



**HAL**  
open science

# Etude de l'influence de la paramétrisation des processus turbulents sur la prévision des couches marines superficielles

Hervé Guillard

► **To cite this version:**

Hervé Guillard. Etude de l'influence de la paramétrisation des processus turbulents sur la prévision des couches marines superficielles. Océan, Atmosphère. Université de la Méditerranée - Aix-Marseille II, 1984. Français. NNT: . pastel-00955669

**HAL Id: pastel-00955669**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00955669>**

Submitted on 5 Mar 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

T H E S E

présentée à

L'UNIVERSITE D'AIX-MARSEILLE II

pour obtenir le

DOCTORAT DE 3<sup>eme</sup> CYCLE

---

**ETUDE DE L'INFLUENCE DE LA PARAMETRISATION  
DES PROCESSUS TURBULENTS SUR LA PREVISION  
DES COUCHES MARINES SUPERFICIELLES**

**GUILLARD HERVE**

---

soutenu le 13 juin 1984, devant la commission d'examen

MM	M. COANTIC	Président
	J. GONELLA	Examineurs
	R. PEYRET	
	R. SCHIESTEL	
	L. WALD	

INSTITUT DE MECANIQUE STATISTIQUE DE LA TURBULENCE  
LABORATOIRE ASSOCIE AU CNRS n° 130

T H E S E

présentée à

L'UNIVERSITE D'AIX-MARSEILLE II

pour obtenir le

DOCTORAT DE 3<sup>eme</sup> CYCLE

---

**ETUDE DE L'INFLUENCE DE LA PARAMETRISATION  
DES PROCESSUS TURBULENTS SUR LA PREVISION  
DES COUCHES MARINES SUPERFICIELLES**

**GUILLARD HERVE**

---

soutenu le 13 juin 1984, devant la commission d'examen

MM	M. COANTIC	Président
	J. GONELLA	Examineurs
	R. PEYRET	
	R. SCHIESTEL	
	L. WALD	

INSTITUT DE MECANIQUE STATISTIQUE DE LA TURBULENCE  
LABORATOIRE ASSOCIE AU CNRS n° 130

## A V A N T   P R O P O S

Ce travail a été effectué au Centre de Télédétection et d'Analyse des Milieux Naturels de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris dans le cadre d'un contrat avec la société Franlab-Informatique.

Je profite donc de cette occasion pour remercier les membres de cette société : Madame B.Garic responsable de l'équipe télédétection, Messieurs Corneau et Robert membres du département marine.

Ce travail a pu être réalisé grâce à une bourse d'étude offerte par l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris. Que Monsieur Monget directeur du Centre de Télédétection et d'Analyse des Milieux Naturels de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris qui m'a accueilli dans son laboratoire reçoive ici l'expression de ma reconnaissance.

J'adresse aussi mes remerciements à :

Monsieur Coantic dont les remarques et les critiques m'ont été d'une aide précieuse tout au long de cette étude.

Messieurs Gonella et Peyret qui ont bien voulu juger de mon travail

Monsieur Schiestel, dont les conseils m'ont permis d'avancer alors que cette étude pietinait

Monsieur Wald dont les encouragements amicaux m'ont beaucoup aidé.

I - POSITION DU PROBLEME, HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES ET MISE EN EQUATIONS.

II - ETABLISSEMENT DES MODELES DE TURBULENCE.

2.1. INTRODUCTION.

2.2. EQUATIONS AUX CORRELATIONS DOUBLES.

2.3. MODELISATION DES EQUATIONS.

2.4. PREMIERE SIMPLIFICATION : LE MODELAGE ALGEBRIQUE DE RODI.

2.5. SECONDE SIMPLIFICATION : LE MODELE  $k\epsilon$ .

2.6. TROISIEME SIMPLIFICATION : LE MODELE DE MELLOR ET DURBIN.

III - METHODES NUMERIQUES UTILISEES.

3.1. INTRODUCTION.

3.2. POSITION DU PROBLEME NUMERIQUE.

3.3. DISCRETISATION TEMPORELLE.

3.4. DISCRETISATION SPATIALE.

3.5. CALCUL DES COEFFICIENTS DE DIFFUSION.

IV - ETUDE GENERALE DE DEUX CAS-TYPES.

4.1. INTRODUCTION.

4.2. PENETRATION DE LA TURBULENCE DANS UN MILIEU STRATIFIE.

4.2.1. Evolution des structures moyennes et turbulentes.

4.2.2. Comparaison avec les expériences de Kato et Phillips.

4.3. EFFETS DE L'ARRET DU VENT.

V - ETUDE DE LA PARAMETRISATION DES MECANISMES TURBULENTS.

5.1. ETUDE DU TERME DE DIFFUSION.

5.2. COMPARAISON DES MODELES.

5.2.1. Comparaison entre le modèle  $k-\epsilon$  et le modèle issu du modelage algébrique de Rodi.

5.2.2. Comparaison avec le modèle de Mellor et Durbin.

5.3. LE PROBLEME DE L'ECHELLE DE LONGUEUR.

5.3.1. Comparaison entre les spécifications algébriques de l'échelle de longueur et l'utilisation d'une équation d'évolution.

5.3.2. Influence des termes représentant les forces d'Archimède dans l'équation d'évolution de  $\epsilon$ .

VI - INFLUENCE DE LA VARIABILITE TEMPORELLE DU VENT SUR L'EVOLUTION DE LA STRUCTURE DE LA COUCHE MELANGEE.

6.1. INTRODUCTION.

6.2. INFLUENCE DE L'HISTOIRE DU VENT SUR LA STRUCTURE DE LA COUCHE DE MELANGE.

6.3. INFLUENCE DE LA ROTATION DU VENT.

VII - CONCLUSIONS.

ANNEXE I : EQUATIONS GOUVERNANT L'ECOULEMENT DANS LES COUCHES SUPERFICIELLES DE L'OCEAN.

ANNEXE II : MODELISATION DES CORRELATIONS TRIPLES EN PRESENCE D'EFFETS GRAVITATIONNELS.

ANNEXE III : CRITERE D'EXTINCTION DE LA TURBULENCE EN MILIEU STRATIFIE.

# C H A P I T R E    I

## POSITION DU PROBLEME ET MISE EN EQUATIONS



I - POSITION DU PROBLEME ET MISE EN EQUATIONS.

1.1. POSITION DU PROBLEME.

Une meilleure connaissance de la structure des couches marines superficielles est depuis les dix dernières années une voie de passage obligée pour le développement de plusieurs branches importantes de l'activité et du savoir humain. En météorologie, la connaissance précise des flux de chaleur qui traversent la surface marine est une condition nécessaire à une meilleure prévision du temps tandis que le climat terrestre est indissociablement lié au rôle de réservoir thermique que jouent les couches superficielles de l'océan. Pour le biologiste, les premières dizaines de mètres sous la surface sont le lieu où réside plus des trois quarts de la biomasse planétaire. La production primaire est fortement affectée par la température et l'épaisseur de la couche mélangée océanique. La forte variabilité spatiale et temporelle qui caractérise cette région a donc d'importantes répercussions sur la chaîne alimentaire marine et le cycle de l'oxygène planétaire. La connaissance de la structure dynamique et thermique des couches superficielles de l'océan est aussi une question cruciale pour les problèmes de prévention et de contrôle des pollutions. En fait dans ce domaine, la validité des nombreux modèles hydrodynamiques proposés est sévèrement limitée par une connaissance imparfaite des processus agissant dans la couche limite de surface ( par exemple Guillard, 1984). De ce point de vue, une meilleure approche des interactions entre les couches superficielles et les couches sous-jacentes constituerait un progrès certain dans ce domaine.

Tout ceci explique l'intérêt porté au développement des modèles numériques capables de donner une représentation précise de la structure dynamique et thermique des couches superficielles de l'océan. Compte tenu du rôle important attribué aux processus d'échanges verticaux dans la

colonne d'eau et entre l'océan et l'atmosphère, le problème est traditionnellement abordé à partir d'une hypothèse d'homogénéité horizontale de l'océan. Dans ce cadre, de nombreux modèles ont été spécifiquement développés pour l'étude de ce problème. Ce sont les modèles dits intégraux. Ils supposent une homogénéité verticale des profils de vitesse et de température sur l'épaisseur de la couche mélangée. La description des mécanismes d'échanges turbulents à travers les couches d'eau fait intervenir l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence intégrée sur la profondeur de la couche de mélange. Dans ces modèles la fermeture de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence est réalisée à partir d'une description phénoménologique des mécanismes turbulents intervenant dans la couche mélangée. Le nombre et la diversité des paramétrisations proposées témoigne des incertitudes qui pèsent sur notre compréhension des mécanismes turbulents dans la couche mélangée océanique. On trouvera une revue pratiquement exhaustive de ces modèles dans Zilitinkevitch et al (1978) ou Niiler et Krauss(1977). La confrontation de ce type de modèles avec des expériences in-situ a connu (et connaît) un certain succès. Cependant l'accord avec les résultats expérimentaux est bien souvent obtenu au prix d'un ajustement des constantes de modélisation. La validité de ce type de modèle n'est donc pas universelle et leur utilisation en tant qu'outils pratique de prévision de la structure des couches d'eau s'avère délicate.

Une autre voie consiste à utiliser, pour décrire l'évolution des couches marines superficielles, l'ensemble des techniques regroupées sous le nom de modèles semi-empiriques de turbulence. Contrairement à ce qui se passe pour les modèles intégraux, la fermeture des équations ne fait appel à aucune hypothèse a priori concernant la répartition verticale des variables ou le rôle supposé de tels ou tels mécanismes turbulents. Elle est réalisée à partir de considérations théoriques et par référence à des écoulements de laboratoire. Ces techniques ne requièrent (en principe !) aucun ajustement après coup des constantes numériques utilisées. Cette approche (à l'origine développée pour des écoulements industriels des types jets ou couches limites) a été intensément appliquée à l'étude des couches marines superficielles dans ces dix dernières années (Mellor et

Durbin, 1975, Kundu, 1980, Klein, 1980, Mellor et Blumberg, 1978, Varn-Warnas et Piacsek, 1979, Simpson et Dickey, 1981, Kantha et al, 1982, ...). Le manque d'universalité des modèles intégraux explique bien sûr cet intérêt, mais il faut aussi noter qu'il y a derrière l'utilisation de ces modèles, l'idée sous-jacente qu'ils peuvent nous éclairer sur l'importance des divers mécanismes turbulents en présence dans la couche mélangée et éventuellement servir à valider ou à infirmer les paramétrisations utilisées dans les modèles intégraux.

A l'heure actuelle, le développement de tels modèles doit prendre en considération les faits suivants :

1°) La précision des données météorologiques semble être plus qu'une paramétrisation trop simpliste des mécanismes turbulents, le facteur limitant la fiabilité des prévisions des modèles (Elsberry et Warrenfeltz, 1982).

2°) L'hypothèse d'homogénéité horizontale de l'océan est, sinon remise en cause, du moins considérée avec plus de prudence. Il semble en effet que les mécanismes d'ajustement géostrophique et de remontée d'eau jouent dans certains cas un rôle non négligeable par rapport aux processus unidimensionnels. La description de ces situations entraîne alors le recours à des modèles bi ou tridimensionnels (Kantha et al, 1982 par exemple) ce qui impose un frein certain à l'utilisation de paramétrisations trop complexes.

Dans cette étude, notre objectif n'est pas de construire un nouveau modèle de turbulence et nous avons au contraire utilisé des paramétrisations classiques. Ainsi le modèle issu du modelage de Rodi a déjà été appliqué par Gibson et Launder (1976) à divers écoulements de laboratoire et par Kundu à la couche mélangée océanique. La version utilisée du modèle  $k-\epsilon$  étendu aux écoulements stratifiés est celle de Spalding et Svensson (1976). Notre but est plutôt de comprendre quels sont les rôles respectifs des divers processus de transfert turbulent dans la couche mélangée, et d'étudier quelle est l'influence des diverses paramétrisations de ces processus sur le calcul de la structure de la couche mélangée océanique. En effet, l'utilisation ou le couplage de

modèles de turbulence dans des modèles de circulation bi ou tridimensionnels ou leurs applications à une grande échelle (Clancy et Martin, 1981) imposent d'avoir une idée claire des différences et des limites des divers niveaux de paramétrisation des mécanismes turbulents. En ce sens, notre étude se présente comme un travail préliminaire (et nécessaire) avant l'utilisation de ces modèles dans des modélisations à grande échelle.

Après avoir rappelé dans le paragraphe suivant, les équations gouvernant l'écoulement dans les couches marines superficielles nous étudions en détail dans le chapitre II la paramétrisation des mécanismes turbulents dans la couche mélangée océanique. Le chapitre III est consacré aux méthodes numériques. Le rôle des mécanismes turbulents et la structure de la couche mélangée sont étudiés à travers deux cas-types à l'aide du modèle de modelage algébrique de Rodi au chapitre IV. L'influence de la paramétrisation des mécanismes turbulents est examinée au chapitre V à partir d'une étude des effets des paramétrisations de l'échelle de longueur et du terme de diffusion et de la comparaison de trois modèles présentant chacun des niveaux décroissants de complexité. Enfin, le chapitre VI présente quelques effets de la variabilité temporelle du vent à mettre en parallèle avec les résultats du chapitre V.

## 1.2. EQUATIONS GENERALES.

Le traitement mathématique du problème posé fait intervenir le système classique des équations d'Ekman complété par l'équation d'évolution de la température :

$$\partial_t U = -\partial_z (\overline{uw} - \nu \partial_z U) + f V$$

$$\partial_t V = -\partial_z (\overline{vw} - \nu \partial_z V) - f U$$

$$\partial_t T = -\partial_z (\overline{\delta w} - \chi \partial_z T)$$

où  $u, v, w$  sont les composantes de la vitesse dans un repère de référence  $O, x, y, z$ , où  $z$  est dirigé vers le haut et  $Ox, Oy$  vers l'est et le Nord respectivement,  $T$  est la température,  $\overline{uw}$ ,  $\overline{vw}$  et  $\overline{\gamma w}$  désignent les tensions de Reynolds (divisées par la masse volumique) et le flux de chaleur (divisé par le produit de la masse volumique et de la chaleur spécifique),  $f$  est le paramètre de Coriolis,  $\nu$  la viscosité cinématique et  $\kappa$  la diffusivité moléculaire de la température.

L'établissement de ces équations à partir des équations de Navier-Stokes est détaillée dans l'annexe I. Notons simplement ici qu'elles font intervenir une hypothèse d'homogénéité horizontale de l'océan, l'approximation de Boussinesq et que les effets des variations de salinité et du rayonnement solaire sont négligées ici dans un but de simplicité. Ce système d'équations fait intervenir les flux turbulents de quantités de mouvement  $\overline{uw}$ ,  $\overline{vw}$  et de chaleur  $\overline{\gamma w}$ . L'établissement des équations servant à calculer ces flux est le sujet du chapitre suivant.

C H A P I T R E    I I

ETABLISSEMENT DES MODELES DE TURBULENCE

---

## II- ETABLISSEMENT DES MODELES DE TURBULENCE

### 2.1. INTRODUCTION.

On a vu au chapitre I que le système d'équations gouvernant l'écoulement dans les couches marines superficielles faisait intervenir les termes  $\overline{u_i u_j}$  et  $u_i \chi$ . On peut établir les équations exactes d'évolution de ces quantités, malheureusement, celles-ci font apparaître de nouveau des termes inconnus (moments du troisième ordre), le processus se poursuivant indéfiniment au fur et à mesure que l'on monte dans l'ordre des équations. Les systèmes ainsi obtenus comportent alors plus d'inconnues que d'équations : ce sont des systèmes ouverts.

Le problème central de la modélisation des mécanismes turbulents est d'interrompre cette hiérarchie infinie d'équations en formulant à un certain niveau, des hypothèses permettant de relier les moments d'ordre  $n+1$  à ceux d'ordre  $n$ , afin d'obtenir un système fermé d'équations. Les premières tentatives en ce sens (Prandtl, 1925 ; Boussinesq, 1877) portaient sur la fermeture des équations au niveau des moments du premier ordre, cependant la nécessité d'étendre la description des mécanismes turbulents à un nombre de plus en plus grand d'écoulements, a conduit peu à peu à formuler des hypothèses de modélisation sur des moments d'ordre de plus en plus élevés.

Actuellement, les modèles les plus sophistiqués d'évolution des couches marines superficielles font appel à des hypothèses de fermetures sur les moments du quatrième ordre. L'effort numérique à fournir est alors très important, de plus la formulation des hypothèses de fermeture portant sur les moments d'ordre aussi élevés s'avère difficile. Se pose aussi le problème du choix des conditions aux limites à imposer aux équations

---

d'évolution des moments d'ordre supérieur. Il n'est alors pas absolument établi que le gain de précision espéré soit suffisant pour justifier l'effort numérique et informatique à consentir.

La démarche suivie ici consistera donc à formuler des hypothèses de fermeture sur les moments du troisième ordre: le système d'équations obtenu sera donc un système fermé au niveau des moments du second ordre. Après avoir établi les équations exactes d'évolution des moments du second ordre au paragraphe 2.2, on formulera ces hypothèses de modélisation au paragraphe 2.3. On explicitera ensuite dans les paragraphes 2.4, 2.5 et 2.6 diverses hypothèses simplificatrices qui seront appliquées au système d'équations obtenu en 2.3.



2.2. EQUATIONS AUX CORRELATIONS DOUBLES.

2.2.1. Equations aux tensions de Reynolds.

L'équation exacte d'évolution des tensions de Reynolds  $R_{ij}$  peut s'établir de la manière suivante:

On forme d'abord une équation pour la fluctuation  $u_i$  de vitesse par différence entre l'équation instantannée (A1-11) et l'équation moyenne (A1-18), de la même façon, on forme une équation pour la fluctuation  $u_j$ . Les équations ainsi obtenues pour  $u_i$  et  $u_j$  sont ensuite multipliées par  $u_j$  et  $u_i$ , respectivement. L'équation d'évolution des tensions de Reynolds  $R_{ij}$  s'obtient alors en ajoutant l'une à l'autre les équations ainsi obtenues puis en prenant la moyenne, soit:

$$u_i \times \text{équation de } u_j + u_j \times \text{équations de } u_i$$

Après quelque calculs on obtient:

$$\begin{aligned}
 & \overset{a.}{\frac{\partial}{\partial t}} R_{ij} + \overset{b.}{U_k} \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_k} = - \overset{c.}{R_{ik}} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overset{d.}{R_{jk}} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + g\beta (F_{xi} \delta_{j3} + F_{xj} \delta_{i3}) \\
 (2.1) \quad & + \overset{e.}{\rho} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \overset{f.}{\rho} \epsilon_{ijk} R_{il} - \rho \epsilon_{ijk} R_{jl} \\
 & - \overset{g_1.}{\rho} (\overline{u_i u_k} - \nu \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_k}) - \left( \overset{g_2.}{\rho} \overline{p u_i} + \overset{g_3.}{\rho} \overline{p u_j} \right) - \overset{h.}{2\nu} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}
 \end{aligned}$$

L'interprétation physique des différents termes de cette équation est précisée ci-dessous:

- (a)-évolution temporelle
- (b)-convection par le mouvement moyen
- (c)-production résultant du travail des tensions de Reynolds soumises aux gradients de vitesse de l'écoulement moyen

(d)-production ou destruction résultant du travail des forces d'Archimède

(e)-corrélations pression-déformation, terme de contraction nulle traduisant une redistribution de l'énergie entre les composantes normales du tenseur de Reynolds.

(f)-effet des forces de Coriolis

(g<sub>1</sub>)-diffusion par les fluctuations turbulentes

(g<sub>2</sub>)- " moléculaire

(g<sub>3</sub>)- " par les fluctuations de pression

(h)-terme de dissipation en chaleur par la viscosité

2.2.2. Equation de l'énergie cinétique de la turbulence.

L'énergie cinétique de la turbulence (notée k) est la demi-trace du tenseur de Reynolds ( $k=(u^2+v^2+w^2)/2$ ).

Son équation d'évolution s'obtient simplement par contraction des équations des tensions de Reynolds:

$$\begin{aligned}
 & \begin{matrix} a & b & c & d \\ \frac{\partial k}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} = -R_{ij} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + g\beta F_{si} \delta_{i3} \\ (2.2) & & & \end{matrix} \\
 & \begin{matrix} - \frac{\partial}{\partial x_m} \left( \overline{u_m k} - \nu \frac{\partial k}{\partial x_m} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{p u_j} \right) - \nu \frac{\partial \overline{u_i'}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u_i'}}{\partial x_j} \\ e_1 & e_2 & e_3 & f \end{matrix}
 \end{aligned}$$

On interprète les termes de la même manière que précédemment:

(a)-terme d'évolution temporelle

(b)-terme de convection par le mouvement moyen

(c)-production mécanique due au cisaillement par le mouvement moyen

(d)-production (ou destruction) due au travail des forces d'Archimède

(e<sub>1</sub>)-diffusion par le mouvement turbulent

(e<sub>2</sub>)- " moléculaire

(e<sub>3</sub>)- " par les fluctuations de pression

(f)-dissipation par la viscosité

On constate que les termes de corrélation pression-déformation et d'effet des forces de Coriolis, qui apparaissent dans les équations des tensions de Reynolds, ont disparus de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence, ces termes sont seulement responsables d'une redistribution de l'énergie entre les composantes normales du tenseur de Reynolds.

2.2.3. Equations de transport des flux turbulents de chaleur.

De la même manière que les équations d'évolution des tensions de Reynolds, elle peuvent s'obtenir à partir des équations d'évolution des fluctuations de vitesse et de température.

Elles s'écrivent en notant  $F_{ij} = \overline{u_i u_j}$  :

$$(2.3) \quad \begin{aligned} & \frac{\partial \overline{F_{si}}}{\partial t} + U_j \frac{\partial \overline{F_{si}}}{\partial x_j} = - R_{ij} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} - F_{sj} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + g \beta \overline{\delta^2} \delta_{i3} + \\ & \overline{\rho \frac{\partial \delta}{\partial x_i}} - 2 \Omega_k \epsilon_{ijk} F_{jr} - \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u_i u_k \delta}) - \overline{\rho \frac{\partial u_i}{\partial x_k}} - \overline{2 u_i \delta} \frac{\partial \delta}{\partial x_k} \\ & - \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho \delta}) - (\nu + \alpha) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial \delta}{\partial x_j} \end{aligned}$$

Avec l'interprétation suivante des termes:

- (a)-évolution temporelle
- (b)-convection par le mouvement moyen
- (c<sub>2</sub>)-production due aux gradients moyens de vitesse
- (c<sub>1</sub>)-production due aux gradient de température qui tend à accroître les fluctuations.
- (d)-production gravitationnelle.
- (e)-corrélacion pression-gradient de température, terme traduisant un mécanisme limitant la croissance du flux.
- (f)-influence des forces de coriolis.
- (g<sub>1</sub>)-diffusion turbulente.
- (g<sub>2</sub>)- " moléculaire.

- (g<sub>3</sub>)- " par les fluctuations de pression.  
 (h)-terme dissipatif.

2.2.4. Equation d'évolution de la variance des fluctuations de température.

Elle s'écrit:

$$(2.4) \quad \underbrace{\frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial t}}_a + \underbrace{U_k \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_k}}_b = - \underbrace{F_{rj} \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_j}}_c - \underbrace{\frac{Q}{\rho} (\overline{u_j \theta^2} - \alpha \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_j})}_{d_1} - \underbrace{\alpha \frac{\partial \theta \partial \theta}{\partial x_j \partial x_j}}_e$$

Avec l'interprétation suivante des termes:

- (a)-terme d'évolution temporelle.  
 (b)-terme de convection par le mouvement moyen.  
 (c)-production "à gradient".  
 (d<sub>1</sub>)-diffusion par les fluctuations turbulentes.  
 (d<sub>2</sub>)- " moléculaire.  
 (e)-taux de dissipation de la variance de température.

2.2.5. Remarque.

Les équations précédentes sont toutes de la forme générale:

$$\frac{d\phi}{dt} = \text{Production} + \text{Diffusion} - \text{Dissipation} + \text{sources/puits additionnels}$$

Elles expriment le bilan d'une certaine quantité  $\phi$  sur un volume de contrôle. La modélisation de ces équations tirera parti de cette remarque ainsi que de l'interprétation physique des termes précisée ci-dessus qui servira de guide dans la modélisation de ces termes.

## 2.3. MODELISATION DES EQUATIONS.

### 2.3.1. Equations aux tensions de Reynolds.

#### 2.3.1.1. Modélisation des termes de diffusion.

Les termes de diffusion à modéliser dans les équations des tensions de Reynolds sont:

•  $\overline{u_i u_j u_k}$  qui représentent une diffusion turbulente correspondant à un transport au niveau des fluctuations turbulentes.

et

•  $\frac{\partial \overline{p u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{p u_j}}{\partial x_i}$  qui s'interprètent comme une diffusion par les

fluctuations de pression.

#### 2.3.1.1.1. Corrélations triples de vitesse.

Elles sont parfois déterminées à l'aide d'une équation de transport: André et Al(1976), Warn-Varnas et Piacsek(1979). Les résultats de ces auteurs font apparaître que ces termes généralement négligeables dans la couche mélangée, sont importants dans la zone d'entraînement et contribuent de façon importante au processus d'érosion des zones stables par l'écoulement turbulent. Cependant on notera que les résultats de Warn-Varnas et Piacsek ne semblent pas faire apparaître une différence notable entre une prévision de ces termes par leurs équations de transport et celles déduites d'une formulation plus simple.

Compte-tenu du manque de données expérimentales dans la couche mélangée océanique et des nombreux problèmes posés par les hypothèses de fermeture portant sur les moments d'ordre supérieur, il semble raisonnable dans le cadre de cette étude d'établir une formulation

algébrique des corrélations triples à partir d'hypothèses simplificatrices portant sur leurs équations de transport.

C'est cette approche qui est décrite ci-dessous.

a) Equation de transport des moments d'ordre trois et hypothèses simplificatrices.

A partir de l'équation des moments d'ordre trois:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \overline{u_i u_j u_k} &= \underbrace{-\overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_i}}_a - \underbrace{\overline{u_j u_k} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}}_b - \underbrace{\overline{u_k u_i} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k}}_c + \underbrace{\rho g (\overline{u_i u_j} \delta_{k3} + \overline{u_i u_k} \delta_{j3} + \overline{u_j u_k} \delta_{i3})}_d \\
 &+ \underbrace{\overline{u_i u_j} \frac{\partial (\overline{u_k u_l})}{\partial x_l}}_e + \underbrace{\overline{u_j u_k} \frac{\partial (\overline{u_i u_l})}{\partial x_l}}_f + \underbrace{\overline{u_i u_k} \frac{\partial (\overline{u_j u_l})}{\partial x_l}}_g - \underbrace{\frac{\partial (\overline{u_i u_j u_k u_l})}{\partial x_l}}_h \\
 (2.6) \quad &- \frac{1}{\rho_0} \left( \overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_j} \right) - 2\nu \left\{ \overline{u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_l} \frac{\partial u_k}{\partial x_l}} + \overline{u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_k}{\partial x_l}} \right. \\
 &+ \left. \overline{u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_j}{\partial x_l}} \right\}
 \end{aligned}$$

On fait classiquement les hypothèses suivantes:

- Les termes (a), (b), (c) et (g) sont négligés.
- Le terme (e) est exprimé à l'aide de l'approximation quasi-normale (hypothèse de Millionshtchikov) :

$$(2.7) \quad \overline{a'b'c'd'} = \overline{a'b'} \overline{c'd'} + \overline{a'c'} \overline{b'd'} + \overline{a'd'} \overline{b'c'}$$

Cette idée a quelques supports expérimentaux en turbulence homogène (Monin et Yaglom 1975 p247). Elle permet alors d'écrire:

$$(2.8) \quad (d)+(e) = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{u_k u_l}}{\partial x_l} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial \overline{u_i u_l}}{\partial x_l} - \overline{u_k u_i} \frac{\partial \overline{u_j u_l}}{\partial x_l}$$

- Les termes de pression sont approchés par un terme proportionnel à  $(\epsilon/k) * (u_i u_j u_k)$  : relaxation à une échelle de temps proportionnelle à  $k/\epsilon$ , approximation EDQN.

Cet ensemble d'hypothèses conduit alors à la formulation proposée par Hanjalic et Launder (1972):

$$(2.9) \quad \overline{u_i u_j u_k} = -c_s \frac{k}{\epsilon} \left( \overline{u_i u} \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u_j u_k} + \overline{u_j u} \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u_i u_k} + \overline{u_k u} \frac{\partial}{\partial x_l} \overline{u_i u_j} \right)$$

Dans le cas des écoulements en couche mince cisailée, cette expression peut être remplacée par la formulation ( qui ne respecte pas les propriétés de symétrie de  $\overline{u_i u_j u_k}$  ):

$$(2.10) \quad \overline{u_i u_j u_k} = -c'_s \frac{k}{\epsilon} \overline{u_k u} \frac{\partial}{\partial x_l} \overline{u_i u_j} \quad (\text{Daly et Harlow, 1970})$$

D'autres auteurs Mellor et Yamada (1974), Klein (1980) utilisent l'expression proposée par Donaldson (1973):

$$(2.11) \quad \overline{u_i u_j u_k} = -L \sqrt{k} \left( \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{u_j u_k}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u_i u_k}}{\partial x_j} \right)$$

où L est un macro-échelle de longueur.

b) Problèmes posés par la prise en compte des effets gravitationnels.

Dans les cas extrêmes de convection libre, les expressions ci-dessus deviennent cependant incapables de représenter correctement la réalité physique. En effet dans ces situations, le transport turbulent peut devenir une source importante d'énergie dans les zones d'entraînement et des flux à contre-gradient peuvent alors apparaître. Les résultats de Zeman (1975) et d'André et al (1976) montrent l'importance de ces phénomènes dans les situations fortement convectives et notamment l'importance du moment  $\overline{w^3}$  dans le transport de l'énergie cinétique et l'influence des effets gravitationnels sur ce dernier.

Dans le contexte de la couche mélangée océanique, il semble cependant douteux que de telles situations soient fréquentes (Kundu-1980). Des travaux de Klein (1980), on peut en effet déduire que les seules situations météorologiques conduisant à la création de mouvements

turbulents purement convectifs correspondent à de forts refroidissements en surface en l'absence de vent. Ce type de conditions météorologiques étant tout à fait inhabituel, il ne semble pas utile d'opter pour une représentation des moments d'ordre trois faisant intervenir les effets gravitationnels.

Les récents travaux de Mellor (Mellor et Yamada -1982-) adoptent cette position, la perte de précision en résultant n'étant pas jugée trop importante (Worthington et Mellor -1982-). De plus les modélisations proposées pour prendre en compte les effets gravitationnels n'ont jusqu'ici été testées que dans des conditions fortement convectives. La valeur des constantes de modélisation demeure donc relativement incertaine et en l'absence de résultats expérimentaux, il semble prudent de conserver les modélisations usuelles. On se reportera à l'annexe 1 pour une discussion plus approfondie sur ce sujet.

Dans cet esprit, nous utiliserons l'expression proposée par Daly et Harlow (1970) et depuis utilisée avec succès par Launder, Reece et Rodi (1975) pour l'étude de divers écoulements cisailés, soit:

$$(2.12) \quad \overline{u_i u_j u_k} = -c'_s \frac{k}{\epsilon} \overline{u_k u_l} \frac{\partial}{\partial x_l} \overline{u_i u_j}$$

#### 2.3.1.1.2. Diffusion par la pression.

En raison du manque de données expérimentales, ce terme est soit négligé (Launder, Reece et Rodi, 1975), soit considéré comme inclus dans la modélisation des corrélations triples.

#### 2.3.1.2. Modélisation des termes de pression-déformation.

Les corrélations pression-déformation apparaissent bien souvent comme un terme dominant, équilibrant les termes de production dans les équations des flux, cependant une modélisation précise de ces termes s'avère très délicate à formuler car les méthodes expérimentales actuelles ne fournissent aucun renseignement à leur sujet.

Elles sont généralement interprétées comme une redistribution d'énergie entre les composantes normales du tenseur de Reynolds.



Leur modélisation fait appel à l'équation de Poisson vérifiée par les fluctuations de pression :

$$(2.13) \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} = - \frac{\partial^2 (\overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j})}{\partial x_j \partial x_i} - 2 \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + g \beta \frac{\partial \delta}{\partial x_j} \delta_{j3} - 2 \epsilon_{ijk} \Omega_j \frac{\partial u_k}{\partial x_i}$$

dont la solution est :

$$(2.14) \quad \frac{p}{\rho}(\vec{x}) = \frac{1}{2\pi} \iiint_{\Omega} \frac{\partial \overline{U_m}}{\partial x_k} \frac{\partial u_k}{\partial x_m} \frac{d\text{vol}}{r} - \frac{1}{4\pi} \iiint_{\Omega} \frac{\partial^2 \overline{u_m u_k} - \overline{u_m} \overline{u_k}}{\partial x_m \partial x_k} \frac{d\text{vol}}{r} - \frac{1}{4\pi} \iiint_{\Omega} \beta g \frac{\partial \delta}{\partial x_i} \delta_{i3} \frac{d\text{vol}}{r} + \frac{1}{2\pi} \iiint_{\Omega} \epsilon_{ijk} \Omega_j \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{d\text{vol}}{r} + \frac{1}{4\pi\rho} \iint_{\partial\Omega} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} - p \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) \right] dS$$

où  $\Omega$  représente le volume total de l'écoulement,  $\partial\Omega$  sa frontière. Les intégrandes étant évaluées au point courant  $\vec{y}$  et  $r = \|\vec{x} - \vec{y}\|$ .  $\frac{\partial}{\partial n}$  est la dérivée normale à la frontière.

On arrive alors à l'expression :

$$(2.15) \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}(\vec{x}) = \frac{1}{2\pi} \iiint_{\Omega} \frac{\partial \overline{U_m}}{\partial x_k} \frac{\partial u_k}{\partial x_m} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{d\text{vol}}{r} \quad \phi_{ij}^{(2)} + \frac{1}{4\pi} \iiint_{\Omega} \frac{\partial^2 \overline{u_m u_k} - \overline{u_m} \overline{u_k}}{\partial x_m \partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{d\text{vol}}{r} \quad \phi_{ij}^{(1)} - \frac{1}{4\pi} \iiint_{\Omega} \beta g \delta_{i3} \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j \partial x_i} \frac{d\text{vol}}{r} \quad \phi_{ij}^{(3)} + \frac{1}{2\pi} \iiint_{\Omega} \epsilon_{mek} \Omega_l \frac{\partial u_k}{\partial x_m} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{d\text{vol}}{r} \quad \phi_{ij}^{(4)} + \frac{1}{4\pi\rho} \iint_{\partial\Omega} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} - p \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dS \quad \phi_{ij}^{(5)}$$

où dans les intégrandes les quantités notées avec prime sont évaluées au point courant  $\vec{y}$  tandis que celles notées sans prime sont évaluées en  $\vec{x}$ .

L'expression précédente fait apparaitre 5 contributions distinctes aux termes de corrélations pression-déformation.

- 1/- L'interaction turbulence-turbulence.
- 2/- L'effet du cisaillement moyen
- 3/- Les effets des fluctuations de température dans le champ gravitationnel terrestre
- 4/- Les effets de la rotation de la terre
- 5/- L'influence des frontières

Ces cinq termes sont alors modélisés séparément en faisant intervenir une hypothèse de faible inhomogénéité de la turbulence.

a) Partie non-linéaire  $\phi_{ij}^{(1)}$

Cette contribution est généralement interprétée suivant l'idée de Rotta, (1951) comme provoquant un retour à l'isotropie proportionnel au degré d'anisotropie :

$$(2.16) \quad \overline{\phi_{ij}^{(1)}} = \phi_{ij}^{(1)} + \phi_{ji}^{(1)} = -C_1 \frac{\epsilon}{k} \left( \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right),$$

$k/\epsilon$  étant un temps caractéristique du phénomène.

Ce terme a parfois été considéré comme seul significatif, toutefois Townsend (1954) et Crow (1968) ont montré que sous certaines conditions, l'effet du cisaillement pouvait être supérieur aux interactions turbulence-turbulence (cas d'une distorsion brusque de la turbulence). Il est donc nécessaire de considérer les contributions supplémentaires.

b) Partie linéaire  $\Phi_{ij}^{(2)}$

Naot, Shavit et Wolfstein (1973) ainsi que Launder, Reece et Rodi (1975) ont donné une évaluation complète de ce terme. En utilisant l'expression des corrélations doubles de vitesses en deux points et en intégrant dans l'espace, on obtient :

$$(2.17) \quad \begin{aligned} \Phi_{ij}^{(2)} = \Phi_{ij}^{(2)} + \Phi_{ji}^{(2)} = & \frac{-c_2 + 8}{11} \left( P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) - \frac{8c_2 - 2}{11} \left( D_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) \\ & - \frac{30c_2 - 2}{55} k \left( \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{où } P_{ij} = -\overline{u_i u_m} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_m} - \overline{u_j u_m} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_m} ; \quad 2P = P_{ii} = D_{ii} \\ D_{ij} = -\overline{u_i u_l} \frac{\partial \overline{U_l}}{\partial x_j} - \overline{u_j u_l} \frac{\partial \overline{U_l}}{\partial x_i} ; \quad P = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} \\ \text{et } c_2 \text{ est une constante} \end{aligned}$$

Dans cette expression relativement complexe le premier terme étant apparu comme dominant et ayant une interprétation physique claire (retour à l'isotropie du tenseur de production des flux par le mouvement moyen). Launder, Reece et Rodi n'en gardent qu'une expression dégénérée :

$$(2.18) \quad \Phi_{ij}^{(2)} = -\gamma \left( P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right)$$

où la constante  $\gamma$  "absorbe" l'effet des autres termes de (2.17)

Cette relation apparaît d'ailleurs comme suffisante compte tenu de la pauvreté des données expérimentales. Elle permet d'ailleurs de retrouver la formulation proposée par Crow (1968) dans le cas d'une turbulence isotrope et utilisée (avec une modification des constantes par rapport à Crow) par Mellor dans l'étude de la couche limite atmosphérique (Mellor et Yamada, 1974 par exemple) et de la couche mélangée océanique (Mellor et Worthem, 1982 par exemple) :

$$\overline{\Phi}_{ij}^{(2)} = 0,4 k \left( \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

Klein (1980) note d'ailleurs peu de différences entre les résultats obtenus par les deux paramétrisations.

c) Effet gravitationnel :  $\overline{\Phi}_{ij}^{(3)}$

Lauder (1975) généralise à ce terme l'analyse précédente et propose l'expression :

$$(2.19) \quad \overline{\Phi}_{ij}^{(3)} = \overline{\Phi}_{ij}^{(3)} + \overline{\Phi}_{ji}^{(3)} = -c_3 \left( G_{ij} - \frac{2}{3} G \delta_{ij} \right)$$

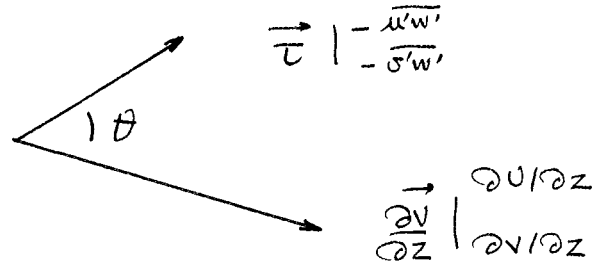
$$\text{où} \quad G_{ij} = \beta g \left( \overline{u}_i \overline{u}_j \delta_{i3} + \overline{u}_i \delta_{j3} \right)$$

$$G = \beta g \overline{u}_i \delta_{i3}$$

et  $c_3$  est une constante numérique dont la valeur (fixée par la théorie) est 0,3. Malheureusement cette paramétrisation s'est révélée inconsistante avec la grande majorité des données sur la couche limite atmosphérique. Le modèle le plus utilisé actuellement adopte plutôt la valeur  $c_3 = \gamma = 0,55$  (Lauder (1975), Klein (1980)). Lumley (1979) a proposé des modifications de (2.17) et (2.19) basée sur le concept de réalisabilité (voir par exemple Zeman, (1981) pour une discussion à ce sujet).

d) Effet des forces de Coriolis :  $\overline{\Phi}_{ij}^{(4)}$

Certains modèles de turbulence (Zeman et Tennekés, 1975, So, 1977) ont considéré l'introduction d'un terme de Coriolis dans les équations aux tensions de Reynolds et en particulier dans l'expression des corrélations pression-déformation. En étudiant une couche limite tridimensionnelle se développant sur un disque en rotation Cousteix et Aupoix (1981) montrent que l'effet de ce terme est d'introduire une différence d'orientation entre les vecteurs  $\vec{\tau}$  et  $\frac{\partial \vec{v}}{\partial z}$



L'angle  $\theta$  étant au premier ordre tel que :

$$(2.20) \quad \text{tg } \theta = -c R_2$$

où  $c$  est une constante et  $R_2$  un paramètre sans dimension égal à

$$(2.21) \quad \frac{\omega^2}{\left[ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}}$$

avec  $\omega$  la vitesse angulaire de rotation.

