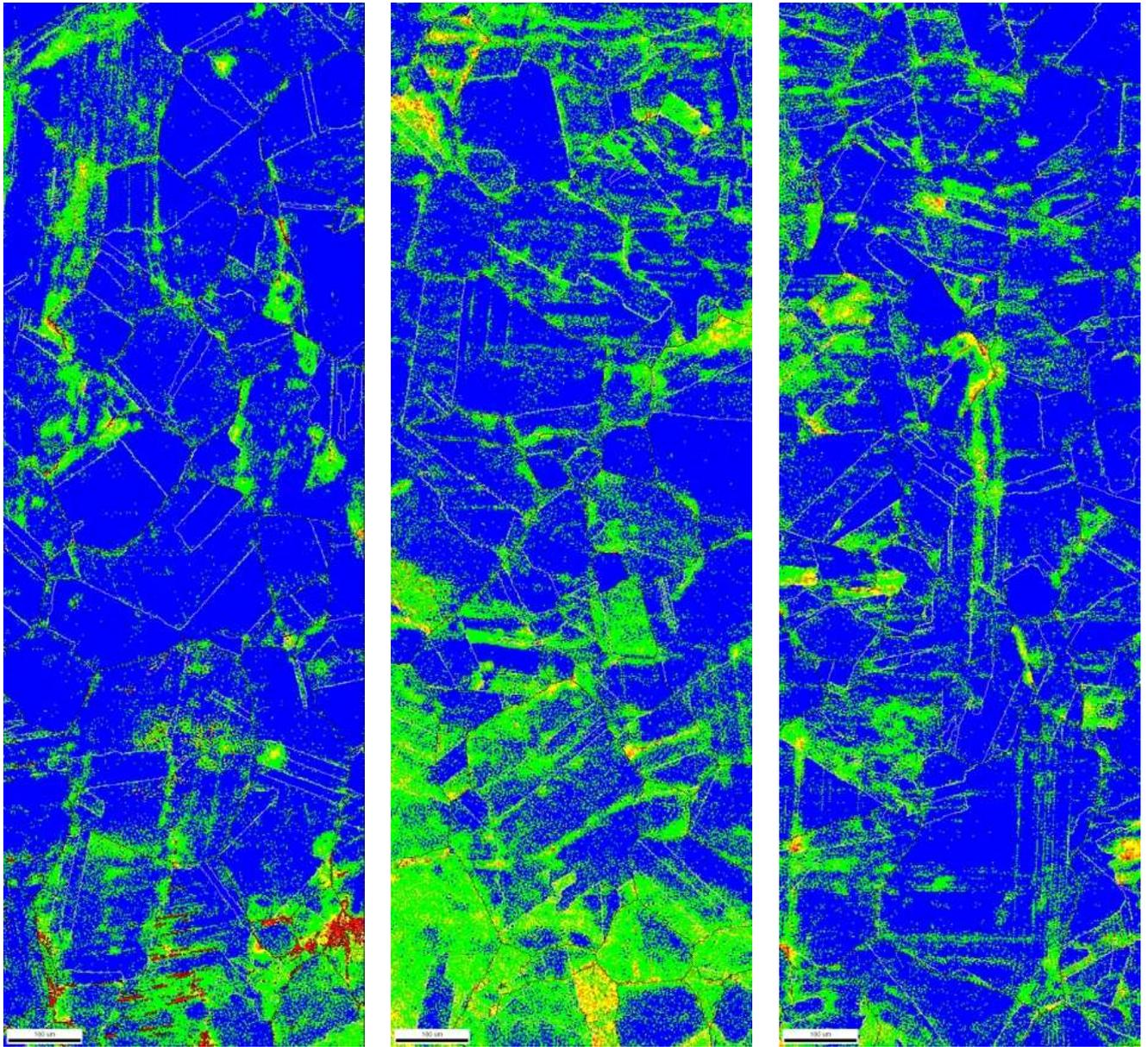


FIG. 4.10 – Cartographie des désorientations après déformation (10^6 cycles sans macro-fissure) avec un Kernel d'ordre 3 et d'angle 3° .



(c) Traction-torsion $\beta = 0^\circ$
 $\sigma_a/\tau_a = 0.5; \sigma_a = 21 \text{ MPa}$

(d) Traction-torsion $\beta = 45^\circ$
 $\sigma_a/\tau_a = 0.5; \sigma_a = 21 \text{ MPa}$

Traction-torsion $\beta = 90^\circ$
 $\sigma_a/\tau_a = 0.5; \sigma_a = 21 \text{ MPa}$

FIG. 4.11 – Cartographie des désorientations après déformation (10^6 cycles sans macro-fissure) avec un Kernel d'ordre 3 et d'angle 3° .

4.4.2 Analyses des ESF

4.4.2.1 Démarches

Les ESF sont calculés en utilisant les orientations des grains à partir des angles d'Euler issues de l'analyse EBSD (voir explication dans la section 4.3). Les chargements appliqués sont les chargements macroscopiques définis dans le tableau 4.4. Les chargements étant dans le domaine des faibles déformations plastiques, la rotation des grains due à la déformation plastique sera négligée.

Comme il a été souligné précédemment dans le chapitre 3, le simple fait d'observer la surface du matériau par MEB-EBSD ne permet pas de caractériser la direction de glissement. La notion de systèmes de glissement apparents introduite dans le précédent chapitre (cf. chapitre 3, section 3.4.1.4, page 110) est utilisée. Ainsi, une fois que l'orientation du grain est déterminée (angles d'Euler), le facteur ESF $f_{g,eff}$ est calculé en utilisant les trois directions de glissement possibles du grain. Le facteur ESF affecté au plan identifié est la valeur maximale sur les 3 directions de glissement.

Les ESF des grains identifiés avec PSB et sans PSB sont calculés. Pour chaque grain, 4 ESF ont été calculés correspondant aux 4 systèmes de glissement apparents relatifs aux 4 plans de glissement observées à la surface de l'éprouvette. Rappelons que le système de glissement apparent est celui qui maximise le ESF sur ce plan suivant les 3 directions de glissement possible du grain. Pour les grains présentant des PSB dont le plan de glissement correspondant a été bien identifié, les ESF de ces derniers ont été analysés. Les principales équations pour le calcul de l'ESF, déjà présentées dans le chapitre 3, sont rappelées ici :

$$f_{eff}^s = \max_t \left\{ \frac{\tau^s(t)}{\Sigma_{eq}(t)} \right\} \quad (4.1)$$

où Σ_{eq} est la contrainte équivalente de von Mises

$$\tau^s = (\underline{\sigma} \cdot \underline{n}^s) \cdot \underline{m}^s \quad (4.2)$$

où $\underline{\sigma}$ est la contrainte macroscopique appliquée, \underline{n}^s et \underline{m}^s sont les vecteurs unitaires orientant respectivement un plan et une direction de glissement de s .

4.4.2.2 Relation ESF / désorientation / plasticité

Le ESF tel que défini par l'équation (4.1) est calculé pour les grains ayant des PSB identifiés par EBSD. La figure 4.12 montre l'évolution du ESF du système de glissement primaire de ces grains. Ici, le système de glissement primaire est celui qui a le plus haut ESF dans le grain. Environ 50 grains sont considérés pour chaque condition de chargement.

En traction simple, la majorité des grains avec PSB observés ont un facteur de Schmid élevé (i.e. $f_{g,eff} > 0.46$). Il est possible d'avoir des grains qui ont des facteurs de Schmid élevés mais qui ne présentent pas de PSB visible à la surface. Dans ce cas, nous considérons que ces grains ne contribuent pas de manière significative à l'activité plastique responsable de l'amorçage de fissures dans le matériau étudié. En conséquence, l'apparition des PSB et l'amorçage de fissures intragranulaire semblent être majoritairement pilotés par les grains qui ont les plus hauts ESF. Les travaux de [El Bartali et al., 2009] ont conduit à la même constatation dans les grains austénitiques d'un acier inoxydable duplex sollicité en traction-compression dans le régime des faibles durées de vie ($\sim 2.10^3$ cycles). Ces auteurs ont en effet observé que plus de 65% des grains activés ont un facteur de Schmid supérieur à 0.42 au lieu de 0.47 dans notre cas. Cette différence peut être liée au fait que les niveaux de déformation plastique plus élevés en LCF (déformation plastique de l'ordre de 2.10^{-3}).

Les ESF des autres systèmes de glissement (autre que le système primaire) sont analysés en calculant les ESF normalisés (déjà présentés dans le chapitre 3 et rappelées ici par l'équation (4.3)). Ces ESF normalisés pour les systèmes de glissement apparents des grains ayant des PSB sont représentés

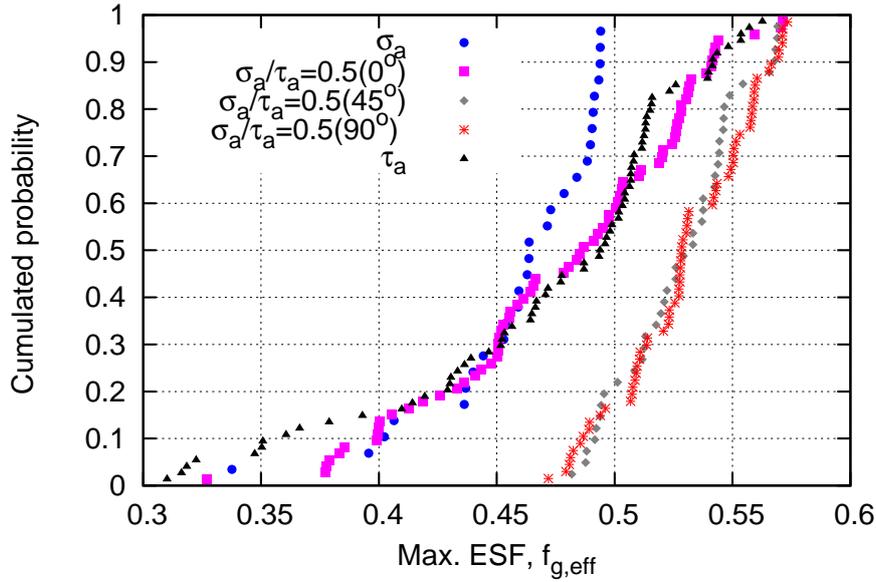


FIG. 4.12 – Distribution des ESF du système de glissement primaire des grains identifiés avec PSB. Les orientations cristallines des grains sont issues de l'EBSD. En moyenne 50 grains sont considérés pour chaque condition de chargement.

sur la figure 4.13. On rappelle que le système de glissement primaire n'est pas représenté puisque la valeur normalisée reste égale à 1 pour tous les grains. Les ESF normalisés sont notés, dans le rang croissant, α_2 , α_3 et α_4 pour les 3 systèmes apparents autres que le système primaire. Pour les chargements multiaxiaux non proportionnels, les distributions sont beaucoup plus décalées vers 1 indiquant que les valeurs des ESF de ces systèmes sont proches de celle du système de glissement primaire des grains. Ces systèmes sont alors susceptibles d'être activés en plus (ou non) du système de glissement primaire. Cependant, on peut remarquer que dans le cas de la traction simple, les systèmes de glissement secondaires des grains activés présentent également des ESF proches de ceux des systèmes de glissement primaires. Dans la suite, nous allons étudier le rang des systèmes de glissement réellement activés pour chaque cas de chargements étudiés.

$$\alpha^s = \frac{f_{eff}^s}{f_{g,eff}} \quad (4.3)$$

où s (variant de 1 à 4) désigne le numéro du système de glissement apparent.

Nous nous intéresserons à présent à l'identification des systèmes de glissements activés dans les grains observés ayant des PSB. Il s'agit de caractériser le plan auquel appartient la trace du glissement dans le grain vu à la surface de l'échantillon. Des études de [Déprés, 2004] ont montré que le système de glissement activé peut ne pas être celui qui a le plus haut facteur de Schmid à cause des effets de voisinage dans les polycristaux. Il paraît alors important d'analyser, pour les plans de glissement dont les traces sont visibles à la surface du grain, les ESF et de les comparer à ceux des autres systèmes de glissement qui ne présentent pas de traces visibles (i.e. à priori non activés).

4.4.3 Analyses des traces de glissement dans les grains (PSB)

4.4.3.1 Principes

Le but de cette analyse est d'identifier les plans de glissement dont la trace est visible à la surface du grain, analysé avec l'EBSD haute résolution sur les éprouvettes après déformation. La trace d'un

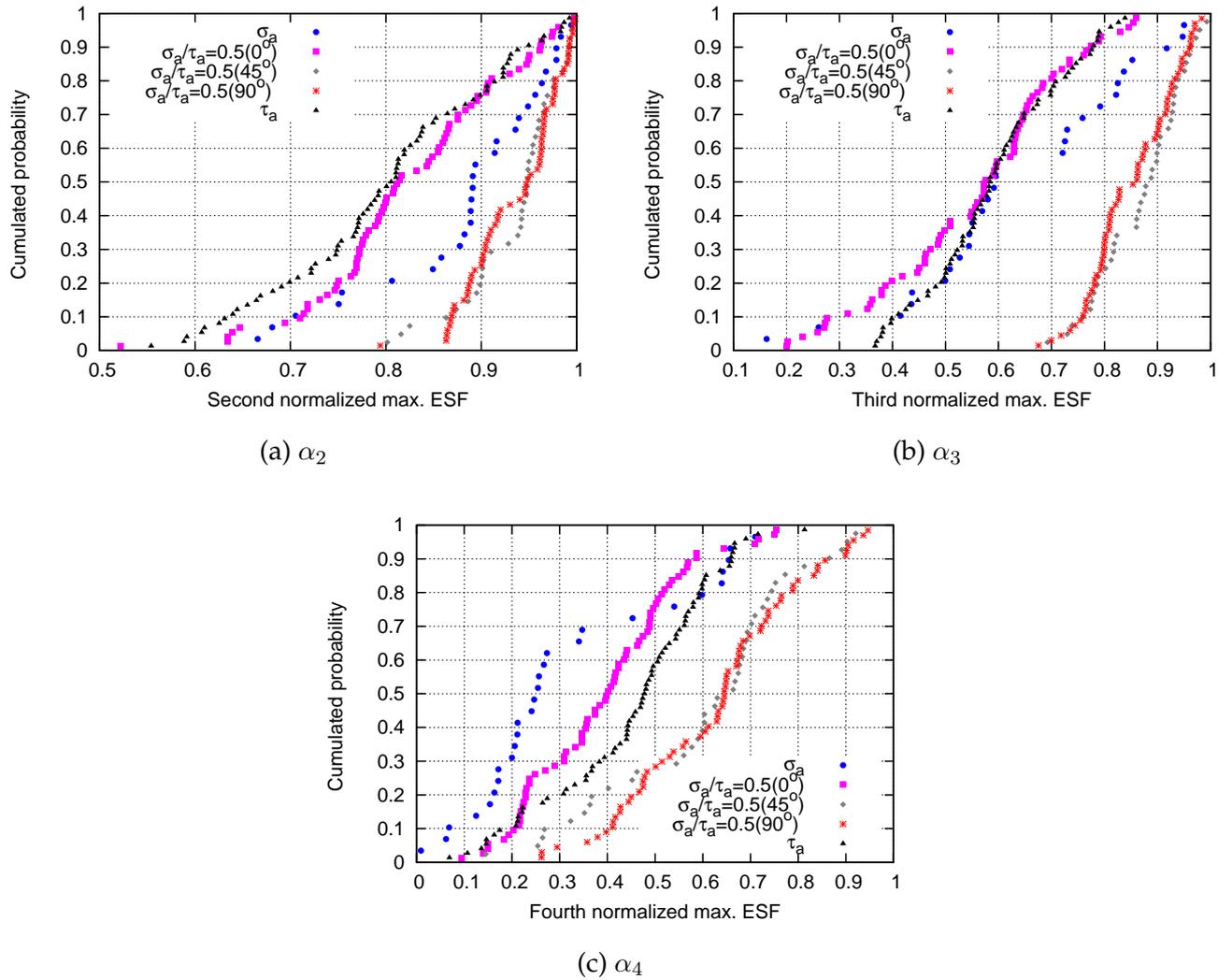


FIG. 4.13 – Distribution des ESF normalisés pour tous les systèmes de glissement apparents des grains activés identifiés. Les orientations cristallines des grains sont issues de l'EBSDB.

plan de glissement est déterminée par l'orientation cristalline du grain. La trace observée dans le grain sur la cartographie EBSD est comparée aux traces théoriques correspondant à l'orientation cristallographique de ce dernier. Cette comparaison permet alors de choisir le type de plan $\{111\}$ dont la trace correspond au mieux à celle observée. De part les incertitudes de mesures, on considère une tolérance d'angle de $\pm 5^\circ$ entre les traces expérimentale et théorique, pour identifier le type de plan dans tous les cas étudiés. La figure 4.14 montre une représentation des plans de glissement et la correspondance avec la trace de glissement observée à la surface du grain.

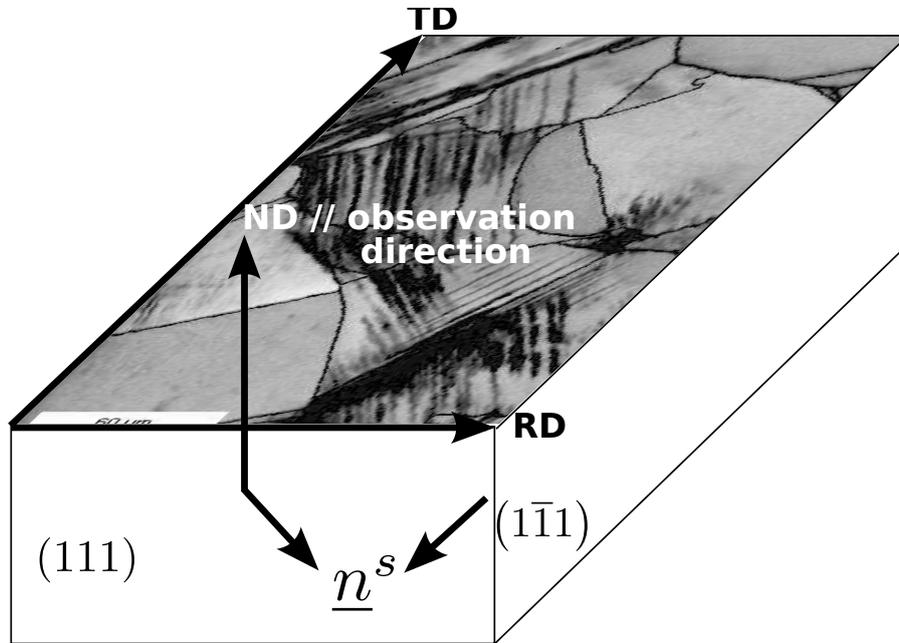


FIG. 4.14 – Correspondance schématisée entre la trace du plan (111) et la trace de glissement sur la cartographie EBSD en image quality (IQ).

Sur la base du principe illustré sur la figure 4.14, pour une trace de glissement observable (observation de bonne qualité), nous représentons la trace théorique donnée par tous les plans de glissement possibles. Ensuite, le plan dont la trace correspond expérimentalement est sélectionné. Dans le cas de la traction simple, la figure 4.15 montre une application de la procédure d'analyse des traces et d'identification des plans de glissement. Pour chaque condition de chargement, une cartographie similaire est réalisée et analysée de la même façon. Le tableau 4.5 regroupe le nombre total de grains analysés ainsi que le nombre de grains dont le plan correspond à la trace de glissement observée.

TAB. 4.5 – Nombre de grains activés (ayant des PSB) dont le plan de glissement correspondant à la trace de glissement observé est identifié pour tous les chargements étudiés.

Chargements	Nombre de grains activés avec le plan de glissement identifié	Nombre total de grains analysés
Traction	30	152
Torsion	73	289
Traction-torsion $\beta = 0^\circ$	72	271
Traction-torsion $\beta = 45^\circ$	52	225
Traction-torsion $\beta = 90^\circ$	66	311

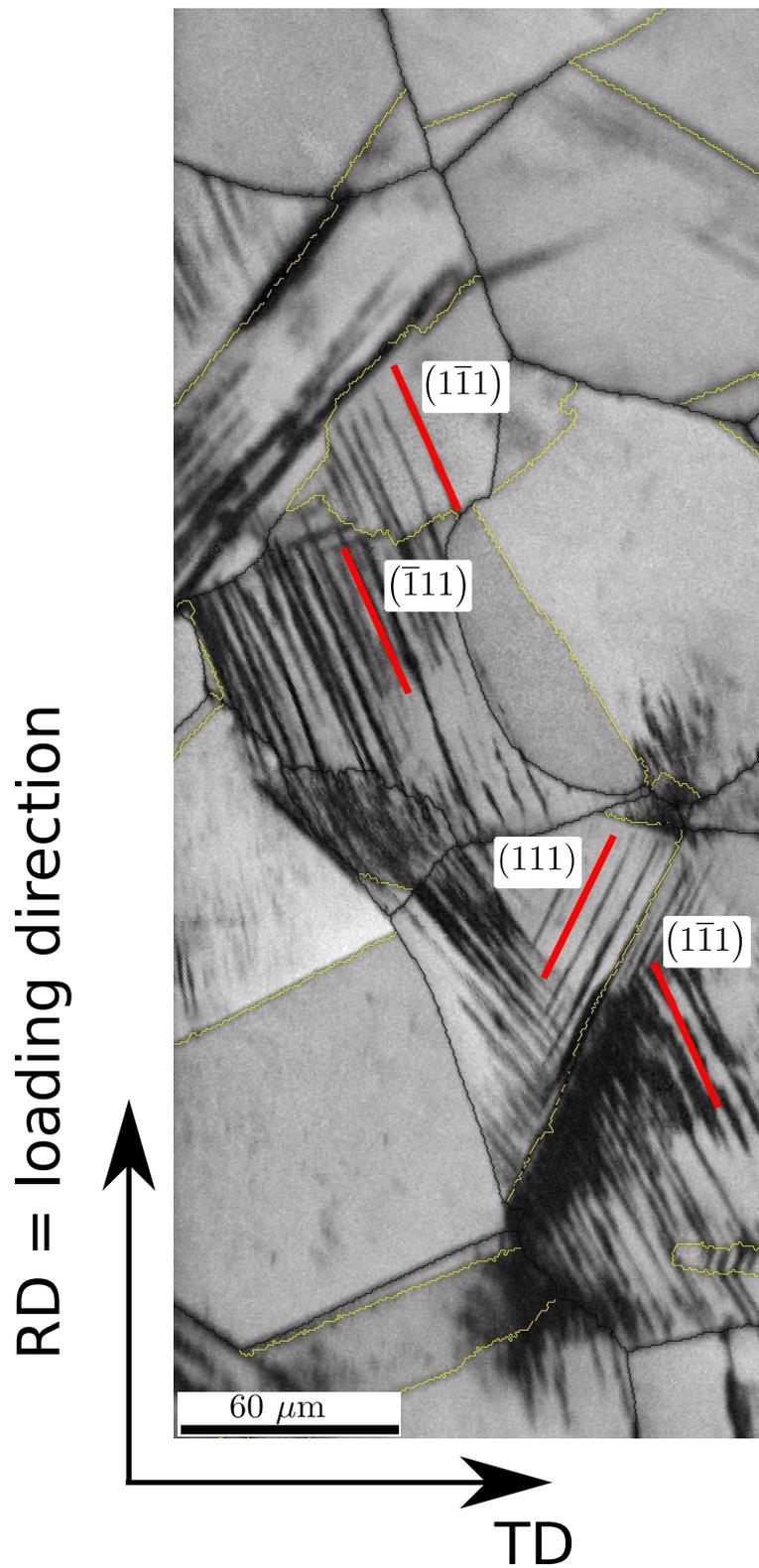


FIG. 4.15 – Cartographie EBSD en IQ illustrant l'identification des plans (111) correspondant à la trace de glissement plastique observée dans les grains. Cas de la traction simple avec $\sigma_a = 72$ MPa.

4.4.3.2 Relation trace des plans de glissement / ESF

Pour tous les grains avec PSB identifiés sur la cartographie EBSD, les plans de glissement responsables de la trace observée sont identifiés suivant le principe décrit précédemment. Les ESF f_{eff}^s sont ensuite calculés pour ce plan de glissement suivant les 3 directions possibles. La plus grande valeur, $f_{g,eff}$, est retenue et affectée au grain dans lequel la trace de glissement est observée. La figure 4.16 représente la proportion de grains parmi ceux dont le plan de glissement est identifié (cf. tableau 4.5) en fonction du ESF f_{eff}^s sur ce plan. On remarque que la plupart des plans observés ont les plus hauts ESF pour chaque condition de chargement.

Dans le cas de la traction simple, ces résultats obtenus avec les plans de glissement observés (figure 4.16a) confirment ceux numériques (figure 4.12) obtenus en prenant le ESF maximal sur les systèmes de glissement possibles du grain. En effet, $f_{g,eff} > 0.4$ pour la plupart des grains qui présentent des PSB. Nous concluons que le ESF maximal permet d'identifier les systèmes de glissement activés dans les grains activés (i.e. ayant des PSB) sous chargement de traction à limite de fatigue à 10^6 cycles du matériau.

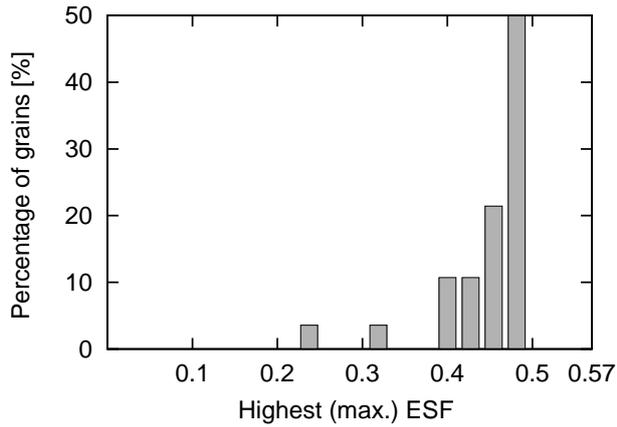
Pour les chargements de torsion simple (mais état de contrainte multiaxial) et de traction-torsion combinée ($\sigma_a/\tau_a = 0.5$) en phase ($\beta = 0^\circ$), on observe beaucoup plus de grains qui ont des PSB mais le ESF du système correspondant est parfois plus faible (i.e. $f_{g,eff} < 0.4$; cf. figures 4.16b et 4.16c). Pour ces grains, il a été trouvé que la trace de glissement observée ne provient pas du système de glissement apparent primaire (i.e. celui qui a le plus haut ESF de tous les plans du grain considéré). Il se pose alors la question de savoir quel est le rang du système dont la trace est observée à la surface du grain. Pour répondre à cette question, les ESF de tous les systèmes de glissement apparents possibles du grain ont été calculés. *Le rang (de 1 à 4) du système est défini suivant les facteurs de Schmid décroissants. On rappelle ici que le rang 1 est associé au système de glissement apparent ayant le plus grand ESF (système de glissement primaire). Dans le cas du glissement multiple, le rang retenu correspond à celui du ESF le plus élevé pour le plan de glissement observé.*

Les résultats du classement des systèmes de glissement apparents dont la trace est observée sont présentés sur la figure 4.17. Pour chaque condition de chargement, les traces observées correspondent majoritairement au système de glissement primaire. C'est ce qui est attendu au vu des résultats précédents. Néanmoins, pour les chargements multiaxiaux étudiés, on observe nettement plus de PSB provenant des systèmes de glissement apparents de rang 2, 3 ou 4 que dans le cas de la traction simple. Nous avons vu précédemment que la répartition des PSB se fait de façon plus localisée dans le cas de la traction simple. Pour ce cas de chargement, les PSB semblent alors provenir le plus souvent du système de glissement primaire. La loi de Schmid semble suffisante pour rendre compte de l'activité plastique dans les grains dans le cas de la traction simple pour des chargements correspondant à une durée de vie de l'ordre de 10^6 cycles. Cette loi semble cependant être le plus souvent mise en défaut pour tous les autres types de chargements car nous observons plus de grain ayant des PSB provenant des systèmes de glissement apparents de rang autre que le premier.

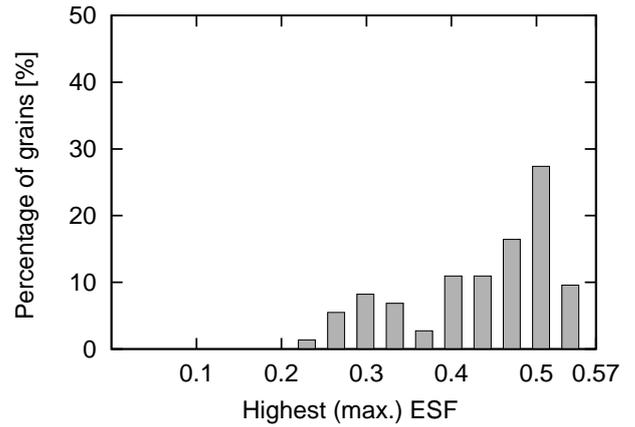
Dans le cas des chargements multiaxiaux non proportionnels, on peut remarquer sur les figures 4.17c et 4.17d que la fréquence d'activation des systèmes de glissement apparents de rang supérieur à 1 est plus importante. En effet, pour ces chargements, nous observons un nombre important de systèmes activés de rang 2, 3 ou même de rang 4. La loi de Schmid est de ce fait le plus souvent mise à défaut pour ces chargements.

Dans le cas des grains dont le système de glissement activé observé ne respecte plus la loi de Schmid (systèmes de rang 2, 3 et 4), il a été observé que l'apparition de PSB est le plus souvent induite par le grain voisin activé (cf. figure 4.18 sur laquelle les grains à faibles $f_{g,eff}$ ayant des PSB sont colorés). *Ces PSB semblent toujours s'initier dans les macles voisines du grain considéré. Cette observation n'explique cependant pas pourquoi de tels systèmes de glissement, mal orientés vis-à-vis de la loi de Schmid, sont activés dans la macle. Néanmoins, elle constitue un début d'explication expérimentale de l'effet du voisinage de grain, même si dans notre cas, ce sont les macles qui sont le plus souvent observés.*

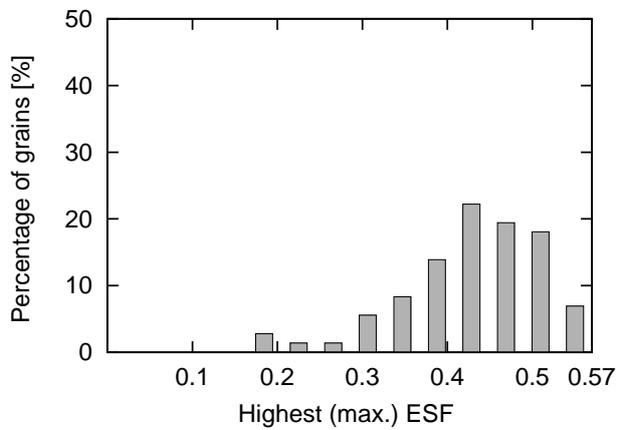
Pour la suite, nous allons analyser la relation d'orientation entre les grains dans 2 confirmations différentes : (i) PSB observées dans le grain appartiennent au système de glissement ne vérifiant pas



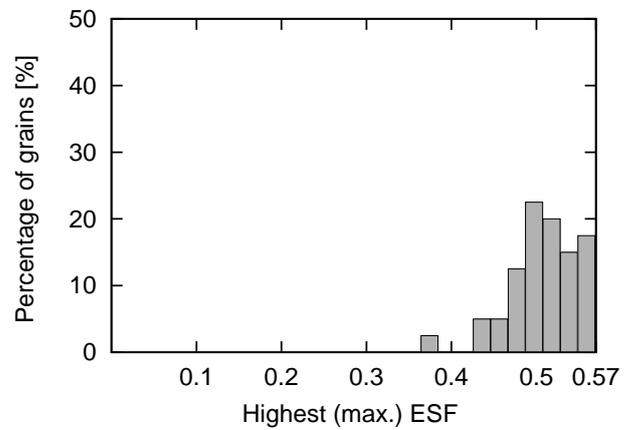
(a) Traction $\sigma_a = 72$ MPa



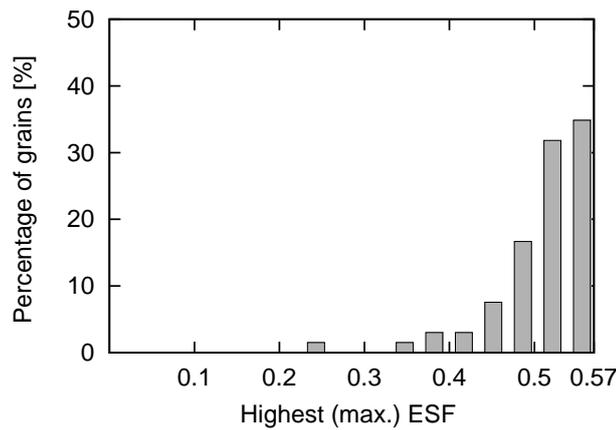
(b) Torsion $\tau_a = 50$ MPa



(c) Traction-torsion $\beta = 0^\circ$
 $\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa



(d) Traction-torsion $\beta = 45^\circ$
 $\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa



(e) Traction-torsion $\beta = 90^\circ$
 $\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa

FIG. 4.16 – Répartition des ESF pour les systèmes de glissement apparents activés identifiés dans les grains observés avec PSB. La largeur des boxs est de 0.02. Le pourcentage de grain est calculé parmi les grains dont le plan de glissement est identifié (cf. tableau 4.5).

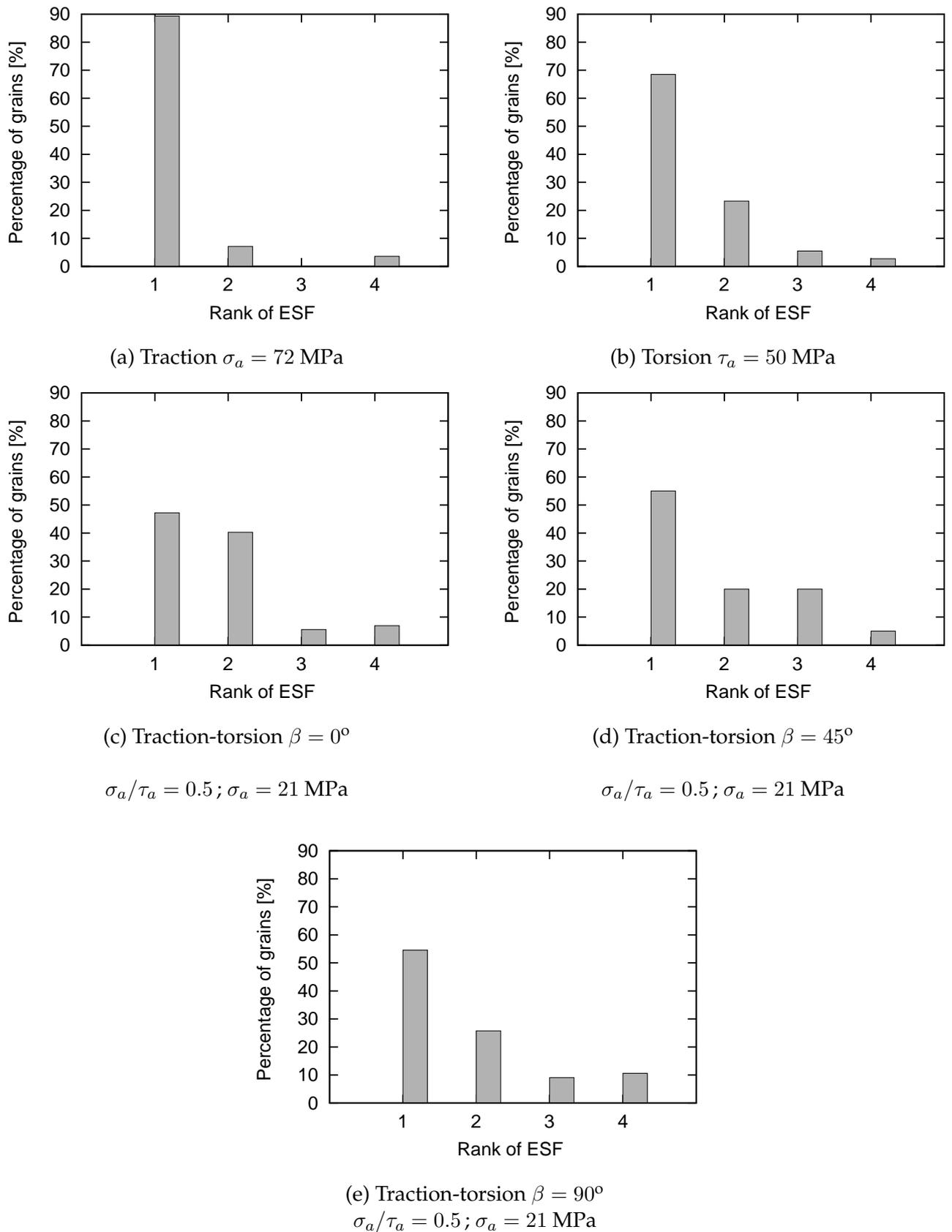


FIG. 4.17 – Répartition des rangs des systèmes de glissement apparents activés dans les grains identifiés avec PSB. Le pourcentage de grain est calculé parmi les grains dont le plan de glissement est identifié (cf. tableau 4.5).

la loi de Schmid (un exemple est montré sur la figure 4.18), (ii) deux grains sont côte à côte et l'un est avec PSB, l'autre sans PSB. Il convient de rappeler que nous ne sommes pas capables de dire que les grains sans PSB ne sont pas déformés plastiquement. Cependant, il est certain que la déformation plastique de ces grains est plus faible que celle des grains avec PSB. Nous allons à travers une analyse des relations d'orientation entre grains traiter les questions suivantes :

- Existe-t-il une relation d'orientation préférentielle entre les grains avec PSB ?
- Existe-t-il une relation d'orientation préférentielle entre les grains avec PSB et sans PSB ?
- La relation d'orientation privilégiée est-elle influencée par le type de chargement ?

4.4.3.3 Relation d'orientation

Définition

Il existe plusieurs méthodes pour définir une relation d'orientation entre 2 grains. Dans cette étude, une relation d'orientation sera définie par une rotation d'angle θ autour d'un axe \vec{R} . Plus précisément, on définit une rotation qui permet de passer de l'orientation d'un grain G1 à l'orientation d'un grain G2. Nous rappelons que l'orientation du grain reste toujours définie par les angles d'Euler selon la convention de Bunge. Une représentation schématique de la relation d'orientation est illustrée sur la figure 4.19. La valeur maximale que peut prendre l'angle θ est de 62.8° [Mackenzie, 1958].

Relations d'orientation entre les grains avec PSB

Dans cette partie, sont considérés, 2 grains voisins ayant tous deux des PSB. Ici, on considère les configurations où l'apparition de PSB ne vérifie pas la loi de Schmid pour l'un de ces grains. Ces PSB font partie de celles identifiées avec l'analyse de leur trace et présentées précédemment (cf. section 4.4.3). Sur la figure 4.20, les relations d'orientation entre ces grains sont représentées pour les différents chargements étudiés. On peut remarquer que, pour la plupart des cas, la relation d'orientation entre ces grains se traduit par un angle θ entre 50° et 60° correspondant à une relation de macle. Un zoom sur le cas $\theta \in [55^\circ - 60^\circ]$ est montré sur la figure 4.21. La relation de macle ($60^\circ \pm 5^\circ / \langle 111 \rangle \pm 5^\circ$, aussi connue sous le nom de $\Sigma 3$) est prépondérante. Les bandes de glissement semblent traverser plus facilement les joints de macles que les joints de grains normaux. Cependant, il existe des cas où la bande de glissement dans le grain G1 induit celle dans le grains G2 (ou vice versa car la relation d'orientation est parfaitement symétrique) sans de macle. Ces cas que l'on retrouve sur la figure 4.20 pour $\theta < 50^\circ$ ne présentent pas une tendance claire permettant de conclure sur une relation préférentielle d'orientation favorable à la propagation des bandes de glissement d'un grain à l'autre.

Relations d'orientation entre les grains avec PSB et sans PSB

À travers la figure 4.22, aucune relation d'orientation préférentielle ne peut être établie entre ces grains. Donc, l'orientation du grain ainsi que de son voisinage semble ne pas être le facteur influent sur la non apparition des PSB dans ces grains. Nous concluons que le niveau de contrainte locale dans le grain est inférieur au seuil d'apparition de bandes de glissement dans ce dernier. Ces contraintes locales en prenant en compte l'anisotropie élastique seront analysées dans le chapitre 5 sur les calculs EF d'agrégats polycristallins.

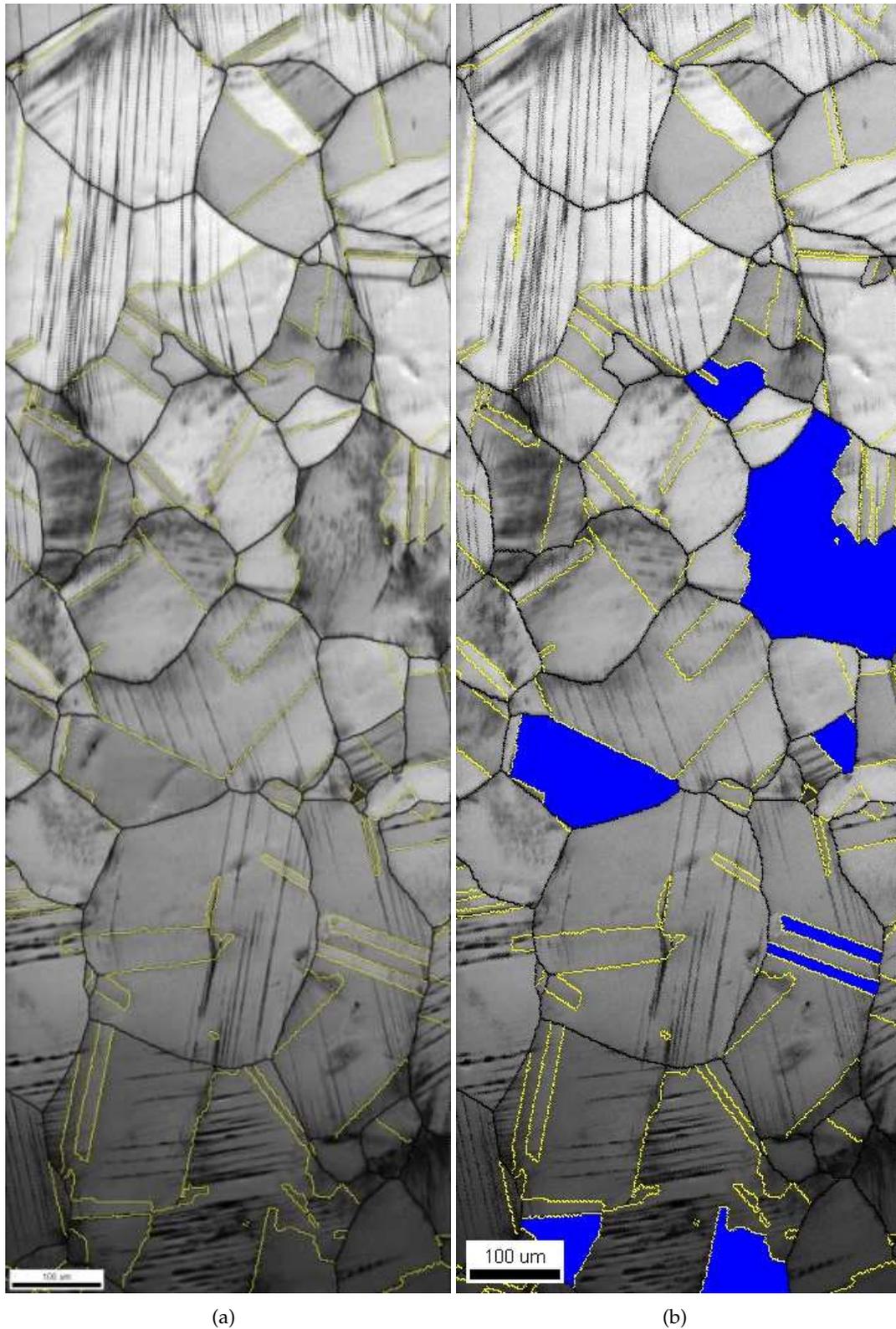


FIG. 4.18 – PSB dans les grains colorés en bleu induits par le grain voisin dans le cas de la traction-torsion en phase avec $\sigma_a = 24$ MPa et $r_a = 0.5$. L'activation des systèmes de glissement dans ces grains n'est pas gouvernée par la loi de Schmid. Les joints de grains normaux sont tracés en noir et les joints de macles en jaune.

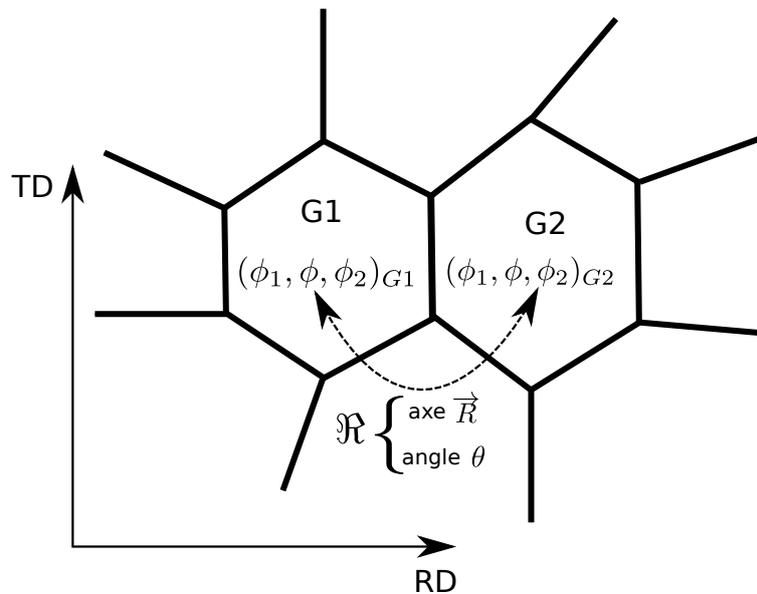


FIG. 4.19 – Définition de la relation d’orientation entre 2 grains G1 et G2 en utilisant les angles d’Euler définis selon la convention de Bunge.

