



**HAL**  
open science

## Propulsion et friction d'objets non mouillants

Guillaume Dupeux

► **To cite this version:**

Guillaume Dupeux. Propulsion et friction d'objets non mouillants. Matière Molle [cond-mat.soft]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2013. Français. NNT: . pastel-00954334

**HAL Id: pastel-00954334**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00954334v1>**

Submitted on 1 Mar 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT

Spécialité : Physique

Présentée par

Guillaume Dupeux

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE

---

## Propulsion et friction d'objets non mouillants

---

Soutenue le 27 septembre 2013 devant le jury composé de :

Mme	Isabelle Cantat	Rapporteur
M.	François Charru	Rapporteur
M.	Christophe Clanet	Directeur de thèse
M.	Philippe Gondret	
M.	John Hinch	
M.	David Quéré	Directeur de thèse
M.	Raphaël Voituriez	



# Merci !

La soutenance passée, l'écriture de cette page vient achever ce manuscrit et trois ans de thèse. Quand on ouvre un roman, on délaisse généralement la préface, petit morceau austère à destination des amateurs éclairés ; avec un manuscrit de thèse, en revanche, avant de feuilleter négligemment les chapitres, ces gros morceaux austères à destination des amateurs éclairés, on s'attarde souvent sur les remerciements. Ces derniers, en baromètre de la vie du thésard, dépeignent l'atmosphère dans laquelle s'est déroulé son travail. J'aimerais remercier ici tous ceux qui ont contribué au caractère exceptionnel de celle-ci.

Tout d'abord, mes remerciements vont aux membres du jury. Merci à Isabelle Cantat et François Charru pour votre relecture acôtienne du manuscrit et le précieux rapport qui l'a suivie. Merci à John Hinch, parti de Cambridge dès potron-minet pour présider une soutenance entièrement francophone ; et merci à Philippe Gondret et Raphaël Voituriez, que j'avais eu la chance d'avoir comme professeurs en master de physique des liquides. Merci à vous tous de vous être penchés sur mon travail, merci pour vos commentaires intéressants et enrichissants.

Cette thèse a été réalisée au sein de la *Compagnie des Interfaces*. C'est une petite entité bicéphale et bilocalisée, constituée majoritairement de thésards, renouvelés par tiers tous les ans, de stagiaires et parfois d'un post-doc. Je voudrais remercier tous ceux que j'ai pu y côtoyer, en commençant par ses deux chefs, David Quéré et Christophe Clanet qui m'ont accueilli pour la première fois en avril 2009.

David, chaque discussion avec toi est emprunte d'un enthousiasme inébranlable et communicatif ; tu valorises et guides nos travaux sans jamais t'imposer. Et souvent, le fil de la conversation dérive sur des sujets toujours passionnants : un livre, une anecdote, les aventures de Marcel et de Giacomo. Christophe, j'admire ta persévérance et ta curiosité qui transforment chaque sujet en une aventure scientifique et humaine pleine de rebondissements. Avec toi, un lance-pierre et un bac d'eau nous métamorphosent en experts de la physique du football, et un simple calcul de la portée d'un projectile nous emmène à travers la France pour des rencontres fascinantes. Merci à tous les deux ; avec vous, j'ai découvert une belle physique, faite d'intuition, d'expériences simples et malignes et de lois d'échelle. C'était un bonheur de travailler avec vous et de partager votre créativité, votre générosité et vos talents de pédagogue.

Merci aux anciens de l'équipe – Anne, Guillaume, Marie, Jacopo, Keyvan, Alex, Mélanie et Adrien –, toujours prêts à prendre du temps pour discuter, pour donner un coup de main sur le montage d'une manip ou pour partager vos astuces ImageJ. Merci également aux (jeunes) recrues – Raphaële, Dan, Anaïs, Philippe, Emmanuel, Eline et Timothée – et bon courage pour la suite de votre thèse ! Et un très grand merci à Caroline, Baptiste,

Pascal et Pierre-Brice, mes camarades de promotion dans la compagnie. Merci enfin aux post-docs – Joachim et Cunjing –, visiteurs et stagiaires que j’ai pu rencontrer lors de leur passage dans l’équipe, notamment Steven, Armelle, Vincent et Quentin avec qui j’ai eu le plaisir de travailler. Merci à tous pour ce bout de route que nous avons fait ensemble.

Pendant trois ans, j’ai pu collaborer avec nombre de ces thésards, mais aussi avec des chercheurs de France et d’outre-Rhin. Je voudrais remercier Mathilde Reyssat et Fabrice Monti du MMN ainsi que Caroline Frot du LadHyX qui m’ont initié à la fabrication de surfaces microtexturées – ou soft lithography. Je propulse vers Darmstadt, sur un palet de carboglace, tous mes remerciements à Steffen Hardt, Tobias Baier et Stefan Herbert. Enfin, un grand merci à Christophe Neinhuis qui m’a accueilli quelques semaines à Dresde afin de venir tourmenter un certain nombre de plantes aquatiques.

Je remercie également toutes les personnes que j’ai rencontrées dans le cadre de ces travaux de thèse. Merci à Bruno Grandpierre, ingénieur ENSEM et directeur de POK S.A., qui nous a laissés jouer avec ses lances à incendie. Merci aux lieutenants-colonels Guyot et Briot qui nous ont fait découvrir avec enthousiasme le monde de l’artillerie. Et merci à Daniel Asselineau qui nous a fait partager sa passion pour les argyronètes jusqu’à venir au laboratoire un samedi après-midi pour mettre ses petites bêtes sous le feu de nos caméras.

La majeure partie de mes travaux s’est effectuée au laboratoire PMMH. Je remercie les deux directeurs qui se sont succédés – José Eduardo Wesfreid et Philippe Petitjeans –, ainsi que Frédérique Auger, Amina Mialet et Claudette Barez qui, toujours dans la bonne humeur, gèrent le laboratoire et nos (nombreux) petits besoins. Je remercie également l’ensemble des membres de l’atelier – Anne Devulder, Xavier Benoit-Gonin, Daniel Pradal, Guillaume Clermont, Olivier Brouard et Tahar Amorri – pour m’avoir appris les secrets du tour, de la fraiseuse et de la découpeuse laser. C’était un vrai plaisir de pouvoir tenter librement toutes mes idées d’usinage en bénéficiant de votre expérience et de vos trucs et astuces. Merci à Alain Chaouche, toujours prêt pour donner un coup de main et à Thierry Darnige qui prend le temps de s’occuper de nos petits soucis informatiques. Enfin, un grand merci à l’ensemble des membres de ce laboratoire que j’ai eu la chance de côtoyer pendant trois ans, avec une mention spéciale pour le club-cuisine et ses déjeuners du lundi midi.

Je n’oublierai pas non plus l’ambiance familiale du LadHyX. Merci à Jean-Marc Chomaz (notamment pour son éloge des développements asymptotiques raccordés), Thérèse Lescuyer, Alexandre Rosinsky, Daniel Guy et Antoine Garcia. Merci aux footballeurs du laboratoire. Merci à tous.

Pour terminer, je voudrais remercier tout ceux, non nommés précédemment, qui m’ont accompagné pendant ces trois ans. Mes amis, qui me pardonneront de ne pas tenter une énumération nominale qui ne saurait être exhaustive, avec simplement une mention pour David, Hélène, Mathieu et Stéphanie, jamais avarés d’une discussion scientifique (même vulgaire). Mes parents, mon frère et l’ensemble de ma famille, qui n’ont jamais douté de l’intérêt d’un doctorat sur les gouttes d’eau. Ma belle-famille. Et Marine.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Des objets non mouillants</b>	<b>5</b>
1.1 Caléfaction et superhydrophobie . . . . .	5
1.1.1 Caléfaction liquide . . . . .	5
1.1.2 Caléfaction solide . . . . .	7
1.1.3 Superhydrophobie . . . . .	8
1.2 Physique du non mouillant . . . . .	11
1.2.1 Forme des gouttes . . . . .	11
1.2.2 Film de vapeur et temps de vie . . . . .	14
1.2.3 Instabilités . . . . .	17
1.3 Transition superhydrophobie/caléfaction . . . . .	18
<b>2 Le toit d’usine : propulsion sur textures asymétriques</b>	<b>21</b>
2.1 Littérature de toit d’usine . . . . .	22
2.1.1 L’expérience de Linke . . . . .	22
2.1.2 L’âge de glace . . . . .	23
2.1.3 L’âge d’or . . . . .	25
2.2 L’écoulement de vapeur . . . . .	26
2.2.1 Vue de dessous . . . . .	26
2.2.2 Vue de dessus . . . . .	28
2.2.3 Vue d’ensemble . . . . .	29
2.3 Force de propulsion . . . . .	30
2.3.1 Mesures expérimentales . . . . .	30
2.3.2 Modèle théorique . . . . .	31
2.3.3 Loi d’échelle . . . . .	34
2.3.4 Les modèles concurrents . . . . .	35
2.4 Un toit d’usine superhydrophobe . . . . .	36
2.4.1 Propulsion à basse température . . . . .	36
2.4.2 Comportement critique . . . . .	38
<b>3 Version continue : le palet asymétrique</b>	<b>41</b>
3.1 Un palet asymétrique en caléfaction . . . . .	41
3.1.1 Propulsion par un petit poi(d)s . . . . .	41
3.1.2 Le rôle de la force de pression . . . . .	43
3.1.3 Premières mesures . . . . .	44

3.2	Force de propulsion . . . . .	45
3.2.1	L'approximation de lubrification . . . . .	45
3.2.2	Loi d'échelle . . . . .	46
3.2.3	Calcul analytique . . . . .	47
3.2.4	Résultats et discussion . . . . .	49
3.3	Au-delà de la ligne droite . . . . .	51
3.3.1	Un palet en rotation . . . . .	51
3.3.2	Deux palets en rotation . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Friction</b>	<b>57</b>
4.1	Sur une surface texturée . . . . .	57
4.1.1	Un piège à goutte . . . . .	57
4.1.2	Mesure de la force de friction . . . . .	59
4.1.3	Mécanismes de dissipation . . . . .	60
4.1.4	Des créneaux superhydrophobes . . . . .	64
4.1.5	Le retour du toit d'usine . . . . .	65
4.2	Sur une surface lisse . . . . .	67
4.2.1	Les mécanismes de dissipation . . . . .	67
4.2.2	Caléfaction solide . . . . .	70
4.2.3	Caléfaction liquide . . . . .	71
4.2.4	Bicaléfaction liquide . . . . .	74
<b>5</b>	<b>La bicaléfaction</b>	<b>77</b>
5.1	Formation d'anneaux liquides . . . . .	77
5.1.1	Observation de l'instabilité . . . . .	77
5.1.2	Zoologie . . . . .	79
5.2	Les quatre phases de l'instabilité . . . . .	80
5.2.1	Avant l'ouverture . . . . .	80
5.2.2	Eclatement du film liquide . . . . .	81
5.2.3	Extension de l'anneau . . . . .	83
5.2.4	Fragmentation du tore . . . . .	84
<b>6</b>	<b>L'argyronète aquatique</b>	<b>89</b>
6.1	Une araignée un peu particulière . . . . .	90
6.1.1	Bulle d'air pour araignée aquatique . . . . .	90
6.1.2	Un peu de biologie . . . . .	91
6.2	Une argyronète modèle . . . . .	93
6.2.1	Bulle ou pas bulle ? . . . . .	93
6.2.2	Capillaire ou gravitaire ? . . . . .	94
6.2.3	Dérives autour du modèle . . . . .	97
6.3	L'argyronète réelle . . . . .	99
6.3.1	Sous l'oeil de la caméra . . . . .	99
6.3.2	Un modèle à quatre pattes . . . . .	100

<b>7 Plantes aquatiques superhydrophobes</b>	<b>105</b>
7.1 Survie de la Myriophylle . . . . .	105
7.1.1 La myriophylle aquatique . . . . .	105
7.1.2 L'inondation . . . . .	107
7.1.3 La montée des eaux . . . . .	108
7.2 Autres plantes, autres mœurs . . . . .	110
7.2.1 Neptunia . . . . .	110
7.2.2 Salvinia, Pistia et Azolla . . . . .	111
7.3 Bulle d'air pour feuille non mouillante . . . . .	113
<b>Conclusion</b>	<b>117</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>126</b>
<b>Annexe : Trajectoires de balles</b>	<b>127</b>





# Introduction

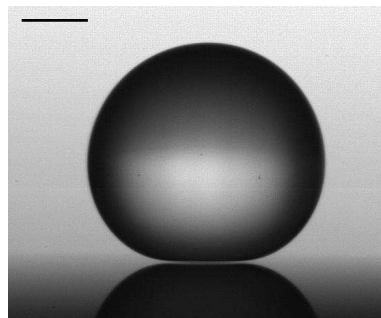


FIGURE 1 – Goutte d’eau en caléfaction. L’échelle indique 1 mm.

En 1732, Herman Boerhaave, botaniste, médecin et humaniste hollandais, est fasciné par un phénomène qu’il décrit dans son *Elementa Chemiae* [18]<sup>1</sup> :

Mais voici une expérience très surprenante à laquelle il importe de faire attention. Aïez de l’Alcohol bien pur ; répandez en quelques gouttes, lentement et avec précaution sur ce fer chaud ; que pensez-vous qu’il en arrivera ? L’Alcohol doit s’enflammer, ce semble. Cependant rien moins que cela. Aussitôt qu’il est tombé sur le fer, il prend la figure d’une petite boule transparente ; et comme du vif-argent, il court sur la surface du fer, sans la moindre apparence de flamme. Lorsqu’en courant ainsi il est parvenu en un endroit du fer qui est plus froid, aussi tôt il s’évapore, et cela encore sans aucune flamme. Que penser de cela ? Le souffre, la poudre à canon, le bois et d’autres matières combustibles s’enflamment dès qu’elles sont appliquées à ce fer ; et l’Alcohol, qui exposé à une chaleur douce, est presque celui de tous les Corps qui s’allume le plus aisément, supporte ce Feu sans s’enflammer. Je laisse à d’autres le soin d’expliquer le fait, qui est un paradoxe, dont la solution me paroît très-difficile.

C’est la première description connue d’un effet qui sera repris et étudié quelques années plus tard, en 1756, par Johann Gottlob Leidenfrost [72, 73]. Comme Boerhaave, ce médecin et théologien allemand s’émerveille devant une goutte d’eau déposée sur une cuillère en fer chauffée à blanc :

[...] *ce globule d’eau restera calme et sans aucun mouvement visible, sans ne produire aucune bulle, très clair* comme un globe cristallin, toujours sphérique, adhérant nulle part à la cuillère, sans la toucher en aucun point.

---

1. Traduit du latin par Jean-Nicolas-Sébastien Allamand en 1754 [19]

Il note également la présence d'un film de vapeur en observant que la lumière d'une bougie passe entre la goutte et le substrat. Ainsi débute la recherche sur la caléfaction – ou effet Leidenfrost (figure 1). Au XIX<sup>e</sup> siècle, on débat sur l'origine de la force qui maintient la goutte en lévitation. Aux défenseurs du support par un coussin de vapeur s'opposent les partisans d'une force de répulsion développée par la chaleur. Parmi ces derniers, on peut notamment citer Pierre Hippolyte Boutigny, qui consacre un ouvrage complet à l'effet Leidenfrost : *Etudes sur les corps à l'état sphéroïdal : nouvelle branche de physique* [21]. Bien qu'il y présente la caléfaction comme un nouvel état de la matière et en déduit quelques théories baroques<sup>2</sup>, il révèle une quantité d'observations et de mesures expérimentales qui ont depuis été vérifiées et expliquées. L'expression d'"état sphéroïdal" est reprise pendant près d'un siècle [53], notamment par Henri Bouasse qui critique la notion de "nouvel état de la matière" dans son ouvrage dans son ouvrage *Capillarité : Phénomènes superficiels* [20]. Le film de vapeur gagne également les écrivains. Jules Verne sauve ainsi Michel Strogoff de l'aveuglement. Lorsque dans le roman éponyme, son tortionnaire lui approche du visage une épée chauffée au rouge, des larmes se vaporisent de ses yeux, ce qui les protège du métal brûlant [125]. Plus tard, Marcel Proust tourne cet effet en métaphore dans son roman *Du côté de chez Swann* [94] :

Quand je voyais un objet extérieur, la conscience que je le voyais restait entre moi et lui, le bordait d'un mince liséré spirituel qui m'empêchait de jamais toucher directement sa matière ; elle se volatilisait en quelque sorte avant que je prisse contact avec elle, comme un corps incandescent qu'on approche d'un objet mouillé ne touche pas son humidité parce qu'il se fait toujours précéder d'une zone d'évaporation.

Près de trois siècles après Boerhaave et Leidenfrost, l'activité scientifique autour de la caléfaction est foisonnante. Les propriétés physiques des gouttes sont bien décrites : la forme globulaire, l'épaisseur du film de vapeur [16], les instabilités [114, 113]... Industriellement, la caléfaction est un frein dans le refroidissement de pièces chaudes par un liquide, ce qui conduit de nombreuses équipes à s'intéresser aux transferts thermiques en jeu [88, 11]. L'absence de contact avec la surface rend le liquide ultra-mobile : une goutte d'azote, en caléfaction à température ambiante, lancée sur le sol, parcourt plusieurs mètres avant de s'arrêter. En conséquence la dynamique de ces objets ultra-mobiles est très riche [98] : ils rebondissent [119, 1], se propulsent [75] et engendrent des frictions spéciales. Par exemple, une goutte d'azote, lancée cette fois à la surface de l'eau, ralentira à cause de la traînée de vague qu'elle engendre [71]. De même, une bille chaude plongée dans un bain liquide s'entoure d'un film de vapeur ; cet effet Leidenfrost inverse (initialement décrit par Faraday [46]) permet de réduire la traînée sur une sphère [122].

L'attrait pour les gouttes en lévitation a également conduit au développement de différents systèmes qui recréent cet état non mouillant. L'écoulement créé par un flux d'air ascendant à travers un substrat poreux [52], ou par une surface en translation horizontale [74], peut se substituer à l'injection de vapeur pour maintenir la goutte en vol. Une goutte d'huile, sur un bain du même liquide qui vibre verticalement, rebondit indéfiniment : le

---

2. Boutigny conclut ainsi son ouvrage : "Il est permis d'espérer que l'état sphéroïdal, qui comprend la nature entière – toujours quant à la forme, presque toujours quant aux propriétés –, depuis les plus grands corps célestes jusqu'aux infiniment petits des corps organisés, sera tôt ou tard l'objet de l'attention universelle."

drainage du film d'air entre les deux surfaces liquides est plus long que le temps du rebond [31]. Comme la caléfaction, ces dispositifs dynamiques nécessitent l'apport d'énergie au système. En statique, une goutte enrobée de particules hydrophobes est isolée du substrat : elle garde une forme quasi-sphérique et une grande mobilité [4]. Il en va de même pour de l'eau sur une surface superhydrophobe [8]...



FIGURE 2 – Différents états d'un petit volume liquide sur un substrat, du mouillant (gauche) au non mouillant (droite).  $\theta$  définit l'angle de contact.

Un petit volume d'eau déposé sur un substrat horizontal peut adopter différentes géométries, définies par l'angle de contact  $\theta$  que crée le liquide avec la surface (figure 2). En parcourant l'échelle de 0 à 180°, on observe un film ( $\theta = 0$ ), puis une capsule qui se courbe de plus en plus jusqu'à devenir une perle ( $\theta \gtrsim 160^\circ$ , dernière image de la figure 2). A l'échelle microscopique, la surface inférieure de la goutte n'est alors en contact qu'avec le sommet des rugosités du substrat : comme le fakir sur son tapis de clous, elle repose principalement sur un film d'air. Cette situation, appelée superhydrophobie, est la cousine statique de la caléfaction : la forme et la mobilité des gouttes sont similaires, et un substrat superhydrophobe, comme la feuille de lotus [8], n'est pas mouillé par l'eau. On retrouve également les problèmes d'impacts [28] ou de réduction de traînée [107]. En outre, en chauffant un substrat superhydrophobe, on passe continûment de cette situation à l'état Leidenfrost, sans passer par une phase d'ébullition [123].

Les travaux présentés dans ce manuscrit s'inscrivent dans le champ de recherche que nous avons dépeint. Nous commencerons par une revue sur les différents objets non mouillants que nous utiliserons et de leurs propriétés (chapitre 1). Nous étudierons ensuite deux mécanismes d'autopropulsion de ces objets (chapitres 2 et 3). Puis, nous regarderons la friction qu'ils subissent, sur substrat lisse ou texturé (chapitre 4). Nous verrons alors le cas d'une instabilité qui affecte une goutte en caléfaction entre deux plans parallèles (chapitre 5). Pour terminer, nous nous intéresserons à des êtres vivants aquatiques, une araignée et des plantes, dont la superhydrophobie partielle engendre des comportements dynamiques singuliers (chapitres 6 et 7).



# Chapitre 1

## Des objets non mouillants

### Contents

---

<b>1.1</b>	<b>Caléfaction et superhydrophobie</b>	<b>5</b>
1.1.1	Caléfaction liquide	5
1.1.2	Caléfaction solide	7
1.1.3	Superhydrophobie	8
<b>1.2</b>	<b>Physique du non mouillant</b>	<b>11</b>
1.2.1	Forme des gouttes	11
1.2.2	Film de vapeur et temps de vie	14
1.2.3	Instabilités	17
<b>1.3</b>	<b>Transition superhydrophobie/caléfaction</b>	<b>18</b>

---

## 1.1 Caléfaction et superhydrophobie

Ce chapitre passe en revue les différents objets – non mouillants – autour desquels gravite ce manuscrit. Nous décrirons dans un premier temps la superhydrophobie et la caléfaction, en détaillant notamment les techniques expérimentales. Nous verrons ensuite les propriétés physiques essentielles de ces objets, puis nous terminerons par la description d’une expérience qui relie directement les concepts de superhydrophobie et de caléfaction.

### 1.1.1 Caléfaction liquide

Une petite goutte d’eau sur une plaque de métal portée à 80°C s’évapore en plusieurs dizaines de secondes. A 120°C, elle bout et disparaît en moins d’une seconde. A 200°C, elle ne bout pas, comme le montre la figure 1.1, et elle s’évapore en plusieurs dizaines de seconde. La goutte adopte une forme quasi sphérique et le trait de lumière, visible entre elle et son reflet sur le substrat, indique qu’elle n’est pas en contact avec la surface. La température élevée crée une forte évaporation sous la goutte, dont le flux est d’autant plus important et d’autant plus confiné que la perle liquide se rapproche du substrat : la pression au sein de l’écoulement peut ainsi devenir suffisante pour maintenir la goutte en lévitation. Cet effet a initialement été décrit par Boerhaave en 1732 [18, 35], puis par

Leidenfrost en 1756 [72]. Ce dernier lui a donné son nom, l'effet Leidenfrost, aussi appelé *caléfaction*. Quant au film de vapeur, son épaisseur typique est de  $100\ \mu\text{m}$  [16].

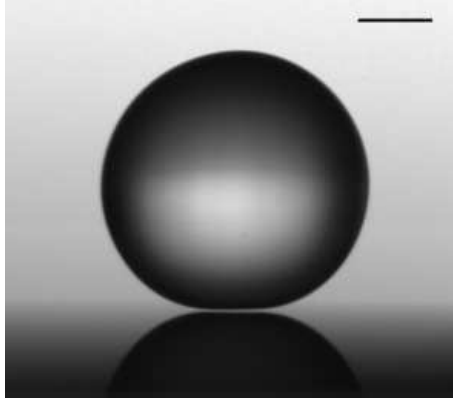


FIGURE 1.1 – Goutte d'eau en caléfaction. L'échelle indique 1 mm.

La caléfaction a des conséquences très intéressantes pour la goutte. Premièrement, cette dernière est ultra-mobile, du fait de l'absence de contact avec le substrat. Deuxièmement, la couche de vapeur entre le liquide et le substrat est un isolant thermique qui confère à la goutte un temps de vie de quelques dizaines de secondes. Cette grandeur est un bon paramètre pour la définition de la caléfaction. La figure 1.2 présente le temps de vie  $\tau$  d'une goutte d'eau millimétrique en fonction de la température  $T$  du substrat.  $\tau(T)$  présente un pic très marqué autour de  $150^\circ\text{C}$ , séparant un régime de temps inférieurs à la seconde, autour de  $T = 130^\circ\text{C}$ , lié à une forte ébullition, d'un régime de temps plus élevés, pour  $T > 150^\circ$ , correspondant à la caléfaction. Cette température critique à partir de laquelle la goutte est en lévitation est nommée *température de Leidenfrost*, notée  $T_L$ . Elle dépend de la nature du liquide [33], du substrat et de sa rugosité [12]. Elle peut présenter des variations de plusieurs centaines de degrés, et même aller jusqu'à "diverger" pour des substrats fibreux [127].

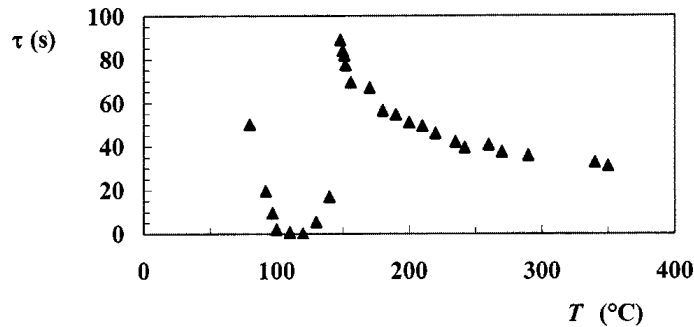


FIGURE 1.2 – Temps de vie d'une goutte d'eau de rayon  $R = 1\ \text{mm}$  en fonction de la température du substrat. La surface est une plaque d'aluminium. Graphique tiré de [16].

Expérimentalement, la température de Leidenfrost est un paramètre crucial. Les liquides utilisés pour les expériences décrites dans ce manuscrit peuvent être classés en

deux catégories vis-à-vis de leur température de Leidenfrost. On distingue d'abord les liquides classiques, principalement l'eau et l'éthanol, qui ont des températures  $T_L$  élevées (quelques centaines de degrés) et nécessitent une plaque chauffante pour observer la caléfaction. Leur principal intérêt est de pouvoir être manipulés facilement et leur volume contrôlé avec précision. L'éthanol est plus volatil que l'eau et son point d'ébullition  $T_{eb}$  est plus bas ( $T_{eb} = 78^\circ\text{C}$ ) : il est plus facile à mettre en caléfaction. Vers  $200^\circ\text{C}$ , sur un substrat métallique quelconque, l'alcool est en lévitation tandis qu'une goutte d'eau nécessite un substrat parfaitement poli. On trouve ensuite les liquides cryogéniques, l'azote ( $T_{eb} = -196^\circ\text{C}$ ) et l'oxygène ( $T_{eb} = -183^\circ\text{C}$ ), qui sont en caléfaction à température ambiante. Ils sont plus difficiles à contrôler et leurs dimensions sont mesurées a posteriori. En revanche, on peut les utiliser dans des dispositifs difficiles à chauffer, comme par exemple des montages de grande dimension. L'oxygène liquide possède une particularité supplémentaire, intéressante pour contrôler une goutte : il est paramagnétique. Cela signifie qu'il est sensible aux gradients de champ magnétique : si l'on place un aimant sous le substrat, une goutte d'oxygène est attirée dans sa direction [91, 92]. Pour le synthétiser, on remplit un cône métallique d'azote liquide (facilement accessible en laboratoire). Le cône se refroidit à une température proche de celle de l'azote liquide ( $-196^\circ$ ), inférieure à la température d'ébullition de l'oxygène ( $-183^\circ\text{C}$ ). L'oxygène de l'air se condense sur les parois extérieures et ruisselle jusqu'à créer une goutte-à-goutte à la pointe du cône.

### 1.1.2 Caléfaction solide

La caléfaction n'est pas l'apanage des liquides. La figure 1.3 montre un morceau de  $\text{CO}_2$  solide, aussi appelé carboglace, posé sur une plaque chauffée à  $300^\circ\text{C}$ . Comme pour une goutte en caléfaction, on voit un trait de lumière entre le solide et son reflet sur le substrat : le morceau de  $\text{CO}_2$  lévite. A pression atmosphérique, le dioxyde de carbone n'a pas de phase liquide : il se sublime à  $-80^\circ\text{C}$ , c'est-à-dire qu'il passe directement de l'état solide à l'état gazeux. Ainsi, un palet de carboglace sur un substrat chauffé lévite au dessus d'un coussin de  $\text{CO}_2$  gazeux, d'une épaisseur de l'ordre de  $100\ \mu\text{m}$ .

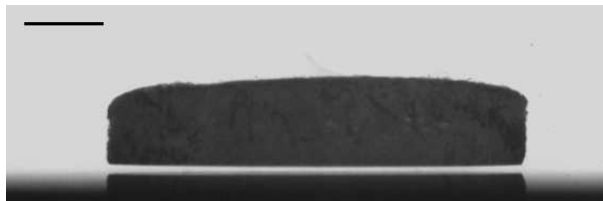


FIGURE 1.3 – Carboglace en caléfaction. L'échelle indique 3 mm.

Or un solide ne bout pas. Cette tautologie pose la question de l'existence de la température de Leidenfrost dans le cas d'un solide en caléfaction, et donc de la définition de l'état de caléfaction. Sur un substrat dont la température dépasse  $-80^\circ\text{C}$ , le solide se sublime et il existe théoriquement une épaisseur de film de vapeur permettant d'équilibrer la pression de l'écoulement avec le poids du solide. Expérimentalement, on se placera néanmoins toujours sur un substrat chauffé à quelques centaines de degrés afin d'avoir un film de vapeur suffisamment épais. Si le film est trop mince, le palet s'accroche aux rugosités du substrat ou à de petites poussières qui ont pu s'y déposer.



### 1.1.3 Superhydrophobie

Nous quittons un instant les plaques chauffantes pour nous intéresser au troisième objet non mouillant dont il sera question dans ce manuscrit. En fonction de son angle de contact  $\theta$  (figure 1.4a), une goutte d'eau déposée sur un substrat horizontal peut adopter différentes formes, du film ( $\theta \approx 0^\circ$ ) à la perle liquide ( $\theta > 160^\circ$ ). Cette dernière situation, dans laquelle la goutte ne s'étale pas mais garde une forme sphérique, porte le nom de superhydrophobie (figure 1.4b).

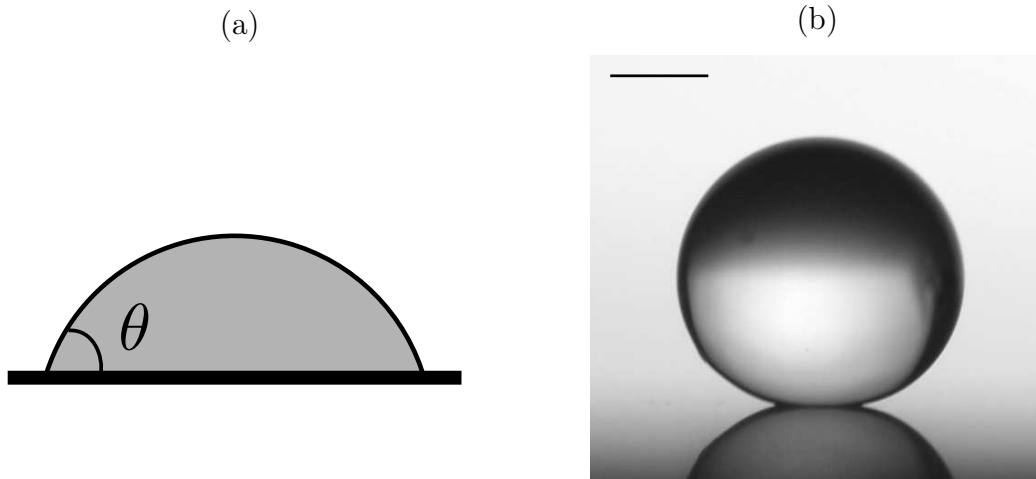


FIGURE 1.4 – (a) Goutte liquide :  $\theta$  définit l'angle de contact de la goutte avec le substrat. (b) Goutte d'eau sur un substrat superhydrophobe,  $\theta \approx 160^\circ$ . L'échelle indique 1 mm.

Pour l'observer dans la Nature, il faut se tourner vers certaines plantes comme le lotus [8, 126] ou certains animaux comme le gerris [49] ou la collembole [59]. La figure 1.5a montre la photo d'une feuille de *Neptunia* prise au microscope électronique. La surface, superhydrophobe, n'est pas lisse mais parsemée de plots d'une vingtaines de micromètres. Une texturation se retrouve aussi sur les pattes superhydrophobes du gerris, figure 1.5b, sous la forme de poils coniques très fins (largeur submicrométrique).

Sur une surface lisse à l'échelle micrométrique, on peut obtenir des angles de contact allant jusqu'à  $120^\circ$ , en recouvrant, par exemple, le substrat de molécules perfluorées (chaînes carbonnées, type  $-\text{CF}_2-$ ). En revanche, il est difficile de dépasser cette valeur [111]. La rugosité observée sur les feuilles de *Neptunia* ou sur les pattes du gerris permet de dépasser largement de cette limite. L'explication en revient à Cassie [24, 17] : la goutte ne mouille pas toute la surface mais repose sur le sommets des rugosités (figure 1.6), comme un fakir sur son tapis de clous. Le liquide ajuste localement son angle de contact  $\theta$  avec la surface mais l'angle de contact macroscopique résultant  $\theta^*$ , aussi appelé angle apparent, est bien supérieur à  $\theta$ . De cette manière, une fraction très faible de la surface inférieure de la goutte (quelques pour cents) est en contact avec le solide, le reste étant en contact avec l'air. Cependant, il est important de noter que l'angle de contact local  $\theta$  doit être supérieur en général à  $90^\circ$ , c'est-à-dire la surface hydrophobe, pour obtenir une goutte en état fakir [86, 112]. Dans le cas contraire, le liquide se répandra souvent dans les rugosités et l'on a une surface superhydrophile. Une double texturation sera souvent utilisée pour obtenir une surface superhydrophobe : une texturation physique (la rugosité) et une tex-

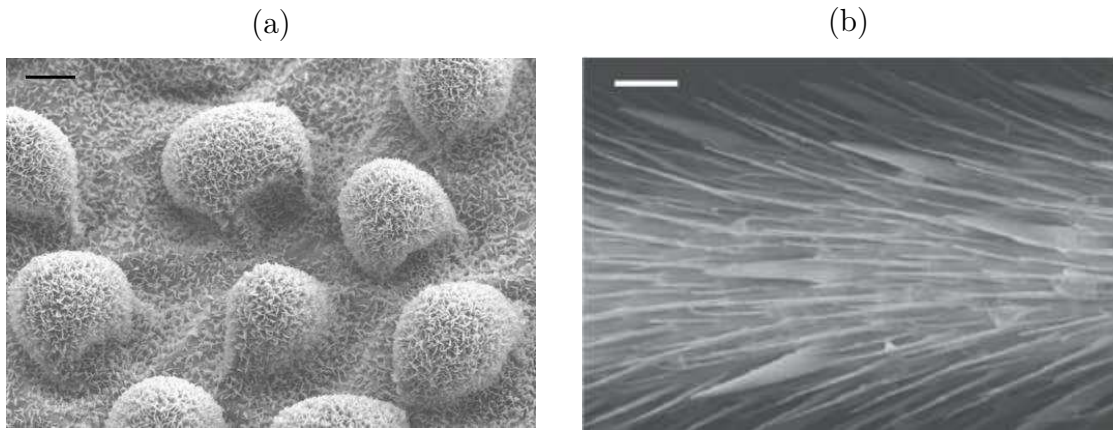


FIGURE 1.5 – Prises de vue de surfaces naturelles au microscope électronique. (a) Feuille de *Neptunia*, l'échelle indique 10  $\mu\text{m}$ . (b) Patte de gerris, l'échelle indique 3  $\mu\text{m}$ . Photographie tirée de [49]

turation chimique (une surface hydrophobe). Du point de vue de la rugosité, les plantes sont assez remarquables : elles possèdent souvent plusieurs échelles de rugosité [13]. La feuille de *Neptunia* sur la figure 1.5a est recouverte de plots de l'ordre de 20  $\mu\text{m}$ , eux-même recouverts de cristaux de cire [9] de 1  $\mu\text{m}$  de largeur et de 100 nm d'épaisseur qui créent une seconde échelle de rugosité. La goutte repose sur le haut de ces cristaux hydrophobes.

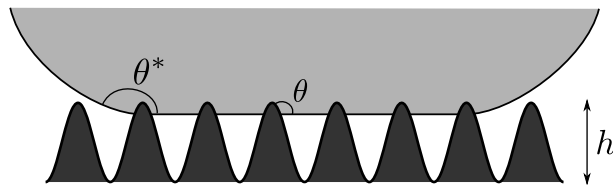


FIGURE 1.6 – Schéma de l'interaction d'une goutte avec une surface superhydrophobe : le liquide est en contact avec le sommets des rugosités du solide.

Une goutte d'eau sur une surface superhydrophobe possède des caractéristiques assez proches d'une goutte en caléfaction. Tout d'abord en terme de forme, comme le montrent les figures 1.1 et 1.4b : le liquide en caléfaction peut être vu comme un fakir modèle avec un angle de contact  $\theta^*$  de  $180^\circ$  et une fraction surfacique en contact avec le solide nulle. Inversement, une goutte sur une surface superhydrophobe (comme une goutte de Leidenfrost) repose majoritairement sur un film d'air dont l'épaisseur  $h$  est déterminée par l'épaisseur caractéristique de la rugosité (figure 1.6). Enfin, du point de vue de la mobilité, une goutte d'eau dévale très facilement une surface superhydrophobe légèrement inclinée (en emportant avec elle les éventuelles impuretés présentes, ce qui confère à la surface une propriété autonettoyante [8]).

En laboratoire, il existe plusieurs méthodes pour réaliser une surface superhydrophobe. Une première manière consiste à graver les rugosités dans un substrat par une technique de lithographie (texturation physique) [27]. On peut alors contrôler le motif des rugosités, par exemple en faisant un réseau carré de plots (figure 1.7a). On traite ensuite le substrat avec une solution de molécules hydrophobes qui viennent se greffer à la surface (texturation

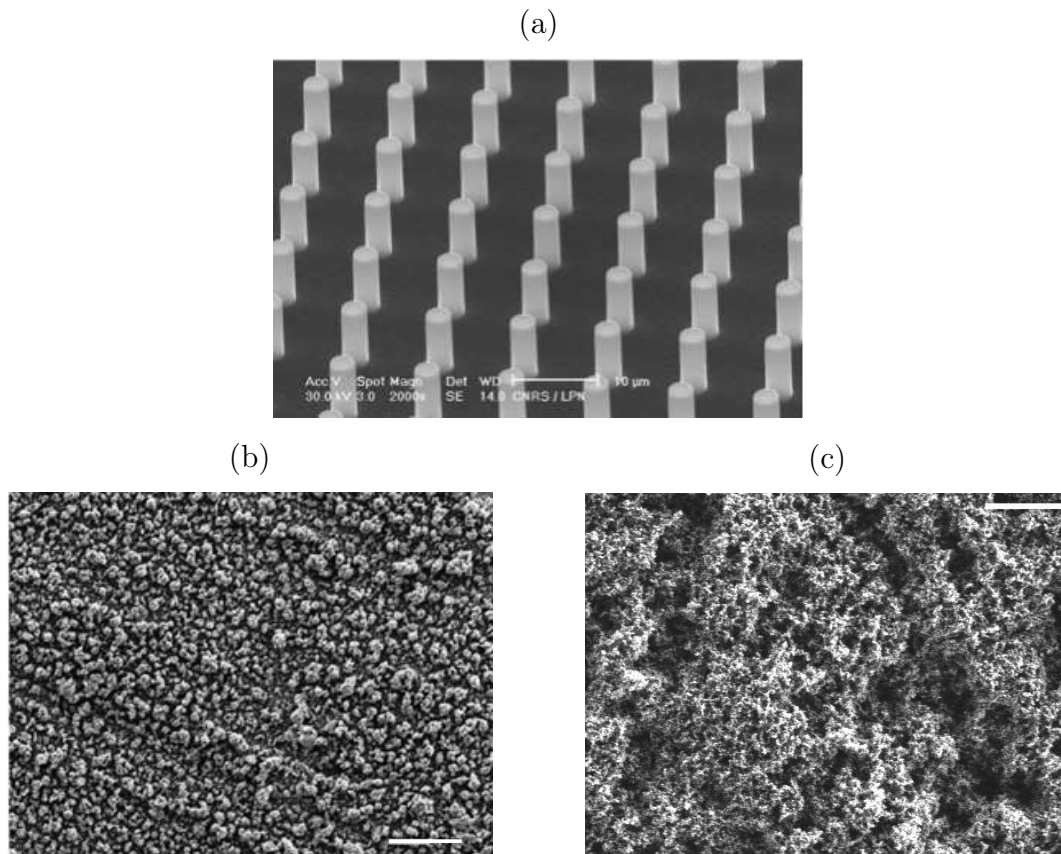


FIGURE 1.7 – Prises de vue de surfaces de synthèse au microscope électronique. (a) Réseau carré de plots de hauteur  $h = 10 \mu\text{m}$  et de diamètre  $D = 2,5 \mu\text{m}$ . Photographie tirée de [106]. (b) Dépôt d'argent sur un substrat de cuivre, l'échelle indique  $2 \mu\text{m}$ . Photographie tirée de [69]. (c) Surface de verre traitée avec le Glaco Mirror Coat Zero. L'échelle indique  $1 \mu\text{m}$ . Photographie réalisée par Claas Willem Visser.

chimique). Cette technique est très intéressante pour obtenir une rugosité de géométrie contrôlée ; en revanche, l'utilisation de techniques de lithographie limite la taille (quelques centimètres) et la géométrie (surface plane) des échantillons. La seconde méthode consiste à créer la rugosité en déposant à la surface du substrat des particules solides, puis à traiter chimiquement cette texturation pour la rendre hydrophobe. On ne maîtrise pas la géométrie de la rugosité, mais on peut traiter des surfaces à la géométrie plus exotique, ou sur des superficies bien plus grandes.

Pour les expériences discutées dans ce manuscrit, nous utiliserons la seconde méthode avec deux traitements différents. (i) Le premier a été mis au point par Larmour et collaborateurs [69]. On passe un substrat de cuivre ou de laiton dans une solution aqueuse de  $\text{AgNO}_3$ , et la surface noircit en se recouvrant de particules d'argent qui créent une rugosité micrométrique (figure 1.7). On traite ensuite la surface avec une solution alcoolique de 3,3,4,4,5,5,6,6,7,7,8,8,9,9,10,10,10-heptadecafluoro-1-décanethiol (HDFT) qui vient greffer ces longues molécules perfluorées à la surface du dépôt d'argent. Cette méthode permet d'obtenir une surface superhydrophobe assez rapidement (moins d'une heure pour le traitement complet) mais elle se limite principalement aux substrats de cuivre ou de laiton. Cependant, si la surface que l'on souhaite traiter est métallique, on peut au préalable y déposer par électrolyse une couche de cuivre. On plonge dans un bain de sulfate de cuivre

aqueux la pièce en métal à recouvrir et un morceau de cuivre. On relie alors la première (la cathode) à la borne moins d'un générateur et le second (l'anode) à la borne plus. (ii) Le second traitement que nous utiliserons est une solution commercialisée par l'entreprise Soft99, le Glaco Mirror Coat Zero (figure 1.7c). Pour traiter une surface, nous la passons dans un bain de cette solution puis nous la séchons à l'étuve à 150°C, en répétant cette procédure trois fois. Le dépôt possède l'intérêt d'être invisible, on peut donc créer des surfaces superhydrophobes transparentes. Ces deux traitements présentent un angle de contact à l'eau supérieur à 160°.

## 1.2 Physique du non mouillant

Dans cette partie du chapitre, nous rappelons quelques propriétés classiques des objets non mouillants comme la forme des gouttes, pour les objets liquides, ou l'épaisseur du film de vapeur et le temps de vie, pour les objets en caléfaction. Enfin, nous évoquerons les instabilités que peut subir une goutte en caléfaction.

### 1.2.1 Forme des gouttes

Les figures 1.1 et 1.4b présentent toutes deux des gouttes en caléfaction et sur un substrat surperhydrophobe. Elles sont quasi sphériques. L'échelle des deux photographies est millimétrique, on peut se demander comment va évoluer la forme du liquide pour un rayon centimétrique. Deux effets s'opposent : la pesanteur, qui tend à aplatir la goutte pour abaisser son centre de gravité, et la tension de surface, qui cherche à l'arrondir pour minimiser sa surface.

#### La tension de surface

La tension de surface se manifeste, à l'interface entre deux phases non miscibles, sous la forme d'une énergie  $E = \gamma S$ .  $S$  est la surface de cette interface et  $\gamma$ , appelée *tension superficielle*, est l'énergie qu'il faut fournir pour augmenter la surface d'une unité [37]. Son ordre de grandeur, pour une interface liquide/air, est typiquement de quelques dizaines de millinewtons par mètre.

La première conséquence de cette énergie de surface est la forme d'une goutte liquide, comme une goutte de pluie, soumise uniquement à sa tension de surface. Le liquide cherche à minimiser son énergie  $\gamma S$ , donc à adopter la surface la plus petite possible à volume constant : la sphère.

La seconde conséquence est liée à la pression. Lorsque l'on traverse une interface courbée, la pression subit une variation  $\Delta P$ , appelée pression de Laplace, due à la tension de surface :  $\Delta P = \gamma C$ .  $C$  est la courbure de l'interface, définie comme la somme de deux courbures orthogonales. Ainsi, une goutte sphérique de rayon  $R$  est en surpression  $\Delta P = 2\gamma/R$ , de l'ordre de 100 Pa aux échelles millimétriques.

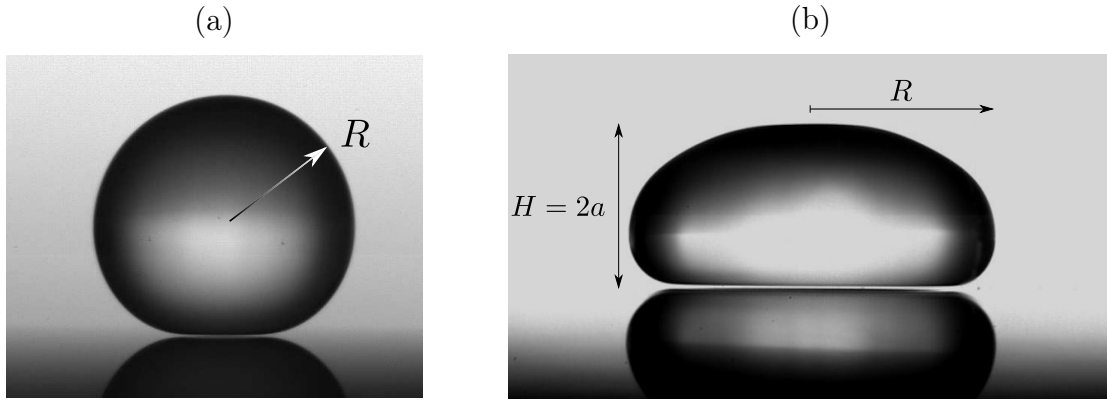


FIGURE 1.8 – Gouttes en caléfaction, petite (a) ou grosse (b).

### Petite goutte, grosse goutte

Pour comprendre la forme d'une goutte non mouillante de rayon  $R$ , on compare l'énergie de surface  $E_S \sim \gamma R^2$  avec son énergie potentielle de pesanteur  $E_P \sim \rho_l R^3 g R$ , où  $\rho_l$  est la masse volumique de liquide et  $g$  l'accélération de la pesanteur. Lorsque ces énergies sont du même ordre, on obtient une échelle caractéristique :

$$a = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho_l g}} \quad (1.1)$$

$a$  est appelée la *longueur capillaire*. Pour une goutte d'eau dans l'air, elle vaut 2,7 mm à 20°C et 2,5 mm à 100°C. Quand  $R < a$ , la tension de surface domine la pesanteur, la goutte est quasiment sphérique, hormis une zone aplatie au niveau du film de vapeur (figure 1.8a). On parle du régime des *petites gouttes*, dont le volume est  $\Omega \sim R^3$ . Quand  $R > a$ , le liquide est aplati par la gravité, il prend une forme de pastille (figure 1.8b). On parle alors de *grosse goutte*. Si on note  $H$  son épaisseur et  $R$  son rayon équatorial, le saut de pression de Laplace sur le bord latéral de la grosse goutte s'écrit  $P_L = \gamma(2/H + 1/R)$ , où  $R$  et  $H/2$  sont respectivement les rayons de courbure dans le plan horizontal et dans le plan vertical. Dans la limite des grosses gouttes,  $H \ll R$ ,  $P_L$  se réduit à  $2\gamma/H$ . Cette pression équilibre la pression hydrostatique à mi-hauteur  $P_G = \rho g H/2$ . On obtient ainsi une expression pour l'épaisseur des grosses gouttes,  $H = 2a$ , indépendante du rayon. Le volume de ces gouttes devient  $\Omega \sim aR^2$ .

De manière plus quantitative, on peut calculer l'équation différentielle qui régit la forme d'une goutte non mouillante en exprimant de deux manières différentes la pression dans la goutte à l'altitude  $z$  (figure 1.9). Premièrement, on se place à une hauteur  $z$  à l'extérieur de la goutte et on traverse la surface liquide en se déplaçant horizontalement. Le saut de pression au passage de l'interface est dû à la courbure  $C(z)$  de la goutte :  $\Delta P_1 = \gamma C$ . Deuxièmement, on se place au dessus de la goutte sur l'axe de symétrie ( $r = 0$ ) et on descend le long de l'axe  $z$ . Un premier saut de pression est liée à la courbure  $C_0$  de la goutte à son apex, puis la pression hydrostatique s'ajoute alors que l'on descend le long de l'axe  $z$  :  $\Delta P_2 = \gamma C_0 + \rho g z$ . En introduisant la longueur capillaire  $a$ , l'égalité des pressions  $\Delta P_1 = \Delta P_2$  devient :

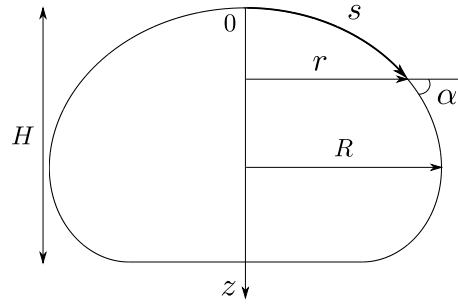


FIGURE 1.9 – Schéma d'une goutte non mouillante.

$$aC = aC_0 + \frac{z}{a} \quad (1.2)$$

La longueur capillaire est la seule échelle du système, et la forme de la goutte est définie par un unique paramètre, la courbure au sommet  $C_0$  dans cette équation. En introduisant l'abscisse curviligne  $s$  et l'angle  $\alpha$  tangent à l'interface (figure 1.9), on peut réécrire l'équation 1.2 :

$$a \left( \frac{\sin \alpha}{r} + \frac{d\alpha}{ds} \right) = aC_0 + \frac{z}{a} \quad (1.3)$$

On intègre numériquement cette équation pour obtenir la forme du liquide. Dans le cas non mouillant, on poursuit l'intégration jusqu'à  $\alpha = \pi$ . Cependant, on peut aussi obtenir la forme d'une goutte déposée sur un substrat horizontal quelconque avec lequel elle forme un angle de contact  $\theta$ . Il suffit pour cela d'interrompre l'intégration lorsque  $\alpha = \theta$ . La figure 1.11 présente la forme de gouttes pour différentes valeurs de  $aC_0$ , entre 0,1 et 10, ce qui correspond à des volumes  $\Omega$  de  $80a^3$  à  $0,03a^3$ . On retrouve les petites gouttes rondes ( $aC_0 > 1$ ) et les grosses gouttes aplaties par la gravité ( $aC_0 < 1$ ). Le modèle développé ici ne tient pas de la vapeur présente sous le liquide. Snoeijer et collaborateurs [114] ont montré théoriquement que la surface inférieure d'une goutte en caléfaction n'est pas plate mais légèrement concave. Cette propriété a ensuite été confirmée expérimentalement [23, 26] en regardant la goutte par dessous et en analysant les franges d'interférences créées par le film de vapeur. Cette déformation s'amplifie lorsque le rayon de la goutte dépasse quelques longueurs capillaires, ce qui engendre l'instabilité de cheminée que nous décrivons dans le paragraphe 1.2.3.

Les figures 1.11a et 1.11b confrontent des mesures expérimentales du volume  $\Omega$  d'une goutte en caléfaction en fonction, respectivement, de son rayon  $R$  et de sa hauteur  $H$  avec l'intégration numérique de l'équation 1.3. L'accord est assez bon entre expériences et théorie. On retrouve les régimes de petite goutte et de grosse goutte, qui se séparent autour de la longueur capillaire, 2,5 mm pour l'eau à 100°. Figure 1.11a, la droite en trait plein a pour équation  $\Omega = 4/3 \pi R^3$  et la droite en pointillés  $\Omega = 0,9 \pi R^2 2a$ . Pour une description rapide, on pourra donc modéliser une goutte non mouillante, soit comme une sphère (si  $R < a$ ), soit comme un disque d'épaisseur  $2a$  (si  $R > a$ ).

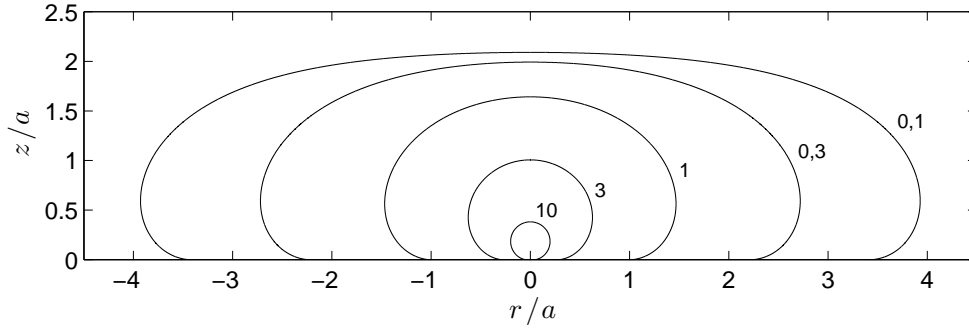


FIGURE 1.10 – Profils de gouttes non mouillantes pour des valeurs de la courbure adimensionnée  $aC_0$  allant de 0,1 à 10.

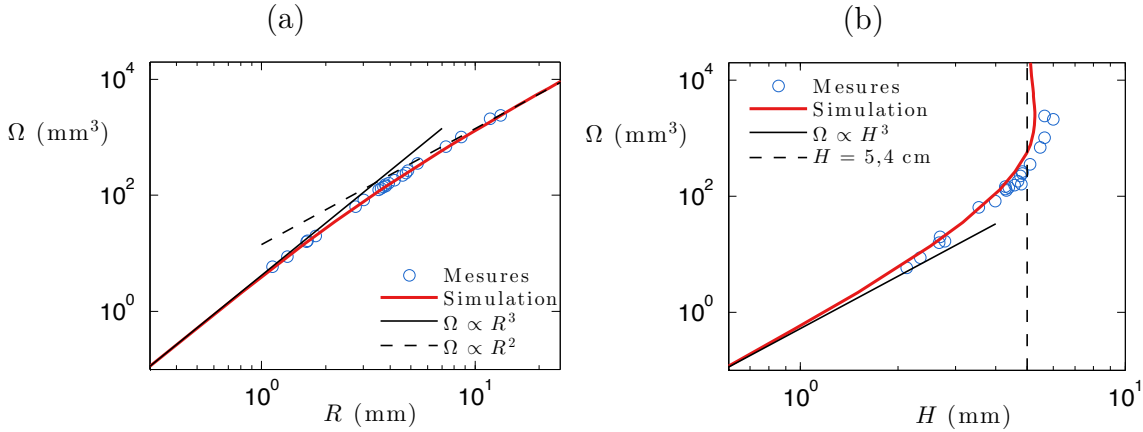


FIGURE 1.11 – Volume d’une goutte en caléfaction en fonction (a) de son rayon  $R$  et (b) de sa hauteur  $H$ . Les ronds bleus proviennent de mesures expérimentales et la courbe rouge représente l’intégration numérique de l’équation 1.3. Pour chaque figure, on retrouve les tendances asymptotiques des régimes de petite goutte et de grosse goutte.

## 1.2.2 Film de vapeur et temps de vie

Nous nous intéressons maintenant à l’épaisseur  $h$  du film de vapeur des objets en caléfaction, ainsi qu’à leur temps de vie. On se place dans l’approximation d’une épaisseur uniforme, c’est-à-dire que la surface inférieure de la goutte est plate.  $h$  est fixée par l’équilibre entre le poids de la goutte et la pression de l’écoulement. Nous traiterons séparément les petites et les grosses gouttes. Le cas du solide en caléfaction sera discuté à la suite.

### Grosse goutte ( $R > a$ )

L’écoulement de vapeur sous la goutte (figure 1.12a) provient de l’évaporation du liquide. Celle-ci est due au transfert de chaleur à travers le film de vapeur qui se fait principalement par diffusion [53]. Le flux de chaleur est donné par la loi de Fourier :  $\kappa(\Delta T/h)R^2$ , où  $\kappa$  est le coefficient de diffusion thermique,  $\Delta T/h$  le gradient de température dans le film de vapeur et  $R^2$  la surface sous la goutte.  $\Delta T$  est la différence de

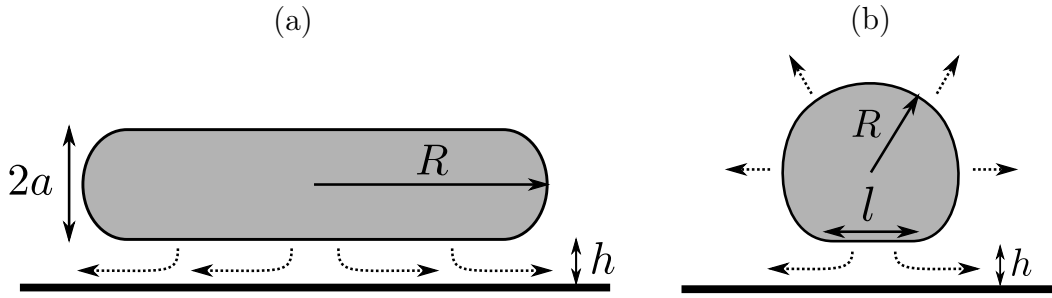


FIGURE 1.12 – Mécanisme d'évaporation et géométrie du film de vapeur : (a) d'une grosse goutte et (b) d'une petite goutte.

température entre le liquide et le substrat. En notant  $\dot{m}$  le débit massique d'évaporation et  $L$  la chaleur latente d'ébullition du liquide, l'équilibre du flux d'énergie d'évaporation avec flux de chaleur thermique s'écrit :

$$L\dot{m} \sim \kappa \frac{\Delta T}{h} R^2 \quad (1.4)$$

Le débit massique d'évaporation nous donne la vitesse verticale  $V$  d'éjection de la vapeur :  $\dot{m} = \rho_g V R^2$ , en notant  $\rho_g$  la masse volumique du gaz. Par conservation du débit entre la surface inférieure de la goutte et les bords du film de vapeur ( $R^2 V \sim R h U$ ) on obtient la vitesse  $U$  de l'écoulement horizontal :

$$U \sim \frac{\kappa \Delta T R}{\rho_g L h^2} \quad (1.5)$$

L'épaisseur du film de vapeur ( $h \sim 100 \mu\text{m}$ ) est très petite devant la longueur de l'écoulement ( $R \sim 3 \text{ mm}$ ). On se place dans l'approximation de lubrification (détaillée dans le chapitre 3). La vitesse de l'écoulement de vapeur, calculée d'une première manière dans l'équation 1.5, est également obtenue avec l'équation de Stokes :

$$\frac{U}{\eta} \sim \frac{\Delta P}{R} \quad (1.6)$$

où  $\eta$  est la viscosité de la vapeur et  $\Delta P/R$  le gradient de pression dans le film, moteur de l'écoulement. La pression est générée par le poids de la goutte :  $R^2 \Delta P \sim \rho_l a R^2 g$ , où  $\rho_l$  est la masse volumique du liquide et  $g$  l'accélération de la pesanteur. L'épaisseur du film de vapeur est alors déduite des équations 1.5 et 1.6 :

$$h \sim \sqrt{Rb} \quad (1.7)$$

où  $b$  est une longueur caractéristique, qui dépend des nombreux paramètres thermodynamiques introduits :

$$b \sim \sqrt{\frac{\eta \kappa \Delta T}{\rho_v L \rho_l g a}} \quad (1.8)$$

Pour une goutte d'eau, les paramètres liés à la phase liquide sont pris à  $100^\circ\text{C}$  :  $\rho_l = 960 \text{ kg/m}^3$  et  $a = 2,5 \text{ mm}$ . La température du substrat pour une expérience de



caléfaction, est typiquement  $400^\circ\text{C}$  ( $\Delta T = 300^\circ\text{C}$ ) si bien que les paramètres de la vapeur sont pris à une température moyenne de  $250^\circ\text{C}$  :  $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5}$  Pa.s,  $\rho_v = 0,4$  kg/m<sup>3</sup> et  $\kappa = 36$  mW/m/K. Enfin, la chaleur latente d'évaporation à pression atmosphérique est  $L = 2300$  kJ/kg. Avec ces valeurs, la longueur caractéristique  $b$  vaut typiquement  $2$   $\mu\text{m}$ , ce qui donne une épaisseur du film de vapeur de l'ordre de  $100$   $\mu\text{m}$  pour  $R \approx 1$  cm.

L'évaporation réduit la goutte qui finit par disparaître. On estime le temps de vie  $\tau$  d'une grosse goutte de masse initiale  $m$  via le débit massique  $\dot{m}$  (équation 1.4) :

$$\tau \sim \frac{m}{\dot{m}} \sim \frac{a\rho_l L}{\kappa\Delta T} \sqrt{bR} \quad (1.9)$$

Ce temps de vie est de l'ordre de  $100$  s. On a supposé ici que l'évaporation se fait principalement depuis la face inférieure de la goutte. Cette hypothèse a été vérifiée expérimentalement en mesurant le temps de vie de gouttes couvertes d'une capsule d'aluminium afin de prévenir l'évaporation par le reste de la surface [98].

### Petite goutte ( $R < a$ )

Dans le cas d'une grosse goutte, la surface sur laquelle s'établit l'écoulement de vapeur est de l'ordre de  $R^2$ . En revanche, une petite goutte, quasi sphérique par la tension de surface, est aplatie par la gravité sur une petite zone de taille caractéristique  $l \sim R^2/a$  [76], d'où une surface horizontale de film de vapeur de l'ordre de  $R^4/a^2$  (figure 1.12b). On remplace donc  $R$  par  $l$  dans les équations 1.4, 1.5 et 1.6. Cela change également la pression exercée par la goutte sur le film de vapeur. La pression exercée sur sa partie plane, et donc sur l'écoulement, est alors d'origine capillaire  $\Delta P \sim \gamma/R$ . On remarque qu'une petite goutte ( $R \ll a$ ) appuie plus fort sur son film de vapeur qu'une grosse :  $\gamma/R \gg \rho_l g R$ . Ces deux modifications au modèle précédent conduisent à :

$$h \sim \frac{b^{1/2} R^{5/4}}{a^{3/4}} \quad (1.10)$$

Les lois de l'épaisseur du film de vapeur (équations 1.10 et 1.7) pour les gouttes en caléfaction ont été vérifiées expérimentalement par Biance et collaborateurs [16, 14].

Nous nous intéressons maintenant au temps de vie d'une petite goutte. Du fait de sa taille, le liquide ne s'évapore pas uniquement au voisinage du film de vapeur. L'air environnant est chauffé par le substrat et toute la surface de la goutte participe à l'évaporation, comme le schématise la figure 1.12b. Le gradient de température à prendre en compte pour le calcul du débit massique d'évaporation  $\dot{m}$  devient  $\Delta T/R$ , et la surface d'évaporation  $R^2$ . On modifie en conséquence l'équation 1.4. On obtient le temps de vie d'une petite goutte :

$$\tau \sim \frac{\rho_l L R^2}{\kappa \Delta T} \quad (1.11)$$

Pour une goutte d'eau de rayon  $R = 0,6$  mm, on obtient un temps de vie de  $80$  s. Cette valeur est un peu surévaluée, Biance et collaborateurs [14] obtiennent expérimentalement un temps de vie de l'ordre de  $10$  s. Ils retrouvent également la dépendance en  $\Delta T^{-1}$ .

On peut se demander ce que deviennent les très petites gouttes, pour lesquelles l'épaisseur du film de vapeur est de l'ordre du rayon de la goutte. L'approximation d'un écoulement de lubrification n'est alors plus valable. Celestini et collaborateurs [25] ont montré, théoriquement et expérimentalement, que l'épaisseur du film de vapeur de gouttes inférieures à 100  $\mu\text{m}$  augmente lorsque le rayon diminue, jusqu'à diverger : la goutte décolle!

### Solide

Les solides utilisés dans nos expériences sont des palets cylindriques de rayon  $R$  et de hauteur  $H$  en lévitation sur une des bases du cylindre (figure 1.3). Cette situation est similaire au cas des grosses gouttes, l'écoulement de vapeur s'établit une longueur  $R$ . L'épaisseur du film de vapeur s'écrit donc  $h \sim \sqrt{Rb}$  (equation 1.7), avec une longueur caractéristique  $b$  dans laquelle la hauteur  $H$  du cylindre remplace la longueur capillaire  $a$  ( $b \sim \sqrt{\eta\kappa\Delta T/\rho_g L\rho_s gH}$ , où  $\rho_s$  est la masse volumique du solide). Quant au temps de vie, l'équation 1.9 reste valable en remplaçant également la longueur capillaire par la hauteur du cylindre.

### 1.2.3 Instabilités

Une goutte en caléfaction n'est donc pas un objet statique : un écoulement constant de vapeur est entretenu sous sa surface inférieure. En ajoutant la nature déformable du liquide et la grande mobilité de la goutte dans cet état, on obtient le développement de diverses instabilités dont il est important de tenir compte expérimentalement.

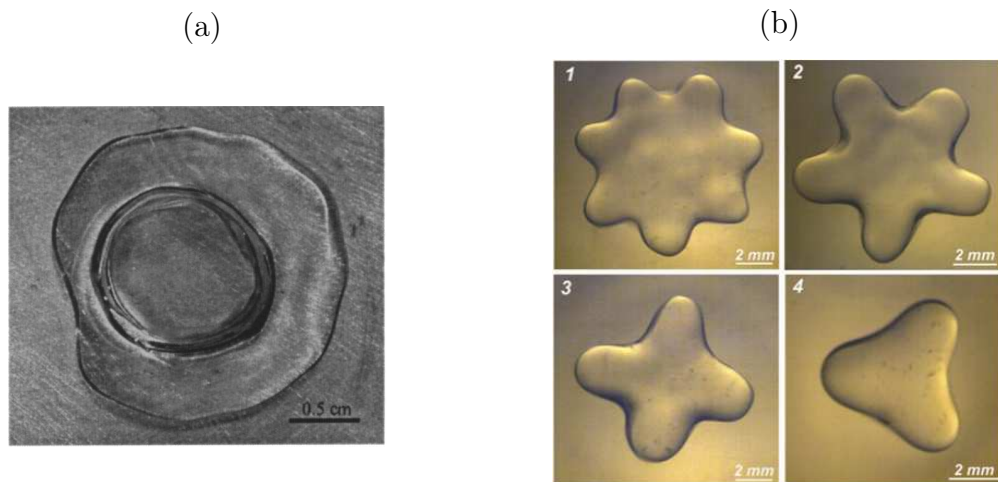


FIGURE 1.13 – (a) Instabilité de cheminée : une bulle de vapeur perfore une goutte en caléfaction. Photographie tirée de [16]. (b) Instabilité d'oscillation : une grosse goutte en caléfaction peut osciller selon différents modes. Photographies tirées de [113].

### Les cheminées

Sur un substrat solide et horizontal, des bulles de vapeur transpercent la goutte lorsque celle-ci dépasse une taille critique [16]. La figure 1.13a montre la cheminée créée au centre

de la goutte par une de ces bulles. On interprète ce phénomène comme une instabilité de Rayleigh-Taylor. Cette instabilité est bien connue dans sa forme inverse : un film liquide, déposé sur la face inférieure d'une surface plane horizontale, se déstabilise sous l'effet de la gravité en un réseau de gouttes pendantes [117]. On peut l'observer sur le plafond d'une salle de bain humide ou en haut de l'embrasure d'une fenêtre lors d'un mois de mai pluvieux. Ici, la vapeur étant moins dense que le liquide, la poussée d'Archimède exerce sur elle une force verticale ascendante. Lorsque la goutte est grande, la tension de surface n'est plus capable de stabiliser une déformation de la surface sous-jacente. En géométrie circulaire, l'instabilité apparaît pour un rayon critique de  $3,8a$  [14], soit environ 1 cm pour de l'eau. Cet effet limite la taille des gouttes en caléfaction dans nos expériences.

Le mécanisme décrit ici fonctionne pour un substrat horizontal et plat. Perrard et collaborateurs [90] fabriquent des gouttes toriques par l'intermédiaire d'un substrat dans lequel est usiné une galerie circulaire. Les objets ainsi créés ont des tailles caractéristiques bien supérieures à  $3,8a$  et ne présentent pas d'instabilité de cheminée. Nous avons observé lors de nos expériences une autre manière de supprimer les cheminées, en faisant léviter une goutte en caléfaction (de l'azote liquide) sur un bain liquide. La déformation du bain prévient la formation de cheminées, il serait intéressant d'explorer plus en détail ce phénomène.

### Les oscillations spontanées

Une seconde instabilité peut apparaître pour des gouttes aplaties, plus petites cependant que le rayon critique d'apparition des cheminées. Comme le montre la figure 1.13b, une goutte ne reste pas nécessairement axisymétrique mais peut osciller en prenant différentes formes [22]. Le temps caractéristique des ces oscillations,  $\sqrt{\rho_l R^3 / \gamma}$  [68], est de l'ordre de 0,1 s. La goutte reste en moyenne axisymétrique, et nous veillerons donc expérimentalement à mesurer son rayon sur un temps assez long pour s'affranchir de sa possible déformation.

## 1.3 Transition superhydrophobie/caléfaction

Pour clore ce chapitre consacré aux objets non mouillants, nous présentons un effet mis en évidence par Vakarelski et collaborateurs [123]. Ces auteurs montrent qu'il existe une transition continue entre superhydrophobie et caléfaction. Pour cela, ils plongent dans un bain d'eau (à la température ambiante) une sphère en métal chauffée à une température supérieure à 300°C. Pour une sphère superhydrophile, ils n'observent pas de caléfaction, la surface chaude génère une forte ébullition autour d'elle. Pour une sphère simplement hydrophile ou hydrophobe, ils obtiennent un premier régime de caléfaction où un film de vapeur entoure la sphère et un goutte-à-goutte de bulles sur le dessus évacue la vapeur. Puis, la sphère se refroidissant, une forte ébullition se déclenche lorsque la température du métal n'est plus assez élevée pour maintenir la caléfaction. Enfin, pour une sphère superhydrophobe, ils observent le régime de caléfaction, mais le second régime de forte ébullition n'apparaît pas. Tout au long de son refroidissement, la goutte est entourée d'un film de vapeur dû, dans un premier temps, à la caléfaction, puis à la texturation superhydrophobe. Ils en déduisent que la caractéristique superhydrophobe du substrat stabilise

l'état de caléfaction. Arnaldo del Cerro et collaborateurs [3] sont arrivés à des conclusions similaires en étudiant le comportement de gouttes d'eau sur des surfaces microtexturées.

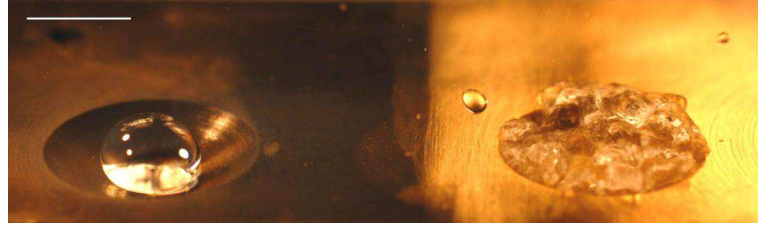


FIGURE 1.14 – Gouttes d'eau sur un substrat en laiton porté à la température de 130°C. La partie gauche est traitée superhydrophobe, la goutte garde sa forme globulaire. La partie droite n'est pas traitée, le liquide est en ébullition. L'échelle indique 5 mm.

Nous avons reproduit cette expérience. La figure 1.14 montre un substrat en laiton dont la partie gauche a été traitée superhydrophobe par le protocole de dépôt d'argent [69] présenté dans le paragraphe 1.1.3. La partie droite a simplement été polie. Le substrat est porté à une température de 130°C. Une goutte d'eau de 30  $\mu\text{L}$  est déposée sur chacune des deux parties. Sur le côté en laiton nu, le liquide est en ébullition et disparaît en une seconde, tandis que sur la partie superhydrophobe, il garde sa forme globulaire et s'évapore sans bouillir en deux minutes.

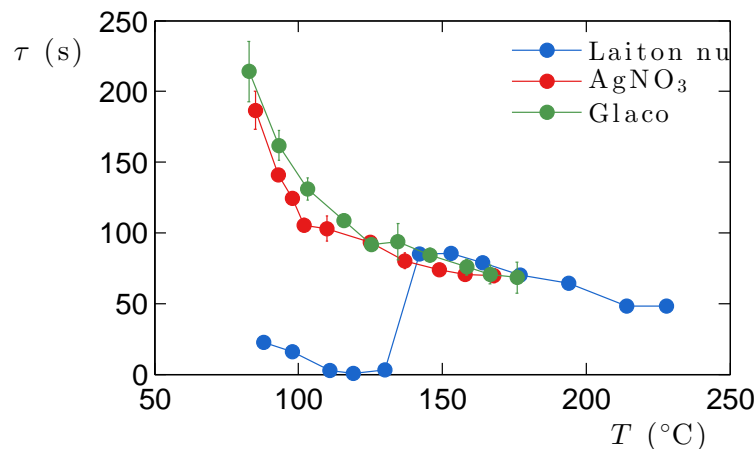


FIGURE 1.15 – Temps de vie d'une goutte d'eau de 5  $\mu\text{L}$  en fonction de la température sur différents substrats.

Cet effet pose la question de la définition de l'état de Leidenfrost pour un substrat superhydrophobe. Comme nous l'avons vu lors de la description de la caléfaction, paragraphe 1.1.1, la température de Leidenfrost est déterminée en mesurant le temps de vie  $\tau$  d'une goutte en fonction de la température  $T$  du substrat. Nous avons refait ces mesures avec un substrat en laiton nu, puis avec le même substrat rendu superhydrophobe par chacun des deux traitements présentés au paragraphe 1.1.3. Le volume initial de la goutte est de 5  $\mu\text{L}$ . Sur le laiton nu, on retrouve des mesures similaires à celles de la figure 1.2, avec un pic à la température de Leidenfrost, autour de 140°C. Pour les substrats

superhydrophobes, en revanche, le temps de vie ne fait que décroître continûment. Pour  $T < 140^\circ\text{C}$ , il est très supérieur au temps de vie de la goutte sur laiton nu. Puis, lorsque la goutte sur laiton nu est en caléfaction, pour  $T > 140^\circ\text{C}$ , les temps de vie deviennent équivalents, on est en situation de caléfaction classique.

La texturation superhydrophobe a pour effet, dans un premier temps, d'isoler thermiquement la goutte du substrat. Même pour des températures inférieures à  $100^\circ\text{C}$ , le temps de vie d'une goutte est bien plus élevé dans le cas d'un substrat non mouillant. Dans un second temps, entre  $100^\circ\text{C}$  et  $140^\circ\text{C}$ , les textures superhydrophobes préviennent la nucléation de bulles de vapeur. Il serait intéressant d'étudier comment les mesures de temps de vie varient pour des substrats superhydrophobes de géométries différentes. La mesure du temps de vie pourrait être une manière macroscopique de caractériser la topographie microscopique des rugosités (épaisseur caractéristique, fraction surfacique de contact avec le solide...).

Cette expérience ouvre de nombreuses questions. Premièrement, entre  $100^\circ\text{C}$  et  $140^\circ\text{C}$ , le film de vapeur sous la goutte est une sorte de chat de Schrödinger du non mouillant, une superposition d'états superhydrophobe et caléfié. Sa description précise serait très intéressante. Deuxièmement, on peut se demander ce que deviennent les résultats classiques de la caléfaction, comme l'instabilité de cheminée, à des températures inférieures à  $140^\circ\text{C}$ , voire inférieures à  $100^\circ\text{C}$ .

## Conclusion

Le non-mouillant a été un univers très actif ces dernières années. Sur le front de la superhydrophobie, deux grands axes se dégagent. La fabrication de substrats de synthèse [48] ou l'étude de surfaces naturelles superhydrophobes [8] constituent une première direction. La seconde réside dans l'utilisation de ces surfaces pour leurs propriétés macroscopiques, comme l'évaporation d'une goutte colloïdale sur un substrat superhydrophobe [79] ou le glissement d'un écoulement sur ces surface [107]. C'est sur cette branche que reposent les sujets abordés dans ce manuscrit. Du côté de la caléfaction, deux familles similaires de recherche se croisent. D'une part, nous avons l'étude des propriétés intrinsèques au phénomène, dont nous avons cité plusieurs exemples dans ce chapitre. D'autre part, nous trouvons des sujets liés à la dynamique de ces gouttes non mouillantes [75, 71]. Nous en abordons une première série dès le chapitre suivant.

