HAL open science

Concurrence imparfaite entre opérateurs sur les marchés financiers

Laurence Daures Lescourret

To cite this version:

Laurence Daures Lescourret. Concurrence imparfaite entre opérateurs sur les marchés financiers. Economies et finances. HEC PARIS, 2003. Français. NNT : 2004EHEC0003 . pastel-00918336

HAL Id: pastel-00918336

https://pastel.hal.science/pastel-00918336

Submitted on 13 Dec 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ECOLE DES HAUTES ETUDES COMMERCIALES

THESE

POUR L'OBTENTION DU TITRE
DE DOCTEUR ES SCIENCES DE GESTION

Nouveau doctorat (arrêté du 30 mars 1992)

Sujet

CONCURRENCE IMPARFAITE ENTRE OPERATEURS SUR LES MARCHES FINANCIERS

Candidate

LAURENCE DAURES LESCOURRET

JURY

Président

MICHEL LEVASSEUR
Professeur, Université de Lille II

Directeur de thèse

THIERRY FOUCAULT
Professeur Associé, Habilité à Diriger des Recherches
Ecole des Hautes Etudes Commerciales

Rapporteurs

BRUNO BIAIS
Professeur, Université de Toulouse I
Membre de l'Institut Universitaire de France

JACQUES HAMON
Professeur, Université de Paris IX Dauphine

Suffragant

STEFANO LOVO
Professeur Assistant, Ecole des Hautes Etudes Commerciales

2003

Le Groupe HEC n'entend donner aucune approbation ni improbation aux opinions émises dans cette thèse. Ces opinions doivent être considérées comme propres à leur auteur.

A Léo,

et à Pierre.

Remerciements

Mes premiers et plus vifs remerciements sont adressés à mon directeur de thèse Thierry Foucault. Je lui suis profondément reconnaissante de l'encadrement judicieux dont il m'a fait bénéficier, qui m'a permis de progresser constamment dans mon travail, mais également de devenir autonome dans mon métier. Je souhaite également rendre hommage à sa rigueur et à sa créativité scientifique qui ont été déterminantes pour le bon déroulement de la thèse et pour le choix de cette discipline de recherche.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Bruno Biais et Jacques Hamon qui me font l'honneur de rapporter cette thèse. J'adresse ensuite des remerciements tout particuliers à Michel Levasseur pour avoir accepté de faire partie du jury, mais aussi pour m'avoir ouvert les portes de ce métier passionnant. Un grand merci également à Stefano Lovo qui a suivi l'évolution de la thèse et a accepté de participer au jury.

J'ai eu le plaisir et la chance d'effectuer ce travail au sein du laboratoire de Finance Assurance du CREST. Je suis donc particulièrement reconnaissante à Christian Gouriéroux et Nizar Touzi pour m'y avoir accueillie.

Je remercie ensuite vivement Christian Y. Robert qui a directement contribué à certaines parties de la thèse. Merci Christian de ta disponibilité et de ton aide patiente.

Ce travail a également bénéficié des commentaires et des suggestions de Sophie Moinas Lorsin avec qui les discussions sont toujours enrichissantes.

Je remercie chaleureusement Laure Belluzzo qui a consacré quelques heures de loisirs à relire chaque partie de cette thèse.

Les commentaires des membres du CREST ont contribué à améliorer ce travail. A ce titre, je souhaite remercier Cécile Boyer, Serge Darolles, Philippe Février et Gaëlle Le Fol. Merci également à Marie Chazal, Caroline Jardet et Fanda Traore pour leur bonne humeur salvatrice, merci aussi à Fabian Astic, Jean-Yves Audibert, Bruno Bouchard-Denize, Patrick Gagliardini, Guillaume Lasserre, Sébastien Laurent, Clotilde Napp, Ashkan Nikeghbali, Fulvio Pegoraro, Grégory Rapuch, Delphine Sabourin et Jean-Michel Zakoïan pour l'atmosphère stimulante qu'ils contribuent à créer.

Je n'oublie pas les conseils et supports venus du Doctorat HEC. Que Bertrand Quelin, mais aussi Marie-Anne Dureuil, soient assurés de ma sincère reconnaissance. Merci également

à Marie Dominique de Saint-Aubert. Travailler au sein du Doctorat n'aurait pas eu la même saveur sans Allègre, Anne, Cyril, Fabien, François, Guillaume, Ivana, Luis Felipe, Pablo, Pauline, Sophie et Yves-Marie, que j'associe à ces remerciements.

Je remercie également l'équipe pédagogique de l'Université de Cergy-Pontoise pour le poste d'ATER qui m'a été offert. Celui-ci m'a permis de finir ce travail dans des conditions favorables.

Je souhaite aussi m'adresser à mes parents et leur confirmer qu'ils peuvent être soulagés : leur fille vient de terminer ses études. Je les remercie de tout coeur pour la présence dont ils m'ont toujours entourée, en particulier au cours de ces derniers mois.

Enfin, ce travail m'a confirmé que, sans toi, Pierre, je ne suis pas. A toi et à notre enfant, je souhaite dédier ce travail, résultat de votre présence à mes côtés, de votre générosité et de votre patience immodérées. Soyez certains de toute ma reconnaissance et de mon amour.

Table des matières

Introduction Générale **2**

Premier Essai **15**

1 Echange d'informations et performance des marchés financiers **15**

1.1 Introduction 15

1.2 Un modèle de partage d'informations 19

1.2.1 Accord de partage d'informations 19

1.2.2 L'équilibre 24

1.3 Un partage d'informations est-il possible ? 28

1.4 Partage d'informations et performance du marché 40

1.5 Conclusion 44

1.6 Annexes du Premier Essai 46

1.6.1 Preuve du Lemme 1 46

1.6.2 Preuve du Lemme 2 50

1.6.3 Preuve du Lemme 3 51

1.6.4 Preuve de la Proposition 2 52

1.6.5 Preuve de la Proposition 3 55

1.6.6 Preuve de la Proposition 4 56

1.6.7 Preuve de la Proposition 5 57

Deux Essais sur la pratique de direction préférentielle du flux d'ordres **63**

2 Exposé Préliminaire **63**

2.1 Introduction 63

2.2 Caractéristiques institutionnelles 64

2.2.1 Définitions 64

2.2.2 Un aperçu du développement du *preferencing* aux Etats Unis 66

2.3 Impact du *preferencing* sur la qualité des marchés 69

2.3.1 Remarque introductive 69

2.3.2 *Preferencing* des actions inscrites sur la bourse de New York 70

2.3.3 *Preferencing* des actions inscrites sur le Nasdaq 72

3 Deuxième Essai : "*Preferencing*" et concurrence entre teneurs de marché **80**

3.1 Introduction 80

3.2 Cadre théorique 84

3.2.1 Hypothèses générales 85

3.2.2 Discussion 91

3.3 Fourchette de prix et *preferencing* sur un marché centralisé 93

3.3.1 Choix des prix sur un marché centralisé 93

3.3.2 *Preferencing* et performance des marchés 97

3.3.3 Extension 100

3.4 Fourchette de prix *et preferencing* sur un marché fragmenté 105

3.4.1 Choix des prix sur un marché fragmenté 107

3.4.2 Impact du *preferencing* sur le choix des prix 114

3.4.3 *Preferencing* et performance des marchés 118

3.5 Robustesse 125

3.6 Conclusion 127

3.7 Annexes du Deuxième Essai 128
3.7.1 Preuve du Lemme 5 128
3.7.2 Preuve de la Proposition 6 128
3.7.3 Preuve du Corollaire 1 130
3.7.4 Preuve du Corollaire 2 130
3.7.5 Preuve du Corollaire 3 132
3.7.6 Preuve du Corollaire 4 136
3.7.7 Preuve du Corollaire 5 142
3.7.8 Preuve de la Proposition 8 145
3.7.9 Preuve de la Proposition 9 148
3.7.10 Preuve de la Proposition 10 161
3.7.11 Expression analytique des mesures d'agressivité et de probabilité de coter le meilleur prix 162
3.7.12 Preuve sur le 'paiement pour le flux d'ordres' 164
3.7.13 Preuve sur un 'autre déroulement possible des événements' 166

4 Troisième Essai : "*Preferencing*" et communication entre teneurs de marché 168

4.1 Introduction 168
4.2 Préouverture sur le Nasdaq 173
4.2.1 Contexte empirique 173
4.2.2 Une revue de la littérature 175
4.2.3 Communication entre teneurs de marché 178
4.3 Les accords de préférence favorisent-ils la communication d'informations non fondamentales ? 185
4.3.1 Quelques remarques introductives 185
4.3.2 Stratégies de cotation et information communiquée 187
4.3.3 Le teneur de marché privilégié est-il incité à révéler le volume des ordres préférentiels ? 192

4.4 Une étude empirique sur la préouverture du Nasdaq 198
4.4.1 Hypothèses 198
4.4.2 Description des données 207
4.4.3 Résultats empiriques 209
4.4.4 Extensions 221
4.5 Conclusion 222
4.6 Annexes du Troisième Essai 224
4.6.1 Annexe A : Ouverture des marchés 224
4.6.2 Annexe B : Preuve du Corollaire 11 229
4.6.3 Annexe C : Prix choisis en cas de non-communication 229

Conclusion Générale **244**

Lexique **250**

Liste des acronymes **253**

Bibliographie **254**

Table des figures

Figure 1.1 : L' échange d'informations total est-il possible? 60

Figure 1.2 : L' échange d'informations total peut-il améliorer la liquidité du marché? 61

Figure 3.1 : Séquence des événements 87

Figure 3.2 : Prix-seuil 89

Figure 3.3 : Profit espéré par le teneur de marché D_1 en marché centralisé . . . 99

Figure 3.4 : Meilleur prix de vente pour $N = 2$ et $N = 3$ teneurs de marché . . . 102

Figure 3.5 : Un exemple de meilleures réponses 110

Figure 3.6 : Variations de bornes en fonction de κ 112

Figure 3.7 : Probabilité de D_1 de coter la meilleure offre 115

Figure 3.8 : Agressivité des prix choisis par D_1 115

Figure 3.9 : Probabilité de D_2 de coter la meilleure offre 116

Figure 3.10 : Agressivité des prix choisis par D_2 117

Figure 3.11 : Une comparaison des meilleurs prix de vente 119

Figure 3.12 : Profit espéré par D_1 en marché fragmenté 121

Figure 3.13 : Exemple de pertes encourues par le teneur de marché privilégié . . 122

Figure 3.14 : Profit espéré par D_2 en marché fragmenté 124

Figure 3.15 : Une autre séquence des événements 126

Figure 3.16 : Trajectoire impossible du profit de D_1 153

Figure 4.1 : Séquence des événements 180

Figure 4.2 : Croyances de D_1 en cas de communication ou de non-communication 186

Figure 4.3 : Prix choisis par D_1 en cas de dissimulation de $\kappa = 0$ 193
Figure 4.4 : Prix choisis par D_1 en cas de dissimulation de $\kappa > 0$ 193
Figure 4.5 : Impact de la communication sur le profit espéré par le teneur de marché non privilégié D_1 194
Figure 4.6 : Impact de la communication sur le profit espéré par le teneur de marché privilégié D_2 196
Figure 4.7 : Impact de la communication sur le niveau de la meilleure offre . . . 197
Figure 4.8.a : Evolution du NBBO en préouverture d'ATMEL le 07/11/95 . . . 211
Figure 4.8.b. : Evolution des cotations de MASH en préouverture d'ATMEL le 07/11/95 211
Figure 4.8.c : Evolution des cotations de NAWE en préouverture d'ATMEL le 07/11/95 211
Figure 4.8.d : Evolution des cotations de GSCO en préouverture d'ATMEL le 07/11/95 211

Liste des tableaux

Tableau 2.1 : Tableau synthétique des effets du *preferencing* sur la qualité du NYSE 78

Tableau 2.2 : Tableau synthétique des effets du *preferencing* sur la concurrence par les prix du Nasdaq 79

Tableau 3.1 : Tableau synthétique des effets du *preferencing* 125

Tableau 1 : Nature de l'information privée détenue par chaque catégorie de teneurs de marché 201

Tableau 2 : Contribution à la découverte des prix des cotations croisées par catégorie de teneurs de marché 213

Tableau 3 : Auto-corrélation d'ordre 1 des prix d'ouverture et de clôture sur la période de 10/1995 au 09/1996 217

Tableau 4 : Coefficient de corrélation empirique 219

Tableau 5 : Coefficient de corrélation empirique en fonction du volume échangé . 220

Tableau A.1 : Modes d'ouverture des séances en vigueur 226

Tableau A.2 : Modèles économétriques testant l'efficience informationnelle des prix d'ouverture 228

Tableau A.3 : Classification des teneurs de marché 238

Tableau A.4 : Statistiques descriptives des échantillons 239

Tableau A.5 : Nombre et proportion des cotations entrées en préouverture du Nasdaq par catégorie de teneurs de marché du 1/10/1995 au 30/09/1996 . 240

Tableau A.6 : Lien entre les caractéristiques des actions et les signaux envoyés par les teneurs de marché 241
Tableau A.7 : Lien entre la communication des teneurs de marché et leur agressivité de cotation à l'ouverture 242

Introduction Générale

Le champs disciplinaire de la thèse est celui de la microstructure des marchés financiers. L'objectif de ce travail est d'analyser, dans le cadre d'un mécanisme d'échange déterminé, la façon dont certaines pratiques de marché peuvent influencer le comportement des opérateurs et le processus de formation des prix. Les places financières se différencient par la façon dont elles organisent les transactions entre offreurs et demandeurs de capitaux. Selon les règles présidant aux échanges, le mode d'organisation, l'information dont disposent les intervenants ou encore l'autorisation de recourir à certaines pratiques, les stratégies de placement des ordres ou les politiques de fixation des prix diffèrent. Or, l'interaction entre une structure d'échange et le comportement des agents sur ce marché détermine les propriétés des prix de transaction, qui sont plus ou moins stables, ou reflètent plus ou moins la valeur économique de l'actif risqué (i.e. prix informationnellement efficients). En conséquence, les coûts de transaction des investisseurs sont susceptibles de varier en fonction du marché sur lequel ils interviennent. Face à la diversité des mécanismes d'échange, les organismes de régulation s'interrogent sur l'existence d'une structure optimale à la fois pour les offreurs et les demandeurs de capitaux, et sur le bien-fondé de maintenir une telle hétérogénéité d'organisations entre places financières.

En Europe, il existe deux grands modes d'organisation des transactions sur actions, qui tout en coexistant, s'opposent. On distingue les marchés gouvernés par les prix, comme il en existe sur la Bourse de Londres, où la liquidité est assurée par plusieurs intermédiaires (les teneurs de marché), et les marchés gouvernés par les ordres[1], dont Euronext est l'exemple par excellence. Sur ces marchés automatisés, la liquidité est directement fournie par des ordres à cours limité, placés par les investisseurs, qui s'accumulent dans un carnet d'ordres électronique[2]. Tandis que le flux d'ordres est transmis vers un lieu unique - le carnet d'ordres - sur les marchés continentaux, il existe autant de lieux d'exécution des ordres à Londres que de teneurs de marché. Tandis que le traitement des ordres est totalement automatisé et réglementé sur Euronext, l'exécution des ordres à Londres est

[1] Biais, Foucault et Hillion (1997) et Demarchi et Foucault (2000) établissent une typologie précise de l'organisation des échanges sur les principaux marchés financiers.

[2] Il existe de nombreuses études empiriques décrivant le fonctionnement des marchés de carnet d'ordres électroniques et, en particulier, celui de la Bourse de Paris (Euronext Paris), parmi lesquelles on peut citer Biais, Hillion et Spatt (1995), Declerk (2000a), Hamon (1995) ou Le Fol (1998).

soumise aux pratiques de marché en vigueur entre les opérateurs : négociation des prix de transaction, appariement en interne des ordres, etc.. Les marchés boursiers européens ne fonctionnent donc pas sur un mode d'organisation harmonisé, ce à quoi la Commission européenne a souhaité mettre fin.

Le 19 novembre 2002, la Commission européenne a publié une proposition de nouvelle Directive sur les Services d'Investissements (DSI), dont un des objectifs est de supprimer la centralisation des ordres sur le marché central (la Bourse) et le monopole d'exécution des marchés réglementés européens. Cette directive qui devrait être adoptée début 2004 pour être appliquée en 2005 ouvre les Bourses européennes à la concurrence de nouveaux modes d'exécution des ordres. Il s'agit en particulier, d'autoriser 'l'internalisation' des ordres. Cette pratique consiste, pour un intermédiaire financier, à exécuter directement les ordres de ses clients en interne sans les exposer au marché central : soit en les confrontant entre eux soit en s'en portant contrepartie. C'est une pratique courante à Londres. Mais elle n'est pas autorisée par les organismes de régulation continentaux (France ou Italie) qui exigent que le flux d'ordres soit consolidé et exécuté sur le marché central. La publication de ce projet a donc suscité de vives tensions de part et d'autre de la Manche entre les partisans britanniques[3] du principe de la mise en concurrence des systèmes d'exécution et les opposants continentaux[4] à la décentralisation du flux d'ordres. Ceux-ci suspectent en particulier l'internalisation de nuire à la formation des prix, à la transparence[5] des marchés et, finalement, aux investisseurs particuliers qui supporteraient des coûts de transaction plus élevés[6]. Si l'ouverture des places européennes continentales à cette pratique de marché est totalement nouvelle, l'internalisation est, en revanche, largement utilisée au Royaume Uni et, surtout, aux Etats Unis, où elle est plus connue sous le nom de "*self-preferencing*".

[3]La *Federation of European Securities Exchanges* (FESE), le Nasdaq Europe et les grandes banques d'investissement américaines implantées à la City comptent parmi les défenseurs de l'internalisation.

[4]Parmi les opposants au projet de révision de la DSI, on peut citer l'Association Française des Entreprises d'Investissement (AFEI), la Fédération Bancaire Française (FBF), la Fédération Bancaire de l'U.E., etc..

[5]Par exemple, la banque qui internalise les ordres de ses clients ne passe pas, par définition, par le marché central et ne met donc pas à disposition de l'ensemble des opérateurs des informations sur l'état de l'offre ou de la demande. Il y a donc une asymétrie d'information, qui peut être préjudiciable en termes de liquidité ou de coûts de transaction.

[6]Voir Gresse (2001) et Davydoff, Gajewski, Gresse et Grillet-Aubert (2002) pour une analyse de la différence des coûts de transaction entre le London Stock Exchange et Euronext Paris.

La pratique du *preferencing*, qui englobe l'internalisation, concerne 70 % du flux d'ordres du Nasdaq et 35% de celui de la bourse de New York. Sur la bourse de New York, Battalio (1997) observe une réduction des fourchettes de prix qui profiterait aux investisseurs. Sur le Nasdaq, cette pratique provoquerait au contraire un élargissement des fourchettes de prix [Chung, Chuwonganant et McCormick (2002)]. L'impact de cette pratique de marché sur les coûts de transaction que supportent les investisseurs n'est pas neutre : la modification du paysage des marchés financiers que le projet de révision de la DSI implique va-t-elle renforcer ou détériorer la concurrence entre fournisseurs de liquidité ? Peut-on obtenir des éléments de réponse en étudiant les effets du *preferencing* sur le Nasdaq ?

Parallèlement à la remise en question du principe de la centralisation des ordres, on observe que le traitement électronique et désintermédié des transactions d'Euronext n'est pas optimal pour toutes les tailles d'ordres. Il se trouve que, concernant les transactions de blocs de titres (la taille de l'ordre peut être supérieure à 10 000 titres), les courtiers sont plus efficaces que le système pour trouver de la liquidité au meilleur prix [voir Riva (1999) et Bessembinder et Venkatamaran (2003)]. Un courtier sur un marché de bloc connaît les motifs de l'échange de sa clientèle régulière. En particulier, sachant que son client traite pour des besoins de liquidité, il révèle cette information à d'autres opérateurs, qui peuvent servir l'ordre sans courir de risque d'anti-sélection[7]. Pourquoi le courtier a-t-il un avantage à dévoiler la nature des transactions de ses clients ? Pourquoi un marché où les opérateurs sont enclins à s'échanger des informations serait-il plus performant (en termes de stabilité des prix et des coûts de transaction) qu'un marché automatisé et transparent ? Un des objectifs de ce travail est d'étudier ces questions.

Les échanges d'informations ne sont pas seulement observés sur les marchés de blocs. Sur le marché des changes, il est courant qu'un cambiste informé sur une intervention de la banque centrale décide de modifier ses prix indicatifs publiés dans le système de négociation pour diffuser son information à l'ensemble du marché [voir Peiers (1997) ou Dominguez (2003)]. Cette pratique de signalement par les prix n'est pas uniquement le

[7] Il s'agit du risque de traiter avec un investisseur mieux informé [voir, par exemple, Biais et Foucault (1993), O'Hara (1995) ou Boyer (2000) pour un exposé synthétique des modèles traitant de l'asymétrie d'informations sur les marchés financiers].

fait des marchés de gré à gré traditionnellement axés sur la négociation. On observe des pratiques similaires sur les marchés réglementés pendant la période précédant l'ouverture officielle des marchés. En préouverture, les prix sont seulement indicatifs : que ce soit sur la Bourse de Paris ou sur le Nasdaq, les opérateurs ne sont pas liés par les prix qui résultent des ordres qu'ils peuvent placer ou par ceux qu'ils décident de publier. Dans ce cas, pourquoi, en l'absence de transaction et sans obligation de fournir de la liquidité, observe-t-on des mouvements de prix ? Pourquoi les opérateurs sont-ils incités à participer à la préouverture ? Est-ce dans le but de s'échanger des informations et, dans ce cas, quel type d'information ?

La thèse comporte trois essais. Chaque essai traite d'une pratique de marché spécifique. Plus précisément, dans le premier essai, nous nous intéressons théoriquement à la pratique du partage d'informations. Le deuxième essai et le troisième essai sont dédiés à l'analyse des effets du *preferencing* sur le comportement des teneurs de marché. Une revue de littérature figure en introduction de ces deux essais. Tandis que le deuxième essai étudie l'impact du *preferencing* sur les stratégies des cotations suivies par les teneurs de marché, nous adoptons, dans le troisième essai, une approche théorique et empirique pour analyser la pratique du signalement par les prix (connue sous le nom de "*upticking*") à laquelle recourent des teneurs de marché utilisant le *preferencing* sur le Nasdaq.

Nous présentons à présent, de manière précise, le contexte, les hypothèses et les résultats de chaque essai.

1. Echange d'informations et coûts de transaction

On constate que les opérateurs boursiers ont un accès privilégié à certaines informations financières. Par exemple, un courtier qui observe le flux des ordres de ses clients réguliers peut détecter les motifs de leurs échanges et notamment si ceux-ci traitent en fonction d'informations sur la valeur fondamentale[8] des actifs risqués. Inférer l'information 'fondamentale' du flux d'ordres permet à l'opérateur de réaliser une meilleure estimation du prix futur de l'actif et donc de réaliser des profits supplémentaires (s'il est autorisé

[8] Il s'agit de la valeur économique de l'actif risqué [voir, par exemple, Levasseur et Quintart (1998) pour un exposé des différentes méthodes utilisées pour évaluer les entreprises].

à traiter pour son propre compte). Il existe également un autre type d'information, non corrélée à la valeur fondamentale, à laquelle les courtiers sur les marchés de parquet ou sur les marchés de blocs ont accès. Il s'agit d'informations concernant les besoins de liquidité de certains institutionnels ou de grands clients qui affectent temporairement les prix [voir Seppi (1990) ou Grossman (1992)]. La détention de cette information 'non fondamentale' permet également aux opérateurs de réaliser des profits supplémentaires [voir Röell (1990) pour une analyse théorique et Declerck (2000b) pour une étude empirique des négociateurs de la Bourse de Paris]. Les rentes informationnelles sont donc de sources diverses. Echanger une information contre une autre peut-il être profitable ? L'objet du premier essai est de déterminer s'il s'avère optimal pour deux opérateurs possédant des informations de nature différente (fondamentale versus non fondamentale) de mettre en commun leurs informations. L'essai propose une approche différente de celles adoptées par Naik, Neuberger et Viswanathan (1999) et Popper et Montgomery (2001), qui sont, à notre connaissance, les deux seuls modèles qui proposent une explication théorique à la pratique du partage d'informations.

Il n'apparaît pas intuitif qu'un agent souhaite échanger son information privée. En révélant son information à un autre agent, le spéculateur informé permet à un de ses concurrents de traiter en fonction de cette information, ce qui en déprécie la valeur. Toutefois, échanger l'information privée contre une autre information peut être une réponse stratégique dans une situation de concurrence avec d'autres spéculateurs identiquement informés. D'abord, l'accord de partage permet de bénéficier d'une nouvelle source de profit informationel. Ensuite, mettre en commun son information privée avec un autre spéculateur est un moyen de s'engager à traiter plus agressivement, contraignant ainsi les concurrents exclus du partage à moins traiter et donc à renoncer à une partie de leurs profits espérés. Dans le premier essai on considère des opérateurs boursiers, neutres vis-à-vis du risque, qui ont accès soit à l'information fondamentale soit à celle non fondamentale. On analyse ensuite les possibilités d'accords de partage d'informations bilatéraux.

Dans le cadre de l'enchère à prix uniforme décrite dans le modèle de Kyle (1985), nous caractérisons la taille optimale des ordres au mieux que passent les agents infor-

més, ainsi que le prix que fixent les teneurs de marché pour absorber le flux d'ordres net. Nous montrons que les spéculateurs qui observent la demande émanant des investisseurs non informés s'en portent partiellement contrepartie (en passant un ordre de direction inverse). Le flux d'ordres net contient donc moins d'ordres non informationnels, ce qui accroît le risque d'anti-sélection des teneurs de marché, fournisseurs de la liquidité en dernier ressort. Ceux-ci réagissent en diminuant la profondeur du marché, d'autant plus fortement que les agents partagent précisément l'information non fondamentale et 'vidangent' le flux d'ordres net des ordres non risqués. De ce point de vue, le partage d'informations a un impact négatif sur la liquidité. Mais, le partage de l'information fondamentale, qui est la contrepartie nécessaire de celui de l'information non fondamentale, a l'effet inverse puisqu'il accroît la concurrence entre les spéculateurs fondamentaux. La pression concurrentielle conduit ceux-ci à traiter plus agressivement et à moins dissimuler leur information fondamentale, ce qui diminue le risque d'anti-sélection des teneurs de marché qui répondent en augmentant la profondeur du marché. Si les deux agents s'entendent pour mettre en commun leurs informations, la liquidité du marché peut diminuer ou augmenter : cela dépend de la combinaison des deux effets mentionnés et donc de la précision avec laquelle s'effectue le partage d'information, s'il survient.

Une fois établies les stratégies optimales de passage des ordres, nous déterminons les profits moyens des deux spéculateurs avec ou sans partage d'informations. Nous obtenons que le partage d'informations est possible : il existe des cas où les deux spéculateurs augmentent leurs profits moyens en mettant en commun leurs informations privées. Nous montrons également que le partage d'informations a un impact ambigu sur la profondeur du marché, qu'il peut améliorer ou détériorer. En revanche, dans tous les cas, nous montrons que l'efficience informationnelle des prix augmente, tandis que la volatilité diminue si les agents mettent en commun leurs informations. Le partage d'informations permet également de diminuer les coûts de transactions supportés par les investisseurs non informés. En conséquence, il apparaît que cette pratique de marché peut être souhaitable du point de vue de l'organisation des marchés.

2. *Preferencing* et fourchette de prix

L'exposé préliminaire des deuxième et troisième essais a pour objectif de définir et de décrire les caractéristiques institutionnelles de la pratique de *preferencing*. La revue de littérature qui y est proposée permet de mettre en perspective les problèmes que cette pratique soulève.

Le *preferencing* consiste, pour un courtier, à diriger son flux d'ordres 'exécutables'[9] vers un teneur de marché spécifique indépendamment des prix que celui-ci affiche et sans exposer les ordres au marché. En contrepartie de l'exclusivité de ce flux d'ordres, le teneur de marché s'est engagé à exécuter les ordres aux meilleurs prix du marché. Le *preferencing* est un terme générique qui fait référence à deux formes contractuelles de direction préférentielle du flux d'ordres, que l'on observe essentiellement à Londres et sur les marchés américains :

(i) l'internalisation ("*self-preferencing*") qui consiste pour un opérateur financier à se porter contrepartie, en interne, des ordres dont il est propriétaire ;

(ii) les contrats externes qui permettent au courtier utilisant le *preferencing* d'obtenir, en plus de la garantie d'exécution au meilleur prix, des services annexes ("*soft-dollar arrangement*") ou des paiements monétaires ("*payment for order flow*") du teneur de marché.

Etant donné que les ordres préférentiels ne sont pas exposés à la concurrence des autres teneurs de marché, le problème des incitations des teneurs de marché à coter des prix agressifs se pose, à la fois pour ceux qui obtiennent les ordres sans la nécessité d'être concurrentiels, et pour ceux qui n'obtiennent pas les ordres captifs même si leurs prix sont avantageux. Le *preferencing* est-il une pratique anti-concurrentielle ? Un des objectifs du deuxième essai est de proposer des éléments de réponse.

2.1. *Preferencing* et concurrence entre teneurs de marché

Sur les marchés de contrepartie comme le Nasdaq, les teneurs de marché, en concur-

[9] Lorsqu'un ordre ne comporte pas de cours, et qu'il peut être exécuté à n'importe quel prix, ou qu'il mentionne un prix au moins aussi avantageux que celui du marché, on dit qu'il s'agit d'un ordre 'exécutable'.

rence, choisissent leur prix pour attirer le flux d'ordres transmis au marché. Dans cet environnement concurrentiel, alors que les prix qu'ils affichent ne devraient leur laisser aucune possibilité de profit (résultat d'une concurrence par les prix), on observe des fourchettes de prix supra-concurrentielles [voir Christie et Schultz (1994) ou Christie, Harris et Schultz (1994)]. Cette constatation a poussé la SEC en 1997 à enquêter sur les diverses pratiques de marché[10] en vigueur sur le Nasdaq et à mettre fin à certaines d'entre elles en publiant de nouvelles règles (*Order Handling Rules - OHR*[11]). Le *preferencing* demeure toléré, mais est suspecté d'affecter le jeu de la concurrence entre les teneurs de marché [voir le rapport de la SEC (2000)]. L'objectif de l'essai est d'analyser les interactions entre les prix choisis par les teneurs de marché, leur position dans l'actif risqué et la nature des ordres à exécuter, préférentiels ou non (i.e. publics). Ce travail s'inscrit dans la littérature ayant trait aux modèles de stocks[12] introduits par les travaux de Stoll (1978) et analysés ensuite par Ho et Stoll (1983) ou Biais (1993). Notre recherche contribue à cette littérature sur deux points. Nous étudions, d'une part, la façon dont le *preferencing* affecte le lien entre niveau de stock et cotations, ce qui nous permet, d'autre part, de reformuler les prédictions testables des modèles de stocks.

Sur le côté vendeur d'un marché de contrepartie, on considère deux teneurs de marché dont les positions dans l'actif risqué diffèrent. Le niveau de leur position détermine leurs prix de vente de réserve[13] et donc leur tendance à se porter contrepartie d'un ordre public d'achat : plus leur prix de réserve est élevé, moins les teneurs de marché sont désireux

[10]Parmi les pratiques en vigueur, deux d'entre elles étaient suspectées de faciliter une collusion tacite entre teneurs de marché : (i) le "*quote clustering*" (pratique qui conduit les teneurs de marché à coter des prix qui sont des multiples pairs et non impairs de l'échelon de cotation) et (ii) le non affichage systématique des ordres à cours limité transmis par les investisseurs extérieurs.

[11]Les OHR de 1997 regroupent les deux règles suivantes : (i) la règle des ordres à cours limité (*the Limit Order Rule*) et (ii) la règle de la cotation (*the Quote Rule*). La première règle oblige un teneur de marché qui reçoit un ordre à cours limité dont la limite est plus avantageuse que son propre prix à l'afficher. Ainsi la totalité du marché peut connaître à tout instant la meilleure offre. La *Quote Rule* interdit le double affichage : un teneur de marché qui affiche un prix plus avantageux dans un système doit automatiquement mettre à jour son prix dans les autres systèmes.

[12]Les modèles de stock ("*inventory models*") analysent, en particulier, la façon dont un teneur de marché détermine sa fourchette de prix, en fonction du risque de sa position, de la demande de liquidité transmise au marché et des stratégies de cotation suivies par ses concurrents : voir Biais (1990) pour une synthèse des modèles dans ce domaine.

[13]Il s'agit du prix de vente le plus faible auquel le teneur de marché accepte de prendre part à la transaction.

de coter des prix de vente faibles. On suppose, en outre, que, simultanément à l'arrivée d'un ordre public d'achat sur le marché, un flux d'ordres préférentiels d'achat est transmis à l'un des deux teneurs de marché. Tandis que l'ordre public est servi par le teneur de marché affichant le prix de vente le plus avantageux, les ordres préférentiels sont exécutés en exclusivité par le teneur de marché privilégié. En contrepartie, celui-ci s'aligne sur le prix de vente de son concurrent lorsqu'il n'est pas en mesure de coter le prix le plus faible.

L'obligation du teneur de marché de servir les ordres préférentiels amène le teneur de marché à prendre des positions non désirées, pour un prix d'exécution qui peut être défavorable. En conséquence, on obtient que le *preferencing* augmente le risque de position du teneur de marché privilégié, ce qui se répercute par l'élévation de son prix de réserve.

Dans le cadre d'un modèle de concurrence en prix, on suppose que les teneurs de marché déterminent leurs prix simultanément. Qu'ils soient en mesure d'observer le prix de réserve de leur concurrent ou non, on montre que les prix de vente choisis par les deux teneurs de marché sont plus élevés en moyenne que ceux choisis sur un marché n'autorisant pas le *preferencing*. En conséquence, plus le volume des ordres préférentiels est élevé, plus les fourchettes de prix s'élargissent, ce qui corrobore les suspicions des régulateurs et montre que le *preferencing* peut avoir des effets indésirables sur le mécanisme d'échange. Toutefois, ces effets indésirables sont d'autant moins sévères que le nombre de teneurs de marché n'utilisant pas le *preferencing* est élevé. On montre également que le *preferencing* accroît le pouvoir de marché des teneurs de marché leur permettant ainsi de réaliser des rentes supra-concurrentielles plus élevées en moyenne que si le *preferencing* n'était pas autorisé. En particulier, le teneur de marché non privilégié, qui est privé de l'accès aux ordres préférentiels, peut tirer profit de l'augmentation du risque de position de son concurrent et de sa moindre incitation à placer des prix faibles. On montre d'ailleurs que, pour certains niveaux de sa position, le teneur de marché privilégié peut faire des pertes sur un marché où il n'est pas en mesure d'observer la position de son concurrent.

Nous obtenons enfin que les teneurs de marché avec les positions les plus extrêmes ne placent plus nécessairement les meilleurs prix, ce qui diffère des implications testables du modèle de Ho et Stoll (1983).

2.2. *Preferencing* et communication entre teneurs de marché

Avant que le Nasdaq ne débute officiellement la séance, les teneurs de marché ont la possibilité, mais non l'obligation, de placer des prix dans le système de négociation qui les diffuse instantanément à l'ensemble du marché. Sans même qu'il n'y ait de transaction, on observe des mouvements de prix initiés par les teneurs de marché. Notamment, on constate que les teneurs de marché entrent des cotations dites 'croisées', dont il résulte des fourchettes des meilleurs prix négatives : le plus faible prix de vente parmi tous les teneurs de marché peut devenir inférieur au prix d'achat le plus élevé. Cette pratique de marché, nommée "*upticking*", est interdite en séance. Cao, Ghysels et Hatheway (1998), (2000) constatent que les cotations croisées autorisées en préouverture ont des effets désirables dans la mesure où elles contribuent à accroître l'efficience informationnelle des prix d'ouverture du Nasdaq. Ce point de vue est remis en question par Ciccotello et Hatheway (2000) qui soutiennent que les prix d'ouverture sont des prédicteurs biaisés de la valeur fondamentale de l'actif risqué. L'objectif du troisième essai est d'étudier si les cotations croisées peuvent signaler des informations non fondamentales, auquel cas cela peut expliquer le bruit statistique des prix d'ouverture du Nasdaq. Il s'agit, en particulier, de déterminer si le risque de position lié à la pratique du *preferencing*, qui expose le teneur de marché à des pertes potentielles, peut l'inciter à communiquer. La question de l'impact de l'information non fondamentale sur les prix d'ouverture n'est pas directement abordée dans la littérature empirique sur la préouverture des marchés boursiers. Nous contribuons à cette littérature en proposant de tester si cette information peut faire l'objet des mouvements de prix observés en préouverture.

Le troisième essai comporte une partie théorique et une partie empirique. La démarche choisie dans la partie théorique est similaire à celle suivie dans le deuxième essai. Toutefois, à la différence du deuxième essai où le flux d'ordres préférentiels est une variable exogène non aléatoire, nous supposons désormais que c'est une variable aléatoire à deux états. Dans l'état 'Bas', le volume des ordres préférentiels est nul. Dans l'état 'Haut', le teneur de marché préférentiel reçoit un flux d'ordres préférentiels d'achat strictement positif, qui le contraint à élever son prix de réserve pour refléter son plus grand risque de position. Dans ce cas, le teneur de marché a moins de chance de pouvoir placer un prix de vente

faible. Le teneur de marché concurrent connaît seulement la distribution du volume des ordres préférentiels et n'observe pas si le teneur de marché privilégié peut placer des prix concurrentiels (état Bas) ou non (état Haut). Il existe donc une asymétrie sur une information non fondamentale entre les deux opérateurs.

Dans le cadre de l'enchère au premier prix du modèle de Biais (1993), nous caractérisons les prix choisis par les teneurs de marché. Nous trouvons que le teneur de marché préférentiel peut être incité à signaler l'état du flux d'ordres préférentiels afin de modifier la stratégie de cotation de son concurrent. Ainsi, les prix s'orientent dans une direction favorable au teneur de marché privilégié. En conséquence, nous obtenons que la communication est profitable pour celui-ci, mais aussi pour son concurrent dont l'incertitude est réduite. Par ailleurs l'analyse établit que, suite à la communication, les meilleurs prix de vente, qui s'établissent en moyenne sur le marché, s'élèvent généralement, ce qui n'est pas souhaitable du point de vue de l'organisation des marchés. Ces résultats suggèrent que le risque de position lié au *preferencing* peut faire l'objet de communication entre teneurs de marché. L'objectif de la deuxième partie de l'essai est de tester cette hypothèse.

A partir de trois bases de données dont celle de préouverture du Nasdaq utilisée par Cao, Ghysels et Hatheway (1996), (2000) et Ciccottelo et Hatheway (2000), on étudie les caractéristiques des cotations entrées par les *wholesalers*, qui sont la catégorie de teneurs de marché détenant le plus d'accords de préférence. Nous trouvons que ce sont les cotations croisées des *wholesalers* qui contribuent le moins à la découverte des prix, en moyenne. En outre, on observe que, à la différence des autres catégories, les cotations croisées initiées par les *wholesalers* sont liées positivement aux variables utilisées comme 'proxy' du *preferencing*. Ces résultats suggèrent que les *wholesalers* communiquent en préouverture des informations liées à cette pratique de marché. Par ailleurs, les *wholesalers* apparaissent particulièrement exposés au risque de position en préouverture : leurs cotations enregistrent une heure après l'ouverture une tendance au retour au niveau de la veille significative, suggérant la résorption d'un déséquilibre survenu avant l'ouverture. En outre, on observe également une déviation temporaire des meilleurs prix du marché, corroborant l'hypothèse de communication d'information non fondamentale afin d'orienter

temporairement les prix d'ouverture dans une direction favorable aux teneurs de marché.

Après avoir rappelé les principaux résultats obtenus dans les essais, nous abordons, dans la conclusion, les limites et les prolongements possibles de ce travail.

Même si le premier essai se différencie des deux autres sur le mécanisme d'échange et la pratique de marché, il s'inscrit dans une démarche identique. Les trois essais ont en effet pour objectif d'analyser la façon dont les pratiques de marché peuvent altérer la concurrence entre les opérateurs. Dans ce but, nous déterminons la taille optimale des ordres que placent des agents qui échangent leurs informations dans le premier essai, nous analysons les prix choisis et la stratégie de communication de teneurs de marché utilisant le *preferencing* dans le deuxième et troisième essai. Cela nous permet ensuite d'analyser l'impact de ces pratiques sur la qualité du marché (fourchette de prix ou coûts de transaction). Nous espérons ainsi pouvoir apporter des éléments de réponse sur les effets désirables ou indésirables de la mise en place de telles pratiques.

Premier Essai

1

Echange d'informations et performance des marchés financiers

1.1 Introduction

Actuellement, certains systèmes de négociation de titres permettent aux différents opérateurs de s'échanger de l'information. Par exemple, sur les marchés de parquet[1], les participants sont physiquement rassemblés dans un même espace (le parquet) afin d'organiser les transactions. Ce type d'organisation boursière favorise l'interaction répétée et non anonyme des agents entre eux et donc la circulation des informations. Cette communication répétée se révèle une des principales caractéristiques, si ce n'est l'avantage unique[2], des marchés centralisés organisés autour d'un parquet par rapport à ceux gérés électroniquement par un carnet d'ordres. En effet, pour reprendre les propos de L. Harris (2000), le parquet domine les systèmes d'échanges purement électroniques dès lors que les courtiers ont besoin de s'échanger des informations sur leurs clients afin de faciliter les

[1]Parmi les marchés de parquet, on peut citer la Bourse de New York pour les marchés d'actions, ou le CBOT ou CBOE pour les marchés d'options.

[2]Les marchés de parquet supportent des coûts de maintenance bien plus élevés par rapport aux marchés électroniques [Domowitz et Steil (1999)]. En outre, l'obligation d'échanger sur un espace physiquement restreint - le parquet -, implique un nombre d'agents limité, contrainte qui n'existe pas sur les marchés électroniques.

transactions de ces derniers[3].

Partager des informations n'est pas le seul fait des participants échangeant sur un marché de parquet. Des marchés électroniques comme Island ou Euronext permettraient aussi, en principe, l'introduction de systèmes de communication entre participants.

L'existence de partage d'informations entre participants soulève deux interrogations. Premièrement, il n'est pas certain que les participants souhaitent partager leurs informations, même si cette communication se révèle possible. Effectivement, l'intuition suggèrerait que des spéculateurs informés préfèrent garder leur information privée plutôt que de la révéler. Ainsi, Admati et Pfleiderer (1988) montrent qu'un investisseur (comme un gérant de fonds) neutre vis-à-vis du risque et unique détenteur d'une information privée obtient des profits plus élevés en dissimulant son information par un placement stratégique des ordres plutôt qu'en la partageant. Deuxièmement, il n'est pas sûr que les partages d'informations entre participants soient désirables en termes de performance et de régulation des marchés financiers. En effet, les échanges d'informations renforcent les asymétries entre les participants informés et les autres. En conséquence, les questions suivantes se posent :

- Est-il mutuellement profitable pour des investisseurs informés de partager leurs informations privées ?
- Quels effets peut avoir l'existence de partages d'informations sur la qualité du marché ? La qualité du marché est ici analysée avec des mesures de volatilité et d'efficience informationnnelle des prix de transaction, de liquidité du marché et des coûts de transaction moyens supportés par les investisseurs. Il s'agit de mesures standards (voir, par exemple, Vivès (1995) ou Madhavan (1996)).

Nous étudions l'existence et l'impact des partages d'informations entre agents dans le cadre du modèle de Kyle (1985) : trois types d'intervenants opèrent sur le marché d'un actif risqué : (i) des teneurs de marché concurrentiels et neutres vis-à-vis du risque, dont la seule information commune est le flux d'ordres agrégés transmis au marché ; (ii) des agents informés également neutres vis-à-vis du risque et (iii) des investisseurs non

[3] *"Floor-based trading systems dominate electronic trading systems when brokers need to exchange information about their clients to arrange their trades"* [L. Harris (2000), p.8].

informés. A la manière des modèles de Röell (1990) ou de Madrigal (1996), nous supposons que les agents informés (ici qualifiés de 'spéculateurs') ont accès à deux types d'informations : (i) une information dite 'fondamentale' sur la valeur liquidative de l'actif risqué échangé et (ii) une information 'non fondamentale' concernant la demande en liquidité émanant des investisseurs non informés (information non corrélée à la valeur fondamentale de l'actif). La contribution de cet essai est d'étudier les incitations au partage d'informations entre deux spéculateurs différemment informés (un des spéculateurs est doté de l'information fondamentale et le second de l'information non fondamentale). On suppose qu'avant même d'observer toute information privée, les spéculateurs décident de s'engager dans des accords bilatéraux de partage informationnel, formant ainsi une 'ligue informationnelle'[4]. Le type d'accord considéré dans ce modèle spécifie la précision avec laquelle chaque spéculateur doit transmettre son information à sa contrepartie. Après avoir observé son information privée (fondamentale versus non fondamentale) et avant de transmettre ses ordres au marché, chaque spéculateur de la ligue met en commun son information avec l'autre contractant, selon la précision spécifiée dans l'accord préalable. Tout spéculateur exclu de l'accord ne peut pas bénéficier de la mise en commun des deux types d'informations privées. Nous parvenons aux résultats suivants :

- Il existe un ensemble non vide de paramètres pour lequel deux spéculateurs différemment informés obtiennent des profits plus élevés s'ils décident de partager leurs informations privées ;
- Le partage d'informations a un impact ambigu sur la liquidité : il peut améliorer ou détériorer la profondeur du marché suivant la valeur des paramètres ;
- Le partage d'informations réduit les coûts de transaction des investisseurs non informés ;
- Le partage d'informations est réalisé au détriment des spéculateurs exclus de la ligue informationnelle ;
- Le partage d'informations améliore l'efficience informationnelle et la stabilité des prix de transaction.

[4]Le terme 'coalition' est délibérément évité dans la mesure où, dans ce modèle, les spéculateurs se livrent à un jeu de concurrence non coopératif sur le placement de leurs ordres, même s'ils partagent leurs informations.

Intuitivement, les échanges d'informations privées intensifient la concurrence entre les spéculateurs (les agents informés sont plus nombreux) et réduisent les profits totaux moyens. Comme les spéculateurs ont moins de profits à l'échange, les coûts de transaction supportés par les investisseurs extérieurs non informés sont plus faibles puisque le jeu considéré est à somme nulle. En outre, l'existence d'accords de partage d'informations modifie la répartition des profits entre spéculateurs. En fait, le partage d'informations permet aux deux spéculateurs de se procurer une plus grande part des profits totaux au détriment des autres spéculateurs. Ces deux effets joints expliquent la raison pour laquelle le partage d'informations bénéficie à la fois aux deux spéculateurs de la ligue informationnelle et aux investisseurs extérieurs non informés. Finalement, le partage d'information entraîne (a) une baisse des coûts de transaction moyens, (b) une plus grande efficience informationnelle et (c) une plus grande stabilité des prix de transaction (réduction de la volatilité). Ces résultats suggèrent que le partage informationnel n'est pas forcément préjudiciable aux marchés financiers.

Ce premier essai complète partiellement l'analyse de Benveniste, Marcus et Wilhelm (1992) qui se concentrent sur les partages d'informations entre teneurs de marché non informés et investisseurs (informés ou non). Dans leur modèle, ils donnent la possibilité aux teneurs de marchés de distinguer les investisseurs informés de ceux non informés et de sanctionner ceux qui dissimulent le motif de leur échange. Ces deux avantages favorisent l'émergence de partages d'informations qui permettent de diminuer le risque d'anti-sélection des teneurs de marché et, ainsi, de réduire leurs fourchettes de prix. En ce sens, les auteurs montrent que les partages d'informations entraînent une baisse des coûts de transaction supportés par les investisseurs non informés. A la différence de Benveniste et *al.*, nous supposons deux types d'asymétrie d'informations, ce qui nous permet d'étudier les partages d'informations entre deux investisseurs différemment informés. Cet essai est également lié aux articles de recherche traitant de la vente d'information fondamentale réalisée directement par des analystes (par exemple, la publication de *newsletters*) ou indirectement par des gérants de fonds (par exemple, Admati et Pfleiderer (1986) et (1988) ou Fishman et Hagerty (1995)). Toutefois, dans le modèle présenté dans cet essai, l'information privée s'acquiert en échange d'une information différente et non en contrepartie

d'un flux monétaire. En outre, on introduit la possibilité d'acquérir une information non fondamentale (information concernant la demande en liquidité des investisseurs non informés). Ce type d'information peut, en effet, se révéler une acquisition rentable et donc faire l'objet de 'troc' (une forme de vente). Enfin, comme la vente d'information fondamentale, échanger une information non fondamentale a un impact sur la performance des marchés.

Le modèle est décrit dans la section 1.2. La section 1.3 montre qu'il peut s'avérer mutuellement profitable pour deux spéculateurs différemment informés de partager leurs informations entre eux. La section 1.4 est dédiée à l'analyse de l'impact des partages d'informations sur la qualité du marché. La section 1.5 présente les conclusions du modèle. Les preuves et les figures qui n'apparaissent pas dans le corps du texte sont données en annexes de cet essai.

1.2 Un modèle de partage d'informations

1.2.1 Accord de partage d'informations

On considère le marché d'un actif risqué qui s'échange contre un actif sans risque (aussi appelé numéraire), supposé de rentabilité nulle. La valeur liquidative de cet actif est une variable aléatoire notée $\tilde{v}$ qui est normalement distribuée de moyenne μ et de variance σ_v^2, normalisée à 1. L'échange de l'actif risqué s'effectue après que les participants ont transmis leurs ordres au marché, suivant une séquence similaire à celle du modèle de Kyle (1985). En d'autres termes, la valeur finale de l'actif risqué est révélée publiquement à la date 2 et l'échange de titres est réalisé à la date 1, date à laquelle les agents adressent également leurs ordres aux teneurs de marché.

Les participants

Sur ce marché, on dissocie les teneurs de marché, qui exécutent le flux d'ordres, et les investisseurs qui transmettent ces ordres. Parmi ces derniers, on distingue trois types d'intervenants : (i) les investisseurs extérieurs non informés ; (ii) N spéculateurs dits fondamentaux et (iii) un spéculateur non fondamental, noté B. Les ordres au mieux sont les

ordres considérés dans ce modèle : ce sont des fonctions du seul ensemble d'informations du donneur d'ordres (i.e. les ordres sont non conditionnels au prix d'équilibre).

(i) Les investisseurs non informés

Ces investisseurs sont dépourvus d'information privée et échangent pour des raisons de liquidité ("*liquidity traders*"). Leur stratégie de placement des ordres n'est pas modélisée. On suppose que leur demande agrégée est une variable aléatoire exogène notée $\tilde{x}$ indépendante de $\tilde{v}$ ($\tilde{x} \perp \tilde{v}$), de moyenne nulle et de variance σ_x^2, et telle que $\tilde{x} = \tilde{x}_0 + \tilde{x}_B$ (avec $\tilde{x}_0 \perp \tilde{v}$ et $\tilde{x}_B \perp \tilde{v}$). Les deux composantes $\tilde{x}_0$ et $\tilde{x}_B$ sont supposées normalement et indépendamment distribuées, de moyenne nulle et de variances respectives σ_0^2 et σ_B^2. L'explication de la décomposition de la demande de liquidité en deux flux distincts est donnée dans le paragraphe (iii).

(ii) Les spéculateurs fondamentaux

Ces N investisseurs détiennent une information privée concernant la valeur liquidative de l'actif risqué. Pour des raisons de simplicité, comme dans Kyle (1985), on suppose que ces spéculateurs observent *parfaitement* la réalisation de $\tilde{v}$.

(iii) Le spéculateur non fondamental

Le spéculateur non fondamental B est supposé détenir une information sur la demande en liquidité émanant des investisseurs non informés. Plus précisément, il observe la réalisation de la composante $\tilde{x}_B$. Le moyen d'acquérir cette information importe peu dans ce modèle. Cependant, on peut supposer que ce spéculateur est un intermédiaire ayant la possibilité d'agir comme agent (en compte client) ou en principal (en compte propre)[5]. Dans ce cas, la composante $\tilde{x}_B$ peut être interprétée comme le flux d'ordres placés par les investisseurs non informés auprès de cet intermédiaire qui doit les transmettre au marché pour leur compte. Notons que σ_B^2 mesure le volume moyen du flux d'ordres non informationnels 'intermédiés'[6] par B[7]. Par la suite, on normalise la variance de la demande totale

[5]Cet intermédiaire est communément désigné sous le terme anglo-saxon de *broker-dealer* : un agent qui a un double rôle de courtier et de négociateur.

[6]Intermédier est couramment utilisé pour qualifier l'action d'intermédiation jouée par un courtier sur le marché.

[7]$\tilde{x}_B$ est effectivement le flux d'ordres signé. D'où, le volume des ordres est mesuré par $|\tilde{x}_B|$, ou, de manière équivalente $E\,|\tilde{x}_B|^2$. Etant donné que $E\,(\tilde{x}_B) = 0$, on peut dire que le volume moyen des ordres

en liquidité σ_x^2 à 1. La variance σ_x^2 s'écrit :

$$\sigma_x^2 = \sigma_B^2 + \sigma_0^2 = 1.$$

Ainsi, σ_B^2 peut s'interpréter comme la fraction du volume total des ordres passés par les investisseurs non informés qui est effectivement intermédiée par l'agent B. La fraction restante du flux de ces ordres (σ_0^2) est placée par d'autres intermédiaires agissant pour le compte de leurs clients. Il est intéressant de noter que plus σ_B^2 est large (proche de 1), plus l'information non fondamentale détenue par B est de bonne qualité (moins il lui reste d'incertitude sur la demande totale en liquidité $\tilde{x}$).

Cet intermédiaire place aussi des ordres en compte propre simultanément avec ceux passés pour le compte de ces clients. Par conséquent, B a un double rôle d'agent (source de son avantage informationnel) et de spéculateur, dans la mesure où il peut traiter en compte propre. Cette pratique de marché, plus connue sous l'appelation de *dual trading,* est permise sur certaines places boursières[8]. Röell (1990), Sarkar (1995) ou Fishman et Longstaff (1992) analysent théoriquement les effets d'une telle pratique. Dans ces articles, les spéculateurs, pratiquant le *dual trading*, placent simultanément des ordres pour le compte de leurs clients et des ordres pour leur compte propre[9]. Les ordres placés en compte propre dépendent du flux d'ordres reçu de leurs clients. Nous obtenons le même résultat. Toutefois, à la différence de ces auteurs, on étudie la possibilité que ces agents partagent leurs informations privées avec d'autres investisseurs différemment informés.

(iv) Les teneurs de marché

Les teneurs de marché sont supposés neutres vis-à-vis du risque. Ils observent le flux d'ordres agrégés, noté $\tilde{O}$. Mais ils ne peuvent pas distinguer les différentes composantes

passés par le spéculateur B pour le compte de ses clients est $E\left(\tilde{x}_B^2\right) = \sigma_B^2$.

[8]Par exemple, sur Euronext, les agents qualifiés du double rôle de négociateur et courtier peuvent placer des ordres au mieux ou à cours limité pour le compte de tiers ou pour leur propre compte. Ce type de pratique de marché est également autorisée sur le Nasdaq, la Bourse de New York, ou sur les marchés dérivés comme le CBOT ou le CBOE.

[9]Madrigal (1996), à qui sont empruntés les termes d'information 'fondamentale' versus 'non fondamentale', étudie également l'impact de telles pratiques.

Groupe HEC
BIBLIOTHÈQUE
78351 JOUY-EN-JOSAS Cedex

de ce flux d'ordres. Il ne sont donc pas en mesure d'inférer parfaitement l'information détenue par les $N+1$ investisseurs informés. Ils déterminent le prix d'exécution du flux d'ordres en fonction de leurs anticipations sur la valeur finale de l'actif risqué.

Par souci de simplicité, on suppose qu'un seul participant observe l'information non fondamentale $\tilde{x}_B$, tandis que plusieurs spéculateurs connaissent l'information fondamentale $\tilde{v}$. Si l'on considérait un modèle avec plusieurs informés non fondamentaux, chacun observant une partie de la demande en liquidité émanant de leurs propres clients, et que les spéculateurs partagent parfaitement leurs informations, alors les conclusions seraient qualitativement similaires à celles obtenues dans le cas d'un seul spéculateur non fondamental, mais analytiquement, la résolution serait plus complexe[10].

L'accord de partage informationnel

Le partage d'informations se déroule suivant la séquence suivante :
(i) avant même de recevoir toute information privée (*ex ante*), le spéculateur non fondamental B décide d'entrer ou non dans un accord de partage d'informations avec un des spéculateurs fondamentaux, noté S. Cet accord de partage décidé *ex ante* est irrévocable ;
(ii) Après avoir observé son information, mais juste avant de traiter sur le marché à la date 1, le spéculateur B transmet son information non fondamentale à S en émettant le signal suivant :

$$\hat{x} = \tilde{x}_B + \tilde{\eta},$$

De même, le spéculateur S révèle son information privée fondamentale à B sous la forme du signal suivant :

$$\hat{v} = \tilde{v} + \tilde{\varepsilon}.$$

Les deux variables aléatoires $\tilde{\eta}$ et $\tilde{\varepsilon}$ sont indépendamment et normalement distribuées, de moyennes nulles et de variances respectives σ_η^2 et σ_ε^2. L'inverse de σ_η^2 (resp. σ_ε^2) est la précision avec laquelle le spéculateur B (resp. S) révèle son information non fondamentale

[10] Supposer plusieurs spéculateurs non-fondamentaux rend l'analyse plus complexe, notamment parce que l'on doit déterminer le nombre de ligues qui se forment à l'équilibre (chaque ligue étant formée par deux spéculateurs différemment informés). Or, ce nombre peut être plus faible que le nombre maximum de ligues possibles.

à S (resp. à B). Plus la variance du bruit $\tilde{\eta}$ est élevée, moins le signal donné par le spéculateur B à S est précis, et moins le contenu informationnel de ce signal a de la valeur pour le spéculateur S (et, symétriquement, pour la précision du signal envoyé par S et contrôlée par σ_ε^2). Les caractéristiques de l'accord de partage informationnel (σ_η^2, σ_ε^2) sont fixées définitivement par les termes de l'accord *ex ante* définis en (i).

Deux situations polaires sont intéressantes à analyser. La première est celle du partage d'informations parfait ($\sigma_\eta^2 = \sigma_\varepsilon^2 = 0$). La seconde situation est celle où il n'y a pas d'échange d'informations ($\sigma_\eta^2 = \sigma_\varepsilon^2 = \infty$). Entre ces deux cas, le partage d'informations est dit imparfait (puisque au moins un des deux spéculateurs ne révèle qu'imparfaitement son information : il ajoute un bruit). Les ensembles d'informations des spéculateurs B et S à la date 1 sont formés de leur propre information privée, du signal donné et du signal reçu, soient $y_B = (\tilde{x}_B, \hat{x}, \hat{v})$ et $y_S = (\tilde{v}, \hat{v}, \hat{x})$ respectivement.

Dans la réalité, ce type d'accord de partage informationnel survient entre deux parties ayant des intéractions fréquentes et durables. La décision de partager son information privée est donc fondée sur des bénéfices de long terme. C'est la raison pour laquelle nous considérons que la décision du partage des informations intervient *ex ante* (avant même d'observer toute information privée) et non *ex post* comme dans Postlewaite, Okuno-Fujiwara et Suzumura (1990). L'approche adoptée est standard (voir, par exemple, Benveniste, Marcus et Wilhem (1992)). Un accord de partage d'informations existe si et seulement si il existe un couple (σ_η^2, σ_ε^2) tel que les profits espérés des spéculateurs B et S soient conjointement plus élevés lorsqu'ils partagent leurs informations privées. Dans la section 3, nous identifions l'ensemble des paramètres pour lequel les spéculateurs décident de partager leurs informations.

On remarque qu'il ne s'agit pas de révélation informationnelle *unilatérale* de la part des spéculateurs en position oligopolistique comme dans Vivès (1984) ou Gal-Or (1985), mais bien d'un accord bilatéral d'échange de type *quid pro quo*, comme dans Kirby (1988) : le spéculateur B ne révèle que si S lui révèle son information privée.

Remarques

Cet essai se concentre sur la possibilité d'un partage informationnel et non sur la mise en oeuvre d'un tel accord. En particulier, on ne traite pas des problèmes de contrôle. En ce sens, les hypothèses de cet essai sont conformes aux articles traitant de la vente d'information fondamentale dans lesquels on suppose qu'il est possible de vérifier (au sens où la théorie des contrats utilise ce terme) la qualité et la véracité de l'information vendue[11]. On suppose aussi que l'existence et les termes de l'accord de partage informationnel (σ_η^2 , σ_ε^2) sont connaissance commune (connus de tous les participants, y compris des teneurs de marché). Cette hypothèse est aussi standard dans les modèles de vente d'information fondamentale.

1.2.2 L'équilibre

Dans cette section, on résout l'équilibre du jeu d'échange à la date 1, étant données les caractéristiques d'un accord de partage d'informations (σ_η^2, σ_ε^2) entre les deux spéculateurs B et S. Puis, étant donné l'équilibre d'échange, la section 1.3 déterminera s'il est optimal ou non pour les agents d'échanger effectivement leur information privée à la date 0 (résolution du modèle en deux étapes).

A la date 1, les spéculateurs B et S placent, pour leur compte propre, des ordres sur le marché notés, respectivement, $Q^B(y_B)$ et $Q^S(y_S)$. Quant aux spéculateurs exclus de la ligue informationnelle, ils passent des ordres conditionnellement à leur information privée ($y_i = \{\tilde{v}\}$), qui sont notés $Q^i(\tilde{v})$, où $i = 1, ..., N$. Le flux des ordres agrégés parvenant aux teneurs de marché en concurrence est donc :

$$\tilde{O} = \sum_{i=2}^{i=N} Q^i(\tilde{v}) + Q^S(y_S) + Q^B(y_B) + \tilde{x}.$$

Etant donné que les teneurs de marché sont neutres vis-à-vis du risque et qu'ils observent la même information privée $\left\{\tilde{O}\right\}$, la concurrence en prix à laquelle ils se livrent, les contraint

[11] Plusieurs articles de recherche analysent comment les contrats de vente peuvent être conçus de manière à inciter le vendeur/analyste à transmettre une information vraie [voir Allen (1990), Bhattacharya et Pfleiderer (1985) ou Biais et Germain (2002)]. Les effets de réputation peuvent aussi aider à maintenir des accords de partage d'informations [Benabou et Laroque (1992)].

finalement à coter des prix tels que leurs profits espérés à l'équilibre soient nuls (résultat standard de la concurrence à la Bertrand). Les teneurs de marché déterminent donc un prix d'équilibre[12] égal à l'espérance de la valeur fondamentale du titre, conditionnellement à $\left\{\tilde{O}\right\}$:

$$p(O) = E(\tilde{v} \mid \tilde{O} = O). \tag{1.1}$$

Un équilibre bayésien parfait est défini par les stratégies de placement des ordres des agents $Q^S(.)$, $Q^B(.)$, $Q^i(.), i = 2, ..., N$ et une fonction de prix concurrentielle $p(.)$ telles que (i) la stratégie de chaque agent est une meilleure réponse à la stratégie de ses concurrents, et (ii) la stratégie en prix des teneurs de marché est donnée par l'équation (1.1). Etant données les caractéristiques $(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2)$ du contrat de partage d'informations liant les spéculateurs B et S, ce jeu admet un unique équilibre linéaire.

Lemme 1 *: Le jeu d'échange admet un équilibre linéaire :*

$$p(O) = \mu + \lambda O, \tag{1.2}$$

$$Q^S(y_S) = a_1(\tilde{v} - \mu) + a_2(\hat{v} - \mu) + a_3\hat{x}, \tag{1.3}$$

$$Q^i(\tilde{v}) = a'(\tilde{v} - \mu), i = 2, ..., N \tag{1.4}$$

$$Q^B(y_B) = b_1\tilde{x}_B + b_2\hat{x} + b_3(\hat{v} - \mu), \tag{1.5}$$

où les coefficients $a_1, a_2, a_3, a', b_1, b_2, b_3$ *et* λ *sont tels que :*

[12] C'est une fonction de prix, mais par simplicité, on utilise la simple dénomination de 'prix' d'équilibre.

$$
\begin{aligned}
a_1 &= \frac{3\left(\sigma_v^2+\sigma_\varepsilon^2\right)}{\lambda\left(2\left(N+2\right)\sigma_v^2+3\left(N+1\right)\sigma_\varepsilon^2\right)}, \\
a_2 &= \frac{-\sigma_v^2}{\lambda\left(2\left(N+2\right)\sigma_v^2+3\left(N+1\right)\sigma_\varepsilon^2\right)}, \\
a_3 &= \frac{-\sigma_B^2}{3\left(\sigma_B^2+\sigma_\eta^2\right)}, \\
a' &= \frac{2\sigma_v^2+3\sigma_\varepsilon^2}{\lambda\left(2\left(N+2\right)\sigma_v^2+3\left(N+1\right)\sigma_\varepsilon^2\right)}, \\
b_1 &= \frac{-1}{2}, \\
b_2 &= \frac{\sigma_B^2}{6\left(\sigma_B^2+\sigma_\eta^2\right)}, \\
b_3 &= \frac{2\sigma_v^2}{\lambda\left(2\left(N+2\right)\sigma_v^2+3\left(N+1\right)\sigma_\varepsilon^2\right)},
\end{aligned}
$$

et

$$
\lambda(\sigma_\varepsilon^2,\sigma_\eta^2)=\frac{6\sqrt{\sigma_v^2\left(\sigma_B^2+\sigma_\eta^2\right)\left(4\left(N+1\right)\sigma_v^4+\left(12N+5\right)\sigma_v^2\sigma_\varepsilon^2+9N\sigma_\varepsilon^4\right)}}{\left(2\left(N+2\right)\sigma_v^2+3\left(N+1\right)\sigma_\varepsilon^2\right)\sqrt{\sigma_B^2\left(4\sigma_B^2+9\sigma_\eta^2\right)+36\sigma_0^2\left(\sigma_B^2+\sigma_\eta^2\right)}}.
$$

Conformément à l'intuition, les spéculateurs informés achètent (vendent) l'actif risqué lorsque leur anticipation sur la valeur future du titre est supérieure (inférieure) à son espérance non conditionnelle. Les coefficients a_1, a' et b_3 sont donc à valeur positive. L'information non fondamentale est une source de profits pour les informés dans ce modèle. En effet, les ordres passés par les demandeurs de liquidité exercent une pression temporaire sur les prix. Les spéculateurs informés B et S anticipent ces déséquilibres temporaires et en tirent avantage en vendant lorsque les demandeurs créent une pression à la hausse sur les prix (et inversement pour une pression à la baisse). Formellement, supposons que les spéculateurs fondamentaux observent l'information fondamentale suivante : $\tilde{v}=\mu$. Supposons ensuite que les spéculateurs B et S s'échangent parfaitement leurs informations privées et que les demandeurs de liquidité intermédiés par l'agent B passent des ordres d'achat. Ces ordres exercent sur les prix une pression à la hausse, puisque les teneurs de marché ne peuvent pas savoir si le flux agrégé positif transmis au marché résulte d'une

bonne information fondamentale sur la valeur du titre échangé ou de chocs de liquidité non informationnels, à la différence des deux spéculateurs parfaitement informés. Anticipant le décalage des prix de transaction, les deux ligueurs passent des ordres de vente pour profiter de cette hausse des prix temporaire[13]. Symétriquement, ces deux spéculateurs passeront, en principal, des ordres d'achat lorsqu'ils anticipent un décalage des prix temporaire à la baisse, provoqué par le passage d'ordres de vente des investisseurs non informés. C'est la raison pour laquelle les coefficients b_1 et a_3 sont négatifs. A l'instar de Röell (1990), on remarque que les deux spéculateurs fournissent, en partie, la liquidité demandée par les clients de B (b_1 et a_3 sont à valeur négative), ce qui réduit la pression sur les prix qu'exerce le flux d'ordres agrégés moins important à absorber.

Bénéfices et coûts du partage informationnel

L'exemple précédent montre que les spéculateurs peuvent tirer profit à la fois de l'information fondamentale et de l'information non fondamentale, ce qui les incite à mettre en commun leurs informations. Cependant, partager l'information privée engendre également un coût pour chacun des deux agents. En effet, comme on le montre dans le paragraphe suivant, les deux spéculateurs déprécient la valeur de leur information privée dès lors qu'ils la partagent.

Avant de partager son information, le spéculateur B est monopoleur sur son information privée : B est le seul agent à connaître (la réalisation de) la demande en liquidité provenant de ses clients, $\tilde{x}_b$. Si ce spéculateur ne partage pas son information ($\sigma_\eta^2 = +\infty$), alors B satisfait la moitié de la demande en liquidité de ses clients (puisque $b_1 = -1/2$). Supposons maintenant une transmission parfaite de l'information privée à l'autre spéculateur S ($\sigma_\eta^2 = 0$). Désormais la demande en liquidité des clients va être partiellement suppléée à la fois par l'agent B et par son concurrent, le spéculateur S. Dans ce cas, B ne fournit plus que le tiers de la demande de ses clients et S un autre tiers (puisque $b_1 + b_2 = -1/3$ et $a_3 = -1/3$ lorsque $\sigma_\eta^2 = 0$). L'échange d'informations a donc deux

[13]Des chocs de liquidité non informés ne décalent les prix que temporairement, à la différence de l'arrivée d'une information fondamentale qui va décaler les prix de transaction de façon permanente (voir, par exemple, Keim et Madhavan (1996) ou Riva (2000)).

effets : (i) une réduction de la taille des ordres placés par l'agent B ; (ii) une diminution du volume des ordres non informationnels qui doivent être exécutés par les teneurs de marché. En conséquence, pour une fonction de prix donnée (à λ fixée), les besoins agrégés en liquidité étant moindres, les prix réagissent moins[14], ce qui réduit d'autant plus les profits de B. C'est précisément pour contrebalancer l'effet de la diminution de la pression temporaire sur les prix que le spéculateur B réduit la taille des ordres qu'il passe. Un raisonnement identique peut être tenu pour comprendre le coût supporté par le spéculateur S lorsqu'il partage son information. Effectivement, il déprécie la valeur de son information fondamentale dès qu'il la révèle au spéculateur B. Il est contraint de réduire la taille de ses ordres afin de tenir compte des ordres désormais placés par B qui traite en fonction de cette nouvelle information, d'où les signes opposés entre a_2 (qui prend en compte l'information révélée à B) et a_1 (la stratégie de placement des ordres du spéculateur S s'il ne partageait pas son information).

En résumé, le partage d'informations permet à chacun des membres de la ligue informationnelle de traiter sur le marché en fonction d'une nouvelle information et d'en tirer profit. Mais, les spéculateurs n'acquièrent cette nouvelle information que si eux-même transmettent leur propre information en échange (condition de l'accord de partage). Or, dévoiler sa propre information en déprécie sa valeur, ce qui diminue le profit. Toutefois, même si le partage d'informations génère des coûts pour chacun des ligueurs, nous montrons dans la section suivante que les bénéfices créés par le partage d'informations peuvent plus que compenser ses coûts.

1.3 Un partage d'informations est-il possible ?

Cette section étudie des cas où partager des informations privées peut s'avérer mutuellement profitable pour les deux spéculateurs. Cette section débute par l'analyse de la

[14] Afin de décomposer le plus simplement les effets du partage d'informations, on suppose dans ce paragraphe que la variable λ est fixée. Mais, la pente de la fonction de prix cotée par les teneurs de marché est affectée par le partage d'informations. Comme on le montre dans le Lemme 2, le partage d'information non fondamentale entre les deux spéculateurs augmente l'exposition des teneurs de marché au risque d'anti-sélection, qui réagissent en détériorant leurs conditions de transaction (λ augmente). L'augmentation de λ mitige donc la perte de profit provoquée par la diminution de pression sur les prix.

profondeur de marché (mesurée ici par λ^{-1})[15]. L'existence de partages d'informations implique plusieurs effets qu'il est utile de décomposer, l'impact sur la profondeur de marché des caractéristiques de l'accord (σ_η^2, σ_ε^2) étant un prérequis à l'analyse finale.

Lemme 2 : *La précision des informations échangées, contrôlée par* $(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2)$, *a un impact sur la profondeur du marché mesurée par* λ^{-1} :

1. La profondeur du marché s'améliore avec la précision de l'information transmise par le spéculateur S *au spéculateur* B : $\partial\lambda/\partial\sigma_\varepsilon^2 > 0$;

2. La profondeur du marché se détériore avec la précision de l'information révélée par le spéculateur B : $\partial\lambda/\partial\sigma_\eta^2 > 0$.

On observe que la qualité de l'information transmise par le spéculateur B au spéculateur S amplifie les réactions des teneurs de marché (la pente de leur fonction de prix λ augmente), c'est-à-dire que plus l'information non fondamentale est dévoilée avec précision, plus elle dégrade la liquidité mesurée ici par la profondeur du marché λ^{-1}. Intuitivement, la révélation de l'information non fondamentale accroît le rôle des deux spéculateurs (B et S) en tant que fournisseurs de la liquidité demandée par les clients de B. Effectivement, notons $Q^T = Q^B + Q^S$ la taille du flux total des ordres passés par B et S, et analysons la taille espérée de ce flux conditionnellement à $\tilde{x}_B = x_B$,

$$E(Q^T \mid \tilde{x}_B = x_B) = (b_1 + b_2 + a_3) \times x_B = -\left(\frac{1}{2} + \frac{\sigma_B^2}{6\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right)}\right) \times x_B. \tag{1.6}$$

La taille du flux d'ordres agrégés passés en compte propre par les spéculateurs B et S sur leur connaissance de x_B est croissante avec la précision de l'information transmise par B ($|b_1 + b_2 + a_3|$ augmente lorsque σ_η^2 tend vers 0). Or, plus la taille de ce flux d'ordres est large, plus il absorbe les ordres transmis par les clients du spéculateur B (mesurés par x_B), ce qui réduit le rôle des teneurs de marché en tant que fournisseurs de liquidité. On peut dire que l'échange d'information non fondamentale 'aspire' une partie des ordres provenant des investisseurs non informés. Cet effet d'aspiration augmente l'exposition

[15] La profondeur du marché mesure le volume des ordres nécessaire pour faire varier les prix d'une unité. Plus la profondeur est large, plus la liquidité du marché est bonne car moins l'exécution de gros volumes a d'impact sur les prix de transaction.

des teneurs de marché au risque d'anti-sélection, ce qui les contraint à coter des prix de transaction plus élevés (augmentation de λ)[16].

En revanche, plus le spéculateur S dévoile une information fondamentale précise au spéculateur B, plus la profondeur du marché s'améliore. En fait, le partage de cette information accroît la concurrence entre les informés fondamentaux, ce qui les contraint à réduire la taille des ordres qu'ils passent (a_1 et a' décroissent quand σ_ε^2 diminue). Cet effet réduit l'exposition des teneurs de marché aux échanges d'informés (moindre exposition au risque d'anti-sélection). Ils offrent donc des conditions de prix meilleures en diminuant la pente de leur fonction de prix.

Notons $\Pi^j(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2, N)$, le profit du spéculateur j espéré *ex ante*, c'est-à-dire avant d'observer toute information privée ($j = B, S$).

Lemme 3 : *Pour une valeur fixée de σ_ε^2 et de σ_η^2, les spéculateurs S et B espèrent respectivement les profits suivants :*

$$\begin{aligned}
\Pi^S(\sigma_\eta^2, \sigma_\epsilon^2, N) &= \frac{1}{\lambda(\sigma_\eta^2, \sigma_\epsilon^2, N)} \times \frac{\sigma_v^2\left(\sigma_v^2 + \sigma_\varepsilon^2\right)\left(4\sigma_v^2 + 9\sigma_\varepsilon^2\right)}{\left(2\left(N+2\right)\sigma_v^2 + 3\left(N+1\right)\sigma_\varepsilon^2\right)^2} + \lambda(\sigma_\eta^2, \sigma_\epsilon^2, N) \times \frac{\sigma_B^4}{9\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right)} \\
&\stackrel{def}{=} \Pi_f^S(\sigma_\eta^2, \sigma_\epsilon^2, N) + \Pi_{nf}^S(\sigma_\eta^2, \sigma_\epsilon^2, N), \\
&\textit{et,} \\
\Pi^B(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2, N) &= \frac{1}{\lambda(\sigma_\eta^2, \sigma_\epsilon^2, N)} \times \frac{4\sigma_v^4\left(\sigma_v^2 + \sigma_\varepsilon^2\right)}{\left(2\left(N+2\right)\sigma_v^2 + 3\left(N+1\right)\sigma_\varepsilon^2\right)^2} + \lambda(\sigma_\eta^2, \sigma_\epsilon^2, N) \times \frac{\sigma_B^2\left(4\sigma_B^2 + 9\sigma_\eta^2\right)}{36\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right)} \\
&\stackrel{def}{=} \Pi_f^B(\sigma_\eta^2, \sigma_\epsilon^2, N) + \Pi_{nf}^B(\sigma_\eta^2, \sigma_\epsilon^2, N).
\end{aligned}$$

Le profit espéré par chaque spéculateur peut être scindé en deux composantes distinctes : (i) le profit espéré s'il connaît l'information fondamentale (Π_f^j), le 'profit fondamental' et (ii) le profit espéré généré par l'observation de l'information non fondamentale (Π_{nf}^j) qualifié de 'profit non fondamental', $j = B, S$. Le partage d'informations privées

[16] A l'équilibre, les spéculateurs fondamentaux réduisent la taille de leurs ordres lorsque λ augmente. Mais, cet effet est insuffisant pour compenser l'effet d'aspiration des ordres non informés. Donc, au final, plus l'information fondamentale transmise est précise, plus le risque d'anti-sélection est élevé pour les teneurs de marché.

entre les spéculateurs B et S n'est possible que si cet accord leur est mutuellement profitable. Par conséquent, un accord d'échange informationnel n'est possible que si et seulement si il existe un couple $(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2)$ tel que :

$$\begin{cases} \Gamma^B\left(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2, N\right) \stackrel{def}{=} \Pi^B(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2, N) - \Pi^B(\infty, \infty, N) > 0, \\ \text{et} \\ \Gamma^S\left(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2, N\right) \stackrel{def}{=} \Pi^S(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2, N) - \Pi^S(\infty, \infty, N) > 0 \end{cases} \tag{1.7}$$

Γ^i mesure le surplus (ou différentiel de profits) créé par le partage d'informations espéré par le spéculateur i $(i = B, S)$.

Proposition 1 *: Il existe un ensemble de paramètres non vide pour lequel les spéculateurs B et S partagent leurs informations privées.*

On établit ce résultat en donnant 3 exemples numériques, dans lesquels les deux spéculateurs B et S partagent leurs informations privées. Dans chaque exemple, est reportée la décomposition des profits espérés pour chaque participant, qu'il y ait ou non échange d'informations (voir Tableaux 1, 2 et 3). De même, y figure l'état de la profondeur du marché, qu'il y ait ou non partage d'informations. Chaque exemple illustre les différents effets créés par l'existence d'accords de partage d'informations.

Les variances σ_v^2 et σ_x^2 ayant été normalisées à 1, les profits établis ci-dessous doivent être rapportés à cette échelle.

Preuve :

EXEMPLE 1 : $\sigma_0^2 = 0$, $\sigma_\varepsilon^2 = 0$, $\sigma_\eta^2 = 2/3$, $N = 2$.

Tableau 1

Profits et liquidité	**Partage d'info.**	**Pas de partage d'info.**
$(N-1) \times \Pi_f^i \quad i \neq S, B$	0.0589	0.1178
Π_f^S	0.0589	0.1178
Π_{nf}^S	0.0707	0
Π_f^B	0.0589	0
Π_{nf}^B	0.1767	0.2357
Somme des profits espérés	0.4242	0.4714
Profondeur du marché (λ^{-1})	0.9428	1.0607

Dans ce cas, les surplus espérés générés par le partage d'informations sont :

$$\begin{cases} \Gamma^S = \Pi_f^S + \Pi_{nf}^S - \Pi^S(\infty, \infty) = 0.0589 + 0.0707 - 0.1178 = 0.0118 \\ \text{et} \\ \Gamma^B = \Pi_f^B + \Pi_{nf}^B - \Pi^B(\infty, \infty) = 0.0589 + 0.1767 - 0.2357 = 0. \end{cases}$$

On observe que le surplus global espéré par les spéculateurs B et S est positif et égal à

$$\Gamma^S + \Gamma^B = 0.0118,$$

mais le surplus total de l'ensemble des spéculateurs est négatif et égal à :

$$(N-1)\Gamma^i + \Gamma^S + \Gamma^B = (0.0589 - 0.1178) + 0.0118 = -0.0471.$$

où Γ^i mesure le surplus en profits espéré par les spéculateurs exclus de l'accord lorsqu'il y a partage d'informations entre les spéculateurs B et S.