Les directions du vecteur tension de Reynolds et du vecteur gradient de vitesse sont donc d'autant plus différentes que le paramètre  $R_2$  est grand. En ce qui concerne les couches limites géophysiques, en raison de la faiblesse de ce terme, la différence d'orientation sera donc très petite. Svensson (1979) utilisant une version modifiée du modèle  $k-\epsilon$  incluant les effets de la force de Coriolis, montre qu'en effet cette influence est pratiquement négligeable et que l'introduction du terme de Coriolis dans les corrélations pression-déformations laisse inchangés les résultats obtenus avec la version "standard" de  $k-\epsilon$ .

Cet auteur introduit le paramètre  $R=f.k/\epsilon$  pour mesurer l'influence de la rotation sur les mécanismes turbulents.  $k/\epsilon$  étant une échelle de temps des mécanismes turbulents,  $R$  peut s'interpréter comme le rapport des échelles de temps de la turbulence et de la rotation. En raison de la différence de ces temps caractéristiques (de l'ordre de quelques minutes pour l'un et de 18 heures pour l'autre) on négligera cet effet dans la suite.

e) Effet des frontières  $\phi_{ij}^{(s)}$

Il est admis que l'influence de  $\phi_{ij}^{(s)}$  s'étend à des régions distantes de la paroi de l'ordre de l'échelle intégrale (Bradshaw, 1973). Gibson et Launder (1978) attribuent certains désaccords entre l'expérience et les

prévisions des modèles (tels que ceux notés en c) à l'omission de ce terme et montrent que son introduction permet d'améliorer les prévisions.

A cet égard, si ces corrections semblent justifiées dans l'étude de l'écoulement d'air au dessus du sol qui se comporte comme une paroi rugueuse, les renseignements expérimentaux sur la structure turbulente d'un écoulement d'eau en présence d'une interface libre sont actuellement trop lacunaires pour justifier l'introduction de ce terme.

On notera toutefois que Hossain (1980) cité par Rodi (1980) obtient une bonne description de la structure turbulente d'un écoulement de canal à surface libre en introduisant un terme de paroi (ainsi qu'une modification des conditions aux limites sur l'équation de  $\epsilon$ ). A notre connaissance, c'est cependant le seul auteur qui tente de prendre en compte, l'influence de la surface sur la structure turbulente à travers un tel terme. Ces résultats sont d'ailleurs difficilement généralisables à l'océan où les fluctuations de pression, près de la surface libre, sont dominées par le phénomène des vagues (qui est ici négligé).

### 2.3.1.3. Modélisation des termes de dissipation.

La dissipation visqueuse est effective dans la zone spectrale des grands nombres d'onde, où la turbulence tend vers l'isotropie. Aux grands nombres de Reynolds, la zone de dissipation est bien séparée de la zone de production par la zone inertielle, le processus de dissipation visqueuse pourra être considéré comme isotrope, ce qui permet alors d'écrire :

$$(2.22) \epsilon_{ij} = 2\nu \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}} = \frac{2}{3} \epsilon \delta_{ij} \quad \text{avec} \quad \epsilon = \nu \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}$$

L'approche la plus couramment utilisée, pour modéliser ce terme, dans l'étude de la couche mélangée océanique repose sur la définition d'une échelle de longueur :

$$(2.23) \epsilon = \text{constante} \times k^{3/2} / l$$

La principale difficulté dans cette approche consiste à définir de manière satisfaisante une échelle de longueur représentative de l'ensemble

des divers phénomènes physiques. Ainsi en présence d'une interface, on adoptera :

$$(2.24) \quad l = Kz$$

où  $z$  est la distance à l'interface et  $K$  la constante de Von Karman

Dans la couche mélangée l'expression la plus souvent adoptée est celle proposée par Mellor et Yamada (1974) :

$$(2.25) \quad l_0 = \alpha \frac{\int_{-d}^0 k^{1/2} |z| dz}{\int_{-d}^0 k^{1/2} dz}$$

où  $\alpha$  est une constante et où  $l$  est donc reliée en quelque sorte au barycentre de l'énergie cinétique de la turbulence. Ces expressions sont utilisées dans les cas de stratifications neutres ou instables. Cependant elles paraissent insuffisantes à certains auteurs et ne reproduisent pas la diminution de l'échelle de longueur constatée expérimentalement à l'approche d'une zone stable, ainsi André et al (1978) et Klein (1980) ont utilisé l'expression

$$(2.26) \quad l_s = 0,75 (k / (\beta g \partial T / \partial z))^{1/2}$$

tandis que Garwood (1977) a proposé l'expression :

$$(2.27) \quad l_c = c_1 k / f$$

tenant compte de la rotation de la terre qui peut modifier la géométrie des tourbillons.

Dans le cas général on pourra adopter une interpolation entre ces valeurs, par exemple Klein (1980) :

$$(2.28) \quad \frac{1}{L} = \frac{1}{K|z|} + \frac{1}{l_0} + \frac{1}{l_s} + \frac{1}{l_c} ,$$

ou bien utiliser le minimum entre des valeurs caractéristiques, par exemple André et Al (1978) :

$$(2.29) \quad L = \min (l_b, l_s)$$

où  $l_b = \frac{K|z|}{1 + K|z|/l_0}$  est caractéristique des situations neutres ou instables

Pour se soustraire, quelque peu à la part d'arbitraire inhérente aux formulations précédentes, une autre approche jusqu'ici peu utilisée dans la modélisation des phénomènes géophysiques est employée ici. L'échelle de longueur définie en (2.23) est calculée à partir de l'équation d'évolution d'une quantité égale à  $k^m l^n$ . Le choix le plus naturel est alors  $m=3/2$  et  $n=-1$  qui donne l'équation d'évolution de  $\epsilon$ . Cependant certains auteurs préfèrent utiliser des équations pour des quantités différentes de  $\epsilon$ . Ainsi Mellor et Yamada (1982) utilisent une équation d'évolution pour la quantité  $(kl)$  d'après Rotta (1951) selon l'argument que l'échelle de longueur choisie (qui apparaît non seulement dans la modélisation des termes de dissipation mais aussi dans ceux de diffusion et de presso-déformation) doit être représentative des tourbillons responsables des transferts de quantités de mouvement. Il faut en effet remarquer, que la modélisation des termes de diffusion (§ 2.3.1.1) et de presso-déformation (§ 2.3.1.2) fait intervenir l'échelle de longueur  $k^{3/2}/\epsilon$  (ou l'échelle de temps  $k/\epsilon$ , ce qui est équivalent) qui est donc considérée implicitement comme représentative des phénomènes en question. Or en fait ces phénomènes résident dans une région spectrale distincte de celle qu'occupent les petits tourbillons dissipateurs. De ce point de vue l'utilisation de l'équation d'évolution de  $\epsilon$  pour représenter ces échelles n'est donc pas justifiée. Toutefois l'utilisation des modèles de fermeture en un point repose sur l'hypothèse fondamentale d'un flux énergétique constant à travers le spectre. Cette hypothèse permet alors de n'utiliser qu'une seule échelle pour décrire l'ensemble des zones spectrales et seuls les modèles multiéchelles (Schiestel, 1983) ou spectraux (Jaendel, Brison et Mathieu, 1977) permettent de s'affranchir de cette hypothèse. A cet égard, une fois que cette hypothèse (commune à toutes les fermetures en un point) a été faite, la région spectrale choisie importe peu. Nous utiliserons donc, dans ce travail, pour obtenir cette échelle de longueur, l'équation de transport de  $\epsilon$  qui présente l'avantage d'avoir été testée dans de nombreux écoulements de types divers.



Equation exacte d'évolution de la dissipation.

Elle se déduit des équations d'évolution des fluctuations de vitesse et s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U_k \frac{\partial \epsilon}{\partial x_k} = & \overbrace{-2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_m}{\partial x_l}}^{\text{I}} - \overbrace{2\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_m} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_m}{\partial x_l} \right)}^{\text{II}} - \overbrace{2\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_m} \left( \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \frac{\partial u_l}{\partial x_m} \right)}^{\text{III}} \\
 (2.30) \quad & \overbrace{-\nu \frac{\partial}{\partial x_k} \left( u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \right)}^{\text{IV}} - \overbrace{2\nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_l \partial x_m} u_m \frac{\partial u_i}{\partial x_l}}^{\text{V}} - \overbrace{2 \frac{\nu}{\rho} \left( \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} u_m \right)}^{\text{VI}} - \overbrace{\nu g \beta \frac{\partial x}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}}^{\text{VII}} \\
 & \overbrace{+\nu^2 \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial x_j \partial x_j}}^{\text{VIII}} - \overbrace{2\nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_l \partial x_l} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_m \partial x_m}}^{\text{IX}} - \overbrace{2\nu \epsilon_{ijk} \int \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_k}{\partial x_l}}^{\text{X}}
 \end{aligned}$$

Modélisation des termes de l'équation de  $\epsilon$ .

On peut montrer que les termes II, III, V, VI et VIII sont négligeables au grands nombres de Reynolds.

Les termes de diffusion (terme IV) ont été modélisés par Hanjalic et Launder (1972), l'expression finale retenue s'écrit :

$$(2.31) \quad \overline{u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_i}{\partial x_l}} = -c_e \frac{k}{\epsilon} R_{kl} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_l}$$

La modélisation des termes de production et de dissipation s'effectue en combinant le terme I qui représente une production par étirement des filets tourbillons (mécanisme du "vortex-stretching") dans le champ de déformation fluctuant, avec le terme IX qui s'interprète comme une destruction des gradients de vitesse par viscosité. La somme de ces deux terme s'écrit (Launder, Reece et Rodi, 1975) :

$$(2.32) \quad \text{I} + \text{IX} = -c_{10} \frac{\epsilon}{k} R_{ik} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - c_2 \epsilon \frac{\epsilon}{k}$$

Le terme X représente l'action des forces de Coriolis. En turbulence homogène et isotrope, on a :

$$\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \rightarrow \epsilon \frac{\delta_{ik}}{3}$$

Le terme X est donc nul dans ce cas. En turbulence non-isotrope, on peut comparer ce terme au terme II :

$$2 \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right)$$

f étant petit devant  $\partial U_i / \partial x_k$ , X est négligeable devant II, aux grands nombres de Reynolds on a vu que II était négligé, il s'ensuit que dans tous les cas X reste négligeable.

Reste à modéliser le terme VII qui représente l'action des forces d'Archimède sur la dissipation. A l'heure actuelle, la modélisation de ce terme est assez incertaine, Rodi (1980) utilise l'expression :

$$(2.33) \quad I + VII + IX = c_{4e} \frac{\epsilon}{k} (P + G) \left( 1 - c_{3e} \frac{G}{P} \right)$$

L'application de ce modèle à diverses expériences montre que  $c_{3e}$  est proche de 0 pour les écoulements verticaux et de 1 pour les écoulements horizontaux. Spalding et Svensson (1976) et Marchuk et al (1977) modélisent ce terme par l'expression :

$$(2.34) \quad VII = c_{3e} \frac{\epsilon}{k} \beta g F_{\alpha i} \delta_{i3}$$

Zeman et Lumley (1977) retiennent un terme de la même forme que (2.34).

Pour notre part, nous retiendrons la forme précédente qui est la plus simple. L'influence de ce terme dans l'évolution des mécanismes turbulents dans la couche mélangée sera étudiée au § 5.3.2.

#### Equation modélisée de la dissipation.

Rassemblant les expressions précédentes, on obtient :

$$(2.35) \quad \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U_k \frac{\partial \epsilon}{\partial x_k} = -c_{1e} \frac{\epsilon}{k} R_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - c_{2e} \frac{\epsilon^2}{k} \\ + c_{3e} \frac{\epsilon}{k} \beta g F_{\alpha i} \delta_{i3} + c_e \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{k}{\epsilon} R_{ij} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right)$$

#### 2.3.1.4. Equation modélisée aux tensions de Reynolds.

Remplaçant les différents termes de l'équation (2.1) par leurs expressions modélisées on obtient :

$$(2.36) \quad \frac{dR_{ij}}{dt} = -R_{ik} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - R_{jk} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + g\beta F_{\alpha i} \delta_{j3} + g\beta F_{\alpha j} \delta_{i3} \\ - c_1 \frac{\epsilon}{k} (R_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}) - \gamma (P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij}) - c_3 (G_{ij} - \frac{2}{3} G_1 \delta_{ij}) \\ + c'_s \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{k}{\epsilon} R_{kl} \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_l} \right) - \frac{2}{3} \epsilon \delta_{ij}$$

les termes correspondant à l'effet des forces de Coriolis (terme (f) de 2.1) ayant été négligés, ils sont en effet petits devant les autres termes de 2.36.

L'équation modélisée de l'énergie cinétique de la turbulence se déduit par contraction de (2.36) :

$$(2.37) \quad \frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -R_{il} \frac{\partial U_i}{\partial x_l} + g\beta F_{\alpha i} \delta_{i3} + c'_s \frac{\partial}{\partial x_m} \left( \frac{k}{\epsilon} R_{mn} \frac{\partial k}{\partial x_n} \right) - \epsilon$$

#### 2.3.2. Equations des flux turbulents de chaleur.

La modélisation des équations des flux turbulents de chaleur est moins avancée que celle des tensions de Reynolds. C'est pourquoi, bien souvent les hypothèses appliquées à ces équations seront guidées par la modélisation des tensions de Reynolds. La fermeture des équations des flux turbulents de chaleur implique comme dans le cas des équations aux tensions de Reynolds, la paramétrisation des trois types de termes suivants :

- \* termes de diffusion : moments d'ordre trois et diffusion par la pression.
- \* termes liés aux fluctuations de pression .
- \* terme dissipatif.

2.3.2.1. Modélisation des termes de diffusion.

2.3.2.1.1. Moments d'ordre trois.

De même que pour les tensions de Reynolds, les hypothèses de modélisation sont déduites d'une expression simplifiée de l'équation d'évolution des corrélations triples, qui fait intervenir une approximation de type Millionshtchikov pour les moments d'ordre 4 et une hypothèse de relaxation analogue à (2.9) pour les moments liés aux fluctuations de pression. On obtient alors :

$$(2.38) \quad \overline{u_i u_k \gamma} = -c_\gamma \frac{k}{\epsilon} \left( R_{kl} \frac{\partial \overline{F_{i\gamma}}}{\partial x_l} + R_{il} \frac{\partial \overline{F_{k\gamma}}}{\partial x_l} + F_{jk} \frac{\partial R_{ik}}{\partial x_l} + \overline{u_i u_j u_l} \frac{\partial \overline{\gamma}}{\partial x_l} \right),$$

dont on peut ne retenir que le premier terme :

$$(2.39) \quad \overline{u_i u_k \gamma} = -c_\gamma \frac{k}{\epsilon} \left( R_{kl} \frac{\partial \overline{F_{i\gamma}}}{\partial x_l} \right)$$

2.3.2.1.2. Diffusion par la pression.

De la même manière qu'au § 2.3.1.1.2, ce terme sera négligé.

2.3.2.2. Modélisation des corrélations pression-gradient de température.

La modélisation de ces termes suit la même démarche que celle décrite dans le § 2.3.1.2. Utilisant l'équation de Poisson vérifiée par les fluctuations de pression on obtient l'expression :

$$(2.40) \quad \overline{\frac{p}{\rho} \frac{\partial \gamma}{\partial x_i}} = \phi_{\gamma i}^{(1)} + \phi_{\gamma i}^{(2)} + \phi_{\gamma i}^{(3)} + \phi_{\gamma i}^{(4)} + \phi_{\gamma i}^{(5)}$$

où les  $\phi_{\gamma i}$  sont les analogues des termes  $\phi_{ij}$  de (2.15) .

a) Partie non linéaire.  $\Phi_{i\gamma}^{(1)}$

Ce terme qui représente les interactions turbulence-turbulence est paramétré suivant une idée analogue à celle de Rotta pour  $\Phi_{ij}^{(1)}$  :

$$(2.41) \quad \Phi_{i\gamma}^{(1)} = -C_{\gamma 1} \frac{\epsilon}{k} F_{i\gamma}$$

(Remarquons que ce terme fait intervenir l'échelle de temps  $k/\epsilon$ , la paramétrisation de  $\Phi_{i\gamma}^{(1)}$  devrait aussi faire intervenir le temps caractéristique  $\overline{\gamma}^2/2\epsilon\gamma$ , on suppose donc implicitement que ces échelles sont proportionnelles)

b) Partie linéaire  $\Phi_{i\gamma}^{(2)}$

L'effet du cisaillement du mouvement moyen  $\Phi_{i\gamma}^{(2)}$  est modélisé par l'expression (Launder, 1975) :

$$(2.42) \quad \Phi_{i\gamma}^{(2)} = -C_{\gamma 2} \overline{F}_{m\gamma} \frac{\partial U_i}{\partial x_m}$$

qui est l'équivalent de l'expression (2.17) pour  $\Phi_{ij}^{(2)}$

c) Effet gravitationnel.  $\Phi_{i\gamma}^{(3)}$

On utilisera l'expression proposée par Launder (1977) :

$$(2.43) \quad \Phi_{i\gamma}^{(3)} = -C_{\gamma 3} g \beta \overline{\gamma}^2 \delta_{i3}$$

En choisissant  $C_{\gamma 3} = C_{\gamma 2}$  on pourra alors écrire :

$$(2.44) \quad \Phi_{i\gamma}^{(2)} + \Phi_{i\gamma}^{(3)} = -C_{\gamma 2} (\overline{F}_{m\gamma} \frac{\partial U_i}{\partial x_m} + \beta g \overline{\gamma}^2 \delta_{i3})$$

où le terme entre parenthèses représente le taux de production total (dynamique et thermique) dans l'équation d'évolution de  $F_{i\gamma}$

d) Effet des forces de Coriolis.  $\Phi_{is}^{(w)}$

Il sera négligé en raison des différences des temps caractéristiques de la turbulence et de la rotation de la Terre.

e) Effet des parois.  $\Phi_{is}^{(s)}$

Pour la même raison qu'au § 2.3.1.2. il sera ici négligé.

### 2.3.2.3. Modélisation des termes de dissipation.

Le terme de dissipation  $(\nu + \chi) \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}}$  est nul en turbulence isotrope. Ce terme reste négligeable en turbulence anisotrope aux grands nombres de Reynolds.

### 2.3.2.4. Equation modélisée des flux de chaleur.

L'équation modélisée de transport des flux s'écrit donc en rassemblant les expressions précédemment obtenues (On notera que l'effet des forces de Coriolis a, comme au § 2.3.1.4., été négligé.) :

$$(2.45) \quad \frac{dF_{si}}{dt} = -R_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j} - F_{sj} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + g\beta \bar{\delta}^2 \delta_{i3} - c_{r1} \frac{k}{\epsilon} F_{si} \\ + c_{r2} F_{sj} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - c_{r2} \beta g \bar{\delta}^2 \delta_{i3} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( c_r \frac{k}{\epsilon} R_{kl} \frac{\partial F_{is}}{\partial x_l} \right)$$

### 2.3.3. Equation de la variance des fluctuations de chaleur.

Il nous reste maintenant à fournir une expression pour la variance des fluctuations de chaleur. L'équation exacte d'évolution de la variance

des fluctuations de chaleur s'écrit :

$$(2.46) \quad \frac{\partial \overline{\gamma^2}}{\partial t} + v_j \frac{\partial \overline{\gamma^2}}{\partial x_j} = -2 \overline{F_{\gamma j}} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_j \gamma^2} - 2 \overline{v_j \gamma^2}) - 2 \overline{v_j \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \frac{\partial \gamma}{\partial x_j}}$$

On notera la profonde ressemblance avec l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence. Mises à part les corrélations de pression qui qui n'apparaissent pas ici, on retrouve :

\* Les termes de production par action des gradients moyens :  $\overline{F_{\gamma j}} \frac{\partial T}{\partial x_j}$

\* Les termes de diffusion turbulente,  $\frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_j \gamma^2}$  et moléculaire  $\frac{\partial}{\partial x_j} ( \chi \frac{\partial \gamma^2}{\partial x_j} )$

\* Et les termes de dissipation  $\chi \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \frac{\partial \gamma}{\partial x_j}$

Diverses expressions modélisées de (2.46) ont été proposées et utilisées. Elles font globalement appel aux mêmes techniques que celles utilisées précédemment aux § 2.3.1 et 2.3.2. Suivant Gibson et Launder (1976), nous ferons une hypothèse d'équilibre stricte entre les termes de production et de dissipation :

$$(2.47) \quad P_{\gamma} = - \overline{F_{\gamma j}} \frac{\partial T}{\partial x_j} = \chi \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} = \epsilon_{\gamma}$$

Nous supposons de plus qu'il y a proportionnalité entre l'échelle de temps du champ dynamique et celle du champ thermique, ce qui permet d'écrire :

$$(2.48) \quad \epsilon_{\gamma} = \frac{\epsilon}{k} \frac{\overline{\gamma^2}}{c_{\gamma}}$$

Associée à l'hypothèse d'équilibre  $P_{\gamma} = \epsilon_{\gamma}$  cette relation permet de trouver une expression pour  $\overline{\gamma^2}$  :

$$(2.49) \quad \frac{\epsilon}{k} \frac{\overline{\gamma^2}}{c_{\gamma}} = - \overline{F_{\gamma j}} \frac{\partial T}{\partial x_j}$$

$$\overline{\gamma^2} = - c_{\gamma} \frac{k}{\epsilon} \overline{F_{\gamma j}} \frac{\partial T}{\partial x_j}$$

---

$c'_{\gamma}$  n'est cependant pas une véritable constante et les renseignements expérimentaux accusent une certaine dispersion sur sa valeur, ainsi Beguier, Dekeyser et Launder (1978) indiquent que la valeur de  $c'_{\gamma}$  est proche de 1 pour un certain nombre d'écoulements libres et de parois, Launder (1978) suggère d'autre part, la valeur 2. En ce qui nous concerne nous avons adopté la valeur  $c'=1,6$  d'après Launder (1975) .



2.4. PREMIERE SIMPLIFICATION : LE MODELAGE ALGEBRIQUE DE RODI

Le système d'équations précédent est potentiellement d'une grande généralité et devrait pouvoir représenter les interactions turbulentes en jeu. Il se présente comme un système d'équations qui décrit l'évolution des tensions de Reynolds et des flux turbulents (Eqs 2.36 et 2.45) complété par l'équation 2.35 qui fournit l'échelle de longueur nécessaire pour résoudre le système. Cependant il est d'une mise en oeuvre assez délicate. De plus il nécessite la détermination des conditions aux limites sur les moments d'ordre deux. Or les conditions aux limites concernant les moments d'ordre un sont souvent déterminées avec relativement peu de précision, celles concernant les moments d'ordre deux sont donc a fortiori relativement arbitraires.

Il est alors difficile de justifier l'utilisation de modèles complexes dans de telles conditions. En vue d'applications pratiques, il est alors naturel d'obtenir un modèle plus simple à partir de (2.36-2.45). Diverses démarches de simplification ont été proposées : Launder (1971), Mellor et Yamada (1974), Rodi (1976). Nous reproduisons ici la démarche de Rodi qui nous semble la plus satisfaisante.

2.4.1. Exposé de la méthode.

On fera l'hypothèse suivante :

$$(2.50) \quad \frac{d}{dt} R_{ij} - \text{Diff } R_{ij} = \frac{R_{ij}}{k} \left( \frac{d}{dt} k - \text{Diff } k \right) - \frac{R_{ij}}{k} (P + G - \epsilon)$$

Remarquons que cette hypothèse signifie que les variations temporelles et spatiales du rapport  $R_{ij}/k$  sont lentes par rapport à celles de  $k$ , ce qui est approximativement vérifié dans les écoulement de type couche limite.

Substituant cette expression dans (2.36) on obtient alors l'expression algébrique suivante :

$$(2.51) \quad R_{ij} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} + k \frac{(1-\alpha) \frac{P_{ij} - 2/3 P \delta_{ij}}{\epsilon} + (1-C_3) \frac{G_{ij} - 2/3 G \delta_{ij}}{\epsilon}}{C_1 + \frac{P+G}{\epsilon} - 1}$$

L'hypothèse analogue pour les flux de chaleur est :

$$(2.52) \quad \frac{dF_{xi}}{dt} - \text{Diff } F_{xi} = \frac{F_{xi}}{2k} (P+G-e) + \frac{F_{xi}}{\gamma^2} (P_r - \epsilon_r)$$

Nous avons fait au § 2.3.3. l'hypothèse simplificatrice  $P_r = \epsilon_r$ .

On obtient alors l'expression algébrique suivante pour les flux de chaleur :

$$(2.53) \quad F_{xi} = \frac{k}{\epsilon} \frac{R_{i1} \frac{\partial \Gamma}{\partial x_i} + (1 - C_{2r})(F_{xi} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \beta g \bar{\sigma}^2 \delta_{i3})}{C_{r1} + \frac{1}{2} \left[ \frac{P+G}{\epsilon} - 1 \right]}$$

Ce système présente une simplification considérable par rapport à (2.36-2.45) puisqu'il permet de remplacer ce système d'équations aux dérivées partielles par le système d'équations algébriques (2.51-2.53).

#### 2.4.2. Equations pour des écoulements horizontaux.

##### Equations algébriques.

Compte-tenu de l'hypothèse d'homogénéité horizontale faite au chapitre I le système d'équations (2.51-2.53) prend la forme suivante :

$$(2.54) \quad R_{13} = \frac{k}{\epsilon} \cdot \phi \cdot (-R_{33} \frac{\partial U}{\partial z} + g \beta F_{1r}),$$

$$(2.55) \quad R_{23} = \frac{k}{\epsilon} \cdot \phi \cdot (-R_{33} \frac{\partial V}{\partial z} + g \beta F_{2r}),$$

$$(2.56) \quad R_{33} = \frac{2}{3} k + \phi \cdot \frac{k}{\epsilon} (-P + 2G),$$

$$(2.57) \quad -F_{1r} = \frac{k}{\epsilon} (\phi_r R_{13} \frac{\partial \Gamma}{\partial z} + \phi'_r F_{3r} \frac{\partial U}{\partial z}),$$

$$(2.58) \quad -F_{2r} = \frac{k}{\epsilon} (\phi_r R_{23} \frac{\partial \Gamma}{\partial z} + \phi'_r F_{3r} \frac{\partial V}{\partial z}),$$

$$(2.59) \quad -F_{3r} = \frac{k}{\epsilon} \phi_r R_{33} \frac{\partial \Gamma}{\partial z} + \phi'_r \frac{k^2}{\epsilon^2} \beta g C'_r F_{3r} \frac{\partial \Gamma}{\partial z},$$

avec :  $\phi = \frac{1-r}{C_1 + \frac{P+G}{\epsilon} - 1}$  ;  $\phi_r = \frac{1}{C_{r1} + \frac{1}{2} \left[ \frac{P+G}{\epsilon} - 1 \right]}$  ;  $\phi'_r = (1 - C_{2r}) \phi_r$

et  $P = -R_{13} \frac{\partial U}{\partial z} - R_{23} \frac{\partial V}{\partial z}$

$$G = \beta g F_{3\gamma}$$

Définition des coefficients de diffusion.

L'expression (2.59) peut s'écrire :

$$- \overline{F_{3\gamma}} \left( 1 + \phi'_{\gamma} \frac{k^2}{\epsilon^2} \beta g c'_{\gamma} \frac{\partial \Gamma}{\partial z} \right) = \frac{k}{\epsilon} R_{33} \phi_{\gamma} \frac{\partial \Gamma}{\partial z}$$

soit: (2.60)  $-\overline{F_{3\gamma}} = \frac{k^2}{\epsilon} \gamma \cdot \frac{R_{33}}{k} \frac{\partial \Gamma}{\partial z}$  avec  $\gamma = \frac{\phi_{\gamma}}{1 + \phi'_{\gamma} c'_{\gamma} B}$

où l'on a introduit le paramètre  $B = \beta g \frac{k^2}{\epsilon^2} \frac{\partial \Gamma}{\partial z}$

En ce qui concerne les tensions de Reynolds, on aura de même en introduisant (2.57) dans (2.54)

$$(2.61) R_{13} = \frac{k}{\epsilon} \phi \left( -R_{33} \frac{\partial U}{\partial z} - g \beta \frac{k}{\epsilon} (\phi_{\gamma} R_{13} \frac{\partial \Gamma}{\partial z} + \phi'_{\gamma} F_{3\gamma} \frac{\partial U}{\partial z}) \right)$$

soit

$$(2.62) R_{13} \left( 1 + \phi \phi_{\gamma} \frac{k^2}{\epsilon^2} g \beta \frac{\partial \Gamma}{\partial z} \right) = \frac{k}{\epsilon} \phi \left( -R_{33} - \beta g \frac{k}{\epsilon} \phi'_{\gamma} F_{3\gamma} \right) \frac{\partial U}{\partial z}$$

et en utilisant (2.60)

$$(2.63) R_{13} (1 + \phi \phi_{\gamma} B) = \frac{k}{\epsilon} \phi (-1 + \phi'_{\gamma} B \gamma) R_{33} \frac{\partial U}{\partial z}$$

ce qui donne :

$$(2.64) R_{13} = \theta \frac{R_{33}}{k} \frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial U}{\partial z}$$

et de même

$$(2.65) R_{23} = \theta \frac{R_{33}}{k} \frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial V}{\partial z}$$

avec

$$\theta = \frac{\phi (-1 + \phi'_{\gamma} \gamma B)}{1 + \phi \phi_{\gamma} B}$$

Les expressions (2.60), (2.64) et (2.65) permettent d'introduire les coefficients de diffusion turbulente  $K_m$  et  $K_h$  définis par :

$$\begin{aligned}
 (2.66) \quad -R_{13} &= K_m \frac{\partial U}{\partial z} \\
 -R_{23} &= K_m \frac{\partial V}{\partial z} \\
 -F_{3\gamma} &= K_h \frac{\partial T}{\partial z}
 \end{aligned}$$

dont l'expression est :

$$(2.67) \quad K_m = -\theta \frac{R_{33}}{k} \frac{k^2}{\epsilon}$$

$$K_h = \gamma \frac{R_{33}}{k} \frac{k^2}{\epsilon}$$

les fonctions  $\theta$  et  $\gamma$  ne dépendent que du paramètre de déséquilibre  $P + G / \epsilon$  tandis que  $R_{33} / k$  est une fonction de ce paramètre et du paramètre B. Après quelques calculs, on arrive à :

$$(2.68) \quad R_{33} = \frac{2}{3} k \frac{1 - \phi \frac{P+G}{\epsilon}}{1 + 2\phi\gamma B}$$

Il est alors possible d'obtenir l'expression des coefficients de diffusion sous la forme :

$$\begin{aligned}
 (2.69) \quad K_m &= S_m \frac{k^2}{\epsilon} \\
 K_h &= S_h \frac{k^2}{\epsilon}
 \end{aligned}$$

où  $S_m$  et  $S_h$  sont des fonctions dont la valeur ne dépend que des paramètres  $P+G/\epsilon$  et B. A titre d'illustration la fonction  $S_m$  est représentée sur la figure (2.1). Ces fonctions sont des fonctions

décroissantes de B, ce qui exprime le fait que la diffusivité turbulente décroît avec la stratification. On a également porté sur la figure (2.1) la fonction  $S_m$  issue du modelage algébrique de Mellor et Yamada (1982). On peut vérifier que le modelage de Rodi se traduit par des valeurs plus fortes de la fonction  $S_m$  lorsque  $P+G/\epsilon$  et B croissent. Cependant, pour des écoulements proches de l'équilibre, les valeurs obtenues par les deux modélisations ne sont pas fondamentalement différentes. D'un point de vue purement calculatoire il faut aussi noter que le modelage de Mellor et Yamada permet d'obtenir une expression algébrique explicite des fonctions de stabilité par rapport aux gradients des quantités moyennes (voir Mellor et Yamada 1982, figure 3, p 859), ce qui n'est pas possible avec le modelage de Rodi. Le calcul des coefficients de diffusion s'effectue alors par la résolution d'un système algébrique implicite (voir chapitre III).

-Expression pour le nombre de Prandtl.

Le nombre de Prandtl de la turbulence est défini comme le rapport des coefficients de diffusion turbulente de quantité de mouvement et de chaleur :

$$(2.70) \quad \sigma_T = K_m / K_h$$

Dans le cadre du formalisme de Rodi il se met sous la forme particulièrement simple :

$$(2.71) \quad \sigma_T = K_m / K_h = S_m / S_h = -\theta/2\zeta = \sigma_{T_0} \frac{1 + \phi'_\gamma (c'_\gamma - \phi_\gamma) B}{1 + \phi \phi_\gamma B}$$

où  $\sigma_{T_0} = \frac{\phi}{\phi_\gamma}$  est la valeur limite du nombre de Prandtl lorsque B tend vers 0

-Expression pour les coefficients de diffusion en fonction du nombre de Richardson.

Si d'un point de vue calculatoire le paramètre B est une quantité extrêmement utile son interprétation physique est délicate et l'on est plus habitué à interpréter les résultats en fonction du nombre de Richardson de flux défini par  $R_f = -G/P$ . Après quelques manipulations

algébriques un peu lourdes on arrive aux expressions suivantes :

$$s_h = \frac{2}{3} \phi \gamma \left(1 - \phi \frac{P+G}{\epsilon}\right) - (2\phi \gamma \phi + \phi' \gamma c' \gamma) \cdot \frac{Rf}{1-Rf} \cdot \frac{P+G}{\epsilon}$$

(2.72)

$$s_m = s_h \frac{\phi \left[ \frac{2}{3} \left(1 - \phi \frac{P+G}{\epsilon}\right) - (2\phi + \phi' \gamma) \frac{Rf}{1-Rf} \cdot \frac{P+G}{\epsilon} \right]}{s_h + \phi \phi \gamma \frac{Rf}{1-Rf} \frac{P+G}{\epsilon}}$$

De la même manière, les formules (2.54) à (2.59) donnant les expressions des flux turbulents peuvent s'exprimer en fonction du paramètre de déséquilibre  $P+G/\epsilon$  et du nombre de Richardson  $Rf$ . Par exemple, on obtient pour la variance des fluctuations verticales de vitesse :

$$(2.73) \quad \frac{R_{33}}{k} = \frac{2}{3} \left(1 - \phi \frac{P+G}{\epsilon}\right) - 2 \frac{P+G}{\epsilon} \cdot \phi \cdot \frac{Rf}{1-Rf}$$

Les fonctions de stabilité calculées en fonction du nombre de Richardson et du paramètre de déséquilibre sont portées sur la figure (2.2). Ces figures font apparaître des valeurs critiques du paramètre de déséquilibre et du nombre de Richardson au delà desquels les coefficients de diffusion sont négatifs. Le modelage de Rodi implique donc l'existence de nombre de Richardson critiques au delà desquels la turbulence s'éteint (voir annexe II).

### 2.4.3. Equations finales.

Le modèle issu du modelage algébrique de Rodi consiste donc dans le système d'équations algébriques (2.54) à (2.59). Les valeurs de  $k$  et  $\epsilon$  étant donnée par la résolution des équations aux dérivées partielles suivantes :

$$(2.74) \quad \frac{\partial k}{\partial t} = -R_{13} \frac{\partial U}{\partial z} - R_{23} \frac{\partial V}{\partial z} + g\beta F_{3\sigma} - \epsilon + c'_s \frac{\partial}{\partial z} \left( R_{33} \frac{k}{\epsilon} \frac{\partial k}{\partial z} \right)$$

$$(2.75) \frac{\partial \epsilon}{\partial t} = -c_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} \left( R_{13} \frac{\partial U}{\partial z} + R_{23} \frac{\partial V}{\partial z} \right) + c_{2\epsilon} \frac{\epsilon}{k} g \beta \overline{w' \theta'} - c_{3\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial z} \left( c_{\epsilon} \frac{k}{\epsilon} R_{33} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right)$$

Suivant Gibson et Launder (1976) nous remplacerons les termes  $R_{33}k/\epsilon$  et  $c_{\epsilon}R_{33}k/\epsilon$  apparaissant dans les termes de diffusion par les expressions  $K_m / \sigma_k$  et  $K_m / \sigma_{\epsilon}$  ou  $\sigma_k$  et  $\sigma_{\epsilon}$  sont des constantes numériques. Le système d'équations utilisées est donc finalement :

$$(2.76) \frac{\partial k}{\partial t} = -R_{13} \frac{\partial U}{\partial z} - R_{23} \frac{\partial V}{\partial z} + g \beta \overline{w' \theta'} - \epsilon + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{K_m}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right)$$

$$(2.77) \frac{\partial \epsilon}{\partial t} = -c_{1\epsilon} \left( R_{13} \frac{\partial U}{\partial z} + R_{23} \frac{\partial V}{\partial z} \right) + c_{2\epsilon} \frac{\epsilon}{k} g \beta \overline{w' \theta'} - c_{3\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{K_m}{\sigma_{\epsilon}} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right)$$

## 2.5. SECONDE SIMPLIFICATION : LE MODELE $k \epsilon$

On a vu au paragraphe précédent que le modèle issu du modelage algébrique de Rodi permettait de définir dans le cas des écoulements horizontaux, des coefficients de diffusion  $K_m$  et  $K_h$ . La résolution du système algébrique (2.54) à (2.59) se traduit en fait par une relation fonctionnelle entre ces coefficients, le paramètre de déséquilibre  $P+G/\epsilon$  le nombre de Richardson de flux et le rapport  $k^2/\epsilon$ .

$$(2.78) \quad \begin{aligned} K_m &= S_m(P+G/\epsilon, R_f) k^2/\epsilon \\ K_h &= S_h(P+G/\epsilon, R_f) k^2/\epsilon \end{aligned}$$

Il nous a semblé intéressant de comparer les résultats obtenus par ce modèle avec les résultats obtenus par un modèle  $k \epsilon$ . On peut en effet obtenir une version du modèle  $k \epsilon$  en faisant à partir du modèle issu du modelage de Rodi, les hypothèses simplificatrices suivantes :

$$(2.79) \quad S_m = \text{constante} = C_p$$

$$S_h = C_p / \sigma_T$$

où  $C_p$  est une constante ( $=0.09$ ) et  $\sigma_T$  est le nombre de Prandtl de la turbulence, calculé par la formule (2.71).

Le modèle  $k-\epsilon$  est donc composé du système d'équations (2.76) et (2.77). La résolution du système algébrique (2.54) à (2.59) étant remplacé par le calcul du nombre de Prandtl à partir de la formule :

$$\sigma_T = \sigma_{T_0} \frac{1 + \phi' \delta (C_p' - \phi \delta) B}{1 + \phi \phi \delta B}$$

et la définition des coefficients de diffusion :

$$K_m = C_p \frac{k^2}{\epsilon} \quad (2.80)$$

$$K_h = \frac{C_p}{\sigma_T} \frac{k^2}{\epsilon}$$

### 2.6. TROISIEME SIMPLIFICATION : LE MODELE DE MELLOR ET DURBIN.

Le modèle le plus utilisé, dans l'étude de la couche mélangée océanique est le modèle de Mellor et Durbin.

Il suppose qu'il y a équilibre local strict entre les termes de production et de dissipation :  $P+G=\epsilon$ . Les hypothèses en sont donc (comparer avec les hypothèses (2.50) et (2.52)) :

$$(2.81) \quad \frac{d R_{ij}}{dt} - \text{Diff} R_{ij} = 0$$

$$(2.82) \quad \frac{d F_{si}}{dt} - \text{Diff} F_{si} = 0$$

Le modèle original de Mellor et Durbin utilise la définition algébrique de l'échelle de longueur proposé par Blackadar :

$$l_0 = \alpha \frac{\int_{-d}^0 k^{1/2} |z| dz}{\int_{-d}^0 k^{1/2} dz}$$

De plus, dans l'expression des presso-déformations (cf § 2.3.1.2.), la partie linéaire  $\Phi_{ij}^{(2)}$  est modélisée par l'expression de Crow (1968) :

$$(2.83) \quad \Phi_{ij}^{(2)} = c_e \cdot k \cdot \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

On montre alors que les coefficients de diffusion  $K_m$  et  $K_h$  peuvent



se mettre sous la forme :

$$(2.84) \quad K_m = \tilde{\Sigma}_m (R_f) k^{1/2} l_0$$

$$(2.85) \quad K_h = \tilde{\Sigma}_h (R_f) k^{1/2} l_0$$

L'énergie cinétique de la turbulence étant calculée par l'expression  $P+G = \epsilon$  qui s'écrit ici :

$$(2.86) \quad \text{cte} \cdot \frac{k^{3/2}}{l_0} = K_H \left\{ \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right\} - \beta g K_h \frac{\partial T}{\partial z}$$

En combinant ces expressions on arrive alors à :

$$(2.87) \quad K_m = l_0^2 \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2} \cdot \tilde{\Sigma}_m$$

$$(2.88) \quad K_h = l_0^2 \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2} \cdot \tilde{\Sigma}_h$$

$$\text{où } \tilde{\Sigma}_m = \text{cte} (1 - R_f)^{1/2} \tilde{\Sigma}^{3/2} \quad \text{et} \quad \tilde{\Sigma}_h = \text{cte} (1 - R_f)^{1/2} \tilde{\Sigma}_m^{1/2} \tilde{\Sigma}_h$$

Le modèle obtenu est donc un modèle de longueur de mélange corrigé des effets de la stratification à travers une fonction du nombre de Richardson de flux.