# Chapitre 2

## Le toit d'usine : propulsion sur textures asymétriques

### Contents

---

<b>2.1</b>	<b>Littérature de toit d'usine</b>	<b>22</b>
2.1.1	L'expérience de Linke	22
2.1.2	L'âge de glace	23
2.1.3	L'âge d'or	25
<b>2.2</b>	<b>L'écoulement de vapeur</b>	<b>26</b>
2.2.1	Vue de dessous	26
2.2.2	Vue de dessus	28
2.2.3	Vue d'ensemble	29
<b>2.3</b>	<b>Force de propulsion</b>	<b>30</b>
2.3.1	Mesures expérimentales	30
2.3.2	Modèle théorique	31
2.3.3	Loi d'échelle	34
2.3.4	Les modèles concurrents	35
<b>2.4</b>	<b>Un toit d'usine superhydrophobe</b>	<b>36</b>
2.4.1	Propulsion à basse température	36
2.4.2	Comportement critique	38

---

*En collaboration avec Tobias Baier, Stefan Herbert et Steffen Hardt (Center for Smart Interfaces, Darmstadt, Allemagne).*

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'autopropulsion d'objets en caléfaction par un substrat texturé. Actif depuis quelques années, ce sujet a donné lieu à de nombreuses recherches, notamment dans le but de comprendre le mécanisme de propulsion. Après une revue des différents travaux publiés dans ce domaine, nous proposerons une approche expérimentale et théorique du problème afin de décrire la force de propulsion résultante. Enfin, nous abaisserons la température du substrat pour étudier ce phénomène en-dessous de la température de Leidenfrost, grâce à un traitement superhydrophobe.

## 2.1 Littérature de toit d'usine

### 2.1.1 L'expérience de Linke

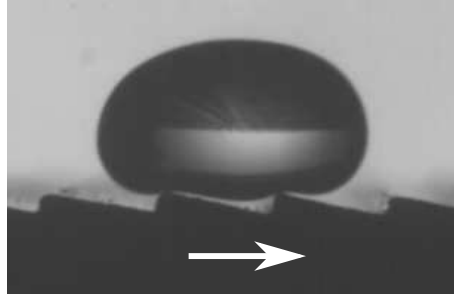


FIGURE 2.1 – Goutte d'éthanol sur une surface texturée en toit d'usine et chauffée à 400°C. La structure crée une force de propulsion qui met la goutte en mouvement dans la direction indiquée par la flèche. Le pas du motif est 1,5 mm.

Avril 2006, Heiner Linke et collaborateurs publient une étude portant sur la propulsion d'une goutte en caléfaction par un substrat en forme de "toit d'usine" (ou "ratchet" en anglais) [75]. L'expérience, présentée sur la figure 2.1, consiste à déposer une goutte sur une surface texturée de rainures millimétriques en dents de scie. Si cette surface est assez chaude pour engendrer un état de Leidenfrost, la goutte est propulsée perpendiculairement aux textures, remontant ainsi le versant raide des marches (sens indiqué par la flèche blanche). Les auteurs se sont intéressés à ce mouvement spontané : la figure 2.2a montre la vitesse d'une goutte initialement lancée "à contre-sens" (direction opposée à la propulsion) sur le substrat asymétrique. Négative puis positive, la mesure de la vitesse indique que la goutte subit une force qui la ralentit jusqu'à l'arrêter puis la propulser en sens inverse. La fin de la courbe montre une phase à vitesse constante, de l'ordre de 3 cm/s. Elle traduit un équilibre entre la force de propulsion générée par les textures et une friction s'opposant au mouvement.

La courbe en trait plein (figure 2.2a) ajuste les données par un modèle de dynamique prenant en compte une friction visqueuse de la forme  $F = -\alpha V$ , et une propulsion décrite par une accélération d'entraînement constante  $a$ . La figure 2.2b présente les valeurs de  $a$  mesurées en fonction de l'écart  $\Delta T$  entre la température du substrat et la température d'ébullition du liquide. Les auteurs distinguent deux régimes. Dans le régime H (grands écarts de température),  $a$  dépend peu de la température et vaut approximativement 0,2 m/s<sup>2</sup>. Cette valeur, assez petite, nous apprend que la force de propulsion est 50 fois plus faible que le poids de la goutte ( $50 a \approx g \approx 10 \text{ m/s}^2$ ). C'est une conséquence de la grande mobilité des gouttes en caléfaction, il suffit de peu pour les mettre en mouvement. L'autre régime, noté L (à faible  $\Delta T$ ), montre des accélérations bien plus grandes. Elles sont dues à l'apparition de points d'ébullition au sommet des textures, ce qui confère un supplément d'impulsion à la goutte. Le côté aléatoire de ces ébullitions locales explique la dispersion des mesures dans ce régime. Enfin, les auteurs proposent une explication de la propulsion par un mécanisme basé sur la rectification de l'écoulement de vapeur. Les gradients de pression de Laplace, dus à la déformation du liquide dans les rainures, contraignent la vapeur à s'écouler du haut vers le bas des pentes, entraînant avec elle la

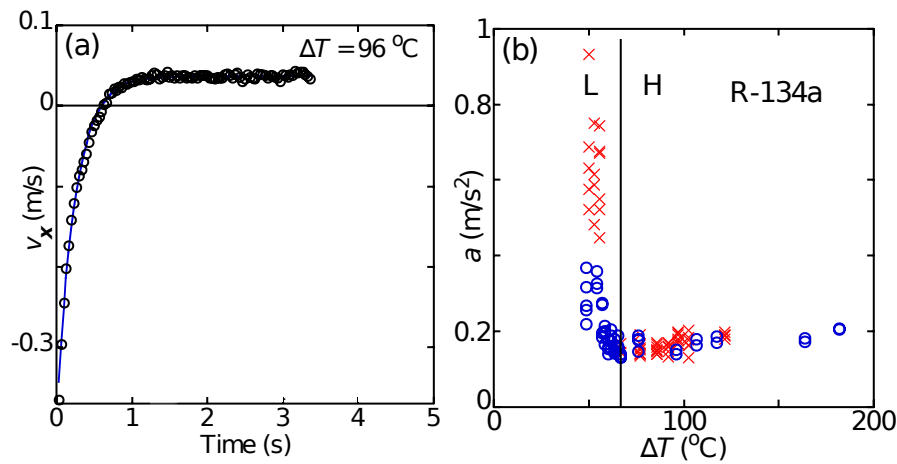


FIGURE 2.2 – (a) Vitesse en fonction du temps d'une goutte sur un substrat texturé en toit d'usine. (b) Accélération d'entraînement engendrée par le substrat en fonction de l'écart  $\Delta T$  entre la température de l'expérience et la température d'ébullition du liquide. Les gouttes utilisées ont un rayon de 1,5 mm et le liquide est un réfrigérant (le R134a) dont la température de Leidenfrost vaut environ  $20^\circ\text{C}$  et la température d'ébullition  $-26^\circ\text{C}$ . (Graphiques tirés de [75].)

goutte par cisaillement visqueux.

### 2.1.2 L'âge de glace

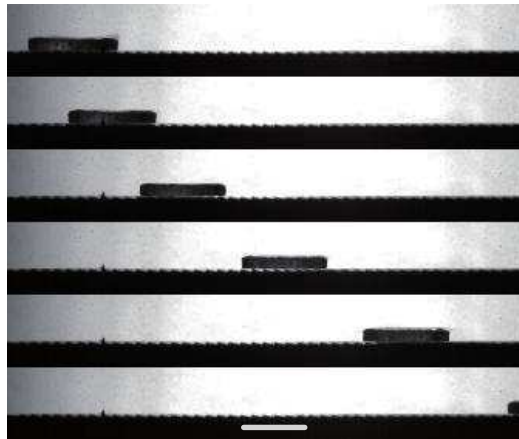


FIGURE 2.3 – Palet de carboglace propulsé par un toit d'usine chauffé à  $350^\circ\text{C}$ . Le pas de temps entre deux images est 300 ms et l'échelle représente 1 cm. (Figure tirée de [67].)

Février 2011, Lagubeau et collaborateurs ajoutent une pierre – ou plutôt un palet de carboglace – à l'édifice en montrant qu'un solide en caléfaction (cf. chapitre 1) est également propulsé par le toit d'usine, et dans la même direction qu'une goutte [67]. La figure 2.3 montre une chronophotographie de cette expérience : le palet en lévitation est mis en mouvement par le substrat. Dans la recherche d'un mécanisme de propulsion, cette découverte met à mal les scénarios qui font appel à la nature liquide du mobile : effet



Marangoni lié aux différences de température à la surface de la goutte [82], oscillations spontanées des gouttes en caléfaction [113], transport de matière de l'arrière vers l'avant de la goutte par des ondes de surface. En revanche, deux scénarios qui se fondent sur l'écoulement de vapeur présent sous le mobile, qu'il soit liquide ou solide, sont mis en avant. Premièrement, si la vapeur s'écoule en moyenne dans le sens opposé au mouvement, on peut imaginer une propulsion par effet fusée (conservation de l'impulsion). Deuxièmement, si la vapeur s'écoule dans le sens du mouvement, le mobile est entraîné par le cisaillement visqueux du film de vapeur.

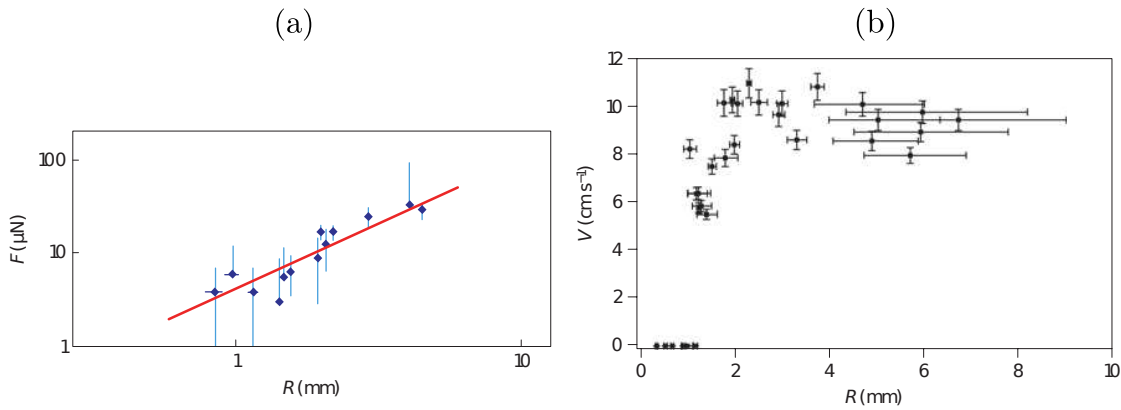


FIGURE 2.4 – (a) Force de propulsion en fonction du rayon d'une goutte d'eau propulsée par un substrat texturé en toit d'usine. (b) Vitesse terminale d'une goutte d'eau en fonction de son rayon. La température du substrat dans ces expériences est  $350^\circ\text{C}$ . (Graphiques tirés de [67].)

Les auteurs s'intéressent alors à la mesure de la force de propulsion  $F$  ainsi qu'à la vitesse finale  $V$  de la goutte (lorsque friction et propulsion sont équilibrées). Ils piègent une goutte d'eau sur un toit d'usine avec une fibre de verre verticale. En mesurant la déflexion de cette poutre élastique, ils en déduisent la force exercée sur la goutte par le substrat. La figure 2.4a montre cette force de propulsion en fonction du rayon  $R$  de la goutte.  $F$  croît avec le rayon, la droite indique  $F \propto R^{3/2}$ . Afin d'expliquer cette dépendance, les auteurs avancent deux modèles basés chacun sur un des deux scénarios proposés précédemment. Ces modèles produisent tous deux une loi d'échelle en  $F \propto R^{3/2}$ . Concernant la vitesse finale, ils enregistrent le mouvement d'une goutte avec une caméra et mesurent la vitesse directement sur les films. Cette mesure, présentée figure 2.4b, nous apprend que pour des gouttes assez grosses ( $R > 2 \text{ mm}$ ) la vitesse finale est quasi indépendante du rayon et vaut environ  $10 \text{ cm/s}$ . En revanche, pour des rayons plus faibles, cette vitesse diminue jusqu'à s'annuler si la goutte est trop petite pour être propulsée par les textures ( $R < 1 \text{ mm}$ ).

L'équilibre entre propulsion et friction nous renseigne sur l'ordre de grandeur de la force de friction en jeu : environ  $10 \mu\text{N}$  pour une goutte de quelques millimètres avec une vitesse  $V = 10 \text{ cm/s}$ . Sur une surface lisse, cette même goutte est sujette à deux types de friction : d'une part, la friction de l'air,  $\rho_a R H V^2$ , où  $\rho_a = 1 \text{ kg/m}^3$  est la masse volumique de l'air et  $H$  la hauteur de la goutte, et d'autre part la force visqueuse dans le film de vapeur,  $\eta(V/h)R^2$ , où  $\eta = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$  est la viscosité de la vapeur et  $h \approx 100 \mu\text{m}$  l'épaisseur du film de vapeur. Dans les deux cas, l'ordre de grandeur de la force est  $0,1 \mu\text{N}$ , soit 100 fois plus faible que la friction observée sur le substrat texturé. Les rainures créent un

troisième mécanisme de dissipation d'énergie plus puissant que les deux évoqués. L'étude de la friction d'une goutte sur un substrat lisse ou texturé sera l'objet du chapitre 4.

L'idée d'utiliser un solide en caléfaction a ouvert la voie à plusieurs travaux sur le mécanisme de propulsion [128, 44, 32, 5]. Un solide est expérimentalement plus aisé à manipuler qu'une goutte et l'absence de déformation rend sa modélisation théorique et numérique moins complexe.

### 2.1.3 L'âge d'or

D'un point de vue expérimental, de nombreuses études inspirées par l'expérience originale de Linke [75] ont été publiées ces dernières années [85, 67, 128, 44, 32, 47, 54, 78, 57, 5]. Nous en présentons brièvement quelques-unes ici.

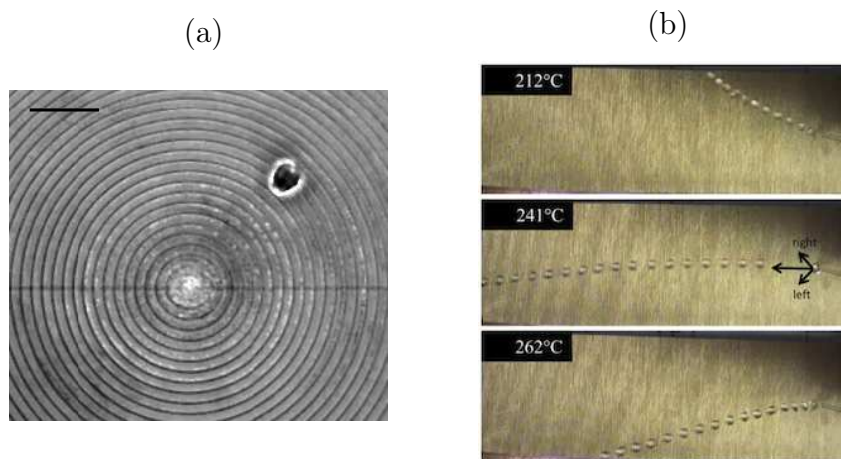


FIGURE 2.5 – (a) Goutte d'eau en caléfaction sur un toit d'usine circulaire. L'échelle représente 1 cm. (tiré de [32]) (b) Goutte d'eau propulsée par un toit d'usine porté à différentes températures. (tiré de [54])

Cousins et collaborateurs ont ainsi piégé des gouttes en caléfaction sur un toit d'usine circulaire (figure 2.5a) [32]. Les rainures ne sont plus parallèles mais concentriques et orientées de manière à propulser les gouttes vers le centre de la structure. Les auteurs créent ainsi un système à force centrale. Ils étudient les différents types de trajectoires obtenues en fonction de la vitesse initiale de la goutte. Il s'intéressent également aux déformations induites par le système sur les grosses gouttes, observant parfois leur fission en deux gouttes à cause d'important mouvements internes.

Grounds et collaborateurs ont étudié l'influence du rapport d'aspect des textures du substrat sur la force de propulsion [54]. Par des mesures acoustiques, ils mettent en évidence le rôle de l'ébullition dans certaines conditions. Ils montrent aussi l'effet d'une surtexturation micrométrique du toit d'usine (due à l'usinage) : la goutte dévie de sa trajectoire rectiligne. Le sens et l'amplitude de cette déviation sont fonction de la température de la surface (figure 2.5b). Cet effet est une nouvelle fois piloté par l'apparition ou non de points locaux d'ébullition.

Enfin, Ok et collaborateurs [85] ont regardé la propulsion de gouttes de Leidenfrost

par des toits d'usine micrométriques. Il mettent en évidence la possibilité d'atteindre des vitesses de l'ordre de 40 cm/s (contre 10 cm/s pour avec des textures millimétriques).

## 2.2 L'écoulement de vapeur

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 2.1.2, le mécanisme expliquant la propulsion d'un objet en caléfaction sur une surface en toit d'usine n'est pas précisément déterminé. D'après les travaux de Lagubeau et collaborateurs [67], l'existence d'une rectification de l'écoulement de vapeur et son sens dans les textures sont les clés du problème. Dans le travail présenté ici, nous nous intéressons à la visualisation de cet écoulement afin de comprendre sa géométrie. Ce travail a fait l'objet de la publication [44].

### 2.2.1 Vue de dessous

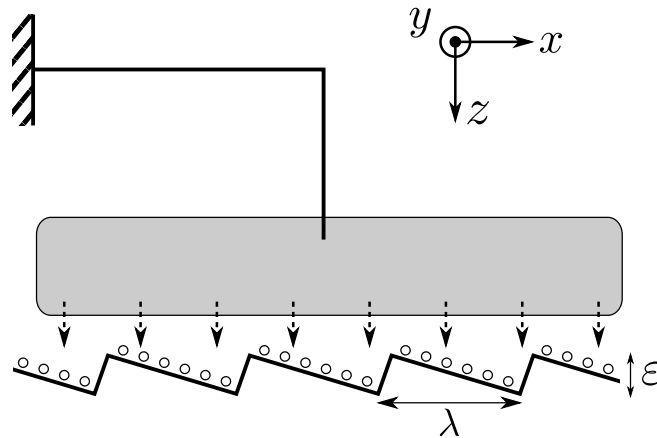


FIGURE 2.6 – Schéma de l'expérience : on approche un palet de carboglace d'une surface en toit d'usine ( $\lambda = 1,5$  mm,  $\epsilon = 250$   $\mu$ m) recouverte de billes de verre micrométriques.

Dans un premier temps, nous avons donc cherché à visualiser l'écoulement de vapeur dans les textures, selon le plan perpendiculaire aux rainures. La figure 2.6 montre le schéma de l'expérience. On recouvre la surface chauffée à 450°C d'une couche de billes de verre micrométriques (rayon  $r = 25$   $\mu$ m, masse volumique  $\rho_b = 2500$  kg/m<sup>3</sup>), qui feront office de traceurs de l'écoulement. On approche un palet de carboglace à quelques dizaines de micromètres du haut des textures. Il est maintenu par une pince fixée à une vis micrométrique. Les textures sont usinées dans du laiton, la longueur d'une dent est  $\lambda = 1,5$  mm et sa profondeur  $\epsilon = 250$   $\mu$ m (correspondant à des pentes inclinées de 10°); les angles sont droits.

L'expérience est rétro-éclairée; on regarde l'écoulement par le côté à l'aide d'une caméra rapide montée avec un objectif macro de 50 mm. La fréquence de la caméra est typiquement de 1000 images par seconde. La figure 2.7 synthétise la méthode d'analyse des films. Le bas du palet ainsi que la structure en toit d'usine sont soulignés par un trait blanc. On repère sur des images successives le déplacement des billes de verre afin d'obtenir leur vitesse, mais aussi leur direction. On note positivement la vitesse des particules

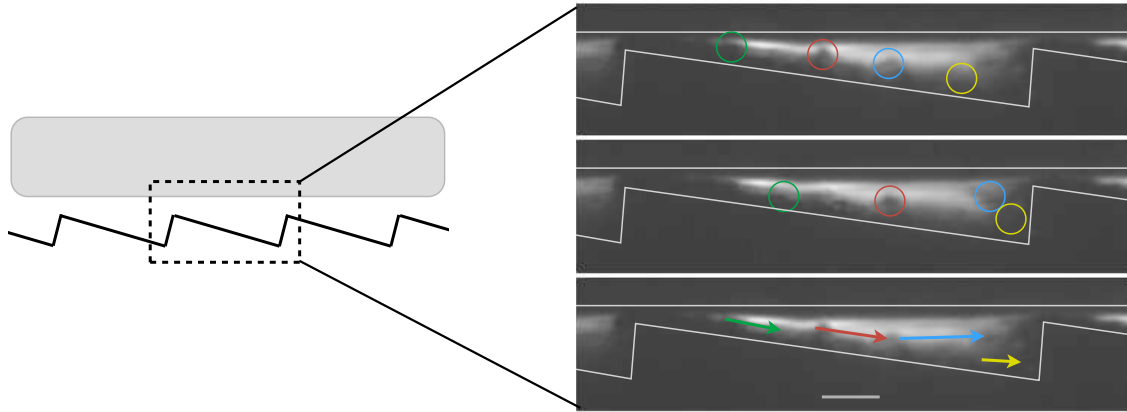


FIGURE 2.7 – Écoulement de vapeur à l'échelle d'une dent. 3 ms séparent les deux premières images où quatre traceurs sont repérés. La troisième image indique leur déplacement, la flèche étant proportionnelle à la vitesse. L'échelle représente 200  $\mu\text{m}$ .

allant dans la direction de l'axe  $x$  (défini figure 2.6), et négativement dans le sens inverse. Sur les deux premières images de la figure 2.7, on repère quatre billes qui se sont déplacées entre les deux prises, séparées de 3 ms. La troisième image montre leur vecteur vitesse. De gauche à droite, les vitesses enregistrées valent 8, 11, 14 et 5 cm/s, et les quatre particules indiquent que l'écoulement a lieu dans le sens de l'axe  $x$ .

Les billes accélèrent pour atteindre la vitesse de la vapeur. Afin de déterminer le temps caractéristique  $\tau$  du régime transitoire, on équilibre l'inertie d'une bille de verre, de vitesse  $U$ , avec la force visqueuse de la vapeur (viscosité  $\eta = 2 \cdot 10^{-5}$  Pa.s) :  $\rho_b(4\pi r^3/3)U/\tau \sim 6\pi\eta rU$ . On obtient un temps  $\tau \sim 2\rho_b r^2/9\eta$ , de l'ordre de 10 ms, comparable au temps de parcours d'une bille dans une dent  $\lambda/U$ . Les vitesses mesurées sous-estiment probablement légèrement la vitesse du fluide, mais l'ordre de grandeur est le bon, ainsi que le sens de l'écoulement.

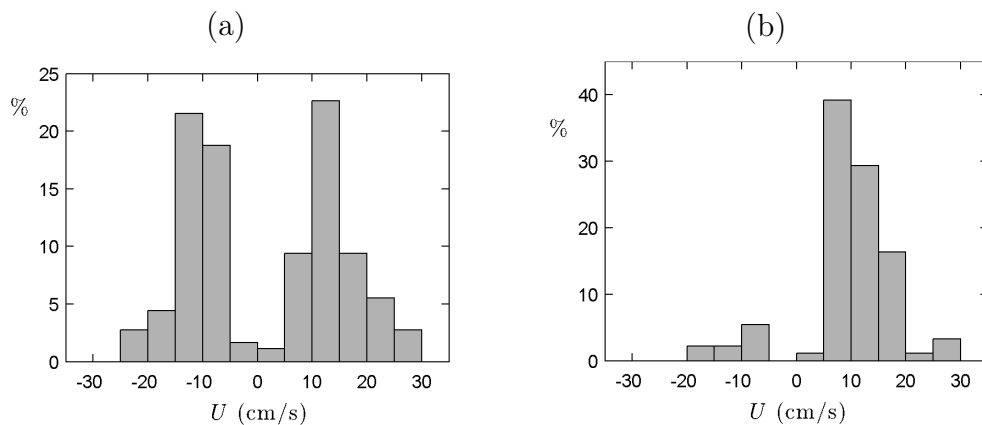


FIGURE 2.8 – (a) Vitesses des traceurs de l'écoulement de vapeur entre un palet de carboglace et un substrat lisse. (b) Même mesure pour un palet au dessus d'une surface texturée en toit d'usine. Les deux substrats sont chauffés à 450°C.

Afin d'être plus quantitatif sur la description de l'écoulement, nous réalisons le même

montage sur un substrat lisse. Nous relevons pour chacune des deux expériences la vitesse de 100 traceurs. Les histogrammes de la figure 2.8 montrent la répartition des vitesses. Au-dessus d'une surface lisse (figure 2.8a), l'écoulement des traceurs est isotrope. En revanche, entre les dents de la surface texturée (figure 2.8b), la grande majorité des billes se déplace en direction de la pente descendante (vitesses positives), et l'écoulement est fortement anisotrope. Les quelques valeurs négatives correspondent à des billes ayant rebondi sur les parois quasi verticales des textures. L'ordre de grandeur des vitesses est le même dans les deux expériences, autour de 10 cm/s.

Cette expérience nous apprend donc que les textures en toit d'usine rectifient bien l'écoulement. La vapeur descend les pentes de la structure, elle va donc dans la direction de propulsion. On en déduit que c'est le cisaillement du film de vapeur qui crée une contrainte sous le palet, ou la goutte, et l'entraîne.

### 2.2.2 Vue de dessus

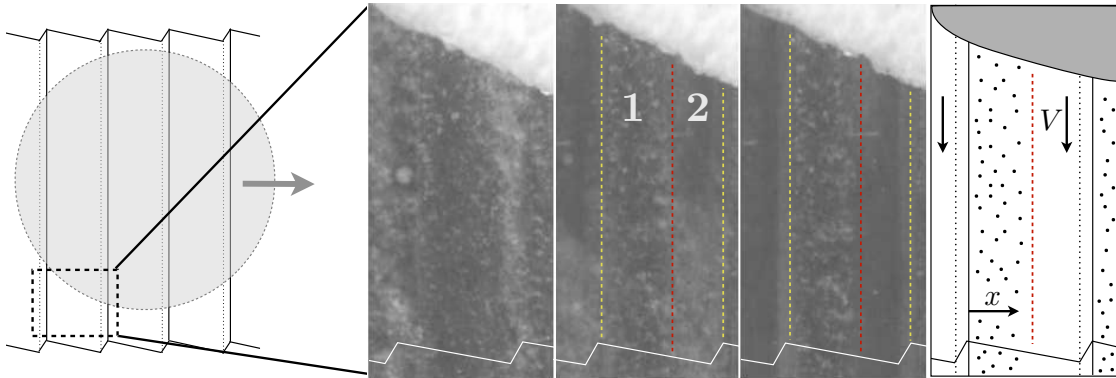


FIGURE 2.9 – Visualisation de l'écoulement de vapeur qui s'échappe sous le palet (partie blanche en haut des images). On approche la carboglace du substrat recouvert de microbilles de verre (première image). Le gaz s'échappe le long des marches, comme le révèle les zones floues dans le creux des rainures (deuxième image). Quelques instants après (troisième image), les microbilles ont été balayées dans le fond des textures (zone 2), mais n'ont pas bougé sur le dessus (zone 1), comme on le schématise sur la quatrième image.

La question de la géométrie de l'écoulement de vapeur n'est pourtant pas complètement résolue. Une fois en bas des pentes, la vapeur passe-t-elle dans la dent suivante ou s'échappe-t-elle par les côtés des textures ? Pour répondre à cette question, nous faisons la même expérience, mais cette fois filmée du dessus.

Le résultat est présenté sur la figure 2.9. Sur la première image, la surface est recouverte de billes de verre et on approche le morceau de carboglace, que l'on voit en blanc sur le haut des images. On distingue alors deux zones, délimitées par les pointillés. Dans la zone 1, sur les deux premiers tiers de la pente en partant du haut des textures, les billes de verre restent immobiles, le flux de vapeur est quasi nul. Dans la zone 2, le dernier tiers, la partie d'abord floue sur la seconde image puis, après quelques instants, grise foncée sur la troisième montre que les billes sont éjectées le long de la rainure (direction  $y$ , définie sur les figures 2.6 et 2.11). A partir des films, on mesure la vitesse  $V$  de plusieurs billes en

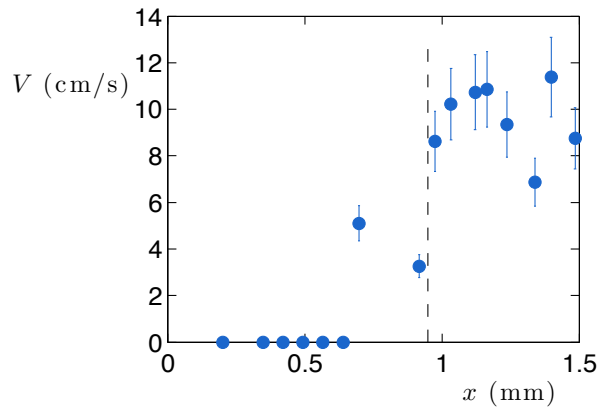


FIGURE 2.10 – Profil des vitesses d'échappement de la vapeur en fonction de la position dans la dent. La coordonnée  $x$  est définie sur le figure 2.9.

fonction de leur position dans la dent. La figure 2.10 donne le profil des vitesses repéré par rapport à l'abscisse  $x$  ( $x = 0$  correspond au sommet de la dent). Les mesures confirment la concentration du flux de vapeur dans le fond des textures, avec une vitesse caractéristique une nouvelle fois de l'ordre de 10 cm/s.

### 2.2.3 Vue d'ensemble

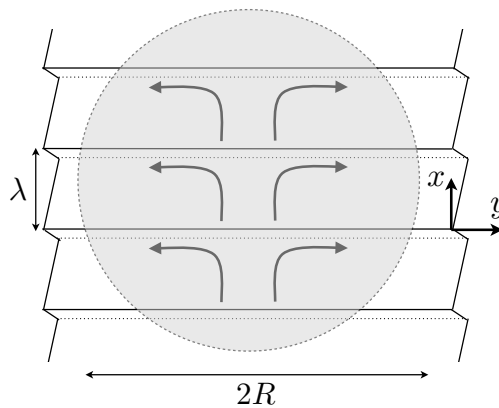


FIGURE 2.11 – Flux de vapeur entre le palet (symbolisé par la zone grise) et le substrat en toit d'usine. L'écoulement est cellulaire : la vapeur descend la pente de chaque dent (axe  $x$ ) puis s'en échappe latéralement (axe  $y$ ).

Ces deux expériences nous permettent de dresser une cartographie (figure 2.11) de l'écoulement de vapeur entre un palet en caléfaction et un substrat texturé en toit d'usine. Le flux, rectifié par les textures du substrat, est *cellulaire*. La vapeur s'écoule le long de la pente descendante (axe  $x$ ) jusqu'à la dent suivante puis change de direction à  $90^\circ$  pour s'échapper le long des rainures (axe  $y$ ). Ce scénario se développe au sein de chaque dent, si bien que la force de propulsion résultante est la somme de  $N = 2R/\lambda$  contributions indivi-

duelles. Comme proposé initialement par Linke et collaborateurs [75], c'est le cisaillement de l'écoulement qui entraîne le palet par viscosité.

## 2.3 Force de propulsion

Maintenant que nous avons visualisé la géométrie de l'écoulement, nous nous intéressons à la force de propulsion. Lagubeau et collaborateurs [67] l'ont mesurée pour une goutte en fonction de son rayon (cf. paragraphe 2.1.2). Nous nous intéressons ici au cas d'un palet de carboglace. Le travail présenté dans cette partie a fait l'objet de la publication [5].

### 2.3.1 Mesures expérimentales

Afin d'accéder expérimentalement à la force de propulsion exercée sur le palet (de rayon  $R$  et de hauteur  $H$ ), nous mesurons son accélération  $a$ . On multiplie ensuite cette quantité par la masse  $m$  du palet pour obtenir la force de propulsion  $F = ma$ .  $m$  est calculée à partir de la masse volumique de la carboglace ( $\rho_0 = 1560 \text{ kg/m}^3$ ) et du volume du palet  $\Omega = \pi R^2 H$ . Pour mesurer l'accélération, on lance un palet sur le substrat texturé dans le sens opposé à la propulsion. Le palet ralentit, s'arrête et repart en sens inverse. On enregistre son mouvement au niveau du demi-tour puis on ajuste la courbe de son mouvement  $x(t)$  par une parabole d'équation  $x(t) = (a/2)t^2 + v_0t + x_0$ .  $x_0$  (resp.  $v_0$ ) correspond à la position (resp. la vitesse) du palet à  $t = 0$ . En se concentrant autour du point à vitesse nulle, on minimise l'influence des forces de frottement. La figure 2.12 montre un exemple de trajectoire  $x(t)$  d'un palet et son ajustement par une parabole.

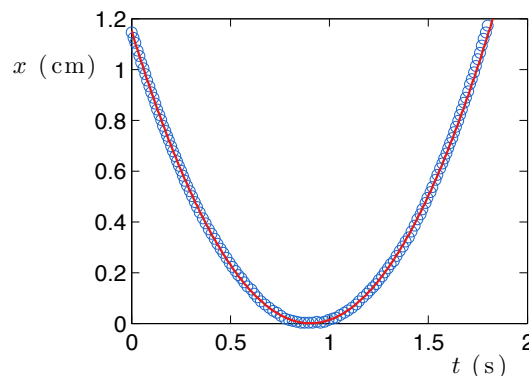


FIGURE 2.12 – Position du palet ( $R = 6,5 \text{ mm}$ ,  $H = 1,9 \text{ mm}$ ) en fonction du temps (symboles bleus). L'ajustement de cette courbe par une parabole (ligne rouge), d'équation  $x(t) = (a/2)t^2 + v_0t + x_0$ , nous donne l'accélération du palet  $a = 0,028 \text{ m/s}^2$ .

Le substrat utilisé pour les expériences est le même que précédemment : le pas des textures vaut  $\lambda = 1,5 \text{ mm}$  et leur profondeur,  $\varepsilon = 250 \text{ }\mu\text{m}$ . Il est posé sur une plaque chauffante, sa température est de  $450^\circ\text{C}$  et son horizontalité a été préalablement réglée au centième de degré près. Les palets de carboglace sont réalisés de deux manières différentes. Première méthode : on maintient verticalement, à l'aide d'une pince en bois, un cylindre

de carboglace de rayon  $R = 7$  mm en contact avec une surface chaude (la plaque chauffante). On le laisse se sublimer jusqu'à obtenir la hauteur  $H$  du cylindre désirée (entre 1 mm et 1 cm généralement). Cette méthode permet de varier la hauteur en gardant un rayon constant. Seconde méthode : on force un morceau de carboglace dans une cavité cylindrique usinée dans une plaque métallique que l'on chauffe. La glace, en contact avec la plaque, se sublime, le reste passe dans l'orifice et on récupère le cylindre ainsi formé. En faisant varier la taille de la cavité, on obtient des palets de rayons différents.

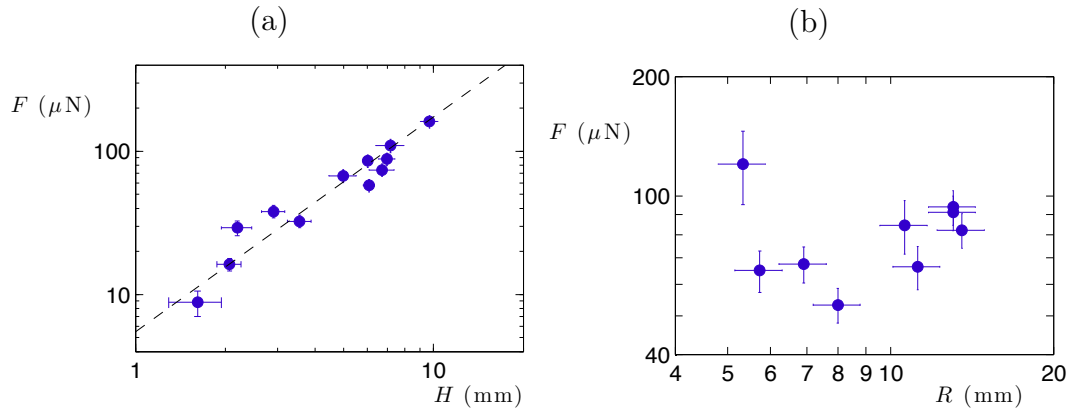


FIGURE 2.13 – Force de propulsion en fonction (a) de la hauteur  $H$  du palet ( $R = 7$  mm) et (b) de son rayon  $R$  ( $H = 5$  mm). La droite pointillée indique  $F \propto H^{1.5}$ .

La figure 2.13a représente la force de propulsion en fonction de la hauteur du palet, pour un rayon  $R = 7$  mm. Cette force est croissante, la ligne en pointillé indique  $F \propto H^{3/2}$ . La figure 2.13b montre sa variation en fonction du rayon du palet, pour une hauteur  $H = 5$  mm. Il est plus difficile de définir une tendance ici vu la dispersion des données. Cette dispersion est due à la difficulté d'engendrer simplement des palets de rayons variés avec une hauteur bien définie (méthode 2).

L'ordre de grandeur de la force de propulsion, quelques dizaines de micronewtons, est similaire à celui des forces mesurées sur les gouttes (figure 2.4a). De même, il est 100 fois plus faible que le poids du palet, de l'ordre de quelques millinewtons. En revanche, il est expérimentalement bien plus difficile d'observer la propulsion d'un palet que d'une goutte. Le palet lévite au-dessus des structures. Si sa vitesse est trop faible ou s'il est trop lourd, il s'empale et se bloque dans les textures (pour prévenir cet effet dans l'expérience de l'aller-retour, on imprime au palet une légère rotation). En outre, si sa vitesse est trop élevée, il traverse la surface sans être notablement influencé par la force de propulsion. Mais, comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant, la nature non déformable du solide rend la modélisation du système bien plus aisée.

### 2.3.2 Modèle théorique

Nous présentons ici une modélisation théorique et numérique de l'écoulement de vapeur effectuée à Darmstadt par Tobias Baier, Stefan Herbert et Steffen Hardt, et en déduisons la force de propulsion résultante. Deux méthodes de calcul de l'écoulement sont successivement discutées.



### Première méthode : Intégration 3D

L'écoulement de vapeur, de vitesse  $\mathbf{u}$ , pression  $p$  et température  $T$ , est gouverné par l'équation de Navier-Stokes en régime permanent :

$$\rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{u} \quad (2.1)$$

On y adjoint l'équation de continuité  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$  et l'équation de conservation de la chaleur (Fourier) :

$$\rho c_p \mathbf{u} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (\kappa \nabla T) \quad (2.2)$$

Les paramètres thermodynamiques de la vapeur sont considérés comme peu dépendants de la température. Pour du  $\text{CO}_2$  gazeux à  $180^\circ\text{C}$ , ces paramètres sont la masse volumique  $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$ , la viscosité  $\eta = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ , la capacité calorifique  $c_p = 980 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$  et le coefficient de diffusion thermique  $\kappa = 29 \text{ mW}/(\text{m}\cdot\text{K})$ . Orthogonale à la surface du palet (supposée plate), la vitesse  $u_n$  du gaz créé par sublimation est donnée par la conservation de l'énergie  $\rho L u_n = \kappa \partial_n T$  où  $L = 600 \text{ kJ/kg}$  est la chaleur latente de sublimation et  $\partial_n T$  le gradient normal de température. La température de la carboglace est  $T_{sub} = -78.6^\circ\text{C}$  et celle du substrat  $T_0 = 450^\circ\text{C}$ . Les autres conditions aux limites portent sur le non-glissement à la paroi et sur les dérivées normales de la vitesse et de la température [dérivées nulles sur les bords du palet ( $y = \pm R$ )]. Enfin, la distance entre le palet et le substrat est choisie arbitrairement et l'équilibre entre la résultante des forces de pression et le poids du palet fixe a posteriori la hauteur  $H$  de ce dernier.

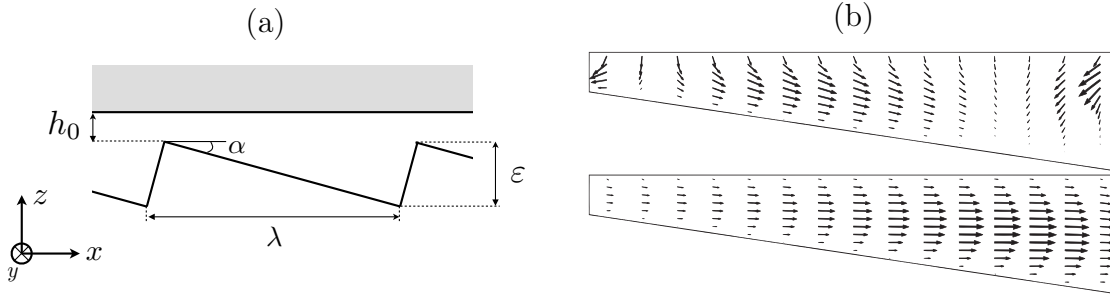


FIGURE 2.14 – (a) Détail de la géométrie d'une dent du substrat. (b) Coupe d'une dent du toit d'usine à la position  $y = R/2$  ( $y = 0$  est le milieu du palet). Les flèches représentent le profil des vitesses, dans le plan  $xz$  (en haut) et dans la direction  $y$ , perpendiculaire au plan du schéma (en bas).

Les équations 2.1 et 2.2 sont intégrées numériquement pour une dent de la structure (figure 2.14a, avec  $\lambda = 1 \text{ mm}$ ,  $\epsilon = 150 \mu\text{m}$ ,  $h_0 = 75 \mu\text{m}$  et un palet de largeur  $2R = 10 \text{ mm}$ ) via la méthode des éléments finis par le logiciel Comsol Multiphysics 4.1. La figure 2.14b montre la projection du profil des vitesses calculé à la position  $y = R/2$  ( $y = 0$  étant le milieu du palet), dans le plan  $xz$  (en haut) et dans la direction  $y$ , perpendiculaire au plan du schéma (en bas). On retrouve les conclusions obtenues expérimentalement : la vapeur s'écoule le long des pentes descendantes (figure 2.14b, haut) puis s'échappe latéralement (figure 2.14b, bas) dans la partie profonde des textures. L'intégration numérique permet aussi de calculer la contrainte exercée sur le palet par l'écoulement de vapeur.

### Seconde méthode : Intégration 2D, approximation de lubrification

La méthode précédente est gourmande en temps de calcul et ne permet pas de modéliser l'écoulement sous l'ensemble d'un palet. On développe ici un modèle d'écoulement de lubrification où les quantités sont moyennées selon la direction verticale (axe  $z$ ). On introduit la longueur  $l = h_0 + \varepsilon/2$ , qui est la distance moyenne entre le substrat et le palet. Le nombre de Reynolds est défini comme le rapport des termes inertiel ( $\rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$ ) et visqueux ( $\eta \Delta \mathbf{u}$ ) de l'équation de Navier-Stokes. Sachant que  $\lambda \gg l$ , on obtient  $Re = (\rho U^2 / \lambda) / (\eta U / l^2) = \rho l^2 U / \lambda \eta$ , où  $U$  est une vitesse caractéristique horizontale. D'après les valeurs de  $U$  obtenues expérimentalement, on attend un nombre de Reynolds de l'ordre de 0,1. Avec la relation  $\lambda, R \gg l$ , on peut se placer dans l'approximation de lubrification. Cette approximation est détaillée dans le chapitre suivant, paragraphe 3.2.1.

On suppose que la vitesse suit un profil de type Poiseuille entre deux plans solides :  $\mathbf{U}(x,y) = (-h^2/12\eta)\nabla p(x,y)$ , où  $p(x,y)$  représente la pression dans le fluide et  $h(x,y)$  la distance verticale entre le substrat et le palet au point  $(x,y)$ . La conservation locale du flux devient  $\nabla \cdot (h\mathbf{U}) = V$  où  $V(x)$  est la vitesse de la vapeur éjectée par sublimation. D'après la conservation de l'énergie,  $V = (\kappa/\rho L)(\Delta T/h)$  où  $\Delta T = T_0 - T_{sub}$ . En combinant ces équations, on obtient une équation différentielle pour la pression :

$$\nabla \cdot (h^3 \nabla p) = -\frac{12\eta\kappa\Delta T}{\rho L h} \quad (2.3)$$

Cette équation est intégrée avec le logiciel Comsol Multiphysics 4.1 dans le cas d'une seule dent [avec la condition de périodicité  $p(x,y) = p(x+\lambda,y)$ ] et pour un palet circulaire complet. Sur les bords du palet, la pression est prise nulle. Comme précédemment, la distance entre le palet et le substrat est choisie, et elle détermine la hauteur du palet.

### Résultats

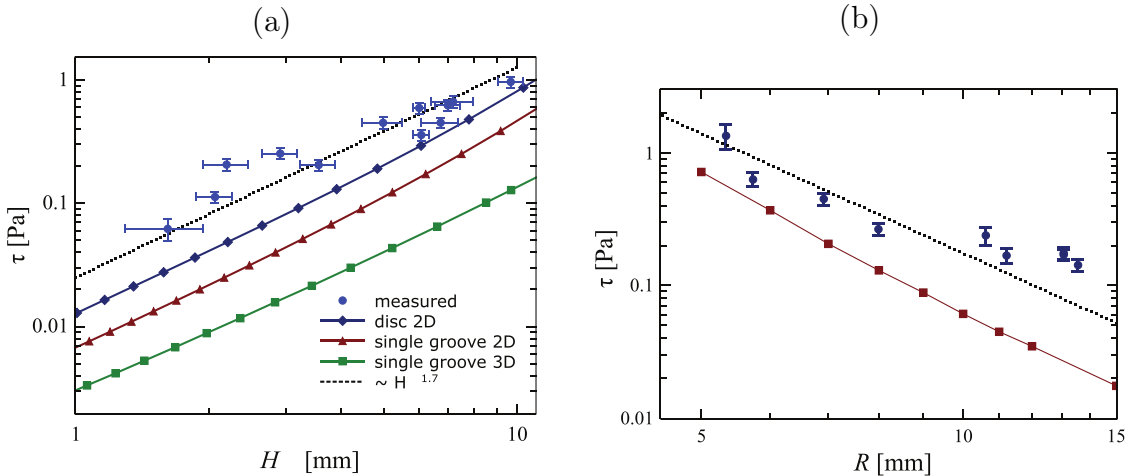


FIGURE 2.15 – Contrainte moyenne exercée par le flux de vapeur sur le palet en fonction (a) de la hauteur du palet ( $R = 7$  mm) et (b) du rayon du palet ( $H = 5$  mm).

On compare les résultats donnés par ces modèles aux mesures expérimentales présentées précédemment. La figure 2.15a montre la contrainte moyenne  $\tau$  (définie comme la

force divisée par la surface du palet :  $\tau = F/\pi R^2$ ) exercée sur la carboglace en fonction de l'épaisseur du palet. La courbe verte représente les résultats calculés par le modèle 3D avec une dent, et la courbe rouge (resp. bleue) ceux obtenus par le modèle de lubrification avec une dent (resp. avec un disque complet). Les trois courbes donnent la même tendance, qui est en accord avec les mesures expérimentales : la contrainte  $\tau$  augmente avec l'épaisseur du palet, avec une variation proche de  $H^{1.7}$ . Concernant l'ordre de grandeur, les intégrations numériques sous-estiment la valeur de la contrainte. Le calcul sur un disque complet est le plus proche des expériences : cela s'explique par une meilleure prise en compte des effets de bord. L'écoulement  $y$  est moins bien rectifié, le palet est plus proche du substrat que dans le cas d'une seule dent avec des conditions aux limites périodiques, si bien que la contrainte de cisaillement est plus élevée. Les autres facteurs pouvant expliquer cet écart sont l'absence de prise en compte des effets inertiels et de la variation des paramètres thermodynamiques avec la température. Enfin, la figure 2.15b présente la variation de la contrainte en fonction du rayon du palet, calculée avec le modèle de lubrification pour un disque complet. La tendance  $\tau \propto R^{-3}$  est en accord avec les expériences, même si l'ordre de grandeur de la contrainte est une nouvelle fois sous-estimé. En testant aussi les paramètres géométriques  $\lambda$  et  $\varepsilon$  du substrat, on obtient finalement  $\tau \propto H^{1.7}\varepsilon^3\lambda R^{-3}$ .

### 2.3.3 Loi d'échelle

Pour compléter l'étude théorique présentée dans la partie précédente, il est intéressant de tenter de décrire en loi d'échelle cet écoulement de lubrification assez complexe. On divise l'écoulement en deux parties. Premièrement, la vapeur va dans la direction des pentes descendantes (direction de l'axe  $x$  sur la figure 2.14a). Sa vitesse moyenne  $U_1$  est donnée par la loi de Poiseuille dans un canal de longueur  $\lambda$  et d'épaisseur  $l$  ( $l \approx h_0 + \varepsilon/2$ ) :  $U_1 \sim (l^2/\eta)(\Delta P_1/\lambda)$  où  $\Delta P_1/\lambda$  est le gradient de pression moteur de l'écoulement. La conservation du flux entre la surface du palet et cet écoulement s'écrit :  $V\lambda R \sim U_1 l R$  où  $V \sim (\kappa/\rho L)(\Delta T/l)$  est la vitesse verticale d'éjection de la vapeur, obtenue par l'équilibre de la conduction thermique avec l'énergie de sublimation. Ensemble, ces trois équations conduisent à  $\Delta P_1 \sim (\eta\kappa\Delta T\lambda^2)/(l^4\rho L)$ . Deuxièmement, la vapeur s'échappe latéralement à une vitesse  $U_2$  (selon l'axe  $y$ , figure 2.14a), dans un canal de longueur  $R$  et d'épaisseur  $\varepsilon$ . La vitesse de Poiseuille devient  $U_2 \sim (\varepsilon^2/\eta)(\Delta P_2/R)$ . La pression liée à cet écoulement équilibre le poids du palet :  $\Delta P_2 \sim \rho_0 g H$ .

La contrainte visqueuse à l'origine de la propulsion du palet provient du premier écoulement,  $\tau \sim \eta U_1/l$ . On calcule  $l$  par la conservation du débit volumique entre les deux écoulements :  $U_1 l R \sim U_2 l \lambda$ . On en déduit finalement une loi d'échelle pour  $\tau$  :

$$\tau \sim \left( \frac{\rho L g^3 \rho_0^3}{\eta \Delta T \kappa} \right)^{1/2} \frac{H^{3/2} \varepsilon^3 \lambda}{R^3} \quad (2.4)$$

On obtient ainsi  $\tau \propto H^{1.5}\varepsilon^3\lambda R^{-3}$ , ce qui est très proche de la loi obtenue dans la partie précédente par intégration numérique. De plus, cette loi donne un ordre de grandeur de l'ordre de 1 Pa pour la contrainte  $\tau$ , soit 10  $\mu\text{N}$  pour la force de propulsion  $F = \pi R^2 \tau$ . Ce résultat est en bon accord avec les mesures et les calculs présentés précédemment.

La contrainte diverge lorsque  $\Delta T$  tend vers 0. On pointe ici une limite de ce calcul qui reste valable tant que le palet peut léviter au-dessus des textures, c'est-à-dire que l'épaisseur moyenne du film de vapeur  $l$  est supérieure à  $\varepsilon/2$ . Cela pose la question de la

profondeur maximale  $\varepsilon_c$ , définie par  $\varepsilon_c \sim l$ , que peuvent avoir les textures sans que le palet ne s'y empale. On l'obtient à partir des calculs précédents :  $\varepsilon_c^2 \sim R\sqrt{\eta\Delta T\kappa/\rho\rho_0LgH}$ , ce qui donne une épaisseur critique de l'ordre de 100  $\mu\text{m}$ . Si  $\varepsilon > \varepsilon_c$ , la propulsion n'est pas possible, le palet est bloqué par les textures. En revanche, quand  $\varepsilon < \varepsilon_c$ , le palet peut être mis en mouvement, et plus  $\varepsilon$  est proche de  $\varepsilon_c$ , plus la force de propulsion est importante. Concernant la température,  $\varepsilon_c$  tend vers 0 lorsque l'écart de température  $\Delta T$  diminue. En conséquence, il est nécessaire de chauffer suffisamment le substrat. On remarque également que la taille des palets est limitée : afin de vérifier  $\varepsilon < \varepsilon_c$ , leur rayon ne peut pas être trop petit ni leur hauteur trop grande. Nous avons pu l'observer expérimentalement avec des solides trop hauts ou trop fins : l'épaisseur des dents de notre substrat est  $\varepsilon = 250 \mu\text{m}$  – c'est-à-dire de l'ordre de  $\varepsilon_c$  –, nous sommes donc proche de la limite de blocage de palet. En outre, nous avons testé la propulsion de palets sur des textures plus épaisses ( $\varepsilon = 400 \mu\text{m}$ ), nous les avons toujours vu se bloquer dans le substrat.

Cette expression de la force de propulsion, notamment sa nature décroissante avec le rayon du palet,  $F \propto R^{-1}$ , diffère notablement avec ce que nous observons pour une goutte sur un substrat texturé en toit d'usine. Dans le cas d'une goutte, nous avons vu que la force était une fonction nettement croissante du rayon :  $F \propto R^{1.5}$  (paragraphe 2.1.2). Cette différence provient notamment de la forme du film de vapeur : le liquide pénètre dans les textures ce qui modifie la géométrie de l'écoulement. Ce contraste fragilise les comparaisons souvent faites entre la modélisation d'un solide en caléfaction sur des textures asymétriques et des expériences réalisées avec des gouttes [128, 44, 32, 78].

### 2.3.4 Les modèles concurrents

L'explication et la modélisation de la force de propulsion ont fait l'objet de plusieurs autres travaux. Nous les discutons ici.

#### Würger 2011

Würger [128] a proposé un mécanisme de propulsion basé sur l'écoulement de "transpiration thermique" de Maxwell ("thermal creep flow"), lié à la théorie cinétique des gaz. Cet écoulement est engendré dans un gaz confiné entre deux parois, par un gradient de température parallèle aux parois. Les molécules s'écoulent le long des parois, du côté froid vers le côté chaud. Dans le cas du palet de carboglace au-dessus d'un toit d'usine, la géométrie particulière du substrat est susceptible d'engendrer des gradients de température parallèles à celui-ci. La vapeur est ainsi dirigée en moyenne dans la direction de la propulsion et entraîne le palet par viscosité. L'auteur déduit une loi pour la force de propulsion (réécrite avec nos notations) :

$$F \approx 2 \frac{\eta^2 R^2 \varepsilon \Delta T}{\rho \lambda^2 T} \frac{\delta^{0,63}}{h_0^{1,63}} \quad (2.5)$$

où  $T = 450^\circ\text{C}$  est la température du substrat et  $\delta \approx 100 \text{ nm}$  le libre parcours moyen. Cette expression produit une force de l'ordre de 0,1  $\mu\text{N}$ , bien inférieure aux valeurs mesurées (voir la figure 2.13).

Plus quantitativement, Hardt et collaborateurs ont montré par des solutions numériques des équations de Boltzman, que ce mécanisme joue en effet un rôle mineur dans la propulsion d'un palet de carboglace [56].

### Cousins 2012

Cousins et collaborateurs [32] ont développé un modèle basé, comme le nôtre, sur l'entraînement visqueux dû à l'écoulement de vapeur sous un palet de carboglace. Ils en déduisent la force de propulsion (réécrite avec nos notations) :

$$F \sim \eta \frac{U_1}{l} R^2 \quad (2.6)$$

Afin de calculer l'épaisseur  $l$  du film de vapeur, ils utilisent la loi correspondant au palet sur un substrat lisse (voir chapitre 1) :  $l \sim \sqrt{Rb}$  où  $b \sim 1 \mu\text{m}$  est une longueur caractéristique du système. La validité de cette formule dans le cas du toit d'usine est discutable étant donné la nature très différente de l'écoulement de vapeur. Les auteurs concluent alors que  $F \propto R^{3/2}$  ce qui est en accord avec les expériences de Lagubeau et collaborateur [67] (cf. figure 2.4a). Cependant, ils n'expriment pas la vitesse du fluide  $U_1$ , elle-même dépendante des paramètres du système, dont le rayon  $R$ . Ce travail propose donc le bon mécanisme de propulsion, mais le modèle développé n'est pas assez complet selon nous.

### Marin 2012

Marin et collaborateur [78] ont étudié la propulsion de petites gouttes (rayon inférieur à la longueur capillaire) sur des toits d'usine de taille submillimétrique. Sur ces substrats, la surface inférieure de la goutte est peu déformée et l'épaisseur du film de vapeur  $l$  grande devant la profondeur  $\varepsilon$  des textures ( $l \sim h_0$ ). En considérant également l'entraînement par viscosité, ils en déduisent une loi pour la propulsion des petites gouttes :

$$F \sim \gamma \frac{a^2 \varepsilon}{\lambda R} \quad (2.7)$$

où  $\gamma$  est la tension de surface du fluide. Cette force, de l'ordre de  $10 \mu\text{N}$  et variant en  $R^{-1}$ , est en bon accord avec leurs mesures expérimentales sur des gouttes inférieures à la longueur capillaire.

## 2.4 Un toit d'usine superhydrophobe

### 2.4.1 Propulsion à basse température

Dans cette dernière partie, nous revenons à la propulsion de gouttes d'eau. Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre de ce manuscrit (paragraphe 1.3), une goutte peut passer continûment de l'état superhydrophobe (sur un substrat de température inférieure à  $100^\circ\text{C}$ ) à l'état caléfié (sur un substrat à une température de l'ordre de  $300^\circ\text{C}$ ) [123]. En considérant un substrat superhydrophobe texturé en toit d'usine, on se pose la question de la propulsion pour de basses températures, inférieures à la température de

Leidenfrost d'un substrat classique.

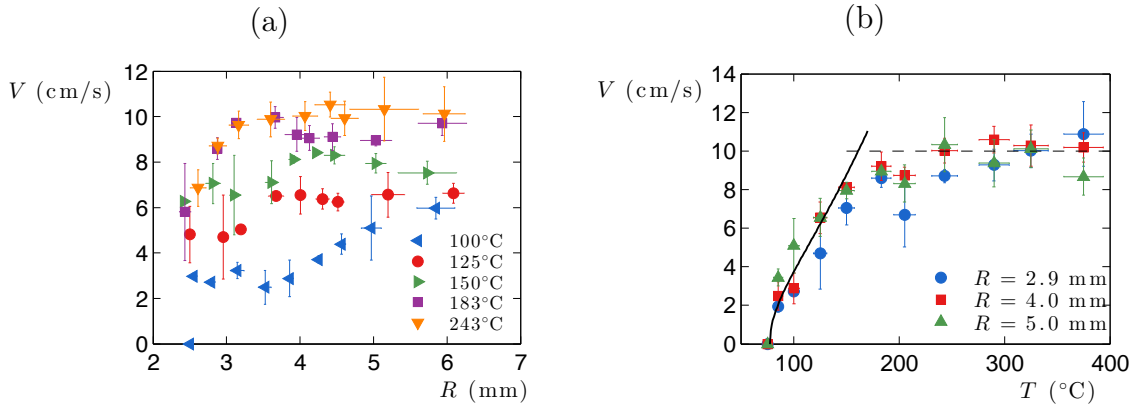


FIGURE 2.16 – Vitesse terminale  $V$  d'une goutte d'eau en fonction (a) de son rayon  $R$  pour différentes températures  $T$ , (b) de la température pour différents rayons. Chaque point est la moyenne de quatre mesures. (b) La courbe en trait plein correspond à l'équation 2.9 avec un coefficient d'ajustement de 0,4. La droite pointillée symbolise le plateau atteint par la vitesse à 10 cm/s pour des températures supérieures à 250°C. Le substrat est la surface en toit d'usine rendue superhydrophobe.

Dans l'expérience décrite ici, nous traitons le substrat métallique utilisé jusqu'ici avec le produit commercial Glaco Mirror Coat Zero (Soft 99 Co.) décrit dans le chapitre 1. Pour caractériser la propulsion des gouttes, nous mesurons leur vitesse terminale  $V$ . La figure 2.16a donne cette vitesse terminale en fonction du rayon  $R$  de la goutte pour différentes températures entre 100°C et 243°C. Chaque point est la moyenne d'au moins cinq mesures et la barre d'erreur indique l'écart type. A haute température (183°C et 243°C, au delà de la température de Leidenfrost du laiton nu – environ 150°C), on retrouve le comportement décrit par Lagubeau et collaborateurs [67] : la vitesse croît légèrement puis atteint rapidement un plateau à  $V = 10$  cm/s. A plus faible température (à la température de Leidenfrost ou moins), la vitesse croît faiblement avec  $R$ . L'ordre de grandeur de cette vitesse est inférieur à 10 cm/s : environ 4 cm/s à 100°C, 6 cm/s à 125°C et 8 cm/s à 150°C.

La figure 2.16b inverse les rôles et présente la vitesse terminale en fonction de la température pour trois rayons de goutte différents : 2,9 mm, 4,0 mm et 5,0 mm. On remarque, comme précédemment, que la vitesse terminale est peu dépendante du rayon de la goutte. En outre, on distingue nettement les deux régimes entrevus avec la figure précédente. (i) A haute température ( $T \gtrsim 200^\circ$ ), la goutte est en caléfaction complète (aucun contact avec le substrat), et sa vitesse terminale,  $V = 10$  cm/s, est indépendante de la température. (ii) A basses températures ( $T \lesssim 200^\circ\text{C}$ ), la vitesse croît avec la température. Dans ce régime, la goutte est en contact avec les sommets de la texturation micrométrique responsable de la superhydrophobie (cf. chapitre 1). L'épaisseur du film de vapeur est fixée par cette rugosité ; en revanche, la quantité de vapeur produite, et donc sa vitesse  $U$  d'écoulement, dépend directement de la température du substrat. Plus la température est élevée, plus le rapport  $\eta U/h$ , et donc la force de propulsion, seront grands. Enfin, il est important de noter que, de manière surprenante, on observe la propulsion jusqu'à des températures inférieures à 100°C, la température d'ébullition de l'eau. Si à 75°C la goutte reste statique,

à 85°C elle atteint des vitesses de l'ordre de 2 cm/s : l'évaporation de la goutte est alors suffisante pour engendrer la propulsion sur ces substrats très glissants.

### 2.4.2 Comportement critique

La figure 2.16b montre un comportement critique de la vitesse  $V$  avec la température  $T$ , lorsque cette dernière passe sous 150°C : pour une température  $T_c \approx 77^\circ\text{C}$ , la vitesse tombe à 0. Dans ce régime, on suppose que la goutte, qui repose sur le haut des textures superhydrophobes, n'est pas instantanément réchauffée par le substrat et garde une température de l'ordre de  $T_0 = 25^\circ\text{C}$ . Ainsi, la température moyenne entre le liquide et le toit d'usine,  $(T + T_0)/2$  est inférieure à 100°C, le point d'ébullition de l'eau. Nous supposons également, que le film d'air est saturé en vapeur d'eau dont la pression atteint la pression de vapeur saturante  $P_{sat}[(T + T_0)/2]$ , de l'ordre de 10 à 100 kPa entre 50°C et 100°C. Cette vapeur crée une surpression  $\Delta P$  avec l'extérieur qui entraîne l'écoulement du gaz dans les structures du substrat. On suppose cet écoulement rectifié par les structures, comme précédemment, et on prend  $\Delta P$  de l'ordre de la pression de vapeur saturante. La vitesse  $U$  de l'écoulement de vapeur s'écrit  $U \sim (h^2/\eta)(P_{sat}/\lambda)$ , ce qui conduit à une force de propulsion  $F \sim \eta(U/h)R^2$  :

$$F(T) \sim \frac{hR^2}{\lambda} P_{sat}[(T + T_0)/2] \quad (2.8)$$

Cette force, croissante avec la température, est de l'ordre de 10  $\mu\text{N}$ , ce qui est comparable avec les valeurs obtenues en caléfaction classique. Dans ce régime de basses températures, la force principale s'opposant au mouvement est l'accrochage du liquide sur le haut des textures superhydrophobes. On l'exprime en terme d'hysteresis de l'angle de contact ( $\Delta\theta \approx 8^\circ$ ,  $\Delta \cos \theta \approx 0.03$ ), ce qui donne une force  $\gamma R \Delta \cos \theta$  de l'ordre de quelques micronewtons pour une goutte millimétrique ( $\gamma = 70 \text{ mN/m}$  est la tension de surface de l'eau). Il existe donc un seuil  $T_c$  en température au delà duquel le liquide est propulsé. Il est défini par  $P_{sat}[(T_c + T_0)/2] \sim \gamma \lambda \Delta \cos \theta / Rh$ . La goutte en mouvement perçoit donc une force effective  $F_{eff} = F(T) - F(T_c)$ . Comme nous le verrons au chapitre 4, s'oppose à cette propulsion une force de friction inertielle due à l'impact du liquide sur les parois verticales du substrat. Sur les  $R/\lambda$  dents sous la goutte, s'exerce une pression dynamique  $\rho_l V^2$  ( $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$  est la masse volumique de l'eau) sur une surface  $R\varepsilon$ . Cela conduit à une force de friction  $\rho_l R^2 V^2 \varepsilon / \lambda$  et donc une vitesse terminale :

$$V \sim \sqrt{\frac{h}{\rho_l \varepsilon} \left[ P_{sat} \left( \frac{T + T_0}{2} \right) - P_{sat} \left( \frac{T_c + T_0}{2} \right) \right]} \quad (2.9)$$

Cette vitesse, de l'ordre de 10 cm/s, croit fortement à partir de  $T = T_c$  et elle est indépendante de  $R$ , comme nous avons pu l'observer expérimentalement. Cette équation est tracée sur la figure 2.16b avec un coefficient numérique de 0,4. Elle décrit assez bien les résultats expérimentaux pour des températures inférieures à 150°C. Au-delà, la caléfaction s'établit, le film de vapeur devient notamment fonction de la température.

Ces mesures contrastent avec celles réalisées par Linke et collaborateurs [75] (figure 2.2b). Ils observent une augmentation brutale de la force avec la diminution de la température liée à l'apparition de points d'ébullition. Ces derniers rendent les mesures très aléatoires et limitent l'accès aux températures faibles pour lesquelles la goutte bout complètement. Le traitement superhydrophobe permet d'abaisser sans discontinuité la température du substrat jusque sous le point d'ébullition. On attend également que la température du liquide (fixée au point d'ébullition dans le régime de caléfaction [118]) soit abaissée, ce qui ouvre le champ d'application de ce phénomène.

## Conclusion

Un substrat couvert de textures asymétriques en forme de toit d'usine propulse une goutte ou un solide en caléfaction. Les textures rectifient l'écoulement de vapeur sous le mobile. Le gaz s'écoule selon une direction privilégiée et le cisaillement visqueux résultant entraîne la goutte ou le solide. Dans le cas d'un palet de carboglace, nous avons visualisé cet écoulement puis mesuré et modélisé la force de propulsion. Enfin, l'utilisation d'un traitement de surface superhydrophobe nous a permis d'observer la propulsion de gouttes d'eau à des températures bien plus faibles que la température de Leidenfrost du substrat non traité, voire même sous la température d'ébullition du liquide.

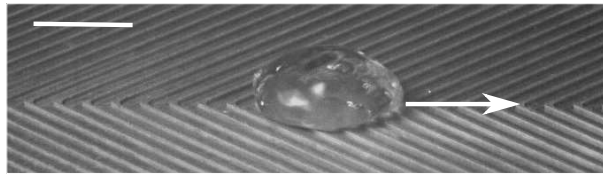


FIGURE 2.17 – Goutte en caléfaction sur une surface texturée de canaux en forme de chevrons. La largeur d'un canal est 1 mm, son épaisseur 200  $\mu\text{m}$  et l'angle entre les canaux  $90^\circ$ . La goutte s'autopropulse à une vitesse de l'ordre de 10 cm/s. La barre indique 1 cm.

La compréhension de ces mécanismes ouvre la voie à de nouveaux systèmes. La figure 2.17 montre une goutte en caléfaction sur une surface texturée par des canaux en forme de chevrons. Ces derniers forcent géométriquement un écoulement de vapeur directionnel, si bien que la goutte qui repose sur l'axe de symétrie des structures subit deux forces de cisaillement, chacune dirigée selon l'axe des canaux. Il en résulte une force de propulsion non nulle qui fait avancer la goutte (dans la direction indiquée par la flèche). Ce système est actuellement à l'étude au laboratoire (thèse de Dan Soto).





# Chapitre 3

## Version continue : le palet asymétrique

### Contents

---

<b>3.1</b>	<b>Un palet asymétrique en caléfaction</b>	<b>41</b>
3.1.1	Propulsion par un petit poi(d)s	41
3.1.2	Le rôle de la force de pression	43
3.1.3	Premières mesures	44
<b>3.2</b>	<b>Force de propulsion</b>	<b>45</b>
3.2.1	L’approximation de lubrification	45
3.2.2	Loi d’échelle	46
3.2.3	Calcul analytique	47
3.2.4	Résultats et discussion	49
<b>3.3</b>	<b>Au-delà de la ligne droite</b>	<b>51</b>
3.3.1	Un palet en rotation	51
3.3.2	Deux palets en rotation	53

---

*En collaboration avec Vincent Bacot (Ecole Polytechnique), Tobias Baier et Steffen Hardt (Center for Smart Interfaces, Darmstadt, Allemagne).*

Le chapitre précédent porte sur la propulsion de palets en caléfaction par un substrat texturé. Ces palets ont une forme cylindrique, axisymétrique. Cependant, à la différence des gouttes dont la forme est fixée par la compétition entre les forces capillaire et gravitaire, un solide en caléfaction ne se déforme pas. Dans ce chapitre nous nous intéressons expérimentalement et théoriquement au comportement de solides de Leidenfrost non axisymétriques sur une surface lisse horizontale. Ce travail a fait l’objet de la publication [40].

### 3.1 Un palet asymétrique en caléfaction

#### 3.1.1 Propulsion par un petit poi(d)s

Quelle forme donner à un solide asymétrique en caléfaction ? Une manière simple de briser la symétrie d’un palet cylindrique est d’en biseauter la partie supérieure. On crée ainsi un cylindre de hauteur variable (figure 3.1a). La répartition non homogène de masse

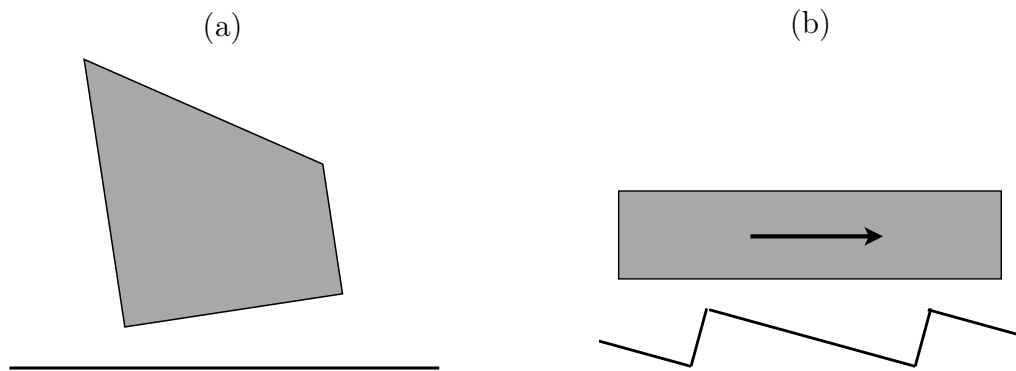


FIGURE 3.1 – (a) Palet asymétrique en caléfaction sur un substrat horizontal lisse. (b) Palet symétrique en caléfaction sur un substrat texturé en toit d’usine. La flèche indique le sens de propulsion du solide par le substrat.

conduit à la création d’un film de vapeur non uniforme en épaisseur : là où le palet est plus haut, la pression exercée sur la vapeur est plus forte et donc le film plus mince. Cette situation semble très proche de celle d’un palet symétrique sur un substrat texturé en toit d’usine, étudiée dans le chapitre précédent (figure 3.1b). La surface inférieure du solide fait, dans le premier cas, un angle avec le substrat et, dans le second, une série d’angles. On s’attend donc, comme avec le toit d’usine, à ce que le palet subisse une force latérale le propulsant dans la direction de l’ouverture de l’angle (indiquée par la flèche figure 3.1b).

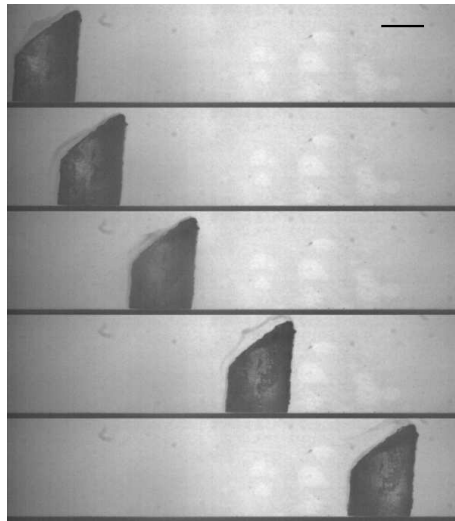


FIGURE 3.2 – Palet de carboglace biseauté en caléfaction. L’asymétrie crée une force horizontale de propulsion. Le pas de temps entre deux images est 0,5 s et l’échelle représente 1 cm.

Or s’il avance, le palet le fait dans la direction opposée, comme le montre la figure 3.2, chronophotographie d’un cylindre biseauté de carboglace posé sans vitesse initiale sur une surface horizontale à 350°C. Le solide ne reste pas en place, il est propulsé dans la direction de la hauteur la plus grande : l’écart croissant entre les positions successives indique un mouvement accéléré. Vis-à-vis du film de vapeur, cette direction est celle de

la fermeture de l'angle, opposée à celle prédite par la comparaison avec le toit d'usine. Nous allons donc chercher à comprendre et à caractériser cette force de propulsion, de prime abord contre-intuitive. Afin de pouvoir ajuster l'asymétrie du palet de manière reproductible, nous remplaçons le biseau par une petite bille de plomb placée sur le bord d'un palet cylindrique (figure 3.3a). On observe également l'auto-propulsion du mobile.

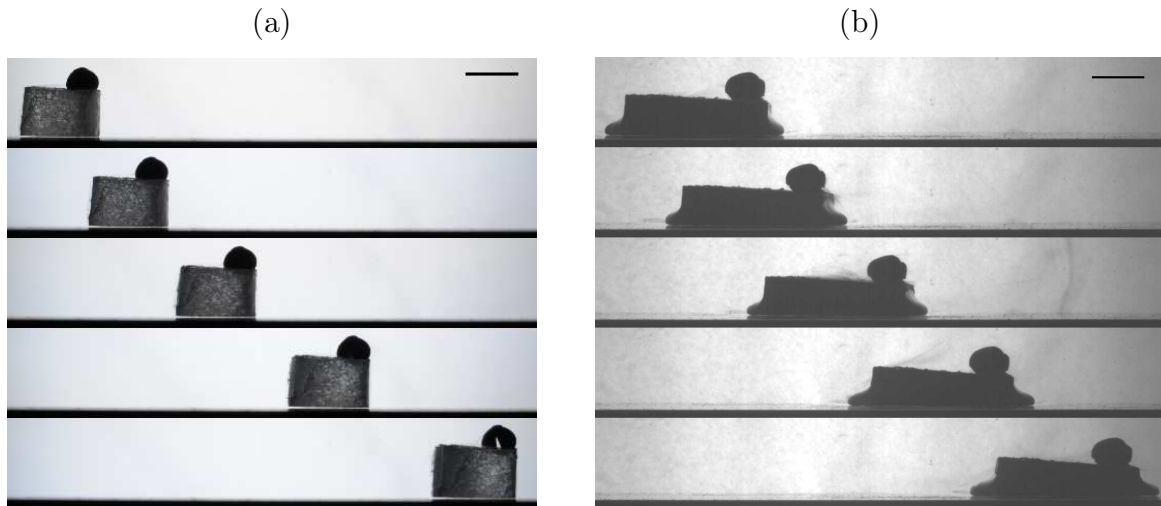


FIGURE 3.3 – (a) Palet de carboglace cylindrique (2,8 g) sur une surface chaude (320°C) avec une petite bille de plomb (0,54 g) sur un bord. Cette surmasse incline le solide d'un angle de 0,3°. Le pas de temps entre deux images est 0,3 s et l'échelle indique 1 cm. (b) Palet carré de camphre (6,0 g) avec un petit poids (1,8 g) sur un côté, placé sur un substrat chauffé à 400°C. Le pas de temps entre deux images est 0,65 s, l'échelle représente 1 cm.

Ce phénomène peut être observé avec d'autres solides, comme le camphre (figure 3.3b). Le point de fusion du camphre, 179°C, est très proche de son point d'ébullition, 204°C. En conséquence, un morceau de camphre solide posé sur une plaque chauffante (400°C) est ceint d'une bouée liquide, et le tout lévite en caléfaction. Si on lui ajoute une masse sur un bord, l'objet est alors propulsé dans la direction de la surmasse.

### 3.1.2 Le rôle de la force de pression

Nous cherchons à comprendre qualitativement l'origine de la propulsion. L'écoulement de vapeur sous le palet asymétrique exerce deux forces sur le solide : la force de viscosité  $\mathbf{F}_S$  discutée précédemment et la force de pression  $\mathbf{F}_P$  (figure 3.4).  $\mathbf{F}_S$ , tangente à la surface inférieure du palet, est due au cisaillement de l'écoulement de vapeur. On s'attend à ce qu'elle agisse dans le sens de l'ouverture de l'angle, comme dans le cas du toit d'usine où elle est la force motrice. Quant à  $\mathbf{F}_P$ , normale à cette surface, elle vient de la surpression dans l'écoulement. A la différence de la propulsion par un substrat texturé, la face inférieure du palet est ici inclinée d'un petit angle  $\theta$ , si bien que  $\mathbf{F}_P$  possède une composante horizontale  $\theta F_P$  qui agit dans le sens du mouvement observée. Si cette contribution dépasse la force de viscosité ( $\theta F_P > F_S$ ), la résultante horizontale des forces propulse le palet dans le sens de la fermeture de l'angle.

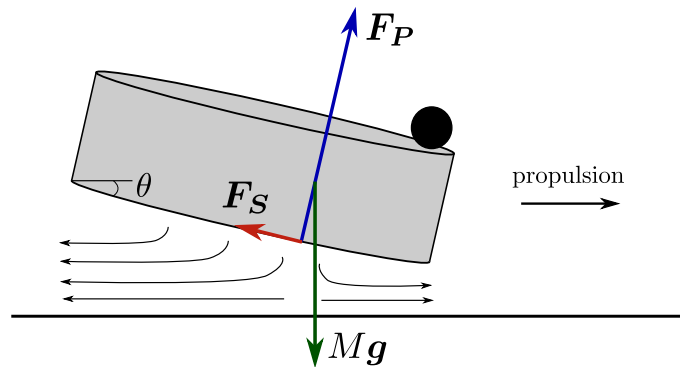


FIGURE 3.4 – Bilan des forces appliquées sur le palet : le poids  $Mg$  et deux forces dues à l'écoulement de vapeur, la force de cisaillement visqueux  $F_S$  et la force de pression  $F_P$ .

