

# THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PARIS 6

Spécialité :

PHYSIQUE DES LIQUIDES

présentée

par M. Philippe BRUNET

pour obtenir le grade de DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PARIS 6

Sujet de la thèse :

---

## *Structure et dynamique non-linéaire de liquides tombants.*

---

Thèse soutenue le 05 décembre 2002

devant un jury composé de :

Mme. Françoise BROCHARD

M. Hugues CHATÉ                      Rapporteur

M. Patrice LE GAL                      Rapporteur

M. Laurent LIMAT                      Directeur de Thèse

M. Chaouqi MISBAH

M. Martin VAN HECKE

M. Christophe CLANET                      Membre invité

M. Jean-Marc FLESSELLES                      Membre invité

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>8</b>
<b>I Réseau de colonnes sous la coupelle circulaire: régimes laminaires.</b>	<b>20</b>
<b>1 Vue d'ensemble</b>	<b>23</b>
1.1 Dispositif expérimental . . . . .	23
1.1.1 Montage . . . . .	23
1.1.2 Fluides utilisés . . . . .	25
1.1.3 Visualisation et mesures . . . . .	25
1.2 Observations qualitatives . . . . .	27
1.2.1 Paramètre de contrôle et condition initiales . . . . .	27
1.2.2 Régimes d'écoulements . . . . .	28
<b>2 Quelle description pour le système</b>	<b>30</b>
2.1 Une brève vue qualitative sur la dynamique du motif de colonnes . . . . .	30
2.2 Mesures d'épaisseur entre deux colonnes . . . . .	33
2.3 Profils d'arches . . . . .	34
2.4 Les nombres sans dimension du problème . . . . .	35
2.5 Description phénoménologique de la dynamique . . . . .	36
<b>3 Régimes dynamiques laminaires: étude expérimentale</b>	<b>39</b>
3.1 Etat statique - Etat de référence . . . . .	39
3.2 Mode neutre de phase: Dérive lente . . . . .	41
3.2.1 Observations et mesures . . . . .	41
3.2.2 Quelques réflexions et conjectures sur la dérive lente . . . . .	43
3.3 Mode à période spatiale double: oscillations . . . . .	45
3.3.1 Propriétés générales . . . . .	45
3.3.2 Résultats . . . . .	47
3.3.3 Mesures sur un système de deux colonnes oscillantes . . . . .	49
3.3.4 Inhomogénéités d'amplitude - Sauts de phase . . . . .	50
3.4 Mode à parité brisée: Dérive rapide . . . . .	51
3.4.1 Phénoménologie générale . . . . .	52
3.4.2 Mesures pour des domaines localisés . . . . .	53
3.4.3 Mesures pour des domaines étendus à toute la coupelle . . . . .	57
3.4.4 Tentative d' "unification" avec la dérive lente . . . . .	61
3.4.5 Mesures sur la coupelle IV (à surplomb abrupt) . . . . .	62

3.5	Etat oscillo-dérivant . . . . .	62
<b>4</b>	<b>Stabilité des régimes dynamiques laminaires</b>	<b>67</b>
4.1	Scénarios de rupture des régimes laminaires . . . . .	67
4.1.1	Rupture des états de colonnes statiques . . . . .	67
4.1.2	Rupture des états oscillants . . . . .	68
4.1.3	Rupture des états dérivants . . . . .	68
4.2	Collisions de domaines dérivants . . . . .	70
4.3	Diagrammes de stabilité - Influence de la viscosité . . . . .	75
<b>5</b>	<b>Modèles</b>	<b>80</b>
5.1	Mode à parité brisée: comparaison avec le modèle "C3G91" . . . . .	80
5.2	Relation entre oscillations et dérive . . . . .	91
5.3	Modèle " $k - 2k$ " . . . . .	102
5.4	Equation de Kuramoto-Sivashinsky amortie . . . . .	105
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>109</b>
<b>II</b>	<b>Reseau de colonnes sous la coupelle circulaire: régimes turbulents.</b>	<b>111</b>
<b>1</b>	<b>Contexte historique</b>	<b>112</b>
1.1	Une brève introduction au chaos spatio-temporel . . . . .	113
1.1.1	Le modèle probabiliste de percolation dirigée . . . . .	113
1.1.2	Les chaînes d'applications couplées itérées . . . . .	114
1.1.3	L'équation de Kuramoto-Sivashinsky . . . . .	118
1.1.4	L'équation de Ginzburg-Landau complexe . . . . .	120
1.2	Quelques études expérimentales "historiques" . . . . .	120
1.3	Quantification de la turbulence . . . . .	122
<b>2</b>	<b>Etude expérimentale des transitoires chaotiques</b>	<b>125</b>
2.1	Durée d'un transitoire . . . . .	126
2.2	Forme de l'état laminaire final . . . . .	132
2.3	Comptage de défauts . . . . .	140
2.4	Influence de la taille de la coupelle . . . . .	145
<b>3</b>	<b>Etude du chaos en régime permanent</b>	<b>148</b>
3.1	Vue d'ensemble . . . . .	148
3.2	Comptage de défauts . . . . .	152
	Comparaisons avec d'autres expériences et les systèmes numériques modèles . . . . .	157
	Sur la nature de la transition chaos transitoire/chaos permanent . . . . .	158
	Sur l'aspect contaminant du désordre . . . . .	160
	<b>Une construction possible d'attracteurs?</b>	<b>164</b>
	<b>Conclusion</b>	<b>168</b>

<b>III</b>	<b>Nappes liquides tombantes</b>	<b>170</b>
<b>1</b>	<b>Nappes liquides : rappels historiques et enjeux</b>	<b>171</b>
<b>2</b>	<b>Rideau liquide tombant sous un cylindre</b>	<b>176</b>
2.1	Phénoménologie générale . . . . .	177
2.1.1	Montage expérimental . . . . .	177
2.1.2	Scénarios de création et de destruction d'un rideau liquide . . . . .	179
2.2	Structure de l'écoulement - Notions sur la stabilité . . . . .	182
2.2.1	Champ de vitesse . . . . .	182
2.2.2	Stabilité du rideau - Problèmes en suspend . . . . .	183
2.3	Perturbations par un obstacle mouillant - Sillages . . . . .	185
2.3.1	Description générale . . . . .	185
2.3.2	La visualisation des sillages comme outils de mesures . . . . .	189
2.3.3	Disparition du sillage . . . . .	190
2.3.4	Equation du sillage . . . . .	190
2.3.5	Lien entre présence du sillage et stabilité du rideau . . . . .	192
2.3.6	Conclusion . . . . .	193
2.4	Perturbations par un obstacle non mouillant - Trous . . . . .	193
2.4.1	Comparaison entre trou et sillage sinueux . . . . .	194
2.4.2	Forme du trou pour $We > 1/2$ . . . . .	196
2.4.3	Oscillations de trous à la limite de stabilité . . . . .	197
2.4.4	Equations constitutives - Discussion . . . . .	197
2.5	Perturbations spontanées en configuration de ruissellement - Ondes en damier . . . . .	200
2.5.1	Description du motif en damier . . . . .	201
2.5.2	Conditions d'obtention . . . . .	201
2.5.3	Nature des ondes en damier . . . . .	202
2.5.4	Influence du damier sur le débit de rupture . . . . .	203
2.5.5	Etude quantitative . . . . .	203
2.5.6	Interprétations - Discussion . . . . .	205
2.6	Conclusions sur l'étude du rideau liquide tombant . . . . .	207
<b>3</b>	<b>Cloches liquides</b>	<b>209</b>
3.1	Introduction . . . . .	211
3.2	The shape of a liquid bell . . . . .	213
3.2.1	Experimental setup . . . . .	213
3.2.2	Preliminary observations . . . . .	213
3.2.3	Theoretical predictions . . . . .	215
3.3	Results and comments . . . . .	217
3.4	Experiments without adhesive tape: teapot effect and oscillations . . . . .	220
3.5	Conclusion . . . . .	222
<b>IV</b>	<b>Experiences annexes</b>	<b>223</b>
<b>1</b>	<b>Le réseau de colonnes liquides à deux dimensions</b>	<b>224</b>
1.1	Quelques systèmes cellulaires à deux dimensions d'espace . . . . .	225
1.2	Description de l'expérience . . . . .	226



1.3	Problèmes expérimentaux - Observations qualitatives . . . . .	226
1.4	Résultats quantitatifs . . . . .	233
1.5	Conclusion . . . . .	235
<b>2</b>	<b>Le ruissellement d'un jet unique: cassure en gouttes</b>	<b>236</b>
2.1	Mécanisme de l'instabilité de Rayleigh-Plateau . . . . .	236
2.2	Protocole expérimental et résultats . . . . .	237
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>241</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>243</b>

# REMERCIEMENTS

L'ensemble des travaux présentés dans cette thèse a été effectué au laboratoire de Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes de l'ESPCI. A mon arrivée, le laboratoire était dirigé par Hans Hermann, et à mon départ, c'est José Eduardo Weisfreid qui a repris le flambeau. Qu'ils soient ici tous deux remerciés pour m'avoir accueilli au laboratoire.

J'ai effectué ce travail dans le groupe *écoulements capillaires* dirigé par Laurent Limat qui a par ailleurs été mon directeur de thèse. Tout au long de ces années passées à travailler avec Laurent, j'ai pu bénéficier de sa grande compétence en hydrodynamique, en matière condensée et en physique non-linéaire. Ceci dit, si on est légitimement en droit d'attendre de son directeur des compétences certaines, je dois dire que Laurent m'a apporté bien plus encore: par l'originalité et la beauté des sujets qu'il propose à ses étudiants, il a su réellement stimuler le grand intérêt que j'ai eu pour mes travaux de recherche. Les expériences qu'il a conçu sont des modèles de simplicité et d'ingéniosité, qui par ailleurs illustrent parfaitement ce qu'on appelle la "belle physique". J'ai aussi bénéficié de ses qualités humaines, de son caractère enthousiaste (communicatif) et très chaleureux. Enfin, il m'a laissé une grande marge d'indépendance, tout en m'encourageant sans cesse et me signalant tout de même des erreurs trop grossières qui m'auraient fait "aller dans le mur". Pour m'avoir tout d'abord accueilli dans son groupe, puis pour m'avoir fait partager sa vision de la physique, je le remercie chaleureusement.

Durant ma première année de thèse, le groupe *écoulements capillaires* incluait encore Jean-Marc Flesselles, aujourd'hui exilé volontaire à Saint-Gobain Recherche. C'est sous son impulsion que l'étude du chaos spatio-temporel dans la fontaine circulaire a été motivée. Outre sa culture dans le domaine du chaos, j'ai grandement bénéficié de ses conseils sur les améliorations expérimentales et sur le traitement d'image. Je le remercie pour cela, ainsi que pour m'avoir fait bénéficier de ses exigences de rigueur en matière de communication scientifique écrite et orale (et il me reste malgré tout du chemin à faire dans ce sens . . .). De l'autre bout de Paris, là bas dans le nord, je sais qu'il suit néanmoins avec intérêt les activités du groupe: espérons que cela puisse le convaincre de revenir . . .

Il y a un peu plus d'un an, le groupe s'est néanmoins enrichi d'un nouveau membre permanent en la personne de Adrian Daerr. Je tiens ici à le remercier pour ses judicieux conseils scientifiques et informatiques.

L'étude expérimentale des rideaux liquides tombants a bénéficié du travail effectué par Nolwenn Legrand au cours de son stage de magistère. Sa capacité de travail, son autonomie ainsi que la clarté de ses compte-rendus expérimentaux ont été de précieux atouts pour mener cette étude à bien. Je la remercie pour cela, et lui souhaite par avance la bienvenue au laboratoire pour l'an prochain.

Je tiens par ailleurs à remercier chaleureusement les personnes qui ont donné de leur temps pour assister à quelques répétitions et ainsi me prodiguer conseils judicieux et encouragements: Luc Lebon, Marc Legendre, Emmanuelle Rio (Palme spéciale pour n'en avoir raté aucune!), Adrian Daerr et bien sur Laurent Limat.

L'étude des nappes annulaires (cloches liquides) a été menée en collaboration avec Christophe Clanet, venu travailler au laboratoire pour un mois. Durant cette période, j'ai tant bien que mal essayé de suivre le rythme impressionnant de travail dont il est capable. Ses qualités d'hydrodynamicien et d'expérimentateur m'ont été très bénéfiques. Son enthousiasme et sa gentillesse ont achevé de rendre cette collaboration des plus agréables. Je le remercie pour cela, ainsi que pour avoir accepté d'être membre du jury.

J'exprime toute ma gratitude aux membres du jury, Françoise Brochard, Chaouqi Misbah,

Martin van Hecke et particulièrement aux rapporteurs de mon manuscrit: Patrice Le Gal, qui a été très compréhensif quant aux délais très courts que je lui ai imposés et Hugues Chaté, qui m'a en outre à plusieurs reprises donné de judicieux conseils pour l'étude du chaos spatio-temporel.

Je remercie aussi les membres du laboratoire, qui au quotidien, ont contribué ou contribuent encore à en faire un lieu convivial, humain et stimulant. Parmi eux, plusieurs personnes ont pour tâche quelques fois ingrates de faciliter la vie aux chercheurs (et ce n'est pas toujours facile), tant d'un point de vue informatique, que technique ou administratif. Je remercie donc: Françoise Virieux, Frédérique Auger, Pierrette Dulice, Patrice Jenffer, Denis Vallet et Olivier Brouard.

Durant ces trop courtes années, j'ai pu par ailleurs me rendre compte qu'il existait d'autres personnes comme moi, qui s'enferment dans des pièces obscures du laboratoire vêtus d'une blouse ou assis le regard fixé sur un écran d'ordinateur. On les appelle communément "thésards" ou "post-doc", et ont grandement contribué à la bonne humeur régnant à l'intérieur du laboratoire ainsi qu'au RU Châtelet. Je tiens pour cela à les remercier. Aujourd'hui partis vers d'autres cieux pour les "aînés", ou continuant leur thèse pour les "cadets". En vrac: Anne Regazetti, Thomas Cubaud, Eric Gaudin, Bérangère Abou, Frédéric Bottaucci, Vincent Mazel, Juan Fernandez, Thomas Podgorski, Marc Legendre, Germain Rousseaux, Yannis Cuypers, Jean-François Beaudoin, Yvan Junier, Sorin Tanase, Benjamin Thiria, Leonardo Trujillo, Sandra Firmin, Dorra Salhi, Farzam Zoueshtiagh, Guillaume Olvarez, Pierre Philippe, Caroline Derec, Emmanuelle Rio, Natacha Callens et Jacques Lamoine (pardon si j'en oublie ...).

