



HAL
open science

Etude du régime d'écoulement du fluide dans le jeu d'un ensemble piston-cylindre en vue de l'optimisation du calcul du coefficient de déformation.

Padipat Wongthep

► To cite this version:

Padipat Wongthep. Etude du régime d'écoulement du fluide dans le jeu d'un ensemble piston-cylindre en vue de l'optimisation du calcul du coefficient de déformation.. Autre. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2013. Français. NNT : 2013ENAM0041 . pastel-00918486

HAL Id: pastel-00918486

<https://pastel.hal.science/pastel-00918486>

Submitted on 13 Dec 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

Doctorat ParisTech

THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité "Mécanique"

présentée et soutenue publiquement par

Padipat WONGTHEP

Le 10 octobre 2013

**Étude du régime d'écoulement du fluide dans le jeu d'un
ensemble piston-cylindre en vue de l'optimisation du calcul
du coefficient de déformation**

Directeur de thèse : **Ricardo NOGUERA**

Co-encadrement de la thèse : **Christophe SARRAF**

Jury

M. Jean-François HETET, Professeur des Universités, École Centrale Nantes
M. Georges DESCOMBES, Professeur des Universités, CNAM
M. Miguel ASUAJE, Professeur des Universités, USB-Caracas
M. Farid BAKIR, Professeur des Universités, DynFluid, Arts et Métiers ParisTech
M. Ricardo NOGUERA, Maître de conférences, DynFluid, Arts et Métiers ParisTech
M. Christophe SARRAF, Maître de conférences, DynFluid, Arts et Métiers ParisTech
M. Thierry RABAULT, Ingénieur de Recherche, LNE Paris

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examineur
Invité

T
H
È
S
E

Remerciements

Tout d’abord, je remercie vivement le Ministère des Sciences et Technologies du Gouvernement Thaïlandais, pour avoir proposé des bourses au Laboratoire National de Métrologie Thaïlandaise. Je remercie Monsieur Tawat CHANGPAN, Responsable du Laboratoire de Pression-Vide, de m’avoir choisi pour bénéficier cette bourse. Je remercie également l’équipe du Laboratoire de Pression-Vide ainsi que l’équipe de l’Institut National de Métrologie Thaïlandais pour leurs soutiens pendant mes travaux.

Je remercie vivement Monsieur Thierry RABAULT, chef de projet au Laboratoire National de Métrologie et d’Essais à Paris, de m’avoir accepté et proposé un sujet passionnant et intéressant. Je lui exprime aussi ma gratitude pour sa grande connaissance, ses qualités professionnelles et personnelles dans le domaine des hautes pressions qui m’a permis d’apprendre beaucoup de choses dans tout ce temps partagé au laboratoire et à l’extérieur. Je tiens à lui faire part de toute mon amitié et de ma reconnaissance. Mes remerciements vont ensuite également à Monsieur Jean- Clause LEGRAS et à Monsieur Pierre OTAL, respectivement ancien et actuel Responsables du département Pression-Vide, d’avoir assuré l’encadrement scientifique de cette thèse et aussi de m’avoir donné l’opportunité de participer à des manifestations scientifiques. Je tiens aussi à remercier l’équipe du département Pression-Vide du LNE pour leurs aides et conseils dans le domaine de la haute pression.

Je remercie vivement Monsieur Ricardo NOGUERA, directeur de thèse, Monsieur Christophe SARRAF, encadrant, et Monsieur Farid BAKIR, Professeur des Universités de m’avoir donné l’opportunité d’effectuer cette thèse au sein du Laboratoire de Dynamique des Fluides (DynFluid). Mes remerciements vont ensuite vers l’ensemble du laboratoire DynFluid pour m’avoir permis de travailler dans d’excellentes conditions.

Ma gratitude s’adresse aussi à Monsieur Wladimir SABUGA, Responsable du département Pression de la PTB (Institut National de Métrologie Allemand) et à Monsieur

REMERCIEMENTS

Tokihiko KOBATA, Responsable du Bureau de Recherche de Métrologie et Mesure à l'Institut National de Science industrielle avancée et de Technologie (Japon). Également, ma gratitude s'adresse à Monsieur Karl KURTZ, Responsable des ventes, de service et de formation à la société DH instruments (États Unis).

Je remercie toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à cette thèse et les personnes que je n'aurais pas encore citées ici.

En fin, cette thèse est dédiée à ma famille, mon père, ma mère et ma sœur pour leurs soutiens moral au cours de ces quatre années.

Padipat WONGTHEP

Paris le 10 octobre 2013

Table des matières

Remerciements	i
Nomenclature	vii
Introduction générale	xiii
1 Théorie des balances de pression, état de l'art et nouveaux modèles	1
1.1 Introduction	2
1.2 Généralités historiques de la pression	2
1.3 Unité de la pression	3
1.4 Principe de la mesure de pression	4
1.5 Section effective de l'ensemble piston-cylindre	8
1.5.1 Section effective à pression élevée	8
1.5.2 Section effective à pression nulle	16
1.6 Coefficient de déformation	19
1.6.1 Méthode expérimentale	20
1.6.2 Méthode théorique basée sur l'équation de Lamé	20
1.6.3 Méthode théorique basée sur la simulation numérique	22

1.7	Propriétés du fluide de transfert	22
1.8	Propriétés des matériaux	27
1.9	Vitesse de chute du piston	28
1.10	Type de montage de l'ensemble piston-cylindre	29
1.10.1	Montage libre déformation	29
1.10.2	Montage ré-entrant	30
1.10.3	Montage jeu contrôlé	30
1.11	Conclusions	31
2	Étude expérimentale	33
2.1	Introduction	34
2.2	Détermination du jeu au montage	38
2.2.1	Mesure de la course de déplacement du piston	41
2.2.2	Mesure de la position du piston	43
2.2.3	Incertitude sur la détermination du jeu	44
2.2.4	Résultats	44
2.3	Mesure des vitesses de chute du piston	49
2.3.1	Incertitude sur la vitesse de chute du piston	49
2.3.2	Résultats	50
2.4	Détermination de la section effective à pression nulle	60
2.4.1	Incertitude sur la détermination de la section	64
2.4.2	Résultats	66
2.5	Détermination des sections effectives et des coefficients de déformation	67

2.5.1	Principe de la méthode	70
2.5.2	Résultats	71
2.6	Conclusions	77
3	Simulation numérique	80
3.1	Introduction	80
3.2	Méthode de calcul	81
3.3	Logiciel utilisé	83
3.3.1	Prétraitement	85
3.3.2	Solution	85
3.3.3	Post traitement	86
3.4	Géométries et Maillages	86
3.5	Matériaux de l'ensemble piston-cylindre et Conditions aux limites . . .	92
3.6	Visualisation des déformations obtenues par éléments finis	93
3.7	Influences du maillage	97
3.8	Résultats du calcul	106
3.8.1	Ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4	106
3.8.2	Ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5	116
3.8.3	Ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2	124
3.9	Conclusions	134

4 Comparaisons des résultats expérimentaux et numériques, études de sensibilité à la géométrie et aux propriétés du fluide	136
4.1 Introduction	137
4.2 Comparaison des résultats et analyse	137
4.3 Étude géométrique	147
4.3.1 Mesures dimensionnelles du piston et du cylindre	148
4.3.2 Résultats des calculs	154
4.3.3 Effets du jeu à l'entrée et à la sortie	167
4.3.4 Influence du jeu entre le piston et le cylindre sur le calcul du coefficient de déformation et de la vitesse de chute	172
4.3.5 Analyse de l'incertitude associée au calcul numérique	181
4.3.6 Influence des propriétés du fluide de transfert	189
4.3.7 Récapitulatif des écarts entre l'expérimentation et le calcul . . .	191
4.4 Conclusions	191
5 Écoulement en micro-canal	197
5.1 Introduction	197
5.2 Étude des écoulements pour un faible nombre de Reynolds	198
5.3 Conclusions	215
Conclusions et perspectives	216
Annexe	220
Bibliographie	226

Nomenclature

Lettres Grecques

α_c	Coefficient de dilatation du cylindre	/°C
α_p	Coefficient de dilatation du piston	/°C
λ	Coefficient de déformation en libre déformation	1/MPa
λ'	Coefficient de déformation en jeu contrôlé	1/MPa
μ	Coefficient de Poisson du matériau utilisé	
μ_c	Coefficient de Poisson du cylindre	
μ_f	Coefficient de Poisson de la frette	
μ_p	Coefficient de Poisson du piston	
ρ	Masse volumique du fluide utilisé	kg/m ³
$\rho(p)$	Masse volumique du fluide en fonction de la pression	kg/m ³
ρ_a	Masse volumique de l'air	kg/m ³
ρ_f	Masse volumique du fluide de l'huile utilisée	kg/m ³
ρ_{mA}	Masse volumique de la balance à étalonner	kg/m ³
ρ_{mB}	Masse volumique de la balance étalon	kg/m ³
ρ_{mi}	Masse volumique des masses	kg/m ³
σ	Tension superficielle de l'huile utilisée	N/m
η	Viscosité dynamique	Pa · s
$\eta(p)$	Viscosité dynamique en fonction de la pression	Pa · s
$\eta(p, t)$	Viscosité dynamique en fonction de la pression et de la température	Pa · s

$\eta(t)$	Viscosité dynamique en fonction de la température	Pa · s
$\eta(z)$	Viscosité dynamique à l'altitude z	Pa · s
η_a	Viscosité apparente	Pa · s
η_{th}	Viscosité conventionnelle	Pa · s
ν	Viscosité cinématique	m ² /s
ξ	Deuxième viscosité	Pa · s

Lettres Latines

g	Accélération de la pesanteur	m/s ²
n	Coefficient de déformation de contre-pression	1/MPa
P_{j1}	Première contre-pression	MPa
P_{j2}	Deuxième contre-pression	MPa
P_{jB}	Contre-pression à balance étalon	MPa
P_j	Contre-pression	MPa
\bar{U}	Déformation moyenne du cylindre	μm
\bar{u}	Déformation moyenne du piston	μm
D	Diamètre du piston	mm
D_h	Diamètre hydraulique du canal	mm
Q_m	Débit massique	kg/s
$u(0)$	Déformation du piston à l'altitude 0 z	μm
$U(z)$	Déformation du cylindre à l'altitude z	μm
$u(z)$	Déformation du piston à l'altitude z	μm
u_0	Déformation moyenne du piston à pression nulle	μm
F	Force de masse du fluide	N
F	Force	N
f	Facteur de Darcy	
F_g	Force de pesanteur	N

NOMENCLATURE

F_v	Force de viscosité	N
f_v	Force de viscosité pour le petit élément	N
F_z	Force hydrostatique	N
H	Humidité relative	%
U_p	Incertitude élargie de la pression	MPa
u_p	Incertitude-type de la pression	MPa
U_{S_0}	Incertitude élargie de la section	mm ²
\bar{h}	Jeu moyen entre piston et cylindre	μm
\bar{h}_1	Jeu moyen pour la première contre-pression	μm
\bar{h}_2	Jeu moyen pour la deuxième contre-pression	μm
h	Jeu moyen entre piston et cylindre à l'altitude z	μm
$h(0)$	Jeu moyen entre piston et cylindre	μm
$h(z)$	Jeu entre piston et cylindre à l'altitude z	μm
l	Longueur d'engagement	mm
Δh	Différence l'altitude	m
Δm	Écart de masse	kg
E	Module d'Young du matériau	GPa
E_c	Module d'Young du cylindre	GPa
E_f	Module d'Young de la frette	GPa
E_p	Module d'Young du piston	GPa
m	Masse	kg
m_A	Masse de la balance à étalonner	kg
m_B	Masse de la balance étalon	kg
m_i	Composante de la masse	kg
$P_{o,exp}$	Nombre de Poiseuille expérimental	
$P_{o,th}$	Nombre de Poiseuille théorique	

NOMENCLATURE

P_o	Nombre de Poiseuille	
R_e	Nombre de Reynolds	
P	Périmètre mouillé du canal	mm
p	Pression	MPa
$p(z)$	Pression à l'altitude z	MPa
p_0	Pression externe	MPa
p_1	Pression à la base du cylindre	MPa
p_2	Pression en haut du cylindre	MPa
p_{atm}	Pression atmosphérique	Pa
p_i	Pression interne	MPa
p_m	Pression au niveau de référence de la balance à étalonner	MPa
p_{nom}	Pression nominale	MPa
R	Rayon du cylindre	mm
r	Rayon du piston	mm
$r(0)$	Rayon du piston à l'altitude 0	mm
$R(z)$	Rayon du cylindre à l'altitude z	mm
$r(z)$	Rayon du piston à l'altitude z	mm
r_0	Rayon moyen du piston à pression nulle	mm
R_c	Rayon externe du cylindre	mm
r_c	Rayon interne du cylindre	mm
R_f	Rayon externe de la frette	mm
A	Section du canal	mm ²
S_0	Section effective à pression nulle	mm ²
S_{p1}	Section à pression élevée pour la première contre-pression	mm ²
S_{p2}	Section à pression élevée pour la deuxième contre-pression	mm ²
S_p	Section effective à pression élevée	mm ²

NOMENCLATURE

T	Température absolue	K
t	Temps	s
t	Température de l'ensemble piston-cylindre	°C
t_1	Température pour la première contre-pression	°C
t_2	Température pour la deuxième contre-pression	°C
t_{atm}	Température ambiante	°C
t_A	Température de la balance à étalonner	°C
t_B	Température de la balance étalon	°C
t_r	Température de référence de l'ensemble piston-cylindre	°C
V	Volume	mm ³
v	Vitesse du fluide	μm/s
$v(r)$	Vitesse du fluide en fonction de rayon	μm/s
v_f	Vitesse de chute du piston	μm/s

Introduction générale

Depuis les premières expériences barométriques de Torricelli au XVII^{ème} siècle, les manomètres à colonne de liquide ont été utilisés et adaptés aux nouveaux besoins. Ils constituent encore pour certains laboratoires nationaux les références les plus exactes dans le domaine de quelque dizaines à quelques centaines de kilopascals.

Pour des pressions plus élevées, les manomètres à colonne à mercure deviennent d'un encombrement important et d'une exploitation plus délicate. A la suite de ces considérations, le principe du multiplicateur hydraulique, puis de la balance de pression apparaissent vers le milieu du XIX^{ème} siècle. Depuis cette date, de nombreuses améliorations ont été apportées aux balances de pression pour leurs permettre de répondre aux exigences d'exactitude de plus en plus grandes.

Depuis de nombreuses années, le Laboratoire National de Métrologie et d'Essais (LNE) développe et améliore ses étalons basés sur le principe des ensembles piston-cylindre depuis 5 kPa jusqu'à 1 GPa. Dans le domaine des hautes pressions, la déformation de ces ensembles sous l'action de la pression représente la première source d'incertitude [1], soit 29% d'incertitude pour les ensembles 50 MPa, 33% pour les ensembles 200 MPa et jusqu'à 79% pour les ensembles 1 GPa. Les méthodes pour la détermination des coefficients de déformation ont été développées depuis plus de 30 ans. Elles faisaient alors appel à l'expérimentation, mais aussi à des modèles simples de calcul de résistance des matériaux (RDM) dans lesquels sont posés des hypothèses sur les champs de pression, linéaire en 1978 [2], puis parabolique en 1988 [3].

Plus récemment, avec le développement de l'informatique, de nouveaux outils de calcul ont rendu possible le développement des modèles mathématiques qui nous ont permis de simuler numériquement le comportement de nos ensembles piston-cylindre. Ces calculs ont donné lieu à deux grands projets européens. Tout d'abord, de 1993 à

1997 le projet Euromet N°256 piloté par le laboratoire Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica (INRIM-Italie) verra l'apparition des calculs par la méthode des éléments finis [4]. Puis de 1998 à 2005 le projet Euromet N°463 piloté par le laboratoire Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB-Allemagne) nous a permis d'atteindre une pression de 1 GPa [5, 6]. Dans ce domaine de pression nous voyons apparaître de nombreuses difficultés (forts gradients de pression, grande variation de viscosité de fluide, problème de convergence de calcul, ...).

Les derniers résultats publiés dans Metrologia [5] ont mis en évidence de grandes dispersions dans la détermination des vitesses de chute du piston dans le cylindre. Les résultats ont montré que l'écart entre la mesure expérimentale et le calcul numérique de la vitesse de chute du piston est d'environ -30%. Elles sont illustrées dans la figure 1. Or, ces vitesses sont à la base même de tous nos travaux. C'est à partir des vitesses de chute que nous pouvons appréhender le jeu entre piston-cylindre, celui-là même qui conditionne la forme du gradient de pression et par conséquent les contraintes et déformations des ensembles piston-cylindre.

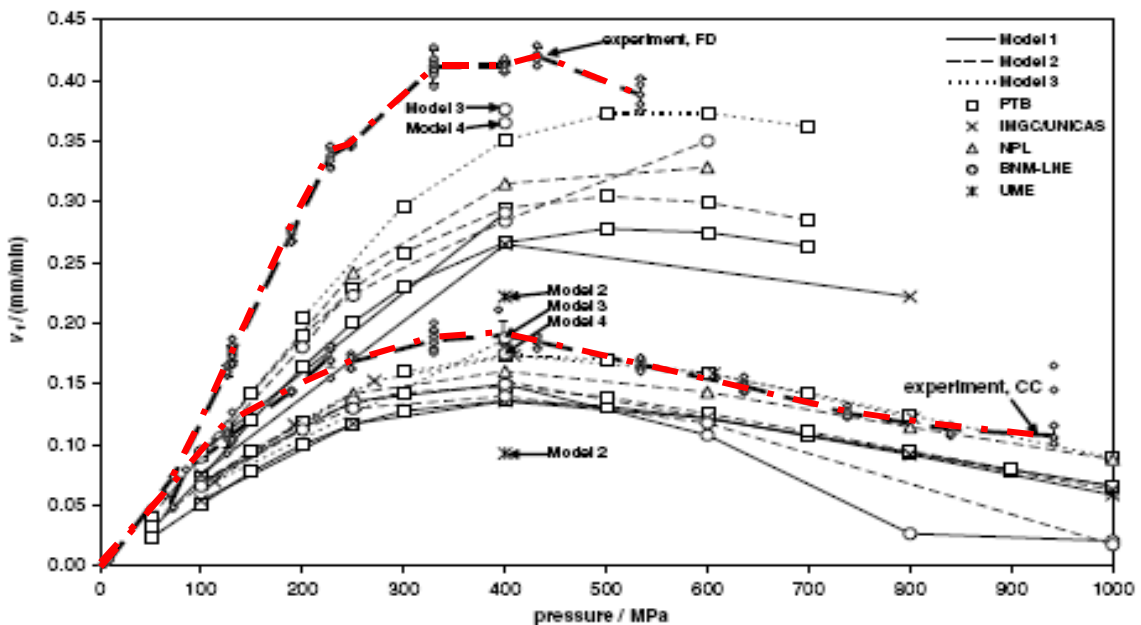


Figure 1 : Vitesse de chute du piston (v_f) en libre déformation (FD) et en jeu contrôlé (CC) obtenue avec la mesure et par le calcul sur le projet Euromet N°463 [5]

C'est pour ces raisons que le LNE a souhaité étudier l'écoulement d'un fluide dans

l'espace annulaire compris entre le piston et le cylindre afin d'expliquer cette divergence. Le sujet consiste à rechercher de nouveaux modèles d'écoulement mieux adaptés que les formulations de Reynolds actuellement utilisées.

Si nous arrivons à faire corrélérer les résultats obtenus par simulation numérique et l'expérimentation, principalement sur la détermination des vitesses de chute du piston, nous pourrons utiliser ces nouveaux modèles pour améliorer nos connaissances sur la déformation de nos ensembles piston-cylindre, et par conséquent diminuer nos incertitudes de mesures.

Ce projet de recherche est basé sur des mesures et sur des simulations. Parmi les expériences réalisées, nous déterminerons les jeux au montage à partir de la mesure des vitesses de chute du piston, puis les sections effectives par comparaison directe et enfin les coefficients de déformation par des méthodes de variations de la contre-pression. Les résultats ainsi obtenus permettront à la fois d'alimenter les calculs numériques, mais aussi de les valider.

Le présent document se compose de cinq chapitres articulés de la manière suivante :

Le premier chapitre traite de la partie théorique de l'étude. Tout d'abord, il présente l'historique des mesures des pressions. Puis, il traite du principe général des balances de pression qui permet de mieux comprendre la théorie du fonctionnement de la balance. Ensuite, il décrit la définition de la section effective des ensembles piston-cylindre utilisés dans les balances de pression. Il explique également les modèles de l'écoulement du fluide dans le jeu entre le piston et le cylindre qui interviennent dans nos calculs. La définition du coefficient de déformation et de la vitesse de chute du piston est ensuite explicitée. De plus, nous présenterons dans ce chapitre, les matériaux constituant les ensembles piston-cylindre et aussi le fluide de transfert utilisé dans la balance de pression.

Dans le second chapitre, sont présentés la méthode expérimentale et les outils expérimentaux de cette étude. Tout d'abord, les détails sur les méthodes de mesures de la vitesse de chute du piston à basse pression, les méthodes qui permettent de déterminer le jeu au montage entre le piston et le cylindre et les incertitudes associées. Également, les mesures des vitesses de chute du piston à plein échelle de la pression sont présentées afin de les comparer avec celles obtenues par la méthode numérique. Les sections effectives et les incertitudes sont également étudiées pour déterminer les rayons des pistons. Ensuite, les moyens et les résultats du calcul des coefficients de déformation sont détaillés.

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation numérique. Il décrit en détail la démarche de la méthode numérique pour le calcul des coefficients de déformation et des vitesses de chute du piston, en prenant en compte les modèles d'écoulement du fluide décrits dans le chapitre 1. Puis, il présente l'influence des paramètres numériques sur les calculs des écoulements afin de définir les variables optimales de calcul. Ensuite, les calculs des sections effectives, des coefficients de déformation et des vitesses de chute du piston ainsi que des incertitudes sont présentés.

Le quatrième chapitre présente la comparaison des résultats du coefficient de déformation et de la vitesse de chute du piston entre les méthodes expérimentales et numériques qui sont respectivement obtenus dans les chapitres 2 et 3. Les effets de la géométrie obtenue par les mesures dimensionnelles sur le calcul du coefficient de déformation et de la vitesse de chute du piston sont présentés. De plus, les influences du jeu à l'entrée et à la sortie ainsi que de la viscosité du fluide sur le calcul sont également étudiées.

Le cinquième chapitre étudie l'écoulement du fluide dans un micro-canal. Ceci permet de déterminer la viscosité apparente du fluide de transfert utilisé dans notre balance de pression. Cette variable sera intégrée dans nos calculs et remplacée l'équation actuellement utilisée.

Pour finir, sont décrites, les conclusions de cette étude ainsi que les perspectives des travaux à venir pour donner des idées d'amélioration.

Chapitre 1

Théorie des balances de pression, état de l'art et nouveaux modèles

Sommaire

1.1	Introduction	2
1.2	Généralités historiques de la pression	2
1.3	Unité de la pression	3
1.4	Principe de la mesure de pression	4
1.5	Section effective de l'ensemble piston-cylindre	8
1.5.1	Section effective à pression élevée	8
1.5.2	Section effective à pression nulle	16
1.6	Coefficient de déformation	19
1.6.1	Méthode expérimentale	20
1.6.2	Méthode théorique basée sur l'équation de Lamé	20
1.6.3	Méthode théorique basée sur la simulation numérique	22
1.7	Propriétés du fluide de transfert	22
1.8	Propriétés des matériaux	27
1.9	Vitesse de chute du piston	28
1.10	Type de montage de l'ensemble piston-cylindre	29
1.10.1	Montage libre déformation	29
1.10.2	Montage ré-entrant	30
1.10.3	Montage jeu contrôlé	30
1.11	Conclusions	31

1.1 Introduction

Bien qu'il soit difficile d'identifier exactement le moment de l'apparition de la mesure de pression, ce chapitre décrit l'histoire de la balance de pression dans ses grandes lignes. Les principes physiques sont présentés. Les balances de pression sont décrites afin de comprendre leur fonctionnement. De plus, nous allons également nous intéresser aux équations qui décrivent l'écoulement du fluide dans le jeu entre le piston et le cylindre d'une balance de pression.

1.2 Généralités historiques de la pression

Les études des mesures atmosphériques ont commencé au début de XVII^{ème} siècle après les études des propriétés de la pression atmosphérique de Galileo, Descartes, Boyle, et bien d'autres. En 1644, Torricelli décrit ses travaux sur la mesure atmosphérique. Après cette période, de nombreuses expérimentations ont été effectuées, aussi bien par Pascal et Perier en 1648, que par Guericke en 1672 et Boyle en 1662 [7]. Cent ans ont suivi et les machines à vapeur ont été découvertes par Huygens et Papin en 1690, puis par Newcomen en 1700 et par James Watt en 1769 et 1780. Ces études ont permis de comprendre les propriétés thermodynamiques de la vapeur d'eau et d'en mesurer les propriétés. Pendant cette période, les manomètres à colonne de mercure ont été utilisés et adaptés aux besoins pour mesurer les hautes pressions. Vers 1800, les développements des machines à vapeur étaient de plus en plus rapides, si bien que les besoins de mesure de pressions se sont développés.

En 1846, Schinz a inventé un nouveau type de manomètre muni d'un tube d'hélicoïdal. Un an plus tard, Schinz et Bourdon ont mis en place cet appareil connu sous le nom de tube de Bourdon et encore utilisé comme tel aujourd'hui. En 1846, Galy-Cazalat avait décrit un appareil combinant un manomètre à colonne de mercure et un multiplicateur de pression utilisé pour la mesure de la pression différentielle. Pour cette réalisation, la haute pression était appliquée sur un petit piston et un grand piston était relié à la colonne de mercure. En 1869, Seyss a décrit une balance de pression qui fonctionne par le chargement automatique de masse. Puis, un dispositif similaire, connu sous le nom de Galy-Cazalat, a été construit en 1871 par Desgoffe pour améliorer la précision et pouvoir mesurer la pression jusqu'à 100 MPa. Une nouvelle conception pour

appliquer les masses sur la tête de piston et mettre en rotation le piston pour éliminer la friction entre le piston et le cylindre a été réalisée par Ruchholz en 1883. Ce type de balance est toujours fabriqué et utilisé de nos jours pour l'étalonnage. Une balance de pression de 50 MPa équipée d'un système à levier a été construite par Stückrath en 1894 à Berlin. Cependant, cette balance ne comporte pas de système pour la rotation du piston. Sa précision relative a alors été estimée de 0,04% pour une pression de 25 MPa.

Pour étendre la mesure aux hautes pressions et pour diminuer l'incertitude estimée, il y a eu de nombreux développements basés sur la construction de nouvelles balances de pression. En 1908, Bridman a décrit une balance pouvant atteindre 1300 MPa. Le principe de cette balance consiste à appliquer la pression à la base du piston, comme précédemment, mais aussi à l'extérieur du cylindre. La pression extérieure au cylindre permet de limiter la déformation de ce dernier. En 1911, Bridman a inventé le montage ré-entrant décrit dans le paragraphe 1.10 suivant, qui permet de limiter au maximum la déformation du cylindre. De 1953 à 1957, la balance de pression à jeu contrôlé a été développée par Newhall et Johnson pour mesurer des pressions d'huile jusqu'à 1,4 GPa.

Depuis cette période, beaucoup de gens ont expliqué, discuté et décrit en détails les balances de pression. Les contributions significatives ont été réalisées par Heydemann P. L. M et Welch B. E., en 1975 [8], Dadson R. S., Lewis S. et Peggs G. N., en 1982 [9], Legras J. C., en 1986 [10] et par l'Équipe du Laboratoire National de Métrologie Australien, en 1986 [11].

1.3 Unité de la pression

L'unité de pression est le pascal (Pa). Elle correspond à une force F de 1 Newton appliquée sur une surface S de 1 m^2 . Le symbole de l'unité de pression est le Pa, comme le montre l'égalité ci-dessous :

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s}^2) \quad (1.1)$$

La figure 1.1, décrit le lien entre les unités de base du système international (SI) [12] en terme de masse, de longueur et de temps et le pascal. Le pascal est une unité très petite par rapport aux domaines de pression d'usage, c'est pourquoi nous utiliserons ses différents multiples :

- l'hectopascal (hPa) : $1 \text{ hPa} = 100 \text{ Pa}$,
- le kilopascal (kPa) : $1 \text{ kPa} = 10^3 \text{ Pa}$,
- le mégapascal (MPa) : $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$,
- le gigapascal (GPa) : $1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa}$,

une autre unité acceptée par le système international est le bar, $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$. D'autres unités, dont un grand nombre ont encore une large application, comme les kgf/cm^2 , psi, mmHg, mmH₂O, etc. sont en dehors du système international. Mais elles sont encore utilisées dans de nombreux domaines.

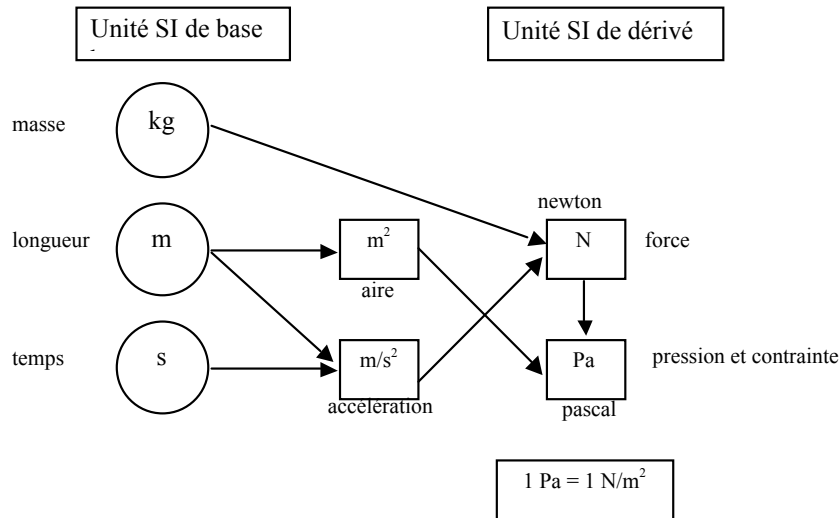


FIGURE 1.1: Unité dérivée de la pression [13].

1.4 Principe de la mesure de pression

La balance de pression (figure 1.2) peut être un étalon primaire pour mesurer la pression. Elle permet de mesurer dans le domaine des très hautes pressions (jusqu'à 2,6 GPa pour la balance fonctionnant en huile [13]). Cet instrument est largement utilisé dans les laboratoires, notamment dans les laboratoires nationaux. La balance de pression est une application de la définition de l'unité de pression (N/m^2). Les balances comprennent généralement un piston en position verticale entraîné en libre rotation dans un cylindre (environ 20-30 tour/minute). La mise en rotation a pour but d'éliminer le contact entre le piston et le cylindre. Les balances de pression sont des appareils simples

mais dépendent des différentes quantités telles que la section de l'ensemble piston-cylindre, la masse du piston, la température de l'ensemble, etc. Pour les balances de haute pression, le piston et le cylindre doivent être fabriqués avec des matériaux de très hautes résistances à la compression afin de fonctionner dans le domaine élastique et aussi avoir des coefficients de dilatation linéaire très faibles. Le jeu entre le piston et le cylindre doit être constant sur toute la longueur d'engagement, et le plus petit possible afin de minimiser les fuites de fluide pour augmenter la durée d'équilibre du piston. De même, le bloc de l'ensemble piston-cylindre doit être équipé avec un capteur de température qui doit être installé aussi proche que possible de l'ensemble piston-cylindre afin de bien mesurer la température de l'ensemble, pour corriger la section des effets de la dilatation due à la température.

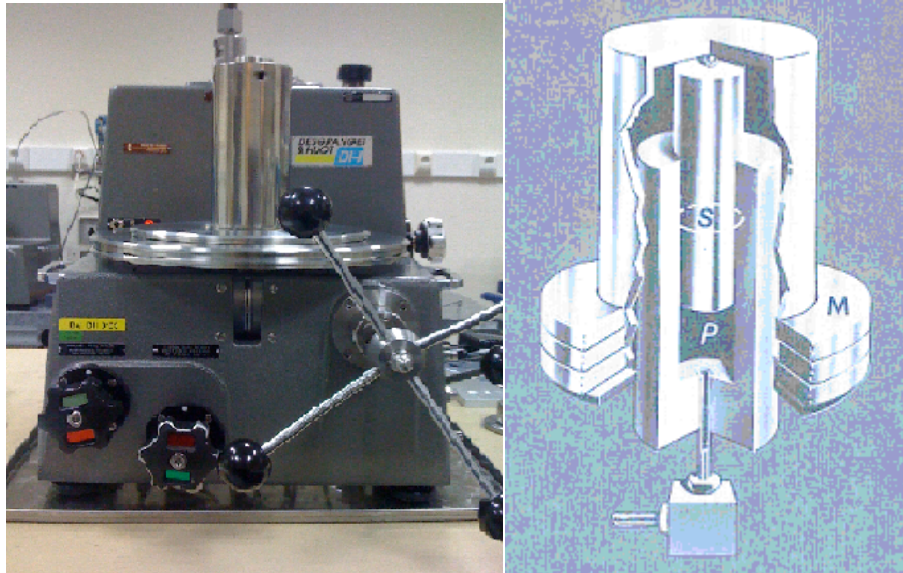


FIGURE 1.2: Balance de pression et sa structure [9].

La pression mesurée (p) est actuellement matérialisée par des ensembles piston-cylindre dont le principe repose sur le rapport d'une force F appliquée à une section S_p . Cette force est générée par une masse m soumise à un champ de pesanteur g et appliquée sur la tête du piston, (figure 1.2).

$$p = \frac{m \cdot g}{S_p} \quad (1.2)$$

La section S_p , appelée section effective à pression élevée, évolue sous l'action de la pression p . Cette variation est linéaire. Il en découle le coefficient de déformation (λ)

de l'équation (1.3).

$$S_p = S_0 (1 + \lambda \cdot p) \quad (1.3)$$

S_0 est la section effective à pression nulle. Le coefficient de déformation λ peut être positif, négatif, ou nul selon le type de montage.

Généralement, la pression p est la différence entre la pression interne à la base du piston p_1 et la pression p_2 au dessus du piston ou la pression autour des masses qui sont placées sur la tête du piston (figure 1.3). Si nous faisons le vide autour de la masse disposée sur le piston, la pression mesurée à la base du piston est une pression absolue.

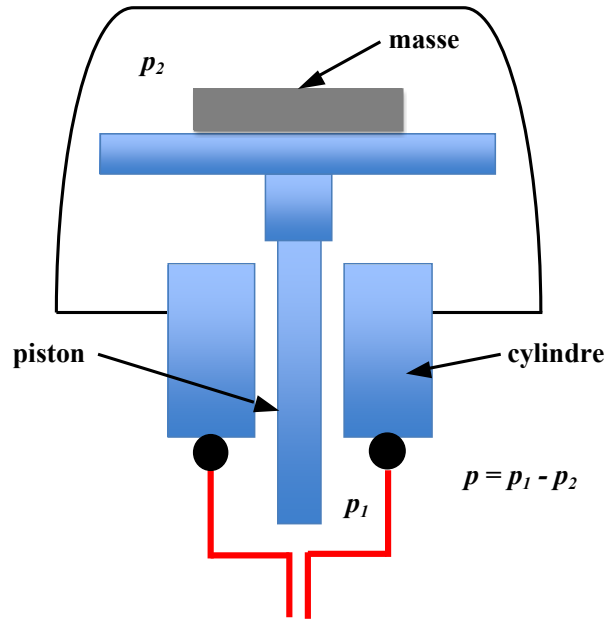


FIGURE 1.3: Principe des balances de pression.

Pour cette étude, nos balances de pression mesurent des pressions relatives. Les masses sur la partie supérieure du piston et le piston sont soumises à la pression atmosphérique. L'effet due à la force créée par la poussée de l'air doit être corrigé. La correction des forces de gravité due à la poussée de l'air est faite par le facteur $(1 - \rho_a / \rho_{mi})$, où ρ_a et ρ_{mi} sont respectivement les masses volumiques de l'air et des masses.

Dans la balance de pression, une extrémité du piston est plongée dans le fluide de transfert. Il subit donc une force liée à la tension superficielle du fluide. La composante considérée est égale au produit de la tension superficielle σ par la circonférence du piston D telle que $(\pi \cdot D \cdot \sigma)$.

La majeure partie de l'ensemble piston-cylindre est fabriquée en carbure de tungstène. Ce matériau peut se dilater sous l'effet de la température, ce qui peut conduire à des erreurs sur la section effective si la température d'utilisation t est différente de celle de son étalonnage t_r . La section effective doit par conséquent être corrigée par le facteur $[1 - (\alpha_p + \alpha_c)(t - t_r)]$, où α_p et α_c sont respectivement les coefficients de dilatation linéaire du piston et du cylindre.

L'équation de la pression p à la base du piston peut s'obtenir par la formule (1.4) :

$$p = \frac{\sum_i m_i \cdot g \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_{mi}}\right) + \pi D \cdot \sigma}{S_0 (1 + \lambda \cdot p) [1 - (\alpha_p + \alpha_c)(t - t_r)]} \quad (1.4)$$

La pression p est générée sur la base du piston. Cette base correspond au niveau de référence de la balance de pression (figure 1.4). Pour la comparaison entre deux balances, si les bases du piston n'étaient pas à la même altitude, il est nécessaire de corriger la pression de la différence de pression manométrique entre les niveaux de référence.

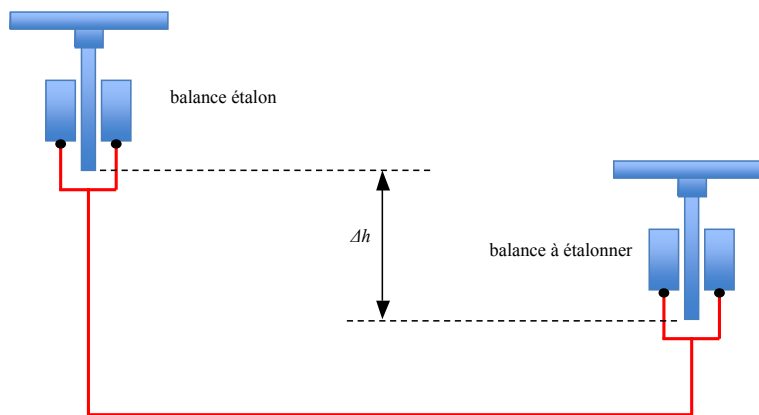


FIGURE 1.4: Montage pour la comparaison de deux balances de pression.

Sur la figure 1.4, Δh représente la différence d'altitude entre le niveau de référence de chaque balance de pression. La correction $\rho_f \cdot g \cdot \Delta h$ est ajoutée à la pression étalon (p_m) qui s'écrit alors (1.5).

$$p_m = \frac{\sum_i m_i \cdot g \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_{mi}}\right) + \pi D \cdot \sigma}{S_0 (1 + \lambda \cdot p) [1 - (\alpha_p + \alpha_c) (t - t_r)]} + \rho_f \cdot g \cdot \Delta h \quad (1.5)$$

1.5 Section effective de l'ensemble piston-cylindre

Le coefficient λ traduit la manière dont la section effective S_p change sous l'application de la pression. Le coefficient λ est directement lié à la section effective S_0 de l'ensemble piston-cylindre et à la section effective S_p défini pour une pression de mesure p , comme on l'a vu dans l'équation (1.3). Afin de déterminer ce coefficient, nous devons connaître les sections effectives S_p et S_0 , que nous allons définir dans ce paragraphe.

1.5.1 Section effective à pression élevée

D'un point de vue physique, la section effective peut être obtenue à partir de l'équilibre des forces agissant sur le piston de la balance de pression dans la direction verticale. Les forces sont de trois types : la force de pesanteur (F_g), la force hydrostatique (F_z), et la force de viscosité (F_v).

L'équation d'équilibre est donnée en (1.6) :

$$F_g + F_z + F_v = 0 \quad (1.6)$$

1.5.1.1 Force de pesanteur

La force de pesanteur F_g est engendrée par la masse placée sur la tête du piston et par la masse du piston. Elles sont soumises à l'accélération de la pesanteur g . Cette force descendante est calculée par la relation (1.7).

$$F_g = \sum_i m_i \cdot g \quad (1.7)$$

1.5.1.2 Forces hydrostatiques

Le piston d'une balance de pression peut être assimilé à un corps solide plongé dans un liquide en équilibre (figure 1.5).

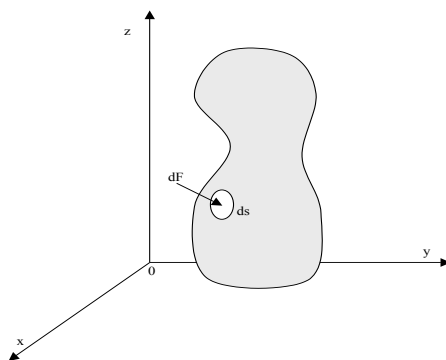


FIGURE 1.5: Force hydrostatique appliquée à un solide plongé dans un liquide [2].

La force exercée sur un élément de surface ds par la pression p est donnée par la relation (1.8) :

$$F_x = - \int \int_s \cos\alpha \cdot p \cdot ds; F_y = - \int \int_s \cos\beta \cdot p \cdot ds; F_z = - \int \int_s \cos\gamma \cdot p \cdot ds \quad (1.8)$$

D'après la formule d'Ostrogradsky (intégration sur le volume), le fluide est à l'équilibre ($F_x = F_y = 0$) et on peut déterminer la force hydrostatique par l'équation (1.9) :

$$F_z = - \int \int \int_V \frac{\partial p}{\partial z} dV \quad (1.9)$$

Si p_1 est la pression à l'altitude $z = 0$, la pression p à l'altitude z peut s'écrire $p(z) = p_1 - \rho_f \cdot g \cdot z$, soit $dp/dz = -\rho_f \cdot g$. La force dans cette zone peut donc s'écrire :

$$F_z = - \int \int \int_V \rho_f \cdot g \cdot dV = \rho_f \cdot g \cdot V \quad (1.10)$$

Dans notre cas, nous admettons comme hypothèse que le piston et le cylindre présentent une symétrie cylindrique autour de l'axe vertical (z). Autrement dit, on suppose

que les défauts de circularité des deux pièces sont négligeables et que le piston est parfaitement centré dans le cylindre.

Le piston peut se décomposer en trois volumes V_1 , V_2 et V_3 (figure 1.6).

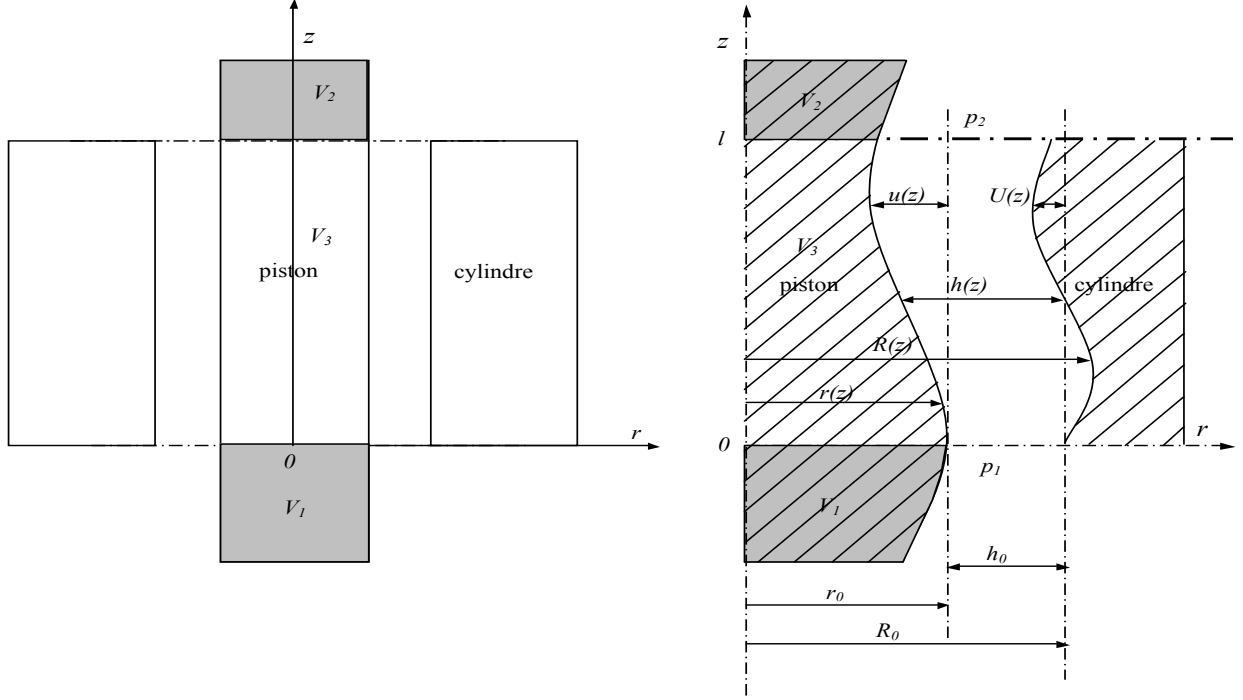


FIGURE 1.6: Ensemble piston-cylindre et un-demi coupe avec les notations.

La première partie, de volume V_1 , qui se trouve en dessous de la base inférieure du cylindre, est soumise au fluide de transfert. La pression p qui s'exerce sur le volume V_1 , pour $z < 0$, s'écrit selon l'équation (1.11) :

$$F_z = - \int \int \int_V \frac{\partial p}{\partial z} dV = \int \int \int_V \rho_f \cdot g \cdot dV = \rho_f \cdot g \cdot V_1 \quad (1.11)$$

La deuxième partie, de volume V_2 , est soumise à l'air ambiant et se trouve sur le haut du piston à l'extérieur du cylindre ($z > l$). Pour cette partie, la pression p qui s'exerce sur V_2 , pour $z > l$, s'écrit selon (1.12) :

$$F_z = - \int \int \int_V \frac{\partial p}{\partial z} dV = \int \int \int_V \rho_a \cdot g \cdot dV = \rho_a \cdot g \cdot V_2 \quad (1.12)$$

La troisième partie du volume, V_3 , est soumise au champ de pression (p_z) qui varie entre la pression p_1 et la pression p_2 . Cette partie se trouve dans la zone d'engagement du cylindre ($0 < z < l$). l est appelée longueur d'engagement de l'ensemble piston-cylindre.

Le piston est un cylindre de révolution ($dV = \pi r^2(z) \cdot dz$). Le rayon du piston peut être écrit $r(z) = r(0) + u(z)$, où $r(0)$ est le rayon du piston à l'altitude $z = 0$. La déformation du piston notée $u(z)$ est très petite devant le rayon du piston ($u(z) \ll r(z)$). A partir de l'équation (1.9), on peut donc déterminer la force hydrostatique F_z par l'équation (1.13) :

$$F_z = \rho_f \cdot g \cdot V_1 + \rho_a \cdot g \cdot V_2 + \pi \cdot r^2(0) \cdot (p_1 - p_2) + 2\pi \cdot r(0) \int_0^l (p(z) - p_2) \cdot \frac{du(z)}{dz} dz \quad (1.13)$$

1.5.1.3 Force de viscosité

La condition d'équilibrée de l'ensemble piston-cylindre est donnée par les lois de la dynamique des fluides. Par conséquent, le profil de la vitesse du fluide en mouvement dans le jeu, en fonction du gradient de pression, peut être déterminé en appliquant l'équation de Navier-Stokes exprimée sous la forme suivante (1.14) [14] :

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} - \frac{1}{\rho_f} \text{grad } p + \nu \cdot \Delta \mathbf{v} + \left(\frac{\xi}{\rho} + \frac{\nu}{3} \right) \text{grad } \text{div } \mathbf{v} \quad (1.14)$$

où \mathbf{v} est le vecteur des vitesses du fluide, t est le temps, \mathbf{F} est la résultante des forces de masse qui s'exercent sur le fluide, ν est la viscosité cinématique du fluide définie comme ($\nu = \eta/\rho$), η est la viscosité dynamique, ξ est la deuxième viscosité, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ est l'opérateur laplacien et $\text{grad } p$ est le gradient de la pression.

Parmi les hypothèses retenues, nous considérerons que le fluide est newtonien et incompressible ($\text{div } \mathbf{v} = 0$), que l'écoulement est laminaire, permanent ($d\mathbf{v}/dt = 0$) et isotherme et que la force de masse du fluide est négligeable ($\mathbf{F} = 0$). Nous obtenons ainsi l'équation simplifiée suivante :

$$\eta \cdot \Delta \mathbf{v} = \text{grad } p \quad (1.15)$$

En supposant que la pression p varie seulement suivant l'axe vertical z . L'équation (1.15) est alors réduite à l'équation suivante :

$$\eta \cdot \Delta \mathbf{v} = \frac{dp}{dz} \quad (1.16)$$

L'opérateur de Laplace ($\Delta \mathbf{v}$) dépend du système de coordonnées du fluide qui s'écoule dans le jeu entre le piston et le cylindre. Dans les modèles utilisés jusqu'à maintenant, le jeu avait été assimilé à une fente parallèle et les calculs avaient été établis avec un modèle de type cartésien. Afin de coller au plus près à la réalité, nous avons opté pour un modèle de type cylindrique. De même, dans les modèles établis par Dadson [9], les conditions de chute du piston n'avaient pas été prises en compte. Pour cette étude, nous avons alors décidé de développer deux nouveaux modèles de calcul, c'est à dire un modèle de type cylindrique en prenant ou pas en compte du fluide au niveau de la paroi du piston.

Nous partons de deux systèmes de coordonnées et des conditions d'adhérence sur les parois du piston. Pour cette étude, les trois modèles d'écoulement (figure 1.7) suivants sont utilisés :

- Le modèle 1 est le modèle de plans parallèles ou le modèle de type cartésien donné par l'équation (1.17) [9],
- Le modèle 2 est le modèle de type cylindrique avec une vitesse nulle à la paroi du piston donné par l'équation (1.18) [15, 16, 17, 18],
- Le modèle 3 est le modèle de type cylindrique avec une vitesse non nulle à la paroi du piston, correspondant à la vitesse de chute du piston. Il est défini par l'équation (1.19) [18].

Après le développement de l'équation (1.16), les trois équations de la vitesse du fluide peuvent ainsi s'écrire :

$$v(r) = \frac{1}{2\eta} \frac{dp(z)}{dz} \left[r^2 + r(z)^2 + \frac{(r(z) + h(z))^2 - r(z)^2}{h(z)} (r - r(z)) \right] \quad (1.17)$$

$$v(r)^* = \frac{1}{4\eta} \frac{dp(z)}{dz} \left\{ r^2 - (r(z) + h(z))^2 + [(r(z) + h(z))^2 - r(z)^2] \frac{\ln \left[\frac{r(z) + h(z)}{r} \right]}{\ln \left[\frac{r(z) + h(z)}{r(z)} \right]} \right\} \quad (1.18)$$

$$v(r)^{**} = v(r)^* + v_f \frac{\ln \left[\frac{r(z) + h(z)}{r} \right]}{\ln \left[\frac{r(z) + h(z)}{r(z)} \right]} \quad (1.19)$$

où $v(r)$, $v(r)^*$ et $v(r)^{**}$ sont respectivement la vitesse du fluide en fonction du rayon pour le modèle 1, le modèle 2 et le modèle 3. Et $h(z)$ est le jeu entre le piston et le cylindre à l'altitude z .

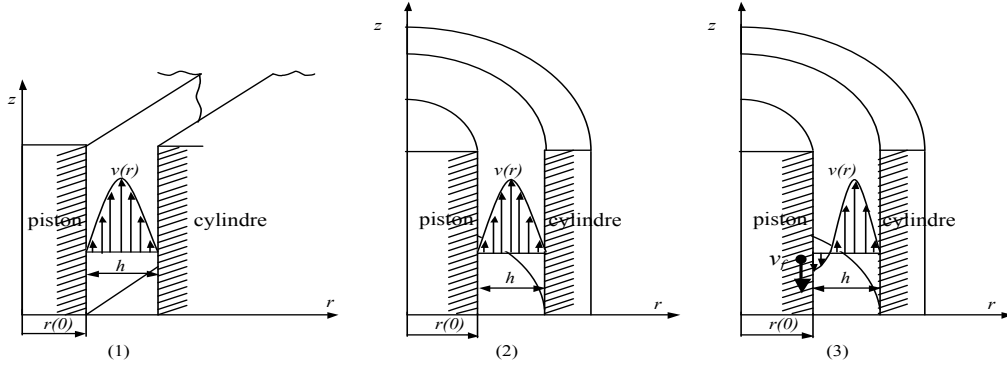


FIGURE 1.7: Modèle de l'écoulement : (1) modèle parallèle (2) modèle cylindrique avec une vitesse nulle à la paroi du piston (3) modèle cylindrique avec une vitesse à la paroi du piston.

Pour un fluide Newtonien, la contrainte tangentielle sur la paroi $\tau = \eta \frac{dv(r)}{dr}$ engendre une force de viscosité $f_v = \tau \cdot ds = \eta \frac{dv(r)}{dr} ds$.

Donc, les forces de viscosité s'écrivent :

$$F_v = \int_0^l \int_0^{2\pi} \eta \frac{dv(r)}{dr} ds \quad (1.20)$$

En prenant la vitesse du fluide du modèle 1 définie par l'équation (1.17) dans l'équation (1.20), les forces de viscosité qui s'appliquent à la paroi du piston, c'est à dire en $r = r(z)$ et $ds = r(0)\theta dz$ s'écrivent :

$$F_v = -\pi r(0) \int_0^l h(z) \frac{dp(z)}{dz} dz \quad (1.21)$$

En substituant les expressions dans les équation (1.7), (1.13) et (1.21) dans l'équation d'équilibre (1.6) et en prenant $p_1 = p$ (pression mesurée) et $p_2 = 0$, on obtient :

$$\rho_f \cdot g \cdot V_1 + \rho_a \cdot g \cdot V_2 + \pi r(0)^2 \cdot p + 2\pi r(0) \int_0^l p(z) \frac{du(z)}{dz} dz - \pi r(0) \int_0^l h(z) \frac{dp(z)}{dz} dz - m_i \cdot g = 0$$

Si on s'intéresse aux forces dans la zone d'engagement ($0 < z < l$), la section effective (S_p) de l'ensemble piston-cylindre est donnée par l'expression (1.22) [19, 20] :

$$S_p = \pi r(0)^2 - \frac{\pi r(0)}{p} \left(\int_0^l h(z) \frac{dp(z)}{dz} dz - 2 \int_0^l p(z) \frac{du(z)}{dz} dz \right) \quad (1.22)$$

Après plusieurs manipulations et changement de variables, on retrouve l'expression de la section effective S_p avec le modèle cartésien (Modèle 1) dans l'équation (1.23) comme exprimée dans [9] suivant (1.23) :

$$S_p = \pi r(0)^2 \left[1 + \frac{h(0)}{r(0)} + \frac{1}{r(0) \cdot p} \int_0^l p(z) \frac{d(u(z) + U(z))}{dz} dz \right] \quad (1.23)$$

ou avec une forme équivalente comme :

$$S_p = \pi r(0)^2 \left[1 + \frac{h(0)}{r(0)} + \frac{1}{r(0) \cdot p} \int_0^l (u(z) + U(z)) \frac{dp(z)}{dz} dz \right] \quad (1.24)$$

et $h(0)$ est le jeu entre le piston et le cylindre à l'altitude $z = 0$.

Parmi les forces données dans l'équation (1.6), seule la force de viscosité F_v nous intéresse car elle est liée à la vitesse du fluide. Pour cela, nous avons repris les équations

des vitesses du fluide (1.18) et (1.19) dans l'équation (1.20). Nous trouvons les équations des forces de viscosité (1.25) et (1.26) concernant les modèles 2 et 3 suivants :

$$F_v^* = F_v + \pi \int_0^l \left[r(z) + h(z) + \frac{(r(z) + h(z))^2 - r(z)^2}{2r(z) \ln \left(\frac{r(z)}{r(z) + h(z)} \right)} \right] \frac{dp}{dz} \cdot r(z) dz \quad (1.25)$$

$$F_v^{**} = F_v^* + \pi \int_0^l \left[\frac{2\eta \cdot v f}{r(z) \ln \left(\frac{r(z)}{r(z) + h(z)} \right)} \right] r(z) dz \quad (1.26)$$

F_v est la force de viscosité dans le modèle 1, F_v^* est la force de viscosité pour le modèle 2 et F_v^{**} est la force de viscosité pour le modèle 3.

Les sections effectives pour les modèles 2 et 3 s'obtiennent en substituant les équations des forces de viscosité (1.25) et (1.26) dans l'équation (1.6). On obtient ainsi les équations (1.27) et (1.28). Où S_p^* est la section effective pour le modèle 2 et S_p^{**} est la section effective pour le modèle 3.

$$S_p^* = S_p - C_{FV1} \quad (1.27)$$

$$S_p^{**} = S_p^* - C_{FV2} \quad (1.28)$$

C_{FV1} est le terme de correction qui correspond avec le système de coordonnées (modèle cylindrique) de l'équation (1.29),

$$C_{FV1} = \frac{\pi}{p} \int_0^l \left[r(z) + h(z) + \frac{(r(z) + h(z))^2 - r(z)^2}{2r(z) \ln \left(\frac{r(z)}{r(z) + h(z)} \right)} \right] \frac{dp}{dz} \cdot r(z) dz \quad (1.29)$$

et C_{FV2} le terme de correction correspondant à la vitesse de chute du piston (v_f).

$$C_{FV2} = \frac{\pi}{p} \int_0^l \frac{2\eta(z).v_f}{r(z)\ln\left(\frac{r(z)}{r(z)+h(z)}\right)} dz \quad (1.30)$$

1.5.2 Section effective à pression nulle

La section effective S_0 est la section de l'ensemble piston-cylindre dans les conditions de référence telles que la température vaut 20°C et la pression atmosphérique 101,325 kPa. La section S_0 est un paramètre très important pour caractériser la balance de pression. Cette section peut être déterminée par comparaison avec un autre ensemble étalon. La section S_0 peut être également calculée à partir de l'équation théorique (1.24) en supposant que la pression $p(z)$ dans le jeu est égale à la pression mesurée p sur toute la longueur d'engagement. Pour ce calcul, nous reprenons l'équation (1.24) et nous déterminons la pression $p(z)$ à partir de l'équation du débit massique du fluide (Q_m) dans le jeu entre le piston et le cylindre.

Dans une balance de pression, la pression à l'entrée du jeu d'un ensemble piston-cylindre est plus élevée que la pression à la sortie du jeu. Par conséquent, le fluide de transfert s'écoule vers le haut. Dans notre cas, on suppose que le fluide de transfert est un fluide incompressible. Le débit Q_m est constant sur toute la hauteur du cylindre. D'autre part, il n'y a pas d'accumulation de fluide dans le jeu. Le débit Q_m à l'entrée du jeu entre le piston et le cylindre est donc le débit de la fuite (débit à la sortie). Le débit Q_m s'écrit alors selon (1.31) :

$$Q_m = \int_s \rho_f \cdot v(r) ds \quad (1.31)$$

Après l'application du profil de vitesse $v(r)$ du fluide dans une expression de l'équation (1.31) selon les trois modèles des équations (1.17), (1.18) et (1.19), la distribution longitudinale de pression $p(z)$ dans le jeu entre le piston et le cylindre peut être déterminée par l'équation (1.32) :

$$p(z) = p \cdot \left[1 - \frac{\int_0^z \frac{\nu(z)}{C_{Q1}(z) \cdot h(z)^3} dz}{\int_0^l \frac{\nu(z)}{C_{Q1}(z) \cdot h(z)^3} dz} \cdot C_{P1} \right] + C_{P2}(z) \quad (1.32)$$

Les termes des corrections dans l'équation (1.32), $C_{Q1}(z)$, C_{P1} et $C_{P2}(z)$, sont définis comme suit :

Le terme de correction lié au passage en modèle cylindrique :

$$C_{Q1}(z) = 2 \frac{(r(z) + h(z))^3 - r(z)^3}{h(z)^3} - 3 \frac{(r(z) + h(z))^2 - r(z)^2}{h(z)^2 \ln \left(\frac{r(z) + h(z)}{r(z)} \right)} \quad (1.33)$$

Le terme de correction lié à la vitesse de chute v_f et au passage en modèle cylindrique s'exprime par :

$$C_{P1} = 1 + \frac{6 \int_0^l \frac{\nu(z)}{h(z)^3} \cdot \frac{C_{Q2}}{C_{Q1}} dz}{p} \quad (1.34)$$

$$C_{P2}(z) = 6 \int_0^z \frac{\nu(z)}{h^3(z)} \cdot \frac{C_{Q2}(z)}{C_{Q1}(z)} dz \quad (1.35)$$

Avec

$$C_{Q2}(z) = 2\rho_f(z) \cdot v_f \left[\frac{h(z)}{\ln \left(\frac{r(z) + h(z)}{r(z)} \right)} - r(z) \right] \quad (1.36)$$

L'équation (1.32) détermine la distribution longitudinale de pression du modèle 3. Pour le modèle 2, nous prenons pour vitesse de chute v_f nulle dans l'équation (1.36). Pour le modèle 1, l'équation est celle du modèle 2 mais le terme de correction C_{Q1} est égal à 1.

La section effective S_0 est déterminée à la position d'équilibre pour une vitesse de chute v_f nulle, et pour une pression constante. C'est à dire que la pression p appliquée à la base du piston est égale à la pression $p(z)$ dans le jeu entre le piston et le cylindre ($p = p(z)$). Dans ces conditions, la viscosité du fluide est aussi constante tout le long de la longueur d'engagement.

Après l'application de la distribution longitudinale de pression $p(z)$ donnée par l'équation(1.32) dans l'équation (1.24), la section effective S_0 pour le modèle cartésien s'écrit :

$$S_0 = \pi r^2(0) \left\{ 1 + \frac{h(0)}{r(0)} + \frac{1}{r(0)} \cdot \frac{\int_0^l \frac{(u(z) + U(z))}{h^3(z)} dz}{\int_0^l \frac{1}{h^3(z)} dz} \right\} \quad (1.37)$$

Les sections effectives S_0^* pour les modèles cylindriques 2 et 3 sont similaires. Elle s'obtient après l'application des termes de correction qui sont liés au passage en modèle cylindrique. La section S_0^* se définit selon (1.38),

$$S_0^* = S_0 + C_{S0} \quad (1.38)$$

où S_0 est la section effective pour le modèle cartésien donnée par l'équation (1.37). Le terme de correction C_{S0} est déterminé selon (1.39) :

$$C_{S0} = -\pi \frac{\int_0^l \left(r(z) + h(z) + \frac{(r(z) + h(z))^2 - r(z)^2}{2r(z) \ln \left(\frac{r(z)}{r(z) + h(z)} \right)} \right)}{\int_0^l \frac{1}{h(z)^2} dz} \quad (1.39)$$

1.6 Coefficient de déformation

Le coefficient de déformation de l'ensemble piston-cylindre est un paramètre très important pour la balance de pression, plus particulièrement lors d'opérations menées dans la zone de haute pression à partir de 50 MPa. Ce coefficient dépend de la conception de l'ensemble piston-cylindre et de la pression appliquée en fonctionnement.

Sous l'effet de la pression, le piston et le cylindre se déforment. En conséquence, la section effective évolue quand la pression augmente, comme l'exprime l'équation (1.3). Pour l'ensemble piston-cylindre qui est subit une pression à la base du piston, ce coefficient se nomme λ .

La déformation du cylindre sous l'effet de la pression a également pour conséquence d'augmenter le jeu entre le piston et le cylindre, et donc le débit du fluide. Pour limiter ce débit, nous appliquons une pression à l'extérieur du cylindre, appelée contre-pression (P_j). Elle contrôle le jeu entre le piston et le cylindre (jeu contrôlé). La pression P_j est indépendante de la pression mesurée (p). Dans ces conditions, nous pouvons définir la section effective S_p pour l'équation (1.40) :

$$S_p = S_0 (1 + \lambda' \cdot p) \quad (1.40)$$

Le coefficient λ' est appelé coefficient de déformation en jeu contrôlé et le coefficient λ est appelé coefficient de déformation en libre déformation.

L'équation générale pour déterminer la section effective S_p quelle que soit la pression p et la contre-pression P_j peut être définie par l'expression :

$$S_p = S_0 (1 + \lambda \cdot p - n \cdot P_j) \quad (1.41)$$

Le coefficient n , appelé coefficient de déformation avec contre-pression, est un élément de comparaison des coefficients λ et λ' définis sur les équations (1.3) et (1.40). A partir des équations (1.40) et (1.41) nous obtenons l'équation (1.42) :

$$\lambda - \lambda' = n \cdot \frac{P_j}{p} \quad (1.42)$$

1.6.1 Méthode expérimentale

Les méthodes utilisées pour déterminer les coefficients λ , λ' et n peuvent être classées comme expérimentales ou théoriques. La technique expérimentale la plus fréquemment utilisée est la méthode d'accroissement de la masse. Cette méthode consiste à comparer des ensembles piston-cylindre deux à deux. Le premier ensemble piston-cylindre est utilisé comme étalon et le second est l'ensemble piston-cylindre à étalonner. Cette méthode est présentée en détail dans le chapitre 2.

1.6.2 Méthode théorique basée sur l'équation de Lamé

Les méthodes théoriques sont basées sur l'évaluation du coefficient de déformation par méthode analytique ou numérique. La solution analytique est basée sur l'équation de Lamé, tirée de Timoshenko [21].

Quand la pression p à la base du piston est augmentée, le jeu entre le piston et le cylindre augmente également. Les rayons du piston et du cylindre sont déformés. Ces déformations peuvent être calculées à partir de la théorie de la résistance des matériaux (RDM). Pour déterminer la déformation du rayon de l'ensemble piston-cylindre, les équations d'équilibre et la compatibilité des contraintes doivent être vérifiées.

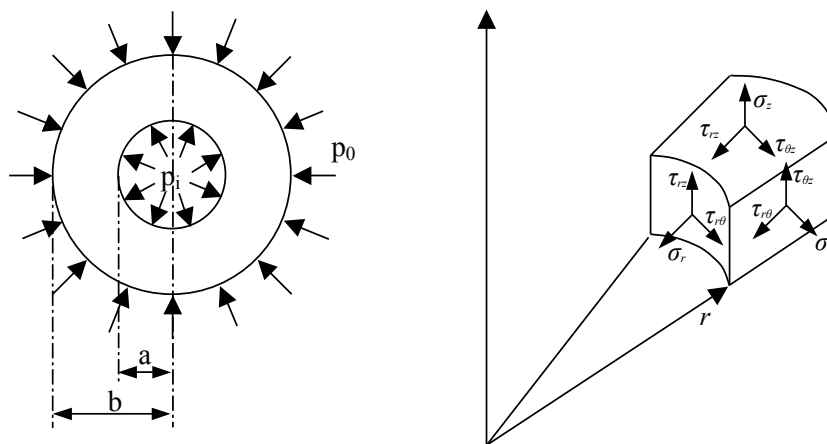


FIGURE 1.8: Section radiale et contraintes en coordonnées cylindriques.

Nous considérons dès à présent l'équilibre élastique, homogène, solide, isotrope et axisymétrique. Avec les notations de la figure 1.8, l'équation générale de la déformée des rayons du piston et du cylindre est obtenue par l'équation (1.43),

$$u(z) \text{ où } U(z) = \frac{(1 - \mu)}{E} \cdot \frac{(a^2 \cdot p_i - b^2 \cdot p_0)}{(b^2 - a^2)} \cdot r + \frac{(1 - \mu)}{E} \cdot \frac{a^2 \cdot b \cdot (p_i - p_0)}{(b^2 - a^2) \cdot r} \quad (1.43)$$

où u est la déformation, μ est le coefficient de Poisson, E est le module d'Young.

Pour l'ensemble piston-cylindre, le coefficient de déformation est le rapport entre la déformation moyenne du piston (\bar{u}) et du cylindre (\bar{U}) et la pression p donnée par l'équation suivante :

$$\lambda = \frac{\bar{u} + \bar{U}}{p \cdot r} \quad (1.44)$$

Les déformations moyennes \bar{u} et \bar{U} sont définies par les équations (1.45) et (1.46) :

$$\bar{u} = u(0) + \frac{1}{p} \int_0^l p(z) \frac{du(z)}{dz} dz \quad (1.45)$$

$$\bar{U} = U(0) + \frac{1}{p} \int_0^l p(z) \frac{dU(z)}{dz} dz \quad (1.46)$$

où $u(0)$ et $U(0)$ sont respectivement les déformations à la base du piston et du cylindre. $u(z)$ et $U(z)$ sont respectivement les déformations à l'altitude z du piston et du cylindre définies dans l'équation (1.43). $p(z)$ est la distribution longitudinale de pression dans le jeu définie comme un champ linéaire ($p(z) = p(1 - z/l)$).

Dans cette étude, trois types d'ensembles piston-cylindre sont caractérisés. Ce sont les ensembles piston-cylindre en libre déformation, en jeu contrôlé ainsi qu'en jeu contrôlé avec cylindre frété. Les équations des coefficients de déformation de l'ensemble piston-cylindre sont donc calculées par les relations suivantes :

Pour l'ensemble piston-cylindre en libre déformation et en jeu contrôlé, on utilise l'équation (1.47),

$$\lambda \text{ où } \lambda' = \left(\frac{3\mu_p - 1}{2E_p} \right) + \frac{1}{2E_c} \left(\frac{R_c^2 + r_c^2 - 2R_c^2 \cdot k}{R_c^2 - r_c^2} + \mu_c \right) \quad (1.47)$$

où μ_p et μ_c sont respectivement les coefficients de Poisson du piston et du cylindre, E_p et E_c sont les modules d'Young du piston et du cylindre, r_c et R_c sont les rayons interne et externe du cylindre et k est le coefficient de la contre-pression ($k = P_j/p$).

Pour l'ensemble piston-cylindre en libre déformation et jeu contrôlé avec cylindre frété, on utilise l'équation (1.48),

$$\lambda \text{ où } \lambda' = \left(\frac{3\mu_p - 1}{2E_p} \right) + \frac{1}{2E_c} \left(\frac{R_c^2 + r_c^2}{R_c^2 - r_c^2} + \mu_c - \frac{a \cdot d + 2k \cdot b \cdot d}{c} \right) \quad (1.48)$$

où $a = \frac{1}{E_c} \left(\frac{2r_c^2}{R_c^2 - r_c^2} \right)$, $b = \frac{1}{E_f} \left(\frac{2R_f^2}{R_f^2 - R_c^2} \right)$, $c = \frac{1}{E_f} \left(\frac{R_f^2 + R_c^2}{R_f^2 - R_c^2} + \mu_f \right)$ et $d = \frac{2R_c^2}{R_c^2 - r_c^2}$. E_f est le module d'Young de la frette, μ_f est le coefficient de Poisson de la frette et R_f est le rayon externe de la frette.

1.6.3 Méthode théorique basée sur la simulation numérique

Une autre manière de déterminer le coefficient de déformation est basée sur l'analyse numérique combinée de l'écoulement du fluide dans le jeu entre le piston et le cylindre et les distorsions élastiques de l'ensemble piston-cylindre. Pour la détermination des distorsions élastiques, la déformation du piston et du cylindre est calculée par la méthode des éléments finis. Cette méthode est présentée dans le chapitre 3. L'écoulement du fluide est réalisé par la méthode analytique.

1.7 Propriétés du fluide de transfert

Le di(2-héthylhexyl) sebacate est le fluide de transfert le plus couramment utilisé dans les balances de pression. Les caractéristiques nécessaires à l'étude des écoulements sont sa masse volumique et sa viscosité. Les valeurs actuellement retenues sont issues de deux sources. La première est publiée par l'American Society of Mechanical Engineers (ASME) datant de 1953 [22]. La seconde est une étude plus récente réalisée par Philippe Vergne au Laboratoire de Mécanique des Contacts de Villeurbanne (LMC - France) [23, 24], pour laquelle les mesures sont réalisées à des pressions qui n'excèdent pas 500

MPa. Une synthèse de ces deux publications a été réalisée par G.F. Molinar et publiée dans un rapport interne dans le cadre du projet Euromet 463 [25]. Les équations de la masse volumique (ρ) et de la viscosité dynamique (η), qui dépendent de la pression, à 20°C, sont décrites par les équations établies par G.F. Molinar sur la base des données expérimentales.

Pour $p \leq 500$ MPa, la viscosité $\eta(p)$ et la masse volumique $\rho(p)$ sont respectivement données par les équations (1.49) et (1.50).

$$\eta(p) = 0,021554 (1 + 1,90036 \cdot 10^{-3}p)^{8,8101} \quad (1.49)$$

$$\rho(p) = 912,6657 + 0,752097p - 1,64485 \cdot 10^{-3}p^2 + 1,45625 \cdot 10^{-6}p^3 \quad (1.50)$$

Pour $500 \text{ MPa} < p \leq 1 \text{ GPa}$, elles sont décrites sur la base de données expérimentales de l'ASME, réalisées en 1953 :

$$\begin{aligned} \eta(p) = & 469,968 - 4,93208p + 0,0213348p^2 - 4,8768 \cdot 10^{-5}p^3 \\ & + 6,25155 \cdot 10^{-8}p^4 - 4,28033 \cdot 10^{-11}p^5 + 1,2575 \cdot 10^{-14}p^6 \end{aligned} \quad (1.51)$$

$$\rho(p) = 915,61 + 0,505727p - 0,661573 \cdot 10^{-3}p + 0,584283 \cdot 10^{-6}p^3 - 0,204436 \cdot 10^{-9}p^{-4} \quad (1.52)$$

L'incertitude-type relative des données décrites par les équations (1.49) et (1.50) est de 1%. Celle décrite par les équations (1.51) et (1.52) sont supérieures à 3%. Cependant, le modèle ne permet de faire les calculs de viscosité η que pour une température de fluide égale à 20°C. L'autre inconvénient réside dans le fait que pour couvrir le domaine de 1 GPa, nous sommes obligés d'utiliser deux équations. Ainsi, il est nécessaire de combiner les modèles définis par P. Vergne pour des pressions allant jusqu'à 500 MPa et un modèle polynomial de degré 6 défini à partir des mesures de l'ASME pour les pressions supérieures. Pour nos études expérimentales, nous souhaitons faire directement les corrections avec la pression, mais aussi avec la température. C'est pourquoi LNE a repris les travaux cités précédemment et avons recherché un nouveau modèle permettant de prendre simultanément en compte ces deux paramètres. Parmi les mesures publiées par l'ASME et le LMC, seule une température de 25°C est commune. A cette température,

nous pouvons constater que les valeurs sont parfaitement corrélées, mais possèdent un écart relatif maximal égale à -15,3% pour des pressions inférieures à 500 MPa (tableau 1.2). Ces résultats ont été obtenus en comparant les valeurs de l'ASME aux valeurs mesurées par le LMC (figure 1.9) après avoir ajusté les paliers des pressions en utilisant le modèle de la loi (1.53) défini à 25°C.

$$\eta(p, 25^\circ\text{C}) = 0,0168044 \left(1 + 2,47104 \cdot 10^{-3}p\right)^{7,0688} \quad (1.53)$$

Pour créer ce nouveau modèle, nous sommes partis de la loi de Eyring P. [23] qui donne la meilleure corrélation entre la température et la viscosité.

$$\eta(t) = a_1 \cdot \exp\left(\frac{a_2}{T^n}\right) \quad (1.54)$$

Avec $n = 3,284$, $a_1 = 0,60474 \cdot 10^{-3}$, et $a_2 = 0,448 \cdot 10^9$, T étant la température absolue exprimée en K.

Puis nous avons retenu un modèle de viscosité suivant une loi en puissance de dix :

$$\eta(p, t) = \eta(t) \cdot 10^{\alpha(t) \cdot p^q} \quad (1.55)$$

Pour estimer les paramètres α et q , nous avons utilisé l'algorithme de Levenberg-Marquardt à l'aide du logiciel LabVIEW [26] qui permet d'ajuster des courbes non linéaires et dépendant de plusieurs variables.

t (°C)	$\alpha(t)$	q
0,0	0,016767	0,828447
25,0	0,014948	0,816875
37,8	0,016202	0,792110
98,9	0,014132	0,761647

TABLE 1.1: Évolution des paramètres $\alpha(t)$ et q avec la température.

Les évolutions des paramètres $\alpha(t)$ et q avec la température sont montrées dans le tableau 1.1. Pour simplifier le modèle, nous prenons la valeur moyenne pour le coefficient

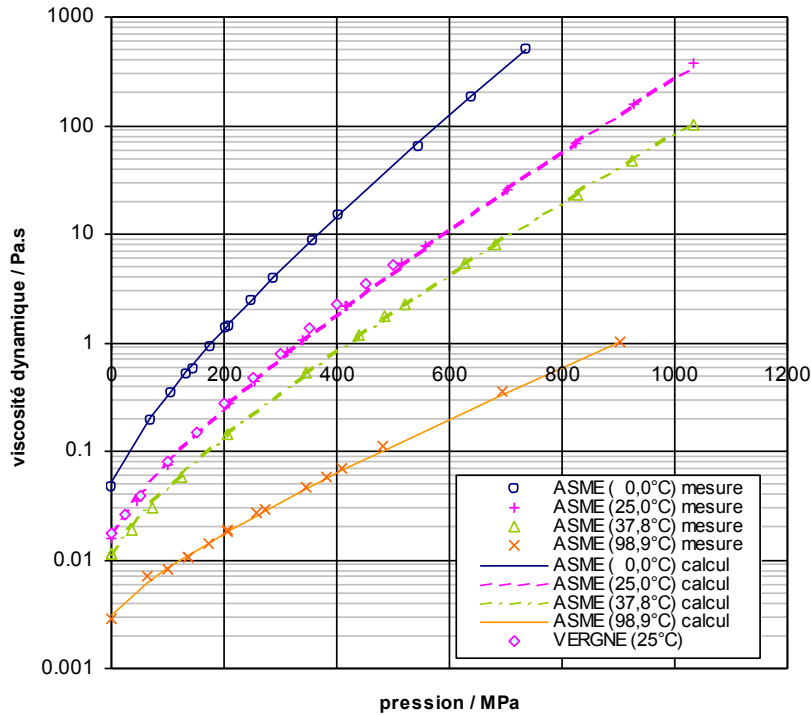


FIGURE 1.9: Viscosité dynamique (η) en fonction de la pression pour différentes températures.

q soit 0,79977 que nous arrondirons à 0,80. Il reste à estimer le paramètre $\alpha(t)$ pour lequel nous avons choisi une loi en puissance de dix :

$$\alpha(t) = b_1 \cdot 10^{b_2 \cdot t^m} \quad (1.56)$$

Pour b_1 nous prendrons pour valeur $t = 0^\circ\text{C}$, soit $b_1 = 0,020221$, $b_2 = -0,005171$, et $m = 0,860247$.

Pour ce nouveau modèle nous trouvons un écart relatif maximal égale à 11,6% par rapport aux données ASME et à 22,6% par rapport au modèle de LMC, et pour la température de 25°C. Les viscosités du fluide de transfert obtenues avec notre modèle, le LMC modèle et les mesures par ASME sont données dans le tableau 1.2.