### 3.1.3 Premières mesures

Les expériences sont réalisées avec des cylindres de carboglace de rayon  $R = 7,6 \pm 0,4$  mm et de hauteurs  $H = 10,0 \pm 0,5$  mm lévitant sur une plaque en aluminium, lisse et horizontale, portée à une température de  $320^\circ\text{C}$  (figure 3.5a). Leur masse  $M$  est de  $2,8$  g et celle des petites billes de plomb varie du dixième de gramme à quelques grammes. Les palets sont découpés dans de plus longs cylindres de carboglace (de  $7,6 \pm 0,4$  mm de rayon) par un dispositif de deux lames parallèles préalablement chauffées. L'écart entre les lames fixe la hauteur du palet, ce qui permet d'obtenir des cylindres de hauteur et rayon donnés de manière reproductible. On enregistre la position  $x(t)$  du palet avec une caméra rapide sur une distance d'environ 15 cm. La figure 3.5b présente la vitesse  $v = x'(t)$  en fonction du temps, pour trois palets surmontés d'une masse  $m$  différente :  $0,21$  g,  $0,78$  g et  $1,24$  g. La vitesse du palet croît linéairement avec le temps, on en déduit pour chacun une accélération constante  $x''$  et ainsi la force de propulsion  $F = (M + m)x''$ . On obtient une force de l'ordre de  $100 \mu\text{N}$  qui croît avec la surmasse. Comme dans le cas du toit d'usine, elle est inférieure de deux ordres de grandeur au poids du mobile, ce qui illustre une nouvelle fois la grande mobilité de ces objets en caléfaction.

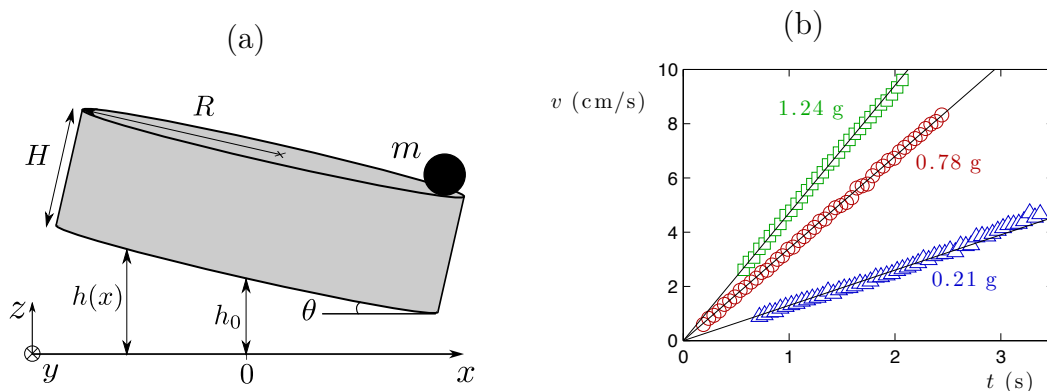


FIGURE 3.5 – (a) Schéma de l'expérience : un palet de masse  $M$  avec une surmasse  $m$  sur un bord, lévite au dessus d'un substrat lisse chauffé à  $320^\circ\text{C}$ . (b) Vitesse  $v$  en fonction du temps d'un palet (de masse  $M = 2,8$  g) avec différentes surmasses ( $m = 0,21$  g,  $m = 0,78$  g et  $m = 1,24$  g).

## 3.2 Force de propulsion

### 3.2.1 L'approximation de lubrification

Afin de comprendre l'origine de la force de propulsion, nous nous intéressons au flux de vapeur sous le palet (figure 3.4). L'écoulement, majoritairement parallèle aux parois, s'établit sur une longueur caractéristique  $R$  très grande devant l'épaisseur moyenne  $h_0$  du film de vapeur ( $R = 7,6$  mm et  $h_0 \approx 100$   $\mu\text{m}$ , voir figure 3.5a). De plus, l'angle  $\theta$  formé par les deux parois, de l'ordre de 0,01 rad, satisfait toujours l'inégalité  $\theta \ll 1$ . Enfin, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent (paragraphe 2.3.2), le nombre de Reynolds dans l'écoulement de vapeur vaut environ 0,1. Dans ces conditions, nous nous plaçons dans l'approximation de lubrification. En outre, on nous considérons la situation où le palet est à l'arrêt. Nous discuterons au paragraphe 3.2.4 l'influence de sa vitesse sur le mécanisme de propulsion.

Nous détaillons ici le principe de l'approximation de lubrification, déjà utilisée dans le chapitre précédent. Les directions  $x$  et  $y$  (définies figure 3.5a) jouent un rôle similaire ; pour simplifier, on suppose ici un système à deux dimensions dans le plan  $xz$ . L'équation de continuité du champ de vitesse  $\mathbf{u}$ , de composantes  $(u_x, u_z)$  selon les directions  $(x, z)$ , s'écrit :  $\nabla \cdot \mathbf{u} = \partial_x u_x + \partial_z u_z = 0$ . Selon  $x$ , les grandeurs varient sur une longueur caractéristique  $R$ , très grande devant la longueur caractéristique selon  $z$ ,  $h_0$ . On note  $U_x$  la valeur caractéristique de  $u_x$  et  $U_z$  celle de  $u_z$ . L'équation  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$  conduit à  $U_x/R \sim U_z/h_0$ , d'où :

$$U_x \sim U_z R/h_0 \gg U_z \quad (3.1)$$

L'écoulement se fait donc principalement selon l'axe  $x$ . Comme la différence dans les longueurs caractéristiques conduit à  $\partial_x u_x \ll \partial_z u_x$ ,  $u_x$  est principalement fonction de  $z$ . En régime stationnaire, l'équation de Navier-Stokes selon  $x$  s'écrit  $\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)u_x = -\partial_x P + \eta \Delta u_x$ , où  $\rho = 1$  kg/m<sup>3</sup> est la masse volumique du gaz et  $\eta = 2,2 \cdot 10^{-5}$  Pa.s est sa viscosité. D'après les approximations précédentes,  $\Delta u_x$  se réduit à  $\partial_z^2 u_x$ . Le nombre de Reynolds est défini comme le rapport entre les effets inertiel ( $\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)u_x \sim \rho U^2/R$ ) et visqueux ( $\eta \partial_z^2 u_x \sim \eta U/h_0^2$ ) :

$$\text{Re} = \frac{\rho h_0^2 U}{R \eta} \quad (3.2)$$

Pour des vitesses de l'ordre de 10 cm/s, on obtient, comme nous l'avons dit, un nombre de Reynolds de l'ordre de 0,1. On peut donc négliger le terme inertiel devant le terme visqueux dans l'équation de Navier-Stokes. Cet ensemble de simplifications, dit *approximation de lubrification*, conduit finalement à :

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \quad (3.3)$$

Le gradient de pression, moteur de l'écoulement (qui se fait selon l'axe  $x$ ), dépend donc faiblement de  $z$ . On peut ainsi intégrer cette équation avec des conditions de vitesse nulle aux parois,  $u_x(z=0) = u_x(z=h) = 0$  :

$$u_x = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial P}{\partial x} z(z-h) \quad (3.4)$$

On obtient ainsi le profil des vitesses de Poiseuille, dont la valeur moyenne selon  $z$  est  $U = (h^2/12\eta)(\partial P/\partial x)$ .

Nous proposons deux approches du calcul de la force de propulsion : la première par arguments d'échelle, permettant de condenser la physique du système, et une seconde par un développement analytique plus complet.

### 3.2.2 Loi d'échelle

L'écoulement de vapeur s'effectue dans le plan horizontal  $xy$  défini figure 3.6a. Sa vitesse  $U$  est donnée par la loi de Poiseuille pour un écoulement de longueur  $R$  et d'épaisseur  $h_0$  :  $U \sim (h_0^2/\eta)(\Delta P/R)$  où  $\Delta P$  est la surpression dans le film de vapeur. La conservation du flux de vapeur s'écrit  $URh_0 \sim VR^2$  où  $V$  est la vitesse de la vapeur éjectée par sublimation à la surface inférieure du palet. Elle provient de la conservation locale de l'énergie thermique  $\rho LV \sim \kappa \Delta T/h_0$  où  $L = 600$  kJ/kg est la chaleur latente de sublimation de la carboglace,  $\rho = 1$  kg/m<sup>3</sup> la masse volumique du gaz,  $\kappa = 29$  mW/(m.K) sa conductivité thermique et  $\Delta T = 400^\circ\text{C}$  la différence de température entre le palet et le substrat. Ensemble, ces trois équations conduisent à une loi pour la pression :

$$\Delta P \sim \frac{\eta \kappa \Delta T R^2}{\rho L h_0^4} \quad (3.5)$$

Sachant que  $\theta \ll 1$ , l'équilibre vertical des forces donne  $R^2 \Delta P \sim Mg$ .  $M \sim \rho_0 R^2 Hg$  est la masse du palet (en notant  $\rho_0 = 1560$  kg/m<sup>3</sup> la masse volumique de la carboglace), on ne tient pas compte de la surmasse  $m$  supposée petite devant  $M$ . On néglige également dans cet équilibre la composante verticale de la force de viscosité  $\theta F_S$ . Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la force de viscosité est très inférieure au poids de l'objet en caléfaction.

$$h_0 \sim \sqrt{bR} \quad (3.6)$$

où  $b = \sqrt{\eta \kappa \Delta T / \rho \rho_0 L g H}$  est une longueur caractéristique de l'ordre du micromètre. Comme attendu, nous retrouvons la loi de l'épaisseur du film de vapeur pour une goutte en caléfaction [16].

L'angle d'inclinaison du palet  $\theta$  est dû à la masse  $m$  ajoutée sur le bord. Il résulte de l'équilibre des moments de la force de pression  $\Gamma_P$  et du poids  $mgR$ . Formellement,  $\Gamma_P$  s'écrit  $R \int_{-R}^R x P dx$ . Afin de pouvoir le calculer en loi d'échelle, on modélise le film de vapeur par deux parties d'épaisseur respective  $h_1 = h_0 + R\theta$  et  $h_2 = h_0 - R\theta$  (figure 3.6b). Dans ces zones, la vapeur s'écoule avec une surpression  $\Delta P_{1,2}$  calculée avec l'équation 3.5. On met ainsi en évidence le différentiel de pression existant entre les deux côtés du film de vapeur. La pression est plus grande dans la zone 2 que dans la zone 1, ce qui permet de compenser le déséquilibre introduit par la petite masse  $m$ . L'équilibre des moments devient  $mgR \sim R^3 \Delta P_2 - R^3 \Delta P_1$ . D'après l'équation 3.5, cette expression fait apparaître  $1/h_2^4 - 1/h_1^4$  qui se simplifie en  $R\theta/h_0^5$  en supposant  $R\theta \ll h_0$  (équivalent à  $h_0 \sim h_1 \sim h_2$ ). On obtient alors pour  $\theta$  :

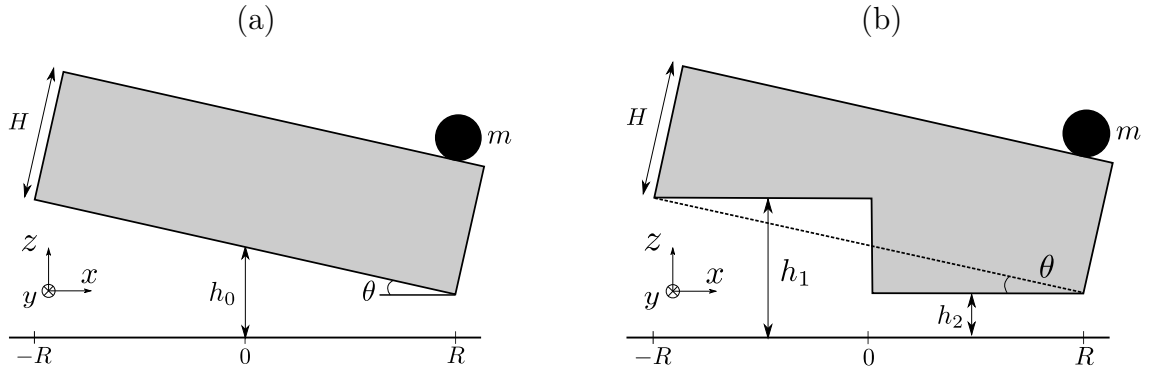


FIGURE 3.6 – (a) Schéma de l'expérience. (b) Modélisation du film de vapeur en deux zones pour le calcul du moment de la force de pression.

$$\theta \sim \frac{m}{M} \sqrt{\frac{b}{R}} \quad (3.7)$$

D'après les équations 3.6 et 3.7, l'approximation  $R\theta \ll h_0$  est équivalente à  $m \ll M$ . Cette condition, déjà rencontrée avec l'équilibre vertical des forces, est vérifiée dans la plupart de nos expériences. Pour un palet centimétrique, on attend de l'équation 3.7 un angle  $\theta$  de l'ordre du dixième de degré. D'après l'analyse qualitative du paragraphe 3.1.2, la force de propulsion  $F$  vient de la composante horizontale de la force de pression :  $F \sim \theta F_P$ . En utilisant l'équilibre des forces verticales ( $F_P \sim Mg$ ), cette expression devient  $F \sim Mg\theta$ . Ceci donne, via l'équation 3.7, une expression pour la force de propulsion :

$$F \sim mg \sqrt{\frac{b}{R}} \quad (3.8)$$

En accord avec nos premières mesures (paragraphe 3.1.3 et figure 3.5), on obtient une force qui croît avec la surmasse  $m$ . Son ordre de grandeur est bien de  $100 \mu\text{N}$  pour un palet centimétrique et une surmasse de quelques dixièmes de gramme. Cependant, ce modèle ne prend pas en compte le calcul de la force de viscosité  $F_S$  qui s'oppose au mouvement. Nulle dans le cas d'un palet axisymétrique, c'est la dissymétrie du film de vapeur, due à l'ajout de la surmasse, qui la fait apparaître. Comme cette force semble difficile à extraire par un argument en loi d'échelle, nous la calculons dans le paragraphe suivant.

### 3.2.3 Calcul analytique

Nous reprenons ici le calcul de la force de propulsion par un développement analytique complet. Cette méthode, conduisant au même résultat que le calcul en loi d'échelle, permet d'obtenir les coefficients numériques des différentes équations. Le système est décrit figure 3.5 et les paramètres thermodynamiques introduits sont les mêmes que dans la partie précédente. La conservation locale du flux de vapeur s'écrit  $\nabla \cdot (h\mathbf{U}) = V$  où  $\mathbf{U}(x,y)$  est la vitesse horizontale de la vapeur moyennée selon l'axe  $z$ ,  $h(x)$  l'épaisseur locale du film de vapeur ( $h(x) = h_0 - \theta x$ ) et  $V(x)$  la vitesse de la vapeur éjectée par sublimation à la surface du palet. Pour un objet en caléfaction, le transfert thermique



est principalement réalisé par conduction [53]. La conservation locale d'énergie thermique donne  $V(x) = (\kappa/\rho L)(\partial T/\partial z)$  où  $L$  est la chaleur latente de sublimation de la carboglace,  $\rho$  la masse volumique du gaz,  $\kappa$  sa conductivité thermique. Sachant que  $R \gg h$ , le gradient de température devient  $\partial T/\partial z = \Delta T/h(x)$ .  $\mathbf{U}$  est calculée en supposant un profil de Poiseuille :  $\mathbf{U} = -(h^2/12\eta)\nabla p$ , où  $p(x,y)$  est la pression de la vapeur. Ensemble, ces équations conduisent à l'équation différentielle :

$$\nabla \cdot (h^3 \nabla p) = -\frac{12\eta\kappa\Delta T}{\rho L h} \quad (3.9)$$

Pour résoudre cette équation, on suppose la quantité  $\varepsilon = R\theta/h_0$  petite devant 1. On peut alors écrire l'épaisseur du film de vapeur  $h(x) = h_0(1 + \varepsilon x/R)$  et développer  $p$  autour de  $\varepsilon$ ,  $p = p_0 + \varepsilon p_1 + \mathcal{O}(\varepsilon^2)$ . Enfin, on adimensionne les distances par  $R$  et la pression par  $\Pi_0 = 12\eta\kappa\Delta T/\rho LR^2$ . L'équation 3.9 devient :

$$h_0^4 \Delta p_0 + \varepsilon h_0^4 (\Delta p_1 - 3\partial_x p_0 - 4x\Delta p_0) + \mathcal{O}(\varepsilon^2) = -1 \quad (3.10)$$

On résout les deux premiers ordres de l'équation 3.10 en utilisant les coordonnées polaires  $(r, \varphi)$  telles que  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  et  $\tan \varphi = dy/dx$ . La condition limite est  $p|_{\partial S} = 0$  où  $\partial S$  représente les bords du film de vapeur, défini par  $S = \{(x,y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ . A l'ordre 0, l'équation 3.10 conduit à l'équation de Poisson  $\Delta p_0 = -h_0^{-4}$ , dont la solution est :

$$p_0(r) = \frac{1 - r^2}{4h_0^4} \quad (3.11)$$

A l'ordre 1, l'équation de la pression devient  $\Delta p_1 = -11x/2h_0^4$ . On la résout par séparation des variables  $r$  et  $\varphi$  :

$$p_1(r, \varphi) = \frac{11}{16} \frac{r}{h_0^4} (1 - r^2) \cos \varphi \quad (3.12)$$

On obtient ainsi, sous forme dimensionnée, la force de pression  $F_P$  et son moment  $\Gamma_P$  :

$$F_P = \int_S p dS = \frac{3\pi}{2} \frac{\eta\kappa\Delta T R^4}{\rho L h_0^4} \quad (3.13a)$$

$$\Gamma_P = - \int_S x p dS = -\frac{11\pi}{16} \frac{\eta\kappa\Delta T R^5}{\rho L h_0^4} \varepsilon \quad (3.13b)$$

Il est intéressant de regarder le rôle joué par  $p_0$  et  $p_1$  dans ces deux calculs. Pour la force  $F_P$ , seul  $p_0$ , correspondant à l'état de base d'un cylindre axisymétrique en caléfaction, contribue au calcul de l'intégrale. En revanche, pour le moment  $\Gamma_P$ , dû à l'ajout de la surmasse  $m$ , la contribution de  $p_0$  est nulle et seule  $p_1$  participe. Pour le calcul de la force de viscosité  $F_S$ , nous avons besoin du champ de vitesse  $\mathbf{u}(x,y)$  dans le film de vapeur. Il obéit à la loi de Poiseuille, équation 3.4, qui se généralise en trois dimensions  $\mathbf{u} = z(z-h)\nabla p/2\eta$ . On obtient :

$$F_S = - \int_S \eta \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} \right)_h dS = -\frac{3\pi}{4} \frac{\eta\kappa\Delta T R^3}{\rho L h_0^3} \varepsilon \quad (3.14)$$

La projection des forces  $\mathbf{F}_S$  et  $\mathbf{F}_P$  sur l'axe vertical équilibre le poids :  $F_P \cos \theta - F_S \sin \theta = (M + m)g$ . Dans nos expériences, la surmasse  $m$  est petite devant la masse du

palet  $M$ . De plus,  $\theta \ll 1$  et  $F_S\theta/F_P \sim \theta^2$  d'après les équations 3.13a et 3.14. Cet équilibre devient  $F_P = Mg$ , ce qui conduit à l'épaisseur moyenne du film de vapeur :

$$h_0 = \sqrt{bR} \quad (3.15)$$

où  $b = \sqrt{3\eta\kappa\Delta T/2\rho\rho_0LgH}$  est une longueur caractéristique de l'ordre du micro-mètre. On cherche maintenant à calculer l'angle d'inclinaison  $\theta$ . Il provient de l'équilibre des moments de la force de pression et de la surmasse (supposée assise juste au bord du cylindre) :  $\Gamma_P + mgR = 0$ . On obtient ainsi :

$$\theta = \frac{24}{11} \frac{m}{M} \sqrt{\frac{b}{R}} \quad (3.16)$$

Cette équation, conforme à la loi d'échelle 3.7, nous permet de confirmer que l'hypothèse  $\varepsilon \ll 1$  équivaut à  $m \ll M$ . Finalement, on projette les forces  $\mathbf{F}_S$  et  $\mathbf{F}_P$  sur l'axe horizontal pour obtenir la force  $F$  de propulsion :  $F = F_S + \theta F_P$ . Les équations 3.13a et 3.14 nous montrent que ces deux composantes suivent la même loi d'échelle, avec, comme nous l'avions supposé, un signe opposé. Les coefficients numériques nous indiquent que la contribution de  $\theta F_P$  est deux fois celle de  $F_S$ . Cette relation peut être mise en évidence directement par la forme intégrale de  $F_S$  (équation 3.14), la formule de Poiseuille (équation 3.4) et une intégration par parties :

$$F_S = - \int_S \eta \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} \right)_h dS = - \frac{1}{2} \int_S h \frac{\partial p}{\partial x} dS = \frac{1}{2} \int_S p \frac{\partial h}{\partial x} dS - \frac{1}{2} \int_S \frac{\partial}{\partial x} (hp) dS \quad (3.17)$$

La seconde intégrale se transforme en intégrale de  $hp$  sur le bord  $\partial S$  du domaine (théorème de Stokes) où  $p|_{\partial S} = 0$ . Elle est donc nulle. Sachant que  $\partial h/\partial x = -\theta$ , on obtient  $F_S = -(1/2)\theta F_P$ . Ainsi, la force de propulsion devient  $F = \theta F_P/2 = Mg\theta/2$ . Avec l'équation 3.16, cela donne finalement :

$$F = \frac{12}{11} mg \sqrt{\frac{b}{R}} \quad (3.18)$$

On retrouve la formule obtenue avec le développement en loi d'échelle, agrémentée d'un facteur numérique.

### 3.2.4 Résultats et discussion

Afin de confronter ce modèle à la réalité, nous mesurons indépendamment l'angle d'inclinaison  $\theta$  du palet et la force de propulsion  $F$ . Les palets utilisés pour les mesures sont les mêmes que ceux décrits précédemment, dans la partie 3.1.3 ( $R = 7,6 \pm 0,4$  mm et  $H = 10,0 \pm 0,5$  mm). Ils lévitent sur une surface chauffée à  $320^\circ\text{C}$ .

La figure 3.7a montre la technique de mesure de  $\theta$ . Nous prenons une photographie du film de vapeur sous un cylindre de carboglace équipé d'une surmasse  $m$ . Les pointillés blancs soulignent l'angle formé par le film de vapeur. La figure 3.7b présente les mesures de  $\theta$  pour différentes surmasses  $m$  (chaque point est la moyenne de cinq mesures et la barre d'erreur, l'écart type). La droite en trait plein est l'équation 3.16, tracée sans paramètre ajustable. L'accord du modèle avec l'expérience est donc bon.

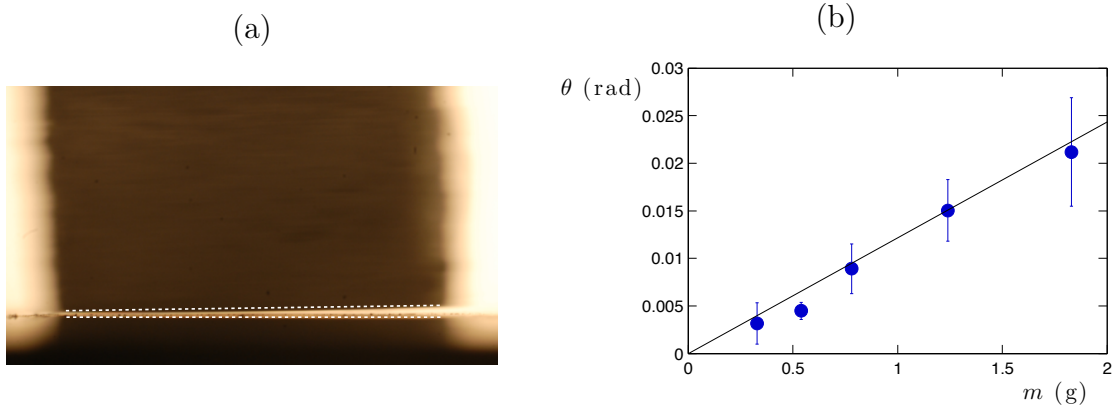


FIGURE 3.7 – (a) Mesure de l'angle d'inclinaison  $\theta$ , souligné par les pointillés. (b) Angle  $\theta$  en fonction de la surmasse  $m$ . La droite représente l'équation 3.16, sa pente est donnée par  $(24/11M)\sqrt{b/R} = 12 \text{ rad/kg}$ . Chaque point est la moyenne de cinq mesures.

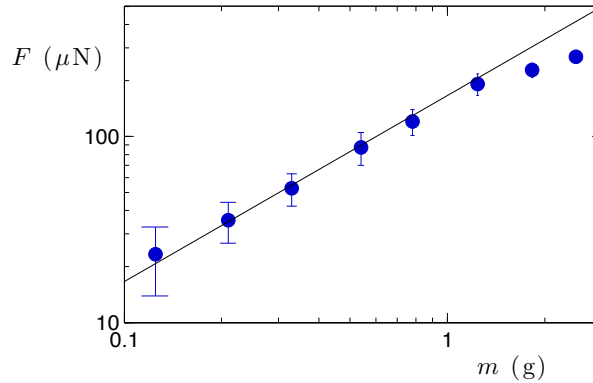


FIGURE 3.8 – Force de propulsion  $F$  mesurée en fonction de la surmasse  $m$ . La droite représente l'équation 3.18. Chaque point est la moyenne de dix mesures.

Quant à la figure 3.8, elle montre la force de propulsion  $F$  (mesurée à partir de l'accélération du palet) en fonction de la surmasse  $m$  (chaque point est la moyenne de dix mesures et la barre d'erreur, l'écart type). La droite en trait plein représente l'équation 3.18, de nouveau sans paramètre ajustable. L'accord est une nouvelle fois bon avec cette théorie établie pour  $m \ll M = 2,8 \text{ g}$ , il devient logiquement moins convaincant lorsque cette condition n'est plus remplie.

Le modèle développé ci-dessus discute un palet statique. Cependant, en se déplaçant, à vitesse  $v$ , ce dernier génère d'autres écoulements (autour et sous le palet) qui peuvent influencer le mouvement. Premièrement, le palet subit de la friction. Celle-ci peut provenir du cisaillement de film de vapeur  $\eta(v/h_0)R^2$  ou du déplacement de l'air environnant  $\rho R H v^2$  (friction inertielle). Les deux forces équilibrent la force de propulsion pour une vitesse du palet de l'ordre de quelques mètres par seconde. Dans nos expériences,  $v$  ne dépasse guère  $10 \text{ cm/s}$  (figure 3.5b). On peut donc négliger les effets dus à la friction dans nos mesures. Deuxièmement, une conséquence bien connue de la théorie de lubrifi-

cation entre deux surfaces quasi-parallèles en mouvement l'une par rapport à l'autre est la création d'un écoulement de Poiseuille-Couette [10]. Chaque surface subit une force normale de pression  $F_{Pv}$  due à cet écoulement. Dans notre cas, le sens de la vitesse  $v$  et l'orientation de l'angle  $\theta$  créent une dépression,  $F_{Pv}$  est opposée à la force de pression  $F_P$  et donc au mouvement. Dans la limite  $\varepsilon = R\theta/h_0 \ll 1$ ,  $F_{Pv}$  varie comme  $\eta v R^4 \theta / h_0^3$ . Pour  $v \approx 10$  cm/s,  $F_{Pv}$  est de l'ordre de 100  $\mu$ N, soit bien plus faible que  $F_P \approx Mg \approx 30$  mN. Cet effet n'affecte donc pas la propulsion.

En comparaison avec la propulsion d'un palet sur un toit d'usine (chapitre précédent), le système étudié ici est bien plus efficace pour mettre en mouvement un solide en caléfaction : l'ordre de grandeur de la force est légèrement supérieur (cf. figures 2.13 et 3.8) et le palet ne se coince pas dans les textures. De plus, l'orientation de la force est différente entre les deux systèmes. Avec le toit d'usine, la direction de propulsion est fixée par la géométrie des textures, tandis que la carboglace asymétrique embarque la direction de la force : cette dernière tourne avec le palet. Cette remarque nous amène, sans détour ni rotation, à la troisième partie de ce chapitre.

### 3.3 Au-delà de la ligne droite

Jusqu'ici, nous avons décrit un palet de carboglace cylindrique propulsé en ligne droite par l'ajout d'une surmasse à un de ses bords. Nous présentons dans cette section deux systèmes tirant profit de la variation de l'orientation de la force.

#### 3.3.1 Un palet en rotation

Les trajectoires à deux dimensions de gouttes en caléfaction ont fait l'objet de plusieurs études récemment. Cousins et collaborateurs [32] propulsent des gouttes sur un substrat en toit d'usine avec des textures concentriques (cf. paragraphe 2.1.3). Piroird et collaborateurs [91] créent également un système à force centrale en plaçant un aimant sous un substrat lisse sur lequel est lancée une goutte d'oxygène liquide. En caléfaction à température ambiante, l'oxygène liquide est paramagnétique et donc attiré par un gradient de champ magnétique (cf. chapitre 1).

Nous nous intéressons toujours ici à la trajectoire d'un palet de carboglace cylindrique surmonté d'une petite masse. Comme le schématise la figure 3.9a, la trajectoire est filmée de dessus et le palet lâché avec une vitesse initiale de rotation. La direction de la force de propulsion n'est plus fixe mais tourne avec le palet. On réalise cette expérience avec un palet de rayon  $R = 7,5$  mm et de hauteur  $H = 10$  mm (masse  $M = 2,8$  g), surmonté d'une masse  $m = 0,79$  g et lancé avec une rotation  $\omega$  dans le sens horaire sur un substrat chauffé à 300°C. La figure 3.9b superpose les positions successives, espacées de 0,2 s, du palet.

On cherche l'équation du mouvement du palet. Son accélération  $\mathbf{a}$  est donnée par  $(M + m)\mathbf{a} = \mathbf{F}$ , dont les composantes sur les axes  $x$  et  $y$  (définis sur la figure 3.9a) sont respectivement  $\ddot{x}$  et  $\ddot{y}$ . Les composantes de  $\mathbf{F}$  sur ces mêmes axes sont  $F \cos \varphi$  et  $F \sin \varphi$  où  $\varphi$  est l'angle entre  $\mathbf{F}$  et l'axe  $x$ . La figure 3.10a présente la variation de  $|\varphi|$  au cours du temps. Dans notre expérience, le palet tourne dans le sens horaire, sa vitesse de rotation  $\dot{\varphi}$  est donc négative. La courbe expérimentale présente un comportement linéaire,

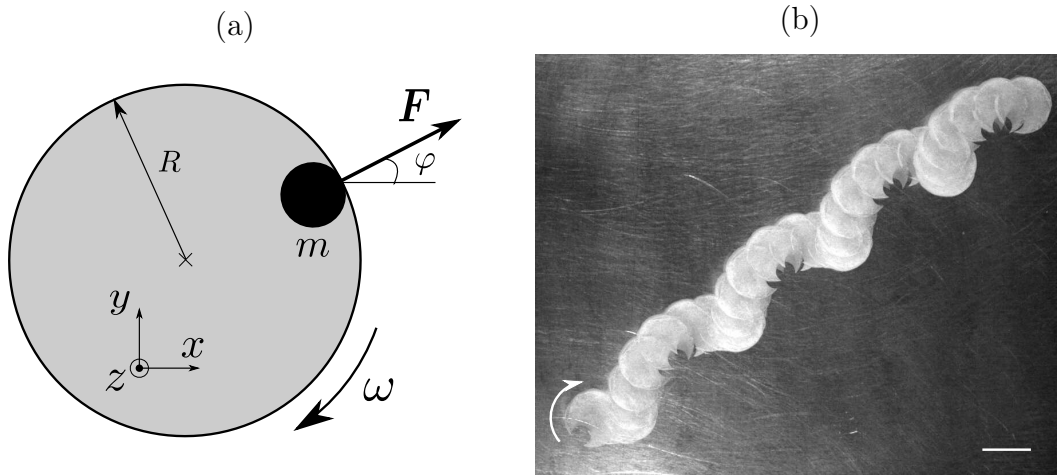


FIGURE 3.9 – (a) Schéma de l'expérience : un palet de carboglace est lâché avec une vitesse de rotation  $\omega$ . (b) Trajectoire d'un palet asymétrique initialement lancé avec une rotation dans le sens horaire. Le mouvement commence en bas à gauche de l'image, et la flèche indique le sens de rotation. L'échelle montre 1,5 cm, le pas de temps entre deux clichés est 0,2 s.

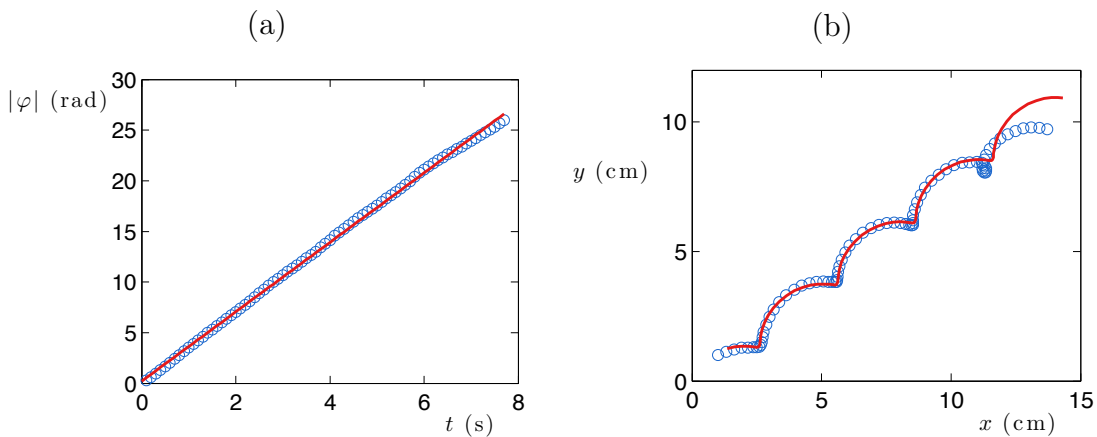


FIGURE 3.10 – (a) Angle  $\varphi$  formé par la direction de la force  $\mathbf{F}$  avec l'horizontale en fonction du temps (symboles bleus). La droite rouge ajuste les données avec une pente constante 3,43 rad/s. (b) Trajectoire expérimentale (symboles bleus) et théorique (courbe rouge).

en l'ajustant par une droite, on obtient :  $\dot{\varphi} = \omega = -3,43$  rad/s. La vitesse de rotation reste quasiment constante le temps de l'expérience. En notant  $\varphi_0$  l'angle  $\varphi$  à  $t = 0$ , on a ainsi  $\varphi = \omega t + \varphi_0$ . La trajectoire dure environ 8 s, on suppose également que la norme  $F$  de la force de propulsion ne varie pas au cours du mouvement, c'est-à-dire que l'altération du palet par sublimation est négligeable. Les équations à résoudre deviennent :

$$\ddot{x} = \frac{F}{M+m} \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (3.19a)$$

$$\ddot{y} = \frac{F}{M+m} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (3.19b)$$

Expérimentalement, il est difficile de donner au palet un mouvement de rotation pure.

Il possède initialement une vitesse  $v_0$  non nulle de composantes  $(v_{0x}, v_{0y})$ . En notant  $(x_0, y_0)$  sa position initiale, on intègre ainsi deux fois les équations 3.19a et 3.19b :

$$x = \frac{F}{(M+m)\omega^2} [\cos \varphi_0 - \omega t \sin \varphi_0 - \cos(\omega t + \varphi_0)] + v_{0x}t + x_0 \quad (3.20a)$$

$$y = \frac{F}{(M+m)\omega^2} [\sin \varphi_0 + \omega t \cos \varphi_0 - \sin(\omega t + \varphi_0)] + v_{0y}t + y_0 \quad (3.20b)$$

La figure 3.10b présente la trajectoire du palet ajustée par ces équations. L'accord est assez bon, en dépit d'un léger écart à la fin de la trajectoire, probablement dû à l'accrochage du palet avec une poussière ou une rugosité. On obtient une force de propulsion  $F = 170 \mu\text{N}$ , concordant avec les mesures présentées figure 3.8 pour une surmasse  $m = 0,79 \text{ g}$ .

Ce système permet de créer des trajectoires originales à deux dimensions. Une exploration de l'espace des phases  $(\omega, v_0)$  pourrait révéler d'autres trajectoires, par exemple plus courbée. Cet approfondissement est cependant malaisé expérimentalement,  $\omega$  et  $v_0$  étant difficiles à maîtriser, notamment de manière indépendante.

### 3.3.2 Deux palets en rotation

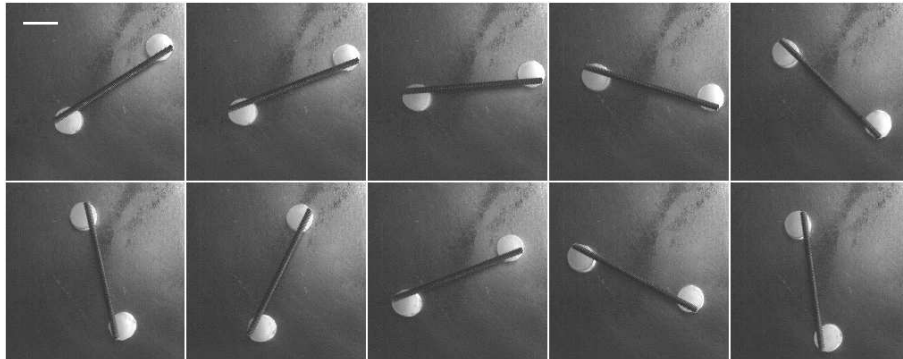


FIGURE 3.11 – Deux palets de carboglace sont liés par un barreau excentré. Le dispositif crée un mouvement de rotation. L'échelle représente 2 cm, 240 ms séparent deux images.

Dans l'expérience précédente, la rotation est imprimée par l'expérimentateur et le palet suit une trajectoire globalement rectiligne. Afin de créer un système en pure rotation, nous couplons deux palets de carboglace par l'intermédiaire d'un barreau. Une extrémité du barreau repose sur le bord du premier palet et l'autre extrémité sur le bord opposé du second. Les deux palets sont ainsi propulsés dans des directions opposées, créant ainsi un mouvement de rotation. La figure 3.11 présente une chronophotographie du dispositif. Les palets, de rayons  $R = 7,5 \text{ mm}$  et de hauteurs  $H = 10 \text{ mm}$  (masses  $M = 2,8 \text{ g}$ ) sont reliés par un barreau en acier de longueur  $2l = 7 \text{ cm}$  et de masse  $2m = 5,8 \text{ g}$  (en réalité, le barreau est un petit peu plus long, 8 cm, et  $l$  représente le "bras de levier", c'est-à-dire la distance entre le centre du barreau et l'axe de symétrie du palet). Le barreau est une vis

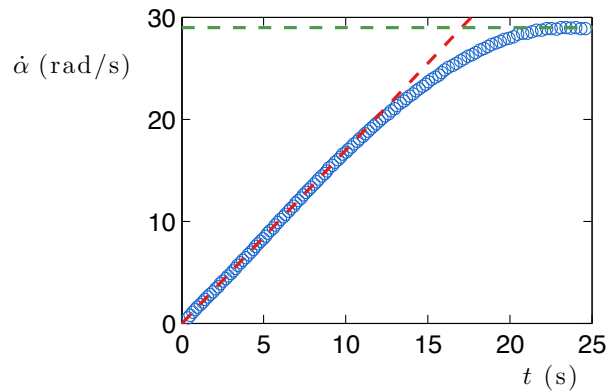


FIGURE 3.12 – Vitesse de rotation  $\dot{\alpha}$  d'un bipalet en fonction du temps. La droite rouge ajuste la phase initiale à accélération constante  $\ddot{\alpha}_i = 1,7 \text{ rad/s}^2$ . La droite verte montre le plateau final à vitesse constante  $\dot{\alpha}_f = 29 \text{ rad/s}$ .

sans fin, les rainures font office de crampons afin de rigidifier le contact avec la carboglace. La rotation se fait dans le sens horaire en accélérant.

Le dispositif tourne autour d'un point fixe. On peut ainsi observer les palets propulsés sur un temps bien plus long qu'un seul palet le long une ligne droite. La figure 3.12 montre la vitesse de rotation  $\dot{\alpha}$  du palet en fonction du temps.

On distingue une première phase, de 0 s à 10 s environ, pendant laquelle  $\dot{\alpha}$  croît linéairement. L'accélération de la rotation est constante,  $\ddot{\alpha}_i = 1,7 \text{ rad/s}^2$ , seule la force de propulsion agit et les frottements sont négligeables. La chronophotographie de la figure 3.11 coïncide avec le début de cette phase. Elle correspond à une force de propulsion par palet  $F = (M + m)l\ddot{\alpha}_i = 350 \text{ }\mu\text{N}$ , en accord avec les mesures (figure 3.8) pour une surmasse  $m = 2.9 \text{ g}$ .

Une deuxième phase, de 10 s à 20 s, s'écarte de l'accélération constante, les forces de frottement ne sont plus négligeables.

Enfin, une troisième phase, à partir de 20 s, s'effectue à vitesse de rotation constante :  $\dot{\alpha}_f = 29 \text{ rad/s}$  (4,6 Hz). Les forces de frottement équilibrent la propulsion. La vitesse des palets est  $v_f = l\dot{\alpha}_f = 1,0 \text{ m/s}$ . On retrouve l'ordre de grandeur de la vitesse terminale que nous avons estimé lors de la discussion du modèle (paragraphe 3.2.4) et qui est très supérieure aux vitesses rencontrées dans nos expériences (figure 3.5b). Cependant, au bout de 20 s le palet n'a plus sa forme initiale : il a perdu une partie de sa masse, notamment du côté du barreau où la sublimation est plus forte. On ne peut donc pas associer rigoureusement cette valeur de la vitesse d'équilibre friction/propulsion à un palet ayant les caractéristiques initiales de l'expérience.

Il y a une quatrième phase, très brève, qui explique la limitation à 25 s sur la figure 3.12. La force centrifuge, de plus en plus importante au fur et à mesure que la vitesse de rotation augmente, finit par détruire le dispositif.

### Modèle de propulsion/friction

Le dispositif étudié ici nous permet d'observer la friction d'un solide en caléfaction. Comme nous l'avons déjà évoqué, un objet en caléfaction subit une friction assez faible,

notamment grâce à l'absence de contact avec le substrat. De plus, cette friction peut avoir plusieurs origines (friction visqueuse du film de vapeur, friction inertielle dans l'air environnant, dissipation dans le liquide pour une goutte...). Le chapitre suivant sera d'ailleurs consacré à la question de la friction d'une goutte en caléfaction.

La force de friction  $F_f$  qui s'exerce ici sur les palets a deux sources possibles. Premièrement, le cisaillement du film de vapeur,  $F_f$  est proportionnelle à la vitesse du palet  $l\dot{\alpha}$ , donc  $F_f = k_1\dot{\alpha}$ . Deuxièmement, la dissipation inertielle due au déplacement de l'air environnant,  $F_f$  est proportionnelle au carré de la vitesse du palet, donc  $F_f = k_2\dot{\alpha}^2$ . Ainsi, l'équation du mouvement pour  $\alpha$ , avec une friction  $F_f \propto \dot{\alpha}^n$ , devient  $I\ddot{\alpha} = 2lF - k_n\dot{\alpha}^n$ , où  $I$  est le moment d'inertie du dispositif. On peut réécrire cette équation en faisant intervenir les paramètres calculés précédemment :  $\ddot{\alpha}_i$  et  $\dot{\alpha}_f$ . A temps court,  $F_f$  est négligeable et  $\ddot{\alpha} = \ddot{\alpha}_i$ , tandis que, à temps long,  $\ddot{\alpha} = 0$  et  $\dot{\alpha} = \dot{\alpha}_f$ . On obtient :

$$\frac{\ddot{\alpha}}{\ddot{\alpha}_i} = 1 - \left( \frac{\dot{\alpha}}{\dot{\alpha}_f} \right)^n \quad (3.21)$$

On intègre cette équation pour  $n = 1$  ( $\dot{\alpha}_1$ ) et  $n = 2$  ( $\dot{\alpha}_2$ ) avec la condition  $\dot{\alpha}(t = 0) = 0$  :

$$\dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha}_f (1 - e^{-t/\tau}) \quad (3.22a)$$

$$\dot{\alpha}_2 = \dot{\alpha}_f \operatorname{th}(t/\tau) \quad (3.22b)$$

Ces deux lois évoluent sur un même temps caractéristique  $\tau = \dot{\alpha}_f/\ddot{\alpha}_i = 17$  s. La figure 3.13 présente ces deux équations au regard des mesures de  $\dot{\alpha}$  obtenues lors l'expérience décrite précédemment. Comme prévu par le modèle, équations et mesures ont la même pente à l'origine et le même plateau final. En revanche, les mesures atteignent bien plus rapidement le régime terminal.

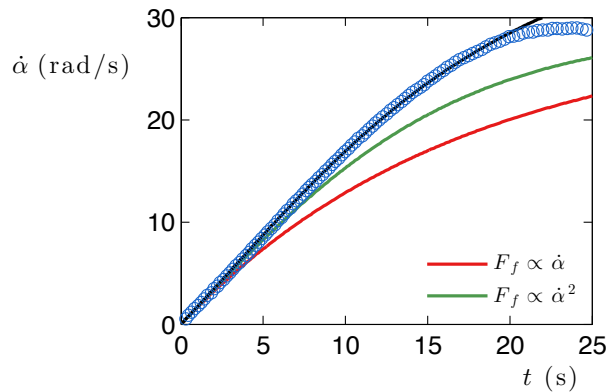


FIGURE 3.13 – Vitesse de rotation  $\dot{\alpha}$  en fonction du temps (symboles bleus). Les courbes rouge et verte correspondent à un modèle avec une force constante et une friction visqueuse ou inertielle. La courbe noire prend en compte une force de propulsion évoluant avec le temps et une friction inertielle.

Du point de vue de la force de friction, si on cherche à ajuster les mesures en gardant les contraintes sur  $\ddot{\alpha}_i$  (fixé par la force de propulsion) et  $\dot{\alpha}_f$  (équilibre propulsion/friction), il faut faire appel à une loi  $F_f \propto \dot{\alpha}^5$  qui n'a pas de sens physique. On peut aussi imaginer le cas où les deux forces, visqueuse et inertielle, sont de même ordre. Cependant, en imposant également les contraintes sur  $\ddot{\alpha}_i$  et  $\dot{\alpha}_f$ , une loi  $\dot{\alpha}(t)$  prenant ces deux frictions en compte



évoluera entre les courbes rouge et verte. Ce n'est donc probablement pas du côté de la force de friction qu'il faut regarder pour affiner le modèle. En revanche, on supposera dans la suite que la friction ressentie par le système est principalement inertielle ( $F_f \sim \dot{\alpha}^2$ ) puisque c'est elle qui se rapproche le mieux des mesures.

Comme nous l'avons évoqué lors de l'analyse de la courbe  $\dot{\alpha}(t)$ , la forme d'un palet évolue au cours du mouvement à cause de la sublimation. La perte de masse n'est cependant pas homogène sous le palet, elle est plus importante du côté de la surmasse. Cela tend à créer un palet de plus en plus asymétrique pour lequel il est difficile de prédire le sens d'évolution de la force de propulsion. Cependant, la croissance des mesures, plus forte que celle du modèle, suggère que la force de propulsion augmente avec le temps. On modifie le modèle en ajoutant à la force de propulsion un temps caractéristique  $T$  d'évolution :  $F = F_0(1 + t/T)$ , où  $F_0$  est la force de propulsion initiale. L'équation 3.23 devient :

$$\frac{\ddot{\alpha}}{\ddot{\alpha}_i} = \left(1 + \frac{t}{T}\right) - \left(\frac{\dot{\alpha}}{\dot{\alpha}_f}\right)^2 \quad (3.23)$$

Figure 3.13, la courbe noire montre l'intégration numérique de cette équation pour un temps caractéristique  $T = 45$  s. L'ajustement est meilleur, en revanche, le plateau à  $\dot{\alpha}_f$  n'existe plus dans ce modèle. Cette extension du modèle est une première tentative vers une compréhension plus complète du mouvement observé. Une étude plus systématique de l'évolution de la force de propulsion avec la perte de masse du palet serait nécessaire pour pouvoir aller plus loin.

Ce dispositif de couplage de palets en rotation conduit à l'observation d'un mouvement riche en informations. Il permet de suivre la propulsion d'un palet sur un temps assez long. Une des principales difficultés réside dans la compréhension de l'évolution de la force avec la sublimation dissymétrique du palet.

## Conclusion

Une asymétrie dans un cylindre de carboglace en caléfaction incline la surface inférieure de l'objet qui crée un angle  $\theta$  avec le substrat. En conséquence, la force de pression résultant de l'écoulement de vapeur engendre une force horizontale  $Mg\theta/2$  qui propulse le palet, créant un "toit d'usine continu". Il serait intéressant de voir comment se généralise ce résultat : un palet solide classique (sans sublimation) peut, par exemple, être mis en lévitation par un flux d'air émanant du substrat (poreux) [52]. Ainsi, le débit de l'écoulement est indépendant de l'épaisseur du film d'air. Ce système permettrait notamment de s'affranchir de l'évolution de la forme du palet par sublimation.

# Chapitre 4

## Friction

### Contents

---

<b>4.1</b>	<b>Sur une surface texturée . . . . .</b>	<b>57</b>
4.1.1	Un piège à goutte . . . . .	57
4.1.2	Mesure de la force de friction . . . . .	59
4.1.3	Mécanismes de dissipation . . . . .	60
4.1.4	Des créneaux superhydrophobes . . . . .	64
4.1.5	Le retour du toit d’usine . . . . .	65
<b>4.2</b>	<b>Sur une surface lisse . . . . .</b>	<b>67</b>
4.2.1	Les mécanismes de dissipation . . . . .	67
4.2.2	Caléfaction solide . . . . .	70
4.2.3	Caléfaction liquide . . . . .	71
4.2.4	Bicaléfaction liquide . . . . .	74

---

*En collaboration avec Marie Le Merrer (4.1) et Pascal Raux (4.2). Les surfaces utilisées ont été usinées par Laurent Quartier et Guillaume Clermont.*

Les objets en caléfaction sont très mobiles. Les deux chapitres précédents nous ont montré qu’une force de l’ordre de 1% de leur poids suffit à les propulser. Cette propriété pose la question de la friction que subissent ces objets lorsqu’ils sont en mouvement. La propulsion par un substrat en toit d’usine (chapitre 2) a révélé un mécanisme spécial de dissipation élevée lié aux textures. Dans un premier temps, nous nous intéresserons à la friction d’une goutte en caléfaction sur une surface texturée (ce travail a fait l’objet de la publication [43]). Dans une seconde partie, nous étudierons le cas d’un substrat lisse. Comme nous l’avons vu lors des expériences du chapitre précédent, la friction est alors particulièrement faible.

### 4.1 Sur une surface texturée

#### 4.1.1 Un piège à goutte

Nous cherchons à quantifier la friction créée par un substrat texturé sur une goutte en caléfaction. Nous avons vu lors du chapitre 2 que des textures asymétriques pouvaient

engendrer une force de propulsion sur la goutte. Pour nous affranchir de cet effet, nous utilisons des textures symétriques en forme de créneaux. La figure 4.1a montre une goutte d'éthanol (volume  $\Omega = 150 \mu\text{L}$ ) en caléfaction sur un substrat horizontal crénelé. L'épaisseur  $H$  des textures est de  $480 \mu\text{m}$  et leur longueur d'onde  $\lambda = 3 \text{ mm}$ . Ces dimensions, ainsi que le rapport d'aspect  $H/\lambda$ , sont similaires au substrat en toit d'usine. La goutte est lancée sur la surface crénelée et chauffée à  $450^\circ\text{C}$ , avec une vitesse initiale  $V_0 = 19 \text{ cm/s}$ , par l'intermédiaire d'un plan incliné et chauffé rencontrant tangentiellement le substrat en amont.

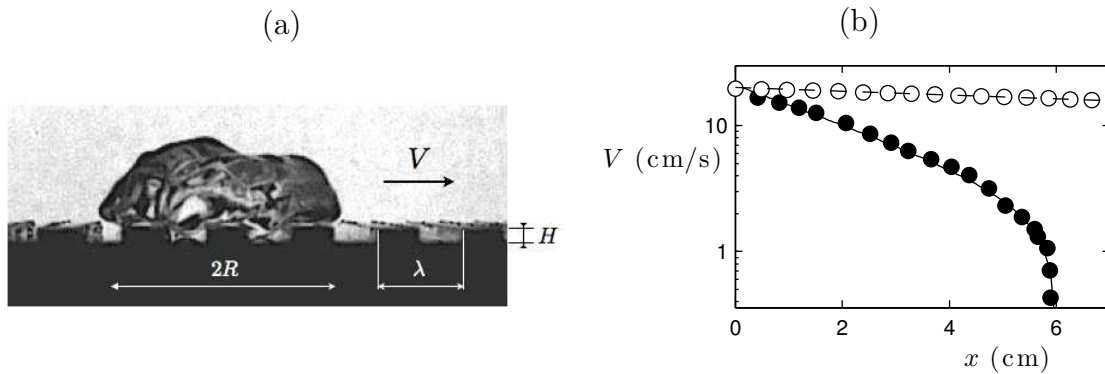


FIGURE 4.1 – (a) Goutte d'éthanol en caléfaction sur des créneaux d'épaisseur  $H = 480 \mu\text{m}$  et de longueur d'onde  $\lambda = 3 \text{ mm}$ . (b) Vitesse  $V$  de cette goutte en fonction de sa position  $x$  (symboles noirs). Les symboles blancs montrent la vitesse d'une goutte similaire sur un substrat lisse et horizontal. La courbe en trait plein représente l'équation 4.8.

La figure 4.1b montre la vitesse  $V$  de la goutte (symboles noirs) en fonction de sa position  $x$ . En quelques centimètres, la goutte décélère puis s'arrête à l'abscisse  $x^* = 6 \text{ cm}$ . Les symboles blancs correspondent à la même goutte en caléfaction lancée sur un substrat lisse. En comparaison avec la trajectoire sur la surface crénelée, sa décélération sur quelques centimètres est négligeable. Le substrat texturé crée ainsi un véritable piège à goutte de Leidenfrost.

Les textures sont un bon moyen pour dissiper l'énergie cinétique d'une goutte en mouvement. Il est aussi intéressant de voir comment elles affectent d'autres systèmes, comme, par exemple, le rebond d'une goutte caléfiée [15, 119]. La figure 4.2 compare le rebond d'une goutte sur un substrat lisse et sur une surface crénelée (épaisseur  $360 \mu\text{m}$ , longueur d'onde  $3 \text{ mm}$ ). Dans chaque cas, le liquide est de l'éthanol et le substrat, en aluminium, est chauffé à  $300^\circ\text{C}$ . Sur le substrat lisse (figure 4.2a), la goutte rebondit sur une hauteur de l'ordre de deux fois son diamètre. Sur la surface crénelée, lorsque la goutte atterrit sur le dessus d'un créneau (figure 4.2b), elle rebondit également, mais sur une hauteur très petite, de moins d'un rayon. Lorsqu'elle atterrit dans le creux du créneau (figure 4.2c), le rebond est complètement cassé par les textures. La présence des créneaux augmente fortement la dissipation d'énergie lors du rebond, ils jouent ici aussi le rôle de piège à goutte.

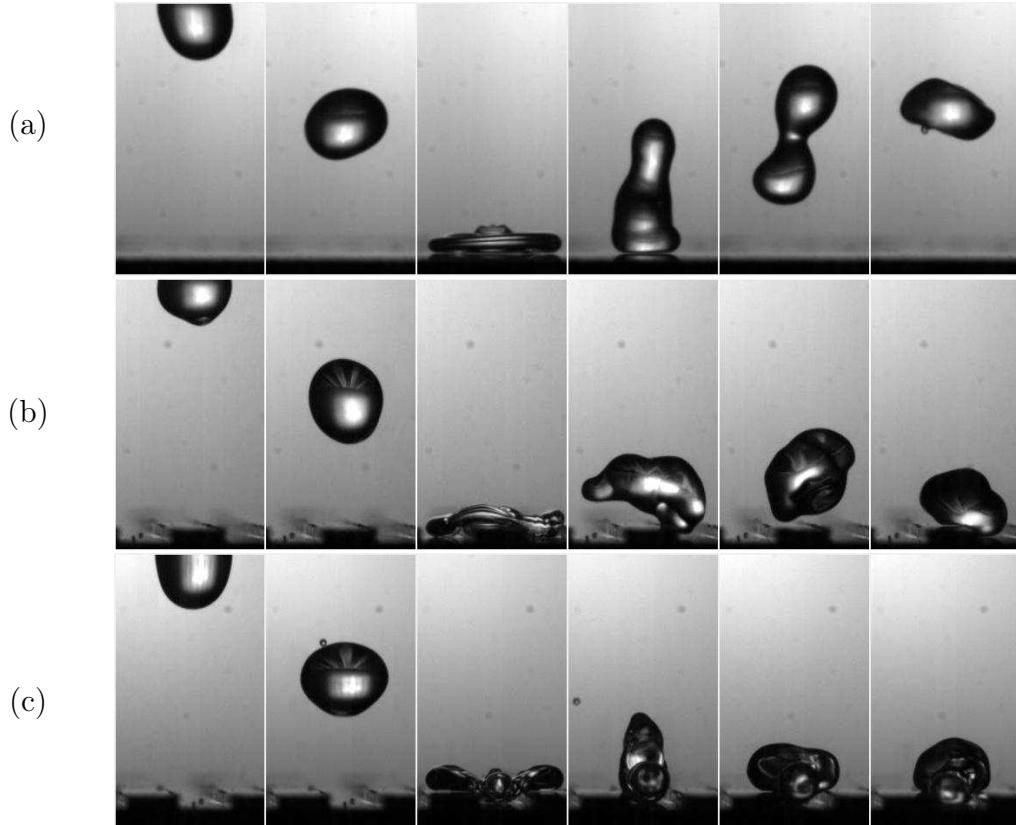


FIGURE 4.2 – Rebond d’une goutte d’éthanol sur un substrat chauffé à 300°C. (a) Sur une surface lisse. (b) Sur le dessus d’un créneau. (c) Dans le creux d’un créneau.

#### 4.1.2 Mesure de la force de friction

Afin d’étudier de manière systématique la force de friction liée aux créneaux, on réalise l’expérience schématisée sur la figure 4.3a. Le substrat est incliné, parallèlement aux textures, d’un angle  $\alpha$  par rapport à l’horizontale. Il est chauffé à 450°C. On dépose, avec une micropipette, une goutte d’éthanol de volume  $\Omega$  en haut de la surface. Elle est initialement accélérée par la gravité, puis atteint une vitesse constante  $V$  lorsque la friction équilibre la force motrice. On mesure la vitesse  $V$  de la goutte en filmant, avec une caméra rapide, son déplacement au bout de la plaque crénelée, c’est-à-dire à 10 cm du point de départ. Par ce dispositif, on impose au système la force de friction  $F = Mg \sin \alpha$  (où  $M$  est la masse de la goutte), le rayon  $R$  de la goutte et la hauteur  $H$  des créneaux, et on mesure la vitesse  $V$  correspondante. L’épaisseur  $H$  des créneaux varie de 150 à 730  $\mu\text{m}$ , leur longueur  $\lambda$  est en revanche fixée à 3 mm pour tous les substrats. L’angle d’inclinaison  $\alpha$  varie de 1 à 12°. En caléfaction, l’éthanol présente l’intérêt d’être moins sensible que l’eau aux textures anguleuses. On utilise trois volumes  $\Omega$  pour nos expériences : 50, 100 et 150  $\mu\text{L}$ . Le rayon  $R$  des gouttes est ainsi toujours supérieur à la longueur capillaire de l’éthanol  $a = \sqrt{\gamma/\rho_l g} = 1,6 \text{ mm}$  ( $\gamma = 18 \text{ mN/m}$  et  $\rho_l = 730 \text{ kg/m}^3$  sont respectivement la tension de surface et la masse volumique de l’éthanol à la température d’ébullition  $T_{eb} = 78^\circ\text{C}$ ). En conséquence, elles sont aplaties par la gravité (figure 4.1a), leur épaisseur est  $2a$  et  $\Omega \approx 2\pi R^2$ . Dans cette première partie du chapitre,  $R$  sera approximé à  $\sqrt{\Omega/2\pi a}$  : les

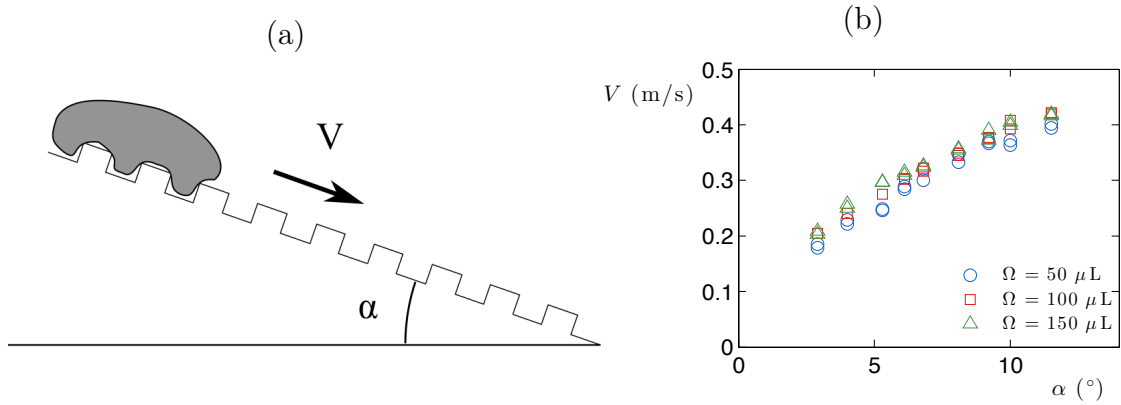


FIGURE 4.3 – (a) Schéma de l'expérience : la goutte dévale un substrat crénelé, incliné d'un angle  $\alpha$  et chauffé à  $450^\circ\text{C}$ . Lorsque la friction équilibre la gravité, la goutte atteint une vitesse  $V$  constante. (b) Vitesse de la goutte en fonction de l'angle d'inclinaison du substrat pour différents volumes  $\Omega$ .

gouttes d'éthanol oscillent (cf. chapitre 1, paragraphe 1.2.3), ce qui rend peu précise une mesure directe du rayon sur les films.

La figure 4.3b présente le résultat d'une série de mesures sur un substrat donné : on y voit la vitesse  $V$  de la goutte en fonction de l'angle  $\alpha$  d'inclinaison pour les trois volumes. La profondeur des créneaux est de  $220 \mu\text{m}$ . La vitesse augmente logiquement avec la pente. En revanche, on remarque que, pour un angle donné, elle ne dépend pas du volume de la goutte. Cela signifie que la force de friction  $F$  est proportionnelle à  $\Omega$  car  $F/\Omega = \rho g \sin \alpha$  en est indépendante. On en déduit donc que  $F \propto R^2$  ( $\Omega \sim aR^2$ ).

On trace sur la figure 4.4a la force de friction en fonction de la vitesse pour les différents volumes. Comme dans le cas du substrat texturé en toit d'usine (chapitre 2, paragraphe 2.1.2), on retrouve une force de friction de l'ordre de quelques dizaines de micronewtons. En échelle logarithmique, chaque jeu de mesures s'aligne selon une droite de pente 2 : la friction augmente comme le carré de la vitesse. La figure 4.4b présente la force de friction  $F$  de la goutte en fonction de l'épaisseur  $H$  des créneaux pour différentes vitesses  $V$ . Les mesures montrent une augmentation linéaire de la force avec la profondeur des textures. Au total, ces mesures nous donnent une loi d'évolution  $F \propto R^2 V^2 H$ .

### 4.1.3 Mécanismes de dissipation

Pour une goutte en caléfaction sur un substrat lisse, deux mécanismes classiques de friction peuvent être imaginés : le cisaillement visqueux du film de vapeur  $\eta(V/h)R^2$  (où  $\eta \sim 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$  est la viscosité de la vapeur et  $h \sim 100 \mu\text{m}$  l'épaisseur du film) et la friction inertielle dans l'air environnant  $\rho_a R^2 V^2$  (où  $\rho_a \sim 1 \text{ kg/m}^3$  est la masse volumique de l'air). Pour une vitesse  $V$  de quelques dizaines de centimètres par seconde, ces deux forces donnent un ordre de grandeur de  $1 \mu\text{N}$ , loin des valeurs de la force de friction mesurées ici. Nous proposons donc deux nouveaux mécanismes afin d'expliquer la dissipation d'énergie au sein des textures.

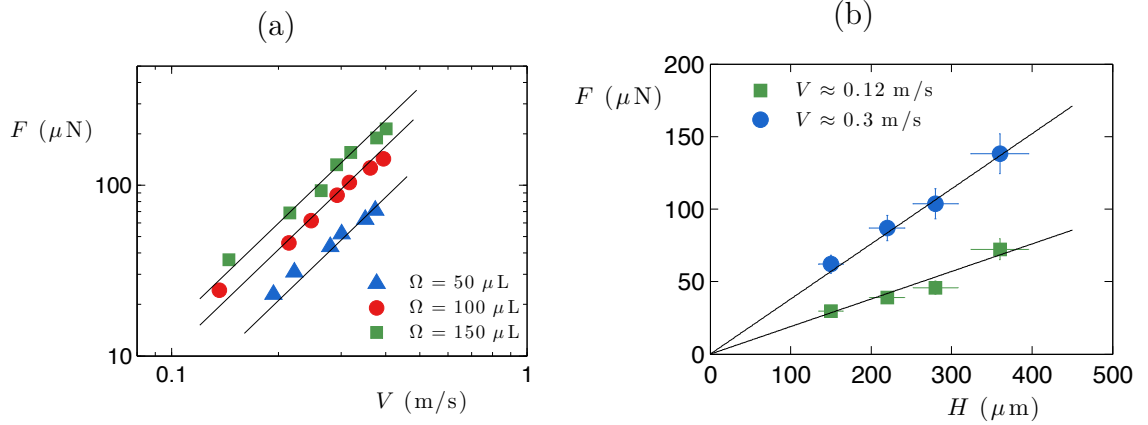


FIGURE 4.4 – (a) Force de friction  $F$  de la goutte en fonction de sa vitesse  $V$  pour différents volumes  $\Omega$ . Les créneaux ont une épaisseur  $H = 280 \mu\text{m}$ . Les droites ont une pente 2. (b) Force de friction  $F$  en fonction de l'épaisseur  $H$  des créneaux pour différentes vitesses  $V$ . La goutte a un volume  $\Omega = 100 \mu\text{L}$ . Les droites ont respectivement une pente de 0,19 et 0,38 N/m.

### Impacts sur les textures

Lorsqu'un bourrelet liquide passe dans le creux d'un créneau, il heurte la paroi verticale de la texture (figure 4.5). Ce choc mou lui fait perdre son énergie cinétique, dissipée par viscosité dans la goutte. L'amplitude  $\varepsilon$  maximale de liquide qui pénètre dans un creux de largeur  $\lambda$  résulte de l'équilibre entre la pression hydrostatique  $\rho_l g a$ , qui s'exerce sur l'interface, et la pression de Laplace  $\gamma\varepsilon/\lambda^2$  ( $\varepsilon/\lambda^2$  est la courbure de l'interface pour  $\varepsilon \ll \lambda$ ), qui cherche à limiter la déformation de la goutte. Le liquide peut se déformer sur une épaisseur  $\varepsilon \sim \lambda^2/a$  de l'ordre de 1,5 mm, très grande devant la profondeur  $H$  de nos créneaux. Nous considérerons donc que, lorsque la goutte passe, les creux des textures sont complètement remplis de liquide. Le volume d'un bourrelet est donc  $RH\lambda$ .

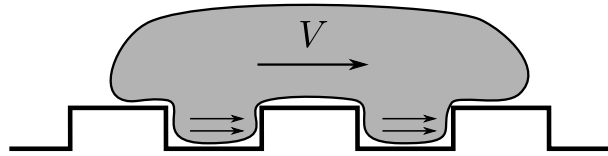


FIGURE 4.5 – Schéma du premier mécanisme de dissipation : les bourrelets liquides heurtent les parois verticales des créneaux et perdent leur énergie cinétique.

La perte d'énergie dans un créneaux s'écrit  $\rho_l R H \lambda V^2$ . On compte  $R/\lambda$  créneaux sous la goutte ce qui donne une perte totale d'énergie  $W_1 \sim \rho_l R^2 V^2 H$ . Elle correspond au travail  $F_1 \lambda$  de la force de friction  $F_1$  associée à ce premier mécanisme de dissipation. On obtient ainsi :

$$F_1 \sim \rho_l R^2 V^2 \frac{H}{\lambda} \quad (4.1)$$

$F_1$  est de l'ordre de  $100 \mu\text{N}$ , comparable aux valeurs mesurées. On retrouve de plus les dépendances obtenues expérimentalement :  $F \propto R^2 V^2 H$ . Cette loi est très proche de

la formule classique de dissipation inertielle  $\rho_a R^2 V^2$ . La différence principale réside dans l'apparition ici de la masse volumique du liquide  $\rho_l$  à la place de la masse volumique de l'air  $\rho_a$ , mille fois plus faible. La figure 4.6 compare la force de friction mesurée  $F$  à  $F_1$ . Pour des profondeurs de créneaux inférieures à  $400 \mu\text{m}$ , l'accord avec ce modèle inertiel est assez bon. Il est ainsi possible de maîtriser la friction de gouttes en caléfaction par un substrat crénelé en ajustant le rapport d'aspect  $H/\lambda$ . En revanche, pour les créneaux plus épais,  $H = 480 \mu\text{m}$  et  $H = 730 \mu\text{m}$ , les mesures s'écartent de la prédiction. Nous cherchons donc une seconde cause de dissipation, plus sensible que la première à la profondeur des créneaux.

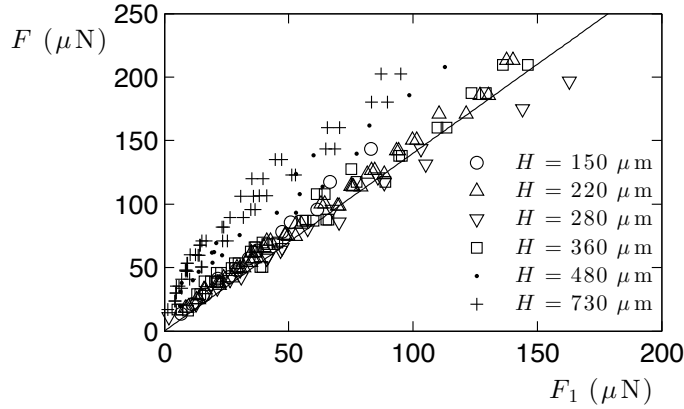


FIGURE 4.6 – Force de friction mesurée  $F$  en fonction de  $F_1 = \rho_l R^2 V^2 \frac{H}{\lambda}$ . La droite a une pente  $b_1 = 1,4$ .

### Créneaux profonds : correction gravitationnelle

De la même manière que le bourrelet liquide perd son énergie cinétique par impact sur la paroi verticale, il perd aussi de l'énergie potentielle en rentrant dans le creux du créneau. Cette énergie n'est pas conservée : lorsque le liquide arrive au dessus du creux, elle se transforme en énergie cinétique avec une vitesse verticale puis est dissipée par l'impact sur le fond du créneau. Pour sortir, le bourrelet liquide doit donc récupérer l'énergie potentielle  $\rho_l R H \lambda g H$ . En multipliant par le nombre de créneaux sous la goutte, la perte d'énergie devient  $W_2 \sim \rho_l g R^2 H^2$ . Celle-ci correspond au travail de la force  $F_2 \sim W_2/\lambda$  :

$$F_2 \sim \rho_l g R^2 \frac{H^2}{\lambda} \quad (4.2)$$

Cette force est quadratique vis-à-vis de la hauteur des créneaux. Elle croît donc plus fortement avec  $H$  que  $F_1$  et peut devenir prépondérante pour les créneaux profonds. En rassemblant les équations 4.1 et 4.2, on obtient la force de friction totale subie par la goutte glissant sur les créneaux :

$$F = b_1 \rho_l R^2 V^2 \frac{H}{\lambda} + b_2 \rho_l g R^2 \frac{H^2}{\lambda} \quad (4.3)$$

où  $b_1$  et  $b_2$  sont des coefficients numériques. La figure 4.7 reprend les valeurs mesurées de la force de friction et les compare à l'équation 4.3. L'accord est cette fois assez bon pour

toutes les épaisseurs de créneaux, avec des coefficients numériques  $b_1 = 1,4 \pm 0,2$  (calculé à partir de la figure 4.6) et  $b_2 = 2,9 \pm 0,3$ .

La correction gravitationnelle de l'équation 4.3 explique aussi le piégeage de la goutte (figure 4.1b) à une position bien définie  $x^*$  : à partir d'un certain point, la goutte n'a plus assez de vitesse pour passer la barrière d'énergie gravitationnelle la séparant du créneau suivant.

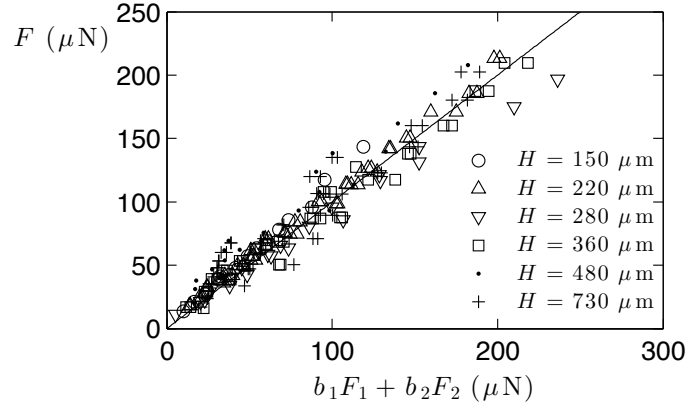


FIGURE 4.7 – Force de friction mesurée en fonction de  $b_1F_1 + b_2F_2$  avec  $b_1 = 1,4$  et  $b_2 = 2,9$ . La droite a une pente 1.

### Discussion sur le piégeage des gouttes

Nous nous intéressons au mouvement d'une goutte lancée avec une vitesse initiale  $V_0$  sur une surface crénelée horizontale. En notant  $x$  la distance parcourue, on équilibre l'inertie de la goutte  $MdV/dt$  par la force de friction :

$$\rho_l R^2 a V \frac{dV}{dx} \sim -\rho_l R^2 V^2 \frac{H}{\lambda} - \rho_l g R^2 \frac{H^2}{\lambda} \quad (4.4)$$

La friction est dominée par le terme inertiel ( $F_1 \gg F_2$ ) à grande vitesse, c'est-à-dire pour  $V > V^*$  avec

$$V^* \sim \sqrt{gH} \quad (4.5)$$

Pour des créneaux submillimétriques,  $V^*$  est de l'ordre de quelques centimètres par seconde. Dans ce régime des grandes vitesses, la solution de l'équation 4.4 devient simplement :

$$V = V_0 \exp(-x/L) \quad (4.6)$$

où  $L$  est la distance caractéristique de freinage de la goutte :

$$L \sim a \frac{\lambda}{H} \quad (4.7)$$

Cette distance, principalement fixée par le rapport d'aspect des créneaux, est indépendante de la vitesse initiale de la goutte. Elle vaut typiquement  $10a$ , soit environ 1,5 cm



pour l'éthanol. Cette valeur est en bon accord avec la figure 4.1b où l'on voit que la vitesse de la goutte décroît exponentiellement dans un premier temps avec une longueur caractéristique  $L = 2,8 \pm 0,2$  cm. Pour une goutte sur un substrat lisse (figure 4.1b, symboles blancs), l'équilibre inertie/friction s'écrit  $MV^2/L \sim \rho_a V^2 R^2$ . On obtient une distance caractéristique de décélération  $L \sim a \rho_l / \rho_a$ , de l'ordre de 1 m. Les créneaux sont donc un véritable piège à goutte, ils augmentent la friction d'un facteur  $\rho_l / \rho_a \times H / \lambda$ , de l'ordre de 100.

Au fur et à mesure que la goutte ralentit ( $V \rightarrow V^*$ ), le terme gravitationnel (équation 4.2) devient de plus en plus important. La solution générale de l'équation 4.4 est :

$$V^2 = (V_0^2 + V^{*2}) \exp(-2x/L) - V^{*2} \quad (4.8)$$

L'équation 4.8 est tracée en trait plein sur la figure 4.1b avec les paramètres  $L = 2,8$  cm et  $V^* = 2,5$  cm/s. Elle prédit également la distance d'arrêt de la goutte ( $V = 0$ ). Pour de grandes vitesses initiales ( $V_0 \gg V^*$ ), on obtient :

$$x^* \approx L \ln \left( \frac{V_0}{V^*} \right) \quad (4.9)$$

La goutte s'arrête au bout de quelques distances  $L$ . Figure 4.1b, on observe  $x^* = 6$  cm, soit environ  $2L$ .  $x^*$  dépend principalement de  $L$ , c'est-à-dire du rapport d'aspect des textures, et n'est qu'une fonction logarithmique de la vitesse initiale  $V_0$ . Comme nous le verrons en annexe de ce manuscrit, cette loi est analogue à la portée du dégagement d'un gardien du but au football : cette dernière est principalement gouvernée par des paramètres intrinsèque au système (rayon de la balle, rapport de densité...) et varie logarithmiquement avec la vitesse initiale.

La goutte est piégée lorsque sa vitesse ne lui permet plus de passer au créneau suivant. La transition à l'état piégé est très rapide (figure 4.1b). Si on développe l'équation 4.8 autour de  $x^*$ , on voit que la vitesse tombe brutalement à zéro :  $V \approx V^* \sqrt{2(x^* - x)/L}$ . Cependant, d'autres facteurs peuvent influencer le piégeage de la goutte. Les défauts de la surface, souvent dus à l'usinage, peuvent créer un accrochage local ou, à l'inverse, un point d'ébullition conférant à la goutte un surplus d'énergie. De plus, les oscillations de la goutte lui permettent parfois de passer quelques créneaux supplémentaires. La distance d'arrêt restera toujours de l'ordre de  $L$ , mais avec une incertitude de l'ordre de quelques  $\lambda$ .