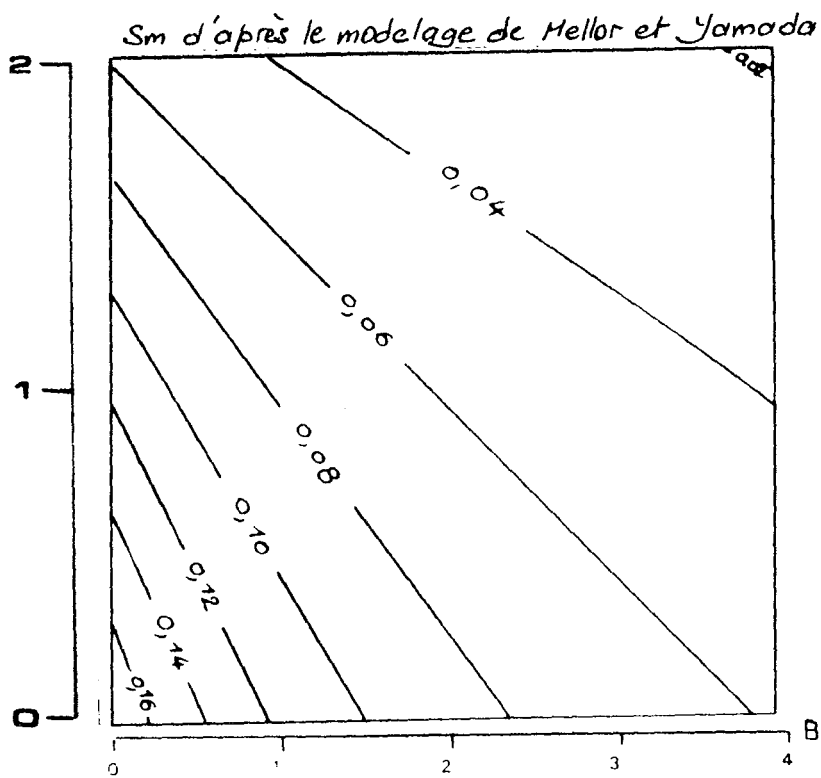
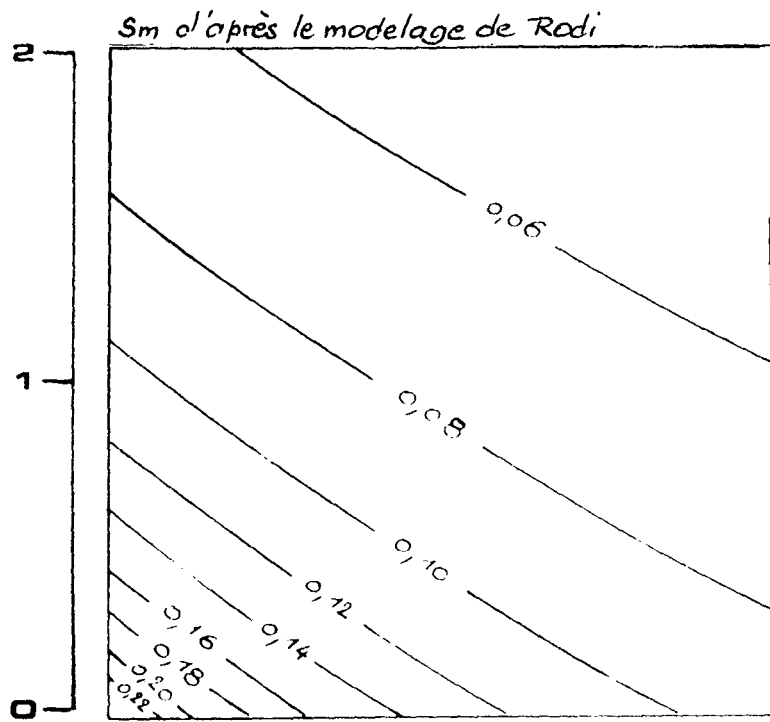
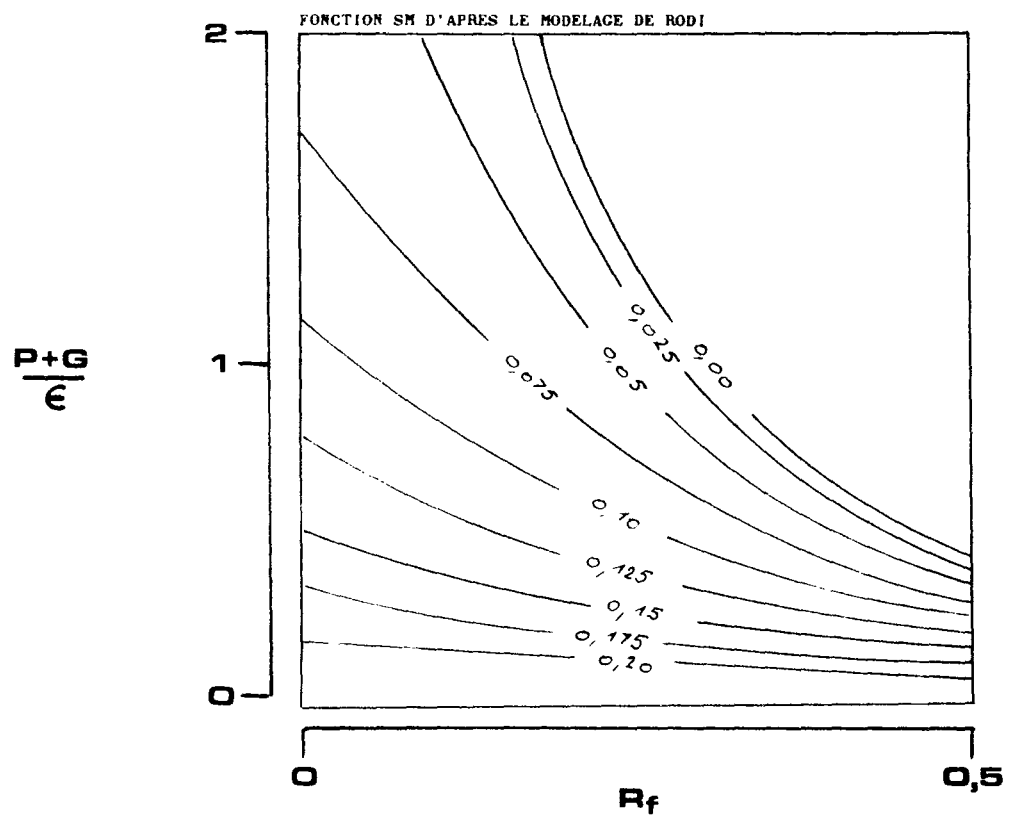
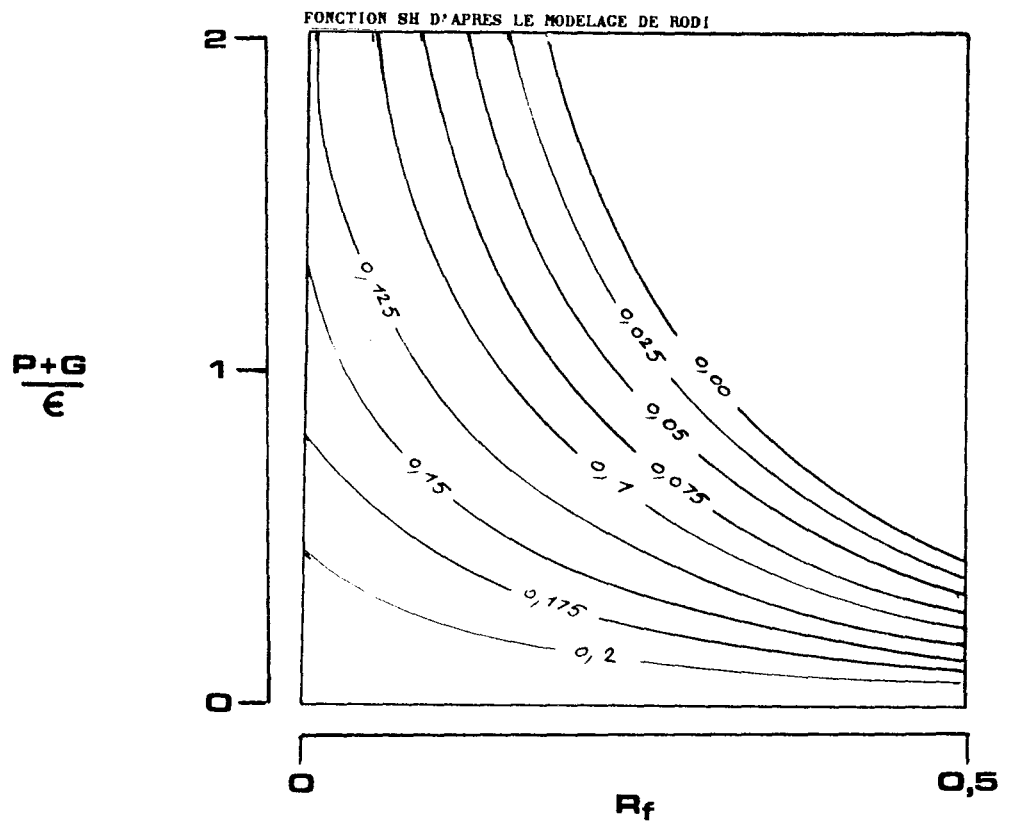


Figure (2.1) Fonction de stabilité  $Sm$  en fonction du déséquilibre et du paramètre  $B$



Figure(2.2) Fonctions  $S_m$  et  $S_h$  en fonction du nombre de Richardson et du paramètre  $(P+G)/\epsilon$ .

## C H A P I T R E III

### METHODES NUMERIQUES UTILISEES

III- METHODES NUMERIQUES.3.1. INTRODUCTION.

Trois modèles différents ont été utilisés dans ce travail, le traitement numérique employé est en grande partie le même pour ces trois modèles. On notera cependant quelques différences dans les méthodes numériques employées suivant que les modèles utilisent des équations de transport ou non pour calculer les coefficients de diffusion turbulente.

Nous avons donc à résoudre un système de cinq équations aux dérivées partielles non-linéaires (seulement trois équations pour le modèle de Mellor et Durbin) assorties éventuellement de la résolution d'un système algébrique non linéaire pour le modèle issu du modelage algébrique de Rodi. Il n'existe dans ce cas, aucun théorème général d'existence et d'unicité de la solution. Les seuls renseignements dont on dispose concernent les systèmes d'équations linéaires. On sera donc souvent contraint de se guider sur les méthodes éprouvées pour les systèmes linéaires afin d'en déduire un schéma numérique satisfaisant.

3.2. POSITION DU PROBLEME NUMERIQUE.

On écrira pour la commodité de l'exposé les deux équations du mouvement sous forme complexe, elles prennent alors la forme :

$$(3.1) \quad \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} (K_m \frac{\partial W}{\partial z}) - i f W$$

avec  $W=U+iV$

Le tableau suivant présente alors les cinq équations réelles des modèles mises sous la forme :

$$(3.2) \quad \frac{\partial}{\partial t}(\phi) = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) - A_{\phi} \phi + S_{\phi}$$

Dans laquelle le terme source est écrit sous la forme  $-A_{\phi} \phi + S_{\phi}$  où  $A_{\phi}$  représente un terme responsable d'oscillations ou d'amortissement.

et  $K_{\phi}$  est un coefficient de diffusion.

On remarquera dans cette formulation, l'écriture des termes sources des équations de  $k$  et  $\epsilon$  (Patankar et Spalding 1967). Cette formulation permet la linéarisation de ces termes. Elle a de plus l'avantage de renforcer la diagonale des matrices du système linéaire issu de la discrétisation.

Tableau I

$\phi$	$K_{\phi}$	$A_{\phi}$	$S_{\phi}$
w	$K_M$	$\rho g$	0
T	$K_H$	0	
k	$K_M / \sigma_k$	$\epsilon / k$	$K_H \left[ \frac{\partial u^2}{\partial z} + \frac{\partial v^2}{\partial z} \right] - K_H \rho g \frac{\partial T}{\partial z}$
$\epsilon$	$K_M / \sigma_{\epsilon}$	$c_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k}$	$c_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} K_H \left[ \frac{\partial u^2}{\partial z} + \frac{\partial v^2}{\partial z} \right] - c_{2\epsilon} \rho g \frac{\epsilon}{k} K_H \frac{\partial T}{\partial z}$

Une condition initiale étant définie à l'instant  $t=0$  par la donnée des profils de  $U$ ,  $V$ ,  $T$ ,  $k$  et  $\epsilon$ , les conditions aux limites complétant le système sont :

En surface

Conditions de type Neumann non-linéaires, les flux sont donnés pour les quantités moyennes :

$$(3.3) \quad K_m \frac{\partial U}{\partial z} = \tau_{sx}$$

$$(3.4) \quad K_m \frac{\partial V}{\partial z} = \tau_{sy}$$

$$(3.5) \quad K_n \frac{\partial T}{\partial z} = H$$

Conditions de Dirichlet pour les quantités turbulentes, on impose les valeurs de  $K$  et  $\epsilon$  près de l'interface :

$$(3.6) \quad k = \frac{u_*^2}{\sqrt{B}}$$

où  $u_*$ , vitesse de friction dans l'eau est égale à  $(\tau_{sx}^2 + \tau_{sy}^2)^{1/4}$

La valeur de la constante  $B$  est issue de la formulation des modèles lorsqu'on suppose qu'un équilibre strict est réalisé immédiatement sous la surface.

$$(3.7) \quad \epsilon = B^{3/4} \frac{k^{3/2}}{\delta}$$

Ces conditions aux limites sont issues de l'analogie entre l'écoulement au voisinage de l'interface air-eau et un écoulement sur paroi, constatée en laboratoire.

Ce sont les conditions aux limites recommandée par Rodi (1980) dans le cas d'un vent fort et utilisée par Mellor. On notera que certains auteurs (Klein, 1980 ; Kundu, 1980) utilisent la condition plus générale :

$$K_m \frac{\partial k}{\partial z} = m u_*^3 \quad (\text{où } m \text{ est une constante})$$

Au fond

Conditions de type Dirichlet pour U, V, T :

$$(3.8) \quad U=V=0$$

$$(3.9) \quad T=T_{\text{fond}}$$

Conditions de type Neumann pour les quantités turbulentes :

$$(3.10) \quad \frac{\partial k}{\partial z} = 0$$

$$(3.11) \quad \frac{\partial \epsilon}{\partial z} = 0$$

La profondeur D est choisie de manière à ce que les influences atmosphériques n'aient plus d'influence sur les couches superficielles de l'océan.

En pratique cette profondeur est fixée à 60 mètres mais des profondeurs de 100 ou 200 mètres ont parfois été utilisées.

Le problème ainsi posé est donc constitué d'un ensemble d'équations non-linéaires de type paraboliques, les équations étant d'ailleurs couplées entre elles. Dans le cas général, on ne peut alors rien affirmer sur l'existence et l'unicité de la solution, la recherche d'un schéma numérique adapté à ce problème ne peut donc être dicté par des considérations théoriques. On est alors contraint de s'appuyer sur l'expérience acquise pour le traitement numérique des équations linéaires. Ainsi dans le cas linéaire où  $K_{\phi}$  et  $A_{\phi}$  sont constants, il est possible d'affirmer l'existence et l'unicité d'une solution de (3.2) à condition que (Lions, 1968) :

$$(3.12) \quad K_{\phi} > 0 \quad \text{et} \quad \text{Re}(A_{\phi}) > 0$$

Ces conditions imposent alors une restriction sur la valeur du



nombre de Richardson de flux (voir annexe II).

### 3.3. DISCRETISATION TEMPORELLE.

En se guidant sur des considérations sur les équations linéaires, on est alors amené à rejeter pour la discrétisation temporelle de l'équation (3.2) un schéma explicite. Le critère de stabilité pour les équations linéaires de type parabolique s'écrit en effet (cf Richtmeyer et Morton 1967) :

$$2K \frac{\Delta t}{\Delta z^2} < 1$$

Ce qui conduit, compte tenu de la valeur des coefficients de diffusion à des pas de temps extrêmement courts.

Retenant un schéma totalement implicite, l'équation (3.2) devient :

$$(3.13) \quad \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_\phi^{n+1} \frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial z} \right) - A_\phi^{n+1} \phi^{n+1} + S_\phi^{n+1}$$

Une discrétisation de ce type est "en théorie" (i.e si les équations étaient linéaires) libre de toutes contraintes sur le pas de temps, elle a cependant certains inconvénients qui sont de deux types :

Dans le cas des équations du mouvement, le terme  $A_\phi$  est constant et égal à  $if$ , l'examen des méthodes de discrétisation de l'équation :

$$(3.14) \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} = -if \phi,$$

effectuée par Kurihara (1965) montre qu'un schéma implicite à la propriété d'amortir les oscillations et en particulier les oscillations d'inertie (ondes de périodes  $2\pi/f$ ) qui sont des solutions physiques du système. (un schéma purement explicite a l'effet inverse). Le terme responsable des oscillations d'inertie est donc discrétisé suivant un schéma de Crank-Nicolson qui respecte l'amplitude des oscillations d'inertie, (mais introduit cependant un léger retard de phase, compte tenu du pas de temps adopté ici, de l'ordre de 60 s, ce retard est d'ailleurs totalement négligeable).

Dans le cas des modèles  $k \in$  et du modelage algébrique de Rodi, les termes  $S_\phi$  et  $A_\phi$  apparaissant dans les équations d'évolution des quantités turbulentes, sont variables, il en est de même des coefficients de diffusion pour toutes les équations. L'utilisation d'un schéma totalement implicite impose la connaissance de ces termes à l'instant  $(n+1)\Delta t$  pour résoudre l'étape  $n+1$ . Il est alors nécessaire de procéder à des itérations internes à chaque pas de temps pour calculer ces termes. Or l'expérience a montré que l'indépendance du résultat par rapport au pas de temps était atteinte en moyenne vers 300 s (pour l'équation de la température, la précision retenue est de l'ordre du millième) l'avantage d'un schéma totalement implicite disparaît dans de telles conditions.

Les équations de la turbulence ont été discrétisées dans le temps en évaluant les termes  $S_\phi$ ,  $A_\phi$  et les coefficients de diffusion au temps  $n\Delta t$ . L'évaluation des coefficients de diffusion en  $\Delta t$  a également été retenue pour les équations du mouvement et de la température.

En définitive, les discrétisations temporelles retenues sont :

Modèles issus du modelage algébrique de Rodi et  $k \in$ .

Equations du mouvement et de la température.

$$(3.15) \quad \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K^n \frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial z} \right) - \frac{1}{2} (A_\phi^{n+1} + A_\phi^n) \phi^{n+1} + S^{n+1}$$

Equations de la turbulence.

$$(3.16) \quad \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K^n \frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial z} \right) - A^n \phi^{n+1} + S^n$$

En fait, compte tenu du pas de temps finalement retenu (de l'ordre de 30 s pour le modèle issu du modelage algébrique de Rodi et de 60 s pour  $k \in$ ) on peut évaluer de manière explicite le terme d'oscillation dans les équations du mouvement sans voir apparaître des instabilités ou une amplification des oscillations liées à ce terme.

Modèle de Mellor et Durbin.

Ce modèle ne retient pas d'équations d'évolution pour calculer les coefficients de diffusion turbulentes. Il n'apparaît donc pas de contraintes sur le pas de temps liées aux équations de  $k$  et  $\epsilon$ . Il est alors possible d'utiliser des pas de temps beaucoup plus grands que précédemment, dans ces conditions l'évaluation des coefficients de diffusion de manière implicite devient avantageuse. Cela impose alors de procéder à des itérations à l'intérieur de chaque pas de temps pour résoudre le problème non-linéaire ainsi posé. La discrétisation temporelle retenue est dans ce cas :

$$(3.17) \quad \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K^{n+1} \frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial z} \right) - \frac{1}{2} (A^{n+1} + A^n) \phi^{n+1} + S^{n+1}$$

3.4. DISCRETISATION SPATIALE.

Ici encore, il nous faudra distinguer entre les modèles utilisant des équations de transport pour le calcul des quantités turbulentes et le modèle de Mellor et Durbin, qui reçoivent des traitements numériques légèrement différents.

3.4.1. Modèles utilisant des équations de transport pour le calcul des flux turbulents.a) Etablissement des équations discrétisées.

La figure 1 représente le maillage utilisé pour le modèle issu du modelage algébrique de Rodi et le modèle  $k-\epsilon$ . Les quantités turbulentes sont évaluées aux points milieux entre les points où sont calculés les quantités moyennes. Les coefficients de diffusion pour  $U$ ,  $V$ , et  $T$  sont alors calculés exactement aux points où ils sont nécessaires, il faut cependant interpoler pour calculer les coefficients de diffusion pour  $k$  et  $\epsilon$ . Le maillage est régulier, le pas  $DZ$  est égal à un mètre.

La discrétisation de la partie spatiale s'effectue alors par la méthode des volumes finis : les équations sont intégrées sur les volumes

de controles représentés par des hachures sur la figure 1.

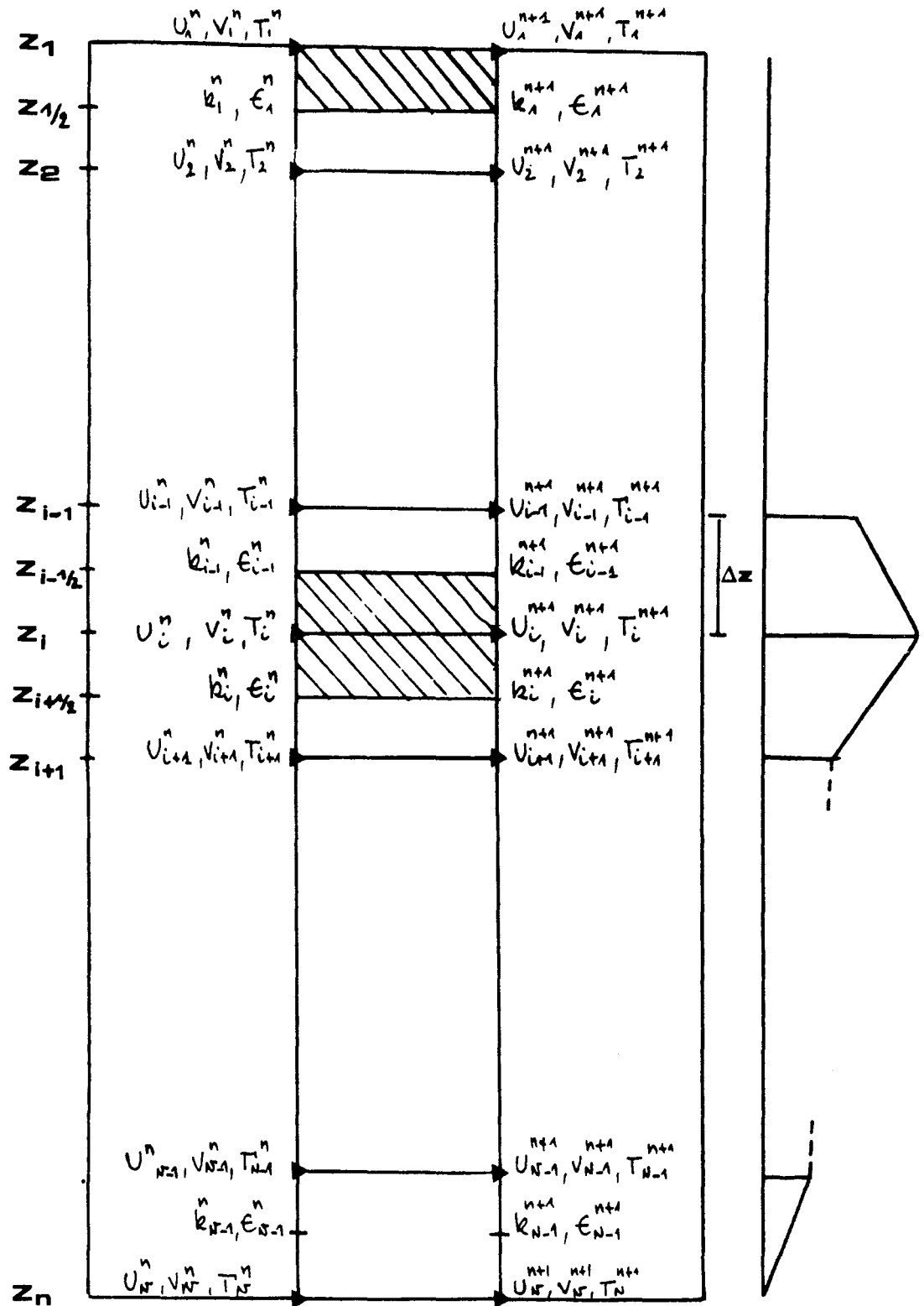


figure 1

On aura alors :

$$(3.18) \int_{i-1/2}^{i+1/2} \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} dz \approx \frac{\Delta z}{\Delta t} (\phi_i^{n+1} - \phi_i^n)$$

$$(3.19) \int_{i-1/2}^{i+1/2} \frac{\partial}{\partial z} (K \phi \frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial z}) dz = K_{\phi}^n|_{i+1/2} \frac{\phi_{i+1}^{n+1} - \phi_i^{n+1}}{\Delta z} - K_{\phi}^n|_{i-1/2} \frac{\phi_i^{n+1} - \phi_{i-1}^{n+1}}{\Delta z}$$

$$(3.20) \int_{i-1/2}^{i+1/2} S_{\phi}^n dz = \Delta z S_{\phi}^n|_i$$

$$\int_{i-1/2}^{i+1/2} A_{\phi}^n \phi^{n+1} dz = \frac{\Delta z}{2} A_{\phi}^n|_i \phi_i^{n+1}$$

(3.21)  $\int_{i-1/2}^{i+1/2} \frac{A_{\phi}^n}{2} (\phi^{n+1} + \phi^n) dz = A_{\phi}^n|_i \Delta z \frac{\phi_i^{n+1} + \phi_i^n}{2}$  } selon qu'un schéma explicite ou de type Crank-Nicolson est requis.

En surface (i=1) l'intégration s'effectue sur un demi-volume de controle ainsi qu'il est indiqué sur la figure 1.

Rassemblant les expressions (3.18) à (3.21) on obtient finalement les équations discrétisées suivantes, dans lesquelles pour alléger l'écriture on a supprimé l'indice n lorsque les quantités concernées sont évaluées en n Δ t :

Equations du mouvement.

i=1.

$$(3.23) (1 + 2K_{M1} \frac{\Delta t}{\Delta z^2}) u_1^{n+1} + (-2K_{M1} \frac{\Delta t}{\Delta z^2}) u_2^{n+1} - \rho \frac{\Delta t}{2} v_1^{n+1} = u_1 + \rho \frac{\Delta t}{2} v_1 + \frac{2\Delta t}{\Delta z} \tau_{sx}$$

$$(3.24) (1 + 2K_{M1} \frac{\Delta t}{\Delta z^2}) v_1^{n+1} + (-2K_{M1} \frac{\Delta t}{\Delta z^2}) v_2^{n+1} + \rho \frac{\Delta t}{2} u_1^{n+1} = v_1 + \rho \frac{\Delta t}{2} u_1 + \frac{2\Delta t}{\Delta z} \tau_{sy}$$

i=2, N-1.

$$(3.25) (-K_{M(i-1)} \frac{\Delta t}{\Delta z^2}) u_{i-1}^{n+1} + (1 + K_{M(i-1)} \frac{\Delta t}{\Delta z^2} + K_{Mi} \frac{\Delta t}{\Delta z^2}) u_i^{n+1} + (-K_{Mi} \frac{\Delta t}{\Delta z^2}) u_{i+1}^{n+1} - \rho \frac{\Delta t}{2} v_i^{n+1} = u_i + \rho \frac{\Delta t}{2} v_i$$

$$(3.26) (-K_{M(i-1)} \frac{\Delta t}{\Delta z^2}) v_{i-1}^{n+1} + (1 + K_{M(i-1)} \frac{\Delta t}{\Delta z^2} + K_{Mi} \frac{\Delta t}{\Delta z^2}) v_i^{n+1} + (-K_{Mi} \frac{\Delta t}{\Delta z^2}) v_{i+1}^{n+1} + \rho \frac{\Delta t}{2} u_i^{n+1} = v_i + \rho \frac{\Delta t}{2} u_i$$

i=N.

$$(3.27) \quad u_N^{n+1} = 0$$

$$(3.28) \quad v_N^{n+1} = 0$$

Equation de l'enthalpie.

i=1.

$$(3.29) \quad \left(1 + 2KH_1 \frac{\Delta t}{\Delta Z^2}\right) T_1^{n+1} + \left(-2KH_1 \frac{\Delta t}{\Delta Z^2}\right) T_2^{n+1} = T_1^* + \frac{2\Delta t}{\Delta Z} H + S_1^{n+1}$$

i=2, N-1.

$$(3.30) \quad \left(-KH_{i-1} \frac{\Delta t}{\Delta Z^2}\right) T_{i-1}^{n+1} + \left(1 + KH_{i-1} \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} + KH_i \frac{\Delta t}{\Delta Z^2}\right) T_i^{n+1} + \left(-KH_i \frac{\Delta t}{\Delta Z^2}\right) T_{i+1}^{n+1} = T_i + S_i^{n+1}$$

i=N.

$$(3.31) \quad T_N = T_{\text{fond}}$$

Equations de l'énergie cinétique de la turbulence.

i=1.

$$(3.32) \quad k_1^{n+1} = \frac{u_*^2}{\sqrt{B}}$$

i=2, N-2.

$$(3.33) \quad \left(-Kk_{i-1} \frac{\Delta t}{\Delta Z^2}\right) k_{i-1}^{n+1} + \left(1 + Kk_{i-1} \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} + Kk_i \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} + \frac{e_i}{k_i}\right) k_i^{n+1} + \left(-Kk_i \frac{\Delta t}{\Delta Z^2}\right) k_{i+1}^{n+1} = k_i + Kk_i \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} \left[ (u_i - u_{i+1})^2 + (v_i - v_{i+1})^2 \right] - Kk_i \frac{\Delta t}{\Delta Z} g\beta (T_i - T_{i+1})$$

i=N-1.

$$(3.34) \quad \left(-Kk_{N-2} \frac{\Delta t}{\Delta Z^2}\right) k_{N-2}^{n+1} + \left(1 + Kk_{N-2} \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} + Kk_{N-1} \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} + \frac{e_{N-1}}{k_{N-1}}\right) k_{N-1}^{n+1} = k_{N-1} + Kk_{N-1} \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} \left[ (u_{N-1} - u_N)^2 + (v_{N-1} - v_N)^2 \right] - Kk_{N-1} \frac{\Delta t}{\Delta Z} g\beta (T_{N-1} - T_N)$$

Equation de la dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence.

i=1.

C H A P I T R E    I V

ETUDE GENERALE DE DEUX CAS-TYPES

$$(3.35) \quad \epsilon_1^{n+1} = 2B^{3/4} \left( \frac{k_1^{n+1}}{\Delta z} \right)^{3/2}$$

i=2, N-2.

$$(3.36) \quad \begin{aligned} & \left( -k_{e,i-1} \frac{\Delta t}{\Delta z^2} \right) \epsilon_{i-2}^{n+1} + \left( 1 + k_{e,i-1} \frac{\Delta t}{\Delta z^2} + k_{e,i} \frac{\Delta t}{\Delta z^2} + c_{2e} \frac{\epsilon_i'}{k_i} \right) \epsilon_i^{n+1} + \left( -k_{e,i} \frac{\Delta t}{\Delta z^2} \right) \epsilon_{i+2}^{n+1} \\ & = \epsilon_i + c_{1e} \frac{\epsilon_i'}{k_i} k_{m,i} \frac{\Delta t}{\Delta z^2} \left[ (u_i - u_{i+1})^2 + (v_i - v_{i+1})^2 \right] - c_{2e} \frac{\epsilon_i'}{k_i} k_{h,i} \frac{\Delta t}{\Delta z} g \beta (T_i - T_{i+1}) \end{aligned}$$

i=N-1.

$$(3.37) \quad \begin{aligned} & \left( -k_{e,N-2} \frac{\Delta t}{\Delta z^2} \right) \epsilon_{N-2}^{n+1} + \left( 1 + k_{e,N-2} \frac{\Delta t}{\Delta z^2} + k_{e,N-1} \frac{\Delta t}{\Delta z^2} \right) \epsilon_{N-1}^{n+1} = \epsilon_{N-1} \\ & + c_{1e} \frac{\epsilon_{N-1}'}{k_{N-1}} k_{m,N-1} \frac{\Delta t}{\Delta z^2} \left[ (u_{N-1} - v_N)^2 + (v_{N-1} - v_N)^2 \right] - c_{2e} \frac{\epsilon_{N-1}'}{k_{N-1}} g \beta \frac{\Delta t}{\Delta z} k_{h,N-1} (T_{N-1} - T_N) \end{aligned}$$

b) Résolution du système obtenu.

Le système (3.23) à (3.37) de 5N-2 équations à 5N-2 inconnues, ainsi obtenu peut se mettre sous la forme matricielle AX=B, les coefficients des matrices A et B se déduisant facilement de (3.23) - (3.37). D'après le mode de discrétisation temporelle choisi, ce système est linéaire. Il est aisé de vérifier que la matrice A est tridiagonale par blocs et à diagonale dominante, la matrice A est donc inversible, le système AX=B est alors résolu par l' algorithme tridiagonal standard (Richmeyer et Morton, 1967)

3.4.2. Modèle de Mellor et Durbin.

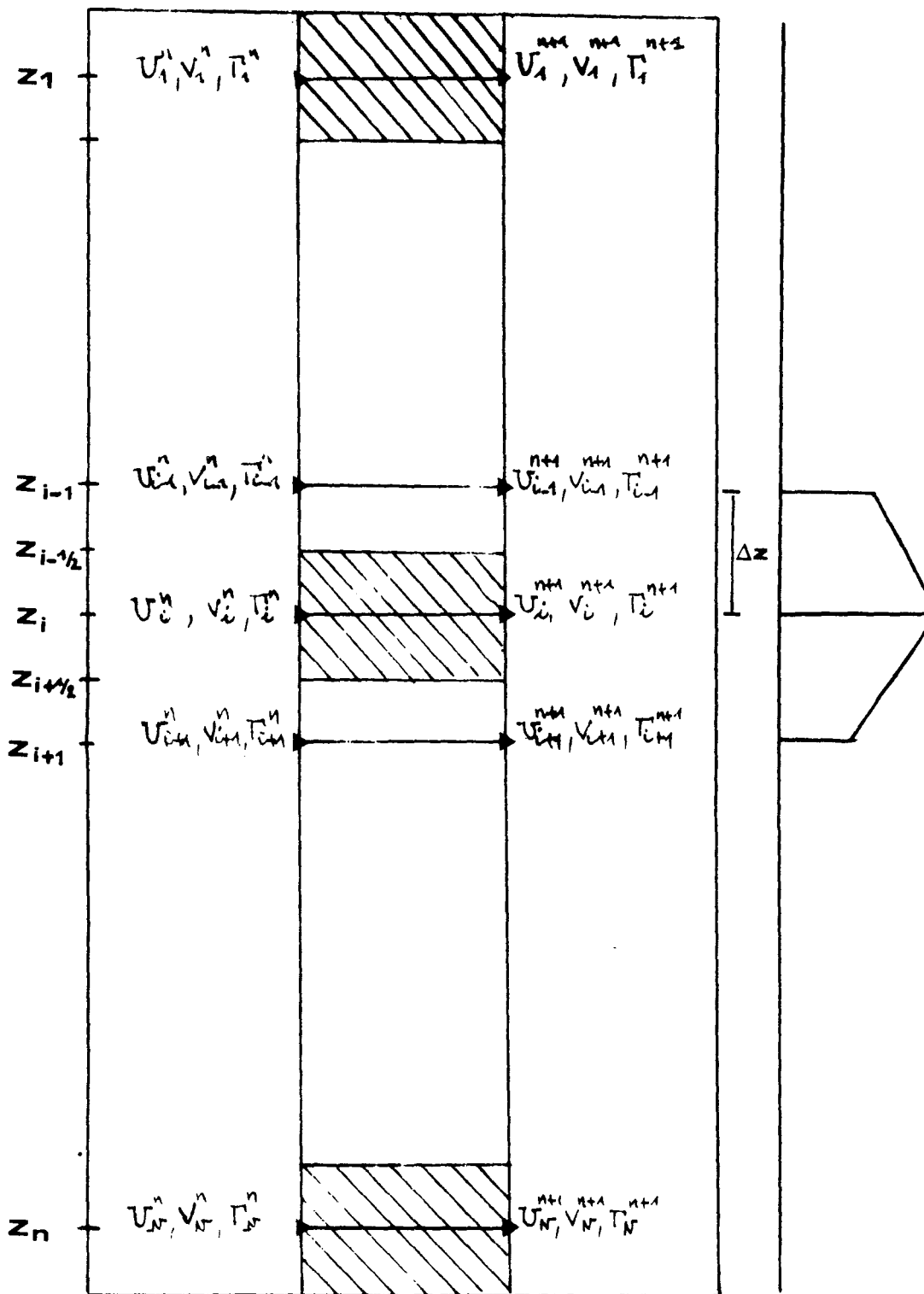
a) Etablissement des équations discrétisées.

Ce modèle n'utilisant pas d'équations de transport pour calculer les coefficients de diffusion turbulente, on a utilisé un maillage spatial légèrement différent du précédent. La figure II représente les notations utilisées pour la discrétisation de ces équations. Par rapport au maillage utilisé précédemment, on a simplement décalé les noeuds où sont évaluées les quantités moyennes, vitesses et température.

$U_i$  dans cette notation représente donc la vitesse moyenne, sur la couche d'épaisseur  $\Delta z$  située entre  $(i-1)\Delta z$  et  $i\Delta z$ .



figure II : maillage utilisé pour le modèle de MELLOR et DURBIN



La même technique d'intégration des équations sur un volume de contrôle d'épaisseur  $\Delta z$  entourant les noeuds qu'3.4.1. ayant été employée on aboutit aux équations :

Equations du mouvement.

i=1.

$$(3.38) \left(1 + \frac{\Delta t}{\Delta z^2} (K_{H1} + \nu)\right) \mu_1^{n+1} + \left(-\frac{\Delta t}{\Delta z^2} (K_{H1} + \nu)\right) \mu_2^{n+1} - \frac{\rho}{2} \Delta t \sigma_1^{n+1} = \mu_1 + \frac{\rho}{2} \sigma_1 \Delta t + \frac{\Delta t}{\Delta z} \tau_{sx}$$

$$(3.39) \sigma_1^n \left(1 + \frac{\Delta t}{\Delta z^2} (K_{H1} + \nu)\right) + \sigma_2^{n+1} \left(-\frac{\Delta t}{\Delta z^2} (K_{H1} + \nu)\right) + \frac{\rho}{2} \Delta t \mu_1^{n+1} = \sigma_1 - \frac{\rho}{2} \Delta t \mu_1 + \frac{\Delta t}{\Delta z} \tau_{sy}$$

i=2, N-1.

$$(3.40) \mu_{i-1}^{n+1} \left(-\frac{\Delta t}{\Delta z^2} (K_{Hi-1} + \nu)\right) + \mu_i^{n+1} \left(1 + \frac{\Delta t}{\Delta z^2} (K_{Hi-1} + K_{Hi} + 2\nu)\right) + \mu_{i+1}^{n+1} \left(-\frac{\Delta t}{\Delta z^2} (K_{Hi+1} + \nu)\right) - \frac{\rho}{2} \Delta t \sigma_i^{n+1} = \mu_i + \frac{\rho}{2} \Delta t \sigma_i$$

$$(3.41) \sigma_{i-1}^{n+1} \left(-\frac{\Delta t}{\Delta z^2} (K_{Hi-1} + \nu)\right) + \sigma_i^{n+1} \left(1 + \frac{\Delta t}{\Delta z^2} (K_{Hi-1} + K_{Hi} + 2\nu)\right) + \sigma_{i+1}^{n+1} \left(-\frac{\Delta t}{\Delta z^2} (K_{Hi+1} + \nu)\right) + \frac{\rho}{2} \Delta t \mu_i^{n+1} = \sigma_i - \frac{\rho}{2} \Delta t \mu_i$$

i=N.

$$(3.42) \mu_N^{n+1} = 0$$

$$(3.43) \sigma_N^{n+1} = 0$$

Equation de l'enthalpie.

i=1.

$$(3.44) T_1^{n+1} \left(1 + \frac{\Delta t}{\Delta z^2} (K_{H1} + \chi)\right) + T_2^{n+1} \left(-\frac{\Delta t}{\Delta z^2} (K_{H1} + \chi)\right) = T_1 + H \frac{\Delta t}{\Delta z} + S_1^{n+1}$$

i=2, N-1.

$$(3.45) T_{i-1}^{n+1} \left(-\frac{\Delta t}{\Delta z^2} (K_{Hi-1} + \chi)\right) + T_i^{n+1} \left(1 + \frac{\Delta t}{\Delta z^2} (K_{Hi-1} + K_{Hi} + 2\chi)\right) + T_{i+1}^{n+1} \left(-\frac{\Delta t}{\Delta z^2} (K_{Hi+1} + \chi)\right) = T_i + S_i^{n+1}$$

i=N.

$$(3.46) T_N^{n+1} = T_{fond}$$

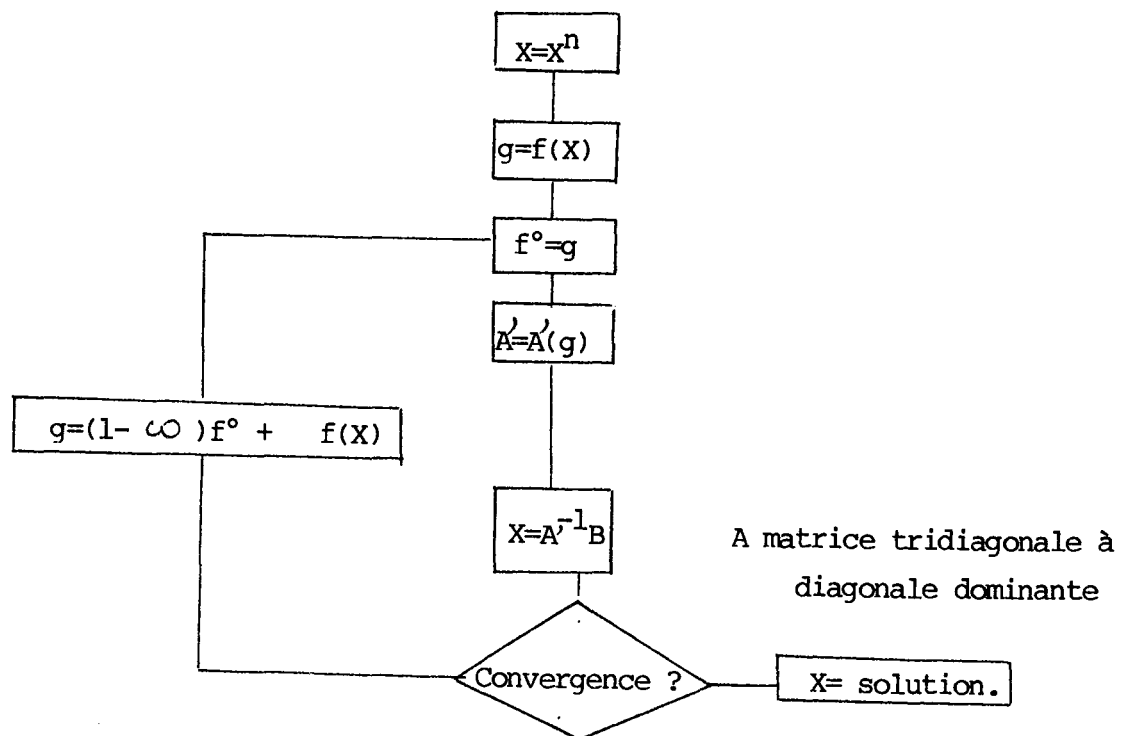
b) Résolution du système obtenu.

