



**HAL**  
open science

# Applications de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution au traitement des images de télédétection

Thierry Ranchin

► **To cite this version:**

Thierry Ranchin. Applications de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution au traitement des images de télédétection. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Nice Sophia-Antipolis, 1993. Français. NNT: . pastel-00957067

**HAL Id: pastel-00957067**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00957067>**

Submitted on 8 Mar 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **Thèse de Doctorat**

Présentée à l'Université de Nice-Sophia Antipolis

Ecole doctorale Sciences Pour l'Ingénieur

pour l'obtention du titre de

**Docteur en Sciences de l'Ingénieur**

## **Applications de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution au traitement des images de télédétection**

par

**Thierry Ranchin**

Soutenue le 23 juillet 1993 devant la commission composée de :

Président :	Monsieur Michel Barlaud	Université de Nice-Sophia Antipolis
Rapporteur :	Monsieur Alfonso Farina	Alenia Sistemi Difesa
Rapporteur :	Monsieur Daniel Vidal-Madjar	C.N.R.S. / C.R.P.E.
Directeur de Thèse :	Monsieur Lucien Wald	Ecole des Mines de Paris



## Remerciements

Ce mémoire représente le fruit de deux années de recherche menées au sein du Groupe Télédétection & Modélisation du Centre d'Energétique de L'Ecole des Mines de Paris.

Remercier l'ensemble des personnes qui de manière directe ou non, ont contribué au bon déroulement de ce travail est une tâche ardue. Cependant je tiens à exprimer ma gratitude aux principaux protagonistes de cette aventure que constitue une thèse. Ainsi, mes premiers remerciements iront à tous les membres du jury :

- à Monsieur Michel Barlaud, professeur à l'Université de Nice-Sophia Antipolis, pour avoir accepté la présidence de la commission d'examen, ainsi que pour ces conseils et ceux de son équipe, pour la réalisation des logiciels de transformée en ondelettes et d'analyse multirésolution,
- à Monsieur Alfonso Farina, responsable du Systems Analysis Group de la division Radar and Command System and Control de la société Alenia Sistemi Difesa. Son intérêt pour mes travaux et ses remarques m'ont permis de prendre conscience de l'importance des contacts entre le monde de la recherche et de l'industrie. Qu'il soit aussi remercié pour sa gentillesse et pour les encouragements constants qu'il m'a prodigués,
- à Monsieur Daniel Vidal-Madjar, directeur de recherche au Centre National de la Recherche Scientifique, membre du Centre de Recherches en Physique de l'Environnement pour avoir consacré une partie de son précieux temps à la lecture de ce travail et au rapport de thèse. Ces conseils et critiques m'ont permis d'améliorer la qualité rédactionnelle de ce mémoire,

- à Monsieur Lucien Wald, maître de recherches de l'Ecole des Mines de Paris, responsable du Groupe Télédétection & Modélisation du Centre d'Energétique, directeur de cette thèse. Par son souci de rigueur, son opiniâtreté et l'œil de candide qu'il a posé sur mon travail, il a su m'accompagner et guider mes pas dans la recherche et dans la rédaction de documents scientifiques.

Je tiens à remercier tout particulièrement deux personnes qui sont à l'origine de tout ceci :

- Monsieur Thierry Weil, directeur de recherches de l'Ecole des Mines de Paris. Son intervention dans une période difficile, ainsi que la confiance en mes capacités dont il a fait preuve, en m'accordant la possibilité de travailler sur ce sujet, nécessite mes remerciements. Que ce travail soit la preuve qu'il a eu raison,
- Monsieur Michel Albuisson, ingénieur de recherches de l'Ecole des Mines de Paris qui, il y a quelques années en s'occupant du travail d'un jeune stagiaire de D.U.T. n'imaginait sans doute pas, qu'il assisterait un beau jour de juillet à sa soutenance de thèse. Pour son attention, pour ses conseils et pour le soutien qu'il m'a accordé avec Lucien Wald tout au long de ces années, je tenais à lui exprimer mes remerciements.

Afin de n'oublier personne, pour tous ceux qui ont collaboré à ce travail et tous ceux qui y ont porté un intérêt, même si leurs noms n'apparaissent pas ici : merci !

Il est une dernière personne que je souhaite inclure dans ces remerciements, même si son rôle dans ce travail n'est pas des plus flagrants. Elle partage ma vie, mes joies et mes colères et sait toujours me faire apprécier le bonheur et la vie près d'elle. Pour tout ce que tu représentes pour moi, pour tout ce que tu as fait, pour tout ce qui viendra, merci Claudine.





# Table des matières

<b>Chapitre I :</b>	Introduction	1
<b>Chapitre II :</b>	La transformée en ondelettes et l'analyse multirésolution	7
1.	Introduction	8
2.	Généralités	9
2.1.	Définition des ondelettes	9
2.2.	La transformée en ondelettes continue	11
2.3.	Propriétés générales des ondelettes	12
2.4.	La transformée en ondelettes discrètes	14
3.	L'analyse multirésolution	18
3.1.	Définition	18
3.2.	La fonction d'échelle	21
3.3.	Analyse multirésolution et ondelettes	22
3.4.	Régularité de l'analyse multirésolution	22
4.	Les transformées en ondelettes orthogonales et bi-orthogonales	23
4.1.	Les bases d'ondelettes orthogonales	24
4.2.	Les bases d'ondelettes bi-orthogonales	27

<b>5 . Algorithmes de l'analyse multirésolution et de la transformée en ondelettes appliqués à l'image</b>	<b>30</b>
5.1. L'algorithme de Mallat	31
5.2. L'algorithme à trous	39
<b><u>Chapitre III</u> : Applications de la transformée en ondelettes à la fusion d'images de résolutions spatiales et spectrales différentes</b>	<b>43</b>
<b>1 . Introduction</b>	<b>44</b>
<b>2 . La fusion bas niveau : étude de cas, l'imagerie SPOT</b>	<b>46</b>
2.1. Présentation du problème	46
2.2. Etat de l'art	46
2.3. La méthode P+XS du Centre National des Etudes Spatiales	48
2.4. La méthode XS-HR	50
2.5. Considérations sur le choix de la base d'ondelettes	55
2.6. Résultats et conclusions	56
<b>3 . Généralisation de la méthode XS-HR : la méthode ARSIS</b>	<b>58</b>
3.1. La méthode ARSIS	58
3.2. Application au capteur Thematic Mapper du satellite Landsat 558	61
<b>4 . Conclusions et perspectives</b>	<b>62</b>

<b>Chapitre IV : Traitement du speckle dans l'imagerie radar</b>	<b>65</b>
<b>1 . Introduction</b>	<b>66</b>
<b>2 . Présentation du speckle</b>	<b>68</b>
2.1. Le speckle : information ou bruit ?	68
2.2. Propriétés statistiques du speckle	69
2.2.1. Propriétés statistiques du premier ordre	70
2.2.2. Propriétés statistiques du second ordre	73
<b>3 . Les différentes techniques de réduction du speckle</b>	<b>75</b>
3.1. La méthode multi-vues (multilooks)	75
3.2. La méthode multi-fréquences, multi-polarisations	76
3.3. Les méthodes de filtrage	76
<b>4 . Mise en œuvre de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution pour le filtrage du speckle</b>	<b>77</b>
4.1 Méthodologie	77
4.2. Filtrage de Wiener	78
4.3. Algorithme	80
4.4. Discussion de l'algorithme	81
4.5. Exemples et résultats	83
<b>5 . Conclusion</b>	<b>95</b>

**Chapitre V :** Conclusion 97

**Bibliographie** 101

**Annexes**

Annexe 1 : The wavelet transform for the analysis of remotely sensed images, article paru dans International Journal of Remote Sensing, 1993.

Annexe 2 : résultats de la comparaison des méthodes CNES et XS-HR (rapport interne TM/93/R/07)

Annexe 3 : Fusion d'images SPOT multispectrale (XS) et panchromatique (P), et d'images radar. Communication présentée au colloque SPOT-ERS : De l'optique au radar. Les applications de SPOT et ERS. Paris, France. 10-13 mai 1993.

**Chapitre I :**  
**Introduction**

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry, no matter how small, should be recorded to ensure the integrity of the financial statements. This includes not only sales and purchases but also expenses and income. The document provides a detailed list of items that should be tracked, such as inventory levels, accounts payable, and accounts receivable. It also outlines the procedures for recording these transactions, including the use of double-entry bookkeeping and the importance of regular reconciliations.

The second part of the document focuses on the analysis of the recorded data. It explains how to calculate key financial ratios and metrics, such as the gross profit margin, operating profit margin, and return on investment. These calculations are essential for understanding the company's financial performance and identifying areas for improvement. The document also discusses the importance of comparing the company's performance against industry benchmarks and historical data to provide context for the results.

Finally, the document addresses the reporting requirements for the financial statements. It outlines the format and content of the income statement, balance sheet, and cash flow statement, and provides guidance on how to present the information in a clear and concise manner. It also discusses the importance of providing a management discussion and analysis to accompany the financial statements, which should explain the reasons for the company's performance and any risks or uncertainties that may be present.

## **Chapitre I : Introduction**

Se situant à la frontière entre les mathématiques, le calcul scientifique et le traitement du signal, la "théorie des ondelettes" revêt une importance particulière. Issue du regroupement des bancs de filtres, venus du traitement du signal, et des décompositions atomiques, venues des mathématiques, la transformée en ondelettes est adaptée à l'étude des signaux transitoires et complète l'analyse de Fourier dont l'efficacité est limitée aux signaux stationnaires. Permettant une adaptation du domaine temps-fréquence (ou espace-échelle dans le cas des images) aux phénomènes étudiés, la transformée en ondelettes trouve des applications dans des domaines aussi variés que la sismologie, l'analyse fonctionnelle, le traitement et l'analyse des signaux vocaux, ...

Associée à l'analyse multirésolution, la transformée en ondelettes permet l'analyse et le traitement des images, le plus souvent non-stationnaires de part les phénomènes qu'elles représentent, pour des applications aussi diverses que l'analyse de la turbulence, la compression, la restauration, l'analyse et la modélisation de textures, la détection de contours, la segmentation, ...

La télédétection, apparue dans les années 1970 avec les premiers programmes d'observation de la Terre, est un domaine au carrefour du traitement d'images et de la physique. Les besoins de cette discipline en analyse et en traitement d'images sont importants. Les phénomènes naturels n'étant que très rarement stationnaires, la transformée en ondelettes et l'analyse multirésolution permettent de réaliser une analyse localisée de l'information contenue dans un signal ou une image, et apportent ainsi de nouvelles perspectives dans ce domaine.

Quelques articles et communications concernant l'utilisation de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution dans le cadre de la télédétection sont parus au début des années 1990. Quoique non exhaustive, la brève bibliographie suivante souligne la diversité des applications abordées.

Certains travaux concernent l'étude des échelles caractéristiques présentes dans l'image, par exemple en géologie (Besnus *et al.* 1990), ou dans le domaine urbain (Ranchin et Wald 1993a) ou en océanographie (Ranchin et Wald 1993b). Proenca et Flouzat (1990) utilisent la transformée en ondelettes pour harmoniser la résolution spatiale des images issues de capteurs différents, en la dégradant, afin de réaliser un suivi temporel de structures dans une perspective multi-capteurs.

Ranchin *et al.* (1993) ont exploré la fusion de données issues des capteurs multispectraux (XS) et panchromatique (P) du satellite SPOT. Ces outils ont été appliqués au cas de la fusion de données issues des capteurs précédents ainsi que du radar à synthèse d'ouverture du satellite ERS-1 par Mangolini *et al.* (1993).

Le filtrage du speckle dans le cadre de l'imagerie radar à l'aide de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution a été abordé de deux manières différentes : d'une part par dégradation de la résolution spatiale de l'image (Proenca *et al.* 1992), d'autre part par une sélection et un traitement des échelles les plus affectées par ce phénomène (Cauneau et Ranchin 1993 ; Ranchin et Cauneau 1993).

La restauration d'images floues notamment aériennes à l'aide de la transformée en ondelettes a été abordée par Bruneau *et al.* (1991).

Dans le cadre de la compression de données, Antonini *et al.* (1992) ont démontré les apports de ces outils du point de vue des performances. Les images de télédétection étant recueillies afin de mesurer les paramètres des phénomènes naturels, leur compression nécessite une analyse et une sélection de l'information pertinente afin d'améliorer la qualité de la représentation de ces paramètres après compression.

Djamdji *et al.* (1993) ont proposé une méthode automatique basée sur une mise en correspondance des approximations successives des images obtenues par transformée en ondelettes et raffinant, au travers des échelles, le modèle de rectification géométrique. Bien que le principe ne soit pas totalement nouveau, l'originalité de leur travail réside dans l'utilisation de la transformée en ondelettes pour la détection et la sélection des amers. Cette méthode fournit d'excellents résultats.

Enfin une brève revue certainement incomplète, des potentialités de ces deux outils a été présentée par Ranchin et Wald (1993a).

Cette thèse s'inscrit dans le cadre des efforts du Groupe Télédétection & Modélisation du Centre d'Energétique de l'Ecole des Mines de Paris, pour le développement de l'utilisation de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution dans ses activités en observation de la Terre. Durant cette thèse, des efforts de compréhension de la théorie de ces deux outils, de leur signification physique ainsi qu'une évaluation de leurs potentialités ont été réalisés. La forme de ce mémoire résulte d'une volonté d'exposer d'une manière pédagogique les fondements théoriques de ces outils à la communauté des utilisateurs de la télédétection, et de fournir des exemples démonstratifs permettant une familiarisation à leur usage. Au travers de deux applications, nous explorons les apports ou déficiences de méthodes faisant appel à ces outils par rapport à des techniques précédemment utilisées en télédétection. Les deux années consacrées à ce travail ont permis le développement de logiciels d'applications de ces outils aux images de télédétection, aujourd'hui utilisés par le Groupe Télédétection & Modélisation et d'autres équipes.

Le deuxième chapitre de ce mémoire expose les principes et les propriétés de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution, ainsi que les problèmes liés à leur mise en œuvre. Les connexions existantes avec les filtres nécessaires à l'application des ondelettes aux signaux discrets, sont brièvement décrites. Deux algorithmes particuliers sont détaillés, exemples à l'appui, afin de permettre au lecteur intéressé de les programmer et de se familiariser avec ces

outils. Nous cherchons, dans ce chapitre, à fournir au monde de la télédétection une présentation complète, compréhensible et cohérente de ces deux outils. La difficulté de cette tâche est proportionnelle à la quantité impressionnante d'ouvrages, d'articles et de communications sur les développements théoriques les concernant qui sont parus depuis une dizaine d'années. Ainsi, nous avons explicité la mise en œuvre de ces deux outils afin que des chercheurs et ingénieurs puissent réutiliser cette synthèse sans avoir à se replonger dans l'abondante littérature sur les ondelettes et l'analyse multirésolution.

La suite de ce mémoire est orientée vers les applications de ces outils à l'analyse et au traitement des images de télédétection. Pour chacune des deux applications traitées, les choix de l'algorithme d'analyse multirésolution, ainsi que de la base d'ondelettes sont discutés.

Dans le chapitre 3, nous nous intéressons à la fusion de données. Ce domaine d'études tend à mélanger au mieux des informations qui peuvent être des images satellitaires à différentes longueurs d'ondes et différentes résolutions spatiales, des réalités terrains, des modèles de cibles, ... Au travers du traitement des informations issues du capteur haute résolution panchromatique et du capteur multi-spectral XS du satellite SPOT qui ont des résolutions différentes, respectivement 10 m et 20 m, nous examinons le cas de la fusion d'images issues de capteurs ayant des résolutions spectrales et spatiales différentes. Nous présentons les différentes méthodes jusque-là employées pour la réalisation d'images à hautes résolutions spatiales et spectrales, puis nous en proposons une nouvelle utilisant la transformée en ondelettes et apportant une amélioration flagrante des résultats existants. Ces résultats ont été quantifiés et analysés de manière détaillée pour deux images SPOT (annexes 2 et 3). Cette méthode peut s'appliquer à d'autres cas et sa généralisation est détaillée. Elle fait l'objet d'une demande de brevet commun en co-propriété avec Aérospatiale.

La deuxième application présentée (chapitre 4) concerne le traitement des images obtenues par des radars à synthèse d'ouverture (S.A.R.), tel que celui du satellite ERS-1, lancé en 1991. Ces images sont affectées d'un phénomène appelé speckle, gênant considérablement leur interprétation et nécessitant un filtrage. Considérant ici le speckle comme un bruit multiplicatif, nous présentons brièvement ses propriétés statistiques ainsi que les différentes techniques de réduction du speckle publiées. L'originalité de notre travail consiste en un traitement séparé des différentes échelles caractéristiques présentes dans l'image en fonction de l'importance relative du speckle pour chaque échelle. Nous proposons une amélioration d'un filtre classique, le filtre de Wiener, à l'aide de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution. Bien que ce filtre ne soit pas le mieux adapté au problème du filtrage du speckle, une amélioration de ses performances est obtenue. Notre approche est illustrée par des exemples mettant en évidence l'apport de la démarche qui est généralisable à d'autres filtres.

En conclusion, les apports de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution constatés dans nos applications sont rappelés. Nous discutons les suites éventuelles de ce travail puis nous tentons de définir et de cerner les domaines du traitement de l'image de télédétection où l'utilisation de la transformée en ondelettes et/ou de l'analyse multirésolution semble pouvoir améliorer les traitements actuels, même si cette amélioration doit encore être démontrée.



## Chapitre II

La transformée en ondelettes et l'analyse multirésolution

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry, no matter how small, should be recorded to ensure the integrity of the financial statements. This includes not only sales and purchases but also expenses, income, and any other financial activity.

The second part of the document provides a detailed breakdown of the accounting cycle. It outlines the ten steps involved in the process, from identifying the accounting entity to preparing financial statements. Each step is explained in detail, with examples provided to illustrate the concepts.

The third part of the document focuses on the classification of accounts. It discusses the different types of accounts, such as assets, liabilities, equity, and income, and explains how they are used to record and summarize financial transactions.

The fourth part of the document covers the process of journalizing and posting. It explains how transactions are recorded in the journal and then posted to the ledger accounts. This process is essential for maintaining the double-entry system and ensuring that the books are balanced.

The fifth part of the document discusses the preparation of financial statements. It explains how the information from the ledger is used to create the balance sheet, income statement, and statement of owner's equity. Each statement is described in detail, and its purpose is explained.

The sixth part of the document covers the closing process. It explains how the temporary accounts (income, expenses, and owner's drawings) are closed to the permanent accounts (assets, liabilities, and equity) at the end of the accounting period. This process is necessary to reset the temporary accounts for the next period.

The seventh part of the document discusses the importance of adjusting entries. It explains how these entries are used to ensure that the financial statements reflect the true financial position of the business at the end of the period. Examples of adjusting entries are provided.

The eighth part of the document covers the process of reversing entries. It explains how these entries are used to reverse the effect of certain adjusting entries at the beginning of the next period. This process helps to simplify the accounting process and ensure accuracy.

The ninth part of the document discusses the importance of internal controls. It explains how these controls are used to prevent and detect errors and fraud in the accounting process. Examples of internal controls are provided.

The tenth part of the document covers the process of auditing. It explains how an auditor is used to verify the accuracy and reliability of the financial statements. The role of the auditor is described in detail.

## Chapitre II : la transformée en ondelettes et l'analyse multirésolution

### 1. Introduction

Les images de télédétection, obtenues par les capteurs aéroportés ou spatioportés, peuvent être définies comme des signaux bi-dimensionnels non stationnaires. En effet, des travaux de plus en plus nombreux, menés dans divers domaines (atmosphérique, océanographique, géologique, géographique, ...) montrent que les phénomènes naturels ne sont que rarement stationnaires. Les formalismes habituellement utilisés en télédétection, comme ceux s'appuyant sur la variance et la fonction de corrélation, et qui font appel à l'hypothèse de stationnarité, ne se justifient qu'en de très rares occasions.

La transformée en ondelettes est une transformation adaptée à l'analyse des signaux non-stationnaires d'énergie finie. Elle permet d'obtenir une représentation locale de l'information contenue dans le signal analysé, en respectant le principe d'incertitude, alors que la transformée de Fourier fournit une information globale sur le signal. Similairement à la transformée de Fourier, la transformée en ondelettes permet de décomposer un signal sur une base de fonctions élémentaires : les *ondelettes*. Il existe de nombreuses bases d'ondelettes qui ont des propriétés différentes. Elles sont bien adaptées au concept d'analyse multirésolution, définie par Mallat (1989).

L'objet de ce chapitre est d'exposer les fondements de la transformée en ondelettes et l'analyse multirésolution de manière la plus synthétique possible. Dans le paragraphe deux, nous présentons des généralités concernant la transformée en ondelettes. En particulier, nous nous attarderons sur les conditions d'admissibilité des ondelettes et sur les propriétés

communes à toutes les ondelettes. Le troisième paragraphe introduira l'analyse multirésolution et les liens existants avec les ondelettes. Le quatrième paragraphe sera consacré à la présentation des ondelettes orthogonales et bi-orthogonales. Enfin, nous décrirons les algorithmes de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution mis en œuvre à l'aide de filtres numériques.

## 2. Généralités

### 2.1. Définition des ondelettes

La transformée en ondelettes permet de décomposer une fonction d'énergie finie sur une base de fonctions élémentaires : les *ondelettes*. Cette base ou famille est générée par translations et dilatations d'une unique fonction  $\psi$  appelée *ondelette-mère*, ce qui s'écrit dans le cas uni-dimensionnel :

$$\psi_{a, b}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (\text{II-1})$$

où  $a$  et  $b \in \mathbf{R}$ ,  $a \neq 0$ . Le paramètre  $a$  est appelé "pas de dilatation" et  $b$  "pas de translation". La première application des ondelettes en traitement du signal est due à Grossmann et Morlet (1984), qui les utilisèrent sous leur forme continue pour la prospection pétrolière. Mais la première apparition des ondelettes est antérieure à leurs travaux. En effet, la première ondelette qui répond à la définition que nous en donnons, a été introduite par Haar en 1909. Yves Meyer (1992) présente dans son ouvrage une perspective historique des ondelettes. Cette présentation temporelle nous permet d'appréhender l'évolution des méthodes depuis Fourier jusqu'à nos jours. Les travaux de Grossmann et Morlet (1984) ont surtout eu pour effet d'attirer

l'attention de la communauté scientifique sur les ondelettes. Il ont été à l'origine du nouveau formalisme et des nouvelles applications qui se sont développées depuis.

La figure 2.1. présente un exemple de génération d'une base d'ondelettes.

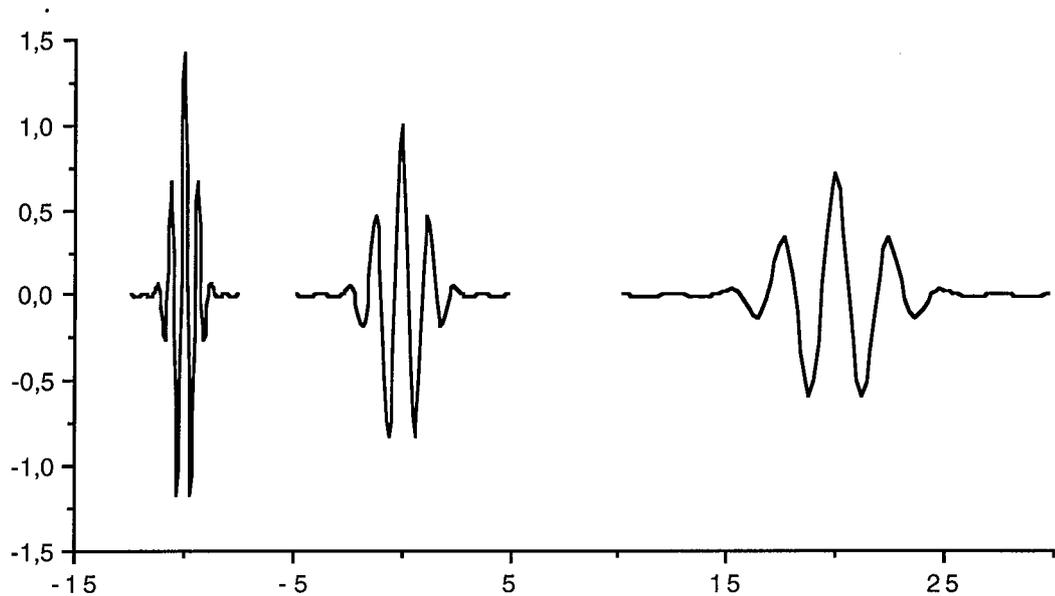


Figure 2.1 : générations d'ondelettes par dilatations et translations. L'ondelette mère utilisée dans cette exemple est celle de Grossmann et Morlet (1984). Son équation est  $\psi(x) = \cos(5x) \exp(-x^2/2)$ . De gauche à droite, une ondelette contractée ( $a = 0,5$  ;  $b = -10$ ), l'ondelette mère ( $a = 1$  ;  $b = 10$ ) et une ondelette dilatée ( $a = 2$  ;  $b = 20$ ).

Une ondelette mère doit satisfaire la condition d'admissibilité suivante :

$$C_{\psi} = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(w)|}{|w|} dw < \infty \quad (\text{II-2})$$

où  $\hat{\psi}$  est la transformée de Fourier de  $\psi$ . Cette condition implique que  $\psi$  décroisse plus vite que  $1/x$  quand  $x$  tend vers  $+\infty$ . De plus, une ondelette mère doit vérifier :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x) dx = \widehat{\psi}(0) = 0 \quad (\text{II-3})$$

où  $\widehat{\psi}$  est la transformée de Fourier de  $\psi$ . La construction des bases d'ondelettes a fait l'objet de nombreuses publications. Ainsi, Daubechies *et al.* (1986), Daubechies (1988), Jaffard (1989), Meyer (1990), Cohen *et al.* (1990), Feauveau (1990a, b), pour ne citer qu'eux, ont développé de nombreuses bases d'ondelettes. Il existe différentes familles ou bases d'ondelettes qui conduisent à des décompositions différentes et ont des propriétés différentes. Dans la suite, nous nous intéresserons plus particulièrement aux ondelettes orthogonales ou orthonormales, ainsi qu'aux ondelettes bi-orthogonales.

## 2.2. La transformée en ondelettes continues

Comme nous l'avons vu précédemment, la transformée en ondelettes a été introduite sous sa forme continue en traitement du signal. La décomposition ou analyse d'une fonction  $f(x) \in L^2(\mathbf{R})$  s'écrit :

$$\text{WT}_{f(a, b)} = \langle f, \psi_{a, b} \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \overline{\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)} dx \quad (\text{II-4})$$

où  $\psi_{a, b}$  est défini par l'équation (II-1),  $\overline{\psi}$  est le complexe conjugué de  $\psi$ , et  $\langle f, \psi_{a, b} \rangle$  est le produit scalaire défini dans  $L^2(\mathbf{R})$ . Dans ce cas,  $a$  et  $b$  sont définis comme dans le paragraphe 2.1. et varient de manière continue. Pour une échelle  $a$  et une position  $b$ , l'équation (II-4) représente l'information contenue par  $f(x)$  pour cette échelle et à cette position. Elle fournit donc la décomposition locale de l'information d'une fonction de carré intégrable. Inversement, on peut reconstruire exactement

$f(x)$  en intégrant sur toutes les échelles et à toutes les positions de la manière suivante :

$$f(x) = \frac{1}{C_\Psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{WT}_f(a, b) \psi_{a, b}(x) \frac{da db}{a^2} \quad (\text{II-5})$$

Cette équation peut être interprétée de deux manières différentes :

- on peut reconstruire  $f(x)$  quand on connaît sa transformée en ondelettes,
- on peut écrire  $f(x)$  comme une superposition d'ondelettes.

Ces deux points de vue conduisent à des applications différentes qui sont, d'une part le traitement et, d'autre part l'analyse des signaux.

Il est nécessaire de noter que la transformée en ondelettes continue introduit une représentation très redondante de l'information contenue dans le signal. Cette redondance pourra être exploitée dans certains cas (par exemple, pour l'étude de l'évolution de l'information suivant les différentes échelles d'un signal), mais pourra constituer un handicap dans d'autres cas (par exemple, pour la compression d'images).

### 2.3. Propriétés générales des ondelettes

Dans ce paragraphe, nous nous intéresserons à trois propriétés fondamentales communes à toutes les ondelettes : la localisation, l'oscillation et la régularité.

#### **localisation**

Les ondelettes sont des fonctions qui sont à la fois bien localisées en temps (ou espace) et en fréquence (ou nombre d'onde). Cette localisation obéit au principe d'incertitude :

$$\Delta_t \Delta_f = \text{constante} \quad (\text{II-6})$$

où  $\Delta_t$  est le support temporel de l'ondelette et  $\Delta_f$  est son support fréquentiel. La constante sera supérieure ou égale à la valeur  $1/4\pi$ , qui correspond au cas d'une fonction gaussienne.

La localisation des ondelettes permet d'adapter la fenêtre d'analyse aux phénomènes que l'on veut étudier. La résolution en temps pourra devenir arbitrairement bonne pour les hautes fréquences et la résolution en fréquence arbitrairement bonne pour les basses fréquences. Cette propriété a été étudié en détail par Ingrid Daubechies (1990).

### **oscillation**

La deuxième propriété remarquable des ondelettes est l'oscillation qui se traduit par le nombre de moments nuls de l'ondelette et qui se mesure de la manière suivante :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^j \psi(x) dx = 0 \quad (\text{II-7})$$

où  $0 \leq j < J$  où  $J$  représente le nombre de moments nuls de l'ondelette. L'équation (II-7) représente le calcul des moments de l'ondelette. Tous les moments d'ordre inférieur à  $J$  sont nuls. Cette équation est la généralisation de l'équation (II-3).

### **régularité**

La régularité des ondelettes, troisième propriété importante des ondelettes, a fait l'objet de nombreuses études (Daubechies 1988, Jaffard 1989, Auscher 1989, Meyer 1990, Cohen 1990). L'ordre  $r$  de régularité d'une ondelette se traduit comme suit :

- $\psi$  est  $(r - 1)$  fois continûment dérivable,
- $\psi$  est  $r$  fois dérivable presque partout,
- pour tout  $m \in \mathbb{N}$  et pour tout  $n$  tel que  $0 \leq n \leq r$ .

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (1 + |x|)^m \left| \left( \frac{d}{dx} \right)^n \psi(x) \right|^2 dx < +\infty \quad (\text{II-8})$$

Cette définition est liée à celle de la régularité de l'analyse multirésolution sur laquelle nous reviendrons au paragraphe 3.4. Les propriétés de régularité et d'oscillation sont complémentaires et Meyer (1990) a démontré qu'une ondelette issue d'une analyse multirésolution  $r$ -régulière conduit de manière naturelle à l'équation (II-7). Daubechies (1988), Auscher (1989) et Cohen (1990) ont proposé des algorithmes pour estimer la régularité des ondelettes.

#### 2.4. La transformée en ondelettes discrètes

La plupart des capteurs actuels, qu'il s'agisse ou non de capteurs de télédétection, délivrent des signaux qui vont être discrétisés en tenant compte du théorème d'échantillonnage (ou théorème de Shannon), pour pouvoir être manipulés. Ainsi, la chaîne de traitement est le plus souvent numérique. C'est pour cette raison qu'est apparue une version discrète de la transformée en ondelettes. Cette transformée est le cas général des transformées en ondelettes orthogonales et bi-orthogonales que nous étudierons plus en détail aux paragraphes 4.

Les paramètres  $a$  et  $b$ , définis au paragraphe 2.1., prennent tous deux des valeurs discrètes. Daubechies (1988) a proposé de choisir  $a$  comme des puissances entières (positives et négatives) d'un paramètre de dilatation fixé  $a_0$  supérieur à 1, c'est à dire

$a = a_0^m$  avec  $m \in \mathbf{Z}$ . Le choix du paramètre  $b$  est lié à celui de  $a$ . Il est donné par  $b = nb_0 a_0^m$  où  $b_0 > 0$  est fixé et  $n \in \mathbf{Z}$ . L'équation (II-1) devient :

$$\Psi_{m,n}(x) = a_0^{\frac{-m}{2}} \psi(a_0^{-m}(x - n b_0 a_0^m)) = a_0^{\frac{-m}{2}} \psi(a_0^{-m} x - n b_0) \quad (\text{II-9})$$

Pour suivre une démarche similaire à celle du paragraphe 2.2., on cherche à ce que les coefficients d'ondelettes caractérisent complètement la fonction  $f$  et qu'elle puisse être reconstruit à partir de ces coefficients de façon numériquement stable. Daubechies *et al.* (1986) puis Daubechies (1990, 1992) répondent à ce problème en introduisant la notion de structures obliques (frames). Cette notion s'exprime de la manière suivante :

$$A \|f\|^2 \leq \sum_m \sum_n |\langle f, \Psi_{m,n} \rangle|^2 \leq B \|f\|^2 \quad (\text{II-10})$$

pour tout  $f(x) \in L^2(\mathbf{R})$  avec  $A > 0$ ,  $B < \infty$ , et où :

$$\langle f, \Psi_{m,n} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{f}(x) \Psi_{m,n}(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \overline{\Psi_{m,n}(x)} dx \quad (\text{II-11})$$

$$\|f\|^2 = \langle f, f \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx \quad (\text{II-12})$$

L'ensemble des  $\Psi_{m,n}$ ,  $m$  et  $n \in \mathbf{Z}$ , vérifiant l'équation (II-10) constituent une base d'ondelettes obliques.  $A$  et  $B$  sont les bornes de ces structures. Si  $A = B$ , nous sommes en présence de ce que Daubechies dénomme les bases d'ondelettes obliques fines (tight frames). Si les vecteurs qui les constituent sont normalisés, la constante  $A = B$  est une mesure de la redondance de la représentation de  $f$ . Le cas  $A = B = 1$  est celui des bases orthonormées d'ondelettes. Dans le cas où  $A$  et  $B$  sont quelconques, la représentation de l'information est redondante, car certains vecteurs

de la base peuvent être obtenus par combinaisons linéaires d'autres vecteurs de la base.

Les structures obliques dans le cas des ondelettes discrètes permettent d'établir une condition d'admissibilité homologue à l'équation (II-2) :

$$\frac{b_0 \ln a_0}{2 \pi} A \leq \int_0^{+\infty} \frac{|\widehat{\psi}(w)|^2}{w} dw \leq \frac{b_0 \ln a_0}{2 \pi} B \quad (\text{II-13})$$

où  $a_0$  et  $b_0$  sont définis comme précédemment. Si les  $\psi_{m,n}$  constituent une base d'ondelettes obliques fines, on a :

$$A = \frac{2 \pi}{b_0 \ln a_0} \int_0^{+\infty} \frac{|\widehat{\psi}(w)|^2}{w} dw \quad (\text{II-14})$$

et dans le cas des bases orthonormales :

$$\int_0^{+\infty} \frac{|\widehat{\psi}(w)|^2}{w} dw = \frac{b_0 \ln a_0}{2 \pi} \quad (\text{II-15})$$

Il est nécessaire de noter que même si  $\psi$  est admissible, tous les choix de  $\psi$ ,  $a_0$ ,  $b_0$  ne conduisent pas aux bases d'ondelettes obliques. Cette notion de structure oblique n'est d'ailleurs pas restrictive aux ondelettes, mais forme le cadre général dans lequel s'insèrent les bases orthonormées que nous présentons au paragraphe 4. Le lecteur pourra se reporter à l'article et au livre d'Ingrid Daubechies (1990, 1992) qui apporte un éclairage intéressant sur ces notions.

Au paragraphe 2.2., nous avons défini la décomposition ou analyse d'une fonction  $f(x)$  par l'équation (II-4). De façon similaire, on a, dans le cadre des ondelettes discrètes :

$$\text{WT}_f ( a_0^m , n b_0 ) = c_{m, n} ( f(x) ) = \frac{1}{a_0 \frac{m}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \overline{\psi_{m, n}(x)} dx \quad (\text{II-16})$$

où  $c_{m,n}$  est appelée le coefficient d'ondelette. Ce coefficient représente une mesure de l'intensité des variations locales du signal. Sa valeur sera importante si l'échelle de variation de l'ondelette  $\psi_{m,n}$  est proche de celle de la singularité ou de la structure locale du signal. Si le signal présente peu ou pas de variations pour cette échelle, la valeur du coefficient d'ondelette sera faible.  $c_{m, n}$  est donc une caractérisation des structures présentes dans le signal pour cette échelle et à cette position.

De même, la reconstruction d'une fonction  $f(x)$  à partir des coefficients d'ondelettes s'écrit :

$$f(x) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_{m, n} ( f(x) ) \psi_{m, n}(x) \quad (\text{II-17})$$

Le développement de la transformée en ondelettes discrètes et de l'analyse multirésolution (définie dans le paragraphe suivant), ainsi que le développement du traitement numérique des signaux, a focalisé l'intérêt de la communauté scientifique sur les transformées en ondelettes discrètes *dyadiques*. Pour ces transformées, le paramètre  $a_0$  est égal à 2 (d'où le terme de dyadique) et le paramètre  $b_0$  est égal à 1. Ainsi, la décomposition du signal est réalisée par octaves tels qu'ils sont définis en musique et on comprend que les transformées en ondelettes dyadiques soient bien adaptées au traitement numérique de la parole. De plus, certaines applications, comme par exemple la compression numérique des signaux ou images, nécessitent

une représentation peu redondante et non-corrélée de l'information au travers des échelles. Cette nécessité, ainsi que la volonté des mathématiciens de caractériser les espaces fonctionnels sous l'impulsion d'Yves Meyer, a favorisé l'émergence des bases d'ondelettes orthonormales puis bi-orthogonales que nous exposerons au paragraphe 4.

Dans la suite de ce chapitre, nous nous intéresserons uniquement aux transformées en ondelettes dyadiques, bien que les définitions que nous exposons soient aussi applicables aux cas non dyadiques. Ce choix est lié à la disponibilité d'algorithmes prenant en compte la nature numérique et la représentation de la donnée que nous allons traiter. En effet, l'étude de l'environnement au travers des satellites d'observation de la Terre est dépendante de la technologie utilisée par ces satellites. La transmission et le traitement de l'information étant devenue, en général, numérique et utilisant la base binaire, il est nécessaire d'adapter l'analyse et les traitements à la nature de ces données. Ainsi les bases d'ondelettes dyadiques ont connu un fort développement. Elles sont définies comme précédemment par dilatations et translations de l'ondelette mère. L'équation (II-9) devient :

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{-\frac{j}{2}} \psi(2^{-j}x - k) \quad (\text{II-18})$$

où  $j$  et  $k \in \mathbf{Z}$ .

### 3. L'analyse multirésolution

#### 3.1. Définition

Le concept d'analyse multirésolution tel que l'a introduit Stéphane Mallat (1988, 1989) est issu des algorithmes pyramidaux (Burt et Adelson 1983). Mallat s'est

penché sur le problème de la vision et de l'analyse de l'information contenue dans une image. Comme nous travaillons sur des images numériques, il est nécessaire de définir une résolution de référence, la taille du point-image ou *pixel*, pour mesurer les variations locales de l'image.

Précisons que la résolution est l'inverse de l'échelle définie pour la cartographie. Ainsi, quand la résolution d'une image augmente, la taille (ou longueur caractéristique ou encore échelle caractéristique) du plus petit objet visible diminue.

Pour décrire les algorithmes pyramidaux, Yves Meyer (1992) utilise l'exemple de la cartographie dans *Les ondelettes. Algorithmes et applications*, page 62:

"Nous voyons, sur cet exemple, apparaître l'idée fondamentale d'une représentation de l'image par un arbre. Dans le cas de la cartographie, le tronc serait la mappemonde et en cheminant vers les branches, les ramifications, les feuilles, on accéderait à des cartes couvrant des régions de plus en plus petites et fournissant des détails de plus en plus fins, détails qui ne figureraient pas au niveau inférieur.

Pour interpréter cette représentation de la cartographie à l'aide d'un algorithme pyramidal, il conviendra de renverser les rôles du bas et du haut..."

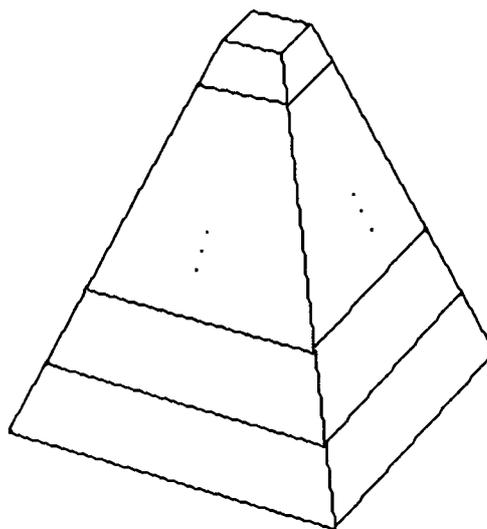


Figure 2.2. Représentation des approximations successives d'une même image à l'aide d'un algorithme pyramidal.