#### 4.1.4 Des créneaux superhydrophobes

Les gouttes en caléfaction ne sont pas les seuls objets ultramobiles que l'on peut piéger avec des créneaux. Sur un substrat superhydrophobe, une goutte d'eau dévale la moindre pente. Afin de voir ce que devient notre modèle de dissipation sur ce type de substrat, nous réitérons l'expérience présentée précédemment. Nous mesurons la vitesse terminale d'une goutte d'eau sur des créneaux superhydrophobes (et à température ambiante), inclinés avec un angle compris entre 1 et 12°. Les textures sont ici usinées dans des plaques en cuivre et traitées avec les solutions de nitrate d'argent et de HDFT (cf. chapitre 1). Nous faisons varier le volume de la goutte de 50 à 200  $\mu\text{L}$  et trois épaisseurs de créneaux sont utilisées : 170, 360 et 480  $\mu\text{m}$ . Ce travail a été effectué par Armelle Gas lors de son stage.

La figure 4.8 montre la force de friction  $F$  en fonction de  $F_1 \sim \rho_l R^2 V^2 H / \lambda$  (équation 4.1) correspondant à la dissipation inertielle. L'accord avec le modèle est plutôt bon, même

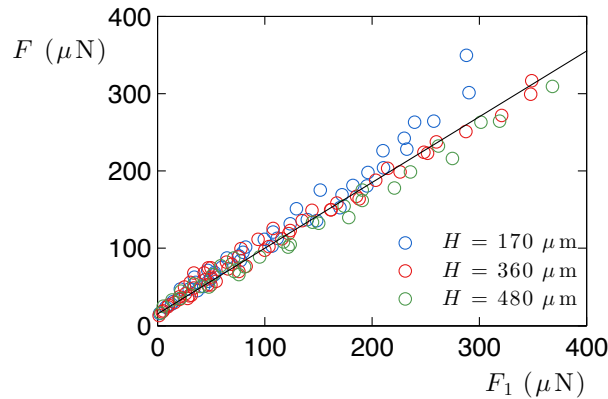


FIGURE 4.8 – Force de friction  $F$  d’une goutte d’eau sur des créneaux superhydrophobes en fonction de la force modèle  $F_1$ . La droite a pour équation  $F = 0,85F_1 + F_0$ , avec  $F_0 = 15 \mu\text{N}$ .

avec les créneaux les plus profonds pour lesquels il n’est pas utile de prendre en compte le second mécanisme de dissipation. Nous l’expliquons par la différence de liquide utilisé entre les expériences en caléfaction et en superhydrophobie. La longueur capillaire de l’eau à température d’ébullition est 2,5 mm, contre 1,6 mm pour l’éthanol. Pour un rayon et une vitesse donnés, une goutte d’eau est plus volumineuse et possède une énergie cinétique plus grande qu’une goutte d’éthanol. La perte d’énergie potentielle par le bourrelet dans le creux du créneaux est ainsi plus longtemps négligeable dans le cas d’une goutte d’eau.

On remarque un décalage des données par rapport à l’origine : à force  $F_1$  nulle, c’est-à-dire à vitesse nulle, la force de friction  $F$  n’est pas à zéro. Cet écart est de l’ordre de  $F_0 = 15 \mu\text{N}$ . Nous l’interprétons par l’accrochage de la goutte sur les angles des créneaux : les textures présentent des angles droits sur lesquels le traitement superhydrophobe n’est pas très efficace. La goutte est alors accrochée par de fines zones non superhydrophobes. Les valeurs expérimentales sont donc ajustées avec une droite affine  $F = 0,85 F_1 + F_0$ . Le coefficient numérique calculé ici (0,85) est légèrement inférieur à celui obtenu avec les gouttes en caléfaction ( $b_1 = 1,4$ ). La friction par un substrat crénelé semble donc moins importante pour une goutte d’eau en superhydrophobie que pour une goutte d’éthanol en caléfaction. Une raison possible de cet écart est une nouvelle fois la longueur capillaire. Une goutte d’eau se déformant moins facilement, la quantité de liquide qui rentre dans un créneau et qui dissipe son énergie cinétique peut ainsi être plus faible dans le cas de l’eau.

#### 4.1.5 Le retour du toit d’usine

L’une des motivations de ce travail était d’étudier la friction ressentie par une goutte en caléfaction propulsée par un substrat texturé en toit d’usine [75] (chapitre 2). La figure 4.9a montre une photographie de ce dispositif, la goutte est propulsée dans la direction 1. La force motrice est proportionnelle à  $R^{1,5}$  [67]. Lorsqu’elle est équilibrée par la force de friction inertielle modélisée dans ce chapitre ( $F_1 \propto R^2 V^2$ ), la goutte atteint une vitesse terminale  $V \propto R^{-0,25}$ . Cette tendance est compatible avec les mesures réalisées (cf. chapitre 2) dans lesquelles la vitesse terminale est peu dépendante du rayon de la goutte.

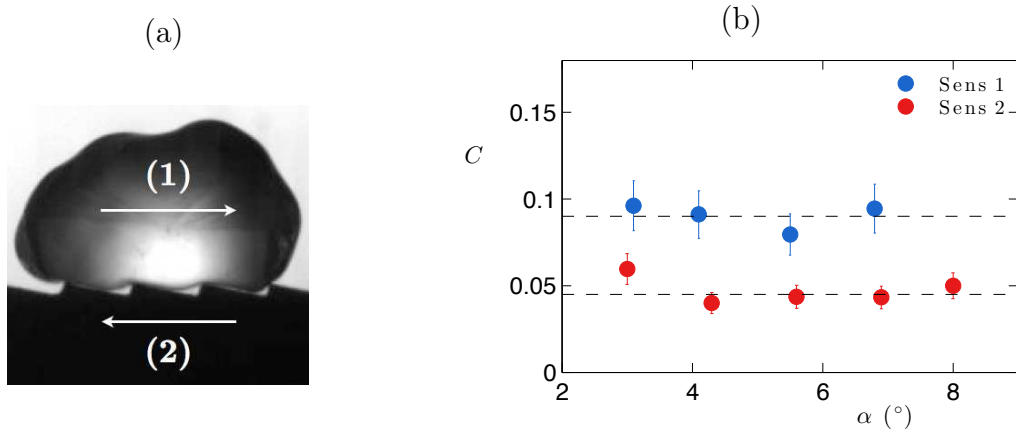


FIGURE 4.9 – (a) Goutte en caléfaction sur un substrat texturé en toit d’usine. La direction 1 indique le sens d’autopropulsion. (b) Coefficient de friction  $C = Mg \sin \alpha / \rho_l R^2 V^2$  en fonction de l’angle d’inclinaison  $\alpha$  du substrat pour les deux sens de dévalement : 1 moteur, 2 antimoteur.

Nous pouvons également nous demander si ce substrat asymétrique génère une friction différente dans le sens moteur 1 et dans le sens inverse 2. Afin de quantifier la dissipation dans chacun des sens, on réalise l’expérience décrite précédemment (figure 4.3a), en remplaçant le substrat crénelé par le substrat en dent de scie. On l’incline suffisamment afin que la force de propulsion soit négligeable et que la seule force motrice soit le poids  $P = Mg \sin \alpha$ . La vitesse terminale  $V$  de la goutte d’éthanol en caléfaction dévalant le substrat est mesurée au bout du dispositif. On réalise l’expérience dans les deux directions et à différents angles. On définit alors un coefficient de friction  $C = P / \rho_l R^2 V^2$ . La figure 4.9b présente ce coefficient pour les sens moteur et antimoteur en fonction de l’angle d’inclinaison du substrat. Dans le premier sens, on obtient un coefficient  $C_1 = 0,09 \pm 0,01$ , deux fois plus grand que dans le second,  $C_2 = 0,045 \pm 0,01$ . Le toit d’usine présente bien une friction différente selon le sens de parcours de la goutte. Lorsque la goutte rencontre les pentes les plus raides, la dissipation est plus forte d’un facteur 2. Il est intéressant de noter que la goutte est propulsée dans la direction la plus dissipative, ce qui pose la question de la forme optimale à donner aux textures afin d’obtenir la propulsion la plus rapide.

## Conclusion

Des structures submillimétriques augmentent fortement la friction d’une goutte non mouillante, comme c’est le cas pour une bille solide [96]. Cette importante dissipation d’énergie est due au choc du liquide sur les textures. Les gouttes, d’ordinaire très mobiles, sont piégées sur une distance caractéristique dépendant principalement des dimensions de ces textures.

Par l’intermédiaire du substrat texturé en toit d’usine, nous avons montré que la friction peut également être anisotrope. Ce substrat possède aussi la propriété de propulser les gouttes, mais on pourrait imaginer une surface non propulsante et présentant une dissipation asymétrique, comme par exemple celle schématisée figure 4.10. La propulsion peut également permettre de créer un piège à goutte, comme l’ont montré Cousins et

collaborateurs. [32].

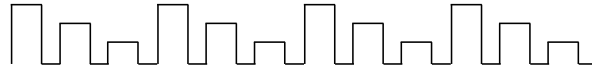


FIGURE 4.10 – Textures anisotropes non propulsantes.

Enfin, on trouve de nombreuses surfaces superhydrophobes anisotropes, naturelles comme les ailes de papillons [130] ou de synthèse [77, 7]. Il serait intéressant de voir comme s'appliquent les modèles de friction développés ici.

## 4.2 Sur une surface lisse

Nous abandonnons maintenant les textures pour nous intéresser à la friction de gouttes et de solides en caléfaction sur un substrat lisse. Bien que très faible, cette friction peut avoir de multiples origines : l'air environnant, le film de vapeur ou, pour les gouttes, au sein du liquide. Dans cette seconde partie du chapitre, nous cherchons les mécanismes de dissipation qui prédominent lors du mouvement d'un objet en caléfaction.

### 4.2.1 Les mécanismes de dissipation

Avant de passer en revue les différents scénarios de friction, nous nous intéressons au cas simple d'une sphère solide en mouvement à vitesse constante dans un fluide.

#### Dissipation autour d'une sphère solide

Imaginons une sphère solide, de rayon  $R$  et de vitesse  $V$ , qui avance dans un fluide de viscosité  $\eta_f$  et de masse volumique  $\rho_f$ . La force de friction  $F$  qui agit sur elle peut être visqueuse (cisaillement du fluide) ou inertielle (déplacement du fluide). Le régime dans lequel se trouve la sphère est défini par le nombre de Reynolds, qui compare inertie et viscosité :

$$Re = \frac{\rho_f 2RV}{\eta_f} \quad (4.10)$$

On quantifie la dissipation par le coefficient de traînée  $C_D = 2F/\rho_f S V^2$ , où  $S = \pi R^2$  est la projection de la surface de l'objet sur le plan perpendiculaire à l'écoulement. La figure 4.11 présente  $C_D$  en fonction du nombre de Reynolds. On distingue principalement trois domaines.

(1) A bas nombre de Reynolds,  $Re \lesssim 1$ , les effets visqueux dominent l'inertie. La zone de fluide déformée par le passage de la sphère est de l'ordre de  $R$ , la contrainte visqueuse résultante  $\eta_f V/R$  s'applique sur la surface  $R^2$ . La force de friction devient  $F_1 \sim \eta_f R V$ . D'après la définition du coefficient de traînée, on obtient  $C_D \sim Re^{-1}$ , comme le montre la droite pointillée de gauche sur la figure 4.11.

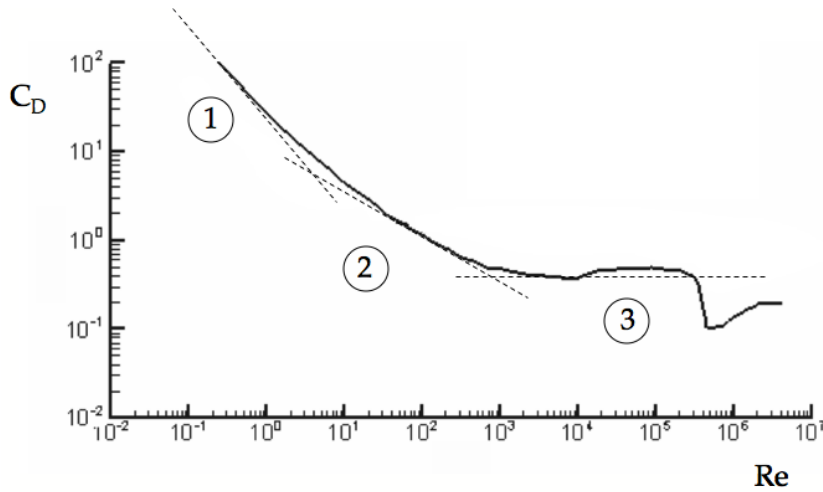


FIGURE 4.11 – Coefficient de traînée  $C_D = 2F/\rho_f\pi R^2V^2$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re = \rho_f 2RV/\eta_f$ . Les droites pointillées dans les domaines 1, 2 et 3 ont respectivement une pente  $-1$ ,  $-0,5$  et  $0$ . Graphique tiré de [63].

(2) Pour des nombres de Reynolds modérés,  $Re \sim 100$ , le cisaillement visqueux s'effectue sur une petite couche de fluide au voisinage de la sphère : la couche limite. Son épaisseur  $\delta_f \sim \sqrt{\eta_f R/\rho_f V}$  [55] crée une force de friction  $F_2 \sim \eta_f(V/\delta_f)R^2 \sim (\rho_f\eta_f)^{1/2}(RV)^{3/2}$ . On obtient un coefficient de traînée décroissant moins fortement avec le nombre de Reynolds :  $C_D \sim Re^{-1/2}$  (figure 4.11).

(3) A grand nombre de Reynolds,  $Re \gtrsim 1000$ , la friction, totalement inertielle, est due au déplacement du fluide autour de la sphère. Pour modéliser la force, on considère un déplacement de la sphère sur une distance  $R$ . Il s'effectue durant un temps  $\tau \sim R/V$  et met en mouvement à la vitesse  $V$  la masse  $M \sim \rho_f R^3$  de fluide se trouvant devant la sphère. La force nécessaire à ce mouvement est  $F_3 \sim MV/\tau \sim \rho_f R^2 V^2$ . Le coefficient  $C_D$  est constant, de l'ordre de 0,4 d'après la figure 4.11.

Il existe d'autres régimes pour les très grands nombres de Reynolds,  $Re > 3 \cdot 10^5$ , nous ne les détaillerons pas ici.

### Caléfaction : l'air environnant

Revenons à la caléfaction sur une surface lisse. Le nombre de Reynolds de l'écoulement d'air autour du mobile s'écrit  $Re_a = \rho_a LV/\eta_a$ , où  $L$  est une longueur caractéristique. La goutte, ou le palet, possède deux longueurs caractéristiques : son rayon  $R$  et son épaisseur  $H$ . Néanmoins, ces deux quantités vérifient toujours ici  $R \gtrsim H$ , nous garderons donc le rayon  $R$  comme longueur caractéristique. Pour des objets millimétriques et des vitesses d'environ 1 m/s,  $Re_a = \rho_a RV/\eta_a$  est de l'ordre de 100 à 1000 ( $\rho_a = 1,2 \text{ kg/m}^3$  et  $\eta_a \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ). On regarde comment peuvent s'appliquer sur la goutte ou le palet en caléfaction, les différents types de friction examinés ci-dessus.

Pour des nombres de Reynolds modérés, la friction est due au développement d'une couche limite visqueuse autour de l'objet (figure 4.12a). La dissipation s'effectue donc sur une surface  $S \sim R^2 + RH$ , à travers le cisaillement d'une couche de fluide d'épaisseur  $\delta_a \sim \sqrt{\eta_a R/\rho_a V} \sim 100 \text{ }\mu\text{m}$ . La force résultante est similaire à la force  $F_2$  ci-dessus :

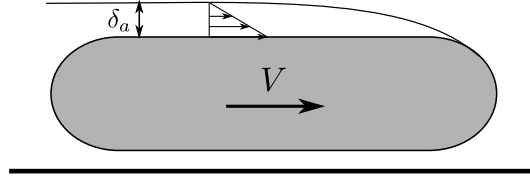


FIGURE 4.12 – Dissipation dans la couche limite dans l’air au-dessus de la goutte ou du solide.

$F \sim \eta_a(V/\delta_a)S$ . Dans le cas de grosses gouttes (voir chapitre 1) ou de palets peu épais, on peut négliger la surface latérale  $RH$ , petite devant la surface supérieure  $R^2$ . On obtient alors une force de l’ordre de  $1 \mu\text{N}$  :

$$F \sim (\rho_a \eta_a)^{1/2} (RV)^{3/2} \quad (4.11)$$

Lorsque le nombre de Reynolds est plus élevé ( $Re_a \sim 1000$ ), la dissipation inertielle devient prépondérante. La force de friction est de la forme  $\rho_a SV^2$  où  $S \sim RH$  est la surface perpendiculaire à la trajectoire. On obtient une force de l’ordre de  $10 \mu\text{N}$  :

$$F \sim \rho_a RHV^2 \quad (4.12)$$

Ces modèles très simples dépendent également de la forme de l’objet. Le développement d’une couche limite (traînée de peau) sera probablement plus aisé sur une goutte dont la forme est plus profilée, moins angulaire, qu’un palet. Ce dernier en revanche favorisera la dissipation inertielle (traînée de forme).

### Caléfaction : le film de vapeur

Au niveau du film de vapeur, le premier mécanisme que l’on imagine est le cisaillement de la couche de gaz (figure 4.13a). Comme nous l’avons vu avec les équations de lubrification (chapitre 3), le nombre de Reynolds s’écrit  $Re_g = \rho_g h^2 V / R \eta_g$ , où  $h \approx 100 \mu\text{m}$  est l’épaisseur du film de vapeur,  $\rho_g \approx 1 \text{ kg/m}^3$  la masse volumique du gaz et  $\eta_g \approx 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$  sa viscosité. Dans nos expériences,  $Re_g$  vaut typiquement entre 0,1 et 1. La dissipation s’effectue sur toute l’épaisseur  $h$  du film de vapeur qui s’écrit  $h \sim \sqrt{Rb}$ , où  $b \sim 1 \mu\text{m}$  est une longueur caractéristique du système (cf. chapitre 1). La force de friction, de l’ordre de  $10 \mu\text{N}$ , devient :

$$F \sim \eta_g (V/h) R^2 \sim \eta_g b^{-1/2} V R^{3/2} \quad (4.13)$$

Dans le cas d’une goutte en caléfaction, ce mécanisme n’est valide que si tout le liquide avance en bloc à la vitesse  $V$ . Cela nous amène à discuter le second scénario, l’inverse du premier, où la dissipation provient d’un cisaillement dans le liquide. La vitesse du film de vapeur est nulle et l’épaisseur de fluide cisailée est une couche limite dans la goutte (figure 4.13b). Son épaisseur est  $\delta_l \sim \sqrt{\eta_l R / \rho_l V}$ , où  $\rho_l \approx 10^3 \text{ kg/m}^3$  est la masse volumique du liquide et  $\eta_l \approx 10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}$  sa viscosité (ces valeurs sont prises pour l’eau à température sa d’ébullition). La force résultante, de l’ordre de  $10 \mu\text{N}$ , s’écrit :

$$F \sim \sqrt{\rho_l \eta_l} R^{3/2} V^{3/2} \quad (4.14)$$

Le développement de cette dissipation n'est possible que si elle est moins défavorable que le cisaillement du film de vapeur. Il est donc peu probable d'observer cette couche limite liquide à l'interface avec l'air ambiant où la dissipation est plus faible (équation 4.11).

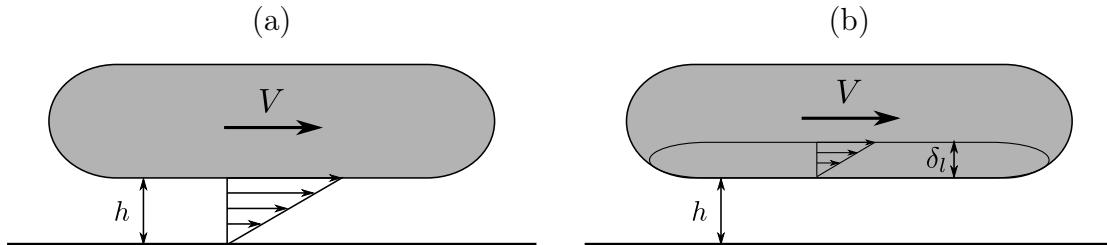


FIGURE 4.13 – (a) Dissipation par cisaillement du film de vapeur. (b) Dissipation par cisaillement d'une couche limite dans la goutte.

## 4.2.2 Caléfaction solide

Afin de mesurer quantitativement la friction subie par un palet solide en caléfaction, nous reprenons l'expérience de plan incliné décrite dans la première partie du chapitre (figure 4.14). La dissipation étant très faible, le palet atteint sa vitesse terminale  $V$  sur une distance de l'ordre du mètre. Le substrat, lisse, mesure maintenant 2,4 m de long et 8 cm de large. Dessous, douze tapis chauffants de 8 cm par 20 cm sont collés bout à bout. Le substrat est chauffé à une température de  $165 \pm 10^\circ\text{C}$ . Ce dispositif expérimental a été réalisé par Timothée Mouterde pendant son stage de Master 2.

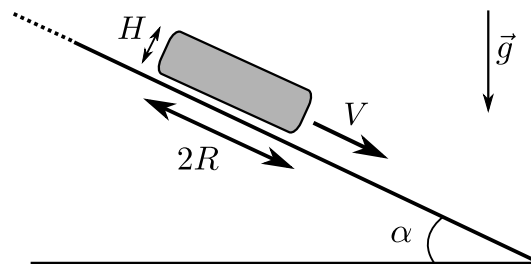


FIGURE 4.14 – Schéma de l'expérience : le palet (ou la goutte) dévale un plan incliné, et on mesure au bout sa vitesse  $V$  et son rayon  $R$ .

Les palets sont découpés dans des cylindres de carboglace, selon la méthode décrite au chapitre 3. Leur rayon  $R$  varie entre 5,5 et 9 mm et leur hauteur  $H$  entre 1,4 et 14 mm. L'angle d'inclinaison est réglé entre  $0,2$  et  $10^\circ$ . On mesure ainsi des vitesses terminales  $V$  entre 0,3 et 2,7 m/s. A cette vitesse, la force de friction  $F$  équilibre la force motrice  $\rho_s \Omega g \sin \alpha$ , où  $\rho_s = 1560 \text{ kg/m}^3$  est la masse volumique de la carboglace et  $\Omega = \pi R^2 H$ , le volume de palet. La figure 4.15a montre la force de friction  $F$  mesurée en fonction de la hauteur  $H$  du palet pour un rayon  $R = 7,3 \pm 0,4 \text{ mm}$  et une vitesse  $V = 0,35 \pm 0,2 \text{ m/s}$ . Les données présente une tendance  $F \propto H$ . La figure 4.15b montre la force  $F$  en fonction de

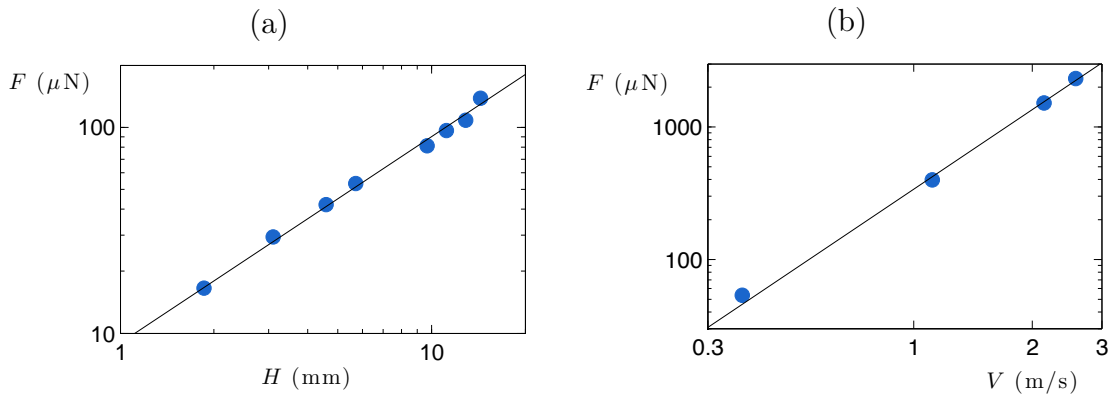


FIGURE 4.15 – (a) Force de friction  $F$  mesurée en fonction de la hauteur  $H$  du palet pour un rayon  $R = 7,3$  mm et une vitesse  $V = 0,35$  m/s. La droite représente  $F \propto H$ . (b) Force de friction  $F$  mesurée en fonction de la vitesse  $V$  du solide pour un rayon  $R = 7,4$  mm et une hauteur  $H = 5,6$  mm. La droite représente  $F \propto V^2$ .

la vitesse  $V$  du solide pour un rayon  $R = 7,4 \pm 0,4$  mm et une hauteur  $H = 5,6 \pm 0,2$  mm.  $F$  est proportionnelle à  $V^2$ .

Les mesures expérimentales semblent donc indiquer que  $F$  varie comme  $HV^2$ . De plus, le nombre de Reynolds caractéristique de l'écoulement d'air est de l'ordre de 1000. La friction est principalement due à la dissipation inertielle dans l'air environnant :  $F \sim \rho_a R H V^2$  (équation 4.12). La figure 4.16 montre la force de friction  $F$  en fonction de  $\rho_a R H V^2$  pour l'ensemble de nos mesures. Les barres d'erreur symbolisent l'imprécision dans la mesure de l'angle d'inclinaison  $\alpha$ , importante aux petits angles. La droite indique une pente 1, l'accord est plutôt bon avec le modèle proposé. On retrouve également la dissipation quadratique avec la vitesse que l'on avait entrevue lors du chapitre précédent avec le système de deux palets couplés en rotation (paragraphe 3.3.2). Le coefficient de traînée associé au palet de carboglace s'écrit  $C_D = 2F/\rho_a S V^2$ , où  $S = 2RH$ . Il correspond donc au coefficient directeur de la droite sur la figure 4.16, on obtient  $C_D = 6,5$ . Cette valeur est un peu élevée par rapport aux coefficients de traînée classiques dans ce régime ( $C_D = 0,44$  pour la sphère). Deux raisons peuvent expliquer cette dissipation importante. Tout d'abord, la présence de la paroi modifie l'espace disponible pour l'écoulement d'air. Des mesures sur des cylindres en mouvement parallèle à une paroi ont montré des valeurs de  $C_D$  de quelques unités et peu dépendantes du nombre de Reynolds pour  $Re_a \gtrsim 100$  [116, 100]. Ensuite, les arêtes angulaires du palet augmentent également la friction inertielle [84, 115].

### 4.2.3 Caléfaction liquide

Nous nous intéressons maintenant au cas des gouttes en caléfaction. Les expériences sont réalisées sur un plan incliné de 3 m de long et 4 cm de large (figure 4.14). Afin de ne pas avoir à chauffer le substrat, nous utilisons de l'azote liquide. En caléfaction à température ambiante, sa longueur capillaire est  $a = 1,1$  mm. Nous nous limitons à des gouttes de rayon  $R$  entre 1 et 4 mm, c'est à dire le domaine des "grosses gouttes", avant l'apparition de l'instabilité de cheminée (cf. chapitre 1). L'angle d'inclinaison  $\alpha$  varie entre  $0,5^\circ$  et  $13^\circ$ . La vitesse terminale  $V$  des gouttes, mesurée au bout du plan incliné, varie



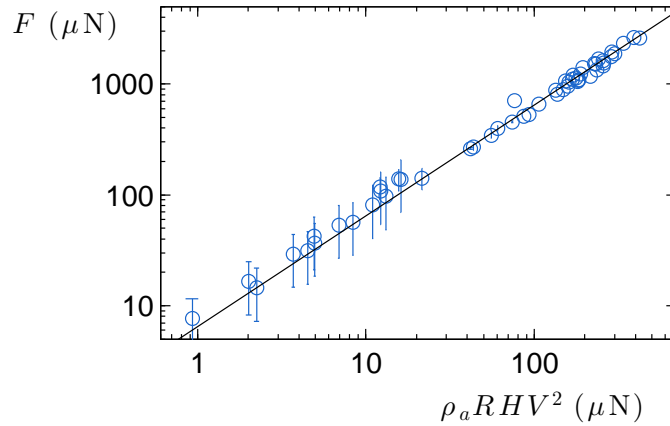


FIGURE 4.16 – Force de friction  $F$  en fonction de la quantité  $\rho_a R H V^2$ . La droite montre une pente 1 avec un coefficient numérique de 6,5.

en fonction de l'angle d'inclinaison et du rayon  $R$  entre 0,3 et 3 m/s. Dans ce régime, la force de friction  $F$  équilibre la force de gravité  $\rho_L \Omega g \sin \alpha$  ( $\rho_L = 800 \text{ kg/m}^3$  est la masse volumique de l'azote). Le volume  $\Omega$  de la goutte est calculé à partir de l'équation différentielle de la forme des gouttes en caléfaction (cf. chapitre 1, paragraphe 1.2.1) : on mesure le rayon de la goutte et on en déduit le volume correspondant (cf. figure 1.11a). Cette méthode est plus précise que la loi d'échelle  $\Omega \sim aR^2$ , notamment pour les gouttes de rayon proche de la longueur capillaire.

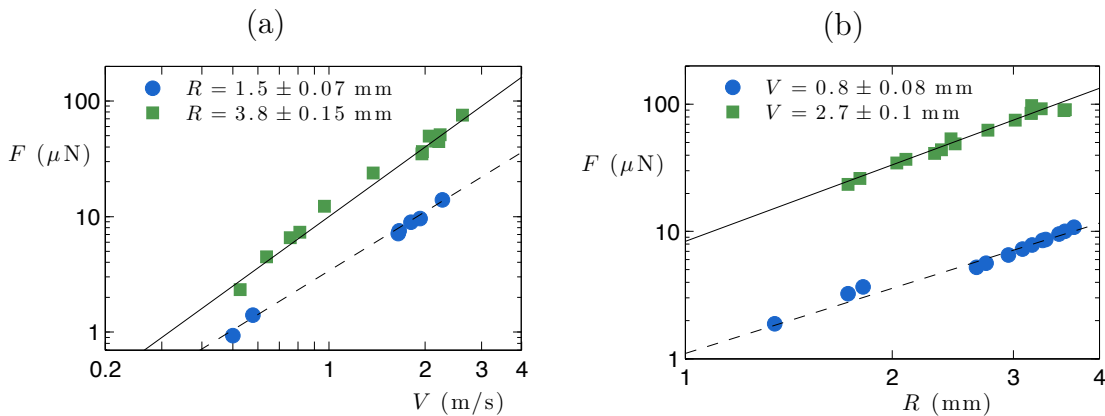


FIGURE 4.17 – (a) Force de friction  $F$  en fonction de la vitesse terminale  $V$  de la goutte pour deux rayons  $R$  différents. La droite pointillée représente  $F \propto V^{1.5}$  et celle en trait plein  $F \propto V^2$ . (b) Force de friction  $F$  en fonction du rayon  $R$  pour deux vitesses terminales  $V$  différentes. La droite pointillée représente  $F \propto R^{1.7}$  et celle en trait plein  $F \propto R^2$ .

La figure 4.17a présente la force de friction en fonction de la vitesse de la goutte pour deux rayons différents,  $R = 1,5 \pm 0,07 \text{ mm}$  et  $R = 3,8 \pm 0,15 \text{ mm}$ . Comme attendu, la friction est croissante avec la vitesse. Cependant, la tendance semble différente pour les deux séries de données. Pour le plus petit rayon, on trouve  $F \propto V^{1.5}$ , tandis que la croissance est plus importante avec le second rayon :  $F \propto V^2$ . La figure 4.17b inverse les rôles et montre le force de friction en fonction du rayon de la goutte, pour deux vitesses

différentes. De la même manière, la force est croissante avec le rayon mais cette croissance semble d'autant plus forte que la vitesse est grande :  $F \propto R^{1,7}$  pour  $V = 0,8 \pm 0,08$  m/s et  $F \propto R^2$  pour  $V = 2,7 \pm 0,1$  m/s.

Aucune tendance claire vis-a-vis des modèles exposés précédemment ne se dégage. On trace figure 4.18a la force de friction en fonction de la variable  $RV$ . Les mesures réalisées avec les gouttes d'azote sont représentées par des cercles bleus. Elles se rassemblent toutes sur une même courbe où deux régimes se distinguent. Pour les faibles valeurs de  $RV$ , on observe  $F \propto (RV)^{1,5}$  (droite en trait plein), et pour les fortes valeurs  $F \propto (RV)^2$  (droite pointillée). Le premier régime tend vers une dissipation dans une couche limite (dans l'air ou dans le liquide). Le second en revanche ne correspond à aucun des modèles proposés.

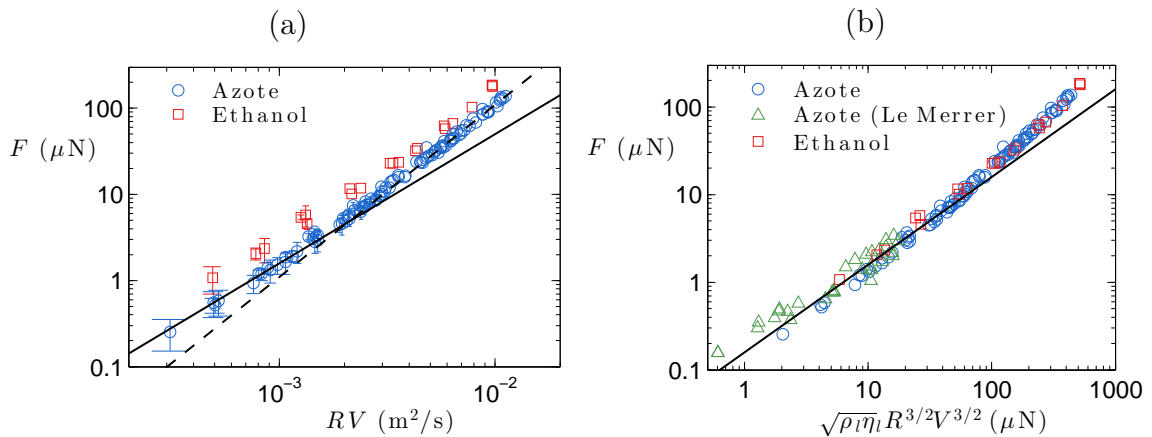


FIGURE 4.18 – (a) Force de friction en fonction de la variable  $RV$ . La droite en trait plein représente  $F \propto (RV)^{1,5}$  et la droite pointillée,  $F \propto (RV)^2$ . (b) Force de friction en fonction de  $\sqrt{\rho_l \eta_l} R^{3/2} V^{3/2}$ . Les triangles verts représentent des mesures réalisées par Marie Le Merrer durant sa thèse [70]. La droite montre une pente 1 avec un coefficient numérique de 0,16.

Afin de vérifier ces comportements, nous avons réitéré cette expérience avec des gouttes d'éthanol en caléfaction. Nous avons utilisé pour cela le plan incliné chauffant qui a servi aux mesures en caléfaction solide (voir le paragraphe précédent). Sa température est de  $190 \pm 10^\circ\text{C}$ . Les paramètres du système (le rayon  $R$  des gouttes et l'angle  $\alpha$  d'inclinaison) sont similaires à ceux des expériences avec l'azote. Les résultats obtenus sont représentés par des carrés rouges sur la figure 4.18a. Comme dans le cas de l'azote, ils se regroupent sur une même courbe présentant également les tendances  $F \propto (RV)^{1,5}$  puis  $F \propto (RV)^2$ . En revanche, la force de friction mesurée dans le cas de l'azote est légèrement supérieure à celle obtenue avec l'éthanol.

Cette différenciation entre les liquides plaide pour une dissipation au sein de la goutte. On représente sur la figure 4.18b la force de friction mesurées en fonction de la force de dissipation dans une couche limite liquide  $F \sim \sqrt{\rho_l \eta_l} R^{3/2} V^{3/2}$  (équation 4.14). Pour l'azote à température d'ébullition, nous avons  $\rho_l = 810$  kg/m<sup>-3</sup> et  $\eta_l = 1,7 \cdot 10^{-4}$  Pa.s, et pour l'éthanol,  $\rho_l = 730$  kg/m<sup>-3</sup> et  $\eta_l = 4,0 \cdot 10^{-4}$  Pa.s. L'ensemble des mesures se regroupe sur une même courbe. Pour les faibles forces (vitesses et rayons modérés), l'ajustement par une droite linéaire de coefficient directeur 0,16 est plutôt bon. Nous avons ajouté sur la figure les mesures effectuées par Marie Le Merrer pendant sa thèse [70]. Elle a calculé la force de friction d'une goutte d'azote liquide lancée sur un marbre horizontal

en mesurant sa décélération sur 20 cm. Ces données, correspondant à des vitesses plutôt faibles (quelques dizaines de centimètres par seconde), sont également en bon accord avec le modèle. Pour les forces les plus grandes, les mesures s'écartent du modèle. Nous interprétons cet écart par l'importance prise dans ce régime par la dissipation inertielle dans l'air. Cependant, le modèle prédirait plutôt une force de type  $F \propto RV^2$ . Plusieurs facteurs peuvent expliquer la forte dépendance de la friction avec le rayon de la goutte :  $F \propto R^2$  : la forme profilée de la goutte, la présence de la paroi ou encore la déformation transversale de la goutte à grande vitesse et grand rayon [105].

#### 4.2.4 Bicaléfaction liquide

Afin de tester le modèle de dissipation dans la goutte, nous modifions légèrement le dispositif expérimental. La goutte d'azote est confinée entre deux plans inclinés, distants d'une épaisseur  $H$  (figure 4.19). Nous remplaçons ainsi la surface libre au-dessus de la goutte par un second film de vapeur, le dispositif est parfaitement symétrique dans le plan équatorial. L'angle d'inclinaison  $\alpha$  varie entre 2 et 11,5°. Comme précédemment, nous mesurons la vitesse de la goutte au bout du dispositif, lorsque la force de friction égale la gravité. Les expériences sont réalisées pour deux épaisseurs  $H$  : 1 mm et 1,4 mm. Ces valeurs sont inférieures à l'épaisseur de la goutte ( $2a = 2,2$  mm). Celle-ci étant aplatie entre les deux plans, son volume devient  $\Omega \approx \pi R^2 H$ .

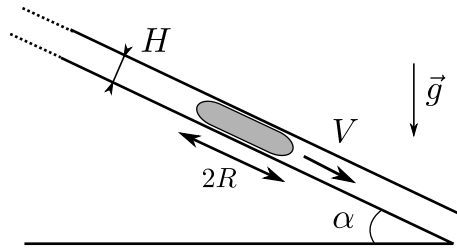


FIGURE 4.19 – Schéma de l'expérience : une goutte d'azote est confinée entre deux plans inclinés parallèles et distants de  $H$ . On mesure sa vitesse terminale  $V$  et son rayon  $R$ .

La figure 4.20a présente la force de friction subie par la goutte en fonction de la vitesse  $V$  pour deux rayons différents :  $R = 1,0 \pm 0,05$  mm et  $R = 3,0 \pm 0,15$  mm. La distance entre les deux plans est  $H = 1,4$  mm. Pour les deux jeux de données, la tendance est similaire,  $F \propto V^{1,5}$ . La figure 4.20b montre la force  $F$  en fonction du rayon  $R$  pour une vitesse  $V = 1,5 \pm 0,1$  mm et une épaisseur  $H = 1,4$  mm. Les points s'alignent sur une droite  $F \propto R^{1,5}$ . Ces faits semblent en bon accord avec le modèle de couche limite développé dans le paragraphe précédent pour lequel  $F \propto (RV)^{3/2}$ .

La figure 4.21a montre la force de friction  $F$  en fonction de la variable  $RV$  pour l'ensemble de nos mesures. Les données se rassemblent sur une même courbe :  $F \propto (RV)^{1,5}$ . En outre, on remarque que la friction ne dépend pas de l'épaisseur  $H$  de la goutte, comme attendu avec le modèle de dissipation dans la couche limite. Enfin, dans cette géométrie, on ne voit plus l'effet de l'air environnant ( $F \propto R^2 V^2$ ).

Nous souhaitons comparer ces mesures à celles réalisées avec un seul plan incliné. On note  $F_{1p}$  la force de friction dans le cas d'un plan et  $F_{2p}$  celle obtenue avec une goutte confinée. Dans ce dernier cas, la surface de film de vapeur est doublée. Notre modèle de

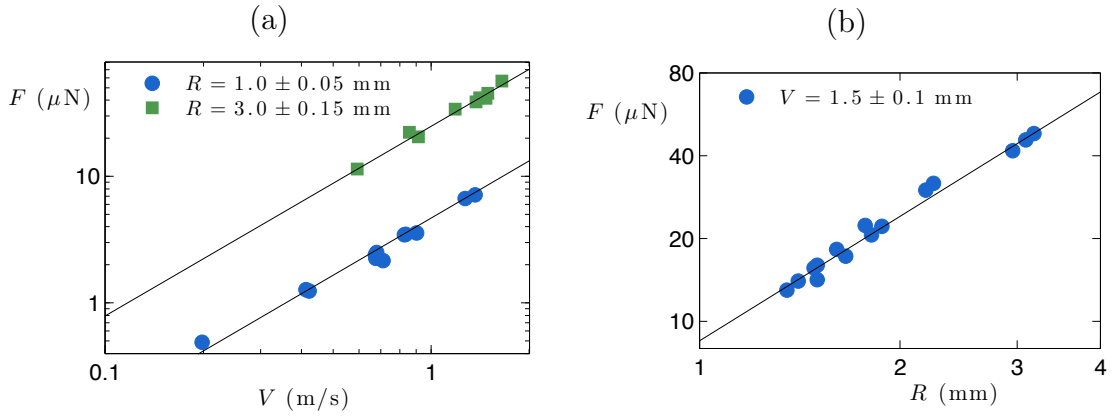


FIGURE 4.20 – (a) Force de friction  $F$  en fonction de la vitesse terminale  $V$  de la goutte pour deux rayons  $R$  différents. Les droites représentent  $F \propto V^{1.5}$ . (b) Force de friction  $F$  en fonction du rayon  $R$  pour une vitesse terminale  $V$  fixée. La droite représente  $F \propto R^{1.5}$ . Ces expériences sont réalisées pour une épaisseur  $H = 1,4$  mm.

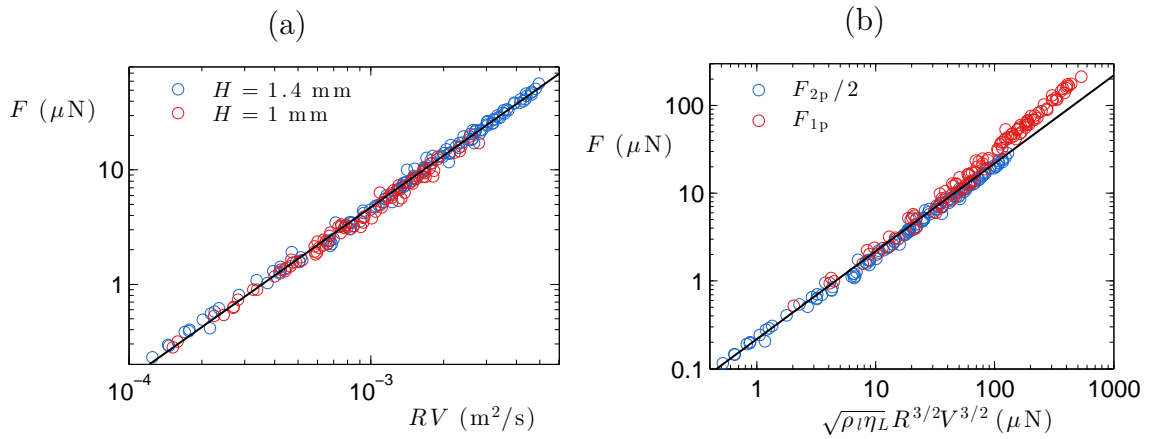


FIGURE 4.21 – (a) Force de friction  $F$  en fonction de  $RV$  pour l'ensemble de nos mesures. Deux épaisseurs  $H$  de confinement ont été utilisées : 1 et 1,4 mm. La droite montre une pente 1,5. (b) Force de friction  $F$  en fonction du modèle  $\sqrt{\rho_l \eta_l} R^{3/2} V^{3/2}$ . Les cercles rouges représentent la force  $F_{1p}$  mesurée dans l'expérience du plan incliné non confiné et les cercles bleus la demi-force  $F_{2p}/2$  mesurée dans le cas confiné. La droite montre une pente 1 avec un coefficient numérique de 0,22.

dissipation dans une couche limite liquide créée au voisinage du film de vapeur prédit une friction deux fois plus importante pour la goutte confinée. Sur le figure 4.21b, on montre les mesures de  $F_{1p}$  et  $F_{2p}/2$  en fonction de la force prédite par le modèle  $\sqrt{\rho_l \eta_l} R^{3/2} V^{3/2}$ . Dans le régime  $F_{1p} \sim (RV)^{3/2}$ , les deux séries de données s'ajustent sur une même droite de pente 1 et de coefficient numérique 0,22. La friction est bien doublée par la présence d'un second film de vapeur.

### Cas des gouttes très confinées

Les expériences de gouttes confinées ont été réalisées avec deux épaisseurs  $H$  différentes : 1 mm et 1,4 mm. Nous avons également tenté de faire ces mesures avec un

confinement de 0,5 mm. Cependant, seules de très petites gouttes parvenaient en bas du plan incliné (réduit ici à 1 m de long). Afin de comprendre la raison de ce phénomène, nous avons filmé l'expérience en vue de dessus en prenant un plan supérieur en plexiglas transparent.

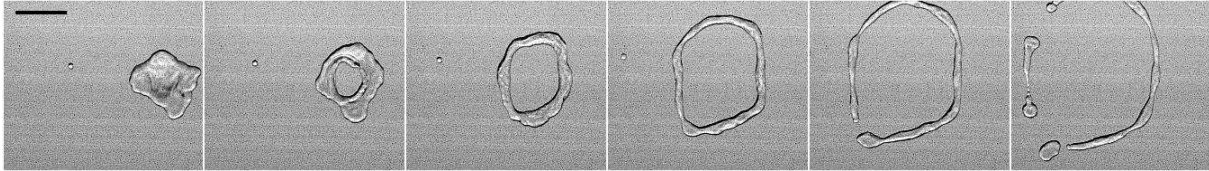


FIGURE 4.22 – Goutte d'azote entre deux plans séparés de 0,5 mm. L'échelle indique 1 cm et 20 ms séparent deux images.

La figure 4.22 montre la chronophotographie d'une goutte avançant entre les deux plans inclinés. 20 ms séparent deux images. Quelques centimètres après le départ de la goutte, on voit l'apparition d'un trou au milieu du liquide. La goutte se transforme en un anneau qui s'agrandit et se déstabilise en petites gouttes. Cette instabilité est très rapide, l'explosion de ce tore se faisant en environ 100 ms. Elle sera l'objet du chapitre suivant.

## Conclusion

La friction subie par un objet en caléfaction sur une surface lisse est due à différents mécanismes qui dépendent de la nature de l'objet, de sa taille et de sa vitesse. Pour un solide en forme de palet cylindrique, la friction est principalement inertielle dans l'air environnant (quadratique avec la vitesse). Une goutte dissipe, quant à elle, principalement dans une couche limite mise en mouvement au sein du liquide par le film de vapeur. Lorsque le nombre de Reynolds augmente, les effets inertiels cessent d'être négligeables. En revanche, dans ces deux systèmes, nous n'avons jamais observé de variation linéaire de la friction avec la vitesse, signe d'une dissipation dans le film de vapeur.

Les modèles simples développés ici demandent à être précisés, notamment à propos de l'influence de la forme particulière des gouttes ainsi que de la présence d'une paroi sous le mobile.

# Chapitre 5

## La bicaléfaction

### Contents

---

<b>5.1</b>	<b>Formation d’anneaux liquides</b>	<b>77</b>
5.1.1	Observation de l’instabilité	77
5.1.2	Zoologie	79
<b>5.2</b>	<b>Les quatre phases de l’instabilité</b>	<b>80</b>
5.2.1	Avant l’ouverture	80
5.2.2	Eclatement du film liquide	81
5.2.3	Extension de l’anneau	83
5.2.4	Fragmentation du tore	84

---

*En collaboration avec Pascal Raux.*

La caléfaction concerne le plus souvent une goutte lévitant au-dessus d’un substrat. Nous nous intéressons dans ce chapitre à la situation d’un liquide en caléfaction confiné entre deux plans horizontaux, parallèles et suffisamment proches pour que deux films de vapeur se développent. Nous appelons *bicaléfaction* cette situation. Comme nous l’avons vu à la fin du chapitre précédent, une instabilité peut apparaître, faisant éclater le liquide en plusieurs fragments.

## 5.1 Formation d’anneaux liquides

### 5.1.1 Observation de l’instabilité

Afin de pouvoir observer et étudier l’instabilité, nous réalisons le montage expérimental décrit sur la figure 5.1a. Une goutte d’oxygène liquide est déposée sur un substrat horizontal, sous lequel est placé un aimant. L’oxygène liquide, en caléfaction à température ambiante (point d’ébullition à  $-183^{\circ}\text{C}$ ), est paramagnétique : il est attiré par les gradients de champ magnétique. La force de l’aimant choisi est suffisamment faible pour garder la goutte piégée à la position choisie sans la déformer ni interférer dans l’ouverture de l’anneau. On synthétise l’oxygène liquide en condensant l’oxygène gazeux de l’air (voir chapitre 1). Par cette méthode, il se charge de petits cristaux de glace, qui n’ont pas d’incidence sur le phénomène étudié mais font office de colorant blanc. Ils rendent la goutte bien visible et permettent d’observer les variations de son épaisseur. Sur les

bords du substrat, des bandes plastiques d'épaisseur  $H$  servent de cales pour contrôler le confinement. On dépose alors un second plan en verre, assez rapidement pour qu'il soit en place avant que la goutte ne se déstabilise. On filme l'expérience avec une caméra rapide réglée à 5000 images par seconde et placée à la verticale du dispositif. Quatre épaisseurs  $H$  différentes sont testées : 0,38 mm, 0,60 mm, 1,0 mm et 1,3 mm.

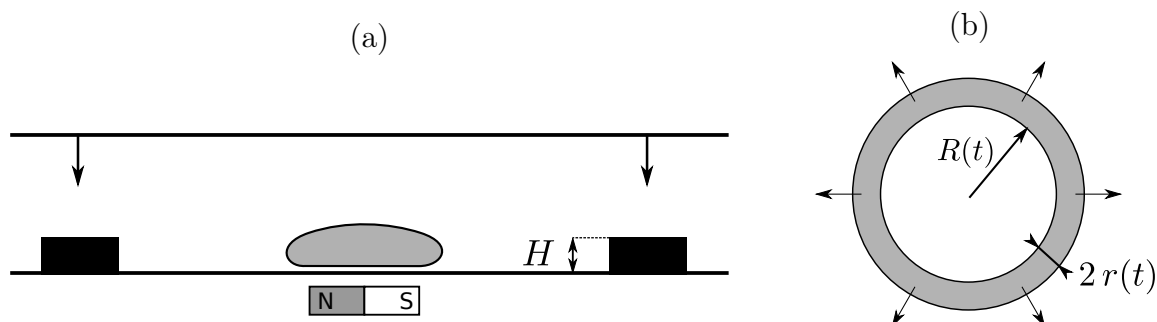


FIGURE 5.1 – (a) Dispositif expérimental : une goutte d'oxygène liquide est confinée entre deux plans horizontaux espacés d'une distance  $H$ . La goutte est piégée par un aimant placé sous le substrat inférieur. (b) Notations :  $R$  est le rayon intérieur du tore et  $2r$  son épaisseur.

Si la goutte est assez grande, on observe l'instabilité. La figure 5.2 montre une chronophotographie du phénomène (14 ms séparent deux images). Sur la première rangée d'images, la goutte commence par s'élargir, la partie centrale s'amincit (zone sombre). Un trou nucléé alors dans cette partie et le liquide prend la forme d'un anneau. Cette action, effectuée dans les 14 ms qui séparent les deux rangée d'images est très rapide. L'anneau s'agrandit ensuite rapidement puis se déstabilise en gouttelettes (seconde rangée d'images).

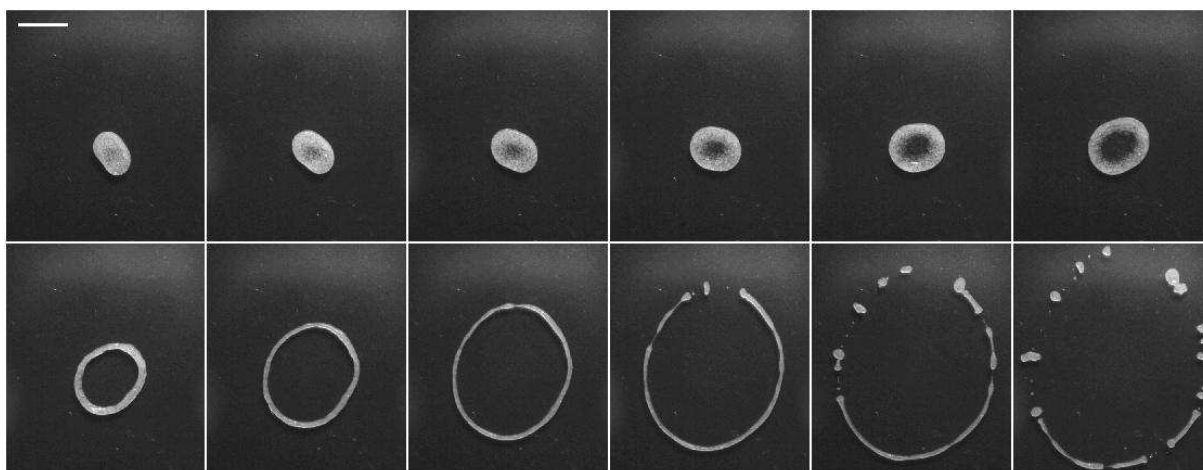


FIGURE 5.2 – Chronophotographie de l'expérience : la goutte s'élargit puis se perce, créant un anneau qui s'agrandit et se déstabilise. L'épaisseur de confinement  $H$  vaut 0,6 mm. L'échelle indique 1 cm et le pas de temps entre deux images est de 14 ms.

On note  $R$  le rayon intérieur moyen du tore et  $2r$  la largeur moyenne de la bande liquide (figure 5.1b). On les calcule à partir de la mesure de l'aire  $A_i$ , délimitée par le

périmètre intérieur de l'anneau, et de l'aire  $A_e$ , délimitée par le périmètre extérieur :  $R = \sqrt{A_i/\pi}$  et  $2r = \sqrt{A_e/\pi} - \sqrt{A_i/\pi}$ . La figure 5.3 montre la mesure au cours du temps de  $R$  (courbe bleue),  $2r$  (courbe rouge) et  $R + 2r$ , le rayon extérieur (courbe verte).  $t = 0$  correspond à la nucléation du trou. On arrête la mesure à la première rupture de l'anneau (figure 5.2, 3ème image de la seconde rangée). On distingue deux phases dans l'ouverture. Une première, très courte, dure environ 5 ms pendant lesquelles le rayon extérieur reste quasiment constant. Le rayon intérieur grandit, quant à lui, rapidement ( $\dot{R} \approx 1,4$  m/s). La seconde phase s'étend ensuite. L'anneau s'agrandit avec une vitesse quasi constante  $\dot{R} \approx 25$  cm/s, et s'amincit légèrement par conservation du volume.

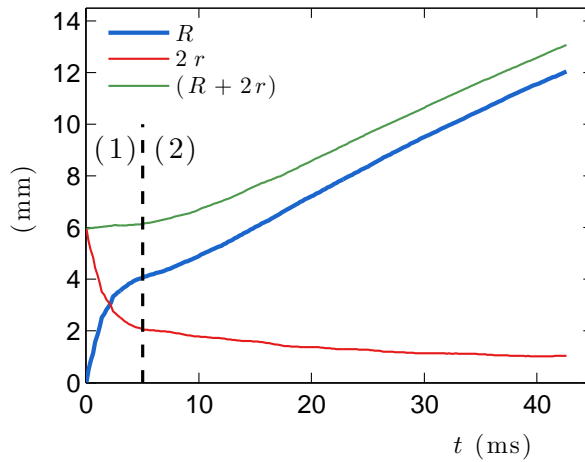


FIGURE 5.3 – Rayon intérieur  $R$ , extérieur  $R + 2r$  et épaisseur  $2r$  de l'anneau liquide en fonction du temps. Ces mesures correspondent à l'expérience reproduite figure 5.2. On note (1) et (2) les deux phases de l'instabilité.

### 5.1.2 Zoologie

Les expériences ne produisent pas toujours le bel anneau de la figure 5.2. Nous passons en revue ici les différentes expressions de l'instabilité que nous avons observées (figure 5.4).

(i) La forme d'une goutte en caléfaction fluctue et ses oscillations sont d'autant plus marquées que la goutte est grande. Lorsque l'instabilité apparaît dans une forme peu circulaire (figure 5.4a), l'anneau n'est pas très régulier et peut se briser plus rapidement en un point. Le filament liquide résultant est assez épais et se déstabilise en quelques gouttes.

(ii) Lorsque le confinement devient élevé ( $H < 1$  mm), l'étalement de la goutte peut être assez grand avant que le trou nucléé (figure 5.4b). La phase 1 d'ouverture du film liquide est alors longue ; une fois l'anneau formé, il est très fin et il se déstabilise rapidement.

(iii) Le dernier type de comportement observé est montré sur la figure 5.4c. La goutte est très étalée et très mince. Ses bords se déstabilisent, puis le film se rétracte et se brise en une multitude de fragments.



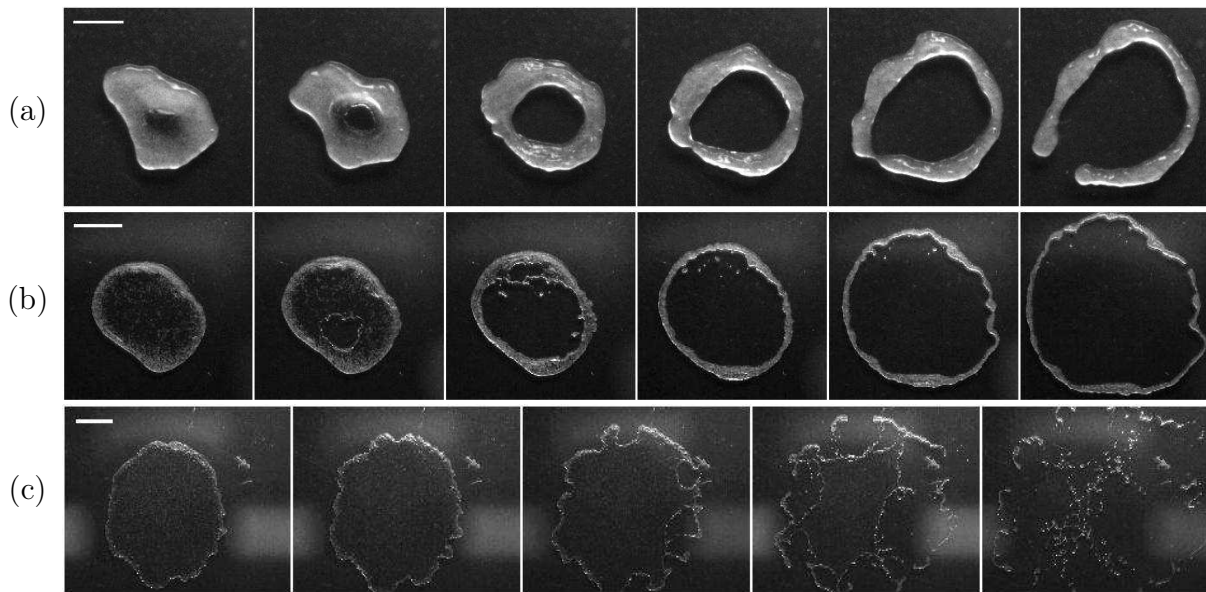


FIGURE 5.4 – Trois expressions de l’instabilité d’une goutte en caléfaction confinée. On indique pour chaque chronophotographie l’épaisseur de confinement  $H$ , l’échelle  $e$  et le pas de temps  $\Delta t$  entre deux images. (a)  $H = 1,32$  mm;  $e = 5$  mm;  $\Delta t = 10$  ms. (b)  $H = 0,60$  mm;  $e = 1$  cm;  $\Delta t = 6$  ms. (c)  $H = 0,38$  mm;  $e = 1$  cm;  $\Delta t = 6$  ms.

## 5.2 Les quatre phases de l’instabilité

Dans cette partie, nous analysons en détail chaque phase de l’instabilité. Tout d’abord, son développement avant la nucléation du trou (phase 0). Puis les phases 1 et 2 décrites figure 5.3. Et enfin, la rupture en petites fragments (phase 3).

### 5.2.1 Avant l’ouverture

Avant la nucléation du trou, la goutte s’élargit (figure 5.5). La zone noire au centre montre la création d’une poche de vapeur. La goutte s’amincit à cet endroit et n’est plus qu’un film liquide. On interprète cette phase par l’instabilité de cheminée observée sur les gouttes en caléfaction non confinées (cf. chapitre 1, paragraphe 1.2.3). Pour des gouttes assez grandes, la tension de surface n’est pas capable de stabiliser la surface inférieure de la goutte déformée par une poche de vapeur, plus légère que le liquide (instabilité de Rayleigh-Taylor).

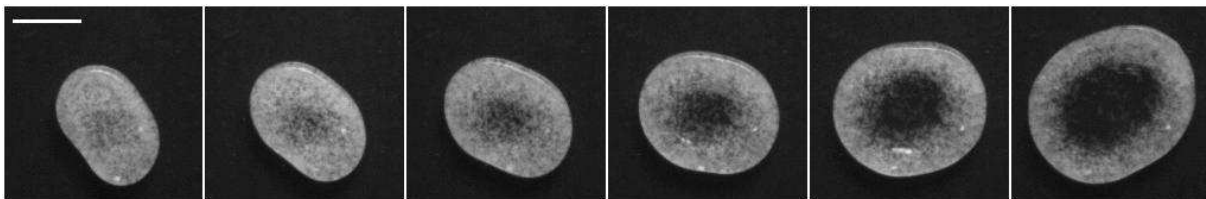


FIGURE 5.5 – Chronophotographie de la phase 0 : l’échelle indique 5 mm et le pas de temps entre deux images est de 14 ms.

En situation non confinée, l'instabilité de cheminée se développe pour des gouttes de diamètre  $D$  supérieur au diamètre critique  $D_c = 7,66 a = 8,4$  mm [16], où  $a = 1,1$  mm est la longueur capillaire de l'oxygène liquide. Nous avons cherché à vérifier si cette relation était toujours valable dans le cas confiné. Nous avons mesuré le diamètre de gouttes qui ont, ou n'ont pas, subi l'instabilité, pour différentes épaisseurs  $H$ . A fort confinement ( $H \lesssim 0,6$  mm), il n'est pas évident de mesurer la taille initiale d'une goutte qui va se déstabiliser car celle-ci s'agrandit très rapidement avec le développement de la poche de gaz. On obtient cependant une borne inférieure du seuil d'instabilité avec la mesure sur les gouttes stables. La figure 5.6a regroupe ces mesures. La ligne pointillée indique la relation  $D = 8,4$  mm.

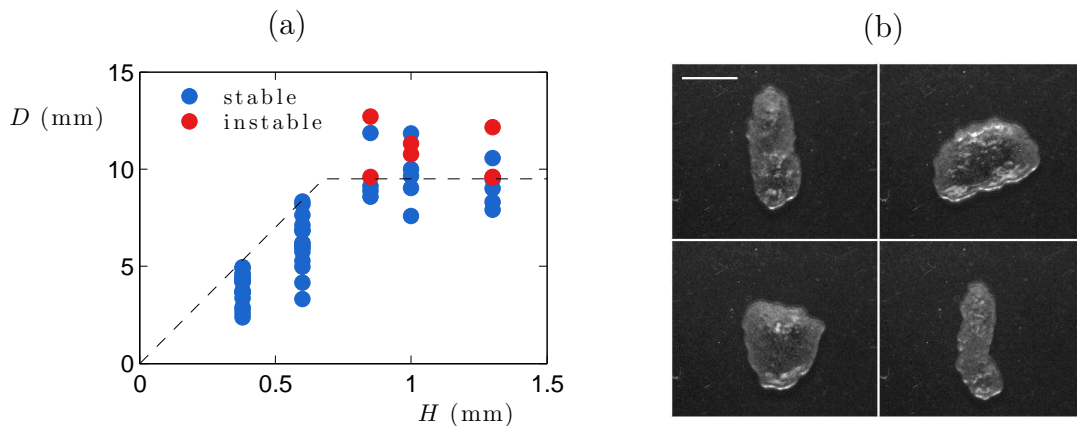


FIGURE 5.6 – (a) Diagramme de phase de l'instabilité.  $D$  représente le diamètre de la goutte et  $H$  l'épaisseur de confinement. La ligne pointillée indique le seuil de stabilité d'une goutte non confinée. (b) Oscillation d'une goutte confinée ( $H = 0,6$  mm). L'échelle indique 5 mm et le pas de temps entre deux images est 60 ms.

Pour des épaisseurs de confinement supérieures à 0,8 mm, on observe des gouttes stables diamètre supérieur à  $D_c = 8,4$  mm. En revanche, pour  $H = 0,38$  mm, nous n'avons pas observé de goutte stable au delà de 5 mm. Dans ce dernier cas, l'abaissement du seuil de stabilité pourrait s'expliquer par l'influence de l'écoulement de vapeur. La vapeur est d'autant plus rapide que la goutte est confinée, ce qui diminue le rayon critique d'instabilité [114]. Pour des épaisseurs  $H$  plus élevée, le confinement crée de fortes déformations de la goutte (figures 5.14b) qui peut prendre momentanément une allure très allongée. Ces déformations contrarient le développement de l'instabilité qui nécessite de déformer la surface inférieure de la goutte sur une distance assez large pour contrer la tension de surface. Le confinement altère donc de différentes façons le diamètre critique d'instabilité. Dans un premier temps,  $D_c$  croît avec  $H$ , puis, pour  $H \gtrsim 0,7$  mm, il se stabilise vers la valeur obtenue pour des gouttes non confinées.

### 5.2.2 Eclatement du film liquide

Une fois le film liquide percé, la croissance du rayon intérieur  $R(t)$  du tore présente une première phase rapide ( $\dot{R} \approx 1,4$  m/s), de l'ordre de 5 ms. La figure 5.7 montre une

chronophotographie de ce régime. Il correspond à l'éclatement du film liquide. Pendant ce temps très court, le rayon extérieur de l'anneau ne varie pas.

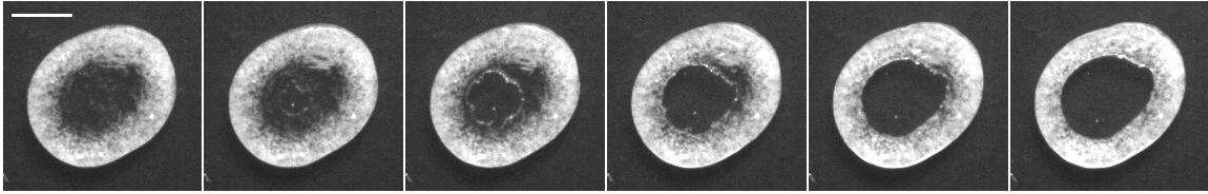


FIGURE 5.7 – Chronophotographie de la phase 1 : l'échelle indique 5 mm et le pas de temps entre deux images est de 0,6 ms.

On schématise sur la figure 5.8a une coupe verticale de ce phénomène. La croissance linéaire de  $R(t)$  pendant la moitié de la phase (cf. figure 5.3) rappelle l'éclatement d'un film de savon [99]. Lorsqu'on initie une ouverture au centre d'un film, celui-ci se rétracte vers ses bords à vitesse constante. Le calcul de cette vitesse est dû à Culick [34]. Le front en mouvement est un bourrelet formé par le liquide récupéré (figure 5.8b). Celui-ci est tiré par la tension de surface du liquide qui tend à faire diminuer la taille de l'interface avec l'air. Un film est fait de deux interfaces ; en deux dimensions, cette force s'écrit donc  $2\gamma$ , où  $\gamma = 13 \text{ mN/m}$  est la tension superficielle de l'oxygène liquide au point d'ébullition. Dans ce système ouvert, la vitesse est constante mais la masse du bourrelet varie au cours du temps. L'équation du mouvement s'écrit  $V\dot{M} = 2\gamma$  où  $V = \dot{R}$  est la vitesse du bourrelet et  $\dot{M}$  la variation de masse. En notant  $\rho_l = 1140 \text{ kg/m}^3$  la masse volumique de l'oxygène liquide et  $\delta$  l'épaisseur du film, on obtient  $\dot{M} = \rho_l \delta \dot{R}$ . La vitesse d'ouverture d'un film liquide devient :

$$\dot{R} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho_l \delta}} \quad (5.1)$$

D'après la valeur de  $\dot{R}$  calculée dans notre expérience, 1,4 m/s, on obtient une épaisseur de film liquide lors de l'éclatement de l'ordre de  $10 \mu\text{m}$ . Cette valeur est similaire à celle obtenue par Reyssat et collaborateurs lors de l'éclatement de globules d'eau [105]. Une manière d'obtenir une épaisseur plus fine, de l'ordre du micron, est alors de se tourner vers les films de savon, stabilisés par des surfactants.

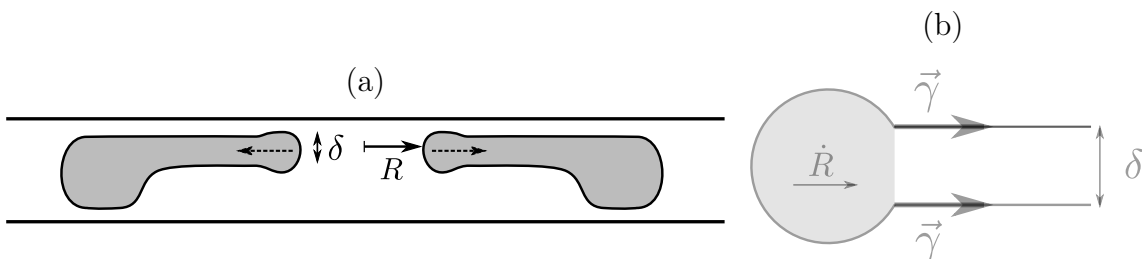


FIGURE 5.8 – (a) Schéma de l'éclatement du film liquide. (b) Principe de la loi de Culick : un bourrelet liquide est tiré par le film lors de l'éclatement.

A la fin de cette phase,  $R(t)$  ralentit (figure 5.3). Le film de liquide n'est pas ici d'épaisseur constante comme un film de savon. Il s'épaissit pour se raccorder à l'anneau liquide formée par les bords de la goutte (figure 5.8a) et donc sa vitesse d'ouverture  $\dot{R}$  diminue.

### 5.2.3 Extension de l'anneau

La seconde phase de croissance de  $R(t)$  correspond à l'agrandissement du tore liquide (figure 5.9). Ce régime est plus long, quelques dizaines de millisecondes, et plus lent,  $\dot{R} \approx 0,25$  m/s. Nous interprétons ce phénomène par l'augmentation du volume de la poche centrale de vapeur. Comme le schématise la figure 5.10, le gaz créé par évaporation au niveau des films de vapeur va pour une part à l'extérieur de l'anneau et pour l'autre part à l'intérieur.

Deux effets s'opposent à l'ouverture de l'anneau : le cisaillement visqueux du liquide et la tension de surface, qui tend à le refermer [36]. Le nombre de Reynolds, qui compare inertie et viscosité, s'écrit  $Re = \rho_l r \dot{R} / \eta_l$ , avec  $\eta_l \approx 2.10^{-4}$  Pa.s la viscosité du liquide. Il est de l'ordre de 100, on peut donc négliger la viscosité. Quant à la tension de surface, la différence de pression de Laplace entre le bord extérieur et le bord intérieur de l'anneau donne  $\gamma[1/H + 1/(R+r)] - \gamma[1/H - 1/R]$ , équivalent à  $\gamma/R$  quand  $R \gg r$ . En la comparant avec l'inertie ( $\rho_l \dot{R}^2$ ), on obtient le nombre de Weber,  $We = \rho_l R \dot{R}^2 / \gamma$ , de l'ordre de 100. On néglige donc également la tension de surface.

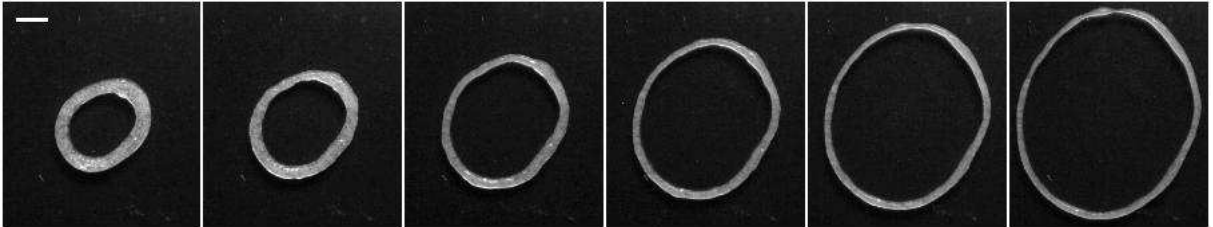


FIGURE 5.9 – Chronophotographie de la phase 2 : l'échelle indique 5 mm et le pas de temps entre deux images est de 7,2 ms.

On cherche à modéliser  $R(t)$ . Le flux de chaleur à travers le film de vapeur s'effectue principalement par diffusion [53]. En notant  $\dot{m}$  le débit massique d'évaporation, la loi de Fourier donne  $L\dot{m} = \kappa(\Delta T/h)(R+r)r$ , où  $L = 2,1.10^5$  J/kg est la chaleur latente d'évaporation,  $\kappa = 16$  mW/(m.K) le coefficient de diffusion thermique dans la vapeur (pris à  $-100^\circ\text{C}$ ),  $\Delta T \approx 200^\circ\text{C}$  la différence de température entre la goutte et le substrat et  $h$  l'épaisseur des films de vapeur. Enfin,  $(R+r)r$  représente les surfaces inférieure et supérieure du tore sur lesquelles s'effectue l'évaporation.

Par symétrie centrale du système, la vapeur s'écoule parallèlement au rayon  $r$  du tore (figure 5.10). Le moteur de cet écoulement dans le film de vapeur supérieur est la pression de Laplace  $\gamma/H$  au sein de la goutte. Dans le film inférieur, c'est la somme de la pression de Laplace et de la pression hydrostatique  $\gamma/H + \rho_l gH$ . Dans nos expériences,  $H$  est inférieur ou de l'ordre de la longueur capillaire  $a = 1,1$  mm. On suppose donc que la pression de Laplace créée par la goutte est le moteur principal de l'écoulement dans les

deux films de vapeur. Leur épaisseur s'écrit donc  $h \sim \sqrt{rb}$ , avec  $b \sim \sqrt{\eta\kappa\Delta TH/\rho_v L\gamma}$  où  $\rho_v = 2 \text{ kg/m}^3$  est la masse volumique de la vapeur (cf. chapitre 1).

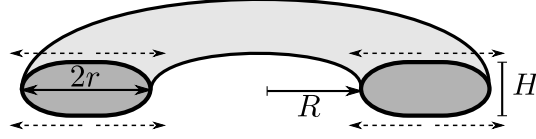


FIGURE 5.10 – Schéma en coupe de l'écoulement de vapeur autour de l'anneau.

Considérons que la moitié du débit massique passe à l'intérieur de l'anneau. L'augmentation du volume  $R^2H$  de la poche de gaz centrale donne  $\dot{m} \sim \rho_v R \dot{R} H$ . On suppose également que durant cette phase, le volume  $\Omega = 2\pi(R+r)2rH$  reste constant. La figure 5.11a montre ce volume au cours du temps dans la seconde phase. A  $42 \mu\text{L}$  en moyenne, il augmente légèrement au cours du temps, principalement parce que la section du tore, supposée rectangulaire, devient plus proche de l'ellipse. Ensemble, ces différentes équations conduisent à une équation différentielle sur  $R$  :

$$R^{1/2} \dot{R} \sim \frac{\kappa\Delta T}{\rho_v L} \sqrt{\frac{\Omega}{bH^3}} \quad (5.2)$$

En notant  $R(t_0) = R_0$ , on obtient :

$$R = R_0 \left( 1 + \frac{t - t_0}{\tau} \right)^{2/3} \quad (5.3)$$

où  $\tau$  est un temps caractéristique. Il s'écrit :

$$\tau \sim \frac{\rho_v L}{\kappa\Delta T} R_0^{3/2} \sqrt{\frac{bH^3}{\Omega}} \quad (5.4)$$

La transition entre les phases 1 et 2 de l'instabilité n'est pas nette, il est difficile de définir un rayon initial. On choisit donc arbitrairement pour  $t_0$  et  $R_0$ , le dernier point mesuré de la phase 2. La figure 5.11b montre la quantité  $1 - (R/R_0)^{3/2}$  en fonction de  $t_0 - t$ . On obtient une droite passant par l'origine (comme le prédit l'équation 5.3) de pente  $\tau = 42 \text{ ms}$ . Cette valeur est en accord avec le modèle qui donne un ordre de grandeur de  $10 \text{ ms}$ . Enfin, comme  $\Omega \sim rRH$  et  $b \propto H^{1/2}$ , on peut noter que  $\tau$  est proportionnel à  $H^{5/4}$ . L'instabilité est d'autant plus rapide que le liquide est aplati.

On calcule de cette manière le temps caractéristique  $\tau$  pour différentes expériences, en faisant notamment varier l'épaisseur de confinement  $H$ . La figure 5.12 montre les temps caractéristiques  $\tau_{\text{exp}}$  mesurés expérimentalement en fonction de ceux calculés par l'équation 5.4,  $\tau_{\text{th}}$ . On ajoute également une valeur obtenue pour une expérience avec de l'azote liquide (symbolisée par le carré noir). L'accord est plutôt bon avec le modèle, la droite indique une pente  $0,75$ .