La différence essentielle du système (3.38) - (3.46) par rapport au système (3.23) - (3.37) établi pour le modèle  $k \in \mathbb{E}$  et le modèle issu du modelage algébrique de Rodi réside dans le fait que ce système n'est pas linéaire. En effet, le choix effectué dans la discrétisation temporelle d'évaluer les coefficients de diffusion au temps  $(n+1)\Delta t$  entraîne que les coefficients de la matrice issue du système (3.37) - (3.46) dépendent par l'intermédiaire de ces coefficients, de la solution. On a donc à résoudre un système non-linéaire du type :

$$(3.47) \quad A(X)X = B$$

Dans lequel, la matrice A dépend du vecteur  $X = ([U_i], [V_i], [T_i])$  par l'intermédiaire des coefficients de diffusion :  $A(X) = A'(K_m(X), K_h(X))$

Dans le cas présent Klein (1980) a pu montrer que ce système algébrique non linéaire admettait au moins une solution ( on peut simplement montrer que la matrice A est lipschitzienne et non pas contractante, ce qui n'entraîne pas l'unicité de la solution). La résolution de (3.47) s'effectue alors simplement par itérations successives sur les coefficients de diffusion, avec sous-relaxation jusqu'à convergence du procédé. L'algorithme décrivant la résolution de (3.47) s'écrit (en notant  $f$  la fonction qui a X associée  $K_m(X)$  et  $K_h(X)$ , est le paramètre de sous-relaxation) :



### 3.5. CALCUL DES COEFFICIENTS DE DIFFUSION.

Les expressions établies au paragraphe précédent, qui résultent de la discrétisation des équations des modèles font intervenir des coefficients de diffusion.

Il nous reste maintenant à expliciter, le mode de calcul de ces expressions.

#### 3.5.1. Modèle k-ε.

Le calcul s'avère particulièrement simple dans ce cas. Les coefficients de diffusion sont en effet défini de manière analytique. En ce qui concerne les quantités moyennes, l'examen des équations discrétisées (3.23) - (3.31) montre que l'évaluation de ces termes est requise à la frontière des volumes de contrôle. On aura donc simplement :

$$(3.48) \quad \begin{aligned} K_{M_i} &= C_p \frac{k_i^2}{\epsilon_i} \\ K_{H_i} &= \frac{K_{H_i}}{\sigma_{T_i}} \end{aligned}$$

où  $\sigma_{T_i} = \sigma_{T_i}(k_i, \epsilon_i, \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=(i-1/2)\Delta z})$ , le gradient de température étant évalué par :

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=(i-1/2)\Delta z} = \frac{T_i - T_{i+1}}{\Delta z}$$

Les coefficients de diffusion, relatifs aux équations de k et ε sont estimés par :

$$(3.49) \quad \begin{aligned} k_{k_i} &= \frac{K_{M_i} + K_{M_{i+1}}}{2\sigma_k} \\ k_{\epsilon_i} &= \frac{K_{H_i} + K_{H_{i+1}}}{2\sigma_\epsilon} \end{aligned}$$

On notera que l'indice i est relatif à la profondeur  $i\Delta z$  pour  $K_k$  et  $K_\epsilon$  et à la profondeur  $(i-1/2)\Delta z$  pour  $K_m$ .

#### 3.5.2. Modèle issu du modelage algébrique de Rodi.

Dans ce cas, l'expression des coefficients de diffusion est donnée de manière implicite à travers le système algébrique d'équations (2.54) -

(2.59).

On a vu au § 2.4.2 que ce système (non linéaire) permettait d'écrire

$$(3.50) \quad \begin{aligned} K_H &= \theta \frac{R_{33}}{k} \frac{k^2}{\epsilon} \\ K_H &= \psi \frac{R_{33}}{k} \frac{k^2}{\epsilon} \end{aligned}$$

où  $\theta, \psi,$  et  $R_{33}$  sont définis par :

$$(3.51) \quad \begin{aligned} \psi &= \frac{\phi \gamma}{1 + \phi \gamma c \gamma B} \\ \theta &= \frac{\phi(-1 + \phi \gamma \gamma B)}{1 + \phi \phi \gamma B} \\ R_{33} &= \frac{2}{3} k + \phi \frac{k}{\epsilon} (-P + 2G) \end{aligned}$$

$$\text{mais } P = K_m \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right] \text{ et } G = \beta g K_h \frac{\partial T}{\partial z}$$

(3.50) définit donc un système non linéaire de deux équations à deux inconnues  $K_m$  et  $K_h$  :

$$(3.52) \quad \begin{aligned} K_m &= f_1(K_m, K_h) \\ K_h &= f_2(K_m, K_h) \end{aligned}$$

A chaque pas de temps, ce système est alors résolu de manière itérative (avec sous-relaxation), la valeur initiale des coefficients de diffusion étant donnée par le modèle  $k-\epsilon$ .

### 3.5.3. Modèle de Mellor et Durbin.

L'expression des flux turbulents verticaux est dans ce modèle :

$$(3.53) \quad \begin{aligned} R_{13} &= -k^{1/2} \cdot 1.5 \cdot \check{S}_m \frac{\partial U}{\partial z} \\ R_{23} &= -k^{1/2} \cdot 1.5 \cdot \check{S}_m \frac{\partial V}{\partial z} \\ F_{3\gamma} &= -k^{1/2} \cdot 1.5 \cdot \check{S}_h \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \end{aligned}$$

Durbin, 1975) :

$$\begin{aligned} \tilde{S}_n &= 3AC(\gamma_1 - \gamma_2 T) \sqrt{2} \\ (3.54) \quad \tilde{S}_m &= \tilde{S}_n [3A(\gamma_1 - C - 9AT/B_1)] / [\gamma_1 - \gamma_2 T + 3AT/B_1] \end{aligned}$$

où  $T = \frac{R_f}{1 - R_f}$ ,  $\gamma_1 = \frac{1}{3} - (2A/B_1)$ ,  $\gamma_2 = (B_2/B_1) + (6A/B_1)$   
 et  $(A, B_1, B_2, C) = (0,78; 15,0; 8,0; 0,056)$

L'algorithme de calcul des coefficients de diffusion est alors :

\* Calcul du nombre de Richardson de gradient par

$$(3.55) \quad R_1 = \frac{\beta g \frac{\partial T}{\partial z}}{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2}$$

\* Calcul du nombre de Richardson de flux par (Mellor et Durbin, 1975) :

$$(3.56) \quad R_f = 0,725 [R_1 + 0,186 - (R_1^2 - 0,316 R_1 + 0,0346)^{1/2}]$$

\* Calcul des fonctions de stabilité par les expressions (3.54)

\* Calcul de l'énergie cinétique de la turbulence et de la longueur de mélange.

Dans le cadre de ce modèle, les termes de tendance et de diffusion de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence ayant été négligés cette équation s'écrit :

$$(3.58) \quad k^{1/2} l_0 \tilde{S}_m \left[ \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 \right] - \beta g k^{1/2} l_0 \tilde{S}_n \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{k^{3/2}}{\sqrt{2} B_1 l_0}$$

et en introduisant la quantité  $k' = k/l_0$  :

$$(3.59) \quad \tilde{S}_m \left[ \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 \right] - \beta g \tilde{S}_n \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{k'}{\sqrt{2} B_1}$$

Cette expression permet alors le calcul de la longueur de mélange à partir de sa définition :

$$(3.60) \quad l_0 = \alpha \frac{\int_{-d}^0 k^{1/2} |z| dz}{\int_{-d}^0 k^{1/2} dz} = \alpha \frac{\int_{-d}^0 k'^{1/2} |z| dz}{\int_{-d}^0 k'^{1/2} dz}$$

\* Calcul des coefficients de diffusion  $K_m$  et  $K_h$   
d'après les équations de définition.

Les coefficients de diffusion ont pu ainsi être calculés à partir des  
seuls gradients verticaux de  $U, V, T$ .

---

#### IV. ETUDE DE DEUX CAS-TYPES.

##### 4.1. INTRODUCTION.

Les couches marines superficielles situées dans les premières dizaines de mètres sous la surface subissent l'influence directe des mécanismes d'échanges entre l'océan et l'atmosphère : transferts de quantités de mouvement, responsables de la génération des vagues et du vent, transferts de chaleur latente et sensible et transferts radiatifs. Ces divers mécanismes gouvernent l'évolution de la structure thermique et cinématique des couches marines situées au voisinage de l'interface air-mer.

Dans des conditions de vents faibles et de forts ensoleillements, l'absorption du rayonnement solaire par les masses d'eau crée un profil de température correspondant à une répartition stable de densité. Lorsqu'un vent commence à souffler sur la surface de la mer, on assiste à la formation de courants et de vagues qui à leur tour, sont responsable d'une génération de turbulence par le cisaillement du courant moyen ou le déferlement des vagues.

A mesure que le temps passe, la couche turbulente devient de plus en plus épaisse, le fluide non-turbulent sous-jacent étant entraîné à l'intérieur de la couche turbulente. La stratification initiale est alors peu à peu détruite du fait de l'action diffusive de la turbulence et la répartition en densité dans la couche turbulente devient à peu près uniforme. Il se crée alors entre la zone turbulente et les couches sous-jacentes une zone à fort gradient en densité, très stable : la pycnocline. Dans cette zone, le travail des forces d'Archimède tend à transformer l'énergie cinétique de la turbulence en énergie potentielle.



---

L'entraînement des couches d'eau stables à l'intérieur de la couche turbulente est alors limité par l'extinction progressive de la turbulence à l'intérieur de la pycnocline qui en résulte. Un mécanisme supplémentaire, par rapport aux écoulements dans un fluide homogène en densité, (jets ou couches limites par exemple) intervient donc dans la détermination du taux d'entraînement des couches sous-jacentes par le fluide turbulent.

A l'opposé, la réduction du vent qui suit le passage d'une dépression va provoquer l'arrêt de l'érosion de la thermocline et la décroissance du champ turbulent.

L'examen de ces deux cas-types qui est effectué dans ce chapitre donne donc une vue assez large de l'ensemble des processus turbulents qui interviennent sur la structure des couches marines superficielles. La description de ses mécanismes très complexes s'avère très délicate expérimentalement. Suivant une démarche qui a prouvé sa fertilité dans l'étude de la couche limite planétaire, on fait alors appel à des modèles numériques de turbulence pour traiter de tels cas.

#### 4.2. PENETRATION DE LA TURBULENCE DANS UN MILIEU STRATIFIE.

Le cas présenté ici correspond à celui d'un vent correspondant à une tension en surface de  $2.10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$  soufflant brusquement sur un océan initialement stratifié en densité, sans flux de chaleur en surface. L'examen de ce cas permet de juger des caractéristiques de la pénétration de la turbulence dans un milieu initialement stratifié.

Les conditions initiales du problème sont :

$$U(z,0)=V(z,0)=0$$

$$k(z,0)=\epsilon(z,0)=0$$

la stratification initiale de température correspondant à un gradient vertical positif de  $0.05^\circ\text{K/m}$ .

##### 4.2.1. Evolution des structures moyennes et turbulentes de l'écoulement.

Dans ce paragraphe, les résultats sont extraits des simulations réalisées à l'aide du modèle issu du modelage algébrique de Rodi, on verra au paragraphe suivant les différences qu'entraînent l'utilisation des autres modèles décrits aux § 2.5 et 2.6.

La caractéristique la plus évidente de l'évolution du phénomène est la création progressive d'une thermocline (voir fig 4.1 l'évolution du profil de température), le mécanisme de formation de cette zone à fort gradient de température a été succinctement expliqué dans l'introduction.

##### Examen de l'évolution de l'épaisseur de la couche de mélange.

Dans le cas présent l'épaisseur de la couche mélangée (zone où la densité est à peu près uniforme) correspond à l'épaisseur de la couche turbulente, et à l'épaisseur de la couche mise en mouvement par le vent

car le mélange des couches d'eau est une conséquence directe de l'action diffusive de la turbulence. Notons que dans le cas général, il n'y a pas équivalence entre zone turbulente et couche mélangée, nous en verrons un exemple au paragraphe 4.3.

On a défini arbitrairement la profondeur de la couche mélangée comme la profondeur où la norme de la vitesse devient inférieure à  $2 \cdot 10^{-3}$  m/s. L'évolution de cette profondeur est représentée sur la figure (4.2) dans les premières heures suivant le début du coup de vent. La figure (4.2) fait apparaître une loi de variation de l'épaisseur de la couche mélangée en  $t^{1/2}$  en accord avec les données expérimentales de Caulliez et al, 1979. Cette loi demeure approximativement valide durant 5 ou 6 heures. L'existence d'une loi d'évolution de l'épaisseur de la couche mélangée en  $t^{1/2}$ , peut d'ailleurs être retrouvée à partir d'hypothèses de similitude lorsque l'épaisseur de la couche de mélange est définie par un nombre de Richardson critique (Kundu, 1981). La validité de cette loi est cependant limitée aux premières heures, après cette période la formation d'une thermocline bien marquée, zone stable inhibant les échanges turbulents, conduit à une réduction du taux de pénétration du mouvement à l'intérieur des couches d'eau. A ce premier phénomène s'ajoute la présence de la rotation induite par la force de Coriolis. La figure (4.3) présente l'évolution de l'épaisseur de la couche mise en mouvement par le vent en présence ou en l'absence de la force de Coriolis. On constate que son influence commence à devenir très sensible à partir de 6 heures, ce qui correspond approximativement au tiers d'une période de Coriolis. Ces deux effets conduisent alors à une variation de l'épaisseur de la couche mélangée approximativement en  $t^{1/3}$  jusqu'à 12 heures. Le taux d'entraînement continue ensuite à décroître comme on peut le constater sur la figure (4.4) qui présente l'évolution de l'épaisseur de la couche mélangée sur 72 heures ( $\simeq$  4 périodes d'inertie). Au bout de 2 périodes d'inertie ( $\simeq$  36 heures) la loi de variation n'est plus qu'en  $t^{1/5}$ . La pénétration du mouvement n'est d'ailleurs pas régulière comme on peut le constater sur les figures (4.4) ou (4.5) mais traduit la présence d'oscillations de période  $2 \pi / f$ . Le taux d'entraînement est ainsi réduit après  $(4n+3) \pi / 2f$  et accéléré après  $(4n+1) \pi / 2f$ .

Sur la figure (4.5) ont également été portés les résultats de deux modèles "intégraux" décrivant la réponse d'une couche initialement stratifiée à l'action d'un coup de vent. Les paramètres de ce problème sont  $u_*$  la vitesse de frottement correspondant à la tension exercée par le vent en surface,  $f$  le paramètre de Coriolis et  $N$  la fréquence de Brunt Vaisala définie par :

$$N^2 = \beta g \frac{\partial \Gamma}{\partial z}$$

Le problème possède donc deux échelles de temps caractéristiques ce qui peut faire apparaître des régimes d'évolution différents. La ligne pleine représente la formule proposée par Phillips (1977) :

$$(4.1) \quad h = 0.9 \frac{u_*}{f^{2/3} N^{1/3}} \left( 2 - 3 \cos \frac{1}{2} ft + \cos^3 \frac{1}{2} ft \right)^{1/6}$$

la ligne pointillée est la formule de Pollard, Rhines et Thompson (1973) :

$$(4.2) \quad h = 2^{1/4} \left( \frac{u_*^2}{N^2} \right)^{1/2} (t N)^{1/2}$$

L'accord entre les résultats du modèle numérique et ces théories apparaît assez satisfaisant du moins en ce qui concerne les premières heures du développement de la couche mélangée. En fait la variation calculée par le modèle de l'épaisseur de la couche mélangée est dans les premières heures proportionnelle à  $t^{1/2}$ . Le coefficient de proportionnalité évalué d'après la figure (4.2) est égal à 0,1650 alors que la formule de Pollard, Rhines et Thompson indique dans le cas présent la valeur 0,1707, l'accord entre les modèles est donc excellent. En ce qui concerne le modèle de Phillips Le développement en série de la formule (4.1) conduit pour  $ft$  petit à une variation proportionnelle à  $t^{2/3}$  :

$$(4.3) \quad h = 0,5404 u_* N^{1/3} t^{2/3}$$

Les résultats sont donc nécessairement très proches au début du développement de la couche mélangée. Par contre, lorsque  $t$  augmente les résultats obtenus par le modèle indiquent que l'influence de l'accélération de Coriolis devient nette à partir de  $t \simeq 2\pi/3f$  et réduit de manière très sensible le taux d'entraînement. Cette influence de la rotation, n'apparaît pas dans le modèle de Pollard, Rhines et Thompson

avant une demi-période d'inertie (et à ce moment elle intervient de manière plutôt brutale), le très bon accord entre les résultats de Pollard Rhines et Thompson et le modèle numérique semble donc limité aux premières heures après le début du coup de vent. Il en est de même avec la théorie de Phillips du fait de la loi d'évolution en puissance différente de celle prévues par le modèle.

En 1977 Niiler et Kraus ont présenté ce que l'on peut considérer comme une synthèse d'un certain nombre de modèles intégraux. Leur modèle possède trois paramètres ajustables (désignés par les lettres m, n et s) et permet selon les valeurs attribuées à ces paramètres de retrouver différents modèles à couche homogène. Comme dans tous les modèles de type intégral, on fait l'hypothèse que les diffusivités turbulentes de quantité de mouvement et de chaleur sont tellement fortes dans la couche de mélange que les profils de vitesse et de température sont verticalement homogènes dans cette zone puis présentent une discontinuité au bas de la couche mélangée. Cette hypothèse permet d'intégrer les équations du mouvement et de la température sur la profondeur de la couche de mélange. Le système d'équation ainsi obtenu est alors fermé par la paramétrisation de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence intégrée sur l'épaisseur de la couche mélangée. La paramétrisation de cette équation fait intervenir un découpage de la couche mélangée en trois zones :

---


$$P + \text{Diff} = \epsilon - G$$

Une couche de surface, siège d'une production dynamique de turbulence par cisaillement et qui reçoit un flux d'énergie cinétique de la turbulence du au déferlement des vagues.

---


$$\text{Diff} = \epsilon - G$$

Une couche centrale dans laquelle la production dynamique de turbulence est jugée négligeable.

---


$$P = \epsilon - G$$

Une couche située à l'interface entre le milieu turbulent et les couches sous-jacentes dans laquelle la diffusion est négligée.

La paramétrisation qui en résulte permet alors d'identifier différents régimes d'évolution de la couche de mélange. Le tableau suivant présente les résultats obtenus par ce modèle comparés avec les résultats du modèle numériques.

temps de transition entre les régimes	$N^{-1}(\sqrt{2n})^{-1}$	$N^{-1}(10n^2s^{-1/2})$	$t^{1/5}$
	59 s	1h 22 min	9 h
profondeur N-K	2,06 m	13,06 m	19 m
profondeur calculée		11 m	27 m
régime d'évolution en fonction du temps N-K	$t$	$t^{1/3}$	$t^{1/3}$
régime calculé d'évolution en fonction du temps		$t^{1/2} \rightarrow t^{1/3}$	$t^{1/3} \rightarrow t^{1/5}$

Dans ce tableau, la valeur des paramètres  $m$  et  $s$  a été fixée à  $m=1,25$  et  $n=0,7$  d'après Niiler et Kraus (1977). Bien que la valeur de ces paramètres accuse une dispersion considérable suivant les auteurs, il est évident qu'il y a incompatibilité entre les résultats de ce type de modèle et le modèle de turbulence que l'on a utilisé. En effet l'importance relative des différents mécanismes turbulents dans la couche mélangée telle qu'elle est décrite par le modèle de turbulence ne correspond pas à celle qui est décrite dans le modèle de Niiler et Kraus et en fait la paramétrisation de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence dans le modèle de Niiler et Kraus repose sur un certain nombre d'hypothèses qui au vu des résultats du modèle numérique paraissent érronées. On verra plus bas, quelle importance le modèle assigne aux différents mécanismes en présence, ce qui nous permettra de comprendre pourquoi l'évolution de la couche mélangée prévue par le modèle de Niiler et Kraus n'est pas confirmée par le modèle de turbulence utilisé ici.

Champ de vitesse.

Les profils verticaux du courant sont représentés figure (4.6). On remarque sur ces profils la pénétration progressive du mouvement à l'intérieur des couches d'eau. Ces profils accusent une quasi-périodicité qui traduit la présence d'oscillations d'inertie générées par le coup de vent. On examinera plus en détail l'influence de ces oscillations dans le chapitre VI. Deux zones d'intense cisaillement sont perceptibles sur la figure (4.6) ainsi que sur la figure (4.7) représentant le module du courant. La première est située sous la surface, l'écoulement ayant dans cette zone un comportement proche de celui d'une couche limite sur paroi, ce fait est bien confirmé par les mesures expérimentales (Jin Wu, 1975, Jones et Kenney, 1977, Howe, Chambers et Street, 1979). La seconde située au bas de la couche mélangée correspond à l'effet de blocage des transferts de quantité de mouvements dû à la présence de la thermocline et à l'extinction rapide de la diffusivité turbulente qui en découle. Ces zones siège d'un fort cisaillement correspondent donc aux couches interfaciales de Niiler et Kraus, cependant comme on va le voir l'importance des mécanismes turbulents qui résultent de leur présence ne correspond pas à celle qui est décrite dans le modèle de Niiler et Kraus.

Examen des termes du bilan de l'énergie cinétique de la turbulence.

Au début du coup de vent les couches d'eau sont stratifiées en densité. A mesure que le mouvement (et la turbulence) progressent vers l'intérieur de la couche mélangée, cette stratification est détruite, ce qui se traduit par un accroissement de l'énergie potentielle du système. Dans ce paragraphe on va s'intéresser aux mécanismes responsables de ces transferts d'énergie. On se referera à l'équation classique d'évolution de l'énergie cinétique de la turbulence :

$$(4.4) \quad \frac{\partial k}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} (\overline{k w} + \overline{p w}) - R_{13} \frac{\partial U}{\partial z} - R_{23} \frac{\partial V}{\partial z} + \beta g F_{3x} - \epsilon$$

Les profils verticaux des termes de cette équation sont représentés à différentes heures sur les figures (4.8) et (4.9) dans lesquelles les

termes de stockage  $S = -\frac{\partial k}{\partial t}$ , de diffusion  $\text{Diff} = -\frac{\partial}{\partial z}(\overline{kw})$  et de production gravitationnelle  $G$  ont été multipliés par 10 afin de faire apparaître leurs variations. Il est évident, que les termes dominants dans l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence sont les termes de production dynamique  $M = -R_{13}\frac{\partial U}{\partial z} - R_{23}\frac{\partial V}{\partial z}$  et de dissipation  $\epsilon$ . Ils s'équilibrent pratiquement sur l'épaisseur de la couche mélangée et apparaissent supérieurs à tous les autres termes. Le présent calcul ne corrobore donc pas l'idée de Niiler et Kraus (1977) sous-jacente dans beaucoup de modèles intégraux selon laquelle le terme de production dynamique est négligeable au sein de la couche mélangée. En fait comme le confirme la figure (4.10) qui présente le profil vertical du terme  $((\frac{\partial U_m}{\partial z})^2 + (\frac{\partial V_m}{\partial z})^2)^{1/2}$ , où  $U_m$  et  $V_m$  sont les composantes de la vitesse moyenné sur une période d'inertie, le cisaillement des couches d'eau est négligeable en dehors de la zone de surface et du bas de la couche mélangée. Cela ne signifie cependant pas que la production d'énergie cinétique de la turbulence à l'intérieur de la couche mélangée soit négligeable par rapport à celle qui se développe au bas de la couche mélangée car la production de l'énergie cinétique de la turbulence est reliée non seulement au cisaillement mais aussi au niveau de turbulence présent dans le milieu. Or comme on peut le constater sur la figure (4.11) qui représente le profil vertical de l'énergie cinétique de la turbulence à différentes heures, l'énergie cinétique de la turbulence décroît à partir de la surface, et à la frontière de la couche mélangée le niveau de turbulence est faible par rapport à celui qui existe au sein de la couche mélangée. En définitive il en résulte que la production d'énergie cinétique de la turbulence qui apparaît par suite du la présence d'un fort gradient de vitesse à la frontière de la couche mélangée est comparable et même inférieure à celle qui résulte du faible cisaillement des couches d'eau au sein de la couche mélangée. On notera aussi sur la figure (4.11) un renforcement du profil de l'énergie cinétique de la turbulence au niveau du bas de la couche mélangée qui correspond au léger renforcement du terme de production dynamique qui apparaît à ce niveau dans les figures (4.8) et (4.9).

Le terme gravitationnel  $G$  toujours négatif traduit une transformation de l'énergie cinétique de la turbulence en énergie



potentielle. Le flux de chaleur ( $G = \beta g \overline{F_{3r}}$ ) présente une amplitude maximale au bas de la couche mélangée, au dessus de ce maximum les masses d'eau se refroidissent car on a  $-\frac{\partial}{\partial z} (\overline{F_{3r}}) < 0$  (voir l'équation A1-32) tandis qu'en dessous elles se réchauffent :  $-\frac{\partial}{\partial z} (\overline{F_{3r}}) > 0$ , ce qui correspond au mécanisme d'approfondissement de la thermocline : en effet au cours de l'épaississement de la couche mélangée, les masses d'eau déjà mélangées se refroidissent tandis que celles situées dans la thermocline se réchauffent du fait de l'érosion de celle-ci.

Le terme de diffusion a une amplitude comparable à celle du terme de destruction gravitationnelle. Il est d'abord négatif dans la première dizaine de mètres sous la surface avant de devenir positif au sein de la couche de mélange. Il traduit donc un transport d'énergie cinétique de la turbulence depuis les couches situées sous la surface jusqu'au sein de la couche de mélange. Ce terme est généralement plus petit que les termes de production gravitationnelle et de dissipation. Il croît au sein de la couche mélangée et atteint un maximum vers la frontière inférieure de celle-ci où il devient comparable au terme de production dynamique avant de décroître ensuite dans la thermocline. Kundu (1980) trouve que ce terme ne participe pas à l'érosion de la thermocline car il devient négligeable dans cette région. Si ce dernier fait est bien confirmé par ce calcul, notre conclusion regardant le rôle du terme de diffusion dans le mécanisme d'approfondissement de la thermocline est cependant beaucoup plus nuancée. Nous renvoyons le lecteur au paragraphe 5.1 pour une discussion de ce point.

#### Bilan intégré de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence.

L'équation de l'énergie cinétique de la turbulence reflète les transferts et transformations d'énergie de diverses natures qui apparaissent au sein des masses d'eau. Le bilan intégré de l'énergie cinétique de la turbulence permet alors de traduire l'action du vent sur les couches d'eau en termes de transfert global d'énergie et notamment de juger de l'importance de la transformation d'énergie mécanique en énergie potentielle.

L'évolution des différents termes de l'équation intégrée de l'énergie cinétique de la turbulence adimensionnés par  $u_*^3$  est représentée sur la figure (4.12). On observe d'abord un accroissement général des termes qui atteignent un maximum vers  $t = 2\pi/3f$ . Après une période d'inertie, les termes de production dynamique et de dissipation semblent se stabiliser tandis que le terme gravitationnel  $G = \int_{-d}^0 \beta g F_3 r dz$  égal à la variation de l'énergie potentielle du système continue à décroître lentement. Dans la première période d'inertie, ce terme atteint un maximum approximativement égal à  $1,05u_*^3$ . Rappelons que dans les modèles intégraux le taux d'accroissement de l'énergie potentielle due à l'érosion de la thermocline est habituellement supposé être de l'ordre de 1 à  $1,2 u_*^3$  (Kraus et Turner, 1967, Niiler, 1975). Dans le présent calcul l'accroissement de l'énergie potentielle du système continue à décroître après une période d'inertie et atteint des valeurs de l'ordre de  $0,25u_*^3$ . Le taux de transfert en énergie potentielle d'après le modèle de Pollard, Rhines et Thompson a aussi été porté sur la figure (4.12). On constate qu'il est plus important durant la phase initiale d'approfondissement que ne l'indiquent les résultats du modèle de turbulence, ce qui est en accord avec la profondeur plus importante atteinte par la thermocline dans le modèle de Pollard, Rhines et Thompson que dans le modèle numérique (voir figure 4.5)

#### Comparaison avec les mesures expérimentales du taux de dissipation.

Les mesures directes de la structure turbulente de la couche mélangée sont très rares, en raison de l'extrême complexité des mécanismes expérimentaux nécessaires et des difficultés de la réalisation des mesures en mer. On possède toutefois un certain nombre de données concernant le taux de dissipation. Les valeurs disponibles présentent cependant une grande dispersion qui est due à la grande variété des conditions expérimentales et à tous les phénomènes parasitant les mesures (vagues, courant de marée ...etc...).

La figure (4.13) présente quelques unes de ces mesures comparées aux

résultats du modèle lorsque la vitesse du vent est de 10 m/s. On constate que les ordres de grandeurs des mesures expérimentales sont en accord avec les résultats obtenus par le calcul. Il est difficile d'en dire plus compte-tenu de la grande variété des conditions expérimentales qui sont précisées (lorsqu'elles sont connues) dans le tableau ci-dessous. On verra de plus au paragraphe suivant que le profil vertical de la dissipation peut être différent de celui reporté sur la figure (4.13) lorsque les conditions météorologiques sont différentes de celles envisagées ici. Remarquons cependant que les résultats de Dillon et Cadwell (1980) qui n'indiquent aucune diminution appréciable de la dissipation dans la thermocline sont difficilement interprétables dans le cadre des modèles envisagés ici.

Conditions expérimentales.

AUTEURS	profondeur de la thermocline	vitesse du vent
Dillon et Cadwell 1980	30 m	5,5m/s et 15,5m/s
Dillon et Powell 1976	18 m	0,5 - 8 m/s
" " "	27 m	?
Stewart et Grant 1962		
Grant et al 1968	50 m	
Palmer 1973	?	faible

La dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence intégrée sur l'épaisseur de la couche de mélange a été mesurée par Oakey et Elliot (1979) et Oakey (1980). Ces auteurs ont trouvés une forte corrélation entre la dissipation et le cube de la vitesse du vent. Nos résultats

montrent que le taux de dissipation intégré peut s'écrire approximativement  $\overline{\epsilon} = 6,1 u_*^3$ . En utilisant une valeur moyenne du coefficient de frottement de  $1,5 \cdot 10^{-3}$  ce résultat peut s'écrire en fonction de la vitesse du vent :

$$\overline{\epsilon} = 1,12 \cdot 10^{-8} u_{10}^3$$

Ce résultat est reporté sur la figure (4.14) reprenant les résultats de Oakey (1980) et de Oakey et Elliot (1979). L'accord avec les données expérimentales est satisfaisant. On donne ci-dessous la valeur de ce terme obtenu par différents auteurs utilisant d'autres modèles de turbulence (noter que  $\overline{\epsilon}$  dépend de  $u_*$  mais aussi de  $N$  et de  $f$  ce qui peut expliquer une partie des différences obtenues puisque les paramètres  $N$  et  $f$  n'étaient pas obligatoirement les mêmes dans les travaux cités)

Mellor et Durbin (1975)	$\overline{\epsilon}/u_*^3=8,5$
(d'après Warn-Varnas et Martin)	
Warn-Varnas et Martin (1980)	" =6
Kundu (1980)	" =4,4
Klein (1980) avec $K_m dk/dz = 0$	" = 7
Klein (1980) avec $K_m dk/dz = 10 u_*^3$	" = 12,6

#### 4.2.2. Comparaison avec les expériences de Kato et Phillips.

L'expérience de Kato et Phillips (1969) correspond approximativement à la situation envisagée précédemment. Dans cette expérience, un fluide initialement stratifié en densité par un gradient vertical constant de salinité, est mis en mouvement dans un canal de section rectangulaire, sous l'action d'un plateau tournant. Après la mise en mouvement du système on impose au frottement exercé en surface de rester constant au cours du temps. Pour éviter le courant de retour, qui se développerait dans un canal fermé, l'expérience s'est déroulée dans un canal annulaire. Le rayon de l'anneau est suffisamment grand pour que les effets de courbure puissent être négligés. La pénétration de la turbulence dans le milieu initialement au repos a été visualisée à l'aide d'un traceur. Malheureusement aucune mesure de vitesse ou de densité n'a été faite.

Dans ce problème, la force de Coriolis étant absente, les paramètres décrivant l'évolution du système sont la stratification initiale  $(\partial\rho/\partial z)_0$  et la vitesse de frottement  $u_*$ . La vitesse d'entraînement est alors uniquement une fonction de  $u_*$ , de  $(\partial\rho/\partial z)_0$  et de la profondeur  $h$  de la couche mélangée. A partir de considérations dimensionnelles, on peut alors écrire :

$$(4.1) \quad \frac{1}{u_*} \frac{\partial h}{\partial t} = f \left( g \frac{(\partial\rho/\partial z)_0}{2\rho_0 u_*^2} h^2 \right)$$

où la quantité  $g(\partial\rho/\partial z)_0 h^2 / 2\rho_0 u_*^2$  représente un nombre de Richardson global. C'est sous la forme (4.1) que sont donnés les résultats de Kato et Phillips.

Dans l'expérience de Kato et Phillips, la profondeur  $h$  de l'interface entre le fluide turbulent et homogène et le fluide stratifié et au repos, était estimée à l'aide de photographies. Dans les calculs effectués ici, la profondeur de la couche mélangée doit être définie d'une manière ou d'une autre. On a donc utilisé divers critères définissant

cette profondeur qui sont :

- a) la profondeur où la vitesse devient inférieure à  $2.10^{-3}$  m/s, valeur arbitraire correspondant à une vitesse négligeable
- b) la profondeur où la viscosité moléculaire devient supérieure à la viscosité turbulente.
- c) la profondeur où l'énergie cinétique de la turbulence devient inférieure à 3% de  $u_*^2$ , ce qui correspond approximativement à 1% de sa valeur en surface.

Enfin, nous avons aussi essayé d'après Kundu (1981), de définir la profondeur de la couche mélangée en faisant l'hypothèse que la position de l'interface était déterminée par un nombre de Richardson de gradient critique.

La figure (4.15) où les résultats correspondants à ces divers critères ont été portés, montrent que ceux-ci sont remarquablement cohérents entre eux. Il apparaît donc que le choix du critère retenu pour définir la profondeur de la couche mélangée n'est pas critique pour ce problème. En particulier les résultats obtenus en utilisant un critère relatif à un nombre de Richardson critique s'accordent bien avec ceux obtenus par les autres critères. Cependant la valeur critique proposée par Kundu n'a certainement pas de signification physique intrinsèque. Elle résulte d'un ajustement entre les résultats d'un calcul effectué à l'aide d'un modèle de turbulence issu de l'hypothèse de Rodi et l'expérience de Kato et Phillips. Or le modèle utilisé par Kundu prévoit l'extinction de la turbulence lorsque le nombre de Richardson de flux dépasse une valeur critique (voir annexe III), fonction du déséquilibre de l'écoulement. En ce sens, la valeur du nombre de Richardson de gradient critique proposée par Kundu est représentative du modèle de turbulence utilisé plutôt que d'un mécanisme physique défini (instabilité de Kelvin-Helmholtz ou autres). Ainsi, il est vraisemblable que la valeur qui devraient être utilisée en conjonction avec le modèle de Mellor et Durbin est  $Ri = 0,23$  plutôt que  $Ri = 0,3$  comme proposé par Kundu.

La figure (4.16) compare les résultats obtenus en utilisant la définition relative à la viscosité de la turbulence avec les résultats

---

expérimentaux. Comme nous l'avons vu, le choix de cette définition n'est sans doute pas critique. L'accord entre l'expérience et les résultats du calcul est bon en ce qui concerne les nombres de Richardson inférieurs à 100. Par contre, les résultats du calcul s'écartent notablement de l'expérience pour les grands nombres de Richardson. Il n'est pas sûr que ce désaccord avec l'expérience soit en défaveur du modèle. L'examen des résultats des expériences de Kato et Phillips et de Kantha, Phillips et Arzad (1977) qui utilisent le même appareillage, effectué par Price (1979) et Thompson (1979) montre en effet que l'écoulement devient progressivement dominé par le frottement sur les parois au cours du temps (et par conséquent lorsque le nombre de Richardson global augmente). L'équilibre dynamique entre l'accélération du fluide et le frottement à la surface est alors détruit et la vitesse d'entraînement par conséquent réduite. De plus, il est possible que l'expérience de Kato et Phillips ait été contaminée par la présence d'ondes internes (Kantha, 1975), entraînant une réduction du taux d'approfondissement de la couche de mélange.

En définitive, en tenant compte de la dispersion expérimentale apparente dans l'expérience de Kato et Phillips et de l'incertitude qui pèse sur la validité des résultats expérimentaux obtenus pour les grands nombres de Richardson, la comparaison avec l'expérience s'avère relativement satisfaisante.

4.3. EFFETS DE L'ARRET DU VENT.

Dans l'océan, l'érosion de la thermocline est le résultats d'événements violents associés bien souvent à un système dépressionnaire. Après le passage de la dépression, le vent s'affaiblit et la turbulence qui n'est plus alimentée par le mouvement moyen, s'eteint. L'arrêt du vent correspond donc à une décroissance du champ turbulent tandis qu'a un coup de vent est associé une extension du champ turbulent. C'est donc pratiquement l'opposé de la situation décrite au § 4.2.1 que nous allons envisager ici.

Nous nous sommes placés pour étudier ce cas dans les mêmes conditions qu'au § 4.2.1, cependant au temps  $t = 35$  heures intervient un arrêt brutal du vent. Les conditions aux limites sont donc :

$$\begin{aligned} \tau_{sx} &= 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}^2 & 0 \leq t < 35 \text{ h} \\ \tau_{sx} &= 0 & 35 \text{ h} \leq t \\ \tau_{sy} &= H = 0 & \forall t \end{aligned}$$

Par ailleurs, il n'est plus possible dans ce cas d'imposer sur  $k$  la condition  $k = u_*^2/B$  en surface, on a donc choisi la condition à la limite plus générale  $dk/dz = 0$  en surface, la condition sur  $\epsilon$  restant la même.