4.5 Synthèse

La technique EBSD a été utilisée pour analyser les micro-mécanismes de plasticité et de développement de PSB à la surface du matériau sous chargements cycliques. Cinq différents chargements ont été étudiés. Les niveaux de contraintes appliqués sont proches de la limite de fatigue des éprouvettes avec méplat, dont la géométrie a été illustrée sur la figure 4.1. Cette limite de fatigue a été estimée de façon simple (cf. annexe A) par les modèles empiriques de Peterson et de Neuber, résumés dans [Qylafku et al., 1999]. Elle a été vérifiée expérimentalement sur quelques éprouvettes. Les mesures EBSD ont été réalisées en fond d’entaille après 10^6 cycles sans rupture de l’éprouvette. Cinq éléments essentiels ont été étudiés :

- le Grain Orientation Spread (GOS)
- le Kernel Average Misorientation (KAM)
- le facteur de Schmid effectif
- la trace de glissement
- la relation d’orientation

Les cartographies EBSD ont été réalisées sur une même zone avant et après déformation. La mesure du GOS a permis de rendre compte de l’effet des différents types de chargement en terme de développement de la plasticité locale dans les grains identifiés précisément et contenant des PSB. Il a été observé que la torsion induit beaucoup plus de plasticité dans les grains avec le GOS décalé vers les plus grandes valeurs. Ceci confirme les observations MEB présentées dans le chapitre 3.

L’analyse de la trace de glissement (caractérisée par la PBS observée à la surface du matériau) a permis d’identifier précisément le plan de glissement du système activé. En traction simple, nous avons observé que l’activation des systèmes de glissement est bien gouvernée par la loi de Schmid. Pour les chargements multiaxiaux, nous observons beaucoup plus de grains dont la trace de glissement observée correspond plutôt aux systèmes de rang inférieur au système de glissement primaire. L’activation des systèmes de glissement dans ces grains ne respecte plus la loi de Schmid. Dans ces conditions, c’est le critère à 2 paramètres pour l’activation des systèmes de glissement proposé et appliquée dans le chapitre 3 qui est le mieux adapté.

La relation d’orientation entre les grains dans lesquels on voit des PSB ne respectant pas la loi de Schmid a été analysée. Nous avons observé que la relation de macles est prépondérante ce qui montre que

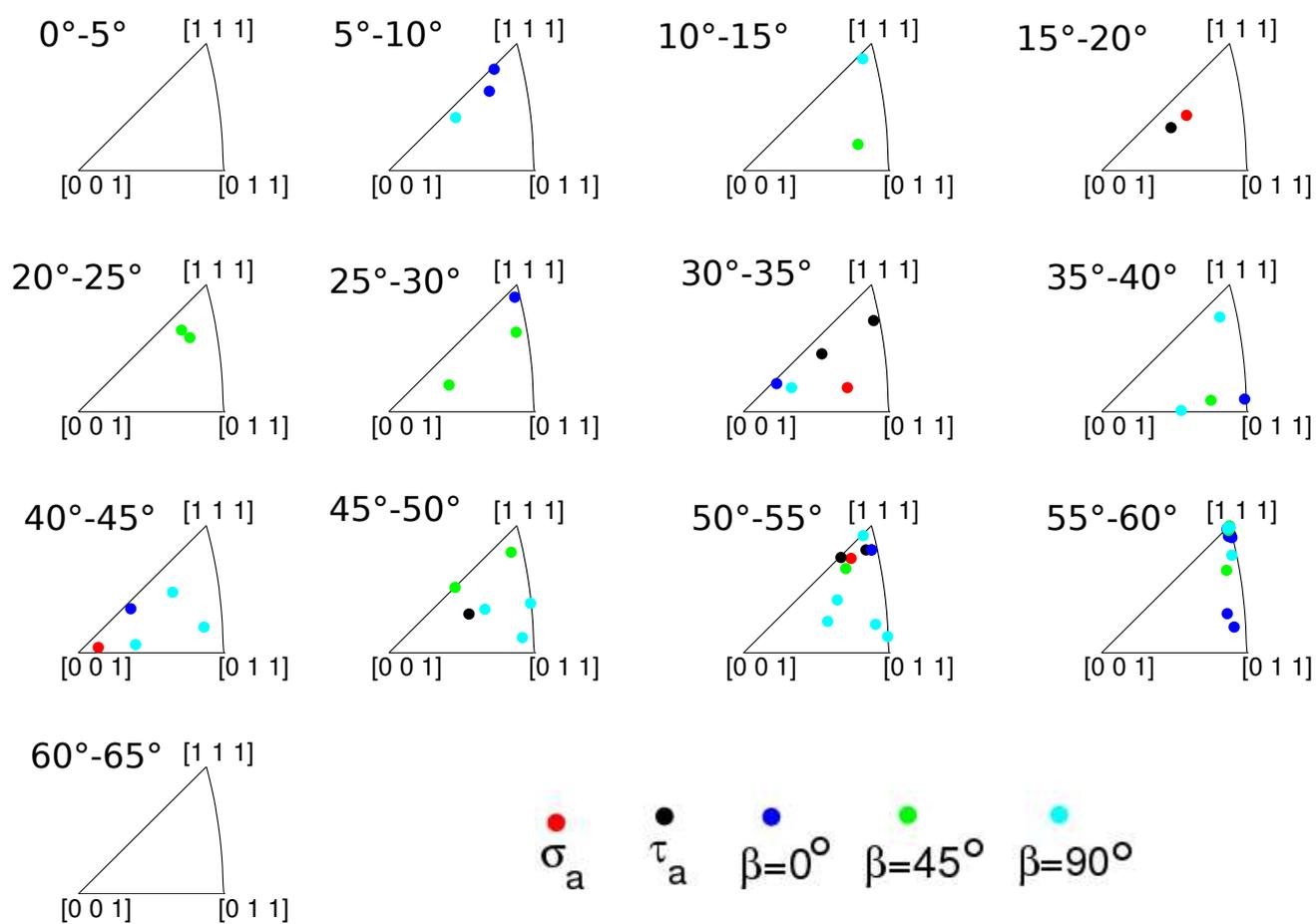


FIG. 4.20 – Représentation des relations d'orientation entre quelques grains avec PSB pour tous les chargements étudiés. L'axe de la rotation est représenté dans le triangle standard par pas de 5° de l'angle de rotation.

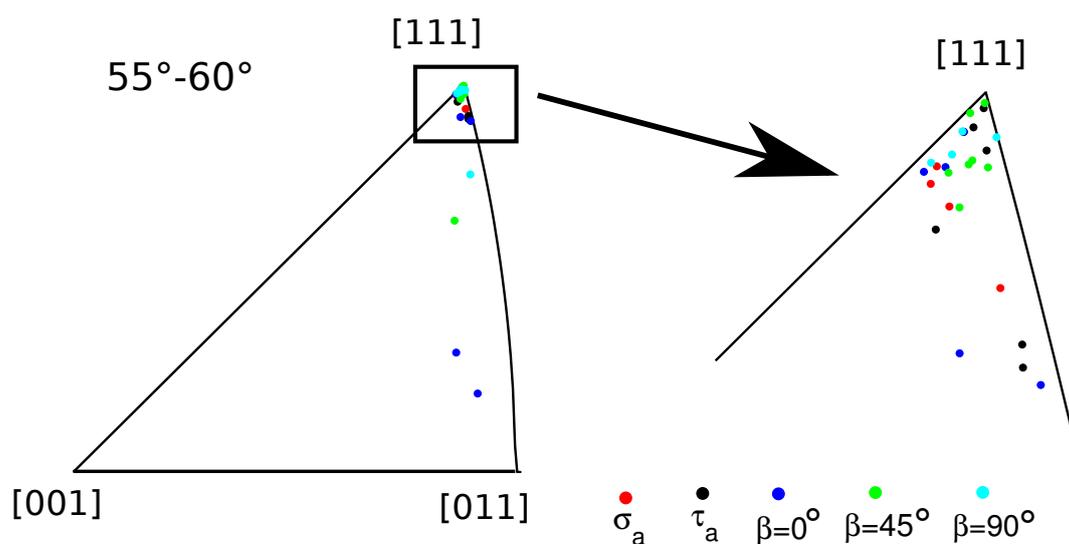


FIG. 4.21 – Zoom sur la figure 4.20 pour $\theta \in [55^\circ - 60^\circ]$.

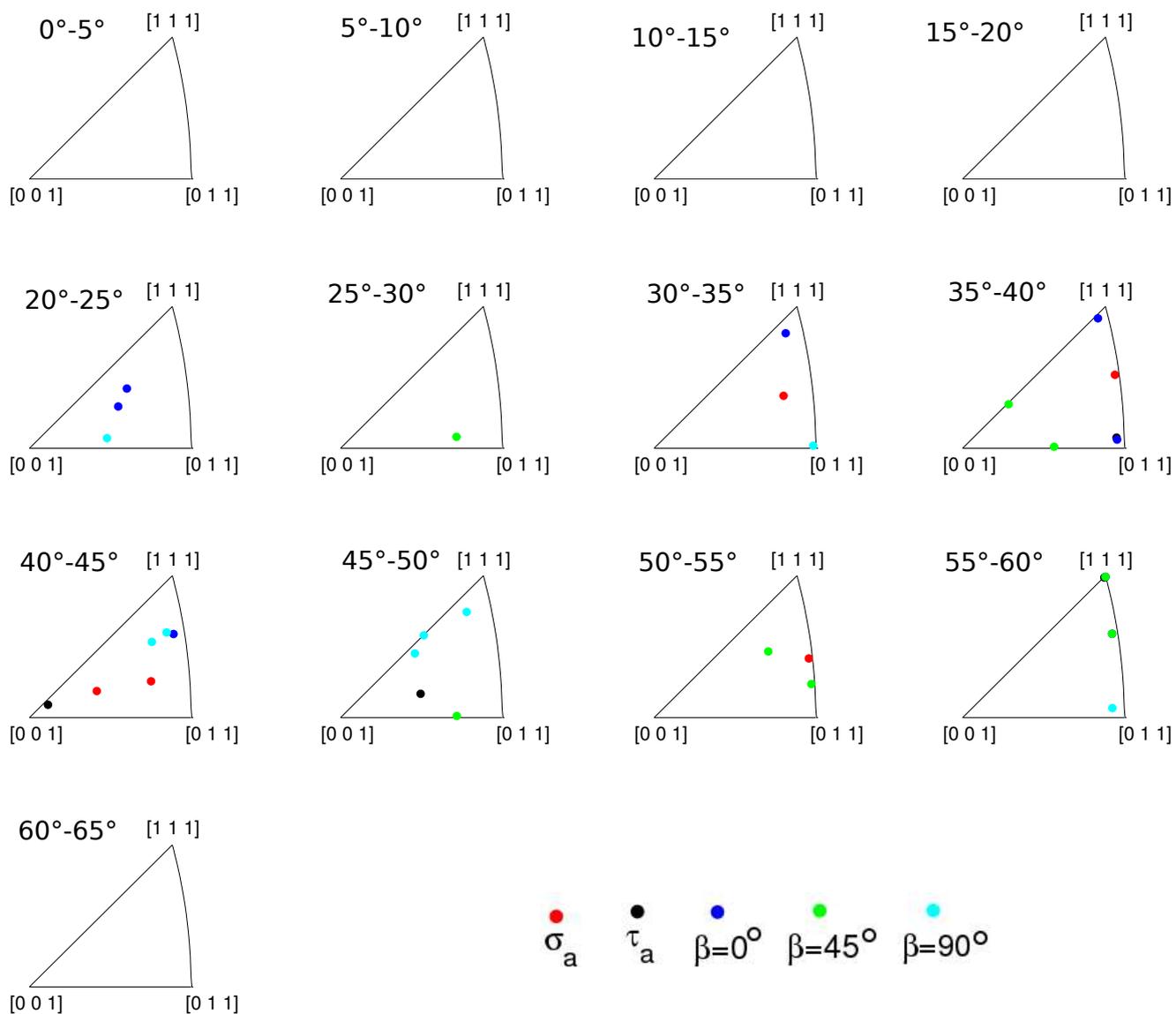


FIG. 4.22 – Représentation des relations d'orientation entre les grains avec PSB et sans PSB pour tous les chargements étudiés. L'axe de la rotation est représenté dans le triangle standard par pas 5° de l'angle de rotation.

les joints de macle favorisent plus le développement des PSB. Les bandes de glissement se propagent le plus souvent d'un grain à l'autre si ces grains sont liés par une relation de macle. D'autre part, cette relation semble ne pas être influencée par le type de chargement.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons réalisé une étude couplée essais de fatigue et observations EBSD dans le domaine HCF sur des éprouvettes avec méplat de cuivre pur CuGF. Les niveaux de contrainte appliqués sont au voisinage de la limite de fatigue à 10^6 cycles des éprouvettes. La déformation plastique plus importante dans le cas du chargement multiaxial de torsion par rapport aux autres cas de chargements présentés dans le chapitre 3 est confirmée par les analyses EBSD.

Comme il a été montré dans la section 4.4.3, nous avons observé des grains avec de haut facteurs de Schmid effectifs mais dans lesquels aucune PSB n'apparaît. Ceci peut être lié à la taille du grain dans l'épaisseur. De même, nous avons observé aussi des grains avec PSB dont l'activité plastique n'est pas gouvernée par la loi de Schmid. Pour ces grains, la relation d'orientation avec leurs voisins a été caractérisée. *La propagation d'une bande de glissement d'un grain à un autre est plus favorisée par la relation de maclage. Ainsi, la barrière microstructurale constituée par les joints de macles est plus facile à franchir par les dislocations que celle des joints de grains normaux. L'effet de voisinage semble donner un début d'explication du fait qu'un grain (voisin d'un autre grain activé) à faible facteur de Schmid effectif présente tout de même des bandes de glissement.*

Les calculs d'agrégats polycristallins sont nécessaires pour aller plus loin dans l'analyse des effets de voisinage, de l'anisotropie, de la texture ainsi que dans l'étude de la distribution des champs de contraintes locales dans les grains. L'analyse de la réponse mécanique des microstructures tridimensionnelles sera proposée dans le chapitre 5, sous divers chargements identiques à ceux appliqués expérimentalement et étudiés dans les précédents chapitres.

ÉTUDE D'AGRÉGATS POLYCRISTALLINS 3D

Ce chapitre est dédié aux calculs numériques par éléments finis en plasticité polycristalline sur microstructures synthétiques et fait un lien avec les parties expérimentales présentées dans les chapitres 3 et 4. Dans un premier temps, nous présentons la procédure de génération de microstructure tridimensionnelle (3D) avec un rappel du cas bidimensionnel (2D). Elle regroupe les méthodes numériques développées pour générer des maillages de microstructures synthétiques 3D avec une préoccupation particulière de représenter au mieux les grains proches de la réalité. La procédure d'identification des paramètres de comportement cristallin (élasticité cubique + plasticité cristalline) du cuivre OFHC étudié est décrite et les résultats sont présentés. Les chargements étudiés sont équivalents à ceux appliqués expérimentalement et étudiés dans le chapitre 3. L'activité de glissement observée expérimentalement est corrélée avec la distribution de la plasticité à l'échelle du grain dans l'agrégat. Enfin, nous proposons une analyse globale approfondie des résultats des calculs en utilisant la statistique des valeurs extrêmes du paramètre indicateur de fatigue (FIP) du critère de fatigue multiaxiale de Dang Van.

Sommaire

5.1	Motivations et objectifs	159
5.2	Génération de la microstructure	160
5.2.1	Microstructure 2D périodique	160
5.2.2	Microstructure 3D semi-périodique	160
5.3	Identification de la loi de comportement	163
5.3.1	Rappel des essais d'érouissage cyclique	163
5.3.2	Identification des paramètres du comportement mécanique cyclique stabilisé	164
5.4	Conditions aux limites périodiques	167
5.4.1	Formulation	167
5.4.2	Les chargements étudiés	167
5.5	Mise en place des calculs	168
5.5.1	VER en fatigue ?	168
5.5.2	Microstructures et orientations cristallines	169
5.6	Réponses mécaniques des agrégats	169
5.6.1	Distribution des champs locaux en surface	169
5.6.2	Critère de Dang Van	173
5.6.3	Application du critère de Dang Van	173
5.7	Application de la théorie des valeurs extrêmes	182
5.7.1	Rappel de la théorie des extrêmes	182
5.7.2	Représentativité des calculs	182
5.7.3	Analyses des valeurs extrêmes	185
5.7.4	Domaine d'attraction des extrêmes	188
5.7.5	Effets du chargement sur la distribution des extrêmes	190
5.7.6	Effets de la surface libre	191
5.7.7	Effets du comportement	194
5.8	Analyses des facteurs de Schmid effectifs locaux	194
5.8.1	Distribution des ESF	197
5.8.2	Activation des systèmes de glissement	199
5.9	Synthèse et conclusion	199

5.1 Motivations et objectifs

Dans les chapitres 3 et 4, nous avons analysé expérimentalement les mécanismes de déformation plastique et d'amorçage de micro-fissures en HCF sur du cuivre OFHC pur polycristallin. Différents chargements ont été testés allant du trajet simple uniaxial aux trajets multiaxiaux proportionnels et non proportionnels. Nous avons observé d'une part que l'activation des systèmes de glissement et les modes d'amorçage de fissures (intragranulaire par rapport à intergranulaire) mis en jeu en HCF diffèrent de ceux observés couramment en LCF pour les polycristaux CFC [Marinelli et al., 2009, Villechaise et al., 2002, Gironès et al., 2004, Bartali et al., 2008, El Bartali et al., 2009]. D'autre part, la multiaxialité du chargement influence considérablement l'activité plastique et l'amorçage de fissures de fatigue du matériau. Dans la dernière partie du chapitre 3, nous avons observé que l'amorçage des fissures est prépondérant dans les grains à glissement multiple (cf. figures 3.38 et 3.37, chapitre 3, page 123). Bien que ces mécanismes soient caractérisés pour divers chargements, leur intégration de façon explicite dans les modèles de calcul en fatigue dans le domaine HCF n'est pas encore développée.

Les outils numériques actuels, appliqués à l'échelle mésoscopique sur des agrégats polycristallins, méritent d'être confrontés aux observations expérimentales. Ainsi, l'approche micro-mécanique basée sur la plasticité polycristalline sera utilisée pour analyser l'amorçage de fissures dans les grains situés à la surface du matériau. Les chargements appliqués sont identiques à ceux appliqués expérimentalement. Comme nous l'avons souligné précédemment, l'amorçage de fissures est un phénomène essentiellement surfacique dans les métaux purs sans défaut interne. Numériquement, l'effet de la surface libre sur l'amorçage a été étudié récemment par [Guilhem et al., 2010] dans le cas 2D. La réponse mécanique à l'échelle des grains de l'agrégat polycristallin dépend fortement de la géométrie des grains et de la capacité à les modéliser au mieux pour refléter la réalité. Cette géométrie peut, par exemple, surévaluer les contraintes locales aux joints de grains.

La première motivation des travaux présentés dans ce chapitre est de proposer une technique de génération de la microstructure représentative de la géométrie réelle des grains. La modélisation 3D de la morphologie des grains sera adoptée, traduisant mieux le caractère intrinsèquement tridimensionnel de la problématique d'amorçage de fissures courtes. La partie génération du maillage des microstructures 3D a été développée en collaboration avec C. Robert¹⁰ dans le cadre de son Post-doc au sein de l'équipe.

La deuxième motivation de ce travail est d'étudier la distribution du champ de contrainte à l'échelle des grains sous les différents chargements explorés, en mettant en évidence l'effet de l'élasticité cubique et de la plasticité. Il convient aussi, dans les grains surfaciques, de relier l'activité plastique en terme d'activation de systèmes de glissement aux champs de contraintes et déformations locaux.

Au travers du chapitre 1, nous avons vu que les critères de fatigue multiaxiale existants sont formulés sans prendre en compte la microstructure, du moins pas de façon explicite. Les effets des hétérogénéités microstructurales sont difficiles à décrire avec les critères de fatigue multiaxiale existants, mis à part de manière empirique, par exemple avec des critères probabilistes tels que celui proposé par [Nguyen Thi Thu, 2008]. La variabilité de la microstructure (morphologie des grains, orientation des grains, l'agencement des grains dans le polycristal, etc) induit indubitablement une dispersion de la réponse locale du critère appliqué. L'ampleur de la dispersion dépend du critère. Les observations expérimentales du chapitre 3 ont montré que l'hypothèse de glissement simple par grain utilisée pour la formulation des critères de fatigue multiaxiale du type plan critique avec changement d'échelle méso-macro est discutable. Elle est d'autant plus discutable que lorsqu'il s'agit de prévoir tout le processus d'amorçage de fissures, dans le domaine HCF, pour les chargements non proportionnels.

La troisième motivation du travail présenté dans ce chapitre consiste à analyser les réponses de certains critères, afin de comprendre les prévisions d'amorçage de fissures en surface de l'agrégat. Les fissures de fatigue s'amorcent dans des zones de la microstructure où les paramètres microstruc-

10. Post-doc 2010-2011 : Développement d'outils de maillage de microstructure pour le calcul en fatigue multiaxiale

turaux sont favorables. Plusieurs microstructures différentes seront étudiées. L'objectif principal sera de faire une analyse statistique des "zones critiques" des microstructures. Elle consistera à faire une analyse statistique des valeurs extrêmes données par chaque critère de fatigue appliqué, en nous limitant arbitrairement aux critères de fatigue multiaxiale du type plan critique. Cette analyse a été effectuée avec la collaboration de A. HOR¹¹ actuellement en Post-doc au sein de l'équipe.

Dans cette étude, les réponses mécaniques de différentes configurations de microstructures seront analysées. Les niveaux de contraintes appliqués sont proches de la limite de fatigue à 10^6 cycles comme dans la démarche expérimentale adoptée précédemment. Les différents axes majeurs d'analyse des résultats sont :

- l'influence du comportement mécanique (élasticité cubique et plasticité cristalline) sur la distribution de certaines quantités mécaniques à différentes échelles (grain, agrégat),
- l'effet de la surface libre de l'agrégat,
- la capacité de certaines familles de critères de fatigue multiaxiale à traduire les résultats des simulations numériques,
- l'apport de la statistique des valeurs extrêmes en fatigue multiaxiale.

L'effet de la texture ne sera pas étudié dans ce travail. Ce choix est justifié au vu de la texture très peu marquée voire isotrope observée sur le matériau de cette thèse (cf. chapitre 2 page 45).

5.2 Génération de la microstructure

Dans la littérature, différentes méthodes ont été développées pour générer des microstructures polycristallines synthétiques. Les plus connues et plus récentes sont [Groeber et al., 2008] ou encore [Fritzen and Böhlke, 2011], à titre d'exemple. Ces méthodes utilisent pour la plupart des polyèdres de Voronoï. Que ce soit en 2D ou en 3D, la modélisation des joints de grains a un effet important sur la qualité des résultats, en terme de répartition des champs de contraintes. La modélisation de microstructure au plus proche de la réalité reste un sujet d'actualités. On citera par exemple les travaux de [St-Pierre et al., 2008] qui visent à reconstruire par EBSD 3D des microstructures réelles qui sont ensuite mailler pour permettre des calculs EF. Pour les microstructures synthétiques, les travaux de [Bhandari et al., 2007] peuvent être cités. Ces méthodes visent à modéliser les frontières courbes des grains. Les microstructures utilisées dans cette étude seront générées à l'aide d'un outil GMICRO¹² développé en C++. Les paragraphes ci-dessous donnent des principaux éléments de GMICRO.

5.2.1 Microstructure 2D périodique

La démarche adoptée est celle proposée par [Robert et al., 2012]. Les morphologies synthétiques 2D ont été générées sur la base de la méthode développée par [St-Pierre et al., 2008]. Les grains sont d'abord estimés par des ellipses. Elles sont positionnées et orientées aléatoirement, mais ne se superposent pas. Ensuite, un algorithme de type watershed (voir [Meyer, 1994]) est utilisé pour dilater les ellipses afin de combler le volume élémentaire. Enfin, un modèle CAO est créé par la modélisation des joints de grains avec des courbes de Bézier. Le maillage est généré à l'aide du mailleur Gmsh [Geuzaine and Remacle, 2009]. La Figure 5.1 montre ces différentes étapes utilisées. Pour assurer la périodicité, le domaine à mailler est répliqué en 9 parties. Cette technique de réplification du domaine est expliquée dans la section suivante dans le cas de microstructure 3D.

5.2.2 Microstructure 3D semi-périodique

La technique utilisée ici pour générer les microstructures 3D est basée en partie sur les méthodes développées par [Bhandari et al., 2007, Fritzen et al., 2009, Fritzen and Böhlke, 2011, Quey et al., 2011]. D'autres méthodes existent aussi comme celles utilisées par [Guilhem, 2012] ou [Gerard, 2008]. Les

11. Post-doc 2011-2013 : Approches statistiques pour l'analyse d'agrégats en fatigue multiaxiale

12. Génération de maillage de microstructure 2D et 3D : outil développé dans le cadre du Post-doc de C. Robert

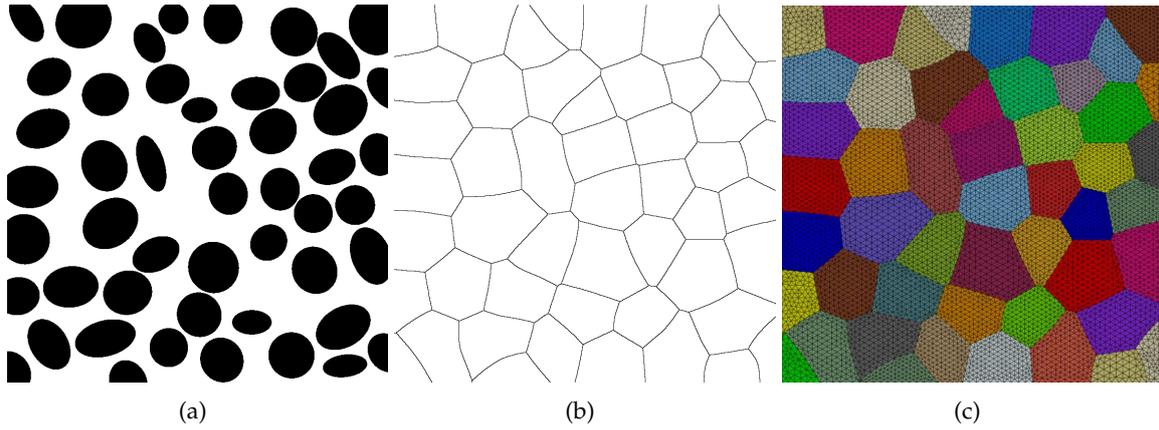


FIG. 5.1 – Différentes étapes utilisées pour réaliser le maillage des agrégats polycristallins 2D. (a) Ellipse (b) Watershed et (c) Maillage final 2D.

polyèdres de Voronoï sont utilisés pour modéliser la morphologie des grains car avec les ellipsoïdes, il est très compliqué de réaliser le Watershed en 3D comme dans le cas du 2D [Bhandari et al., 2007]. Les germes sont positionnés et orientés aléatoirement. Ainsi, le domaine initial Ω_0 est rempli. La distance entre 2 germes est fixée telle que $d \geq 0.02$ (cf. figure 5.2). Cependant, ces polyèdres peuvent avoir de très petits segments, ce qui entraîne un grand nombre d'éléments dans le maillage. Pour remédier à cela, les petites lignes sont supprimées.

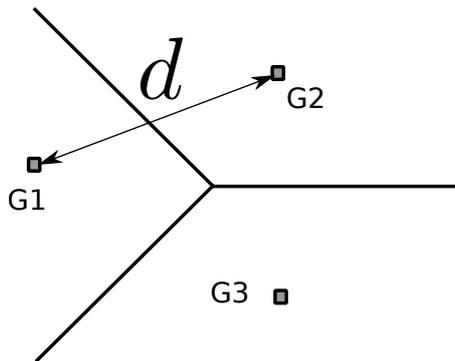
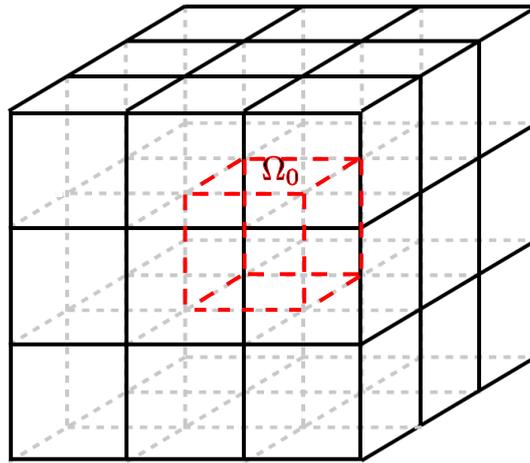


FIG. 5.2 – Positionnement des germes des cellules de Voronoï

De manière générale, pour assurer la périodicité à l'aide d'une décomposition de cellules de Voronoï, la meilleure méthode consiste à répliquer par translation le domaine initial Ω_0 dans toutes les directions de l'espace. On génère en réalité 27 domaines Ω_0 (dans le cas 2D, un total de 9 domaines est nécessaire). La figure 5.3 présente une vue générale de cette technique de réplification de domaine.

Les polyèdres et leurs sommets correspondant sont ensuite obtenus par décomposition des polyèdres de Voronoï. Les grains du domaine sont reconstitués (faces, arêtes). Ainsi, chaque face et arête à la frontière d'un domaine sont associées et répliquées. Les germes appartenant au domaine initialement créé Ω_0 sont conservés formant le domaine à mailler Ω . Le maillage est réalisé en 2 étapes essentielles :

1. maillage surfacique du grain : la surface du grain est maillée. Comme ces surfaces peuvent ne pas être planes à cause de la suppression de ligne, la surface est projetée dans le plan médian, puis maillée avec Gmsh [Geuzaine and Remacle, 2009] (cf. le cas 2D, section 5.2.1). Chaque surface est maillée séparément et le maillage des surfaces périodiques est translaté. On obtient alors un grain avec une surface fermée maillée.

FIG. 5.3 – Réplication du domaine initial Ω_0 dans l'espace

- maillage volumique du grain : l'intérieur du grain est maillé en utilisant la surface maillée. Chaque grain est maillé séparément à l'aide de la bibliothèque Tetgen [Hang, 2006]. Les éléments obtenus sont des tétraèdres linéaires (notés c3d4 dans le code de calcul ZéBuLoN utilisé).

La taille du domaine Ω occupé par l'agrégat 3D de 200 grains est de $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm} \times 0.5 \text{ mm}$. Un compromis entre la finesse du maillage et le nombre total de degrés de liberté (DDL ou DOF) est trouvé. Toutes les microstructures sont maillées dans les mêmes conditions. La périodicité est assurée, suivant 2 directions (X et Y). C'est pourquoi la microstructure utilisée dans cette étude est appelée une microstructure 3D "semi-périodique". La périodicité n'est pas nécessaire suivant l'axe Z parce que la surface libre qui sera utilisée dans l'analyse est celle de normale Z . Tous les nœuds sur la surface Z_{min} seront bloqués dans cette direction Z (cf. conditions aux limites dans l'annexe D). Z_{max} correspondant à la surface libre. La Figure 5.4 montre un exemple de la microstructure obtenue avec 200 grains équiaxes pour chaque calcul. Cette figure illustre aussi la définition des différentes faces sur lesquelles s'appliqueront les conditions aux limites.

Une vue isolée des grains sur la surface définie par Z_{max} composée d'une cinquantaine de grains est montrée sur la figure 5.5. Ce nombre de grains diffère d'une microstructure à un autre suivant les différentes morphologies.

5.3 Identification de la loi de comportement

La loi de comportement est identifiée à l'aide des résultats des essais d'érouissage cyclique présentés dans le chapitre 2. Ces principaux résultats sont rappelés ci-dessous. La matrice d'élasticité n'est pas identifiée, on utilise les résultats de la littérature pour l'élasticité cubique du cuivre. Les paramètres utilisés sont issus des travaux de [Meric and Cailletaud, 1991] (cf. tableau 5.1). Les coefficients d'élasticité isotrope sont donnés dans le tableau 5.2.

TAB. 5.1 – Paramètres de comportement élastique cubique du cuivre; d'après [Meric and Cailletaud, 1991]

Coefficients	C_{1111}	C_{1122}	C_{1212}
Valeurs [GPa]	159	121.9	80.9

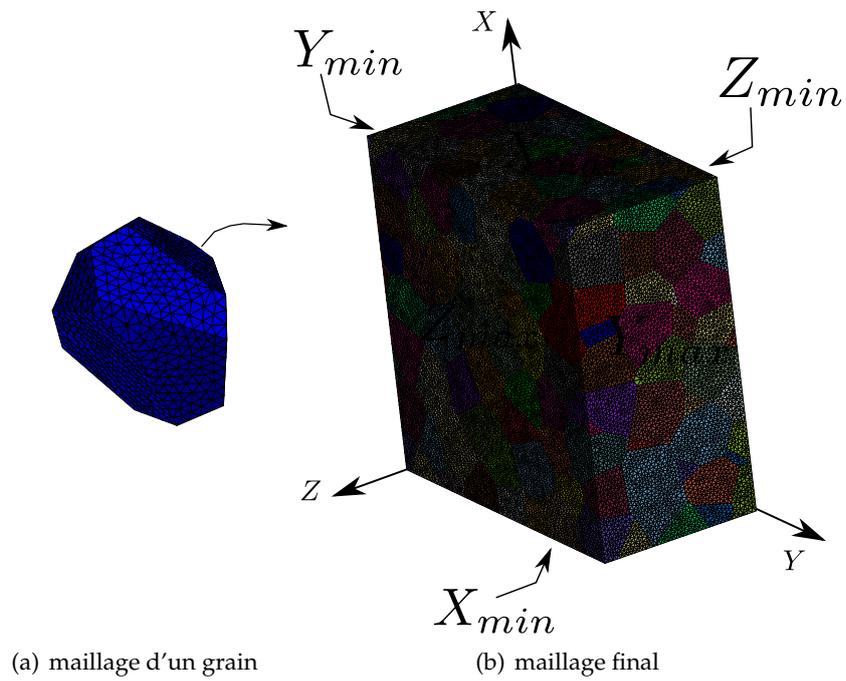


FIG. 5.4 – Microstructure 3D semi-périodique constituée de 200 grains. La périodicité est appliquée dans les 2 directions X et Y . Environ 470180 éléments et 300000 degrés de liberté (ddl)



FIG. 5.5 – Surface libre (nommée Z_{max}) de l'agrégat (environ 50 grains).

TAB. 5.2 – Paramètres de comportement élastique isotrope du cuivre

Module Young E (MPa)	Coefficient de Poisson ν
120 000	0.3

5.3.1 Rappel des essais d'écrouissage cyclique

Les essais d'écrouissage cyclique ont été réalisés à vitesse de déformation totale constante imposée ($\dot{\varepsilon} = 3.2 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$) sur du cuivre CuGF recuit (700°C pendant 1h). Pour les 4 amplitudes de déformation totale appliquées, seul le cycle stabilisé correspondant à la moitié de la durée de vie totale (N_f) est considéré dans la procédure d'identification du comportement cyclique du cuivre CuGF recuit.

5.3.2 Identification des paramètres du comportement mécanique cyclique stabilisé

Dans ce travail, nous avons utilisé le modèle phénoménologique de [Merici and Cailletaud, 1991] pour les calculs d'agrégats polycristallins. Les paramètres de ce modèle sont identifiés par la suite.

5.3.2.1 Modèle monocristallin

Nous avons présenté le modèle de [Merici and Cailletaud, 1991] dans le chapitre 1. Les principales équations de ce modèle sont rappelées ici :

$$\dot{\gamma}^s = \left\langle \frac{|\tau^s - x^s| - r^s}{K} \right\rangle^n \text{signe}(\tau^s - x^s) \text{ avec } \langle x \rangle = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

où K et n sont les paramètres du matériau traduisant la viscosité. Les lois d'évolution des écrouissages cinématique et isotrope sont de type non linéaire.

Écrouissage isotrope :

$$r^s = R_o + Q \sum_s h_{sr} (1 - e^{-bv^s}) \quad (5.2)$$

où τ_o est la cission résolue critique initiale, Q et b sont respectivement la capacité et la vitesse d'écrouissage isotrope et \underline{h} est la matrice d'interaction entre les systèmes de glissement. v^s est tel que :

$$\dot{v}^s = |\dot{\gamma}^s| \quad (5.3)$$

Écrouissage cinématique :

$$x^s = c\alpha^s \quad (5.4)$$

$$\dot{\alpha}^s = \dot{\gamma}^s - d\alpha^s \dot{v}^s \quad (5.5)$$

où c/d et d sont respectivement les paramètres décrivant la capacité et la vitesse d'écrouissage cinématique.

5.3.2.2 Modèle de transition d'échelle

Deux modèles de transition d'échelle entre le monocristal et le polycristal sont utilisés. Ces modèles, déjà présentés dans le chapitre 1, sont rappelés ci dessous.

Modèle de Berveiller et Zaoui (BZ)

La contrainte dans la phase i (grain) est donnée par [Berveiller and Zaoui, 1978] :

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^i = \tilde{\boldsymbol{\Sigma}} + 2\mu(1 - \beta)\alpha(\tilde{\mathbf{E}}^p - \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p,i}) \text{ avec } \beta = \frac{2(4 - 5\nu)}{15(1 - \nu)} \text{ et } \alpha = \frac{1}{1 + 3\mu \frac{E_{ep}^p}{\Sigma_{eq}}} \quad (5.6)$$

où E_{ep}^p et Σ_{eq} sont respectivement la déformation plastique et la contrainte macroscopique équivalente au sens de von Mises. μ et ν sont respectivement le module de cisaillement et le coefficient de poisson du matériau (cf. tableau 5.3).

Modèle en β

Ce modèle a été proposé par [Cailletaud, 1987] puis [Pilvin, 1990]. La contrainte dans la phase i (grain) s'écrit comme suit :

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^i = \tilde{\boldsymbol{\Sigma}} + 2\mu(1 - \beta)(\tilde{\mathbf{B}} - \tilde{\boldsymbol{\beta}}^i) \quad (5.7)$$

$$\beta = \frac{2(4 - 5\nu)}{15(1 - \nu)} \quad (5.8)$$

où ν et μ sont respectivement le coefficient de poisson et le module de cisaillement du matériau.

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\beta}}}^i = \dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{p,i} - D\tilde{\boldsymbol{\beta}}^i \dot{\tilde{\varepsilon}}_{eq}^{p,i} \quad (5.9)$$

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}_{eq}^{p,i} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{p,i} : \dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{p,i}} \quad (5.10)$$

Le paramètre matériau D est le seul à identifier pour ce modèle de transition d'échelle.

5.3.2.3 Méthodologie et résultats

La procédure mise en place pour l'identification des paramètres (c, d, Q, b, D, R_o) comporte 2 étapes :

- Une première approximation des paramètres est obtenue à l'aide des modèles de transition d'échelle BZ [Berveiller and Zaoui, 1978] et la règle en β sur la courbe de traction monotone jusqu'à $\varepsilon = 1\%$. Le paramètre D du modèle de la règle en β [Cailletaud, 1987, Pilvin, 1990] est alors identifié. La figure 5.7 illustre la simulation numérique monotone de ces 2 modèles de transition d'échelles.
- Dans un deuxième temps, l'identification complète est réalisée par méthode inverse simultanément sur la courbe de traction monotone et les cycles stabilisés des essais d'érouissage cyclique. Les paramètres de viscosité ont été fixés et sont égaux à ceux de [Gerard, 2008] pour le cuivre. Ici, nous rappelons que les essais d'érouissage cyclique ont été réalisés à vitesse de déformation totale constante et égale à $\dot{\varepsilon} = 3.2 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. Les essais réalisés ne nous permettent pas d'identifier entièrement la matrice d'interaction \underline{h} (cf. equation (5.2)). Nous avons donc pris la matrice d'interaction identique à celle proposée par [Gerard, 2008]. Numériquement, le comportement macroscopique et les champs de contraintes et déformations stabilisent très rapidement (environ une dizaine de cycle) dans le calcul des agrégats polycristallins. Nous avons choisi de prendre le 10^{ième} cycle simulé comme la boucle d'hystérésis stabilisée (correspond au cycle expérimental stabilisé à la moitié de la durée de vie totale). Ceci correspondant à un temps

de calcul acceptable étant donné le nombre de calculs réalisés par la suite. Les paramètres issus de l'identification sont regroupés dans le tableau 5.3. Les cycles numériques pour les 4 niveaux de déformation totale imposée sont représentés sur la figure 5.7. Ceux-ci montrent une bonne concordance surtout pour les faibles amplitudes de déformation qui correspondent au domaine HCF.

TAB. 5.3 – Coefficients de la loi de comportement monocristallin phénoménologique de Méric-Cailletaud identifiés pour le cuivre CuGF

Viscosité		Écr. isotrope			Écr. cinématique		Matrice d'interaction					
K	n	R_o (MPa)	Q (MPa)	b	c (MPa)	d	h_o	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5
8	20	13	9	33	2000	960	1	1	0.2	90	3	2.5

Transition d'échelle			
E (MPa)	ν	μ (MPa)	D
120 000	0.3	46 000	354

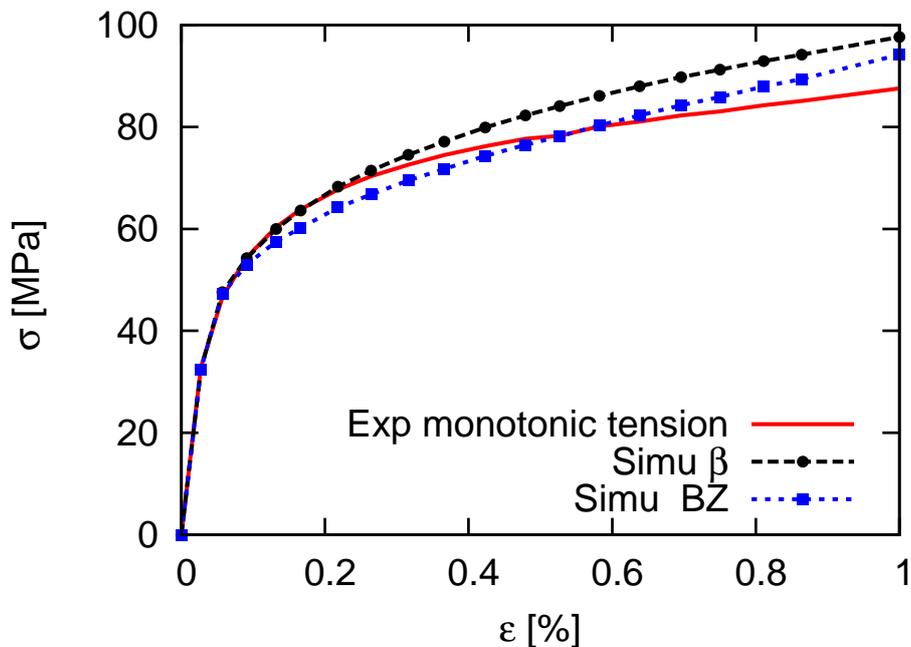


FIG. 5.6 – Recalage des modèles de Berveiller et Zaoui ("BZ") et de la règle en β de Cailletaud (" β ") sur la courbe expérimentale de traction monotone du cuivre CuGF recuit (700°C pendant 1h).

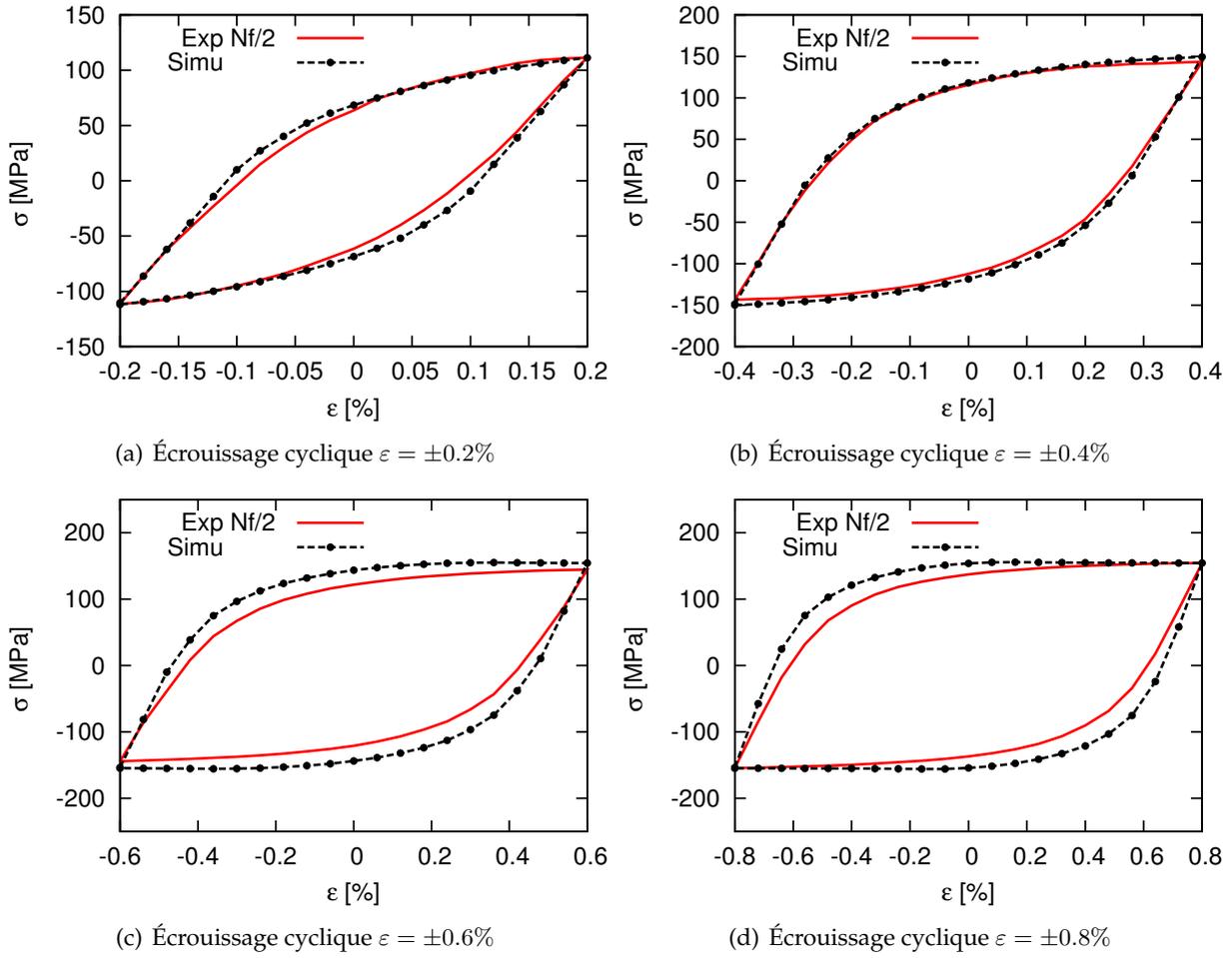


FIG. 5.7 – Comparaison entre les boucles d’hystérésis stabilisées numériques ("Simu") issues de l’identification et celles expérimentales ("Exp Nf/2") obtenues sur le cuivre CuGF recuit.