#### 5.2.4 Fragmentation du tore

L'anneau s'affine jusqu'à se déstabiliser en un collier de petites gouttes (figure 5.13). Cette instabilité a été décrite par Plateau [93], puis par Rayleigh [102], dont elle porte

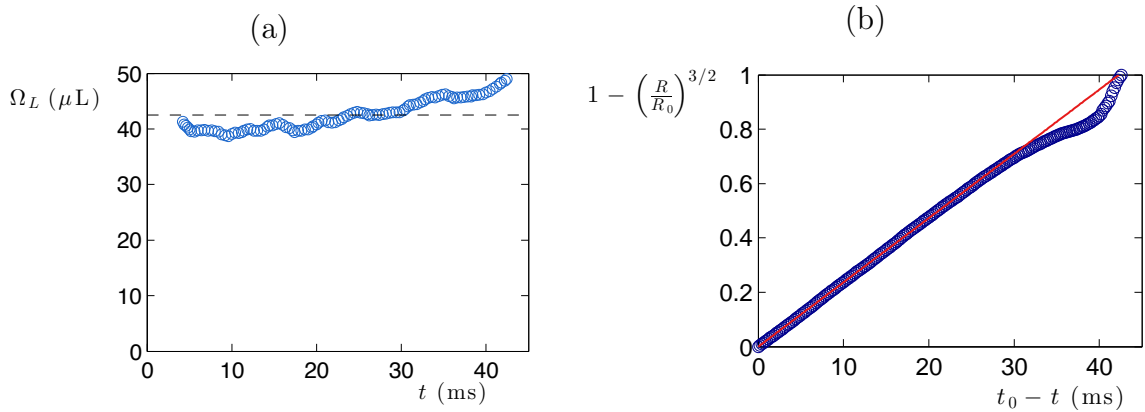


FIGURE 5.11 – (a) Volume  $\Omega = 2\pi(R+r)2rH$  en fonction du temps. Les pointillés indique sa valeur moyenne, 42  $\mu\text{L}$ . (b)  $1 - (R/R_0)^{3/2}$  en fonction de  $t_0 - t$ . La pente de la droite donne la mesure expérimentale de  $\tau$ . On obtient ici  $\tau = 42$  ms.

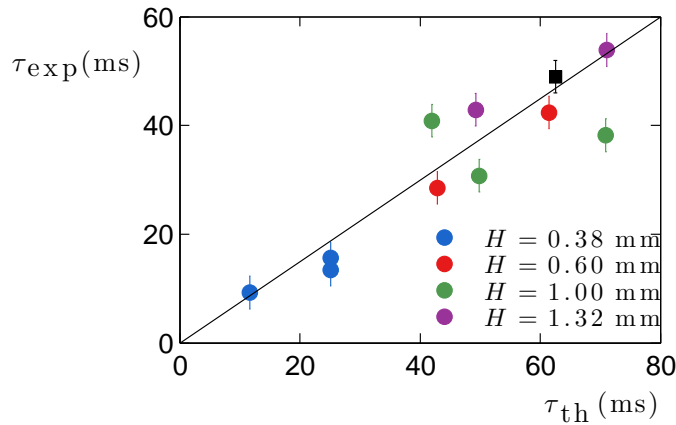


FIGURE 5.12 – Temps caractéristique  $\tau_{\text{exp}}$  en fonction de la valeur calculée par l'équation 5.4,  $\tau_{\text{th}}$ . Le carré noir correspond à une expérience réalisée avec de l'azote liquide. La droite indique une pente de 0,75.

les noms. Un cylindre liquide n'est pas une forme stable, la tension de surface le morcelle en une série de gouttelettes de moindre surface. La tension de surface est donc le moteur de l'instabilité et deux mécanismes la contrarient : la viscosité (cisaillement du liquide) ou l'inertie (déplacement du liquide). Dans la géométrie torique, l'instabilité de Rayleigh-Plateau a été étudiée expérimentalement [87, 80] et théoriquement [129] dans le cas visqueux.

On peut définir pour chaque régime (inertiel et visqueux) un temps caractéristique de déstabilisation. Dans le cas inertiel, les paramètres du système sont le rayon du cylindre  $r$  (on suppose ici que  $R$ , très grand devant  $r$ , n'intervient pas), la masse volumique du liquide  $\rho_l = 1140 \text{ kg/m}^3$  et sa tension de surface  $\gamma = 13 \text{ mN/m}$ . L'équilibre inertie/tension de surface  $\rho_f r / \tau_i^2 \sim \gamma / r^2$  donne un temps caractéristique  $\tau_i \sim \sqrt{\rho r^3 / \gamma}$ , de l'ordre de 10 ms. Dans le régime visqueux, la viscosité du liquide  $\eta = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ Pa.s}$  remplace la masse

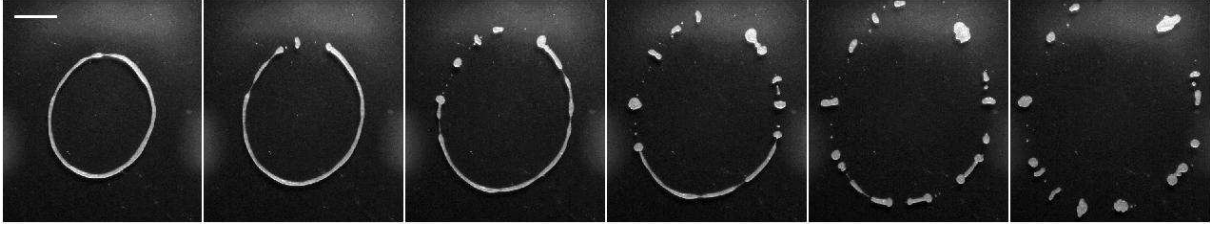


FIGURE 5.13 – Chronophotographie de la phase 3 : l'échelle indique 1 cm et le pas de temps entre deux images est de 11 ms.

volumique  $\rho_l$ . L'équilibre devient  $\eta(r/\tau_v)r \sim \gamma r$ , avec un temps caractéristique  $\tau_v \sim \eta r/\gamma$  de l'ordre de  $10 \mu\text{s}$ . On obtient  $\tau_i \gg \tau_v$ , l'instabilité est donc principalement ralentie par l'inertie qui fixe le temps caractéristique de création des gouttes.  $\tau_v \sim 10 \text{ ms}$  est en accord avec l'expérience, 11 ms séparent deux images sur la figures 5.13 où apparaissent les gouttes.

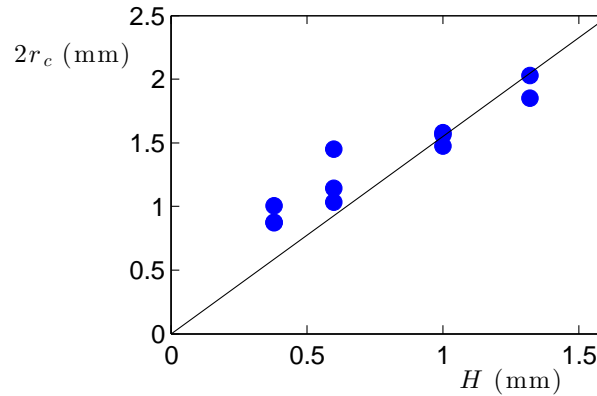


FIGURE 5.14 – Epaisseur critique du tore  $2r_c$  pour laquelle apparaît l'instabilité en fonction de l'épaisseur de confinement  $H$ . La droite indique une pente 1,5.

On s'intéresse à l'épaisseur critique  $2r_c$  du tore pour laquelle apparaît l'instabilité, définie expérimentalement comme la première rupture de l'anneau (figure 5.13, première image). La figure 5.14 représente cette épaisseur en fonction de l'épaisseur de confinement. On remarque que l'instabilité apparaît lorsque  $2r$  est de l'ordre de  $H$  (la droite indique une pente 1,5) : elle est liée au "déconfinement" du fluide, lorsque la section de l'anneau devient proche du cercle. En effet, l'instabilité de Rayleigh-Plateau nécessite la déstabilisation du cylindre liquide dans dans les trois dimensions [37] : elle fait intervenir des différences de pressions de Laplace à la surface du fluide qui sont chacune liées aux deux courbures de la surface. Un filament confiné ne peut pas suivre le même chemin [50]. Pour les gouttes très confinées ( $H = 0,38 \text{ mm}$  et  $H = 0,60 \text{ mm}$ ), les épaisseurs critiques mesurées sont légèrement au-dessus de la droite. Dans cette situation, l'anneau est très fin, une petite fluctuation dans son épaisseur peut initier sa rupture tandis qu'il est encore stable en moyenne, d'où une surestimation de  $2r_c$ .

## Conclusion

En situation non confinée, un anneau liquide en caléfaction n'est pas stable : il s'effondre sur lui-même en raison de la tension de surface [36]. Entre deux plans, une goutte liquide, suffisamment grosse, suit un chemin inverse. Suivant un mécanisme similaire à l'instabilité de cheminée pour une goutte non confinée, une poche de vapeur se forme au centre. Le liquide se concentre sur les bords, et le milieu de la goutte s'amincit jusqu'à se percer : il éclate alors comme un film de savon. L'anneau ainsi formé s'agrandit : une partie de la vapeur créée par évaporation continue à augmenter le volume de la poche centrale. Enfin, quand l'épaisseur de l'anneau devient de l'ordre de l'épaisseur de confinement, le filament liquide se déstabilise en petites gouttes. Au total, il est remarquable de noter, qu'en l'espace de 100 ms, on observe à la suite deux instabilités bien connues de l'hydrodynamique interfaciale : l'instabilité de Rayleigh-Taylor (création de la poche de vapeur) et l'instabilité de Plateau-Rayleigh (formation des gouttelettes).





# Chapitre 6

## L'argyronète aquatique

### Contents

---

<b>6.1</b>	<b>Une araignée un peu particulière . . . . .</b>	<b>90</b>
6.1.1	Bulle d'air pour araignée aquatique . . . . .	90
6.1.2	Un peu de biologie . . . . .	91
<b>6.2</b>	<b>Une argyronète modèle . . . . .</b>	<b>93</b>
6.2.1	Bulle ou pas bulle? . . . . .	93
6.2.2	Capillaire ou gravitaire? . . . . .	94
6.2.3	Dérives autour du modèle . . . . .	97
<b>6.3</b>	<b>L'argyronète réelle . . . . .</b>	<b>99</b>
6.3.1	Sous l'oeil de la caméra . . . . .	99
6.3.2	Un modèle à quatre pattes . . . . .	100

---

*En collaboration avec Raphaële Thevenin, Keyvand Piroird et Daniel Asselineau.*



FIGURE 6.1 – (a) L'argyronète aquatique. L'aspect brillant de l'abdomen nous informe sur la présence d'un film d'air maintenu par une surface superhydrophobe. (b) L'araignée et sa cloche d'air. Photographies tirées de [103].

Lors des chapitres précédents, nous nous sommes intéressés à des gouttes d'eau non mouillantes, ainsi qu'à des liquides et solides en caléfaction. Ces objets ont montré des dynamiques remarquables sur divers substrats *plans*, lisses ou texturés. Les deux derniers chapitres de ce manuscrit inversent les rôles. L'eau devient le média, et le substrat non mouillant, l'objet de notre attention. Tout d'abord, ce dernier prend la forme d'une araignée...

L'argyronète aquatique est une araignée qui passe l'intégralité de sa vie *sous* l'eau (figure 6.1a). Pour réaliser cette prouesse, son abdomen possède une caractéristique spéciale, révélée par son apparence argentée et brillante : il est superhydrophobe. Avec cet attribut, elle fabrique sous l'eau une grande bulle d'air en forme de cloche – d'où son nom anglais "diving bell spider" –, qui lui sert de nid (figure 6.1b). Nous nous intéressons ici au mécanisme utilisé par l'argyronète pour créer cette cloche d'air, suffisamment grande pour pouvoir l'abriter. Nous verrons comment nous pouvons reproduire et étudier ce mécanisme en laboratoire.

## 6.1 Une araignée un peu particulière

### 6.1.1 Bulle d'air pour araignée aquatique

L'argyronète adulte mesure environ 2 cm et son abdomen, de 4 à 6 mm. Elle fabrique sa cloche petit à petit en apportant des bulles d'air prises à la surface. Pour capturer une bulle, l'araignée besogneuse est également habile. A la surface, elle se positionne tête en bas et sort le bout de son abdomen superhydrophobe hors de l'eau (figure 6.2a). Elle le rentre ensuite *rapidement* dans l'eau et emprisonne ainsi une bulle d'air (figure 6.2b).

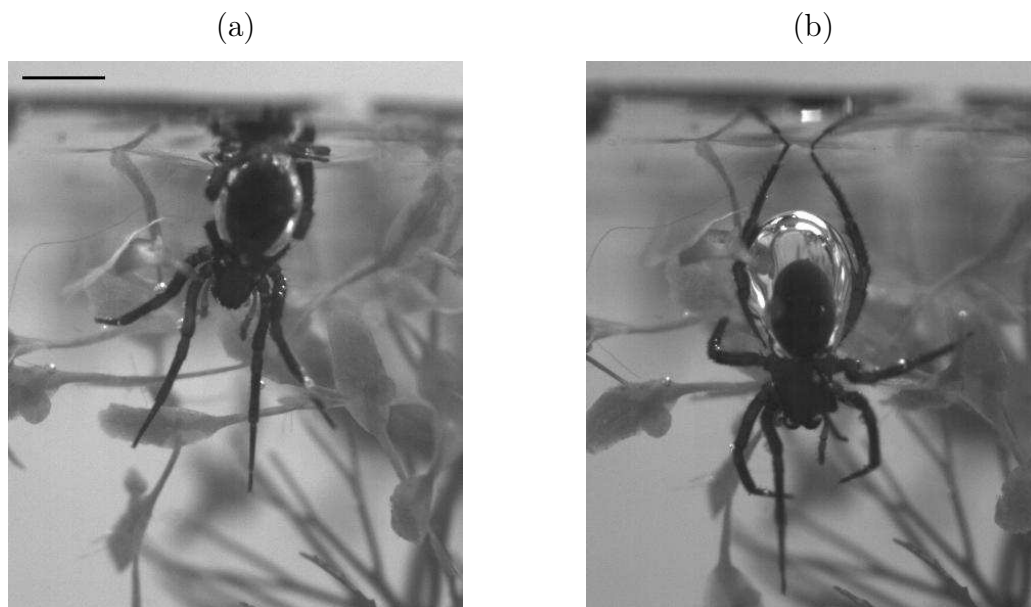


FIGURE 6.2 – Prise de bulle : (a) l'araignée fait dépasser une partie de son abdomen de la surface de l'eau, puis (b), d'un mouvement rapide, le rentre pour capturer une bulle d'air. L'échelle indique 5 mm.

L'araignée doit ensuite déposer la bulle coincée autour de son abdomen dans sa cloche.

Cette dernière est maintenue sous l'eau par des fils de soie tissés entre des plantes aquatiques. Pour intégrer sa bulle à l'édifice, l'argyronète procède d'une manière similaire à la capture : elle s'en approche par dessous, bulle en l'air et tête en bas. La petite bulle se vide dans la grande et l'araignée en ressort *lentement*.

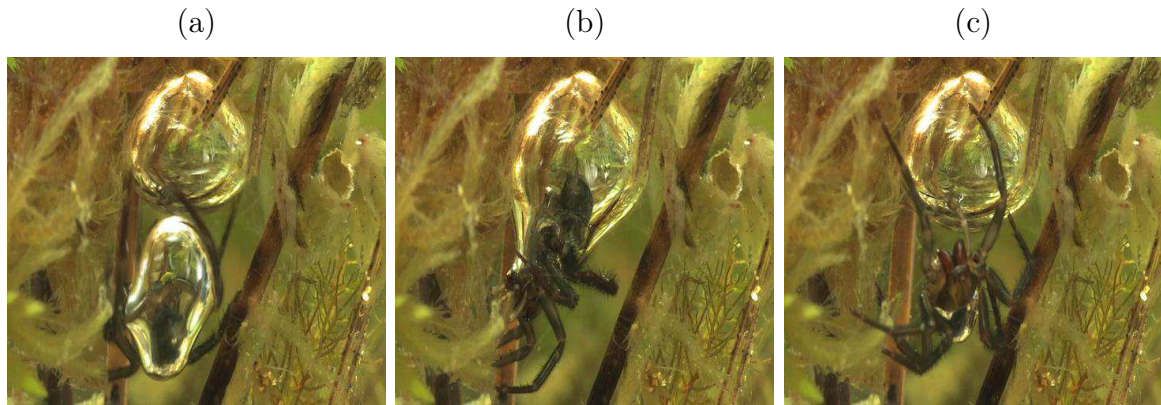


FIGURE 6.3 – Dépôt de bulle : (a) L'argyronète approche sa bulle sous la cloche, (b) l'intègre et (c) ressort lentement. Clichés tirés de [103].

Lors de la prise et du dépôt de la bulle, l'abdomen superhydrophobe de l'argyronète traverse une interface air/eau. Dans le premier cas, il en ressort avec une bulle et dans le second, sans. La vitesse de l'araignée semble piloter cette action qui est rapide lors de la prise et lente lors du dépôt. Nous cherchons ici à reproduire expérimentalement ces processus afin notamment de comprendre et de mesurer la vitesse critique qui sépare ces deux effets ainsi que la quantité d'air emportée par l'araignée. Mais avant cela, faisons plus ample connaissance avec l'argyronète aquatique.

### 6.1.2 Un peu de biologie

L'*Argyroneta aquatica* (Clerck, 1757) est la seule espèce d'araignée répertoriée vivant sous l'eau [109, 110]. En plus de son abdomen, une partie du céphalothorax, côté "ventral", est superhydrophobe. Ces zones sont donc constamment recouvertes d'un mince film d'air qui leur donne sous l'eau l'aspect argenté auquel l'araignée doit son nom ("argyros" : argent). Elles font office de "branchies physiques", permettant à l'araignée de stocker l'oxygène [45]. L'argyronète partage cette manière de respirer via un plastron d'air avec certains insectes aquatiques [6]. Dans la famille des coléoptères, on trouve par exemple le dytique, qui retient un film d'air [65] sous ses élytres, ou l'hydrophile, qui le retient sur un plastron ventral [58].

Nous avons observé au microscope électronique une argyronète aquatique. La figure 6.4a montre son abdomen. Celui-ci, à la différence du "dos" de l'araignée (figure 6.4b), est recouvert de poils. Ces poils, dix fois plus fins qu'un cheveu, mesurent  $1\ \mu\text{m}$  de rayon et sont eux-mêmes recouverts de petits poils de  $100\ \text{nm}$  (figure 6.4c). Ces poils poilus sont responsables de la superhydrophobie, et l'on retrouve notamment le caractère multi-échelles des surfaces naturelles non mouillantes [97]. En comparaison, les poils qui recouvrent les pattes de l'animal, non superhydrophobes, sont simples et plus épais (figure 6.4d).

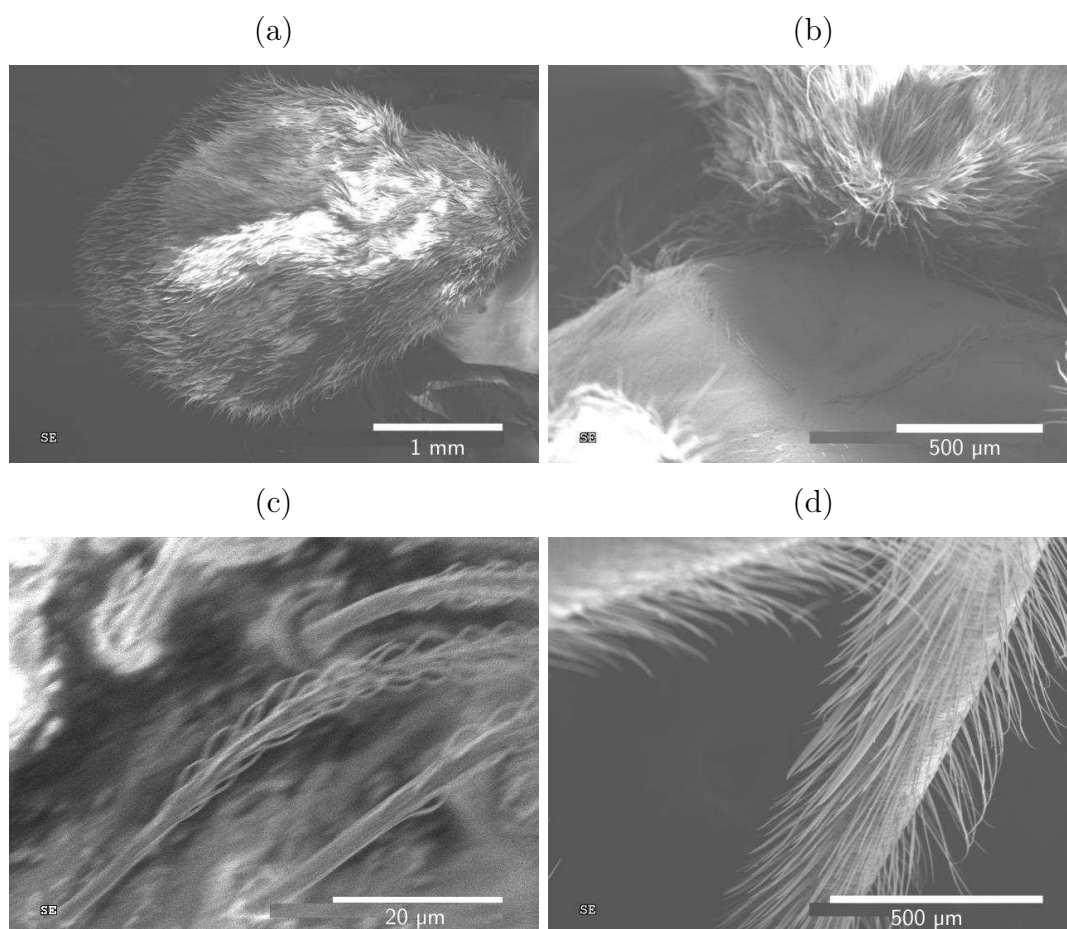


FIGURE 6.4 – Photographies de l'araignée prises au microscope électronique. (a) L'abdomen. (b) Jonction entre l'abdomen et le céphalothorax. (c) Zoom sur un poil de l'abdomen. (d) Zoom sur une patte de l'araignée.

Avec cet abdomen non mouillant, l'argyronète fabrique sous l'eau une grande poche d'air. La partie supérieure est recouverte de fils de soie qui la maintiennent immergée et lui donnent sa forme de cloche. La partie inférieure est libre et fait office de porte d'entrée. L'araignée peut y vivre plusieurs mois sans avoir à remonter à la surface. L'oxygène de la cloche est renouvelé par des échanges avec les gaz dissous dans l'eau [110]. Cette habitation lui sert également de salle à manger – elle se nourrit d'invertébrés aquatiques et de petits poissons qu'elle chasse – et de nurserie – elle y pond ses oeufs.

A la différence des araignées terrestres, le mâle argyronète est plus grand (pattes plus longues et corps plus allongé) que la femelle. En revanche, il construit des cloches plus petites et les entretient moins. Schütz et Taborsky [108] expliquent ces différences par la sélection naturelle. Le mâle chasse et doit donc être plus mobile. Sur terre, sa petite taille le rend plus léger, tandis que sous l'eau, sa grande taille en fait un meilleur nageur. En revanche, la femelle, plus casanière, a besoin d'une plus grande cloche, notamment pour la reproduction. Lorsque l'araignée apporte une bulle depuis la surface, elle doit combattre la poussée d'Archimède. Celle-ci est d'autant plus importante que le volume de la bulle – et donc de l'abdomen – est grand, ce qui limite la taille de la femelle.

## 6.2 Une argyronète modèle

### 6.2.1 Bulle ou pas bulle ?

Afin d'étudier expérimentalement la prise et le dépôt de bulle, nous fabriquons une argyronète modèle. Celle-ci est faite de deux billes magnétiques de taille millimétrique, assemblées l'une au-dessus de l'autre et soutenues par une tige plus fine (figure 6.5a). La bille du dessus, qui représente l'abdomen de l'araignée, est préalablement rendue superhydrophobe. Nous la recouvrons de cuivre par électrolyse, puis nous lui appliquons le traitement Argent/HDFT (cf. chapitre 1). La seconde bille, qui représente le céphlothorax hydrophile, est simplement nettoyée à l'éthanol. L'ensemble est plongé dans un bain d'eau en-dessous duquel la tige est reliée à un moteur qui peut la descendre à une vitesse  $V$  contrôlée.

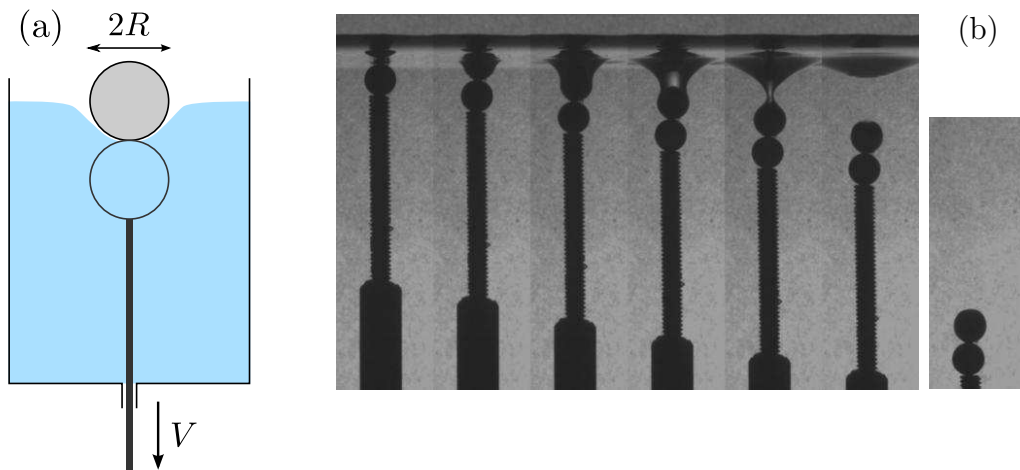


FIGURE 6.5 – (a) Schéma de l'expérience. La bille supérieure est superhydrophobe et la seconde hydrophile. Le dispositif est relié à une tige qui le descend dans un bain d'eau à vitesse  $V$  constante. (b) Chronophotographie de l'expérience : premier régime, la vitesse des billes, de rayon  $R = 1,5$  mm, vaut  $V = 0,35$  m/s. Le pas de temps entre deux images est  $\Delta t = 4,8$  ms.

Initialement, la bille-abdomen de l'araignée modèle est à moitié plongée dans l'eau. On filme le dispositif, qui descend à une vitesse  $V$  constante, avec une caméra rapide à 2000 images par seconde. On observe trois régimes différents selon la vitesse. Le premier est montré sur la figure 6.5b, où la vitesse est  $V = 0,35$  m/s. La bille du dessus tire une cavité qui se referme quasiment instantanément. Hormis le film qui recouvre la surface superhydrophobe, on n'observe pas d'entraînement de bulle. On augmente la vitesse de l'araignée. Sur la chronophotographie de la figure 6.6a, la bille a une vitesse  $V = 1,7$  m/s. Dans ce second régime, la cavité d'air formée par le passage de la bille est plus longue et se referme à mi-hauteur. In fine, la bille est entourée d'une bulle d'air de volume comparable à la vitesse de la bille (dernière image). Lorsque l'on augmente encore la vitesse, on obtient un troisième régime (figure 6.6b,  $V = 2,2$  m/s). La cavité s'allonge encore et la bille emporte une bulle très volumineuse. La force d'accrochage de l'air sur la bille ne compense plus la poussée d'Archimède et la bulle se détache, laissant uniquement à la bille son petit film d'air (dernière image).

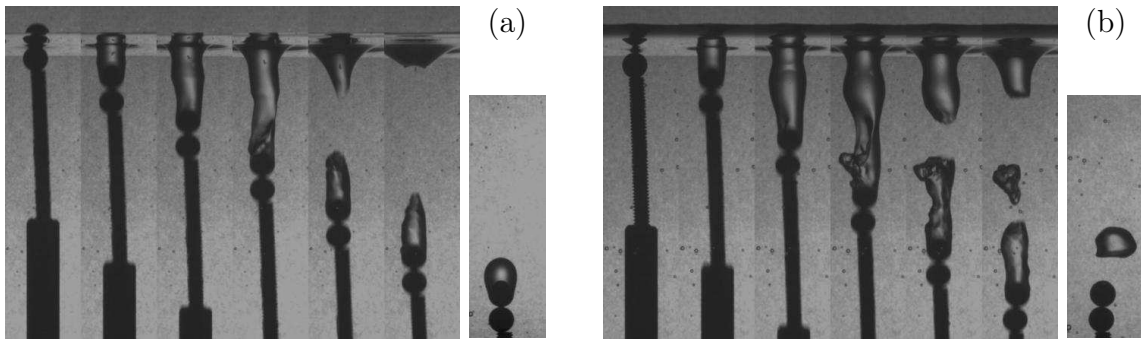


FIGURE 6.6 – (a) Second régime, la vitesse des billes vaut  $V = 1,7$  m/s. (b) Troisième régime,  $V = 2,2$  m/s. Pour chaque chronophotographie, le rayon des billes est  $R = 1,5$  mm et le pas de temps  $\Delta t = 3,2$  ms. La dernière image montre l'état final de la bulle.

L'araignée sait donc adapter sa vitesse à la situation. Lorsqu'elle dépose la bulle dans sa cloche elle en ressort doucement pour ne pas entraîner d'air avec elle (premier régime). En revanche, à la surface, elle doit rentrer son abdomen assez vite pour passer la vitesse critique de formation d'une bulle (deuxième régime), mais sans atteindre le troisième régime, synonyme d'une bulle trop grosse qui se détacherait.

## 6.2.2 Capillaire ou gravitaire ?

### Mesure du volume

De manière plus quantitative, nous avons mesuré le volume  $\Omega$  de la bulle d'air en fonction de la vitesse  $V$  pour trois rayons  $R$  de bille différents : 1,5, 2,5 et 3 mm (figure 6.7). On suppose pour cela que la bulle, avec la bille, forme un volume de révolution, on mesure le profil de l'ensemble (figure 6.6a, dernière image) dont on déduit le volume auquel on retranche celui de la bille. Pour chaque bille, on retrouve les trois régimes, nettement séparés par deux vitesses critiques : (i)  $V_{c1}$ , au-dessus de laquelle la bille supérieure entraîne une bulle d'air dont le volume augmente linéairement avec  $V$  ; (ii)  $V_{c2}$ , au-delà de laquelle la bulle, ou une partie de la bulle, se détache (symboles vides).

### Vitesse critique de prise de bulle $V_{c1}$

Le caractère superhydrophobe de l'abdomen confère de multiples propriétés : respiration, accrochage de la bulle... Du point de vue de la cavité, il abaisse substantiellement la vitesse critique d'entraînement d'air [39]. Lorsque la cavité est créée, deux mécanismes œuvrent à son effondrement : la tension de surface et la gravité [51, 38, 2]. Le premier agit sur un temps caractéristique  $\tau_\gamma \sim \sqrt{\rho R^3/\gamma}$ , où  $\rho = 10^3$  kg/m<sup>3</sup> est la masse volumique de l'eau et  $\gamma = 72$  mN/m est sa tension superficielle. Le second s'effectue sur un temps  $\tau_g \sim \sqrt{R/g}$ , où  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup> est l'accélération de la pesanteur. Ces deux temps caractéristiques sont de l'ordre de 10 ms, ce qui est conforme à nos observations expérimentales (cf. figure 6.6). Ces deux temps deviennent équivalents quand les actions de la tension de surface et de la gravité sont équivalentes ; c'est-à-dire quand  $R$  est de l'ordre de la longueur capillaire  $a = 2,7$  mm, une valeur proche de la dimension des billes utilisées.

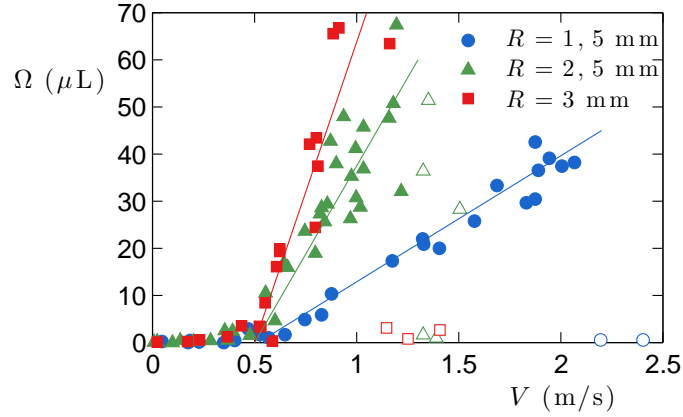


FIGURE 6.7 – Volume  $\Omega$  de la bulle en fonction de la vitesse  $V$  des billes pour trois rayons  $R$  différents. Nous avons souligné par des droites le régime 2. Les symboles vides représentent des bulles qui se sont (parfois en partie seulement) détachées (régime 3).

La bille emporte une bulle d'air lorsque sa vitesse lui permet de parcourir une distance supérieure à  $R$  pendant le temps de fermeture de la cavité. Cela correspond à une vitesse critique  $V_{c1} \sim R/\tau$ . Dans le régime capillaire ( $R < a$ ), on obtient  $V_{c1,\gamma} \sim \sqrt{\gamma/\rho R}$ , et dans le régime gravitaire ( $R > a$ ),  $V_{c1,g} \sim \sqrt{gR}$ . A l'échelle de l'argyronète ( $R = 2 - 3$  mm), ces deux vitesses sont de l'ordre de 0,1 m/s, en accord avec nos mesures (cf. figure 6.7). Leur variation avec le rayon des billes dépend différemment de  $R$ . En régime capillaire, la vitesse critique décroît avec le rayon, tandis qu'elle croît en régime gravitaire. Elle possède donc un minimum lorsque ces deux régimes sont du même ordre, c'est-à-dire  $R \sim a$ . Nos trois billes se trouvent autour de ce minimum, ce qui explique que les trois vitesses critiques mesurées dépendent peu du rayon :  $V_{c1} \approx 0,5$  m/s. L'araignée, dont l'abdomen mesure quelques millimètres, se trouve donc "astucieusement" dans le domaine où la vitesse critique de prise de bulle est minimale.

### Le volume des bulles $\Omega$

Nous nous intéressons maintenant au volume d'air  $\Omega$  emporté par la bille superhydrophobe. La cavité d'air se pince à une profondeur  $H_p$  (figure 6.8a). En notant  $H$  la hauteur totale de la cavité, le volume de la bulle s'écrit  $\Omega \sim (H - H_p)R^2$ . En régime gravitaire, Duclaux et collaborateurs ont montré que  $H_p/H$  est indépendant des paramètres du système et vaut  $1/2$  [38]. En régime purement capillaire, Aristoff et Bush observent en revanche que le pincement se fait très près de la surface :  $H_p \approx H$  [2]. La figure 6.8b montre le rapport  $H_p/H$  en fonction de la vitesse  $V$  pour les différentes billes utilisées. Celui-ci est peu dépendant du rayon de la bille et de sa vitesse, avec une valeur moyenne proche de 0,5. L'effondrement de la cavité semble donc avoir une origine principalement gravitaire pour nos trois billes.

D'après les résultats précédents ( $H_p \approx H/2$ ), le volume de la bulle d'air devient  $\Omega \sim HR^2$ .  $H$  est la distance parcourue par la bille pendant le temps  $\tau$  de pincement de la cavité, d'où  $\Omega \sim \tau V R^2$ . La figure 6.7 montre cependant, au delà la vitesse critique  $V_{c1}$ , une évolution affine du volume avec la vitesse :  $\Omega = \beta \tau V R^2 - \Omega_0$ .  $\beta$  est un coefficient numérique et  $\Omega_0$  le volume minimum de cavité à créer avant d'entraîner une bulle d'air. La cavité



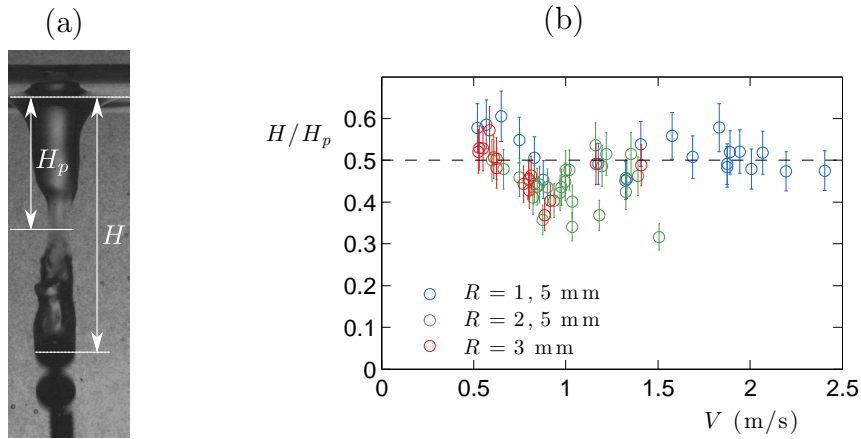


FIGURE 6.8 – (a) Définition des hauteurs  $H$  et  $H_p$  de la cavité au moment du pincement. Les billes ont un diamètre de 3 mm. (b) Rapport  $H_p/H$  en fonction de la vitesse  $V$  pour différentes billes. La droite pointillée indique la valeur théorique  $H_p/H = 1/2$  pour un pincement gravitaire.

d'air se raccorde à la bille au niveau de son équateur (figure 6.8a). Il est donc nécessaire de prendre en compte le demi-volume supérieur de la bille dans le calcul de  $\Omega$  :  $\Omega_0 = 2/3\pi R^3$ . On trace  $\Omega + \Omega_0$  en fonction de la vitesse  $V$  de la bille (figure 6.9a). La zone de croissance du volume devient linéaire avec la vitesse. On mesure le coefficient directeur  $\beta\tau R^2$  pour chacune des billes. On trace alors  $\beta\tau$  en fonction du rayon  $R$  des billes (figure 6.9b). La droite en trait plein indique une pente 0,5 correspondant au régime gravitaire :  $\tau \sim \sqrt{R/g}$ . La droite pointillée montre la pente 1,5 (régime capillaire,  $\tau \sim \sqrt{\rho R^3/\gamma}$ ). L'accord est plutôt bon avec la théorie gravitaire, comme nous l'avons entrevu avec le rapport  $H_p/H$ . Avec  $\tau = \sqrt{R/g}$ , on obtient  $\beta = 0,8$  : le modèle adopté pour décrire la capture de bulle d'air donne un ordre de grandeur satisfaisant (coefficient numérique de l'ordre de l'unité). Le volume d'air emporté par la bille suit donc la loi  $\Omega = 0,8 V R^{5/2}/g^{1/2} - 2/3\pi R^3$ .

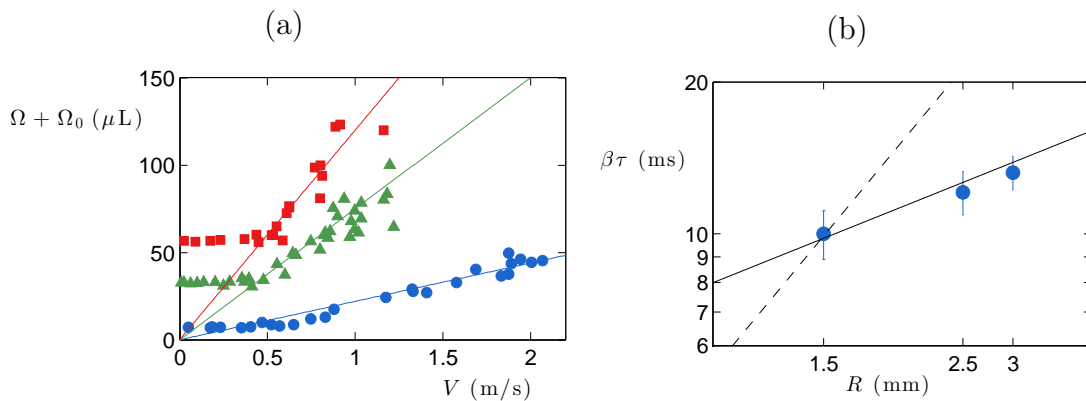


FIGURE 6.9 – (a) Volume corrigé  $\Omega + \Omega_0$  en fonction de la vitesse  $V$  pour différentes billes (symboles définis sur la figure 6.7). (b)  $\beta\tau$  calculé avec le graphique (a) en fonction du rayon  $R$  de la bille. La droite en trait plein indique une pente 0,5 et celle pointillée, 1,5.

Nous pouvons cependant remarquer une ambiguïté dans la modélisation de la vitesse critique  $V_{c1}$  de capture de bulle et celle du volume capturé  $\Omega$ . D'une part, nous expliquons

l'indépendance de la vitesse critique  $V_{c1}$  avec la taille de la bille par une égalité des mécanismes capillaire et gravitaire dans la gamme de rayons considérée. D'autre part, nous montrons que l'effondrement de la cavité lors de la prise d'une bulle est principalement gravitaire. Dans le premier cas, on considère un pincement de la cavité très proche de la surface, à une distance de l'ordre du rayon de la bille (figure 6.5b) : les mécanismes capillaire et gravitaire y prédominent, en fonction de la taille de la bille par rapport à la longueur capillaire. En revanche, dans la seconde situation, l'effondrement a lieu plus en profondeur, en raison de la grande vitesse de la bille. Comme l'ont montré Aristoff et Bush [2], à une distance supérieure à  $a^2/R$  de la surface, l'effondrement est dû à la pression hydrostatique, même pour une petite bille ( $R < a$ ). Nos expériences se situent majoritairement dans ce cas :  $a^2/R$  vaut 5 mm pour la plus petite bille ( $R = 1,5$  mm).

### 6.2.3 Dérives autour du modèle

Dans cette partie, nous modifions notre araignée modèle pour tester l'influence des différentes propriétés de l'abdomen sur la prise de bulle.

#### L'argyronète hydrophobe

Le caractère superhydrophobe de l'abdomen est l'une des propriétés physiques les plus remarquables de l'argyronète. Afin de questionner son rôle dans la prise de bulle, nous réalisons l'expérience décrite précédemment avec une bille simplement hydrophobe. Sur une bille de verre de 1,5 mm de rayon, on greffe une molécule perfluorée via une réaction de silanisation. La surface possède alors pour l'eau un angle de contact de typiquement  $100^\circ$ , et donc d'environ  $80^\circ$  pour l'air dans l'eau. On colle cette bille à une seconde bille de même taille et on fixe le tout à la tige verticale. La figure 6.10a montre le type de bulle observé lorsque l'on descend la tige à une vitesse  $V$  constante. La poche d'air n'englobe pas toute la bille mais repose sur le dessus, avec un angle de contact de l'ordre de  $90^\circ$ .

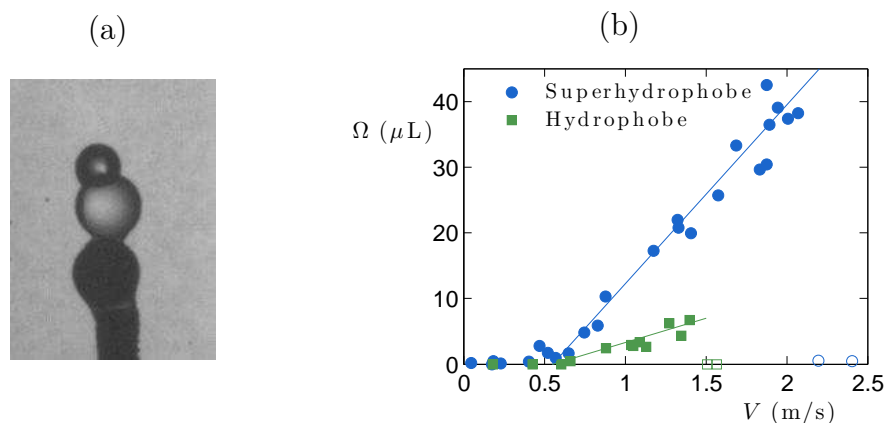


FIGURE 6.10 – (a) Bulle d'air accrochée à une bille de verre hydrophobe de rayon 1,5 mm. La vitesse de la bille lors de la capture est  $V = 1,3$  m/s. (b) Volume  $\Omega$  de la bulle d'air en fonction de la vitesse  $V$  pour une bille hydrophobe et une bille superhydrophobe. Le rayon des billes est  $R = 1,5$  mm.

On mesure le volume d'air  $\Omega$  obtenu pour différentes vitesses (figure 6.10b). Sa variation est semblable au cas superhydrophobe : augmentation linéaire au delà d'une vitesse

critique puis décrochage de la bulle lorsque son volume devient trop important. Cependant, l'augmentation du volume est environ quatre fois plus faible et la bulle se décroche bien plus vite. Au maximum, on capture un volume de  $6 \mu\text{L}$ , contre  $40 \mu\text{L}$  avec une bille superhydrophobe. Le caractère non mouillant de l'abdomen est donc primordial à l'araignée pour attraper une bulle de grande taille.

### L'argyronète cylindrique

Les deux billes du montage expérimental symbolisent l'abdomen et le céphalothorax de l'argyronète. Sur l'araignée, la jonction entre ces deux parties n'est pas infiniment fine comme dans le cas de deux sphères accolées. Nous nous intéressons donc à l'influence de la forme de l'araignée. On remplace les deux billes par un long cylindre vertical superhydrophobe. Le bout supérieur de ce cylindre est arrondi en demi-sphère. Nous réalisons l'expérience avec des cylindres de 1,5 et 2,5 mm de rayon.

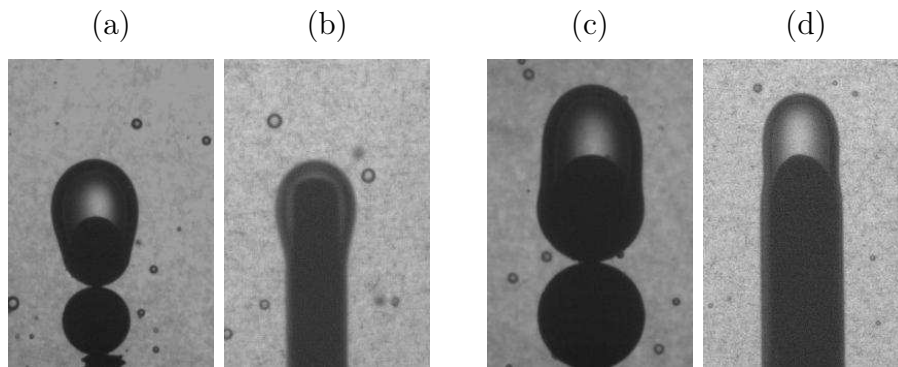


FIGURE 6.11 – Objets de 1,5 mm de rayon entraînés d'une interface eau/air à  $V = 1,8 \text{ m/s}$  : (a) bille,  $\Omega = 25 \mu\text{L}$  et (b) cylindre,  $\Omega = 21 \mu\text{L}$ . Objets de 2,5 mm de rayon entraînés à  $V = 1,2 \text{ m/s}$  : (c) bille,  $\Omega = 50 \mu\text{L}$  et (d) cylindre,  $\Omega = 49 \mu\text{L}$ .

La figure 6.11 montre les différents types de bulle observés avec une bille ou un cylindre. Dans le cas du cylindre, on remarque que la bulle ne s'établit pas de la même manière pour chacune des deux tailles. Sa forme résulte de la compétition entre la tension de surface, qui cherche à diminuer l'interface eau/air, et la poussée d'Archimède, qui tire la bulle vers la surface. Dans le cas du cylindre de 1,5 mm de rayon, plus petit que la longueur capillaire ( $a = 2,7 \text{ mm}$ ), la bulle englobe le bout du cylindre. En revanche, celui de 2,5 mm est trop large pour cela et la bulle reste sur le dessus, comme dans le cas de la sphère. Néanmoins, la taille des bulles semble similaire entre la bille et le cylindre, avec un volume légèrement plus grand dans le cas de la bille.

De manière plus quantitative, la figure 6.12 montre le volume d'air  $\Omega$  capturé par ces différents objets en fonction de la vitesse  $V$  d'entraînement. Le volume d'air emporté par le cylindre est environ 70% de celui obtenu avec une bille de même rayon. Les vitesses critiques de prise de bulle et de décrochage sont en revanche sensiblement similaires.

Une jonction de l'abdomen bien marquée permet donc à l'araignée d'emporter une bulle plus volumineuse. Cependant, le gain n'est pas très prononcé. La forme de l'abdomen n'est pas une caractéristique aussi critique que sa taille ou ses propriétés de mouillage pour ce qui est du volume d'air capturé.

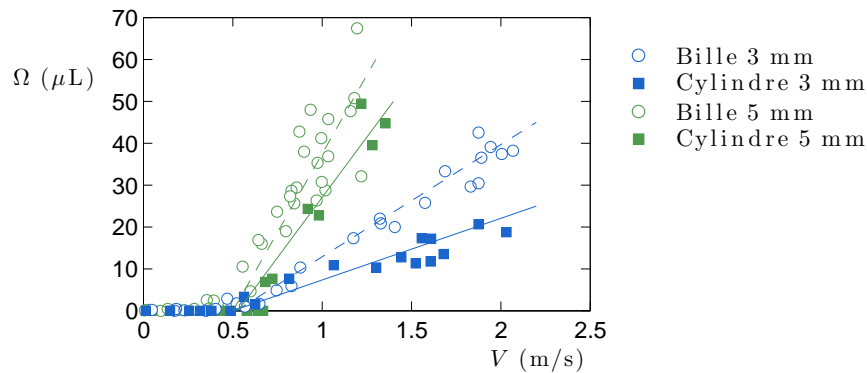


FIGURE 6.12 – Volume  $\Omega$  de la bulle d'air entraînée en fonction de la vitesse  $V$  pour des billes et des cylindres superhydrophobes de 1,5 et 2,5 mm de rayon.

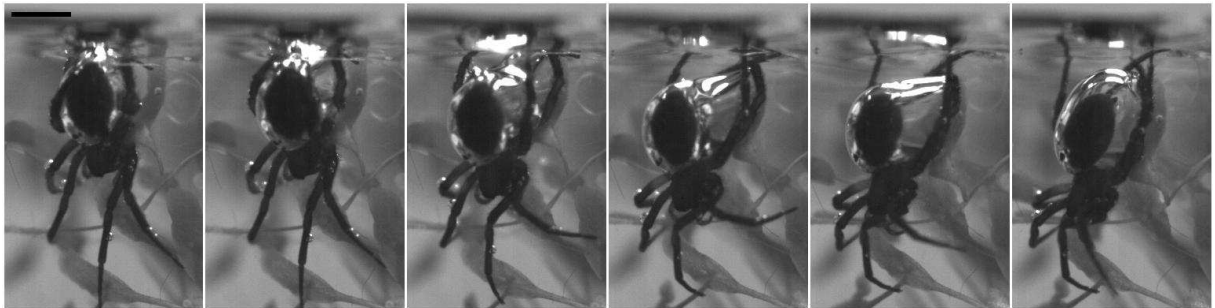


FIGURE 6.13 – Chronophotographie de la prise de bulle par une argyronète. L'échelle indique 5 mm et le pas de temps entre deux images est 22 ms.

## 6.3 L'argyronète réelle

### 6.3.1 Sous l'oeil de la caméra

Nous laissons nos billes de côté pour revenir vers une argyronète en chair (mais sans os). Pour réaliser l'étude détaillée dans la partie précédente, nous nous sommes d'abord appuyés sur les films que nous avons à notre disposition [103, 121]. Tournés à 25 images par seconde, ils ne sont pas exploitables pour décrire précisément la gymnastique de l'argyronète au moment de la prise de bulle, qui dure environ 100 ms. Afin de pouvoir filmer avec une caméra à haute fréquence ce mouvement rapide de l'araignée, nous avons contacté Daniel Asselineau, passionné par la vie aquatique en général, spécialiste et éleveur d'argyronètes en particulier.

#### La prise de bulle

La figure 6.13 montre une araignée qui prend une bulle à la surface de l'eau. 22 ms séparent deux images. Les pattes jouent un rôle primordial dans cette action. Initialement (première image), l'argyronète est tête en bas et le bout de son abdomen est en contact avec l'air (à noter : le film d'air qui entoure l'abdomen crée un effet d'optique qui fait apparaître ce dernier plus petit qu'en réalité). Les deux paires de pattes avant sont dépliées

et accrochées à des fils de soie (invisibles sur l'image). La troisième paire est repliée sur le dessus de l'abdomen ; quant à la paire arrière, les pattes se trouvent le long de l'abdomen, leurs extrémités se croisent à la surface de l'eau pour former une sorte d'anneau. Pour emprisonner une bulle, l'araignée rabat rapidement cet anneau sur la cavité d'air créée entre la surface et le haut de son abdomen (deuxième image). La troisième paire de pattes suit le même chemin (troisième image). Cela a pour effet d'allonger obliquement le tube d'air qui relie l'abdomen à la surface et qui se trouve entouré par les deux paires de pattes. En continuant de se rabattre, les pattes arrières finissent par le couper (quatrième image). Le volume d'air ainsi emporté vient ensuite se stabiliser autour de l'abdomen (cinquième et sixième images). Afin d'allonger la cavité d'air, on remarque également que l'abdomen recule durant ce mouvement.

L'argyronète crée ainsi une cavité d'air qu'elle coupe avec ces pattes pour isoler une bulle. A la différence de notre araignée modèle, la cavité n'est pas complètement verticale, et sa fermeture semble principalement due aux pattes de l'araignée. De plus, la vitesse typique de ces pattes est de 0,2 m/s, donc inférieure au seuil de prise de bulle que nous avons observé à 0,5 m/s.

### Le dépôt de bulle

Nous avons également observé l'argyronète sortir de sa cloche après y avoir déposé une bulle (figure 6.14). Cette action est nettement plus lente que la prise, la vitesse de l'araignée est ici de 5 cm/s. Nous avons mesuré cette vitesse sur d'autres films montrant une argyronète sortir de sa bulle, elle est toujours de l'ordre du centimètre par seconde. La cavité se referme au niveau de l'abdomen et ne laisse que le film d'air. En outre, les pattes ne jouent pas de rôle significatifs dans cette phase. Au total, cette situation est très proche de celle observée avec l'araignée modèle sous le seuil de capture (figure 6.5b).



FIGURE 6.14 – Chronophotographie d'une argyronète sortant de sa cloche. L'échelle indique 5 mm et le pas de temps entre deux images vaut 20 ms.

### 6.3.2 Un modèle à quatre pattes

Afin de comprendre le rôle des pattes de l'araignée dans la formation d'une cavité d'air et la capture d'une bulle, nous ajoutons quatre pattes à la bille superhydrophobe dans le dispositif expérimental (figure 6.15a). Ce sont des tiges de nickel de 1 mm de diamètre disposées verticalement autour de la bille et maintenues par son champ magnétique. Elles dépassent d'environ 4 mm au-dessus de la bille, ce qui est comparable au cas de l'araignée réelle (cf. figure 6.2b). Elles ne sont pas traitées superhydrophobes, l'angle de contact avec l'eau est de l'ordre de 90°. Nous réalisons l'expérience avec la bille de 5 mm de diamètre, qui est la plus proche des dimensions de l'abdomen de l'argyronète.

### La cavité d'air

La vitesse de l'araignée lors de la prise de bulle est de 0,2 m/s. La figure 6.15b montre la fermeture de la cavité pour une bille nue de 2,5 mm de rayon et descendue à cette vitesse. Le pincement a lieu au niveau de la bille, dont la vitesse est inférieure au seuil de capture. Nous comparons, sur la figure 6.15c, l'état de la cavité avec une bille entourée cette fois de quatre pattes et descendue également à 0,2 m/s. A la même altitude que la bille nue, les quatre tiges verticales maintiennent la cavité ouverte. Celle-ci se pince 4 mm plus bas (figure 6.15d). Cette analyse qualitative confirme que les pattes jouent un rôle stabilisateur pour la cavité.

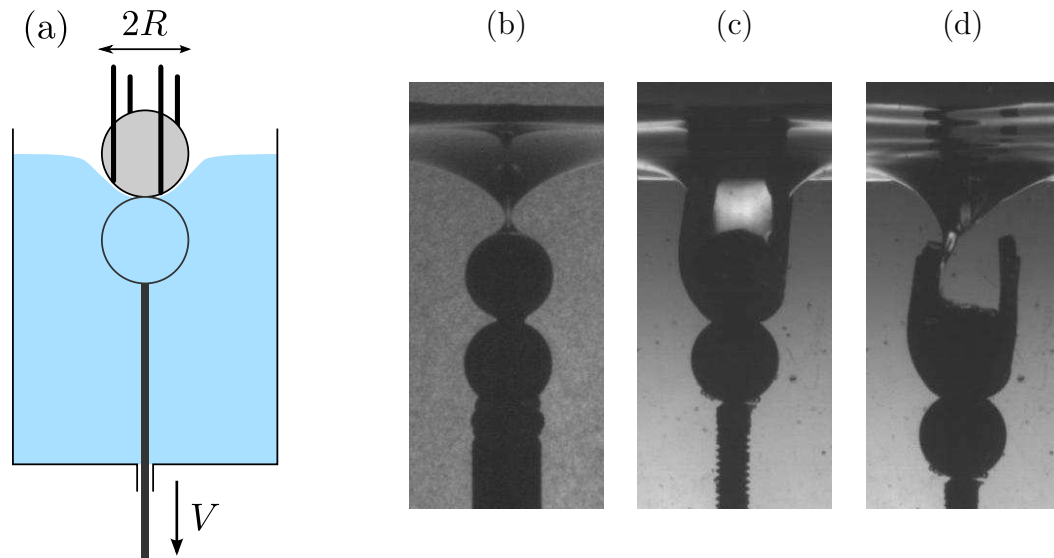


FIGURE 6.15 – (a) Schéma de l'expérience. La bille superhydrophobe est entourée de quatre tiges de 1 mm de diamètre qui dépassent la bille de 4 mm. Elles symbolisent les pattes de l'araignée. (b) Pincement de la cavité pour une bille sans patte, de rayon  $R = 2,5$  mm et descendue avec une vitesse  $V = 0,2$  m/s. (c) Etat de la cavité à la même altitude pour une bille similaire entourée de pattes et descendue à la même vitesse. (d) Pincement de la cavité pour la bille décrite en (c).

Nous avons mesuré la hauteur  $H$  de la cavité lors de son pincement pour différentes vitesses  $V$  de la bille. La figure 6.16a montre ces résultats pour deux billes de 2,5 mm de rayon, l'une sans patte et l'autre avec. Les droites ajustent les données avec une fonction affine et servent de guide. La présence des pattes augmente de quelques millimètres la hauteur de pincement.

Nous avons également mesuré le volume d'air  $\Omega$  capturé par la bille à pattes en fonction de la vitesse (figure 6.16b). En comparaison avec la même bille nue, le seuil de prise de bulle est peu modifié par la présence des pattes. En revanche,  $H$  étant plus important,  $\Omega$  croît plus rapidement grâce à la présence des pattes.

L'ajout de pattes statiques à notre araignée modèle permet de créer une cavité plus grande. En revanche, ce n'est pas suffisant pour capturer une bulle d'air avec une vitesse proche de celle de l'argyronète. Les pattes jouent donc un second rôle que nous avons observé sur la chronophotographie (figure 6.13) : en plus d'allonger la cavité, elles la coupent au niveau de la surface et emprisonnent ainsi une bulle sous l'eau.

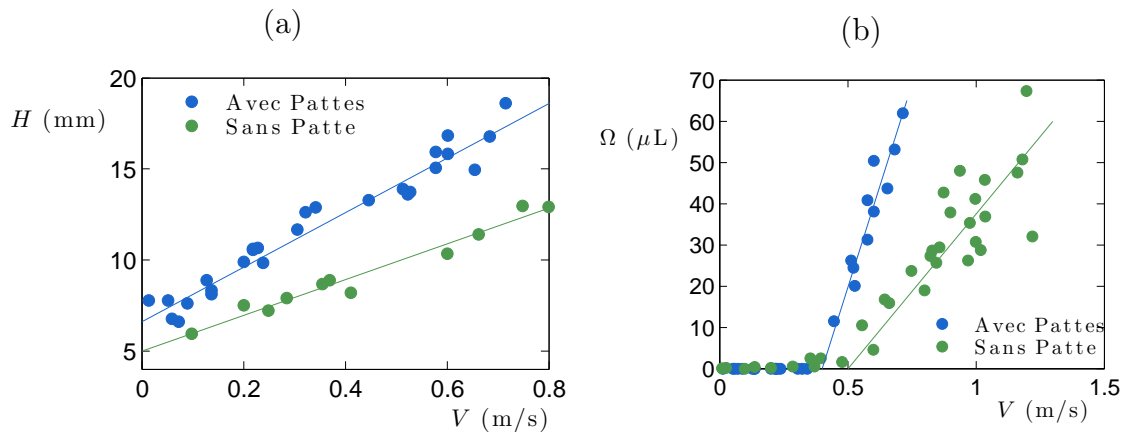


FIGURE 6.16 – (a) Hauteur  $H$  de la cavité lors du pincement en fonction de la vitesse  $V$  pour une bille sans patte ou avec. Le rayon des billes est de 2,5 mm. (b) Volume  $\Omega$  de la bulle d'air en fonction de la vitesse  $V$  pour les deux mêmes billes.

## Le volume de la bulle

Lorsque l'argyronète emporte la bulle jusqu'à sa cloche, elle garde les deux pattes arrières le long de la bulle (cf. figure 6.2b). Cela pose la question de l'accrochage de la bulle et du volume maximum que peut emporter l'araignée. Comme nous l'avons vu lors des expériences avec l'argyronète modèle, si la bulle est trop volumineuse, elle se détache (paragraphe 6.2.2 et figure 6.7) : il existe un volume d'air maximum  $\Omega_M$  que peut maintenir la bille superhydrophobe. Pour le mesurer, nous avons gonflé à l'aide d'une seringue une bulle produite avec notre dispositif expérimental, puis nous avons mesuré son volume juste avant le détachement. Le tableau 6.1 regroupe les résultats obtenus avec les trois tailles de bille ainsi qu'avec celle entourée de pattes. Nous avons également ajouté le volume moyen mesuré pour des bulles capturées par une argyronète vivante dont la taille de l'abdomen est de 5 mm (cf. figure 6.13).  $\Omega_M$  croît avec la taille de la bille et on remarque que la présence des pattes artificielles l'augmente de 40% : de 76  $\mu\text{L}$  à 105  $\mu\text{L}$  pour la bille de 5 mm. Cette dernière valeur est très proche de celle mesurée sur des bulles d'argyronète : l'araignée optimise la quantité d'air qu'elle peut capturer (si bien qu'il peut lui arriver de perdre sa bulle lors du trajet vers sa cloche, comme nous avons pu le voir sur un des films [103]). Les pattes jouent donc également un rôle majeur dans la stabilisation de la bulle d'air sous l'eau en accrochant la surface eau/air.

## Conclusion

Nous nous sommes intéressé ici à la manipulation de bulles d'air sous l'eau par l'argyronète aquatique. Nous avons d'abord imaginé un modèle simple d'araignée fondé sur le déplacement rapide de l'abdomen superhydrophobe. Avec cette technique, nous mettons en évidence une vitesse seuil de 0,5 m/s pour la prise de bulle. En comparant les résultats obtenus avec des spécimens vivants filmés avec une caméra rapide, nous avons mis en évidence le rôle important des quatre pattes arrières dans cette action. Ces dernières permettent d'allonger la cavité d'air créée avec la surface puis de la couper. L'araignée

Support	Pattes	Diamètre	Volume $\Omega_M$
Bille	Sans	3 mm	$44 \pm 2 \mu\text{L}$
Bille	Sans	5 mm	$76 \pm 2 \mu\text{L}$
Bille	Sans	6 mm	$96 \pm 3 \mu\text{L}$
Bille	Avec	5 mm	$105 \pm 10 \mu\text{L}$
Argyronète	Avec	5 mm	$110 \pm 30 \mu\text{L}$

TABLE 6.1 – Volume maximum  $\Omega_M$  supporté par une bille superhydrophobe, avec ou sans pattes artificielles. La dernière ligne correspond à la moyenne des volumes de bulles capturées par une argyronète, mesurée sur six expériences similaires à la figure 6.13.

réduit ainsi d'un facteur 5 la vitesse nécessaire à la capture d'une bulle de  $100 \mu\text{L}$ , par rapport à un système modèle agrémenté de pattes statiques. La prochaine évolution de l'araignée modèle pourrait donc être l'ajout d'un système qui coupe, sous la surface, la cavité avec une vitesse contrôlée.

Cette araignée au mode de vie singulier n'intéresse pas uniquement les scientifiques. Le réalisateur japonais Hayao Miyazaki l'a mise en scène dans un court métrage animé (figure 6.17). Elle y apparaît au côté d'un gerris, une autre petite bête dont les propriétés superhydrophobes ont également attiré les physiciens ces dernières années [61, 49]. On voit ainsi comment des surfaces superhydrophobes permettent d'engendrer des fonctions spéciales (injection d'air pour l'argyronète, flottation et friction faible pour le gerris), vitales pour ces espèces qui en dépendent.



FIGURE 6.17 – L'argyronète aquatique mise en scène par Miyazaki [81].





# Chapitre 7

## Plantes aquatiques superhydrophobes

### Contents

---

<b>7.1</b>	<b>Survie de la Myriophylle</b>	<b>105</b>
7.1.1	La myriophylle aquatique	105
7.1.2	L'inondation	107
7.1.3	La montée des eaux	108
<b>7.2</b>	<b>Autres plantes, autres mœurs</b>	<b>110</b>
7.2.1	Neptunia	110
7.2.2	Salvinia, Pistia et Azolla	111
<b>7.3</b>	<b>Bulle d'air pour feuille non mouillante</b>	<b>113</b>

---

*En collaboration avec Christoph Neinhuis (Institut de Botanique, Université Technique de Dresde, Allemagne).*

De nombreuses plantes possèdent des feuilles superhydrophobes [83], et parmi celles-ci, de nombreuses plantes aquatiques. Chez ces dernières, c'est généralement sur les parties en contact avec l'air que l'on retrouve cette caractéristique. Cela pose la question des propriétés – outre le non-mouillage – que confère la superhydrophobie dans un environnement aquatique. Dans le cas de la myriophylle aquatique, par exemple, on observe un comportement remarquable : elle capture une bulle d'air à son apex lorsqu'elle se retrouve submergée. Ce mécanisme pourrait être une technique de protection en cas d'inondation. Nous nous intéresserons dans ce chapitre au comportement, lors de l'élévation du niveau d'eau, de la myriophylle aquatique puis de divers autres plantes aquatiques non mouillantes. Une partie de cette exploration du monde aquatique superhydrophobe a été effectuée à Dresde avec Christoph Neinhuis, professeur et directeur du jardin botanique.

## 7.1 Survie de la Myriophylle

### 7.1.1 La myriophylle aquatique

*Myriophyllum aquaticum* (Verdcourt, 1973) est une plante aquatique constituée d'une longue tige, en partie émergée, qui prend racine sous l'eau et pousse verticalement (figure 7.1a). Elle peut mesurer jusqu'à 1,5 m de hauteur. Les feuilles apparaissent par étages de 4

à 6 unités, qui sont espacés de quelques millimètres près de l'apex à quelques centimètres. Les feuilles de la partie émergée sont superhydrophobes (figure 7.1b). Le nom de la plante provient de leur grande quantité : "myrio" vient de *myrias* en grec, qui a donné myriade, une quantité indénombrable, et "phylle", de *phyllon*, la feuille. En anglais on trouve le nom de "parrot feather" (plume de perroquet) ou "water milfoil" (mille-feuille d'eau). Cette plante invasive est originaire d'Amérique du Sud, mais on la trouve maintenant dans des cours d'eau de l'Europe [62] à la Nouvelle-Zélande [60]. Elle se propage rapidement, réduisant sensiblement la faune et la flore. En contre partie, elle contribue à filtrer les polluants présents dans l'eau [120].

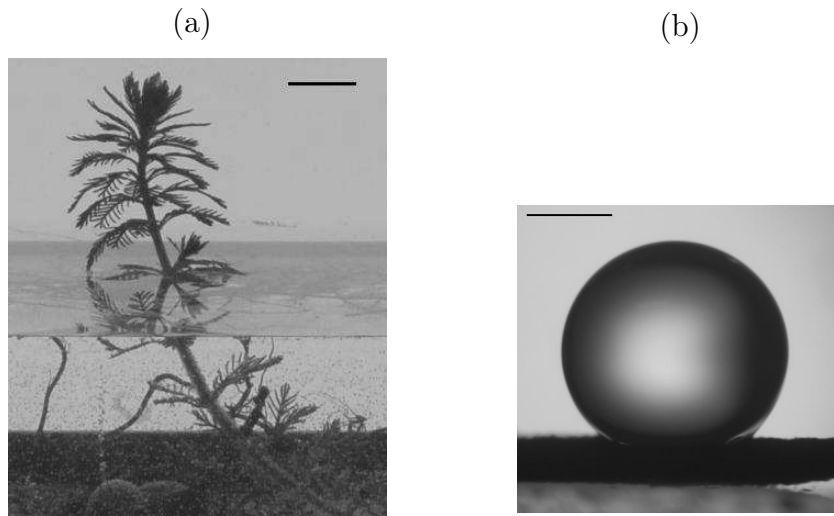


FIGURE 7.1 – (a) Un spécimen de myriophylle aquatique. L'échelle indique 2 cm. (b) Goutte d'eau de 7  $\mu\text{L}$  déposée sur une feuille de myriophylle. L'échelle indique 1 mm.

La figure 7.2a montre une feuille superhydrophobe de myriophylle sous l'œil d'un microscope électronique. Sa surface est texturée de petites bosses de 20  $\mu\text{m}$ , qui sont à leur tour recouvertes de cristaux de cire de 1  $\mu\text{m}$  de large et 100 nm d'épaisseur. Cette double texturation avec des cristaux de cire hydrophobe est caractéristique des surfaces végétales non mouillantes [8].

A l'apex de la myriophylle aquatique se trouve le méristème. C'est la région où naissent, toujours par étages, les nouvelles feuilles. Ici, les paliers ne sont pas encore bien espacés, et cette multitude de feuilles non mouillantes confère une propriété originale à la plante : lorsque le niveau de l'eau monte, les feuilles viennent en contact avec celles des étages supérieurs et forment un petit vase, dans lequel une bulle d'air reste emprisonnée (figure 7.3). Nous avons répété cette expérience pour différentes vitesses de montée du niveau d'eau, nous n'avons pas observé de variation dans la capture d'une bulle d'air. De plus, la superhydrophobie de la plante est assez résistante. Nous avons reproduit l'expérience de capture dans des mélanges eau/méthanol. On observe la prise de bulle jusqu'à une fraction massique de 63% de méthanol, ce qui correspond à une tension de surface liquide/air de  $30 \pm 3$  mN/m [124]. La myriophylle aquatique nous offre un bel exemple d'origami capillaire [95], similaire notamment aux travaux de Reis et collaborateurs effectués avec des plantes biomimétiques en polymère [64, 104].

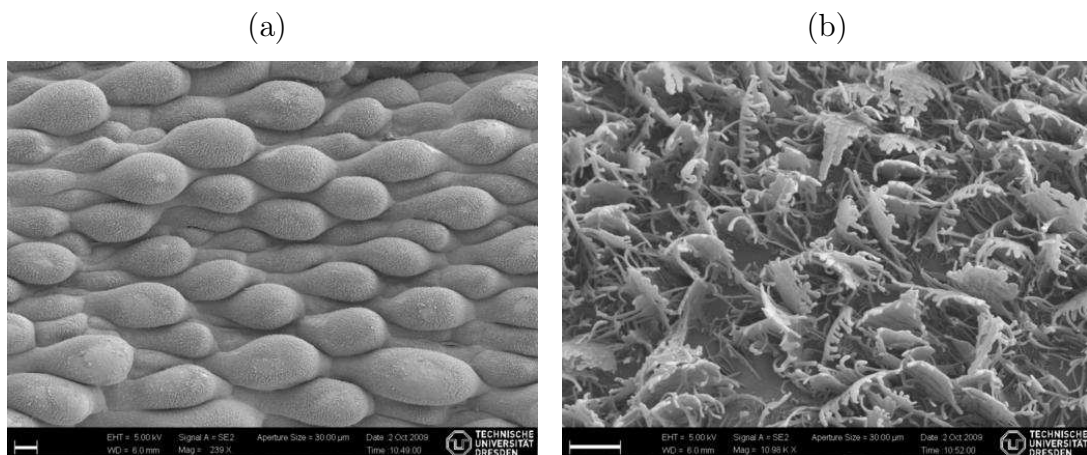


FIGURE 7.2 – Feuille superhydrophobe de myriophylle au microscope électronique. Les échelles indiquent (a) 20  $\mu\text{m}$  et (b) 1  $\mu\text{m}$ .

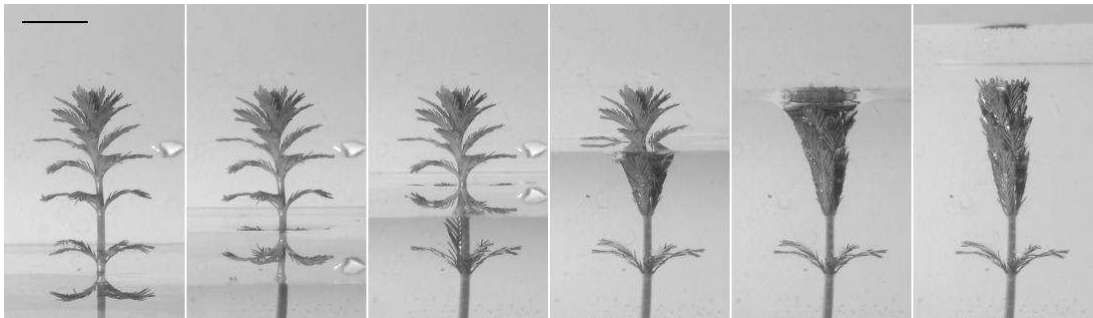


FIGURE 7.3 – Capture d'une bulle d'air à l'apex de la myriophylle aquatique lors de la montée du niveau de l'eau. L'échelle indique 1 cm et 5 s séparent deux images.

### 7.1.2 L'inondation

La capture d'une bulle d'air est à l'origine de notre intérêt pour la myriophylle aquatique. Il pourrait s'agir d'un mécanisme de survie lorsque la plante est submergée. Afin d'observer son comportement dans cette situation, nous avons réalisé l'expérience suivante. Pendant plusieurs jours, un spécimen et sa bulle sont maintenus sous l'eau et, devant l'aquarium, un appareil photographique se déclenche toute les heures. Le dispositif se trouve dans une serre chauffée, il est éclairé par une lampe puissante et l'eau est maintenue à une température de l'ordre de 25°C. La figure 7.4a montre une chronophotographie de l'expérience. A l'apex, les feuilles sont collées les unes aux autres, emprisonnant en leur sein une grande quantité d'air. On observe une croissance assez rapide de la plante, de l'ordre de quelques millimètres par heure. On reproduit une seconde fois cette expérience avec une myriophylle dont la tête a préalablement été mouillée dans l'eau savonneuse dans le but de supprimer la superhydrophobie et donc l'entraînement d'air (figure 7.4b). Dans cette seconde situation, la plante croît bien plus lentement.

La figure 7.5 montre la taille  $x$  gagnée par la plante en fonction du temps  $t$ . L'expérience avec une plante dépourvue de son air a été répétée plusieurs fois. La croissance de la myriophylle avec une bulle d'air est très rapide, de l'ordre de 3 mm/h, tandis que celle

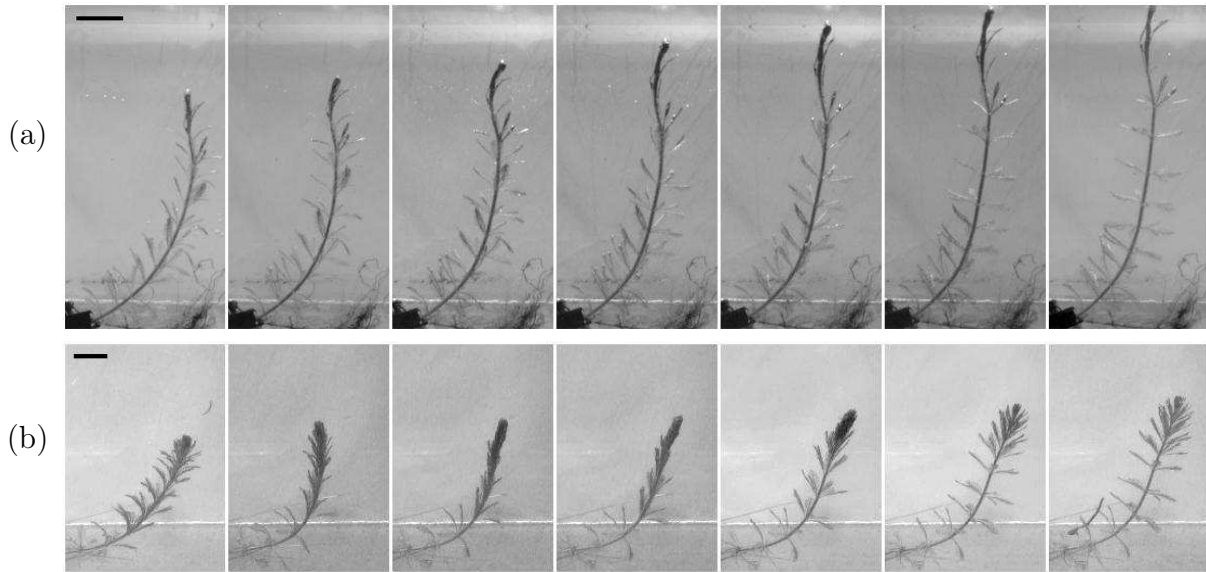


FIGURE 7.4 – Myriophylles immergées dans un aquarium d’eau. Les échelles indiquent 2 cm et 4 h séparent deux images. (a) La plante a une bulle d’air emprisonnée à son apex. (b) La plante n’a pas de bulle d’air et l’eau mouille les feuilles.

des plantes dans l’air est cinq à six fois plus lente. On peut noter par ailleurs le caractère très reproductible de cette dernière expérience.