La figure (4.17) où sont portés les profils de température montre que ceux-ci ont atteint un état pratiquement stationnaire et n'évoluent plus à partir de l'arrêt du vent. Par contre, on note sur la figure (4.18) représentant la norme de la vitesse, une lente atténuation du maximum de vitesse situé au bas de la couche mélangée. La présence d'oscillations d'inertie résiduelles est par ailleurs apparente sur la figure (4.19) qui représente l'évolution des profils de vitesse. Le profil de l'énergie cinétique de la turbulence (figure 4.20) montre une décroissance continue de l'amplitude du niveau de turbulence sur toute la profondeur. Sur la

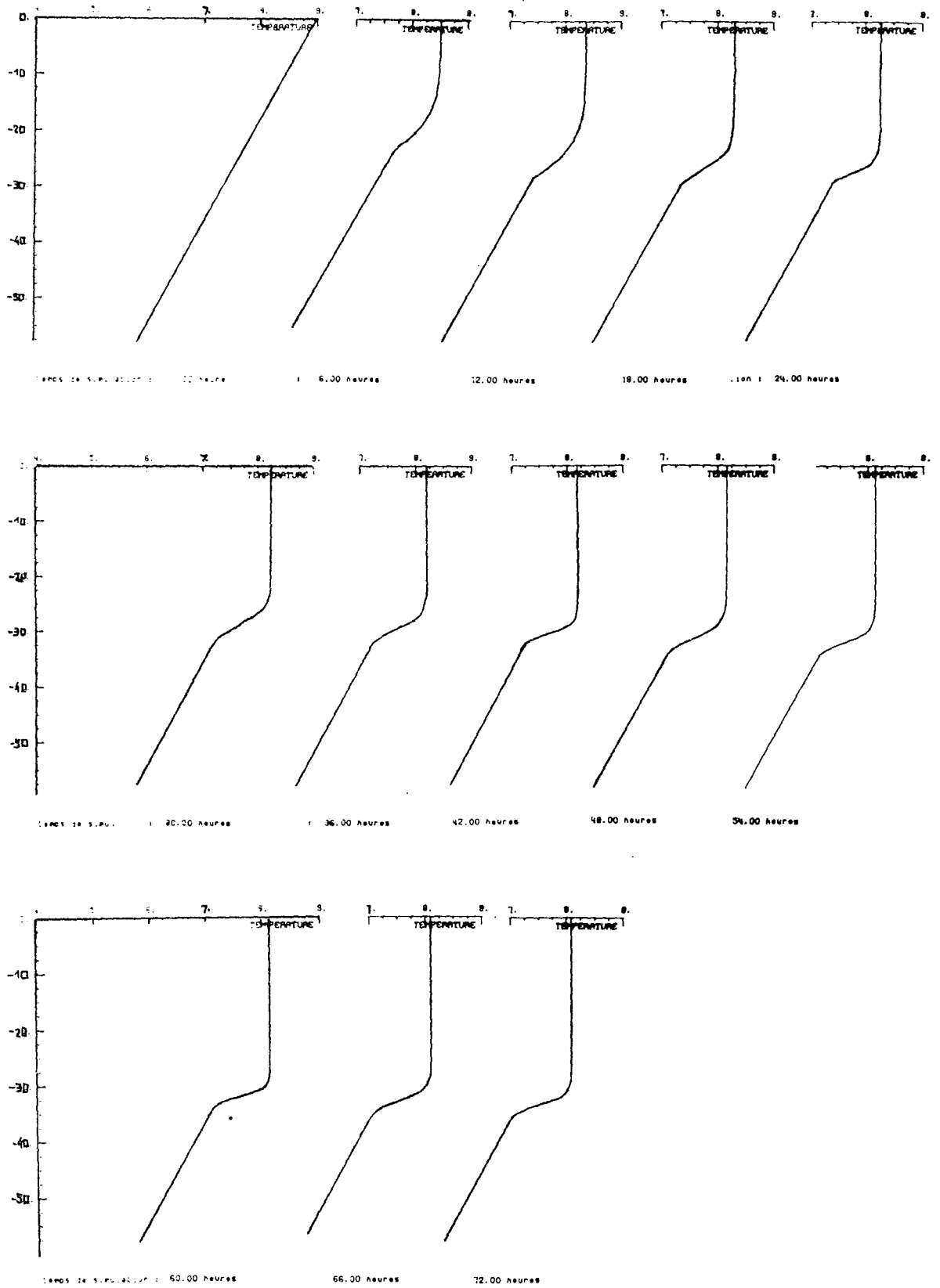


figure (4.21) on a porté l'évolution de l'échelle de longueur de Mellor et Yamada (1974)  $l_0$  définie par:

$$l_0 = \frac{0,1 \int_{-d}^0 k^{1/2} |z| dz}{\int_{-d}^0 k^{1/2} dz}$$

Rappelons que cette longueur est représentative du centre de gravité du champ turbulent. On peut alors constater que la profondeur de ce centre de gravité reste globalement ce qu'il était au moment de l'arrêt du vent. On assiste seulement à une décroissance à peu près uniforme de l'énergie cinétique de la turbulence sur l'épaisseur de la couche mélangée.

Les termes du bilan de l'énergie cinétique de la turbulence ont été portés sur la figure (4.22). Les termes de production dynamique et de dissipation s'équilibrent approximativement au sein de la couche de mélange. La production dynamique de turbulence a un maximum au bas de la couche mélangée. Le niveau de turbulence à cette profondeur est en effet toujours suffisant pour que le cisaillement de vitesse situé à la frontière de la couche mélangée soit toujours une source active de turbulence et maintienne une certaine agitation des couches d'eau à cette profondeur. Comme au paragraphe 4.2.1. le modelage de Rodi fait donc jouer un rôle prépondérant au cisaillement interfacial. Le terme de diffusion indique un transport d'énergie cinétique de la turbulence hors de la zone de cisaillement et du milieu de la couche mélangée. Le terme de stockage  $S = -dk/dt$  a une amplitude comparable celle des autres termes et joue un rôle important en tant que réserve de turbulence. Dans cette simulation comme dans le paragraphe 4.2. un rôle prépondérant est donc attribué à la production dynamique de turbulence au bas de la couche mélangée. Nous reviendrons sur cette question au paragraphe suivant.



Figure(4.1) Evolution des profils de température.

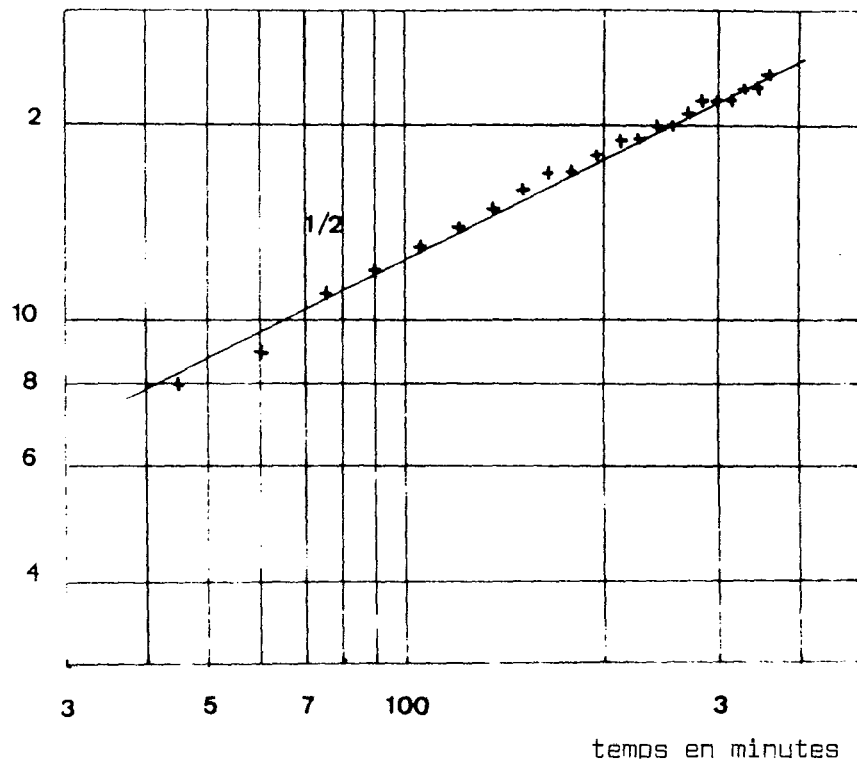


Figure (4.2) Evolution de l'épaisseur de la couche mélangée dans les premières heures après le début du coup de vent.

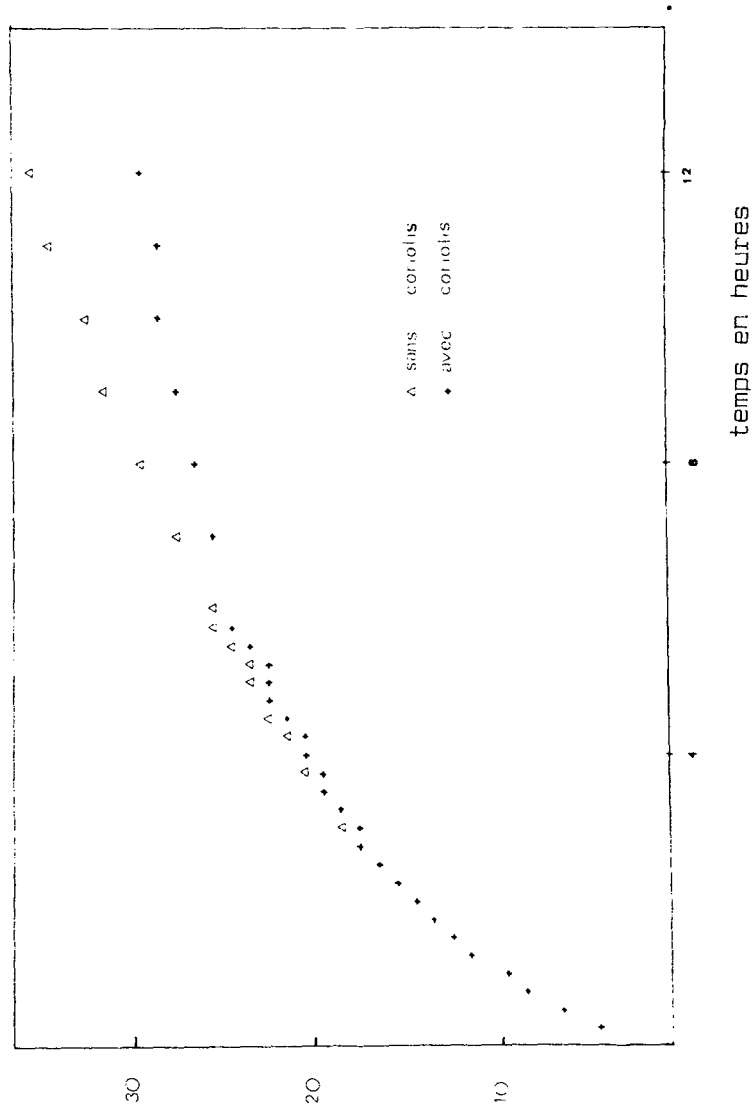


Figure (4.3) Evolution de l'épaisseur de la couche de mélange en présence ou en l'absence de la force de Coriolis

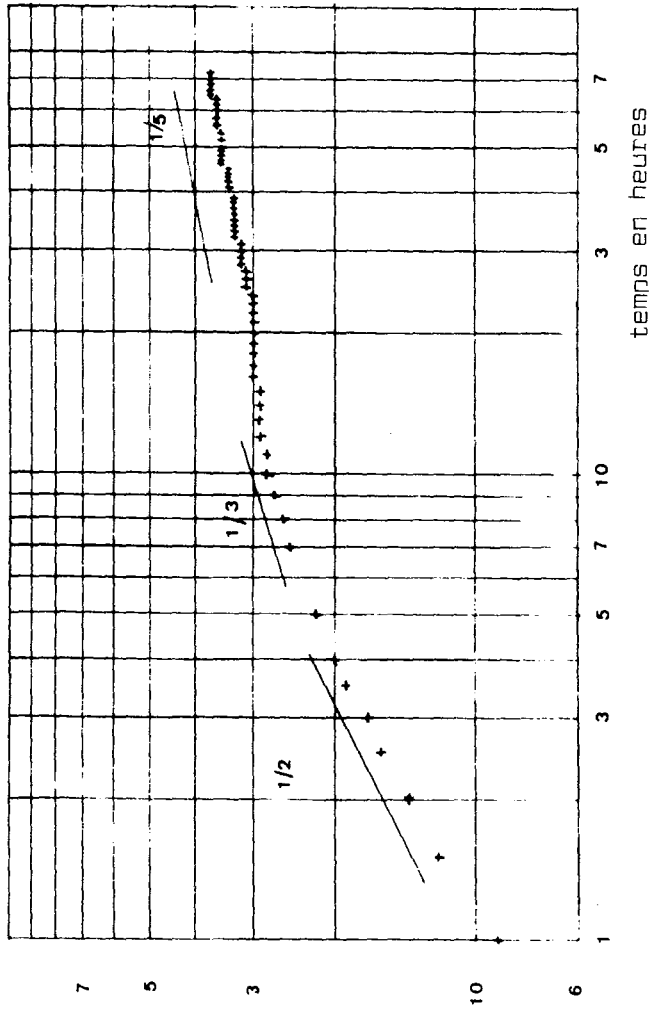
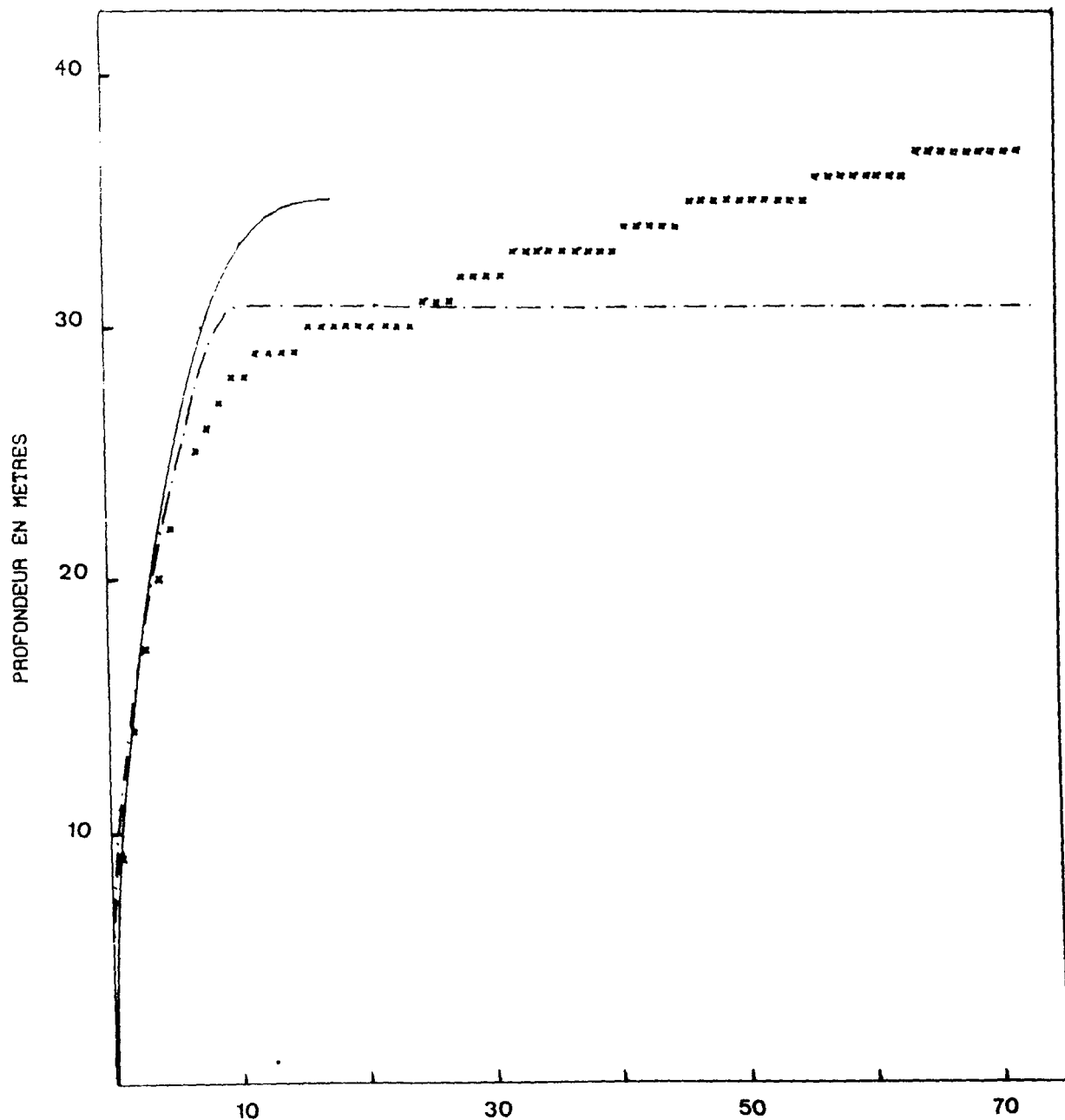


Figure (4.4) Evolution de l'épaisseur de la couche mélangée.



Figure(4.5) Evolution de l'épaisseur de la couche mise en mouvement sous l'action du vent.

- Phillips
- - - Pollard, Rhines et Thomson
- x Résultats du modèle de turbulence

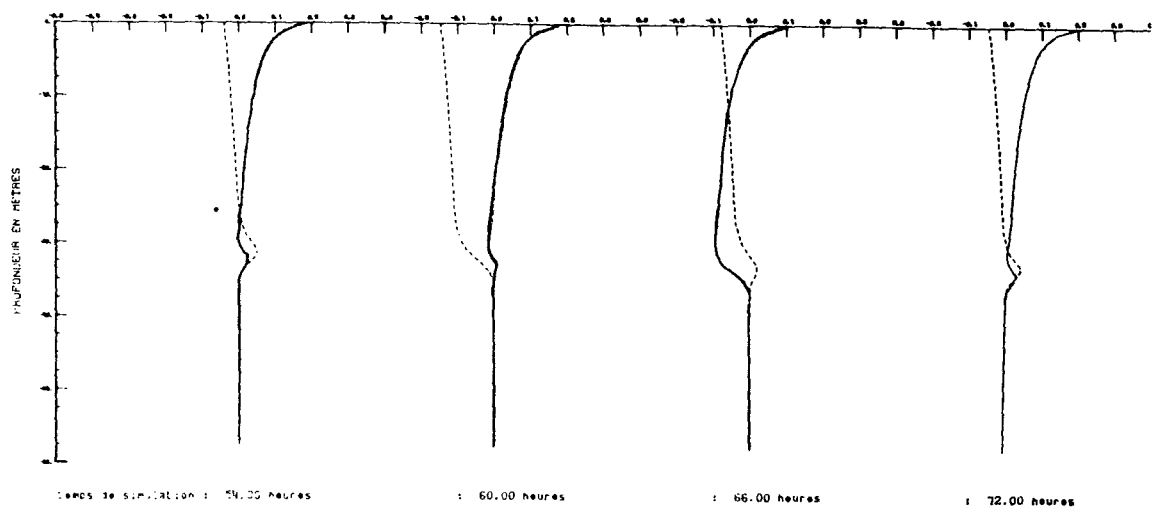
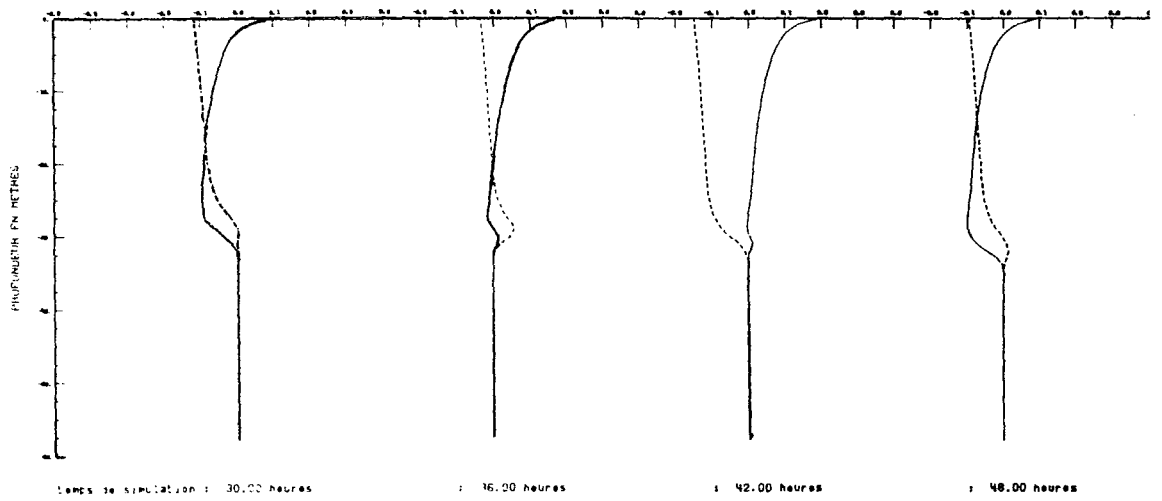
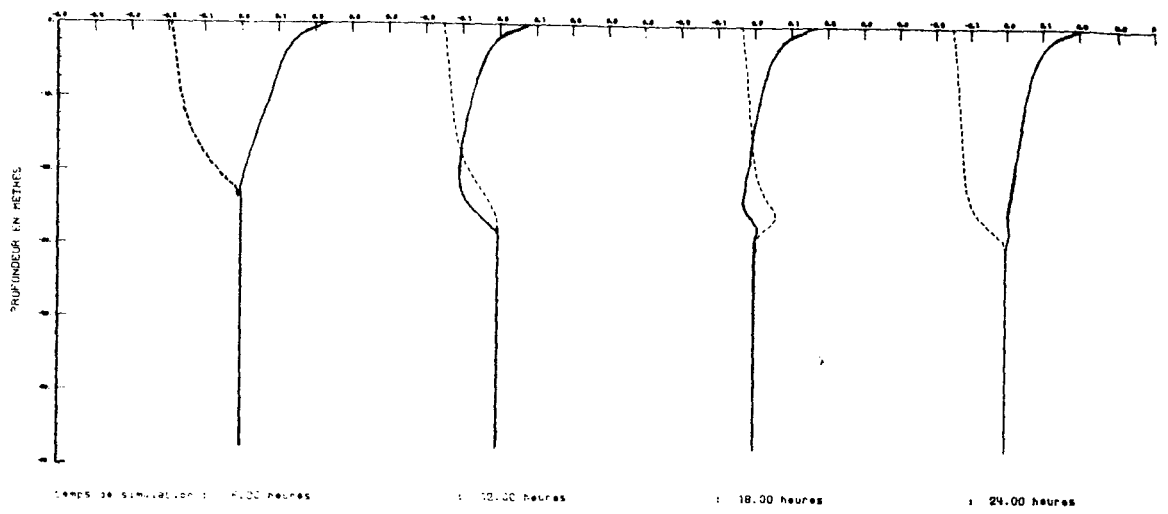
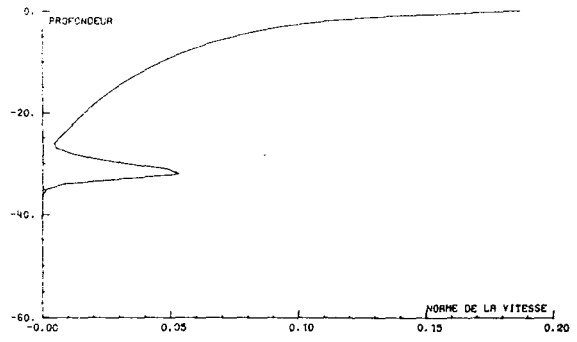
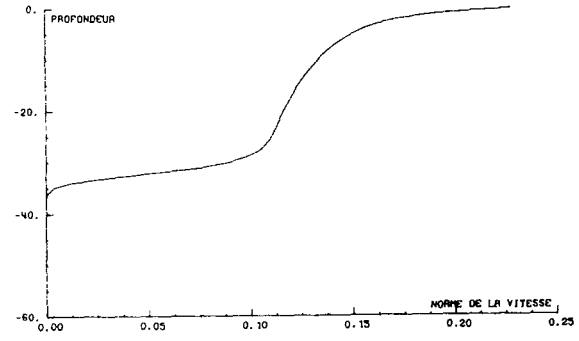


Figure (4.6) Evolution des profils de vitesse. — U ; ---- V

54 heures



60 heures



66 heures

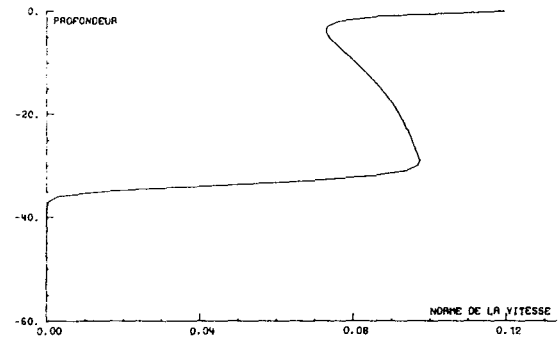
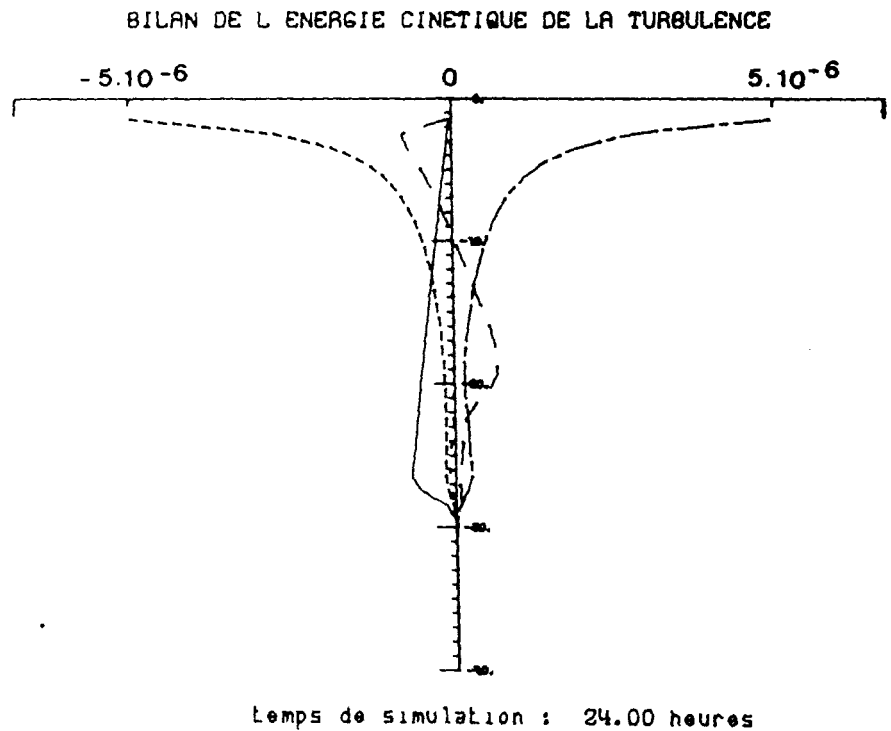
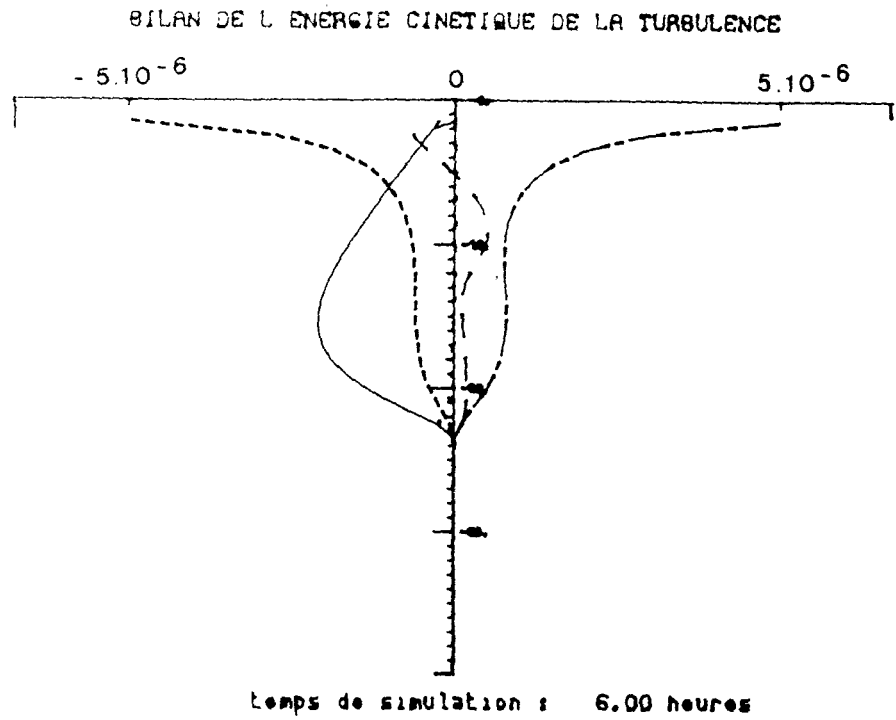


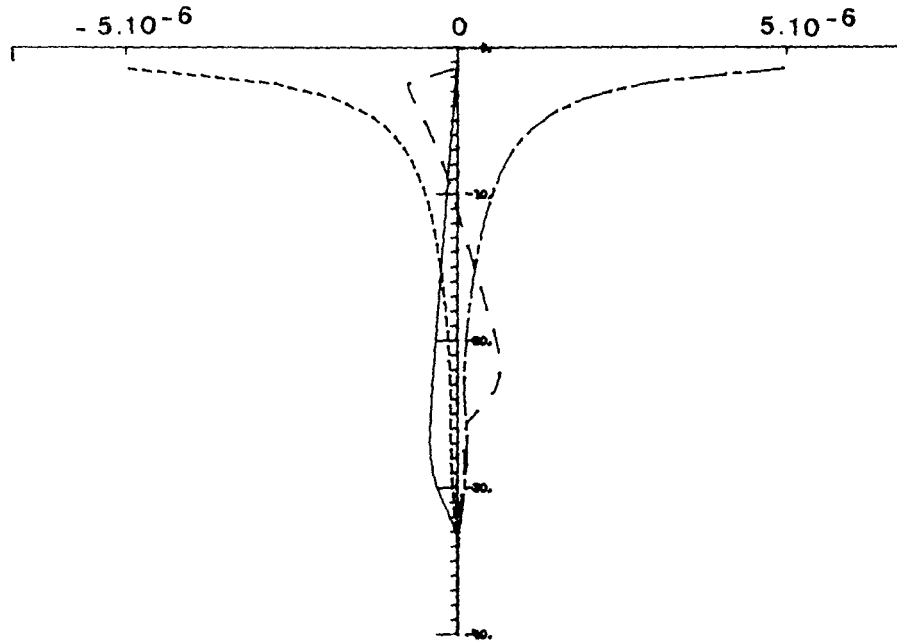
Figure (4.7) Profils de la norme de la vitesse à différentes heures.





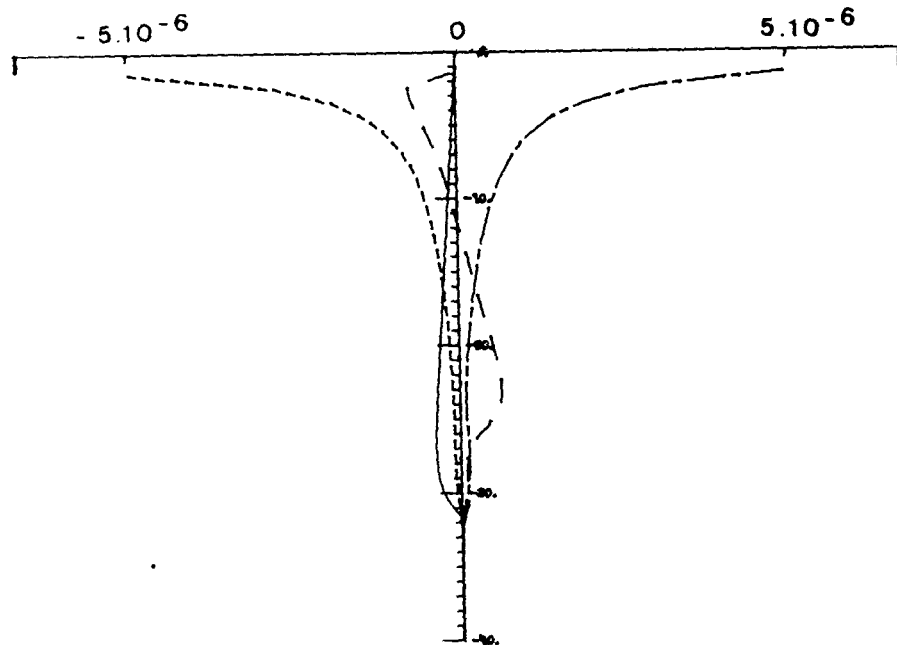
Figure(4.8) Profil vertical des termes de l'équation d'évolution de l'énergie cinétique de la turbulence.  
 - - - : production dynamique; — : production gravitationnelle; - · - : diffusion ; · · · : dissipation  
 Les termes de transport et de production gravitationnelle sont multipliés par  $10^{-6}$ .

BILAN DE L ENERGIE CINETIQUE DE LA TURBULENCE



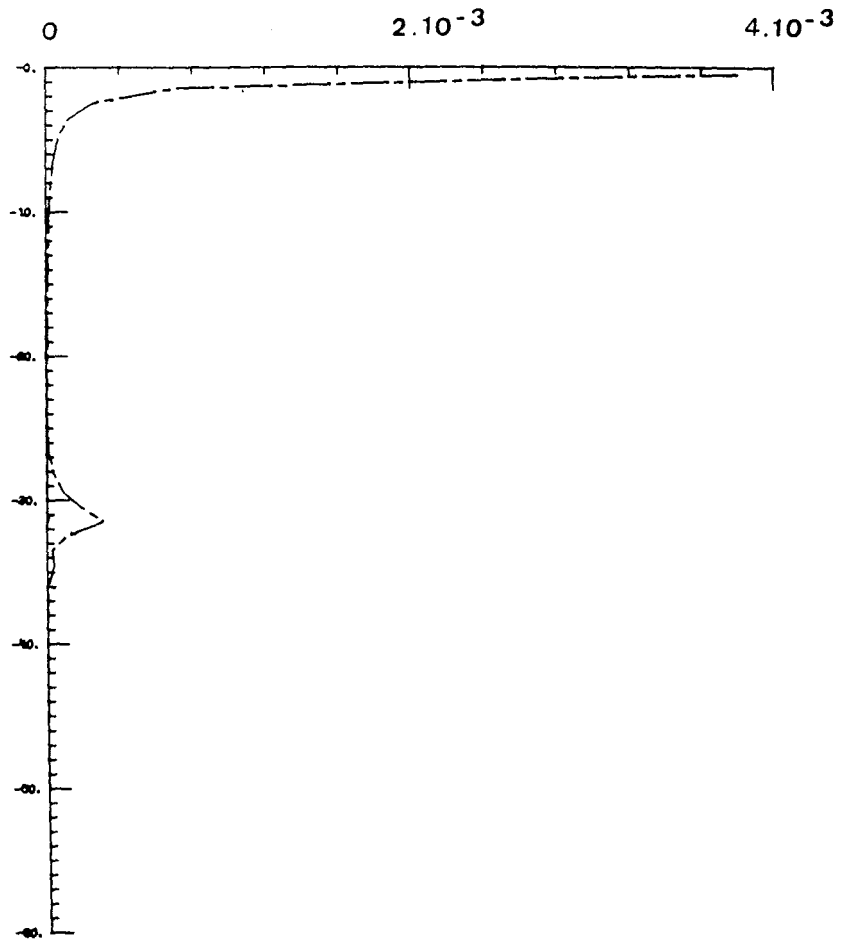
Temps de simulation : 48.00 heures

BILAN DE L ENERGIE CINETIQUE DE LA TURBULENCE



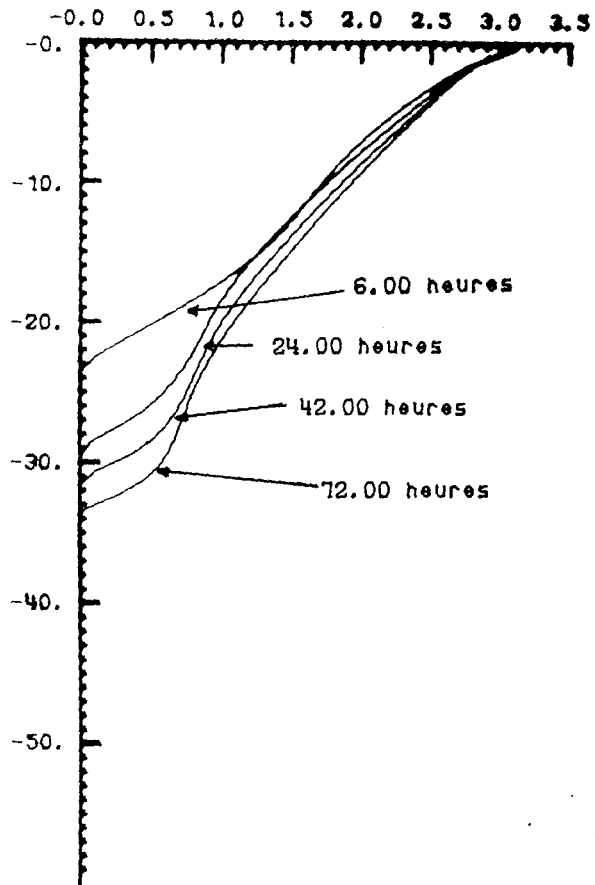
Temps de simulation : 54.00 heures

Figure(4.9) Profil vertical des termes de l'équation d'évolution de l'énergie cinétique de la turbulence. Les symboles sont les mêmes que sur la figure (4.8).



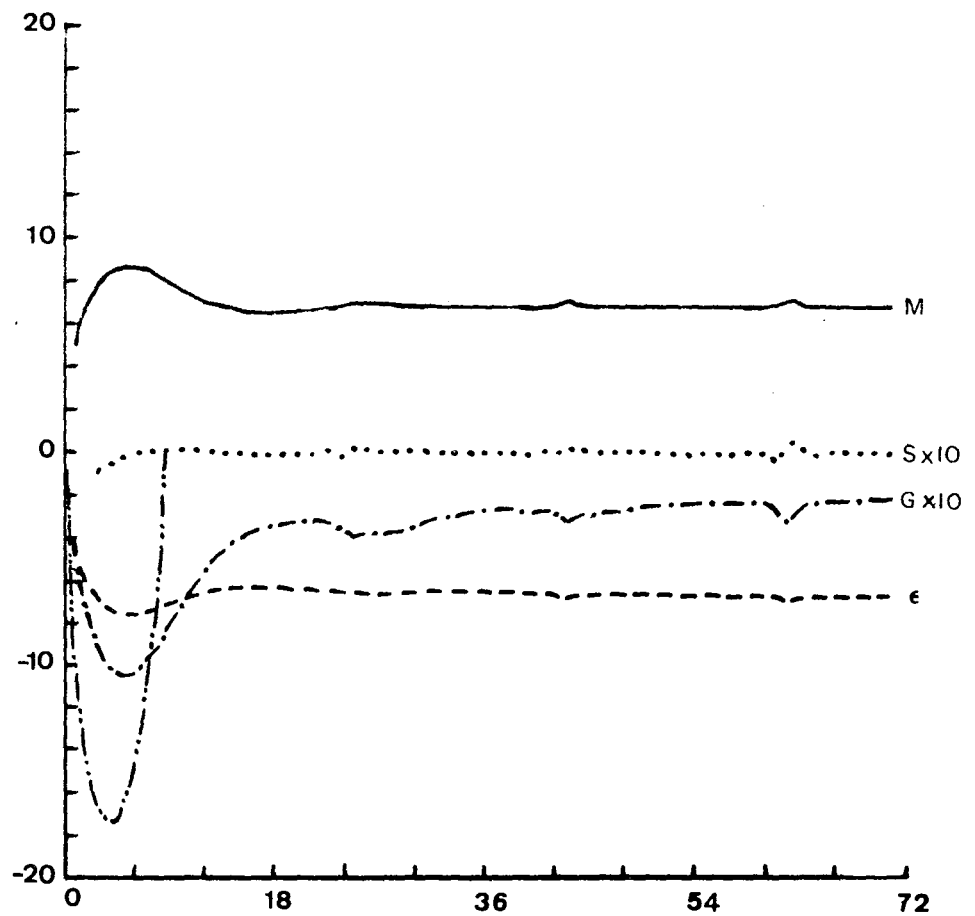
CISAILLEMENT

Figure(4.10) Profil vertical du cisaillement  
voir texte. Les unités sont en s<sup>-1</sup>

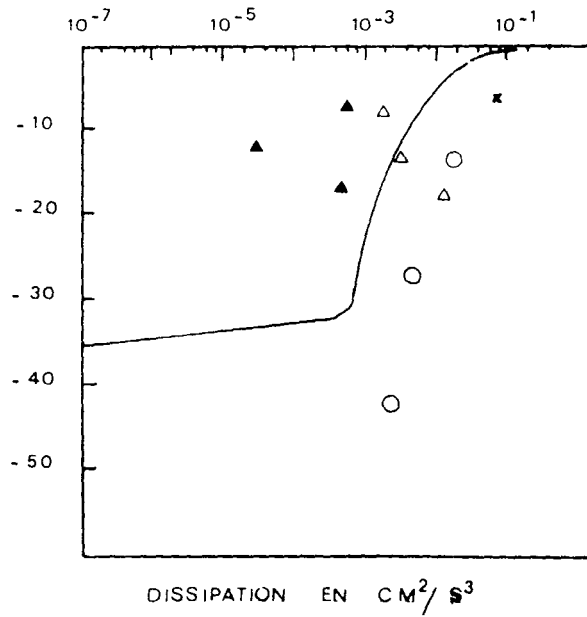


Figure(4.11)

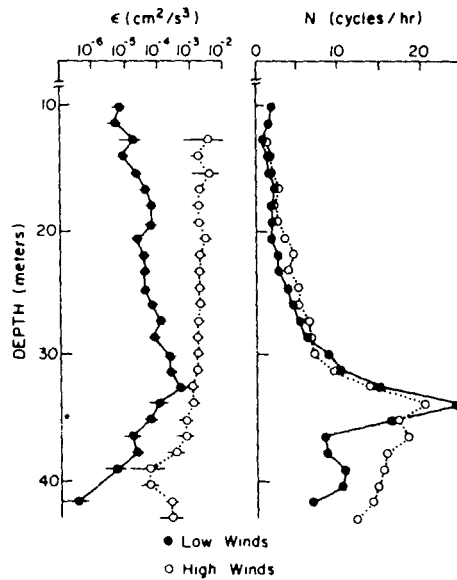
Profil vertical adimensionné par  $u_*^2$  de l'énergie cinétique de la turbulence



Figure(4.12) Bilan des termes de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence intégrés sur l'épaisseur de la couche de mélange: — production dynamique; ..... terme de stockage --- dissipation; -.-.- production gravitationnelle -.-.-.- production gravitationnelle d'après la formule de Pollard, Rhines et Thompson.