EXEMPLE 2 : $\sigma_0^2 = 0.6$, $\sigma_\varepsilon^2 = 0$, $\sigma_\eta^2 = 0$, $N = 10$.

Tableau 2

Profits et liquidité	**Partage d'info.**	**Pas de partage d'info.**
$(N-1) \times \Pi_f^i \quad i \neq S, B$	0.1815	0.2165
Π_f^S	0.0202	0.0241
Π_{nf}^S	0.0153	0
Π_f^B	0.0202	0
Π_{nf}^B	0.0153	0.0344
Somme des profits espérés	0.2525	0.2749
Profondeur du marché (λ^{-1})	2.9045	2.9103

Dans cet exemple, on obtient :

$$\Gamma^S = \Pi_f^S + \Pi_{nf}^S - \Pi^S(\infty, \infty) = 0.0114,$$

et

$$\Gamma^B = \Pi_f^B + \Pi_{nf}^B - \Pi^B(\infty, \infty) = 0.0011.$$

On note que le surplus total revenant aux deux spéculateurs B et S est positif et égal à $\Gamma^S + \Gamma^B = 0.0125$, tandis que celui obtenu par l'ensemble des spéculateurs est négatif (-0.0224).

EXEMPLE 3 : $\sigma_0^2 = 0.6$, $\sigma_\varepsilon^2 = 0$, $\sigma_\eta^2 = 1.3$, $N = 10$.

Tableau 3

Profits et liquidité	**Partage d'info.**	**Pas de partage d'info.**
$(N-1) \times \Pi_f^i \quad i \neq s, B$	0.1874	0.2165
Π_f^S	0.0208	0.0241
Π_{nf}^S	0.0035	0
Π_f^B	0.0208	0
Π_{nf}^B	0.0290	0.0344
Somme des profits espérés	0.2615	0.2749
Profondeur du marché (λ^{-1})	2.9988	2.9103

Dans ce troisième exemple, les surplus générés par le partage d'informations sont :

$$\begin{cases} \Gamma^S = \Pi_f^S + \Pi_{nf}^S - \Pi^S(\infty,\infty) = 0.0003, \\ \text{et} \\ \Gamma^B = \Pi_f^B + \Pi_{nf}^B - \Pi^B(\infty,\infty) = 0.0155. \end{cases}$$

Le surplus total revenant aux deux spéculateurs B et S est positif ($\Gamma^S + \Gamma^B = 0.0158$), tandis que celui obtenu par l'ensemble des spéculateurs est négatif (-0.0134).■

Dans les trois exemples numériques exposés ci-dessus, les profits joints espérés des spéculateurs B et S augmentent dès qu'ils s'échangent leurs informations privées, ce qui est la condition nécessaire pour qu'il y ait partage d'informations. En fait, les équations de la Condition (1.7) impliquent que :

$$\Pi^S(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2, N) + \Pi^B(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2, N) > \Pi^S(\infty,\infty,N) + \Pi^B(\infty,\infty,N).$$

Simultanément à cette hausse des profits joints des spéculateurs B et S générée par leur ligue informationnelle, il y a une baisse des profits joints espérés par les spéculateurs demeurés en dehors de l'accord (voir exemples). Au final, les profits totaux espérés par l'ensemble des spéculateurs $(B, S, 2, ..., (N-1)$ et $N)$ diminuent dans chaque exemple. C'est en fait un résultat général (Proposition 5 de la Section 1.4).

En somme, le partage d'informations privées permet aux spéculateurs B et S de sécuriser "une plus grande part d'un plus petit gâteau". La baisse des profits totaux n'est pas surprenante, puisque le partage d'informations renforce la concurrence entre les spéculateurs. Plus surprenant, en revanche, est le fait que, malgré cette concurrence accrue et la diminution des profits totaux, les profits espérés des deux ligueurs augmentent. L'explication de ce résultat n'est pas simple puisque plusieurs effets inter-agissent :

(i) On analyse d'abord l'impact du partage d'informations sur les profits fondamentaux des différents participants.

Pour cela, considérons le ratio suivant :

$$r_1\left(\sigma_\eta^2,\sigma_\varepsilon^2\right) \stackrel{def}{=} \frac{E\left(Q^T \mid \tilde{v}=v\right)}{E\left(Q^T \mid \tilde{v}=v,\sigma_\eta^2=\infty,\sigma_\varepsilon^2=\infty\right)}.$$

Ce ratio permet de comparer l'espérance de la taille du flux total des ordres passés par la ligue composée des spéculateurs B et S, conditionnellement à l'information fondamentale, lorqu'ils décident de mettre en commun ou non leurs informations privées. En utilisant le Lemme 1, on peut réécrire r_1 :

$$r_1\left(\sigma_\eta^2,\sigma_\varepsilon^2\right) = \frac{a_1\left(\sigma_\eta^2,\sigma_\varepsilon^2\right)+a_2\left(\sigma_\eta^2,\sigma_\varepsilon^2\right)+b_3\left(\sigma_\eta^2,\sigma_\varepsilon^2\right)}{a_1\left(\infty,\infty\right)}.$$

En conséquence, $r_1 > 1$ signifie que la ligue formée par B et S échange plus agressivement sur la base de l'information fondamentale lorqu'il y a partage d'informations. En utilisant les expressions des coefficients a_1, a_2 et b_3 du Lemme 1 on obtient :

$$r_1\left(\sigma_\eta^2,\sigma_\varepsilon^2\right) = \frac{\lambda\left(\infty,\infty\right)}{\lambda\left(\sigma_\eta^2,\sigma_\varepsilon^2\right)} \times \frac{\left(4\sigma_v^2+3\sigma_\varepsilon^2\right)\left(N+1\right)}{\left(2\left(N+2\right)\sigma_v^2+3\left(N+1\right)\sigma_\varepsilon^2\right)}.$$

Etant donné que $\lambda\left(\infty,\infty\right) > \lambda\left(\sigma_\eta^2,\sigma_\varepsilon^2\right)$ (Lemme 2), on obtient directement que $r_1\left(\infty,0\right) > 1$. Par continuité, cette inégalité demeure vraie pour toutes autres valeurs de σ_η^2 et σ_ε^2. Par conséquent, le partage d'informations privées incite la ligue formée par les spéculateurs B et S à échanger plus agressivement, ce qui, en retour, contraint les autres spéculateurs à réduire la taille de leurs ordres. On le montre en analysant le ratio r_2 défini tel que :

$$r_2\left(\sigma_\eta^2,\sigma_\varepsilon^2\right) \stackrel{def}{=} \frac{E\left(\left(N-1\right)Q^i \mid \tilde{v}=v\right)}{E\left(\left(N-1\right)Q^i \mid \tilde{v}=v,\sigma_\eta^2=\infty,\sigma_\varepsilon^2=\infty\right)} = \frac{\lambda\left(\infty,\infty\right)}{\lambda\left(\sigma_\eta^2,\sigma_\varepsilon^2\right)} \times \frac{\left(2\sigma_v^2+3\sigma_\varepsilon^2\right)\left(N+1\right)}{\left(2\left(N+2\right)\sigma_v^2+3\left(N+1\right)\sigma_\varepsilon^2\right)}$$

où $\left(N-1\right)Q^i$ est la taille du flux des ordres totaux passés par les spéculateurs hors de la ligue. En utilisant le Lemme 2, on en déduit que r_2 est croissant avec σ_η^2, ce qui implique :

$$r_2\left(\sigma_\eta^2,\sigma_\varepsilon^2\right) \leq r_2\left(\infty,\sigma_\varepsilon^2\right).$$

En utilisant les expressions de $\lambda(\infty, \infty)$ et de $\lambda\left(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2\right)$ données dans la preuve du Lemme 2, on obtient :

$$r_2\left(\infty, \sigma_\varepsilon^2\right) < 1, \forall \sigma_\varepsilon^2 < \infty.$$

On peut donc en conclure que $r_2\left(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2\right) < 1$ pour toute valeur de σ_η^2 et σ_ε^2, ce qui signifie que le partage d'informations entre les spéculateurs B et S contraint leurs concurrents ($i = 2, ..., N$) à traiter moins agressivement sur l'information fondamentale qu'ils détiennent. Par conséquent, les spéculateurs B et S s'approprient une plus grande part des profits fondamentaux totaux réalisés[17]. C'est pour cette raison, que le partage d'informations permet à B et S d'accroître leurs profits espérés alors même que les profits totaux réalisés diminuent (c'est le cas des Exemples 2 et 3).

(ii) On considère désormais l'impact du partage d'informations sur les profits créés par l'acquisition de l'information non fondamentale, qualifiés de profits non fondamentaux.

D'une part, s'il y a partage informationnel, il y a un spéculateur supplémentaire, S, qui peut apporter la liquidité demandée par les clients du spéculateur B, ce qui fait décroître les profits non fondamentaux : à λ fixée, la pression sur les prix est plus faible puisque le flux net à exécuter est moins large. D'autre part, l'échange d'informations détériore la profondeur du marché (l'effet d'aspiration des ordres non informatifs accroît le risque d'anti-sélection des teneurs de marché), ce qui joue en faveur d'une augmentation des profits non fondamentaux, qui sont inversément proportionnels à la profondeur du marché (*cf.* Lemme 3). Il en résulte qu'il existe des cas (Exemple 1) où l'effet positif d'aspiration domine l'effet négatif de diminution de pression, ce qui entraîne une augmentation des

[17]Une autre manière d'interpréter ce résultat est de remarquer que les spéculateurs de ce modèle sont comparables à des oligopoleurs d'un jeu de concurrence à la Cournot. Dans une concurrence de type Cournot, chaque firme souhaiterait s'engager à produire une quantité supérieure que sa quantité d'équilibre. Cet engagement contraindrait ses concurrents à moins produire. La firme pourrait donc s'approprier une part plus large des profits totaux. C'est notamment cet effet qu'analysent Fishman et Hagerty (1995) dans leur modèle sur la vente d'information fondamentale. Dans notre modèle, l'accord de partage d'informations décidé *ex ante* est un moyen de rendre crédible l'engagement des spéculateurs B et S à placer des ordres relatifs à l'information fondamentale de taille plus grande que celle des ordres transmis au marché par leurs concurrents.

profits joints non fondamentaux des spéculateurs B et S, soit :

$$\Pi_{nf}^{B}\left(\sigma_{\eta}^{2},\sigma_{\varepsilon}^{2},N\right)+\Pi_{nf}^{S}\left(\sigma_{\eta}^{2},\sigma_{\varepsilon}^{2},N\right)\geq\Pi_{nf}^{B}\left(\infty,\infty,N\right)\ \text{ for } \sigma_{\eta}^{2}<\infty \text{ and } \sigma_{\varepsilon}^{2}<\infty.$$

On peut observer que cette inégalité ne tient que si le partage d'informations dégrade la profondeur du marché (ou, de manière équivalente, augmente λ). Dans l'Exemple 3, le partage d'informations améliore la profondeur du marché et les profits joints non fondamentaux diminuent.

En résumé, il y a deux explications à l'augmentation des profits joints des spéculateurs B et S lorsqu'ils décident de partager leurs informations privées :

- Partager l'information fondamentale permet à la ligue formée par B et S de traiter plus agressivement compte tenu de cette information sur la valeur liquidative de l'actif risqué et de capturer, en conséquence, une part plus grande des profits fondamentaux totaux.
- Il existe des cas où le partage d'information non fondamentale détériore la profondeur du marché. Dans ces situations, les prix réagissent plus fortement au déséquilibre du flux d'ordres. Les spéculateurs B et S peuvent ainsi espérer des profits joints non fondamentaux plus élevés.

Les précisions avec lesquelles les spéculateurs partagent leurs informations privées déterminent la répartition du surplus de l'échange $(\Gamma_S+\Gamma_B)$ entre les spéculateurs B et S. Ainsi, seule la précision de l'information non fondamentale varie entre les Exemples 2 et 3 (les autres paramètres restent inchangés). Dans l'Exemple 3, la précision de l'information révélée par B est plus faible (σ_{η}^{2} est plus fort). Par conséquent, le surplus revenant au spéculateur B (resp. S) est plus élevé (resp. plus faible) dans ce cas que dans l'Exemple 2. Conformément à cette intuition, pour une valeur fixée de σ_{ε}^{2}, le spéculateur B (resp. S) préfère révéler (resp. recevoir) une information de faible (resp. bonne) qualité. Par conséquent, les spéculateurs ont une vision conflictuelle de la manière d'effectuer le partage informationnel. On peut aussi noter que les précisions des informations échangées déterminent non seulement la répartition du surplus informationnel mais aussi sa taille. Ainsi, dans l'Exemple 2, le surplus $(\Gamma_S+\Gamma_B)$ est plus faible que dans l'Exemple 3 car

σ_η^2 est plus faible. Il est important de souligner que cet essai n'analyse pas la façon dont les spéculateurs sélectionnent un accord de partage informationnel optimal. En fait, cela n'est pas nécessaire, dans la mesure où nos résultats sur la performance des marchés ne dépendent pas des caractéristiques de l'échange.

Les accords d'échange d'informations de type "tout ou rien"

On conclut la section 1.2 en analysant le cas particulier où les spéculateurs B et S s'échangent leurs informations avec une précision infinie ($\sigma_\eta^2 = \sigma_\varepsilon^2 = 0$)[18]. En économie industrielle, ce genre d'accord d'échange est qualifié d'accord "tout ou rien".

Proposition 2 : *Si le nombre de spéculateurs fondamentaux est tel que $N \geq 2$, alors il existe deux valeurs seuils notées $\underline{\sigma}_0^2(N)$ et $\overline{\sigma}_0^2(N)$ (données sous forme implicite en annexes) telles que si $\sigma_0^2 \in [\underline{\sigma}_0^2(N), \overline{\sigma}_0^2(N)]$, alors partager totalement l'information est possible. Ces valeurs seuils sont de plus en plus importantes avec N et sont telles que $0 < \underline{\sigma}_0^2(N) < \overline{\sigma}_0^2(N) < 1$.*

La dernière partie de la proposition implique que pour tout $N \geq 2$, alors il existe des valeurs de $\sigma_0^2 < 1$ telles que les accords de partage total soient soutenables. La Figure 1.1 en annexes représente les deux fonctions $\underline{\sigma}_0^2(N)$ et $\overline{\sigma}_0^2(N)$ pour différentes valeurs de N ($N \geq 2$) et illustre les ensembles pour lesquels les accords de partage total sont possibles.

Cette proposition montre qu'un échange total d'informations n'est possible que si le spéculateur B intermédie une part ni trop large ni trop faible des ordres passés par les clients non informés. On peut observer que les profits non fondamentaux espérés (Π_{nf}^j, $j = B, S$) sont proportionnels au volume des ordres passés par les clients non informés du spéculateur B ($\sigma_B^2 = 1 - \sigma_0^2$). Par conséquent, le paramètre σ_0^2 contrôle la valeur de l'information non fondamentale (plus σ_0^2 tend vers 1, moins l'information de B a de valeur). Un partage total de l'information ne peut survenir que si les valeurs de σ_0^2 ne sont ni trop grandes, ni trop faibles. Si la valeur de l'information non fondamentale détenue par le spéculateur B est élevée ($\sigma_B^2 > 1 - \underline{\sigma}_0^2(N)$), alors le coût d'une transmission parfaite de cette information est plus élevé que le bénéfice du partage total d'informa-

[18] On qualifie cet accord ($\sigma_\eta^2 = \sigma_\varepsilon^2 = 0$) d'échange 'total'.

tions (l'avantage de connaître parfaitement l'information fondamentale). Afin d'atténuer ce coût, en cas d'existence de partage d'information, le spéculateur B ne transmet que partiellement son information à S (il lui ajoutera un bruit, $\tilde{\eta}$). Lorsque la valeur de l'information fondamentale est trop faible ($\sigma_B^2 < 1 - \overline{\sigma}_0^2(N)$), le bénéfice créé par le partage total d'informations est trop faible pour le spéculateur S. Par conséquent, S refuse de transmettre son information fondamentale parfaitement.

Plus le nombre de spéculateurs fondamentaux est élevé, plus le volume des ordres non informés intermédiés par le spéculateur B doit être faible pour soutenir un équilibre de partage total ($\underline{\sigma}_0^2(N)$ est croissant en N). En fait, les profits fondamentaux espérés sont décroissants avec le nombre de spéculateurs fondamentaux. Par conséquent, le spéculateur B n'accepte de transmettre totalement son information non fondamentale que si la valeur de cette information est elle-même faible.

Remarque

Dans ce modèle, les spéculateurs sont supposés avoir un rôle fixe : le spéculateur S joue le rôle de l'informé fondamental et B celui de l'informé non fondamental. Mais on pourrait aussi supposer que l'allocation des informations est réalisée aléatoirement entre les deux spéculateurs avant que ceux-ci ne décident de mettre en commun ou non leurs informations privées. Supposons simplement que chaque spéculateur de la ligue ait la même probabilité que son homologue d'être doté de l'information non fondamentale. Dans ce cas, les spéculateurs acceptent de partager leurs informations si et seulement si

$$\Pi^B(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2, N) + \Pi^S(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2, N) > \Pi^S(\infty, \infty, N) + \Pi^B(\infty, \infty, N). \tag{1.8}$$

Cette condition est toujours satisfaite dès que le couple $(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2)$ vérifie la Condition (1.7). En conséquence, l'ensemble des paramètres satisfaisant la Condition (1.8) est inclus dans celui qui vérifie la Condition (1.7). En d'autres termes, si un partage d'informations est soutenable lorsque l'allocation des informations est fixe entre les deux spéculateurs, alors il est soutenable dès que cette allocation est réalisée aléatoirement.

1.4 Partage d'informations et performance du marché

Etudions désormais l'impact des accords de partages d'informations sur la qualité du marché financier considéré. Plusieurs critères rendent compte des performances d'un marché financier : (i) l'efficience informationnelle des prix mesurée par $Var(\tilde{v} \mid p)$; (ii) la volatilité des prix mesurée par $Var(\tilde{v} - p)$; (iii) la liquidité du marché mesurée ici par la profondeur du marché λ^{-1} et (iv) une mesure des coûts de transaction moyens supportés par les investisseurs demandeurs de liquidité (c'est-à-dire, leur perte attendue mesurée par $E(\tilde{x}(p - \tilde{v})))$.

Proposition 3 *: Les prix de marché sont plus informatifs ($Var(\tilde{v} \mid p)$ est plus faible) et plus stables ($Var(\tilde{v} - p)$ diminue) dès que les deux spéculateurs partagent leurs informations privées.*

L'intuition de ce résultat est immédiate. En effet, lorsque les spéculateurs B et S mettent en commun leurs informations, le nombre de spéculateurs traitant sur l'information fondamentale augmente, ce qui résulte en un flux d'ordres agrégés plus informatif. C'est la raison pour laquelle les prix incorporent plus d'information fondamentale et forment des estimateurs plus précis de la valeur finale de l'actif risqué. L'échange informationnel contribue donc à améliorer la découverte des prix.

Examinons désormais l'impact d'un partage d'informations sur la profondeur du marché. Comme en fait état le Lemme 2 , la profondeur du marché se dégrade plus le spéculateur B transmet une information non fondamentale précise (effet d'aspiration des ordres non informatifs), alors que la profondeur du marché s'améliore plus le spéculateur S révèle une information fondamentale de qualité. Par conséquent, il est difficile de connaître l'impact total d'un partage d'informations sur la profondeur du marché (positif ou négatif suivant que l'effet d'aspiration domine ou non). Le partage d'informations ne survenant que pour un ensemble donné des paramètres, il se pourrait que pour cet ensemble là, l'effet d'aspiration soit tout le temps exclusivement dominé ou dominant. Or, comme nous le montrent les Exemples 2 et 3, ce n'est pas le cas. En effet, dans ces exemples, le couple

$(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2)$ est tel que (i) partager les informations privées est profitable conjointement pour les spéculateurs B et S, (ii) ce partage d'informations détériore la profondeur du marché (Exemple 2) ou l'améliore (Exemple 3). En fait, il est difficile de connaître l'ensemble des paramètres pour lequel le partage d'informations joue positivement (ou négativement) sur la profondeur de marché. Seul le cas où le partage d'informations est de type "tout ou rien" nous permet d'obtenir quelques intuitions sur cet ensemble de paramètres. Pour analyser ces intuitions, définissons

$$\sigma_0^{2*}(N) = \frac{1 - h^2(N)}{8h^2(N) - 3} < 1,$$

avec $h^2(N) = 2(N+2)\sqrt{N}/3(N+1)\sqrt{N+1} < 1$.

Proposition 4 : *Un accord de partage informationnel total améliore la profondeur du marché si et seulement si le volume des ordres non intermédiés par le spéculateur B est suffisamment large : $\sigma_0^2 \geq \sigma_0^{2*}(N)$.*

Par conséquent, un partage total des informations n'améliore la profondeur du marché que si la part des ordres passés par les investisseurs non informés auprès du spéculateur B n'est pas trop élevée ($\sigma_B^2 \leq 1 - \sigma_0^{2*}(N)$). Rappelons que pour qu'un équilibre de partage informationnel total existe, il faut que σ_0^2 soit supérieure à la valeur seuil $\underline{\sigma}_0^2(N)$. La Figure 1.2 illustre la courbe de $\sigma_0^{2*}(N)$ (traits en pointillés) lorsque le nombre de spéculateurs fondamentaux N augmente. Comme on peut le remarquer, il existe des valeurs de σ_0^2 et de N telles qu'un partage total des informations survient et altère la liquidité du marché (toutes les valeurs comprises entre la courbe en pointillés et celle en trait plein située en-dessous)[19]. On note que la profondeur du marché est ici liée à la fourchette affichée [Kyle (1985), Madhavan (1996)]. Effectivement, un ordre d'achat de taille q décale les prix de transaction à la hausse de λq, tandis qu'un ordre de vente les décale à la baisse de λq. Par conséquent, l'écart

$$s(q) = p(q) - p(-q) = 2\lambda q$$

[19]Lorsque N devient grand, la distance $|\sigma_0^{2*}(N) - \underline{\sigma}_0^2(N)|$ devient très faible mais est toujours strictement différente de zéro. En conséquence, même pour de très grandes valeurs de N, il existe des valeurs de σ_0^2 telles qu'un partage total des informations existe et dégrade la profondeur du marché.

peut être interprété comme étant la fourchette des prix de transaction pour un ordre de taille q. Cette fourchette s'élargit avec λ. Par conséquent, l'impact des partages d'informations sur la taille de la fourchette de prix est ambigu.

Enfin, analysons les effets du partage informationnel sur les coûts de transaction supportés par l'ensemble des investisseurs non informés, notés CT. Les coûts de transaction moyens s'élèvent à :

$$E(CT) = E(\tilde{x}(p - \tilde{v})) = E(\tilde{x}_B(p - \tilde{v})) + E(\tilde{x}_0(p - \tilde{v})).$$

En utilisant le Lemme 1, nous pouvons écrire que

$$E(\tilde{x}_B(p - \tilde{v})) = E[\tilde{x}_B \times E((p - \tilde{v}) \mid \tilde{x}_B = x_B)] = \lambda E\left(\tilde{x}_B^2(1 + b_1 + b_2 + a_3)\right) = \lambda \frac{2\sigma_B^2 + 3\sigma_\eta^2}{6\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right)}\sigma_B^2,$$

et

$$E(\tilde{x}_0(p - \tilde{v})) = \lambda\sigma_0^2.$$

En conséquence, on peut encore noter que

$$E(CT) = \lambda g\left(\sigma_\eta^2\right)\sigma_B^2 + \lambda\sigma_0^2,$$

où $g\left(\sigma_\eta^2\right) = \left(2\sigma_B^2 + 3\sigma_\eta^2\right)/6\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right)$. Ce ratio $g\left(\sigma_\eta^2\right)$ est croissant en σ_η^2. Cela signifie que si le partage d'informations améliore la liquidité du marché, il diminue également les coûts de transaction supportés par l'ensemble des investisseurs non informés : (1) ceux plaçant leurs ordres auprès du spéculateur B et (2) ceux passant leurs ordres sans faire appel à B. Ainsi, lorqu'il y a partage d'informations total, cette situation survient dès que $\sigma_0^2 \in [\underline{\sigma}_0^2(N), \overline{\sigma}_0^2(N)]$.

Lorsque le partage d'informations dégrade la profondeur du marché (augmentation de λ), l'impact sur les coûts de transaction espérés par les investisseurs non informés est moins évident. D'une part, la détérioration de la liquidité du marché tend à augmenter les coûts de transaction attendus (intuitivement, la fourchette de prix est plus large). D'autre part, l'échange informationnel accroît la concurrence entre les spéculateurs (ici

B et S) dont les ordres satisfont en partie les besoins de liquidité des investisseurs non informés. L'échange informationnel réduit donc l'impact en prix des ordres passés par ces investisseurs non informés. En fait, la proposition suivante montre que cet effet de concurrence domine l'effet de dégradation de la liquidité du marché.

Proposition 5 : *Les coûts de transaction espérés par les investisseurs non informés sont toujours plus faibles s'il y a échange d'informations.*

Le jeu d'échange est un jeu à somme nulle dans ce modèle (comme dans Kyle (1985), par exemple). Par conséquent, les coûts de transaction attendus par les investisseurs non informés sont exactement égaux à la somme des profits espérés par les spéculateurs. Soit $\Pi^a(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2, N)$, les profits espérés agrégés des spéculateurs. Alors,

$$E\,(CT) = \Pi^a(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2, N) = \Pi^S + \Pi^B + (N-1)\,\Pi^i,$$

où $\Pi^i(\sigma_\eta^2, \sigma_\varepsilon^2, N)$ est le profit espéré par un spéculateur fondamental qui ne fait pas partie de la ligue informationnelle. En fait, le partage informationnel provoque une diminution des profits agrégés des spéculateurs (Π^a) et une augmentation de ceux de la ligue ($\Pi^S + \Pi^B$), condition nécessaire de l'existence du partage informationnel. Par conséquent, la baisse des coûts de transaction espérés des investisseurs extérieurs et l'augmentation concommitante des profits des spéculateurs B et S sont possibles car l'augmentation des profits de la ligue se réalise au détriment des profits des spéculateurs qui en sont exclus, $i = \{2, ..., N\}$. Cet effet ne peut donc pas survenir si le spéculateur S est en monopole ($N = 1$). On peut même montrer que dans ce cas précis, il n'existe aucune valeur des paramètres pour lesquelles un partage informationnel entre B et S pourrait survenir.

Les résultats de cette section montrent que l'autorisation donnée aux participants de partager leurs informations peut améliorer la découverte et la stabilité des prix de transaction et favorise la concurrence entre spéculateurs, ce qui résulte en une baisse des coûts de transaction espérés par les investisseurs extérieurs non informés. Dans notre cadre, favoriser les partages d'informations entre opérateurs permet donc d'améliorer la performance du marché.

En conclusion de cette section, nous mentionnons que nous ne sommes pas en mesure de déterminer si une structure d"échange autorisant les partages d'informations se révèle optimale pour les investisseurs non informés. En effet, la demande des investisseurs non informés étant une variable aléatoire exogène, on ne peut étudier l'impact des partages d'informations que sur les coûts moyens de transaction. Si l'on endogénéisait la demande des investisseurs non informés en les supposant averses vis-à-vis du risque et concurrentiels [Batthacharya et Spiegel (1991)] ou stratégiques [Spiegel et Subrahmanyam (1992)], la baisse des coûts de transaction provoquée par une exacerbation de la concurrence entre spéculateurs fondamentaux ne garantirait pas que le partage d'informations s'avère socialement optimal. En effet, Spiegel et Subrahmanyam montrent qu'une augmentation de la concurrence entraîne, dans ce cadre, une instabilité des prix de transactions au détriment du bien-être des investisseurs non informés.

1.5 Conclusion

Cet essai traite des partages d'informations pouvant survenir entre deux spéculateurs différemment informés, avant que ceux-ci ne transmettent leurs ordres au marché. Plus précisément, cet essai montre qu'il peut être optimal pour un spéculateur détenant une information sur la valeur de l'actif risqué d'échanger cette dernière contre une information non fondamentale (concernant ici des chocs de liquidité affectant transitoirement les prix) qui est détenue par un des spéculateurs concurrents. L'existence de tels accords de partage d'informations a un impact sur la qualité du marché. On montre que, de manière non équivoque, les échanges informationnels facilitent la découverte des prix et contribuent à une plus grande stabilité des prix de transaction. Les investisseurs extérieurs non informés bénéficient également de ces partages d'informations puisque cela réduit en moyenne leurs coûts de transaction. En revanche, les accords de partage informationnel ont des effets plus ambigus sur la liquidité et la fourchette de prix du marché.

Notre étude suggère cependant qu'il peut s'avérer intéressant - en termes de performance des marchés - de créer des plates-formes de négociation qui permettent aux participants de partager leurs informations privées entre eux. Etant donnée la prolifération

des systèmes d'échange électroniques sur les marchés d'actions, ce résultat suggère donc que les systèmes devraient inclure des moyens de communication bilatérale, comme les systèmes Reuters Dealing (2000-1 ou 2000-2) sur le marché des changes au comptant[20].

[20]Reuters Dealing 2000-1 et 2000-2 permettent aux teneurs de marché de communiquer électroniquement.

1.6 Annexes du Premier Essai

1.6.1 Preuve du Lemme 1

Etape 1 : Détermination de la stratégie optimale du spéculateur S. Soit $y_S = (\tilde{v}, \hat{v}, \hat{x})$ l'ensemble d'informations du spéculateur S lorsqu'il y a partage d'informations. Ce dernier choisit son ordre au mieux Q^S de manière à maximiser son profit espéré

$$\pi^S(y_S) = E(Q^S(\tilde{v} - p(\tilde{O})) \mid y_S).$$

La condition du premier ordre de l'agent S s'écrit :

$$Q^S(y_S) = \frac{(\tilde{v} - \mu) - \lambda \times E\left(Q^B(y_B) + \sum_{i=2}^{N} Q^i(\tilde{v}) + \tilde{x}_0 + \tilde{x}_B \mid y_S\right)}{2\lambda}. \tag{1.9}$$

On remarque que :

$$E\left(Q^i(\tilde{v}) \mid y_S\right) = a'(\tilde{v} - \mu),$$

et

$$E\left(Q^B(y_B) \mid y_S\right) = b_1 E\left(\hat{x}_B \mid \hat{x}\right) + b_2\hat{x} + b_3(\hat{v} - \mu)$$

avec

$$E\left(\hat{x}_B \mid \hat{x}\right) = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2}\hat{x}.$$

En réinsérant ces expressions dans l'Equation (1.9), on obtient

$$\begin{aligned} Q^S(y_S) &= \frac{(\tilde{v} - \mu)}{2\lambda} - \frac{1}{2} \times \left[(N-1)\, a'(\tilde{v} - \mu) + b_3(\hat{v} - \mu) + (b_1 + 1)\frac{\sigma_B^2}{\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2}\hat{x} + b_2\hat{x}\right] \\ &= \left(\frac{1}{2\lambda} - \frac{(N-1)\, a'}{2}\right)(\tilde{v} - \mu) - \frac{b_3}{2}(\hat{v} - \mu) - \frac{1}{2}\left((b_1 + 1)\frac{\sigma_B^2}{\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2} + b_2\right)\hat{x}. \end{aligned}$$

On en déduit alors la valeur des coefficients suivants :

$$\begin{aligned} a_1 &= \left(\frac{1}{2\lambda} - \frac{(N-1)\,a'}{2}\right), \\ a_2 &= -\frac{b_3}{2}, \\ a_3 &= -\frac{1}{2}\left((b_1+1)\,\frac{\sigma_B^2}{\sigma_B^2+\sigma_\eta^2} + b_2\right). \end{aligned}$$

Etape 2 : Détermination de la stratégie optimale du spéculateur i exclu de la ligue ($i \neq S$). Le spéculateur i choisit de passer l'ordre au mieux Q^i qui maximise son espérance de profit, conditionnellement à son information privée :

$$\pi^i(v) = E(Q^i(\tilde{v} - p(\tilde{O})) \mid \tilde{v} = v).$$

La condition du premier ordre du spéculateur i s'écrit

$$Q^i(\tilde{v}) = \frac{(\tilde{v}-\mu) - \lambda \times E\left[Q^S(y_S) + \sum_{j\neq i, j=2}^{N} Q^j(\tilde{v}) + Q^B(y_B) + \tilde{x}_0 + \tilde{x}_B \mid \tilde{v} = v\right]}{2\lambda}. \quad (1.10)$$

On cherche des stratégies d'équilibre symétriques pour tous les spéculateurs $i \neq S$. Cela implique que $Q^i(\tilde{v}) = Q^j(\tilde{v})$, $\forall j \neq i$. En remplaçant Q^j par Q^i dans l'Equation (1.10), on obtient alors :

$$Q^i(\tilde{v}) = \frac{(\tilde{v}-\mu)}{N\lambda} - \frac{1}{N} \times \left(E\left[Q^S(y_S) \mid \tilde{v}\right] + E\left[Q^B(y_B) \mid \tilde{v} = v\right]\right). \quad (1.11)$$

On observe que

$$E\left(Q^S(y_S) \mid \tilde{v} = v\right) = (a_1 + a_2)\,(\tilde{v} - \mu),$$

et

$$E\left(Q^B(y_B) \mid \tilde{v} = v\right) = b_3(\tilde{v} - \mu).$$

Par conséquent,

$$Q^i(\tilde{v}) = \left(\frac{1}{N\lambda} - \frac{(a_1 + a_2 + b_3)}{N}\right)(\tilde{v} - \mu) \quad (1.12)$$

On en déduit donc la valeur du coefficient suivant :

$$a' = \frac{1}{N\lambda} - \frac{(a_1 + a_2 + b_3)}{N}. \tag{1.13}$$

Etape 3 : Détermination de la stratégie optimale du spéculateur B. Soit $y_B = (\tilde{x}_1, \hat{v}, \hat{x}_1)$ l'ensemble d'informations du spéculateur B s'il y a partage d'informations. Le spéculateur B choisit alors l'ordre au mieux Q^B qui maximise l'espérance conditionnelle de son profit :

$$\pi^B(y_B) = E(Q^B(\tilde{v} - p(\tilde{O})) \mid y_B).$$

La condition du premier ordre du spéculateur B s'écrit

$$\begin{aligned} Q^B(y_B) &= \frac{E(\tilde{v} \mid \hat{v}) - \mu - \lambda \times E\left[Q^S(y_S) + \sum_{i=2}^{N} Q^i(\tilde{v}) + \tilde{x}_0 + \tilde{x}_B \mid y_B\right]}{2\lambda} \\ &= \frac{E(\tilde{v} \mid \hat{v}) - \mu - \lambda \times E\left[Q^S(y_S) + (N-1)\, Q^i(\tilde{v}) + \tilde{x}_0 + \tilde{x}_B \mid y_B\right]}{2\lambda}. \end{aligned}$$

On remarque que

$$E\left(Q^S(y_S) \mid y_B\right) = a_1 E(\tilde{v} - \mu \mid \hat{v}) + a_2(\hat{v} - \mu) + a_3\hat{x}_1,$$

et

$$E\left(Q^i(\tilde{v}) \mid y_B\right) = a' E(\tilde{v} - \mu \mid \hat{v}),$$

et que :

$$E(\tilde{v} - \mu \mid \hat{v}) = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2 + \sigma_\varepsilon^2}(\hat{v} - \mu).$$

Après réinsertion de ces expressions dans la condition du premier ordre du spéculateur B et après quelques manipulations algébriques, on obtient :

$$Q^B(y_B) = -\frac{1}{2}\tilde{x}_B - \frac{a_3}{2}\hat{x}_B + \frac{1}{2\lambda}\left(\frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2 + \sigma_\varepsilon^2} - \lambda a_2 - \lambda\left(a_1 + (N-1)\, a'\right)\frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2 + \sigma_\varepsilon^2}\right)(\hat{v} - \mu). \tag{1.14}$$

En conséquent, on a la valeur des coefficients suivants :

$$\begin{aligned}
b_1 &= -\frac{1}{2}, \\
b_2 &= -\frac{a_3}{2}, \\
b_3 &= \frac{1}{2\lambda}\left(\frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2+\sigma_\varepsilon^2} - \lambda a_2 - \lambda\left(a_1 + (N-1)\,a'\right)\frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2+\sigma_\varepsilon^2}\right).
\end{aligned}$$

Les étapes 1, 2 et 3 nous ont conduit à établir 9 équations à 9 inconnues (a_1, a_2, etc.). En résolvant ce système d'équations, on obtient que

$$\begin{aligned}
a_1 &= \frac{3\left(\sigma_v^2+\sigma_\varepsilon^2\right)}{\lambda\left(2\left(N+2\right)\sigma_v^2 + 3\left(N+1\right)\sigma_\varepsilon^2\right)}, \\
a_2 &= -\frac{\sigma_v^2}{\lambda\left(2\left(N+2\right)\sigma_v^2 + 3\left(N+1\right)\sigma_\varepsilon^2\right)}, \\
a_3 &= -\frac{\sigma_B^2}{3\left(\sigma_B^2+\sigma_\eta^2\right)}, \\
a' &= \frac{2\sigma_v^2 + 3\sigma_\varepsilon^2}{\lambda\left(2\left(N+2\right)\sigma_v^2 + 3\left(N+1\right)\sigma_\varepsilon^2\right)}, \\
b_1 &= -\frac{1}{2}, \\
b_2 &= \frac{\sigma_B^2}{6\left(\sigma_B^2+\sigma_\eta^2\right)}, \\
b_3 &= \frac{2\sigma_v^2}{\lambda\left(2\left(N+2\right)\sigma_v^2 + 3\left(N+1\right)\sigma_\varepsilon^2\right)}.
\end{aligned}$$

Etape 4 : Détermination de λ. On rappelle que

$$P(O) = E(\tilde{v} \mid \tilde{O} = O).$$

Etant données les stratégies d'échange des spéculateurs à l'équilibre déterminées dans les étapes précédentes, on obtient

$$\begin{aligned}
\tilde{O} &= Q^S\left(y_S\right) + (N-1)\,Q^i(\tilde{v}) + Q^B\left(y_B\right) \\
&= \left(a_1 + (N-1)\,a'\right)(\tilde{v}-\mu) + \left(a_2+b_3\right)(\hat{v}-\mu) + \left(a_3+b_2\right)\hat{x}_1 + \left(b_1+1\right)\tilde{x}_1 + \tilde{x}_0.
\end{aligned}$$

On observe que $\tilde{O}$ est une variable aléatoire normalement distribuée, de moyenne nulle. Par conséquent, on a

$$P(O) = \mu + \lambda O,$$

avec

$$\lambda = \frac{Cov(\tilde{v}, \tilde{O})}{Var(\tilde{O})}. \tag{1.15}$$

Soit,

$$Cov\left(\tilde{v}, \tilde{O}\right) = (a_1 + (N-1)\,a' + a_2 + b_3)\,\sigma_v^2 = \frac{(2\sigma_v^2\,(N+1) + 3N\sigma_\varepsilon^2)\,\sigma_v^2}{\lambda\,(2\,(N+2)\,\sigma_v^2 + 3\,(N+1)\,\sigma_\varepsilon^2)}, \tag{1.16}$$

et

$$\begin{aligned}
Var\left(\tilde{O}\right) &= (a_1 + (N-1)\,a')^2\,\sigma_v^2 + (a_2 + b_3)^2\left(\sigma_v^2 + \sigma_\varepsilon^2\right) + 2\,(a_1 + (N-1)\,a')\,(a_2 + b_3)\,\sigma_v^2 \\
&\quad + (a_3 + b_2)^2\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right) + (b_1 + 1)^2\,\sigma_B^2 + 2\,(a_3 + b_2)\,(b_1 + 1)\,\sigma_B^2 + \sigma_0^2 \\
&= (a_1 + (N-1)\,a' + a_2 + b_3)^2\,\sigma_v^2 + \left(\frac{b_3}{2}\right)^2\sigma_\varepsilon^2 + \left(\frac{a_3}{2} + \frac{1}{2}\right)^2\sigma_B^2 + \left(\frac{a_3}{2}\right)^2\sigma_\eta^2 + \sigma_0^2 \\
&= \sigma_v^2\frac{(2\sigma_v^2\,(N+1) + 3N\sigma_\varepsilon^2)^2 + \sigma_v^2\sigma_\varepsilon^2}{(\lambda\,(2\,(N+2)\,\sigma_v^2 + 3\,(N+1)\,\sigma_\varepsilon^2))^2} - \frac{5\sigma_B^4}{36\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right)} + \frac{\sigma_B^2}{4} + \sigma_0^2
\end{aligned}$$

On obtient alors que

$$\lambda = \frac{6\sqrt{\sigma_v^2\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right)(4\,(N+1)\,\sigma_v^4 + (12N+5)\,\sigma_v^2\sigma_\varepsilon^2 + 9N\sigma_\varepsilon^4)}}{(2\,(N+2)\,\sigma_v^2 + 3\,(N+1)\,\sigma_\varepsilon^2)\sqrt{\left(\sigma_B^2\left(4\sigma_B^2 + 9\sigma_\eta^2\right) + 36\sigma_0^2\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right)\right)}}.\blacksquare \tag{1.17}$$

1.6.2 Preuve du Lemme 2

L'expression de la profondeur peut s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
\lambda\left(\sigma_\varepsilon^2, \sigma_\eta^2\right) &= 6 \times \frac{\sqrt{\sigma_v^2\,(4\,(N+1)\,\sigma_v^4 + (12N+5)\,\sigma_v^2\sigma_\varepsilon^2 + 9N\sigma_\varepsilon^4)}}{(2\,(N+2)\,\sigma_v^2 + 3\,(N+1)\,\sigma_\varepsilon^2)} \\
&\quad \times \frac{\sqrt{\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right)}}{\sqrt{\left(\sigma_B^2\left(4\sigma_B^2 + 9\sigma_\eta^2\right) + 36\sigma_0^2\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right)\right)}} \\
&= 6 \times \lambda_1\left(\sigma_\varepsilon^2\right) \times \lambda_2\left(\sigma_\eta^2\right).
\end{aligned}$$

On en déduit alors les variations suivantes :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\lambda\left(\sigma_\varepsilon^2,\sigma_\eta^2\right)}{\partial\sigma_\eta^2} &= 6\times\lambda_1\left(\sigma_\varepsilon^2\right)\times\frac{\partial\lambda_2\left(\sigma_\eta^2\right)}{\partial\sigma_\eta^2} \\
&= -\frac{15\times\lambda_1\left(\sigma_\varepsilon^2\right)\times\left(\sigma_B^2\right)^2}{\sqrt{\sigma_B^2+\sigma_\eta^2}\left(\sigma_B^2\left(4\sigma_B^2+9\sigma_\eta^2\right)+36\sigma_0^2\left(\sigma_B^2+\sigma_\eta^2\right)\right)^{\frac{3}{2}}}<0, \\
\frac{\partial\lambda\left(\sigma_\varepsilon^2,\sigma_\eta^2\right)}{\partial\sigma_\varepsilon^2} &= 6\times\lambda_2\left(\sigma_\eta^2\right)\times\frac{\partial\lambda_1\left(\sigma_\varepsilon^2\right)}{\partial\sigma_\varepsilon^2} \\
&= \frac{6\times\lambda_2\left(\sigma_\eta^2\right)\times\sigma_v^4\left(3\left(7N-5\right)\sigma_\varepsilon^2+2\left(5N-2\right)\sigma_v^2\right)}{2\left(2\left(N+2\right)\sigma_v^2+3\left(N+1\right)\sigma_\varepsilon^2\right)^2\sqrt{\sigma_v^2\left(4\left(N+1\right)\sigma_v^4+\left(12N+5\right)\sigma_v^2\sigma_\varepsilon^2+9N\sigma_\varepsilon^4\right)}}>0.
\end{aligned}$$

Alors, en utilisant le fait que :

$$\lim_{\sigma_\varepsilon^2\to\infty}\lambda\left(\sigma_\varepsilon^2,\sigma_\eta^2\right)=6\times\lambda_2\left(\sigma_\eta^2\right)\times\frac{\sqrt{N\sigma_v^2}}{(N+1)},$$

et

$$\lim_{\sigma_\eta^2\to\infty}\lambda\left(\sigma_\varepsilon^2,\sigma_\eta^2\right)=2\times\lambda_1\left(\sigma_\varepsilon^2\right)\times\frac{1}{\sqrt{\sigma_B^2+4\sigma_0^2}},$$

on obtient :

$$\lambda(\infty,\infty)=\lim_{\substack{\sigma_\eta^2\to\infty\\ \sigma_\varepsilon^2\to\infty}}\lambda\left(\sigma_\varepsilon^2,\sigma_\eta^2\right)=6\times\frac{1}{\sqrt{9\sigma_B^2+36\sigma_0^2}}\times\lim_{\sigma_\varepsilon^2\to\infty}\lambda_1\left(\sigma_\varepsilon^2\right)=\frac{2\sqrt{N\sigma_v^2}}{(N+1)\sqrt{\sigma_B^2+4\sigma_0^2}}.\blacksquare \tag{1.18}$$

1.6.3 Preuve du Lemme 3

Soit $\pi^j\left(y_j\right)$ le profit espéré par le spéculateur j, conditionnellement à son ensemble d'informations y_j, avant d'échanger à la date 1, et soit $\Pi^j\left(\sigma_\varepsilon^2,\sigma_\eta^2,N\right)$ son profit espéré *ex ante* (avant d'observer toute information privée). On peut alors écrire que

$$\pi^j(y_j)=Q^j\times E(\tilde{v}-\mu-\lambda\tilde{x}-\lambda Q^{-j}-\lambda Q^j\mid y_j),.j=B,S,2,...,N \tag{1.19}$$

D'après la condition du premier ordre du programme du spéculateur j (voir Lemme

1), on sait que

$$2\lambda Q^j = E(\tilde{v} - \mu - \lambda\tilde{x} - \lambda Q^{-j} \mid y_j).$$

On en déduit donc que l'Equation (1.19) se réécrit $\pi^j(y_i) = \lambda \times (Q^j)^2$. Par conséquent, on a

$$\Pi^j = E\left(\pi^j(y_j)\right) = \lambda \times Var\left(Q^j\right).$$

Ainsi, on obtient que :

$$\Pi^S\left(\sigma_\varepsilon^2, \sigma_\eta^2, N\right) = \lambda \times \left(a_1^2 Var\left(\tilde{v}\right) + a_3^2 Var\left(\hat{x}_1\right) + a_2^2 Var\left(\hat{v}\right) + 2a_1a_2 Cov\left(\tilde{v}, \hat{v}\right)\right),$$

et donc, en insérant les expressions des coefficients a_1, a_2 et a_3, dans cette dernière équation, on écrit que :

$$\Pi^S\left(\sigma_\varepsilon^2, \sigma_\eta^2, N\right) = \frac{\sigma_v^2\left(\sigma_v^2 + \sigma_\varepsilon^2\right)\left(4\sigma_v^2 + 9\sigma_\varepsilon^2\right)}{\lambda \times \left(2\left(N+2\right)\sigma_v^2 + 3\left(N+1\right)\sigma_\varepsilon^2\right)^2} + \frac{\lambda\sigma_B^4}{9\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right)}.$$

On note alors le profit non fondamental par l'expression suivante

$$\Pi_{nf}^S\left(\sigma_\eta^2\right) \overset{\text{def.}}{=} \frac{\lambda\sigma_B^4}{9\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right)},$$

et le profit fondamental par

$$\Pi_f^S\left(\sigma_\varepsilon^2, N\right) \overset{\text{def.}}{=} \frac{\sigma_v^2\left(\sigma_v^2 + \sigma_\varepsilon^2\right)\left(4\sigma_v^2 + 9\sigma_\varepsilon^2\right)}{\lambda \times \left(2\left(N+2\right)\sigma_v^2 + 3\left(N+1\right)\sigma_\varepsilon^2\right)^2}.$$

On procède de la même manière pour déterminer le profit espéré *ex ante* par le spéculateur B.■

1.6.4 Preuve de la Proposition 2

Pour montrer cette proposition, nous utilisons le lemme suivant :

Lemme 4 : *En l'absence de tout échange d'informations, le profit espéré ex ante par le spéculateur S est plus élevé que celui espéré par le spéculateur B ($\Pi^B(\infty, \infty, N) \leq$*

$\Pi^S(\infty,\infty,N)$) *si et seulement si*

$$\sigma_0^2 \geq \frac{(N-1)}{4+(N-1)}.$$

Preuve : On peut établir que

$$\Pi^B(\infty,\infty,N) = \frac{\lambda(\infty,\infty)\sigma_B^2}{4}, \tag{1.20}$$

et que :

$$\Pi^S(\infty,\infty,N) = \frac{1}{\lambda(\infty,\infty)(N+1)^2}. \tag{1.21}$$

En utilisant le résultat établi en Equation (1.18) du Lemme 2, on en déduit alors que $\Pi^B(\infty,\infty,N) \leq \Pi^S(\infty,\infty,N)$ si et seulement si :

$$\sigma_0^2 \geq \frac{(N-1)\,\sigma_B^2}{4}.$$

Comme $\sigma_B^2 = 1-\sigma_0^2$, alors la preuve du Lemme est directe.■

Si les spéculateurs B et S mettent en commun parfaitement toutes leurs informations, alors, ils espèrent un profit *ex ante* identique qui est :

$$\Pi^S(0,0,N) = \Pi^B(0,0,N) = \frac{1}{\lambda(0,0)(N+2)^2} + \frac{\lambda(0,0)\sigma_B^2}{9}. \tag{1.22}$$

Par conséquent, un partage d'informations total est possible si et seulement si

$$\frac{1}{\lambda(0,0)(N+2)^2} + \frac{\lambda(0,0)\sigma_B^2}{9} \geq \max\{\Pi^B(\infty,\infty,N), \Pi^S(\infty,\infty,N)\}. \tag{1.23}$$

En utlisant le résultat du Lemme 4, on distingue deux cas possibles,

CAS 1 : $\sigma_0^2 \geq (N-1)/(4+(N-1))$, Dans ce cas, d'après le Lemme 4, la Condition (1.23) se réécrit simplement

$$\frac{1}{\lambda(0,0)(N+2)^2} + \frac{\lambda(0,0)\sigma_B^2}{9} \geq \Pi^S(\infty,\infty,N),$$

ou encore, en réinsérant le résultat de l'Equation (1.21),

$$\frac{1}{\lambda(0,0)(N+2)^2} + \frac{\lambda(0,0)\sigma_B^2}{9} \geq \frac{1}{\lambda(\infty,\infty)(N+1)^2}. \tag{1.24}$$

D'après l'expression de λ établie dans le Lemme 2, on obtient que

$$\lambda(0,0) = \frac{3\sqrt{N+1}}{(N+2)\sqrt{\sigma_B^2 + 9\sigma_0^2}},$$

tandis que l'expression de $\lambda(\infty,\infty)$ est donnée par l'Equation (1.18). Etant données les expressions de $\lambda(0,0)$ et $\lambda(\infty,\infty)$ et l'hypothèse $\sigma_B^2 = 1 - \sigma_0^2$, l' Equation (1.24) se réécrit (après quelques calculs) :

$$\frac{\sqrt{1+8\sigma_0^2}}{3(N+1)^{3/2}} G\left(N, \sigma_0^2\right) \geq 0,$$

où

$$G(N,\sigma_0^2) = \frac{N+1}{N+2} + \frac{(N+1)^2(1-\sigma_0^2)}{(N+2)(1+8\sigma_0^2)} - \frac{3\sqrt{(N+1)(1+3\sigma_0^2)}}{2\sqrt{N(1+8\sigma_0^2)}}.$$

La fonction $G(N,.)$ est décroissante en σ_0^2. Qui plus est, G est strictement positive si $\sigma_0^2 = (N-1)/(4+(N+1))$ et négative si $\sigma_0^2 = 1$. On en déduit donc qu'il existe une valeur-seuil $\overline{\sigma}_0^2(N) \in [(N-1)/(4+(N+1)), 1]$ telle que si $\sigma_0^2 \leq \overline{\sigma}_0^2(N)$ alors la Condition (1.23) est satisfaite. Cette valeur-seuil est implicitement définie comme solution de l'équation $G(N,\sigma_0^2) = 0$.

Etant donné que la fonction G est croissante en N et décroissante en σ_0^2, on en déduit que $\overline{\sigma}_0^2(N)$ est croissant en N.

CAS 2 : $\sigma_0^2 < (N-1)/(4+(N-1))$, Dans ce cas, d'après le Lemme 4, la Condition (1.23) se réécrit

$$\frac{1}{\lambda(0,0)(N+2)^2} + \frac{\lambda(0,0)\sigma_B^2}{9} \geq \Pi^B(\infty,\infty,N),$$

ou encore, en utilisant l'Equation (1.21),

$$\frac{1}{\lambda(0,0)(N+2)^2} + \frac{\lambda(0,0)\sigma_B^2}{9} \geq \frac{\lambda(\infty,\infty)\sigma_B^2}{4}. \tag{1.25}$$

En utilisant les expressions de $\lambda(0,0)$ et $\lambda(\infty,\infty)$, on peut réécrire la Condition (1.25) par l'inégalité suivante :

$$F(N,\sigma_0^2) \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{3(N+2)\sqrt{N(1+8\sigma_0^2)}}{2\sqrt{(N+1)(1+3\sigma_0^2)}} - (N+1)\right)\frac{(1-\sigma_0^2)}{1+8\sigma_0^2} - 1 \leq 0.$$

On constate que $F(N,.)$ est décroissante en σ_0^2. En outre, $F > 0$ si $\sigma_0^2 = 0$ et $F < 0$ si $\sigma_0^2 = (N-1)/(4+(N+1))$. Par conséquent, on déduit qu'il existe une valeur-plancher $\underline{\sigma}_0^2(N) \in [0,(N-1)/(4+(N+1))]$ telle que si $\sigma_0^2 \geq \underline{\sigma}_0^2(N)$, alors la Condition (1.23) est satisfaite. Cette valeur-plancher est implicitement définie par l'équation $F(N,\sigma_0^2) = 0$.

Etant donné que la fonction F est croissante en N et décroissante en σ_0^2, on en déduit que $\underline{\sigma}_0^2(N)$ est croissante en N. En outre, on peut établir que

$$0 \leq \underline{\sigma}_0^2(N) < \frac{(N-1)}{(4+(N+1))} < \overline{\sigma}_0^2(N) < 1.\blacksquare$$

1.6.5 Preuve de la Proposition 3

(i) Les prix sont plus informatifs dès que les spéculateurs partagent leurs informations privées.

D'après les hypothèses du modèle, $\tilde{v}$ et $\tilde{p}$ sont deux variables aléatoires normalement distribuées et $\tilde{p}$ s'écrit $p\left(\tilde{O}\right) = \mu + \lambda\tilde{O}$. Par conséquent,

$$Var(\tilde{v} \mid p\left(\tilde{O}\right) = p) = \sigma_v^2 - \frac{Cov^2(\tilde{v},\tilde{O})}{Var(\tilde{O})}.$$

En utilisant les Equations (1.15) et (1.16) apparaissant dans la preuve du Lemme 1, on obtient que

$$Var(\tilde{v} \mid \tilde{p}(O) = p) = \sigma_v^2 - \lambda Cov(\tilde{v},\tilde{O}) = \sigma_v^2 - \frac{(2\sigma_v^2(N+1) + 3N\sigma_\varepsilon^2)\,\sigma_v^2}{2(N+2)\,\sigma_v^2 + 3(N+1)\,\sigma_\varepsilon^2}.$$

On observe que $Var(\tilde{v} \mid \tilde{p}(O) = p)$ est croissante en σ_ε^2 et ne dépend pas de σ_η^2. Par conséquent, tout échange d'informations (provoquant une baisse de σ_ε^2 et σ_η^2) rend les prix plus informatifs.

(ii) Les prix sont moins volatiles dès que les spéculateurs partagent leurs informations privées.

On remarque que

$$Var(\tilde{v} - p) = E(E((\tilde{v} - p)^2 \mid \tilde{p} = p)).$$

Etant donné que $\tilde{p} = E(\tilde{v} \mid \tilde{p})$, on en déduit que

$$Var(\tilde{v} - p) = E(Var(\tilde{v} \mid \tilde{p} = p)).$$

Puisque $\tilde{v}$ et $\tilde{p}$ sont deux variables aléatoires normalement distribuées, $Var(\tilde{v} \mid \tilde{p} = p)$ est une constante et on peut écrire :

$$Var(\tilde{v} - p) = Var(\tilde{v} \mid \tilde{p} = p).$$

Par conséquent la volatilité des prix est plus faible et l'efficience des prix plus forte s'il y a partage d'informations.■

1.6.6 Preuve de la Proposition 4

On considère le ratio suivant

$$H(N, \sigma_0^2) = \frac{\lambda(0,0)}{\lambda(\infty,\infty)}.$$

Un partage d'informations total améliore la profondeur du marché si et seulement si

$$H(N, \sigma_0^2) < 1.$$

En utilisant l'expression de λ établie dans la preuve du Lemme 2, on obtient que

$$H(N, \sigma_0^2) = \frac{3(N+1)\sqrt{(N+1)(1+3\sigma_0^2)}}{2(N+2)\sqrt{N(1+8\sigma_0^2)}}.$$

On remarque que $H(N, .)$ est décroissante en σ_0^2. En outre, $H(N, 1) < 1$ et $H(N, 0) > 1$.

Par conséquent il existe une valeur-seuil $\sigma_0^{*2}(N)$ telle que si $\sigma_0^2 > \sigma_0^{*2}(N)$, alors $H < 1$. Cette valeur-seuil est solution de l'équation :

$$H(N, \sigma_0^2) = 1.$$

En résolvant cette équation, on obtient que

$$\sigma_0^{*2}(N) = \frac{1 - h^2(N)}{8h^2(N) - 3},$$

où $h(N) = 2(N+2)\sqrt{N}/3(N+1)\sqrt{N+1}) < 1$. Etant donné que $h(N) \geq 2/3$, alors nécessairement $\sigma_0^{*2} < 1$.■

1.6.7 Preuve de la Proposition 5

- Les coûts moyens supportés par les investisseurs extérieurs non informés s'il y a échange d'informations (e) s'élèvent à

$$E(CT^e) = \lambda \left(\frac{6\sigma_0^2 \left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right) + \left(2\sigma_B^2 + 3\sigma_\eta^2\right) \sigma_B^2}{6\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right)} \right).$$

  En réinsérant l'expression de λ donnée dans le Lemme 1, cette équation se réécrit :

$$E(CT^e) = \frac{\sqrt{\sigma_v^2 \left(4(N+1)\sigma_v^4 + (12N+5)\sigma_v^2\sigma_\varepsilon^2 + 9N\sigma_\varepsilon^4\right)}}{\left[2(N+2)\sigma_v^2 + 3(N+1)\sigma_\varepsilon^2\right]} \times \frac{\left[6\sigma_0^2\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right) + \left(2\sigma_B^2 + 3\sigma_\eta^2\right)\sigma_B^2\right]}{\sqrt{\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right)\left[\sigma_B^2\left(4\sigma_B^2 + 9\sigma_\eta^2\right) + 36\sigma_0^2\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right)\right]}}.$$

- Si les spéculateurs ne partagent par leurs informations (ne), alors les coûts moyens s'écrivent :

$$E(CT^{ne}) = E\left[(P(O) - \tilde{v}) \times \tilde{x}\right] = \lambda^{ne}\left(\sigma_0^2 + \frac{1}{2}\sigma_B^2\right)$$
$$= \frac{\sqrt{\sigma_v^2 N}}{(N+1)} \times \frac{(2\sigma_0^2 + \sigma_B^2)}{\sqrt{\sigma_B^2 + 4\sigma_0^2}}.$$

Montrons alors que :

$$E\left(CT^{e}\right) < E\left(CT^{ne}\right)$$

En premier lieu, on observe, après quelques manipulations, l'Inégalilté suivante :

$$\frac{\sqrt{\sigma_v^2\left(4\left(N+1\right)\sigma_v^4+\left(12N+5\right)\sigma_v^2\sigma_\varepsilon^2+9N\sigma_\varepsilon^4\right)}}{\left[2\left(N+2\right)\sigma_v^2+3\left(N+1\right)\sigma_\varepsilon^2\right]} < \frac{\sqrt{\sigma_v^2 N}}{\left(N+1\right)} \tag{1.26}$$

Considérons alors la fonction ψ suivante :

$$\psi\left(\sigma_\eta^2\right) = \frac{\left[6\sigma_0^2\left(\sigma_B^2+\sigma_\eta^2\right)+\left(2\sigma_B^2+3\sigma_\eta^2\right)\sigma_B^2\right]^2}{\left(\sigma_B^2+\sigma_\eta^2\right)\left[\sigma_B^2\left(4\sigma_B^2+9\sigma_\eta^2\right)+36\sigma_0^2\left(\sigma_B^2+\sigma_\eta^2\right)\right]} - \frac{\left(2\sigma_0^2+\sigma_B^2\right)^2}{\sigma_B^2+4\sigma_0^2}.$$

Sachant que $\sigma_B^2 = 1-\sigma_0^2$, la fonction ψ peut se réécrire :

$$\psi\left(\sigma_\eta^2\right) = \frac{\left(6\left(\sigma_B^2+\sigma_\eta^2\right)-\sigma_B^2\left(4\sigma_B^2+3\sigma_\eta^2\right)\right)^2}{\left(\sigma_B^2+\sigma_\eta^2\right)\left[36\left(\sigma_B^2+\sigma_\eta^2\right)-\sigma_B^2\left(32\sigma_B^2+27\sigma_\eta^2\right)\right]} - \frac{\left(2-\sigma_B^2\right)^2}{4-3\sigma_B^2}.$$

On observe que ψ est strictement négative si $\sigma_\eta^2 = 0$. En effet,

$$\psi\left(0\right) = \frac{\sigma_B^2\left(-7+11\sigma_B^2-4\sigma_B^4\right)}{\left(9-8\sigma_B^2\right)\left(4-3\sigma_B^2\right)} < 0, \text{ étant donné que } \sigma_B^2 \in \left[0,1\right],$$

on remarque ensuite :

$$\lim_{\sigma_\eta^2\to\infty}\psi\left(\sigma_\eta^2\right) = 0.$$

La dérivée du premier ordre de la fonction ψ s'écrit :

$$\psi'\left(\sigma_\eta^2\right) = \frac{\sigma_B^4\left(176\sigma_B^8+144\sigma_B^6\left(2\sigma_\eta^2-3\right)-72\sigma_B^2\sigma_\eta^2\left(5\sigma_\eta^2-7\right)+9\sigma_B^4\left(13\sigma_\eta^4-88\sigma_\eta^2+28\right)+252\sigma_\eta^4\right)}{\left(\sigma_B^2+\sigma_\eta^2\right)^2\left[36\left(\sigma_B^2+\sigma_\eta^2\right)-\sigma_B^2\left(32\sigma_B^2+27\sigma_\eta^2\right)\right]^2} \tag{1.27}$$

Deux cas sont alors possibles pour les variations de cette fonction.

(i) $\sigma_B^2 \in \left[0, \frac{21}{22}\right[$.

Dans ce cas, $\psi'\left(\sigma_\eta^2\right) > 0$. Par conséquent ψ est strictement croissante. Sachant alors que $\psi\left(0\right) < 0$ et que $\lim_{\sigma_\eta^2\to\infty}\psi\left(\sigma_\eta^2\right) = 0$, on peut en conclure que $\psi\left(\sigma_\eta^2\right) < 0$ pour tout σ_η^2.

(ii) $\sigma_B^2 \in \left[\frac{21}{22}, 1\right]$,

Dans ce cas, il existe une unique valeur de σ_η^2 qui est solution de l'équation $\psi'\left(\sigma_\eta^2\right) = 0$. En résolvant cette dernière équation, on obtient la valeur de cette racine

$$\bar{\sigma}_\eta^2 = \frac{2\sigma_B^2\left(22\sigma_B^2 - 21\right)}{3\left(14 - 13\sigma_B^2\right)}.$$

Par conséquent, ψ a un unique extremum, qui est un minimum puisque

$$\psi''\left(\bar{\sigma}_\eta^2\right) = \frac{27\left(14 - 13\sigma_B^2\right)^4}{625\sigma_B^8\left(2\sigma_B^2 - 1\right)} > 0,$$

et donc $\psi\left(\sigma_\eta^2\right) < 0$.

Etant donnés les résultats obtenus dans (i) et (ii), on peut en conclure que $\forall\sigma_\eta^2$ et $\forall\sigma_B^2$, $\psi\left(\sigma_\eta^2\right) < 0$. Par conséquent,

$$\frac{\left(6\sigma_0^2\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right) + \left(2\sigma_B^2 + 3\sigma_\eta^2\right)\sigma_B^2\right)}{\sqrt{\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right)\left[\sigma_B^2\left(4\sigma_B^2 + 9\sigma_\eta^2\right) + 36\sigma_0^2\left(\sigma_B^2 + \sigma_\eta^2\right)\right]}} < \frac{\left(2\sigma_0^2 + \sigma_B^2\right)}{\sqrt{\sigma_B^2 + 4\sigma_0^2}}. \tag{1.28}$$

En utilisant l'Inégalité (1.26) et l'Inégalité (1.28), on peut en déduire que $E\left(CT^e\right) < E\left(CT^{ne}\right)$. Les coûts moyens supportés par les investisseurs extérieurs sont donc plus faibles dans le cas où il y a partage d'informations.■

FIGURE 1.1 : Un échange total d'informations est-il possible ?

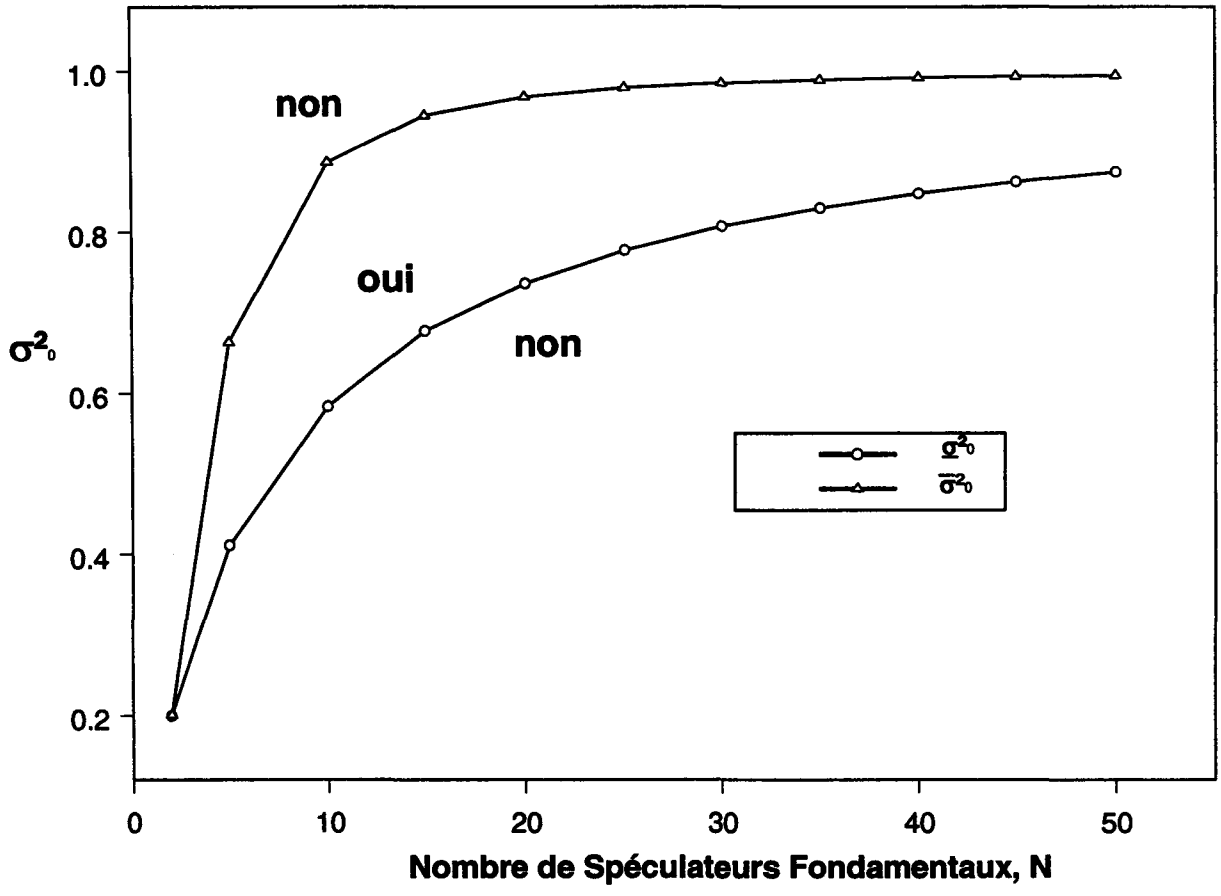
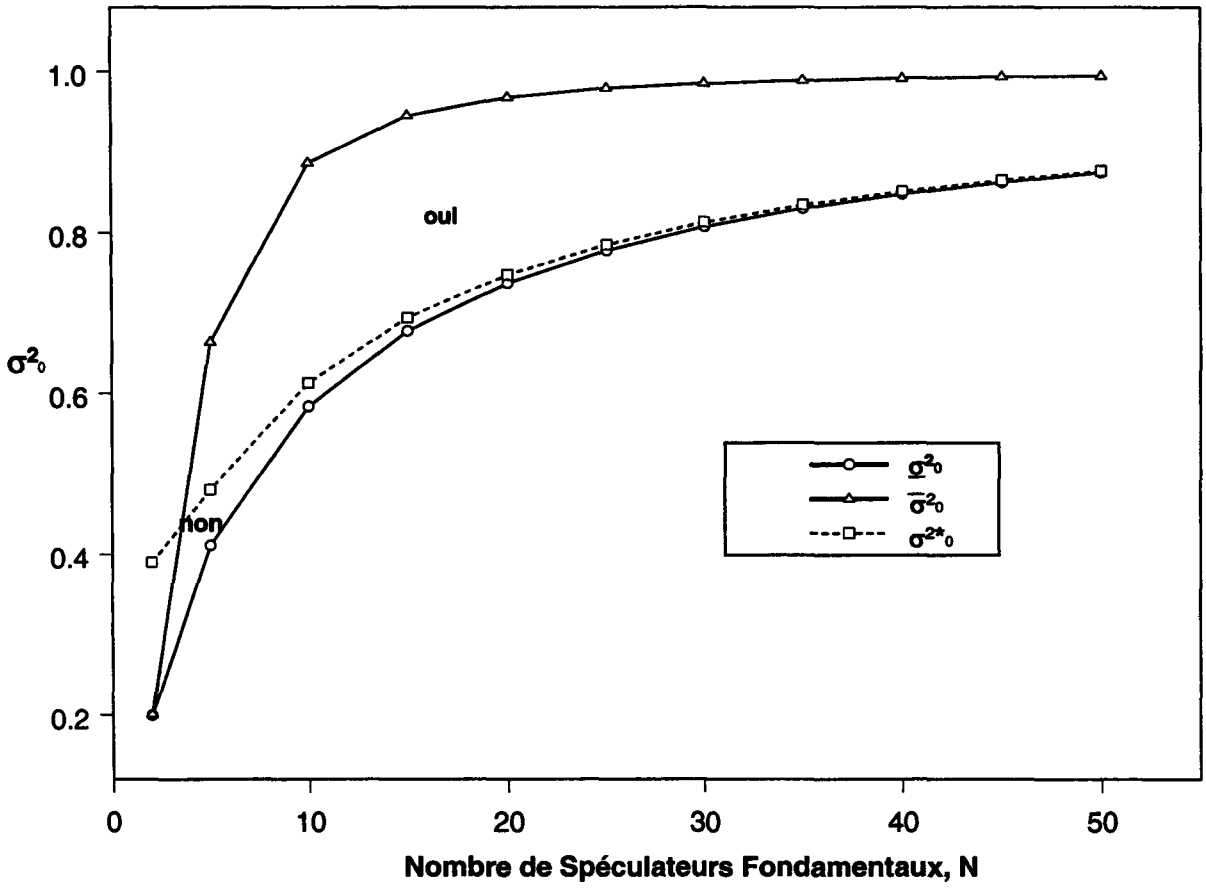


FIGURE 1.2 : L'échange d'informations total peut-il améliorer la liquidité du marché ?



Deux Essais sur la Pratique de Direction Préférentielle du Flux d'Ordres

2

Exposé Préliminaire

2.1 Introduction

Depuis une dizaine d'années, les marchés de contrepartie, réputés opaques (Nasdaq aux Etats Unis ou SEAQ à Londres), ont développé des systèmes de carnets d'ordres électroniques (SuperSOES et SuperMontage pour le Nasdaq, SETS pour Londres) afin d'améliorer la transparence des échanges et la centralisation des ordres. Toutefois, il demeure une grande diversité des lieux de négociation. Sur le Nasdaq, en moyenne onze[1] teneurs de marché se livrent une concurrence par les prix pour assurer la liquidité du marché. Ces teneurs de marché sont également exposés à la concurrence des systèmes d'exécution privés (ATS comme les ECNs ou les *crossing systems*) et à celle des ordres à cours limité qui leur sont transmis directement par les investisseurs. Sur le NYSE ou sur l'AMEX, le titre est négocié soit sur le marché central ("*primary market*"), soit sur les bourses régionales ("*secondary market*"), soit sur le Troisième Marché de la NASD ("*the Nasdaq third market*"[2]). Sur la bourse de Londres (*London Stock Exchange*, LSE), un ordre peut être exécuté dans le carnet d'ordres électronique SETS ou par un intermé-

[1] Source : www.nasdr.com

[2] Le NASDAQ est un système de négociation électronique qui diffuse les cotations de deux entités différentes : (i) le Nasdaq (*Nasdaq Stock Market, Inc.* ("Nasdaq")) sur lequel sont inscrites des sociétés comme Microsoft ou Yahoo ! et (ii) le Troisième Marché (*Nasdaq Third Market* devenu *InterMarket*) sur lequel s'échangent de gré à gré les actions inscrites sur le NYSE. Pour ne pas introduire de confusion, nous appelerons le marché de gré à gré, le Troisième Marché.

diaire (SEAQ, SEAQ I, etc.). Du fait de cette multiplicité des cotations et des possibilités d'exécution, inciter les courtiers à leur diriger le flux d'ordres devient une préoccupation majeure[3] pour les teneurs de marché sur ces places financières. Alors que la concurrence par les prix devrait être acharnée, les teneurs de marché ont recours à d'autres pratiques que celle des prix avantageux pour attirer le flux d'ordres. Notre travail s'intéresse, en particulier, aux 'accords de préférence' ("*preferencing arrangements*"). Ce type d'accord permet aux teneurs de marché d'obtenir en exclusivité le flux d'ordres des courtiers, indépendamment des cotations qu'ils affichent. Sous le terme de *preferencing* sont regroupées trois pratiques : l'internalisation ("*self-preferencing*"), la direction préferentielle des ordres contre paiement monétaire ("*payment for order flow*") ou contre paiement en services ("*soft-dollar arrangement*").

Nous commençons par décrire le fonctionnement des trois formes courantes du *preferencing*. Nous discutons ensuite les questions que cette pratique pose, en particulier aux Etats Unis où elle est la plus répandue. Nous concluons cet exposé en présentant deux tableaux qui synthétisent les principaux résultats obtenus dans les articles de recherche constituant cette revue de la littérature.

2.2 Caractéristiques institutionnelles

2.2.1 Définitions

Dans son expression la plus générale, le *preferencing* consiste, pour un courtier, à diriger le flux d'ordres vers un teneur de marché spécifique, qui s'est engagé, en contrepartie, à exécuter ces ordres aux meilleurs prix du marché.

Une forme courante du *preferencing* est l'internalisation du flux d'ordres. Il s'agit, pour un teneur de marché, possédant un département de courtage, d'exécuter les ordres, dont il est propriétaire, en interne, sans les exposer au marché : soit en les appariant entre

[3]Comme le souligne un rapport de la NASD (1991), "*order flow is a valuable commodity and the competition to attract retail order flow is intense*".

eux (*crossing*) soit en s'en portant contrepartie. Cette pratique est très utilisée aux Etats Unis, au Royaume Uni, et, dans une moindre mesure en Allemagne et aux Pays Bas. Elle est en revanche interdite en France et en Italie, mais pourrait être autorisée à partir de 2005 (voir les grandes lignes du projet de révision de la DSI présentées en Introduction Générale). Alors que le prix d'exécution est laissé à la discrétion de l'intermédiaire qui internalise ses ordres en Allemagne, les régulateurs américains et anglais lui imposent de se conformer au devoir de meilleure exécution[4] ("*best execution duty*"), c'est-à-dire, dans ce cas, d'exécuter les ordres en interne à des prix au moins aussi favorables que les meilleurs prix établis par le marché. Cette pratique d'internalisation permet de réduire certains coûts, notamment ceux qui vont de pair avec l'externalisation du flux d'ordres comme les coûts de compensation ou ceux de transaction. Cette économie peut ensuite être répercutée sur les commissions supportées par les clients.

Payer des courtiers *externes* à la firme pour obtenir des ordres captifs est une autre forme de *preferencing* très répandue. En pratique, la forme prise par le paiement de ses contrats externes dépend du cadre réglementaire en vigueur sur chaque place financière. A Londres, par exemple, le paiement monétaire (*payment for the order flow*) en contrepartie de la direction préférentielle des ordres n'est pas autorisé, mais les *soft-dollars arrangements* le sont. Le courtier contractant est payé en nature. Par exemple, il peut obtenir des informations financières ou la compensation gratuite des titres de ses clients. Sur le Nasdaq ou sur les bourses de Boston et Cincinnati, toute forme de paiement est autorisée. Mais ce sont les accords contre paiement monétaire qui se sont le plus développés. Le courtier est rémunéré par une commission[5] pour chaque action transmise au teneur de marché concerné sans l'exposer au marché. Ce paiement peut être assez significatif : en 1999, le paiement pour le flux d'ordres représentait 6% des revenus de E* Trade, soit 39,2 millions de dollars[6]. Aujourd'hui, avec le passage à la décimalisation des places financières, les paiements monétaires se sont réduits. Par exemple, le paiement d'un ordre au mieux

[4]Voir Macey et O'Hara (1997) pour un exposé détaillé sur le devoir de meilleure exécution et Foucault (2002) pour des résultats théoriques établissant la nécessité de respecter les régles de meilleure exécution pour renforcer la concurrence et protéger les investisseurs.

[5]Au premier trimestre 2003, Knight Securities verse 0.001 cent par action préférentielle à E*Trade, courtier en ligne.

[6]Source : *TheStreet.com*, 19/11/99, C. Humes.

portant sur 500 actions Microsoft a diminué de 80%, en passant de 2,50$ à 0,50$ [Nasdaq Economic Research (2001)]. Le paiement pour le flux d'ordres revêt, en réaction, d'autre formes, comme la rétrocession de profits aux courtiers ou la prise de participation dans la firme teneur de marché. Cette forme de contrats se révèle nécessaire pour maintenir l'activité des *wholesalers*. Ces teneurs de marché du Nasdaq ne possèdent effectivement pas de courtiers propres et achètent quasi systématiquement la totalité des ordres au mieux qu'ils exécutent.

Pour conclure cette section, le *preferencing* est une pratique lucrative pour les teneurs de marché et pour les courtiers, dont l'utilisation fréquente, sinon systématique, résulte de l'autorisation de fragmenter le flux d'ordres et de l'absence d'une réglementation claire. Nos travaux ne portent toutefois pas sur les liens entre régles, degré de transparence et *preferencing*, mais ils s'intéressent à l'impact de cette pratique sur le jeu de la concurrence entre fournisseurs de liquidité. La section suivante a pour objectif de décrire la façon dont s'est développée cette pratique aux Etats Unis et de présenter les différents articles de recherche qui ont analysé son impact sur la qualité du marché.

2.2.2 Un aperçu du développement du *preferencing* aux Etats Unis

Le *preferencing* s'est d'abord développé sur la bourse de New York (NYSE), qui est le marché centralisé américain par excellence. La plupart des transactions ont effectivement lieu sur le parquet où la liquidité est assurée soit par le teneur de marché en position de monopole (le *specialist*), soit par les ordres intermédiés par les courtiers du parquet, soit, enfin, par les ordres à cours limité qui s'accumulent dans un carnet[7]. En 1975, suite aux nouvelles régles édictées par la SEC, les actions introduites sur le NYSE peuvent également s'échanger sur le marché de gré à gré, c'est-à-dire, le Troisième Marché. Dans les faits, une véritable concurrence pour le flux d'ordres s'instaure entre le NYSE et le Troisième Marché à partir du lancement du *Composite Quotation System* (CQS) en

[7]Voir, par exemple Madhavan et Sofianos (1998) ou Goldstein et Kavajecz (2000) pour des études empiriques sur le rôle du *specialist* sur le NYSE.