5.4 Conditions aux limites périodiques

5.4.1 Formulation

Les conditions aux limites périodiques s’appliquent sur les faces ou surfaces périodiques de l’agrégat. Un tenseur de contrainte ou de déformation moyen est appliqué sur ces surfaces. L’annexe D regroupe les équations principales de la formulation de ces conditions aux limites dans le cas des agrégats polycristallins périodiques et semi-périodiques. *Dans notre étude, les conditions aux limites semi-périodiques en contraintes ont été appliquées.*

5.4.2 Les chargements étudiés

Les cas de chargements étudiés sont identiques à ceux appliqués expérimentalement sur les éprouvettes analysées dans le chapitre 3 de ce manuscrit. Ces différents types de chargement et les niveaux d’amplitude de contrainte correspondants sont regroupés dans le tableau 5.4.

TAB. 5.4 – Différents chargements appliqués

	σ_a (MPa)	τ_a (MPa)	σ_a/τ_a	β (0°)
Traction (σ_a)	85	-	-	-
Torsion (τ_a)	-	58	-	-
Traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 2.0(0^\circ)$)	68	34	2.0	0
Traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 0.5(0^\circ)$)	24	48	0.5	0
Traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 2.0(45^\circ)$)	68	34	2.0	45
Traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 0.5(45^\circ)$)	24	48	0.5	45
Traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 2.0(90^\circ)$)	68	34	2.0	90
Traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 0.5(90^\circ)$)	24	48	0.5	90

Pour tous les calculs réalisés, les conditions de symétrie sont appliquées sur les faces X_{min} , Y_{min} et Z_{min} définies sur le maillage illustré sur la figure 5.4b. Chaque microstructure est maillée en utilisant des éléments finis linéaires (noté c3d4). Les contraintes sont appliquées sur les faces X_{max} et Y_{max} . Le déplacement homogène sur toute la face de l'agrégat est géré par une condition de type **MPC**¹³ (cf. annexe D) nécessaire dans la formulation des conditions aux limites périodiques (cf. annexe D). La face Z_{max} est restée libre de contrainte. Cette surface sera appelée "surface libre" et les grains de cette surface sont les "grains surfaciques". Le reste de l'agrégat représente le "volume". Pour toutes les configurations de microstructures calculées en plasticité cristalline, 10 cycles de chargements ont été simulés et permettent d'avoir un comportement mécanique quasi stabilisé.

5.5 Mise en place des calculs

Nous présentons ici la stratégie globale adoptée pour mettre en place les calculs d'agrégats polycristallins qui seront présentés par la suite. Nous allons dans un premier temps faire quelques remarques sur la notion sur le VER (Volume Élémentaire Représentatif) et la stratégie utilisée sera présentée.

5.5.1 VER en fatigue ?

La taille d'un VER est définie dans le cas du comportement mécanique des matériaux de manière à traduire fidèlement le comportement macroscopique du matériau à l'aide de ce volume élémentaire. La taille du VER dépend du phénomène observé. La définition de la taille d'un VER au sens du comportement est différente de celle au sens de la fatigue. Les processus d'amorçage de fissures en fatigue (cf. chapitre 3 et chapitre 4) ne relèvent pas d'une réponse moyenne des grains. Les fissures s'amorcent dans des zones ou sur des grains dits "critiques" dont l'orientation, la morphologie et autres paramètres (effet des grains voisins, effet de la surface libre, etc) créent les conditions qui en sont favorables. Ainsi, la taille d'un VER au sens de la fatigue peut être très grande de sorte que les outils de calculs à disposition aujourd'hui ne permettent pas de le calculer [Przybyla et al., 2010]. La méthodologie consiste à construire numériquement un ensemble de volumes élémentaires (représentatifs du point de vue du comportement monotone) de sorte à reproduire une réponse statistique représentative de celle de la structure par rapport au phénomène d'amorçage de fissures. La taille de cet ensemble va dépendre de la variable statistique à laquelle on s'intéresse. Chacun de ces volumes élémentaires sera appelé VES (Volumes Élémentaires Statistiques). Chaque VES contient 200 grains, ce qui permet de passer les calculs en mode séquentiel sans parallélisation. Pour chaque VES avec 200 grains, le comportement macroscopique est stable. Plusieurs calculs ont été réalisés pour avoir une représentativité statistique des résultats. La réponse statistique de ces microstructures (différentes

13. Multi-Point Constraint

morphologie et texture des grains) en fonction des chargements appliqués est ensuite analysée dans la section 5.7.

5.5.2 Microstructures et orientations cristallines

Tous les calculs ont été réalisés sur un VES contenant 200 grains avec 5 jeux d'orientations aléatoires (texture isotrope). La figure 5.8 montre une projection stéréographique de ces jeux d'orientation. Deux modèles de comportement sont étudiés :

- élasticité cubique
- élasticité cubique + plasticité cristalline

Les paramètres de la loi de comportement cristalline utilisée sont ceux identifiés précédemment et donnés dans le tableau 5.3, identifiés sur les essais d'écroutissage cyclique à amplitude de déformation totale imposée. Les conditions aux limites ont été décrites précédemment. Les chargements appliqués sont ceux correspondant à une durée de vie de 10^6 cycles (cf. tableau 5.4).

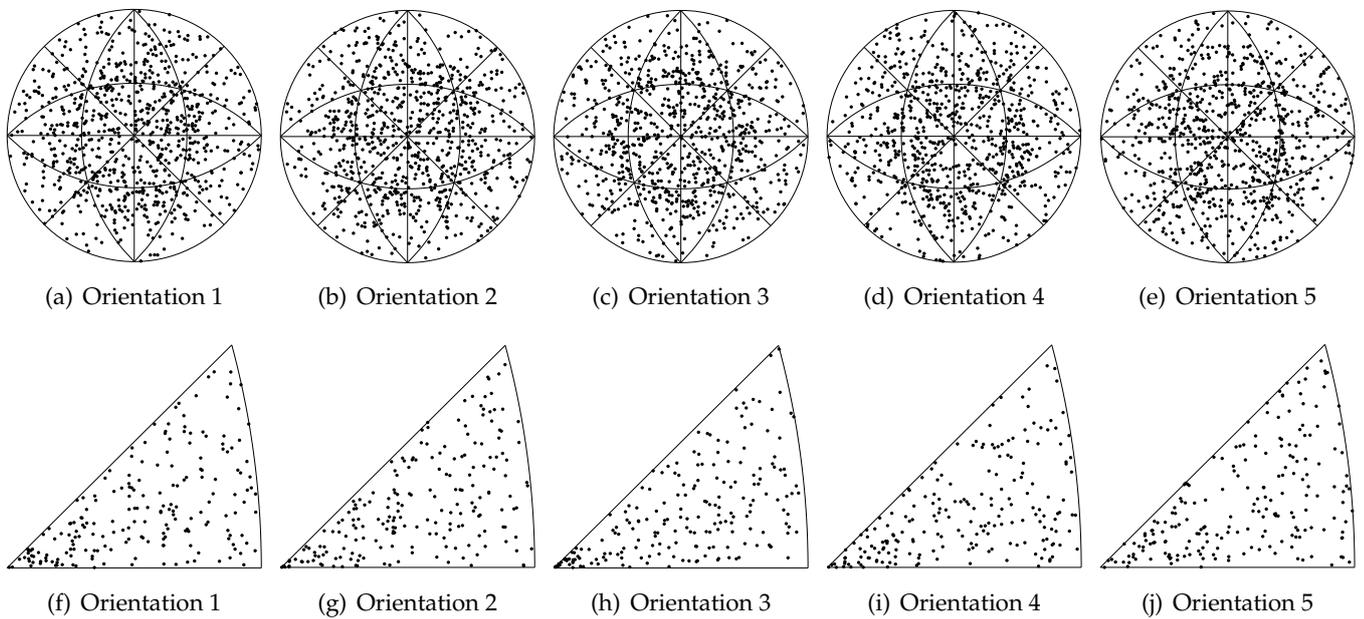


FIG. 5.8 – Projection stéréographique des différents jeux d'orientations aléatoires utilisés. (a-e) représente les figures de pôle (111) et (f-j) les figures de pôle inverse.

5.6 Réponses mécaniques des agrégats

5.6.1 Distribution des champs locaux en surface

Les champs mécaniques locaux dans les grains sur la surface libre ont été analysés. La somme des glissement cumulés ($\sum \gamma_{cum}$) sur l'ensemble des systèmes de glissement possibles a été calculée. Cette quantité, liée à la densité de dislocations, traduit l'énergie dépensée dans le mouvement des dislocations sous sollicitation cyclique. La contrainte équivalente au sens de von Mises (σ_{eq}) a été également étudiée. Ces quantités sont calculées au $10^{\text{ième}}$ cycle simulé.

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s}^{dev} : \mathbf{s}^{dev}} \quad (5.11)$$

Dans le cas de la torsion simple où le niveau de plasticité est plus important dans les grains, la figure 5.9 montre une vue 3D de $\sum \gamma_{cum}$. En surface, on note une concentration du glissement plastique aux abords des joints de grains. Nous proposons, par la suite, une analyse des contraintes dans les grains sur la surface libre et dans le volume des agrégats.

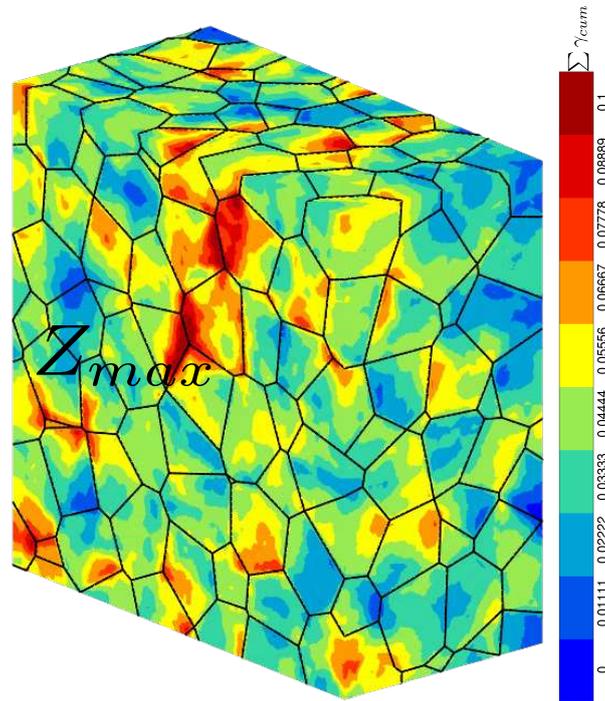


FIG. 5.9 – Somme des glissement cumulés dans le cas de la torsion simple.

La figure 5.10 représente la cartographie (sur la surface libre Z_{max}) de $\sum \gamma_{cum}$ pour les différents chargements étudiés. Cette figure a été faite pour un même type de morphologie et orientation cristalline des grains. On peut remarquer que la torsion induit logiquement une plus grande déformation plastique dans les grains. Pour le rapport de biaxialité de $\sigma_a/\tau_a = 2$, la déformation plastique s'atténue avec l'augmentation du déphasage β . L'inverse est observé pour $\sigma_a/\tau_a = 0.5$. De plus, pour ce rapport, les zones de glissement plastique élevée correspondent à celles de la torsion simple (figure 5.10b) quel que soit le déphasage. Dans le cas général des chargements combinés, pour un même rapport σ_a/τ_a , la microstructure présente presque les mêmes zones de glissement plastique élevé indépendamment du déphasage. Le rapport de biaxialité qui traduit l'ampleur de la composante de traction ou de torsion semble jouer un rôle majeur dans la distribution des champs locaux de déformation. Dans tous les cas de chargements, la déformation plastique se localise préférentiellement près des joints de grains. Il en est de même pour la contrainte équivalente de von Mises (cf. figure 5.11).

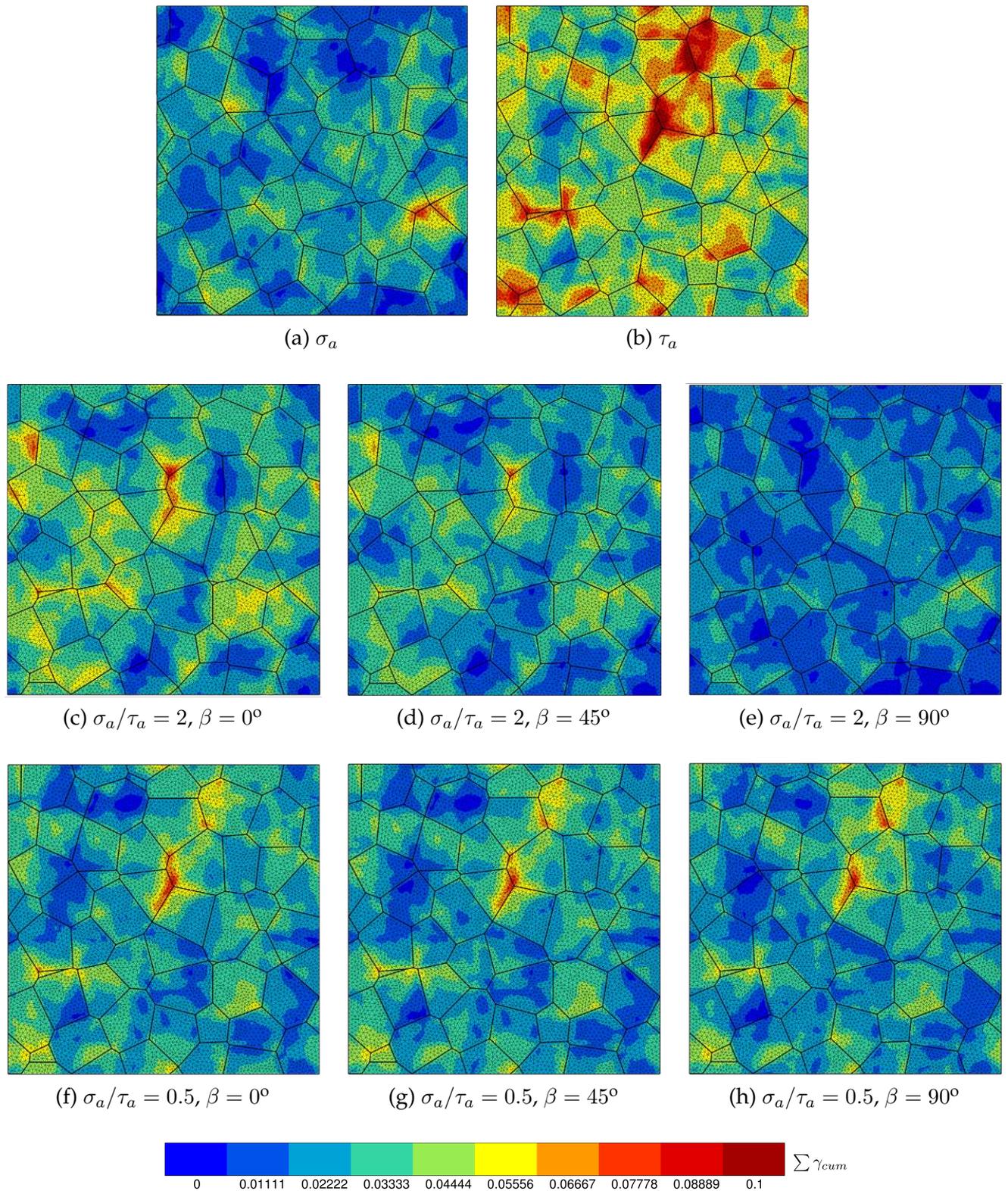


FIG. 5.10 – Cartographie de la somme des glissements cumulés dans les grains de la surface libre. Le calcul est réalisé en élasticité cubique + plasticité cristalline.

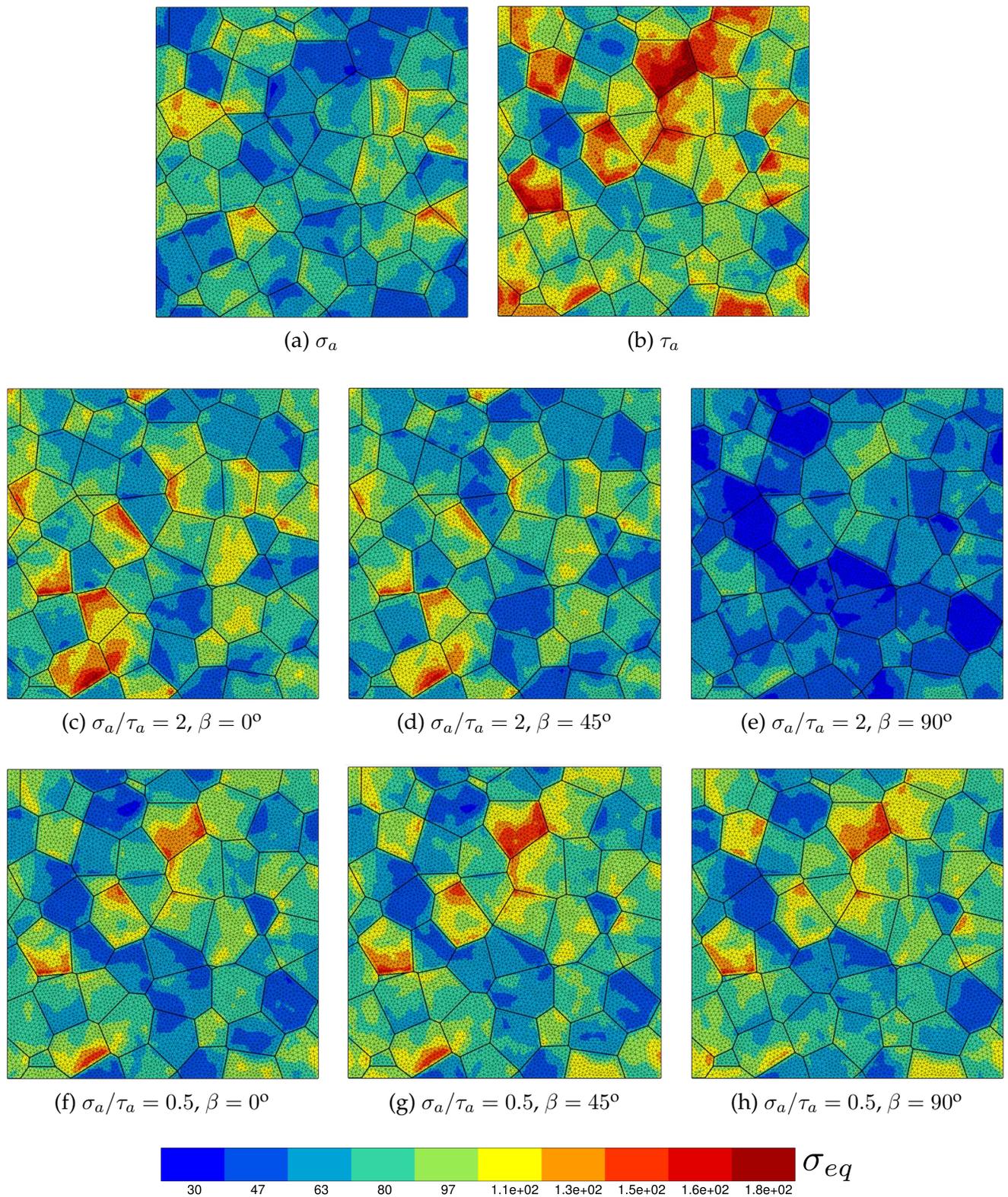


FIG. 5.11 – Cartographie de la contrainte équivalente de von Mises dans les grains de la surface libre. Le calcul est réalisé en élasticité cubique + plasticité cristalline.

5.6.2 Critère de Dang Van

La réponse mécanique des microstructures a été analysée avec le critère d'endurance multiaxiale de Dang Van. Ce critère a été déjà présenté dans le chapitre 1 (page 31). Nous l'adaptions à chaque système de glissement en l'écrivant sous la forme suivante :

$$\max_{s=1,2,\dots,12} \left\{ \max_t \left[\|\underline{\tau}(s,t)\| + \alpha^{DV} \sigma_H(t) \right] \right\} \leq \beta^{DV} \quad (5.12)$$

où $\sigma_H(t) = \frac{1}{3} \text{trace}(\underline{\sigma}(t)) = \frac{1}{3} \text{trace}(\underline{\Sigma}(t))$ représente la contrainte hydrostatique. Les paramètres matériaux α^{DV} et β^{DV} sont identifiables expérimentalement. $\|\underline{\tau}(s,t)\|$ désigne la cission résolue centrée, pour chaque système de glissement s , en construisant le plus petit cercle circonscrit au trajet de chargement. Cette cission résolue est calculée avec la contrainte moyennée $\underline{\sigma}$ dans le grain.

$$\alpha^{DV} = \frac{\tau_{-1}^D - \frac{\sigma^D}{2}}{\frac{\sigma^D}{3}} \quad (5.13)$$

$$\beta^{DV} = \tau_{-1}^D \quad (5.14)$$

où τ_{-1}^D et σ_{-1}^D sont les limites de fatigue respectivement en torsion et traction alternée symétrique. La contrainte équivalente (ou paramètre indicateur de fatigue, FIP) noté I_{DV} au sens du critère de Dang Van est donnée par :

$$I_{DV} = \max_{s=1,2,\dots,12} \left\{ \max_t \left[\|\underline{\tau}(s,t)\| + \alpha^{DV} \sigma_H(t) \right] \right\} \quad (5.15)$$

5.6.3 Application du critère de Dang Van

Pour tous les cas de chargements, les états de contrainte locaux au sein de la microstructure sont projetés dans le repère du critère de Dang Van (cf. figures 5.12 à 5.19). Dans le cas d'un comportement modélisé avec de l'élasticité cubique + plasticité cristalline, nous rappelons que les états de contraintes pris en compte correspondent au 10^{ème} cycle. On peut remarquer une forte dispersion de la contrainte hydrostatique et la contrainte de cisaillement à l'échelle mésoscopique. Ceci a été également constaté par [Saintier et al., 2011, Robert et al., 2012] sur des calculs 2D. Les dispersions sont plus importantes dans le cas de l'élasticité cubique seule par rapport aux dispersions obtenues en élasticité cubique + plasticité cristalline (cf. figure 5.12). Ainsi, le rôle de l'anisotropie élastique est plus important que celui de la plasticité. La plasticité cristalline écrête les niveaux de cisaillement sans affecter significativement la contrainte hydrostatique. Ceci est également illustré par les distributions des contraintes hydrostatique et de cisaillement pour une même morphologie et orientation des grains représentées sur la figure 5.20. D'autre part, pour tous les chargements, la contrainte hydrostatique maximale à l'échelle mésoscopique est plus élevée que celle à l'échelle macroscopique. Il en est de même pour la cission résolue maximale pour tous les plans de glissement simulés.

En considérant seulement la surface libre de la microstructure, les dispersions de la contrainte hydrostatique à l'échelle mésoscopique sont plus faibles. La contrainte hydrostatique est plus importante dans le volume qu'en surface libre. Ceci vient du fait que dans le volume, les grains sont confinés et l'effet de voisinage est plus important. On peut remarquer que localement, le seuil du critère est dépassé bien qu'il soit vérifié macroscopiquement.

Ces résultats montrent que :

- La contrainte hydrostatique à l'échelle mésoscopique présente une très forte dispersion autour de celle à l'échelle macroscopique. Ils montrent assez clairement les limites des méthodes de transition d'échelle méso-macro notamment l'approche Taylor-Lin, conduisant à une égalité entre le terme en contrainte aux deux échelles.

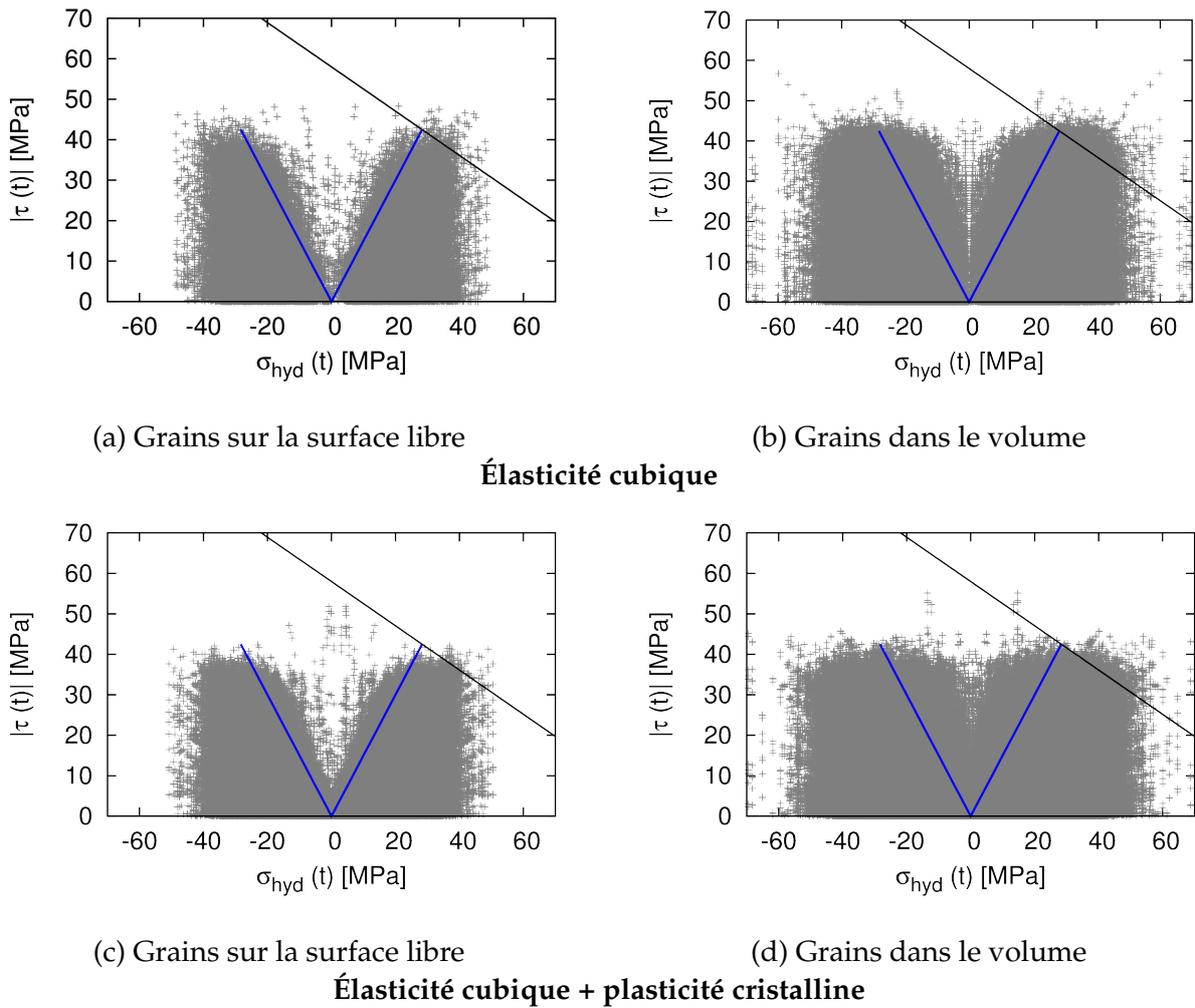


FIG. 5.12 – Critère de Dang Van à l'échelle macroscopique (en bleu) et à l'échelle mésoscopique (en gris) sous chargement de traction simple avec $\sigma_a = 85$ MPa, $R=-1$. Le seuil médian macroscopique du critère est représenté en noir.

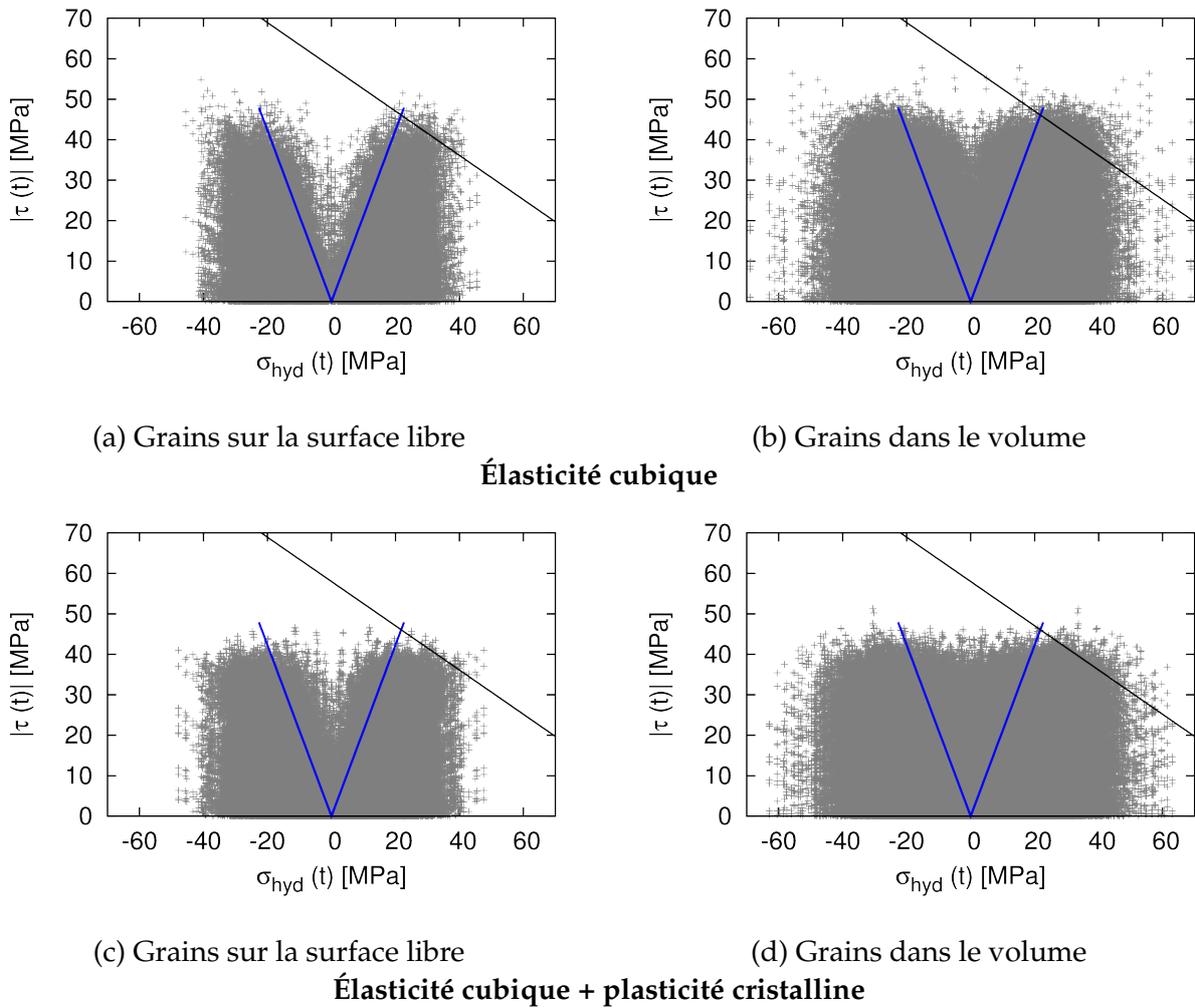


FIG. 5.13 – Critère de Dang Van à l'échelle macroscopique (en bleu) et à l'échelle mésoscopique (en gris) sous chargement de traction-torsion combinée avec $\sigma_a = 68$ MPa, $\sigma_a/\tau_a = 2$, $\beta = 0^\circ$, $R=-1$. Le seuil médian macroscopique du critère est représenté en noir.

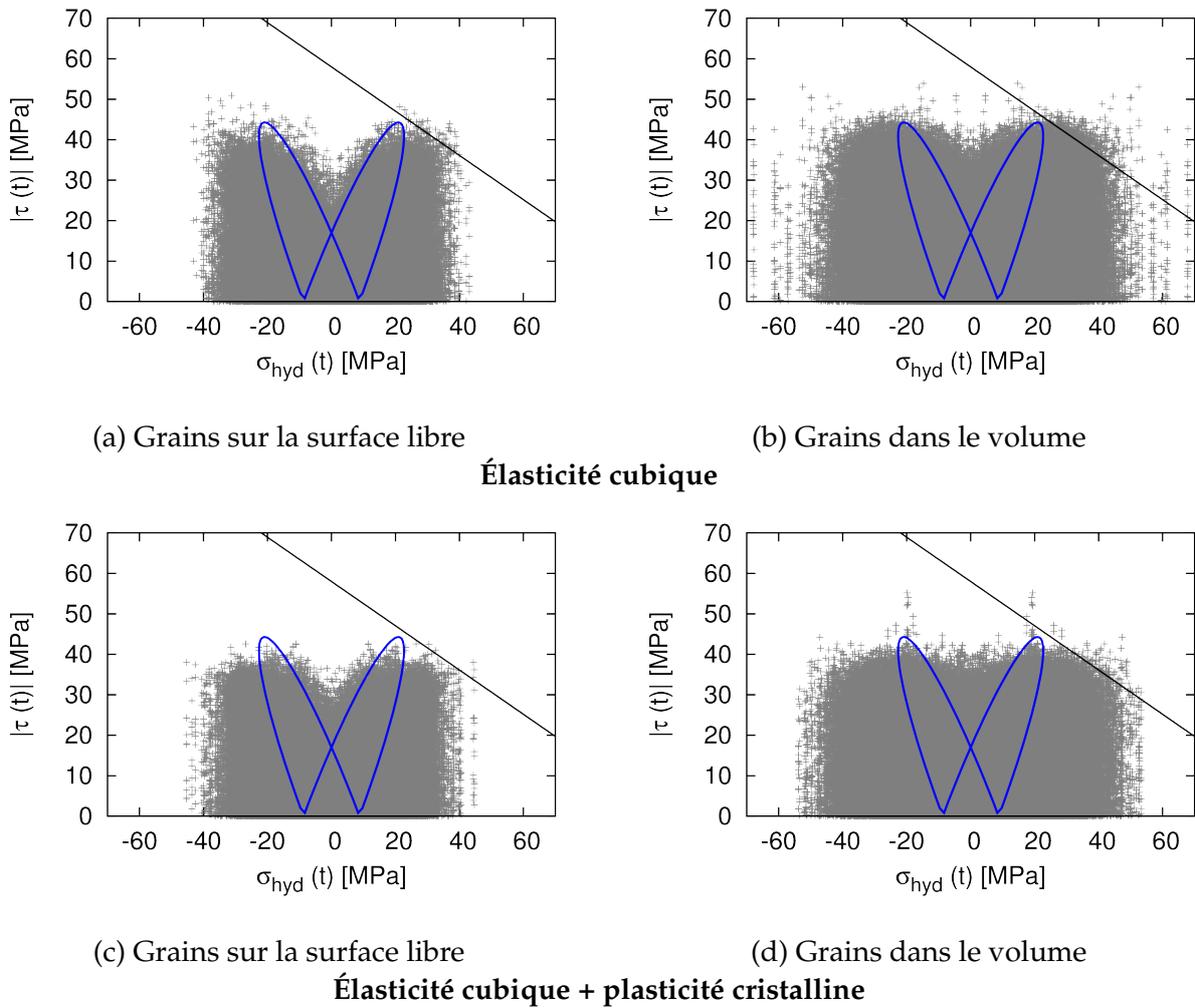


FIG. 5.14 – Critère de Dang Van à l'échelle macroscopique (en bleu) et à l'échelle mésoscopique (en gris) sous chargement de traction-torsion combinée avec $\sigma_a = 68$ MPa, $\sigma_a/\tau_a = 2$, $\beta = 45^\circ$, $R=-1$. Le seuil médian macroscopique du critère est représenté en noir.

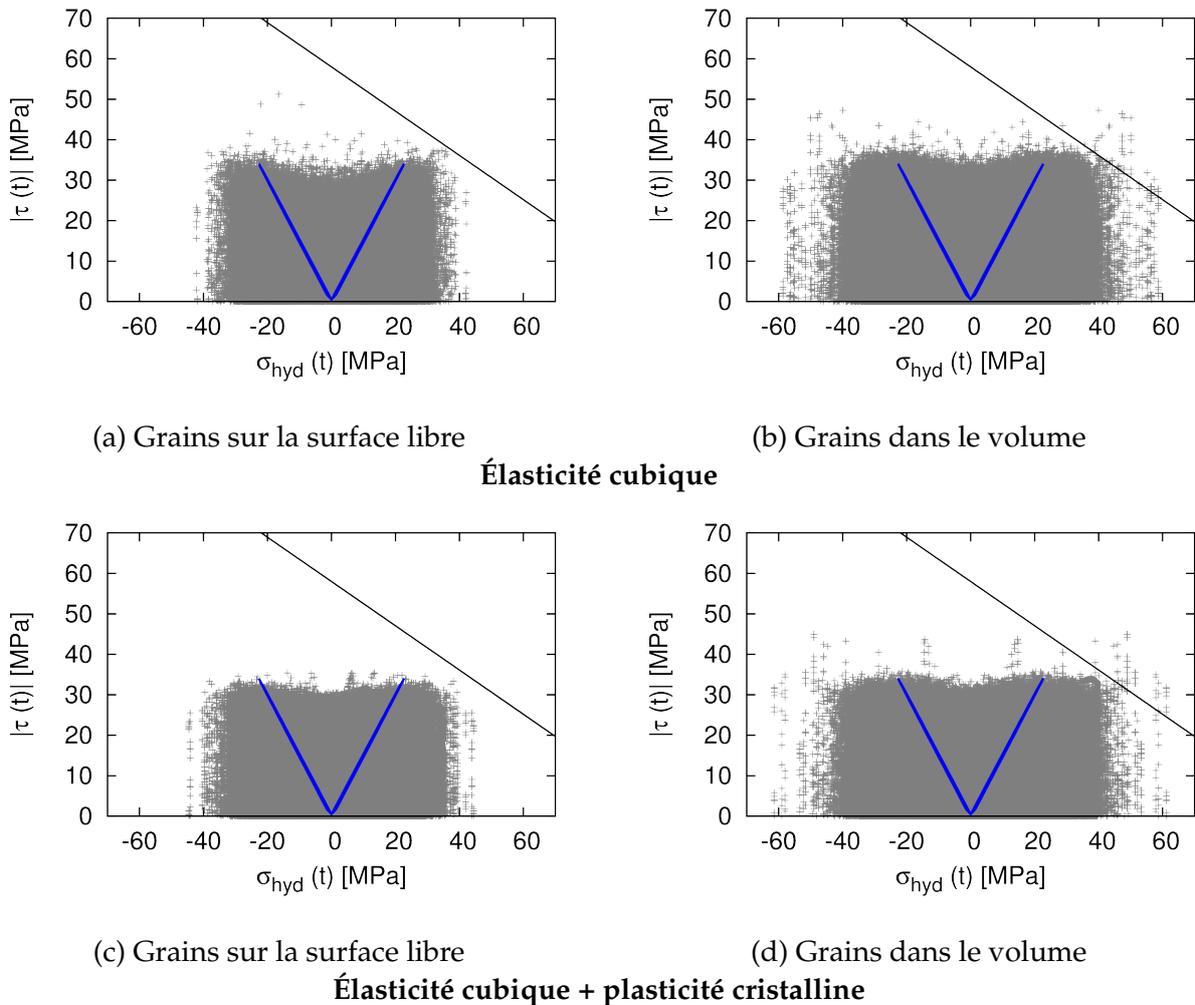


FIG. 5.15 – Critère de Dang Van à l'échelle macroscopique (en bleu) et à l'échelle mésoscopique (en gris) sous chargement de traction-torsion combinée avec $\sigma_a = 68$ MPa, $\sigma_a/\tau_a = 2$, $\beta = 90^\circ$, $R=-1$. Le seuil médian macroscopique du critère est représenté en noir.

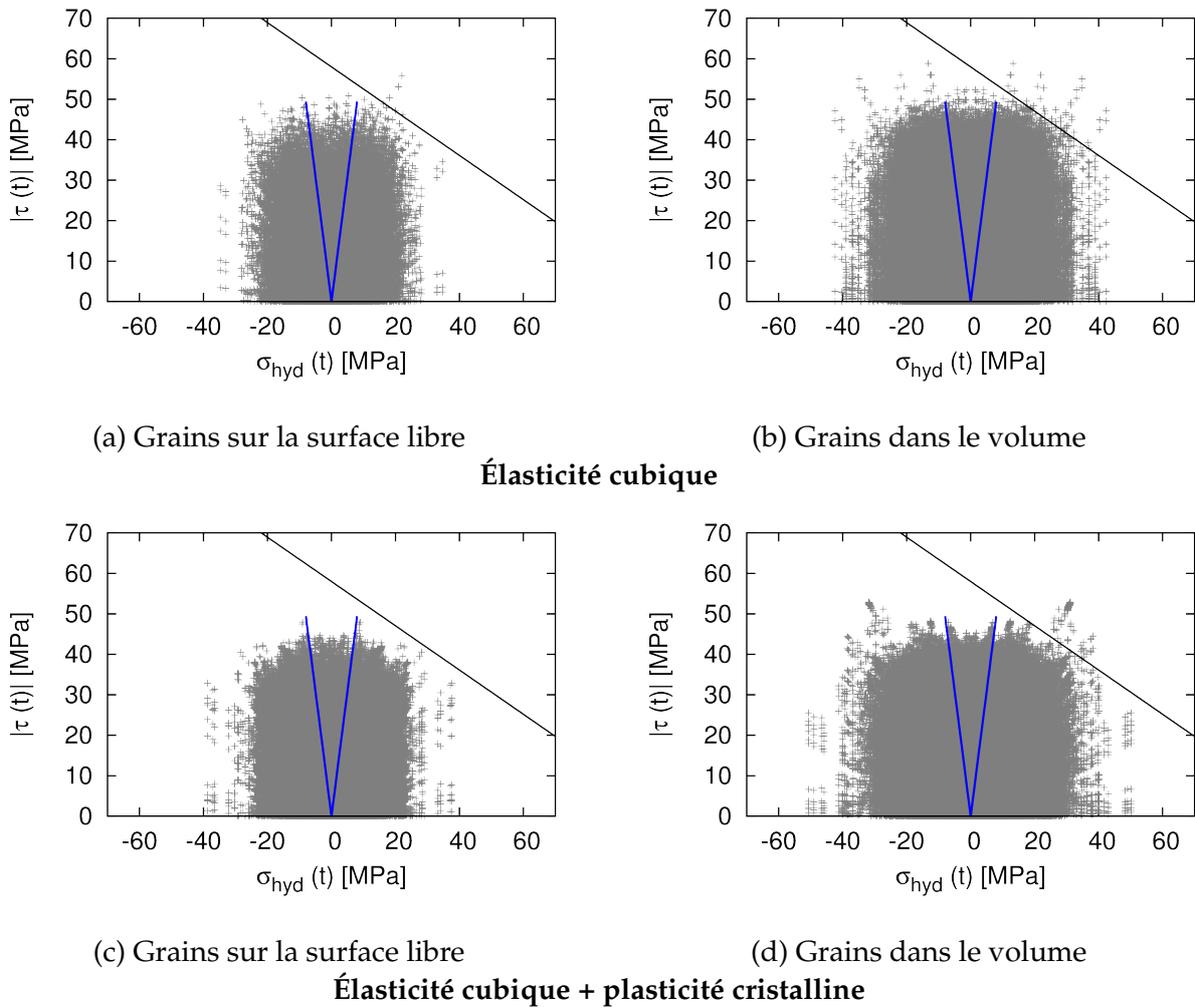


FIG. 5.16 – Critère de Dang Van à l'échelle macroscopique (en bleu) et à l'échelle mésoscopique (en gris) sous chargement de traction-torsion combinée avec $\sigma_a = 24$ MPa, $\sigma_a/\tau_a = 0.5$, $\beta = 0^\circ$, $R=-1$. Le seuil médian macroscopique du critère est représenté en noir.