1.7. PROPRIÉTÉS DU FLUIDE DE TRANSFERT

Pression (MPa)	Viscosité (Pa·s)					
	Modèle 2013	LMC 1990	ASME 1953	Écart (Modèle-2013 et LMC)	Écart (Modèle-2013 et ASME)	Écart (LMC et ASME)
0	0,0173	0,0168	0,01744	-0,0005	0,0002	-0,0006
0	0,0173	0,0168	0,01761	-0,0005	0,0003	-0,0008
0	0,0173	0,0168	0,01555	-0,0005	-0,0017	0,0013
46	0,0391	0,0357	0,035	-0,0034	-0,0041	0,0007
99	0,0786	0,0785	0,07378	-0,0001	-0,0048	0,0047
209	0,2738	0,3186	0,2778	0,0447	0,0040	0,0408
254	0,4390	0,5282	0,4488	0,0892	0,0098	0,0794
313	0,7870	0,9646	0,8273	0,1776	0,0403	0,1373
340	1,020	1,2502	1,059	0,2298	0,0386	0,1912
414	2,057	2,4540	2,207	0,3966	0,1496	0,2470
417	2,110	2,5130	2,218	0,4026	0,1076	0,2950
514	5,042	5,5095	5,319	0,4680	0,2774	0,1905
558	7,47	-	7,740	-	0,2720	-
703	25,53	-	25,94	-	0,4091	-
823	68,04	-	68,93	-	0,8914	-
926	153,97	-	157,4	-	3,4253	-
1032	352,38	-	369,8	-	17,4205	-

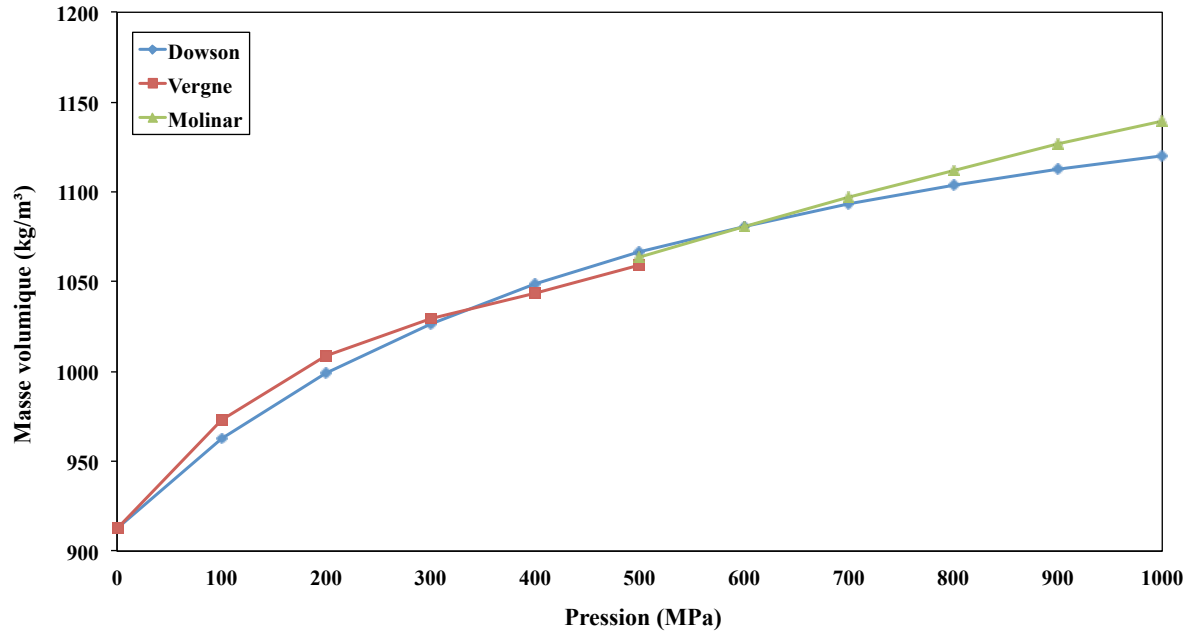
TABLE 1.2: Écart des viscosités du fluide de transfert à 25°C entre les résultats obtenus par nouveau modèle et l’American Society of Mechanical Engineers (ASME) et Vergne, en fonction de la pression.

De même, pour la masse volumique ρ du fluide, on est obligé d’utiliser deux équations telle que celles définies par P. Vergne et par G.F. Molinar (figure 1.10) pour la viscosité. Donc pour nos études, la masse volumique s’appuie sur la loi proposée par Dowson et Higginson [27] dont les coefficients ont été modifiés dans l’équation suivante :

$$\frac{\rho(p)}{\rho_0} = \frac{5,4 \cdot 10^8 + 1,35 \cdot 10^6 p}{5,4 \cdot 10^8 + 10^6 p} \quad (1.57)$$

avec $\rho_0 = 912,67 \text{ kg/m}^3$.

Les écarts des masses volumiques entre les résultats obtenus par Dowson et Vergne, ainsi que par Molinar à 20°C sont donnés dans le tableau 1.3. Dans ce tableau, nous avons trouvé que l’écart maximal des masses volumique est d’environ 2% pour une pression de 1 GPa.

FIGURE 1.10: Masse volumique (ρ) en fonction de la pression.

Pression (MPa)	Masse volumique (kg/m ³)			Écart
	Dowson	Vergne	Molinar	
0	912,670	912,666	-	-0,004
100	962,582	972,883	-	10,302
200	999,004	1008,941	-	9,937
300	1026,754	1029,577	-	2,823
400	1048,600	1043,529	-	-5,071
500	1066,244	1059,533	-	-6,711
600	1080,793	-	1080,590	-0,203
700	1092,996	-	1096,772	3,776
800	1103,377	-	1112,201	8,824
900	1112,317	-	1126,702	14,385
1000	1120,095	-	1139,611	19,516

TABLE 1.3: Écart des masses volumiques à 20 entre les résultats obtenus par Dowson, Vergne et Molinar, en fonction de la pression.

1.8 Propriétés des matériaux

Les propriétés du matériau des ensembles piston-cylindre sont des quantités très importantes si nous nous intéressons à la déformation de l'ensemble piston-cylindres.

En effet, le coefficient de déformation est directement proportionnel au module d'Young (E) et dépend aussi du coefficient de Poisson (μ). Le matériau choisi pour la fabrication de la plupart des pistons et des cylindres est le carbure de tungstène parce qu'il a une très haute résistance à la compression.

Au Laboratoire National de Métrologie et d'Essais (LNE), une étude expérimentale interne a été effectuée sur le module E et le coefficient μ . Les mesures ont été réalisées sur une éprouvette en carbure de tungstène allié avec 6% de cobalt. Les résultats donnés par ces mesures étaient les suivantes :

$$E = (626,8 \pm 4,8) \text{ GPa et } \mu = (0,2122 \pm 0,0029)$$

Pour cette étude, les matériaux des pistons et des cylindres des ensembles 50 MPa et 200 MPa sont le carbure de tungstène. Les ensembles piston-cylindre de 1 GPa, les matériaux sont le carbure de tungstène pour le piston et le cylindre, la frette du cylindre est en acier. Les caractéristiques de cet acier sont données par le fournisseur du matériau. Son module d'élasticité E et son coefficient μ sont :

$$E = (206 \pm 7) \text{ GPa et } \mu = (0,3 \pm 0,02)$$

1.9 Vitesse de chute du piston

Comme on l'a dit précédemment, la pression à l'entrée du jeu entre le piston et le cylindre est plus élevée que la pression à la sortie du jeu. Par conséquent, le fluide de transfert s'écoule de la chambre où règne la pression de mesure p_1 vers la sortie où règne la pression p_2 (figure 1.3). Ceci a pour effet de faire chuter le piston. On peut nommer la vitesse de chute du piston (v_f).

La vitesse de chute du piston (v_f) est un paramètre physique indirect pour le calcul de la pression qui règne dans la balance. Elle est donnée par l'équation (1.5). La vitesse de chute v_f est aussi un paramètre très important pour la vérification des performances de la balance de pression. Elle permet de vérifier la condition d'équilibre dans la procédure de comparaison de deux balances de pression. La vitesse de chute v_f doit être la plus faible possible afin de maintenir l'ensemble piston-cylindre en équilibre pendant

une durée suffisamment longue. Par ailleurs, nous pouvons utiliser le comportement de la vitesse de chute v_f pour apprécier les distorsions du piston et du cylindre sous l'effet de la pression.

La vitesse de chute v_f est proportionnelle au débit du fluide qui s'écoule entre le piston et le cylindre sous l'effet de la différence de pression entre la pression de mesure, p_1 et la pression en haut du piston, p_2 . Nous pouvons donc déterminer la vitesse de chute v_f à partir de l'équation de débit (1.31) tel que :

$$Q_m = \int_s \rho_f \cdot v(r) \cdot ds = \pi r(0)^2 \cdot \rho_f \cdot v_f \quad (1.58)$$

La vitesse de chute v_f à basse pression peut permettre de déterminer le jeu h entre le piston et le cylindre à partir de l'équation (1.58). Par exemple, avec le modèle cartésien (Modèle 1) et après l'application de l'équation de la vitesse du fluide (1.17) dans l'équation (1.58), le jeu entre le piston et le cylindre peut être calculé selon l'équation (1.59) :

$$h = \sqrt[3]{6r_0 \cdot v_f \cdot \eta(p) \cdot \frac{l}{p}} \quad (1.59)$$

1.10 Type de montage de l'ensemble piston-cylindre

Normalement, la pression mesurée est appliquée sur la base du piston. Sous cette action, la section effective de l'ensemble piston-cylindre évolue en raison de la flexibilité des matériaux du piston et du cylindre. De même, la sensibilité de la section à la pression peut être changée grâce à des conceptions différentes de l'ensemble piston-cylindre. La conception des ensembles piston-cylindre est utilisée jusqu'à présent suivant trois différents types de balance présentés sur la figure 1.11 et décrits dans les trois paragraphes qui suivent :

1.10.1 Montage libre déformation

C'est le montage le plus répandu pour les balance de pression. Dans ce cas, la pression p est simplement appliquée à la base du piston. Ce type de montage est limité

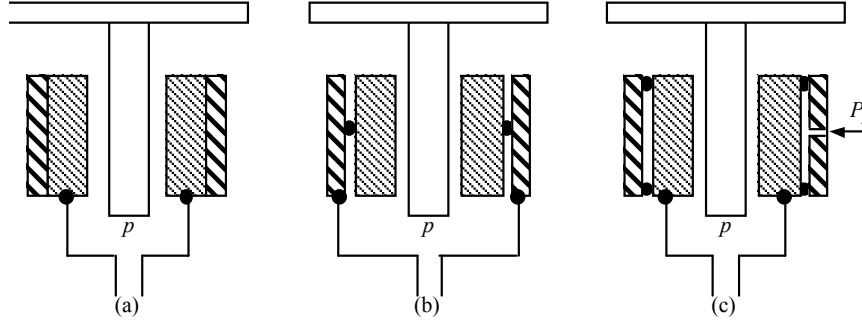


FIGURE 1.11: Trois types de montage de l'ensemble piston-cylindre pour la balance de pression, libre déformation (a), ré-entrant (b) et jeu contrôlé (c).

aux basses pression, car lorsque la pression augmente, le jeu entre le piston et le cylindre augmente aussi. Ceci a pour effet d'augmenter la vitesse de chute du piston et par conséquent diminuer le temps de mesure. La pression maximale pour ce type de montage est d'environ 500 MPa.

1.10.2 Montage ré-entrant

Pour limiter la vitesse de chute du piston et maintenir un palier de pression, il est possible d'appliquer la pression de mesure à la base du piston, mais aussi à l'extérieur du cylindre, jusqu'à une certaine hauteur. Ceci permet de limiter les déformations. La pression maximale d'utilisation pour un montage ré-entrant est d'environ 700 MPa.

1.10.3 Montage jeu contrôlé

Ce type de montage est très efficace pour limiter la déformation de l'ensemble piston-cylindre sur toute la longueur du cylindre. Il consiste à appliquer une pression indépendante P_j (contre-pression) sur l'extérieur de la surface du cylindre. La contre-pression (P_j) peut être réglée pour obtenir un jeu de l'ensemble piston-cylindre, et définir la section effective de l'ensemble. De même, on peut déterminer la contre-pression maximale qui produit un jeu théoriquement égal à zéro. Ce montage permet de mesurer la pression jusqu'à 1 GPa.

1.11 Conclusions

Ce chapitre nous a permis d'avoir une vue générale sur l'histoire de la balance de pression, son fonctionnement ainsi que sur les études des différents phénomènes physiques associés. La théorie sur la section effective et le champ de pression dans le jeu entre le piston et le cylindre a été décrite. Les calculs de ces paramètres suivant trois modèles d'écoulement du fluide ont été présentés, ils permettront de déterminer le coefficient de déformation à l'aide de la méthode numérique. De plus, le calcul de la vitesse de chute du piston qui prend en compte les trois modèles d'écoulement, a également été introduit. Pour finir, les propriétés du fluide (sebacate) et du matériau (carbure de tungstène et acier), ainsi que les types de montage de l'ensemble piston-cylindre ont été détaillés.

Chapitre 2

Étude expérimentale

Sommaire

2.1	Introduction	34
2.2	Détermination du jeu au montage	38
2.2.1	Mesure de la course de déplacement du piston	41
2.2.2	Mesure de la position du piston	43
2.2.3	Incertitude sur la détermination du jeu	44
2.2.4	Résultats	44
2.3	Mesure des vitesses de chute du piston	49
2.3.1	Incertitude sur la vitesse de chute du piston	49
2.3.2	Résultats	50
2.4	Détermination de la section effective à pression nulle	60
2.4.1	Incertitude sur la détermination de la section	64
2.4.2	Résultats	66
2.5	Détermination des sections effectives et des coefficients de déformation	67
2.5.1	Principe de la méthode	70
2.5.2	Résultats	71
2.6	Conclusions	77

2.1 Introduction

La référence nationale de haute pression, mise en place en 1976, se compose de deux balances (figure 2.1) qui permettent de déposer chacune 1 tonne de masse sur la tête des pistons. Elles sont aussi équipées d'un moteur permettant la mise en rotation permanente des pistons, d'une sonde de température pour corriger les dilatations des ensembles piston-cylindre et d'un capteur de déplacement de type inductif pour la mesure des vitesses de chute du piston et pour contrôler les équilibres entre pistons. Ces balances acceptent trois types de blocs de mesure tels que les blocs de 50 MPa, 200 MPa et 1 GPa. Le schéma descriptif de la balance de pression est représenté dans la figure 2.2.

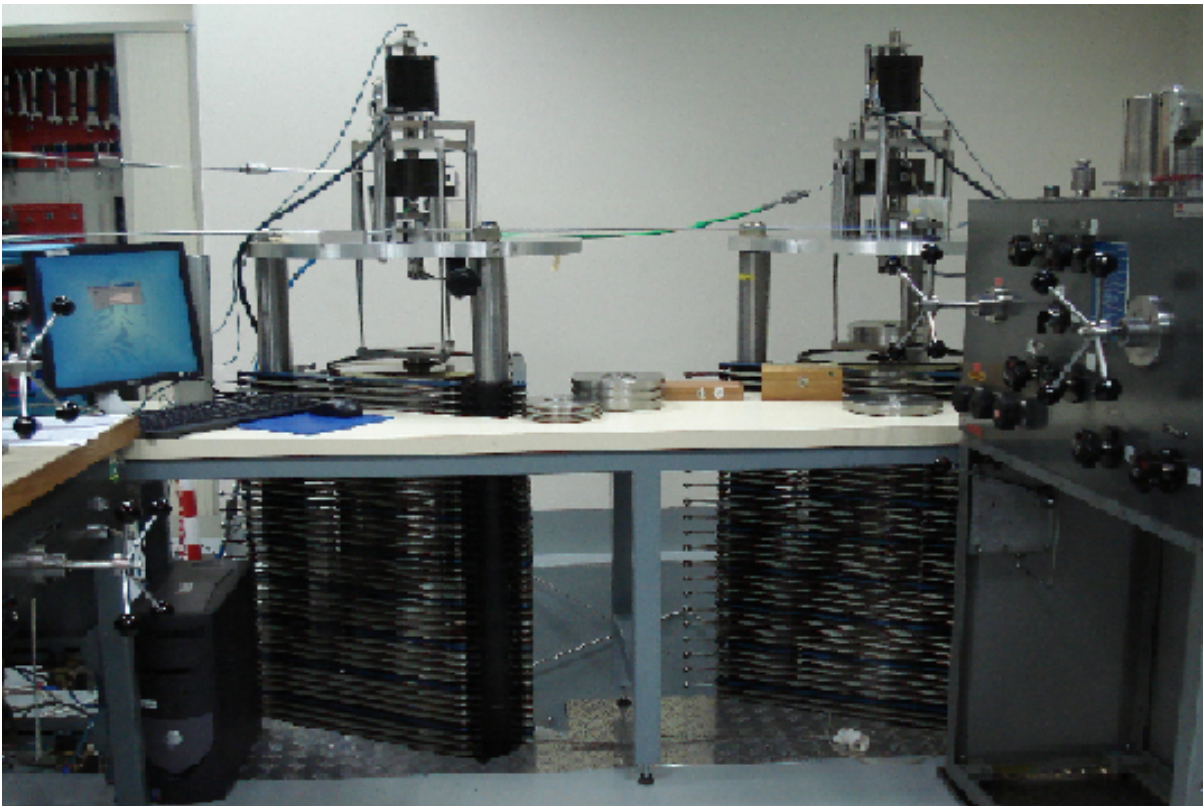


FIGURE 2.1: Dispositif de la balance d'essai de pression, référence hautes pressions (à gauche balance A et à droite balance B).

Le Laboratoire National de métrologie et d'Essais (LNE) possède trois ensembles

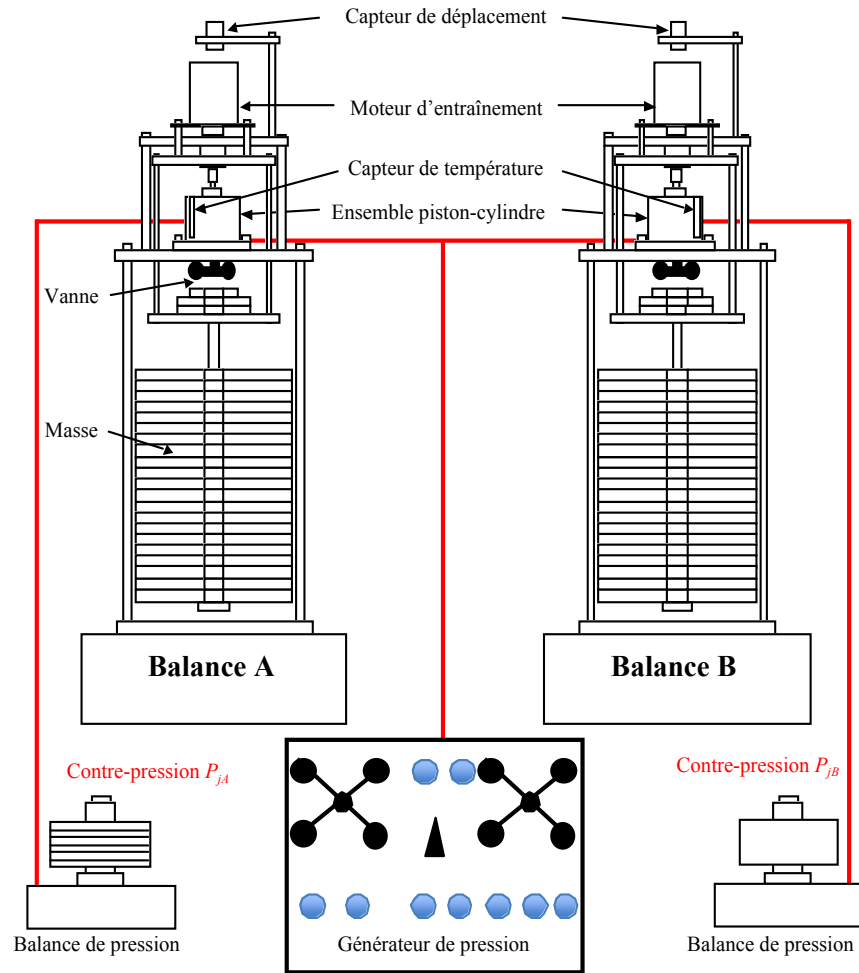


FIGURE 2.2: Schéma de la balance de pression.

piston-cylindre du type 50 MPa, cinq ensembles piston-cylindre 200 MPa et cinq ensembles piston-cylindre 1 GPa. Cela permet de faire des comparaisons croisées et d'améliorer la robustesse des résultats. Ces balances permettent aussi de faire varier indépendamment le jeu entre le piston et le cylindre en appliquant une pression sur la périphérie extérieure des cylindres (contre-pression). Les schémas des ensembles piston-cylindre sont représentés par la figure 2.3 pour l'ensemble piston-cylindre 50 MPa, la figure 2.4 pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa et la figure 2.5 pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa.

Le fluide de transfert de la pression est le di(2) ethylhexyl sebacate (DEHS) dont la masse volumique (ρ) et la viscosité dynamique (η) dépendent de la pression et de la température. Les équations qui régissent ces propriétés sont les équations (1.55) et (1.57).

Les ensembles piston-cylindre 50 MPa et 200 MPa sont réalisés en carbure de tungstène. Le cylindre de l'ensemble piston-cylindre 1 GPa possède une frette en acier qui permet à l'ensemble de supporter les pressions très élevées.

Ces balances de pression ont été installées dans un laboratoire climatisé où la température est réglée à $(20 \pm 1)^\circ\text{C}$ et l'humidité relative contrôlée au voisinage de 50%.

Dans ce chapitre, nous commençons par déterminer des jeux au montage (h_0) entre le piston et le cylindre à partir de la mesure de vitesse de chute du piston (v_f) à basse pression. Ensuite, on détermine les sections effectives à pression nulle par comparaison directe. Puis, on détermine les sections effectives avec la pression pour calculer le coefficient de déformation par la méthode de variation de la contre-pression. Durant la dernière phase, les vitesses de chute v_f sont aussi mesurées afin de valider le calcul numérique par éléments finis développé dans le chapitre 3.

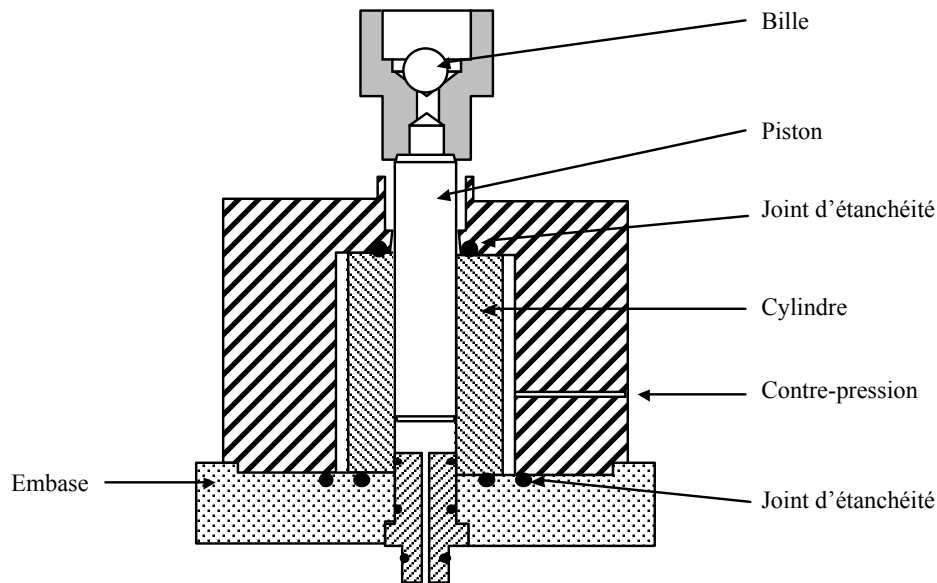


FIGURE 2.3: Schéma de l'ensemble piston-cylindre 50 MPa.

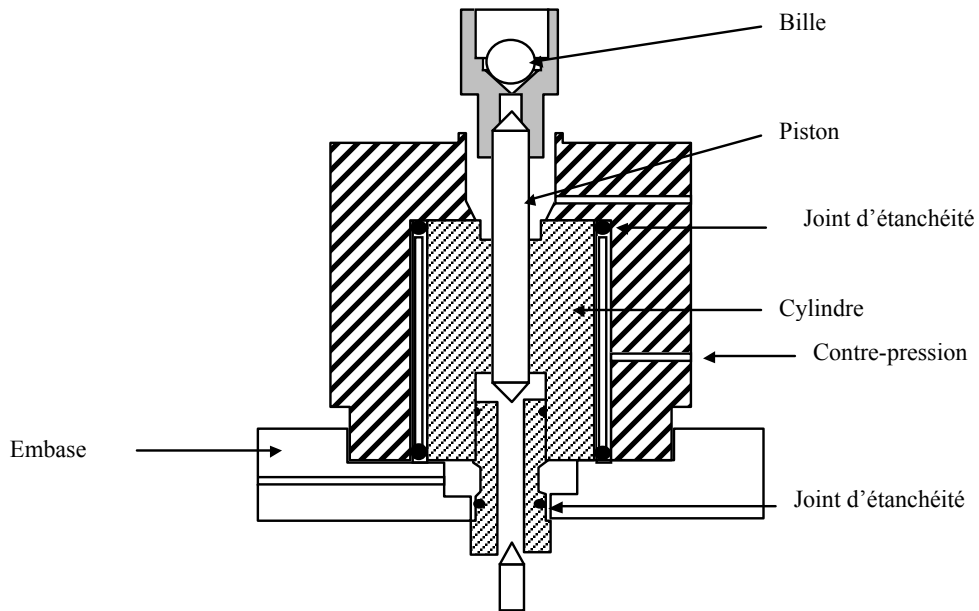


FIGURE 2.4: Schéma de l'ensemble piston-cylindre 200 MPa.

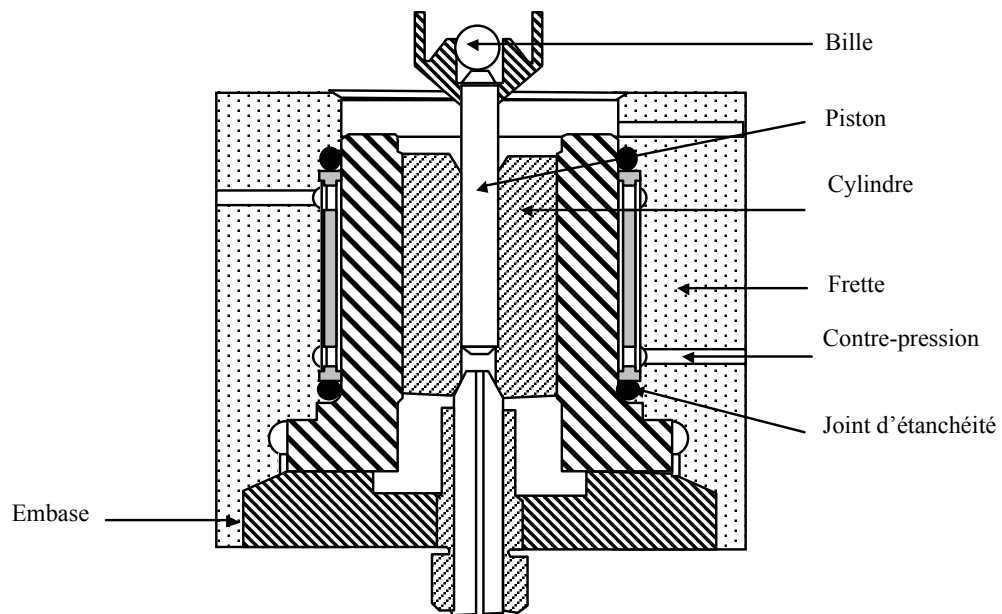


FIGURE 2.5: Schéma de l'ensemble piston-cylindre 1 GPa.

2.2 Détermination du jeu au montage

En raison de la petite taille des ensembles piston-cylindre de type haute pression, entre 1,5 et 8 mm de diamètre, il est très difficile de déterminer le jeu h_0 à partir des mesures dimensionnelles. C'est pourquoi nous avons choisi d'appréhender cette valeur à partir de la mesure du débit du fluide qui s'écoule entre le piston et le cylindre. Ce débit est lié la vitesse de chute v_f , elle-même liée au jeu moyen (h), comme nous allons le démontrer à partir de l'équation (1.59) [4]. Jusqu'à maintenant, l'expression du débit était issue de calculs simplifiés, pour lequel nous assimilions le jeu à une fente comprise entre deux parois parallèles (modèle cartésien). Nous prenions aussi comme hypothèse que la paroi du côté du piston était immobile. Or, en réalité les parois ne sont pas parallèles et la vitesse de la paroi au niveau du piston n'est pas nulle. La vitesse de chute v_f est liée au débit du fluide qui s'écoule entre le piston et le cylindre sous l'effet de la différence de pression entre la pression mesurée (p) et la pression atmosphérique en sortie du cylindre.

Après avoir remplacé les équations de la vitesse du fluide pour les trois modèles (1.17), (1.18) et (1.19) dans l'équation du débit (1.58), nous pouvons déterminer le jeu h (2.1) :

$$\frac{1}{6\eta} \frac{p}{l} h^3 \cdot C_1 - r_0 \cdot v_f + C_2 = 0 \quad (2.1)$$

où l est la longueur d'engagement du cylindre et r_0 est le rayon moyen du piston.

Les termes C_1 et C_2 prennent différentes valeurs en fonction du modèle, cartésien ou cylindrique, et si nous prenons en compte ou non la vitesse de chute du piston v_f . Les expressions de C_1 et C_2 sont données dans le tableau 2.1. C_1 représente le terme de correction lié au modèle cartésien ou cylindrique. C_2 représente le terme correctif lié à la vitesse de chute du piston v_f .

Modèle	C_1	C_2
1	1	0
2	$2 \cdot \frac{(r_0+h^3)-r_0^3}{h^3} - 3 \cdot \frac{(r_0+h)^2-r_0^2}{h^2 \ln\left(\frac{r_0+h}{r_0}\right)}$	0
3	$2 \cdot \frac{(r_0+h^3)-r_0^3}{h^3} - 3 \cdot \frac{(r_0+h)^2-r_0^2}{h^2 \ln\left(\frac{r_0+h}{r_0}\right)}$	$2 \cdot v_f \cdot \frac{h}{\ln\left(\frac{r_0+h}{r_0}\right)} - r_0$

TABLE 2.1: Coefficient de correction C_1 et C_2 .

En remplaçant les constantes C_1 et C_2 par leurs expressions définies dans le tableau 2.1, nous obtenons trois équations (2.2), (2.3) et (2.4), qui sont fonction du modèle et de la condition d'adhérence.

Pour le modèle 1 (Modèle cartésien) :

$$h^3 - \frac{6\eta \cdot l \cdot r_0 \cdot v_f}{p} = 0 \quad (2.2)$$

Pour le modèle 2 (Modèle cylindrique) :

$$\frac{1}{6\eta l} p \left[2(r_0 + h)^3 - r_0^3 - 3h \frac{(r_0 + h)^2 - r_0^2}{\ln\left(\frac{r_0+h}{r_0}\right)} \right] - r_0 \cdot v_f = 0 \quad (2.3)$$

Pour le modèle 3 (Modèle cylindrique avec la paroi du piston mobile) :

$$\frac{1}{6\eta l} p \left[2(r_0 + h)^3 - r_0^3 - 3h \frac{(r_0 + h)^2 - r_0^2}{\ln\left(\frac{r_0+h}{r_0}\right)} \right] + 2 \cdot v_f \left[\frac{h}{\ln\left(\frac{r_0+h}{r_0}\right)} - \frac{3r_0}{2} \right] = 0 \quad (2.4)$$

Le jeu h est calculé numériquement par une méthode itérative car il est impossible de trouver une réponse analytique pour cette valeur. L'algorithme utilisé est écrit en Visual Basic for Application (VBA).

Pour la mesure de la vitesse de chute v_f , nous utilisons un capteur inductif BAUMER Type IWRM modèle 30U9502 de faible course (4 mm) avec un faible bruit de fond. Il permet de mesurer des positions avec une très grande reproductibilité inférieure à 20 μm . La mesure est acquise avec un multimètre AGILENT 34970A à l'aide d'une application "BAL200" écrite en langage Labview pour calculer les positions et les vitesses de chute v_f .

Ce logiciel (BAL200) permet :

- de calibrer le capteur à partir des tensions relevées lorsque le piston est sur ses butées mécaniques haute et basse,
- d'afficher la position du piston par rapport à sa course sur une barre graphique,

2.2. DÉTERMINATION DU JEU AU MONTAGE

- de tracer les courbes de déplacement
- de calculer et afficher les vitesses de chute v_f ,
- de filtrer indépendamment le déplacement et la vitesse de chute v_f ,
- d'afficher la vitesse moyenne et son écart-type calculé en temps réel,
- d'afficher une valeur cible et les écarts sur la courbe de vitesse de chute v_f ; ces valeurs étant issues de la base de données de nos étalons.

Le capteur de déplacement est positionné au-dessus du moteur. Pour mesurer la vitesse de chute du piston, la distance de référence entre le capteur et le moteur est réglée autour de 6,7 mm à 7,3 mm selon les préconisations du fournisseur. La position du piston doit être proche de sa position de travail soit ± 5 mm. Par expérience, le moteur doit être allumé au moins quatre heures avant le début de la mesure afin de stabiliser la température des ensembles piston-cylindre.

Le dispositif d'essai et le schéma de la mesure de vitesse de chute v_f sont respectivement montrés dans les figures 2.6 et 2.7.

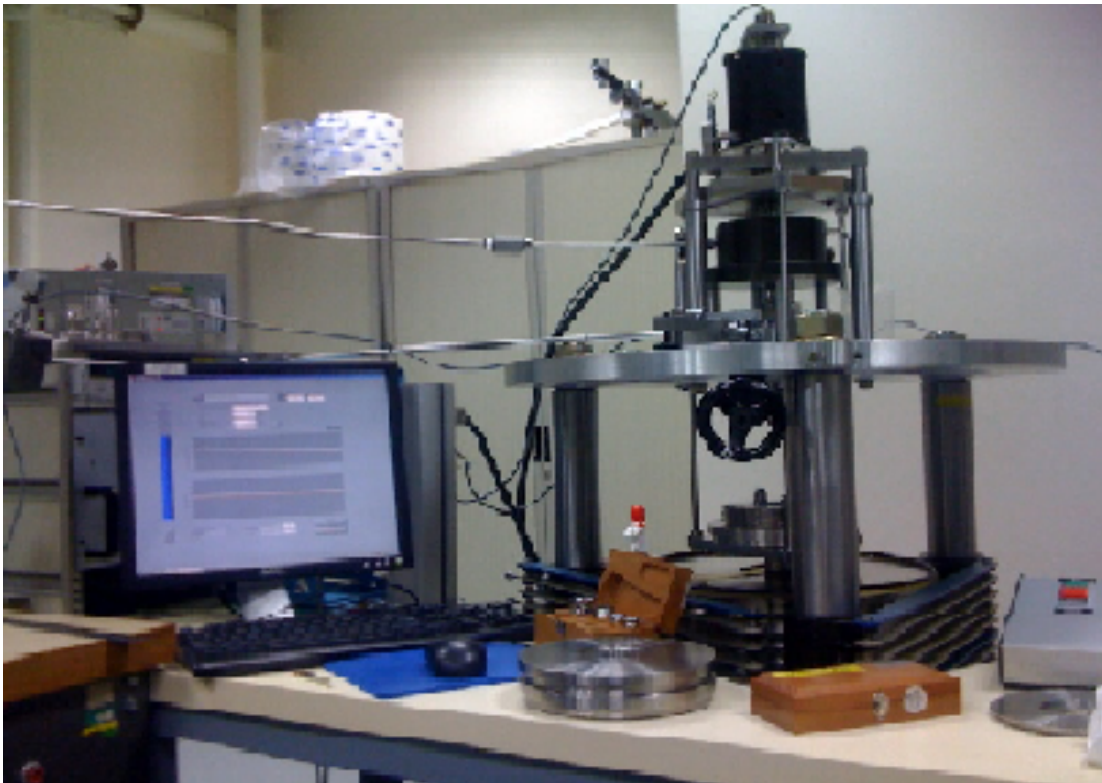


FIGURE 2.6: Dispositif d'essai pour la mesure de la vitesse de chute du piston (v_f).

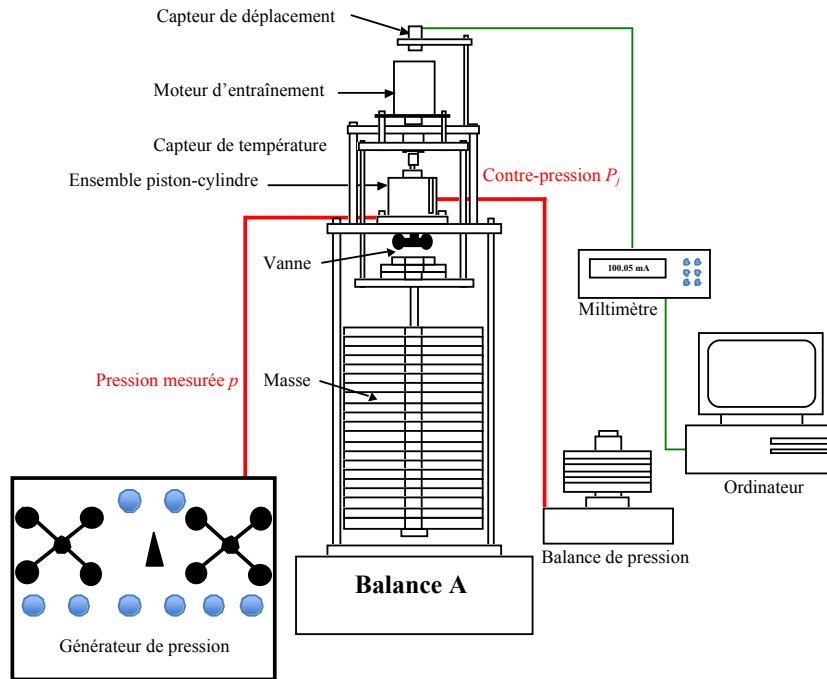


FIGURE 2.7: Schéma de la mesure de vitesse de chute du piston (v_f).

Les mesures de jeu h_0 sont réalisées à basse pression, entre 3% et 10% de la pression maximale. Les opérations expérimentales sont successivement réalisées dans l'ordre suivant : au début, nous posons des masses qui correspondent à la pression de mesure sur la tête du piston. Ensuite, nous appliquons la pression avec le générateur de pression jusqu'à ce que le piston soit monté à sa position de travail. Puis, nous fermons la vanne située en-dessous de l'ensemble piston-cylindre pour éliminer les fuites éventuelles du système. Enfin, nous obtenons la vitesse de chute v_f et la température à l'aide du logiciel Bal2000 programmé en LabVIEW.

2.2.1 Mesure de la course de déplacement du piston

La mesure de la course de déplacement du piston a été répétée 3 fois au niveau des 3 extrémités du support moteur (position A, B et C, représentées dans la figure 2.8). Les valeurs ont été mesurées avec un comparateur à cadran SYNERGIE N° C34399 dont la résolution est de 0,01 mm. Les résultats sont représentés dans le tableau 2.2.

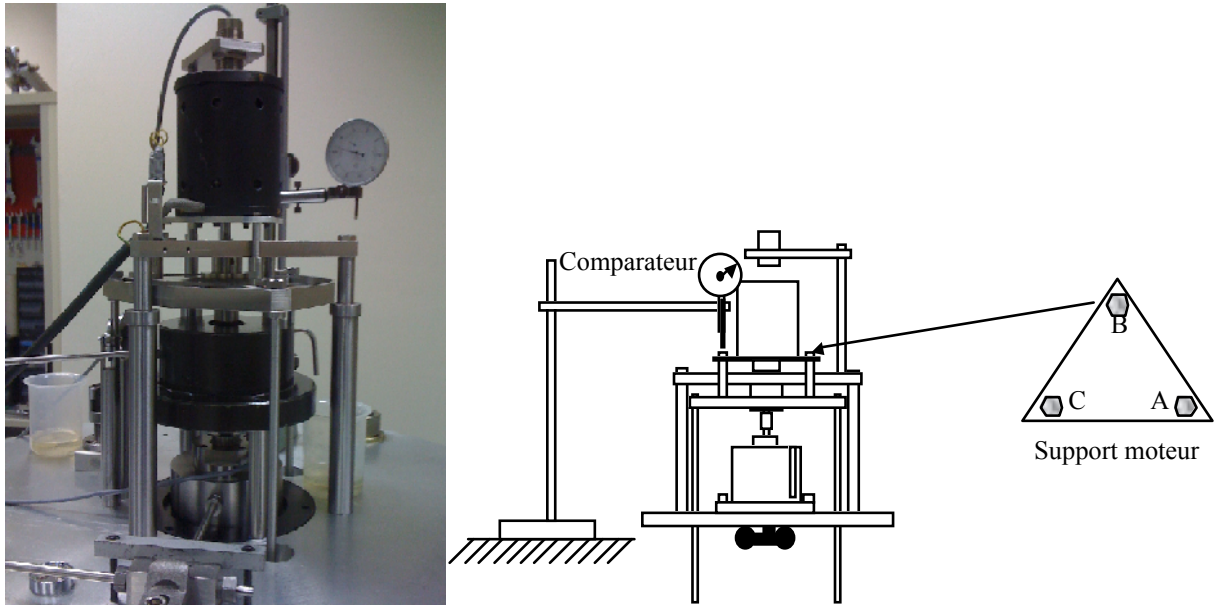


FIGURE 2.8: Montage pour la détermination de la course du déplacement vertical du piston avec un comparateur à cadran.

Position	Course (mm)
A	3,57
B	3,61
C	3,58

TABLE 2.2: Résultat des mesures de course de déplacement du piston sur la balance A.

La course moyenne J est de 3,587 mm avec une incertitude-type composée à 0,015 mm selon le bilan du tableau 2.3.

L'incertitude-type associée à chacune de ces composantes et l'incertitude-type composée sont estimées selon les recommandations du guide pour l'expression de l'incertitude de mesure (GUM) [28].

2.2. DÉTERMINATION DU JEU AU MONTAGE

Composante	Incertitude-type sur la composante	Unité	Distribution	Coefficient de sensibilité	Incertitude-type
Répétabilité	0,012	mm	Normale	1	0,012
Incertitude d'étalon	0,0085	mm	Normale	1	0,0085
Réglage de zéro	0,00029	mm	Rectangulaire	1	0,00029
Résolution	0,0014	mm	Rectangulaire	1	0,0014
Dérive du comparateur	0,0025	mm	Rectangulaire	1	0,0025
Incertitude-type composée					0,015 mm

TABLE 2.3: Bilan d'incertitude sur la mesure de la course du piston.

2.2.2 Mesure de la position du piston

La mesure de la position du piston fait intervenir le capteur de déplacement inductif associé à un multimètre. Avant chaque mesure, le programme propose le calibrage de l'ensemble de la chaîne par rapport aux butées mécaniques qui permettent de limiter le déplacement du piston. L'incertitude-type composée sur la position est de 0,026 mm. Les composantes d'incertitude sont données dans le tableau 2.4 :

Composante	Incertitude-type sur la composante	Unité	Distribution	Coefficient de sensibilité	Incertitude-type
Reproductibilité du capteur	0,020	mm	-	1	0,0200
Ondulation résiduelle	0,0125	VDC	Normale	0,5	0,0063
Température du capteur	0,707	°C	Arcsinus	0,004	0,0028
Course de déplacement du piston	0,015	mm	Normale	1	0,0150
Multimètre	0,00015	VDC	Normale	0,5	0,00010
Incertitude-type composée					0,026 mm

TABLE 2.4: Bilan d'incertitude sur la mesure de position du piston.

2.2.3 Incertitude sur la détermination du jeu

Le jeu h entre le piston et le cylindre est calculé à partir de l'équation de débit (2.1) qui dépend des paramètres x_i . Les x_i sont la vitesse de chute v_f , la pression p sur la base du piston, la viscosité η du fluide de transfert, le rayon moyen r_0 du piston, et la longueur d'engagement l .

La racine de l'équation (2.1) est déterminée numériquement par une méthode itérative. Nous utiliserons aussi cette même méthode pour calculer les composantes d'incertitude-type, mais en faisant varier successivement chaque paramètre d'une grandeur égale à u_{xi} , comme le montre l'équation (2.5). Les composantes u_{xi} sont détaillées dans le tableau 2.5.

$$u_{hi} = \frac{|h(x_i + u_{xi}) - h(x_i - u_{xi})|}{2} \quad (2.5)$$

Composante (x_i)	Incertitude-type sur la composante (u_{xi})	Unité	Distribution
Répétabilité	σ_{v_f}	$\mu\text{m/s}$	Normale
Position du piston	0,026	mm	Normale
Pression	$(120 \text{ Pa} + 1,5 \cdot 10^{-5} \cdot p + 1,0 \cdot 10^{-13} \cdot p^2)/2$	MPa	Normale
Viscosité du fluide	$0,0652 \cdot \eta$	Pa·s	Rectangulaire
Rayon du piston	0,00058	mm	Rectangulaire
Longueur d'engagement	0,058	mm	Rectangulaire

TABLE 2.5: Bilan d'incertitude sur la mesure du jeu moyen (h) entre le piston et le cylindre.

2.2.4 Résultats

Les mesures des vitesses de chute v_f ont été réalisées en trois cycles de huit points uniformément répartis sur une gamme de pression comprise entre 3 et 10% de la pleine échelle de la balance. Pour chaque palier de pression, le logiciel écrit en langage Labview nous donne en temps réel la moyenne et l'écart-type sur la moyenne (σ) pour la vitesse

de chute v_f . Nous avons constaté que les trois valeurs du jeu moyen h , données respectivement pour le modèle cartésien, le modèle cylindrique et le modèle cylindrique avec paroi du piston mobile, ne sont pas significativement différents. Nous considérerons par la suite les résultats du jeu moyen h obtenus par le modèle cartésien (modèle 1).

Les valeurs des jeux moyens h et ses incertitudes-types composées concernant le modèle 1 sont représentées numériquement dans les tableaux 2.6 à 2.11 et graphiquement dans les figures 2.9 et 2.10 :

Pression		Vitesse de chute du piston v_f ($\mu\text{m/s}$)	Répétabilité σ_{v_f} ($\mu\text{m/s}$)	Viscosité η (Pa·s)	Jeu	
p (MPa)	U_p (MPa)				h (μm)	u_h (μm)
5,98457	0,00011	0,025	0,000	0,0247	0,3929	0,010
7,93539	0,00013	0,024	0,000	0,0257	0,4230	0,010
9,88717	0,00015	0,033	0,001	0,0267	0,4394	0,011
11,83798	0,00017	0,042	0,002	0,0278	0,4565	0,012
13,78961	0,00019	0,052	0,001	0,0288	0,4719	0,012
15,74041	0,00021	0,065	0,002	0,0299	0,4919	0,012
17,69256	0,00023	0,084	0,003	0,0309	0,5204	0,013
19,64334	0,00025	0,097	0,003	0,0320	0,5333	0,013

TABLE 2.6: Détermination du jeu (h) en fonction de la pression pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°2 avec ses incertitudes-types composées associées.

Pression		Vitesse de chute du piston v_f ($\mu\text{m/s}$)	Répétabilité σ_{v_f} ($\mu\text{m/s}$)	Viscosité η (Pa·s)	Jeu	
p (MPa)	U_p (MPa)				h (μm)	u_h (μm)
5,98457	0,00011	0,019	0,001	0,0247	0,4223	0,012
7,93538	0,00013	0,026	0,001	0,0258	0,4345	0,012
9,88713	0,00015	0,038	0,001	0,0268	0,4611	0,011
11,83793	0,00017	0,049	0,001	0,0278	0,4790	0,012
13,78955	0,00019	0,059	0,001	0,0289	0,4914	0,012
15,74033	0,00021	0,076	0,001	0,0300	0,5186	0,012
17,69246	0,00023	0,089	0,000	0,0310	0,5311	0,012
19,64323	0,00025	0,109	0,001	0,0321	0,5556	0,013

TABLE 2.7: Détermination du jeu (h) en fonction de la pression pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°3 avec ses incertitudes-types composées associées.

2.2. DÉTERMINATION DU JEU AU MONTAGE

Pression		Vitesse de chute du piston v_f ($\mu\text{m/s}$)	Répétabilité σ_{v_f} ($\mu\text{m/s}$)	Viscosité η (Pa·s)	Jeu	
p (MPa)	U_p (MPa)				h (μm)	u_h (μm)
5,98399	0,00011	0,054	0,002	0,0245	0,5956	0,016
7,93469	0,00013	0,071	0,001	0,0256	0,6036	0,015
9,88634	0,00015	0,090	0,000	0,0266	0,6160	0,014
11,83703	0,00017	0,110	0,001	0,0277	0,6269	0,015
13,78855	0,00019	0,135	0,002	0,0288	0,6460	0,015
15,73923	0,00021	0,162	0,001	0,0298	0,6649	0,016
17,69126	0,00023	0,191	0,003	0,0309	0,6840	0,016
19,64193	0,00025	0,227	0,000	0,0320	0,7082	0,016

TABLE 2.8: Détermination du jeu (h) en fonction de la pression pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4 avec ses incertitudes-types composées associées.

Pression		Vitesse de chute du piston v_f ($\mu\text{m/s}$)	Répétabilité σ_{v_f} ($\mu\text{m/s}$)	Viscosité η (Pa·s)	Jeu	
p (MPa)	U_p (MPa)				h (μm)	u_h (μm)
5,98461	0,00011	0,0090	0,000	0,0244	0,3279	0,0076
7,93546	0,00013	0,012	0,000	0,0254	0,3330	0,0077
9,88727	0,00015	0,016	0,000	0,0266	0,3432	0,0087
11,83810	0,00017	0,022	0,000	0,0274	0,3673	0,0089
13,78978	0,00019	0,028	0,000	0,0284	0,3824	0,0091
15,74063	0,00021	0,036	0,001	0,0294	0,4009	0,0098
17,69285	0,00023	0,042	0,001	0,0306	0,4115	0,0099
19,64370	0,00025	0,050	0,002	0,0316	0,4259	0,0116

TABLE 2.9: Détermination du jeu (h) en fonction de la pression pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5 avec ses incertitudes-types composées associées.

2.2. DÉTERMINATION DU JEU AU MONTAGE

Pression		Vitesse de chute du piston v_f ($\mu\text{m/s}$)	Répétabilité σ_{v_f} ($\mu\text{m/s}$)	Viscosité η (Pa·s)	Jeu	
p (MPa)	U_p (MPa)				h (μm)	u_h (μm)
5,98454	0,00011	0,010	0,000	0,0246	0,3367	0,0095
7,93538	0,00013	0,018	0,000	0,0257	0,3847	0,0095
9,88716	0,00015	0,025	0,000	0,0267	0,4035	0,0097
11,83798	0,00017	0,030	0,001	0,0277	0,4087	0,011
13,78962	0,00019	0,039	0,000	0,0288	0,4288	0,010
15,74043	0,00021	0,049	0,001	0,0298	0,4458	0,011
17,69258	0,00023	0,056	0,000	0,0309	0,4555	0,011
19,64337	0,00025	0,069	0,003	0,0320	0,4768	0,013

TABLE 2.10: Détermination du jeu (h) en fonction de la pression pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°6 avec ses incertitudes-types composées associées.

Pression		Vitesse de chute du piston v_f ($\mu\text{m/s}$)	Répétabilité σ_{v_f} ($\mu\text{m/s}$)	Viscosité η (Pa·s)	Jeu	
p (MPa)	U_p (MPa)				h (μm)	u_h (μm)
30,59990	0,00058	0,187	0,010	0,0390	0,3700	0,011
40,60254	0,00073	0,321	0,008	0,0455	0,4240	0,010
50,61002	0,00088	0,481	0,011	0,0527	0,4736	0,012
60,61261	0,00103	0,674	0,008	0,0608	0,5230	0,012
70,61938	0,00118	0,930	0,017	0,0695	0,5789	0,014
80,62190	0,00133	1,205	0,010	0,0793	0,6310	0,015
90,63135	0,00148	1,509	0,011	0,0903	0,6831	0,016
100,63384	0,00163	1,832	0,013	0,103	0,7341	0,017

TABLE 2.11: Détermination du jeu (h) en fonction de la pression pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2 avec ses incertitudes-types composées associées.

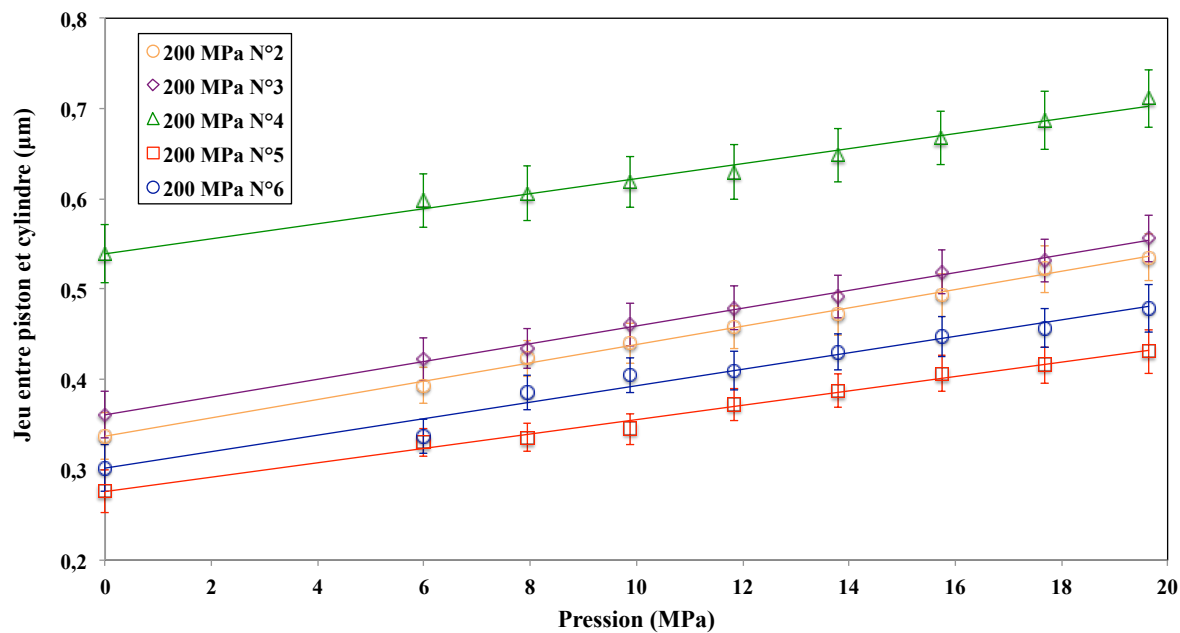


FIGURE 2.9: Évolution du jeu (h_p) en fonction de la pression pour les ensembles piston-cylindre 200 MPa avec les incertitudes-types composées associées.

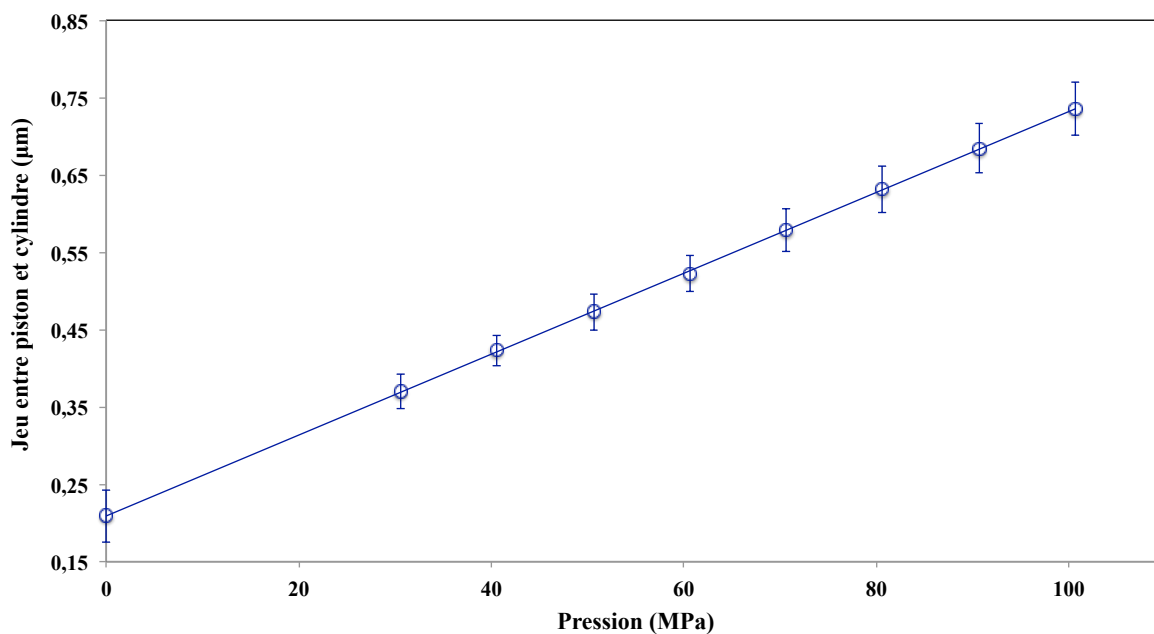


FIGURE 2.10: Évolution du jeu (h_p) en fonction de la pression pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2 avec les incertitudes-types composées associées.

Nous pouvons constater dans la figure 2.9 que les courbes des jeux avec la pression

restent linéaires et parallèles entre elles tant que les pressions sont inférieures à 10% de la pleine échelle.

Nous pouvons maintenant déterminer le jeu au montage h_0 par extrapolation des courbes de jeux h_p pour une pression nulle. Les résultats et leurs incertitudes-types composées pour chaque ensemble piston-cylindre sont donnés dans le tableau 2.12.

Ensemble piston-cylindre	Jeu au montage (h_0) (μm)
200 MPa N°2	$0,362 \pm 0,013$
200 MPa N°3	$0,384 \pm 0,013$
200 MPa N°4	$0,540 \pm 0,016$
200 MPa N°5	$0,272 \pm 0,012$
200 MPa N°6	$0,314 \pm 0,013$
1 GPa N°2	$0,211 \pm 0,017$

TABLE 2.12: Résultat de calcul du jeu au montage (h_0) pour les ensembles piston-cylindre avec les incertitudes-types composées.

Ces jeux h_0 seront utilisés comme les données d'entrées du calcul numérique dans le chapitre 3.

2.3 Mesure des vitesses de chute du piston

Nous avons précédemment mesuré les vitesses de chutes du piston pour des pressions comprises entre 3 à 10% de la pleine échelle afin de déterminer les jeux au montage (h_0). Nous allons maintenant étudier ces vitesses pour des pressions comprise entre 10 et 100%, afin de pouvoir les comparer aux vitesses de chutes calculées par la méthode des éléments finis (chapitre 3). Ces vitesses seront mesurées en libre déformation et en jeu contrôlé, avec une contre-pression égale à $p/4$ pour les ensembles piston-cylindre 200 MPa et $p/5$ pour l'ensemble 1 GPa.

2.3.1 Incertitude sur la vitesse de chute du piston

La vitesse de chute v_f est mesurée à partir du capteur de déplacement situé dans l'alignement du piston, elle dépend des paramètres suivants :

- la position du piston,
- la pression appliquée sur la base du piston,
- la viscosité du fluide de transfert,
- la température de l'ensemble piston-cylindre.

Les composantes d'incertitude-type sur la mesure des vitesses de chute v_f sont listées dans le tableau 2.13.

Composante (x_i)	Incertitude-type sur la composante (u_{xi})	Unité	Coefficient de sensibilité	Distribution
Répétabilité	σ_{v_f}	$\mu\text{m/s}$	1	Normale
Position du piston	0,026	mm	v_f/J	Normale
Pression	$(120 \text{ Pa} + 1,5 \cdot 10^{-5} \cdot p + 1,0 \cdot 10^{-13} \cdot p^2)/2$	MPa	v_f/p	Normale
Viscosité du fluide	$6,52 \cdot 10^{-2} \cdot \eta$	Pa.s	v_f/η	Rectangulaire
Température de l'ensemble piston-cylindre	0,29	$^{\circ}\text{C}$	$v_f/\eta_{20^{\circ}\text{C}} \cdot \eta_{(t \pm 0,5)^{\circ}\text{C}}$	Rectangulaire

TABLE 2.13: Bilan d'incertitude sur la mesure des vitesses de chute du piston (v_f).

2.3.2 Résultats

Les mesures des vitesses de chute v_f ont été effectuées en trois cycles de cinq points sur une gamme de pression égale à 200 MPa (20, 70, 120, 160 et 200) MPa pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa en libre déformation et jeu contrôlé. Les valeurs des vitesses de chute v_f sont reprises afin de faire les corrections :

- de masse apparente appliquée sur la tête du piston,
- de température de l'ensemble piston-cylindre,
- de viscosité dynamique et de masse volumique du fluide de transfert,
- de pression appliquée sur la base du piston.

Après avoir appliqué toutes les corrections, nous pouvons calculer la vitesse de chute v_f et son incertitude à la température de référence (20°C) et aux pressions nominales. Tous les mesures effectuées sur les ensembles piston-cylindre 200 MPa ont été réalisées

2.3. MESURE DES VITESSES DE CHUTE DU PISTON

en libre déformation. Les mesures sur les ensembles piston-cylindre 200 MPa N°4 et N°5 ont aussi été réalisées en jeu contrôlé. Les résultats sont donnés dans les tableaux 2.14 à 2.21 et les figures 2.11 à 2.15 :

Pression (p) (MPa)	Vitesse (v_f) ($\mu\text{m/s}$)	Répétabilité (σ_{v_f}) ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de position ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de pression ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de viscosité ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de temp. ($\mu\text{m/s}$)	Incertitude- type ($\mu\text{m/s}$)
20	0,094	0,031	0,00038	$9,89 \cdot 10^{-7}$	0,0061	0,0024	0,032
70	1,097	0,049	0,00440	$9,17 \cdot 10^{-6}$	0,0716	0,0308	0,092
120	3,595	0,306	0,01441	$2,88 \cdot 10^{-5}$	0,2345	0,1105	0,40
160	6,779	0,644	0,02718	$5,34 \cdot 10^{-5}$	0,4423	0,2199	0,81
200	10,617	0,767	0,04257	$8,28 \cdot 10^{-5}$	0,6926	0,3645	1,1

TABLE 2.14: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°2 en libre déformation.

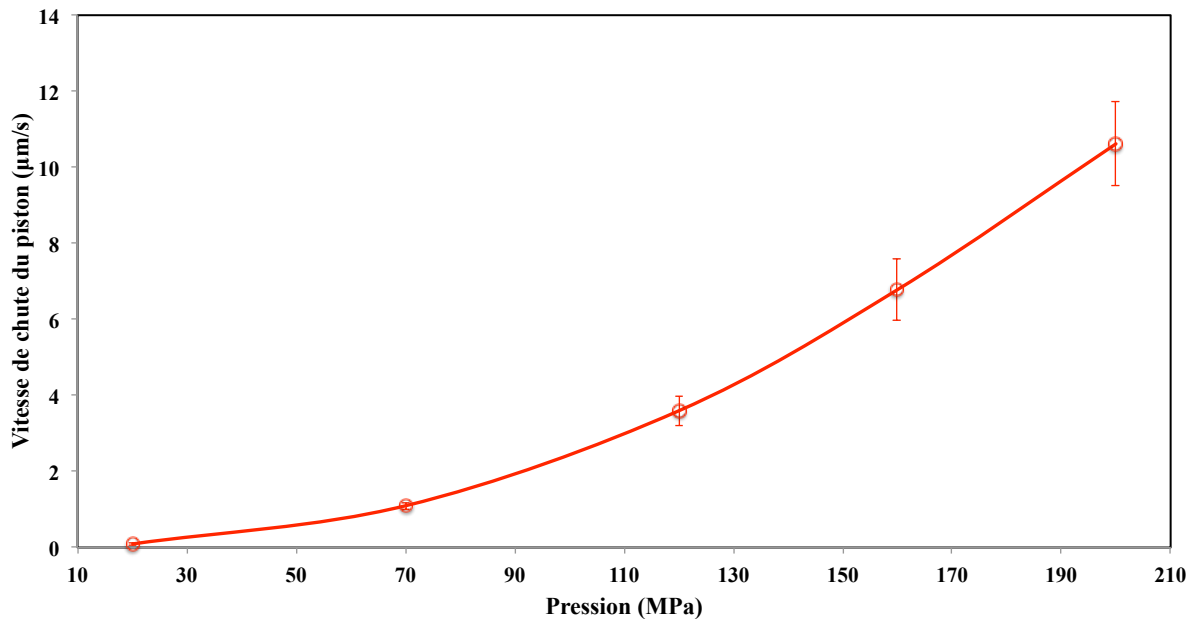


FIGURE 2.11: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°2 en libre déformation.

2.3. MESURE DES VITESSES DE CHUTE DU PISTON

Pression (p) (MPa)	Vitesse (v_f) ($\mu\text{m/s}$)	Répétabilité (σ_{v_f}) ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de position ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de pression ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de viscosité ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de temp. ($\mu\text{m/s}$)	Incertitude- type ($\mu\text{m/s}$)
20	0,108	0,010	0,00043	$1,13 \cdot 10^{-6}$	0,0070	0,0027	0,013
70	1,119	0,139	0,00449	$9,35 \cdot 10^{-6}$	0,0730	0,0314	0,16
120	3,471	0,456	0,01392	$2,78 \cdot 10^{-5}$	0,2265	0,1065	0,52
160	6,150	0,575	0,02466	$4,84 \cdot 10^{-5}$	0,4012	0,1987	0,73
200	9,330	0,603	0,03741	$7,28 \cdot 10^{-5}$	0,6087	0,3176	0,91

TABLE 2.15: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°3 en libre déformation.

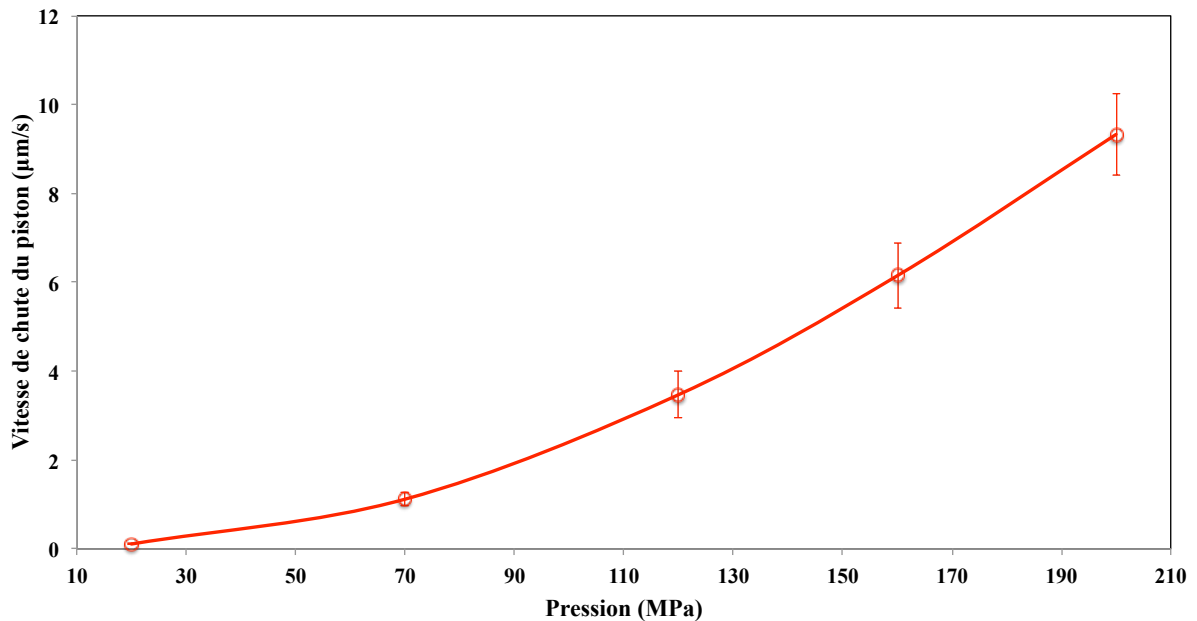


FIGURE 2.12: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°3 en libre déformation.

2.3. MESURE DES VITESSES DE CHUTE DU PISTON

Pression (p) (MPa)	Vitesse (v_f) ($\mu\text{m/s}$)	Répétabilité (σ_{v_f}) ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de position ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de pression ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de viscosité ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de temp. ($\mu\text{m/s}$)	Incertitude- type ($\mu\text{m/s}$)
20	0,234	0,028	0,00094	$2,47 \cdot 10^{-6}$	0,015	0,0058	0,033
70	2,113	0,116	0,00847	$1,77 \cdot 10^{-5}$	0,138	0,0585	0,19
120	5,848	0,514	0,02345	$4,68 \cdot 10^{-5}$	0,382	0,1761	0,66
160	9,893	0,608	0,03966	$7,79 \cdot 10^{-5}$	0,645	0,3153	0,94
200	14,780	0,859	0,05926	$1,15 \cdot 10^{-4}$	0,964	0,4955	1,4

TABLE 2.16: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4 en libre déformation.

Pression (p) (MPa)	Vitesse (v_f) ($\mu\text{m/s}$)	Répétabilité (σ_{v_f}) ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de position ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de pression ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de viscosité ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de temp. ($\mu\text{m/s}$)	Incertitude- type ($\mu\text{m/s}$)
20	0,170	0,005	0,00068	$1,79 \cdot 10^{-6}$	0,011	0,0043	0,013
70	0,784	0,040	0,00314	$6,55 \cdot 10^{-6}$	0,051	0,0210	0,068
120	1,603	0,060	0,00643	$1,28 \cdot 10^{-5}$	0,105	0,0486	0,13
160	2,241	0,080	0,00898	$1,75 \cdot 10^{-5}$	0,146	0,0712	0,18
200	2,859	0,100	0,01146	$2,23 \cdot 10^{-5}$	0,187	0,0971	0,23

TABLE 2.17: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4 en jeu contrôlé.

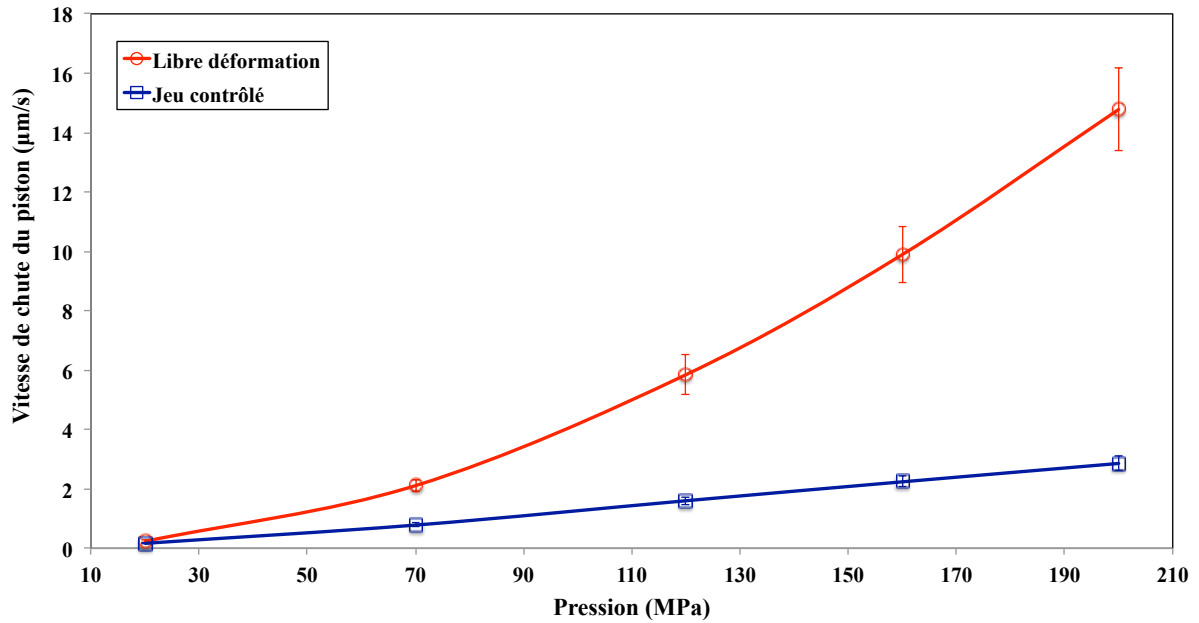


FIGURE 2.13: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4 en libre déformation et en jeu contrôlé.

Pression (p) (MPa)	Vitesse (v_f) ($\mu\text{m/s}$)	Répétabilité (σ_{v_f}) ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de position ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de pression ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de viscosité ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de temp. ($\mu\text{m/s}$)	Incertitude- type ($\mu\text{m/s}$)
20	0,054	0,0071	0,00022	$5,64 \cdot 10^{-7}$	0,0035	0,0014	0,0080
70	0,804	0,1145	0,00322	$6,72 \cdot 10^{-6}$	0,0524	0,0227	0,13
120	2,623	0,3662	0,01052	$2,10 \cdot 10^{-5}$	0,1711	0,0807	0,41
160	4,894	0,5452	0,01962	$3,85 \cdot 10^{-5}$	0,3193	0,1611	0,65
200	7,857	0,6258	0,03150	$6,13 \cdot 10^{-5}$	0,5126	0,2722	0,85

TABLE 2.18: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5 en libre déformation.

2.3. MESURE DES VITESSES DE CHUTE DU PISTON

Pression (p) (MPa)	Vitesse (v_f) ($\mu\text{m/s}$)	Répétabilité (σ_{v_f}) ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de position ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de pression ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de viscosité ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de temp. ($\mu\text{m/s}$)	Incertitude- type ($\mu\text{m/s}$)
20	0,032	0,005	0,00013	$3,33 \cdot 10^{-7}$	0,0021	0,00076	0,0055
70	0,281	0,040	0,00133	$2,35 \cdot 10^{-6}$	0,0184	0,00749	0,045
120	0,738	0,060	0,00296	$5,90 \cdot 10^{-6}$	0,0481	0,02160	0,080
160	1,212	0,080	0,00486	$9,54 \cdot 10^{-6}$	0,0790	0,03664	0,12
200	1,622	0,100	0,00650	$1,27 \cdot 10^{-5}$	0,1058	0,05404	0,16

TABLE 2.19: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5 en jeu contrôlé.

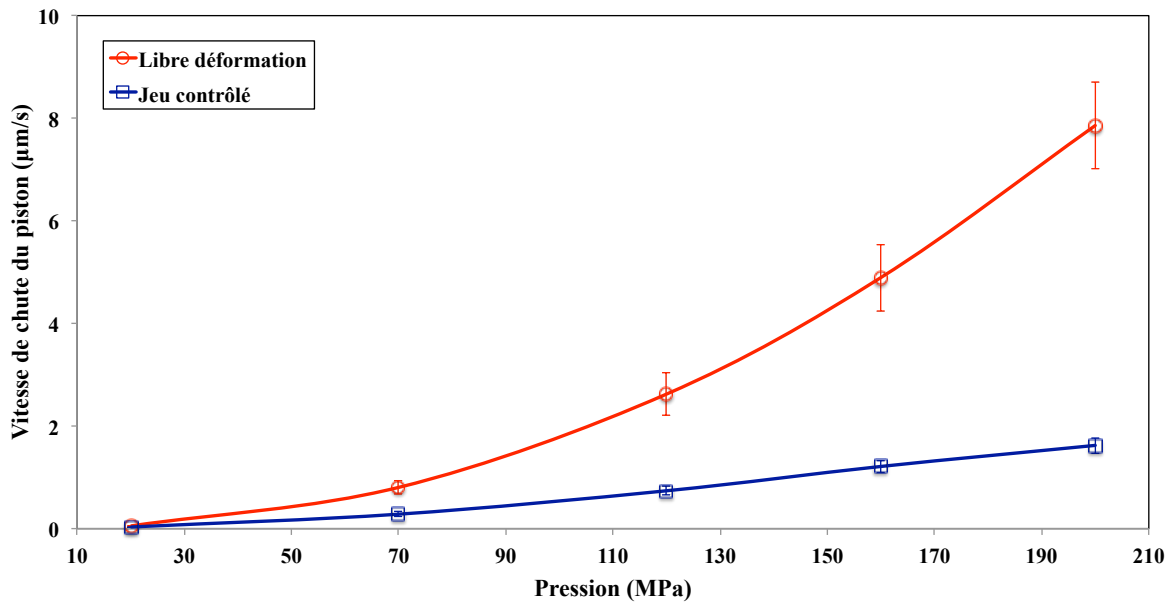


FIGURE 2.14: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5 en libre déformation et en jeu contrôlé.

2.3. MESURE DES VITESSES DE CHUTE DU PISTON

Pression (p) (MPa)	Vitesse (v_f) ($\mu\text{m/s}$)	Répétabilité (σ_{v_f}) ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de position ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de pression ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de viscosité ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de temp. ($\mu\text{m/s}$)	Incertitude- type ($\mu\text{m/s}$)
20	0,082	0,0061	0,00033	$8,62 \cdot 10^{-7}$	0,0054	0,0021	0,0084
70	0,876	0,1002	0,00351	$7,32 \cdot 10^{-6}$	0,0572	0,0247	0,12
120	2,838	0,3649	0,01138	$2,27 \cdot 10^{-5}$	0,1851	0,0874	0,42
160	5,139	0,6027	0,02061	$4,05 \cdot 10^{-5}$	0,3353	0,1673	0,71
200	8,001	0,7462	0,03208	$1,27 \cdot 10^{-5}$	0,5220	0,2756	0,95

TABLE 2.20: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°6 en libre déformation.

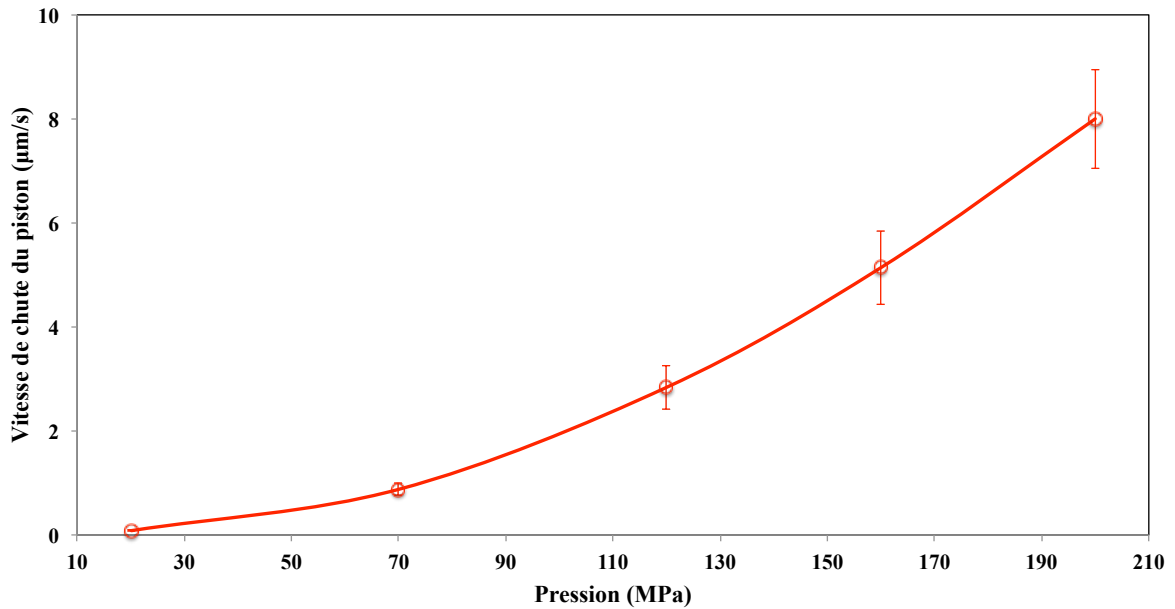


FIGURE 2.15: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°6 en libre déformation.

2.3. MESURE DES VITESSES DE CHUTE DU PISTON

Pression p (MPa)	200 MPa N°2 v_f ($\mu\text{m/s}$)	200 MPa N°3 v_f ($\mu\text{m/s}$)	200 MPa N°4 v_f ($\mu\text{m/s}$)	200 MPa N°5 v_f ($\mu\text{m/s}$)	200 MPa N°6 v_f ($\mu\text{m/s}$)
20	$0,094 \pm 0,032$	$0,108 \pm 0,013$	$0,234 \pm 0,033$	$0,054 \pm 0,0080$	$0,082 \pm 0,0084$
70	$1,097 \pm 0,092$	$1,119 \pm 0,16$	$2,113 \pm 0,19$	$0,804 \pm 0,13$	$0,876 \pm 0,12$
120	$3,595 \pm 0,40$	$3,471 \pm 0,52$	$5,848 \pm 0,66$	$2,623 \pm 0,41$	$2,838 \pm 0,42$
160	$6,779 \pm 0,81$	$6,150 \pm 0,73$	$9,893 \pm 0,94$	$4,894 \pm 0,65$	$5,139 \pm 0,71$
200	$10,617 \pm 1,1$	$9,330 \pm 0,91$	$14,780 \pm 1,4$	$7,857 \pm 0,85$	$8,001 \pm 0,95$

TABLE 2.21: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour tous les ensembles piston-cylindre 200 MPa en libre déformation.

Les vitesses de chute v_f et les incertitudes élargies pour les ensembles piston-cylindre 200 MPa N°4 et N°5 en libre déformation sont données par le tableau 2.22.

Pression p (MPa)	200 MPa N°4 v_f ($\mu\text{m/s}$)	200 MPa N°5 v_f ($\mu\text{m/s}$)
20	$0,170 \pm 0,013$	$0,032 \pm 0,0055$
70	$0,784 \pm 0,068$	$0,281 \pm 0,045$
120	$1,603 \pm 0,13$	$0,738 \pm 0,080$
160	$2,241 \pm 0,18$	$1,212 \pm 0,12$
200	$2,859 \pm 0,23$	$1,622 \pm 0,16$

TABLE 2.22: Vitesse de chute de piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour les ensembles piston-cylindre 200 MPa N°4 et N°5 en jeu contrôlé.