1983, qui diffuse au niveau national les meilleurs prix cotés. En effet, les teneurs du Troisième Marché, comme Madoff[8], peuvent désormais rivaliser avec le marché central, en garantissant une exécution des ordres préférentiels au prix coté sur le marché central (le NYSE), mais en payant pour les ordres reçus[9]. Ainsi, en 1991, Madoff exécutait 10% du nombre de transactions totales du NYSE [Forbes (06/01/1992) cité dans Battalio (1997)]. Cochrane, en 1993, estimait que le NYSE avait perdu 35% du volume des ordres de taille inférieure à 2099 titres, dirigés de manière préférentielle vers le Troisième Marché. Par ailleurs, au début des années 1990, les bourses de Boston et Cincinnati ont également lancé des programmes d'internalisation et de direction préférentielle d'ordres portant sur des actions inscrites sur le NYSE, renforçant la concurrence entre le NYSE et les lieux de négociation rivaux[10]. Selon Peterson et Sirri (2003), le NYSE n'exécute plus que 47% des transactions de taille inférieure à 1 000 titres.

Parallèlement à son essor sur le NYSE, le *preferencing* des actions inscrites sur le Nasdaq s'institutionnalise, atteignant jusqu'à 79% du volume total[11]. A la différence du NYSE qui est un marché réglementé, le Nasdaq est historiquement un marché de gré en gré où les relations entre les courtiers et les teneurs de marché sont primordiales. L'entretien de bonnes relations permet effectivement aux courtiers de négocier l'exécution d'ordres de taille plus grande que celle affichée par le teneur de marché (*size-enhancement*) ou d'obtenir de meilleurs prix que ceux établis sur le marché (*price-improvement*). Toutefois les raisons de la progression du *preferencing* restent obscures. Pour certains, le développement a été favorisé par la taille de l'échelon de cotation qui aurait été trop large - 1/8$

[8]Bernard L. Madoff Investment Securities (Madoff) fut le premier teneur de marché à offrir 2 cents pour chaque action du NYSE reçue de manière préférentielle. Il garde cette position monopolistique d''acheteur du flux d'ordres' jusqu'au début des années 1990.

[9]Avant l'instauration du *National Market System* aux Etats Unis qui requit la mise en place de systèmes électroniques comme CQS, les *specialists* des bourses régionales et les teneurs de marché de la NASD pouvaient déjà concurrencer le *specialist* du NYSE. Toutefois, les prix cotés étaient souvent non appropriés par rapport à ceux cotés par le *specialist* du NYSE qui dispose d'informations plus précises sur le flux d'ordres [voir Kavajecz (1998) et (1999) pour une analyse de la politique de fixation des prix suivies par le *specialist*]. Avec le lancement de CQS, les concurrents observent les prix cotés sur le marché central et peuvent actualiser les leurs immédiatement.

[10]La SEC estime, en 1997, que 90 % du volume échangé sur la bourse de Cincinnati est transmis de manière préférentielle.

[11]Les chiffres ont été estimés par Chung, Chuwonganant et McCormick (2002).

- pendant cette période[12]. Le paiement pour le flux d'ordres permettrait aux teneurs de marché de coter sur des grilles de prix plus fines ("1/8$ - paiment unitaire reversé au courtier"). Pour d'autres, il s'agit d'un simple moyen de discrimination du flux d'ordres par les prix, permettant aux teneurs de marché de récompenser les courtiers pour la direction exclusive d'ordres non risqués [voir Battalio et Holden (1997)].

Toutefois, le *preferencing* des actions cotées sur le NYSE ne soulève pas les mêmes inquiétudes que le *preferencing* des actions du Nasdaq. Dans le cas du NYSE, les opposants soutiennent que les concurrents détournent les ordres profitables du marché central, tout en ne faisant que s'aligner sur les meilleurs prix découverts par le *specialist* du NYSE (89% du temps selon Bessembinder (2000)). Il s'agit d'abord d'un problème de régulation de concurrence entre bourses. Dans le cas des actions cotées sur le Nasdaq, les inquiétudes sont plus grandes. Le *preferencing* est effectivement suspecté de distordre la concurrence au sein même de l'organisation du marché. L'ampleur du problème n'est, en outre, pas la même. Si 35% des ordres sont détournés du NYSE, il s'agit virtuellement de 100% des transactions du Nasdaq qui sont préférentielles selon Huang et Stoll (1996).

Les problèmes posés par le *preferencing* n'étant pas les mêmes suivant le lieu de cotation des actions, il s'est opéré une dichotomie dans la littérature académique portant sur cette pratique. Nous allons donc brièvement exposer la problématique soulevée par le *preferencing* sur les actions cotées sur le NYSE. Puis, nous développerons plus longuement la revue de littérature ayant trait au *preferencing* sur le Nasdaq, étant donné que les marchés de contrepartie sont les mécanismes d'échange analysés dans les Deuxième et Troisième Essais.

[12]Cette approche est notamment soutenue par Chordia et Subrahmanyam (1995), Godek (1996) ou Kandel et Marx (1997).

2.3 Impact du *preferencing* sur la qualité des marchés

De nombreux ordres portant sur des actions cotées sur le NYSE, comme sur le Nasdaq, font désormais l'objet de contrats de préférence. Etant donné que ces ordres sont obtenus indépendamment des cotations choisies par les teneurs de marché, la concurrence par les prix s'exerce moins. Cette atténuation de la concurrence ne va pas sans poser de problèmes, comme l'exprime Arthur Levitt, l'ancien président de la SEC :

> "*In a fragmented market with internalization, preferencing, and payment for order flow, dealers can trade customer orders against their own inventory, without routing them to the best quote. As a result, there is less incentive to quote a better price.*"[13]

2.3.1 Remarque introductive

Pour comprendre l'enjeu que représentent les ordres transmis de manière préférentielle, il faut mentionner que seuls certains types d'ordres peuvent en faire l'objet. Il s'agit (i) d'ordres 'exécutables'[14] (ii) de faible taille (inférieurs à 3 000 titres) (iii) transmis par des investisseurs particuliers. Ce flux d'ordres est réputé être non-informé. Il minimiserait donc le risque d'anti-sélection du teneur de marché désigné qui peut se permettre d'auto-exécuter les ordres entrés dans le système de négociation par ses courtiers affiliés[15], et même de payer pour les obtenir. Easley, Kiefer et O'Hara (1996) ont effectivement testé le contenu informationnel des ordres préférentiels. Les auteurs trouvent que les ordres détournés du marché central (NYSE) et exécutés sur la bourse de Cincinnati sont significativement moins informatifs[16] que ceux exécutés sur le NYSE. Des résultats similaires

[13] Extrait du discours "*Dynamic markets, timeless principles*" prononcé à l'université de Columbia le 23 septembre 1999.

[14] Sont désignés par ordres exécutables ("*marketable orders*"), les ordres à tout prix ("*market orders*") et les ordres à cours limité mentionnant un prix meilleur ou égal à la meilleure limite opposée ("*marketable limit orders*").

[15] "*corresponding brokers*" ou "*order-entry firms*"

[16] Notamment, la probabilité de traiter avec un informé est 44% plus élevée sur le NYSE (par rapport à Cincinnati), selon les estimations de Easley *et al.* (1996).

ont également été obtenus par Chordia et Subrahmanyam (1995).

2.3.2 *Preferencing* des actions inscrites sur la bourse de New York

Les partisans du *preferencing* soutiennent que l'ouverture de la concurrence pour le flux d'ordres aux bourses régionales et au Troisième Marché permet de réduire la rente de monopole du *specialist* du NYSE, et donc de réduire les fourchettes de prix, au bénéfice des investisseurs. Une structure de coûts plus faibles est l'argument avancé pour expliquer l'entrée de ces nouveaux concurrents [voir Battalio, Greene et Jennings (1997)].

Selon les opposants, en revanche, cette pratique pose deux problèmes. Premièrement, la règle de priorité temporelle ne s'applique pas aux ordres préférentiels. Cette règle, selon laquelle les ordres sont exécutés par le teneur de marché qui a *le premier* affiché le meilleur prix du marché, demeure en vigueur sur le marché central du NYSE[17], incitant les donneurs d'ordres à cours limité à concurrencer directement le *specialist*. Les teneurs de marché des bourses régionales et du Troisième Marché, pratiquant surtout le *preferencing*, ne s'exposent que très partiellement à cette concurrence prix-temps, au détriment de la qualité globale du marché selon Bessembinder (2000). Deuxièmement, cette pratique fait obstacle à la consolidation du flux d'ordres et concurrencerait le NYSE uniquement sur une composante du flux d'ordres qui est celle des ordres non risqués. Ce problème est plus connu sous le nom de "*cream-skimming*" ('écrémage' des ordres profitables) [Easley et al. (1996)].

Du fait de la fragmentation des ordres et du détournement de ceux non informatifs que le *preferencing* provoque, il entraîne, de pair, un accroissement du risque d'anti-sélection du *specialist* sur le marché central, qui demeure le fournisseur de la liquidité en dernier ressort. Selon cet argument de *cream-skimming*, on devrait observer des fourchettes de prix

[17]La bourse de New York n'applique pas de stricte priorité en temps, comme sur Euronext (pour un prix donné, le premier ordre entré dans le Nouveau Système de Cotation (NSC) est exécuté en premier). Il s'agit, en réalité, d'un mélange de priorité en temps et en volume [voir, par exemple, Panchapagesan (2001) pour une analyse des différentes régles de priorité temporelle sur les différentes places financières].

plus larges pour les actions fortement sujettes aux accords de préférence étant donné la position plus risquée du *specialist* face aux ordres restants [voir Bessembinder et Kaufman (1997)]. En provoquant un élargissement de la fourchette, le *preferencing* entraînerait également une augmentation des coûts de transaction.

Ce postulat se révèle toutefois difficile à valider empiriquement. Battalio (1997) observe que, lorsque Madoff, sur le Troisième Marché, entre en concurrence avec le *specialist* du NYSE, les fourchettes de prix affichées diminuent significativement. Battalio, Greene et Jennings (1997) aboutissent à des conclusions similaires en étudiant et comparant les fourchettes de prix affichées et effectives sur le NYSE et sur les bourses de Boston et Cincinnati. Plus récemment, Peterson et Sirri (2003) estiment que les bourses de Boston et Cincinnati offrent des coûts de transaction plus faibles que ceux des autres bourses régionales ne recevant pas d'ordres préférentiels. Par ailleurs, Battalio et Holden (2001)[18] montrent que, pour mesurer les coûts de transaction des investisseurs, il faut, certes, tenir compte de la fourchette de prix affichée, mais aussi des commissions directes que supportent les investisseurs. En effet, le *preferencing* aurait un impact positif sur ces dernières, dans la mesure où le paiement pour le flux d'ordres permettraient aux courtiers de diminuer les frais directs de transaction, ce que Battalio, Jennings et Selway (2001) observent pour certains courtiers.

Il n'existe aucune preuve empirique réellement à charge, mais le *preferencing* soulève le problème de la qualité de l'exécution de ces ordres captifs et du contrôle de leur exécution (nécessité d'une bonne transparence post-transactionnelle). Pour répondre aux inquiétudes de son ex président Arthur Levitt[19], la SEC a émis deux nouvelles règles en

[18] A partir du modèle de Glosten et Milgrom (1985) qui fait l'hypothèse d'un teneur de marché neutre vis-à-vis du risque et parfaitement concurrentiel, Battalio et Holden (1997) conçoivent un modèle séquentiel avec présence de deux types d'investisseurs (professionnels ou non) caractérisés par une probabilité d'être informés (les professionnels ayant une probabilité supérieure d'être informés que ceux non professionnels). A un équilibre séparateur, il se révèle optimal pour le courtier qui filtre les ordres à partir du type d'investisseur (le type étant une donnée exogène et vérifiable) d'envoyer les ordres des professionnels sur le teneur de marché et d'internaliser ou vendre les ordres restants. Ce modèle est particulièrement adapté à la concurrence entre le *specialist* du NYSE et les bourses régionales ou le Troisième Marché.

[19] "*I worry that best execution may be compromised by payment for order flow, internalization and certain other practices that can represent conflicts between the interests of brokers and their customers.*" Extrait du discours prononcé à la *Securities Industry Association* le 4 novembre 1999.

novembre 2000 qui obligent les places financières et les courtiers à publier des statistiques sur leurs pratiques de routage des ordres et sur la qualité des exécutions obtenues. Ces régles sont valables pour les actions inscrites sur le NYSE ainsi que pour celles inscrites sur le Nasdaq. Analysons désormais en quoi le *preferencing* peut porter préjudice au fonctionnement d'un marché de contrepartie comme le Nasdaq[20].

2.3.3 *Preferencing* des actions inscrites sur le Nasdaq

Le *preferencing* sur le Nasdaq suscite, depuis une dizaine d'années, un vif débat. Bien que cette pratique soit suspectée de porter atteinte à la concurrence, il n'existe toujours pas de résultats empiriques évidents sur les effets anti-compétitifs qu'elle entraînerait.

Preferencing et concurrence

Le *preferencing* permet aux teneurs de marché d'obtenir des ordres indépendamment des prix qu'ils cotent. Ces ordres préférentiels ne sont plus exposés à la concurrence des autres teneurs de marché, qui, même en cotant des prix concurrentiels, ne peuvent pas attirer ce flux d'ordres. Ces deux raisons poussent les opposants à soutenir que cette pratique supprime les incitations des teneurs de marché à coter des prix avantageux[21].

Validant ce point de vue, Chung, Chuwonganant et McCormick (2001), à la suite de Huang et Stoll (1996), trouvent que les fourchettes de prix sont plus élevées sur le Nasdaq que celles observées sur le NYSE[22] où le *preferencing* est moins répandu. Les auteurs tiennent l'internalisation et le paiement pour le flux d'ordres pour responsables de cette

[20]Le Nasdaq est un marché de contrepartie. Par définition, le flux d'ordres est fragmenté. En conséquence, le problème du *cream-skimming* (i.e. du risque d'anti-sélection accru de l'unique teneur de marché - le *specialist*) est un problème moindre sur ce marché.

[21]Sur le NYSE, le problème des incitations des teneurs de marché pratiquant le *preferencing* à placer des prix concurrentiels est important (voir la section ci-dessus sur les effets de la relaxe de la règle de priorité en temps), mais n'est pas aussi aigu que sur le Nasdaq. En effet, le nombre d'agents du NYSE ne bénéficiant pas d'accords de préférence (*specialist*, donneurs d'ordres à cours limité et courtiers du parquet) est suffisamment élevé pour qu'il n'y ait pas de suspicion de distorsion de la concurrence, comme le suggèrent Kandel et Marx (1997) :

"[...] *if the marginal competitor does not have preferenced order flow,* [...] *the equilibrium spread is not affected by the existence of preferencing*".

[22]Les fourchettes effectives et réalisées seraient de 29% et 58% plus larges, respectivement, que celles du NYSE (étude réalisée sur 571 entreprises appariées) [Chung et *al* (2002)].

différence de prix. Les résultats expérimentaux de Bloomfield et O'Hara (1998) ou ceux de Kluger et Wyatt (2002) abondent dans ce sens. En laboratoire, si l'internalisation (expérience de Kluger et Wyatt) ou les contrats de préférences (expérience de Bloomfield et O'Hara) atteignent la quasi-totalité du flux d'ordres, les auteurs observent une détérioration des performances du marché (fourchettes de prix plus larges et moins bonne découverte des prix).

Toutefois, à la décharge des courtiers pratiquant le *preferencing*, Battalio et *al.* (2001) observent qu'une partie du paiement pour le flux d'ordres est souvent rétrocédée aux clients finaux sous la forme de commissions plus faibles. Plus étonnants sont les résultats empiriques de Hansh, Naik et Viswanathan (1998) qui trouvent que l'exécution des ordres préférentiels ne conduit pas les teneurs de marché du LSE à réaliser des profits significativement différents de zéro. En outre, Hansh et al. observent que le *preferencing* ne semble pas avoir de lien significatif avec les fourchettes de prix affichées et effectives. En outre, les teneurs de marché plus agressifs (ceux qui cotent les meilleurs prix) enregistrent, effectivement, une part de marché signicativement plus élevée que les autres. Des résultats similaires sur le lien entre part de marché et agressivité de cotation (mesurée par le temps passé à coter le meilleur prix de vente et/ou d'achat) sont observés sur le Nasdaq par Klock et McCormick (2002). Les résultats empiriques suggèrent donc que le *preferencing* n'aurait pas d'impact significatif sur les incitations des teneurs de marché à placer des prix concurrentiels.

Même s'il existe de nombreuses études empiriques traitant du *preferencing*, peu de modèles théoriques ont étudié la façon dont cette pratique influence la concurrence entre teneurs de marché. Qui plus est, étant donné la dichotomie précédemment mentionnée entre l'impact du preferencing sur le NYSE et celui sur le Nasdaq, on considère deux sortes de modèles. On distingue les modèles avec asymétrie d'information, fondés sur l'hypothèse de *cream-skimming* [Battalio et Holden (2001), Easley et al (1996)], justifiée pour le *preferencing* sur le NYSE et ceux sans asymétrie d'information dont le but est de styliser le *preferencing* sur le Nasdaq [Kandel et Marx (1997), (1999), Parlour et Rajan (2002)].

Dans un modèle statique à prix discret, Kandel et Marx (1997) montrent que, si la majorité des teneurs de marché reçoivent des ordres préférentiels, alors le *preferencing* diminue les incitations des teneurs de marché privilégiés à réduire la fourchette de prix existante. Dans le même cadre que leur modèle de (1997), Kandel et Marx (1999) supposent désormais qu'il y a deux types d'agents décisionnaires : les teneurs de marché et les courtiers. Dans ce contexte, les teneurs de marché se concurrencent sur les prix cotés, mais, également, sur le paiement versé aux courtiers pour obtenir des ordres préférentiels. Le montant du paiement est une variable endogène. Les auteurs montrent qu'il dépend des rentes qu'extraient, à l'équilibre, les teneurs de marché de l'exécution des ordres. Ces rentes étant fonctions, dans leurs modèle, de l'échelon de cotation, les auteurs prédisent que le paiement pour le flux d'ordres et l'internalisation devraient disparaître avec la décimalisation (processus de réduction de l'échelon de cotation de 1/16 $ à 1/100 $)

Parlour et Rajan (2002) s'attachent à refléter l'ouverture du Nasdaq à la concurrence des ordres à cours limité, imposée par la SEC en 1997[23]. Les auteurs supposent, en effet, que, les investisseurs ont le choix entre placer des ordres au mieux ou des ordres à cours limité, ce qui leur permet d'étudier l'impact du paiement pour le flux d'ordres sur la concurrence entre courtiers pour attirer les investisseurs, et sur la concurrence entre teneurs de marché et ordres à cours limité pour la provision de liquidité. Dans un modèle dynamique, les auteurs montrent que le teneur de marché élargit ses fourchettes de prix pour compenser le paiement des ordres au mieux qu'il achète mais qui sont exécutés par les ordres à cours limité concurrents. Dans ce contexte, il résulte qu'il existe un transfert de richesse des investisseurs passant des ordres au mieux, qui supportent des coûts de transaction plus larges, vers ceux passant des ordres à cours limité, qui profitent de l'élargissement des fourchettes de prix.

L'approche développée dans le Deuxième Essai diffère de celles adoptées dans les ar-

[23] On rappelle qu'en 1997, la SEC a instauré la règle d'affichage des ordres à cours limité (une des *Order Handling Rule* - OHR). Selon cette règle (la *Limit Order Rule*), un teneur de marché qui reçoit un ordre à cours limité meilleur que son propre prix doit l'afficher comme étant son nouveau prix. Avant cette date, les investisseurs pouvaient passer des ordres à cours limité, mais les ordres stipulant une meilleure limite de cours ne faisaient pas l'objet d'un affichage systématique. De fait, il y avait très peu d'ordres à cours limité utilisés.

ticles mentionnés ci-dessus qui ne caractérisent pas les cotations choisies à l'équilibre par les teneurs de marché. Au contraire, le modèle que nous proposons analyse les effets du *preferencing* sur la formation du prix lorsque les teneurs de marché font face (i) à un risque de position et (ii) à un risque d'exécution en prix lorsqu'ils s'alignent sur des prix de marché très défavorables pour exécuter les ordres préférentiels. Cette approche nous permet de caractériser les stratégies d'équilibre des teneurs de marché et d'établir un lien entre les positions des teneurs de marché, leurs cotations et le volume des ordres préférentiels. Cela nous permet également d'étudier la façon dont varient la fourchette de prix, les profits des teneurs de marché et leur agressivité de cotation avec le volume des ordres préférentiels.

Une pratique collusive ?

Le *preferencing* est également suspecté de favoriser la collusion entre teneurs de marché [voir Christie, Harris et Schultz (1994) et Christie et Schultz (1994)]. Dans le cadre d'un jeu répété, Dutta et Madhavan (1997) montrent que le *preferencing* diminue les profits de la déviation de l'équilibre d'un cartel formé par la communauté des teneurs de marché et concluent que cette pratique de marché facilite la collusion implicite entre teneurs de marché.

Cette suspicion de pratique collusive conduit Ackert et Church (1998) à étudier en laboratoire l'impact du *preferencing* associé à la possibilité d'une communication verbale explicite. Les auteurs trouvent que le *preferencing* conduit les teneurs de marché à coter des fourchettes de prix aussi larges que celles établies sur un marché sans *preferencing* mais avec autorisation de communiquer verbalement. Cette observation permet aux auteurs de conclure que le *preferencing* est une forme de collusion tacite. Ce résultat est d'autant plus renforcé que Ackert et Church contrôlent leurs résultats en menant une troisième expérience au cours de laquelle ils permettent aux teneurs de marché de pratiquer le *preferencing* et de communiquer. Ils trouvent que les fourchettes de prix ne s'agrandissent pas davantage. La communication n'aurait donc plus de rôle sur un marché où le *preferencing* est autorisé puisque cette pratique permet aux teneurs de marché à se coordonner tacite-

ment sur des prix plus élevés. Toutefois, Cao, Ghysels et Hatheway (1996), qui étudient les phénomènes de communication entre teneurs de marché, prétendent, mais ne valident pas empiriquement, que le *preferencing* pourrait jouer un rôle non neutre durant la pré-ouverture du Nasdaq qui est la seule période où les teneurs de marché ont la possibilité de communiquer.

L'objet du troisième essai est de déterminer si le *preferencing* peut favoriser la communication entre les teneurs de marché. L'approche est double. On analyse, en premier lieu, si, dans le cadre du modèle présenté dans le Deuxième Essai, les teneurs de marché sont incités à révéler leur flux d'ordres préférentiels afin d'orienter les prix du marché dans une direction qui minimise leur risque d'exécution en prix. On explore, ensuite, sur la même base de données de préouverture que Cao et al (1996), si le risque de position lié au *preferencing* peut faire l'objet de communication entre les teneurs de marché.

Pour conclure cet exposé préliminaire (*cf.* tableaux synthétiques 2.1 et 2.2 de la revue de littérature), on mentionne que les Deuxième et Troisième Essais présentent un modèle qui concerne plus particulièrement le *preferencing* sous forme externe. En effet, à la différence de l'internalisation où les teneurs de marché ont l'option de re-diriger le flux d'ordres vers le teneur de marché qui offre les meilleurs prix, les accords externes de préférence sont souvent assortis d'une garantie implicite d'exécution, ce qui semble assez naturel dans le contexte actuel de forte pression concurrentielle sur l'industrie du courtage.

Ainsi, un courtier qui envoie son flux d'ordres de manière préférentielle vers un teneur de marché en contrepartie d'une rémunération en espèce ou en nature doit offrir de meilleurs services que ses concurrents ne recourant pas à ce genre de pratique de marché. Le *preferencing* externe lui permet d'offrir à ses clients une garantie d'exécution rapide[24] et au meilleur prix du marché. Si, une fois réceptionnés, le teneur de marché désigné décide de re-diriger les ordres préférentiels, il doit, tout de même, rémunérer le courtier pour ce flux. En outre, il court le risque de voir l'ordre exécuté avec retard et à un prix

[24]Sur le Nasdaq, les courtiers qui ont des accords de préférence avec les teneurs de marché, sont souvent des *order-entry firms* dont le flux d'ordres transmis par les investisseurs particuliers bénéficie d'une auto-exécution au meilleur prix du marché dès réception dans le système de négociation des teneurs de marché partenaires.

différent du prix de marché (*price-disimprovement*), ce qui met en péril sa relation avec le courtier. Par conséquent, même s'il leur arrive de passer d'une auto-exécution à une exécution manuelle pour avoir la possibilité de re-diriger les ordres lorsque les conditions de marché sont trop défavorables, les teneurs de marché font rarement défaut à la garantie d'exécution, comme en fait rapport la NASD (2001).

Dans le modèle étudié dans les Deuxième et Troisième Essais, nous ne modélisons pas la relation entre le courtier et son teneur de marché privilégié. Nous supposons simplement que les coûts pour le teneur de marché d'agir en compte client sont plus lourds que les coûts d'agir en principal (c'est-à-dire exécuter le flux d'ordres préférentiels 'en compte propre'). Par conséquent, on considère que le teneur de marché privilégié ne déclinera pas l'ordre en le re-dirigeant vers le teneur de marché le mieux disant, mais l'exécutera quelle que soit sa position.

Tableau 2.1 : Résumé de la revue de littérature sur l'impact du *preferencing* sur la qualité du NYSE

Le tableau propose un récapitulatif de la revue de littérature sur les effets du *preferencing* sur les fourchettes de prix, les coûts d'exécution et le contenu informatif des ordres préférentiels portant sur les actions de la bourse de New York (NYSE).

	Impact du *preferencing* sur		
Hypothèses	Fourchettes de prix	Contenu informationnel des ordres préférentiels	Coûts de transaction
H0 : *Cream-skimming* Easley et al. (1996), Chordia et Subrahmanyam (1995)	Elargissement	Non informatif	Augmentation
H1 : Concurrence par les coûts Battalio, Greene et Jennings (1997)	Diminution	_	Diminution
Résultats empiriques			
Validation de H0	Bessembinder et Kaufman (1997)	Easley et al. (1996), Chordia et Subrahmanyam (1995)	Bessembinder (2000)
Validation de H1	Battalio (1997), Battalio et al. (1997) Peterson et Sirri (2003)		Peterson et Sirri (2003) Battalio et al. (2001)

Tableau 2.2 : Résumé de la revue de littérature sur l'impact du *preferencing* sur la concurrence par les prix du Nasdaq

Le tableau propose un récapitulatif de la revue de littérature sur les effets du *preferencing* sur la concurrence par les prix du Nasdaq en décomposant cet impact sur les fourchettes de prix, les rentes des teneurs de marché et leur agressivité de cotation.

	Impact du *preferencing* sur la concurrence :		
Hypothèses :	Fourchettes de prix	Rentes des teneurs de marché	Agressivité de cotation
H0 : Distorsion de la concurrence	Elargissement	Plus élevés	Diminution
Dutta et Madhavan (1997) ;			
Kandel et Marx (1997), (1999) ;			
Parlour et Rajan (2002)			
H1 : Economie des coûts de recherche	Pas d'impact	Inchangés	Pas d'impact
Hansh et al (1998)			
Résultats empiriques et expérimentaux			
Validation de H0	Huang et Stoll (1996),		
	Chung et *al.* (2002)		
	Ackert et Church (1998),		
	Bloomfield et O'Hara (1998),	Bloomfield et O'Hara (1998)	
	Kluger et Wyatt (2002)		
Invalidation de H0	Hansh et *al.*(1998)	Hansh et *al.* (1998)	Hansh et *al.* (1998)
			Klock et McCormick (2002)

3

Deuxième Essai : "*Preferencing*" et concurrence entre teneurs de marché

3.1 Introduction

Le développement des pratiques de marché comme l'internalisation et le paiement pour le flux d'ordres (deux formes de *preferencing*) ont profondément changé les règles de la concurrence sur les marchés de contrepartie comme le Nasdaq ou le LSE. Si, auparavant, le flux d'ordres était dirigé vers les teneurs de marché qui cotaient les meilleurs prix du marché, le *preferencing* leur permet, désormais, d'obtenir des ordres indépendamment de la compétitivité de leurs cotations. L'essor du *preferencing* est, toutefois, activement surveillé par les autorités de régulation des marchés, comme la SEC[1] ou la NASD[2] aux Etats-Unis, car c'est une pratique fortement controversée.

En effet, si le *preferencing* permet aux courtiers de réduire leurs coûts de recherche de la meilleure contrepartie, cette pratique est également suspectée de supprimer les incitations des teneurs de marché à réduire la fourchette de prix, étant donné que les teneurs de marché les plus concurrentiels[3] n'attirent plus nécessairement le flux d'ordres. Selon les arguments de Dutta et Madhavan (1997) ou Godek (1996), la diminution de la pres-

[1] *Securities and Exchange Commission*
[2] *National Association of Securities Dealers*
[3] Les teneurs de marché cotent le meilleur prix d'achat et/ou le meilleur prix de vente du marché.

sion concurrentielle sur les prix des teneurs de marché devrait détériorer la qualité de l'exécution et, par conséquent, les coûts de transaction des investisseurs particuliers. Toutefois, il n'existe pas, à ce jour, de résultats empiriques univoques. Chung, Chuwonganant et McCormick (2002) trouvent que l'importance du *preferencing* est liée positivement et significativement à la largeur des fourchettes de prix sur ce marché. En revanche, à Londres, les teneurs de marché privilégiés n'enregistrent pas de profits significativement différents de zéro, malgré leurs flux d'ordres captifs, tandis que ceux cotant les meilleurs prix continuent d'attirer un flux d'ordres profitables [Hansh, Naik et Viswanathan (1999)]. La question de l'impact du *preferencing* sur les incitations des teneurs de marché à coter des prix concurrentiels demeure donc une question ouverte.

La contribution de cet essai est d'explorer systématiquement le lien entre le flux d'ordres préférentiels, le risque de position et les prix choisis par les teneurs de marché, ce qui, à notre connaissance, n'a pas encore été théoriquement abordé. L'objectif de cet essai est de répondre aux questions suivantes :

- Comment les accords de préférence influencent-ils les cotations affichées par les teneurs de marché ?
- Quel est l'impact de cette pratique sur les fourchettes de prix ?
- Cette pratique est-elle profitable aux teneurs de marché ?
- Comment cette pratique modifie-t-elle les prédictions des modèles d'inventaire[4] ?

Afin d'analyser les questions soulevées ci-dessus, le modèle proposé dans cet essai considère deux teneurs de marché averses au risque, dont les positions initiales dans l'actif risqué diffèrent. On suppose que deux types de flux d'ordres sont reçus par les teneurs de marché : (i) des ordres dits 'préférentiels', qui sont dirigés exclusivement vers un des deux teneurs de marché et (ii) des ordres qualifiés de 'publics'[5]. Tandis que les ordres publics sont exécutés par le teneur de marché qui affiche le prix le plus concurrentiel, le besoin de liquidité des ordres préférentiels est satisfait uniquement par le teneur de marché privilégié au meilleur prix du marché.

[4] Les modèles d'inventaire (*"inventory model"*) lient les prix cotés par les teneurs de marché à leur degré d'aversion au risque et à leur position dans l'actif risqué.

[5] On utilise le qualificatif de 'public' pour souligner que ces ordres sont exposés à l'ensemble du marché, ce qui les opposent aux ordres 'préférentiels' transmis exclusivement vers un teneur de marché spécifique.

Selon que les teneurs de marché sont en mesure d'observer ou non les positions de leurs concurrents, ils adoptent des stratégies de cotation différentes [*cf* Biais (1993)]. Il semble donc opportun de tenir compte du degré de transparence du marché afin de mieux analyser l'impact des accords de préférence sur la formation des prix. Que le marché soit transparent ou non, nous obtenons les résultats suivants :

- L'obligation de servir les ordres préférentiels amène le teneur de marché à prendre, malgré lui, des positions non désirées, ce qui diminue son incitation à coter des prix attractifs et atténue, en définitive, la pression concurrentielle entre les teneurs de marché. Cet effet provoque un élargissement des fourchettes de prix.
- Ce ne sont plus nécessairement les teneurs de marché avec les positions les plus extrêmes qui placent les meilleurs prix du marché.

Ce dernier résultat diffère de celui obtenu par Ho et Stoll (1983) sur un marché où le *preferencing* n'est pas autorisé. D'ailleurs, Hansh et al. (1998) n'ont pas pu validé empiriquement certaines prédictions de ce modèle, probablement en raison de l'importance des ordres préférentiels sur le LSE. Le modèle présenté dans cet essai permet de reformuler les prédictions des modèles d'inventaire en présence de *preferencing.*

On montre en outre, que sur un marché transparent à deux teneurs de marché, les accords de préférence, même s'ils génèrent plus de risques, accroissent le pouvoir de marché dont dispose le teneur de marché privilégié qui bénéficie d'une espérance de profit plus élevée. La baisse de pression concurrentielle est telle qu'elle peut profiter au teneur de marché non privilégié, alors même qu'il est privé de l'accès aux ordres préférentiels. Ce résultat est toutefois à nuancer si l'on permet l'entrée d'un troisième teneur de marché ne recevant pas d'ordres préférentiels. La restauration de la pression concurrentielle pour attirer les ordres publics permet de réduire les fourchettes de prix, conformément aux résultats expérimentaux de Bloomfield et O'Hara (1998).

Sur un marché opaque où les teneurs de marché ne sont plus en mesure d'observer les positions de leurs concurrents, les stratégies de cotation des teneurs de marché sont semblables à celles des acheteurs dans une enchère à la hollandaise[6] [Biais (1993)]. Dans

[6]On utilisera, de manière interchangeable, le terme d''enchère à la hollandaise' ou 'enchère au premier

le modèle présenté dans cet essai, l'existence de flux d'ordres préférentiels génère des asymétries dans les fonctions objectifs des teneurs de marché qui excluent toute possibilité de résolution analytique de l'enchère d'équilibre. On a donc recours à des techniques d'analyse numérique pour approcher les prix choisis et, ainsi, étudier la façon dont le *preferencing* affecte la concurrence. On trouve alors que les risques créés par l'exécution des ordres préférentiels (risque de position et risque d'exécution en prix) sont tels que, pour certains niveaux de son stock d'actif risqué, le teneur de marché réalise, en moyenne, des pertes. Ce résultat permet d'expliquer les profits nuls des teneurs de marché privilégiés constatés par Hansh et al. (1999) sur le LSE, qui sont en apparente opposition avec l'élargissement des fouchettes de prix lié au *preferencing*.

L'enjeu de cet essai est d'étudier les contrats de préférence en tant que pratique d'alignement sur les meilleurs prix et d'analyser leur impact sur la détermination des fourchettes de prix. En économie industrielle, de telles pratiques sont soupçonnées de réduire la pression concurrentielle entre oligopoleurs et de faciliter la collusion - implicite - entre concurrents [Salop (1986)]. Cette intuition est d'ailleurs corroborée en microstructure par les modèles de Godek (1996), Dutta et Madhavan (1997), Kandel et Marx (1997) ou Parlour et Rajan (2002). Bloomfield et O'Hara (1998) valident expérimentalement l'impact négatif des contrats de préférence. Les hypothèses sous-jacentes de ces modèles ne considèrent pas, cependant, le problème du risque de position du teneur de marché privilégié. Ainsi, cet essai met en lumière un nouveau résultat qui est celui des pertes encourues par le teneur de marché privilégié pour certains niveaux de sa position. En outre, dans notre modèle, la diminution des incitations concurrentielles du teneur de marché non privilégié est provoquée, non pas par l'impossibilité d'attirer les ordres préférentiels, mais par sa plus grande chance d'exécuter les ordres publics du fait de la moindre inclination de son concurrent à coter des prix concurrentiels.

Cet essai est complémentaire des travaux de Rhodes-Kropft (1999) qui, dans un cadre similaire, étudie l'impact d'une autre pratique de marché également très répandue : le "*price-improvement*" sur les marchés américains. Cette pratique touche les ordres de

prix'.

moyennes et *grandes* tailles transmis, généralement, par des institutionnels. Ce type de clientèle bénéficie d'un pouvoir de négociation qui lui permet d'obtenir des prix d'exécution à l'intérieur de la fourchette de prix[7]. Le *preferencing* concerne, en revanche, les ordres de *petites* tailles, transmis par les investisseurs particuliers. Cependant, une conclusion s'impose dans les deux cadres : que ce soit l'une ou l'autre pratique de marché, toutes deux conduisent à un élargissement de la fourchette de prix.

Enfin, pour évaluer justement l'impact du *preferencing* sur la qualité de l'exécution, on doit tenir compte d'autres dimensions que celle de la fourchette de prix cotés. Notamment, diriger des ordres de manière préférentielle permet aux courtiers de gagner en vitesse de transaction et en garantie d'exécution au meilleur prix[8], ce qui au final peut être bénéfique à l'investisseur particulier et pourrait compenser les coûts de transactions plus larges. Ces deux aspects ne sont pas pris en compte dans le modèle présenté dans cet essai.

Cet essai est organisé de la manière suivante. La section 3.2 expose les principales hypothèses du modèle. Dans la section 3.3, on étudie l'impact des accords de préférence sur les prix choisis par les teneurs de marché lorsque ces derniers peuvent observer les positions de leurs concurrents, tandis que la section 3.4 caractérise les stratégies choisies sur un marché décentralisé où les teneurs de marché n'ont plus accès à ce type d'information. La section 3.5 discute de la robustesse des hypothèses et la section 3.6 conclut l'essai. Les preuves des résultats sont données en annexes.

3.2 Cadre théorique

Dans cette section, on présente et on discute les hypothèses utilisées dans le modèle.

[7]Le fait de négocier un prix meilleur que le meilleur prix du marché explique la dénomination de *price-improvement*.

[8]Il est reconnu que les contrats de préférence permettent de minimiser des risques de "*price-disimprovement*" (exécution à un prix plus défavorable que les meilleurs prix du marché) dont souffrent les ordres transmis par les investisseurs particuliers.

3.2.1 Hypothèses générales

On considère le marché d'un actif risqué, dont la valeur de liquidation est une variable aléatoire notée $\tilde{v}$ normalement distribuée de valeur moyenne μ et de variance σ_v^2. L'actif sans risque est supposé de rentabilité nulle. Sur ce marché, nous supposons qu'il y a deux catégories d'agents qui interviennent : (i) des investisseurs demandeurs de liquidité et (ii) des teneurs de marché dont le rôle est de satisfaire ce besoin de liquidité. Plus précisément, la liquidité est offerte par *deux* teneurs de marché *identiquement* averses au risque dont le rôle est de se tenir prêt à servir les ordres transmis au marché contre leur propre stock de titres, en les exécutant à leur prix demandé (*bid*) ou offert (*ask*) affiché. Les transactions sont initiées par des investisseurs échangeant pour des besoins exogènes de liquidité. Par conséquent, on ne considère que le volume global des transactions passées par ces agents. Si le flux d'ordres global issu du public est $+Q$ (resp. $-Q$), alors il s'agit d'un ordre d'achat agrégé (resp. une vente) de taille Q qui est exposé au marché.

On suppose que la concurrence des teneurs de marché pour exécuter un ordre de vente est symétrique, mais non liée, à celle se jouant pour un ordre d'achat. Pour la clarté de l'exposition, l'analyse se concentre sur le cas de la transmission d'un ordre d'achat agrégé ($+Q$) et sur l'impact du *preferencing* sur les prix de vente.

Prix de réserve des teneurs de marché. On étudie les stratégies de cotation de deux teneurs de marché, notés D_1 et D_2, qui se concurrencent pour coter le prix de vente le plus faible afin d'exécuter les ordres publics. Etant averses au risque, les teneurs de marché exigent une compensation en contrepartie de la satisfaction immédiate du besoin de liquidité. Cette compensation dépend de leur position dans l'actif risqué. En effet, toute vente de titres par l'un des deux contrepartistes contribue à une diminution de son stock de titres qui le soumet au risque d'une hausse du cours de l'actif. Plus sa position est courte, plus le service des ordres d'achat est coûteux. Si la position du teneur de marché est I_i, et la quantité de titres à exécuter est Q, il existe un prix auquel le teneur de marché est indifférent entre servir l'ordre ou ne pas participer à la transaction. Ce prix, noté $a_r(I_i, Q)$ est qualifié de prix de réserve. Nous utilisons les résultats de Ho et Stoll

(1983) pour en donner une expression simple :

$$a_r(I_i, Q) = \mu + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}(Q - 2I_i), \quad I_i = 1, 2$$

où ρ est le coefficient d'aversion au risque du teneur de marché D_i, $+Q$ est l'ordre d'achat au mieux à exécuter et I_i est la position initiale en actif risqué du teneur de marché. Il est connaissance commune que les positions initiales I_i des teneurs de marché[9] sont les réalisations de variables aléatoires uniformes distribuées sur le support $[I_d, I_u]$. Il nous sera parfois utile de considérer que les prix de réserve $a_r(I_i, Q)$ sont des variables aléatoires indépendantes uniformément distribuées sur le support $[a_r(I_u, Q), a_r(I_d, Q)]$.

On remarque que le prix de réserve peut être interprété comme un coût que supporte le teneur de marché pour produire la liquidité demandée par les investisseurs extérieurs lorsque sa position est I_i. L'écart entre le prix de réserve et la valeur moyenne de l'actif risqué est la prime de risque demandée par le teneur de marché. Cette prime de risque augmente avec la volatilité du titre (mesurée par σ_v^2), avec le coefficient d'aversion au risque de l'agent ρ et avec le déséquilibre encouru en exécutant un ordre de taille Q alors que la position du teneur de marché est I_i.

On note que plus la position de D_i est longue, plus le teneur de marché dispose d'un avantage concurrentiel fort. En effet, son 'coût de production' de la liquidité est alors faible ($a_r(I_i, Q)$ est relativement peu élevé).

Flux d'ordres préférentiels et flux d'ordres publics. Dans ce modèle, on distingue deux types de flux d'ordres (i) un flux d'ordres *préférentiels*[10], noté $+\kappa$ qui est exclusivement dirigé vers le teneur de marché D_2 et (ii) un ordre d'achat agrégé *public*, noté $+Q$, qui est exposé à l'ensemble du marché. Alors que le flux d'ordres préférentiels est exclusivement servi par le teneur de marché privilégié D_2 quels que soient ses prix de vente, le flux d'ordres publics est exécuté par le teneur de marché le plus concurrentiel D_1 ou D_2, i.e. celui cotant le prix de vente le plus faible du marché. Les variables Q et κ

[9] Si $I_i > 0$ (resp. $I_i < 0$), le teneur de marché est dit en position 'longue' (resp. 'courte').

[10] Le flux des ordres préférentiels peut s'interpréter comme une demande nette d'ordres préférentiels d'achat en excès sur les ordres préférentiels de vente.

sont supposées exogènes et non-aléatoires.

Le meilleur prix de vente. En contrepartie de l'exclusivité des ordres, le teneur de marché privilégié garantit d'exécuter le flux d'ordres préférentiels au meilleur prix du marché (le meilleur prix de vente dans ce modèle), même si celui-ci n'est pas celui qui affiche ce prix. La meilleure offre est définie par l'expression suivante : $\underline{a} = \min(a_1, a_2)$.

Déroulement des échanges et gains des teneurs de marché. La Figure ci-dessous décrit le déroulement des échanges dans le modèle :

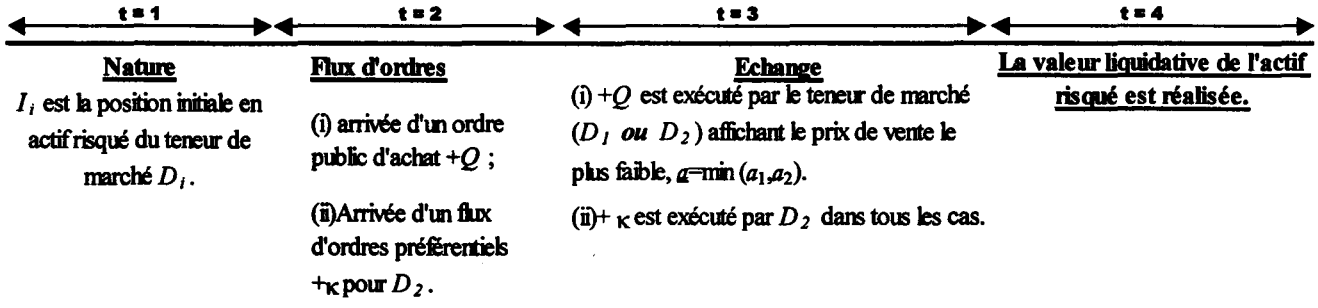


FIGURE 3.1 : Séquence des événements.

A la date 1, les teneurs de marché observent le niveau initial de leur stock d'actif risqué. A la date 2, l'ordre d'achat agrégé issu du public $+Q$ est supposé transmis au marché. Au même moment, un ou plusieurs courtiers dirigent vers le teneur de marché D_2 des ordres préférentiels qui génèrent une demande excédentaire de κ titres préférentiels à exécuter. A la date 3, les teneurs de marché affichent simultanément leurs prix de vente. Le teneur de marché cotant le prix de vente le plus faible exécute, sur son propre stock d'actif, les ordres publics. Dans tous les cas, le teneur de marché privilégié exécute les ordres préférentiels.

Le profit du teneur de marché non privilégié D_1 est donné par la fonction suivante :

$$\pi_1(a_1, a_2, I_1) = \begin{cases} 0 & \text{si } a_1 > a_2, \\ (a_1 - a_r(I_1, Q)) \times Q & \text{si } a_1 < a_2. \end{cases} \tag{3.1}$$

Etant donné que D_2 exécute les ordres préférentiels dans tous les cas, le profit du teneur de marché privilégié est donné par la fonction suivante :

$$\pi_2(a_2, a_1, I_2) = \begin{cases} (\underbrace{a_1}_{=\underline{a},\text{ Le Meilleur Prix de Vente}} - a_r(I_2, \kappa)) \times \kappa & \text{si } a_2 > a_1, \\ (a_2 - a_r(I_2, Q+\kappa)) \times (Q+\kappa) & \text{si } a_2 < a_1. \end{cases} \tag{3.2}$$

Si le teneur de marché privilégié n'est pas en mesure d'afficher le meilleur prix de vente ($a_2 > a_1$), alors il exécute seulement son flux d'ordres préférentiels à la meilleure offre du marché, cotée ici par son concurrent D_1. Si, en revanche, le teneur de marché D_2 affiche le meilleur prix de vente ($a_2 < a_1$), alors il exécute le flux d'ordres total $(Q+\kappa)$ au prix a_2. Etant donné que le teneur de marché privilégié n'exécute pas la même quantité d'actif risqué dans les deux alternatives, le profit de l'échange est chaque fois déterminé en fonction du prix de réserve spécifique à chaque situation : (i) $a_r(I_2, \kappa)$ lorsqu'il exécute seulement κ titres préférentiels ou (ii) $a_r(I_2, Q+\kappa)$ lorsqu'il exécute la totalité du flux d'ordres $(Q+\kappa)$.

Il est intéressant de noter que le teneur de marché privilégié peut réaliser des pertes en exécutant son flux d'ordres captifs si $\underline{a} < a_r(I_2, \kappa)$. Effectivement, le teneur de marché, engagé auprès de ses courtiers, a moins de contrôle sur sa position et ses échanges. Même peu désireux de vendre (ce qui est reflété par un prix de réserve élevé), le teneur de marché privilégié est supposé honorer ses contrats de préférence et, donc, exécuter les ordres préférentiels.

Le prix-seuil est défini de telle façon que le teneur de marché privilégié réalise un profit identique qu'il échange la totalité du flux d'ordres $(Q+\kappa)$ ou son seul flux d'ordres préférentiels κ.

Définition 1 : *Soit $a_r^\kappa(I_2, Q, \kappa) \overset{def.}{=} a_{r,2}^\kappa$ le prix de vente auquel le teneur de marché est indifférent entre échanger κ ou $(Q+\kappa)$ unités d'actif risqué. Le prix-seuil est défini comme la solution de l'équation suivante :*

$$\left(a_{r,2}^\kappa - a_r(I_2, \kappa)\right) \times \kappa = \left(a_{r,2}^\kappa - a_r(I_2, Q+\kappa)\right) \times (Q+\kappa). \tag{3.3}$$

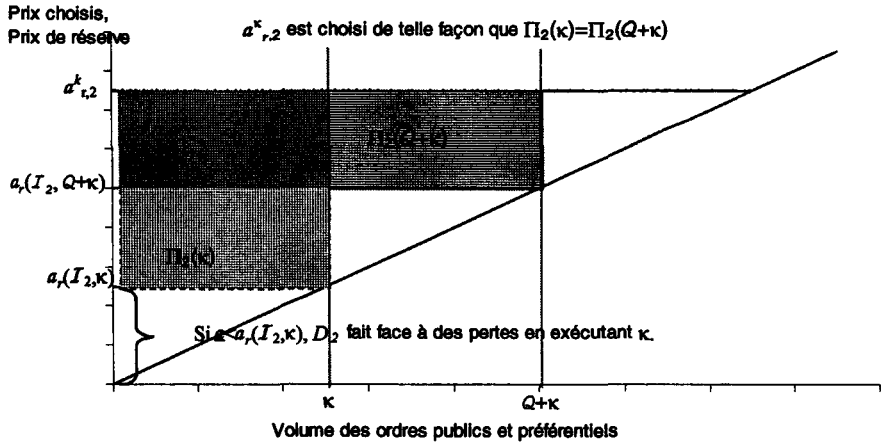


FIGURE 3.2 : Prix-seuil

L'existence d'ordres préférentiels a une incidence sur l'incitation du teneur de marché privilégié à attirer les ordres publics. En effet, comme l'illustre la Figure 3.2, lorsque le prix de marché est tel que $\underline{a} = a^{\kappa}_{r,2}$, le teneur de marché privilégié est indifférent entre exécuter les ordres publics ou ne pas les exécuter. Dans le cas où le prix de marché est plus faible, il préfère ne pas les servir. De manière générale, on peut écrire le lemme suivant :

Lemme 5 : *Le teneur de marché privilégié ne cote jamais un prix de vente inférieur à son prix-seuil.*

Pour toute offre du marché inférieure au prix-seuil du teneur de marché privilégié ($\underline{a} < a^{\kappa}_{r,2}$), le profit de l'échange est plus élevé si ce dernier exécute seulement les κ titres préférentiels en s'alignant sur cette meilleure offre plutôt que la totalité du flux d'ordres $(Q + \kappa)$ à ce prix. Dans le cas opposé ($\underline{a} \geq a^{\kappa}_{r,2}$), le teneur de marché préfère coter la meilleure offre du marché car son profit est plus élevé s'il exécute la totalité du flux d'ordres $(Q+\kappa)$. Intuitivement, les κ titres préférentiels étant captifs, le teneur de marché privilégié est en position de monopole et fait face au traditionnel dilemme entre coût et volume. Le teneur de marché privilégié fait face à un arbitrage entre exécuter κ titres au coût $a_r\,(I_2, \kappa)$ ou produire plus de liquidité $(Q+\kappa)$ mais à un coût plus élevé $a_r\,(I_2, Q + \kappa)$. Toutefois, quelle que soit l'issue de l'échange, le prix-seuil auquel le teneur de marché est indifférent entre offrir κ ou $(Q+\kappa)$ unités d'actif risqué, ne peut pas être inférieur aux coûts supportés dans l'une ou l'autre alternative. Il est donc naturel d'observer le classement

suivant :

$$a_{r,2}^{\kappa} > a_r\left(I_2, Q+\kappa\right) > a_r\left(I_2, \kappa\right), \forall \kappa$$

où $a_{r,2}^{\kappa} = a_r\left(I_2, Q+\kappa\right) + \rho\sigma_v^2\kappa/2$. Ainsi, le prix-seuil[11] $a_{r,2}^{\kappa}$ est strictement supérieur au prix de réserve qui caractériserait le teneur de marché si les κ titres étaient simplement publics : $a_{r,2}^{\kappa} > a_r\left(I_2, Q+\kappa\right)$.

On remarque que le prix-seuil joue le rôle du prix de réserve effectif d'un teneur de marché lorsqu'il reçoit des ordres préférentiels. En outre, comme le teneur de marché privilégié doit fournir la liquidité des ordres préférentiels qu'il affiche ou non le meilleur prix de vente, les ordres préférentiels constituent, à la date 2, un choc de liquidité définitif $+\kappa$ sur son stock d'actif risqué initial I_2. Avant même de choisir son prix de vente, le teneur de marché anticipe le besoin de liquidité à satisfaire et considère que sa position réelle est $(I_2 - \kappa)$. Son coût de production effectif de la liquidité est donc $a_r\left(\left(I_2-\kappa\right), Q\right) = a_{r,2}^{\kappa}$, ce qui est exactement égal au prix-seuil. Cet effet augmente le coût de production de la liquidité pour D_2.

On note que l'on peut réécrire la fonction de profit π_2 du teneur de marché privilégié en fonction de son prix de réserve effectif $a_{r,2}^{\kappa}$:

$$\pi_2\left(a_2, a_1, I_2\right) = \begin{cases} \left(a_1 - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \kappa + \frac{\rho\sigma^2}{2} \times \kappa \times \left(Q+\kappa\right) & \text{si } a_2 > a_1 \\ \left(a_2 - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \left(Q+\kappa\right) + \frac{\rho\sigma^2}{2} \times \kappa \times \left(Q+\kappa\right) & \text{si } a_2 < a_1 \end{cases}.$$

Cette formulation s'avère pratique pour la suite.

Cas où le *preferencing* n'est pas autorisé ("*benchmark*"). Pour analyser les effets du *preferencing* sur la concurrence et la qualité du marché considéré, nous utilisons une situation de référence (*benchmark*), qui est naturellement celle où le *preferencing* n'est pas autorisé[12] : le flux d'ordres κ est désormais exposé au marché et dirigé avec l'ordre d'achat public Q vers le teneur de marché cotant le prix de vente le plus faible. Dans ce

[11] Le prix seuil est la solution de l'Equation (3.3).

[12] Le cas où le *preferencing* n'est pas autorisé est identifié dans le reste de cet essai par l'exposant NP (*No Preferencing*).

cas, aucune pratique de marché n'interfère avec le jeu concurrentiel des teneurs de marché. Le profit de chaque teneur de marché est donc :

$$\pi_i^{NP}(a_i, a_{-i}, I_i) = \begin{cases} 0 & \text{si } a_i^{NP} > a_{-i}^{NP} \\ \left(a_i^{NP} - a_r(I_i, Q+\kappa)\right) \times (Q+\kappa) & \text{si } a_i^{NP} < a_{-i}^{NP} \end{cases} \quad i = 1, 2.$$

Ho et Stoll (1983) et Biais (1993) ont étudié les stratégies de cotation dans ce cas. On note que la meilleure offre s'écrit alors $\underline{a}^{NP} = \min\left(a_1^{NP}, a_2^{NP}\right)$.

Afin de simplifier l'exposition des résultats, on adopte les mêmes notations que dans Biais (1993),

$$a_r(I_i, Q) \stackrel{\text{def}}{=} a_{r,i}.$$

Avant de procéder à la résolution du modèle, on commente les hypothèses utilisées afin de gagner quelques intuitions sur les enjeux des accords de préférence.

3.2.2 Discussion

Cette section présente brièvement pourquoi le *preferencing* est une pratique, certes, profitable, mais également risquée, ce qui est la caractéristique novatrice de cet essai.

Accords de préférence et concurrence entre teneurs de marché

(i) Accords de préférence et politique d'alignement des prix

En tant que pratique d'alignement sur les prix, les accords de préférence sont soupçonnés de supprimer les incitations à se concurrencer et de faciliter les ententes de cartels (voir les arguments de Salop (1986) en économie industrielle ou ceux de Dutta et Madhavan (1998) concernant les marchés de contrepartie). Dans notre modèle, une caractéristique des accords de préférence peut générer ce type de comportement anti-concurrentiel. Le flux d'ordres préférentiels est, en effet, captif. Il existe alors des cas où il est plus profitable pour le teneur de marché privilégié de n'exécuter que les ordres préférentiels, plutôt que de placer des prix de vente plus agressifs pour tenter d'exécuter la totalité du flux

d'ordres $(Q + \kappa)$. La situation de monopole dont bénéficie le teneur de marché diminue ses incitations à concurrencer son opposant sur le service des ordres publics.

(ii) Risque d'exécution en prix

Notre modèle introduit également deux effets supplémentaires qui peuvent, pour le premier, contrebalancer le comportement anti-concurrentiel mentionné ci-dessus et, pour le second, diminuer le montant de la rente dont bénéficie le teneur de marché monopoleur. Effectivement, on suppose que les teneurs de marché demeurent incités à placer des prix de vente attractifs. A cette fin, on suppose l'arrivée sur le marché d'un flux d'ordres publics qui génère des profits à l'échange. Ensuite, on suppose que le teneur de marché s'est engagé à exécuter les ordres préférentiels. En conséquence, la garantie d'exécution au meilleur prix de vente peut constituer un risque pour le teneur de marché privilégié. En effet, dans les cas où la meilleure offre du marché est inférieure au prix de réserve du teneur de marché privilégié, l'exécution obligatoire des ordres préférentiels à ce meilleur prix va entraîner des pertes pour cet agent, ce que nous qualifions de 'risque d'exécution en prix'.

Au vu de cette discussion, plusieurs questions se posent : est-ce que les pertes générées par le risque d'exécution en prix sont plus que compensées par l'accès à une rente de monopole ? Est-ce que l'augmentation des incitations à coter un prix de vente faible pour exécuter les ordres publics est neutralisée par la diminution de celles-ci causée par la réception d'ordres captifs ? Nous allons donner des réponses à ces questions. Pour cela, il nous faut mesurer l'impact du *preferencing* sur la politique de prix suivie par les teneurs de marché.

Comment mesurer l'impact des accords de préférence sur la stratégie de cotation suivie par les teneurs de marché ?

Afin d'analyser la façon dont les contrats de préférence altèrent les cotations choisies par les teneurs de marché, on considère deux mesures : (i) la probabilité que le teneur de marché D_i affiche le meilleur prix à l'équilibre et (ii) l'agressivité du prix de vente choisi

par ce dernier. On définit l'aggressivité de cotation par le coefficient θ_i qui mesure l'écart relatif entre le prix de vente a_i choisi par le teneur de marché D_i et son prix de réserve $a_{r,i}$ $(i = 1, 2)$: $\theta_i = (a_i - a_{r,i}) / a_{r,i}$. L'interprétation du coefficient est directe : plus θ_i est faible, plus le prix de vente affiché par le teneur de marché est concurrentiel.

3.3 Fourchette de prix et *preferencing* sur un marché centralisé

Dans cette section, on analyse la façon dont les accords de préférence influencent la stratégie de cotation des teneurs de marché sur un marché transparent comme, par exemple, un marché centralisé. Les teneurs de marchés sont, effectivement, supposés pouvoir suivre les positions en actif risqué de leurs concurrents.

Cette section est organisée en trois parties. En premier lieu, on caractérise les stratégies de cotation. Puis, on analyse l'impact des prix choisis par les teneurs de marché sur la fourchette de prix. Enfin, les résultats théoriques donnent lieu à des prédictions testables que l'on expose dans la sous-section 3.3.3.

3.3.1 Choix des prix sur un marché centralisé

On considère un marché centralisé où les teneurs de marché sont supposés connaître la position de leur concurrent. Dans ce cadre, sans existence d'accords de préférence, Ho et Stoll (1983) montrent que, à l'équilibre, le teneur de marché ayant la position la plus longue affiche le meilleur prix de vente. Plus précisément, il choisit un prix de vente juste inférieur au prix de réserve de son concurrent. Analysons alors la façon dont les accords de préférence altèrent ce résultat.

Proposition 6 : *Supposons $a^{\kappa}_{r,u} \leq a_{r,d}$. Sous cette condition, l'équilibre de Nash de la*

concurrence entre les teneurs de marché est :

$$a_1^c = \begin{cases} a_{r,2}^\kappa - \varepsilon & si \;\; a_{r,1} < a_{r,2}^\kappa \\ a_{r,1} & sinon. \end{cases},$$

$$a_2^c = \begin{cases} a_{r,1} - \varepsilon & si \;\; a_{r,2}^\kappa < a_{r,1} \\ a_{r,2}^\kappa & sinon. \end{cases}.$$

où ε est une constante strictement positive, arbitrairement petite.
Si $a_{r,u}^\kappa > a_{r,d}$, alors le teneur de marché privilégié affiche son prix-seuil, i.e. $a_2^c = a_{r,2}^\kappa$. Son concurrent D_1 cote alors $a_1^c = a_{r,2}^\kappa - \varepsilon$.

Comme nous l'avons déjà expliqué, le teneur de marché anticipe la baisse de son stock de titres due à l'exécution obligatoire des ordres préférentiels. Il est ainsi moins désireux de vendre, ce qui se reflète par la hausse de son prix de réserve effectif (de $a_{r,2}$ à $a_{r,2}^\kappa$). En conséquence, en tant que fonction du prix-seuil $a_{r,2}^\kappa$, le prix de vente choisi par le teneur de marché privilégié est d'autant plus élevé que le volume des ordres préférentiels est large. Le prix choisi par le concurrent étant une meilleure réponse à cette stratégie, les prix de vente se décalent à la hausse. L'impact de l'existence d'ordres préférentiels est donc d'atténuer la pression concurrentielle entre teneurs de marché. Effectivement, dans le cas du *benchmark*, le flux d'ordres total $(Q + \kappa)$ est exécuté par le teneur de marché D_1 si et seulement si ce dernier est en position la plus longue, conformément au résultat de Ho et Stoll (1983). Sur un marché autorisant le *preferencing*, D_1 peut exécuter les ordres publics même s'il n'est initialement pas en position la plus longue[13]. En effet, tant que la position *initiale* du teneur de marché D_1 est plus longue que la position *effective* du teneur de marché privilégié D_2 $(I_1 > (I_2 - \kappa))$, alors D_1 affiche le meilleur prix puisque D_2 choisit de coter son prix-seuil.

[13]Biais, Foucault et Salanié (1998) obtiennent des résultats théoriques similaires : ils montrent que la flexibilité des marchés de contrepartie (dont l'autorisation d'utiliser le *preferencing* peut être un exemple) conduit à l'établissement de prix sur le marché qui ne sont plus nécessairement concurrentiels.

Exemple numérique

Pour l'exemple donné ci-dessous, ainsi que pour l'ensemble des figures incluses dans cet essai, les valeurs données aux paramètres sont les suivantes : $\rho = 1$, $\mu = 100\$$, $\sigma_v^2 = \frac{1}{10000}$, $I_d = 0$ et $I_u = 20000$ titres.

– **Cas où le *preferencing* n'est pas autorisé**

Données : $Q = 6500$, $I_1 = 17500$ et $I_2 = 19000$.

Supposons, par exemple, qu'à la date 2, un investisseur transmette au marché un ordre d'achat de 6500 titres. Le teneur de marché D_2 a le prix de réserve le plus faible à 98.30. D_2 est en mesure de vendre moins cher que son concurrent dont le prix de réserve est de 98.45. Tout prix affiché par D_2 strictement inférieur à 98.45 constitue la meilleure offre du marché, il est donc optimal pour ce dernier d'afficher $98.45 - \varepsilon$. Se faisant, D_2 s'assure l'exécution de l'ordre public à un prix de vente maximisant son profit $(98.45 - 98.30) \times 6500 = 975$. Anticipant la stratégie de son concurrent, la meilleure réponse (au sens de Nash) de D_1 est de coter son prix de réserve.

	Prix de réserve	Cotations choisies	Profits réalisés
Teneur de marché D_1	$98.45 = a_r(I_1, 6500)$	$a_1^{NP} = 98.45$	$\Pi_1^{c,NP} = 0$
Teneur de marché D_2	$98.30 = a_r(I_2, 6500)$	$\underbrace{a_2^{NP}}_{\text{Meilleure Offre}=\underline{a}^{c,NP}} = 98.45 - \varepsilon$	$\Pi_2^{c,NP} = 975$

– **Cas où le *preferencing* est autorisé**

Données : $Q = 3000$, $\kappa = 3500$, $I_1 = 17500$ et $I_2 = 19000$.

Supposons désormais que le flux d'ordres transmis au marché à la date 2 soit dirigé en partie de manière préferentielle vers le teneur de marché D_2. Cet ordre préférentiel constitue un choc de liquidité sur le stock d'actif risqué de D_2 qui se retrouve finalement plus court de l'exécution obligatoire des 3500 titres ($I_2 = 15500 = 19000 - 3500$). Le teneur de marché D_2 altère alors son prix de réserve afin de refléter sa position effective : son prix de réserve s'élève de 98.30 à $98.475 = a_{r,2}^{\kappa}$ pour refléter son moindre intérêt à

vendre.

	Prix de réserve
Teneur de marché D_1	$98.275 = a_r(I_1, 3000)$
Teneur de marché privilégié D_2	$98.475 = a_r(I_2 - 3500, 3000) = a^{\kappa}_{r,2}$

Etant donné que D_2 n'affichera pas de prix de vente inférieur à son prix-seuil, l'équilibre de Nash de ce jeu conduit les teneurs de marché à choisir les cotations suivantes :

	Cotations choisies	Profits réalisés
Teneur de marché privilégié D_2	$98.475 = a^c_2$	$\Pi^c_2 = 1050$
Teneur de marché D_1	$98.475 - \varepsilon = a^c_1 = \underline{a}^c$	$\Pi^c_1 = 1137.5$

Les accords de préférence paraissent préjudiciables pour le teneur de marché D_1 dans la mesure où ce dernier se voit alors privé de la possibilité d'exécuter les 3500 titres préférentiels. Cependant, même s'il souffre d'une perte en volume potentiel, ce teneur de marché devient à la date 2 le plus long et exécute l'ordre d'achat public ($Q = 3000$). Il est à noter que le fait que D_2 ait modifié son prix de réserve dégrade dans ce cas la meilleure offre du marché qui s'élève de 98.45 à 98.475, ce qui illustre la façon dont les accords de préférence peuvent atténuer la pression concurrentielle entre teneurs de marché. Nous analyserons plus précisément l'impact du preferencing sur la fourchette et les profits dans la sous-section 3.3.2.

Caractéristiques des stratégies de cotation des teneurs de marché. Le teneur de marché privilégié anticipe le choc de liquidité provoqué par l'exécution des ordres préférentiels sur son stock d'actif risqué. En conséquence, il décale à la hausse son prix de réserve et adopte une nouvelle stratégie de cotation. Le Corollaire suivant mesure l'impact du *preferencing* sur la stratégie suivie par D_2 :

Corollaire 1 : *Une augmentation du volume des ordres préférentiels se traduit pour le teneur de marché privilégié D_2 par (i) une diminution de la probabilité de coter le meilleur prix à l'équilibre et (ii) une augmentation moyenne de son agressivité (θ_2).*

Ce résultat peut sembler de prime abord contre-intuitif par rapport à ceux de Kandel et Marx (1997) ou Dutta et Madhavan (1997) qui montrent que les ordres préférentiels réduisent les incitations des teneurs de marché privilégiés à coter agressivement. Mais, ce résultat est à nuancer si l'on considère l'augmentation préalable des prix de réserve.

L'intéraction stratégique entre les deux teneurs de marché conduit D_1 à également modifier son comportement de cotation.

Corollaire 2 : *Le teneur de marché D_1 choisit des prix moins agressifs du fait de sa plus grande chance à l'équilibre d'exécuter les ordres publics.*

Le *preferencing* diminue les incitations du teneur de marché non privilégié à placer des prix concurrentiels puisque son concurrent est moins enclin à le concurrencer.

En résumé, sur un marché centralisé, le *preferencing* a un effet sur l'agressivité de cotation des teneurs de marchés et donc sur leurs incitations à réduire la fourchette de prix.

L'exemple numérique illustre une augmentation du meilleur prix de vente. Mais, quel est, précisément, l'impact du *preferencing* sur les fourchettes de prix moyennes ? Cette pratique conduit-elle les teneurs de marché à réaliser plus de profits ?

3.3.2 *Preferencing* et performance des marchés

Dans cette section, nous analysons l'impact du *preferencing* sur les fourchettes de prix moyennes et sur les profits espérés par les teneurs de marché.

Fourchette de prix

Sur un marché centralisé à deux teneurs de marché, la Proposition 6 montre que la meilleure offre, notée $\underline{a}^c$, est donnée par l'expression suivante : $\underline{a}^c = \max\left(a_{r,1}, a_{r,2}^{\kappa}\right)$. Etudions l'impact du *preferencing* sur la demi-fourchette de prix (*"half spread"*) qui s'écrit : $\underline{a}^c - \mu$.

Corollaire 3 : *En moyenne, le meilleur prix de vente augmente avec la taille du flux d'ordres préférentiels ($\partial E\left(\underline{a}^c\right)/\partial\kappa > 0$). En outre, le niveau moyen du prix de vente*

s'établissant sur un marché centralisé autorisant le preferencing est plus élevé que celui espéré sur un marché n'autorisant pas cette pratique : $E(\underline{a}^c) > E(\underline{a}^{NP})$, à flux d'ordres total $(Q+\kappa)$ donné.

Plus le volume des ordres préférentiels d'achat est important, plus le meilleur prix de vente se décale à la hausse. On en déduit, par symétrie, que le meilleur prix d'achat baisse avec le volume des ordres préférentiels de vente. Les accords de préférence élargissent les fourchettes de prix, ce qui conduit à détériorer les coûts d'exécutions moyens supportés par les investisseurs extérieurs. Ce résultat offre une preuve formelle de l'intuition donnée par Huang et Stoll (1996), qui soutiennent que les accords de préférence sont, en grande partie, responsables des coûts de transaction plus élevés observés sur le Nasdaq par rapport à ceux du NYSE[14]. Les résultats empiriques de Chung et Zao (2002) sur le lien entre *preferencing* et fourchette de prix mentionné en introduction semblent également valider le Corollaire 3.

Profits espérés des teneurs de marché

Afin de gagner quelques intuitions, on décompose l'impact du *preferencing* sur les profits espérés des teneurs de marché en trois effets distincts : (i) l'effet 'prix', (ii) l'effet 'chance' et (iii) l'effet 'volume'. L'effet prix est directement lié au Corollaire 3 : les accords de préférence augmentent le surplus unitaire espéré par les teneurs de marché puisqu'ils élargissent les fourchettes de prix moyennes. Ensuite, le *preferencing* accroît les chances d'exécution des ordres publics pour le teneur de marché D_1 et diminue celles du teneur de marché privilégié D_2 (effet chance). Cependant, comme le teneur de marché D_1 n'est pas en mesure de concurrencer le flux d'ordres préférentiels de D_2, il subit une perte en volume potentiel par rapport au cas concurrentiel (effet volume). Par conséquent, le *preferencing* a un impact a priori ambigu à la fois sur les profits de D_2 et de D_1.

Corollaire 4 *:(a) Le profit espéré du teneur de marché privilégié est toujours plus élevé lorsqu'il reçoit des ordres préférentiels à exécuter.*

[14]Les membres de la bourse de New York (NYSE) ne peuvent pas bénéficier directement d'accords de préférence (à la différence des bourses régionales comme celle de Boston ou celle de Cincinnatti).

(b) si (i) $Q \geq (I_u - I_d)/3$ *ou si (ii)* $Q < (I_u - I_d)/3$ *et* $\kappa \geq \underline{\kappa}$ *(où* $\underline{\kappa}$ *est une constante définie en annexes), alors le teneur de marché non privilégié espère des profits plus élevés sur un marché autorisant le preferencing par rapport à ceux espérés sur un marché ne l'autorisant pas :* $E(\Pi_1^c) \geq E(\Pi_1^{NP})$.

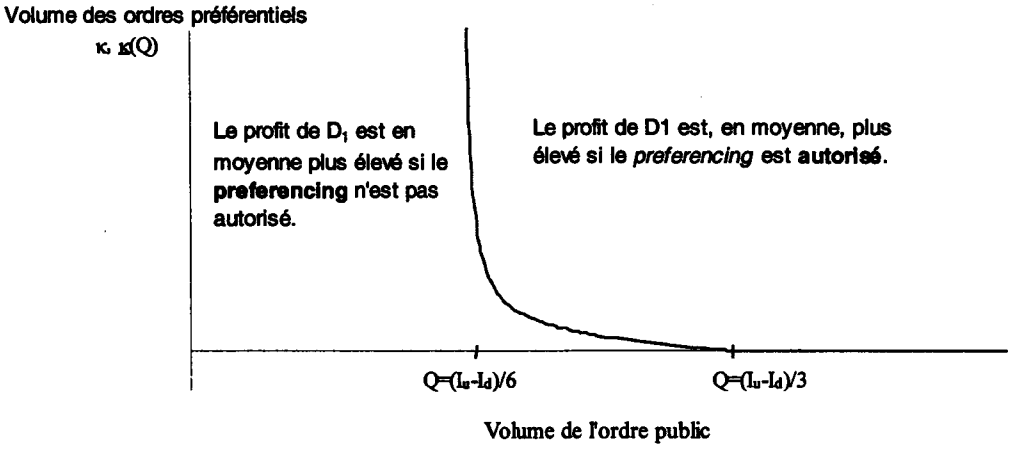


FIGURE 3.3 : Profits espérés par le teneur de marché non privilégié sur un marché centralisé : (i) autorisant le *preferencing* ; (ii) ne l'autorisant pas.

On note que, dans ce cas, l'effet volume et l'effet prix dominent toujours l'effet chance pour D_2. Sur un marché transparent à deux teneurs de marché, le teneur de marché D_2 ne fait face à aucune perte liée au *preferencing* puisque, dans le cas où il ne cote pas la meilleure offre, celle-ci est juste inférieure au second plus faible prix de réserve, c'est-à-dire, son prix-seuil.

Le teneur de marché D_1 est privé de l'accès potentiel au flux d'ordres préférentiels. Mais, étant donné qu'il bénéficie de l'élargissement des fouchettes de prix (effet prix) et de sa plus grande chance d'exécuter les ordres publics à l'équilibre (effet chance), son profit espéré peut être plus élevé sur un marché autorisant les accords de préférence dont il ne bénéficie pas directement.

En résumé, le *preferencing* affecte significativement les fourchettes de prix et les profits des teneurs de marché, y compris ceux des teneurs de marché ne reçevant pas d'ordres préférentiels. Ces résultats théoriques viennent corroborer les découvertes expérimentales de Bloomfield et O'Hara (1998). Sur un marché expérimental à deux teneurs de marché,

ces auteurs trouvent que plus le flux d'ordres préférentiels est large, plus les fourchettes de prix s'élargissent et plus les teneurs de marché s'enrichissent au détriment des investisseurs extérieurs. Mais les auteurs trouvent également que ces effets préjudiciables à la qualité du marché sont évités s'il existe plus d'un teneur de marché non privilégié. Nous allons donc étendre le cadre de notre étude à $N \geq 3$ teneurs de marché.

3.3.3 Extension

Nous supposons désormais que la liquidité est fournie par N teneurs de marché, dont M ont contracté des accords de préférence avec des courtiers, où $M \leq N$. Plus précisément, chacun des M teneurs de marché privilégiés reçoit un flux d'ordres captifs de κ_i titres à exécuter, où $\kappa_i \in [0, +\infty[$ et $i \in [1, ..., M]$. Après avoir établi les stratégies d'équilibre suivies par les teneurs de marché, nous analysons la fourchette des meilleurs prix dans le cas d'un marché à $N = 3$ teneurs de marché, dont deux ne reçoivent aucun ordre préférentiel. Nous terminons cette section sur une étude des implications empiriques de notre modèle.

D'après le Lemme 5, le teneur de marché ayant des accords de préférence n'affiche aucun prix de vente inférieur à son prix-seuil, $a_{r,i}^{\kappa}$. Les teneurs de marché ne bénéficiant pas de tels accords sont caractérisés par un prix de réserve 'standard' [Ho et Stoll (1983)], i.e. $a_{r,i} = \mu + \rho\sigma_v^2/2\,(Q - 2I_i)$, qui est simplement égal au prix-seuil d'un teneur de marché privilégié dont le flux d'ordres préférentiels est nul, puisque $a_{r,i} = a_{r,i}^{\kappa}$ si $\kappa_i = 0$ pour tout $i \in \{M+1, ..., N\}$. Afin de faciliter l'exposition des résultats, nous supposons que le prix de réserve de tout teneur de marché D_i s'écrit $a_{r,i}^{\kappa}$ (avec $\kappa_i > 0$ pour $i = 1, ..., M$ et $\kappa_i = 0$ pour $i = M+1, ..., N$).

Proposition 7 *: Sur un marché centralisé de N teneurs de marché, dont M reçoivent des ordres préférentiels, le teneur de marché avec le prix de réserve le plus faible ($\left(\min_{i\in[1;N]} a_{r,i}^{\kappa}\right)$), noté D_T, cote le prix de vente le plus concurrentiel et exécute l'ordre public. A l'équilibre, ce meilleur vendeur cote un prix exactement inférieur au second meilleur vendeur et les*

$(N-1)$ *autres concurrents cotent leur prix de réserve :*

$$a_T = \min_{i \in [1;N] \setminus \{T\}} a_{r,i}^{\kappa} - \varepsilon$$
$$a_i = a_{r,i}^{\kappa} \quad pour \;\; i \in [1;N] \setminus \{T\}$$

où ε est une constante strictement positive mais arbitrairement infinitésimale.

On remarque que le résultat du jeu de concurrence dépend du classement des prix de réserve des teneurs de marché $\left(a_{r,i}^{\kappa}\right)_{i \in N}$, et donc, du classement des positions effectives de chaque opérateur : $(I_i - \kappa_i)_{i \in N}$. En conséquence, comme dans le cas $N = 2$, le teneur de marché initialement le plus long n'est pas nécessairement le meilleur vendeur. Le meilleur vendeur est, en fait, celui en position effective la plus longue $(I_T - \kappa_T) = \max_{i \in N} (I_i - \kappa_i)$.

Le meilleur prix de vente sur un marché à trois teneurs de marché

Nous supposons désormais que le nombre de teneurs de marché est de $N = 3$. Le teneur de marché D_2 reçoit des ordres préférentiels ($\kappa_2 > 0$), à la différence de ses deux concurrents D_1 et D_3 ($\kappa_1 = \kappa_3 = 0$).

Corollaire 5 *: Soit un marché à deux teneurs de marché dont un seul des deux est privilégié. L'entrée d'un troisième teneur de marché non privilégié provoque une réduction des fourchettes de prix, qui demeurent, toutefois plus larges que dans le cas où le preferencing n'est pas autorisé.*

L'entrée d'un troisième teneur de marché non privilégié restaure les incitations du teneur de marché D_1 à coter des prix de vente aggressifs pour exécuter le flux des ordres publics, ce qui contribue à baisser le meilleur prix de vente moyen du marché. Symétriquement, l'entrée d'un troisième teneur de marché en concurrence sur un ordre public de vente restaurerait également la compétitivité du meilleur prix d'achat. En résumé, accroître la concurrence entre teneurs de marché non privilégiés permet de réduire les fourchettes de prix moyennes. Ce résultat est conforme aux résultats expérimentaux de Bloomfield et O'Hara (1998) décrits ci-dessus. Le Corollaire 5 corrobore également les intuitions de Kandel et Marx (1997), qui suggèrent que les accords de préférence n'auraient

aucun impact sur les fourchettes de marché si ces accords demeuraient négligeables.

La Figure 3.4 illustre l'effet concurrentiel de l'entrée d'un troisième teneur de marché non privilégié sur le niveau de la meilleure offre espérée.

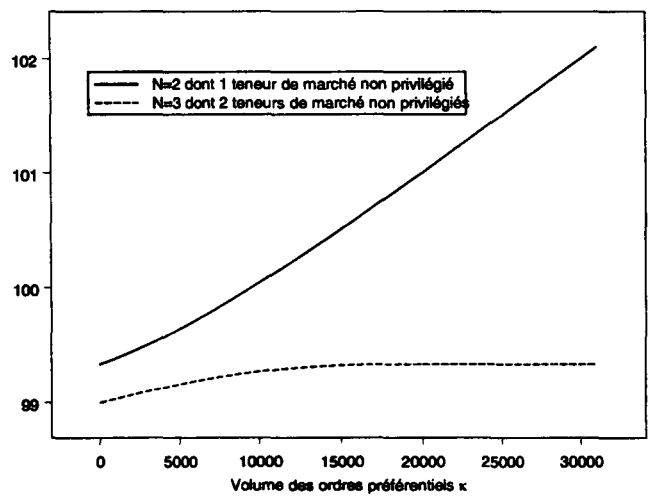


FIGURE 3.4 : Niveau du meilleur prix de vente sur un marché centralisé à (i) $N = 2$ teneurs de marché ou (ii) $N = 3$ teneurs de marché. Un seul teneur de marché est privilégié dans les deux situations.

Implications testables

La Proposition 6 et la Proposition 7 prédisent qu'en cas d'existence d'accords de préférence, alors ce n'est plus nécessairement le teneur de marché initialement le plus long qui cote la meilleure offre. Ce résultat invalide partiellement la prédiction empirique du modèle de Ho et Stoll (1983). Le but de cette section est de proposer un lien testable entre cotations, positions des teneurs de marché et flux d'ordres préférentiels.