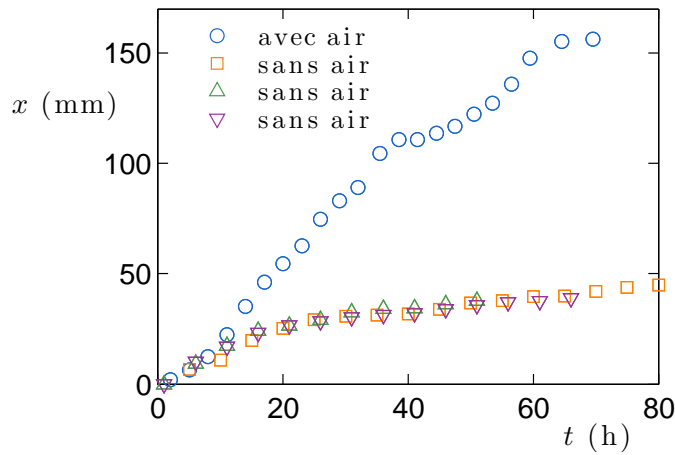


FIGURE 7.5 – Croissance  $x$  de la plante immergée en fonction du temps  $t$ . Trois spécimens ont été débarrassés de l’air retenu par les feuilles.

### 7.1.3 La montée des eaux

Cette première expérience d’inondation brutale pose la question du comportement de la myriophylle aquatique en cas de montée lente du niveau d’eau. Attend-elle d’être submergée pour croître rapidement ou est-elle capable de précéder la surface liquide? La figure 7.6a montre un dispositif dans lequel le niveau de l’eau monte à la vitesse de

1,3 mm/h. On observe que pendant plus de deux jours la plante suit cette montée et garde sa tête émergée. Dans le cas d'un niveau d'eau statique (figure 7.6b), on obtient une croissance bien plus lente.

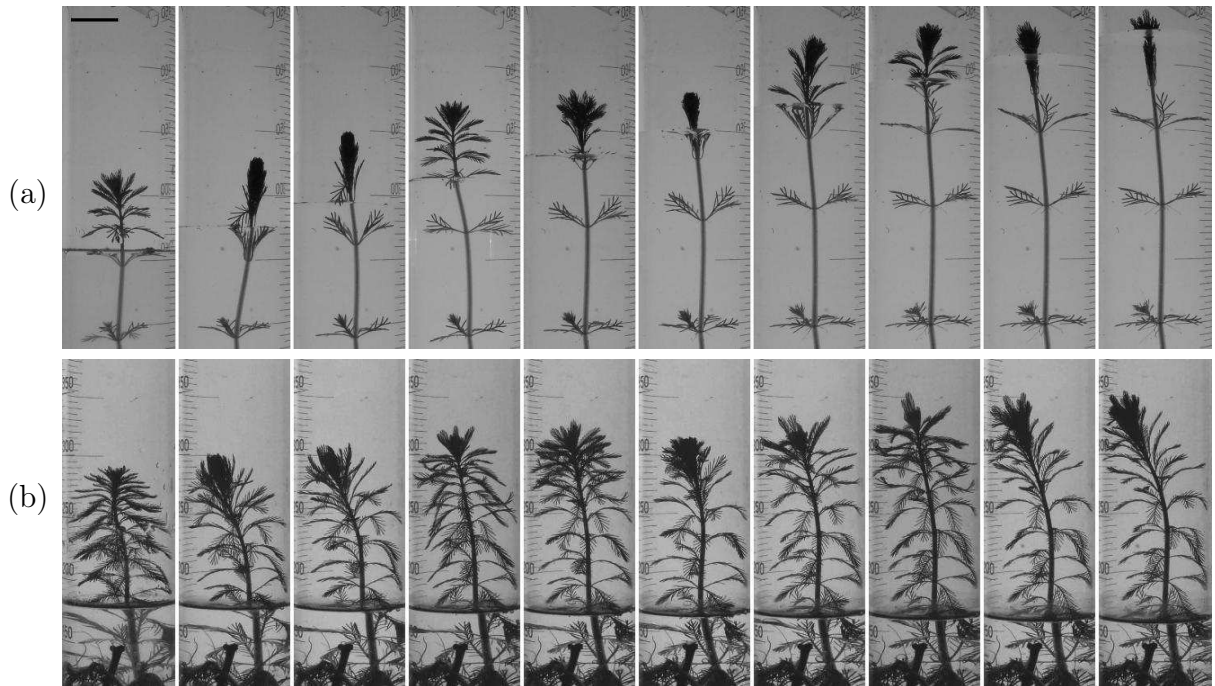


FIGURE 7.6 – (a) Chronophotographie d'une myriophylle aquatique plongée dans un bain dont le niveau d'eau monte à 1,3 mm/h. (b) Expérience témoin avec un niveau d'eau statique. L'échelle indique 2cm et le pas de temps entre deux images est de 8h.

On trace l'accroissement  $x$  de la plante en fonction du temps (figure 7.7), pour la situation témoin (niveau d'eau fixe) et pour deux vitesses de montée du niveau d'eau : 1,3 mm/h et 2,7 mm/h. Dans le cas où le niveau d'eau monte, la plante croît bien plus rapidement, à une vitesse de 1,2 mm/h pendant une cinquantaine d'heure. Lorsque la surface reste statique, cette vitesse est de l'ordre de 0,2 mm/h. La myriophylle est donc capable, dans une certaine mesure, de suivre une montée des eaux. Les vitesses enregistrées ici sont plus faibles que dans l'expérience précédente. Cela est dû aux conditions expérimentales : ces mesures ont été réalisées au laboratoire, dans un environnement moins chaud et lumineux, donc moins propice à l'activité biologique.

Les deux comportements de forte croissance que nous avons observés, pour une plante totalement immergée et dans le cas d'une lente montée de l'eau, ont été étudiés dans le cas d'autres plantes, notamment du riz [101]. La plante grandit principalement par élongation des cellules. Cette élongation est fortement favorisée par l'air retenu par la plante à la surface de ses feuilles superhydrophobes. Appelé "plastron de plante", en référence au plastron des insectes (ou araignée) aquatiques, il améliore les échanges gazeux ( $O_2$  et  $CO_2$ ) avec l'extérieur [30] et favorise ainsi la photosynthèse et la respiration de la plante [89]. En outre, il concentre l'éthylène qui se dissout peu dans l'eau et qui agit comme une hormone favorisant l'élongation des parois des cellules [66]. Sa vitesse de croissance est proche de celle de la myriophylle.

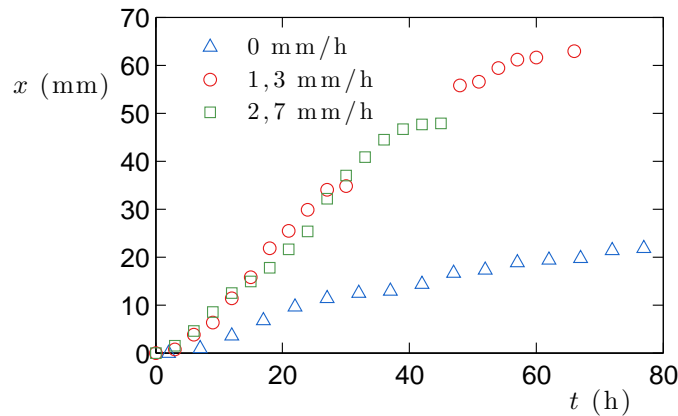


FIGURE 7.7 – Croissance  $x$  des myriophylles en fonction du temps  $t$  pour trois vitesses d’augmentation du niveau de l’eau.

## 7.2 Autres plantes, autres mœurs

Le myriophylle aquatique, comme le riz, est formée d’une longue tige verticale en partie immergée. Nous nous intéressons ici au comportement en immersion de plantes – toujours non mouillantes – de différentes morphologies.

### 7.2.1 Neptunia

La Neptunia est formée d’une longue tige qui prend racine sous l’eau puis qui monte et flotte sur la surface. Le long de cette tige, les feuilles superhydrophobes poussent par paire. Nous répétons l’expérience d’immersion avec cette plante. Pour cela, nous la maintenons sous l’eau, sans entraver son extrémité, comme le montre la chronophotographie sur la figure 7.8. Aidée par la poussée d’Archimède, la plante se redresse, puis, comme la myriophylle, accélère sa croissance pour accéder à la surface. Une fois en contact avec l’air, la tige se plie à  $90^\circ$  et continue son chemin à la surface de l’eau.

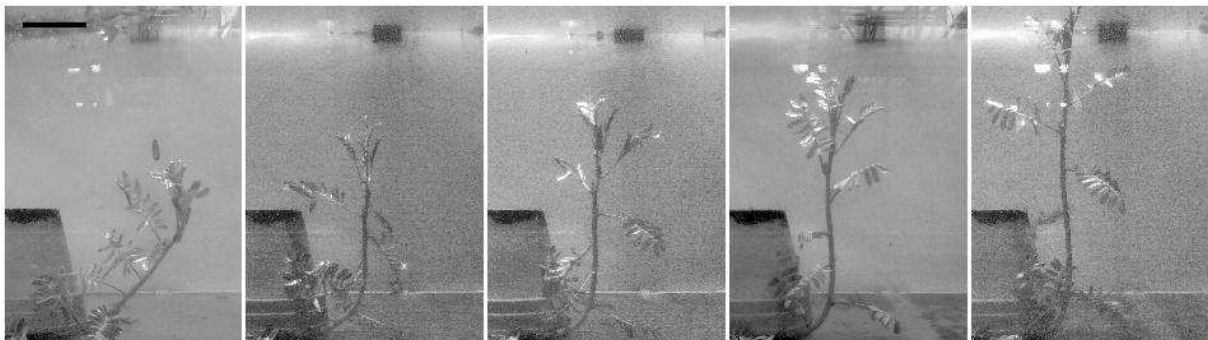


FIGURE 7.8 – Chronophotographie d’une Neptunia immergée. L’échelle indique 5 cm et le pas de temps entre deux images est de 7 h.

La figure 7.9 montre l’augmentation de taille  $x$  de la plante en fonction du temps. L’immersion s’effectue à  $t = 0$ . On observe que la croissance est très forte et s’accélère

même, atteignant 7 mm/h. L'aquarium à notre disposition était malheureusement trop petit pour cette plante véloce qui a rejoint la surface au bout d'une trentaine d'heure. Il serait intéressant de réitérer l'expérience avec un réservoir plus profond et sur un temps plus long afin de voir quel accroissement maximal la *Neptunia* peut atteindre.

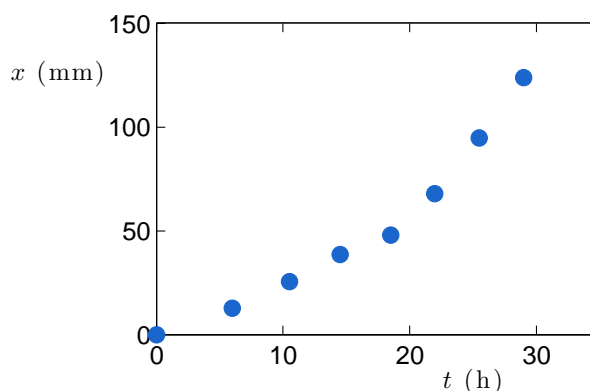


FIGURE 7.9 – Croissance  $x$  du spécimen de *Neptunia* de la figure 7.8 en fonction du temps.

### 7.2.2 *Salvinia*, *Pistia* et *Azolla*

Nous nous éloignons un peu plus du cas de la myriophylle et du riz en considérant maintenant des plantes totalement flottantes : la *Salvinia*, la *Pistia* et l'*Azolla*. Ce sont de petits radeaux dont les feuilles présentent généralement une face hydrophile en contact avec l'eau et une face superhydrophobe en contact avec l'air. Elles ont également des racines qui sont immergées dans l'eau.

#### **Salvinia**

La *Salvinia* est constituée de feuilles centimétriques, en contact les unes des autres et réparties le long d'une tige horizontale. Les nouvelles feuilles apparaissent à l'un des bouts de cette dernière. La figure 7.10 montre l'immersion d'un spécimen de *Salvinia*. L'autre bout de sa tige est maintenu par une pince. La plante se dresse verticalement en raison de la poussée d'Archimède. À la différence des plantes étudiées précédemment, on n'observe pas d'élongation de la tige. En revanche la plante continue à pousser normalement, une nouvelle paire de feuilles apparaît tous les quatre jours environ, comme nous avons pu l'observer en condition normale.

#### **Pistia**

La *Pistia* quant à elle est une plante flottante dont les feuilles, larges de quelques centimètres, sont réparties autour d'un point central, ce qui lui vaut le surnom de "laitue d'eau". Pour l'immerger, nous la maintenons par ses racines qui se trouvent sous la partie centrale de la plante. La chronophotographie de la figure 7.11 montre son évolution au cours de l'expérience. Comme la *Salvinia*, nous n'avons pas observé de comportement spécial. La *Pistia* a continué sa croissance sur un rythme normal.



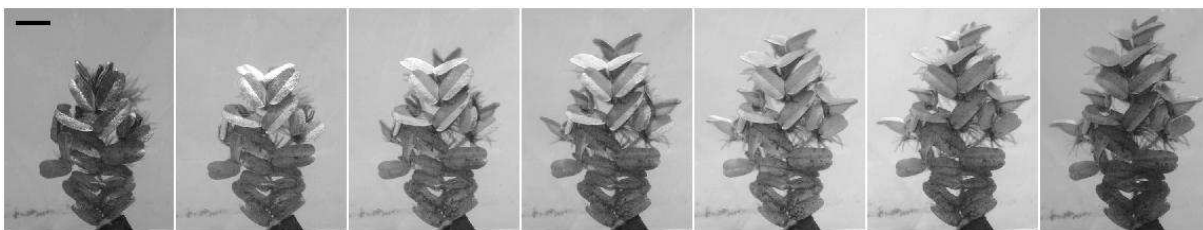


FIGURE 7.10 – Chronophotographie d'un spécimen de *Salvinia* immergé. L'échelle indique 2cm et 23h séparent deux images.



FIGURE 7.11 – Chronophotographie d'un spécimen de *Pistia* immergé. L'échelle indique 3 cm et 12 h séparent deux images.

### Azolla

La dernière espèce de plante que nous avons immergée est l'*Azolla*. Bien plus petite que les précédentes, elle est constituée de plusieurs feuilles millimétriques accolées horizontalement les unes aux autres sur une surface de l'ordre de  $1 \text{ cm}^2$ . Sous cette pastille de feuilles, une dizaine de racines s'enfoncent dans l'eau. La figure 7.12 montre deux spécimens maintenus sous l'eau par leurs racines. Une nouvelle fois, nous n'avons pas observé de croissance rapide au niveau de la partie habituellement immergée de la plante. En revanche, nous pouvons voir que quelques racines non maintenues par la pince se mettent à pousser rapidement. Une interprétation possible de cet effet est liée à l'entrave d'une grande partie de ces racines par la pince. Elles ne peuvent plus explorer le milieu à la recherche de nutriments ce qui conduit au développement de celles laissées libres.

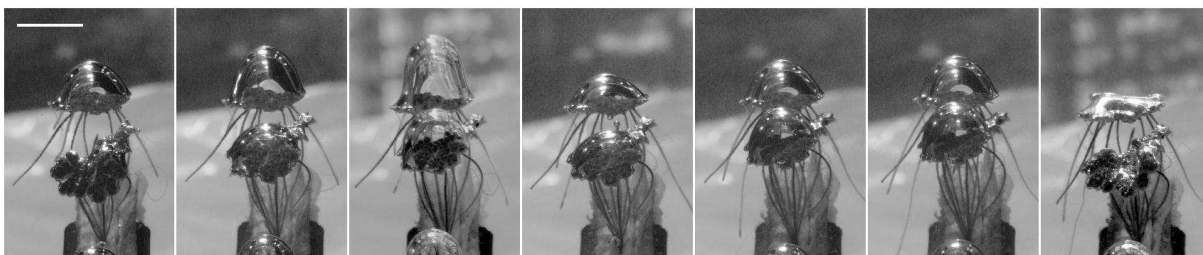


FIGURE 7.12 – Chronophotographie de deux spécimens d'*Azolla* immergés. L'échelle indique 1 cm et 3 h séparent deux images.

L'immersion de l'*Azolla* nous révèle également un phénomène que nous avons observé avec toutes les plantes immergées : la création de bulles de gaz qui se développent sur les feuilles puis s'en détachent et remontent à la surface. Ce gaz provient de la photosynthèse et de la respiration de la plante. Dans le cas de la myriophylle, par exemple, ces

bulles s'échappent principalement de celle emprisonnée à son apex. Quant à la *Salvinia*, il en apparaissait une petite sur chaque feuille. La situation de l'*Azolla*, en revanche, est vraiment frappante : du fait de sa petite taille, la bulle se développe sur l'intégralité de la feuille. Cela pose la question de l'avantage que pourrait conférer cette grosse bulle à l'*Azolla*, comme par exemple une poussée d'Archimède fortement augmentée.

### 7.3 Bulle d'air pour feuille non mouillante

Dans cette dernière partie du chapitre, nous nous intéressons à la création d'une bulle sur une surface superhydrophobe immergée. Nous réalisons pour cela l'expérience décrite sur la figure 7.13a. La base supérieure d'un cylindre en laiton de diamètre  $D$  est rendue superhydrophobe avec le traitement  $\text{AgNO}_3/\text{HDF-T}$  décrit au chapitre 1. On perce également un canal millimétrique entre le centre de cette face et un bord du cylindre, auquel est raccordé un petit tuyau. Le dispositif est alors plongé dans un bain d'eau et on injecte lentement de l'air dans le tuyau à l'aide d'une seringue. Une bulle se développe ainsi sur la surface non mouillante (figure 7.13b). On filme la croissance de la bulle et son volume maximal  $\Omega$  est mesuré juste avant qu'elle ne se détache.

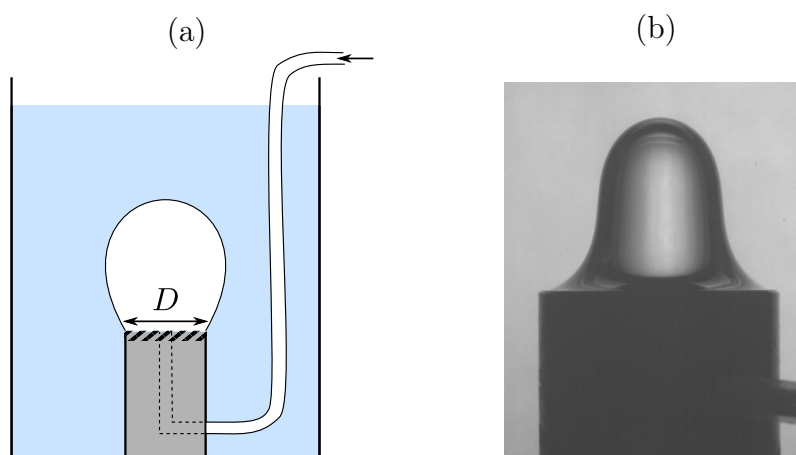


FIGURE 7.13 – (a) Schéma de l'expérience. La face supérieure du cylindre, de diamètre  $D$ , est superhydrophobe (partie hachurée) ; un tuyau y injecte de l'air. (b) Bulle d'air créée sur un cylindre de 12 mm de diamètre.

La figure 7.14 montre le volume maximal  $\Omega$  mesuré pour un diamètre  $D$  de cylindre variant de 3 à 35 mm. On observe deux régimes. (i) Dans un premier temps ( $D < 20$  mm),  $\Omega$  croît linéairement. La bulle s'appuie sur les bords du cylindre. C'est le cas de l'*Azolla*. (ii) Pour  $D > 20$  mm,  $\Omega$  atteint un plateau, de l'ordre de 400  $\mu\text{L}$ . La bulle se développe sur une zone réduite de la surface superhydrophobe. C'est la situation observée avec la *Salvinia* ou la *Pistia*.

On décrit la phase de croissance du volume  $\Omega$  par la loi de Tate [37], qui explique le décrochage d'une goutte pendante au bout d'un capillaire. La tension de surface maintient la bulle d'air sur les bords du cylindre avec une force  $F_\gamma = \pi D\gamma$ , où  $\gamma = 72$  mN/m est la tension superficielle de l'eau. À l'opposée, la poussée d'Archimède  $F_A$  tend à remonter la

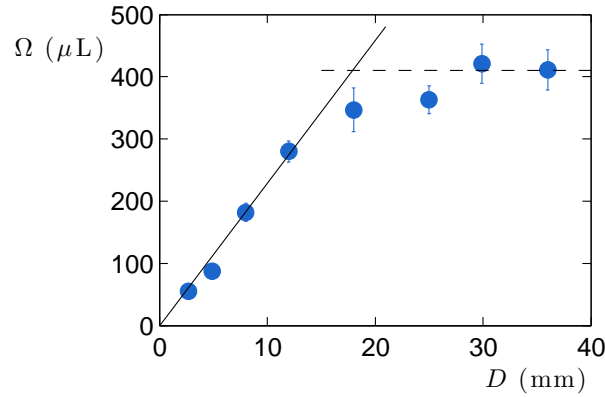


FIGURE 7.14 – Volume maximal  $\Omega$  de la bulle d’air en fonction du diamètre  $D$  du cylindre. La droite en trait plein représente l’équation 7.1 et la droite pointillée le plateau  $\Omega = 410 \mu\text{L}$ .

goutte vers la surface :  $F_A = \rho\Omega g$ , où  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$  est la masse volumique de l’eau et  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ , l’accélération de la pesanteur. L’égalité de ces deux forces conduit à :

$$\Omega = \pi a^2 D \quad (7.1)$$

où  $a = \sqrt{\gamma/\rho g} = 2,7 \text{ mm}$  est la longueur capillaire de l’eau. Cette équation est représentée par la droite en trait plein sur la figure 7.14. Elle est en bon accord avec les mesures expérimentales.

Lorsque le diamètre du cylindre augmente au-delà d’une valeur critique  $D_c \approx 20 \text{ mm}$ , l’équation 7.1 n’est plus valable pour décrire le volume de la bulle. En effet, cette dernière est trop petite et ne se raccorde plus à la surface superhydrophobe sur le bord du cylindre mais sur un périmètre plus restreint :  $\pi D_c$ . Cette situation est similaire au développement de l’instabilité de cheminée sous une goutte en caléfaction, qui est elle-même un cas particulier de l’instabilité de Rayleigh-Taylor (cf. chapitre 1). Cette instabilité apparaît lorsque le diamètre de la goutte, et donc du film de vapeur atteint [16, 14] :

$$D_c = 7,66a \quad (7.2)$$

Dans le cas de l’eau, on obtient  $D_c = 20,7 \text{ mm}$ . Cette valeur est très proche du diamètre critique observé expérimentalement. Lorsque la taille de la surface superhydrophobe dépasse  $D_c$ , le film d’air se déstabilise seulement sur cette distance.

Revenons aux plantes. Pour une feuille de taille  $L$ , la poussée d’Archimède s’écrit  $F_{A1} \sim \Delta\rho L^2 e g$ , où  $\Delta\rho$  est la différence de masse volumique entre l’eau et la plante et  $e$  est l’épaisseur de la feuille. Quand  $L$  est inférieur à  $D_c$ , le supplément de poussée d’Archimède dû à la bulle est  $F_{A2} \sim \rho a^2 L g$ .  $F_{A2}$  est proportionnel à  $L$ , tandis que  $F_{A1}$  varie comme  $L^2$ . Le supplément de poussée d’Archimède est donc d’autant plus bénéfique ( $F_{A2}/F_{A1}$  grand), que la feuille est petite. Dans le cas de l’Azolla pour laquelle le rapport  $F_{A2}/F_{A1}$  est de l’ordre de 100, la bulle apparaît donc être une véritable bouée de secours.

## Conclusion

Cette immersion exploratoire dans l'univers des plantes aquatiques superhydrophobes nous a permis d'observer des comportements surprenants : élongation rapide de la tige, capture et formation de bulles d'air... Dans le cas de la myriophylle, il serait intéressant de répéter l'expérience avec une myriophylle débarrassée de sa bulle d'air mais pas du film qui recouvre les feuilles, afin de mesurer l'influence de cette grande cavité de gaz vis-à-vis d'un simple film comme dans le cas du riz ou de la *Neptunia*. Du point de vue de l'*Azolla*, nous pourrions observer le rôle de la bulle en attachant la plante au fond de l'eau par une seule racine, afin de voir si celle-ci peut se rompre et libérer la captive.



# Conclusion

Nous nous sommes attachés dans ce travail à comprendre les mécanismes en œuvre lors de la propulsion ou de la friction d'objets non mouillants.

Dans un premier temps, ces objets ont pris la forme de gouttes ou de solides en caléfaction. Sur un substrat recouvert de rainures asymétriques en forme de toit d'usine, ils sont propulsés perpendiculairement aux structures. Nous avons montré que le flux de vapeur est rectifié par les textures et qu'il s'écoule dans une direction privilégiée, créant une force visqueuse capable d'entraîner l'objet lévitant. En ajoutant un traitement superhydrophobe au substrat, nous avons vu qu'il devient possible de propulser des gouttes d'eau à des températures bien plus faibles (environ  $100^{\circ}\text{C}$ , voire moins) que celles utilisées habituellement, de l'ordre de  $300^{\circ}\text{C}$ . Nous avons ensuite inversé les rôles des protagonistes en nous intéressant à un solide asymétrique en caléfaction sur un substrat lisse. Dans ce second système, la répartition non homogène de masse incline le mobile et, par conséquent, la force de pression créée par l'écoulement de vapeur. Cette dernière possède alors une composante horizontale qui propulse le solide. Tout en maintenant la lévitation, le film de vapeur peut donc être manipulé pour guider l'objet. Ces deux expériences ont également levé la question de la friction de ces objets, sur un substrat lisse, ou sur un substrat texturé pour les gouttes. Très faible dans le premier cas – dissipation inertielle dans l'air pour un solide, dans une couche limite liquide pour une goutte –, elle est fortement augmentée dans le second en raison de l'impact du liquide sur les parois des structures. Ces expériences nous ont aussi amené à considérer le cas d'une goutte caléfiée entre deux surfaces parallèles. Si la goutte est suffisamment confinée, elle se déstabilise sous la forme d'un anneau qui s'agrandit puis éclate en petits fragments.

Certaines questions que nous nous sommes posées restent néanmoins en suspens, comme par exemple la définition de la transition d'un solide à l'état de caléfaction, déterminée dans le cas d'un liquide par la mesure du temps de vie de la goutte. D'autres ne sont que partiellement comprises, à l'image de la friction des gouttes en caléfaction sur un substrat lisse. En revanche, ce travail ouvre de nouvelles perspectives sur le transport et le contrôle de gouttes ou de solides.

Dans un second temps, les objets non mouillants ont pris la forme d'êtres vivants. Une araignée qui vit sous l'eau, l'argyronète aquatique, utilise son abdomen superhydrophobe pour capturer une bulle d'air. Sous la surface, elle crée avec ce dernier une cavité d'air qu'elle stabilise et coupe avec ses pattes. Nous avons décrit et étudié cette action par l'observation de spécimens vivants avec une caméra rapide ainsi qu'en modélisant l'araignée en laboratoire. Nous nous sommes ensuite intéressés à certaines plantes aquatiques aux feuilles non mouillantes. Nous avons observé plusieurs conséquences de cette propriété :

élongation rapide de la tige lorsque la plante est submergée, production de bulles de gaz.

Cette exploration de l'usage du non mouillant par des êtres vivants nous a montré un vaste sujet d'étude, à la frontière entre l'hydrodynamique, la botanique et la biologie. Cette propriété confère souvent plusieurs emplois : respiration et fabrication de bulles d'air pour l'argyronète, non adhésion de gouttes d'eau dans l'air et entrainement d'air sous l'eau pour les plantes. C'est, sans nul doute, une des grandes richesses de ce sujet.

# Bibliographie

- [1] C. Antonini, I. Bernagozzi, S. Jung, D. Poulikakos, and M. Marengo. Water drops dancing on ice : How sublimation leads to drop rebound. *Phys. Rev. Lett.*, 111 :014501, 2013.
- [2] J.M. Aristoff and J.W.M. Bush. Water entry of small hydrophobic spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 619 :45, 2009.
- [3] D. Arnaldo del Cerro, A.G. Marín, G. R. B. E. Römer, B. Pathiraj, D. Lohse, and A. J. Huis in't Veld. Leidenfrost point reduction on micropatterned metallic surfaces. *Langmuir*, 28 :15106–15110, 2012.
- [4] P. Aussillous and D. Quéré. Liquid marbles. *Nature*, 411 :924–927, 2001.
- [5] T. Baier, G. Dupeux, S. Herbert, S. Hardt, and D. Quéré. Propulsion mechanisms for Leidenfrost solids on ratchets. *Phys. Rev. E*, 87 :021001, 2013.
- [6] A. Balmert, H. Florian Bohn, P. Ditsche-Kuru, and W. Barthlott. Dry under water : Comparative morphology and functional aspects of air-retaining insect surfaces. *Journal of Morphology*, 272 :442–451, 2011.
- [7] M. Barahman and A. M. Lyons. Ratchetlike slip angle anisotropy on printed superhydrophobic surfaces. *Langmuir*, 27 :9902–9909, Jan 2011.
- [8] W. Barthlott and C. Neinhuis. Purity of the sacred lotus, or escape from contamination in biological surfaces. *Planta*, 202 :1–8, 1997.
- [9] W. Barthlott, C. Neinhuis, D. Cutler, F. Ditsch, I. Meusel, I. Theisen, and H. Wilhelm. Classification and terminology of plant epicuticular waxes. *Botanical Journal of the Linnean Society*, 126 :237–260, 1998.
- [10] G. K. Batchelor. *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, 1967.
- [11] J. D. Bernardin and I. Mudawar. Film boiling heat transfer of droplet streams and sprays. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40 :2579 – 2593, 1997.
- [12] J. D. Bernardin and I. Mudawar. The Leidenfrost point : experimental study and assessment of existing models. *Journal of Heat Transfer*, 121 :894–903, 1999.
- [13] B. Bhushan and Yong C. Jung. Micro-and nanoscale characterization of hydrophobic and hydrophilic leaf surfaces. *Nanotechnology*, 17 :2758, 2006.
- [14] A.-L. Biance. *Gouttes inertielles : de la caléfaction à l'étalement*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2005.
- [15] A. L. Biance, F. Chevy, C. Clanet, G. Lagubeau, and D. Quere. On the elasticity of an inertial liquid shock. *J. Fluid Mech.*, 554 :47–66, 2006.



- [16] A. L. Biance, C. Clanet, and D. Quéré. Leidenfrost drops. *Physics of Fluids*, 15 :1632–1637, Jan 2003.
- [17] J. Bico, C. Marzolin, and D. Quéré. Pearl drops. *Europhys. Lett.*, 47 :220, 1999.
- [18] H. Boerhaave. *Elementa Chemiae*, volume 1. Lugduni Batavorum, Leiden, 1732.
- [19] H. Boerhaave. *Elémens de Chymie*, volume 2. Durand, Paris, 1754.
- [20] H. Bouasse. *Capillarité : Phénomènes superficiels*. Delagrave, 1924.
- [21] P.H. Boutigny. *Études sur les corps à l'état sphéroïdal : nouvelle branche de physique*. Victor Masson, 1857.
- [22] P. Brunet and J. H. Snoeijer. Star-drops formed by periodic excitation and on an air cushion – a short review. *The European Physical Journal - Special Topics*, 192 :207–226, 2011.
- [23] J. C. Burton, A. L. Sharpe, R. C. van der Veen, A. Franco, and S. R. Nagel. Geometry of the vapor layer under a Leidenfrost drop. *Physical Review Letters*, 109 :74301, 2012.
- [24] A. B. D. Cassie and S. Baxter. Wettability of porous surfaces. *Transactions of the Faraday Society*, 40 :546–551, 1944.
- [25] F. Celestini, T. Frisch, and Y. Pomeau. Take off of small Leidenfrost droplets. *Physical Review Letters*, 109 :34501, 2012.
- [26] F. Celestini and G. Kirstetter. Effect of an electric field on a Leidenfrost droplet. *Soft Matter*, 8 :5992–5995, 2012.
- [27] Y. Chen and A. Pepin. Nanofabrication : Conventional and nonconventional methods. *Electrophoresis*, 22 :187–207, 2001.
- [28] C. Clanet, C. Béguin, D. Richard, and D. Quéré. Maximal deformation of an impacting drop. *Journal of Fluid Mechanics*, 517 :199–208, 2004.
- [29] Caroline Cohen, Baptiste Darbois-Textier, Guillaume Dupeux, Eric Brunel, David Quéré, and Christophe Clanet. The aerodynamic wall. *Proceedings of the Royal Society A*, 470, 2014.
- [30] Timothy David Colmer and Ole Pedersen. Underwater photosynthesis and respiration in leaves of submerged wetland plants : gas films improve co2 and o2 exchange. *New Phytologist*, 177 :918–926, 2008.
- [31] Y. Couder, E. Fort, C.-H. Gautier, and A. Boudaoud. From bouncing to floating : Noncoalescence of drops on a fluid bath. *Physical review letters*, 94 :177801, 2005.
- [32] T. R. Cousins, R. E. Goldstein, J. W. Jaworski, and A. I. Pesci. A ratchet trap for Leidenfrost drops. *Journal of Fluid Mechanics*, 696 :215–227, 2012.
- [33] Q. Cui, S. Chandra, and S. McCahan. The effect of dissolving salts in water sprays used for quenching a hot surface : Part 2-spray cooling. *Journal of heat transfer*, 125 :333–338, 2003.
- [34] F. E. C. Culick. Comments on a ruptured soap film. *Journal of Applied Physics*, 31 :1128–1129, 1960.
- [35] F. L. Curzon. The Leidenfrost phenomenon. *American Journal of Physics*, 46 :825–8, 1978.

- [36] B. Darbois Texier, K. Piroird, D. Quéré, and C. Clanet. Inertial collapse of liquid rings. *Journal of Fluid Mechanics*, 717, 2013.
- [37] P. G. De Gennes, F. Brochard-Wyart, and D. Quéré. Gouttes, bulles, perles et ondes, 2002.
- [38] V. Duclaux, F. Caille, C. Duez, C. Ybert, L. Bocquet, and C. Clanet. Dynamics of transient cavities. *Journal of Fluid Mechanics*, 591 :1–19, 2007.
- [39] C. Duez, C. Ybert, C. Clanet, and L. Bocquet. Making a splash with water repellency. *Nature physics*, 3 :180–183, 2007.
- [40] G. Dupeux, T. Baier, V. Bacot, S. Hardt, C. Clanet, and D. Quere. Self-propelling uneven Leidenfrost solids. *Physics of Fluids*, 25 :051704, 2013.
- [41] G. Dupeux, C. Cohen, A. Le Goff, D. Quéré, and C. Clanet. Le football et ses trajectoires. *Les Reflets de la Physique*, 28 :10–14, 2012.
- [42] G. Dupeux, A. Le Goff, D. Quéré, and C. Clanet. The spinning ball spiral. *New Journal of Physics*, 12 :093004, 2010.
- [43] G. Dupeux, M. Le Merrer, C. Clanet, and D. Quéré. Trapping Leidenfrost drops with crenelations. *Phys. Rev. Lett.*, 107 :114503, Sep 2011.
- [44] G. Dupeux, M. Le Merrer, G. Lagubeau, C. Clanet, S. Hardt, and D. Quéré. Viscous mechanism for Leidenfrost propulsion on a ratchet. *Europhys. Lett.*, 96 :58001, 2011.
- [45] R. Ege. On the respiratory function of the air stores carried by some aquatic insects (corixidae, dytiscidae and notonecta). *Z. allg. Physiol*, 17 :81–125, 1915.
- [46] M. Faraday. On the relation of water to hot polished surfaces. *Quarterly Journal of Science, Literature, and the Arts*, 1 :221, 1828.
- [47] R. Feng, W. Zhao, X. Wu, and Q. Xue. Ratchet composite thin film for low temperature self-propelled Leidenfrost droplet. *Journal of colloid and interface science*, 367 :450–454, 2012.
- [48] X. J. Feng and L. Jiang. Design and creation of superwetting/antiwetting surfaces. *Advanced Materials*, 18 :3063–3078, 2006.
- [49] X. Gao and L. Jiang. Biophysics : water-repellent legs of water striders. *Nature*, 432 :36–36, 2004.
- [50] H. Gau, S. Herminghaus, P. Lenz, and R. Lipowsky. Liquid morphologies on structured surfaces : From microchannels to microchips. *Science*, 283 :46–49, 1999.
- [51] J. W. Glasheen and T. A. McMahon. Vertical water entry of disks at low froude numbers. *Physics of Fluids*, 8 :2078, 1996.
- [52] M. A. Goldshtik, V. M. Khanin, and V. G. Ligai. A liquid drop on an air cushion as an analogue of Leidenfrost boiling. *Journal of Fluid Mechanics*, 166 :1–20, 1986.
- [53] B. S. Gottfried, C. J. Lee, and K. J. Bell. The Leidenfrost phenomenon : film boiling of liquid droplets on a flat plate. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 9 :1167–1188, 1966.
- [54] A. Grounds, R. Still, and K. Takashina. Enhanced droplet control by transition boiling. *Scientific reports*, 2 :720, 2012.
- [55] E. Guyon., J. P. Hulin, and L. Petit. *Hydrodynamique physique*. Savoirs actuels. EDP Sciences, 2001.

- [56] S. Hardt, S. Tiwari, and T. Baier. Thermally driven flows between a leidenfrost solid and a ratchet surface. *Physical Review E*, 87 :063015, 2013.
- [57] A. Hashmi, Y. Xu, B. Coder, P. A. Osborne, J. Spafford, G. E. Michael, G. Yu, and J. Xu. Leidenfrost levitation : beyond droplets. *Sci. Rep.*, 2 :797, 2012.
- [58] C.W. Heckman. Comparative morphology of arthropod exterior surfaces with the capability of binding a film of air underwater. *Internationale Revue der gesamten Hydrobiologie und Hydrographie*, 68 :715–736, 1983.
- [59] R. Helbig, J. Nickerl, C. Neinhuis, and C. Werner. Smart skin patterns protect springtails. *PLoS ONE*, 6 :e25105, 2011.
- [60] D. E. Hofstra, P. D. Champion, and T. M. Dugdale. Herbicide trials for the control of parrotsfeather. *Journal of Aquatic Plant Management*, 44 :13–18, 2006.
- [61] D. L. Hu, B. Chan, and J. W. M. Bush. The hydrodynamics of water strider locomotion. *Nature*, 424 :663–666, 2003.
- [62] A. Hussner. Growth and photosynthesis of four invasive aquatic plant species in europe. *Weed Research*, 49 :506–515, 2009.
- [63] L. Jacquin and P. Tabeling. *Turbulence et tourbillons*. Ecole Polytechnique, 2006.
- [64] S. Jung, P. M. Reis, J. James, C. Clanet, and J. W. M. Bush. Capillary origami in nature. *Physics of Fluids*, 21 :091110, 2009.
- [65] S. Kehl and K. Dettner. Surviving submerged—setal tracheal gills for gas exchange in adult rheophilic diving beetles. *Journal of Morphology*, 270 :1348–1355, 2009.
- [66] H. Kende, E. van der Knaap, and H.-T. Cho. Deepwater rice : a model plant to study stem elongation. *Plant Physiology*, 118 :1105–1110, 1998.
- [67] G. Lagubeau, M. Le Merrer, C. Clanet, and D. Quéré. Leidenfrost on a ratchet. *Nature Physics*, 7 :395–398, 2011.
- [68] H. Lamb. *Hydrodynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1932.
- [69] I.A. Larmour, S.E.J. Bell, and G.C. Saunders. Remarkably simple fabrication of superhydrophobic surfaces using electroless galvanic deposition. *Angewandte Chemie*, 119 :1740–1742, 2007.
- [70] M. Le Merrer. *Dissipation aux interfaces : caléfaction, sillages, filaments visqueux*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, 2010.
- [71] M. Le Merrer, C. Clanet, D. Quéré, É. Raphaël, and F. Chevy. Wave drag on floating bodies. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 108 :15064–15068, 2011.
- [72] J. G. Leidenfrost. *De Aquae Communis Nonnullis Qualitatibus Tractatus*. Impensis Hermanni Ovensi, Univers. bibliopolæ, Duisbourg, 1756.
- [73] J. G. Leidenfrost and Wares C. On the fixation of water in diverse fire. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 9 :1153–1166, 1966.
- [74] H. Lhuissier, Y. Tagawa, T. Tran, and C. Sun. Levitation of a drop over a moving surface. *ArXiv e-prints*, 2013.
- [75] H. Linke, B. J. Alemán, L. D. Melling, M. J. Taormina, M. J. Francis, C. C. Dow-Hygelund, V. Narayanan, R. P. Taylor, and A. Stout. Self-propelled Leidenfrost droplets. *Phys. Rev. Lett.*, 96 :154502, 2006.

- [76] L. Mahadevan and Y. Pomeau. Rolling droplets. *Physics of Fluids*, 11 :2449–2453, 1999.
- [77] N. A. Malvadkar, M. J. Hancock, K. Sekeroglu, W. J. Dressick, and M. C. Demirel. An engineered anisotropic nanofilm with unidirectional wetting properties. *Nat. Mater.*, 9 :1023–1028, 2010.
- [78] A. G. Marin, D. Arnaldo del Cerro, G. R. B. E. Romer, B. Pathiraj, A. Huis in 't Veld, and D. Lohse. Capillary droplets on Leidenfrost micro-ratchets. *Physics of Fluids*, 24 :122001, 2012.
- [79] A. G. Marín, H. Gelderblom, A. Susarrey-Arce, A. van Houselt, L. Lefferts, J. G. E. Gardeniers, D. Lohse, and J. H. Snoeijer. Building microscopic soccer balls with evaporating colloidal fakir drops. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109 :16455–16458, 2012.
- [80] J. D. McGraw, J. Li, D. L. Tran, A.-C. Shi, and K. Dalnoki-Veress. Plateau-rayleigh instability in a torus : formation and breakup of a polymer ring. *Soft Matter*, 6 :1258–1262, 2010.
- [81] H. Miyazaki. *Mizugumo Monmon*. Studio Ghibli, 2006.
- [82] P.T. Nagy and G. P. Neitzel. Optical levitation and transport of microdroplets : Proof of concept. *Physics of Fluids*, 20 :101703, 2008.
- [83] C. Neinhuis and W. Barthlott. Characterization and distribution of water-repellent, self-cleaning plant surfaces. *Annals of Botany*, 79 :667–677, 1997.
- [84] C. Norberg. Flow around rectangular cylinders : Pressure forces and wake frequencies. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 49 :187–196, 1993.
- [85] J. T. Ok, E. Lopez-Oña, D. E. Nikitopoulos, H. Wong, and S. Park. Propulsion of droplets on micro-and sub-micron ratchet surfaces in the Leidenfrost temperature regime. *Microfluidics and nanofluidics*, 10 :1045–1054, 2011.
- [86] T. Onda, S. Shibuichi, N. Satoh, and K. Tsujii. Super-water-repellent fractal surfaces. *Langmuir*, 12 :2125–2127, 1996.
- [87] E. Pairam and A. Fernández-Nieves. Generation and stability of toroidal droplets in a viscous liquid. *Physical Review Letters*, 102 :234501, 2009.
- [88] C. O. Pedersen. An experimental study of the dynamic behavior and heat transfer characteristics of water droplets impinging upon a heated surface. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 13 :369 – 381, 1970.
- [89] O. Pedersen, S. M. Rich, and T. D. Colmer. Surviving floods : leaf gas films improve o<sub>2</sub> and co<sub>2</sub> exchange, root aeration, and growth of completely submerged rice. *The Plant Journal*, 58 :147–156, 2009.
- [90] S. Perrard, M. Labousse, E. Fort, J. Bush, Y. Couder, L. Limat, et al. Leidenfrost levitated liquid tori. *Bulletin of the American Physical Society*, 57, 2012.
- [91] K. Piroird, C. Clanet, and D. Quéré. Magnetic control of Leidenfrost drops. *Phys. Rev. E*, 85 :056311, 2012.
- [92] K. Piroird, B. Darbois Texier, C. Clanet, and D. Quéré. Reshaping and capturing Leidenfrost drops with a magnet. *Physics of Fluids*, 25 :032108, 2013.

- [93] J. A. F. Plateau. *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*. Gauthier-Villars, Paris, 1873.
- [94] M. Proust. *Du côté de chez Swann*. Grasset, 1913.
- [95] C. Py, P. Reverdy, L. Doppler, J. Bico, B. Roman, and C. N. Baroud. Capillary origami : spontaneous wrapping of a droplet with an elastic sheet. *Physical review letters*, 98 :156103, Jan 2007.
- [96] L. Quartier, B. Andreotti, S. Douady, and A. Daerr. Dynamics of a grain on a sandpile model. *Phys. Rev. E*, 62 :8299–8307, 2000.
- [97] D. Quéré. Wetting and roughness. *Annual Review of Materials Research*, 38 :71–99, 2008.
- [98] D. Quéré. Leidenfrost dynamics. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 45 :197–215, 2013.
- [99] W. E. Ranz. Some experiments on the dynamics of liquid films. *Journal of Applied Physics*, 30 :1950, 1959.
- [100] A. Rao, M.C. Thompson, T. Leweke, and K. Hourigan. The flow past a circular cylinder translating at different heights above a wall. *Journal of Fluids and Structures*, 2012.
- [101] I Raskin and H Kende. Effect of submergence on translocation, starch content and amylolytic activity in deep-water rice. *Planta*, 162 :556–559, 1984.
- [102] Lord Rayleigh. On the instability of jets. *Proceedings of the London Mathematical Society*, 10 :4–13, 1878.
- [103] Y. Lanceau (Réalisateur). ZED production. Film.
- [104] P. M. Reis, J. Hure, S. Jung, J. W. M Bush, and C. Clanet. Grabbing water. *Soft Matter*, 6 :5705, Jan 2010.
- [105] E. Reyssat, F. Chevy, A.-L. Biance, L. Petitjean, and D. Quéré. Shape and instability of free-falling liquid globules. *Europhysics Letters*, 80 :34005, 2007.
- [106] M. Reyssat, A. Pépin, F. Marty, Y. Chen, and D. Quéré. Bouncing transitions on microtextured materials. *Europhysics Letters*, 74 :306, 2006.
- [107] J. P. Rothstein. Slip on superhydrophobic surfaces. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 42 :89–109, 2010.
- [108] D. Schütz and M. Taborsky. Adaptations to an aquatic life may be responsible for the reversed sexual size dimorphism in the water spider, *argyroneta aquatica*. *Evolutionary ecology research*, 5 :105–117, 2003.
- [109] D. Schütz, M. Taborsky, and T. Drapela. Air bells of water spiders are an extended phenotype modified in response to gas composition. *Journal of Experimental Zoology Part A : Ecological Genetics and Physiology*, 307 :549–555, 2007.
- [110] R.S. Seymour and S.K. Hetz. The diving bell and the spider : the physical gill of *argyroneta aquatica*. *The Journal of Experimental Biology*, 214 :2175–2181, 2011.
- [111] G. E. Shafirin and W. A. Zisman. *Upper Limits to the Contact Angles of Liquids on Solids*, chapter 10, pages 145–157. American Chemical Society, 1964.
- [112] S. Shibuichi, T. Onda, N. Satoh, and K. Tsujii. Super water-repellent surfaces resulting from fractal structure. *The Journal of Physical Chemistry*, 100 :19512–19517, 1996.

- [113] A. Snezhko, E. B. Jacob, and I. S. Aranson. Pulsating–gliding transition in the dynamics of levitating liquid nitrogen droplets. *New Journal of Physics*, 10 :043034, 2008.
- [114] J.H. Snoeijer, P. Brunet, and J. Eggers. Maximum size of drops levitated by an air cushion. *Physical Review E*, 79 :036307, 2009.
- [115] A. Sohankar, C. Norberg, and L. Davidson. Low-reynolds-number flow around a square cylinder at incidence : study of blockage, onset of vortex shedding and outlet boundary condition. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 26 :39–56, 1998.
- [116] B. Stewart, K. Hourigan, M. Thompson, and T. Leweke. Flow dynamics and forces associated with a cylinder rolling along a wall. *Physics of Fluids*, 18 :111701, 2006.
- [117] G. I. Taylor. The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. I. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 201 :192–196, 1950.
- [118] N. Tokugawa and R. Takaki. Mechanism of self-induced vibration of a liquid drop based on the surface tension fluctuation. *Journal of the Physical Society of Japan*, 63 :1758–1768, 1994.
- [119] T. Tran, H. J. J. Staat, A. Prosperetti, C. Sun, and D. Lohse. Drop impact on superheated surfaces. *Phys. Rev. Lett.*, 108 :036101, 2012.
- [120] C. Turgut. Uptake and modeling of pesticides by roots and shoots of parrotfeather (*myriophyllum aquaticum*). *Environmental Science and Pollution Research*, 12 :342–346, 2005.
- [121] BBC Natural History Unit. Water spider (*argyroneta aquatica*). <http://www.arkive.org/water-spider/argyroneta-aquatica/video-03.html>.
- [122] I. U. Vakarelski, J. O. Marston, D. Y. C. Chan, and S. T. Thoroddsen. Drag reduction by Leidenfrost vapor layers. *Phys. Rev. Lett.*, 106 :214501, 2011.
- [123] I.U. Vakarelski, N.A. Patankar, J.O. Marston, D.Y.C. Chan, and S.T. Thoroddsen. Stabilization of Leidenfrost vapour layer by textured superhydrophobic surfaces. *Nature*, 489 :274–277, 2012.
- [124] G. Vazquez, E. Alvarez, and J. M. Navaza. Surface tension of alcohol water+ water from 20 to 50. degree. c. *Journal of chemical and engineering data*, 40 :611–614, 1995.
- [125] J. Verne. *Michel Strogoff*. Hetzel, 1876.
- [126] P. Wagner, R. Fürstner, W. Barthlott, and C. Neinhuis. Quantitative assessment to the structural basis of water repellency in natural and technical surfaces. *Journal of Experimental Botany*, 54 :1295–1303, 2003.
- [127] C.M. Weickgenannt, Y. Zhang, S. Sinha-Ray, I.V. Roisman, T. Gambaryan-Roisman, C. Tropea, and A.L. Yarin. Inverse-Leidenfrost phenomenon on nanofiber mats on hot surfaces. *Physical Review E*, 84 :036310, 2011.
- [128] A. Würger. Leidenfrost gas ratchets driven by thermal creep. *Phys. Rev. Lett.*, 107 :164502, 2011.
- [129] Z. Yao and M. Bowick. The shrinking instability of toroidal liquid droplets in the stokes flow regime. *The European Physical Journal E*, 34 :32, 2011.

- [130] Y. Zheng, X. Gao, and L. Jiang. Directional adhesion of superhydrophobic butterfly wings. *Soft Matter*, 3 :178–182, 2007.

## Annexe : Trajectoires de balles

Lors d'un stage effectué au sein de l'équipe au printemps 2009, nous avons travaillé sur la trajectoire d'une sphère en rotation lancée à grande vitesse dans un bain liquide, avec une application aux sports de balle. Ce sujet a fait l'objet d'un article publié en début de thèse : The spinning ball spiral [42]. A la suite de cette étude, nous nous sommes intéressés à l'ensemble des trajectoires observables lors d'un match de football [41].

A partir de ce thème, nous nous sommes posé la question de la portée d'un projectile soumis à la gravité et à la traînée aérodynamique [29], puis à la relation entre cette portée et la taille des terrains de sport. Ces travaux, conduits en marge de cette thèse, ont été réalisés en collaboration avec Caroline Cohen et Baptiste Darbois Texier dans le cadre de leurs thèses sur la physique du sport.

Nous reproduisons dans cette annexe les articles, publiés ou soumis, relatifs à ces sujets.



## The spinning ball spiral

**Guillaume Dupeux, Anne Le Goff, David Quéré  
and Christophe Clanet<sup>1</sup>**

PMMH, UMR7636 du CNRS, ESPCI, 10 rue Vauquelin, 75005 Paris, France  
and

LadHyX, UMR7646 du CNRS, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau, France

E-mail: [clanet@ladhyx.polytechnique.fr](mailto:clanet@ladhyx.polytechnique.fr)

*New Journal of Physics* **12** (2010) 093004 (12pp)

Received 3 March 2010

Published 2 September 2010

Online at <http://www.njp.org/>

doi:10.1088/1367-2630/12/9/093004

**Abstract.** We discuss the trajectory of a fast revolving solid ball moving in a fluid of comparable density. As the ball slows down owing to drag, its trajectory follows an exponential spiral as long as the rotation speed remains constant: at the characteristic distance  $\mathcal{L}$  where the ball speed is significantly affected by the drag, the bending of the trajectory increases, surprisingly. Later, the rotation speed decreases, which makes the ball follow a second kind of spiral, also described in the paper. Finally, the use of these highly curved trajectories is shown to be relevant to sports.

### Contents

<b>1. Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2. Experimental facts</b>	<b>2</b>
<b>3. Model</b>	<b>5</b>
3.1. Drag . . . . .	5
3.2. Lift . . . . .	5
3.3. The ideal spiral . . . . .	7
3.4. Variation in the rotation speed . . . . .	8
3.5. The ‘real’ spiral . . . . .	9
<b>4. Application to sports</b>	<b>9</b>
<b>5. Conclusions</b>	<b>10</b>
<b>References</b>	<b>11</b>

<sup>1</sup> Author to whom any correspondence should be addressed.

## 1. Introduction

Since Galileo, spheres have been used by physicists to probe movement and friction [13, 14, 27]. In the context of hydrodynamics, in particular, the motion of a solid sphere (radius  $R$ , velocity  $U_0$ , density  $\rho_s$ ) in a quiescent liquid (viscosity  $\eta$ , density  $\rho$ ) is the paradigm for characterizing the laws of friction at low and high Reynolds numbers.

For low Reynolds number ( $Re = \rho U_0 R / \eta \ll 1$ ), Stokes [30] established that the drag force experienced by the solid during its motion is  $F = 6\pi\eta U_0 R$ . This very classical result was then verified by several authors in the range  $Re < 1$  [8, 24]. For high Reynolds numbers, Newton [22] was probably the first to propose an heuristic expression for the drag:  $F = 1/2 C_D \rho U_0^2 \pi R^2$ , where  $C_D$  is a coefficient provided by the experiments. According to Eiffel [12],  $C_D$  is of the order of 0.4, a value later confirmed in the range  $10^3 < Re < 2 \times 10^5$  [28]. For intermediate Reynolds numbers ( $1 < Re < 10^3$ ), the asymptotic expansion method proposed by Oseen [23] led to lots of theoretical developments [4]. Beyond  $Re \approx 2 \times 10^5$ , the resistance crisis experienced by the sphere once the boundary layer becomes turbulent has also been studied in depth [1, 17, 29].

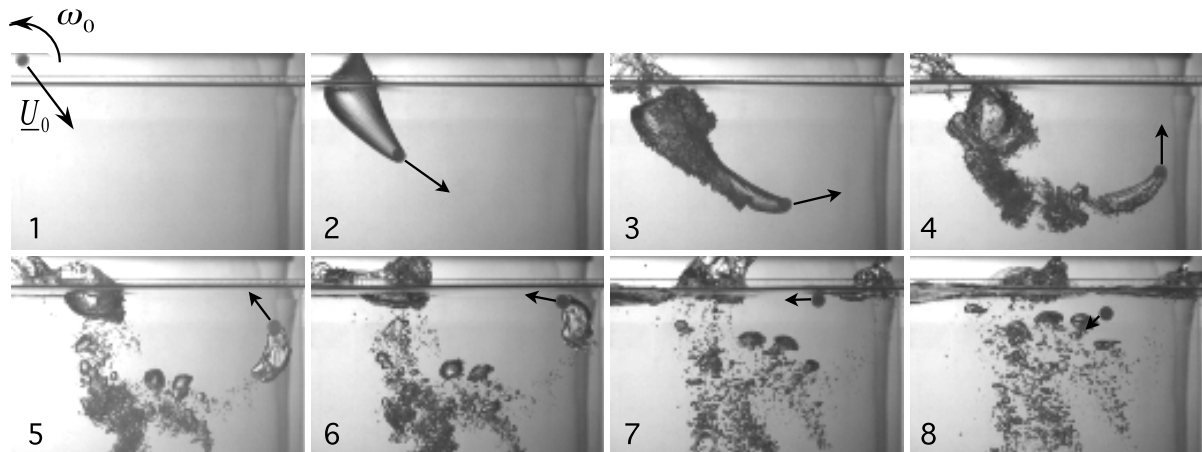
For spinning spheres, according to Barkla and Auchterloniet [2], the work seems to go back to Robins [25] and then Magnus [18], who got the credit for the associated lift force. Besides these academic studies, the widespread use of balls in sports also motivated many studies, in baseball [21] and golf [9] in particular, a review of which can be found in [20]. Most of these studies consider a lift force  $F_L = 1/2 C_L \rho U_0^2 \pi R^2$ , where the lift coefficient  $C_L$  is known to increase with the spin parameter  $S = R\omega_0 / U_0$ .

Here, we study the trajectory of spinning spheres in water and try to understand their surprisingly curved trajectory, an example of which is presented in figures 1 and 2. In figure 1, the trajectory is decomposed into eight images, whereas in figure 2, the same sequence is presented within a single image by superimposing the successive positions of the ball. Both figures reveal a spiral trajectory. With solid friction and rotation, similar curved trajectories can be obtained, for example in French billard [6] and in lawn bowls [7]. In figure 2, we also observe the formation of an air cavity behind the sphere, a consequence of the high speed of penetration [5, 10, 11, 15, 16, 19, 32]. The bending of the trajectory starts as soon as the ball enters the bath, as reported in [31] for vertical impacts. Our aim here is to focus on the spiral trajectory and to discuss its relevance to sports.

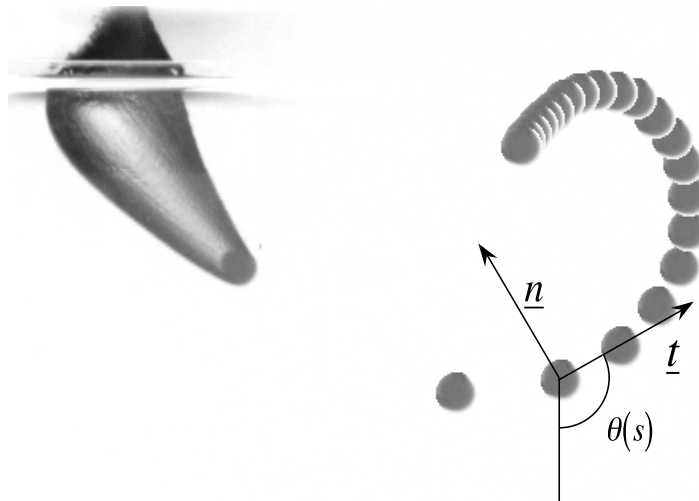
## 2. Experimental facts

The projectiles used in this study are balls made of either polypropylene ( $\rho_s \simeq 920 \text{ kg m}^{-3}$ ) or polyacetal ( $\rho_s \simeq 1400 \text{ kg m}^{-3}$ ), a few millimetres in size. Spin and high velocities ( $20\text{--}50 \text{ m s}^{-1}$ ) are achieved using a slingshot, consisting of a forked stick attached to a pocket by two rubber strips. The velocity can be varied by tuning the average tension applied to the rubbers, whereas the spin is controlled by the difference in tension between them: the motion is a pure translation when the extension of the two arms is symmetric, and spinning occurs when one strip is more stretched than the other. Both translational and spin velocities at the moment of impact  $U_0$  and  $\omega_0$  are measured on the images recorded with a high speed video camera. Rotation is made visible by drawing a line on the equator and illuminating the spheres.

The effect of spin is illustrated in figure 3. Without rotation ( $\omega_0 = 0$ ), the ball goes straight (figure 3(a)). With a bottom spin ( $\omega_0 > 0$ ), figure 3(b) shows that the ball deviates upwards;

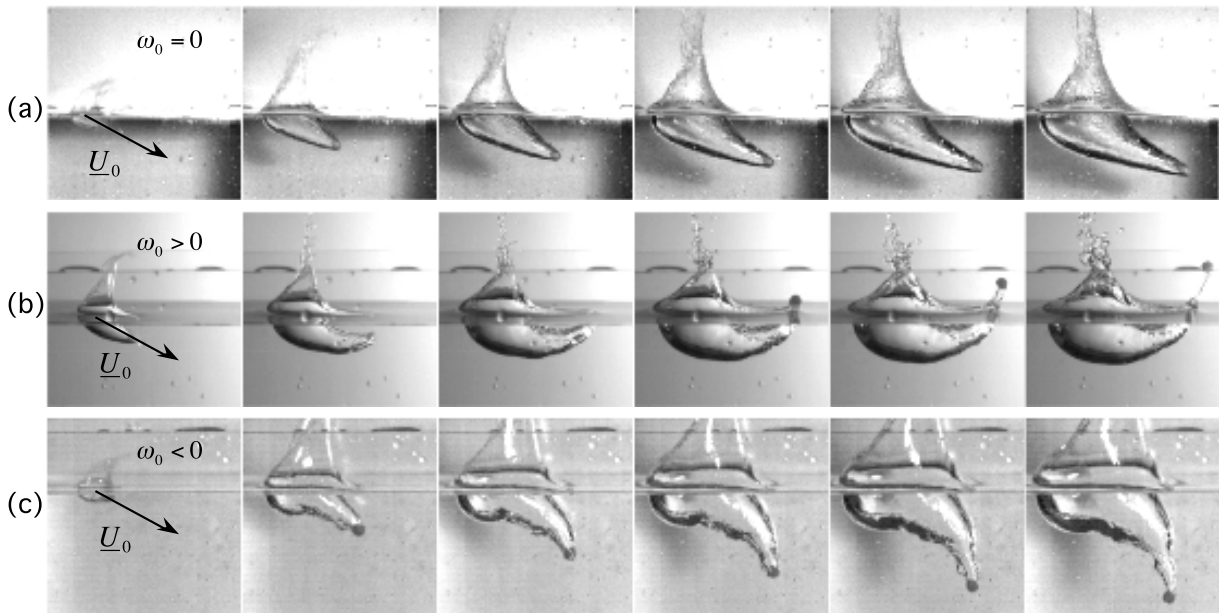


**Figure 1.** Chronophotography of the impact of an iso-density sphere ( $R = 3.5$  mm) penetrating a bath of water at  $U_0 = 35$  m s $^{-1}$  and spinning at  $\omega_0 \approx 1200$  rad s $^{-1}$ . The time step between images is not constant.  $t = 0$  is the impact time,  $t_1 = -0.5$  ms,  $t_2 = 2.8$  ms,  $t_3 = 13$  ms,  $t_4 = 42$  ms,  $t_5 = 76$  ms,  $t_6 = 101$  ms,  $t_7 = 169$  ms and  $t_8 = 216$  ms. The arrows indicate the sphere velocity.

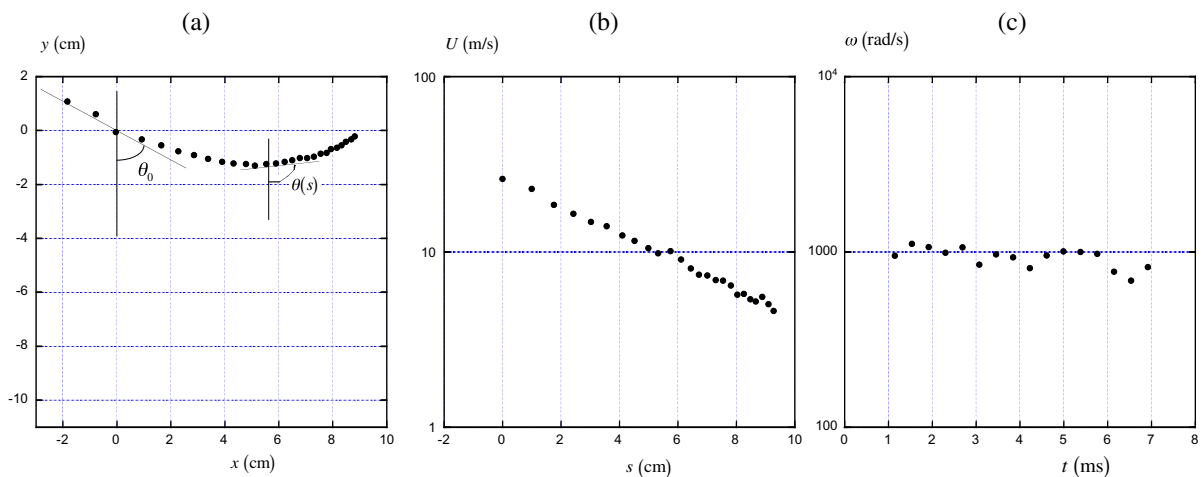


**Figure 2.** Multi-pose image showing the trajectory of the ball of figure 1. The time step between successive ball locations is  $\Delta t = 10$  ms. This image reveals a spiral trajectory.

it is even able to escape from the bath (last two images). Finally, for top spin ( $\omega_0 < 0$ ), the ball deviates downwards (figure 3(c)). We focus now on the bottom spin case and show in figure 4(a) the trajectory of a polypropylene ball ( $\rho_s/\rho = 0.92$ ) of radius  $R = 3.5$  mm thrown in a water bath at a velocity  $U_0 = 27$  m s $^{-1}$ , with a spin rate  $\omega_0 = 1000$  rad s $^{-1}$  and an impact angle  $\theta_0 = 70^\circ$  (defined from the vertical). In this trajectory, the constant time step between two data is  $\Delta t = 384$   $\mu$ s. Clearly, the velocity of the ball decreases as it moves through water (figure 4(a)). The evolution of the ball velocity is reported in figure 4(b) as a function of the curvilinear location  $s$  ( $s = 0$  at impact). The semi-log presentation stresses that the velocity decreases exponentially with  $s$ . The characteristic length of the decrease is here 5.5 cm. Despite



**Figure 3.** Effect of spin on the trajectory of a sphere (density  $\rho_s$ ) after impact in water: (a)  $U_0 = 33 \text{ m s}^{-1}$ ,  $R = 3.5 \text{ mm}$ ,  $\rho_s = 1410 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $\omega_0 = 0 \text{ rad s}^{-1}$ , time step between images  $\Delta t = 2 \text{ ms}$ . (b)  $U_0 = 20 \text{ m s}^{-1}$ ,  $R = 2.4 \text{ mm}$ ,  $\rho_s = 920 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $\omega_0 = 1740 \text{ rad s}^{-1}$ ,  $\Delta t = 3.75 \text{ ms}$ . (c)  $U_0 = 24 \text{ m s}^{-1}$ ,  $R = 2.4 \text{ mm}$ ,  $\rho_s = 920 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $\omega_0 = -1740 \text{ rad s}^{-1}$ ,  $\Delta t = 3.2 \text{ ms}$ . The trajectory bends only if spin is present and the sign of its curvature changes with the sign of the spin.



**Figure 4.** (a) Trajectory of a ball (radius  $R = 3.5 \text{ mm}$ , density  $\rho_s = 920 \text{ kg m}^{-3}$ ) impacting water with a velocity  $U_0 = 27 \text{ m s}^{-1}$ , a spin  $\omega_0 = 1000 \text{ rad s}^{-1}$  and an inclination angle  $\theta_0 = 70^\circ$ . The time step between two data points is  $\Delta t = 384 \mu\text{s}$ . (b) Evolution of the corresponding velocity as a function of the curvilinear location  $s$  in a semi-log plot. (c) Time variation of the corresponding rotation speed  $\omega$  of the ball.

a strong variation in the velocity, the spin rate  $\omega$  remains almost constant as the ball moves through water, as demonstrated in figure 4(c). This difference is discussed in the following section and is shown to be the key fact to account for the spiral trajectory.

### 3. Model

#### 3.1. Drag

The motion of the sphere of mass  $M$  is described in the Serret–Frenet coordinate system  $(\underline{t}, \underline{n})$  introduced in figure 2. We first focus on the direction  $\underline{t}$ . The Reynolds number  $Re = \rho U_0 R / \eta$  is of the order of  $10^4$ , which implies a drag  $F \approx 1/2 \rho U^2 \pi R^2 \cdot C_D$ , with  $C_D \approx 0.4$  [28]. The equation of motion along  $\underline{t}$  thus is written as

$$M \left( 1 + C_M \frac{\rho}{\rho_s} \right) U \frac{dU}{ds} = -\frac{1}{2} \rho U^2 \pi R^2 \cdot C_D. \quad (1)$$

In this equation,  $C_M$  stands for the added mass coefficient, which, for a sphere, is of the order of  $1/2$ , independent of the speed  $U$  [3]. Using the condition  $U(s=0) = U_0$ , equation (1) can be integrated as

$$U(s) = U_0 e^{-s/\mathcal{L}} \quad (2)$$

with

$$\mathcal{L} = \frac{8}{3} \frac{\bar{\rho}}{C_D} R \quad \text{with} \quad \bar{\rho} = \left( 1 + C_M \frac{\rho}{\rho_s} \right) \frac{\rho_s}{\rho}. \quad (3)$$

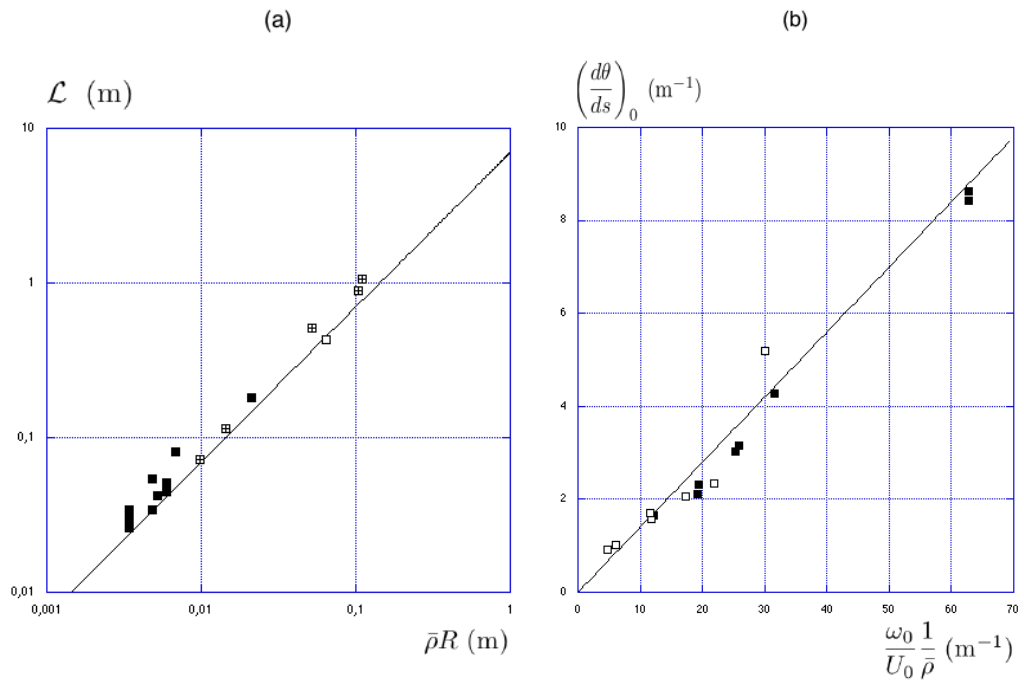
The velocity thus decreases exponentially in water, with a characteristic penetration length  $\mathcal{L} \approx 7\bar{\rho}R \approx 10R$ . This behaviour agrees with the results displayed in figure 4(b). We deduce from such measurements the value of  $\mathcal{L}$  for different systems. Our data are presented in figure 5 as a function of the length  $\bar{\rho}R$  and compared to the results obtained by May [19] and Truscott and Techet [31]. All the data collapse in the same curve,  $\mathcal{L} \approx 7\bar{\rho}R$ , in good agreement with equation (3). This comparison underlines that the entrained air cavity visible in figures 1–3 does not significantly affect the drag on the sphere. The time variation of the velocity can finally be deduced from equation (1), which classically yields  $U(t) = U_0/(1+t/\tau)$ , where  $\tau = \mathcal{L}/U_0$  is the characteristic slowing time of the ball.

In equation (1) and in the above discussion, we neglected the effect of gravity. This assumption remains valid as long as the drag  $F$  is large compared to the Archimedean force  $4\pi/3(\rho_s - \rho)gR^3$ . Using the expression for the drag, we conclude that the low gravity regime is achieved as long as  $U \gg U^*$ , where  $U^{*2} = 8/3C_D|\rho_s/\rho - 1|gR$ . This condition is always fulfilled in the iso-density case but it fails otherwise at the ‘end’ of the trajectory, when the velocity of the ball vanishes. In this paper, we focus on the hydrodynamic effects and do not address the classical gravitational problem. Our conclusions thus hold above the critical speed  $U^*$ , which in our case ( $\rho_s/\rho \approx 1.2$ ,  $R \approx 4$  mm) is approximately  $10 \text{ cm s}^{-1}$ , much smaller than the impact speeds ( $\approx 10 \text{ m s}^{-1}$ ).

#### 3.2. Lift

Along the direction  $\underline{n}$ , the equation of motion can be written as

$$M \left( 1 + C_M \frac{\rho}{\rho_s} \right) U^2 \frac{d\theta}{ds} = F_L, \quad (4)$$



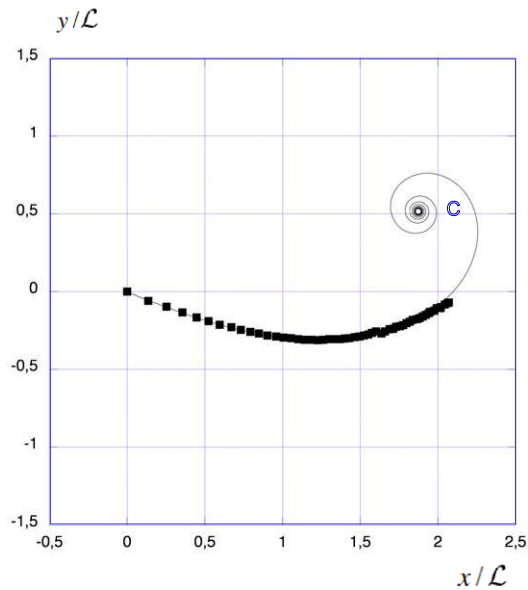
**Figure 5.** (a) Characteristic length of penetration  $\mathcal{L}$  as a function of  $\bar{\rho}R$ . The symbols  $\boxplus$  and  $\square$  show the results of May [19] and Truscott and Techet [31], respectively. The symbol  $\blacksquare$  is used for our results. Equation (3), that is  $\mathcal{L} \approx 7\bar{\rho}R$ , is represented by the solid line. (b) Initial curvature  $(d\theta/ds)_0$  of the ball trajectory as a function of  $\omega_0/U_0 \cdot 1/\bar{\rho}$ . The symbol  $\square$  is used for the data of Truscott and Techet [31] and the symbol  $\blacksquare$  for our results. The solid line shows the fit of  $(d\theta/ds)_0 = 0.14\omega_0/U_0 \cdot 1/\bar{\rho}$ .

where  $F_L = \rho\Gamma U R C_n$  is the lift force resulting from the circulation  $\Gamma = 2\pi R^2\omega$ . In the limit of low Reynolds numbers ( $Re < 1$ ), Rubinow and Keller [26] have shown that we have  $C_n = 1/2$ . For large Reynolds numbers ( $Re \approx 10^5$ ), Nathan [21] collected the data obtained by several authors on the lift force experienced by spinning balls in air. From these results, we deduce  $C_n \approx 0.13$ .

Since our experiments are done in water with an entrained air cavity, we found it useful to measure  $C_n$ . For this purpose, we focused on the impact region ( $s < \mathcal{L}$ ), where the dynamical parameters ( $U, \omega$ ) are constant, so that equation (4) predicts a constant curvature for the ball trajectory,

$$\left(\frac{d\theta}{ds}\right)_0 = \frac{3}{2} \frac{C_n}{\bar{\rho}} \frac{\omega_0}{U_0}. \quad (5)$$

This initial curvature is presented in figure 5(b) as a function of the inverse length  $\omega_0/\bar{\rho}U_0$  ( $\blacksquare$ ). In the same figure, we also report the data extracted from Truscott and Techet [31] ( $\square$ ). Equation (5) nicely predicts the initial curvature of the trajectory, and the best fit on both sets of data suggests  $C_n \approx 0.1$ , a value comparable to the one deduced from Nathan [21]. There again, the air cavity behind the ball does not affect the evaluation of the lift, a consequence of the entrainment of a water boundary layer around the projectile.



**Figure 6.** Characteristics of the ideal spiral for a spinning ball: the trajectory of the ball is plotted in the plane  $(x, y)$  for  $U_0 = 32 \text{ m s}^{-1}$ ,  $R = 3.6 \text{ mm}$ ,  $\theta_0 = 67^\circ$ ,  $\omega_0 = 743 \text{ rad s}^{-1}$  and  $\rho_s/\rho = 1.4$ . The experimental data are presented with the  $\blacksquare$  symbol, while the theoretical shape (equation (6)) is drawn with a solid thin line ( $y = 0$  is the surface of the water bath).