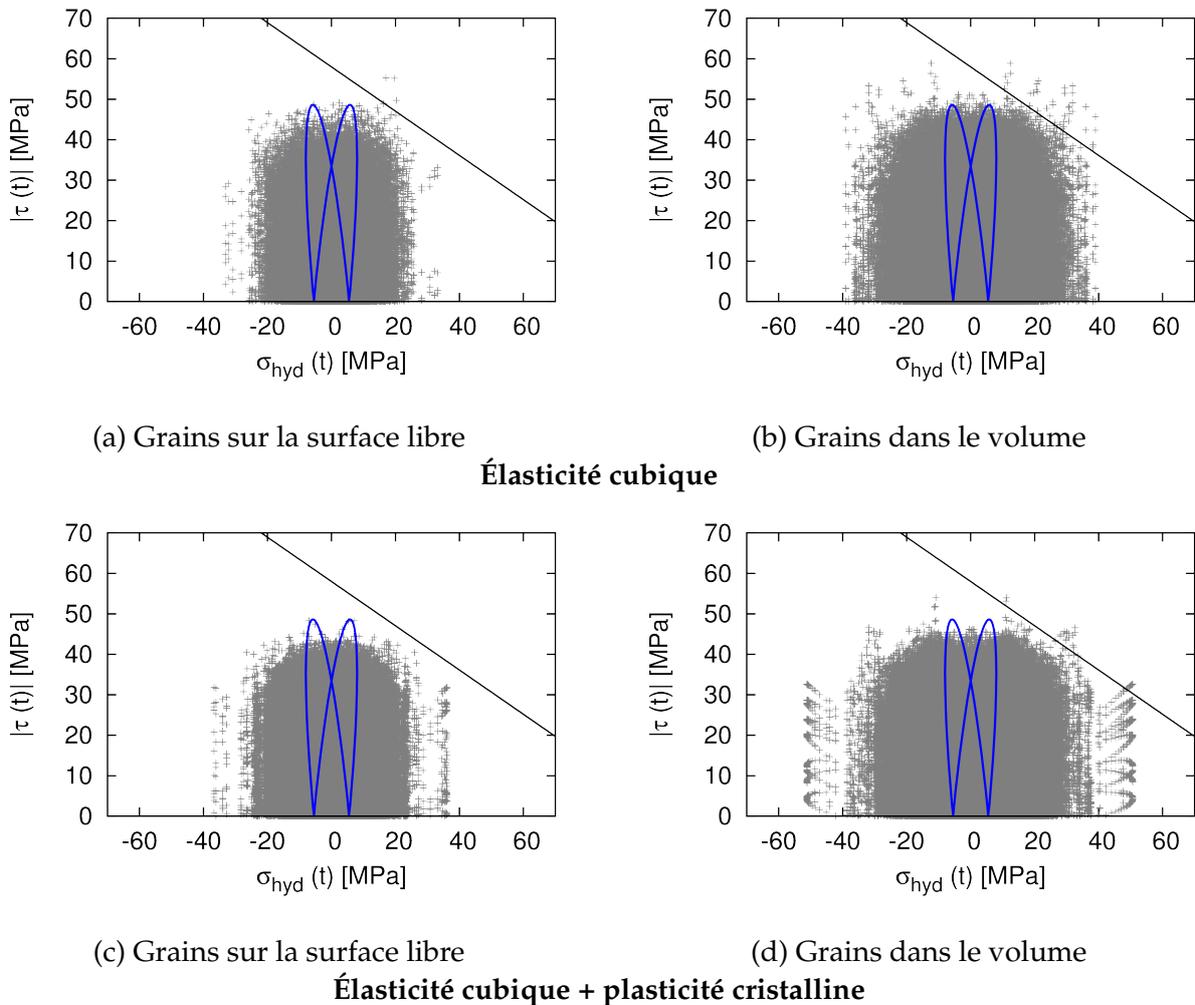


FIG. 5.17 – Critère de Dang Van à l'échelle macroscopique (en bleu) et à l'échelle mésoscopique (en gris) sous chargement de traction-torsion combinée avec $\sigma_a = 24$ MPa, $\sigma_a/\tau_a = 0.5$, $\beta = 45^\circ$, $R=-1$. Le seuil médian macroscopique du critère est représenté en noir.

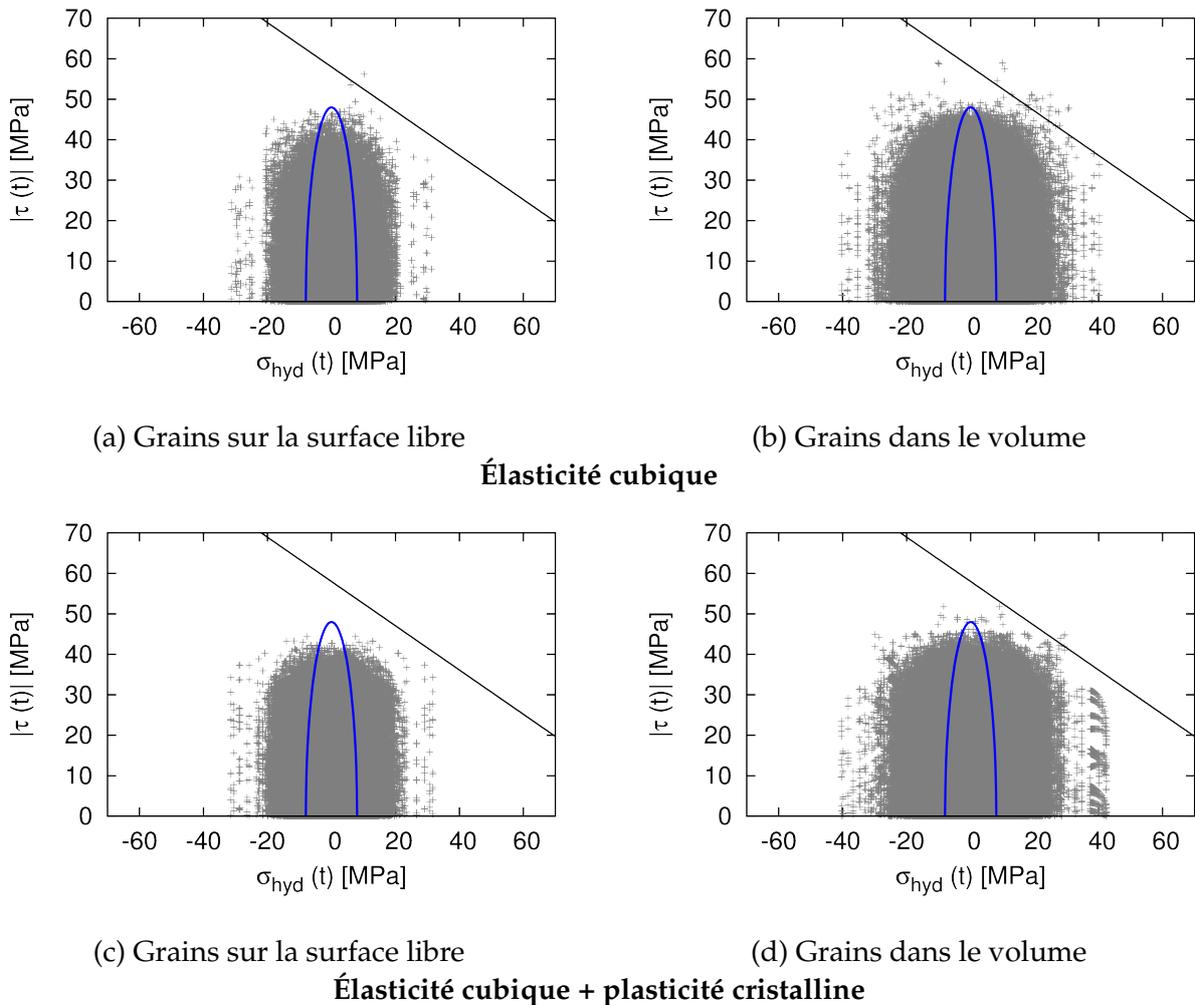
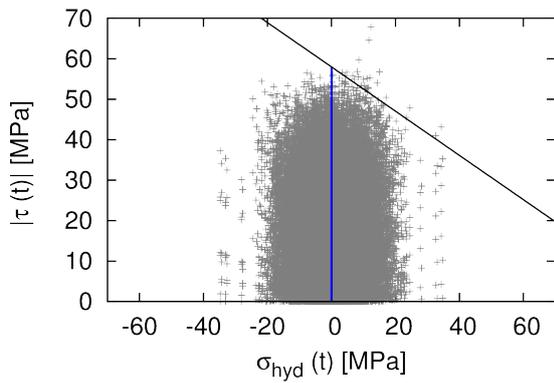
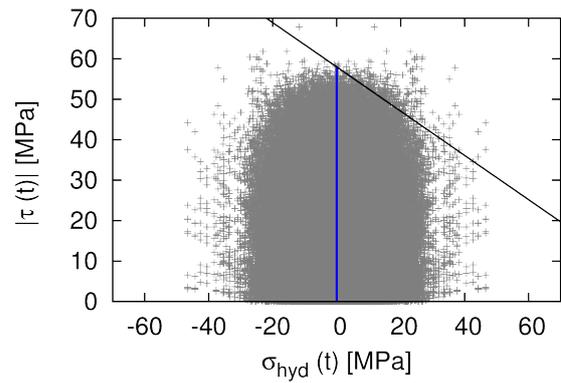


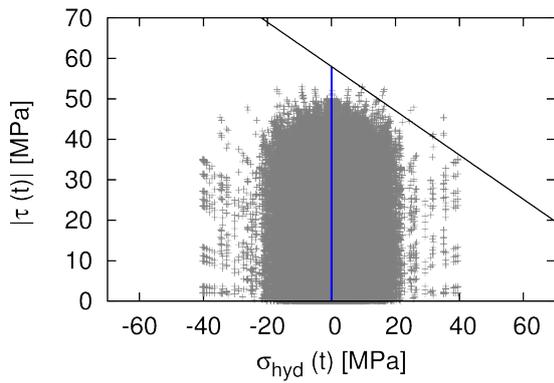
FIG. 5.18 – Critère de Dang Van à l'échelle macroscopique (en bleu) et à l'échelle mésoscopique (en gris) sous chargement de traction-torsion combinée avec $\sigma_a = 24$ MPa, $\sigma_a/\tau_a = 0.5$, $\beta = 90^\circ$, $R=-1$. Le seuil médian macroscopique du critère est représenté en noir.



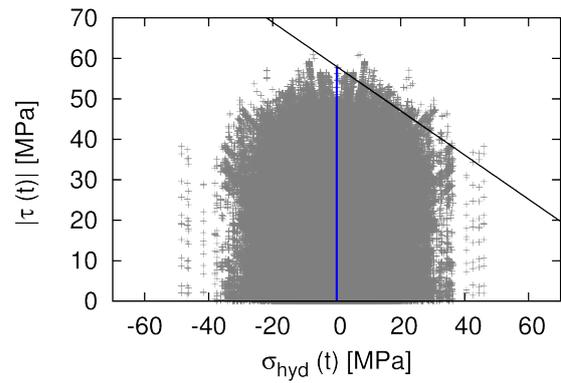
(a) Grains sur la surface libre



(b) Grains dans le volume

Élasticité cubique

(c) Grains sur la surface libre



(d) Grains dans le volume

Élasticité cubique + plasticité cristalline

FIG. 5.19 – Critère de Dang Van à l'échelle macroscopique (en bleu) et à l'échelle mésoscopique (en gris) sous chargement de torsion simple avec $\tau_a = 58$ MPa, $R=-1$. Le seuil médian macroscopique du critère est représenté en noir.

- Bien que le critère de Dang Van soit vérifié macroscopiquement, les états de contrainte locaux plus importante induisent un dépassement du seuil du critère.
- L'anisotropie élastique joue un rôle prépondérant. Les chargements appliqués étant de faibles intensité (cf. HCF), le rôle de l'élasticité cubique est plus important que celui de la plasticité cristalline qui semble être du second ordre. La plasticité induit une diminution des niveaux de cisaillement avec très peu d'effet sur la contrainte hydrostatique.
- La surface libre induit une légère chute de la contrainte hydrostatique et au cisaillement par rapport au volume de microstructure. Ceci semble confirmer les travaux de [Guilhem, 2012] qui ont montré l'effet notable de la surface sur la dispersion des grandeurs mécaniques ($\sum \gamma_{cum}, \sigma_{eq}$) sur les grains en contact avec la surface libre.
- La contrainte hydrostatique est plus importante dans le volume de la microstructure. Ceci a été expliqué par le fait que les grains sont plus confinés dans le volume et l'effet de voisinage est plus important qu'en surface.

Les grains critiques de la microstructure (dans lesquels les fissures sont susceptibles de s'amorcer) au sens du critère de Dang Van sont issus d'une combinaison des effets de la contrainte hydrostatique et de la cission résolue. Ces grains sont ceux qui maximisent les indicateurs de fatigue au sens du critère de fatigue utilisé (ici I_{DV} au sens du critère de Dang Van). Nous proposons dans la suite, une analyse des valeurs extrêmes de I_{DV} .

5.7 Application de la théorie des valeurs extrêmes

La théorie de la probabilité des valeurs extrêmes (VE), présentée dans le chapitre 1, est brièvement rappelée ici.

5.7.1 Rappel de la théorie des extrêmes

Soit X une variable aléatoire de fonction de distribution $F_X(x)$. Les n valeurs extrêmes de cette variable X peuvent être définies comme suit :

$$Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (5.16)$$

La fonction de distribution de Y_n est définie de la manière suivante :

$$F_{Y_n}(x) \equiv P(Y_n \leq x) = P(X_1 \leq x, X_2 \leq x, \dots, X_n \leq x) \quad (5.17)$$

Si nous supposons que X_1, X_2, \dots, X_n sont statistiquement indépendantes et distribuées identiquement :

$$F_{X_1}(x) = F_{X_2}(x) = \dots = F_{X_n}(x) = F_X(x) \quad (5.18)$$

Alors, la fonction de probabilité cumulée F_{Y_n} est reliée à F_X par :

$$F_{Y_n}(x) = [F_X(x)]^n \quad (5.19)$$

La fonction de densité de probabilité f_{Y_n} correspondant à la fonction de probabilité cumulée F_{Y_n} peut être exprimée comme :

$$f_{Y_n}(x) = n [F_X(x)]^{(n-1)} f_X(x) \quad (5.20)$$

5.7.2 Représentativité des calculs

Comme nous l'avons dit précédemment, pour chaque calcul, un VES contenant 200 grains est utilisé. Les fonctions de distribution des probabilités cumulées des valeurs extrêmes (cf. eq (5.19)) et de densité des probabilités (cf. eq (5.20)) sont décalées vers les valeurs élevées de x lorsque la

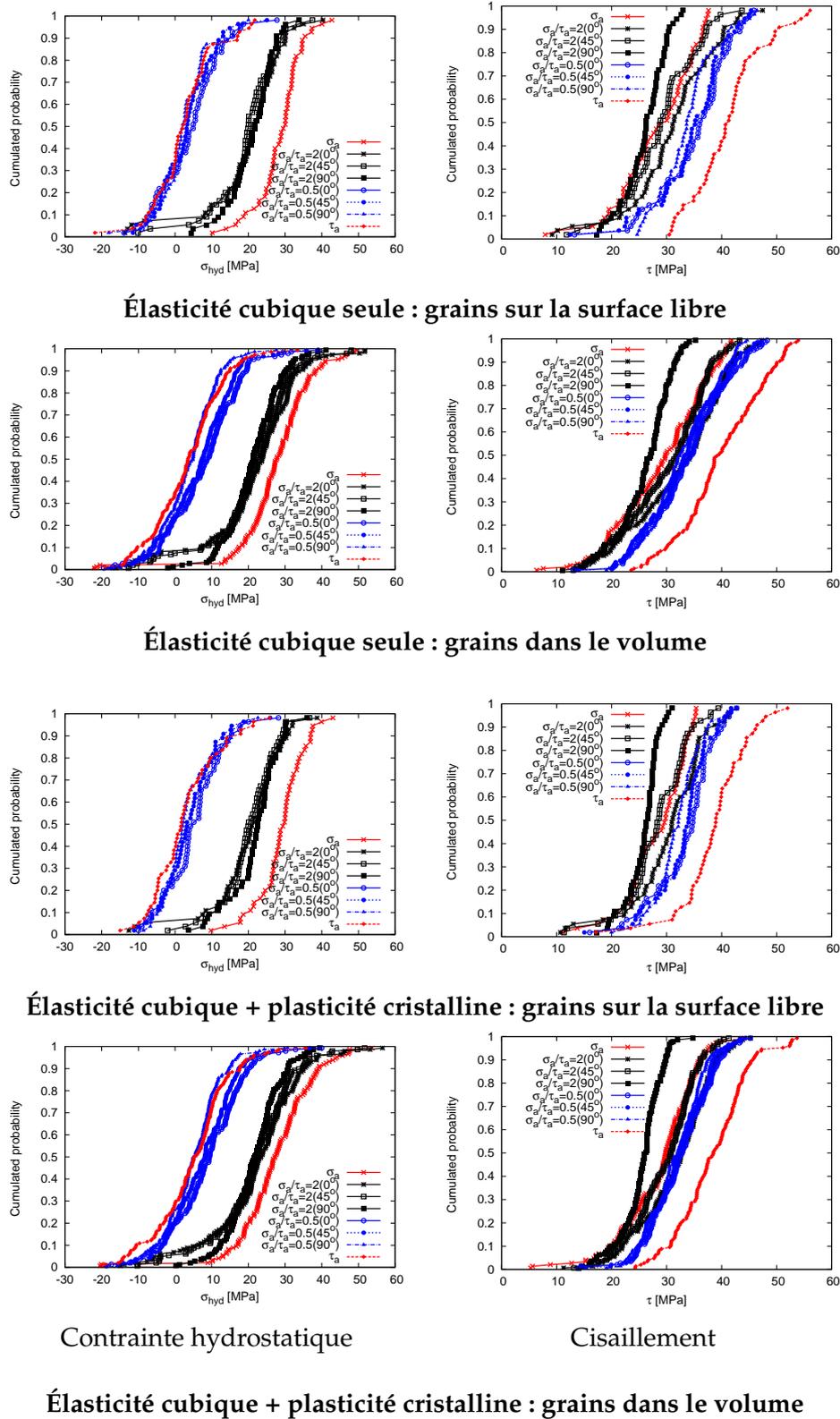


FIG. 5.20 – Distribution des contraintes hydrostatique et de cisaillement dans les grains situés sur la surface libre et ceux dans le volume de l'agrégat pour une même morphologie et orientation des grains. (σ_{hyd} et τ) sont représentés à l'instant du cycle où I_{DV} est maximal.

taille de la population des valeurs extrêmes augmente (ie. n plus grand). Ceci a été montré dans [Przybyla, 2010]. En effet, on considère une fonction de distribution de probabilité de la forme :

$$F_X(x) = 1 - \exp(-\lambda x) \quad (5.21)$$

et la fonction de densité des probabilités correspondante est, après dérivation :

$$f_X(x) = \lambda \exp(-\lambda x), \text{ avec } x \geq 0 \quad (5.22)$$

Ainsi on a :

$$F_{Y_n}(x) = [1 - \exp(-\lambda x)]^n \quad (5.23)$$

$$f_{Y_n}(x) = n \exp(-\lambda x) [1 - \exp(-\lambda x)]^{(n-1)} \quad (5.24)$$

Ces fonctions sont représentées sur la figure 5.21 et la figure 5.22 avec $\lambda = 1$. On observe que ces fonctions définies par les équations (5.23) et (5.24) convergent vers une distribution limite appelée distribution asymptotique lorsque la taille n de la population des valeurs extrêmes devient grande. La forme asymptotique de la distribution des valeurs extrême a été proposée par [Cramer, 1946] puis reprise par [Przybyla, 2010]. Cette forme asymptotique est établie lorsque $n \rightarrow \infty$. En utilisant cette méthode, la distribution asymptotique des valeurs extrêmes des fonctions définies par les équations (5.19) et (5.20) s'écrivent comme :

$$F_{Y_n}(x) = \exp[-n \exp(-\lambda x)] \quad (5.25)$$

$$f_{Y_n}(x) = n \lambda \exp(-\lambda x) \exp[-n \exp(-\lambda x)] \quad (5.26)$$

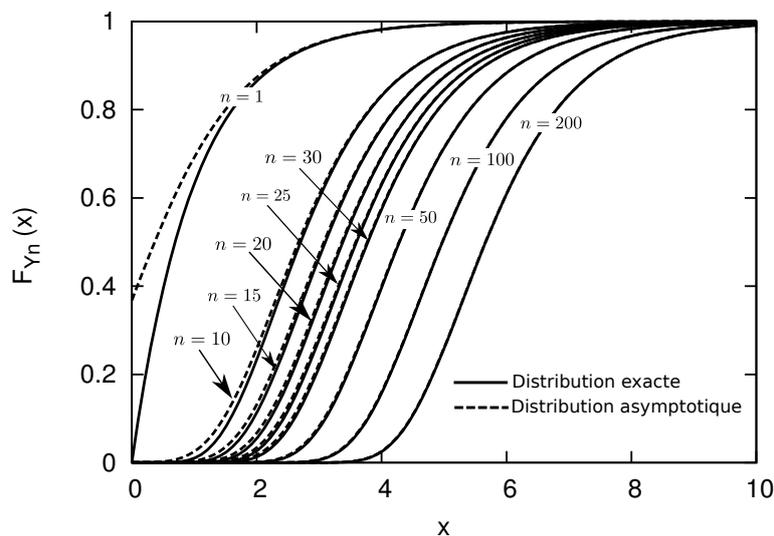


FIG. 5.21 – Distributions exacte et asymptotique de la probabilité cumulée des valeurs extrêmes pour différentes valeurs de la taille n de la population des valeurs extrêmes de la variable x étudiée.

On peut remarquer qu'à partir de $n = 20$, la taille de la population est suffisante pour décrire correctement la distribution statique au sens des valeurs extrêmes de la variable étudiée. A partir de

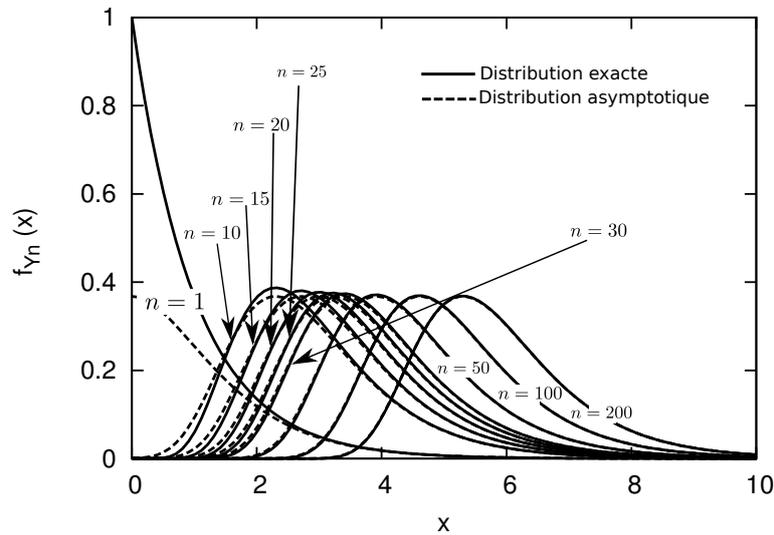


FIG. 5.22 – Distributions exacte et asymptotique de la densité de probabilité des valeurs extrêmes pour différentes valeurs de la taille n de la population des valeurs extrêmes de la variable x étudiée.

cette valeur de n , la distribution des valeurs extrêmes est donc stable. Dans cette étude, la variable étudiée est le FIP, I_{DV} , définie par l'équation (5.15). Ainsi, $n \geq 20$ valeurs extrêmes de I_{DV} ont été utilisées correspondant à au moins 20 calculs pour chaque cas de chargements en élasticité cubique + plasticité cristalline. En élasticité cubique seule, 30 calculs ont été réalisés pour chaque cas de chargement. En raison des difficultés de convergence des calculs induites par la plasticité, nous n'avons pas pu obtenir le même nombre total de calculs pour les 2 modèles de comportement mécanique. Au total, plus de 160 calculs ont été réalisés en élasticité cubique + plasticité cristalline et plus de 240 calculs en élasticité cubique seule pour les 8 différents chargements étudiés.

5.7.3 Analyses des valeurs extrêmes

Fonction de distribution des extrêmes généralisée

La distribution des valeurs extrêmes généralisée (GEV) proposée par [Jenkinson, 1955] a été utilisée dans cette étude. La définition de cette fonction (cf. chapitre 1) est rappelée ci dessous :

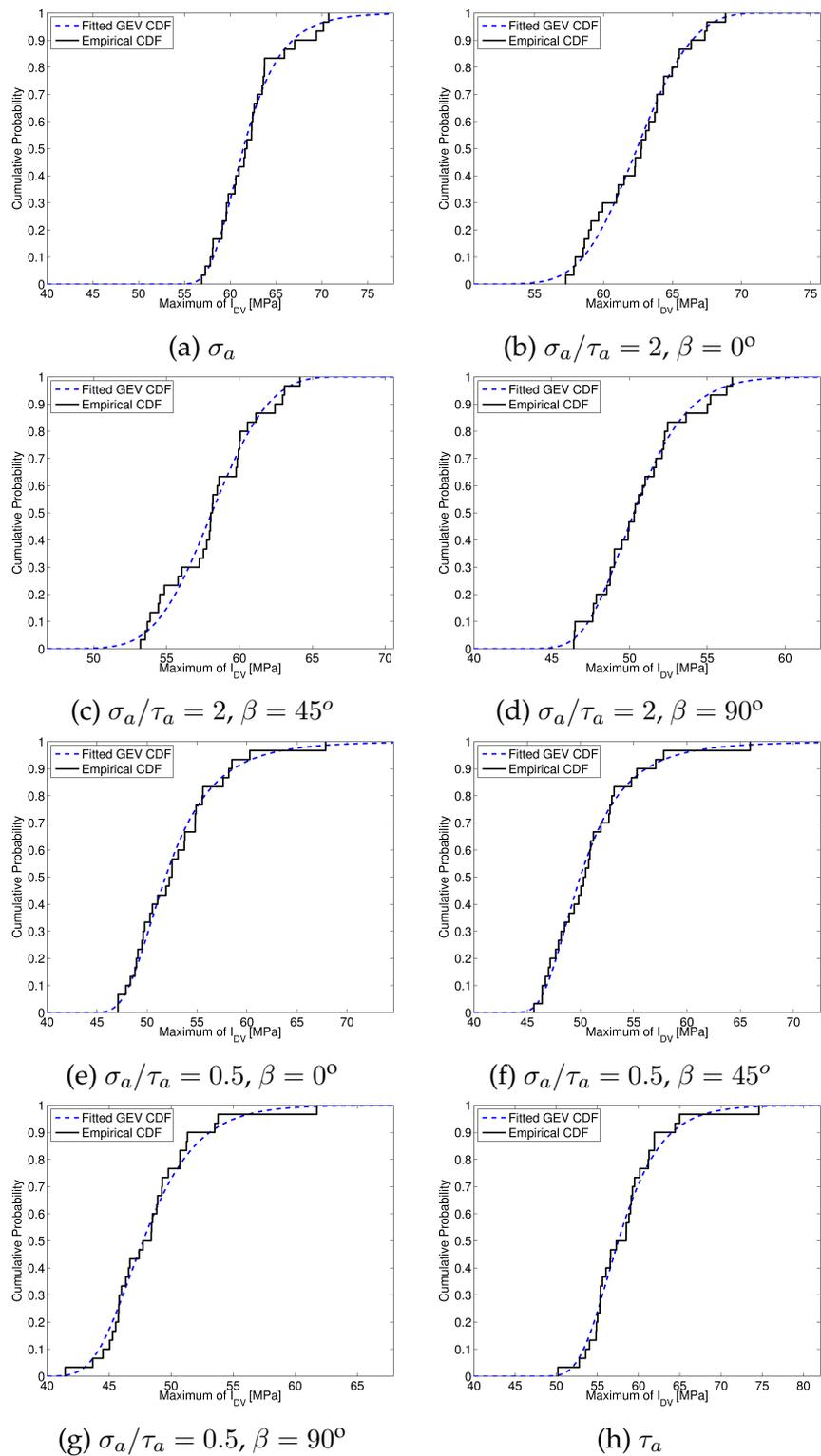
$$GEV : G_{\xi}(x) = \begin{cases} \exp\left(- (1 + \xi x)^{-\frac{1}{\xi}}\right) & \text{si } \xi \neq 0, \forall x / 1 + \xi x > 0 \\ \exp(-\exp(-x)) & \text{si } \xi = 0 \end{cases} \quad (5.27)$$

Le signe de l'indice extrême ξ renseigne sur le type de la loi asymptotique du maximum. Ceci permet de choisir le type de distribution des valeurs extrêmes le mieux à même de traduire les distributions calculées et non choisir a priori un type de fonction donné (ceci sera discuté dans la section 5.7.4).

- $\xi = 0 \Rightarrow$ Type Gumbel
- $\xi > 0 \Rightarrow$ Type Fréchet
- $\xi < 0 \Rightarrow$ Type Weibull

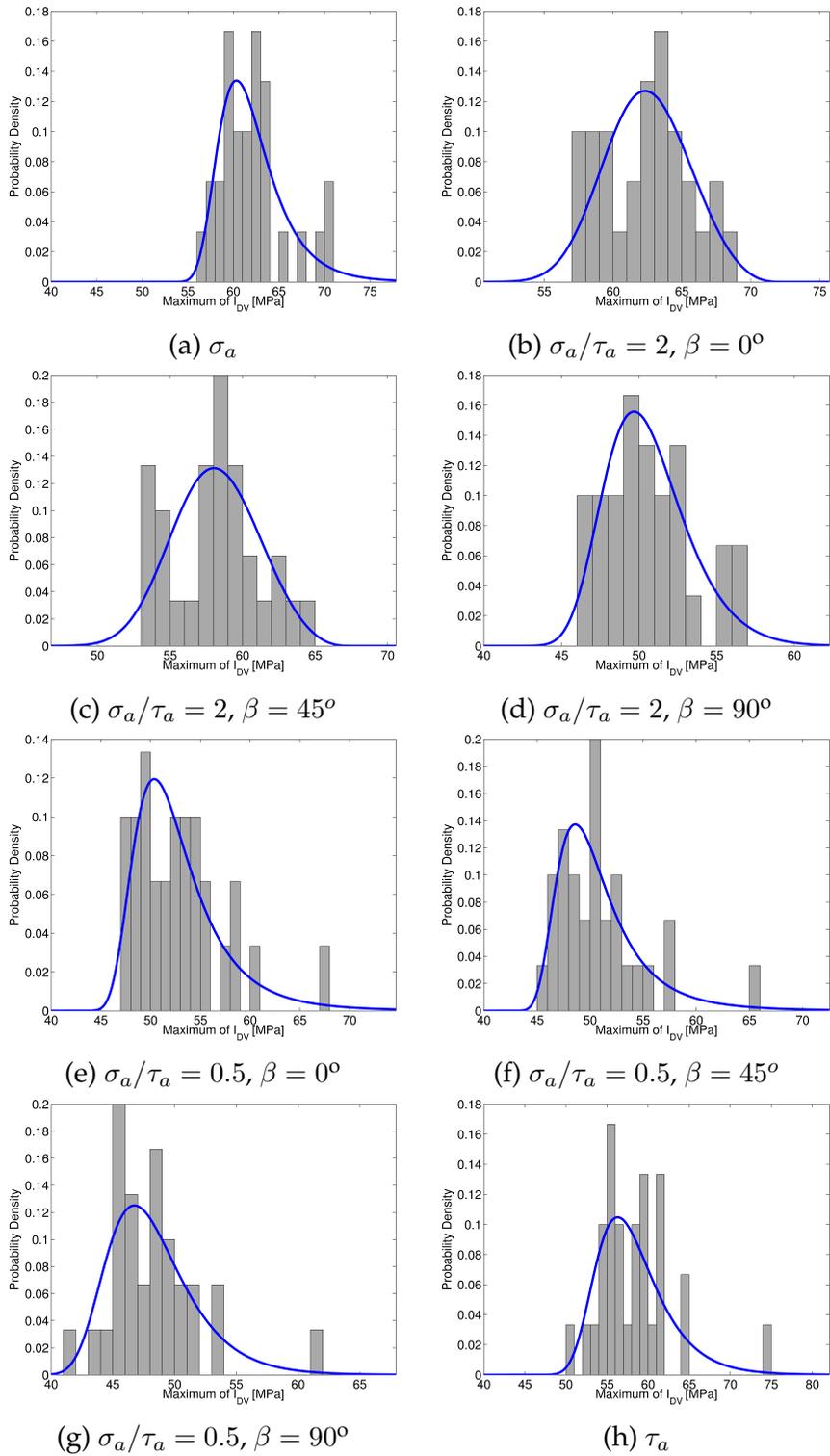
Applications

Sur les figures 5.23 et 5.24, sont représentées respectivement les fonctions de probabilité cumulée et les fonctions de densité de probabilité correspondante illustrant des exemples de d'ajustement avec la méthode GEV. Dans le cas de l'élasticité cubique + plasticité cristalline, le fitting GEV est présenté dans l'annexe E. Les densités de probabilité sont inférieures à 0.2 pour tous les chargements. Les distributions théoriques (cf. figure 5.22) dans ce domaine sont concordantes avec la distribution asymptotique pour le nombre de calculs ($n \geq 20$) réalisés pour chaque chargement.



Élasticité cubique : grains sur la surface libre

FIG. 5.23 – Ajustement ("Fitted") avec la GEV des valeurs extrêmes de I_{DV} . Représentation de la fonction de probabilité cumulée dans le cas de l'élasticité cubique pour les grains de la surface libre.



Élasticité cubique : grains sur la surface libre

FIG. 5.24 – Ajustement ("Fitted") avec la GEV des valeurs extrêmes de I_{DV} . Représentation de la fonction de densité de probabilité dans le cas de l'élasticité cubique pour les grains de la surface libre.

Pour tous les chargements et pour les différents modèles de comportement, la fonction de probabilité cumulée et de densité de probabilité sont représentées sur les figures 5.25 et 5.26. En élasticité cubique, les distributions sont beaucoup plus étalées synonyme d'un écart-type plus important. De ce fait, les dispersions des contraintes sont plus importantes. Ceci confirme les fortes dispersions de la contrainte hydrostatique et de la cission résolue observées précédemment dans le cas de l'élasticité cubique. En ajoutant de la plasticité cristalline dans le modèle de comportement, les dispersions sont plus pointues traduisant un plus faible écart-type et donc une dispersion moins importante des contraintes à l'échelle mésoscopique.

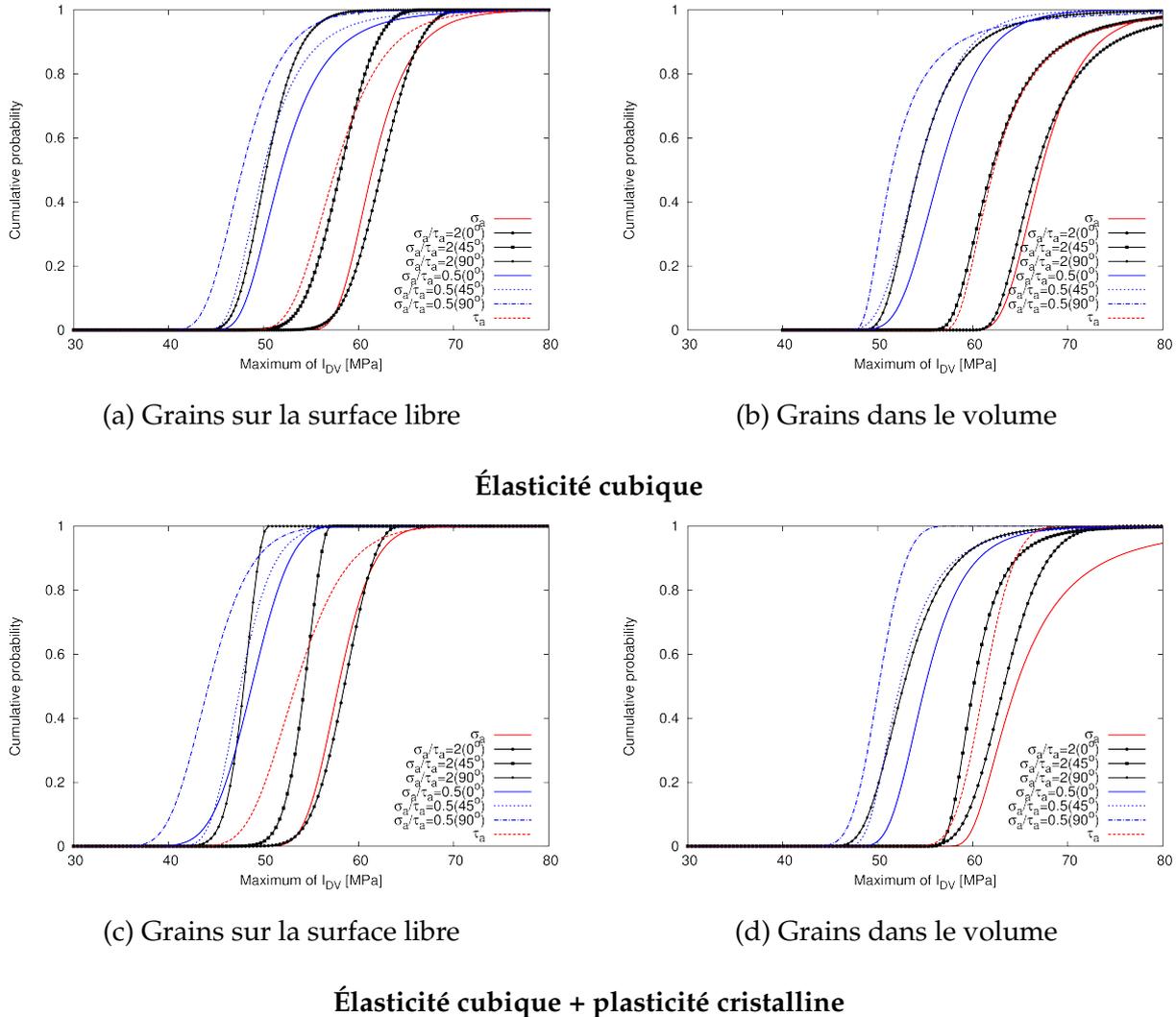
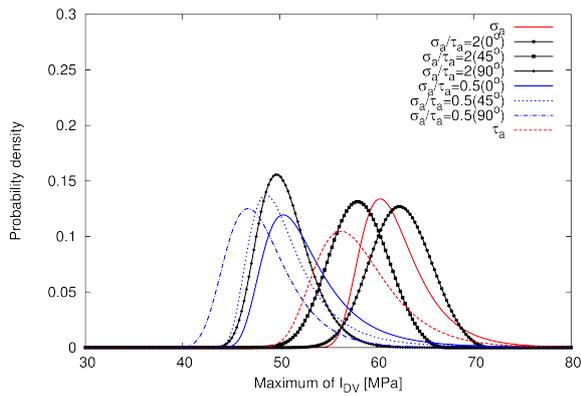


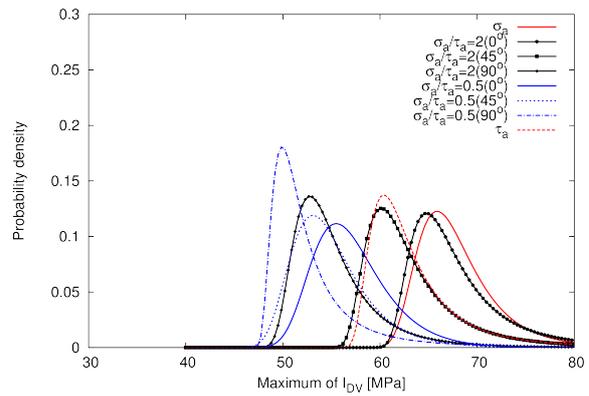
FIG. 5.25 – Probabilité cumulée des valeurs extrêmes obtenues par méthode GEV pour tous les chargements étudiés

5.7.4 Domaine d'attraction des extrêmes

Comme le montre l'équation (5.27), la valeur de l'indice des extrêmes, ξ , détermine le domaine d'attraction (type de loi asymptotique du maximum) des valeurs extrêmes étudiées. La figure 5.27 illustre les valeurs de ξ calculées à partir des contraintes équivalentes I_{DV} pour tous les chargements avec un intervalle de confiance de 99 %. On remarque que l'intervalle de tolérance de ξ contient toujours 0 pour tous les chargements étudiés. De façon générale, le domaine d'attraction de Gumbel semble correspondre à tous les chargements. Cependant, lorsqu'on considère la surface libre de la microstructure en élasticité cubique + plasticité cristalline, la valeur moyenne de ξ reste toujours

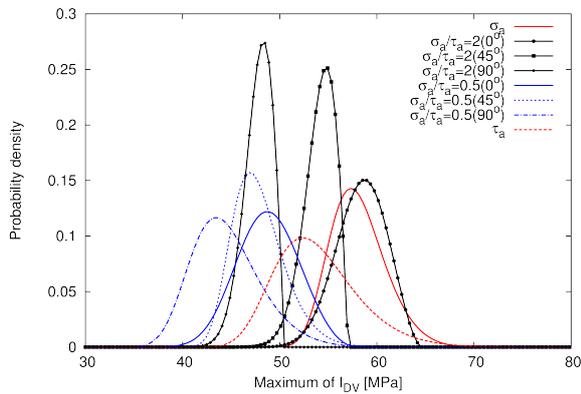


(a) Grains sur la surface libre

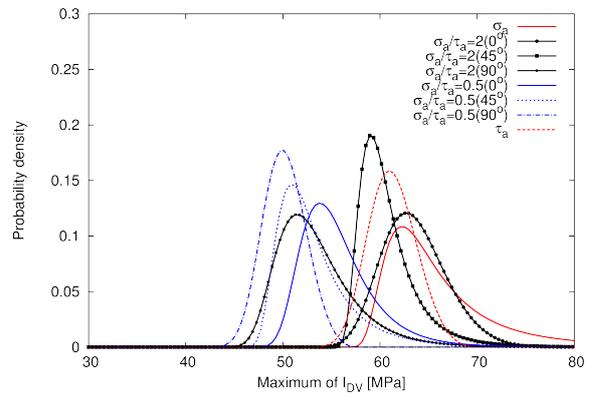


(b) Grains dans le volume

Élasticité cubique



(c) Grains sur la surface libre

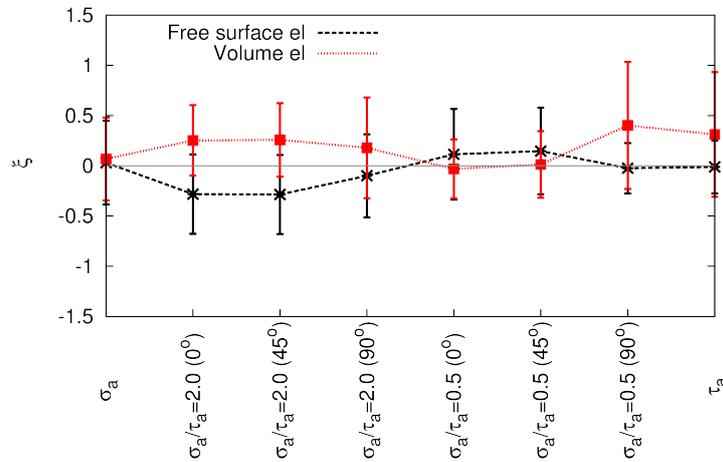


(d) Grains dans le volume

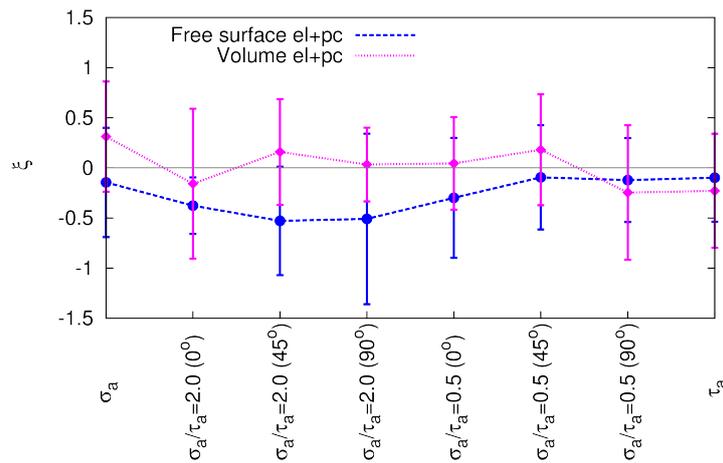
Élasticité cubique + plasticité cristalline

FIG. 5.26 – Densité de probabilité des valeurs extrêmes obtenues par méthode GEV pour tous les chargements étudiés

négative. Dans ce cas, le domaine d'attraction est proche du type Weibull. La loi de comportement modifie le domaine d'attraction des extrêmes. Aussi, si on considère les chargements séparément, on retrouve l'un ou l'autre des 3 domaines d'attraction possibles des valeurs extrêmes. Dans la suite de cette étude, seule la méthode GEV sera utilisée pour garantir le choix de type de loi asymptotique (Gumbel, Fréchet ou Weibull) pour les différents chargements suivant les valeurs de ξ .



(a) Élasticité cubique



(b) Élasticité cubique + plasticité cristalline

 FIG. 5.27 – Indice des extrêmes déterminé pour un intervalle de confiance de 99 % à l'aide des contraintes équivalentes I_{DV} pour tous les chargements.

5.7.5 Effets du chargement sur la distribution des extrêmes

Les figures 5.28 et 5.29 montrent l'effet du type de chargements sur la dispersion des valeurs extrêmes à l'échelle mésoscopique. Sur ces figures, le seuil du critère représenté en rouge correspond au seuil associé aux valeurs extrêmes. Cette droite seuil est obtenue en remplaçant le seuil médian β^{DV} ($= \tau^D$) du critère macroscopique (représenté en noir) par la médiane des valeurs extrêmes de I_{DV} . Ceci permet d'obtenir le critère correspondant à la probabilité de ruine 50 % en supposant toutefois que la pente du critère à l'échelle macroscopique reste identique à celle à l'échelle mésoscopique. Aussi, comme le critère macroscopique est identifié sur la traction ($R = -1$) et la torsion ($R = -1$), la médiane des valeurs extrêmes de I_{DV} utilisée pour le critère mésoscopique représente la moyenne des médianes obtenues pour ces 2 chargements.