Lien entre le meilleur prix du marché et la position des teneurs de marché

Ho et Stoll (1983) montrent que le teneur de marché en position initiale la plus large a un avantage concurrentiel de vente puisqu'il cote le plus petit prix de vente du marché. Il exécute ainsi le flux d'ordres publics. Les cotations choisies par les teneurs de marché sont, donc, dans ce cadre, des fonctions monotones décroissantes du niveau initial de leur stock d'actif risqué. Hansh, Naik et Viswanathan (1998) déduisent du résultat de Ho et

Stoll (1983) un lien testable entre le positionnement relatif des cotations des teneurs de marché et leur niveau de stock, qu'ils expriment ainsi :

$$a_i - \underline{a}^c = \mathcal{F}\left(I_i - I_T\right) \qquad (E1)$$

où le niveau du prix de vente a_i choisi par le teneur de marché D_i par rapport au prix de vente le plus faible du marché ($\underline{a}^c$) affiché par le teneur de marché le plus long D_T est une fonction décroissante ($\mathcal{F}$) de la différence existant entre le niveau de stock de D_i et celui plus important de D_T.

Hansh et al (1998) testent la relation ($E1$) sur la bourse de Londres et trouvent que seuls 59% des ordres publics entrant sont exécutés par les teneurs de marché en position extrême (et non 100% selon la prédiction de Ho et Stoll (1983)). Hansh et al. en concluent que cette invalidation partielle du lien empirique pourrait s'expliquer par l'importance des ordres préférentiels atteignant 71% des transactions totales en 1995, qui ne sont pas pris en compte dans l'équation ($E1$).

Comment les ordres préférentiels modifient-ils le lien entre cotations et positions ?

Comme le montre la Proposition 7, le meilleur vendeur noté D_T est celui qui a la position la plus longue une fois seulement pris en compte le volume des ordres préférentiels : $(I_T - \kappa_T)$ où I_T désigne la position initiale de D_T et κ_T son flux d'ordres préférentiels. Plus explicitement, en s'appuyant sur l'équation ($E1$) de Hansh et al. (1998), un lien testable entre le positionnement relatif des cotations choisies par les teneurs de marché, leur niveau de stock et le volume du flux d'ordres préférentiels devrait être le suivant :

$$a_i - \underline{a}^c = \mathcal{F}\left(\left(I_i - \kappa_i\right) - \left(I_T - \kappa_T\right)\right) \qquad (E2)$$

où κ_i et κ_T sont les flux d'ordres préférentiels exécutés respectivement par le teneur de marché D_i et par le teneur de marché D_T. Notre modèle suggère, en effet, de corriger le niveau de stock initial des teneurs de marché par le volume net des ordres préférentiels afin de tester une relation sur le positionnement des cotations des teneurs de marché en

fonction de leur position et des ordres préférentiels.

Ordres préférentiels et gestion de la position

On peut, en outre, dégager deux autres implications testables liées au résultat concernant les probabilités d'exécution des teneurs de marché. En effet, on a montré que le teneur de marché non privilégié a une probabilité d'exécuter les ordres publics croissante avec le volume des ordres préférentiels reçus par son concurrent, tandis que celui-ci a une probabilité d'exécution décroissante. Le teneur de marché privilégié peut moins utiliser ses cotations pour contrôler sa position et orienter le flux d'ordres publics dans une direction qui lui est favorable puisqu'il doit exécuter les ordres préférentiels quelle que soit sa position. En revanche, son adversaire a une plus grande chance d'exécuter les ordres publics et devrait donc réviser sa fourchette de prix plus souvent de manière à mieux contrôler sa position (après l'exécution des ordres publics). Par conséquent, on devrait observer une tendance de retour à la moyenne du niveau du stock des teneurs de marché peu ou pas privilégiés plus élevée ainsi qu'un coefficient d'auto-corrélation du flux d'ordres plus élevé (en valeur absolue) que pour les teneurs de marché avec de larges volumes d'ordres préférentiels[15]. Ces derniers devraient, en revanche, enregistrer plus d'échanges entre teneurs de marché (*"interdealer trading"*), afin de gérer leur stock (en effet, on rappelle que, dans le modèle de Ho et Stoll (1983), les teneurs de marché réalisent un arbitrage entre la certitude de pouvoir dénouer une position en échangeant directement avec un autre teneur de marché et la probabilité de recevoir des ordres publics leur permettant de contrôler activement leur position[16]).

[15]La tendance au retour à la moyenne du stock et le coefficient d'auto-corrélation d'ordre 1 du flux d'ordres sont des mesures standards dans la littérature empirique concernant la validation du paradigme de la position (*inventory model*) : voir, par exemple, Madhavan et Smidt (1991), Hasbrouck et Sofianos (1993), Lyons (1995), Hansh et al. (1998), ou Naik et Yadav (2002).

[16]Reiss et Werner (1998) ont analysé ces prédictions empiriques sur le LSE.

3.4 Fourchette de prix *et preferencing* sur un marché fragmenté

Sur un marché opaque, comme les marchés fragmentés[17] du Nasdaq ou de la bourse de Londres (LSE), les stratégies de cotation des teneurs de marché diffèrent de celles choisies sur un marché centralisé, réputé plus transparent. Les teneurs de marché n'ont effectivement pas accès aux mêmes informations, notamment concernant les volumes de transaction exécutés par les concurrents et le niveau de leurs stocks d'actif risqué. C'est la raison pour laquelle, nous supposons, à la suite de Biais (1993), que sur un marché fragmenté, les teneurs de marché estiment correctement les distributions de probabilité des positions de leurs concurrents, mais ne connaissent pas parfaitement ces positions. Par conséquent, le teneur de marché privilégié doit anticiper le meilleur prix de vente du marché auquel il devra exécuter le flux d'ordres préférentiels dans le cas où il ne placerait pas le meilleur prix. Ce manque de transparence pré-transaction est-il profitable au teneur de marché privilégié ? Comment les teneurs de marché forment-ils leurs prix sur ce marché où les contrats de préférence sont autorisés ?

D'abord, on caractérise les stratégies suivies par les teneurs de marché (section 3.4.1 et section 3.4.2). Puis, la section 3.4.3 est dédiée à l'analyse de l'impact des ordres préférentiels sur le profit espéré par les teneurs de marché et sur la meilleure offre espérée sur le marché. Les résultats sont également comparés à ceux obtenus dans un marché centralisé dans la même section.

Tout d'abord, on rappelle que les deux teneurs de marché, en concurrence sur l'exécution des ordres publics, déterminent simultanément leur prix sans pouvoir observer ni le prix coté par le concurrent, ni même la position de ce dernier. La probabilité qu'en choisissant a_1, le teneur de marché D_1 cote le prix de vente le plus faible du marché et exécute les Q unités non préférentielles d'achat risqué est égale à $\Pr(a_1 < a_2)$ où a_2 est le prix supposé choisi par son concurrent (du point de vue de D_1, le prix choisi par D_2 est

[17] Lorsque le flux d'ordres n'est pas centralisé, mais peut être dirigé vers plusieurs lieux de négociation, on dit qu'il y a fragmentation du flux d'ordres. Le Nasdaq est un marché de teneurs de marché (marché dirigé par les prix), qui est, par nature, fragmenté.

une variable aléatoire). Le teneur de marché D_1 espère donc un profit noté Π_1 qui s'écrit :

$$\Pi_1(a_1, a_{r,1}) = \Pr(a_1 < a_2) \times (a_1 - a_{r,1}) \times Q. \tag{3.4}$$

De la même façon, la probabilité que le teneur de marché D_2 exécute le flux d'ordres publics est égale à $\Pr(a_2 < a_1)$. L'espérance de profit du teneur de marché privilégié tient compte de la réception des ordres préférentiels et de l'obligation de les exécuter au meilleur prix du marché, même lorsqu'il ne cote pas ce prix, ce qui survient avec la probabilité $\Pr(a_2 > a_1)$. Son espérance de profit est la suivante :

$$\begin{aligned}\Pi_2\left(a_2, a_{r,2}^{\kappa}\right) &= \Pr(a_2 < a_1) \times \left(a_2 - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times (Q + \kappa) + \Pr(a_2 > a_1) \times \left(E(a_1 \mid a_2 > a_1) - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \kappa \\ &\quad + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\kappa \times (Q + \kappa). \end{aligned} \tag{3.5}$$

On note que : (i) le profit espéré comporte une incertitude sur le meilleur prix de vente sur lequel le teneur de marché doit s'aligner dans le cas où il s'aligne sur le prix de vente de son concurrent ; (ii) le flux d'ordres préférentiels génère une rente certaine qui apparaît explicitement dans le troisième terme du profit espéré : $\rho\sigma_v^2\kappa \times (Q + \kappa)/2$. En outre, étant donné que les teneurs de marché ne cotent pas de prix de vente inférieurs à leurs prix de réserve, leurs stratégies de cotation sont fonctions de leur prix de réserve respectif. On rappelle donc, à ce propos, que le prix de réserve à considérer pour le teneur de marché privilégié est son prix-seuil $a_{r,2}^{\kappa}$. Le support du prix-seuil est $\left[a_{r,u}^{\kappa}, a_{r,d}^{\kappa}\right] = [a_{r,u} + \rho\sigma_v^2\kappa, a_{r,d} + \rho\sigma_v^2\kappa]$ (*cf.* section 3.2.1). Cet intervalle est donc décalé 'vers la droite' en comparaison avec le support du prix de réserve du teneur de marché non privilégié D_1, $[a_{r,u}, a_{r,d}]$. On est donc amené à distinguer la fonction de répartition F du prix de réserve du teneur de marché D_1 qui est une variable aléatoire uniforme sur $[a_{r,u}, a_{r,d}]$, de la fonction de répartition F_κ du prix-seuil de D_2 de loi uniforme sur $\left[a_{r,u}^{\kappa}, a_{r,d}^{\kappa}\right]$.

Pour analyser l'impact du *preferencing* sur la formation des prix en marché fragmenté, on va différencier le cas où les stratégies d'équilibre sont approchées numériquement, des cas où il est possible d'obtenir une caractérisation analytique des prix choisis par les teneurs de marché. Avant d'expliquer en détail les stratégies obtenues, nous caractérisons

l'équilibre dans le cas général.

3.4.1 Choix des prix sur un marché fragmenté

On cherche un équilibre Nash-Bayésien. On suppose que chaque teneur de marché D_i cote un prix de vente selon une stratégie a_i qui est une fonction strictement croissante et continue de son prix de réserve. Le teneur de marché D_1 suit donc la stratégie a_1 : $[a_{r,u}, a_{r,d}] \rightarrow \mathbb{R}$ et le teneur de marché privilégié D_2 suit la stratégie a_2 : $\left[a_{r,u}^{\kappa}, a_{r,d}^{\kappa}\right] \longrightarrow \mathbb{R}$. Etant donné l'hypothèse de stricte monotonicité des stratégies, on peut définir les fonctions de prix inverses, qui se révèlent plus faciles à analyser. On note donc $v_1(y)$ (resp. $v_2(y)$) le prix de vente de réserve du teneur de marché D_1 (resp. D_2) qui le conduit à choisir le prix de vente y. Par définition, on obtient que $v_1 = a_1^{(-1)}$ et $v_2 = a_2^{(-1)}$. On remarque que la probabilité que le prix y choisi par le teneur de marché D_1 (resp. D_2) soit le plus faible s'écrit $\Pr(y < a_2) = \Pr\left(v_2(y) < a_{r,2}^{\kappa}\right) = \bar{F}_{\kappa}\left(v_2(y)\right)$ (resp. $\Pr(y < a_1) = F\left(v_1(y)\right)$).

L'équilibre Nash-bayésien est défini par le couple de fonctions (v_1, v_2) tel que :

$$(i) \qquad v_1^{(-1)}\left(a_{r,1}\right) \in \arg\max_{y} \Pi_1\left(y, a_{r,1}\right)$$

avec

$$\Pi_1\left(y, a_{r,1}\right) = \bar{F}_{\kappa}\left(v_2(y)\right) \times \left(y - a_{r,1}\right) \times Q, \tag{3.6}$$

où $\bar{F}_{\kappa}$ est la fonction de survie[18] du prix de réserve du concurrent $\left(\bar{F}_{\kappa} = 1 - F_{\kappa}\right)$.

$$(ii) \qquad v_1^{(-1)}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) \in \arg\max_{y} \Pi_2\left(y, a_{r,2}^{\kappa}\right)$$

avec

$$\begin{aligned} \Pi_2\left(y, a_{r,2}^{\kappa}\right) &= \bar{F}\left(v_1(y)\right) \times \left(y - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times (Q + \kappa) \\ &\quad + \left(1 - \bar{F}\left(v_1(y)\right)\right) \times \left(E\left(a_1\left(a_{r,1}\right) \mid y > a_1\left(a_{r,1}\right)\right) - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \kappa \\ &\quad + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\kappa \times (Q + \kappa), \end{aligned} \tag{3.7}$$

[18] $\bar{F}_{\kappa}(y)$ est la probabilité que le teneur de marché D_2 aît un prix de réserve supérieur ou égal à $v_2(y)$.

où $\bar{F} = 1 - F$ et $v_2(y) = a^{\kappa}_{r,2}$.

Comme noté par Biais (1993), l'analyse de ce jeu est formellement identique à celle d'une enchère hollandaise. Ici, l'existence des ordres préférentiels rend l'analyse complexe car (i) les fonctions objectifs sont différentes entre les deux teneurs de marché (voir les profits espérés (3.6) et (3.7)) ; (ii) les supports des distributions de probabilité des prix de réserve sont également différents. Ces asymétries excluent toute caractérisation analytique des prix choisis par les teneurs de marché, comme le montrent les modèles d'enchères hollandaises asymétriques (cf. [Lebrun (1999)], [Castillon (2000)] ou [Maskin and Riley (2000)]). L'analyse de l'impact des accords de préférence sur les prix cotés pas les teneurs de marché est donc réalisée numériquement, sauf dans deux cas où il est possible de caractériser explicitement les équilibres : (i) le cas où le volume des ordres préférentiels est important ($\kappa \geq 2(I_u - I_d)$) ; (ii) le cas où le *preferencing* n'est pas autorisé. On débute l'analyse par la détermination des stratégies d'équilibre dans le cas général ($0 < \kappa < 2(I_u - I_d)$). L'explication de l'origine du découpage ($\kappa \lesseqgtr 2(I_u - I_d)$) est donnée ultérieurement.

Cas 1 : Equilibre lorsque le flux d'ordres préférentiels est faible ($\kappa < 2(I_u - I_d)$)

Les stratégies de cotation des teneurs de marché sont définies sur le même support noté $\left[a^{\inf}, a^{\sup}\right]$. Sur ce support, les teneurs de marché ont une probabilité strictement positive d'exécuter le flux d'ordres publics.

La borne inférieure $a^{\inf}$ est le plus faible prix de vente que peut choisir un teneur de marché. Par conséquent, cette borne est telle que $\bar{F}_{\kappa}\left(v_2\left(a^{\inf}\right)\right) \times \bar{F}\left(v_1\left(a^{\inf}\right)\right) = 1$. Intuitivement, si le teneur de marché D_1 devait choisir un prix plus faible que son concurrent D_2 ($a_1^{\inf} < a_2^{\inf}$), alors il pourrait coter tout prix a_1 tel que $a_1 \in \left[a_1^{\inf}, a_2^{\inf}\right[$ et toujours être sûr d'afficher la meilleure offre du marché. Cependant cette stratégie a_1 est strictement dominée par la stratégie $\left(a_1 + a_2^{\inf}\right)/2$. Par conséquent, par itération des stratégies strictement dominées, cela ne peut pas être un équilibre (le même argument tient également si le teneur de marché D_2 choisissait un prix inférieur au plus petit prix de vente possible de son concurrent : $a_2^{\inf} < a_1^{\inf}$). Les stratégies des deux teneurs de marché doivent donc avoir la même borne inférieure $a^{\inf}$.

La borne supérieure $a^{\sup}$ est le prix de vente le plus haut que peut choisir un teneur de marché qui a une probabilité strictement positive de coter la meilleure offre à l'équilibre. Cette borne supérieure est implicitement définie par la condition suivante : $\bar{F}_\kappa(v_2(a^{\sup})) \times \bar{F}(v_1(a^{\sup})) = 0$. En utilisant un raisonnement similaire à celui employé ci-dessus, on conclut que les teneurs de marché ne choisissent pas de prix de vente plus élevé que cette borne supérieure pour conserver une probabilité strictement positive d'exécuter les ordres publics à l'équilibre.

Proposition 8 : *Si $\kappa < 2(I_u - I_d)$, alors*
(i) Si un équilibre existe, alors les stratégies de prix inverses (v_1, v_2) sont solutions du système d'équations différentielles ordinaires ci-dessous

$$\frac{-\bar{F}'_\kappa(v_2(y))}{\bar{F}_\kappa(v_2(y))} \times v_2'(y) = \frac{1}{y - v_1(y)}, \tag{3.8}$$

$$\frac{-\bar{F}'(v_1(y))}{\bar{F}(v_1(y))} \times v_1'(y) = \frac{(1+\kappa/Q)}{y - v_2(y)}, \tag{3.9}$$

pour tout $y \in [a^{\inf}, a^{\sup}]$ où $a^{\inf}$ et $a^{\sup}$ vérifient $\bar{F}_\kappa(v_2(a^{\inf})) \times \bar{F}(v_1(a^{\inf})) = 1$ et $\bar{F}_\kappa(v_2(a^{\sup})) \times \bar{F}(v_1(a^{\sup})) = 0$ respectivement.
(ii) Si $a_{r,d} \leq a^{\sup} \leq \frac{a_{r,d}+a^\kappa_{r,d}}{2}$, alors un équilibre existe.

Remarquons qu'il existe une infinité de valeurs pour $a^{\sup}$ qui satisfont la condition (ii). En conséquence, l'équilibre défini dans la Proposition 8 n'est pas nécessairement unique. La borne inférieure est implicitement déterminée par la borne supérieure et par la condition $\bar{F}_\kappa(v_2(a^{\inf})) \times \bar{F}(v_1(a^{\inf})) = 1$.

Comme mentionné ci-dessus, le support du prix-seuil de D_2 est décalé par rapport à celui du prix de réserve de D_1. Dans le cas où $a^\kappa_{r,2} > a^{\sup}$, alors le teneur de marché D_2 n'a aucune chance de placer la meilleure offre du marché. D_2 choisit de coter son prix-seuil : $a_2 = a^\kappa_{r,2}$. Par ailleurs, si les supports de $a_{r,1}$ et $a^\kappa_{r,2}$ sont disjoints et si $a^\kappa_{r,u} \geq (a_{r,d} + a^\kappa_{r,d})/2$ (ou de manière équivalente, $\kappa \geq 2(I_u - I_d)$), alors le teneur de marché D_2 n'a jamais la possibilité de placer le prix de vente le plus faible à l'équilibre et l'équilibre défini dans la Proposition 8 dégénère, ce que nous analysons dans la Proposition 10.

La Figure 3.5 décrit les stratégies d'équilibre de la Proposition 8. En cas de réception

d'ordres préférentiels, les supports des prix de réserve des teneurs de marchés sont distincts, mais non disjoints. Lorsque D_1 et D_2 ont tous deux une probabilité strictement positive de coter la meilleure offre ($a^{\kappa}_{r,2} \leq a^{\sup}$), les prix que D_1 et D_2 choisissent sont sur le même support $\left[a^{\inf}, a^{\sup}\right]$. Si le prix-seuil du teneur de marché privilégié ($a^{\kappa}_{r,2}$) est strictement supérieur au prix le plus élevé que peut coter son concurrent ($a^{\sup}$), alors D_2 n'a aucune chance d'afficher le meilleur prix à l'équilibre. Dans ce cas, D_2 modifie sa stratégie et cote son prix-seuil.

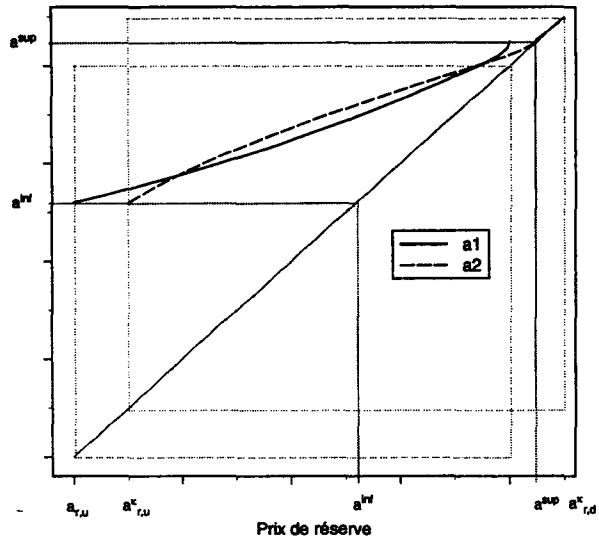


FIGURE 3.5 : Exemple de meilleures réponses

Parmi la multiplicité des équilibres, on sélectionne l'équilibre Pareto-dominant pour les deux teneurs de marché.

L'équilibre caractérisé par la Proposition 8 et la condition initiale notée $a^{\sup(2)}$ est dit Pareto-dominant si pour tout autre équilibre caractérisé par la même Proposition mais sous la condition initiale $a^{\sup(1)} \neq a^{\sup(2)}$, les deux inégalités suivantes sont simultanément vérifiées :

$$\begin{aligned}
\Pi_1^{(1)}\left(a_1\left(a_{r,1}\right), a_{r,1}\right) &< \Pi_1^{(2)}\left(a_1\left(a_{r,1}\right), a_{r,1}\right) \text{ pour tout } a_{r,1} \in \left[a_{r,u}, a_{r,d}\right], \\
\Pi_2^{(1)}\left(a_2\left(a^{\kappa}_{r,2}\right), a^{\kappa}_{r,2}\right) &< \Pi_2^{(2)}\left(a_2\left(a^{\kappa}_{r,2}\right), a^{\kappa}_{r,2}\right) \text{ pour tout } a^{\kappa}_{r,2} \in \left[a^{\kappa}_{r,u}, a^{\kappa}_{r,d}\right].
\end{aligned}$$

Proposition 9 : *L'équilibre Pareto-dominant est unique et est caractérisé par la condition initiale* $a^{\sup} = (a_{r,d} + a^{\kappa}_{r,d})/2$.

Une remarque est à mentionner sur l'équilibre défini par le système d'équations différentielles ordinaires (4.5) et (4.6) et par la condition initiale de la Proposition 9. Il n'est pas possible de trouver une solution explicite de cet équilibre asymétrique (ou, du moins, nous n'avons pas pu en déterminer une). Nous allons donc étudier les solutions numériques en nous concentrant sur l'équilibre Pareto-dominant. Toutefois, comme nous le mentionnons au début de cette section, il existe des cas dans lesquels nous pouvons nous dispenser d'une exploration numérique et caractériser l'équilibre analytiquement. Il s'agit d'abord du cas où le volume des ordres préférentiels reçu par le teneur de marché privilégié est si important que le prix-seuil de celui-ci est toujours supérieur au prix de vente le plus élevé que peut choisir son opposant ($a^{\kappa}_{r,u} \geq a^{\sup} = \left(a_{r,d} + a^{\kappa}_{r,d}\right)/2$). Ensuite, dans le cas où le *preferencing* n'est pas autorisé, il existe une solution explicite de l'équilibre (Biais (1993)).

Cas 2 : Equilibre si le flux d'ordres préférentiels est large ($\kappa \geq 2\,(I_u - I_d)$)

Lorsque $\kappa \geq 2\,(I_u - I_d)$, la Proposition 8 ne s'applique pas. Mais, dans ce cas, nous pouvons caractériser l'équilibre explicitement.

Proposition 10 : *Si* $\kappa \geq 2\,(I_u - I_d)$, *alors le teneur de marché* D_2 *choisit de coter son prix de réserve :* $a_2 = a^{\kappa}_{r,2}$. *Son concurrent* D_1 *cote le prix de vente suivant* $a_1 = a^{\kappa}_{r,u}$.

Dans le cas où le volume des ordres préférentiels est élevé, aucune concurrence n'est possible puisque le teneur de marché privilégié est en position effective[19] si courte qu'il ne peut espérer placer la meilleure offre du marché (i.e. $a^{\kappa}_{r,u} \geq (a_{r,d} + a^{\kappa}_{r,d})/2$). Si le teneur de marché D_1 choisit de coter un prix de vente juste inférieur au plus faible prix de réserve de son concurrent, D_1 est sûr de toujours placer la meilleure offre du marché et d'exécuter les ordres publics. Il n'a aucune pression concurrentielle exercée par le teneur de marché privilégié et perd toute incitation à placer des prix concurrentiels.

[19] On rappelle que la position 'effective' du teneur de marché privilégié est la position en date 2, i.e. une fois pris en compte le choc de liquidité provoqué par l'exécution obligatoire des ordres préférentiels sur le niveau initial du stock du teneur de marché.

Le Lien entre le cas général où $\kappa < 2(I_u - I_d)$ et le cas particulier où $\kappa \geq 2(I_u - I_d)$. Comme on le montre en annexes (Proposition 8 p. 145 et Proposition 9 p. 148), la condition initiale sur la borne supérieure $a^{\sup}$ détermine l'équilibre (en effet, la borne inférieure $a^{\inf}$ est une fonction implicite de $a^{\sup}$). Etant donné que $a^{\sup}$ est croissante avec la taille du flux d'ordres κ, la borne inférieure varie également avec κ, comme l'illustre la Figure 3.6. Lorsque $\kappa = 2(I_u - I_d)$, alors l'équilibre défini par le Theorème 8 et la Proposition 9 dégénère ($a^{\inf} = a^{\sup} = a^{\kappa}_{r,u}$) et l'équilibre est désormais caractérisé par la Proposition 10.

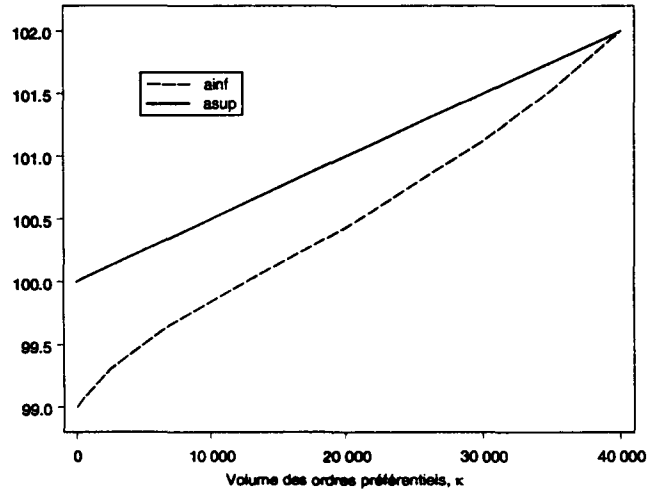


FIGURE 3.6 : Variation des bornes inférieure et supérieure lorsque le volume des ordres préférentiels κ devient large.

Cas où le *preferencing* n'est pas autorisé [Biais (1993)]

Dans cette section, on détermine les prix choisis par les teneurs de marché sur un marché fragmenté où le *preferencing* n'est pas autorisé. Dans ce cas, le flux d'ordres de taille κ est transmis au marché avec le flux d'ordres publics Q. Le prix de réserve $a_r(I_i, Q + \kappa)$ des teneurs de marché est donc caractérisé par la même loi uniforme de fonction de répartition F sur le support $[a_r(I_u, Q + \kappa), a_r(I_d, Q + \kappa)]$. Etant donné que les teneurs de marché sont symétriques, leurs stratégies sont également supposées symétriques, c'est-à-dire $v_1 = v_2 = v$ et $a_1 = a_2 = a_{NP}$. Dans ce cas, le système d'équations différentielles de

la Proposition 8 se simplifie et devient :

$$\frac{-\bar{F}'(v(y))}{\bar{F}(v(y))} \times v'(y) = \frac{1}{y - v(y)}, \tag{3.10}$$

sous les conditions initiales

$$a_{NP}^{\sup} = a_r(I_d, Q + \kappa) \text{ et } a_{NP}^{\inf} = \frac{a_r(I_u, Q + \kappa) + a_r(I_d, Q + \kappa)}{2}. \tag{3.11}$$

Il est direct de vérifier que l'équilibre décrit par l'équation différentielle (3.10) et les conditions initiales (3.11) est unique. En outre, il existe une solution analytique à cette équation différentielle qui est donnée par :

$$a_{NP}(a_r(I_i, Q + \kappa)) = a_r(I_i, Q + \kappa) + \gamma(a_r(I_i, Q + \kappa)), i = 1, 2$$

avec

$$\gamma(a_r(I_i, Q + \kappa)) = \frac{a_r(I_d, Q + \kappa) - a_r(I_i, Q + \kappa)}{2} \geq 0$$

Cette solution est identique à celle décrite dans le Corollaire 1 de Biais (1993). Les teneurs de marché en concurrence oligolistique choisissent des prix de vente plus élevés que les prix concurrentiels, *i.e.* strictement supérieurs à leur prix de réserve. Plus spécifiquement, le prix de vente s'écrit simplement :

$$a_{NP}(a_r(I_i, Q + \kappa)) = \frac{a_r(I_i, Q + \kappa) + a_r(I_d, Q + \kappa)}{2}.$$

Sur ce marché fragmenté où le *preferencing* n'est pas autorisé, le teneur de marché en position la plus longue est celui qui affiche la meilleure offre du marché et qui exécute le flux d'ordres publics $(Q + \kappa)$. Ce résultat est similaire à celui de Ho et Stoll (1983) en marché centralisé.

3.4.2 Impact du *preferencing* sur le choix des prix

Afin de comprendre l'impact du *preferencing* sur les stratégies de cotation des teneurs de marché, on analyse (i) la probabilité de coter le meilleur prix du marché puis (ii) l'agressivité de cotation des teneurs de marchés. On étudie la façon dont ces deux mesures se modifient avec le volume des ordres préférentiels (c'est-à-dire pour κ variant). Ces mesures sont approchées numériquement sauf dans le cas du *benchmark* (Biais (1993)) et dans le cas où κ est large ($\kappa \geq 2\,(I_u - I_d)$), où l'on dispose de solutions explicites des prix choisis. Le détail des expressions analytiques de ces deux mesures est alors donné en annexes dans les preuves concernant 'les caractéristiques des stratégies de cotation en marché fragmenté'(p. 162).

Stratégie de cotation du teneur de marché non privilégié

Comme la Figure 3.7 l'illustre, la probabilité que le teneur de marché non privilégié D_1 exécute le flux d'ordres publics augmente avec le volume des ordres préférentiels. En fait, plus le volume d'ordres préférentiels à exécuter est important, moins le teneur de marché privilégié peut placer de prix de vente faibles, ce qu'anticipe son concurrent D_1. Spécifiquement, la probabilité que le teneur de marché D_1 exécute les ordres publics passe de $1/2$ à 1, lorsque le volume des ordres préférentiels s'élève de 0 à $2(I_u - I_d)$ (Cas 2). De ce fait, le teneur de marché non privilégié place des prix de moins en moins agressifs, de moins en moins concurrentiels (voir Figure 3.8).

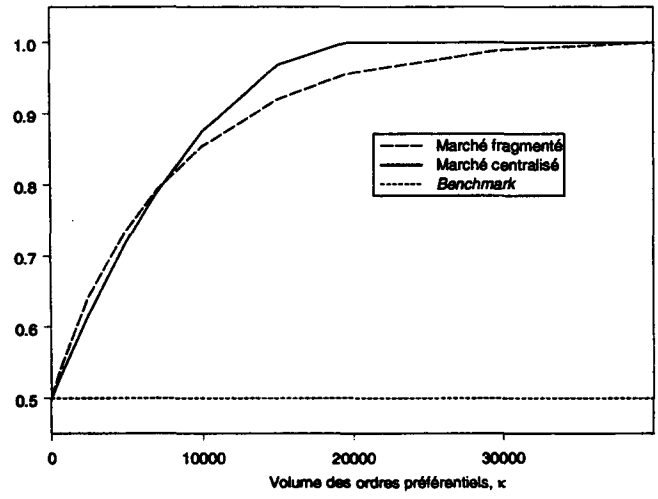


FIGURE 3.7 : Probabilité de D_1 de coter la meilleure offre

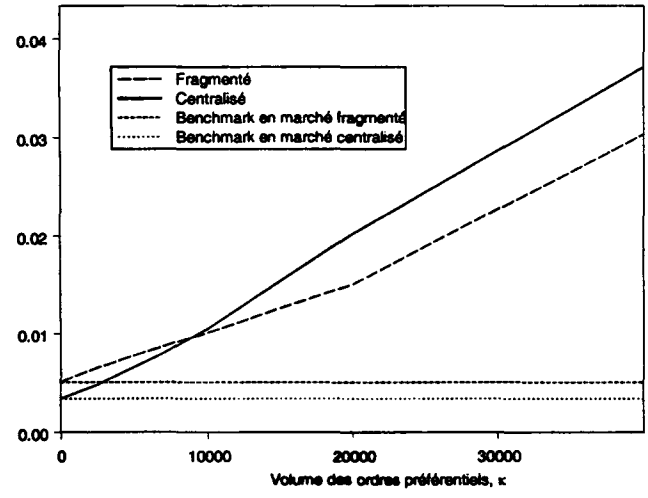


FIGURE 3.8 : Agressivité des prix choisis par D_1

Stratégie de cotation du teneur de marché privilégié

Plus le volume des ordres préférentiels est important, moins le teneur de marché est en position favorable pour afficher un prix de vente attractif et moins il a de chance de coter le meilleur prix du marché : la probabilité de placer le meilleur prix de vente à l'équilibre passe effectivement de 1/2 à 0 lorsque le volume des ordres préférentiels s'accroît de 0 à $2(I_u - I_d)$ (Figure 3.9). Intuitivement, du fait de sa moindre chance d'exécuter le flux

d'ordres publics, le teneur de marché privilégié devrait coter des prix de vente de plus en plus agressifs. Mais le comportement de cotation n'est pas aussi simple : l'agressivité de cotation du teneur de marché n'est pas monotone avec le volume des ordres préférentiels (voir Figure 3.10). Par exemple, si l'on suppose que la position initiale du teneur de marché privilégié est longue de 15 000 titres et le nombre de titres préférentiels est nul ($\kappa = 0$), alors une mesure de l'agressivité de ses prix est donnée par $\theta_2\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) = 0.75$. Si, désormais, il y a 500 titres préférentiels à exécuter, le teneur de marché diminue la pression concurrentielle de ses prix ($\theta_2\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) = 0.79$) et la diminue encore si le nombre de titres préférentiels est de $2,500$ (0.83). Mais, si le volume des ordres préférentiels est plus important, par exemple $\kappa = 7,000$, alors le teneur de marché privilégié cote des prix plus agressifs (θ_2 décroît à 0.72).

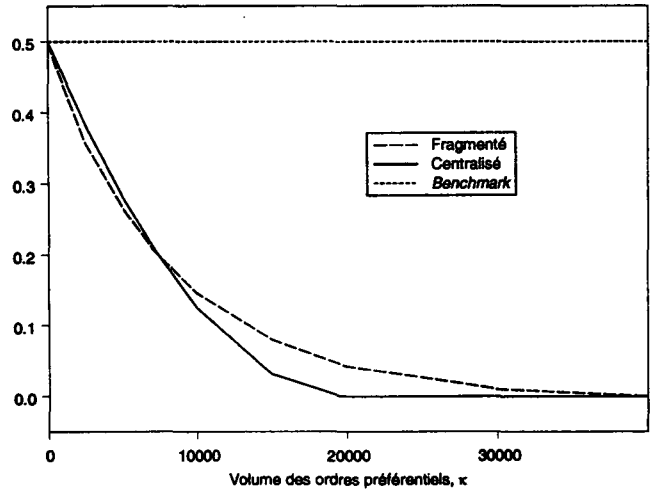


FIGURE 3.9 : Probabilité de D_2 de coter la meilleure offre

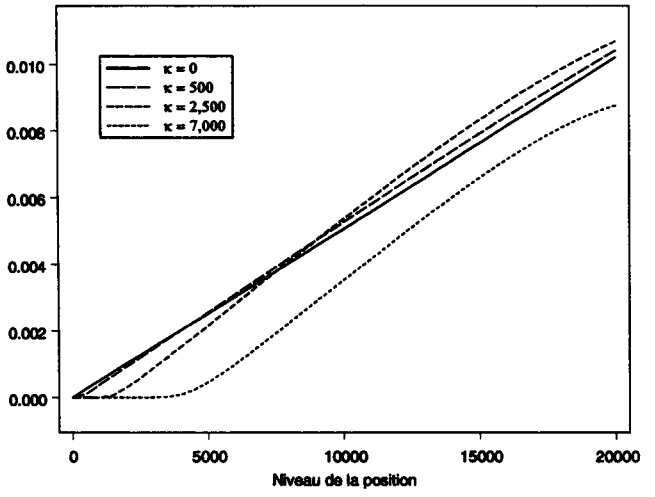


FIGURE 3.10 : Agressivité des prix choisis par D_2

L'explication de ce phénomène tient à la double asymétrie créée par la présence d'un flux d'ordres préférentiels :

(i) d'une part, le flux d'ordres préférentiels diminue les intérêts à la vente du teneur de marché puisque ce dernier doit tenir compte de coûts de production de la liquidité plus élevés. Son prix de vente de réserve étant décalé à la hausse, le teneur de marché a une moindre chance d'exécuter les ordres publics à l'équilibre, ce qui le pousse à placer des prix plus agressifs pour pallier cet effet (EFFET COUT). (Cet effet peut être montré en utilisant le critère de Dominance Stochastique énoncé et décrit, par exemple, par Maskin et Riley (2000).) ;

(ii) d'autre part, les ordres préférentiels étant captifs, le teneur de marché bénéficie d'une rente créée par ce monopole d'exécution au meilleur prix du marché, qui pousse le teneur de marché privilégié à choisir des prix de vente moins agressifs (EFFET MONOPOLE).

En fait, le flux d'ordres préférentiels modifie à la fois le support de la distribution de probabilité du prix de réserve du teneur de marché privilégié (EFFET COUT) et la loi de probabilité de ce même prix (EFFET MONOPOLE), ce qui modifie finalement le degré d'intensité de la concurrence entre les deux teneurs de marché. Cependant, à la différence des articles de recherche concernant les problèmes d'asymétrie dans les enchères hollandaises, cet essai combine deux types d'asymétrie qui génèrent au final une agressivité

ambigüe du teneur de marché privilégié. Plus important, cette double asymétrie élimine toute possibilité de recourir au critère de Dominance Stochastique qui permet de comparer le placement des cotations entre les deux concurrents. Si on ne peut établir un comportement clair du teneur de marché privilégié (tant que l'effet monopole domine l'effet coût, ses prix sont moins agressifs), on peut, toutefois, observer que son concurrent - le teneur de marché non privilégié - se révèle moins agressif dans le placement de ses prix.

3.4.3 *Preferencing* et performance des marchés

On analyse désormais l'impact du *preferencing* sur la fourchette de prix moyenne et sur les profits espérés des teneurs de marché. Dans le même temps, on compare les résultats obtenus en marché fragmenté à ceux obtenus en marché centralisé.

Fourchette de prix

Corollaire 6 : *Si le preferencing est autorisé, alors la fourchette de prix moyenne diffère d'une structure de marché à l'autre, toutes choses étant égales par ailleurs. Lorsque le volume des ordres préférentiels est important ($\kappa \geq 2(I_u - I_d)$), le meilleur prix de vente est en moyenne plus faible sur un marché fragmenté que sur un marché centralisé, i.e.*

$$E(\underline{a}) < \frac{a_{r,d}^{\kappa} + a_{r,u}^{\kappa}}{2} = E(\underline{a}^c),$$

où $E(\underline{a}) = E(a_1) = a_{r,u}^{\kappa}$.

Le *preferencing* est plus préjudiciable à une structure de marché centralisée que fragmentée, lorsque le volume des ordres préférentiels est important. Les fourchettes de prix moyennes sont effectivement plus larges que celles espérées sur les marchés fragmentés. Mais si le volume des ordres préférentiels est faible, c'est le contraire qui peut survenir comme l'illustre la Figure 3.11. Quoiqu'il en soit, dès que le *preferencing* est autorisé, les fourchettes de prix moyennes ne sont plus égales sur les deux structures de marché. Ce résultat diffère de celui de Biais (1993) qui concluait sur une équivalence des deux structures de marché en termes de prix moyens en absence de *preferencing*. En effet, les

asymétries générées par la présence des ordres préférentiels invalide le Théorème d'équivalence du revenu[20] qui permettait l'obtention de l'équivalence des fourchettes de prix moyennes entre les deux structures de marché.

On peut également montrer (numériquement pour $\kappa < 2(I_u - I_d)$ et analytiquement pour $\kappa \geq 2(I_u - I_d)$) que, dès que les contrats de préférence sont autorisés sur les marchés, que la structure soit centralisée ou fragmentée, les fourchettes de prix sont plus larges que celles qui s'établissent en moyenne sur un marché n'autorisant pas cette pratique : $E(\underline{a}^{NP}) < \min(E(\underline{a}^c), E(\underline{a}))$ (*cf.* Figure 3.11).

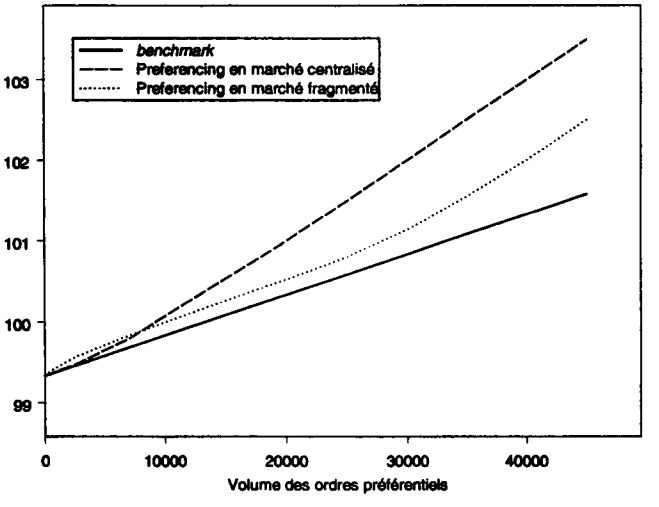


FIGURE 3.11 : Une comparaison des meilleurs prix de vente obtenus en moyenne (i) sur un marché n'autorisant par le *preferencing* ; sur un marché (ii) centralisé ou (iii) fragmenté permettant cette pratique.

Profits espérés des teneurs de marché

A. Profit espéré par le teneur de marché non privilégié.

Corollaire 7 : *Sur un marché à deux teneurs de marché où le volume des ordres préférentiels est important ($\kappa \geq 2(I_u - I_d)$), le teneur de marché non privilégié espère un*

[20]Le théorème d'équivalence du revenu est un résultat bien connu en théorie des enchères. Dans le cas présent, il implique que lorsque des teneurs de marché neutres vis-à-vis du risque ont les mêmes croyances sur la distribution de probabilité *symétrique* des coûts de leurs concurrents, alors toutes les procédures d'enchère sont *ex ante* équivalentes pour l'investisseur dans le sens où elles conduisent, en moyenne, au même prix de transaction.

profit plus élevé sur un marché centralisé que sur un marché fragmenté,

$$E(\Pi_1) = \left(\rho\sigma_v^2\kappa - \frac{(a_{r,d} - a_{r,u})}{2}\right) \times Q \leq \rho\sigma_v^2\kappa \times Q = E(\Pi_1^c).$$

Numériquement, ce résultat tient également si le volume des ordres préférentiels devient plus faible ($\kappa < 2(I_u - I_d)$).

Sur un marché fragmenté, D_1 cote des prix qui sont plus agressifs que sur un marché centralisé, pour des valeurs élevées de κ. La pression concurrentielle étant plus forte, l'effet-prix est moins important. En conséquence, les profits moyens de D_1 sont plus faibles sur le marché fragmenté que centralisé, dans ce cas.

En outre, même si le teneur de marché est privé de l'accès aux ordres préférentiels sur un marché autorisant le *preferencing*, il existe des valeurs des paramètres pour lesquelles son profit espéré est plus élevé que sur un marché ne l'autorisant pas (*benchmark*). Cependant, l'ensemble des paramètres vérifiant ce résultat est plus petit sur un marché fragmenté que celui obtenu sur un marché centralisé : le désavantage de la perte en volume potentiel n'est compensé par les effets positifs[21] des accords de préférence que si le volume des ordres préférentiels est assez large, et, surtout, plus large que sur un marché centralisé, i.e. $E(\Pi_1) \geq E(\Pi_1^{NP})$ pour $\kappa \geq \underline{\kappa}^{\text{fr}}(Q)$, où numériquement, on trouve que $\underline{\kappa}^{\text{fr}}(Q) > \underline{\kappa}(Q)$ (*cf.* Corollaire 4). La Figure 3.12 illustre cet effet.

[21] On rappelle qu'il s'agit (i) de l'effet prix dû à l'élargissement des fourchettes de prix et (ii) de l'effet chance dû à la plus grande probabilité de placer le meilleur prix de vente à l'équilibre (*cf.* section 3.3.2).

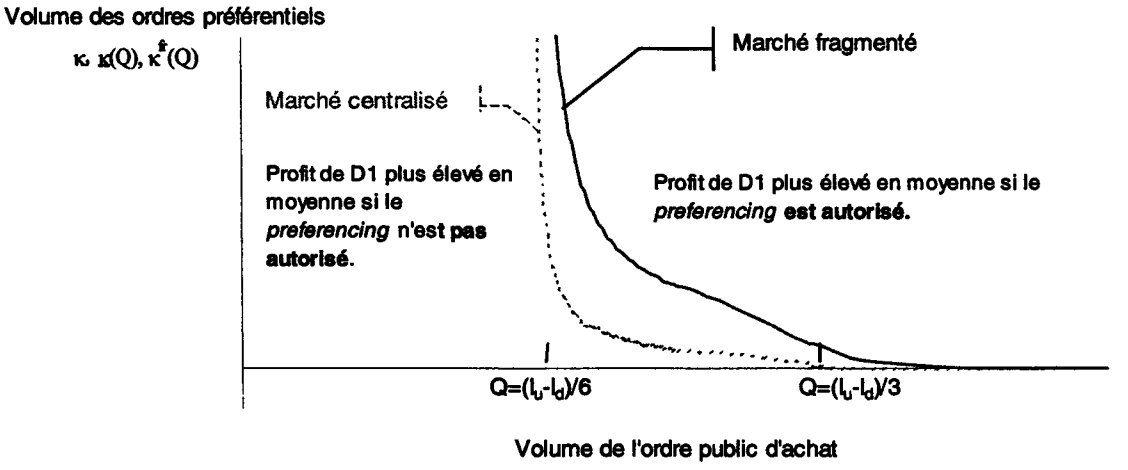


FIGURE 3.12 : Profits espérés par D_1 (i) sur un marché n'autorisant pas le *preferencing* (ii) sur un marché l'autorisant (en pointillé marché centralisé et en plein, marché fragmenté).

En conclusion, même si le teneur de marché ne bénéficie pas directement des ordres préférentiels, il existe, toutefois, des valeurs de paramètres pour lesquelles il profite d'un pouvoir de marché accru lui permettant de réaliser plus de profits en moyenne.

B. Profit espéré par le teneur de marché privilégié. Ainsi que nous l'avons soulevé dans la discussion de la Section 3.2.2, le flux d'ordres préférentiels génère deux risques supplémentaires auxquels le teneur de marché privilégié doit faire face. Premièrement, les ordres préférentiels doivent être exécutés quelle que soit la position du teneur de marché (il n'est pas en mesure de refuser les échanges à moins de mettre en péril sa relation avec le courtier, par hypothèse). Deuxièmement, le teneur de marché doit faire face au risque d'exécution en prix : il doit s'aligner sur la meilleure offre du marché qu'il a moins de chance de coter à l'équlibre. La meilleure offre peut même être inférieure à son prix de réserve ($a_r(I_2, \kappa) > \underline{a} \in [a^{\inf}, a^{\sup}]$). En conséquence, l'obligation de meilleure exécution le contraint, pour certains niveaux de sa position, à faire des pertes.

Corollaire 8 : *Supposons $\kappa < 2(I_u - I_d)$, alors, sur un marché fragmenté, la probabilité que le teneur de marché privilégié exécute des ordres préférentiels à un prix de vente inférieur à son prix de réserve n'est pas nulle à l'équilibre.*

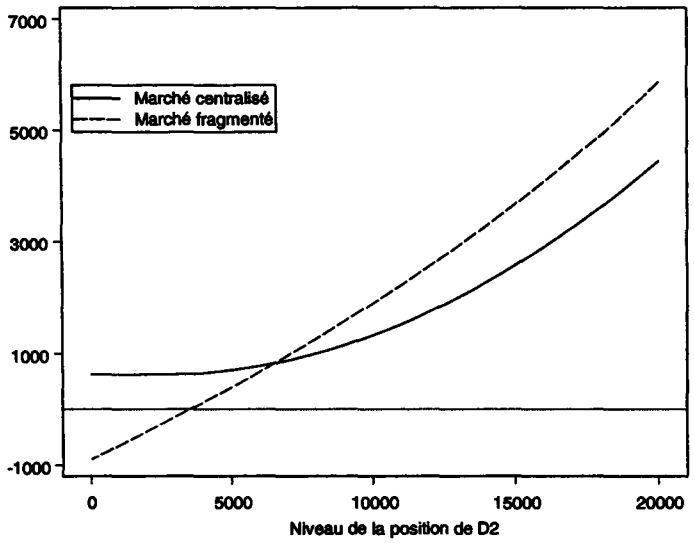


FIGURE 3.13 : Exemple de pertes encourues par le teneur de marché privilégié

Le résultat peut paraître surprenant. Premièrement, ce risque n'existe pas sur un marché centralisé à deux teneurs de marché. Deuxièmement, le teneur de marché étant en situation de monopole sur sa demande captive, les pertes potentielles ne sont pas un résultat habituel de la littérature sur les positions dominantes des monopoleurs. Ce résultat peut, également, sembler surprenant au regard de la théorie des enchères : un enchérisseur s'abstiendra d'annoncer un prix plutôt que de réaliser des pertes. L'obligation de meilleure exécution assortie à la direction préférentielle des ordres captifs produit donc un effet mis en lumière dans ce modèle, qui est celui de la probabilité strictement positive d'encourir des pertes à l'équilibre. Le Corollaire 8 suggère ainsi une explication aux résultats empiriques de Hansh, Naik et Viswanathan (1999) qui trouvent que les teneurs de marché privilégiés ne font pas de profits significativement différents de zéro.

Notons également que les pertes du teneur de marché pourraient être encore plus importantes si le teneur de marché non privilégié n'observait pas si son concurrent exécute ou non des ordres préférentiels. En effet, le meilleur prix de vente sur lequel doit s'aligner le teneur de marché privilégié est en moyenne plus faible dans un tel cadre (*cf.* le Troisième Essai).

Corollaire 9 : *Sur un marché à deux teneurs de marché où le volume des ordres préfé-*

rentiels est important ($\kappa \geq 2(I_u - I_d)$), le profit espéré par le teneur de marché privilégié est plus élevé sur un marché centralisé que sur un marché fragmenté :

$$E(\Pi_2^c) > E(\Pi_2) = \frac{\rho\sigma_v^2(\kappa + Q) - (a_{r,u} - a_{r,d})}{2} \times \kappa > 0.$$

Lorsque le volume des ordres préférentiels est plus faible, il existe un ensemble de paramètres tels que les profits moyens du teneur de marché privilégié soient plus élevés sur un marché fragmenté, même si celui-ci encourt des pertes dans une telle structure.

La deuxième partie - ambigüe - du résultat provient des effets discutés dans la section précédente. Tant que l'effet monopole domine l'effet coût, la moindre agressivité de placement des prix du teneur de marché privilégié contribue à dégrader la meilleure offre et permet aux deux teneurs de marché de générer des rentes plus larges dans un marché fragmenté que dans un marché centralisé.

Observons également que lorsque la demande préférentielle est si large qu'elle occulte toute chance pour le teneur de marché privilégié de placer le meilleur prix de vente ($\kappa \geq 2(I_u - I_d)$)), ce dernier réalise tout de même des profits en exécutant les ordres préférentiels, car l'absence de concurrence élimine chez son concurrent toute incitation à coter des prix de vente faibles. En outre, comme l'illustre la Figure 3.14, les profits du teneur de marché privilégié sont toujours plus élevés sur les marchés autorisant les accords de préférence, malgré les pertes encourues pour certains niveaux initiaux de son stock d'actif risqué.

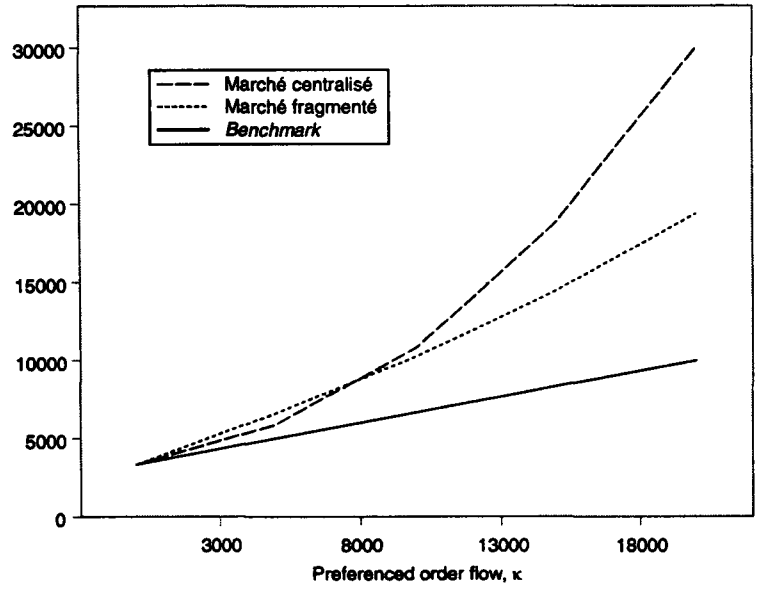


FIGURE 3.14 : Profits espérés par D_2 (i) sur un marché n'autorisant pas le *preferencing* (ii) sur un marché l'autorisant (en pointillé marché centralisé et en plein, marché fragmenté).

En conclusion, on a montré que le *preferencing* accroît le pouvoir de marché des teneurs de marché leur permettant ainsi de dégager des rentes supra-concurrentielles généralement plus élevées que celles obtenues dans une situation où ce type de pratique ne serait pas autorisée. Logiquement, on observe aussi que les fourchettes de prix moyennes s'élargissent. Ces résultats corroborent donc les soupçons des autorités de marchés mentionnés en introduction. Toutefois, nous avons également montré que cette pratique peut entraîner des pertes pour les teneurs de marché privilégiés pour certaines réalisations de leur prix de réserve.

Tableau 3.1 : Récapitulatif de l'impact du *preferencing* sur les profits espérés par les teneurs de marché et sur les fourchettes de prix

Selon la structure de marché considérée, le tableau propose une comparaison des profits espérés (resp. de la fourchette de prix moyenne) lorsque le *preferencing* est autorisé par rapport à ceux (resp. celle) obtenu(e)s lorsque cette pratique n'est pas autorisée.

	Structure de marché	
Impact du *preferencing* sur :	Centralisée	Fragmentée
Profits espérés	D_1 : ambigu	D_1 : ambigu
	D_2 : positif	D_2 : positif
Fourchettes de prix	Elargissement	Elargissement

3.5 Robustesse

On peut s'interroger sur ce qu'il advient des résultats du modèle si on inclut désormais l'hypothèse, couramment admise dans la littérature (voir Parlour et Rajan (2002), par exemple), d'un paiement versé par le teneur de marché privilégié au courtier pour que ce dernier lui dirige les ordres sans les exposer au marché. On peut, également, se demander si les résultats sont encore valides si l'on suppose une incertitude *ex post* (après affichage des cotations) sur la réception d'un flux d'ordres préférentiels.

Paiement pour le flux d'ordres. En 1999, Knight Securities versait à ses courtiers externes 3 cents pour chaque action reçue de manière préférentielle. Supposons désormais que le teneur de marché D_2 offre aux courtiers un paiement pour les ordres qu'ils lui dirigent sans les exposer au marché. On note τ le paiement en espèces par action. Alors, on montre (voir la preuve en annexes) que ce paiement n'intervient pas dans la détermination du prix-seuil du teneur de marché privilégié puique ce dernier s'écrit toujours dans ce cadre :

$$a_{r,2}^{\kappa} = \mu + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left(Q - 2\left(I_2 - \kappa\right)\right).$$

Comme dans les sections précédentes, le teneur de marché privilégié n'est pas incité à coter un prix de vente inférieur à ce prix-seuil (Lemme 5). Les stratégies d'équilibre dans un marché centralisé comme dans un marché décentralisé sont donc inchangées. Seul le

profit réalisé par le teneur de marché privilégié se réduit du montant du paiement pour le flux des ordres préférentiels.

Incertitude sur la réception du flux d'ordres préf érentiels.

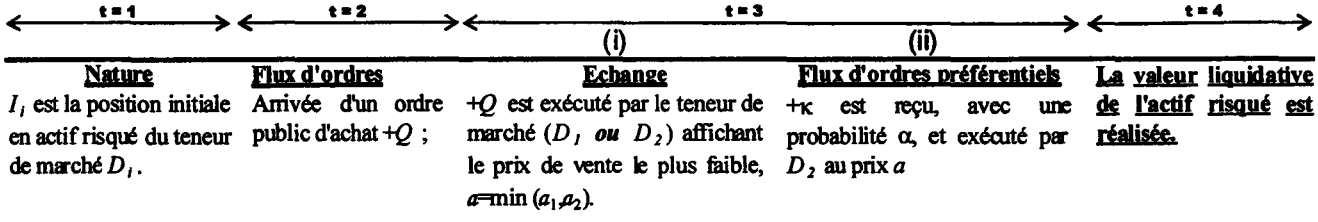


FIGURE 3.15 : Une autre séquence des événements

Supposons désormais que les deux teneurs de marché choisissent d'abord les prix de vente (date 2) et qu'ensuite (à la date 3), le teneur de marché privilégié reçoive, avec une probabilité α, des ordres préférentiels à exécuter au meilleur prix qui vient de s'établir sur le marché. Cette nouvelle séquence altère-t-elle les résultats précédents ?

A la date 3 (i), le profit du teneur de marché privilégié est le suivant :

$$\pi_2(a_2, a_1, I_2) = \begin{cases} \alpha \times (\, a_1 - a_r(I_2, \kappa)) \times \kappa & \text{si } a_2 > a_1 \\ (a_2 - a_r(I_2, Q)) \times Q + \alpha \times (\, a_2 - a_r((I_2 - Q), \kappa)) \times \kappa & \text{si } a_2 < a_1 \end{cases}$$

En conséquence, le prix-seuil $a_{r,2}^{\kappa,\alpha}$ du teneur de marché est solution de l'équation suivante :

$$\alpha \times (a_{r,2}^{\kappa,\alpha} - a_r(I_2, \kappa)) \times \kappa = \left(a_{r,2}^{\kappa,\alpha} - a_r(I_2, Q)\right) \times Q + \alpha \times (a_{r,2}^{\kappa,\alpha} - a_r((I_2 - Q), \kappa)) \times \kappa$$

ou encore

$$a_{r,2}^{\kappa,\alpha} = \mu + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}(Q - 2I_2) + \rho\sigma_v^2 \times \kappa_\alpha$$

où $\kappa_\alpha = \alpha \times \kappa$. Le prix-seuil reflète l'anticipation du teneur de marché de la possibilité d'exécuter les ordres préférentiels. C'est une stratégie totalement conforme au comportement des teneurs de marché du LSE observé par Hansh et al. (1998, p.1640) : "*If a market-maker is aware of the trade, then in anticipation, he may enter into transactions*

to build up an inventory position.".

Les stratégies d'équilibre décrites dans la Proposition 6 et la Proposition 8 sont désormais fonctions des prix $a_{r,1}$ et $a_{r,2}^{\kappa,\alpha}$.

3.6 Conclusion

Cet essai étudie la façon dont le *preferencing* affecte les stratégies de cotation de deux teneurs de marché averses au risque, dont les positions initiales dans l'actif risqué diffèrent. Nous supposons qu'il existe deux types de flux d'ordres dirigés vers les teneurs de marché : un flux d'ordres publics transmis au marché et un flux d'ordres captifs dirigé exclusivement sur un des deux teneurs de marché. En contrepartie des ordres préférentiels, le teneur de marché privilégié est tenu de les exécuter aux meilleurs prix du marché. On montre que l'existence des ordres préférentiels a un impact négatif sur la concurrence puisque ces ordres atténuent la pression concurrentielle entre les deux teneurs de marché. Par conséquent, les fourchettes de prix s'élargissent, au détriment des investisseurs. On trouve également que ce type de contrat, génèrateur de risques supplémentaires pour le teneur de marché désigné, peut entraîner des pertes pour certaines réalisations de son prix de réserve. En outre, on montre que les ordres préférentiels ont un impact sur le lien entre positions et cotations des teneurs de marché. Sur un marché autorisant le *preferencing*, ce ne sont plus nécessairement les teneurs de marché avec les positions les plus extrêmes qui cotent les meilleurs prix du marché, ce qui diffère des prédictions testables du modèle de Ho et Stoll (1983).

En conclusion, on rappelle que l'analyse de l'impact du *preferencing* sur la qualité d'exécution des transactions requiert de prendre en compte plus de paramètres que ceux choisis dans cet essai, comme, par exemple, l'augmentation de la vitesse d'exécution. Cependant, il demeure que les investisseurs particuliers dont les ordres ne sont pas transmis de manière préférentielle souffrent de l'impact de ces accords sur les fourchettes de prix.

3.7 Annexes du Deuxième Essai

Rappelons que la fonction de répartition de la variable aléatoire (v.a.) $a_{r,1}$ de loi uniforme sur $[a_{r,u}, a_{r,d}]$ est notée F tandis que la fonction de répartition du prix-seuil $a_{r,2}^{\kappa}$ de loi uniforme sur $\left[a_{r,u}^{\kappa}, a_{r,d}^{\kappa}\right]$ est notée F_{κ}. Ces deux v.a. sont supposées indépendantes puisque les positions initiales des deux teneurs de marché sont indépendantes.

3.7.1 Preuve du Lemme 5

Directe

3.7.2 Preuve de la Proposition 6

Pour établir les stratégies d'équilibre des teneurs de marché, nous devons distinguer deux cas : le cas 1 où les teneurs de marché ont tous deux une chance de coter le meilleur prix de vente à l'équilibre et le cas 2 où le volume des ordres préférentiels est si large que le teneur de marché privilégié n'a aucune chance d'afficher le meilleur prix à l'équilibre : κ est tel que $a_{r,u}^{\kappa} > a_{r,d} \Longleftrightarrow \kappa > (I_u - I_d)$.

Cas 1 $(0 < \kappa \leq (I_u - I_d))$

Montrons que

$$a_2^c = \begin{cases} a_{r,1} - \varepsilon & \text{si } a_{r,2}^{\kappa} < a_{r,1} \\ a_{r,2}^{\kappa} & \text{sinon.} \end{cases}$$

est une meilleure réponse à la stratégie $a_1^c(.)$ de D_1.

(i) Si $a_{r,1} > a_{r,2}^{\kappa}$

Si le teneur de marché privilégié D_2 choisit un prix $a_2^c < a_1^c = a_{r,1}$, alors D_2 cote le plus faible prix de vente avec une probabilité 1. Dans ce cas, il est optimal de choisir a_2^c aussi proche que possible de a_1^c. On en déduit :

$$a_2^c = a_{r,1} - \varepsilon.$$

où ε est une constante strictement positive, arbitairement petite.

En effet, si D_2 choisit $a_2^c \geq a_1^c$, la probabilité de coter le plus faible prix serait nulle ou strictement inférieure à 1. Le choix d'un tel prix n'est donc pas optimal.

(ii) Si $a_{r,2}^\kappa > a_{r,1}$. Dans ce cas la stratégie de D_1est de coter $a_1^c = a_{r,2}^\kappa - \varepsilon$

Si D_2l choisit un prix inférieur à a_1^c, alors il exécute les ordres publics avec une probabilité 1. Mais son profit est inférieur à celui qu'il aurait obtenu s'il n'avait pas dévié et n'avait pas eu à exécuter les ordres publics : $\underbrace{\left(a_1^c - \varepsilon - a_{r,2}^\kappa\right)}_{<0 \text{ par hypothèse}} \times (Q + \kappa) + \rho\sigma_v^2 \times \kappa/2 < \left(a_1^c - a_{r,2}^\kappa\right) \times \kappa + \rho\sigma_v^2 \times \kappa/2$. En conséquence, D_2 choisit le prix $a_2^c = a_{r,2}^\kappa$ pour lequel il a une probabilité nulle d'exécuter les ordres publics[22].

On adopte le même raisonnement pour montrer que

$$a_1^c = \begin{cases} a_{r,2}^\kappa - \varepsilon & \text{si } a_{r,1} < a_{r,2}^\kappa \\ a_{r,1} & \text{sinon.} \end{cases}$$

est une meilleure réponse à la stratégie de D_2.

Cas 2 ($\kappa > (I_u - I_d)$)

Supposons que la stratégie du teneur de marché privilégié soit d'afficher son prix-seuil $a_2^c = a_{r,2}^\kappa$, alors la meilleure réponse de son concurrent est de coter un prix de vente juste inférieur $a_1^c = a_2^c - \varepsilon = a_{r,2}^\kappa - \varepsilon$. Par un raisonnement identique à (ii), on peut montrer que toute déviation de cette stratégie en pratiquant un prix de vente inférieur au prix-seuil conduit le teneur de marché privilégié à réaliser des profits d'échange strictement inférieurs. Afficher le prix-seuil est donc la stratégie optimale du teneur de marché privilégié dans ce cas.■

[22] Le teneur de marché D_1 est, en fait, indifférent entre coter tout prix de vente égal ou supérieur à son prix de réserve, choix qui ne changerait pas l'issue du jeu dans ce cas. Mais choisir de coter son prix de réserve est la meilleure réponse.

3.7.3 Preuve du Corollaire 1

Détermination de la probabilité *ex ante* d'afficher le meilleur prix de vente En utilisant la stratégie de cotation du teneur de marché D_2 (voir Proposition 6), pour $\kappa \leq (I_u - I_d)$, on en déduit que :

$$\begin{aligned}\Pr\left(D_2 \text{ affiche le meilleur prix de vente}\right) &= \int_{a_{r,d}}^{a_{r,d}^{\kappa}} 0 \times f_{\kappa}(x)\,dx + \int_{a_{r,u}^{\kappa}}^{a_{r,d}} \frac{a_{r,d} - x}{a_{r,d} - a_{r,u}} \times f_{\kappa}(x)\,dx \\ &= \frac{1}{2} - \frac{\kappa}{(I_u - I_d)} + \frac{\kappa^2}{2(I_u - I_d)^2}. \end{aligned} \tag{3.12}$$

Etant donné que $\kappa \leq (I_u - I_d)$, le teneur de marché privilégié a donc une probabilité d'afficher le meilleur prix de vente qui est *décroissante* avec le volume des ordres préférentiels.■

Agressivité de cotation sur un marché centralisé D'après la Proposition 6, l'agressivité de cotation du teneur de marché D_2 lorsque son prix-seuil s'élève à $a_{r,2}^{\kappa}$ est :

$$\begin{aligned}\theta_2^c\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) &= 0\mathbf{1}_{a_{r,d} \leq a_{r,2}^{\kappa}} + \frac{E\left(a_{r,1} \mid a_{r,2}^{\kappa} < a_{r,1}\right) - a_{r,2}^{\kappa}}{a_{r,2}^{\kappa}} \Pr\left(a_{r,2}^{\kappa} < a_{r,1}\right) \mathbf{1}_{a_{r,d} > a_{r,2}^{\kappa}} \\ &= \frac{\int_{a_{r,2}^{\kappa}}^{a_{r,d}} x f(x)\,dx - a_{r,2}^{\kappa} \times \bar{F}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right)}{a_{r,2}^{\kappa}} \mathbf{1}_{a_{r,d} > a_{r,2}^{\kappa}} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\left(a_{r,d} - a_{r,2}^{\kappa}\right)^2}{(a_{r,d} - a_{r,u}) \times a_{r,2}^{\kappa}} \mathbf{1}_{a_{r,d} > a_{r,2}^{\kappa}}. \end{aligned} \tag{3.13}$$

Par conséquent, *ex ante*, cette agressivité est de

$$\begin{aligned}E\left(\theta_2^c\right) &= \int_{a_{r,u}^{\kappa}}^{a_{r,d}} \frac{(a_{r,d} - x)^2}{2(a_{r,d} - a_{r,u}) \times x} f_{\kappa}(x)\,dx \\ &= \frac{(a_{r,d})^2 \times \ln\left(\frac{a_{r,d}}{a_{r,u}^{\kappa}}\right) + \frac{(a_{r,d})^2}{2} - \frac{\left(a_{r,u}^{\kappa}\right)^2}{2} + 2a_{r,d}\left(a_{r,u}^{\kappa} - a_{r,d}\right)}{2(a_{r,d} - a_{r,u})^2}.\blacksquare \end{aligned} \tag{3.14}$$

3.7.4 Preuve du Corollaire 2

A. Détermination de la probabilité *ex ante* d'afficher le meilleur prix de vente En utilisant la stratégie de cotation du teneur de marché D_1 (voir Proposition 6), pour

$\kappa \leq (I_u - I_d)$, on en déduit que :

$$\begin{aligned}
\Pr\left(D_1 \text{ affiche le meilleur prix de vente}\right) &= \Pr\left(a_{r,1} < a_{r,2}^{\kappa}\right) \\
&= \int_{a_{r,u}}^{a_{r,u}^{\kappa}} f(x)\,dx + \int_{a_{r,u}^{\kappa}}^{a_{r,d}} \frac{a_{r,d}^{\kappa} - x}{a_{r,d} - a_{r,u}} \times f(x)\,dx \\
&= \frac{\rho\sigma_v^2\kappa}{(a_{r,d} - a_{r,u})} - \frac{\left[\left(a_{r,d}^{\kappa} - x\right)^2\right]_{a_{r,u}^{\kappa}}^{a_{r,d}}}{2\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)^2} \\
&= \frac{\rho\sigma_v^2\kappa}{(a_{r,d} - a_{r,u})} + \frac{\left(a_{r,d}^{\kappa} - a_{r,u}^{\kappa}\right)^2}{2\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)^2} - \frac{\left(a_{r,d}^{\kappa} - a_{r,d}\right)^2}{2\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)^2} \\
&= \frac{1}{2} + \frac{\kappa}{(I_u - I_d)} - \frac{\kappa^2}{2\left(I_u - I_d\right)^2} \qquad (3.15)
\end{aligned}$$

Etant donné que $\kappa \leq (I_u - I_d)$, le teneur de marché non privilégié a donc une probabilité d'afficher le meilleur prix de vente qui est *croissante* avec le volume des ordres préférentiels.■

B. Agressivité de cotation On procède en deux étapes : (i) on détermine d'abord l'espérance de l'agressivité de cotation de D_1, conditionnelle au niveau de son prix de réserve $a_{r,1}$, puis (ii) on détermine l'agressivité pour tout niveau du prix de réserve $a_{r,1}$.

D'après la Proposition 6, pour tout niveau du prix de réserve de son concurrent, l'agressivité du teneur de marché D_1 lorsque son prix de réserve est $a_{r,1}$ s'écrit :

$$\begin{aligned}
\theta_1^c(a_{r,1}) &= \frac{\left(E\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) - a_{r,1}\right)}{a_{r,1}} \mathbf{1}_{a_{r,1} < a_{r,u}^{\kappa}} + \frac{\left(E\left(a_{r,2}^{\kappa} \mid a_{r,1} < a_{r,2}^{\kappa}\right) - a_{r,1}\right)}{a_{r,1}} \times \Pr\left(a_{r,1} < a_{r,2}^{\kappa}\right) \mathbf{1}_{a_{r,1} \geq a_{r,u}^{\kappa}} \\
&= \frac{\left(\frac{a_{r,u}^{\kappa} + a_{r,d}^{\kappa}}{2} - a_{r,1}\right)}{a_{r,1}} \mathbf{1}_{a_{r,1} < a_{r,u}^{\kappa}} + \frac{\left(\int_{a_{r,1}}^{a_{r,d}^{\kappa}} x f_{\kappa}(x)\,dx - a_{r,1}\bar{F}_{\kappa}(a_{r,1})\right)}{a_{r,1}} \mathbf{1}_{a_{r,1} \geq a_{r,u}^{\kappa}} \\
&= \left(\frac{a_{r,u}^{\kappa} + a_{r,d}^{\kappa}}{2 \times a_{r,1}} - 1\right) \mathbf{1}_{a_{r,1} < a_{r,u}^{\kappa}} + \frac{1}{2} \times \frac{\left(a_{r,d}^{\kappa} - a_{r,1}\right)^2}{(a_{r,d} - a_{r,u}) \times a_{r,1}} \mathbf{1}_{a_{r,1} \geq a_{r,u}^{\kappa}}. \qquad (3.16)
\end{aligned}$$

Par conséquent, *ex ante* (pour toute réalisation de son prix de réserve), l'agressivité

de D_1 est :

$$\begin{aligned} E\left(\theta_1^c\right) &= \int_{a_{r,u}}^{a_{r,u}^\kappa} \left(\frac{a_{r,u}^\kappa + a_{r,d}^\kappa}{2 \times x} - 1\right) f(x)\, dx + \int_{a_{r,u}^\kappa}^{a_{r,d}} \frac{\left(a_{r,d}^\kappa - x\right)^2}{2\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right) \times x} f(x)\, dx \\ &= \frac{\frac{a_{r,u}^\kappa + a_{r,d}^\kappa}{2} \times \ln\left(\frac{a_{r,u}^\kappa}{a_{r,u}}\right) - \rho\sigma_v^2\kappa}{a_{r,d} - a_{r,u}} + \frac{\left(a_{r,d}^\kappa\right)^2 \times \ln\left(\frac{a_{r,d}}{a_{r,u}^\kappa}\right) + 2a_{r,d}^\kappa\left(a_{r,u}^\kappa - a_{r,d}\right) + \frac{1}{2}\left(a_{r,d}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(a_{r,u}^\kappa\right)^2}{2\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)^2} \end{aligned} \tag{3.17}$$

Note : Les équations (3.12), (3.14), (3.15), et (3.17) sont utilisées dans les Figures 3.7, 3.8, 3.9 et 3.10 avec la valeur des paramètres suivants : $\rho = 1$, $\mu = 100\$$, $\sigma_v^2 = \frac{1}{10{,}000}$; $Q = 2,500$ unités d'actif risqué publiques ; $I_d = 0$ et $I_u = 20,000$ unités d'actif risqué.■

3.7.5 Preuve du Corollaire 3

On procède à la détermination de l'espérance du meilleur prix de vente *sur un marché centralisé à deux teneurs de marché* en trois étapes. On commence d'abord par déterminer la meilleure offre espérée sur un marché autorisant le *preferencing*. Puis, on rappelle l'expression de l'espérance de la meilleure offre sur un marché n'autorisant pas le *preferencing*. Enfin, on détermine laquelle des deux offres est la plus compétitive en moyenne.

Détermination de la meilleure offre espérée sur un marché autorisant le *preferencing*

Pour procéder au calcul de la meilleure offre dans ce cas, nous devons distinguer deux situations :

1. Lorsque le volume des ordres préférentiels est tel que $\kappa > (I_u - I_d)$, alors, à l'équilibre, le teneur de marché non privilégié cote $a_1^c = a_{r,2}^\kappa - \varepsilon$. Ce prix de vente constitue la meilleure offre avec une probabilité 1. On en déduit que,

$$E\left(\underline{a}^c\right) = E\left(a_1^c\right) = E\left(a_{r,2}^\kappa\right) = \frac{a_{r,d}^\kappa + a_{r,u}^\kappa}{2} \text{ si } \kappa > (I_u - I_d).$$

2. Lorsque le volume des ordres préférentiels est tel que $\kappa \leq (I_u - I_d)$, alors, d'après les stratégies de cotation de la Proposition 6, on en déduit que la meilleure offre est donnée

par $\underline{a}^c = \max\left(a_{r,1}, a_{r,2}^{\kappa}\right)$. Déterminons la fonction de répartition de cette v.a. est :

$$\Pr(\max\left(a_{r,1}, a_{r,2}^{\kappa}\right) < x) = \Pr\left(a_{r,1} < x\right) \times \Pr\left(a_{r,2}^{\kappa} < x\right)$$

Si nous notons F_M la fonction de répartition de la v.a. $\max\left(a_{r,1}, a_{r,2}^{\kappa}\right)$, alors F_M satisfait

$$\begin{aligned} F_M(x) &= F(x) F_{\kappa}(x) \\ &= \frac{(x - a_{r,u})}{(a_{r,d} - a_{r,u})} \frac{\left(x - a_{r,u}^{\kappa}\right)}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - a_{r,u}^{\kappa}\right)} \mathbf{1}_{\left[a_{r,u}^{\kappa}, a_{r,d}\right]} + \frac{\left(x - a_{r,u}^{\kappa}\right)}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - a_{r,u}^{\kappa}\right)} \mathbf{1}_{\left[a_{r,d}, a_{r,d}^{\kappa}\right]}. \end{aligned}$$

Déterminons alors l'espérance de la meilleure offre :

$$\begin{aligned} E\left(\underline{a}^c\right) &= E\left(\max\left(a_{r,1}, a_{r,2}^{\kappa}\right)\right) \\ &= \int_0^{+\infty} x dF_M(x) \\ &= \int_0^{+\infty} \bar{F}_M(x)\, dx \end{aligned}$$

où $\bar{F}_M$ est la fonction de survie telle que $\bar{F}_M(x) = 1 - F_M(x)$.

On en déduit donc que :

$$E\left(\underline{a}^c\right) = a_{r,u}^{\kappa} + \int_{a_{r,u}^{\kappa}}^{a_{r,d}^{\kappa}} \bar{F}_M(x)\, dx \tag{3.18}$$

Remarquons que

$$\begin{aligned} \int_{a_{r,u}^{\kappa}}^{a_{r,d}^{\kappa}} \bar{F}_M(x)\, dx &= \int_{a_{r,u}^{\kappa}}^{a_{r,d}^{\kappa}} \left(1 - F(x) F_{\kappa}(x)\right) dx \\ &= \left(a_{r,d}^{\kappa} - a_{r,u}^{\kappa}\right) - \int_{a_{r,u}^{\kappa}}^{a_{r,d}} \frac{(x - a_{r,u})}{(a_{r,d} - a_{r,u})} \frac{\left(x - a_{r,u}^{\kappa}\right)}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - a_{r,u}^{\kappa}\right)} dx - \int_{a_{r,d}}^{a_{r,d}^{\kappa}} \frac{\left(x - a_{r,u}^{\kappa}\right)}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - a_{r,u}^{\kappa}\right)} dx \end{aligned}$$

Après quelques manipulations algébriques, cette expression s'écrit :

$$\int_{a_{r,u}^{\kappa}}^{a_{r,d}^{\kappa}} \bar{F}_M(x)\, dx = \frac{(a_{r,d} - a_{r,u})}{2} + \frac{(a_{r,d} - a_{r,u})}{6} \left(1 - \frac{\rho \sigma_v^2 \kappa}{(a_{r,d} - a_{r,u})}\right)^3$$

En remplaçant cette expression dans (3.18), on obtient :

$$\begin{aligned} E\left(\underline{a}^{c}\right) &= a_{r,u}^{\kappa} + \frac{\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)}{2} + \frac{\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)}{6}\left(1 - \frac{\rho\sigma_v^2\kappa}{\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)}\right)^3 \\ &= \rho\sigma_v^2\kappa + \frac{\left(a_{r,d} + a_{r,u}\right)}{2} + \frac{\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)}{6}\left(1 - \frac{\rho\sigma_v^2\kappa}{\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)}\right)^3 \end{aligned}$$

Finalement, l'espérance du meilleur prix de vente est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} E\left(\underline{a}^{c}\right) &= \left(\frac{a_{r,d}^{\kappa} + a_{r,u}^{\kappa}}{2} + \frac{\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)}{6}\left(1 - \frac{\rho\sigma_v^2\kappa}{\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)}\right)^3\right)\mathbf{1}_{a_{r,u}^{\kappa} \leq a_{r,d}} \\ &\quad + \frac{a_{r,d}^{\kappa} + a_{r,u}^{\kappa}}{2}\mathbf{1}_{a_{r,u}^{\kappa} > a_{r,d}}. \end{aligned} \tag{3.19}$$

Détermination de la meilleure offre espérée sur un marché n'autorisant pas le *preferencing*

On rappelle que, dans le cas du *benchmark*, la meilleure offre est égale à $\underline{a}^{c,NP} = \max\left(a_{r,1}, a_{r,2}\right)$. On utilise une démarche similaire à celle de l'Etape 1. On note F_M la fonction de répartition de la v.a. $\max\left(a_{r,1}, a_{r,2}\right)$. F_M est définie par l'expression suivante :

$$F_M\left(x\right) = F\left(x\right)F\left(x\right) = \frac{\left(x - a_{r,u}\right)^2}{\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)^2}$$

Déterminons alors l'espérance du meilleur prix de vente

$$\begin{aligned} E\left(\underline{a}^{c,NP}\right) &= \int_0^{+\infty} \bar{F}_M\left(x\right)dx \\ &= a_{r,u} + \int_{a_{r,u}}^{a_{r,d}} \bar{F}_M\left(x\right)dx \end{aligned} \tag{3.20}$$

avec

$$\begin{aligned} \int_{a_{r,u}}^{a_{r,d}} \bar{F}_M\left(x\right)dx &= \int_{a_{r,u}}^{a_{r,d}} \left(1 - \frac{\left(x - a_{r,u}\right)^2}{\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)^2}\right)dx \\ &= \frac{2}{3}\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right). \end{aligned}$$

En remplaçant cette expression dans l'équation (3.20), on obtient que :

$$E\left(\underline{a}^{c,NP}\right) = \frac{a_{r,u} + 2a_{r,d}}{3}. \tag{3.21}$$

L'expression de la meilleure offre qui s'établit en moyenne sur un marché centralisé en concurrence pure est, dans ce contexte, équivalente à celle espérée sur un marché fragmenté,également en concurrence pure (*cf.* Proposition 4 de Biais (1993)). Par conséquent, on ôte l'exposant c et on note :

$$E\left(\underline{a}^{NP}\right) = \frac{a_{r,u} + 2a_{r,d}}{3}.$$

Comparaison du meilleur prix de vente établi sur un march é autorisant le *preferencing* avec celui sur un marché ne l'autorisant pas.