### 3.3. The ideal spiral

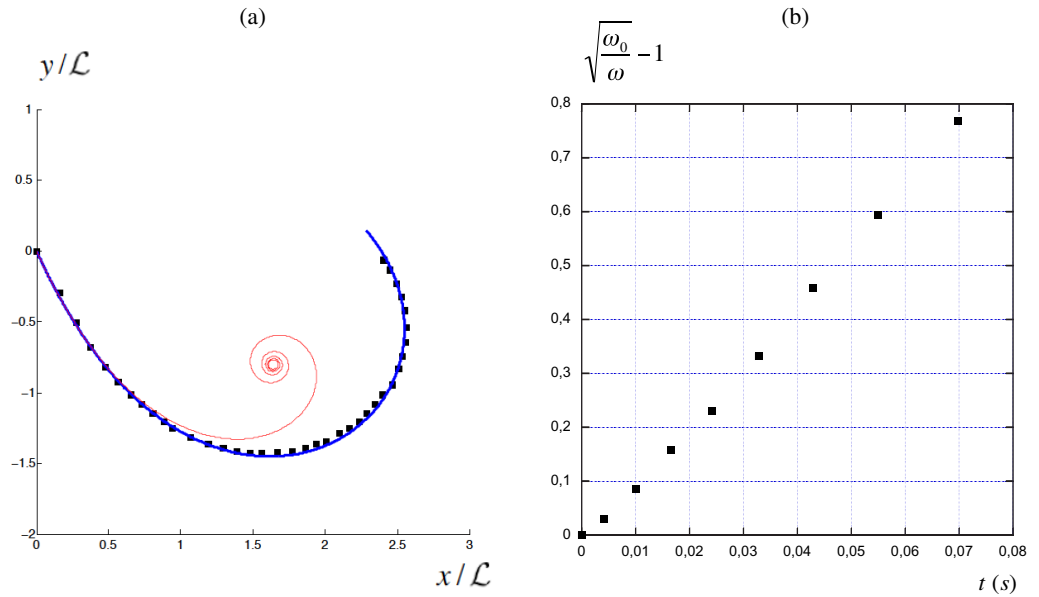
The next step in the derivation of the ball trajectory is to assume that the circulation  $\Gamma$  remains (almost) constant during the motion, that is, over timescale  $\tau$ . This assumption is suggested by figure 4(c) and we discuss it further in section 3.4. Then, for  $\Gamma = 2\pi R^2\omega_0$ , equation (4) together with (2) implies

$$\theta(s) = \theta_0 + \Delta S [e^{s/\mathcal{L}} - 1], \quad (6)$$

where  $\Delta = 4C_n/C_D \approx 1$  and  $S = \omega_0 R/U_0$ . The deviation of the ball from its initial orientation  $\theta_0$  thus increases exponentially with the curvilinear coordinate  $s$ , which defines the spinning ball (ideal) spiral. The characteristic length  $\mathcal{L}$  for which the spiral coils up precisely is the penetration length expressed by equation (3).

We compare in figure 6 the observed trajectory ( $\blacksquare$ ) to equation (6) (solid line). The comparison is made in the plane  $(x, y)$  using the geometrical relations  $dx/ds = \sin \theta$ ,  $dy/ds = -\cos \theta$  and for  $S \approx 0.09$ , the value of the spin parameter in this experiment. The theoretical prediction is in close agreement with the experimental path up to the point where the ball escapes from the bath, whose surface is defined by  $y = 0$ .

An ideal spiral would converge to a centre  $C$  (figure 6) located at a distance  $D$  from the impact point. Since  $C$  is approached when  $\theta(s) - \theta_0$  is of the order of  $\pi$  (corresponding to a U-turn of the ball), we obtain from equation (6)  $D \approx \mathcal{L} \ln[1 + \pi/\Delta S]$ . The distance  $D$  is a linear function of  $\mathcal{L}$  and slowly diverges (as  $\ln 1/S$ ) when the spin number goes to 0. Conversely, for large spin numbers, the spiral centre is expected to converge towards the impact location ( $D \approx \mathcal{L}/S$ ).



**Figure 7.** Spinning ball spiral obtained with  $R = 3.5$  mm,  $\rho_s/\rho = 1$ ,  $U_0 = 31$  m s $^{-1}$ ,  $\omega_0 = 1200$  rad s $^{-1}$  and  $\theta_0 = 26^\circ$ . (a) Trajectory of the ball in the  $(x, y)$  plane (■), compared to both the ideal spiral (thin solid line) and the ‘real’ spiral (thick solid line). (b) Time evolution of the rotation rate  $\sqrt{\omega_0/\omega} - 1$ .

### 3.4. Variation in the rotation speed

The ‘ideal’ spiral derived in equation (6) is a good approximation for the ball trajectory as long as the rotation speed  $\omega$  remains close to its initial value  $\omega_0$ . This assumption is valid for the ‘shallow’ spiral presented in figures 4 and 6, but cannot be used for the ‘deep’ spiral displayed in figures 1, 2 and 7. In the latter figure, we first show the ball trajectory (figure 7(a)) and observe that the ‘ideal’ spiral (thin solid line) only captures the data (■) in the first part of the trajectory ( $s < \mathcal{L}$ ). At larger distances, figure 7(b) makes it clear that the rotation rate of the ball decreases, from  $\omega_0$  to  $0.3 \omega_0$  at the end of the movement. This decrease of the rotation speed obviously lowers the lift, so that we expect the actual trajectory to be less curved, as observed in figure 7(a).

In order to model the decrease in  $\omega$ , we assume that the angular momentum  $MR^2\omega$  changes due to the torque of viscous forces acting on the surface of the ball, and we introduced  $\nu = \eta/\rho$  for the kinematic viscosity. The viscous torque does not exist without rotation (see figure 3(a)) and originates from the difference in velocity  $R\omega$  between the two sides of the ball. The boundary layer thickness associated with the rotation scales as  $\sqrt{\nu/\omega}$  (typically of the order of 30  $\mu$ m), from which we deduce a viscous stress  $\eta R\omega/\sqrt{\nu/\omega}$ . Since the stress is applied over the surface area  $R^2$ , we obtain the following angular momentum equation, ignoring the numerical coefficients,

$$MR^2 \frac{d\omega}{dt} \sim -\eta \frac{R\omega}{\sqrt{\nu/\omega}} R^3. \quad (7)$$



Equation (7) can be integrated, which leads to the time evolution of  $\omega$ ,

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{(1 + t/\tau_\omega)^2}, \quad \text{where } \tau_\omega = \frac{1}{\beta} \frac{\rho_s}{\rho} \frac{R}{\sqrt{\omega_0 \nu}}. \quad (8)$$

The spin velocity of the ball thus decreases over a characteristic time  $\tau_\omega$  (where  $\beta$  is a numerical constant, whose value is discussed below). The trajectory remains close to the ideal spiral as long as the travelling time  $t(s) = \tau(e^{s/\mathcal{L}} - 1)$  is smaller than  $\tau_\omega$  (we recall that  $\tau = \mathcal{L}/U_0$ ). One thus expects to leave the ideal spiral when  $s$  becomes larger than  $\mathcal{L} \ln[1 + U_0/\sqrt{\omega_0 \nu}]$ , that is, a few times  $\mathcal{L}$ , as observed in figure 7.

Conversely, if  $\tau_\omega < \tau$ ,  $\omega$  decreases quicker than needed to make the spiral, and the corresponding lift force vanishes before curving the trajectory. One thus expects a linear propagation of the ball in this limit, which corresponds to impacts in viscous liquids ( $\nu > U_0^2/\omega_0$ ). For the parameters in our experiments ( $U_0 \approx 30 \text{ m s}^{-1}$ ;  $\omega_0 \approx 1000 \text{ rad s}^{-1}$ ), this limit corresponds to oils at least 1000 times more viscous than water.

### 3.5. The ‘real’ spiral

In order to account for the variation in the spin rate during the ball motion, we re-write the equation of motion along the  $\underline{n}$ -direction (4) as an equation for the curvature,

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{\Delta S}{\mathcal{L}} e^{s/\mathcal{L}} \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (9)$$

Since  $\omega/\omega_0 = 1/(1 + \tau/\tau_\omega(e^{s/\mathcal{L}} - 1))^2$ , this equation can be integrated, which yields

$$\theta(s) = \theta_0 + \Delta S \frac{e^{s/\mathcal{L}} - 1}{\left[1 + \frac{\tau}{\tau_\omega}(e^{s/\mathcal{L}} - 1)\right]}. \quad (10)$$

In the limit  $\tau/\tau_\omega \ll 1$ , the evolution of the local angle reduces to the ideal spiral (6). However, even if  $\tau/\tau_\omega$  is small, its product with the exponential term  $e^{s/\mathcal{L}}$  can lead to an observable effect of the spin decrease. For  $\beta = 3.1$ , the trajectory obtained with equation (10) is drawn with a thick solid line in figure 7(a), showing fair agreement with the data. At long distances, equation (10) predicts that the ball follows a straight line, deviating from the impact direction by an angle  $\Delta S \tau_\omega / \tau$  proportional to the spin number  $S$ .

## 4. Application to sports

The physical origin of the spinning ball spiral lies in the difference in velocity dependences of lift and drag, which are linear and quadratic, respectively. This behaviour is specific to high Reynolds number flows around spinning spheres. In our experiments, we used water to minimize the effect of gravity and to reduce the spatial scale of the spiral  $\mathcal{L} \sim \bar{\rho} R$ . However, the spinning ball spiral should also exist in air, and we discuss here its influence in ball games.

For different sports, table 1 shows the ball size, the density ratio, the maximum ball velocity, the characteristic spin parameter and the size of the field,  $L$ . In the special case of baseball,  $L$  represents the distance between the pitcher and the batter. Using these data, we also display the penetration length  $\mathcal{L} = 7\bar{\rho} R$  and the length scale  $U_0^2/g$  on which gravity acts. By comparing  $\mathcal{L}$  and  $U_0^2/g$ , one can identify sports dominated by aerodynamics (table tennis, golf and tennis) and sports dominated by gravity (basketball and handball). In between, we

**Table 1.** Specifications for different sports. The first three sports are dominated by aerodynamic effects ( $\mathcal{L} \ll U_0^2/g$ ). For the last two sports, gravity dominates aerodynamics ( $\mathcal{L} \gg U_0^2/g$ ). In between, we identify sports for which both gravity and aerodynamics can be used to control the ball's trajectory. In this table,  $L$  is the size of the field except for baseball, where it stands for the distance between the pitcher and the batter.

Sport	$2R$ (cm)	$\rho_s/\rho$	$U_0$ (m s <sup>-1</sup> )	$S = R\omega_0/U_0$	$L$ (m)	$\mathcal{L}$ (m)	$U_0^2/g$ (m)	$d$ (m)
Table tennis	4.0	67	50	0.36	2.7	9.3	255	1
Golf	4.2	967	90	0.09	200	141	826	7
Tennis	6.5	330	70	0.19	24	73	499	5
Soccer	21	74	30	0.21	100	54	92	7
Baseball	7.0	654	40	0.17	18	160	163	7
Volleyball	21	49	20	0.21	18	35	41	5
Basketball	24	72	10		28	60	10	
Handball	19	108	20		40	71	40	

find sports where both gravity and aerodynamics play a comparable role (soccer, volleyball and baseball). Indeed, in the first category of sports, the spin is systematically used, while it is not relevant in the second category, and it only appears occasionally in the third one, in order to produce surprising trajectories.

Focusing on sports where aerodynamics plays a role, we observe that the penetration length, which is also the characteristic length of the spiral, is generally larger than the size of the field. Since the spin parameter is smaller than one, the spiral centre (section 3.3) will lie outside the field. This suggests that the ball trajectory (6) can be expanded for  $s/\mathcal{L} \ll 1$ . In this limit, the spiral reduces to a circle of curvature (5), and we can evaluate the length  $d$  by which the ball deviated from its initial direction by its own size  $R$ :  $d \approx \sqrt{2\mathcal{L}R/\Delta S}$ . This distance is shown in the last column of table 1. It is found to be systematically smaller than  $L$ , the field size, which makes relevant the use of spin effects to control the trajectory of the ball.

The case of soccer, where  $\mathcal{L}$  is twice as small as  $L$ , is worth commenting on. The ball trajectory can deviate significantly from a circle, provided that the shot is long enough. Then the trajectory becomes surprising and somehow unpredictable for a goalkeeper. This is the way we interpret a famous goal by the Brazilian player Roberto Carlos against France in 1997 (<http://www.youtube.com/watch?v=crSkWaJqx-Y>). This free kick was shot from a distance of approximately 35 m, that is, comparable to the distance  $\mathcal{L}$  for which we expect this kind of unexpected trajectory. Provided that the shot is powerful enough, another characteristic of Roberto Carlos' abilities, the ball trajectory brutally bends towards the net, at a velocity still large enough to surprise the keeper.

## 5. Conclusions

We have studied the motion of spinning spheres at high Reynolds number and in the limit of low gravity. In this regime, we showed that the curvature of the ball trajectory changes as it moves,

following law (9), rewritten here as

$$\frac{d\theta}{ds} \sim \frac{\omega(s)}{U(s)} \cdot \frac{1}{\bar{\rho}}. \quad (11)$$

We have identified the characteristic length  $\mathcal{L} \sim 7\bar{\rho}R$  over which the ball slows down and coils. Using this length, we have classified different phases in the ball trajectory. (i) In the initial phase ( $s/\mathcal{L} \ll 1$ ), neither the velocity nor the spin varies, and the ball follows a circular path whose curvature  $C_0$  can be deduced from (11):  $\omega_0/\bar{\rho}U_0$ . (ii) As  $s$  approaches  $\mathcal{L}$ , the velocity is changed but the spin is only weakly affected. This difference in behaviour is all the larger since dimensionless number  $\sqrt{\omega_0 v}/U_0$  is small. In this phase ( $s/\mathcal{L} \approx 1$ ), the spinning ball coils up and forms a spiral. (iii) The last phase of the flight is reached when both the velocity and the spin decrease ( $s/\mathcal{L} > 1$ ). The trajectory then deviates from the spiral and tends to a straight line as the ball stops.

## References

- [1] Achenbach E 1972 Experiments on the flow past spheres at very high Reynolds numbers *J. Fluid Mech.* **54** 565–75
- [2] Barkla H M and Auchterloniet L J 1971 The Magnus or Robins effect on rotating spheres *J. Fluid Mech.* **47** 437–47
- [3] Batchelor G K 1967 *An Introduction to Fluid Dynamics* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [4] Benjamin T B 1993 Note on formulas for the drag of a sphere *J. Fluid Mech.* **246** 335–42
- [5] Bergmann R P H M, van der Meer D, Gekle S, van der Bos J A and Lohse D 2009 Controlled impact of a disk on a water surface: cavity dynamics *J. Fluid Mech.* **633** 381–409
- [6] Coriolis G 1835 *Théorie Mathématique des Effets du Jeu de Billard* (Paris: Jacques Gabay Editeur) <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k29318f.image.f1>
- [7] Cross R 1998 The trajectory of a ball in lawn bowls *Am. J. Phys.* **66** 735–8
- [8] Davies C N 1945 *Proc. Phys. Soc.* **57** 259
- [9] Davies J M 1949 The aerodynamics of golf balls *J. Appl. Phys.* **20** 821–8
- [10] Duclaux V, Caille F, Duez C, Ybert C, Bocquet L and Clanet C 2007 Dynamics of transient cavities *J. Fluid Mech.* **591** 1–19
- [11] Duez C, Ybert C, Clanet C and Bocquet L 2007 Making a splash with water repellency *Nature Phys.* **3** 180–3
- [12] Eiffel G 1909 *Recherches expérimentales sur la résistance de l'air exécutées à la tour Eiffel* (Paris: Librarie aéronautique) <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5675046x.zoom.r=Eiffel.f11.langFR>
- [13] Galilei G 1638 *Dialogues Concerning Two New Sciences* (New York: Dover) <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k512641.image.f2.langFR>
- [14] Geiger H and Marsden E 1909 On a diffuse reflection of the  $\alpha$ -particles *Proc. R. Soc. A* **82** 495–500
- [15] Glasheen J W and McMahon T A 1996 A hydrodynamic model of locomotion in the basilisk lizard *Nature* **380** 340–2
- [16] Lohse D 2003 Bubble puzzles *Phys. Today* **56** 36–41
- [17] Lyotard N, Shew W L, Bocquet L and Pinton J-F 2007 Polymer and surface roughness effects on the drag crisis for falling spheres *Eur. Phys. J. B* **60** 469–76
- [18] Magnus G 1853 Über die Abweichung der Geschosse, und: Über eine abfallende Erscheinung bei rotirenden Körpern *Annalen der Physik* **164**(1) 1–29
- [19] May A 1950 The virtual mass of a sphere entering water vertically *J. Appl. Phys.* **21** 1285–9
- [20] Metha D 1985 Aerodynamics of sports balls *Annu. Rev. Fluid Mech.* **17** 151–89
- [21] Nathan A M 2008 The effect of spin on the flight of a baseball *Am. J. Phys.* **76** 119–24
- [22] Newton I 1687 *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* **lib. 2** prop. 33

- [23] Oseen C W 1910 Über die Stokes'sche Formel, und über eine verwandte Aufgabe in der Hydrodynamik *Ark. Math. Astronom. Fys.* **6** No. 27
- [24] Pruppacher H R 1968 An experimental determination of the drag on a sphere at low Reynolds numbers *J. Appl. Phys.* **39** 4129–32
- [25] Robins B 1805 *New Principles of Gunnery* ed R Hutton (first printed in 1742)
- [26] Rubinow S I and Keller J B 1961 The transverse force on a spinning sphere moving in a viscous fluid *J. Fluid Mech.* **11** 447–59
- [27] Rutherford E 1906 *Phil. Mag. Ser. 6* **12** 143
- [28] Schlichting H 1955 *Boundary-Layer Theory* (New York: McGraw-Hill)
- [29] Smith M R, Hilton D K and Van Sciver S W 1999 Observed drag crisis on a sphere in flowing He I and He II *Phys. Fluids* **11** 751–3
- [30] Stokes G G 1851 On the effect of internal friction of fluids on the motion of pendulums *Trans. Camb. Phil. Soc.* **9** 8–106
- [31] Truscott T T and Techet A H 2009 Water entry of spinning spheres *J. Fluid Mech.* **625** 135–65
- [32] Worthington A M and Cole R S 1900 Impact with a liquid surface studied by the aid of instantaneous photography. Paper II *Phil. Trans. R. Soc. A* **194** 175–99

# Le football et ses trajectoires

**Guillaume Dupeux** (guillaume.dupeux@espci.fr), **Caroline Cohen, Anne Le Goff, David Quéré et Christophe Clanet** (clanet@ladhyx.polytechnique.fr)

LadHyX, UMR CNRS 7646, École polytechnique, 91128 Palaiseau, et PMMH, UMR CNRS 7636, ESPCI, 10 rue Vauquelin, 75005 Paris

Cette article analyse l'origine physique et la forme des différentes trajectoires d'un ballon de football.

En l'absence de gravité et d'air, celle-ci est une droite. Avec gravité, la droite s'incurve vers la parabole galiléenne. L'aérodynamique enrichit ces deux comportements classiques et fait apparaître des zigzags, des paraboles tronquées et des spirales.

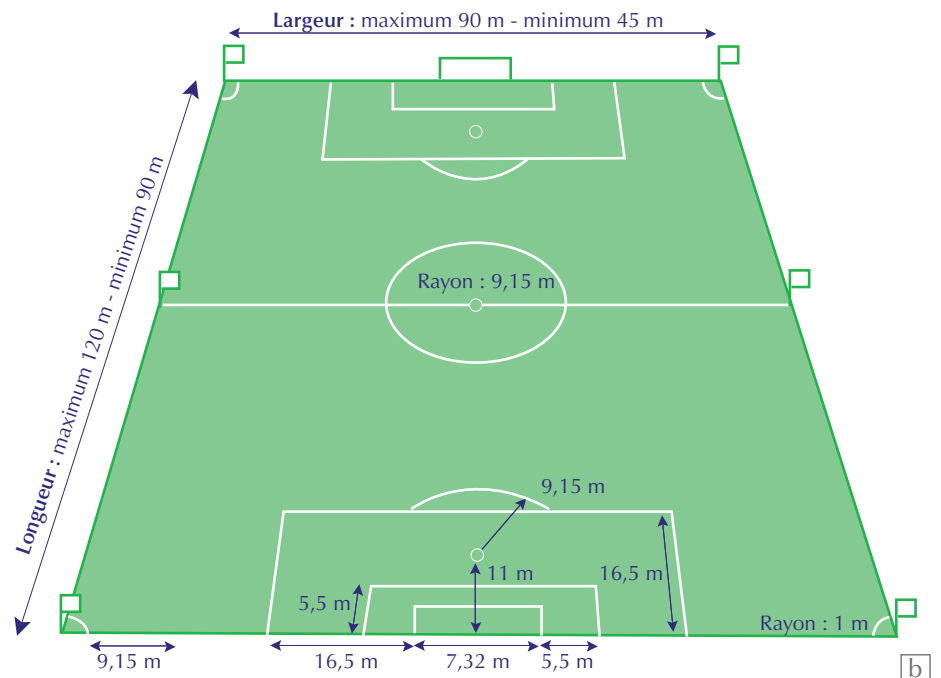
Nous discutons les propriétés de ces différentes trajectoires et les phases de jeu qui permettent de les observer.

Les jeux de balles nous accompagnent depuis au moins 3500 ans [1]. Ils font partie de notre évolution et nous les retrouvons sur tous les continents : *Tsu Chu* en Chine, *Kemari* au Japon, *Episkiros* en Grèce, *Pok a tok* en Amérique du Sud. Une de leurs versions contemporaines est le football. Il se pratique à deux équipes de onze joueurs, avec un ballon rond de 450 g et 22 cm de diamètre (fig. 1a), et sur un terrain d'une centaine de mètres, dont les dimensions précises sont indiquées sur la figure 1b.

Les études sur la physique du football portent principalement sur la mécanique

et la statistique. Les pionniers en statistique sont Reep et Benjamin [2], qui étudient la probabilité de perdre le ballon en fonction du nombre de passes. Cette étude est à l'origine du jeu long pratiqué par certaines équipes, à commencer par la Norvège lorsque Charles Reep deviendra conseiller technique de l'équipe nationale. Côté mécanique, on s'est intéressé essentiellement aux trajectoires et aux impacts [3].

Nous discutons ici les différents types de trajectoires et leur origine physique.



## 1. Présentation du football.

(a) Jabulani, ballon officiel de la coupe du monde 2010 : masse  $M = 450$  g et rayon  $R = 11$  cm.

(b) Le terrain et ses dimensions.



Penalty à 11 mètres.

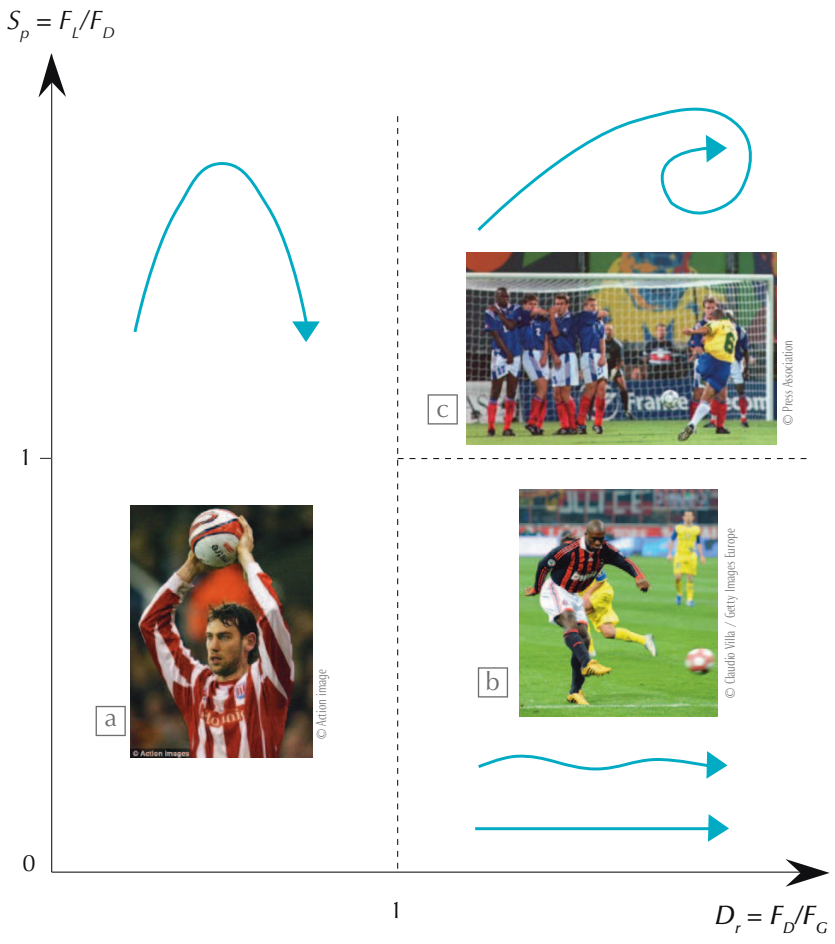
### Diagramme de phase

Deux forces déterminent la trajectoire du ballon : son poids  $F_G$  et la force aérodynamique  $F_A$ . Dans cette dernière, il est d'usage de distinguer deux composantes, l'une alignée avec la vitesse (traînée  $F_D$ ) et l'autre perpendiculaire (portance  $F_L$ ). Nous suivons cet usage qui permet, comme nous le verrons, d'isoler l'effet de la rotation du ballon. Ainsi, l'équation générale de la trajectoire devient :

$$M \frac{d\mathbf{U}}{dt} = \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_L \quad (1)$$

Dans cette équation,  $M$  est la masse du ballon et  $\mathbf{U}$  la vitesse de son centre d'inertie. L'origine physique et l'expression des forces  $F_D$  et  $F_L$  sont détaillées dans l'encadré p. 12.

Nous allons analyser l'équation (1) en identifiant différents régimes caractérisés, chacun, par une trajectoire particulière. Pour cela, nous mesurons l'importance relative des forces avec deux nombres sans dimension :  $D_r = F_D/F_G$  et  $S_p = F_L/F_D$ . Sur la figure 2, nous utilisons ces deux nombres pour définir le diagramme de phase des différentes trajectoires. Lorsque la gravité domine ( $D_r \ll 1$ ), on observe des trajectoires paraboliques : c'est le régime des touches ou des lobs (p. 13). À l'inverse ( $D_r \gg 1$ ) et en l'absence de rotation ( $S_p \ll 1$ ), les trajectoires sont rectilignes ou en zigzag (p. 12). Enfin, lorsque l'aérodynamique domine et que le ballon tourne ( $D_r \gg 1, S_p \gg 1$ ), les trajectoires se courbent, comme dans les fameux coups francs de Michel Platini, et se rapprochent de spirales, comme dans celui de Roberto Carlos (pp. 13-14).



**2. Diagramme de phase des différentes trajectoires observées au football.** (a) Lorsque la gravité domine ( $D_r \ll 1$ ), les trajectoires sont paraboliques. C'est le régime des touches, illustré ici par Rory Delap, joueur irlandais connu pour faire des touches aussi longues que des corners. (b) À plus grande vitesse et en l'absence de rotation ( $D_r \gg 1, S_p \ll 1$ ), on observe des trajectoires rectilignes, en zigzag, voire en paraboles tronquées. Ce régime est illustré ici par Clarence Seedorf, footballeur néerlandais connu pour la puissance de ses tirs. (c) Enfin, lorsque l'aérodynamique domine et que le ballon tourne ( $D_r \gg 1, S_p \gg 1$ ), on observe des trajectoires courbées, comme dans les fameux coups francs de Platini ou ici de Roberto Carlos.



## Lignes droites et zigzags

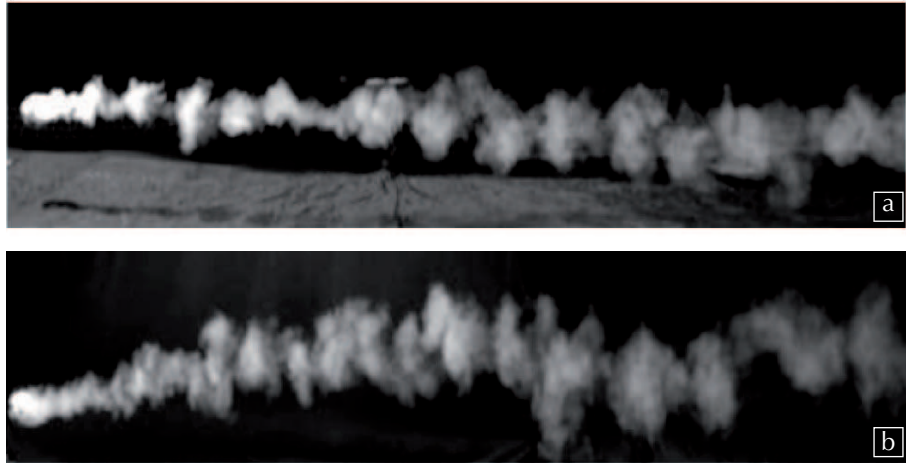
On s'intéresse ici aux grosses frappes sans rotation, où  $D_r \gg 1$  et  $S_p \ll 1$ . Dans cette limite, seule la force de traînée  $F_D \sim -\rho R^2 U U$  influence la trajectoire du ballon. Ici,  $\rho \approx 1,2 \text{ kg/m}^3$  est la masse volumique de l'air, tandis que  $R = 0,11 \text{ m}$  est le rayon du ballon et  $U$  sa vitesse. Cette force aérodynamique devient supérieure au poids au-delà de la vitesse critique  $U^* \approx 20 \text{ m/s}$ . Le tableau de la page 14 indique des vitesses enregistrées en match lors de grosses frappes.

Ces vitesses sont supérieures à  $38 \text{ m/s}$ , ce qui correspond bien au domaine aérodynamique.  $F_D$  étant alignée avec la vitesse, on déduit de l'équation (1) que la trajectoire est une droite. De façon plus précise, cette équation s'intègre et l'on montre que la vitesse décroît exponentiellement avec l'abscisse curviligne  $s$  suivant la loi  $U(s) = U_0 \exp(-s/\mathcal{L})$ ,  $\mathcal{L}$  étant la longueur caractéristique de freinage :

$$\mathcal{L} \approx 7 (\rho_s/\rho) R \quad (2).$$

Dans l'équation (2),  $\rho_s = 81 \text{ kg/m}^3$  est la masse volumique du ballon et le facteur 7 est la valeur donnée par le calcul pour nos gammes de vitesses et de tailles. La longueur  $\mathcal{L}$  est ainsi de l'ordre de  $50 \text{ m}$  pour le football. Tant que  $U(s) > U^*$  (typiquement jusqu'à  $s \sim \mathcal{L}$ ), les grosses frappes sont donc sensées suivre des lignes droites. On présente sur la figure 3 des trajectoires de ballon observées par Hong *et al.* [4] pour  $U_0 \approx 28 \text{ m/s}$  : l'écoulement d'air autour du ballon est visualisé en recouvrant la balle d'une poudre de tétrachlorure de titane.

Dans ces clichés, les petites bouffées révèlent la structure tourbillonnaire complexe à l'aval du ballon et montrent que la trajectoire reste effectivement une quasi-ligne droite (a), mais qu'elle peut parfois zigzaguer autour de cette droite (b). On observe aussi sur la figure 3b que la taille du zigzag est grande comparée à la distance qui sépare deux vortex. Cette séparation d'échelles indique que l'origine du zigzag (aussi observé au volley et au baseball) n'est pas un simple couplage entre le ballon et les tourbillons émis dans son sillage. Son origine physique est encore débattue, mais il semble que la transition turbulente de la couche limite joue un rôle essentiel [3].



3. Trajectoires de ballons de football observées par Hong *et al.* pour  $U_0 \approx 28 \text{ m/s}$  [4]. (a) ligne droite ; (b) zigzag. Sur ces clichés, le ballon va de droite à gauche.

### ► Les forces aérodynamiques

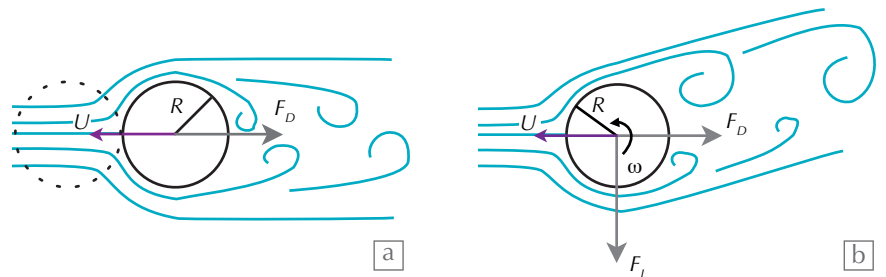
#### Origine physique de la traînée

Lorsque le ballon se déplace à la vitesse  $U$  dans de l'air, la forme de l'écoulement n'est pas symétrique entre l'avant et l'arrière. Plus précisément, on voit des tourbillons derrière le ballon, mais pas devant (fig. a). Ainsi, l'air qui est initialement au repos se retrouve en mouvement après le passage du ballon. Il est accéléré, et cette accélération est à l'origine de la force de traînée.

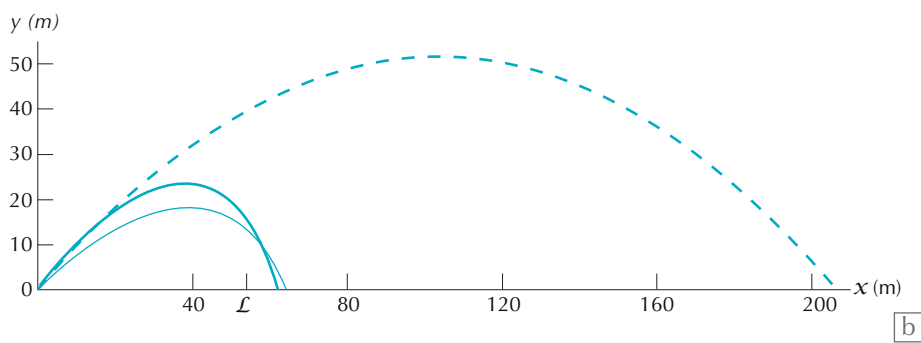
De façon plus précise, on peut estimer cette force en considérant la mise en mouvement de l'air chassé par le ballon, lorsqu'il se déplace d'un diamètre  $2R$ . La masse d'air déplacée lors de ce mouvement est contenue dans le cercle en pointillés (fig. a). Cette masse  $m$ , de l'ordre de  $\rho R^3$  (où  $\rho$  est la masse volumique de l'air), passe d'une vitesse nulle à  $U$  ( $\Delta U_{||} \sim U$ ) sur un temps  $\Delta t \sim R/U$ . La variation de quantité de mouvement par unité de temps,  $m\Delta U_{||}/\Delta t$ , conduit à l'expression de la force de traînée  $F_D \sim \rho R^2 U^2$ .

#### Origine physique de la portance

Lorsque le ballon tourne avec la vitesse angulaire  $\omega$ , les tourbillons qui sont émis n'ont plus la même intensité : celui qui est entraîné par la rotation tourne plus vite, tandis que l'autre est ralenti (fig. b). Cet effet implique que l'air est plus accéléré d'un côté que de l'autre, ce qui fait apparaître une force perpendiculaire à l'écoulement, dite « force de Magnus ». Pour trouver son expression, on raisonne comme précédemment, en considérant cette fois la variation de vitesse dans la direction perpendiculaire à l'écoulement :  $\Delta U_{\perp} \sim R\omega$ , d'où  $F_L \sim m\Delta U_{\perp}/\Delta t \sim \rho R^3 \omega U$ .

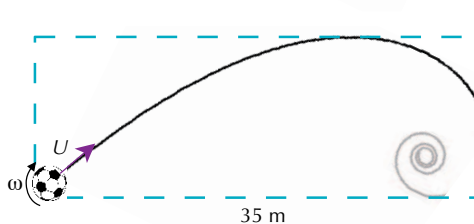
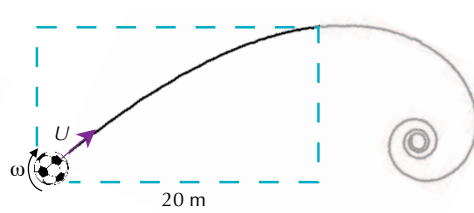


Écoulement de l'air autour d'un ballon se déplaçant à une vitesse  $U$ , (a) sans rotation, (b) avec rotation.



**4. Dégagements.** (a) Les dégagements des gardiens de but (ici, Steve Mandanda) dépassent en général de peu le milieu de terrain, et sont caractérisés par une courbe en cloche fortement asymétrique par rapport à leur apogée. (b) Trajectoires du ballon avec gravité et freinage aérodynamique (trait plein) et avec la gravité seule (pointillés). La vitesse initiale est  $U_0 = 45$  m/s, l'angle initial est  $45^\circ$  pour le trait épais et  $37^\circ$  pour la trajectoire la plus longue (trait mince). Pour ces deux cas,  $L = 54$  m.

(Source de la photo : <http://fansdemarseille.centerblog.net/6-steve-mandanda>).



**5. Trois types de coups de pied arrêtés.** (a) Penalty à 11 m ; (b) coup franc « aux 18 mètres » ; (c) coup franc lointain.

## Paraboles et paraboles tronquées

Lorsque la distance parcourue par le ballon est supérieure à la distance de freinage  $L$ , la vitesse du ballon diminue et la gravité ne peut plus être négligée dès lors que  $U$  devient inférieure à  $U^*$ . Cette situation se rencontre lors des dégagements des gardiens de but (fig. 4a). Dans cette limite, nous avons intégré numériquement l'équation (1), en prenant en compte  $F_D$  et  $F_G = Mg$ . Les trajectoires obtenues pour deux angles initiaux différents avec  $L = 54$  m et  $U_0 = 45$  m/s sont présentées sur la figure 4b. On observe sur cette figure un écart important avec la parabole galiléenne : quand on atteint la longueur  $L$ , l'inertie du ballon ne compte plus, si bien qu'il retombe presque verticalement. On voit aussi que l'angle qui maximise la distance n'est plus  $45^\circ$  mais  $37^\circ$ . Cet angle optimal varie avec  $L$  et  $U_0$ .

## La spirale

Nous retenons des deux sections précédentes que, dans la limite des grandes vitesses ( $U_0 \gg U^*$ ), la gravité peut être négligée, et la trajectoire est rectiligne sur des distances petites devant  $L$ . Ceci est vrai en l'absence de rotation. Avec rotation, le ballon subit aussi la force de Magnus  $F_L \sim \rho R^3 \omega \wedge U$ , où  $\omega_0$  est le vecteur rotation. Cette force, perpendiculaire à la vitesse, dévie le ballon de la ligne droite. Plus précisément, la courbure locale de la trajectoire  $C(s)$  évolue suivant l'équation  $MU^2 C(s) = F_L$ . En utilisant l'expression de  $F_L$  et en prenant en compte la décroissance exponentielle de la vitesse, cette équation indique que la courbure de la trajectoire augmente à partir de l'impact suivant la loi :

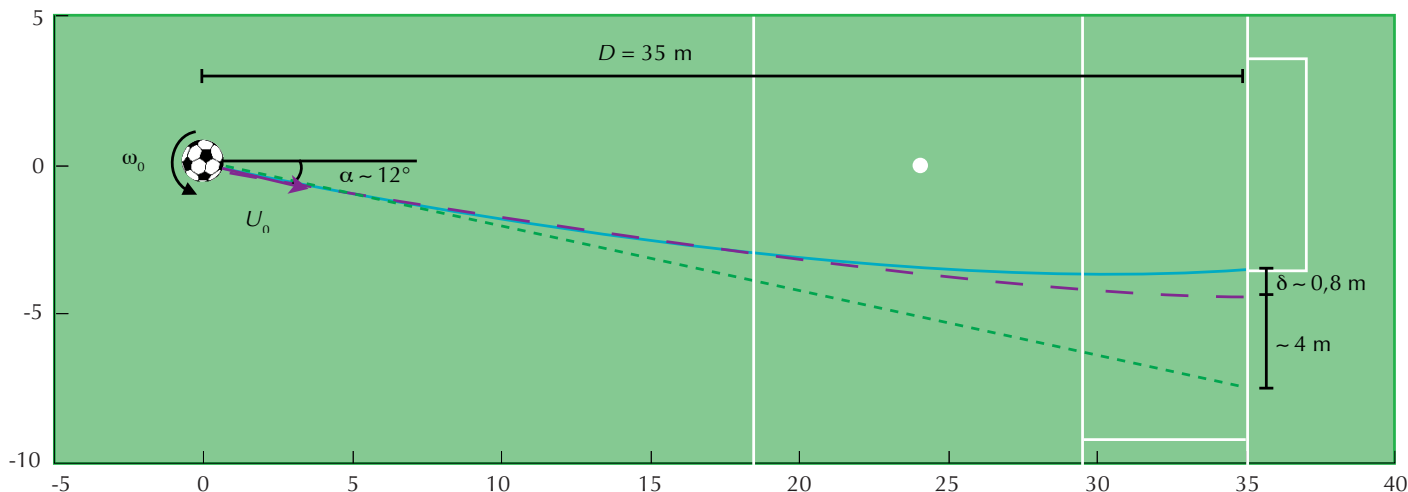
$$C(s) \sim (\rho/\rho_s) (\omega_0/U_0) \exp(s/L) \quad (3)$$

Cette trajectoire a été étudiée en détail par Dupeux *et al.* [5], et nous ne discutons ici que ses implications pour le football. L'équation (3) montre que la trajectoire est une spirale dont la courbure initiale  $C_0 \sim \rho\omega_0/\rho_s U_0$  augmente exponentiellement sur la longueur de freinage  $L$ .

Nous discutons sur la figure 5 la possibilité d'observer cette spirale dans le cas de trois coups de pied arrêtés. À l'échelle du penalty (fig. 5a), la distance de 11 m est petite comparée à la taille de la spirale, et seul le début rectiligne de la trajectoire est observable. Pour un coup franc aux 18 m (fig. 5b), le cœur de la spirale n'est pas







6. Coup franc de Roberto Carlos, tiré contre la France en 1997. On détaille ici le coup franc présenté sur la figure 5c. La trajectoire bleue est calculée à partir de l'équation (3), avec  $U_0 = 38$  m/s et  $\omega_0 = 88$  rad/s. La trajectoire violette est le cercle de courbure  $C_0$ , et le trait pointillé vert indique la trajectoire rectiligne.

### >>>

accessible, mais la trajectoire est courbée et on peut l'estimer par un cercle de courbure  $C_0$ . Pour un coup franc lointain (fig. 5c), la trajectoire courbée dévie du cercle et l'augmentation de courbure devient observable. Selon nous, cette augmentation est à l'origine de la trajectoire surprenante observée lors du coup franc de Roberto Carlos tiré contre la France en 1997 [6]. Ce coup franc est schématisé sur la figure 6 : il est tiré des 35 mètres à une vitesse  $U_0 = 38$  m/s et un angle initial  $\alpha$  de l'ordre de  $12^\circ$ . Du fait de la rotation ( $\omega_0 \approx 88$  rad/s  $\approx 15$  tours par seconde), la trajectoire du ballon s'incurve et finit par entrer dans le but sans que le gardien bouge (courbe bleue). Sans rotation, le ballon sortirait de 4 mètres (pointillés). Avec une trajectoire circulaire, le ballon manque la cage de 80 centimètres (tirets

violet). Du fait de la spirale, le ballon s'écarte de la trajectoire circulaire dans les derniers mètres qui le séparent du poteau et finit par entrer, à la surprise générale.

Dans le cas du coup franc de Roberto Carlos, l'axe de rotation est vertical et le ballon dévie horizontalement vers la gauche, ce qui lui permet de contourner le mur. Un autre type de coup franc est celui où le tireur décide de faire passer le ballon par-dessus le mur et de le faire plonger ensuite. Pour cela, il choisit un axe de rotation horizontal et fait tourner le ballon de telle sorte que son sommet aille vers l'avant (tel un lift au ping-pong). Ce type de coup franc est rare, car il demande un petit pied, suffisamment petit pour passer sous le ballon et le brosser. Un des derniers grands maîtres capables de réaliser ce geste est Juninho Pernambucano [7].

## Conclusion

Gravité et aérodynamique sont responsables de la diversité des trajectoires du ballon de football. À faible vitesse (touche, lob), la gravité domine et seule la parabole galiléenne est observée. À forte vitesse (penalty, coup franc, tir tendu), l'aérodynamique devient prépondérante et la trajectoire se met à dépendre de la rotation du ballon. Sans rotation, celui-ci va tout droit ou zigzaguer, suivant la nature laminaire ou turbulente de sa couche limite. Cette trajectoire quasi rectiligne perdure, jusqu'à ce que le ballon soit suffisamment ralenti pour que la gravité le fasse tomber, donnant lieu à des paraboles tronquées. Le dernier régime est celui des ballons en rotation qui conduit à des cercles, voire à des morceaux de spirale lorsque la distance parcourue est suffisamment grande. ■

## Vitesses de ballon enregistrées lors de grosses frappes.

Joueur	$U_0$ (m/s)	Match
David Hirst	51	Sheffield / Arsenal (16/09/96)
David Beckham	44	Manchester Utd / Chelsea (22/02/97)
David Trézéguet	43	Monaco / Manchester Utd (19/03/98)
Richie Humphreys	42,8	Sheffield / Aston Villa (17/08/96)
Matt Le Tissier	39	Southampton / Newcastle (18/01/97)
Alan Shearer	38,3	Newcastle / Leicester (02/02/97)
Roberto Carlos	38,1	Brésil / France (03/06/97)

## Références

- 1• W.D. Hill, M. Blake et J.E. Clark, "Ball court design dates back 3,400 years", *Nature* **392** (1998) 878.
- 2• C. Reep et B. Benjamin, "Skill and Chance in Association Football", *Journal of the Royal Statistical Society, Series A (General)* **131** (1968) 581-585.
- 3• A. Armenti (ed.), *The physics of sports*, AIP-Press, Springer-Verlag (1992).
- 4• S. Hong, C. Chung, M. Nakayama et T. Asai, "Unsteady Aerodynamic Force on a Knuckleball in Soccer", *Procedia Engineering* **2** (2010) 2455-2460.
- 5• G. Dupeux, A. Le Goff, D. Quéré et C. Clanet, "The spinning ball spiral", *New Journal of Physics* **12** (2010) 093004.
- 6• [www.youtube.com/watch?v=crSkWajqx-Y](http://www.youtube.com/watch?v=crSkWajqx-Y)
- 7• [www.youtube.com/watch?v=DTeFKTnEyzY](http://www.youtube.com/watch?v=DTeFKTnEyzY)

## Research



**Cite this article:** Cohen C, Darbois-Textier B, Dupeux G, Brunel E, Quéré D, Clanet C. 2014 The aerodynamic wall. *Proc. R. Soc. A* **470**: 20130497.  
<http://dx.doi.org/10.1098/rspa.2013.0497>

Received: 26 July 2013

Accepted: 30 September 2013

### Subject Areas:

fluid mechanics

### Keywords:

ballistics, particle trajectory, quadratic drag

### Author for correspondence:

Christophe Clanet

e-mail: [clanet@ladhyx.polytechnique.fr](mailto:clanet@ladhyx.polytechnique.fr)

# The aerodynamic wall

Caroline Cohen<sup>1</sup>, Baptiste Darbois-Textier<sup>1</sup>, Guillaume Dupeux<sup>2</sup>, Eric Brunel<sup>3</sup>, David Quéré<sup>1</sup> and Christophe Clanet<sup>2</sup>

<sup>1</sup>LadHyX, UMR 7646 du CNRS, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau Cedex, France

<sup>2</sup>PMMH, UMR 7636 du CNRS, ESPCI, 75005 Paris, France

<sup>3</sup>DCSD, ONERA, 59000 Lille, France

We study the trajectory of dense projectiles subjected to gravity and drag at large Reynolds number. We show that two types of trajectories can be observed: if the initial velocity is smaller than the terminal velocity of free fall, we observe the classical Galilean parabola: if it is larger, the projectile decelerates with an asymmetric trajectory first drawn by Tartaglia, which ends with a nearly vertical fall, as if a wall impeded the movement. This regime is often observed in sports, fireworks, watering, etc. and we study its main characteristics.

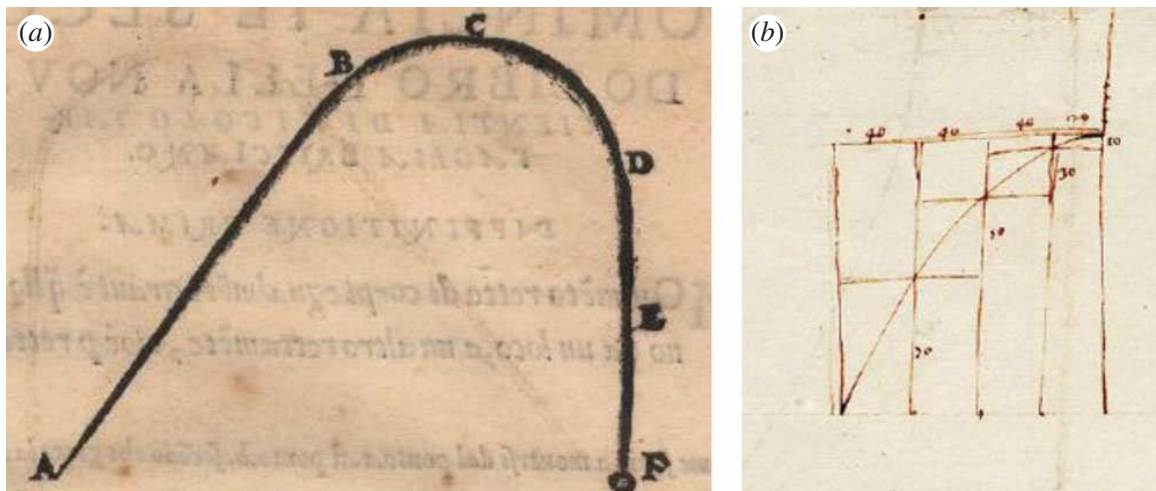
## 1. Introduction

Particles moving in air usually exhibit a curved trajectory with a strong asymmetry with respect to the maximum. Three examples are presented in figure 1, which illustrate (a) grinding, (b) fireworks and (c) field watering. This asymmetry historically led to the singular limit of ‘triangular’ trajectories reported in studies of artillery and illustrated in figure 2. According to Tartaglia [1,4], the trajectory was composed of two main phases, a straight violent motion at the exit of the canon (segment AB in figure 2a) and a final vertical path called natural (segment EF). The two limits were connected via a circular path.

Owing to its application in the military context [5] and more recently in sports [6], this ballistic problem has also been studied in detail and geometrical constructions [7], numerical solutions [8] and theoretical discussions [9,10] have been proposed to account for the trajectory. One of the more famous works on the subject is probably the ‘dialogues concerning the two new sciences’ [2] first published in 1638, one century after Tartaglia. The fourth and last day of the dialogues is dedicated to the motion of projectiles. For the first



**Figure 1.** Examples of asymmetric particles trajectories: (a) grinding (extracted from <http://www.eartaker.net/machining/grinding/images/sparks.jpg>), (b) fireworks (extracted from the free image section of Flickr), (c) water jet (© Gaby Kooijman, <http://www.dreamstime.com>). (Online version in colour.)



**Figure 2.** Historical illustrations of the two asymptotic trajectories expected in ballistics: (a) Tartaglia's discussion of a bullet path extracted from his treatise *Nova Scientia* first published in 1537 [1]. (b) Galileo's original construction of the parabolic path. This drawing is discussed in the theorem 1 of the fourth day of the two new sciences first published in 1638 [2]. Complementary information can be found in [3]. (Online version in colour.)

time, it describes the parabolic trajectory, an example of which is reproduced in figure 2b. Contrary to the Tartaglia curve which has well-defined asymptotes, the parabola does not have any.

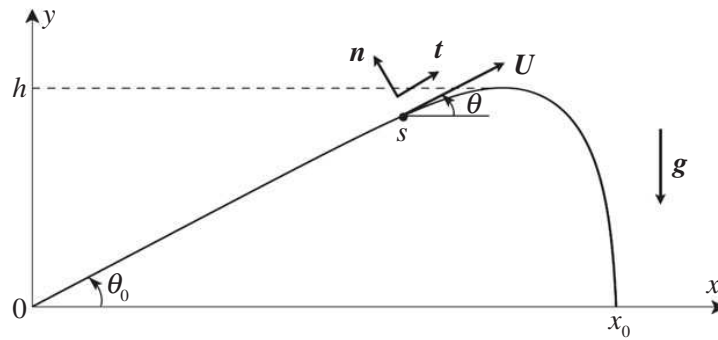
Here, we study experimentally and theoretically the ballistic problem and show that, depending on the initial velocity, the two types of trajectories can be observed.

## 2. A brief overview of external ballistics

While the internal ballistics focuses on the physics of launching (inside the bore of the cannon), the general topic of external ballistics is to determine the trajectory of a projectile while moving in air [5,9]. For a particle of mass  $M$  and velocity  $\mathbf{U}$ , the whole problem is to solve the equation of motion:

$$M \frac{d\mathbf{U}}{dt} = \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_A, \quad (2.1)$$

where  $\mathbf{F}_G = Mg$  is the weight and  $\mathbf{F}_A$  the aerodynamic force. This equation must be solved with the initial condition  $\mathbf{U}(t=0) = \mathbf{U}_0$ . In the plane  $(\mathbf{U}_0, g)$ , this problem can be discussed with the conventions presented in figure 3. Apart from the actual shape  $y(x)$ , the points of interest for the applications are usually the range  $x_0$ , the maximal height  $h$  and the optimal launching angle  $\theta^*$  which maximizes the range.



**Figure 3.** Presentation of the problem and conventions.

Without air ( $F_A = 0$ ), the solution is the classical parabola, first found by Galileo [2], for which  $\theta^* = \pi/4$ ,  $h = U_0^2/2g \sin^2 \theta_0$  and  $x_0 = U_0^2/g \sin 2\theta_0$ , where  $\theta_0$  is the launching angle. With air, equation (2.1) is not closed in the sense that the aerodynamic force depends on the velocity  $F_A(\mathbf{U})$ .

To illustrate the diversity of the ballistic problem in this limit, we briefly discuss the relations  $F_A(\mathbf{U})$  obtained with spheres. In this discussion, we use the classical drag–lift decomposition of the aerodynamical force  $F_A = F_D + F_L$ , where  $F_D$  stands for the drag, that is the part of the force aligned with the velocity and  $F_L$  the part which is perpendicular to it.

For incompressible Newtonian fluids (density  $\rho$ , viscosity  $\eta$ ), the motion of non-spinning spheres (radius  $R$ , velocity  $\mathbf{U}$ ) in an infinite domain has early become a classical subject [11]. In the low Reynolds number limit ( $Re \equiv \rho U 2R/\eta \ll 1$  with  $U = |\mathbf{U}|$ ), Stokes [12] has established theoretically that the drag force experienced by the sphere during its motion is  $F_D = -6\pi\eta UR$ . Experimentally, this result has been verified by several authors in the range  $Re \leq 1$  [13,14]. In the high Reynolds number domain, besides the classical d’Alembert paradox [15], Newton [16] is probably the first to propose an heuristic expression for the drag:  $F_D = -1/2\rho C_D \pi R^2 U \mathbf{U}$ . According to the early experiments performed by Eiffel [17],  $C_D \approx 0.4 - 0.5$ . This value has since been confirmed by several authors for the range:  $10^3 < Re < 2.10^5$ . In the intermediate range, the asymptotic expansion method proposed by Oseen [18] has led to many theoretical developments [19]. The drag crisis experienced by the sphere once the boundary layer becomes turbulent (around  $Re \approx 3.10^5$ ) has also been deeply studied [20–22].

For spinning spheres, according to Barkla [23], the work seems to go back to Robins [24] and then Magnus [25], who is credited for the associated lift force. Besides these academic studies, the widespread use of balls in sports has also motivated many studies, in baseball [26] and golf [27] in particular, a review of which can be found in reference [6]. These studies show that the sphere experiences a lift force  $F_L = 1/2\rho C_R \pi R^3 \boldsymbol{\omega}_0 \wedge \mathbf{U}$ , where  $\boldsymbol{\omega}_0$  is the spin vector and  $C_R$  a coefficient which can depend on the Reynolds number, the Spin number ( $Sp = R\omega_0/U$ ) and surface roughness [28]. For sports balls, the dependency of  $C_R$  with  $Re$  and  $Sp$  is modest [29]. In baseball for example, Nathan concludes that in the range of spin number between 0.1 and 0.6 and Reynolds number between  $1.1 \times 10^5$  and  $2.4 \times 10^5$ , the coefficient  $C_R$  remains almost constant and equal to  $0.5 \pm 0.1$  [26].

What we retain from this discussion is that the expression of the aerodynamical force  $F_A(\mathbf{U})$  depends on both the Reynolds number and spin. In this study, we first focus on the large Reynolds number pure drag limit where the equation of motion for a dense particle takes the form:

$$M \frac{d\mathbf{U}}{dt} = M\mathbf{g} - \frac{1}{2}\rho C_D \pi R^2 U \mathbf{U}. \quad (2.2)$$

In the steady state ( $d\mathbf{U}/dt = \mathbf{0}$ ), the velocity is equal to the terminal velocity  $\mathbf{U} = -U_\infty \mathbf{e}_y$  with  $U_\infty = \sqrt{2Mg/\pi R^2 \rho C_D}$ .

### 3. Experimental results

#### (a) Measurement of the terminal velocity $U_\infty$

The projectiles we use are sport balls. To measure their terminal velocity,  $U_\infty$ , we conducted experiments in the vertical wind tunnel SV4 of ONERA (the French Aerospace Laboratory) in Lille. This unique facility blows air at 20°C up to 50 m s<sup>-1</sup> in a 4 m cylindrical vein [30]. The protocol consists of increasing the velocity step by step up to levitation. At each step, we wait 1 min for the flow to stabilize in the vein. The particle is then introduced in the centre part of the channel. If it falls, we keep increasing the velocity up to the point where it starts to levitate. When this levitation state is reached, we measure the velocity with a VT 200 Kimo anemometer and a pitot tube. Two examples of levitation are presented in figure 4, one for a Jabulani soccer ball leading to  $U_\infty = 30 \text{ m s}^{-1}$  (a) and the other for a feather shuttlecock leading to  $U_\infty = 6.7 \text{ m s}^{-1}$  (b). All the results are presented in table 1. For each projectile (first column), we measure its diameter ( $2R$  in second column), its mass ( $M$  in third column) and the terminal velocity ( $U_\infty$  in fourth column). The corresponding Reynolds number  $Re_\infty = 2RU_\infty/\nu$  and drag coefficient  $C_D = 2Mg/(\rho U_\infty^2 \pi R^2)$  are calculated in columns 5 and 6 using for the density and viscosity, the tabulated values at 20° [31]:  $\rho = 1.20 \text{ kg m}^{-3}$  and  $\nu = \eta/\rho = 15.10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . We observe in these columns that the Reynolds number is of the order of  $10^5$  and that the drag coefficient takes values between 0.1 and 0.6. Focusing on spherical particles, we note that their drag coefficient for Reynolds numbers smaller than  $10^5$  take values close to the classical 0.45, whereas their values decrease to approximately 0.2 for Reynolds numbers larger than  $10^5$ . This behaviour is consistent with the behaviour of the drag coefficient in the region of the drag crisis [6,32].

The last two columns in table 1 respectively indicate the fastest hit recorded on fields,  $U_{\max}$ , and the ratio between this maximal velocity of the game and the terminal velocity of the ball. We observe in this last column that the record velocity is larger than the terminal velocity except for handball and basketball.

#### (b) Qualitative observations

For the two extreme sports reported in table 1, namely basketball and badminton, we present in figure 5 two chronophotographies showing the trajectories of the particles obtained respectively, with  $U_0/U_\infty = 0.48$  (a) and  $U_0/U_\infty = 8.9$  (b). The trajectory of the basketball presents a left–right symmetry with respect to the maximum, with a continuous evolution of the velocity. For the badminton shuttlecock, the symmetry is broken, and the velocity first decreases from the hit location, and then reaches an almost constant value. The evolution of the trajectory with the hit velocity and initial angle are discussed in the §2c.

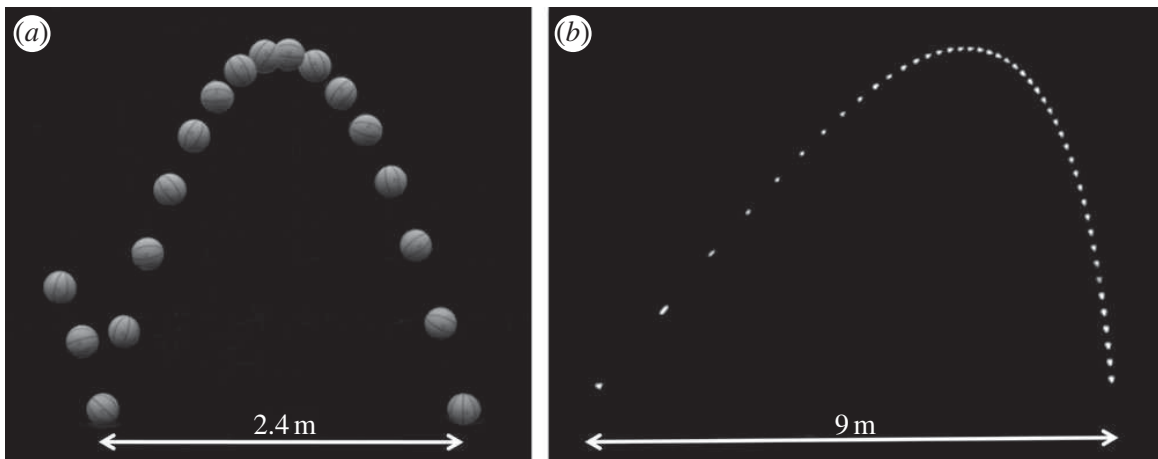
#### (c) Trajectories

Among the different sports projectiles that we have characterized in table 1 the shuttlecock is the one which enables (owing to its low terminal velocity) to maximize the range of the ratio  $U_0/U_\infty$ . We thus use it to study how this ratio affects the shape of the trajectory. The shuttlecock for these experiments is presented in figure 6a: it is a MAVIS 370, composed of a plastic skirt (S) fixed on a cork (C). The length of the skirt is  $L = 60 \text{ mm}$  and its radius  $R = 34 \text{ mm}$ . The whole mass is  $M = 5.3 \text{ g}$ , 3 g for the cork and 2.3 g for the skirt. Using a Deltalab EA600 wind tunnel, we have measured the drag of shuttlecocks free to rotate. The evolution of the drag coefficient with the Reynolds number is presented in figure 6b. We observe that  $C_D \approx 0.65 \pm 7\%$ , independent of the Reynolds number. This value is consistent with the one measured in the vertical wind tunnel and reported in table 1 [33].

Concerning the trajectory, we present in figure 7 several experiments (circles) obtained with different initial velocities  $U_0$  and inclination angle  $\theta_0$ . The timestep between two data points is 100 ms. We observe that the asymmetry increases with both the hit velocity and initial angle.



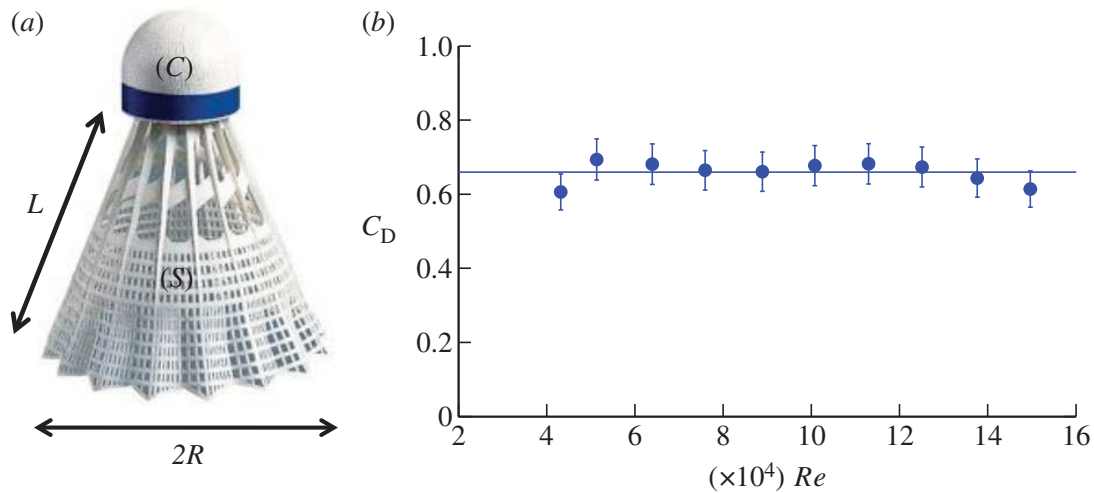
**Figure 4.** Terminal velocity measurements performed in the vertical wind tunnel SV4 of ONERA-Lille: (a) levitating Jabulani soccer ball at  $U_\infty = 30 \text{ m s}^{-1}$ ; (b) levitating feather shuttlecock at  $U_\infty = 6.7 \text{ m s}^{-1}$ . (Online version in colour.)



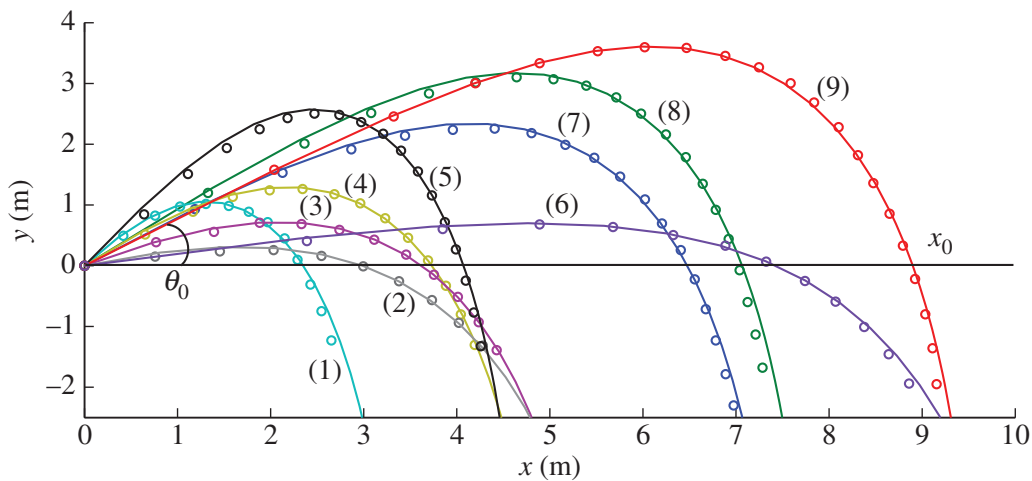
**Figure 5.** Chronophotography of two sport particles: (a) basketball with  $dt = 40 \text{ ms}$ ,  $\theta_0 = 74^\circ$ ,  $U_0 = 15 \text{ m s}^{-1}$ . (b) shuttlecock with  $dt = 40 \text{ ms}$ ,  $\theta_0 = 60^\circ$ ,  $U_0 = 40 \text{ m s}^{-1}$ .

**Table 1.** Characteristics of various sports balls and projectiles: diameter ( $2R$ ), mass ( $M$ ), terminal velocity ( $U_\infty$ ), corresponding Reynolds number ( $Re_\infty = 2RU_\infty/\nu$ ) and drag coefficient ( $C_D = 2Mg/(\rho U_\infty^2 \pi R^2)$ ). The last two columns present the fastest hit ( $U_{\max}$ ) and its ratio with the terminal velocity ( $U_{\max}/U_\infty$ ).

sport	$2R$ (cm)	$M$ (g)	$U_\infty$ ( $\text{m s}^{-1}$ )	$Re_\infty$ $\times 10^5$	$C_D$	$U_{\max}$ ( $\text{m s}^{-1}$ )	$U_{\max}/U_\infty$
badminton	6.0	5	6.7	0.27	0.60	117	17.5
table tennis	4.0	2.5	9.5	0.25	0.36	32	3.4
tennis	6.5	55	22	0.95	0.55	73	3.3
golf	4.2	45	48	1.34	0.26	91	1.9
baseball	7.0	145	40	1.86	0.38	55	1.4
soccer ball	21	480	30	4.2	0.25	51	1.7
volleyball	21	210	20	4.5	0.25	36	1.1
handball	19	450	36	4.6	0.2	28	0.75
basketball	24	650	31	4.96	0.24	22	0.7



**Figure 6.** (a) Geometrical characteristics of a shuttlecock. (b) Evolution of the drag coefficient,  $C_D = 2F_D/\rho\pi R^2U^2$ , of a shuttlecock with the Reynolds number  $Re = 2RU/\nu$ . (Online version in colour.)

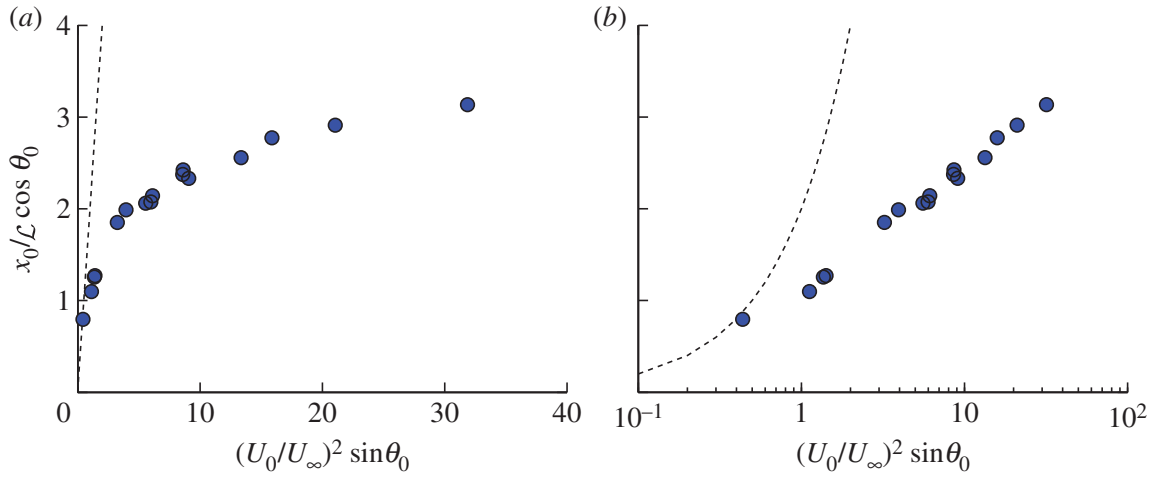


**Figure 7.** Comparison between the experimental trajectory (circles) and the trajectory calculated with the pure drag equation (2.2) (solid line) for different initial conditions: (1)  $U_0 = 6.8 \text{ m s}^{-1}$ ,  $\theta_0 = 55^\circ$ , (2)  $U_0 = 9.6 \text{ m s}^{-1}$ ,  $\theta_0 = 18^\circ$ , (3)  $U_0 = 9.5 \text{ m s}^{-1}$ ,  $\theta_0 = 30^\circ$ , (4)  $U_0 = 9.7 \text{ m s}^{-1}$ ,  $\theta_0 = 44^\circ$ , (5)  $U_0 = 13.4 \text{ m s}^{-1}$ ,  $\theta_0 = 58^\circ$ , (6)  $U_0 = 32.3 \text{ m s}^{-1}$ ,  $\theta_0 = 12^\circ$ , (7)  $U_0 = 19.8 \text{ m s}^{-1}$ ,  $\theta_0 = 39^\circ$ , (8)  $U_0 = 24.7 \text{ m s}^{-1}$ ,  $\theta_0 = 44^\circ$  and (9)  $U_0 = 37.6 \text{ m s}^{-1}$ ,  $\theta_0 = 38^\circ$ . (Online version in colour.)

More quantitatively, the numerical integrations of equation (2.2) are also presented with solid lines in figure 7. Without any adjustable parameter, the comparison with the experimental data is convincing for all initial conditions. We underline that in addition to their constant drag coefficient (figure 6b), shuttlecocks also present the advantage (compared with spheres) of having no additional Magnus lift.

#### (d) Saturation of the range

The range  $x_0$  is defined in figures 3 and 7 as the location on the horizontal axis where the particle returns to its initial height [ $y(x_0) = 0$ ]. As noted in figure 7, the range changes with both the initial angle and velocity. We report in figure 8a, the evolution of its reduced value  $x_0/L \cos \theta_0$  as a function of the reduced speed  $(U_0/U_\infty)^2 \sin \theta_0$ . The characteristic length  $\mathcal{L}$  is linked to the terminal velocity via the relation  $\mathcal{L} = U_\infty^2/g$ . In the parabolic limit, one expects the linear relationship between the two quantities:  $x_0/L \cos \theta_0 = 2(U_0/U_\infty)^2 \sin \theta_0$ . This linear dependency is presented with a dashed black line in figure 8a. It only fits the data obtained in the low velocity limit:  $(U_0/U_\infty)^2 \sin \theta_0 \leq 1$ . For larger velocities, the range strongly deviates from the gravitational limit



**Figure 8.** (a) Evolution of the reduced range  $x_0/\mathcal{L} \cos \theta_0$  as a function of the reduced velocity  $(U_0/U_\infty)^2 \sin \theta_0$ . The experimental data are presented with dots. The black dashed line shows the low-velocity gravitational domain. (b) Same set of data presented in logline to emphasize the logarithmic saturation of the range. Again, the dashed line presents the parabolic prediction. (Online version in colour.)

and almost saturates: for instance, with  $(U_0/U_\infty)^2 \sin \theta_0 = 30$ , we measure  $x_0/\mathcal{L} \cos \theta_0 = 3$  instead of 60. To characterize the saturation, we present in figure 8b the same set of data in a logline plot. This reveals the logarithmic saturation of the range:  $x_0 \sim \mathcal{L} \cos \theta_0 \ln[(U_0/U_\infty)^2 \sin \theta_0]$ .

## 4. Analysis of the trajectory

### (a) Two exact solutions

The vertical launching limit ( $\mathbf{U}_0 \wedge \mathbf{g} = \mathbf{0}$ ) can be solved analytically. If  $\mathbf{U}_0$  is orientated downwards ( $\mathbf{U}_0 = -U_0 \mathbf{e}_y$ ,  $\theta_0 = -\pi/2$ ), equation (2.2) leads to:  $(U/U_\infty)^2 = 1 + [(U_0/U_\infty)^2 - 1]e^{2y/\mathcal{L}}$ . The velocity simply relaxes exponentially from its initial value  $U_0$  to its final value  $U_\infty$  over the characteristic length  $\mathcal{L}$ . When the initial velocity is positive, ( $\mathbf{U}_0 = +U_0 \mathbf{e}_y$ ,  $\theta_0 = +\pi/2$ ) the solution of equation (2.2) is  $(U/U_\infty)^2 = -1 + [(U_0/U_\infty)^2 + 1]e^{-2y/\mathcal{L}}$ . In this limit, the particle first decelerates and stops at the maximal height  $h$ , before falling downwards with the solution obtained for  $\theta_0 = -\pi/2$  and  $U_0 = 0$ . The maximum height can be written as

$$h = \frac{\mathcal{L}}{2} \ln \left[ 1 + \left( \frac{U_0}{U_\infty} \right)^2 \right]. \quad (4.1)$$

In the low velocity limit ( $U_0/U_\infty \ll 1$ ), this equation reduces to the Galilean result,  $h = U_0^2/2g$ , with a quadratic dependency on the launching speed. However, in the large velocity limit ( $U_0/U_\infty \gg 1$ ), this expression reveals that  $h$  mainly depends on its aerodynamic length  $\mathcal{L}$  with a weak logarithmic dependency on the launching speed.

### (b) Origin of the aerodynamical wall

We continue the analysis of equation (2.2) in the general case ( $\mathbf{U}_0 \wedge \mathbf{g} \neq \mathbf{0}$ ) by discussing the origin of the aerodynamical wall: without drag ( $C_D = 0$ ), equation (2.2) shows that the particle never reaches a steady state but always accelerates owing to gravity. With drag ( $C_D \neq 0$ ), a steady state ( $d\mathbf{U}/dt = 0$ ) appears in equation (2.2) where the velocity of the particle is

$$U_\infty \mathbf{U}_\infty = \mathcal{L} \mathbf{g}. \quad (4.2)$$

In this final stage (4.2), the velocity  $\mathbf{U}_\infty$  is aligned with the gravitational acceleration  $\mathbf{g}$  which means that the trajectory is vertical. As soon as the drag appears, there is thus a vertical asymptote



on the trajectory. This vertical asymptote is reached within the characteristic distance  $\mathcal{L}$ . This point can be shown by rewriting the equation of motion in the form:

$$U \frac{d\mathbf{U}}{ds} = \frac{1}{\mathcal{L}}(U_\infty \mathbf{U}_\infty - U\mathbf{U}), \quad (4.3)$$

where  $s$  is the arc length along the trajectory. The projection of this equation along the  $\mathbf{e}_x$  direction leads to  $dU_x/ds = -U_x/\mathcal{L}$ , where  $U_x$  is the horizontal component of the velocity. This equation can be integrated with the initial condition where  $U_{x0} = U_x(s=0) = U_0 \cos(\theta_0)$  and we find

$$U_x(s) = U_{x0} \exp(-s/\mathcal{L}). \quad (4.4)$$

If  $U_{x0} \neq 0$ , this equation states that the horizontal component of the velocity vanishes exponentially within the distance  $\mathcal{L}$ . Beyond this distance,  $\mathbf{U}$  and  $\mathbf{U}_\infty$  are expected to be aligned. The distance  $\mathcal{L}$  is thus expected to characterize the location of the aerodynamical wall. This point is further discussed in §4d.