La figure 2.2. est la représentation d'un algorithme pyramidal. Les algorithmes pyramidaux permettent de "fabriquer" des approximations successives et de plus en plus grossières de l'image originale. La base de la pyramide correspond à l'image originale. Quand on "monte" dans la pyramide, les différents étages représentent les approximations successives de l'image originale. La limite théorique de ces algorithmes est le sommet de la pyramide qui correspond à un pixel unique. L'analyse multirésolution est un cas particulier des algorithmes pyramidaux. Elle est définie comme suit.

Une analyse multirésolution est une suite de sous-espaces vectoriels de  $L^2(\mathbf{R}^n)$ , où  $n$  est la dimension de l'espace (2 dans le cas d'une image),  $V_j, j \in \mathbf{Z}$ , ayant les propriétés suivantes :

$$V_j \subset V_{j+1} \quad (\text{II-19})$$

$$\bigcap_j V_j = \{0\} \quad (\text{II-20})$$

$$\bigcup_j V_j \text{ est dense dans } L^2(\mathbf{R}^n) \text{ ou } \overline{\bigcup_j V_j} = L^2(\mathbf{R}^n) \quad (\text{II-21})$$

$$\begin{aligned} \forall f(x) \in L^2(\mathbf{R}^n), \forall j \in \mathbf{Z}, \text{ on a :} \\ f(x) \in V_0 \Leftrightarrow f(2^j x) \in V_j \end{aligned} \quad (\text{II-22})$$

Il existe une fonction  $\phi$  telle que  
la famille  $\{ \phi(x - k) \}, k \in \mathbf{Z}$ , forme une base orthonormée de  $V_0$  (II-23)

La fonction  $\phi$  est appelée fonction d'échelle ou père des ondelettes. Pour l'ensemble des définitions, nous nous plaçons dans le cas mono-dimensionnel pour des raisons

de simplicité. Une généralisation de l'analyse multirésolution à l'image sera présentée au paragraphe 5.1.

### 3.2. La fonction d'échelle

Comme nous l'avons précisé à la fin du paragraphe 2.4., nous nous plaçons désormais dans le cas dyadique. De plus les fonctions  $\phi$  et  $\psi$  que nous allons décrire seront le plus souvent réelles. Ainsi, on définit les bases de fonctions d'échelle de manière similaire à l'équation (II-18) :

$$\phi_{j,k}(x) = 2^{-j/2} \phi(2^{-j}x - k) \quad (\text{II-24})$$

où  $j$  et  $k \in \mathbf{Z}$ . Des équations (II-22) et (II-23), on déduit facilement que cette famille de fonctions est une base orthonormée de  $V_j$ . De plus la fonction d'échelle satisfait :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x) dx = \hat{\phi}(0) = 1 \quad (\text{II-25})$$

où  $\hat{\phi}$  représente la transformée de Fourier de la fonction d'échelle. Cette fonction permet de définir les approximations successives de la fonction  $f(x)$  comme :

$$d_{j,k}(f(x)) = \langle f, \phi_{j,k} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \phi_{j,k}(x) dx \quad (\text{II-26})$$

Cette approximation est la projection orthogonale de  $f(x)$  dans  $V_j$ . Pour  $j$  égal à 0, l'approximation du signal  $f(x)$  sera égal à la fonction échantillonnée  $f(x)$  originale.

### 3.3. Analyse multirésolution et ondelettes

Comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, la fonction d'échelle permet de définir des approximations successives de la fonction  $f(x)$ . Les bases d'ondelettes dans ce cadre permettent de représenter la différence d'information existant entre deux approximations successives d'un même signal. Cette différence sera décrite par les coefficients d'ondelettes  $c_{j,k}(f(x))$ , de manière similaire à l'équation (II-16) :

$$c_{j,k}(f(x)) = \langle f, \psi_{j,k} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \psi_{j,k}(x) dx \quad (\text{II-27})$$

où la base des  $\psi_{j,k}$  forment une base orthonormée. A partir d'une approximation  $d_{j,k}(f(x))$  et des coefficients d'ondelettes  $c_{j,k}(f(x))$ , on pourra reconstruire  $d_{j-1,k}(f(x))$  par :

$$d_{j-1,k}(f(x)) = d_{j,k}(f(x)) + \sum_{k \in \mathbf{Z}} c_{j,k}(f(x)) \psi_{j,k} \quad (\text{II-28})$$

Ainsi, l'analyse multirésolution à l'aide de la transformée en ondelettes permet de reconstruire de manière exacte (sans perte d'informations) le signal échantillonné original.

### 3.4. Régularité de l'analyse multirésolution

Comme nous l'avons vu au paragraphe 2.3., une propriété importante des ondelettes est la régularité. De même, on peut définir, pour une analyse multirésolution, l'ordre de régularité de la manière suivante.

Une analyse multirésolution  $V_j, j \in \mathbf{Z}$ , de  $L^2(\mathbf{R}^n)$  est  $r$ -régulière ( $r \in \mathbf{N}$ ), si on peut choisir la fonction  $\phi(x)$  telle que :

$$|\partial^\alpha \phi(x)| \leq C_m (1 + |x|)^{-m} \quad (\text{II-29})$$

pour tout  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m)$  multi-indice tel que  $|\alpha| \leq r$  et tout  $m \in \mathbf{N}$ ,

$$\text{avec } \partial^\alpha = \left( \left( \frac{\partial}{\partial x_1} \right)^{\alpha_1}, \dots, \left( \frac{\partial}{\partial x_m} \right)^{\alpha_m} \right) \text{ et } |\alpha| = \alpha_1 + \dots + \alpha_m$$

Yves Meyer (1990) a montré qu'à partir d'une analyse multirésolution  $r$ -régulière, il était possible de construire une base orthonormée d'ondelettes ayant  $r+1$  moments nuls. En pratique, les coefficients d'ondelettes calculés à l'aide d'une ondelette ayant  $r+1$  moments nuls, seront tous nuls si le signal analysé est, dans le support de l'ondelette, un signal polynomial d'ordre inférieur ou égal à  $r$ . Cette remarque est très importante pour la compression d'images car elle permet de négliger un grand nombre de coefficients et donc d'obtenir un taux important de compression (Antonini 1991 ; Antonini *et al.* 1992).

#### 4. Les transformées en ondelettes orthogonales et bi-orthogonales

Les algorithmes de l'analyse multirésolution que nous décrivons au paragraphe 5 font appel à des filtres numériques. Ces filtres sont similaires à ceux utilisés dans le codage en sous-bandes (Esteban et Galand 1977). Dans ce paragraphe, nous décrivons quelques relations existantes entre les ondelettes, les fonctions d'échelles et les filtres numériques. Le lecteur intéressé par les démonstrations peut se reporter aux articles de Stéphane Mallat (1989), d'Ingrid Daubechies (1988) et au livre d'Yves Meyer (1990) pour les ondelettes orthogonales et à la thèse d'Albert Cohen (1990) pour les ondelettes bi-orthogonales.

#### 4.1. Les ondelettes orthogonales

L'analyse multirésolution définie au paragraphe précédent fait appel aux bases d'ondelettes orthogonales pour définir la différence d'information existant entre deux approximations successives d'une même image.

Similairement à la définition des sous-espaces  $V_j$  qui permettent de décrire les approximations de  $f(x)$ , on définit, pour chaque  $j \in \mathbf{Z}$ , le complément orthogonal  $W_j$  de  $V_j$  dans  $V_{j+1}$  par :

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j \quad (\text{II-30})$$

$$\text{et } W_j \perp W_{j'}, \text{ si } j \neq j' \quad (\text{II-31})$$

où  $\oplus$  représente la somme directe. L'équation (II-30) signifie que  $W_j$  contient l'information nécessaire pour passer de l'approximation à la résolution  $j$  à l'approximation à la résolution  $j+1$ .

Similairement aux propriétés de  $V_j$ , on aura :

$$L^2(\mathbf{R}^n) = \bigoplus_{-\infty}^{+\infty} W_j \quad (\text{II-32})$$

$$f(x) \in W_0 \Leftrightarrow f(2^j x) \in W_j \quad (\text{II-33})$$

$$\text{La famille des } \psi_{j,k}(x) \text{ forment une base orthonormée de } W_j \quad (\text{II-34})$$

Comme  $W_j$  est orthogonal à  $V_j$ , on a donc :

$$\langle \psi(x), \phi(x-l) \rangle = 0, \forall l \in \mathbf{Z} \quad (\text{II-35})$$

L'orthogonalité des fonctions  $\psi$  est définie par :

$$\langle \psi(x), \psi(x-l) \rangle = \delta_l, \quad \forall l \in \mathbf{Z} \quad (\text{II-36})$$

où  $\delta$  est le symbole de Kronecker qui est égal à 1 pour  $l$  égal à 0 et à 0 pour  $l$  différent de 0.

Si la fonction d'échelle appartient à  $V_0$ , elle appartient aussi à  $V_l$  et on peut écrire :

$$\phi(x) = 2 \sum_{n \in \mathbf{Z}} h_n \phi(2x - n) \quad (\text{II-37})$$

Si  $\phi$  est supposée réelle et à support compact, les coefficients  $h_n$  sont définis par :

$$h_n = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x) \phi(2x - n) dx \quad (\text{II-38})$$

Les coefficients  $h_n$  seront réels et non nuls pour  $-N < n < +N$  et forment la réponse impulsionnelle d'un filtre passe-bas discret  $H$ .

Pour le calcul des coefficients d'ondelettes, on définit un filtre passe bande  $G$  par les coefficients de sa réponse impulsionnelle  $g_n$  tel que :

$$g_n = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x) \phi(2x - n) dx \quad (\text{II-39})$$

$$\text{et } g_n = (-1)^n h_{1-n} \quad (\text{II-40})$$

Les liens existants entre la fonction d'échelle et le filtre  $H$  mènent aux équations définissant les filtres conjugués en quadrature. Ces filtres sont ceux utilisés dans

l'analyse par bandes de filtres et constituent la liaison existante entre les ondelettes et cette méthode.

A l'aide du filtre  $H$ , on calcule l'approximation du signal  $f(x)$  échantillonné par :

$$d_{j,k}(f(x)) = \sum_k h_{2^n-k} d_{j-1,k}(f(x)) \quad (\text{II-41})$$

$d_{0,k}$  représente le signal échantillonné  $f(x)$  à sa résolution d'origine. La différence d'information définie par les coefficients d'ondelettes s'écrit :

$$c_{j,k}(f(x)) = \sum_k g_{2^n-k} d_{j-1,k}(f(x)) \quad (\text{II-42})$$

Comme les filtres  $H$  et  $G$  sont associés à une base orthonormée d'ondelettes, on peut reconstruire exactement l'approximation du signal par :

$$d_{j-1,k}(f(x)) = \sum_k h_{2^n-k} d_{j,k}(f(x)) + \sum_k g_{2^n-k} c_{j,k}(f(x)) \quad (\text{II-43})$$

La mise en œuvre de l'analyse multirésolution est présentée, dans le cadre monodimensionnel, sur la figure 2.3. Cette figure est similaire au codage en sous-bandes d'un signal monodimensionnel.

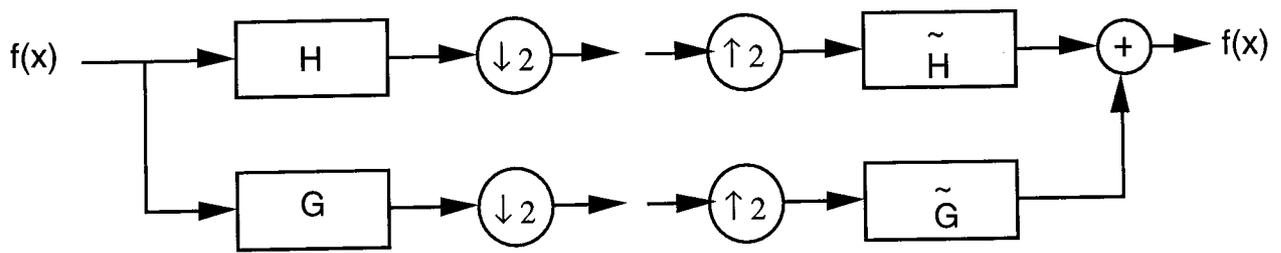


Figure 2.3. Algorithme de l'analyse multirésolution monodimensionnel. Les filtres  $\tilde{H}$  et  $\tilde{G}$  sont ici égaux aux filtres  $\bar{H}$  et  $\bar{G}$  complexes conjugués des filtres  $H$  et  $G$  définis précédemment.  $\downarrow 2$  représente le sous-échantillonnage d'un facteur 2 et  $\uparrow 2$  le sur-échantillonnage d'un facteur 2. Ces deux opérations remplissent le rôle de la dilatation et de la contraction de l'ondelette et de la fonction d'échelle (équivalent aux équations (II-18) et (II-24)).

La mise en œuvre se décompose en deux étapes : l'analyse (partie gauche de la figure) et la synthèse (partie droite de la figure). Ces deux opérations permettent une reconstruction exacte du signal original. Nous présentons au paragraphe 5 la généralisation de cet algorithme à l'image.

#### 4.2. Les bases d'ondelettes bi-orthogonales.

Dans le cadre de la compression numérique des images, il est souhaitable d'imposer des conditions sur les filtres qui sont :

- utiliser des filtres à reconstruction exacte correspondant à une base orthonormale,
- utiliser des filtres courts (à support compact) afin de minimiser le temps calcul,
- utiliser des filtres symétriques (à phase nulle).

Bien que la compression des images ne soit pas le sujet de ce mémoire, cet aparté est nécessaire car il conduit aux bases d'ondelettes bi-orthogonales. En effet les trois conditions que nous venons d'énoncer ne peuvent être satisfaites simultanément,

sauf pour les filtres correspondants à la base de Haar. Mais cette base d'ondelettes n'est pas suffisamment régulière pour permettre une utilisation efficace pour la compression d'images et de plus souffre d'une mauvaise localisation en fréquence. Cette remarque aboutit à la construction des bases bi-orthogonales d'ondelettes, dans le cadre d'une analyse multirésolution non-orthogonales, introduites simultanément par Cohen (1990) et Herley et Vetterli (1990).

Dans ce cas, on fait appel à deux suites de sous-espaces vectoriels,  $V_j$  et  $\tilde{V}_j$ ,  $j \in \mathbf{Z}$ , de  $L^2(\mathbf{R}^n)$  tels que :

$$\begin{aligned} V_j &\subset V_{j+1} \\ \tilde{V}_j &\subset \tilde{V}_{j+1} \end{aligned} \quad (\text{II-44})$$

pour tout  $j$ , les fonctions  $\phi$  et les fonctions duales  $\tilde{\phi}$  sont respectivement des bases non orthogonales de  $V$  et  $\tilde{V}$ . Similairement au cas orthogonal, on introduit  $W_j$  le complément non orthogonal de  $V_j$  dans  $V_{j+1}$  et  $\tilde{W}_j$  le complément non orthogonal de  $\tilde{V}_j$  dans  $\tilde{V}_{j+1}$ . Ceci se traduit par :

$$\begin{aligned} V_{j+1} &= V_j \oplus W_j \\ \tilde{V}_{j+1} &= \tilde{V}_j \oplus \tilde{W}_j \end{aligned} \quad (\text{II-45})$$

où  $V_j$  n'est pas orthogonal à  $W_j$  et  $\tilde{V}_j$  n'est pas orthogonal à  $\tilde{W}_j$ . Ces sous espaces remplissent la condition supplémentaire :

$$\tilde{V}_j \perp W_j \quad \text{et} \quad V_j \perp \tilde{W}_j \quad (\text{II-46})$$

qui se traduit pour les fonctions d'échelles et les ondelettes par :

$$\langle \tilde{\phi}(x), \psi(x-1) \rangle = \langle \tilde{\psi}(x), \phi(x-1) \rangle = 0, \forall 1 \in \mathbf{Z} \quad (\text{II-47})$$

Les fonctions  $\psi$  et les fonctions duales  $\tilde{\psi}$  forment respectivement les bases non orthogonales de  $W_j$  et  $\tilde{W}_j$ , pour tout  $j \in \mathbf{Z}$ . La biorthogonalité se traduit pour les différentes fonctions par :

$$\begin{aligned} \langle \phi_{j,k}, \tilde{\phi}_{j',k'} \rangle &= \delta_{j,j'} \delta_{k,k'} \\ \langle \psi_{j,k}, \tilde{\psi}_{j',k'} \rangle &= \delta_{j,j'} \delta_{k,k'} \end{aligned} \quad (\text{II-48})$$

avec  $j, j', k, k' \in \mathbf{Z}$ , et  $\delta_{n,n'}$  est égal à 1 si  $n$  est égal à  $n'$  et est égal à 0 ailleurs.

Les relations existantes entre les coefficients des réponses impulsionnelles des différents filtres sont :

$$\begin{aligned} g_n &= (-1)^n \tilde{h}_{1-n} \\ \tilde{g}_n &= (-1)^n h_{1-n} \end{aligned} \quad (\text{II-49})$$

où  $h_n, \tilde{h}_n, g_n, \tilde{g}_n$  sont respectivement les coefficients des réponses impulsionnelles des filtres discrets  $H, \tilde{H}, G$  et  $\tilde{G}$ .

L'approximation du signal  $f(x)$  échantillonné et la différence d'information pour l'analyse s'écrivent dans le cas biorthogonal de la même manière que dans le cas orthogonal (équations (II-41) et (II-42)). La base duale est utilisée pour la reconstruction (ou synthèse) qui s'écrit :

$$d_{j-1,k}(f(x)) = \sum_k \tilde{h}_{2n-k} d_{j,k}(f(x)) + \sum_k \tilde{g}_{2n-k} c_{j,k}(f(x)) \quad (\text{II-50})$$

L'algorithme présenté figure 2.3. s'applique de manière similaire dans le cas biorthogonal. Pour plus de détails sur ces bases, on pourra se reporter à Cohen (1990).

## 5. Algorithmes de l'analyse multirésolution et de la transformée en ondelettes appliqués à l'image.

### 5.1. L'algorithme de Stéphane Mallat.

Bien que s'appliquant aussi dans le cas mono-dimensionnel, le concept de l'analyse multirésolution décrit au paragraphe 3, a été introduit par Stéphane Mallat (1989) pour une application à l'image. Dans ce but, on introduit une fonction d'échelle bi-dimensionnelle séparable définie par :

$$\Phi(x, y) = \phi_{j, k_x}(x) \phi_{j, k_y}(y) \quad (\text{II-51})$$

où  $\phi_{j, k_x}$  est la fonction d'échelle appliquée dans la direction  $x$  et  $\phi_{j, k_y}$  la fonction d'échelle appliquée dans la direction  $y$ .

L'expression de la différence d'information existante entre deux approximations successives d'une même image s'effectue à l'aide de trois ondelettes directionnelles qui s'expriment sous la forme :

$$\begin{aligned} \Psi^D(x, y) &= \psi_{j, k_x}(x) \psi_{j, k_y}(y) \\ \Psi^H(x, y) &= \phi_{j, k_x}(x) \psi_{j, k_y}(y) \\ \Psi^V(x, y) &= \psi_{j, k_x}(x) \phi_{j, k_y}(y) \end{aligned} \quad (\text{II-52})$$

où  $\Psi^D$ ,  $\Psi^H$ ,  $\Psi^V$  sont respectivement les ondelettes permettant le calcul de la différence d'information dans les directions diagonales, horizontales et verticales. Comme dans le cas mono-dimensionnel, le calcul des approximations successives d'une même image et des coefficients d'ondelettes représentant la différence d'information entre deux approximations successives s'effectue à l'aide de filtres numériques. Dans le cas de l'image, les filtres seront appliqués en lignes puis en colonnes. La figure 2.4. présente l'analyse d'une image numérique et la figure 2.5. la reconstruction de cette image.

Les filtres G et H pourront être choisis dans l'analyse comme des filtres orthogonaux ou biorthogonaux introduits dans le paragraphe précédent. On trouve des exemples de filtres orthogonaux dans l'article d'Ingrid Daubechies (1988) et de filtres bi-orthogonaux dans celui d'Albert Cohen *et al.* (1990). L'approximation de l'image à la résolution inférieure est représentée dans la figure 2.4. par la fonction  $f_{j+1}(x,y)$ . La différence d'information entre l'approximation à la résolution  $2^j$  et celle à la résolution  $2^{j+1}$  est représentée par les trois images de coefficients d'ondelettes dans les directions diagonales ( $C_{j+1}^D$ ), horizontales ( $C_{j+1}^H$ ) et verticales ( $C_{j+1}^V$ ). Comme dans le cas mono-dimensionnel, la dilatation des ondelettes en fonction de la résolution s'effectue par sous-échantillonnage des données.

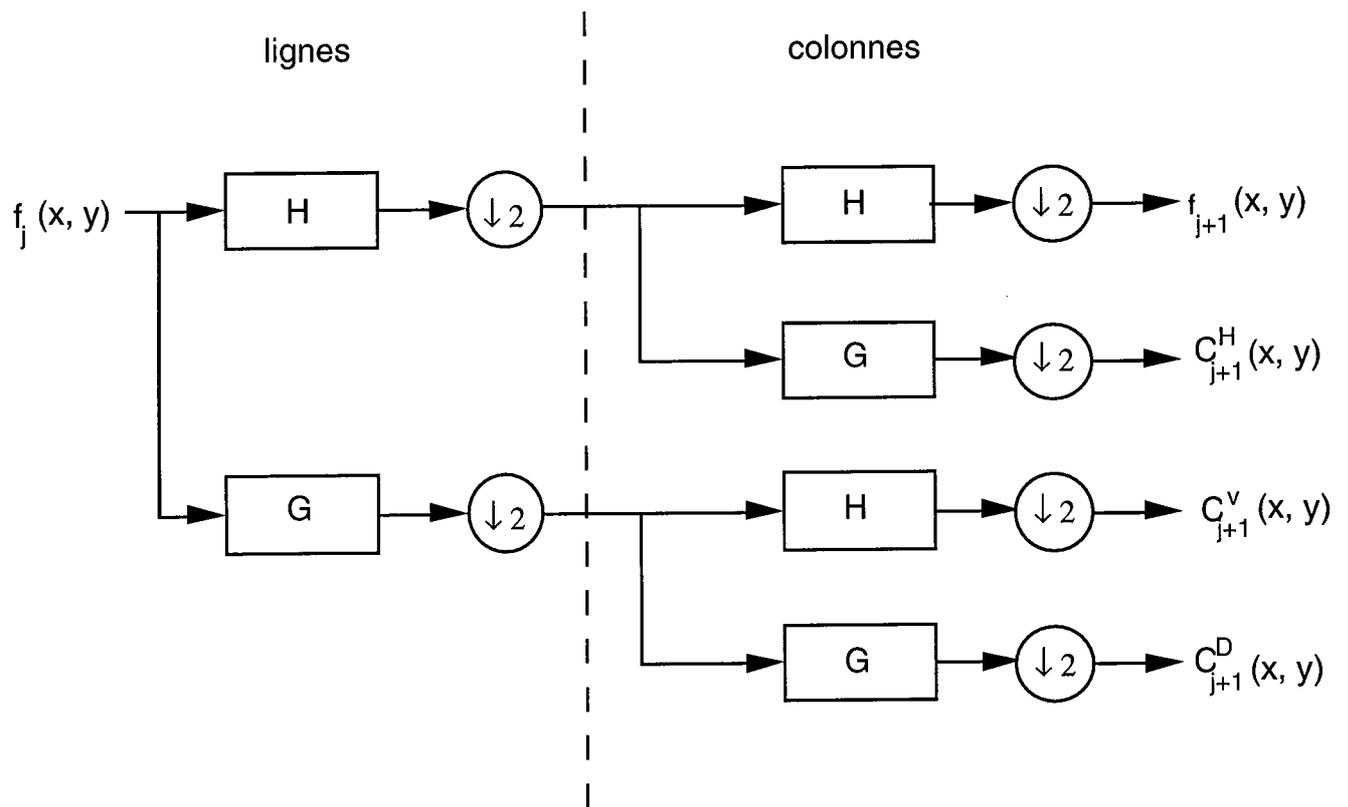


Figure 2.4. Analyse multirésolution appliquée à une image numérique.

La reconstruction ou synthèse d'une image s'effectue à l'aide des filtres numériques précédemment définis et appliqués d'abord en lignes puis en colonnes. La contraction de la fonction d'échelle et des ondelettes nécessaires à la reconstruction s'effectue dans ce cas par une opération de sur-échantillonnage.

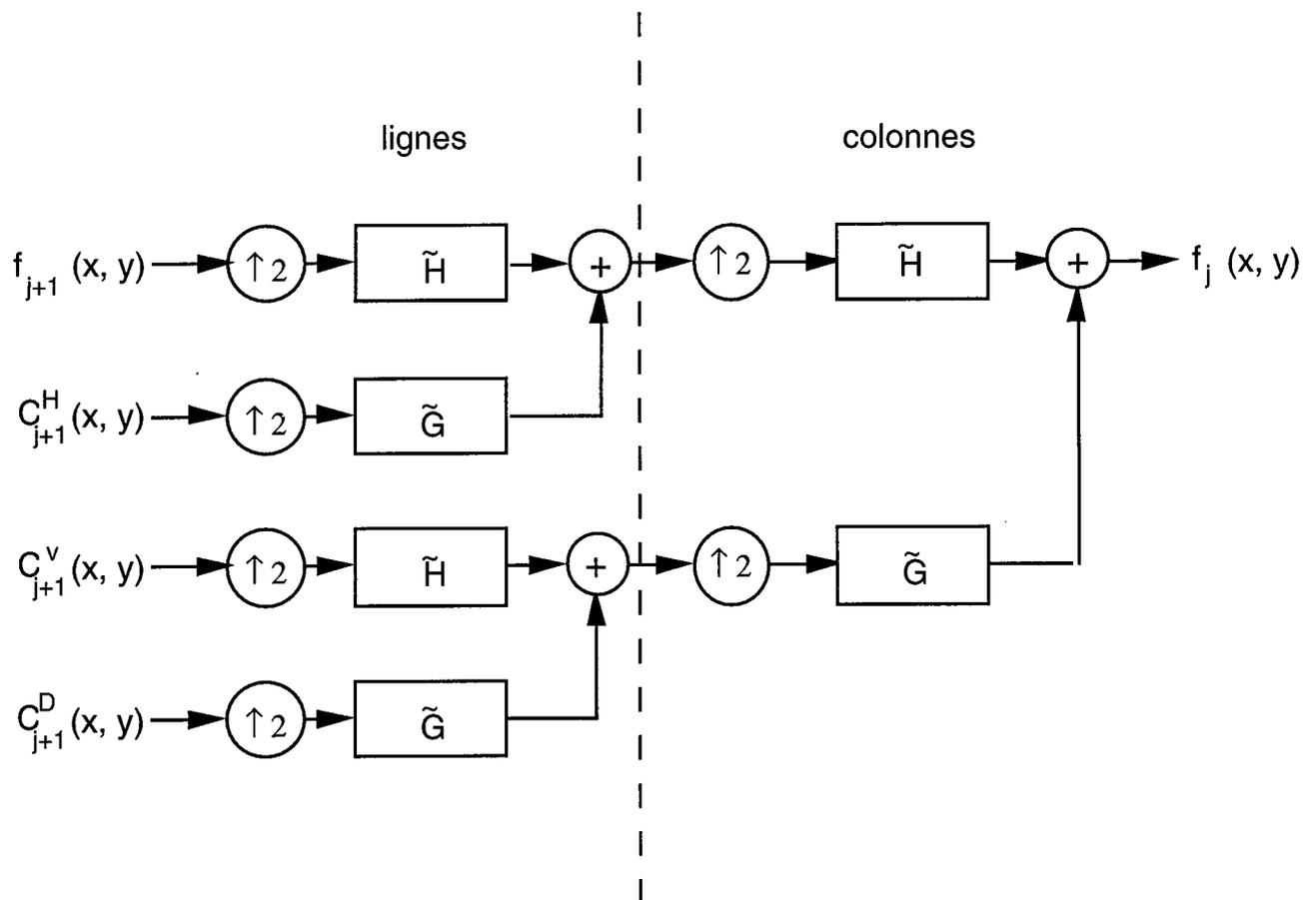
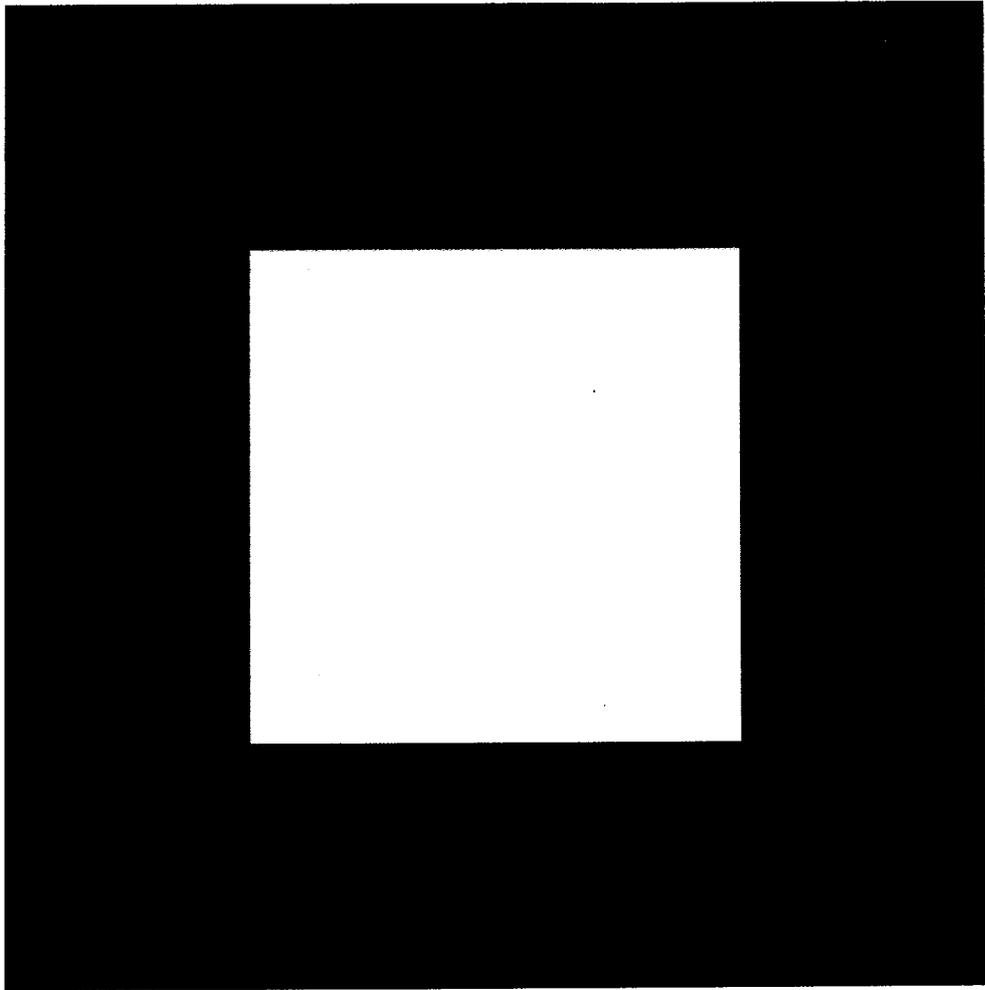


Figure 2.5. Reconstruction exacte d'une image numérique à l'aide de l'algorithme de Mallat

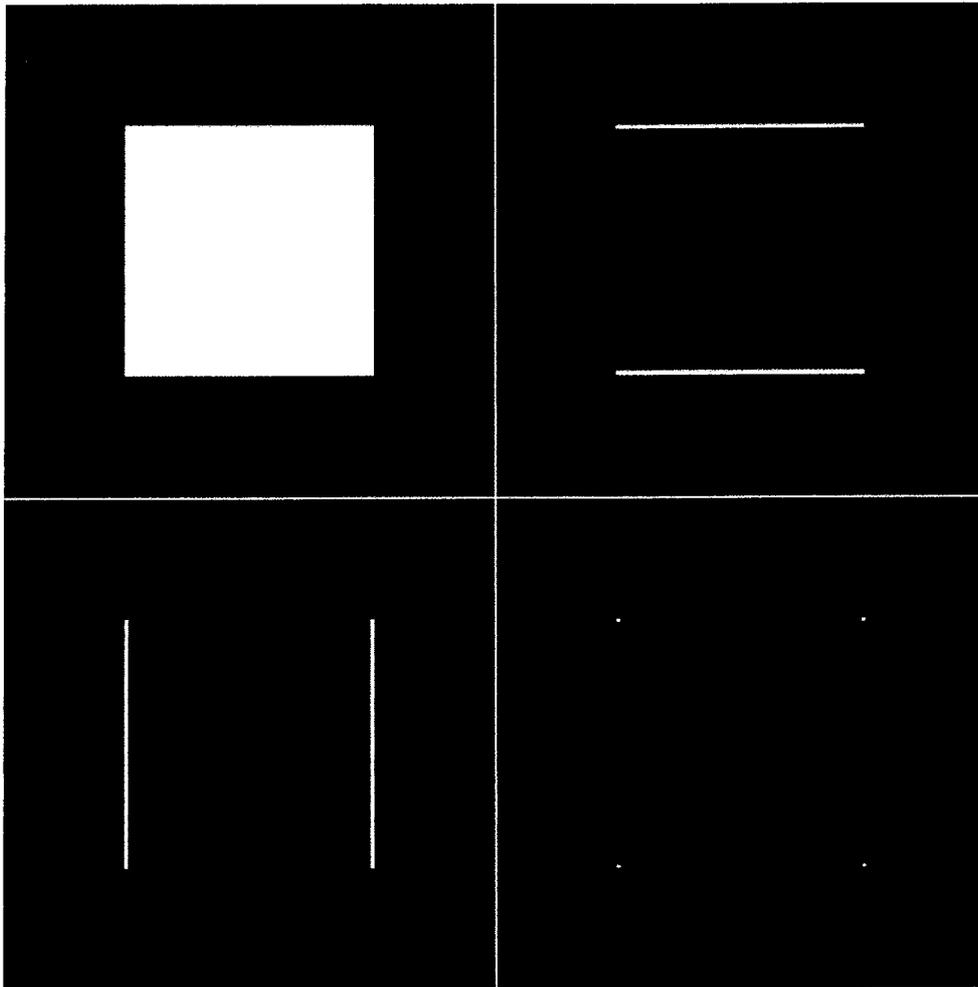
La présentation d'une analyse multirésolution s'effectue généralement selon le schéma de la figure 2.6. La figure 2.8. présente un exemple pédagogique de l'analyse multirésolution appliquée à l'image originale présentée figure 2.7. L'analyse de ce carré fait apparaître des coefficients d'ondelettes diagonaux, horizontaux et verticaux représentés en valeur absolue. Ces coefficients sont la représentation des irrégularités de l'image rencontrées à une résolution donnée dans une direction donnée.

Image de contexte (toutes les échelles supérieures ou égales à la résolution $2^{j+1}$ )	Image des structures "horizontales" à la résolution $2^{j+1}$	Image des structures "horizontales" à la résolution $2^j$
Image des structures "verticales" à la résolution $2^{j+1}$	Image des structures "diagonales" à la résolution $2^{j+1}$	
Image des structures "verticales" à la résolution $2^j$		Image des structures "diagonales" à la résolution $2^j$

*Figure 2.6. Présentation d'une analyse multirésolution réalisée à l'aide de l'algorithme de Mallat.*



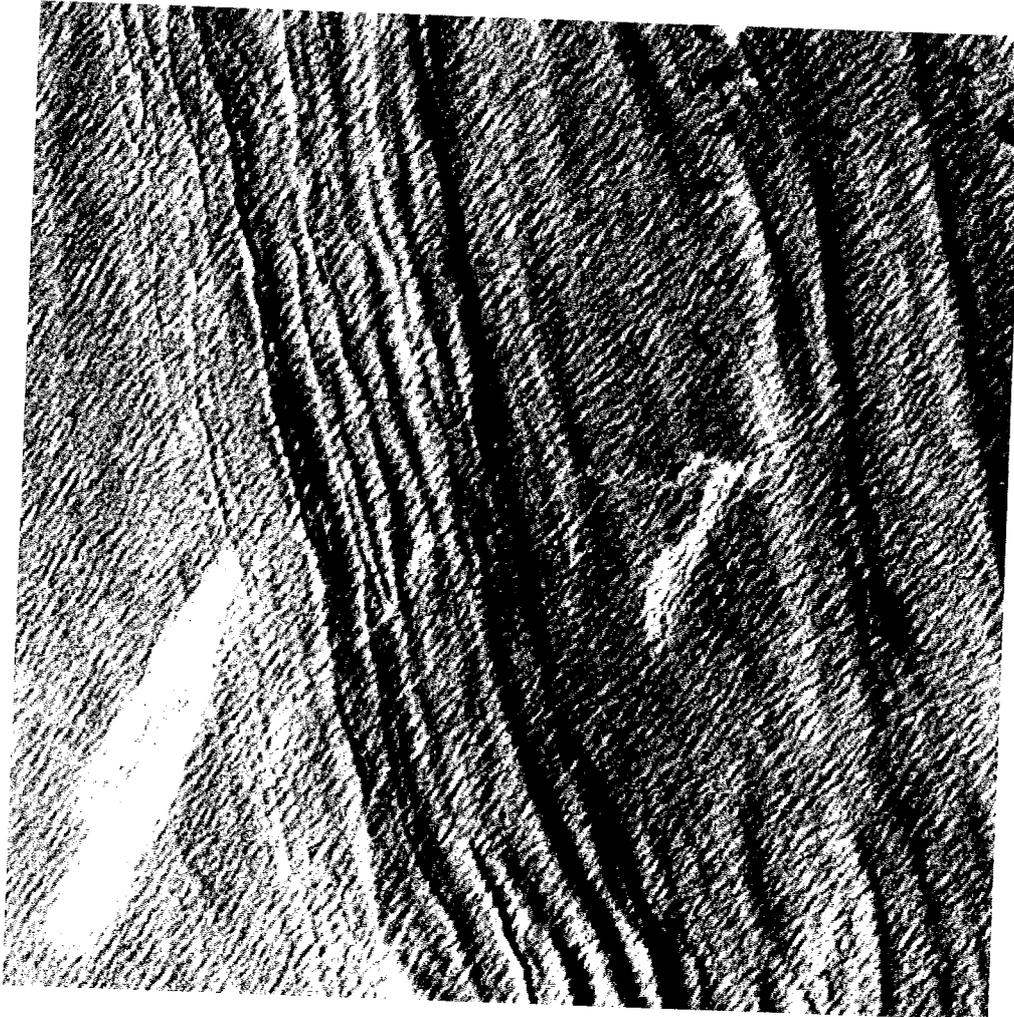
*Figure 2.7. Image originale d'un carré.*



*Figure 2.8. Analyse multirésolution appliquée à l'image de la figure 2.7. Cette figure présente l'image de contexte à la résolution  $2^{-1}$  et les différentes images de structures (ou images de détails) à la résolutions  $2^{-1}$ .*

La figure 2.9. est une image du satellite SPOT, dans le canal XS3 (proche infra-rouge, résolution spatiale ou taille du pixel : 20 m), de l'océan situé près de Madras, au large de la côte est de l'Inde. Cette image a été sélectionnée à cause des structures d'échelles caractéristiques diverses qu'elle présente (Rivereau 1990). Au moins deux types de structures apparaissent. Les structures les plus prononcées sont quasi verticales et sont dues à une onde interne ayant une longueur d'onde supérieure à quelques centaines de mètres. Cette onde se propage vers l'ouest (gauche de l'image) et rencontre la marge continentale en approchant de la côte. Le changement

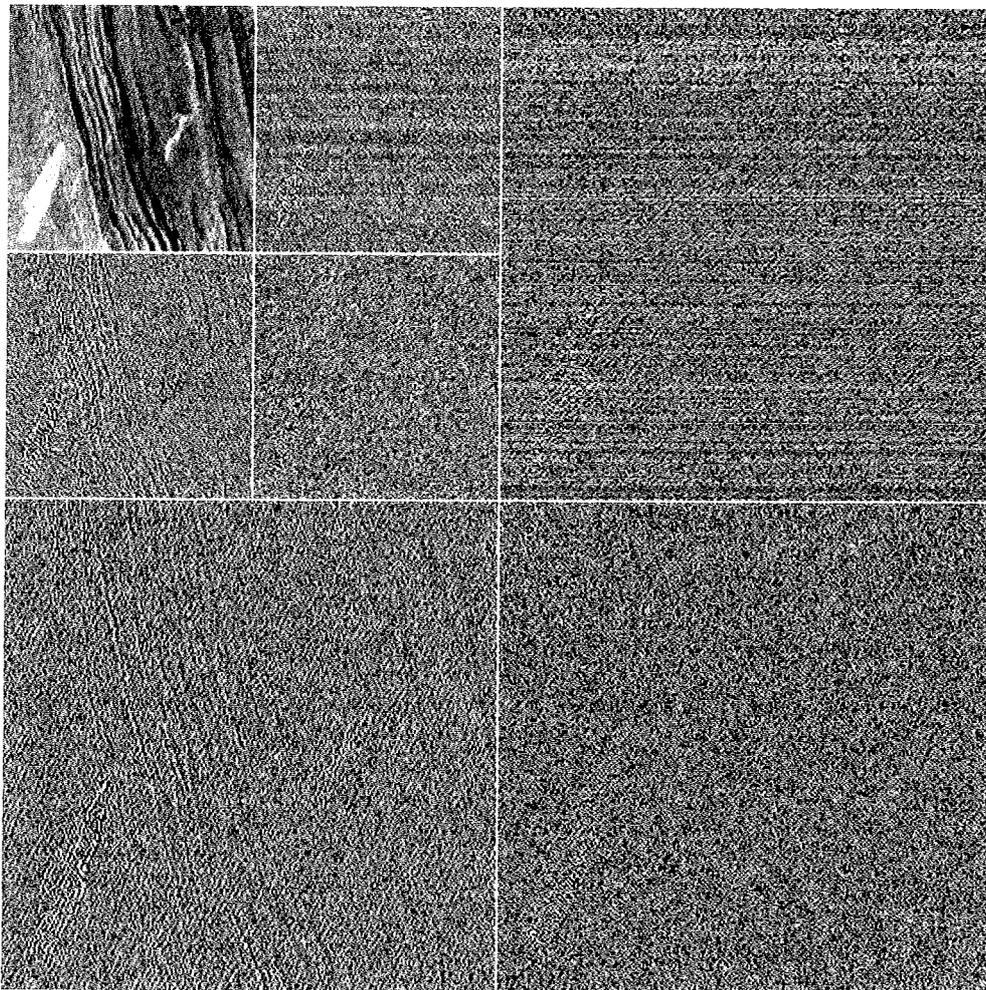
de profondeur de l'océan entraîne une décroissance de la longueur d'onde qui apparaît dans l'image. Le second type de structures superposées à cette onde est dû à la mer du vent. Ce phénomène est caractérisé par des vagues ayant une longueur d'onde de l'ordre de quelques dizaines de mètres. L'axe de propagation de ces petites vagues est orienté NW-SE.