En traction-torsion combinée avec un rapport de biaxialité de $\sigma_a/\tau_a = 2$, la dispersion de I_{DV} reste comparable au cas de chargement de traction ($R = -1$). Pour ce rapport de biaxialité, la composante de contrainte en traction est dominante. Lorsque $\sigma_a/\tau_a = 0.5$, la dispersion de I_{DV} est logiquement plutôt proche de la torsion simple. L'effet du déphasage est moins marqué pour les grains de la surface libre dans le cas de $\sigma_a/\tau_a = 0.5$. Par contre, pour $\sigma_a/\tau_a = 2$, un déphasage de $\beta = 90^\circ$ induit une dispersion des contraintes mésoscopiques. Dans le cas de l'élasticité cubique + plasticité cristalline, les mêmes constatations peuvent être observées sur les figures F.1 et F.1 présentées à l'annexe F.

5.7.6 Effets de la surface libre

Pour analyser les effets de la surface libre sur la distribution des valeurs extrêmes, les seuils de critère à l'échelle mésoscopique ont été comparés sur la figure 5.30. La présence de la surface libre diminue les grandeurs mécaniques (contrainte normale et cisaillement) associées au critère. En élasticité cubique, le critère macroscopique reste identique au critère mésoscopique en considérant seulement la surface libre. En volume, le critère mésoscopique est décalé vers le haut par rapport au critère macroscopique. Ce décalage est orchestré en partie par la forte variation de la contrainte hydrostatique. Les valeurs extrêmes dans le volume présentent des valeurs médianes de I_{DV} beaucoup plus élevées et sont dans les plages de plus grande contrainte hydrostatique. C'est aussi le cas en élasticité cubique + plasticité cristalline. Il faut souligner que dans ce cas, le critère mésoscopique avec la surface libre est même en dessous du critère macroscopique. Ces résultats sont confirmés par l'évolution des médianes de I_{DV} sur la figure 5.31. La médiane pour la surface libre reste en dessous de celle du volume qui reste équivalente à l'ensemble de la microstructure. Ainsi, en prenant l'ensemble de la microstructure, la distribution des extrêmes est pilotée par les grains dans le volume. Le critère ne prévoit donc pas d'amorçage de fissures potentiellement à la surface mais un peu plus au cœur ; ce qui n'est pas le cas expérimentalement en général.

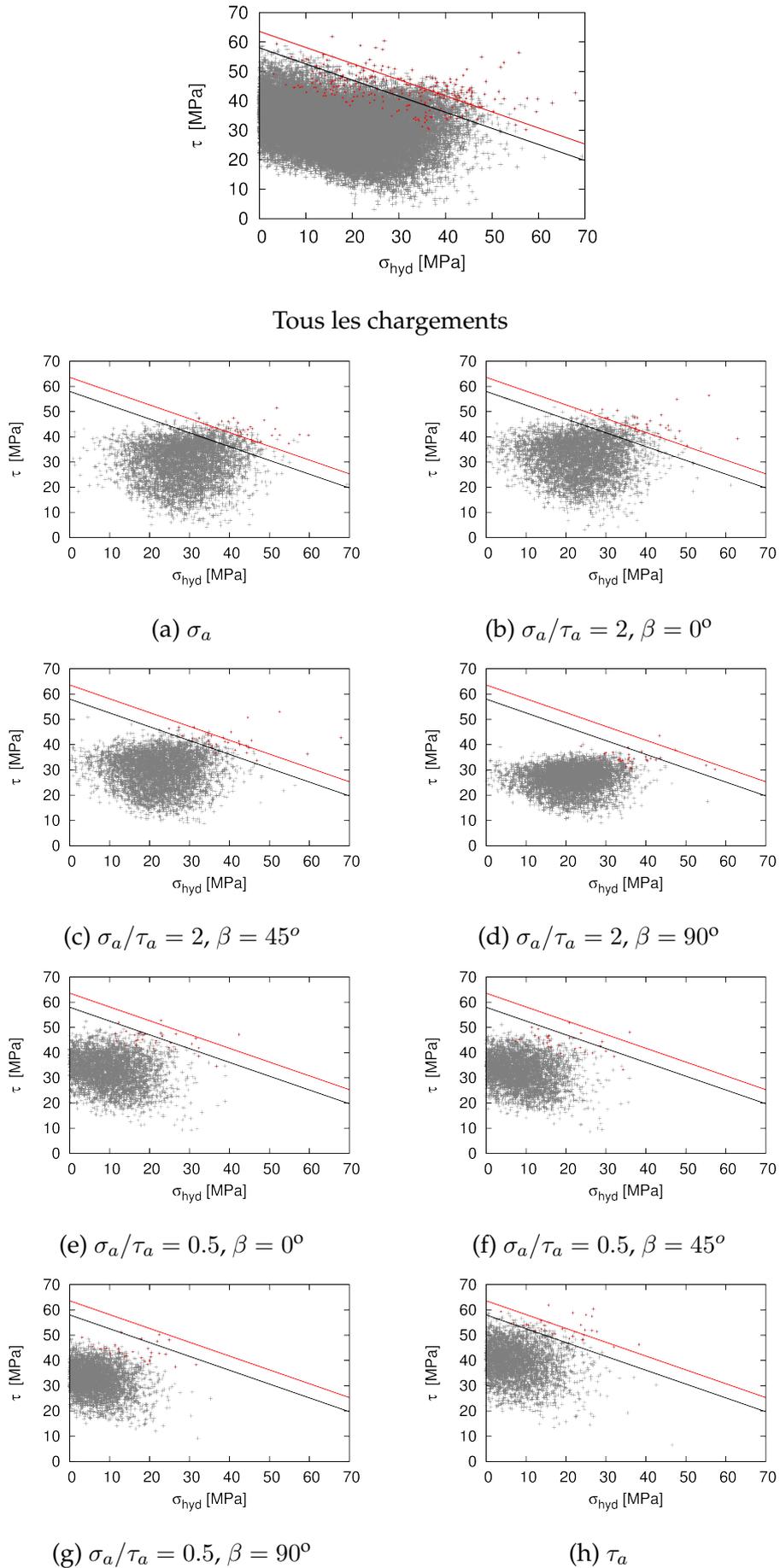


FIG. 5.29 – Effet du type de chargement sur les valeurs extrêmes en élasticité cubique sur les grains dans le volume. (σ_{hyd} et τ) sont représentés à l’instant du cycle où I_{DV} est maximal.

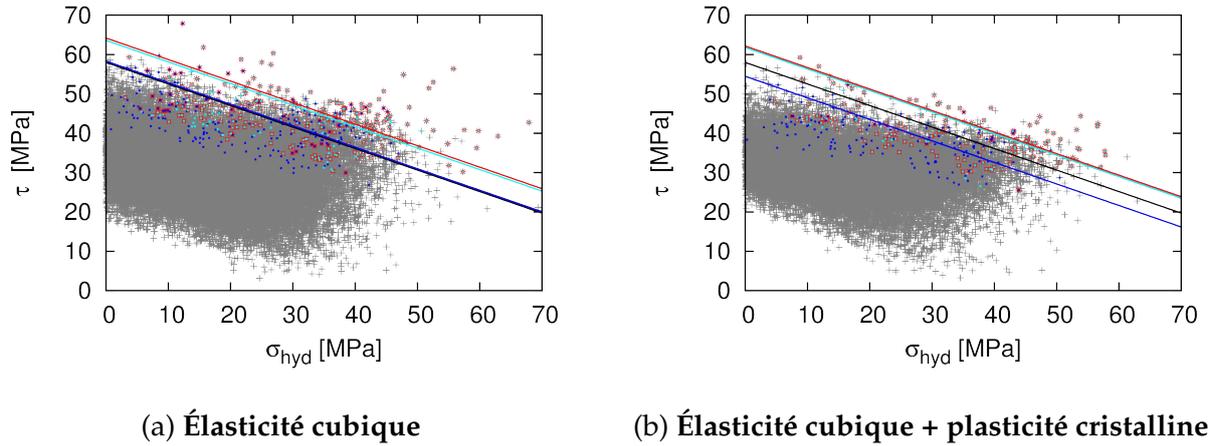


FIG. 5.30 – Comparaison des valeurs extrêmes en volume et sur la surface libre de la microstructure. Les points en "bleu foncé" correspondent aux extrêmes obtenues en considérant uniquement la surface libre. Sont représentées respectivement en "rouge" et "bleu clair", les valeurs extrêmes obtenues en considérant respectivement l'ensemble des grains de la microstructure et les grains dans le volume.

5.7.7 Effets du comportement

Les 2 modèles de comportement utilisés ont été analysés en terme de distribution des valeurs extrêmes pour les grains de la surface libre et dans le volume des microstructures calculées. Que ce soit en surface ou dans le volume, on peut remarquer sur la figure 5.32 que l'élasticité cubique seule conduit à des valeurs extrêmes plus élevées que lorsqu'elle est couplée avec de la plasticité cristalline. Ainsi, la prise en compte de la plasticité cristalline dans la loi de comportement atténue les contraintes. Cet effet est également plus important en volume (figure 5.32b) que sur la surface libre (figure 5.32a). Ceci semble provenir de l'effet de voisinage plus important dans les grains situés dans le volume que sur la surface libre. Par conséquent, les grains situés dans le volume semble être plus critique que ceux situés sur la surface libre.

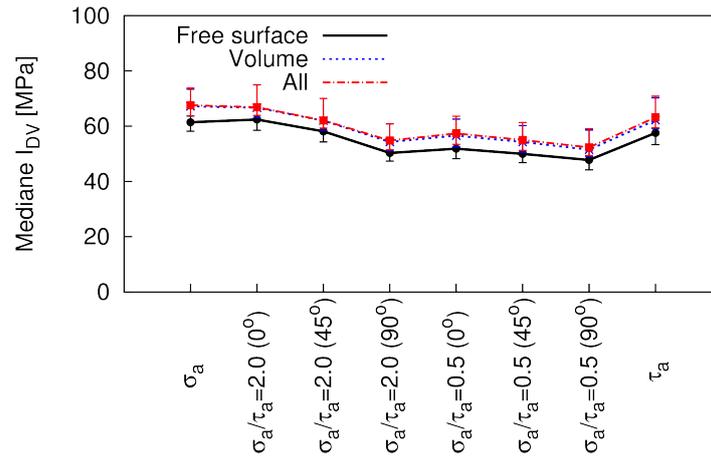
La variation de la médiane de I_{DV} entre les grains du volume et ceux sur la surface libre de la microstructure pour chaque chargement est illustrée sur la figure 5.33 pour les 2 modèles de comportement. En élasticité cubique, on remarque une variation similaire quel que soit le chargement. Ce modèle de comportement semble dégager un effet similaire sur la médiane des valeurs extrêmes de I_{DV} entre la surface libre et le volume. Nous constatons des variations plus importantes et surtout différentes suivant les chargements. L'effet du type de chargement sur les médianes de I_{DV} des grains sur la surface libre et dans le volume ressort beaucoup plus dans le cas de la plasticité cristalline.

5.8 Analyses des facteurs de Schmid effectifs locaux

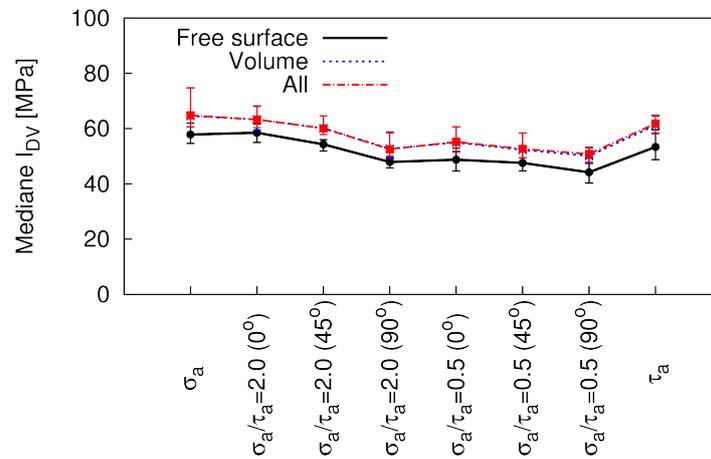
Pour les grains critiques (extrêmes) des microstructures, l'activité plastique a été analysée. Le nombre de systèmes de glissement activés dans ces grains est particulièrement intéressant à déterminer pour assurer une comparaison avec les résultats expérimentaux présentés dans le chapitre 3 (cf. section 3.3.3, figure 3.20). Ainsi, les ESF ont été calculés en utilisant la contrainte locale dans chaque grain. La définition du ESF est rappelée ici :

$$f_{eff}^s = \max_t \left\{ \frac{\tau^s(t)}{\Sigma_{eq}(t)} \right\} \quad (5.28)$$

où τ^s est la cisssion résolue sur le système de glissement s du grain et Σ_{eq} est la contrainte équivalente macroscopique de von Mises. Cette contrainte est calculée à l'échelle macroscopique pour assurer

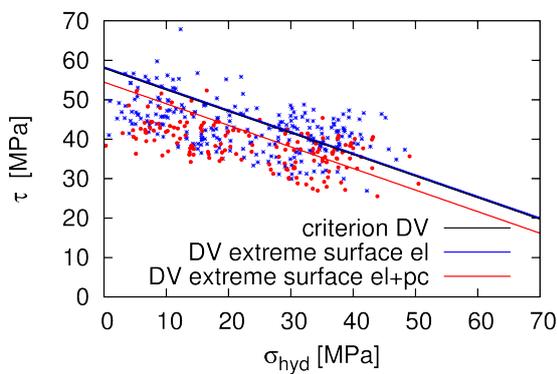


(a) Élasticité cubique

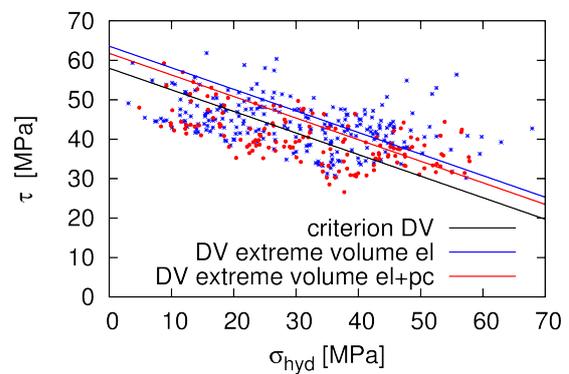


(b) Élasticité cubique + plasticité cristalline

FIG. 5.31 – Médiane de I_{DV} donnée par les valeurs extrêmes

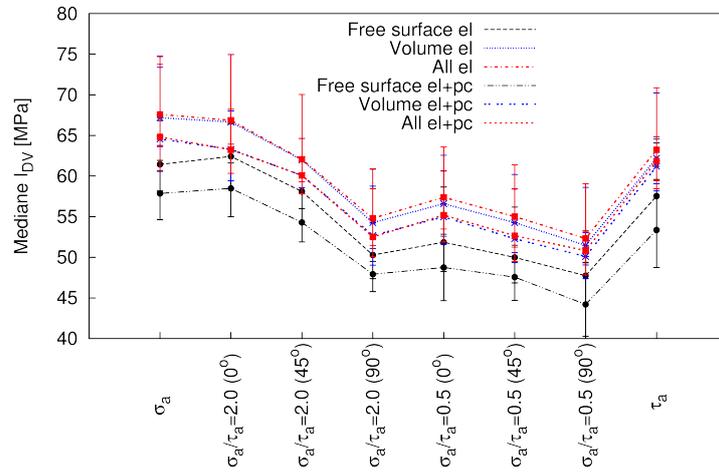


(a) Surface libre

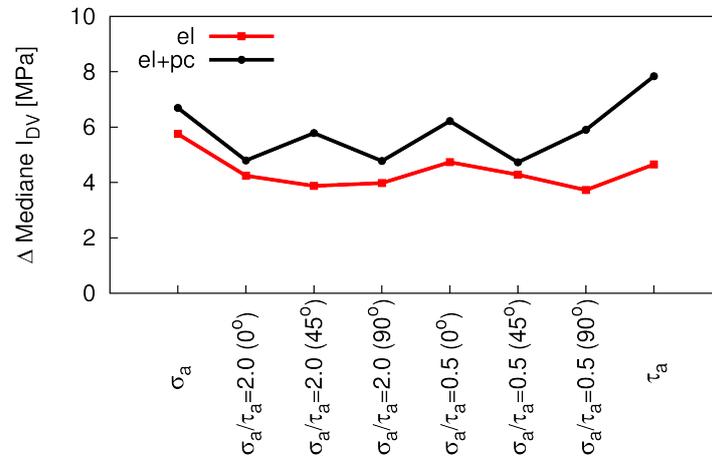


(b) Volume

FIG. 5.32 – Comparaison des valeurs extrêmes obtenues en élasticité cubique ("el") et en élasticité cubique + plasticité cristalline ("el+pc")



(a) Médianes de I_{DV}



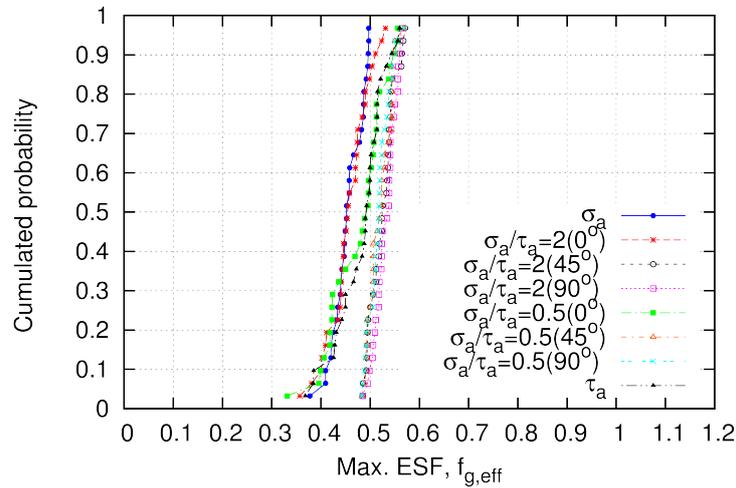
(b) Différence entre la médiane de I_{DV} des grains dans le volume et sur la surface libre

FIG. 5.33 – Comparaison des médianes de I_{DV} donnée par les valeurs extrêmes (a) et variation entre la médiane de I_{DV} pour les grains dans le volume et pour les grains de la surface libre de la microstructure (b).

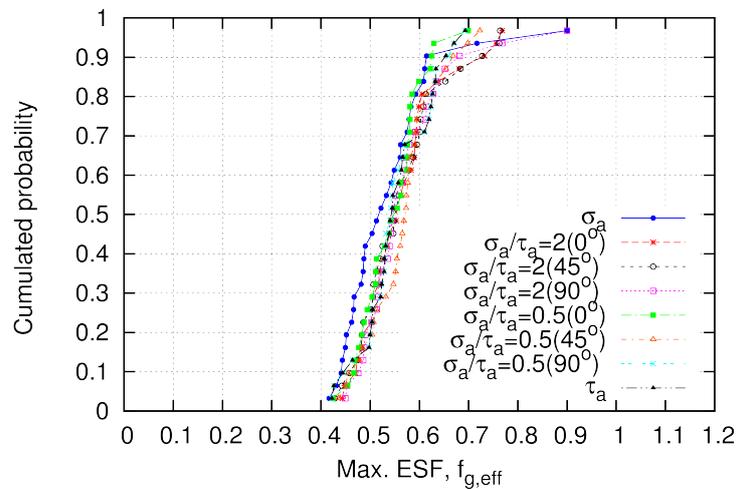
une normalisation, par la même quantité, de la cission résolue localement sur chaque système de glissement.

5.8.1 Distribution des ESF

La distribution des ESF du système de glissement primaire de chaque grain est représentée sur les figures 5.34 et 5.35 sous forme de probabilité cumulée sur tous les grains critiques au sens des valeurs extrêmes de I_{DV} .



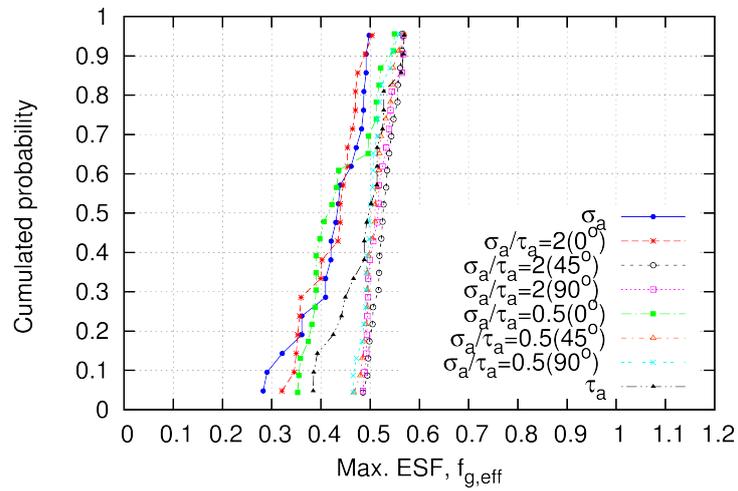
Élasticité isotrope



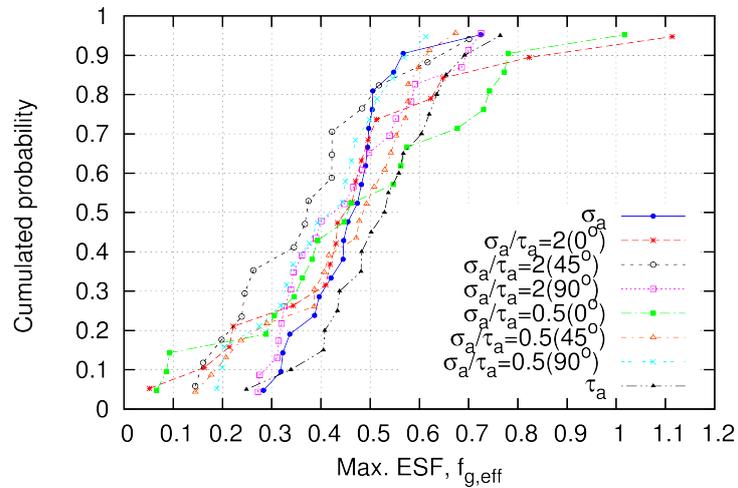
(b) Élasticité cubique

FIG. 5.34 – Distribution des ESF des systèmes de glissement primaires de l'ensemble des grains "critiques" (valeurs extrêmes de I_{DV}) sur la surface libre des microstructures en élasticité cubique.

En élasticité cubique (cf. figure 5.34), les grains critiques sur la surface libre ont tous des ESF élevés (≥ 0.4) pour le système de glissement primaire. Les ESF sont décalés vers les valeurs plus élevées par rapport au cas élastique isotrope. Le coefficient d'anisotropie pour le modèle de comportement utilisé est de $a = 2C_{1212}/(C_{1111} - C_{1122}) = 4.3$. Selon les travaux de [Sauzay, 2007, Sauzay, 2009], lorsque $a > 1$, les ESF dans le cas de la traction simple sont plutôt décalés vers les plus faibles valeurs. Dans ces travaux, les agrégats polycristallins ont été modélisés à l'aide d'une géométrie hexagonale extrudée avec une matrice homogène isotrope. Ainsi, la différence obtenue peut être liée à la modélisation géométrique 3D des grains et la prise en compte de l'effet de la surface libre. Les valeurs maximales



Élasticité isotrope



(c) Élasticité cubique + plasticité cristalline

FIG. 5.35 – Distribution des ESF des systèmes de glissement primaires de l'ensemble des grains "critiques" (valeurs extrêmes de I_{DV}) sur la surface libre des microstructures en élasticité cubique + plasticité cristalline.

de la cission résolue sur les systèmes de glissement dans les grains sont significativement influencées par la géométrie du grain ainsi que leur voisinage.

Dans le cas de la plasticité cristalline (cf. figure 5.35), les grains critiques présentent également des ESF élevés mais on note aussi des valeurs faibles (≤ 0.4), représentant un pourcentage de 15% à 50% selon les chargements. Ceci est dû au fait que les extrêmes en plasticité cristalline présentent des contraintes plus faibles par rapport à l'élasticité cubique. Cependant, localement dans certains grains, le ESF maximal est très élevé (de l'ordre de 1) traduisant une forte activité plastique.

5.8.2 Activation des systèmes de glissement

Les critères d'activation des systèmes de glissement à un seul paramètre et celui à 2 paramètres ont été appliqués pour prévoir l'activité plastique dans les grains critiques sur la surface libre. Ce critère à 2 paramètres ($\Delta f_{eff}^o, f_{g,eff}^o$; cf. equation (5.29)) traduisant les deux conditions simultanées d'activation d'un système de glissement, s , a été déjà présenté au chapitre 3. Il est résumé ici :

$$\begin{cases} \Delta f_{eff}^s = f_{g,eff} - f_{eff}^s \leq \Delta f_{eff}^o \\ f_{eff}^s \geq f_{g,eff}^o \end{cases} \quad (5.29)$$

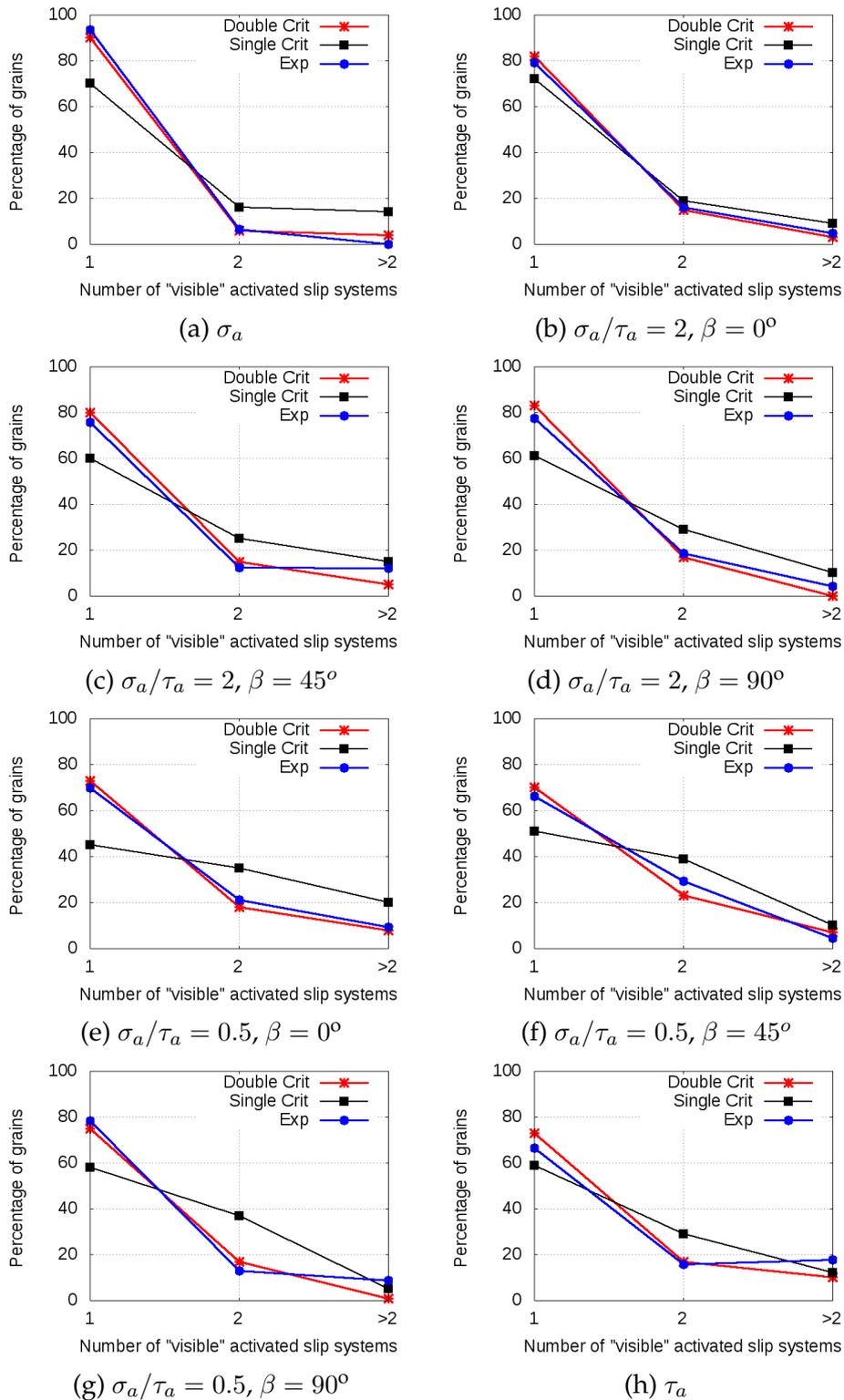
Dans le cas de l'élasticité cubique, la figure 5.36 illustre l'application de ces critères aux grains critiques. Sur cette figure, les données expérimentales sont celles de la figure 3.20 (cf. chapitre 3). L'ensemble des grains critique a été considéré ($f_{g,eff}^o = 0.42$). Il faut souligner que le nombre total de grains critiques considérés dépend du nombre total de calculs effectués et donc de la taille de la population des valeurs extrêmes. Ainsi, les analyses présentées sur la figure 5.36 ont été faites respectivement sur une trentaine et une vingtaine de grains. Les prévisions du double critère sont assez correctes dans tous les cas de chargements pour ce modèle de comportement. La valeur optimisée du paramètre $\Delta f_{eff}^o = 0.018$ reste identique à celle obtenue par le calcul analytique (isotrope) sur 1000 grains avec des orientations aléatoires (cf. chapitre 3, section 3.4). Ces résultats nous amènent à la même conclusion que dans le chapitre 3 à savoir que le critère à double paramètre donne une meilleure prévision.

En élasticité cubique + plasticité cristalline, l'activité des systèmes de glissement peut être analysée en utilisant le glissement plastique calculé sur chaque système de glissement des grains. Cette analyse n'a pas été présentée dans ce document.

5.9 Synthèse et conclusion

Dans ce chapitre, une méthode de génération de microstructure 3D semi-périodique a été présentée. Des calculs EF d'agrégats polycristallins ont été effectués sous plusieurs chargements au voisinage de la limite de fatigue médiane à 10^6 cycles du matériau (éprouvettes lisses). Différentes morphologies et orientations des grains ont été utilisées. L'analyse locale des contraintes a été faite en appliquant le critère de fatigue de Dang Van à l'échelle des grains et des systèmes de glissement. Les calculs ont été réalisés pour 2 modèles de comportement, à savoir l'élasticité cubique simple et l'élasticité cubique + plasticité cristalline. Les résultats révèlent les points suivants :

- le comportement élastique anisotrope joue un rôle primordial dans la dispersion des grandeurs mécaniques du critère de Dang Van à l'échelle mésoscopique (grains). Le rôle de plasticité semble être secondaire.
- la dispersion de la contrainte hydrostatique à l'échelle mésoscopique diffère fortement de celle à l'échelle macroscopique, mettant ainsi en défaut l'hypothèse de Taylor-Lin conduisant à une égalité de la contrainte hydrostatique aux 2 échelles.
- le critère de Dang Van révèle que le volume de l'agrégat présente des points critiques dont l'intensité de la contrainte équivalente au sens de ce critère est plus grande que celle des points critiques sur la surface libre. Les points extrêmes du critère semblent provenir beaucoup plus du volume que de la surface libre. Ce qui n'est pas constaté expérimentalement et en général



Calcul EF en élasticité cubique

FIG. 5.36 – Critère à double paramètre ("Double crit") avec $\Delta f_{eff}^o = 0.018$ optimisé et celui à un seul paramètre ("Single crit") tel que proposé par Blochwitz et al. [Blochwitz et al., 1996]. Le pourcentage de grains est calculé en tenant compte seulement des grains critiques sur la surface libre. Le modèle de comportement est élastique cubique seule.

en fatigue HCF sur des matériaux sans défaut interne.

Au travers de ces conclusions, une analyse statistique a été menée en faisant plusieurs calculs avec plusieurs microstructures et différentes configurations d'orientations des grains. La statistique des valeurs extrêmes a été utilisée pour étudier l'évolution de la contrainte équivalente (I_{DV}) au sens du critère de fatigue multiaxiale de Dang Van. L'étude sur la représentativité de la population des extrêmes a été menée et la fonction de distribution des valeurs extrêmes généralisée (GEV) a été utilisée. Il a été montré que le domaine d'attraction des extrêmes englobe la fonction du type Gumbel mais pour certains chargements, la valeur de l'indice des extrêmes ξ prête beaucoup plus à une distribution du type Weibul ou Fréchet. Cette étude montre ainsi toute l'utilité de la GEV permettant de prendre en compte les 3 types de fonctions de distribution en fonction de la valeur de ξ . L'analyse de la population des extrêmes de I_{DV} , issue de l'ensemble des calculs réalisés, nous a permis de mettre en exergue les effets du type de chargement, de la surface libre et du comportement mécanique.

Enfin, pour les grains de la surface libre, le facteur de Schmid effectif a été analysé pour les grains critiques issus de l'analyse des valeurs extrêmes de I_{DV} . On note que l'élasticité cubique conduit à des grains extrêmes ayant des ESF élevés ($f_{g,eff} \geq 0.4$ pour le système de glissement primaire) traduisant une forte activité plastique en surface ; plus importante que dans le cas de l'élasticité cubique + plasticité cristalline. L'application du critère d'activation des systèmes de glissement sur ces grains montre une bonne prévision, comparée aux résultats expérimentaux.

Ce dernier chapitre nous a permis de faire le lien avec les résultats expérimentaux présentés dans les chapitres précédents. L'analyse de la réponse mécanique des agrégats polycristallins a été axée sur le critère de Dang Van. D'autres critères de fatigue appartenant à la même famille de critère du type plan critique ont été étudiés mais non présentés dans ce manuscrit. L'application de la théorie des valeurs extrêmes en fatigue multiaxiale a été faite permettant d'étudier la variabilité de l'indicateur de fatigue multiaxiale (contrainte équivalente I_{DV} au sens du critère de Dang Van) pour différents calculs de microstructures et sous différents chargements proportionnels et non proportionnels.

CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

Le progrès a encore des progrès à faire.
Philippe Meyer
Extrait du Les Progrès du progrès

Ce manuscrit a présenté les travaux effectués sur les mécanismes d'amorçage de fissures et les approches de modélisation multi-échelle des processus mis en jeu par ces mécanismes sous des chargements complexes, dans le domaine de la fatigue à grande durée de vie (10^6 cycles). Nous résumons ci-après quelques résultats importants obtenus dans le cadre de ces travaux. Puis, quelques perspectives sont proposées pour dégager des pistes d'élargissement et d'approfondissement.

Résultats importants

Un large travail d'observation a été réalisé et a permis d'analyser les systèmes de glissements activés en fatigue à grand nombre de cycles sous chargements complexes à des niveaux de contraintes proches de la limite de fatigue du matériau à 10^6 cycle.

Au niveau de contrainte seuil d'apparition des PSB, les observations MEB et optiques nous ont permis de mettre en évidence que la répartition des modes d'apparition des PSB (intragranulaire (IG) ou aux joints de grains (GB)) n'est pas ou peu sensible au type de chargement. Cette répartition est de l'ordre de 60% IG et de 40 % GB. Le développement de la micro-plasticité à plus haut niveau de contrainte (niveau proche de la limite d'endurance à 10^6 cycles) est par contre lié au type de sollicitation, les chargements à faible taux de biaxialité favorisant l'apparition de PSB aux joints de grains.

Les observations ont également mis en évidence que, pour le matériau étudié les chargements multiaxiaux induisent un développement de la plasticité beaucoup plus important que sous chargement uniaxial. D'autre part la non-proportionnalité du chargement favorise la multiplicité du glissement plastique dans les grains bien que les grains à glissement multiple restent minoritaires par rapport à ceux présentant du glissement simple.

Du point de vue de l'amorçage des fissures courtes (au sens de la microstructure) il a été montré que les chargements non-proportionnels induisent une augmentation de la probabilité d'amorçage dans les grains à glissement multiple. Cependant, de façon générale pour tous les cas de chargement étudiés, la probabilité d'amorçage de microfissures dans les grains à glissement simple reste supérieure à celle des grains à glissement multiple.

L'analyse de la distribution des facteurs de Schmid effectifs a permis de mettre en place un critère d'activation des systèmes de glissement qui rend compte de la multiplicité du glissement pour les chargements complexes. Ce critère phénoménologique, à double paramètre, permet de bien rendre compte de l'activation des systèmes de glissement observés expérimentalement.

La caractérisation EBSD des plans de glissement activés sous chargements complexes montre que la loi de Schmid, généralisée aux chargements multiaxiaux à travers le facteur de Schmid effectif

(ESF), est globalement respectée. Cependant les chargements hors phase à faible taux de biaxialité tendent à la mettre en défaut dans 30% à 40% des grains observés (c'est alors le système secondaire qui est généralement activé). Il a également été montré que les PSB peuvent se développer de manière privilégiée dans les macles même si celles-ci ne présentent pas un ESF élevé à partir du moment où le grain connexe à la macle est activé. Cette transmission du glissement à travers le joint de grain n'a pas été observée pour les types de joints autre que Σ_3 .

Les calculs des champs mécaniques locaux (contraintes, déformations) sur microstructure (3D semi-périodique) en élasticité cubique et en élasticité cubique + plasticité cristalline ont révélé un écart significatif entre les quantités mécaniques calculées par EF et celles généralement obtenues par les hypothèses classiques de changement d'échelle utilisées dans les critères de fatigue. A l'échelle des grains, l'hétérogénéité de la contrainte hydrostatique et du cisaillement est principalement liée à la partie élastique anisotrope du comportement. La plasticité semble jouer plutôt un rôle secondaire en limitant le terme de cisaillement. Le faible effet de la plasticité est probablement dû à la faible intensité des chargements imposés (car les niveaux de contraintes correspondent à la limite de fatigue à 10^6 cycles).

La variabilité des quantités mécaniques induites par le comportement anisotrope des grains induit naturellement une dispersion des indicateurs de fatigue à l'échelle mésoscopique. Cette dispersion a été analysée à travers la statistique des extrêmes. La sensibilité de la microstructure à la fatigue multiaxiale a été explorée en mettant en place une stratégie de simulation sur plusieurs volumes élémentaires statistiques (SVE) au sens de la fatigue. Nous avons montré les effets du type de chargement, de la surface libre et du modèle de comportement sur la distribution du paramètre indicateur de fatigue associé au critère de Dang Van et appliqué à l'échelle mésoscopique. Nous avons pu montrer que les valeurs extrêmes du critère (potentiellement les grains dans lesquels les fissures devraient s'amorcer) présentent des sensibilités que le comportement moyen global ne peut restituer. Finalement, les résultats présentés dans ce manuscrit offrent quelques perspectives intéressantes énoncées ci-dessous.

Perspectives pour les travaux futurs

Au vu des résultats présentés dans ce travail, certaines pistes d'enrichissement et d'élargissement peuvent être envisagées.

Du point de vue expérimental

Dans cette étude, les structures de dislocations accessibles via des observations au microscope électronique à transmission (MET) n'ont pas été analysées. Sous les chargements multiaxiaux étudiés, l'une des pistes d'approfondissement serait d'étudier ces structures. Il s'agira de quantifier les modifications induites par la non-proportionnalité du chargement sur l'arrangement des structures de dislocations en rapport avec la plasticité développée en surface.

Nous avons observé que le seuil d'amplitude de contrainte d'apparition des PSB est influencé par le niveau de chargement imposé. Ces seuils sont également sensibles au régime de durée de vie considéré. [Stanzl-Tschegg et al., 2007, Stanzl-Tschegg and Schönbauer, 2010] ont montré que la fréquence a un effet important sur la contrainte seuil d'apparition des PSB. Cependant, ces études sont principalement réalisées en traction simple. Il serait intéressant, pour les travaux futurs de couvrir différents domaines (LCF, VHCF, ...) et différents domaines de fréquences sous chargements complexes.

D'autres rapports de biaxialité, rapport de chargement et de déphasage peuvent également être testés en fatigue. Ceci permettrait de constituer une base de données expérimentales importantes qui permettraient de mieux comprendre les micro-mécanismes de déformation plastique et d'amorçage de microfissures de fatigue dans les domaines HCF et VHCF.

Du point de vue numérique

Les contraintes locales obtenues par EF sont fortement dépendantes de la qualité du maillage réalisé. Produire un maillage beaucoup plus représentatif de la géométrie réelle des grains, à partir des mesures EBSD en tridimensionnelles, enrichirait ce travail. Ceci devra permettre d'utiliser des orientations cristallines réelles des grains dans le calcul EF. Enfin, étudier les effets de la texture constitue une perspective également intéressante de ce travail.

Étudier la distribution des valeurs extrêmes des indicateurs de fatigue d'autres critères de fatigue multiaxiale peut être envisagée dans les travaux futurs. A titre d'exemple, on peut citer les critères en contrainte de Matake, Papadopoulos, Morel ou en contrainte et déformation de Fatemi-Socie. Ceci permettrait d'étudier la capacité d'un certain nombre de critères à traduire la dispersion à l'échelle mésoscopique des grandeurs mécaniques pilotant l'amorçage de fissure. Ainsi, les effets de la microstructure pourraient être mieux maîtriser, pour construire à terme un cadre général des critères multiaxiaux prenant en compte la microstructure.

Actuellement les critères de fatigue multiaxiale et l'analyse des grandeurs mécaniques restent locaux. Il serait judicieux de prendre en compte les effets de voisinage du point de vue du critère. En particulier la transition entre le grain critique ("fissuré") à un groupe de grains critiques ("fissurés").

Dans le cas d'un chargement de torsion simple, il y a un gradient important de la contrainte de cisaillement macroscopique. Ainsi, la surface de la structure (ou du matériau) est toujours plus critique que le cœur sauf traction simple. Il serait intéressant d'étudier comment prendre en compte, dans les critères de fatigue multiaxiale, la compétition entre les gradients de contraintes et de déformations macroscopiques dus aux chargements (torsion, traction, flexion, ...) et les gradients locaux (échelle des grains) dus à la microstructure (morphologie des grains, texture, comportement).

ANNEXE

Limites de fatigue des éprouvettes avec méplat

Sommaire

A.1 Modèles empiriques	209
A.2 Estimation des limites de fatigue	210

A.1 Modèles empiriques

Des modèles mécaniques empiriques existent pour déterminer la durée de vie des pièces avec des défauts géométriques de type méplat ou entaille [Qylafku et al., 1999]. Il s'agit principalement de déterminer les facteurs de réduction en fatigue ("fatigue strength reduction factor") K_f^{tr} et K_f^{to} respectivement sous chargements de traction et de torsion cycliques. Ces facteurs doivent être définis pour la même durée de vie sous le même type de chargement. Les limites d'endurance du matériau avec entaille en traction et torsion sont données par :

$$\sigma_n^D(N) = \frac{\sigma_{-1}^D(N)}{K_f^{tr}(N)} \quad (\text{A.1})$$

$$\tau_n^D(N) = \frac{\tau_{-1}^D(N)}{K_f^{to}(N)} \quad (\text{A.2})$$

où σ_n^D et τ_n^D sont respectivement la limite de fatigue pour l'éprouvette avec méplat en traction et en torsion ($R=-1$ à $N = 10^6$ cycles). σ_{-1}^D et τ_{-1}^D sont les limites de fatigue pour l'éprouvette lisse à la même durée de vie. Pour déterminer les facteurs de réduction en fatigue, les modèles empiriques de Peterson et de Neuber sont utilisés. Ces modèles sont résumés dans [Qylafku et al., 1999].

Selon le modèle de Peterson, le facteur de réduction en fatigue dépend du facteur théorique de concentration de contrainte K_t selon la relation :

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \frac{a_p}{\rho}} \quad (\text{A.3})$$

$$a_p = \left(\frac{270}{R_m}\right)^{1.8} \quad (\text{A.4})$$

où a_p (expression empirique) est un paramètre matériau ; ρ est le rayon "méplat" (entaille cylindrique) et R_m est la résistance maximale en traction monotone quasi-statique du matériau.

Selon le modèle de Neuber, le facteur de réduction en fatigue dépend du facteur théorique de concentration de contrainte K_t selon la relation :

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \sqrt{\frac{a_n}{\rho}}} \quad (\text{A.5})$$

où a_n est le paramètre empirique de Neuber dont l'évolution en fonction de R_m est donnée sur la figure A.1.

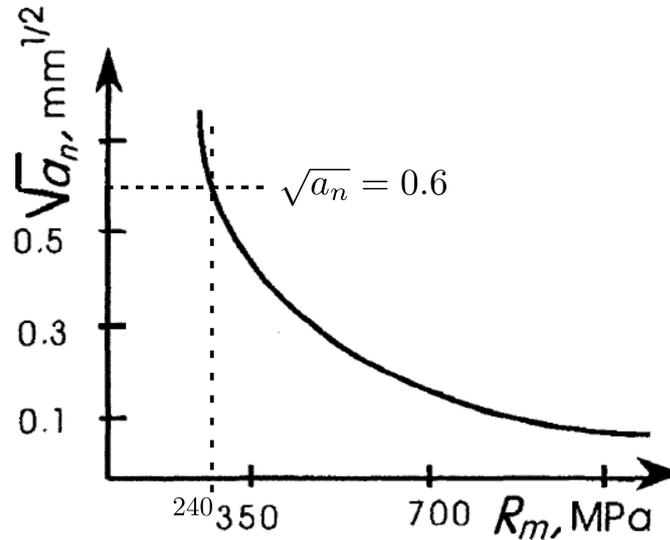


FIG. A.1 – Paramètre a_n de Neuber en fonction de R_m . D'après [Qylafku et al., 1998]

A.2 Estimation des limites de fatigue

Les facteurs K_f^{tr} et K_f^{to} sont ensuite calculés en utilisant les facteurs de concentration de contrainte K_t respectivement de traction et de torsion de l'éprouvette (cf. figure 4.1). Les deux modèles donnent des limites de fatigue voisines (cf. tableau A.1).