### (c) Two different regimes

To identify the parameters which govern the whole trajectory, we use the reduced variables  $\bar{U} = U/U_0$  and  $\bar{s} = s/\mathcal{L}$ . The above equation of motion (4.3) becomes

$$\bar{U} \frac{d\bar{\mathbf{U}}}{d\bar{s}} = - \left( \frac{U_\infty}{U_0} \right)^2 \mathbf{e}_y - \bar{U}\bar{\mathbf{U}}. \quad (4.5)$$

Equation (4.5) must be solved with the initial condition:  $\bar{\mathbf{U}}(\bar{s}=0) = \mathbf{t}_0$ , where  $\mathbf{t}_0$  is the unit vector tangent to the trajectory at the origin. The whole system is thus governed by only two parameters, namely the initial angle  $\theta_0$  and the ratio  $U_\infty/U_0$ , between the terminal and the initial velocities. In equation (4.5), the last term is initially equal to 1. This value allows us to identify two different regimes:

#### (i) The parabola

In the low-launching velocity regime ( $U_0 \ll U_\infty$ ), the second term in equation (4.5) is initially much larger than the third and the equation of motion reduces to the classical parabola:

$$\bar{U} \frac{d\bar{\mathbf{U}}}{d\bar{s}} = - \left( \frac{U_\infty}{U_0} \right)^2 \mathbf{e}_y. \quad (4.6)$$

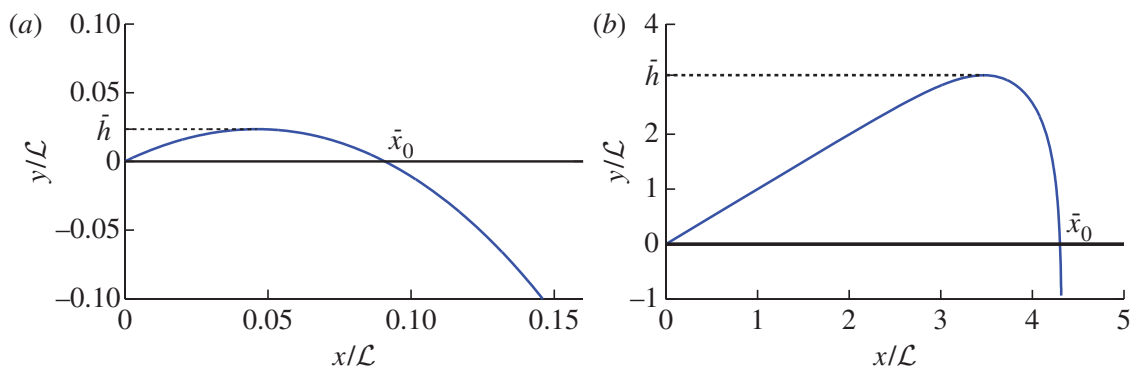
In this regime, the velocity increases from its initial value  $U_0$  to its final value  $U_\infty$ .

#### (ii) The Tartaglia curve

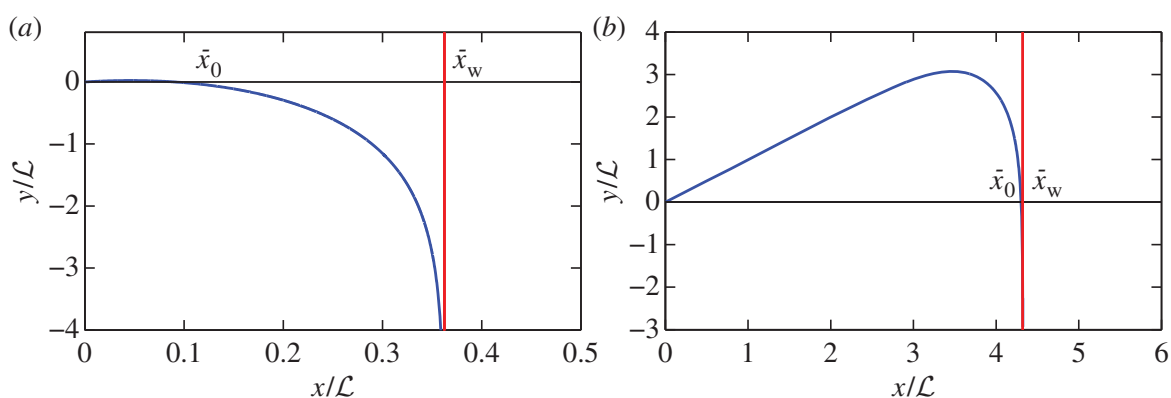
In the high-launching speed regime ( $U_0 \gg U_\infty$ ), the second term in equation (4.5) is initially much smaller than the third and the equation of motion reduces to:

$$\bar{U} \frac{d\bar{\mathbf{U}}}{d\bar{s}} = -\bar{U}\bar{\mathbf{U}}, \quad (4.7)$$

which can be integrated as  $\bar{\mathbf{U}}(\bar{s}) = \mathbf{t}_0 e^{-\bar{s}}$ . The initial part of the trajectory is thus a straight line along which the particle decelerates over the characteristic distance  $\mathcal{L}$ . The final state is also a straight line in which the second and the last term in equation (4.5) compensate:  $\mathbf{U} = \mathbf{U}_\infty$ . In between these two regimes, the three terms in equation (4.5) have to be considered in order to connect the two straight lines. These features of the trajectory are very close to the one depicted by Tartaglia and presented in figure 2a. We will thus refer to the trajectories obtained in this large velocity domain as Tartaglias. It is important to underline that in this specific regime the equation of motion never reduces to a parabola. Indeed, the first two terms in equation (4.5) never compensate. These two regimes are illustrated in figure 9 with the low velocity ( $U_0/U_\infty = 0.31$ ) in (a) and the high velocity ( $U_0/U_\infty = 100$ ) in (b).



**Figure 9.** (a,b) Illustration of the two different types of trajectories obtained with the same initial angle  $\theta_0 = 45^\circ$ : (a)  $U_0/U_\infty = 0.31$ ; (b)  $U_0/U_\infty = 100$ . (Online version in colour.)



**Figure 10.** Location of the wall for the two different types of trajectories obtained with the same initial angle  $\theta_0 = 45^\circ$ : (a)  $U_0/U_\infty = 0.31$ ; (b)  $U_0/U_\infty = 100$ . (Online version in colour.)

#### (d) Location of the wall

The aerodynamical wall (or vertical asymptote) is visible in figure 9b but not in figure 9a. To show the existence of the wall in both cases, we zoom out and present in figure 10 the trajectory obtained with the same conditions. We observe that the range  $\bar{x}_0$  and the location of the wall  $\bar{x}_w$  are distinct in the low-velocity regime (figure 10a), whereas they almost coincide in the high speed limit (figure 10b).

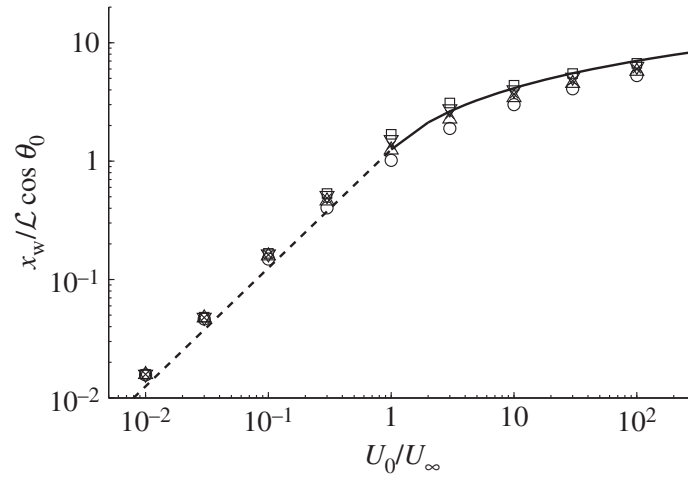
We study analytically the two locations with dimensional quantities. As  $\cos \theta = dx/ds$ , the location of the wall is defined by  $x_w = \int_0^\infty \cos \theta ds$ . Using  $\cos \theta = U_x/U$  and  $U_x = U_0 \cos \theta_0 e^{-s/L}$  (from equation (4.4)), we deduce

$$x_w = U_0 \cos \theta_0 \int_0^\infty \frac{e^{-s/L}}{U(s)} ds. \quad (4.8)$$

To evaluate  $U(s)$ , we consider separately the two different regimes.

##### (i) The low-velocity limit: $U_0 \ll U_\infty$

In this regime, the equation of motion initially reduces to  $d\mathbf{U}/dt = \mathbf{g}$ . Because the velocity is very small at the beginning compared with the terminal velocity, we assume that most of the trajectory which leads to the wall is governed by the equation  $U(t) \approx gt$  or  $s = 1/2gt^2$ . The equation for wall location (4.8) thus takes the form:  $x_w = U_0 \cos \theta_0 \sqrt{2L/g} \int_0^\infty e^{-\zeta^2} d\zeta$ , where  $\zeta = \sqrt{g/2L}t$ . This



**Figure 11.** Evolution of the reduced wall location  $x_w / \mathcal{L} \cos \theta_0$  as a function of the reduced velocity  $U_0 / U_\infty$ . The symbols have been obtained through the numerical integration of equation (4.5). Each symbol is associated to an initial angle: open triangles,  $\theta_0 = 20^\circ$ ; multiplication symbols,  $\theta_0 = 40^\circ$ ; inverted triangles,  $\theta_0 = 60^\circ$ , open squares,  $\theta_0 = 80^\circ$ , open circles,  $\theta_0 = -60^\circ$ . The solid line represents the analytical solution obtained in the large-velocity regime (4.10). The dashed line presents the analytical solution obtained in the low-velocity domain (4.9).

equation leads to the expression:

$$\frac{x_w}{\mathcal{L} \cos \theta_0} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{U_0}{U_\infty}. \quad (4.9)$$

Equation (4.9) is presented with a dashed line in figure 11. The comparison with the numerical results is fair in the domain  $U_0 / U_\infty \leq 1$ . In this low-velocity regime, the wall location increases linearly with the velocity.

### (ii) The large-velocity limit: $U_0 \gg U_\infty$

In this limit, the equation of motion (4.3) initially reduces to  $d\mathbf{U}/ds = -\mathbf{U}/\mathcal{L}$ . The velocity thus decreases exponentially over the characteristic distance  $\mathcal{L}$ :  $U(s) = U_0 e^{-s/\mathcal{L}}$ . This regime holds up to  $s^* = \mathcal{L} \ln U_0 / U_\infty$  where  $U(s^*) = U_\infty$ . For larger curvilinear locations, the maximal value of the velocity is the terminal velocity, which leads to the approximation  $U(s) = U_\infty$  for  $s > s^*$ . In this large velocity regime, the wall location (4.8) thus takes the form:  $x_w = \cos \theta_0 \int_0^{s^*} ds + U_0 / U_\infty \cos \theta_0 \int_{s^*}^\infty e^{-s/\mathcal{L}} ds$  which leads to:

$$\frac{x_w}{\mathcal{L} \cos \theta_0} = 1 + \ln \left( \frac{U_0}{U_\infty} \right). \quad (4.10)$$

This solution is presented with a solid line in figure 11 and compared with the numerical results obtained through the integration of equation (4.5) with different initial conditions. The comparison is satisfactory for velocity ratio larger than unity ( $U_0 / U_\infty \geq 1$ ). In this large-velocity regime, the wall location  $x_w$  is mainly fixed by the product  $\mathcal{L} \cos \theta_0$ .

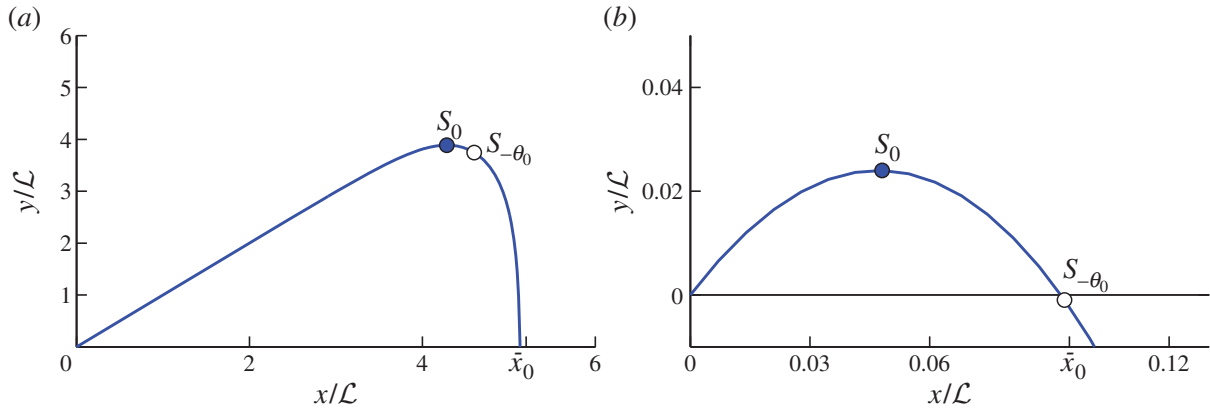
### (iii) A composite expression for the wall location

Equations (4.9) and (4.10) can respectively be used in the limits  $U_0 / U_\infty \ll 1$  and  $U_0 / U_\infty \gg 1$ . The following heuristic equation meets these two limits and holds for all velocities:

$$\frac{x_w}{\mathcal{L} \cos \theta_0} = \left( \frac{(\sqrt{\pi/2}/e)U_\infty/U_0 + U_0/U_\infty}{U_\infty/U_0 + U_0/U_\infty} \right) \ln \left( 1 + e \cdot \frac{U_0}{U_\infty} \right) \quad (4.11)$$

### (e) An analytical expression for the range

The range,  $x_0$ , is defined in figures 3, 7 and 10 as the distance from the origin where the particle returns to its initial height [ $y(x_0) = 0$ ]. This distance differs from 0 only for positive values of  $\theta_0$ .



**Figure 12.** (a) Trajectory obtained from the numerical integration of (4.12) with  $\theta_0 = \pi/4$  and  $(U_0/U_\infty)^2 = 10^5$ . (b) Trajectory obtained from the numerical integration of (4.12) with  $\theta_0 = \pi/4$  and  $(U_0/U_\infty)^2 = 0.1$ . (Online version in colour.)

To obtain the expression of the range in this regime, we use the projection of the equation of motion (4.3) along the direction  $\underline{n}$ :  $U^2 d\theta/ds = -g \cos \theta$ . Using both the geometrical relation  $U^2 = U_x^2/\cos^2 \theta$  and equation (4.4) for  $U_x$ , we find

$$-\frac{1}{\cos^3 \theta} \frac{d\theta}{ds} = \frac{g}{U_{x_0}^2} e^{2s/\mathcal{L}}. \quad (4.12)$$

Equation (4.12) can first be integrated numerically and we present in figure 12 the trajectories obtained with  $\theta_0 = \pi/4$  and two extreme values of the reduced velocity:  $(U_0/U_\infty)^2 = 10^5$  in figure 12a and  $(U_0/U_\infty)^2 = 0.1$  in figure 12b. This latter case corresponds to the parabola limit, whereas the first one (strong velocity limit) presents almost a triangular shape. Equation (4.12) can also be integrated by parts which leads to:

$$\left[ \ln \left( \frac{1 + \sin u}{\cos u} \right) + \frac{\sin u}{\cos^2 u} \right]_\theta^{\theta_0} = \left( \frac{U_\infty}{U_0 \cos \theta_0} \right)^2 (e^{2s/\mathcal{L}} - 1). \quad (4.13)$$

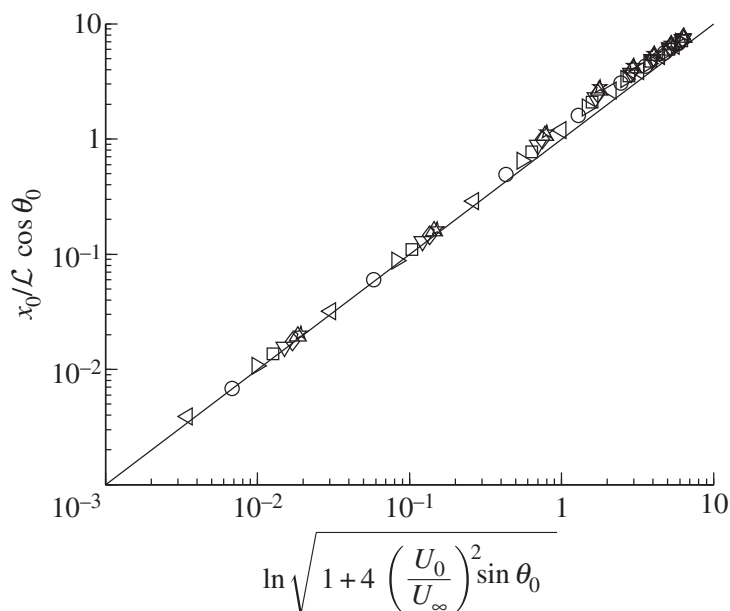
The function  $F(u) = \ln((1 + \sin u)/\cos u) + \sin u/\cos^2 u$  can be approximated by  $G(u) = 2 \sin u/\cos^2 u$  (cf. appendix). The integral of trajectory (4.13) relates the local angle  $\theta$  to the curvilinear coordinate  $s$ . In particular, for the maximum ( $\theta = 0$ ), one finds  $s_0 = 1/2\mathcal{L} \ln[1 + 2(U_0/U_\infty)^2 \sin \theta_0]$ . The location of  $s_0$  is presented with a full circle in figure 12. In the triangular shape limit (a), one could use the expression  $x_0 \approx s_0 \cos \theta_0$  to evaluate the range. However, this evaluation fails by a factor of 2 in the parabolic limit presented in (b). Instead, we use  $x_0 \approx s_{-\theta_0} \cos \theta_0$ , where  $s_{-\theta_0}$  is the curvilinear location at which the local angle gets to the value  $\theta(s_{-\theta_0}) = -\theta_0$ .

This location is indicated with a white dot in figure 12. This approximation leads to the following expression for the range:

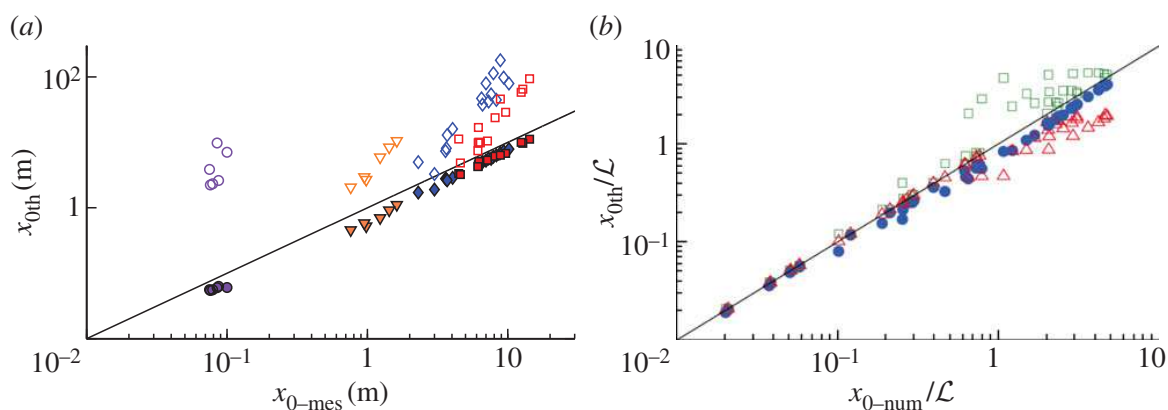
$$x_{0\text{th}} = \frac{1}{2} \mathcal{L} \cos \theta_0 \ln \left[ 1 + 4 \left( \frac{U_0}{U_\infty} \right)^2 \sin \theta_0 \right]. \quad (4.14)$$

At small velocities ( $U_0/U_\infty \ll 1$ ), the logarithmic term can be expanded and equation (4.14) reduces to the classical gravitational result  $x_0 = 2U_0^2/g \cos \theta_0 \sin \theta_0$ . In this domain, the range is very sensitive to the initial velocity ( $x_0 \propto U_0^2$ ). This scaling is different from the one obtained for the wall location, which increases linearly with the velocity. Remarkably, this sensitivity disappears at large velocities: in that limit ( $U_0/U_\infty \gg 1$ ), the logarithmic term weakly increases with the velocity. In that domain, the range is mainly fixed by the product,  $\mathcal{L} \cos \theta_0$ , which does not depend on the velocity but only on the ball and fluid characteristics.

Analytical expression (4.14) is compared with the numerical results obtained through the integration of equation (4.12) in figure 13. This comparison reveals that the range  $x_0$  is well predicted by equation (4.14) for all initial conditions. The maximum deviation observed in



**Figure 13.** Comparison between the range,  $x_0$ , calculated numerically through the integration of equation (4.12) and theoretical expression (4.14). The comparison is performed for different initial velocities and different initial angles: left-pointing triangles,  $\theta_0 = 10^\circ$ ; large circles,  $\theta_0 = 20^\circ$ ; right-pointing triangles,  $\theta_0 = 30^\circ$ ; open squares,  $\theta_0 = 40^\circ$ ; open inverted triangles,  $\theta_0 = 50^\circ$ ; open diamonds,  $\theta_0 = 60^\circ$ ; triangles,  $\theta_0 = 70^\circ$ ; five-pointed open stars,  $\theta_0 = 80^\circ$ . The solid line represents equation (4.14).

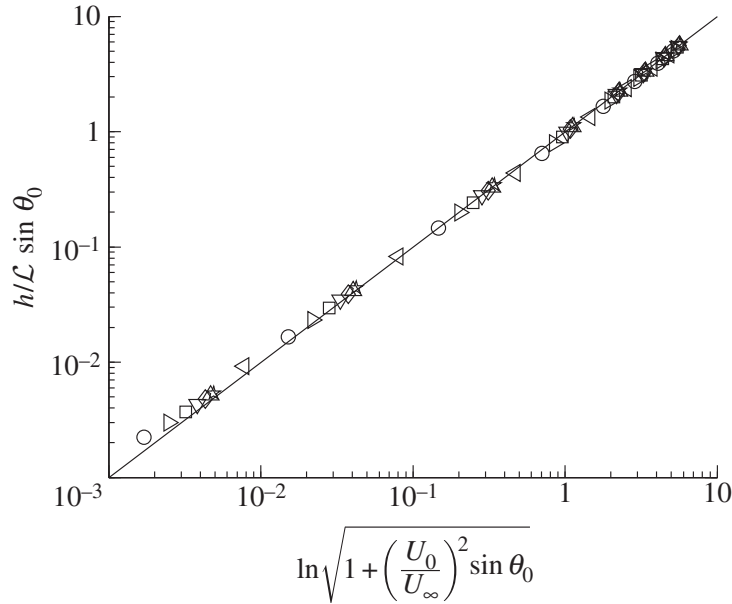


**Figure 14.** (a) Predicted range  $x_{0th}$  versus measured range  $x_{0-mes}$  for different projectiles (full symbols): filled diamonds, badminton; filled squares, table tennis; inverted filled triangle, balloon; filled circles, underwater sphere. The empty symbols indicate the corresponding parabolic range (no aerodynamic drag) (b) Comparison between equation (4.14) presented with (filled circles) and the models of Lamb [9] (open squares) and Chudinov [10] (open triangles).  $x_{0th}/\mathcal{L}$  is the range predicted by each model,  $x_{0-num}/\mathcal{L}$  is the range obtained by numerical integration of the equation of motion.  $\theta_0$  varies between  $10^\circ$  and  $80^\circ$  and  $U_0/U_\infty$  between 0.1 and 10. In both graphs, the solid line shows the identity. (Online version in colour.)

figure 13 between the range computed numerically and the theoretical expression (4.14) is 25% in the very large velocity limit.

In figure 14a, we plot the predicted range  $x_{0th}$  (full symbols) against the measured one  $x_{0-mes}$  for different projectiles (shuttlecock, table tennis ball, balloon and plastic sphere underwater) thrown with various initial speeds and initial angles. The model agrees well with the data. To emphasize the role of the aerodynamic drag, we also plot (empty symbols), the predicted range in the case of no drag (parabolic range). The measurements are much shorter than the parabolic prediction.

We can also compare our work with previous studies. Lamb [9] proposed an approximation of the trajectory  $y(x)$ , whereas Chudinov gave a different approximation of the range  $x_0$  [10]. For various  $\theta_0$  between  $10^\circ$  and  $80^\circ$  and various  $U_0/U_\infty$  between 0.1 and 10, we compare in figure 14b



**Figure 15.** Comparison between the height,  $h$ , calculated numerically through the integration of equation (2.2) and the theoretical expression (4.15). The comparison is performed for different initial velocities and different initial angles: left-pointing triangles,  $\theta_0 = 10^\circ$ ; open circles,  $\theta_0 = 20^\circ$ ; right-pointing triangles,  $\theta_0 = 30^\circ$ ; open squares,  $\theta_0 = 40^\circ$ ; inverted triangles,  $\theta_0 = 50^\circ$ ; diamonds,  $\theta_0 = 60^\circ$ ; triangles,  $\theta_0 = 70^\circ$ ; five-pointed open stars,  $\theta_0 = 80^\circ$ . The solid line represents equation (4.15).

our model with these previous studies. We plot for each model, the predicted range  $x_{0\text{th}}/\mathcal{L}$  versus the one calculated by integrating numerically the equation of motion  $x_{0\text{-num}}/\mathcal{L}$ . In the parabolic limit ( $U_0/U_\infty < 1$ ), the three models recover the classical values. However, for  $U_0/U_\infty > 1$ , both previous studies are less accurate than our model.

### (f) An analytical expression for the height

To obtain the analytical expression for the height of the trajectory,  $h$ , we follow the same steps as for the range: the first integral of the equation of motion (4.13) provides an exact relation between the local angle  $\theta$  and the curvilinear coordinate  $s$ . If we choose the location of the maximum,  $s_0$  ( $\theta = 0$ ), to evaluate the height with the relation  $h \approx s_0 \sin \theta_0$ , we obtain  $h \approx 1/2 \mathcal{L} \sin \theta_0 \ln[1 + 2(U_0/U_\infty)^2 \sin \theta_0]$ . In the limit of small velocities, the log term can be expanded and leads to the expression for the height:  $h \approx U_0^2/g \sin^2 \theta_0$ , which is twice the expected value in this limit.

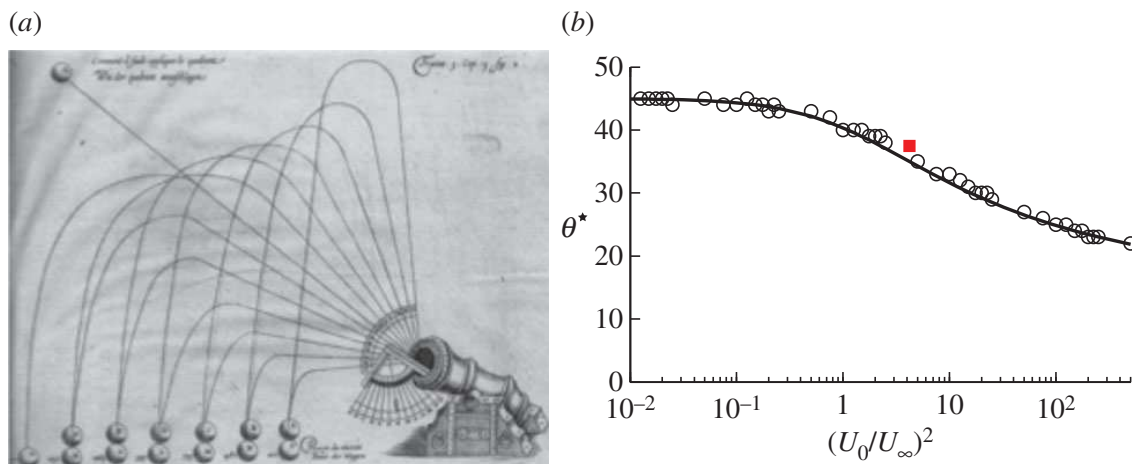
Instead of  $\theta = 0$ , we choose an intermediate value  $\theta_1$  between  $\theta_0$  and 0 such that  $\sin \theta_1 / \cos^2 \theta_1 = \sin \theta_0 / \cos^2 \theta_0$ . This intermediate value leads to the expression:

$$h_{\text{-th}} = \frac{1}{2} \mathcal{L} \sin \theta_0 \ln \left[ 1 + \left( \frac{U_0}{U_\infty} \right)^2 \sin \theta_0 \right]. \quad (4.15)$$

In the limit of small velocity ( $U_0/U_\infty \ll 1$ ), this expression for the height reduces to the exact value of the parabola. For  $\sin \theta_0 = 1$ , we also recover the exact solution (4.1) derived in §4a. For different velocities and initial angles, we present in figure 15 the comparison between the height,  $h$ , calculated numerically through the integration of equation (4.12) and the theoretical expression (4.15). Over the whole range of initial conditions, the analytical expression of the height (4.15) is in good agreement with the numerical calculation.

### (g) The optimal angle $\theta^*$

Given an initial velocity, the optimal angle  $\theta^*$  is that for which the range is maximized. As the range vanishes for  $\theta_0 = 0^\circ$  and  $\theta_0 = 90^\circ$ , this optimal angle is expected to exist. In the limit of



**Figure 16.** Study of the angle  $\theta^*$  which optimizes the range: (a) figure extracted from a treatise in artillery [34]. (b) Comparison between the results obtained from the numerical integration of equation (4.12) (big open circles), the analytical expression (4.16) presented with a solid line and the experimental data measured by H elie (filled squares). (Online version in colour.)

small velocities ( $U_0/U_\infty \ll 1$ ), the parabolic solution leads to  $\theta^* = 45^\circ$ . This optimum is known as Tartaglia's law [1] and an illustration is presented in figure 16a. Using the numerical integration of equation (4.12), we present in figure 16b the evolution of the optimal angle  $\theta^*$  as a function of the reduced velocity  $(U_0/U_\infty)^2$ . We observe that Tartaglia's law is obeyed in the range  $U_0/U_\infty \leq 1$ . Above this limit,  $\theta^*$  slowly decreases with increasing velocity: It reaches  $30^\circ$  for  $(U_0/U_\infty)^2 = 14$  and  $20^\circ$  for  $(U_0/U_\infty)^2 = 1700$ .

Because we have an analytical expression for the range (equation (4.14)), the optimal angle can also be determined via the condition  $(\partial x_{0th}/\partial \theta_0)_{U_0/U_\infty} = 0$ . This condition leads to:  $\theta^* = \arctan \sqrt{X/(1+X) \ln(1+X)}$ , where  $X = 4(U_0/U_\infty)^2 \cdot \sin^2 \theta^*$ . This implicit equation is difficult to invert. Instead, we use the approximation  $X \approx (U_0/U_\infty)^2$  which leads to the expression for  $\theta^*$ :

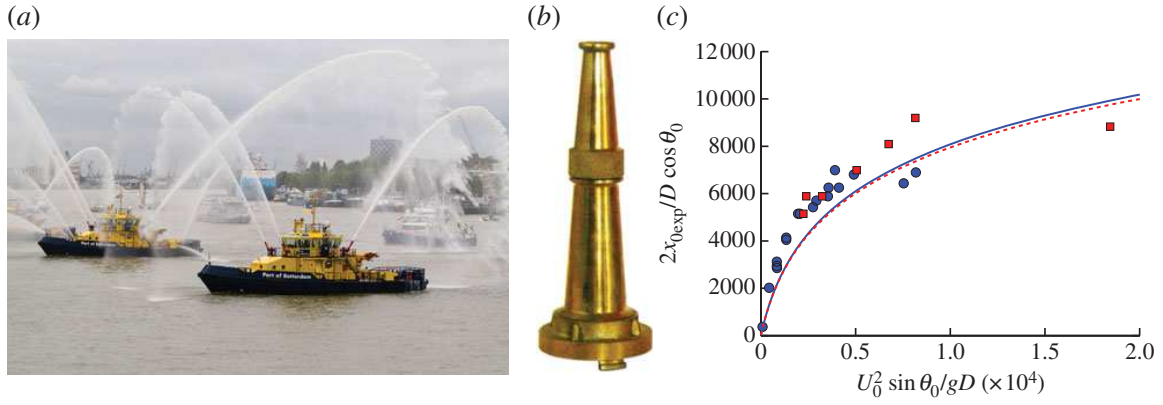
$$\theta^* = \arctan \sqrt{\frac{(U_0/U_\infty)^2}{[1 + (U_0/U_\infty)^2] \ln[1 + (U_0/U_\infty)^2]}}. \quad (4.16)$$

In the small-velocity limit ( $U_0/U_\infty \ll 1$ ), this expression reduces to  $\theta^* = 45^\circ$ . In the large-velocity domain, it leads to  $\theta^* \approx \arctan[1/\sqrt{2 \ln(U_0/U_\infty)}]$ , which implies a slow decrease in the optimal angle with the velocity. More quantitatively, equation (4.16) is presented in figure 16b with a solid line. Over nine decades, it shows a fair agreement with the results obtained numerically through the integration of equation (4.12). For cannonballs, H elie [35] noted that 'there is an angle which gives the highest range. Experiments show that the angle is always smaller than  $45^\circ$ '. He extracted abacus from experiments performed at G avre between 1830 and 1864. For massive cannonballs ( $2R = 8$  cm,  $M = 15.1$  kg) launched at  $U_0 = 485$  m s $^{-1}$ , the large-velocity regime is reached as  $U_0/U_\infty = 2.05$ . The range is maximized and equal to 5690 m for an angle  $\theta^* = 37.5^\circ$ . The solid square reported on figure 16b shows that H elie's data are in agreement with the theoretical and numerical results.

## 5. Applications and perspectives

### (a) Application in fire hoses

Firemen use water guns that produce jets such as those presented in figure 17a. The shape of the jet is far from a parabola and exhibits a dissymmetry which appears similar to that of the shuttlecock (figure 5b). More quantitatively, we have studied the evolution of the range as a function of the exit velocity using different water guns. The experiments were conducted in the test centre of the company POK S.A. which produces fire equipment. We used a converging water gun similar to



**Figure 17.** (a) Example of jet produced by a water gun (© Gaby Kooijman, <http://www.dreamstime.com>). (b) Typical water gun used in experiments. (c) Experimental data showing the evolution of the reduced range,  $2x_{0,\text{mes}}/D \cos \theta_0$ , of a water gun as a function of the reduced initial velocity  $U_0^2 \sin \theta_0/gD$ . The exit diameter is respectively 6 mm (squares) and 12 mm (circles). The dashed and solid lines are the respective best fits obtained using the analytical expression (4.14) with  $\mathcal{L}$  as free parameter. (Online version in colour.)

the one presented in figure 17b. The inclination angle was kept constant at  $\theta_0 = 30^\circ$  and we used two different exit diameters,  $D = 6$  mm (squares) and  $D = 12$  mm (circles). The evolution of the reduced range,  $2x_0/D \cos \theta_0$ , is presented in figure 17c as a function of the reduced exit velocity  $U_0^2 \sin \theta_0/gD$ . The two sets of data collapse and exhibit a nonlinear evolution. We have used the analytical expression of the range (4.14) to fit these data:  $x_0 = 1/2\mathcal{L} \cos \theta_0 \ln[1 + (4U_0^2/g\mathcal{L}) \sin \theta_0]$ . As  $\theta_0 = 30^\circ$  and  $U_0$  is measured, the only free parameter of the fit is  $\mathcal{L}$ . The fits are presented as continuous lines in figure 17c. We find  $\mathcal{L} = 20.3$  m and  $\mathcal{L} = 40.3$  m, respectively, for the diameter 6 and 12 mm. To understand the order of magnitude of this characteristic length scale, one can make a simplified model in which the water gun produces water balls of diameter  $D$ . With this model, the characteristic length scale would write  $\mathcal{L} = 2M/\rho\pi R_s^2 C_D = 4D\rho_w/3\rho C_D$  (where  $\rho_w$  is the water density). Considering measurements of water drops terminal velocities [36], we deduce the value of the drag coefficient associated with those particles:  $C_D = 0.44$ . This would lead to the value of 18 m for the 6 mm water gun and 36 m for the 12 mm one. So, even if the water jet breaks, it seems that the approximate range of water guns can be predicted by the analytical expression (4.14). A more refined model should consider the break up of the water jet.

## (b) Spin effect

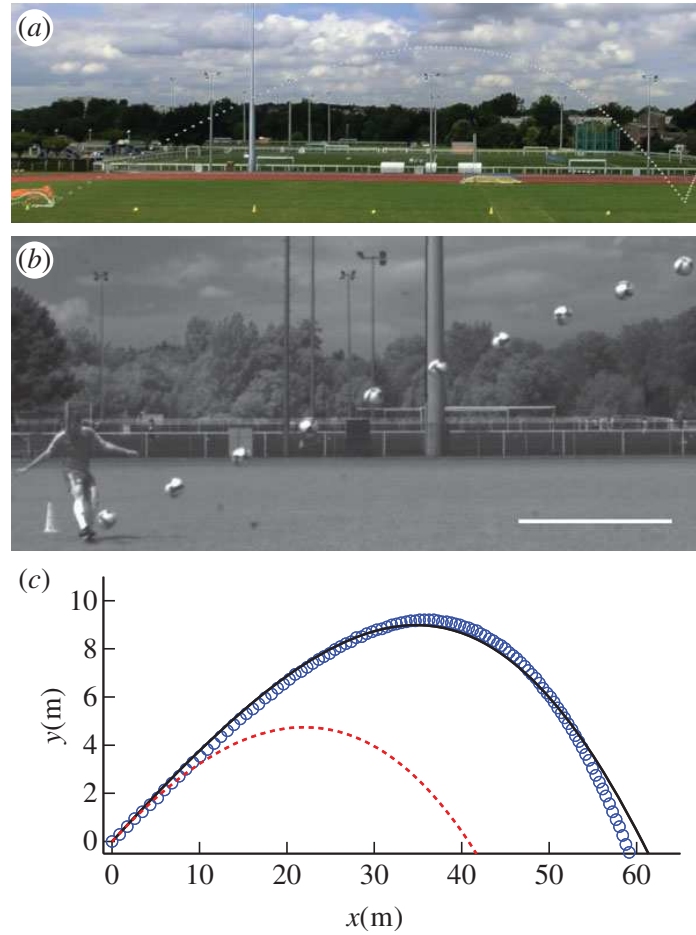
If the sphere rotates, it undergoes a side force owing to a Magnus effect. In order to study the modification caused by this effect on the previous study, we observed a soccer ball trajectory in the case of a long clearance. It is known that goalkeepers always put an important backspin in those conditions. Figure 18 reports an example of long clearance recorded from the side of the field.

It is interesting to compare this experimental trajectory with the one expected by solving equation (2.2) numerically with the same initial conditions (dashed line). This resolution includes the experimental value of the aerodynamic length of the soccer ball:  $\mathcal{L} = 92$  m. The difference between the observed trajectory and that predicted on the basis of our model without spin is significant. The range is about 50% larger experimentally, and the maximal height is doubled. To understand this difference, we need to consider the dynamics of a spinning ball.

In the case of a constant spin  $\omega_0$  along the  $z$  direction ( $\omega_0 = \omega_0 e_z$ ), the trajectory stays in a vertical plane but its shape and range are modified. Taking into account the expression of the side force in the equation of motion, we obtain

$$M \frac{d\mathbf{U}}{dt} = M\mathbf{g} - \frac{1}{2}\rho\pi R^2 C_D \mathbf{U}\mathbf{U} + \frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_R \omega_0 \wedge \mathbf{U}. \quad (5.1)$$





**Figure 18.** (a) Chronophotography of a soccer ball long clearance viewed from the side of the field. Each ball position is separated by 33 ms and the pads on the ground are separated by 10 m (the total width is thus of the order of 60 m). (b) Zoom on the first part of the chronophotography. The scale bar indicates 2 m. The timestep is 40 ms. (c) Trajectories of long clearance. Open circles correspond to the experimental trajectory viewed from the side of the field. The dotted line stands for the trajectory with same initial conditions but without spin. The latter is obtained by solving numerically equation (2.2) with the experimental value of the aerodynamic length:  $\mathcal{L} = 92$  m. The solid black line represents the solution of equations (5.2) and (5.3) taking into account the initial spin of the ball and considering  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R = 2.3$ . (Online version in colour.)

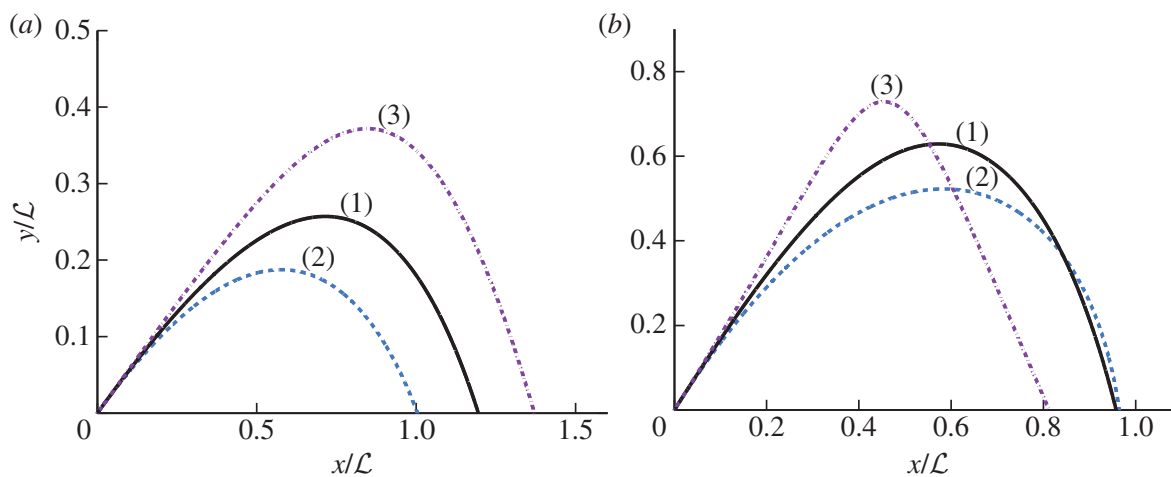
Along the  $t$  and  $n$  directions (cf. figure 3), the previous equation can be written in a non-dimensional way with  $\bar{s} = s/\mathcal{L}$ ,  $\bar{U} = U/U_0$  and  $\bar{t} = tU_0/\mathcal{L}$ . This provides the two following equations:

$$\frac{d\bar{U}}{d\bar{t}} = - \left( \frac{U_\infty}{U_0} \right)^2 \sin \theta - \bar{U}^2 \quad (5.2)$$

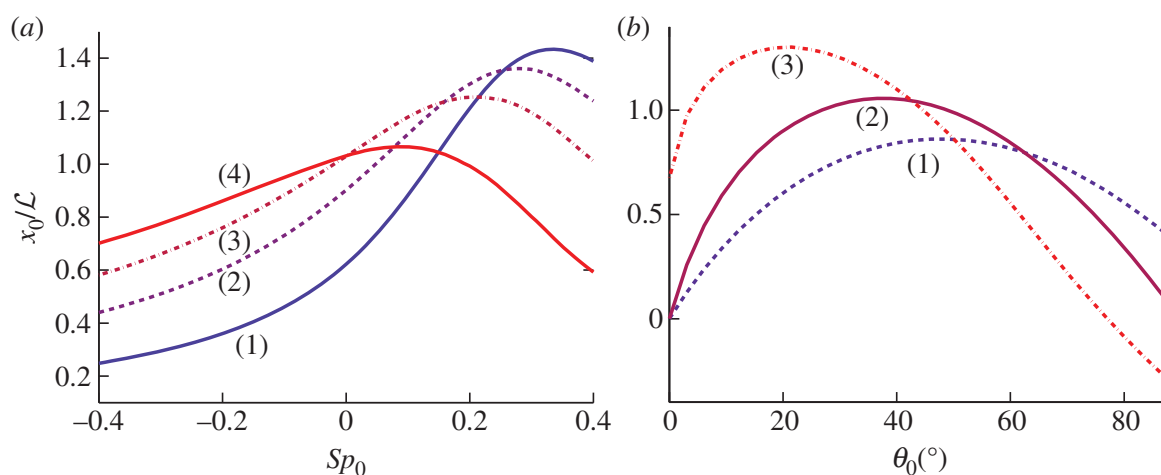
and

$$\frac{d\theta}{d\bar{t}} = - \left( \frac{U_\infty}{U_0} \right)^2 \frac{\cos \theta}{\bar{U}} + \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_R} \frac{R\omega_0}{U_0}, \quad (5.3)$$

where  $\mathcal{L}_R = 2M/\rho\pi R^2 C_R$  is a typical distance over which the spin curves the trajectory. The two non-dimensional parameters which characterize the effect of ball rotation on the trajectory are  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R$  and  $Sp_0 = R\omega_0/U_0$ . This latter parameter, also called ‘spin number’, compares the rotation and translation speeds.  $Sp_0$  depends on the initial launching conditions whereas  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R$  only depends on ball and fluid properties. We solve numerically equations (5.2) and (5.3) with the initial conditions of the experimental soccer long clearance. This calculation is performed with  $\mathcal{L} = 92$  m, the experimental value of the initial ball spin  $\omega_0$  and considering  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R$  as an adjustable parameter. We find that  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R = 2.3$  is the value which minimizes the error between ten different experimental trajectories and numerical ones. In the case of the clearance shown in figure 18, this approach provides the numerical trajectory drawn with a solid black line. The agreement



**Figure 19.** Example of trajectories with no spin (1), top spin ( $Sp_0 = -0.1$  in (2)) and back spin ( $Sp_0 = +0.1$  in (3)) for the same initial angle and velocity. Initial conditions are (a)  $\theta_0 = 30^\circ$  and  $U_0/U_\infty = 1$ , (b)  $\theta_0 = 60^\circ$  and  $U_0/U_\infty = 1$ . The ratio  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R$  is assumed to be constant and equal to 2.3. (Online version in colour.)



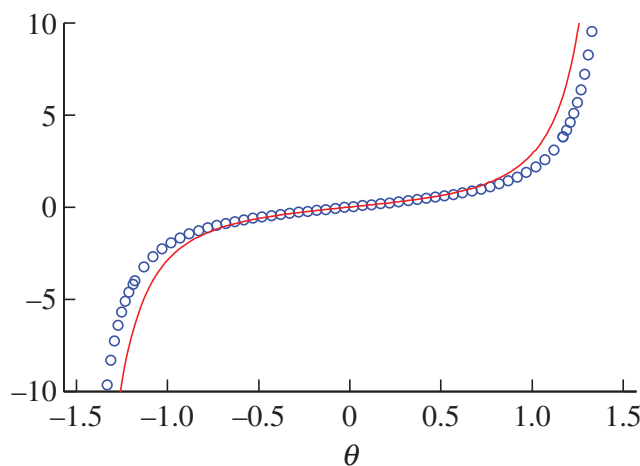
**Figure 20.** Numerical study of the effect of the spin on the range for  $U_0/U_\infty = 1.7$  and  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R = 2.3$ : (a) effect of the spin number on the reduced range  $x_0/\mathcal{L}$  for different values of  $\theta_0$ :  $10^\circ$  (1),  $20^\circ$  (2),  $30^\circ$  (3) and  $45^\circ$  (4). (b) Effect of the launching angle  $\theta_0$  on the reduced range  $x_0/\mathcal{L}$  for different values of spin number  $Sp_0$ :  $-0.2$  (1),  $0$  (2) and  $+0.2$  (3). (Online version in colour.)

between this trajectory and the experimental one validates our assumptions, that is to say a constant rotation rate and no dependency of  $C_R$  with  $Sp$  and  $Re$ . The first assumption is driven by the fact that the spin rate decreases on a longer timescale than the translation velocity [37]. The second assumption is consistent with the conclusions drawn by Nathan for baseballs in the range of spin number and Reynolds number experienced during the game [26]. Moreover, from  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R = 2.3$  we deduce  $C_R = 0.52$  which is in the range of values determined by Nathan for baseballs ( $C_R \simeq 0.5 \pm 0.1$ ).

Solving equations (5.2) and (5.3) numerically allows us to evaluate the modified range  $x_0$  for a wide range of initial conditions and parameters. Typical examples of numerical solutions are reported in figure 19.

Quantitatively, the effect of the spin and initial launching angle on the range is shown in figure 20. The numerical study is conducted with  $U_0/U_\infty = 1.7$  and  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R = 2.3$  (soccer conditions).

Focusing on figure 20a, we observe a non-monotonic evolution of the range with the spin number. The optimum value depends on the launching angle. The smaller the angle, the larger the range at the optimum and the larger the spin.



**Figure 21.** Functions  $F(u)$  (solid line) and its approximation  $G(u)$  (open circles). (Online version in colour.)

For a given spin number, the evolution of the range with the launching angle is shown in figure 20*b*. Again, the evolution presents an optimum, the value of which increases with the spin number. The larger the backspin effect, the larger the range at the maximum and the smaller the optimal launching angle. For example, with  $Sp_0 = +0.2$ , the maximal range is  $x_0/\mathcal{L} \approx 1.4$  and is obtained with  $\theta_0 = 20^\circ$ . With such a backspin, the goal keeper thus increases the range of his clearance by 40% compared with the non-spinning limit.

## 6. Conclusion

The trajectories of particles under the influence of gravity and drag at large Reynolds numbers are studied. Each particle is characterized by its terminal velocity for which the drag balances the weight. We show that depending on the launching speed, two different types of trajectories can be observed: when the initial velocity is smaller than the terminal one, the particle describes the classical Galilean parabola. However, when the launching speed exceeds the terminal velocity the trajectory is never a parabola but an asymmetric curve that we have called a Tartaglia. In both limits, the trajectory exhibits a vertical asymptote (aerodynamical wall) for which we have provided an analytical expression. Apart from the wall location, we also study the range and the height. These three quantities exhibit a logarithmic saturation at large velocities. This saturation has implications in several domains and we have discussed more precisely its influence in the determination of water hose performance and how spin can make a difference in the flight of sports balls.

**Acknowledgements.** We thank M. Phomsoupha for the hours spent to perform badminton trajectories. We are grateful to F. Moisy, M. Rabaud and T. Faure for the access to the wind tunnel at the FAST laboratory. We also thank L. Jacquin and D. Sipp for the connection with ONERA Lille. The experiments in the vertical wind tunnel have involved Olivier Renier, Cecile Fatien, Dominique Farcy and Pierre Olivier. The study of fire hoses was made possible thanks to Bruno Grandpierre and his company POK. S.A. For the experiments on goalkeeper clearance, we have worked with semiprofessional players under the supervision of their coach, C. Puxel, in Longjumeau. May all of them find, here, the expression of our gratitude.

## Appendix A: function $F(\theta)$

The theoretical development of the equation of the motion leads to the function  $F(\theta)$  defined on the interval  $I = ]-\pi/2; \pi/2[$ :

$$F(\theta) = \int \frac{d\theta}{\cos^3 \theta} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} + \ln \left( \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} \right) \right]. \quad (\text{A } 1)$$

We introduce  $G(\theta) = \sin \theta / \cos^2 \theta$  and  $H(\theta) = \ln[(1 + \sin \theta) / \cos \theta]$ , so that  $F = 1/2[G(\theta) + H(\theta)]$ . Studying those two functions, we see that for  $\theta \rightarrow 0$ ,  $G \sim H$ , and for  $\theta \rightarrow \pm\pi/2$ ,  $G$  and  $H$  diverge with  $|G| \gg |H|$ . We thus approximate  $F(\theta)$  by  $G(\theta)$ :

$$F(\theta) \approx \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta}. \quad (\text{A } 2)$$

Figure 21 shows the functions  $F$  and  $G$ . We see that the approximation of  $F$  by  $G$  is quite good.

## References

1. Tartaglia N. 1537 *Nova scienta*. Venice, Italy: A. Forni Editore, 1984.
2. Galilei G. 1638 *Dialogues concerning two new sciences*. New York, NY: Dover.
3. Drake S. 1973 Galileo's experimental confirmation of horizontal inertia: unpublished manuscripts. *Isis* **64**, 291–305. (doi:10.1086/351124)
4. Tartaglia N. 1846 *La balistique*. Correard, Editeur d'ouvrages militaires.
5. Charbonnier P. 1904 *Traité de balistique extérieure*. Paris, France: Librairie Polytechnique.
6. Mehta R. 1985 Aerodynamics of sports balls. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **17**, 151–189. (doi:10.1146/annurev.fl.17.010185.001055)
7. Euler L. 1755 Recherches sur la veritable courbe que decrivent les corps jettes dans l'air ou dans un autre fluide quelconque. *Mem. Aad. Sci. Berlin* **9**, 321–352.
8. De Mestre N. 1990 *The mathematics of projectiles in sport*. New York, NY: Cambridge University Press.
9. Lamb H. 1914 *Dynamics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
10. Chudinov PS. 2001 The motion of a point mass in a medium with a square law of drag. *J. Appl. Maths Mech.* **65**, 421–426. (doi:10.1016/S0021-8928(01)00047-8)
11. Darrigol O. 2005 *Worlds of flow*. Oxford, UK: Oxford University Press.
12. Stokes GG. 1851 On the effect of internal friction of fluids on the motion of pendulums. *Trans. Camb. Philos. Soc.* **9**, 8–106.
13. Davies CN. 1945 Definitive equations for the fluid resistance of spheres. *Proc. Phys. Soc. Lond.* **57**, 259–270. (doi:10.1088/0959-5309/57/4/301)
14. Pruppacher HR. 1968 An experimental determination of the drag on a sphere at low Reynolds numbers. *J. Appl. Phys.* **39**, 4129–4132. (doi:10.1063/1.1656936)
15. Batchelor GK. 1967 *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
16. Newton I. 1686 *Philosophae naturalis principia mathematica*. London, UK: S. Pepys Reg. Soc. Praeses.
17. Eiffel G. 1909 *Recherches expérimentales sur la résistance de l'air exécutées à la tour Eiffel*. Paris, France: Librarie aéronautique, Editions Chiron, 1919.
18. Oseen CW. 1910 Ueber die stokes'sche formel, und iiber eine venvandt.e aufgabe in der hydrodynamik. *Ark. Math. Astronom. Fys.* **6**.
19. Benjamin TB. 1993 Note on formulas for the drag of a sphere. *J. Fluid Mech.* **246**, 335–342. (doi:10.1017/S0022112093000151)
20. Lyotard N, Shew WL, Bocquet L, Pinton J-F. 2007 Polymer and surface roughness effects on the drag crisis for falling spheres. *Eur. Phys. J. B* **60**, 469–476. (doi:10.1140/epjb/e2008-00018-0)
21. Smith MR, Hilton DK, Van Sciver SW. 1999 Observed drag crisis on a sphere in flowing He I and He II. *Phys. Fluids* **11**, 751–753. (doi:10.1063/1.869947)
22. Achenbach E. 1972 Experiments on the flow past spheres at very high Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.* **54**, 565–575. (doi:10.1017/S0022112072000874)
23. Barkla HM, Auchterloniet LJ. 1971 The magnus or robins effect on rotating spheres. *J. Fluid Mech.* **47**, 437–447. (doi:10.1017/S0022112071001150)
24. Robins B. 1805 *New principles of gunnery* (ed. Hutton) (first printed in 1742). Richmond, UK: Richmond Publishing Co. Ltd. 1972.
25. Magnus G. 1853 Ueber die abweichung der geschosse, und eke auffallende erscheinung bei rotirenden korpern. *Poggendorfs Annalen der Physik urui Chemie* **88**, 1.
26. Nathan AM. 2008 The effect of spin on the flight of a baseball. *Am. J. Phys.* **76**, 119–124. (doi:10.1119/1.2805242)
27. Davies JM. 1949 The aerodynamics of golf balls. *J. Appl. Phys.* **20**, 821–828. (doi:10.1063/1.1698540)

28. Bush JW. 2013 The aerodynamics of the beautiful game. In *Sport physics*. Palaiseau, France: Editions de l'École Polytechnique.
29. Mehta RD, Pallis JM. 2001 Sports ball aerodynamics: effects of velocity, spin and surface roughness. *Minerals, Metals Mater. Soc./AIME, Mater. Sci. Sports (USA)* 185–197.
30. World-Directory. 1990 *World directory of aerospace vehicle research and development*. Washington, DC: World-Directory.
31. Haynes MW (ed.) 2013 *CRC handbook of chemistry and physics*, vol. 93. New York, NY: CRC.
32. Schlichting H. 1955 *Boundary-layer theory*. New York, NY: McGraw Hill.
33. Cooke AJ. 1999 Shuttlecock aerodynamics. *Sport Eng.* **2**, 85–96. (doi:10.1046/j.1460-2687.1999.00023.x)
34. Ufano D. 1628 *Artillerie ou vraye instruction de l'artillerie et de ses appartenances*. Rouen, France: Jean Berthelin.
35. Félix Hélie. 1884 *Traité de balistique expérimentale*, vol. 1. Paris, France: Gauthier-Villars.
36. Beard KcV, Pruppacher HR. 1969 A determination of the terminal velocity and drag of small water drops by means of a wind tunnel. *J. Atmos. Sci.* **26**, 1066–1072. (doi:10.1175/1520-0469(1969)026<1066:ADOTTV>2.0.CO;2)
37. Dupeux G, Le Goff A, Quéré D, Clanet C. 2010 The spinning ball spiral. *N. J. Phys.* **12**, 093004. (doi:10.1088/1367-2630/12/9/093004)

# ON THE SIZE OF SPORTS FIELDS

Baptiste Darbois Texier <sup>1</sup>, Caroline Cohen <sup>1</sup>, Guillaume Dupeux <sup>2</sup>,  
David Quéré <sup>2</sup>, Christophe Clanet <sup>1</sup>

<sup>1</sup>LADHYX, UMR 7646 du CNRS, École Polytechnique, 91128 Palaiseau Cedex, France

<sup>2</sup>PMMH, UMR 7636 du CNRS, ESPCI, 75005 Paris, France

Many sports, individual or collective, are played with a projectile not always spherical launched with a racket, a bat, hands or feet. The projectile size ranges from a few centimeters to a few decimeters, and its corresponding mass from a few grams to about one kilogram [1,2]. This variety also holds for the maximum speed given to these projectiles, which can typically be between 5 and 50 m/s, as summarized in Table 1. Interestingly, each of these sports can also be characterized by the size of its field, which again varies considerably according to the sport, from a few meters for table tennis to hundreds of meters for golf. One could think that the size of sports field is a function of the number of players, of the game rules, of the ball shape, or of the way of launching. We suggest in this note that it is rather (and surprisingly simpler) fixed by the range of the projectile, that is, by the projectile characteristics. This allows us to suggest a classification of the different games in two categories (target sports, and bounded sports), whose specificities and skills strongly differ.

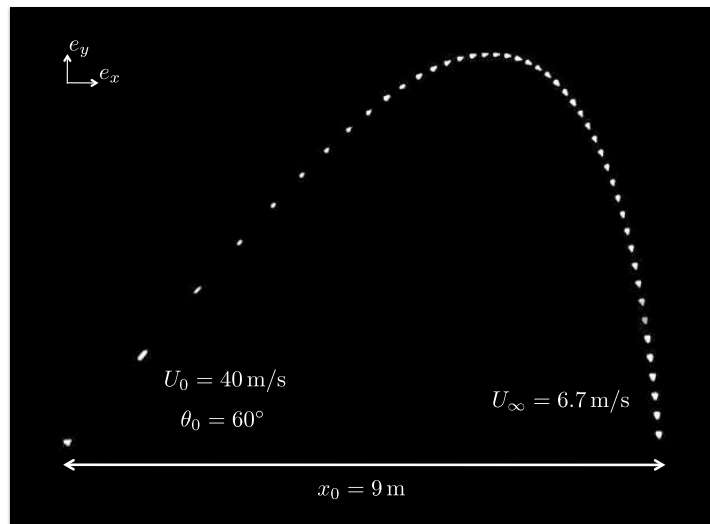


Figure 1: Chronophotography of a shuttlecock trajectory viewed from the side. The snapshots are separated by 40 ms. The shuttlecock, sent at 40 m/s, first decelerates, and it reaches its minimum velocity at the top of the trajectory, after which it re-accelerates in the gravity field where it falls almost vertically.

In order to predict the range of a sports ball, we focus on its trajectory. One example is shown in figure 1 with a chronophotography of a high clear in badminton. The shuttlecock, launched at  $U_0 = 40$  m/s and  $\theta_0 = 60^\circ$ , first goes straight, rapidly decelerates, then curves downwards before falling nearly vertically at constant speed. It is striking to see how the projectile trajectory differs from a Galilean parabola: the trajectory does not present any left-right symmetry, and its range (defined as  $x_0$  in figure 1) is much shorter than the parabolic limit, here 9 m instead of 35 m, the latter value being calculated for this angle and velocity. This reduced range and the asymmetric shape both arise from the influence of air drag, which we now discuss.

Projectiles trajectories are predicted by Newton's law, where we take into account both weight and air resistance, a quantity quadratic in velocity at large Reynolds numbers [3]. In the absence of spin [4–6], it can be written:  $Md\mathbf{U}/dt = M\mathbf{g} - \frac{1}{2}\rho SC_D U\mathbf{U}$ , where  $\mathbf{U}$  is the velocity of the projectile (and  $U$  its modulus),  $\rho$  the air density,  $S = \pi R^2$  the cross-sectioned area of the projectile,  $M$  its mass and  $C_D$  its drag coefficient. This equation has a stationary solution ( $Md\mathbf{U}/dt = \mathbf{0}$ ), for which drag balances weight. In this stationary limit, the velocity is aligned with gravity ( $\mathbf{U} = -U_\infty \mathbf{e}_y$ ) with an intensity  $U_\infty = (2Mg/\rho SC_D)^{1/2}$ .

Comparing the initial velocity  $U_0$  of the projectile to its terminal one  $U_\infty$  distinguishes two regimes. For  $U_0 < U_\infty$ , air drag can be neglected and we expect the classical parabola, as observed for basket-ball and bocce. The opposite limit ( $U_0 > U_\infty$ ) concerns most sports in Table 1. It is particularly relevant for badminton for which the terminal velocity  $U_\infty = 6.7$  m/s is much lower than the maximal initial velocity  $U_{max} = 117$  m/s [7, 8]. A shuttlecock undergoes no Magnus lift force since the only possible spin direction is aligned with the velocity, and its trajectory is strongly asymmetric, as seen in Figure 1. We call this roughly triangular shape a Tartaglia curve in honor of its first observer, in the context of cannonballs paths [9]. In this limit ( $U_0 > U_\infty$ ), the projectile weight can initially be neglected so that the equation of motion reduces to  $dU^2/ds = -U^2/\mathcal{L}$ , where  $\mathcal{L} = M/\rho SC_D = U_\infty^2/2g$  has the dimension of a length. Hence we expect a straight and exponentially decelerated path along the way  $s$  ( $U^2 = U_0^2 e^{-s/\mathcal{L}}$ ). Deceleration takes place on this aerodynamic length  $\mathcal{L}$ , which only depends on the fluid and ball characteristics, scaling for example as  $\rho_b R/\rho$  for a spherical ball of density  $\rho_b$ .

However, the range of the projectile does not simply scale as  $\mathcal{L} \cos \theta_0$ , denoting the initial angle of the trajectory as  $\theta_0$ . As the motion proceeds, the vertical component of the drag decreases and becomes of the order of the weight, so that a natural cut-off in the exponential law is given by  $U^2 \sin \theta_0 \approx U_\infty^2$ ; later, the projectile is mainly subjected to the action of gravity, which makes it fall nearly vertically (the gravitational part of the Tartaglia curve observed in Figure 1). Hence we can plug this cut-off in the exponential law, which yields a distance travelled before the fall scaling as  $\mathcal{L} \ln(U_0^2 \sin \theta_0 / U_\infty^2)$ . The corresponding range  $x_0$ , defined as the position on the horizontal axis where the projectile returns to its initial height, scales as  $\mathcal{L} \cos \theta_0 \ln(U_0^2 \sin \theta_0 / U_\infty^2)$ . On the one hand, contrasting with parabolas, the range of a Tartaglia curve only weakly (logarithmically) depends on the initial velocity  $U_0$ : if you hit a ball hard, it will not go much further, a familiar feeling when play badminton or strike a balloon. On the other hand, the range  $x_0$  is expected to be a strong function of the angle  $\theta_0$ , and found from the latter expression to be maximum for an angle  $\theta^*$  given at the leading order by  $\tan \theta^* \approx 1/(2 \ln(U_0/U_\infty))^{1/2}$ .

sport	$2R$ (cm)	$M$ (g)	$L_{field}$ (m)	$U_{max}$ (m/s)	$U_{\infty}$ (m/s)	$C_D$	$\mathcal{L}$ (m)	$\theta_{max}$ ( $^{\circ}$ )	$x_{max}$ (m)
badminton	6	5	13.4	117	7	0.64	2.3	23	13
table tennis	4	2.5	2.7	32	10	0.36	4.6	31	13
tennis	6.5	55	24	73	22	0.56	24.5	31	67
golf	4.2	45	230	91	48	0.23	118	36	214
baseball	7	145	110	55	40	0.38	81.5	38	111
softball	9.7	190	76	47	33	0.38	55.5	38	78
soccer	21	450	100	51	30	0.24	46	37	76
volleyball	21	210	18	33	20	0.25	20	37	33
hand ball	19	450	40	20	36	0.20	66	43	30
basketball	24	650	28	16	31	0.24	49	43	20
bocce	7.3	700	15	10	78	0.45	310	45	10

Table 1: Characteristics of various sports projectiles: diameter  $2R$ , mass  $M$ , length of the field  $L_{field}$ , recorded fastest hit  $U_{max}$ , terminal velocity  $U_{\infty}$ , drag coefficient  $C_D = 2Mg/(\rho U_{\infty}^2 \pi R^2)$ , aerodynamic length  $\mathcal{L}$ . The final columns present the calculated optimal angle  $\theta_{max}$  and the corresponding maximal range  $x_{max}$ .

This angle deviates from the  $45^{\circ}$ -value expected for parabolas, and it is all the smaller since the launch speed is high. There are sports for which the aim is just to perform the largest  $x_{max}$  (shot, discus, javelin, hammer), but there is no bounded field predefined for them, so that we exclude these sports from our analysis.

A more detailed calculation is derived in the supplementary material [10] and extends previous theoretical discussions and numerical solutions [11–14]. It yields an analytical expression of the projectile range:

$$x_0 = \mathcal{L} \cos \theta_0 \ln \left[ 1 + 4 \left( \frac{U_0}{U_{\infty}} \right)^2 \sin \theta_0 \right] \quad (1)$$

At small velocity ( $U_0 < U_{\infty}$ ), this expression reduces to the classical parabolic range,  $x_0 = U_0^2 \sin(2\theta_0)/g$ . In the opposite limit ( $U_0 > U_{\infty}$ ), we recover both the scaling law derived above for  $x_0$  and the angle  $\theta^*$  maximizing this range. The optimal angle  $\theta_{max} = \theta^*(U_{max})$  and the maximum range  $x_{max} = x_0(U_{max}, \theta_{max})$  can be calculated at the maximum velocity  $U_{max}$  recorded in game [2]. They are displayed in Table 1 for all the sports considered in this study. It is found that  $\theta_{max}$  can strongly deviate from  $45^{\circ}$  (it is for instance  $23^{\circ}$  for badminton), and that  $x_{max}$  naturally varies in a large extent, from approximately 10 m for badminton, table tennis or bocce to 200 m for golf.

It is natural to compare the maximum projectile range with the corresponding field, since these two distances are characteristics of each sport. We position each sport in figure 2, which shows the size of different sports fields,  $L_{field}$ , as a function of the associated ball’s maximal range,  $x_{max}$ . This graph indicates a strong correlation between the maximal range and the field dimensions. The example of badminton is striking: the maximal range ( $x_{max} = 13$  m) is very close to the length of the court ( $L_{field} = 13.4$  m). In addition, we draw in figure 2 the solid line  $L_{field} = x_{max}$ , allowing us to build a “phase diagram” of the different sports. Two groups of sports appear on both sides of the line: fields can be shorter or longer than the maximal range.



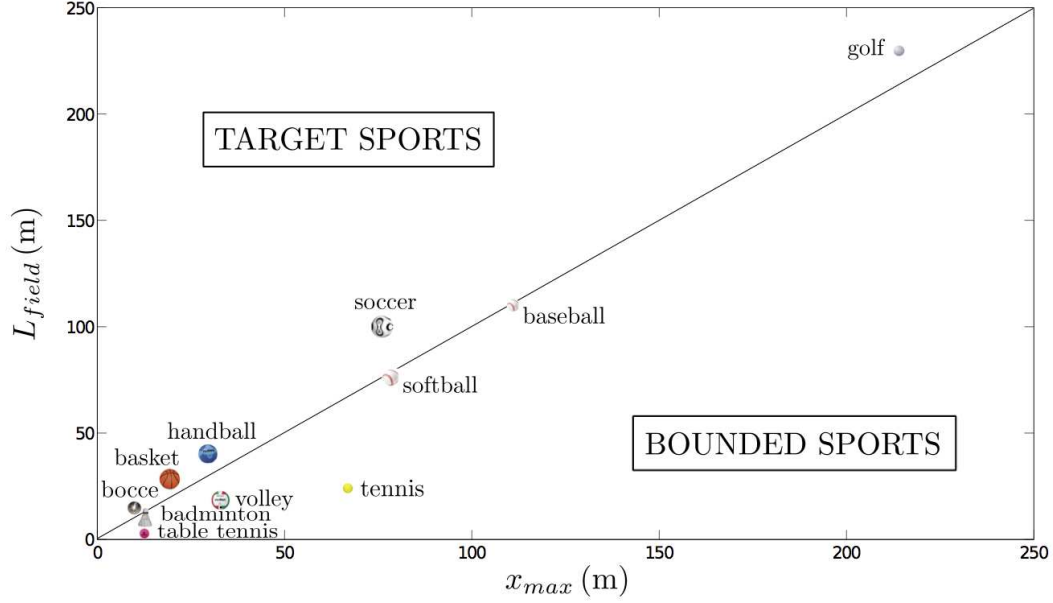


Figure 2: Relation between the size of different sports fields  $L_{field}$  and the associated ball's maximum range,  $x_{max}$ . The data are extracted from table 1. The solid line represents the equality between those two distances, and it divides the sports into two groups: “target sports”, and “bounded sports”.

Sports below the solid line ( $L_{field} < x_{max}$ ) are those with some likelihood of striking a ball out of play (as in tennis or volleyball). The further below the line, the more difficult it is to keep the ball in play. For example in tennis [15, 16], the maximal range of 67 meters is much larger than the length of the court, which is approximately 24 meters. For these “bounded sports”, the score is correlated to the players' ability to keep the ball in play. Sports above the solid line ( $L_{field} > x_{max}$ ) are those in which the constraint to keep the ball in play is relatively weak (soccer, basketball, golf). The maximal range in soccer is 76 meters whereas the field size is about 100 meters [17, 18]. The purpose of such sports is generally to reach a target: a net, a basket or a hole. In those cases, having a ball falling out of bounds does not change the score. These “target sports” lie in the upper part of the diagram.

This classification has two kinds of consequences on the play, which are strategic and technical. 1) Firstly, the strategy must be different in both ”phases”. For bounded sports, one stroke can be enough to win. Hence, the serve is critical: aces or winning services are common, and determine the game result. In addition, these sports favor one-on-one confrontation, with successions of comings and goings. Since one shot is enough to reach the opposite field, an obstacle is inserted to prevent, or to delay, an immediate scoring: for all the sports below the line the net is placed on the projectile way. Conversely, for target sports one needs several strokes to reach the target. As a consequence, most of collective sports belong to this state, and the number of points scored is lower than for bounded sports. The latter property is enhanced if the target is small or guarded by a player. The difficulty in scoring heightens the suspense in this kind of sport [19]. The

playing time is generally fixed and a game can end in a tie whereas bounded sport games can last much more, until a target score is achieved.

2) A second kind of consequence is technical. For bounded sports, one of the difficulties is to keep the ball in play, for which specific skills are generally developed. Top spin, in particular, is commonly used in table tennis, tennis and volleyball. Owing to the corresponding Magnus effect, it acts as an enhanced gravity field: the ball can then be hit harder, yet kept in play. For target sports, top spin is rarely observed, but the opposite effect (back spin) can be used. In soccer, goalkeepers typically apply back spin to long clearances, in order to maximize range. In both cases, spin makes the range closer to the field size and the sport thus moves to the solid line in the diagram.

Baseball and softball are both exactly on the solid line, which means the size of the field is equal to the maximal range of the ball. The characteristics of the two balls and the maximum velocity recorded are different but their identical position in the diagram stems from the similar rules and stakes of the games. In both cases, a good way to score is to hit a home run, to send the ball over the outfield fence. As the fence is beyond the maximal range, the batter has to apply back spin to the ball to increase its range [20, 21].

Sports fields have obviously been defined empirically, but their size seems to be fixed by the maximal range of balls used to play. The style of sport then depends on the relative magnitude of the field size  $L_{field}$  and the maximal range  $x_{max}$ , which itself is mainly fixed by the ball characteristics. For sports with large fields ( $L_{field}/x_{max} > 1$ ), the goal is to reach a target (“target sports”). Conversely, for small fields ( $L_{field}/x_{max} < 1$ ), the primary objective is to keep the ball in play (“bounded sports”). But sports are also often seen as metaphors of human activity, so that this classification might more generally reflect the main ways of acting, in particular in science: intuition (with its shortcuts), as opposed to deduction (with its step-by-step approach). In this context, we find it symptomatic that Genia Peierls shared researchers between tennis players, who run toward the net to smash the ball and take advantage of the confrontation with an opponent, and golfers, who patiently push the ball many times until reaching the target [22] – that is, two sports opposed in our classification. De Gennes liked and used the Peierls analogy, and often stressed that we need both styles!

J.W.M. Bush is gratefully acknowledged for valuable discussions and comments.

## References

- [1] R.D. Mehta. *Aerodynamics of Sports Balls. Annual Review of Fluid Mechanics* **17**, 151–189, 1985.
- [2] J.E. Goff. *A Review of Recent Research Into Aerodynamics of Sport Projectiles. Sports Engineering* **1**, 1–18, 2013.
- [3] T.B. Benjamin. *Note on Formulas for the Drag of a Sphere. Journal of Fluid Mechanics* **246**, 335–342, 1993.
- [4] G. Magnus. *Ueber die Abweichung der Geschosse, und Ueber eine auffallende Erscheinung bei rotirenden Körpern. Annalen der Physik* **164**, 1–29, 1853.

- [5] H.M. Barkla, L.J. Auchterlonie. *The Magnus or Robins Effect on Rotating Spheres. Journal of Fluid Mechanics* **47**, 437–447, 1971.
- [6] G. Dupeux, A. Le Goff, D. Quéré, C. Clanet. *The Spinning Ball Spiral. New Journal of Physics* **12**, 093004, 2010.
- [7] A. Cooke. *Computer Simulation of Shuttlecock Trajectories. Sports Engineering* **5**, 93–105, 2002.
- [8] L.-M. Chen, Y.-H. Pan, Y.-J. Chen. *A study of Shuttlecock’s Trajectory in Badminton. Journal of Sports Science and Medicine* **8**, 657–662, 2009.
- [9] N. Tartaglia. *Nova Scientia*. Venice, 1537.
- [10] See supplementary material at [URL] for the analytical development leading to  $x_0$  and  $\theta^*$ .
- [11] H. Lamb. *Dynamics*. Cambridge University Press, 1914.
- [12] H. Erlichson. *Maximum Projectile Range with Drag and Lift, with Particular Application to Golf. American Journal of Physics* **51**, 357–362, 1983.
- [13] N. de Mestre. *The Mathematics of Projectiles in Sport*. Cambridge University Press, 1990.
- [14] P.S. Chudinov. *Approximate Formula for the Vertical Asymptote of Projectile Motion in Midair. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* **41**, 92–98, 2010.
- [15] S.R. Goodwill, S.B. Chin, S.J. Haake. *Aerodynamics of Spinning and Non-Spinning Tennis Balls. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **92**, 935–958, 2004.
- [16] R.D. Mehta, F. Alam, A. Subic. *Aerodynamics of Tennis Balls – a Review. Sports Technology* **1**, 1–10, 2008.
- [17] T. Asai, K. Seo, O. Kobayashi, R. Sakashita. *Fundamental Aerodynamics of the Soccer Ball. Sports Engineering* **10**, 101–110, 2007.
- [18] A.J. Smits, S. Ogg. *Golf Ball Aerodynamics. The Engineering of Sport* **5**, 3–12, 2004.
- [19] M. Tolan. *So Werden wir Weltmeister. Die Physik des Fußballspiels. Piper-Verlag, München*, 2010.
- [20] A.M. Nathan. *The Effect of Spin on the Flight of a Baseball. American Journal of Physics* **76**, 119–124, 2008.
- [21] R. Cross. *Physics of Baseball and Softball. Springer*, 2011.
- [22] R.E. Peierls. *Sir Rudolf Peierls: Selected Private and Scientific Correspondence. World Scientific*, 2007.



## Résumé

Nous nous intéressons aux dynamiques spéciales engendrées par des objets non mouillants. Sur un substrat recouvert de rainures asymétriques en dents de scie, un liquide ou un solide en caléfaction est propulsé horizontalement. Les motifs rectifient l'écoulement de vapeur dans une direction privilégiée et le mobile est entraîné par viscosité. Sur un substrat lisse, si le solide est lui-même asymétrique, la répartition non homogène de masse incline la surface inférieure et avec elle la force de pression de l'écoulement de vapeur : sa composante horizontale met aussi l'objet en mouvement. Une goutte caléfiée entre deux plans parallèles montre également un comportement surprenant : au-delà d'un rayon critique, elle se déstabilise en formant un anneau qui s'agrandit et éclate en petits fragments. La grande mobilité de ces objets pose la question de la friction qu'ils subissent. Très faible sur un substrat lisse, on observe une dissipation inertielle dans l'air environnant et dans une couche limite liquide pour les gouttes. En revanche, sur un substrat crénelé, elle est fortement amplifiée par l'impact du liquide sur les textures. Pour terminer, nous nous intéressons à divers objets non mouillants naturels : l'argyronète aquatique et plusieurs plantes aquatiques superhydrophobes. Le premier est une araignée qui passe sa vie sous l'eau. Elle s'abrite dans une grande bulle d'air qu'elle crée en capturant, par un mouvement dynamique de son abdomen superhydrophobe et de ses pattes, de petites bulles à la surface de l'eau. Quant aux seconds, ils utilisent leurs surfaces non mouillantes pour survivre lors d'une immersion.

## Abstract

We investigate special dynamics generated by non wetting objects. On a substrate textured with asymmetric sawtooth-like grooves, a Leidenfrost liquid or solid is propelled horizontally. The textures rectify the vapor flow in a well-defined direction so that the mobile is driven by viscosity. On a flat substrate, if the solid is made asymmetric, the non homogenous mass distribution tilts the bottom surface, and with it, the pressure force due to the vapor flow : its horizontal component moves the object. A Leidenfrost drop between two parallel plates also shows a peculiar behavior : beyond a critical radius, it destabilizes into a liquid ring which grows and breaks up into smaller pieces. These objects undergo very little friction on flat surfaces. It comes from inertial dissipation in the surrounding air, and from a liquid boundary layer for the droplets. However, on a crenelated substrate, the impacts on the textures greatly emphasized the dissipation. To finish, we are interested in several natural non wetting objects : the *Argyroneta aquatica* and a few superhydrophobic aquatic plants. The first one is a spider which lives entirely underwater. It houses in a big air bubble it creates by capturing smaller bubbles at the surface, with a dynamic motion of its superhydrophobic abdomen and its legs. As for the second ones, they use their non wetting surfaces to survive in case of flooding.