*Figure 2.9. Image SPOT de l'océan au large de la côte de Madras, canal XS3 (proche infrarouge). La résolution spatiale d'un pixel est de 20 m.*

La figure 2.10. est un exemple d'analyse multirésolution appliquée à cette image. Les images de coefficients d'ondelettes (ou images de détails) présentent les structures à la résolution 40 et 80 m. Comme la longueur d'onde de la mer du vent

est inférieure à 80 m, ce phénomène n'apparaît pas dans l'image de contexte. En effet, cette image ne contient que les phénomènes ayant des échelles caractéristiques de résolution supérieure ou égale à 80 m, comme l'onde interne qui est encore visible. Les images de détail horizontales à 40 et 80 m mettent en évidence la structure du bruit affectant le capteur. Les images de détails verticales font apparaître les structures de petites échelles portées par les crêtes de l'onde interne. La mer du vent affecte toutes les images de coefficients d'ondelettes dans toutes les directions mais ceci est beaucoup plus sensible dans la direction diagonale.



*Figure 2.10. Analyse multirésolution appliquée à l'image de la figure 2.9. Cette figure présente l'image de contexte à la résolution 80 m et les différentes images de coefficients d'ondelettes (ou images de détails) aux résolutions 40 et 80 m.*

Un autre exemple de l'application de l'analyse multirésolution à une image de télédétection est présenté et commenté en Annexe 1.

## 5.2. L'algorithme à trous.

L'algorithme à trous a été un des premiers algorithmes proposé pour réaliser une transformée en ondelettes discrète sur un signal mono-dimensionnel (Dutilleul 1987). Dans cet algorithme, la dilatation de l'ondelette n'est pas effectuée comme précédemment par sous-échantillonnage de l'image. Ceci entraîne que les différentes approximations de l'image (les images de contexte) ainsi que les images de coefficients (les images de structures) auront toutes la même dimension : celle de l'image originale.

Dans le cas mono-dimensionnel, l'approximation du signal à la résolution  $2^{j+1}$  se calcule à partir de l'approximation du signal à la résolution  $2^j$  à l'aide de l'équation suivante :

$$f_{j+1}(x) = \frac{1}{4} f_j(x - 2^j) + \frac{1}{2} f_j(x) + \frac{1}{4} f_j(x + 2^j) \quad (\text{II-53})$$

où les coefficients appliqués aux échantillons de l'approximation à la résolution  $2^j$  pour le calcul de la nouvelle approximation à la résolution  $2^{j+1}$ , correspondent à la réponse impulsionnelle d'un filtre passe-bas. La différence d'information entre deux approximations successives est décrite par les coefficients d'ondelettes :

$$C_{j+1}(x) = f_{j+1}(x) - f_j(x) \quad (\text{II-54})$$

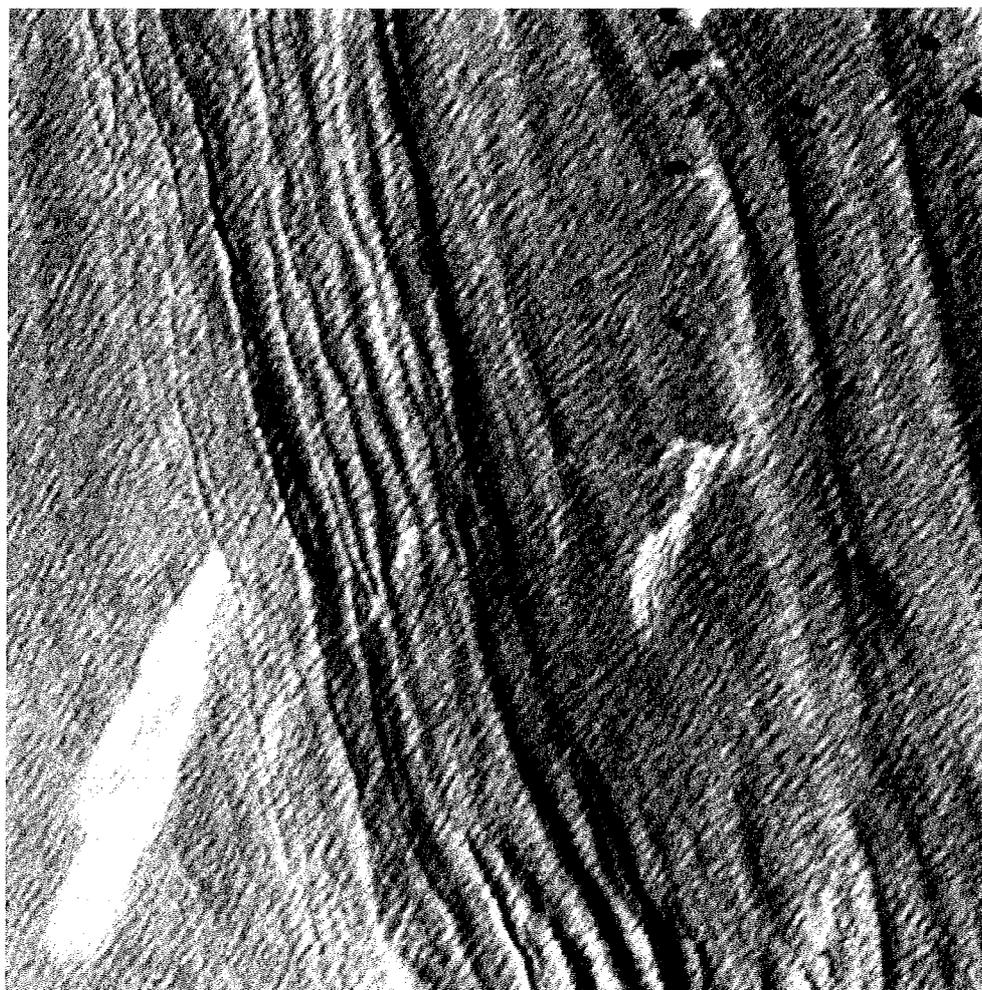
La reconstruction du signal à partir de l'approximation du signal à une résolution donnée  $2^J$  et des coefficients d'ondelettes s'effectue par simple sommation :

$$f(x) = f_J(x) + \sum_{j=1}^J C_j(x) \quad (\text{II-55})$$

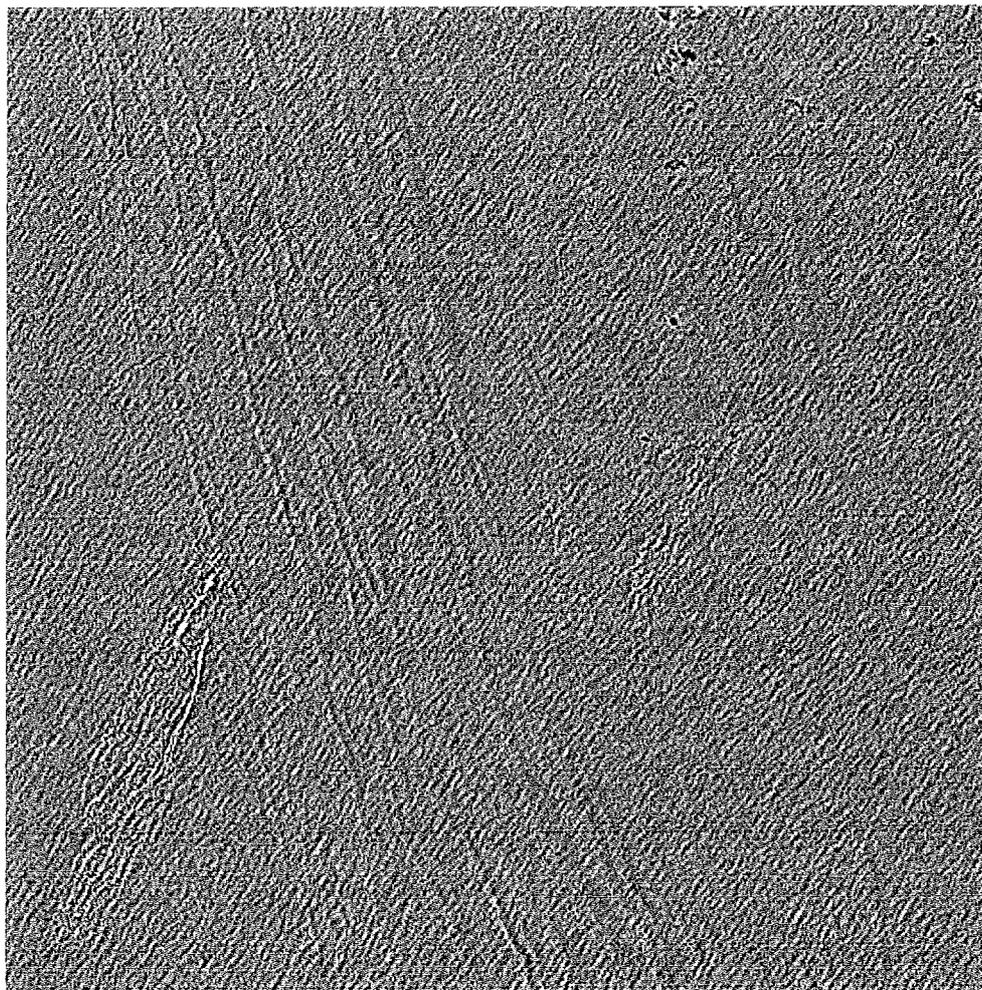
L'application de cet algorithme pour l'image s'effectue de manière similaire. Le filtre utilisé est un filtre isotrope ; il ne privilégie aucune direction et a pour coefficients :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{16} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{16} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16} \end{pmatrix}$$

Cet algorithme ne produira qu'une seule image non-directionnelle de coefficients d'ondelettes par résolution. Mais il est nécessaire de souligner que cet algorithme n'est pas une analyse multirésolution orthogonale ou bi-orthogonale. Il possède cependant la propriété de reconstruction exacte. La figure 2.11. présente l'approximation de l'image de la figure 2.9. à la résolution de 40 m, obtenue à l'aide de l'algorithme à trous. Dans cette image de contexte, les phénomènes ayant une échelle caractéristique inférieure à 40m, ont disparus. L'image de coefficients d'ondelettes à la résolution 40 m est représentée figure 2.12. Cette image de détails fait apparaître, sans privilégier aucune direction, les phénomènes décrits dans le paragraphe précédent.



*Figure 2.11. Approximation de l'image présentée figure 2.9. à la résolution 40 m calculée à l'aide de l'algorithme à trous*



*Figure 2.12. Image des coefficients d'ondelettes de l'image présentée figure 2.9. à la résolution 40 m calculée à l'aide de l'algorithme à trous*



## Chapitre III

Applications de la transformée en ondelettes à la fusion  
d'images de résolutions spatiales et spectrales différentes

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry, no matter how small, should be recorded to ensure the integrity of the financial statements. This includes not only sales and purchases but also expenses and income. The document provides a detailed list of items that should be tracked, such as inventory levels, accounts payable, and accounts receivable. It also outlines the procedures for recording these transactions, including the use of double-entry bookkeeping and the importance of regular reconciliations.

The second part of the document focuses on the analysis of the recorded data. It explains how to interpret the financial statements to identify trends and potential areas of concern. Key indicators such as profit margins, liquidity ratios, and debt-to-equity ratios are discussed. The document provides examples of how to calculate these ratios and how to compare them against industry benchmarks. It also discusses the importance of understanding the underlying causes of any significant fluctuations in the data.

The final part of the document offers practical advice on how to use the information gathered from the financial statements. It suggests ways to improve operational efficiency, reduce costs, and increase revenue. The document also discusses the role of financial statements in decision-making and how they can be used to communicate the company's financial health to stakeholders. It concludes by emphasizing the importance of transparency and accountability in financial reporting.

## Chapitre III : Applications de la transformée en ondelettes à la fusion d'images de résolutions spatiales et spectrales différentes

### 1. Introduction

L'utilisateur des images de télédétection se trouve face à une profusion de données issues des différents capteurs (visible, infra-rouge ou radar) des satellites d'observation de la Terre. Afin d'utiliser au mieux les spécificités de chacune des images dont il dispose, l'utilisateur fait de plus en plus appel à la fusion de données. Ce domaine d'études tend à mélanger au mieux des informations qui peuvent être des images satellitaires à différentes longueurs d'ondes, des réalités terrains, des modèles de cibles ... Très schématiquement, on distinguera deux approches de la fusion de données :

- une approche qu'on appellera "haut niveau", qui extrait de la masse des données, des primitives, objets linéiques, surfaciques ou autres, des classes de signatures spectrales d'objets, etc. Ces primitives seront fusionnées à l'aide par exemple de techniques d'intelligence artificielle ;
  
- une approche qu'on appellera "bas niveau" qui cherche à opérer une fusion au niveau de la plus petite unité d'information existante, c'est-à-dire le point-image ou pixel.

Cette fusion bas niveau rassemble des difficultés qui apparaissent dans la fusion de données en sens large :

- les différentes informations (ici les images) que l'on cherche à fusionner sont issues d'une même zone géographique. Dans le cas d'images, il faut pouvoir les superposer. Cette opération de superposition s'appelle le recalage géométrique ou superposition géométrique;
- les données auront, de part leur mode d'acquisition, des caractéristiques hétérogènes. Il faudra donc tenir compte de la nature des données. Pour les images, les données pourront avoir des résolutions spatiales et spectrales différentes.

Dans ce chapitre, nous présentons un exemple de fusion bas niveau : la fusion d'images panchromatique (10 m de résolution spatiale) et multispectrales (20 m de résolution spatiale). Cette application nous permet de générer des images multispectrales à la résolution spatiale de 10 m. Une de nos exigences sera d'obtenir des images dont le contenu spectral est proche des images originales, exigence qui n'est respectée par aucune des méthodes existantes. De plus, les images multispectrales générées à la résolution de 10 m devront, après dégradation de leur résolution à 20 m, être égales aux images originales. Au travers de cet exemple, nous abordons le problème de la modélisation de l'information et de son évolution en fonction de la résolution. Pour cela nous utilisons la transformée en ondelettes et l'analyse multirésolution qui nous permettent de prendre en compte l'hétérogénéité des données et d'aboutir à un respect du contenu spectral des images.

L'étude de ce cas particulier nous a conduit à la définition d'un concept appelé ARSIS (amélioration de la résolution spatiale par injection de structures) présenté au paragraphe 3 et qui a fait l'objet d'un dépôt de brevet commun Aérospatiale - Armines. Cette méthode permet d'augmenter la résolution spatiale d'images de télédétection obtenues pour une zone donnée dans une bande spectrale donnée, grâce à une injection des structures déduites

d'images de cette zone ayant la résolution spatiale voulue, mais obtenues dans une autre bande spectrale.

## **2. La fusion bas niveau : étude de cas, l'imagerie SPOT.**

### **2.1. Présentation du problème**

Le satellite SPOT (satellite pour l'observation de la Terre) possède deux instruments de prise de vue HRV1 et HRV2. Ces deux instruments peuvent acquérir simultanément des images panchromatiques (P) d'une résolution spatiale de 10 m dans une bande spectrale comprise entre 0,51 et 0,73  $\mu\text{m}$ , et des images multispectrales (XS) d'une résolution spatiale de 20 m et dans des bandes spectrales correspondantes au vert pour le canal XS1 (0,5 à 0,59  $\mu\text{m}$ ), au rouge pour le canal XS2 (0,61 à 0,68  $\mu\text{m}$ ) et au proche infra-rouge pour le canal XS3 (0,79 à 0,89  $\mu\text{m}$ ). Le canal P est donc un capteur à haute résolution spatiale alors que les canaux XS<sub>i</sub> sont des canaux à haute résolution spectrale.

Le but de cette étude est de simuler des images à haute résolution spectrale à la meilleure résolution spatiale disponible (c'est-à-dire 10 m). Plusieurs méthodes pour obtenir des images multispectrales à la résolution spatiale du capteur panchromatique existent, mais aucune, à part les méthodes d'interpolation, ne conserve la résolution spectrale des images originales. Le paragraphe suivant présente un état de l'art des méthodes de production d'images multispectrales à la résolution de 10 m.

### **2.2. Etat de l'art**

Il existe deux classes de méthodes qui cherchent à atteindre l'objectif précédent :

- une première classe n'utilisant pas explicitement les relations d'un pixel avec son voisinage,
- une deuxième classe prenant en compte cette information.

La première classe comprend par exemple la méthode "P + XS" du Centre National des Etudes Spatiales (Anonyme 1986). Cette méthode, qui permet la réalisation de produits commercialisés sous le nom de P + XS par la société SPOT-Image, servira de référence pour notre étude. Elle sera décrite plus en détail au paragraphe suivant. Dans cette classe on trouve aussi la méthode I.H.S. (Carper *et al.* 1990), la méthode O.I.F. (Chavez 1984) et les opérations arithmétiques sur les valeurs des pixels (Chavez 1986). Le défaut commun à cette classe de méthodes est qu'elles impliquent une modification profonde de l'information originale de l'image.

La deuxième classe comprend les méthodes de filtrage et d'interpolation. Dans le cas des méthodes de filtrage, on dissocie les hautes fréquences spatiales de l'image panchromatique, et on associe l'image de ces hautes fréquences pixel à pixel avec les images multispectrales XS (Chavez *et al.* 1991). Ces méthodes ont le même défaut que les précédentes, elles détériorent l'information des images originales. Les méthodes d'interpolation, quant à elles, fournissent des images multispectrales XS à la meilleure résolution spatiale (10 m) par une interpolation bidimensionnelle des images originales. Ces techniques ont l'avantage de préserver l'information des images originales, mais ne tirent aucun avantage de la présence d'une image à une meilleure résolution spatiale et de plus, font des hypothèses sur l'homogénéité spatiale de l'image.

### 2.3. La méthode P + XS du Centre National des Etudes Spatiales

La méthode P+XS sera considérée dans la suite de notre propos comme la méthode de référence pour la production d'images SPOT multispectrales à la résolution spatiale de 10 m.

Cette méthode de fusion prend en compte la nature hétérogène des données de la manière suivante. En tenant compte des réponses spectrales des bandes SPOT présentées figure 3.1., on pose comme première hypothèse que la bande P est spectralement égale à la demi-somme des bandes XP1 et XP2, où XP1, XP2 et XP3 représentent respectivement les images XS1, XS2 et XS3 à la résolution spatiale de 10m. Or, cette hypothèse n'est vérifiée que dans le cas d'une cible de réflectance constante spectralement.

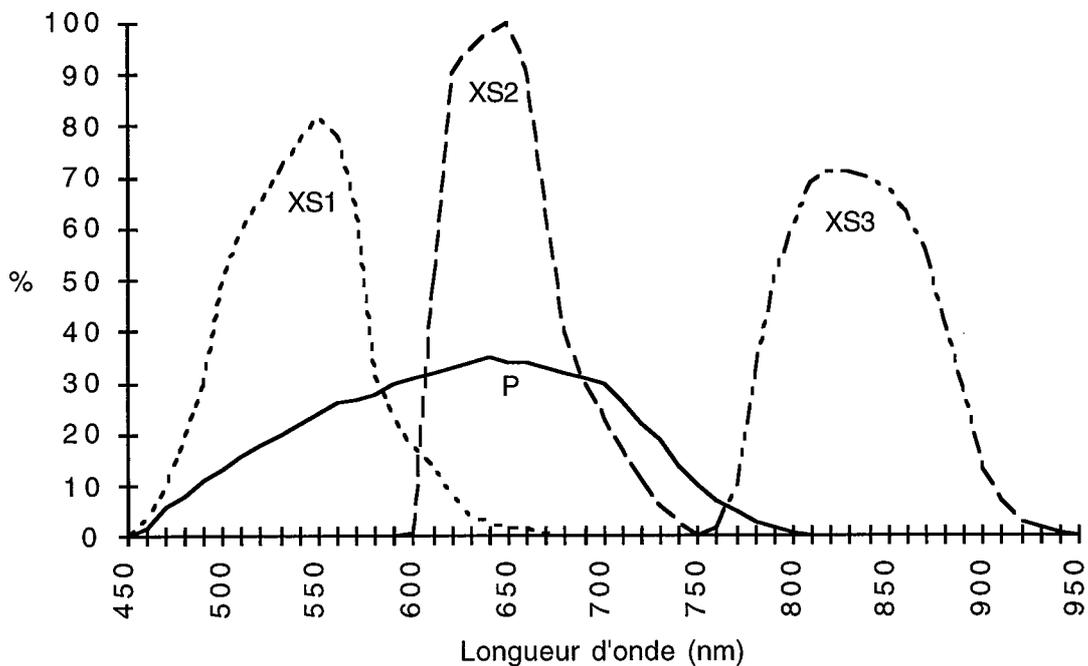


Figure 3.1. Bandes spectrales du satellite SPOT.

La méthode a pour objectif d'obtenir des images  $XP_i$  ( $i = 1 \text{ à } 3$ ) ayant la même réponse spectrale que les images  $XS_i$  ( $i = 1 \text{ à } 3$ ). La seconde hypothèse de cette méthode est que le rapport des luminances des images  $XP_1$  et  $XP_2$  est égal au rapport des luminances des images  $XS_1$  et  $XS_2$ . Ces deux hypothèses se traduisent par :

$$L_P = \frac{L_{XP1} + L_{XP2}}{2} \quad (\text{III-1})$$

$$\frac{L_{XP1}}{L_{XP2}} = \frac{L_{XS1}}{L_{XS2}} \quad (\text{III-2})$$

où  $L_P$ ,  $L_{XS1}$ ,  $L_{XS2}$ ,  $L_{XP1}$  et  $L_{XP2}$  représentent respectivement la luminance des images P, XS1, XS2, XP1 et XP2. La luminance est définie comme la quantité de flux lumineux par unité d'angle solide, reçue par unité de surface. Les deux équations III-1 et III-2 conduisent à :

$$L_{XP1} = 2 L_P \frac{L_{XS1}}{L_{XS1} + L_{XS2}} \quad (\text{III-3})$$

$$L_{XP2} = 2 L_P \frac{L_{XS2}}{L_{XS1} + L_{XS2}} \quad (\text{III-4})$$

Ces deux équations mettent en évidence les inconvénients de cette méthode. Tout d'abord, on remarquera que l'ensemble des structures présentes dans la bande P et dans la bande XS2 sont introduites dans la bande XP1, quelles que soient leurs échelles caractéristiques. Ceci a pour effet de modifier fortement l'information radiométrique (le contenu spectral) de XP1 par rapport à XS1, ainsi que l'information structurale. La même remarque s'applique à la bande XP2. Ensuite, l'équation III-1 est une approximation assez grossière (voir figure 3.2.). Enfin, l'image XP3 est obtenu par une simple duplication des pixels XS3. Cette démarche,

dans le cas du canal XS3, ne tient absolument pas compte de la présence d'une image de meilleure résolution. Les images obtenus par cette méthode ont une bonne qualité géométrique, mais l'information spectrale a été détériorée.

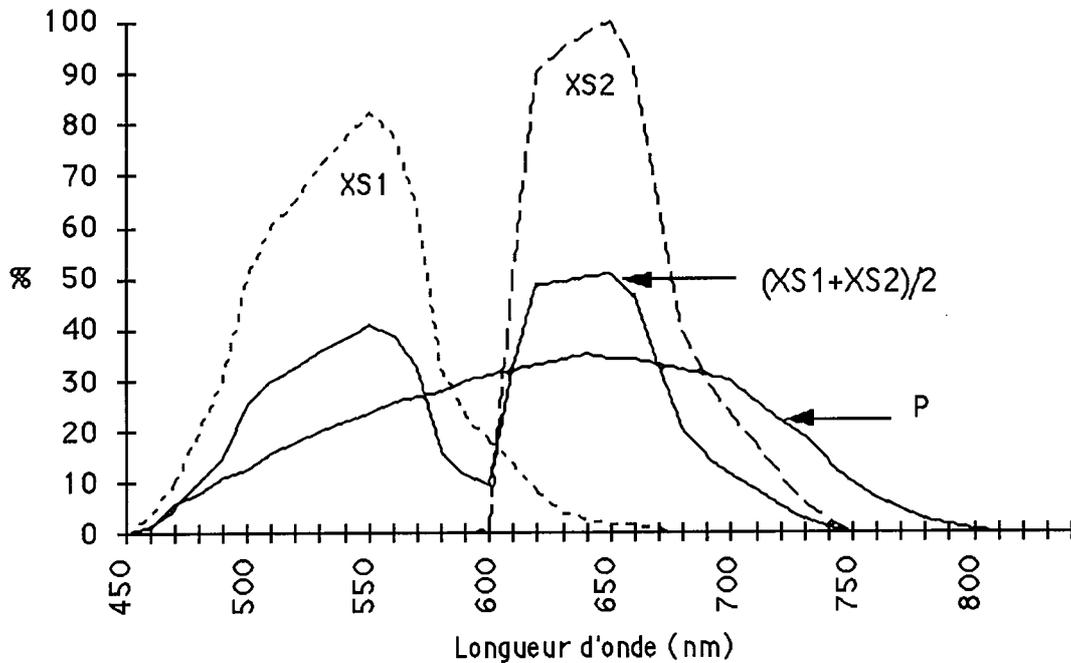
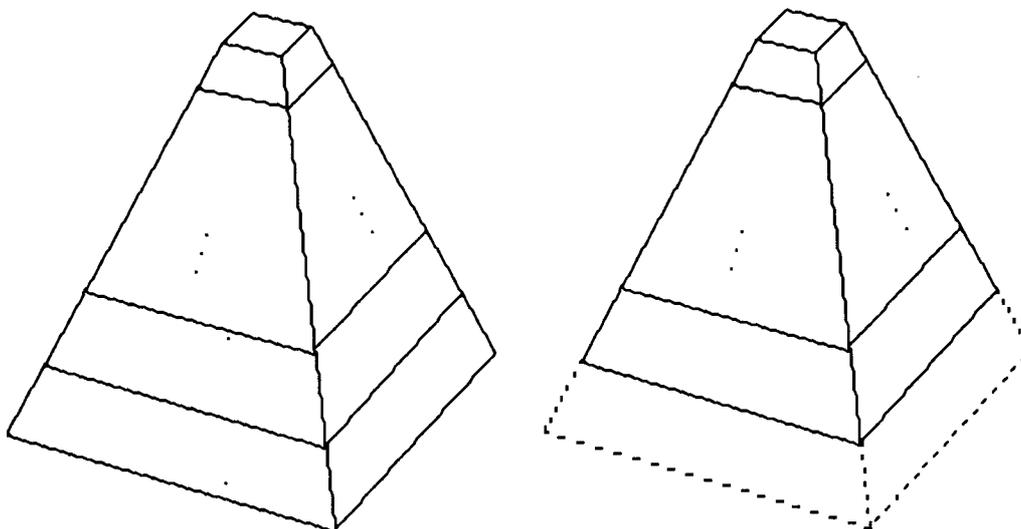


Figure 3.2. Représentation de la première hypothèse de la méthode P+XS

#### 2.4. La méthode XS-HR

Partant des conclusions du paragraphe précédent, nous avons cherché à créer une image synthétique à 10 m dans les trois canaux, proches de ce qu'observerait le satellite SPOT dans les bandes spectrales correspondantes avec une résolution spatiale de 10 m. L'utilisation de l'analyse multirésolution et de la transformée en ondelettes semble s'imposer pour ce problème. Comme nous l'avons présenté dans le chapitre précédent, l'analyse multirésolution permet de décrire des approximations successives d'une image, représentant des phénomènes naturels, à des résolutions différentes. Elle nous permet donc dans ce cadre d'étudier l'évolution de l'information dans les images satellitaires. De plus, la transformée en ondelettes

permet de décrire la différence d'information entre deux échelles successives. Cette différence d'information est liée à l'impossibilité de discriminer dans le pixel (une zone de 20 m sur 20 m pour les canaux XS) l'arbre, les rochers, les lignes électriques, ... qui pourtant sont présents dans cette zone, au moment de la prise de vue. L'information dont nous disposons est la quantité d'énergie réfléchiée par les objets présents dans l'empreinte au sol du capteur, dans la bande spectrale considérée. Dans l'exemple que nous traitons, la présence d'une image de la même zone à la résolution spatiale de 10 m, prise simultanément même s'il n'y a pas de concordance au niveau de la bande spectrale, nous permet d'avoir une représentation de cette répartition de l'information. Ainsi, cette description va nous permettre de réaliser notre objectif : obtenir des images multispectrales, que nous nommerons XSi-HR ( $i = 1 \text{ à } 3$ , Haute Résolution), à la résolution spatiale de 10 m, tout en préservant l'information spectrale originale.



Pyramide Panchromatique

Pyramide XSi

*Figure 3.3. Utilisation de l'analyse multirésolution pour la réalisation d'images SPOT multispectrales à la résolution de 10 m*

La figure 3.3. illustre notre propos. La pyramide P décrit des approximations successives et, grâce à la transformée en ondelettes, l'évolution de l'information pour l'image du capteur panchromatique, à partir de la résolution initiale (10 m). La pyramide XSi décrit les approximations successives ainsi que l'évolution de l'information pour l'image XSi à partir de la résolution 20 m. Nous allons donc chercher à synthétiser, à l'aide des images de coefficients d'ondelettes de la pyramide P compris entre les résolutions 10 et 20 m, les coefficients d'ondelettes, pour la pyramide XSi, nécessaires à la reconstruction de l'image XSi-HR à la résolution de 10 m.

Le cas de l'imagerie SPOT, avec le rapport 2 existant entre l'image P et les images XSi que nous souhaitons fusionner, est bien adapté à l'utilisation d'une analyse multirésolution faisant appel à des ondelettes dyadiques. De plus, cette dernière nous permet de respecter une partie de l'objectif initial, qui est de ne pas modifier l'information originale des bandes XSi. La seule information que nous allons introduire en synthétisant les coefficients d'ondelettes nécessaires à la reconstruction des images XSi-HR est celle concernant les structures comprises entre 10 et 20 m. On aura donc quelque soit le type de modèle utilisé, un respect de l'information originale. Le choix de la base d'ondelettes est discuté au paragraphe suivant. Les résultats que nous présentons dans le paragraphe 2.6. et en annexe 2 ont été obtenus à l'aide d'ondelettes orthogonales à support compact de régularité 2 (Daubechies 1988).

Pour guider la synthèse des coefficients d'ondelette nécessaires à la reconstruction des images XSi-HR, on procède de la manière suivante :

- on modélise la transformation des coefficients d'ondelettes P compris entre 20 et 40 m en coefficients d'ondelettes XSi à la même résolution,
- puis, on utilise ce même modèle pour transformer les coefficients d'ondelettes P compris entre 10 et 20 m en coefficients XSi à la même résolution,
- cette transformation effectuée, on reconstruit l'image XSi-HR à la résolution de 10 m.

Cet algorithme de production d'images XSi-HR est représenté figure 3.4. L'analyse multirésolution utilisée fait appel à des ondelettes directionnelles. On a donc trois images de coefficients par résolution dans les directions diagonale (D), verticale (V) et horizontale (H).

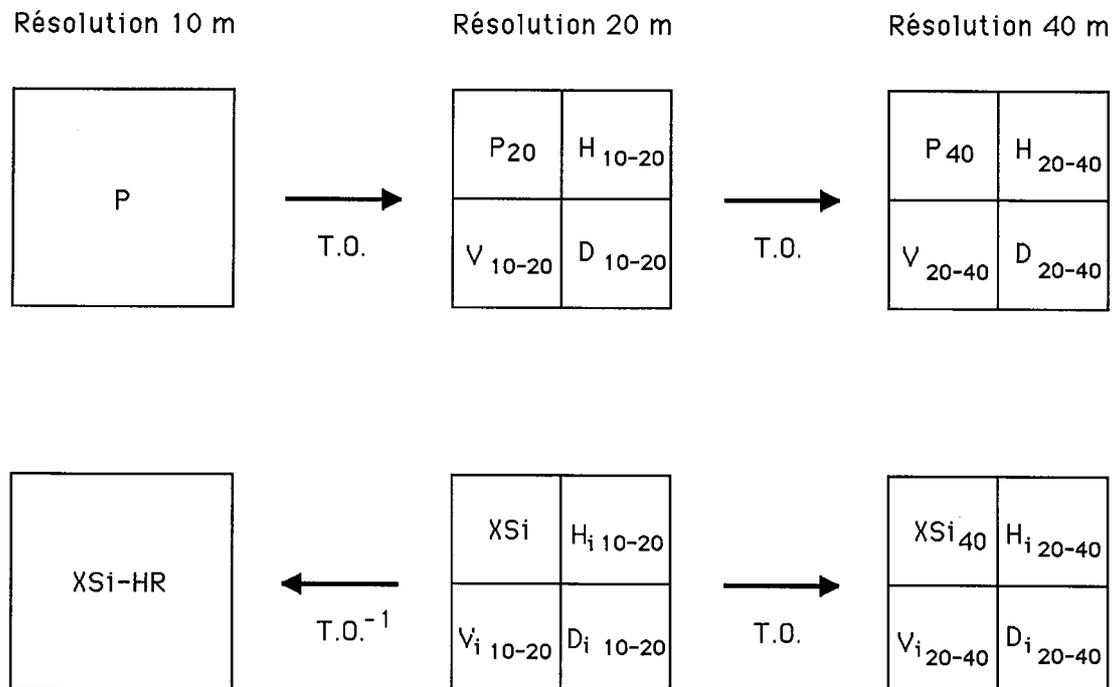


Figure 3.3. Algorithme de calcul des images XSi-HR.

L'approche que nous venons de décrire s'appuie sur une similitude des structures observées entre les images P et XSi. Nous verrons au paragraphe 3 que cette approche est généralisable. Ici, pour tenir compte des différences existantes entre les deux types d'images, nous allons chercher à pondérer l'information existant dans la bande P pour synthétiser les coefficients XSi. Pour que le contenu spectral des images XSi-HR soit similaire à celui des images XSi, le modèle que nous utiliserons sera calculé à partir des luminances des images XSi et P. Ce modèle permet le calcul des coefficients d'ondelettes nécessaires à la reconstruction. Nous avons choisi d'utiliser une modélisation s'appuyant sur les propriétés statistiques des images de coefficients d'ondelettes. En effet, la distribution des images de coefficients d'ondelettes semble proche d'une gaussienne généralisée (cf. Antonini 1991 ; Antonini *et al.* 1992). Nous avons donc choisi d'utiliser un modèle qui ajuste la moyenne et la variance de l'histogramme des coefficients de l'image P et de celui des coefficients des images XSi. Pour les images XS1 et XS2 le modèle est le suivant :

$$C_{Lxsi} = a_i C_{Lp} + b_i \quad (\text{III-5})$$

$$\text{où } a_i = \sqrt{\frac{\text{var}(C_{Lxsi})}{\text{var}(C_{Lp})}} \quad \text{et} \quad b_i = \overline{C_{Lxsi}} - a_i \overline{C_{Lp}} \quad (\text{III-6})$$

où  $\text{var}(C_{Lxsi})$  représente la variance des coefficients d'ondelettes de la bande XSi,  $\text{var}(C_{Lp})$  représente la variance des coefficients d'ondelettes de la bande P,  $\overline{C_{Lxsi}}$  représente la moyenne des coefficients d'ondelettes de la bande XSi,  $\overline{C_{Lp}}$  représente la moyenne des coefficients d'ondelettes de la bande P. Le modèle est calculé pour les images de coefficients comprises entre 20 et 40 m, et reporté entre 10 et 20 m pour la synthèse des coefficients XSi.

Pour la bande XS3, afin de tenir compte de la différence de réponse spectrale beaucoup plus importante avec l'image P, le modèle est calculé à l'aide des équations III-5 et III-6 mais sur une fenêtre 5x5 glissante. Pour chacun des points de cette fenêtre, on pondère en fonction de sa position dans la fenêtre les  $a_i$  et  $b_i$ . Les coefficients finaux affectés à un point résultent de la sommation des différents coefficients obtenus pour chacune des fenêtres recouvrant ce point.

Dans ce paragraphe, pour des raisons de simplicité, nous n'avons pas présenté l'ensemble des modèles de calcul des coefficients d'ondelettes nécessaires à la synthèse des images XSi-HR que nous avons développé. En effet, bien qu'influant sur la qualité des résultats, le choix du modèle n'apporte rien de plus à la démarche que nous venons d'exposer. Cependant, on notera que le report des paramètres du modèle calculé pour les images de coefficients d'ondelettes entre 20 et 40 m, à celles comprises entre 10 et 20 m implique une hypothèse d'invariance de ces relations entre ces deux échelles, hypothèse discutée dans la conclusion de ce chapitre. Or, d'après par exemple, Raffy (1992), cette hypothèse semble fautive, mais l'erreur introduite reste difficilement quantifiable.

## 2.5. Considérations sur le choix de la base d'ondelettes

Comme nous l'avons exprimé au paragraphe précédent, l'algorithme permettant d'obtenir les images XSi-HR ne devra introduire que l'information issue de P comprise entre 10 et 20 m. Afin de respecter au mieux cette contrainte, il est nécessaire que les coefficients d'ondelettes soient décorrélés d'une échelle (ou résolution) à l'autre. C'est pour cette raison que nous utiliserons des transformées en ondelettes orthogonales.