# Introduction

# Introduction

## Phénomènes de ruissellement: un survol rapide

Il y a dans la nature et dans l'industrie de nombreuses illustrations d'écoulements à surface libre instables présentant une dynamique complexe. Parmi tous ces phénomènes, nous appellerons ici "ruissellement" un ensemble d'écoulements très divers, dus à la gravité, et présentant une importante surface libre, elle-même à l'origine de forts effets capillaires. On peut ainsi penser à des films en écoulements sur plans inclinés, ou tombant d'un déversoir en nappes, filets ou gouttes... Pendant de nombreuses années, ces figures de ruissellement ont été étudiées en laboratoire uniquement dans la configuration de films ou de nappes liquides, dont l'obtention implique généralement de hauts débits d'alimentation. Cet intérêt sélectif peut s'expliquer par la grande diversité des applications pratiques associées à de tels écoulements: l'une des plus importantes est sans doute le "coating" ou enduisage de surfaces solides, effectuée par la mise en mouvement de l'objet à enduire en dessous d'une nappe liquide tombante (voir figures 1). Ceci a engendré de nombreuses études théoriques, numériques et expérimentales sur la stabilité d'une telle nappe, en fonction des paramètres physiques du liquide (viscosité, tension de surface, rhéologie complexe) ou de la géométrie de l'écoulement (forme de l'injecteur ou du déversoir). Les technologies des échangeurs de chaleur et d'atomisation de nappes en gouttes, impliquant des écoulements assez semblables, font aussi appel aux études de stabilité des nappes liquides. Dans de nombreux dispositifs d'enduisage, la nappe est formée par injection ou débordement du liquide, à partir d'un injecteur de géométrie variable. Signalons ici qu'il peut alors advenir un phénomène particulier nommé "effet théière". Cet effet a été baptisé ainsi en raison de sa manifestation courante lorsqu'on sert une boisson d'un récipient mal adapté. Le liquide ruisselant "préfère" d'abord mouiller la surface du dispositif injecteur, avant de tomber dans un deuxième temps dans l'air environnant. Ce cas de figure a lieu lorsque le rayon de courbure du bec déverseur n'est pas assez faible, ou encore lorsque le débit initial d'écoulement n'est pas assez important. Dans ce cas, les effets de capillarité l'emportent dans un premier temps sur les effets inertiels (figure 2-a). Dans le cas contraire, on se trouve dans un régime "balistique" et le liquide quitte le déverseur avant le surplomb (pour une étude de ce phénomène, voir [130]). Cette perturbation est donc susceptible d'advenir dans les dispositifs de déversements courants. Des instabilités peuvent par ailleurs apparaître lors du raccord de la nappe au solide à enduire, qui est en mouvement de translation uniforme (figure 2-b). Une partie de ma thèse a été consacrée à l'étude d'instabilités se développant dans les nappes liquides tombantes, provoquées en perturbant de façon contrôlée celle-ci.

Sur un sujet voisin, une étude pionnière de Kapitza [10] expose des comportements dynamiques dans un film en écoulement sur un solide. Il s'agit en fait d'un liquide ruisselant sur un cylindre vertical: dans certaines conditions, il se développe des instabilités secondaires associées à de la dynamique interfaciale pouvant mener au chaos spatio-temporel. La dynamique la plus

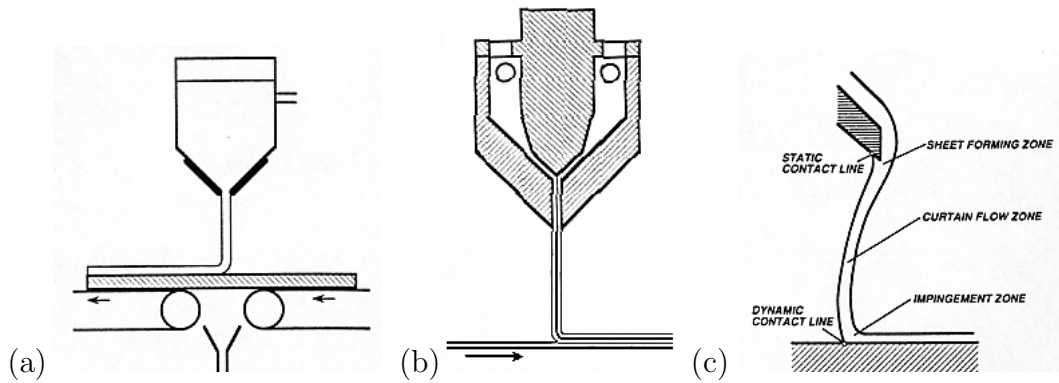


FIG. 1 – Exemples de dispositifs de déversement utilisés dans les techniques d'enduisage ("coating"). (extraits de [129]).

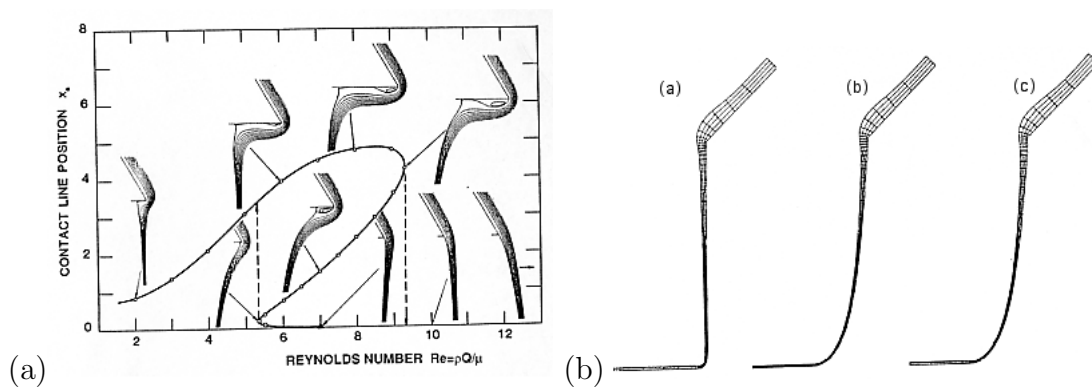


FIG. 2 – Perturbations d'un rideau liquide, engendrées par les caractéristiques du dispositif technologique le plus souvent utilisé. (a) Manifestation de l'effet "théière" (Illustration tirée de [130]). (b) Perturbation engendrée par le raccordement avec le solide enduit en mouvement.

”lisible” se produit en général pour des nombres de Reynolds compris entre 1 et 300 [11]: la compétition entre effets gravitationnels (déstabilisante aux courtes longueurs d’onde) et effets capillaires (stabilisant les courtes longueurs d’onde) gouverne la structuration et la dynamique des ondes de surface. Il en résulte une dynamique composée d’ondes solitaires, de bouffées turbulentes. Une étude de la dynamique chaotique dans un problème très voisin (un film sur un plan incliné) a été effectuée entre autres par Liu et Gollub [12].

Pour en revenir au ruissellement de liquides tombant dans l’air, à des débits plus faibles que ceux nécessaires à la formation et à la stabilité d’une nappe liquide, il apparaît des phénomènes dynamiques très riches, présentant de grands enjeux en physique non-linéaire. Pour préciser un peu plus, à bas débit, un liquide tombant d’un surplomb va s’agencer sous la forme d’une rangée de jets liquides (ou colonnes liquides<sup>1</sup>) à peu près équidistants et mobiles. De tels phénomènes n’ont été étudiés que récemment, par rapport aux nappes liquides d’une part du fait du peu d’applications concernées et d’autre part en raison de la grande difficulté analytique dans l’approche hydrodynamique. Cette figure de ruissellement possède en effet une surface libre très complexe (notamment aux raccords entre colonnes et couche liquide) et tridimensionnelle. La résolution de l’équation de Navier-Stokes présente alors une difficulté quasi-insurmontable. Néanmoins, dans une approche plus descriptive du phénomène observé, on peut s’affranchir de la résolution du champ de vitesse en tout point de l’écoulement ainsi que de la résolution exacte de la surface. L’un des intérêts de l’étude de la rangée de colonnes liquides est justement ici son caractère circulaire.

A ce stade de l’exposition, il convient d’effectuer une parenthèse descriptive sur les motifs cellulaires. En raison de leur présence prépondérante dans de nombreux phénomènes naturels et par les problèmes de physique fondamentale qu’ils posent, les motifs cellulaires (aussi dénommés par l’anglicisme ”patterns”) ont été les sujets de nombreuses études. De nombreux problèmes théoriques se sont posés quant à leur formation et leur dynamique, certains non-encore résolus. Leur étude a nécessité des collaborations entre des domaines très divers de la physique, de la chimie et de la biologie. De façon inhérente à leur structure, il est commode de les étudier avec le formalisme des instabilités: en général, une instabilité primaire crée le motif cellulaire périodique, sur lequel peuvent se développer des états dynamiques découlant d’instabilités secondaires. La description de la dynamique s’écarte des aspects ”microscopiques” du système pour se placer dans un cadre phénoménologique: l’observation directe du système permet de diagnostiquer les changements radicaux de morphologie (pouvant être des brisures de symétries par exemple), associés à des comportements dynamiques. Une description de la structure en développements de modes dynamiques apparaît beaucoup plus ”lisible” et simple qu’une étude de la physique microscopique sous-jacente. D’autres part, elle constitue une approche suffisamment générale pour permettre une comparaison entre des systèmes régis par des phénomènes physiques à priori différents, mais présentant une caractère universel dans leurs comportements.

L’un des objectifs de ma thèse était donc d’étudier cette rangée de colonnes liquides, principalement avec les outils de la physique non-linéaire, dérivés de la thermodynamique des transitions de phase: cette approche, initiée par les approches de L. Landau (entre autres), a apporté de nombreux succès dans l’étude des instabilités et des systèmes dynamiques en introduisant le concept de bifurcation. Ainsi, les différentes amplitudes des modes dynamiques susceptibles de se développer au sein du motif sont autant de paramètres d’ordres devenant non-nuls par augmentation de certains paramètres de contrôles de l’expérience. Des comportements com-

---

1. Dans la suite du manuscrit, je garde l’appellation de ”colonnes liquides”, certes moins usuelle que ”jet liquide”, mais qui me semble mieux adaptée à la forme spécifique que prend le liquide qui tombe d’un surplomb.

plexes et/ou désordonnés apparaissent en général par suite d'interactions non-triviales entre ces différents modes. Ces interactions de modes découlent en général d'effets non-linéaires. Un autre aspect courant des systèmes formés par des instabilités est la présence de dissipation interne<sup>2</sup>. Celle-ci doit alors généralement être compensée par un apport constant d'énergie pour atteindre un état d'équilibre dynamique (bien que d'un point de vue thermodynamique, ces systèmes soient fortement hors-équilibre). A ce sujet, soulignons que la rangée de colonnes liquides peut sembler à mi-chemin entre l'instabilité de Rayleigh-Taylor et l'expérience de Kapitza: elle résulte de la déstabilisation d'une couche liquide sous un surplomb (comme dans Rayleigh-Taylor), avec un apport constant de liquide (comme dans le cylindre vertical ruisselant) afin que les colonnes ne se rompent pas en gouttes. D'une part, la distance entre colonnes au repos est proche de celle prédite par la théorie de Rayleigh et Taylor, bien que l'analyse de stabilité linéaire (décrite dans [1]) basée sur une hypothèse d'interface de faible pente ne soit ici pas applicable. D'autre part, l'apport constant d'énergie peut conférer à la structure une dynamique entretenue.

Il convient de rappeler l'historique des travaux ayant été menés sur une rangée de colonnes liquides. La formation d'un réseau de jets liquides tombants, sous alimentation constante, a été pour la première fois étudiée par Carlomagno, puis par Pritchard en 1986 [2]. Cette deuxième étude cartographie les régimes d'écoulement qui surviennent au niveau d'un déversoir en aval d'un plan incliné: gouttes, colonnes et nappe liquide, ainsi que des régimes mixtes. Plus récemment, Giorgiutti, Limat et Wesfreid [3, 4, 5, 6] ont étudié (thèse de Giorgiutti) la dynamique de ces régimes d'écoulement, formés sous un cylindre débordant pourvu d'une fente (figure 3-a). C'est à la fin de cette thèse qu'une nouvelle expérience analogue au cylindre débordant a vu le jour: il s'agit d'une coupelle circulaire débordante, qui est ni plus ni moins que la version à conditions de bords périodiques du cylindre précédemment étudié. Cette expérience, s'apparentant à une fontaine ruisselante (figure 3-b), a fait l'objet de divers stages [7, 8] et de la thèse de Mazel [9]. Dans cette thèse, les états dynamiques apparaissant à relativement basse viscosité ont été étudiés. Pour résumer, deux états principaux étaient alors observés: la dérive d'un paquet de colonnes ou l'oscillation de colonnes en opposition de phase par rapport à leurs voisines. Cette dynamique est illustrée par deux diagrammes spatio-temporels représentant la position spatiale des colonnes au cours du temps reproduits sur les figures 4-a et b. Ainsi qu'il apparaît dans ce précédent mémoire, ces deux régimes dynamiques sont impliqués dans la plupart des états dynamiques plus complexes, notamment dans un état de chaos spatio-temporel que j'ai observé par la suite à de plus hautes viscosités (figure 4-c).

A très bas débit, les colonnes sont remplacées par un réseau de sites d'émission de goutte. Il n'y a alors pratiquement pas dans cet écoulement de mouvement horizontal de gouttes. On est alors beaucoup plus proche de l'instabilité de Rayleigh-Taylor classique obtenue en l'absence d'écoulement (voir par exemple [1]). La distance entre gouttes est exactement celle prévue par l'analyse de stabilité linéaire d'une couche mince suspendue sous un surplomb. Cette instabilité ayant été très étudiée, j'y suis très peu revenu au cours de ma thèse.

Enfin, outre les intérêts de physique non-linéaire concernant les instabilités génériques de patterns et les applications industrielles liées aux nappes liquides, les figures de ruissellement apparaissent dans des cadres beaucoup plus courants qui sont les fontaines d'agrément. A ce sujet, voilà trois ans que j'ai acquis le réflexe d'observer le ruissellement de liquides dans les fontaines des jardins publics. Bien qu'en général ces dispositifs soient conçus dans des conditions moins contrôlées qu'en laboratoire, il est très courant que j'y observe des phénomènes communs

---

2. Bien qu'il existe des exceptions notables comme le flambage d'une plaque ou la formation de pics dans des ferrofluides soumis à un champ magnétique.



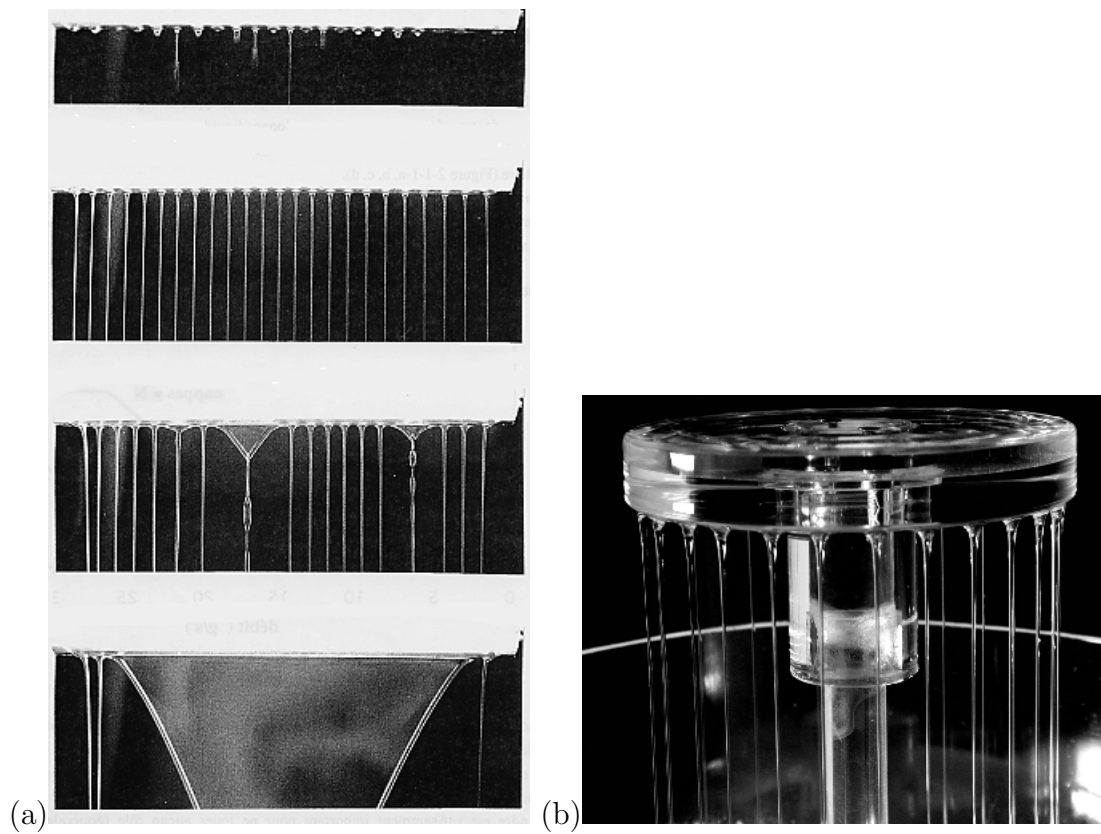


FIG. 3 – Figures de ruissellement dans deux expériences du LPMMH: cylindre et coupelle circulaire ruisselants. (a) Sous le cylindre: gouttes, colonnes, colonnes+nappes et nappe unique apparaissant successivement à débit croissant (Photo thèse Giorgiutti). (b) Rangée de colonnes liquides sous la coupelle circulaire débordante.