Pour l'ensemble piston-cylindre 1GPa N°2, les mesures des vitesses de chute v_f ont été effectuées sur huit points (100, 200, 300, 400, 500, 600, 700 et 800 MPa) en libre déformation et sur dix points (100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 et 1000 MPa) en jeu-contrôlé. La contre-pression pour le jeu contrôlé est égale à $p/5$. Les vitesses de chute v_f à la température de référence de 20°C pour l'ensemble piston-cylindre 1GPa N°2 sont présentées dans le tableau 2.23 et le tableau 2.24 :

2.3. MESURE DES VITESSES DE CHUTE DU PISTON

Pression (p) (MPa)	Vitesse (v_f) ($\mu\text{m/s}$)	Répétabilité (σ_{v_f}) ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de position ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de pression ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de viscosité ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de temp. ($\mu\text{m/s}$)	Incertitude- type ($\mu\text{m/s}$)
100	1,797	0,10	0,0072	$2,69 \cdot 10^{-5}$	0,117	0,051	0,16
200	5,721	0,20	0,0229	$8,58 \cdot 10^{-5}$	0,373	0,187	0,46
300	9,390	0,30	0,0376	$1,41 \cdot 10^{-4}$	0,613	0,343	0,76
400	11,230	0,50	0,0450	$1,68 \cdot 10^{-4}$	0,733	0,449	1,0
500	11,772	0,50	0,0472	$1,77 \cdot 10^{-4}$	0,768	0,507	1,0
600	11,397	0,50	0,0457	$1,71 \cdot 10^{-4}$	0,744	0,535	1,0
700	11,223	0,50	0,0450	$1,68 \cdot 10^{-4}$	0,732	0,550	1,0
800	10,670	0,50	0,0428	$1,60 \cdot 10^{-4}$	0,696	0,560	1,0

TABLE 2.23: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2 en libre déformation.

Pression (p) (MPa)	Vitesse (v_f) ($\mu\text{m/s}$)	Répétabilité (σ_{v_f}) ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de position ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de pression ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de viscosité ($\mu\text{m/s}$)	Incert. de temp. ($\mu\text{m/s}$)	Incertitude- type ($\mu\text{m/s}$)
100	0,661	0,060	0,0026	$9,91 \cdot 10^{-6}$	0,043	0,019	0,076
200	1,611	0,080	0,0065	$2,42 \cdot 10^{-5}$	0,105	0,052	0,14
300	2,523	0,10	0,0920	$3,43 \cdot 10^{-5}$	0,149	0,081	0,20
400	2,467	0,10	0,0101	$3,79 \cdot 10^{-5}$	0,165	0,098	0,22
500	2,094	0,10	0,0099	$3,70 \cdot 10^{-5}$	0,161	0,103	0,22
600	1,823	0,10	0,0084	$3,14 \cdot 10^{-5}$	0,137	0,096	0,20
700	1,823	0,10	0,0073	$2,73 \cdot 10^{-5}$	0,119	0,087	0,18
800	1,459	0,10	0,0058	$2,19 \cdot 10^{-5}$	0,095	0,073	0,16
900	1,114	0,10	0,0045	$1,67 \cdot 10^{-5}$	0,073	0,059	0,14
1000	0,847	0,10	0,0034	$1,27 \cdot 10^{-5}$	0,055	0,045	0,12

TABLE 2.24: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2 en jeu contrôlé.

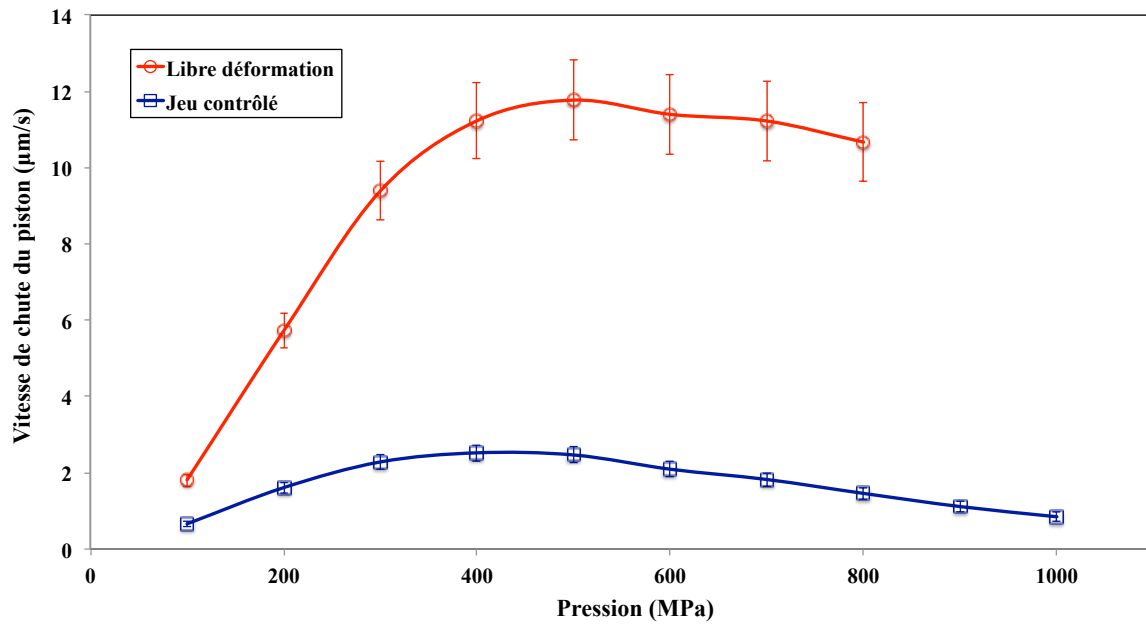


FIGURE 2.16: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2 en libre déformation et en jeu contrôlé.

La vitesse de chute v_f et ses incertitudes-types composées en fonction de la pression pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2 en libre déformation et en jeu contrôlé sont présentées dans le tableau 2.25.

Pression (MPa)	v_f ($\mu\text{m/s}$)	
	Libre déformation	Jeu contrôlé
100	$1,797 \pm 0,16$	$0,661 \pm 0,0076$
200	$5,721 \pm 0,46$	$1,611 \pm 0,014$
300	$9,390 \pm 0,76$	$2,284 \pm 0,020$
400	$11,230 \pm 1,0$	$2,523 \pm 0,022$
500	$11,772 \pm 1,0$	$2,467 \pm 0,022$
600	$11,397 \pm 1,0$	$2,094 \pm 0,020$
700	$11,223 \pm 1,0$	$1,823 \pm 0,018$
800	$10,670 \pm 1,0$	$1,459 \pm 0,016$
900	-	$1,114 \pm 0,014$
1000	-	$0,847 \pm 0,012$

TABLE 2.25: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude-type composée à la température de référence de 20°C pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2 en libre déformation et en jeu contrôlé.

2.4 Détermination de la section effective à pression nulle

Nous avons vu que nous pouvons déterminer les sections effectives à pression nulle (S_0) à partir des mesures dimensionnelles. Mais celles-ci sont actuellement difficiles à obtenir avec des incertitudes-types composées inférieures à 80 nm sur le diamètre. Ce qui nous donne une incertitude relative sur le section de $2,0 \cdot 10^{-5} \cdot S_0$ pour les ensembles 200 MPa et $5,0 \cdot 10^{-6} \cdot S_0$ pour les ensembles 50 MPa.

La détermination de la section effective S_0 est donnée par l'équation (1.37) dans laquelle nous négligerons des défauts de forme u et U (le jeu est considéré comme idéal et assimilé à une fente à faces parallèles). La section effective S_0 peut être déterminée à partir de l'équation (2.6) :

$$S_0 = \pi \cdot r_0^2 \left\{ 1 + \frac{h_0}{r_0} \right\} \quad (2.6)$$

Compte tenu des valeurs du rayon piston r_0 et cylindre R_0 de l'ensemble 50 MPa N°1

présentés dans l'article [29], on trouve une section S_0 de 196,09961 mm². L'incertitude-type composée sur la section de cet ensemble est de $4,6 \cdot 10^{-6} \cdot S_0$.

Pour améliorer l'incertitude sur la section S_0 nous effectuerons des comparaisons directes (figure 1.4) entre les ensembles 200 MPa en libre déformation et l'ensemble 50 MPa N°1 pour lequel le LNE a fait réaliser des mesures dimensionnelles en 2007 et 2010.

Nous avons aussi utilisé l'ensemble piston-cylindre 50 MPa N°1 pour étalonner l'ensemble 200 MPa N°5 en jeu contrôlé, qui servira à son tour pour étalonner les autres ensembles 200 MPa en jeu contrôlé. Les sections obtenues à partir du 50 MPa N°1 en libre déformation sont comparées aux sections obtenues à partir du 200 MPa N°5 en jeu contrôlé.

Puis, nous avons utilisé l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5 pour étalonner l'ensemble 1 GPa N°2. Le diagramme des raccordements des ensembles piston-cylindre est montré dans la figure 2.17.

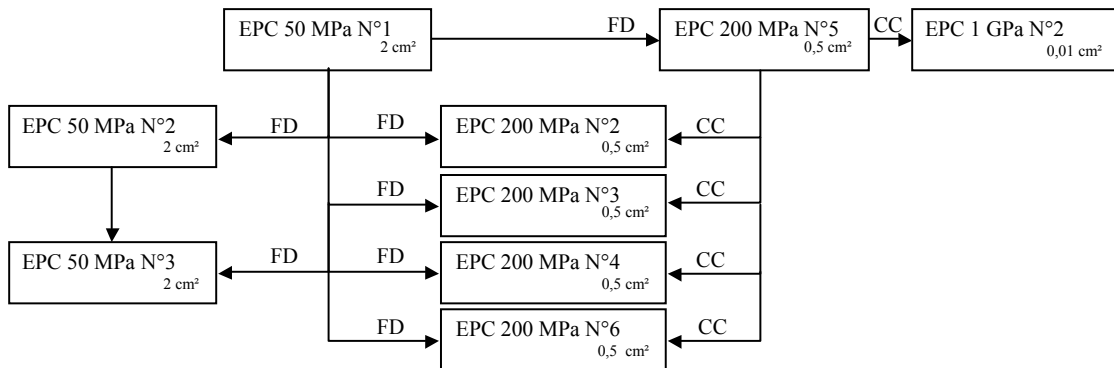


FIGURE 2.17: Diagramme des raccordements pour les ensembles piston-cylindre 50 MPa, 200 MPa et 1 GPa en section effective à pression nulle (S_0) depuis la référence de l'ensemble piston-cylindre 50 MPa N°1 en libre déformation (FD) et jeu contrôlé (CC).

Pour réaliser une comparaison entre deux ensembles piston-cylindre, il est nécessaire de connaître les vitesses de chute du piston étalon. Pour mesurer la fuite propre de l'ensemble piston-cylindre, nous l'isolons du circuit à l'aide d'une vanne munie d'un pointeau placée au plus proche du cylindre. Ce qui permet de s'affranchir des éventuelles fuites dans le montage.

Nous commençons par appliquer la pression p sur les deux balances, puis nous faisons l'équilibre en ajoutant des masses additionnelles. Une fois l'équilibre établi,

nous pouvons relever les températures des deux ensembles afin de pouvoir corriger les éventuelles dilatation des sections. Puis nous isolons la pression dans la chambre à l'aide de la vanne d'isolement et nous mesurons la vitesse de chute v_f du piston étalon [30, 31, 32]. Nous renouvelons cette opération pour chaque palier de pression. Ces mesures sont réalisées en dix points répartis entre 10 et 100% de la pleine échelle et sont répétées trois fois.

Pour les ensembles piston-cylindre 200 MPa, la pression est comprise entre 6 et 50 MPa et entre 30 et 200 MPa pour les ensembles 1 GPa. Les valeurs ainsi acquises sont reprises dans la feuille de calcul *comparaison_des_section.xls* pour être traitées et corrigées comme exposé au paragraphe 2.3.2.

Après avoir relevé les valeurs des masses m_A et température t_A côté balance à étalonner ainsi que les masses m_B et températures t_B côté balance étalon, puis calculer la masse volumique de l'air (ρ_a) [33] qui dépend des conditions ambiantes tels que la pression atmosphérique (P_{atm}), la température ambiante (t_{amb}) et le taux d'humidité relative de l'air (H), nous pouvons calculer les sections effectives S_p à partir de l'équation (2.7). Tous les paramètres de cette équation sont propres à l'ensemble piston-cylindre à étalonner à l'exception de la pression étalon (p_m).

$$S_p = \frac{m_A \cdot g \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_{mA}}\right) + \pi \cdot D \cdot \sigma}{p_m \cdot [1 - (\alpha_p + \alpha_c) \cdot (t_A - t_r)]} \quad (2.7)$$

La pression p_m de l'ensemble piston-cylindre étalon est donnée par l'équation (2.8). Les paramètres dans cette équation sont propres à l'ensemble piston-cylindre étalon :

$$p_m = \frac{m_B \cdot g \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_{mB}}\right) + \pi D \cdot \sigma}{S_0 (1 + \lambda \cdot p) [1 - (\alpha_p + \alpha_c) (t_B - t_r)]} + \rho_f \cdot g \Delta h \quad (2.8)$$

Les variables dans les équations (2.7) et (2.8) peuvent être trouvées dans le paragraphe 1.4.

Les calculs des sections effectives S_p sont donnés dans le tableau 2.26 ainsi que dans la figure 2.18. A partir des sections effectives S_p à étalonner et les pressions étalon p_m , nous pouvons calculer la section effective S_0 par extrapolation à pression nulle

2.4. DÉTERMINATION DE LA SECTION EFFECTIVE À PRESSION NULLE

par la méthode des moindres carrés. On utilise pour cela l'équation (1.3). Les sections effectives S_0 de tous les ensembles piston-cylindre sont données dans le tableau 2.29.

Pression P_{nom} (MPa)	Masse m_B (kg)	Température t_B (°C)	Masse m_A (kg)	Température t_A (°C)	Pression p_m (MPa)	Section à étalonner, S_p (mm ²)
6	119,1917	20,32	30	20,27	5,984714	50,27171
10	197,2224	20,35	50	20,31	9,887352	50,27210
15	298,6592	20,38	76	20,34	14,96049	50,27199
20	400,0872	20,41	102	20,38	20,03414	50,27180
25	501,5270	19,99	128	19,96	25,10785	50,27162
30	602,9340	20,06	154	20,02	30,17930	50,27175
35	704,3580	20,14	180	20,09	35,25211	50,27178
40	805,7970	20,21	206	20,14	40,32538	50,27170
45	907,2500	20,43	232	20,31	45,39970	50,27175
50	1008,685	20,47	258	20,34	50,47281	50,27180
6	119,1912	20,59	30	20,50	5,984671	50,27194
10	197,2242	20,60	50	20,50	9,887413	50,27167
15	298,6607	20,60	76	20,50	14,96053	50,27177
20	400,0880	20,62	102	20,49	20,03413	50,27175
25	501,5274	20,62	128	20,48	25,10771	50,27164
30	602,9350	20,62	154	20,47	30,17918	50,27172
35	704,3600	20,62	180	20,45	35,25204	50,27169
40	805,7975	20,59	206	20,43	40,32524	50,27172
45	907,2495	20,57	232	20,41	45,39958	50,27180
50	1008,687	20,55	258	20,39	50,47284	50,27171
6	119,1925	19,88	30	19,89	5,984776	50,27135
10	197,2230	19,95	50	19,95	9,887414	50,27193
15	298,6590	20,03	76	20,02	14,96053	50,27201
20	400,0864	20,07	102	20,06	20,03416	50,27189
25	501,5247	20,22	128	20,19	25,10768	50,27185
30	602,9345	20,27	154	20,23	30,17926	50,27171
35	704,3570	20,34	180	20,29	35,25199	50,27185
40	805,7950	20,39	206	20,32	40,32520	50,27183
45	907,2480	20,45	232	20,36	45,39957	50,27186
50	1008,686	20,52	258	20,39	50,47282	50,27175

TABLE 2.26: Résultat de la comparaison directes entre l'ensemble 200 MPa N°5 par rapport à l'ensemble piston-cylindre 50 MPa N°1.

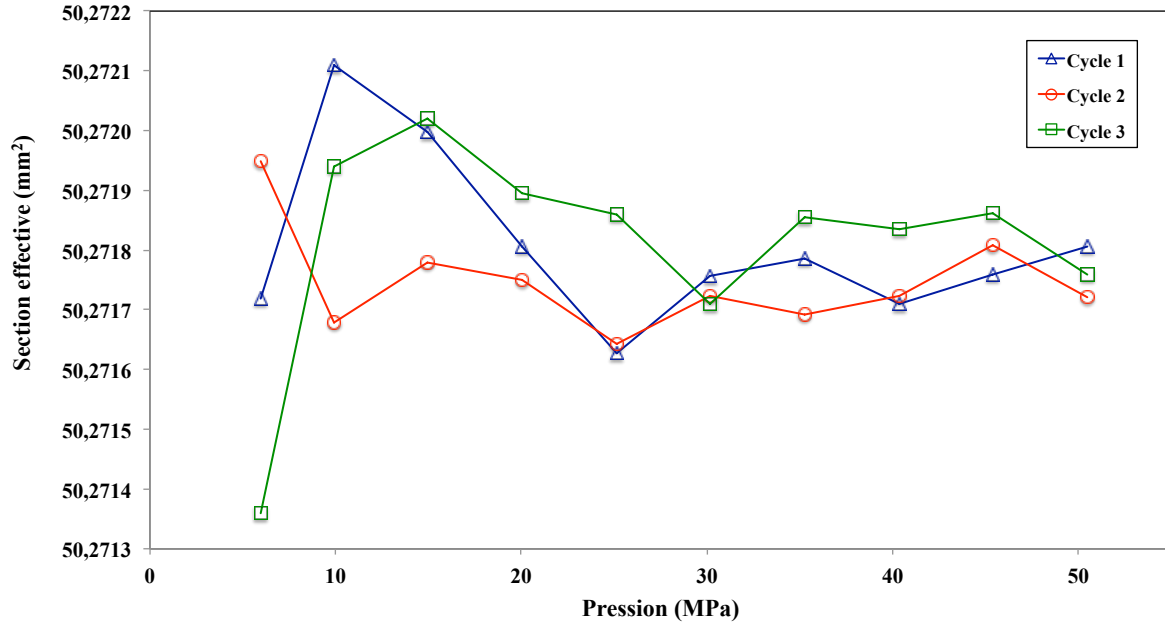


FIGURE 2.18: Section effective (S_p) pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5 en fonction de la pression en libre déformation.

2.4.1 Incertitude sur la détermination de la section

2.4.1.1 Incertitude de la pression mesurée sur l'ensemble piston-cylindre étalon

L'incertitude sur la pression étalon générée par l'ensemble piston-cylindre 50 MPa N°1 est estimée à partir de l'équation (1.4). La variance sur la pression étalon est donnée par la loi de composition des variances pour laquelle nous supposons les variables indépendantes $r(x_i, x_j) = 0$ [34]. La variance sur p est donnée par l'équation (2.9) :

$$u_p^2 = \sum_i \left\{ u_{x_i} \frac{\partial p}{\partial x_i} \right\}^2 = \sum_i (c_i^2 u_{x_i}^2) \quad (2.9)$$

où u_p est l'incertitude-type composée, u_{x_i} sont les incertitude-type sur la composante x_i et c_i est le coefficient de sensibilité. L'analyse des composantes d'incertitude est estimée à partir de la recommandation BNAE, "Estimation des incertitudes sur les mesures de pression" de 1997 [33].

2.4. DÉTERMINATION DE LA SECTION EFFECTIVE À PRESSION NULLE

Les composantes intervenant dans l'estimation de l'incertitude sur la pression mesurée p par la balance de pression dans les conditions de l'étalonnage sont listées dans le tableau 2.27.

Composante x_i	Incertitude-type sur la composante u_{xi}	Unité	Contribution	Coefficient de sensibilité $c_i = \partial p / \partial x_i$	Incertitude-type $u_p = c_i u_{xi}$
Masse totale appliquée	$4,8 \cdot 10^{-4}$	kg	Normale	p/m	$4,7 \cdot 10^{-7} \cdot p$
Accélération de la pesanteur	$9,8 \cdot 10^{-7}$	m/s ²	Normale	p/g	$1,0 \cdot 10^{-7} \cdot p$
Masse volumique de l'air	$6,9 \cdot 10^{-7}$	kg/m ³	Rectangulaire	$-p/\rho_m$	$8,7 \cdot 10^{-7} \cdot p$
Masse volumique des masses	20	kg/m ³	Normale	$(-\rho_a/\rho_m^2) \cdot p$	$3,8 \cdot 10^{-7} \cdot p$
Section effective de l'étalon	$9,0 \cdot 10^{-4}$	mm ²	Normale	$-p/S_0$	$4,6 \cdot 10^{-6} \cdot p$
Coefficient de déformation	$6,5 \cdot 10^{-14}$	/Pa	Normale	$-p^2 / (1 + \lambda \cdot p)$	$6,5 \cdot 10^{-14} \cdot p^2$
Coefficient de dilatation	$1,8 \cdot 10^{-7}$	/°C	Rectangulaire	$\frac{-(t-20) \cdot p}{1 + (\alpha_p + \alpha_c) \cdot (t-20)}$	$1,8 \cdot 10^{-7} \cdot p$
Température de l'EPC	0,12	°C	Rectangulaire	$\frac{-(\alpha_p + \alpha_c) \cdot p}{1 + (\alpha_p + \alpha_c) \cdot (t-20)}$	$1,1 \cdot 10^{-6} \cdot p$
Position du piston	0,058	mm	Rectangulaire	$\rho_f \cdot g$	0,54 Pa
Verticalité du piston	$3,4 \cdot 10^{-4}$	rad	Rectangulaire	$\tan \theta \cdot p$	$1,9 \cdot 10^{-7} \cdot p$

TABLE 2.27: Bilan des incertitudes-types sur une pression mesurée à partir de l'ensemble piston-cylindre 50 MPa N°1, pour une pression de 50 MPa.

La correction de tension superficielle est souvent négligeable pour l'estimation de l'incertitude parce qu'elle est très petite par rapport aux autres composantes. L'incertitude-type composée (u_p), en fonction de la pression, est donnée par :

$$u_p = 0,54 \text{ Pa} + 4,8 \cdot 10^{-6} \cdot p + 6,5 \cdot 10^{-13} \cdot p^2.$$

2.4.1.2 Incertitude de la section effective à pression nulle de l'ensemble piston-cylindre à étalonner

Comme exposé précédemment, la méthode de l'équilibre entre la balance étalon et la balance à étalonner permet de déterminer les sections effectives S_0 pour la balance à

2.4. DÉTERMINATION DE LA SECTION EFFECTIVE À PRESSION NULLE

étalonner. La section effective S_0 est calculée à partir de l'équation (2.7) et l'équation (1.3). Les incertitudes de chaque composante de la section sont listées dans le tableau 2.28 [33].

Composante	Incertitude-type sur la composante	Unité	Contribution	Coefficient de sensibilité	Incertitude-type
Modélisation	$2,3 \cdot 10^{-4}$	mm ²	Normale	1	$1,2 \cdot 10^{-6} \cdot S_0$
Masse totale appliquée	$4,8 \cdot 10^{-4}$	kg	Normale	S_0/m	$4,7 \cdot 10^{-7} \cdot S_0$
Accélération de la pesanteur	$9,8 \cdot 10^{-7}$	m/s ²	Normale	S_0/g	$1,0 \cdot 10^{-7} \cdot S_0$
Masse volumique de l'air	$6,9 \cdot 10^{-3}$	kg/m ³	Rectangulaire	$-S_0/\rho_m$	$8,7 \cdot 10^{-7} \cdot S_0$
Masse volumique des masses	20	kg/m ³	Normale	$(-\rho_a/\rho_m^2) \cdot p$	$3,8 \cdot 10^{-7} \cdot S_0$
Balance étalon	195,54	Pa	Normale	S_0/p	$4,8 \cdot 10^{-6} \cdot S_0$
Coefficient de dilatation	$1,8 \cdot 10^{-7}$	/°C	Normale	$\frac{-(t-20) \cdot S_0}{1+(\alpha_p+\alpha_c) \cdot (t-20)}$	$1,8 \cdot 10^{-7} \cdot S_0$
Température de l'EPC	0,12	°C	Rectangulaire	$\frac{-(\alpha_p+\alpha_c) \cdot S_0}{1+(\alpha_p+\alpha_c) \cdot (t-20)}$	$1,1 \cdot 10^{-6} \cdot S_0$
Colonne de fluide	$5,8 \cdot 10^{-2}$	mm	Rectangulaire	$\rho_f \cdot g \cdot S_0/p$	$5,6 \cdot 10^{-7} \cdot S_0$
Verticalité du piston	$3,4 \cdot 10^{-4}$	rad	Rectangulaire	$\tan\theta \cdot p$	$1,9 \cdot 10^{-7} \cdot S_0$

TABLE 2.28: Bilan d'incertitude-type composée sur la section effective à pression nulle (S_0), sur l'ensemble piston-cylindre 50 MPa N°3.

L'incertitude-type composée (u_{S_0}) sur la section effective S_0 pour l'ensemble piston-cylindre 50 MPa N°3 est de :

$$u_{S_0} = 5,0 \cdot 10^{-6} \cdot S_0.$$

2.4.2 Résultats

La traçabilité sur le calcul des sections effectives S_0 à partir des ensembles piston-cylindre 50 MPa N°1, 200 MPa et 1 GPa N°2 est définie dans la figure 2.17. Les sections effectives S_0 et les incertitudes-types composées pour chaque l'ensemble piston-cylindre sont données dans le tableau 2.29.

Ensemble piston-cylindre	Section (S_0) (mm ²)
50 MPa N°2	196, 1060 ± 1, 1 · 10 ⁻³
50 MPa N°3	196, 1046 ± 1, 1 · 10 ⁻³
200 MPa N°2	50, 27391 ± 2, 7 · 10 ⁻⁴
200 MPa N°3	50, 27434 ± 2, 7 · 10 ⁻⁴
200 MPa N°4	50, 27586 ± 2, 7 · 10 ⁻⁴
200 MPa N°5	50, 27182 ± 2, 7 · 10 ⁻⁴
200 MPa N°6	50, 27400 ± 2, 8 · 10 ⁻⁴
1 GPa N°2	9, 80480 ± 5, 5 · 10 ⁻⁵

TABLE 2.29: Résultat des mesures de section effective (S_0) à pression nulle et les incertitudes-types composées.

2.5 Détermination des sections effectives et des coefficients de déformation

La section effective de l'ensemble piston-cylindre est normalement déterminée à partir de deux méthodes. La première a été développée par Dadson et al. [9], et la seconde par Heydemann-Welch [35, 36, 37, 38, 39, 40, 41]. Dans notre étude, nous avons utilisé la première méthode.

Pour calculer la section effective S_p , nous reprenons l'équation (1.22) dans laquelle le rayon du piston à l'entrée du jeu ($r(0)$) est égal à la somme du rayon moyen du piston à pression nulle (r_0) avec la déformation du piston (u_0) à l'entrée du jeu, soit $r(0) = r_0 + u_0$ où $u_0 \ll r_0$.

En reportant cette expression dans l'équation (1.22) et en négligeant les termes du second ordre, nous pouvons déterminer la section effective S_p de la manière suivante :

$$S_p = \pi r_0^2 \left[1 + \frac{2u_0}{r_0} + \frac{1}{r_0 \cdot p} \left(\int_0^l -h(z) \frac{dp(z)}{dz} dz + 2 \int_0^l p(z) \frac{du(z)}{dz} dz \right) \right] \quad (2.10)$$

où $h(z)$ est le jeu entre le piston et le cylindre à l'altitude z , $p(z)$ est le champ de pression et $u(z)$ est la déformation du piston.

Nous pouvons de plus noter que la déformation moyenne du piston \bar{u} sur toute sa longueur d'engagement dans le cylindre est définie selon l'équation (2.11) :

$$\bar{u} = u_0 + \frac{1}{p} \int_0^l p(z) \frac{du(z)}{dz} dz \quad (2.11)$$

Les déformations du piston dans l'équation (2.11) sont déterminées à partir de l'équation de la résistance des matériaux qui est issue de l'équation de Lamé et détaillée par Timoshenko [21]. La déformation radiale du piston est due aux composantes de pression suivantes :

- La pression $p(z)$ dans le jeu entre le piston et le cylindre
- La pression p à la base du piston

La déformation totale du piston s'écrit donc (2.12) :

$$u(z) = \frac{r_0}{E_p} [p(z) \cdot (\mu_p - 1) + \mu_p \cdot p] \quad (2.12)$$

où E_p est le module d'Young du piston et μ_p est le coefficient de Poisson.

En reportant l'expression de $u(z)$ (2.12) dans l'équation (2.11) et en supposant que le champ de pression est linéaire, on trouve la déformation moyenne :

$$\bar{u} = \frac{r_0 \cdot p}{2E_p} (3\mu_p - 1) \quad (2.13)$$

Le jeu moyen (\bar{h}) entre le piston et le cylindre peut se définir tel que :

$$\bar{h} = -\frac{1}{p} \int_0^l h(z) \frac{dp(z)}{dz} dz \quad (2.14)$$

Après avoir intégré les expressions de la déformation moyenne (2.13) et du jeu moyen (2.14) dans l'équation de la section effective (2.10), nous obtenons une nouvelle expression qui est maintenant fonction des caractéristiques mécaniques du piston (E , μ), de la valeur du rayon du piston à l'entrée du jeu r_0 et surtout du jeu moyen \bar{h} que nous pouvons mesurer à partir du débit (2.15) [42, 43] :

$$S_p = \pi r_0^2 \left[1 + \frac{p}{E_p} (3\mu - 1) + \frac{\bar{h}}{r_0} \right] \quad (2.15)$$

La détermination de la section S_p est faite par la méthode de variation de la contre-pression. En faisant varier la contre-pression, nous faisons varier le jeu moyen et par conséquent la section. Nous obtenons ainsi deux valeurs pour la section effective S_{p1} et S_{p2} fonction des jeux moyens h_1 et h_2 (2.16) et (2.17) :

$$S_{p1} = \pi r_0^2 \left[1 + \frac{p}{E_p} (3\mu_p - 1) + \frac{\bar{h}_1}{r_0} \right] \quad (2.16)$$

$$S_{p2} = \pi r_0^2 \left[1 + \frac{p}{E_p} (3\mu_p - 1) + \frac{\bar{h}_2}{r_0} \right] \quad (2.17)$$

En faisant varier la contre-pression, nous avons rompu l'équilibre entre les deux balances, pour retrouver cet équilibre, il nous faut ajuster la masse Δm . En négligeant la poussée de l'air, nous obtenons une expression sur l'écart entre les deux sections proportionnelle à la variation de masse Δm :

$$S_{p1} - S_{p2} = \frac{\Delta m \cdot g}{p} \quad (2.18)$$

En remplaçant les sections (2.16), (2.17) dans l'équation (2.18), nous obtenons l'expression de l'écart entre les jeux moyens \bar{h}_1 et \bar{h}_2 qui devient proportionnel à la variation de masse Δm (2.19) :

$$\bar{h}_1 - \bar{h}_2 = \frac{\Delta m \cdot g}{\pi \cdot r_0 \cdot p} \quad (2.19)$$

Nous pouvons aussi obtenir le rapport des jeux moyens \bar{h}_1 et \bar{h}_2 correspondant à chaque contre-pression à partir de l'équation (1.59) :

$$\frac{\bar{h}_1}{\bar{h}_2} = \frac{I_1}{I_2} \cdot \sqrt[3]{\frac{v_{f1}}{v_{f2}}} \quad (2.20)$$

Grâce aux équations (2.19) et (2.20), nous calculons le jeu moyen \bar{h}_1 :

$$\bar{h}_1 = \frac{\Delta m \cdot g}{\pi \cdot r_0 \cdot p \left(1 - \frac{I_2}{I_1} \cdot \sqrt[3]{\frac{v_{f2}}{v_{f1}}} \right)} \quad (2.21)$$

Nous calculons aisément le jeu moyen \bar{h}_2 , puis l'écart entre le jeu moyen dans l'équation (2.19).

La détermination du jeu moyen revient donc à calculer l'intégrale I . Grâce aux bases théoriques de l'équation du débit (1.58), nous pouvons déterminer le terme I à partir de l'équation (2.22) :

$$I = \frac{\int_0^p h(z) \cdot dp(z)}{\sqrt[3]{6 \cdot r_0 \cdot v_f}} = \int_0^p \left(\sqrt[3]{\eta \cdot \frac{dz}{dp(z)}} \right) dp \quad (2.22)$$

Le calcul de I revient à exprimer le jeu en fonction de la pression. Nous avons vu que le jeu est lié à la pression par le fait que la déformation du cylindre est proportionnelle à la pression. Pour résoudre le problème, nous sommes obligés de faire une hypothèse soit sur la forme de la distribution longitudinale de pression dans le jeu, soit sur la variation du jeu sur la longueur du cylindre [44]. Pour cette étude, nous faisons une hypothèse sur la forme de la distribution longitudinale de pression [3].

Après avoir déterminé les intégrales I_1 et I_2 correspondant aux contre-pressions P_{j1} et P_{j2} , et les vitesses de chute v_{f1} et v_{f2} , nous pouvons déterminer les jeux \bar{h}_1 et \bar{h}_2 . Les sections S_{p1} et S_{p2} sont alors obtenues à partir des équations (2.16) et (2.17).

Avec la définition de la section S_p dans l'équation (1.41) et les sections S_{p1} et S_{p2} dans les équations (2.16) et (2.17), nous pouvons en déduire un coefficient de déformation avec la contre-pression (n) :

$$n = \frac{S_{p1} - S_{p2}}{\pi \cdot r_0^2 \cdot (P_{j2} - P_{j1})} \quad (2.23)$$

2.5.1 Principe de la méthode

La méthode de variation de la contre-pression permet de déterminer le coefficient n . Le premier ensemble piston-cylindre est utilisé comme référence pour maintenir la pression constante dans la chambre du second ensemble à étalonner. Ce dernier est soumis à une contre-pression variable. Nous commençons par réaliser l'équilibre à la contre-pression P_{j1} , puis nous faisons varier la contre-pression à P_{j2} et nous rééquilibrons l'ensemble piston-cylindre en ajoutant une masse additionnelle Δm . Pour chaque palier,

nous mesurons les températures t_1 et t_2 , ainsi que les vitesses de chute v_{f1} et v_{f2} . Les conditions des deux équilibres sont définies par le tableau 2.30.

Le calcul du coefficient n est effectué pour deux valeurs successives de contre-pression. Le cycle de valeurs de contre-pression doit être réalisé de manière continue.

Étape	Paramètre	Balance à étalonner	Balance étalon
1 ^{er} Équilibre	Pression	p	p
	Contre-pression	P_{j1}	P_{jB}
	Masse	m_A	m_B
	Vitesse de chute	v_{f1}	-
	Température	t_1	-
	Section effective	S_{p1}	-
2 ^{ème} Équilibre	Pression	p	p
	Contre-pression	P_{j2}	P_{jB}
	Masse	$m_A + m$	m_B
	Vitesse de chute	V_{f2}	-
	Température	t_2	-
	Section effective	S_{p2}	-

TABLE 2.30: Condition de deux équilibres par la méthode de variation de la contre-pression.

2.5.2 Résultats

Les mesures ont été réalisées en quatre paliers de pression comprenant chacun neuf incrément de contre-pression. Les contres-pressions sont comprises entre 0 et 45% de la pression p appliquée à la base du piston. Les valeurs sont présentées dans le tableau 2.31.

A partir des valeurs obtenues par la méthode expérimentale (7 premières colonnes) dans le tableau 2.31, nous pouvons calculer les sections S_{p1} et S_{p2} en fonction de la pression p et de la contre-pression P_{j1} et P_{j2} à partir de l'algorithme de la figure 2.19.

Le programme commence par les définitions des paramètres de géométrie (r_0, h_0), les caractéristiques du matériau constituant le piston (E, μ), la pression (p), les résultats du premier et second équilibre ($P_{j1}, t_1, v_{f1}, P_{j2}, t_2, v_{f2}$) et l'écart de masse Δm qui permet de rétablir l'équilibre entre les deux balances.

2.5. DÉTERMINATION DES SECTIONS EFFECTIVES ET DES COEFFICIENTS DE DÉFORMATION

p_{nom} MPa	P_{j1}/p	t_1 °C	v_{f1} µm/s	P_{j2}/p	t_2 °C	v_{f2} µm/s	S_{p1} mm ²	S_{p2} mm ²	n 10 ⁻⁶ /MPa
70	0,00	20,35	0,824	0,05	20,37	0,671	50,2778	50,2772	3,21
	0,05	20,43	0,671	0,10	20,44	0,548	50,2778	50,2772	4,18
	0,10	20,48	0,548	0,15	20,50	0,444	50,2773	50,2767	3,10
	0,15	20,53	0,444	0,20	20,54	0,355	50,2767	50,2761	4,09
	0,20	20,58	0,355	0,25	20,58	0,274	50,2754	50,2748	3,00
	0,25	20,61	0,274	0,30	20,61	0,207	50,2748	50,2742	3,90
	0,30	20,04	0,198	0,35	20,06	0,154	50,2751	50,2746	2,79
	0,35	20,09	0,155	0,40	20,14	0,115	50,2739	50,2734	3,62
	0,40	20,33	0,115	0,45	20,36	0,085	50,2736	50,2730	2,58
120	0,00	20,63	2,625	0,05	20,64	2,081	50,2821	50,2811	3,52
	0,05	20,69	2,081	0,10	20,70	1,632	50,2813	50,2803	3,47
	0,10	20,04	1,560	0,15	20,07	1,223	50,2811	50,2800	3,41
	0,15	20,15	1,223	0,20	20,20	0,945	50,2798	50,2788	3,28
	0,20	20,43	0,955	0,25	20,47	0,724	50,2791	50,2781	3,28
	0,25	20,52	0,724	0,30	20,54	0,533	50,2779	50,2769	3,20
	0,30	20,60	0,533	0,35	20,62	0,387	50,2771	50,2762	3,09
	0,35	20,70	0,384	0,40	20,71	0,275	50,2765	50,2756	2,98
	0,40	20,74	0,275	0,45	20,75	0,185	50,2748	50,2739	2,79
160	0,00	20,18	4,828	0,05	20,23	3,656	50,2832	50,2818	3,43
	0,05	20,60	3,683	0,10	20,62	2,773	50,2833	50,2819	3,52
	0,10	20,67	2,773	0,15	20,69	2,097	50,2827	50,2814	3,34
	0,15	20,73	2,097	0,20	20,74	1,596	50,2824	50,2811	3,19
	0,20	20,79	1,596	0,25	20,80	1,162	50,2805	50,2792	3,20
	0,25	20,82	1,162	0,30	20,83	0,840	50,2799	50,2786	3,11
	0,30	20,86	0,840	0,35	20,87	0,598	50,2781	50,2770	2,76
	0,35	20,16	0,565	0,40	20,20	0,386	50,2773	50,2761	2,84
	0,40	20,57	0,393	0,45	20,62	0,253	50,2756	50,2746	2,67
200	0,00	20,33	7,747	0,05	20,39	5,389	50,2822	50,2805	3,34
	0,05	20,44	5,389	0,10	20,54	4,222	50,2877	50,2861	3,22
	0,10	20,90	4,320	0,15	20,92	3,189	50,2842	50,2826	3,22
	0,15	20,95	3,189	0,20	20,97	2,331	50,2837	50,2821	3,22
	0,20	20,94	2,224	0,25	20,95	1,634	50,2834	50,2819	3,12
	0,25	20,23	1,611	0,30	20,31	1,155	50,2818	50,2803	3,02
	0,30	20,46	1,155	0,35	20,51	0,798	50,2801	50,2786	2,93
	0,35	20,68	0,792	0,40	20,71	0,521	50,2781	50,2767	2,73
	0,40	20,78	0,521	0,45	20,79	0,317	50,2761	50,2748	2,59

TABLE 2.31: Résultat des mesures par la méthode des variations de contre-pression pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5.

Ensuite, nous initialisons la pression $p(z)$ avec une distribution linéaire suivant l'axe vertical z . Puis, nous calculons les déformations du piston $u(z)$ et du cylindre $U(z)$ à partir des équations de Lamé. On calcule ensuite la viscosité $\eta(p)$ et estimons les positions z à partir de l'équation du débit. Nous calculons ensuite les intégrales I_1 et I_2 pour en déduire les jeux moyens \bar{h}_1 et \bar{h}_2 . Nous pouvons maintenant déterminer la déformation moyenne du piston sur toute la longueur d'engagement \bar{u} et enfin les sections S_{p1} et S_{p2} .

A partir des sections S_{p1} et S_{p2} du tableau 2.31, nous pouvons calculer le coefficient n par l'équation (2.23). Les résultats des coefficients n pour les ensembles piston-cylindre 200 MPa N°4, N°5 et 1 GPa sont donnés dans le tableau 2.33.

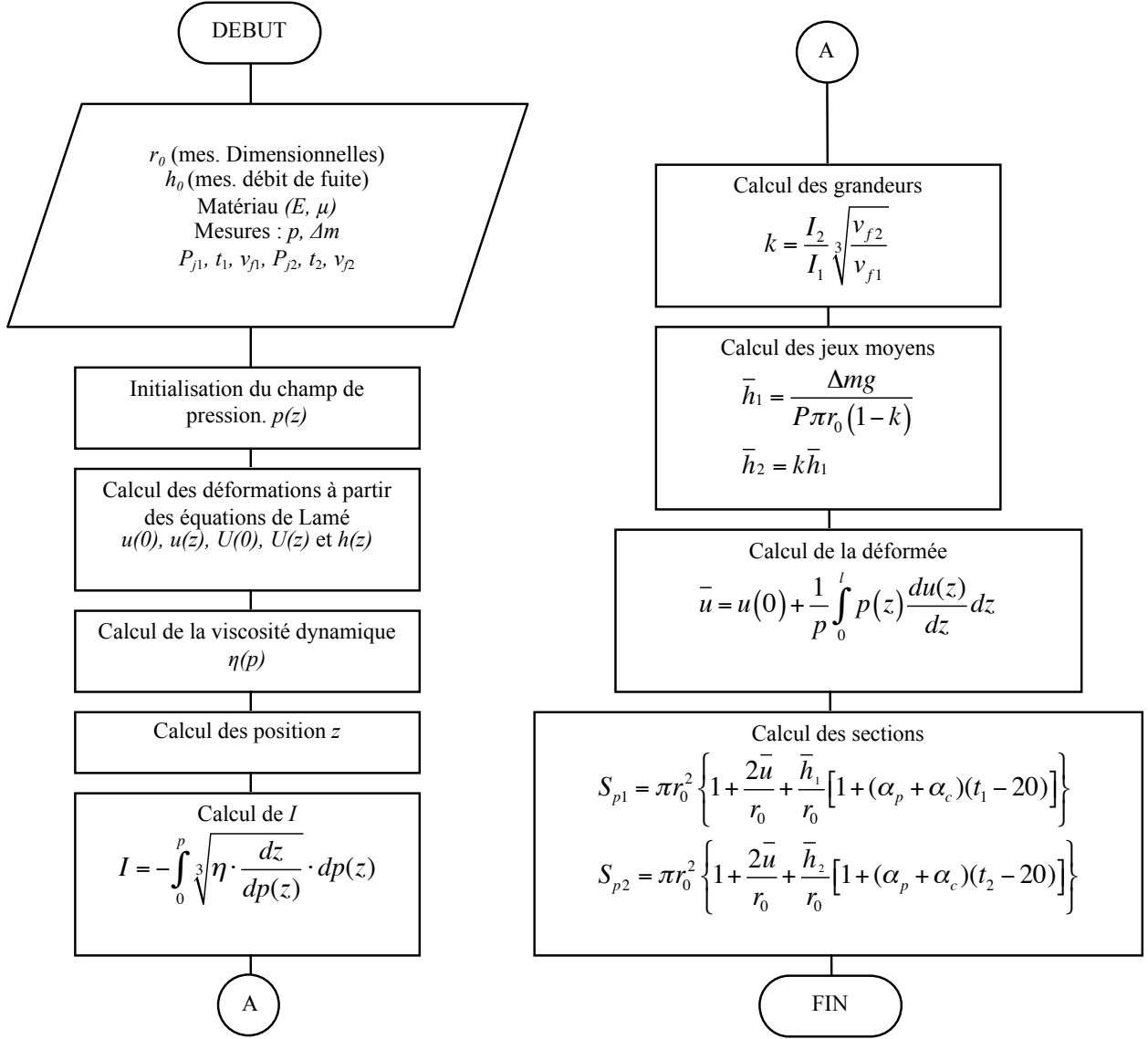


FIGURE 2.19: Algorithme de calcul des sections effectives (S_{p1} et S_{p2}) en fonction de la pression, à 20°C.

Parmi les comparaisons des ensembles piston-cylindre 200 MPa de Legras [2], le coefficient $\lambda' = -0,20 \cdot 10^{-7}/\text{MPa}$ a été obtenu, par une contre-pression égale à $p/4$, pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5. A partir des coefficients n et λ' , nous pouvons calculer le coefficient de déformation en libre déformation $\lambda = 7,78 \cdot 10^{-7}/\text{MPa}$ avec l'expression donnée dans l'équation (1.42).

Après avoir obtenu les sections S_0 du tableau 2.29 et les coefficients λ et n de l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, nous avons utilisé ces valeurs comme valeurs

de référence pour étalonner les ensembles piston-cylindre 200 MPa N°4 et 1 GPa N°2 en jeu contrôlé. Ces comparaisons permettent de déterminer les coefficients λ' des derniers ensembles.

La détermination des coefficients λ' consiste à comparer des ensembles piston-cylindre deux à deux pour la pression comprise entre 10 et 100% de la pression maximale. La méthode de comparaison est faite de la même manière que celle de la section 2.4 sauf que nous avons appliqué une pression P_j à l'extérieur du cylindre. Pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, la contre-pression $P_j = p/4$ et pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2, la contre-pression $P_j = p/5$. Avec l'aide des équations (2.7) et (2.8), nous pouvons déterminer les sections S_p pour chaque pression p . Les résultats des comparaisons pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4 sont donnés dans le tableau 2.32. La figure 2.20 présente également les sections S_p en fonction de la pression p .

2.5. DÉTERMINATION DES SECTIONS EFFECTIVES ET DES COEFFICIENTS DE DÉFORMATION

Pression P_{nom} (MPa)	Masse m_B (kg)	Température t_B (°C)	Masse m_A (kg)	Température t_A (°C)	Pression p_m (MPa)	Section à étalonner, S_p (mm ²)
20	101,6429	20,68	102,3262	20,59	19,9644	50,27638
50	255,8367	20,67	256,5304	20,58	50,0508	50,27624
70	358,0172	20,66	358,7069	20,57	69,9862	50,27612
100	512,1163	20,64	512,8106	20,56	100,0533	50,27598
120	614,3049	20,59	614,9980	20,53	119,9911	50,27589
140	717,0870	20,55	717,7899	20,49	140,0468	50,27584
160	819,3688	20,39	820,0838	20,36	160,0055	50,27579
180	922,0491	20,30	922,7662	20,27	180,0400	50,27576
200	1024,439	20,21	1025,1787	20,18	200,0221	50,27569
20	101,6430	20,70	102,3262	20,61	19,9644	50,27633
50	255,8367	20,69	256,5304	20,61	50,0507	50,27624
70	358,0173	20,68	358,7069	20,61	69,9862	50,27610
100	512,1165	20,67	512,8106	20,60	100,0533	50,27596
120	614,3050	20,65	614,9980	20,59	119,9910	50,27588
140	717,0872	20,62	717,7899	20,56	140,0467	50,27583
160	819,3693	20,59	820,0838	20,54	160,0053	50,27577
180	922,0498	20,34	922,7662	20,36	180,0401	50,27570
200	1024,4390	20,25	1025,1787	20,29	200,0220	50,27565
20	101,6430	20,68	102,3262	20,60	19,9645	50,27633
50	255,8369	20,67	256,5304	20,59	50,0508	50,27620
70	358,0176	20,65	358,7069	20,58	69,9863	50,27606
100	512,1168	20,62	512,8106	20,55	100,0534	50,27593
120	614,3053	20,57	614,9980	20,51	119,9912	50,27585
140	717,0874	20,53	717,7899	20,47	140,0469	50,27581
160	819,3693	20,46	820,0838	20,40	160,0055	50,27577
180	922,0497	20,29	922,7662	20,25	180,0401	50,27573
200	1024,4390	20,21	1025,1787	20,17	200,0221	50,27569

TABLE 2.32: Résultat des comparaisons directe pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en jeu contrôlé, à partir de l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en jeu contrôlé.

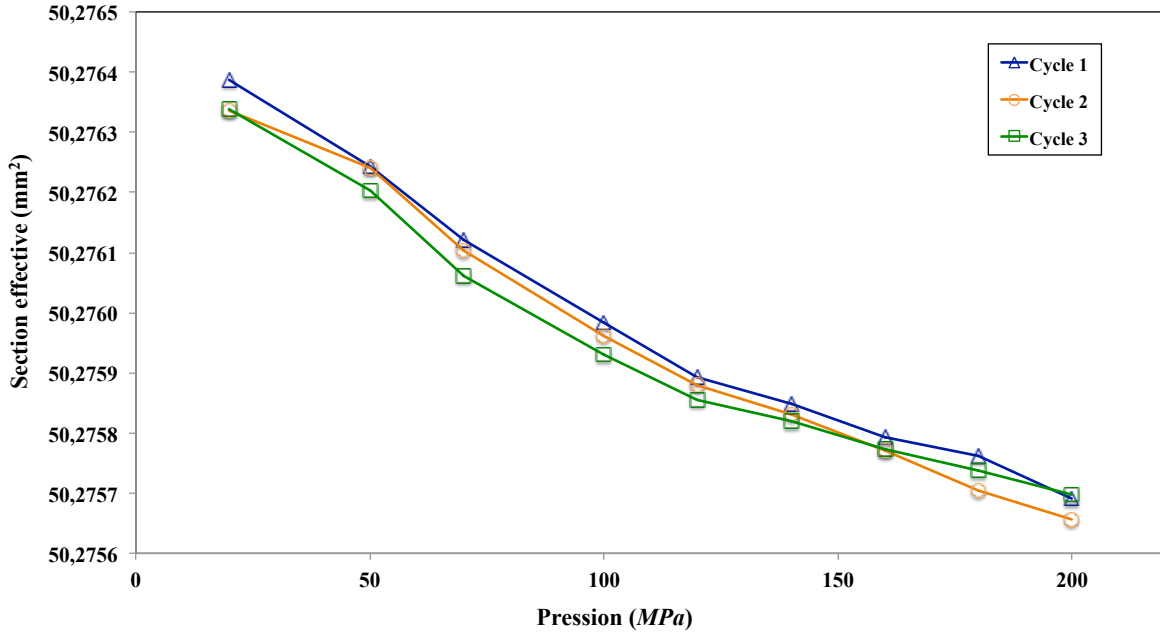


FIGURE 2.20: Section effective (S_p) à pression élevée en fonction de la pression pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en jeu contrôlé, pour trois cycles de mesure équivalents.

Après avoir obtenu les sections S_p (tableau 2.32), nous pouvons calculer les coefficients λ' à partir de l'équation (1.40). Puis, avec l'équation (1.42) nous pouvons déterminer le coefficient λ . Les coefficients λ et λ' sont donnés dans le tableau 2.33.

Ensemble piston-cylindre	λ ($10^{-7}/\text{MPa}$)	λ' ($10^{-7}/\text{MPa}$)	n ($10^{-6}/\text{MPa}$)
200 MPa N°4	8,05	-0,75	3,52
200 MPa N°5	7,78	-0,20	3,19
1 GPa N°2	8,12	0,82	3,65

TABLE 2.33: Valeur des coefficients de déformation (λ) en libre déformation, des coefficients de déformation en jeu contrôlé (λ') et des coefficients de déformation (n) avec la contre-pression pour les ensembles piston-cylindre 200 MPa N°5 et 1 GPa N°2.

2.6 Conclusions

La détermination expérimentale des jeux aux montages et des sections effectives (S_0) à pression nulle sont nécessaires pour le calcul des rayons pistons et cylindres.

Ces données sont indispensable pour réaliser les calculs théoriques par la méthode des éléments finis (MEF) qui seront effectué dans le chapitre suivant. Les coefficients de déformations et les vitesses de chute du piston sont quant à eux indispensables pour valider les calculs numériques (MEF).

Les résultats ont montré que les jeux au montage calculés en prenant compte les trois modèles d'écoulement ne sont pas significativement différents. Nous avons déterminé le jeu au montage sur les cinq ensembles piston-cylindre 200 MPa et nous avons trouvé des valeurs comprises entre 0,272 et 0,540 μm . L'incertitude maximale sur ces valeurs est de l'ordre de 4,4%. Pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa, nous avons trouvé de la valeur de 0,211 avec l'incertitude de 8,1%.

Pour les ensemble 200 MPa, en libre déformation, nous avons trouvé des vitesses de chute du piston comprises entre 0,54 et 14,78 $\mu\text{m/s}$. L'incertitude maximale sur ces vitesses est de 15% pour des pressions inférieures à 20 MPa. En jeu contrôlé, les résultats sont comprises entre 0,032 et 2,859 $\mu\text{m/s}$ avec une incertitude de l'ordre de 17%.

Pour les ensemble 1 GPa, en libre déformation, les vitesses de chute sont comprises entre 1,797 et 10,670 $\mu\text{m/s}$, avec une incertitude maximale de 9% à basse pression. En jeu contrôlé, les résultats sont comprises entre 0,661 et 0,847 $\mu\text{m/s}$, avec une incertitude qui n'excède pas 11%.

Les composantes d'incertitudes les plus significatives sur la détermination des jeux au montage et sur les mesures des vitesses de chute du piston sont la répétabilité et la viscosité du fluide de transfert.

Nous avons trouvé des sections effectives à pression nulle S_0 comprises entre 50,27182 et 50,27586 mm^2 sur les ensembles piston-cylindre 200 MPa et de 9,8084 mm^2 pour l'ensemble 1 GPa. L'incertitude sur ces valeurs est de l'ordre de $5,6 \cdot 10^{-6} \cdot S_0$. L'incertitude la plus importante sur le calcul des sections effectives est la pression générée par l'étalon.

Les coefficients de déformation avec la contre-pression (n) sont compris entre 3,19 et $3,65 \cdot 10^{-6}/\text{MPa}$. Les coefficients de déformation (λ) sont compris entre 7,78 et $8,12 \cdot 10^{-7}/\text{MPa}$, et entre 0,82 et $-0,75 \cdot 10^{-7}/\text{MPa}$ en jeu contrôlé.

Chapitre 3

Simulation numérique

Sommaire

3.1	Introduction	80
3.2	Méthode de calcul	81
3.3	Logiciel utilisé	83
3.3.1	Prétraitement	85
3.3.2	Solution	85
3.3.3	Post traitement	86
3.4	Géométries et Maillages	86
3.5	Matériaux de l'ensemble piston-cylindre et Conditions aux limites	92
3.6	Visualisation des déformations obtenues par éléments finis	93
3.7	Influences du maillage	97
3.8	Résultats du calcul	106
3.8.1	Ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4	106
3.8.2	Ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5	116
3.8.3	Ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2	124
3.9	Conclusions	134

3.1 Introduction

La simulation numérique réalisée par la méthode des éléments finis est une méthode utilisée déjà dans des recherches précédentes [45, 46, 47, 48]. Elle permet de déterminer

la déformation du piston et du cylindre dans la balance de pression. Cette déformation permet de calculer le coefficient de déformation et la vitesse de chute du piston. Dans les recherches précédentes, les vitesses de chute du piston obtenues avec la simulation numérique sont éloignées d'environ 30% de celles obtenues par les mesures expérimentales. Pour expliquer ces différences, nous déterminerons dans ce chapitre les vitesses de chute du piston en prenant compte des nouveaux modèles d'écoulement du fluide explicites dans le chapitre 1. L'objectif est d'améliorer la compréhension des écarts observés entre les valeurs expérimentales et théoriques.

La méthode des éléments finis fait partie des outils de l'ingénieur pour résoudre des problèmes de mécanique des fluides, du solide ou thermique. Le principal avantage d'utiliser la méthode des éléments finis est qu'elle est adaptée pour des géométries complexes et irrégulières tout comme la méthode des volumes finis. Notre choix se portera sur la méthode des éléments finis qui est largement utilisée pour l'analyse structurale [49, 50].

Ce chapitre décrit les procédures du calcul numérique par la méthode des éléments finis. Ces procédures permettent de déterminer les coefficients de déformation (λ) et les vitesses de chute du piston (v_f) pour les ensembles piston-cylindre de 200 MPa et de 1 GPa. Dans ce chapitre, les procédures de calculs du coefficient λ et de la vitesse de chute v_f sont tout d'abord décrites succinctement. Le principe de la méthode des éléments finis est ensuite expliqué. Les démarches d'optimisations de calculs sont également présentées.

Dans ce chapitre, le jeu entre le piston et le cylindre non déformé dans nos calculs est le jeu moyen (jeu idéal) obtenu par les mesures du débit du fluide.

Enfin, les coefficients λ et les vitesses de chute v_f obtenus par cette méthode seront comparés aux données expérimentales exposées au chapitre 2.

3.2 Méthode de calcul

Le calcul des déformations du piston ($u(z)$) et du cylindre ($U(z)$) est déterminé par résolution du problème structural et du problème de l'écoulement. Les calculs sur la déformation de la structure et sur l'écoulement du fluide sont effectués séparément. Nous considérons que l'écoulement du fluide dans l'espace entre le piston et le cylindre est

laminaire, isotherme et permanent. Le fluide est newtonien et incompressible. L'écoulement du fluide est analysé dans le jeu ($h(z)$) entre le piston et le cylindre dont le profil est obtenu par la déformée déterminée à l'aide de l'analyse structurale. La distribution longitudinale de pression ($p(z)$) est obtenue par l'analyse de l'écoulement. Il est utilisé comme chargement dans la structure analysée. Le calcul numérique est réalisé par itération successive entre l'analyse structurale et l'analyse des écoulements. Le critère d'arrêt est la convergence des paramètres de sortie tels que le jeu $h(z)$, la distribution longitudinale de pression $p(z)$ et les résidus. La procédure de calcul est synthétisée dans le diagramme de la figure 3.1.

Pour déterminer la distribution longitudinale de pression $p(z)$ et les déformations ($u(z)$) et ($U(z)$), nous devons commencer par la discrétisation de la structure en petits éléments (maillage). Ensuite, nous définirons les conditions aux limites en appliquant des blocages ou des chargements en pression aux nœuds de la structure. Nous pouvons initialiser le jeu $h_i(z)$ à partir des points géométriques qui définissent le piston et le cylindre dans la zone d'engagement. Après initialisation du champ pression $p_i(z)$ par une distribution linéaire. Nous pouvons calculer les viscosités $\eta(p_i(z))$ et les masses volumiques $\rho(p_i(z))$ données par les équations (1.55) et (1.57), qui nous permettent de calculer la nouvelle distribution longitudinale de pression $p_{i+1}(z)$ à partir de l'équation de Reynolds (1.32), jusqu'à convergence du champ de pression. Une fois les pressions calculées, elles seront appliquées aux parois du jeu. Nous pouvons maintenant calculer un nouveau jeu $h_{i+1}(z)$, à partir des déformations $u_i(z)$ et $U_i(z)$ déterminées par la méthode des éléments finis. Ce jeu sera de nouveau utilisé pour calculer le champ de pression jusqu'à convergence du jeu.

Le critère de convergence sur la pression est de 10^{-10} et de 10^{-6} pour la détermination du jeu [6].

Finalement, nous pouvons déterminer la section à pression nulle (S_0), la section à pression élevée (S_p), le coefficient λ et la vitesse de chute v_f par les équations (1.38), (1.23), (1.3) et (1.58) respectivement.

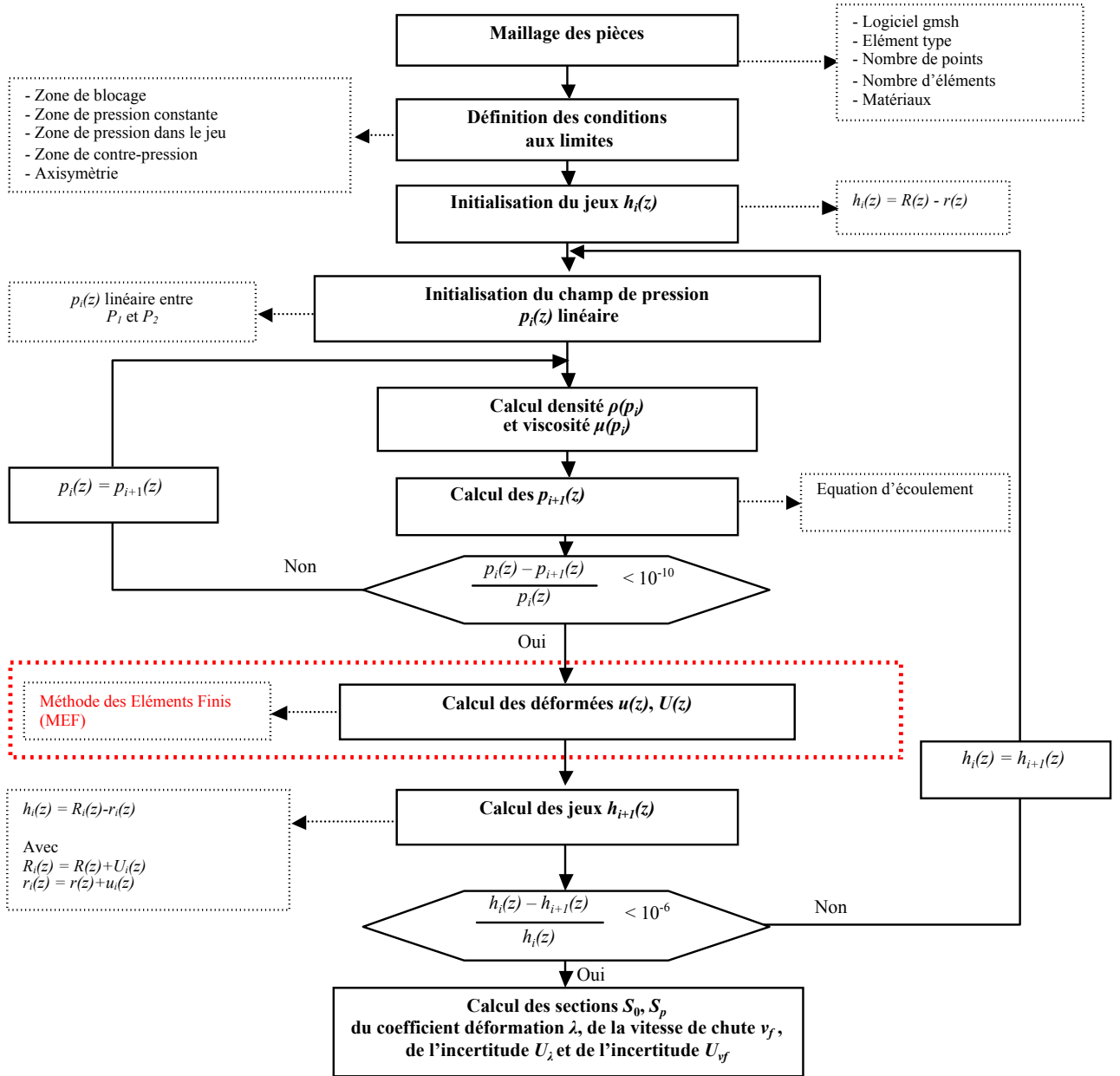


FIGURE 3.1: Diagramme de calcul des sections effective à pression nulle (S_0), à pression élevée (S_p), des coefficients de déformation (λ), des vitesses de chute du piston (v_f) et des incertitudes.

3.3 Logiciel utilisé

Les logiciels de calcul numérique par la méthode des éléments finis, tels que ANSYS, Solidwork, etc. utilisent une interface graphique (GUI-graphical user interface),

qui permet de dessiner les différentes pièces mécaniques, d'appliquer des chargements et des contraintes, de paramétrer la typologie des éléments et d'afficher des résultats graphiquement. Une interface graphique est utilisée pour les analyses simples, où il n'y a pas de méthode itérative, entre le calcul de structure et le calcul de l'écoulement.

Dans le cas des balances de pression, nous avons des interactions entre la pression et la déformation. En effet, la pression dépend et influence la géométrie. Le calcul implique de faire de nombreuses boucles de calcul jusqu'à convergence de la pression et de la déformation. C'est pourquoi, nous ne pouvons pas utiliser de manière directe les logiciels de la méthode des éléments finis car nous devons maîtriser les interaction fluide-solide.

Par ailleurs, le logiciel de calcul doit pouvoir être paramétré en fonction des cas à étudier. Il faut pouvoir faire varier les valeurs d'entrée telles que les caractéristiques des matériaux, mais aussi les conditions aux limites, la géométrie du jeu entre le piston et le cylindre afin de pouvoir appréhender l'influence de chaque paramètre sur les solutions (coefficient de déformation et vitesse de chute du piston).

Dans la procédure, nous utilisons le logiciel "ANSYS Parametric Design Language (APDL)" qui est un module du logiciel ANSYS [51, 52]. L'APDL nous permet d'effectuer les étapes de l'analyse ci-après :

- Prétraitement : la construction du modèle est menée dans cette étape, ce qui implique la création d'un modèle solide, la définition du matériau, et le maillage.
- Solution : cette étape est utilisée pour obtenir la solution pour la méthode des éléments finis générés dans les prétraitements. Les tâches importantes sous cette étape sont : définir les conditions aux limites du modèle, choisir le type de l'analyse, construire la matrice et obtenir une solution.
- Post-traitement : dans cette étape, les résultats du calcul sur le modèle ou une partie du modèle sont présentés sous forme numérique et graphique. Cela comprend le tracé des contours du modèle, la déformation de l'ensemble piston-cylindre et le champ de pression.

Dans nos calculs, le module APDL nous permet de préparer une série de macros pour réaliser chaque étape de l'analyse. Les étapes de Solution et Post-traitement utilisent toujours les mêmes macros pour tous les calculs. Seul le Prétraitement est changé pour le nouveau cas de calcul sur un autre ensemble piston-cylindre (la géométrie, les propriétés des matériaux et les conditions aux limites).

Les principales étapes du processus d'analyse sont décrites ci-après :

3.3.1 Prétraitement

Cette étape est écrite dans une seule macro. Elle consiste à définir les variables globales par les paramètres suivants :

- les coordonnées du modèle défini par les points géométriques définissant chaque piston et cylindre,
- le type d'élément discrétisant l'ensemble piston-cylindre, le nombre de nœuds par élément et les degrés de liberté différents à chaque nœud,
- la taille des éléments du piston et du cylindre et les affinages du maillage,
- les propriétés des matériaux tels que le module d'Young et le coefficient de Poisson.

3.3.2 Solution

Cette étape est définie par les quatre macros suivantes :

- définir les conditions aux limites telles que la zone de blocage, la zone d'application de la pression et aussi la contre-pression,
- déterminer la distribution longitudinale de pression dans le jeu entre le piston et le cylindre ainsi que le critère de convergence,
- appliquer la distribution longitudinale de pression dans le jeu entre le piston et le cylindre, définir le type d'analyse et résoudre le problème,
- obtenir les résultats tels que la déformation aux nœuds sur la longueur d'engagement du cylindre, la distribution longitudinale de pression dans le jeu, la section effective, le coefficient de déformation et la vitesse de chute du piston.

3.3.3 Post traitement

Cette étape montre graphiquement les résultats de déformation de l'ensemble piston-cylindre. Elle comprend le diagramme du profil de la déformation, la distribution longitudinale de pression dans le jeu entre le piston et le cylindre, le nombre d'itérations pour calculer la distribution longitudinale de pression, et le nombre d'itérations pour calculer les jeux (les valeurs des résidus).

3.4 Géométries et Maillages

Le logiciel de calcul par la méthode des éléments finis ANSYS-APDL nous permet de définir la géométrie et le maillage de nos ensembles. Nous avons tout d'abord défini le contour des pièces à partir des plans de construction fournis par la société DH-Budenberg, France.

Les directions x et y des figures 3.2 à 3.5 correspond aux directions r et z de nos calculs.

La figure 3.2 et la figure 3.3 représentent pour les ensembles piston-cylindre 200 MPa et 1 GPa respectivement. Les schémas sont valables pour différents diamètres d'ensemble piston-cylindre ($\text{Ø}2 \cdot r$ pour le piston et $\text{Ø}2 \cdot R$ pour le cylindre).

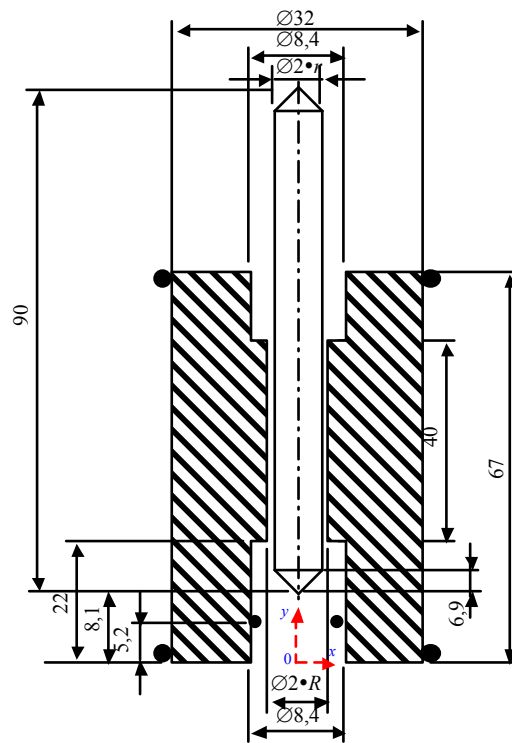


FIGURE 3.2: Schéma de l'ensemble piston-cylindre 200 MPa (cotation en mm).

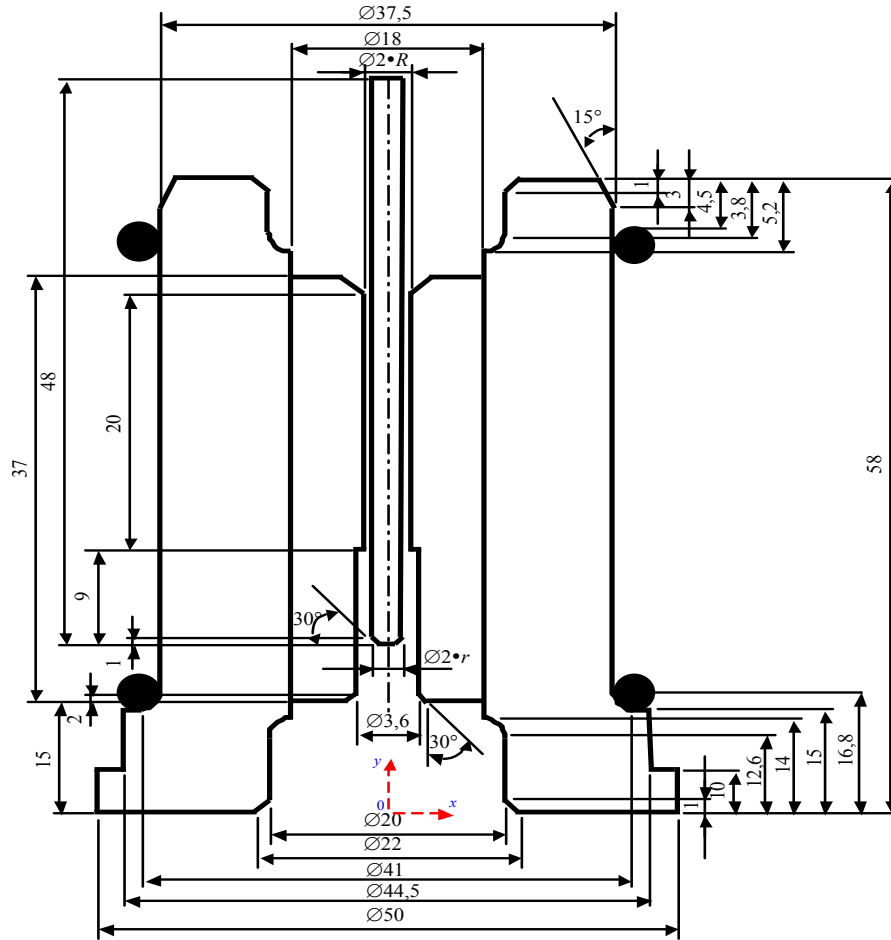


FIGURE 3.3: Schéma de l'ensemble piston-cylindre 1 GPa (cotation en mm).

Seuls les rayons moyens du piston (r_0) et du cylindre (R_0) sont obtenus par les mesures du débit du fluide et les comparaisons directes entre les deux balances de pression à basse pression. Avec les jeux au montage (h_0) (tableau 2.12) et les sections effectives S_0 (tableau 2.29) déterminés au chapitre 2, nous pouvons calculer les rayons r_0 et R_0 à partir de l'équation (2.6) par l'expression suivante :

$$r_0 = \frac{-h_0 + \sqrt{h_0^2 - 4 \frac{S_0}{\pi}}}{2} \quad (3.1)$$

$$R_0 = r_0 + h_0 \quad (3.2)$$

3.4. GÉOMÉTRIES ET MAILLAGES

Les rayons r_0 et R_0 et les incertitudes-types composées sont donnés dans le tableau 3.1 suivant :

Ensemble piston-cylindre	Rayon du piston r_0 (mm)	Rayons du cylindre R_0 (mm)
200 MPa N°2	$4,000154 \pm 0,000012$	$4,000516 \pm 0,000018$
200 MPa N°3	$4,000160 \pm 0,000012$	$4,000544 \pm 0,000018$
200 MPa N°4	$4,000143 \pm 0,000013$	$4,000683 \pm 0,000020$
200 MPa N°5	$4,000116 \pm 0,000012$	$4,000388 \pm 0,000017$
200 MPa N°6	$4,000182 \pm 0,000013$	$4,000496 \pm 0,000021$
1 GPa N°2	$1,766520 \pm 0,0000080$	$1,766731 \pm 0,000015$

TABLE 3.1: Rayon moyen du piston (r_0) et du cylindre (R_0) avec son incertitude-type composée.

Toutes les coordonnées correspondantes à chaque point géométrique (figure 3.4 et figure 3.5) des ensembles piston-cylindre 200 MPa et 1 GPa sont présentées dans le tableau 3.2 pour l'ensemble 200 MPa et le tableau 3.3 pour l'ensemble 1 GPa. Elles sont obtenues par les mesures expérimentales données par le tableau 3.1.

Point	x (mm)	y (mm)	Point	x (mm)	y (mm)
1	R_0	62	8	4,2	22
2	4,2	62	9	R_0	22
3	4,2	67	10	r_0	62
4	16	67	11	r_0	91
5	16	0	12	0	98,1
6	4,2	0	13	0	8,1
7	4,2	5,2	14	r_0	15
			15	r_0	22

TABLE 3.2: Coordonnée des nœuds de l'ensemble piston-cylindre 200 MPa.

Point	x (mm)	y (mm)	Point	x (mm)	y (mm)
1	0	68	17	10	1
2	0	20	18	11	0
3	0,6118	20	19	25	0
4	r_0	21	20	25	10
5	r_0	29	21	22,25	10
6	r_0	49	22	22,25	15
7	r_0	68	23	20,5	15
8	3,4988	52	24	18,75	16,75
9	R_0	49	25	18,75	53,5
10	R_0	29	26	18,75	55
11	1,8	29	27	17,9462	58
12	1,8	17	28	11	58
13	2,9547	15	29	10	57
14	9	15	30	10	54,2142
15	9	14	31	9	52,8
16	10	12,5858	31	9	52

TABLE 3.3: Coordonnée des nœuds de l'ensemble piston-cylindre 1 GPa.

Après avoir obtenu toutes les coordonnées de l'ensemble piston-cylindre, nous pouvons générer son contour sous le logiciel ANSYS-APDL. Les contours sont montrés dans la figure 3.4. Ensuite, la taille caractéristique du maillage ainsi que la typologie des éléments ont été paramétrées. Le maillage de type quadrangle non structuré est ensuite réalisé automatiquement. La figure 3.5 montre un exemple de maillage 2D.

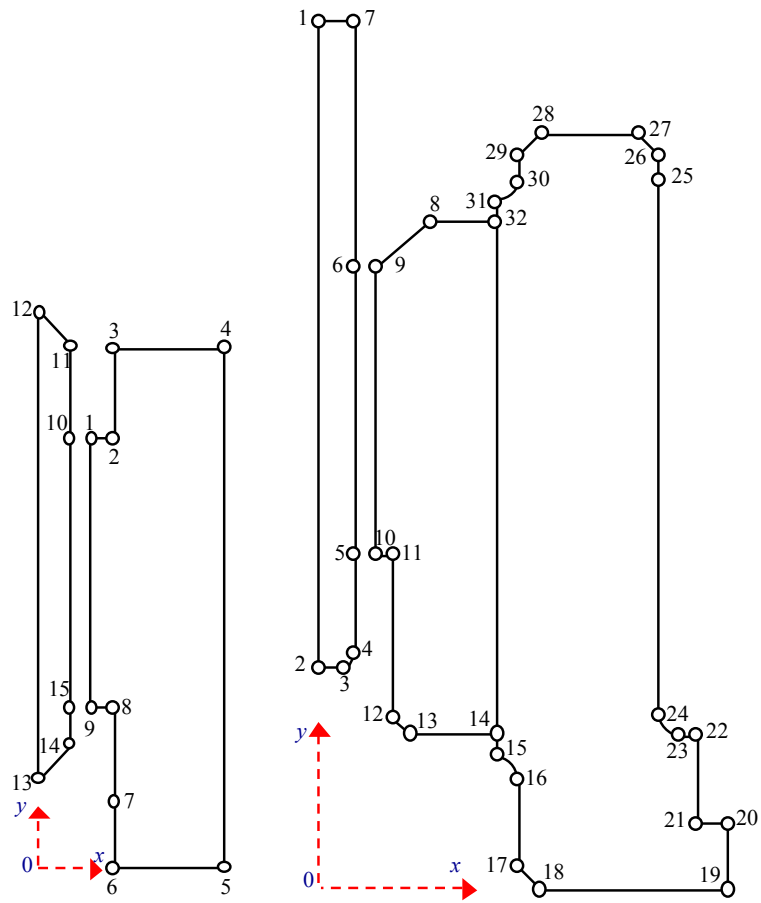


FIGURE 3.4: Contour des ensembles piston-cylindre 200 MPa (à gauche) et 1 GPa (à droite).

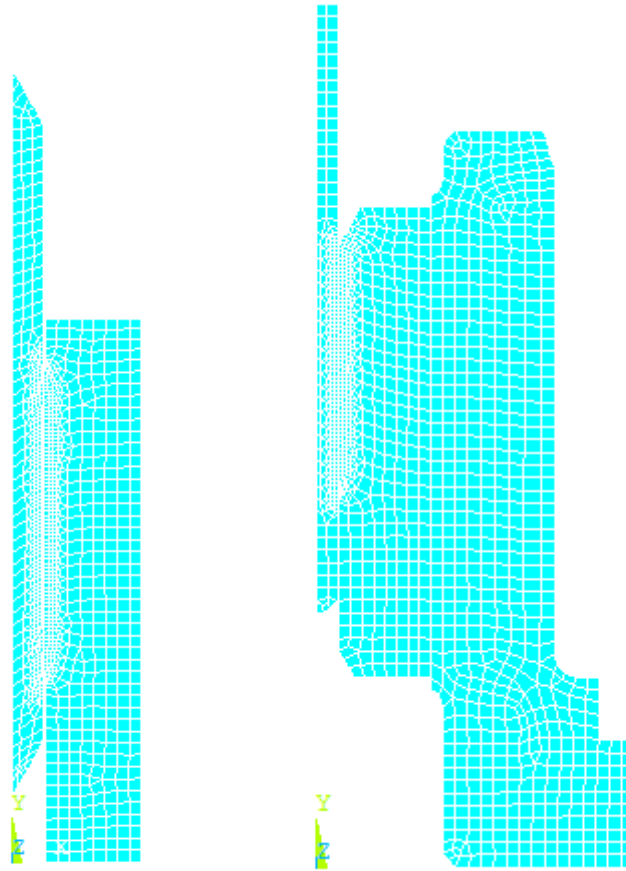


FIGURE 3.5: Maillage 2D des ensembles piston-cylindre. A gauche, l'ensemble piston-cylindre 200 MPa (4115 nœuds et 1249 éléments). A droite, l'ensemble piston-cylindre 1 GPa (2832 nœuds et 860 éléments).

3.5 Matériaux de l'ensemble piston-cylindre et Conditions aux limites

Le carbure de tungstène est choisi pour la réalisation des ensembles piston-cylindre 200 MPa et 1 GPa comme défini dans le chapitre 1, paragraphe 1.8. Le carbure de tungstène est un matériau fritté. Il est composé de particules dures de carbure de tungstène associé à un liant qui est le plus souvent du cobalt. De nombreux paramètres influent sur les propriétés du matériau fini : le pourcentage de liant, la grosseur des grains, etc.

En mécanique du solide, les conditions aux limites sont de deux natures : les unes sont directement relatives aux degrés de liberté et donc au vecteur déplacement (les blocages dans le modèle). Les autres concernent les forces (les pressions appliquées aux modèles). Les deux types de conditions aux limites dans nos modèles sont représentés dans le tableau 3.4 et le tableau 3.5. Les lignes y sont définies dans la figure 3.4.

Conditions aux limites	Ligne
Zone de pression constante p	de 13 à 14, de 14 à 15, de 7 à 8 et de 8 à 9
Distribution de pression dans le jeu $p(z)$	de 10 à 15 et de 1 à 9
Contre-pression P_j	de 4 à 5
Blocage vertical	de 11 à 12 et de 3 à 4
Axisymétrique (blocage suivant x)	de 12 à 13

TABLE 3.4: Condition aux limites de l'ensemble piston-cylindre 200 MPa, les lignes sont définies par les points de la figure 3.4 (à gauche).