La régularité de l'ondelette définie au chapitre précédent, est un paramètre qui va influencer sur la qualité visuelle de l'image reconstruite. Si l'ondelette choisie est trop régulière, la reconstruction donnera un aspect lissé à l'image. De plus, la régularité des phénomènes observables par l'imagerie satellitaire est faible. Il ne sera donc pas nécessaire d'utiliser une ondelette de régularité trop importante pour que les coefficients d'ondelettes modélisent de manière correcte la variabilité spatiale des phénomènes présents dans l'image. Le choix de la base d'ondelettes est lié à un autre paramètre qui est la taille du filtre nécessaire au calcul des coefficients. Si ce filtre est long, il prendra en compte des phénomènes éloignés du point que l'on considère. On aura donc intérêt pour obtenir une bonne localisation des variations à utiliser des filtres les plus courts possibles. L'ondelette de Haar, bien qu'étant la plus courte existante, n'est pas assez régulière pour modéliser les phénomènes que nous aurons à observer. Notre choix s'est donc porté sur les ondelettes orthogonales à support compact d'Ingrid Daubechies (1988). Le choix de la régularité des ondelettes a été effectuée d'après les considérations précédentes et les effets que nous avons pu observer en testant différentes régularités. Les résultats que nous présentons ont été obtenus avec une ondelette de régularité 2 pour laquelle le filtre ne comprend que quatre coefficients.

## 2.6. Résultats et conclusions

Les comparaisons que l'on peut effectuer entre les méthodes CNES et XS-HR peuvent être qualitatives (visuelles) et quantitatives (statistiques). L'estimation de la qualité tant visuelle (géométrique) que statistique (radiométrique) a été réalisée à partir des images présentées en annexe 2 pour une scène de Barcelone, et en annexe 3 pour une scène de Toulouse. L'annexe 3 contient notamment une discussion

portant sur la qualité spectrale des données obtenues avec les différentes méthodes au travers d'un exemple précis.

La comparaison visuelle des deux méthodes permet de juger l'aspect géométrique des images, mais pas de l'aspect radiométrique. Pour rendre compte de cet aspect, nous avons eu recours à des calculs statistiques. Mais il est un principe qu'il est nécessaire de respecter ; on ne peut comparer que des choses comparables. Or, les deux méthodes fournissent des images multispectrales à la résolution de 10 m, et on ne possède aucune image réelle ayant cette résolution spectrale et cette résolution spatiale. Afin de contourner cette difficulté, nous avons choisi de calculer des images X<sub>Pi</sub> et X<sub>Si</sub>-HR à la résolution de 20 m, en partant des données P sous-échantillonnées à 20 m, et des données X<sub>Si</sub> sous-échantillonnées à 40 m. Ainsi, nous pouvons comparer les images calculées à l'aide de chacune des méthodes à des images réelles : les données X<sub>Si</sub> originales. Les différents résultats que nous avons obtenus ainsi qu'une analyse détaillée sont présentés en annexe 2.

La qualité visuelle d'une image est un critère trop subjectif. Bien que les images issues de la méthode CNES semblent plus "agréables" visuellement, l'aspect des images X<sub>Si</sub>-HR est lié à la directionnalité des ondelettes utilisées. Une utilisation d'un algorithme faisant appel à des ondelettes isotropes (comme celui de Feauveau 1990a, b) devrait améliorer sensiblement la qualité visuelle des images.

Les résultats statistiques concernant les aspects radiométriques sont, quant à eux, sans ambiguïté : la méthode du CNES ne respecte pas le contenu spectral des données originales. Il semble donc impossible à partir de telles données de faire autre chose que de "belles images". La méthode X<sub>S</sub>-HR, elle, respecte le contenu spectral des données. Elles pourront donc être utilisées pour toutes les applications faisant appel à la fois à la haute résolution spectrale et à la haute résolution spatiale.

De plus, bien que les résultats concernant la radiométrie pour cette méthode soient déjà très bons, ils pourront être améliorés par le choix d'un modèle plus adapté à la prise en compte des spécificités de la représentation de l'information par la transformée en ondelettes et l'analyse multirésolution.

### **3. Généralisation de la méthode XS-HR : la méthode ARSIS.**

#### 3.1. La méthode ARSIS

L'exemple que nous venons de présenter, nous a conduit à la définition de la méthode ARSIS. Cette méthode permet d'augmenter la résolution spatiale d'images de télédétection grâce à l'injection de structures déduites d'images à la résolution voulue mais obtenues dans une autre bande spectrale. Elle présente l'avantage d'utiliser l'information spatiale (les structures) présente dans l'image de meilleure résolution, plutôt que l'information spectrale, la radiométrie, et donc d'imposer des hypothèses moins fortes que les autres méthodes de fusion d'images existantes. Elle suppose seulement la présence de structures géométriques similaires dans les images à fusionner.

Cette méthode s'appuie sur les mêmes hypothèses que la méthode XS-HR et qui sont :

- les images que l'on cherche à fusionner représentent la même zone géographique et sont superposables,
- l'écart temporel entre les deux groupes d'images est faible ou nul, ou n'influe pas sur l'aspect des structures observées,
- il existe une similitude entre les structures observées dans les différentes bandes spectrales.

La transformée en ondelettes et l'analyse multirésolution, dyadiques ou non, sont utilisables dans ce cadre, car elles fournissent, à l'aide des coefficients d'ondelettes une description de l'évolution de l'information avec la résolution mais on pourra utiliser n'importe quelle transformée décomposant l'image en fonction des structures qui la composent.

Le modèle de synthèse des coefficients nécessaires à la reconstruction des images à la meilleure résolution n'est pas figé à l'exemple donné précédemment et pourra prendre éventuellement en compte la modification des paramètres du modèle avec la résolution.

La figure 3.4. présente un schéma général d'application de la méthode ARSIS. Dans le cas de la méthode XS-HR, l'image haute résolution est l'image panchromatique, et l'image basse résolution l'image multispectrale XSi qui l'on veut synthétiser à la résolution de l'image panchromatique. Le modèle de calcul des coefficients nécessaires à la synthèse de l'image à la meilleure résolution pourra prendre en compte plusieurs échelles.

Enfin cette méthode est applicable à tout ensemble d'images de télédétection (visible, proche infra-rouge, infra-rouge, hyperfréquence, ...) satisfaisant les hypothèses décrites ci-dessus.

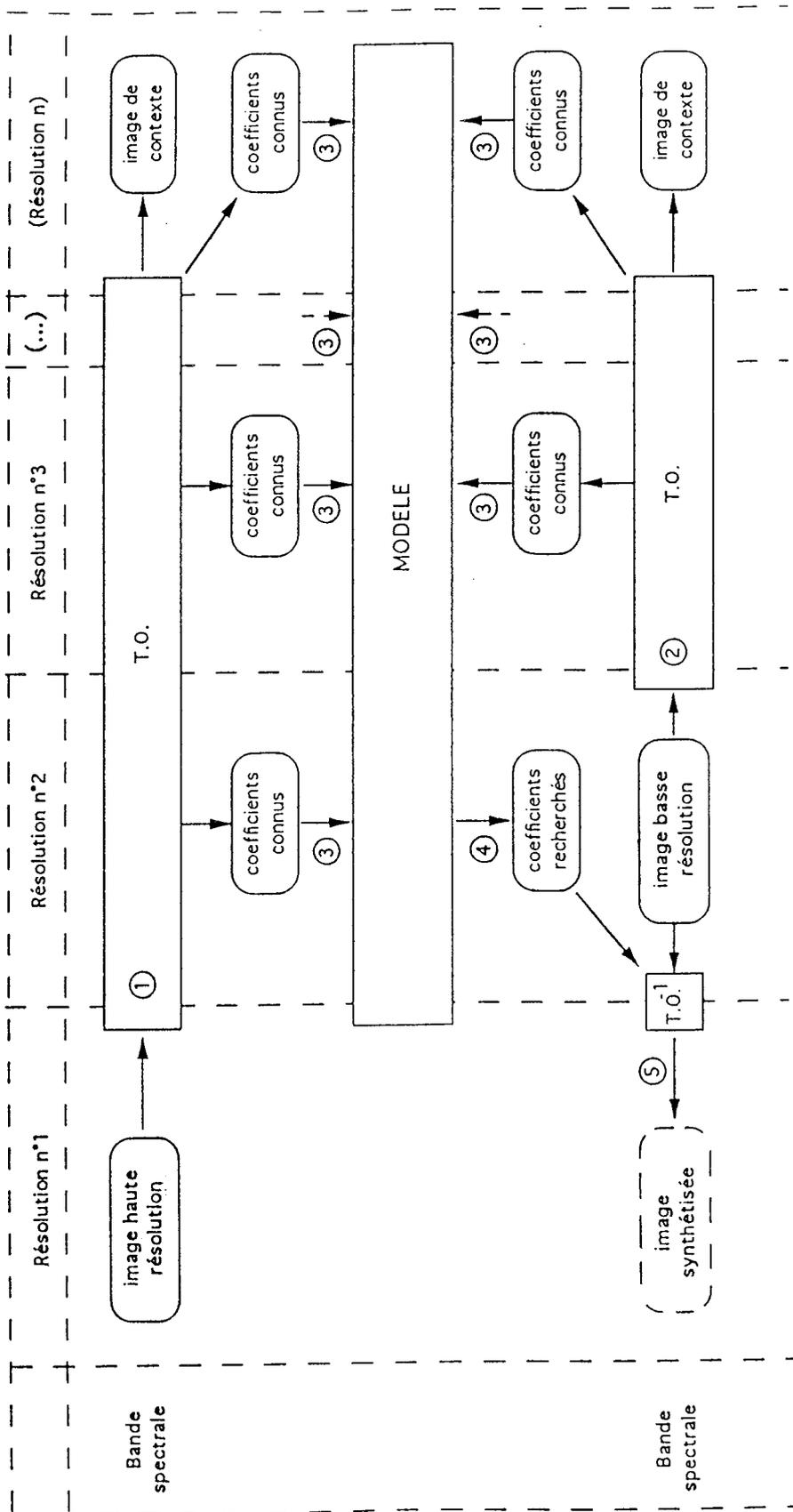


Figure 3.4. Schéma général d'application de la méthode ARSIS.

### 3.2. Application au capteur Thematic Mapper du satellite Landsat 5

Une application de la méthode à la fusion d'images issue du capteur TM (Thematic Mapper) du satellite LANDSAT 5, est présentée dans ce paragraphe. Les images à fusionner sont issues du capteur TM7 (résolution spatiale 30 m, bande spectrale 2080 à 2350 nanomètres, proche infra-rouge) et du capteur TM6 (résolution spatiale 120 m, bande spectrale 10400 à 12500 nanomètres, infra-rouge thermique). La zone géographique se situe en Tanzanie. Le modèle employé dans cet exemple est similaire à celui développé pour les images XS1 et XS2 dans la méthode XS-HR. L'estimation de la qualité des résultats a été réalisée de manière similaire au cas XS-HR. On a créé une image appelée TM6\*, à partir d'une image TM7 dégradée à 120 m et une image TM6 dégradée à 480 m, ceci afin de respecter le rapport des résolutions entre les deux images (facteur 4). A partir des deux images, TM6 et TM6\*, qui ont la même résolution, on calcule une image des différences, pixel à pixel. Bien que les structures observées dans l'infra-rouge et le canal thermique soient différentes, le tableau 1 permet d'estimer, au travers de quelques valeurs statistiques, la qualité des résultats obtenus. Le biais introduit par la méthode, par rapport à la moyenne de l'image originale, est relativement faible. L'écart type des différences donne une indication de l'erreur au niveau du pixel. L'amélioration des résultats dans ce cas, sera obtenue par une meilleure prise en compte des phénomènes physiques observés par chacun des capteurs par le modèle. En particulier, il sera nécessaire de prendre en compte le type de relations existants entre les comptes numériques et la valeur des paramètres géophysiques représentés par l'image proche infra-rouge (linéaire) et l'image infra-rouge thermique (non-linéaire).

Images comparées	TM6 - TM6*
Biais (valeur idéale 0) relativement à la moyenne de TM6	- 1,00 - 0,67 %
Variance TM6*-variance vraie (valeur idéale 0) relativement à la variance vraie	2,99 19,48 %
Ecart type des différences (valeur idéale 0) relativement à la moyenne de TM6	2,04 1,37 %
Coefficient de corrélation entre TM6 et TM6* (valeur idéale 1)	0,880

Tableau 1. Statistiques sur les différences entre TM6 et TM6\*

#### 4. Conclusions et perspectives

Dans le cadre de la fusion des images panchromatique et multispectrales du satellite SPOT, nous avons conçu et testé une méthode permettant d'obtenir des images multispectrales à la résolution de 10 m, respectant le contenu spectral original et applicable à toutes les images XSi. Cette méthode offre la possibilité d'exploiter finement de telles images pour des classifications et de définir de nouvelles applications nécessitant à la fois la haute résolution spectrale et la haute résolution spatiale. De plus, cette méthode sera applicable aux futures versions du satellite SPOT.

La transformée en ondelettes et l'analyse multirésolution sont les deux outils sur lesquels s'appuie la méthode. La description locale des structures géométriques de l'image qu'ils donnent, permet de n'utiliser, pour la production des images multispectrales à 10 m, que

les structures comprises entre 10 et 20 m. Bien que les résultats, actuellement bons, au niveau spectral, par rapport à la méthode CNES, puissent être encore améliorés, ils permettent néanmoins d'apprécier l'apport de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution à ce problème. L'utilisation de la transformée en  $\sqrt{2}$  (Feauveau 1990a, b) devraient permettre d'améliorer la qualité visuelle des images obtenues par la méthode XS-HR.

Un des problèmes à examiner de manière approfondie est celui de l'évolution de l'information au travers des échelles. En effet, cette méthode s'appuie actuellement sur l'hypothèse de conservation des paramètres du modèle entre la résolution où ils sont calculés et celle où le modèle est appliqué. Au regard des travaux existants sur l'évolution de l'information avec l'échelle dans le cadre de la télédétection (voir références plus loin), il semble nécessaire de tenir compte d'une éventuelle modification de ces paramètres pour extrapoler les coefficients recherchés.

Pour obtenir des résultats d'une qualité supérieure à une interpolation même bicubique, l'hypothèse la plus importante de la méthode ARSIS concerne la similitude des structures observées dans les différentes bandes spectrales. Cette hypothèse est pour l'instant, purement qualitative. On pourra, afin d'estimer l'opportunité d'appliquer un modèle plus complexe qu'une interpolation, préciser le degré de similitude requis pour améliorer la qualité des résultats. Le critère de décision pourra être un calcul de corrélation entre les différentes images à fusionner à la plus faible des résolutions disponibles. Si cette hypothèse, primordiale dans le cas d'images très éloignées spectralement, est respectée, il n'existe pas de restrictions à l'application de la méthode ARSIS. On pourra l'appliquer quelque soient les capteurs employés. On peut donc imaginer que cette méthode permettra d'aboutir à la définition de capteurs s'appuyant sur la modélisation de l'évolution de

l'information et ne nécessitant qu'un seul capteur à la plus haute résolution spatiale et des capteurs à une résolution spatiale moindre et une haute résolution spectrale.

Les apports de la transformée en ondelettes ne se limitent pas à la seule dissociation des différentes structures présentes dans une image. Si on examine la différence d'information entre deux échelles successives à différentes résolutions, on distingue deux types d'informations. Le premier type, que nous qualifierons de prédictible, représente les structures que l'on retrouve à toutes les résolutions comme les falaises et les côtes maritimes ; le deuxième type d'informations, non prédictible, représente les structures qui n'existent qu'à partir d'une résolution donnée et pourrait être appelé innovation entre deux résolutions successives. De nombreux travaux sur l'évolution de l'information avec la résolution et faisant appel à d'autres outils tel que par exemple le variogramme et la corrélation, ont déjà été réalisés par des chercheurs tels que Kong (1987), Woodcock et Strahler (1987), Kong et Vidal-Madjar (1988), Raffy (1992, 1993), Jones *et al.* (1991) ... Le concept de l'analyse multirésolution tel que l'a défini Mallat (1989), et la transformée en ondelettes devraient permettre une nouvelle approche de ce problème dans les années à venir. Il semble en effet que l'étude et la modélisation de la partie non-prédictible de l'information existant entre deux échelles successives, à l'aide de la transformée en ondelettes, puissent apporter des réponses aux chercheurs travaillant dans ce domaine.

## Chapitre IV

Traitement du speckle dans l'imagerie radar

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry should be supported by a valid receipt or invoice. This not only helps in tracking expenses but also ensures compliance with tax regulations.

In the second section, the author provides a detailed breakdown of the company's revenue streams. This includes sales from various product lines and services. The analysis shows a steady increase in revenue over the past year, primarily driven by the launch of new products and improved marketing strategies.

The third section focuses on the company's operational costs. It details the expenses related to manufacturing, distribution, and administrative functions. The author notes that while costs have increased due to rising material prices, the company has managed to maintain its profit margins through efficient production processes and cost-cutting measures.

Finally, the document concludes with a summary of the overall financial performance. The author expresses confidence in the company's ability to continue its growth trajectory in the coming year. Key areas for improvement are identified, and strategic recommendations are provided to address these challenges.

## Chapitre IV : Traitement du speckle dans l'imagerie radar

### 1. Introduction

Les années 1990 seront, dans le cadre de la télédétection, des années marquées par la mise en orbite de nombreux instruments hyperfréquences actifs. Ces instruments ont comme particularité de mesurer quelles que soient les conditions atmosphériques, de jour comme de nuit et peuvent être classés en quatre catégories générales, fonction des paramètres géophysiques qu'ils mesurent :

- les radars à pluie,
- les altimètres,
- les diffusiomètres,
- les radars imageurs.

Les radars à pluie sont des instruments encore en cours de définition et destinés à la mesure des précipitations. A travers une meilleure connaissance des échanges énergétiques dans l'atmosphère au travers du cycle de l'eau, ils permettront de meilleures prévisions météorologiques.

Les altimètres sont utilisés pour la mesure de l'altitude de la surface située sous la trace du satellite. Une topographie des terrains et des océans (surface et fond) peut ainsi être réalisée.

La connaissance du coefficient de rétro-diffusion des surfaces peut être atteinte avec une très grande précision par les diffusiomètres. Les diffusiomètres à vent, qui sont les plus courants, mesurent la force et la direction des vents à la surface des océans.

Enfin, les radars imageurs permettent d'acquérir des images haute résolution de la surface de la Terre et ainsi d'accéder à la section efficace radar des cibles. Sur les plate-formes satellitaires, afin d'obtenir des résolutions décimétriques et des tailles d'antenne raisonnables, ces radars font appel à la synthèse d'ouverture (S.A.R. pour synthetic aperture radar en anglais), basée sur le traitement Doppler des échos reçus par l'antenne (Ulaby *et al.* 1986).

Les données fournies par les radars imageurs mettent les utilisateurs face à des problèmes spécifiques à ce type d'images tels que l'étalonnage des données, l'utilisation des différentes bandes de fréquence, des différentes polarisations des ondes émises et reçues, les ombres et l'inversion du relief dans certaines conditions, le scintillement encore appelé bruit de granularité ou speckle.

Le speckle est l'objet de notre étude dans le présent chapitre. Dans le paragraphe 2, nous décrirons les propriétés statistiques de ce phénomène. Le speckle est généralement décrit soit comme une information, soit comme un bruit. Dans la suite de ce chapitre, nous considérerons qu'il s'agit d'un phénomène gênant l'interprétation des images satellitaires et nous présenterons au paragraphe 3, différentes techniques cherchant à le réduire ou à le supprimer. Dans le paragraphe 4, en nous appuyant sur les propriétés statistiques du speckle, nous proposons une méthode faisant appel à la transformée en ondelettes et à l'analyse multirésolution, et visant à améliorer les performances de filtres utilisés pour réduire ce bruit. Cette approche est basée sur la constatation que le speckle n'affecte pas de la même manière toutes les structures présentes dans l'image.

Afin d'apprécier l'apport de l'analyse multirésolution et de la transformée en ondelettes à ce problème, nous avons adapté un filtre à l'aide de ces méthodes pour ne traiter que les structures les plus fortement affectées par le speckle. Pour des raisons de disponibilité de logiciel, nous avons choisi un filtre très classique de Wiener, bien que les spécialistes du traitement d'images radar préfèrent utiliser des filtres adaptatifs (cf. paragraphe 3). Le filtre classique et le filtre associé à l'analyse multirésolution et à la transformée en ondelettes ont

été utilisés pour le traitement d'images radar du satellite européen ERS-1, ainsi que d'images du radar à synthèse d'ouverture du Joint Propulsion Laboratory recueillies pendant la campagne de mesures Maestro-1 du Joint Research Centre d'Ispra, et qui nous ont été fournies par la société Alenia Sistemi Difesa que nous remercions ici. Les performances respectives des filtres sont comparées sur des zones homogènes et au travers de la discrimination de différentes parcelles présentes dans les images.

## **2. Présentation du speckle.**

### **2.1. Le speckle : information ou bruit ?**

Les images radars sont obtenues par illumination de la scène à l'aide d'un faisceau d'ondes cohérentes. Quand ce faisceau se réfléchit sur des surfaces diffusantes, apparaît le phénomène que l'on nomme speckle.

Le speckle est l'aspect granulaire que présente une surface éclairée par un faisceau cohérent dont la longueur d'onde est de l'ordre de l'échelle de rugosité de la surface. Ce scintillement est dû aux interférences constructives et destructives des signaux radars réfléchis par des diffuseurs composant cette surface et recueillis par le capteur. Ainsi, comme la rugosité des cibles présente un caractère aléatoire, le speckle se manifeste sous la forme de petites zones sombres (interférences destructives) et claires (interférences constructives) distribuées aléatoirement. Ce caractère aléatoire fait qu'il est généralement décrit de manière statistique.

Le speckle peut être considéré comme une information liée à la rugosité des surfaces et dans ce cas être utilisé par exemple pour l'analyse des états de surface et des déformations des matériaux (Guedj 1990). Dans le cadre de la télédétection, l'utilisation du speckle comme information est difficile. En effet, alors que dans l'étude des matériaux, on peut le relier de manière expérimentale aux caractéristiques

physiques du matériau que l'on étudie, la diversité des objets présents dans une image radar ainsi que le peu de connaissances *a priori* que l'on a de ces objets rend son interprétation actuellement difficile. De plus, une information du type "du blé est présent à tel endroit dans l'image" n'est pas suffisante dans le cadre de l'imagerie radar. Il sera nécessaire afin d'interpréter de façon correcte le speckle de savoir qu'il y a du blé à tel endroit dans l'image, mais aussi connaître la taille des épis, le degré d'humidité de la terre sur laquelle est planté ce blé, l'espacement existant entre les tiges, ...

Les techniques actuelles d'utilisation du speckle comme information cherchent à résoudre de façon analytique les équations de Maxwell d'une distribution connue de diffuseurs afin de prédire les caractéristiques d'images réelles affectées par le speckle. Ce type de méthodes (Guindon 1991) semble prometteur mais est actuellement très coûteux en temps calcul. L'interprétation du speckle comme une information nécessite encore de nombreuses campagnes de mesures *in situ* ainsi que de nombreux travaux. C'est pour cela que nous avons décidé de considérer le speckle comme un bruit. Nous verrons au paragraphe suivant les diverses méthodes proposées pour le réduire.

## 2.2. Propriétés statistiques du speckle.

Les statistiques du speckle sont liées à celles des diffuseurs élémentaires composant la surface qui produit ce phénomène. Les propriétés statistiques du premier ordre (densité de probabilité ainsi que les différents moments de cette distribution) sont liées aux variations de l'image pour un point donné. Celles du second ordre (fonction d'autocorrélation, densité spectrale d'énergie) décrivent les relations existant entre un point et son voisinage. La description suivante des propriétés du speckle est tirée du livre de Ulaby *et al.* (1986).

### 2.2.1. propriétés statistiques du premier ordre

D'après ces auteurs, le signal retourné par une cible comprenant un grand nombre de diffuseurs est dû à un ensemble d'oscillateurs de fréquence modifiée par l'effet Doppler. La phase initiale associée à chacune de ces fréquences est aléatoire. De plus, ces fréquences sont différentes et non-harmoniques. L'addition de la fréquence et de la phase de chacun de ces oscillateurs donne un signal similaire à du bruit.

La tension électrique instantanée provenant d'un diffuseur  $i$  présent dans une cible homogène est :

$$V_i e^{j\phi_i} \quad (\text{IV-1})$$

où  $V_i$  représente l'amplitude instantanée du diffuseur  $i$  et  $\phi_i$  la phase instantanée de ce diffuseur. L'addition de ces tensions dues aux  $N$  diffuseurs présents dans la cible peut être considérée comme un problème de marche au hasard. La tension résultante s'exprime sous la forme :

$$V = V_e e^{j\phi} \quad (\text{IV-2})$$

où  $V_e$  représente l'enveloppe de cette tension et  $\phi$  la phase correspondante. On peut décomposer ce signal selon ses composantes orthonormales  $V_x$  et  $V_y$  :

$$\begin{aligned} V_x &= V_e \cos \phi = \sum_{i=1}^N V_i \cos \phi_i \\ V_y &= V_e \sin \phi = \sum_{i=1}^N V_i \sin \phi_i \end{aligned} \quad (\text{IV-3})$$

Si le nombre  $N$  de diffuseurs est suffisamment grand, et en appliquant le théorème de la limite centrale,  $V_x$  et  $V_y$  sont des variables aléatoires indépendantes, distribuées selon une loi normale de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ . Les densités de probabilité de l'enveloppe de la tension et de sa phase sont :

$$\begin{aligned} p(V_e) &= \frac{V_e}{2\sigma^2} e^{-\frac{V_e}{2\sigma^2}} & \text{si } V_e \geq 0 \\ p(V_e) &= 0 & \text{si } V_e < 0 \end{aligned} \quad (\text{IV-4})$$

et

$$p(\phi) = \frac{1}{2\pi} \quad \text{pour } \phi \in [0, 2\pi] \quad (\text{IV-5})$$

L'équation (IV-5) signifie que la phase  $\phi$  est uniformément répartie sur  $[0, 2\pi]$ .

L'équation (IV-4) correspond à une distribution de Rayleigh, présentée figure 4.1., et dont la moyenne est :

$$\overline{V_e} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma \quad (\text{IV-6})$$

La moyenne quadratique de cette distribution est :

$$\overline{V_e^2} = 2\sigma^2 \quad (\text{IV-7})$$

et la variance :

$$\overline{V_e^2} - \overline{V_e}^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \sigma^2 \approx 0,429 \sigma^2 \quad (\text{IV-8})$$

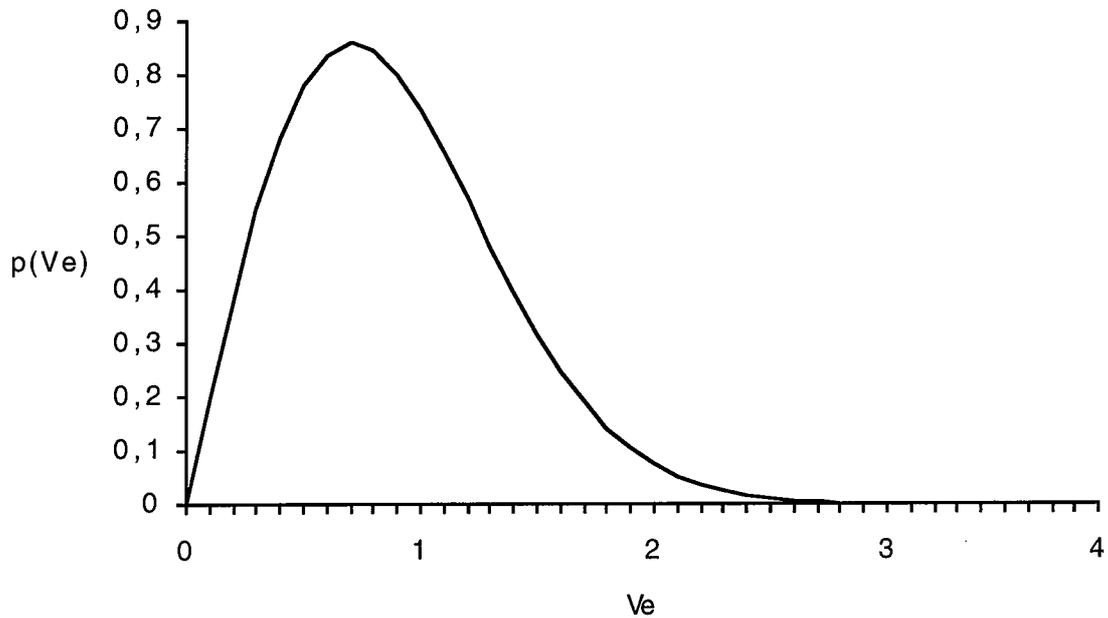


Figure 4.1. Distribution de Rayleigh (pour  $\sigma^2 = 0,5$ )

Les récepteurs utilisés sur les radars à synthèse d'ouverture sont généralement des détecteurs quadratiques qui mesurent une puissance. Cette puissance s'exprime sous la forme  $P = V_e^2$ . Ainsi, la densité de probabilité de la puissance s'écrit :

$$\begin{aligned} p(P) &= \frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{P}{2\sigma^2}} & \text{si } P \geq 0 \\ p(P) &= 0 & \text{si } P < 0 \end{aligned} \quad (\text{IV-9})$$

Cette distribution suit une loi exponentielle et a pour moyenne :

$$\bar{P} = \overline{V_e^2} = 2\sigma^2 \quad (\text{IV-10})$$

L'équation (IV-9) devient donc :

$$p(P) = \frac{1}{P} e^{-\frac{P}{P}} \quad \text{si } P \geq 0 \quad (\text{IV-11})$$

La moyenne quadratique de cette distribution s'écrit :

$$\overline{P^2} = 2 \overline{P}^2 \quad (\text{IV-12})$$

La variance s'écrit :

$$\sigma_p^2 = \overline{P^2} - \overline{P}^2 = \overline{P}^2 \quad (\text{IV-13})$$

A partir de l'équation (IV-10), l'équation (IV-4) devient :

$$p(V_e) = \frac{2 V_e}{\overline{P}} e^{-\frac{V_e}{\overline{P}}} \quad \text{si } V_e \geq 0 \quad (\text{IV-14})$$

### 2.2.2. propriétés statistiques du second ordre

Les propriétés statistiques du second ordre sont relatives aux relations entre un point et son voisinage. Deux phénomènes sont à prendre en compte : les variations naturelles du coefficient de rétro-diffusion, qui dépend de la position du point considéré, et celles dues aux diffuseurs élémentaires présents dans chaque pixel. Pour tenir compte de ces variations, on établit un modèle multiplicatif qui est conforme aux phénomènes observés dans des images réelles (Lee 1981). Les définitions suivantes ont été établies pour des images acquises analogiquement mais s'appliquent au cas des images radars numériques. Ainsi, on définit la puissance  $P(x, y)$  au pixel  $(x, y)$  d'une image radar comme :

$$P(x, y) = r(x, y) n(x, y) \quad (\text{IV-15})$$

où  $r(x,y)$  représente la puissance en  $(x, y)$  de l'image dépourvue de speckle et  $n(x,y)$  est une variable aléatoire représentant le speckle.  $r(x,y)$  représente l'information dépourvue de speckle au point  $(x,y)$  et peut aussi être modélisée de manière probabiliste (Frost *et al.* 1982). Ce modèle s'appuie sur l'hypothèse que le speckle est un bruit multiplicatif non corrélé avec le signal. Tur *et al.* (1982) ont discuté cette hypothèse qui n'est valable que si la bande passante du signal est faible par rapport à celle du système récepteur. Dans une zone quasi homogène de faibles dimensions, on pourra considérer que la puissance de l'image est stationnaire. Ce même modèle s'applique si l'on considère les images représentant la tension complexe obtenu par le capteur. La fonction d'autocorrélation du speckle est :

$$R_n(\Delta x, \Delta y) = 1 + \text{sinc}^2\left(\frac{\Delta x}{r_x}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{\Delta y}{r_y}\right) \quad (\text{IV-16})$$

où  $\Delta x$  et  $\Delta y$  représentent respectivement la distance azimutale et radiale entre les deux points considérés.  $r_x$  et  $r_y$  représentent les résolutions spatiales du système dans les directions  $x$  et  $y$ . La fonction d'autocovariance s'écrit :

$$C_n(\Delta x, \Delta y) = \text{sinc}^2\left(\frac{\Delta x}{r_x}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{\Delta y}{r_y}\right) \quad (\text{IV-17})$$

et la densité spectrale d'énergie, avec  $k_x$  et  $k_y$  qui désignent les nombres d'ondes dans les directions  $x$  et  $y$  :

$$S_n(k_x, k_y) = r_x r_y \Lambda(r_x k_x) \Lambda(r_y k_y) \quad (\text{IV-18})$$

où  $\Lambda(z) = 1 - |z|$  pour  $|z| \leq 1$  et 0 ailleurs. La densité spectrale d'énergie est donc un processus à bande limitée qui n'a pas de composante fréquentielle supérieure à

$1/r_x$  cycles par mètre dans la direction  $x$  et à  $1/r_y$  cycles par mètre dans la direction  $y$ .

Par contre, le speckle affecte toutes les structures présentes dans l'image.

La fonction d'autocovariance  $C_n$  varie comme  $\text{sinc}^2(\Delta x/r_x)$  qui a une valeur négligeable pour  $\Delta x \geq r_x$  et de manière similaire dans la direction  $y$ . Si la dimension du pixel ( $\Delta x, \Delta y$ ) dans l'image est supérieure à la résolution spatiale du système, alors les pixels voisins seront considérés comme décorrélés. Si la dimension du pixel en  $x$  et en  $y$  est respectivement comprise entre  $r_x/2$  et  $r_x$ , et entre  $r_y/2$  et  $r_y$ , les pixels voisins seront partiellement corrélés.

### **3. Les différentes techniques de réduction du speckle.**

#### **3.1. La méthode multi-vues (multilook).**

A cause des variations qu'il produit, le speckle est un phénomène qui va masquer la mesure. Pour obtenir le coefficient de rétro-diffusion pour un point donné, une des solutions consiste à répéter plusieurs fois la mesure en un point et à moyenner les observations résultantes.

La méthode multi-vues s'appuie sur ce principe. Elle est appliquée au moment de la formation des images de la manière suivante. Pour produire  $N$  vues décorrélées de chaque point, on découpe le spectre du signal reçu en  $N$  sous-spectres et on applique sur chacun d'eux, le procédé de synthèse d'ouverture. On a donc  $N$  vues de résolution  $N$ -fois inférieure à la résolution maximale. Enfin, on les superpose et on effectue une moyenne incohérente de ces  $N$  images. On obtient ainsi une image dite " $N$  vues" de résolution  $N$ -fois la résolution maximale.

Cette technique permet de réduire la variance du speckle d'un facteur  $N$  au détriment de la résolution spatiale de l'image originale.

### 3.2. La méthode multi-fréquences, multi-polarisations.

Cette méthode est une extrapolation de la précédente. Elle s'applique lorsqu'on dispose de  $N$  images radars superposables, à la même résolution, obtenues dans différentes bandes spectrales, avec différentes polarisations. Contrairement à la méthode multi-vues, cette technique ne dégrade pas la résolution spatiale des images originales.

Ces différentes images ne sont pas statistiquement décorrélées et ne peuvent donc pas être combinées directement par un moyennage incohérent. Il est donc nécessaire de procéder à une décorrélation de ces données avant de les combiner. Toma *et al.* (1991) ont proposé une méthode permettant de résoudre ce problème et d'obtenir ainsi une réduction de la variance d'un facteur  $N$ .

### 3.3. Les méthodes de filtrage

Il existe de nombreuses méthodes de filtrage du speckle. La plupart considère ce phénomène comme un bruit multiplicatif statistiquement indépendant du signal. Pour toutes ces techniques, le problème consiste à estimer le bruit à partir du signal observé et de le supprimer en préservant la radiométrie et les informations texturales de l'image.

Les filtres répondant le mieux à ces contraintes sont les filtres adaptatifs basés sur le filtrage de Kalman (Azimi-Sadjadi et Bannour 1991) ou prenant en compte les statistiques locales (Lee 1986 ; Frost *et al.* 1982 ; Lopes *et al.* 1990 ...). Cependant, pour tous ces filtres, il est difficile de préserver les paramètres de texture et de radiométrie tout en conservant la qualité géométrique et la localisation des fronts dans l'image. Par conséquent, ces différents filtres ont tendance à lisser l'image et à dégrader la qualité de l'information géométrique. Nous proposons une nouvelle

approche tendant à mieux préserver cette information géométrique tout en réduisant fortement le speckle.

#### **4. Mise en œuvre de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution pour le filtrage du speckle.**

##### 4.1. Méthodologie

Nous avons vu au paragraphe 2 que le speckle est l'aspect granulaire que présente une surface éclairée par un faisceau cohérent dont la longueur d'onde est de l'ordre de l'échelle de rugosité de la surface. Lorsque la résolution spatiale décroît (la taille du pixel croît), l'influence des interférences produisant le speckle décroît jusqu'à être négligeable.

Comme nous l'avons vu aux chapitres 2 et 3, l'analyse multirésolution permet de décrire des approximations successives d'une même image à des résolutions différentes. La transformée en ondelettes permet de décrire la différence d'information existant entre ces différentes approximations. A l'aide de ces deux outils, nous allons donc pouvoir séparer la partie du signal peu affectée par le speckle (les grandes structures) de celle qui l'est plus fortement (les petites structures). En effectuant un filtrage des images de coefficients d'ondelettes et en reconstruisant le signal, on pourra réduire le speckle sans modifier les grandes structures présentes dans l'image et préserver la qualité géométrique de l'image.

#### 4.2. Filtrage de Wiener

Le filtre que nous avons choisi d'appliquer est, pour des raisons de disponibilité, le filtre de Wiener (Press *et al.* 1990). Ce filtre permet de supprimer un bruit additif  $n(t)$  dans un signal observé  $c(t)$  afin de retrouver le signal original  $s(t)$  :

$$c(t) = s(t) + n(t) \quad (\text{IV-19})$$

Le filtre est présenté dans le cas mono-dimensionnel et se généralise en deux dimensions.

Or, le speckle est modélisé comme un bruit multiplicatif. Afin de contourner ce problème, nous effectuons une transformation logarithmique du signal observé. Le speckle pourra être considéré dans ce cas comme un bruit additif (Arsenault et April 1976), puis réduit à l'aide du filtre de Wiener. Ainsi, nous allons chercher à estimer  $F(f)$ , la transformée de Fourier du filtre, telle que :

$$S(f) = C(f) F(f) \quad (\text{IV-20})$$

où  $S$  et  $C$  représentent les transformées de Fourier des signaux  $s$  et  $c$ . Si le signal original et le bruit sont décorrélés, ce qui est le cas pour le speckle, on obtient :

$$F(f) = \frac{|S(f)|^2}{|C(f)|^2} = \frac{|S(f)|^2}{|S(f)|^2 + |N(f)|^2} \quad (\text{IV-21})$$

où  $N$  est la transformée de Fourier du bruit additif  $n$ . Le principal problème est d'estimer séparément  $|S(f)|^2$  et  $|N(f)|^2$ . Cette estimation est obtenue à l'aide de la densité spectrale d'énergie du signal observé  $|C(f)|^2$  qui est proportionnelle à la

somme  $|S(f)|^2 + |N(f)|^2$ . La figure 4.2. montre un exemple d'estimation des différentes composantes.

