



**HAL**  
open science

# Analyse de texture et lissage optimal des images thermographiques par satellite

Michel Albuissou

► **To cite this version:**

Michel Albuissou. Analyse de texture et lissage optimal des images thermographiques par satellite. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1976. Français. NNT : . pastel-00949046

**HAL Id: pastel-00949046**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00949046v1>**

Submitted on 19 Feb 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

T-CTAMN n°2

Institut de Statistique des Universités de Paris  
Université P. et M. CURIE (PARIS VI)



# THÈSE

pour l'obtention du diplôme de Statisticien

---

## **Analyse de Texture et Lissage Optimal des Images Thermographiques par Satellite**

par

**M. ALBUISSON**

Soutenue le 6 Janvier 1976

devant :

Pr. D. DUGUE	Président du Jury
Pr. G. MATHERON	Examineur
Pr. K. LAMBECK	Examineur
Pr. J.M. MONGET	Examineur

Remerciements ...

- A Monsieur le Professeur D. DUGUE, président du jury, et à l'ensemble du corps enseignant de l'ISUP à qui je dois d'être aujourd'hui Statisticien.
  
- A Monsieur le Professeur G. MATHERON qui m'a fait découvrir la géostatistique, et a bien voulu superviser mon travail.
  
- A mes camarades de travail pour leurs conseils utiles et aussi leur patience.
  
- A Mesdames De GRENIER et PETITIMBERT qui ont bien voulu se charger de la tâche la plus ingrate.

## S O M M A I R E

---

0	INTRODUCTION
I	CHAPITRE I : Les données et les méthodes descriptives
	page I-1 : I-1 - Acquisition des images
	page I-5 : I-2 - Les méthodes descriptives
	page I-11 : I-3 - Amélioration des images
II	CHAPITRE II : L'Analyse des phénomènes de texture
	page II-1 : II-1 - Hypothèses probabilistes
	page II-3 : II-2 - Variogrammes et texture
	page II-5 : II-3 - Mise en œuvre pratique
	page II-10 : II-4 - Typologie de la texture
	page II-16 : II-5 - Critiques et améliorations possibles
	page II-20 : II-6 - Quelques exemples commentés
III	CHAPITRE III : Lissage
	page III-1 : III-1 - le krigeage en tant qu'opérateur de lissage
	page III-9 : III-2 - Le lissage adaptatif
	page III-13 : III-3 - Le programme de lissage
	page III-20 : III-4 - Résultats commentés sur le lissage
	page III-24 : Annexe : Listing du programme de lissage
C	CONCLUSION

## INTRODUCTION

Le but de cette étude est d'analyser différentes méthodes statistiques, tant descriptives qu'analytiques, susceptibles de nous aider dans l'interprétation et éventuellement l'amélioration de certaines images obtenues à partir de satellites.

Nous avons consacré le premier chapitre à la présentation des données traitées, en indiquant les méthodes de type descriptif utilisées couramment pour la visualisation des images. Ces méthodes sont en général basées sur la construction d'histogrammes des mesures, histogrammes qui permettent une classification simple des images.

Dans le chapitre II nous avons abordé le problème de la texture des images en utilisant le concept de fonction aléatoire à support dans  $\mathbb{R}^2$  et par le biais de l'analyse des données, nous avons construit un système susceptible de permettre un découpage des images en zones homogènes du point de vue de la texture. Ceci nous amène à constater que les images sont généralement dégradées par un bruit de fond important, d'où l'intérêt de construire un algorithme de lissage.

La méthode de lissage fait l'objet du 3ème chapitre, et nous amène à réutiliser le modèle des fonctions aléatoires. Sous certaines hypothèses nous construisons à partir de l'image donnée, une image estimée présentant les mêmes caractéristiques de texture, mais pour laquelle le bruit de fond aura disparu. L'estimation que nous formons sera de type moyenne mobile optimale compte tenu des hypothèses faites. De plus, pour respecter la disparité pouvant exister dans l'image nous rendons cet estimateur "adaptatif", c'est-à-dire que l'estimation fournie en un point de l'image, tient compte de la texture locale. Ce problème trouve sa solution dans l'utilisation des résultats relatifs à la segmentation de l'image en zones homogènes du point de vue de la texture.

Tous les algorithmes exposés dans cette étude ont fait l'objet d'une programmation sur ordinateur, ce qui nous a permis de traiter quelques exemples, en insistant particulièrement sur le caractère visuel des résultats obtenus. Toutefois une utilisation à grande échelle des méthodes que nous exposons nécessiterait probablement d'améliorer la finesse des programmes.

CHAPITRE - I

---

LES DONNEES ET LES METHODES DESCRIPTIVES

## I-1 - ACQUISITION DES IMAGES

Avant de rentrer dans le vif du sujet, nous avons jugé nécessaire de présenter d'une manière assez détaillée, le système physique d'acquisition des images qui nous intéressent.

Depuis 1972, la NASA a mis sur orbite trois satellites à utilisation météorologique (NOAA2, NOAA3, NOAA4) sur lesquels ont été embarqués une série d'appareils de mesures optiques. Parmi ces appareils chaque satellite possède deux radiomètres à balayage du type VHRR (Very High Resolution Radiometer), et ce sont les mesures recueillies par ces deux VHRR qui font l'objet de notre étude.

Actuellement seuls les satellites NOAA3 et NOAA4 sont en service. Leur orbite est hélio-synchrone, inclinée à  $101^\circ$  sur l'équateur, ce qui permet au système optique de couvrir la même zone géographique deux fois par jour. L'orbite étant quasi-circulaire, le problème des corrections géométriques s'en trouvent nettement simplifiés.

Revenons aux deux VHRR embarqués. Il s'agit de deux radiomètres à balayage, chacun travaillant dans une gamme donnée du spectre électromagnétique :

- .VHRR1 reçoit le rayonnement infra-rouge dans la bande  $10.5$  à  $12\mu$

- .VHRR2 reçoit le rayonnement visible dans la bande  $0.6$  à  $0.7\mu$

Le capteur optique de chaque appareil est constitué d'un miroir elliptique de  $12.7$  cm d'ouverture et de  $100.4$  cm<sup>2</sup> de surface. Il tourne sur un axe à raison de 1 tour toutes les 150 millisecondes.

Le flux radiatif réfléchi par le miroir est ensuite concentré à l'aide d'un système optique sur un détecteur :

- . photodiode  $SiO_2$  pour le VHRR2

- . cellule  $Hg - Cd - I_e$  pour le VHRR1

Le champ optique instantané des deux systèmes est de  $0.6$  str ce qui étant donné l'altitude du satellite (à peu près 1460 Kms) fournit une résolution spatiale de  $0.88$  Kms. C'est ce que nous appellerons la tâche élémentaire (Cf. Fig.I-1).

Le balayage est obtenu par rotation du miroir s'effectue perpendiculairement à la trajectoire du satellite.

D'autre part, la vitesse de rotation du miroir est calculée en fonction de la vitesse d'avancement du satellite de manière à ce que deux lignes successives de balayage se juxtaposent sans se recouper, ni laisser de bandes entre elles (Cf. Fig. I-1).

De plus étant donnée la hauteur du satellite, le balayage de la terre d'horizon en horizon ne représente qu'une petite partie des  $360^\circ$  qu'effectue le miroir tournant (de l'ordre de  $70^\circ$ ). En particulier, lorsque le miroir vise l'intérieur du satellite, il capte certaines mesures émises par des appareils étalonnés. Ainsi, une vingtaine de mesures d'étalonnage permettront un recalage des mesures, ainsi que les conversions du rayonnement en température ou en brillance. La figure I-2 donne un exemple schématisé du signal émis pendant un tour complet de balayage.

En vue de l'acquisition définitive des données, le satellite est équipé d'un émetteur à très haute fréquence, et un certain nombre de stations à terre peuvent recevoir le signal capté par les deux radiomètres. La fréquence est de l'ordre de 70 KHZ, ce qui permet d'obtenir 10500 valeurs numériques par ligne de balayage. Cette fréquence a été choisie pour que deux mesures successives sur la même ligne de balayage soient correctement juxtaposées, comme c'était le cas pour deux lignes successives.

Notons au passage que la Météorologie Nationale est équipée d'une station réceptrice et d'un système analogique - digital, installés à Lannion. L'équipe en place s'occupe de pré-traiter les signaux reçus (élagage des mesures inutiles, compactage des mesures d'étalonnage, etc....) et nous fournit des données sous forme de bandes magnétiques digitales parfaitement compatibles avec tous les calculateurs courants.

Voyons rapidement comment se présentent les mesures digitalisées sur les bandes magnétiques que nous traitons, une image occupe un fichier dans lequel chaque enregistrement représente une ligne de balayage pour les deux détecteurs ainsi que les mesures d'étalonnage soit 20 valeurs, suivies des 2068 mesures émises par VHRR visible et IR. Un fichier comporte un nombre variable d'enregistrements et ce nombre est directement lié à la durée de l'écoute. Les fichiers dont nous disposons actuellement comportent entre 800 et 2400 lignes, ce qui correspond à des durées d'écoute allant de 2 à 6 minutes. Trois minutes d'écoute suffisent à couvrir la France.

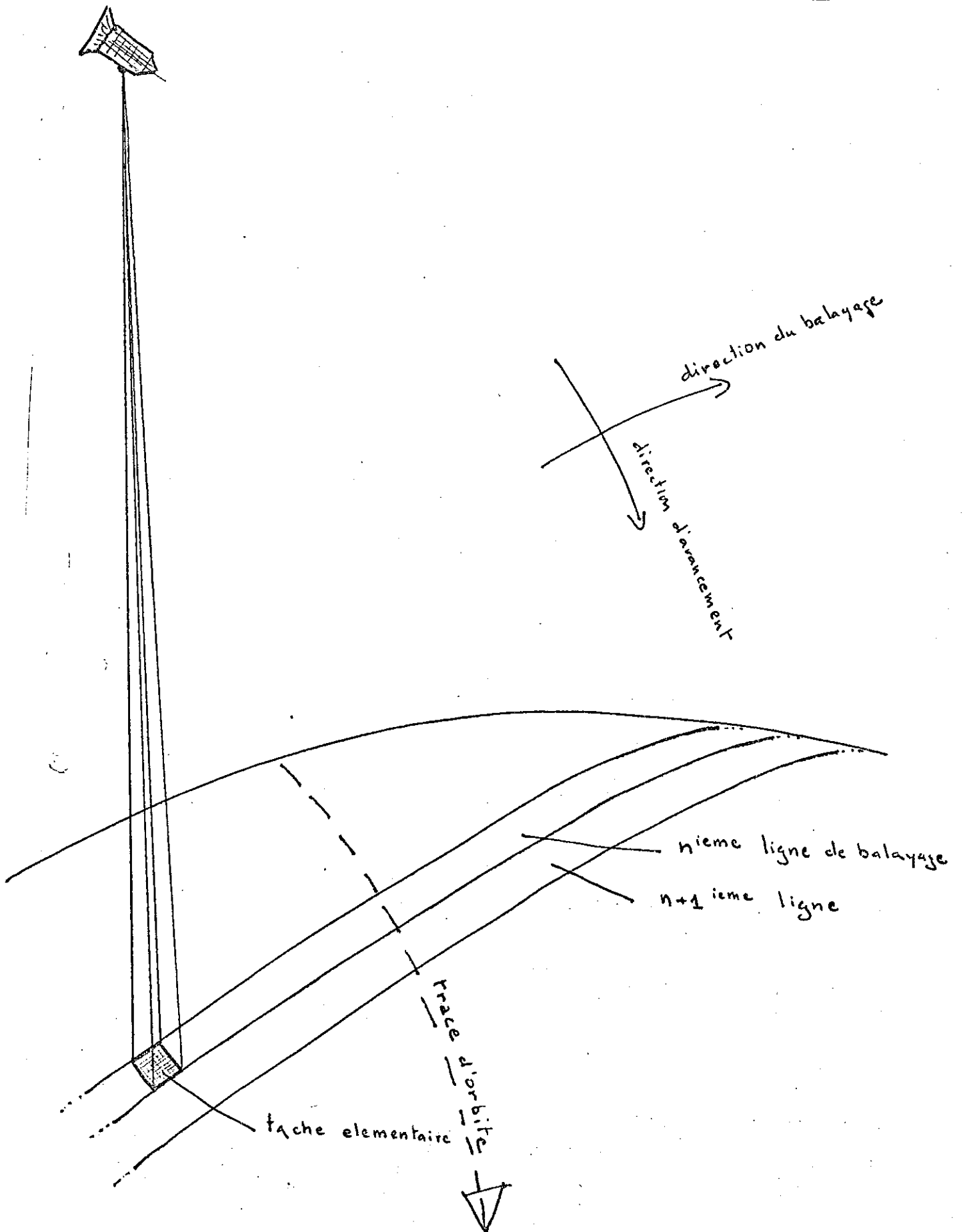
Nous voyons donc que la volume d'information est énorme, même comparé aux moyens de calcul que nous connaissons actuellement. Dans nos applications, nous travaillerons à des échelles plus restreintes.

Les programmes mis au point en vue d'exploitation sont prévus pour traiter des zones de 200 x 200 kilomètres.



Fig. I-1

Géométrie de fonctionnement dans  
l'acquisition des données



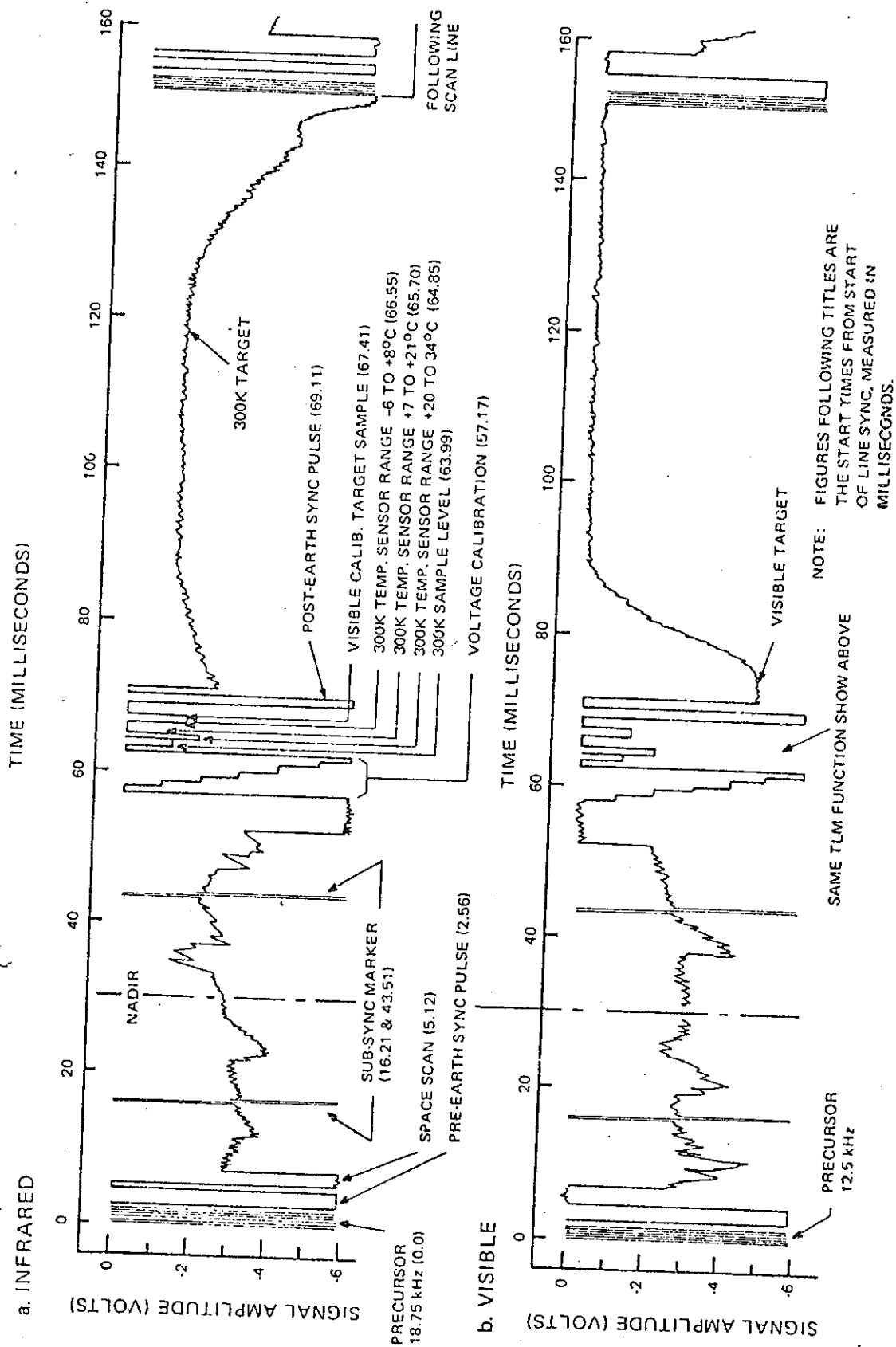


Figure I.2 -CARACTERISTIQUES DU SIGNAL FOURNI PAR LE VHRR POUR LES CANAUX INFRA-ROUGE ET VISIBLE (Document NOAA)

## I-2 - LES METHODES DESCRIPTIVES

Dans le but de décrire les phénomènes étudiés, nous avons mis au point un certain nombre de programmes utilisant des méthodes simples de statistique descriptive. Ces techniques qui ont fait leurs preuves dans le domaine de la télédétection ont pour but de restituer automatiquement des documents graphiques qui mettent en évidence les constituants essentiels de l'image étudiée : présence de nuages, existences éventuelles de front.

La démarche suivie est la suivante : ayant sélectionné une zone de travail de dimension raisonnable, nous construisons des histogrammes marginaux de deux variables étudiées : rayonnements infra-rouge et visible, ainsi qu'un histogramme croisé de celles-ci. Il est à peu près certain que les histogrammes que nous allons obtenir seront du type "population hétérogène", surtout s'il s'agit d'une image du littoral. Le cas le plus typique est celui des histogrammes bimodaux, représentatifs de deux populations (Cf. Figure I.3) plus ou moins séparées telles que rayonnement émis par la terre et par la mer. En ce qui concerne l'I.R., la séparation des deux populations terre et mer sera plus ou moins nette suivant la saison d'acquisition de l'image. En effet, le rayonnement I.R. étant lié à la température superficielle de l'objet rayonnant, c'est le contraste de température entre la terre et la mer qui permettra la séparation entre les deux populations observées. De plus, l'eau ayant une inertie thermique plus importante que la terre, l'interprétation des histogrammes bimodaux devra tenir compte d'un facteur saisonnier.

Par ailleurs, l'analyse des histogrammes du rayonnement visible permettra la mise en évidence des masses nuageuses qui sous certaines conditions se laissent parfois traverser par le rayonnement I.R.

C'est donc l'histogramme croisé I.R x visible qui sera le document de travail essentiel à l'interprétation de l'image.

STATISTIQUE DES TEMPERATURES (DEGRES CENTIGRAGES)  
 MOYENNE 1.00      ECARTYPE 3.82      MAXIMUM 26.70      MINIMUM -13.71

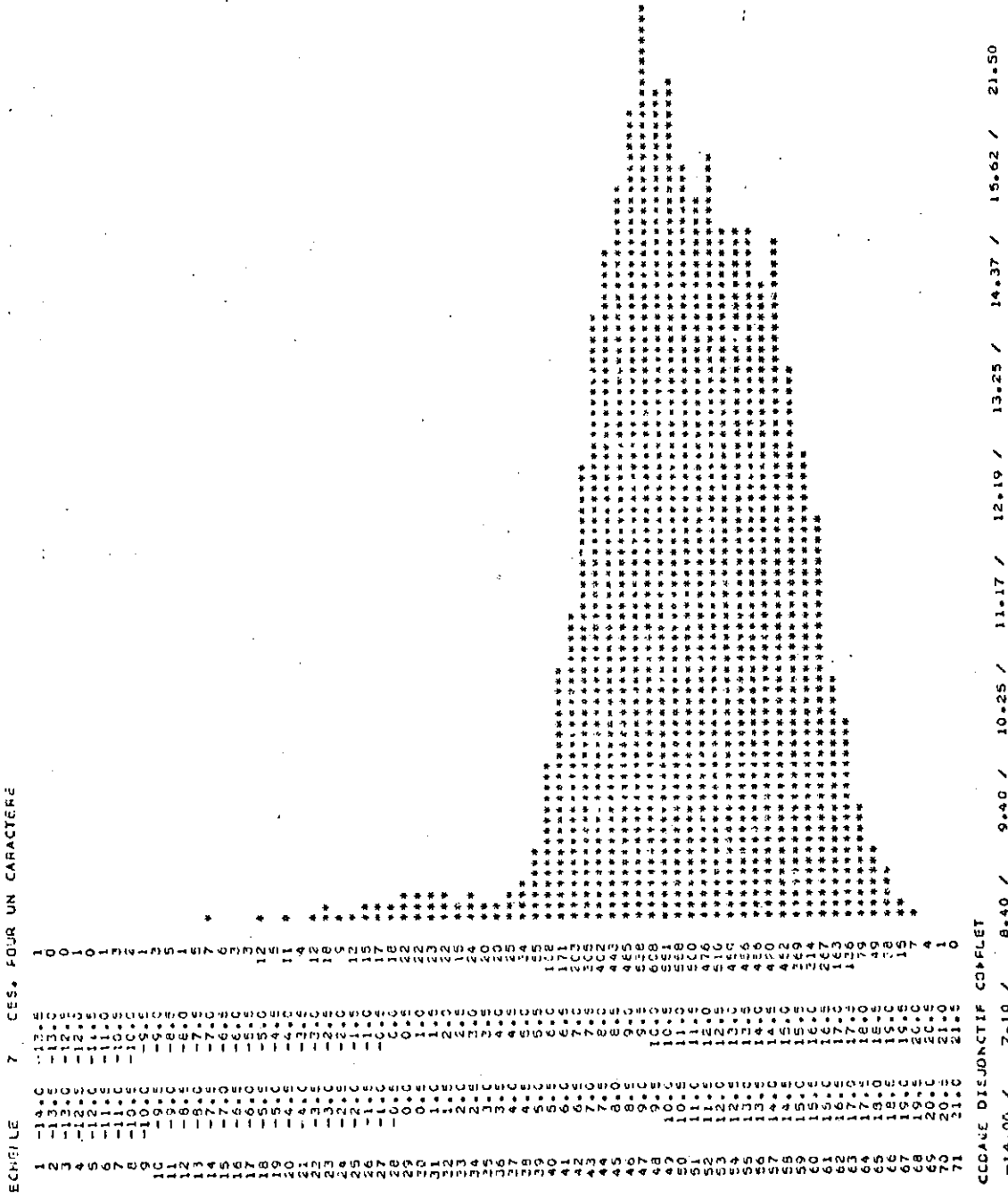


Fig. I.3.1 Histogrammes des mesures J.R. converties en température  
 (Exemple II : Adriatique)

STATISTIQUE DES BRILLANCES RELATIVES (FOOT LAMBERT \* 100)

MOYENNE 1.65 EC. TYPE 4.53 MAXIMUM 51.44 MINIMUM -5.79

ECHELLE 9 DES. FOUR UN CARACTERE

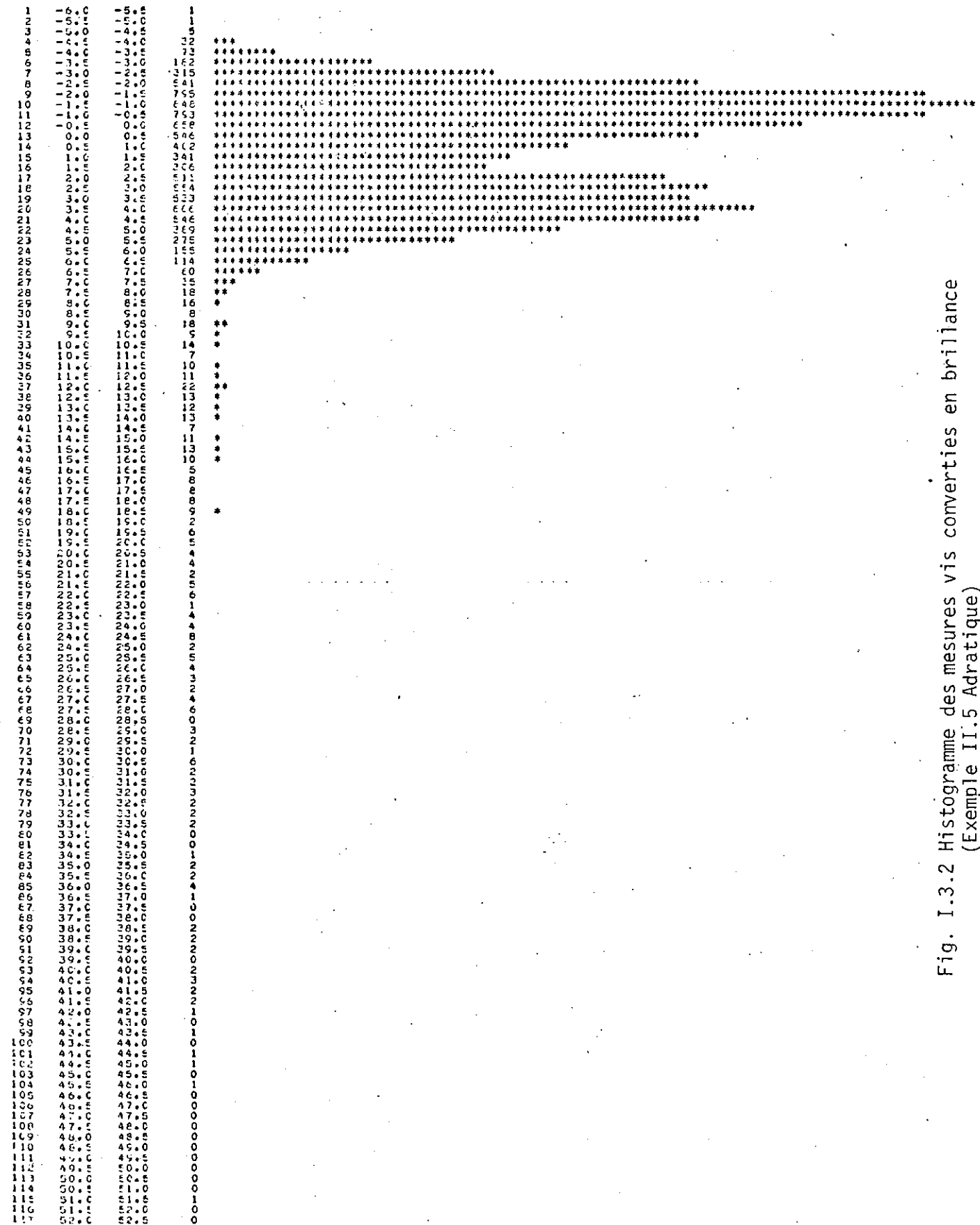


Fig. I.3.2 Histogramme des mesures vis converties en brillance (Exemple II.5 Adratique)