Condition aux limites	Ligne
Zone de pression constante p	de 2 à 3, de 3 à 4, de 4 à 5, de 10 à 11, de 11 à 12 et de 12 à 13
Distribution de pression dans le jeu $p(z)$	de 5 à 6 et de 9 à 10
Contre-pression P_j	de 22 à 23, de 23 à 24, de 24 à 25 et de 25 à 26
Blocage vertical	de 1 à 7 et de 20 à 21
Axisymétrique (blocage suivant x)	de 1 à 2

TABLE 3.5: Condition aux limites de l'ensemble piston-cylindre 1 GPa, les lignes sont définies par les points de la figure 3.4 (à droite).

3.6 Visualisation des déformations obtenues par éléments finis

Après le lancement du calcul sous ANSYS-APDL, nous pouvons obtenir les déformations du piston et du cylindre suivant la direction x et y . Les contraintes de Von-mises sont également disponibles. Les illustrations, (figure 3.6 à figure 3.9), correspondent à l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, avec une pression de 200 MPa dans le cas de la libre déformation.

Les directions x et y des figures 3.6 à 3.9, correspondent respectivement aux directions r et z de nos calculs.

On voit que les déformations maximales apparaissent dans la zone d'entrée de l'engagement. La déformation maximale vaut 0,001817 mm.

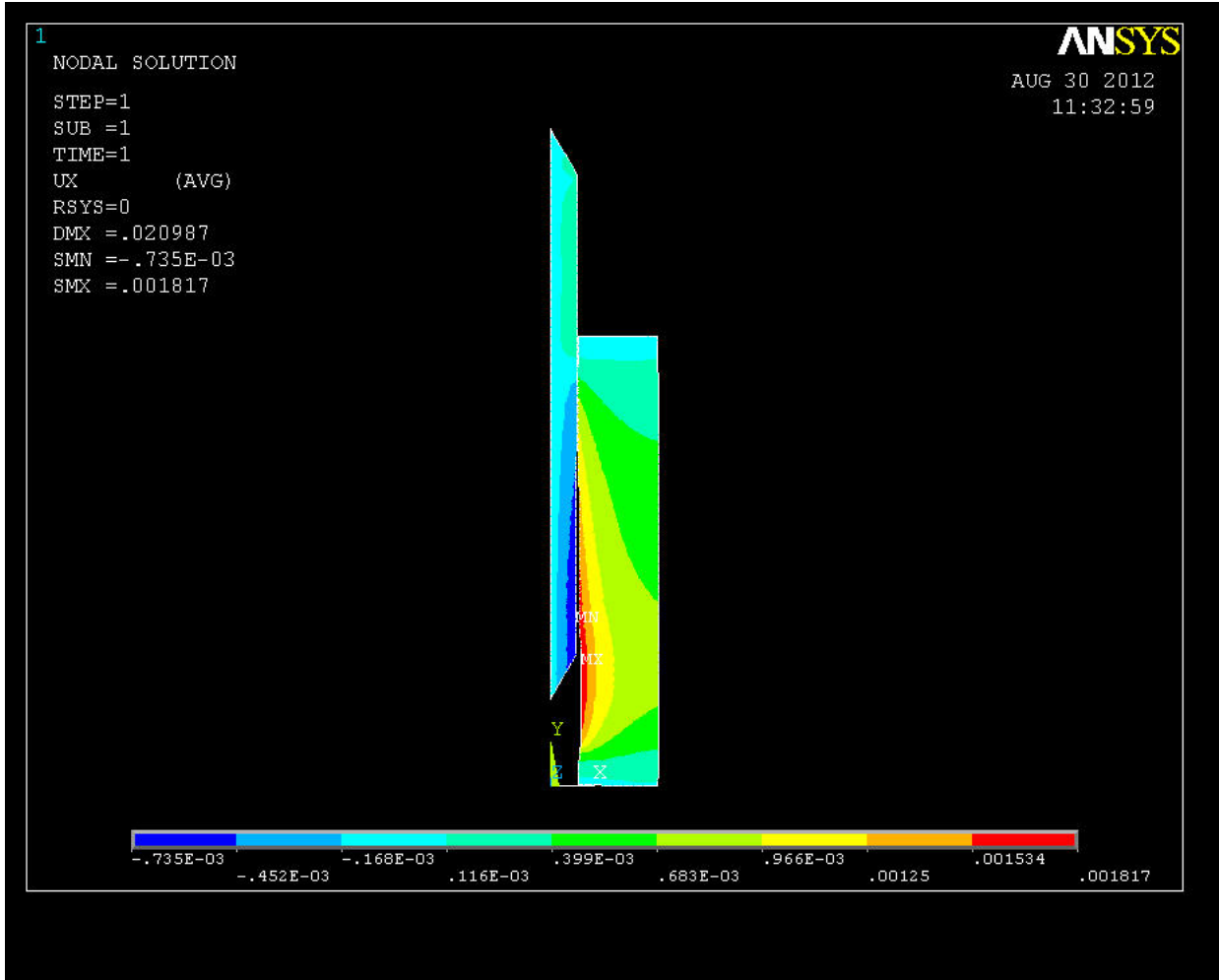


FIGURE 3.6: Déformation de l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation suivant la direction x (échelle en mm).

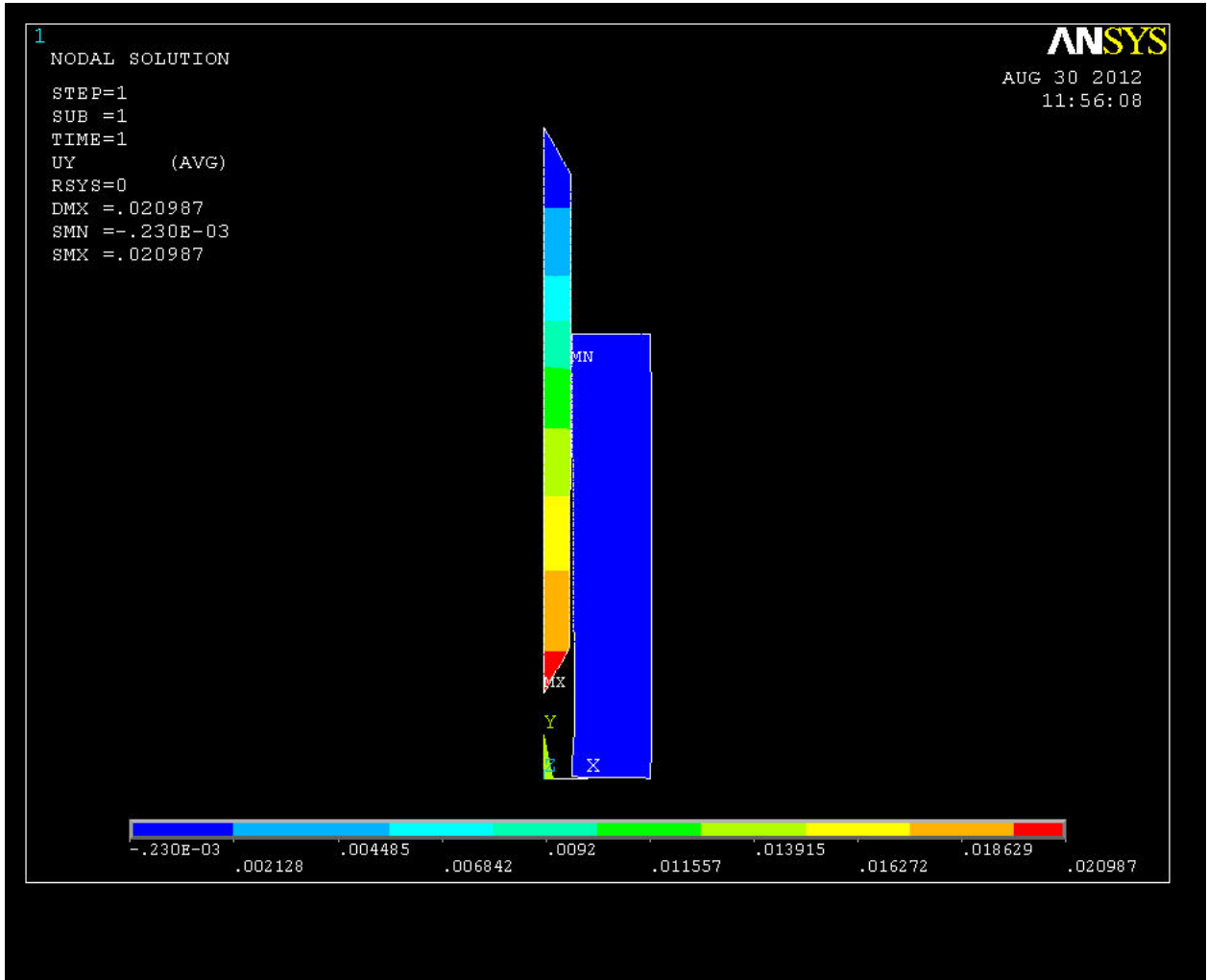


FIGURE 3.7: Déformation de l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation suivant la direction y (échelle en mm).

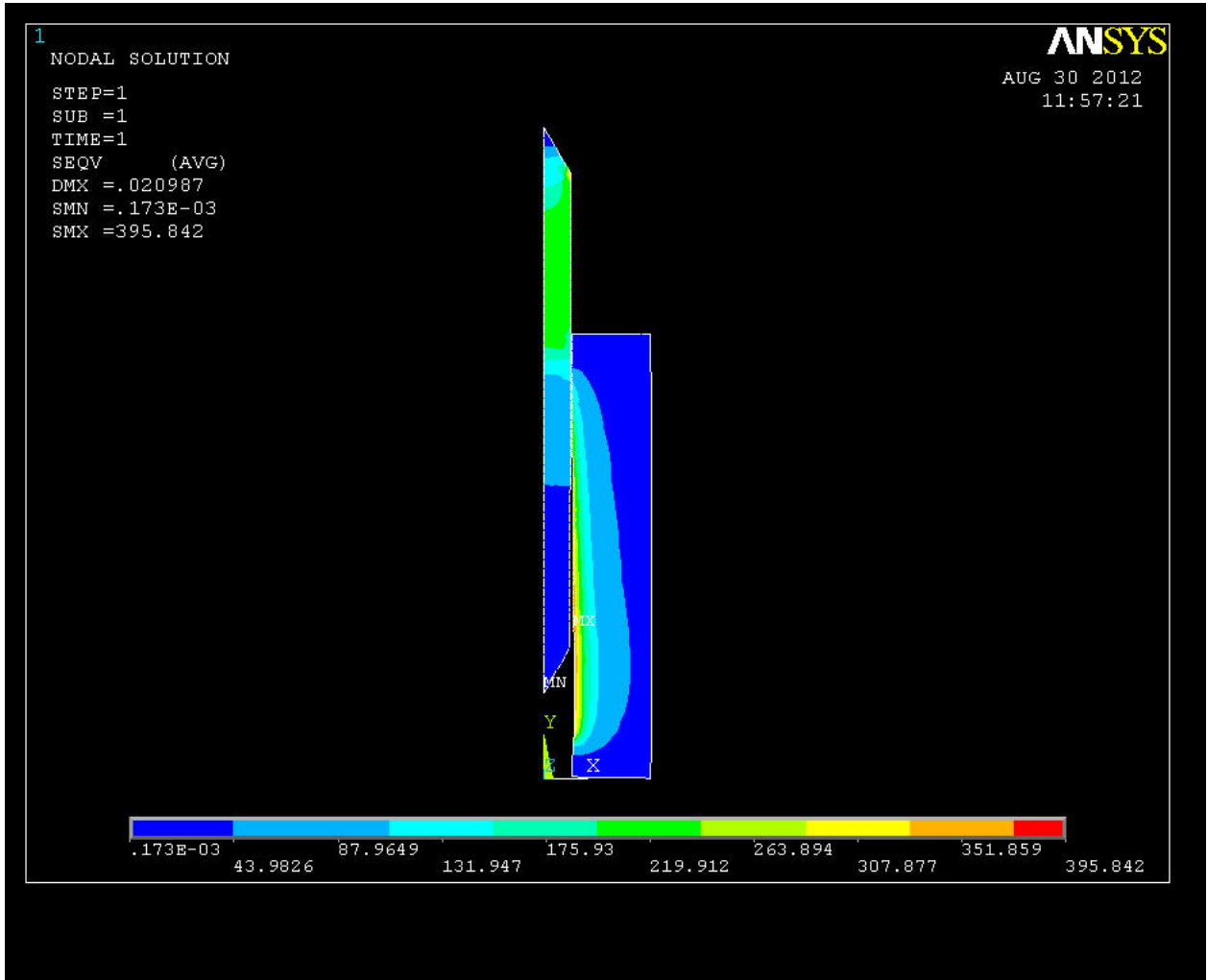


FIGURE 3.8: Contrainte de Von-mises de l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation suivant la direction x (échelle en MPa).

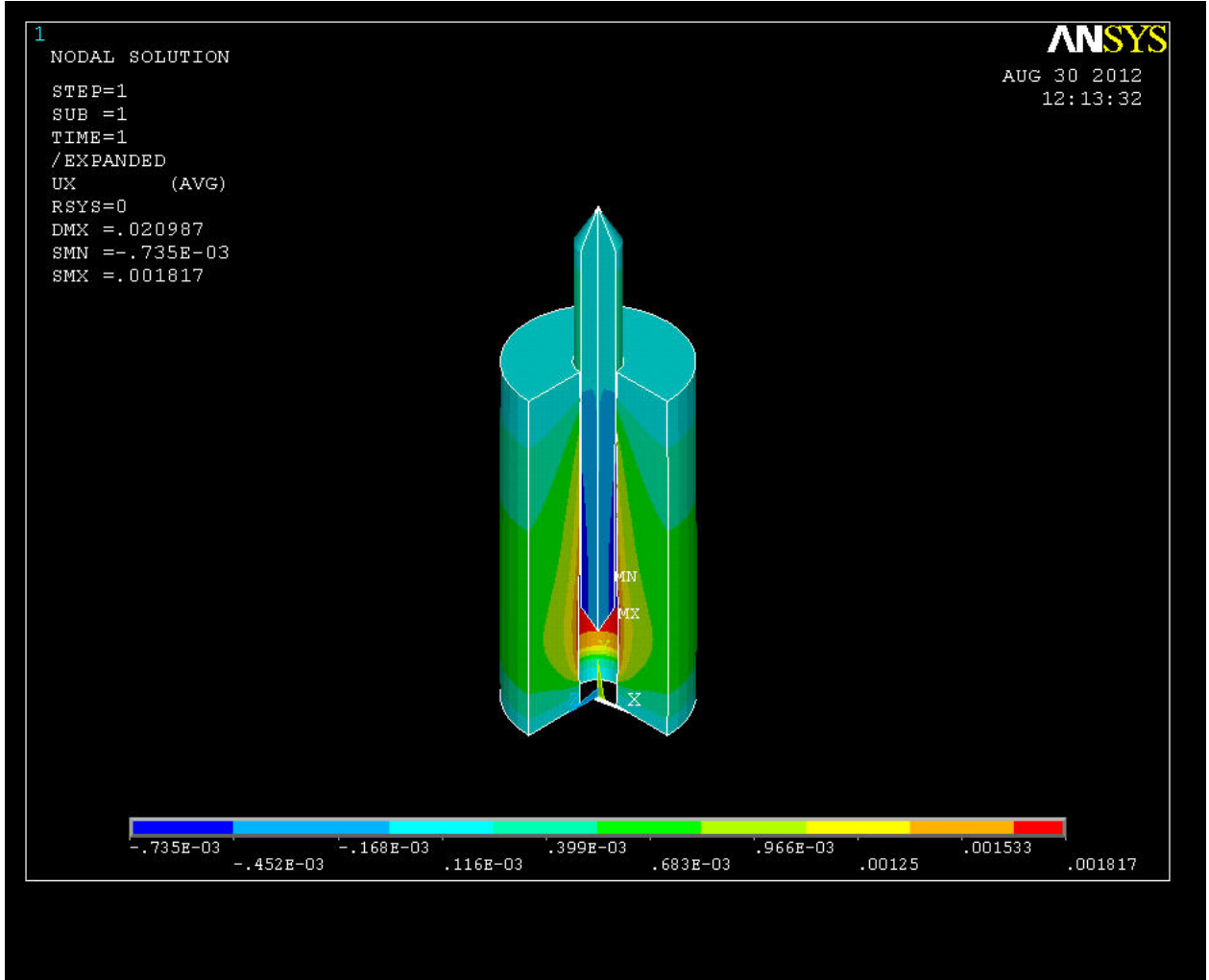


FIGURE 3.9: Déformation en 3D d'expansion de l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation suivant la direction x (échelle en mm).

3.7 Influences du maillage

Le choix du maillage de l'ensemble piston-cylindre est une étape importante du calcul numérique. Dans cette étape, nous souhaitons étudier l'influence des paramètres (nombre de nœuds total, nombre d'éléments total et nombre d'éléments dans le jeu) dans le but de définir les conditions optimales pour le calcul du coefficient λ et de la vitesse de chute v_f . L'ensemble piston-cylindre pour cette étude est l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5 dont les rayons r_0 et R_0 sont de 4,00011 mm et de 4,00036 mm respectivement. La longueur d'engagement (l) est de 40 mm. Le matériau du piston et

3.7. INFLUENCES DU MAILLAGE

du cylindre est le carbure de tungstène, dont le module d'Young est 630 ± 31 GPa et le coefficient de Poisson est $0,218 \pm 0,002$.

Nombre de nœuds total	Nombre d'éléments total	Nombre de nœuds dans le jeu	λ $10^{-6}/\text{MPa}$	v_f $\mu\text{m/s}$
604	162	29	0,786	4,104
782	214	33	0,793	4,306
1099	309	41	0,798	4,497
1654	490	85	0,800	4,726
1984	590	97	0,803	4,755
2689	785	121	0,803	4,772
3911	1189	81	0,803	4,738
4115	1249	175	0,803	4,803
4217	1283	169	0,803	4,799

TABLE 3.6: Influence de la finesse du maillage pour le calcul des coefficients de déformation (λ) et des vitesses de chute du piston (v_f) pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa, pour une pression de 200 MPa, en libre déformation.

Dans le tableau 3.6, le coefficient λ et la vitesse de chute v_f sont calculés en fonction du nombre de nœuds total, du nombre d'éléments total et du nombre de nœuds dans le jeu de l'ensemble piston-cylindre. Les deux résultats sont obtenus en libre déformation et avec une pression maximale de 200 MPa. Le type d'élément à 8 nœuds (PLANE183) est adapté à ce type de calcul par Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) [5]. Les résultats du calcul sont donnés numériquement dans le tableau 3.6 et graphiquement sur les figures 3.10 à 3.15.

Les résultats des coefficients λ et des vitesses de chute v_f dans le tableau 3.6 nous permettent de connaître la sensibilité du maillage de l'ensemble piston-cylindre.

Dans la figure 3.10 on note que la vitesse de chute v_f est relativement stable à 1% par rapport à la valeur moyenne, à partir d'un nombre de nœuds total égal à 2000. Le coefficient λ , sur la figure 3.11, est aussi relativement stable à 0,1%.

3.7. INFLUENCES DU MAILLAGE

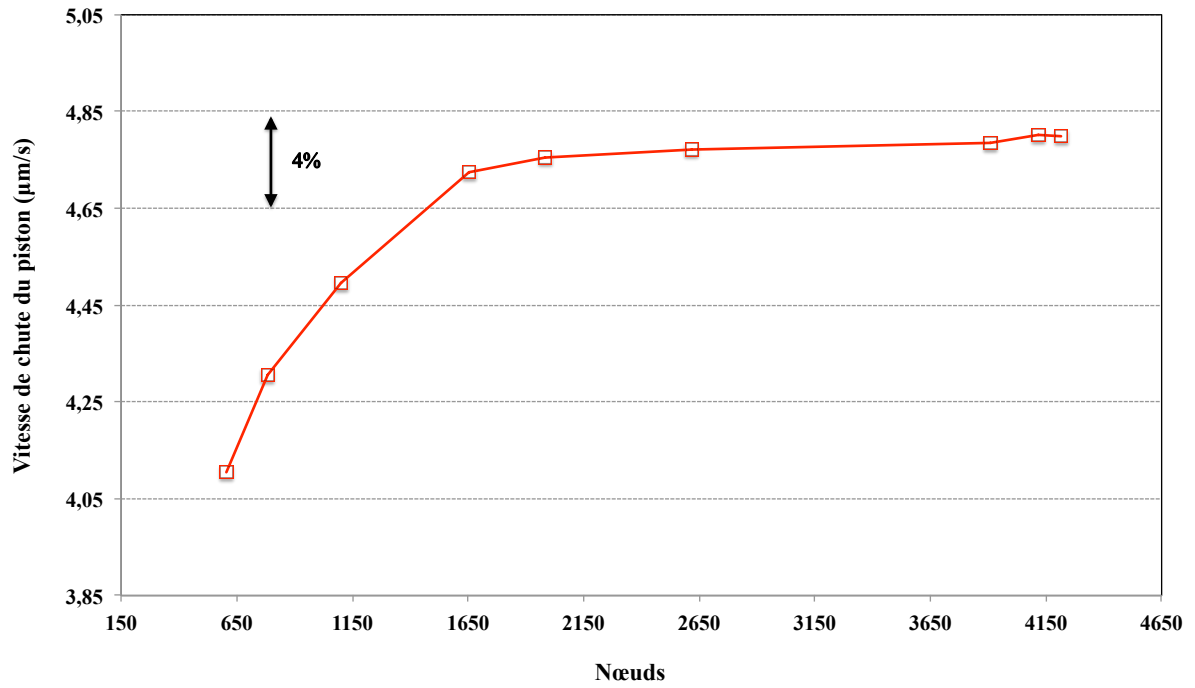


FIGURE 3.10: Évolution des vitesses de chute du piston (v_f) en fonction du nombre de nœuds total.

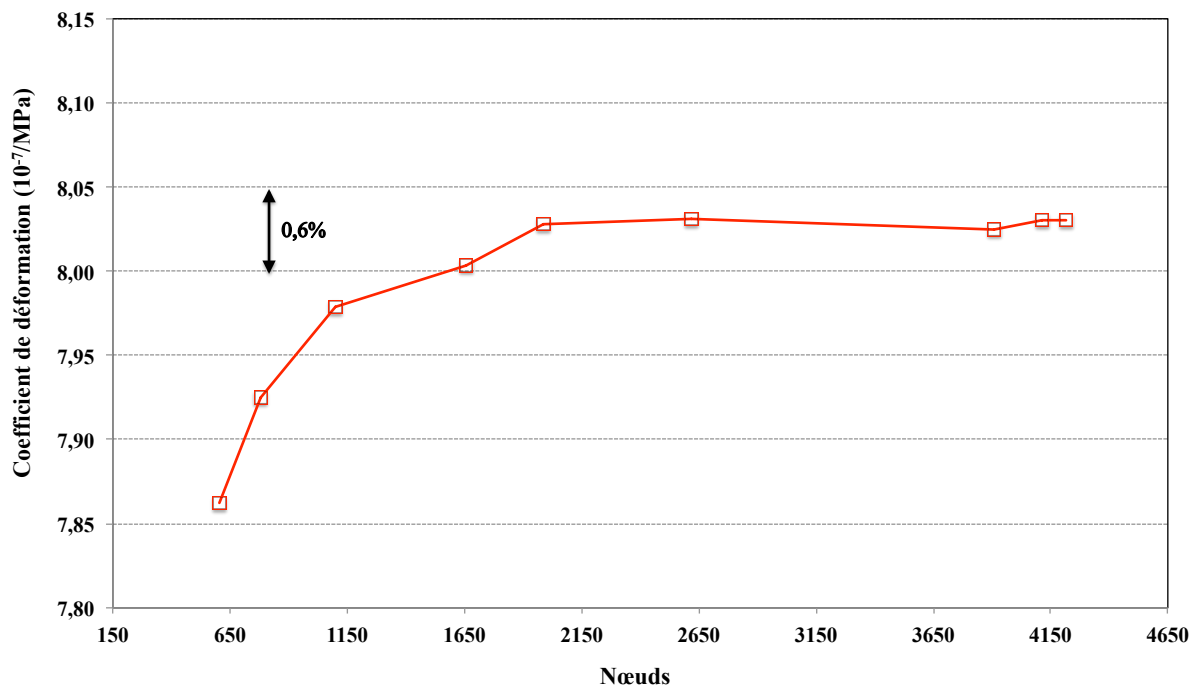


FIGURE 3.11: Évolution des coefficients de déformation (λ) en fonction du nombre de nœuds total.

D'après la figure 3.12, la vitesse de chute v_f est relativement stable à 1% à partir d'un nombre d'éléments total égal à 600. Également dans la 3.13, le coefficient λ est relativement stable à 0,1%.

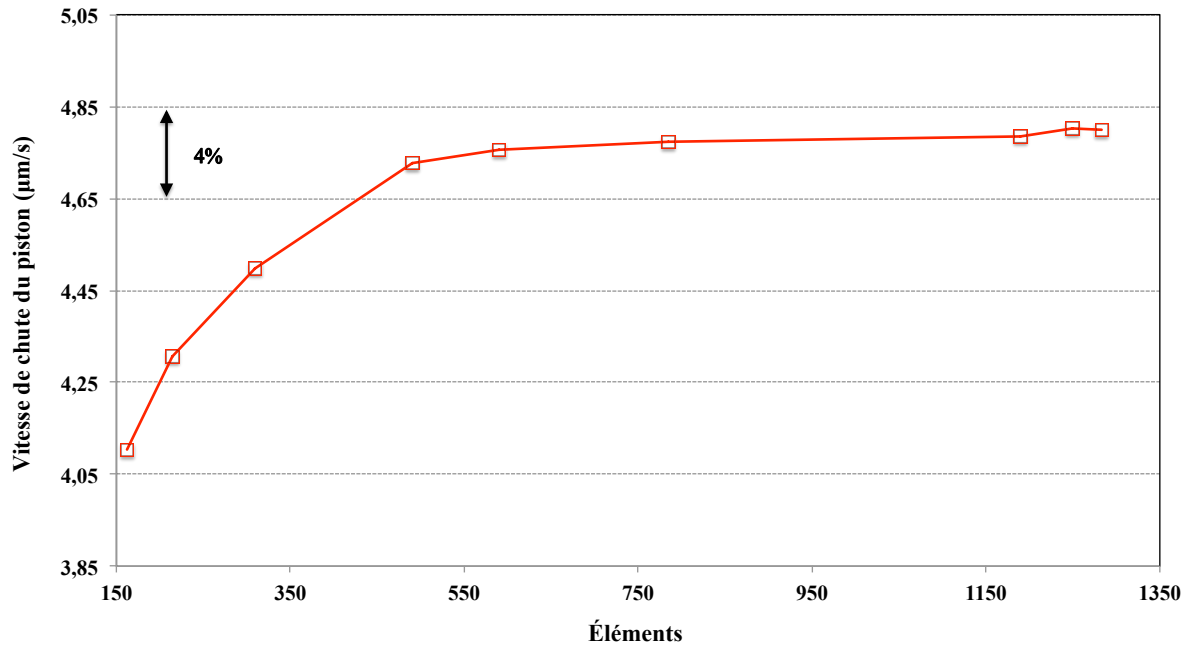


FIGURE 3.12: Évolution des vitesses de chute du piston (v_f) en fonction du nombre d'éléments total.

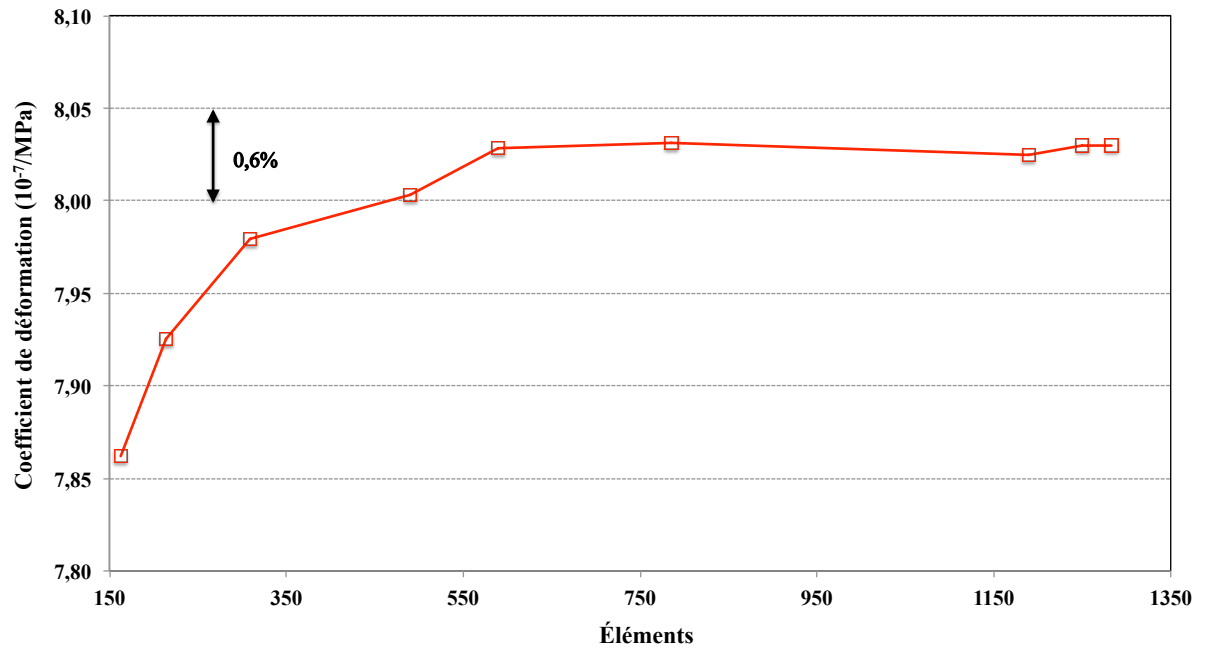


FIGURE 3.13: Évolution des coefficients de déformation (λ) en fonction du nombre d'éléments total.

Sur la figure 3.14, on peut noter que la vitesse de chute v_f est relativement stable à 0,6% à partir d'un nombre de nœuds dans le jeu de l'ensemble piston-cylindre égal à 100. Le coefficient λ , la figure 3.15, est également relativement stable à 0,1%.

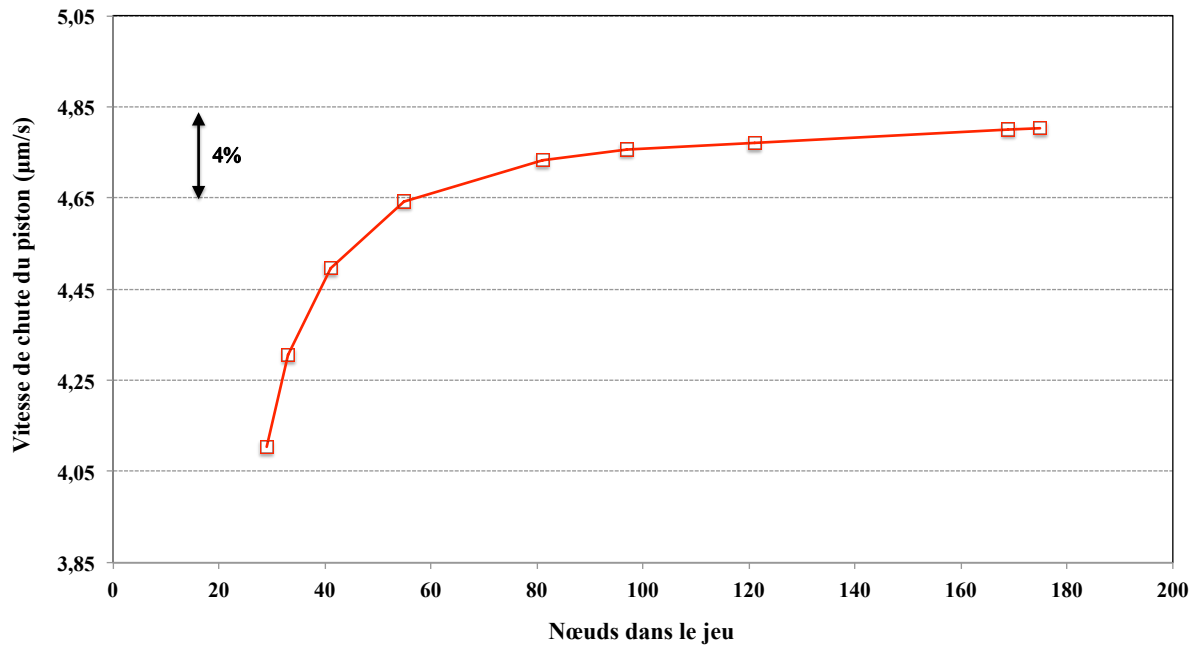


FIGURE 3.14: Évolution des vitesses de chute du piston (v_f) en fonction du nombre de nœuds dans le jeu.

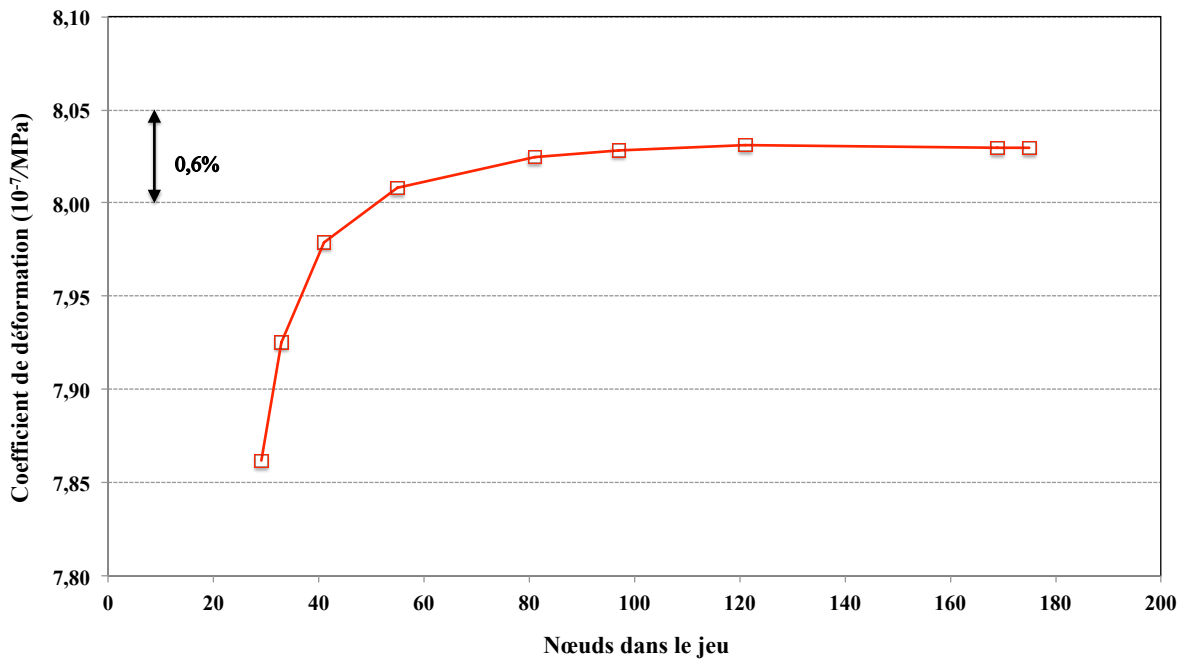


FIGURE 3.15: Évolution des coefficients de déformation (λ) en fonction du nombre de nœuds dans le jeu.

Compte tenu des incertitudes recherchées sur le coefficient λ et la vitesse de chute

v_f , ces résultats sont très satisfaisants.

Après avoir choisi les paramètres numériques de référence (nombre de nœuds total, nombre d'éléments total et nombre de nœuds dans le jeu), pour confirmer la pertinence de notre méthode des éléments finis, nous comparons les calculs du coefficient λ et de la vitesse de chute v_f avec les calculs obtenus lors des projets précédents. Ce sont les projet EUROMET 256 [4] de mars 1998, ceux effectués par l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (INSA) [6] en avril 2000, ainsi que les résultats obtenus par le Laboratoire National de Métrologie et d'Essais (LNE) en 2011 dans le cadre d'un projet EUROMET 1039 en 2011 [53].

Le projet EUROMET 256 a été initié pour comparer les calculs du coefficient λ et de la vitesse de chute v_f dans les laboratoires nationaux de métrologie. Les ensembles piston-cylindre suivants ont été sélectionnés pour la comparaison des calculs :

- (i) Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) 400 MPa en libre déformation,
- (ii) Laboratoire National de Métrologie et d'Essais (LNE) 200 MPa pour les ensembles piston-cylindre 200 MPa N° 4 et N°5 en libre déformation et en jeu contrôlé.

L'Istituto di Metrologia 'G. Colonetti' (IMGC) a développé sa propre méthode d'analyse pour effectuer les calculs alors que les autres laboratoires ont utilisé la méthode des éléments finis sur un logiciel commercial. Les calculs réalisés par la PTB, le NPL et l'INSA sont effectués sous ANSYS. Le calcul effectué par le LNE est réalisé sous Matlab avec le module SdTools (Structural Dynamics Toolbox). SdTools est basé sur la librairie OpenFEM. Tous les calculs sur la structure et l'écoulement du fluide sont effectués séparément. Les problèmes des écoulements du fluide sont analysés par la méthode analytique sauf pour le NPL qui résout l'écoulement par la méthode des éléments finis en 2002 [54, 55]. Les résultats sont comparés entre eux dans le tableau 3.7 et présentés graphiquement sur la figure 3.16 et la figure 3.17.

La différence relative maximale entre les cinq méthodes de calcul est de 0,22% sur le coefficient λ et de 1,92% sur la vitesse de chute v_f par rapport à la valeur moyenne. Ces résultats sont très satisfaisants, compte tenu des différences entre le calcul et l'expérimentation sur le coefficient λ et la vitesse de chute v_f . Les différences entre le calcul et expérimentation s'élèvent à 6% sur le coefficient λ et à 39% sur la vitesse de chute v_f [4].

3.7. INFLUENCES DU MAILLAGE

Pour la présente étude, le choix des paramètres de calcul a donc été défini en tenant compte des résultats obtenus lors du projet EUROMET 256, par l'INSA et le LNE. Ces paramètres sont les suivants :

- Géométrie 2D-axisymétrique,
- Type d'élément quadrangle 8 nœuds (PLANE 183),
- Nombre de nœuds total : 4115,
- Nombre d'éléments total : 1249,
- Nombre de nœuds dans le jeu : 175.

Laboratoire	Type d'élément	Nombre de nœuds total	Nombre d'éléments total	Nombre de nœuds dans le jeu	λ $10^{-6}/\text{MPa}$	v_f $\mu\text{m/s}$
PTB (Ansys)	Triangle 6 nœuds		9590	127	0,803	4,852
NPL (Ansys)	Quadrangle 8 nœuds		628		0,801	4,733
LNE-2011 (SdTools)	Quadrangle 4 nœuds	12398	11829	399	0,803	4,901
INSA (Ansys)	-		6666		0,803	4,854
Étude-2013 (Ansys)	Quadrangle 8 nœuds	4115	1249	175	0,803	4,803

TABLE 3.7: Comparaison des résultats du calcul du coefficient de déformation (λ) et de la vitesse de chute du piston (v_f) pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation, pour une pression de 200 MPa, par différentes méthodes de calcul.

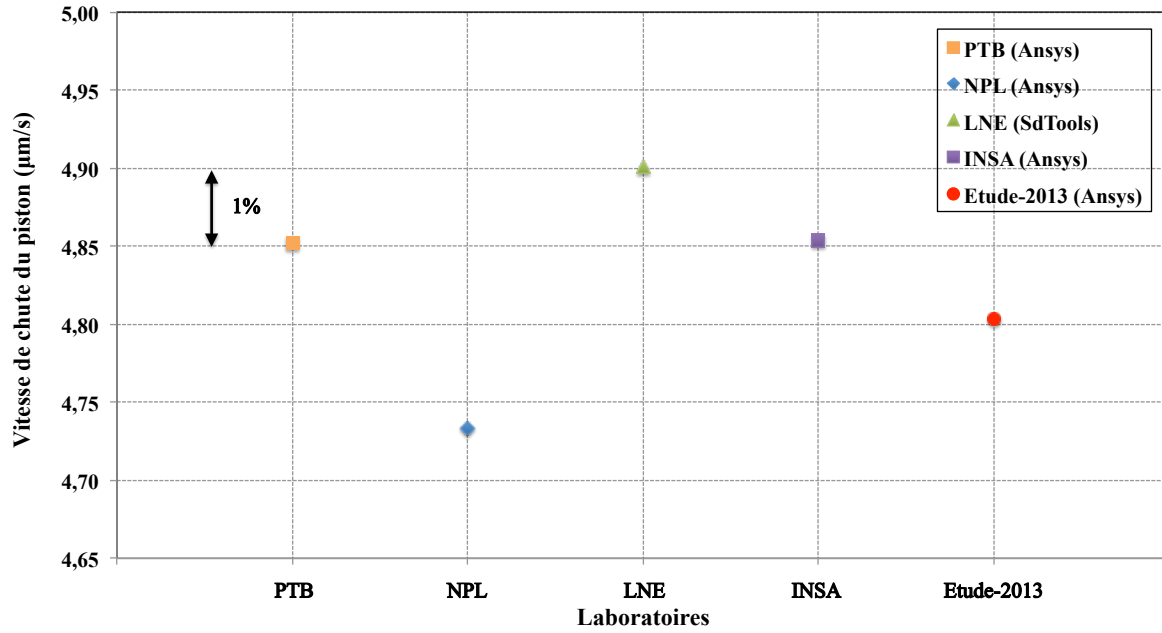


FIGURE 3.16: Résultat du calcul de la vitesse de chute du piston (v_f) pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation, pour une pression de 200 MPa, par différentes méthodes de calcul.

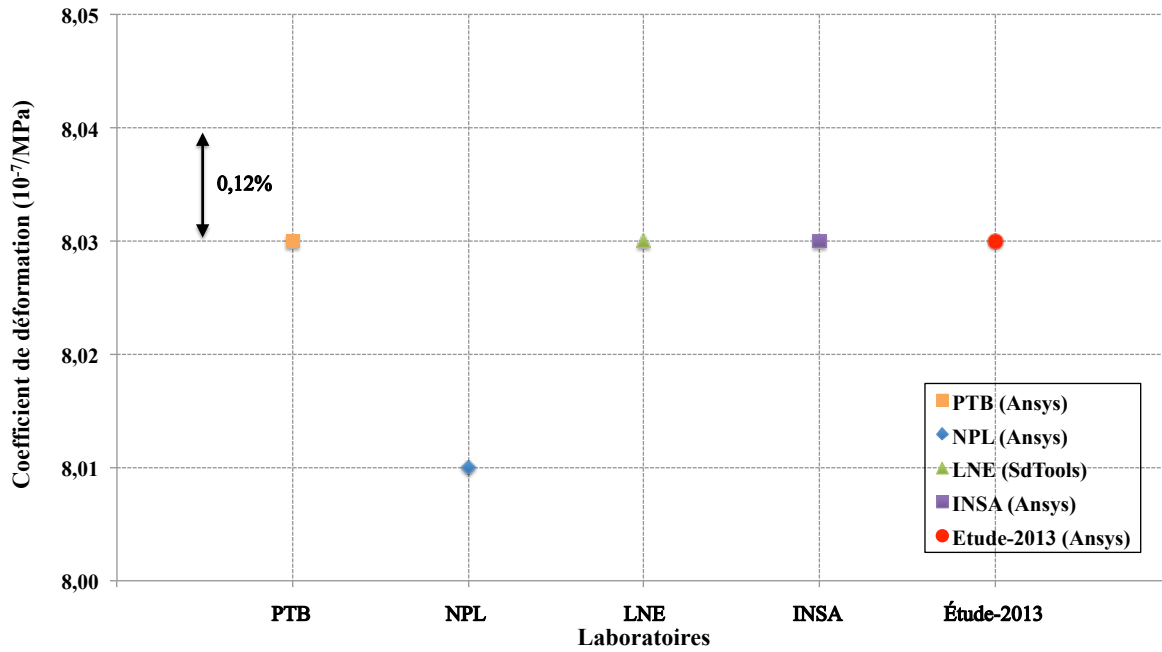


FIGURE 3.17: Résultat du calcul du coefficient de déformation (λ) pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation, pour une pression de 200 MPa, par différentes méthodes de calcul.

3.8 Résultats du calcul

Les coefficients λ et les vitesses de chute v_f sont déterminés sur la base du calcul numérique, par la méthode des éléments finis. Ils sont calculés en tenant compte de chacun des trois modèles de l'écoulement explicités au chapitre 1 pour déterminer les distributions longitudinales de pression $p(z)$, les sections effectives S_0 et S_p . Les trois modèles de calcul sont le modèle cartésien (modèle 1), le modèle cylindrique avec paroi du piston immobile (modèle 2) et le modèle cylindrique avec paroi du piston mobile. Les équations 1.3, 1.40 et 1.58 permettant d'accéder aux coefficients λ et aux vitesses de chute v_f , sont évaluées sur la base de l'équation d'écoulement (1.17), (1.18) et (1.19). Les résultats obtenus pour les différents ensembles piston-cylindre sont les suivants :

3.8.1 Ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4

Les paramètres sont calculés en libre déformation et jeu contrôlé. Les pressions p valant (20, 70, 120, 160 et 200) MPa. En jeu contrôlé, la contre-pression appliquée sur le cylindre est de $p/4$.

Les distributions longitudinales $p(z)$ et les déformations radiales du piston ($u(z)$) et du cylindre ($U(z)$) calculées à une pression de 200 MPa en libre déformation, avec les trois modèles du calcul, sont données dans la figure 3.18 et la figure 3.19. Les valeurs numériques des déformations radiales du piston et du cylindre à l'entrée et à la sortie du jeu pour une pression de 120 MPa et de 200 MPa sont recensées dans le tableau 3.8.

Sur la figure 3.18, on note que la distribution longitudinale $p(z)$ dans le jeu entre le piston et le cylindre, pour tous les modèles du calcul, ressemble à une fonction parabolique. Les distributions longitudinales $p(z)$ obtenues par le modèle 2 et le modèle 3 sont très similaires entre elles. Elles sont aussi toujours inférieures à celles données par le modèle 1. L'écart maximal entre le modèle 1 et le modèle 2 (où le modèle 3) se situe dans la zone proche de la sortie.

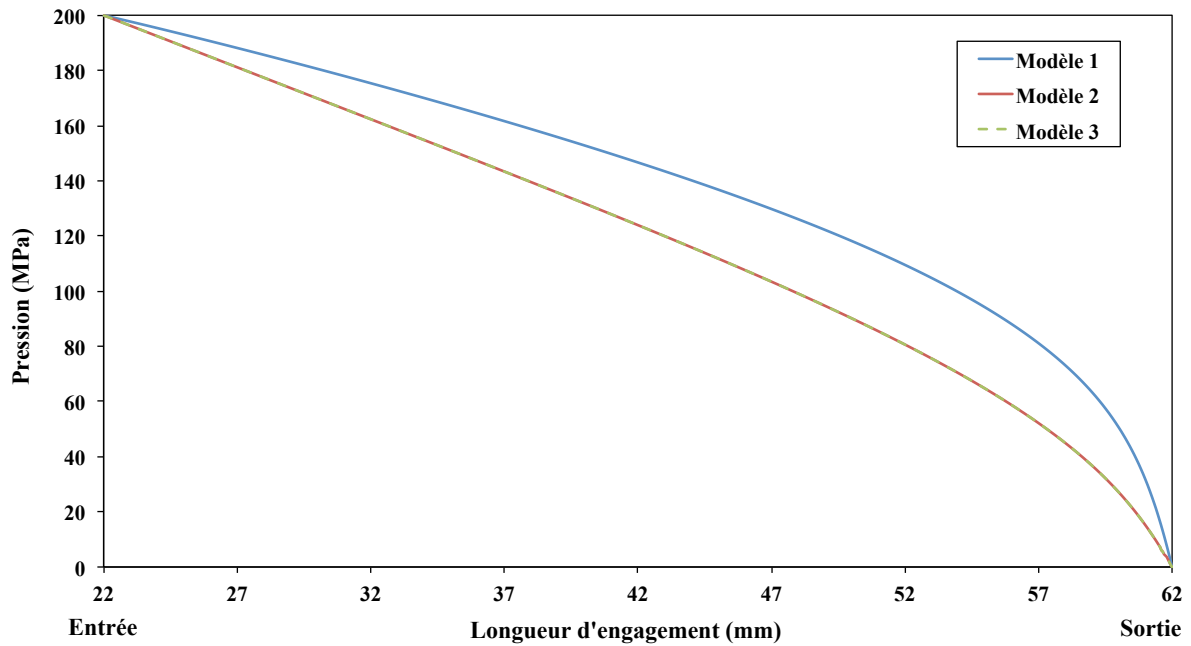


FIGURE 3.18: Distribution longitudinale de pression ($p(z)$) dans le jeu pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation, pour une pression maximale de 200 MPa, pour les trois modèles de calcul.

Sur la figure 3.19, on note que les résultats de la méthode des éléments finis sur les déformations radiales, pour les modèles 2 et 3, sont quasiment identiques. Les déformations sont toujours inférieures à celles issues du modèle 1. La différence entre celles-ci est cependant plus marquée sur le cylindre que sur le piston, particulièrement dans la zone de sortie.

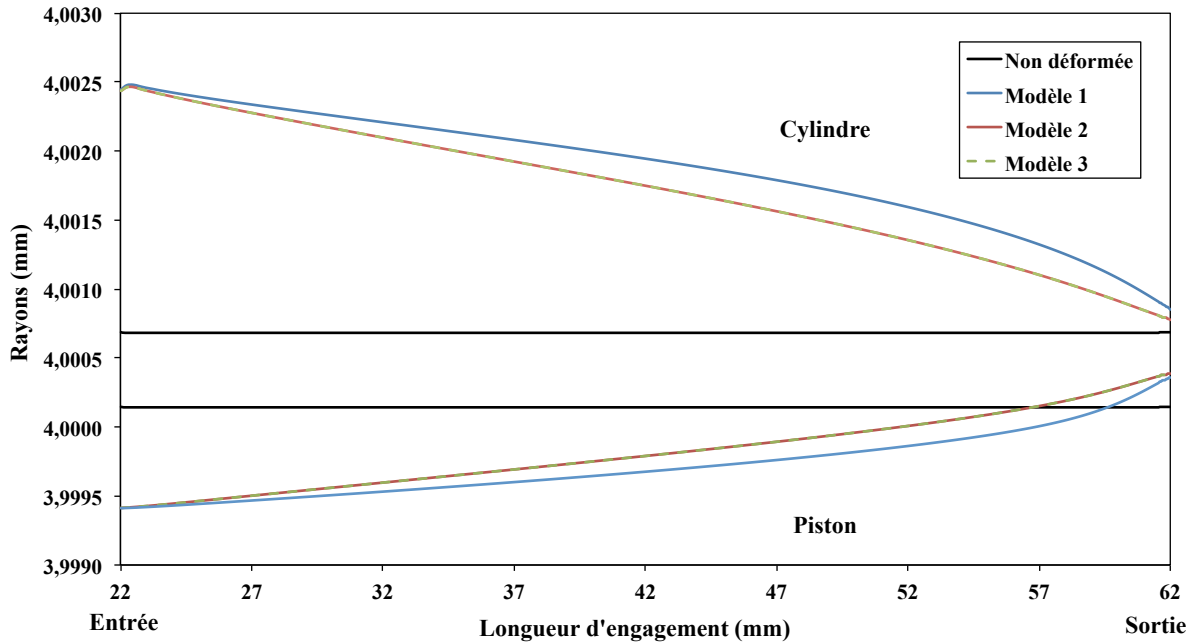


FIGURE 3.19: Jeu dans l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4 en libre déformation, pour une pression maximale de 200 MPa, pour les trois modèles de calcul.

Modèle	Pression	A l'entrée du jeu (μm)			A la sortie du jeu (μm)		
		u	U	h	u	U	h
1	120	-0,439	1,058	2,037	0,139	0,087	0,489
	200	-0,731	1,762	3,034	0,219	0,169	0,490
2	120	-0,438	1,052	2,030	0,151	0,049	0,439
	200	-0,729	1,750	3,019	0,246	0,094	0,388
3	120	-0,438	1,052	2,030	0,151	0,049	0,439
	200	-0,729	1,750	3,019	0,246	0,094	0,388

TABLE 3.8: Déformation du piston (u), du cylindre (U), et valeur du jeu (h); pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation; pour les trois modèles de calcul.

D'après le tableau 3.8, les trois modèles sont en meilleur accord sur la déformation du piston que sur la déformation du cylindre. Néanmoins, dans tous les cas les différences de déformation entre les modèles sont plus élevées en sortie du jeu. A la pression maximale (200 MPa), les différences de déformation, entre le modèle 1 et le modèle 2 (ou le modèle 3) sur le cylindre et le piston, à la sortie du jeu sont respectivement de $0,075 \mu\text{m}$ et de $-0,027 \mu\text{m}$.

Pression	$\lambda \cdot 10^{-7}/\text{MPa}$			v_f ($\mu\text{m/s}$)		
	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
20	7,934	7,957	7,962	0,215	0,213	0,213
70	7,881	7,925	7,927	1,438	1,405	1,405
120	7,869	7,917	7,920	3,642	3,547	3,547
160	7,868	7,919	7,922	5,902	5,747	5,747
200	7,869	7,924	7,927	8,376	8,161	8,161

TABLE 3.9: Coefficient de déformation (λ) et vitesse de chute du piston (v_f), en fonction de la pression, pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N° 4, en libre déformation, pour les trois modèles de calcul.

Les résultats du calcul des coefficients λ et des vitesses de chute v_f pour toutes les pressions sont présentés numériquement dans le tableau 3.9. Ils sont repris graphiquement dans la figure 3.20 et la figure 3.21.

Sur la figure 3.20, les résultats montrent que les coefficients λ sont quasiment constants à partir d'une pression supérieure à 70 MPa. Les coefficients λ obtenus par le modèle 2 et le modèle 3 ne sont pas significativement différents entre eux, mais ils sont toujours supérieurs à ceux obtenus avec le modèle 1, particulièrement à haute pression. A 200 MPa, la différence est d'environ 0,72%. Les coefficients λ , ainsi calculés, sont toujours supérieurs à celui donné par le calcul simple de la théorie de la résistance des matériaux (RDM), donné par l'équation (1.47).

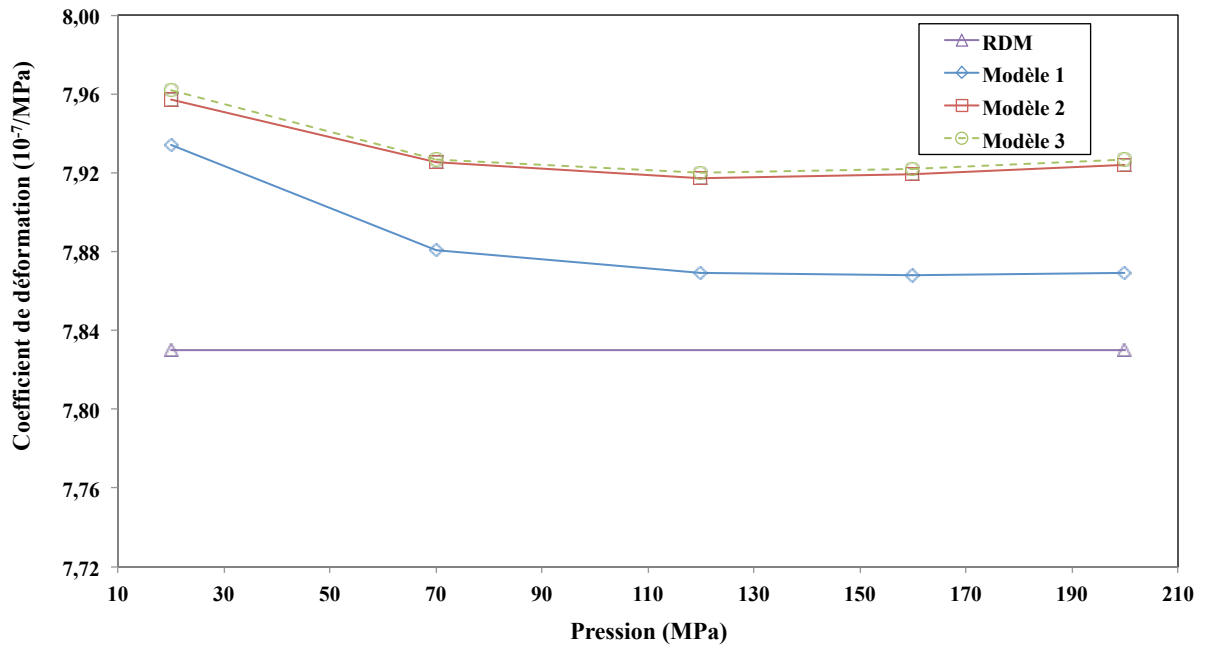


FIGURE 3.20: Coefficient de déformation (λ) en fonction de la pression pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation, pour les trois modèles de calcul.

Sur la figure 3.21, on note que les résultats des vitesses de chute v_f pour toutes les pressions du modèle 2 et du modèle 3 sont quasiment égales. Elles sont aussi toujours inférieures à celle du modèle 1. Les différences sur la vitesse de chute v_f , entre le modèle 1 et le modèle 2 (ou le modèle 3) sont dépendantes de la pression. La différence maximale est d'environ $-0,215 \mu\text{m/s}$ ou $-2,57\%$ à 200 MPa.

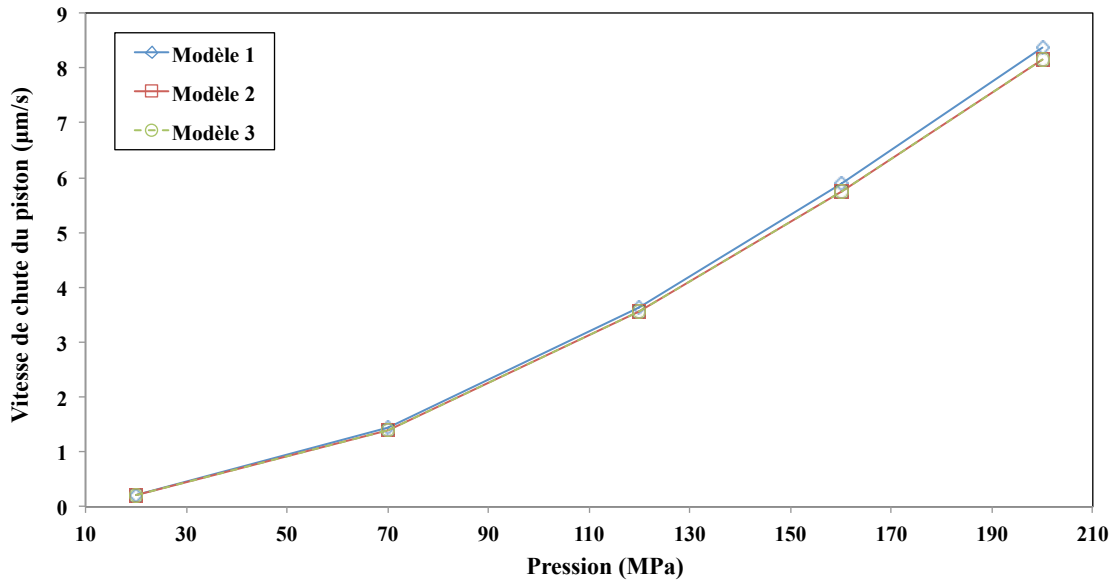


FIGURE 3.21: Vitesse de chute du piston (v_f) en fonction de la pression pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation, pour les trois modèles de calcul.

Les résultats des distributions longitudinales de pression et des déformations du piston et du cylindre de l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en jeu contrôlé sont donnés respectivement dans la figure 3.22 et la figure 3.23.

Les résultats des distributions longitudinales de pression et des déformations radiales pour les trois modèles de calcul sont quasiment identiques à celles obtenues en libre déformation. Cependant les écarts entre les distributions longitudinales de pression et les profils de déformation sont plus importants qu'en libre déformation. La différence est plus particulièrement notable au niveau de la zone de la sortie du jeu. Ceci est peut-être dû à la grande différence entre la pression dans le jeu et la contre-pression.

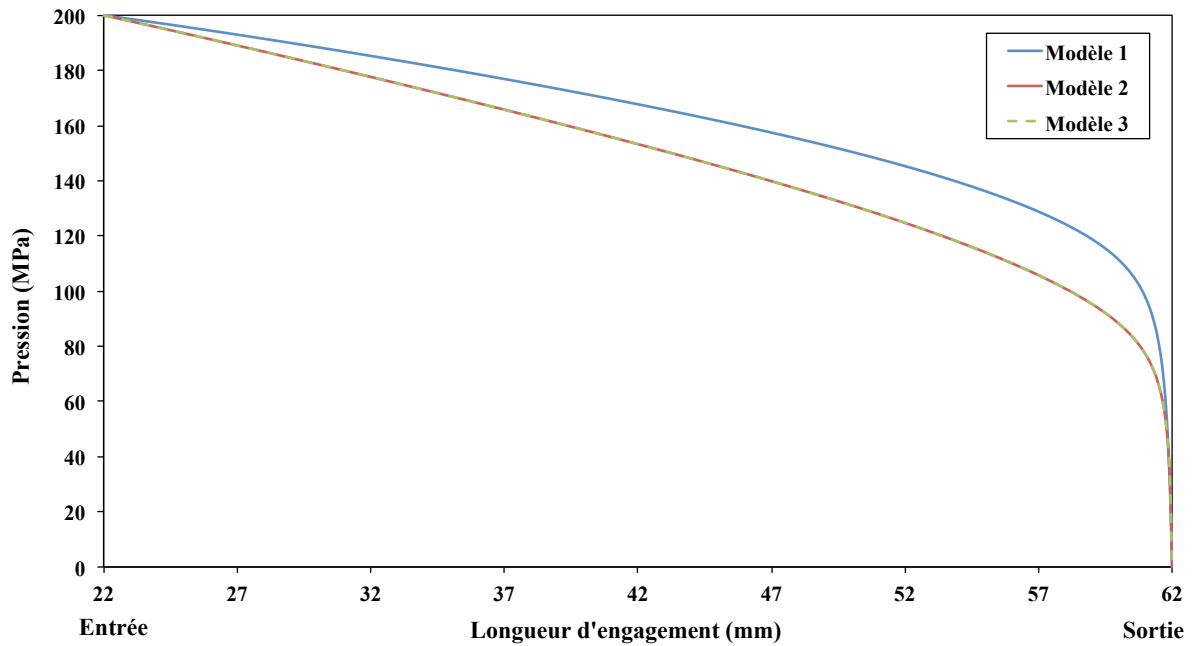


FIGURE 3.22: Distribution longitudinale de pression ($p(z)$) dans le jeu pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en jeu contrôlé, pour une pression maximale de 200 MPa, pour les trois modèles de calcul.

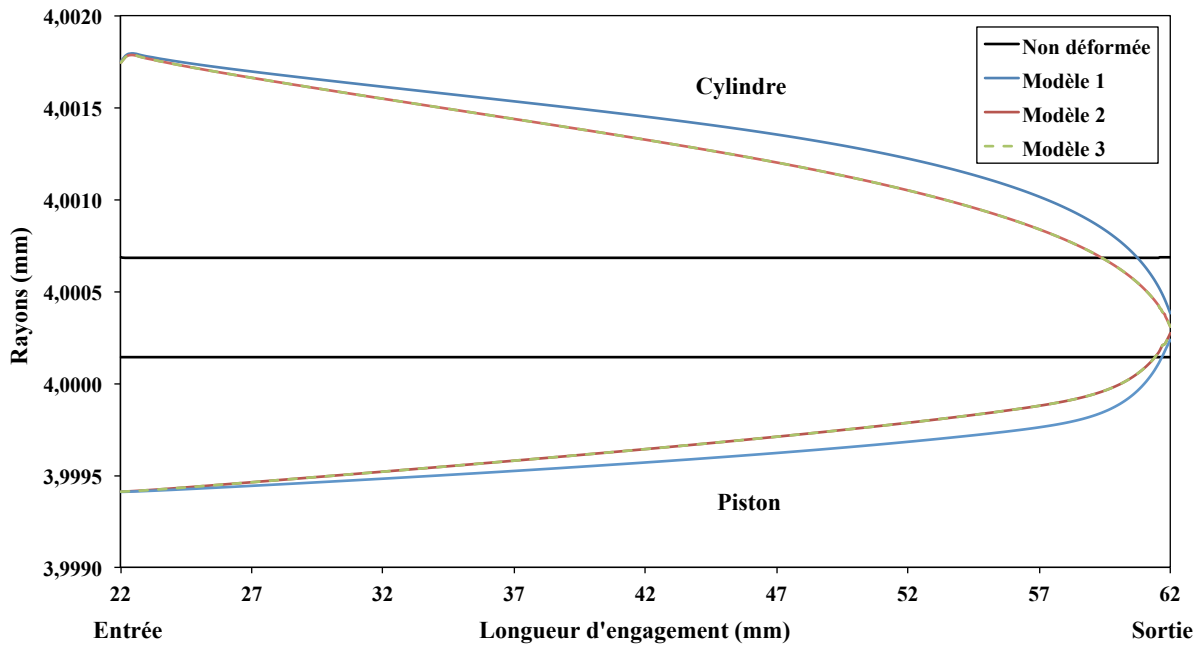


FIGURE 3.23: Jeu dans l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en jeu contrôlé, pour une pression maximale de 200 MPa, pour les trois modèles de calcul.

Les valeurs numériques des déformations du piston et du cylindre, ainsi que les valeurs du jeu données par les trois modèles de calcul, sont présentées dans le tableau 3.10. Les déformations du piston et du cylindre à l'entrée et à la sortie pour le modèle 2 et le modèle 3 sont quasiment similaires.

A l'entrée de l'engagement piston-cylindre, les déformations du piston et du cylindre pour les trois modèles ne sont pas significativement différentes entre elles. A 200 MPa, les écarts maximaux entre la déformation du piston et du cylindre du modèle 1 et du modèle 2 (ou le modèle 3) sont respectivement d'environ 0,002 μm et 0,006 μm .

Modèle	Pression	A l'entrée du jeu (μm)			A la sortie du jeu (μm)		
		u	U	h	u	U	h
1	120	-0,439	0,640	1,619	0,095	-0,246	0,200
	200	-0,733	1,067	2,340	0,094	-0,301	0,145
2	120	-0,439	0,636	1,615	0,121	-0,302	0,117
	200	-0,731	1,061	2,332	0,128	-0,374	0,038
3	120	-0,439	0,636	1,615	0,121	-0,302	0,117
	200	-0,731	1,061	2,332	0,128	-0,374	0,038

TABLE 3.10: Déformation du piston (u), du cylindre (U) et du jeu (h) ; pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en jeu contrôlé ; pour les trois modèles de calcul.

A la sortie du jeu, les déformations du piston et du cylindre obtenues sur le modèle 2 et le modèle 3 sont presque semblables. La déformation du piston et du cylindre pour le modèle 1 est inférieure à celle du modèle 2 (ou le modèle 3). A 200 MPa, la différence maximale de la déformation du piston et du cylindre entre le modèle 1 et le modèle 2 (ou le modèle 3) est respectivement d'environ -0,034 μm et 0,073 μm .

Pression	λ ($10^{-7}/\text{MPa}$)			v_f ($\mu\text{m}/\text{s}$)		
	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
20	-0,617	-0,588	-0,585	0,155	0,153	0,153
70	-0,719	-0,664	-0,662	0,644	0,629	0,629
120	-0,742	-0,703	-0,701	1,279	1,263	1,263
160	-0,734	-0,706	-0,704	1,812	1,821	1,821
200	-0,716	-0,682	-0,681	2,302	2,351	2,351

TABLE 3.11: Coefficient de déformation (λ) et vitesse de chute du piston (v_f), en fonction de la pression, pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N° 4, en jeu contrôlé, pour les trois modèles de calcul.

Les résultats des coefficients λ et des vitesses de chute v_f obtenus en jeu contrôlé

sont donnés numériquement par le tableau 3.11 et graphiquement sur la figure 3.24 et la figure 3.25.

Les profils du coefficient λ pour les trois modèles montrent des similitudes. Les résultats du calcul pour les trois modèles “encadrent” celui donné par l’approche RDM de l’équation (1.48). La différence maximale entre les trois modèles et le calcul RDM s’obtient lorsque la pression est à son minimum.

Par convention, en métrologie de pression, l’écart relatif sur le coefficient λ dans le cas du jeu contrôlé est calculé par rapport au coefficient λ en libre déformation, comme le présente l’équation (3.3) suivante :

$$\text{Écart relatif} = \frac{\Delta\lambda_{(\text{jeu contrôlé})}}{\lambda_{(\text{libre déformation})}} \quad (3.3)$$

où $\Delta\lambda$ est l’écart de coefficient λ entre les deux valeurs. Par exemple, l’écart relatif entre les modèles 1 et 2 dans le cas du jeu contrôlé est défini par l’expression par la formule (3.4) suivante :

$$\text{Écart relatif} = \frac{(\lambda_{\text{modèle 1}} - \lambda_{\text{modèle 2}})}{\lambda_{\text{modèle 1 (libre déformation)}}} \quad (3.4)$$

Les résultats du calcul sur le coefficient λ par le modèle 2 et le modèle 3 ne montrent pas de différence significative. A 200 MPa, la différence relative maximale par rapport à la valeur moyenne du coefficient λ du modèle 1 en libre déformation, est d’environ 1.0%. Les coefficients obtenus par le modèle 2 ou 3 sont cependant toujours supérieurs à ceux du modèle 1. L’écart relatif maximal entre le modèle 1 et le modèle 2 (ou le modèle 3) est de 0,47%.

Les vitesses de chute v_f pour le modèle 2 et le modèle 3 sont les mêmes pour toutes les pressions comprises entre 20 MPa et 200 MPa. Entre 20 MPa et 120 MPa, les résultats obtenus par le modèle 1 sont supérieurs à ceux obtenus avec le modèle 2 et le modèle 3. A partir d’une pression de 120 MPa, ils sont inférieurs à ceux du modèle 2 et du modèle 3. La différence maximale sur les vitesses de chute v_f entre modèle 1 et le modèle 2 (ou le modèle 3) est de -0.049 $\mu\text{m/s}$, soit -2,13% à 200 MPa.

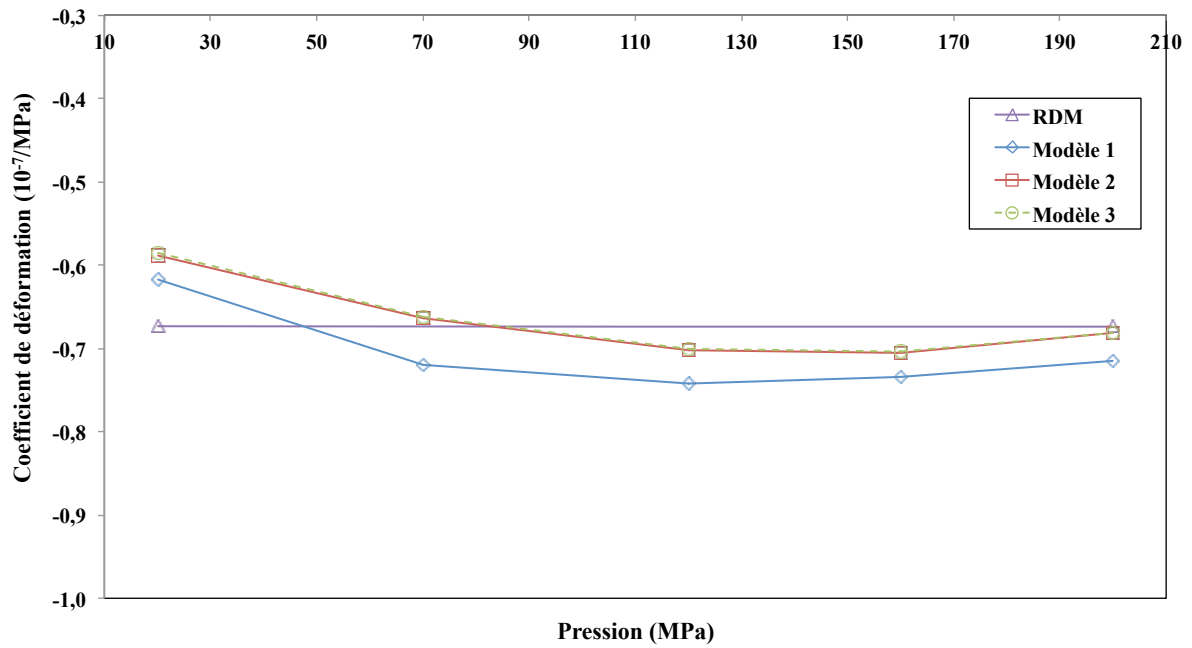


FIGURE 3.24: Coefficient de déformation (λ) en fonction de la pression pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en jeu contrôlé, pour les trois modèles de calcul.

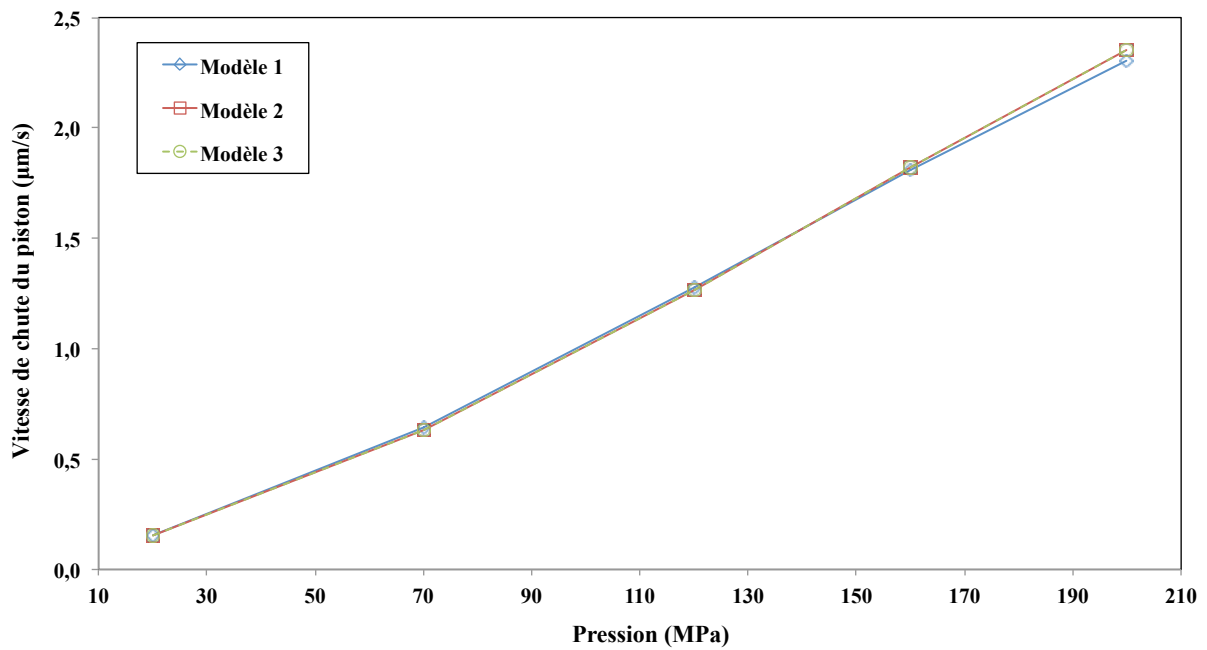


FIGURE 3.25: Vitesse de chute du piston (v_f) en fonction de la pression pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en jeu contrôlé, pour les trois modèles de calcul.

3.8.2 Ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5

Les distributions longitudinales de pression dans le jeu et les déformations radiales du piston et du cylindre sont respectivement présentées dans la figure 3.26 et la figure 3.27.

D'après la figure 3.26, les distributions longitudinales de pression données sur les trois modèles sont presque identiques à celles de l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4 en libre déformation malgré la différence du jeu entre les deux ensembles. Les valeurs du calcul données avec le modèle 2 et le modèle 3 sont quasiment semblables et sont inférieures à celles du modèle 1 pour toutes les pressions.

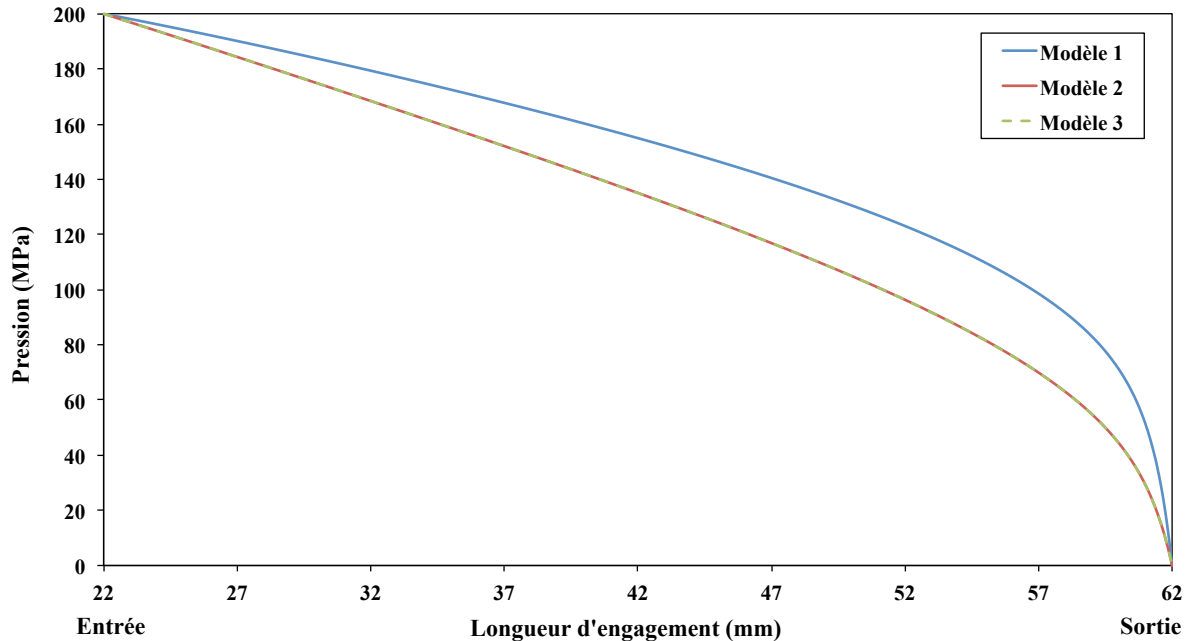


FIGURE 3.26: Distribution longitudinales de pression ($p(z)$) dans le jeu pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa, en libre déformation, pour une pression maximale de 200 MPa, pour les trois modèles de calcul.

D'après la figure 3.27, les déformations radiales à 200 MPa, obtenues par le modèle 2, sont très proches de celles obtenues avec le modèle 3, pour toute la longueur d'engagement. Les déformations radiales obtenues par le modèle 1 ne sont semblables à celles obtenues avec le modèle 2 et le modèle 3 qu'à l'entrée du jeu. Les différences deviennent plus marquées à partir du milieu de la longueur d'engagement, particulièrement sur le cylindre. Sur cette figure, les profils originaux des rayons non déformés du piston et du

cylindre sont également présentés. Cela permet la comparaison avec les profils déformés du piston et du cylindre sur l'effet de la pression.

Les valeurs numériques des déformations radiales du piston, du cylindre ainsi que le jeu entre le piston et le cylindre à l'entrée et la sortie du jeu sont représentées dans le tableau 3.12. La pression vaut 120 MPa et 200 MPa.

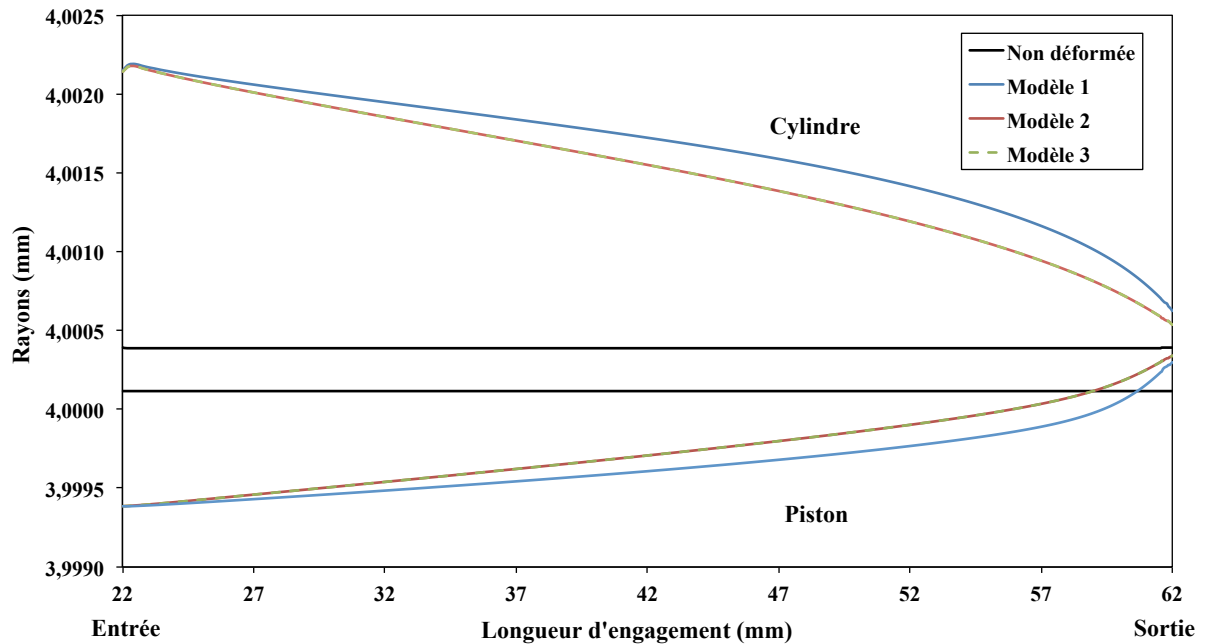


FIGURE 3.27: Jeu dans l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation, pour une pression maximale de 200 MPa, pour les trois modèles de calcul.