CAS 1 : Si $\kappa > (I_u - I_d)$, un calcul direct montre que :

$$E\left(\underline{a}^{c}\right) = \frac{a_{r,d}^{\kappa} + a_{r,u}^{\kappa}}{2} > E\left(\underline{a}^{NP}\right) = \frac{2a_{r,d} + a_{r,u}}{3}.$$

CAS 2 : Si $\kappa \leq (I_u - I_d)$, introduisons alors la fonction ψ définie par l'expression suivante :

$$\psi = E\left(\underline{a}^{c}\right) - E\left(\underline{a}^{NP}\right).$$

Alors, pour tout $\kappa \leq (I_u - I_d)$, on peut écrire :

$$\begin{aligned}
\psi(\kappa) &= \frac{a_{r,d}^{\kappa} + a_{r,u}^{\kappa}}{2} + \frac{(a_{r,d} - a_{r,u})}{6}\left(1 - \frac{\rho\sigma_v^2\kappa}{(a_{r,d} - a_{r,u})}\right)^3 - \frac{2a_{r,d}(Q+\kappa) + a_{r,u}(Q+\kappa)}{3} \\
&= \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left(\frac{(I_u - I_d)}{3} \times \left(\left(1 - \frac{\kappa}{(I_u - I_d)}\right)^3 - 1\right) + \kappa\right)
\end{aligned}$$

Observons alors que :

$$\psi'(\kappa) = \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left(1 - \left(1 - \frac{\kappa}{(I_u - I_d)}\right)^2\right),$$

et que

$$\psi''(\kappa) = \frac{\rho\sigma_v^2}{2(I_u - I_d)}\left(1 - \frac{\kappa}{(I_u - I_d)}\right).$$

Etant donné que $\kappa \leq (I_u - I_d)$, alors on remarque que $\psi''(\kappa) > 0$. En outre, sachant que $\psi'(0) = 0$ et $\psi'(I_u - I_d) = \rho\sigma_v^2/2$, on en déduit que $\psi'(\kappa) > 0$ pour tout $\kappa \leq (I_u - I_d)$. En remarquant que $\psi(0) = 0$ et que $\psi(I_u - I_d) = \frac{\rho\sigma_v^2(I_u - I_d)}{3} > 0$, on peut alors conclure que $\psi(\kappa) > 0$ pour tout $\kappa \leq (I_u - I_d)$, i.e. $E(\underline{a}^c) > E(\underline{a}^{NP})$.■

3.7.6 Preuve du Corollaire 4

Pour déterminer si les teneurs de marché obtiennent en moyenne un profit plus élevé sur les marchés autorisant les accords de préférence, nous procédons en trois étapes. Nous établissons d'abord les profits espérés par chacun des deux teneurs de marché sur un marché autorisant le *preferencing* puis ceux sur un marché ne l'autorisant pas. Nous comparons ensuite les profits pour chacun des deux teneurs de marché avant de conclure.

Cas d'un marché autorisant le *preferencing*

A. Profit espéré par le teneur de marché non privilégié

CAS 1 : Si $\kappa > (I_u - I_d)$, alors, d'après la Proposition 6, le teneur de marché non privilégié D_1 cote le meilleur prix de vente à l'équilibre avec une probabilité 1. Son profit espéré à la date 2, si son prix de vente de réserve s'élève à $a_{r,1}$, s'écrit alors,

$$\begin{aligned}\Pi_1^c(a_{r,1}) &= \left(E\left(a_{r,2}^\kappa\right) - a_{r,1}\right) \times Q \\ &= \left(\frac{a_{r,d}^\kappa + a_{r,u}^\kappa}{2} - a_{r,1}\right) \times Q\end{aligned}$$

Par conséquent, le profit espéré *ex ante* par le teneur de marché D_1 est :

$$E(\Pi_1^c) = \left[\int_{a_{r,u}}^{a_{r,d}} \left(\frac{a_{r,d}^\kappa + a_{r,u}^\kappa}{2} - x\right) f(x)\, dx\right] \times Q = \rho\sigma_v^2\kappa \times Q. \tag{3.22}$$

CAS 2 : Si $\kappa \leq (I_u - I_d)$, alors le profit espéré par le teneur de marché D_1 à la date 2

s'écrit (en utilisant les stratégies de cotation de la Proposition 6),

$$\Pi_1^c(a_{r,1}) = \Pr\left(a_{r,2}^\kappa > a_{r,1}\right) \times \left[E\left(a_{r,2}^\kappa \mid a_{r,2}^\kappa > a_{r,1}\right) - a_{r,1}\right] \times Q.$$

En utilisant la fonction de répartition de la v.a. $a_{r,2}^\kappa$, on peut établir que :

CAS 2.A : Si $a_{r,u}^\kappa \leq a_{r,1}$, le profit espéré à la date 2 est :

$$\begin{aligned}
\Pi_1^c(a_{r,1}) &= \bar{F}_\kappa(a_{r,1}) \times \left(\frac{\int_{a_{r,1}}^{a_{r,d}^\kappa} x f_\kappa(x)\,dx}{\bar{F}_\kappa(a_{r,1})} - a_{r,1}\right) \times Q \\
&= \left(\frac{\left(a_{r,d}^\kappa - a_{r,1}\right)\left(a_{r,d}^\kappa + a_{r,1}\right)}{2\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)} - a_{r,1}\frac{\left(a_{r,d}^\kappa - a_{r,1}\right)}{\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)}\right) \times Q \\
&= \frac{1}{2} \times \frac{\left(a_{r,d}^\kappa - a_{r,1}\right)^2}{\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)} \times Q. \qquad (3.23)
\end{aligned}$$

CAS 2.B : Si $a_{r,u} \leq a_{r,1} < a_{r,u}^\kappa$, le profit espéré à la date 2 est :

$$\begin{aligned}
\Pi_1^c(a_{r,1}) &= \left(\int_{a_{r,u}^\kappa}^{a_{r,d}^\kappa} x f_\kappa(x)\,dx - a_{r,1}\right) \times Q \\
&= \left(\frac{a_{r,d}^\kappa + a_{r,u}^\kappa}{2} - a_{r,1}\right) \times Q. \qquad (3.24)
\end{aligned}$$

Par conséquent, en utilisant (3.23) et (3.24), le teneur de marché non privilégié espère réaliser le profit *ex ante* suivant

$$\begin{aligned}
E(\Pi_1^c) &= \int_{a_{r,u}^\kappa}^{a_{r,d}} \frac{1}{2} \times \frac{\left(a_{r,d}^\kappa - x\right)^2}{\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)} \times Q \times f(x)\,dx + \int_{a_{r,u}}^{a_{r,u}^\kappa} \left(\frac{a_{r,d}^\kappa + a_{r,u}^\kappa}{2} - x\right) \times Q \times f(x)\,dx \\
&= \left(\frac{a_{r,d} - a_{r,u}}{6} - \frac{\left(\rho\sigma_v^2\kappa\right)^3}{6\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)^2} + \rho\sigma_v^2\frac{\left(a_{r,d} - a_{r,u} + \rho\sigma_v^2\kappa\right)}{2\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)} \times \kappa\right) \times Q \qquad (3.25)
\end{aligned}$$

Finalement, pour tout $\kappa \geq 0$, en utilisant (3.22) et (3.25), le profit espéré du teneur

de marché D_1 est :

$$E\left(\Pi_1^c\right) = \left(\frac{a_{r,d}-a_{r,u}}{6} - \frac{\left(\rho\sigma_v^2\kappa\right)^3}{6\left(a_{r,d}-a_{r,u}\right)^2} + \rho\sigma_v^2\frac{\left(a_{r,d}-a_{r,u}+\rho\sigma_v^2\kappa\right)}{2\left(a_{r,d}-a_{r,u}\right)} \times \kappa\right) \times Q\mathbf{1}_{\kappa\leq(I_u-I_d)}$$
$$+\rho\sigma_v^2\kappa \times Q\mathbf{1}_{\kappa>(I_u-I_d)}. \tag{3.26}$$

B. Profit espéré par le teneur de marché privilégié D_2

CAS 1 : Si $\kappa > (I_u - I_d)$, alors le teneur de marché privilégié D_2 affiche son prix de réserve (voir Proposition 6). Son profit espéré à la date 2 s'écrit alors,

$$\begin{aligned}
\Pi_2^c\left(a\left(\kappa, I_2\right)\right) &= \left(E\left(\underline{a}^c\right) - a\left(\kappa, I_2\right)\right) \times \kappa \\
&= \left(a_{r,2}^\kappa - a\left(\kappa, I_2\right)\right) \times \kappa \\
&= \left(a\left(\kappa, I_2\right) + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left(Q+\kappa\right) - a\left(\kappa, I_2\right)\right) \times \kappa \\
&= \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left(Q+\kappa\right) \times \kappa.
\end{aligned}$$

Par conséquent, à la date 1 (*ex ante*), le teneur de marché D_2 espère réaliser le profit d'échange suivant :

$$E\left(\Pi_2^c\right) = \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left(Q+\kappa\right) \times \kappa. \tag{3.27}$$

CAS 2 : Si $\kappa \leq (I_u - I_d)$, alors on distingue deux cas

CAS 2.A : Si $a_{r,d} < a_{r,2}^\kappa$, le profit espéré à la date 2 du teneur de marché privilégié est :

$$\begin{aligned}
\Pi_2^c\left(a_{r,2}^\kappa\right) &= \left(a_{r,2}^\kappa - a_r\left(I_2, \kappa\right)\right) \times \kappa \\
&= \left(a_{r,2}^\kappa - \left(a_{r,2}^\kappa - \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left(Q+\kappa\right)\right)\right) \times \kappa \\
&= \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left(Q+\kappa\right) \times \kappa
\end{aligned} \tag{3.28}$$

puisque D_2 cote son prix de réserve (voir Proposition 6).

CAS 2.B : Si $a_{r,2}^{\kappa} \leq a_{r,d}$, le profit espéré à la date 2 est :

$$\begin{aligned}
\Pi_2^c\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) &= \Pr\left(a_{r,1} > a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \left(E\left(a_{r,1} \mid a_{r,1} > a_{r,2}^{\kappa}\right) - a_r\left(I_2, Q+\kappa\right)\right) \times (\kappa + Q) \\
&\quad + \Pr\left(a_{r,1} < a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \left(a_{r,2}^{\kappa} - a_r\left(I_2, \kappa\right)\right) \times \kappa \\
&= \bar{F}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \left(E\left(a_{r,1} \mid a_{r,1} > a_{r,2}^{\kappa}\right) - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times (Q+\kappa) + \frac{\rho\sigma_v^2}{2} \times (Q+\kappa) \quad (3.29)
\end{aligned}$$

Etant donné que

$$a_r\left(I_2, Q+\kappa\right) = a_{r,2}^{\kappa} - \rho\sigma_v^2 \times \kappa/2 \text{ et } a_r\left(I_2, \kappa\right) = a_{r,2}^{\kappa} - \rho\sigma_v^2\left(Q+\kappa\right)/2,$$

cette dernière expression se réécrit :

$$\begin{aligned}
\Pi_2^c\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) &= \bar{F}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \left(\frac{\int_{a_{r,2}^{\kappa}}^{a_{r,d}} x f\left(x\right) dx}{\bar{F}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right)} - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times (Q+\kappa) + \frac{\rho\sigma_v^2}{2} \times (Q+\kappa) \times \kappa \\
&= \left(\frac{\left(a_{r,d} - a_{r,2}^{\kappa}\right)^2}{a_{r,d} - a_{r,u}} + \rho\sigma_v^2 \times \kappa\right) \times \frac{(Q+\kappa)}{2} \quad (3.30)
\end{aligned}$$

Par conséquent, si $\kappa \leq (I_u - I_d)$, alors, en utilisant les équations (3.29) et (3.30), le profit espéré *ex ante* par le teneur de marché privilégié est :

$$\begin{aligned}
E\left(\Pi_2^c\right) &= \int_{a_{r,u}^{\kappa}}^{a_{r,d}} \left(\frac{\left(a_{r,d} - x\right)^2}{a_{r,d} - a_{r,u}} + \rho\sigma_v^2 \times \kappa\right) \times \frac{(Q+\kappa)}{2} f_{\kappa}\left(x\right) dx + \int_{a_{r,d}}^{a_{r,d}^{\kappa}} \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left(Q+\kappa\right) \times \kappa f_{\kappa}\left(x\right) dx \\
&= \frac{(Q+\kappa)}{2} \times \left(\frac{\left(a_{r,d} - a_{r,u} - \rho\sigma_v^2\kappa\right)^3}{3\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)^2} + \rho\sigma_v^2 \times \kappa\right). \quad (3.31)
\end{aligned}$$

En résumé, pour tout $\kappa \geq 0$, d'après (3.27) et (3.31), nous avons montré que :

$$\begin{aligned}
E\left(\Pi_2^c\right) &= \frac{(Q+\kappa)}{2} \times \left(\frac{\left(a_{r,d} - a_{r,u} - \rho\sigma_v^2\kappa\right)^3}{3\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)^2} + \rho\sigma_v^2 \times \kappa\right) \mathbf{1}_{\kappa \leq (I_u - I_d)} \\
&\quad + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left(Q+\kappa\right) \times \kappa \mathbf{1}_{\kappa > (I_u - I_d)}.
\end{aligned}$$

Comparaison des profits obtenus par les teneurs de marché sur un marché autorisant le *preferencing* avec ceux espérés sur un marché ne l'autorisant pas.

A. Profits espérés sur un marché n'autorisant pas le preferencing

Dans le cas du *benchmark*, le flux d'ordres κ est dirigé avec le flux d'ordres publics Q vers le teneur de marché qui affiche le meilleur prix de vente. L'équilibre de Nash est symétrique (voir Ho et Stoll (1983), le profit attendu par les deux teneurs de marché est donc :

$$E\left(\Pi_1^{NP}\right) = E\left(\Pi_2^{NP}\right) = \left(\frac{a_{r,d} - a_{r,u}}{6}\right) \times (Q + \kappa). \tag{3.32}$$

Comparons désormais les profits *ex ante* du teneur de marché privilégié, puis analysons ensuite, ceux du teneur de marché non privilégié.

B. Comparaison des profits espérés par le teneur de marché privilégié D_2

CAS 1 : Si $\kappa > (I_u - I_d)$, alors

$$\begin{aligned} E\left(\Pi_2^c\right) - E\left(\Pi_2^{NP}\right) &= \frac{\rho\sigma_v^2}{2}(Q+\kappa) \times \kappa - \left(\frac{a_{r,d} - a_{r,u}}{6}\right) \times (Q+\kappa) \\ &= \frac{\rho\sigma_v^2}{2}(Q+\kappa) \times \left[\kappa - \left(\frac{I_u - I_d}{6}\right)\right] > 0; \end{aligned}$$

CAS 2 : Si $\kappa \leq (I_u - I_d)$, alors

$$\begin{aligned} & E\left(\Pi_2^c\right) - E\left(\Pi_2^{NP}\right) \\ = & \left(\frac{\left(a_{r,d} - a_{r,u} - \rho\sigma_v^2\kappa\right)^3}{3\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)^2} + \rho\sigma_v^2 \times \kappa\right) \times \frac{(Q+\kappa)}{2} - \left(\frac{a_{r,d} - a_{r,u}}{6}\right)(Q+\kappa) \\ = & \left(\frac{3\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right) - \rho\sigma_v^2 \times \kappa}{3\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)^2}\right) \times \frac{(Q+\kappa)}{2}\left(\rho\sigma_v^2 \times \kappa\right)^2 > 0. \end{aligned}$$

Le profit espéré du teneur de marché privilégié D_2 est donc toujours plus élevé sur le marché centralisé autorisant les accords de préférence que sur le marché centralisé ne les autorisant pas.

C. Comparaison des profits espérés par le teneur de marché non privilégié D_1

CAS 1 : Si $\kappa > (I_u - I_d)$, alors

$$\begin{aligned} E(\Pi_1^c) - E(\Pi_1^{NP}) &= \rho\sigma_v^2\kappa \times Q - \left(\frac{a_{r,d} - a_{r,u}}{6}\right) \times (Q + \kappa) \\ &= \rho\sigma_v^2\kappa \times Q \times \left[1 - \left(\frac{a_{r,d} - a_{r,u}}{6\rho\sigma_v^2 Q}\right) \times \left(1 + \frac{1}{\frac{\kappa}{Q}}\right)\right] \end{aligned} \tag{3.33}$$

CAS 2 : Si $\kappa \leq (I_u - I_d)$, alors

$$\begin{aligned} E(\Pi_1^c) - E(\Pi_1^{NP}) &= \left(\frac{(a_{r,d} - a_{r,u})}{6} - \frac{(\rho\sigma_v^2\kappa)^3}{6(a_{r,d} - a_{r,u})^2} + \rho\sigma_v^2 \frac{(a_{r,d} - a_{r,u} + \rho\sigma_v^2\kappa)}{2(a_{r,d} - a_{r,u})} \times \kappa\right) \times Q \\ &\quad - \left(\frac{a_{r,d} - a_{r,u}}{6}\right) \times (Q + \kappa) \\ &= \rho\sigma_v^2\kappa Q \times \left(-\frac{(\rho\sigma_v^2\kappa)^2}{6(a_{r,d} - a_{r,u})^2} + \frac{\rho\sigma_v^2\kappa}{2(a_{r,d} - a_{r,u})} + \frac{1}{2} - \frac{a_{r,d} - a_{r,u}}{6\rho\sigma_v^2 Q}\right) \end{aligned} \tag{3.34}$$

On peut finalement simplifier les deux dernières expressions (3.33) et (3.34) et écrire :

$$E(\Pi_1^c) - E(\Pi_1^{NP}) = \rho\sigma_v^2\kappa Q \times g_Q(\kappa)$$

où $g_Q(\kappa)$ est la fonction définie positive pour $\kappa \geq 0$ telle que :

$$\begin{aligned} g_Q(\kappa) &= \frac{1}{6}\left[-\frac{\kappa^2}{(I_u - I_d)^2} + 3\frac{\kappa}{(I_u - I_d)} + 3 - \frac{(I_u - I_d)}{Q}\right] \mathbf{1}_{\kappa \leq (I_u - I_d)} \\ &\quad + \left[1 - \frac{(I_u - I_d)}{6Q} \times \left(1 + \frac{1}{\frac{\kappa}{Q}}\right)\right] \mathbf{1}_{\kappa > (I_u - I_d)}. \end{aligned}$$

Aux bornes, les valeurs de g_Q sont :

$$g_Q(0) = \frac{1}{6}\left(3 - \frac{(I_u - I_d)}{Q}\right), \quad \lim_{\kappa \to \infty} g_Q(\kappa) = 1 - \frac{(I_u - I_d)}{6Q}$$

En outre, pour une valeur particulière, $\kappa = (I_u - I_d)$, cette fonction prend la valeur suivante :

$$g_Q((I_u - I_d)) = \frac{1}{6}\left(5 - \frac{(I_u - I_d)}{Q}\right).$$

Enfin, g_Q est une fonction croissante puisque

$$g_Q'(\kappa) = \frac{1}{6(I_u - I_d)}\left(3 - \frac{2\kappa}{(I_u - I_d)}\right)\mathbf{1}_{\kappa \leq (I_u - I_d)} + \frac{(I_u - I_d)}{6\kappa^2}\mathbf{1}_{\kappa > (I_u - I_d)} > 0.$$

Des calculs directs nous permettent d'établir que le signe de la fonction g_Q dépend de la valeur du paramètre Q :

- Si $Q \geq (I_u - I_d)/3$, alors g_Q est positive et $E(\Pi_1^c) \geq E(\Pi_1^{NP})$,
- Si $Q < (I_u - I_d)/3$ et Q est telle que :

  1. $(I_u - I_d)/5 \leq Q$ alors $E(\Pi_1^c) \leq E(\Pi_1^{NP})$, si $\kappa \leq \kappa^*(Q)$; $E(\Pi_1^c) > E(\Pi_1^{NP})$, sinon.
  2. $(I_u - I_d)/6 < Q < (I_u - I_d)/5$ alors $E(\Pi_1^c) \leq E(\Pi_1^{NP})$, si $\kappa \leq \kappa^{**}(Q)$; $E(\Pi_1^c) > E(\Pi_1^{NP})$, sinon.
  3. $Q < (I_u - I_d)/6$ alors $E(\Pi_1^c) < E(\Pi_1^{NP})$.

où

$$\begin{aligned}
\kappa^*(Q) &= \frac{(I_u - I_d)}{2}\left(3 - \sqrt{21 - 4\frac{(I_u - I_d)}{Q}}\right), \\
\kappa^{**}(Q) &= \frac{(I_u - I_d)Q}{(6Q - (I_u - I_d))}.
\end{aligned}$$

Définissons alors la valeur $\underline{\kappa}$ telle que :

$$\underline{\kappa}(Q) = \kappa^*(Q)\,\mathbf{1}_{\frac{(I_u - I_d)}{5} \leq Q < \frac{(I_u - I_d)}{3}} + \kappa^{**}(Q)\,\mathbf{1}_{\frac{(I_u - I_d)}{6} \leq Q < \frac{(I_u - I_d)}{5}}. \tag{3.35}$$

En résumé, le teneur de marché non privilégié obtient des profits plus élevés sur un marché centralisé autorisant le *preferencing* si $\kappa > \underline{\kappa}(Q)$.■

3.7.7 Preuve du Corollaire 5

Soit un marché centralisé à trois teneurs de marché notés D_1, D_2 et D_3 dont seul D_2 reçoit des ordres préférentiels ($\kappa_1 = \kappa_3 = 0$ et $\kappa_2 > 0$). Déterminons alors le meilleur prix

offert en moyenne sur ce marché.

$$\begin{aligned}
E\left(\underline{a}^{c,3}\right) &= E\left(a_{r,3}\mathbf{1}_{a_{r,1}<a_{r,3}<a^{\kappa}_{r,2}}\right) + E\left(a^{\kappa}_{r,2}\mathbf{1}_{a_{r,1}<a^{\kappa}_{r,2}<a_{r,3}}\right) + E\left(a_{r,1}\mathbf{1}_{a^{\kappa}_{r,2}<a_{r,1}<a_{r,3}}\right) \\
&\quad + E\left(a_{r,3}\mathbf{1}_{a^{\kappa}_{r,2}<a_{r,3}<a_{r,1}}\right) + E\left(a^{\kappa}_{r,2}\mathbf{1}_{a_{r,3}<a^{\kappa}_{r,2}<a_{r,1}}\right) + E\left(a_{r,1}\mathbf{1}_{a_{r,3}<a_{r,1}<a^{\kappa}_{r,2}}\right) \\
&= 2\left(E\left(a_{r,3}\mathbf{1}_{a_{r,1}<a_{r,3}<a^{\kappa}_{r,2}}\right) + E\left(a^{\kappa}_{r,2}\mathbf{1}_{a_{r,1}<a^{\kappa}_{r,2}<a_{r,3}}\right) + E\left(a_{r,1}\mathbf{1}_{a^{\kappa}_{r,2}<a_{r,1}<a_{r,3}}\right)\right)
\end{aligned}$$

On adopte les notations plus simples suivantes : $x = a_{r,1}$, $y = a^{\kappa}_{r,2}$ and $z = a_{r,3}$. Alors, on peut alors réécrire les différents membres de l'expression précédente ainsi :

$$\begin{aligned}
E\left(a_{r,3}\mathbf{1}_{a_{r,1}<a_{r,3}<a^{\kappa}_{r,2}}\right) &= \int_{a^{\kappa}_{r,u}}^{a_{r,d}} \frac{z}{(a_{r,d}-a_{r,u})}\left(\frac{z-a_{r,u}}{a_{r,d}-a_{r,u}}\right)\left(\frac{a^{\kappa}_{r,d}-z}{a_{r,d}-a_{r,u}}\right)dz \\
&\quad + \int_{a_{r,u}}^{a^{\kappa}_{r,u}} \frac{z}{(a_{r,d}-a_{r,u})}\left(\frac{z-a_{r,u}}{a_{r,d}-a_{r,u}}\right)dz,
\end{aligned}$$

$$E\left(a^{\kappa}_{r,2}\mathbf{1}_{a_{r,1}<a^{\kappa}_{r,2}<a_{r,3}}\right) = \int_{a^{\kappa}_{r,u}}^{a_{r,d}} \frac{y}{(a_{r,d}-a_{r,u})}\left(\frac{y-a_{r,u}}{a_{r,d}-a_{r,u}}\right)\left(\frac{a_{r,d}-y}{a_{r,d}-a_{r,u}}\right)dy,$$

$$E\left(a_{r,1}\mathbf{1}_{a^{\kappa}_{r,2}<a_{r,1}<a_{r,3}}\right) = \int_{a^{\kappa}_{r,u}}^{a_{r,d}} \frac{x}{(a_{r,d}-a_{r,u})}\left(\frac{x-a^{\kappa}_{r,u}}{a_{r,d}-a_{r,u}}\right)\left(\frac{a_{r,d}-x}{a_{r,d}-a_{r,u}}\right)dx.$$

Ensuite, on peut déterminer chacune des trois expressions ainsi :

$$
\begin{aligned}
& E\left(a_{r,3}\mathbf{1}_{a_{r,1}<a_{r,3}<a^{\kappa}_{r,2}}\right) \\
= & \int_{a^{\kappa}_{r,u}}^{a_{r,d}} \frac{\left(z-a^{\kappa}_{r,u}+a^{\kappa}_{r,u}\right)}{\left(a_{r,d}-a_{r,u}\right)}\left(\frac{z-a^{\kappa}_{r,u}+a^{\kappa}_{r,u}-a_{r,u}}{a_{r,d}-a_{r,u}}\right)\left(\frac{a^{\kappa}_{r,d}-\left(z-a^{\kappa}_{r,u}+a^{\kappa}_{r,u}\right)}{a_{r,d}-a_{r,u}}\right)dz \\
& +\int_{a_{r,u}}^{a^{\kappa}_{r,u}} \frac{z}{\left(a_{r,d}-a_{r,u}\right)}\left(\frac{z-a_{r,u}}{a_{r,d}-a_{r,u}}\right)dz \\
= & \frac{1}{\left(a_{r,d}-a_{r,u}\right)^3}\int_0^{a_{r,d}-a^{\kappa}_{r,u}}\left(z+a^{\kappa}_{r,u}\right)\left(z+a^{\kappa}_{r,u}-a_{r,u}\right)\left(a^{\kappa}_{r,d}-z-a^{\kappa}_{r,u}\right)dz \\
& +\frac{\left(\rho\sigma_v^2\kappa\right)^2\left(3a_{r,u}+2\rho\sigma_v^2\kappa\right)}{6\left(a_{r,d}-a_{r,u}\right)^2} \\
= & \frac{1}{\left(a_{r,d}-a_{r,u}\right)^3}\int_0^{a_{r,d}-a^{\kappa}_{r,u}}\left(\begin{array}{c} -z^3+z^2\left(a^{\kappa}_{r,d}-2a^{\kappa}_{r,u}-\rho\sigma_v^2\kappa\right) \\ +z\times\left(\left(\rho\sigma_v^2\kappa+a^{\kappa}_{r,u}\right)\times\left(a^{\kappa}_{r,d}-a^{\kappa}_{r,u}\right)-\rho\sigma_v^2\kappa a^{\kappa}_{r,u}\right) \\ +\rho\sigma_v^2\kappa a^{\kappa}_{r,u}\left(a^{\kappa}_{r,d}-a^{\kappa}_{r,u}\right)\end{array}\right)dz \\
& +\frac{\left(\rho\sigma_v^2\kappa\right)^2\left(3a_{r,u}+2\rho\sigma_v^2\kappa\right)}{6\left(a_{r,d}-a_{r,u}\right)^2} \\
= & \frac{1}{\left(a_{r,d}-a_{r,u}\right)^3}\left(\begin{array}{c} -\frac{\left(a_{r,d}-a^{\kappa}_{r,u}\right)^4}{4}+\frac{\left(a_{r,d}-a^{\kappa}_{r,u}\right)^3}{3}\left(a^{\kappa}_{r,d}-2a^{\kappa}_{r,u}-\rho\sigma_v^2\kappa\right) \\ +\frac{\left(a_{r,d}-a^{\kappa}_{r,u}\right)^2}{2}\left(\left(\rho\sigma_v^2\kappa+a^{\kappa}_{r,u}\right)\left(a^{\kappa}_{r,d}-a^{\kappa}_{r,u}\right)-\rho\sigma_v^2\kappa a^{\kappa}_{r,u}\right) \\ +\rho\sigma_v^2\kappa a^{\kappa}_{r,u}\left(a^{\kappa}_{r,d}-a^{\kappa}_{r,u}\right)\left(a_{r,d}-a^{\kappa}_{r,u}\right)\end{array}\right) \\
& +\frac{\left(\rho\sigma_v^2\kappa\right)^2\left(3a_{r,u}+2\rho\sigma_v^2\kappa\right)}{6\left(a_{r,d}-a_{r,u}\right)^2}. \qquad (3.36)
\end{aligned}
$$

De manière similaire, on obtient que :

$$
E\left(a^{\kappa}_{r,2}\mathbf{1}_{a_{r,1}<a^{\kappa}_{r,2}<a_{r,3}}\right)=\frac{1}{\left(a_{r,d}-a_{r,u}\right)^3}\left(\begin{array}{c} -\frac{\left(a_{r,d}-a^{\kappa}_{r,u}\right)^4}{4}+\frac{\left(a_{r,d}-a^{\kappa}_{r,u}\right)^3}{3}\left(a_{r,d}-2a^{\kappa}_{r,u}-\rho\sigma_v^2\kappa\right) \\ +\frac{\left(a_{r,d}-a^{\kappa}_{r,u}\right)^2}{2}\left(\left(a^{\kappa}_{r,u}+\rho\sigma_v^2\kappa\right)\left(a_{r,d}-a^{\kappa}_{r,u}\right)+a^{\kappa}_{r,u}\rho\sigma_v^2\kappa\right)\end{array}\right), \qquad (3.37)
$$

et

$$
E\left(a_{r,1}\mathbf{1}_{a^{\kappa}_{r,2}<a_{r,1}<a_{r,3}}\right)=\frac{1}{\left(a_{r,d}-a_{r,u}\right)^3}\left(\begin{array}{c} -\frac{\left(a_{r,d}-a^{\kappa}_{r,u}\right)^4}{4}+\frac{\left(a_{r,d}-a^{\kappa}_{r,u}\right)^3}{3}\left(a_{r,d}-2a^{\kappa}_{r,u}\right) \\ +\frac{\left(a_{r,d}-a^{\kappa}_{r,u}\right)^3}{2}a^{\kappa}_{r,u}\end{array}\right). \qquad (3.38)
$$

En utilisant les expressions (3.36), (3.37), et (3.38), on obtient, finalement que :

$$\begin{aligned} E\left(\underline{a}^{c,3}\right) &= \frac{(a_{r,d}-a_{r,u})}{2}\left(1-\frac{\rho\sigma_v^2\kappa}{(a_{r,d}-a_{r,u})}\right)^4-\frac{\rho\sigma_v^2\kappa}{3}\left(1-\frac{\rho\sigma_v^2\kappa}{(a_{r,d}-a_{r,u})}\right)^3 \\ &+\left(2\rho\sigma_v^2\kappa+a_{r,u}\right)\left(1-\frac{\rho\sigma_v^2\kappa}{(a_{r,d}-a_{r,u})}\right)^2+\frac{2\rho\sigma_v^2\kappa a_{r,u}^{\kappa}}{(a_{r,d}-a_{r,u})}\left(1-\frac{\rho\sigma_v^2\kappa}{(a_{r,d}-a_{r,u})}\right) \\ &+\frac{\left(\rho\sigma_v^2\kappa\right)^2\left(3a_{r,u}+2\rho\sigma_v^2\kappa\right)}{3\left(a_{r,d}-a_{r,u}\right)^2}. \end{aligned}$$

Après quelques manipulations algébriques, on peut montrer que $E\left(\underline{a}^{c,3}\right) \leq E\left(\underline{a}^{c}\right)$ où $E\left(\underline{a}^{c}\right)$ est le meilleur prix offert en moyenne sur un marché centralisé à deux teneurs de marché (voir preuve du Corollaire 3).

On remarque enfin que pour tout κ,

$$\frac{\partial E\left(\underline{a}^{c,3}\right)}{\partial\kappa}=(a_{r,d}-a_{r,u})\left(1-\frac{\rho\sigma_v^2\kappa}{(a_{r,d}-a_{r,u})}\right)^2\left(3-\frac{7}{3}\left(1-\frac{\rho\sigma_v^2\kappa}{(a_{r,d}-a_{r,u})}\right)\right)>0.\blacksquare$$

3.7.8 Preuve de la Proposition 8

Afin de démontrer l'existence de stratégies d'équilibre dans un marché fragmenté, nous procédons en deux étapes. Nous déterminons d'abord le système d'équations différentielles que toute stratégie d'équilibre doit vérifier. Ensuite, nous montrons l'existence d'un équilibre.

Détermination du système d'équations différentielles ordinaires

Une stratégie de cotation pour le teneur de marché D_i $(i = 1, 2)$ est une fonction strictement croissante de son prix de réserve.

A. Détermination de la condition du premier ordre du programme de D_1
Supposons que le teneur de marché privilégié cote suivant la stratégie $a_2 = v_2{}^{(-1)}$, alors D_1 choisit de coter y afin de maximiser son espérance de profit :

$$\Pi_1\left(y, a_{r,1}\right) = \bar{F}_\kappa\left(v_2\left(y\right)\right) \times \left(y - a_{r,1}\right) \times Q.$$

La condition du premier ordre du programme de maximisation de D_1 est :

$$\frac{\partial \Pi_1 (y, a_{r,1})}{\partial y} = 0,$$

ou encore

$$\bar{F}_\kappa (v_2 (y)) + v_2' (y) \times \bar{F}_\kappa' (v_2 (y)) \times (y - a_{r,1}) = 0.$$

Si a_1 est la stratégie d'équilibre de D_1 $(a_1 (a_{r,1}) = y)$, alors la fonction de prix inverse $v_1(y)$ doit vérifier, pour tout y :

$$\bar{F}_\kappa (v_2 (y)) + v_2' (y) \times \bar{F}_\kappa' (v_2 (y)) \times (y - v_1 (y)) = 0 \tag{3.39}$$

B. Détermination de la condition du premier ordre du programme de D_2 Si le teneur de marché D_1 suit une stratégie de cotation $a_1 = v_1^{(-1)}$, alors la meilleure réponse du teneur de marché privilégié D_2 est de coter y afin de maximiser son espérance de profit qui est :

$$\begin{aligned} \Pi_2 \left(y, a_{r,2}^\kappa\right) &= \bar{F} (v_1 (y)) \times \left(y - a_{r,2}^\kappa\right) \times (Q + \kappa) \\ &\quad + \left(1 - \bar{F} (v_1 (y))\right) \times \left(E (a_1 (a_{r,1}) \mid y > a_1 (a_{r,1})) - a_{r,2}^\kappa\right) \times \kappa \\ &\quad + \frac{\rho \sigma_v^2}{2} \kappa \times (Q + \kappa) . \end{aligned}$$

Alors la condition du premier ordre du programme de maximisation de D_2 conduit à l'équation suivante :

$$\bar{F} (v_1 (y)) (1 + \kappa/Q) + v_1' (y) \times \bar{F}' (v_1 (y)) \times \left(y - a_{r,2}^\kappa\right) = 0.$$

Si, a_2 est la stratégie d'équilibre de D_2, alors pour tout y, la fonction inverse $v_2 (y)$ doit vérifier l'équation précédente, soit :

$$\bar{F} (v_1 (y)) (1 + \kappa/Q) + v_1' (y) \times \bar{F}' (v_1 (y)) \times (y - v_2 (y)) = 0 \tag{3.40}$$

Finalement, les équations (3.39) et (3.40) donnent le système d'équations différentielles ordinaires suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{-\bar{F}'_{\kappa}(v_2(y))}{\bar{F}_{\kappa}(v_2(y))} \times v'_2(y) = \dfrac{1}{y - v_1(y)} \\ \dfrac{-\bar{F}'(v_1(y))}{\bar{F}(v_1(y))} \times v'_1(y) = \dfrac{(1+\kappa/Q)}{y - v_2(y)} \end{cases} \tag{3.41}$$

Existence d'un équilibre

En utilisant les expressions des fonctions de répartition F et F_{κ}, le système d'équations différentielles (3.41) se réécrit :

$$v'_1(y) = \frac{(a_{r,d} - v_1(y)) \times (1+\kappa/Q)}{y - v_2(y)} \tag{3.42}$$

$$v'_2(y) = \frac{a^{\kappa}_{r,d} - v_2(y)}{y - v_1(y)} \tag{3.43}$$

En appliquant le Théorème 3 de Griesmer et al. (1967), on peut montrer que, si les deux teneurs de marché ont une probabilité strictement positive de placer le meilleur prix de vente à l'équilibre $\left(\left(a_{r,d} + a^{\kappa}_{r,d}\right)/2 > a^{\kappa}_{r,u}\right)$[23], alors il existe une solution $(v_1(.), v_2(.))$ vérifiant le système décrit par les équations (3.42) et (3.43). Cette solution vérifie les conditions suivantes :

(i) $\max\left(a_{r,d}, a^{\kappa}_{r,u}\right) \leq a^{\sup} \leq \left(a_{r,d} + a^{\kappa}_{r,d}\right)/2$,

(ii) $v_2(a^{\sup}) = a^{\sup}, v_1(a^{\sup}) = a_{r,d}$

(iii) $a^{\inf}$ est tel que $v_1\left(a^{\inf}\right) = a_{r,u}$ et $v_2\left(a^{\inf}\right) = a^{\kappa}_{r,u}$.

Notons que (a) il existe une multiplicité de solutions satisfaisant la Proposition 8 ; (b) $a^{\inf}$ est une fonction implicite de la condition initiale $a^{\sup}$. En conséquence, chaque solution $(v_1(.), v_2(.))$ est déterminée par une valeur de $a^{\sup}$.

On remarque qu'aux bornes de l'intervalle $\left[a^{\inf}, a^{\sup}\right]$, les stratégies d'équilibre des

[23] Effectivement, dans le cas contraire où $a^{\kappa}_{r,u} > \left(a_{r,d} + a^{\kappa}_{r,d}\right)/2 \geq a^{\sup}$ (*cf.* la condition (i) ultérieure), alors le plus petit prix de réserve du teneur de marché privilégié D_2 est toujours supérieur au plus grand prix de vente que peut coter son concurrent. D_2 n'a donc plus aucune chance à l'équilibre de placer le meilleur prix du marché. L'équilibre dégénère (*cf.* Proposition 10).

teneurs de marché doivent vérifier :

$$\begin{aligned} a_1(a_{r,u}) &= a^{\inf}, \quad a_1(a_{r,d}) = a^{\sup}, \\ a_2\left(a^{\kappa}_{r,u}\right) &= a^{\inf}, \quad a_2\left(a^{\sup}\right) = a^{\sup}. \end{aligned}$$

En effet, étant donné que $a^{\kappa}_{r,d} > a_{r,d}$, la borne supérieure $a^{\sup}$ est telle que $\Pr(a_1 > a^{\sup}) = 0$, ou, de manière équivalente $\bar{F}(v_1(a^{\sup})) = 0$. D'où, si v_2 est la stratégie d'équilibre du teneur de marché privilégié, elle doit vérifier en $a^{\sup}$ l'équation différentielle (3.40), i.e.

$$-\bar{F}'(v_1(a^{\sup})) \times v_1'(a^{\sup})(a^{\sup} - v_2(a^{\sup})) = 0$$

ou encore $a^{\sup} = v_2(a^{\sup})$.■

3.7.9 Preuve de la Proposition 9

Nous montrons la Proposition 9 en recourant à la démontration de 4 Lemmes successifs. D'abord, nous prouvons que les fonctions inverses v_1 et v_2 sont décroissantes avec $a^{\sup}$ (Lemme 6). Puis nous utilisons ce résultat pour établir un classement des profits espérés par les teneurs de marché selon la condition initiale $a^{\sup}$ considérée (Lemme 7 et 8), ce qui nous permet d'établir qu'un équilibre Pareto-dominant est obtenu lorsque la condition initiale $a^{\sup}$ est telle que $a^{\sup} = \left(a_{r,d} + a^{\kappa}_{r,d}\right)/2$. Finalement, nous montrons que cet équilibre Pareto-dominant est unique.

Comparaison des stratégies d'équilibre en fonction de la condition initiale

Lemme 6 *Si* $a^{\sup(1)} < a^{\sup(2)}$ *alors* $a^{\inf(1)} < a^{\inf(2)}$, $v_1^{(1)}(y) > v_1^{(2)}(y)$ *et* $v_2^{(1)}(y) > v_2^{(2)}(y)$ *pour tout* $y \in \left[a^{\inf(2)}, a^{\sup(1)}\right]$.

Preuve :

Soit $v_j^{(i)}$ la fonction inverse v_j du teneur de marché D_j définie sous la condition initiale $a^{\sup(i)}$ avec $j = 1, 2$. Rappelons que ces fonctions inverses prennent les valeurs suivantes aux bornes : $v_2^{(i)}\left(a^{\sup(i)}\right) = a^{\sup(i)}$, $v_2^{(i)}\left(a^{\inf(i)}\right) = a^{\kappa}_{r,u}$, $v_1^{(i)}\left(a^{\sup(i)}\right) = a_{r,d}$ et $v_1^{(i)}\left(a^{\inf(i)}\right) = a_{r,u}$. Montrons ce lemme par contradiction. Prouvons d'abord la première partie du Lemme.

1. Si $a^{\sup(1)} < a^{\sup(2)}$ alors $a^{\inf(1)} < a^{\inf(2)}$. Supposons que $a^{\inf(1)} > a^{\inf(2)}$, alors il existe y_0 tel que :

$$\begin{aligned}&\text{(i) } v_2^{(1)}(y_0) = v_2^{(2)}(y_0) \text{ et}\\ &\text{(ii) } \left(v_2^{(1)}\right)'(y_0) > \left(v_2^{(2)}\right)'(y_0)\end{aligned}$$

soient vérifiées.

On en déduit alors que, pour tout $y < y_0$:

$$v_2^{(1)}(y) < v_2^{(2)}(y). \tag{3.44}$$

.

En utilisant l'équation (3.43), alors l'inégalité (3.44) se réécrit :

$$\frac{a_{r,d}^{\kappa} - v_2^{(1)}(y_0)}{y_0 - v_1^{(1)}(y_0)} > \frac{a_{r,d}^{\kappa} - v_2^{(2)}(y_0)}{y_0 - v_1^{(2)}(y_0)} \text{ pour tout } y < y_0.$$

Par conséquent, on en déduit que :

$$v_1^{(1)}(y_0) > v_1^{(2)}(y_0).$$

Il existe donc nécessairement y_1 tel que $y_1 < y_0$ vérifiant les conditions suivantes :

$$\begin{aligned}&\text{(i) } v_1^{(1)}(y_1) = v_1^{(2)}(y_1) \text{ et}\\ &\text{(ii) } \left(v_1^{(1)}\right)'(y_1) > \left(v_1^{(2)}\right)'(y_1).\end{aligned}$$

En utilisant les équations (3.40) et (3.42), cette dernière inégalité se réécrit :

$$\frac{\left(a_{r,d} - v_1^{(1)}(y_1)\right) \times (1 + \kappa/Q)}{y_1 - v_2^{(1)}(y_1)} > \frac{\left(a_{r,d} - v_1^{(2)}(y_1)\right) \times (1 + \kappa/Q)}{y_1 - v_2^{(2)}(y_1)},$$

dont on peut déduire que :

$$v_2^{(1)}(y_1) > v_2^{(2)}(y_1),$$

ce qui contredit l'existence de y_0.

2. Si $a^{\sup(1)} < a^{\sup(2)}$ alors $v_1^{(1)}(y) > v_1^{(2)}(y)$ et $v_2^{(1)}(y) > v_2^{(2)}(y)$ pour tout $y \in \left[a^{\inf(2)}, a^{\sup(1)}\right]$. Supposons qu'il existe y_2 tel que :

$$\begin{aligned}&\text{(i) } v_2^{(1)}(y_2) = v_2^{(2)}(y_2) \text{ et}\\ &\text{(ii) } v_2^{(1)}(y) > v_2^{(2)}(y) \text{ pour tout } a^{\inf(2)} < y < y_2\end{aligned}$$

On en déduit que :

$$\left(v_2^{(1)}\right)'(y_2) < \left(v_2^{(2)}\right)'(y_2). \tag{3.45}$$

En utilisant l'équation (3.43), l'inégalité (3.45) peut se réécrire :

$$\frac{a_{r,d}^{\kappa} - v_2^{(1)}(y_2)}{y_2 - v_1^{(1)}(y_2)} < \frac{a_{r,d}^{\kappa} - v_2^{(2)}(y_2)}{y_2 - v_1^{(2)}(y_2)},$$

et on en déduit donc que :

$$v_1^{(1)}(y_2) < v_1^{(2)}(y_2). \tag{3.46}$$

Etant donnée l'inégalité (3.46), il existe alors $y_3 < y_2$ tel que

$$\begin{aligned} v_1^{(1)}(y_3) &= v_1^{(2)}(y_3),\\ \left(v_1^{(1)}\right)'(y_3) &< \left(v_1^{(2)}\right)'(y_3). \end{aligned}$$

En utilisant les équations (3.39) et (3.42), on obtient que :

$$\frac{\left(a_{r,d} - v_1^{(1)}(y_3)\right) \times (1 + \kappa/Q)}{y_3 - v_2^{(1)}(y_3)} < \frac{\left(a_{r,d} - v_1^{(2)}(y_3)\right) \times (1 + \kappa/Q)}{y_3 - v_2^{(2)}(y_3)},$$

dont on déduit que :

$$v_2^{(1)}(y_3) < v_2^{(2)}(y_3).$$

Ce dernier résultat contredit l'existence de y_2.■

Avec un raisonnement identique, on peut également montrer que $v_2^{(1)}(y) > v_2^{(2)}(y)$ pour tout $y \in \left[a^{\inf(2)}, a^{\sup(1)}\right]$.

Corollaire 10 *:Si $a^{\sup(1)} < a^{\sup(2)}$ alors $a_1^{(1)}(z) < a_1^{(2)}(z)$ pour tout $z \in [a_{r,u}, a_{r,d}]$ et*

$a_2^{(1)}(z) < a_2^{(2)}(z)$ *pour tout* $z \in \left[a_{r,u}^{\kappa}, a^{\sup(1)}\right]$.

Preuve : Directe.

Nous allons désormais montrer qu'un équilibre est Pareto-dominant lorsque $a^{\sup} = \left(a_{r,d} + a_{r,d}^{\kappa}\right)/2$. Pour cela, nous allons établir une comparaison des profits espérés par chacun des deux teneurs de marché selon les conditions initiales considérées. Avant tout, nous introduisons une notation des profits plus simple que celle considérée jusqu'alors :

$$\begin{aligned}
\Pi_1^{(i)}(z) &= \Pi_1^{(i)}\left(a_1^{(i)}(z), z\right) \text{ pour tout } z \in [a_{r,u}, a_{r,d}], \\
\Pi_2^{(i)}(z) &= \Pi_2^{(i)}\left(a_2^{(i)}(z), z\right) \text{ pour tout } z \in \left[a_{r,u}^{\kappa}, a_{r,d}^{\kappa}\right].
\end{aligned}$$

Comparaison des profits espérés en fonction de la condition initiale

Lemme 7 *Si* $a^{\sup(1)} < a^{\sup(2)}$ *alors* $\Pi_1^{(1)}(z) < \Pi_1^{(2)}(z)$ *pour tout* $z \in [a_{r,u}, a_{r,d}]$.

Preuve : On procède en deux étapes. On détermine d'abord analytiquement le profit espéré de D_1 aux bornes. Les expressions obtenues nous permettent alors d'établir que si $a^{\sup(1)} < a^{\sup(2)}$, alors $\Pi_1^{(1)}(z) < \Pi_1^{(2)}(z)$ pour $z = a_{r,u}$ et $z = a_{r,d}$. Ensuite, dans une deuxième étape, on montre, par contradiction, que cette inégalité reste vraie pour tout $z \in [a_{r,u}, a_{r,d}]$.

A. Détermination du profit du teneur de marché $\mathbf{D_1}$ aux bornes. Si le prix de réserve du teneur de marché D_1 est à son niveau le plus faible $a_{r,u}$, alors D_1 espère le profit suivant :

$$\begin{aligned}
\Pi_1^{(i)}(a_{r,u}) &= \bar{F}_{\kappa}\left(v_2^{(i)}\left(a_1^{(i)}(a_{r,u})\right)\right) \times \left(a_1^{(i)}(a_{r,u}) - a_{r,u}\right) \times Q \\
&= \left(a^{\inf(i)} - a_{r,u}\right) \times Q.
\end{aligned}$$

Etant donnée notre hypothèse $a^{\sup(1)} < a^{\sup(2)}$, et le résultat obtenu dans le Lemme 6, nous pouvons en déduire que :

$$\Pi_1^{(1)}(a_{r,u}) < \Pi_1^{(2)}(a_{r,u}),$$

Si le prix de réserve de D_1 est à son niveau le plus élevé, son profit attendu s'élève à :

$$\begin{aligned}\Pi_1^{(i)}(a_{r,d}) &= \bar{F}_\kappa\left(v_2^{(i)}\left(a_1^{(i)}(a_{r,d})\right)\right) \times \left(a_1^{(i)}(a_{r,d}) - a_{r,d}\right) \times Q \\ &= \bar{F}_\kappa\left(a^{\sup(i)}\right) \times \left(a^{\sup(i)} - a_{r,d}\right) \times Q.\end{aligned}$$

Puisque la fonction $y \longrightarrow \bar{F}_\kappa(y) \times (y - a_{r,d}) \times Q$ est croissante sur $\left[a_{r,d}, \frac{a_{r,d}+a_{r,d}^\kappa}{2}\right]$, on peut également en déduire que :

$$\Pi_1^{(1)}(a_{r,d}) < \Pi_1^{(2)}(a_{r,d}).$$

B. Comparaison du profit espéré par le teneur de marché $\mathbf{D_1}$ selon les conditions initiales (i) considérées. Dérivons d'abord le profit espéré de D_1 en fonction de son prix de réserve.

$$\begin{aligned}&\frac{d\Pi_1^{(i)}(a_{r,1})}{da_{r,1}} \\ =\ & \bar{F}_\kappa\left(v_2^{(i)}\left(a_1^{(i)}(a_{r,1})\right)\right) \times \left(\left(a_1^{(i)}\right)'(a_{r,1}) - 1\right) \times Q \\ & + \left(a_1^{(i)}\right)'(a_{r,1}) \times \left(v_2^{(i)}\right)'\left(a_1^{(i)}(a_{r,1})\right) \times \bar{F}'_\kappa\left(v_2^{(i)}\left(a_1^{(i)}(a_{r,1})\right)\right) \times \left(a_1^{(i)}(a_{r,1}) - a_{r,1}\right) \times Q \\ =\ & \left(a_1^{(i)}\right)'(a_{r,1}) \\ & \times \left(\left(v_2^{(i)}\right)'\left(a_1^{(i)}(a_{r,1})\right) \times \bar{F}'_\kappa\left(v_2^{(i)}\left(a_1^{(i)}(a_{r,1})\right)\right) \times \left(a_1^{(i)}(a_{r,1}) - a_{r,1}\right) + \bar{F}_\kappa\left(v_2^{(i)}\left(a_1^{(i)}(a_{r,1})\right)\right)\right) \times Q \\ & - \bar{F}_\kappa\left(v_2^{(i)}\left(a_1^{(i)}(a_{r,1})\right)\right) \times Q.\end{aligned}$$

En utilisant l'équation (3.39), on peut en déduire que cette dernière expression se réécrit simplement :

$$\frac{d\Pi_1^{(i)}(a_{r,1})}{da_{r,1}} = -\bar{F}_\kappa\left(v_2^{(i)}\left(a_1^{(i)}(a_{r,1})\right)\right) \times Q. \tag{3.47}$$

Désormais, supposons qu'il existe z_0 tel que :

(i) $\Pi_1^{(1)}(z_0) = \Pi_1^{(2)}(z_0)$ et

(ii) $\Pi_1^{(1)}(z) < \Pi_1^{(2)}(z)$ pour tout z tel que $a_{r,u} < z < z_0$,

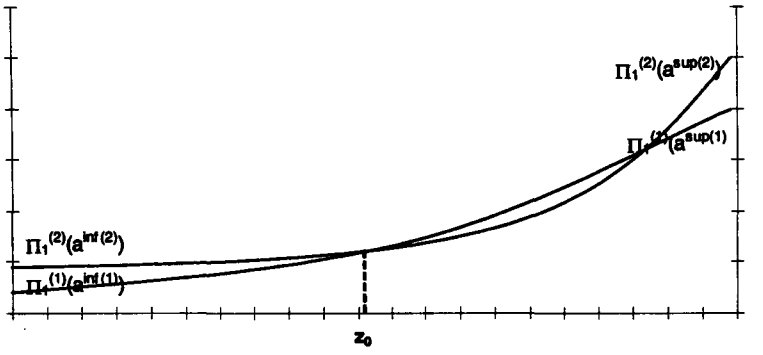


FIGURE 3.16 : Trajectoire impossible du profit de D_1 sous la condition initiale $a^{\sup(2)}$.

On peut alors déduire de (i) et (ii) que :

$$\frac{d\Pi_1^{(1)}}{dz}(z_0) > \frac{d\Pi_1^{(2)}}{dz}(z_0),$$

ce qui est encore équivalent à l'inégalité suivante :

$$\bar{F}_\kappa\left(v_2^{(1)}\left(a_1^{(1)}(z_0)\right)\right) < \bar{F}_\kappa\left(v_2^{(2)}\left(a_1^{(2)}(z_0)\right)\right).$$

Selon l'hypothèse (i), nous savons également que :

$$\bar{F}_\kappa\left(v_2^{(1)}\left(a_1^{(1)}(z_0)\right)\right)\left(a_1^{(1)}(z_0) - z_0\right)Q = \bar{F}_\kappa\left(v_2^{(2)}\left(a_1^{(2)}(z_0)\right)\right)\left(a_1^{(2)}(z_0) - z_0\right)Q$$

ce qui implique que, forcément,

$$a_1^{(1)}(z_0) > a_1^{(2)}(z_0).$$

Mais cette dernière inégalité est contraire au Corollaire 10.■

Etant donné que $\left(a_{r,d}+a_{r,d}^{\kappa}\right)/2$ est la borne supérieure des $a^{\sup}$ (voir Condition (i) de la Proposition 8), alors on en déduit que le profit du teneur de marché non privilégié D_1 est toujours plus grand sous cette condition initiale que sous toute autre condition initiale inférieure à $\left(a_{r,d}+a_{r,d}^{\kappa}\right)/2$.

Lemme 8 *Si* $a^{\sup(1)} < a^{\sup(2)}$ *alors* $\Pi_2^{(1)}(z) < \Pi_2^{(2)}(z)$ *pour tout* $z \in \left[a_{r,u}^{\kappa}, a_{r,d}^{\kappa}\right]$.

Preuve : On procède de la même manière que pour le Lemme 7.

A. Détermination de la valeur du profit du teneur de marché D_2 aux bornes. Si le prix-seuil est à son niveau le plus faible $a_{r,u}^{\kappa}$, alors D_2 espère le profit suivant :

$$\begin{aligned}
\Pi_2^{(i)}\left(a_{r,u}^{\kappa}\right) &= \bar{F}\left(v_1^{(i)}\left(a_2^{(i)}(a_{r,u}^{\kappa})\right)\right) \times \left(a_2^{(i)}(a_{r,u}^{\kappa}) - a_{r,u}^{\kappa}\right) \times (Q+\kappa) \\
&\quad + \left(\int_{a_{r,u}}^{v_1^{(i)}\left(a_2^{(i)}(a_{r,u}^{\kappa})\right)} a_1^{(i)}(s)\, f(s)\, ds - \left(1 - \bar{F}\left(v_1^{(i)}\left(\left(a_2^{(i)}(a_{r,u}^{\kappa})\right)\right)\right)\right) \times a_{r,u}^{\kappa}\right) \times \kappa \\
&\quad + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\kappa \times (Q+\kappa) \\
&= \bar{F}\left(v_1^{(i)}\left(a^{\inf(i)}\right)\right) \times \left(a^{\inf(i)} - a_{r,u}^{\kappa}\right) \times (Q+\kappa) \\
&\quad + \left(\int_{a_{r,u}}^{v_1^{(i)}\left(a^{\inf}\right)} a_1^{(i)}(s)\, f(s)\, ds - \left(1 - \bar{F}\left(v_1^{(i)}\left(a^{\inf(i)}\right)\right)\right) \times a_{r,u}^{\kappa}\right) \times \kappa \\
&\quad + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\kappa \times (Q+\kappa) \\
&= \left(a^{\inf(i)} - a_{r,u}^{\kappa}\right) \times (Q+\kappa) + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\kappa \times (Q+\kappa)
\end{aligned}$$

Si le prix-seuil de D_2 est à son niveau le plus élevé $a_{r,d}^{\kappa}$, alors D_2 espère réaliser le profit

suivant :

$$
\begin{aligned}
\Pi_2^{(i)}\left(a_{r,d}^{\kappa}\right) &= \bar{F}\left(v_1^{(i)}\left(a_2(a_{r,d}^{\kappa})\right)\right) \times \left(a_2^{(i)}(a_{r,d}^{\kappa}) - a_{r,d}^{\kappa}\right) \times (Q+\kappa) \\
&+ \left(\int_{a_{r,u}}^{v_1^{(i)}\left(a_2^{(i)}(a_{r,d}^{\kappa})\right)} a_1^{(i)}(s) f(s)\, ds - \left(1 - \bar{F}\left(v_1^{(i)}\left(\left(a_2^{(i)}(a_{r,d}^{\kappa})\right)\right)\right)\right) \times a_{r,d}^{\kappa}\right) \times \kappa \\
&+ \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\kappa \times (Q+\kappa) \\
&= \bar{F}\left(v_1^{(i)}\left(a^{\sup}\right)\right) \times \left(a^{\sup} - a_{r,d}^{\kappa}\right) \times (Q+\kappa) \\
&+ \left(\int_{a_{r,u}}^{v_1^{(i)}(a^{\sup})} a_1^{(i)}(s) f(s)\, ds - \left(1 - \bar{F}\left(v_1^{(i)}\left(a^{\sup}\right)\right)\right) \times a_{r,d}^{\kappa}\right) \times \kappa \\
&+ \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\kappa \times (Q+\kappa) \\
&= \left(\int_{a_{r,u}}^{a_{r,d}} a_1^{(i)}(s) f(s)\, ds - a_{r,d}^{\kappa}\right) \times \kappa + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\kappa \times (Q+\kappa).
\end{aligned}
$$

Etant donné que $a^{\sup(1)} < a^{\sup(2)}$ par hypothèse, alors en utilisant le Lemme 6, on peut en déduire que :

$$
\begin{aligned}
\Pi_2^{(1)}\left(a_{r,u}^{\kappa}\right) &< \Pi_2^{(2)}\left(a_{r,u}^{\kappa}\right), \\
\Pi_2^{(1)}\left(a_{r,d}^{\kappa}\right) &< \Pi_2^{(2)}\left(a_{r,d}^{\kappa}\right).
\end{aligned}
$$

B. Comparaison du profit espéré par D_2 selon les conditions initiales (i) considérées. Dérivons d'abord le profit espéré de D_2 en fonction du prix de réserve $a_{r,2}^{\kappa} \in \left[a_{r,u}^{\kappa}, a_{r,d}^{\kappa}\right]$:

$$
\begin{aligned}
&\frac{d\Pi_2^{(i)}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right)}{da_{r,2}^{\kappa}} \\
&= \bar{F}\left(v_1^{(i)}\left(a_2^{(i)}(a_{r,2}^{\kappa})\right)\right) \times \left(\left(a_2^{(i)}\right)'\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) - 1\right) \times (Q+\kappa) \\
&+ \left(a_2^{(i)}\right)'\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \left(v_1^{(i)}\right)'\left(a_2^{(i)}(a_{r,2}^{\kappa})\right) \times \bar{F}'\left(v_1^{(i)}\left(a_2^{(i)}(a_{r,2}^{\kappa})\right)\right) \times \left(a_2^{(i)}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times (Q+\kappa) \\
&+ \left(\begin{array}{c} \left(a_2^{(i)}\right)'\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \left(v_1^{(i)}\right)'\left(a_2^{(i)}(a_{r,2}^{\kappa})\right) \times a_2^{(i)}(a_{r,2}^{\kappa}) \times f\left(v_1^{(i)}\left(a_2^{(i)}(a_{r,2}^{\kappa})\right)\right) \\ -1 + \bar{F}\left(v_1^{(i)}\left(a_2^{(i)}(a_{r,2}^{\kappa})\right)\right) \\ + \left(a_2^{(i)}\right)'\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \left(v_1^{(i)}\right)'\left(a_2^{(i)}(a_{r,2}^{\kappa})\right) \times \bar{F}'\left(v_1^{(i)}\left(a_2^{(i)}(a_{r,2}^{\kappa})\right)\right) \times a_{r,2}^{\kappa} \end{array}\right) \times \kappa,
\end{aligned}
$$

ce qui est encore égal à :

$$\begin{aligned}
&\frac{d\Pi_2^{(i)}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right)}{da_{r,2}^{\kappa}} \\
= \;& \bar{F}\left(v_1^{(i)}\left(a_2^{(i)}(a_{r,2}^{\kappa})\right)\right) \times \left(a_2^{(i)}\right)'\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) \times (Q+\kappa) \\
&+ \left(a_2^{(i)}\right)'\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \left(\left(v_1^{(i)}\right)'\left(a_2^{(i)}(a_{r,2}^{\kappa})\right) \times \bar{F}'\left(v_1^{(i)}\left(a_2^{(i)}(a_{r,2}^{\kappa})\right)\right) \times \left(a_2^{(i)}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times Q\right) \\
&+ \left(-1 + \bar{F}\left(v_1^{(i)}\left(a_2^{(i)}(a_{r,2}^{\kappa})\right)\right)\right) \times \kappa - \bar{F}\left(v_1^{(i)}\left(a_2^{(i)}(a_{r,2}^{\kappa})\right)\right) \times (Q+\kappa). \qquad (3.48)
\end{aligned}$$

En réinsérant l'expression (3.40) dans 3.48, la dérivée du profit de D_2 en fonction du prix-seuil se simplifie ainsi :

$$\frac{d\Pi_2^{(i)}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right)}{da_{r,2}^{\kappa}} = -\kappa - \bar{F}\left(v_1^{(i)}\left(a_2^{(i)}(a_{r,2}^{\kappa})\right)\right) \times Q. \qquad (3.49)$$

Montrons désormais que si

$$\frac{d\Pi_2^{(1)}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right)}{da_{r,2}^{\kappa}} > \frac{d\Pi_2^{(2)}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right)}{da_{r,2}^{\kappa}} \text{ pour tout } a_{r,2}^{\kappa} \in \left[a_{r,u}^{\kappa}, a_{r,d}^{\kappa}\right],$$

alors, étant donnée la condition initiale, on obtient le résultat suivant :

$$\Pi_2^{(1)}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) < \Pi_2^{(2)}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) \text{ pour tout } a_{r,2}^{\kappa} \in \left[a_{r,u}^{\kappa}, a_{r,d}^{\kappa}\right].$$

Introduisons pour cette preuve la fonction $g_{1,2}$ telle que : $g_{1,2} = v_1 \circ a_2$. Rappelons, en outre, que nous avons obtenu le système différentiel suivant :

$$\begin{cases} (y - v_2(y)) \times v_1'(y) = (a_{r,d} - v_1(y)) \times (1+\alpha) \\ (y - v_1(y)) \times v_2'(y) = \left(a_{r,d}^{\kappa} - v_2(y)\right) \end{cases},$$

où $\alpha = \kappa/Q$. Comme, à l'équilibre $y = a_2(a_{r,2}^{\kappa})$, alors ce système s'écrit aussi :

$$\begin{cases} \left(a_2\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times v_1'\left(a_2(a_{r,2}^{\kappa})\right) = \left(a_{r,d} - v_1\left(a_2(a_{r,2}^{\kappa})\right)\right) \times (1+\alpha) \\ \left(a_2(a_{r,2}^{\kappa}) - v_1\left(a_2(a_{r,2}^{\kappa})\right)\right) \times v_2'\left(a_2(a_{r,2}^{\kappa})\right) = \left(a_{r,d}^{\kappa} - a_{r,2}^{\kappa}\right) \end{cases}.$$

en notant que $v_2'\left(a_2(a_{r,2}^{\kappa})\right) = 1/a_2'(a_{r,2}^{\kappa})$ et donc que $g_{1,2}'\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) = v_1'\left(a_2(a_{r,2}^{\kappa})\right) \times a_2'(a_{r,2}^{\kappa})$, on obtient :

$$\left\{\begin{array}{c} \left(a_2\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times g_{1,2}'\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) = \left(a_{r,d} - v_1\left(a_2(a_{r,2}^{\kappa})\right)\right) \times a_2'(a_{r,2}^{\kappa}) \times (1+\alpha) \\ \left(a_2(a_{r,2}^{\kappa}) - v_1\left(a_2(a_{r,2}^{\kappa})\right)\right) = \left(a_{r,d}^{\kappa} - a_{r,2}^{\kappa}\right) a_2'(a_{r,2}^{\kappa}) \end{array}\right. ,$$

et donc, finalement,

$$\left\{\begin{array}{c} g_{1,2}'(z) = \dfrac{a_2'(z) \times (a_{r,d} - g_{1,2}(z)) \times (1+\alpha)}{(a_2(z) - z)} = \dfrac{(a_2(z) - g_{1,2}(z)) \times (a_{r,d} - g_{1,2}(z)) \times (1+\alpha)}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - z\right) \times (a_2(z) - z)} \\ a_2'(z) = \dfrac{(a_2(z) - g_{1,2}(z))}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - z\right)} \end{array}\right. ,$$

sous les conditions initiales suivantes :

$$\begin{aligned} a_2(a_{r,u}^{\kappa}) &= a^{\inf},\ g_{1,2}(a_{r,u}^{\kappa}) = a_{r,u}, \\ a_2\left(a^{\sup}\right) &= a^{\sup},\ g_{1,2}(a^{\sup}) = a_{r,d}. \end{aligned}$$

Remarquons que :

$$\begin{aligned} \left(g_{1,2}^{(1)}\right)'(a_{r,u}^{\kappa}) &= \frac{\left(a_2^{(1)}(a_{r,u}^{\kappa}) - g_{1,2}^{(1)}(a_{r,u}^{\kappa})\right) \times \left(a_{r,d} - g_{1,2}^{(1)}(a_{r,u}^{\kappa})\right) \times (1+\alpha)}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - a_{r,u}^{\kappa}\right) \times \left(a_2^{(1)}(a_{r,u}^{\kappa}) - a_{r,u}^{\kappa}\right)} \\ &= \frac{\left(a^{\inf(1)} - a_{r,u}^{\kappa} + a_{r,u}^{\kappa} - a_{r,u}\right) \times (a_{r,d} - a_{r,u}) \times (1+\alpha)}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - a_{r,u}^{\kappa}\right) \times \left(a^{\inf(1)} - a_{r,u}^{\kappa}\right)} \\ &= \frac{(a_{r,d} - a_{r,u}) \times (1+\alpha)}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - a_{r,u}^{\kappa}\right)} + \frac{\left(a_{r,u}^{\kappa} - a_{r,u}\right) \times (a_{r,d} - a_{r,u}) \times (1+\alpha)}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - a_{r,u}^{\kappa}\right) \times \left(a^{\inf(1)} - a_{r,u}^{\kappa}\right)} \\ &> \underbrace{\frac{(a_{r,d} - a_{r,u}) \times (1+\alpha)}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - a_{r,u}^{\kappa}\right)} + \frac{\left(a_{r,u}^{\kappa} - a_{r,u}\right) \times (a_{r,d} - a_{r,u}) \times (1+\alpha)}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - a_{r,u}^{\kappa}\right) \times \left(a^{\inf(2)} - a_{r,u}^{\kappa}\right)}}_{=\left(g_{1,2}^{(2)}\right)'(a_{r,u}^{\kappa})} \end{aligned}$$

Etant donné que $\left(g_{1,2}^{(2)}\right)'(z) > 0$ pour tout z, alors nécessairement : $g_{1,2}^{(1)}(a^{\sup(1)}) = a_{r,d} >$

$g_{1,2}^{(2)}(a^{\sup(1)})$. Supposons alors qu'il existe z_1 tel que :

$$\begin{aligned}
&\text{(i) } g_{1,2}^{(1)}(z_1) = g_{1,2}^{(2)}(z_1),\\
&\text{(ii) } g_{1,2}^{(1)}(z) > g_{1,2}^{(2)}(z) \text{ pour tout } z < z_1,
\end{aligned}$$

alors, on en déduit que $\left(g_{1,2}^{(1)}\right)'(z_1) < \left(g_{1,2}^{(2)}\right)'(z_1)$.

$$\begin{aligned}
\left(g_{1,2}^{(1)}\right)'(z_1) &= \frac{\left(a_2^{(1)}(z_1) - g_{1,2}^{(1)}(z_1)\right) \times \left(a_{r,d} - g_{1,2}^{(1)}(z_1)\right) \times (1+\alpha)}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - z_1\right) \times \left(a_2^{(1)}(z_1) - z_1\right)}\\
&= \frac{\left(a_2^{(1)}(z_1) - z_1 + z_1 - g_{1,2}^{(1)}(z_1)\right) \times \left(a_{r,d} - g_{1,2}^{(1)}(z_1)\right) \times (1+\alpha)}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - z_1\right) \times \left(a_2^{(1)}(z_1) - z_1\right)}\\
&= \frac{\left(a_{r,d} - g_{1,2}^{(1)}(z_1)\right) \times (1+\alpha)}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - z_1\right)} + \frac{\left(z_1 - g_{1,2}^{(1)}(z_1)\right) \times \left(a_{r,d} - g_{1,2}^{(1)}(z_1)\right) \times (1+\alpha)}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - z_1\right) \times \left(a_2^{(1)}(z_1) - z_1\right)}\\
&< \frac{\left(a_{r,d} - g_{1,2}^{(2)}(z_1)\right) \times (1+\alpha)}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - z_1\right)} + \frac{\left(z_1 - g_{1,2}^{(2)}(z_1)\right) \times \left(a_{r,d} - g_{1,2}^{(2)}(z_1)\right) \times (1+\alpha)}{\left(a_{r,d}^{\kappa} - z_1\right) \times \left(a_2^{(2)}(z_1) - z_1\right)}\\
&= \left(g_{1,2}^{(2)}\right)'(z_1).
\end{aligned}$$

Etant donnée l'hypothèse (i), nous pouvons déduire de cette dernière inégalité que :

$$a_2^{(2)}(z_1) < a_2^{(1)}(z_1)$$

ce qui contredit le Corollaire 10.

Finalement, on obtient que :

$$\begin{aligned}
g_{1,2}^{(1)}(a_{r,2}^{\kappa}) &> g_{1,2}^{(2)}(a_{r,2}^{\kappa}) \text{ pour tout } a_{r,2}^{\kappa} \in \left[a_{r,u}^{\kappa}, a_{r,d}^{\kappa}\right] \text{ et donc,}\\
\frac{d\Pi_2^{(1)}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right)}{da_{r,2}^{\kappa}} &= -\kappa - \bar{F}\left(g_{1,2}^{(1)}(a_{r,2}^{\kappa})\right) \times Q > -\kappa - \bar{F}\left(g_{1,2}^{(2)}(a_{r,2}^{\kappa})\right) \times Q = \frac{d\Pi_2^{(2)}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right)}{da_{r,2}^{\kappa}}.
\end{aligned}$$

Sous la condition initiale, on obtient donc bien que $\Pi_2^{(1)}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) < \Pi_2^{(2)}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right)$ pour tout

$a_{r,2}^{\kappa} \in \left[a_{r,u}^{\kappa}, a_{r,d}^{\kappa}\right]$.■

En utilisant les Lemmes 7 et 8, on peut en déduire que si la condition initiale $a^{\sup}$ est égale à $\left(a_{r,d} + a_{r,d}^{\kappa}\right)/2$, alors il existe un équilibre Pareto-dominant, dans la mesure où le profit espéré *ex ante* par chacun des teneurs de marché est uniformément plus élevé sous $\left(a_{r,d} + a_{r,d}^{\kappa}\right)/2$ que sous toute condition initiale strictement inférieure. Montrons alors que cet équilibre est unique.

Lemme 9 *L'équilibre Pareto-dominant caractérisé par le système différentiel (3.41) et par la condition initiale* $a^{\sup} = \left(a_{r,d} + a_{r,d}^{\kappa}\right)/2$ *est unique.*

Preuve : Nous allons montrer que la stratégie de cotation choisie par chaque teneur de marché est une solution globale sur l'intervalle $\left[a^{\inf}, a^{\sup}\right]$, où $a^{\sup} = \left(a_{r,d} + a_{r,d}^{\kappa}\right)/2$. Nous distinguons le cas du prix de vente choisi par le teneur de marché D_1 de celui choisi par D_2.

CAS 1 : Unicité d'un prix de vente optimal pour le teneur de marché D_1 Soit la fonction g_1 définie telle que :

$$g_1(y) = \left(a_{r,d}^{\kappa} - v_2(y)\right) - (y - a_{r,1})\, v_2'(y) \text{ pour tout } y \in \left[\max\left(a^{\inf}, a_{r,1}\right), \infty\right[$$

Remarquons que :

$$g_1\left(\max\left(a^{\inf}, a_{r,1}\right)\right) = a_{r,d}^{\kappa} - v_2\left(\max\left(a^{\inf}, a_{r,1}\right)\right) > a_{r,d}^{\kappa} - v_2\left(a^{\sup}\right) = \frac{\rho\sigma_v^2\kappa}{2} > 0$$

et

$$g_1\left(a^{\sup}\right) = a_{r,d}^{\kappa} - a^{\sup} - \left(a^{\sup} - a_{r,1}\right) = \left(a_{r,1} - a_{r,d}\right) < 0.$$

On observe ensuite que $g_1'(y) = -2v_2'(y) - (y - a_{r,1})\, v_2''(y)$. Alors, en utilisant la dérivée de l'équation (3.43), on obtient finalement que :

$$g_1'(y) = -v_2'(y)\left(2 - (y - a_{r,1})\frac{(2 - v_1'(y))}{(y - v_1(y))}\right).$$

Supposons alors qu'il existe deux prix maxima sur l'intervalle $\left[a^{\inf}, a^{\sup}\right]$ pour D_1 notés

y_1 and y_2, i.e $g_1(y_1) = g_1(y_0) = 0$ avec $g_1'(y_1) > 0$ et $g_1'(y_0) < 0$ (i.e. on suppose que les solutions optimales sont locales). Puisque $v_2'(y_0) > 0$ (voir l'équation (3.43)), alors

$$2 - \frac{(y_0 - a_{r,1})(2 - v_1'(y_0))}{(y_0 - v_1(y_0))} < 0,$$

ou encore, en utilisant l'équation (3.43)

$$2 - \frac{(y_0 - a_{r,1})(2 - v_1'(y_0))}{(a_{r,d}^{\kappa} - v_2(y_0))} v_2'(y_0) < 0.$$

Etant donné que $g_1(y_0) = 0$, i.e. $(a_{r,d}^{\kappa} - v_2(y_0)) - (y_0 - a_{r,1}) v_2'(y_0) = 0$, alors on obtient que

$$2 - \frac{(y_0 - a_{r,1})(2 - v_1'(y_0))}{(a_{r,d}^{\kappa} - v_2(y_0))} v_2'(y_0) = v_1'(y_0) < 0$$

ce qui est en contradiction avec l'équation (3.42).

CAS 2 : Unicité du prix de vente optimal pour le teneur de marché privilégié D_2 Soit la fonction g_2 telle que :

$$g_2(z) = (a_{r,d} - v_1(z)) \times (1 + \alpha) - v_1'(z) \times (z - a_{r,2}^{\kappa}) \text{ pour tout } z \in \left[\max\left(a^{\inf}, a_{r,2}^{\kappa}\right), \infty\right[$$

Supposons alors qu'il existe deux prix maxima pour D_2 qui sont z_0 and z_1, i.e. $g_2(z_0) = g_2(z_1) = 0$. Alors, nécessairement, $g_2'(z_0) < 0$ et $g_2'(z_1) > 0$. Remarquons alors que

$$g_2'(z) = -v_1'(z) \times (2 + \alpha) - v_1''(z) \times (z - a_{r,2}^{\kappa}).$$

En utilisant la dérivée[24] de l'équation (3.42), g_2' se réécrit encore :

$$g_2'(z) = -v_1'(z) \times \left((2 + \alpha) - \frac{((2 + \alpha) - v_2'(z))}{(z - v_2(z))} \times (z - a_{r,2}^{\kappa})\right).$$

[24]La dérivée de cette équation est : $v_1''(z) = v_1'(z) \times (v_2'(z) - (2 + \alpha)) / (z - v_2(z)))$

Par hypothèse, $g_2'(z_1) > 0$, ou encore,

$$(2+\alpha) - \frac{((2+\alpha) - v_2'(z_1))}{(z_1 - v_2(z_1))} \times \left(z_1 - a_{r,2}^{\kappa}\right) < 0.$$

En utilisant l'équation (3.42), alors cette dernière expression est encore équivalente à :

$$(2+\alpha) - \frac{((2+\alpha) - v_2'(z_1))}{(a_{r,d} - v_1(z_1)) \times (1+\alpha)} \times v_1'(z_1) \times \left(z_1 - a_{r,2}^{\kappa}\right) < 0$$

Etant donné que, par hypothèse, $g_2(z_1) = 0$, i.e. $(a_{r,d} - v_1(z_1)) \times (1+\alpha) = \left(z_1 - a_{r,2}^{\kappa}\right) v_1'(z_1)$, alors on en déduit que :

$$(2+\alpha) - \frac{((2+\alpha) - v_2'(z_1))}{\left(z_1 - a_{r,2}^{\kappa}\right) v_1'(z_1) \times (1+\alpha)} \times v_1'(z_1) \times \left(z_1 - a_{r,2}^{\kappa}\right) < 0$$

ou encore $v_2'(z_1) < 0$, résultat en contradiction avec l'équation (3.42).