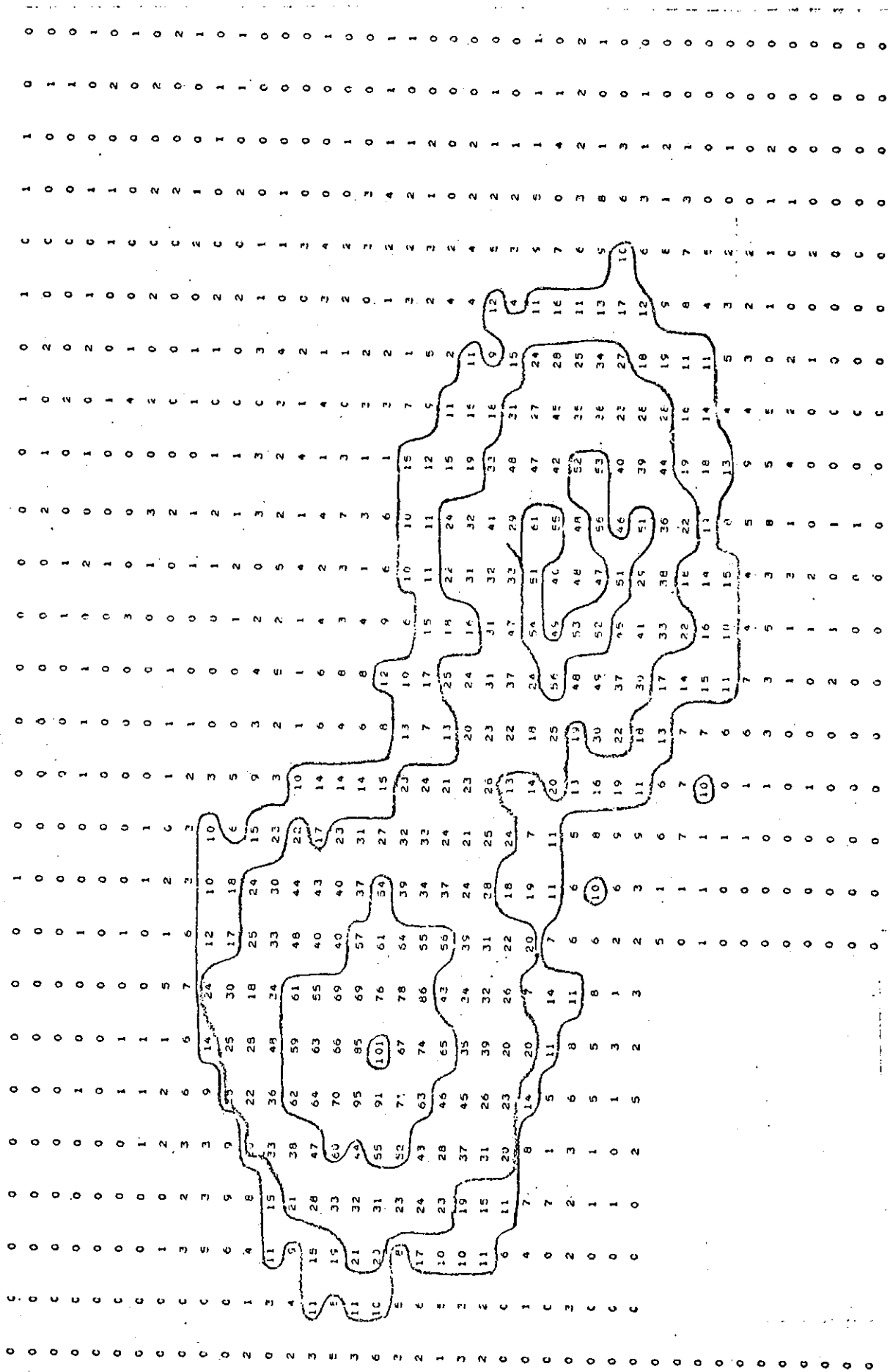


Fig. I.4 Histogramme boisé IR x vis (Exemple II:Adriatique)

La figure I.4 est un exemple d'histogramme croisé obtenu sur une zone du littoral Adriatique avec présence d'une légère perturbation nuageuse. Il s'agit d'une zone test pour laquelle nous avons déjà présenté les histogrammes marginaux (Fig. I.3) et que nous avons utilisée dans la suite de nos travaux. L'image est issue d'une écoute du mois de mars 1975. Essayons d'en faire l'interprétation.

Par un tracé rapide des isofréquences (isolignes à 1/1000, 2/1000, 5/1000, 10/1000) on peut rapidement se rendre compte de l'hétérogénéité de la population traitée :

- . La bosse de brillance faible et de température basse est significative de la réponse spectrale de l'eau. (forte absorption du rayonnement visible et température inférieure à celle du continent).

- . Le reste de la population observée contient les taches élémentaires continentales, ainsi que les réponses des zones nuageuses, très dispersées dans les deux canaux.

Voilà donc quelle interprétation peut être faite des histogrammes croisés. Bien sûr, dans la réalité de tous les jours, les résultats obtenus ne sont pas toujours aussi typés, en particulier du fait de la présence des brumes de surface, ou encore des turbidités des eaux dans les estuaires.

Toutefois en faisant un découpage judicieux des histogrammes croisés on peut arriver à une taxonomie grossière en deux ou trois populations. Le contrôle de l'interprétation se fera par une restitution de l'image sur ordinateur : chaque tache élémentaire étant imprimée (sur listing ou traceur de courbe) sous forme d'un caractère, représentatif du groupe auquel elle est associée (Fig. I.5). Il n'est pas rare d'avoir à recommencer deux ou trois fois l'interprétation avant d'arriver à un résultat clair et démonstratif, dans la limite qui nous est imposée par le matériel de détection.

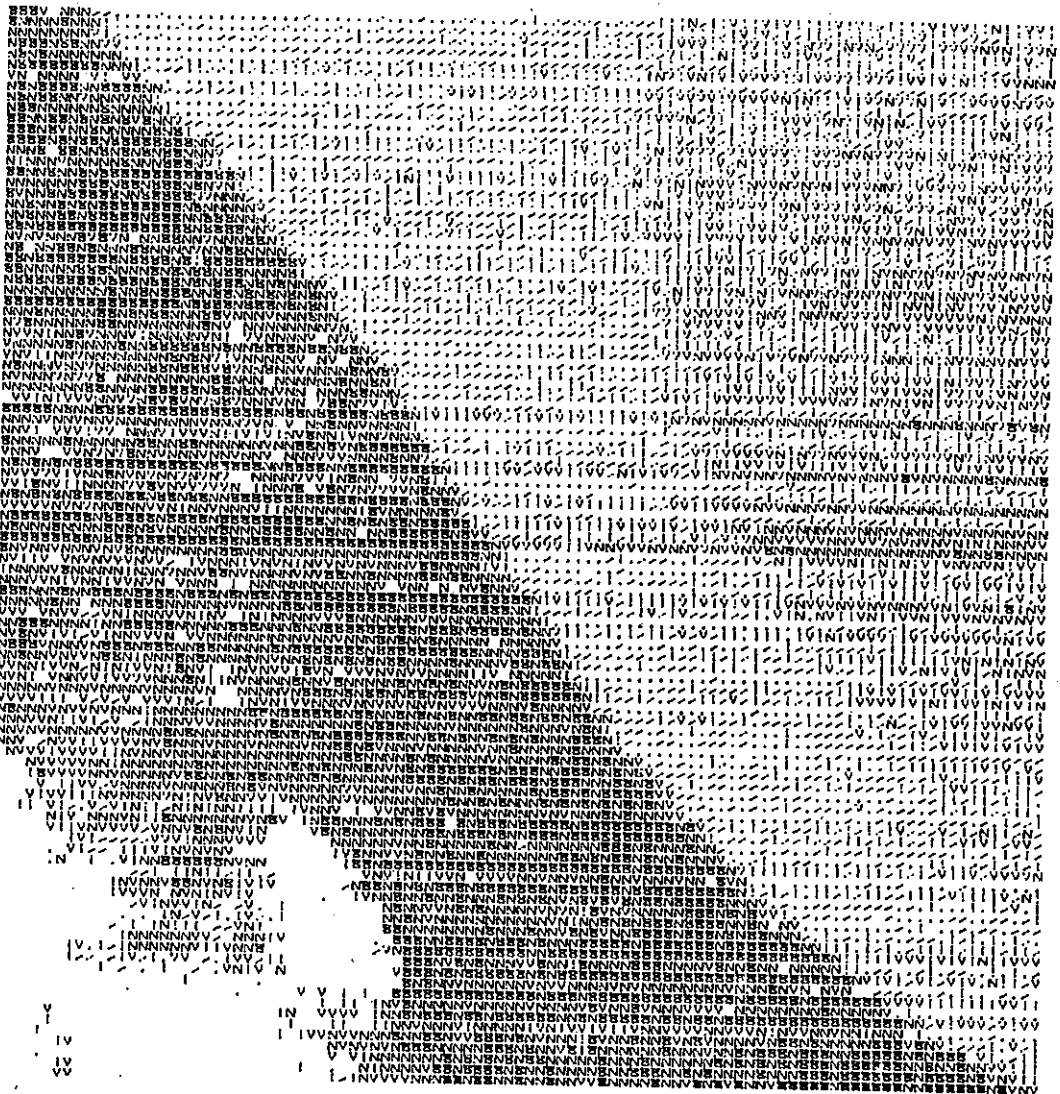


Fig. I.5 Exemple d'image en niveau de gris  
(Côte Adriatique)

légende en °C

< 8.	8. à 9.5	9.5 à 11.	11. à 12.5	12.5 à 15	> 15.
.	/		V	N	B



### I-3 - AMELIORATION DES IMAGES

Il nous est apparu au fil des essais de visualisation que les images étaient entachées d'un bruit de fond non négligeable, ce qui avait pour effet de réduire à néant les essais de taxonomie. Nous avons donc envisagé d'appliquer, dans une première approche, une méthode simple de lissage par moyenne mobile. L'inconvénient d'une telle technique est double.

Tout d'abord, le choix des coefficients de moyenne mobile est tout à fait arbitraire et ne tient aucun compte de la texture locale, ni même de l'autocorrélation des mesures. D'autre part ce type de lissage a un effet désastreux quand nous sommes en présence de zones contrastées (littoral, nuage car les contrastes sont atténués.

C'est dans cette double optique que nous avons voulu construire une méthode de lissage plus élaborée.

CHAPITRE - II



L'ANALYSE DES PHENOMENES DE TEXTURE

Jusqu'alors, nous avons fait totale abstraction de la caractéristique spatiale du phénomène étudié, et le seul fait de construire des histogrammes supposait une hypothèse d'indépendance entre les mesures.

Or, c'est une réalité évidente que les mesures sont fortement corrélées entre elles et d'autant plus qu'elles sont proches. Il nous a donc paru nécessaire de tenir compte de la caractéristique spatiale du phénomène mesuré, et partant, de faire intervenir la notion de texture.

## II-1 - HYPOTHESES PROBABILISTES

Dans cette optique, nous considérerons une image thermographique comme la réalisation discrète  $z$  d'une fonction aléatoire  $Z$  à support dans  $R^2$ . Sous hypothèse de stationarité de la fonction aléatoire  $Z$ , on obtient les résultats suivants concernant les premiers moments :

$$\begin{aligned} m(u) &= E [Z(u)] = m \quad \forall u \\ C(h,u) &= E [(Z(u) - m)(Z(u+h) - m)] \\ &= E [Z(u)Z(u+h)] - m^2 \\ &= C(h) \quad \forall u \end{aligned}$$

Nous remarquerons que si nous pouvons nous contenter de ces deux relations comme hypothèse sur le processus  $Z$ , nous sommes dans le cas de l'hypothèse stationnaire d'ordre 2. De plus, la variance a priori du processus  $Z$  est donné par  $v [Z(u)] = E [Z(u)^2] - m^2 = C(0)$

Mais l'expérience prouve que dans de nombreux cas, même s'il est toujours possible d'estimer la variance d'un processus à partir d'une réalisation de celui-ci, il n'existe pas toujours de variance "a priori". L'exemple le plus connu est celui du mouvement Brownien et dans le cas de processus discret, du processus de Poisson. Notre but sera donc de partir d'hypothèses moins restrictives que celle de la stationnarité d'ordre 2.

G. Matheron [1] suggère de s'intéresser non pas à la fonction aléatoire  $Z(u)$  elle-même, mais aux écarts  $Y(u,h) = Z(u+h) - Z(u)$ . Enonçon: avec lui ce qu'il appelle l'hypothèse "intrinsèque".

Une fonction aléatoire  $Z(u)$  sera dite "intrinsèque" si la fonction aléatoire  $Y(u,h) = Z(u+h) - Z(u)$  vérifie l'hypothèse stationnaire d'ordre 2, c'est-à-dire si  $Y(u,h)$  admet une espérance mathématique et une variance indépendante du point d'appui  $u$  :

$$\begin{aligned} E [Z(u+h) - Z(u)] &= m(h) \\ V [Z(u+h) - Z(u)] &= C(h) \end{aligned}$$

Dans nos applications, nous supposerons de plus que  $m(h) = 0$  ce qui revient à dire que  $E [Z(u)] = \text{cste}$ , ce qui n'est pas trop loin de la vérité lorsque  $h$  reste petit par rapport au champ de mesure étudié. Dans ces conditions, on a :

$$G(h) = E [(Z(u+h) - Z(u))^2]$$

Remarquons au passage, que si  $Z(u)$  est en plus stationnaire d'ordre 2, il existe une relation simple entre la fonction  $G(h)$  et la covariance  $C(h)$

$$\begin{aligned} C(h) &= E [Z(u+h)^2 + Z(u)^2 - 2Z(u)Z(u+h)] \\ &= C(0) + C(0) - 2C(h) \end{aligned}$$

$$G(h) = 2(C(0) - C(h))$$

Aussi par simplification nous considérerons le plus souvent la fonction dite "intrinsèque" :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E [(Z(u+h) - Z(u))^2]$$

La fonction ainsi définie porte souvent le nom de "variogramme", et il nous arrivera parfois de l'appeler "fonction quadratique de texture".

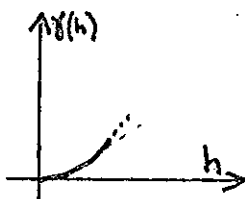
Expliquons nous sur ce terme.

## II-2 - VARIOGRAMME ET TEXTURE

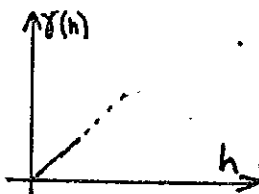
Nous allons essayer de voir comment le variogramme peut donner des informations importantes sur le comportement de la fonction aléatoire à laquelle il est associé.

### a - Comportement à l'origine de $\gamma(h)$

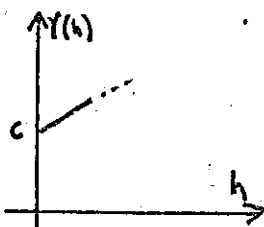
Le comportement à l'origine du variogramme donne des indications intéressantes sur le degré de régularité et de continuité de la fonction aléatoire. On distingue trois types de comportements :



- Comportement parabolique ( $\gamma(h) \approx h^2$  ( $h \rightarrow 0$ ))  
c'est le cas pour des fonctions aléatoires dérivables en moyenne quadratique, donc très régulières.



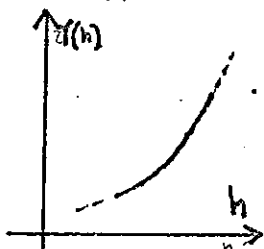
- Comportement linéaire ( $\gamma(h) \approx h$  ( $h \rightarrow 0$ ))  
on lui associe une fonction aléatoire continue, mais non dérivable.



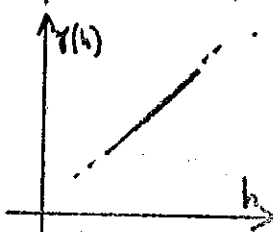
- Discontinuité à l'origine ( $\gamma(h) \approx c > 0$  ( $h \rightarrow 0$ ))  
variogramme représentatif d'une fonction aléatoire discontinue (failles), et significatif de la présence d'un bruit de fond.

### • b - Allure générale de $\gamma(h)$

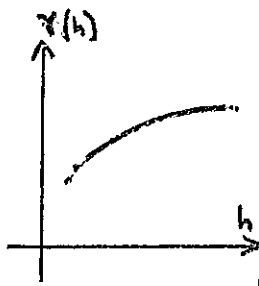
L'allure générale du variogramme nous permettra de vérifier les hypothèses faites :



- Allure parabolique  
variogramme représentatif d'une fonction aléatoire avec dérive. L'hypothèse  $E[Z(u)] = C$  n'est plus vérifiée.



- Allure linéaire  
cas le plus courant d'une fonction aléatoire du type mouvement Brownien. L'hypothèse intrinsèque est vérifiée dans ce cas.



• Allure bornée

Le variogramme borné est représentatif de l'existence d'une covariance. La fonction aléatoire est stationnaire.

Le schéma d'interprétation que nous venons de donner ne prétend pas associer à tout variogramme un type de fonction aléatoire, et il peut exister de nombreuses nuances entre chacun des exemples présentés. Toutefois cette schématisation simpliste montre bien l'intérêt du variogramme dans l'analyse de la texture à petite et moyenne échelle.

Un cas particulier nous intéressera particulièrement : c'est celui du variogramme d'allure linéaire comportant un "effet de pépîte"

$$\gamma(h) = \alpha h + \beta$$

En effet son expression simple, ne nécessitant l'estimation qu de deux paramètres sera d'une utilisation facile dans les calculs. De plus, les deux coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  peuvent très bien trouver leur signification dans le langage que nous avons adopté.

- $\beta$ , coefficient de discontinuité du variogramme est représentatif du bruit de fond. Si lorsque  $h \rightarrow 0$   $\gamma(h) \rightarrow \beta > 0$  nous avons :

$$\frac{1}{2} E (Z(u+h) - Z(u))^2 \rightarrow \beta$$

cela veut dire que le seul fait de vouloir estimer  $Z(u)$  par la valeur  $Z(u+h)$  située à une distance  $h$  aussi petite soit-elle nous impose une variance d'erreur non nulle

- Le coefficient  $\alpha$  est associé à l'allure générale du variogramme, donc évalue le degré de corrélation entre deux mesures distantes de  $h$ . Le coefficient est donc représentatif de la texture "pure" (indépendante du bruit de fond).

D'autre part, nous avons pu remarquer dans nos applications que le modèle de variogramme linéaire "collait" assez bien aux fonctions empiriques obtenues à partir des données disponibles.

Quittons un instant les développements théoriques, et regardons quelle a été la technique employée pour construire les variogramme

II-3 - MISE EN OEUVRE PRATIQUE

La mise en oeuvre des calculs sur ordinateur a nécessité une certaine attention de notre part, de manière à ce que les temps de calcul ne deviennent pas trop prohibitifs. Rappelons au passage la formule théorique du variogramme :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E [(Z(u+h) - Z(u))^2]$$

Il s'agit en fait d'estimer à partir des mesures disponibles, le moment d'ordre 2 des écarts.

Dans notre cas,  $u$  et  $u+h$  sont deux points du plan, des coordonnées respectives  $(x_i, y_i)$  et  $(x_j, y_j)$ , distants de  $h$  (distance euclidienne bien sûr). L'estimateur que nous proposons s'écrira :

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1, n-1} \sum_{j=2, n} (z \binom{x_i}{y_i} - z \binom{x_j}{y_j})^2 \Delta_{ij}(h)$$

- où
- $z \binom{x_i}{y_i}$  est la mesure au point  $(x_i, y_i)$
  - $\Delta_{ij}(h) = 1$  si  $(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 = h^2$   
 $= 0$  sinon
  - $N(h) = \sum_{i=1, n-1} \sum_{j=2, n} \Delta_{ij}(h)$  (nombre de paires de points distants de  $h$ )
  - $n$  est le nombre de mesures disponibles.

Si nous considérons une image-échantillon formée de  $100 \times 100$  points, nous avons  $n = 10^4$  et le calcul de  $\gamma^*(h)$  nécessite la sommation de  $N = n(n-1)/2$  écarts élevés au carré soit environ  $5 \times 10^7$  calculs de distance, et autant d'élévations au carré. Nous n'avons pas osé chiffrer en heures de calcul le coût d'une telle opération.

De toute façon, dans l'optique qui va être la notre, l'estimation de  $\gamma(h)$  pour les grandes valeurs de  $h$  ne nous intéresse pas, et par ailleurs notre but ne sera pas tant de calculer une fonction de texture moyenne sur une image, mais plutôt de segmenter cette même image en zones

homogènes du point de vue de la texture.

La technique que nous proposons consiste à se donner un canevas de dimension relativement petite, et de déplacer pas à pas ce canevas en calculant à chaque pas de déplacement le variogramme de la zone recouverte. Si nous admettons que  $p-1$  déplacements suffisent à recouvrir complètement l'image, nous aurons ainsi calculé  $p$  variogrammes expérimentaux, chacun de ceux-ci étant représentatif de la texture locale. La texture moyenne de l'image pourra s'obtenir en calculant le variogramme moyen des  $p$  variogrammes locaux (Cf. Fig. II-1)

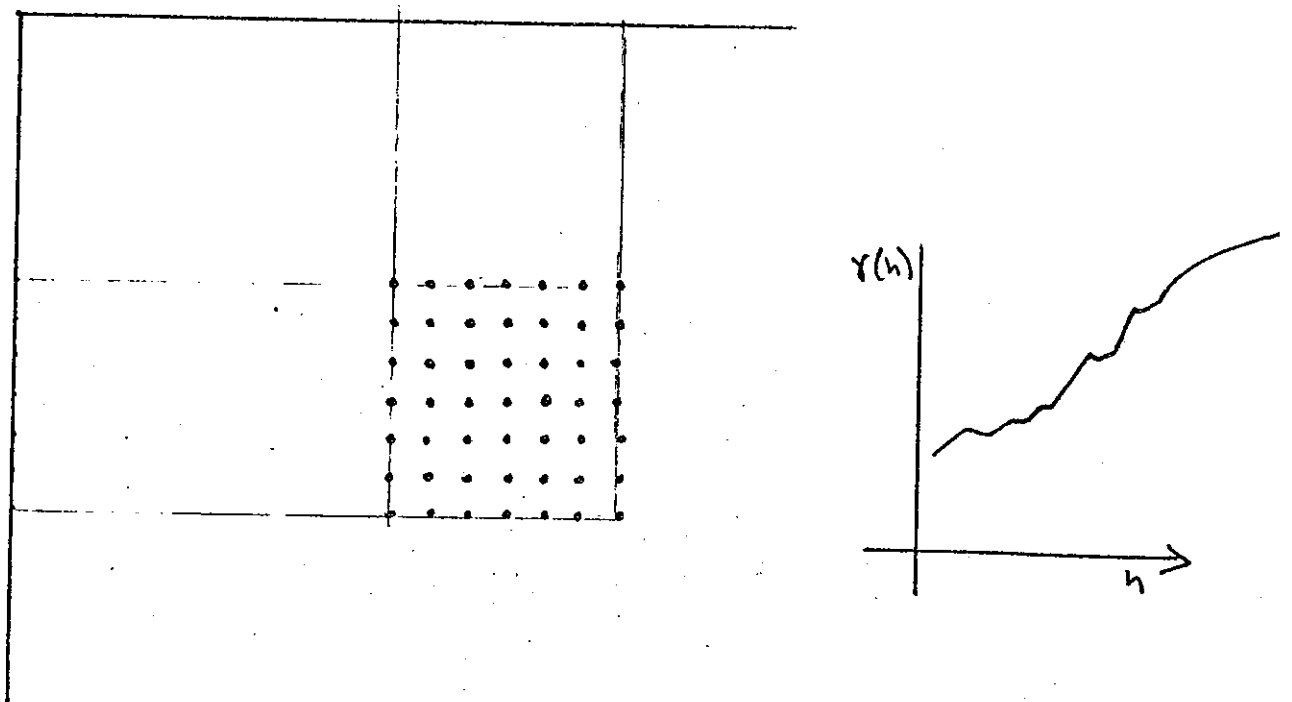


Fig. II-1 - Schématisation du canevas et variogramme associé



Cette méthode présente l'avantage de fournir, dans des temps de calculs pas trop élevés, une information sur la texture moyenne de l'image, mais également nous permet d'analyser la variabilité de cette texture sur le domaine étudié.