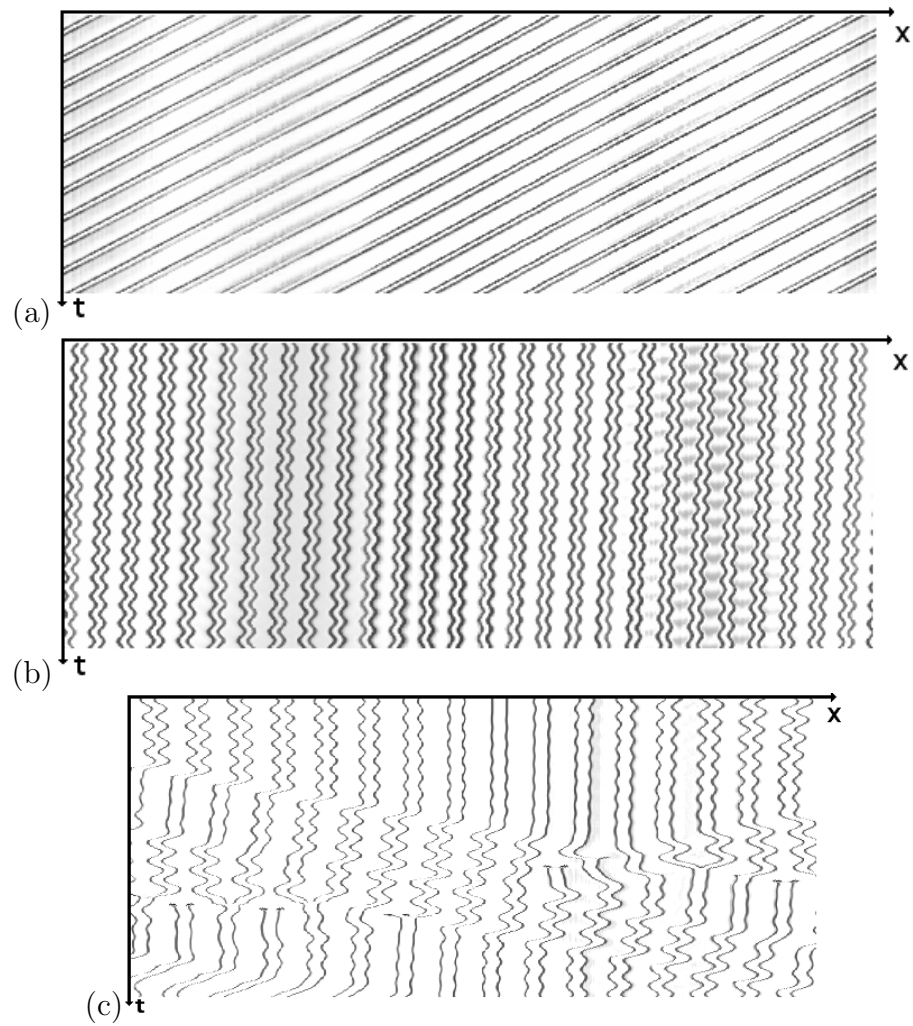


FIG. 4 – Vue d'ensemble de la dynamique du motif de colonnes liquides avec trois diagrammes spatio-temporels typiques. (a) Dérive "en bloc" des colonnes. (b) Oscillations en opposition de phase. (c) Chaos spatio-temporel. Le temps est porté vers le bas, la position sur le périmètre de la coupelle est porté suivant  $x$ .



FIG. 5 – Applications d'importance capitale liées aux liquides ruisselants. (a) Dans le jardin du chateau de Versailles. (b) Place de la contrescarpe (5e Arrondissement, Paris). (c) Fontaine en chocolat, visible chez Nicholsen (Rue Mouffetard, Paris).

aux expériences que j'ai étudiées: propagations d'ondes de surface, ouverture de trous dans une nappe, ... J'ai reporté en figure 5 quelques exemples de fontaines ressemblant à celle étudiée au laboratoire PMMH.

Plus sérieusement, les figures de ruissellement constituent donc un double cadre d'études: des nappes liquides dont la forme et la dynamique, possible à appréhender hydrodynamiquement, présentent des enjeux liés à diverses applications pratiques, et une rangée de colonnes liquides dont la dynamique, étudiée avec les outils de physique non-linéaire, peut présenter des comportements semblables à toute une classe d'autres systèmes cellulaires. A ce sujet, de nombreuses études concernant les structures cellulaires dans des domaines très variés ont précédé celles étudiées ici. J'en présente maintenant quelques unes, afin de montrer le caractère générique présent dans leur apparition et leur dynamique.

## Quelques exemples de systèmes cellulaires

Il y a près de 30 ans, quelques chercheurs issus de domaines distincts, tels que la physique des superfluides, l'hydrodynamique ou la biologie, ... se sont lancés dans l'étude de systèmes cellulaires formés dans des conditions très minutieuses et très bien contrôlées. Les précurseurs de

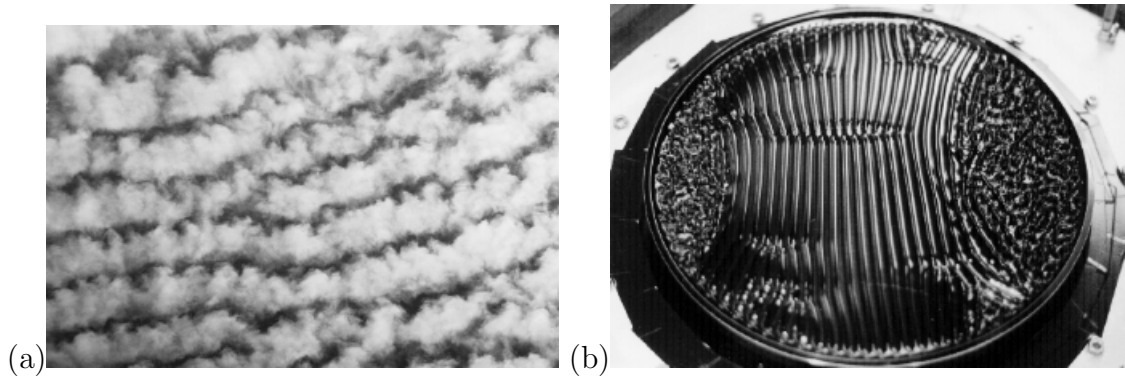


FIG. 6 – Formation de "patterns" (motifs cellulaires): (a) Nuages dans l'atmosphère. Expérience par Dame Nature et al. (b) Surface d'un liquide dans un récipient vibré (instabilité de Faraday). Expérience par Gollub et al.

ce nouvel engouement ont été Harry Swinney, Jerry Gollub, Pierre Bergé ou Albert Libchaber, parmi tant d'autres . . .

Il s'agissait au départ de mettre en évidence des scénarios de transition vers des états dont la dynamique est imprédictible à long terme (portant désormais l'adjectif de "chaotique") dans des systèmes spatialement confinés. En effet, quelques années auparavant David Ruelle et Floris Takens avaient prédit théoriquement que des comportements chaotiques pouvaient émerger dans des systèmes de faible dimension, contredisant ainsi l'école russe représentée par L. Landau. De remarquables succès théoriques, validés par de nombreuses expériences, ont permis de classifier les scénarios de transition vers le chaos dans les systèmes confinés [67].

Par la suite, on s'est progressivement tourné vers l'étude de systèmes spatialement étendus où la complexité et le désordre pouvaient apparaître tant d'un point de vue temporel que spatial. L'un des enjeux était alors de mieux cerner la nature de la turbulence dans les écoulements. Le continuum des échelles de longueur impliquées rendant souvent très ardue l'analyse des données expérimentales et numériques, de nombreux groupes de recherches se sont intéressés aux manifestations de comportements "turbulents" dans des systèmes cellulaires. Comportant en général un nombre réduit d'échelles de longueurs et présentant des transitions vers des régimes désordonnés par des bifurcations clairement identifiables, les motifs cellulaires ont constitué des bancs d'essais idéaux pour tester les conjectures théoriques sur les transitions vers la turbulence. Ainsi, le terme de chaos spatio-temporel plutôt réservé aux motifs cellulaires est-il devenu synonyme de "turbulence faible" (apparaissant au dessus du seuil, par opposition à la turbulence développée mettant en jeu une infinité d'échelles de longueur).

Outre leur intérêt pour une approche simplifiée de la turbulence, les "patterns" cellulaires ont aussi été étudiés pour eux-mêmes: en deçà de l'état de "turbulence", l'étude de leur dynamique ordonnée présente de grands intérêts en physique non-linéaire. Les brisures successives de symétrie augmentant la complexité de leur structure comportent un caractère général. Dans un axe plus appliqué, certaines structures étudiées en laboratoire ont des analogues en géologie ou en météorologie, à plus large échelle (et dans des conditions certes moins contrôlées). C'est le cas des rouleaux de convection pouvant structurer la position de nuages (figure 6-a). En laboratoire, la convection thermique étudiée entre deux plaques de températures différentes forme aussi ce type de structures en rouleaux (figure 7-a).

La convection de Rayleigh-Bénard est devenu l'un des exemples les plus connus d'instabilités

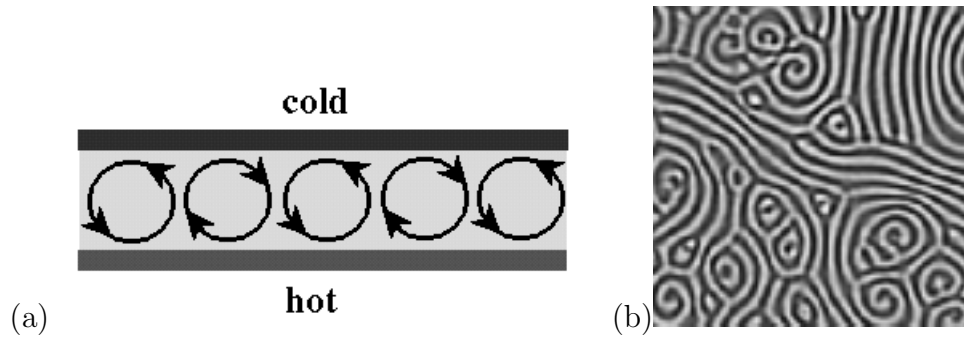


FIG. 7 – Un "paradigme" expérimental de structure cellulaire: la convection de Rayleigh-Bénard. (a) Schéma de base: en chauffant un liquide par dessous, on crée une allée de rouleaux de convection. (b) Ces rouleaux de convection peuvent s'agencer selon des structures très complexes. Photo: Guenter Alhers et al.

donnant naissance à des structures cellulaires. Étudiée dans une très large gamme de paramètres physiques (propriétés du fluide utilisé et différence de température) et géométriques (rapports d'aspect, une ou deux dimensions), cette expérience est devenue une référence dans le "monde" des motifs cellulaires. Il s'agit de chauffer par le bas un liquide confiné dans un récipient, et de le refroidir par la plaque supérieure. Si la différence de température haut/bas est supérieure à un certain seuil, il se forme des rouleaux de convection. Ces rouleaux peuvent dans des stades ultérieurs présenter une dynamique riche et éventuellement désordonnée.

Une classe particulière de structures cellulaires est constituée des systèmes gouvernés par des phénomènes interfaciaux, en particulier certains écoulements à surface libre. En général, la structure primaire résulte d'une compétition entre un facteur déstabilisant (gradient thermique, différence de viscosité, gravité, écoulement, . . .) et les forces de tension de surface qui stabilisent les courtes longueurs d'onde. L'instabilité de Faraday (ondes de surface dans un liquide vibré verticalement, figure 6-b), l'instabilité de Saffman-Taylor (observable en géométrie de l'imprimeur par exemple, figure 8-a) ou l'instabilité de Mullins-Sekerka (ex: solidification directionnelle figure 8-b) sont des exemples de ces patterns avec une dynamique interfaciale. On peut en citer bien d'autres, comme les rouleaux de Taylor-Dean ou les digitations d'un ménisque liquide formés dans un cylindre tournant partiellement rempli. La plupart de ces systèmes présentent des bifurcation secondaires pouvant dans des étapes ultérieures mener à un régime de chaos spatio-temporel.

La dynamique du ruissellement de liquide entre dans cette classe de systèmes cellulaires. Cette affirmation intuitive est confortée par les observations antérieures sur le motif de colonnes liquides, comparées à celles réalisées sur les autres systèmes interfaciaux. Contrairement aux systèmes précédents, la géométrie de ruissellement qu'offre la coupelle circulaire permet de travailler avec des conditions aux limites périodiques et dans des conditions expérimentales aisées pour des mesures systématiques. Dans cette optique, une étude systématique du régime de chaos spatio-temporel illustré par la figure 4-c apparaît réalisable dans des conditions privilégiées. L'intérêt et l'historique associé à l'étude de tels comportements est rappelée ci-dessous.

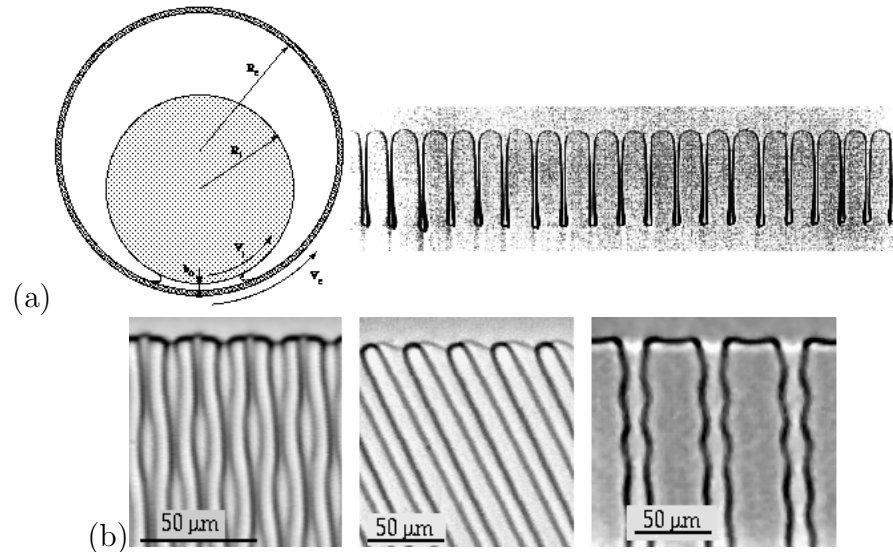


FIG. 8 – Exemples de motifs cellulaires dont la dynamique est gouvernée par des phénomènes interfaciaux. (a) Digitation visqueuse dans un ménisque liquide confiné entre deux cylindres décentrés (“instabilité de l’imprimeur”). Photo: Y. Couder, M. Rabaud et al.. (b) Solidification directionnelle dans les eutectiques lamellaires. Photo: M. Ginibre, S. Akamatsu et G. Faivre.