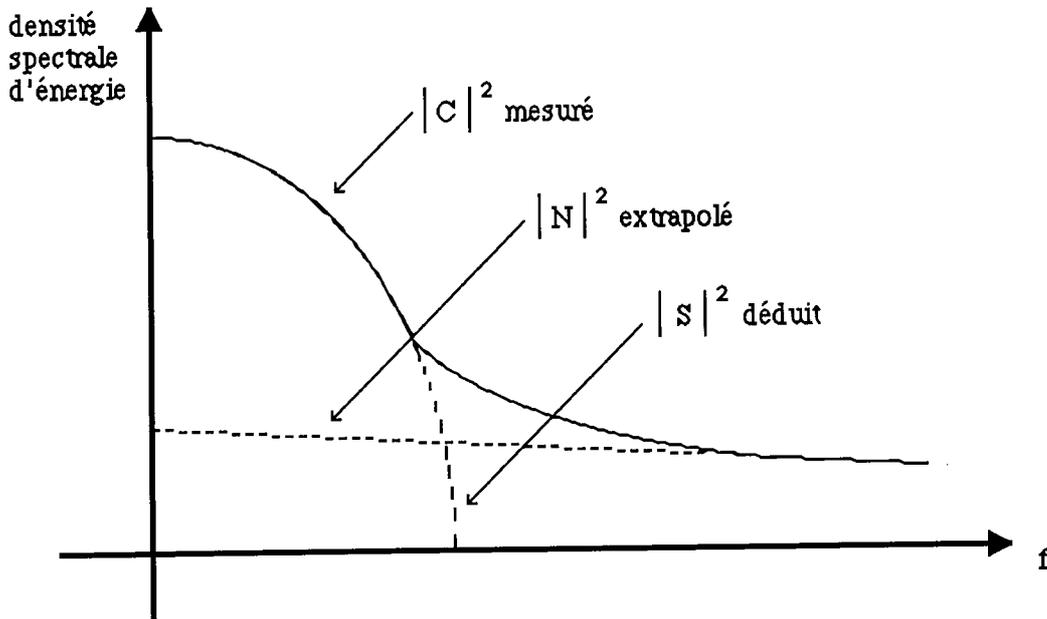
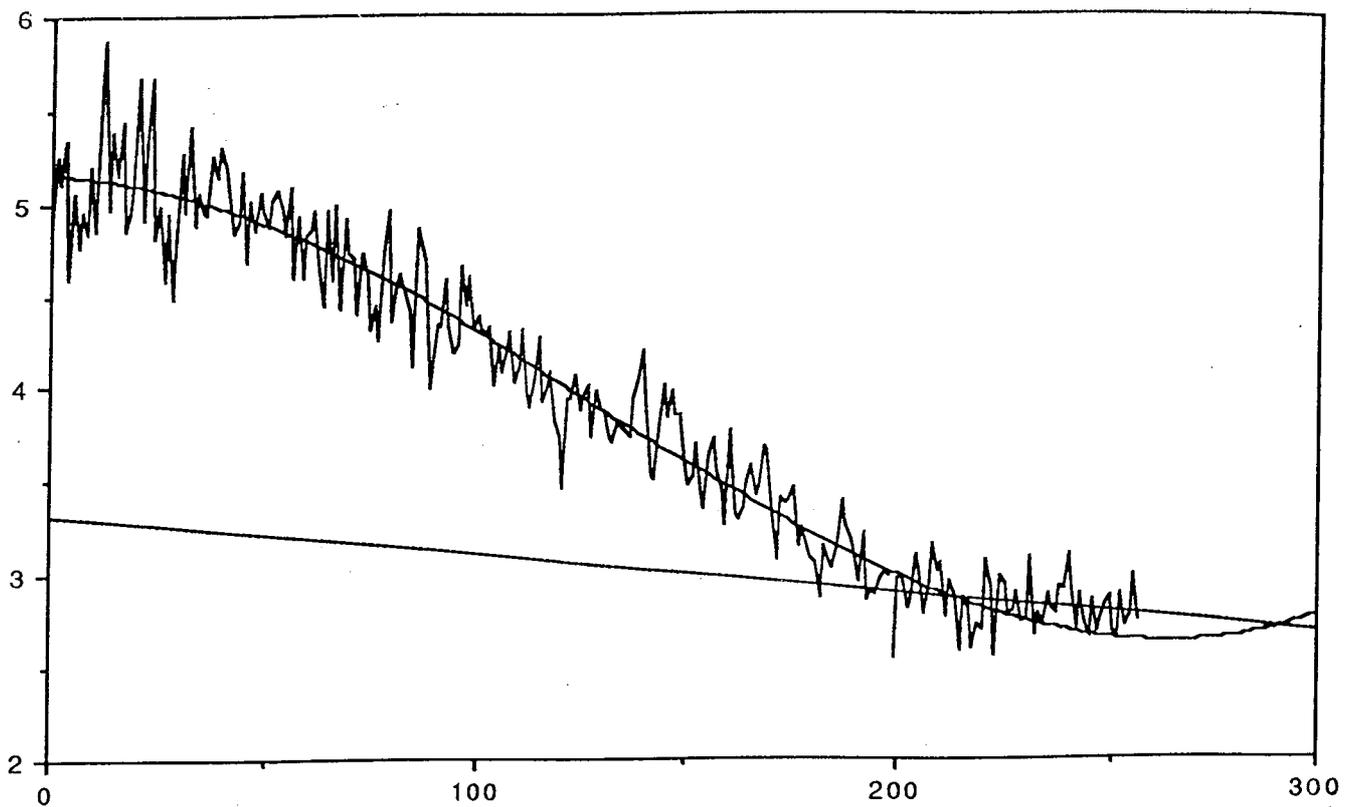


Figure 4.2. Densité spectrale d'énergie du signal mesuré pour l'estimation du filtre de Wiener

L'extrapolation de la densité spectrale d'énergie du bruit nous permet de déduire la densité spectrale d'énergie du signal original et d'estimer le filtre de Wiener.

Dans le cas des images, le calcul du filtre de Wiener s'effectue de la manière suivante. On calcule après transformation logarithmique, la transformée de Fourier nous permettant d'obtenir le spectre d'énergie de l'image à traiter. L'estimation du bruit dans l'image s'effectue à l'aide d'une coupe du spectre, comme présenté figure 4.3., en extrapolant dans ce profil, le spectre du bruit  $|N|^2$  que nous modélisons par une couronne sur l'image complète. A partir de cette estimation du bruit, nous calculons le filtre de Wiener correspondant à l'image considérée.



*Figure 4.3. Profil du spectre d'énergie du signal observé dans une image de coefficients d'ondelettes et extrapolation du bruit.*

Pour évaluer l'influence de la détermination empirique de ce seuil, nous l'avons fait varier de plus ou moins 10 % et obtenu une variation relative des performances inférieure à 2 %, ce qui montre l'insensibilité au seuil pour les cas traités.

#### 4.3. Algorithme

Notre algorithme de filtrage du speckle s'appuie sur le filtre de Wiener précédemment décrit et appliqué aux images de coefficient d'ondelettes. Sa description est la suivante :

- décomposition de l'image radar à l'aide d'un algorithme d'analyse multirésolution basée sur la transformée en ondelettes,
- calcul de la transformée de Fourier et de la transformée logarithmique des images de coefficients d'ondelettes,
- application du filtre de Wiener sur les densités spectrales d'énergie des images de coefficients d'ondelettes,
- calcul de la transformation exponentielle (logarithmique inverse) et de la transformée de Fourier inverse,
- reconstruction de l'image traitée à l'aide des images de coefficients d'ondelettes filtrées.

#### 4.4. Discussion de l'algorithme

Une des premières questions que l'on peut se poser au vu de l'algorithme précédent est :

Combien doit-on filtrer d'images de coefficients d'ondelettes ?

Pour répondre à cette question, nous nous baserons sur les liens existants entre le speckle et l'information dans l'image. Au paragraphe 2.2.2., nous avons vu que si la dimension du pixel ( $\Delta x, \Delta y$ ) dans l'image est supérieure à la résolution spatiale ( $r_x, r_y$ ), alors les pixels voisins seront considérés comme décorrélés. Dans ce cas, le

filtrage de l'image ou des images (suivant l'algorithme considéré) de coefficients d'ondelettes, correspondant à la première échelle sera suffisant.

Si la taille du pixel en  $x$  et  $y$  est respectivement comprise entre  $r_x$  et  $r_x/2$  et  $r_y$  et  $r_y/2$ , ( $r_x$  et  $r_y$  résolution spatiale en  $x$  et en  $y$ ), les pixels voisins seront partiellement corrélés. Dans ce cas, il sera nécessaire de filtrer les images de coefficients d'ondelettes correspondant aux échelles inférieures ou égales à la distance de corrélation dans l'image.

Ainsi, Lee (1986) a estimé la corrélation inter-pixels pour une image radar à synthèse d'ouverture du satellite Seasat, où la résolution azimutale  $r_x$  est 12,5 m et la résolution radiale  $r_y$  est 25 m mais où la taille du pixel est de 6,25 m dans les deux directions  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ . Il observe une corrélation non négligeable pour des distances inter-pixels supérieure à quatre pixels dans la direction radiale et supérieure à deux pixels dans la direction azimutale.

Similairement, Flouzat et Safa (1988) ont estimé pour une image SAR 580 aéroporté (résolution spatiale  $r_x = r_y = 5$  m ; taille de pixel  $\Delta x = \Delta y = 3$  m), une distance de corrélation inter-pixels de l'ordre de 3 à 5 pixels.

Il sera donc nécessaire, pour ce type d'images, de filtrer toutes les images de coefficients d'ondelettes jusqu'à l'échelle directement supérieure à cette distance de corrélation.

Une autre question qui se pose est :

Quel algorithme de transformée en ondelettes et quelle ondelette utiliser ?

Le choix de l'algorithme de transformée en ondelettes et de l'ondelette est un problème qui nécessite toute notre attention. En effet, de ces choix vont dépendre la qualité de nos résultats. L'ondelette devra être la plus courte possible, afin de ne

prendre en compte que les phénomènes locaux et de ne pas "polluer" les coefficients d'ondelettes par des phénomènes éloignés dans l'image. Le speckle étant généralement considéré comme un bruit multiplicatif statistiquement indépendant de l'image, il ne sera donc pas nécessaire d'utiliser des ondelettes orthogonales.

Le speckle n'est pas un phénomène directionnel. Il semble donc qu'un algorithme non-directionnel de transformée en ondelettes soit plus adapté dans ce cas.

Après essais des différents algorithmes et ondelettes à notre disposition, nous avons pu vérifier que les meilleurs résultats que nous ayons obtenus soient ceux utilisant l'algorithme à trous (chapitre 2, paragraphe 5.2.).

Enfin, on peut se demander si le filtre choisi est le mieux adapté à la réduction du speckle ?

Le filtre de Wiener s'appuie sur l'hypothèse que le bruit est additif et sur celle que le signal original est stationnaire. Nous avons vu au paragraphe 4.2. qu'en appliquant une transformation logarithmique au signal observé, il était possible de nous placer dans le cas où le bruit de speckle est additif. Mais comme nous l'avons dit par ailleurs, les images de télédétection représentent des phénomènes naturels qui sont rarement stationnaires. Le filtre de Wiener ne pourra donc être considéré comme optimal pour ces images. On notera que la méthodologie que nous avons développée au paragraphe 4.1. n'est pas liée à un filtre particulier et pourra être combinée avec des filtres plus adéquats.

#### 4.5. Exemples et résultats

Afin de tester notre démarche, nous l'avons appliquée sur deux cas :

- une image radar du satellite ERS-1 dont la résolution spatiale  $r_x$  est égale à 21 m et  $r_y$  à 29 m et dont la taille de pixel  $\Delta x$  est égale à 16 m et  $\Delta y$  à 20 m. Cette image a été obtenue par un traitement 4 vues de la région de Wieringermeer Polder, Hollande, acquise le 25 octobre 1991 à 21 h 40 T.U. et représentée figure 4.4a. Le résultat du filtrage de Wiener seul est présenté figure 4.4b. et celui du filtrage de Wiener combiné à la transformée en ondelettes et à l'analyse multirésolution figure 4.4c.,
  
- un ensemble d'images du SAR aéroporté du Jet Propulsion Laboratory de résolution spatiale  $r_x$  égale 3 m et  $r_y$  à 9 m et de taille de pixel  $\Delta x$  égale à 3 m et  $\Delta y$  à 6,6 m. Ces images représentent une scène agricole de Flevoland, Hollande, et ont été acquises au cours de la campagne de mesure MAESTRO-1 en 1989. Ces images sont en bande C, L et P en polarisation HH, HV, VV (H : horizontale ; V : verticale ; la première lettre représente la polarisation de l'onde à l'émission et la deuxième à la réception).

Nous avons aussi appliqué notre méthode sur le résultat du traitement multi-fréquences multi-polarisations de ces neuf images (Toma *et al.* 1991) représenté figure 4.5a. Les résultats du traitement de cette image par le filtre de Wiener seul et par notre approche sont respectivement présentés figures 4.5b. et 4.5c.

Afin de connaître le nombre d'échelles à traiter, nous avons procédé de manière empirique. L'idéal aurait été de calculer la corrélation existante pour chacune des images, puis d'appliquer notre algorithme sur les images de coefficients d'ondelettes représentant les structures ayant des échelles inférieures ou égales à cette distance de corrélation. Pour l'image radar du satellite ERS-1, nous avons traité les deux premières échelles de l'analyse multirésolution et pour les images de la campagne

MAESTRO-1 uniquement la première échelle. En poursuivant le traitement des échelles supérieures à ces deux valeurs, l'amélioration des performances du filtre est minime alors que la dégradation de la qualité géométrique des images et de la localisation des fronts devient importante.



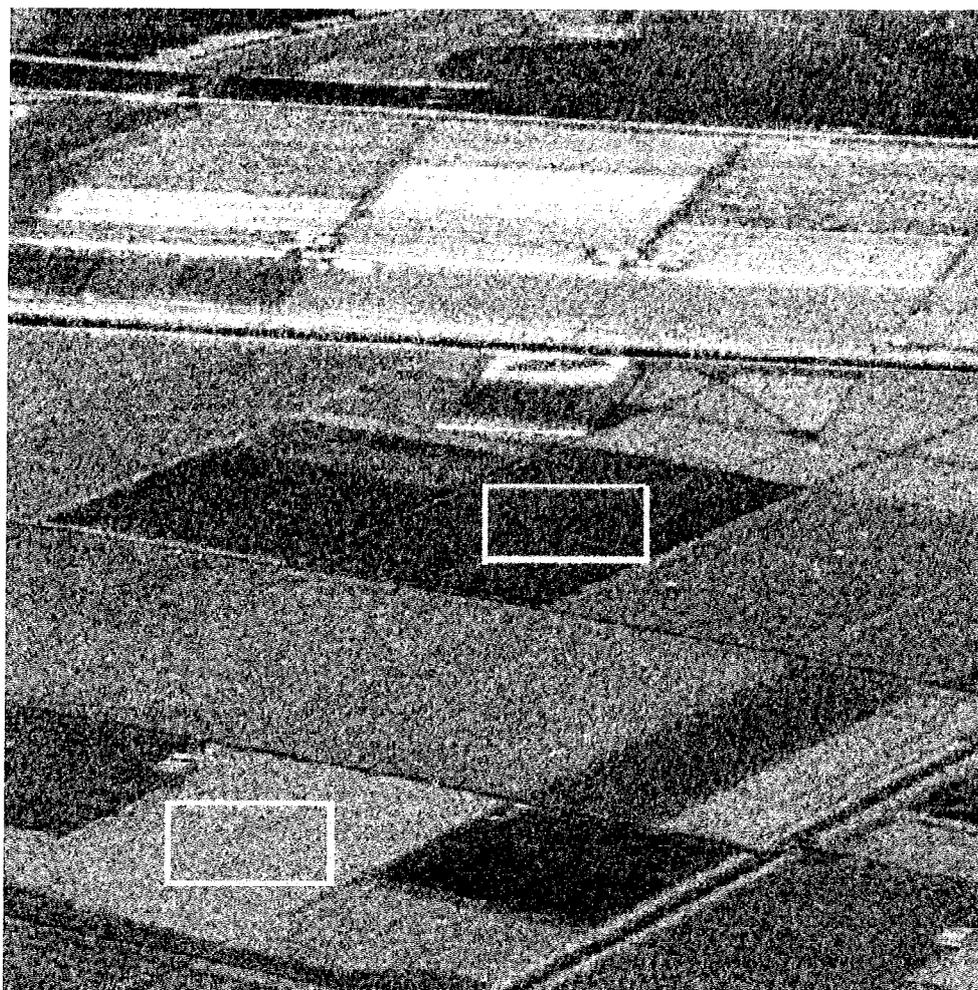
*Figure 4.4a. Image radar à synthèse d'ouverture originale acquise par le satellite ERS-1 le 25 octobre 1991 sur la région de Wieringermeer Polder, Hollande.*



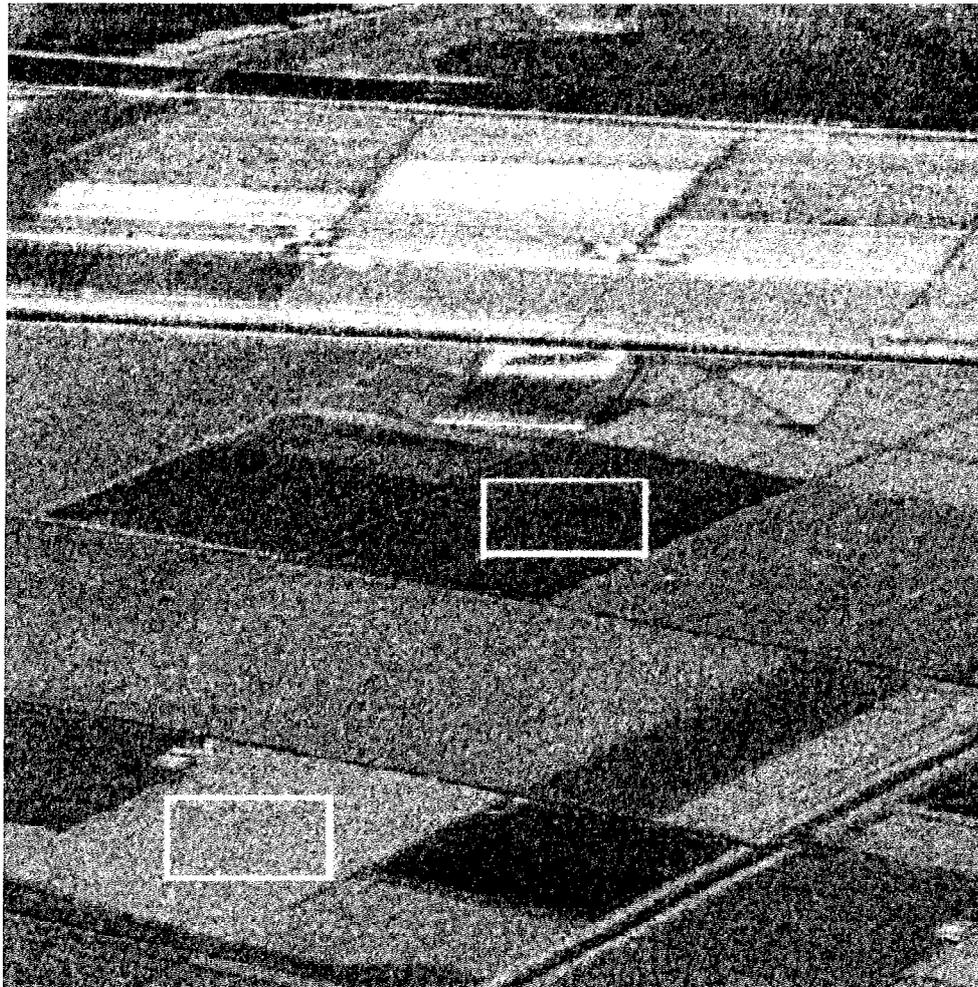
*Figure 4.4b. Môme image que la figure 4.4a. traitée par un filtre de Wiener classique.*



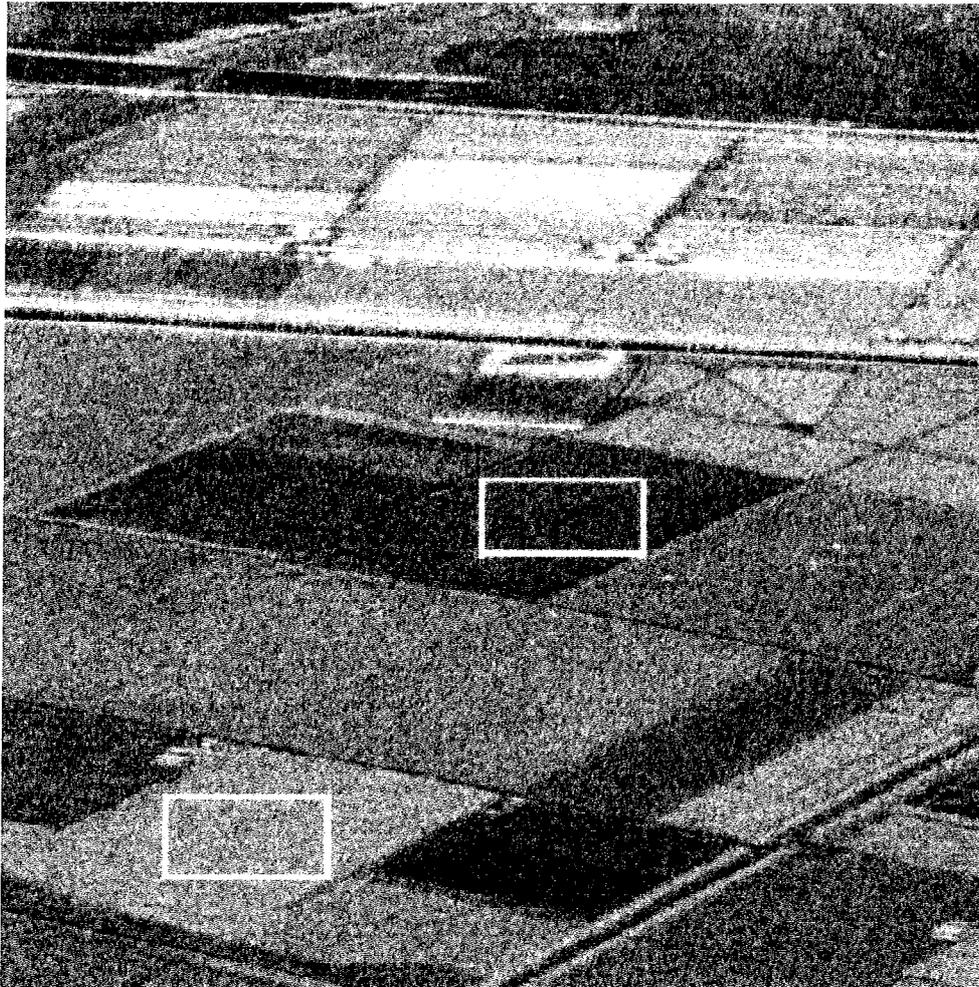
*Figure 4.4c. Môme image que la figure 4.4a. traitée par un filtre de Wiener associé à la transformée en ondelettes et à l'analyse multirésolution.*



*Figure 4.5a. Image résultant du traitement multi-fréquences, multi-polarisations des neuf images radar à synthèse d'ouverture acquises par le SAR aéroporté du Jet Propulsion Laboratory lors de la campagne MAESTRO-1.*



*Figure 4.5b. Môme image que la figure 4.5a. traitée par le filtre de Wiener classique.*



*Figure 4.5c. Môme image que la figure 4.5a. traitée par le filtre de Wiener associé à la transformée en ondelettes et à l'analyse multirésolution.*

L'évaluation de la qualité du filtrage du speckle s'effectue généralement par le calcul, dans des zones homogènes, du rapport :

$$C = \frac{\sigma}{m} \quad (\text{IV-22})$$

où C représente le contraste de la zone homogène considérée,  $\sigma$  et m l'écart type et la moyenne de la distribution de cette zone. Plus cette valeur sera faible, plus le filtrage sera efficace. Afin d'estimer l'apport de notre méthode, nous avons calculé pour chaque image traitée, le contraste dans deux parcelles homogènes encadrées sur les

images originales (figures 4.4a et 4.5a) ainsi que pour les mêmes parcelles pour les images filtrées par le filtre de Wiener classique et par notre méthode. Le tableau 4.1. présente les valeurs de la moyenne, de l'écart type et du contraste pour l'image du satellite ERS-1. Le tableau 4.2. présente les valeurs de moyenne et d'écart type pour les dix images de la campagne MAESTRO-1 (les neuf images originales et celle résultant du traitement multi-fréquences multi-polarisations) et le tableau 4.3. les valeurs de contraste pour ces mêmes images.

	Zone supérieure			Zone inférieure gauche		
	original	Wiener seul	Wiener et ondelettes	original	Wiener seul	Wiener et ondelettes
Ecart type	695	608	587	748	645	622
Moyenne	2174	2174	2174	2378	2378	2378
Contraste	0,32	0,28	0,27	0,31	0,27	0,26

*Tableau 4.1. Ecart type, moyenne et contraste de deux zones dans l'image ERS-1 (figure 4.4)*

Bande et polarisation	paramètre	Zone supérieure droite			Zone inférieure gauche		
		original	Wiener seul	Wiener et ondelettes	original	Wiener seul	Wiener et ondelettes
C, HH	$\sigma$	0,88	0,75	0,71	1,33	1,05	1,00
	m	1,67	1,67	1,67	2,57	2,57	2,57
C, HV	$\sigma$	0,32	0,28	0,26	0,65	0,50	0,48
	m	0,62	0,62	0,62	1,22	1,22	1,22
C, VV	$\sigma$	0,74	0,64	0,60	1,37	1,07	1,02
	m	1,42	1,42	1,42	2,68	2,68	2,68
L, HH	$\sigma$	0,34	0,36	0,32	0,91	0,72	0,69
	m	0,65	0,65	0,65	1,70	1,70	1,70
L, HV	$\sigma$	0,139	0,146	0,129	0,48	0,35	0,35
	m	0,26	0,26	0,26	0,95	0,95	0,95
L, VV	$\sigma$	0,28	0,31	0,28	0,97	0,76	0,72
	m	0,53	0,53	0,53	1,84	1,84	1,84
P, HH	$\sigma$	0,146	0,152	0,144	0,40	0,33	0,31
	m	0,29	0,29	0,29	0,77	0,77	0,77
P, VH	$\sigma$	0,080	0,073	0,069	0,19	0,15	0,14
	m	0,15	0,15	0,15	0,38	0,38	0,38
P, VV	$\sigma$	0,112	0,116	0,107	0,29	0,25	0,23
	m	0,22	0,22	0,22	0,55	0,55	0,55
Image résultat	$\sigma$	10,92	9,40	8,92	16,47	12,92	12,34
	m	61,3	61,3	61,3	101,3	101,3	101,3

Tableau 4.2. Valeurs d'écart type ( $\sigma$ ) et de moyenne (m) pour les images de la campagne MAESTRO-1 (figure 4.5.).

Bande, polarisation	Zone supérieure droite			Zone inférieure gauche		
	original	Wiener seul	Wiener et ondelettes	original	Wiener seul	Wiener et ondelettes
C, HH	0,52	0,44	0,42	0,52	0,41	0,39
C, HV	0,52	0,45	0,42	0,54	0,41	0,39
C, VV	0,52	0,45	0,42	0,51	0,40	0,38
L, HH	0,52	0,55	0,49	0,53	0,42	0,41
L, HV	0,53	0,55	0,49	0,51	0,37	0,37
L, VV	0,53	0,57	0,52	0,53	0,42	0,39
P, HH	0,51	0,53	0,50	0,51	0,43	0,40
P, VH	0,54	0,49	0,46	0,52	0,41	0,39
P, VV	0,52	0,53	0,49	0,53	0,45	0,42
Image résultat	0,18	0,15	0,14	0,16	0,13	0,12

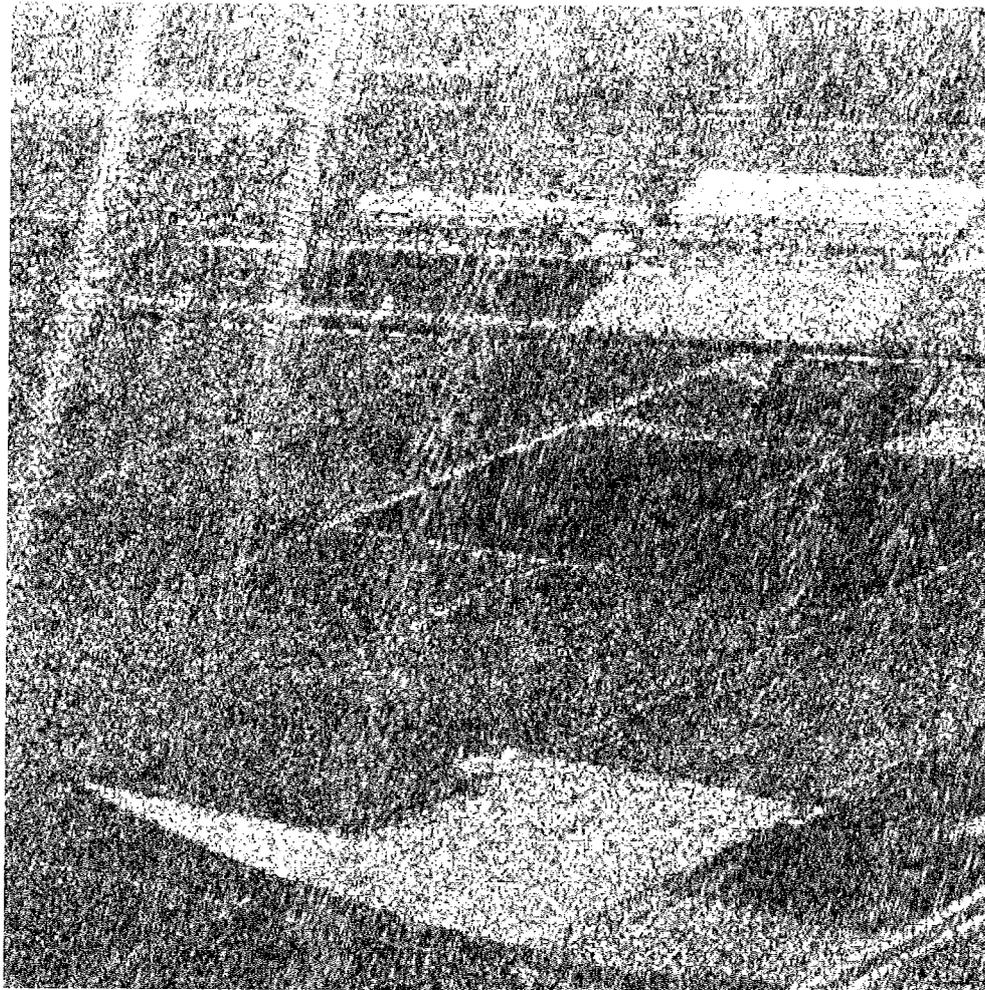
Tableau 4.3. Contraste de deux zones dans les images de la campagne MAESTRO-1 (figure 4.5)

Les valeurs de contraste présentées tableaux 4.1. et 4.3., montrent que l'efficacité du filtre de Wiener est renforcée par l'utilisation de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution. Ainsi, on observe une diminution du contraste, dans la plupart des cas, de 0,03 par rapport au filtre seul, soit une décroissance relative de quelques pour-cents. L'amélioration est généralement assez faible mais peut être beaucoup plus flagrante dans certains cas. Par exemple, dans le tableau 4.3. on note une dégradation de ce critère, dans la zone supérieure droite pour les images en bande L polarisation HH, en bande L polarisation HV, en bande L polarisation VV, en bande P polarisation HH et en bande P polarisation VV, après application du filtre de Wiener seul. Pour chacun de ces cas, nous remarquons que les valeurs de la moyenne et de l'écart type sont faibles par rapport à celles de la zone inférieure gauche, ce qui peut s'interpréter comme une bonne détermination de la radiométrie

pour cette zone. La dégradation que nous constatons, semble liée au fait que le filtre de Wiener traite globalement le spectre d'énergie de l'image. Ainsi, les fréquences spatiales composant l'information utile dans cette zone sont dégradées, car sans doute similaires à celles du bruit dans une autre zone de l'image.

L'utilisation de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution en isolant les structures affectées par le speckle de celles plus représentatives de l'information permet d'éviter cette dégradation du signal utile.

Toutefois bien que l'images en bande P polarisation VH ait aussi pour cette zone une moyenne et un écart type faible par rapport à la zone inférieure gauche, le contraste n'est pas dégradé par l'utilisation du filtre de Wiener seul. Ce comportement différent s'explique aisément après examen visuel de cet image. En effet, comme on peut le constater figure 4.6., l'image radar en bande P polarisation VH, est affectée d'un bruit supplémentaire sans doute lié à des problèmes de mesure. Ce bruit se trouve réduit par le filtre de Wiener seul et on obtient donc une diminution du contraste dans la zone supérieure droite.



*Figure 4.6. Image radar en bande P polarisation VH acquise par le radar à synthèse d'ouverture du Jet Propulsion Laboratory lors de la campagne MAESTRO-1.*

## **5. Conclusion.**

Nous avons présenté dans ce chapitre, une méthode de filtrage du speckle dans l'imagerie radar basée sur l'utilisation de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution représentant les structures les plus affectées par ce phénomène. Afin de déterminer les structures à traiter par cette démarche, une méthode basée sur la distance de corrélation inter-pixels pourrait être développée.

Au travers de l'adaptation du filtre de Wiener, nous avons montré sur des exemples, l'apport de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution à ce problème. Bien

que le filtre choisi ne soit pas le mieux adapté au filtrage du speckle (cf. cas des images en bande L polarisation HH, en bande L polarisation HV et en bande P polarisation HH), nous avons pu démontrer la validité de notre approche pour améliorer les performances de ce filtre.

La méthode décrite n'est pas limitée au seul filtre présenté. Il est vraisemblable que la combinaison des filtres adaptatifs, de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution permettra de réduire efficacement le speckle dans les zones homogènes tout en préservant les zones hétérogènes. En effet, l'analyse des filtres adaptatifs pour la réduction du speckle effectuée par Lopes *et al.* (1990) montre que ces filtres ont tendance à lisser l'image dans les zones hétérogènes. L'utilisation de ces filtres sur les images de coefficients d'ondelettes lissera les structures les plus affectées par le speckle, sans dégrader les autres. On devrait donc observer une amélioration de ces filtres par l'utilisation de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution.

Une des difficultés de la preuve de cette efficacité réside dans la définition de critères de qualité géométrique. En effet, comme il est impossible d'obtenir une image radar vérité dépourvue de speckle, il est difficile de sélectionner des critères objectifs à partir d'une image radar. A notre avis, la quantification de cette qualité ne peut s'effectuer que sur des images simulées.



Chapitre V

Conclusion



## Chapitre V : Conclusion

Nous avons cherché, dans ce mémoire, à évaluer les apports de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution au traitement des images de télédétection au travers de deux applications.

Dans le domaine de la fusion de données, nous avons développé une méthode permettant, à partir d'image panchromatique (P), à la résolution spatiale de 10 m et d'images multi-spectrales (XS), à la résolution spatiale de 20 m, du satellite SPOT, d'obtenir des images à hautes résolutions spatiales et spectrales. L'amélioration apportée par rapport aux méthodes existantes nous a permis de démontrer l'apport important de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution dans ce domaine et d'envisager l'utilisation de ces images pour réaliser des classifications fines et pour définir de nouvelles applications nécessitant à la fois la haute résolution spatiale et spectrale. De plus, cette méthode a été généralisée pour permettre son application dans tous les cas où on disposera d'images superposables de résolutions spatiale et spectrale différentes.

Pour le traitement du speckle dans l'imagerie radar, nous avons au travers d'exemples, démontré l'intérêt d'utiliser la transformée en ondelettes et l'analyse multirésolution pour ne traiter que les structures affectées par ce phénomène. Cette démarche nous permet de filtrer efficacement le speckle dans les zones homogènes. Elle pourra être appliquée aux filtres adaptatifs généralement utilisés pour réduire le speckle, amenant certainement un filtrage efficace des zones homogènes tout en préservant l'information géométrique des images. La difficulté de quantifier la qualité géométrique de telles images est soulignée.

Pour ces deux applications, l'utilisation des algorithmes proposés par Feauveau (1990a, b) devrait amener une amélioration sensible des résultats : pour la fusion d'images de résolutions spatiales et spectrales différentes, en améliorant la qualité visuelle des images obtenues ; pour le

traitement du speckle, de part sa décomposition plus fine des structures présentes dans l'image, en permettant un traitement plus ciblé du speckle. Ces mêmes algorithmes et ceux utilisés pour le calcul des paquets d'ondelettes (Wickerhauser 1991) devraient permettre une étude plus approfondie de ce phénomène et favoriser son interprétation.

L'utilisation de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution pour ces deux applications, a permis d'illustrer l'apport de ces deux outils pour le traitement des images de télédétection. Toutefois, leur apport dans ce domaine ne se limite pas à ces seuls exemples. Une brève revue des applications déjà abordées a été donnée dans le chapitre I, où nous avons décrit les avantages amenés par leur utilisation notamment dans le cadre de l'étude des échelles caractéristiques, de la compression d'images et de la mise en correspondance géométrique de scènes acquises par satellites.

S'appuyant sur la transformée en ondelettes et l'analyse multirésolution, Basseville *et al.* (1992a, b) ont proposé une modélisation de l'information au travers des échelles à l'aide de processus auto-régressifs, similaire à celle existant dans le domaine de l'automatique. Ces travaux, qui auront sans doute dans les années à venir, un retentissement important dans les divers domaines traitant des signaux transitoires, devraient permettre une meilleure modélisation et une meilleure compréhension de l'évolution de l'information dans la nature. Ils trouveront sans doute, en télédétection, de nombreuses applications dans la fusion de données, dans l'analyse de la turbulence (continuum d'échelles), dans la modélisation des structures évolutives (comme les nuages ou les tourbillons océaniques) pour leur caractérisation ou leur suivi temporel, ...

Il semble que les domaines où la transformée en ondelettes et l'analyse multirésolution puissent amener, en télédétection, des améliorations notables soient ceux où les comportements macroscopique et microscopique des phénomènes naturels, ainsi que les interactions entre échelles, ne sont pas encore pleinement expliqués et exploités. De part la modélisation nouvelle qu'ils apportent, ces deux outils semblent être une porte ouverte nous permettant d'envisager

l'abord de problèmes qui jusqu'ici ne semblaient pas possibles. Seule la compréhension que l'esprit humain a de la nature qui l'entoure reste une limite au progrès ...



# Bibliographie



## Bibliographie

Anonyme, 1986, *Guide des utilisateurs de données SPOT*. Editeurs CNES et SPOT Image, Toulouse, France, 3 volumes, révisé en janvier 1991.

Antonini, M., 1991, Transformée en ondelettes et compression numérique des images. Thèse de Doctorat en sciences, Université de Nice Sophia-Antipolis, Nice, France, 209 p.

Antonini, M., Barlaud, M., Mathieu, P., Daubechies, I., 1992, Image coding using wavelet transform. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1, 2, pp. 205-220.

Arsenault, H. H., April, G., 1976, Properties of speckle integrated with a finite aperture and logarithmically transformed. *Journal of the Optical Society of America*, 66, pp. 1160-1163.

Auscher, P., 1989, Ondelettes fractales et applications, Thèse de Doctorat 3ème cycle, Université de Paris IX Dauphine, Paris, 132 p.

Azimi-Sadjadi, M. R., Bannour, S., 1991, Two-dimensional adaptive block Kalman filtering of SAR imagery. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 29, 5, pp. 742-753.

Basseville, M., Benveniste, A., Willsky, A. S., 1992a, Multiscale autoregressive processes, part I: Schur-Levinson parametrizations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 40, 8, pp. 1915-1934.

Basseville , M., Benveniste, A., Willsky, A. S., 1992b, Multiscale autoregressive processes, part II: lattice structures for whitening and modeling. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 40, 8, pp. 1935-1954.

Besnus, Y., Pion, J. C., Raffy, M., Ramstein, G., Yésou, H., 1990, Traitements d'images appliqués à la cartographie des formations dunaires de l'erg Akchar (Mauritanie), apport des données Landsat Thematic Mapper et de l'analyse par ondelettes d'une image SPOT panchromatique. *Troisièmes journées scientifiques du réseau de télédétection de l'Union des Réseaux d'Expression Française (U.R.E.F.) : Outils micro-informatiques et télédétection de l'évolution des milieux*, Toulouse, France, 13-16 novembre 1990.

Bruneau, J. M., Blanc-Féraud, L., Barlaud, M., 1991, Opérateurs de régularisation en restauration d'image : calculs et comparaisons. *Actes du treizième colloque du GRETSI*, Juan-Les-Pins, 16-20 septembre 1991, pp. 781-784.

Burt, P. J., Adelson, E. H., 1983, The Laplacian pyramid as a compact image code. *IEEE Transactions on Communications*, 31, 4, pp. 532-540.

Carper, W. J., Lillesand, T. M., Kiefer, R. W., 1990, The use of Intensity-Hue-Saturation transformations for merging SPOT Panchromatic and multispectral image data. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 56, 4, pp. 459-467.

Cauneau, F., Ranchin, T., 1993, Speckle removal in SAR images using wavelet transform. *Remote Sensing for Monitoring the Changing Environment of Europe*, Peter Winkler Editor, A. A. Balkema, Rotterdam, Brookfield, pp. 97-104.

Chavez Jr, P. S., 1984, Digital processing techniques for image mapping with Landsat TM and SPOT simulator data. *Proceedings of the Eighteenth International Symposium on Remote Sensing of Environment*, Environment Research Institute of Michigan, Ann Arbor, Michigan, USA, pp. 101-106.