Avant d'aller plus en avant dans les explications relatives à la méthode de calcul, il nous faut expliquer les critères de choix qui nous seront proposés. En particulier, la dimension du canevas est importante à deux niveaux :

- . un canevas de petite dimension ne permet pas d'obtenir une fonction de texture fiable dans la mesure où elle est une estimation de variance forte, obtenue avec un petit nombre de mesures
- . un canevas de grande dimension nécessite des calculs onéreux dans la mesure où le temps de calcul d'un variogramme est proportionnel au nombre de couples de point du canevas (donc proportionnel à  $n^2$  si le canevas comporte  $n$  points).

Il nous a donc fallu trouver un compromis, et tenant compte d'autres contraintes sur lesquelles nous nous expliquerons plus tard, nous avons choisi de programmer nos calculs sur des carreaux de dimension 7 sur

Un autre choix s'est imposé à nous, celui du pas de déplacement du canevas. Nous avons opté pour un recouvrement partiel des zones successives de manière à conserver une notion de continuité spatiale des variogrammes, et nous avons choisi un pas de déplacement de 3 points dans les deux directions. La figure II.2 donne des exemples de recouvrements entre zones voisines. Nous verrons plus tard l'intérêt d'un tel choix.

Une fois déterminés les paramètres de travail relatifs à la dimension des carreaux, et aux déplacements de ceux-ci, nous sommes amenés à faire une évaluation du volume des calculs et des résultats. En prenant l'exemple d'une image de petite dimension : 100 lignes et 100 points par ligne nous déterminons  $32 \times 32$  carreaux  $7 \times 7$ , soit donc 1024 variogrammes. Pour une image  $199 \times 199$  nous arrivons au chiffre de 4225 carreaux, ce qui semble être une limite raisonnable étant donné les moyens de calcul mis à notre disposition.

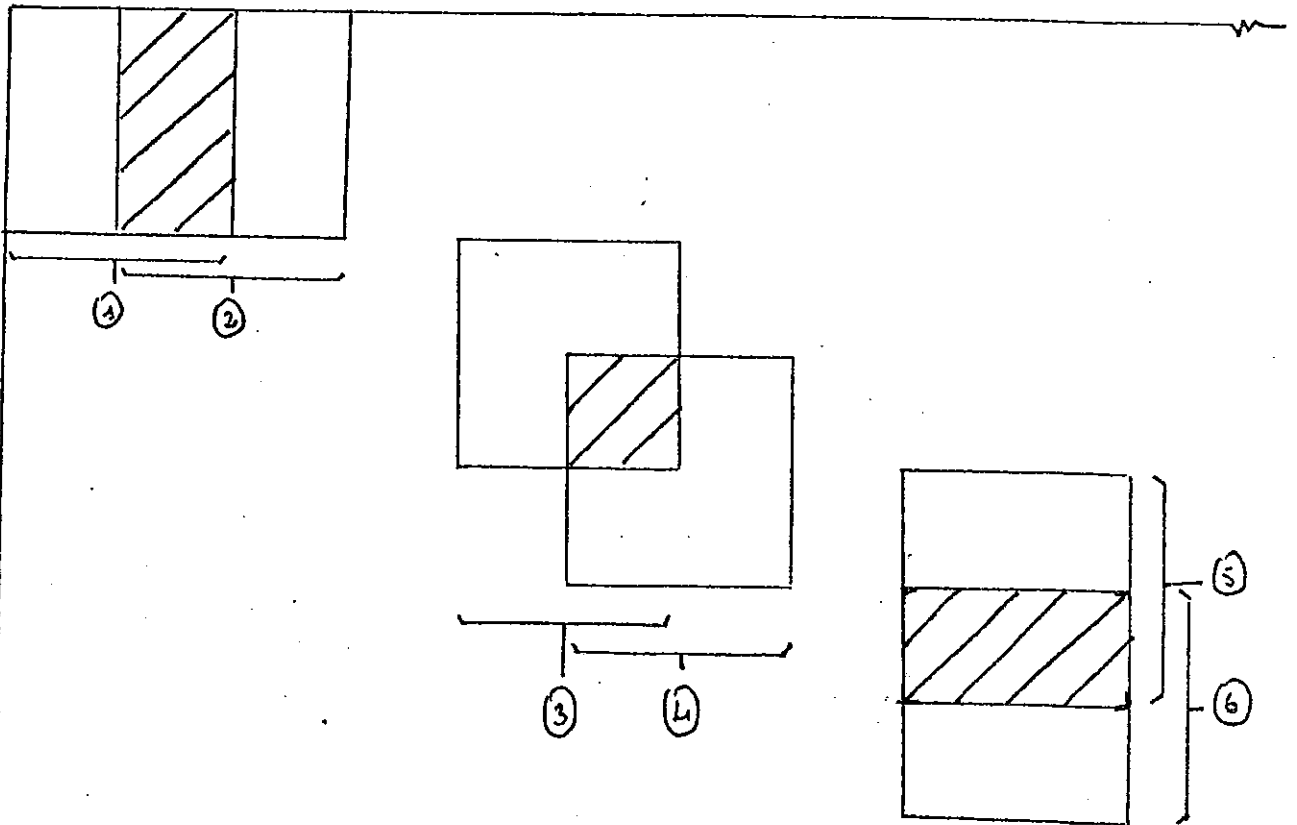


Fig. II-2 - Exemples de recouvrements de carreaux dans le calcul des fonctions quadratiques de texture

Chaque variogramme se présentera sous la forme d'une fonction expérimentale de 26 points, car il y a 26 distances possibles entre deux points pris sur un carreau 7 x 7. En résumé, et pour préparer la suite, disons que nous avons découpé l'image en zones d'influence, chacune étant représentée par un "vecteur -texture" à 26 composantes.

Le volume d'information reste important et nous allons nous attacher à le réduire sans perdre l'essentiel. Le but poursuivi étant d'établir des similitudes entre les zones d'influence, nous nous proposons d'exposer les méthodes d'analyse propre à nous donner une vue d'ensemble du phénomène analysé.

#### II-4 - TPOLOGIE DE LA TEXTURE

La méthode que nous avons appliquée en vue de la taxonomie de la texture a déjà fait l'objet de nombreuses utilisations. Sa philosophie est celle de la classification des grands ensembles d'objets en groupes homogènes et typés, et son utilisation dans le domaine de la télédétection a fait ses preuves [4]. Le travail s'effectue en deux étapes.

Dans un premier temps nous effectuons une réduction de la dimension des phénomènes en appliquant l'analyse factorielle des correspondances à l'ensemble des "vecteurs-texture", ce qui nous permet de représenter cet ensemble dans un système de dimension réduite.

Nous ne nous étendrons pas sur la théorie de l'analyse factorielle des correspondances (due à J.P. Benzecri [2]), et sur ses applications dans la description des phénomènes complexes. Disons simplement que l'utilisation d'une telle méthode nous a permis de diviser la dimension du phénomène "texture" par un facteur 5 tout en sauvegardant plus de 80 % de l'information disponible au départ. De plus, ce type d'analyse permet de représenter dans le même système les deux ensembles mis en correspondances, soit d'une part l'ensemble des zones d'influence, et d'autre part l'ensemble des caractéristiques descriptives. Cette dernière propriété est particulièrement importante car c'est grâce à une classification rapide de l'ensemble des caractéristiques descriptives que pourra démarrer la typologie des "vecteurs-texture".

Plutôt que de s'embrouiller dans des explications confuses, prenons un exemple et détaillons la procédure.

Considérons une image 100 x 100 à partir de laquelle nous avons extrait 1024 fonctions quadratiques de texture, chacune étant schématisée par un vecteur à 26 composantes. Le phénomène peut se considérer sous deux aspects duaux :

- . D'autre part on peut s'intéresser à l'ensemble I des vecteurs-texture ( $\text{card}(I) = 1024$ )

- . D'autre part on peut considérer l'ensemble J des vecteurs-caractéristiques, vecteurs de dimension 1024 ( $\text{card}(J) = 26$ ).

Sous les deux aspects, l'analyse des correspondances permet une représentation simultanée des ensembles I et J dans un système de coordonnées unique et de dimension réduite. En particulier, le fait de pouvoir

représenter l'ensemble  $J$  dans un système de dimension 5 (au lieu de 1024) nous ouvre des horizons intéressants, car il devient alors possible d'effectuer une classification automatique d'un tel ensemble. Nous avons utilisé pour cela un programme de classification ascendante hiérarchique dû à M. Jambu [1]. La philosophie de cette méthode est basée sur la construction d'une suite de partitions de l'ensemble  $J$ , s'emboitant les unes dans les autres.

Prenons un exemple simple : soit  $J$  un ensemble de 5 éléments,  $J = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Une partition simple d'un tel ensemble consistera à construire autant de classes que d'éléments :

$$P_1 \quad \left| \begin{array}{l} c_1 = [1] \\ c_2 = [2] \\ c_3 = [3] \\ c_4 = [4] \\ c_5 = [5] \end{array} \right.$$

Si on se donne une distance sur l'ensemble  $I$  on pourra graduellement diminuer le nombre de classes en regroupant des classes entre elles, ce qui pourrait donner par exemple

$$P_2 \quad \left| \begin{array}{l} c_6 = [1, 2] = c_1 \cup c_2 \\ c_7 = [3] = c_3 \\ c_8 = [4, 5] = c_4 \cup c_5 \end{array} \right.$$

On parlera de hiérarchie indicée quand à chaque partition on pourra associer un nombre positif appelé indice. L'indice choisi sera le diamètre des boules englobant les différents éléments formant une classe. Cet indice sera nul au niveau de la partition  $P_1$  pour arriver à son maximum à la dernière partition possible par exemple :

$$P_3 \quad c_9 = [1, 2, 3, 4, 5] = c_6 \cup c_7 \cup c_8 = J$$

Les résultats de la classification se présentent sous forme d'un arbre hiérarchique (Cf. Fig. II.3) dans lequel l'axe des ordonnées port l'indice  $d$  et l'axe des abscisses figure l'ensemble  $J$

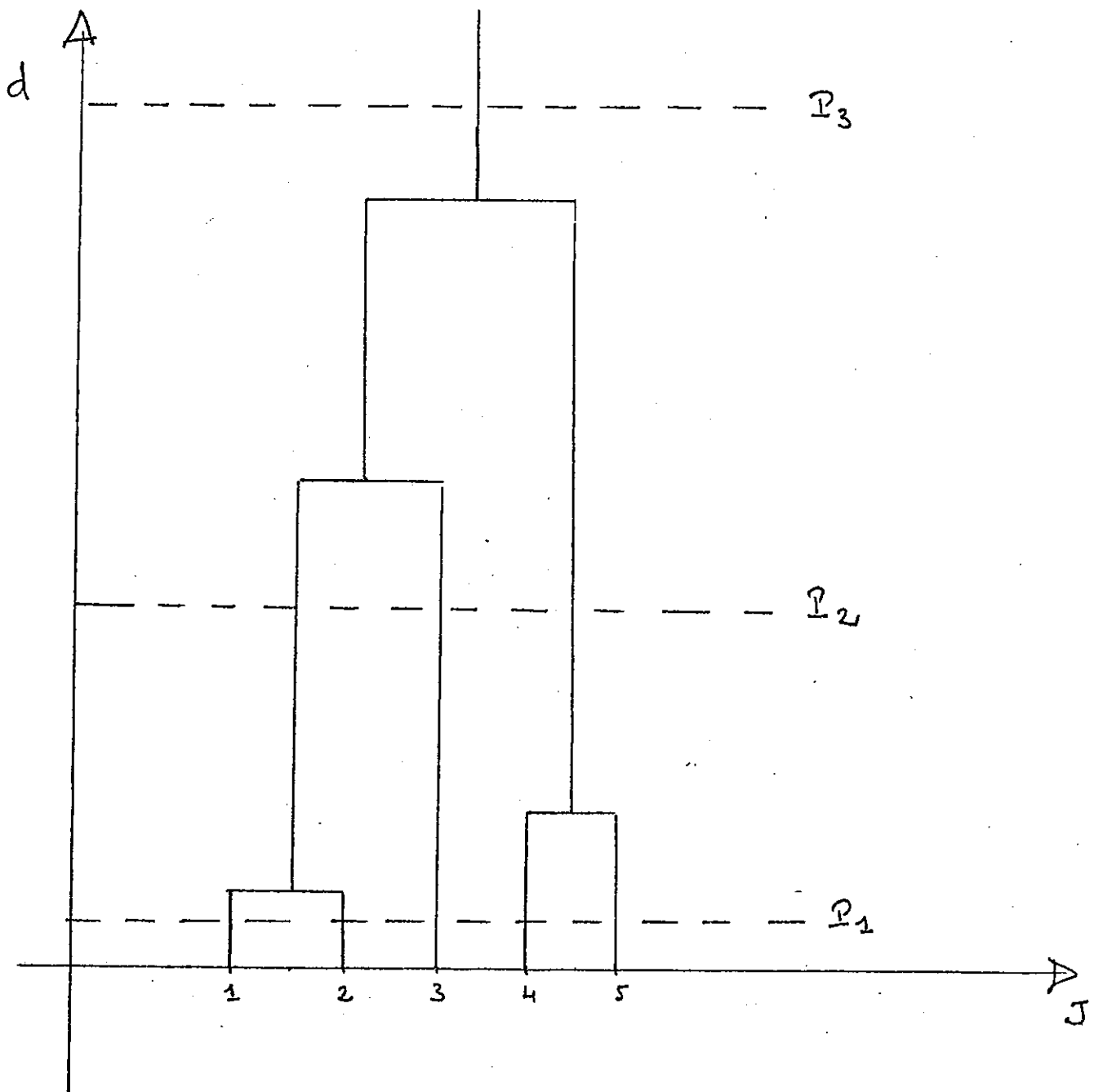


Fig. II-3 - Arbre hiérarchique d'une classification  
(exemple page II-11)

On voit qu'un tel résultat est d'une utilisation facile car il permet de choisir une partition sur un ensemble  $J$  ainsi hiérarchisé. Il suffit de "couper" l'arbre pour une valeur donnée de l'indice  $d$  pour obtenir le nombre de classe voulue.

Nous voilà donc rendu au premier stade du traitement. On pourra se demander pourquoi nous n'avons pas cherché à appliquer cet algorithme de classification sur les "vecteurs-texture" qui ont eux aussi subi la réduction de dimension. Le but aurait tout de suite été atteint dans la mesure où la finalité recherchée est d'obtenir un regroupement par similitude de ces vecteurs. Malheureusement, les programmes de classification existant actuellement ne permettent pas d'obtenir rapidement une typologie sur un ensemble de cardinal supérieur à 200, même si cet ensemble est de dimension réduite.

Nous en arrivons donc à la deuxième étape du processus, étape où nous utilisons un algorithme d'agrégation dû à J.P. Bordet [3]. Le principe de la méthode est le suivant : ayant obtenu une partition de l'ensemble  $J$  on calcule les centres de gravité des classes dans le système de représentation commune aux ensembles  $I$  et  $J$  (espace factoriel). On obtient ainsi un ensemble de points appelés "centres initiaux". Partant de là, on cherche à agréger les éléments de  $I$  à l'un des centres sur un critère de distance minimale ce qui nous donne une classification de l'ensemble  $I$  (Cf. Figure II-4). Malheureusement, il n'est pas du tout évident que cette classification soit optimale. Aussi l'algorithme utilisé prévoit la possibilité d'itérer le processus en calculant de nouveaux centres et en faisant une nouvelle agrégation. Ces nouveaux centres seront appelés centres mobiles et seront calculés comme centres de gravité des classes d'éléments de l'ensemble  $I$ , obtenus au premier pas.

Comme dans tout système itératif, certains critères permettent de contrôler la convergence et d'arrêter le processus lorsque le gain devient négligeable. Ces critères sont les suivants :

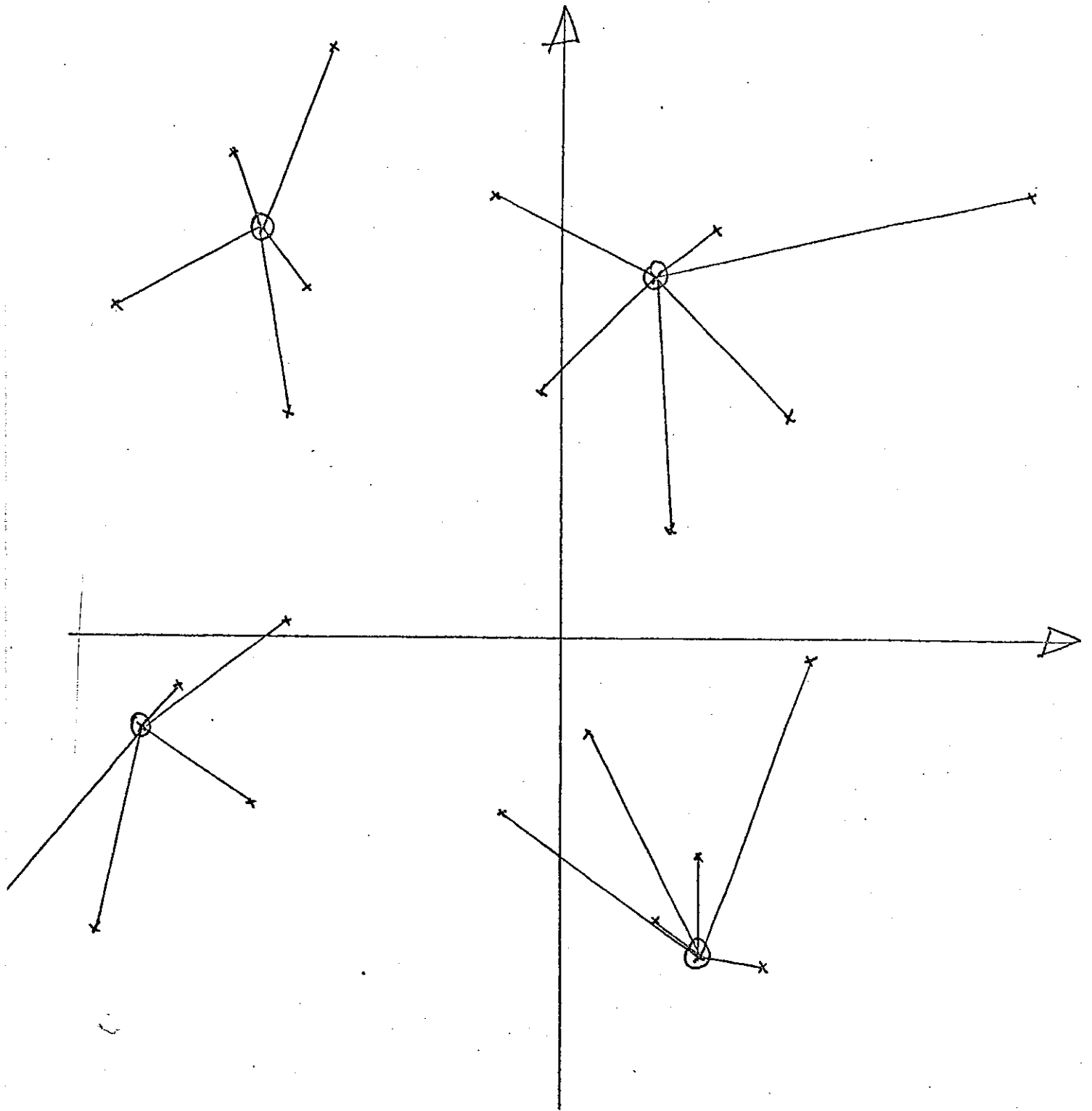


Fig. II-4 - Exemple simplifié d'agrégation autour de centres dans un espace à 2 dimensions

⊗ - centres  
x - points à agréger



. Pourcentage de changements entre deux itérations. Il s'agit là d'un critère de stabilité des groupes. On évalue le nombre de vecteurs-texture qui changent de groupe entre deux itérations, et l'optimum est théoriquement atteint lorsque aucun vecteur ne change de groupe. Dans la pratique on observe, après une chute rapide du pourcentage des déplacements un phénomène d'oscillation, certains éléments "frontière" se retrouvant à la limite de deux groupes. Toutefois, il s'agit en général de pourcentages très faibles.

. Déplacement moyen des centres entre deux itérations. Ce critère mesure la convergence des centres mobiles vers une position limite. Il est significatif de la qualité du choix des centres initiaux, donc de la bonne correspondance entre les classes d'éléments de J et les groupes d'éléments de I.

. Rapport variance intra-classe/variance inter-classe. Nous avons là un critère statistique qui est à rapprocher aux indicateurs de Fisher dans l'analyse de variance. Il permet de mesurer la dispersion intra-groupe compte tenu de la distance entre les centres de groupe. En un mot, cet indice sera significatif d'une segmentation en groupes serrés et bien séparés.

Voilà donc l'ensemble des moyens dont nous disposons pour arriver à une typologie des fonctions quadratiques de texture. Toutefois quelques remarques s'imposent.

## II-5 - CRITIQUES ET AMELIORATIONS POSSIBLES

Avant d'aller plus en avant dans la présentation des résultats et l'utilisation possible, il nous a semblé nécessaire de mettre en évidence les lacunes qui nous sont apparues lors de la mise en oeuvre de ces méthodes.

En particulier la distance du  $\chi^2$  utilisée dans l'analyse des correspondances risque d'amener certaines confusions dans le regroupement des fonctions de texture.

La distance du  $\chi^2$  est une distance de similarité qui devient nulle pour deux vecteurs proportionnels. Aussi bien la segmentation des vecteurs-texture se fera sur la forme. La figure II-5 donne l'exemple de deux variogrammes différents mais qui auront la même représentation dans l'espace factoriel. D'une façon plus générale, deux fonctions de texture affines auront même représentation dans l'espace factoriel.

Un autre inconvénient vient du fait que l'analyse factorielle affecte à chaque vecteur un poids, égal à la somme des 26 coordonnées. Ceci revient à attacher plus d'importance aux variogrammes représentatifs d'une forte variabilité spatiale, et à diminuer le pouvoir de discrimination des variogrammes à faible amplitude.

- Il y a deux solutions possibles pour réduire ces inconvénients
- . soit rechercher une distance plus appropriée au phénomène étudié
  - . soit adopter un codage des données de manière à diminuer les lacunes précitées.

La première solution est à rejeter car le choix d'une autre distance que celle du  $\chi^2$  ferait disparaître la propriété de représentation simultanée qui est à la base du processus d'agrégation.

Nous avons donc cherché un codage des variogrammes adapté à notre problème. Nous avons pensé un moment utiliser des variogrammes pondérés par exemple  $\gamma(h)/\overline{\gamma}(h)$ , mais si cette formulation résoud le problème de l'uniformité des poids, rien n'est changé en ce qui concerne la discrimination des variogrammes affines.

J.P. Benzecri (Cf. [I]) propose le codage disjonctif complet, particulièrement adapté à la représentation sous forme distributionnelle des données d'origine quelconque. Le principe en est simple : on remplace chaque

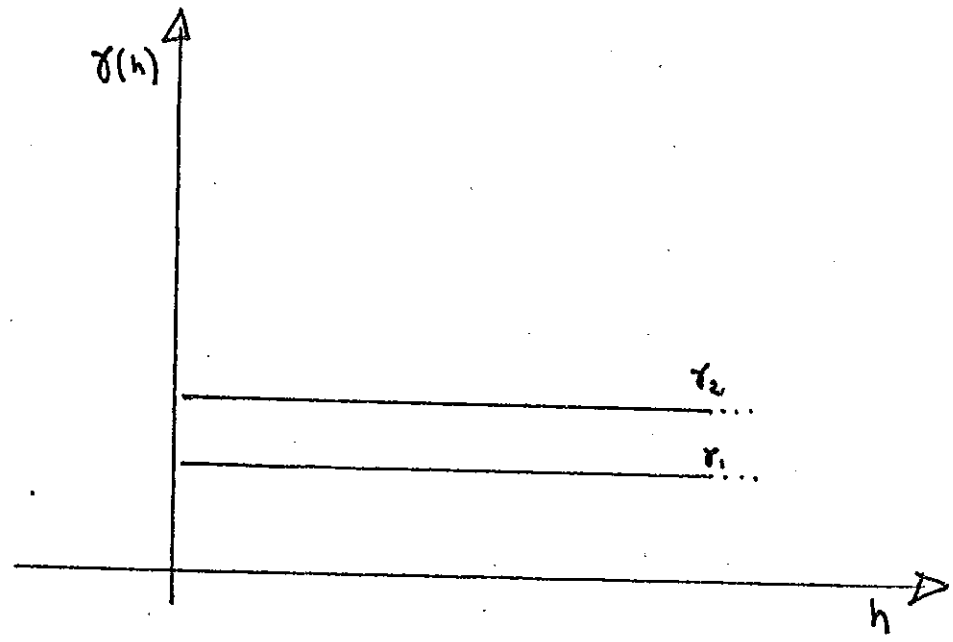
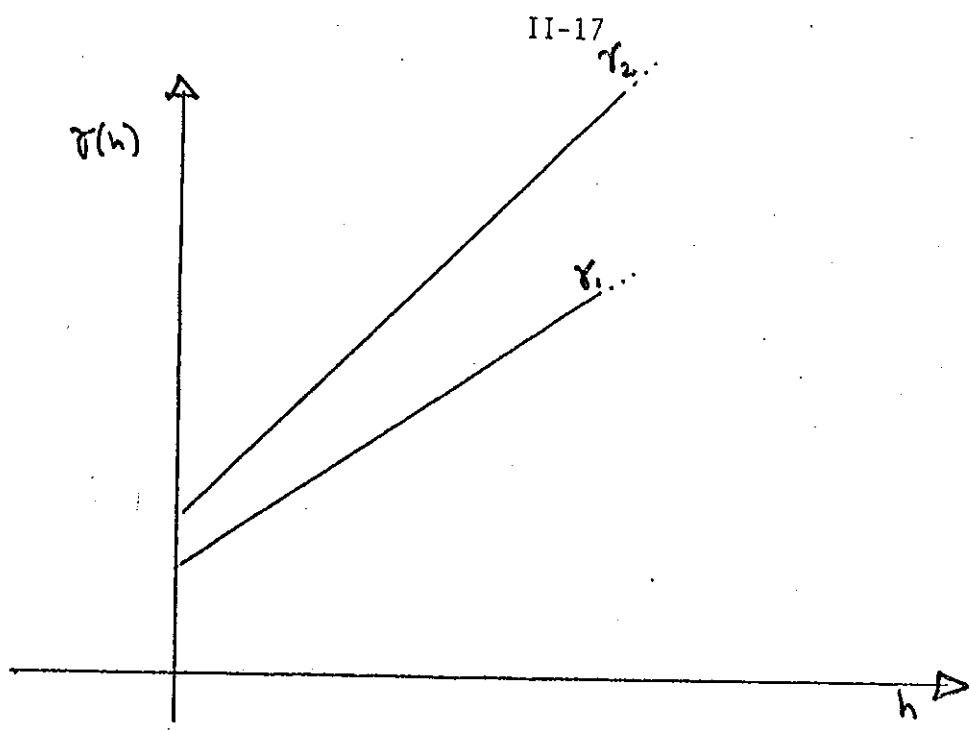


Fig.II-5 - 2 exemples de variogrammes affinés susceptibles de confusion dans l'espace factoriel

composante du vecteur texture par un code d'appartenance à une classe d'équipopulation.