## Les classes d’universalité du chaos spatio-temporel

Dès lors qu’il devenait possible d’approcher et de comprendre la transition vers la turbulence grâce à l’étude de la dynamique erratique des motifs cellulaires, il y eut un besoin théorique de classifier les différents scénarios de transition dans ces systèmes étendus. Cette classification avait été rendue possible dans le cadre des systèmes confinés où le chaos ne se manifeste que temporellement. La représentation de la dynamique dans un espace des phases permet dans ce cas l’utilisation de précieux outils que sont la reconstruction des attracteurs ou les sections de Poincaré. Cet espace des phases a pour axes des grandeurs du type: position ou vitesse.

La définition d’un exposant de Lyapounov est alors apparue: il s’agit d’un coefficient  $\lambda$  tel que la grandeur  $\exp(\lambda - 1)t$  soit la distance dans l’espace des phases entre deux trajectoires initialement voisines. Ainsi, une sensibilité aux conditions initiales est présente lorsque  $\lambda > 1$ .

La détermination des scénarios de transition (décrits en détail dans [67] par exemple) a été possible pour de nombreux systèmes numériques ou réels. Pour résumer très brièvement, il s’agit de déterminer le chemin d’évolution de l’exposant de Lyapounov par rapport au cercle de rayon un dans le plan complexe, au cours de l’augmentation d’un paramètre de contrôle qui va faire passer le système d’une dynamique prédictible (le plus souvent périodique) vers une dynamique erratique. La quasi-impossibilité de représenter la dynamique d’un système spatialement étendu dans un espace des phases peut être un handicap dans la caractérisation des scénarios de transition. Les attracteurs étranges introduits par D. Ruelle et F. Takens, et leur dimension fractale associée n’ont alors pas d’équivalent simple (ni de méthode de reconstruction). Un casse-tête s’est alors posé aux théoriciens du chaos pour déterminer un critère de mesure et de classification des états de désordre spatio-temporels.

Une première piste est d’extraire le spectre des exposants de Lyapounov: c’est cette approche qui a été choisie dans quelques travaux, tels que ceux de P. Manneville dans l’équation de Kuramoto-Sivashinsky [68], H. Chaté dans les chaînes d’applications couplées [80] ou plus

récemment dans les équations de Boussinesq modélisant dans une certaine limite la convection de Rayleigh-Bénard, par I. Rehberg [95]. La distribution spatio-temporelle des exposants de Lyapounov (apparaissant continue dans les deux systèmes précédents) permet de caractériser la dynamique locale du système. Ces études ont permis notamment de souligner l'importance des défauts (c'est en général une singularité géométrique ou de phase, clairement visible dans le pattern) qui sont des événements où se concentrent les exposants de Lyapounov supérieurs à 1 en valeur absolue. Malheureusement, cette méthode d'investigation paraît très difficile à mener à bien dans le cas des systèmes réels, alors que dans beaucoup de ces systèmes les moyens d'acquisitions et de traitements des données ont été optimisés et peuvent difficilement être rendus plus précis. C'est pour cela, qu'à notre connaissance, la détermination des spectres de Lyapounov n'ont été possibles que sur des systèmes numériques.

La deuxième piste a été initiée par une conjecture de Y. Pomeau, énonçant un scénario de transition universel par "intermittence spatio-temporelle" (IST), appartenant à la classe de la percolation dirigée (nous détaillerons mieux cette approche dans la partie consacrée aux régimes chaotiques). L'IST apparaît dans des systèmes où la turbulence existe en domaines et s'étend par des processus de contamination. Il est alors possible de dresser une analogie entre les sites actifs/absorbants<sup>3</sup> des modèles de percolation dirigée, et les domaines turbulents/laminaires de l'IST. Cette conjecture repose par ailleurs sur des travaux de P.Grassberger et H.K. Janssen énonçant que tout processus stochastique avec un seul état absorbant doit appartenir à la classe de la percolation dirigée (ne sachant pas lire l'allemand des articles originaux, j'ai tiré cette remarque historique d'un article récent de Bohr et al. [78]). Cette conjecture peut paraître surprenante et peu naturelle car elle érige un pont entre les modèles à processus stochastiques et les systèmes à dynamique parfaitement déterministe. Néanmoins, certaines propriétés globales du régime d'IST énoncées ci-dessus (présence de domaines laminaires/turbulents, processus contaminatif, ...) permettent de cerner qualitativement des similitudes.

Ceci a naturellement conduit les travaux qui ont suivi à s'orienter dans le cadre de la physique statistique et des phénomènes critiques: détermination de l'évolution des corrélations spatiales et temporelles, mesure des exposants critiques résultant d'études statistiques sur des grandeurs globales pouvant quantifier la turbulence (fraction turbulence, distribution des tailles des domaines laminaires, ...). La conjecture de Pomeau sur la transition par IST a été par la suite une piste explorée dans de nombreux systèmes expérimentaux, ou dans des équations modèles.

Pour ce type d'études, la coupelle circulaire est encore apparue comme un banc d'essai intéressant. Le système est en effet assez robuste aux perturbations: la "cellule élémentaire" constituée par une colonne liquide est en effet moins sensible aux perturbations propres au système, que la particule fluide dans les écoulements traditionnels dans les conduites (Poiseuille, Couette plan, ...). En contre partie, la taille de notre système est plus réduite, mais cette réduction de la taille présente l'avantage de faciliter l'identification des étapes (régimes dynamiques et pertes de symétries) conduisant à la turbulence. L'étude de cette transition est là encore facilitée, et non-biaisée, par les conditions de bords périodiques.

Dans notre système, nous avons tenté d'étudier le régime chaotique par une approche statistique. La géométrie et les propriétés dynamiques singulières de notre système nous ont conduit à adopter un cadre d'études particulier: nous avons notamment tenté d'appréhender le comportement de notre rangée de colonnes autour d'un point particulier, en fait, une valeur "critique" du débit d'alimentation. En dessous de ce débit critique, un état initialement désordonné finit

---

3. Très brièvement, un site absorbant voisin d'un actif, peut à son tour devenir actif avec une certaine probabilité, alors que deux sites actifs voisins peuvent retourner à un état absorbant.

par devenir ordonné au bout d'un temps fini. Au dessus de ce débit, un système contenant initialement au moins un site turbulent, va entrer dans un état de turbulence permanente. Nous avons donc effectué une étude à la fois dans le cadre de transitoires désordonnés (en multipliant les acquisitions pour différentes conditions initiales) et dans le cadre où l'état désordonné est permanent (moins d'acquisitions, mais sur des temps longs). Une comparaison avec d'autres systèmes similaires est ensuite dressée.

## Plan d'exposition des différentes parties

Le manuscrit est divisé en quatre parties. La première partie est consacrée à l'étude des états dynamiques dits "laminaires" apparaissant dans le motif de colonnes liquides sous la coupelle circulaire débordante. La deuxième partie traite quant à elle de l'étude menée cette même rangée de colonnes, mais dans les états turbulents. Dans la troisième partie, une étude de nappes liquides est présentée. En se singularisant par rapport aux études précédemment effectuées sur ce domaine, nous nous sommes focalisés sur des comportements apparaissant près de la limite de stabilité de tels objets dans deux géométries: annulaire (cloches liquides) et rectiligne (rideaux liquides). La quatrième partie relate deux expériences annexes n'ayant été que partiellement explorées: la dynamique d'un motif de colonnes liquides à deux dimensions formées sur un milieu poreux alimenté et l'instabilité de Rayleigh-Plateau (pincement d'un jet en gouttes) dans le cas d'un liquide tombant, et enfin le pincement d'un jet ruisselant sur un fil.

Chaque partie est succinctement introduite par un court rappel des enjeux et l'historique du problème.



## Première partie

Reseau de colonnes sous la coupelle  
circulaire: régimes laminaires.

Cette partie expose l'étude des états dits laminaires dans le réseau de colonnes sous la coupelle circulaire. Une cartographie d'existence et de stabilité de ces différents états est dressée, ainsi que des mesures systématiques qui balayent l'ensemble des paramètres de contrôle accessibles. Des études préalables ont été menées sur les états laminaires au cours de deux stages [7, 8] et de la thèse de V.Mazel [9]. Comme il a été mentionné en introduction, l'utilisation d'une huile de viscosité plus élevée que lors des précédentes études a permis l'observation d'une dynamique plus riche et plus robuste, ainsi que l'apparition du régime de chaos spatio-temporel.

Les phénomènes décrits dans cette partie sont intimement liés à ceux de la partie suivante qui traite des états turbulents sur la fontaine circulaire. Le dispositif expérimental décrit au chapitre suivant est d'ailleurs commun aux deux parties. Les motivations pour une étude exhaustive des états laminaires préalable à celle du chaos tiennent dans le fait que les scénarios de transition vers le chaos sont grandement influencés par les bifurcations successives. En d'autres termes, les états dynamiques laminaires peuvent être perçus comme autant de degrés de liberté, excités par la croissance du paramètre de contrôle. En général, autour du seuil de transition vers le chaos, les caractéristiques d'un état faiblement turbulent (juste au dessus du seuil) et d'un état laminaire proche de la rupture (juste en dessous du seuil) sont très semblables. La différence tient dans le fait qu'un état laminaire est entièrement caractérisable en extrayant la loi horaire de ses cellules pendant un temps fini. Au contraire, l'étude d'un état turbulent s'effectue avec des outils de statistique, en général sur des temps beaucoup plus longs ou sur un grand nombre d'acquisitions. Par ailleurs, il apparaît clairement qu'un état chaotique est le résultat d'additions et d'interactions complexes locales entre les différents états dynamiques coexistant (cf. figure 9). Il est alors indispensable d'étudier les différentes phénoménologies des états laminaires, qui sont les modes élémentaires responsables de la génération de la dynamique chaotique beaucoup plus complexe à quantifier.

Une étude exhaustive de ces degrés de liberté (apparaissant sous la forme de régimes dynamiques) est donc menée dans cette partie. Dans un premier chapitre, nous présentons les caractéristiques générales de l'expérience. Le deuxième chapitre met en évidence les difficultés et les limites d'une approche hydrodynamique pure, en concluant que le motif de colonnes est adapté à une approche phénoménologique en termes d'équations d'amplitude/phase, développant la dynamique du pattern avec les amplitudes des modes élémentaires. Le troisième chapitre expose ces différents régimes dynamiques et en présente une étude quantitative. Le quatrième chapitre expose l'étude de stabilité des régimes dynamiques. Enfin, le cinquième chapitre énonce les différents modèles disponibles. En testant certains d'entre eux sur notre système, nous avons montré qu'ils apparaissaient incomplets pour la plupart.

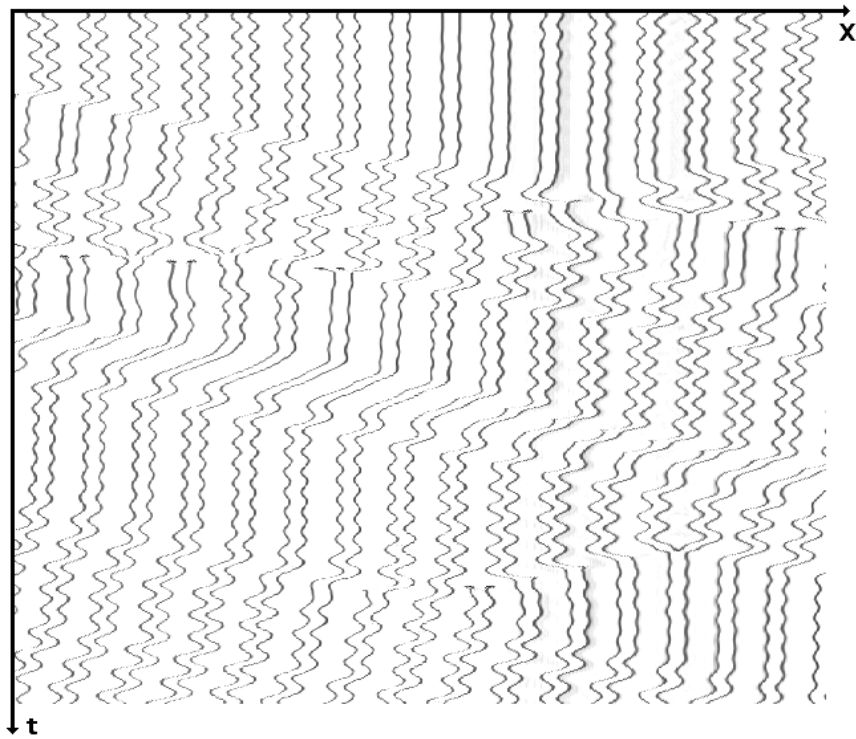


FIG. 9 – *Illustration de la présence d'états dynamiques élémentaires (dérive, oscillations) dans un état qui évolue vers le chaos. Leurs interactions multiples assure le maintien du désordre.*

# Chapitre 1

## Vue d'ensemble

### 1.1 Dispositif expérimental

#### 1.1.1 Montage

Nous présentons ici le principe du montage de la coupelle circulaire. La version actuelle de l'expérience est représentée figure 1.1-a. Décrivons le circuit hydraulique (fermé) d'amont en aval: une pompe (a) (*Ismatec* modèle BVP-Z) fait circuler le liquide à partir d'un réservoir, vers un bain thermostaté (b) (*Neslab* modèle RTE-101) dans lequel trempe un serpentin où le liquide s'écoule. Le liquide arrive ensuite dans une chambre de tranquillisation (c) cylindrique (hauteur 15 cm, diamètre 25 cm) remplie partiellement de liquide et fermée hermétiquement. Les éventuelles perturbations résiduelles dues à la pompe sont ainsi amorties. Le liquide passe ensuite dans un débitmètre (d) (*Brooks* full-view modèle GT1024 taille 8), dont le flotteur est choisi en fonction de la viscosité du liquide utilisé. Enfin, le liquide arrive au centre de la coupelle (e) via le pied central cylindrique creux, s'accumule dans la partie sommitale creuse et déborde en ruisselant sur la surface latérale. La coupelle est solidaire d'un châssis comportant trois pieds réglables en hauteur, nécessaire au réglage de l'horizontalité. L'apport de la chambre de tranquillisation a permis d'obtenir une alimentation à débits importants y compris pour des liquides de viscosité élevée, ce qui n'était pas possible avec la précédente version du montage où la circulation de liquide était assurée par un bac à niveau constant placé en hauteur. Le réglage du débit s'effectue par l'intermédiaire de la pompe à engrenage dont la tête (*Micro pump*) est couplée à un moteur de vitesse de rotation variable. La pression différentielle admissible dépendant de la tête de pompe utilisée, est ici de 5 bars environ. La circulation de liquide dans toute la tuyauterie s'effectue en régime visqueux et suit donc une loi de Poiseuille: la perte de charge à vaincre est proportionnelle à la viscosité, au débit, à la longueur des tuyaux et à la puissance quatrième de leur diamètre. Il a donc fallu, pour atteindre des hauts débits à viscosités élevées, travailler avec des tuyaux larges (diamètre 12 mm) et de longueur minimale acceptable. Une largeur de tuyaux plus importante aurait multiplié les raccords de plomberie, ce qui aurait constitué une source possible de création de bulles d'air dans le circuit.