D'après le tableau 3.12, les résultats sur les déformations radiales pour le modèle 2 et le modèle 3 sont quasiment identiques ; qu'elles soient à l'entrée ou à la sortie. A l'entrée du jeu, les déformations radiales obtenues par les trois modèles sont en meilleur accord que celles obtenues à la sortie le jeu. Les déformations pour le modèle 2 et le modèle 3 sont inférieures à celles du modèle 1 ; qu'elles soient à l'entrée ou à la sortie.

3.8. RÉSULTATS DU CALCUL

Modèle	Pression	A l'entrée du jeu (μm)			A la sortie du jeu (μm)		
		u	U	h	u	U	h
1	120	-0,439	1,060	1,771	0,117	0,135	0,290
	200	-0,732	1,766	2,769	0,185	0,236	0,323
2	120	-0,438	1,056	1,766	0,138	0,083	0,217
	200	-0,730	1,756	2,758	0,222	0,149	0,198
3	120	-0,438	1,056	1,766	0,138	0,083	0,217
	200	-0,730	1,756	2,758	0,222	0,149	0,198

TABLE 3.12: Déformation du piston (u), du cylindre (U) et valeur du jeu (h); pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation; pour les trois modèles de calcul.

A une pression de 200 MPa, les différences de déformation, à l'entrée du jeu, entre le modèle 1 et le modèle 2 (ou le modèle 3), sont de 0,002 μm pour le piston et de 0,01 μm pour le cylindre. A la sortie, les différences sont de -0,047 μm pour le piston et de 0,087 μm pour le cylindre. Pour le jeu entre le piston et le cylindre, les différences sur la déformation, obtenue pour le modèle 1, sont supérieures à celles obtenues avec le modèle 2 ou le modèle 3. Les différences sont de 0,011 μm pour le piston et de 0,125 μm pour le cylindre.

Les résultats du calcul sur les coefficients λ et les vitesses de chute v_f sont présentés dans le tableau 3.13. Les résultats des calculs entre les trois modèles sont graphiquement représentées dans la figure 3.28 et la figure 3.29.

Pression	$\lambda \cdot 10^{-7}/\text{MPa}$			v_f ($\mu\text{m}/\text{s}$)		
	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
20	7,893	7,926	7,927	0,046	0,0451	0,0451
70	7,857	7,890	7,892	0,578	0,564	0,564
120	7,858	7,889	7,891	1,898	1,855	1,855
160	7,860	7,894	7,896	3,451	3,379	3,379
200	7,863	7,900	7,903	5,285	5,185	5,185

TABLE 3.13: Coefficient de déformation (λ) et vitesse de chute (v_f), en fonction de la pression, pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N° 5, en libre déformation, pour les trois modèles de calcul.

Les coefficients λ pour tous les trois modèles sont quasiment indépendants de la pression. L'écart relatif maximal du coefficient λ , obtenu pour les trois modèles, à partir d'une pression variant entre 20 MPa et 200 MPa, est de 0,034% par rapport à

la valeur moyenne du coefficient λ . Les coefficients λ obtenus par les modèles 2 et 3 ne sont pas significativement différents ; l'écart est de 0,025% pour une haute pression de 200 MPa. La différence maximale du coefficient λ entre le modèle 1 et le modèle 3 est de 0,45%.

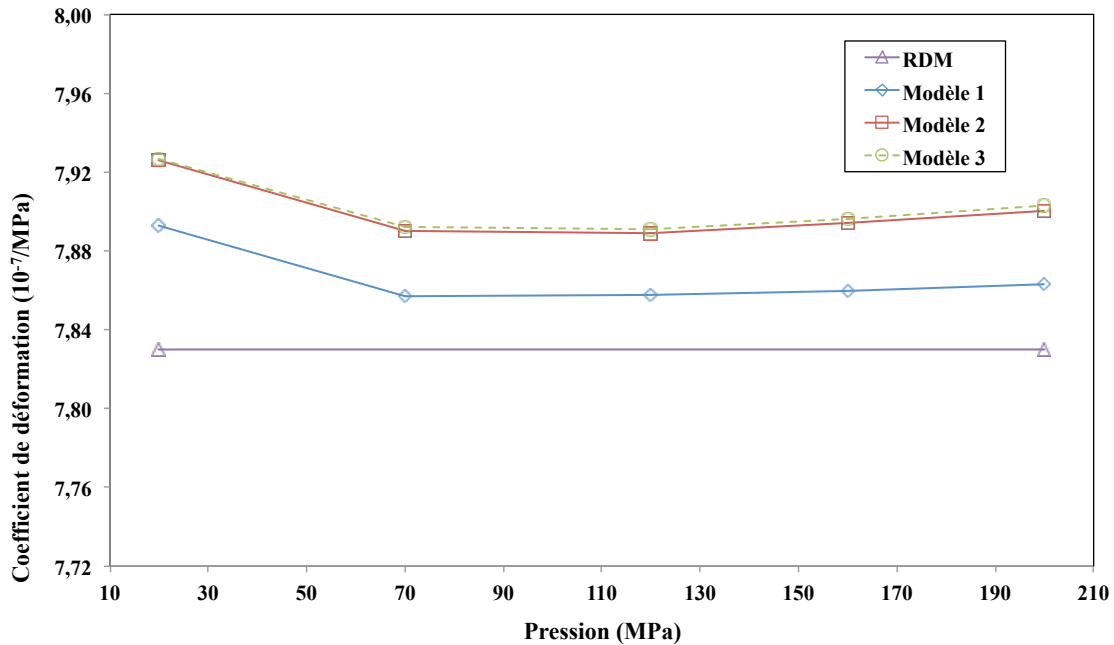


FIGURE 3.28: Coefficient de déformation (λ) en fonction de la pression pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation, pour les trois modèles de calcul.

Les coefficients λ obtenus par le modèle 1 sont plus proches des résultats obtenus par l'approche RDM que ceux obtenus avec le modèle 2 et le modèle 3. Mais les trois modèles de calcul sont toujours supérieurs à celui donné par la RDM. A 200 MPa, la différence maximale entre le calcul du coefficient λ obtenu par le modèle 1 et le calcul par l'approche RDM est de 0,42% par rapport au coefficient obtenu par le modèle 1.

Les vitesses de chute v_f augmentent en fonction des pressions. Les vitesses de chute v_f obtenues par le modèle 2 et le modèle 3 ne sont pas significativement différentes entre elles mais sont toujours inférieures à celles obtenues avec le modèle 1. Pour une pression de 200 MPa, la différence maximale entre les modèles 2 ou 3 et le modèle 1 est de 0,1 $\mu\text{m/s}$, soit 2% par rapport à la vitesse de chute v_f obtenue avec le modèle 1.

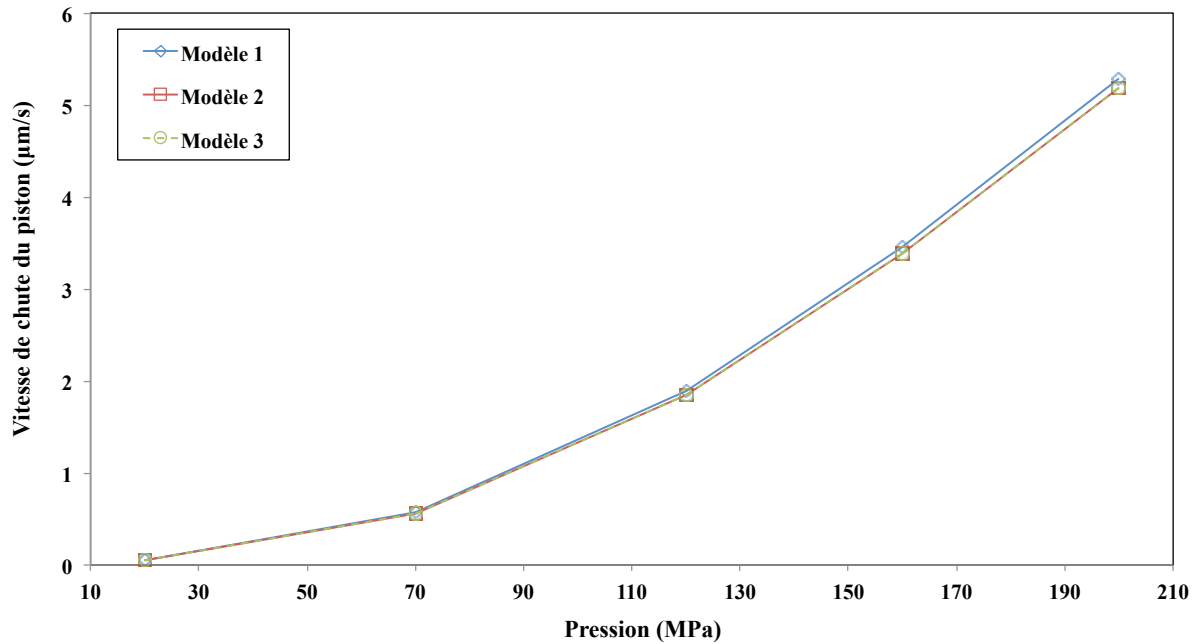


FIGURE 3.29: Vitesse de chute du piston (v_f) en fonction de la pression, pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation, pour les trois modèles de calcul.

Les résultats obtenus sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5 en jeu-contrôlé sont donnés graphiquement sur la figure 3.30, la figure 3.31, et sont repris numériquement sur le tableau 3.14.

Sur la figure 3.30, le passage du mode de fonctionnement en jeu contrôlé au mode libre déformation (3.26) a une forte influence sur le profil de pression, particulièrement au niveau de la zone proche de la sortie. Les distributions longitudinales de pression obtenues par les modèles 2 et 3 ne sont pas significativement différentes entre elles. Elles sont toujours inférieures à celles obtenues avec le modèle 1. Les distributions longitudinales de pression sont sensiblement décroissantes suivant la longueur d'engagement, pour les trois modèles, de l'entrée du jeu jusqu'à 97,5% de la longueur d'engagement. A partir d'environ 97,5% d'engagement, les trois modèles de calcul donnent des distributions longitudinales de pression toutes rapidement décroissantes jusqu'à la sortie du jeu.

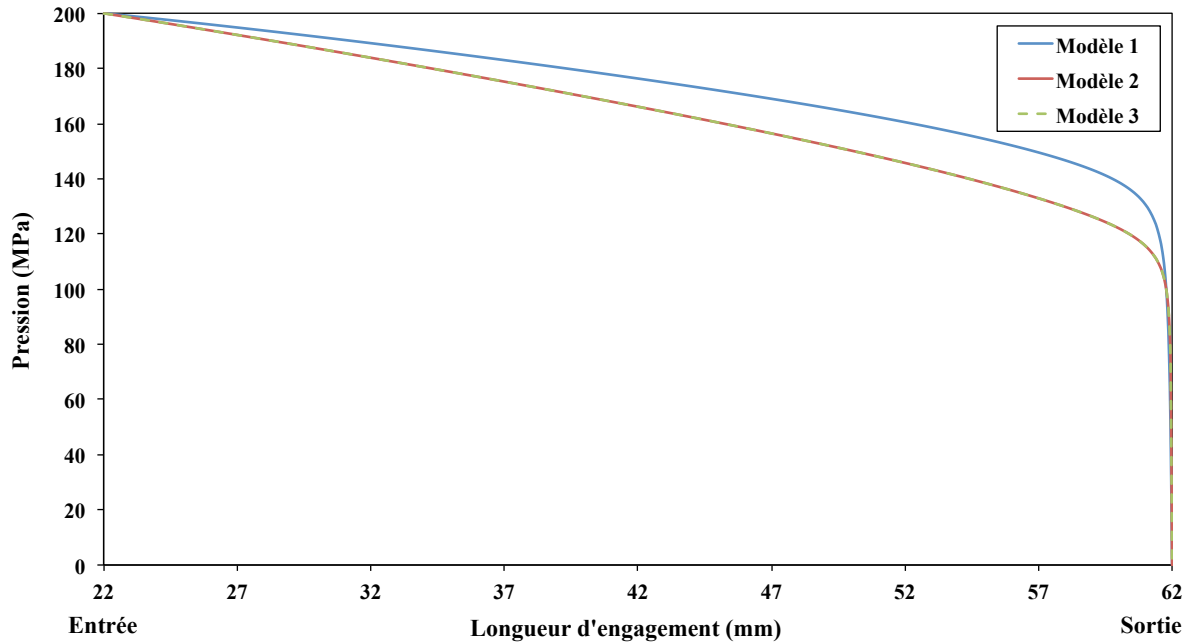


FIGURE 3.30: Distribution longitudinale de pression ($p(z)$) dans le jeu pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en jeu contrôlé, pour une pression maximale de 200 MPa, pour les trois modèles de calcul.

Les déformations radiales obtenues en jeu contrôlé sont données dans la figure 3.31. Lorsque nous appliquons une contre-pression à l'extérieur du cylindre, nous obtenons des déformations plus marquées pour le cylindre que pour le piston. En effet, les déformations du piston sont fortement modifiées par la contre-pression dans la zone supérieure qu'on peut situer à partir d'environ 87% de la longueur d'engagement. Les déformations radiales du piston et du cylindre du modèle 1 sont supérieures à celles des modèles 2 et 3, particulièrement au niveau de la zone proche de la sortie de jeu.

Dans le tableau 3.14, à l'entrée du jeu, les déformations du piston et du cylindre ainsi que le jeu entre le piston et le cylindre des trois modèles ne montrent pas de différences significatives liées au modèle. Au contraire, à la sortie du jeu, les déformations pour le modèle 1 sont considérablement différentes de celles des modèles 2 et 3. Les déformations pour le modèle 2 et le modèle 3 sont quasiment identiques. A une pression de 200 MPa, pour le cylindre, la différence maximale entre le modèle 1 et le modèle 2 (ou le modèle 3) est de $0,045 \mu\text{m}$ à la sortie de jeu. La différence sur le jeu entre le piston et le cylindre entre le modèle 1 et le modèle 2 (ou le modèle 3) est de $0,06 \mu\text{m}$.

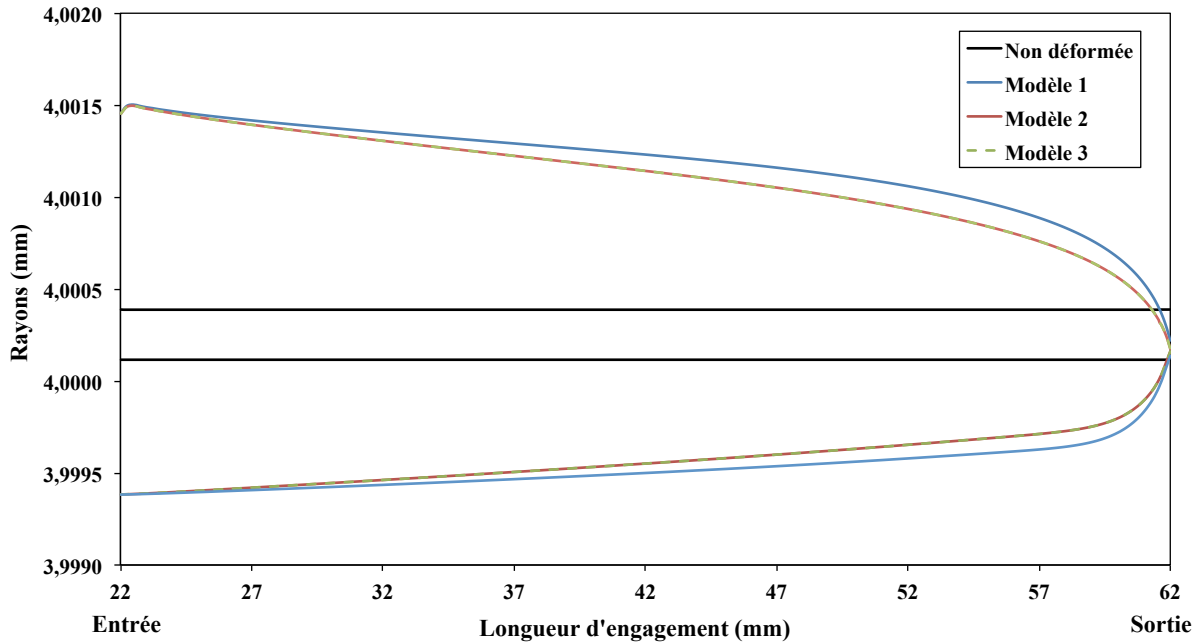


FIGURE 3.31: Jeu dans l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en jeu contrôlé, pour une pression maximale de 200 MPa, pour les trois modèles de calcul.

Modèle	Pression	A l'entrée du jeu (μm)			A la sortie du jeu (μm)		
		u	U	h	u	U	h
1	120	-0,440	0,642	1,354	0,038	-0,143	0,091
	200	-0,733	1,070	2,075	0,021	-0,167	0,084
2	120	-0,439	0,639	1,350	0,060	-0,188	0,025
	200	-0,732	1,066	2,070	0,045	-0,212	0,015
3	120	-0,439	0,639	1,350	0,060	-0,188	0,025
	200	-0,732	1,066	2,070	0,045	-0,212	0,015

TABLE 3.14: Déformation du piston (u), du cylindre (U), et valeur du jeu (h); pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5 en jeu contrôlé; pour les trois modèles de calcul.

Les valeurs numériques du coefficient λ et de la vitesse de chute v_f en jeu contrôlé pour les trois modèles de calcul sont données dans le tableau 3.15. Les valeurs sont reprises graphiquement dans la figure 3.32 et la figure 3.33.

Les coefficients λ pour tous les trois modèles diminuent à partir d'une pression supérieure comprise entre 20 MPa et 70 MPa. Pour une pression comprise entre 70 MPa et 200 MPa, ils augmentent en fonction de la pression. Pour une pression allant de 20 MPa à 200 MPa, l'écart relatif maximal sur le coefficient λ par rapport la valeur

3.8. RÉSULTATS DU CALCUL

moyenne du coefficient λ est d'environ 1,3% pour le modèle 2 (ou le modèle 3) et de 1,0% pour le modèle 1.

Pression	λ ($10^{-7}/\text{MPa}$)			v_f ($\mu\text{m/s}$)		
	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
20	-0,683	-0,637	-0,636	0,026	0,026	0,026
70	-0,733	-0,719	-0,719	0,201	0,200	0,200
120	-0,662	-0,654	-0,653	0,532	0,550	0,550
160	-0,611	-0,579	-0,578	0,855	0,901	0,901
200	-0,575	-0,523	-0,522	1,183	1,260	1,260

TABLE 3.15: Coefficient de déformation (λ) et vitesse de chute du piston (v_f), en fonction de la pression, pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N° 5, en jeu contrôlé, pour les trois modèle de calcul.

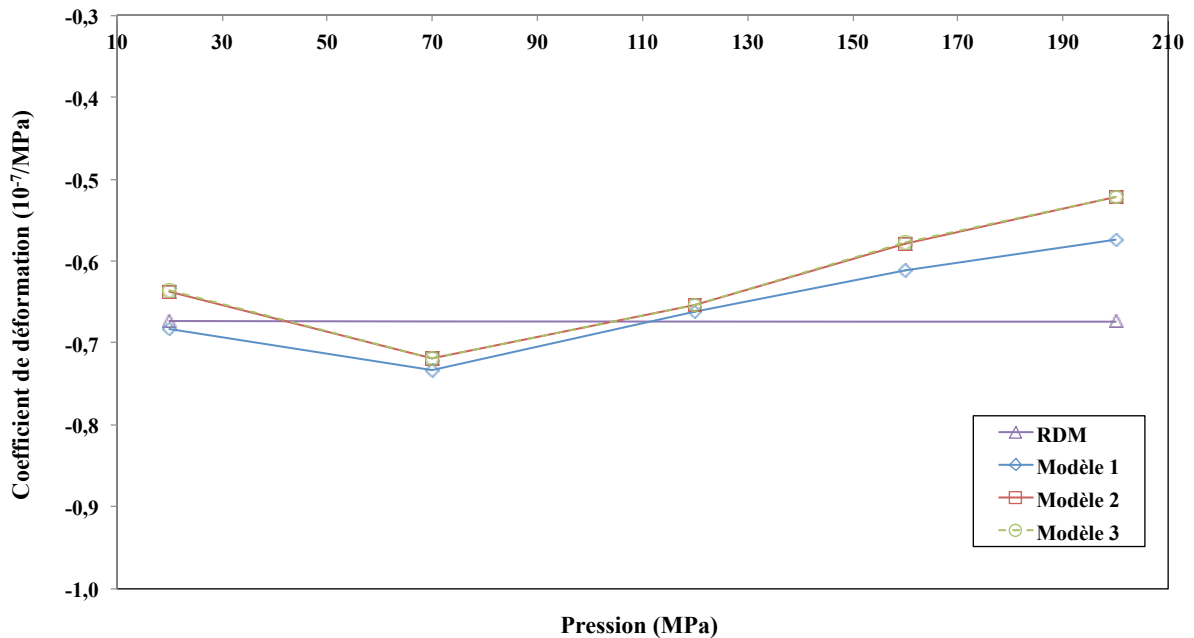


FIGURE 3.32: Coefficient de déformation (λ) en fonction de la pression pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en jeu contrôlé, pour les trois modèles de calcul.

Les coefficients λ obtenus par le modèle 2 et le modèle 3 ne sont pas significativement différents. A 200 MPa, la différence relative maximale par rapport à la valeur moyenne du coefficient λ est de 0,01%. Les coefficients λ pour le modèle 2 et le modèle 3 sont toujours supérieurs à ceux obtenus avec le modèle 1. La différence relative maximale sur le coefficient λ entre le modèle 1 et le modèle 2 (ou le modèle 3) est d'environ 0,40%.

A 200 MPa, les résultats des trois modèles des calculs sont supérieurs à ceux obtenus avec le calcul par l'approche RDM. La différence maximale est d'environ 0,70% pour le modèle 2 (ou le modèle 3).

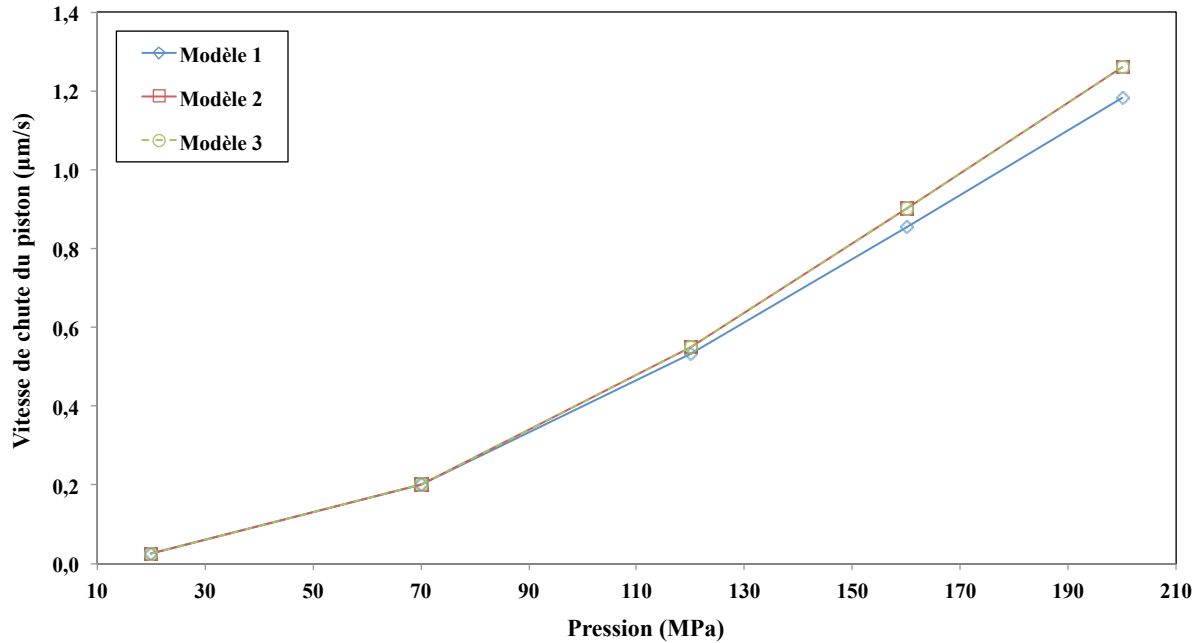


FIGURE 3.33: Vitesse de chute du piston (v_f) en fonction de la pression pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en jeu contrôlé, pour les trois modèles de calcul.

D'après le tableau 3.15 ou la figure 3.33, les vitesses de chute v_f en jeu contrôlé augmentent en fonction de la pression comme sur les résultats obtenus en libre déformation. Les vitesses de chute v_f obtenues par le modèle 2 et le modèle 3 sont quasiment identiques entre elles, mais elles sont toujours plus élevées que celles obtenues avec le modèle 1. Entre 20 MPa et 200 MPa, la différence entre la vitesse de chute v_f obtenue avec le modèle 1 et le modèle 2 (ou modèle 3) varie entre 0,00054 $\mu\text{m/s}$ et -0,077 $\mu\text{m/s}$.

3.8.3 Ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2

Pour nos études, nous nous intéressons également à caractériser l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2 en libre déformation.

Nous étudions d'abord l'optimisation des paramètres de calcul pour obtenir les coefficients λ et les vitesses de chute v_f . La référence pour cette étape est l'ensemble

piston-cylindre 1 GPa N°7 qui a été sélectionné pour la comparaison dans le projet EUROMET 463 [5]. Les rayons moyens du piston et du cylindre sont de 1,766526 mm et de 1,766728 mm respectivement. La longueur d'engagement est de 20 mm. Le matériau du piston et du cylindre est le carbure de tungstène. Le module d'Young de ce matériau est de (628 ± 30) GPa et le coefficient de Poisson est de $0,212 \pm 0,012$. Le matériau de la frette est en acier. Son module d'Young est de (206 ± 14) GPa et son coefficient de Poisson est de $0,300 \pm 0,040$. Ces propriétés du matériau sont données par le constructeur. Le coefficient λ et la vitesse de chute v_f calculés lors du projet EUROMET 463 sont de $7,35 \cdot 10^{-7}$ /MPa et de 5,416 $\mu\text{m/s}$ respectivement.

Pour définir les paramètres du calcul, une démarche équivalente à celle entreprise pour l'ensemble 200 MPa (paragraphe 3.7), a été suivie avec pour objectif d'obtenir un accord sur le coefficient λ et la vitesse de chute v_f calculés équivalent à celui obtenu lors du projet EUROMET 463. Il avait été obtenu 0,14% pour le coefficient λ et 1% pour la vitesse de chute v_f , pour une pression de 1 GPa. Les paramètres suivants sont retenus dans nos calculs :

- Géométrie 2D-axisymétrique,
- Type d'élément quadrangle 8 nœuds (PLANE 183),
- Nombre de nœuds : 2832,
- Nombre d'éléments : 860,
- Nombre de nœuds dans le jeu : 103.

Nous avons utilisé ces paramètres pour calculer des coefficients λ et des vitesses de chute v_f sur l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2.

Les directions x et y des figures 3.34 à 3.37, correspond aux directions r et z de nos calculs.

La figure 3.34 et la figure 3.35 montrent respectivement les champs de déformation radiale et axiale.

Les déformations radiales sont beaucoup plus importantes à la base du cylindre que les déformations du piston. Cela est dû au fait que la pression de mesure est appliquée sur la zone de la base de l'ensemble piston-cylindre. Les déformations axiales (la direction y) à la base du piston sont plus marquées que les déformations du cylindre.

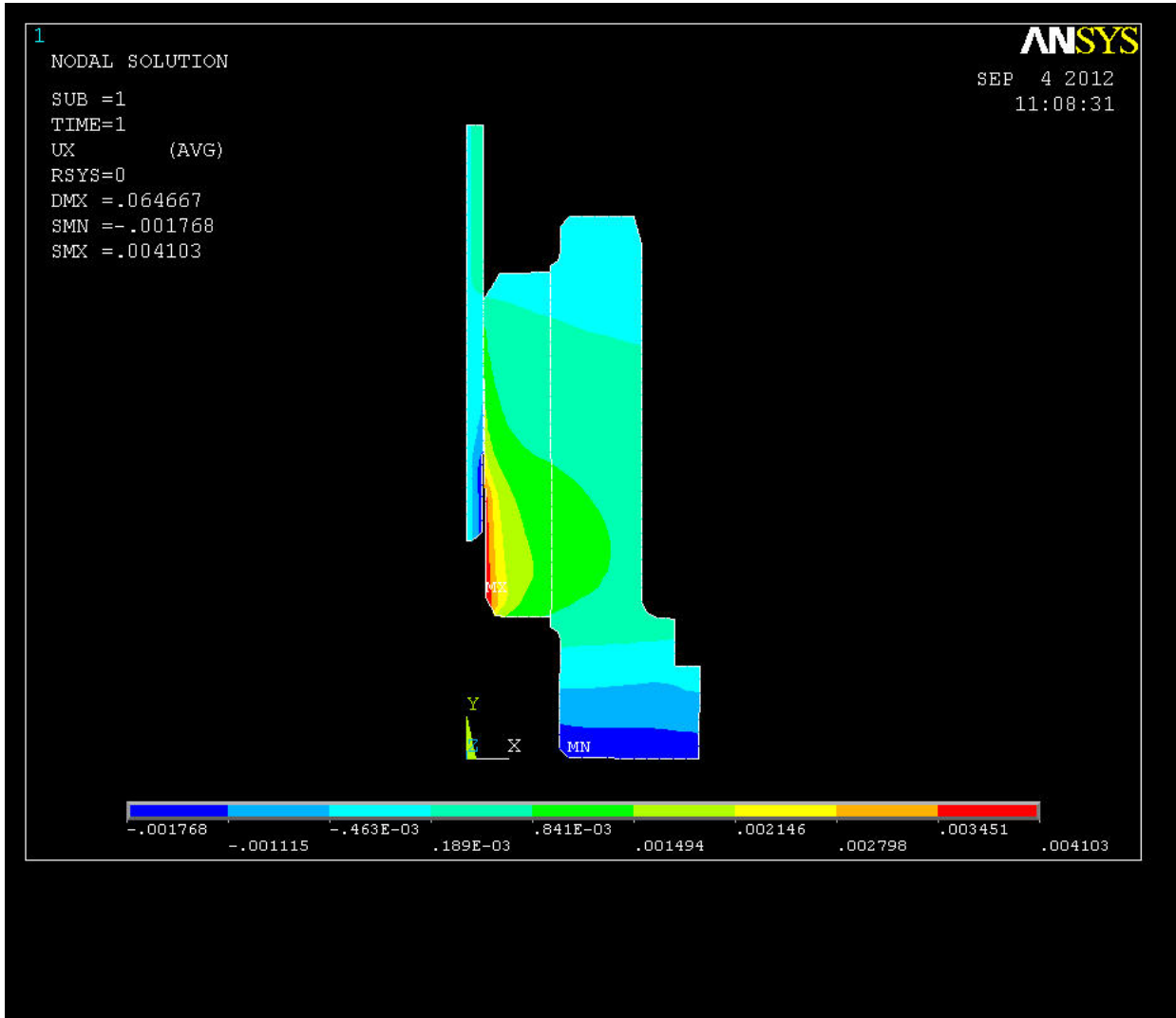


FIGURE 3.34: Déformation (échelle en mm) pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2, en libre déformation suivante la direction x .

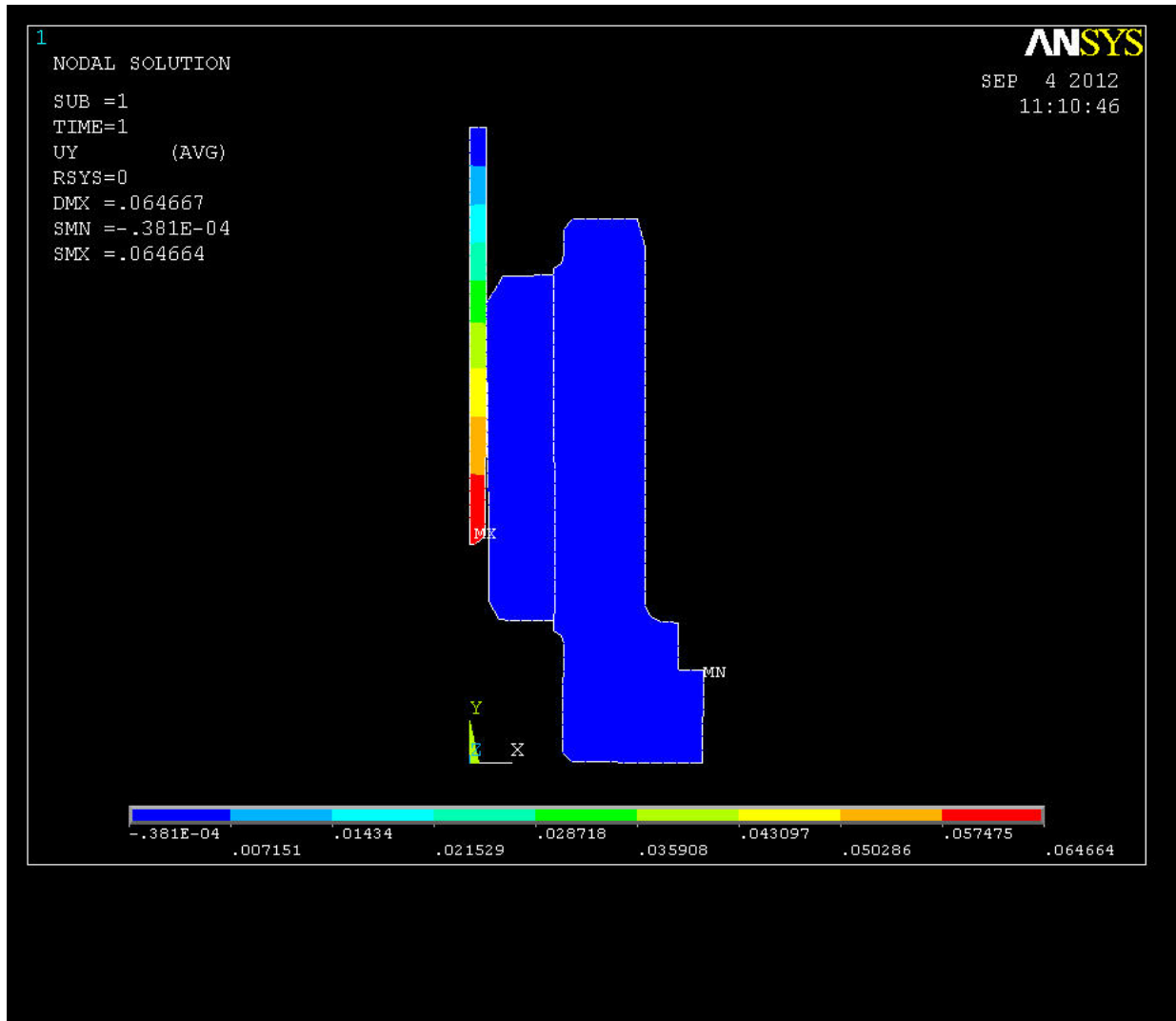


FIGURE 3.35: Déformation (échelle en mm) pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2, en libre déformation suivant la direction y .

La figure 3.36 montre les champs de contraintes de Von-mises dans l'ensemble piston-cylindre. Les contraintes sur la base du cylindre sont beaucoup plus importantes que les contraintes à la base du piston. Le phénomène inverse est observé en haut du cylindre. La figure 3.37 montre les champs de déformation d'expansion en 3D, pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa, dans le cas de la libre déformation.

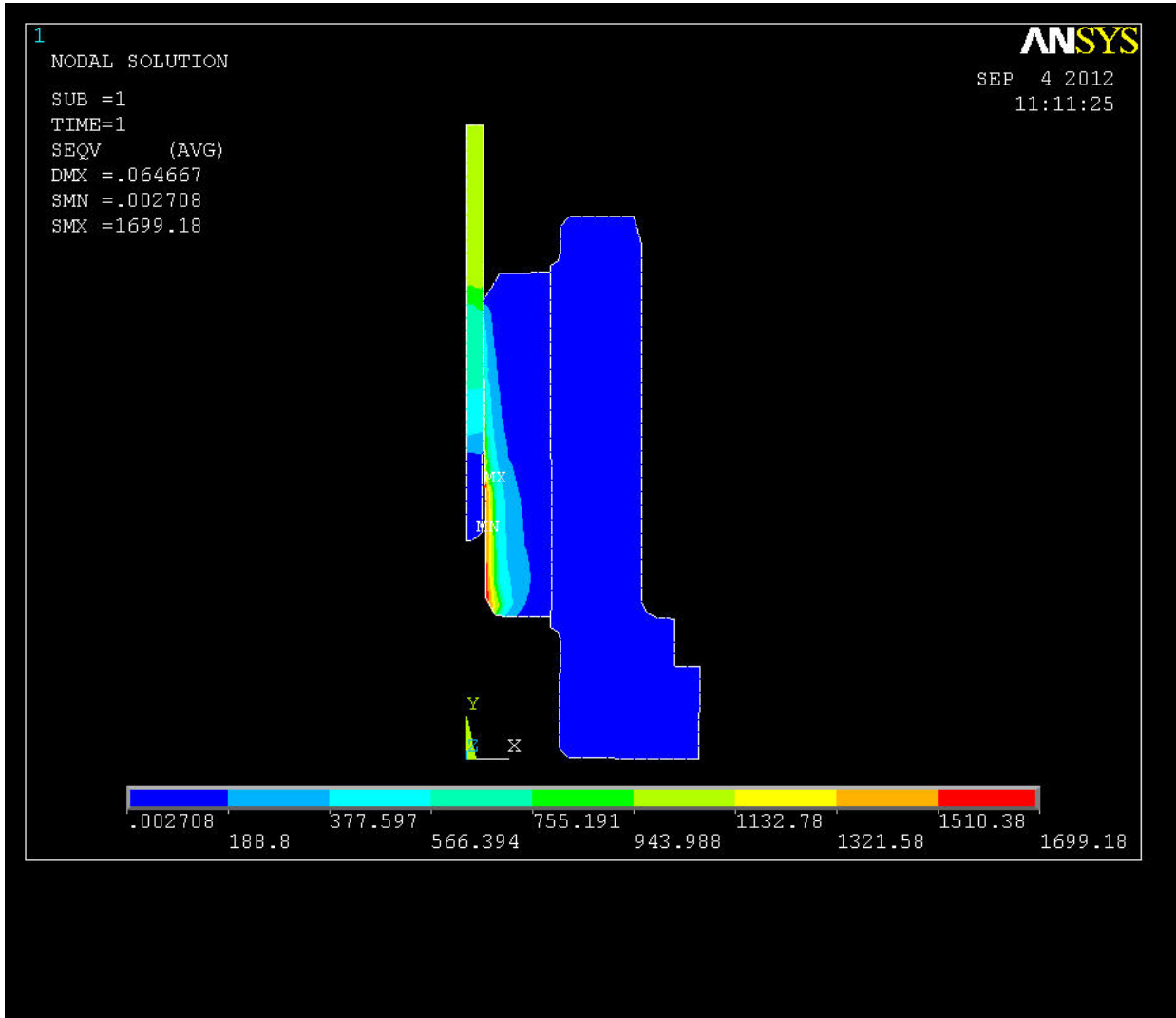


FIGURE 3.36: Contrainte de Von-mises (échelle en MPa) pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2, en libre déformation.

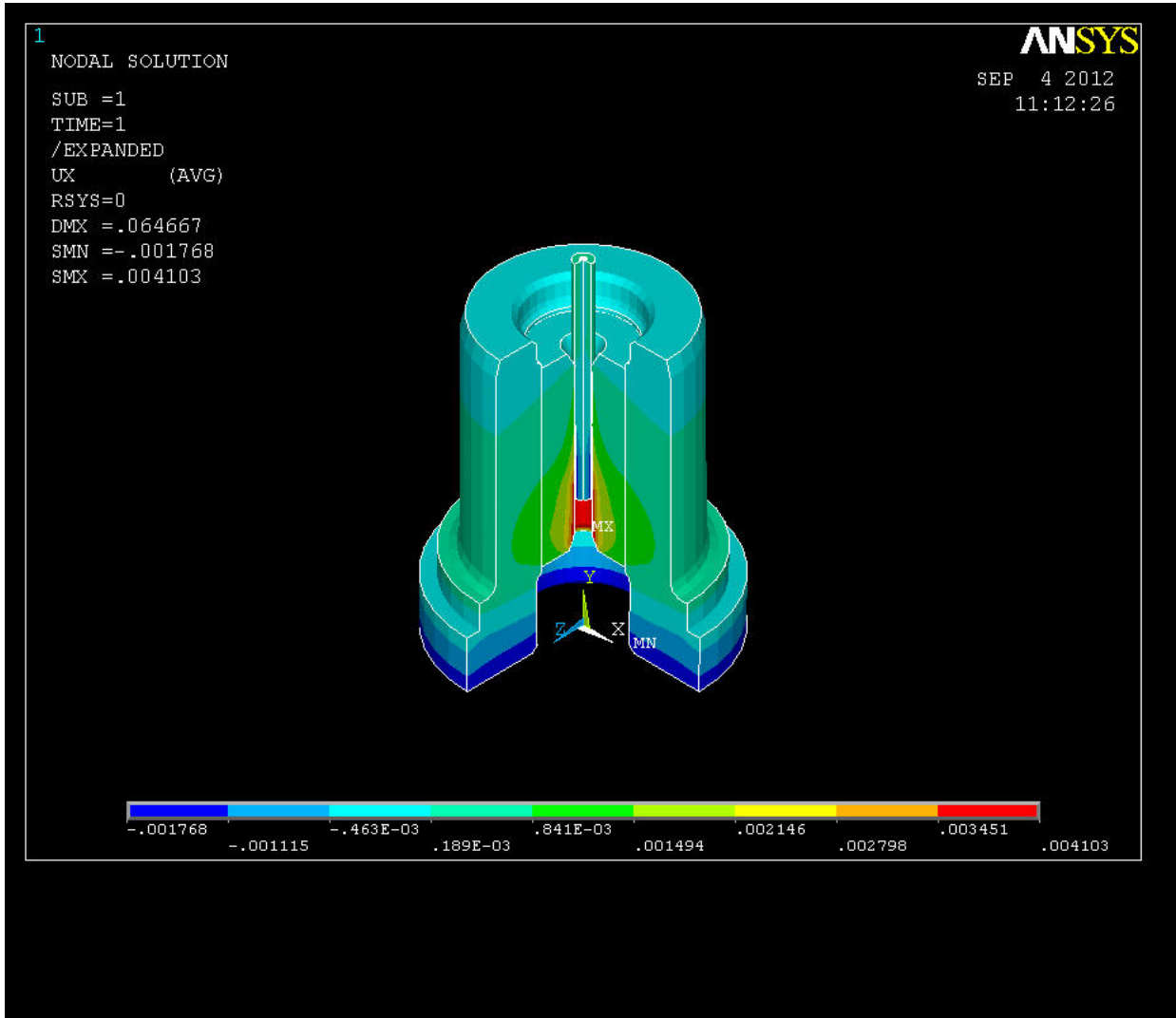


FIGURE 3.37: Déformation (échelle en mm) en 3D d'expansion pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2, en libre déformation.

Les coefficients λ et les vitesses de chute v_f sont évalués pour les pressions variant entre 100 MPa et 1 GPa, en libre déformation. Ces valeurs sont calculées en tenant compte des trois modèles d'écoulement comme pour l'ensemble piston-cylindre 200MPa. Elle sont utilisées pour déterminer les distribution longitudinales de pression, les sections effectives S_p et les sections effectives S_0 . Les coefficients λ et les vitesses de chute v_f sont également calculés sur la base des équations d'écoulement données en 1.17, 1.18 et 1.19.

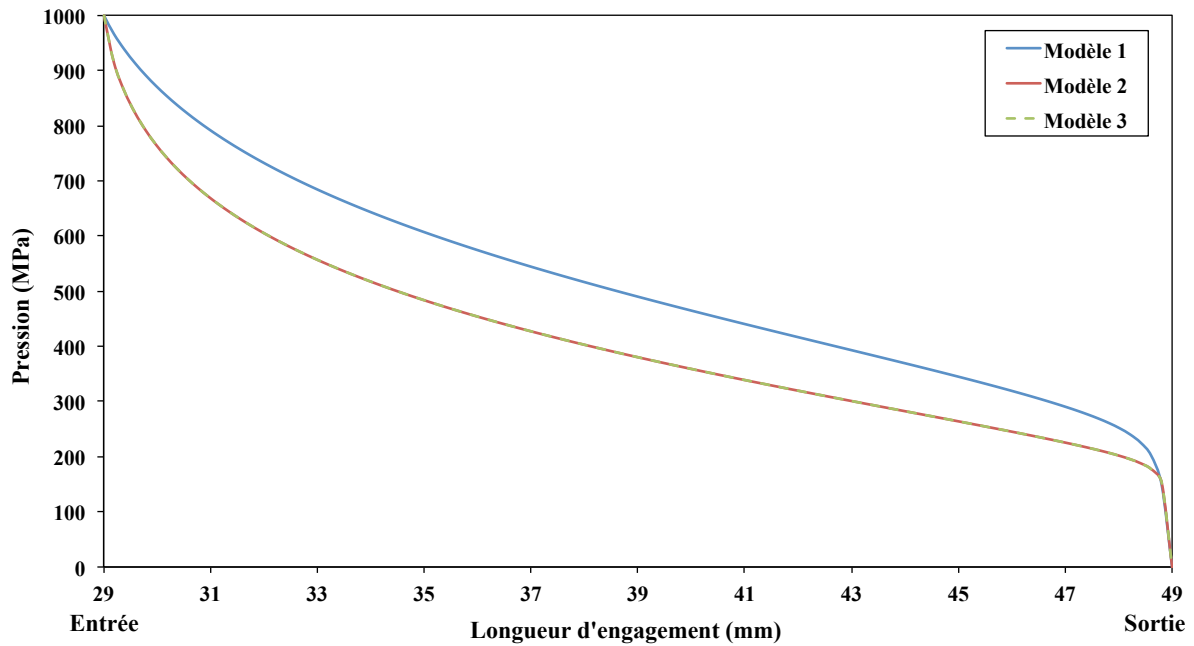


FIGURE 3.38: Distribution longitudinale de pression ($p(z)$) dans le jeu pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa, en libre déformation, pour une pression maximale 1 GPa, pour les trois modèles de calcul.

Les distributions longitudinales de pression et les déformations radiales du piston et du cylindre sont respectivement représentés dans les figures 3.38 et 3.39 en fonction de la longueur d'engagement, pour les différents modèles de calcul, pour une pression 1 GPa. Les valeurs numériques des déformations du piston et du cylindre, les jeux entre le piston et cylindre à l'entrée et à la sortie du jeu, pour la pression 400 MPa et 1 GPa, sont données dans le tableau 3.16.

D'après la figure 3.38, les distributions longitudinales de pression dans le jeu, pour l'ensemble des trois modèles, décroissent rapidement depuis à l'entrée du jeu jusqu'à 10% de la longueur d'engagement. Elles sont ensuite légèrement décroissantes jusqu'à 97% d'engagement. Dans la zone de 97% à 100% de la longueur d'engagement, les pressions sont encore plus rapidement décroissantes jusqu'à la pression ambiante. Les distributions longitudinales de pression obtenues avec les modèles 2 et 3 sont très similaires entre elles mais elles sont inférieures à celles du modèle 1, comme remarqué pour l'ensemble 200 MPa en libre déformation. La différence maximale entre les modèles de la distribution longitudinale de pression est proche de la zone d'entrée. Cela n'est pas le cas pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa en libre déformation.

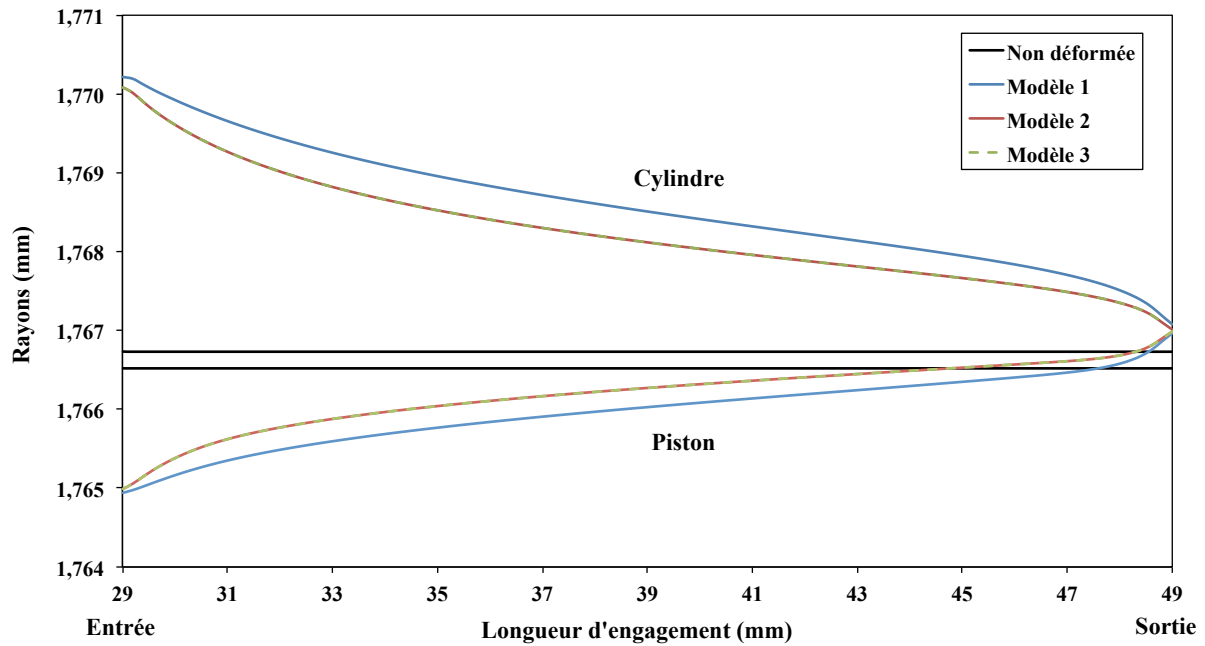


FIGURE 3.39: Jeu dans l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2, en libre déformation, pour une pression maximale 1 GPa, pour les trois modèles de calcul.

Dans la figure 3.39, les rayons non déformés sont également montrés par deux lignes noires, ce qui permet la comparaison. Les déformations du piston et du cylindre données par les modèles 2 et 3 sont similaires entre elles. Elles sont cependant toujours inférieures à celles du modèle 1. La différence entre les modèles est plus marquée pour le cylindre que pour le piston.

Dans le tableau 3.16, à la pression de 1 GPa, les différences de déformations à l'entrée entre le modèle 1 et le modèle 2 (ou le modèle 3) sont respectivement de $-0,046 \mu\text{m}$ et de $0,125 \mu\text{m}$ pour le piston et le cylindre. A la sortie, les différences sont de $-0,021 \mu\text{m}$ pour le piston et de $0,066 \mu\text{m}$ pour le cylindre. Pour la pression de 400 MPa, les différences de déformation à l'entrée entre le modèle 1 et le modèle 2 (ou le modèle 3) sont respectivement de $-0,003 \mu\text{m}$ et de $0,018 \mu\text{m}$ pour le piston et le cylindre. A la sortie, les différences sont de $-0,024 \mu\text{m}$ pour le piston et de $0,066 \mu\text{m}$ pour le cylindre.

En résumé, les différences entre le modèle 1 et le modèle 2 (ou le modèle 3) sont plus marquées à l'entrée qu'à la sortie pour la pression 1 GPa.

Comme pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa, le jeu à l'entrée et à la sortie du modèle 1 est supérieur au jeu donné par les modèles 2 et 3.

Modèle	Pression MPa	A l'entrée du jeu (μm)			A la sortie du jeu (μm)		
		u	U	h	u	U	h
1	400	-0,644	1,446	2,301	0,185	0,156	0,182
	1000	-1,580	3,485	5,276	0,446	0,347	0,113
2	400	-0,641	1,428	2,280	0,209	0,094	0,097
	1000	-1,534	3,360	5,105	0,467	0,281	0,025
3	400	-0,641	1,428	2,280	0,209	0,094	0,097
	1000	-1,534	3,360	5,105	0,467	0,281	0,025

TABLE 3.16: Déformation du piston (u), du cylindre (U) et valeur du jeu (h); pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2 en libre déformation; pour les trois modèles de calcul.

Les coefficients λ et les vitesses de chute v_f en fonction de la pression pour les trois modèles de calcul sont donnés dans le tableau 3.17. Leurs représentations graphiques sont respectivement données dans la figure 3.40 et la figure 3.41. Pour les trois modèles, les coefficients λ sont quasiment indépendants de la pression. L'écart maximal, pour une pression variant entre 100 MPa et 1 GPa, est de 0,54% pour le modèle 1, de 0,98% pour le modèle 2 et de 1,03% pour le modèle 3.

Les coefficients λ calculés à partir du modèle 2 et du modèle 3 ne sont pas significativement différents entre eux. Ils sont toujours supérieurs à ceux obtenus avec le modèle 1. La différence maximale entre le modèle 1 et le modèle 2 (ou le modèle 3) est d'environ 0,63% pour la pression 1 GPa.

Pression MPa	λ ($10^{-7}/\text{MPa}$)			v_f ($\mu\text{m}/\text{s}$)		
	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
100	7,338	7,347	7,349	0,823	0,828	0,828
200	7,340	7,349	7,351	2,695	2,728	2,728
300	7,341	7,355	7,358	4,687	4,777	4,777
400	7,342	7,363	7,367	6,184	6,347	6,347
500	7,345	7,374	7,378	7,040	7,280	7,279
600	7,349	7,385	7,389	7,347	7,660	7,659
700	7,356	7,396	7,401	7,265	7,639	7,639
800	7,363	7,406	7,411	6,938	7,359	7,359
900	7,370	7,414	7,419	6,477	6,929	6,929
1000	7,378	7,419	7,425	5,956	6,426	6,425

TABLE 3.17: Coefficient de déformation (λ) et vitesse de chute du piston (v_f) en fonction de la pression, pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2, en libre déformation, pour les trois modèles de calcul.

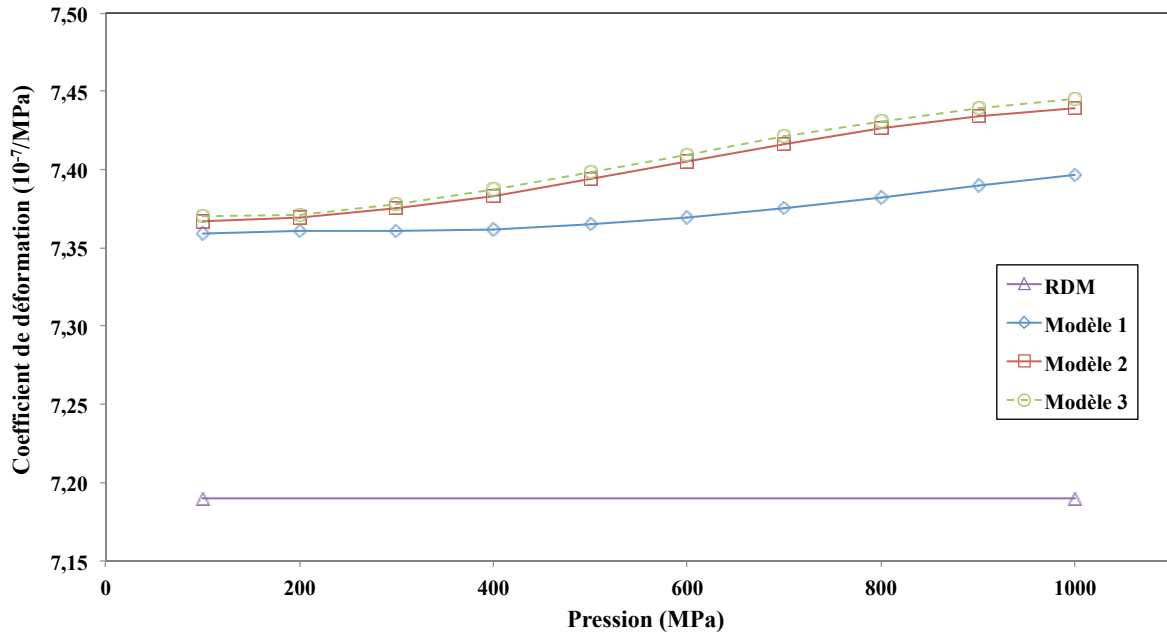


FIGURE 3.40: Coefficient de déformation (λ) en fonction de la pression, pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2, en libre déformation, pour les trois modèles de calcul.

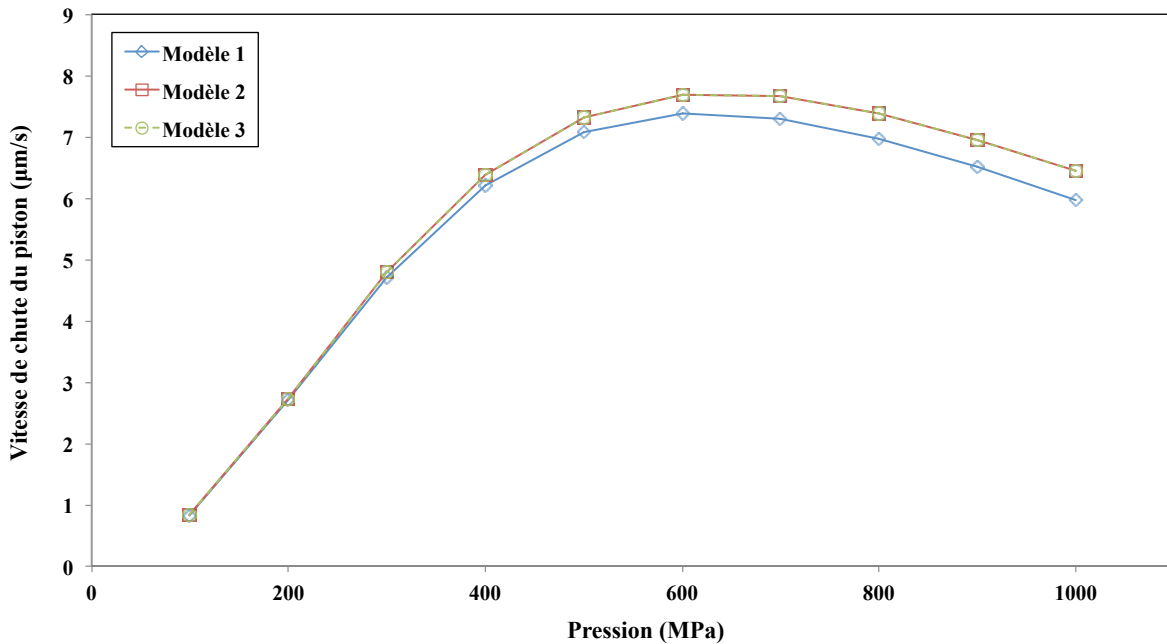


FIGURE 3.41: Vitesse de chute du piston (v_f) en fonction de la pression, pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2, en libre déformation, pour les trois modèles de calcul.

Les vitesses de chute v_f ne sont pas significativement différentes pour le modèle 2 et

le modèle 3, mais elles sont supérieures à celles obtenues avec le modèle 1. La différence sur les vitesses de chute v_f entre le modèle 1 et le modèle 2 (ou le modèle 3) commence à être perceptible à partir d'une pression de 300 MPa. Pour les trois modèles, la vitesse de chute v_f calculée est toujours maximale pour une pression située entre 600 MPa et 700 MPa. La différence maximale entre le modèle 1 et le modèle 2 (ou le modèle 3) est de $0,47 \mu\text{m/s}$ (7,8%) à la pression maximale.

3.9 Conclusions

Dans ce troisième chapitre, les simulations numériques ont été effectuées par la méthode des éléments finis. Les distributions longitudinales de pression et la déformation du piston et du cylindre sont déterminées en tenant compte des trois modèles d'écoulements : le modèle cartésien (modèle 1), le modèle cylindrique (modèle 2) et le modèle cylindrique avec la paroi du piston mobile (modèle 3). Les vitesses de chute v_f et les sections effectives à pression nulle et à pression élevée sont également calculées en tenant compte de ces trois modèles d'écoulements. Les coefficients λ ont été ensuite calculés à partir des sections effectives à pression élevée et à pression nulle par l'équation (1.3).

Les valeurs sur les vitesses de chute du piston calculées à l'aide des nouveaux modèles (modèles 2 et 3) pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa en libre déformation sont inférieures à celles obtenues avec le modèle 1. En revanche, les valeurs des coefficients λ sur le modèle 2 ou le modèle 3 sont supérieures à celles du modèle 1. En jeu contrôlé, pour les nouveaux modèles, les résultats des vitesses de chute du piston sont supérieurs à ceux du modèle 1.

Pour l'ensemble piston-cylindre 1 GPa, en libre déformation, les coefficients λ et les vitesses de chute v_f , calculés avec les nouveaux modèles sont supérieurs à ceux du modèle 1.

Pour valider ces calculs numériques, nous les compareront avec les résultats obtenus par les mesures expérimentales données au chapitre 2. Le but étant de comprendre lequel des modèles est le mieux corrélé avec les mesures expérimentales.

Chapitre 4

Comparaisons des résultats expérimentaux et numériques, études de sensibilité à la géométrie et aux propriétés du fluide

Sommaire

4.1	Introduction	137
4.2	Comparaison des résultats et analyse	137
4.3	Étude géométrique	147
4.3.1	Mesures dimensionnelles du piston et du cylindre	148
4.3.2	Résultats des calculs	154
4.3.3	Effets du jeu à l'entrée et à la sortie	167
4.3.4	Influence du jeu entre le piston et le cylindre sur le calcul du coefficient de déformation et de la vitesse de chute	172
4.3.5	Analyse de l'incertitude associée au calcul numérique	181
4.3.6	Influence des propriétés du fluide de transfert	189
4.3.7	Récapitulatif des écarts entre l'expérimentation et le calcul	191
4.4	Conclusions	191

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous comparons les résultats des coefficients de déformation (λ) et des vitesses de chute du piston (v_f) entre l'expérimentation et le calcul. Puis nous étudions l'influence des défauts de forme du piston et du cylindre, ainsi que des propriétés du fluide de transfert. Nous estimons également les incertitudes sur le coefficient λ et la vitesse de chute v_f .

D'abord, les coefficients λ et les vitesses de chute v_f sont comparés aux résultats de l'expérimentation (Chapitre 2). Les trois modèles d'écoulement du fluide (Chapitre 3) sont pris en compte pour définir lequel est le plus proche de l'expérimentation. Ensuite, l'influence des défauts de forme du piston et du cylindre est étudiée. L'étude est réalisée sur la base des mesures dimensionnelles. Les effets de l'incertitude sur le jeu à l'entrée et à la sortie de la longueur d'engagement seront montrés. Nous étudierons également les influences des formes du jeu, entre le piston et cylindre, sur le calcul du coefficient λ et de la vitesse de chute v_f . Les résultats seront comparés avec l'expérimentation. De plus, nous évaluerons l'incertitude sur le coefficient λ et celle de la vitesse de chute v_f . Enfin, nous testerons l'influence des propriétés du fluide de transfert.

Les ensembles piston-cylindre suivants sont sélectionnés comme objets de cette étude : les ensembles piston-cylindre 200 MPa N°4, 200 MPa N°5 et 1 GPa N°2.

4.2 Comparaison des résultats et analyse

Les tableaux 4.1 et 4.2 représentent les coefficients λ et les vitesses de chute v_f obtenus par l'expérimentation et les calculs pour les trois modèles présentés au chapitre 1. Le tableau 4.1 donne les résultats de l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4 en libre déformation, le tableau 4.2 ceux en jeu contrôlé.

4.2. COMPARAISON DES RÉSULTATS ET ANALYSE

Pression (MPa)	λ (10^{-7} /MPa)				v_f ($\mu\text{m/s}$)			
	EXP	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3	EXP	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
20		7,934	7,957	7,962	0,235	0,215	0,213	0,213
70		7,881	7,925	7,927	2,113	1,438	1,405	1,405
120	8,05	7,869	7,917	7,920	5,848	3,642	3,547	3,547
160		7,868	7,919	7,922	9,893	5,902	5,747	5,747
200		7,869	7,924	7,927	14,780	8,376	8,161	8,161

TABLE 4.1: Comparaison des résultats de l'expérimentation (EXP) et des trois modèles de calcul. Le coefficient de déformation (λ) et la vitesse de chute du piston (v_f) sont donnés en fonction de la pression, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation.

D'après le tableau 4.1, la valeur moyenne du coefficient λ , en libre déformation, du modèle cylindrique avec les parois du piston immobile et mobile (Modèles 2 et 3), est plus proche de l'expérimentation que le modèle cartésien (Modèle 1). Les écarts relatifs entre l'expérimentation et le calcul sont de -2,06% pour le modèle 1, de -1,51% pour le modèle 2 et de -1,47% pour le modèle 3.

Pour la vitesse de chute v_f , le modèle 1 est le plus proche de l'expérimentation. Les écarts relatifs entre l'expérimentation et le calcul sont de -43,3% pour le modèle 1, de -44,8% pour les modèles 2 et 3 pour une pression 200 MPa. Malheureusement, les trois modèles de calcul sont encore significativement différents de l'expérimentation.

Pression (MPa)	λ (10^{-7} /MPa)				v_f ($\mu\text{m/s}$)			
	EXP	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3	EXP	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
20		-0,617	-0,588	-0,585	0,170	0,155	0,153	0,153
70		-0,719	-0,664	-0,662	0,784	0,644	0,629	0,629
120	-0,75	-0,742	-0,703	-0,701	1,603	1,279	1,263	1,263
160		-0,734	-0,706	-0,704	2,241	1,812	1,821	1,821
200		-0,716	-0,682	-0,681	2,859	2,302	2,351	2,351

TABLE 4.2: Comparaison des résultats de l'expérimentation (EXP) et des trois modèles de calcul. Le coefficient de déformation (λ) et la vitesse de chute du piston (v_f) sont donnés en fonction de la pression, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en jeu contrôlé.

D'après le tableau 4.2, la valeur moyenne du coefficient λ , en jeu contrôlé, du modèle cartésien (Modèle 1) est le plus proche de l'expérimentation. Les écarts relatifs entre

l'expérimentation et les calculs sont de 0,55% pour le modèle 1, de 1,01% pour le modèle 2 et de 1,03% pour le modèle 3. Pour la vitesse de chute v_f , les modèles 2 et 3 sont les plus proches de l'expérimentation. Les écarts relatifs entre l'expérimentation et les calculs sont de -19,5% pour le modèle 1 et de -17,8% pour les modèles 2 et 3, à une pression 200 MPa.

Les figures 4.1 à 4.4 montrent les résultats graphiques exposés dans les tableaux 4.1 et 4.2. De plus, sur les figures 4.1 et 4.2, les calculs par la théorie de la résistance de matériaux (RDM) sont également représentés.

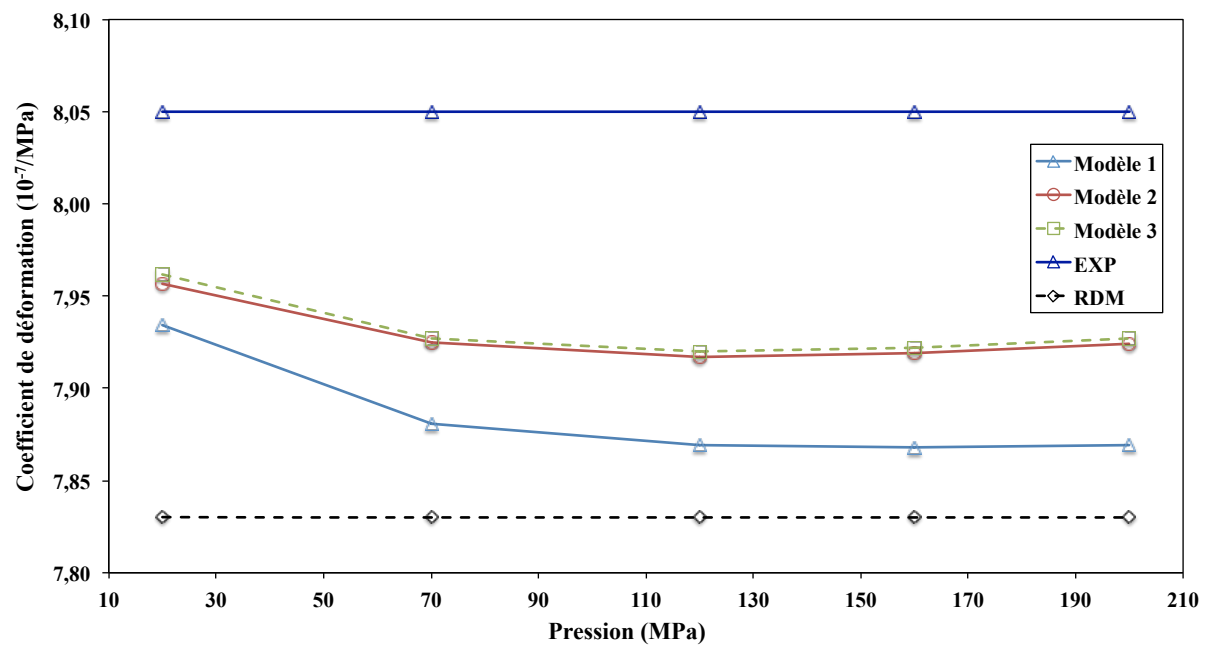


FIGURE 4.1: Comparaison des résultats du coefficient de déformation (λ) en fonction de la pression, entre l'expérimentation (EXP), les trois modèles et le calcul théorique de la résistance des matériaux (RDM), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation.

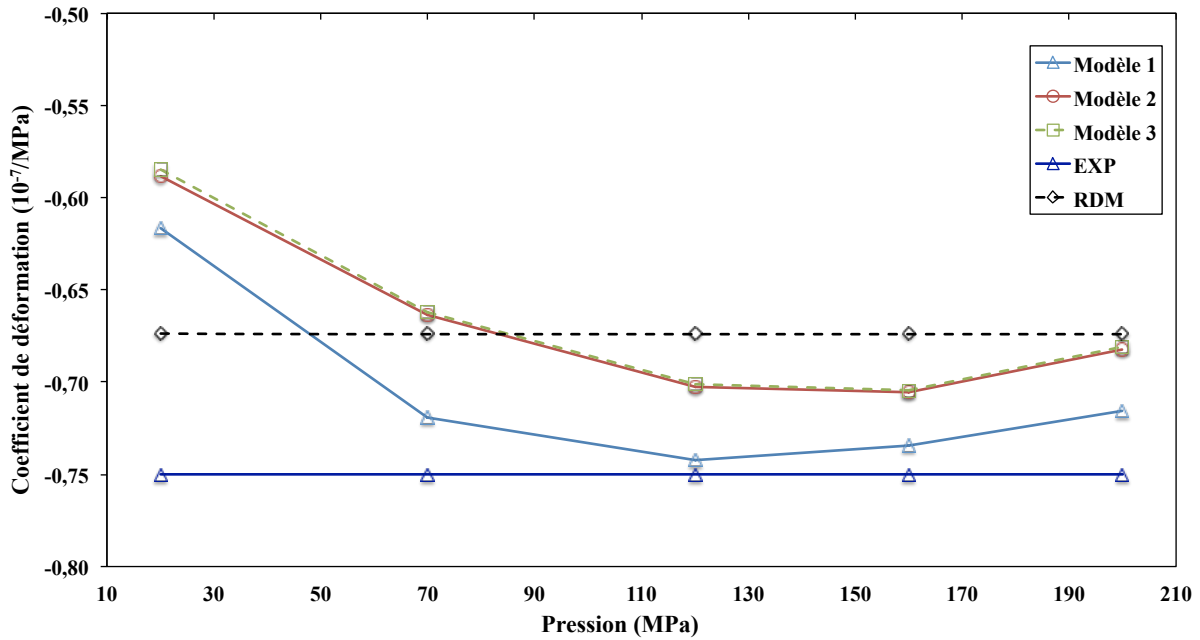


FIGURE 4.2: Comparaison des résultats du coefficient de déformation (λ) en fonction de la pression, entre l'expérimentation (EXP), les trois modèles et le calcul théorique de la résistance des matériaux (RDM), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en jeu contrôlé.

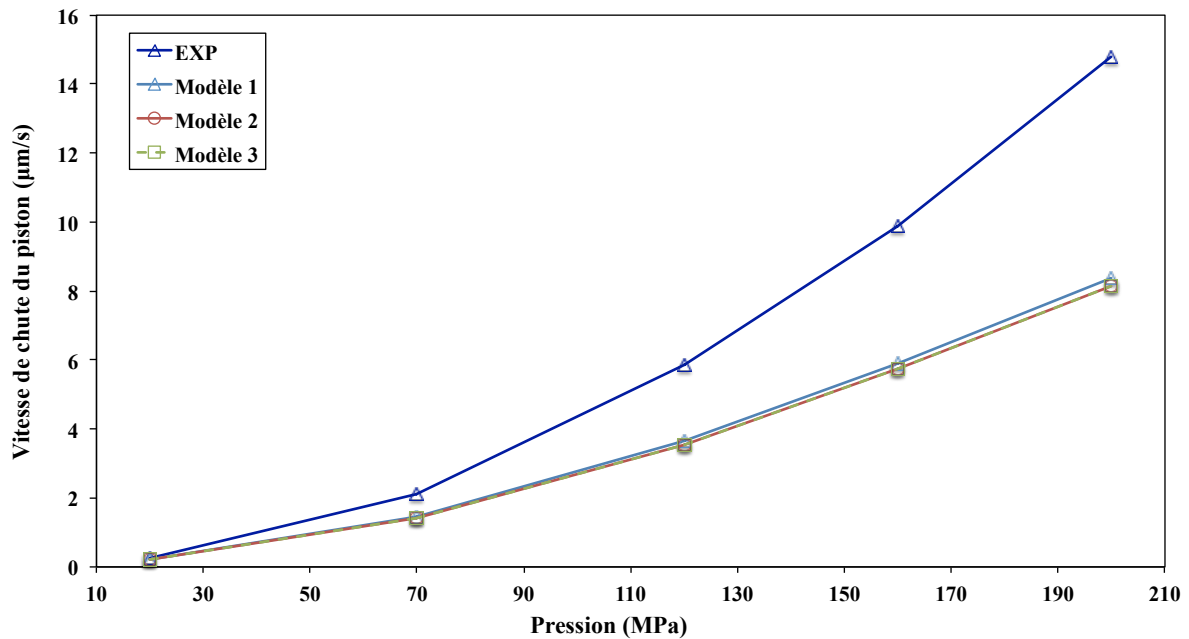


FIGURE 4.3: Comparaison des résultats de la vitesse de chute du piston (v_f) en fonction de la pression, entre l'expérimentation (EXP) et les trois modèles, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation.

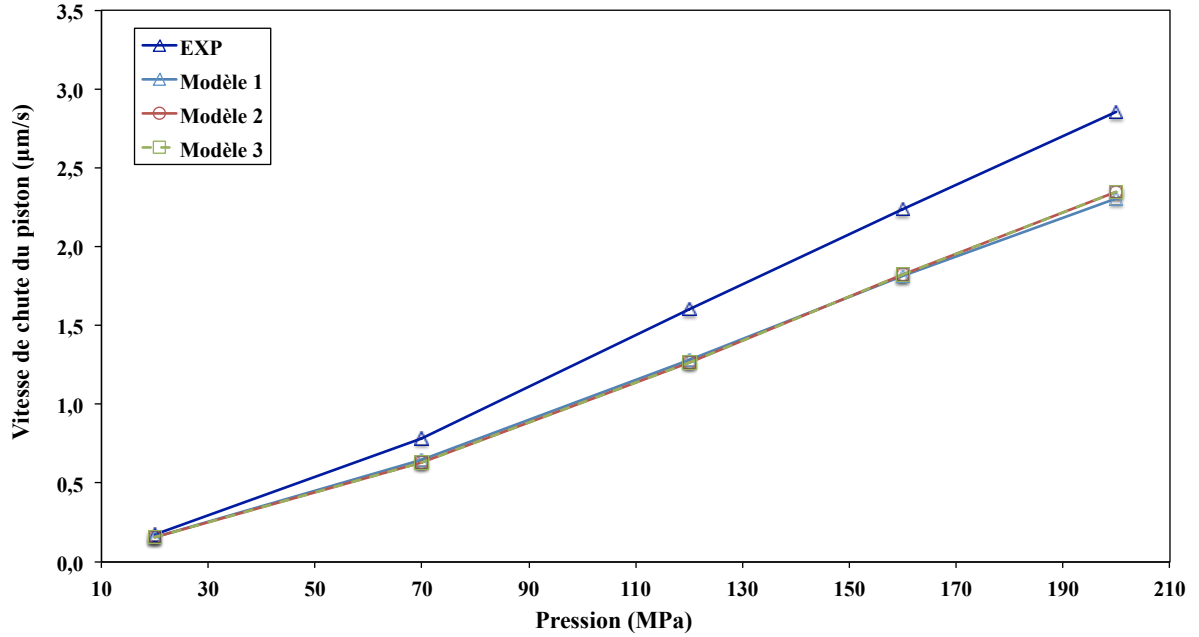


FIGURE 4.4: Comparaison des résultats de la vitesse de chute du piston (v_f) en fonction de la pression, entre l'expérimentation (EXP) et les trois modèles, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en jeu contrôlé.

Les tableaux 4.3 et 4.4 donnent les résultats du coefficient λ et de la vitesse de chute v_f obtenus par l'expérimentation et le calcul, par les trois modèles sur la méthode des éléments finis, pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5.

Pressions (MPa)	λ ($10^{-7}/\text{MPa}$)				v_f ($\mu\text{m/s}$)			
	EXP	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3	EXP	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
20		7,893	7,926	7,927	0,054	0,046	0,045	0,045
70		7,857	7,890	7,892	0,804	0,578	0,564	0,564
120	7,78	7,858	7,889	7,891	2,623	1,898	1,855	1,855
160		7,860	7,894	7,896	4,894	3,451	3,379	3,379
200		7,863	7,900	7,903	7,857	5,285	5,185	5,185

TABLE 4.3: Comparaison des résultats de l'expérimentation (EXP) et des trois modèles de calcul. Le coefficient de déformation (λ) et la vitesse de chute du piston (v_f) sont donnés en fonction de la pression, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation.

D'après le tableau 4.3, la valeur moyenne du coefficient λ , en libre déformation, obtenu pour le modèle 2, est le plus proche de celui obtenu expérimentalement. Les écarts

relatifs entre l'expérimentation et le calcul par rapport aux mesures expérimentales sont de -0,43% pour le modèle 1, de -0,0025% pour le modèle 2 et 0,023% pour le modèle 3.

Les vitesses de chute v_f en fonction de la pression calculées avec le modèle 1 sont les plus proches de l'expérimentation que les autres modèles. Ces écarts relatifs entre l'expérimentation et le calcul par rapport aux mesures expérimentales sont de -32,7% pour le modèle 1 et de -34,0% pour les modèles 2 et 3 pour une pression 200 MPa.

D'après le tableau 4.4, la valeur moyenne du coefficient λ , en jeu contrôlé, obtenu par le modèle 3, est le plus près du coefficient λ obtenu par l'expérimentation. Par rapport aux mesures expérimentales en libre déformation, les écarts relatifs entre l'expérimentation et le calcul sont de -5,73% pour le modèle 1, de -5,35% pour le modèle 2 et de -5,33% pour le modèle 3.

Pour la vitesse de chute v_f , les modèles 2 et 3 sont les plus proches des résultats obtenus par l'expérimentation. Les écarts relatifs par rapport aux mesures expérimentales sont de -27% pour le modèle 1 et de -22% pour les modèles 2 et 3.