Reprenons l'exemple déjà analysé d'une image 100 x 100 dont nous avons extrait 1024 vecteurs-texture à 26 composantes. D'une manière duale, nous avons 26 échantillons de 1024 observations. Considérons par exemple la  $j^{\text{ième}}$  composante ( $1 < j < 26$ ) :  $\gamma_j$  et formons un histogramme de l'échantillon. A partir de cet histogramme ou de l'histogramme cumulé, nous découpons l'espace support de la variable  $j$  ( $\mathbb{R}^+$ ) en  $M$  classes formant une partition, de manière à ce que chaque classe comporte le même nombre d'observations. Il existe une définition plus probabiliste de cette opérati

$$\Pr [i \in m, m = 1, M] = \frac{1}{M}$$

$i$  étant une observation quelconque ( $i = 1, 1024$ ). La figure II-6 schématise le processus.

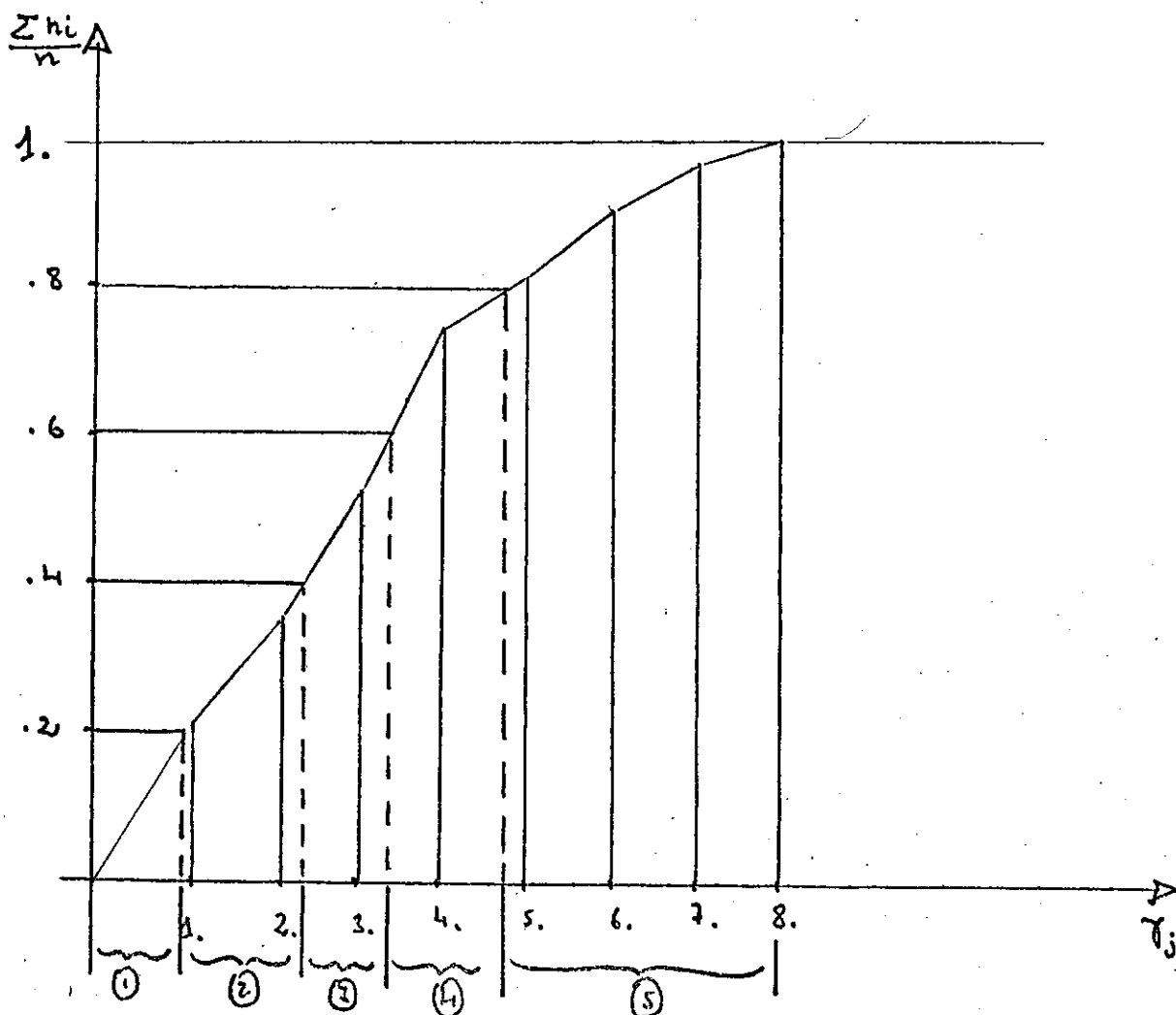


Fig.II-6 - Exemple de découpage en 5 classes d'équipopulation

Une fois obtenue la partition, on associera à tout couple  $(i, \gamma_j)$  un m-uple à valeur 0 ou 1. Dans l'exemple de la figure II-6 si l'élément  $i$  fait apparaître une valeur  $\gamma_j = 4.32$  le codage correspondant sera  $(0,0,0,1,0)$ , signifiant par là que la valeur observée tombe dans la classe 4.

Le choix du nombre de classes est à faire arbitrairement. Toutefois on prendra garde de se limiter dans ce nombre car on risque d'augmenter considérablement la dimension des vecteurs ce qui se répercute sur le nombre de facteurs à extraire de l'analyse et donc sur le temps de calcul. Dans nos programmes, nous avons prévu 5 classes d'isopopulation ce qui donne des vecteurs codés de dimension 130.

Dans la pratique, on échantillonnera parmi ces 130 composantes. Il s'agit là d'une autre propriété de l'analyse des correspondances : on peut considérer certains vecteurs comme éléments supplémentaires, c'est-à-dire qu'ils n'interviennent pas dans l'analyse, mais peuvent se projeter dans l'espace factoriel. De plus, par cet échantillonnage, on pourra donner plus d'importance aux premières composantes des vecteurs texture, ce qui donnera une meilleure segmentation du comportement à l'origine des variogrammes.

## II-6 - QUELQUES EXEMPLES COMMENTES

Dans ce paragraphe, nous allons présenter les résultats obtenus à partir des méthodes exposées sur deux exemples tests.

La première image testée ne présente qu'un intérêt restreint si ce n'est qu'elle a permis la mise au point des programmes. Il s'agit d'une image de petite dimension (40 lignes, 52 points par lignes) qui représente la thermographie de "Paris et sa banlieue" au mois de décembre 197. (Seules les mesures de température on fait l'objet du traitement).

Le deuxième exemple est plus intéressant dans la mesure où il concerne une image de populations hétérogène : "la côte Adriatique" dont nous avons fait l'analyse descriptive dans le chapitre II.

### II-6-1 - Thermographie de Paris et sa banlieue

Regardons les résultats obtenus sur le premier exemple.

Le calcul des fonctions de texture donne un variogramme moyen peu structuré, sensiblement linéaire, avec un coefficient de bruit de fond important par rapport au coefficient de texture pure (fig. II.7).

Mais il s'agit d'un variogramme moyen, et il est intéressant d'étudier la dispersion à chaque pas. La Fig II.8 donne les résultats statistiques obtenus pour quelques valeurs du pas, ainsi que les bornes du codage disjonctif complet.

Au seul vu de la dispersion des variogrammes on peut s'attendre à une classification en groupes peu différenciés. Toutefois l'analyse factorielle donne des résultats intéressants qui permettent d'avoir une idée des groupes à extraire. Dans cette analyse, nous avons sélectionné 50 caractéristiques codés, soit 10 valeurs possibles de  $h$  parmi les 26 disponibles. Par ailleurs, du fait de la petite dimension de l'image, l'échantillon analysé, porte sur 192 vecteurs codés.

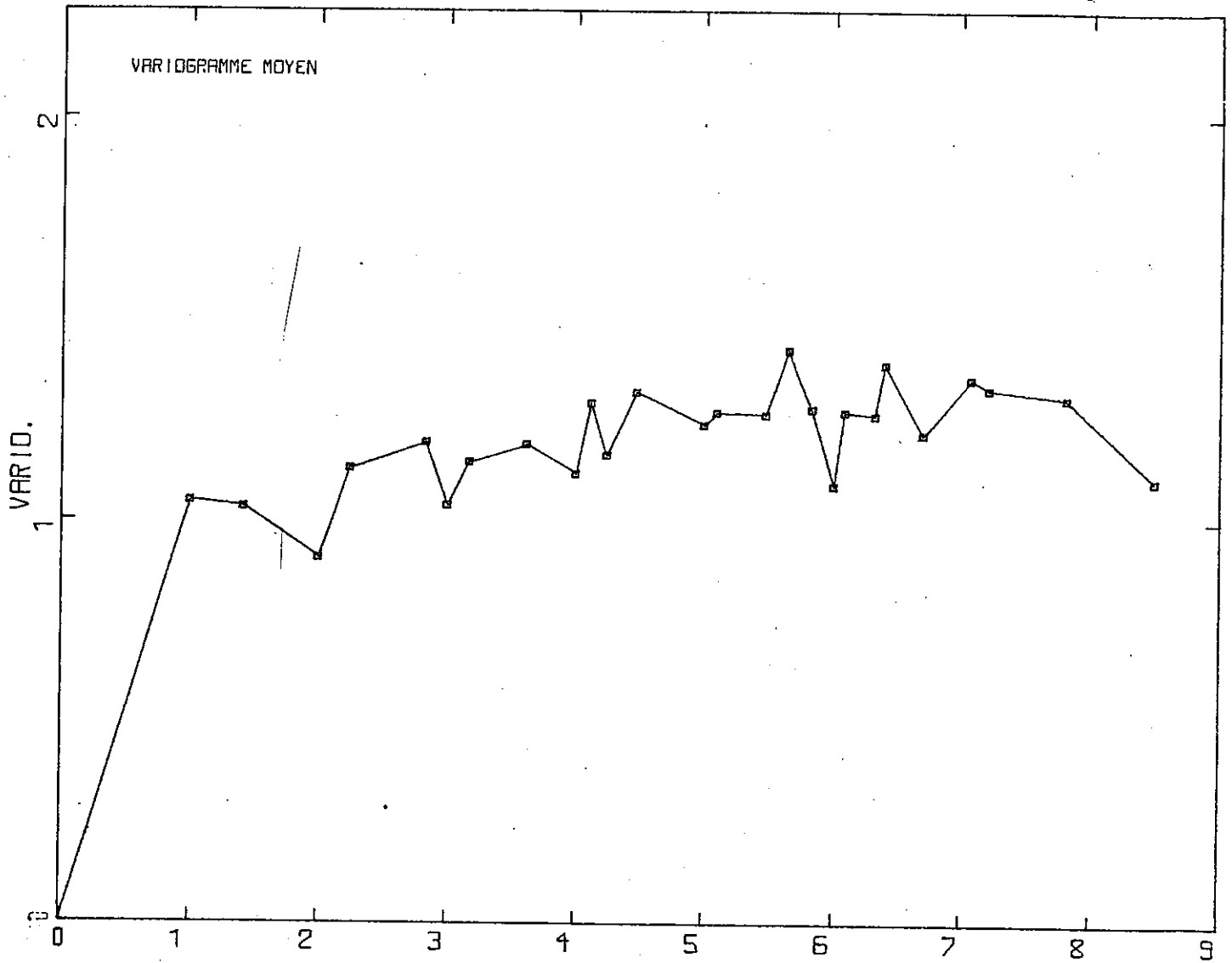


Fig.II-7 - Variogramme moyen "Paris et banlieue"

Nous avons extrait 5 facteurs d'inerties respectives : 13.8 %, 8.1 %, 5.1 %, 4.3 %, 3.9 %; soit un total de 35 %. Cela pourrait sembler peu, mais la décroissance rapide de l'inertie extraite dans les 3 premiers facteurs est malgré tout rassurante.

Dans la figure II.9 nous avons représenté le plan factoriel d'axes 1 et 2 (22 % d'inertie), dans lequel les caractéristiques ont été codées :

- par une lettre A, B, C, etc ..., indiquant la séquence des 26 pas possibles,
- par une série de signes, ++, +, , - , -- , indiquant la classe de codage.

Par exemple VF ++ indique qu'il s'agit du pas n° 6 du variogramme ( $h = 3.$ ) et de la tranche des hautes valeurs dans l'histogramme de ce pas.

Un rapide coup d'œil à ce graphique donne une idée des associations les plus courantes. En particulier, on se rend compte que les différentes tranches de codage s'associent entre elles : tous les caractères ++ se retrouvent du côté négatif. Toutefois quelques anomalies se remarquent avec les pas Y++ et Y-- qui peuvent s'associer respectivement avec les codes + et -.

En résumé on peut conclure qu'à part quelques exceptions, il y a une forte corrélation entre les caractères descriptifs des variogrammes. Si un variogramme a des faibles valeurs aux premiers pas, il a toutes les chances d'avoir des faibles valeurs partout, et de même pour les fortes valeurs.

Ce résultat sera confirmé par la classification hiérarchique des 50 caractères utilisés dans l'analyse. On trouvera à la figure II.10 la représentation arborescente fournie par le programme de classification ascendante hiérarchique.



PAR No 1 (h = 1.)  
 MINIMUM = 2.45 MAXIMUM = 1.75  
 MOYENNE = 1.05 VARIANCE = 3.06  
 HISTOGRAMME ( \* = 1 OBSERVATIONS )

3.0	3.5	2	**
2.5	1.0	91	*****
1.0	1.5	93	*****
1.5	2.0	10	*****
2.0	2.5	0	
1.5	3.0	0	

0.0 / 0.71 / 0.93 / 1.14 / 1.35 / 3.00 /

PAR No 2 (h = √1.)  
 MINIMUM = 0.44 MAXIMUM = 2.01  
 MOYENNE = 1.03 VARIANCE = 0.07  
 HISTOGRAMME ( \* = 1 OBSERVATIONS )

3.0	0.5	1	*
1.5	1.0	99	*****
1.0	1.5	80	*****
1.5	2.0	11	*****
2.0	2.5	1	*
1.5	3.0	0	
3.0	3.5	0	

0.0 / 0.19 / 0.88 / 1.09 / 1.34 / 3.50 /

PAR No 3 (h = 3.)  
 MINIMUM = 3.49 MAXIMUM = 1.01  
 MOYENNE = 1.04 VARIANCE = 0.07  
 HISTOGRAMME ( \* = 1 OBSERVATIONS )

3.0	3.5	1	*
2.5	1.0	98	*****
1.0	1.5	82	*****
1.5	1.0	11	*****
2.0	2.5	0	
1.5	3.0	0	

0.0 / 0.37 / 0.87 / 1.10 / 1.33 / 3.00 /

PAR No 40 (h = √10.)  
 MINIMUM = 3.52 MAXIMUM = 2.47  
 MOYENNE = 1.29 VARIANCE = 0.15  
 HISTOGRAMME ( \* = 1 OBSERVATIONS )

3.0	1.0	66	*****
1.0	1.5	93	*****
1.5	2.0	63	*****
2.0	2.5	10	*****
2.5	3.0	0	
3.0	3.5	0	

0.50 / 0.92 / 1.17 / 1.37 / 1.67 / 3.50 /

PAR No 41 (h = 6.)  
 MINIMUM = 3.22 MAXIMUM = 2.82  
 MOYENNE = 1.09 VARIANCE = 0.26  
 HISTOGRAMME ( \* = 1 OBSERVATIONS )

3.0	3.5	13	*****
2.5	1.0	89	*****
1.0	1.5	19	*****
1.5	2.0	32	*****
2.0	2.5	7	*****
2.5	3.0	2	**
3.0	3.5	0	
3.5	4.0	0	

0.0 / 0.54 / 0.84 / 1.13 / 1.34 / 4.00 /

PAR No 24 (h = √6.)  
 MINIMUM = 0.00 MAXIMUM = 3.99  
 MOYENNE = 2.10 VARIANCE = 1.55  
 HISTOGRAMME ( \* = 1 OBSERVATIONS )

3.0	3.5	72	*****
2.5	1.0	51	*****
1.0	1.5	18	*****
1.5	2.0	13	*****
2.0	2.5	10	*****
2.5	3.0	12	*****
1.0	3.5	1	*
1.5	4.0	6	*****
4.0	4.5	2	**
4.5	5.0	3	***
4.0	5.5	0	
4.5	6.0	2	**
4.0	6.5	0	
4.5	7.0	0	

0.0 / 0.27 / 0.55 / 0.81 / 1.08 / 7.00 /

Fig II.8 Statistiques à différents niveaux du variogramme (Paris et banlieue)

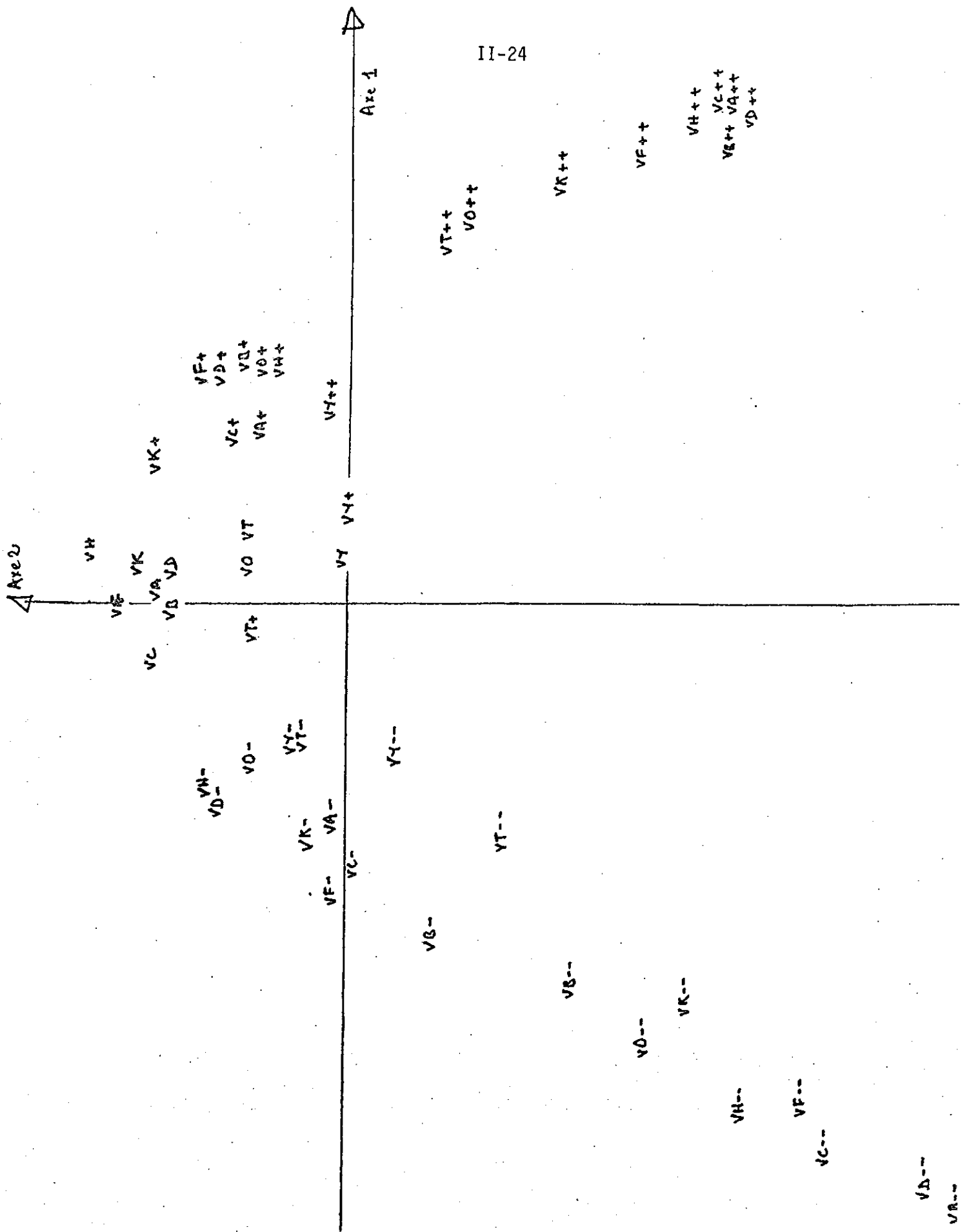


Fig.II-9 - Plan factoriel (1,2) (texture "Paris et Banlieue")

L'arbre hiérarchique oppose très nettement le groupe  $\{VA--,VC--,VD--,VF--,VH--,VK--,VO--\}$  à l'ensemble des autres caractères. A un deuxième niveau, se détache le groupe des caractères codés en ++, sauf VY++ qui, comme nous l'avons vu sur le plan factoriel (1,2), a un comportement particulier.

Pour la suite du processus, nous avons retenu une partition en 4 classes.

Les classes extraites sont :

$$C_4 = \{VA--,VC--,VD--,VF--,VH--,VK--,VO--\}$$

$$C_1 = \{VA++,VB++,VC++,VD++,VF++,VH++,VK++,VO++,VT++\}$$

$$C_3 = \{VB--,VT--,VY--,VA-,VB-,VC-,VD-,VF-,VH-,VK-,VO-,VT-,VY-\}$$

$$C_2 = \left\{ \begin{array}{l} VY++,VA+,VB+,VC+,VD+,VF+,VH+,VK+,VO+,VT+,VY+,VA,VB,VC,VD,VF, \\ VH,VK,VO,VT,VY \end{array} \right\}$$

C'est donc autour des centres de gravité de ces classes que va démarrer le processus d'agrégation.

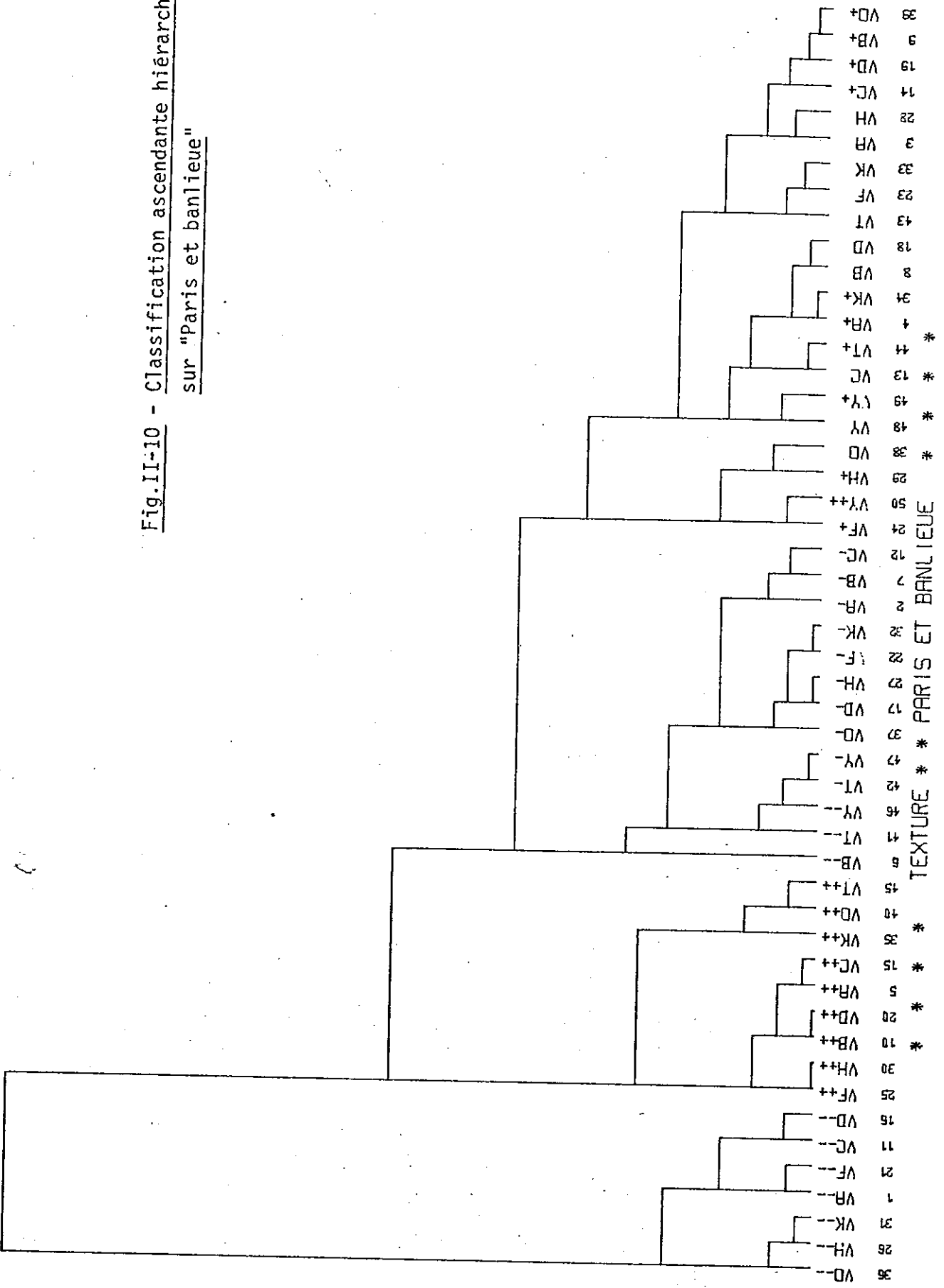
Pour cette application il n'a suffi que de 2 itérations pour arriver à la stabilité des groupes. En effet la 2ème itération a entraîné le changement de groupe d'un seul vecteur - texture, et c'est sur ce critère que le processus s'est terminé.