Quatre coupelles (nommées I à IV) de diamètre et d'épaisseur différents ont été utilisées au cours de nos mesures: leurs caractéristiques sont reportées dans le tableau 1.1.  $D$  et  $H$  sont respectivement le diamètre de la coupelle et l'épaisseur de la tranche latérale. Par différents essais, nous avons mis en évidence que cette épaisseur  $H$  n'avait aucune influence sur les phénomènes observés. Les paramètres pertinents d'une coupelle sont donc son diamètre et la forme de son surplomb. Pour préciser ce dernier concept plutôt vague, nous renvoyons à la figure 1.2,

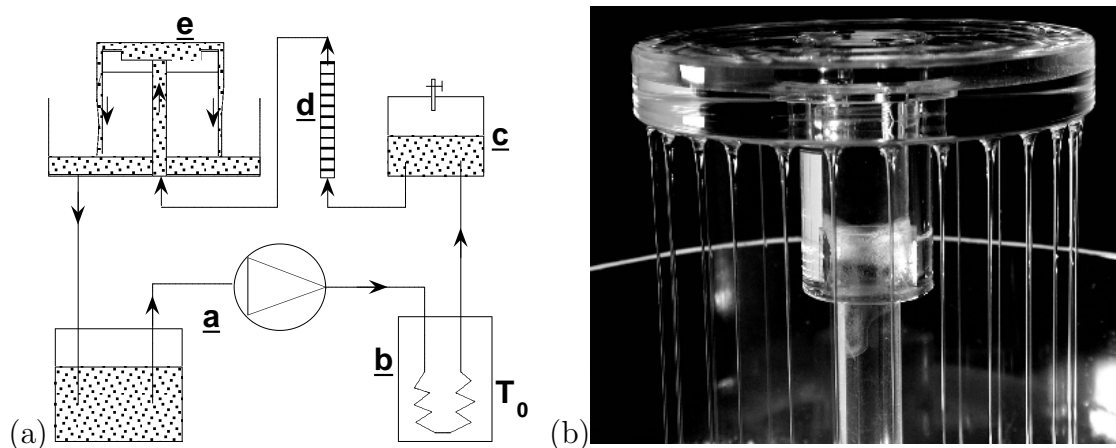


FIG. 1.1 – (a) Schéma de l'expérience. (b) Régime de colonnes liquides sous la coupelle circulaire.

la forme de gauche ayant été très majoritairement utilisée (et correspondant aux coupelles I, II et III).

Coupelle	Diamètre D (cm)	Epaisseur H (cm)
I	10.0	1.4
II	16.7	1.2
III	16.7	2.6
IV	3.0	<sup>a</sup>

TAB. 1.1 – Diamètre et épaisseur des coupelles utilisées.

<sup>a</sup> En raison de son faible diamètre et des conditions de raccord avec la cylindre injecteur, cette coupelle présente une forme de surplomb particulier: un "anneau déverseur" de 2 mm d'épaisseur contraint le liquide à rester à l'extrême bord de la coupelle sans pouvoir s'étaler librement sous le surplomb comme sur les coupelles I à III. Les conséquences de cette contrainte sont abordées ultérieurement.

Les coupelles II et III sont strictement comparables d'un point de vue des résultats.

Il est absolument nécessaire que la coupelle soit parfaitement horizontale: tout écart à l'horizontalité entraîne des inhomogénéités au niveau du débit (le débit local par unité de longueur n'est alors pas uniforme sur le périmètre de la coupelle). Un réglage très fin peut être obtenu en observant dans quelle condition un état dynamique particulier sera parfaitement homogène autour de la coupelle. Cet état est le régime d'oscillations en opposition de phase déjà rencontré dans l'introduction (figure 4-b). Lorsque l'horizontalité est biaisée, cet état n'apparaît que dans la zone la plus haute de la coupelle. A l'aide des trois pieds réglables situés en dessous du support de la coupelle, il est ainsi possible de corriger de proche en proche le biais et d'obtenir un état oscillant entièrement étendu sur la coupelle, témoignage d'une horizontalité quasi-parfaite. On peut estimer la précision ici atteinte pour l'angle. Une rotation d'environ 10 degrés sur un pied de réglage permet de dérégler visiblement l'horizontalité. Le pas de vis étant de 1 mm pour un tour, un angle de  $10^\circ$  correspond à un déplacement vertical de  $\delta z = \frac{10}{360} * 0.1 \simeq 3 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$ . Pour une coupelle de diamètre  $D=10$  cm, on a alors une variation

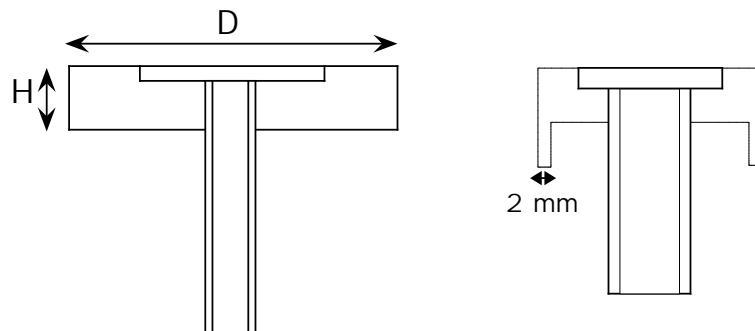


FIG. 1.2 – Vue schématique des coupelles. La forme de gauche correspond aux coupelles I, II et III (généralement utilisées). La forme de droite correspond à la coupelle IV, marginalement utilisée.

d'angle de  $\delta\theta$  avec  $\tan(\theta) = \frac{\delta z}{D}$ . En degrés, la sensibilité de notre réglage est donc d'environ  $\delta\theta \simeq 0.017^\circ$ .

### 1.1.2 Fluides utilisés

La cahier des charges pour un liquide adéquat est assez exigeant:

- Il doit tout d'abord avoir une tension de surface assez basse, afin d'être en condition de mouillage total sur le plexiglas.

- La viscosité doit être au moins dix fois supérieure à celle de l'eau. En effet, pour des liquides moins visqueux, il s'est avéré impossible d'observer un comportement dynamique robuste [9].

- Les campagnes de mesures pouvant être relativement longues (plusieurs mois), les propriétés physiques du liquide ne doivent pas présenter de dérive notables au cours du temps (dues par exemple à l'irradiation, la réaction chimique avec l'oxygène de l'air ou l'évaporation).

- Etant donné que le fonctionnement du circuit exige au moins cinq litres dans le réservoir, son prix doit être relativement abordable.

Les huiles silicones ont répondu à toutes ces exigences. Chimiquement, il s'agit d'un polymère (Polydiméthylsiloxane ou PDMS) dont le taux de réticulation peut varier, entraînant une variation de viscosité de plusieurs ordres de grandeur (environ 1 cP à  $10^6$  cP). La tension de surface est quant à elle insensible au changement de taux de réticulation: elle garde pour toute viscosité une valeur basse autour de 20.5 dyn/cm.

Le tableau 1.2 reporte les caractéristiques physiques essentielles des liquides utilisés. D'autres liquides que les huiles silicones sont cités, mais aucune étude quantitative approfondie n'a pu y être menée: dans un cas (huile de colza), la tension de surface évoluait avec le temps et dans l'autre cas (polyéthylène glycol), la tension de surface était trop élevée pour que le liquide mouille correctement le Plexiglas.

Dans la suite, il est implicitement entendu que les expériences sont menées avec des huiles silicones, dont on ne fera que préciser la viscosité. Dans le cas contraire, cela sera mentionné spécifiquement.

### 1.1.3 Visualisation et mesures

L'observation du régime de colonnes s'effectue avec une caméra CCD placée environ un mètre et demi au dessus de la coupelle et pourvue d'un objectif zoom de 12.5 mm à 80 mm. En

Liquide	$\eta$ (mm <sup>2</sup> /s)	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\gamma$ (dyn/cm)
Huile silicone 47V20	20	0.95	20.6
Huile silicone 47V50	50	0.96	20.7
Huile silicone 47V100	100	0.97	20.7
Huile silicone 47V200	200	0.97	20.7 (dans Handbook)
Huile de colza	70.6	0.91	32 <sup>a</sup>
Huile de lin	50	0.92	32 <sup>b</sup>
Polyéthylène glycol	73	1.12	42.5 <sup>c</sup>

TAB. 1.2 – *Propriétés physiques des liquides utilisés.*

<sup>a</sup> Il s'est avéré que la tension de surface de ce liquide a diminué après 15 jours de mesures. La valeur finale a été mesurée à 26 dyn/cm. L'oxygénation au contact de l'air semble être la cause de cette dérive puisque l'huile restée dans les bouteilles a gardé ses caractéristiques initiales.

<sup>b</sup> Même remarque que pour l'huile de colza, la valeur finale valant ici 25 dyn/cm

<sup>c</sup> Non mesuré, mais trouvé dans un Hand Book of Physical Chemistry.

plaçant sous la coupelle un néon circulaire (non représenté) de diamètre supérieur à celle-ci, on obtient un éclairage à peu près homogène, adapté aux traitements futurs. Un meilleur contraste a été obtenu par l'ajout d'une couronne circulaire blanche posée dans le bac récupérateur sous la coupelle. L'image obtenue est reportée sur la figure 1.3-a. La forme de 'U' que prend chaque colonne est due à la courbure de l'interface huile-air au dessus du bord de la coupelle [9].

Les centres des colonnes se déplacent le long d'un cercle de rayon légèrement inférieur à celui de la coupelle ( $d_{cercle} = 9.54$  cm pour un diamètre de coupelle de 10 cm). En pratique, il suffit d'acquérir les niveaux de gris le long d'un cercle interceptant les 'U' pour obtenir la position des colonnes avec une très bonne précision. L'acquisition de ces niveaux de gris est effectuée à l'aide d'une extension du logiciel NIH-Image, existant déjà sur Macintosh Classic et Quadra 650 et que j'ai reprogrammé avec des fonctions étendues sur Macintosh G3 et G4. Il est ainsi possible de créer des diagrammes spatio-temporels en reportant en ligne ces acquisitions successives et en affichant ces lignes les unes sous les autres. La loi horaire de chaque colonne est alors accessible. Un exemple de diagramme spatio-temporel est reporté figure 1.3-b. Le pas de temps entre chaque ligne est réglable et la résolution maximale accessible est celle de la caméra, soit 1/25<sup>e</sup> de seconde. La largeur du diagramme en pixels est fixée à la valeur d'une puissance de 2 (512 ou 1024 pixels) en vue de transformations de Fourier rapides ultérieures. La carte d'acquisition offrant une résolution de 512\*748 pixels (en 256 niveaux de gris), il a été possible avec un objectif zoom d'obtenir une image de la coupelle d'un diamètre de 500 pixels. La durée totale d'acquisition est uniquement limitée par la mémoire du micro-ordinateur utilisé, ce qui a permis de faire des acquisitions de 30000 pixels (pour une largeur de 1024 pixels), pour une durée d'environ 20 mn.

Sur ces diagrammes se mesurent facilement les grandeurs caractéristiques des états statiques et dynamiques: espacement entre colonnes (longueur d'onde locale), nombre de colonnes, vitesse de dérive et de propagation d'un paquet de colonnes dérivantes, pulsations des oscillations, ... La

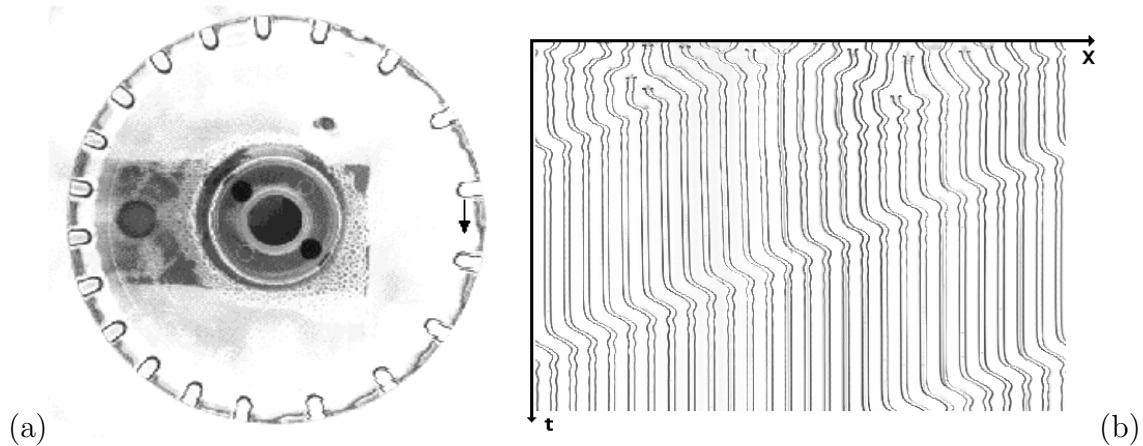


FIG. 1.3 – (a) Vue de dessus de la coupelle (diamètre 10 cm). Une vingtaine de colonnes apparaissent sous la forme de 'U'. La flèche montre le mouvement de colonnes dans une zone où la structure est dilatée. (b) Exemple de diagramme spatio-temporel (temps s'écoulant du haut vers le bas). Après un court transitoire, un paquet dérivant se propage le long de la coupelle (diamètre 10 cm). Durée approximative 20 s.

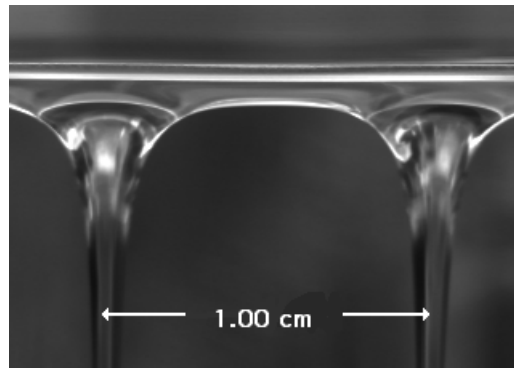


FIG. 1.4 – Profil d'une arche liquide entre deux colonnes statiques.

précision des mesures effectuées par ce moyen est très bonne. Ainsi, en général les graphiques reportant les mesures ne contiennent pas de barre d'erreur, celles-ci étant aussi larges, sinon moins, que la largeur des symboles employés.

Des prises de vue ont aussi été effectuées par une caméra située sur le côté de la coupelle. Ces vues sont particulièrement commodes pour visualiser les déformations au niveau des arches reliant deux colonnes, intimement reliées à leur mouvement. La figure 1.4 montre une forme d'arche entre deux colonnes statiques.

## 1.2 Observations qualitatives

### 1.2.1 Paramètre de contrôle et condition initiales

Le paramètre de contrôle naturel est le débit volumique d'alimentation  $Q$  qui s'exprime en  $\text{cm}^3/\text{s}$ . Pour comparer les résultats sur des coupelles de différentes tailles, il est plus pertinent



d'utiliser le débit linéique  $\Gamma$  qui s'exprime comme :

$$\Gamma = \frac{Q}{\pi d} \quad (1.1)$$

où  $d$  ( $\simeq 0.95D$ ) est le diamètre du cercle sur lequel se déplacent les colonnes.

La valeur seule du débit ne détermine pas dans quel état se trouve le système: comme dans la plupart des systèmes hors équilibre avec alimentation continue en énergie ou en matière, l'état sélectionné par le système est grandement dépendant des conditions initiales. Ici, ces conditions initiales sont: le nombre de colonnes, leurs positions et leurs vitesses. Sans trop entrer dans les détails à ce stade de la description, il convient de signaler que ces conditions sont interdépendantes.