Pressions (MPa)	λ (10^{-7} /MPa)				v_f ($\mu\text{m/s}$)			
	EXP	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3	EXP	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
20		-0,683	-0,637	-0,636	0,032	0,0264	0,0259	0,0259
70		-0,733	-0,719	-0,719	0,281	0,201	0,200	0,200
120	-0,20	-0,662	-0,654	-0,653	0,738	0,532	0,550	0,550
160		-0,611	-0,579	-0,578	1,212	0,855	0,901	0,901
200		-0,575	-0,523	-0,522	1,622	1,183	1,260	1,260

TABLE 4.4: Comparaison des résultats de l'expérimentation (EXP) et des trois modèles de calcul. Le coefficient de déformation (λ) et la vitesse de chute du piston (v_f) sont donnés en fonction de la pression, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en jeu contrôlé.

Les figures 4.5 à 4.8 reprennent les résultats obtenus pour le coefficient λ et la vitesse de chute v_f pour l'expérimentation, les trois modèles de calcul, et le calcul par l'approche RDM exposés dans les tableaux 4.3 et 4.4.

Pour la vitesse de chute v_f , en libre déformation et en jeu contrôlé, nous pouvons observer que l'écart entre l'expérimentation et les calculs augmente quand la pression augmente. S'était déjà le cas sur l'ensemble 200 MPa N°4.

4.2. COMPARAISON DES RÉSULTATS ET ANALYSE

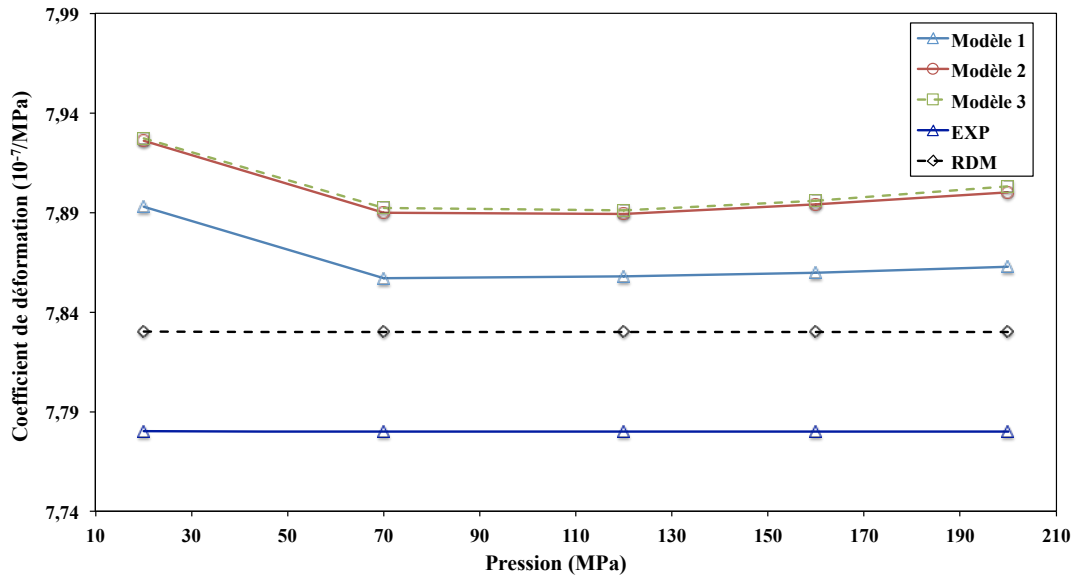


FIGURE 4.5: Comparaison des résultats du coefficient de déformation (λ) en fonction de la pression, entre l'expérimentation (EXP), les trois modèles et le calcul théorique de la résistance des matériaux (RDM), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation.

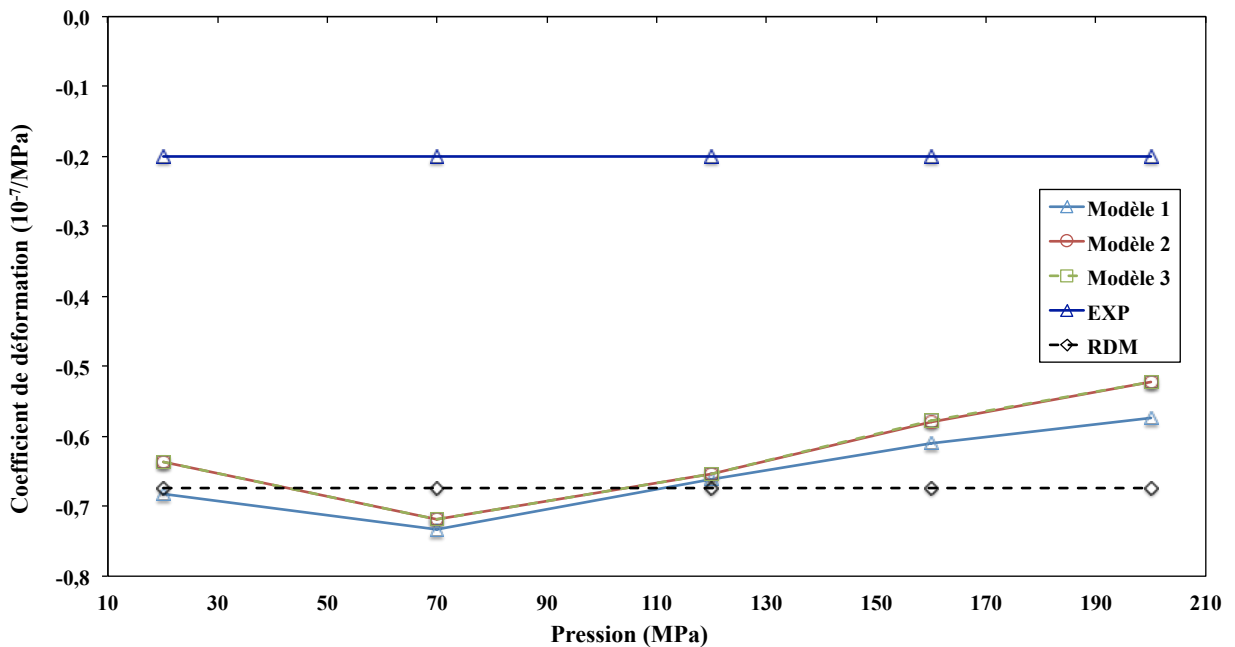


FIGURE 4.6: Comparaison des résultats du coefficient de déformation (λ) en fonction de la pression, entre l'expérimentation (EXP), les trois modèles et le calcul théorique de la résistance des matériaux (RDM), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en jeu contrôlé.

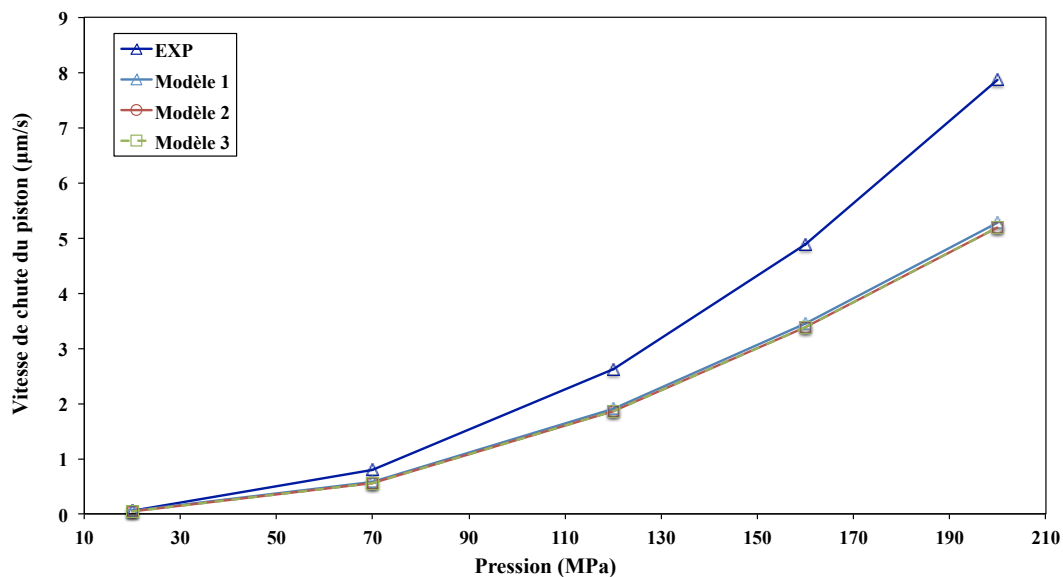


FIGURE 4.7: Comparaison des résultats de la vitesse de chute du piston (v_f) en fonction de la pression, entre l'expérimentation (EXP) et les trois modèles, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation.

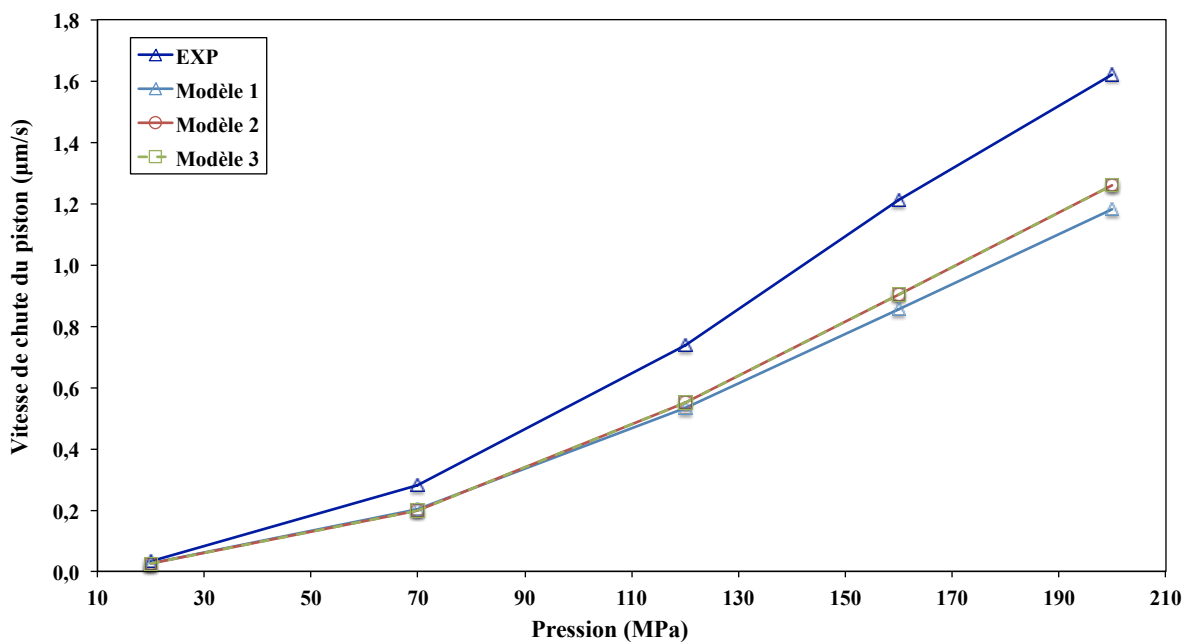


FIGURE 4.8: Comparaison des résultats de la vitesse de chute du piston (v_f) en fonction de la pression, entre l'expérimentation (EXP) et les trois modèles, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en jeu contrôlé.

Les résultats obtenus sur les coefficients λ et les vitesses du chute v_f par l'expéri-

mentation et le calcul numérique, pour les trois modèles, pour l'ensemble 1GPa N°2, sont montrées dans le tableau 4.5.

La valeur moyenne du coefficient λ , en libre déformation, obtenue pour le modèle 3, est le plus proche de celui obtenu par l'expérimentation. Par rapport aux mesures expérimentales, les écarts relatifs sur le coefficient λ moyen entre l'expérimentation et les calculs pour les trois modèles sont de -9,58% pour le modèle 1, de -9,08% pour le modèle 2 et de -9,01% pour le modèle 3. L'écart maximal sur le coefficient λ entre l'expérimentation et les calculs pour les trois modèles est à la pression 100 MPa.

La vitesse du chute v_f calculée avec les modèles 2 et 3 sont les plus proches des résultats obtenus par l'expérimentation. Pour une pression de 800 MPa, les écarts relatifs sont de -35% pour le modèle 1, de -31% pour les modèle 2 et 3.

Pressions (MPa)	λ (10^{-7} /MPa)				v_f ($\mu\text{m/s}$)			
	EXP	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3	EXP	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
100		7,338	7,347	7,349	1,797	0,823	0,828	0,828
200		7,340	7,349	7,351	5,721	2,695	2,728	2,728
300		7,341	7,355	7,358	9,390	4,687	4,777	4,777
400		7,342	7,363	7,367	11,230	6,184	6,347	6,347
500		7,345	7,374	7,378	11,772	7,040	7,280	7,279
600	8,12	7,349	7,385	7,389	11,397	7,347	7,660	7,659
700		7,356	7,396	7,401	11,223	7,265	7,639	7,639
800		7,363	7,406	7,411	10,670	6,938	7,359	7,359
900		7,370	7,414	7,419	-	6,477	6,929	6,929
1000		7,378	7,419	7,425	-	5,956	6,426	6,425

TABLE 4.5: Comparaison des résultats de l'expérimentation (EXP) et des trois modèles de calcul. Le coefficient de déformation (λ) et la vitesse de chute du piston (v_f) sont donnés en fonction de la pression, sur l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2, en libre déformation.

Les figures 4.9 et 4.10 montrent les résultats obtenus pour le coefficient λ et la vitesse du chute v_f , en fonction de la pression, entre l'expérimentation et les trois modèles de calcul exposés dans tableau 4.5.

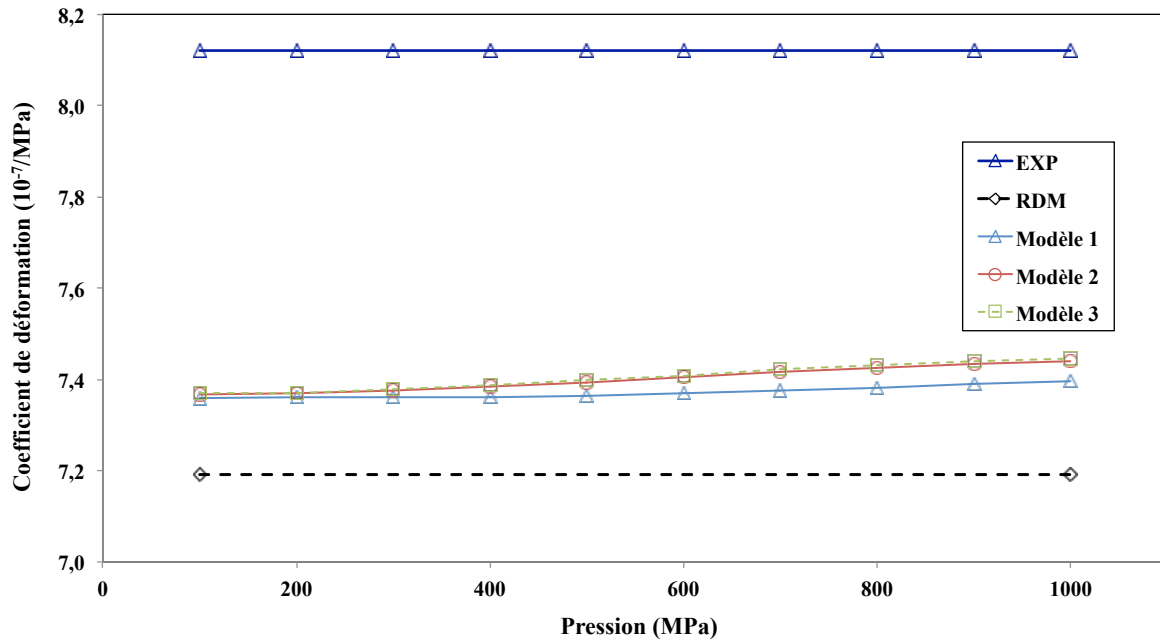


FIGURE 4.9: Comparaison des résultats du coefficient de déformation (λ) en fonction de la pression, entre l'expérimentation (EXP), les trois modèles et le calcul théorique de la résistance des matériaux (RDM), sur l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2, en libre déformation.

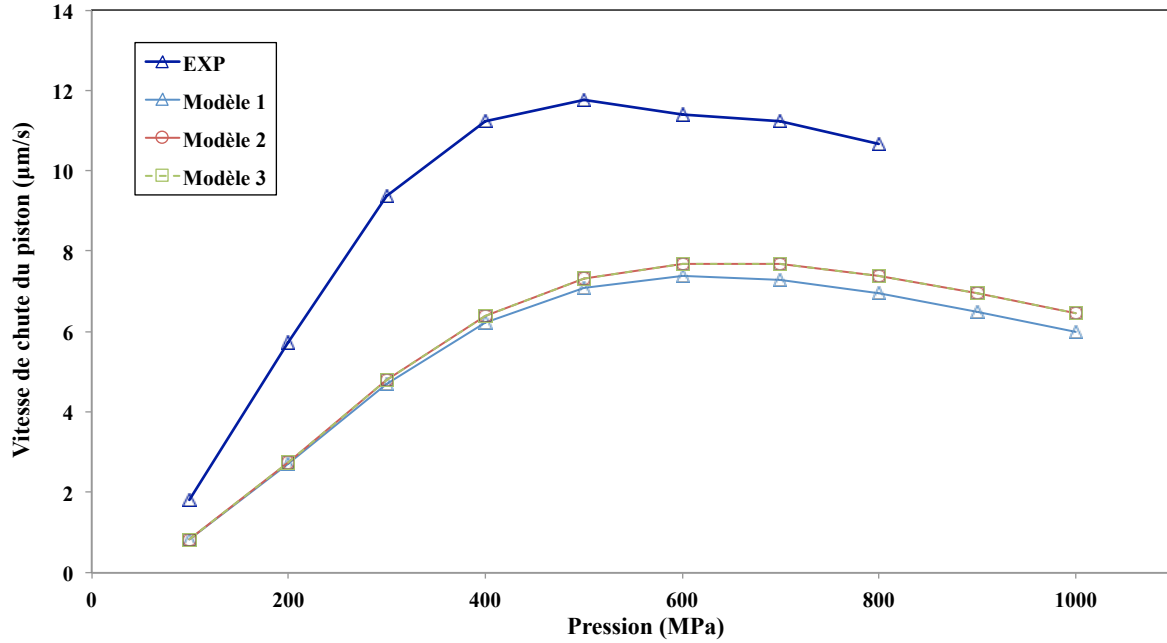


FIGURE 4.10: Comparaison des résultats de la vitesse de chute du piston (v_f) en fonction de la pression, entre l'expérimentation et les trois modèles, sur l'ensemble piston-cylindre 1 GPa N°2, en libre déformation.

D'après les résultats des calculs réalisés sur les ensembles 200 MPa N°4, N°5 et 1 GPa N°2, nous pouvons remarquer que la prise en compte des modèles plus élaborés que sont le modèle cylindrique avec paroi du piston immobile, et mobile (Modèles 2 et 3), ne suffisent pas à expliquer les écarts entre l'expérimentation et le calcul. C'est-à-dire que le modèle d'écoulement du fluide compris dans le jeu entre le piston et le cylindre a peu d'influence sur le calcul du coefficient λ , ou sur celui la vitesse de chute v_f . De plus pour tous les calculs, nous avons remarqué que les vitesses de chute v_f systématiquement plus faibles que celles obtenues par l'expérimentation. L'écart maximum sur la vitesse de chute v_f , pour l'ensemble 200 MPa, est à la pression 200 MPa. Pour l'ensemble 1 GPa N°2, l'écart maximum est à une pression située entre 400 MPa et 500 MPa. Nous allons donc étudier la sensibilité des résultats numériques à certains paramètres géométriques.

4.3 Étude géométrique

Les écarts des vitesses de chute v_f obtenus entre l'expérimentation et le calcul numérique restent de l'ordre de 30%. Ils sont réalisés en faisant les hypothèses de cylindricité

dans nos modèles.

Les écarts peuvent aussi s'expliquer par les défauts de forme qui ne sont actuellement pas intégrés dans nos calculs du coefficient λ et de la vitesse de chute v_f [56]. Pour étudier ce point, nous avons repris notre modèle initial (Modèle 1) en intégrant le fait que les faces du piston et du cylindre ne sont pas parallèles.

Pour cela, nous avons repris les études numériques sur les calculs des sections effectives à pression nulle S_0 et à pression élevée S_p [57, 58], des coefficients λ et des vitesses de chute v_f avec des géométries générées sur la base des mesures dimensionnelles complétés. Les ensembles piston-cylindre 200 MPa N°4 et N°5 sont ainsi étudiés afin d'intégrer les défauts de forme.

4.3.1 Mesures dimensionnelles du piston et du cylindre

Les mesures géométriques sont réalisées par le département dimensionnel du Laboratoire National de Métrologie et d'Essais (LNE). Elles ont pour but la détermination des rectitudes et des diamètres du piston et du cylindre.

Les rectitudes et les diamètres sont mesurés séparément. Nous combinons les mesures de rectitude du piston et du cylindre aux mesures de diamètre afin de déterminer les rayons du piston et du cylindre sur toute sa longueur.

Le piston et le cylindre ont été mesurés aux positions indiquées sur les schémas de la figure 4.11. Elle montre l'exemple de l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4. La figure 4.12 montre le dispositif de la mesure de diamètre.

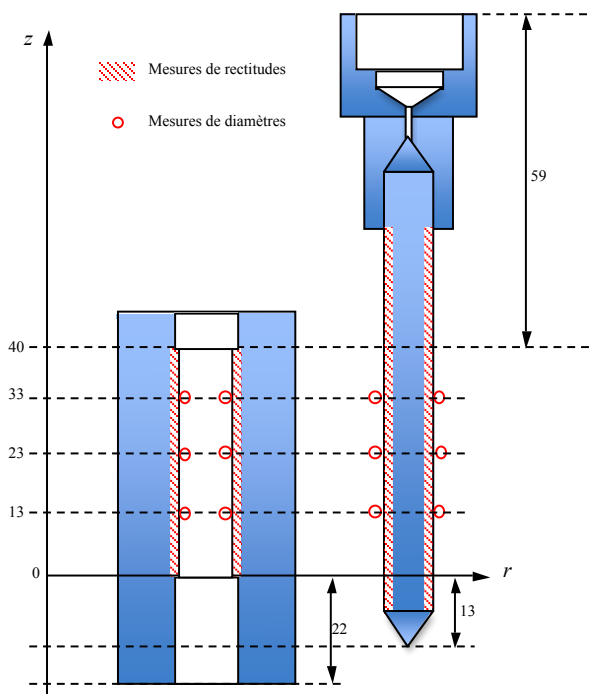


FIGURE 4.11: Position des mesures dimensionnelles du diamètre (en mm) et de la rectitude du piston et du cylindre, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4

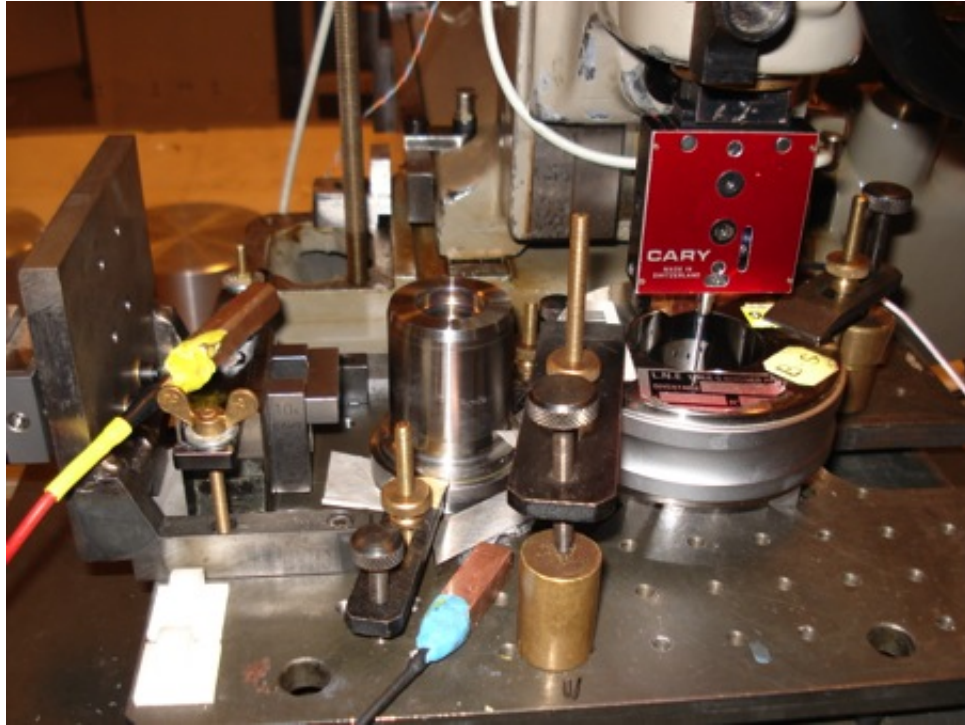


FIGURE 4.12: Dispositif d'essai de mesure du diamètre du cylindre pour l'ensemble piston-cylindre

4.3.1.1 Mesures des rectitudes

Pour déterminer le profil du piston et du cylindre, les rectitudes ont été mesurées suivant quatre génératrices repérées 0° , 90° , 180° et 270° sur le long de l'axe z . Le pas d'incrément est de 0,1 mm pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4 et de 0,05 mm pour le N°5. Les relevés ont été effectués par mesure directe avec un capteur PERTHEN de type 1320/1. Les profils du jeu du piston et du cylindre sur l'ensemble 200 MPa N°4 sont représentés dans les figures 4.13 et 4.14 pour le piston et le cylindre respectivement.

4.3. ÉTUDE GÉOMÉTRIQUE

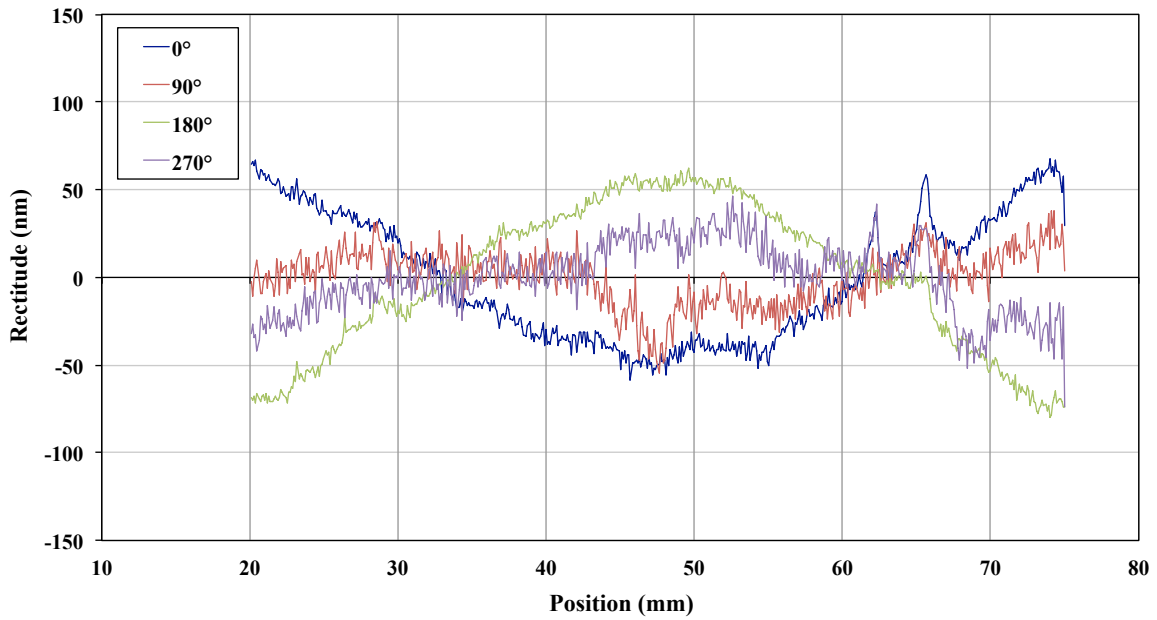


FIGURE 4.13: Rectitude mesurée du piston pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4 suivant les génératrices 0°, 90°, 180° et 270°.

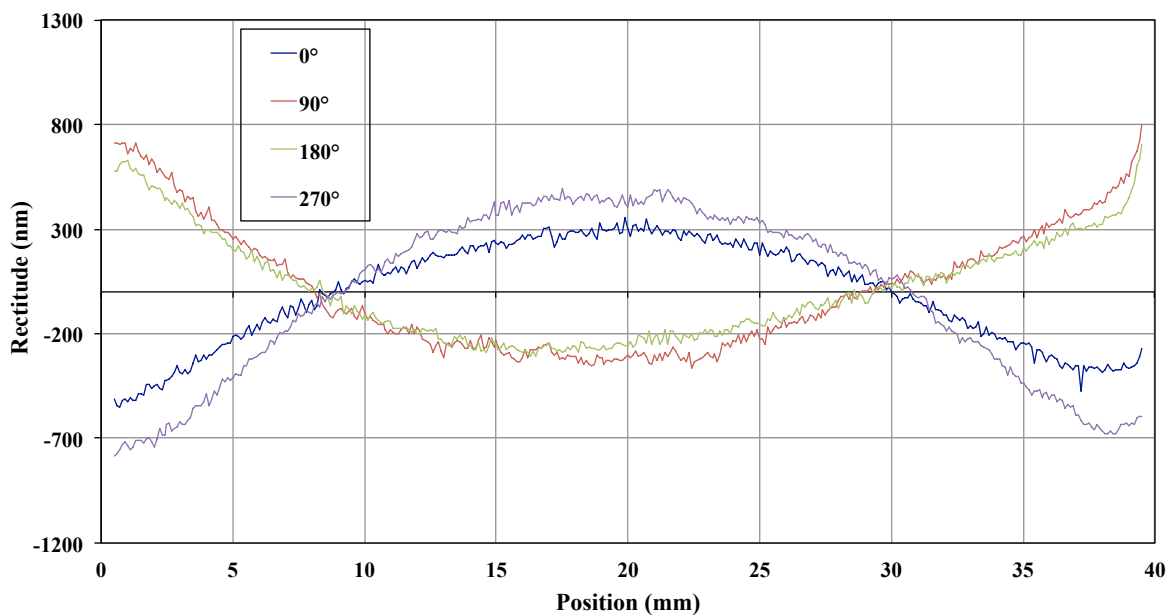


FIGURE 4.14: Rectitude mesurée du cylindre pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4 suivant les génératrices 0°, 90°, 180° et 270°.

4.3.1.2 Mesures des diamètres

Les mesures des diamètres ont été effectuées par comparaison interférométrique à la longueur d'une cale étalon pour le piston. Un assemblage de cales est utilisé pour le cylindre. La figure 4.12 illustre le dispositif d'essai de la mesure diamètre du cylindre. Les diamètres sont mesurés à trois altitudes 13, 23 et 33 mm (figure 4.11) pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4. Les cinq altitudes 2, 11, 20, 29 et 38 mm sont considérées pour l'ensemble 200 MPa N°5. Les diamètres pour les deux ensembles sont mesurés sur deux plans de rotation (0°-180° et 90°-270°). Le piston et le cylindre sont mesurés sur les mêmes altitudes afin de pouvoir calculer le jeu entre ces deux pièces. Les résultats de l'ensemble 200 MPa N°4 sont montrés dans le tableau 4.6.

	z (mm)	Diamètre (mm)		Rayon (mm)		Jeu (μm)
		0°-180°	90°-270°			
Piston	13	8,00040	8,00040	4,000200	4,000198	0,545
	23	8,00037	8,00039	4,000190		
	33	8,00040	8,00041	4,000203		
Cylindre	13	8,00150	8,00148	4,000745	4,000743	
	23	8,00158	8,00153	4,000778		
	33	8,00142	8,00140	4,000705		

TABLE 4.6: Diamètre du piston et du cylindre, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, rayon moyen du piston et du cylindre et jeu entre le piston et le cylindre.

4.3.1.3 Rayons du piston et du cylindre

Les rayons du piston et du cylindre sur toutes altitudes de la mesure sont déterminés à partir de la rectitude moyenne et le rayon moyen. La rectitude moyenne est obtenue avec les mesures sur quatre génératrices. Les rayon moyen est obtenu par les mesures de diamètre. Les rayons moyens du piston et du cylindre sont respectivement 4,000198 mm et 4,000743 mm pour le piston et le cylindre de l'ensemble 200 MPa N°4. Pour l'ensemble 200 MPa N°5, les rayons moyens du piston et du cylindre sont respectivement de 4,000084 mm et 4,000398 mm. Lorsque nous comparons les valeurs de rayons mesurées aux différentes altitudes, nous pouvons constater que la topologie corrèle parfaitement avec les mesures de rayons (figure 4.15 et figure 4.16).

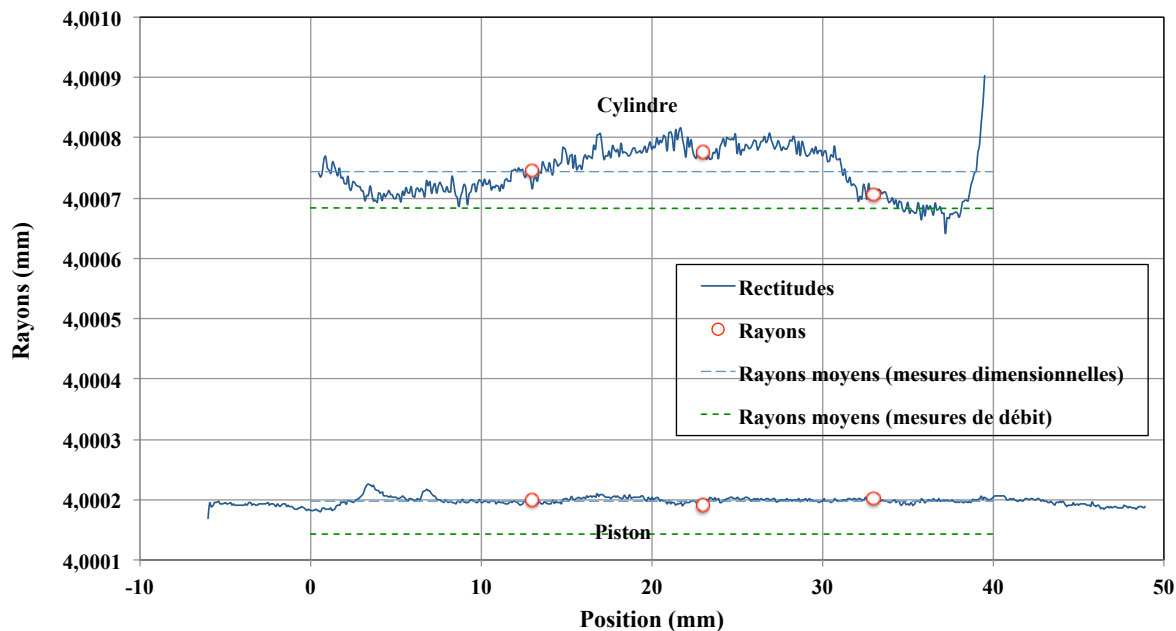


FIGURE 4.15: Profil du jeu entre le piston et le cylindre, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4.

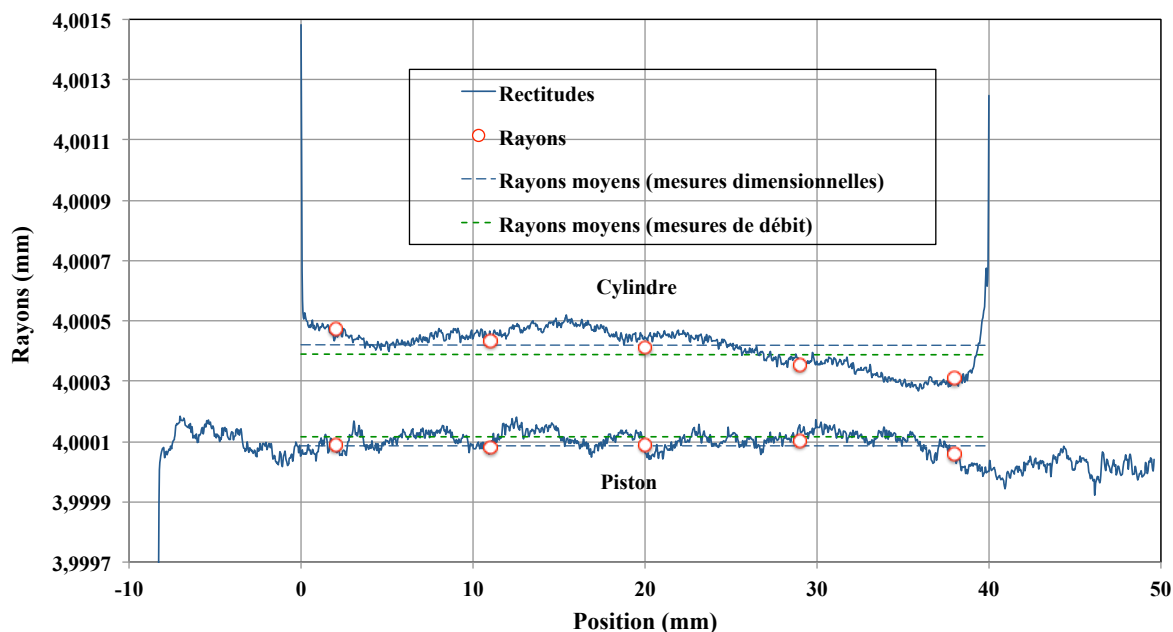


FIGURE 4.16: Profil du jeu entre le piston et le cylindre, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5.

L'incertitude élargie ($k = 2$) annoncée par le laboratoire dimensionnel est de 80 nm

sur les mesures de diamètres du piston et cylindre pour les ensembles 200 MPa N°4 et N°5. Les erreurs de conicité du piston et du cylindre sont de ± 1 nm/mm et de ± 4 nm/mm respectivement, pour l'ensemble 200 MPa N°4. Pour l'ensemble 200 MPa N°5, les erreurs sont de ± 2 nm/mm pour le piston et ± 1 nm/mm pour le cylindre.

4.3.2 Résultats des calculs

Après avoir obtenu les rayons du piston et du cylindre sur toute la longueur d'engagement, nous pouvons intégrer ces rayons dans nos calculs. Les sections effectives, les coefficients λ et les vitesses de chute v_f sont calculés pour le modèle 1 (Modèle cartésien) afin de comparer avec les résultats obtenus pour le jeu idéal, aux pressions de (20, 70, 120, 160 et 200) MPa, en libre déformation et en jeu contrôlé.

4.3.2.1 Ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4

Les distributions longitudinales de pression dans le jeu, en libre déformation et en jeu contrôlé, obtenues pour le jeu idéal et le jeu réel sont représentées dans la figure 4.17.

Les distributions longitudinales de pression, en libre déformation et en jeu contrôlé, obtenues pour le jeu idéal et le jeu réel ne sont pas significativement différentes depuis l'entrée du jeu jusqu'à 90% de la longueur d'engagement. A partir de 90% de la longueur d'engagement et jusqu'à la sortie du jeu, les différences de distributions longitudinales de pression sont les plus marquées entre le jeu idéal et le jeu réel. La différence entre le jeu idéal et le jeu réel dans le cas du jeu contrôlé est beaucoup plus importante qu'en libre déformation.

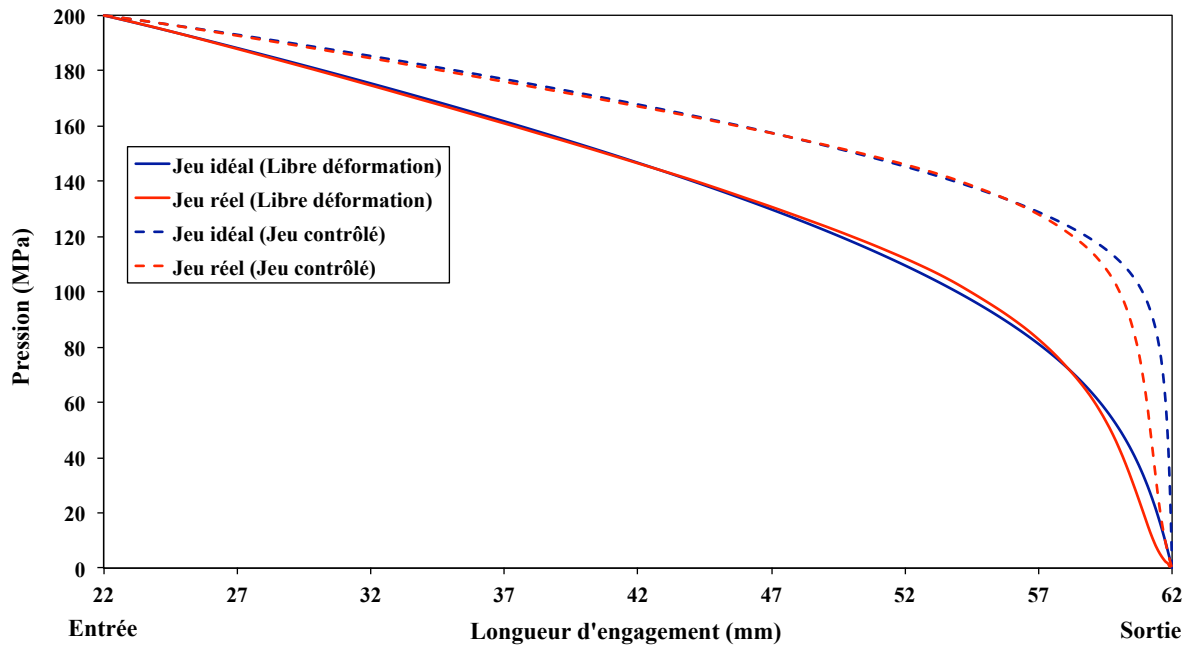


FIGURE 4.17: Distribution longitudinale de pression obtenue pour les jeu réel et le jeu idéal, pour une pression 200 MPa, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N^o4, en libre déformation et en jeu contrôlé.

La figure 4.18 montre les déformations du piston et du cylindre obtenues pour le jeu idéal et le jeu réel, pour une pression 200 MPa, en libre déformation et en jeu contrôlé. Le piston et le cylindre non déformés sont également représentés afin de mettre en évidence les déformations.

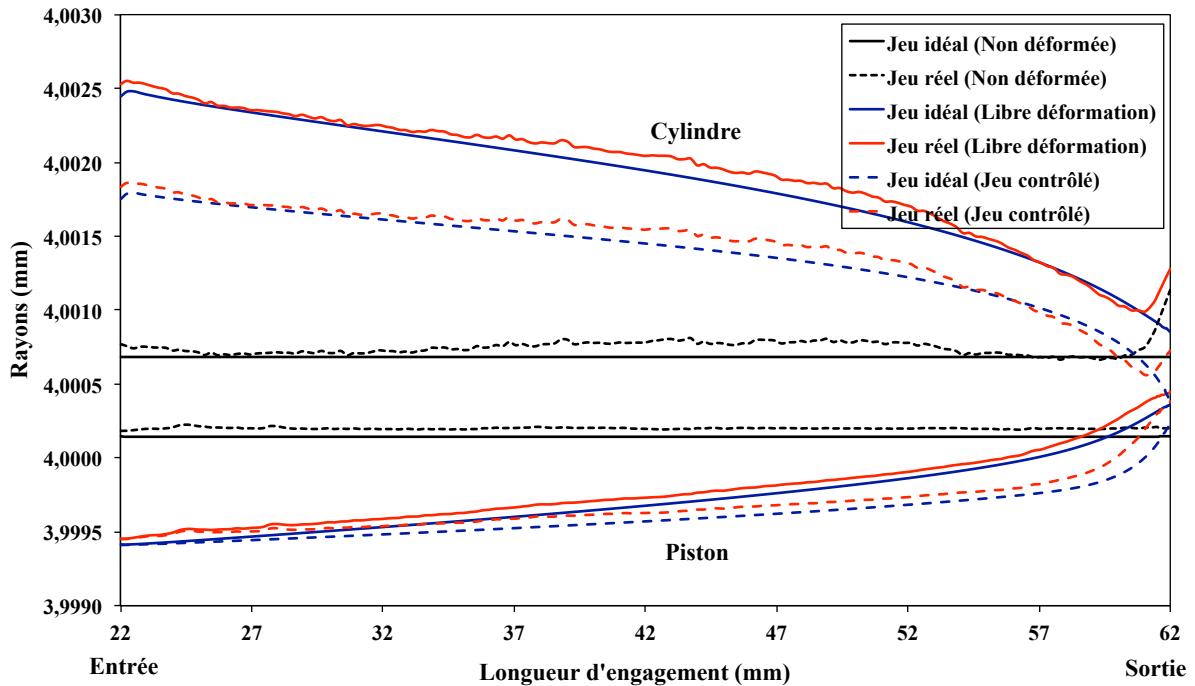


FIGURE 4.18: Déformation obtenue pour le jeu idéal et le jeu réel, pour une pression 200 MPa, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N^o4, en libre déformation et en jeu contrôlé.

Le tableau 4.7 donne les valeurs des coefficients λ et des vitesses de chute v_f , en libre déformation, déterminées pour le jeu idéal et le jeu réel.

Les coefficients λ obtenus avec le jeu réel sont inférieurs aux résultats obtenus avec le jeu idéal pour la basse pression. Ils sont supérieurs pour la haute pression (200 MPa). L'écart relatif entre la valeur moyenne du coefficient λ déterminé par le jeu réel et celui déterminé par le jeu idéal est de -0,51% par rapport à la valeur expérimentale.

Les vitesses de chute v_f calculées avec le jeu réel sont plus élevées que celles calculées avec le jeu idéal. L'écart relatif maximum entre ces deux valeurs est de 0,14% par rapport à la valeur expérimentale.

Pression (MPa)	λ (10^{-7} /MPa)		v_f ($\mu\text{m/s}$)	
	Jeu idéal	Jeu réel	Jeu idéal	Jeu réel
20	7,934	7,820	0,215	0,215
70	7,881	7,752	1,438	1,438
120	7,869	7,840	3,642	3,645
160	7,868	7,886	5,902	5,912
200	7,869	7,915	8,376	8,396

TABLE 4.7: Comparaison des résultats du coefficient de déformation (λ) et de la vitesse du chute du piston (v_f), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, obtenus pour le jeu idéal et le jeu réel, en libre déformation.

Les résultats des coefficients λ et des vitesses du chute v_f , en jeu contrôlé, calculés pour le jeu réel sont représentés dans le tableau 4.8, ainsi que les résultats déterminés pour le jeu idéal.

Le coefficient λ calculé augmente avec la pression à la fois pour le jeu réel et le jeu idéal. Par rapport à la valeur expérimentale, l'écart relatif entre la valeur moyenne du coefficient λ obtenu pour le jeu réel et le jeu idéal en libre déformation est de 0,79%.

Les vitesses de chute v_f obtenues avec le jeu réel à haute pression sont supérieures à celles obtenus avec le jeu idéal. A basse pression, elles sont inférieures. L'écart relatif entre la vitesse de chute v_f obtenue avec le jeu réel et le jeu idéal est de 1,3% pour une pression de 200 MPa.

Pression (MPa)	λ (10^{-7} /MPa)		v_f ($\mu\text{m/s}$)	
	Jeu idéal	Jeu réel	Jeu idéal	Jeu réel
20	-0,617	-0,981	0,155	0,154
70	-0,719	-0,988	0,644	0,637
120	-0,742	-0,615	1,279	1,271
160	-0,734	-0,394	1,812	1,817
200	-0,716	-0,233	2,302	2,338

TABLE 4.8: Comparaison des résultats du coefficient de déformation (λ) et de la vitesse du chute du piston (v_f), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en jeu contrôlé.

Les calculs des coefficients λ , en libre déformation et en jeu contrôlé, déterminés selon le jeu idéal et le jeu réel sont représentés dans les figures 4.19 et 4.20. Les résultats déterminés par la méthode expérimentale (Chapitre 2) et le calcul par l'approche RDM sont également représentés. Nous constatons qu'en libre déformation et en jeu contrôlé,

les coefficients λ obtenus avec le jeu réel dépendent plus de la pression, que ceux obtenus avec le jeu idéal. En libre déformation, tous les calculs des coefficients λ sont inférieurs aux mesures expérimentales. Pour le jeu réel, les coefficients λ calculés pour le jeu réel sont autour des mesures expérimentales. En jeu contrôlé, l'écart relatif entre la valeur moyenne du coefficient λ obtenu pour le jeu réel et pour les mesures expérimentales est de 1,3%. En libre déformation, l'écart relatif est de -3,2% par rapport à la valeur expérimentale. Néanmoins la valeur moyenne du coefficient λ déterminé pour le jeu idéal est plus proche que le jeu réel.

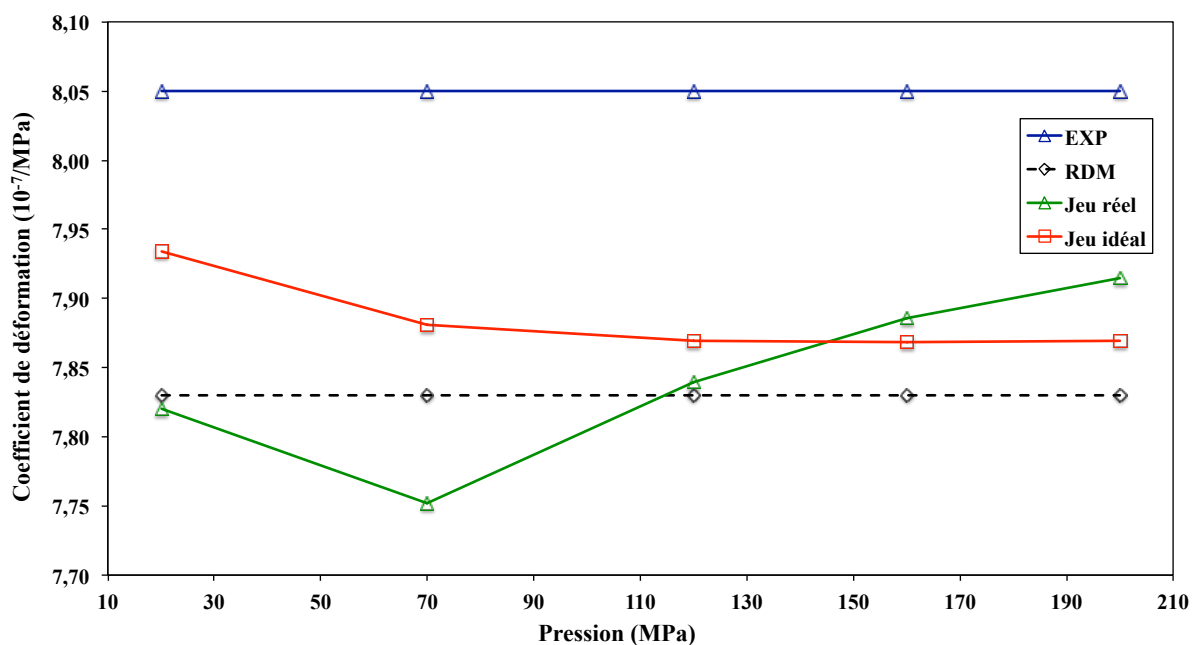


FIGURE 4.19: Coefficient de déformation (λ) obtenu pour le jeu réel, le jeu idéal, l'expérimentation (EXP) et le calcul théorique de la résistance des matériaux (RDM), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation.

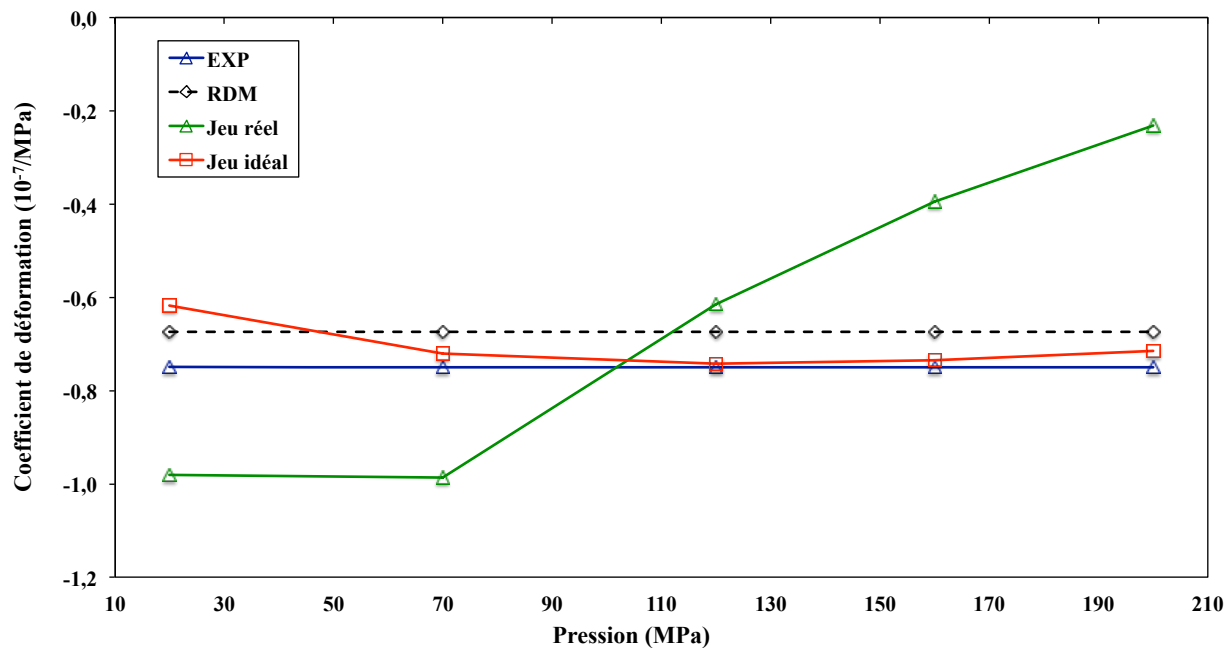


FIGURE 4.20: Coefficient de déformation (λ) obtenu pour le jeu réel, le jeu idéal, l'expérimentation (EXP) et le calcul théorique de la résistance des matériaux (RDM), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en jeu contrôlé.

Les vitesses de chute v_f , en libre déformation et en jeu contrôlé, obtenues à la fois pour le jeu idéal et le jeu réel, ainsi que les vitesses de chute v_f obtenues par les mesures expérimentales sont représentées dans les figures 4.21 et 4.22.

Les vitesses de chute v_f obtenues par le jeu réel et le jeu idéal ne sont pas significativement différentes de celles obtenues à la fois en libre déformation et en jeu contrôlé. A pression 200 MPa, elles sont toutes deux toujours inférieures aux mesures expérimentales d'environ 43% dans le cas de la libre déformation et de 18% dans le cas du jeu contrôlé.

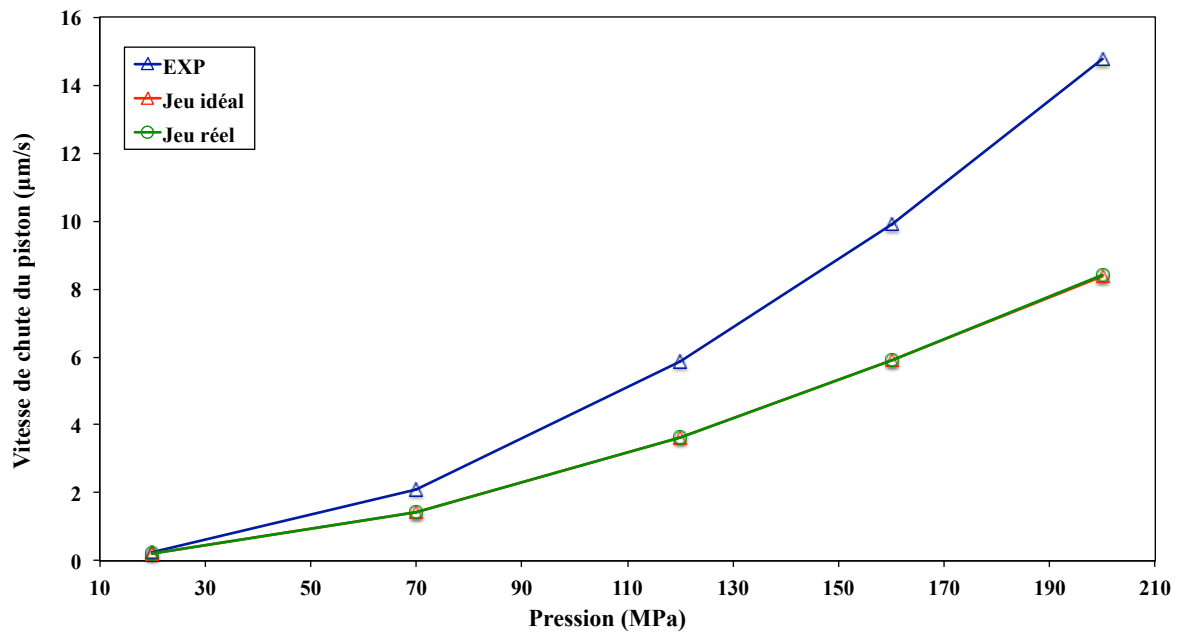


FIGURE 4.21: Vitesse de chute du piston (v_f) obtenue avec le jeu réel, le jeu idéal et l'expérimentation (EXP), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation.

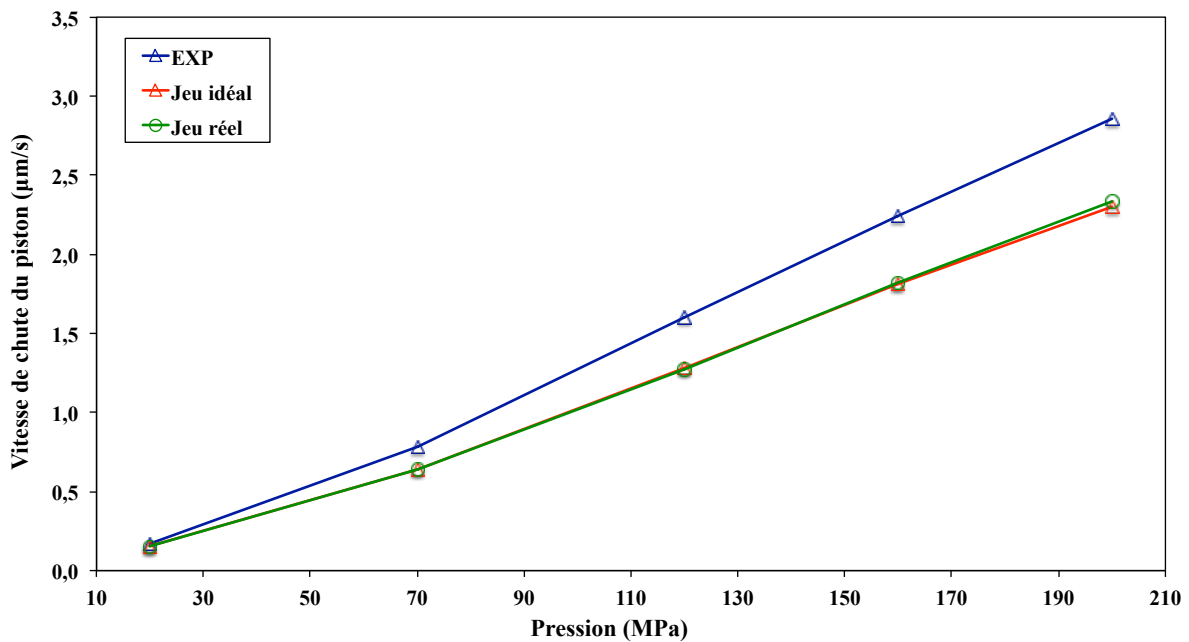


FIGURE 4.22: Vitesse de chute du piston (v_f) obtenue avec le jeu réel, le jeu idéal et l'expérimentation (EXP), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en jeu contrôlé.

4.3.2.2 Ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5

Les distributions longitudinales de pression sur la longueur d'engagement, en libre déformation et en jeu contrôlé, obtenues pour le jeu idéal et le jeu réel pour l'ensemble 200 MPa N°5, sont représentées dans la figure 4.23. L'écart entre les distributions longitudinales de pression est différent que celui obtenu pour l'ensemble 200 MPa N°4. Ceci peut être expliqué par une différence plus importante entre le jeu idéal et le jeu réel sur l'ensemble 200 MPa N°5.

Les distributions longitudinales de pression calculées dans le jeu idéal sont inférieures à celles calculées dans le jeu réel. Les différences sont sensibles à partir de 25% et jusqu'à 90% de la longueur d'engagement. A partir de 90% de la longueur d'engagement et jusqu'à la sortie, les distributions longitudinales de pression calculées dans le jeu idéal sont supérieures à celles calculées dans le jeu réel. En jeu contrôlé, à partir de 81% de la longueur d'engagement jusqu'à la sortie du jeu, les distributions longitudinales de pression calculées à partir du jeu réel sont différentes de celles calculées avec le jeu idéal.

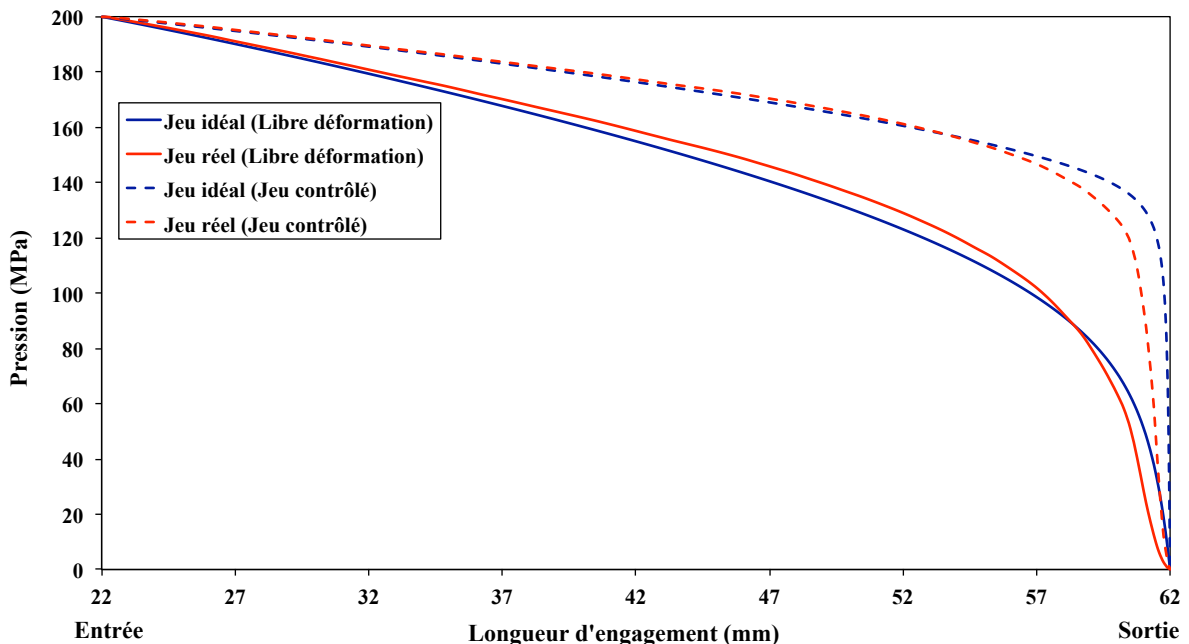


FIGURE 4.23: Distribution longitudinale de pression obtenue dans le jeu réel et le jeu idéal, pour une pression 200 MPa, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation et en jeu contrôlé.

La figure 4.24 montre les déformations du piston et du cylindre sur la longueur

d'engagement à la fois en libre déformation et en jeu contrôlé. Elle montre aussi le piston et le cylindre non déformé. A la sortie, la déformation obtenue pour le jeu réel est beaucoup plus marquée que celle calculée avec le jeu idéal, à la fois dans le cas du jeu contrôlé et de la libre déformation.

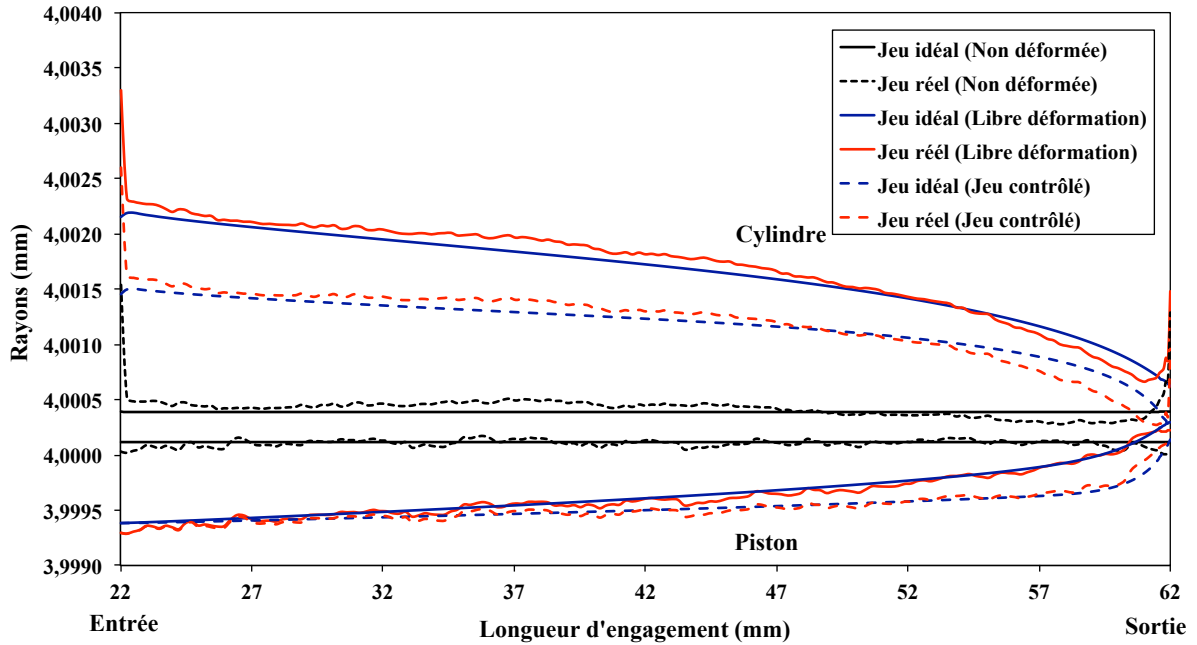


FIGURE 4.24: Déformation du piston et du cylindre obtenue pour le jeu réel et le jeu idéal, pour une pression 200 MPa, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation et en jeu contrôlé.

Les résultats des calculs des coefficients λ et des vitesses de chute v_f , en libre déformation et en jeu contrôlé, avec jeu idéal et jeu réel, sont montrés respectivement dans les tableaux 4.9 et 4.10.

D'après le tableau 4.9, pour le mode libre déformation, les coefficients λ obtenus avec le jeu réel sont significativement dépendants de la pression. De plus, ils sont inférieurs aux résultats obtenus avec le jeu idéal particulièrement à basse pression. L'écart relatif sur la valeur moyenne du coefficient λ obtenue entre le jeu réel et le jeu idéal est de 8,9% par rapport à la valeur expérimentale. Pour les vitesses de chute v_f , les résultats obtenus avec le jeu réel sont supérieurs à ceux obtenus avec jeu idéal. La différence est de 3,3% par rapport à la valeur expérimentale.

Pression (MPa)	λ (10^{-7} /MPa)		v_f ($\mu\text{m/s}$)	
	Jeu idéal	Jeu réel	Jeu idéal	Jeu réel
20	7,893	5,774	0,046	0,0491
70	7,857	7,105	0,578	0,615
120	7,858	7,507	1,898	2,006
160	7,860	7,658	3,451	3,631
200	7,863	7,749	5,285	5,541

TABLE 4.9: Comparaison des résultats du coefficient de déformation (λ) et de la vitesse de chute du piston (v_f), obtenues pour le jeu idéal et le jeu réel, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation.

En jeu contrôlé, les coefficients λ calculés par le jeu réel sont dépendants de la pression. L'écart relatif sur la valeur moyenne obtenue entre le jeu réel et le jeu idéal est de 14,8% par rapport à la valeur expérimentale. Pour la vitesse de chute v_f , l'écart relatif entre le résultat obtenu pour le jeu réel et le jeu idéal est de 19% par rapport à la valeur expérimentale pour une pression de 200 MPa.

Pression (MPa)	λ (10^{-7} /MPa)		v_f $\mu\text{m/s}$	
	Jeu idéal	Jeu réel	Jeu idéal	Jeu réel
20	-0,683	-4,351	0,0264	0,0269
70	-0,733	-2,006	0,201	0,213
120	-0,662	-1,218	0,532	0,592
160	-0,611	-0,878	0,855	1,007
200	-0,575	-0,661	1,183	1,491

TABLE 4.10: Comparaison des résultats du coefficient de déformation (λ) et de la vitesse de chute du piston (v_f), obtenus pour le jeu idéal et le jeu réel, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en jeu contrôlé.

Les calculs du coefficient λ , en libre déformation et en jeu contrôlé, aux différentes pressions sont représentés dans les figures 4.25 et 4.26. Les valeurs déterminées par les mesures expérimentales et le calcul par l'approche RDM, sont également représentées.

En libre déformation, les coefficients λ obtenus pour le jeu réel sont le plus éloignés de la valeur expérimentale. L'écart est de 27% à basse pression. Cependant, l'écart diminue quand la pression augmente. Les coefficients λ obtenus avec le jeu idéal et le calcul par l'approche RDM sont en bon accord avec les mesures expérimentales. A pression 200 MPa, l'écart relatif entre le coefficient λ calculé avec le jeu idéal et les mesures expérimentales est de -0,43%. L'écart relatif entre le coefficient λ obtenu

avec le calcul par l'approche RDM et les mesures expérimentales est de 0,89%. L'écart relatif entre les résultats moyens obtenus avec la mesure et le calcul avec le jeu réel est de -9,4%.

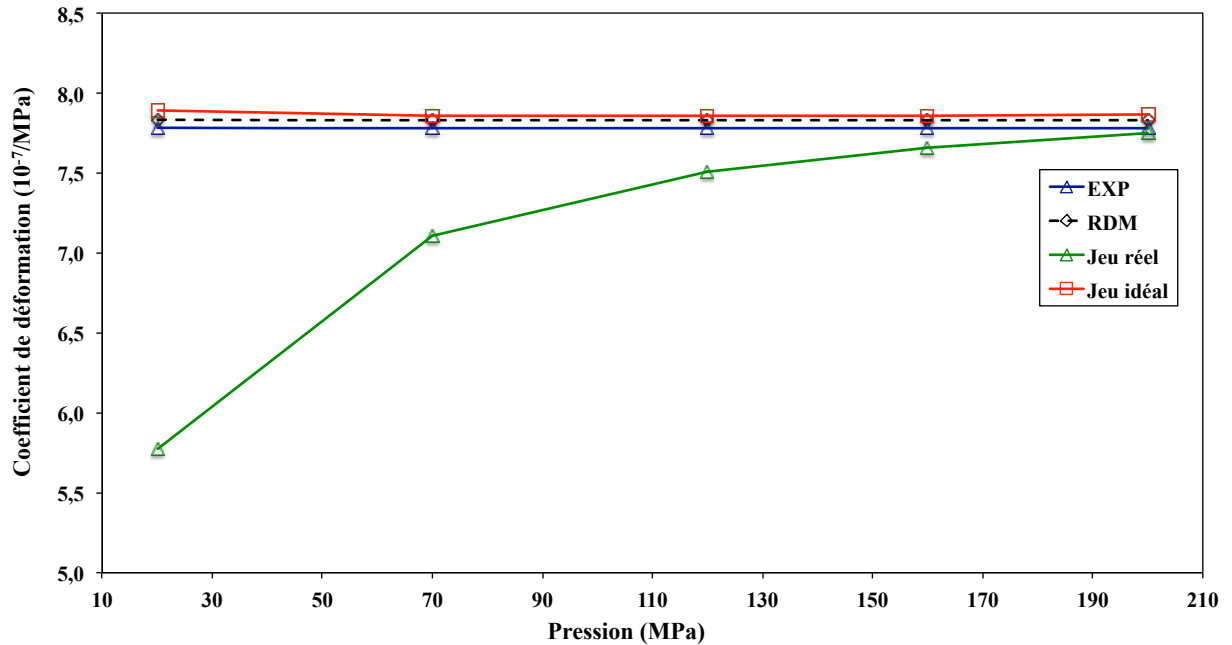


FIGURE 4.25: Coefficient de déformation (λ) obtenu pour le jeu réel, le jeu idéal, l'expérimentation (EXP) et le calcul théorique de la résistance des matériaux (RDM), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation.

En jeu contrôlé, la figure 4.26, à basse pression, les coefficients λ obtenus pour le jeu réel sont très différents de ceux obtenus pour les mesures expérimentales. L'écart relatif à 20 MPa est de 53% par rapport à la valeur expérimentale. A haute pression, les coefficients λ obtenus avec le jeu réel sont proches de ceux obtenus par les mesures expérimentales. Ceci est également le cas en libre déformation. L'écart relatif sur la valeur moyenne du coefficient λ entre la mesure et le calcul obtenu pour le jeu réel par rapport à la valeur expérimentale est de -26%.

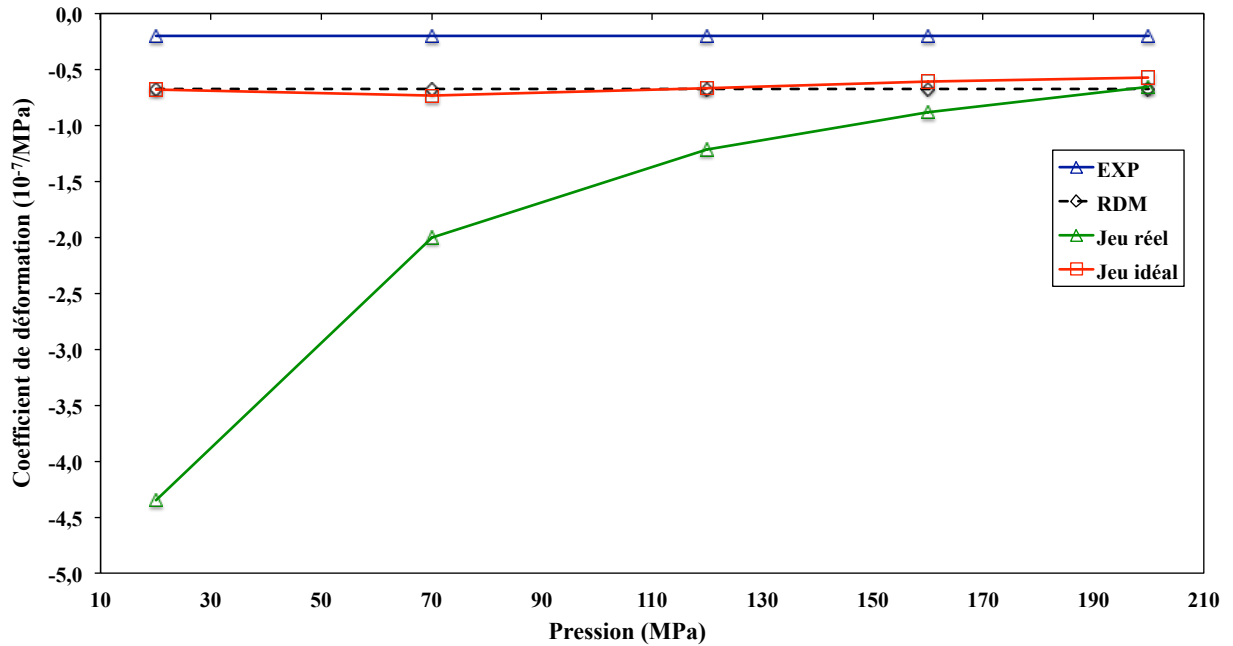


FIGURE 4.26: Coefficient de déformation (λ) obtenu pour le jeu réel, le jeu idéal, l'expérimentation (EXP) et le calcul théorique de la résistance des matériaux (RDM), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en jeu contrôlé.

Les vitesses de chute v_f déterminées par le jeu réel et le jeu idéal, ainsi que celles obtenues avec le calcul par l'approche RDM sont présentées dans les figures 4.27 et 4.28. Les mesures expérimentales sont également présentées.

En libre déformation, les vitesses de chute v_f calculées avec le jeu réel sont plus proches des mesures expérimentales que celles calculées avec le jeu idéal. A 200 MPa, l'écart relatif entre la valeur expérimentale et le calcul avec le jeu réel est de -29%.

En jeu contrôlé, les vitesses de chute v_f calculées avec le jeu réel sont plus proches des mesures. A 200 MPa, l'écart relatif entre la mesure expérimentale et le calcul avec le jeu réel, par rapport à la valeur expérimentale est de -8,1%.

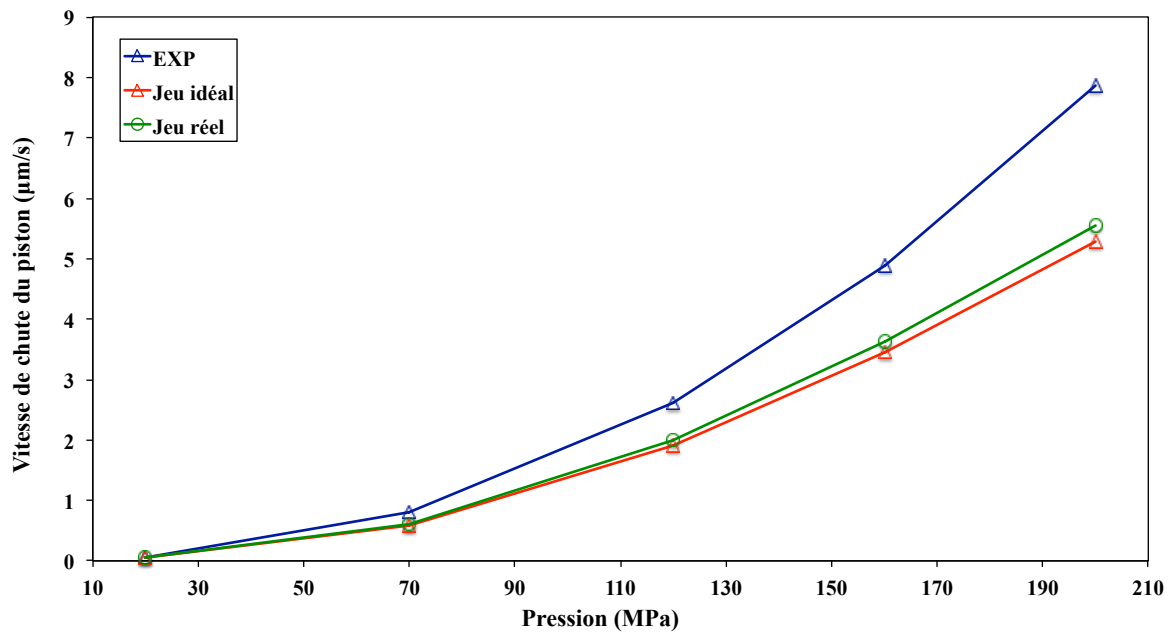


FIGURE 4.27: Vitesse de chute du piston (v_f) obtenue avec le jeu réel, le jeu idéal, et l'expérimentation (EXP), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation.

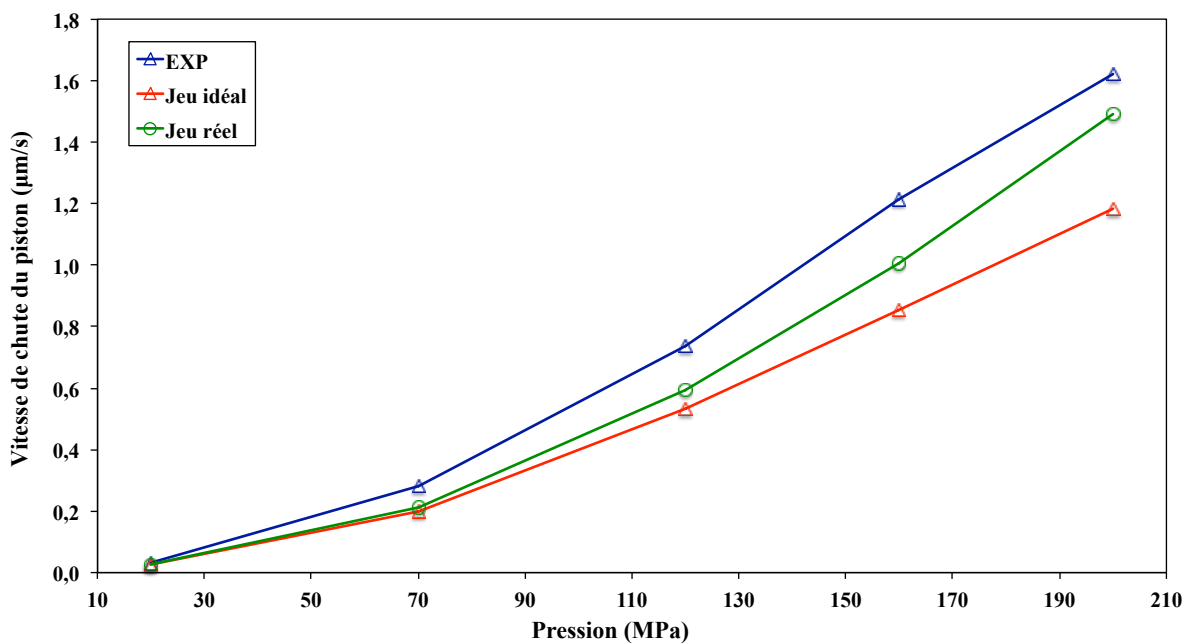


FIGURE 4.28: Vitesse de chute du piston (v_f) obtenue avec le jeu réel, le jeu idéal, et l'expérimentation (EXP), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en jeu contrôlé.