- $\Delta$  Dillon et Powell (1976)
- $\blacktriangle$  " " " " "
- $\circ$  Grant et al (1968)
- $\times$  Palmer (1973)



Dillon et Cadwell(1980)

Figure(4.13) Comparaison avec les valeurs expérimentales du taux de dissipation rapportées par différents auteurs.

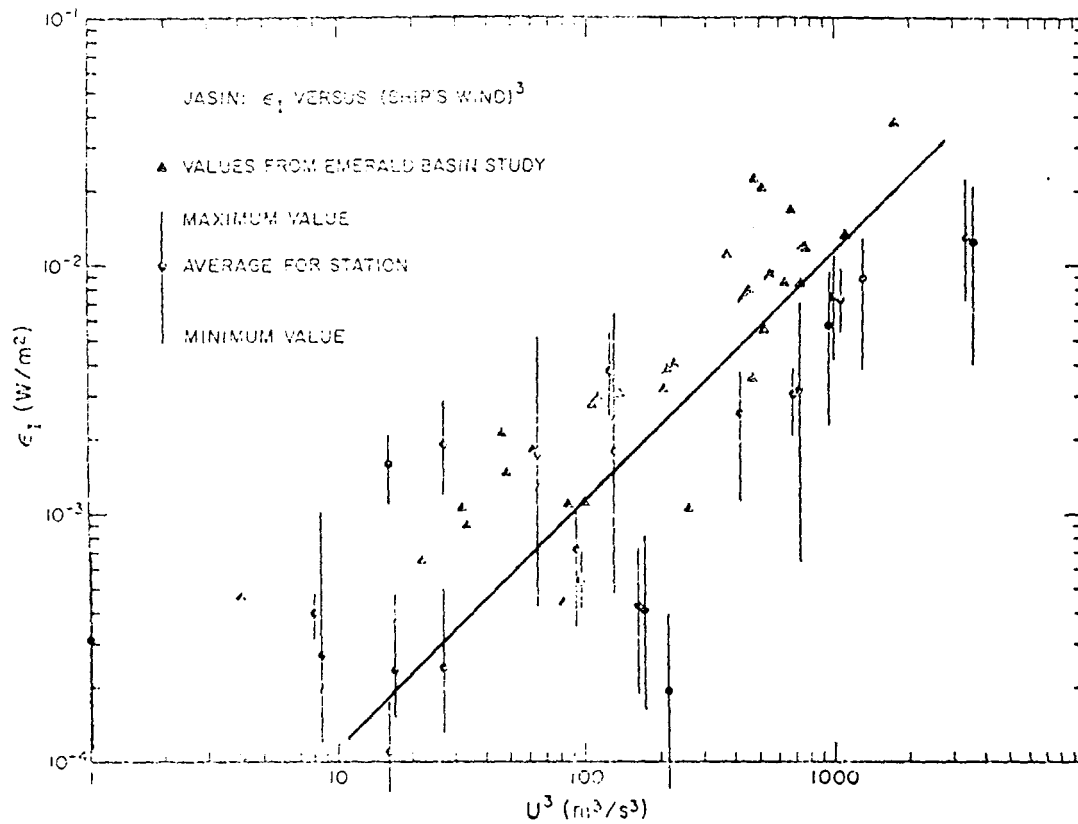
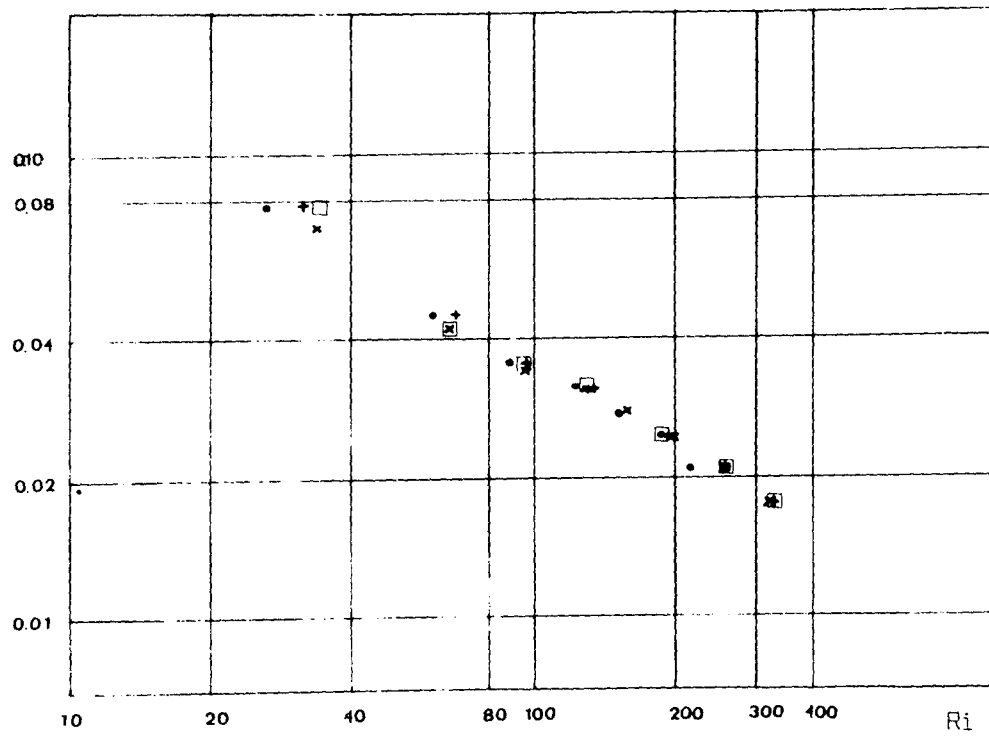


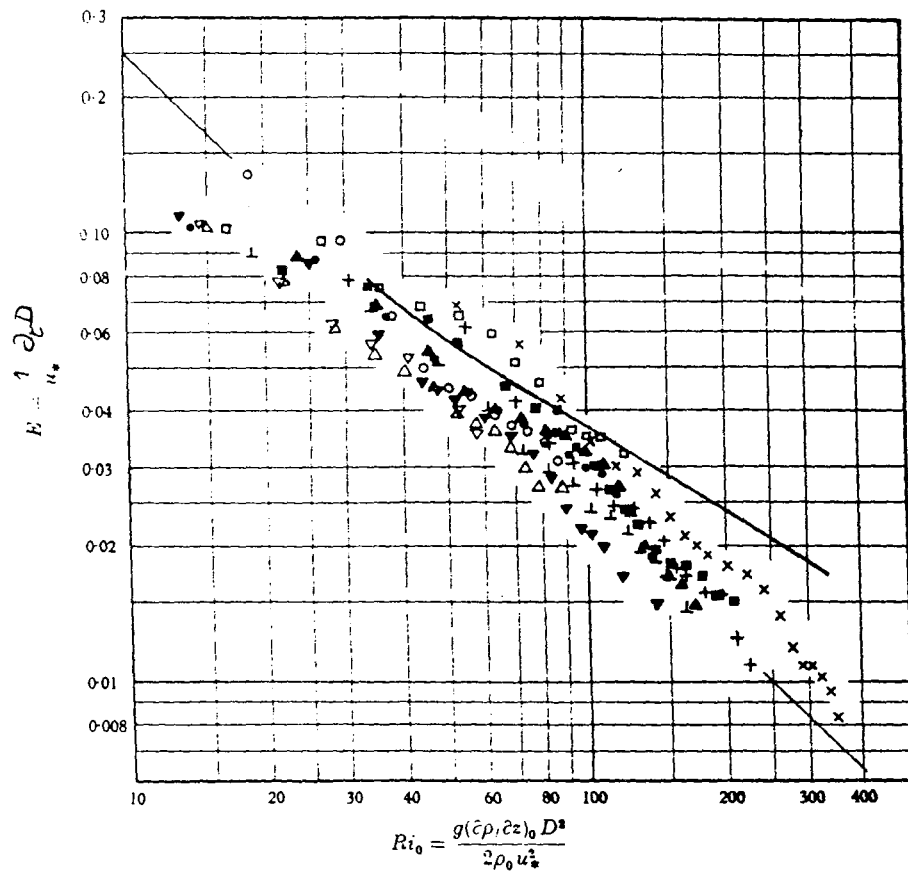
Figure (4.14) Valeur de la dissipation intégrée sur l'épaisseur de la couche mélangée comparée au résultats de Oakey(1981, Jasin) et de Oakey et Elliot(1979, Emerald Basin)



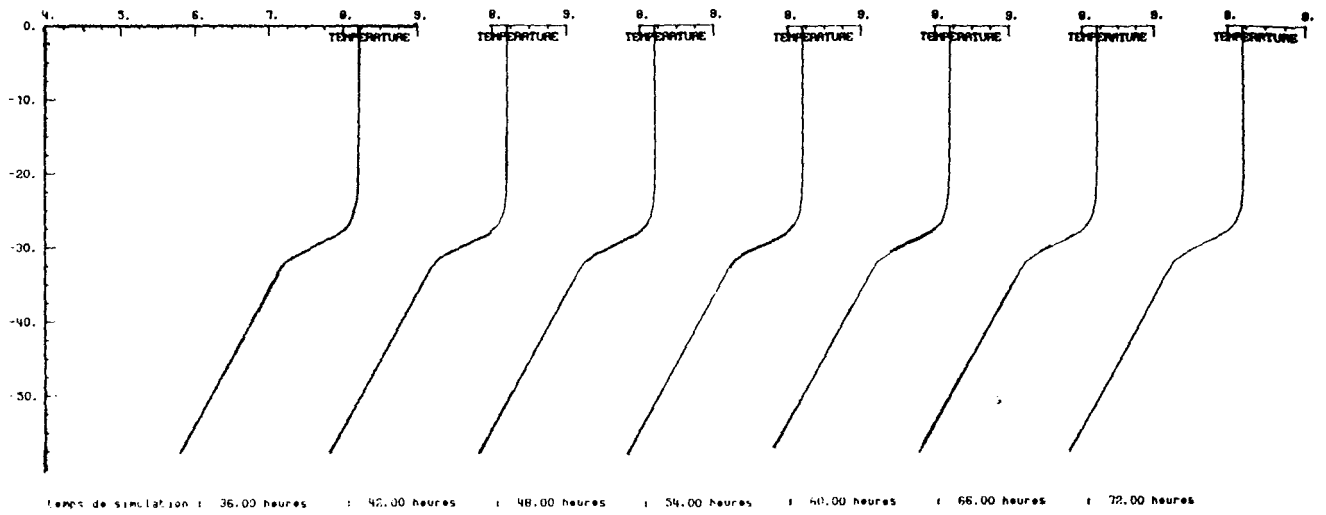
critère basé sur  $\nu_t$       □ critère basé sur k  
 " " "  $Ri$       " " " la vitesse

Figure (4.15) Comparaison des différents critères définissant l'épaisseur de la couche mélangée.





Figure(4.16) Comparaison avec les résultats de Kato et Phillips(1969). Les résultats de cette étude sont représentés par la courbe en traits pleins.



Figure(4.17) Evolution du profil des températures lors d'un arrêt du vent à t=35 heures.

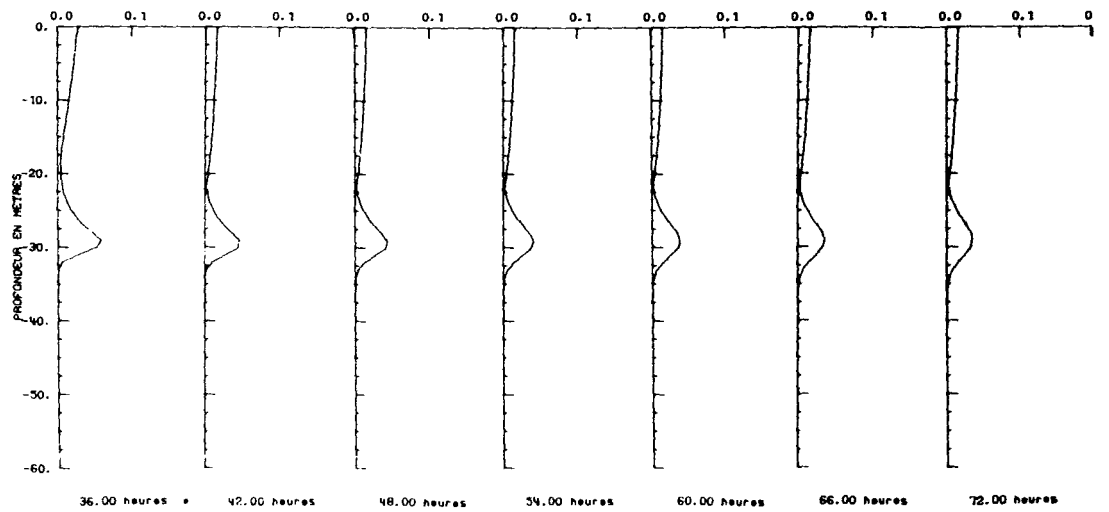
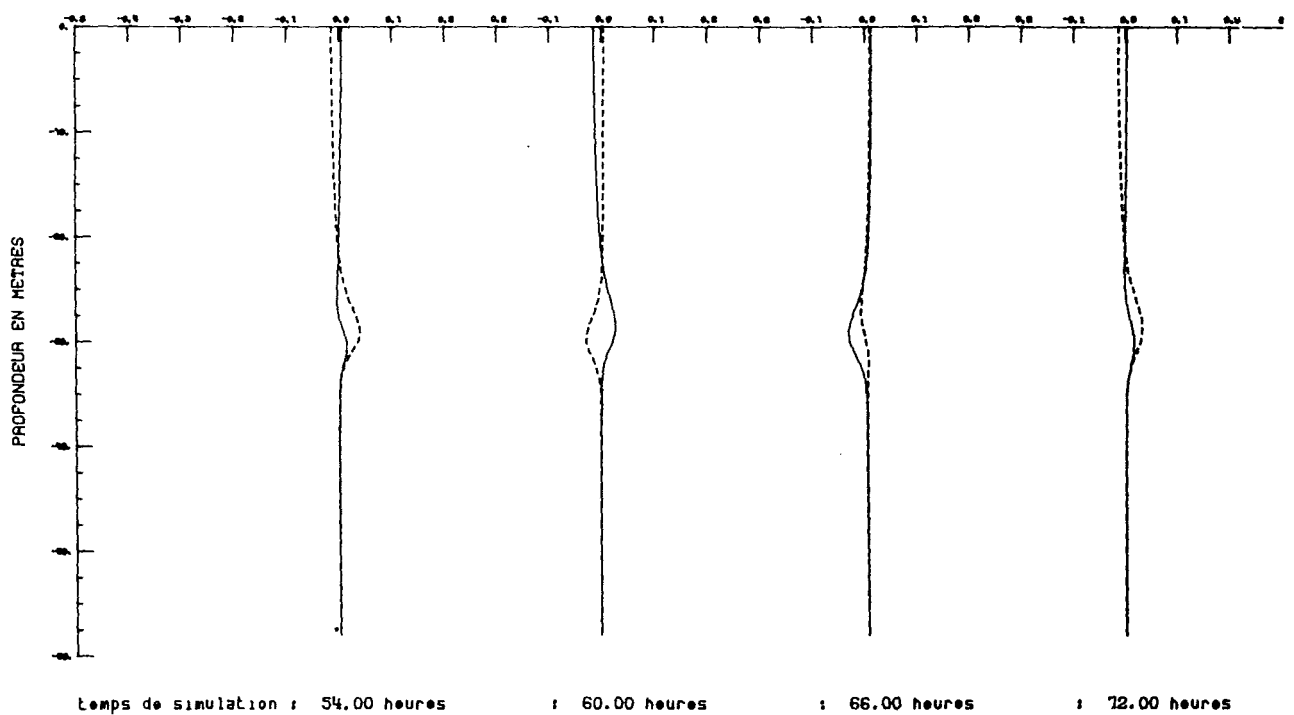
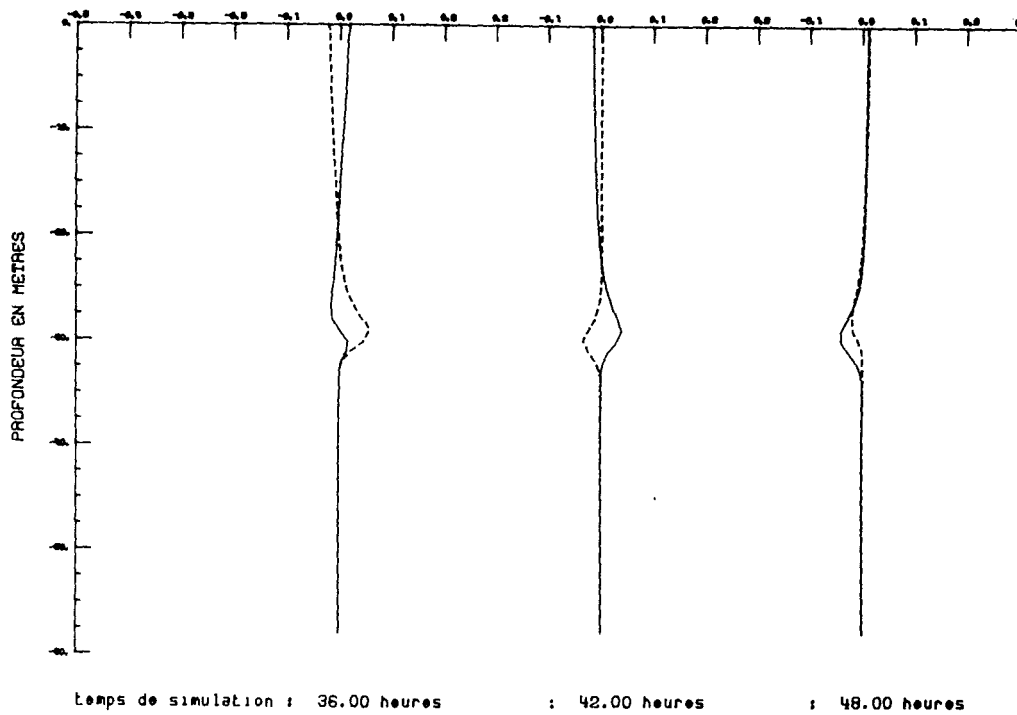


Figure (4.18) Evolution de la norme de la vitesse lors d'un arrêt du vent à t=35 heures.



Figure(4.19) Evolution du profil des vitesses lors d'un arrêt du vent.

— U; ---- V.

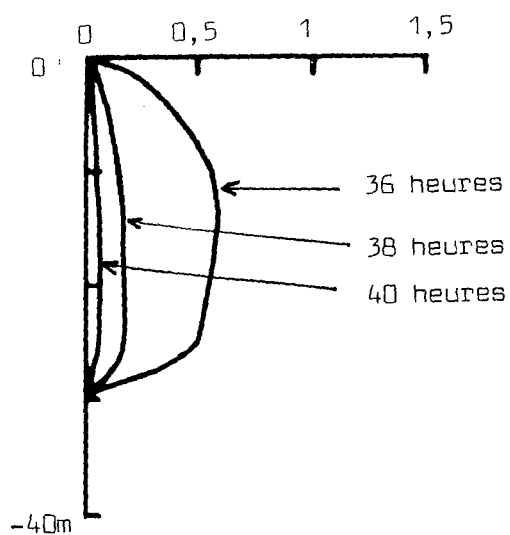


Figure (4.20) Evolution du profil de  $k$  lors d'un arrêt du vent.  
 adimensionnés par  $u_*^2$

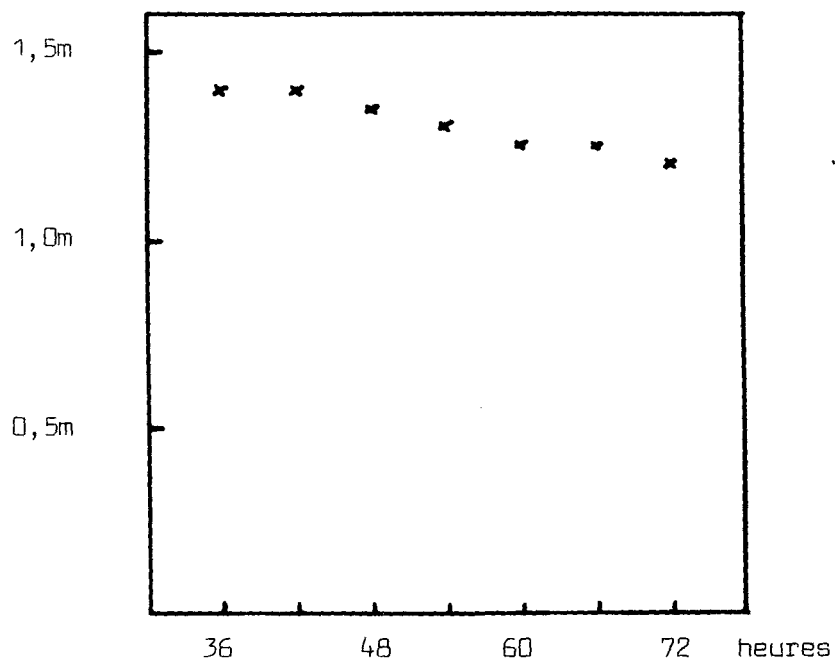


Figure (4.21) Evolution de l'échelle de longueur de Mellor et Yamada  
 obtenue lors d'un arrêt du vent à  $t=35$  heures.

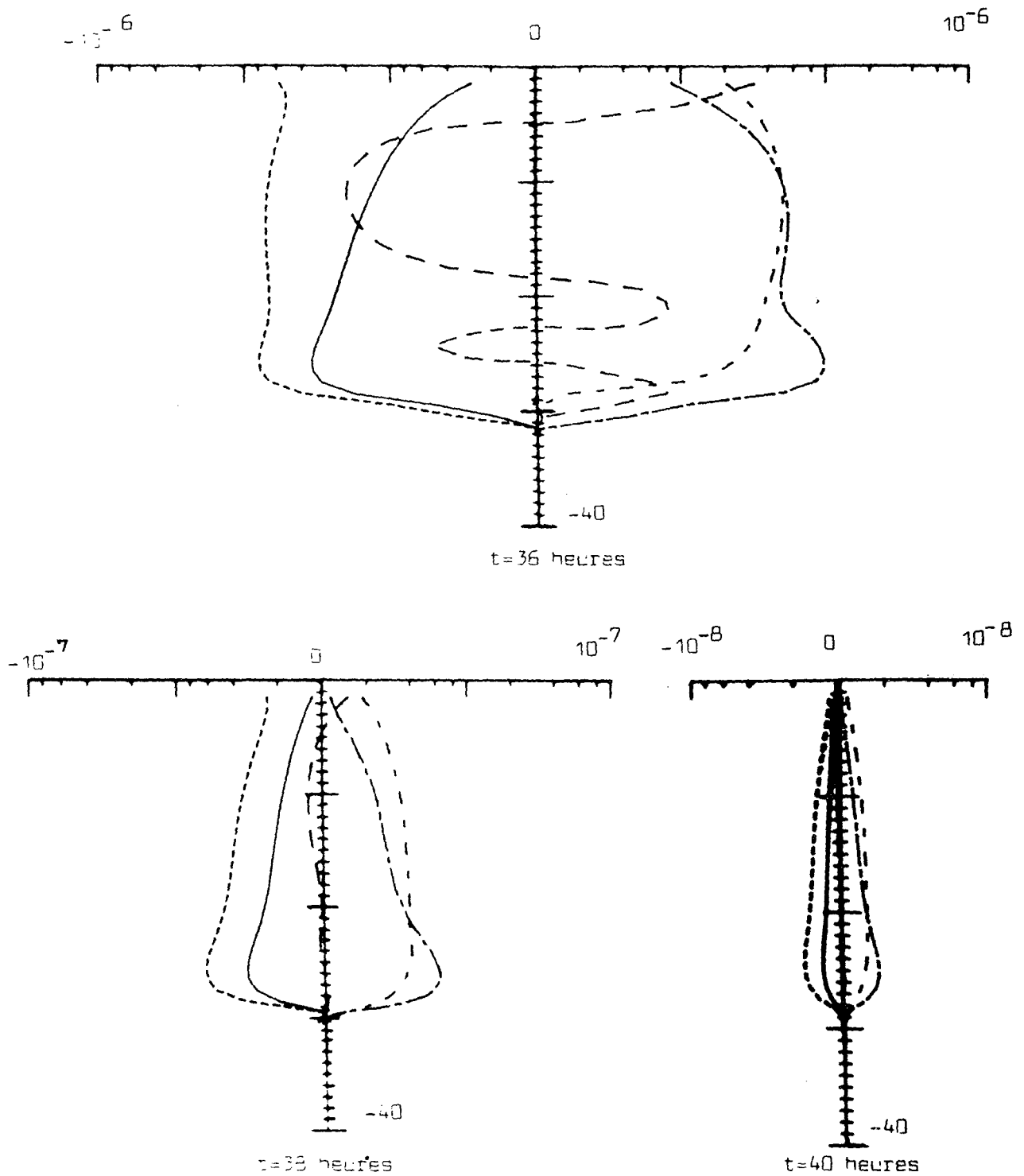


Figure (4.22) Profils des termes de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence lors d'un arrêt du vent.

--- Production dynamique; — Production gravitationnelle; - - - Diffusion  
 --- stockage =  $-dk/dt$ ; ..... Dissipation.

(Noter que les abscisses sont en coordonnées logarithmiques.)

C H A P I T R E    V

ETUDE DE LA PARAMETRISATION DES MECANISMES TURBULENTS

### 5.1. ETUDE DU TERME DE DIFFUSION.

L'entraînement du fluide non-turbulent et stratifié à l'intérieur de la couche turbulente consécutif à l'érosion de la thermocline se traduit par un accroissement de l'énergie potentielle du système. Parmi les mécanismes physiques susceptibles de fournir cette énergie, le cisaillement local des couches d'eau à la frontière inférieure de la couche mélangée et la diffusion de l'énergie cinétique de la turbulence à partir de la couche mélangée sont les plus souvent invoqués (notons aussi que certains auteurs font intervenir le déferlement des ondes internes qui se propagent à l'interface entre le fluide turbulent et le fluide stratifié sous-jacent). L'importance respective de ces deux mécanismes est une des questions fondamentales qui se posent dans la connaissance des mécanismes turbulents qui agissent dans les couches marines superficielles. En l'absence d'autres méthodes la réponse à cette question fait appel à l'utilisation des modèles de turbulence.

Mellor et Durbin (1975) supposent qu'un équilibre immédiat est réalisé entre les termes de production et de destruction de l'énergie cinétique de la turbulence et négligent l'influence possible de la diffusion turbulente. Dans ce modèle le mécanisme responsable de l'érosion de la thermocline est donc le cisaillement local des couches d'eau et l'opinion selon laquelle la diffusion d'énergie n'a qu'une influence négligeable dans ce phénomène peut être accréditée par les succès rencontrés dans l'application de ce modèle à diverses situations océaniques (Mellor et Durbin 1975, Martin 1980, Varn-Warnas et Piacsek 1980) et en laboratoire (Mellor et Durbin 1975). De même Kundu (1980) utilisant un modèle retenant les termes de diffusion dans l'équation d'évolution de l'énergie cinétique de la turbulence (qui à quelques détails près est le modèle décrit au chapitre II) trouve que les termes de diffusion sont négligeables et ne participent pas à l'érosion de la thermocline. A l'opposé Varn-Warnas et Piacsek (1979) qui utilisent un

modèle traitant les équations d'évolution des corrélations triples montrent que la retention du terme de diffusion se traduit par une différence significative dans la profondeur atteinte par la thermocline. Ce résultat est confirmé par Klein (1980) utilisant un modèle de niveau trois selon la terminologie de Mellor et Yamada (1974) qui met en évidence l'importance de la diffusion de l'énergie cinétique de la turbulence dans la thermocline.

Afin d'étudier plus complètement le rôle des termes de diffusion dans le cadre du modèle de turbulence utilisé ici (qui est de niveau 2 1/2 selon Mellor et Yamada, c'est à dire que l'équation d'évolution de la variance des fluctuations de température est remplacée par une hypothèse d'équilibre entre production et dissipation) les termes de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence ont été reportés sur la figure (5.1) en coordonnées logarithmiques. Le terme de diffusion négatif dans la première dizaine de mètres sous la surface devient ensuite positif au sein de la couche mélangée et atteint un maximum au bas de la couche de mélange où son amplitude est alors comparable à celle du terme de production dynamique, il décroît ensuite pour devenir pratiquement négligeable dans la thermocline. Le terme de diffusion traduit donc un transport depuis les zones proches de la surface productrices d'énergie cinétique de la turbulence puisqu'elles sont à la fois cisailées et turbulentes jusqu'au bas de la couche de mélange où il atteint un maximum, à ce niveau on observe une décroissance brutale du terme de diffusion qui s'accompagne d'une augmentation très nette du terme de production dynamique. Cette augmentation correspond à la zone cisailée présente à la base de la couche mélangée. Remarquons une fois de plus qu'à ce niveau le terme de diffusion est un terme source d'amplitude comparable à celui du terme de production dynamique (qui est décroissant dans la couche mélangée car les couches d'eau sont de moins en moins turbulentes), le rôle du terme de diffusion est alors clair : il fournit le niveau d'agitation turbulente nécessaire pour permettre au cisaillement présent à l'interface entre le fluide stable et les couches turbulentes de devenir effective de production d'énergie cinétique de la turbulence. Sans l'apport supplémentaire d'énergie cinétique de la turbulence fourni par ce terme le



cisaillement interfacial verrait son efficacité en temps que terme producteur de turbulence extrêmement réduite. En définitive, dans ce modèle et comme l'a remarqué Kundu (1980) c'est bien le cisaillement local des couches d'eau au bas de la couche mélangée qui est responsable de l'érosion de la thermocline mais cela ne signifie pas et de loin que le rôle du terme de diffusion est négligeable dans l'approfondissement de la thermocline comme il l'affirme car sans l'apport d'énergie fourni par ce terme, le cisaillement demeure inefficace en tant que source d'énergie cinétique de la turbulence.

Pour tester plus avant l'interprétation que nous venons de faire du rôle du terme de diffusion dans le mécanisme d'érosion de la thermocline nous avons réalisé une simulation dans laquelle ce terme est artificiellement réduit en portant la valeur de  $\sigma_k$  de 1 à 5 (voir l'équation 2.76). La profondeur de la thermocline est alors profondément affectée par cette réduction, au bout de 72 heures la différence atteint 5 mètres comme on le vérifiera sur la figure (5.2), confirmant ainsi l'importance du terme de diffusion. Sur la figure (5.3) présentant les termes de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence on observe évidemment une réduction de l'amplitude du terme de diffusion mais surtout on notera que l'accroissement du terme de production dynamique présent sur la figure (5.1) au bas de la couche mélangée a totalement disparu. Le cisaillement des couches d'eau au bas de la couche de mélange est pourtant toujours présent comme on peut le constater sur la figure (5.4) mais il n'est plus capable du fait du faible niveau d'énergie cinétique de la turbulence dans cette zone de contrebalancer l'action du gradient de température. De même sur la figure (5.5) qui présente le profil vertical de l'énergie cinétique de la turbulence, on notera que le renforcement de l'énergie cinétique de la turbulence que l'on remarquait sur la figure (4.11) au niveau de la frontière supérieure de la thermocline du fait de la production accrue dans cette zone a totalement disparu ici. L'énergie cinétique de la turbulence présente un profil vertical quasi-linéaire.

Le terme de diffusion apparaît donc dans ce modèle comme ayant une action très importante dans le mécanisme d'entraînement des couches

---

stables à l'intérieur du fluide turbulent. C'est en effet par l'apport supplémentaire d'énergie que fournit ce terme que le cisaillement situé au bas de la couche mélangée devient une source capable de transformer l'énergie cinétique de la turbulence en énergie potentielle nécessaire à l'érosion de la thermocline. Il s'agit là d'un mécanisme qui bien qu'indirect s'avère très important. Ces résultats sont à mettre en parallèle avec ceux obtenus par Klein (1980) qui notait que le rôle du terme de diffusion est de transporter l'énergie cinétique de la turbulence de la zone de cisaillement située au bas de la couche mélangée dans la thermocline. Bien que ce mécanisme ne soit pas identique à celui décrit ici, il confirme l'importance du terme de diffusion dans l'érosion de la thermocline et par conséquent l'importance que joue sa paramétrisation pour la description des mécanismes turbulents agissant dans les couches marines superficielles.

---

## 5.2. COMPARAISON DES MODELES.

### 5.2.1. Comparaison entre le modèle issu du modelage de Rodi et le modèle $k\epsilon$ .

L'intérêt principal des modèles issus d'une hypothèse de modelage algébrique est de permettre une prévision des tensions de Reynolds et des flux turbulents sans devoir traiter les équations aux dérivées partielles d'évolution de ces quantités. Le modelage algébrique permet de définir des coefficients de diffusion dont la valeur est fonction du paramètre de déséquilibre de l'écoulement et du nombre de Richardson. La simplification faite au paragraphe 2.5 et conduisant au modèle  $k\epsilon$  repose sur l'hypothèse que les variations relatives des fonctions de stabilité  $S_m$  et  $S_h$  (qui peuvent s'exprimer par un nombre de Prandlt de la turbulence) sont plus importantes que leurs variations absolues. La comparaison directe entre le modèle  $k\epsilon$  et le modèle issu du modelage algébrique de Rodi s'avère donc particulièrement intéressante de ce point de vue.

#### 5.2.1.1. Pénétration de la turbulence dans un milieu stratifié.

Sur la figure (5.6) a été portée l'évolution des profils de température. L'épaisseur atteinte par la couche mélangée est pratiquement identique à celle obtenue au § 4.2. La seule différence appréciable entre les figures (4.1) et (5.6) concerne la forme des profils de température au bas de la couche mélangée. La transition entre la couche mélangée et la thermocline se fait de manière plus graduelle dans le modèle issu du modelage algébrique de Rodi que dans le modèle  $k\epsilon$ . On peut faire les mêmes remarques pour les profils verticaux de vitesse. La figure (5.7) qui compare les profils de vitesse issus des deux paramétrisations à différentes heures montre qu'ils sont pratiquement identiques sauf au bas de la couche mélangée où la zone cisailée est plus épaisse dans le

modelage de Rodi que dans le modèle  $k\epsilon$ . Si l'on compare les coefficients de diffusion issus des deux modèles (fig 5.8) on peut globalement faire les mêmes observations. Les coefficients de diffusion calculés par le modèle  $k\epsilon$  sont légèrement plus importants que ceux calculés à l'aide du modelage algébrique de Rodi au bas de la couche mélangée. De plus ils se raccordent brutalement à la valeur 0 tandis que la transition est plus graduelle avec le modèle de Rodi. Ces observations sont en accord avec les définitions des coefficients de diffusion données par les équations (2.69) et (2.80). En effet à l'approche de la thermocline, le paramètre

$B$  devient de plus en plus grand et les fonctions de stabilité  $S_m$  et  $S_h$  sont alors décroissantes dans cette région (cf § 2.4). Dans le modèle issu du modelage algébrique de Rodi, les coefficients de diffusion tendent alors vers 0 sous l'action combinée de la décroissance des fonctions de stabilité et du terme  $k^2/\epsilon$  tandis que dans le modèle  $k\epsilon$  seul ce dernier terme assure la décroissance vers 0 des coefficients de diffusion. On comprend alors pourquoi, le cisaillement au bas de la couche mélangée est moins important dans le modèle  $k\epsilon$ .

Cette réduction du cisaillement entraine une différence importante par rapport au modèle issu du modelage algébrique de Rodi quant au mécanisme d'approfondissement de la thermocline. Sur la figure (5.9) représentant les termes du bilan de l'énergie cinétique de la turbulence, on pourra en effet constater que la production d'énergie cinétique de la turbulence consécutive à ce cisaillement n'est plus aussi importante au bas de la couche mélangée qu'avec le modèle de Rodi (bien que le coefficient de viscosité de la turbulence soit plus fort à ce niveau). L'apport d'énergie cinétique de la turbulence nécessaire pour équilibrer le terme de destruction gravitationnelle est alors assuré par le terme de diffusion. Le terme de diffusion a donc dans le cadre de ce modèle une action beaucoup plus directe qu'avec le modèle issu du modelage algébrique de Rodi. En fait le modèle  $k\epsilon$  établit pratiquement un double équilibre au bas de la couche mélangée : production dynamique et dissipation d'une part destruction gravitationnelle et diffusion de l'autre. La description du mécanisme d'érosion de la thermocline est donc très différente de celle proposée par le modèle issu du modelage algébrique de Rodi.

Les deux paramétrisations mettent donc en évidence, quoique pour des raisons différentes, l'importance du terme de diffusion dans le mécanisme d'érosion des couches stables. Ce sont aussi les conclusions de Varn-Warnas et Piacsek(1979) et de Klein (1980). Notons cependant que dans les résultats de Klein, le terme de diffusion traduit un transport d'énergie cinétique de la turbulence de la zone de cisaillement interfacial (et non pas du sein de la couche mélangée comme dans le modèle  $k\epsilon$ ) vers la thermocline qui équilibre à ce niveau le terme de destruction gravitationnelle. Ce mécanisme n'est donc pas réductible à ceux qui sont décrits dans les modèles que nous avons utilisés. Ce qui illustre la diversité des résultats auxquelles peuvent conduire les paramétrisations retenues dans les modèles. Nous reviendrons sur cette question dans la conclusion.

#### 5.2.1.2. Effets de l'arrêt du vent.

Au paragraphe précédent, nous avons vu que en phase d'approfondissement de la thermocline, les résultats obtenus pour le calcul des quantités moyennes étaient pratiquement identiques pour les deux modèles sauf à la frontière inférieure de la couche mélangée, il en sera de même ici. Les différences que l'on note dans les prévisions des quantités moyennes sont le résultat de celles qui existaient lors de l'arrêt du vent. Ainsi le gradient de température dans la thermocline étant plus important dans le modèle  $k\epsilon$  que dans le modelage de Rodi, le premier modèle fait apparaître une légère atténuation du gradient de température (figure 5.10) dans la thermocline contrairement au second où cette décroissance à un taux pratiquement moléculaire n'est pas observable compte-tenu des temps de simulation retenus ici. On observe aussi dans les résultats des deux modèles, une décroissance du maximum de vitesse situé au bas de la couche mélangée (figure 5.11, à comparer avec la figure 4.18). Ce maximum de vitesse est cependant moins important dans les résultats obtenus par le modèle  $k\epsilon$ . Comme au paragraphe précédent, ce

---

fait a une grande importance dans le comportement du champ turbulent.

Sur la figure (5.12) (comparer avec la figure 4.22) on a porté l'évolution des termes de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence calculés par le modèle  $k\epsilon$ . Comme au § 5.2.1.1. la différence essentielle avec les résultats obtenus par le modèle issu du modelage algébrique de Rodi, réside dans le rôle joué par le terme de production dynamique au bas de la couche mélangée. Ce terme maintient un haut niveau de turbulence à ce niveau dans les résultats obtenus par le modelage algébrique de Rodi alors qu'il est beaucoup moins actif dans ceux obtenus par le modèle  $k\epsilon$ . Un rôle important est alors joué par le terme de diffusion qui exporte de l'énergie cinétique de la turbulence du sein de la couche mélangée qui apparait comme la zone où la production résiduelle de turbulence est la plus forte, vers les régions déficitaires de surface et du bas de la couche mélangée. Contrairement aux résultats obtenus par le modelage de Rodi où le cisaillement interfacial maintenait une source effective de turbulence au bas de la couche mélangée, l'absence de production dynamique dans cette zone entraine dans les résultats du modèle  $k\epsilon$ , une remontée du champ turbulent à partir du bas de la couche mélangée. L'épaisseur de la couche turbulente qui atteignait 29 mètres au moment de l'arrêt du vent n'est plus que de 24 mètres 4 heures après. On notera aussi une décroissance de la turbulence à partir de la surface. Cette décroissance est cependant beaucoup moins rapide qu'au bas de la couche mélangée car le terme de stockage maintient un certain niveau de turbulence dans cette région. On pourra aussi remarquer cette remontée de la turbulence à partir du bas de la couche mélangée sur la figure (5.13) où est portée l'évolution de l'échelle algébrique de longueur de Mellor et Yamada (1974) (comparer avec la figure (4.21)). La croissance de l'échelle de longueur à 72 heures n'est pas significative compte-tenu du très faible niveau de turbulence qui subsiste dans la colonne d'eau à cette période.