L'un des avantages de la coupelle en tant que système cellulaire expérimental tient dans la contrôle aisé de ces conditions initiales: en touchant avec une aiguille le haut d'une colonne juste sous le surplomb, il est possible d'imposer sa position ou ses mouvements au sein du motif en déplaçant l'aiguille. L'expérience montre en effet que la colonne reste par capillarité accrochée sur l'aiguille et suit parfaitement ses mouvements. Il est alors possible de faire entrer en contact deux colonnes qui fusionnent en une seule. La dilatation locale ainsi créée initie un mouvement de dérive d'une ou plusieurs colonnes, le sens et la vitesse de la dérive des colonnes étant directement reliés au sens et à la vitesse du mouvement initial de l'aiguille. A l'inverse, il est possible de rajouter plusieurs colonnes en plantant deux aiguilles dans deux colonnes voisines. Il suffit alors d'écartier les deux aiguilles pour provoquer la naissance d'une nouvelle colonne entre les deux autres.

En raison de la facilité à rajouter ou enlever des colonnes, on a pensé pendant quelques temps que le nombre de colonnes était un autre paramètre de contrôle de l'expérience. En fait, les choses sont plus subtiles: pour un même nombre de colonnes, il est possible d'avoir deux états assez différents. Ceci traduit le fait que pour un nombre de colonnes donné, celles-ci peuvent s'agencer différemment sur la coupelle, en fonction notamment de leurs vitesses initiales.

## 1.2.2 Régimes d'écoulements

Le réseau de colonnes liquides apparaît dans une gamme de débit linéique allant environ de  $0.05 \text{ cm}^2/\text{s}$  à  $0.7 \text{ cm}^2/\text{s}$ . Comme cela a été énoncé en introduction, à faible débit il se forme un réseau émetteur de gouttes dont les sites sont immobiles au cours du temps (figure 1.5). A fort débit, une nappe liquide annulaire ayant l'apparence d'une cloche se forme sous la coupelle. L'étude d'un tel objet est présentée en troisième partie.

Les transitions gouttes/colonnes et colonnes/nappe sont hystérétiques: le débit d'une première cassure de colonne en gouttes est inférieur au débit de formation du réseau de colonnes à partir de gouttes. De même, la cassure d'une cloche liquide peut s'effectuer à un débit très inférieur à celui de sa formation. Ceci a pour conséquence l'existence de régimes mixtes où colonnes et gouttes (ou colonnes et nappe) coexistent, exactement comme cela a été observé sous un cylindre ruisselant par Giorgiutti [3].

Le réseau de gouttes présente une longueur d'onde homogène pratiquement égale à celle de l'instabilité de Rayleigh-Taylor d'un film suspendu sous un surplomb [1], soit:

$$\lambda_{gouttes} = \lambda_{RT} = 2\pi\sqrt{2}\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \quad (1.2)$$

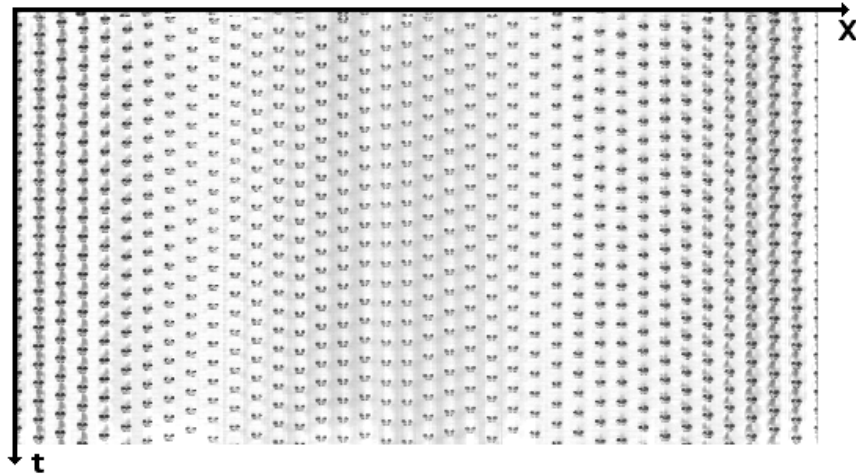


FIG. 1.5 – Diagramme spatio-temporel en régime de gouttes ( $\Gamma=0.041 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $\eta=100 \text{ cP}$ ).

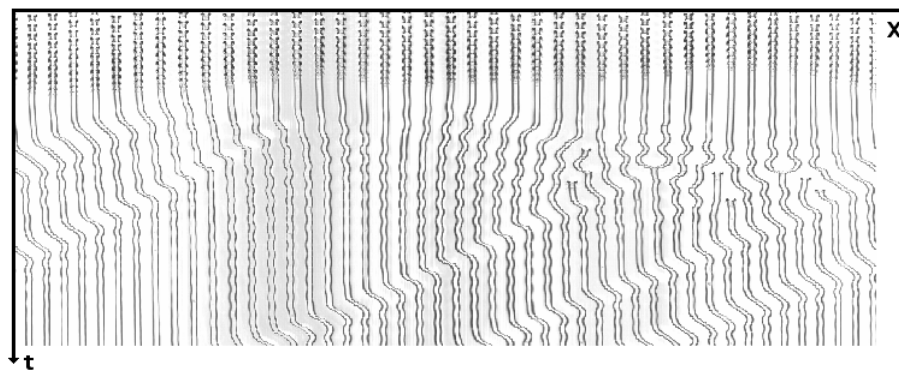


FIG. 1.6 – Passage d'un réseau de gouttes à un réseau de colonnes par augmentation progressive du débit ( $\eta=100 \text{ cP}$ ).

Cette longueur résulte des effets antagonistes entre la gravité déstabilisante (d'autant plus qu'on est à faible longueur d'onde) et la tension de surface qui stabilise les courtes longueurs d'onde. La distance entre deux sites de gouttes est alors de 1.30 cm, conformément à la théorie de Rayleigh-Taylor (valable en couche mince) et ceci, quelle que soit la viscosité utilisée.

Néanmoins, la distance "naturelle" entre deux colonnes statiques est, elle, légèrement inférieure à la précédente (une différence de l'ordre de 0.2 cm). Lorsqu'on augmente le débit de telle sorte que l'on passe progressivement du régime de gouttes à celui de colonnes, il y a une période transitoire de réajustement qui correspond à la création de colonnes supplémentaires entre les sites de gouttes déjà existant. Le diagramme de la figure 1.6 illustre ce comportement: la diminution de la longueur d'onde moyenne et la nécessité d'un ajustement provoque un transitoire où plusieurs colonnes sont créées. L'état finalement atteint comporte ici trois petits domaines dérivants.

## Chapitre 2

# Quelle description pour le système

## Hydrodynamique ou équations d'amplitude ?

Ce chapitre constitue une étude succincte de quelques aspects hydrodynamiques dans le réseau de colonnes. Les résultats doivent servir ultérieurement à mieux comprendre certains mécanismes et lois empiriques trouvées sur les états dynamiques, qui peuvent quelquefois paraître contre intuitifs. D'autre part, on y montre que l'écoulement est très difficile à étudier d'un point de vue hydrodynamique et raison de la forme complexe de la surface libre et du nombre important de facteurs pouvant influencer sur cette forme.

### 2.1 Une brève vue qualitative sur la dynamique du motif de colonnes

Lorsqu'on essaie de décrire l'hydrodynamique du motif de colonnes, on peut assez sommairement diviser le parcours des particules fluides dans l'écoulement en trois zones. L'écoulement sur la tranche de la coupelle, la zone située juste au dessous du surplomb et la chute libre dans l'air au sein d'une colonne (voir la figure 2.1).

En ce qui concerne l'écoulement sur la tranche, l'épaisseur de liquide y est constante. Ainsi, pour une raison de conservation du débit, le liquide n'est pas accéléré sur la tranche ce qui suppose un nombre de Reynolds inférieur à 1. On peut donc considérer que l'écoulement a un profil demi-Poiseuille sur la tranche (ce fait est par ailleurs confirmé par une variation de l'épaisseur avec le débit  $l_T \sim \Gamma^{1/3}$ , mesurée par mes soins). La vitesse moyenne est alors donnée par:

$$U = \left( \frac{\rho g}{6\eta} \right)^{1/3} \Gamma^{2/3} \quad (2.1)$$

Cette vitesse constitue une vitesse caractéristique utilisable pour la détermination ultérieure de nombres sans dimension.

La détermination du champ de vitesse dans la zone de chute libre est aussi assez triviale ( $U_z^2 = U_0^2 + 2gz$ ).

En fait, la partie difficile à résoudre se situe dans la zone sous le surplomb, en raison de la complexité de la surface libre dans les trois dimensions d'espace. Un fait essentiel, mais

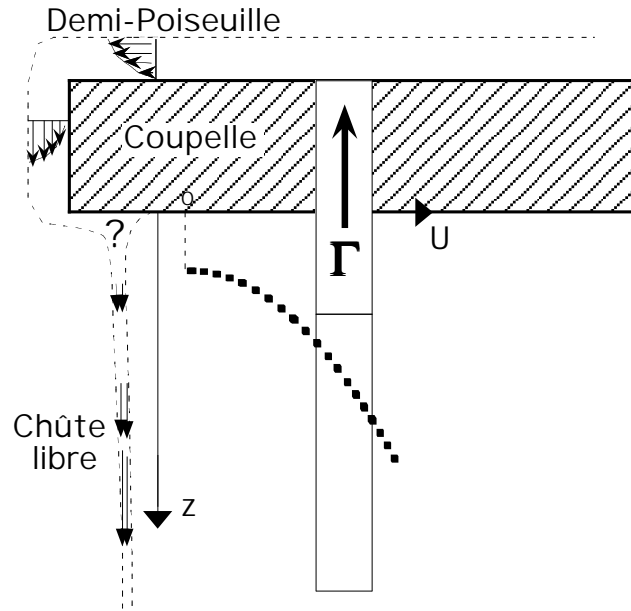


FIG. 2.1 – Représentation schématique du profil de vitesse sur au sein du liquide ruisselant.

pas forcément intuitif, est que la dynamique des colonnes va être entièrement gouvernée par la forme de cette surface libre à cet endroit. Ce fait va donc rendre ardue toute approche hydrodynamique classique du motif de colonnes.

Par ailleurs, on peut penser que, par son appartenance à la classe des systèmes ouverts, le pattern de colonnes est sensible aux perturbations extérieures en amont des colonnes (dans le liquide s'écoulant sur la surface de la coupelle). En fait il n'en est rien: en perturbant significativement la surface du liquide (en y plantant une aiguille par exemple), on se rend compte que la seule zone sensible aux perturbations, susceptible donc d'influencer la dynamique du pattern, est l'interface de liquide située entre les colonnes (on appelle cette partie les "arches liquides").

Pour une meilleure compréhension de ce qui suit, rappelons ici deux états dynamiques essentiels dans le motif de colonnes découverts et étudiés à faible viscosité dans [7, 8, 9]: il s'agit d'une part de la formation d'un domaine dérivant se propageant le long de la coupelle et d'autre part d'oscillations de colonnes en oppositions de phase par rapport à leur voisines. Ces états ont été illustré sur des diagrammes spatio-temporels en introduction. Pour tenter d'expliquer les mécanismes hydrodynamiques de ces mouvements de colonnes, F. Giorgiutti [3] a durant sa thèse, mené des calculs de minimisation d'énergie d'interface montrant que deux gouttes suspendues sous un surplomb vont avoir tendance à s'attirer l'une l'autre lorsqu'elles se touchent. Il en est de même entre une goutte et une colonne liquide. Une observation directe du motif de colonnes en mouvement montrent effectivement le rôle d'une surépaisseur (en fait une goutte dont la croissance est contrariée) au niveau de l'arche: lors d'un état dérivant ou oscillant, les arches reliant les colonnes en mouvement subissent une déformation à la suite de la croissance contrariée d'une goutte transitoire. Si cette goutte naît au milieu de l'arche, les colonnes oscillent en opposition de phase et les colonnes gardent leur symétrie de réflexion (cf. figure 2.2-a). Par contre, si la goutte qui tente de se former entre deux colonnes n'est pas parfaitement au centre des deux colonnes, la colonne la plus proche va plus attirer plus fortement la goutte vers elle. Cette goutte va alors adopter une position intermédiaire entre le centre de l'arche et la colonne tentant de l'absorber. Ceci va entraîner une brisure de parité au

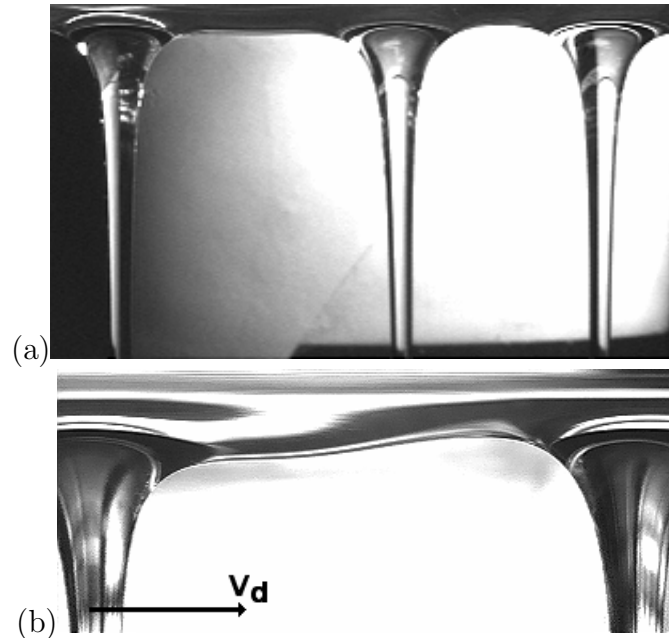


FIG. 2.2 – (a) Arches reliant des colonnes en train d’osciller. On peut remarquer la croissance transitoire d’une goutte (apparaissant sous la forme d’une surépaisseur) entre deux colonnes éloignées. (b) Interface à symétrie droite/gauche brisée, associé à une dérive de colonnes.

niveau de l’interface (figure 2.2-b).

Finalement, cela implique que les deux régimes dynamiques principaux (oscillations et dérive) sont régis par des mécanismes hydrodynamiques similaires. Tout au long de cette partie, les phénomènes liant oscillations et dérive vont confirmer cette affirmation qui à ce stade n’a qu’une justification très sommaire. D’autre part, la croissance de cette goutte transitoire sera liée ultérieurement (en partie 5) à la croissance d’un harmonique d’ordre 2.

Ce point de vue a suscité dans notre groupe le développement d’un modèle phénoménologique discret [3, 5] couplant le mouvement des colonnes avec la taille et la position des gouttes se formant au niveau des arches liquides. Ce modèle, reproduisant une certaine partie des phénomènes observés sur la coupelle, est dérivé d’une chaîne de masses et de ressorts. Par ailleurs, un tel parallèle entre un modèle de phonons et un système cellulaire interfacial (l’instabilité de l’imprimeur) avait été imaginé par Michalland et Rabaud [21]. Visuellement, l’analogie avec une chaîne de masses et de ressorts couplés est frappante: le pattern de colonnes, dont la dynamique est régie par des phénomènes interfaciaux, apparaît malgré tout comme une structure discrète, dont les mouvements de cellule se transmettent entre plus proches voisins. Les conclusions de cette analogie sont discutées au chapitre 5, dans la partie consacrée au lien entre oscillations et dérive.