Chavez Jr, P. S., 1986, Digital merging of Landsat TM and digitized NHAP data for 1:24,000-scale image mapping. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 52, 10, pp. 1637-1646.

Chavez Jr, P. S., Sides, S. C., Anderson, J. A., 1991, Comparison of three different methods to merge multiresolution and multispectral data : Landsat TM and SPOT Panchromatic. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 57, 3, pp. 265-303.

Cohen, A., 1990, Ondelettes, analyses multirésolutions et traitement numérique des images. Thèse de doctorat en analyse non-linéaire, Université de Paris IX Dauphine, Paris, France, 226 p.

Cohen, A., Daubechies, I. and Feauveau, J.C., 1990, Biorthogonal bases of compactly supported wavelets. AT&T Bell Laboratories Technical Report TM 11217-900529-07, 91 p.

Daubechies, I., 1988, Orthonormal bases of compactly supported wavelets. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 41, pp. 909-996.

Daubechies, I., 1990, The wavelet transform, time frequency localization and signal analysis. *IEEE Transactions on Information Theory*, 36, 5, pp. 961-1005.

Daubechies, I., 1992, *Ten lectures on wavelets*. CBMS-NSF regional conference series in applied mathematics 61, SIAM, Philadelphie, USA, 357 p.

Daubechies, I., Grossmann, A. and Meyer, Y., 1986, Painless nonorthogonal expansions. *Journal of Mathematical Physics*, vol. 27, 5, pp. 1271-1283.

Djamdji, J. P., Bijaoui, A., Manière, R., 1993, Geometrical registration of images : the multiresolution approach. A paraître dans *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*.

Dutilleux, p., 1987, An implementation of the "algorithme à trous" to compute the wavelet transform. *Proceedings du congrès ondelettes et méthodes temps-fréquence et espace des phases*, Marseille, 14-18 septembre 1987, Springer Verlag Editeurs, pp. 298-304.

Esteban, D., Galand, C., 1977, Applications of quadrature mirror filters to split band voice coding systems. *Proceedings of the IEEE International Symposium on Acoustic Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Hartford, USA, pp. 191-195.

Feauveau, J. C., 1990a, Analyse multirésolution pour les images avec un facteur de résolution  $\sqrt{2}$ . *Traitement du Signal*, vol. 7, 2, pp. 117-128.

Feauveau, J. C., 1990b, Analyse multirésolution par ondelettes non orthogonales et banc de filtres numériques. Thèse de Doctorat 3ème cycle, Université de Paris Sud, Paris, 249 p.

Flouzat, G., Safa, F., 1988, Speckle removal of radar imagery with mathematical morphology. Rapport Technique du Centre de Morphologie Mathématique de l'Ecole des Mines de Paris, N-18/88/M1, 39 p.

Frost, V. S., Stiles, J. A., Shanmugan, K. S., Holtzman, J. C., 1982, A model of radar images and its application of digital filtering of multiplicative noise. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 4, pp. 157-166.

Grossmann, A., J. Morlet, 1984, Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape. *SIAM Journal of Mathematic Analysis*, 15, 4, pp. 723-736.

Guedj, C., 1990, Mesure de déformées d'objets par interférométrie numérique du speckle. Contribution à l'analyse automatique des franges. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, Toulouse, France, 168 p.

Guindon, B., 1991, Applications of SAR simulation techniques to improve the understanding of spaceborne SAR scenes of moderate to rugged terrain. In *Proceedings of EARSeL Symposium (EARSeL'91)*, Graz, Austria, pp. 100-110.

Herley, C., Vetterli, M., 1990, Wavelets and filters banks: relationships and new results. *Proceedings of the IEEE International Symposium on Acoustic Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Albuquerque, USA, pp. 1723-1726.

Jaffard, S., 1989, Construction et propriétés des bases d'ondelettes. Remarques sur la contrôlabilité exacte. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, Palaiseau, France, 234 p.

Jones, J. G., Thomas, R. W., Earwicker, P. G., 1991, Multiresolution analysis of remotely sensed imagery. *International Journal of Remote Sensing*, 12, 1, pp. 107-124.

Kong, X., 1987, Etude de la corrélation entre les images des satellites NOAA6 et LANDSAT2 ; étude de la résolution spatiale sur l'observation de la texture. Thèse de doctorat, Université de Paris 6, Paris, France, 160 p.

Kong, X. N., Vidal-Madjar, D., 1988, Effet de la résolution spatiale sur les propriétés statistiques des images satellites : une étude de cas. *International Journal of Remote Sensing*, 9, pp. 1315-1328.

Lee, J. S., 1981, Speckle analysis and smoothing of synthetic aperture radar images. *Computer Graphics and Image Processing*, 17, pp. 24-32.

Lee, J. S., 1986, Speckle suppression and analysis for synthetic aperture radar images. *Optical Engineering*, 25, pp. 636-643.

Lopes, A., Touzi, R., Nezry, E., 1990, Adaptive Speckle Filters and Scene Heterogeneity. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 28, 6, pp. 992-1000.

Mallat, S. G., 1988, Multiresolution representations and wavelets. Ph. D., U.M.I., Ann Arbor, USA, 147 p.

Mallat, S. G., 1989, A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11, 7, pp. 674-693.

Mangolini, M., Ranchin, T., Wald, L., 1993, Fusion d'images SPOT multispectrale (XS) et panchromatique (P), et d'images radar. A paraître dans les *Actes du colloque SPOT-ERS : De l'optique au radar. Les applications de SPOT et ERS*. Paris, France, 10-13 mai 1993.

Meyer, Y., 1990, *Ondelettes et opérateurs 1: Ondelettes*. Hermann, Paris, 215 p.

Meyer, Y., 1992, *Les ondelettes : algorithmes et applications*. Armand Colin éditeurs, Paris, France, 172 p.

Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., 1990, *Numerical recipes in C : the art of scientific computing*. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 735 p.

Proenca, M. C., Flouzat, G., 1990, Un concept d'analyse multirésolution pour le suivi temporel de paysages en évolution. *Troisièmes journées scientifiques du réseau de télédétection de l'Union des Réseaux d'Expression Française (U.R.E.F.) : Outils micro-informatiques et télédétection de l'évolution des milieux*, Toulouse, France, 13-16 novembre 1990.

Proenca, M. C., Rudant, J. P., Flouzat, G., 1992, Using wavelets to get SAR images "free" of speckle. In *Proceedings of the 12th Symposium IGARS'92, International Space Year: Space Remote Sensing*. Houston, Texas, USA, 26-29 may 1992, pp. 887-889.

Raffy, M., 1992, Change of scale in models of remote sensing: a general method for spatialization of models. *Remote Sensing Environment*, 40, pp. 101-112.

Raffy, M., 1993, Remotely-sensed quantification of covered areas and spatial resolution. *International Journal of Remote Sensing*, 14, 1, pp. 135-159.

Ranchin, T., Cauneau, F., 1993, Speckle reduction in Synthetic Aperture Radar imagey using wavelets. A paraître dans les *Proceedings of SPIE's 1993 International Symposium on Optics, Imaging and Instrumentation. Mathematical Imaging: Wavelet Applications in Signal and Image Processing*. San Diego, Californie, USA, 11-16 july 1993.

Ranchin, T., Wald, L., 1993a, The wavelet transform for the analysis of remotely sensed images. *International Journal of Remote Sensing*, 14, 3, pp. 615-619.

Ranchin, T., Wald, L., 1993b, Applications of wavelet transform in remote sensing processing. In *Proceedings of the 12th EARSeL Symposium. Remote Sensing for Monitoring the Changing Environment of Europe*, Eger, Hungary, 8-11 september 1992, Peter Winkler Editor, A. A. Balkema, Rotterdam, Brookfield, pp 261-266.

Ranchin, T., Wald, L., Mangolini, M., 1993, Efficient data fusion using wavelet transforms: the case of SPOT satellite images. A paraître dans les *Proceedings of SPIE's 1993 International Symposium on Optics, Imaging and Instrumentation. Mathematical Imaging: Wavelet Applications in Signal and Image Processing*. San Diego, Californie, USA, 11-16 july 1993.

Rivereau, J. C., 1990, Cover : the eastern coast of India in the vicinity of Madras. *International Journal of Remote Sensing*, 11, 3, p. 367.

Toma, M. R., Vinelli, F., Farina, A., Forte, A., 1991, Processing of polarimetric and multifrequency SAR data recorded by Maestro-1 campaign. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Geoscience and Remote Sensing (IGARS'91)*, pp. 349-352.

Tur, M., Chin, K. C., Goodman, J. W., 1982, When is speckle noise multiplicative ? *Applied Optics*, 21, pp. 1157-1159.

Ulaby, F. T., Moore, R. K., Fung, A. K., 1986, *Microwave remote sensing: active and passive*. Artech House Inc., Norwood, MA, USA, 3 volumes, 2162 p.

Wickerhauser, M. V., 1991, INRIA lectures on wavelet packet algorithms. In *Problèmes non linéaires appliqués. Ondelettes et paquets d'ondes*, 17 - 21 juin, Rocquencourt, France, Ecoles CEA-EDF-INRIA, 247 p.

Woodcock, C. E., Strahler, A. H., 1987, The factor of scale in remote sensing. *Remote Sensing of the Environment*, 21, pp. 311-332.



Annexe I

The wavelet transform for the analysis of remotely sensed  
images

International Journal of Remote Sensing, 1993, 14, 3, 615-619.



## The wavelet transform for the analysis of remotely sensed images

THIERRY RANCHIN and LUCIEN WALD

Centre d'Energétique-Groupe Télédétection & Modélisation, Ecole des Mines de Paris, BP 207, 06904 Sophia Antipolis Cedex, France

(Received 15 April 1992; in final form 13 October 1992)

**Abstract.** The wavelet transform is a mathematical tool allowing an image to be decomposed in terms of its structures and characteristic scales. This transform is reviewed briefly and applied to a remotely sensed image. Perspectives for the analysis and processing of remotely sensed images are presented.

### Wavelet transform and multiresolution analysis

Wavelet theory is a powerful mathematical tool recently developed for signal processing (Meyer 1990). It is adapted to the analysis of non-stationary signals of finite energy for which the classical formalism based on variance and correlation function does not hold. Remotely sensed images are such a signal. Furthermore, the wavelet transform leads to the concept of multiresolution analysis (MRA) (Mallat 1989), where images are decomposed into structures and then analyzed at successive scales (or spatial resolutions).

The wavelet transform makes any arbitrary function of finite energy as a summation of elementary functions: the wavelets. The respective weights of the wavelets in the summation are called the wavelet coefficients. Wavelets are well-located in both domains: space and scale (Meyer *et al.* 1987; Daubechies 1990; Rioul and Vetterli 1991). Wavelets are obtained from a single function, the *mother* wavelet, by dilatations and shifts. Wavelet coefficients are a measure of the intensity of the local variations of the signal for the scale under consideration. The value of a coefficient will be large when the dilation of the wavelet is close to the scale of the heterogeneity as the signal will be irregular. The value of a coefficient will be negligible when the local signal is regular (smooth) for this particular scale. Hence the value of a coefficient for a particular location and at any scale can be understood as a characterization of the structures having this scale and present at this geographical location.

The MRA reorganizes the information content of the original image in terms of structures or scales which are composing the image (Mallat 1989). Mathematically, the structures (also called details) of an image at the spatial resolution  $j$  are defined as the difference between its approximation at the resolution  $j$  and its approximation at the resolution  $(j-1)$ . In the detail image at resolution  $j$  appear all the structures having a characteristic length comprised between  $(j-1)$  and  $j$ . This image is composed of the wavelet coefficients. The MRA provides a hierarchical pyramid for interpreting the image in terms of structures. In the course of the analysis, the image containing the informations due to the structures which scales are greater than the current scale is called 'context image'. If the analysis is pursued, this context image will be in turn decomposed in details and another context image. The details and the

context images are obtained in the discrete case by filtering and subsampling of the original image. In the following example, the wavelet transform used (Daubechies 1988) provides one context image and three directional details images by resolution (horizontal, vertical, diagonal, see table 1).

#### Example of multiresolution analysis (MRA)

The MRA was applied to a SPOT HRV panchromatic image of Ryadh (Saudi Arabia), using the algorithm described in Mallat (1989). Ryadh is a very modern city for the most part with large avenues forming rectangular arrays, and large buildings (figure 1 (a)). The oldest part of the city is located in the lower part of the figure. It is composed of small houses and buildings and of narrow winding streets. In this image, the old town does not exhibit regular structures as do the other parts. This clearly appears in the MRA made for scales from 10 m up to 40 m and displayed in figure 1 (b). The context image (upper left part of the image) contains only structures with characteristic lengths greater than 40 m. The rectangular pattern of the modern city is enhanced. The widest avenues are visible. Because its width is about 100 m, an highway with central separation is seen running NW-SE in the upper right corner of this context image. The CCDs in the panchromatic channel are affected by noises which structures appear in the details images at 10–20 m. The horizontal noise affecting each line of image has been noted by C.N.E.S. (cf Anonymous, 1986) as well as the diagonal noise which is due to an undesirable coupling between the multispectral and panchromatic modes of the sensors. The latter noise is initially vertical and appears as diagonal because of the geometrical processing of the image up to level 1B. In the details images are visible the skeletons of the streets and avenues of corresponding widths. Of evidence is the lack of regular structures of typical scales greater than 10 m in the oldest town which is characterized by very low absolute values in details images. The two housing areas located in the upper middle right of the picture (figure 1 (a)) immediately south of the airport are of particular interest. Both exhibit rectangular patterns, but the sizes of the lots and buildings and the widths of the streets are larger for the leftmost area than for the rightmost one. The latter area is likely a working-class district while the former is more residential. These differences in pattern appear clearly in the vertical and horizontal details images at 10–20 m and 20–40 m. While the pattern of the residential district is still visible in the details images 20–40 m, the pattern of the working-class district does not appear any more, showing that the typical scales in this district are less than

Table 1. Scheme of a hierarchical pyramid produced by a multiresolution analysis.

Context image (all scales greater than $(j+1)$ )	Image of the 'horizontal' structures at scale $(j+1)$	Images of the 'horizontal' structures at scale $j$
Images of the 'vertical' structures at scale $(j+1)$	Image of the 'diagonal' structures at scale $(j+1)$	
Image of the 'vertical' structures at scale $j$		Image of the 'diagonal' structures at scale $j$

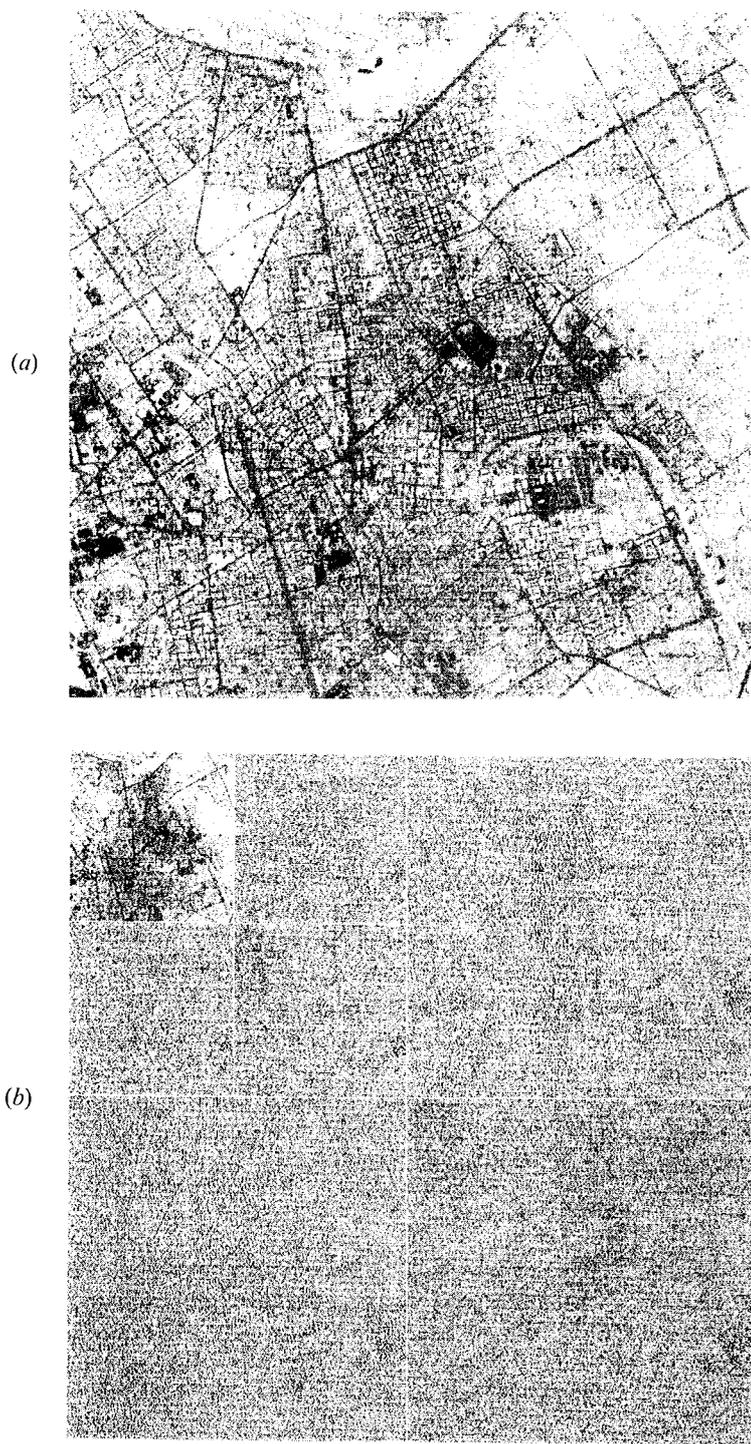


Figure 1. SPOT HRV image recorded on 10 April 1986 of Riyadh, Saudi Arabia. (a) Original image in the panchromatic channel; the spatial resolution is 10 m and  $1024 \times 1024$  pixels are shown with a level of processing 1B. (b) Context image (the upper left image) has a spatial resolution of 40 m, those images surrounding it have a spatial resolution of 20 m and those three images to the far right and bottom have a spatial resolution of 10 m (table 1).

20 m. This example illustrates how MRA enhances the discrepancies in the urban architecture and how the different patterns can be separated including the sensor noise.

### **Perspectives**

*Analysis of the spatial structures:* the wavelet transform provides an efficient characterization of the structures, the knowledge of them is important in many fields of Earth sciences. Ranchin and Wald (1992) provide an example of MRA applied to a SPOT HRV image for the study of structures appearing at the surface of the ocean.

*Geometrical merging of data:* the study of the natural processes usually requires a large amount of data and makes necessary their geometrical superimposition. An important effort has been made in this field by the research team of Roger Manière at University of Nice Sophia-Antipolis, France, for Landsat-MSS and SPOT HRV images.

*Segmentation and classification of multi-spectral images:* many of the recent methods for the classification of multi-spectral images use the texture informations within each spectral image. Since the wavelet transform provides a complete description of the texture of the image at all available scales, it is expected that sound results can be reached by using wavelet coefficients in classification schemes.

*Change of the information with the scale:* since classifiers are currently using spatial statistics, it is important to study how these statistics behave when changing sensor resolution if images taken by various sensors are to be used. A similar problem arises if both high and low-resolution sensors are used to monitor an environmental parameter such as the normalized difference vegetation index (NDVI) or the temperature. The MRA is likely an efficient approach for such studies.

*Speckle removal in SAR imagery:* the SAR imagery is affected by the presence of a multiplicative noise, called the speckle. An adaptative filtering of the Fourier coefficients of the image suppresses it (Lopes *et al.* 1990), but implies a filtering of all the structures within the image while they are not affected in the same way by this noise. Cauneau and Ranchin (1992) overcame this drawback by filtering out the wavelet coefficients only at the corrupted scales.

*Data compression:* data compression may help reducing the large volume of data produced by remote sensing systems and wavelet transform is one of the many tools that are used to compress data (Antonini 1991).

### **Conclusions**

The wavelet transform and MRA have been briefly presented and an example proves their usefulness in the study of structures composing an image. Indeed both tools are very new and many efforts must still be devoted for a full understanding of their properties. A number of studies dealing with the applications of wavelet to remotely sensed images are underway, at least in France and particularly in various institutes in Nice Sophia Antipolis. The domain of applications of this transform and MRA is rather wide.

### **Acknowledgments**

The authors are grateful to Michael Barlaud, Pierre Mathieu, Albert Bijaoui, Jean-Pierre Djamdji and Roger Manière.

**References**

- ANONYMOUS, 1986, *Guide des utilisateurs de données SPOT*. Editeurs CNES and SPOT Image, Toulouse France, 3 volumes, revised January 1991.
- ANTONINI, M., 1991, Transformée en ondelettes et compression numérique des images. Thèse de Doctorat en sciences, Université de Nice Sophia Antipolis, Nice, France, 209 pp.
- CAUNEAU, F., and RANCHIN, T., 1992, Speckle removal in SAR images using the wavelet transform. *Proceedings of the 12th EARSeL symposium on Remote sensing for monitoring the changing environment of Europe, 8-11 September 1992, Eger, Hungary*, (BR Rotherdam, The Netherlands: A. A. Balkema), in press.
- DAUBECHIES, I., 1988, Orthonormal bases of compactly supported wavelets. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, **41**, 909-996.
- DAUBECHIES, I., 1990, The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis. *IEEE Transactions on Information Theory*, **36**, 961-1005.
- LOPES, A., TOUZI, R., and NEZRY, E., 1990, Adaptive speckle filters and scene heterogeneity. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **28**, 992-1000.
- MALLAT, S. G., 1989, A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **11**, 674-693.
- MEYER, Y., 1990, *Ondelettes et opérateurs 1: Ondelettes*. (Paris: Hermann), 215 pp.
- MEYER, Y., JAFFARD, S., and RIOUL, O., 1987, L'analyse par ondelettes. *Pour la Science*, **119**, 28-37.
- RANCHIN, T., and WALD, L., 1992, Applications of wavelet transform in remote sensing processing. *Proceedings of the 12th EARSeL symposium on Remote sensing for monitoring the changing environment of Europe, 8-11 September 1992, Eger, Hungary*, (Rotterdam, The Netherlands: A. A. Balkema), in press.
- RIOUL, O., and VETTERLI, M., 1991, Wavelets and signal processing. *IEEE Signal Processing Magazine*, **8**, 14-38.



Annexe II  
Evaluation des aspects spectraux des  
méthodes CNES et ARSIS

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry, no matter how small, should be recorded to ensure the integrity of the financial statements. This includes not only sales and purchases but also expenses and income. The document further explains that proper record-keeping is essential for identifying trends, managing cash flow, and complying with tax regulations.

In addition, the document highlights the role of the accounting system in providing timely and reliable information to management. By analyzing the data, managers can make informed decisions about the company's operations and future growth. The document also touches upon the importance of internal controls to prevent fraud and errors, and the need for regular audits to verify the accuracy of the records.

The second part of the document focuses on the practical aspects of accounting, such as the use of journals and ledgers. It provides a detailed explanation of how to record transactions in a journal, including the necessary debits and credits. The document also discusses the process of posting the journal entries to the ledger and how to calculate the balances for each account. This section is particularly useful for students and professionals who are new to the field of accounting.

Finally, the document concludes by summarizing the key points and reiterating the importance of accuracy and honesty in accounting. It encourages readers to always double-check their work and to seek help if they are unsure about any aspect of the process. The document is a comprehensive guide that covers all the essential aspects of accounting, from basic principles to advanced techniques.

## Annexe II

Le CNES a développé une méthode, appelée P+XS, afin de combiner les informations spectrales XS de SPOT et les informations à haute résolution spatiale du canal panchromatique P pour obtenir des images multispectrales à 10 m de résolution. L'école des mines de Paris et Aérospatiale ont récemment proposé une méthode concurrente, appelée ARSIS, qui fournit des résultats plus satisfaisants tant du point de vue spectral que structurel. Ce texte a pour objet d'estimer la qualité des résultats pour chacune de ces méthodes, en ce qui concerne la radiométrie de chaque bande et l'information multispectrale.

Pour ce faire, nous avons procédé de la manière suivante. Soient deux scènes, l'une représentant une région près de Barcelone, comprenant des zones urbaines, des parcelles agricoles et de la végétation type méditerranéenne, l'autre représentant la ville de Toulouse. Les images XS et P ont été sous-échantillonnées à respectivement 40 et 20 m. Les méthodes CNES et ARSIS sont appliquées à ces nouvelles images pour synthétiser des images à 20 m, appelées respectivement XS\*cnes et XS\*arsis, qui sont comparées aux images XS originales. La qualité est évaluée au moyen de critères statistiques portant sur les images de la différence, pixel à pixel, entre  $XS_i$  et  $XS_i^*cnes$ , et entre  $XS_i$  et  $XS_i^*arsis$ , pour  $i = 1, 2$ , et 3. Pour la méthode ARSIS, une ondelette de Daubechies de régularité 2, et un modèle linéaire de régression ont été utilisés pour les deux premiers canaux, et un modèle linéaire de régression locale sur un voisinage 5x5 a été utilisé pour le calcul du troisième canal.

Les tableaux 1 à 4 et les graphiques 1 à 8 présentent les résultats pour la région de Barcelone. Les tableaux 5 à 8 et les graphiques 9 à 16 ceux de Toulouse. La figure 1 présente des extraits de l'image XS1 de Barcelone.

Les tableaux 1 et 5 donnent les luminances moyennes et leur écarts-type des images originales ainsi que la quantité d'information (entropie) qu'elles contiennent. L'entropie est définie ici à l'aide d'un logarithme à base 10. La qualité de la méthode ARSIS, et par comparaison celle de la méthode CNES, a été évaluée tout d'abord pour chaque bande, puis en ce qui concerne son aptitude à restituer l'information multispectrale. Les tableaux et graphiques suivants présentent les différents résultats obtenus avec les deux méthodes. Les valeurs présentées dépendent bien sûr des images considérées, mais les conclusions tirées ici en sont indépendantes.

Les tableaux 2 et 6 fournissent quelques quantités statistiques portant sur la différence, pixel à pixel, des images originales XS et des estimées XS\*cnes et XS\*arsis. Certaines quantités sont exprimées en pourcentage, relativement à la moyenne de l'image originale (pour le biais et l'écart-type des différences), à la variance originale (pour la différence des variances), ou à l'entropie originale (pour la différence des entropies). L'entropie permet d'apprécier la quantité d'information introduite ou perdue par les deux méthodes par rapport à l'image originale. Cette quantité est faible si l'apport ou la perte d'information entre les deux images (l'originale et l'estimée) est faible. Les tableaux 3 et 7 et les graphiques 1 à 3 et 9 à 11 présentent la probabilité d'avoir en un pixel, une erreur relative inférieure à un seuil donné.

On notera que pour tous les paramètres considérés, la méthode ARSIS fournit de meilleurs résultats que celle du CNES ; ils sont beaucoup plus proches des valeurs idéales (tableaux 2 et 6). Les images estimées par la méthode CNES ont une moyenne plus faible que les images XS originales, tandis que les moyennes des XS\*arsis sont identiques à celles des XS à la troisième décimale près (biais nul). La méthode CNES accroît très fortement la quantité d'informations (exprimée sous forme de variance et d'entropie) pour les deux premières bandes. Cet accroissement est dû aux renforcements des contours apportés par la bande panchromatique. Il s'effectue sans que les zones homogènes en souffrent, ce qui se traduit dans le cas de Barcelone, où ces zones sont nombreuses, par une erreur au niveau du pixel généralement assez faible (écart-type de l'image des différences). La méthode ARSIS accroît, elle aussi, l'information, tout en restant assez proche de la valeur idéale. De par la définition de cette méthode, seules les structures de petite taille sont renforcées, ce qui explique le faible accroissement de variance et d'entropie. La diminution d'entropie dans le cas du canal XS3 nécessite quelques explications. Dans le cas de la méthode CNES, cette diminution est due à la duplication des pixels qui n'introduit pas d'information supplémentaire (innovation) entre les deux échelles et donc entraîne une diminution de l'entropie par rapport à l'image originale. Pour la méthode ARSIS, cette diminution a une autre explication. En effet, pour certaines cibles, le canal XS3 et le canal panchromatique peuvent se trouver anti-corrélés. La non prise en compte de cette anti-corrélation par le modèle utilisé ici, entraîne une perte d'information. Enfin, les tableaux 2 et 6 donnent le coefficient de corrélation entre XS et XS\*arsis ou XS\*cnes qui indique la similitude d'ensemble entre l'image originale et l'image synthétisée. Ce coefficient est très voisin de 1 pour la méthode ARSIS, y compris pour la bande XS3.

L'écart-type des différences est faible pour la méthode ARSIS pour les deux scènes. Pour la méthode CNES, il est faible pour Barcelone et important pour Toulouse. Cette erreur au niveau du pixel peut être davantage détaillée. Ainsi, les tableaux 3 et 7 ainsi que les

graphiques suivants (1 à 3 et 9 à 11) présentent la probabilité d'avoir, en un pixel, une erreur relative inférieure en valeur absolue à un seuil donné. On voit qu'avec la méthode ARSIS, quasiment tous les pixels présentent une erreur relative inférieure ou égale à 20 % en valeur absolue, ce qui n'est pas toujours le cas avec la méthode CNES. On notera également le très fort pourcentage de pixels présentant une erreur nulle (*i.e.* inférieure à 0,001 %) dans le cas de la méthode ARSIS : environ 25 % pour les bandes XS1 et XS2 et 15 % pour la bande XS3 dans le cas de l'image de Barcelone. Pour la méthode CNES, on trouve environ 10 % pour les trois bandes. L'image de Toulouse donne des différences entre les deux méthodes encore plus flagrantes. En effet, le pourcentage des pixels présentant une erreur nulle est dans toutes les bandes d'environ 14 % pour la méthode ARSIS, alors que pour la méthode CNES, il n'est que de 2 % pour les bandes XS1 et XS2.

Comme nous l'avons vu précédemment, la bande XS3 se comporte moins bien par rapport aux deux autres. Bien que la méthode ARSIS se révèle supérieure à celle du CNES, elle n'en montre pas moins une certaine faiblesse pour cette bande, confirmée par les chiffres des tableaux précédents. La visualisation de cette image XS3\*arsis montre que du bruit affecte les fronts. Nous estimons en première analyse qu'une amélioration (spectrale et structurale) de l'estimée XS3\*arsis passe par une amélioration du modèle d'estimation des structures de petite taille pour cette bande. Ce modèle devra en particulier prendre davantage en compte les différences de caractéristique optique des objets entre les bandes P et XS3. Plus généralement, et pour toutes les bandes, nous pensons qu'un effort doit être fait de manière à décroître l'erreur faite au niveau du pixel. Ceci passe par une modification des modèles d'estimation des structures de petite taille. Des modèles non-linéaires devront être étudiés, dont certains paramètres pourraient être définis localement et régionalement. Un autre effort devra porter sur l'utilisation d'une ondelette non-dyadique, en  $\sqrt{2}$ , afin d'augmenter la finesse de la résolution des structures et de supprimer les inconvénients des filtrages anisotropes.

Pour estimer la capacité de chaque méthode à restituer l'information multispectrale, nous avons procédé de la manière suivante. Les cent triplets (XS1, XS2, XS3) les plus fréquents sont calculés sur les images originales. Ces triplets jouent un très grand rôle dans les méthodes de classification pour la cartographie. Les fréquences de ces cent triplets sont calculées pour les images XS\*arsis et XS\*cnes. Enfin, on calcule l'erreur relative pour chaque fréquence en effectuant la différence entre la fréquence originale et la fréquence des triplets des images synthétisées et en normalisant cette différence par la fréquence originale. On estime ainsi l'aptitude de chaque méthode à restituer les signatures spectrales dans le changement d'échelle.

Ces erreurs, exprimées en valeur absolue et en pour cent, sont représentées sur les graphiques 4 à 8 pour l'image de Barcelone, 12 à 16 pour l'image de Toulouse et sont résumées dans les tableaux 4 et 8. Pour la méthode ARSIS, plus de la moitié des fréquences présentent une erreur relative inférieure à 10 % (Barcelone) ou 20 % (Toulouse) ; dans les deux cas au moins 95 % des fréquences présentent une erreur relative inférieure à 30 %. Cette méthode restitue assez bien l'information multispectrale. Par conséquent, une classification faite sur les triplets XS, pourra s'appliquer assez bien sur les images à 10 m synthétisées par la méthode ARSIS. Cela est nettement moins vrai pour la méthode CNES comme l'indiquent les graphiques. En effet, pour l'image de Barcelone, le tableau 4 rapporte que pour cette méthode, 61 % des fréquences présentent une erreur relative supérieure à 50 %. Pire, pour l'image de Toulouse, aucun triplet ne présente une erreur relative inférieure à 68 %.

Quoique le concept de la méthode ARSIS soit très élaboré, la mise en oeuvre de la méthode dans le cadre de l'imagerie SPOT est encore assez rudimentaire, notamment du point de vue du modèle d'estimation des structures de petite taille. Toutefois, les résultats précédents montrent que cette première version de la méthode ARSIS respecte déjà beaucoup mieux le contenu spectral original lors de l'accroissement de la résolution que ne le fait la méthode CNES. On remarquera également que la qualité des résultats fournis par la méthode ARSIS est beaucoup moins dépendante de la scène que ne l'est celle de la méthode CNES ; les résultats sont beaucoup plus fiables avec la méthode ARSIS. La richesse du concept permet d'envisager des améliorations sensibles de la qualité de l'image multispectrale à haute résolution spatiale, tant du point de vue spectral que visuel et géométrique. La méthode ARSIS offre la possibilité d'exploiter finement de telles images au moyen d'outils de classification.

	XS1	XS2	XS3	Panchromatique
Moyenne	58	48	55	53
Ecart-type	12	15	9	15
Entropie	4,017	4,263	3,865	4,396
Coefficient d'étalonnage	1,22181	1,22545	1,29753	1,39198

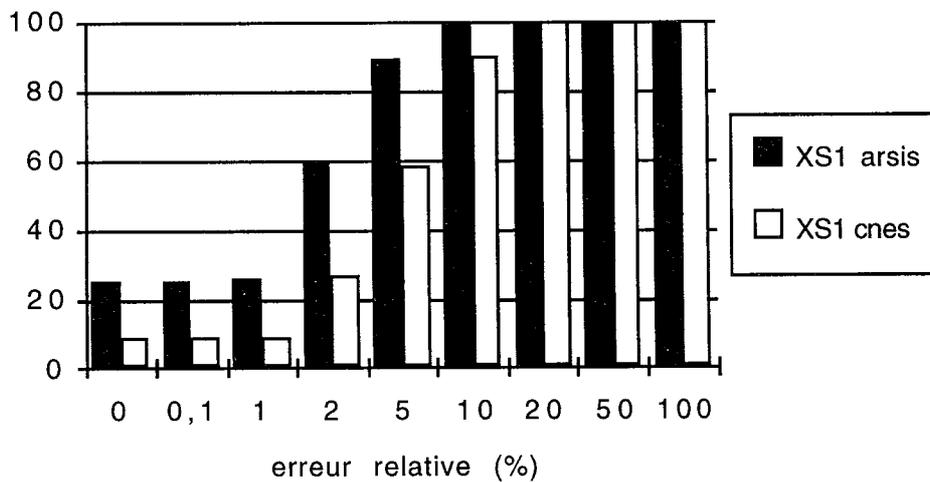
Tableau 1. Luminances moyennes, écarts-type et entropie des images originales (en  $W.m^{-2}.sr^{-1}.\mu m^{-1}$ ) de la région de Barcelone.

	XS1		XS2		XS3	
	CNES	ARSIS	CNES	ARSIS	CNES	ARSIS
Biais (idéal : 0)	0,38	0,00	0,28	0,00	0,03	0,00
relativement à la moyenne de XS	0,7 %	0,0 %	0,6 %	0,0 %	0,1 %	0,0 %
Variance XS* - variance vraie (valeur idéale : 0)	50	4	42	7	8	6
relativement à la variance vraie	35 %	3 %	19 %	3 %	10 %	7 %
Entropie XS* - entropie vraie (valeur idéale : 0)	0,145	0,013	0,077	0,013	- 0,053	- 0,036
relativement à l'entropie vraie	3,6 %	0,3 %	1,8 %	0,3 %	- 1,4 %	- 0,9 %
Coefficient de corrélation entre XS et XS* (valeur idéale : 1)	0,97	0,99	0,98	0,99	0,86	0,95
Ecart-type des différences (valeur idéale : 0)	3,76	2,03	3,10	2,23	4,65	2,84
relativement à la moyenne de XS	6,5 %	3,5 %	6,4 %	4,6 %	8,5 %	5,1 %

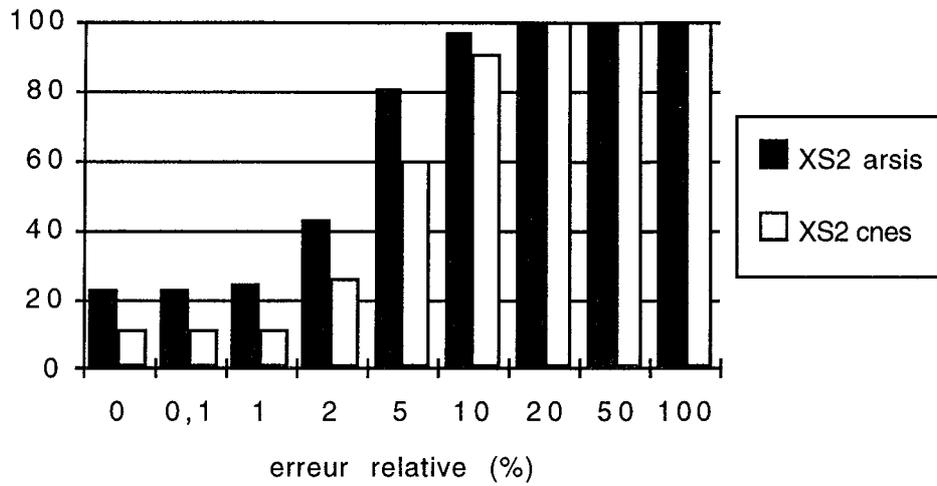
Tableau 2. Statistiques sur les différences entre XS et XS\* (en luminance ou valeur relative) pour les images de la région de Barcelone

Seuils (%)	XS1		XS2		XS3	
	CNES	ARSIS	CNES	ARSIS	CNES	ARSIS
0,001	8,8	25,3	11,4	23,0	8,8	15,2
0,1	8,8	25,3	11,4	23,0	8,8	15,2
0,5	8,8	25,3	11,4	23,0	8,8	15,2
1	9,2	26,1	11,7	23,5	9	15,4
2	26,6	59,5	26,0	42,7	25,8	41,6
5	57,7	89,5	60,0	81,5	54	74,9
10	90,3	98,9	91,1	97,2	81,3	94,3
20	99,6	100	99,7	99,9	96,8	99,5
50	100	100	100	100	99,9	100
100	100	100	100	100	100	100

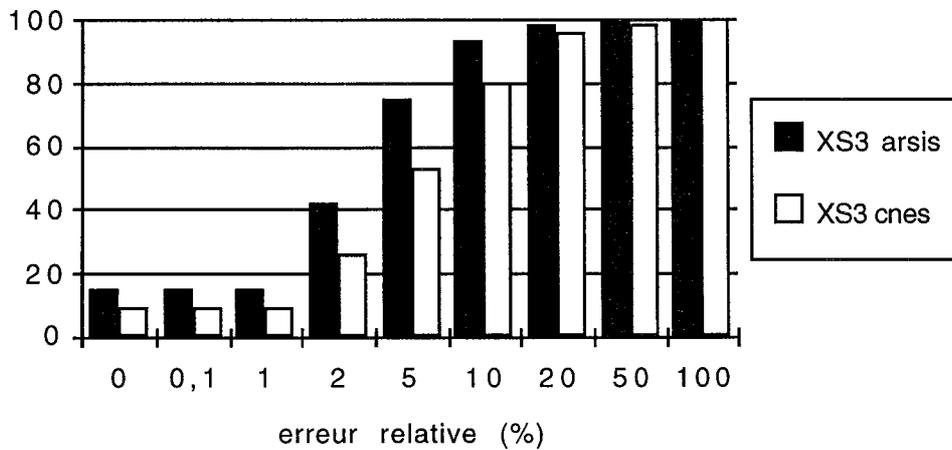
Tableau 3. Probabilité (en pour cent) d'avoir en un pixel une erreur relative (en valeur absolue et en pour cent) inférieure ou égale aux bornes indiquées pour les images de la région de Barcelone. La valeur idéale est 100 pour le seuil de 0,001 %.