Les 4 groupes de variogrammes ont pour effectif :

groupe 1	32	soit 16.67 %
groupe 2	82	soit 42.71 %
groupe 3	63	soit 32.81 %
groupe 4	15	soit 7.81 %

Afin d'analyser la différenciation des groupes, nous avons calculé les variogrammes moyens par groupe, et nous en donnons les tracés (fig II.11). On pourra comparer les résultats obtenus avec celui de la figure II.7.

Fig.II-10 - Classification ascendante hiérarchique sur "Paris et banlieue"



On se rend compte que la typologie des variogrammes donne une différenciation sur "l'effet de pépite" (discontinuité à l'origine), mais que les groupes segmentés présentent une analogie du point de vue de la texture pure (pente de la courbe)

Le programme de calcul des variogrammes par groupe nous donne également les coefficients de l'ajustement à une fonction de type  $\alpha h + B$ .

Les résultats sont les suivants :

groupe 1	$\gamma(h) = .0807 h + 1.2818$
groupe 2	$\gamma(h) = .0687 h + 0.9975$
groupe 3	$\gamma(h) = .0488 h + 0.8091$
groupe 4	$\gamma(h) = .0328 h + 0.6264$

Le premier exemple était relatif à une zone de texture homogène pour laquelle les phénomènes étaient peu complexes. Il n'en est pas de même pour le deuxième exemple que nous avons choisi pour les contrastes qu'il contient.

#### II-6-2 - La côte Adriatique

Le variogramme moyen est beaucoup plus typé dans le sens du rapport texture pure sur bruit de fond (fig II.12).

L'analyse factorielle, effectuée sur le même échantillonnage des caractères (50 composantes codées) fait ressortir une structure mieux affirmée, 52.7 % d'inertie sur les 5 premiers facteurs, inertie répartie comme suit :

1e facteur	: 20.6 %
2e facteur	: 14.6 %
3e facteur	: 8.3 %
4e facteur	: 5.5 %
5e factuer	: 3.7 %

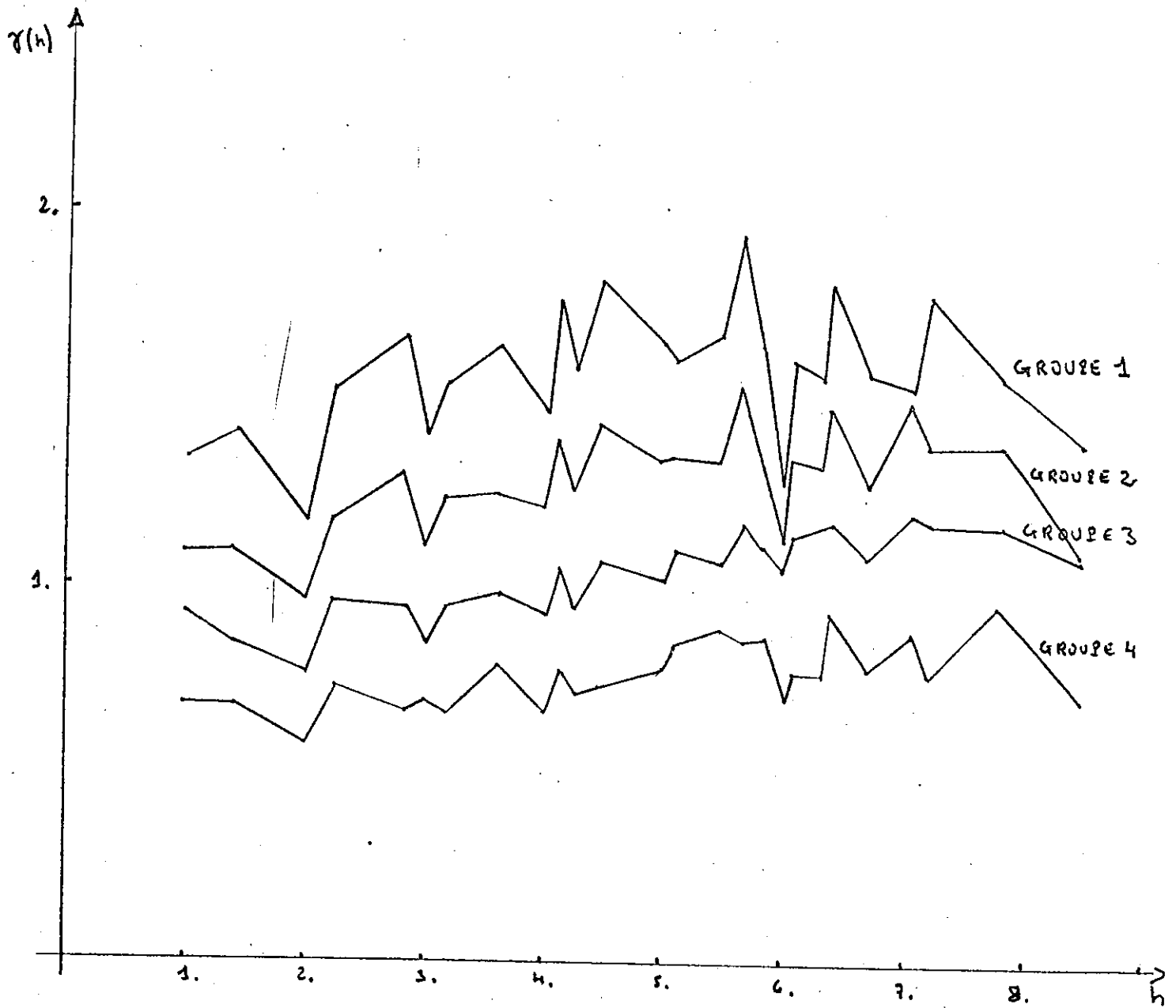


Fig. II.11 Variogrammes moyens par groupe  
(Paris et banlieue)

Les deux premiers axes de l'espace factoriel sont prépondérants, comme le montre le dessin de la figure II.13. Les regroupements par tranche d'histogramme sur les variogrammes se font sans pratiquement aucune exception, et on pourrait se passer d'une classification en se bornant à l'utilisation des deux premiers facteurs.

L'arbre hiérarchique confirme bien les résultats escomptés (fig II.14), et on peut espérer une taxonomie meilleure que pour le 1er exemple. Aussi nous avons pensé qu'il serait intéressant de comparer les résultats en faisant varier le nombre de groupes à extraire de l'ensemble des variogrammes.

Une première segmentation a été effectuée à partir des 3 classes :

$$C_1 = \{VA_{++}, VB_{++}, VC_{++}, VD_{++}, VF_{++}, VH_{++}, VK_{++}, VO_{++}, VT_{++}, VY_{++}\}$$

$$C_2 = \{VA_{+}, VB_{+}, VC_{+}, VD_{+}, VF_{+}, VH_{+}, VK_{+}, VO_{+}, VT_{+}, VY_{+}, VA, VO, VC, VD, VF, VH, VK, VO, VT, VY\}$$

$$C_3 = \{VA_{-}, VD_{-}, VC_{-}, VD_{-}, VF_{-}, VH_{-}, VK_{-}, VO_{-}, VT_{-}, VY_{-}, VA_{--}, VD_{--}, VF_{--}, VH_{--}, VK_{--}, VO_{--}, VT_{--}, VY_{--}\}$$

Obtenus par coupure de l'arbre au niveau  $d_1$  (fig II.14)

La stabilité des groupes est obtenue au bout de la 4<sup>ième</sup> itération et la répartition suivant les groupes est la suivante :

groupe 1	180	soit	17.58 %
groupe 2	431	soit	42.09 %
groupe 3	413	soit	40.33 %

La figure II.15 donne les courbes obtenues pour les variogrammes moyens de chaque groupe. On peut remarquer un groupe très distinct des autres, phénomène qui s'explique très bien par l'existence de forts contrastes thermiques (littoral, nuages).

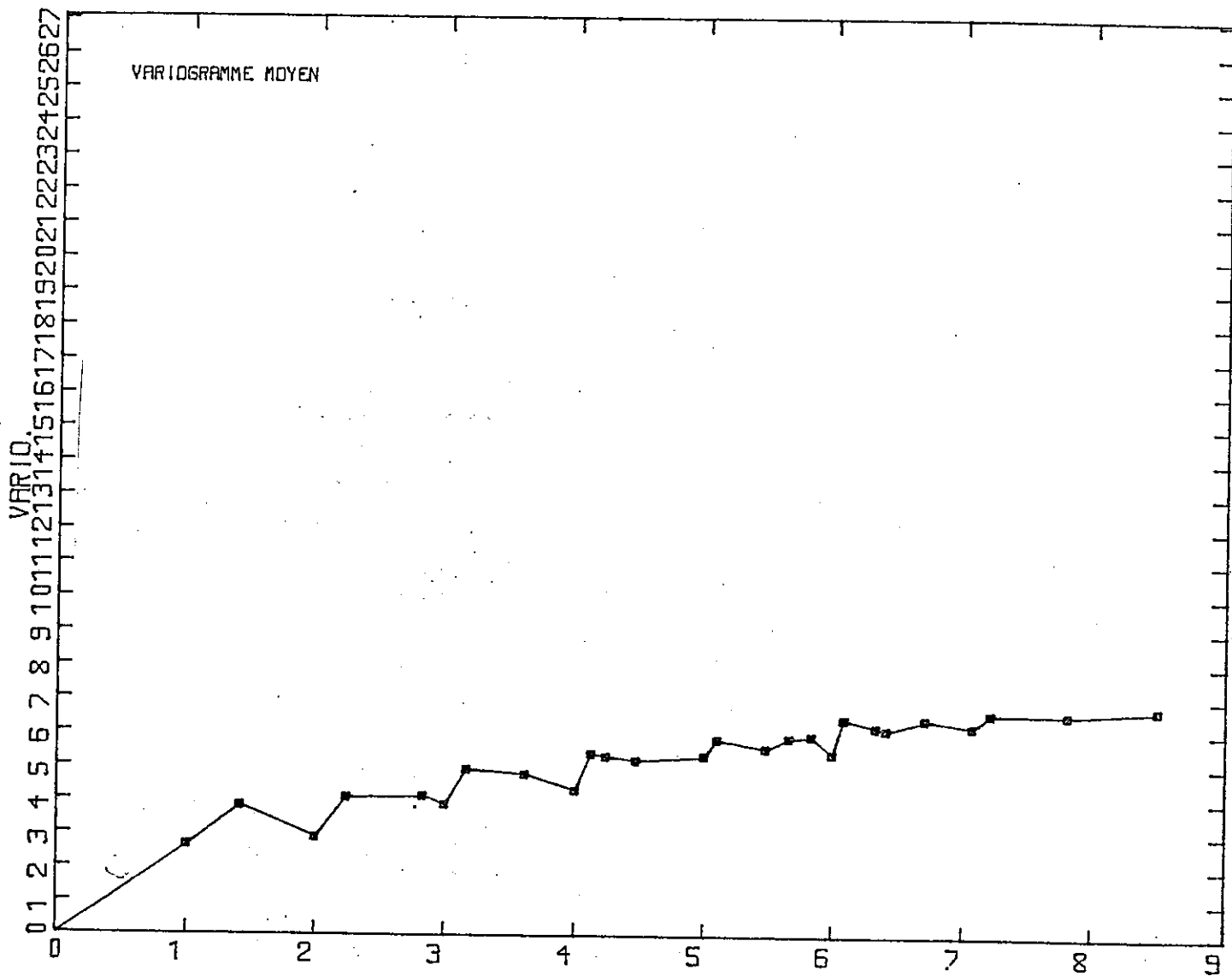


Fig. II.12 Variogramme moyen  
(Côte Adriatique)





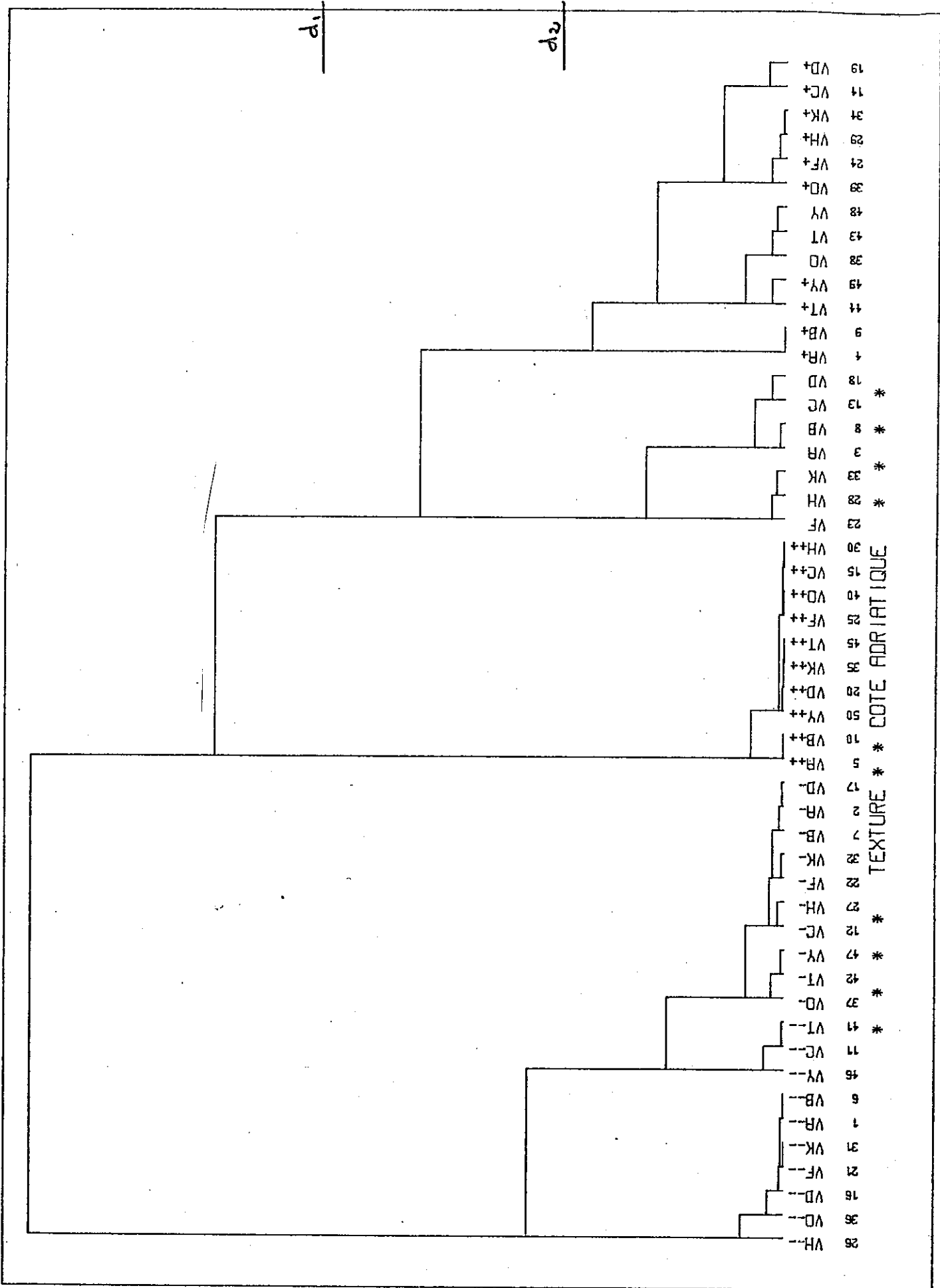


Fig. II.14 Arbre de la classification sur l'exemple "Côte Adriatique"

A ce sujet, il nous a paru intéressant de mettre en image les résultats de la segmentation, en utilisant le procédé habituel de l'impression en niveaux de gris. Le résultat est assez concluant : les zones les plus contrastées de l'image se retrouvent avec un variogramme du groupe 1, significatif d'un rapport texture pure sur bruit de fond élevé (fig II.16).

Dans l'espoir d'améliorer encore la classification, nous avons augmenté le nombre de groupes à extraire en coupant l'arbre hiérarchique à un niveau de distance plus faible. Nous avons obtenu cinq classes qui une fois "injectées" dans le processus d'agrégation ont permis d'obtenir une segmentation certes plus nuancée, mais qui n'apporte guère d'innovation par rapport au résultat précédent, comme le prouvent les figures II.17 et II.18.

Les deux exemples traités ne prétendent pas avoir fait le tour du problème posé par l'analyse de la texture, mais les résultats obtenus sont prometteurs et nous pouvons espérer posséder une bonne base de travail pour l'étude du lissage.

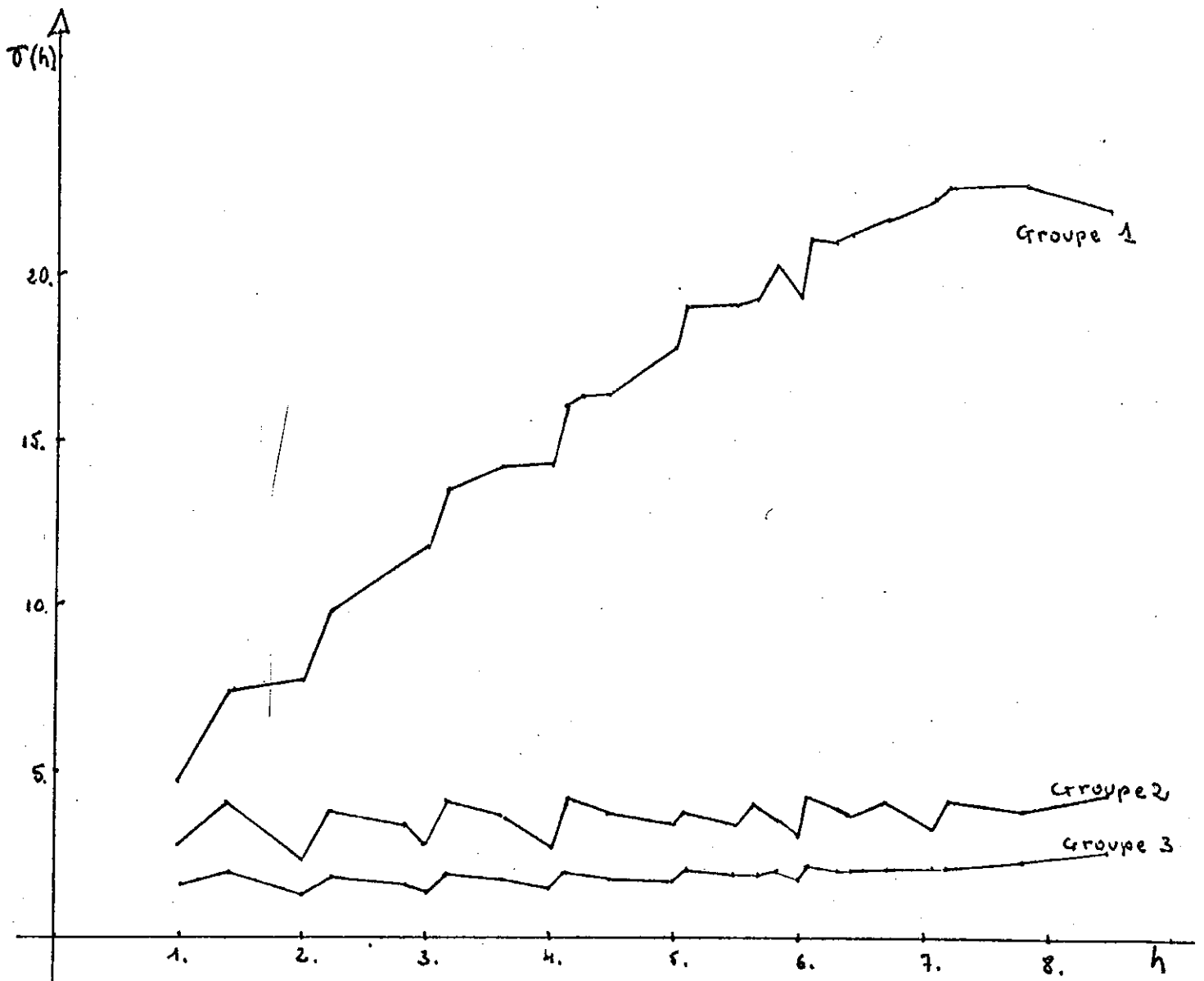


Fig. II.15 Variogrammes moyens obtenus par la segmentation en 3 groupes (Côte Adriatique)

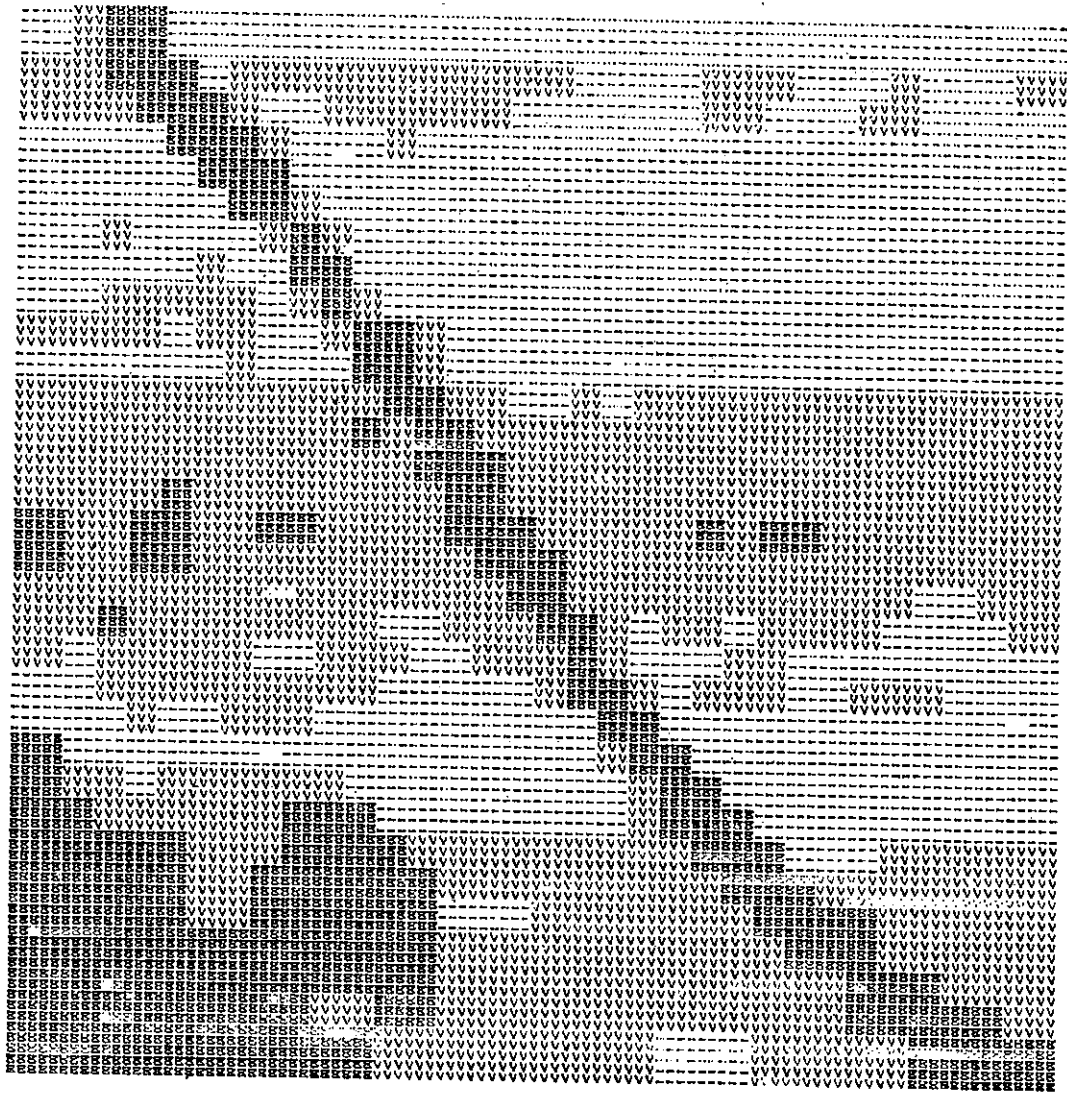


Fig II.16 Résultat de la segmentation en 3 groupes  
(Côte Adriatique)