Pour en revenir à l’hydrodynamique, le mécanisme de création/absorption de goutte, dont la croissance est alors contrariée, donne un temps caractéristique de l’expérience. Expérimentalement, il est observé que c’est aussi le temps caractéristique de réponse du système lorsqu’on le soumet à une perturbation finie (initiation d’un mouvement avec une aiguille par exemple). Le temps de retour à un état stable, accompagné souvent d’oscillations de colonnes (de fréquence de l’ordre du Hertz), est lié au temps de formation d’une goutte. Un calcul de ce temps peut d’ailleurs être mené rapidement, considérant qu’on injecte un volume de liquide entre deux

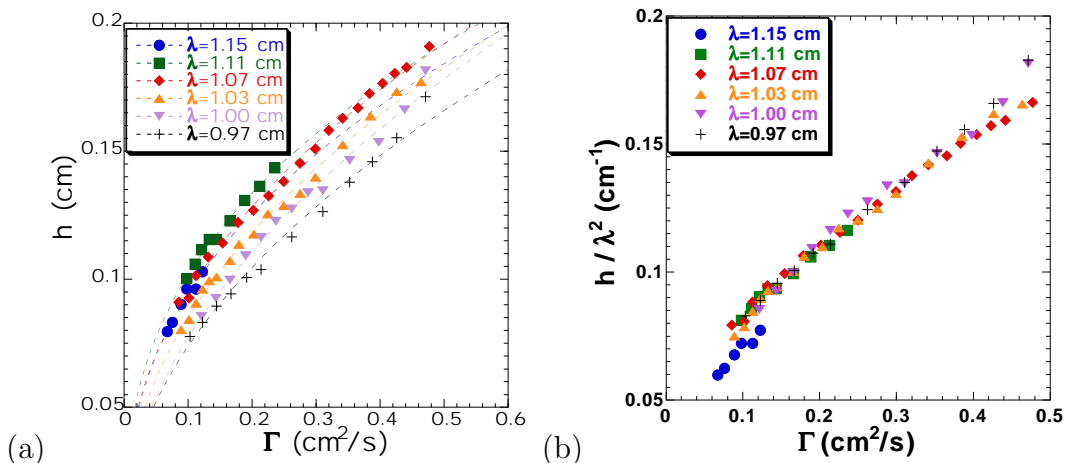


FIG. 2.3 – (a) Épaisseur de liquide au point col de l’arche entre deux colonnes ( $\eta=100$  cP). Superposition des fits en loi de puissance. (b) Rassemblement des points sur une seule courbe en divisant par  $\lambda^2$ .

colonnes distantes de  $\lambda$  égal à  $\Gamma\lambda$ , pour remplir une goutte de taille caractéristique  $2\pi l_c \lambda h$  ( $l_c$  étant la longueur capillaire et  $h$  l’épaisseur de l’arche reliant deux colonnes au centre de celle-ci).

$$\tau_c \simeq \frac{2\pi l_c \lambda h}{\Gamma \lambda} \quad (2.2)$$

$h$  et  $l_c$  sont de l’ordre de 0.1 cm et  $\lambda$  vaut environ 1 cm.  $\Gamma$  quant à lui peut être pris égal à 0.1 cm<sup>2</sup>/s. On obtient un temps légèrement inférieur à la seconde.

L’autre temps caractéristique de l’expérience ne peut pas être justifié correctement par une approche hydrodynamique, même simplifiée: c’est un temps long qui est lié au phénomène de diffusion de la position des colonnes au sein du motif. En ordre de grandeur, il est à peu près égal à la minute. Sans trop rentrer dans les détails, c’est le temps caractéristique nécessaire au pattern pour rétablir un espacement homogène entre les colonnes après un transitoire présentant de légères inhomogénéités spatiales. Ce phénomène est impliqué dans plusieurs régimes dynamiques décrits dans le chapitre 3.

## 2.2 Mesures d’épaisseur entre deux colonnes

Dans ce paragraphe sont reportées les mesures d’épaisseur de liquide au niveau du point col de l’arche, dans un état de colonnes statiques. Ces mesures ont été effectuées en variant le débit linéique  $\Gamma$ , pour plusieurs longueurs d’ondes et pour deux viscosités (100 cP et 200 cP). La figure 2.3 reporte les résultats pour 100 cP.

Les mesures brutes (a) sont correctement ajustées par une loi de puissance, dont l’exposant varie entre 0.4 et 0.5. La figure (b) suggère que l’épaisseur varie avec la longueur d’onde comme  $h \sim \lambda^2 \Gamma^{1/2}$ . En doublant la viscosité, on obtient des épaisseurs plus importantes (mesures non reportées ici): le rapport entre les épaisseurs trouvées à 200 cP et à 100 cP (toutes autres choses égales par ailleurs) varie entre 1.2 et 1.5.

Cette épaisseur au centre de l’arche statique suit un comportement différent de celui prévu par la théorie de la lubrification. On s’attendrait en effet à une dépendance en  $h \sim \Gamma^{1/3}$ .

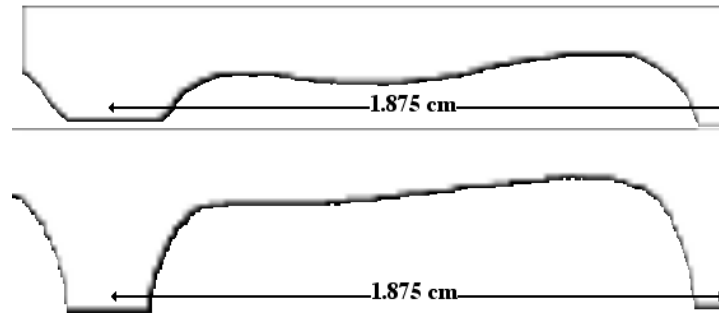


FIG. 2.4 – Profil d’interfaces entre deux colonnes en train de dériver de gauche à droite ( $\Gamma=0.17 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $\lambda=1.875 \text{ cm}$ ). En haut:  $\eta=20 \text{ cP}$ . En bas:  $\eta=100 \text{ cP}$

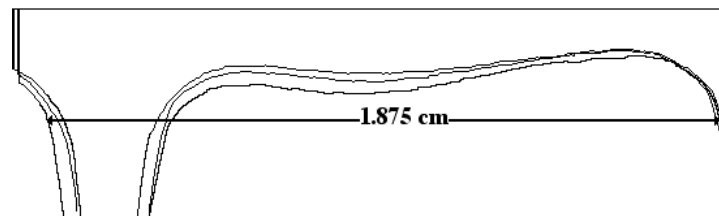


FIG. 2.5 – Profil d’interfaces entre deux colonnes en train de dériver de gauche à droite ( $\eta=20 \text{ cP}$ ,  $\lambda=1.875 \text{ cm}$ ). Superposition pour trois valeurs de débit ( $\Gamma = 0.068, 0.15 \text{ et } 0.248 \text{ cm}^2/\text{s}$ ).

### 2.3 Profils d’arches

Ce paragraphe reporte des résultats très qualitatifs sur la forme d’une arche entre deux colonnes en train de dériver.

Sur la figure 2.4 sont reportés deux profils d’arches à même débit et même longueur d’onde, mais avec deux viscosités différentes (20 cP et 100 cP): l’asymétrie de l’arche est plus prononcée à 100 cP (la goutte intermédiaire est plus proche de la colonne de gauche).

Sur la figure 2.5, on a une superposition de trois profils à même viscosité (20 cP) et même longueur d’onde ( $\lambda=1.875 \text{ cm}$ ), mais pour trois débits différents. Un débit important (profil

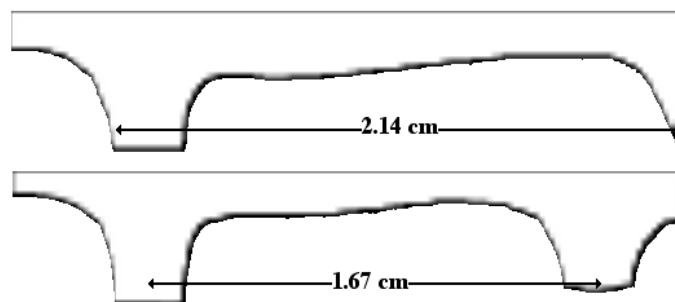


FIG. 2.6 – Profil d’interfaces entre deux colonnes en train de dériver de gauche à droite ( $\eta=100 \text{ cP}$ ). En haut:  $\Gamma=0.17 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $\lambda=2.14 \text{ cm}$ . En bas:  $\Gamma=0.17 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $\lambda=1.67 \text{ cm}$

inférieur) accentue l'asymétrie (la encore, la goutte intermédiaire est déplacée vers la gauche).

Sur la figure 2.6, sont reportés deux profils d'arche à même viscosité et même débit, mais à deux longueurs d'ondes différentes. De façon toutefois moins flagrante que pour les deux comparaisons précédentes, il semble que l'asymétrie soit plus prononcée à grande longueur d'onde.

En résumé, il semble avec une appréciation visuelle que l'asymétrie de l'arche est d'autant plus accentuée que la longueur d'onde, la viscosité et le débit sont élevés.

## 2.4 Les nombres sans dimension du problème

On peut calculer les ordres de grandeur des nombres sans dimension usuels en hydrodynamique pour notre système. La vitesse caractéristique est prise comme étant la vitesse moyenne d'écoulement du liquide sur la tranche, évaluée au premier paragraphe dans l'équation (2.1). Cette vitesse dépend du débit et de la viscosité: dans nos expériences en régime de colonnes, on peut évaluer une plage de valeurs allant de 0.6 cm/s (pour l'huile silicone 200 cP et un débit par unité de longueur de 0.05 cm<sup>2</sup>/s) à 7 cm/s (pour l'huile 10 cP et un débit de 0.5 cm<sup>2</sup>/s). La longueur caractéristique pour les effets capillaires  $l_c$  (rayon de courbure de l'interface ou taille d'une goutte par exemple) est égale à  $\sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$ , soit 0.14 cm pour toutes les huiles silicones. Une

autre longueur caractéristique du problème peut être la longueur visqueuse ( $l_\nu = \left(\frac{\nu^2}{g}\right)^{1/3}$ ). Elle reflète par exemple, dans une chute libre, la distance à partir de laquelle les effets visqueux ne se font plus ressentir. Cette longueur varie de 0.021 cm (10 cP), à 0.16 cm (200 cP). A 100 cP et 200 cP, elle devient du même ordre de grandeur que la longueur d'onde capillaire.

Grâce aux mesures d'épaisseur d'arche et à une idée de l'écoulement au niveau de la tranche, il est possible d'accéder à des longueurs et vitesse caractéristiques que ne nous donnaient pas à priori la géométrie du système (nous avons vu que les dimensions de la coupelle n'avaient pas d'influence sur la dynamique). On peut alors évaluer un ordre grandeur des termes de pression dus aux effets inertiel, gravitaire, capillaire et visqueux. Le terme inertiel peut être donné par  $\rho U^2$  ( $U$ : vitesse moyenne sur la tranche). Le terme de gravité peut être pris égal à  $\rho gh$ . Le terme visqueux peut être pris égal à  $\eta \frac{U}{h}$ . Enfin, le terme capillaire est de l'ordre de  $\frac{\gamma}{h}$ . Le nombre de **Reynolds**  $Re$  mesurant l'importance relative des effets visqueux et inertiels vaut:

$$Re = \frac{Uh}{\nu} \quad (2.3)$$

Selon les conditions expérimentales (débit, viscosité), on peut évaluer sa plage de variation de 0.05 à 1.5.

Le nombre de **Bond**  $Bo$  mesurant l'importance relative des effets de gravité et de capillarité vaut:

$$Bo = \frac{\rho gh^2}{\gamma} \quad (2.4)$$

Il peut varier de 0.2 à 1.5 environ.

Le nombre **Capillaire**  $Ca$  mesurant l'importance relative des effets visqueux et capillaires vaut:

$$Ca = \frac{\eta U}{\gamma} \quad (2.5)$$



Sa plage de variation va de 0.02 à 0.06 et reste donc très inférieure à 1.

Le nombre de **Weber**  $We$  mesurant l'importance relative des effets inertiels et capillaires vaut:

$$We = \frac{\rho U^2 h}{\gamma} \quad (2.6)$$

Le nombre de Weber varie entre  $2.10^{-3}$  et 0.4 environ.

En résumé, les effets capillaires semblent dominants dans notre expérience, par rapport à la gravité et les effets visqueux. Néanmoins, on constate empiriquement que des quantités comme la viscosité du liquide et le débit ont une influence primordiale sur la dynamique du pattern: en effet, une variation de débit ou de viscosité induit des modifications dans la forme des arches reliant deux colonnes. Ceci complique grandement l'approche analytique, puisque la surface libre qui gouverne la dynamique des colonnes semble dépendre de beaucoup de paramètres. Traditionnellement, la résolution des écoulements à surface libre n'est pas chose aisée, même dans les géométries d'écoulements simples: l'équation de Navier-Stokes doit être résolue avec des conditions aux limites à la surface libre. Dans le réseau de colonnes, la conjonction d'effets hydrodynamiques différents qui interagissent rend l'approche hydrodynamique très ardue: en général, on restreint celle-ci à des considérations d'ordres de grandeur, tels que ceux qu'on a mené.

## 2.5 Description phénoménologique de la dynamique

Dans ces systèmes dynamiques cellulaires, le formalisme d'étude fait en général appel à des équations phénoménologiques de type Ginzburg-Landau. Dans cette approche, on laisse de côté les mécanismes internes au système (capillarité, viscosité, écoulement, ...) pour adopter la démarche d'une recherche de lois simples. De ce fait, on traite le problème avec les outils de la physique non-linéaire. On choisit en général de modéliser le pattern par une fonction scalaire  $U(x,t)$  qui est en général la somme d'une fonction périodique  $U_0(x + \phi)$  correspondant à l'état de référence et d'une fonction  $u(x + \phi, t)$ . La fonction  $u(x + \phi, t)$  est elle-même la somme des développements de tous les modes dynamiques instables [27] ( $\phi$  étant la phase spatiale du motif):

$$U(x,t) = U_0(x + \phi) + u(x + \phi, t) \quad (2.7)$$

$$u(x + \phi, t) = \sum A_\alpha(x + \phi, t) m_\alpha(x + \phi, t) \quad (2.8)$$

$\alpha$  est l'indexation d'un mode instable  $m_\alpha$ , dépendant du temps (état oscillant) ou non (état dérivant).  $A_\alpha$  est l'amplitude (réelle ou complexe) de ce mode. Couillet et Iooss [27] ont montré qu'il existait dix modes génériques correspondant à dix symétries brisées différemment.

La figure 2.7 donne une illustration de cette schématisation du motif de colonnes.