Graphique 1. Probabilité (en pour cent) d'avoir en un pixel une erreur relative (en valeur absolue et en pour cent) inférieure ou égale aux bornes indiquées, pour XS1\*cnes et XS1\*arsis (Barcelone).



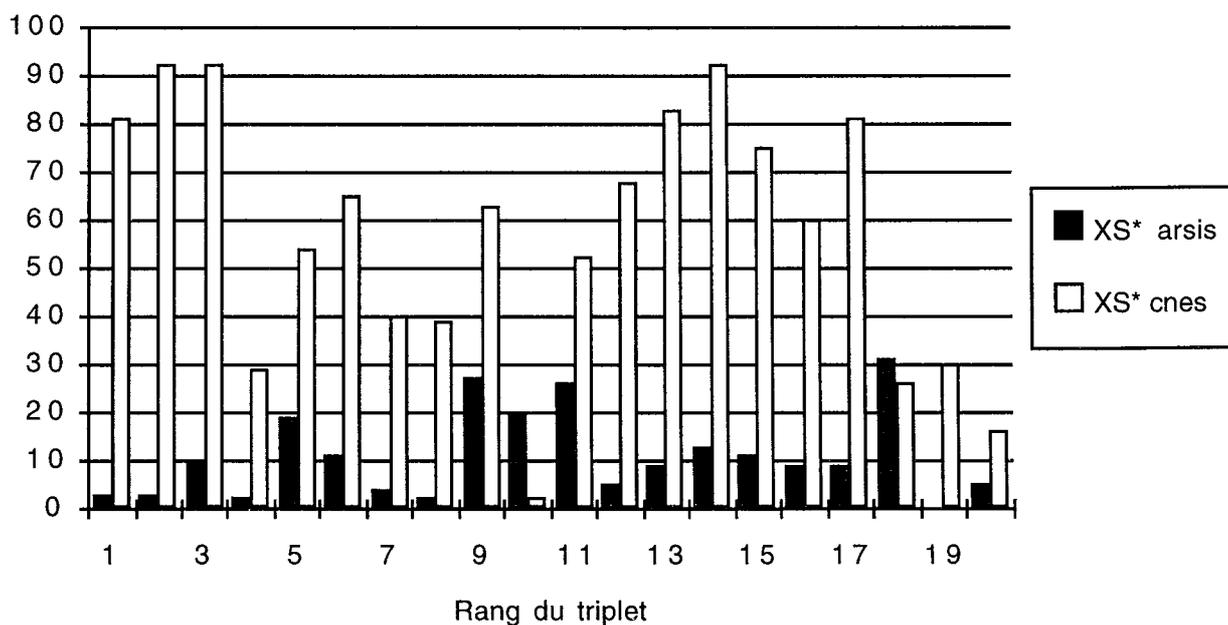
Graphique 2. Probabilité (en pour cent) d'avoir en un pixel une erreur relative (en valeur absolue et en pour cent) inférieure ou égale aux bornes indiquées, pour XS2\*cnes et XS2\*arsis (Barcelone).



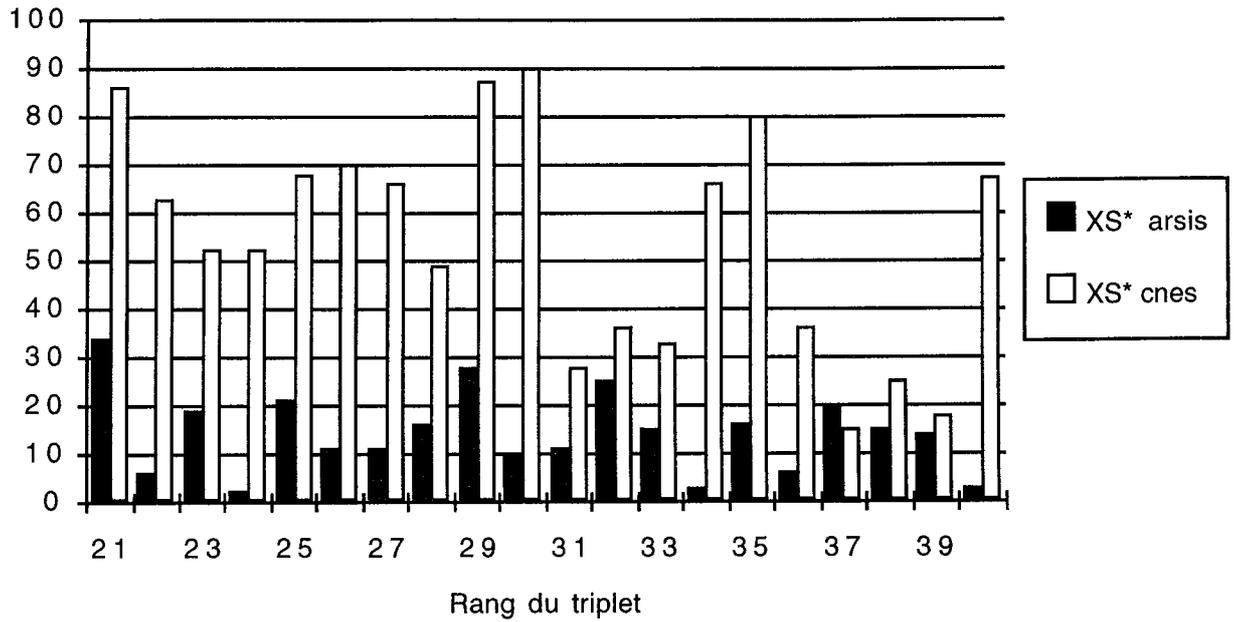
Graphique 3. Probabilité (en pour cent) d'avoir en un pixel une erreur relative (en valeur absolue et en pour cent) inférieure ou égale aux bornes indiquées, pour XS3\*cnes et XS3\*arsis (Barcelone).

Seuils (%)	Méthode CNES	Méthode ARSIS
1	2	4
2	3	8
5	4	32
10	6	52
20	11	81
30	18	95
50	39	100
100	100	100

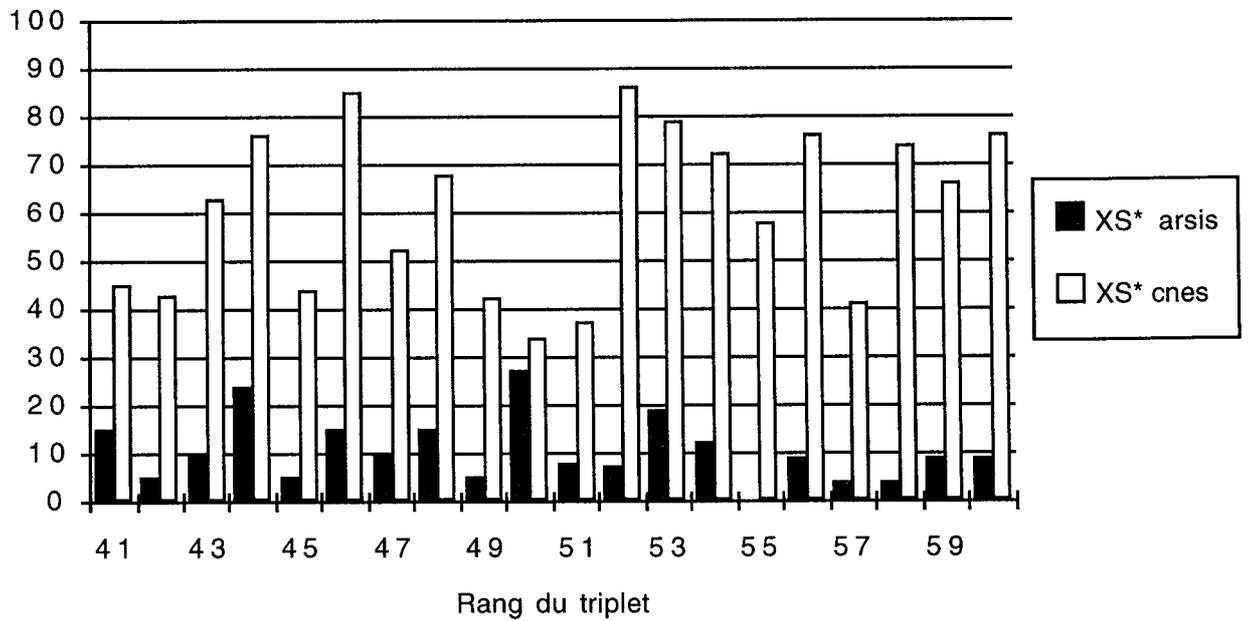
Tableau 4. Nombre de fréquences (en pour cent) dont l'erreur relative est inférieure au seuil indiqué (en pour cent) pour les images de la région de Barcelone. La valeur idéale est 100 pour le seuil de 1 %.



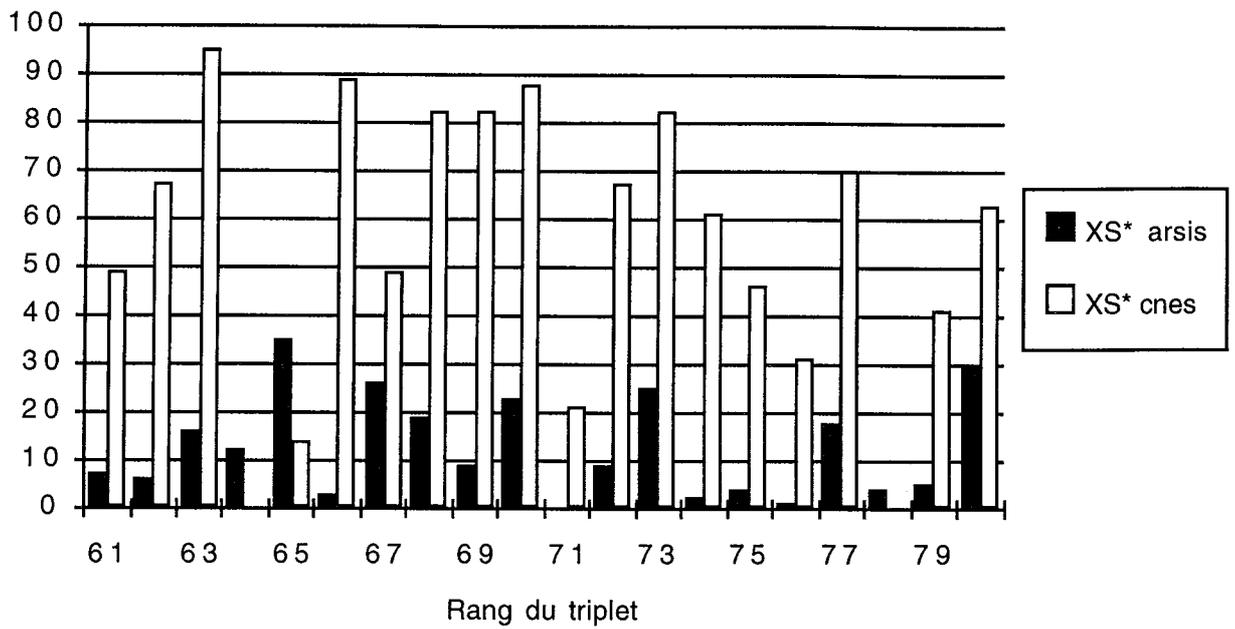
Graphique 4. Erreur relative, en valeur absolue et en pour cent, sur la fréquence d'apparition dans l'image synthétisée XS\*, des triplets XS originaux les plus fréquents (Barcelone). Ici pour les vingt triplets les plus fréquents.



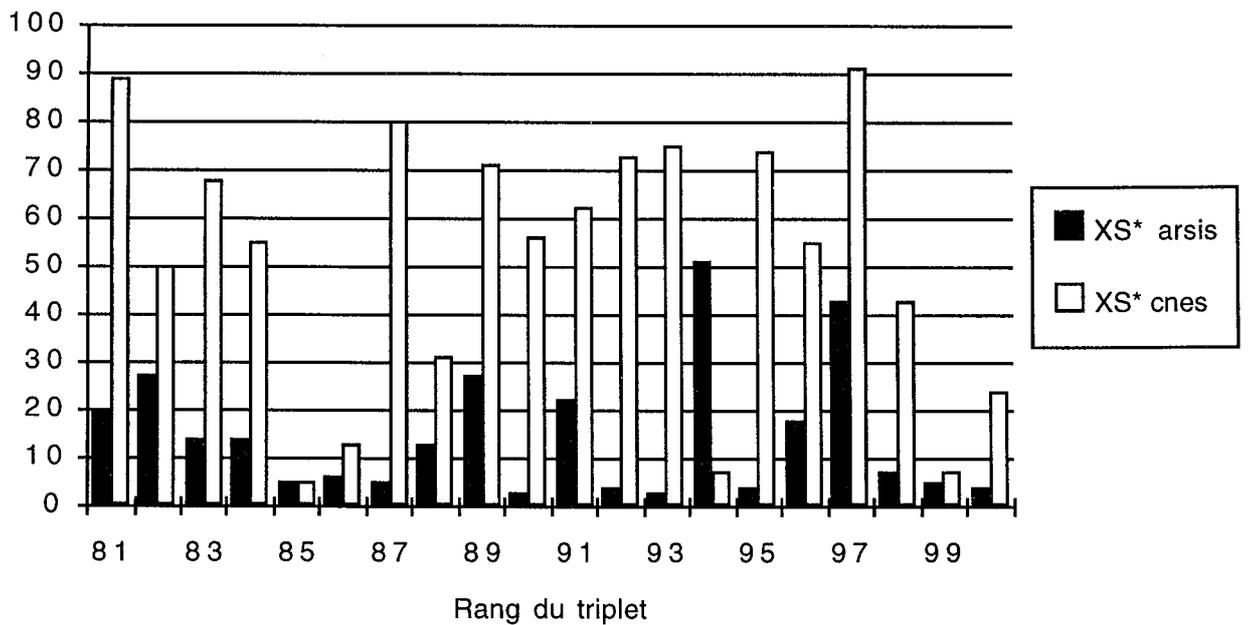
Graphique 5. Idem graphique 4, mais pour les triplets suivants (21 à 40).



Graphique 6. Idem graphique 4, mais pour les triplets suivants (41 à 60).



Graphique 7. Idem graphique 4, mais pour les triplets suivants (61 à 80).



Graphique 8. Idem graphique 4, mais pour les triplets suivants (81 à 100).

	XS1	XS2	XS3	Panchromatique
Moyenne	53	51	68	61
Ecart-type	6	9	13	15
Entropie	3,129	3,549	3,925	4,005
Coefficient d'étalonnage	1,18	1,11	1,00	1,01

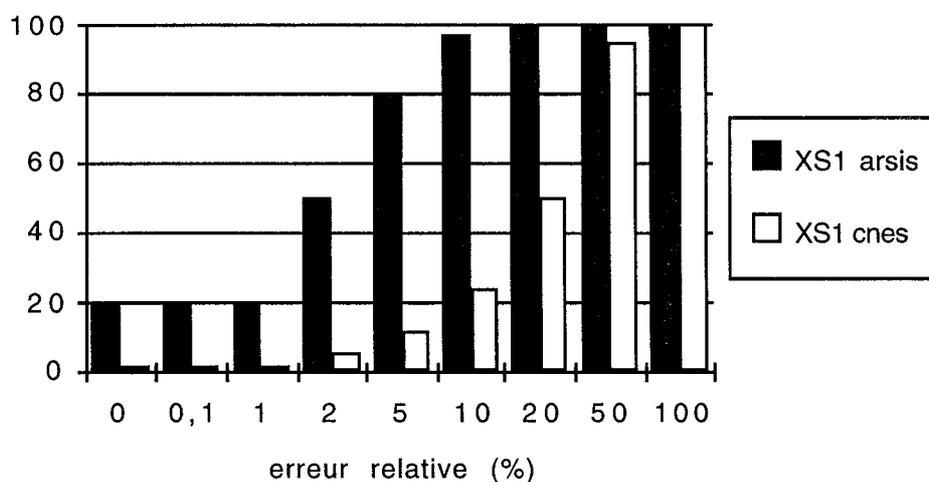
Tableau 5. Luminances moyennes, écarts-type et entropie des images originales (en  $W.m^{-2}.sr^{-1}.\mu m^{-1}$ ) de la région de Toulouse.

	XS1		XS2		XS3	
	CNES	ARSIS	CNES	ARSIS	CNES	ARSIS
Biais (idéal : 0)	8,67	0,00	8,07	0,00	0,00	0,00
relativement à la moyenne de XS	16,4 %	0,0 %	15,9 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %
Variance XS* - variance vraie (valeur idéale : 0)	153	3	126	6	9	4
relativement à la variance vraie	486 %	9 %	165 %	8 %	5,4 %	2,5 %
Entropie XS* - entropie vraie (valeur idéale : 0)	0,994	0,075	0,540	0,059	- 0,034	- 0,014
relativement à l'entropie vraie	31,4 %	2,4 %	15,2 %	1,7 %	- 0,86 %	- 0,36 %
Coefficient de corrélation entre XS et XS* (valeur idéale : 1)	0,41	0,91	0,48	0,92	0,95	0,96
Ecart-type des différences (valeur idéale : 0)	12,44	2,38	12,57	3,49	4,00	3,68
relativement à la moyenne de XS	23,5 %	4,5 %	24,6 %	6,8 %	5,9 %	5,4 %

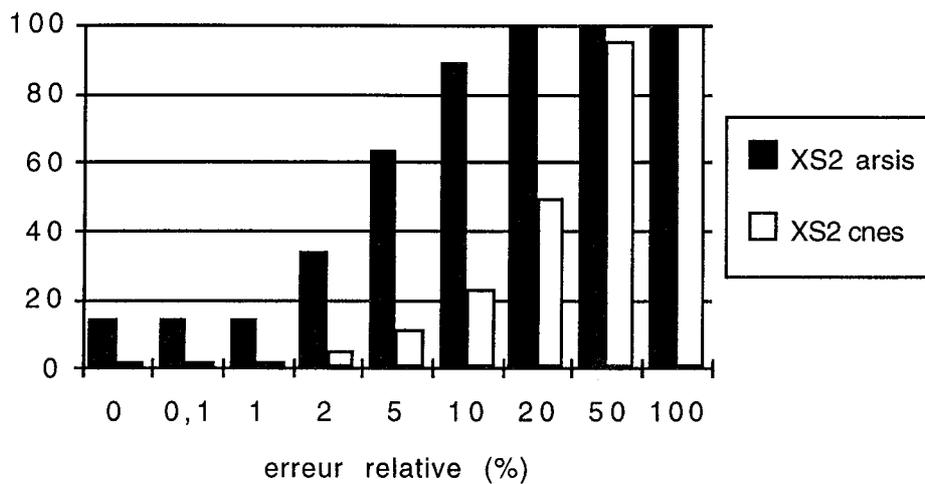
Tableau 6. Statistiques sur les différences entre XS et XS\* (en luminance ou valeur relative) pour les images de la région de Toulouse

Seuils (%)	XS1		XS2		XS3	
	CNES	ARSIS	CNES	ARSIS	CNES	ARSIS
0,001	1,9	18,6	2,1	14	14,1	13,5
0,1	1,9	18,6	2,1	14	14,1	13,5
0,5	1,9	18,6	2,1	14	14,1	13,5
1	1,9	18,7	2,1	14	14,6	14,0
2	5,7	50,4	4,6	33,6	38,3	37,5
5	11,5	80,4	11,0	62,8	69,5	70,3
10	23,7	96,9	22,9	89,2	91,5	92,8
20	49,4	99,8	49,0	98,8	98,9	99,5
50	95,0	100	95,1	99,9	99,9	100
100	99,8	100	99,7	100	100	100

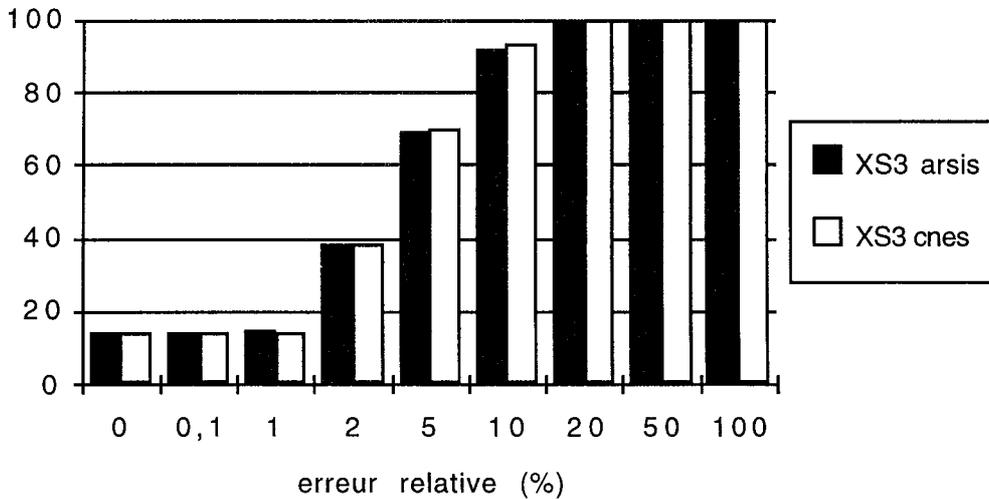
Tableau 7. Probabilité (en pour cent) d'avoir en un pixel une erreur relative (en valeur absolue et en pour cent) inférieure ou égale aux bornes indiquées pour les images de la région de Toulouse. La valeur idéale est 100 pour le seuil de 0,001 %.



Graphique 9. Probabilité (en pour cent) d'avoir en un pixel une erreur relative (en valeur absolue et en pour cent) inférieure ou égale aux bornes indiquées, pour XS1\*cnes et XS1\*arsis (Toulouse).



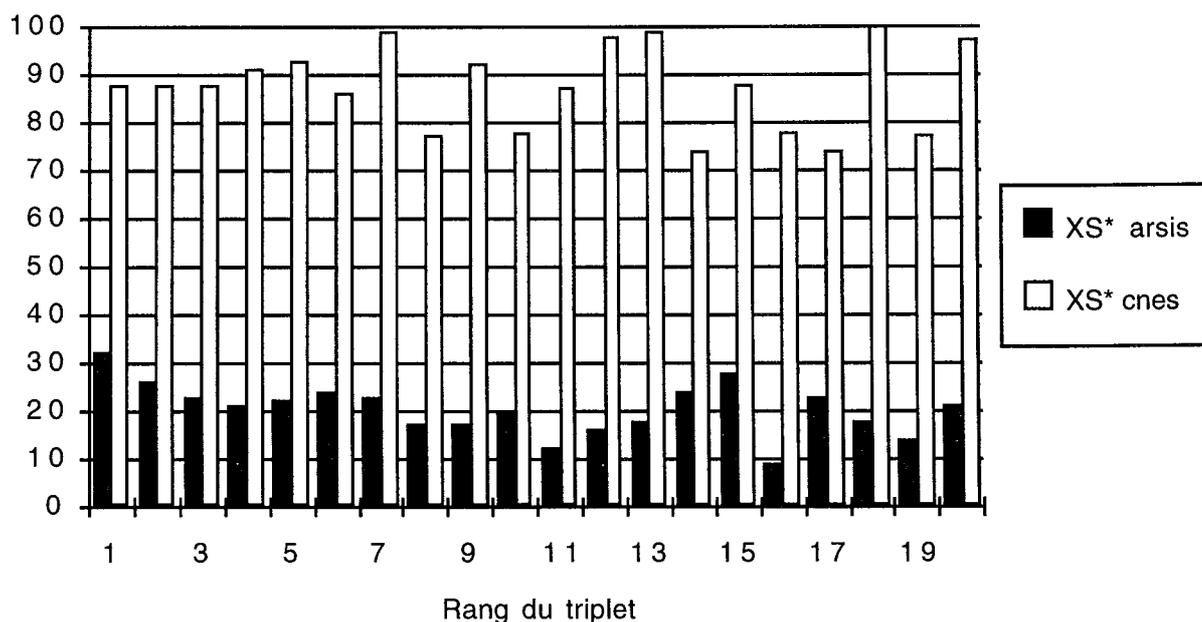
Graphique 10. Probabilité (en pour cent) d'avoir en un pixel une erreur relative (en valeur absolue et en pour cent) inférieure ou égale aux bornes indiquées, pour XS2\*cnes et XS2\*arsis (Toulouse).



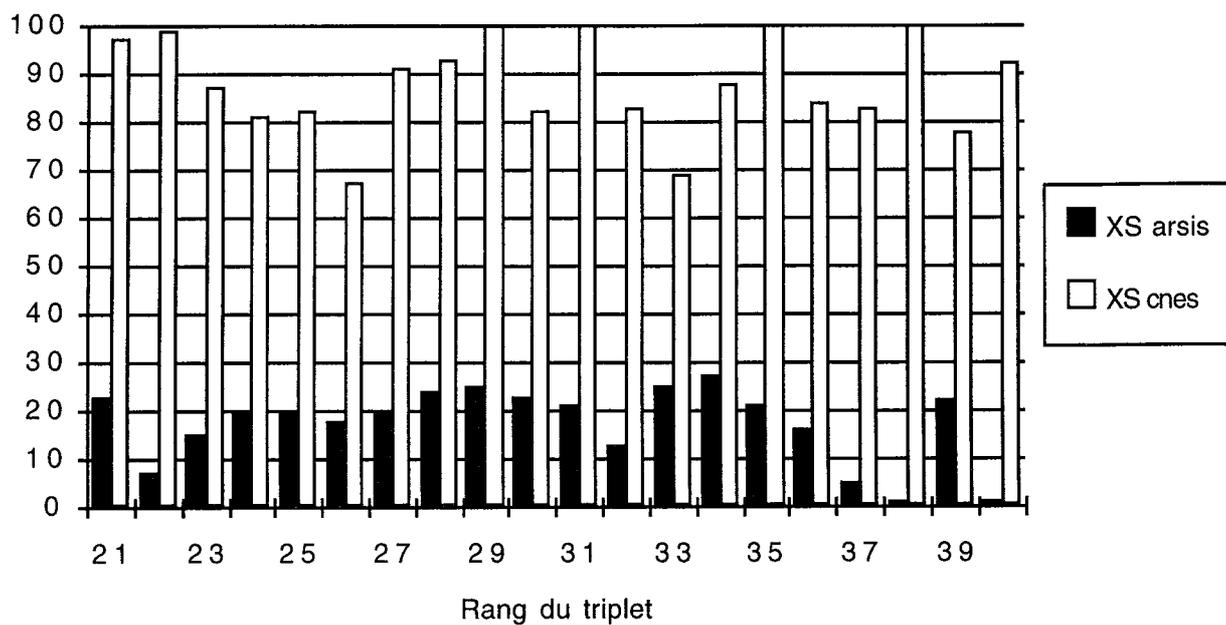
Graphique 11. Probabilité (en pour cent) d'avoir en un pixel une erreur relative (en valeur absolue et en pour cent) inférieure ou égale aux bornes indiquées, pour XS3\*cnes et XS3\*arsis (Toulouse).

Seuils (%)	Méthode CNES	Méthode ARSIS
1	0	6
2	0	7
5	0	10
10	0	24
20	0	60
30	0	97
50	0	100
100	100	100

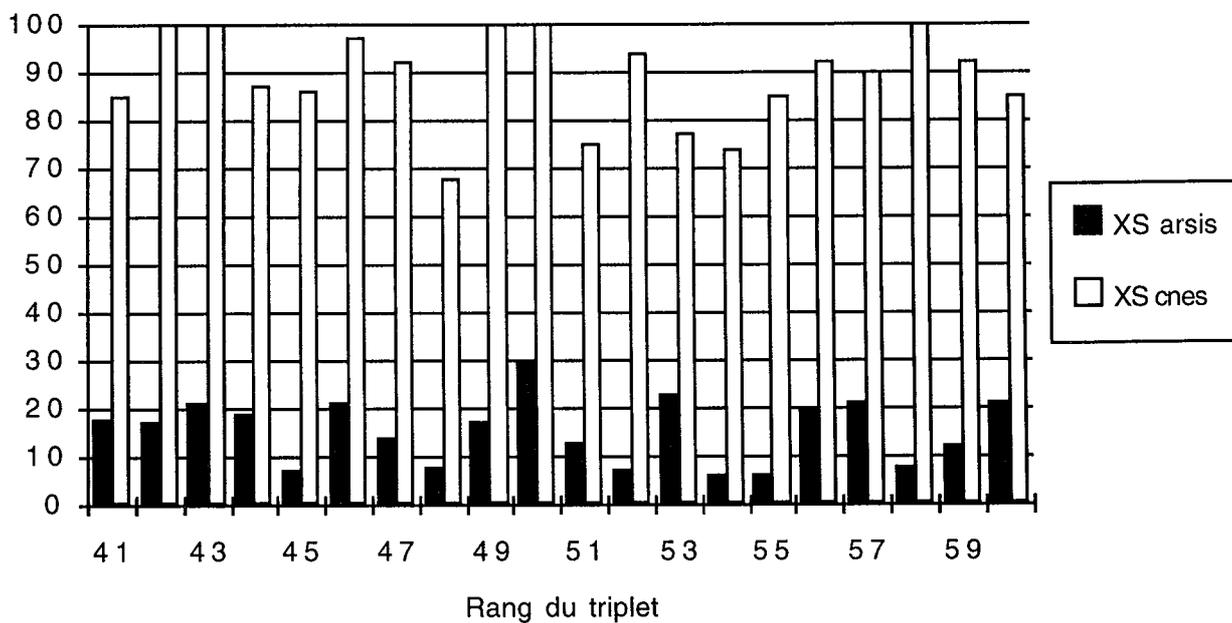
Tableau 8. Nombre de fréquences (en pour cent) dont l'erreur relative est inférieure au seuil indiqué (en pour cent) pour les images de la région de Toulouse. La valeur idéale est 100 pour le seuil de 1 %.



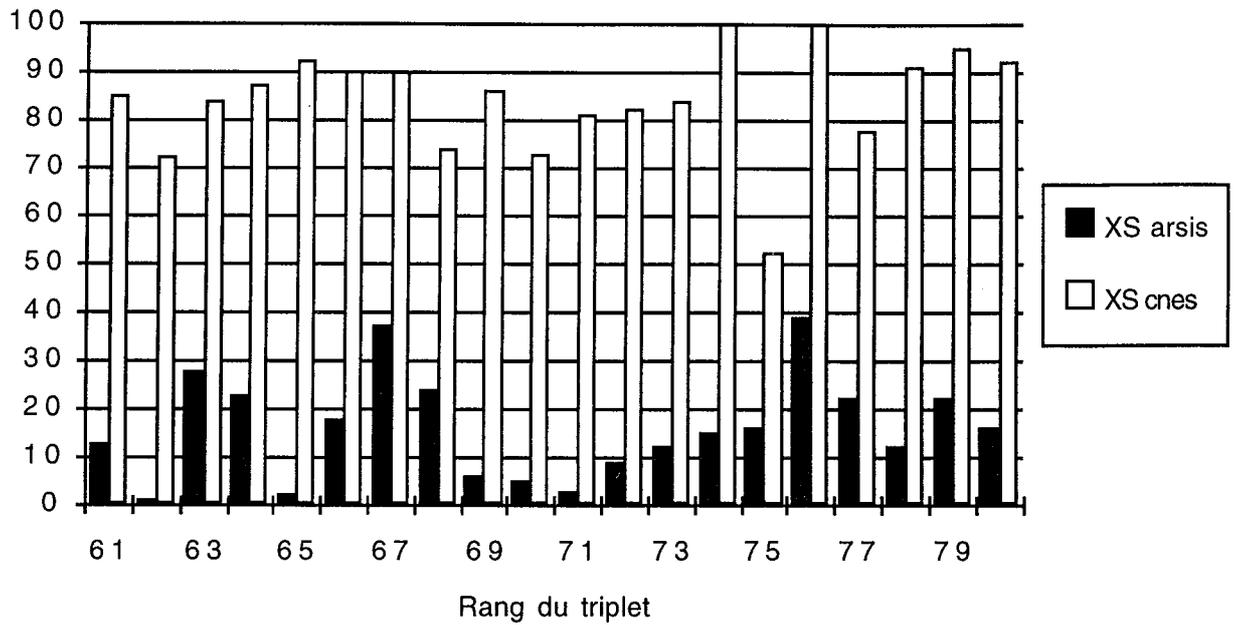
Graphique 12. Erreur relative, en valeur absolue et en pour cent, sur la fréquence d'apparition dans l'image synthétisée XS\*, des triplets XS originaux les plus fréquents (Toulouse). Ici pour les vingt triplets les plus fréquents.



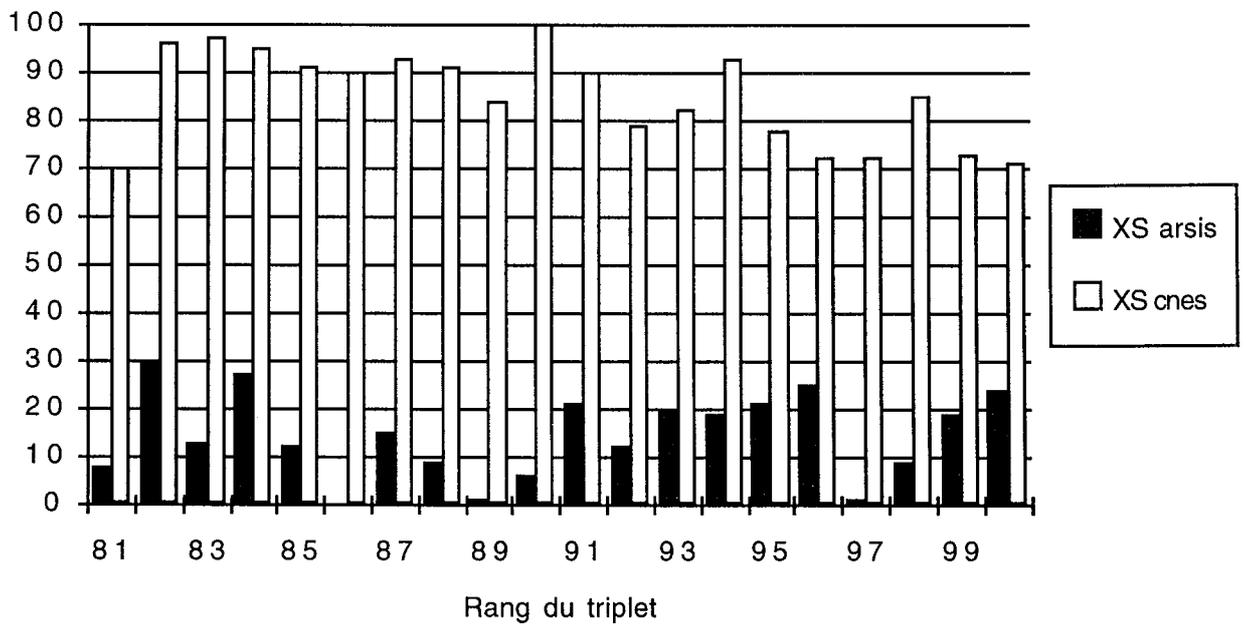
Graphique 13. Idem graphique 12, mais pour les triplets suivants (21 à 40).



Graphique 14. Idem graphique 12, mais pour les triplets suivants (41 à 60).



Graphique 15. Idem graphique 12, mais pour les triplets suivants (61 à 80).



Graphique 16. Idem graphique 12, mais pour les triplets suivants (81 à 100).

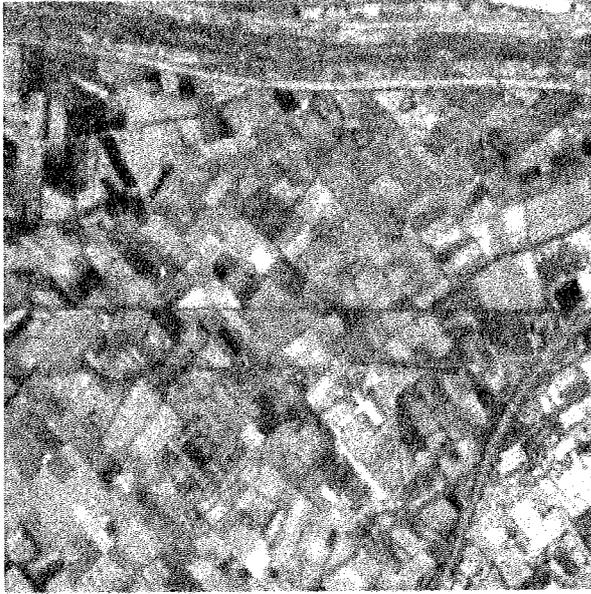


Image P

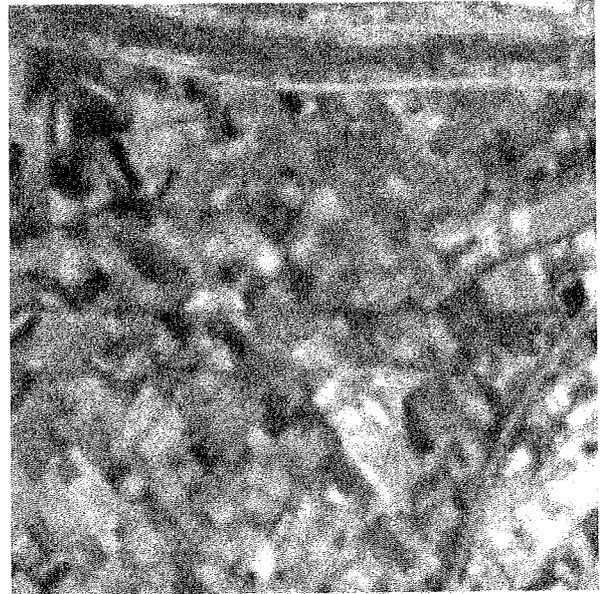


Image XS1

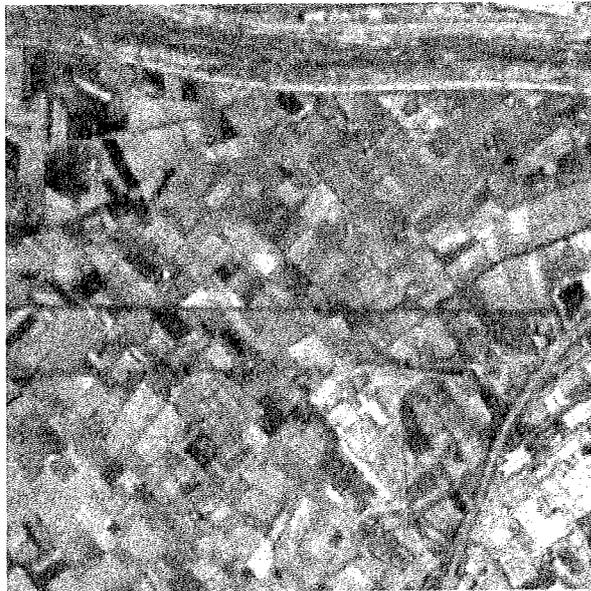


Image XP1

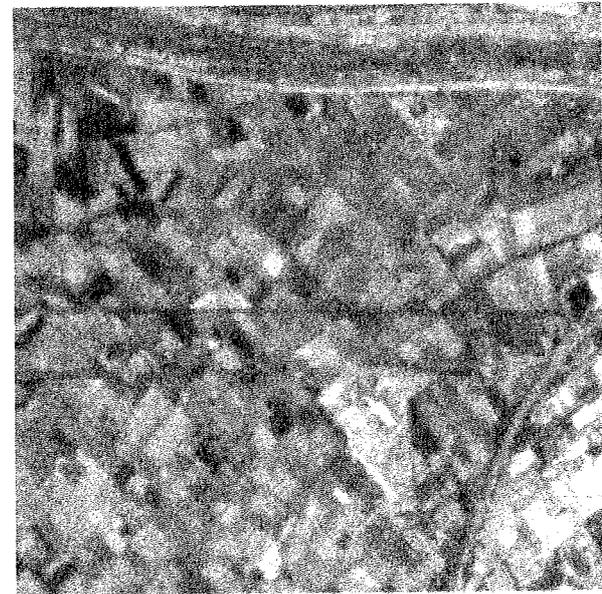


Image XS1-HR

Figure 1 : Image SPOT de Barcelone



### Annexe III

Fusion d'images SPOT multispectrale (XS) et panchromatique  
(P), et d'images radar.

Colloque SPOT-ERS : De l'optique au radar. Les applications de SPOT et  
ERS. Paris. France. 10-13 Mai 1993



# FUSION D'IMAGES SPOT MULTISPECTRALE (XS) ET PANCHROMATIQUE (P), ET D'IMAGES RADAR.

Marc MANGOLINI

Aérospatiale Cannes

Thierry RANCHIN et Lucien WALD

Ecole des Mines de Paris

## ABSTRACT

Fusion of multispectral (XS) and panchromatic (P) SPOT images and radar images.