Par conséquent, il ne peut pas exister deux prix qui soient maxima sur $\left[a^{\inf}, a^{\sup}\right]$. L'équilibre Pareto-dominant donc unique.■

3.7.10 Preuve de la Proposition 10

On suppose que le volume des ordres préférentiels est si large que le teneur de marché privilégié n'a plus aucune chance d'afficher le meilleur prix à l'équilibre, i.e κ est tel que $a_{r,u}^{\kappa} \geq a^{\sup} = \left(a_{r,d} + a_{r,d}^{\kappa}\right)/2$, ou encore $\kappa \geq 2(I_u - I_d)$. On a donc le classement des prix de réserve suivant :

$$a_{r,u} \leq a_{r,d} \leq a^{\sup} \leq a_{r,u}^{\kappa} \leq a_{r,d}^{\kappa}.$$

Supposons que, dans ce cas, le teneur de marché privilégié D_2 choisisse de coter son prix de réserve : $a_2\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) = a_{r,2}^{\kappa}$. Si le teneur de marché non privilégié choisit le prix de vente $y \geq a_{r,u}^{\kappa}$ alors D_1 exécute donc les ordres publics avec une probabilité $\bar{F}_{\kappa}(v_2(y)) = \bar{F}_{\kappa}(y) = \left(a_{r,d}^{\kappa} - y\right) / \left(a_{r,d}^{\kappa} - a_{r,u}^{\kappa}\right)$ et espère un profit Π_1,

$$\Pi_1(y, a_{r,1}) = \bar{F}_{\kappa}(y) \times (y - a_{r,1}) \times Q.$$

Ainsi, la condition du premier ordre du programme de maximisation du teneur de marché D_1 conduit à la solution :

$$y = \frac{a_{r,d}^{\kappa} + a_{r,1}}{2}. \tag{3.50}$$

Toutefois, pour tout $a_{r,1} \in [a_{r,u}, a_{r,d}]$, cette solution est inférieure à $a_{r,u}^{\kappa}$, ce qui n'est pas optimal. La meilleure réponse D_1 est alors, dans ce cas, de coter $a_1 = a_{r,u}^{\kappa}$ pour tout $a_{r,1} \in [a_{r,u}, a_{r,d}]$. D_1 a une probabilité 1 d'exécuter les ordres publics.

Etant donnée la stratégie de son concurrent, le teneur de marché privilégié D_2 peut alors afficher tout prix supérieur ou égal à son prix-seuil sans que cela modifie l'issue du jeu d'échange (D_2 a toujours une probabilité nulle d'exécuter les ordres publics à l'équilibre). La meilleure réponse, au sens de Nash, est alors de coter son prix-seuil.■

3.7.11 Expression analytique des mesures d'agressivité et de probabilité de coter le meilleur prix

La probabilité de coter le meilleur prix et l'agressivité de cotation peuvent être déterminées analytiquement dans le cas du *benchmark* [Biais (1993)] et dans le cas où κ est large ($\kappa > 2(I_u - I_d)$).

Le *benchmark*

D'après la Section 3.4.1 qui expose les prix choisis par les teneurs de marché dans le cas où le *preferencing* n'est pas autorisé (Biais (1993), on déduit que l'agressivité des stratégies de cotation est :

$$\begin{aligned} \theta_{NP}(a_{r,i}) &= \frac{a_{NP}(a_{r,i}) - a_{r,i}}{a_{ri}} \\ &= \frac{a_{r,d}}{2a_{r,i}} - \frac{1}{2}, \end{aligned}$$

et donc, *ex ante* :

$$\begin{aligned} E(\theta_{NP}) &= \int_{a_{r,u}}^{a_{r,d}} \left(\frac{a_{r,d}}{2x} - \frac{1}{2}\right) f(x)\, dx \\ &= \frac{1}{(a_{r,d} - a_{r,u})} \times \left[\frac{a_{r,d}}{2} \ln x - \frac{x}{2}\right]_{a_{r,u}}^{a_{r,d}} \\ &= \frac{a_{r,d}}{2(a_{r,d} - a_{r,u})} \ln\left(\frac{a_{r,d}}{a_{r,u}}\right) - \frac{1}{2}. \end{aligned} \tag{3.51}$$

Lorsque le prix de réserve du teneur de marché D_i est $a_{r,i}$, la probabilité d'afficher le meilleur prix de vente à l'équilibre s'écrit :

$$\Pr(D_i \text{ cote le meilleur prix de vente} \mid a_{r,i}) = \bar{F}(v(a_i)) = (a_{r,d} - v(a_i)) / (a_{r,d} - a_{r,i}),\ i = 1, 2.$$

Ex ante, cette probabilité est égale à :

$$\Pr(D_i \text{ cote le meilleur prix de vente}) = \int_{a_{r,u}}^{a_{r,d}} \frac{a_{r,d} - x}{a_{r,d} - a_{r,u}} f(x)\, dx = \frac{1}{2}. \tag{3.52}$$

Le volume du flux d'ordres préférentiels est large ($\kappa \geq 2(I_u - I_d)$)

D'après la Proposition 10, on sait que le teneur de marché privilégié cote son prix-seuil, et donc, nécessairement $E(\theta_2) = 0$. On déduit également des résultats de cette proposition que l'agressivité du teneur de marché non privilégié si son prix de réserve est égal à $a_{r,1}$ s'élève à :

$$\theta(a_{r,1}) = \frac{a_{r,u}^{\kappa} - a_{r,1}}{a_{r,1}},$$

et, donc, *ex ante*, à

$$E(\theta_1) = \int_{a_{r,u}}^{a_{r,d}} \left(\frac{a_{r,u}^{\kappa}}{x} - 1\right) f(x)\, dx = \frac{a_{r,u}^{\kappa} \ln \frac{a_{r,d}}{a_{r,u}}}{a_{r,d} - a_{r,u}} - 1. \tag{3.53}$$

A titre de rappel, la probabilité *ex ante* de placer le meilleur prix de vente pour le teneur de marché privilégié D_2 est, dans ce cas très spécifique, nulle et donc égale à 1 pour le teneur de marché non privilégié D_1.

Notons également que le profit espéré *ex ante* par chacun des deux teneurs de marché D_1 et D_2 s'élève respectivement à :

$$\begin{aligned} E(\Pi_1) &= \left[\int_{a_{r,u}}^{a_{r,d}} \left(a_{r,u}^{\kappa} - x\right) f(x)\, dx\right] \times Q \\ &= \frac{2\rho\sigma_v^2\kappa - (a_{r,d} - a_{r,u})}{2} \times Q, \end{aligned} \tag{3.54}$$

et

$$E(\Pi_2) = \left(\int_{a_{r,u}^{\kappa}}^{a_{r,d}^{\kappa}} \left(a_{r,u}^{\kappa} + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\kappa + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}Q - x\right) f_{\kappa}(x)\, dx\right) \times \kappa,$$

Finalement, après des calculs simples,

$$E(\Pi_2) = \frac{(a_{r,u} - a_{r,d} + \rho\sigma_v^2(\kappa + Q))}{2} \times \kappa. \tag{3.55}$$

Ces deux expressions (3.54) et (3.55) sont utilisées dans les illustrations numériques des Figures 3.7, 3.8, 3.9 et 3.10 pour la valeur des paramètres citée juste avant l'exemple numérique de la section 3.3.1.■

3.7.12 Preuve sur le 'paiement pour le flux d'ordres'

Le prix de réserve défini par Ho et Stoll (1983) et Biais (1993) est obtenu dans un cadre moyenne-variance. Si, désormais, on tient compte d'un paiement linéaire noté τ versé par le teneur de marché privilégié au courtier lui dirigeant les ordres de manière préférentielle, on peut s'attendre à ce que le prix de réserve du teneur de marché privilégié soit modifié afin de prendre en compte ce coût supplémentaire.

A. Supposons que le teneur de marché privilégié doive exécuter $(Q + \kappa)$ unités d'actif risqué dont κ sont payantes. Le prix de réserve, noté $a_r^{\tau}(I_2, (Q + \kappa))$, est alors défini par l'équation suivante :

$$E\left(-\exp\left(-\rho \times \tilde{\pi}_2\left(a_r^{\tau}(I_2, (Q + \kappa))\right)\right) \mid I_2\right) = E\left(-\exp\left(-\rho \times \tilde{\pi}_2(0)\right) \mid I_2\right) \tag{3.56}$$

où

$$\tilde{\pi}_2\left(a_r^\tau\left(I_2,(Q+\kappa)\right)\right) = a_r^\tau\left(I_2,(Q+\kappa)\right)\times(Q+\kappa) - \tau\times\kappa + \left(I_2-(Q+\kappa)\right)\times\tilde{v}$$

et

$$\tilde{\pi}_2(0) = I_2\times\tilde{v}.$$

Le terme de droite de l'égalité (3.56) est aussi égal à

$$\begin{aligned}
& E\left(-\exp\left(-\rho\times\tilde{\pi}_2(0)\right)\mid I_2\right) \\
= & -\exp\left(-\rho\times\left(E\left(\tilde{\pi}_2(0)\mid I_2\right)-\frac{\rho}{2}\operatorname{Var}\left(\tilde{\pi}_2(0)\mid I_2\right)\right)\right) \\
= & -\exp\left(-\rho\times\left(\mu\times I_2-\frac{\rho\sigma_v^2}{2}I_2^2\right)\right),
\end{aligned} \tag{3.57}$$

tandis que le terme de gauche se réécrit aussi :

$$\begin{aligned}
& E\left(-\exp\left(-\rho\times\tilde{\pi}_2\left(a_r^\tau\left(I_2,(Q+\kappa)\right)\right)\right)\mid I_2\right) \\
= & -\exp\left(-\rho\times\left(\begin{array}{c} a_r^\tau\left(I_2,(Q+\kappa)\right)\times(Q+\kappa)-\tau\times\kappa+\mu\times\left(I_2-(Q+\kappa)\right) \\ -\frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left(I_2-(Q+\kappa)\right)^2 \end{array}\right)\right) \\
= & -\exp\left(-\rho\times\left(\left(\mu\times I_2-\frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left(I_2\right)^2\right)\right)\right) \\
& \times\exp\left(-\rho\times\left(\begin{array}{c} a_r^\tau\left(I_2,(Q+\kappa)\right)\times(Q+\kappa)-\tau\times\kappa-\mu\times(Q+\kappa) \\ -\frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left((Q+\kappa)^2-2I_2(Q+\kappa)\right) \end{array}\right)\right).
\end{aligned} \tag{3.58}$$

A partir des expressions (3.57), (3.58) et de l'égalité (3.56), on en déduit que

$$a_r^\tau\left(I_2,(Q+\kappa)\right) = \mu+\tau\times\frac{\kappa}{(Q+\kappa)}+\frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left((Q+\kappa)-2I_2\right).$$

En posant $\mu^\tau = \mu+\tau\times\frac{\kappa}{(Q+\kappa)}$, le prix de réserve s'écrit également,

$$a_r^\tau\left(I_2,(Q+\kappa)\right) = \mu^\tau+\frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left((Q+\kappa)-2I_2\right).$$

B. Supposons le teneur de marché privilégié exécute uniquement κ unités d'actif risqué

dirigées de manière préférentielle et tarifées au prix τ. Dans ce cas, le prix de réserve, noté $a_r^\tau(I_2,\kappa)$, est défini par l'équation suivante :

$$E\left(-\exp\left(-\rho\times\tilde{\pi}_2\left(a_r^\tau\left(I_2,\kappa\right)\right)\right)\mid I_2\right)=E\left(-\exp\left(-\rho\times\tilde{\pi}_2\left(0\right)\right)\mid I_2\right)$$

où

$$\tilde{\pi}_2\left(a_r^\tau\left(I_2,\kappa\right)\right)=a_r^\tau\left(I_2,\kappa\right)\times\kappa-\tau\times\kappa+\left(I_2-\kappa\right)\times\tilde{v}.$$

Le membre de gauche de cette égalité est encore égal à

$$\begin{aligned}&E\left(-\exp\left(-\rho\times\tilde{\pi}_2\left(a_r^\tau\left(I_2,\kappa\right)\right)\right)\mid I_2\right)\\=&-\exp\left(-\rho\times\left(\mu\times I_2-\frac{\rho\sigma_v^2}{2}I_2^2+a_r^\tau\left(I_2,\kappa\right)\times\kappa-\tau\times\kappa-\mu\times\kappa-\frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left(-2I_2\times\kappa+\kappa^2\right)\right)\right)\end{aligned}$$

Par un raisonnement similaire au cas précédent, on obtient :

$$a_r^\tau\left(I_2,\kappa\right)=\mu+\tau+\frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left(\kappa-2I_2\right).$$

D'après le Lemme 5, le prix-seuil est défini tel que :

$$\left(a_{r,2}^{\kappa,\tau}-a_r^\tau\left(I_2,\kappa\right)\right)\times\kappa=\left(a_{r,2}^{\kappa,\tau}-a_r^\tau\left(I_2,\left(Q+\kappa\right)\right)\right)\times\left(Q+\kappa\right)$$

et, donc,

$$a_{r,2}^{\kappa,\tau}=\mu+\frac{\rho\sigma_v^2}{2}\left(Q-2\left(I_2-\kappa\right)\right)=a_{r,2}^{\kappa}.\blacksquare$$

3.7.13 Preuve sur un 'autre déroulement possible des événements'

Selon nos hypothèses, le teneur de marché privilégié peut recevoir à la date 3 un flux d'ordres préférentiels à exécuter avec une probabilité α. Sa nouvelle fonction de gains π_2^α s'écrit donc

$$\pi_2^\alpha\left(a_2,a_1,I_2\right)=\begin{cases}\alpha\times\left(\,a_1-a_r\left(I_2,\kappa\right)\right)\times\kappa & \text{si } a_2>a_1\\ \left(a_2-a_r\left(I_2,Q\right)\right)\times Q+\alpha\times\left(\,a_2-a_r\left(\left(I_2-Q\right),\kappa\right)\right)\times\kappa & \text{si } a_2<a_1\end{cases},$$

où l'expression

$$(a_2 - a_r(I_2, Q)) \times Q + \alpha \times (a_2 - a_r((I_2 - Q), \kappa)) \times \kappa$$

peut également s'écrire

$$(1-\alpha)(a_2 - a_r(I_2, Q)) \times Q + \alpha(a_2 - a_r(I_2, Q+\kappa)) \times (Q+\kappa).$$

Alors, le prix-seuil $a_{r,2}^{\kappa,\alpha}$ est défini par l'équation suivante :

$$\alpha \times (a_{r,2}^{\kappa,\alpha} - a_r(I_2, \kappa)) \times \kappa = \left(a_{r,2}^{\kappa,\alpha} - a_r(I_2, Q)\right) \times Q + \alpha \times (a_{r,2}^{\kappa,\alpha} - a_r((I_2 - Q), \kappa)) \times \kappa \quad (3.59)$$

et donc, de manière équivalente, par

$$\begin{aligned} a_{r,2}^{\kappa,\alpha} &= \mu + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}(Q - 2I_2) + \rho\sigma_v^2 \times \alpha \times \kappa \\ &= \mu + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}(Q - 2I_2) + \rho\sigma_v^2 \times \kappa_\alpha \end{aligned} \quad (3.60)$$

où $\kappa_\alpha = \alpha \times \kappa$. Ajouter une incertitude sur la réception *ex post* d'ordres préférentiels altère les prix de réserve et donc les stratégies d'équilibre, fonctions du prix $a_{r,2}^{\kappa,\alpha}$.■

4

Troisième Essai : "*Preferencing*" et communication entre teneurs de marché

4.1 Introduction

Avant qu'Euronext, le NYSE ou le Nasdaq n'ouvrent officiellement leur séance, on observe des mouvements de prix sans qu'aucune transaction ne soit effectuée. Assez naturellement, les premières recherches empiriques se sont intéressées au contenu informationnel des prix indicatifs affichés en préouverture. Biais, Hillion et Spatt (1999) trouvent que, plus l'ouverture du marché parisien approche, plus les prix indicatifs sont informatifs. Les auteurs suggèrent que la préouverture est une phase d'échange d'informations qui permet aux placeurs d'ordres de découvrir des prix efficients[1]. Les résultats de Cao, Ghysels et Hatheway (2000) renforcent également l'intuition selon laquelle la préouverture est utilisée par les opérateurs pour s'échanger des informations fondamentales puisque les teneurs de marché décident de publier des cotations indicatives qui accélèrent la découverte des prix.

[1]Dans ce cas, les prix efficients sont définis comme l'espérance de la valeur fondamentale de l'actif risqué conditionnellement à l'information publique disponible.

Toutefois, à la différence des résultats de Biais et *al.* (1999) sur l'ouverture parisienne, Ciccotello et Hatheway (2000) trouvent que les prix d'ouverture du Nasdaq sont des prédicteurs biaisés de la valeur fondamentale de l'actif risqué. Cela signifie soit que le procédé de préouverture du Nasdaq n'est pas aussi efficace (en tant qu'agrégateur de l'information fondamentale) que celui de Paris, soit que les mouvements des cotations indicatives publiées volontairement par les teneurs de marché signalent des informations non corrélées avec la valeur fondamentale de l'actif, qui interfèrent avec la découverte des prix.

Contrairement à l'organisation walrassienne de Paris qui conduit à la détermination d'un prix d'ouverture unique, l'ouverture du Nasdaq est décentralisée : on observe autant de prix de transaction que de teneurs de marché si chacun d'eux reçoit des ordres à exécuter. Il existe cependant une exception : quel que soit le fournisseur de liquidité, les ordres dirigés de manière préférentielle doivent être exécutés au meilleur prix du marché. Cette caractéristique des contrats de préférence, non autorisés à Paris, peut entraîner des pertes pour les teneurs de marché désignés. En effet, dans certains cas, le service des ordres préférentiels accentue le déséquilibre de leur position pour un prix d'exécution qui leur est défavorable [Deuxième Essai]. Or, le risque de position lié à la pratique du *preferencing* est accru en période de préouverture en raison de l'incertitude sur les prix d'ouverture et de l'ampleur des ordres préférentiels[2] qui se sont accumulés pendant les heures de fermeture des marchés. Il n'est donc pas étonnant que Knight Securities, une des plus grandes firmes teneurs de marché du Nasdaq, déclare faire des pertes à l'ouverture sur l'exécution des ordres préférentiels[3]. Comment les teneurs de marché peuvent-ils réduire l'incertitude des prix d'ouverture et faciliter l'exécution des ordres préférentiels ?

[2] Avant l'ouverture du Nasdaq, les ordres préférentiels sont entrés dans le système de négociation par les courtiers externes sous le qualificatif de "*market on open*" (*MOO*) et non de "*preferenced*". Effectivement, avant l'ouverture, étant donné que les cotations sont seulement indicatives, on ne peut pas justifier la garantie d'alignement sur un prix de marché qui n'est pas ferme. Les courtiers n'utilisent donc pas de *preferenced order*. Toutefois, un ordre MOO reçoit une garantie d'exécution au meilleur prix d'ouverture (si les conditions du marché sont 'normales').

[3] "*Knight / Trimark declares that it loses money almost every morning because of its guarantee to fill orders at the best opening price.*" Extrait de "*Role as big market-maker helps Knight / Trimark's portfolio*", Greg Ip, *The Wall Street Journal*, 3 mai 2000.

L'objectif de l'essai est d'étudier si l'objet de la communication par les prix, observée en préouverture du Nasdaq, n'est pas de diminuer le risque de position lié à la pratique du *preferencing*. Plus spécifiquement, l'essai est conçu en deux parties distinctes (une partie théorique et une partie empirique) dont le but est de répondre aux questions suivantes :

- Théoriquement, peut-on caractériser des cas où les teneurs de marché sont incités à communiquer des informations sur les chocs de liquidité liés aux ordres préférentiels ?
- Empiriquement, peut-on déterminer si les teneurs de marché, dont le flux d'ordres est principalement préférentiel, utilisent les cotations indicatives afin de signaler des déséquilibres et de faciliter le contrôle de leur position ?

On étudie les effets de la communication d'informations non fondamentales sur les cotations choisies à l'équilibre par des teneurs de marché utilisant le *preferencing*. On suppose, à la manière de Biais (1993), que deux teneurs de marché averses au risque, caractérisés par leur position en actif risqué, se livrent une concurrence par les prix pour exécuter un ordre public d'achat. Dans ce cadre, l'aversion au risque des teneurs de marché explique que ceux-ci ont un coût de production de la liquidité croissant avec la quantité d'actif risqué vendue. Par conséquent, les prix auxquels ils se tiennent prêts à vendre sont d'autant plus élevés que la quantité vendue est importante. On suppose, en outre, qu'un des teneurs de marché a une probabilité non nulle de recevoir un flux d'ordres préférentiels. L'exécution d'une quantité supplémentaire d'ordres préférentiels provoque une augmentation du coût de production du teneur de marché privilégié. En d'autres termes, suivant qu'il reçoive des ordres préférentiels ou non, le teneur de marché fait face à des coûts de production élevés ou faibles, respectivement. Il est donc plus ou moins enclin à afficher des prix de vente concurrentiels suivant l'état nul ou positif du flux d'ordres préférentiels reçu. Or, si le teneur de marché privilégié observe parfaitement l'état du volume d'ordres préférentiels, son concurrent connaît seulement la distribution de la demande préférentielle et donc la distribution *ex ante* du niveau du coût de production du teneur de marché privilégié (élevé si celui-ci doit exécuter les ordres préférentiels). Il existe donc une asymétrie d'information entre les deux teneurs de marché. L'objectif de cet essai est de déterminer si le teneur de marché privilégié est incité à dévoiler l'état de la demande préférentielle afin de réduire l'incertitude de son concurrent et de modifier

sa stratégie de cotation. Du fait de l'absence de solution analytique de l'équilibre, nous avons déterminé numériquement les prix choisis. On parvient aux résultats suivants :

- La révélation de l'état du flux d'ordres préférentiels peut permettre aux deux teneurs de marché de générer des profits plus élevés en moyenne.
- La communication de ce type d'informations provoque une augmentation des fourchettes de prix.

Les résultats théoriques suggèrent que le risque de position lié au *preferencing* peut inciter les teneurs de marché à communiquer des informations non fondamentales. Par conséquent, dans un deuxième temps, on teste l'hypothèse selon laquelle les cotations indicatives sont utilisées par les teneurs de marché pour communiquer des informations sur les chocs de liquidité liés aux ordres préférentiels. La préouverture constitue effectivement un moment unique où les cotations des teneurs de marché ne sont ni anonymes, ni fermes et peuvent donc signaler des informations. On utilise la base de données de Cao, Ghysels et Hatheway (1998) (2000) pour analyser l'activité de communication des teneurs de marché privilégiés. En particulier, on étudie le comportement d'une catégorie de teneurs de marché - les "*wholesalers*" - dont la majorité des ordres exécutables reçus sont obtenus par des contrats de préférence. Ces teneurs de marché sont, par ailleurs, réputés non informés [Schultz (2003)]. Ils ne peuvent donc pas, *a priori,* signaler d'information fondamentale significative.

On trouve que les *wholesalers* participent activement à la préouverture : ils entrent, dans le système de négociation, 28.70% de la totalité des signaux qui sont émis en préouverture, alors qu'ils ne représentent que 5% de la totalité des teneurs de marché. Les résultats montrent que ce sont les signaux émis par les *wholesalers* qui contribuent le moins à la découverte des prix, ce qui valide l'hypothèse selon laquelle les teneurs de marché pourraient communiquer des informations non fondamentales en préouverture.

Par ailleurs, on observe que, à la différence des autres teneurs de marché, les signaux émis par les *wholesalers* sont plus nombreux sur les actions caractérisées par un grand nombre d'ordres préférentiels (prix moyen élevé et faible taille des transactions), ce qui corrobore l'idée que les *wholesalers* communiquent d'autant plus que le volume d'ordres préférentiels est important.

Ensuite, on trouve que le nombre de fois où les *wholesalers* sont présents à l'ouverture sur un côté du marché (meilleur prix d'achat ou de vente) est lié positivement et significativement à la proportion de signaux qu'ils émettent. Ce résultat renforce l'intuition selon laquelle les *wholesalers* recherchent activement de la liquidité à l'ouverture pour contrebalancer un déséquilibre de leur position survenu en préouverture.

Ces résultats suggèrent que les cotations croisées initiées par les *wholesalers* communiquent des informations sur les risques de position liés au *preferencing*. Pour terminer cette étude, nous avons cherché à déterminer la tendance au retour[4] (*"price reversal"*) des prix d'ouverture des *wholesalers*. A la différence des ordres publics qui sont dépourvus de garantie d'exécution, on peut montrer que les ordres préférentiels provoquent des effets de position sans même qu'il y ait de transaction. Si les teneurs de marché observent en préouverture le volume des ordres préférentiels à exécuter, ils décalent les prix d'ouverture en anticipation de leur exécution. Cependant, cette déviation devrait être temporaire si le prix des *wholesalers* reflète effectivement des effets de position. Les données requises étant indisponibles pour l'échantillon de 1996, nous avons utilisé une base de données NASTRAQ du mois de décembre 1999. On trouve que ce sont les prix des *wholesalers* qui dévient le plus fortement. La tendance au retour des prix est mesurée dans cet essai par le coefficient de corrélation linéaire entre les rentabilités des prix pré-ouverture et ceux post-ouverture. En outre, la tendance au retour des prix des *wholesalers* est d'autant plus forte (en valeur absolue) que le volume exécuté à l'ouverture est élevé, corroborant l'idée d'une position déséquilibrée pendant la préouverture.

Le modèle de la partie théorique prédit également que les meilleurs prix à l'ouverture devraient observer une tendance au retour puisque les teneurs de marché communiquent leur information non fondamentale pour orienter les prix dans une direction qui leur est favorable. Mais cet impact est transitoire.

Cet essai complète l'étude de Cao et *al* (2000) qui a pour objet l'incorporation d'informations fondamentales dans les prix d'ouverture du Nasdaq. Cet essai est également lié aux articles de recherche étudiant l'impact de la préouverture sur l'efficience des prix d'ou-

[4] On employera, de manière interchangeable, 'tendance au retour' ou 'rebond des prix' pour traduire *price reversal*.

verture des bourses ([Biais, Hillion et Spatt (1999)], [Brusco, Manzano et Tapia (1998)], [Davies (2003)], [Dia et Pouget (2002)], [Madhavan et Panchapagesan (2000)] ou [Kehr, Krahnen et Theissen (2001)]). En effet, on soulève le problème de l'autorisation de placer des cotations indicatives qui, certes accélèrent la découverte des prix [Cao et *al* (2000)], mais permettent également l'incorporation d'informations transitoires dans les prix d'ouverture, ce qui est suspecté profiter aux teneurs de marché et défavoriser les investisseurs extérieurs. C'est la raison pour laquelle, cet essai s'inscrit dans la problématique actuelle de la préouverture du Nasdaq [Angel et Wu (2001)], réputée être chaotique [Wyatt (1999)] et suspectée de favoriser des prix anti-concurrentiels [Ciccottello et Hatheway (2000)].

Le contexte empirique et le modèle sont décrits dans la section 4.2. La section 4.3 explore les incitations d'un teneur de marché privilégié à révéler le volume des ordres préférentiels qu'il doit exécuter. La section 4.4 analyse empiriquement l'hypothèse de transmission d'information non fondamentale par les teneurs de marché en préouverture du Nasdaq. La section 4.5 présente les conclusions de l'essai. Les preuves et les tableaux qui n'apparaissent pas dans le corps du texte sont donnés en annexes de cet essai.

4.2 Préouverture sur le Nasdaq

Dans cette section, on décrit le contexte empirique et on expose une revue de la littérature sur le sujet afin de mettre en perspective l'objet de cette recherche.

4.2.1 Contexte empirique

Sur le Nasdaq, il n'existe aucune procédure formelle d'ouverture. A partir de 9h30, les teneurs de marché sont tenus d'afficher des prix fermes de transaction. Entre 8h00 et 9h30, les teneurs de marché ont, en revanche, la possibilité d'afficher, modifier ou annuler les cotations qu'ils diffusent par le biais du système électronique de négociation. Ces cotations de préouverture sont purement indicatives dans la mesure où les teneurs de marché ne sont pas tenus de traiter à ces prix.

Pendant cette période de préouverture, le nombre de cotations entrées dans le sys-

tème par les teneurs de marché est non négligeable. Ainsi, d'octobre 1995 à septembre 1996, Cao et al (2000) observent un nombre moyen de 118 fourchettes de prix affichées quotidiennement, alors qu'il n'y a aucune transaction réalisée entre 8h00 et 9h30. La caractéristique la plus frappante de ces prix de préouverture est la présence de cotations 'croisées' : environ 35% des fourchettes de prix sont telles que le meilleur prix d'achat est soit égal (*"locked quote"*) soit supérieur (*"crossed quote"*) au meilleur prix de vente, ce qui n'est pas autorisé durant les heures officielles d'ouverture du marché (de 9h30 à 16h00). Cao et al (2000) qui ont étudié le contenu informationnel des cotations de préouverture estiment que 17% des changements de prix journaliers[5] doivent être attribués à ces cotations croisées. Ce résultat est très significatif puisque la découverte des prix serait quantitativement supérieure, pour ces données (octobre 1995 à septembre 1996), à celle observée par Biais et al. (1996), en préouverture de la Bourse de Paris en 1991 [Cao et al (1998)]. En outre, il est intéressant de remarquer que Aggarwal et Conroy (2000) observent les mêmes faits stylisés (utilisation de cotations croisées) pendant les 5 minutes précédant la détermination du premier cours des actions introduites sur le Nasdaq. En effet, les teneurs de marché affichent des prix verrouillant (*"to lock"*) ou transgressant (*"to cross"*) la fourchette des meilleurs prix du marché. Selon les auteurs, ces cotations croisées constituent des signaux qui favorisent l'efficience du premier cours.

En résumé, les travaux de recherche de Cao et al. (2000) montrent que les cotations indicatives de préouverture sur le Nasdaq jouent un rôle crucial en termes d'agrégation des informations privées et de découverte des prix. Plusieurs articles ont récemment cherché à analyser si les mouvements de prix observés avant l'ouverture ont un rôle significatif sur l'efficience informationnelle des cours d'ouverture. Outre l'article de Cao et al (2000) portant sur le Nasdaq, il s'agit, en particulier, des modèles empiriques de Biais et al (1999) sur la Bourse de Paris et de Madhavan et Panchapagesan (2000) sur le NYSE. Les méthodologies employées dans chacun des articles pour quantifier le rôle des cotations de préouverture sont différentes. Nous allons donc brièvement exposer les méthodes et les résultats obtenus dans ces articles afin de mettre en perpective l'enjeu empirique de cet

[5] Dans cet essai, le 'changement des prix journalier' est synonyme de 'découverte des prix'. On emploiera les deux termes de manière interchangeable.

essai.

4.2.2 Une revue de la littérature

Les articles de Biais et al (1999), Cao et al (2000) et Madhavan et Panchapagesan (2000) cherchent à déterminer si les mouvements de prix en préouverture contribuent significativement à révéler l'information fondamentale dans les prix ou s'il s'agit simplement d'un jeu des opérateurs, auquel cas ces cotations sont des bruits (au sens statistique du terme : les changements de cotations sont non corrélées au changement de la valeur de l'actif risqué).

L'article de Biais et al (1999) et celui Madhavan et Panchapagesan (2000) portent sur des marchés centralisés qui ouvrent leur séance par une enchère à prix uniforme (la Bourse de Paris et celle de New York respectivement), tandis que les travaux de recherche de Cao et al (1998) (2000) étudient l'ouverture décentralisée du Nasdaq (voir Annexe A de cet essai pour un résumé détaillé des modes d'ouverture sur chaque place financière). En dépit de modes d'ouverture différents, l'intuition figurant dans ces articles est simple et peut être résumée en suivant le cadre méthodologique proposé par Biais et al (1999). Considérons un actif risqué dont la valeur fondamentale est notée v. On appelle H_t, l'information publique diffusée le jour t.

Il s'agit ensuite de déterminer si les prix indicatifs de préouverture ne révèlent aucune information fondamentale auquel cas l'hypothèse testée est la suivante :

$$H_0 : p_{O,t} = E\left(v \mid H_{t-1}\right) + \eta_t$$

où $p_{O,t}$ est le prix à l'ouverture du jour t et η_t est un bruit statistique indépendant de la valeur fondamentale de l'actif risqué ($\eta_t \perp v$). Dans cette hypothèse, les prix d'ouverture n'incorporent aucune nouvelle information puisqu'ils reflètent simplement le prix de clôture de la veille ('proxy' de la valeur d'équilibre de l'actif risqué conditionnelle à l'information diffusée la veille, $E\left(v \mid H_{t-1}\right)$) 'bruité' par un terme d'erreur statistique η_t.

Si, en revanche, le processus des prix indicatifs de la préouverture contribue à révéler l'information fondamentale, alors les prix d'ouverture sont des prédicteurs sans biais de

la valeur fondamentale de l'actif risqué :

$$H_1 : p_{O,t} = E\left(v \mid H_t\right)$$

L'Annexe B donne le détail des régressions et des méthodes économétriques employées par Biais et al (1999), Madhavan et Panchapagesan (2000) et Cao et al. (2000) pour déterminer si les prix indicatifs de préouverture sont des bruits statistiques ou s'ils incorporent de l'information fondamentale.

Sur la Bourse de Paris, Biais et al. (1999) observent que l'efficience informationnelle des prix indicatifs est croissante et s'accélère dans les 10 dernières minutes de la préouverture. Les auteurs concluent que le processus des changements de prix de la préouverture parisienne est proche du tâtonnement walrassien menant à la découverte du prix d'équilibre. Sur la bourse de New York, bien que le flux des ordres reçu en préouverture soit centralisé et stocké dans un carnet d'ordres, la préouverture n'est pas transparente et les prix indicatifs ne sont pas diffusés. Seul le *specialist*, l'animateur de l'actif risqué, observe les mouvements de prix. Madhavan et Panchapegesan (2000) trouvent que le *specialist* contribue à améliorer l'efficience informationnelle des prix d'ouverture en prenant part au fixing d'ouverture. Sur le Nasdaq, comme mentionné dans la section précédente, Cao et al. (1998) (2000) trouvent que ce sont les mouvements des cotations indicatives des teneurs de marché, en particulier celles croisées (*crossed* et *locked quotes*), qui contribuent à incorporer l'information fondamentale dans les prix d'ouverture.

A la différence de ces articles, nous étudions les effets de l'information *non* fondamentale sur les prix d'ouverture. En utilisant la même base de données de préouverture que Cao et al. (1998), (2000), il s'agit de valider ou non si les cotations croisées initiées par les teneurs de marché constituent un moyen de signaler des chocs de liquidité affectant temporairement leurs positions dans l'actif risqué.

Plus précisément, lors de la préouverture du Nasdaq, les teneurs de marché observent le flux d'ordres préférentiels qu'ils ont à servir à l'ouverture. On rappelle qu'à la différence des ordres publics exposés à l'ensemble du marché, les ordres préférentiels sont assortis

d'une garantie d'exécution. Ainsi les ordres préférentiels doivent être exécutés à l'ouverture au meilleur prix du marché quelle que soit la position du teneur de marché désigné et les prix cotés par celui-ci. Même si le teneur de marché oriente ses prix à la hausse afin de contrôler sa position trop courte et de refuser les ordres *publics* d'achat, par exemple, il est tenu d'exécuter les ordres *préférentiels* d'achat. En conséquence, le teneur de marché anticipe la liquidité demandée par les ordres préférentiels et modifie ses cotations avant même d'exécuter les ordres préférentiels pour refléter sa position effective [voir Essai 2]. On peut donc observer des effets de position dans les prix indicatifs de préouverture sans même qu'il y ait de transaction, à la différence, en particulier, de la Bourse de Paris où aucun effet de position n'est possible en préouverture [voir les commentaires de Biais et al (1999) p. 1219]. Nous prétendons que le prix (milieu de fourchette) d'ouverture du teneur de marché recevant des ordres préférentiels peut s'écrire :

$$P^i_{O,t} = E\left(v \mid H_t\right) - \phi^i \left(I^i_{O,t} - I^*\right)$$

avec $\phi^i \geq 0$ et où ϕ^i désigne le coût de gestion de la position unitaire du teneur de marché i, $I^i_{O,t}$ est la position du teneur de marché à l'ouverture t, I^* est la position désirée par le teneur de marché entre deux séances, $\left(I^i_{O,t} - I^*\right)$ le déséquilibre encouru par le teneur de marché qui reçoit un flux d'ordres préférentiels pendant la préouverture.

Notre recherche n'est pas la première à s'intéresser au rôle de l'information non fondamentale sur le niveau des prix d'ouverture des teneurs de marché du Nasdaq. En utilisant la méthodologie de Biais et al. (1999), Ciccotello et Hatheway (2000) trouvent que les prix d'ouverture du Nasdaq sont des prédicteurs biaisés de la valeur d'équilibre de l'actif risqué. Les auteurs en concluent que la communication entre les teneurs de marché pendant la préouverture leur sert à manipuler les cours d'ouverture. A la différence de Ciccotello et Hatheway, nous interprétons le biais statistique des prix d'ouverture comme étant dû à la communication d'informations non fondamentales.

Pour déterminer le rôle de l'information non fondamentale sur les mouvements de prix observés en préouverture du Nasdaq, on procède en deux temps. D'abord, en recourant au modèle exposé dans l'Essai 2, on montre que la communication - si elle est autorisée - est le

moyen le plus naturel pour les teneurs de marché de se coordonner sur des prix d'ouverture qui diminuent le risque de position lié au service des ordres préférentiels. Ensuite, on analyse empiriquement si les mouvements de prix observés ont un effet temporaire sur les prix d'ouverture, auquel cas l'information véhiculée par les cotations croisées serait provoquée par des chocs de liquidité transitoires.

La section suivante expose les hypothèses principales du modèle et analyse l'existence de communication d'informations non fondamentales entre teneurs de marché.

4.2.3 Communication entre teneurs de marché

On procède d'abord à un rappel du cadre général du modèle avant de discuter les hypothèses novatrices ajoutées dans cet essai.

Le marché et ses conventions

On considère un marché de contrepartie sur lequel s'échange un actif risqué, dont la valeur liquidative est une variable aléatoire notée $\tilde{v}$, normalement distribuée, d'espérance μ et de variance σ_v^2. Deux teneurs de marché *averses au risque*, notés D_1 et D_2, se tiennent prêts à acheter ou vendre l'actif risqué. La position du teneur de marché D_i est notée I_i ($i = 1, 2$). Ces deux teneurs de marché ont l'obligation d'afficher à la fois un prix de vente et un prix d'achat auxquels ils sont prêts à échanger. Pour des raisons de clarté d'exposition du modèle, on ne considère que le côté vendeur du marché. On analyse effectivement comment les deux teneurs de marché choisissent leur prix de vente, lors de l'arrivée sur le marché d'un ordre public d'achat.

Du fait de leur aversion au risque, les teneurs de marché sont supposés peu enclins à afficher des prix de vente concurrentiels lorsque leur position en actif risqué I_i est courte : le choix du prix de vente affiché va donc dépendre de la position du teneur de marché, du volume de la transaction à effectuer et de (l'anticipation de) la stratégie suivie par son concurrent. Plus précisément, comme, en position courte, le coût moyen de production de la liquidité des teneurs de marché (le prix de réserve) est élevé, les prix de vente affichés par les teneurs de marché sont également élevés. Ces résultats sont montrés dans les modèles

d'inventaire ("*inventory model*") développés, entre autres, par Stoll (1978), Ho et Stoll (1983) et Biais (1993).

Concurrence sur l'exécution d'un ordre public d'achat transmis sur un marché autorisant le *preferencing*. On suppose que les deux teneurs de marché sont incités à se concurrencer pour coter le prix de vente le plus faible du marché afin d'exécuter un ordre d'achat transmis à l'ensemble du marché, noté $+Q$. Au moment de l'échange, seul le teneur de marché affichant le plus faible prix de vente exécute les Q titres publics. On suppose également que les accords de préférence sont autorisés sur le marché et que, en particulier, le teneur de marché D_2 entretient des relations de préférence avec des courtiers extérieurs, à la différence de son concurrent supposé non privilégié. Par conséquent, indépendamment de la compétitivité de son prix de vente, D_2 peut exécuter un volume de titres dirigés de manière préférentielle, noté κ, au meilleur prix du marché. En fait, à la différence du modèle exposé dans le Deuxième Essai, on suppose que le flux d'ordres préférentiels[6] κ est une variable aléatoire à 2 états : avec une probabilité p, le flux d'ordres préférentiels est strictement positif ($\kappa > 0$), avec une probabilité $(1-p)$, ce flux d'ordres préférentiels est nul ($\kappa = 0$).

Information privée. Dans ce modèle, la nature choisit l'état du flux d'ordres préférentiels ($\kappa = 0$ ou $\kappa > 0$). Tandis que le teneur de marché D_2 observe la réalisation du flux d'ordres préférentiels κ, son concurrent connaît seulement la distribution *ex ante* de cette variable aléatoire. Par conséquent, on observe une asymétrie d'information entre les teneurs de marché. Le teneur de marché privilégié possède une information privée sur une demande de liquidité affectant son propre stock d'actif risqué et donc son coût de production de la liquidité. Cette information est dite à 'valeur privée' dans le sens où elle concerne une variable propre au teneur de marché privilégié. En conséquence, si le teneur de marché non privilégié acquiert cette information à valeur privée, elle affectera seulement sa stratégie de cotation et non son prix de réserve.

[6] On dira, de manière interchangeable, demande préférentielle ou flux d'ordres préférentiels.

Déroulement des échanges.

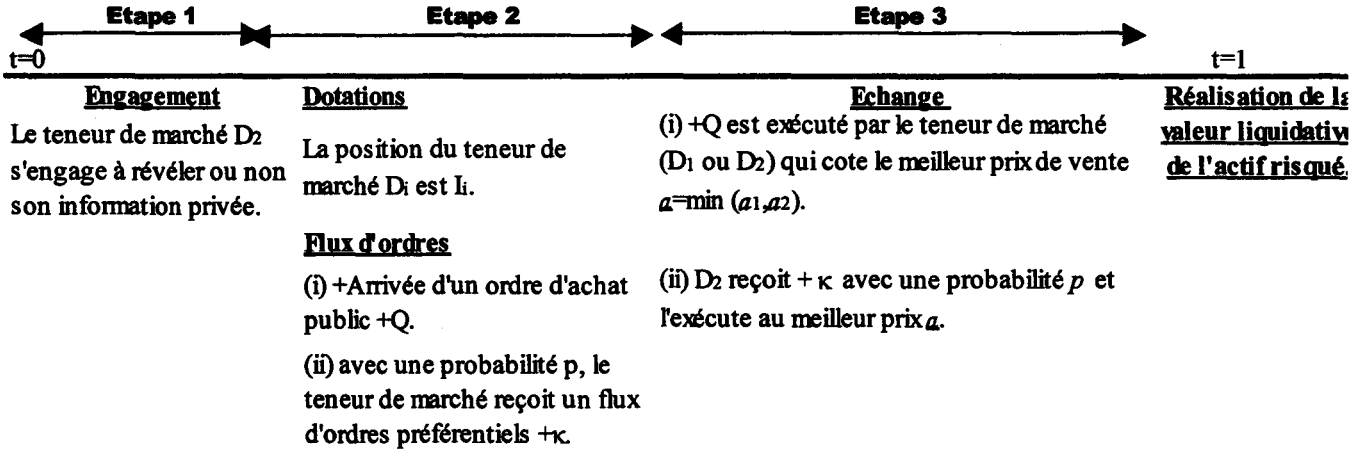


FIGURE 4.1 : Séquence des événements.

Le déroulement des échanges est en trois étapes. A l'étape 1, on fait l'hypothèse que le teneur de marché privilégié D_2 s'engage à révéler[7] ou non son information privée sur l'état du flux d'ordres préférentiels ($\kappa = 0$ ou $\kappa > 0$), avant d'observer cette information. A l'étape 2, selon l'engagement contracté à la date 1, le teneur de marché D_2 communique ou non la réalisation de la demande préférentielle κ. A l'étape 3, conditionnellement à toute l'information disponible, les teneurs de marché D_1 et D_2 affichent *simultanément* leur prix de vente a_1 et a_2, respectivement. Le teneur de marché avec le prix de vente le plus faible ($\min(a_1, a_2)$) exécute les ordres publics. Dans tous les cas, le teneur de marché privilégié a l'exclusivité de la transaction des ordres préférentiels, qu'il réalise avec une probabilité p au meilleur prix du marché noté $\underline{a} \overset{\text{Def.}}{=} \min(a_1, a_2)$.

Par conséquent, lors de l'étape de communication, le teneur de marché D_2 a deux stratégies possibles :

(i) soit D_2 révèle son information privée. Cette stratégie est notée $s_2(O_p) = O_p$ où $O_p \in \{\kappa, 0\}$;

(ii) soit D_2 dissimule son information privée : $s_2(O_p) = \varnothing$ où $O_p \in \{\kappa, 0\}$.

On suppose que si D_2 décide de révéler son information, le teneur de marché ne manipule pas l'information communiquée qui est supposée vérifiable. Cette hypothèse est

[7]Il s'agit, dans cet essai, d'une révélation *unilatérale* et non avec *quid pro quo* (*cf.* le Premier Essai pour une explication sur cette distinction).

discutée ultérieurement dans la section 4.2.3. En outre, on note que l'on ne modélise pas la manière dont le teneur de marché privilégié communique : cela peut être directement par un échange verbal ou indirectement par des signaux. Sur un marché de parquet comme le NYSE, on peut penser que l'échange verbal est le plus naturel étant donnée la proximité des opérateurs. Sur le Nasdaq, le signal par les prix paraît la communication la plus simple étant données la dispersion géographique des teneurs de marché et la surveillance téléphonique de la SEC.

Profits des teneurs de marché. De manière identique au Deuxième Essai, on suppose que le profit du teneur de marché D_1 ne recevant pas d'ordres préférentiels est donné par la fonction suivante :

$$\pi_1(a_1, a_2, a_{r,1}) = \begin{cases} 0 & \text{si } a_1 > a_2 \\ (a_1 - a_{r,1}) \times Q & \text{si } a_1 < a_2 \end{cases}$$

où $a_{r,1}$ est le prix de réserve du teneur de marché D_1. On suppose que le prix de réserve $a_{r,1}$ est une variable aléatoire (v.a.) supposée uniformément distribuée sur l'intervalle $[a_{r,u}, a_{r,d}]$. On rappelle que le prix de réserve peut être interprété comme un coût que le teneur de marché supporte pour produire la liquidité demandée par les ordres transmis à celui-ci.

Le profit du teneur de marché privilégié dépend de l'état du flux d'ordres préférentiels. Avec une probabilité $(1-p)$, le volume des ordres préférentiels reçus étant nul, le profit du teneur de marché privilégié s'écrit simplement :

$$\pi_2(a_2, a_1, a_{r,2}) = \begin{cases} 0 & \text{si } a_2 > a_1 \\ (a_2 - a_{r,2}) \times Q & \text{si } a_2 < a_1 \end{cases} .$$

où $a_{r,2}$ est le prix de réserve du teneur de marché privilégié lorsque $\kappa = 0$.

Avec une probabilité p, le teneur de marché reçoit un volume κ d'ordres préférentiels. On rappelle que la réception des ordres préférentiels conduit le teneur de marché privilégié à ne pas coter de prix de vente inférieur à un prix-seuil, noté $a_{r,2}^{\kappa}$. Effectivement, le teneur de marché anticipe la liquidité qu'il doit fournir aux ordres préférentiels dans tous les

cas. Sa position effective étant en fait plus courte des κ titres préférentiels à exécuter, le teneur de marché est moins enclin à vendre. Son prix de réserve effectif s'élève à $a_{r,2}^{\kappa}$ [voir Deuxième Essai- Lemme1]. Le profit du teneur de marché privilégié s'écrit :

$$\pi_2(a_2, a_1, I_2, \kappa) = \begin{cases} (\underline{a} - a_{r,2}^{\kappa}) \times \kappa + \frac{\rho\sigma^2}{2} \times \kappa \times (Q + \kappa) & \text{si } a_2 > a_1 \\ (a_2 - a_{r,2}^{\kappa}) \times (Q + \kappa) + \frac{\rho\sigma^2}{2} \times \kappa \times (Q + \kappa) & \text{si } a_2 < a_1 \end{cases}.$$

avec $a_{r,2}^{\kappa} = a_{r,2} + \rho\sigma^2 \times \kappa$.

Il est intéressant de noter qu'avec une probabilité p, le prix de réserve du teneur de marché est le prix seuil $a_{r,2}^{\kappa}$, v.a. supposée uniformément distribuée sur l'intervalle $\left[a_{r,u}^{\kappa}, a_{r,d}^{\kappa}\right]$. Dans ce cas, D_2 a une probabilité plus grande d'avoir un prix de réserve élevé que lorsque κ est nul. En d'autres termes, le teneur de marché privilégié doit faire face, avec une probabilité p, à un coût de production de la liquidité dit 'élevé' et, avec une probabilité $(1-p)$, à un coût qualifié de 'faible'.

On rappelle enfin que, même si l'exécution des ordres préférentiels génère une rente de monopole $\rho\sigma^2 \times \kappa \times (Q + \kappa)/2$, la réception d'ordres préférentiels contraint également le teneur de marché privilégié (i) à prendre des positions non désirées et (ii) à s'exposer à un risque d'exécution en prix lorsque le prix de vente du marché $\underline{a}$ sur lequel il s'aligne est défavorable.

Mode d'organisation du marché. Sur les marchés de contrepartie, les teneurs de marché sont rarement rassemblés en un même lieu physique. Du fait de cette dispersion géographique, les échanges se réalisent par téléphone ou par systèmes électroniques de négoce interposés. Etant donné que le flux d'ordres se fragmente entre les différents teneurs de marché, il se révèle difficile pour ces derniers de suivre la position en actif risqué de leurs concurrents. Dans notre modèle, le marché considéré étant un marché de contrepartie, on suppose que les teneurs de marché connaissent seulement la distribution *ex ante* des prix de réserve des différents concurrents et non leur réalisation. Du fait de la particularité de la décentralisation du flux d'ordres, les marchés de contrepartie sont dits *fragmentés*.

Discussion

L'objet du modèle est d'analyser si le risque de position lié au *preferencing* incite les teneurs de marché à communiquer des informations non fondamentales. Le choix du volume des ordres préférentiels en tant qu'enjeu de la communication n'est pas trivial. Effectivement, une hypothèse plus simple, dans le cadre du modèle, aurait été de supposer que les teneurs de marché s'échangent des informations sur leurs prix de réserve. Mais dans ce modèle où les prix de réserve sont des v.a. uniformes identiquement distribuées, on peut montrer que, conformément à l'intuition de Biais (1993)[8], les teneurs de marchés ne sont pas incités à révéler leur prix de réserve. La réception aléatoire d'ordres préférentiels d'achat modifie à la hausse le coût du teneur de marché privilégié avec une probabilité p et donc sa stratégie de cotation qui devient moins concurrentielle. Intuitivement, révéler le volume d'ordres préférentiels, ou dans ce cas la hausse de son coût de production, incite l'opposant D_1 à coter moins agressivement que lorsque D_1 ne connaît pas cette information. Modifier la stratégie de l'opposant pour atténuer la pression concurrentielle est donc le but de la communication.

Par ailleurs, on a fait l'hypothèse que D_2 révèle une information vérifiable. Supposons effectivement une intéraction répétée entre les teneurs de marché parfaitement identifiés. Conditionnellement à la séquence des prix de vente passés observables et à la distribution de probabilité de la demande préférentielle $\tilde{\kappa}$, le teneur de marché D_1 peut détecter une déviation du teneur de marché D_2 (par exemple, révéler $s_2(O_p) = \kappa$ alors que $\kappa = 0$) [Green et Porter (1984)]. On suppose alors que la sanction que prend D_1 est de coter un prix de vente qui ne prenne pas en compte les ordres préférentiels reçus par D_2 (i.e. D_1 cote un prix de vente qui est une meilleure réponse à la stratégie adoptée par D_2 lorsque son coût de production de la liquidité est faible).

Plusieurs modèles se sont intéressés aux incitations des teneurs de marché à révéler leurs informations privées. Ainsi Calcagno et Lovo (1999) montrent qu'un teneur de marché détenteur d'une information privée sur la valeur fondamentale de l'actif risqué préfère

[8] "...[A] *given market-maker would not reveal his best quotes, and consequently his inventory position, to a competitor asking him for a price on the telephone.*"

manipuler son concurrent plutôt que de révéler son information privée sur la valeur fondamentale de l'actif risqué. Foucault, Moinas et Theissen (2002) montrent que sur un marché non-anonyme, un teneur de marché réputé comme informé sur une composante du coût de production de la liquidité sait que le choix de ses prix va constituer un signal sur le niveau du coût de la liquidité. Le teneur de marché peut alors être tenté de manipuler ses concurrents sur le niveau de coût pour accroître ses rentes, ce qu'il ne peut réaliser avec autant de profit dans un système anonyme. A la différence de ces modèles, on exclut les possibilités de manipulations des teneurs de marché mieux informés. On se concentre sur l'impact de la communication sur les stratégies d'équilibre des teneurs de marché.

Le but de notre modèle est de proposer une explication au fait que des teneurs de marché réputés ne pas détenir d'information fondamentale émettent des signaux lors de la préouverure du Nasdaq. On peut effectivement supposer que l'engagement à communiquer des informations privées de l'étape 1 formalise les incitations de teneurs de marché lorsqu'ils envoient des signaux en préouverture. La troisième étape joue le rôle du premier prix coté par les teneurs de marché à l'ouverture du Nasdaq. Plus précisément, supposons que le teneur de marché D_2 garantisse une exécution au meilleur prix affiché à l'ouverture pour tout ordre transmis de manière préférentielle durant la préouverture. Supposons, en outre, que, juste avant l'ouverture, le teneur de marché privilégié constate un déséquilibre des ordres préférentiels par ses courtiers : les ordres d'achats sont plus nombreux que les ordres de vente. Dans le cas où le teneur de marché s'est engagé à révéler son information privée, il affiche alors un prix d'achat juste égal ou supérieur au meilleur prix de vente (*crossed* ou *locked quotes*) afin de révéler que le prix coté sur le marché est à un niveau trop faible compte tenu du déséquilibre des ordres préférentiels reçus (le marché est à la hausse temporairement). Si, en revanche, cette demande préférentielle est nulle, D_2 entre ses prix dans le système électronique mais sans initier de cotations croisées. Par conséquent, en observant les cotations indicatives de ce teneur de marché (dont l'identité est affichée), son concurrent D_1 peut savoir si le teneur de marché réputé privilégié enregistre ou non un choc temporaire de liquidité sur son stock d'actif risqué, provoqué par le flux d'ordres préférentiels. Dans le cas où le teneur de marché s'est engagé à dissimuler son information privée, on peut artificiellement interpréter ce refus de communiquer par l'absence de prix

affiché par D_2 dans le système de négoce avant l'ouverture.

4.3 Les accords de préférence favorisent-ils la communication d'informations non fondamentales ?

Dans cette section, on donne, en premier lieu, quelques intuitions sur le type d'asymétrie d'informations analysée dans le modèle avant d'exposer les résultats obtenus.

4.3.1 Quelques remarques introductives

Asymétrie de la distribution de probabilité des prix de réserve

Sur un marché fragmenté, les teneurs de marché ne sont pas en mesure de connaître les prix de réserve de leurs concurrents. Le teneur de marché D_2 sait que le prix de réserve de son concurrent, $a_{r,1}$ est tiré dans une loi uniforme F de densité f, sur le support $[a_{r,u}, a_{r,d}]$. Le teneur de marché D_1 fait face à une incertitude supplémentaire concernant l'état du flux d'ordres préférentiels reçus par D_2. Avec une probabilité $(1-p)$, D_1 sait que le volume d'ordres préférentiels est nul. Dans ce cas, le prix de réserve de son concurrent $a_{r,2}$ est tiré dans une loi uniforme F de densité f, sur le support $[a_{r,u}, a_{r,d}]$. Avec une probabilité p, le volume d'ordres préférentiels est positif. Le teneur de marché privilégié a une plus grande quantité de titres à exécuter et il est moins enclin à vendre. Le prix de réserve du teneur de marché s'élève au niveau du prix-seuil, $a_{r,2}^{\kappa}$, v.a. tirée dans une loi uniforme F_κ de densité f_κ sur le support $\left[a_{r,u}^{\kappa}, a_{r,d}^{\kappa}\right]$. On rappelle que le support de la loi F_κ de $a_{r,2}^{\kappa}$ est décalé vers la droite par rapport au support de la loi F de $a_{r,1}$. Par conséquent, dans ce cas, la distribution des prix de réserve des deux agents n'est plus symétrique [voir Deuxième Essai].

En résumé, avec une probabilité $(1-p)$, la distribution de probabilité des prix de réserve des teneurs de marché est symétrique $(a_{r,1}, a_{r,2} \sim (F, F))$, avec une probabilité p, elle est asymétrique $\left(\left(a_{r,1}, a_{r,2}^{\kappa}\right) \sim (F, F_\kappa)\right)$.

Asymétrie des croyances

Si le teneur de marché D_2 décide de dissimuler la réalisation du flux d'ordres préférentiels, le concurrent D_1 connaît seulement la distribution *ex ante* du niveau du prix de réserve de D_2 (ou de son coût de production de la liquidité) : $pF_\kappa + (1-p)\,F$ (Voir la Figure 4.2 illustrant les croyances de D_1). Le teneur de marché D_2 connaît, en revanche, la loi du prix de réserve de D_1 (F). Les croyances *ex ante* sont alors dites 'asymétriques'. Lorsque le teneur de marché D_2 s'engage à communiquer l'état du flux d'ordres préférentiels à l'étape 1, alors les croyances de D_1 et D_2 sont symétriques. On note cependant que, même dans ce cas, la distribution de probabilité des prix de réserve peut être asymétrique ($(a_{r,1}, a^{\kappa}_{r,2}) \sim (F, F_\kappa)$ avec une probabilité p).

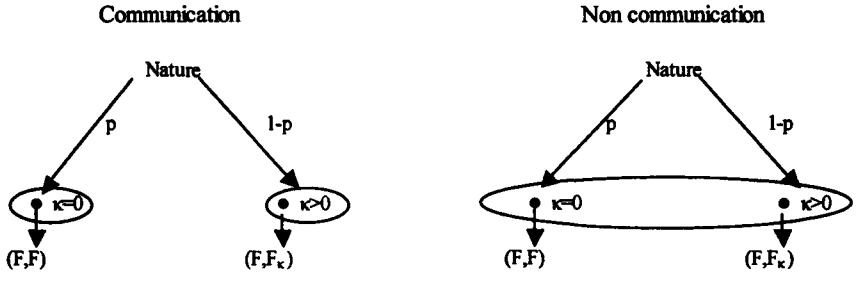


FIGURE 4.2 : Croyances.de D_1 en cas de communication ou de non-communication

Condionnellement à leur information, les teneurs de marché choisissent à l'étape 2 les prix de vente qu'ils affichent. Les stratégies de cotation suivies sont fonctions des prix de réserve des agents. Les prix de vente cotés sont analogues à ceux annoncés par les acheteurs d'une enchère à la hollandaise, qui serait asymétrique dans la distribution de probabilité des prix de réserve et/ou dans les croyances des enchérisseurs. La difficulté soulevée par ces asymétries est le manque d'expression analytique pour les stratégies d'équilibre. Nous avons donc eu recours à des techniques d'analyse numérique[9] pour approcher les prix choisis à l'équilibre.

Les figures présentes dans le corps du texte ont été conçues en utilisant les valeurs suivantes des paramètres : $\rho = 1$, $\mu = 100\$$, $\sigma_v^2 = 1/10\ 000; Q = 2,500$ titres publics;

[9]La méthode de résolution numérique d'équations différentielles utilisée dans cet essai appartient à la classe des méthodes de Runge-Kutta.

$I_d = 0$ et $I_u = 20,000$ titres.

4.3.2 Stratégies de cotation et information communiquée

Dans cette section, on suppose que le teneur de marché s'engage à révéler son information non fondamentale. Dans ce cas, les croyances *ex ante* des teneurs de marché sont symétriques. Toutefois, comme mentionné dans la section précédente, avec une probabilité p, le teneur de marché privilégié reçoit des ordres préférentiels et est moins enclin à vendre (augmentation de son prix de réserve). Les distributions de probabilité des prix de réserve des agents sont, dans ce cas, asymétriques ($\left(a_{r,1}, a_{r,2}^{\kappa}\right) \sim (F, F_{\kappa})$), ce qui prévient l'existence d'expression explicite pour l'équilibre.

On caractérise d'abord l'équilibre dans le cas général (pour tout $\kappa \geq 0$), puis dans le cas particulier où le flux d'ordres préférentiels est nul ($\kappa = 0$).

Choix des prix si le volume des ordres préférentiels est révélé

Cette section caractérise l'équilibre Nash-Bayésien qui consiste en un couple de fonctions de prix : $a_{1,H}^{c} : [a_{r,u}, a_{r,d}] \rightarrow \mathbb{R}$ et $a_{2,H}^{c} : \left[a_{r,u}^{\kappa}, a_{r,d}^{\kappa}\right] \longrightarrow \mathbb{R}$. On suppose que les fonctions $a_{i,H}^{c}$ $(i = 1, 2)$ sont des fonctions strictement croissantes et différentiables du prix de réserve. Les fonctions de prix inverses sont notées $v_{i,H}^{c}$ (i.e. $v_{1,H}^{c} = a_{1,H}^{c(-1)}$ et $v_{2,H}^{c} = a_{2,H}^{c(-1)}$).

On remarque que la probabilité que D_1 cote le meilleur prix de vente en affichant y est :

$$\begin{aligned}
p_{1,H}^{c}(y) &= \Pr\{D_1 \text{ cote le prix de vente le plus faible}\} \\
&= \Pr\left\{y < a_{2,H}^{c}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right)\right\} \\
&= \Pr\left\{v_{2,H}^{c}(y) < a_{r,2}^{\kappa}\right\} \\
&= 1 - \Pr\left\{a_{r,2}^{\kappa} \leq v_{2,H}^{c}(y)\right\} \\
&= \bar{F}_{\kappa}\left(v_{2,H}^{c}(y)\right),
\end{aligned}$$

où $\bar{F}_{\kappa}$ est la fonction de survie : $\bar{F}_{\kappa} = 1 - F_{\kappa}$. Le profit espéré du teneur de marché D_1

peut alors s'écrire :

$$\Pi_{1,H}^{c}\left(y, a_{r,1}\right) = p_{1,H}^{c}\left(y\right) \times \left(y - a_{r,1}\right) \times Q. \tag{4.1}$$

De la même manière, la probabilité que D_2 affiche le meilleur prix de vente en cotant y est :

$$\begin{aligned} p_{2,H}^{c}\left(y\right) &= \Pr\left\{D_2 \text{ place leprix de vente le plus faible}\right\} \\ &= \Pr\left\{y < a_{1,H}^{c}\left(a_{r,1}\right)\right\}. \end{aligned}$$

ce qui s'écrit encore :

$$p_{2,H}^{c}\left(y\right) = \bar{F}\left(v_{1,H}^{c}\left(y\right)\right),$$

avec $\bar{F} = 1 - F$. Par conséquent, le profit espéré du teneur de marché privilégié $\Pi_{2,H}^{c}$ est :

$$\begin{aligned} \Pi_{2,H}^{c}\left(y, a_{r,2}^{\kappa}\right) &= p_{2,H}^{c}\left(y\right) \times \left(y - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \left(Q + \kappa\right) \\ &\quad + \left(1 - p_{2,H}^{c}\left(y\right)\right) \times \left(E\left[a_{1,H}^{c}\left(a_{r,1}\right) \mid y > a_{1,H}^{c}\left(a_{r,1}\right)\right] - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \kappa \\ &\quad + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\kappa \times \left(Q + \kappa\right). \end{aligned} \tag{4.2}$$

On remarque que le teneur de marché D_2 fait face à une incertitude sur le prix d'exécution des ordres préférentiels dans le cas où il doit s'aligner sur le prix coté par son concurrent. En particulier, si le prix de réserve de D_2 est élevé, la probabilité de placer le meilleur prix est très faible. Or, le teneur de marché ne peut pas décliner l'exécution des ordres préférentiels. D_2 s'expose donc à des pertes d'exécution (dans le cas où $E\left[a_{1,H}^{c}\left(a_{r,1}\right) \mid y > a_{1,H}^{c}\left(a_{r,1}\right)\right] < a_{r,2}^{\kappa}$) qui peuvent même occulter la rente $\rho\sigma_v^2\kappa \times \left(Q + \kappa\right)/2$ procurée par l'exclusivité de la transaction des ordres préférentiels. En conséquence, la pratique du *preferencing* accroît le risque de position du teneur de marché privilégié qui doit faire face à la possibilité de pertes, à la différence du teneur de marché D_1 qui ne reçoit pas d'ordres préférentiels.

Comme mentionné dans la Section 4.3.1, les supports des distributions de probabilité des prix de réserve sont décalés si D_2 reçoit des ordres préférentiels. Plus le volume d'ordres préférentiels est large, plus le support de la distribution du teneur de marché privilégié

se décale vers la droite et donc moins la probabilité de tirer un prix de réserve faible est grande et moins le teneur de marché privilégié est en mesure d'offrir le meilleur prix de vente à l'équilibre[10]. En fait, il existe un volume-seuil des ordres préférentiels $\underline{\kappa}$ tel que pour tout volume supérieur $\kappa \geq \underline{\kappa}$, le teneur de marché privilégié n'a plus aucune chance de pouvoir placer le prix de vente du marché à l'équilibre [voir Deuxième Essai pour une caractérisation de $\underline{\kappa}$ et une analyse détaillée des prix choisis dans ce cas]. Dans cet essai, on ne considère que des volumes $\kappa < \underline{\kappa}$ pour lesquels les prix choisis à l'équilibre par les deux teneurs de marché sont définis sur le même support $\left[a^c_{\inf,H}, a^c_{\sup,H}\right]$, où $a^c_{\inf,H}$ et $a^c_{\sup,H}$ vérifient les conditions suivantes $\bar{F}_\kappa\left(v^c_{1,H}\left(a^c_{\inf,H}\right)\right) \times \bar{F}\left(v^c_{2,H}\left(a^c_{\inf,H}\right)\right) = 1$ et $\bar{F}_\kappa\left(v^c_{2,H}\left(a^c_{\sup,H}\right)\right) \times \bar{F}\left(v^c_{1,H}\left(a^c_{\sup,H}\right)\right) = 0$.

On rappelle (voir Deuxième Essai) que l'équilibre Nash bayésien est défini par le couple de fontions $\left(v^c_{1,H}, v^c_{2,H}\right)$ tel que

$$(i)\ v^{c(-1)}_{1,H} \in \arg\max_y \Pi^c_{1,H}\left(y, a_{r,1}\right) \tag{4.3}$$

$$(ii)\ v^{c(-1)}_{2,H} \in \arg\max_y \Pi^c_{2,H}\left(y, a^\kappa_{r,2}\right) \tag{4.4}$$

Proposition 11 (Deuxième Essai) *: Supposons que le teneur de marché privilégié reçoive un volume d'ordres préférentiels, $\kappa < \underline{\kappa} = 2\left(I_u - I_d\right)$,*
(i) Si un équilibre existe, alors les stratégies de prix inverses sont solutions du système d'équations différentielles ordinaires ci-dessous

$$\frac{-\bar{F}'_\kappa\left(v^c_{2,H}(y)\right)}{\bar{F}_\kappa\left(v^c_{2,H}(y)\right)} \times \left(v^c_{2,H}\right)'(y) = \frac{1}{y - v^c_{1,H}(y)} \tag{4.5}$$

$$\frac{-\bar{F}'\left(v^c_{1,H}(y)\right)}{\bar{F}\left(v^c_{1,H}(y)\right)} \times \left(v^c_{1,H}\right)'(y) = \frac{(1+\kappa/Q)}{y - v^c_{2,H}(y)} \tag{4.6}$$

(ii) Si $a^c_{\sup,H} = \left(a_{r,d} + a^\kappa_{r,d}\right)/2$, alors l'équilibre existe, et est unique.

La preuve de cette Proposition 11 est similaire à celles données pour la Proposition 8 et Proposition 9 qui figurent en annexes du Deuxième Essai. Il n'y a généralement pas de solution explicite de cet équilibre, ce qui nécessite une approche numérique. Cependant,

[10]Les prix sont effectivement supposés être des fonctions strictement croissantes des prix de réserve.

dans le cas particulier où le volume des ordres préférentiels est nul ($\kappa = 0$), on peut caractériser analytiquement l'équilibre décrit par la Proposition 11.

Lorsque D_2 ne reçoit aucun ordre préférentiel ($\kappa = 0$), les prix de réserve des deux teneurs de marché sont tirés dans la même loi F de support $[a_{r,u}, a_{r,d}]$ (*cf.* Section 4.3.1). On cherche alors un équilibre Nash Bayésien symétrique où l'on note les fonctions de prix de la manière suivante : $v_{1,L}^c = v_{2,L}^c = v_L^c$ et $a_{1,L}^c = a_{2,L}^c = a_L^c$.

Le profit espéré par le teneur de marché D_i s'écrit :

$$\Pi_{i,L}^c(y, a_{r,i}) = p_L^c(y) \times (y - a_{r,i}) \times Q, \tag{4.7}$$

où y est le prix affiché par D_i et $p_L^c(y) = F(v_L^c(y))$.

A partir de la Proposition 11, on peut alors déterminer analytiquement les prix d'équilibre choisis par les teneurs de marché :

Corollaire 11 (Biais (1993)) *: Si le teneur de marché révèle ne pas avoir de flux d'ordres préférentiels à exécuter, alors les prix choisis à l'équilibre par les deux teneurs de marché sont tels que*

$$a_L^c = \frac{a_{r,i} + a_{r,d}}{2}. \tag{4.8}$$

Tous deux espèrent réaliser un profit égal à $(a_{r,d} - a_{r,u}) \times Q/6$.

Choix des prix si le volume des ordres préférentiels est dissimulé

Dans cette section, on caractérise l'équilibre dans le cas où le teneur de marché privilégié D_2 décide de ne pas révéler l'information sur l'état du flux d'ordres préférentiels. En conséquence, le teneur de marché D_1 ne sait pas si le niveau du coût de production de la liquidité de D_2 est élevé (avec une probabilité p) ou faible (avec une probabilité $1 - p$). Or, suivant le niveau de son coût de production, la stratégie de cotation de D_2 est différente, ce qui est parfaitement anticipé par le teneur de marché non privilégié D_1. On note $a_{2,L}^{nc}$ et $a_{2,H}^{nc}$ les stratégies de cotation suivies par le teneur de marché privilégié lorsque le volume des ordres préférentiels est nul ou strictement positif respectivement. On note également $v_{2,L}^{nc}$ et $v_{2,H}^{nc}$ les fonctions de prix inverses respectives. Enfin, on note

que le teneur de marché D_1 non informé adopte une stratégie de cotation unique notée a_1^{nc} (de la même façon, on définit la fonction de prix réciproque par v_1^{nc}).

Avec une probabilité p, la probabilité qu'en cotant y, le teneur de marché non informé D_1 affiche le meilleur prix de vente du marché s'écrit :

$$p_{1,H}^{nc}(y) = \Pr\left(y < a_{2,H}^{nc}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right)\right).$$

Avec la probabilité $(1-p)$, le coût de production de D_2 est faible. La probabilité que D_1 place le prix de vente y le plus faible se note alors $p_{1,L}^{nc}$ telle que :

$$p_{1,L}^{nc}(y) = \Pr\left(y < a_{2,L}^{nc}\left(a_{r,2}\right)\right).$$

Par conséquent, la probabilité *ex ante* que le teneur de marché D_1 affiche le meilleur prix de vente du marché est :

$$p_1^{nc} = p \times p_{1,H}^{nc} + (1-p) \times p \tag{4.9}$$

Par conséquent le profit espéré de D_1, noté Π_1^{nc}, s'écrit :

$$\Pi_1^{nc}\left(y, a_{r,1}\right) = p_1^{nc}\left(y\right) \times \left(y - a_{r,1}\right) \times Q. \tag{4.10}$$

Informé de l'état du volume d'ordres préférentiels, le teneur de marché D_2 choisit son prix de vente conditionnellement à la réception ou non du flux d'ordres préférentiels. Avec une probabilité $(1-p)$, D_2 ne reçoit aucun ordre préférentiel. D_2 espère alors réaliser le profit suivant :

$$\Pi_{2,L}^{nc}\left(y, a_{r,2}\right) = p_{2,L}^{nc}\left(y\right) \times \left(y - a_{r,2}\right) \times Q, \tag{4.11}$$

où y est le prix coté par D_2 et $p_{2,L}^{nc}\left(y\right) = \Pr\left(y < a_1^{nc}\right)$.

Avec une probabilité p, D_2 doit exécuter les ordres préférentiels en s'alignant sur le

meilleur prix du marché. Le profit espéré de D_2 s'écrit dans ce cas :

$$\begin{aligned}\Pi_{2,H}^{nc}\left(y, a_{r,2}^{\kappa}\right) &= p_{2,H}^{nc}(y) \times \left(y - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times (Q + \kappa) \\ &\quad + \left(1 - p_{2,H}^{nc}(y)\right) \times \left(E\left(a_1^{nc} \mid a_1^{nc} < y\right) - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \kappa + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\kappa \times (Q + \kappa) \end{aligned} \tag{4.12}$$

avec $p_{2,H}^{nc}(y) = \Pr\left(y < a_1^{nc}\right)$.

L'équilibre Nash bayésien défini par le triplet de fonctions $\left(a_1^{nc}, a_{2,L}^{nc}, a_{2,H}^{nc}\right)$ est explicitement caractérisé dans la Proposition 12 figurant dans l'Annexe C. Nous analysons dans la section suivante l'impact de la communication sur les prix choisis.

4.3.3 Le teneur de marché privilégié est-il incité à révéler le volume des ordres préférentiels ?

Dans cette section, on analyse d'abord l'impact de la révélation de l'état du volume d'ordres préférentiels sur le profit espéré par l'opposant D_1. Puis, on détermine s'il peut s'avèrer optimal pour le teneur de marché privilégié de révéler son information non fondamentale. Enfin, on étudie comment la fourchette de prix varie en fonction de la révélation de l'information non-fondamentale.

Impact de la communication de l'information non fondamentale sur le profit espéré par le teneur de marché non privilégié. En cas de dissimulation de l'information privée, le teneur de marché non privilégié D_1 ne connaît que le coût 'moyen' (la distribution *ex ante* du coût de production de son opposant). Conditionnellement à cette information, D_1 suit une stratégie unique, alors qu'il suit deux stratégies différentes si D_2 décide de communiquer la réalisation du volume des ordres préférentiels reçus. Le fait d'être contraint de suivre une unique stratégie a un impact sur les prix choisis et le profit de D_1, que nous analysons ci-dessous.

Non informé de la réception d'un volume d'ordres préférentiels strictement positif ($\kappa > 0$) et donc de la moindre incitation de son concurrent à coter des prix faibles, le teneur de marché D_1 cote un prix plus agressif, pour la même probabilité de gagner que s'il pouvait observer $\kappa > 0$, comme l'illustre la Figure 4.3. En cas de non communication

et de réception d'ordres préférentiels par le concurrent D_2, D_1 devrait donc réaliser un profit moins élevé.

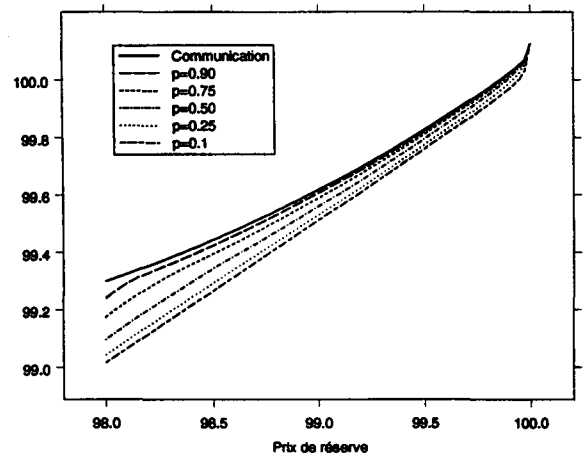


FIGURE 4.3 : Meilleures réponses de D_1 si $\kappa > 0$ en cas de communication (trait plein) et en cas de dissimulation (traits pointillés).

Dans le cas où D_1 ne peut pas observer que le coût de production de son opposant est faible ($\kappa = 0$), D_1 cote moins agressivement que s'il possédait cette information, comme l'illustre la Figure 4.4 ci-dessous. Toutes choses étant égales par ailleurs, D_1 a une probabilité plus faible, dans ce cas, de placer le meilleur prix et son profit moyen diminue.

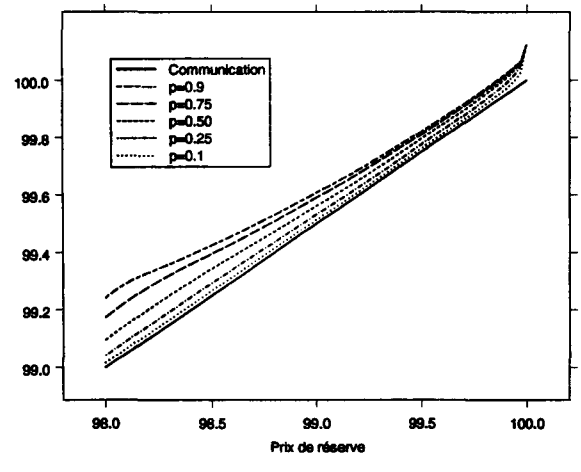


FIGURE 4.4 : Meilleures réponses de D_1 si $\kappa = 0$ en cas de communication (trait plein) et en cas de dissimulation (traits pointillés)

Ainsi, s'il n'y a pas communication, le profit réalisé par le teneur de marché non privilégié devrait être moins élevé que celui attendu dans le cas où il y a communication de l'information non fondamentale. On a la Propriété suivante :

Propriété 1 : *La communication de l'information non fondamentale par le teneur de marché privilégié permet à son opposant de réaliser un profit supérieur en moyenne.*

On établit cette propriété numériquement. On détermine d'abord les meilleures réponses des teneurs de marché, puis les profits moyens suivants $\Pi^c_{1,H}$, $\Pi^c_{1,L}$, $E\left(\Pi^{nc}_{1,H}\right)$ et $E\left(\Pi^{nc}_{1,L}\right)$ afin d'obtenir des valeurs numériques pour la fonction Γ^{D_1} qui mesure le surplus relatif de la communication :

$$\Gamma^{D_1} = 1 - \frac{E\left(\Pi^{nc}_{1,e}\right)}{\left[p \times E\left(\Pi^c_{1,H}\right) + (1-p) \times E\left(\Pi^c_{1,L}\right)\right]} \tag{4.13}$$

On trouve que la communication peut être profitable pour le teneur de marché non privilégié. Les profits espérés sont effectivement plus élevés s'il connaît la demande de liquidité exigée par les ordres préférentiels pour différentes valeurs de p (p =1 ;0.9,0.75 ;0.5 ;0.25 ;0) et de κ : $\Gamma^{D_1} \geq 0$ (voir la Figure 4.5 ci-dessous pour une illustration).

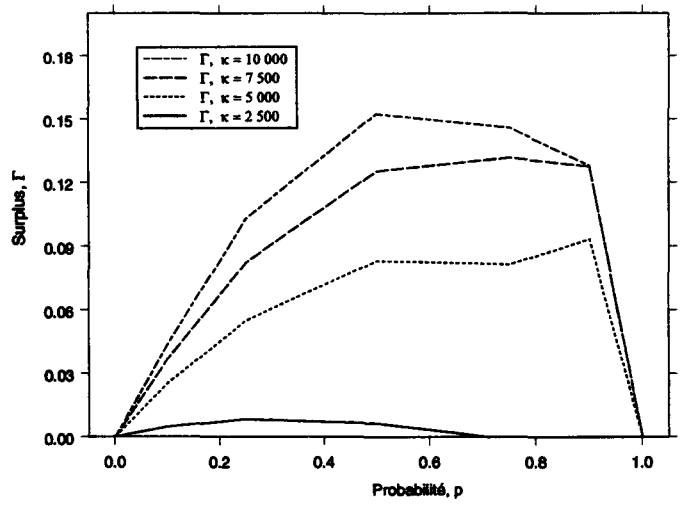


FIGURE 4.5 : Impact de la communication sur le profit du teneur de marché non privilégié D_1.

Incitation du teneur de marché privilégié à révéler son information privée. Intuitivement, lorsque D_2 reçoit le flux d'ordres préférentiels, révéler cette information s'avère profitable puisque son opposant D_1 cote un prix moins agressif. Communiquer un coût de production élevé permet ainsi d'atténuer la pression concurrentielle et de générer plus de profits. En revanche, lorsque D_2 ne reçoit pas de volume préférentiel, son profit est plus élevé s'il dissimule cette information. Effectivement, D_1 cotant moins agressivement dans ce cas, le profit réalisé par D_2 augmente du fait de sa plus grande chance de placer le meilleur prix à l'équilibre. L'issue du jeu de communication de l'étape 1 est donc incertaine. On étudie numériquement s'il s'avère profitable pour le teneur de marché D_2 de communiquer son information non fondamentale à la date 1.