D'après le calcul des coefficient λ et des vitesses de chute v_f avec le jeu réel, sur les ensembles 200 MPa N°4 et N°5, on peut noter que le coefficient λ et la vitesse de chute v_f sont sensibles aux défauts de forme du jeu entre le piston et le cylindre. De plus, on peut remarquer également que la valeur des jeux à l'entrée et à la sortie est importante.

Pour cela, nous avons continué les études numériques sur les effets du jeu entre le piston et le cylindre, sur le calcul du coefficient λ et de la vitesse de chute v_f .

4.3.3 Effets du jeu à l'entrée et à la sortie

Pour la mesure dimensionnelle du cylindre, pour des raisons techniques, il est difficile d'obtenir les rectitudes ou les diamètres au niveau de la zone proche de l'entrée et de la sortie de la longueur d'engagement. Dans ce cas, nous sommes obligés de faire, comme il a été fait sur le projet EUROMET 463, l'extrapolation des mesures pour déterminer le rayon jusqu'au bord de l'arrête du cylindre. Dans nos calculs, nous avons utilisé les méthodes d'interpolation et d'extrapolation linéaire (figure 4.29) pour déterminer le rayon dans et en dehors de la zone de mesure. Dans ce travail, nous nous sommes intéressés également aux autres méthodes : la méthode cubique (méthode de Hermite cubique), la méthode Nearest et la méthode de spline cubique. La méthode Nearest est une méthode qui permet de définir la valeur d'un point interpolé ou extrapolé à partir de la valeur de la donnée existante la plus proche. Le travail a été réalisé à l'aide du logiciel Matlab [59] où sont codées ces méthodes. Nous avons ensuite considéré les rayons du piston et du cylindre aussi obtenus pour calculer les coefficients λ et les vitesses de chute v_f . Les rayons du cylindre obtenus pour les quatre méthodes, sur l'ensemble 200 MPa N°4, sont représentés dans les figures 4.29 à 4.32.

4.3. ÉTUDE GÉOMÉTRIQUE

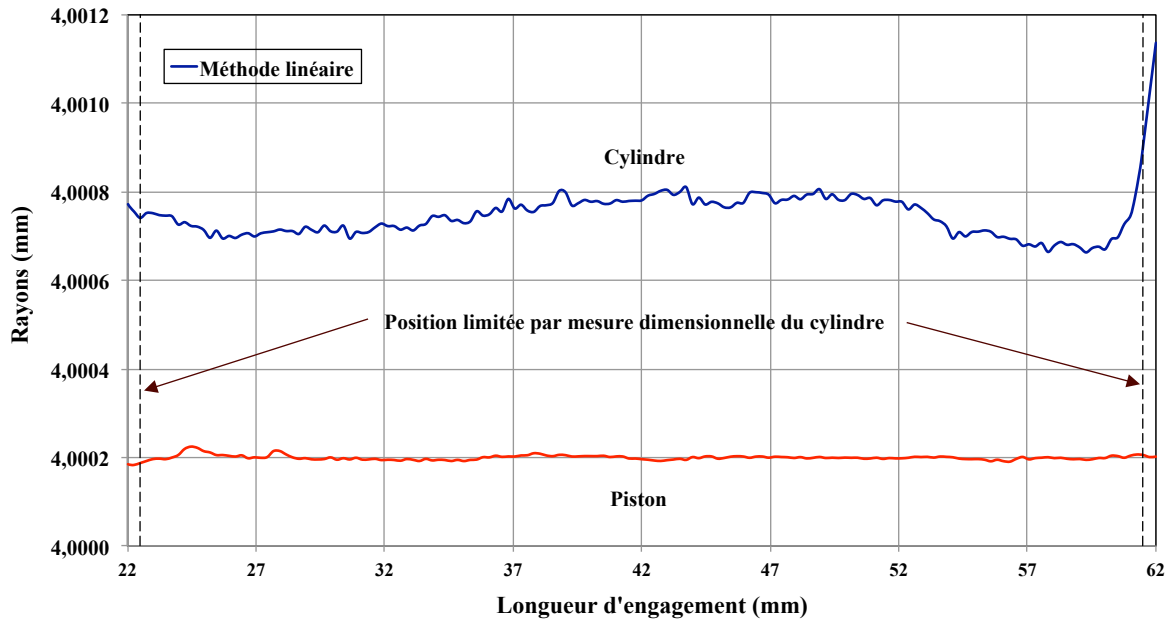


FIGURE 4.29: Rayon du piston et du cylindre, déterminé avec une méthode linéaire, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4.

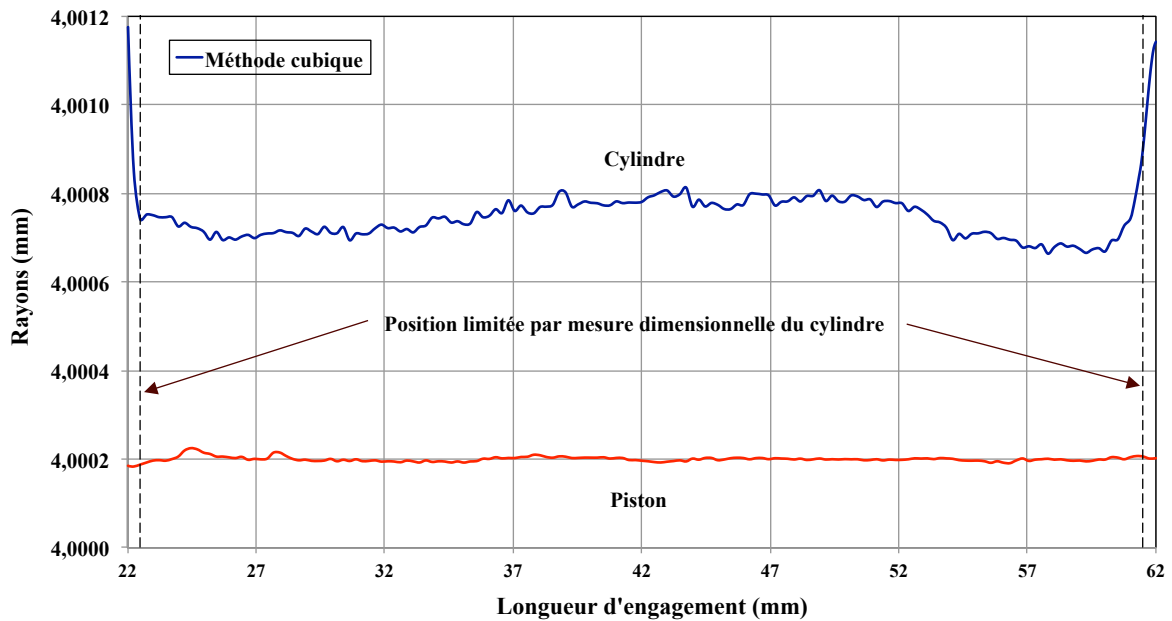


FIGURE 4.30: Rayon du piston et du cylindre, déterminés avec une méthode cubique, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4.

4.3. ÉTUDE GÉOMÉTRIQUE

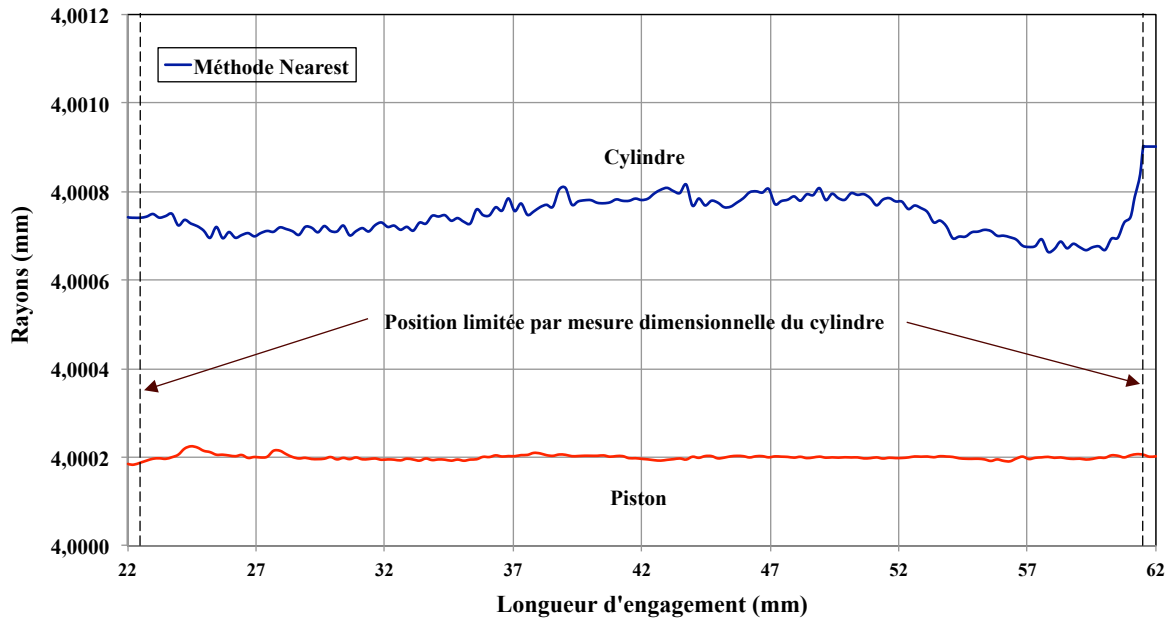


FIGURE 4.31: Rayon du piston et du cylindre déterminés avec une méthode Nearest, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4.

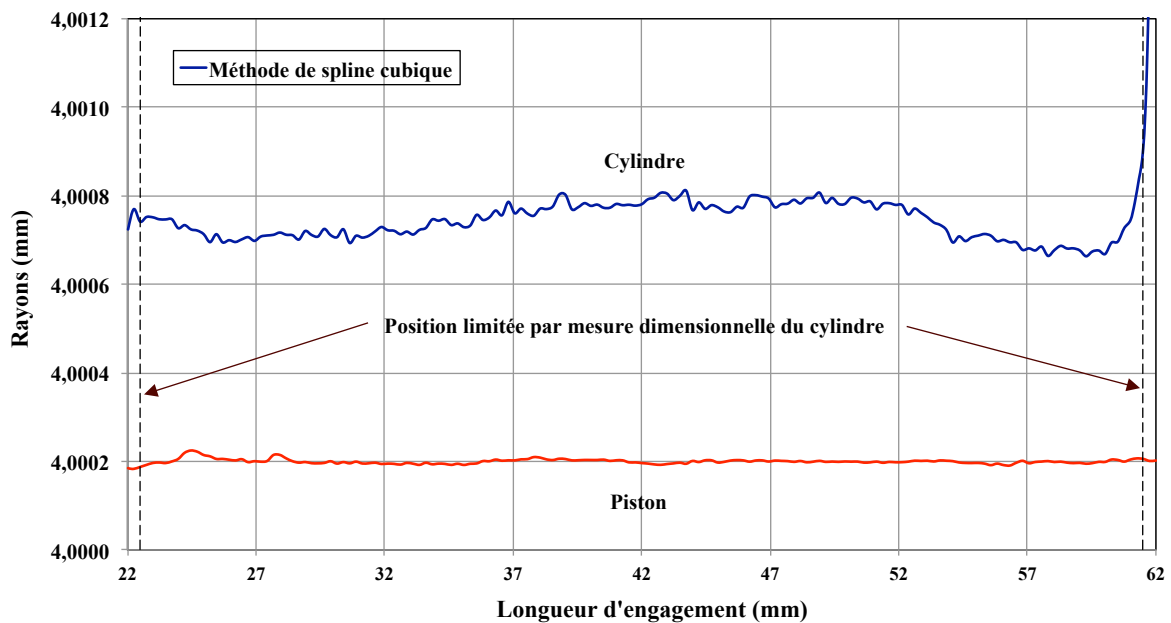


FIGURE 4.32: Rayon du piston et du cylindre, déterminés avec une méthode de spline cubique, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4.

Pour cette étude, les coefficients λ et les vitesses de chute v_f sont déterminés pour les

pressions (20, 70, 120, 160 et 200) MPa, sur l'ensemble 200MPa N°4, en libre déformation. Le modèle 1 (Modèle cartésien) est utilisé en tenant compte des rayons déterminés par trois méthodes d'interpolation et d'extrapolation, ainsi que la méthode linéaire.

Le tableau 4.11 donne les coefficients λ obtenus avec les différents méthodes d'interpolation et d'extrapolation.

D'après le tableau 4.11, les coefficients λ calculés avec les quatre méthodes ne sont pas significativement différents entre eux. Les écarts relatifs maximums sur la valeur moyenne du coefficient λ entre la méthode linéaire et les autres méthodes, par rapport à la valeur expérimentale, sont de 0,037% pour la méthode cubique, de 0,17% pour la méthode Nearest et de -0,32% pour la méthode de spline cubique.

Pression (MPa)	λ (10^{-7} /MPa)			
	Linéaire	Cubique	Nearest	Spline cubique
20	7,820	7,836	7,834	7,813
70	7,752	7,752	7,766	7,726
120	7,840	7,839	7,854	7,808
160	7,886	7,886	7,899	7,854
200	7,915	7,915	7,927	7,884

TABLE 4.11: Coefficient de déformation (λ) pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation, calculé avec les quatre méthodes d'interpolation et d'extrapolation.

La figure 4.33 montre le coefficient λ en fonction de la pression, pour les mesures expérimentales et pour les calculs avec les quatre méthodes. Les courbe de coefficients λ calculés avec les quatre méthodes ont des formes similaires. Cependant, les coefficients λ calculés avec les quatre méthodes sont toujours inférieurs aux valeurs expérimentales.

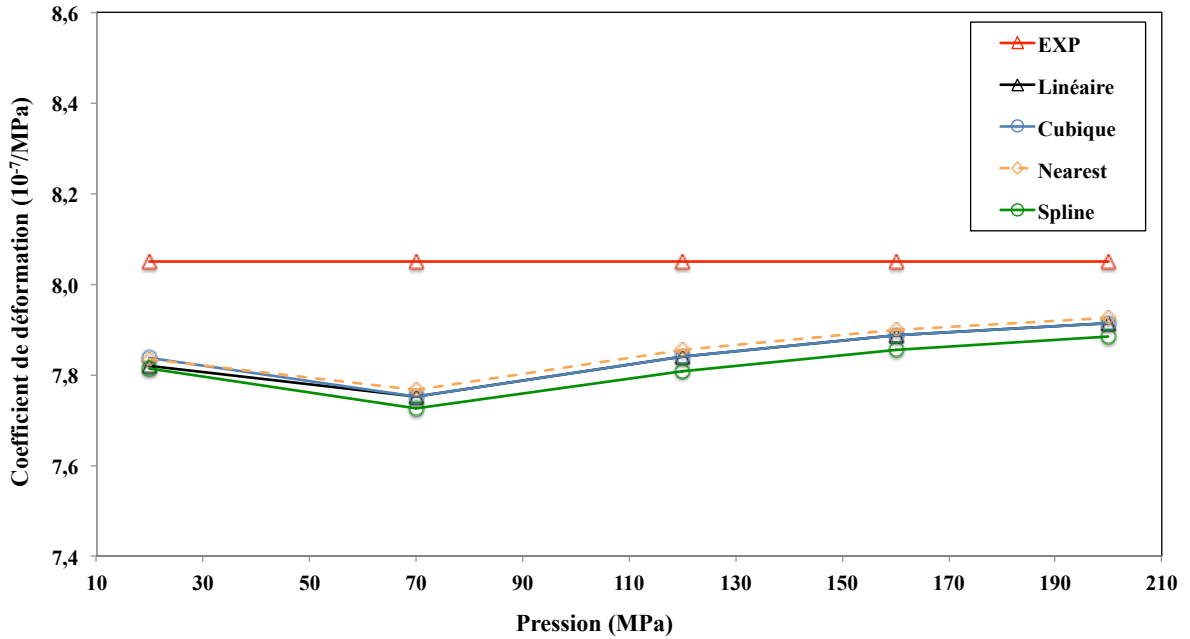


FIGURE 4.33: Coefficient de déformation (λ) pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation, calculé avec les quatre méthodes d'interpolation et d'extrapolation.

Les vitesses de chute v_f obtenues par le calcul à l'aide des quatre méthodes, sont données dans le tableau 4.12. La figure 4.34 reprend graphiquement ces vitesses de chute v_f , ainsi que celles obtenues par les mesures expérimentales.

L'écart relatif maximal entre la vitesse de chute v_f calculée avec la méthode linéaire et la méthode cubique, par rapport aux valeurs expérimentales est de 0,11%. Pour la méthode Nearest, il est de -0,14%. Pour la méthode de spline cubique, il est de 0,40%.

Pression (MPa)	v_f ($\mu\text{m/s}$)			
	Linéaire	Cubique	Nearest	Spline cubique
20	0,215	0,217	0,215	0,217
70	1,438	1,443	1,434	1,448
120	3,645	3,655	3,635	3,670
160	5,912	5,925	5,897	5,953
200	8,396	8,412	8,375	8,455

TABLE 4.12: Vitesse de chute du piston (v_f) pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation, calculée avec les quatre méthodes d'interpolation et d'extrapolation.

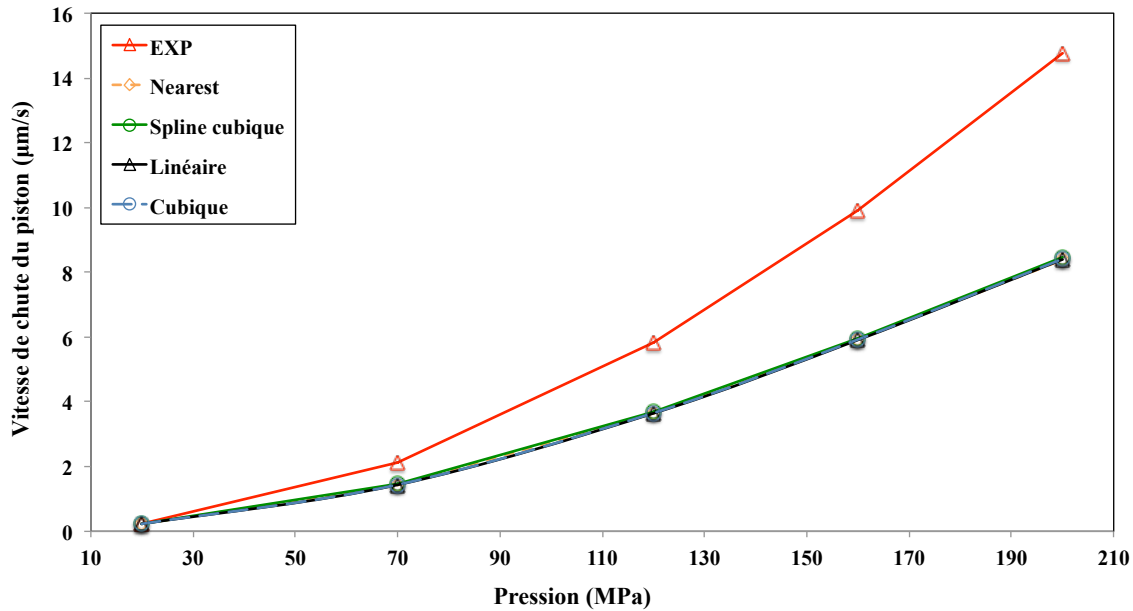


FIGURE 4.34: Vitesse de chute du piston (v_f) pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation, calculée avec les quatre modèles d'interpolation et d'extrapolation pour comparaison avec les mesures (EXP).

Le tableau 4.12 et la figure 4.34 nous permettent de comprendre l'influence du jeu à l'entrée et à la sortie sur le calcul de la vitesse de chute v_f . On peut noter que les vitesses de chute v_f calculées avec les trois nouvelles méthodes d'interpolation et d'extrapolation ne sont pas significativement différentes de la méthode linéaire. Elles donnent encore toujours des vitesses de chute v_f inférieures aux valeurs expérimentales.

4.3.4 Influence du jeu entre le piston et le cylindre sur le calcul du coefficient de déformation et de la vitesse de chute

Le processus de réalisation des ensembles piston-cylindres engendre des défauts géométriques, tels que des problèmes de cylindricité, rectitude, circularité, et de rugosité, qui font que ces ensembles ne sont pas parfaits. Pour étudier la sensibilité à ces paramètres du coefficient de déformation λ et de la vitesse de chute du piston v_f . Nous partirons d'un cylindre idéal autour duquel nous ferons varier différents paramètres tels que le diamètre, conicité ou autres, afin d'observer leurs influences.

Cette analyse a été réalisée en deux parties :

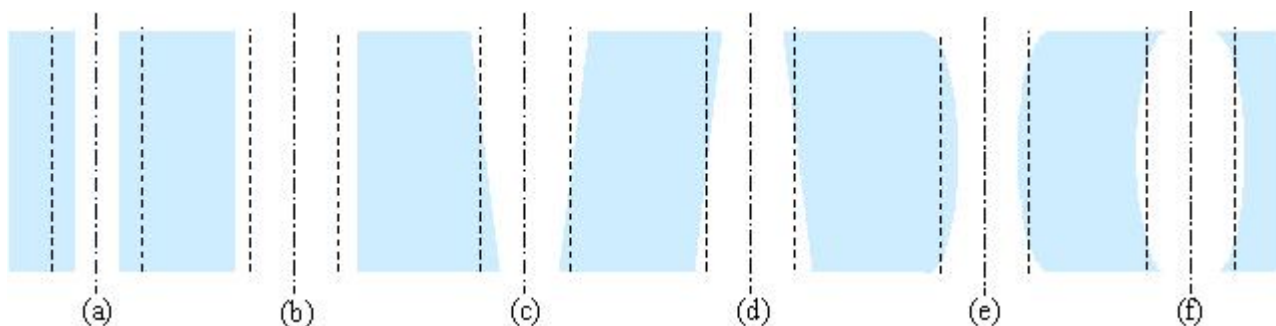


FIGURE 4.35: Défaut de forme : (a) jeu diminué, (b) jeu augmenté, (c) jeu convergent, (d) jeu divergent, (e) jeu concave (f) convexe et (- - -) jeu idéal.

- Variations des rayons du piston et du cylindre,
- variations des symétries axiales du jeu telles que la conicité, convexité et concavité.

La figure 4.35 représente les défauts de forme du jeu entre le piston et le cylindre par rapport au jeu idéal.

4.3.4.1 Effet des largeurs du jeu

Pour étudier l'influence de la largeur de jeu entre le piston et le cylindre sur le coefficient λ et la vitesses de chute v_f , nous avons appliqué au piston, puis au cylindre une variation de ± 80 nm qui correspond à l'incertitude sur les mesures dimensionnelles. Cet écart correspond à une variation maximale de ± 160 nm sur le jeu. Le profil du jeu réel obtenu à partir des mesures dimensionnelles et la variation autour de ce jeu est montrée dans la figure 4.36 pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4.

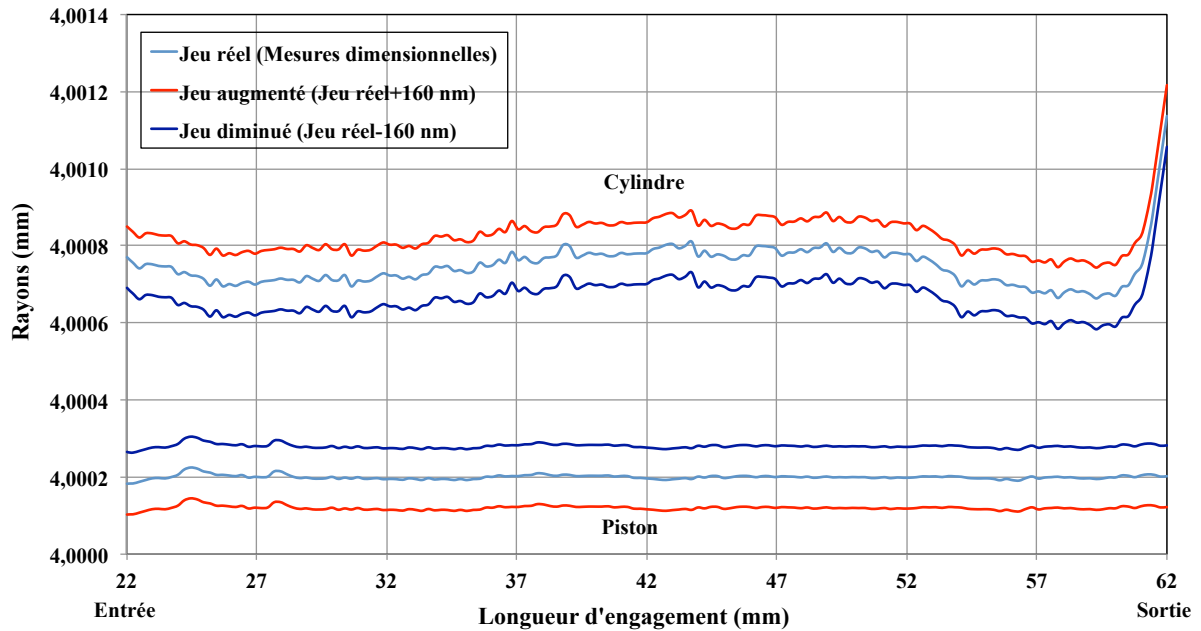


FIGURE 4.36: Jeu réel et variation du jeu entre le piston et le cylindre de ± 160 nm, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N⁰⁴.

Les valeurs du calcul des coefficients λ et des vitesses de chute v_f en fonction de la pression sont données dans le tableau 4.13. Les coefficients λ ne varient pas linéairement en fonction du jeu. L'écart relatif du coefficient λ entre le calcul avec jeu réel et le jeu augmenté (jeu réel+160 nm) est de 1,2% à la pression 20 MPa et de 0,52% à la pression 200 MPa. L'écart entre le calcul du coefficient λ avec jeu réel et le jeu diminué (jeu réel-160 nm) est de 3,2% à basse pression et de 1,9% pour la haute pression. C'est-à-dire que le coefficient λ est plus sensible au petit jeu qu'au grand jeu. Au contraire, les vitesses de chute v_f sont d'autant importantes que le jeu est grand.

On peut également remarquer que les vitesses de chute v_f ne varient pas linéairement en fonction de jeu. L'écart relatif de la vitesse de chute v_f entre le calcul avec le jeu réel et le jeu augmenté est de 93% pour une pression de 20 MPa, et de -29% pour une pression de 200 MPa. Par ailleurs, la faible vitesse de chute v_f était observée pour le jeu diminué. Le jeu diminué conduit à une variation de la vitesse de -57% à basse pression et de -24% à la haute pression.

Pression (MPa)	Jeu réel		Jeu augmenté (jeu réel+160 nm)		Jeu diminué (jeu réel -160 nm)	
	λ (10^{-7} /MPa)	v_f ($\mu\text{m/s}$)	λ (10^{-7} /MPa)	v_f ($\mu\text{m/s}$)	λ (10^{-7} /MPa)	v_f ($\mu\text{m/s}$)
20	7,820	0,215	7,934	0,416	7,594	0,0925
70	7,752	1,438	7,798	2,265	7,756	0,852
120	7,840	3,645	7,829	5,151	7,916	2,495
160	7,886	5,912	7,859	7,921	7,968	4,320
200	7,915	8,396	7,883	10,838	7,993	6,410

TABLE 4.13: Évolution du coefficient de déformation (λ) et de la vitesse de chute du piston (v_f) en fonction de la pression, pour une variation du jeu entre le piston et le cylindre ± 160 nm, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation.

4.3.4.2 Effet des conicités du jeu

Les rayons moyens du piston et du cylindre sont déterminés à partir des rectitudes de deux génératrices (0-180° et 90-270°) et des diamètres de deux plans de rotation (0-180° et 90-270°). Avec cela, nous pouvons déterminer la conicité du piston et du cylindre à partir de l'écart maximal entre la pente obtenue sur chaque génératrice et le rayon moyen. Le maximum de conicité du jeu est de 4 nm/mm. Cette conicité est choisie pour tester la sensibilité des coefficients λ et des vitesses de chute v_f . La figure 4.37 montre le profil du jeu réel de l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4 avec les profils présentant des défauts de conicités. Les défauts de conicité sont supposés les mêmes pour le piston et le cylindre.

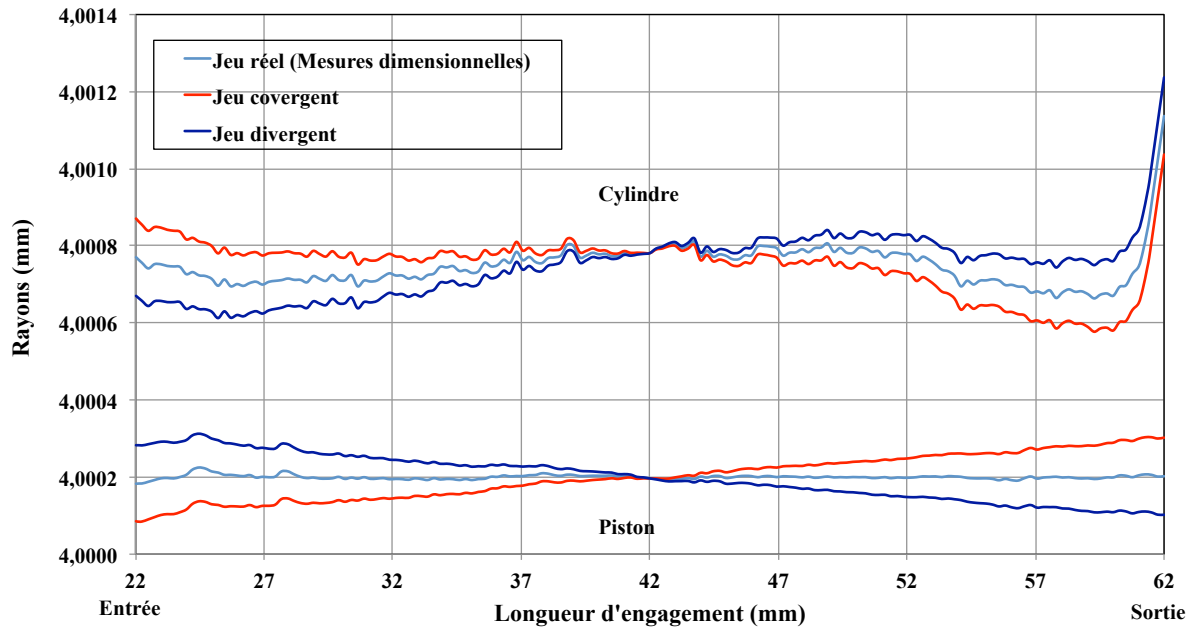


FIGURE 4.37: Jeu réel et jeux convergente (rouge) et divergente (bleu) de 4 nm/mm, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N^o4

Le tableau 4.14 donne les coefficients λ et les vitesses de chute v_f calculés avec le jeu réel en faisant varier les conicités.

Dans ce tableau, on peut remarquer que le coefficient λ et la vitesse de chute v_f ne varie pas linéairement en fonction des défauts de conicité. A pression 200 MPa, la conicité convergente conduit à la variation sur le coefficient λ de +1,7%. Pour la conicité divergente, la variation sur le coefficient λ est de +0,28%. La vitesse de chute v_f quant à elle, varie de -8% pour la conicité convergente et de +5% pour la conicité divergente.

Les coefficients λ et les vitesses de chute v_f sont beaucoup plus sensibles à la conicité convergente que ceux calculés avec la conicité divergente. Cependant, à basse pression, de 20 MPa à 120 MPa, la conicité divergente a plus d'influence que la conicité convergente sur le calcul du coefficient λ . Selon ces résultats, on peut noter que le jeu d'entrée est primordial pour le calcul des vitesses de chute v_f . Les jeux convergent et divergent ont également beaucoup d'effet sur le calcul du coefficient λ .

Pression (MPa)	Jeu réel		Jeu convergent		Jeu divergent	
	λ (10^{-7} /MPa)	v_f ($\mu\text{m/s}$)	λ (10^{-7} /MPa)	v_f ($\mu\text{m/s}$)	λ (10^{-7} /MPa)	v_f ($\mu\text{m/s}$)
20	7,820	0,215	7,621	0,175	8,548	0,200
70	7,752	1,438	7,910	1,246	8,016	1,488
120	7,840	3,645	8,015	3,272	7,932	3,835
160	7,886	5,912	8,043	5,395	7,930	6,233
200	7,915	8,396	8,051	7,743	7,938	8,848

TABLE 4.14: Évolution du coefficient de déformation (λ) et de la vitesse de chute du piston (v_f) en fonction de la pression, pour les jeux convergent et divergent de 4 nm/mm, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N^o4, en libre déformation.

4.3.4.3 Effet des défauts de formes du jeu

Le jeu entre le piston et le cylindre obtenu par mesures dimensionnelles peut présenter des défauts de formes convexe ou concave du jeu. Nous avons donc également testé les effets de ces défauts de formes par rapport au jeu réel, sur le calcul du coefficient λ et de la vitesse de chute v_f . Nous appelons “jeu concave” l'écart entre le profil moyen du cylindre et du rayon pour la génératrice (0-180°) et “jeu convexe” l'écart entre le profil moyen du cylindre et du rayon pour la génératrice (90-270°) (voir illustration sur la figure 4.38). La variation du jeu à partir de l'entrée (ou la sortie) sur la longueur d'engagement du cylindre est maximale pour $z = 42$; la distance maximale est de l'ordre d'environ 200 nm.

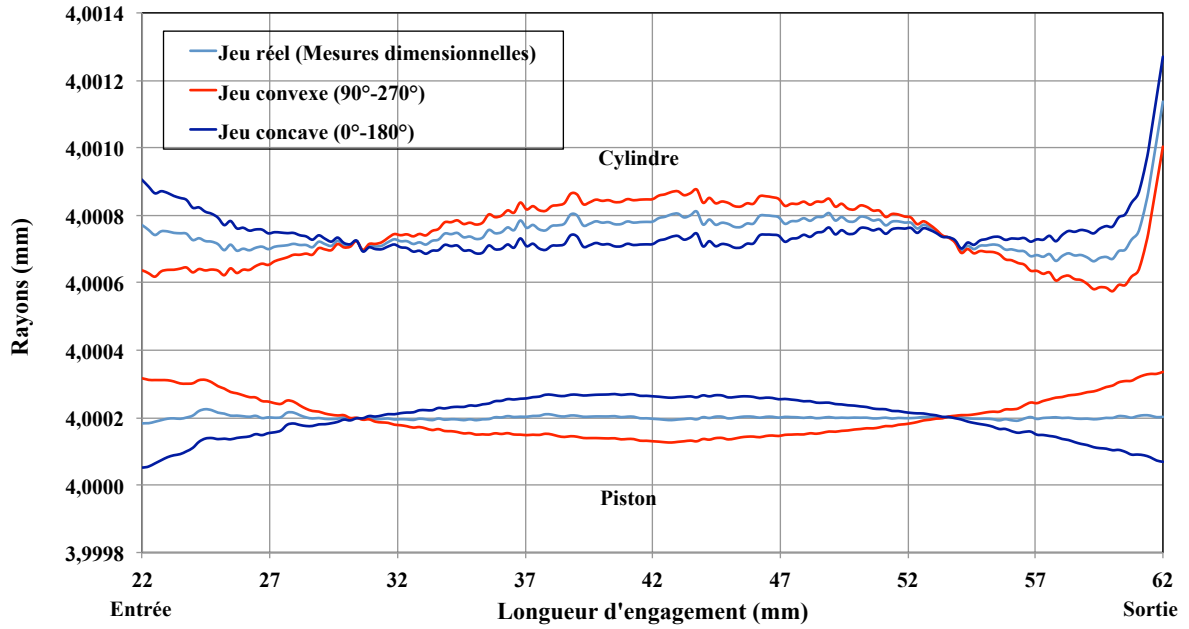


FIGURE 4.38: Forme des jeux rendus convexe et concave, défaut de 200 nm, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N^o4.

Les résultats sur les coefficients λ et les vitesses de chute v_f , obtenus en faisant varier le jeu réel suivant les formes convexe et concave sont montrés dans le tableau 4.15.

D'après ce tableau, on remarque que les coefficients λ et les vitesses de chute v_f ne varient pas linéairement en fonction de la convexité et concavité. Par exemple, pour une pression de 200 MPa, le calcul avec le jeu convexe conduit à la variation du coefficient λ de +3,7% en référence au jeu réel. Le calcul avec le jeu concave est de -2,9%. Pour la vitesse de chute v_f , la variation est de -8% pour le calcul avec le jeu convexe et elle est de +2% pour le calcul avec le jeu concave. L'influence du jeu convexe est beaucoup plus importante sur le coefficient λ . La variation observée avec le jeu convexe, en fonction de la pression, sur le coefficient λ est de +4,5%. Elle est de -2,8% pour le calcul avec le jeu concave.

Pression (MPa)	Jeu réel		Jeu convexe		Jeu concave	
	λ (10^{-7} /MPa)	v_f ($\mu\text{m/s}$)	λ (10^{-7} /MPa)	v_f ($\mu\text{m/s}$)	λ (10^{-7} /MPa)	v_f ($\mu\text{m/s}$)
20	7,820	0,215	8,040	0,154	7,742	0,199
70	7,752	1,438	8,245	1,205	7,494	1,423
120	7,840	3,645	8,258	3,230	7,566	3,689
160	7,886	5,912	8,236	5,359	7,633	6,029
200	7,915	8,396	8,210	7,718	7,688	8,595

TABLE 4.15: Évolution du coefficient de déformation (λ) et de la vitesse de chute du piston (v_f), en fonction de la pression, pour les jeux forme convexe et concave de 200 nm, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N^o4, en libre déformation.

Les figures 4.39 et 4.40 regroupent les résultats des coefficients λ et des vitesses de chute v_f , en fonction de la pression, obtenus pour les différents défauts de jeu calculés numériquement, ainsi que les résultats obtenus par les mesures.

Sur la figure 4.39, les résultats des coefficients λ obtenus pour les largeurs du jeu entre le piston et le cylindre ont moins d'effet que les autres défauts. Ceci est observé pour la pression variant entre 70 MPa et 200 MPa. C'est-à-dire que la largeur du jeu n'est pas le paramètre le plus important pour le calcul du coefficient λ . A haute pression, les coefficients λ calculés avec le jeu réduit (jeu réel-160 nm) sont plus proches des valeurs expérimentales que ceux obtenus avec le jeu augmenté (jeu+160 nm) ce n'est pas le cas à basse pression. La variation des conicités du jeu donne des coefficients λ plus proches des valeurs expérimentales, particulièrement pour le jeu convergent, à part pour la basse pression. A une pression de 20 MPa, le calcul avec le jeu convexe est le plus proche des valeurs expérimentales. Cependant, pour la pression variant entre 70 MPa et 200 MPa, les résultats obtenus avec la variation des jeux convexe et concave sont éloignés des valeurs expérimentales.

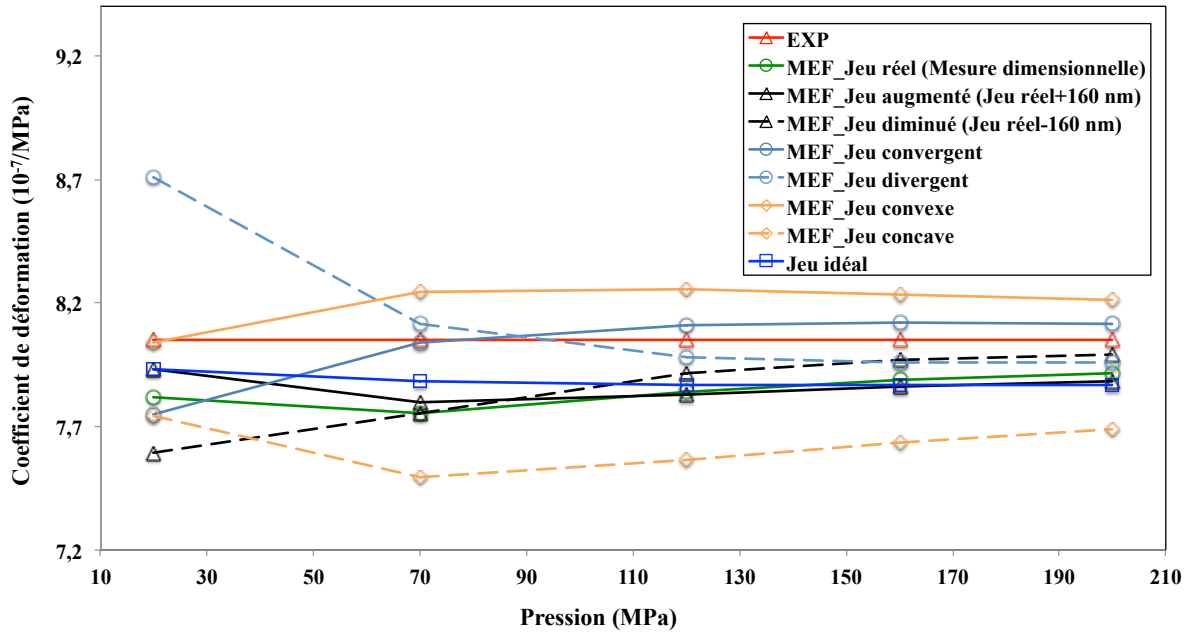


FIGURE 4.39: Évolution du coefficient de déformation (λ) en fonction de la pression, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N^o4, en libre déformation, pour les différents défauts du jeu entre le piston et le cylindre.

Les vitesses de chute v_f calculées en fonction de la pression en prenant compte tous les défauts du jeu, ainsi que les valeurs expérimentales sont montrées dans la figure 4.40.

Les vitesses de chute v_f calculées avec le jeu augmenté (jeu réel+160 nm) sont plus proches de l'expérimentation que celles obtenues avec les autres défauts. Au contraire, le calcul des vitesses de chute v_f obtenues avec le jeu diminué (jeu-160 nm) est le plus éloigné de l'expérimentation. Les jeux convergent, divergent, convexe et concave n'ont pas beaucoup d'effet sur le calcul des vitesses de chute v_f . Bien que les vitesses de chute v_f calculées avec le jeu augmenté soient proches des valeurs expérimentales, son profil n'a pas la même allure.

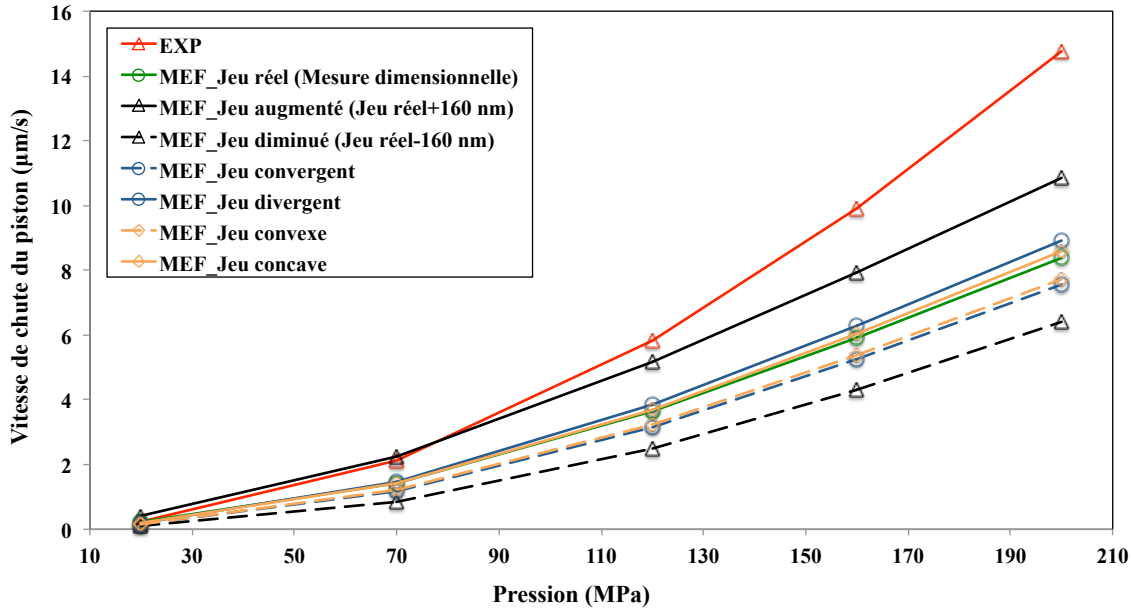


FIGURE 4.40: Évolution de la vitesse de chute du piston (v_f) en fonction de la pression, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N^o4, en libre déformation, pour les différents défauts de jeu entre le piston et le cylindre.

4.3.5 Analyse de l'incertitude associée au calcul numérique

Les incertitudes-types du coefficient λ et de la vitesse de chute v_f résultant du calcul de modélisation sont estimées. Pour cela, on prend en compte les incertitudes-types des grandeurs d'entrées (u_{x_i}) du modèle numérique. Les grandeurs d'entrées considérées sont le module d'Young (E), le coefficient de Poisson (μ) du piston et du cylindre, les rayons non déformés du piston (r) et du cylindre (R), les conicités du piston et du cylindre et les propriétés de masse volumique (ρ) et de viscosité (η) du fluide de transfert. Les autres composantes d'incertitudes telles que les densités de maillage, la longueur d'engagement, la contre-pression et la diamètre externe du cylindre ne sont pas incluses dans cette analyse car leur contribution est généralement négligeable [5, 60].

L'incertitude-type du coefficient λ ($u_{x_i}(\lambda)$) et de la vitesse de chute v_f ($u_{x_i}(v_f)$) due à la contribution d'incertitude-type u_{x_i} sont égales à $(\partial\lambda/\partial x_i) \cdot u_{x_i}$ et à $(\partial v_f/\partial x_i) \cdot u_{x_i}$ respectivement. Les $(\partial\lambda/\partial x_i)$ et $(\partial v_f/\partial x_i)$ sont les coefficients de sensibilité de la grandeur d'entrée (x_i). Les coefficients de sensibilité peuvent être évalués par la méthode des éléments finis. Pour cela on calcule la variation du coefficient λ et de la vitesse de chute v_f en fonction d'une variation dans la grandeur x_i ($+u_{x_i}$ et $-u_{x_i}$) [61].

Nous pouvons donc déterminer les incertitudes-types $u_{x_i}(\lambda)$ et $u_{x_i}(v_f)$ pour chaque grandeur d'entrée par les équations 4.1 et 4.2 respectivement :

$$u_{x_i}(\lambda) = \frac{|\lambda(x_i + u_{x_i}) - \lambda(x_i - u_{x_i})|}{2} \quad (4.1)$$

$$u_{x_i}(v_f) = \frac{|v_f(x_i + u_{x_i}) - v_f(x_i - u_{x_i})|}{2} \quad (4.2)$$

Les valeurs des incertitudes analysées sont rapportées dans les tableaux 4.16 à 4.19. Elles concernent l'ensemble 200MPa N°4, en libre déformation et en jeu contrôlé, pour une pression 200 MPa. L'incertitude-type composée est estimée à partir des incertitudes-types de chacune de ces grandeurs d'entrée selon les équations (4.3) et (4.4) [33] :

$$u(v_f) = \sqrt{\sum_i u_{x_i}^2(v_f)} \quad (4.3)$$

$$u(\lambda) = \sqrt{\sum_i u_{x_i}^2(\lambda)} \quad (4.4)$$

4.3. ÉTUDE GÉOMÉTRIQUE

Composante	Incertitude sur la composante	Unité	Distribution	$\lambda(x_i + u_{x_i})$	$\lambda(x_i - u_{x_i})$	Incertitude-type
Module d'Young du piston	4,8	GPa	Normale	7,937	7,894	0,022
Coefficient de Poisson du piston	0,0029	-	Normale	7,985	7,846	0,070
Module d'Young du cylindre	4,8	GPa	Normale	7,833	7,999	0,083
Coefficient de Poisson du cylindre	0,0029	-	Normale	7,939	7,892	0,023
Rayon du piston	0,000040	mm	Normale	7,929	7,904	0,013
Rayon du cylindre	0,000040	mm	Normale	7,904	7,930	0,013
Conicité du rayon du piston	0,58	nm/mm	Rectangulaire	8,011	7,860	0,075
Conicité du rayon du cylindre	2,3	nm/mm	Rectangulaire	8,134	7,772	0,18
Masse volumique	2,9	%	Rectangulaire	7,915	7,915	négligeable
Viscosité	6,52	%	Rectangulaire	7,915	7,915	négligeable
Incertitude-type composée						0,23

TABLE 4.16: Bilan d'incertitude sur le calcul du coefficient de déformation (λ) exprimé en (10^{-7} /MPa), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N^o4, en libre déformation, à la pression de 200 MPa.

D'après le tableau 4.16, la contribution la plus importante de la géométrie, sur l'incertitude-type du coefficient λ en libre déformation, est due à la conicité du piston et du cylindre. Une variation de $\pm 2,3$ nm/mm du cylindre conduit à une variation de $\pm 2,3\%$ sur le coefficient λ . Et pour le piston, une variation de $\pm 0,58$ nm/mm conduit à une variation de $\pm 0,95\%$. Les contributions les plus importantes pour la propriété du matériau de l'ensemble sont le module d'Young du cylindre et le coefficient de Poisson du piston. Une variation de $\pm 0,77\%$ sur le module d'Young du cylindre conduit à la variation de $\pm 1,0\%$ sur le coefficient λ . Une variation de $\pm 1,4\%$ sur le coefficient de Poisson du piston varie au coefficient λ de $\pm 0,88\%$.

La contribution des propriétés du fluide de transfert n'est pas significative pour

4.3. ÉTUDE GÉOMÉTRIQUE

l'évaluation de l'incertitude sur le coefficient λ . L'effet de la variation des rayons du piston et du cylindre sur l'incertitude du coefficient λ est très petit devant les autres composantes.

D'après le tableau 4.17, la viscosité du fluide de transfert, les rayons du piston et du cylindre sont les paramètres d'influence significative sur l'incertitude de la vitesse de chute v_f . La variation de $\pm 6,52\%$ sur la viscosité conduit à une variation sur la vitesse de chute v_f de $\pm 6,52\%$. En faisant varier les rayons du piston et du cylindre de $\pm 0,040 \mu\text{m}$, la variation sur la vitesse de chute v_f est de $6,6\%$.

Composante	Incertitude sur la composante	Unité	Distribution	$v_f(x_i + u_{x_i})$	$v_f(x_i - u_{x_i})$	Incertitude-type
Module d'Young du piston	4,8	GPa	Normale	8,363	8,428	0,033
Coefficient de Poisson du piston	0,0029	-	Normale	8,316	8,476	0,080
Module d'Young du cylindre	4,8	GPa	Normale	8,293	8,501	0,10
Coefficient de Poisson du cylindre	0,0029	-	Normale	8,425	8,366	0,030
Rayon du piston	0,000040	mm	Normale	7,859	8,961	0,55
Rayon du cylindre	0,000040	mm	Normale	8,961	7,859	0,55
Conicité du rayon du piston	0,58	nm/mm	Rectangulaire	8,324	8,464	0,070
Conicité du rayon du cylindre	2,3	nm/mm	Rectangulaire	8,530	8,249	0,14
Masse volumique	2,9	%	Rectangulaire	8,396	8,396	négligeable
Viscosité	6,52	%	Rectangulaire	7,881	8,981	0,55
Incertitude-type composée						1,0

TABLE 4.17: Bilan d'incertitude sur la vitesse de chute du piston (v_f) exprimé en ($\mu\text{m/s}$), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N^o4, en libre déformation, à la pression de 200 MPa.

En général, l'incertitude sur le coefficient λ et la vitesse de chute v_f est représenté par l'incertitude élargie. Elle s'obtient en multipliant l'incertitude-type composée par un

4.3. ÉTUDE GÉOMÉTRIQUE

facteur d'élargissement égal à 2. Cela fournit un intervalle ayant un niveau de confiance d'environ 95% [33]. Donc à partir des incertitudes-types composées représentées dans les tableaux 4.16 et 4.17, on note que les incertitudes élargies ($k = 2$) liées au coefficient λ et à la vitesse de chute v_f sont respectivement de $0,46 \cdot 10^{-7}/\text{MPa}$ soit 5,8% et de $2,0 \mu\text{m/s}$ soit 24%.

Pour l'ensemble 200 MPa N°5, les incertitudes élargies ($k = 2$) sont de $0,64 \cdot 10^{-7}/\text{MPa}$ soit 8,3% pour le coefficient λ et de $1,39 \mu\text{m/s}$ soit 25% pour la vitesse de chute v_f à la pression 200 MPa.

Composante	Incertitude sur la composante	Unité	Distribution	$\lambda(x_i + u_{x_i})$	$\lambda(x_i - u_{x_i})$	Incertitude-type
Module d'Young du piston	4,8	GPa	Normale	-0,215	-0,251	0,018
Coefficient de Poisson du piston	0,0029	-	Normale	-0,159	-0,307	0,074
Module d'Young du cylindre	4,8	GPa	Normale	-0,256	-0,209	0,024
Coefficient de Poisson du cylindre	0,0029	-	Normale	-0,211	-0,255	0,022
Rayon du piston	0,000040	mm	Normale	-0,164	-0,295	0,066
Rayon du cylindre	0,000040	mm	Normale	-0,295	-0,164	0,066
Conicité du rayon du piston	0,58	nm/mm	Rectangulaire	-0,053	-0,425	0,19
Conicité du rayon du cylindre	2,3	nm/mm	Rectangulaire	0,043	-0,428	0,24
Masse volumique	2,9	%	Rectangulaire	-0,233	-0,233	négligeable
Viscosité	6,52	%	Rectangulaire	-0,233	-0,233	négligeable
Incertitude-type composée						0,33

TABLE 4.18: Bilan d'incertitude sur le coefficient de déformation (λ) exprimé en ($10^{-7}/\text{MPa}$), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en jeu contrôlé, à la pression de 200 MPa.

D'après le tableau 4.18, le coefficient de Poisson du piston a beaucoup plus d'influence que le coefficient de Poisson du cylindre sur l'estimation de l'incertitude du

coefficient λ . En faisant varier le coefficient de Poisson du piston de $\pm 1,4\%$, le coefficient λ varie de $\pm 0,93\%$. De plus, l'incertitude sur le coefficient λ , en jeu contrôlé, déterminée avec les rayons du piston et du cylindre, est beaucoup plus importante que l'incertitude sur le coefficient λ en libre déformation. En faisant varier les rayons du piston ou du cylindre, le coefficient λ varie de $\pm 0,83\%$. Encore une fois, l'incertitude sur le coefficient λ , déterminée avec la conicité du piston est beaucoup plus importante que l'incertitude sur le coefficient λ en libre déformation. Elle s'élève dans ce cas à $\pm 2,4\%$. Comme pour le mode de la libre déformation, l'incertitude principale sur le coefficient λ en jeu contrôlé est encore la conicité du cylindre. Cette conicité conduit à une variation du coefficient λ de $\pm 3,0\%$.

D'après le tableau 4.19, comme pour le mode de libre déformation, pour l'incertitude-type de la vitesse de chute v_f en jeu contrôlé, les contributions les plus importantes sont les rayons du piston, du cylindre et la viscosité de fluide de transfert. Une variation du rayon du piston ou du cylindre de $\pm 0,040 \mu\text{m}$ conduit à une variation de la vitesse de chute v_f de $\pm 8,5\%$. Et une variation de la viscosité $\pm 6,52\%$ conduit à une variation de la vitesse de chute v_f de $\pm 6,52\%$.

4.3. ÉTUDE GÉOMÉTRIQUE

Composante	Incertitude sur la composante	Unité	Distribution	$v_f(x_i + u_{x_i})$	$v_f(x_i - u_{x_i})$	Incertitude-type
Module d'Young du piston	4,8	GPa	Normale	2,323	2,355	0,016
Coefficient de Poisson du piston	0,0029	-	Normale	2,307	2,370	0,031
Module d'Young du cylindre	4,8	GPa	Normale	2,321	2,356	0,018
Coefficient de Poisson du cylindre	0,0029	-	Normale	2,350	2,326	0,012
Rayon du piston	0,000040	mm	Normale	2,145	2,545	0,20
Rayon du cylindre	0,000040	mm	Normale	2,545	2,145	0,20
Conicité du rayon du piston	0,58	nm/mm	Rectangulaire	2,305	2,370	0,032
Conicité du rayon du cylindre	2,3	nm/mm	Rectangulaire	2,401	2,271	0,065
Masse volumique	2,9	%	Rectangulaire	2,338	2,338	négligeable
Viscosité	6,52	%	Rectangulaire	2,195	2,501	0,15
Incertitude-type composée						0,33

TABLE 4.19: Bilan d'incertitude sur la vitesse de chute du piston (v_f) exprimé en ($\mu\text{m/s}$), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N^o4, en jeu contrôlé, à la pression de 200 MPa.

D'après les tableaux 4.18 et 4.19, l'incertitude élargie ($k = 2$) sur le coefficient λ est de $0,65 \cdot 10^{-7} / \text{MPa}$ soit 8,2%. L'incertitude élargie sur la vitesse de chute v_f est de $0,68 \mu\text{m/s}$ soit 24%.

Pour l'ensemble 200 MPa N^o5, l'incertitude élargie est de $0,96 \cdot 10^{-7} / \text{MPa}$ pour le coefficient λ en jeu contrôlé, soit 12%. L'incertitude élargie sur la vitesse de chute v_f est de $0,39 \mu\text{m/s}$, soit 25%.

Pour toutes les composantes de l'incertitude, les contributions les plus importantes pour le calcul du coefficient λ sont liées à la conicité, du piston et du cylindre. Suivent, les propriétés de matériaux de l'ensemble, plus particulièrement le coefficient de Poisson du piston et le module d'Young du cylindre. Au contraire, les rayons du piston et du

cylindre ainsi que la viscosité de fluide de transfert ont beaucoup plus d'influence sur l'incertitude de la vitesse de chute v_f . L'influence de la masse volumique peut être négligée sur la détermination des incertitudes du coefficient λ et de la vitesse de chute v_f .

Les vitesses de chute v_f et ses incertitudes élargies en fonction de la pression, pour les ensembles 200 MPa N°4 et N°5, en libre déformation et en jeu contrôlé, sont représentées dans les figures 4.41 et 4.42.

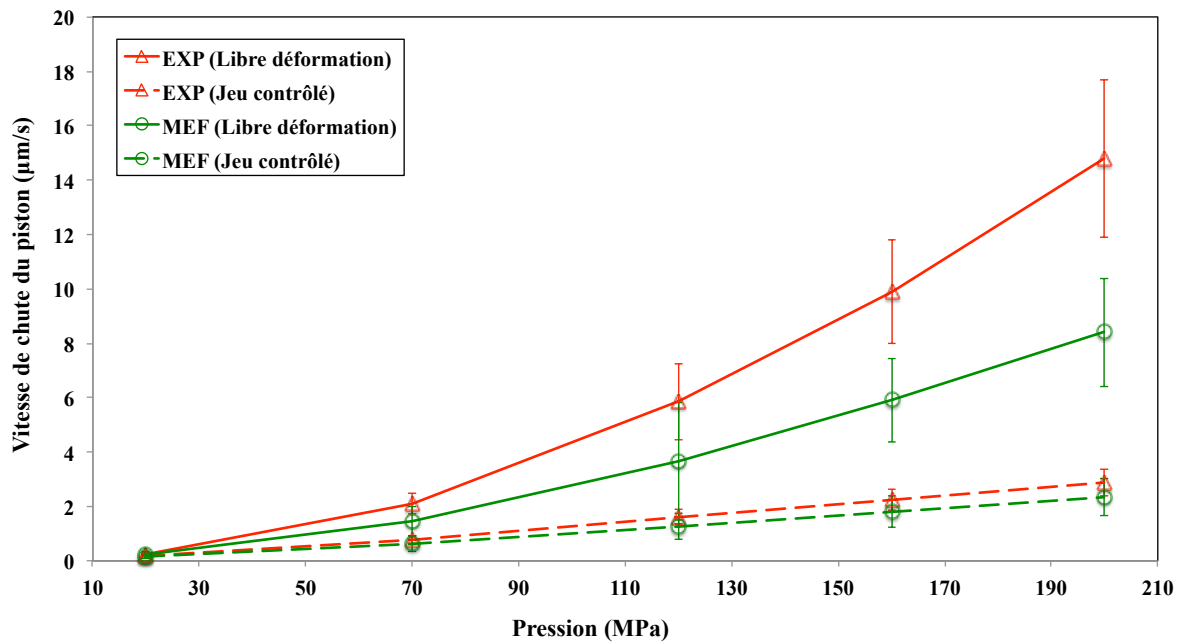


FIGURE 4.41: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude élargie ($k = 2$) en fonction de la pression, obtenues par l'expérimentation (EXP), par le calcul (modèle cartésien) par la méthode des éléments finis (MEF), sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation et en jeu contrôlé.

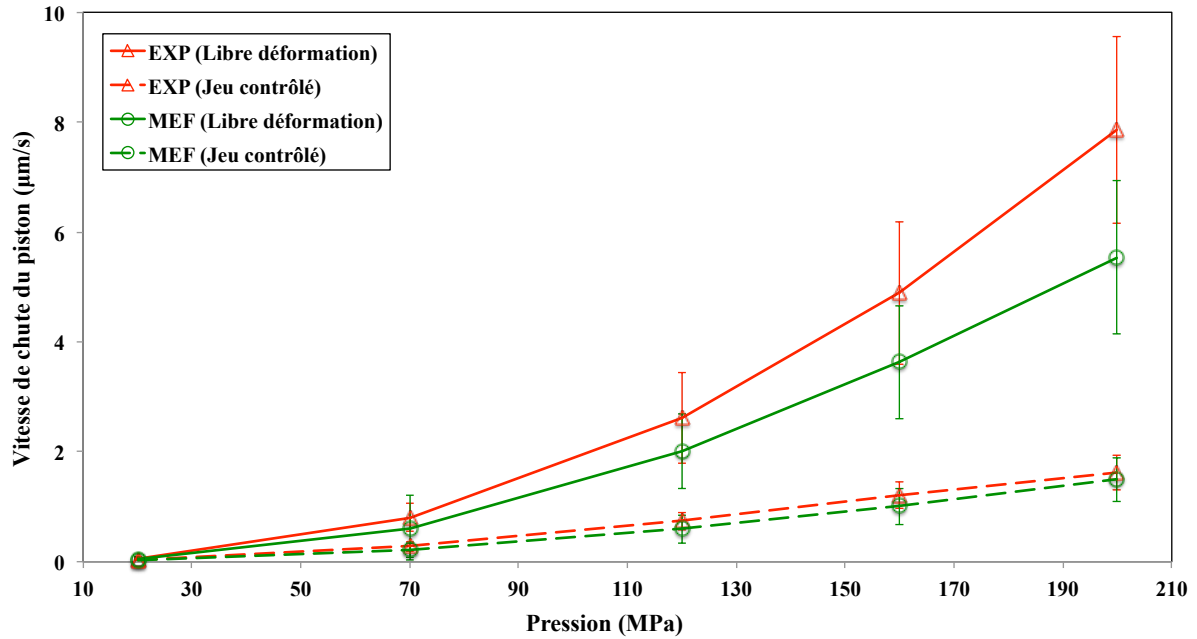


FIGURE 4.42: Vitesse de chute du piston (v_f) et incertitude élargie ($k = 2$) en fonction de la pression, obtenues par l'expérimentation (EXP), par le calcul (modèle cartésien) par la méthode des éléments finis (MEF), sur l'ensemble piston cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation et en jeu contrôlé.

Dans les figures 4.41 et 4.42, nous pouvons remarquer que les valeurs des vitesses de chute v_f obtenues par la mesure sont supérieures de celle obtenues lors des calculs numériques. Pour l'ensemble 200 MPa N°5, les vitesses de chute v_f obtenues avec le calcul et la mesure expérimentale sont cependant en bon accord, si on considère l'incertitude élargie ($k = 2$) du calcul et de la mesure.

A partir de l'estimation de l'incertitude, on peut noter que les propriétés du fluide de transfert ont beaucoup d'influence sur le calcul de la vitesse de chute v_f . Pour cela, nous avons poursuivi les études numériques en étudiant l'influence des propriétés du fluide.

4.3.6 Influence des propriétés du fluide de transfert

Selon les équations (1.17, 1.18, 1.19 et 1.58), le calcul de la vitesse de chute v_f n'est pas seulement lié à la géométrie de l'ensemble piston-cylindre, mais aussi aux propriétés du fluide de transfert. Pour cette raison, nous étudions également les effets

des propriétés du fluide de transfert sur le calcul de la vitesse de chute v_f . Les propriétés du fluide de transfert sont la masse volumique et la viscosité dynamique. Mais dans la section 4.3.5 concernant l'analyse des incertitudes, nous savons que la variation de la masse volumique n'a aucun effet sur le calcul de la vitesse de chute v_f . Pour cette raison, nous étudions seulement la viscosité du fluide de transfert. Une variation arbitrairement choisie de la viscosité dynamique de $\pm 30\%$ par rapport à la valeur d'origine donnée par l'équation (1.55) est choisie pour cette étude. Les calculs sont effectués aux pressions 20, 70, 120, 160 et 200 MPa, en libre déformation, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4.

Les résultats des calculs des vitesses de chute v_f , obtenus en variant la viscosité du fluide de transfert de $\pm 30\%$ sont montrés dans le tableau 4.20 et représentés dans la figure 4.43.

Pression (MPa)	$\eta + 30\%$ v_f ($\mu\text{m/s}$)	$\eta - 30\%$ v_f ($\mu\text{m/s}$)
20	0,166	0,307
70	1,106	2,054
120	2,804	5,207
160	4,548	8,446
200	6,458	11,999

TABLE 4.20: Vitesse de chute du piston (v_f) pour une variation de la viscosité (η) de $\pm 30\%$, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4.

Les variations obtenues sur le calcul de la vitesse de chute v_f avec la viscosité modifiée sont très importantes. La vitesse de chute v_f maximale est obtenue pour le calcul avec une viscosité diminuée ($\eta - 30\%$). Pour la pression de 200 MPa, les variations de la vitesse de chute v_f en fonction de la viscosité sont d'environ $+43\%$ pour $\eta - 30\%$ et -23% pour $\eta + 30\%$.

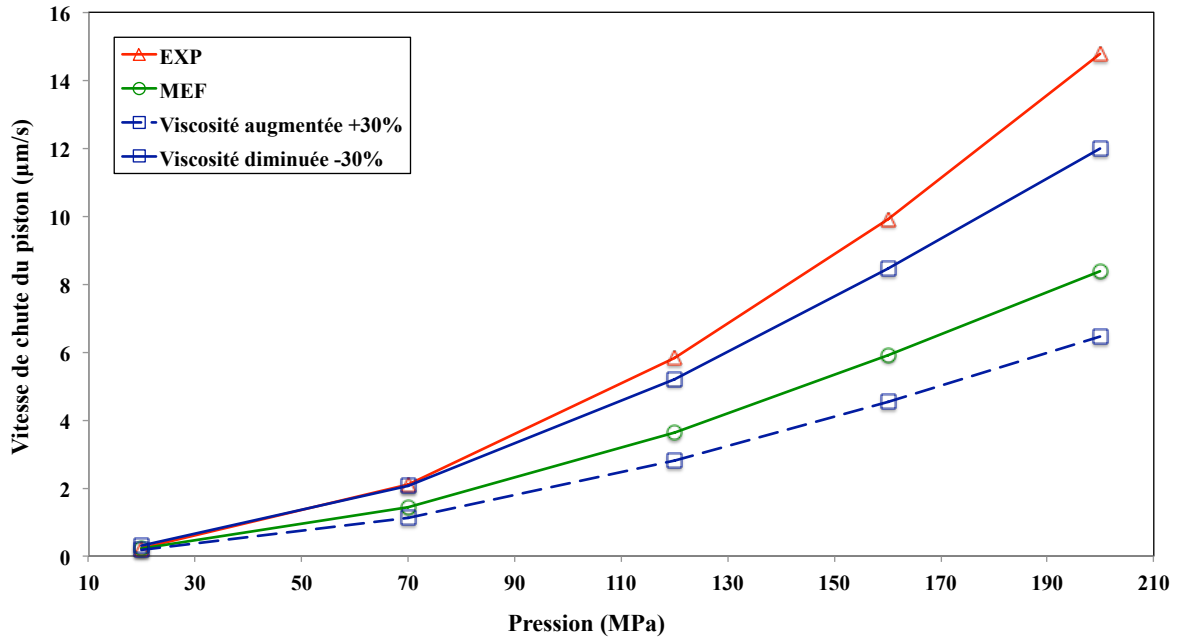


FIGURE 4.43: Effet de la viscosité du fluide de transfert sur la vitesse de chute du piston (v_f), en fonction de la pression, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation.

4.3.7 Récapitulatif des écarts entre l'expérimentation et le calcul

Nous avons regroupé les écarts sur le coefficient λ et la vitesse de chute v_f entre l'expérimentation et les différentes configurations de calculs abordées dans la section 4.3.1 à 4.3.4 et la section 4.3.6. Ces données sont récapitulées dans les tableaux 4.21 et 4.22.

4.4 Conclusions

Les coefficients λ et les vitesses de chute v_f ont été calculés par simulation numérique avec la méthode des éléments finis. Ils ont été réalisés avec les trois modèles d'écoulement et confrontés avec les résultats expérimentaux. Il apparaît que les coefficients λ et les vitesses de chute v_f obtenus avec les nouveaux modèles, modèle cylindrique paroi du piston immobile et paroi mobile, ne sont pas significativement différents de ceux obtenus

Pression (MPa)	EXP λ (10^{-7} /MPa)	Jeu idéal			Effet des défauts de forme			Jeu convergent %
		Modèle 1 %	Modèle 2 %	Modèle 3 %	Jeu réel %	Jeu augmenté %	Jeu diminué %	
20		-1,44	-1,16	-1,09	-2,86	-1,44	-5,66	-5,34
70		-2,10	-1,55	-1,53	-3,70	-3,13	-3,65	-1,74
120	8,05	-2,25	-1,65	-1,61	-2,61	-2,75	-1,66	-0,43
160		-2,26	-1,63	-1,59	-2,04	-2,37	-1,02	-0,09
200		-2,25	-1,57	-1,53	-1,68	-2,07	-0,71	0,01

Pression (MPa)	Effet des défauts de forme			Méthode d'interpolation et d'extrapolation		
	Jeu divergent %	Jeu convexe %	Jeu concave %	Méthode cubique %	Méthode Nearest %	Méthode de spline cubique %
20	6,19	-0,12	-3,83	-2,66	-2,68	-2,94
70	-0,43	2,42	-6,91	-3,70	-3,53	-4,02
120	-1,46	2,58	-6,01	-2,62	-2,43	-3,01
160	-1,49	2,31	-5,18	-2,04	-1,88	-2,43
200	-1,40	1,99	-4,50	-1,68	-1,53	-2,06

TABLE 4.21: Écart du coefficient de déformation (λ) entre le calcul avec le jeu idéal et les différentes influences, en fonction de la pression, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N^o4, en libre déformation. Les pourcentages ont pour référence la valeur expérimentale.

Pression (MPa)	EXP v_f ($\mu\text{m/s}$)	Jeu idéal		Effet des défauts de forme				
		Modèle 1 %	Modèle 2 %	Modèle 3 %	Jeu réel %	Jeu augmenté %	Jeu diminué %	Jeu convergent %
20	0,235	8,51	-9,36	-9,36	-8,51	77,02	-60,64	-25,74
70	2,113	-31,95	-33,51	-33,51	-31,95	7,19	-59,68	-41,03
120	5,848	-37,72	-39,35	-39,35	-37,67	-11,92	-57,34	-44,04
160	9,893	-40,34	-41,91	-41,91	-40,24	-19,93	-56,33	-45,47
200	14,780	-43,33	-44,78	-44,78	-43,19	-26,67	-56,63	-47,61

Pression (MPa)	Effet des défauts de forme			Méthode d'interpolation et d'extrapolation cubique		Propriété du fluide		
	Jeu divergent %	Jeu convexe %	Jeu concave %	Méthode cubique %	Méthode Nearest %	Méthode de spline cubique %	Viscosité augmenté %	Viscosité diminué %
20	-14,98	-34,547	-15,32	-7,66	-8,51	-7,66	-29,54	30,85
70	-29,59	-42,97	-32,65	-31,71	-32,13	-31,47	-47,66	-2,80
120	-34,43	-44,77	-36,92	-37,50	-37,84	-37,24	-52,06	-10,97
160	-37,00	-45,83	-39,06	-40,11	-40,39	-39,83	-54,03	-14,63
200	-40,13	-47,78	-41,85	-43,09	-43,34	-42,79	-56,30	-18,82

TABLE 4.22: Écart de la vitesse de chute du piston (v_f) entre l'expérimentation et le calcul avec les différentes influences, en fonction de la pression, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N^o4, en libre déformation. Les pourcentages ont pour référence la valeur expérimentale.

avec le modèle cartésien. De plus, les vitesses de chute v_f calculées avec les nouveaux modèles sont toujours inférieures aux résultats obtenus par les mesures.

Pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, les résultats des calculs des coefficients λ et des vitesses de chute v_f obtenus en considérant le jeu réel ne sont pas significativement différents de ceux obtenus avec le jeu idéal, issus quant à lui des mesures de débit. Au contraire, les résultats pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5 sont significativement différents quand on suit le même procédé. Cela est peut être dû au jeu réel existant entre le piston et le cylindre non déformé qui est très différent du jeu idéal sur cet ensemble. Malgré tout, les résultats sur les vitesses de chutes v_f calculées avec le jeu réel sont toujours inférieurs aux valeurs expérimentales sur l'ensemble 200 MP N°5. Quand on prend en compte les incertitudes élargies, sur les propriétés du matériau de l'ensemble, les géométries du piston et du cylindre et les propriétés du fluide de transfert, les vitesses de chute v_f obtenues par le calcul numérique peuvent être en accord avec celles obtenues par les mesures expérimentales.

En ce qui concerne l'étude de l'influence des défauts du jeu, c'est la conicité qui a le plus d'effets sur la valeur du coefficient λ , et ce quel que soit le mode de fonctionnement, libre déformation ou jeu contrôlé. Cependant, les vitesses de chute v_f calculées avec les conicités augmentées ne sont pas très différentes de celles calculées avec le jeu réel.

Pour les propriétés du matériau, c'est le module d'Young sur le cylindre qui a le plus d'influence sur le coefficient λ lorsque l'ensemble est en libre déformation. En jeu contrôlé, c'est le coefficient de Poisson qui a le plus d'effet.

La vitesse de chute v_f est directement liée à la largeur du jeu entre le piston et le cylindre. Les calculs se rapprochent beaucoup des valeurs expérimentales quand le jeu entre le piston et le cylindre est proche de la limite haute de l'incertitude. Bien que les vitesses de chute v_f obtenues avec le jeu augmenté soient proches des valeurs expérimentales mais leurs profils ne sont toujours pas les mêmes.

La variation de masse volumique du fluide de transfert n'a pas d'effet sur les valeurs du coefficient λ et de la vitesse de chute v_f . La viscosité n'a également pas d'effet sur le calcul du coefficient λ , mais elle influe directement sur les calculs de la vitesse de chute v_f . La viscosité réduite de 30% conduit à des vitesses de chute v_f qui se rapprochent significativement des valeurs expérimentales. L'allure de la courbe expérimentale est très similaire à la courbe calculée, ce qui n'est pas le cas lorsque l'on modifie la largeur du jeu.

Dans tous les cas de calcul étudiés précédemment, on peut dire que la viscosité du fluide de transfert utilisé dans notre balance de pression est sans doute une des raisons pour laquelle les vitesses de chute v_f soient toujours inférieures aux valeurs expérimentales. Des recherches sur les écoulements en micro-canaux ont mis en évidence la question de la viscosité. C'est la raison pour laquelle, nous allons étudier et déterminer une viscosité apparente dans notre système équivalent à micro-canal. Cette étude sur la viscosité fait l'objet du chapitre 5.

Chapitre 5

Écoulement en micro-canal

Sommaire

5.1	Introduction	197
5.2	Étude des écoulements pour un faible nombre de Reynolds	198
5.3	Conclusions	215

5.1 Introduction

Comme indiqué dans le chapitre précédent, la viscosité du fluide de transfert est un paramètre auquel est très sensible le calcul de la vitesse de chute du piston (v_f). Le calcul du coefficient de déformation (λ), quant à lui ne subit pas son influence. En effet, quand on examine l'équation de la vitesse du fluide, ainsi que l'équation du débit, on peut remarquer que le calcul de la vitesse de chute v_f , est lié directement la viscosité du fluide. En réalité, l'espace entre le piston et le cylindre de nos ensembles piston-cylindre est semblable à un micro-canal. De plus, dans la littérature sur les écoulements fluides dans un micro-canal on trouve que la viscosité du fluide est inférieure à la valeur conventionnelle mesurée sur un grand volume.

C'est la raison pour laquelle, nous allons dans ce chapitre étudier la viscosité apparente afin de corriger les différences observées entre la mesure et le calcul de la vitesse de chute v_f . On utilisera pour ça la relation entre le nombre de Poiseuille obtenu par les mesures et une valeur théorique basée sur les propriétés du fluide dans un micro-canal.

Pour déterminer le nombre de Poiseuille obtenu à partir des mesures, est pris en compte la déformation du piston et du cylindre et la distribution longitudinale de pression dans le jeu. Le nombre de Poiseuille obtenu par la théorie est basé sur l'écoulement de Stokes. La relation entre les deux nombres de Poiseuille mesuré et théorique permet de déterminer la viscosité apparente du fluide de transfert. Cette viscosité sera utilisée au lieu de la viscosité conventionnelle dans nos calculs.

5.2 Étude des écoulements pour un faible nombre de Reynolds

Dans les recherches précédentes réalisées depuis 1998 sur les ensembles piston-cylindre [4, 5, 61], il apparait que la vitesse de chute v_f obtenue par le calcul numérique à partir de la méthode des éléments finis est toujours inférieure à la mesure. La différence observée entre l'expérimentation et le calcul numérique peut être résumée dans le tableau 5.1.

Étude	Ensemble	Mode	Pression (MPa)	Jeu (μm)	différence observée (%)
Euromet N°256 [4]	PTB 400 MPa	FD	200	0,287	-14
			400		-18
	BNM-LNE 200 MPa N°4	FD	200	0,576	-40
			CC		200
	BNM-LNE 200 MPa N°5	FD	200	0,256	-42
			CC		200
Euromet N°463[5]	DH 7594	FD	400	0,32	-33
		CC	1000		-54
MEF analysé[61]	IMGC-DH100L	FD	100	0,6	-16

TABLE 5.1: Différence observée entre les mesures et les calculs numériques sur les vitesses de chute du piston (v_f), obtenue sur six différences ensembles piston-cylindre (EPC), en libre déformation (FD) et en jeu contrôlé (CC), avec le fluide di(2-hethylhexyl) sebacate (DEHS).

Les mêmes types de résultats sont observés sur nos études. Les vitesses de chute v_f obtenues par le calcul numérique sont également inférieures aux mesures. Les différences varient entre -20 et -43% pour une pression comprise entre 120 MPa à 200 MPa. Le tableau 5.2 montre les résultats des vitesses de chute v_f , en fonction de la pression, pour

chaque ensemble piston-cylindre 200 MPa. La figure 5.1 représente graphiquement les résultats du tableau 5.2.

Ensemble	Mode	Pression (MPa)	Jeu (μm)	Différence observée (%)
200 MPa N°2	FD	120	0,362	-34
		200		-42
200 MPa N°3	FD	120	0,384	-27
		200		-31
200 MPa N°4	FD	120	0,540	-38
		200		-43
	CC	120	0,540	-20
		200		-20
200 MPa N°5	FD	120	0,272	-28
		200		-33
	CC	120	0,272	-28
		200		-27
200 MPa N°6	FD	120	0,316	-25
		200		-29

TABLE 5.2: Différence observée entre les mesures et les calculs numériques pour nos études sur les vitesses de chute du piston (v_f), obtenues sur six ensembles piston-cylindre 200 MPa, en libre déformation (FD) et en jeu contrôlé (CC), avec le fluide di(2-hethylhexyl) sebacate (DEHS).