A way of increasing the spatial resolution of SPOT multispectral images (XS) using the corresponding panchromatic image (P) is presented here, as well as the injection of information derived from ERS-1 into the former images. Existing methods for merging P and XS are analysed, before presenting a new method which aims at simulating 10 m resolution multispectral images that contain the same spectral information as the XS images. The following step consists in injecting detectable objects on the ERS-1 image into the SPOT images. These two fusion steps are both implemented using multiresolution analysis and the wavelet transform. Although the present method might be refined, it already provides very interesting results.

## RESUME

Cette communication porte sur l'amélioration de la résolution géométrique des images SPOT multispectrales (XS), à l'aide de l'image panchromatique associée (P), et sur l'injection dans ces images résultantes d'informations issues de l'imagerie radar (ERS-1). En ce qui concerne la fusion des images P et XS, les méthodes existantes sont analysées, puis une nouvelle méthode est présentée. L'objectif recherché est de simuler des images multispectrales à 10 m, notées XS-HR, dont les propriétés spectrales sont comparables à celles des images XS. L'étape suivante consiste à injecter dans ces images optiques des objets détectables sur l'image ERS-1. Les outils utilisés pour réaliser ces deux types de fusion sont l'analyse multirésolution et la transformation en ondelettes. Des améliorations de la méthode sont en cours, mais les résultats sont d'ores et déjà très encourageants.

## 1 INTRODUCTION

Le satellite SPOT fournit des images panchromatiques (P) de résolution spatiale 10 m et multispectrales (XS) de résolution 20 m. De nombreuses applications nécessitent à la fois la haute résolution spatiale de P et l'information spectrale fournie par XS. On voit donc émerger le besoin de fusionner ces données pour simuler des images multispectrales de haute résolution spatiale. A ces données optiques viennent désormais s'ajouter les images radar fournies par ERS-1, dont le contenu est physiquement très différent et très complémentaire. Notre ambition est d'exploiter la synergie des images SPOT et ERS-1 afin de mieux appréhender notre environnement, en portant un intérêt particulier à la planimétrie et aux paysages urbains. L'imagerie radar apporte une information précieuse sur les objets artificiels rencontrés dans de tels paysages.

Un obstacle majeur à la fusion de toutes ces images est leur non superposabilité géométrique liée d'une part aux conditions particulières de prise de vue, d'autre part aux différences de résolutions spatiales entre les capteurs. Les images P, XS, et ERS-1 sont donc recalées géométriquement dans la géométrie de P. Nous simulerons alors des images multispectrales de haute résolution spatiale notées XS-HR, à partir de P et XS. Dans ces images XS-HR, des informations provenant de ERS-1 seront injectées, qui caractérisent des objets d'échelles spatiales prédéterminées et présentant un fort écho

radar. Des méthodes usuelles d'analyse thématique ou d'extraction d'objets peuvent éventuellement être appliquées à l'ensemble d'images obtenu.

Ne disposant pas d'images P, XS, et ERS-1 sur une même zone, nous avons illustré la démarche précédente en la scindant en deux phases : la synthèse d'images XS-HR a été réalisée sur la ville de Toulouse, et la fusion de P et ERS-1 sur l'aéroport de Marseille-Marignane. La fusion entre XS-HR et ERS-1 est rigoureusement analogue à celle de P et ERS-1.

## 2 FUSION P ET XS

Ce type de fusion a déjà été envisagé et l'on trouve dans la littérature de nombreuses façons d'aborder le problème. Nous regrouperons les solutions proposées en deux catégories : celles qui combinent les radiométries (ou les luminances) des différentes bandes, et celles qui dissocient information spectrale et information spatiale. Nous allons montrer que pour la première catégorie, l'information spectrale des images XS initiales est fortement altérée. Le cas particulier de la méthode P+XS développée par le CNES sera pris comme référence pour la suite, car elle est commercialement utilisée par SPOT Image pour la réalisation de son produit nommé P+XS [1]. Après avoir présenté et critiqué plusieurs méthodes de la seconde catégorie, nous en proposerons une nouvelle désignée sous le nom d'ARSIS pour "accroissement de la résolution spatiale par injection de structures". Cette méthode a été élaborée dans le but de préserver l'information spectrale des images XS. La méthode ARSIS sera comparée à la méthode P+XS à l'aide de critères visuels et numériques.

Quelle que soit la méthode de fusion utilisée, il faut tout d'abord recalibrer géométriquement les images P et XS. Nous avons choisi d'effectuer un recalage par points d'appuis de la manière suivante :

- l'image P est sous-échantillonnée d'un facteur 2 pour la ramener à la même résolution que XS,
- à partir d'un fichier de couples de points homologues relevés manuellement sur les images P sous-échantillonnée et XS, on calcule un modèle de déformation polynômial qui représente le passage d'une géométrie à l'autre,
- le calcul de la radiométrie de chaque pixel des nouvelles images XS dans la géométrie de référence P est effectué par interpolation bicubique.

Les images XS ainsi recalées dans la géométrie de l'image P possèdent toujours une résolution de 20 m. Examinons maintenant les différentes manières de les fusionner à l'image P.

### Méthodes existantes

La première catégorie de méthodes consiste à combiner les radiométries (ou les luminances) des différentes bandes. En voici quelques exemples :

Méthode P+XS CNES : cette méthode suppose que la bande P est spectralement la somme des bandes XS1 et XS2. La figure 1 montre que cette approximation est assez grossière. Les images multispectrales haute résolution notées XP sont synthétisées en répartissant la luminance de P entre les bandes XP1 et XP2, de telle sorte que le rapport des luminances entre les bandes 1 et 2 soit conservé. En notant  $L_k$  la luminance équivalente SPOT dans la bande k, ceci se traduit par :

$$L_{XP1} = 2 L_P \cdot \frac{L_{XS1}}{L_{XS1} + L_{XS2}} \quad L_{XP2} = 2 L_P \cdot \frac{L_{XS2}}{L_{XS1} + L_{XS2}}$$

L'ensemble des structures présentes dans la bande P ou la bande XS2 se retrouvent dans XP1, quelles que soient leurs échelles caractéristiques. On altère donc les structures d'échelles supérieures à 20 m initialement présentes dans XS1, modifiant ainsi le contenu spectral de XP1 par rapport à celui de XS1. Le même inconvénient se produit pour XP2. De plus, cette méthode ne permet pas de créer une image XP3, qui est obtenue par simple duplication des pixels de l'image XS3.

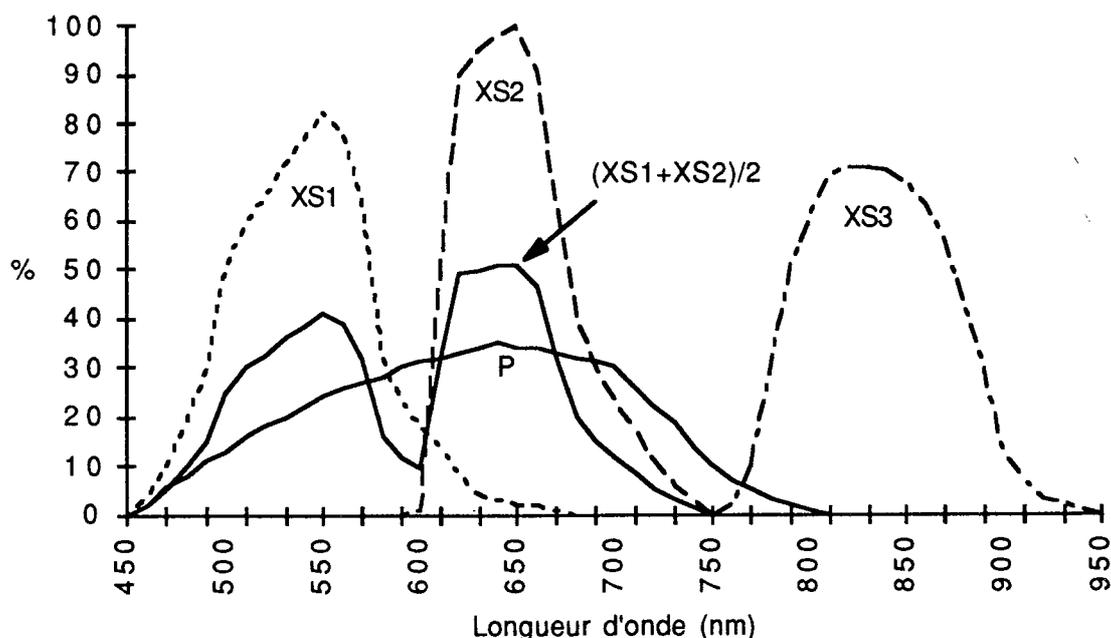


Figure 1 : Bandes spectrales de SPOT

Munehika *et al.* [2] affinent l'hypothèse précédente de recouvrement des bandes spectrales : la bande P peut être considérée comme somme pondérée des bandes XS, les coefficients étant déterminés par régression linéaire à partir de cibles caractéristiques de spectre connu. Cependant, les critiques précédentes concernant l'altération des structures restent valables.

Méthodes de changement de base : dans toutes ces méthodes, on commence par dupliquer les images XS en ligne et en colonne afin d'avoir une correspondance pixel à pixel avec l'image P. On considère alors l'espace vectoriel défini par les trois bandes spectrales XS1, XS2, et XS3. Un changement de repère est effectué de telle sorte que l'un des nouveaux axes représente une information la plus proche possible de celle de la bande P, selon un critère donné. On substitue alors à la projection des images XS sur cet axe l'image P de haute résolution, avant d'appliquer un changement de repère inverse du premier fournissant 3 images spectrales haute résolution. Le repère utilisé peut être défini par analyse en composantes principales (ACP) [3], par la technique IHS (Intensity-Hue-Saturation) [3, 5], ou par d'autres combinaisons des bandes XS [4]. Toutes ces méthodes présentent l'inconvénient majeur de modifier le contenu spectral des bandes XS. En effet, chaque image spectrale haute résolution est obtenue à partir de l'image P et de deux composantes du nouveau repère dont l'information provient des 3 bandes spectrales. Il y a un mélange de toutes les bandes donc altération spectrale des images haute résolution.

Les méthodes de la seconde catégorie dissocient information spectrale et information spatiale. Elles extraient certaines structures géométriques de l'image haute résolution P, pour les injecter successivement dans chaque image spectrale XS. Chaque image spectrale haute résolution résulte donc du mélange de l'image XS correspondante et de l'image P, mais pas des autres bandes spectrales. On peut donc espérer, grâce à ces méthodes, simuler ce que produirait réellement le capteur multispectral s'il possédait une résolution spatiale de 10 m.

Méthode de filtrage passe-haut : l'idée est ici d'extraire l'information spatiale haute résolution de l'image P en lui appliquant un filtre passe-haut qui fournit une image des hautes fréquences spatiales. Cette image est alors ajoutée, pixel à pixel, aux images multispectrales XS [3]. Le principe est assez séduisant, mais les résultats de cette méthode dépendent du filtre, de sa taille, et de sa forme. En outre, à supposer que le filtrage fournisse exclusivement les structures d'échelle 10-20 m, leur injection par addition des images gomme toute relation entre compte numérique et luminance. Il y a donc modification du contenu spectral.

Méthode de Pradines : on raisonne ici indépendamment sur chaque superpixel de taille 20 m des images XS. On cherche à diviser ce superpixel entre quatre pixels XPj de taille 10 m correspondant à quatre pixels Pj de l'image P. En notant X le superpixel de la bande XS considérée, la radiométrie des pixels XPj est donnée par [2] :

$$XP_j = X \cdot \frac{P_j}{P_1+P_2+P_3+P_4} \quad (j=1, \dots, 4)$$

La somme des radiométries des pixels XPj est égale à la radiométrie du superpixel X. Pour que la moyenne radiométrique des pixels XPj soit égale à la radiométrie de X, il suffit de multiplier la valeur de XPj par 4. La méthode a été affinée par Price comme décrit dans [2], mais le concept reste identique. Son inconvénient majeur est la nécessité d'une forte corrélation entre l'image P et chaque image XS. De plus, chaque superpixel étant traité indépendamment de ses voisins, l'image résultante risque d'être très bruitée.

## Méthode ARSIS

Pour passer de l'image multispectrale XS à une image multispectrale haute résolution sans en altérer l'information, il faut lui ajouter uniquement les structures manquantes, dont l'échelle caractéristique est comprise entre 10 et 20 m. Ceci pose un double problème : comment extraire exclusivement ces structures, et comment les injecter dans l'image XS pour que sa radiométrie conserve un sens physique ? La méthode ARSIS propose une solution à ce problème, à l'aide de l'analyse multirésolution, qui est un outil permettant de décrire les approximations successives d'une même image à des résolutions de plus en plus grossières, et de la transformée en ondelettes (T.O.) qui permet de modéliser la différence d'information entre deux approximations successives. Grâce à ces deux outils, on peut réaliser une étude détaillée des échelles spatiales caractéristiques des différents phénomènes présents dans une image [6, 7, 8].

Le concept d'analyse multirésolution peut être illustré par une pyramide. A la base de la pyramide, se trouve l'image initiale, que l'on représente par des approximations à des résolutions de plus en plus grossières au fur et à mesure que l'on gravit cette pyramide. Au sommet, l'approximation n'est plus constituée que d'un seul pixel. La différence d'information entre deux approximations est représentée par les coefficients d'ondelettes spécifiques à ces résolutions. L'image P et chaque image XS peuvent être représentées par deux pyramides dont les bases diffèrent d'un facteur 2, comme le montre la figure 2.

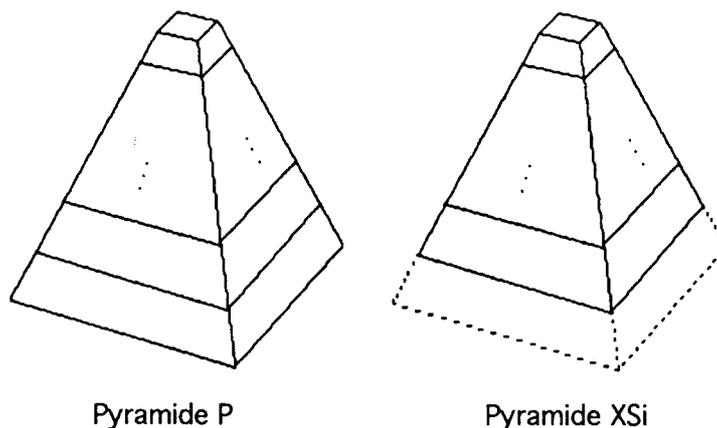


Figure 2 : Pyramides multirésolution

Le but est de prolonger la pyramide XS à l'aide de la pyramide P. On va pour cela utiliser les coefficients d'ondelettes contenant l'information comprise entre les résolutions 10 et 20 m dans l'image P. Ces coefficients étant fortement liés aux caractéristiques dynamiques de l'image dont ils sont issus, il n'est pas satisfaisant de les associer directement à l'image XS. Nous établissons donc un modèle entre les coefficients connus de l'image P et de l'image XS à des échelles supérieures à 20 m (fig. 3). A partir de ce modèle et des coefficients précédents issus de P, on peut synthétiser les coefficients de XS représentant l'information comprise entre les résolutions 10 et 20 m. Il ne reste plus qu'à appliquer une transformée en ondelettes inverse à ces coefficients et à l'image XS considérée pour obtenir une image haute résolution XS-HR. Il est important de noter que par construction, l'approximation à 20 m de l'image XS-HR obtenue est identique à l'image XS de départ.

L'hypothèse faite par la méthode ARSIS est une similitude de la variabilité locale des bandes P et XS, représentée par les coefficients d'ondelettes. La validité physique d'une image XS-HR est donc d'autant plus forte que sa bande spectrale recouvre celle de P. L'image XS3-HR pourra donc présenter certaines structures issues de la bande P et normalement invisibles en proche-infrarouge. Cependant, aucune méthode visant à améliorer la résolution de l'image XS3 à l'aide de l'image P n'échappe à cette limitation. Nous allons maintenant comparer visuellement et numériquement les résultats de la méthode ARSIS à ceux de la méthode P+XS CNES.

## Evaluation de la qualité des images XS-HR

Les images utilisées ici sont celles de la ville de Toulouse auxquelles ont été appliquées les méthodes ARSIS et P+XS CNES. Nous présenterons successivement un exemple visuel puis des critères statistiques d'évaluation de la qualité spectrale des images synthétisées.

Exemple de la Chaussée du Bazacle : cet exemple montre que l'information spectrale des images XP CNES est fortement biaisée, contrairement à celle des images XS-HR. La Chaussée du Bazacle est une chute d'eau réalisée en travers de la Garonne. Les forts courants induisent la formation d'écume sur une vingtaine de mètres en aval. Elle apparaît très brillante sur l'image panchromatique sur laquelle on peut la confondre avec un pont. Par contre, sa réponse est quasi-nulle dans XS1 et XS2. La forte charge turbide de l'eau et de l'écume (image datée de mai) induit une forte réponse dans l'infrarouge nettement visible dans XS3 et dans P, en raison de l'étendue de sa bande spectrale (fig. 1). A ce facteur spectral, s'ajoute l'influence du changement de résolution spatiale. En effet, la largeur de la Chaussée du Bazacle est d'environ 3 pixels en bande P. Sur les images XS de résolution 20 m, la valeur radiométrique de la Chaussée est le résultat de la moyenne de ces pixels 10 m avec les pixels environnants correspondants à la Garonne. Le contraste entre la Chaussée et la Garonne est donc plus faible en XS qu'en bande P.

Les images XP1 et XP2 obtenues par la méthode P+XS font apparaître à tort la Chaussée du Bazacle, contrairement aux images XS1-HR et XS2-HR qui l'accentuent à peine. La planche 1 présente les images P, XS1, XP1 et XS1-HR sur lesquelles a été entourée la Chaussée du Bazacle. Cet exemple a par ailleurs l'intérêt de montrer la nécessité de l'utilisation des bandes multispectrales afin de pouvoir discriminer la Chaussée du Bazacle des ponts. On peut apprécier la richesse des structures de l'image XS1-HR relativement à l'image XS1.

Critères statistiques de qualité : la définition de critères de qualité des images XS-HR et XP est ardue en raison de l'absence de vérité terrain à 10 m. On peut cependant évaluer chacune des méthodes en travaillant à une résolution deux fois moindre. Nous avons donc construit des pseudo-images XS\* de résolution 20 m à partir de l'image P dégradée à 20 m et des images XS dégradées à 40 m, en utilisant successivement les deux méthodes. Il est alors possible de comparer les images construites XS\* aux images réelles XS. L'image XS3\* réalisée par la méthode P+XS résulte d'une simple duplication des pixels de l'image XS3 dégradée à 40 m. Le tableau 1 rassemble quelques résultats statistiques.

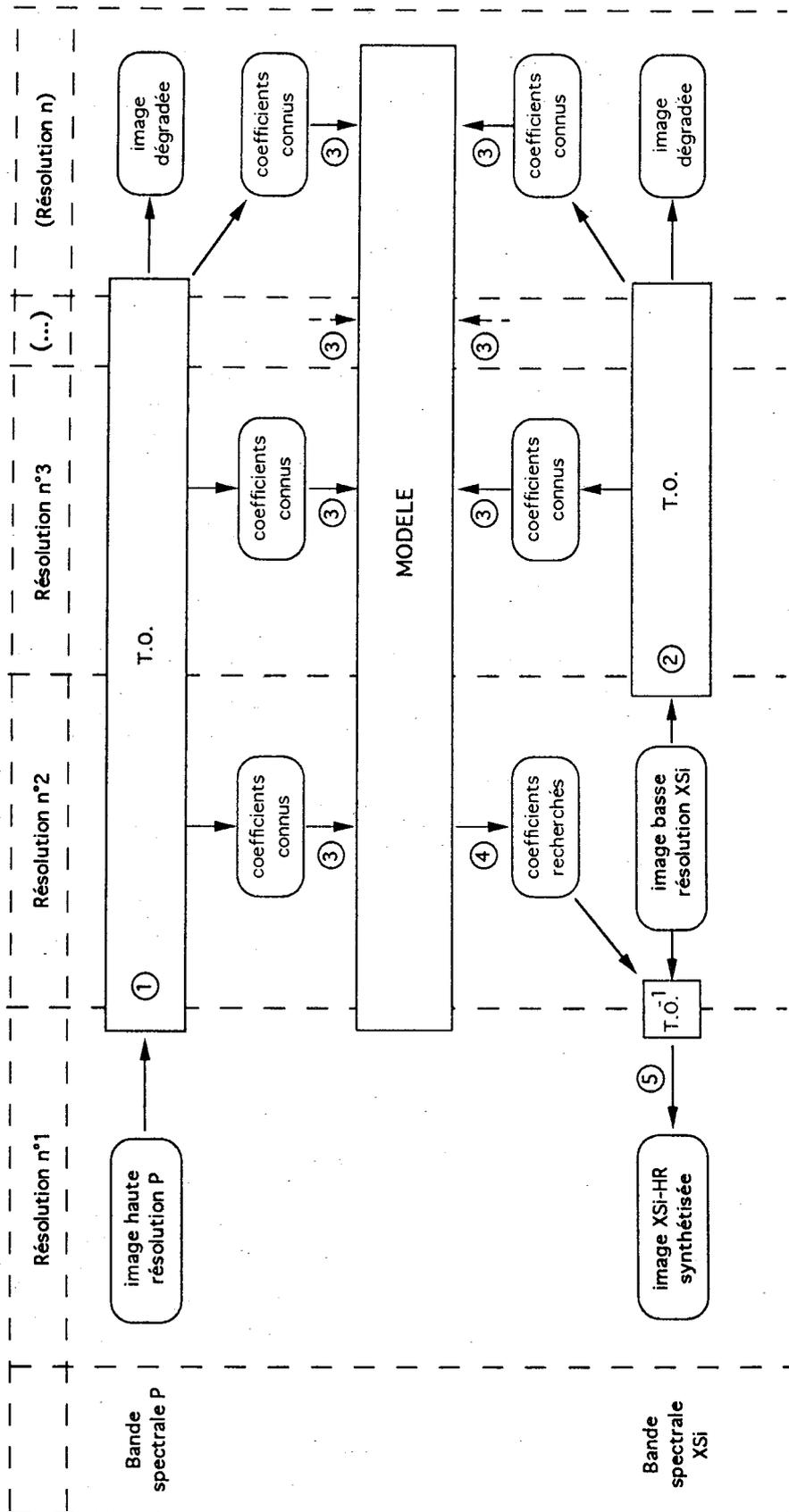


Figure 3 : Principe de la méthode ARSIS

	XS1		XS2		XS3	
	P+XS	ARSIS	P+XS	ARSIS	P+XS	ARSIS
Biais (idéal : 0) relativement à la moyenne de XS	8,67 16,4 %	0,00 0,0 %	8,07 15,9 %	0,00 0,0 %	0,00 0,0 %	0,00 0,0 %
Variance XS* - variance vraie (valeur idéale : 0) relativement à la variance vraie	153 486 %	3 9 %	126 165 %	6 8 %	9 5,4 %	4 2,5 %
Entropie XS* - entropie vraie (valeur idéale : 0) relativement à l'entropie vraie	0,994 31,4 %	0,075 2,4 %	0,540 15,2 %	0,059 1,7 %	- 0,034 - 0,86 %	- 0,014 - 0,36 %
Coefficient de corrélation entre XS et XS* (valeur idéale : 1)	0,41	0,91	0,48	0,92	0,95	0,96
Ecart-type des différences (valeur idéale : 0) relativement à la moyenne de XS	12,44 23,5 %	2,38 4,5 %	12,57 24,6 %	3,49 6,8 %	4,00 5,9 %	3,68 5,4 %

Tableau 1 : Statistiques sur les différences entre XS et XS\* (en luminance ou valeur relative) pour les images de Toulouse

Le biais indique une erreur systématique, alors que la différence des variances ou des entropies traduit une modification du contenu informationnel. Le coefficient de corrélation indique la similitude globale des images XS\* et XS. Enfin, l'écart-type de l'image différence (XS\*-XS) permet d'évaluer la précision de l'estimation. Quelque soit le critère considéré, la méthode ARSIS fournit de meilleurs résultats que la méthode P+XS. La méthode P+XS accroît très fortement la quantité d'information pour les deux premières bandes, contrairement à ARSIS qui n'injecte que les petites structures. On peut remarquer la diminution d'entropie pour la bande 3. Pour la méthode P+XS, l'image XS3\* contient la même information que l'image XS3 dégradée à 40 m, qui est inférieure à celle de XS3. En revanche, dans le cas d'ARSIS, cette diminution d'entropie est due à des anticorrélations locales relevées entre les images P et XS3.

Le tableau 2 donne la probabilité d'avoir, en un pixel, une erreur relative en valeur absolue inférieure à un seuil donné.

Seuils (%)	XS1		XS2		XS3	
	P+XS	ARSIS	P+XS	ARSIS	P+XS	ARSIS
0,001	1,9	18,6	2,1	14	14,1	13,5
0,1	1,9	18,6	2,1	14	14,1	13,5
1	1,9	18,7	2,1	14	14,6	14,0
2	5,7	50,4	4,6	33,6	38,3	37,5
5	11,5	80,4	11,0	62,8	69,5	70,3
10	23,7	96,9	22,9	89,2	91,5	92,8
20	49,4	99,8	49,0	98,8	98,9	99,5
50	95,0	100	95,1	99,9	99,9	100
100	99,8	100	99,7	100	100	100

Tableau 2 : Probabilité (en pour cent) d'avoir en un pixel une erreur relative (en valeur absolue et en pour cent) inférieure ou égale aux bornes indiquées, pour les images de Toulouse. La valeur idéale est 100 pour le seuil de 0,001 %.

On voit qu'avec la méthode ARSIS, la quasi totalité des pixels de l'image présentent une erreur relative inférieure à 20 %. On notera aussi que par cette méthode, le pourcentage de pixels présentant une erreur nulle (inférieure à 0,001%) est assez élevé (environ 15 %).

La méthode ARSIS permet donc de réaliser des images multispectrales haute résolution XS-HR de bonne qualité. L'utilisation de ces images pour des applications de classification apportera un résultat plus précis qu'avec les images XS. La fusion de P et XS étant résolue, examinons maintenant le mélange de P et ERS-1.

### 3 FUSION P ET ERS-1

Le recalage géométrique des images P et ERS-1 est une opération complexe qui nécessite l'utilisation d'un modèle numérique de terrain. L'opération se simplifie en absence de relief, comme par exemple sur l'aéroport de Marseille-Marignane, pour lequel nous avons utilisé une méthode de recalage par points d'appuis analogue à celle décrite précédemment. L'image P, de niveau 1A, date d'octobre 1992. L'image ERS-1 est de niveau PRI (precision image), dont la taille du pixel est 12,5 m ; la date d'acquisition est mai 1992. Cette image une fois recalée sur l'image P aura une taille de pixel de 10 m. Ces deux images sont présentées en haut de la planche 2.

Dans notre application, l'intérêt est porté aux objets artificiels d'au plus quelques dizaines de mètres, comme par exemple les bâtiments ou certains réflecteurs métalliques dans la zone de l'aéroport. Une transformée en ondelettes appliquée à l'image ERS-1 permet de sélectionner les éléments de cette taille, modélisés par les coefficients d'ondelettes. Nous souhaitons garder uniquement les éléments présentant un fort contraste par rapport à leur environnement. Un seuillage des coefficients d'ondelettes, défini à l'aide de leur densité de probabilité, permet d'effectuer cette sélection. Cette opération a également pour conséquence de réduire le speckle. Parallèlement, nous disposons des coefficients d'ondelettes de l'image P obtenus par la même transformée, et de l'image P dégradée à 20 m. On obtient de nouveaux coefficients d'ondelettes par combinaison linéaire des coefficients de P et des coefficients seuillés de ERS-1. La fusion est parachevée par la transformée en ondelettes inverse appliquée à ces nouveaux coefficients et à l'image P dégradée. Au bas de la planche 2 figurent l'image P d'une partie de l'aéroport, et l'image correspondante résultant de la fusion. Sur cette dernière, apparaissent des points sombres ou brillants représentant des points de fort contraste dans l'image radar. La radiométrie de ces points dans l'image "fusion" ne représente plus une information de luminance, mais traduit une transition observée dans l'image ERS-1. L'algorithme actuel ne permet pas de relier l'intensité du pixel (sombre ou brillant) au sens de la transition dans l'imagerie radar. On relève de tel points sur les pistes et autres voies, ainsi qu'une meilleure représentation des bâtiments.

### 4 CONCLUSION

Nous venons de présenter une démarche de fusion exploitant la synergie des images radar ERS-1 et SPOT multispectrales et panchromatique, notamment pour la cartographie des objets artificiels. Ce but a été atteint grâce à l'analyse multirésolution et à la transformée en ondelettes, outils offrant un cadre théorique complet permettant des développements ultérieurs. Une amélioration de la méthode pourrait viser à une meilleure lecture de l'image résultante, notamment en affinant l'adéquation entre l'information injectée et l'environnement hôte. La démarche peut être étendue à d'autres applications, en modifiant par exemple les critères de sélection des objets dans l'image ERS-1, ou la technique d'injection de l'information radar dans l'image multispectrale ou panchromatique.

### 5 REFERENCES

- [1] ANONYMOUS  
*Guide des utilisateurs de données SPOT, 3 tomes*  
Editeurs CNES et SPOT Image, Toulouse France, 1986.
- [2] C.K. MUNECHIKA, J.S. WARNICK, C. SALVAGGIO, J.R. SCHOTT  
Resolution enhancement of multispectral image data to improve classification accuracy  
*Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 59, 1, 67-72, 1993.
- [3] P. S. CHAVEZ Jr., S. C. SIDES, J. A. ANDERSON  
Comparison of three different methods to merge multiresolution and multispectral data : Landsat TM and SPOT Panchromatic  
*Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 57, 3, 265-303, 1991.

- [4] A.H.J.M. PELLEMANS, R.W.L. JORDANS, R. ALLEWIJN  
Merging multispectral and panchromatic SPOT images with respect to the radiometric properties of the sensor  
*Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, **59**, 1, 81-87, 1993.
- [5] W. J. CARPER, T.M. LILLESAND, R.W. KIEFER  
The use of Intensity-Hue-Saturation transformations for merging SPOT Panchromatic and multispectral image data  
*Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, **56**, 4, 459-467, 1990.
- [6] Y. MEYER, S. JAFFARD, O. RIOUL  
L'analyse par ondelettes  
*Pour la science*, 1987.
- [7] S.G. MALLAT  
A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation  
*IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **11**, 7, 674-693, 1989.
- [8] T. RANCHIN, L. WALD  
The wavelet transform for the analysis of remotely sensed images  
*International Journal of Remote Sensing*, **14**, 3, 615-619, 1992.



Image P

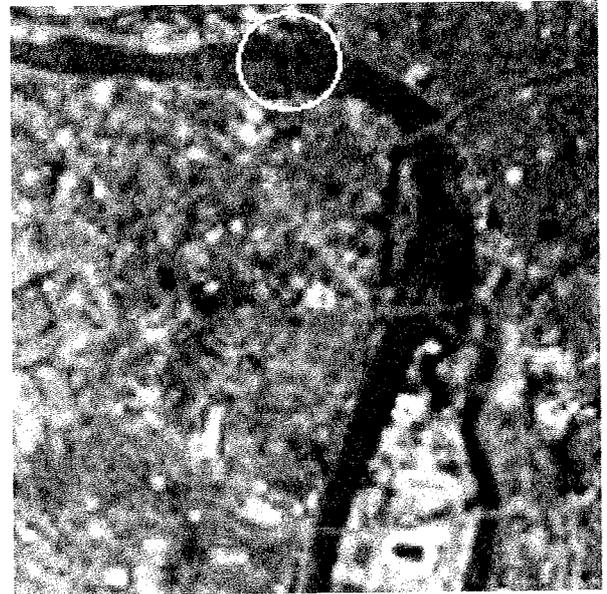


Image XS1

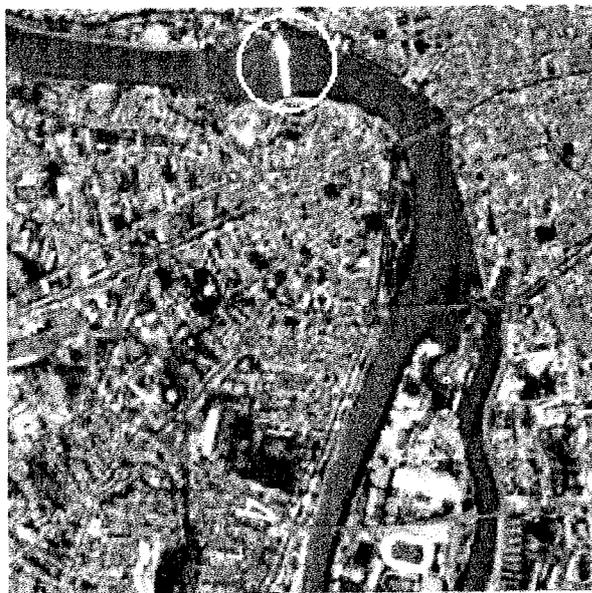


Image XP1

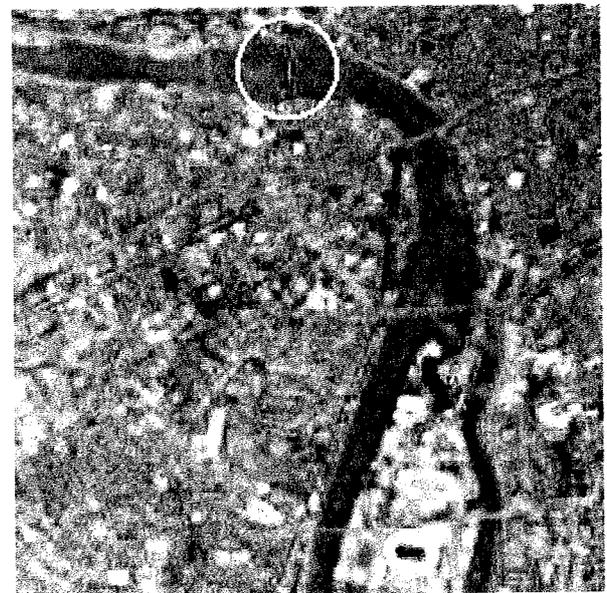


Image XS1-HR

Planche 1 : Images de la ville de Toulouse

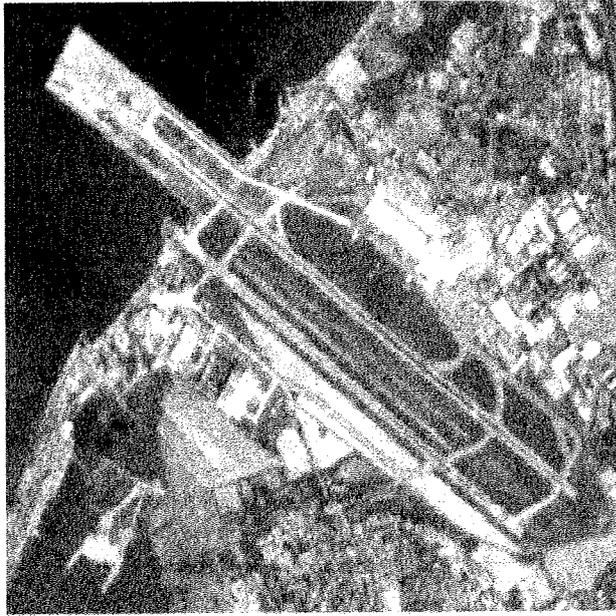


Image P

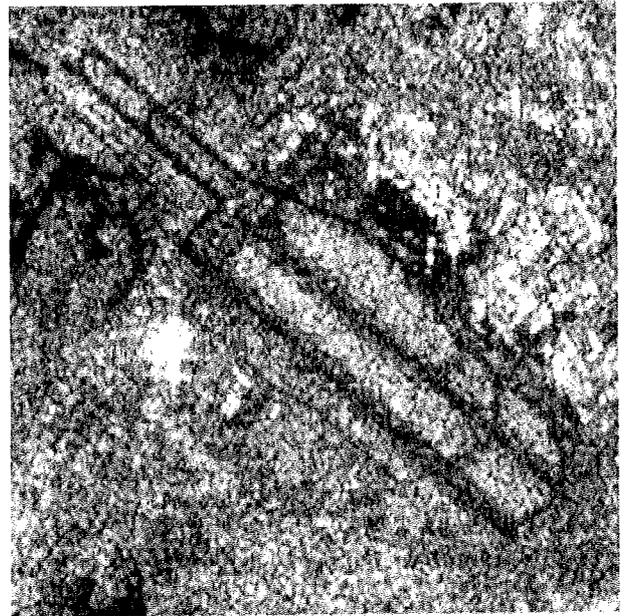
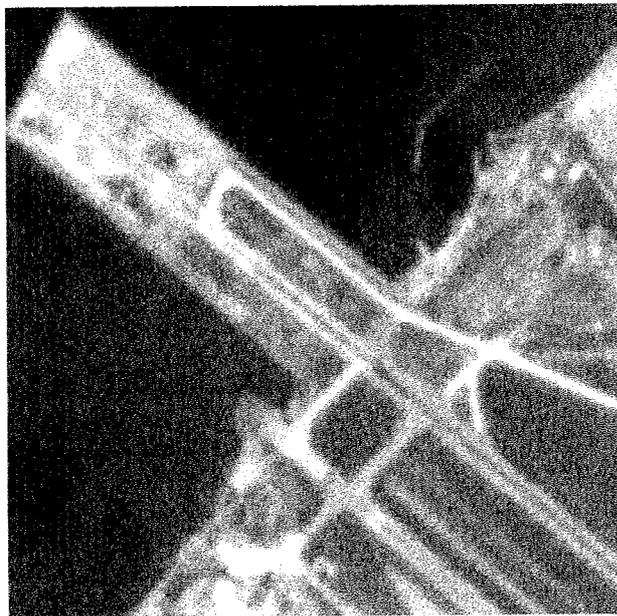
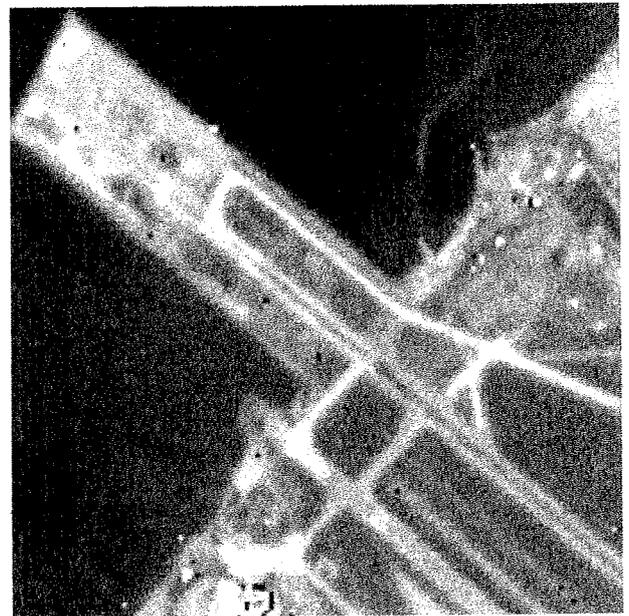


Image ERS-1



Vignette P



Vignette fusion

Planche 2 : Images de l'aéroport de Marseille-Marianne



## Résumé :

Après une présentation de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution ainsi que de leur mise en œuvre, nous présentons, dans ce mémoire, les apports de ces deux outils à deux problèmes de télédétection : la fusion de données issues de capteurs de résolutions spatiales et spectrales différentes et le traitement du speckle dans l'imagerie radar.

Dans le cadre de la fusion de données, nous avons développé une méthode, basée sur ces deux outils et permettant d'obtenir des images ayant la meilleure des résolutions spatiales présentes dans le groupe d'images à fusionner tout en préservant la qualité de l'information spectrale pour les phénomènes qu'ils représentent.

L'utilisation de ces deux outils pour le traitement du speckle dans l'imagerie radar a permis l'amélioration des performances d'un filtre du point de vue de la qualité radiométrique. La démarche employée n'est pas limitée à un seul filtre et permettra d'obtenir une réduction importante du speckle dans les zones homogènes tout en préservant l'information géométrique présente dans l'image.

Les apports de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution et les perspectives de l'utilisation de ces outils dans le cadre de la télédétection sont discutés.