On rappelle que si le teneur de marché privilégié décide de révéler son information non-fondamentale, alors il espère réaliser le profit *ex ante* suivant :

$$pE\left(\Pi_{2,H}^{c}\right) + (1-p)\,E\left(\Pi_{2,L}^{c}\right) \tag{4.14}$$

Si, en revanche, D_2 dissimule son information, alors le profit espéré s'écrit :

$$pE\left(\Pi_{2,H}^{nc}\right) + (1-p)\,E\left(\Pi_{2,L}^{nc}\right) \tag{4.15}$$

Pour déterminer si D_2 peut être incité à révéler son information non fondamentale, on étudie la fonction de surplus relative suivante :

$$\Gamma^{D_2} = 1 - \frac{\left[p \times E\left(\Pi_{2,H}^{nc}\right) + (1-p) \times E\left(\Pi_{2,L}^{nc}\right)\right]}{\left[p \times E\left(\Pi_{2,H}^{c}\right) + (1-p) \times E\left(\Pi_{2,L}^{c}\right)\right]} \tag{4.16}$$

Propriété 2 : *Le teneur de marché privilégié est incité à révéler les chocs de liquidité provoqués par l'exécution des ordres préférentiels.*

On a déterminé numériquement les meilleures réponses des teneurs de marché, puis les profits moyens suivants $\Pi_{2,H}^{c}$, $\Pi_{2,L}^{c}$, $E\left(\Pi_{2,H}^{nc}\right)$ et $E\left(\Pi_{2,L}^{nc}\right)$ afin d'obtenir des valeurs numériques pour la fonction Γ^{D_2}. On trouve que, pour différentes valeurs de p (p =1 ;0.9,0.75 ;0.5 ;0.25 ;0) et de κ, Γ^{D_2} est positive (comme l'illustre la Figure 4.6). On peut donc en conclure qu'il

existe une ensemble de paramètres non vide pour lequel le teneur de marché privilégié préfère communiquer son information non fondamentale.

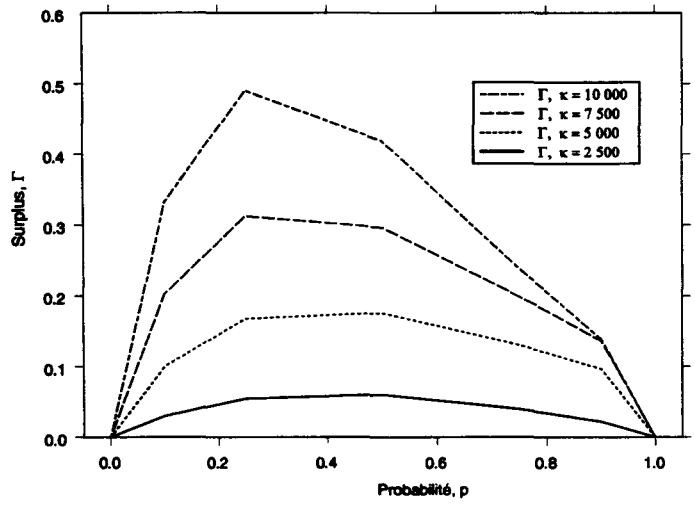


FIGURE 4.6 : Impact de la communication sur le profit du teneur de marché privilégié D_2.

Propriété 3 : *Plus le volume des ordres préférentiels est important, plus le teneur de marché privilégié est incité à communiquer cette information.*

Annoncer le volume des ordres préférentiels conduit le teneur de marché privilégié à réaliser des profits plus élevés en moyenne. Cette communication s'avère, en outre, profitable pour le concurrent puisqu'elle permet au teneur de marché D_1 d'augmenter ses profits moyens. Intuitivement, si la communication est mutuellement profitable aux teneurs de marché, elle peut donc être préjudiciable aux investisseurs extérieurs. On analyse, donc, dans la section suivante, l'impact de la communication sur la fourchette de prix du marché.

Révélation d'information non fondamentale et performance du marché. Le jeu étant symétrique, on s'intéresse à la demi-fourchette de prix ("*half market spread*") : $E(\underline{a}) - \mu$

Propriété 4 : *Communiquer la liquidité demandée par les ordres préférentiels décale à la hausse le prix de vente qui s'établit en moyenne sur le marché.*

On calcule l'espérance du meilleur prix de vente s'il y a communication, noté $E(\underline{a}^c)$ que l'on compare ensuite à celui qui s'établit en moyenne en cas de dissimulation de l'information privée, $E(\underline{a}^{nc})$, où

$$E(\underline{a}^c) = p \times E\left(\min\left(a_{1,H}^c, a_{2,H}^c\right)\right) + (1-p) \times E\left(\min\left(a_{1,L}^c, a_{2,L}^c\right)\right)$$

et

$$E(\underline{a}^{nc}) = p \times E\left(\min\left(a_1^{nc}, a_{2,H}^{nc}\right)\right) + (1-p) \times E\left(\min\left(a_1^{nc}, a_{2,L}^{nc}\right)\right).$$

On détermine ensuite le décalage relatif des prix lorsqu'il y a communication par rapport à ceux sans communication, mesuré par

$$\Gamma^{\underline{a}} = 1 - \frac{E(\underline{a}^c)}{E(\underline{a}^{nc})}. \tag{4.17}$$

Les résultats numériques indiquent que, excepté pour de faibles valeurs de p, le meilleur prix de vente se décale à la hausse, i.e. dans une direction qui est favorable au teneur de marché privilégié. On peut également déduire par symétrie que les fourchettes de prix s'élargissent s'il y a communication d'information non fondamentale entre les teneurs de marché.

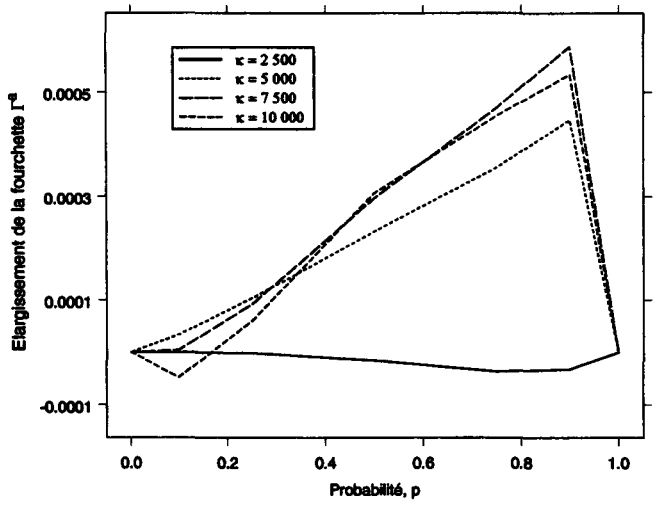


FIGURE 4.7 : Impact de la communication sur le niveau de la meilleure offre

Le résultat de l'élargissement des fourchettes de prix s'il y a communication d'information non fondamentale peut expliquer en partie le fait que l'on observe, à l'ouverture du Nasdaq, les fourchettes de prix les plus larges de la journée [voir Chan, Christie et Schultz (1995) ou Barclay et al. (1999)]

4.4 Une étude empirique sur la préouverture du Nasdaq

Nous testons les résultats obtenus dans la section précédente en utilisant la base de données de préouverture de Cao, Ghysels et Hatheway (2000). Cette base est unique dans la mesure où elle identifie les teneurs de marché qui décident d'entrer des cotations indicatives, et donc, en particulier les teneurs de marché utilisant le *preferencing*. L'objectif principal de la Section 4.4.1 est de présenter les différentes hypothèses, que nous testons ensuite dans la Section 4.4.3.

4.4.1 Hypothèses

Le modèle analysé dans la section précédente concerne les incitations à communiquer des teneurs de marché utilisant le *preferencing* pour obtenir des ordres en exclusivité. Aux Etats-Unis, cette pratique est très répandue. Environ 75% des ordres sont dirigés de manière préférentielle sur le Nasdaq [Chung, Chuwonganant et McCormick (2002)][11]. Toutefois, il existe de grandes disparités entre les firmes teneurs de marché sur l'importance et la forme de contrats qu'elles accordent à la pratique du *preferencing*. Tous les teneurs de marché ne sont donc pas soumis avec la même acuité au risque de position lié à l'exécution des ordres préférentiels.

Quels sont les teneurs de marché réputés recevoir des ordres préférentiels sur

[11] Les auteurs bénéficient de données privées (l'identité du teneur de marché exécutant la transaction) qui leur permettent d'estimer l'ampleur des ordres privilégiés et donc de déterminer ces chiffres. Cependant, leur mesure demeure indirecte puisque les données ne sont pas totalement transparentes sur la transaction : la nature des ordres (préférentiels ou publics) demeure à la totale discrétion des teneurs de marché. En fait, les auteurs déduisent des cotations publiées par le teneur de marché WXYZ et du prix de l'exécution de l'ordre, si, effectivement, cet ordre était préférentiel.

le Nasdaq ?

Sur le Nasdaq, les teneurs de marché peuvent globalement être classés en 4 grandes catégories : les "*wholesalers*", les courtiers "*wirehouses*", les courtiers institutionnels ("*institutional brokers*") et les 'autres' teneurs de marché (teneurs de marché régionaux et ECNs[12]) [Huang (2002)]. Chacune de ces catégories réserve aux accords de préférence et à l'internalisation une importance plus ou moins forte. On décrit d'abord les principales caractéristiques de ces agents avant d'établir un classement des catégories de teneurs de marché en fonction du degré de *preferencing*.

Les *wholesalers* sont des teneurs de marchés dont l'activité est entièrement, si ce n'est uniquement, dédiée à la tenue de marché (3,000 actifs risqués différents). Leur métier n'étant pas diversifié, leur chiffre d'affaires repose uniquement sur le nombre de titres exécutés. C'est la raison pour laquelle ils développent, grâce au *preferencing*, un réseau externe de courtiers qui leur dirigent des ordres en exclusivité, en contrepartie d'une rémunération en monnaie ou en nature (voir le Tableau A.3 en annexes pour des exemples de firmes).

Les courtiers *wirehouses* sont des firmes dites 'intégrées', qui possèdent à la fois un département de courtage et de tenue de marché. Les départements de courtage drainent un flux d'ordres substantiel, qui est souvent exécuté à l'intérieur d'une même firme par la division chargée de la tenue de marché (le flux d'ordres est dit 'internalisé'). Ces firmes sont teneurs de marché d'environ 500 à 1000 titres différents.

Les courtiers institutionnels possèdent également des départements dédiés au courtage et à la tenue de marché. Leur portefeuille clients est cependant plus fortement concentré. Il s'agit effectivement en grande majorité d'institutionnels. Comme les *wirehouses*, les courtiers institutionnels internalisent le flux d'ordres de leurs courtiers et n'ont quasiment aucun accord de préférence externe.

On mentionne que l'internalisation est moins risquée que les formes externes de *preferencing* puisque les teneurs de marché peuvent refuser les ordres internalisés et les rediriger vers un autre teneur de marché (fréquemment, un *wholesaler*). En outre, à la

[12] *Electronic Communication Networks*

différence des *wholesalers*, ces deux catégories de teneurs de marché peuvent compter sur des revenus autres que ceux de la tenue de marché, comme les commissions de courtage ou celles de la banque d'affaires (introduction en bourse, etc.). Les *wholesalers* sont donc la catégorie de teneurs de marché la plus fortement exposée au risque de position en raison de l'utilisation de contrats externes de *preferencing*.

Ces trois catégories de teneurs de marché représentent environ 13% du nombre total de teneurs de marché. On désigne sous l'appellation 'Autres' les 87% restants qui regroupent les courtiers électroniques (ECNs) et les teneurs de marché à dimension régionale. Ces derniers sont teneurs de marché de moins de 20 titres [Schultz (2003)] et contractent rarement des accords de préférence avec des courtiers externes. Ils peuvent cependant internaliser leurs flux d'ordres, dans quelques cas. Les ECNs, puissants courtiers électroniques, ne peuvent ni internaliser le flux d'ordres ni développer d'accords de préférence[13], étant donné que les fournisseurs de liquidité utilisant ce courtage électronique (par le biais d'ordres à cours limités) sont anonymes.

Au regard de cette description sommaire de chaque catégorie, il apparaît que les contrats externes de *preferencing* sont concentrés chez les *wholesalers* tandis que l'internalisation est plus répandue chez les courtiers *wirehouses* et ceux institutionnels. Etant donné que le modèle étudié en première section se prête plus à des prédictions sur des teneurs de marché avec des accords de préférence de type externe plutôt qu'interne, la catégorie plus particulièrement concernée par les tests empiriques réalisés dans cet essai sont les *wholesalers*. Cette catégorie nous intéresse d'autant plus qu'elle est réputée ne pas posséder d'informations fondamentales.

Information privée et catégories de teneurs de marché

A la suite de ses investigations empiriques, Schultz (2003) trouve que les teneurs de marché réalisent des profits sur le Nasdaq parce qu'ils possèdent soit des informations fondamentales soit non fondamentales. Plus précisément, Schultz soutient que les courtiers intégrés, institutionnels et les teneurs de marché régionaux ont un accès privilégié à

[13] *Island* rémunère les investisseurs qui placent des ordres à cours limité pour attirer la liquidité. Mais, cette relation de 'paiement pour la liquidité' ne doit pas être confondue avec le *preferencing* qui est un moyen d'attirer le flux d'ordres ('paiement pour le flux d'ordres').

l'information fondamentale des sociétés dont ils sont teneurs de marché, soit parce qu'ils sont également analystes financiers de ces sociétés, soit parce qu'ils font partie de leur syndicat d'introduction en bourse, soit encore, parce qu'ils sont physiquement implantés dans la même région, ce qui facilite l'échange d'informations privées.

Cet accès à l'information fondamentale constitue un avantage concurrentiel déterminant pour ces trois catégories de teneurs de marché, dont peuvent rarement bénéficier les *wholesalers*. Ces derniers, spécialisés dans l'exécution en masse du flux d'ordres d'investisseurs non informés, n'ont généralement pas accès à des informations concernant la valeur fondamentale du titre, mais possèdent des informations sur les chocs de liquidité pouvant affecter temporairement les prix. En effet, les flux d'ordres dirigés de manière préférentielle par les courtiers sont, par nature, non informés, mais reçus en nombre affectent temporairement les prix lors de leur exécution. Toutefois, les *wholesalers* ne sont pas les uniques détenteurs de cette information non fondamentale, puisque les courtiers *wirehouses* et ceux institutionnels internalisent les ordres et sont informés de certains chocs de liquidité. En résumé, on peut établir le tableau suivant :

Tableau 1 : Nature de l'information privée détenue par chaque catégorie de teneurs de marché

Le tableau ci-dessous présente la nature de l'information privée détenue par chaque catégorie de teneurs de marché.

	Information fondamentale	Information non fondamentale
Wholesalers	-	X
Wirehouses	X	X
Courtiers Institutionnels	X	X
Autres	X	-

Le Tableau 1 suggère que les courtiers institutionnels et *wirehouses* ont accès aux deux types d'informations privées. Les cotations croisées que ceux-ci initient pendant la période de préouverture peuvent donc porter soit sur des informations fondamentales soit sur des informations non fondamentales. En revanche, les *wholesalers* observent surtout des

informations non fondamentales. Selon Cao et al (2000), les cotations croisées contribuent à révéler l'information fondamentale dans les prix. Les *wholesalers* ne devraient donc pas initier de cotations croisées à moins que ces cotations permettent aux teneurs de marché de s'échanger des informations non fondamentales. La catégorie des *wholesalers* joue donc un rôle-clé[14] pour déterminer si les mouvements des cotations indicatives de la préouverture contribuent à signaler des informations non fondamentales. On teste alors les hypothèses suivantes :

Hypothèse 1 : *Aucune cotation croisée n'est initiée par les wholesalers.*

Si, effectivement, les cotations croisées (*crossed* ou *locked quotes*) signalent uniquement des informations fondamentales, comme on pourrait le penser suite aux travaux de Cao et al. (2000), alors on doit vérifier l'hypothèse H1. Dans l'hypothèse alternative, on postule que l'objet de la communication par les cotations croisées porte sur des informations fondamentales et non fondamentales. On peut alors tester l'hypothèse suivante :

Hypothèse 2 : *Les cotations croisées initiées par les wholesalers ne contribuent pas significativement à la découverte des prix (i.e. les cotations croisées ne sont pas liées significativement au changement de prix journalier de l'actif risqué).*

Même si cette étude se focalise sur les *wholesalers*, on n'exclut pas que les autres catégories de teneurs de marché puissent également être incitées à communiquer des informations non fondamentales, notamment, les teneurs de marché qui internalisent fortement, comme les courtiers *wirehouses* et institutionnels. Mais on ne peut pas déterminer si les cotations croisées qu'ils initient transmettent des informations fondamentales ou non fondamentales. Ces catégories nous permettent toutefois de vérifier que les *wholesalers* ont un comportement en préouverture différent de celui observé sur les autres catégories de teneurs de marchés informés sur la valeur fondamentale de l'actif risqué (catégories qui jouent le rôle de 'contrôle' des résultats).

Ordres préférentiels et caractéristiques des actions

[14]On remercie Paul Schultz d'avoir bien voulu nous envoyer la liste des *wholesalers* figurant dans son article "*Who makes market*" (2003).

Virtuellement, toutes les actions cotées sur le Nasdaq peuvent faire l'objet de *preferencing*. Toutefois, des résultats empiriques récents montrent que l'importance de cette pratique varie en fonction des caractéristiques des titres financiers, notamment le prix du titre et la taille moyenne des transactions. En conséquence, si les cotations croisées initiées par les *wholesalers* ont pour objet des informations liées au *preferencing*, leur nombre devrait être plus élevé sur les actions dont les attributs sont les plus liés à cette pratique.

Les accords de préférence liant courtiers externes et teneurs de marché s'apparentent à de véritables contrats et, en tant que tels, spécifient le type d'ordres éligibles à une exécution préférentielle. Les *wholesalers* filtrent les ordres et garantissent l'auto-exécution au meilleur prix du marché, seulement pour les ordres exécutables de faible taille (inférieur à 300 titres, par exemple, pour Knight Securities) et dont le niveau de prix est supérieur à un certain seuil[15]. Ce flux d'ordres est effectivement réputé non-informé et donc ne pas contenir de risque d'anti-sélection [voir Easley et al (1997) et l'Exposé Préliminaire]. D'ailleurs, les *wholesalers* analysent la profitabilité *ex post* du traitement des ordres préférentiels pour chaque courtier émetteur et ne rémunèrent que ceux ne leur infligeant pas de pertes régulières[16][Battalio et al (2001)]. On suppose donc que la proportion de cotations croisées initiées par les *wholesalers* devrait être plus élevée sur les actions faisant l'objet de nombreux contrats de préférence (i.e. caractérisées par des transactions nombreuses mais de taille faible avec un niveau de prix élevé).

En outre, le risque de position est d'autant plus élevé que la volatilité du titre est forte [Ho et Stoll (1983)]. Etant donné que les *wholesalers* sont la catégorie de teneurs de marché la plus exposée au risque de position, on devrait trouver un lien positif entre l'importance des signaux émis par cette catégorie de teneurs de marché et la volatilité du titre. Toutefois, on note que la volatilité du titre est également une variable utilisée pour mesurer le risque d'anti-sélection auquel les teneurs de marché, notamment les *wirehouses* et courtiers institutionnels qui internalisent des ordres soumis par des investisseurs

[15] Payer une commission pour des titres à prix faible (*payment for order flow*) se révèle trop onéreux.

[16] La relation contractuelle de préférence entre *wholesalers* et courtiers est théoriquement semblable à celle étudiée par Desgranges et Foucault (2002) entre teneurs de marché et clients de long terme.

sophistiqués, doivent faire face [voir Van Ness et al. (2002), par exemple]. Cette variable devrait être donc positivement liée à la proportion des signaux envoyés (*crossed* et *locked quotes*) pour toutes les catégories de teneurs de marché.

On déduit donc de ces considérations l'hypothèse suivante.

Hypothèse 3 *La proportion des cotations croisées initiées par les wholesalers est positivement liée au niveau du prix de l'action, au nombre de transactions et à la volatilité de l'action, et négativement à la taille des transactions.*

Risque de position et flux d'ordres préférentiels

Les *wholesalers* sont réputés ne pas couvrir leurs positions. Ils contrôlent leur position en orientant leurs cotations. Chung et Zao (2002) rapportent que les teneurs de marché sont généralement concurrentiels seulement sur un côté du marché (à la vente ou à l'achat), mais affichent très rarement à la fois le meilleur prix de vente et celui d'achat. En préouverture, d'après les prédictions du modèle de la section 2, plus le volume des ordres préférentiels reçus par le teneur de marché privilégié est large, plus il accroît le risque de position de ce teneur de marché à l'ouverture, plus celui-ci est incité à communiquer. On conjecture également que le teneur de marché devrait activement chercher de la liquidité à l'ouverture (en plaçant soit le meilleur prix de vente soit le meilleur prix d'achat) pour contre-balancer le déséquilibre de la position provoqué par l'exécution des ordres préférentiels. On devrait donc observer une relation positive entre la proportion des cotations croisées initiées par les *wholesalers* (signalant l'importance du déséquilibre) et leur agressivité de cotation mesurée par le nombre de fois où les *wholesalers* affichent à l'ouverture soit le meilleur prix d'achat soit le meilleur prix de vente. C'est pourquoi on teste l'hypothèse suivante.

Hypothèse 4 *L'agressivité de cotation des wholesalers est positivement liée à la proportion des cotations croisées qu'ils initient.*

Le modèle exposé en Section 4.2.3 prédit que les *wholesalers* anticipent la liquidité demandée par les ordres préférentiels et modifient leurs cotations avant même d'exécuter ceux-ci. En conséquence, en cas de réception d'ordres préférentiels durant la préouverture,

les prix d'ouverture des *wholesalers* dévient par rapport à leurs niveaux de clôture de la séance précédente pour refléter les effets de position du *preferencing*. Cette déviation de leurs prix est temporaire : une fois que les *wholesalers* parviennent à contre-balancer le déséquilibre de leur position, leurs cotations reviennent à leur niveau précédent. En d'autres termes, on devrait observer une tendance au retour de leurs cotations ("*price reversal*"). L'intuition de cette hypothèse est simple. Considérons le prix milieu de fourchette à la clôture de la séance précédente d'un wholesaler :

$$M_{C,t-1} = \mu_{t-1} - \phi\left(I_{C,t-1} - I^*\right)$$

avec $I_{C,t-1}$ la position du teneur de marché à la clôture au jour $t-1$, I^* la position idéale du teneur de marché, $\mu_{t-1} = E\left(v \mid H_{t-1}\right)$ définie dans la Section 4.2.2 et $M_{C,t-1} = (a_{C,t-1} + b_{C,t-1})/2$ où $a_{C,t-1}$ et $b_{C,t-1}$ sont les prix de vente et d'achat de clôture en $t-1$ du teneur de marché[17]. On suppose en outre que $\mu_t = \mu_{t-1} + \epsilon_t$ avec $(\epsilon_t)_t$ variables aléatoires indépendamment et identiquement distribuées de moyenne nulle et de variance σ_ϵ^2.

Soit $\kappa_{O,t}$, le flux d'ordres préférentiels reçu par le *wholesaler* pendant la préouverture t. A l'ouverture, la position d'un *wholesaler* est :

$$I_{O,t} = I_{C,t-1} - \kappa_{O,t}$$

Le prix milieu de fourchette coté par le *wholesaler* à l'ouverture est :

$$M_{O,t} = \mu_t - \phi\left(I_{O,t} - I^*\right) = M_{C,t-1} + \phi\kappa_{O,t}. \tag{4.20}$$

Après l'ouverture, le teneur de marché oriente ses cotations afin de contrôler sa position déséquilibrée par l'exécution à l'ouverture de $\kappa_{O,t}$ ordres préférentiels. On suppose qu'à

[17]Les cotations du teneur de marché peuvent s'écrire [voir, par exemple, Madhavan (2000)] :

$$a_{C,t-1} = E\left(v \mid H_{t-1}, x_{t-1}\right) - \phi\left(I_{C,t-1} - I^*\right) + s \times x_{t-1} \tag{4.18}$$
$$b_{C,t-1} = E\left(v \mid H_{t-1}, x_{t-1}\right) - \phi\left(I_{C,t-1} - I^*\right) + s \times x_{t-1} \tag{4.19}$$

où s est la demi-fourchette cotée par le *wholesaler* et x_{t-1} est une variable égale à +1 si le flux d'ordres reçu à la clôture en $t-1$ noté est > 0, -1 si < 0 et 0 sinon.

l'instant $O+\tau$, le teneur de marché a contrebalancé le déséquilibre en acquérant $\kappa_{O,t}$ titres de direction opposée : $I_{O+\tau,t} = I_{O,t} + \kappa_{O,t}$. Le prix du teneur de marché s'écrit à cet instant

$$\begin{aligned} M_{O+\tau,t} &= \mu_t - \phi\left(I_{O+\tau,t} - I^*\right) \\ &= M_{O,t} - \phi\kappa_{O,t} \end{aligned} \tag{4.21}$$

Si les prix cotés à l'ouverture des *wholesalers* reflètent des effets de position transitoires provoqués par la réception d'ordres préférentiels, on devrait observer une tendance au retour des prix cotés par les *wholesalers*, comme mentionné ci-dessus, que l'on mesure dans cet essai en calculant le coefficient de corrélation linéaire des rentabilités des prix milieu de fourchette ($\rho^{Wh} = Corr\left(\left(M_{O,t} - M_{C,t-1}\right), \left(M_{O+\tau,t} - M_{O,t}\right)\right)$) [mesure utilisée par Ciccotello et Hatheway (2000) ou Madhavan (2001), par exemple]. Plus précisément, en utilisant les Equations (4.20) et (4.21), on prédit que

$$\rho^{Wh} = -\phi^2 \frac{Var\left(\kappa_{O,t}\right)}{Var\left(\left(M_{O,t} - M_{C,t-1}\right)\right) Var\left(\left(M_{O+\tau,t} - M_{O,t}\right)\right)} < 0 \tag{4.22}$$

Si le coefficient de corrélation linéaire s'avérait positif ($\rho^{Wh} \geq 0$), les cotations d'ouverture ne reflèteraient que des informations fondamentales à effet permanent[18] suggérant que la communication entre les teneurs de marchés en préouverture ne concerne pas de manière significative des informations non fondamentales. Si, en revanche, comme le modèle de la Section 4.2.3 le prédit, les teneurs de marché sont incités à s'échanger des informations non fondamentales, alors il est nécessaire que leurs prix d'ouverture reflètent des effets transitoires provoqués par le contrôle de la position. On se propose donc de tester l'hypothèse suivante :

Hypothèse 5 *On observe une tendance au retour (price reversal) des prix cotés par les wholesalers ($\rho^{Wh} < 0$), qui est d'autant plus élevée (en valeur absolue) que le volume des*

[18] L'impact de l'information fondamentale est permanent dans les prix. Empiriquement, cet effet se traduit par un effet de continuité des prix (*"price continuity"*), alors que l'impact transitoire de l'information non fondamentale se mesure par le rebond des prix (*price reversal*) [voir Madhavan (2001), par exemple].

ordres préférentiels est large.

En outre, si les signaux émis par les *wholesalers* communiquent effectivement des informations sur la liquidité demandée par les ordres préférentiels accumulés en carnet pendant la préouverture, le modèle de la Section 4.2.3 suggère que les signaux échangés (*crossed* et *locked quotes*) influencent le niveau du meilleur prix d'ouverture dans une direction qui est favorable aux teneurs de marché. La fourchette de prix ("*National Best Bid and Offer*", *NBBO*) devrait donc incorporer des informations non fondamentales qui ont un impact transitoire, ce que l'on teste par l'hypothèse suivante :

Hypothèse 6 *On observe une tendance au retour des meilleurs prix d'ouverture du marché :* $\rho^{NBBO} < 0$.

4.4.2 Description des données

On mentionne au préalable que lorsque l'on effectue des études empiriques sur les accords de préférence, une des difficultés réside dans le manque de données. Effectivement, lorsqu'ils reportent la transaction au Nasdaq, les teneurs de marché n'ont aucune obligation de mentionner que l'ordre exécuté était dirigé de manière préférentielle. Ensuite, les bases de données publiques qui enregistrent l'exécution horodatée des ordres préservent l'anonymat des teneurs de marché. Donc, on ne sait pas (i) quel est le teneur de marché qui vient d'exécuter l'ordre (ii) si cet ordre est préférentiel. Toutefois, certains auteurs ont pu avoir accès à des bases de données privées levant l'anonymat des exécutions et ont pu construire des mesures indirectes relatives aux accords de préférence (cf. Note 11).

La base de données principale que l'on utilise concerne des données de préouverture du Nasdaq (8h00 - 9h30). Conçue sur demande par Bridge Information System[19], cette base de données unique consiste en l'enregistrement de toutes les cotations indicatives entrées par les teneurs de marché sur les 52 actions les plus actives[20] du Nasdaq, sur la période du 1er octobre 1995 à 30 septembre 1996, soit 252 jours ouvrés. Cette base

[19]La base de données de préouverture nous a été donnée généreusement par Frank Hatheway. Cette base de données a été utilisée dans les 3 articles de recherche suivants : Cao, Ghysels et Hatheway (1996), (2000) et Ciccotello et Hatheway (2000).

[20]L'activité a été mesurée par le volume quotidien échangé en 1994.

horodatée renseigne : (i) les cotations affichées par chaque teneur de marché (identifié par un symbole de 4 lettres[21]) et (ii) la fourchette de prix (*NBBO*). Chaque fois qu'un teneur de marché cote un prix qui améliore le meilleur prix de vente (*Best Offer*, $\underline{a}$) ou le meilleur prix d'achat (*Best Bid*, $\overline{b}$), le *NBBO* est alors actualisé et publié à l'ensemble du marché. Nous utilisons également une base de données fournie par le CRSP couvrant la même période (octobre 1995 à septembre 1996) pour obtenir des données complémentaires sur les prix de clôture (NBBO) des 52 actions, le nombre de teneurs de marché par action, le nombre de transactions par jour et le volume échangé par jour.

Afin de compléter notre étude empirique et déterminer le rebond des prix en séance, nous utilisons la base de données NASTRAQ[22] conçue[23] par le Nasdaq qui porte sur 22 jours de séance du mois de décembre 1999. Cette base de données horodatée contient toutes les cotations entrées en séance (9h30 - 16h00) par les teneurs de marché (avec le même identifiant qu'en 1996), le NBBO, le prix de transaction et le volume échangé par transaction[24]. Dans cette base de données, nous avons sélectionné les 52 actions les plus actives (en termes de volume quotidien échangé) pour avoir des échantillons comparables en termes de niveau d'activité. Pour mener une étude empirique homogène, il aurait fallu obtenir une base de données NASTRAQ sur la période concernée (octobre 1995 à septembre 1996). Mais aucune base contenant des données similaires à celle de NASTRAQ n'a été créée par le Nasdaq pour cette période-là. C'est la raison pour laquelle les deux échantillons ne couvrent pas les mêmes périodes.

On mesure le prix de l'action par le prix milieu de fourchette ($(\underline{a} + \overline{b})/2$) moyen quotidien et la volatilité de la rentabilité par l'écart-type du log des changements de prix quotidiens (les prix étant ceux de milieu de fourchette). La taille et le nombre des transactions sont respectivement la taille de transaction moyenne par jour (exprimée en

[21] Par exemple, NITE, pour Knight Securities.

[22] *North American Securities TRAcking and Quantifying system.*

[23] La base de données NASTRAQ nous a été fournie gracieusement par Ingrid Werner.

[24] On mentionne que certaines données sur la préouverture figurent dans les bases NASTRAQ. La base NASTRAQ horodatée contient effectivement le NBBO indicatif et les transactions effectuées (prix de transaction, volume) avant l'ouverture. Mais n'y figurent pas les cotations indicatives placées par les teneurs de marché identifiés. On ne peut donc pas connaître l'identité de celui initiant une cotation croisée.

dollars) et le nombre moyen de transactions par jour sur chacune des périodes considérées (1996 et décembre 1999). Enfin, nous mesurons la fourchette de prix en pourcentage du niveau de prix $((\underline{a} - \overline{b})/\left[(\underline{a} + \overline{b})/2\right])$.

Le Tableau A.3 donné en annexes expose le nom des teneurs de marché avec leur code pour chaque catégorie sur la période du 1er octobre 1995 au 30 septembre 1996 et sur le mois de décembre 1999. Le Tableau A.4, également en annexes, présente les principales caractéristiques statistiques des échantillons de 1996 et 1999. En résumé, sur les actions sélectionnées en 1996, le prix moyen de l'action est de 38,46$. La taille moyenne d'une transaction est de 59 395$, tandis que le nombre moyen de transactions par jour est de 1 296 et le volume moyen journalier sur tout l'échantillon est de 1 971 884. La taille moyenne de la fourchette de prix en pourcentage est de 0,695% tandis que la rentabilité quotidienne moyenne est de 0,003504. La volatilité quotidienne moyenne s'élève à 0,03504.

Sur l'échantillon des 52 actions les plus actives du mois de décembre 1999, la fourchette de prix a très significativement diminué à 0,145%, de même que la taille moyenne d'une transaction s'est abaissée à 44 697 $. Ces résultats sont conformes aux résultats de Barclay et al (1999) qui analysent le Nasdaq après la réforme de 1997 [*Order Handling Rules* de 1997]. L'activité du Nasdaq a très fortement progressé étant donné que le nombre de transactions moyen par jour a été multiplié par 10 (12 049) et le volume moyen par 3 (7 100 544 $), ce qui reflète l'expansion du Nasdaq durant cette période. La volatilité moyenne a également fortement augmenté (multipliée par 2,5 en moyenne).

4.4.3 Résultats empiriques

Avant de présenter et d'analyser les résultats empiriques, on décrit la préouverture du 7 novembre 1995 durant laquelle certains *wholesalers* décident de participer au jeu de communication en initiant des cotations indicatives croisées dans le système de négociation. Cet exemple illustre la façon dont fonctionne la communication entre teneurs de marché et la façon dont cette communication influence les prix choisis par les concurrents et les meilleurs prix du marché.

Exemple de préouverture impliquant des *wholesalers*

En préouverture d'Atmel Corporation le jour du 7 novembre 1995, le système de cotation électronique démarre à 8h17 en publiant la fourchette de prix de clôture de la séance précédente qui est de 29,75$ - 29,875 $ (par convention, on place le prix d'achat (prix *bid*) en premier terme, et le prix de vente (prix *ask*) en second membre). A 8h49, Smith Barney Inc, un courtier wirehouse, affiche ses premiers prix de la journée : 29,125$ - 29,625$. Le prix de vente affiché 'transgresse' le marché puisque désormais le meilleur prix de vente du marché ($\underline{a}$) s'affiche à 29,625 $, un niveau inférieur au meilleur prix d'achat ($\overline{b}$) qui demeure 29,75$. Le *NBBO* s'affiche désormais à 29,75 $ - 29,625 $ ($\overline{b} > \underline{a}$). Le prix de vente de Smith Barney a généré une cotation dite 'croisée' (*crossed quote*). A 9h03, Nash Weiss and Co, un des *wholesalers* les plus importants, fait baisser le meilleur prix de vente du marché à 29,25$ et quelques secondes après à 29$ en transgressant de nouveau le marché. Avant l'ouverture officielle du marché à 9h30, 20 autres teneurs de marché ont publié des cotations indicatives et 5 d'entre eux ont transgressé le marché. Le meilleur prix de vente s'est abaissé 10 fois de 29,875$ à 28,75$ (*cf.* Figure 4.8.a). Les prix milieu de fourchettes des 20 participants à la préouverture ont tous baissé. Parmi les 5 teneurs de marché qui ont activement signalé, deux *wholesalers*, Nash Weiss et Mayer et Schweitzer, ont fait baisser le meilleur prix de vente 7 fois (sur 10). Les *wholesalers* réputés informés non fondamentaux, ont donc joué un rôle majeur durant cette session de pré-ouverture. Les cotations croisées employées par les *wholesalers* signalent-elles des pressions de liquidité liées au *preferencing* ?

En illustration, on donne la dynamique des changements de prix du *NBBO* ainsi que la dynamique des changements de cotation de trois teneurs de marché participant à la préouverture : deux *wholesalers* qui induisent la révision à la baisse des meilleurs prix (Mayer et Schweitzer et Nash Weiss) ainsi qu'un courtier institutionnel n'émettant pas de signaux sur ce titre (Goldman Sachs). Il est intéressant de remarquer que ce teneur de marché révise ses cotations en fonction des signaux émis par ses concurrents (caractéristique de 'suiveur' (*"follower"*) semblable à celle identifiée par Peiers (1996) sur le marché des changes au comptant).

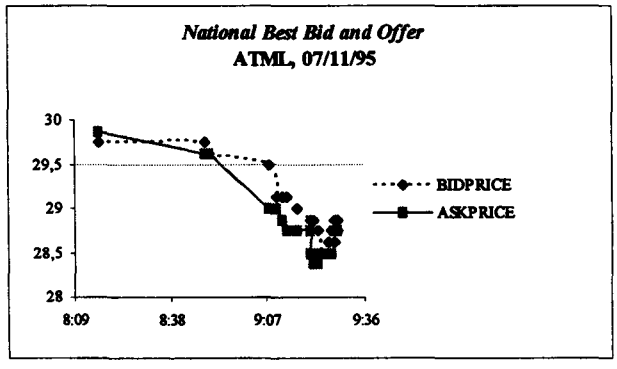


FIGURE 4.8.a

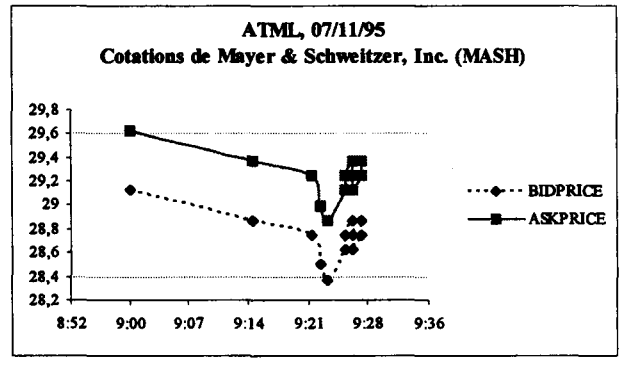


FIGURE 4.8.b

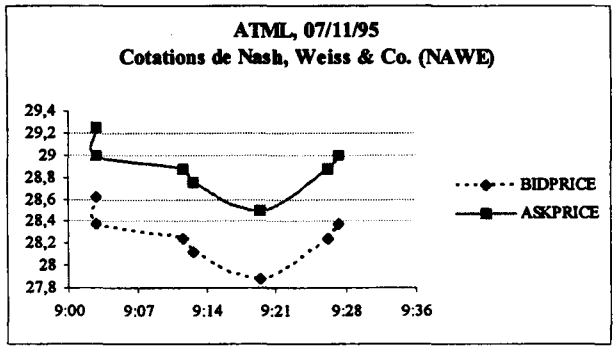


FIGURE 4.8.c

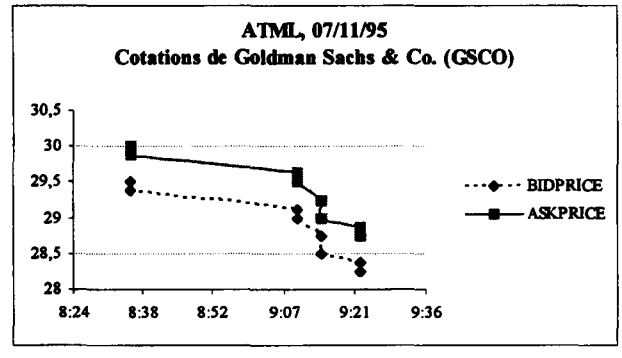


FIGURE 4.8.d

FIGURES 4.8.a, b, c, d : Evolution des prix en préouverture

L'information non fondamentale peut-elle être l'enjeu des signaux émis par les teneurs de marché recevant des ordres préférentiels ?

Les hypothèses H1, H2, H3 et H4 sont testées en utilisant la base de données sur la préouverture de 1996, tandis que les hypothèses H5 et H6 sont analysées sur la base de données de 1999.

Proportion des cotations croisées initiées par les *wholesalers*. Sur la période considérée, alors qu'ils ne représentent que 4,7% des teneurs de marchés, les *wholesalers* ont initié 24,82 % de la totalité des cotations indicatives publiées en pré-ouverture et 28,70 % de celles initiant un marché transgressé ou verrouillé (*crossed* ou *locked market*)[25].

[25]Dans cet essai, on ne distingue par les *crossed quotes* des *locked quotes*. Toutefois, selon Cao et al (2000) qui analysent le rôle de chacun des deux signaux, les *crossed quotes* seraient des signaux plus forts en terme de découverte des prix (ils contiendraient plus d'informations fondamentales) que les *locked*

Les *wholesalers* sont donc les teneurs de marché les plus actifs en termes d'émission de cotations croisées, après les courtiers institutionnels (voir le Tableau A.5 en annexes), ce qui corrobore l'hypothèse H1.

Les *wholesalers* étant supposés ne pas détenir des informations fondamentales, la question est alors de déterminer le contenu informationnel des cotations croisées initiées par ceux-ci.

Contenu informationnel des signaux émis par les *wholesalers*. Afin de déterminer si les mouvements de prix induits par les *wholesalers* reflètent des informations transitoires, nous avons cherché à évaluer la contribution à la découverte des prix journalière des signaux envoyés par les *wholesalers*. Pour cela, à partir des travaux de Barclay et Hendershott (2002), nous avons déterminé une mesure notée WPC[26] (Weighted Price Contribution) qui nous permet de quantifier, pour chaque jour t et pour chaque catégorie de teneur de marché j, la contribution relative au changement de prix quotidien d'une cotation croisée :

$$(1)\ WPC_{j,t} = \sum_{s}^{S} \left(\frac{|\Delta P_s^{cc}|}{\sum_s^S |\Delta P_s^{cc}|} \right) \times \left(\frac{\sum_{q=1}^{N_s} \Delta P_{q,s} \mathbf{1}_{q,j}}{\Delta P_s^{cc}} \right)$$

avec N_t le nombre de cotations croisées (*crossed* et de *locked quotes*) pendant la préouverture du jour t, $\Delta P_{q,t}$ est le changement de prix (mesuré par le prix milieu de fourchette) provoqué par la $q^{\text{ième}}$ cotation croisée, $\mathbf{1}_{q,j}$ est une indicatrice prenant la valeur 1 si le teneur de marché j initie la cotation croisée, 0 sinon, et ΔP_s^{cc} est le changement de prix journalier mesuré par la variation des prix de clôture ($\Delta P_s^{cc} = P_s^c - P_s^{c-1}$). Le premier terme entre parenthèses est un facteur de pondération journalier dont le but est de réduire l'hétéroscédasticité dans les observations, le second terme entre parenthèses est la contribution relative au changement de prix journalier de la cotation croisée initiée par j le jour t.

---

quotes.

[26] WPC est également utilisé par Cao, Ghysels et Hatheway (2000), Huang (2002), Barclay et Hendershott (2003), à partir des travaux de Barclay et Warner (1993).

On note que nous avons utilisé le changement de prix quotidien total[27] comme proxy de la découverte des prix quotidienne, et non le changement de prix clôture-ouverture, dans le cas où les prix d'ouverture contiennent des informations transitoires résultant de l'échange d'informations non fondamentales entre les teneurs de marché (test de l'hypothèse H6 que nous effectuons ultérieurement). En effet, dans ce cas, le modèle de la section 2 prédit que les prix des opposants et le meilleur prix du marché vont dévier mais, de manière transitoire (le but de la communication des informations non fondamentales étant justement de parvenir à les orienter temporairement). Si l'on utilisait le changement de prix clôture-ouverture comme proxy de la découverte des prix journalière, la contribution des cotations croisées à la découverte des prix pourrait être artificiellement élevée. On peut vérifier cette hypothèse en régressant les cotations croisées du jour t sur le changement de prix clôture-ouverture ($\Delta P_s^{co} = P_s^o - P_s^{c-1}$) et en comparant les résultats à ceux obtenus par clôture-clôture ΔP_s^{cc}. On trouve ainsi que les *locked quotes* des *wholesalers* sont liés significativement au changement de prix clôture-ouverture, mais ils ne le sont plus lorsque l'on considère le changement des prix clôture-clôture.

Le Tableau 2 présente le $WPC_{j,t}$ calculé en moyenne sur tous les jours de l'échantillon.

Tableau 2 : Contribution à la découverte des prix des cotations croisées par catégorie de teneurs de marché

Le tableau présente la contribution moyenne aux changements de prix journaliers des *crossed* et *locked quotes*, puis uniquement des *lock* et enfin des *cross*. Les résultats sont présentés par catégorie de teneurs de marché. Une procédure de bootstrap permet de réaliser les tests statistiques. L'échantillon s'étend du 1 octobre 1995 au 30 septembre 1996.

	$AWPC_j$		
j	Lock et Cross	Lock	Cross
Wholesalers	4.01*	0.95	3.06*
Wirehouses	6.15*	0.43	5.72*
Courtiers institutionnels	10.39*	1.60*	8.79*
Autres	5.21*	1.20*	4.01*

[27] Le changement de prix journalier total regroupe le changement interséance pris en compte par le changement des prix ayant lieu en préouverture ($\sum_{q=1}^{N_t} \Delta M_{q,t}$) et celui de la séance ΔM_t^{NBBO}.

Les résultats montrent que les signaux placés par les *wholesalers* ne contribuent pas autant à la découverte des prix que ceux des autres catégories, ce qui corrobore l'hypothèse H2. Il apparaît que ce sont les signaux émis par les *wirehouses* et les courtiers institutionnels qui participent le plus à la découverte des prix journalière, ce qui est cohérent avec leur statut d'informés [Schultz (2003)]. En outre, on observe que les *lock* contribuent moins que les *cross* à la découverte des prix, conformément aux résultats trouvés par Cao et al (2000).

D'après nos hypothèses, les *wholesalers* communiquent des informations non fondamentales liées au risque de position causé par le *preferencing*. On devrait donc observer un lien entre la proportion de cotations croisées et les actions avec un degré élevé de *preferencing* externe, qui ne devrait pas apparaître pour les autres catégories (les moins privilégiées). On va donc analyser si la proportion des cotations croisées initiées par chaque catégorie de teneurs de marché dépend des caractéristiques des actions (test de l'hypothèse H3).

Communication et caractéristiques des actions. Afin d'analyser le lien entre la proportion de cotations croisées initiées en préouverture par les *wholesalers* et le degré de *preferencing* du titre (lien énoncé dans l'hypothèse H3), nous estimons la régression suivante

$$\begin{aligned}(2)\ \mathrm{PCTCL}_i^j &= \alpha_{0,j} + \alpha_{1,j}\log(\text{Share Price}_i) + \alpha_{2,j}\mathrm{RVol}_i + \alpha_{3,j}\log(\mathrm{NbTr}_i) \\ &\quad + \alpha_{4,j}\log(\mathrm{TrSize}_i) + \epsilon_i^j\end{aligned}$$

où PCTCL_i^j désigne la proportion de cotations croisées (*crossed* et *locked quotes*) de l'action i initiées par la catégorie j de teneurs de marché (j =*wholesalers (wh), wirehouses, courtiers institutionnels et autres)*, Share Price_i désigne le prix de l'action i, RVol_i est l'écart-type des rentabilités de l'action i, NbTr_i est le nombre moyen de transactions par jour, TrSize_i est la taille moyenne des transactions et ϵ_i^j est un terme d'erreur. Les 3 variables - Share Price_i, NbTr_i et TrSize_i sont exprimées en log afin de réduire la dispersion de ces variables. L'estimation est obtenue par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires

(MCO). Les résultats sont présentés dans le Tableau A.6.

Les résultats montrent que la proportion des signaux émis par les *wholesalers* est significativement et positivement liée SharePrice et négativement liée à TrSize, conformément aux signes attendus (H3), ce qui corrobore l'hypothèse selon laquelle les *wholesalers* communiquent plus sur des actions dont le flux d'ordres fait l'objet de nombreux contrats de préférence (transactions de faible taille et de prix élevé). Ce résultat est d'autant plus significatif que la communication initiée par les autres catégories de teneurs de marché est non significativement lié à ces variables.

Ensuite, quelle que soit la catégorie j de teneurs de marché, on observe que la proportion des signaux est liée significativement et positivement à la variable NbTr_i qui est l'unique variable significative des *wirehouses* et autres. En fait, cette variable est la meilleure proxy du degré d'anti-sélection sur le Nasdaq [Van Ness et al (2002)]. Ce résultat suggère que plus le risque de traiter avec des investisseurs informés est important, plus l'ensemble de teneurs de marché communiquent.

Egalement, pour toutes les catégories de teneurs de marché, il est intéressant de noter que la volatilité journalière n'est pas une variable significative de l'intensité des signaux émis, alors qu'elle est supposée fortement liée au risque de position et au degré d'anti-sélection. Ces résultats sont cohérents avec ceux de Van Ness et *al.* (2002) qui trouvent que la volatilité - mesurée également par l'écart-type du log des changements de prix quotidiens - n'est pas une variable déterminante du degré d'anti-sélection sur le Nasdaq. Ce résultat n'invalide pas pour autant les prédictions standards sur le lien positif entre volatilité et risque de position [voir Ho et Stoll (1983)]. Cela signifie simplement qu'il faut utiliser une autre mesure de volatilité comme la volatilité implicite utilisée par Fahlenbrach et Sandas (2003) pour déterminer le lien entre cette variable et la communication des *wholesalers.*

Pour tester si les cotations croisées des *wholesalers* sont liées aux caractéristiques des actions de manière différente que les autres catégories, nous avons estimé le modèle :

$$\begin{aligned}(2)\ \text{PCTCL}_i^{wh} - \text{PCTCL}_i^{j} &= \beta_{0,j} + \beta_{1,j}\log(\text{Share Price}_i) + \beta_{2,j}\text{RVol}_i + \beta_{3,j}\log(\text{NbTr}_i) \\ &\quad + \beta_{4,j}\log(\text{TrSize}_i) + \epsilon_{i,j}^{wh}\end{aligned}$$

Les résultats corroborent ceux exposés ci-dessus. A la différence des autres catégories de teneurs de marché, les *wholesalers* émettent plus de cotations croisées sur les titres caractérisés par un grand nombre d'ordres préférentiels (prix moyen élevé et faible taille des transactions). En conséquence, la proportion des signaux émis par les *wholesalers* est plus forte sur les titres dont le risque de position lié au *preferencing* apparaît le plus élevé.

Relation entre agressivité de cotation et communication. Les résultats empiriques précédents suggèrent que le nombre de signaux (*crossed* et *locked quotes*) émis par les *wholesalers* sont en liaison avec le risque de position provoqué par le flux d'ordres reçu en préouverture. On teste, dans ce paragraphe, si l'agressivité des *wholesalers* à l'ouverture (mesurée par la moyenne empirique des indicatrices prenant la valeur 1 si le teneur de marché de la catégorie j cote le meilleur prix de vente et/ou du meilleur prix d'achat le jour t), qui témoigne d'une recherche active de liquidité pour contrebalancer le déséquilibre de la position dû au *preferencing*, est en relation avec la communication en préouverture. Pour cela, on estime le modèle suivant :

$$(3)\ \mathrm{QA}_i^{Wh} = \alpha_0+\alpha_1\mathrm{PCTCL}_i^{Wh}+\alpha_2 \log(\text{Share Price}_i)+\alpha_3\mathrm{RVol}_i+\alpha_4 \log(\mathrm{NbTr}_i)+\alpha_5 \log(\mathrm{TrSize}_i)+\eta_i^{Wh}$$

où QA_i^{Wh} désigne l'agressivité de quotation des *wholesalers* pour le titre i et PCTCL_i^{Wh}est la proportion des signaux émis par les *wholesalers* pendant la préouverture. Les variables Share Price_i, RVol_i, NbTr_i et TrSize_i sont les variables de contrôle de la régression.

Le Tableau A.7 présente les résutats de la régression. Il existe une relation positive et significative entre la proportion des cotations croisées initiées par les *wholesalers* et l'agressivité de cotation à l'ouverture. Ce résultat corrobore l'hypothèse H4 selon laquelle les *wholesalers* sont concurrentiels sur un côté du marché pour encourager les ordres dans la direction qui leur permet de contrôler le risque de position lié à l'exécution des ordres préférentiels reçus en préouverture.

Encore une fois, on a comparé ces résultats à l'agressivité des autres catégories :

$$(3)\ \mathrm{QA}_j^i = \alpha_0+\alpha_1\mathrm{PCTCL}_j^i+\alpha_2 \log(\text{Share Price}_i)+\alpha_3\mathrm{RVol}_i+\alpha_4 \log(\mathrm{NbTr}_i)+\alpha_5 \log(\mathrm{TrSize}_i)+\eta_i^j$$

avec j = *Wirehouses*, Courtiers Institutionnels et Autres.

On remarque que l'agressivité de cotation observée sur toutes les catégories de teneurs de marché est négativement liée à la variable (NbTr), qui rappelons, est une proxy du degré d'anti-sélection sur le Nasdaq. Assez naturellement, on observe que les teneurs de marché sont peu incités à afficher des prix concurrentiels pour des actions sur lesquelles le risque de traiter avec un investisseur informé est élevé.

Caractéristique de l'ouverture. Il s'agit désormais d'analyser le lien entre les caractérisques des prix d'ouverture et les signaux émis en pré-ouverture. La première démarche consiste à déterminer l'importance des chocs de liquidité en ouverture de séance sur l'échantillon de oct.1995 -sept.1996, ce que nous mesurons, comme Stoll et Whaley (1990) par le coefficient d'auto-corrélation d'ordre 1 des rentabilités des prix d'ouverture (exprimées en log des changements de prix). Nous ajoutons le coefficient d'auto-corrélation d'ordre 1 des rentabilités des prix de clôture pour permettre des comparaisons. Le Tableau 3 présente les résultats.

Tableau 3 : Auto-corrélation d'ordre 1 des prix d'ouverture et de clôture

Le tableau présente la moyenne estimée des coefficients d'auto-corrélation d'ordre 1 des rentabilités des prix d'ouverture et celui des rentabilités des prix de clôture par quartile (Q4=actions les plus actives) :

$$\rho_{o,o-1} = Cov\left(r_{o,t-1} r_{o,t}\right) / Var\left(r_{o,t}\right)$$

(resp. $\rho_{c,c-1}$) où $r_{o,.}$ (resp. $r_{c,.}$) est la rentabilité du prix milieu de fourchette du NBBO (National Best Bid and Offer) à l'ouverture (resp. à la clôture). Entre parenthèses figure la t-statistique . ** et * indiquent la significativité des coefficients aux seuils de 5% et 10% respectivement.

	Total	Quartile 1	Quartile 2	Quartile 3	Quartile 4
$\rho_{o,o-1}$	-0.079**	-0.25**	0.04	-0.054*	-0.057*
	(<0.0001)	(<0.0001)	(0.0164)	(0.002)	(0.0014)
$\rho_{c,c-1}$	-0.009	-0.0023	-0.0137	0.017	-0.036
	(0.2536)	(0.9021)	(0.1427)	(0.3106)	(0.0518)

Le rebond des prix est propre au marché de contrepartie (rémunération des coûts de gestion de la position) tel que le Nasdaq (*cf.* Madhavan, Richardson et Roomans

(1997) par exemple). Toutefois, on observe que, sur le Nasdaq, le rebond des prix est plus important (et significatif) à l'ouverture qu'à la clôture. Ces résultats suggèrent que les prix d'ouverture contiennent plus d'informations transitoires (chocs de liquidité) que les prix de clôture sur notre échantillon.

Stoll et Whaley (1990) observent le même phénomène sur des données d'ouverture de la bourse de New York en 1991. Selon les auteurs, l'ouverture confère au *specialist* un pouvoir de monopole qu'il perd en partie en séance avec l'entrée de la concurrence des ordres à cours limité du carnet d'ordres et des courtiers du parquet. Sur le Nasdaq, d'après les prédictions du modèle de la Section 4.2.3, la déviation temporaire des prix d'ouverture peut s'expliquer par des effets de position, qui peuvent survenir sans qu'aucune transaction n'ait eu lieu, en raison de la réception d'ordres préférentiels.

Afin d'explorer si les prix d'ouverture des *wholesalers* qui sont les teneurs de marché les plus privilégiés dévient plus fortement que ceux des autres catégories, nous utilisons la base de données de décembre 1999. En effet, on rappelle que, sur l'échantillon portant sur la période octobre 1995/septembre 1996, les données pour effectuer le test de H5 et H6 sont indisponibles. Seul le rebond des prix d'ouverture approché par l'auto-corrélation d'ordre 1 décrite dans le Tableau 3 peut rendre compte des effets transitoires de l'information non fondamentale sur les prix d'ouverture dans cet échantillon.

Les mouvements de prix de la préouverture reflètent-ils des informations non-fondamentales ?

Pour tester les hypothèses H5 et H6 et estimer l'effet temporaire de l'information non-fondamentale, on calcule le coefficient de corrélation linéaire ρ décrit dans l'Equation (4.22). On détermine en fait le coefficient de corrélation linéaire existant entre la rentabilité des prix milieu de fourchette avant l'ouverture ($\log(M_{O,t}/M_{C,t-1})$) et la rentabilité des prix milieu de fourchette 1h00[28] après l'ouverture ($\log(M_{O+1:00,t}/M_{O,t})$). Les résultats sont présentés dans le Tableau 4 ci-dessous :

[28] On a, également, étudié le rebond des prix à 30 minutes après l'ouverture (10h00) et 1h30 après (11h00). Les résultats sont également significatifs. On a donc fait le choix de ne présenter que 10h30.

Tableau 4 : Coefficient de corrélation empirique

Le tableau présente le coefficient de corrélation linéaire moyen

$$\rho^j = Corr(\log\left(M^j_{O,t}/M^j_{C,t-1}\right), \log\left(M^j_{O+1:00,t}/M^j_{O,t}\right))$$

qui mesure le rebond des prix d'ouverture du $j^{ième}$ teneur de marché (tendance au retour 1h00 après l'ouverture). Les résultats sont établis en moyenne pour chaque catégorie de teneurs de marché et pour les meilleurs prix du marché (NBBO) sur l'échantillon couvrant les 22 jours de séance du mois de décembre 1999. ** et * indiquent la significativité des coefficients aux seuils de 5% et 10% respectivement.

$j \in$k^{ième}catégorie	ρ^j
Wholesalers	-0.54**
Wirehouses	-0.53**
Courtiers Institutionnels	-0.09
Autres	-0.17*
ECNs (Autres)	-0.08
NBBO	-0.06*

On remarque que le rebond des prix d'ouverture affichés par les *wholesalers* est significatif, corroborant l'hypothèse que le *preferencing* externe accroît le risque de position des teneurs de marché. En outre, on observe également un phénomène de rebond du NBBO. Ce dernier résultat est un résultat courant des marchés de contrepartie, mais tend également à corroborer l'idée qu'après la communication de la préouverture, les meilleurs prix du marché dévient temporairement. Il apparaît ainsi que la communication en préouverture sert à orienter les meilleurs prix dans une direction temporaire qui est favorable aux teneurs de marché (validation de H6).

D'après Chan et al (1995), à l'ouverture du Nasdaq, les transactions sont en nombre élevé et plutôt de taille faible, corroborant l'idée d'exécution importante d'ordres préférentiels à ce moment-là. Afin de tester si le rebond des prix d'ouverture est d'autant plus important que le volume des ordres préférentiels est élevé (hypothèse H5), nous analysons, pour le titre i, l'impact du volume[29] noté V^i_t échangé à l'ouverture t sur l'ampleur du re-

[29]Dans la base de données des transactions de NASTRAQ (*trade quote*), on a filtré les transactions pour ôter celles effectuées :

bond des prix. On utilise une mesure de volume standardisé $(V_t^i - E(V_t^i))/\sigma(V_t^i)$, ce qui nous permet de distinguer l'impact des volumes élevés (>0 ; >0.5 ; >1) par rapport à celui des volumes faibles (<-0,5). Les résultats sont présentés dans le Tableau 5 ci-dessous.

Tableau 5 : Coefficient de corrélation empirique déterminé en fonction des volumes échangés à l'ouverture

Le tableau présente le coefficient de corrélation linéaire moyen

$$\rho^j = Corr(\log\left(M_{O,t}^j/M_{C,t-1}^j\right), \log\left(M_{O+1:00,t}^j/M_{O,t}^j\right))$$

en fonction du volume échangé à l'ouverture. ρ^j mesure le rebond des prix d'ouverture du $j^{ième}$ teneur de marché. Les résultats sont établis en moyenne pour chaque catégorie de teneurs de marché (y compris les ECNs) sur l'échantillon couvrant les 22 jours de séance du mois de décembre 1999.

	ρ^j (Volume échangé à l'Ouverture t)			
	<-0.5	>0	>0.5	>1
Wholesalers	-0.16	-0.52	-0.50	-0.70
Wirehouses	-0.14	-0.53	-0.52	-0.61
Courtiers Institutionnels	0.27	-0.13	-0.12	-0.32
Autres	-0.32	-0.16	-0.13	-0.53
ECNs	0.32	-0.01	-0.01	0.01

On observe qu'il existe un contraste entre le rebond des prix liés aux faibles volumes par rapport à celui lié aux gros volumes. Les teneurs de marché incorporent une composante transitoire plus grande dans leurs prix d'ouverture si les volumes sont élevés, comportement particulièrement significatif pour les *wholesalers*, ce qui corrobore l'hypothèse selon laquelle les *wholesalers* qui sont les teneurs de marché les plus privilégiés sont plus exposés au risque de position. On n'observe aucune tendance au retour des prix d'ouverture des ECNs, ce qui semble cohérent avec le fonctionnement des carnets d'ordres.

(i) dans SOES où ne figure pas d'ordre préférentiel (*Small Order Execution System* est un système de transactions automatisé dédié aux ordres de faible taille - inférieur à 100 sur notre échantillon - entre "*day trader*" et teneurs de marché - cf. Foucault, Röell et Sandas (2003) pour une analyse du rôle des *day traders*) ;

(ii) dans SelectNet (système d'échange pour institutionnels et teneurs de marché), où l'on ne peut pas diriger des ordres de manière préférentielle.

On ne garde donc que les volumes préférentiels, internalisés et négociés par téléphone (la distinction ne peut être faite pour ces derniers).

4.4.4 Extensions

Afficher des cotations croisées en préouverture permet aux teneurs de marché d'accélérer la découverte des prix et, également, d'orienter le prix du marché dans une direction qui leur soit favorable à l'ouverture. Les prix d'ouverture du Nasdaq contiennent ainsi des informations non-fondamentales, qui ont un impact probable sur l'efficience des prix d'ouverture (bruit). La possibilité laissée aux teneurs de marché de pouvoir s'échanger des informations en utilisant les cotations croisées a, en particulier, entraîné des ouvertures du Nasdaq avec un marché verrouillé ou transgressé, ce qui n'est pas autorisé en séance. La NASD a donc instauré en juin 2000 la règle du *'Trade or Move rule'* dont le but est de réduire entre 9 :20 et 9 :30 le nombre de cotations croisées pour ne pas enfreindre les règles à l'ouverture. On peut se demander si cette règle a affecté significativement la communication entre les teneurs de marché, en particulier celle à l'initiative des *wholesalers*. Il serait intéressant de déterminer le coefficient de corrélation linéaire du NBBO (ρ^{NBBO}) et des prix des *wholesalers* sur une base NASTRAQ postérieure à juin 2000. On peut également mesurer l'efficience du prix d'ouverture. Cela permettrait de savoir si le fait d'interdire la communication dans les dernières 10 minutes de la préouverture a réduit l'incorporation des informations non fondamentales sans affecter l'efficience des prix d'ouverture.

En 2003, la mise en route de SuperMontage et de SuperSOES a permis également aux teneurs de marché du Nasdaq d'échanger de manière anonyme en plaçant des ordres à cours limité et des ordres cachés. Ces nouveaux systèmes de négociation et la nouvelle organisation qui en découle a eu un impact sur les stratégies de cotations des teneurs de marchés et devrait avoir un impact sur la communication ayant lieu avant l'ouverture (il est plus difficile désormais, dans un système plus anonyme, de détecter une déviation ou une manipulation du contenu informationnel des signaux des teneurs de marché, la communication devrait être moins soutenable). Il serait donc également intéressant d'analyser l'efficience des prix d'ouverture et la tendance au retour des prix cotés par les *wholesalers*.

4.5 Conclusion

L'objectif du modèle proposé dans cet essai est de montrer que les teneurs de marché sont incités à communiquer des informations non fondamentales. On considère deux teneurs de marché averses au risque caractérisés par des prix de réserve diffèrents. On suppose qu'un des teneurs de marché a une probabilité strictement positive de devoir exécuter des ordres transmis de manière préférentielle. On suppose, en outre, que le teneur de marché concurrent ne peut pas observer si le teneur de marché privilégié reçoit ou non des ordres préférentiels, à moins que celui-ci ne lui revèle cette information non fondamentale (i.e. non corrélée à la valeur liquidative de l'actif risqué). Effectivement, l'exécution des ordres préférentiels accroît le risque de position du teneur de marché, à l'origine des incitations de celui-ci à communiquer. Les résultats montrent qu'il peut s'avérer profitable pour le teneur de marché privilégié de révéler son information non fondamentale, afin d'orienter les prix de son concurrent dans une direction qui lui est favorable. Il est possible que ce résultat explique la participation active des *wholesalers*, réputés non-informés au jeu de communication qui se déroule en préouverture du Nasdaq. Ces derniers sont les teneurs de marché qui reçoivent le plus d'ordres préférentiels et font donc face à un risque de pertes lié au *preferencing* très important. On peut donc penser que :

(i) les *wholesalers* utilisent les cotations croisées pour signaler des informations non fondamentales afin de réduire le risque de position lié au *preferencing* ;

(ii) parce qu'ils communiquent ce type d'informations à leurs concurrents qui modifient leurs prix en réponse, les prix d'ouverture devraient dévier de manière transitoire reflètant ainsi l'impact de l'information non fondamentale. Nous testons ces différentes hypothèses sur deux bases de données du Nasdaq.

On trouve effectivement des résultats empiriques qui corroborent ces hypothèses, ce qui suggère que les prix d'ouverture du Nasdaq reflètent des effets de position des teneurs de marché et peuvent être biaisés en raison de la communication de ce type d'information. La question ensuite est de savoir si la communication en préouvertue qui facilite la coordination des teneurs de marché est souhaitable dans la mesure où elle contribue significativement à la découverte des prix (bien public), mais favorise également des comportements

de nature collusive (collusion implicite sur des prix d'ouverture supra-concurrentiels). A supposer que l'on puisse effectivement apporter des preuves révélant un comportement collusif, le problème est alors de déterminer comment réformer l'ouverture du Nasdaq qui demeure le seul marché actions à avoir comme originalité d'être décentralisé, spécificité qui rend difficile la mise en place de règles d'ouverture telles que le fixing requérant la centralisation du flux d'ordres.

4.6 Annexes du Troisième Essai

4.6.1 Annexe A : Ouverture des marchés

Sur la Bourse de Paris, le flux d'ordres est centralisé. Si $Q(p)$ est le flux d'ordres émanant d'investisseurs concurrentiels, alors le prix d'ouverture est semblable à celui d'une enchère walrassienne [voir Vivès (1995)] où le prix noté p_O^W est établi de telle façon que :

$$Q\left(p_O^W\right) = 0.$$

Au cours de la préouverture de Paris, le prix indicatif d'ouverture $p_{O-\tau}^W$ ($\tau \in$ [Horaires de préouverture] est calculé et diffusé pour chaque modification de la demande agrégée (annulation, modification ou passage d'un ordre).

A la Bourse de New York, la séance débute également par un fixing. Toutefois, chaque actif risqué est animé par un teneur de marché en position de monopole (le *specialist*), qui prend partie à l'enchère. Le *specialist* est tenu par certaines obligations règlementaires, dont celle de veiller à la continuité des prix. Toutefois, durant la préouverture, il est le seul opérateur à connaître l'état de la demande agrégée et ses différentes composantes. Madhavan et Panchapagesan (2000) observent alors que le *specialist* peut intervenir pour son propre compte à l'ouverture soit pour des motifs de couverture de sa position (notée I^S) soit pour des raisons réglementaires (minimiser l'écart entre le prix de clôture de la séance précédente noté $p_{C,t-1}$ et celui d'ouverture de la séance t : $p_{O,t}$). Les auteurs supposent que le *specialist* est un agent stratégique qui passe à l'ouverture un ordre, qu'ils notent z. Le prix d'ouverture est alors tel que

$$Q(p_O) + z = 0.$$

Par rapport à la pure enchère walrassienne parisienne, les auteurs supposent que le prix établi à l'ouverture par le *specialist* est : $p_O = p_O^W + \lambda z$ où λ est une constante positive.

Sur le Nasdaq, comme mentionné en introduction, il existe autant de prix d'ouverture que de teneurs de marché en activité. Cao et al. (1998), (2000) mesurent les changements

de prix journaliers et la découverte des prix à partir des meilleurs prix du marché (le *National Best Bid and Offer* (*NBBO*)), qui sont le plus faible prix de vente et le plus haut prix d'achat. Le tableau A.1 résume les modes d'ouverture.

Tableau A.1 : Modes d'ouvertures en vigueur.

Le tableau expose les différents modes d'ouverture en vigueur sur la Bourse de Paris, celle de New York et sur le Nasdaq.

	Place financière	Mode d'ouverture	Prix d'ouverture
Biais et al. (1999)	Bourse de Paris	Enchère à prix uniforme	$p_O^W \mid Q\left(p_O^W\right) = 0$
Madhavan et Panchapagesan (2000)	Bourse de New York	Enchère à prix uniforme avec intervention du specialist	$p_O \mid Q\left(p_O\right) + z = 0$ avec z, ordre du specialist
Cao et al (2000)	Nasdaq	Organisation décentralisée avec N teneurs de marché et N prix d'ouverture	Les meilleurs prix d'ouverture (NBBO) sont définis par : $\underline{a}_O = \min_{i \in \{1,\ldots,N\}} (a_i), \bar{b}_O = \min_{i \in \{1,\ldots,N\}} (b_i)$ et $p_O = \frac{\underline{a}_O + \bar{b}_O}{2}$

Tableau A.2 : Mesures de l'efficience informationnelle des prix d'ouverture

Le tableau ci-dessous présente un résumé des méthodologies employées pour tester l'incorporation de l'information fondamentale dans les prix d'ouverture.

$$H_0\colon p_{O,t} = E\left(v \mid H_{t-1}\right) + \eta_t$$

où $p_{O,t}$ est le prix d'ouverture du jour t, H_{t-1} est l'information publique diffusée au cours de la journée précédente $(t-1)$ et η_t est un bruit non corrélé à la valeur liquidative de l'actif risqué notée v.

$$H_1\colon p_{O,t} = E\left(v \mid H_t\right).$$

Par convention, le prix de clôture du jour t est une proxy de l'information publique diffusée ce jour-là : $p_{C,t} = E\left(v \mid H_t\right)$

·	Place financière	Modèle empirique	Hypothèses testées	Econométrie
Biais et al. (1999)	Bourse de Paris	$p_{C,t} - p_{C,t-1} = \beta_0 + \beta_1\left(p^W_{O,t} - p_{C,t-1}\right) + \varepsilon_t$ avec $p^W_{O,t}$, prix d'ouverture de l'enchère walrassienne	$H_0 : \beta_1 = 0$ $H_1 : \beta_1 = 1$	Moindres carrés ordinaires
Madhavan et Panchapagesan (2000)	Bourse de New York	$p_{O,t} - p_{C,t} = \beta_0 + \beta_1\left(p_{O,t} - p^W_{O,t}\right) + \beta_2\left(I^S_{O,t} - I^*\right) + \beta_3\left(p^W_{O,t} - p_{C,t-1}\right)$ avec $I^S_{O,t} - I^*$ les effets de position du *specialist*, $p^W_{O,t} - p_{C,t-1}$, l'obligation de stabilisation des prix.	$H_0 : \beta_2 = \beta_3 = 0$ $H_1 : \beta_1 > 0, \beta_2 < 0$ $0 < \beta_3 < 1$	Estimateurs avec variables instrumentales
Cao et al (2000)	Nasdaq	$C = WF \times \frac{P_{O,t} - P_{C,t-1}}{P_{C,t} - P_{C,t-1}}$ avec C, contribution de la préouverture à la découverte, des prix journalière, WF un facteur de réduction de l'hétéroscédasticité et $P_{.,t} = (\underline{a}_{.,t} + \overline{b}_{.,t})/2$	$H_0 : C = 0$ $H_1 : C > 0$	

4.6.2 Annexe B : Preuve du Corollaire 11

Lorsque le volume d'ordres préférentiels est nul ($\kappa = 0$), l'équilibre de la Proposition 11 se réécrit simplement :

$$\frac{-\bar{F}'\left(v_L^c\left(y\right)\right)}{\bar{F}\left(v_L^c\left(y\right)\right)} \times \left(v_L^c\right)'\left(y\right) = \frac{1}{y - v_L^c\left(y\right)},$$

sous les conditions initiales suivantes :

$$a_{\inf,L}^c = \frac{a_{r,u} + a_{r,d}}{2} \quad \text{et} \quad a_{\sup,L}^c = a_{r,d}.$$

La solution analytique de cette équation différentielle ordinaire est $v_L^c\left(y\right) = 2y - a_{r,d}$, ou encore, de manière équivalente :

$$a_L^c\left(a_{r,i}\right) = \frac{a_{r,i} + a_{r,d}}{2}, \quad i = 1, 2$$

Le profit espéré par le teneur de marché D_i est alors :

$$\begin{aligned} \Pi_L^c\left(y, a_{r,i} \mid a_{r,i}\right) &= \bar{F}\left(v_L^c\left(y\right)\right)\left(y - a_{r,i}\right) \times Q \\ &= \frac{\left(a_{r,d} - a_{r,i}\right)^2}{2\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)} \times Q, \quad i = 1, 2 \end{aligned}$$

En conséquence, le profit *ex ante* des teneurs de marché s'écrit :

$$\Pi_L^c = \left(\int_{a_{r,u}}^{a_{r,d}} \frac{\left(a_{r,d} - x\right)^2}{2\left(a_{r,d} - a_{r,u}\right)} \times f\left(x\right) dx\right) \times Q = \frac{a_{r,d} - a_{r,u}}{6} \times Q. \blacksquare$$

4.6.3 Annexe C : Prix choisis en cas de non-communication

On rappelle que lorsque le teneur de marché privilégié choisit de dissimuler son information privée, les croyances des teneurs de marché sont asymétriques puisque le teneur de marché non privilégié ne connaît que la distribution *ex ante* du coût de son opposant qui s'écrit : $pF_\kappa + (1-p)\,F$ où F_κ est la fonction de répartition de la loi uniforme de la v.a. $a_{r,2}^\kappa$ définie sur l'intervalle $\left[a_{r,u}^\kappa, a_{r,d}^\kappa\right]$ et F celle de $a_{r,2}$ sur l'intervalle $\left[a_{r,u}, a_{r,d}\right]$. Par ailleurs,

on a limité l'analyse où le volume d'ordres préférentiels est tel que : $\kappa < 2\left(I_u - I_d\right)$. Dans ce cas, les supports sont décalés, mais non disjoints, puisque les bornes sont telles que :

$$a_{r,u} < a_{r,u}^{\kappa} < a_{r,d} < a_{r,d}^{\kappa}.$$

Soient $a_{2,L}^{nc}$ et $a_{2,H}^{nc}$ les stratégies de cotation suivies par le teneur de marché privilégié D_2 lorsque le volume des ordres préférentiels est nul ou strictement positif, respectivement. Soient $v_{2,L}^{nc}$ et $v_{2,H}^{nc}$ les fonctions de prix inverses respectives. On note a_1^{nc} la stratégie de cotation suivie par le teneur de marché D_1 qui n'observe pas la réalisation de la demande préférentielle et v_1^{nc}, la fonction de prix inverse. On suppose que la stratégie de cotation suivie par le teneur de marché D_i est une fonction strictement croissante et différentiable de son prix de réserve.

L'équilibre Nash bayésien est défini par le triplet de fonctions $\left(v_1^{nc}, v_{2,L}^{nc}, v_{2,H}^{nc}\right)$ tel que :

$$(i) \quad v_1^{nc(-1)}\left(a_{r,1}\right) \in \arg\max_y \Pi_1^{nc}\left(y, a_{r,1}\right) \tag{4.23}$$

avec

$$\Pi_1^{nc}\left(y, a_{r,1}\right) = \left(p \times \bar{F}_{\kappa}\left(v_{2,H}^{nc}\left(y\right)\right) + \left(1-p\right) \times \bar{F}\left(v_{2,L}^{nc}\left(y\right)\right)\right) \times \left(y - a_{r,1}\right) \times Q \quad ;$$

$$(ii) \quad v_{2,L}^{nc(-1)}\left(a_{r,2}\right) \in \arg\max_y \Pi_{2,L}^{nc}\left(y, a_{r,2}\right) \tag{4.24}$$

avec

$$\Pi_{2,L}^{nc}\left(y, a_{r,2}\right) = \bar{F}\left(v_1^{nc}\left(y\right)\right) \times \left(y - a_{r,2}\right) \times Q \quad ;$$

et

$$(iii) \quad v_{2,H}^{nc(-1)}\left(a_{r,2}^{\kappa}\right) \in \arg\max_y \Pi_{2,H}^{nc}\left(y, a_{r,2}^{\kappa}\right) \tag{4.25}$$

avec

$$\begin{aligned}\Pi_{2,H}^{nc}\left(y, a_{r,2}^{\kappa}\right) &= \bar{F}\left(v_1^{nc}\left(y\right)\right) \times \left(y - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \left(Q + \kappa\right) \\ &\quad + \left(1 - \bar{F}\left(v_1^{nc}\left(y\right)\right)\right) \times \left(E\left(a_1^{nc}\left(a_{r,1}\right) \mid a_1^{nc}\left(a_{r,1}\right) < y\right) - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \kappa + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\kappa \times \left(Q + \kappa\right).\end{aligned}$$

La stratégie de cotation de D_1 prend ses valeurs dans $\left[a^{nc}_{\inf,L}, a^{nc}_{\sup,H}\right]$. La stratégie $a^{nc}_{2,L}$ suivie par D_2 lorsqu'il ne reçoit pas d'ordres préférentiels prend ses valeurs dans $\left[a^{nc}_{\inf,L}, a^{nc}_{\sup,L}\right]$ et la stratégie $a^{nc}_{2,H}$ suivie par D_2 lorsqu'il reçoit des ordres préférentiels prend ses valeurs dans $\left[a^{nc}_{\inf,H}, a^{nc}_{\sup,H}\right]$, où les bornes de ces intervalles sont telles que :

$$a^{nc}_{\inf,L} < a^{nc}_{\inf,H} < a^{nc}_{\sup,L} < a^{nc}_{\sup,H} < a^{\kappa}_{r,d}.$$

On peut alors caractériser l'équilibre par la Proposition suivante :

Proposition 12 : *Si $\kappa < 2\left(I_u - I_d\right)$ et si un équilibre existe, on doit obtenir que :*
(i) si $v^{nc}_{2,L}(y) \in \left[a_{r,u}, \frac{Q}{Q+\kappa} \times a^{\kappa}_{r,u} + \frac{\kappa}{Q+\kappa} \times a^{nc}_{\inf,H}\right]$, alors les stratégies de prix inverses v^{nc}_1 et $v^{nc}_{2,L}$ doivent vérifier le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} \left(v^{nc}_1\right)'(y) = \frac{a_{r,d} - v^{nc}_1(y)}{y - v^{nc}_{2,L}(y)} \\ \left(v^{nc}_{2,L}\right)'(y) = \frac{p + (1-p) \times \left(a_{r,d} - v^{nc}_{2,L}(y)\right)}{(1-p) \times \left(y - v^{nc}_1(y)\right)} \end{cases}$$

(ii) si $v^{nc}_{2,L}(y), v^{nc}_{2,H}(y) \in \left[\frac{Q}{Q+\kappa} \times a^{\kappa}_{r,u} + \frac{\kappa}{Q+\kappa} \times a^{nc}_{\inf,H}, a_{r,d}\right] \times \left[a^{\kappa}_{r,u}, \frac{Q+\kappa}{Q} \times a_{r,d} - \frac{\kappa}{Q} \times a^{nc}_{\sup,L}\right]$, alors les stratégies de prix inverses v^{nc}_1, $v^{nc}_{2,L}$ et $v^{nc}_{2,H}$ doivent vérifier le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} \left(v^{nc}_1\right)'(y) = \frac{\left(a_{r,d} - v^{nc}_1(y)\right)}{y - v^{nc}_{2,L}(y)} \\ \left(v^{nc}_{2,L}\right)'(y) = \frac{p a^{\kappa}_{r,d} + (1-p) a_{r,d} - (1 + p \times \kappa/Q) \times v^{nc}_{2,L}(y) + p \times \kappa/Q \times y + p \times \kappa/Q \times \left(y - v^{nc}_1(y)\right)}{(1 + p \times \kappa/Q) \times \left(y - v^{nc}_1(y)\right)} \end{cases}$$

avec $v^{nc}_{2,H}(y) = (1 + \kappa/Q) \times \left(v^{nc}_{2,L}\right)'(y) - \kappa/Q \times y$
(iii) si $v^{nc}_{2,H}(y) \in \left[\frac{Q+\kappa}{Q} \times a_{r,d} - \frac{\kappa}{Q} \times a^{nc}_{\sup,L}, a^{nc}_{\sup,H}\right]$, alors les stratégies de prix inverses v^{nc}_1 et $v^{nc}_{2,H}$ doivent satisfaire le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} \left(v^{nc}_1\right)'(y) = \frac{\left(a_{r,d} - v^{nc}_1(y)\right)(1 + \kappa/Q)}{y - v^{nc}_{2,H}(y)} \\ \left(v^{nc}_{2,H}\right)'(y) = \frac{\left(a^{\kappa}_{r,d} - v^{nc}_{2,H}(y)\right)}{\left(y - v^{nc}_1(y)\right)} \end{cases}$$

où les bornes $a^{nc}_{\inf,L}$, $a^{nc}_{\inf,H}$, $a^{nc}_{\sup,L}$ *et* $a^{nc}_{\sup,H}$ *vérifient :*
(i) $\bar{F}\left(v^{nc}_{2,L}\left(a^{nc}_{\inf,L}\right)\right) \times \bar{F}\left(v^{nc}_{1}\left(a^{nc}_{\inf,L}\right)\right) = 1$, $\bar{F}\left(v^{nc}_{2,H}\left(a^{nc}_{\sup,H}\right)\right) \times \bar{F}_{\kappa}\left(v^{nc}_{1}\left(a^{nc}_{\sup,H}\right)\right) = 0$,
$\bar{F}\left(v^{nc}_{2,H}\left(a^{nc}_{\inf,H}\right)\right) = 1$ *et* $\bar{F}\left(v^{nc}_{2,L}\left(a^{nc}_{\sup,H}\right)\right) = 0$
(ii) $a^{nc}_{\sup,L} \leq a^{nc}_{\sup,H} \leq \frac{a_{r,d}+a^{\kappa}_{r,d}}{2}$.