Le cas de l'arrêt du vent a aussi été traité par Klein (1980). Ses résultats sont reproduit sur la figure (5.14). Il note aussi une remontée du champ turbulent à partir du bas de la couche de mélange. Cependant dans ces calculs, il ne semble pas que la cause en soit l'absence de production

dynamique par cisaillement au bas de la couche mélangée comme dans le modèle  $k\epsilon$  , mais plutôt le fait qu'il subsiste un flux turbulent de chaleur significatif au bas de la couche mélangée alors que les autres termes de l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence (sauf le terme de diffusion qui équilibre la destruction gravitationnelle) ont déjà disparu à ce niveau. On notera par ailleurs que les résultats de Klein font apparaître un flux de chaleur à contre-gradient durant les premières heures après l'arrêt du vent.

### 5.2.2. Comparaison avec le modèle de Mellor et Durbin.

Compte-tenu des hypothèses qui fondent le modèle de Mellor et Durbin il n'est évidemment pas question d'étudier le détail des mécanismes turbulents dans la couche mélangée à l'aide de ce modèle. Il est donc utilisé ici, uniquement pour vérifier si le calcul des structures moyennes réalisé à l'aide de ce modèle est en accord avec les résultats des modèles précédents. Par rapport aux modèles précédents, rappelons que le modèle de Mellor et Durbin fait essentiellement les deux hypothèses supplémentaires suivantes : \*les termes de diffusion et de stockage sont négligeables dans l'équation d'évolution de l'énergie cinétique de la turbulence.

\*l'échelle de longueur peut être obtenue par l'expression de Mellor et Yamada (1974).

On peut donc s'attendre à obtenir des résultats relativement différents de ceux obtenus précédemment.

En fait, curieusement, on constate que le calcul de la pénétration de turbulence à travers un milieu stratifié est en accord avec les résultats des autres modèles. La prévision de la structure thermique de l'écoulement se compare favorablement avec les résultats déjà obtenus comme on peut le constater sur la figure (5.15) qui compare les profils thermiques issus des prévisions du modelage algébrique de Rodi et du

modèle de Mellor et Durbin. Le gradient de température est cependant plus accentué dans le deuxième cas mais la profondeur de la thermocline est à peu près identique dans les deux cas. La température de surface est en météorologie, un paramètre très important et un calcul précis de cette quantité servant à estimer les flux de chaleur à l'interface air-mer est une des raisons du développement des modèles de calcul de la structure de la couche mélangée océanique. La figure (5.16) compare les températures de surface calculées par le modèle de Mellor et Durbin et le modèle de Rodi. Les différences entre les prévisions des deux modèles ne sont pas significatives compte-tenu de l'imprécision des données météorologiques et des formules permettant le calcul à l'interface air-mer. Ces résultats pourraient donc justifier l'utilisation du modèle de Mellor et Durbin pour les calculs à grande échelle des flux de chaleur à l'interface air-mer. Cependant les résultats précédents ne sont que partiels et il serait nécessaire d'étudier d'autres situations. Varn-Warnas et al (1981) ont aussi noté qu'ils obtenaient peu de différence entre les résultats de modèle de Mellor et Durbin et ceux obtenus à l'aide de leur modèle qui retient les équations d'évolution des corrélations triples. Ces auteurs suggèrent qu'il y aurait un effet de compensation des erreurs dans le modèle de Mellor et Durbin entre le fait de négliger le terme de diffusion et la définition de l'échelle de longueur. La forme de l'échelle de longueur pose en effet problème dans le modèle de Mellor et Durbin. Près de la surface elle ne diminue pas et donc ne reproduit pas un comportement de type couche-limite à ce niveau. Il s'ensuit que les profils de vitesse sont très différents de ceux calculés par les modèles précédents comme on peut le constater sur la figure (5.17).

En définitive, il semble (mais ceci doit être confirmé par l'étude d'autres situations que celles envisagées ici) que le modèle de Mellor et Durbin donne des résultats en accord avec ceux des autres modèles en ce qui concerne la structure thermique par contre le champ dynamique semble être assez mal calculé par ce modèle.



### 5.3. LE PROBLEME DE L'ECHELLE DE LONGUEUR.

#### 5.3.1. Comparaison entre les spécifications algébriques de l'échelle de longueur et l'utilisation d'une équation d'évolution.

Un point crucial pour la fermeture des équations d'évolution des flux turbulents réside dans la formulation d'une expression pour l'échelle de longueur. Jusqu'à présent, la plupart des travaux consacrés à la couche mélangée océanique ont utilisé une spécification algébrique de l'échelle de longueur, la plus populaire étant sans conteste la formulation proposée par Mellor et Yamada (1974) (voir chapitre II équation 2.25). Cependant elle ne tient compte que très indirectement de la stratification et il semble qu'elle donne des valeurs gravement sous-estimées dans les situations convectives (Therry et Lacarrère, 1983). A l'opposé, la réduction de la valeur de l'échelle de longueur qui apparaît dans les situations stables en densité (André, 1978) n'est pas reproduite par cette formulation. Des améliorations de cette formulation ont été proposées (cf chapitre II) sans que se dégage jusqu'à présent une solution claire et ce problème reste encore un des plus importants qui se pose dans la paramétrisation des mécanismes turbulents dans la couche mélangée océanique.

La solution retenue dans ce travail, a consisté à utiliser l'équation d'évolution de  $\epsilon$  pour obtenir cette échelle de longueur. Cette approche usuelle dans le calcul des écoulements industriels a été utilisée en océanographie par Marchuk et al (1977) utilisant un modèle proche de celui de Jones et Launder (1972), Spalding et Svensson (1976), Svensson (1979, 1980, 1981) utilisant une version modifiée de  $k\epsilon$  pour tenir compte des effets gravitationnels et Kundu (1980) qui utilise le modèle issu de l'hypothèse de modelage algébrique de Rodi. Une équation

d'évolution a également été utilisée dans certaines publications récentes de Mellor (Blumberg et Mellor, 1978, Worthem et Mellor, 1980, Kantha, Mellor et Blumberg, 1982).

L'importance de la valeur de l'échelle de longueur dans l'évolution de la couche mélangée étant reconnue (par exemple Varn-Warnas et Piacsek, 1979 ou Klein 1980), il importe d'avoir une idée claire des différences qu'entraîne l'utilisation d'une équation d'évolution par rapport à une formulation algébrique. Dans ce but, nous avons utilisé en lieu et place de l'équation d'évolution de  $\epsilon$ , la formulation de Mellor et Yamada (1974) :

$$(5.1) \quad l = \frac{K|z|}{1 + K|z|/l_0}$$

où  $l_0 = \alpha \frac{\int_{-d}^0 k^{1/2} |z| dz}{\int_{-d}^0 k^{1/2} dz}$

résultat d'une interpolation entre les valeurs près de la surface ( $l = K|z|$ ) et la valeur limite supposée lorsque  $z \rightarrow -\infty$  ( $l = l_0$ ).

La pénétration de la turbulence dans un milieu stratifié a été simulée en utilisant les mêmes conditions initiales et aux limites qu'au paragraphe 4.2.1.

La différence, la plus évidente avec les résultats obtenus lors des simulations réalisées en utilisant l'équation d'évolution de  $\epsilon$  concerne la profondeur de la couche mélangée. On assiste en effet à une réduction subsentielle de la profondeur atteinte par la couche mélangée. L'évolution au cours du temps des profils de température, est portée sur la figure (5.18) que l'on comparera avec la figure (4.1). On peut ainsi constater que la différence atteint pratiquement 20% au bout de 72 heures. Par delà la différence dans la profondeur atteinte par la couche mélangée dans les deux simulations, on notera sur la figure (5.19) comparant les profils de température obtenus à différentes heures que l'utilisation d'une échelle algébrique de longueur se traduit par une formation moins rapide de la thermocline. Le passage entre la zone stratifiée et la couche mélangée apparaît plus graduel lorsque la spécification algébrique de l'échelle de

longueur est utilisée.

Sur la figure (5.10) on a comparé la vitesse d'entraînement en fonction du nombre de Richardson global avec les expériences de Kato et Phillips (1969). L'accord avec l'expérience est assez mauvais, les valeurs obtenues sont systématiquement en dessous des points expérimentaux. L'évolution au cours du temps de la vitesse d'entraînement est donc trop faible par rapport aux résultats expérimentaux pour toutes les valeurs du nombre de Richardson. Si l'on admet avec Price (1979) et Thompson (1979) que l'expérience de Kato et Phillips donne des valeurs trop basses de la vitesse d'entraînement lorsque le nombre de Richardson augmente, les résultats obtenus en utilisant une échelle algébrique de longueur paraissent alors grandement en défaut. On notera aussi que les valeurs calculées de la vitesse d'entraînement suivent une loi de variation en  $Ri^{-1}$  (en accord avec la proposition initiale de Kato et Phillips) alors que la loi de variation obtenue au paragraphe 4.2.2. en utilisant l'équation d'évolution de  $\epsilon$  pour obtenir l'échelle de longueur est en  $Ri^{-1/2}$  (figure 4.15, voir aussi le § 5.3.2, figure 5.16).

En ce qui concerne l'évolution des vitesses dans la couche entraînée par le vent, on notera une assez profonde ressemblance dans les deux cas (voir figure 5.11). Les vitesses sont cependant plus importantes dans le cas présent. En fait, le débit restant le même, il s'agit simplement d'une conséquence de l'épaisseur plus faible de la couche de mélange. L'écoulement est fortement affecté par la présence d'oscillations d'inertie dont l'amplitude est plus forte que dans le paragraphe 4.2.1. Comme on le verra au chapitre VI (§ 6.2.3) l'amplitude des oscillations inertielles est inversement proportionnelles à l'épaisseur de la couche de mélange. Dans le cas présent, il est donc naturel que les oscillations de la vitesse soient plus importantes qu'au paragraphe 4.2.1.

La source des différences importantes obtenues entre les présents résultats et ceux du paragraphe 4.2.1 résident évidemment dans les définitions différentes de l'échelle de longueur. Sur la figure (5.13) on a tracé les profils verticaux des différentes échelles de longueur

algébriques présentées au paragraphe 2.3.1.3 comparés au profil de l'échelle calculée avec l'équation d'évolution de  $\epsilon$ . La différence entre les spécifications algébriques et celle obtenue par l'équation de  $\epsilon$  est assez considérable. L'échelle calculée par l'équation de  $\epsilon$  est très différente aussi bien en magnitude que par la forme du profil. D'autre part les échelles de longueur algébriques sont relativement stationnaires. Ainsi l'échelle de Mellor et Yamada (1974) n'évolue pratiquement plus au bout de 12 heures. De fait, cette échelle de longueur est liée au centre de gravité du champ turbulent, elle évolue donc moins vite que la pénétration de la turbulence dans le milieu. La réduction de la valeur de l'échelle de longueur dans les zones stables jugée souhaitable par certains auteurs (André, 1978, Zeman, 1975) est apparente dans les formules proposées par André et Klein (1980). La formule d'André fait cependant intervenir cette réduction d'une manière assez brutale. Quoiqu'il en soit, il est indéniable au vu de la figure (5.22) que les résultats obtenus en utilisant une spécification algébrique de l'échelle de longueur ne peuvent être que très différents de ceux obtenus en utilisant l'équation de  $\epsilon$ .

Sur la figure (5.23) représentant les profils verticaux de l'énergie cinétique de la turbulence à différentes heures, on notera que globalement le niveau de turbulence dans la couche mélangée apparaît plus faible qu'au paragraphe 4.2.1, conséquence de la dissipation plus forte calculée par la formulation algébrique de l'échelle de longueur. De plus, la modification qu'apporte le calcul du taux de dissipation par une formulation algébrique se traduit aussi par une différence dans la répartition des termes de l'équation de  $k$  et notamment dans celle du terme de diffusion (figure (5.24)). Ce terme apparaît plus faible qu'au paragraphe 4.2.1 en particulier au bas de la couche mélangée. Dans le cas présent le mécanisme responsable de l'érosion de la thermocline est toujours comme au paragraphe 4.2.1 le cisaillement des couches d'eau au bas de la couche mélangée mais le terme de diffusion plus faible qu'au paragraphe 4.2.1 ne fournit pas suffisamment d'énergie pour rendre ce cisaillement aussi efficace qu'au paragraphe 4.2.1., ce qui explique la profondeur moindre atteinte par la thermocline

5.3.2. INFLUENCE DES TERMES REPRESENTANT LES FORCES D'ARCHIMEDE DANS L'EQUATION D'EVOLUTION DU TAUX DE DISSIPATION.

L'équation d'évolution du taux de dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence dans un fluide géophysique comporte deux termes supplémentaires (termes VII et X de l'équation (2.30)), par rapport à l'équation classique utilisée dans un fluide homogène en l'absence de rotation. Si la paramétrisation du second (terme X) représentant l'influence de la rotation ne pose pas de problèmes particuliers du moins lorsque la vitesse de rotation est faible (cf § 2.3.1.3) la forme que doit prendre le terme représentant l'influence des forces d'archimède est beaucoup plus délicate à établir.

Il est indéniable que dans le cas général, l'équation modélisée de  $\epsilon$  doit comporter un terme pour représenter l'influence des forces d'Archimède : Dans une situation instable en l'absence de cisaillement (cas courant dans la couche limite planétaire) ce terme est le seul susceptible d'être une source effective de dissipation. Dans les situations stables cependant, le problème de savoir si l'addition d'un tel terme à l'équation "classique" d'évolution de  $\epsilon$  est nécessaire, reste posé. Svensson (1980), et Marchuk et al (1977) ont utilisé un terme représentatif de l'influence des forces gravitationnelles dans leurs études de la couche mélangée océanique de même que Wyngaard (1975) dans une étude d'une situation stable de la couche limite planétaire. A l'opposé Kundu (1980) utilisant le modèle issu du modelage algébrique de Rodi néglige ce terme. Dans la prévision numérique d'écoulements de laboratoire, Gibson et Launder (1976) obtiennent un bon accord avec des expériences d'écoulement horizontaux (jets et couches de mélange) sans retenir de terme représentant l'influence des forces d'Archimède et notent que l'effet d'un tel terme est négligeable à condition que les tourbillons de petite échelle restent isotropes (Gibson et Launder ,1976 p 83). Ce

Figure(6.5.a) Profil de température lorsque le vent tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre avec une période de rotation de 27 heures.

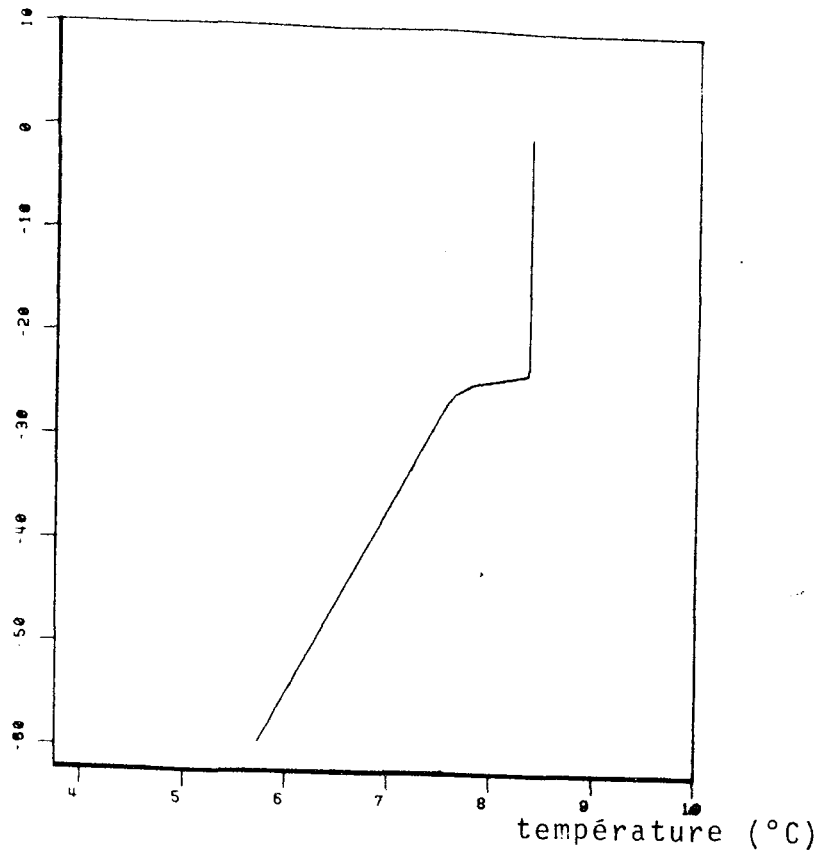
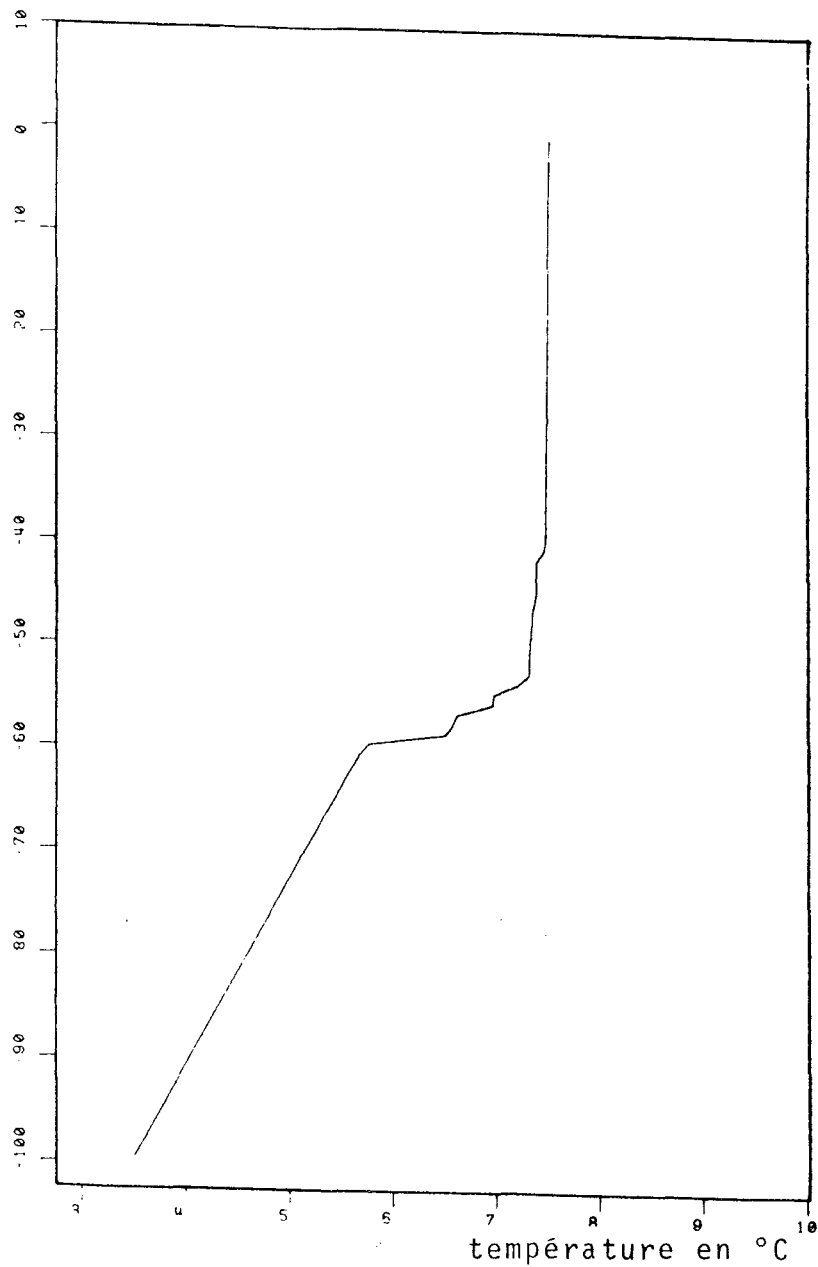


Figure (6.5.b),  
Le sens de rotation du vent est inversé.



Figure(6.6.a) Profil de température lorsque le vent tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre avec une période de rotation de 9 heures.

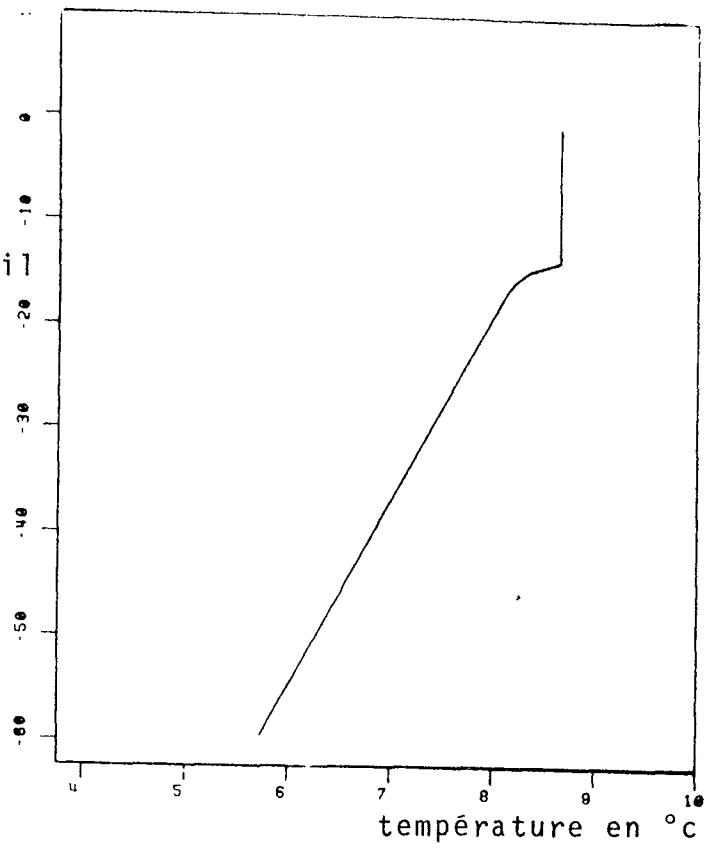
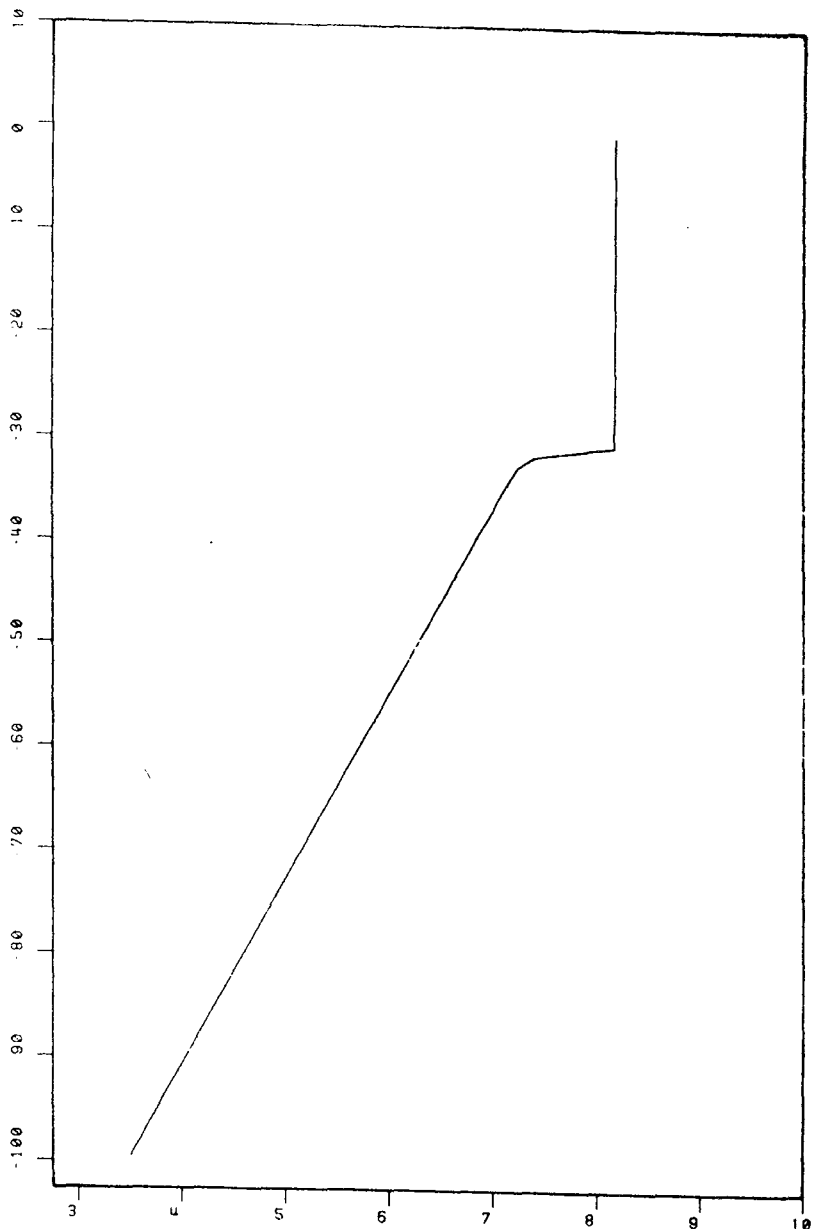


Figure (6.6.b)  
Le sens de rotation du vent est inversé.



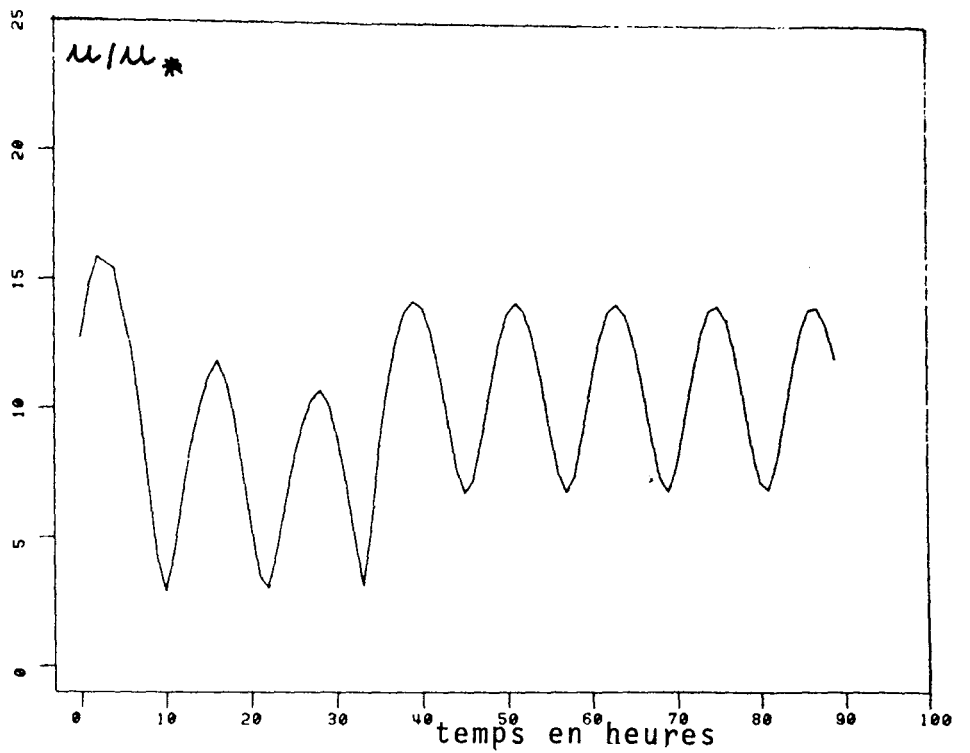


Figure (6.7.a) Norme de la vitesse de surface

lorsque le vent tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre avec une période de rotation de 27 heures.

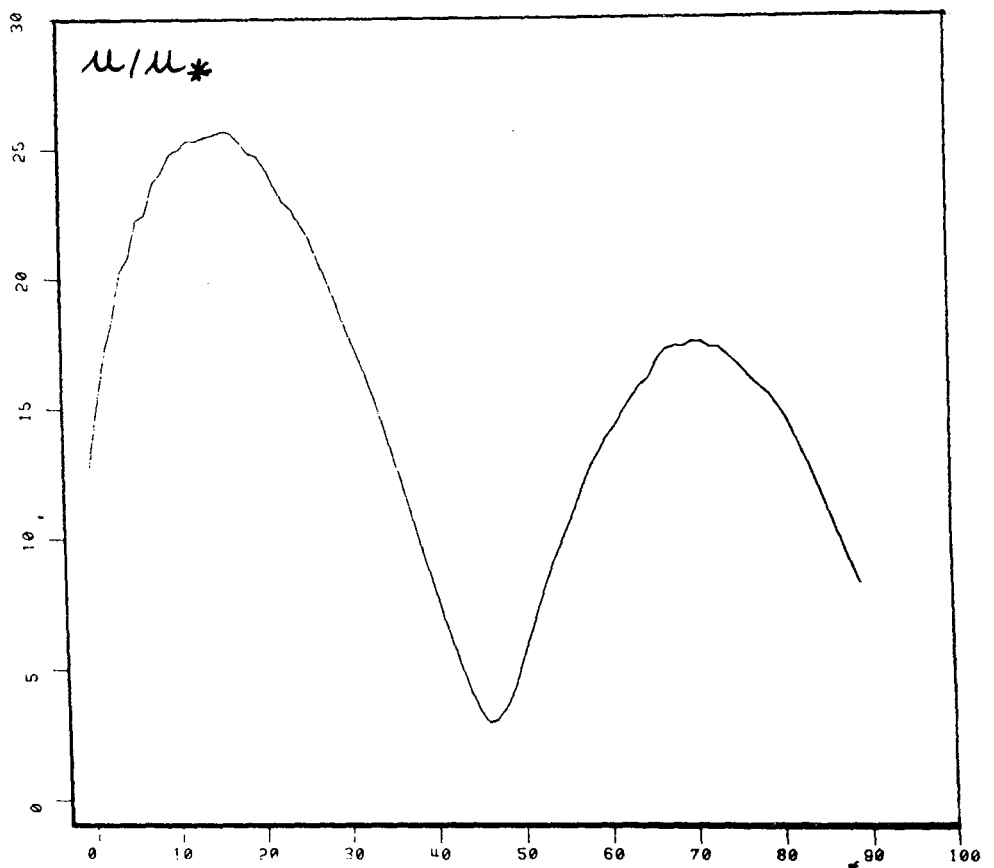


Figure (6.7.b) Le sens de rotation du vent est inversé par rapport à la figure précédente.



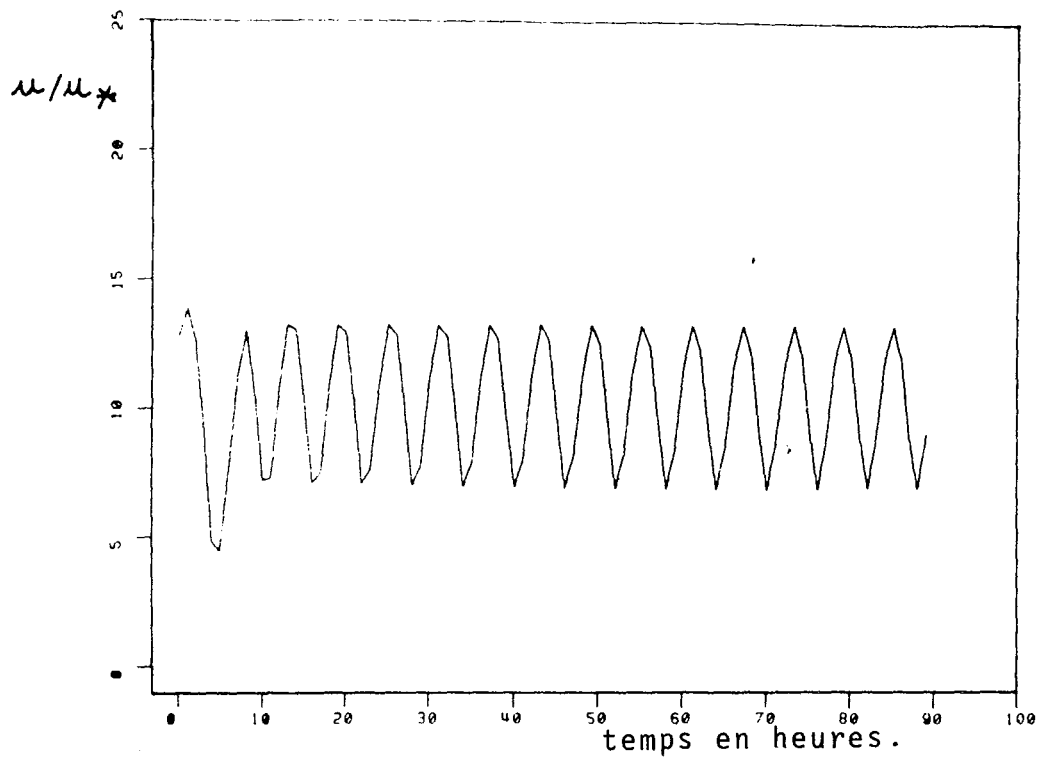
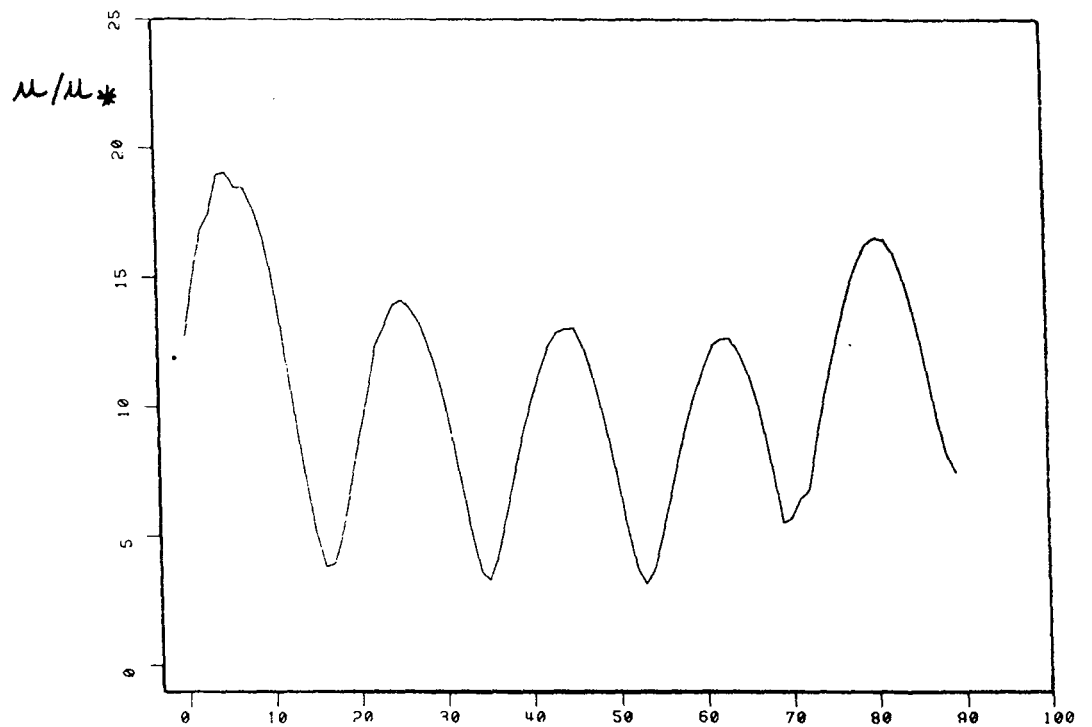
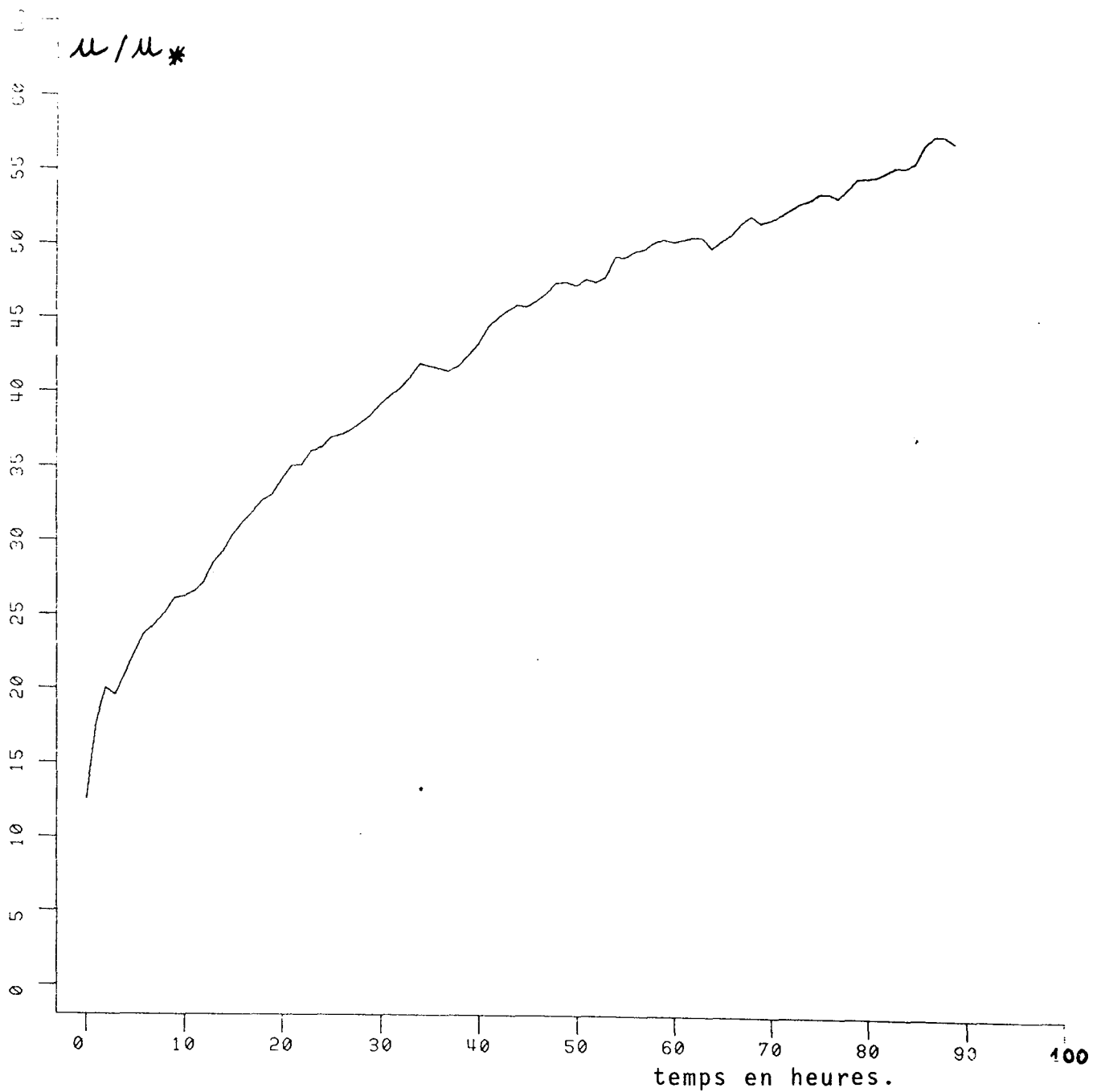


Figure (6.8.a) Norme de la vitesse de surface lorsque le vent tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre avec une période de rotation de 9 heures.



Figure(6.8.b) Le sens du vent est inversé par rapport à la figure (6.8.a)



figure(6.9) Norme de la vitesse de surface

lorsque le vent tourne dans le sens des  
aiguilles d'une montre avec une période de rotation  
de 18 heures.

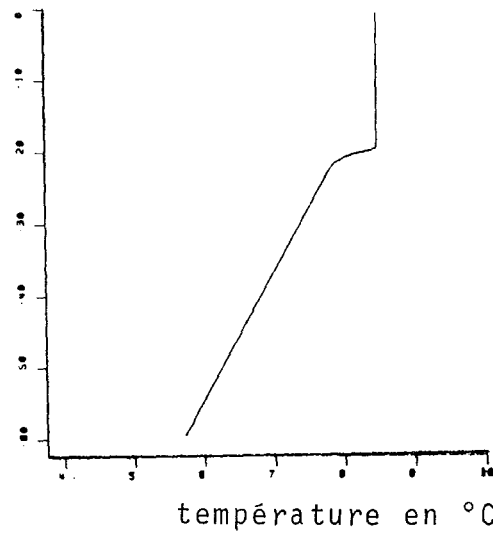


figure (6.10.a) Profil vertical de température lorsque le vent tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre avec une période de rotation de 18 heures.