Légende	}	Groupe 1	8
		Groupe 2	V
		Groupe 3	-

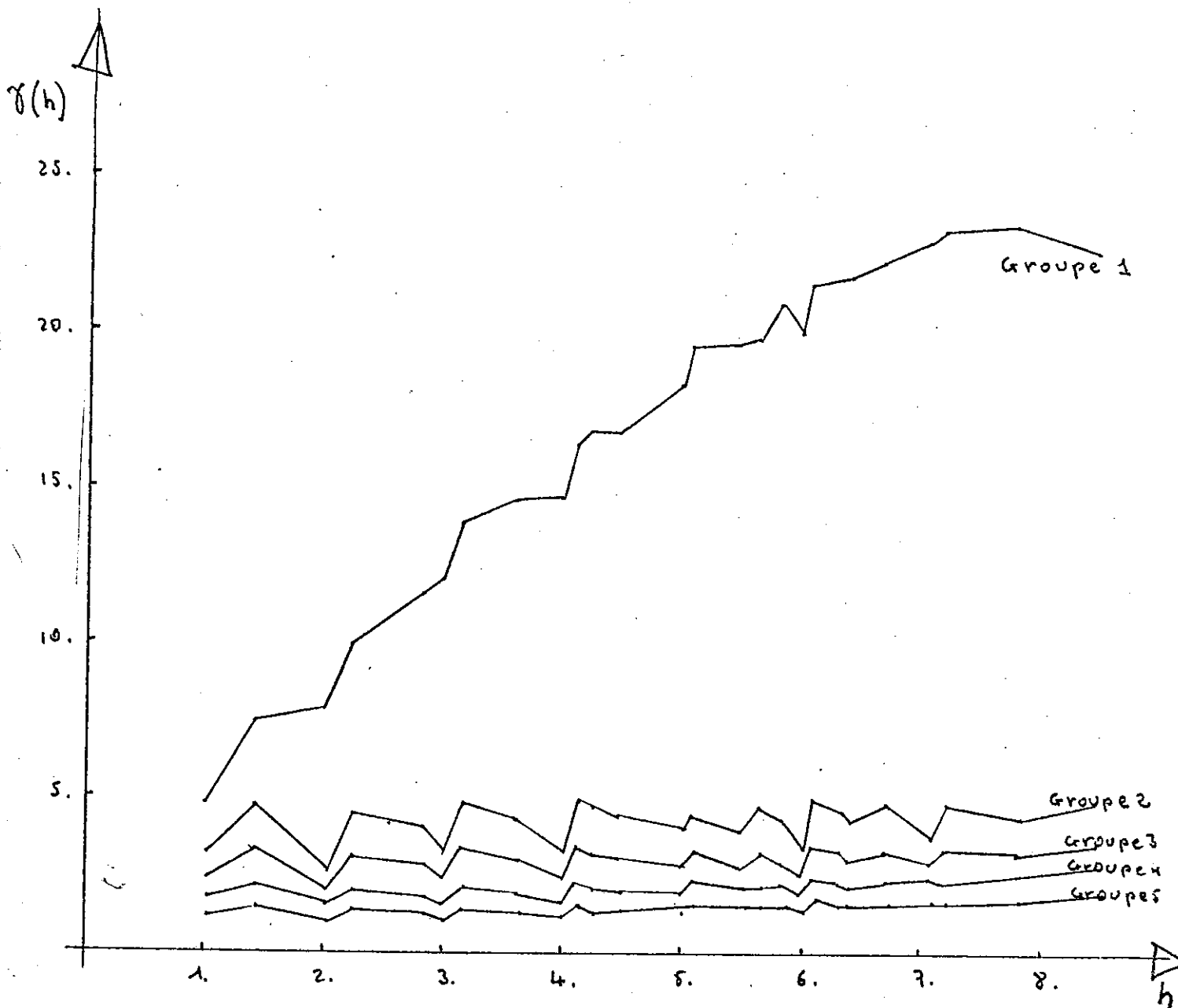


Fig. II.17 Segmentation en 5 groupes  
(Côte Adriatique)

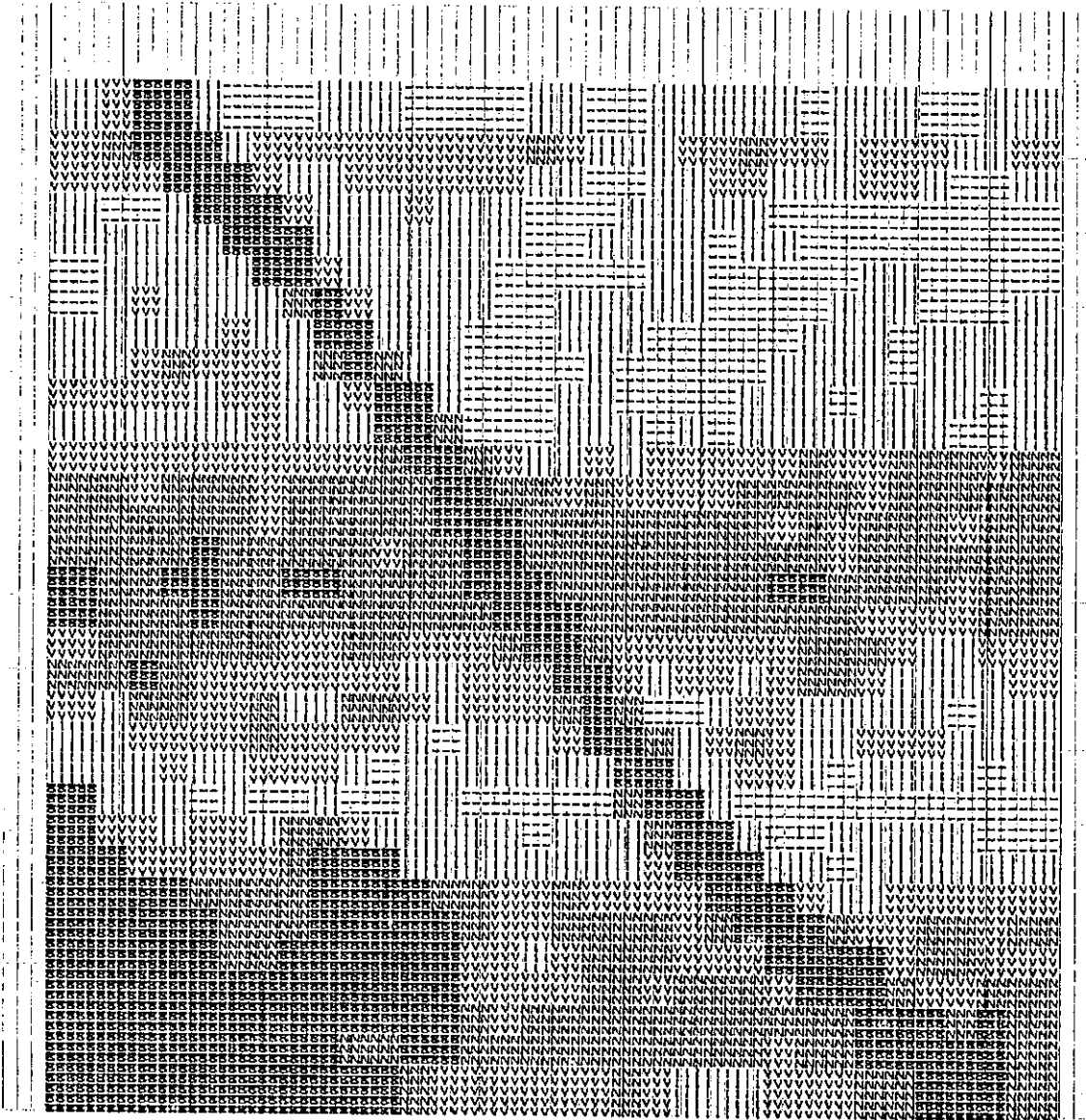


Fig. II.18 Résultat de la segmentation en 5 groupes (Côte Adriatique)

Légende	}	Groupe 1	8
		Groupe 2	N
		Groupe 3	V
		Groupe 4	I
		Groupe 5	—

C H A P I T R E - I I I

L I S S A G E



Dans le chapitre II, nous avons cherché à mettre en évidence les composantes essentielles de la texture d'une image, et les exemples étudiés nous ont permis de vérifier la présence d'un bruit de fond important

Nous avons donc cherché une méthode susceptible de fournir un opérateur de lissage efficace. Pour cela, nous avons repris comme cadre la théorie des fonctions aléatoires intrinsèques de G. MATHERON [1], en vue d'appliquer le krigeage à notre problème d'estimation d'image non bruitée.

### III-1 - LE KRIGEAGE EN TANT QU'OPERATEUR DE LISSAGE

Nous nous plaçons donc dans le cadre de l'hypothèse intrinsèque, définie au paragraphe II.1. De plus nous allons supposer que la fonction que la fonction aléatoire  $Z(u)$  (dont la réalisation est notre image) peut se décomposer sous la forme :

$$Z(u) = Y(u) + \epsilon(u)$$

où  $\epsilon(u)$  est une variable aléatoire représentant le bruit de fond et vérifiant les conditions suivantes :

$$E[\epsilon(u)] = 0$$

$$E[\epsilon(u) \epsilon(u+h)] = \begin{cases} c & \text{si } u = 0 \\ 0 & \text{si } u \neq 0 \end{cases}$$

$$E[\gamma(u)\epsilon(u)] = 0$$

Cet ensemble de conditions signifie en fait que le bruit de fond est une fonction aléatoire centrée, décorrelée avec elle-même et avec  $Y$ , et de variance constante.

On peut bien sûr se demander que devient la notion de fonction de texture si l'on applique un tel modèle. Soit  $\gamma_Z(h)$  le variogramme de la fonction  $Z$  :

$$\begin{aligned}\gamma_Z(h) &= \frac{1}{2} E \left[ (Z(u+h) - Z(u))^2 \right] \\ &= \frac{1}{2} E \left[ (Y(u+h) + \varepsilon(u+h) - Y(u) - \varepsilon(u))^2 \right] \\ &= \frac{1}{2} E \left[ (Y(u+h) - Y(u))^2 + (\varepsilon(u+h) - \varepsilon(u))^2 - 2(Y(u+h) - Y(u))(\varepsilon(u+h) - \varepsilon(u)) \right] \\ &= \frac{1}{2} E \left[ (Y(u+h) - Y(u))^2 \right] + \frac{1}{2} E \left[ (\varepsilon(u+h) - \varepsilon(u))^2 \right] + 0 \\ \gamma_Z(h) &= \gamma_Y(h) + \gamma_\varepsilon(h)\end{aligned}$$

$$\text{où } \gamma_\varepsilon(h) = \begin{cases} 0 & \text{si } h = 0 \\ C & \text{si } h \neq 0 \end{cases}$$

En conclusion, l'estimation de la variable  $Y$  revient à construire une fonction aléatoire dérivée de  $Z$ , mais dans laquelle l'effet de pépite a disparu. Supposons par exemple que l'analyse de la fonction aléatoire image donne un variogramme de type :

$$\gamma_Z(h) = \begin{cases} ah + b & \text{si } h \neq 0 \\ 0 & \text{si } h = 0 \end{cases}$$

Il suffit de poser :

$$\gamma_\varepsilon(h) = \begin{cases} b & \text{si } h \neq 0 \\ 0 & \text{si } h = 0 \end{cases}$$

pour que le variogramme de  $Y$  devienne :

$$\gamma_Y(h) = ah$$

donc sans effet de pépite.

De plus la variable  $Y$  conserve toutes les caractéristiques de texture "pure" de la variable  $Z$  dont elle est issue.

Nous allons donc construire le meilleur estimateur de  $Y_0 = Y(u_0)$  valeur théorique mais inconnue de la fonction aléatoire  $Y$  au point  $u_0$ . L'estimateur choisi sera de type moyenne mobile :

$$Y_0^* = \sum_{\alpha} Z(u_{\alpha}) \lambda_{\alpha} = \sum_{\alpha} Z_{\alpha} \lambda_{\alpha}$$

Avant de commencer les calculs, il nous faut préciser un certain nombre de points relatifs au calcul de la variance d'une combinaison linéaire son hypothèse intrinsèque, G. MATHERON [1] démontre :

- Seules les combinaisons linéaires  $Z^* = \sum \lambda_{\alpha} Z(u_{\alpha})$  vérifiant la condition  $\sum \lambda_{\alpha} = 0$  ont une variance finie sans hypothèse intrinsèque.

- Dans ce cas, cette variance s'écrit :  $V(Z^*) = - \sum_{\alpha, \beta} \lambda_{\alpha} \lambda_{\beta} \gamma_{\alpha\beta}$

où  $\gamma_{\alpha\beta}$  est la valeur du variogramme de  $Z$  :  $\gamma(h)$  pour  $h = |u_{\alpha} - u_{\beta}|$

Cette propriété est essentielle car elle permet de construire des combinaisons linéaires de variance finie à partir de réalisations d'une fonction aléatoire de variance "a priori" infinie.

Revenons à notre problème qui est l'estimation de  $Y_0 = Z_0 - \epsilon_0$  à partir des  $n$  réalisations  $\{Z_{\alpha}, \alpha = 0, n-1\}$  de la fonction  $Z$ . Nous allons imposer à l'estimateur  $Y_0^* = \sum_{\alpha=0, n-1} \lambda_{\alpha} Z_{\alpha}$  deux conditions essentielles :

a) L'erreur d'estimation devra être centrée (estimateur sans biais) :

$$E [Y_0^* - Y_0] = 0$$

b) L'erreur d'estimation devra être de variance minimale

$$V [Y_0^* - Y_0] \text{ minimum}$$

La condition a) s'écrit :

$$E \left[ \sum \lambda_{\alpha} Z_{\alpha} - Y_0 \right] = 0$$

$$\sum \lambda_{\alpha} E \left[ Z_{\alpha} \right] - E \left[ Y_0 \right] = 0$$

$$\sum \lambda_{\alpha} E \left[ Z_{\alpha} \right] - E \left[ Z_0 - \varepsilon_0 \right] = 0$$

$$\sum \lambda_{\alpha} E \left[ Z_{\alpha} \right] - E \left[ Z_0 \right] = 0$$

Nous avons posé dans les hypothèses de départ  $E \left[ Z \right] = \text{cste} (= m)$ .

$$\text{Donc } m \sum \lambda_{\alpha} - m = 0$$

$$\boxed{\sum \lambda_{\alpha} = 1}$$

C'est ce que G. MATHERON [1] appelle la relation d'universalité. Notons au passage que l'estimation  $Y_0^*$  n'aura pas une variance finie. Par contre l'erreur d'estimation  $Y_0^* - Y_0$  aura une variance finie et c'est ce qui compte pour nous.

$$V \left[ Y_0^* - Y_0 \right] = V \left[ \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} Z_{\alpha} - Z_0 + \varepsilon_0 \right]$$

$$\text{posons } \lambda'_{\alpha} = \lambda_{\alpha} - \delta_{\alpha 0}$$

$$\text{avec } \delta_{\alpha 0} = \begin{cases} 0 & \text{si } \alpha \neq 0 \\ 1 & \text{si } \alpha = 0 \end{cases}$$

$$V \left[ Y_0^* - Y_0 \right] = V \left[ \sum_{\alpha} \lambda'_{\alpha} Z_{\alpha} + \varepsilon_0 \right]$$

$$= V \left[ \sum_{\alpha} \lambda'_{\alpha} Z_{\alpha} \right] + V \left[ \varepsilon_0 \right] + 2 \text{cov} \left[ \sum_{\alpha} \lambda'_{\alpha} Z_{\alpha}, \varepsilon_0 \right]$$

$$= V \left[ \sum_{\alpha} \lambda'_{\alpha} Z_{\alpha} \right] + V \left[ \varepsilon_0 \right] + 2 \sum_{\alpha} \lambda'_{\alpha} \text{cov} \left[ Z_{\alpha}, \varepsilon_0 \right]$$

Calculons  $\text{COV} [Z_\alpha, \varepsilon_0]$  :

$$\begin{aligned} \text{COV} [Z_\alpha, \varepsilon_0] &= \text{COV} [Y_\alpha + \varepsilon_\alpha, \varepsilon_0] \\ &= \text{COV} [Y_\alpha, \varepsilon_0] + \text{COV} [\varepsilon_\alpha, \varepsilon_0] \\ &= 0 + \delta_{\alpha 0} V [\varepsilon_0] \end{aligned}$$

D'où :

$$\begin{aligned} V [Y_0^* - Y_0] &= V \left[ \sum_\alpha \lambda'_\alpha Z_\alpha \right] + V [\varepsilon_0] + 2 \sum_\alpha \lambda'_\alpha \delta_{\alpha 0} V [\varepsilon_0] \\ &= V \left[ \sum_\alpha \lambda'_\alpha Z_\alpha \right] + V [\varepsilon_0] + 2 \lambda'_0 V [\varepsilon_0] \\ &= V \left[ \sum_\alpha \lambda'_\alpha Z_\alpha \right] + V [\varepsilon_0] + 2(\lambda_0 - 1) V [\varepsilon_0] \\ &= V \left[ \sum_\alpha \lambda'_\alpha Z_\alpha \right] + 2\lambda_0 V [\varepsilon_0] - V [\varepsilon_0] \end{aligned}$$

La combinaison linéaire  $\sum_\alpha \lambda'_\alpha Z_\alpha$  possède une variance finie car  $\sum_\alpha \lambda'_\alpha = 0$ .

Donc :

$$\begin{aligned} V [Y_0^* - Y_0] &= - \sum_{\alpha, \beta} \lambda'_\alpha \lambda'_\beta \gamma_{\alpha\beta} + (2\lambda_0 - 1) V [\varepsilon_0] \\ &= - \sum_{\alpha, \beta} (\lambda_\alpha - \delta_{\alpha 0})(\lambda_\beta - \delta_{\beta 0}) \gamma_{\alpha\beta} + (2\lambda_0 - 1) V [\varepsilon_0] \end{aligned}$$

$$(III-1) \quad V [Y_0^* - Y_0] = - \sum_{\alpha, \beta} \lambda_\alpha \lambda_\beta \gamma_{\alpha\beta} + 2 \sum_\beta \lambda_\beta \gamma_{0\beta} + (2\lambda_0 - 1) V [\varepsilon_0]$$

Nous voulons minimiser  $V [Y_0^* - Y_0]$  en tenant compte de la condition :  $\sum \lambda_\alpha = 1$ .  
Nous utiliserons la méthode des multiplicateurs de Lagrange :

$$\begin{aligned} f &= V [Y_0^* - Y_0] && \text{minimum} \\ g &= \sum \lambda_\alpha - 1 = 0 \\ \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \lambda_\alpha} (f - 2 \mu g) &= 0 \end{aligned}$$

(Le coefficient  $2\mu$  permet de simplifier les calculs).

$$f - 2\mu g = - \sum_{\alpha, \beta} \lambda_{\alpha} \lambda_{\beta} \gamma_{\alpha\beta} + 2 \sum_{\beta} \lambda_{\beta} \gamma_{\beta 0} + 2(\lambda_0 - 1)V[\epsilon_0] - 2\mu \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} + 2\mu$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_{\alpha}} (f - 2\mu g) = - 2 \sum_{\beta} \lambda_{\beta} \gamma_{\alpha\beta} + 2\gamma_{\alpha 0} + 2 \delta_{\alpha 0} V[\epsilon_0] - 2\mu$$

Soit :

$$(III.2) \left\{ \begin{array}{l} \mu + \sum_{\beta} \lambda_{\beta} \gamma_{\alpha\beta} = \gamma_{\alpha 0} + \delta_{\alpha 0} V[\epsilon_0] \quad \forall \alpha \\ \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} = 1 \end{array} \right.$$

Les coefficients  $\lambda_{\alpha}$  sont donc solution d'un système linéaire, ce qui ne pose pas tellement de problème avec les moyens de calcul dont nous disposons.

D'autre part ce système peut se simplifier en décomposant le variogramme  $\gamma_{\alpha\beta}$  sous la forme :

$$\gamma_{\alpha\beta} = \gamma'_{\alpha\beta} + C(1 - \delta_{\alpha\beta})$$

où la composante  $\gamma'$  représente la texture "pure" ( $\gamma'_{\alpha\beta} \rightarrow 0 / \alpha \rightarrow \beta$ ) et C est l'effet de pépite significatif du bruit de fond. On trouve ainsi le modèle déjà défini au début de ce paragraphe, dans lequel nous avons isolé le variogramme du bruit de fond :

$$\gamma_{\epsilon}(h) = \begin{cases} C & \text{si } h \neq 0 \\ 0 & \text{si } h = 0 \end{cases}$$

et on remarque que  $V[\epsilon_0] = C$

Le système devient :

$$\mu + \sum_{\beta} \gamma'_{\alpha\beta} \lambda_{\beta} + C - C\lambda_{\alpha} = \gamma'_{\alpha 0} + C(1 - \delta_{\alpha 0}) + C \delta_{\alpha 0}$$

Soit en simplifiant :

$$(III.3) \left| \begin{array}{l} \mu + \sum_{\beta} \gamma_{\alpha\beta} \lambda_{\beta} - C \lambda_{\alpha} = \gamma_{\alpha 0} \quad \forall_{\alpha} \\ \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} = 1 \end{array} \right.$$

Nous avons donc construit l'estimateur linéaire de variance minimale. On peut maintenant calculer cette variance compte tenu des systèmes (III.2) ou (III.3).

Prenons par exemple l'équation du système (III.2)

$$\mu + \sum_{\beta} \gamma_{\alpha\beta} \lambda_{\beta} = \gamma_{\alpha 0} + \delta_{\alpha 0} C$$

Multiplions les deux membres par  $\lambda_{\alpha}$  et sommons sur  $\alpha$  :

$$\mu \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} + \sum_{\alpha, \beta} \lambda_{\alpha} \lambda_{\beta} \gamma_{\alpha\beta} = \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \gamma_{\alpha 0} + C \lambda_0$$

D'où l'on tire :

$$- \sum_{\alpha, \beta} \lambda_{\alpha} \lambda_{\beta} \gamma_{\alpha\beta} = \mu - \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \gamma_{\alpha 0} - C \lambda_0$$

que l'on reporte dans l'équation (III.1)

$$V [Y_0^* - Y_0] = \mu - \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \gamma_{\alpha 0} - C \lambda_0 + 2 \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \gamma_{\alpha 0} + (2\lambda_0 - 1) C$$

On trouve :

$$(III.4) \quad V [Y_0^* - Y_0] = \mu + \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \gamma_{\alpha 0} + C (\lambda_0 - 1)$$

En passant à la forme simplifiée, on a :

$$\begin{aligned} V [Y_0^* - Y_0] &= \mu + \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \gamma_{\alpha 0} + C \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} - C \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \gamma_{\alpha 0} + (\lambda_0 - 1) C \\ &= \mu + \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \gamma_{\alpha 0} + C - C \lambda_0 + C \lambda_0 - C \end{aligned}$$

$$(III.5) \quad V [Y_0^* - Y_0] = \mu + \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \gamma_{\alpha 0}$$

On peut également calculer la variance théorique des résidus :

$$\begin{aligned}
 V [Z_0 - Y_0^*] &= V [Y_0 + \varepsilon_0 - Y_0^*] \\
 &= V [Y_0 - Y_0^*] + V [\varepsilon_0] + 2 \text{COV} [Y_0 - Y_0^*, \varepsilon_0] \\
 &= \mu + \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \gamma'_{\alpha 0} + C + 2 \text{COV} [Y_0, \varepsilon_0] - 2 \text{COV} [Y_0^*, \varepsilon_0] \\
 &= \mu + \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \gamma'_{\alpha 0} + C - 2 \text{COV} [Y_0^*, \varepsilon_0]
 \end{aligned}$$

Explicitons le dernier terme :

$$\begin{aligned}
 \text{COV} [Y_0^*, \varepsilon_0] &= \text{COV} \left[ \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} Z_{\alpha}, \varepsilon_0 \right] \\
 &= \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \text{COV} [Z_{\alpha}, \varepsilon_0] \\
 &= \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \text{COV} [Y_{\alpha} + \varepsilon_{\alpha}, \varepsilon_0] \\
 &= \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} (\text{COV} [Y_{\alpha}, \varepsilon_0] + \text{COV} [\varepsilon_{\alpha}, \varepsilon_0]) \\
 &= \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} (0 + \delta_{\alpha 0} C)
 \end{aligned}$$

$$\text{COV} [Y_0^*, \varepsilon_0] = \lambda_0 C$$

En reportant :

$$V [Z_0 - Y_0^*] = \mu + \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \gamma'_{\alpha 0} + C(1 - 2\lambda_0)$$

Cette dernière formule permet de contrôler l'efficacité du lissage par la comparaison des statistiques obtenues sur les résidus observés et les données théoriques issues du calcul.

Nous avons donc tous les éléments nécessaires à une bonne approche du lissage optimal sans hypothèse intrinsèque. Comme nous l'avons vu, l'estimateur construit s'appuie essentiellement sur la connaissance du variogramme.

Le moment est venu d'utiliser les résultats que nous ont fournis les méthodes d'analyse et de taxonomie développés au 2ème chapitre.



III-2 - LE LISSAGE ADAPTATIF

Revenons en arrière pour analyser les hypothèses qui nous ont permis d'obtenir l'estimation optimal. En tête du chapitre II nous avons supposé :

$$(III.7) \quad \left\{ \begin{array}{l} E [Z(u+h) - Z(u)] = 0 \\ V [Z(u+h) - Z(u)] = 2 \gamma(h) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \forall u, h \\ \forall u \end{array}$$

Il est évident que l'hypothèse (III.7) n'est jamais vérifiée sur l'ensemble du domaine traité. Par contre, on peut espérer vérifier au mieux les hypothèses en travaillant sur des carreaux de dimension restreinte, tels que ceux sur lesquels nous avons calculé les variogrammes. L'idéal serait donc de travailler en estimation sur des carreaux 7x7 en utilisant le variogramme local, lui-même calculé sur le carré.