Preuve :

Pour établir la preuve, on détermine les conditions du premier ordre des programmes de maximisation donnés par (4.23), (4.24) et (4.25).

Détermination de la condition du premier ordre du programme de D_1. Etant données les stratégies de cotation suivies par D_2, le teneur de marché D_1 non informé de l'état du flux d'ordres préférentiels choisit un prix y de façon à maximiser son espérance de profit donnée par :

$$\Pi^{nc}_{1}(y, a_{r,1}) = \left(p \times \bar{F}_{\kappa}\left(v^{nc}_{2,H}(y)\right) + (1-p) \times \bar{F}\left(v^{nc}_{2,L}(y)\right)\right) \times (y - a_{r,1}) \times Q \quad ;$$

La condition du premier ordre du programme de maximisation de D_1 s'écrit

$$\begin{aligned} & p \times \bar{F}_{\kappa}\left(v^{nc}_{2,H}(y)\right) + (1-p) \times \bar{F}\left(v^{nc}_{2,L}(y)\right) \\ & + \\ & \left[\begin{array}{c} p \times \left(v^{nc}_{2,H}\right)'(y) \times \bar{F}'_{\kappa}\left(v^{nc}_{2,H}(y)\right) \mathbf{1}_{v^{nc}_{2,H}(y) \in \left[a^{\kappa}_{r,u}, a^{\kappa}_{r,d}\right]} \\ + (1-p) \times \left(v^{nc}_{2,L}\right)'(y) \times \bar{F}'\left(v^{nc}_{2,L}(y)\right) \mathbf{1}_{v^{nc}_{2,L}(y) \in \left[a_{r,u}, a_{r,d}\right]} \end{array}\right] \times (y - a_{r,1}) = 0. \end{aligned} \tag{4.26}$$

Si $y = a^{nc}_{1}(a_{r,1})$ est la stratégie d'équilibre de D_1, alors la fonction réciproque $v^{nc}_{1}(y)$ doit vérifier la condition du premier ordre (Equation (4.26)) pour tout $y \in \left[a^{nc}_{\inf,L}, a^{nc}_{\sup,H}\right]$:

$$\begin{aligned} & p \times \bar{F}_{\kappa}\left(v^{nc}_{2,H}(y)\right) + (1-p) \times \bar{F}\left(v^{nc}_{2,L}(y)\right) \\ & + \\ & \left[\begin{array}{c} p \times \left(v^{nc}_{2,H}\right)'(y) \times \bar{F}'_{\kappa}\left(v^{nc}_{2,H}(y)\right) \mathbf{1}_{v^{nc}_{2,H}(y) \in \left[a^{\kappa}_{r,u}, a^{\kappa}_{r,d}\right]} \\ + (1-p) \times \left(v^{nc}_{2,L}\right)'(y) \times \bar{F}'\left(v^{nc}_{2,L}(y)\right) \mathbf{1}_{v^{nc}_{2,L}(y) \in \left[a_{r,u}, a_{r,d}\right]} \end{array}\right] \times \left(y - v^{nc}_{1}(y)\right) = 0. \end{aligned} \tag{4.27}$$

On en déduit que

- Si $y \in \left[a^{nc}_{\inf,L}, a^{nc}_{\inf,H}\right]$, alors $\bar{F}_\kappa\left(v^{nc}_{2,H}(y)\right) = 1$ puisque $v^{nc}_{2,H}\left(a^{nc}_{\inf,H}\right) = a^{\kappa}_{r,u}$ et l'Equation (4.27) se simplifie de la manière suivante :

$$p + (1-p) \times \left(a_{r,d} - v^{nc}_{2,L}(y)\right) + (1-p) \times \left(v^{nc}_{2,L}\right)'(y) \times \left(y - v^{nc}_1(y)\right) = 0,$$

ce qui se réécrit :

$$\left(v^{nc}_{2,L}\right)'(y) = \frac{p + (1-p) \times \left(a_{r,d} - v^{nc}_{2,L}(y)\right)}{(1-p) \times \left(y - v^{nc}_1(y)\right)}. \tag{4.28}$$

- Si $y \in \left[a^{nc}_{\sup,L}, a^{nc}_{\sup,H}\right]$, alors $\bar{F}\left(v^{nc}_{2,L}(y)\right) = 0$ puisque $v^{nc}_{2,L}\left(a^{nc}_{\sup,L}\right) = a_{r,d}$ et l'Equation (4.27) se simplifie ainsi :

$$p \times \left(a^{\kappa}_{r,d} - v^{nc}_{2,H}(y)\right) - p \times \left(v^{nc}_{2,H}\right)'(y) \times \left(y - v^{nc}_1(y)\right) = 0,$$

ou encore

$$\left(v^{nc}_{2,H}\right)'(y) = \frac{a^{\kappa}_{r,d} - v^{nc}_{2,H}(y)}{\left(y - v^{nc}_1(y)\right)}. \tag{4.29}$$

- Si $y \in \left[a^{nc}_{\inf,H}, a^{nc}_{\sup,L}\right]$, alors l'Equation (4.27) s'écrit :

$$p \times \left(v^{nc}_{2,H}\right)'(y) + (1-p) \times \left(v^{nc}_{2,L}\right)'(y) = \frac{p \times \left(a^{\kappa}_{r,d} - v^{nc}_{2,H}(y)\right) + (1-p) \times \left(a_{r,d} - v^{nc}_{2,L}(y)\right)}{\left(y - v^{nc}_1(y)\right)}. \tag{4.30}$$

Détermination de la condition du premier ordre des programmes de D_2. Le teneur de marché D_2 établit deux stratégies de cotation en fonction de l'état du flux d'ordres préférentiels ($\kappa = 0$ ou $\kappa > 0$).

CAS 1 : Si $\kappa = 0$, alors, sachant que D_1 suit la stratégie v^{nc}_1, le teneur de marché D_2 choisit un prix de vente y qui maximise son profit espéré caractérisé par l'expression (donnée ci-dessus) qui est :

$$\Pi^{nc}_{2,L}(y, a_{r,2}) = \bar{F}\left(v^{nc}_1(y)\right) \times (y - a_{r,2}) \times Q$$

La condition du premier ordre définie par $\partial\Pi_{2,L}^{nc}(y, a_{r,2}) / \partial y$ conduit à l'équation suivante :

$$\bar{F}(v_1^{nc}(y)) + (v_1^{nc}(y))' \times \bar{F}'(v_1^{nc}(y)) \times (y - a_{r,2}) = 0 \tag{4.31}$$

Si $y = a_{2,L}^{nc}(a_{r,2})$ est la stratégie suivie à l'équilibre par D_2, alors la fonction réciproque $v_{2,L}^{nc}(y)$ doit vérifier l'Equation (4.31) pour tout $y \in \left[a_{\inf,L}^{nc}, a_{\sup,L}^{nc}\right]$, soit :

$$\bar{F}(v_1^{nc}(y)) + (v_1^{nc}(y))' \times \bar{F}'(v_1^{nc}(y)) \times \left(y - v_{2,L}^{nc}(y)\right) = 0,$$

ce qui se réécrit

$$(v_1^{nc})'(y) = \frac{a_{r,d} - v_1^{nc}(y)}{y - v_{2,L}^{nc}(y)}. \tag{4.32}$$

CAS 2 : Si $\kappa > 0$, alors, dans ce cas, le teneur de marché D_2 choisit un prix de vente y qui maximise le profit espéré donné par l'expression suivante :

$$\begin{aligned}\Pi_{2,H}^{nc}\left(y, a_{r,2}^{\kappa}\right) &= \bar{F}(v_1^{nc}(y)) \times \left(y - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times (Q + \kappa) \\ &\quad + F(v_1^{nc}(y)) \times \left(E\left(a_1^{nc}(a_{r,1}) \mid a_1^{nc}(a_{r,1}) < y\right) - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \kappa + \frac{\rho\sigma_v^2}{2}\kappa \times (Q + \kappa).\end{aligned}$$

Etant donné que $E\left(a_1^{nc}(a_{r,1}) \mid a_1^{nc}(a_{r,1}) < y\right) = \int_{a_{r,u}}^{v_1^{nc}(y)} a_1^{nc}(s) f(s)\, ds / F(v_1^{nc}(y))$ et que

$$\begin{aligned}\frac{\partial F(v_1^{nc}(y)) \times E\left(a_1^{nc}(a_{r,1}) \mid a_{r,1} < v_1^{nc}(y)\right)}{\partial y} &= \frac{(v_1^{nc}(y))' \times y}{(a_{r,d} - a_{r,u})} \\ &= -(v_1^{nc}(y))' \times y \times \bar{F}'(v_1^{nc}(y)),\end{aligned}$$

alors la condition du premier ordre $\left(\partial\Pi_{2,H}^{nc}\left(y, a_{r,2}^{\kappa}\right) / \partial y = 0\right)$ obtenue est :

$$\begin{aligned}&\bar{F}(v_1^{nc}(y)) \times (Q + \kappa) + (v_1^{nc}(y))' \bar{F}'(v_1^{nc}(y)) \times \left(y - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times (Q + \kappa) \\ &- (v_1^{nc}(y))' \times \bar{F}'(v_1^{nc}(y)) \left(y - a_{r,2}^{\kappa}\right) \times \kappa = 0,\end{aligned} \tag{4.33}$$

ou encore

$$(a_{r,d} - v_1^{nc}(y)) \times (1 + \kappa/Q) - (v_1^{nc}(y))' \times \left(y - a_{r,2}^{\kappa}\right) = 0.$$

La stratégie optimale $v_{2,H}^{nc}(y)$ doit vérifier l'équation précédente pour tout $y \in \left[a_{\inf,H}^{nc}, a_{\sup,H}^{nc}\right]$:

$$\left(a_{r,d} - v_1^{nc}(y)\right) \times (1 + \kappa/Q) - \left(v_1^{nc}(y)\right)' \left(y - v_{2,H}^{nc}(y)\right) = 0,$$

soit,

$$\left(v_1^{nc}(y)\right)' = \frac{\left(a_{r,d} - v_1^{nc}(y)\right)(1 + \kappa/Q)}{y - v_{2,H}^{nc}(y)}, \tag{4.34}$$

pour tout $v_{2,H}^{nc}(y) \in \left[a_{r,u}^{\kappa}, a_{r,d}^{\kappa}\right]$.

Bornes. On remarque que si $y \in \left[a_{\inf,H}^{nc}, a_{\sup,L}^{nc}\right]$, on doit vérifier :

$$\frac{\left(v_1^{nc}(y)\right)'}{\left(a_{r,d} - v_1^{nc}(y)\right)} = \frac{1}{y - v_{2,L}^{nc}(y)} = \frac{(1 + \kappa/Q)}{y - v_{2,H}^{nc}(y)}.$$

En conséquence, on doit obtenir que :

$$v_{2,H}^{nc}(y) = \left(1 + \frac{\kappa}{Q}\right) \times v_{2,L}^{nc}(y) - \frac{\kappa}{Q} \times y. \tag{4.35}$$

On en déduit que lorsque $v_{2,H}^{nc}\left(a_{\inf,H}^{nc}\right) = a_{r,u}^{\kappa}$ alors $a_{\inf,H}^{nc}$ est implicitement déterminée par l'équation suivante :

$$a_{r,u}^{\kappa} = (1 + \kappa/Q) \times v_{2,L}^{nc}\left(a_{\inf,H}^{nc}\right) - \kappa/Q \times a_{\inf,H}^{nc},$$

ou, encore,

$$v_{2,L}^{nc}\left(a_{\inf,H}^{nc}\right) = \frac{Q}{Q + \kappa} \times a_{r,u}^{\kappa} + \frac{\kappa}{Q + \kappa} \times a_{\inf,H}^{nc}.$$

On peut également vérifier que lorsque $v_{2,L}^{nc}\left(a_{\sup,L}^{nc}\right) = a_{r,d}$ alors :

$$v_{2,H}^{nc}\left(a_{\sup,L}^{nc}\right) = \frac{Q + \kappa}{Q} \times a_{r,d} - \frac{\kappa}{Q} \times a_{\sup,L}^{nc}$$

Finalement,

(i) les Equations (4.28) et (4.32) donnent le système d'équations différentielles suivant

$$\begin{cases} \left(v_1^{nc}\right)'(y) = \frac{a_{r,d}-v_1^{nc}(y)}{y-v_{2,L}^{nc}(y)} \\ \left(v_{2,L}^{nc}\right)'(y) = \frac{p+(1-p)\times\left(a_{r,d}-v_{2,L}^{nc}(y)\right)}{(1-p)\times\left(y-v_1^{nc}(y)\right)} \end{cases}$$

lorsque $y \in \left[a_{\inf,L}^{nc}, a_{\inf,H}^{nc}\right]$, ou de manière équivalente $v_{2,L}^{nc}(y) \in \left[a_{r,u}, \frac{Q}{Q+\kappa} \times a_{r,u}^{\kappa} + \frac{\kappa}{Q+\kappa} \times a_{\inf,H}^{nc}\right]$.
(ii) En différentiant l'Equation (4.35) en fonction de y, on obtient : $\left(v_{2,H}^{nc}\right)'(y) = (1+\kappa/Q)\times \left(v_{2,L}^{nc}\right)(y) - \kappa/Q$, que l'on réinsère dans l'Equation (4.30), on obtient alors que le système d'équations différentielles s'écrit :

$$\begin{cases} \left(v_1^{nc}\right)'(y) = \frac{\left(a_{r,d}-v_1^{nc}(y)\right)}{y-v_{2,L}^{nc}(y)} \\ \left(v_{2,L}^{nc}\right)'(y) = \frac{pa_{r,d}^{\kappa}+(1-p)a_{r,d}-(1+p\times\kappa/Q)\times v_{2,L}^{nc}(y)+p\times\kappa/Q\times y+p\times\kappa/Q\times\left(y-v_1^{nc}(y)\right)}{(1+p\times\kappa/Q)\times\left(y-v_1^{nc}(y)\right)} \end{cases}$$

avec $v_{2,H}^{nc}(y) = (1+\kappa/Q)\times\left(v_{2,L}^{nc}\right)'(y) - \kappa/Q\times y$ pour tout $y \in \left[a_{\inf,H}^{nc}, a_{\sup,L}^{nc}\right]$, ou de manière équivalente $\left(v_{2,L}^{nc}(y), v_{2,H}^{nc}(y)\right) \in \left[\frac{Q}{Q+\kappa} \times a_{r,u}^{\kappa} + \frac{\kappa}{Q+\kappa} \times a_{\inf,H}^{nc}, a_{r,d}\right] \times \left[a_{r,u}^{\kappa}, \frac{Q+\kappa}{Q} \times a_{r,d} - \frac{\kappa}{Q} \times a_{\sup,L}^{nc}\right]$.
(iii) les Equations (4.29) et (4.34) donnent le système d'équations différentielles suivant

$$\begin{cases} \left(v_1^{nc}\right)'(y) = \frac{\left(a_{r,d}-v_1^{nc}(y)\right)(1+\kappa/Q)}{y-v_{2,H}^{nc}(y)} \\ \left(v_{2,H}^{nc}\right)'(y) = \frac{\left(a_{r,d}^{\kappa}-v_{2,H}^{nc}(y)\right)}{\left(y-v_1^{nc}(y)\right)} \end{cases}$$

pour tout $y \in \left[a_{\sup,L}^{nc}, a_{\sup,H}^{nc}\right]$, i.e. $v_{2,H}^{nc}(y) \in \left[\frac{Q+\kappa}{Q} \times a_{r,d} - \frac{\kappa}{Q} \times a_{\sup,L}^{nc}, a_{r,d}^{\kappa}\right]$.

Existence.

En appliquant le Théorème 3 de Griesmer et al. (1967), on peut montrer que, si les deux teneurs de marché ont une probabilité strictement positive de placer le meilleur prix de vente à l'équilibre ($\kappa < 2(I_u - I_d)$, ou de manière équivalente $\left(a_{r,d} + a_{r,d}^{\kappa}\right)/2 > a_{r,u}^{\kappa}$), alors il existe une solution $\left(v_1^{nc}(.), v_{2,L}^{nc}(.), v_{2,H}^{nc}(.)\right)$ vérifiant les systèmes d'équations différentielles décrits par (i), (ii) et (iii) ci-dessus. Cette solution vérifie les conditions suivantes :

(1) $\bar{F}\left(v_{2,L}^{nc}\left(a_{\inf,L}^{nc}\right)\right)\times\bar{F}\left(v_1^{nc}\left(a_{\inf,L}^{nc}\right)\right) = 1$, $\bar{F}\left(v_{2,H}^{nc}\left(a_{\sup,H}^{nc}\right)\right)\times\bar{F}_{\kappa}\left(v_1^{nc}\left(a_{\sup,H}^{nc}\right)\right) = 0$,

$\bar{F}\left(v_{2,H}^{nc}\left(a_{\inf,H}^{nc}\right)\right) = 1$ et $\bar{F}\left(v_{2,L}^{nc}\left(a_{\sup,H}^{nc}\right)\right) = 0$ avec

$$\begin{aligned} v_{2,L}^{nc}\left(a_{\inf,L}^{nc}\right) &= a_{r,u} = v_1^{nc}\left(a_{\inf,L}^{nc}\right), \\ v_1^{nc}\left(a_{\sup,H}^{nc}\right) &= a_{r,d}, \\ v_{2,L}^{nc}\left(a_{\sup,L}^{nc}\right) &= a_{r,d}. \end{aligned}$$

On doit également obtenir :

$$\begin{aligned} v_{2,H}^{nc}\left(a_{\inf,H}^{nc}\right) &= a_{r,u}^{\kappa}, \\ v_{2,H}^{nc}\left(a_{\sup,H}^{nc}\right) &= a_{\sup,H}^{nc} \text{ et } v_{2,H}^{nc}\left(a_{r,d}^{\kappa}\right) = a_{r,d}^{\kappa}. \end{aligned}$$

(2) $a_{\sup,L}^{nc} \leq a_{\sup,H}^{nc} \leq \frac{a_{r,d}+a_{r,d}^{\kappa}}{2}$.

Intuitions sur la convergence. Si $a_{\sup,H}^{nc} = \frac{a_{r,d}+a_{r,d}^{\kappa}}{2}$ et la probabilité d'obtenir le flux d'ordres préférentiels tend vers 1 ($p \to 1$), alors l'équilibre de non communication décrit par la Proposition 12 tend vers l'équilibre de communication décrit par la Proposition 11.

Si on relâche la contrainte sur la borne supérieure et que l'on prend une valeur $a_{\sup,H}^{nc}$ telle que $a_{\sup,L}^{nc} \leq a_{\sup,H}^{nc} \leq \frac{a_{r,d}+a_{r,d}^{\kappa}}{2}$ et que $p \to 0$, alors l'équilibre de non communication de la Proposition 12 tend vers l'équilibre caractérisé par le Corollaire 11.■

Tableau A.3 : Classification des Teneurs de Marché

Code des Teneurs de Marché	Nom des Firmes Teneurs de Marché par Catégorie	1996	1999
	WHOLESALERS		
ALLN	Allen & Company Incorporated	X	X
GVRC	G.V.R. Company	X	X
HILL	Hill Thompson, Magid & Co Inc.	X	X
HRZG	Herzog, Heine, Geduld, Inc.	X	X
KCMO	Security Investment Company of Kansas City	X	X
MADF	Bernard L. Madoff	X	X
MASH	Mayer & Schweitzer, Inc.	X	X
MPAC	MPAC Capital Partners, L.P.	X	X
NAWE	Nash Weiss & Co.	X	X
NFSC	National Financial Services Corporation	X	X
NITE	Knight Securities, L.P.	X	X
PERT	Pershing Trading Company, L.P.	X	X
ROBB	Robb, Peck, McCooey Clearing Corporation		X
ROSS	Ross Securities Corp.	X	
SHWD	Sherwood Securities Corp.	X	X
TRIM	Trimark Securities	X	
TSCO	Troster Singer Corporation	X	
WEKS	Wechsler & Co. Inc.		X
	WIREHOUSES		
CANT	Cantor Fitzgerald & Co.	X	
COWN	S.G. Cowen	X	
DEAN	Dean Witter Reynolds Inc.	X	
MLCO	Merrill Lynch Inc.	X	
PRUS	Prudential Securities Inc.	X	
PWJC	PaineWebber Inc.	X	
SBSH	Smith Barney Inc.	X	
	INSTITUTIONAL BROKER		
ABSB	Alex Brown and Sons Inc.	X	
AGIS	Aegis Capital Corp.	X	
BEST	Bear, Stearns & Co., Inc.	X	
DLJP	Donaldson, Lufkin, Jenrette Securities Corp.	X	
DMGL	Deutsche Morgan Grenfell Inc.	X	
FBCO	Credit Suisse First Boston Corp.	X	
GSCO	Goldman Sachs & Co.	X	
HMQT	Hambrecht & Quist	X	
LEHM	Lehman Brothers Inc.	X	
MONT	Montgomery Securities	X	
MSCO	Morgan Stanley & Co., Inc.	X	
NEED	Needham & Company, Inc.	X	
SALB	Salomon Brother Inc.	X	
UBSS	UBS Securities L.L.C.	X	
WEED	Weeden & Co L.P.	X	
WSLS	Wessels, Arnold and Henderson & Co.	X	

Tableau A.4

Statistiques descriptives des 52 actions les plus actives sur l'échantillon de la période oct. 1995 - sept. 1996 et sur celui de dec. 1999.,

Le tableau reporte (i) le prix moyen quotidien d'une action mesuré par le prix 'milieu de fourchette' de la clôture ("*midpoint*"=*(best ask* + *best bid*)/2) (ii) la volatilité de la rentabilité journalière mesurée par l'écart-type de la rentabilité des prix milieu de fourchette de clôture (iii) le volume moyen échangé par jour (iv) le nombre de transactions moyenne par jour (v) la taille moyenne d'une transaction en dollar (vi) la fourchette relative des prix de clôture ((*best ask* -*best bid*)/*midpoint*) (vii) le nombre de teneurs de marché moyen par action. Les chiffres sont reportés en moyenne, écart-type, médiane et par quartile sur les deux échantillons.

Variables	Actions	Moyenne	Ecart-type	Min	Q1	Médiane	Q3	Max
Prix de l'Action ($)	Oct. 1995 - Sept. 1996	38,46	20,46	7,18	21,41	37,83	52,74	107,73
	Dec. 1999	100,76	86,70	7,28	40,80	79,17	130,39	439,20
	Oct. 1995 - Sept. 1996	0,03504	0,01172	0,01440	0,02453	0,03471	0,04453	0,05688
Variabilité des Rentabilités	Dec. 1999	0,08985	0,09796	0,01822	0,03640	0,05078	0,10900	0,57839
Volume d'Echange	Oct. 1995 - Sept. 1996	1 971 884	1 477 293	213 980	908 239	1 467 173	2 942 938	6 694 495
	Dec. 1999	7 110 544	6 273 773	1 327 240	3 376 087	4 725 030	9 047 949	28 804 714
Nb de Transactions	Oct. 1995 - Sept. 1996	1 296	1 104	128	447	991	1 790	4 691
	Dec. 1999	12 049	7 521	5 206	6 621	8 665	14 440	24 456
Taille des Transactions ($)	Oct. 1995 - Sept. 1996	59 395	31 610	10 336	39 785	63 277	72 352	196 633
	Dec. 1999	44 697	43 573	4 352	23 309	43 573	60 443	135 086
Taille des Fourchettes de Prix (%)	Oct. 1995 - Sept. 1996	0,695%	0,00442	0,1240%	0,4295%	0,5928%	0,8128%	2,6443%
	Dec. 1999	0,145%	0,00131	0,0458%	0,0616%	0,0985%	0,1740%	0,7178%
Nb de Teneurs de Marché	Oct. 1995 - Sept. 1996	35	10	19	28	36	41	68
	Dec. 1999	62	15	27	55	62	71	95

Tableau A.5

Nombre et proportion des cotations entrées en préouverture du Nasdaq par catégorie de teneurs de marché

Sur la période Oct. 1995 et Sept. 1996, pour les 52 actions figurant dans l'échantillon, le tableau reporte (i) le nombre total de cotations introduites dans le système de négociation ("*Nasdaq quote Montage* ") en préouverture (8h00 - 9h30) (ii) le nombre total de cotations verrouillant le marché (telles que *best bid* = *best ask*) (iii) le nombre total de cotations transgressant le marché (*best bid* > *best ask*) (iv) la somme des 2 types de cotations croisées (*best bid* = *best ask*) + (*best bid* > *best ask*) (vi) la proportion des cotations croisées par rapport au nombre de cotations entrées en préouverture.
Les chiffres sont classés par catégorie de teneurs de marché et par quartile (Q4 = les actions les plus actives, c'est-à-dire avec le plus grand nombre de transactions).

Groupe	Quartile	Nombres total de cotations	%	Nombre de cotations croisées transgressant	Nombre de cotations croisées verrouillant	Nombre total de cotations croisées	%
Wholesalers							
	1	17 304	23,05%	115	71	186	17,10%
	2	29 646	22,95%	137	131	268	24,72%
	3	46 764	23,98%	525	411	936	26,48%
	4	70 217	22,10%	1 324	862	2 186	32,38%
Sous-total		163 931	22,86%	2 101	1 475	3 576	28,70%
Wirehouses							
	1	11 731	15,63%	113	43	156	14,34%
	2	21 960	17,00%	110	72	182	16,79%
	3	30 518	15,65%	338	169	507	14,34%
	4	44 607	14,04%	619	253	872	12,91%
Sous-total		108 816	15,18%	1 180	537	1 717	13,78%
Courtiers Inst.							
	1	13 218	17,61%	262	84	346	31,80%
	2	25 059	19,40%	175	133	308	28,41%
	3	42 194	21,64%	705	420	1 125	31,82%
	4	72 328	22,76%	1 343	534	1 877	27,80%
Sous-total		152 799	21,31%	2 485	1 171	3 656	29,34%
Autres							
	1	32 816	43,71%	286	114	400	36,76%
	2	52 500	40,65%	195	131	326	30,07%
	3	75 526	38,73%	629	338	967	27,36%
	4	130 586	41,10%	1 333	484	1 817	26,91%
Sous-total		291 428	40,65%	2 443	1 067	3 510	28,17%

Tableau A.6
Lien entre les caractéristiques des actions et les signaux envoyés par les teneurs de marché

Le tableau donne les valeurs des coefficients pour l'échantillon de 52 actions estimés sur la période Oct. 1995 - Dec. 1996 à partir du modèle :
$PCTCL^i$ /Catégorie j = $\alpha_1+\alpha_2 Log(Share\ Price) + \alpha_3 RVol_i + \alpha_4 Log(NbTr_i) + \alpha_5 Log(TrSize_i) + \varepsilon_i$.
Les t de student sont donnés entre parenthèses. ** et * indiquent un coefficient significativement différent de 0 au seuil de 5% et 10%, respectivement.

	Variables					
	Constante	**Log(Share Price)**	**RVol**	**Log(NbTr)**	**Log(TrSize)**	**R^2**
Wholesalers	**2,11****	**0,47****	2,07	**0,41****	**-0,82****	0,67
	(2,54)	**(2,30)**	(1,18)	**(6,69)**	**(-3,58)**	
Wirehouses	-0,45	0,09	1,87	**0,16****	-0,012	0,43
	(-0,78)	(0,61)	(1,52)	**(3,76)**	(-0,074)	
Courtiers Inst.	-0,75	0,22	1,64	**0,26****	-0,03	0,50
	(-0,90)	(1,1)	(0,96)	**(4,37)**	(-0,17)	
Autres	-1,68	0,02	2,54	**0,58****	0,066	0,61
	(-1,42)	(0,06)	(1,01)	**(6,63)**	(0,20)	
Wholesalers - Wirehouses	**2,56****	**0,76****	0,43	0,09	**-0,99****	0,38
	(2,44)	**(2,31)**	(0,18)	(0,92)	**(-3,13)**	
Wholesalers-Courtiers Inst.	**2,65****	**0,59***	0,49	0,02	**-0,93****	0,40
	(2,68)	**(1,93)**	0,23	0,22	**(-3,15)**	
Wholesalers-Autres	**3,56****	**1,02****	-0,76	**-0,36****	**-1,07****	0,27
	(2,51)	**(2,34)**	(-0,24)	**(-2,49)**	**(-2,54**)**	

Tableau A.7

Lien entre la communication des teneurs de marché et leur agressivité de cotation à l'ouverture

Le tableau donne les valeurs des coefficients pour l'échantillon de 52 actions estimés sur la période Oct. 1995 - Dec. 1996 à partir du modèle :

QA^i /Catégorie j = $\alpha_0+\alpha_1 PCTCL_i^j + \beta'$Variables de Contrôle$^i + \varepsilon^i$.

Les t de Student sont donnés entre parenthèses. ** et * indiquent un coefficient significativement différent de 0 au seuil de 5% et 10%, respectivement.

QA / Catégorie i	Const	PCTCL / Catégorie i	Variables de contrôle				R^2
			log(Share Price)	Return Volatility	Log(No of Trades)	Log(Trad Size)	
Wholesalers	0,43 (0,90)	**0,20**** **(2,33)**	0,16 (1,02)	-0,36 (-0,45)	-0,10** (-2,00)	0,16 (1,[illegible])	0,27
Wirehouses	-0,16 (-0,41)	**2,10**** **(2,13)**	0,51 (2,60)	-0,37 (-0,37)	-0,22** (-2,20)	2,43 (12,63)	0,41
Courtiers Inst	-0,25 (-0,50)	0,08 (0,83)	0,29* (1,83)	0,59 (0,65)	-0,17** (-3,13)	0,37** (2,66)	0,49
Autres	0,20 (0,43)	-0,016 (-0,25)	0,039 (0,27)	-0,38 -0,39	-0,11* -1,84	0,16 [illegible]	0,49

Conclusion Générale

Aux Etats-Unis, il existe plusieurs prix pour un titre, qu'il soit inscrit sur le NYSE ou sur le Nasdaq. La pluralité des centres de négociation conduit à s'interroger sur la diffusion de l'information concernant l'offre et la demande en attente et celle sur les conditions d'exécution, *a fortiori* si le titre est internalisé. Dans ce cas le teneur de marché ne passe pas par le marché central et donc ne dévoile pas l'offre ou la demande latente. Alors que la transparence post-transactionnelle a clairement été réglementée, il semble que le manque de transparence pré-transactionnnelle ait favorisé les comportements anti-concurrentiels, voire collusifs : en 1996 certains teneurs de marché du Nasdaq, accusés de collusion sur les fourchettes de prix, ont été condamnés à verser plus d'un milliard de dollars d'amende. Depuis 1999, les principales banques d'investissement de Wall Street sont poursuivies en justice pour entente sur les frais d'introduction en Bourse[30]. En réaction, les régulateurs américains modifient les modes d'organisation en place et le cadre réglementaire[31] pour obtenir une plus grande centralisation du flux d'ordres qui devrait restaurer transparence et pression concurrentielle. L'Europe souhaite également renforcer la concurrence sur les Bourses européennes mais adopte la démanche inverse : le projet de révision de la DSI a pour but de passer de structures de marché centralisées à fragmentées en autorisant l'internalisation et l'utilisation de systèmes d'exécution privés. Suite aux récentes réformes américaines, on ne peut que s'interroger sur les conséquences d'une telle mesure. Un des objectifs de ce travail a été d'analyser l'impact de la pratique de direction préférentielle du flux d'ordres (englobant l'internalisation) utilisée à Londres et aux Etats Unis. On s'est également intéressé à deux autres pratiques hors du cadre réglementaire mais couramment utilisées qui sont susceptibles d'influencer la concurrence entre les opérateurs et donc le niveau des coûts de transaction du marché : les échanges d'informations et le signalement par les prix (*upticking*). Nous rappelons ci-dessous les résultats principaux obtenus dans les essais et nous en présentons conjointement certaines extensions pour conclure ce travail.

Le premier essai est consacré à l'impact des partages d'informations sur la qualité du marché. Nous considérons deux types d'opérateurs informés : des spéculateurs - dits 'fon-

[30]Voir Chen et Ritter (2000).

[31]Voir les régles mises en place en 1997 (*Order Handling Rules*) décrites dans l'Introduction Générale et la mise en place de *SuperMontage* (carnet d'ordres électronique, à accès limité aux participants) sur le Nasdaq.

damentaux' - qui connaissent la valeur fondamentale de l'actif risqué et un spéculateur 'non fondamental', qui observe une information, orthogonale à celle des autres spéculateurs, sur la demande transmise par les investisseurs non informés. L'essai a pour objectif de déterminer s'il peut s'avérer optimal pour celui-ci de former une ligue avec un spéculateur fondamental dans le but de mettre en commun leurs informations. Nous supposons que les agents informés sont neutres vis-à-vis du risque et adoptent un comportement non concurrentiel pour déterminer la taille optimale de leur ordre. Dans le cadre monopériodique de l'enchère à prix uniforme de Kyle (1985), nous déterminons l'équilibre de partage informationnel (équilibre linéaire unique). Nous comparons ensuite les profits moyens obtenus lorsque les spéculateurs décident d'échanger leurs informations à ceux de non échange.

Nous obtenons que l'ensemble des paramètres pour lequel les deux spéculateurs partagent leurs informations est non vide. Dans tous les cas, nous montrons que, s'il survient, le partage d'informations accroît l'efficience informationnelle des prix et diminue leur volatilité. En revanche, l'impact du partage d'informations peut améliorer ou détériorer la liquidité du marché, selon les cas. En conséquence la contribution du modèle est de montrer que les partages d'informations sont possibles et peuvent améliorer la qualité du marché.

Une première limite de l'essai concerne l'hypothèse sur la demande des investisseurs non informés qui est supposée être une variable aléatoire exogène. En l'absence d'une fonction d'utilité caractérisant le choix de ces intervenants, on ne peut pas déterminer si le partage d'informations a des effets désirables d'un point de vue normatif. Une extension possible serait de supposer que les investisseurs non informés ont des préférences quadratiques, ce qui est, toutefois, susceptible de compliquer la détermination analytique de l'équilibre [voir Spiegel et Subrahmanyam (1992)] mais permettrait de calculer le niveau d'utilité moyen des investisseurs non informés avec et sans partage d'informations et d'en conclure si l'autorisation d'échanger les informations améliore l'organisation du marché au sens de Pareto. Une extension également intéressante serait de donner aux spéculateurs mettant en commun leurs informations le choix entre des ordres au mieux

ou des ordres à cours limité (fonctions de demande). Suivant le volume des ordres non informationnels, on pourrait déterminer la stratégie optimale de placement des ordres suivie par ces spéculateurs. L'objectif de cette extension serait de gagner des intuitions sur le comportement des négociateurs sur la bourse de Paris, dont l'agressivité de cotation (mesurée par le choix d'un ordre au mieux) semble fonction de leur information privée sur la demande émanant d'investisseurs traitant pour des besoins de liquidité.

La pratique du *preferencing* qui touche 70% du flux d'ordres de la place financière londonnienne (soit par l'internalisation soit par les *soft-dollar arrangements*) influence le choix des cotations affichées par les teneurs de marché [Hansk, Naik et Viswanathan (1999)]. Le deuxième essai propose un modèle qui étudie les interactions entre le *preferencing* et le jeu de la concurrence par les prix. Le modèle proposé est monopériodique. Sur le côté vendeur d'un marché de contrepartie, nous supposons que deux teneurs de marché averses vis-à-vis du risque sont dotés, à la date 1, d'un stock de titres. Leur position dans l'actif risqué détermine leur prix de réserve de vente, que nous supposons linéaire croissant dans le volume des ordres à servir. A la date 2, un ordre d'achat exogène et non aléatoire est transmis au marché. Le teneur de marché affichant le prix de vente le plus faible exécute l'ordre public à la date 3. Nous supposons également qu'un des deux teneurs de marché utilise le *preferencing*. Sous cette hypothèse, ce teneur de marché reçoit à la date 2 un flux d'ordres préférentiels (exogène et non aléatoire), en contrepartie duquel il garantit une exécution au meilleur prix. En conséquence, à la date 3, celui-ci sert les ordres préférentiels dans tous les cas.

Nous montrons que le teneur de marché privilégié, en position de monopole sur les ordres préférentiels, élève son prix de réserve au niveau d'un prix-seuil qui le laisse indifférent entre participer ou non à la transaction de l'ordre public. On analyse ensuite l'impact de ce résultat sur le jeu de la concurrence entre les teneurs de marché dans deux structures d'échange différentes : un marché centralisé et un marché fragmenté.

Sur un marché centralisé, les teneurs de marché sont supposés observer la position de leur concurrent. Sous cette hypothèse, le teneur de marché ayant le plus faible prix de réserve effectif cote un prix juste inférieur à celui de son concurrent, de manière identique

aux résultats de Ho et Stoll (1983). Toutefois, la hausse du prix de réserve effectif du teneur de marché privilégié atténue la pression concurrentielle puisque celui-ci est moins enclin à placer un prix de vente faible. Nous obtenons que le *preferencing* permet de générer une rente supra-concurrentielle pour le teneur de marché privilégié plus élevée que celle espérée sans recourir à cette pratique. Son concurrent bénéficie de la moindre incitation du teneur de marché privilégié à placer des prix de vente concurrentiels et peut augmenter son profit moyen alors qu'il est privé de l'accès aux ordres préférentiels. La baisse de la concurrence conduit naturellement à un élargissement des fourchettes de prix.

Un marché fragmenté est plus opaque : les teneurs de marché sont supposés connaître la distribution de probabilité des positions de leurs concurrents mais ne sont pas en mesure de les observer. En nous appuyant sur le modèle de Biais (1993), nous caractérisons l'équilibre du jeu de la concurrence par les prix. L'analyse des prix choisis est formellement identique à celle d'une enchère hollandaise asymétrique. Dans la plupart des cas, nous devons approcher numériquement les prix d'équilibre du fait de l'absence de solution explicite. Nous trouvons des résultats assez similaires à ceux du marché centralisé. Toutefois, on obtient un résultat intéressant : sur un marché fragmenté à deux teneurs de marché, le teneur de marché privilégié, peut, pour certains niveaux de sa position faire des pertes en moyenne. Il perd effectivement le contrôle du choix de ses exécutions et celui de leurs prix. Une des contributions de l'essai est donc de montrer que le *preferencing* accroît le risque de position des teneurs de marché recourant à cette pratique. Nous proposons également de nouvelles prédictions testables sur le lien entre positions, cotations et *preferencing*. Une des extensions du papier serait d'ailleurs de tester empiriquement les implications du modèle.

Il existe également une extension théorique de cet essai. Il s'agit de développer le cas où les teneurs de marché ont la possibilité de re-diriger le flux d'ordres vers le teneur de marché le mieux disant. Cette analyse permettrait de gagner quelques intuitions sur les comportements des courtiers institutionnels qui utilisent cette option.

Dans le troisième essai, nous étudions si l'information sur les teneurs de marché peuvent être incités à communiquer sur les risques de position liés au *preferencing*. L'ap-

proche choisie est théorique et empirique.

Sur un marché fragmenté similaire à celui décrit dans le deuxième essai, on suppose que le teneur de marché a une probabilité non nulle de recevoir un volume d'ordres préférentiels nul. Le concurrent connaît la distribution cette variable aléatoire mais n'observe pas sa réalisation, à moins que le teneur de marché ne la lui communique. Le teneur de marché non privilégié fait donc face à une incertitude sur la position, mais aussi à celle sur l'état du flux d'ordres préférentiels (ou, de manière équivalente, sur la forme du prix de réserve de son concurrent : prix de réserve standard ou prix-seuil). Sous cette hypothèse de double incertitude, nous caractérisons numériquement les prix choisis à l'équilibre par les teneurs de marché. Nous approchons également numériquement les profits moyens des teneurs de marché que nous comparons à ceux obtenus lorsque le teneur de marché privilégié révèle à son concurrent l'état du volume des ordres préférentiels à exécuter. Nous obtenons que la communication peut s'avérer profitable pour les deux teneurs de marché, dans la mesure où elle permet de diminuer l'incertitude du teneur de marché non privilégié et d'orienter les prix dans une direction réduisant le risque de position du teneur de marché privilégié. Logiquement, on trouve que la communication de cette information non fondamentale contribue à élargir les fourchettes de prix. La contribution de cette partie est de proposer une explication au fait que des teneurs de marché réputés ne pas détenir d'information fondamentale, les *wholesalers*, participent au jeu de communication ayant lieu en préouverture du Nasdaq. Il se trouve, par ailleurs que les *wholesalers* sont la catégorie de teneurs de marché utilisant le plus grand nombre de contrats de préférence.

A partir de la base de données de Cao, Ghysel et Hatheway (1996) (2000), nous trouvons des résultats qui corroborent l'intuition selon laquelle le risque de position lié au *preferencing* peut être l'objet de la pratique de signalement par les prix utilisée par les teneurs de marché avant l'ouverture. Il se trouve effectivement que les cotations croisées placées en préouverture par les *wholesalers*, malgré leur nombre, ne semblent pas être déterminantes en termes de découverte des prix journalière (ce sont celles qui contribuent le moins au changement des prix journaliers). En outre, la proportion des cotations croisées initiées par les *wholesalers* est liée positivement et significativement aux variables de

preferencing. Enfin, il apparaît que les *wholesalers* sont les teneurs de marché dont le risque de position semble le plus prononcé à l'ouverture : la tendance au retour des prix des *wholesalers* une heure après l'ouverture (*price reversal*) est la plus forte, reflétant la résorption d'un déséquilibre de position survenu en préouverture. Nous contribuons ainsi à montrer que les mouvements de prix observés en préouverture signalent des informations, liées au niveau des prix, qui peuvent être non fondamentales. Le signalement des effets de position, *a priori* non corrélés à la découverte des prix journalière, peut être à l'origine des bruits observés dans les prix d'ouverture du Nasdaq.

La partie empirique se heurte au problème du manque de données : nous avons obtenu des données privées sur les cotations identifiées des teneurs de marché pendant la préouverture du Nasdaq du 1er octobre 1995 au 30 septembre 1996, mais il n'existe pas de base de cotations en séance qui nous permettent de déterminer la tendance au retour des prix d'ouverture des *wholesalers* pour cette même période. On ne peut donc pas établir de lien direct entre la tendance au retour des prix d'ouverture des *wholesalers* sur 1996 et leur activité de communication en préouverture sur cette période. A ce propos et pour conclure, nous avons déterminé la tendance au retour moyenne des *wholesalers* sur un échantillon du mois de décembre 1999. Il serait intéressant d'ajouter un modèle de régression permettant de déterminer si le *price reversal* des *wholesalers* est lié aux variables du *preferencing* définies dans l'essai.

Nous espérons que ce travail a apporté des éléments de réponse sur les effets parfois bénéfiques, parfois anti-concurrentiels que peuvent susciter les pratiques de marchés présentées et étudiées dans ces essais : les échanges d'informations, la pratique de la direction préférentielle du flux d'ordres (*preferencing*) et celle du signalement d'information par les prix en préouverture du Nasdaq (*upticking*).

Lexique

Ask : Prix (unitaire) offert.

Bid : Prix (unitaire) demandé.

Courtier (*broker*) : Intermédiaire dont le rôle consiste à mettre en relation un acheteur et un vendeur, moyennant une rémunération.

Broker-dealer ou négociateur : Intermédiaire pouvant intervenir sur les marchés à la fois en tant que courtier (en compte client) et en tant que teneur de marché (en compte propre).

Compte client : Se dit d'une transaction effectuée par un opérateur au nom de son client.

Compte propre : Se dit d'une transaction effectuée en principal par l'opérateur.

Court : Se dit d'un opérateur dont la position en actif risqué est négative (survenant, par exemple, lors d'une vente à découvert).

Dual trader : Opérateur qui a l'autorisation de traiter à la fois pour son propre compte et pour le compte de ses clients.

ECNs : Systèmes électroniques privés de courtage et de négociation.

Echelon de cotation : Variation minimale d'un cours.

Fourchette de prix (*spread*) : Différence entre le prix offert et le prix demandé affichés. Sur un marché dirigé par les ordres, c'est la différence entre les deux meilleures limites en carnet. Sur un marché dirigé par les prix, la fourchette de prix (*quoted spread*) désigne la différence entre le prix offert et le prix demandé cotés par un même teneur de marché. La fourchette des 'meilleurs' prix (*inside spread, touch*) désigne la différence entre le prix de vente le plus faible et le prix d'achat le plus élevé parmi tous les fournisseurs de liquidité qui cotent l'actif risqué.

Gré à gré (***Over The Counter*, OTC)**) : Se dit d'un marché des valeurs mobilières dont la cotation n'est soumise à aucune réglementation.

Locked or crossed quotes : Une condition de marché temporaire où le prix offert (*ask*) le plus faible devient inférieur au prix demandé (*bid*) le plus élevé.

Long : Se dit d'un opérateur dont la position en actif risqué est positive (par exemple, un acheteur de titres).

Marché dirigé par les ordres : Se dit des marchés sur lesquels la liquidité est assurée directement par des ordres à cours limité placés par les investisseurs.

Marché dirigé par les prix : Se dit des marchés sur lesquels la liquidité est assurée par un intermédiaire (teneur de marché, négociateur, cambiste, etc.).

NBBO (*National Best Bid or Offer*) : Désigne les meilleurs prix du marché pour un actif risqué : il s'agit du plus haut prix d'achat et du plus faible prix de vente parmi tous les opérateurs (teneurs de marché et ECNs).

Order-entry firm : Courtiers disposant d'un accès à la plate-forme de négociation du Nasdaq leur permettant de consulter les fourchettes de prix affichées par les teneurs de marché et d'entrer directement des ordres, mais ne les autorisant ni à entrer des prix, ni à effectuer directement des transactions.

Ordre à cours limité : Ordre spécifiant une limite de prix, au delà de laquelle il n'est pas exécuté.

Ordre au mieux : Ordre ne mentionnant pas de limite de prix.

Preferencing : Pratique qui consiste, pour un courtier, à diriger ses ordres vers un teneur de marché spécifique sans les exposer au marché, indépendamment des prix cotés par celui-ci.

Profondeur du marché : Volume des ordres nécessaire pour faire varier les prix d'une unité.

Specialist : Appelation du teneur de marché sur les bourses américaines (New York, Boston, etc.). Le *specialist* a plusieurs fonctions, parmi lesquelles on peut citer : (i) déterminer le cours d'ouverture du ou des titres dont il est teneur de marché; (ii) assurer la liquidité soit en appariant les ordres[32] entre eux soit en s'en portant contrepartie (contre la tendance du marché); (iii) maintenir des marchés ordonnés et justes (en assurant la continuité des échanges et en limitant les écarts de cours).

SuperSOES (anciennement SOES) : Système d'exécution automatique des ordres de taille faible (moins de 1000 titres) du Nasdaq, destiné aux investisseurs particuliers, dans lequel les teneurs de marché ont l'obligation de publier leurs cotations et de servir les ordres qui leur sont transmis.

Teneur de marché : Opérateur qui a l'obligation, en séance, de fournir de la liquidité à toute contrepartie, en proposant un prix d'achat et un prix de vente fermes.

Troisième Marché (Third Market) : Marché de la NASD sur lequel s'échangent, de gré à gré, les actions inscrites sur le NYSE.

[32]Les ordres sont soit en carnet, soit transmis par les courtiers du parquet (*floor brokers*).

Upstairs market (marché de blocs) : Marché de gré à gré sur lequel se négocient les blocs de titres.

Liste des acronymes

AMEX : American Stock Exchange
ATS : Alternative Trading Systems
CBOT : Chicago Board of Trade
CBOE : Chicago Board Options Exchange
CQS : Composite Quotation System
CRSP : Center for Research in Security Prices
DSI : Directive des Services d'Investissements
ECN : Electronic Communication Network
LSE : London Stock Exchange
MTF : Multi-Trading Facilities
NASD : National Association of Securities Dealers
NASDAQ : National Association of Securities Dealers Automated Quotations
NASTRAQ : North American Securities TRAcking and Quantifying system
NBBO : National Best Bid or Offer
NYSE : New York Stock Exchange
NSC : Nouveau Système de Cotation
OTC : Over The Counter
SEAQ : Securities Exchange Automated Quotation
SEAQI : Securities Exchange Automated Quotation International
SEC : Securities and Exchange Commission
SETS : Stock Exchange Electronic Trading System
SOES : Small Order Execution System

Bibliographie

ACKERT L. et B. CHURCH (1998) "Bid-ask spreads in multiple dealer settings : some experimental evidence," Document de travail de la Banque Fédérale de Réserve d'Atlanta, 98-9.

ADMATI A. et P. PFLEIDERER (1986) "A monopolistic market for information," *Journal of Economic Theory*, 39, 400–438.

ADMATI A. et P. PFLEIDERER (1988) "Selling and trading on information in financial markets," *American Economic Review*, 78(2), 96–103.

AGGARWAL R. et P. CONROY (2000) "Price discovery in initial public offerings and the role of the lead underwriter," *Journal of Finance*, 55(6), 2903–2922.

ALLEN F. (1990) "The market for information and the origin of financial intermediation," *Journal of Financial Intermediation*, 1, 3–30.

ANGEL J. et S. WU (2001) "Calling the open : price discovery evidence from Nasdaq," Mimeo.

BAJARI P. (1996) "Properties of the first price sealed-bid auctions with asymmetric bidders," Mimeo, Standford.

BARCLAY M et T. HENDERSHOTT (2003) "A comparison of trading and non-trading mechanisms for price discovery," Mimeo, Rochester University.

BARCLAY M et T. HENDERSHOTT (2003) "Price discovery and trading after hours," *Review of Financial Studies*, 16, 1041–1073.

BARCLAY M. et J. WARNER (1993) "Stealth trading and volatility : which trades move prices ?," *Journal of Financial Economics*, 34, 281–305.

BARCLAY M., W. CHRISTIE, J. HARRIS, E. KANDEL et P. SCHULTZ (1999) "The effects of market reform on the trading costs and depths of Nasdaq stocks," *Journal of Finance*, 54, 1–34.

BATTALIO R. (1997) "Third market broker-dealers : cost competitors or cream skimmers ?," *Journal of Finance*, 52(1), 341–352.

BATTALIO R., J. GREENE et R. JENNINGS (1997) "Do competing specialists and preferencing dealers affect market quality ? An empirical analysis," *Review of Financial Studies*, 10, 969–993.

BATTALIO R. et C. HOLDEN (2001) "A simple model of payment for order flow, internalization and total trading cost," *Journal of Financial Markets*, 4, 33–71.

BATTALIO R., R. JENNINGS et J. SELWAY (1998) "Payment for order flow, trading costs, and dealer revenue for market orders at Knight Securities, L.P.," Document de travail du Nasdaq, 98-03.

BATTALIO R., R. JENNINGS et J. SELWAY (2000) "Can payment for order flow survive decimalization ?," Mimeo.

BATTALIO R., R. JENNINGS et J. SELWAY (2001) "The potential for clientele pricing when making market in financial securities," *Journal of Financial Markets*, 85–112.

BENABOU R. et M. LAROQUE (1992) "Using privileged information to manipulate markets : insiders, gurus and credibility," *Quarterly Journal of Economics*, 921–958.

BENVENISTE L., A. MARCUS et W. WILHELM (1992) "What's special about the specialist ?," *Journal of Financial Economics*, 32, 61–86.

BESSEMBINDER H. (2000) "Price-time priority, order routing, and trade execution costs in NYSE-listed stocks," Mimeo.

BESSEMBINDER H. et H. KAUFMAN (1997) "A cross-exchange comparison of execution costs and information flow for NYSE-listed stocks," *Journal of Financial Economics*, 37, 287–310.

BESSEMBINDER H. et K. VENKATAMARAN (2003) "Does an electronic stock exchange need an upstairs market ?," Mimeo.

BHATTACHARYA S. et P. PFLEIDERER (1985) "Delegated portfolio management," *Journal of Economic Theory*, 36, 1–25.

BHATTACHARYA S. et M. SPIEGEL (1991) "Insiders, outsiders and market breakdowns," *Review of Financial Studies*, 4, 255–282.

BIAIS B. (1990) "Formation des prix sur les marchés de contrepartie," *Revue Economique*, 41(5), 755–787.

BIAIS B. (1993) "Price formation and equilibrium liquidity in fragmented and centralized markets," *Journal of Finance*, 48(1), 157–185.

BIAIS B. , D. DAVYDOFF et B. JACQUILLAT (1997) "Organisation et qualité des marchés financiers," PUF (eds), Collection Finance.

BIAIS B. et T. FOUCAULT (1993) "Asymétries d'information et marchés financiers : une synthèse de la littérature récente," *Actualités économiques*, 69, 8–49.

BIAIS B. , T. FOUCAULT et P. HILLION (1997) "Microstructure des marchés financiers : institutions, modèles et tests empiriques," PUF (eds), Collection Finance.

BIAIS B. , T. FOUCAULT et F. SALANIE (1998) "Floors, dealer markets and limit order markets," *Journal of Financial Market*, 1, 253–284.

BIAIS B. et L. GERMAIN (2002) "Incentive-compatible contracts for the sale of information," *Review of Financial Studies*, 15, 987–1003.

BIAIS B. , L. GLOSTEN et C. SPATT (2002) "The microstructure of stock markets," CEPR Discussion Paper No. 3288.

BIAIS B. , P. HILLION et C. SPATT (1995) "An empirical analysis of the limit order book and the order flow in the Paris bourse," *Journal of Finance*, 50(5), 1655–1689.

BIAIS B. , P. HILLION et C. SPATT (1999) "Price discovery and learning during the preopening period in the Paris bourse," *Journal of Political Economy*, 107(6), 1218–1248.

BLOOMFIELD R. et M. O'HARA (1998) "Does order preferencing matter ?," *Journal of Financial Economics*, 50, 3–37.

BOYER C. (2000) "Microstructure et asymétries d'information sur les marchés d'actions," Thèse de Doctorat, EHESS.

BRUSCO S, MANZANO C. et M. TAPIA (1998) "Price discovery in the pre-opening period. Theory and evidence from the Madrid Stock Exchange," Mimeo.

CALCAGNO R. et S. LOVO (2001) "Market efficiency and price formation when dealers are asymmetrically informed," Mimeo.

CANTILLON E. (2000) "The effect of bidders' asymmetries on expected revenue in auctions," Mimeo Cowles Foundation (Yale University).

CAO C., E. GHYSELS et F. HATHEWAY (1998) "Why is the bid greater than the ask," Cirano Document de travail 98s-14.

CAO C., E. GHYSELS et F. HATHEWAY (2000) "Price discovery without trading : evidence from the Nasdaq preopening," *Journal of Finance*, 55(3), 1339-1365.

CAO H. et R. LYONS (1999) "Inventory information," Mimeo.

CHAKRAVARTY S. et A. SARKAR (2002) "An analysis of brokers' trading with applications to order flow internalization and off-exchange sales," *Review of Financial Economics*, 11, 19–36.

CHAN K., W. CHRISTIE et P. SCHULTZ (1995) "Market structure and the intraday pattern of bid-ask spreads for Nasdaq securities," *Journal of Business*, 68, 35–60.

CHEN H.-C. et J. RITTER (2000) "The seven percent solution," *Journal of Finance*, 55(3), 1105–1131.

CHORDIA T. et A. SUBRAHMANYAM (1995) "Market making, the tick size, and payment-for-order flow : theory and evidence," *Journal of Business*, 68(4), 543–575.

CHRISTIE W., L. HARRIS et P. SCHULTZ (1994) "Why did Nasdaq market makers stop avoiding odd-eighth quotes ?," *Journal of Finance*, 49, 1841–1860.

CHRISTIE W. et P. SCHULTZ (1994) "Why do Nasdaq market makers avoid odd-eighth quotes ?," *Journal of Finance*, 49, 1813–1840.

CHUNG K., Ch. CHUWONGANANT et D.T. MCCORMICK (2002) "Order preferencing and market quality on Nasdaq before and after decimalization," à paraître dans *Journal of Financial Economics.*

CHUNG K. et X. ZHAO (2002) "Price and quantity quotes on Nasdaq : a study of dealer quotation behavior," à paraître dans *Journal of Financial Research.*

CICCOTELLO C. et F. HATHEWAY (2000) "Indicating ahead : best execution and the Nasdaq preopening," *Journal of Financial Intermediation* 9, 184–212.

COCHRANE J. (1993) "The changing structure of markets – The NYSE," extrait de *Execution Techniques, True Trading Costs and the Microstructure of Market.* Association of Investment Management and Research, Sherrerd (eds).

COHEN K., S. MAIER, R. SCHWARTZ et D. WHITCOMB (1981) "Transaction costs, placement strategy, and existence of the bid-ask spread," *Journal of Political Economy*, 89(2), 287–305.

COVAL J. et T. SHUMWAY (1998) "Is sound just noise?," Document de travail, Université du Michigan.

DAVIES R. (2003) "Registered trader participation during the Toronto Stock Exchange's prepopening session," *Journal of Financial Markets*, 6, 491–516

DAVYDOFF D., J.-F. GAJEWSKI, C. GRESSE et L. GRILLET-AUBERT (2002) "Trading cost analysis : a comparison of Euronext Paris and the London Stock Exchange," Document de travail.

DECLERCK F. (2000a) "Analyse des meilleures limites du carnet d'ordres : application à la bourse de Paris," Thèse de Doctorat, Université de Lille II.

DECLERCK F. (2000b) "Au delà du spread : dynamique de l'offre de liquidité en Bourse de Paris," Mimeo.

DEMARCHI M. et T. FOUCAULT (2000) "Equity trading systems in Europe : a survey of recent changes," *Annales d'Economie et de Statistique*, 60, 73–115.

DEMSETZ M. (1968) "The cost of transacting," *Quarterly Journal of Economics*, 82(1), 33–53.

DESGRANGES G. et T. FOUCAULT (2002) "Reputation-based pricing and price improvements in dealership markets," Mimeo.

DIA M. et S. POUGET (2002) "Sunshine trading in West-Africa : liquidity and price formation of infrequently traded stocks," Mimeo.

DOMINGUEZ K. (2003) "The market microstructure of Central Bank intervention," *Journal of International Economics*, 59(1), 25–45.

DOMOWITZ I. et B. STEIL (1999) "Automation, trading costs and the structure of the Securities Trading Industry," *Brookings-Wharton Papers on Financial Services*, 2, 33-92.

DUTTA P. et A. MADHAVAN (1997) "Competition and collusion in dealer markets," *The Journal of Finance*, 52, 245–276.

EASLEY D., N. KIEFER et M. O'HARA (1996) "Cream skimming or profit sharing? The curious role of purchased order flow," *Journal of Finance*, 51(3), 811–833.

ELLIS K., R. MICHAELY et M. O'HARA (2002) "The making of a dealer market : from entry to equilibrium in the trading of Nasdaq stocks," *Journal of Finance*, 57(5), 2289–2316.

FALHENBRACH R. et P. SANDAS (2003) "Bid-ask spread and inventory risk : evidence from the FTSE-100 index options market," Mimeo.

FARRELL J. et R. GIBBONS (1989) "Cheap talk can matter in bargaining," *Journal of Economic Theory*, 48, 221–37.

FEVRIER P. (2000) "Information in sequential auctions," Mimeo.

FISHMAN M. et K. HAGERTY (1995) "The incentive to sell financial market information," *Journal of Financial Intermediation*, 4, 95–115.

FISHMAN M. et F. LONGSTAFF (1992) "Dual trading in futures markets," *Journal of Finance*, 47, 643–669.

FLOOD M., R. HUISMAN, K. KOEDIJK et R. MAHIEU (1999) "Quote disclosure and price discovery in multiple-dealer financial markets," *Review of Financial Studies* 12, 37–59.

FOUCAULT T. (2002) "Best execution and competition between trading venues" extrait de *Best Execution - Executing Transactions in Securities Markets on behalf of Investors*, European Asset Management Association, 44–58.

FOUCAULT T., S. MOINAS et E. THEISSEN (2002) "Does anonymity matter in electronic limit order markets?," Mimeo.

FOUCAULT T., A. ROELL et P. SANDAS (2003) "Market making with costly monitoring : an analysis of the SOES controversy," *Review of Financial Studies*, 16(2), 345–384.

GAL-OR E. (1985) "Information sharing in oligopoly," *Econometrica*, 53(2), 329–343.

GARMAN M. (1976) "Market microstructure," *Journal of Financial Economics*, 3, 257–275.

GILLET R. (1993) "Efficience informationnelle : un concept clé de la finance moderne," Problèmes économiques - La documentation française, 2.319-2.320, 63–66.

GLOSTEN L. et P. MILGROM (1985) "Bid, ask and transaction prices in a specialist market with heterogeneously informed traders," *Journal of Financial Economics*, 14, 71–100.

GODEK P. (1996) "Why NASDAQ market makers avoid odd-eighth quotes," *Journal of Financial Economics* 41, 465-474.

GOLDSTEIN M. et K. KAVAJECZ (2000) "Eighths, sixteenths and market depth : changes in tick size and liquidity provision on the NYSE," *Journal of Financial Economics*, 56 ; 125–149

GRESSE C. (2001) "Fragmentation des marchés d'actions et concurrence entre systèmes d'échange," Economica, Collection Recherche en Gestion.

GRIESMER J., R. LEVITAN et M. SHUBIK (1967) "Towards a study of bidding processes, Part IV - Games with unknown costs," *Naval Research Logistics Quaterly*, 14, 415–433.

GRIFFITHS M., B. SMITH B., A. TURNBULL et R. WHITE (1998) "Information flows and open outcry : evidence of imitation trading," *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 8, 101–116.

GROSSMAN S. (1992) "The informational role of upstairs and downstairs markets," *Journal of Business*, 65, 509–529.

HAMON J. (1995) "Marché d'actions : architecture et microstructure," Economica (eds), Collection Gestion Poche.

HAMON J., P. HANDA, B. JACQUILLAT et R. SCHWARTZ (1994) "Recherches en finance du CEREG," Economica, Collection Recherche en Gestion.

HAMON J. et B. JACQUILLAT (1995) "Le marché français des actions : études empiriques 1977-1991," PUF (eds), Collection Finance.

HANSH O., N.Y. NAIK et S. VISWANATHAN (1998) "Do inventories matter in dealership markets ?," *Journal of Finance*, 53, 1623–1656.

HANSH O., N.Y. NAIK et S. VISWANATHAN (1999) "Preferencing, internalization, best executions and dealer profit ?," *Journal of Finance*, 54, 1799–1828.

HARRIS L. (2000) "Floor versus automated trading systems : a survey of the issues,"Document de Travail, University of Southern California.

HARRIS L. (2002) "Trading and exchanges : market microstructure for practitioners," Oxford University Press (eds).

HASBROUCK J. et G. SOFIANOS (1993) "NYSE systems and trading procedures," *Journal of Finance*, 48(5), 1565–1593.

HASBROUCK J., G. SOFIANOS et D. SOSEBEE (1993) "The trades of market makers : an empirical analysis of NYSE specialist," Document de Travail NYSE, 93-01.

HO T. et H. STOLL (1981) "Optimal dealer pricing under transactions and return uncertainty," *Journal of Financial Economics*, 26, 71–95.

HO T. et H. STOLL (1983) "The dynamics of dealer markets under competition," *Journal of Finance*, 38(4), 1053–1074.

HUANG R. (2002) "The quality of ECN and Nasdaq market maker quotes," *Journal of Finance*, 57, 1285–1319.

HUANG R. et H. STOLL (1996) "Dealer versus auction markets : A paired comparison of execution costs on NASDAQ and the NYSE," *Journal of Financial Economics*, 41, 313–357.

KANDEL E. et L. MARX (1997) "Nasdaq market structure and spread patterns," *Journal of Financial Economics*, 45, 61–89.

KANDEL E. et L. MARX (1999) "Payment for order flow on Nasdaq," *Journal of Finance*, 54(1), 35–66.

KAVAJECZ K. (1998) "A specialist's quoted depth as a strategic variable," Mimeo.

KAVAJECZ K. (1999) "A specialist's quoted depth and the limit order book," *Journal of Finance*, 54, 747–772.

KEHR C., J. KRAHNEN et E. THEISSEN (2001) "The anatomy of a call market," *Journal of Financial Intermediation,* 10(3/4), 276–305.

KEIM D. et A.MADHAVAN (1996) "The upstairs market for large-block transactions : Analysis and measurement of price effects," *Review of Financial Studies*, 9, 1-36.

KIRBY A. (1988) "Trade associations as information exchange mechanisms," *Rand Journal of Economics*, 19(1), 138–146.

KLOCK M. et D.T. MCCORMICK (2002) "The effect of market structure on the incentives to quote aggressively : an empirical study of Nasdaq market-makers," *The Financial Review*, 37, 403–420.

KLUGER B. et S. WYATT (2002) "Preferencing, internalization of order flow, and tacit collusion : evidence from experiments," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 37(3), 440–469.

KOFMAN P. et J. MOSER (1997) "Spreads, information flows and transparency across trading systems," *Applied Financial Economics*,7, 281–294.

KYLE A. (1985) "Continuous auctions and insider trading," *Econometrica,* 6, 1315–1335.

KYLE A. (1989) "Informed speculation with imperfect competition," *Review of Economic Studies,* 56, 317–356.

LAI H. (2001) "Quote competition, preferenced orders, market shares in multiple dealership markets," Document de travail, National Tsing Hua University (Taïwan).

LASSERRE G. (2003) "Asymmetric information and imperfect competition in a continuous time multivariate security model," à paraître dans *Finance and Stochastics.*

LEACH J. et A. MADHAVAN (1993) "Price experimentation and security market structure," *Review of Financial Studies*, 6(2), 375–404.

LEBRUN B. (1999) "First price auctions in the asymmetric N bidder case," *International Economic Review*, 40(1), 125–142.

LE FOL G. (1998) "Microstructure et données haute fréquence," Thèse, Université de Paris I.

LESHCHINSKII D. (2003) "Discretionary informed trading with heterogeneous cooperative traders," Mimeo.

LEVASSEUR M. et A. QUINTART (1998) "Finance," Economica (eds), Collection Gestion.

LYONS R. (1995) "Tests of microstructural hypotheses in the foreign exchange market," *Journal of Financial Economics,* 39, 321–351.

MACEY J. et M. O'HARA (1997) "The law and economics of best execution," *Journal of Financial Intermediation*, 6, 188–223.

MADHAVAN A. (1996) "Security prices and market transparency," *Journal of Financial Intermediation*, 5, 255–283.

MADHAVAN A. (2002) "Index reconstitution and equity returns," Document de travail, ITG Inc.

MADHAVAN A. et V. PANCHAPAGESAN (2000) "Price discovery in auction markets : a look inside the black box," *Review of Financial Studies*, 13(3), 627–658.

MADHAVAN A., M. RICHARDSON et M. ROOMANS (1997) "Why do security prices change ? A transaction-level analysis of NYSE stocks," *Review of Financial Studies*, 10(4), 1035–1064.

MADHAVAN A. et S. SMIDT (1991) "A bayesian model of intraday specialist pricing," *Journal of Financial Economics*, 30, 99–134.

MADHAVAN A. et G. SOFIANOS (1998) "An empirical analysis of NYSE specialist trading," *Journal of Financial Economics*, 48, 189–210.

MADRIGAL V. (1996), "Non-fundamental speculation," *Journal of Finance*, 51(2), 553–576.

MANASTER S. et S. MANN (1996) "Life in the pits : competitive market making and inventory control," *Review of Financial Studies*, 9, 953–975.

MASKIN E et J. RILEY (1996) "Equilibrium in sealed high bid auctions," Mimeo, Harvard.

MASKIN E et J. RILEY (1996) "Uniqueness in sealed high bid auctions," Mimeo, Harvard.

MASKIN E et J. RILEY (2000) "Asymmetric auctions," *Review of Economic Studies*, 67, 413–438.

MATTHEWS S. (1995) "A technical primer on auction theory 1 : independant private values," Document de travail 1096, Northwestern University.

MCAFEE P. and J. MCMILLAN (1987) "Auctions and bidding," *Journal of Economic Literature*, 25, 699–738.

MEDRANO L. A. et X. VIVES (2001) "Strategic behavior and price discovery," *RAND Journal of Economics*, 32(2), 221–248.

MILGROM P. et R. WEBER (1982) "A theory of auctions and competitive bidding," *Econometrica*, 50(5), 1089–1122.

NAEGELEN N. (1988) "Les mécanismes d'enchères," Economica (eds), Collection Frontières de la Théorie économique.

NAIK N., A. NEUBERGER et S. VISWANATHAN (1999) "Trade disclosure regulation in markets with negotiated trades," *Review of Financial Studies*, 12(4), 873–900.

NAIK N. et P. YADAV (2002) "Do dealer firms manage inventory on a stock-by-stock or a portfolio basis ?," Mimeo.

NASDAQ ECONOMIC RESEARCH (2001), "The impact of decimalization on the Nasdaq stock market : final report to the SEC," The Nasdaq Stock Market, Inc.

O'HARA M. (1995) "Market microstructure theory," Blackwell (eds).

O'HARA M. et G. OLDFIELD (1986) "The microeconomics of market making," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 21(4), 361–376.

OKUNO-FUJIWARA M., A. POSTLEWAITE et K. SUZUMURA (1990) "Strategic information revelation," *Review of Economic Studies*, 57, 25–48.

PAGANO M. (1989) "Trading volume and asset liquidity," *Quarterly Journal of Economics*, 104, 255-275.

PANCHAPAGESAN V. (2001) "The importance of time priority in security markets," Mimeo.

PARLOUR C. et U. RAJAN (2002) "Payment for order flow," Document de travail, Carnegie Mellon University.

PEIERS B. (1997) "Informed traders, intervention, and price leadership : a deeper view of the foreign exchange market," *Journal of Finance*, 4, 1589–1613.

PETERSON M. et E. SIRRI (2003) "Order preferencing and market quality on U.S. equity exchanges," *Review of Financial Studies*, 16(2), pp. 385-415.

PIRRONG C. (1996) "Market liquidity and depth on computerized and open outcry trading systems : a comparison of DTB and LIFFE Bund contracts," *Journal of Futures Markets*, 16, 519–543.

POPPER H. et J. MONTGOMERY (2001) "Information sharing and central bank intervention in the foreign exchange market," *Journal of International Economics*, 55, 295–316.

RADNER R. (1962) "Team decision problems," *Annals of Mathematical Statistics*, 33, 857–881.

RAITH M. (1996) "A general model of information sharing in oligopoly," *Journal of Economic Theory*, 71, 260–288.

REISS P. et I. WERNER (1998) "Does risk sharing motivate inter-dealer trading ?," *Journal of Finance*, 53, 1657–1704.

RHODES-KROPF M. (1999) "Price improvement in dealership markets," Mimeo, Columbia University.

RIVA F. (1999) "Le rôle du système CAC et du marché des blocs dans l'offre de liquidité à la Bourse de Paris," Thèse de Doctorat, Université de Paris IX.

RIVA F. (2000) "Le marché des blocs hors-CAC : un supplément de liquidité pour la Bourse de Paris ?," cahier du CEREG n°2000-01.

ROELL A. (1990) "Dual-capacity trading and the quality of the market," *Journal of Financial Intermediation*, 1, 105–124.

RUDER D. et *al.* (1991) "Inducements for order flow : Report to the NASD Board of Governors," Document de travail Nasdaq 91-1.

SALOP S. (1986) "Practices that (credibly) facilitate oligopoly coordination," in J.E. Stiglitz et al., *New Developments in the Analysis of Market Structure, International Economic Association*, 265–290, MIT press (eds).

SARKAR A. (1995) "Dual trading : winners, losers and market impact," *Journal of Financial Intermediation*, 4, 77-93.

SARKAR A. et L. WU (1999) "Conflict of interests and execution quality of futures floor traders," Document de travail, New-York FED.

SCHULTZ P. (2003) "Who makes markets," *Journal of Financial Markets*, 6, 49–72.

SECURITIES AND EXCHANGE COMMISSION (1997) "Report on the practice of preferencing," Release 97-33.

SECURITIES AND EXCHANGE COMMISSION (2000) "Notice of filing of proposed rule change to rescind exchange rule 390 ; commission request for comments on issues relating to market fragmentation," Release 34–43450.

SEPPI D. (1990) "Equilibrium block trading and asymmetric information," *Journal of Finance*, 45, 73–94.

SHYY G. et J. LEE (1995) "Price transmission and information asymmetry in Bund futures markets : LIFFE vs. DTB," *Journal of Futures Markets*, 15, 87-99.

SMITH J. W., J.P. SELWAY et T. MCCORMICK (1998) "The Nasdaq stock market : historical background and current operation," Document de travail NASD 98-01.

SOFIANOS G. et I. WERNER (1997) "The trades of NYSE floor brokers," Document de travail du NYSE 97-04.

SPIEGEL M. et A. SUBRAHMANYAM (1992) "Informed speculation and hedging in a non-competitive securities market", *Review of Financial Studies*, 5(2), 307–329.

STOLL H. (1978) "The pricing of security dealer services : An empirical study of Nasdaq stocks," *Journal of Finance*, 33(4), 1153–1172.

STOLL H. (2000) "Friction," *Journal of Finance*, 55(4), 1479–1514.

STOLL H. (2001) "Market fragmentation," *Financial Markets Research Center Policy*, Paper No. 00-11.

STOLL H. et R. WHALEY (1990) "Stock market structure and volatility," *Review of Financial Studies,* 3, 37–71.

SUBRAHMANYAM A. (1991) "Risk aversion, market liquidity, and price efficiency", *Review of Financial Studies*, 4(3), 417–441.

THEISSEN E. (1999) "Floor versus screen trading : evidence from the German stock market," Document de travail CR 690, Groupe HEC.

THEISSEN E. (2000) "Trader anonymity, price formation and liquidity," Mimeo.

VAN NESS B., R. VAN NESS et R. WARR (2002) "Does order preferencing reduce adverse selection for Nasdaq stocks ?," Mimeo.

VENKATAMARAN K. (2000) "Automated versus floor trading : an analysis of execution costs on the Paris and New-York exchanges," Document de travail, Southern Methodist University.

VICKREY W. (1961) "Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders," *Journal of Finance*, 16, 8–37.

VIVES X. (1984) "Duopoly information equilibrium : Cournot and Bertrand," *Journal of Economic Theory*, 34, 71–94.

VIVES X. (1995) "The speed of information revelation in a financial market mechanism," *Journal of Economic Theory*, 67, 178–204.

WYATT E.(1999) "Nasdaq's swings in price prompt calls for change," *New York Times.*

CONCURRENCE IMPARFAITE ENTRE OPERATEURS SUR LES MARCHES FINANCIERS

RESUME

L'objet de cette thèse est de contribuer à une meilleure analyse de l'impact des pratiques de marché sur la concurrence entre opérateurs boursiers. Le premier essai s'intéresse à la pratique des échanges d'informations privées. Nous considérons un marché sur lequel des courtiers ont accès à (i) des informations 'fondamentales' sur la valeur liquidative de l'actif risqué et (ii) des informations non fondamentales sur le volume des ordres passés par des investisseurs non informés. Nous montrons, dans le cadre du modèle de Kyle (1985), qu'il peut s'avérer profitable pour deux courtiers différemment informés de mettre en commun leurs informations. Le partage d'informations a un impact ambigu sur la liquidité, mais il augmente l'efficience informationnelle et la stabilité des prix. Il réduit également les coûts de transaction, ce qui suggère un impact bénéfique de cette pratique sur la performance des marchés. Le deuxième essai analyse la façon dont la pratique du "*preferencing*" affecte les stratégies de cotation de deux teneurs de marché averses au risque. Le *preferencing* permet à un teneur de marché – dit 'privilégié' - d'exécuter des ordres en exclusivité, hors du marché central. Quelle que soit la structure du marché (centralisée ou fragmentée), nous montrons que cette pratique réduit les incitations des teneurs de marchés à coter des prix concurrentiels. Elle conduit donc à une augmentation des fourchettes de prix et des profits des teneurs de marché. Toutefois, le risque de position entraîné par le *preferencing* peut générer des pertes pour le teneur de marché les exécutant. Dans le troisième essai, nous montrons que le teneur de marché privilégié peut donc trouver profitable de communiquer l'état de son flux d'ordres préférentiels à son concurrent lorsqu'il ne l'observe pas. La communication permet d'orienter les prix affichés dans une direction favorisant une réduction des pertes. En utilisant des données de préouverture du Nasdaq, nous trouvons que les teneurs de marché réputés les plus privilégiés (les "*wholesalers*") sont parmi ceux qui participent le plus au jeu de communication entre teneurs de marché. Toutefois les signaux des *wholesalers* sont ceux qui contribuent le moins à la découverte des prix journalière et sont concentrés sur les actions fortement liées au *preferencing*. En outre, à l'ouverture du Nasdaq, on constate que les prix des *wholesalers* et les meilleurs prix du marché ont une composante transitoire significative, ce qui corrobore l'idée d'une communication d'information sur le risque de position.

MOTS CLES : Microstructure, partage d'informations, formation des prix, fourchette de prix, preferencing, risque de position, préouverture, Nasdaq.

IMPERFECT COMPETITION IN FINANCIAL MARKETS

ABSTRACT

In the first chapter, we consider information sharing between traders who possess different types of information, namely information on the value of the risky security or information on the volume of liquidity trading in this security. We identify conditions under which these informed traders are better off sharing information. We also show that information sharing fosters price discovery and reduces volatility. Information sharing can improve or impair the depth of the market, depending on the values of the parameters but it always reduces liquidity traders' aggregate trading costs. Overall the analysis suggests that facilitating information sharing among market participants can improve market quality. The second chapter examines how order preferencing affects the quote-setting behavior of dealers who differ in their inventory. We suppose that the state of the preferenced order flow is common knowledge. Whether we consider a centralized or fragmented market, we show that preferencing reduces dealers' incentives to narrow market spreads. Thus preferencing leads to wider spreads and generates higher profits for dealers. However, we show that preferencing increases the inventory risks of the preferred dealer who may incur losses. This analysis suggests that preferencing is a risky practice who impedes market quality. In the third chapter, we suppose that the state of the preferenced order flow is only observed by the preferred dealer. In this case, we show that the preferred dealer may find optimal to communicate this inventory information to his uninformed opponent. Communication orientates the price chosen by dealers in a direction which reduces the inventory risks of the preferred dealer. The Nasdaq preopening offers a laboratory to test this prediction. We find that the most preferred Nasdaq dealers ('the wholesalers') actively participate to the communication game : they post the largest proportion of price signals. However, the signals from wholesalers contribute the less to price discovery. Moreover wholesalers' signals are more concentrated in stocks with high degree of preferencing. These findings, along with some evidence of strong price reversals – corroborate that wholesalers may communicate information related to temporary inventory pressure which is reflected into opening prices.

KEY WORDS : Microstructure, information sharing, information sales, bid-ask spread, inventory, preferencing, Nasdaq preopening.