TAB. A.1 – Limites de fatigue médiane à 10^6 cycles obtenues à l'aide des équations A.1 et A.2 sur les éprouvettes avec méplat en Cuivre CuGF ($R_m=240$ MPa)

	K_t^{tr}	K_t^{to}	K_f^{tr}	K_f^{to}	σ_n^D (MPa)	τ_n^D (MPa)
Peterson	1.18	1.13	1.17	1.12	77	55
Neuber	1.18	1.13	1.16	1.1	78	55

Pour le chargement combiné de traction-torsion, la limite d'endurance n'a pas été déterminée de façon précise. Néanmoins, au vu de celle déterminée sur les éprouvettes lisses, nous nous sommes contentés (pour des raisons de temps) de 2 essais pour estimer le chargement proche de la limite de fatigue à 10^6 cycles des éprouvettes avec méplat (cf. tableau 4.1). Dans ce chapitre, seuls les chargements combinés à rapport de biaxialité $\sigma_a/\tau_a = 0.5$ sont étudiés. Ce choix est motivé par le fait que pour ce rapport de chargement, la composante de torsion est dominante et l'activité plastique du matériau (développement des PSB) est la plus importante par rapport aux chargements avec $\sigma_a/\tau_a = 2$ étudiés précédemment.

Désorientation dans les grains

Sommaire

B.1 Grain Orientation Spread (GOS)	211
B.2 Kernel Average Misorientation (KAM)	211

Nous présentons dans cette annexe, les cartographies du Grain Orientation Spread (GOS) et du Kernel Average Misorientation (KAM) dans les grains. Ces désorientations ont été discutées dans la section 4.4.1.2 du chapitre 4.

B.1 Grain Orientation Spread (GOS)

Les cartographie du GOS pour les chargements étudiés sont illustrées sur les figures B.1 et B.2. Des désorientations plus importantes ont été observées dans les grains sous chargements de torsion simple comparé aux autres cas de chargements. Elles traduisent une activité plastique plus importante.

B.2 Kernel Average Misorientation (KAM)

Pour effectuer le choix de la fonction Kernel adéquate pour la représentation des désorientations dans les grains présentées dans la section 4.4.1.2 du chapitre 4, nous avons effectué une étude comparative des paramètres (angle et ordre) des fonctions Kernel. Nous présentons ici, pour un cas de chargement de traction-torsion combinées ($\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa; $\beta = 45^\circ$), les cartographies du KAM. Trois angles ont été choisis et l'ordre des fonctions Kernel variant de 1 à 8. On peut remarquer que le seuil d'angle permet de lisser la cartographie du KAM. Les angles plus faibles permettent de mieux évaluer le KAM au niveaux des PSB (cf. KAM d'angle seuil de 2° illustré sur les figures B.3 et B.4). Les figures B.5 et B.6 représentent le KAM d'angle seuil de 3° alors que les figures B.7 et B.8 illustrent le KAM d'angle seuil de 5° .

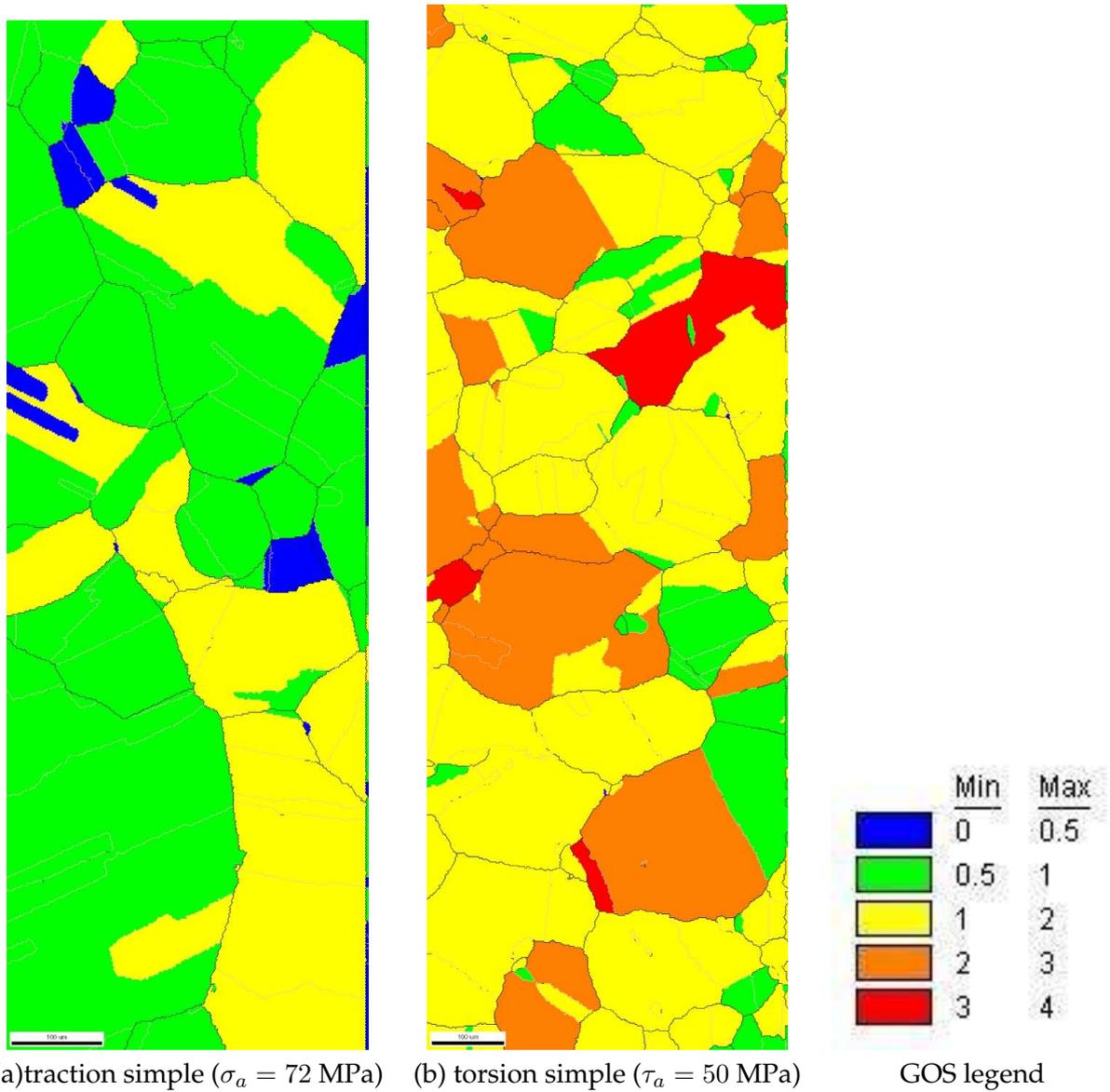
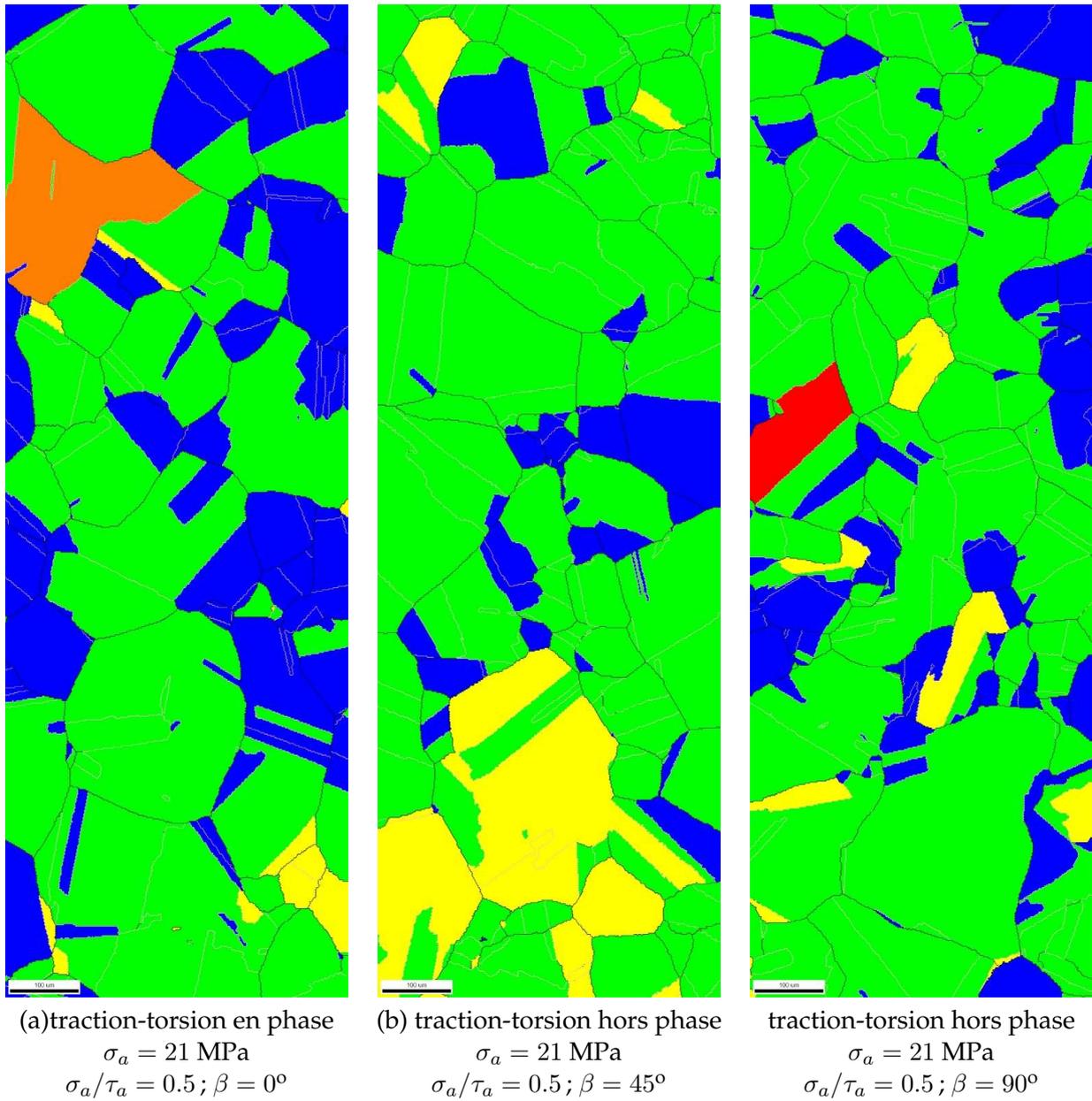


FIG. B.1 – Cartographie GOS dans les cas de la traction simple ($R=-1$) et la torsion simple ($R=-1$).

FIG. B.2 – Cartographie GOS dans les cas des chargements combinés de traction-torsion ($R=-1$).

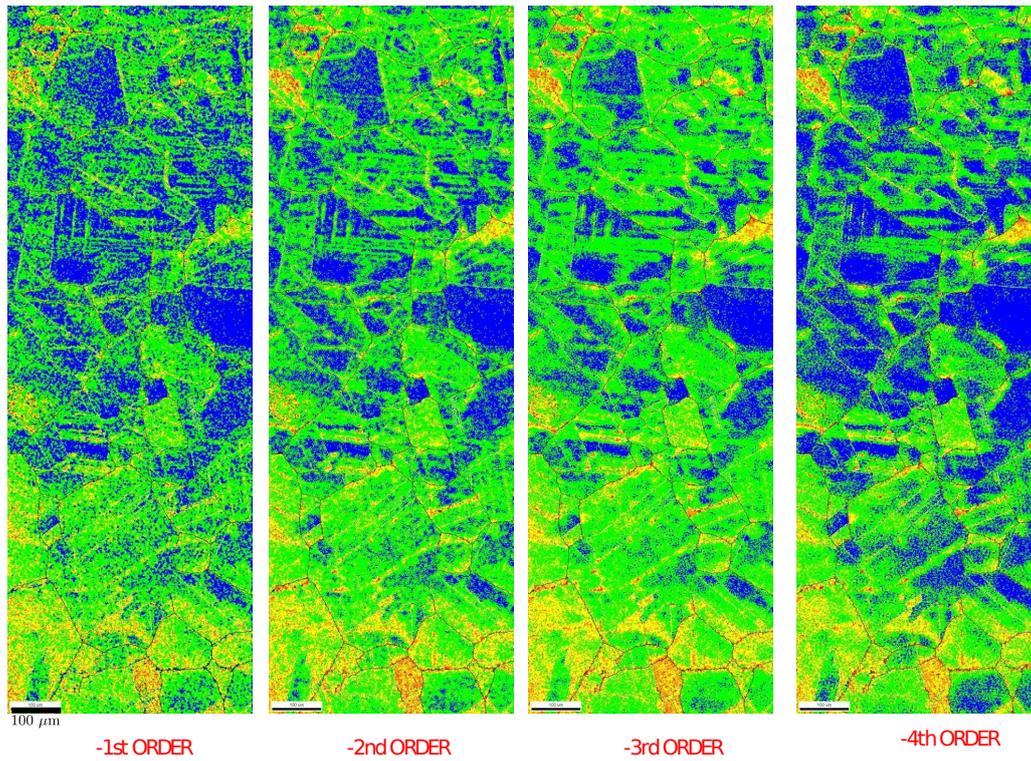


FIG. B.3 – KAM d'angle 2° (ordre 1 à 4) après essai de fatigue en traction-torsion combinée ($\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa; $\beta = 45^\circ$) à 10^6 cycles sans macro-fissure.

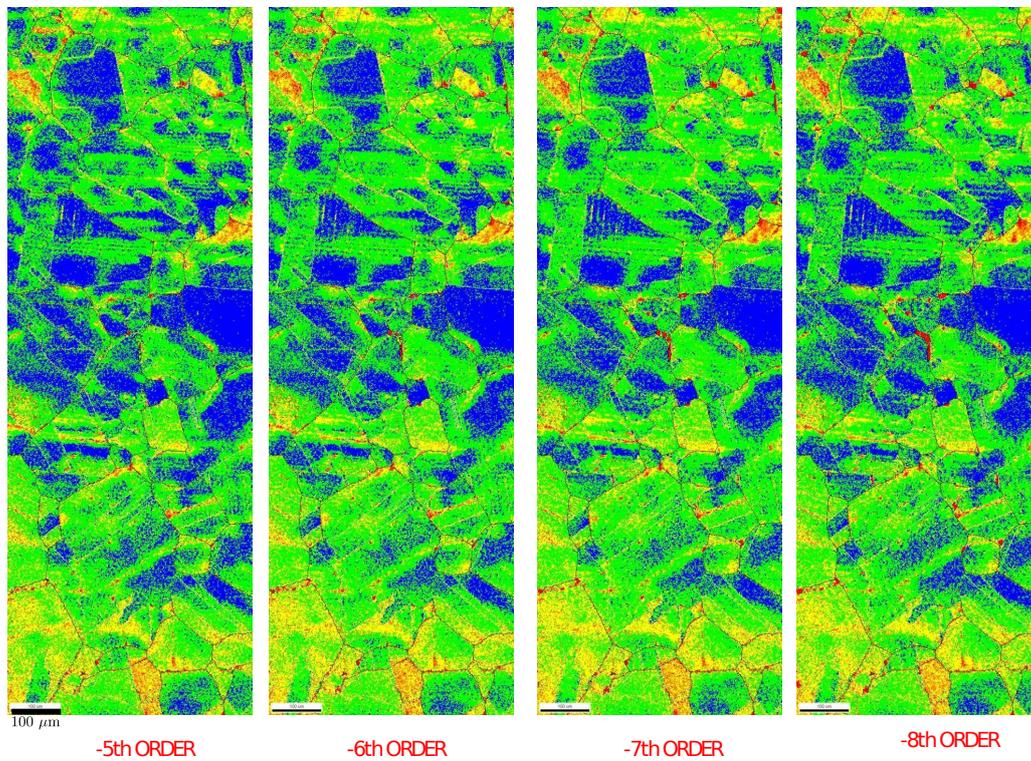


FIG. B.4 – KAM d'angle 2° (ordre 5 à 8) après essai de fatigue en traction-torsion combinée ($\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa; $\beta = 45^\circ$) à 10^6 cycles sans macro-fissure.

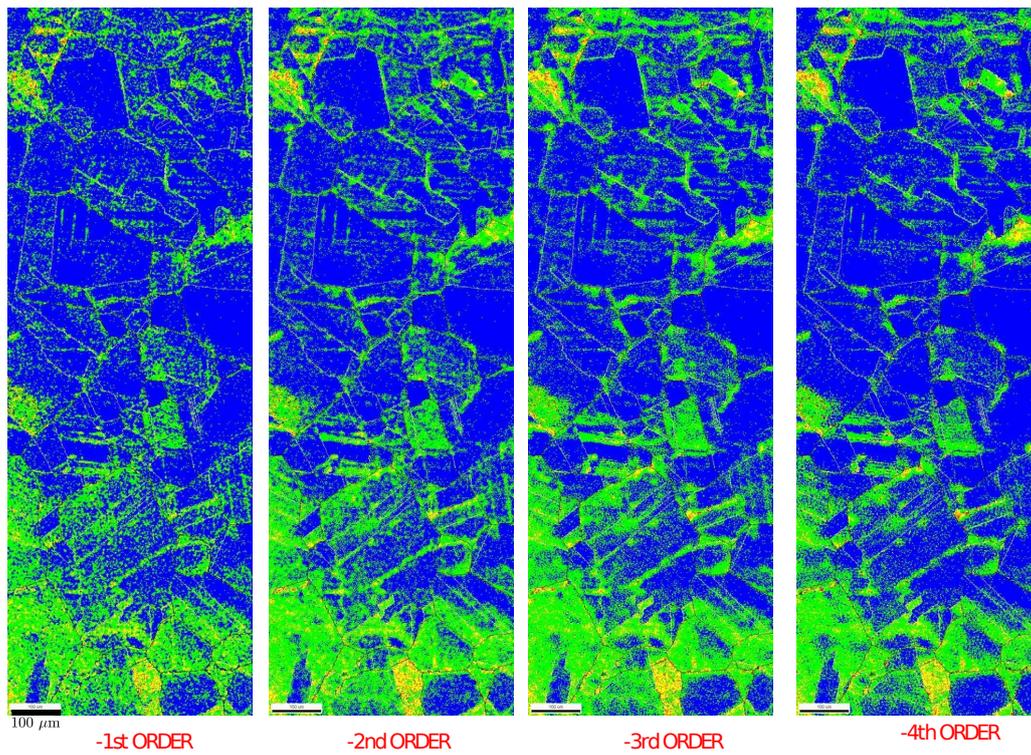


FIG. B.5 – KAM d'angle 3° (ordre 1 à 4) après essai de fatigue en traction-torsion combinée ($\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa; $\beta = 45^\circ$) à 10^6 cycles sans macro-fissure.

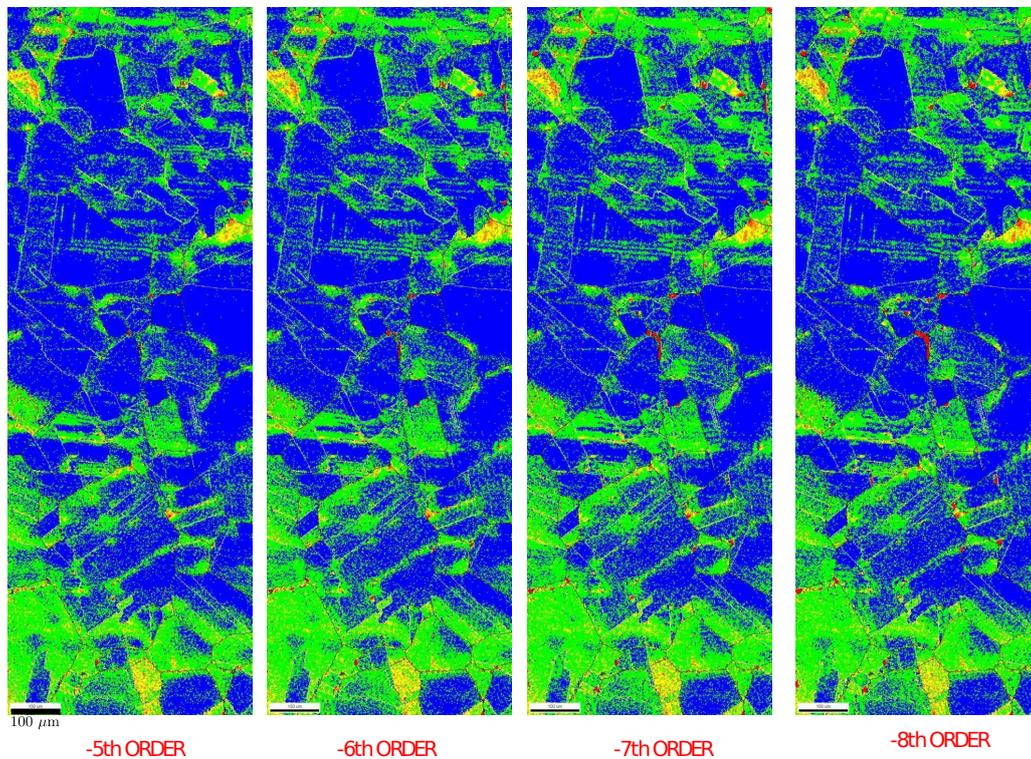


FIG. B.6 – KAM d'angle 3° (ordre 5 à 8) après essai de fatigue en traction-torsion combinée ($\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa; $\beta = 45^\circ$) à 10^6 cycles sans macro-fissure.

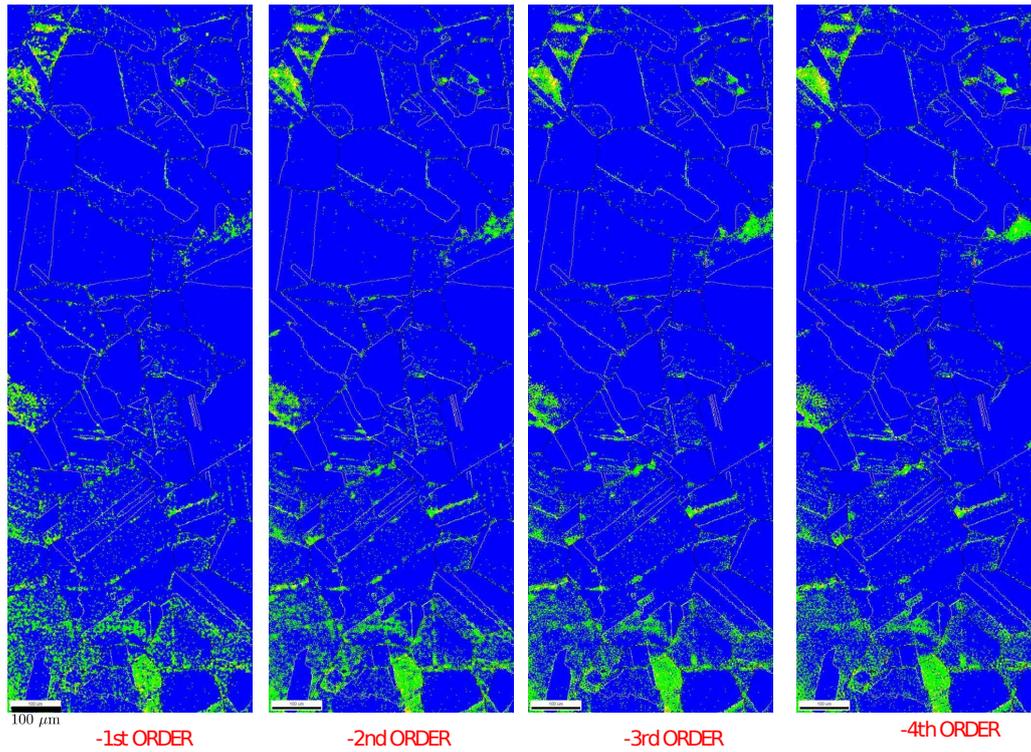


FIG. B.7 – KAM d'angle 5° (ordre 1 à 4) après essai de fatigue en traction-torsion combinée ($\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa; $\beta = 45^\circ$) à 10^6 cycles sans macro-fissure.

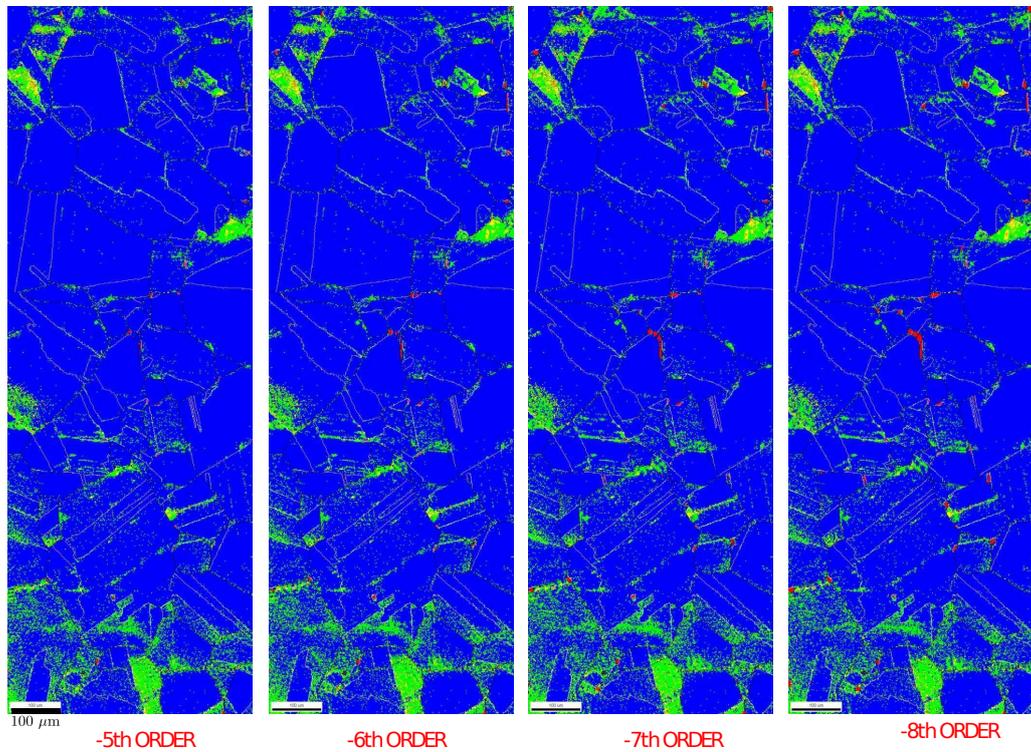


FIG. B.8 – KAM d'angle 5° (ordre 5 à 8) après essai de fatigue en traction-torsion combinée ($\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa; $\beta = 45^\circ$) à 10^6 cycles sans macro-fissure.

ESF des grains activés observés

Les facteurs de Schmid effectifs (ESF) des grains activés dont l'analyse de la trace de glissement a été faite sont présentés dans les tableaux C.1 - C.5 ci-dessous pour tous les chargements étudiés. Dans ces tableaux, sont reportés le numéro du grain activé (NGA), le nombre de système de glissement activé (NSGA) dans le grain, les ESF correspondant aux 4 plans de glissement et le rang du système de glissement activé ayant le plus haut ESF.

Ces tableaux ont permis de construire les figures 4.16 et 4.17 (chapitre 4) illustrant respectivement la répartition des ESF et les rangs pour les systèmes de glissement apparents activés identifiés dans les grains activés. Les valeurs colorées correspondent aux systèmes de glissement dont la trace du plan correspondant a été caractérisée.

TAB. C.1 – ESF des grains activés dont la trace du plan, pour le système de glissement activé, a été identifiée dans le cas du chargement de traction simple ($\sigma_a = 72$ MPa, $R=-1$).

NGA	NSGA	Max ESF sur 111	Max ESF sur 1-11	Max ESF sur -111	Max ESF sur -1-11	Rang
1	1	0.34745756	0.03156482	0.4629130	0.23533322	1
2	1	0.37444523	0.472855855	0.3813455	0.09454932	1
3	1	0.39478813	0.478540272	0.4683653	0.33968532	2
4	1	0.40636291	0.101554091	0.0037020123	0.047759938	1
5	1	0.468977576	0.423090848	0.4528577719	0.324824167	1
6	2	0.404816801	0.483933095	0.4592678292	0.2895558705	1
7	2	0.228197027	0.286177578	0.3206227925	0.076043265	1
8	1	0.090220214	0.442458937	0.0320483965	0.383530289	1
9	1	0.467736448	0.426397241	0.4506208598	0.321309179	1
10	1	0.459111998	0.119763212	0.0572660856	0.431302277	1
11	1	0.223721169	0.452567946	0.3747900460	0.494089359	4
12	1	0.47009987	0.300100434	0.0159527649	0.358926923	1
13	2	0.463694533	0.41218894	0.1266817132	0.381119382	1
14	1	0.401917688	0.160431019	0.4137093522	0.471457279	1
15	1	0.478809755	0.417307018	0.2857862926	0.451980828	2
16	2	0.134666877	0.44211615	0.2820058147	0.495143278	1
17	2	0.487034398	0.233742619	0.4300933618	0.089550864	1
18	1	0.13557605	0.428219505	0.2697759955	0.194388506	1
19	1	0.229517115	0.067751031	0.3703000352	0.395696288	1
20	2	0.486826685	0.320803683	0.3388141879	0.491252260	1
21	1	0.125657252	0.4401324	0.49387823	0.2719557717	1
22	1	0.299535411	0.106088274	0.4399701675	0.191640788	1
23	1	0.121530136	0.438884811	0.4932880668	0.2684586274	1
24	1	0.290338317	0.1163202533	0.4362122852	0.1905799767	1
25	1	0.239278344	0.061868557	0.3676952718	0.402267837	1
26	1	0.126622495	0.441374698	0.4938196327	0.269032102	1
27	1	0.491363949	0.358501162	0.3143229744	0.480932925	1
28	1	0.414746533	0.0837377818	0.4883717774	0.2779892776	1

TAB. C.2 – ESF des grains activés dont la trace du plan, pour le système de glissement activé, a été identifiée dans le cas du chargement de torsion simple ($\tau_a = 50$ MPa, $R=-1$).

NGA	NSGA	Max ESF sur 111	Max ESF sur 1-11	Max ESF sur -111	Max ESF sur -1-11	Rang
1	1	0.28220079	0.47753033	0.28440771	0.37284916	1
2	2	0.49804781	0.23959046	0.41624951	0.27903985	1
3	1	0.51499415	0.3594959	0.51107417	0.35557591	2
4	1	0.22551759	0.51238568	0.28296545	0.41976901	1
5	1	0.26318327	0.51150232	0.30513786	0.32952977	1
6	1	0.082087047	0.50424162	0.41000815	0.19266175	2
7	1	0.47562899	0.49375825	0.29233121	0.31046047	3
8	1	0.30735915	0.52591144	0.24690039	0.4266688	1
9	1	0.50680895	0.034918033	0.2020251	0.4381254	1
10	1	0.50796846	0.11277242	0.19371514	0.36666289	1
11	1	0.46288648	0.26685622	0.50156888	0.23954453	1
12	1	0.36640962	0.3069049	0.19902523	0.27098568	1
13	1	0.26224639	0.163844	0.27232256	0.34725257	1
14	1	0.39005941	0.43052808	0.28689488	0.31265526	2
15	1	0.36063927	0.30631945	0.20245203	0.26917303	1
16	1	0.5232331	0.48516198	0.41252871	0.3744576	2
17	1	0.16121714	0.25713078	0.46536318	0.51358808	1
18	1	0.41419607	0.21176165	0.28958533	0.14696165	1
19	1	0.26443207	0.27117247	0.46427798	0.42417005	2
20	1	0.45224591	0.36207179	0.35065521	0.28786456	1
21	1	0.27512785	0.26819358	0.10380849	0.37889506	2
22	1	0.43627996	0.17965236	0.26835993	0.29171194	2
23	1	0.1589387	0.25845613	0.46351549	0.51563718	1
24	1	0.49650167	0.40247883	0.2712115	0.21196491	1
25	1	0.24853865	0.32672007	0.34267579	0.51588284	1
26	1	0.41765217	0.2261924	0.54351426	0.33178243	1
27	1	0.45326608	0.20076178	0.25146858	0.29683891	2
28	1	0.073980277	0.50683013	0.21535492	0.42513794	2
29	1	0.29554922	0.43906774	0.2879339	0.29920169	1
30	1	0.30486624	0.31010487	0.20441488	0.26005007	2
31	1	0.19252516	0.43010444	0.33902408	0.091080359	1
32	1	0.47062973	0.30475462	0.36047511	0.28159972	1
33	1	0.38672071	0.55356527	0.30501225	0.47185682	1
34	1	0.46678861	0.2977009	0.34999685	0.28336148	1
35	1	0.50822111	0.07439985	0.19200152	0.39448088	2
36	1	0.18719811	0.43332843	0.34315029	0.090178135	2
37	1	0.33856264	0.40963524	0.3331991	0.40427169	1
38	1	0.24981971	0.31626321	0.17822803	0.30538938	3
39	1	0.39222496	0.55712396	0.29507462	0.45997362	1
40	1	0.21270954	0.29971218	0.21760204	0.3224566	4
41	1	0.18721387	0.47171027	0.16780912	0.41667204	1
42	2	0.29334535	0.27053917	0.26230382	0.46484556	1
43	1	0.50631478	0.068866573	0.18599238	0.39075141	2
44	2	0.34835768	0.45167229	0.28088194	0.27040043	1
45	1	0.10755603	0.18027047	0.48693332	0.34464952	1
46	1	0.28438805	0.42911659	0.28553005	0.29638998	1
47	2	0.56261727	0.34316453	0.40602283	0.18657008	3
48	2	0.51312162	0.29242497	0.47366469	0.25296803	1
49	1	0.28460843	0.35071482	0.28730244	0.13821539	2
50	1	0.20489125	0.28563376	0.44657895	0.279407	2
51	1	0.40348504	0.25975243	0.5398644	0.057589946	1
52	1	0.54162018	0.42943654	0.42607424	0.3138906	1
53	2	0.20901882	0.41942114	0.23235592	0.18706522	1
54	1	0.29138095	0.37988519	0.26296154	0.50425911	1
55	1	0.40528953	0.54142214	0.094382205	0.26638131	2
56	1	0.3588465	0.25118773	0.5534942	0.44583542	4
57	1	0.53939686	0.25187444	0.11509949	0.31902117	3

TAB. C.3 – ESF des grains activés dont la trace du plan, pour le système de glissement activé, a été identifiée dans le cas du chargement combiné de traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa; $\beta = 0^\circ$).

NGA	NSGA	Max sur 111	Max sur 1-11	Max sur -111	Max sur -1-11	Rang
1	1	0.11845377	0.50233688	0.19378386	0.46704673	1
2	2	0.10968476	0.51127426	0.20404671	0.41349212	1
3	2	0.491144	0.38235521	0.24372413	0.29211061	1
4	1	0.38459461	0.1674767	0.40524271	0.29147031	1
5	1	0.32712507	0.28150345	0.16409892	0.28183811	4
6	1	0.32686563	0.45446936	0.29392645	0.50134045	2
7	2	0.12637872	0.30961347	0.43599218	0.20572121	1
8	1	0.46339706	0.46439965	0.16625551	0.16071171	1
9	1	0.46113015	0.1254202	0.1091735	0.35195665	1
10	2	0.24285838	0.19910493	0.50062412	0.43833919	1
11	1	0.40951971	0.19780372	0.57051381	0.35879782	1
12	1	0.37888852	0.17663986	0.27805633	0.34497621	3
13	1	0.44403258	0.54412884	0.29939281	0.39948906	1
14	1	0.39886977	0.17488721	0.37914949	0.30910129	2
15	1	0.50337616	0.28508203	0.40325904	0.34478269	1
16	1	0.50305716	0.28662778	0.40963849	0.34319135	1
17	1	0.48044955	0.38020221	0.25439655	0.30718733	1
18	1	0.49770762	0.42780336	0.23635205	0.32578481	1
19	1	0.27464342	0.16830074	0.53876447	0.42874637	1
20	1	0.4001416	0.16943322	0.37903125	0.30438534	2
21	1	0.33598232	0.14127901	0.11148478	0.4474671	2
22	1	0.45069582	0.1039709	0.17130767	0.34672492	2
23	1	0.41859323	0.29990448	0.36994444	0.35754005	1
24	1	0.45085126	0.10155564	0.17111348	0.34929562	2
25	1	0.4404585	0.52055794	0.36935502	0.44945446	4
26	1	0.27523063	0.38529963	0.22033141	0.16966095	3
27	1	0.17260476	0.30580973	0.47841449	0.14756375	2
28	1	0.25157097	0.21357071	0.39836152	0.39945304	2
29	2	0.39436087	0.21059334	0.49741088	0.24415948	1
30	1	0.46642429	0.093970395	0.070186373	0.41470811	2
31	1	0.29431748	0.096200901	0.52561154	0.44617371	2
32	1	0.16905787	0.44073124	0.32208293	0.20414938	1
33	1	0.32525519	0.44119785	0.3175655	0.49284037	2
34	1	0.46666658	0.36568612	0.48498975	0.38400928	4
35	1	0.35232899	0.21959811	0.24715464	0.4504726	1
36	1	0.46525424	0.36353653	0.48389177	0.38217406	4
37	1	0.46556755	0.093701152	0.069772651	0.41729162	2
38	1	0.34530101	0.400027	0.24085137	0.52007389	2
39	2	0.22378265	0.23162655	0.4554092	0.2375775	1
40	2	0.40716412	0.18639661	0.52719243	0.30406593	1
41	2	0.37786534	0.32730104	0.12584884	0.31381077	1
42	1	0.17974096	0.23901385	0.51884023	0.38328229	2
43	1	0.37741853	0.21142507	0.31422059	0.26566468	2
44	1	0.35026189	0.19629663	0.30602906	0.40009808	1
45	1	0.3924334	0.18835246	0.52444656	0.29853572	4
46	1	0.40842742	0.18756302	0.52622522	0.30101337	3
47	1	0.41264793	0.038629604	0.20119677	0.37401833	2
48	1	0.28563151	0.18804483	0.1686453	0.45034998	1
49	1	0.21206355	0.42583596	0.11490746	0.41489596	1
50	1	0.11758627	0.4166468	0.24315554	0.54221606	2
51	1	0.54093944	0.3496394	0.43867635	0.26454312	2
52	1	0.11770552	0.41649217	0.24397202	0.54275867	2
53	1	0.45411255	0.53118912	0.19916457	0.33504176	2
54	1	0.43310377	0.22278014	0.34186304	0.30305387	1
55	2	0.54238336	0.35009649	0.43811363	0.26234621	2
56	2	0.29238773	0.27019842	0.19642184	0.45174573	1
57	2	0.47465934	0.48689688	0.28556107	0.30307361	2
58	1	0.52809983	0.39437881	0.29055099	0.26683394	1

TAB. C.4 – ESF des grains activés dont la trace du plan, pour le système de glissement activé, a été identifiée dans le cas du chargement combiné de traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa; $\beta = 45^\circ$).

NGA	NSGA	Max ESF sur 111	Max ESF sur 1-11	Max ESF sur -111	Max ESF sur -1-11	Rang
1	1	0.47224942	0.51306433	0.32085157	0.51030301	2
2	1	0.48399388	0.28289761	0.51956526	0.49862083	3
3	1	0.40683294	0.47904046	0.22338108	0.49422949	1
4	1	0.48366041	0.52101187	0.48884707	0.38793071	1
5	1	0.54624165	0.07932518	0.4909233	0.4701648	1
6	1	0.50458964	0.38923896	0.55435318	0.40919491	1
7	1	0.49234781	0.35533148	0.48141481	0.51261365	2
8	1	0.13547866	0.50603117	0.4958795	0.53322697	2
9	1	0.50741447	0.3850629	0.51171934	0.44915112	1
10	1	0.42547288	0.49160522	0.47978559	0.44354672	1
11	1	0.56774887	0.19982972	0.46318412	0.44739561	1
12	1	0.56555635	0.18266713	0.46657282	0.44107827	1
13	1	0.46561555	0.56897899	0.38519148	0.49103059	1
14	1	0.49731299	0.38378032	0.56911292	0.4566127	1
15	1	0.31225547	0.4939578	0.5175953	0.49524554	1
16	2	0.5077343	0.52591037	0.36376256	0.49135938	2
17	1	0.54232796	0.35992067	0.51745998	0.41135304	1
18	1	0.36411481	0.53315704	0.41236871	0.50844202	4
19	1	0.4921587	0.39669729	0.54651713	0.44654262	3
20	1	0.49227197	0.49202993	0.3828591	0.49545439	1
21	1	0.14180609	0.52915816	0.45517897	0.52457844	1
22	1	0.50126915	0.496078	0.35557496	0.48298698	3
23	1	0.52592207	0.49958482	0.47609446	0.30343121	2
24	1	0.48901877	0.32624712	0.51286909	0.54436621	1
25	1	0.48895145	0.32806272	0.51265363	0.5438267	1
26	1	0.46967061	0.4768468	0.49380353	0.40131534	1
27	1	0.49209812	0.40169103	0.54605642	0.44372433	3
28	1	0.48810252	0.44077834	0.45167304	0.45951074	3
29	1	0.45548424	0.22856587	0.56824892	0.44674745	1
30	1	0.52221194	0.13787436	0.49482288	0.45722316	1
31	1	0.48840309	0.32044131	0.5084426	0.50109542	3
32	1	0.48764139	0.47429325	0.4345203	0.47577985	4
33	1	0.50787546	0.19734609	0.53755227	0.46691365	2
34	1	0.49857933	0.53700366	0.24807693	0.47792928	3
35	1	0.51002214	0.19543004	0.53750929	0.46496434	2
36	1	0.44357988	0.48110939	0.48183351	0.47209891	2
37	1	0.48571408	0.37182588	0.54263239	0.48202024	3
38	1	0.48262443	0.30508404	0.54446681	0.37692256	1
39	1	0.49536698	0.36638225	0.54882296	0.42578344	1
40	1	0.35911967	0.46646851	0.29033414	0.4921667	1

TAB. C.5 – ESF des grains activés dont la trace du plan, pour le système de glissement activé, a été identifiée dans le cas du chargement combiné de traction-torsion ($\sigma_a/\tau_a = 0.5$; $\sigma_a = 21$ MPa; $\beta = 90^\circ$).

NGA	NSGA	Max ESF sur 111	Max ESF sur 1-11	Max ESF sur -111	Max ESF sur -1-11	Rang
1	1	0.22909638	0.46066125	0.43996963	0.47936899	2
2	1	0.4627232	0.39880176	0.5139197	0.23125733	3
3	1	0.36904742	0.47718579	0.50893608	0.52851444	3
4	2	0.52822225	0.37934348	0.47180163	0.28024258	1
5	2	0.37981708	0.47220714	0.50612791	0.52551777	1
6	1	0.47886728	0.45025232	0.45127863	0.48075813	2
7	1	0.54823499	0.49807475	0.49062163	0.30614227	2
8	1	0.50965739	0.25510166	0.52789638	0.45550678	2
9	2	0.55908581	0.46297823	0.51128529	0.26551722	1
10	1	0.48161381	0.41505643	0.47936483	0.49387492	2
11	1	0.50228832	0.52769091	0.22568799	0.47757488	4
12	1	0.52063221	0.47630663	0.48430784	0.39836429	1
13	1	0.50951563	0.48601519	0.49142182	0.40735819	4
14	1	0.24798918	0.48907964	0.50314309	0.55782376	1
15	1	0.50818152	0.25078444	0.52803814	0.45590659	2
16	1	0.46858503	0.50917277	0.42830568	0.46796137	1
17	1	0.43385899	0.48128869	0.4707883	0.44884657	4
18	1	0.44648305	0.47190774	0.47038233	0.44666804	1
19	1	0.45848428	0.50862093	0.43562162	0.48995691	3
20	1	0.48984651	0.34418795	0.50675662	0.48683579	2
21	1	0.49669565	0.36491037	0.56973167	0.45160937	1
22	1	0.57124798	0.45661731	0.49347576	0.35954263	1
23	1	0.57103343	0.45650345	0.49369264	0.36123669	1
24	1	0.27322606	0.50733699	0.38736329	0.49459928	1
25	1	0.57117915	0.45750072	0.49307195	0.36056704	1
26	1	0.56637108	0.43342095	0.50249876	0.36795922	1
27	1	0.48857447	0.52728302	0.35350917	0.49939086	2
28	1	0.56951558	0.45680173	0.49419062	0.37193202	1
29	1	0.46731817	0.53804812	0.21547687	0.54209494	2
30	1	0.56551143	0.42968248	0.50323761	0.36683794	1
31	1	0.35147743	0.52277654	0.35318973	0.49160264	1
32	1	0.5122989	0.27325892	0.53096842	0.46601655	2
33	1	0.25344183	0.47293767	0.53054333	0.54291318	1
34	1	0.48491756	0.33073697	0.48909867	0.39037499	3
35	1	0.55068975	0.14442683	0.47743764	0.44818012	1
36	1	0.55310296	0.50763246	0.44813603	0.43668774	1
37	1	0.44468132	0.48543437	0.48364172	0.44569684	1
38	1	0.55146552	0.22666859	0.49664737	0.445818	1
39	1	0.4776677	0.49611296	0.37852278	0.49540342	4
40	1	0.5195869	0.42049649	0.5492922	0.40499472	1
41	1	0.55029022	0.22931587	0.49878858	0.44631416	1
42	1	0.48510096	0.38582228	0.52315603	0.50160735	2
43	1	0.49726434	0.51356384	0.49449912	0.37579996	1
44	1	0.51932297	0.53147012	0.43642593	0.41907078	2
45	1	0.55030598	0.22684363	0.49780239	0.445083	1
46	1	0.44049649	0.4603846	0.48668435	0.44948952	4
47	1	0.52642353	0.53031758	0.1387537	0.4626895	2
48	1	0.57333071	0.45532387	0.45530656	0.21754267	1
49	1	0.54335201	0.46383436	0.51552196	0.35044613	2
50	2	0.44003473	0.4893451	0.47488155	0.48295356	1
51	1	0.49871052	0.51055512	0.3304985	0.48179031	4
52	1	0.26512906	0.50866482	0.43709686	0.52897487	2
53	1	0.55962401	0.16477596	0.48718923	0.43919036	1
54	1	0.30722452	0.48027339	0.50271938	0.50769665	3
55	1	0.52352908	0.36128927	0.52770825	0.43715108	2

Formulation des conditions aux limites périodiques et semi-périodiques

Sommaire

D.1	Conditions aux limites périodiques	223
D.1.1	Théorème de la divergence	223
D.1.2	Formulation du problème périodique	224
D.2	Conditions aux limites semi-périodique	224
D.2.1	Formulation du problème semi-périodique	224
D.2.2	Problème semi-périodique en déformations	225
D.2.3	Problème semi-périodique en contraintes	226

D.1 Conditions aux limites périodiques

Pour une microstructure semi-périodique, les conditions aux limites périodiques qui s'appliquent sur les surfaces périodiques sont décrites ci-dessous. Nous rappelons que dans notre cas, la microstructure 3D utilisée est périodique suivant les axes X et Y et non périodique suivant Z (cf. figure 5.4b). Le théorème de la divergence est utilisé pour formuler les conditions aux limites appliquées sur les surfaces déterminant le volume Ω de l'agrégat étudié.