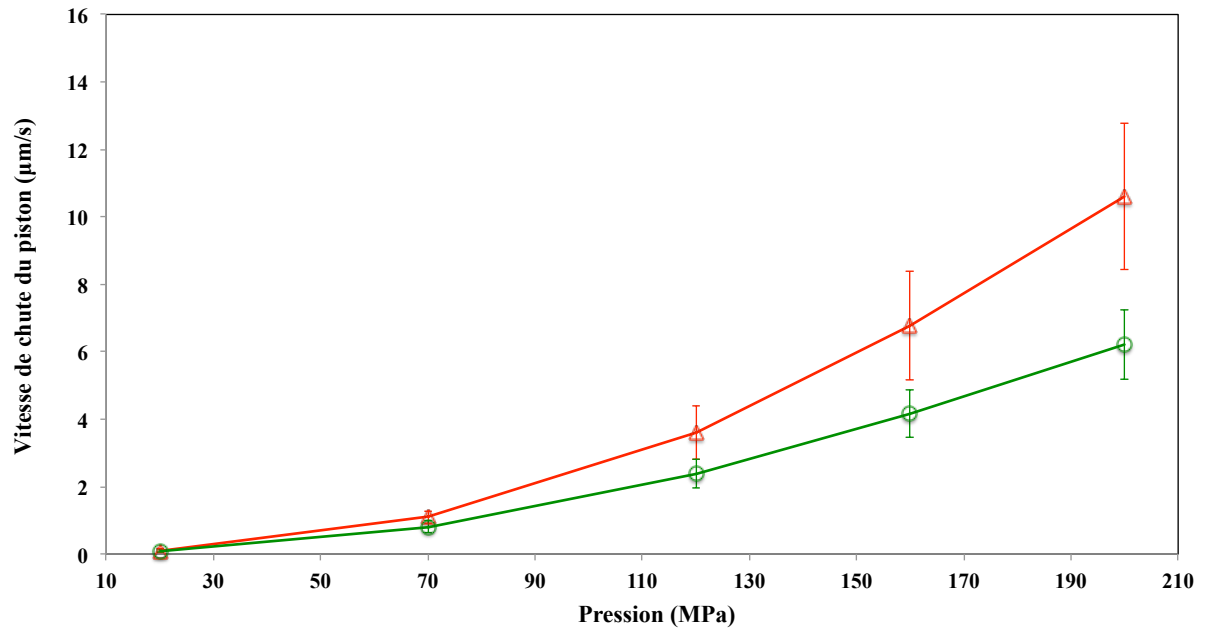


FIGURE 5.1: Mesure (EXP) et calcul numérique (MEF) des vitesses de chute du piston (v_f) et des incertitudes, en fonction de la pression, pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°2, en libre déformation, avec un fluide di(2-hethylhexyl) sebacate (DEHS).

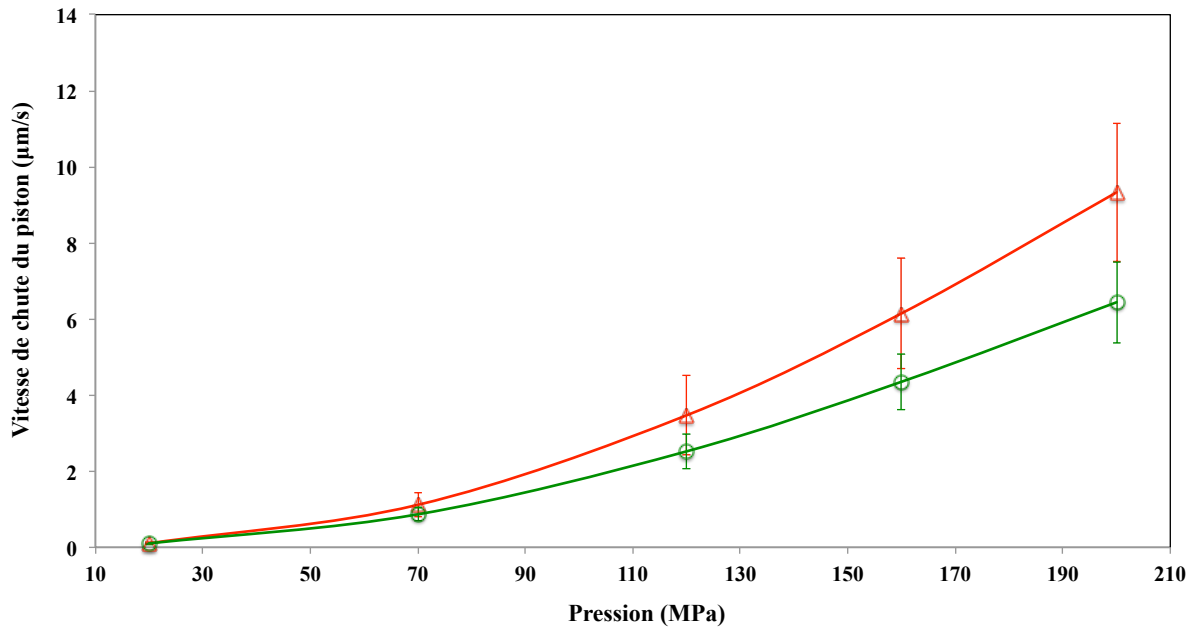


FIGURE 5.2: Mesure (EXP) et calcul numérique (MEF) des vitesses de chute du piston (v_f) et des incertitudes, en fonction de la pression, pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°3, en libre déformation, avec un fluide di(2-hethylhexyl) sebacate (DEHS).

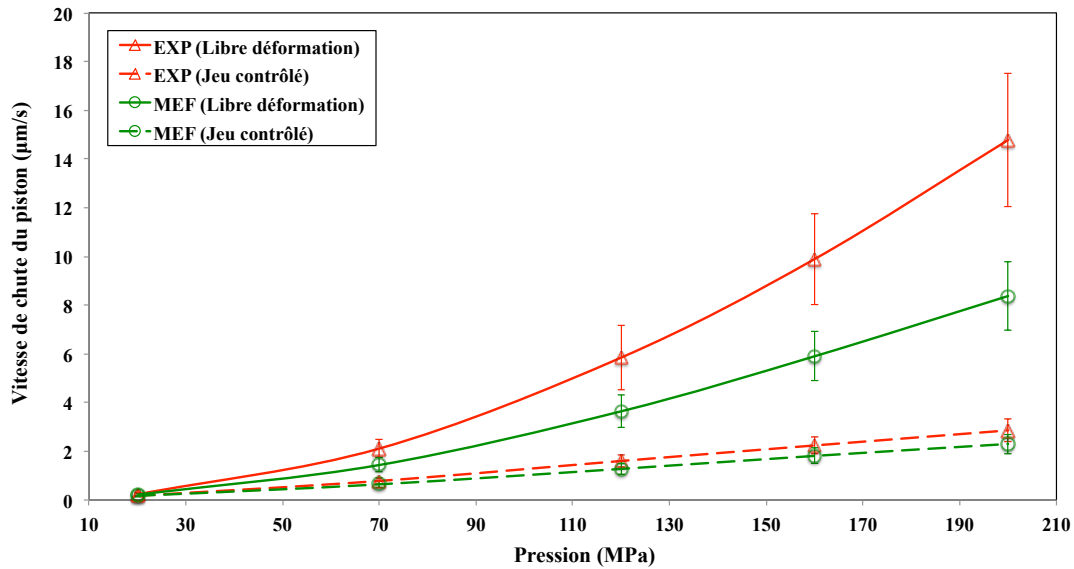


FIGURE 5.3: Mesure (EXP) et calcul numérique (MEF) des vitesses de chute du piston (v_f) et des incertitudes, en fonction de la pression, pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation et en jeu contrôlé, avec un fluide di(2-hethylhexyl) sebacate (DEHS).

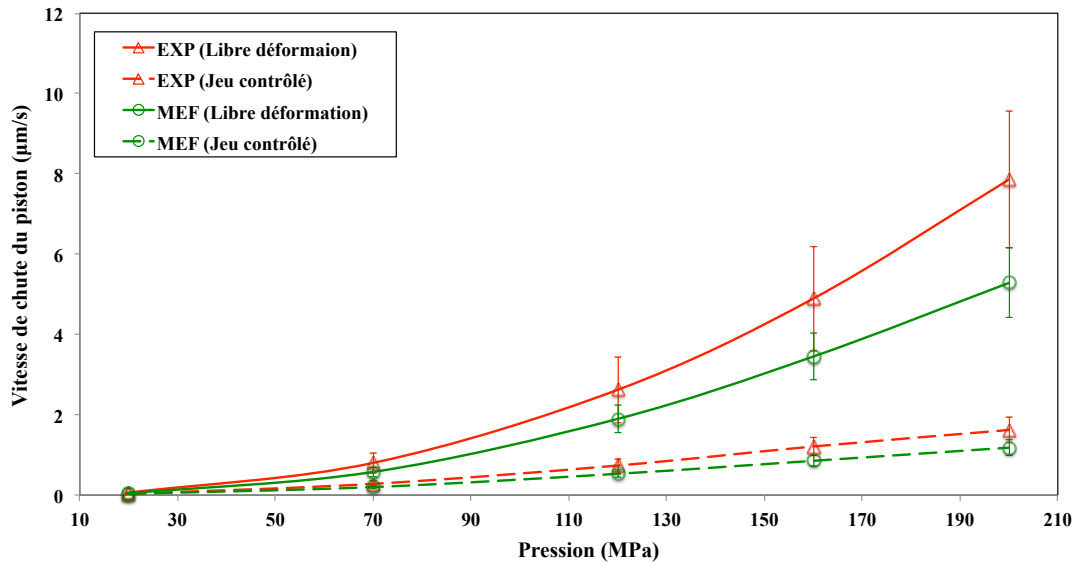


FIGURE 5.4: Mesure (EXP) et calcul numérique (MEF) des vitesses de chute du piston (v_f) et des incertitudes, en fonction de la pression, pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation et en jeu contrôlé, avec un fluide di(2-hethylhexyl) sebacate (DEHS).

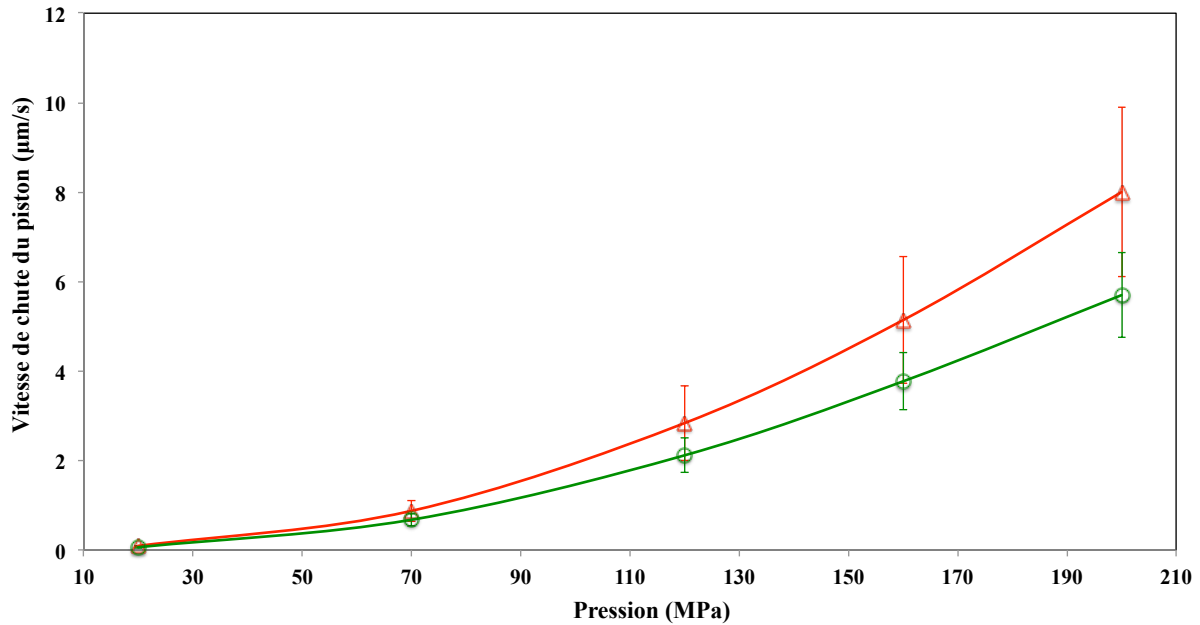


FIGURE 5.5: Mesure (EXP) et calcul numérique (MEF) des vitesses de chute du piston (v_f) et des incertitudes, en fonction de la pression, pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°6, en libre déformation, avec un fluide di(2-hethylhexyl) sebacate (DEHS).

En général, sur les ensembles piston-cylindre 200 MPa, le jeu déformé entre le piston et le cylindre est très petit. Il varie d'environ $0,6 \mu\text{m}$ à $3 \mu\text{m}$ avec la pression (tableaux 3.8, 3.10, 3.12 et 3.14). Selon une étude de Haim H. Bau [62], nous pouvons considérer le jeu entre le piston et le cylindre comme un micro-canal. Nous étudierons dans ces conditions, l'écoulement du fluide afin de mieux comprendre et améliorer la détermination de la vitesse de chute v_f dans nos calculs.

L'écoulement d'un fluide dans un micro-canal est devenu un domaine de recherche important. Il répond à une forte demande dans un certain nombre d'applications industrielles. Les micro-canaux sont utilisés pour de nombreux systèmes tels que les piles à combustible ou les systèmes de refroidissement des composants électroniques. Par conséquent, depuis plusieurs années l'écoulement d'un fluide dans un micro-canal est de plus en plus étudié, ceci afin de comprendre le comportement de l'écoulement et pour confronter la théorie de l'écoulement de Stokes avec les mesures expérimentales [63, 64, 65, 66, 67, 68, 69].

La première étude sur ce sujet a été publiée par Pfahler et al [63] en 1991. Elle présente les mesures du facteur de frottement (ou de viscosité apparente de l'écoulement)

d'un fluide dans un petit canal. Ce canal étant gravé dans du silicium avec des profondeurs allant de $0,5 \mu\text{m}$ à $50 \mu\text{m}$. Les résultats montrent que la résistance au mouvement du fluide est toujours inférieure à celle prédite par la théorie du fluide incompressible basée sur l'écoulement de Stokes. De plus, Pfahler montre que la viscosité apparente du fluide diminue en même temps que la profondeur du canal.

En 2001, les mêmes auteurs [62], mesurent expérimentalement la viscosité apparente de l'alcool isopropylique, de l'huile de silicone et de l'eau distillée s'écoulant dans des micro-canaux de profondeurs allant de $0,5 \mu\text{m}$ à $200 \mu\text{m}$. Les mesures ont indiqué que la viscosité apparente varie de $\pm 20\%$ par rapport à la valeur théorique. Par ailleurs, les résultats ont montré que la viscosité apparente et conventionnelle, sont liées entre elles.

En 2006, José et al [69] ont étudié l'influence de la rugosité sur l'écoulement du fluide au travers des micro-canaux annulaires par la simulation numérique. Les résultats ont montré que les viscosités apparentes ont augmenté sous l'effet de la rugosité. Cependant, les résultats des mesures les plus intéressants sont résumés par J. Judy et al. [66] en 2002. Les résultats sont donnés dans le tableau 5.3, dans lequel nous pouvons remarquer que la différence sur la valeur expérimentale du nombre Poiseuille ($P_{o,exp}$) par rapport à la valeur théorique est liée au fluide utilisé. Elle est également dépendante du diamètre hydraulique (D_h) et du nombre de Reynolds (R_e).

Si nous regardons dans les équations régissant la vitesse du fluide (1.17 à 1.19) et l'équation du débit (1.58), nous constatons que la vitesse de chute v_f est proportionnelle à la viscosité du fluide de transfert. Le tableau 5.3 permet de comprendre le comportement du fluide qui s'écoule dans un petit espace comme celui qui existe entre le piston et cylindre. Les résultats donnés dans ce tableau permettent de mettre en évidence le rôle de la viscosité du fluide dont dépend le nombre de Poiseuille $P_{o,exp}$. Nous allons donc déterminer une viscosité apparente du fluide en fonction de la pression afin de l'intégrer dans nos calculs en lieu de l'équation de viscosité, déterminée par l'équation (1.55). Cette détermination est faite à partir de l'écart entre les mesures en prenant en compte la déformation du piston et du cylindre, et une valeur théorique basée sur l'écoulement de Stokes. Les calculs pour obtenir la viscosité seront effectués selon les hypothèses suivantes :

- la pression maximale est de 200 MPa,
- les écarts entre la vitesse de chute v_f mesurée et le calcul sont compris entre -20 et -40%,

Étude	Matériau de tubes/canaux	D_h (μm)	Fluide	Re	Écart relatif entre le nombre de Poiseuille et l'écoulement théorique de Stokes
Urbanek et al.	Canal silicium	12, 25	1-2 Propanal 1-3 Propanal	-	+ (5-30)% dépendant de la température du fluide
Papautsky et al.	Canal métallique	44,57	Eau	0,001-120	+ (10-20)%
Mala et al.	Silicium	51,169	Eau	0-1500	+ (0-40)%
Pfahler et al.	Canal silicium	0,5-40	Isopropanal Huile silicone	<100	- (0-30)% en fonction de la pression et du diamètre du canal
Yu et al.	Tube annulaire de silice fondue	52	Eau	300-200	-19%
Jiang et al.	Canal silicium	35-120	Eau	1-30	- (50-100)%
Harms et al.	Canal silicium	403	Eau	125-1500	En accord avec la théorie de Stokes
Pfund et al.	Canal silicium	200-900	Eau	40-1300	En accord avec la théorie de Stokes
Webb and Zhang	Canal silicium	133	R-134a	Turbulent	En accord avec la théorie de Stokes
Peng and Peterson	Canal en acier	133-143	Eau	100-3000	$P_{o,exp}$ en fonction du diamètre et du nombre de Reynolds
Peng et al.	Canal en acier	133-367	Eau	100-800	$P_{o,exp}$ en fonction du diamètre et du nombre de Reynolds

TABLE 5.3: Écarts relatifs entre la valeur expérimentale du nombre de Poiseuille ($P_{o,exp}$) et la valeur théorie de l'écoulement de Stokes, pour différents fluides et diamètres hydrauliques, obtenus sur onze études différentes de l'écoulement du fluide dans les micro-tubes et les micro-canaux.

- le jeu déformé entre le piston et le cylindre est d'environ 0,6 μm à 3 μm ,
- le fluide de transfert est le di(2-hethylhexyl) sebacate.

Les équations de conservation de masse, d'énergie et du mouvement appliquées à un volume contrôlé pour un fluide incompressible s'écoulant à travers un canal de section transversale constante conduisent à l'équation de Darcy-Weisbach [70]. La perte de pression (dp) dans un micro-canal non circulaire peut être déterminée par l'équation suivante :

$$dp = f \cdot \frac{Q_m^2}{2\rho_f \cdot A^2} \cdot \frac{dz}{D_h} \quad (5.1)$$

où f est le facteur de Darcy.

Le diamètre hydraulique D_h est lié à la section $A = \pi(R^2 - r^2)$ et au périmètre mouillé $P = 2\pi(R + r)$, défini par :

$$D_h = \frac{4A}{P} \quad (5.2)$$

En utilisant le débit du fluide massique Q_m , le diamètre hydraulique du canal D_h , la viscosité du fluide η et la section du canal A , on obtient le nombre de Reynolds R_e . Il représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Il est défini selon la relation (5.3) :

$$R_e = \frac{Q_m \cdot D_h}{\eta \cdot A} \quad (5.3)$$

Dans des conditions d'écoulement laminaire complètement établi, pour un fluide incompressible et newtonien, le produit du nombre R_e par le facteur f est le nombre de Poiseuille (P_o). Il est défini comme le ratio entre les forces de pression et les forces visqueuses. Il est constant et dépend seulement de la géométrie du canal :

$$P_o = f \cdot R_e = \text{constante} \quad (5.4)$$

D'ailleurs, pour vérifier l'application d'écoulement de Stokes à partir des mesures, nous allons déterminer la valeur expérimentale du nombre de Poiseuille ($P_{o,exp}$) à l'aide de l'équation suivante :

$$P_{o,exp} = f \cdot R_e = \frac{32A^3 \cdot \rho_f}{Q_m \cdot \eta \cdot P^2} \cdot \frac{dp}{dz} \quad (5.5)$$

Dans notre cas, les paramètres dans l'équation (5.5) dépendent de la position z . Donc, la valeur expérimentale du nombre $P_{o,exp}$ en fonction de la coordonnée z , est donnée par l'équation (5.6) :

$$P_{o,exp}(z) = \frac{8h(z)^3 \cdot (R(z) + r(z))}{v_f \cdot \eta(z) \cdot r(z)^2} \cdot \frac{dp(z)}{dz} \quad (5.6)$$

Dans l'équation (5.6), la vitesse de chute v_f est le seul paramètre obtenu avec la mesure. Elle est constante quelque soit z . Les autres termes sont fonction de la coordonnée z . Ils sont obtenus par le calcul numérique effectué par la méthode des éléments finis. La valeur moyenne du nombre $P_{o,exp}$ expérimentale est considérée comme une valeur référence.

Le rapport entre la valeur expérimentale du nombre $P_{o,exp}$ et la valeur théorique du nombre de Poiseuille ($P_{o,th}$) est définie comme le nombre relatif de Poiseuille (C^*) dans l'équation (5.7) :

$$C^* = \frac{P_{o,exp}}{P_{o,th}} \quad (5.7)$$

La valeur théorique du nombre $P_{o,th}$ théorique utilisée pour cette étude est de 96. Cette valeur est prédite par Shah et London en 1978 [71] sur la base de l'écoulement de Stokes. Elle est adaptée pour les sections annulaires concentriques. Cette valeur est également valable si le nombre R_e est très faible, ($R_e \ll 1$), et la largeur du micro-canal est constante sur la longueur du canal.

Dans l'équation (5.7), si le nombre relatif C^* est égal à 1, cela signifie que l'écoulement de Stokes est validé, si non, le nombre $P_{o,th}$ doit être corrigé par rapport aux valeurs expérimentales. Les nombres relatifs C^* en fonction du nombre R_e , ainsi qu'en fonction de la pression sont donnés dans le tableau 5.4, pour les ensembles piston-cylindre 200 MPa.

5.2. ÉTUDE DES ÉCOULEMENTS POUR UN FAIBLE NOMBRE DE REYNOLDS

Pression (MPa)	200MPa N°2 (FD)		200 MPa N°3 (FD)		200 MPa N°4 (FD)		200 MPa N°4 (CC)	
	$R_e (10^{-5})$	C^*	$R_e (10^{-5})$	C^*	$R_e (10^{-5})$	C^*	$R_e (10^{-5})$	C^*
20	1,144	0,896	1,309	0,890	2,966	0,915	2,127	0,912
70	6,651	0,734	7,234	0,778	12,51	0,680	5,196	0,822
120	13,19	0,665	14,07	0,728	21,68	0,623	6,228	0,798
160	17,52	0,614	18,53	0,708	27,17	0,596	6,031	0,808
200	20,63	0,584	21,72	0,693	30,87	0,566	5,340	0,805

Pression (MPa)	200 MPa N°5 (FD)		200 MPa N°5 (CC)		200 MPa N°6 (FD)	
	$R_e (10^{-5})$	C^*	$R_e (10^{-5})$	C^*	$R_e (10^{-5})$	C^*
20	0,6157	0,849	0,6157	0,825	0,8345	0,858
70	4,620	0,719	4,620	0,715	5,499	0,773
120	10,03	0,730	10,03	0,720	11,42	0,746
160	13,81	0,707	13,81	0,705	15,45	0,734
200	16,62	0,675	16,62	0,729	18,41	0,712

TABLE 5.4: Nombre de Reynolds (R_e) et nombre relatif de Poiseuille (C^*), en fonction de la pression, pour les ensembles piston-cylindre 200 MPa, en libre déformation (FD) et en jeu contrôle (CC).

Pour le tableau 5.4, le nombre $P_{o,exp}$ est inférieur au nombre $P_{o,th}$ d'environ -20 à -40%. Ceci est confirmé par l'étude de Pfahler et al. [63] dans laquelle le fluide utilisé possède une masse volumique de 870 kg/m³ et une viscosité de 0,0174 Pa.s à 25°C et à la pression atmosphérique, ainsi qu'un diamètre D_h de 0,5 µm. Ces paramètres sont proches de nos calculs. La figure 5.6 montre le nombre relatif C^* en fonction du nombre R_e pour chaque ensemble piston-cylindre.

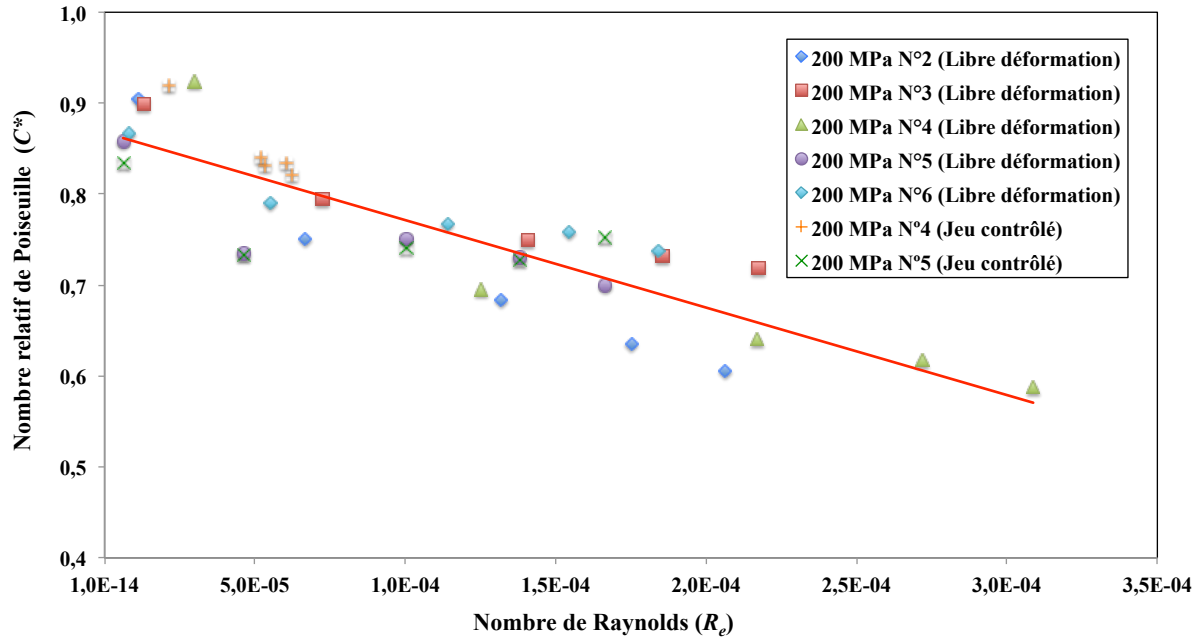


FIGURE 5.6: Nombre relatif de Poiseuille (C^*), en variant fonction du nombre de Reynolds (R_e), pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa, pour les pressions variant de 20 MPa à 200 MPa.

Avec les résultats du tableau 5.4, nous pouvons déterminer le nombre relatif C^* en fonction du nombre R_e par :

$$C^* = -962,0634 \cdot R_e + 0,8543 \quad (5.8)$$

Après avoir appliqué le nombre R_e pour chaque ensemble dans l'équation (5.8), nous pouvons déterminer le nombre relatif C^* en fonction de la pression par :

$$C^* = -9,4302 \cdot 10^{-4} \cdot p + 0,85594 \quad (5.9)$$

La figure 5.7 montre le nombre relatif C^* en fonction de la pression pour chaque ensemble piston-cylindre 200 MPa.

D'après la relation entre le débit et la vitesse du fluide à partir de l'équation (1.58), le nombre relatif C^* peut être représenté selon l'équation suivante :

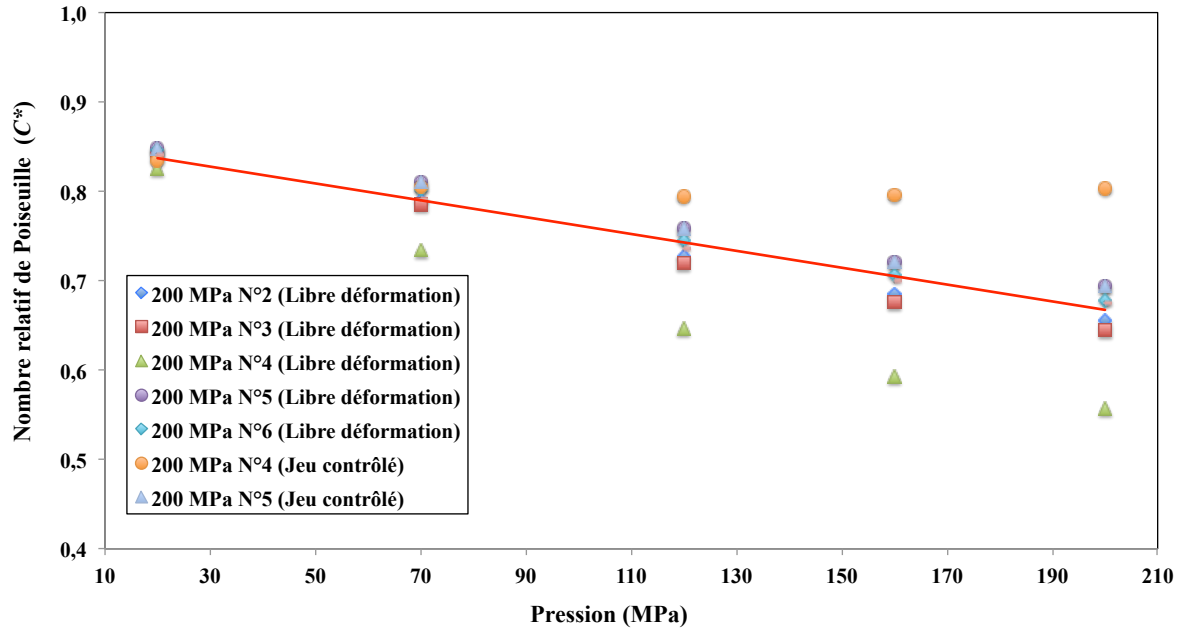


FIGURE 5.7: Nombre relatif de Poiseuille (C^*) en fonction de la pression (p), pour l'ensemble piston-cylindre 200 MPa.

$$C^* = \frac{\eta_a}{\eta_{th}} \quad (5.10)$$

La viscosité apparente (η_a) est utilisée pour interpréter les valeurs expérimentales, elle ne peut pas être définie comme la propriété du fluide de transfert. La viscosité η_{th} , appelé la viscosité conventionnelle, est obtenue par l'équation (1.55).

Après avoir obtenu le nombre C^* donné par l'équation (5.9), nous pouvons donc déterminer la viscosité η_a en fonction de la pression à partir de l'équation (5.10). L'équation de la viscosité η_a en fonction de la pression est donnée selon l'équation (5.11) :

$$\eta_a = 0,018 \cdot 10^{(0,0157 \cdot p^{0,8})} \quad (5.11)$$

L'équation (5.11) est utilisée pour les pressions ne dépassent pas 200 MPa et pour un jeu entre le piston et le cylindre déformé d'environ $0,6 \mu\text{m}$ à $3 \mu\text{m}$. La température du fluide de transfert est de 20°C .

La figure 5.8 représente la viscosité en fonction de la pression obtenue par l'équation (1.55) (viscosité conventionnelle) et par la relation (5.11) (viscosité apparente).

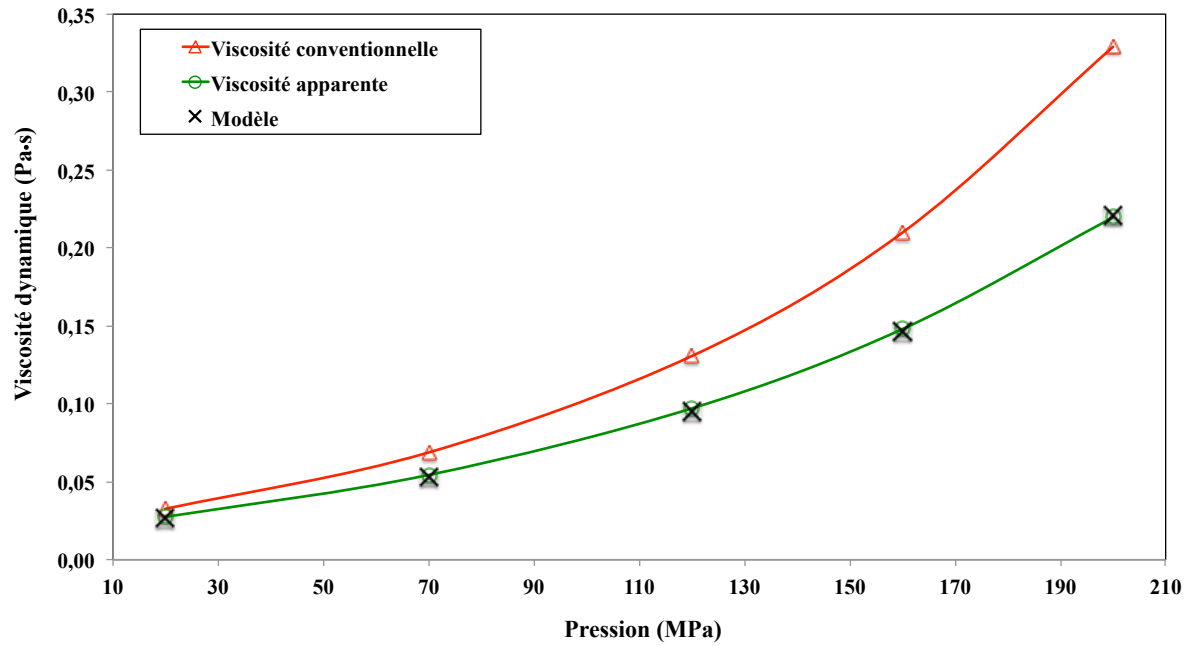


FIGURE 5.8: Viscosité conventionnelle (η_{th}), viscosité apparente (η_a) et modèle de calcul de la viscosité du fluide de transfert en fonction de la pression.

Après avoir intégré la viscosité η_a obtenue par l'équation (5.11) dans nos calculs numériques (MEF), nous pouvons donc déterminer les vitesses de chute v_f en fonction de la pression. Les résultats sont donnés sur le tableau 5.5.

5.2. ÉTUDE DES ÉCOULEMENTS POUR UN FAIBLE NOMBRE DE REYNOLDS

Pression (MPa)	200 MPa N°2 (FD)			200 MPa N°3 (FD)			200 MPa N°4 (FD)		
	EXP ($\mu\text{m/s}$)	MEF ($\mu\text{m/s}$)	Écart (%)	EXP ($\mu\text{m/s}$)	MEF ($\mu\text{m/s}$)	Écart (%)	EXP ($\mu\text{m/s}$)	MEF ($\mu\text{m/s}$)	Écart (%)
20	0,094	0,106	12,6	0,108	0,121	12,1	0,235	0,271	15,0
70	1,097	1,068	-2,7	1,119	1,153	3,0	2,113	1,900	-10,1
120	3,595	3,311	-7,9	3,471	3,495	0,7	5,848	5,021	-14,1
160	6,779	5,950	-12,2	6,150	6,218	1,1	9,893	8,392	-15,2
200	10,617	9,120	-14,1	9,330	9,469	1,5	14,780	12,253	-17,1

Pression (MPa)	200 MPa N°4 (CC)			200 MPa N°5 (FD)			200 MPa N°5 (CC)		
	EXP ($\mu\text{m/s}$)	MEF ($\mu\text{m/s}$)	Écart (%)	EXP ($\mu\text{m/s}$)	MEF ($\mu\text{m/s}$)	Écart (%)	EXP ($\mu\text{m/s}$)	MEF ($\mu\text{m/s}$)	Écart (%)
20	0,170	0,195	14,6	0,054	0,058	7,7	0,032	0,033	5,2
70	0,784	0,856	9,2	0,804	0,769	-4,4	0,281	0,269	-4,4
120	1,603	1,783	11,2	2,623	2,636	0,5	0,738	0,747	1,3
160	2,241	2,618	16,8	4,894	4,945	1,0	1,212	1,245	2,8
200	2,859	3,439	20,3	7,857	7,795	-0,8	1,622	1,783	9,9

Pression (MPa)	200 MPa N°6 (FD)		
	EXP ($\mu\text{m/s}$)	MEF ($\mu\text{m/s}$)	Écart (%)
20	0,082	0,078	-5,1
70	0,876	0,899	2,6
120	2,838	2,937	3,5
160	5,139	5,397	5,0
200	8,001	8,394	4,9

TABLE 5.5: Comparaison des vitesses de chute du piston (v_f), en fonction de la pression, entre les valeurs expérimentales (EXP) et les valeurs obtenues par le calcul numérique (MEF) en prenant compte la viscosité apparente (η_a), sur les ensembles piston-cylindre 200 MPa, en libre déformation (FD) et en jeu contrôle (CC).

Les écarts entre les vitesses de chute v_f obtenues par les mesures et par les calculs numériques en prenant compte la viscosité η_a sont donnés dans le tableau 5.5 pour les ensembles piston-cylindre 200 MPa. Les résultats graphiques sont également représentés dans la figure 5.9.

Après correction de la viscosité η_a du fluide, les vitesses de chute v_f obtenues avec le calcul numérique pour les ensembles 200 MPa N°3, N°5 et N°6 sont en bon accord avec celles obtenues avec la mesure expérimentale. Pour les ensembles 200 MPa N°2 et N°4,

les écarts des vitesses de chute v_f entre la mesure et le calcul numérique sont encore éloignés, mais sont dans les incertitudes élargies obtenues par les deux méthodes. Les sources d'incertitudes géométriques ont fait l'objet du chapitre précédent.

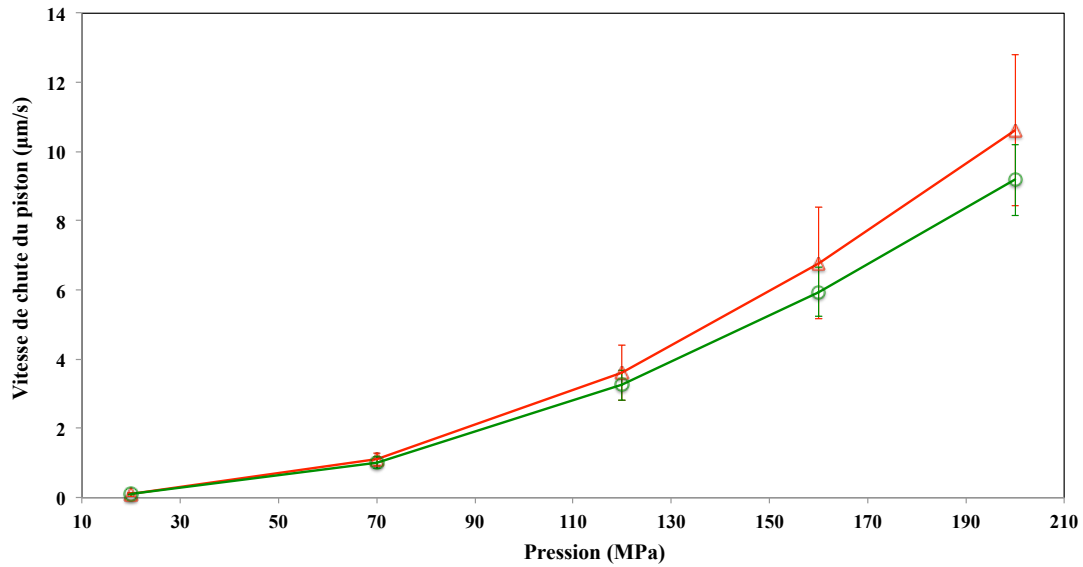


FIGURE 5.9: Mesure (EXP) et calcul numérique (MEF) en prenant compte la viscosité apparente (η_a) des vitesses de chute du piston (v_f) et des incertitudes, en fonction de la pression, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°2, en libre déformation.

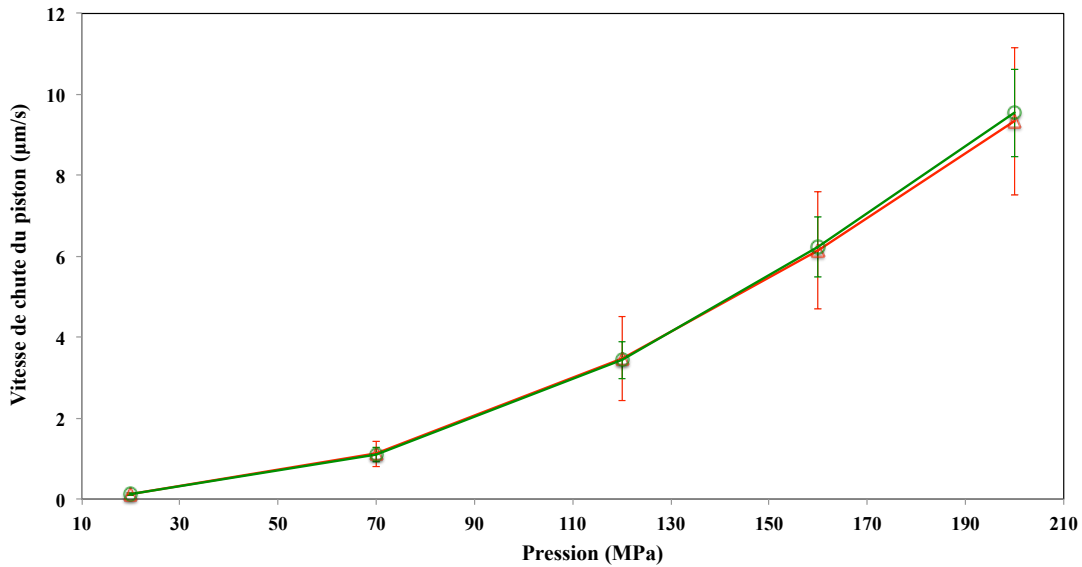


FIGURE 5.10: Mesure (EXP) et calcul numérique (MEF) en prenant compte la viscosité apparente (η_a) des vitesses de chute du piston (v_f) et des incertitudes, en fonction de la pression, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°3, en libre déformation.

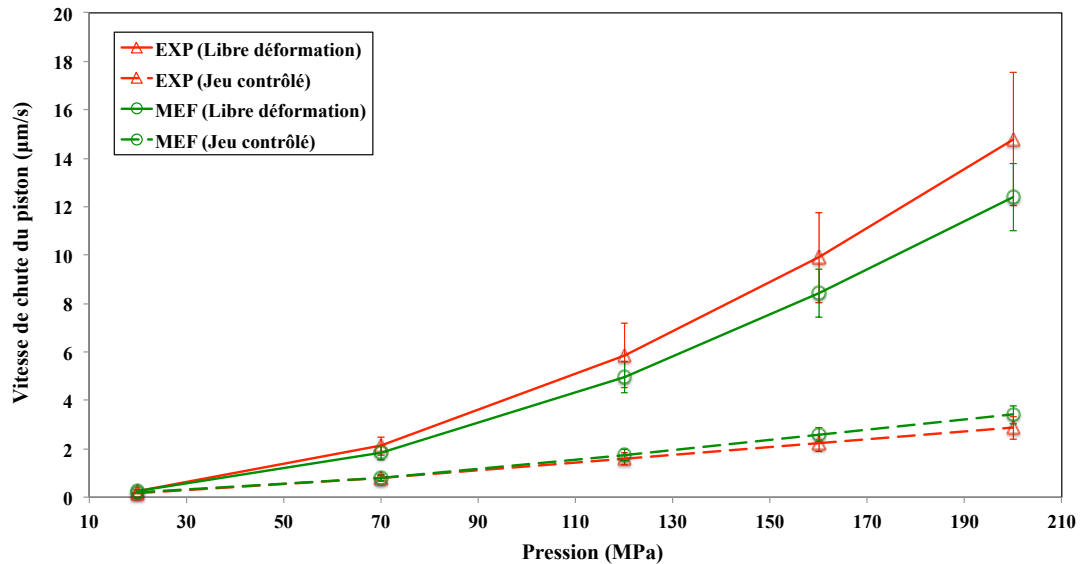


FIGURE 5.11: Mesure (EXP) et calcul numérique (MEF) en prenant compte la viscosité apparente (η_a) des vitesses de chute du piston (v_f) et des incertitudes, en fonction de la pression, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°4, en libre déformation et en jeu contrôlé.

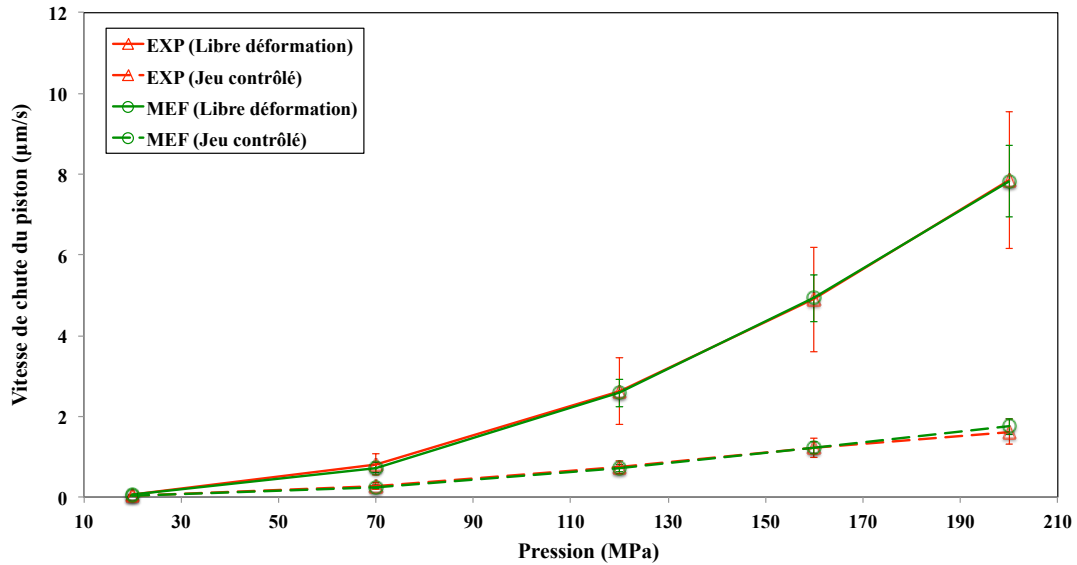


FIGURE 5.12: Mesure (EXP) et calcul numérique (MEF) en prenant compte la viscosité apparente (η_a) des vitesses de chute du piston (v_f) et des incertitudes en fonction de la pression, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5, en libre déformation et en jeu contrôlé.

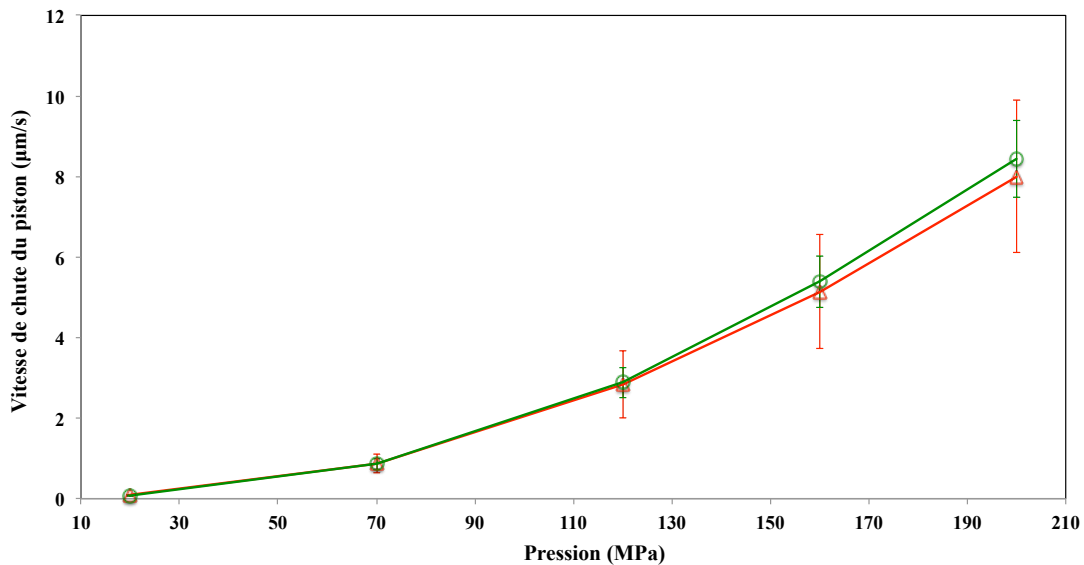


FIGURE 5.13: Mesure (EXP) et calcul numérique (MEF) en prenant compte la viscosité apparente (η_a) des vitesses de chute du piston (v_f) et des incertitudes, en fonction de la pression, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°6, en libre déformation.

5.3 Conclusions

Cette étude a montré que les calculs numériques basés sur l'équation de Navier-Stokes pour déterminer la vitesse de chute v_f donnent des résultats qui sont toujours inférieurs aux mesures. Ce chapitre montre que l'écart est explicable par la prise en compte des particularités de l'écoulement du fluide dans le micro-canal, où le nombre de Poiseuille n'est pas conventionnel. Dans notre cas, les nombres relatifs de Poiseuille ($P_{o,exp}/P_{o,th}$) sont toujours inférieurs à 1 ($C^* < 1$). Par ailleurs, les différences entre les vitesses de chute v_f obtenues par les mesures et les calculs dépendent de la pression du travail.

Afin de diminuer les écarts sur la vitesse de chute v_f entre les mesures et les calculs, il est possible de considérer la viscosité apparente η_a . Elle est obtenue par la corrélation entre les mesures et la théorie de l'écoulement de Stokes. Après la prise en compte de la viscosité η_a dans nos calculs numériques, les écarts sur la vitesse de chute v_f obtenue ont diminué fortement. Les différences restantes sont dans l'incertitude générale liée aux paramètres étudiés dans les chapitre précédents.

La viscosité apparente η_a peut être utilisée avec l'hypothèse que le jeu entre le piston et le cylindre peut être considéré comme un micro-canal. Il reste à pousser plus en amont l'étude sur les phénomènes à l'origine de ce fait.

Conclusions et perspectives

Conclusions

La balance de pression est un instrument largement utilisé comme étalon primaire dans les laboratoires nationaux de métrologies. Ces instruments sont principalement caractérisés par leurs sections effectives à pression nulle S_0 et par leurs coefficients de déformation avec la pression λ . Ce coefficient a depuis de nombreuses années fait l'objet de multiples recherches pour améliorer sa détermination. Les principales méthodes sont celles présentées par Dadson en 1964 et Heydemann en 1975. Ces méthodes reposent essentiellement sur l'expérimentation. Avec les projets Euromet 256 et 463, nous avons vu apparaître des méthodes de simulation numérique adaptée aux ensembles piston-cylindre. Ces méthodes ont mis en évidence des incohérences entre le calcul et l'expérimentation sur les valeurs des vitesses de chute des pistons v_f . Les vitesses de chute sont des paramètres importants, même si elles n'interviennent pas directement dans le calcul de la pression, elles sont cependant indispensables pour observer l'équilibre entre deux balances. Elles sont aussi à la base même de la définition des sections effectives et par conséquent du coefficient de déformation. C'est pourquoi nous nous sommes intéressé à l'étude des écoulements du fluide dans le jeu d'un ensemble piston-cylindre en vue d'optimiser les coefficients de déformation.

Ce travail est à la fois basé sur une contribution des mesures expérimentales et des calculs numériques sur les coefficients λ et les vitesses de chute v_f . La balance de pression utilisée pour cette étude appartient au Laboratoire National de Métrologie et d'Essais (LNE). Aussi, les détails d'utilisation de la méthode des éléments finis (MEF) par le logiciel ANSYS Parametric Design Language (APDL) ont été présentés. Les ensembles piston-cylindre 50 MPa, 200 MPa et 1 GPa ont été étudiés. Les modes de fonctionnement en libre déformation et en jeu contrôlé, sont choisis pour ces études. L'huile

di(2-hethylhexyl) sebacate est utilisée comme fluide de transfert dans nos balances de pression. Les matériaux de pistons et de cylindres sont le carbure de tungstène, et la frette de l'ensemble 1 GPa est en acier.

Les mesures expérimentales ont débuté par les mesures des vitesses de chute v_f . Puis nous avons fait des comparaisons directes entre deux balances de pression à basse pression afin de déterminer les rayons du piston et du cylindre. Ces rayons ont permis de mettre en œuvre la procédure du calcul numérique. Les mesures des vitesses de chute v_f , les comparaisons par la méthode des variations de la contre-pression, ainsi que les comparaisons directes à haute pression ont ensuite été étudiées et les comparaisons faites avec les calculs numériques.

Ce travail se concentre sur la vitesse de chute v_f déterminée par le calcul numérique selon plusieurs hypothèses, telles que les systèmes coordonnées, les conditions d'adhérence au niveau de la paroi du piston, les influences des géométries et des propriétés du fluide de transfert. Ceci permet de comprendre et faire corrélérer avec les mesures. Dans cette étude, la méthode des éléments finis a été choisie pour déterminer la déformation du piston et du cylindre. Cette méthode est adaptée pour considérer la complexité de la géométrie des ensembles. Elle est également une méthode très utile pour caractériser la balance de pression.

Les études du coefficient λ et de la vitesse de chute v_f par les calculs numériques considèrent les cinq différentes questions suivantes :

- l'écoulement du fluide dans l'espace annulaire compris entre le piston et le cylindre est représenté dans deux systèmes de coordonnées cartésien et cylindrique. Le jeu est idéal. La vitesse de chute du piston est à considérer ou pas ?
- la géométrie réelle du jeu entre le piston et le cylindre obtenue par les mesures dimensionnelles doit elle-être prise en compte ?
- l'effet du jeu à l'entrée et à la sortie ainsi que l'effet de la forme du jeu sont-ils significatifs ?
- l'effet de la propriété du fluide de transfert est-il important ?
- les spécificités de l'écoulement du fluide en micro-canal doivent-elles être prises en considération ?

De plus, les incertitudes ont été évaluées à la fois par la mesure et le calcul pour déterminer les composantes importantes sur les coefficients λ , et particulièrement sur les vitesses de chute v_f .

Un certain nombre de ces questions a été résolu durant ces travaux pour comprendre la différence entre la mesure et le calcul numérique sur le coefficient λ , et particulièrement la vitesse de chute v_f . Les conclusions principales sur les résultats des calculs rapportés dans ce travail peuvent être résumées ci-dessous :

- les modèles de l'écoulement du fluide et les conditions de chute du piston ne sont pas suffisantes pour expliquer la différence entre les mesures et les calculs sur les coefficients λ et les vitesses de chute v_f ,
- les jeux réel et idéal entre le piston et le cylindre ont une grande importance sur le calcul des coefficients λ . Cependant ils n'apportent pas de modifications suffisantes pour expliquer les différences sur le calcul des vitesses de chute v_f ,
- la prise en compte des jeux à l'entrée et à la sortie de la longueur d'engagement n'ont pas réduit les écarts entre les mesures et les calculs sur le coefficient λ et la vitesse de chute v_f ,
- les propriétés de matériaux et les défauts géométriques du piston et du cylindre donnent le plus l'effet sur le coefficient λ ; la masse volumique et la viscosité du fluide n'ont aucun effet sur le coefficient λ ,
- l'effet le plus marquant sur la vitesse de chute v_f est lié à l'espace entre le piston et le cylindre,
- l'influence de la viscosité du fluide de transfert est également plus marquée sur la vitesse de chute du piston. De plus, le profil de la vitesse de chute du piston est de la même allure que celui observé pour les valeurs expérimentales.

Les vitesses de chute v_f de l'ensemble piston-cylindre, basées sur la mesure expérimentale et le calcul numérique montrent que les calculs numériques effectués en utilisant l'équation de Navier-Stokes sont toujours inférieurs aux mesures d'environ -30 à -40%. On pourrait noter que la théorie de l'écoulement du fluide basé sur l'écoulement de Navier-Stokes n'est pas suffisamment adaptée pour l'écoulement dans un petit espace ou un micro-canal comme nos ensembles piston-cylindre.

Les écarts entre les mesures et les calculs numériques sont liés au nombre de Reynolds (Re) et aussi à la pression appliquée dans le jeu entre le piston et le cylindre. Pour diminuer ces écarts, cette étude suggérerait de prendre en compte la viscosité apparente au lieu de la viscosité conventionnelle. Après avoir considéré la viscosité apparente dans nos calculs, pour une pression de 200 MPa, l'écart entre la vitesse de chute v_f obtenue

par la mesure et le calcul est rapporté de -33 à -0,8%, sur l'ensemble piston-cylindre 200 MPa N°5 en libre déformation. Il l'est de -27% à +10% dans le cas du jeu contrôlé.

Une autre possibilité pour expliquer les écarts entre les mesures et les calculs pourrait trouver sa cause dans une éventuelle fuite du fluide de transfert dans nos ensembles, au niveau des joints toriques d'étanchéité. Les fuites pourraient également être dues à la vanne située au-dessous de l'ensemble qui pourrait ne pas être parfaitement étanche à haute pression. Nous ne pouvons pas intégrer la fuite du fluide dans nos estimations de l'incertitude.

Perspectives

Pour être plus proche des conditions réelles d'utilisation d'une balance et pour améliorer notre compréhension sur l'écart entre les mesures et les calculs des coefficients λ et particulièrement des vitesses de chute v_f , on propose les perspectives suivantes :

- Étudier l'écoulement du fluide et la forme du piston et du cylindre en tridimensionnels (3D),
- Résoudre simultanément l'interaction entre les problèmes d'écoulement et de structure,
- Étudier l'effet de la rotation du piston sur les mesures des vitesses de chute v_f .

Annexe

Curriculum Vitae

Padipat WONGTHEP

▪ Thaïlandais ▪ née 24 Février 1974 ▪ 54 Rue des Grands Moulins Paris 75014, France ▪ +33 (0)6 59 69 93 01 ▪ patipat@nimt.or.th

FORMATIONS :

- Arts et Métiers Paristech, Paris, France (2009-présent) : Doctorat étudiant de mécanique
- Centre Universitaire d'Etudes Françaises, Grenoble, France (2008-2009) : Langue française et programme culturel
- Srinakharinwirot Université (Coopération avec l'école Royale militaire thaïlandaise, Nakhonnayok, Thaïlande (2004-2007) : Master de génie mécanique
- King Mongkut Institut de Technologie Thonburi, Bangkok, Thaïlande (1994-1998) : Baccalauréat de génie mécanique

FORMATIONS COMPLEMENTAIRES/ SEMINAIRES :

- Métrologie des pressions appliquée aux besoins industriels-LNE, France, 13 - 16 novembre 2012
- Métrologie des pressions appliquée aux laboratoires d'étalonnage-LNE, France, 20 - 23 mars 2012
- Caractérisation des balances de pression en jeu contrôlé-NMIJ, Japon, 8 - 14 avril 2007

- Calcul des sections effectives de l'ensemble piston-cylindre-PTB, Allemagne, 7 - 15 mai 2005
- Mesure des hautes pressions-WIKA, Allemagne 12 juin - 11 juillet 2003
- Mesure des hautes pressions-PTB, Allemagne 5 mai - 11 juin 2003
- Mesure des hautes pressions-Endress+Hauser, Allemagne 5 avril - 4 mai 2003
- Métrologie des pressions-DH Budenberg, France, 18 - 22 fév. 2002
- Théorie, Calibration et Application des Balances de Pression de référence-DH Instrument, Inc., Tempe, Arizona, Etats-Unis, 10 - 14 avril 2000

EXPERIENCES :

- Métrologue au Laboratoire de Pression-Vide, Institut National de Métrologie thaïlandaise (sep. 1998 – présent)
- Métrologue au Laboratoire de Pression-Vide, Laboratoire National de Métrologie et d'Essais, France (mars 2008 – présent) dans le cadre du Doctorat de mécanique

DIFFUSIONS / PUBLICATIONS (2009-2013) :

1. Caractérisation métrologique d'une nouvelle référence de pression relative dans le domaine de 1,5 à 50 MPa

T. Rabault, W. Padipat, D. Bentouati

Congrès international de Métrologie, Paris, 2013

Résumé

La nouvelle référence de pression relative dans le domaine de 1,5 à 50 MPa est définie à partir de trois ensembles piston-cylindres (EPC). Ces ensembles de 50 kPa/kg (15,8 mm de diamètre) peuvent être utilisés en jeu contrôlé et sont adaptés pour être montés sur les balances de référence haute pression d'huile, équipées chacune d'un ensemble de masses de 1000 kg. La section effective du premier EPC a été déterminée par des mesures dimensionnelles avec une incertitude relative élargie ($k=2$) estimée

à $1,0 \times 10^{-5}$, puis comparée aux autres ensembles. Par ailleurs, les résultats dimensionnels ont été confirmés à basse pression par comparaison directe avec la référence de 1 MPa. Les coefficients de déformation des ensembles piston-cylindre ont été déterminés expérimentalement avec un ensemble 200 MPa, et comparés aux valeurs théoriques calculées par la méthode des éléments finis (MEF). Le bilan d'incertitude sur la mesure de pression pour cette référence est présentée. L'incertitude élargie est estimée à $15 \text{ Pa} + 1,2 \times 10^{-5} \times p$.

2. A new model of fluid flow to determine pressure balance characteristics

P. Wongthep, T. Rabault, R. Noguera and C. Sarraf

Metrologia **50** (2013) 153–157

Proceeding of the “5th CCM international conference on pressure and vacuum metrology” and the “4th international conference IMEKO TC 16” Berlin, May 2-5, 2011, 270-273

Abstract

Some projects such as the EUROMET project 463 have underlined the lack of agreement between experimental measurements and calculations by the finite element method (FEM), used to determine the piston fall rate of a high-pressure balance used in primary standards. This is significant because the piston fall rate is an essential parameter to characterize experimentally the mean gap between the piston and the cylinder and to determine the effective area (A_p) at each pressure (p) point. By improving the method used to estimate the piston fall rate it is possible to improve the determination of the gap, the effective area and consequently the pressure distortion coefficient. One possible cause of the lack of agreement between the calculated and measured piston fall rates could be inappropriate modelling of the fluid flow. In fact, the former quasi-1D Stokes model assimilates the gap between the piston and the cylinder as formed by two parallel walls, which is an approximation. In addition, the velocity of the piston wall was neglected. In order to evaluate the influence of this model, the equations of the fluid flow are modified and are presented in this paper. Equations that were defined in a parallel-plane model are defined in an annular gap model. In addition to this, corrections due to the velocity of the piston wall are inserted. This research work is applied on a Desgranges et Huot DH 7594 piston–cylinder unit of PTB with a pressure up to 1 GPa, in the continuity of the EUROMET project 463 in order to quantify the influence

of each correction that has been inserted in the new equations. This is carried out using the FEM. This analysis will allow us to evaluate the improvement of our knowledge of the behaviour of piston gauges and consequently to better evaluate the uncertainties due to the models.

3. Numerical investigation of the real and ideal gap profiles in the calculation of the pressure distortion coefficient and piston fall rate of an LNE 200MPa pressure balance

P Wongthep, T Rabault, R Noguera and C Sarraf

Metrologia **50** (2013) 180–186

Abstract

This paper aims to investigate, by means of numerical simulation, the effect of gap profiles on the calculation of the pressure distortion coefficient (λ) and the piston fall rate (v_f) of two piston–cylinder units used in a Laboratoire National de Métrologie et d’Essais (LNE) 200MPa pressure balance. The ideal mean gap width between the piston and the cylinder was obtained after measuring the piston fall rate at a low pressure, while the piston radius was obtained from the cross-float experiments at a low pressure. The real gap width was obtained from dimensional measurements by measuring the diameter and straightness of the piston and the cylinder. The piston and cylinder radial distortions were calculated using the finite element method. The pressure distribution in the gap was calculated on the basis of the Navier–Stokes equation for Newtonian viscous flow. The results such as pressure distributions, radial distortions, the pressure distortion coefficient and the piston fall rate were presented for the free-deformation operating mode of the assemblies. The calculation resulted in ideal and real gap profiles indicating that the average pressure distortion coefficient was in good agreement within $0.017 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$ and the calculations of piston fall rate depended on the gap profile especially at the inlet and outlet zones of the engagement length.

4. FEA calculation of pressure distortion coefficients of gas-operated pressure balances – EURAMET project 1039

W. Sabuga, T. Priruenrom, G. Molinar Min Beciet, G. Giovinco, T. Rabault, P. Wongthep, D. Pražák

Measurement 45 (2012) 2464-2468

Abstract

Finite element analysis methods were developed and applied to gas piston–cylinder units (PCUs) of piston- and cylinder-floating configuration (2, 5, 10 and 20) cm² nominal effective area, operated in gauge and absolute mode at pressures (0.06–7.5) MPa to determine their zero pressure and pressure-dependent effective areas, as well as pressure distortion coefficients (λ) with associated uncertainties. Real dimensional properties of the PCUs were used. λ were found to be independent of gas (ideal, N₂, He) within the viscous flow model, but strongly dependent on the gap shape, operation mode and elastic properties. Results demonstrate good agreement for λ , with its uncertainty for different PCUs varying between $(0.03 \text{ and } 0.21) \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$ corresponding to maximum relative uncertainties in pressure of $(0.07\text{--}0.34) \times 10^{-6}$.

Bibliographie

- [1] Bureau international des poids et mesures (BIPM) : Vocabulaire international de métrologie-Concepts fondamentaux et généraux et termes associés (VIM), 2008.
- [2] Jean-Claude LEGRAS : Étude métrologique d'une référence de pression dans le domaine de 5 à 200 MPa. Mémoire de D.E.A., CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS PARIS, 1978.
- [3] Sauveur SALCEDO : Chain d'étalonnage de pression entre 0,01 et 200 MPa. Mémoire de D.E.A., CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS PARIS, JUIN 1988.
- [4] G. Robinson G. MOLINAR, W. Sabuga et J. C. LEGRAS : Comparison of methods for calculating distortion in pressure balances up to 400 MPa-EUROMET project 256. 35:739–759, 1998.
- [5] G. Buonanno T. Esward J. C. Legras W. SABUGA, G. Molinar et L. YAGMUR : Finite element method used for calculation of the distortion coefficient and associated uncertainty of a PTB 1 GPa pressure balance-EUROMET project 463. 43:311–325, 2006.
- [6] Vincent FIORI : Étude d'un écoulement fluide dans une balance de pression (couplage éléments finis/équation de reynolds). Rapport technique, 2000.
- [7] G. F. MOLINAR : Pressure balance in the new technological scenery : The piston gauge in liquid media up to 1 GPa. *Metrologia*, 30:615–623, 1993/1994.
- [8] HEYDEMANN P. L. M. et WELCH B. E. : Experiment thermodynamics (pressure measurements III : Piston gauge). 2:147–202, 1975.

- [9] Robert S. Dadson ; Sylvia L. LEWIS et Graham N. PEGGS : *The Pressure Balance : Theory and Practice*. LONDON :HMSO, 1982.
- [10] LEGRAS J. C. : *LA MESURE DES PRESSIONS STATIQUE*. 1986.
- [11] CSIRO DIVISION OF APPLIED PHYSICS : *COURSE ON PRESSURE MEASUREMENT*. NML SYDNEY, 1986.
- [12] Bureau international des poids et mesures (BIPM) : *Le système international d'unités (SI)*, 2006.
- [13] G. Giovinco G. BUONANNO, G. Ficco et G. Molinar Min BECIET : *TEN YEARS OF EXPERIENCE IN MODELLING PRESSURE BALANCES IN LIQUID MEDIA UP TO FEW GPA*. Collana scientifica della Facoltà di Ingegneria_02, Università di Cassino, 2007.
- [14] Yavorski B et Detlaf A : *Aide-mémoire de physique*. Moscow : Mir, 3 édition, 1975.
- [15] T. Beléndez J. J Rodes C. NEIPP, A. Hernández et A. BELÉNDEZ : Three approaches to calculating the velocity profile of a laminar incompressible fluid flow in a hollow tube. *American Journal of Physics*, 71:46–48, 2003.
- [16] E. Jochemsz J. Molenaar T. J. J ; Mussche M. A. Peletier E. R. FLEDDERUS, R. W. van der Hofstad et G. PROKERT, éditeurs. *MEASURE UNDER PRESSURE*, Eindhoven, Februry 2006. European Study Group with Industry.
- [17] Physikalisch-Technischen Bundesanstalt Braunschweig und BERLIN, éditeur. *New Model Of Fluid Flow To Determine Pressure Balance Characteristics*. PTB, PTB-Mitteilungen, May 2011.
- [18] R Noguera P WONGTHEP, T Rabault et C SARRAF : A new model of fluid flow to determine pressure balance characteristics. *Metrologia*, 50:153–157, 2013.
- [19] M Dell'Isola G BUONANNO et R MAGHENZANI : Finite element analysis of pressure distortion coefficient and piston fall rate in a simple pressure balance. *Metrologia*, 36:579–584, 1999.
- [20] International Measurement CONFEDERATION, éditeur. *Design and characterisation of a double-piston pressure balance in high pressure*, Dubrovnik Croatia, June 2003. IMEKO.

- [21] S.P. TIMOSHENKO : *Résistance des matériaux*. Dunod, 1968.
- [22] ASME : Viscosity and density of over 40 lubricating fluids of known composition at pressures to 150000 psi and temperature to 425°F. *ASME report*, 1953.
- [23] Vergne P. : New high pressure viscosity measurements on di(2-ethylhexyl) sebacate and comparison with previous data. *High Temp.-High Press.*, 22:613–621, 1990.
- [24] Ph. VERGNE : Determination of dynamic viscosity and density versus pressure of the di 2 ethyl hexyl sebacate. Rapport technique, INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON, 1990.
- [25] Molinar G. F. : Density and dynamic viscosity versus pressure up to 1 GPa, for the di(2)-ethyl-hexyl-sebacate fluid at 20°C. *Rapporto Tecnico Interno R 486 CNR-IMGC*, 1998.
- [26] NATIONAL INSTRUMENTS : *Overview of Curve Fitting Models and Methodes in Labview*, July 2009.
- [27] D.DOWSON et G.R.HIGGINSON : *ELASTO-HYDRODYNAMIC LUBRICATION*. PERGAMON, 1977.
- [28] Association Française de NORMALISATION : Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure, Août 1999.
- [29] W. Padipat T. RABULT et D. BENTOUATI : Caractérisation métrologique d'une nouvelle référence de pression relative dans le domaine de 1,5 à 50 MPa. *In INTERNATIONAL CONGRESS OF METROLOGY*, 2013.
- [30] European Association of NATION METROLOGY INSTITUTES : Calibration of pressure balance, March 2011.
- [31] M P Fitzgerald C M SUTTON et W GIARDINI : A methode of analysis for cross-floats between pressure balance. *Metrologia*, 42:212–215, 2005.
- [32] J. C. LEGRAS : Détermination de la section effective d'une balance de transfert par la méthode d'accroissement de masse. Rapport technique, Laboratoire National de Métrologie et d'Essais, 2005.
- [33] LE BUREAU DE NORMALISATION DE L'AERONAUTIQUE DE L'ESPACE : Estimation des incertitudes sur les mesures de pression, Novembre 1997.

- [34] ISO/CEI : Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure (GUM :1995), 2008.
- [35] P. L. M. HEYDEMANN et B. E. WELCH : Pressure measurements iii : Piston gages. *International union of pure and applied chemistry*, 2:147–202, 1975.
- [36] C. Ehrlich G. F. MOLINAR, P. C. Cresto et J. HOUCK : Elastic distortion calculation on a special piston gauge (PG27) up to 28 MPa in different operational modes. *Metrologia*, 30:635–640, 1993/1994.
- [37] J K L MAN : Establishment of an australian high pressure standard. *Metrologia*, 42:169–172, 2005.
- [38] A K BANDYOPADHYAY et Douglas A OLSON : Characterization of a compact 200 MPa controlled clearance piston gauge as a primary pressure standard using the heydemann and welch methode. *Metrologia*, 43:573–582, 2006.
- [39] International Measurement CONFEDERATION, éditeur. *Precise determination of the jacket pressure coefficient of controlled-clearance pressure balance*, November 2007.
- [40] V K Gupta SANJAY YADAV, Om Prakash et A K BANDYOPADHYAY : The effect of pressure transmitting fluids in the characterization of a controlled clearance piston gauge up to 1 GPa. *Metrologia*, 44:222–233, 2007.
- [41] Kazunori Ide HIROAKI KAJIKAWA et Tokihiko KOBATA : Methods of precise estimating the jacket pressure coefficient of controlled-clearance piston-cylinders at pressures up to 1 GPa. *Metrologia*, 48:352–358, 2011.
- [42] R. G. P. GREIG R. S. DADSON et ANGELA HORNER : Developments in the accurate measurement of high pressure. *Metrologia*, 1:55–67, 1965.
- [43] Thierry RABAULT et Jean-Claude LEGRAS : Calculation of the pressure distortion coefficient and uncertainty budget of the BNM/LNE 200MPa national standard. *Metrologia*, 42:S246–S249, 2005.
- [44] Thierry RABAULT : Calcul de la section effective à partir de la méthode des débits de fuite. Rapport technique, Laboratoire National de Métrologie et d'Essais, 2002.
- [45] C. M. Sutton M. P. FITZGERALD et D. G. JACK : Design of a pressure balance with a small and calculable change of area with pressure. *Metrologia*, 36:571–573, 1999.

- [46] Giorgio Buonanno Trevor Esward Thierry Rabault WLADIMIR SABUGA, Gianfranco Molinar et Levent YAGMUR : Calculation of the distortion coefficient and associated uncertainty of PTB and LNE 1 GPa pressure balance using finite element analysis-EUROMET project 463. *Metrologia*, 42:202–206, 2005.
- [47] G Giovinco P Delajoud G MOLINAR, G Buonanno et R HAINES : Effective of finite element calculation methodes (FEM) on high performance pressure balances in liquid media up to 200 MPa. *Metrologia*, 42:207–211, 2005.
- [48] Sanjay Yadav SUGANDHA DOGRA et A. K. BANDYOPADHYAY : Computer simulation of a 1.0 GPa piston-cylinder assembly using finite element analysis (FEA). *Measurement*, 43:1345–1354, 2010.
- [49] LARRY J. SEGERLING : *APPLIED FINITE ELEMENT ANALYSIS*. JOHN WILEY AND SONS, 1984.
- [50] Young W. KWON et Hyochoong BANG : *The Finite Element Methode*. CRC Press, 2000.
- [51] John SWANSON : Programming in ANSYS-APDL. Rapport technique, ANSYS, 2006.
- [52] ANSYS INC : *Programmer's Manual for Mechanical APDL*. ANSYS Inc., R 12.1 édition, November 2009.
- [53] G. Molinar Min Beciet G. Giovinco T. Rabault P. Wongthep W. SABUGA, T. Priuenrom et D. PRAŽÁK : FEA calculation of pressure distortion coefficients of gas-operated pressure balances-EUROMET project 1039. *Measurement*, 45:2464–2468, 2012.
- [54] T.J. ESWARD : Finite element modelling of oil-operated piston-cylinder pressure balances : Determining uncertainties in distortion coefficient predictions using the finite element method. Rapport technique ISSN 1369-6785, Centre for Mechanical and Acoustical Metrology National Physical Laboratory, 2002.
- [55] T. J ESWARD et L. WRIGHT : Deriving uncertainties when using simulation in metrology. Rapport technique, National Physical Laboratory, 2007.
- [56] R Noguera P WONGTHEP, T Rabault et C SARRAF : Numerical investigation of the real and ideal gap pprofile in the calculation of the pressure distortion coefficient

- and piston fall rate of an LNE 200 MPa pressure balance. *Metrologia*, 50:180–186, 2013.
- [57] W Sabuga P Otal G Ayyildiz J Verbeek G MOLINAR, M Bergoglio et P FARRA : Calculation of effective area A0 for six piston-cylinder assemblies of pressure balance. results of the EUROMET project 740. *Metrologia*, 42:197–201, 2005.
- [58] Padipat W : Calculation of effective area at zero pressure on large diameter piston-cylinder assembly using dimensional measurement data for being used as the first primary pressure standard of nimt. *Journal of Metrology Society of India*, 21:171–175, 2006.
- [59] Inc. THE MATHWORKS : *MATLAB The Language og Technical Computing*, November 2000.
- [60] G. Buonanno M. Dell’ Isola G. MOLINAR, M. bergoglio et G. GIOVINCO : Parametric analysis of the PTB (7594 DH) piston cylinder unit operating up to 1 GPa. Rapport technique, Istituto di Metrologia, 2000.
- [61] International Measurement CONFEDERATION, éditeur. *Characterization of the imgc-dh100l pressure balance using finite element analysis*. IMEKO, Curran Associates, Inc., 2007.
- [62] Amercan Institute of AERONAUTICS et ASTRONAUTICS, éditeurs. *EXEXPERIMENT OBSERVATIONS OF LIQUID FLOW IN MICRO CONDUITS*, 2001.
- [63] Bau H PFAHLER JN, Harley J et Zemel JN. : Gas and liquid flow in small channels. *Micromech Sensors Actuators Syst*, 32:49–58, 1991.
- [64] Chih-Ming HO et Yu-Chong TAI : Micro-electro-mechanical-systems (NEMS) and fluid flows. *Annu.Rev. Fluid Mech.*, 30:579–612, 1998.
- [65] Dongqing Li LIQING REN et Weilin QU : Electro-viscous effects on liquid flow in microchannels. 2001.
- [66] D. Maynes J. JUDY et B.W. WEBB : Characterization of friction pressure drop for liquid flows through microchannels. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45:3477–3489, 2002.

- [67] Satish G. KANDLIKAR et William J. GRANDE, éditeurs. *EVOLUTION OF MICROCHANNEL FLOW PASSAGES-THERMOHYDRAULIC PERFORMANCE AND FABRICATION TECHNOLOGY*, 2002.
- [68] Mark E. STEINKE et Satish G. KANDLIKAR : Single-phase liquid friction in microchannels. 2006.
- [69] José Luis Pelegay José Luis Nunez et Thomas Pütz JOSÉ R. VALDÉS, Mario J. Miana : Numerical investigation of the influence of roughness on the laminar incompressible fluid flow through annular microchannels. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50:1865–1878, 2007.
- [70] Frank M. WHITE : *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill, fourth édition, 1979.
- [71] Frank M. WHITE : *Viscous Fluid Flow*. McGraw-Hill, second édition, 1991.

ÉTUDE DU RÉGIME D'ÉCOULEMENT DU FLUIDE DANS LE JEU D'UN ENSEMBLE PISTON-CYLINDRE EN VUE DE L'OPTIMISATION DU CALCUL DU COEFFICIENT DE DÉFORMATION

RÉSUMÉ : Les balances manométriques sont utilisées en métrologie des pressions statiques. Des projets européens tel qu'Euromet 463 ont mis en évidence des écarts systématiques entre les mesures expérimentales et les calculs des paramètres nécessaires à la caractérisation des balances de référence. La vitesse de chute du piston est l'un d'eux pourtant essentiel dans la procédure d'étalonnage. L'objectif des travaux de thèse est l'ajustement des méthodes d'estimation de cette vitesse de chute. Cela permettra d'améliorer la caractérisation du jeu interne de la balance, de déterminer plus précisément la section effective de ce jeu et par conséquent d'améliorer l'incertitude portant sur le coefficient de déformation, paramètre clé de l'étalonnage par comparaison. Jusqu'à présent le modèle de calcul de l'écoulement du fluide dans la balance était quasi unidimensionnel. Il assimilait le jeu entre le piston et le cylindre à deux parois parallèles. Dans cette étude, les équations de l'écoulement du fluide sont modifiées pour évaluer l'influence du modèle dans un jeu annulaire. Les corrections dues à la vitesse de chute du piston sont également prises en compte. Les calculs des déformations des structures sont réalisés en utilisant la méthode des éléments finis. Les travaux expérimentaux portent sur des ensembles piston-cylindre 50, 200 et 1000 MPa du Laboratoire National de Métrologie et d'Essais (LNE). Une confrontation calcul-expérience est réalisée en prenant en compte les paramètres de variabilités tels que la géométrie ou les propriétés du fluide.

Mots clés : Méthode des éléments finis, Vitesse de chute du piston, Balance de pression, Jeu moyen, Piston et cylindre, Section effective, Coefficient de déformation, Fente parallèle, Espace annulaire.

STUDY OF FLUID FLOW IN THE GAP BETWEEN THE PISTON-CYLINDER UNIT TO OPTIMIZE THE CALCULATION OF THE PRESSURE DISTORTION COEFFICIENT

ABSTRACT : The pressure balances are utilized in the metrology of the static pressure. The European project as "Euromet 463" has underlined the lack of agreement between experimental measurements and calculations of the parameters necessary for the pressure balance. The piston fall rate is, in particular, an essential parameter in the calibration procedure. The aim of the thesis is the adjustment of methods for estimating the piston fall rate. This will improve the characterization of the gap, determine the effective area more precisely and consequently improve the uncertainty on the pressure distortion coefficient, a key parameter for the calibration by comparison. Indeed, the former quasi one-dimensional model assimilates the gap between piston and cylinder as formed by two parallel walls, which is an approximation. In this study, the equations of the fluid flow are modified to evaluate the influence of the model in an annular gap model. In addition, corrections due to the velocity of the piston wall are taken into account. This research work is applied on the piston-cylinder units 50, 200 and 1000 MPa of the Laboratoire national de métrologie et d'essais (LNE). Taking into consideration the variability of parameters such as geometry or fluid properties, a comparison between the experiment and the calculation is carried out.

Keywords : Finite element methods, Piston fall rate, Pressure balance, Mean gap, Piston and cylinder, Effective area, Pressure distortion coefficient, Parallel walls, Annular gap.