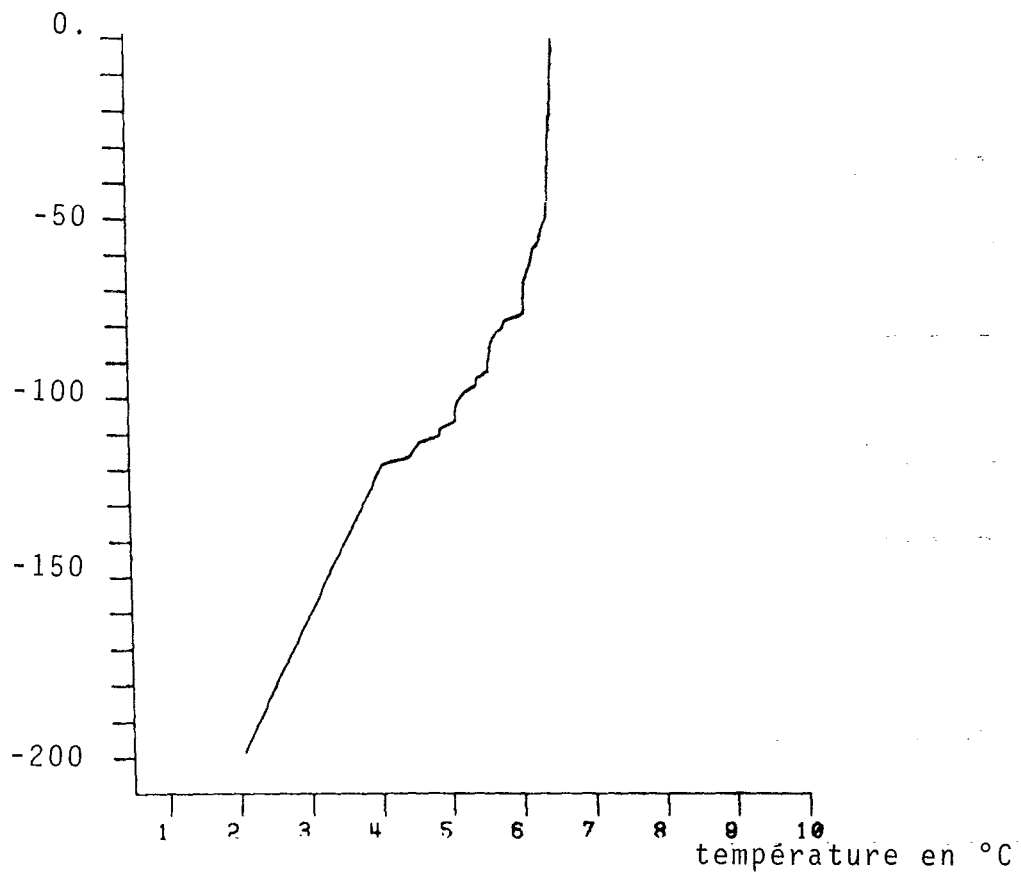


figure (6.10.b) Profil vertical de température lorsque le vent tourne dans le sens des aiguilles d'une montre avec une période de rotation de 18 heures.

C H A P I T R E    V I I

C O N C L U S I O N S

VII - CONCLUSIONS.

L'utilisation des modèles de turbulence dans l'étude de la couche mélangée océanique peut être envisagée sous plusieurs angles. Ce sont évidemment des outils pratiques de calcul et de prévision de la structure des couches marines superficielles, mais une de leurs finalités est aussi de conduire à une meilleure compréhension des mécanismes turbulents agissant dans la couche mélangée. De ce point de vue, nos conclusions sont assez négatives. Le mécanisme d'érosion de la thermocline est un processus essentiellement local. Le cisaillement du mouvement moyen et en particulier le cisaillement au bas de la couche de mélange semble jouer un rôle déterminant dans ce mécanisme. Il s'avère cependant que ce terme est extrêmement sensible aux paramétrisations retenues. En particulier la comparaison du modèle  $k\epsilon$  et du modèle issu du modelage algébrique de Rodi nous a appris qu'une modification mineure de la valeur des coefficients de diffusion au bas de la couche mélangée, changeait du tout au tout la description du mécanisme d'érosion des couches stables. Les résultats obtenus s'avèrent aussi extrêmement sensibles à la paramétrisation du terme de dissipation et la définition d'une échelle de longueur adéquate est l'un des problèmes cruciaux pour ce type de modélisation. En définitive même si cette conclusion peut sembler exagérément négative, nous pensons que une description fiable du détail des mécanismes turbulents dans la thermocline n'est pas actuellement accessible aux modèles semi-empiriques de turbulence compte-tenu des incertitudes qui pèsent sur la paramétrisation de certains termes des équations.

Ceci nous amène à parler de la nécessité d'obtenir des ensembles complets de données expérimentales. La validation des modèles de turbulence nécessite une confrontation avec de telles données. A cet égard, la réalisation d'une expérience du type de celle de Kato et Phillips (1969) incluant non seulement la mesure de la vitesse d'entraînement des couches stables mais aussi celle des profils verticaux

---

des quantités moyennes et des flux turbulents nous parait absolument nécessaire à tout progrès dans ce domaine.

En ce qui concerne la mise en oeuvre des modèles de turbulence dans les modélisations à grande échelle de la structure thermique et dynamique de l'océan, il faut remarquer que pour les situations considérées dans ce travail, les résultats obtenus sur la structure thermique par les différents modèles utilisés sont globalements identiques. Ces résultats ne sont cependant que partiels et mériteraient d'être confirmés en envisageant d'autres situations et notamment en considérant une succession de phases d'approfondissement et de retrait de la thermocline afin de vérifier si les modèles utilisés conduisent à des résultats différents dans le calcul de la structure à long terme des couches marines superficielles. Par ailleurs les résultats obtenus au chapitre VI ont montré l'importance considérable de la variabilité temporelle des échanges air-mer sur la structure de la couche mélangée. Notre sentiment est alors que dans l'état actuel des connaissances une représentation fidèle au niveau des données météorologiques de cette variabilité est un facteur beaucoup plus critique dans le calcul de la structure des couches marines superficielles qu'une paramétrisation très fine des mécanismes turbulents.

## ANNEXES

EQUATIONS GENERALESA1.1.EQUATIONS GOUVERNANT L'EVOLUTION DE LA COUCHE MARINE SUPERFICIELLE.

La description de l'évolution dynamique et thermodynamique du milieu marin requiert la connaissance, des variables caractéristiques suivantes en tant que fonctions de l'espace et du temps :

- Vitesse  $\vec{V}$  de composantes  $u, v, w$
- Pression  $P$
- Température  $T$
- Concentration  $C$
- Masse volumique  $\rho$

Ces grandeurs obéissent aux sept équations générales qui décrivent l'évolution d'un milieu fluide :

- L'équation d'état
- L'équation de conservation de la masse
- L'équation de conservation de la quantité de mouvement
- L'équation de conservation de la masse pour un contaminant
- L'équation de conservation de l'énergie

A1.1.1.Hypothèses propres au milieu marin.

Les sept équations précitées gouvernant l'évolution du milieu marin, prennent une forme particulière en fonction d'hypothèse propre à ce milieu. Ces hypothèses sont essentiellement les suivantes :

- L'équation d'état qui relie les quatre variables thermodynamiques fondamentales,  $P, T, \rho, C$  :

$$(A1.1) \quad f(P, T, \rho, C) = 0$$



n'a pas d'expression analytique simple. Elle est alors linéarisée autour d'un état de référence de densité  $\rho_r$ , de température  $T_r$  de pression  $P_r$  et de salinité  $C_r$ .

On considère généralement que les variations de pression sont négligeables. Au cours de ce travail on négligera par hypothèse les variations de salinité.

- Dans l'expression de la conservation de l'énergie, seule la dissipation d'énergie cinétique en chaleur par la viscosité sera prise en compte. Le taux de production de chaleur par unité de volume dû au processus irréversibles se réduit donc à la classique fonction de dissipation de Rayleigh :

$$(A1.2) \quad \Phi = (1/2) \cdot \rho \cdot \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2$$

- Enfin les effets de la compressibilité étant trop faibles pour affecter les forces visqueuses, le tenseur des contraintes visqueuses pourra être écrit :

$$(A1.3) \quad \sigma_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

L'ensemble de ces hypothèses conduit alors au système suivant d'équations ( cf par exemple Coantic, 1978 , pour l'établissement de ces équations) :

Equation d'état :

$$(A1.4) \quad \rho = \rho_r (1 - \beta(T - T_r)) \text{ où } \beta = - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P$$

Equation de conservation de la masse :

$$(A1.5) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \operatorname{div} \vec{V} = 0$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement :

$$(A1.6) \quad \rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla} p - \rho \vec{G} - 2\rho \vec{\Omega} \wedge \vec{V} + \operatorname{div} \sigma$$

Equation d'état

$$(A1.9) \quad \rho = \rho_0 (1 - \beta(T - T_0))$$

Conservation de la masse

$$(A1.10) \quad \text{div } \vec{V} = 0$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$(A1.11) \quad \rho_0 \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla} p - \rho \vec{G} - 2\rho_0 \beta \Delta T \vec{V} + \text{div } \sigma$$

Equation de l'enthalpie

$$(A1.12) \quad \rho_0 c_p \frac{dT}{dt} = \text{div } q + k \nabla^2 T$$

Une conséquence importante de l'approximation de Boussinesq est que la pression peut être considérée comme hydrostatique :

$$dp = -\rho g dz$$

A1.2. EQUATIONS STATISTIQUES.

Les équations obtenues en (A1.9)-(A1.12) forment un système exact et fermé. Cependant le mouvement des fluides géophysiques étant généralement de nature turbulente, il n'est pas actuellement susceptible d'être traité directement par le calcul.

L'approche habituelle consiste alors à considérer les variables décrivant le milieu géophysique comme des fonctions aléatoires du temps et de l'espace. Classiquement on décompose alors chaque quantité  $\phi$  en une valeur moyenne  $\bar{\phi}$  et une fluctuation turbulente  $\phi'$

$$(1.14) \quad \phi = \bar{\phi} + \phi'$$

On s'intéressera alors uniquement aux valeurs moyennes de ces variables, qui seront traitées de manière déterministe, tandis que les fluctuations autour de cet état moyen seront appréhendées par des méthodes statistiques.

Dans un premier temps, se pose alors le problème de la définition des opérateurs de moyenne.

### 1.3.1. Définition d'un opérateur de moyenne

Ce problème est en géophysique loin d'être résolu de manière satisfaisante. L'opérateur mathématique, le plus approprié, qui possède les "bonnes" propriétés de linéarité et de commutativité avec les opérateurs d'intégration et de dérivation spatiales et temporelles est en effet l'espérance mathématique qui pour des raisons évidentes est tout à fait inadapté aux phénomènes géophysiques.

On emploie alors généralement un opérateur de moyenne temporelle (ou spatial) défini par :

$$(A1.15) \quad \bar{\phi} = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \phi(s) ds$$

où T désigne un intervalle de temps (ou d'espace) sur lequel est moyennée.

Se pose alors le problème de la définition de cet intervalle de temps. Ce problème peut être alors résolu si la variable peut être décomposée en un processus rapide et un processus lent. (Lumley et Panofsky, 1964).

Si les échelles de temps des deux processus sont bien séparées on peut alors définir un intervalle de temps T, qui soit grand devant l'échelle intégrale des processus rapides et faible devant le temps de variation du processus lent. Dans ce cas, on peut alors assimiler l'opérateur défini en (A1.15) à une moyenne d'ensemble.

Dans la suite, on supposera que c'est bien le cas et qu'il est

Equation de l'enthalpie :

$$(A1.7) \quad \rho C_p \frac{dT}{dt} = \beta T \frac{dP}{dt} + \Phi + \text{div} \{ k \cdot \text{grad} T \}$$

A1.1.2. Approximation de BOUSSINESQ.

Le système d'équation précédent est complexe et assez peu utilisable dans la pratique. On introduira alors un ensemble supplémentaire d'hypothèses connues sous le nom d'approximation de Boussinesq et qui s'énoncent comme suit :

- Les variables thermodynamiques  $\rho, P, T$  s'écartent peu des valeurs de référence  $\rho_0, P_0, T_0$  d'un océan au repos, isentropique et de composition uniforme.
- Les variations de pression dues aux mouvements sont, dans tous les cas négligeables compte-tenu des vitesses mises en jeu.
- Les coefficients  $\beta, k, C_p$  sont constants.
- L'échauffement dû aux frottements visqueux est négligeable.

L'état de référence est alors décrit par le système suivant d'équations (dédites des équations (A1.4) à (A1.7) suivant :

$$(A.1.8) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \rho_0}{\partial t} &= 0 \\ \vec{\nabla} \rho &= -\rho_0 \vec{G} \\ \rho_0 C_p dT &= \beta T dp \\ \mu = \nu = \omega &= 0 \end{aligned}$$

Au échelles d'espace envisagées, la masse volumique de référence  $\rho_0$  peut alors être considérée comme constante (Phillips, 1966) selon la profondeur. Le système d'équations (A1.4) à (A1.7) devient alors (cf Coantic, 1978, pour une approche plus détaillée) :

possible de définir un opérateur de moyenne tel que (1.15).

Notons néanmoins qu'en ce qui concerne les paramètres océanographiques, les données expérimentales ne sont pas actuellement suffisantes pour valider sans réserves une telle hypothèse.

### 1.3.2. Equations statistiques.

En utilisant la définition précédente des opérateurs de moyenne, il nous est alors possible de décomposer chaque variable en une valeur moyenne et une fluctuation turbulente :

$$\begin{aligned} \rho &= \bar{\rho} + \rho' & \vec{v} &= \bar{\vec{v}} + \vec{v}' \\ \Gamma &= \bar{\Gamma} + \Gamma' & P &= \bar{P} + P' \end{aligned}$$

(Dans la suite on notera simplement les valeurs moyennes par une majuscule et les fluctuations turbulentes par une minuscule)

Les équations (1.9)-(1.12) deviennent alors :

$$(1.16) \quad \bar{P} = \rho_0 \{ 1 - \beta (\bar{T} - T_0) \}$$

$$(1.17) \quad \text{div } \bar{\vec{v}} = 0$$

$$(1.18) \quad \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j}) + g_i \frac{\bar{P} - \rho_0}{\rho_0} - \varepsilon_{ijk} \bar{\omega}_j \bar{v}_k$$

$$(1.19) \quad \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\kappa \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \overline{u_j \delta})$$

Ces équations décrivent le comportement des quantités moyennes, ce sont aussi des équations exactes mais elles ne constituent plus un système fermé : L'opérateur de moyenne a fait apparaître des corrélations inconnues entre les fluctuations de vitesses  $\overline{u_i u_j}$  (appelées tensions de Reynolds) et les fluctuations de vitesse et de température  $\overline{u_j \delta}$ .

Physiquement ces corrélations représentent le transport

supplémentaire de quantité de mouvement et de chaleur dû aux fluctuations turbulentes. Le système (A1.16)-(A1.19) ne peut alors être résolu que si l'on dispose d'un moyen de calculer ces termes inconnus. En fait, la détermination de ces termes est le problème majeur dans le calcul des écoulements turbulents. Le chapitre II exposera la méthode retenue pour modéliser ces termes.

### A1.3. HYPOTHESE D'HOMOGENEITE HORIZONTALE.

Dans le cadre d'une première étude, le système (1.16)-(1.19) est d'une trop grande complexité. De plus, il fait intervenir des termes turbulents (par exemple  $\overline{\partial u_i u_j} / \partial z$ ) et des termes purement dynamiques ( $-\frac{1}{\rho_0} \nabla_h \tau$ ) il est alors très difficile de séparer l'influence respective de ces termes d'origines différentes.

Le système (A1.16)-(A1.19) sera donc simplifié afin de mettre en relief le rôle des mécanismes purement turbulents dans la dynamique de la couche d'eau superficielle.

### Equations pour un océan spatialement homogène.

Si l'on ne considère l'évolution des couches marines superficielles que sous le seul effet des échanges air-mer locaux, une analyse en ordre de grandeur des équations (1.16)-(1.19) montre que ces dernières sont du type couche limite.

Il en résulte que les variations des quantités moyennes (sauf la pression) ne sont sensibles que pour des échelles d'espace beaucoup plus grandes horizontalement que verticalement. Compte-tenu de cette hypothèse, l'équation de continuité (1.17) devient :

$$(A1.20) \quad \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad W(z,t) = W(0,t)$$

d'où :

$$(A1.21) \quad W(z,t) = 0 \quad \forall t, z$$

car la composante verticale du mouvement moyen est nulle en surface. Le système d'équations (Al.16)-(Al.19) s'écrit alors :

$$(Al.22) \quad \frac{\partial p}{\partial z} - \rho g = 0$$

$$(Al.23) \quad \frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( \overline{uw} - \nu \frac{\partial U}{\partial z} \right) + fV - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$(Al.24) \quad \frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( \overline{vw} - \nu \frac{\partial V}{\partial z} \right) - fU - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$(Al.25) \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( \overline{\delta w} - \chi \frac{\partial \Gamma}{\partial z} \right)$$

L'expression des termes de pression est déterminée en considérant dans le cas stationnaire, les équations du mouvement à la limite inférieure du domaine ( $z=D$ ) pour lequel les termes de frottement sont considérés comme négligeables. On obtient alors :

$$(Al.27) \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

$$(Al.28) \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 f V g$$

$$(Al.29) \quad \frac{\partial p}{\partial y} = -\rho_0 f U g$$

où  $\vec{V}_g$  représente le mouvement à la limite inférieure du domaine appelé mouvement géostrophique. Le terme de pression dans (Al.23) et (Al.24) est alors équivalent à une translation. Il sera négligé au cours de ce travail, on obtient alors le système final d'équations :

$$(Al.30) \quad \frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( \overline{uw} - \nu \frac{\partial U}{\partial z} \right) + fV$$

$$(Al.31) \quad \frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( \overline{vw} - \nu \frac{\partial V}{\partial z} \right) - fU$$

$$(Al.32) \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( \overline{\delta w} - \chi \frac{\partial \Gamma}{\partial z} \right)$$

MODELISATION DES CORRELATIONS TRIPLES EN PRESENCE D'EFFETS  
GRAVITATIONNELS.

Il est bien connu que les données expérimentales sur les couches limites convectives, (Willis et Deardorff, 1974, Adrian, 1975) montrent une corrélation positive entre l'énergie cinétique de la turbulence et la composante verticale des fluctuations de vitesse. Le flux d'énergie cinétique de la turbulence est alors positif à travers toute la couche. Cela suppose l'existence d'une diffusion à contre-gradient.

Les formulations présentées au paragraphe 2.3.1.1. basée sur un simple modèle à gradient:

$$(A2.1) \quad \overline{k_{ui}} \propto \overline{u_{ij}} \frac{\partial k}{\partial x_j}$$

ne sont plus alors adaptées à cette situation: le flux déduit de (A1) n'a plus la bonne direction (voir Lumley et al, 1978, fig 1 p 582, par exemple). Il apparaît alors qu'il existe en même temps que le transport à gradient une contribution des effets gravitationnels capable de maintenir ces flux à contre-gradient.

La forme générale de l'équation de transport des moments du troisième ordre est (cf § 2.3.1.1.):

$$(A2.2) \quad \frac{d\overline{T}}{dt} = S_m + S_g + S_p + P - D$$

où apparaissent des termes de cisaillement,  $S_m$ , des termes d'interactions turbulentes,  $S_g$ , des termes de flottabilité,  $S_p$ , des termes d'inertie résultant des fluctuations de pression P et des termes visqueux D.

Une technique permettant de formuler des hypothèses de fermeture pour les équations (A2.2) a été proposée par Hanjalic et Launder (1972) et



par Lumley (1975). Leurs hypothèses communes sont :

- 1)- L'approximation quasi-normale pour les termes du quatrième ordre .
- 2)- L'approximation des termes de pression par une hypothèse de retour à l'isotropie analogue au modèle de Rotta pour les corrélations doubles.

Ces deux hypothèses permettent d'écrire (A2.2) sous la forme:

$$(A2.3) \quad dT = S_m + S_p + S'_g + T/\mathcal{C} - D$$

où  $S'_g$  est un terme d'interactions turbulentes ( $\neq S_g$ ) et  $\mathcal{C}$  correspond à un temps de relaxation ( $\propto k/\epsilon$ )

Les équations (A3) sont alors résolues sous cette forme : Zeman et Lumley (1976), André et al (1976), Warn-Varnas et Piascek (1979) . Cependant le nombre d'équations nécessaires pour former un système complet est alors très important ( dans le cas monodimensionnel 21 équations supplémentaires).

Dans une situation de convection libre, le système (A3) admet toutefois des simplifications supplémentaires : seuls les flux  $\overline{u_1^2 u_3}$ ,  $\overline{u_3^3}$ ,  $\overline{\gamma^2 u_3}$ ,  $\overline{\gamma u_3^2}$  sont nécessaires et le cisaillement étant nul, le terme  $S_m$  disparaît. En négligeant la variation temporelle on obtient alors :

$$(A2.4) \quad T = \mathcal{C} (S'_g + S_p - D)$$

En formulant des hypothèses sur la forme des termes  $S_p$  et  $D$ , Zeman et Lumley (1976) proposent alors la formulation :

$$(A2.5) \quad F_i = K_{ij} \frac{\partial}{\partial x_3} (G_j)$$

où  $F_i = (\overline{u_1^2 u_3}, \overline{u_3^3}, \overline{\gamma u_3^2}, \overline{\gamma^2 u_3})$  et  $G_j = (\overline{u_1^2}, \overline{u_3^2}, \overline{\gamma u_3}, \overline{\gamma^2})$

$K_{ij}$  est un tenseur de diffusion turbulente.

Le modèle présenté en (A5) est encore un modèle à gradient mais dans

ce cas le flux d'une quantité donnée dépend du gradient de toutes les autres. Par exemple Zeman et Lumley (1976) proposent :

$$(A2.6) \quad \overline{u_3^3} = -K_m \frac{\partial}{\partial x_3} \overline{u_3^2} + \beta \tau K_m \frac{\partial}{\partial x_3} \overline{\gamma u_3} + 3/4 \beta^2 \tau^2 K_t \frac{\partial}{\partial x_3} \overline{\gamma^3}$$

Les deux contributions dues aux gradients de  $\overline{\gamma u_3}$  et  $\overline{\gamma^2}$  peuvent contrecarrer le terme  $\propto \partial u_3^2 / \partial x_3$  et maintenir dans la partie basse d'une couche limite convective un flux à contre-gradient. On retrouve ici des idées habituelles en thermodynamique linéaire des processus irréversibles (effet Soret et Dufour par exemple).

Ces corrections s'avèrent indispensables dans l'étude de la couche limite atmosphérique. Cependant il n'est pas certain qu'elles soient adaptées à la couche mélangée océanique. Alors qu'en effet, la turbulence atmosphérique est essentiellement d'origine convective, la turbulence dans la couche mélangée océanique est essentiellement générée par des processus dynamiques. Or les formulations (A2.5) n'ont été testées que dans les situations de convection libre. A cet égard, dans les situations "mixtes" l'omission des termes de cisaillement  $S_m$ , conduisant à (A2.5) n'est peut-être pas justifiée. De plus les valeurs des constantes numériques apparaissant dans (A2.5) sont relativement incertaines dans de telles situations. Klein (1980) après avoir présenté une formulation dérivée de (A5) a préféré au vu des renseignements expérimentaux actuellement disponibles dans la couche mélangée, négliger finalement ces corrections. Mellor et Yamada (1982) recommandent dans l'étude de la couche mélangée océanique, une diffusion dans le sens du gradient.

CRITERE D'EXTINCTION DE LA TURBULENCE DANS UN MILIEU STRATIFIE.

A l'exception du modèle  $k \in$ , les coefficients de diffusion sont, dans les modèles utilisés, des fonctions de la stabilité du milieu et en particulier du nombre de Richardson de flux,  $Rf$  défini par :

$$Rf = -G/P = \frac{\beta g \bar{F}_3 \gamma}{R_{13} \frac{\partial U}{\partial Z} + R_{23} \frac{\partial V}{\partial Z}}$$

qui "mesure" en quelque sorte l'influence de la stabilité du milieu sur la production de turbulence

La nécessité - nécessité mathématique mais non pas physique - d'obtenir des coefficients de diffusion positifs, inhérente à la formulation des modèles fournit alors un critère permettant de juger si un écoulement stratifié en densité est turbulent ou non. Ce critère est obtenu en écrivant les conditions de positivité que doivent vérifier les coefficients de diffusion.

a) Modèle de Mellor et Durbin.

Les coefficients de diffusion s'écrivent dans ce modèle :

$$(A.II.1) \quad \begin{aligned} K_m &= k^{1/2} l_0 \tilde{S}_m \\ K_h &= k^{1/2} l_0 \tilde{S}_h \end{aligned}$$

La positivité de  $K_m$  et  $K_h$  est alors conditionnée par celle des fonctions de stabilité  $\tilde{S}_m$  et  $\tilde{S}_h$ , elles s'expriment par :

$$(A.II.2) \quad \begin{aligned} \tilde{S}_m &= \tilde{S}_h \left[ 3A(\gamma_1 - C - 9A\Gamma/B_1) / [\gamma_1 - \gamma_2\Gamma + 3A\Gamma/B_1] \right] \\ \tilde{S}_h &= 3\sqrt{2} A (\gamma_1 - \gamma_2\Gamma) \end{aligned}$$

$$\text{où } \gamma_1 = \frac{1}{3} - (2A/B1)$$

$$\gamma_2 = (B2/B4) + (6A/B4)$$

$$\gamma = \frac{Rf}{1 - Rf}$$

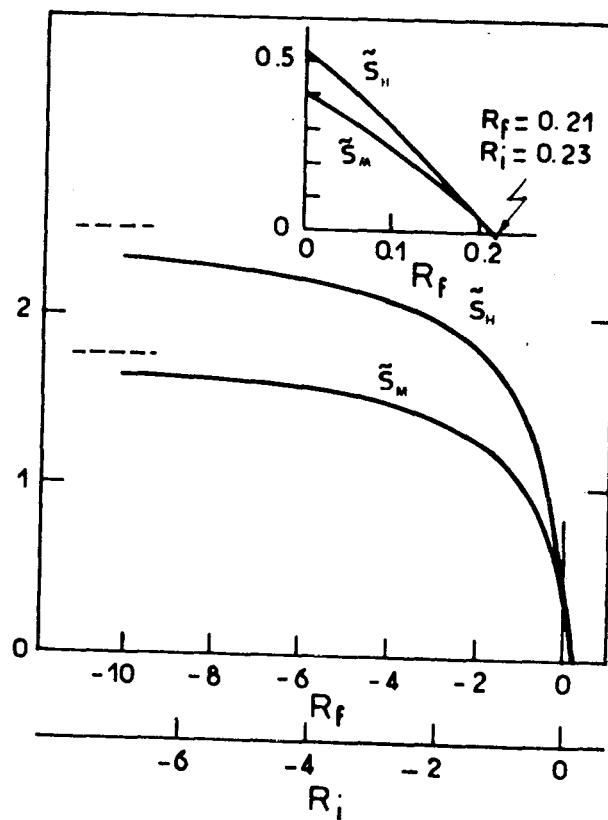
$$\text{et } (A, B1, B2, C) = (0,78; 15; 8; 0,056)$$

Les variations de ces fonctions sont données sur la figure ci-dessous d'après Mellor et Durbin, 1975.

On voit alors apparaître un nombre de Richardson de flux critique :

$$(A.II.3) \quad Rf \leq Rf_{cr} = 0,215$$

Au delà de ce seuil, les flux turbulents de chaleur et de mouvement sont nuls, il n'y a plus de turbulence. Ceci traduit le fait que dans une zone très stable (zone à fort gradient positif de température comme la thermocline par exemple) le travail des forces d'Archimède transforme l'énergie cinétique de la turbulence en énergie potentielle (voir l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence) et empêche donc tout développement de la turbulence.



b) Modèle issu du modelage algébrique de Rodi

D'après le § 2.4.2. les coefficients de diffusion s'expriment dans ce modèle par :

$$(A.II.4) \quad K_m = -\theta \frac{R_{33}}{k} = \frac{\left( \frac{2}{3} \phi (1 - \phi \frac{P+G}{\epsilon}) - \frac{2}{\epsilon} \frac{P+G}{\epsilon} \cdot \phi \cdot \frac{Rf}{1-Rf} \right) \phi \frac{k^2}{\epsilon}}{1 + \phi \cdot \beta (\phi r + \phi' / \sigma_T)}$$

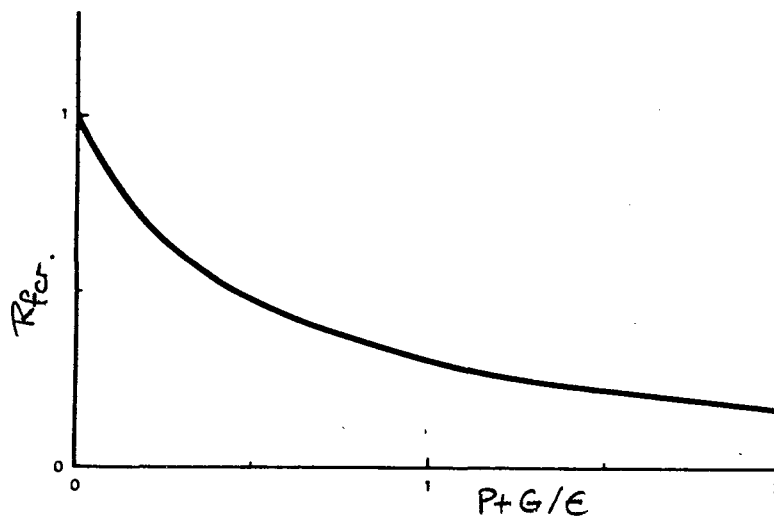
$$K_h = K_m / \sigma_T$$

La condition de positivité des coefficients de diffusion implique alors comme dans le modèle de Mellor et Durbin, l'existence d'un nombre de Richardson de flux critique dont l'expression est :

$$(A.II.5) \quad Rf_{cr} = \frac{1 + 0,46 \frac{P+G}{\epsilon}}{1 + 2,78 \frac{P+G}{\epsilon} + \left( \frac{P+G}{\epsilon} \right)^2}$$

Les variations de  $Rf_{cr}$  avec  $P+G/\epsilon$  sont donnés sur la figure suivante d'après Kundu (1980). On a vu que dans les situations simulées au cours de ce travail, le rapport  $P+G/\epsilon$  est proche de 1, la valeur du nombre de Richardson critique est alors 0,3 ce qui est proche de la valeur donnée par le modèle de Mellor et Durbin.

Les vérifications expérimentales de ces critères sont cependant malaisées, essentiellement en raison du nombre insuffisant d'expériences adéquates.



---

BIBLIOGRAPHIE

- ADRIAN J.R.,1975 : Turbulent water over ice convection. J. Fluid. Mech., 69, 753-781.
- ANDRE J.C,G.DE MOOR,P. LACARRERE et R. DU VACHAT, 1976 : Modelling the 24-hour évolution of the mean and turbulent structures of the planetary boundary layer. J. Atmos. Sci.35,1861-1883.
- CAMP N.T, ELSBERRY R.L,1978 : Oceanic thermal response to strong atmospheric forcing. II. The role of one-dimensionnal processes. J. Phys. Oceanogr.8,215-224.
- COANTIC M, 1978 : An introduction to turbulence in geophysics and air-sea interactions. AGARDograph n°232.
- CROW S.C,1968 :The viscoelastic properties of fine grained incompressible turbulence,J. Fluid. Mech.,38,1.
- DILLON T.M., CADWELL D.R., 1980 : The batchelor spectrum and dissipation in the upper ocean. J. Geophys. Res., 85, 1910-1916.
- DILLON T.M., POWELL T.M., 1976 : Low-frequency turbulence spectra in the mixed layer of lake Tahoe, California-Nevada. J. Geophys. Res., 81, 6421-6427.
- DONALDSON C. du P.,1973 : Construction of a dynamic model of atmospheric turbulence and the dispersal of atmospheric pollutants. Workshop in micrometeorology, Amer.Meteor.Soc.
- ELSBERRY R.L, WARRENFELTZ L., 1982 : Data assimilation test with an oceanic mixed-layer model. J. Phys. Oceanogr.,12, 839-850.
- GARWOOD R.W,1977 : An oceanic mixed layer model capable of simulating cyclic states,J. Phys. Oceanogr.,7,3,456-468.

- 
- GIBSON M.M and LAUNDER B.E ,1976 : On the calculation of horizontal, turbulent free shear flow under gravitationnal influence, J. Heat. Transfer, Trans.ASME,98C, 81-87.
- GONELLA J.,1971 : A local study of inertial oscillations in the upper layer of the ocean. Deep Sea Res. 23,5,391-401.
- GRANT H.L., MOILLIET A., VOGEL W.M., Some observations of the occurrence of turbulence in and above the thermocline. J. Fluid. Mech., 34, 443-448.
- GUILLARD H., 1984 : Modèles numériques d'écoulements induits par le vent. Rapport CTAMN/84/R/
- HANJALIC K, LAUNDER B.E ,1972 : A reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flow.J. Fluid. Mech.52,609-638.
- HOSSAIN M.S, RODI W.,1977 : Influence of buoyancy on the turbulent intensities in horizontal and vertical jets, in Heat transfer and buoyant convection Studies and applications for natural environment, Building, Engineering systems, Spalding D.B. and Afgan N Eds. Hemisphere publishing Corp. Washington DC.
- JAENDEL D., BRISON J.F, MATHIEU J., 1978 : Modelling methods in physical and spectral space. Phys. Fluids., 21, 169-182.
- JONES I.S.F., KENNEY B.C., 1977 : The scaling of velocity fluctuations in the surface mixed layer. J. Geophys. Res., 82, 1392-1396.
- KANTHA L.H., 1977 : Note on the role of internal waves in thermocline erosion. in Modelling and Prediction of the upper layer of the ocean (Adv. Study Inst., Urbino, Italy, 1975), Pergamon Press, Oxford, 173-177.
- KANTHA L.H ,PHILLIPS O.M, ARZAD R.S, 1977 : On turbulent entrainment at a stable density interface. J. Fluid. Mech., 79,4 753-768.
- KATO H ,PHILLIPS O.M, 1969 : On the penetration of a turbulent layer into a stratified fluid. J. Fluid. Mech., 37,4,643-665.
- KLEIN. P, 1980 : Modélisation des mécanismes turbulents dans les couches marines superficielles. Doctorat d'état. Université d'Aix-Marseille II.

- 
- KUNDU. P.K, 1980 : A numerical investigation of mixed layer dynamics. *J. Phys. Oceanogr.* 10, 220-236.
- KUNDU. P.K, 1981 : Self-similarity in stress driven entrainment experiments. *J. Geophys. Res.*, 86, 1979-1988.
- KURIHARA. Y, 1965 : On the use of implicit and iterative methods for the time integration of the wave equation. *Monthly Weather Rev.*, 93, 33-46.
- LAUNDER. B.E., 1971 : An improved algebraic modeling of the Reynolds Stresses. Imperial college, Mechanical Engineering Department Rep TM/TN/A/9.
- LAUNDER. B.E., 1975 : On the effects of a gravitational field on the turbulent transport of heat and momentum. *J. Fluid. Mech.* 67, 569-581.
- LAUNDER. B.E, REECE G.J. and RODI W., 1975 : Progress in the development of a Reynolds stress turbulence closure. *J. Fluid. Mech.*, 68, 537-566.
- LIONS J.L, 1968 : Contrôle optimal des systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles. Dunod, Paris.
- LUMLEY J.L, ZEMAN O., SIESS J., 1978 : The influence of buoyancy on turbulent transport, *J. Fluid. Mech.*, 84, 3, 581-597.
- MARCHUK G.I., KOCHERGIN V.P., KLIMOK V.I., SUKHORUKOV V.A., 1977 On the dynamics of the ocean surface mixed layer. *J. Phys. Oceanogr.*, 7, 865-875.
- MARTIN P.J., 1982 : Mixed layer simulation of buoy observations taken during Hurricane Eloise. *J. Geophys. Res.*, 87, 409- 427.
- MELLOR G.L, DURBIN P.A, 1975 : The structure and dynamics of the ocean surface mixed layer. *J. Phys. Oceanogr.* 5, 718-728.
- MELLOR G.L, STRUB P.T., 1980 : Similarity solutions for the stratified turbulent Rayleigh problem. *J. Phys. Oceanogr.* 10, 455-460.
- MELLOR G.L, YAMADA T., 1974 : A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers. *J. Atmos. Sci.*, 31, 1791-1806.



- 
- MELLOR G.L., YAMADA T., 1982 : Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems. *Reviews of Geophysics and Space Physics.*, 20, 4, 851-875.
- NAOT D., SHAVIT A., WOLFSHTEIN M., 1973 : Two-point correlation model and the redistribution of Reynolds stress. *Phys. Fluids.* 16, 738.
- NIILER P.P., 1975 : Deepening of the wind-mixed layer. *J. Mar. Res.*, 33, 3, 405-422.
- NIILER P.P., KRAUS E.B., 1977 : One-dimensionnal models of the upper ocean. in *Modelling and Prediction of the upper layers of the ocean (Adv. Study .Inst., Urbino, Italy, 1975)* Pergamon Press Oxford, 143-172.
- OKEY N.S., ELLIOT J.A., 1980 : Dissipation in the mixed layer near Emerald Basin. *Marine Turbulence*, J.C.J. Nihoul, Ed., Elsevier, 123-133.
- OKEY N.S., 1981 : Turbulent energy dissipation during JASIN phase II. *JASIN NEWS*. manuscript unpublié.
- PALMER M.D., 1973 : Some kinetic energy spectra in a nearshore region of lake ontario. *J. Geophys. Res.*, 78, 3585-3595.
- POLLARD R.T, MILLARD R.C, 1970 : Comparison between observed and simulated wind generated inertial oscillations. *Deep. Sea. Res.*, 17, 813-821.
- POLLARD R.T, RHINES P.B, THOMPSON R.O.R.Y., 1973 : The deepening of the wind mixed layer, *Geophys. Fluid. Dyn.*, 3, 4, 381-404.
- PRANDTL L., 1925 : Uber die ausgebildete turbulenz, *ZAMM*, 5, 136.
- RICHMEYER R.D., MORTON K.W., 1967 : Difference methods for initial value problems. Interscience Publishers, John Wiley and sons.
- RODI W., 1980 : Turbulence model and their applications in hydraulics, a state of the art review. *AIRH*.

---

ROTTA J.C., 1951 : Statistische theorie nichthomogener turbulenz. Zeitsch. Für Physik., 129, 547-572.

SCHIESTEL R., 1983 : Sur le concept d'échelles multiples en modélisation des écoulements turbulents. J.M.T.A. vol 2, n°3, 417-449.

SPALDING D.B, SVENSSON U., 1976 : The development and erosion of the thermocline. in Turbulent buoyant convection (D.B. SPALDING Ed.) Washington D.C. Hemisphere Publishing Corp.

STEWART R.W, GRANT H.L., 1962 : Determination of the rate of dissipation of turbulent energy near the sea surface in the presence of waves. J. Geophys. Res., 67, 3177-3180.

SVENSSON U., 1979 : The structure of the turbulent Ekman layer. Tellus, 31, 340-350.

TENNEKES H., LUMLEY J.L., 1972 : A first course in turbulence, Cambridge, MIT Press, 300p.

WARN-VARNAS A.C, PIACSEK S.A., 1979 : An investigation of the importance of the third-order correlations and choice of length scale in mixed layer modelling. Geophys.Astrophys.Fluid Dynamics., 13, 225-243.

WARN-VARNAS A.C, DAWSON G.M, MARTIN P.J, 1981 : Forecast and studies of the oceanic mixed layer during the Mile experiment. Geophys.Astrophys.Fluid Dynamics., 17, 63-85.

WILLIS G.E, DEARDORFF J.W., 1974 : A laboratory model of the unstable planetary boundary layer. J. Atmos. Sci., 31, 1297-1307.

WORTHEM S, MELLOR G.L., 1980 : A turbulence closure model applied to the upper tropical ocean. Deep Sea Res., Gate Suppl.I, 26, 237-272.

WYNGAARD J.C., COTE O.R., 1975 : The evolution of the convective planetary boundary layer-A higher order closure model study. Bound. Layer Meteor., 7, 289-308.

ZEMAN O., LUMLEY J.L., 1976 : Modelling buoyancy driven mixed layers. J. Atmos. Sci., 33, 1974-1988

ZEMAN O., 1981 : Progress in the modelling of planetary boundary layers.  
Ann. Rev. Fluid Mech. 13,253-272.

ZILITINKEVICH S.S., CHALIKOV D.D., RESNYANSKY Y.D., 1979 : Modelling the  
oceanic upper layer. Oceanol. Acta., 2, 2, 219-240

Le problème de la paramétrisation des mécanismes turbulents dans les couches marines superficielles est étudié par comparaison des résultats obtenus avec différents modèles de turbulence dans diverses situations types. On montre que la description fine des mécanismes turbulents est profondément affectée par les hypothèses de modélisation retenues mais que la structure thermique prévue reste globalement identique dans les situations considérées. Plusieurs simulations examinant l'influence de la variabilité temporelle des échanges air-mer ont mis en évidence qu'une représentation fidèle de cette variabilité est le facteur critique dans ce problème.

- Thermocline
- Couche mélangée océanique
- Modélisation océanique
- Turbulence marine
- Variabilité marine
- Echanges air-mer.