D.1.1 Théorème de la divergence

Le théorème de la divergence permet de passer d'une intégrale volumique à sa forme surfacique correspondante si les quantités considérées sont continues et dérivables. Ce théorème s'écrit sous la forme suivante :

$$\int_{\Omega} \bullet_{,i} dV = \int_{\partial\Omega} \bullet \cdot n_i dS \quad (\text{D.1})$$

où $\bullet_{,i} = \frac{\partial \bullet}{\partial x_i}$

En mécanique des milieux continus, si l'on considère la moyenne spatiale $\langle \underline{\varepsilon} \rangle$ d'un champ de déformation compatible $\underline{\varepsilon}$, on peut écrire (en petites perturbations) :

$$\langle \underline{\varepsilon} \rangle = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \underline{\varepsilon} dV = \frac{1}{V} \int_{\Omega} u_{i,j} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j dV = \frac{1}{V} \int_{\partial\Omega} \{ \underline{\mathbf{u}} \otimes \underline{\mathbf{n}} \} dS \quad (\text{D.2})$$

où $\underline{\mathbf{n}}$ est la normale à dS et $\{ \underline{\mathbf{u}} \otimes \underline{\mathbf{n}} \}$ est la partie symétrique du tenseur résultant.

D.1.2 Formulation du problème périodique

La formulation adoptée est celle développée et implémentée dans le code de calcul par éléments finis ZéBuLoN. Elle est présentée dans [Dirrenberger and Forest, 2010]. Dans le cas d'un chargement en déformation imposée, les conditions aux limites du type périodique sont définies par un tenseur de déformation moyen $\tilde{\mathbf{E}}^m$ (piloté numériquement) auquel s'ajoute un champ de déplacement $\underline{\mathbf{v}}$. Il existe aussi la formulation en contrainte imposée, présentée plus loin. Le champ de déplacement $\underline{\mathbf{u}}$ associé à tout point matériel $\underline{\mathbf{x}}$ du domaine Ω de la microstructure s'écrit sous la forme :

$$\underline{\mathbf{u}}(\underline{\mathbf{x}}) = \tilde{\mathbf{E}}^m \cdot \underline{\mathbf{x}} + \underline{\mathbf{v}}(\underline{\mathbf{x}}) \quad \forall \underline{\mathbf{x}} \in V \quad (\text{D.3})$$

où $\underline{\mathbf{v}}$ est le champ des fluctuations périodiques (qui prend la même valeur en 2 points opposés de $\partial\Omega$). Ils correspondent aux perturbations locales entraînées par l'hétérogénéité du milieu. Le tenseur des déformations moyennes $\tilde{\mathbf{E}}^m$ est en général la déformation macroscopique. Dans le cas où le problème est périodique dans les 3 directions de l'espace, $\tilde{\mathbf{E}}^m$ est équivalent au tenseur des déformations moyennes réel \mathbf{E} :

$$\mathbf{E} \equiv \tilde{\mathbf{E}}^m \quad (\text{D.4})$$

et

$$\mathbf{E} = \langle \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} dV \quad (\text{D.5})$$

D.2 Conditions aux limites semi-périodique

D.2.1 Formulation du problème semi-périodique

Pour une microstructure semi-périodique, le tenseur des déformations moyennes \mathbf{E} sur tout le volume peut ne pas être égal à $\tilde{\mathbf{E}}^m$ piloté suivant les 2 directions périodiques. On obtient alors :

$$\mathbf{E} \neq \tilde{\mathbf{E}}^m \quad (\text{D.6})$$

Entre les composantes $E_{i,j}$ et $E^m_{i,j}$ on a les relations suivantes, démontrées dans [Guilhem, 2012] :

$$\begin{aligned} E_{11} &\equiv E^m_{11} \\ E_{22} &\equiv E^m_{22} \\ E_{12} &\equiv E^m_{12} \\ E_{33} &\neq E^m_{33} \\ E_{23} &\neq E^m_{23} \\ E_{31} &\neq E^m_{31} \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

Les directions 1 et 2 sont les directions périodiques tandis que la direction 3 est celle non périodique. Seules les composantes E^m_{11} , E^m_{22} et E^m_{12} du tenseur des déformations moyennes $\tilde{\mathbf{E}}^m$ sont réellement pilotées numériquement. Les autres composantes servent seulement à fixer les modes rigides de l'agrégat polycristallin. De ce fait, on pose :

$$E^m_{33} = E^m_{23} = E^m_{31} = 0 \quad (\text{D.8})$$

Finalement le tenseur des déformations macroscopiques imposées sur l'agrégat s'écrit comme suit :

$$\tilde{\mathbf{E}}^m = \begin{pmatrix} E^m_{11} & E^m_{12} & 0 \\ E^m_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{D.9})$$

D.2.2 Problème semi-périodique en déformations

Pour appliquer une déformation moyenne $\tilde{\mathbf{E}}^m$ sur la microstructure avec des conditions aux limites semi-périodiques, il suffit d'appliquer des liaisons affines entre des degrés de liberté du bord de la géométrie avec :

$$\underline{\mathbf{u}}(\underline{\mathbf{x}}) = \tilde{\mathbf{E}}^m \cdot \underline{\mathbf{x}} + \underline{\mathbf{v}}(\underline{\mathbf{x}}) \quad (\text{D.10})$$

Ce type de conditions aux limites est implémenté dans ZéBuLoN en utilisant les équations incorporées dans **MPC_periodic**. Cette méthode, qui utilise les éléments standards, permet d'imposer $\tilde{\mathbf{E}}^m$ avec des conditions de périodicité selon l'équation suivante :

$$\underline{\mathbf{u}}(\underline{\mathbf{x}}^+) - \underline{\mathbf{u}}(\underline{\mathbf{x}}^-) = \tilde{\mathbf{E}}^m \cdot (\underline{\mathbf{x}}^+ - \underline{\mathbf{x}}^-) \quad (\text{D.11})$$

Si le problème est entièrement périodique, les composantes de $\tilde{\mathbf{E}}^m$ à imposer sont au nombre de 9 dans le cas 3D (6 composantes de déformation moyenne + 3 composantes de rotation moyenne) et 4 dans le cas 2D (3 composantes de déformation moyenne + 1 composante de rotation moyenne). Les 9 composantes sont réduites à 2 pour le tenseur $\tilde{\mathbf{E}}^m$ dans notre cas de problème semi-périodique, selon l'équation (D.9). Il s'agit donc de relations d'égalité définies pour certains degrés de liberté entre plusieurs nœuds du maillage, eux-mêmes définis par des groupes de nœuds (nsets). Pour utiliser les conditions **MPC¹⁴_periodic**, il est nécessaire de distinguer et de labelliser correctement, à l'aide de nsets appropriés, les points du maillage étant confondus respectivement avec les faces, les arêtes et les sommets de la cellule périodique. Pour tout champ de déplacement $\underline{\mathbf{u}}(\underline{\mathbf{x}})$, on peut écrire :

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \mathbf{u}_{i,j} dV = \int_{\Omega} \sigma_{ij} (\mathbf{E}_{ik}^m \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_i)_{,j} dV = \int_{\Omega} \sigma_{ij} \mathbf{E}_{ij}^m dV + \underbrace{\int_{\Omega} \sigma_{ij} \mathbf{v}_{i,j} dV}_{=0} = \int_{\Omega} \sigma_{ij} \mathbf{E}_{ij}^m dV \quad (\text{D.12})$$

où $\int_{\Omega} \sigma_{ij} \mathbf{v}_{i,j} dV = 0$ car $\mathbf{v}_{i,j}$ est périodique sur $\partial\Omega$ et son intégrale sur Ω est égale à zéro. En écrivant $\tilde{\Sigma}$ par analogie à l'équation (D.5) :

$$\tilde{\Sigma} = \langle \tilde{\sigma} \rangle = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \tilde{\sigma} dV \quad (\text{D.13})$$

on obtient finalement :

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \mathbf{u}_{i,j} dV = V \tilde{\Sigma}_{ij} \mathbf{E}_{ij}^m = \mathbf{R} \mathbf{E}_{ij}^m \mathbf{E}_{ij}^m \quad (\text{D.14})$$

Il ne reste à résoudre dans le problème EF que la partie gauche du second membre, c'est-à-dire la déformation homogène \mathbf{E}_{ij}^m et son dual $\mathbf{R} \mathbf{E}_{ij}^m$ correspondant aux contraintes moyennes de réaction. En imposant \mathbf{E}_{ij}^m , on pose le problème périodique en déformations et en imposant $\mathbf{R} \mathbf{E}_{ij}^m$, il s'agit de celui en contraintes. L'implémentation dans le code ZeBuloN se présente comme suit :

```
*** bc
** impose_elset_dof ALL_ELEMENT E11 1.0 tab11
** impose_elset_dof ALL_ELEMENT E22 0.0 tab11
** impose_elset_dof ALL_ELEMENT E33 0.0 tab11
** impose_elset_dof ALL_ELEMENT E12 1.0 tab12
** impose_elset_dof ALL_ELEMENT E23 0.0 tab12
** impose_elset_dof ALL_ELEMENT E31 0.0 tab12
*** table
** file tab11 table.tab 1 2
** file tab12 table.tab 1 3
```

14. Multi-Point Constraint

D.2.3 Problème semi-périodique en contraintes

Pour la formulation du problème périodique en contrainte, le principe est le même que celui présenté précédemment en déformations. On impose alors les réactions \mathbf{RE}_{ij}^m sur les nœuds des surfaces normales aux axes de symétrie de l'agrégat. Dans la pratique, en appliquant \mathbf{RE}_{ij}^m , on impose également \mathbf{RE}_{ji}^m . De ce fait, on considère deux fois la valeur, de manière à avoir :

$$\mathbf{RE}_{ij}^m = \mathbf{RE}_{ji}^m = \frac{1}{2}V\Sigma_{ij} \quad (\text{D.15})$$

En résumé, on a :

$$\begin{array}{ll} \text{Pour } \mathbf{RE}_{11} : & \mathbf{RE}_{11} = V\Sigma_{11} \\ \text{Pour } \mathbf{RE}_{12} : & \mathbf{RE}_{12} = 2V\Sigma_{12} \end{array}$$

L'implémentation dans le code ZeBuloN se présente comme suit :

```
*** bc
** impose_elset_dof_reaction ALL_ELEMENT E11 0.5 tab11
** impose_elset_dof_reaction ALL_ELEMENT E22 0.0 tab11
** impose_elset_dof_reaction ALL_ELEMENT E33 0.0 tab11
** impose_elset_dof_reaction ALL_ELEMENT E12 1.0 tab12
** impose_elset_dof_reaction ALL_ELEMENT E23 0.0 tab12
** impose_elset_dof_reaction ALL_ELEMENT E31 0.0 tab12
*** table
** file tab11 table.tab 1 2
** file tab12 table.tab 1 3
```

Ajustement ("Fitting") de la fonction GEV

Sommaire

E.1 Élasticité cubique	227
E.2 Élasticité cubique + plasticité cristalline	227

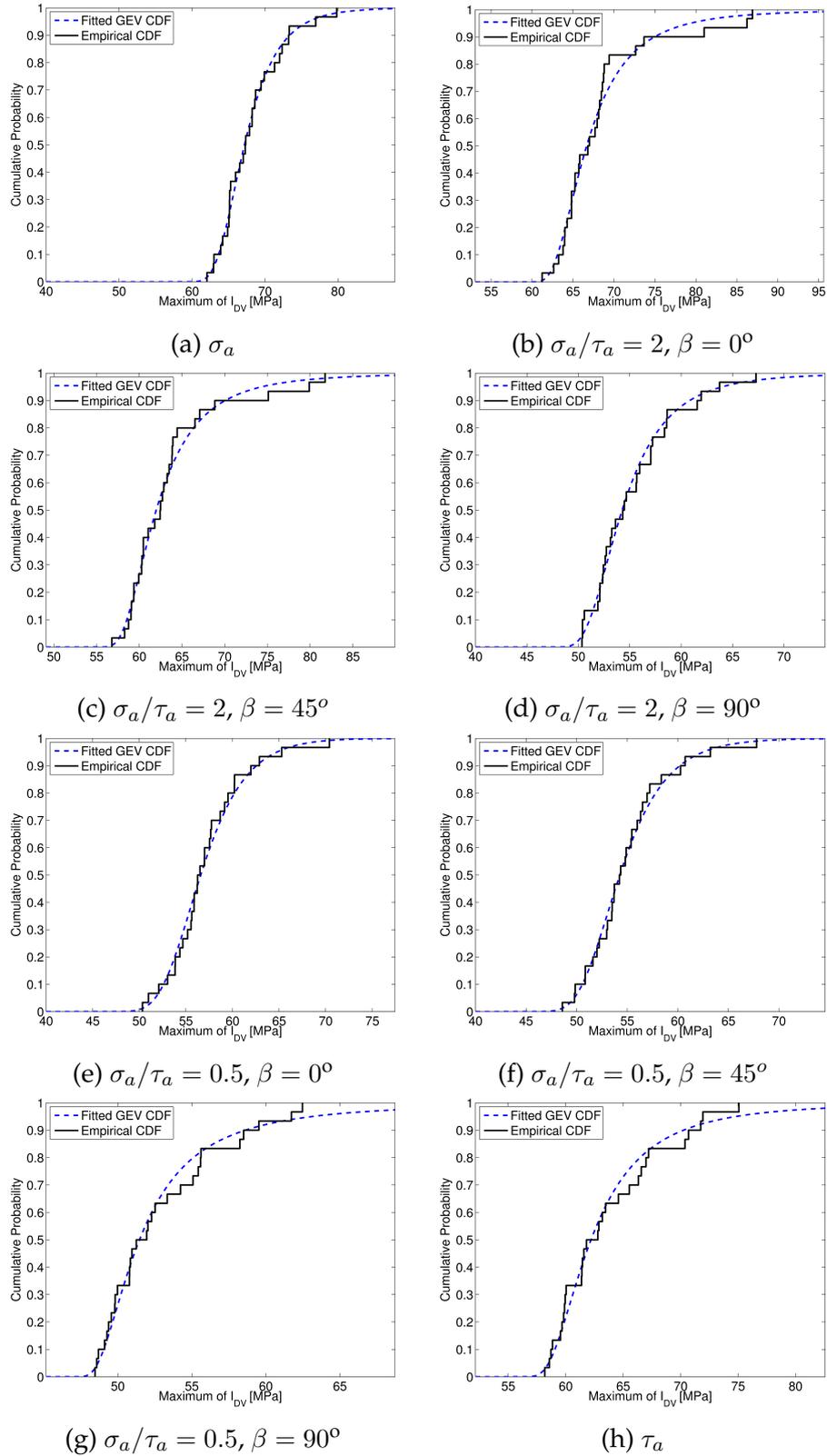
Cette annexe regroupe les résultats complémentaires de l'ajustement de la fonction de distribution des valeurs extrêmes généralisées (GEV) sur les valeurs extrêmes de I_{DV} présentés dans la section 5.7.3 du chapitre 5.

E.1 Élasticité cubique

L'ajustement de la fonction GEV pour les valeurs extrêmes de I_{DV} des grains situés sur la surface libre des microstructures a été analysés dans la section 5.7.3. Pour les grains situés dans le volume des microstructures, les figures E.1 et E.2 représentent respectivement les fonctions de probabilité cumulée et les fonctions de densité de probabilité correspondantes illustrant des exemples d'ajustement de la fonction GEV. Les blocs maximum présentent une dispersion plus importante comparée à celle des grains situés sur la surface libre. Ceci vient du fait que les contraintes hydrostatique et de cisaillement sont plus dispersées dans le volume qu'à la surface libre de l'agrégat.

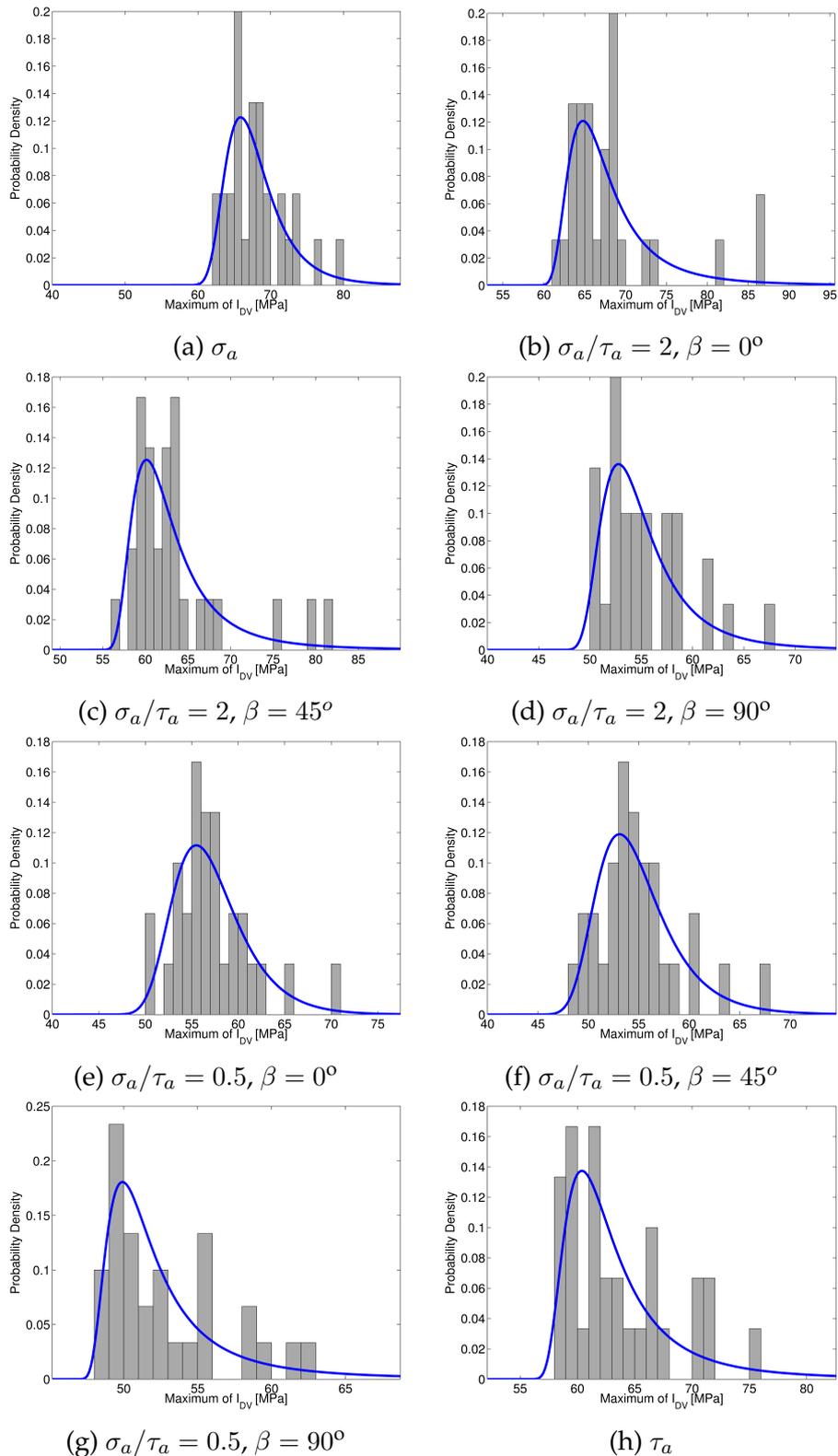
E.2 Élasticité cubique + plasticité cristalline

L'ajustement de la fonction de distribution GEV des valeurs extrêmes de I_{DV} pour les calculs en élasticité cubique + plasticité cristalline est illustré sur les figures E.3, E.4, E.5 et E.6. Comme en élasticité cubique, les blocs maximums de I_{DV} pour les grains situés dans le volume de l'agrégat présentent une plus importante dispersion par rapport aux grains situés sur la surface libre.



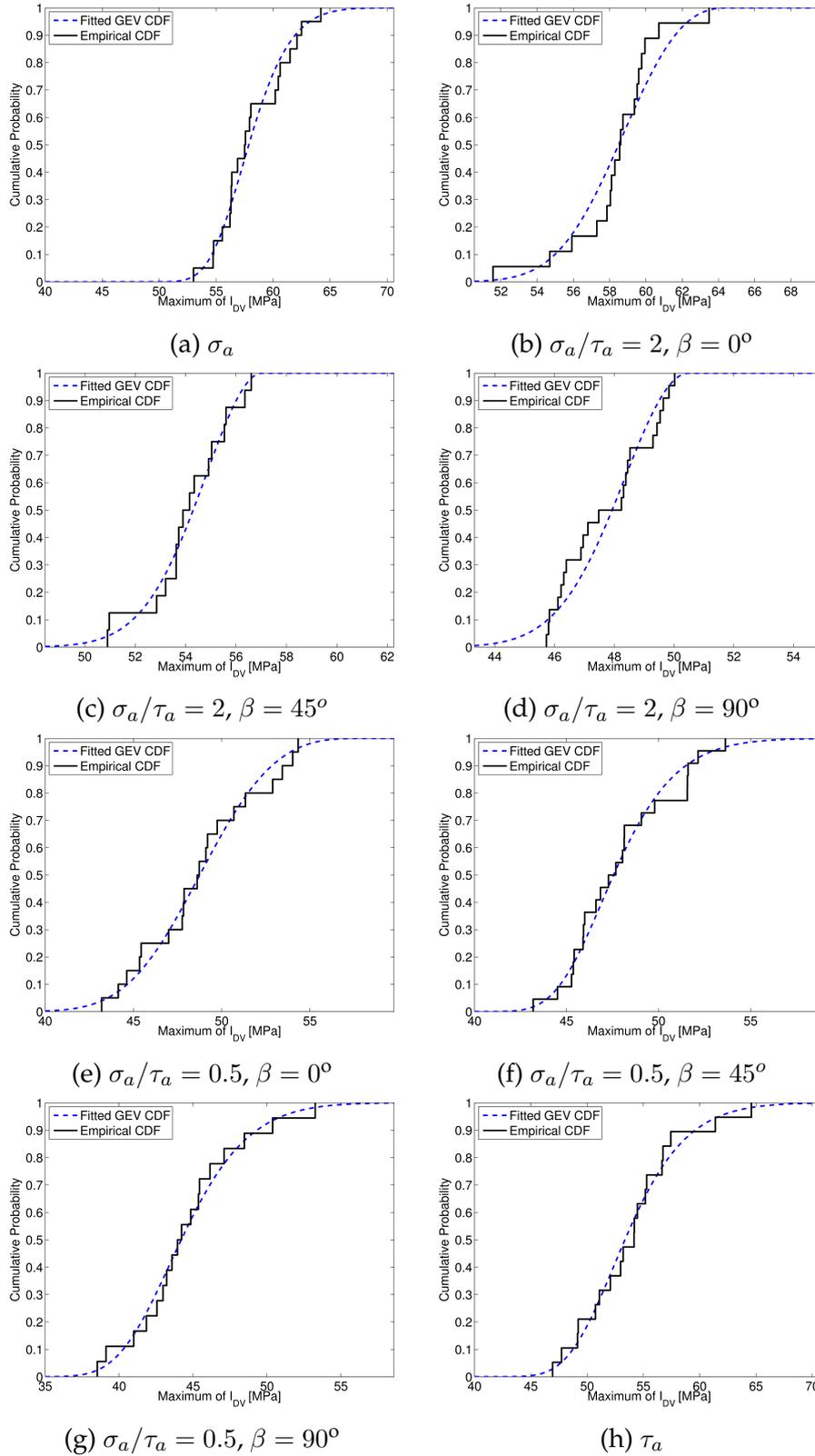
Élasticité cubique : grains dans le volume

FIG. E.1 – Ajustement ("Fitted") avec la GEV des valeurs extrêmes de I_{DV} . Représentation de la fonction de probabilité cumulée dans le cas de l'élasticité cubique.



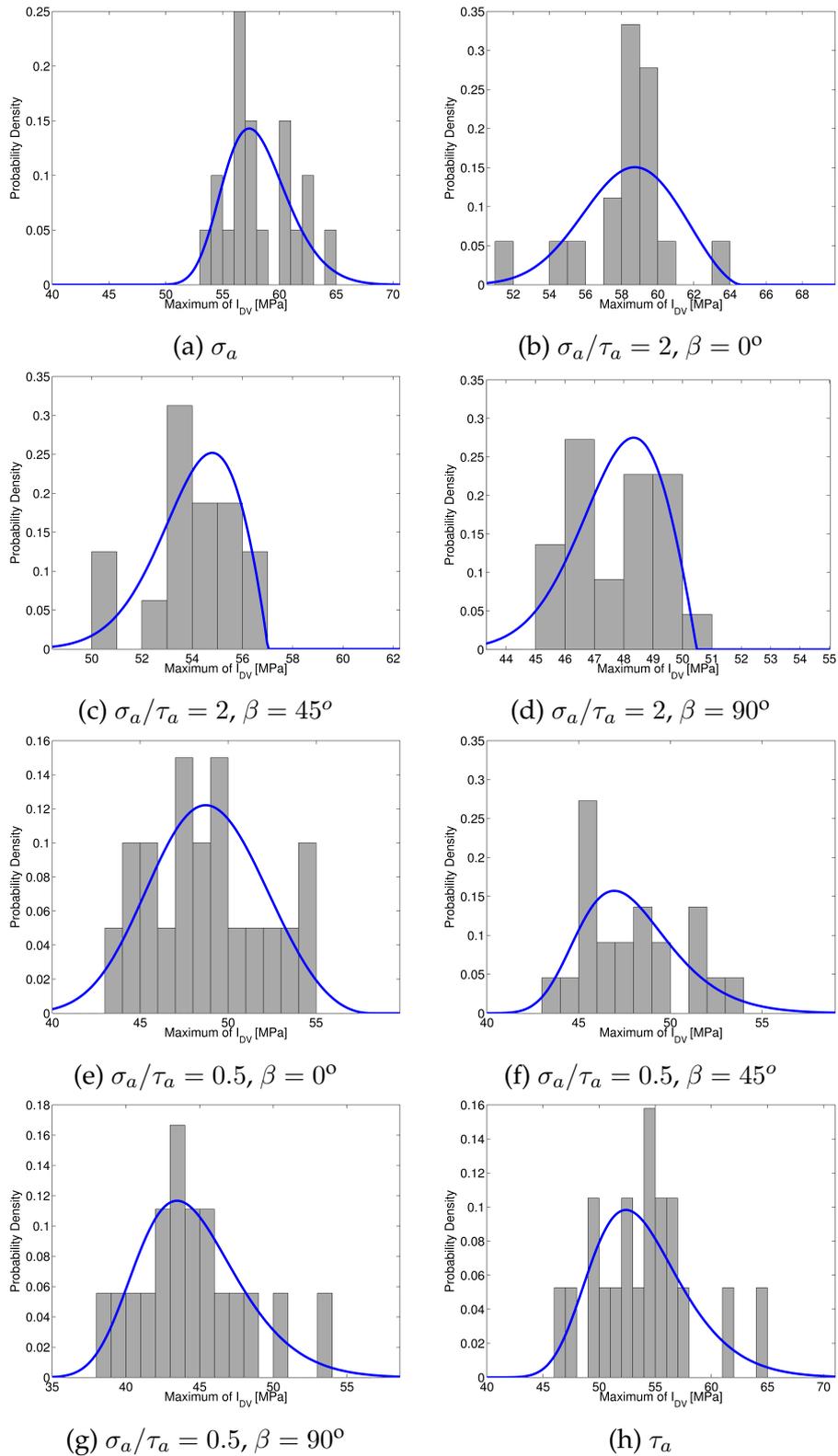
Élasticité cubique : grains dans le volume

FIG. E.2 – Ajustement ("Fitted") avec la GEV des valeurs extrêmes de I_{DV} . Représentation de la fonction de densité de probabilité dans le cas de l'élasticité cubique.



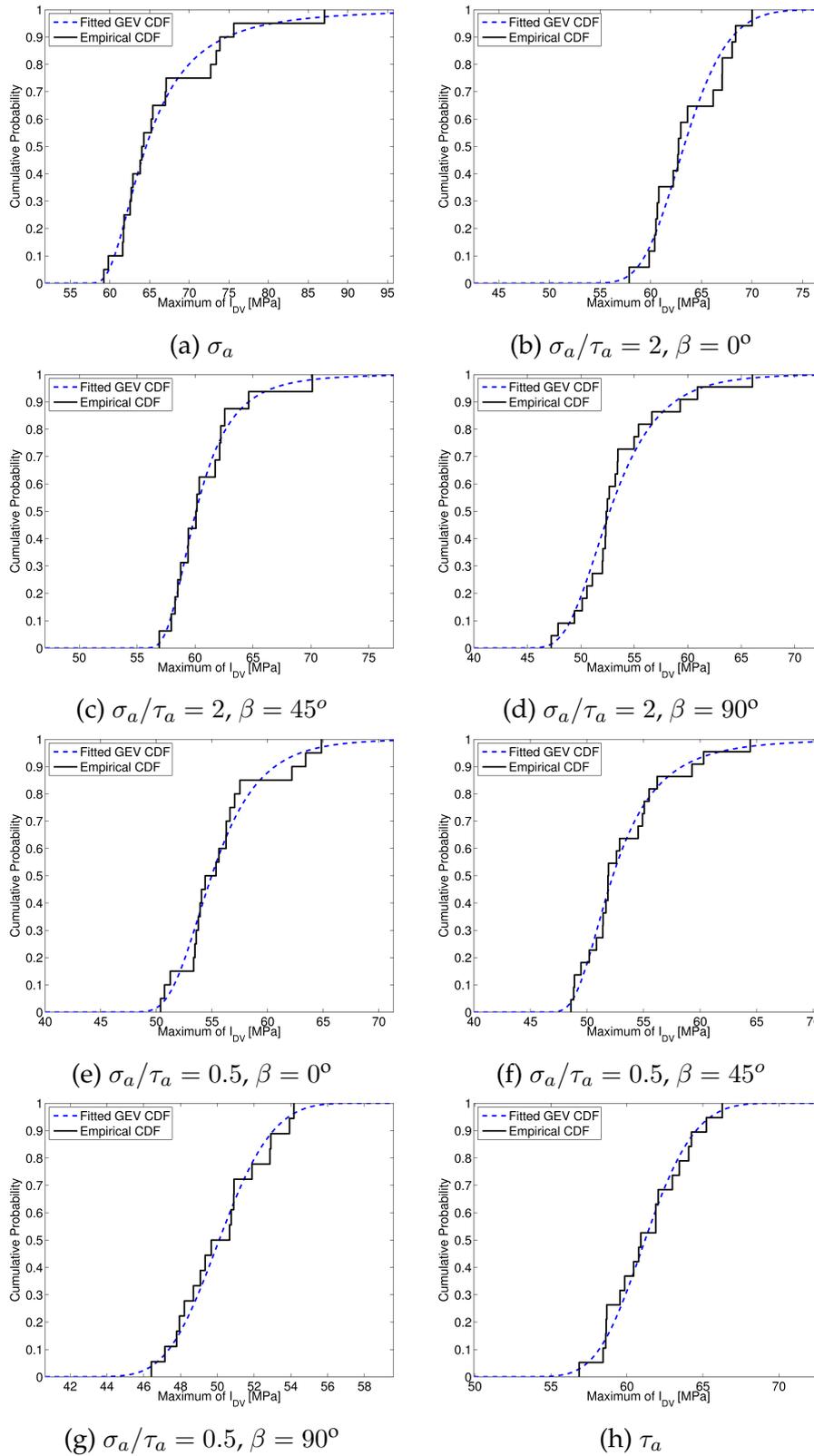
Élasticité cubique + plasticité cristalline : grains sur la surface libre

FIG. E.3 – Ajustement ("Fitted") avec la GEV des valeurs extrêmes de I_{DV} . Représentation de la fonction de probabilité cumulée dans le cas de l'élasticité cubique + plasticité cristalline.



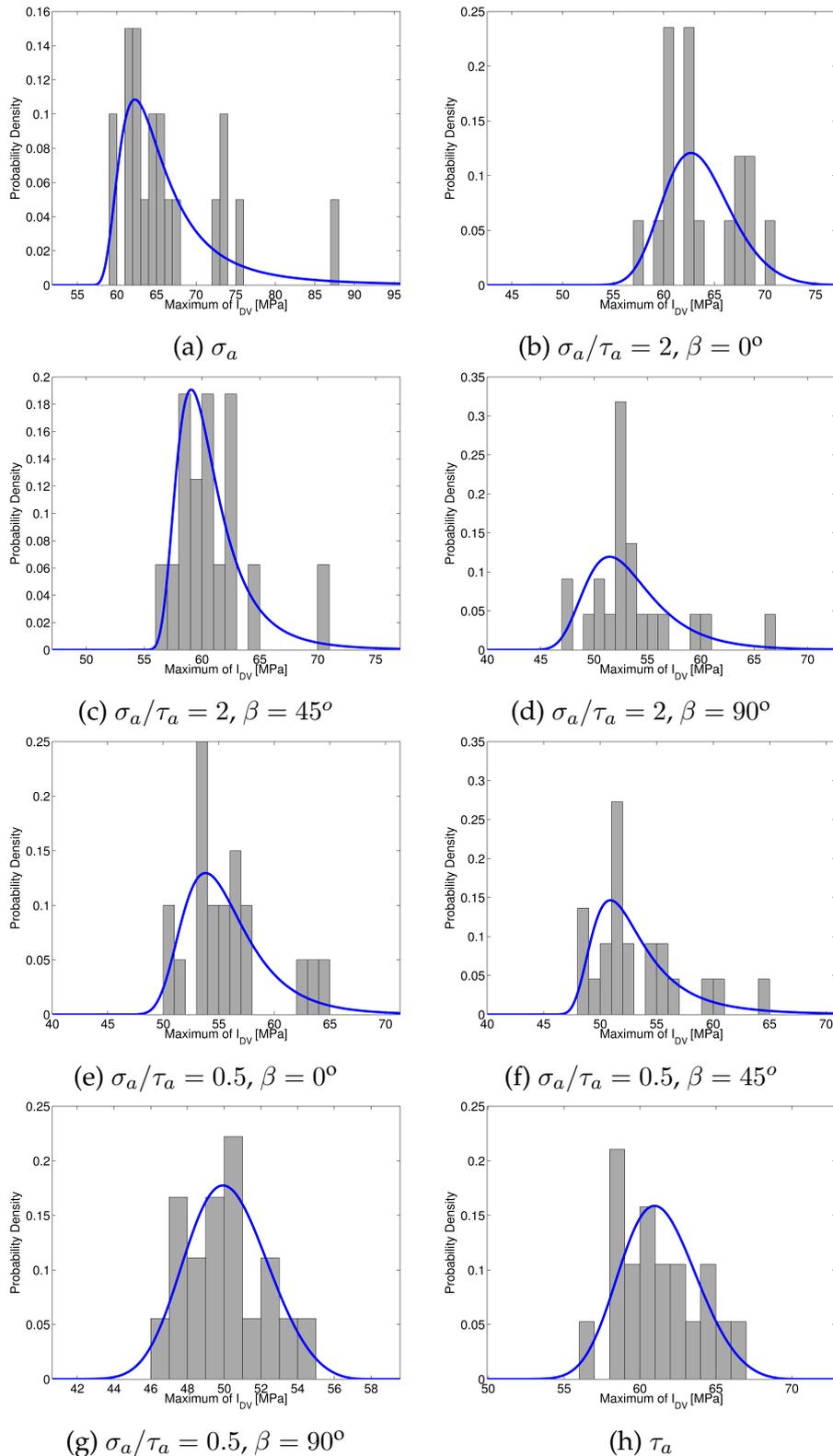
Élasticité cubique + plasticité cristalline : grains sur la surface libre

FIG. E.4 – Ajustement ("Fitted") avec la GEV des valeurs extrêmes de I_{DV} . Représentation de la fonction de densité de probabilité dans le cas de l'élasticité cubique + plasticité cristalline.



Élasticité cubique + plasticité cristalline : grains dans le volume

FIG. E.5 – Ajustement ("Fitted") avec la GEV des valeurs extrêmes de I_{DV} . Représentation de la fonction de probabilité cumulée dans le cas de l'élasticité cubique + plasticité cristalline.



Élasticité cubique + plasticité cristalline : grains dans le volume

FIG. E.6 – Ajustement ("Fitted") avec la GEV des valeurs extrêmes de I_{DV} . Représentation de la fonction de densité de probabilité dans le cas de l'élasticité cubique + plasticité cristalline.

FIP de Dang Van en élasticité cubique + plasticité cristalline

Nous présentons dans cette annexe l'effet du type de chargement sur la dispersion des valeurs extrêmes à l'échelle mésoscopique pour les calculs réalisés en élasticité cubique + plasticité cristalline. Cet effet a été étudié dans la section 5.7.5 du chapitre 5. Pour le chargement combiné avec $\sigma_a/\tau_a = 2$, la dispersion de I_{DV} reste similaire au cas de chargement de traction simple ($R = -1$). Lorsque $\sigma_a/\tau_a = 0.5$, la dispersion de I_{DV} est plutôt proche de la torsion simple ($R = -1$). Comme en élasticité cubique seule, l'effet du déphasage sur la dispersion des valeurs extrêmes est moins marqué pour les grains situés sur la surface libre (cf. figure F.1) comparé ceux situés dans le volume (cf. figure F.2) de l'agrégat.

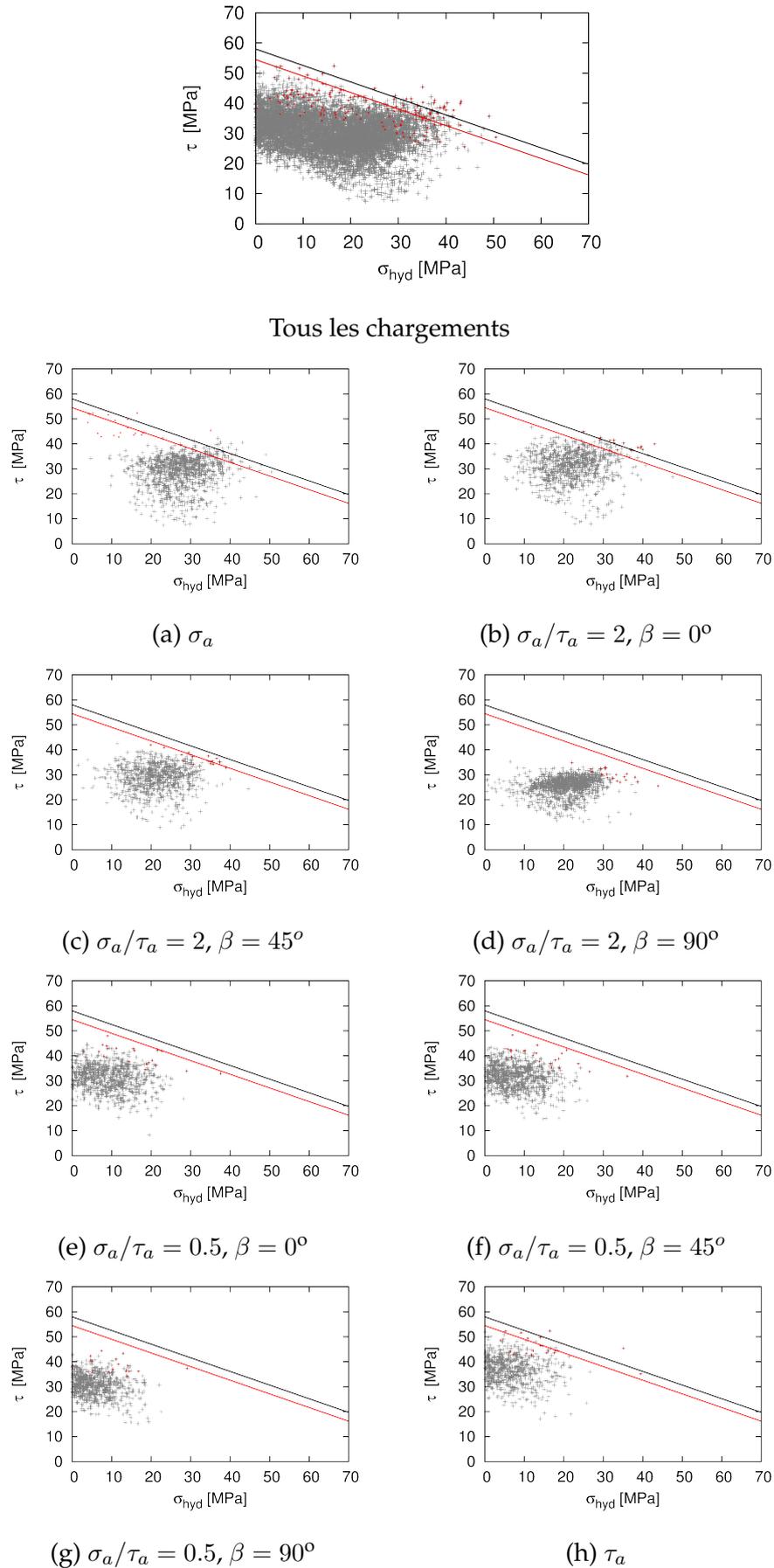
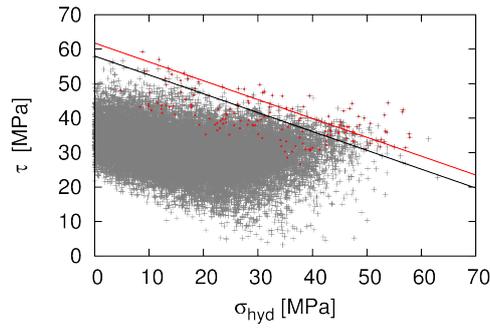


FIG. F.1 – Effet du type de chargement sur les valeurs extrêmes en élasticité cubique + plasticité cristalline sur les grains sur la surface libre. (σ_{hyd} et τ) sont représentés à l’instant du cycle où I_{DV} est maximal.



Tous les chargements

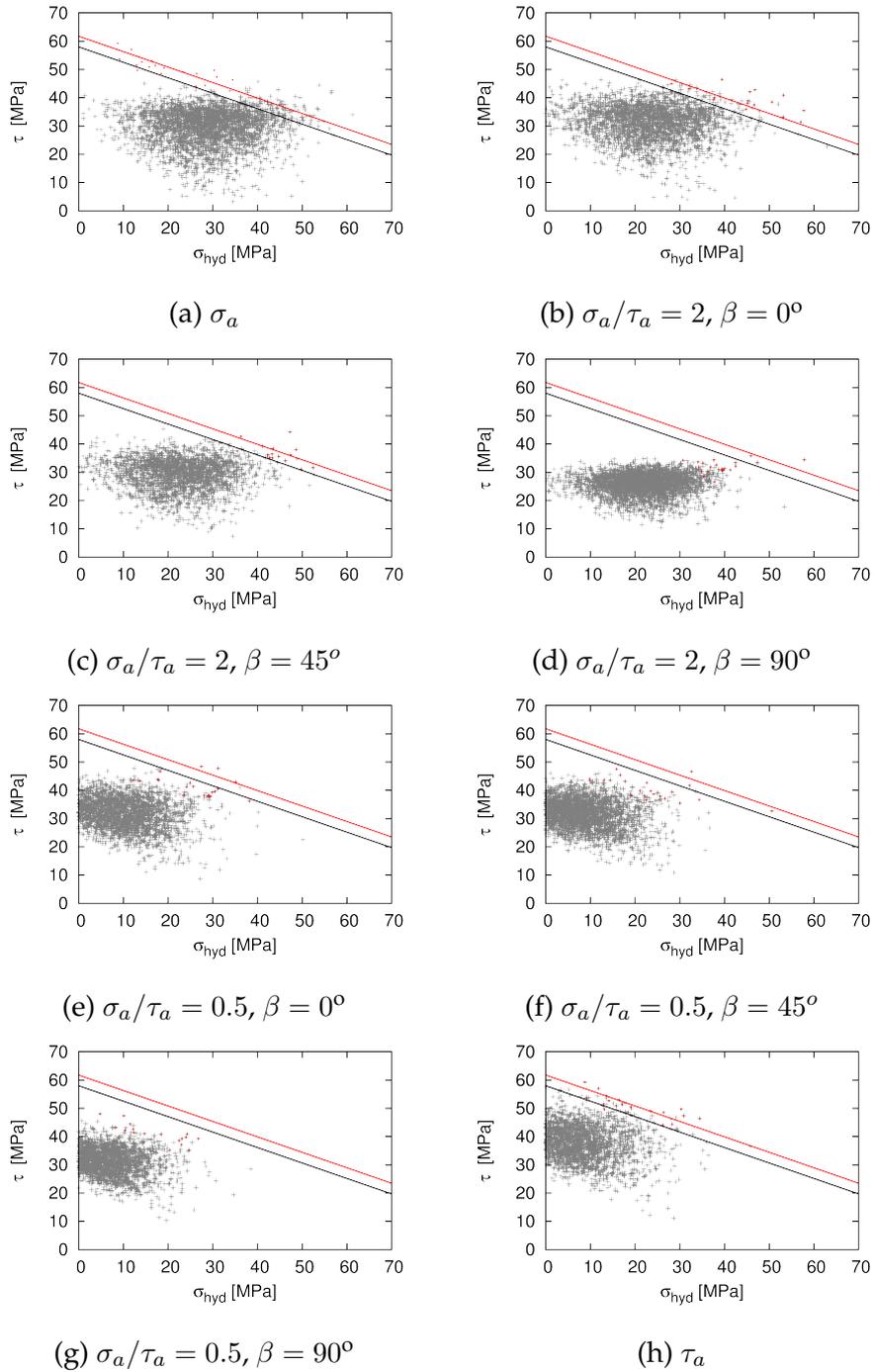


FIG. F.2 – Effet du type de chargement sur les valeurs extrêmes en élasticité cubique + plasticité cristalline sur les grains dans le volume. (σ_{hyd} et τ) sont représentés à l'instant du cycle où I_{DV} est maximal.