Malheureusement, il se pose deux problèmes majeurs. Tout d'abord, l'expérience montre que le niveau de bruit se répercute sur le variogramme et rend quasiment impossible son ajustement à une fonction de type connu. Il faudrait un volume d'information plus important pour arriver à une bonne estimation du variogramme. Par ailleurs, l'estimation de  $\gamma$  en un point du carré 7x7 nécessite la résolution d'un système linéaire de dimension 50. L'estimation de l'ensemble de l'image lissée entraînerait un coût de calcul sans rapport avec les résultats escomptés.

Notre problème est donc d'arriver à construire un estimateur à partir des mesures situées dans un environnement restreint, de manière à ce que les hypothèses restent vérifiées, tout en utilisant un variogramme ajusté au mieux, donc avec le maximum d'information homogène.

Si comme on est en droit de l'espérer, la typologie de la texture nous restitue bien des groupes homogènes de variogrammes, on pourra limiter à quelques types d'estimation (autant que de groupes de vecteur-texture) en utilisant non pas le variogramme local, mais le variogramme moyen du groupe auquel appartient le vecteur-texture du carré à lisser.

D'un point de vue pratique, nous avons utilisé le même système de canevas glissant déjà défini dans le chapitre II. Le recouvrement entre les carreaux 7x7 successifs est tel que, dans la plupart des cas, on pourra estimer plusieurs points simultanément. Le cas standard est celui des carreaux non situés à la bordure de l'image : seuls les 9 points du centre du carreau feront l'objet d'une estimation (sous-carreau 3x3). Dans ces conditions chaque point appartenant à un carreau non situé à la bordure, sera estimé une fois et une seule. La figure III.1 montre plus précisément l'effet de recouvrement dans le déplacement du canevas.

En ce qui concerne les carreaux situés à la bordure de l'image on aura le choix entre deux options :

- Soit appliquer le même principe que dans le cas standard, ce qui a pour inconvénient de supprimer l'estimation d'une marge constituée par les deux premières et deuxième lignes et colonnes de l'image.

- Soit compléter l'estimation des points de la marge en les affectant au mieux à l'un des carreaux auxquels ils appartiennent (cf fig:III)

C'est d'ailleurs le dernier cas que nous avons programmé, dans le but d'obtenir la totalité de l'image lissée. Ce choix nous a amené à faire certaines constatations quant au coût en temps calcul de l'opération lissage. Mais avant de commenter les avantages et inconvénients des différents algorithmes, nous allons analyser en détail le programme de lissage adaptatif

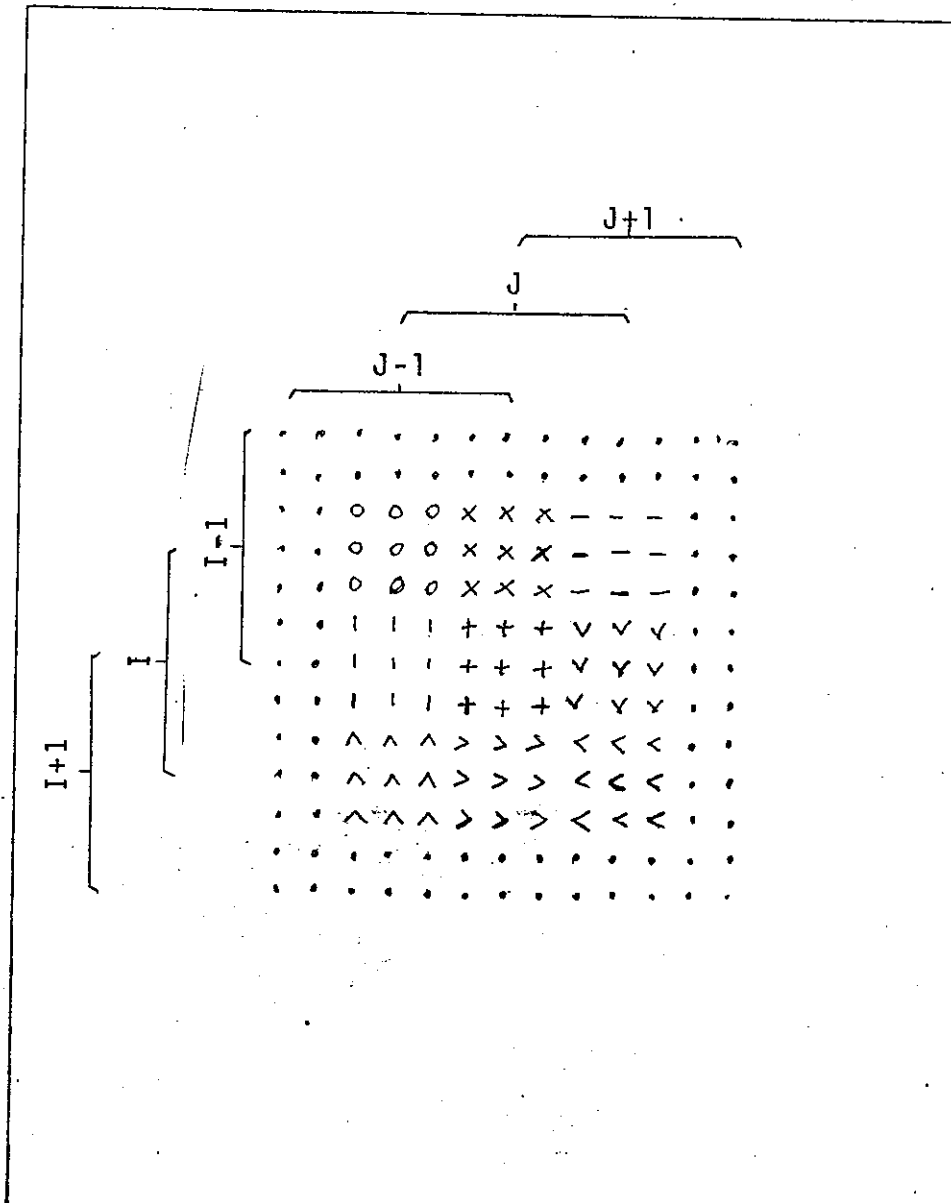


Fig. III.1 Influence du déplacement du canevas sur les estimations effectuées simultanément  
 Ex : dans le canevas [I,J] , tous les points marqués + sont estimés à partir du même ensemble de mesures : celles du canevas [I,J]

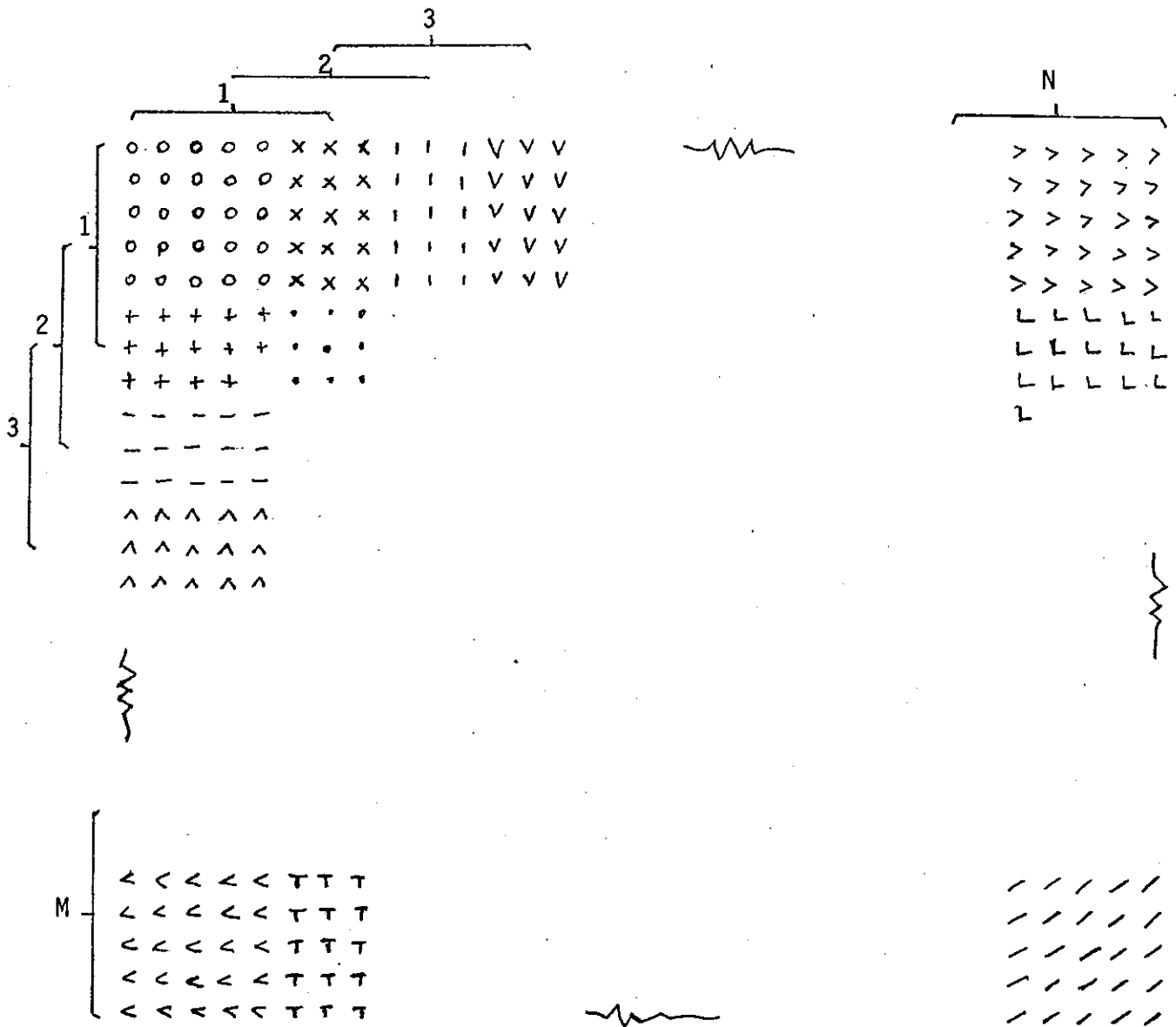


Fig. III.2 Affectation des points de la marge au canevas le plus représentatif.  
 Ex : tous les points marqués / sont estimés à partir de mesures du carreau [M,N]

### III-3 - LE PROGRAMME DE LISSAGE

Il s'agit d'un programme FORTRAN réalisant les deux fonctions requises : optimalité au sens de la théorie des fonctions aléatoires intrinsèques ; adaptativité au sens de la texture. Ce programme n'a pas pour l'instant la prétention d'être opérationnel en routine, et ce pour plusieurs raisons :

- Il nécessite le stockage en mémoire de l'image complète d'où une limitation dans la dimension des images à traiter.

- Certains modules de calculs peuvent être améliorés en vue de réduire les temps de calcul.

- La résolution des systèmes linéaires issus de l'équation (III.3) sont effectués par le sous-programme IBM (scientifique subroutine package) : DGELG, écrit en double-précision, et utilisant la méthode d'élimination de Gauss. Il semble qu'actuellement on puisse trouver dans la littérature relative aux méthodes d'analyse numérique des routines plus performantes, parce que plus adaptées aux types de systèmes linéaires que nous avons à résoudre (cf [5]).

En attendant de trouver le temps de "figoler" le produit actuel, regardons un peu quelle est la logique du programme.

#### III-3-1 - Les ressources en tableaux

En plus des tableaux T, TS stockant l'image brute et lissée, le programme nécessite la conservation en mémoire de divers autres tableaux.

- ISEG contient pour chaque carreau 7x7 l'indice d'appartenance à un groupe de texture (résultats issus de la segmentation des variogrammes).

- IT, JT sont deux tableaux d'indices permettant le déplacement du canevas 7x7 sur l'image.

- Z, ZS stockent les valeurs observées et lissées d'un carreau donné.

- D reçoit pour un groupe donné les coefficients de pondération issus de la résolution du système linéaire, pour l'estimation de tous les points du carreau.
- V reçoit la variance d'estimation de chaque point du carreau.
- MZ est un masque logique permettant d'éviter l'estimation de tous les points d'un carreau (tableau de la bordure).
- IHISE, IHIST permettent de stocker les histogrammes des résidus observés.

Mis à part les tableaux T, TS, ISEG, il s'agit de zones mémoires utilitaires, de dimension fixe et indépendante de la dimension de l'image.

### III-2-2 - Logique du programme

La logique a été conçue de manière à séparer d'une part les calculs servant à l'estimation adaptative : calcul des coefficients de pondération et variance d'estimation pour un groupe de texture donné, et d'autre part l'estimation elle-même : calcul des valeurs estimées et statistiques des résidus. La fig III.3 donne un organigramme simplifié de la logique suivie, et on trouvera en annexe du chapitre III le listing complet du programme FORTRAN.

Notons au passage que nous avons programmé le chargement du système linéaire à partir de l'équation (III.3) en se limitant au cas des variogrammes de type linéaire :

$$\gamma(h) = \begin{cases} ah + C & \text{si } h \neq 0 \\ 0 & \text{si } h = 0 \end{cases}$$

Ceci nous a permis de simplifier la formule III.3. En effet, dans ce cas on peut écrire  $\gamma'(u) = ah = a \gamma''(u)$  dans lequel  $\gamma''(u)$  est simplement la distance euclidienne entre deux points  $\alpha, \beta$  :

$$\gamma''_{\alpha\beta} = d(\alpha, \beta)$$

Dans ces conditions l'équation (III.3) donne :

$$\begin{aligned} \mu + \sum_{\beta} a \gamma''_{\alpha\beta} \lambda_{\beta} - c \lambda_{\alpha} &= a \gamma''_{\alpha 0} \\ \frac{\mu}{a} + \sum_{\beta} \gamma''_{\alpha\beta} \lambda_{\beta} - \frac{c}{a} \lambda_{\alpha} &= \gamma''_{\alpha 0} \\ \left. \begin{aligned} \mu' \sum_{\beta} \gamma''_{\alpha\beta} \lambda_{\beta} - c' \lambda_{\alpha} &= \gamma''_{\alpha 0} \\ \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} &= 1 \end{aligned} \right\} \forall_{\alpha} \end{aligned} \quad \text{(III.8)}$$

Nous voyons donc ce cas que pour le seul calcul de  $Y_0^* = \sum \lambda_{\alpha} Z_{\alpha}$ , le coefficient  $C' = \frac{c}{a}$  est important, ce qui veut dire que l'estimation de  $Y_0$  dépendra essentiellement du rapport :

$$C' = \frac{\text{bruit de fond}}{\text{texture "pure"}}$$

En ce qui concerne le calcul de  $V (Y_0^* - Z_0)$  (variance des résidus) on obtient (cf III.5)

$$\begin{aligned} V [Y_0^* - Z_0] &= \mu + \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \gamma'_{\alpha 0} + C(1-2\lambda_0) \\ &= a\mu' + a \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \gamma''_{\alpha 0} + C(1-2\lambda_0) \\ \text{(III.9)} \quad V [Y_0^* - Y_0] &= a(\mu' + \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \gamma''_{\alpha 0}) + C(1-2\lambda_0) \end{aligned}$$

La variance des résidus fait donc intervenir en plus le coefficient de texture "pure".

Un cas particulier intéressant est celui d'une image sans texture "pure" :

$$a = 0 \implies \gamma''_{\alpha\beta} = 0 \quad \forall_{\alpha, \beta}$$

Dans ce cas, la simplification qui nous a donné les formules (III.8) et (III.9) n'est plus applicable. En reprenant (III.3) :

$$\begin{aligned} \mu - C\lambda_{\alpha} &= 0 \\ \Rightarrow \lambda_{\alpha} &= \frac{\mu}{C} = \text{Cste} \\ \text{d'où } \lambda_{\alpha} &= \frac{1}{n} \quad \text{car } \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} = 1 \end{aligned}$$

L'estimateur obtenu est tout simplement la moyenne des mesures considérées, ce qui est normal en l'absence de texture.

### III-3-3 - Amélioration possible dans la logique

L'option choisie en ce qui concerne le traitement des carreaux formant la bordure de l'image, nous a amené à calculer pour tout carreau autant de groupes de coefficients que de points à estimer dans le carreau. Il s'ensuit que le module de calcul des coefficients nécessite 49 résolutions de systèmes linéaires ayant chacun 50 équations, alors que dans la plupart des carreaux, 9 résolutions suffisent. On se rend donc compte que le fait d'estimer les points situés sur la marge est une charge très importante du point de vue temps calcul. Nous pensons que l'abandon de cette option onéreuse nous permettrait de diviser par 4 la demande en temps calcul du programme de lissage.

### III-3-4 - Résultats fournis par le programme

En plus de la restitution des mesures lissées, le programme de lissage fournit quelques résultats statistiques concernant les résidus  $Z_0 - Y_0^*$ . En particulier, nous calculons un histogramme de résidus par groupe de texture, ce qui nous permet de contrôler la validité des hypothèses faites en comparant les statistiques obtenus sur les résidus expérimentaux avec les hypothèses issus de la théorie.

Dans le paragraphe suivant, nous reprenons les exemples déjà analysés dans les précédents chapitres, de manière à mettre en évidence l'efficacité visuelle de l'opérateur krigeage.



Fig. III.3 Organigramme général

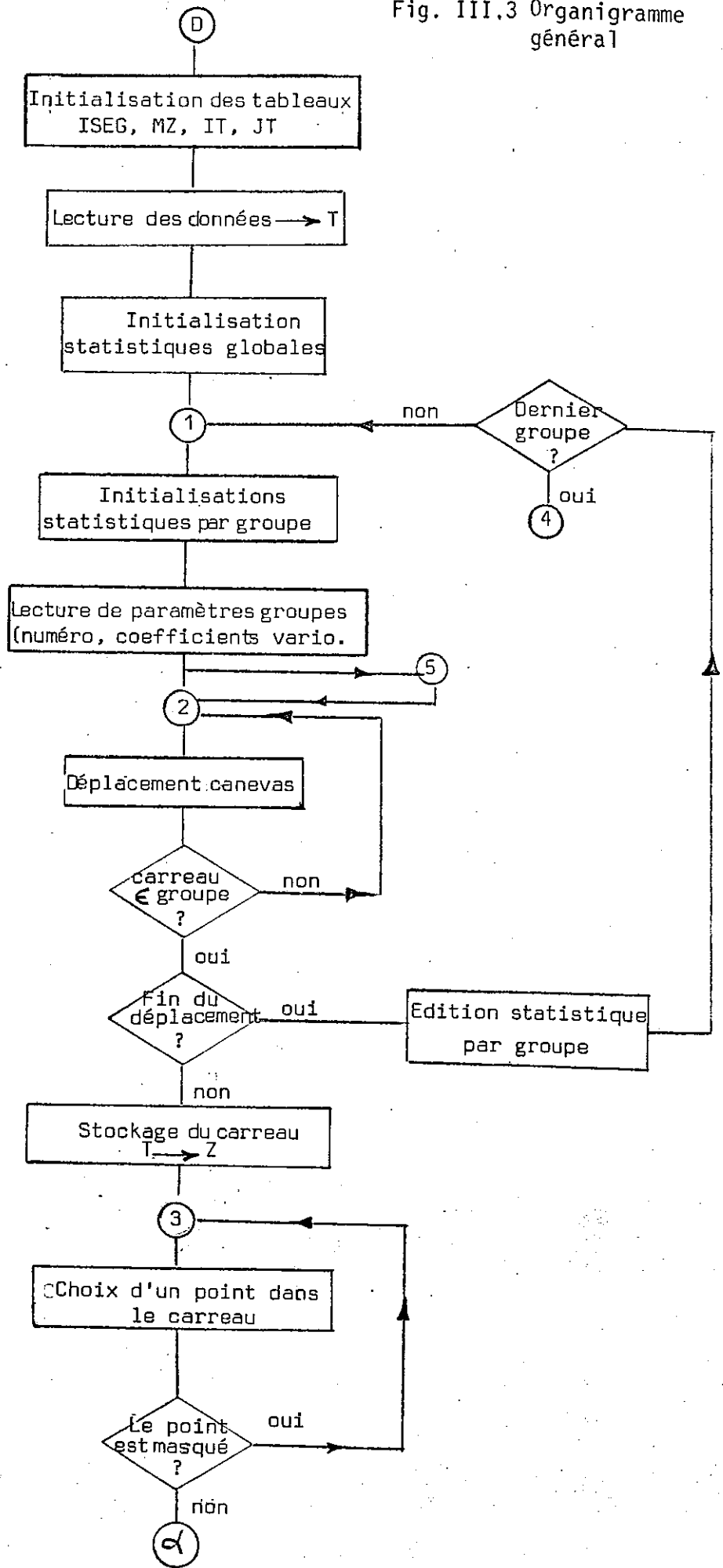


Fig. III.3 (Suite)

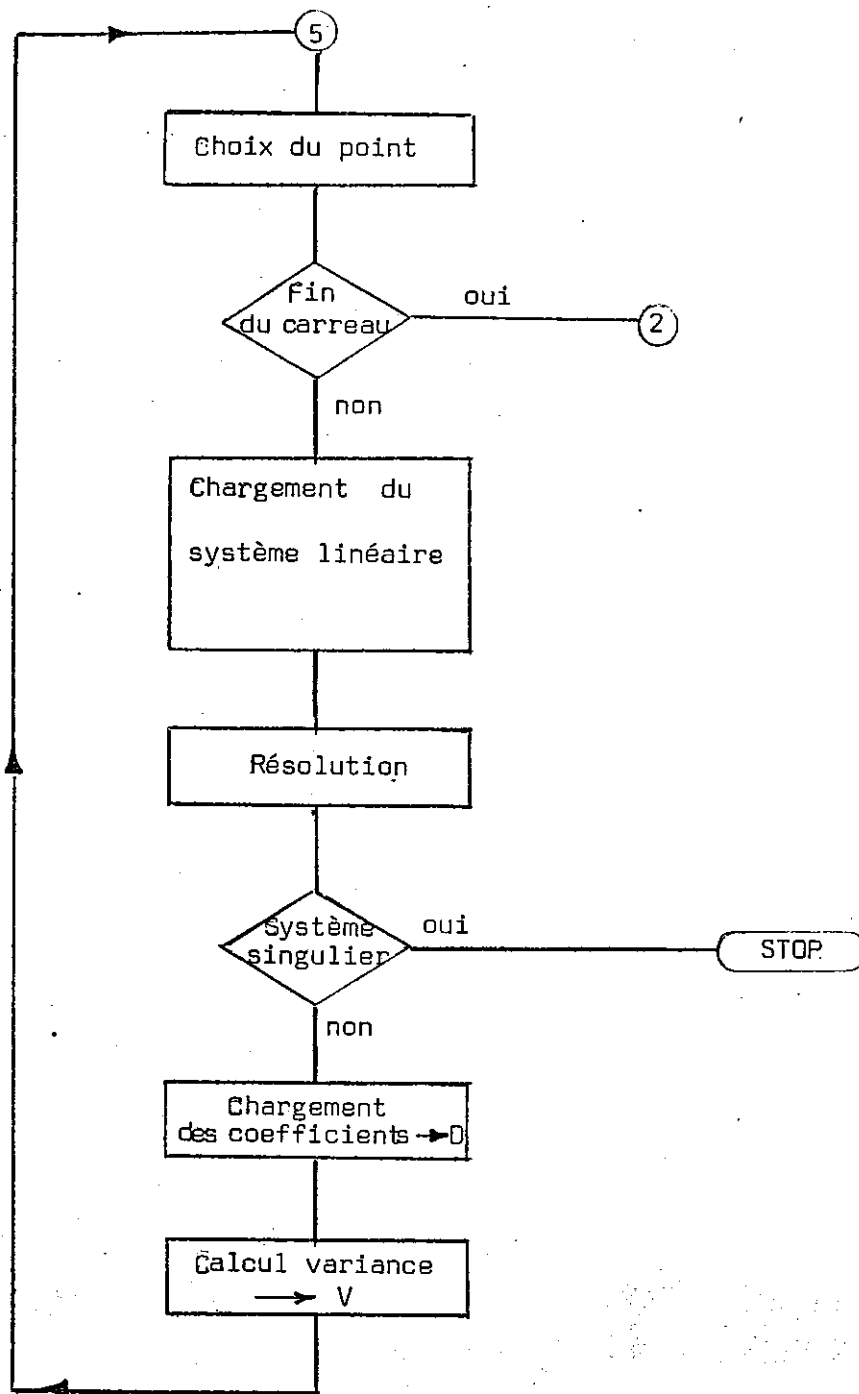
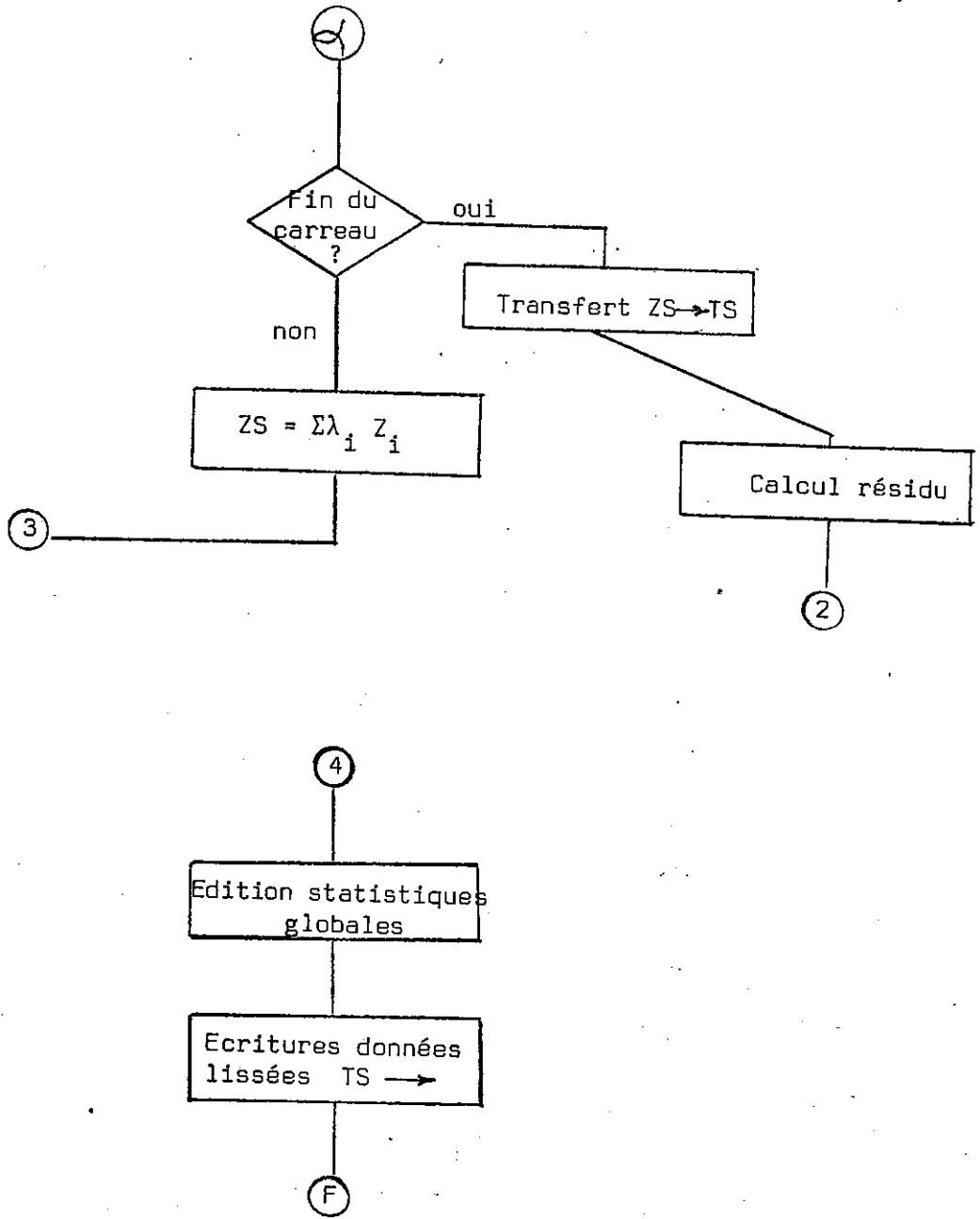


Fig. III.3 (Suite et Fin)



### III-4 - RESULTATS COMMENTES SUR LE LISSAGE

Nous avons repris dans ce paragraphe les deux exemples traités en typologie de texture au sous chapitre II.6.