Bibliographie

- [Col, 2012] (2012). Coltène président light body. http://www.coltene.com/en/products/27/details/94/PRESIDENT_wash_material.html, consulté le 18/08/12.
- [AFNOR, 1990] AFNOR (1990). *Norme française : Essai de traction sur matériaux métalliques*. Indice de classement : A 03-001.
- [Agbessi, 2009] Agbessi, K. (2009). Étude de l'intégrité des surfaces et de la microstructure du titane allié type Ti-10V-2Fe-3Al soumis à des essais d'usinage. Mémoire de D.E.A., Université Paul Verlaine de Metz, France.
- [Agbessi et al., 2012] Agbessi, K., Saintier, N., and Palin-Luc, T. (2012). Plastic deformation and fatigue damage mechanisms in copper polycrystal under multiaxial fatigue loadings. Graz, AUSTRIA. EUROMECH, 8th European Solid Mechanics Conference.
- [Armstrong and Frederick, 1966] Armstrong, P. and Frederick, C. (1966). A mathematical representation of the multiaxial baushinger effect. *Materials at High Temperatures*, 24 :1 – 26.
- [Banvillet et al., 2003] Banvillet, A., Palin-Luc, T., and Lasserre, S. (2003). A volumetric energy based high cycle multiaxial fatigue criterion. *International Journal of Fatigue*, 25(8) :755 – 769.
- [Bartali et al., 2008] Bartali, A. E., Aubin, V., Sabatier, L., Villechaise, P., and Degallaix-Moreuil, S. (2008). Identification and analysis of slip systems activated during low-cycle fatigue in a duplex stainless steel. *Scripta Materialia*, 59(12) :1231–1234.
- [Basinski and Basinski, 1992] Basinski, Z. and Basinski, S. (1992). Fundamental aspects of low amplitude cyclic deformation in face-centred cubic crystals. *Progress in Materials Science*, 36 :89 –148.
- [Benabes, 2006] Benabes, J. (2006). *Approche énergétique non locale du calcul de durée de vie de structures en fatigue multiaxiale sous chargements d'amplitude variable : application a une roue de train ferroviaire*. PhD thesis, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, France.
- [Bennett and McDowell, 2003] Bennett, V. and McDowell, D. (2003). Polycrystal orientation distribution effects on microslip in high cycle fatigue. *International Journal of Fatigue*, 25(1) :27–39.
- [Bernasconi, 2002] Bernasconi, A. (2002). Efficient algorithms for calculation of shear stress amplitude and amplitude of the second invariant of the stress deviator in fatigue criteria applications. *International Journal of Fatigue*, 24(6) :649 – 657.
- [Bernasconi and Papadopoulos, 2005] Bernasconi, A. and Papadopoulos, I. (2005). Efficiency of algorithms for shear stress amplitude calculation in critical plane class fatigue criteria. *Computational Materials Science*, 34(4) :355 – 368.
- [Berveiller and Zaoui, 1978] Berveiller, M. and Zaoui, A. (1978). An extension of the self-consistent scheme to plastically-flowing polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 26(5–6) :325 – 344.
- [Besson et al., 2001] Besson, J., Cailletaud, G., Chaboche, J.-L., and Forest, S. (2001). *Mécanique non linéaire des matériaux*, page 446. Hermès - Lavoisier.
- [Bhandari et al., 2007] Bhandari, Y., Sarkar, S., Groeber, M., Uchic, M., Dimiduk, D., and Ghosh, S. (2007). 3d polycrystalline microstructure reconstruction from fib generated serial sections for fe analysis. *Computational Materials Science*, 41(2) :222 – 235.

- [Blochwitz et al., 1996] Blochwitz, C., Brechbühl, J., and Tirschler, W. (1996). Analysis of activated slip systems in fatigue nickel polycrystals using the ebsd-technique in the scanning electron microscope. *Materials Science and Engineering A*, 210(1–2) :42–47.
- [Blochwitz et al., 1997] Blochwitz, C., Richter, R., Tirschler, W., and Obrtlík, K. (1997). The effect of local textures on microcrack propagation in fatigued f.c.c. metals. *Materials Science and Engineering A*, 234–236 :563 – 566.
- [Brand et al., 1992] Brand, A., Flavenot, J., Gregoire, R., and Tournier, C. (1992). *Données technologiques sur la fatigue*. Mécanique et matériaux. CETIM.
- [Bridier et al., 2009] Bridier, F., McDowell, D. L., Villechaise, P., and Mendez, J. (2009). Crystal plasticity modeling of slip activity in ti-6al-4v under high cycle fatigue loading. *International Journal of Plasticity*, 25(6) :1066 – 1082.
- [Bridier et al., 2005] Bridier, F., Villechaise, P., and Mendez, J. (2005). Analysis of the different slip systems activated by tension in a α/β titanium alloy in relation with local crystallographic orientation. *Acta Materialia*, 53(3) :555 – 567.
- [Brown, 2000] Brown, L. M. (2000). Dislocation plasticity in persistent slip bands. *Materials Science and Engineering A*, 285 :35–42.
- [Brown and Miller, 1973] Brown, M. and Miller, K. (1973). A theory for fatigue failure under multi-axial stress-strain conditions. In *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 187 :745–755.
- [Buque et al., 2001] Buque, C., Bretschneider, J., Schwab, A., and Holste, C. (2001). Dislocation structures in cyclically deformed nickel polycrystals. *Materials Science and Engineering A*, 300 :254–262.
- [Cailletaud, 1987] Cailletaud, G. (1987). *Une approche micromécanique phénoménologique du comportement inélastique des métaux*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, France.
- [Cailletaud and Pilvin, 1994] Cailletaud, G. and Pilvin, P. (1994). Utilisation de modèles dpoly-cristallins pour le calcul par éléments finis. *Revue Européenne des Éléments Finis*, 3 :515–541.
- [Calloch, 1997] Calloch, S. (1997). *Essais triaxiaux non-proportionnels et ingénierie des modèles de plasticité cyclique*. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- [Chan, 2010] Chan, K. S. (2010). Roles of microstructure in fatigue crack initiation. *International Journal of Fatigue*, 32(9) :1428 – 1447.
- [Cramer, 1946] Cramer, H. (1946). *Mathematical Methods of Statistics*. Princeton Univeristy Press.
- [Crossland, 1959] Crossland, B. (1959). Effect of a large hydrostatic pressure on the torsional fatigue strength of an alloy steel. In *Int. Conf. Fatigue of Metals (London), Inst. of Mech. Eng.*, pages 138–149.
- [Dang-Van, 1973] Dang-Van, K. (1973). Sur la résistance à la fatigue des métaux. In *Sciences et Techniques de l'Armement*, 47 :641–722.
- [Dang-Van et al., 1989] Dang-Van, K., Cailletaud, G., Flavenot, J.-F., Douaron, L., and Lieurade, H.-P. (1989). Criterion for high-cycle fatigue failure under multiaxial loading. In *Biaxial and Multiaxial Fatigue (Sheffield)*, pages 459–478. M. Brown and K. Miller, Eds.
- [Delayay, 2004] Delayay, T. (2004). *Développement d'une méthode probabiliste de calcul en fatigue multiaxiale prenant en compte la répartition volumique des contraintes*. PhD thesis, Université Bordeaux 1, France.
- [Déprés, 2004] Déprés, C. (2004). *Modélisation physique des stades précurseurs de l'endommagement en fatigue dans l'acier inoxydable austénitique 316L*. PhD thesis, Institut national polytechnique de Grenoble, France.
- [Déprés et al., 2008] Déprés, C., Fivel, M., and Tabourot, L. (2008). A dislocation-based model for low-amplitude fatigue behaviour of face-centred cubic single crystals. *Scripta Materialia*, 58(12) :1086–1089.
- [Devincre and Kubin, 1997] Devincre, B. and Kubin, L. (1997). Mesoscopic simulations of dislocations and plasticity. *Materials Science and Engineering : A*, 234-236(0) :8 – 14.

-
- [Devincre et al., 2006] Devincre, B., Kubin, L., and Hoc, T. (2006). Physical analyses of crystal plasticity by dd simulations. *Scripta Materialia*, 54(5) :741–746.
- [Dirrenberger and Forest, 2010] Dirrenberger, J. and Forest, S. (2010). Simulation et homogénéisation de microstructures périodiques. *Centre des Matériaux, MINES-ParisTech*. Notice Homogénéisation Zebulon.
- [Doquet, 1997] Doquet, V. (1997). Crack initiation mechanisms in torsional fatigue. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 20 :227–235.
- [Doudard et al., 2004] Doudard, C., Calloch, S., Hild, F., Cugy, P., and Galtier, A. (2004). Identification of the scatter in high cycle fatigue from temperature measurements. *Comptes Rendus Mécanique*, 332(10) :795 – 801.
- [Doudard et al., 2007] Doudard, C., Poncelet, M., Calloch, S., Boue, C., Hild, F., and Galtier, A. (2007). Determination of an hcf criterion by thermal measurements under biaxial cyclic loading. *International Journal of Fatigue*, 29(4) :748 – 757.
- [El Bartali et al., 2009] El Bartali, A., Aubin, V., and Degallaix, S. (2009). Surface observation and measurement techniques to study the fatigue damage micromechanisms in a duplex stainless steel. *International Journal of Fatigue*, 31 :2049–2055.
- [Eshelby, 1957] Eshelby, J. (1957). The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. *Proceedings of the Royal Society A*, 241 :376–396.
- [Essmann et al., 1980] Essmann, U., Gosele, U., and Mughrabi, H. (1980). A model of extrusions and intrusions in fatigued metals. I : Point defect production and the growth of extrusions. *Phil. Mag*, 44(2).
- [Fargione et al., 2002] Fargione, G., Geraci, A., Rosa, G. L., and Risitano, A. (2002). Rapid determination of the fatigue curve by the thermographic method. *International Journal of Fatigue*, 24(1) :11 – 19.
- [Fatemi and Shamsaei, 2011] Fatemi, A. and Shamsaei, N. (2011). Multiaxial fatigue : An overview and some approximation models for life estimation. *International Journal of Fatigue*, 33 :948 – 958.
- [Fatemi and Socie, 1988] Fatemi, A. and Socie, D. F. (1988). Critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 11(3) :149–165.
- [Feaugas, 2007] Feaugas, X. (2007). mécanismes de déformation et d’amorçage en fatigue des métaux c.f.c polycristallins. In *Colloque National sur la Fatigue des Matériaux et Structures, MECAMAT*. Aussois, France.
- [Feyel et al., 1997] Feyel, F., Calloch, S., Marquis, D., and Cailletaud, G. (1997). FE computation of a triaxial specimen using a polycrystalline model. *Computational Materials Science*, 9 :141–157.
- [Ficher et al., 1952] Ficher, C., Hart, W., and Pry, H. (1952). Theory of slip-bands formation. *Physical review*, 87(6) :958–961.
- [Figueroa and Laird, 1983] Figueroa, J. and Laird, C. (1983). Crack initiation mechanisms in copper polycrystals cycled under constant strain amplitudes and in step tests. *Materials Science and Engineering*, 60(1) :45 – 58.
- [Findley, 1959] Findley, W. (1959). A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending. *Transactions ASME*, 81(Series B) :301–306.
- [Finney and Laird, 1975] Finney, J. M. and Laird, C. (1975). *Phil. Mag.*, 31(339).
- [Fivel, 1993] Fivel, M. (1993). *Etudes numériques à différentes échelles de la déformation plastique des monocristaux de structure CFC*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, France.
- [Franciosi, 1985] Franciosi, P. (1985). The concepts of latent hardening and strain hardening in metallic single crystals. *Acta Metallurgica*, 33(9) :1601 – 1612.

- [Franciosi et al., 1980] Franciosi, P., Berveiller, M., and Zaoui, A. (1980). Latent hardening in copper and aluminium single crystals. *Acta Metallurgica*, 28(3) :273 – 283.
- [Fritzen and Böhlke, 2011] Fritzen, F. and Böhlke, T. (2011). Periodic three-dimensional mesh generation for particle reinforced composites with application to metal matrix composites. *International Journal of Solids and Structures*, 48(5) :706–718.
- [Fritzen et al., 2009] Fritzen, F., Böhlke, T., and Schnack, E. (2009). Periodic three-dimensional mesh generation for crystalline aggregates based on voronoi tessellations. *Computational Mechanics*, 43 :701–713.
- [Froustey and Lasserre, 1989] Froustey, C. and Lasserre, S. (1989). Multiaxial fatigue endurance of 30ncd16 steel. *International Journal of Fatigue*, 11(3) :169 – 175.
- [Garrido, 2002] Garrido, M. (2002). *Modélisation des événements rares et estimation des quantiles extrêmes, méthodes de sélection des modèles pour les queues de distribution*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, France.
- [Gerard, 2008] Gerard, C. (2008). *Mesures de champs et identification de modèles de plasticité cristalline*. PhD thesis, Université Paris 13, France.
- [Geuzaine and Remacle, 2009] Geuzaine, C. and Remacle, J.-F. (2009). A 3-d finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(11) :1309–1331.
- [Gironès et al., 2004] Gironès, A., Villechaise, P., Mateo, A., Anglada, M., and Méndez, J. (2004). Ebsd studies on the influence of texture on the surface damage mechanisms developed in cyclically loaded aged duplex stainless steels. *Materials Science and Engineering A*, 387-389 :516–521.
- [Gough and Pollard, 1951] Gough, H. and Pollard, H. (1951). Some experiments on the resistance of materials to fatigue under combined stresses. *Aeronaut. research council reports and memoranda*, page 141.
- [Gretegnny and Saxena, 2001] Gretegnny, L. and Saxena, A. (2001). Afm characterization of the evolution of surface deformation during fatigue of polycrystalline copper. *Acta Materialia*, 49 :3755–3765.
- [Groeber et al., 2008] Groeber, M., Ghosh, S., Uchic, M. D., and Dimiduk, D. M. (2008). A framework for automated analysis and simulation of 3d polycrystalline microstructures. part 2 : Synthetic structure generation. *Acta Materialia*, 56(6) :1274 – 1287.
- [Guilhem, 2012] Guilhem, G. (2012). *Etude numérique des champs mécaniques locaux dans les agrégats polycristallins d'acier 316L sous chargements de fatigue*. PhD thesis, Mines ParisTech, France.
- [Guilhem et al., 2010] Guilhem, Y., Basseville, S., Curtit, F., Stéphane, J.-M., and Cailletaud, G. (2010). Investigation of the effect of grain clusters on fatigue crack initiation in polycrystals. *International Journal of Fatigue*, 32(11) :1748 – 1763.
- [Gumbel, 1957] Gumbel, J. E. (1957). Statistical analyses of extreme values for fatigue evaluation of metals. *Revue de statistique appliquée*, 5(4) :51–86.
- [Hang, 2006] Hang, S. (2006). *A Quality Tetrahedral Mesh Generator and Three-Dimensional Delaunay Triangulator*.
- [Heinz and Neumann, 1990] Heinz, A. and Neumann, P. (1990). Crack initiation during high cycle fatigue of an austenitic steel. *Acta Metallurgica et Materialia*, 38(10) :1933–1940.
- [Herbland, 2009] Herbland, T. (2009). *Une méthode de correction élastoplastique pour le calcul en fatigue des zones de concentration de contraintes sous chargement cyclique multiaxial non proportionnel*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, France.
- [Hill, 1967] Hill, R. (1967). The essential structure of constitutive laws for metals composites and polycrystals. *J. Mech. Phys. Solids.*, 15 :79–95.
- [Hirth, 1960] Hirth, J. (1960). On the dislocation interactions in the fcc lattice. *Journal of Applied Mechanics*, 32 :700–706.

-
- [Honeycombe, 1984] Honeycombe, R. (1984). *The plastic deformation of metals 2nd edition*. Edward Arnold Ltd, London.
- [Huang and Ho, 2000] Huang, H. and Ho, N. (2000). The study of fatigue in polycrystalline copper under various strain amplitude at stage I : crack initiation and propagation. *Materials Science and Engineering A*, 293 :7–14.
- [Inoue et al., 1986] Inoue, T., Hoshide, T., Yoshikawa, T., and Kimura, Y. (1986). Slip-band behavior and crack initiation in polycrystalline copper under multiaxial low-cycle fatigue : a damage mechanics approach. *Engineering Fracture Mechanics*, 25(5–6) :665 – 675.
- [Jarrah, 2009] Jarrah, A. (2009). *Developpement de méthodes statistiques et probabilistes en corrosion par piqûres pour l'estimation de la profondeur maximale : Application à l'Aluminium A5*. PhD thesis, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers.
- [Jayaraman and Ditmars, 1989] Jayaraman, N. and Ditmars, M. (1989). Torsional and biaxial (tension-torsion) fatigue damage mechanisms in waspaloy at room temperature. *International Journal of Fatigue*, 11(5) :309 – 318.
- [Jenkinson, 1955] Jenkinson, A. (1955). The frequency distribution of the annual maxima (or minimum) values of meteorological elements. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 81.
- [Jia and Fernandes, 2003] Jia, W. and Fernandes, J. (2003). Mechanical behaviour and the evolution of the dislocation structure of copper polycrystal deformed under fatigue–tension and tension–fatigue sequential strain paths. *Materials Science and Engineering : A*, 348(1–2) :133 – 144.
- [Karolczuk and Macha, 2005] Karolczuk, A. and Macha, E. (2005). A review of critical plane orientations in multiaxial fatigue failure criteria of metallic materials. *International Journal of Fracture*, 134 :267–304.
- [Klesnil and Lukas, 1992] Klesnil, M. and Lukas, P. (1992). *Fatigue of metallic materials*. Elsevier.
- [Koutiri, 2011a] Koutiri, I. (2011a). *Effet de fortes contraintes hydrostatiques sur la tenue en fatigue des matériaux métalliques*. PhD thesis, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, France.
- [Koutiri, 2011b] Koutiri, I. (2011b). *Effet de fortes contraintes hydrostatiques sur la tenue en fatigue des matériaux métalliques*. PhD thesis, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, France.
- [Kuguel, 1961] Kuguel, R. (1961). A relation between theoretical stress concentration factor and fatigue notch factor deduced from the concept of highly stressed volume. In *ASTM Proceedings , ASTM Ed.*, 61 :732–748.
- [Kuhlmann-Wilsdorf and Laird, 1977] Kuhlmann-Wilsdorf, D. and Laird, C. (1977). Dislocation behavior in fatigue. *Materials Science and Engineering*, 27(2) :137 – 156.
- [Lasserre and Froustey, 1992] Lasserre, S. and Froustey, C. (1992). Multiaxial fatigue of steel—testing out of phase and in blocks : validity and applicability of some criteria. *International Journal of Fatigue*, 14(2) :113 – 120.
- [Lieurade, 1982] Lieurade, H.-P. (1982). *La pratique des essais de fatigue*. Méthodes expérimentales et analyse des résultats. Édition PYC.
- [Lin, 1957] Lin, T. (1957). Analysis of elastic and plastic strains of a face-centred cubic crystal. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 5(2) :143 – 149.
- [Lin et al., 1998] Lin, T., Wong, K., Teng, N., and Lin, S. (1998). Micromechanic analysis of fatigue band crossing grain boundary. *Materials Science and Engineering A*, 246(1–2) :169 – 179.
- [Lukás and Kunz, 2001] Lukás, P. and Kunz, L. (2001). Cyclic slip localization and fatigue crack initiation in fcc single crystals. *Materials Science and Engineering A.*, 314 :75–80.
- [Luong, 1998] Luong, M. P. (1998). Fatigue limit evaluation of metals using an infrared thermographic technique. *Mechanics of Materials*, 28(1–4) :155 – 163.
- [Luther and Könke, 2009] Luther, T. and Könke, C. (2009). Polycrystal models for the analysis of intergranular crack growth in metallic materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 76(15) :2332–2343.

- [Mackenzie, 1958] Mackenzie, J. K. (1958). Second paper on statistics associated with the random orientation of cubes. *Biometrika*, 45 :229–240.
- [Man, 2007] Man, J. (2007). Afm study of the morphology and micro-strain of slip bands in twin under cyclic deformation. *Materials Science and Engineering A*, 457(1-2) :63–68.
- [Man et al., 2002] Man, J., Obrtlík, K., Blochmitz, C., and Polák, J. (2002). Atomic force microscopy of surface relief in individual grains of fatigued 316l austenitic stainless steel. *Acta Materialia*, 50 :3767–3780.
- [Man et al., 2003] Man, J., Obrtlík, K., and Polák, J. (2003). Study of surface relief evolution in fatigued 316l austenitic stainless steel by afm. *Materials Science and Engineering A*, 351(1–2) :123 – 132.
- [Mandel, 1971] Mandel, J. (1971). Plasticité classique et viscoplasticité. In *Courses and lectures of CISM (New-York)*, 97.
- [Marinelli et al., 2009] Marinelli, M.-C., Bartali, A. E., Signorelli, J. W., Evrard, P., Aubin, V., Alvarez-Armas, I., and Degallaix-Moreuil, S. (2009). Activated slip systems and microcrack path in lcf of a duplex stainless steel. *Materials Science and Engineering A*, 509(1–2) :81–88.
- [Matake, 1977] Matake, A. (1977). An explanation on fatigue limit under combined stress. In *Bulletin of the JSME*, 41 :257 – 263.
- [Matej, 1993] Matej, B. (1993). *Cyclic deformation and fatigue of metals*. Elsevier.
- [McDowell and Dunne, 2010] McDowell, D. and Dunne, F. (2010). Microstructure-sensitive computational modeling of fatigue crack formation. *International Journal of Fatigue*, 32(9) :1521 – 1542.
- [McDowell, 2010] McDowell, D. L. (2010). A perspective on trends in multiscale plasticity. *International Journal of Plasticity*, 26(9) :1280 – 1309.
- [Meric and Cailletaud, 1991] Meric, L. and Cailletaud, G. (1991). Single crystal modeling for structural calculations : Part 2 - finite element implementation. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 113(1) :171–182.
- [Meyer, 1994] Meyer, F. (1994). Topographic distance and watershed lines. *Signal Processing*, 38(1) :113–125.
- [Mineur, 2000] Mineur, M. (2000). *Conditions locales d’amorçage des fissures de fatigue dans un acier inoxydable de type 316L : aspects cristallographiques (EBSD)*. PhD thesis, Université de Poitiers, France.
- [Morel, 1996] Morel, F. (1996). *Fatigue multiaxiale sous chargement d’amplitude variable*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d’Aérotechnique, France.
- [Morel, 2000] Morel, F. (2000). A critical plane approach for life prediction of high cycle fatigue under multiaxial variable amplitude loading. *International Journal of Fatigue*, 22(2) :101 – 119.
- [Mori and Tanaka, 1973] Mori, T. and Tanaka, K. (1973). Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metallurgica*, 21 :571–574.
- [Mughrabi, 1978] Mughrabi, H. (1978). The cyclic hardening and saturation behaviour of copper single crystals. *Materials Science and Engineering A.*, 33 :207–223.
- [Mughrabi, 1983] Mughrabi, H. (1983). Dislocation wall and cell structures and long-range internal stresses in deformed metal crystals. *Acta Metallurgica*, 31(9) :1367–1379.
- [Mughrabi, 2006] Mughrabi, H. (2006). Specific features and mechanisms of fatigue in the ultrahigh-cycle regime. *International Journal of Fatigue*, 28(11) :1501 – 1508.
- [Mughrabi, 2009] Mughrabi, H. (2009). Cyclic slip irreversibilities and the evolution of fatigue damage. *Metallurgical and materials transactions A.*, 40 :1257–1279.
- [Mughrabi, 2013] Mughrabi, H. (2013). Cyclic slip irreversibility and fatigue life : A microstructure-based analysis. *Acta Materialia*, 61(4) :1197 – 1203.

-
- [Mughrabi and Wang, 1980] Mughrabi, H. and Wang, R. (1980). Cyclic strain localization and fatigue crack initiation in persistent slip bands in face-centred cubic metals and single-phase alloys. *In : International Symposium Defects in Structures*. Tuczno.
- [Musienko et al., 2007] Musienko, A., Tatschl, A., Schmidegg, K., Kolednik, O., Pippan, R., and Cailletaud, G. (2007). Three-dimensional finite element simulation of a polycrystalline copper specimen. *Acta Materialia*, 55(12) :4121 – 4136.
- [Nguyen Thi Thu, 2008] Nguyen Thi Thu, H. (2008). *Effet des hétérogénéités microstructurales sur le comportement en fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles : application à l'usinage assisté laser*. PhD thesis, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, France.
- [Orowan, 1939] Orowan, E. (1939). Theory of the fatigue metals. *Proceedings of the Royal Academy, London.*, pages 138–149.
- [Osipov et al., 2008] Osipov, N., Gourgues-Lorenzon, A.-F., Marini, B., Mounoury, V., N'Guyen, F., and Cailletaud, G. (2008). Fe modelling of bainitic steels using crystal plasticity. *Philosophical Magazine*, 88 :3757–3777.
- [Palin-Luc and Lasserre, 1998] Palin-Luc, T. and Lasserre, S. (1998). An energy based criterion for high cycle multiaxial fatigue. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 17 :237–251.
- [Palin-Luc et al., 1998] Palin-Luc, T., Lasserre, S., and Berard, Y. (1998). Experimental investigation on the significance of the conventional endurance limit of a spheroidal graphite cast iron. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 21(2) :191–200.
- [Palin-Luc et al., 2002] Palin-Luc, T., Sellier, E., d'Errico, F., and Vanhaeren, M. (2002). Elastomer and resin replicas for sem observation of metallic materials. *In experimental techniques*, 26(3) :33–36.
- [Papadopoulos, 1987] Papadopoulos, I. (1987). *Fatigue polycyclique des métaux : Une nouvelle approche*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, France.
- [Papadopoulos, 1994] Papadopoulos, I. (1994). A new criterion of fatigue strength for out-of-phase bending and torsion of hard metals. *International Journal of Fatigue.*, 16 :377–384.
- [Papadopoulos, 1999] Papadopoulos, I. (1999). A selective review of high-cycle fatigue criteria with application in out-of-phase bending and torsion. *Engineering Against Fatigue.*, pages 399–406.
- [Papadopoulos et al., 1997] Papadopoulos, I. V., Davoli, P., Gorla, C., Filippini, M., and Bernasconi, A. (1997). A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals. *International Journal of Fatigue*, 19(3) :219 – 235.
- [Pedersen and Winter, 1982] Pedersen, O. and Winter, A. (1982). Fatigue hardening and nucleation of persistent slip bands in copper. *Acta Metallurgica*, 30(3) :711–718.
- [Petit, 2006] Petit, B. (2006). *Étude du comportement mécanique et des modifications de texture et de microstructure induites par la transformation de phase $\gamma - \alpha'$ sous contrainte d'un acier AISI 304. Aspects expérimentaux et modélisations*. PhD thesis, Université Paul Verlaine de Metz, France.
- [Pilvin, 1990] Pilvin, P. (1990). *Approches multiéchelles pour la prévision du comportement inélastique des métaux*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, France.
- [Pilvin, 1998] Pilvin, P. (1998). Une approche simplifiée pour schématiser l'effet de surface sur le comportement mécanique d'un polycristal. *Journal de Physique IV*, 8 :33–38.
- [Pilvin, 1994] Pilvin, P. (may 31–june 3 1994). The contribution of micromechanical approaches to the modelling of inelastic behaviour. *In A. Pineau, G. Cailletaud et T. Lindley, éditeurs : 4th Int. Conf. on Biaxial/multiaxial Fatigue, Saint-Germain en Laye, France*, 1 :31–46.
- [Pineau and Bathias, 2008] Pineau, A. and Bathias, C. (2008). *Fatigue des matériaux et des structures 1*. Lavoisier.
- [Polák et al., 2003] Polák, J., Man, J., and Obrtlík, K. (2003). AFM evidence of surface relief formation and models of fatigue crack nucleation. *International Journal of Fatigue*, 25(9–11) :1027 – 1036.

- [Polák and Sauzay, 2009] Polák, J. and Sauzay, M. (2009). Growth of extrusions in localized cyclic plastic straining. *Materials Science and Engineering : A*, 500(1–2) :122 – 129.
- [Pommier, 2000] Pommier, S. (2000). *Contribution à l'étude de la fatigue des matériaux métalliques*. HDR, École Centrale de Paris, France.
- [Poncelet et al., 2007] Poncelet, M., Doudard, C., Calloch, S., Hild, F., Weber, B., and Galtier, A. (2007). Prediction of self-heating measurements under proportional and non-proportional multiaxial cyclic loadings. *Comptes Rendus Mécanique*, 335(2) :81 – 86.
- [Poncelet et al., 2010] Poncelet, M., Doudard, C., Calloch, S., Weber, B., and Hild, F. (2010). Probabilistic multiscale models and measurements of self-heating under multiaxial high cycle fatigue. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 58(4) :578–593.
- [Proudhon, 2005] Proudhon, H. (2005). *Identification des mécanismes de fissuration dans un alliage d'Aluminium sollicité en fretting et en fatigue*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- [Przybyla et al., 2010] Przybyla, C., Prasannavenkatesan, R., Salajegheh, N., and McDowell, D. L. (2010). Microstructure-sensitive modeling of high cycle fatigue. *International Journal of Fatigue*, 32(3) :512 – 525.
- [Przybyla, 2010] Przybyla, C. P. (2010). *Microstructure-sensitive extreme value probabilities of fatigue in advanced engineering alloys*. PhD thesis, Phd of Georgia Institute of Technology.
- [Pyrz, 1994] Pyrz, R. (1994). Correlation of microstructure variability and local stress field in two-phase materials. *Materials Science and Engineering A*, 177(1–2) :253 – 259.
- [Quey et al., 2011] Quey, R., Dawson, P., and Barbe, F. (2011). Large-scale 3d random polycrystals for the finite element method : Generation, meshing and remeshing. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(17–20) :1729–1745.
- [Qylafku et al., 1998] Qylafku, G., Azari, Z., Gjonaj, M., and Pluvinage, G. (1998). On the fatigue failure and life prediction for notched specimens. *Materials science*, 34(5) :604–618.
- [Qylafku et al., 1999] Qylafku, G., Azari, Z., Kadi, N., Gjonaj, M., and Pluvinage, G. (1999). Application of a new model proposal for fatigue life prediction on notches and key-seats. *International Journal of Fatigue*, 21(8) :753 – 760.
- [Ray, 1995] Ray, R. (1995). Rolling textures of pure nickel, nickel-iron and nickel-cobalt alloys. *Acta Metallurgica et Materialia*, 43(10) :3861–3872.
- [Richter and Burmeister, 1997] Richter, R. and Burmeister, H.-J. (1997). Effects of grain boundary properties on intergranular cracking in fatigued f.c.c. metals. *Acta Materialia*, 45(2) :715 – 725.
- [Robert et al., 2012] Robert, C., Saintier, N., Palin-Luc, T., and Morel, F. (2012). Micro-mechanical modelling of high cycle fatigue behaviour of metals under multiaxial loads. *Mechanics of Materials*, 55(0) :112 – 129.
- [Rosa and Risitano, 2000] Rosa, G. L. and Risitano, A. (2000). Thermographic methodology for rapid determination of the fatigue limit of materials and mechanical components. *International Journal of Fatigue*, 22(1) :65 – 73.
- [Sai et al., 2006] Sai, K., Cailletaud, G., and Forest, S. (2006). Micro-mechanical modeling of the inelastic behavior of directionally solidified materials. *Mechanics of Materials*, 8 :203–217.
- [Saintier et al., 2013] Saintier, N., Palin-luc, T., Benabes, J., and Cochetoux, F. (2013). Non local energy based fatigue life calculation method under multiaxial variable amplitude loadings. *accepted paper, to appear in International Journal of Fatigue*.
- [Saintier et al., 2011] Saintier, N., Robert, C., Hor, A., Morel, F., and Palin-Luc, T. (2011). High cycle fatigue strength criteria and microstructurally related modeling of metals. Shanghai, CHINA. *Advances in Heterogeneous Material Mechanics*, 3rd Conference for Heterogeneous Materials Mechanics (ICHMM).

-
- [Sangid et al., 2011] Sangid, M. D., Maier, H. J., and Sehitoglu, H. (2011). The role of grain boundaries on fatigue crack initiation – an energy approach. *International Journal of Plasticity*, 27(5) :801 – 821.
- [Saux et al., 2010] Saux, V. L., Marco, Y., Calloch, S., Doudard, C., and Charrier, P. (2010). Fast evaluation of the fatigue lifetime of rubber-like materials based on a heat build-up protocol and microtomography measurements. *International Journal of Fatigue*, 32(10) :1582 – 1590.
- [Sauzay, 2006] Sauzay, M. (2006). Effet de l'anisotropie élastique cristalline sur la distribution des facteurs de schmid à la surface des polycristaux. *C. R. Mécanique*, 334 :353–361.
- [Sauzay, 2007] Sauzay, M. (2007). Cubic elasticity and stress distribution at the free surface of polycrystals. *Acta Materialia*, 55(4) :1193 – 1202.
- [Sauzay, 2009] Sauzay, M. (2009). *Micromécanique des polycristaux soumis à de faibles déformations*. HDR, Université Paris 6, France.
- [Schijve, 2003] Schijve, J. (2003). Fatigue of structures and materials in the 20th century and the state of the art. *International Journal of Fatigue*, 25 :679–702.
- [Serre et al., 2008] Serre, I., Salazar, D., and Vogt, J.-B. (2008). Atomic force microscopy investigation of surface relief in individual phases of deformed duplex stainless steel. *Materials Science and Engineering : A*, 492(1–2) :428 – 433.
- [Souai, 2001] Souai, N. (2001). *Contrôle du maillage thermique et de la taille de grains par traitements thermomécaniques dans un superalliage à base de Ni*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, France.
- [St-Pierre et al., 2008] St-Pierre, L., Hériprié, E., Dexet, M., Crépin, J., Bertolino, G., and Bilger, N. (2008). 3d simulations of microstructure and comparison with experimental microstructure coming from o.i.m analysis. *International Journal of Plasticity*, 24(9) :1516 – 1532.
- [Stanzl-Tschegg et al., 2007] Stanzl-Tschegg, S., Mughrabi, H., and Schoenbauer, B. (2007). Life time and cyclic slip of copper in the vhc regime. *International Journal of Fatigue*, 29(9–11) :2050 – 2059.
- [Stanzl-Tschegg and Schönbauer, 2010] Stanzl-Tschegg, S. E. and Schönbauer, B. (2010). Mechanisms of strain localization, crack initiation and fracture of polycrystalline copper in the vhc regime. *International Journal of Fatigue*, 32(6) :886 – 893.
- [Tabourot et al., 1997] Tabourot, L., Fivel, M., and Rauch, E. (1997). Generalised constitutive laws for f.c.c. single crystals. *Materials Science and Engineering A*, 234–236 :639–642.
- [Taylor, 1938] Taylor, G. (1938). Plastic strain in metals. *Journal Institute of Metals*, 62 :307–324.
- [Thieulot-Laure, 2008] Thieulot-Laure, E. (2008). *Méthode probabiliste unifiée pour la prédiction du risque de rupture en fatigue*. PhD thesis, École Nationale Supérieure de Cachan, France.
- [Tóth et al., 2000] Tóth, L., Molinari, A., and Zouhal, N. (2000). Cyclic plasticity phenomena as predicted by polycrystal plasticity. *Mechanics of Materials*, 32(2) :99 – 113.
- [Trochidis et al., 2000] Trochidis, A., Douka, E., and Polyzos, B. (2000). Formation and evolution of persistent slip bands in metals. *Mechanics and Physics of Solids*, 48 :1761–1775.
- [Villechaise et al., 2002] Villechaise, P., Sabatier, L., and Girard, J. (2002). On slip band features and crack initiation in fatigued 316l austenitic stainless steel : Part 1 : Analysis by electron back-scattered diffraction and atomic force microscopy. *Materials Science and Engineering A*, 323(1–2) :377–385.
- [Wang and Mughrabi, 1984] Wang, R. and Mughrabi, H. (1984). Secondary cyclic hardening in fatigued copper monocrystals and polycrystals. *Materials Science and Engineering A*, 63 :147–163.
- [Wang et al., 1978] Wang, R., Mughrabi, H., McGovern, S., and Rapp, M. (1978). Fatigue of copper single crystals in vacuum and in air : II fatigue crack propagation. *Materials Science and Engineering A*, 65 :219–233.
- [Wang and Pan, 1999] Wang, Y. and Pan, J. (1999). Use of fracture mechanics to predict fatigue initiation life under multiaxial loading conditions. *International Journal of Fatigue*, 21, Supplement 1(0) :S173 – S180.

- [Wang and Yao, 2004] Wang, Y.-Y. and Yao, W.-X. (2004). Evaluation and comparison of several multiaxial fatigue criteria. *International Journal of Fatigue*, 26(1) :17 – 25.
- [Wang et al., 1997] Wang, Z., Gong, B., and Wang, Z. (1997). Cyclic deformation behavior and dislocation structures of [001] copper single crystals—ii. characteristics of dislocation structures. *Acta Materialia*, 45(4) :1379 – 1391.
- [Wang et al., 2001] Wang, Z., Zhang, Z., Li, X., Jia, W., and Li, S. (2001). Orientation dependence of the cyclic deformation behavior and the role of grain boundaries in fatigue damage in copper crystals. *Materials Science and Engineering A*, 319-321(0) :63 – 73.
- [Weber et al., 2001] Weber, B., Labesse-Jied, F., and Robert, J. (2001). Comparison of multiaxial high cycle fatigue criteria and their application to fatigue design of structures. In *6th International Conference on Biaxial and Multiaxial Fatigue and Fracture*.
- [Weibull, 1939] Weibull, W. (1939). A statistical theory of the strength of materials. *Roy. Swed. Inst. Eng. Res., Report 151*.
- [Weibull, 1951] Weibull, W. (1951). A statistical distribution function of wide applicability. *ASME - Journal of Applied Mechanics*, 18 :293 – 297.
- [Weidner et al., 2010] Weidner, A., Amberger, D., Pyczak, F., Schönbauer, B., Stanzl-Tschegg, S., and Mughrabi, H. (2010). Fatigue damage in copper polycrystals subjected to ultrahigh-cycle fatigue below the psb threshold. *International Journal of Fatigue*, 32(6) :872 – 878.
- [Weyer et al., 2002] Weyer, S., Fröhlich, A., Riesch-Oppermann, H., Cizelj, L., and Kovac, M. (2002). Automatic finite element meshing of planar voronoi tessellations. *Engineering Fracture Mechanics*, 69(8) :945 – 958.
- [Winter et al., 1981] Winter, A., Pedersen, O., and Rasmussen, K. (1981). Dislocation microstructures in fatigued copper polycrystals. *Acta Metallurgica*, 29(5) :735–748.
- [Wöhler, 1858] Wöhler, A. (1858). Report on tests of the königl. niederschleesisch-märkkischen eisenbahn made with apparatus for the measurement of the bending and torsion of railway axles in service (in german). *Zeitsch. Bauwesen*, 8 :642–651.
- [Zhai et al., 2000] Zhai, T., Wilkinson, A., and Martin, J. (2000). A crystallographic mechanism for fatigue crack propagation through grain boundaries. *Acta Materialia*, 48(20) :4917–4927.
- [Zhang et al., 2005] Zhang, K., Wu, M., and Feng, R. (2005). Simulation of microplasticity-induced deformation in uniaxially strained ceramics by 3-d voronoi polycrystal modeling. *International Journal of Plasticity*, 21(4) :801–834.
- [Zhang and Wang, 2000] Zhang, Z. and Wang, Z. (2000). Comparison of fatigue cracking possibility along large- and low-angle grain boundaries. *Materials Science and Engineering A*, 284(1–2) :285 – 291.
- [Zhang and Wang, 2003] Zhang, Z. and Wang, Z. (2003). Dependence of intergranular fatigue cracking on the interactions of persistent slip bands with grain boundaries. *Acta Materialia*, 51(2) :347 – 364.
- [Zouhal et al., 1996] Zouhal, N., Molinari, A., and Tóth, L. (1996). Elastic-plastic effects during cyclic loading as predicted by the taylor-lin model of polycrystal elasto-viscoplasticity. *International Journal of Plasticity*, 12(3) :343 – 360.

Approches expérimentales et multi-échelles des processus d'amorçage des fissures de fatigue sous chargements complexes

RÉSUMÉ : Les méthodes de calcul en fatigue à grande durée de vie sont en cours de développement depuis des décennies et sont utilisées par les ingénieurs pour dimensionner les structures. Généralement, ces méthodes se basent sur la mise en équations de quantités mécaniques calculées à l'échelle macroscopique ou mésoscopique. Les critères de fatigue multiaxiale reposent généralement sur des hypothèses de changement d'échelle dont l'objectif est d'accéder à l'état de contraintes ou de déformations à l'échelle du grain. Dans les approches de type plan critique (Dang Van, Papadopoulos, Morel), l'amorçage d'une fissure de fatigue est considéré comme piloté par une quantité mécanique liée à une orientation matérielle particulière (plan critique). Si ces phénomènes sont bien établis dans le cas des chargements uniaxiaux, la nature des mécanismes liés à l'activation des systèmes de glissement, à la multiplicité du glissement et aux différents sites préférentiels d'amorçage de fissures sous chargements complexes reste peu connue. Afin de mieux comprendre les mécanismes d'endommagement en fatigue multiaxiale, les techniques d'analyse et de caractérisation de l'activité plastique (activation des systèmes de glissements, bandes de glissement persistantes) et d'observation de l'endommagement par fatigue ont été mises en place en se basant principalement sur des observations MEB et analyses EBSD. Ces investigations ont permis de mettre en lumière les effets des chargements non proportionnels sur la multiplicité du glissement sur du cuivre pur OFHC. L'étude statistique des sites préférentiels d'amorçage de fissures montre que les grains à glissement multiple présentent une forte probabilité d'amorçage de fissures, surtout sous les chargements non proportionnels. Nous avons également mis en évidence le rôle des joints de grains et des joints de macles sur le développement de la plasticité à l'échelle de la microstructure. Les résultats expérimentaux sont confrontés à ceux du calcul éléments finis (EF) en plasticité polycristalline sur des microstructures synthétiques 3D semi-périodiques. L'application du critère de Dang Van à l'échelle mésoscopique (le grain) montre une forte variabilité de la contrainte hydrostatique et du cisaillement. Cette variabilité est plus importante pour un modèle de comportement cristallin élastique anisotrope. Le rôle de la plasticité cristalline se révèle secondaire. Ces analyses permettent de remettre en perspective les hypothèses usuelles de changement d'échelle utilisées en fatigue multiaxiale. Enfin, une méthode basée sur la statistique des valeurs extrêmes est proposée pour le dépouillement des calculs EF sur agrégats. Cette analyse a été appliquée sur la contrainte équivalente associée au critère de fatigue de Dang Van pour les calculs d'agrégats polycristallins avec différentes morphologies et orientations des grains. Les effets de la surface libre, du type de chargement et du modèle de comportement mécanique des grains ont été analysés. Les résultats offrent des perspectives intéressantes sur la modélisation de l'amorçage des fissures en fatigue multiaxiale des matériaux et des structures avec une prise en compte de la microstructure.

Mots clés : fatigue à grande durée de vie, chargement complexe, système de glissement, bande de glissement persistante, amorçage de fissure, éléments finis, agrégat polycristallin, statistique des valeurs extrêmes.

Experimental and multi-scale approaches of fatigue cracks initiation process under complex loading conditions

ABSTRACT : The development of high cycle fatigue (HCF) strength assessment methods has now been running for more than a century, leading to relatively efficient methods for engineers. Generally, these methods are based on mechanical quantities calculated at macroscopic or mesoscopic scales and validated by the model's ability to accurately reproduce experimental results. Multiaxial fatigue strength criteria are usually based on scaling transition assumptions aiming at capturing the stress or strain state in the grain. In the case of critical plane based criteria (Dang Van, Papadopoulos, Morel), fatigue crack initiation is supposed to be controlled by a mechanical quantity linked to a particular orientation (critical plane). If fatigue crack initiation phenomena are well established in the case of uniaxial loadings, the nature of the mechanisms involved in the activation of slip systems, multiple slip and preferential sites of crack initiation under complex loadings remains little known.

To better understand the mechanisms of multiaxial fatigue crack initiation, analysis and characterization of the plastic activity (e.g. activation of slip systems, persistent slip bands) and observations of fatigue damage have been carried out on pure OFHC copper, using SEM and EBSD analyses. These investigations enabled to highlight the effects of non-proportional multiaxial loadings through the induced multiplicity of slip. The statistical study of preferential crack initiation sites shows that grains with multiple slip have a high probability of crack initiation, especially under non-proportional loading. We also highlighted the role of grain boundaries and twin boundaries on the development of plasticity across the microstructure. The experimental results were compared with those of finite element crystal plasticity computations on synthetic 3D semi-periodic microstructures. The application of the Dang Van criterion at the mesoscopic (grain) scale showed a strong variability of the hydrostatic stress and the shear stress. This variability was greater for anisotropic elastic behavior, while the role of crystal plasticity seemed to be secondary. These analyses allowed putting into perspective the usual assumptions of scaling transition rules used in multiaxial fatigue. Finally, a method based on the extreme values statistics was proposed and applied to the equivalent stress associated to the Dang Van fatigue criterion for polycrystalline aggregate computations with different morphologies and grains orientations. The effects of the microstructure, free surface, loading types and mechanical behavior were analyzed. The results offered interesting insights into the multiaxial fatigue modeling of metals and structures taking into account the microstructure.

Keywords : high cycle fatigue, complex loading, slip system, persistent slip band, crack initiation, finite element, polycrystalline aggregate, extreme values statistics.