On trouvera à la fig III.4 les résultats de contrôle fournis par le programme de lissage, à savoir les statistiques des résidus par groupe de texture. On pourra ainsi contrôler la validité des calculs en comparant les résultats empiriques, moyennes et variance issues de l'échantillon avec leurs valeurs théoriques, espérance nulle par hypothèse et variance issu du calcul des pondérateurs de krigeage.

La fig III.5 fait une comparaison des images avant et après lissage en utilisant le procédé "half-tone" par impression sur traceur de caractères plus ou moins sombres. Le résultats obtenu pour "Paris et banlieue" semble concluant.

L'exemple "Côte Adratique" a également été traité en utilisant les deux segmentations développés au paragraphe II.6.

Les résultats du lissage sont peu différents suivant la classification utilisée comme le montrent les deux images en niveau de gris de la figure III.6. Ceci était à prévoir étant donné le faible gain obtenu sur la discrimination des variogrammes en passant de 3 à 5 groupes. On pourra, pour se rendre compte de l'efficacité de la méthode, comparer ces images avec celle de la fig I.5, qui nous donnait une cartographie de mesures non lissées.

GRUPE NO 1 342 POINTS LISSES

VARIANCE MOYENNE THEORIQUE DES RESIDUS : 1.16193

MOYENNE DES RESIDUS EXPERIMENTAUX : 0.00606

VARIANCE DES RESIDUS EXPERIMENTAUX : 1.20745

HISTOGRAMME DES RESIDUS ( \* = 2 OBSERVATIONS )

-2.5	10	*****
-1.5	67	*****
-0.5	96	*****
0.5	107	*****
1.5	61	*****
2.5	10	*****

GRUPE NO 2 900 POINTS LISSES

VARIANCE MOYENNE THEORIQUE DES RESIDUS : 0.88993

MOYENNE DES RESIDUS EXPERIMENTAUX : 0.00357

VARIANCE DES RESIDUS EXPERIMENTAUX : 0.88158

HISTOGRAMME DES RESIDUS ( \* = 4 OBSERVATIONS )

-3.5	1	
-2.5	16	****
-1.5	115	*****
-0.5	298	*****
0.5	341	*****
1.5	118	*****
2.5	10	**
3.5	1	

GRUPE NO 3 673 POINTS LISSES

VARIANCE MOYENNE THEORIQUE DES RESIDUS : 0.72844

MOYENNE DES RESIDUS EXPERIMENTAUX : -0.00115

VARIANCE DES RESIDUS EXPERIMENTAUX : 0.68776

HISTOGRAMME DES RESIDUS ( \* = 3 OBSERVATIONS )

-2.5	4	*
-1.5	81	*****
-0.5	247	*****
0.5	262	*****
1.5	73	*****
2.5	6	**

GRUPE NO 4 165 POINTS LISSES

VARIANCE MOYENNE THEORIQUE DES RESIDUS : 0.56764

MOYENNE DES RESIDUS EXPERIMENTAUX : -0.00936

VARIANCE DES RESIDUS EXPERIMENTAUX : 0.47192

HISTOGRAMME DES RESIDUS ( \* = 1 OBSERVATIONS )

-1.5	9	*****
-0.5	79	*****
0.5	63	*****
1.5	14	*****

FIN DU LISSAGE . STATISTIQUES GLOBALES

VARIANCE MOYENNE THEORIQUE DES RESIDUS : 0.85519

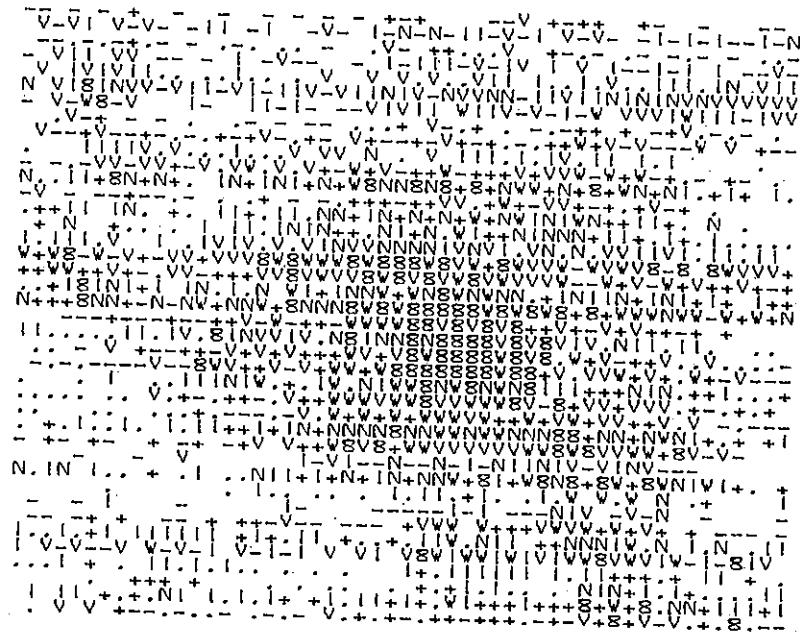
MOYENNE DES RESIDUS EXPERIMENTAUX : 0.00151

VARIANCE DES RESIDUS EXPERIMENTAUX : 0.83997

HISTOGRAMME DES RESIDUS ( \* = 8 OBSERVATIONS )

-1.5	1	
-2.5	30	***
-1.5	208	*****
-0.5	710	*****
0.5	708	*****
1.5	266	*****
2.5	20	***
3.5	1	

Fig. III.4 Résultats statistiques sur les résidus de lissage (Paris et banlieue)



legende	
T (°C)	caractere
< -1.	.
-1. à -0.5	-
-0.5 à 0.	
0. à 0.5	+
0.5 à 1.	v
1. à 1.5	N
1.5 à 2.	W
2. à 2.5	8
2.5 et +	8

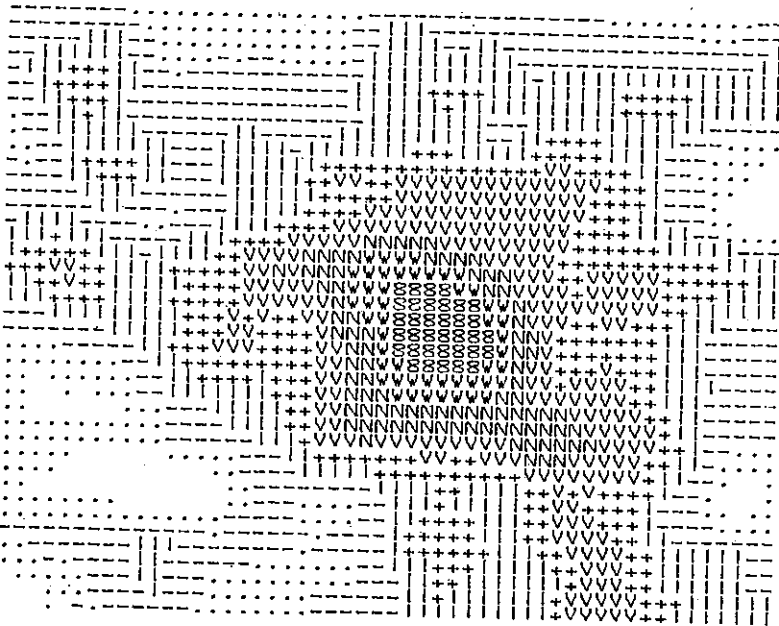


Fig. III.5 Image "Half-tone" à 9 niveaux avant et après le lissage (Paris et banlieue)



(1)



(2)

Légende (en °C)

8. 8. à 9.5	9.5 à 11.	11. à 12.5	12.5 à 15.	> 15.
.	/		V	N
				8

Fig. III.6 Images "Half-tone" après lissage  
 1) à partir de la segmentation en 5 groupes  
 2) à partir de la segmentation en 3 groupes  
 (ex : côte Adriatique)

A N N E X E A U C H A P I T R E I I I  
L I S T I N G D U P R O G R A M M E D E L I S S A G E



```

COMMON/TAB,T(100,100),TS(100,100)
DIMENSION ISEG(32,32)
COMMON/KL,NVL,NVC
NLIG=100
NCOL=100
IUNI=1
IUNO=3
NVC=1+(NCOL-7)/3
NVL=1+(NLIG-7)/3
CALL INIT(ISEG)
DO 1 I=1,NLIG
  READ(IUNI,10) (T(I,J),J=1,NCOL)
  READ(IUNI,10) BID
10 FORMAT(S(7OF7.2))
1 CONTINUE
  CALL LISAG(T,TS,NLIG,NCOL,ISEG)
  DO 2 I=1,NLIG
    WRITE(IUNO,10) (TS(I,J),J=1,NCOL)
2 CONTINUE
STOP 1
END

```

```

SUBROUTINE INIT(ISEG)
COMMON/KL,NVL,NVC
DIMENSION ISEG(NVL,NVC)
CALL INIX
CALL INIS(ISEG)
CALL INIZ
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE INIS(ISEG)
COMMON/KL,NVL,NVC
DIMENSION ISEG(NVL,NVC)
READ 1,((ISEG(I,J),J=1,NVC),I=1,NVL)
1 FORMAT(40I2)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE INIZ
COMMON/MSC,MZ(49,9)
LOGICAL*1 MZ,IFIN
DO 1 K=1,9
  READ 2,(MZ(N,K),N=1,49)
1 CONTINUE
2 FORMAT(49L1)
99 CONTINUE
RETURN
END

```

```

FUNCTION IMASC(K,L)
COMMON/KL,NVL,NVC
K1=1
IF(K.EQ.1)K1=0
IF(K.EQ.NVL)K1=2
L1=1
IF(L.EQ.1) L1=0
IF(L.EQ.NVC) L1=2
IMASC=1+L1+K1*3
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE INIX
COMMON/IJ,IT(49),JT(49)
DO 2 I=1,49
  IT(I)= 1+(I-1)/7
  JT(I)= 1+MOD(I-1,7)
2 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE INID(P1,C0)
COMMON/COEF,D(49,49),VAR(49)
COMMON/IJ,IND(49),JND(49)
DIMENSION A(50,50),B(50),C(50)
DOUBLE PRECISION A,B,GAMA,C,V
DO 2 M=1,49
  IN=IND(M)
  JN=JND(M)
DO 3 I=1,49
  I1=IND(I)
  J1=JND(I)
  B(I)=GAMA(I1,J1,IN,JN)
DO 5 J=1,49
  I2=IND(J)
  J2=JND(J)
  A(I,J)=GAMA(I1,J1,I2,J2)
6 CONTINUE
  A(I,I)=C0/P1
3 CONTINUE
  B(50)=1.D0
DO 4 N=1,49
  A(N,50)=1.D0
  A(50,N)=1.D0
4 CONTINUE
  A(50,50)=0.D0
DO 5 N=1,50
  C(N)=B(N)
5 CONTINUE
  CALL DSGLS(B,A,50,1,1.D-15,IER)
  IF (IER.EQ.0) GOTO 20
  PRINT 10
10 FORMAT (1H0, 'RESOLUTION SINGULIERE')
  STOP 99
20 CONTINUE
  V=0.D0
DO 7 N=1,49
  V=V+B(N)*C(N)
  D(N,M)=B(N)
7 CONTINUE
  VAR(M)=V*P1
2 CONTINUE
  RETURN
END

```

```

DOUBLE PRECISION FUNCTION GAMA(I1,J1,I2,J2)
I=IABS(I1-I2)
J=IABS(J1-J2)
GAMA=DSQRT(DFLOAT(I**2+J**2))
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE HISTEC(IHIS,IHMX,IHMN)
DIMENSION IHIS(50)
DATA IAST, '****'
IHSM=0
DO 1 I=IHMN,IHMX
  IHSM=MAX0(IHIS(I),IHSM)
1 CONTINUE
NOBC=1+IHSM,100
PRINT 10,NOBC
10 FORMAT (1H0, 'HISTOGRAMME DES RESIDUS ( * - ',14, ' OBSERVATIONS )'
* , , )
DO 2 I=IHMN,IHMX
  CCL=CIL(I)
  NCAR=IHIS(I),NOBC
  IF (NCAR.LT.1) GOTO 3
  PRINT 11,CCL,IHIS(I),(IAST,K-1,NCAR)
11 FORMAT (1X,FS.1,I7,2X,100A1)
  GOTO 2
3 CONTINUE
PRINT 11,CCL,IHIS(I)
2 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE LISAG(T,TS,NL16,NCOL,ISEG)
DIMENSION T(NL16,NCOL),TS(NL16,NCOL)
DIMENSION ISEG(NVL,NVC)
DIMENSION Z(49),ZS(49)
DIMENSION IHISE(50),IHIST(50)
COMMON/IJ,IT(49),JT(49)
COMMON/KL,NVL,NVC
COMMON/COEF,D(49,49),V(49)
COMMON/MSC,MZ(49,9)
LOGICAL*1 MZ
FCL=FLOAT(NL16*NCOL)
TMT=0.
T2T=0.
V2T=0.
DO 51 IH=1,50
  IHIST(IH)=0
51 CONTINUE
  IHMT=1
  IHMT=50
10 CONTINUE
  NBS=0
  ECMX=-100.
  ECMN=100.
  TM=0.
  T2=0.
  V2=0.
  DO 50 IH=1,50
    IHISE(IH)=0
50 CONTINUE
  READ(S,1,END=99) IG,PI,CO
  1 FORMAT(12,2F8.4)
  CALL INID(PI,CO)
  DO 2 K=1,NVL
    I1=(K-1)*3
    DO 2 L=1,NVC
      IF(ISEG(K,L).NE.16) GOTO 2
      J1=(L-1)*3
      IM=IMASC(K,L)
      DO 3 N=1,49
        I=I1+IT(N)
        J=J1+JT(N)
        Z(N)=T(I,J)
      3 CONTINUE
      DO 4 N=1,49
        ZS(N)=0.
        IF(.NOT.MZ(N,IM)) GOTO 4
        DO 5 M=1,49
          ZS(N)=ZS(N)+Z(M)*D(M,N)
        5 CONTINUE
        I=I1+IT(N)
        J=J1+JT(N)
        TS(I,J)=ZS(N)
        NBS=NBS+1
        EC=TS(I,J)-T(I,J)
        ECMX=AMAX1(ECMX,EC)
        ECMN=AMIN1(ECMN,EC)
        IH=ICL(EC)
        IHISE(IH)=IHISE(IH)+1
        TM=TM+EC
        T2=T2+EC**2
        V2=V2+V(N)+CO*(1.-2.*D(N,N))
      1 CONTINUE
    2 CONTINUE
    TMT=TMT+TM
    T2T=T2T+T2
    V2T=V2T+V2
    DO 6 IH=1,50
      IHIST(IH)=IHIST(IH)+IHISE(IH)
    6 CONTINUE
    IHMX=ICL(ECMX)
    IHMN=ICL(ECMN)
    IHMT=MAX0(IHMX,IHMT)
    IHMT=MIND(IHMN,IHMT)
    FCG=FLOAT(NBS)
    TM=TM/FCG
    T2=TC/FCG-TM**2
    V2=V2/FCG
    PRINT 21,IG,NBS
  21 FORMAT(1H1,'GROUPE NO ',12,17,' POINTS LISSES')
    PRINT 31,V2
  31 FORMAT(1H0,'VARIANCE MOYENNE THEORIQUE DES RESIDUS :',F10.5)

```

```
PRINT 32,TM
32 FORMAT(1H0,'MOYENNE DES RESIDUS EXPERIMENTAUX :',F10.5)
PRINT 33,T2
33 FORMAT(1H0,'VARIANCE DES RESIDUS EXPERIMENTAUX :',F10.5)
CALL HISTEC(IHISE,IHMX,IHMN)
GOTO 10
39 CONTINUE
PRINT 34
34 FORMAT(1H1,'FIN DU LISSAGE . STATISTIQUES GLOBALES')
TMT=TMT,FCL
T2T=T2T,FCL-TMT**2
V2T=V2T,FCL
PRINT 31,V2T
PRINT 32,TMT
PRINT 33,T2T
CALL HISTEC(IHIST,IHMXT,IHMNT)
RETURN
END
```

```
FUNCTION ICL(EC)
IEC=INT(EC)
IF(EC.LT.0.) IEC=IEC-1
ICL=26+IEC
IF(ICL.LE.0) ICL=1
IF(ICL.GT.50) ICL=50
RETURN
END
```

```
FUNCTION CIL(I)
CIL=FLOAT(I)-25.5
RETURN
END
```

CONCLUSION

En manière de conclusion, nous avons pensé qu'il serait bon de faire quelques commentaires sur l'usage fait des méthodes exposées.

En ce qui concerne les techniques d'analyse factorielle et discriminante, nous pensons avoir évité l'écueil inhérent au type de distance utilisé, par l'utilisation du codage disjonctif complet. Il est assez courant d'assister à des discussions sans fin sur les avantages respectifs des différentes méthodes d'analyse factorielle, en particulier à propos de l'analyse en composante principale que l'on oppose souvent à l'analyse factorielle des correspondances. Notre but n'est pas d'entrer dans une polémique peu fructueuse, et par ailleurs, nous tenons à dire que les motivations qui nous ont poussé à choisir l'analyse des correspondances sont essentiellement d'ordre pratique : les programmes de calcul existaient et avaient fait leurs preuves dans maintes applications. Aussi bien notre rôle dans l'application des méthodes d'analyse de la texture s'est borné à la conception de programmes de mise en forme des données (calcul de variogrammes par canevas glissant, codage) et de présentation des résultats (histogrammes, tracé sur ordinateur des variogrammes moyens, cartographie).

Il n'en est pas de même en ce qui concerne la partie lissage de notre travail, pour laquelle nous avons dû concevoir une programmation adaptée au type de données traitées (répartition régulière de mesures, volume d'information) et au but recherché (élimination du bruit de fond). En ce qui concerne les commentaires relatifs à la logique utilisée, nous pensons avoir dit suffisamment de choses (paragraphe III.3.2). Les remarques que nous nous proposons de formuler concernent plutôt les hypothèses de travail (sous-chapitre II.1) et l'ajustement des variogrammes à des fonctions de type connues.

A propos du premier sujet, une des hypothèses formulées pourra sembler choquant a priori. Il s'agit de l'hypothèse selon laquelle l'espérance mathématique de la fonction aléatoire est supposée constante.

A ce propos, on pourra nous reprocher de ne pas avoir utilisé le modèle de krigeage universel (G. MATHERON [1]) qui permet de faire abstraction de cette hypothèse.

Nous répondrons que compte tenu de la méthode choisie (sélection de zones restreintes pour l'estimation) l'hypothèse d'espérance mathématique constante n'est pas trop restrictive. De plus la théorie du krigeage universel telle que nous le connaissons nous a posé quelques problèmes d'adaptation aux phénomènes traités, en particulier en ce qui concerne l'automatisme de traitement qui reste le but recherché.

Pour ce qui est de l'ajustement des variogrammes, nous pensons qu'il y a là une base de travail intéressante à plusieurs niveaux.

Tout d'abord, le choix du modèle linéaire pour les variogrammes peut paraître un peu simpliste, et nous en convenons. Il est d'ailleurs probable qu'une utilisation intensive de la méthode nous amènera un jour ou l'autre à reconsidérer le problème, et à généraliser l'algorithme d'estimation à des modèles de variogramme mieux adaptés (du type exponentiel ou  $h^\alpha$ ).

De plus, les exemples que nous avons eu l'occasion de traiter nous ont permis de remarquer que les variogrammes obtenus font apparaître un "effet de trou" (cf fig IV.1).

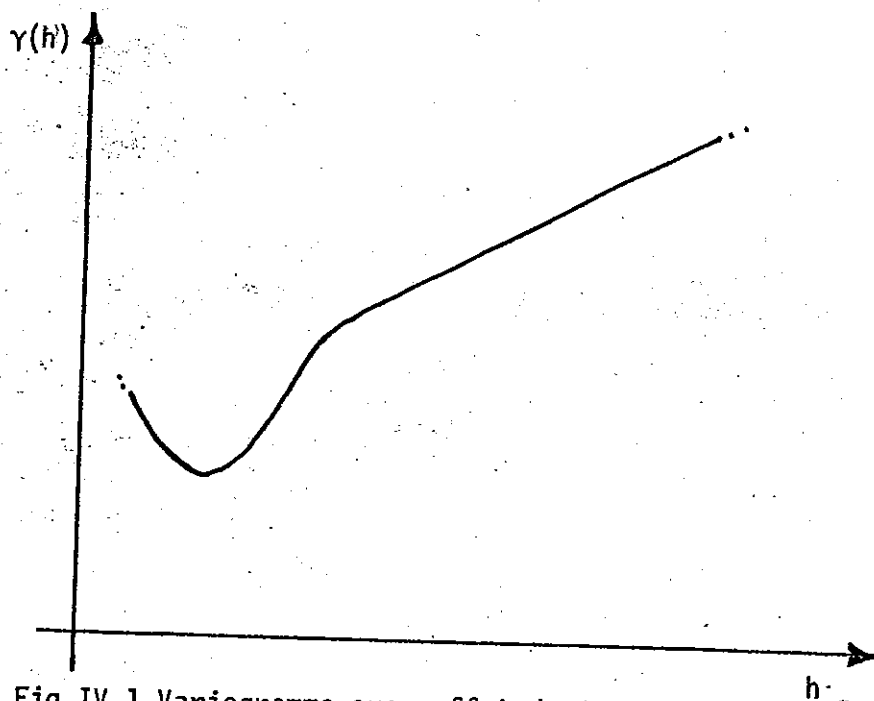


Fig IV.1 Variogramme avec effet de trou

Ce phénomène que nous avons rencontré fréquemment a probablement une explication physique (inertie des capteurs infra-rouge), et il semble tout à fait possible de concevoir un modèle de variogramme adapté à ce type de comportement (en rajoutant par exemple une composante sinusoïdale à amortissement rapide).

Par ailleurs, il est un domaine qui nécessiterait des développements intéressants, nous voulons parler de l'anisotropie, à savoir le comportement différent de la fonction aléatoire suivant la direction du couple des mesures considéré. Ce problème prend une dimension particulière à propos du traitement des données de télédétection du fait de la technique d'acquisition des mesures (dissymétrie ligne-colonnes de l'image).

Il ne s'agit pas là d'un écueil insurmontable, car rien ne nous empêche de concevoir un modèle de variogramme qui tienne compte d'une composante directionnelle.

Pour conclure, nous pensons que les quelques remarques que nous venons de faire devraient permettre une ouverture intéressante : la recherche d'un modèle de probabilité qui assume toutes les caractéristiques tant techniques (physique de l'acquisition) que naturelles (phénomène mesuré).

Au travail donc .....

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] G. MATHERON : "Les variables régionalisées et leurs applications" (Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de l'EMP . 1970)
- [2] J.P. BENZECRI et Collaborateurs : "L'Analyse des données, la Taxinomie" (Dunod 1974)
- [3] J.P. BORDET : "Programme de Typologie segmentation automatique" (non publiée)
- [4] J.M. MONGET, M. ALBUISSON, D. SARRAT : " Système de classification automatique des données multispectrales : CLAMS" (rapport du Laboratoire de Ressources terrestres de l'EMP . 1975)
- [5] J.M. MONGET : "La méthode d'inversion de Cholesky et son emploi dans la technique du krigeage universel" (rapport du Laboratoire de Ressources terrestres de l'EMP . 1974)