Dans le cas d'une bifurcation avec brisure de symétrie gauche/droite, par exemple,  $m_\alpha(x + \phi, t)$  a la forme d'une fonction antisymétrique par rapport à  $x$  qui vient s'ajouter à la fonction symétrique  $U_0(x + \phi)$  [19]. Le but est ensuite de trouver, par arguments de symétrie et en restant dans la limite où  $A_\alpha$  et  $\phi$  sont des fonctions lentement variables en espace et en temps, des équations aux dérivées partielles couplant l'amplitude  $A_\alpha$  avec la dynamique de phase. En

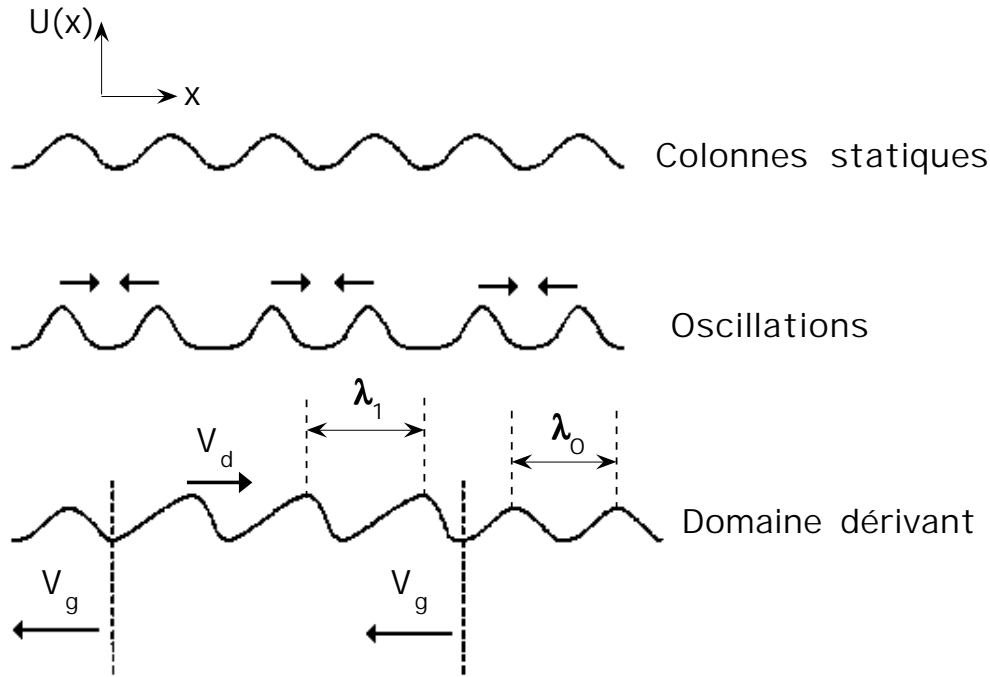


FIG. 2.7 – Représentation schématique d’un motif cellulaire 1D et de quelques états dynamiques, à l’aide d’une fonction  $U(x,t)$ .

se restreignant à la dynamique de ce seul mode, indépendamment des autres (ce qui est une hypothèse validée à l’intérieur d’un domaine dérivant), on trouve une équation régissant la dynamique de  $A_\alpha$ . L’équation correspondant à la brisure de symétrie gauche/droite est donnée par [19]:

$$A_t = (\mu + \epsilon\phi_x)A + A_{xx} + \gamma AA_x - \delta A^3 + \dots$$

$$\phi_t = \omega A + \phi_{xx} + \dots$$

Cette équation a été restreinte à ses ordres les plus bas en puissance de  $A$  et de  $\phi$ , une troncature qui admet implicitement qu’on se trouve près du seuil de bifurcation.

En général,  $\mu$  apparaît comme étant le paramètre de contrôle naturel de l’expérience. Le seuil semble alors dépendre du gradient de phase. Les coefficients  $\delta$  et  $\omega$  sont a priori indépendants de ce gradient de phase, ce qui, nous le verrons, n’est pas vérifié dans notre système. Ces équations modèles ont pu être testées rigoureusement sur notre système où les quantités apparaissant dans les deux équations ci-dessus sont identifiables à certaines grandeurs dans notre système. Ainsi, le gradient de phase  $\phi_x$  n’est autre que la différence entre le nombre d’onde local ( $k$ ) et un nombre d’onde de référence ( $k_0$ ) que nous allons préciser ultérieurement. En d’autres termes, la valeur de  $\phi_x$  est directement déductible d’une mesure locale de la distance entre colonnes. La dérivée temporelle de la phase  $\phi_t$  est reliée de façon triviale à la vitesse de dérive et au nombre d’onde par la relation:  $\phi_t = V_d k$ . Par la suite, en supposant le gradient de phase et l’asymétrie comme constants à l’intérieur d’un domaine, on trouve que  $A$  et  $\phi_t$  sont proportionnels, par le coefficient  $\omega$ . La solution donnant  $A$  à l’équilibre ( $A_t=0$ ) est  $A^2 = (\mu + \epsilon\phi_x)/\gamma$ . Il conviendra

donc de mesurer  $(V_d k)^2$  afin de voir s'il existe une relation linéaire entre cette quantité et le paramètre de contrôle de l'expérience (le débit par unité de longueur).

Par cet exemple, on se rend compte de la possibilité de tester le modèle de Coulet et Iooss et de mesurer les coefficients de ses équations.

Cette approche, qui peut sembler réductrice au niveau de la "physique" des phénomènes observés a apporté de remarquables succès dans l'interprétation de la dynamique des patterns et dans la mise en évidence d'une universalité des phénomènes [14].

Bien que les colonnes liquides en elles-mêmes constituent des singularités dans le profil interfacial, il est tout à fait possible de schématiser leur position et leur dynamique par les équations ci-dessus : le maximum de la fonction  $U(x,t)$  peut représenter le lieu d'une colonne. Par cette approche, on réduit la figure de ruissellement de colonnes liquides comprenant un profil d'interface très complexe dans les trois dimensions d'espace, à un ensemble de couples (position des colonnes/vitesse des colonnes) pour chaque colonne donnant toute l'information nécessaire (une information facilement accessible par l'intermédiaire des diagrammes spatio-temporels).

Ainsi, le pattern de colonnes est décrit comme une fonction scalaire continue et dérivable dans le temps et l'espace, construite comme la fonction  $U(x,t)$  sur la base d'un état de référence et de modes instables brisant la symétrie initiale du problème. Ce point de vue usuel dans l'étude des systèmes cellulaires va nous permettre de décrire le motif de colonnes et sa dynamique de façon beaucoup moins limitée qu'une étude hydrodynamique l'aurait permise.

## Chapitre 3

# Régimes dynamiques laminaires: étude expérimentale

Dans ce chapitre sont présentés les études quantitatives des différents états laminaires. Leur ordre d'exposition est à longueur d'onde moyenne croissante, dans les quatre premiers paragraphes.

Pour mieux appréhender cet ordre d'exposition, et bien que la stabilité des différents états fasse l'objet d'un prochain chapitre, on peut présenter ici une vue d'ensemble des états dynamiques. Le diagramme figure 3.1 montre l'existence des états dynamiques lorsqu'on varie la longueur d'onde moyenne  $\lambda_{moy}$  (liée au nombre de colonnes par  $\lambda_{moy} = \frac{\pi d}{N_{col}}$ ) et le débit par unité de longueur  $\Gamma$ . Il concerne le cas de l'huile 100 cP. On y voit de gauche à droite les états correspondant à une structure de plus en plus dilatée. Pour une structure très peu dilatée, les colonnes sont statiques (CS). Lorsqu'on augmente  $\lambda_{moy}$  (en supprimant quelques colonnes), on obtient en fonction du débit et des conditions initiales des oscillations ou un domaine dérivant local (DL). Si on continue à supprimer des colonnes, on atteint des structures de plus en plus dilatées. On voit toujours un domaine dérivant mais dont la taille devient de plus en plus importante, jusqu'à atteindre la taille entière du système. On parle alors de dérive globale (DG). Le chaos spatio-temporel (CST) est un peu à part, dans la mesure où on ne peut plus contrôler  $\lambda_{moy}$ . Une plage d'existence est néanmoins mesurable.

Nous commençons donc par décrire le cas des structures les plus resserrées. Nous allons voir dans un deuxième paragraphe que cet état peut présenter dans certaines conditions une dérive lente<sup>1</sup>. Ensuite, nous nous intéresserons à l'état d'oscillations, et aux états dérivants locaux et globaux.

### 3.1 Etat statique - Etat de référence

C'est l'état le plus simple obtenu en régime de colonnes, dans le sens où il découle directement de l'instabilité primaire avant que d'éventuelles bifurcations secondaires n'entrent en jeu. Après un transitoire où la phase peut éventuellement diffuser, le motif apparaît parfaitement homogène et quasi-immobile. Il correspond aux structures les plus resserrées (grand nombre de colonnes par unité de longueur). Sa plage d'existence est détaillée en figure 3.2, à partir d'un zoom du diagramme de stabilité général. Globalement, la plage en longueur d'onde varie peu avec le

---

1. L'adjectif lent est à considérer relativement à la dérive "rapide" qui correspond à l'état de brisure de parité. La vitesse d'une dérive lente est environ 100 fois inférieure à celle de la dérive normale.

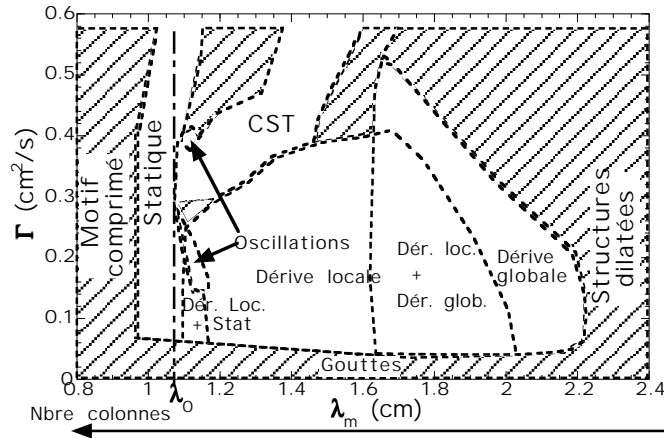


FIG. 3.1 – Vue d'ensemble des états dynamiques, apparaissant en variant le débit et le nombre de colonnes (huile silicone 100 cP).

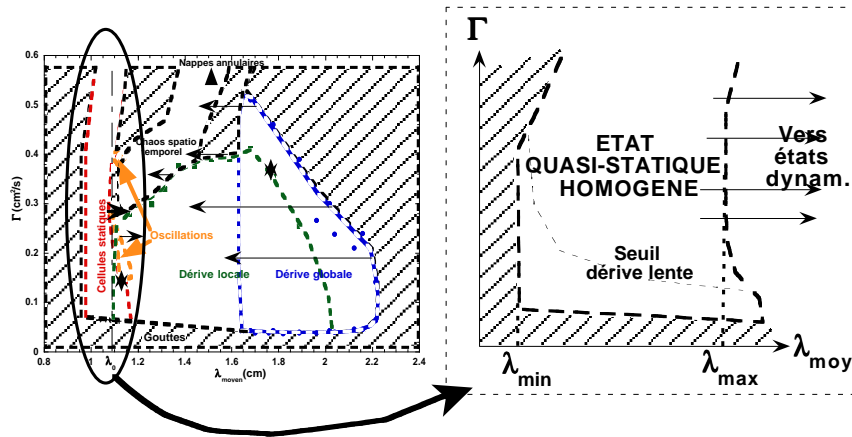


FIG. 3.2 – Zoom sur la plage d'existence des états statiques (100 cP).

débit. On constate néanmoins que à trop haut débit, les états trop resserrés n'existent plus. Sur cette figure 3.2, on a aussi tracé en pointillés la limite d'apparition d'une dérive très lente en bloc de la structure. Cette dérive lente est étudiée dans le paragraphe suivant, l'état correspondant étant noté quasi-statique sur la figure 3.2.

Si on regarde bien la figure 3.2, on remarque que, au moins à bas débit, la largeur de la plage d'existence en  $\lambda$  est pratiquement indépendante du débit, et ne dépend que de la viscosité. La dépendance de cette plage en viscosité est reproduite sur la figure 3.3. L'état statique apparaît donc dans une certaine plage en  $\lambda$ . Comme on le verra plus tard, il existe une valeur  $\lambda_0$  dans cette plage qui est choisie comme longueur d'onde de référence. Cette valeur de référence est sélectionnée par la dynamique du système et on verra qu'elle ne varie quasiment pas avec le débit.

Une telle sélection dynamique de longueur d'onde a été observée dans d'autres systèmes cellulaires, comme la solidification directionnelle ou l'instabilité de l'imprimeur [15, 16].

La figure 3.3 rapporte aussi l'évolution de cette longueur d'onde de référence  $\lambda_0$  avec la viscosité  $\eta$ , pour des huiles silicones. Quelques remarques en découlent:

- $\lambda_0$  est toujours inférieure à la longueur d'onde théorique de Rayleigh-Taylor  $\lambda_{RT}$  et diminue

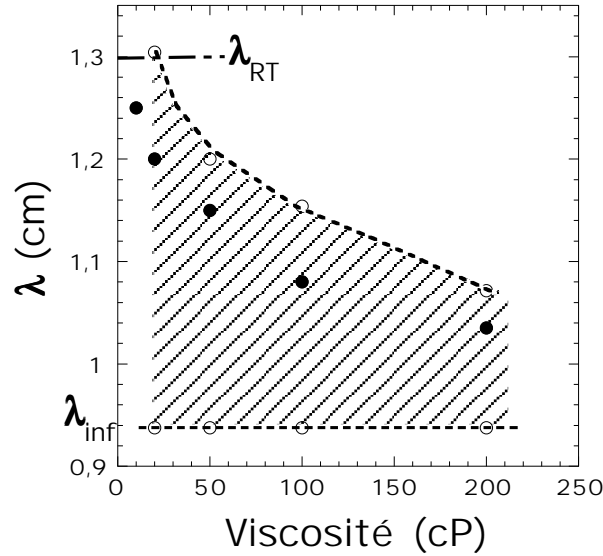


FIG. 3.3 – Plage de longueur d’onde maximale accessible pour l’état de colonnes statiques, en fonction de la viscosité (huile silicone). Les disques pleins représentent la longueur d’onde de référence  $\lambda_0$ .

lorsque la viscosité augmente. A faible viscosité,  $\lambda_0 \simeq \lambda_{RT}$

- La plage des longueurs d’ondes accessibles en régime de colonnes statiques devient plus étroite à faible viscosité. Pour autant, la longueur d’onde minimale accessible ne varie pas. Elle reste égale à la longueur d’onde minimale pour laquelle le taux de croissance de l’instabilité de Rayleigh-Taylor est positif  $\lambda_{inf} = 2\pi \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda_{RT}$  [1]. Toute tentative de rajouter une colonne lorsque le système se trouve à  $\lambda_{inf}$  se solde par la fusion de deux autres colonnes autre part sur la coupelle: le système se maintient au dessus de  $\lambda_{inf}$ . Par ailleurs, de l’autre côté de la plage de stabilité, l’état statique va bifurquer vers un état dynamique (oscillations, dérive): voir figure 3.2.

Pour parcourir cette plage, il est facile de contrôler les longueurs d’onde à l’aide de la méthode ”des aiguilles” décrite au chapitre 1. Pour qu’une longueur d’onde soit incluse dans cette plage, il est nécessaire qu’il existe un débit pour lequel le régime statique soit stable. Etant donné que le débit (par unité de longueur)  $\Gamma$  est le paramètre de contrôle de l’expérience, on imagine fort bien qu’une modification de celui-ci peut entraîner la déstabilisation d’un état statique pour certaines longueurs d’ondes (et viscosités). Ces scénarios de déstabilisation sont décrits en détail dans le chapitre 4.

## 3.2 Mode neutre de phase: Dérive lente

### 3.2.1 Observations et mesures

Ce régime consiste en une dérive lente de l’ensemble de la structure perceptible par des observations à temps longs. Il apparaît en général au dessus d’un débit seuil. La dérive lente choisit arbitrairement un sens, dépendant semble-t-il des conditions initiales (c’est à dire des infimes écarts initiaux à l’homogénéité du système). Ainsi, dans la plupart des conditions, le système garde le sens de dérive initial. Un exemple est donné sur le figure 3.4-a. On peut par

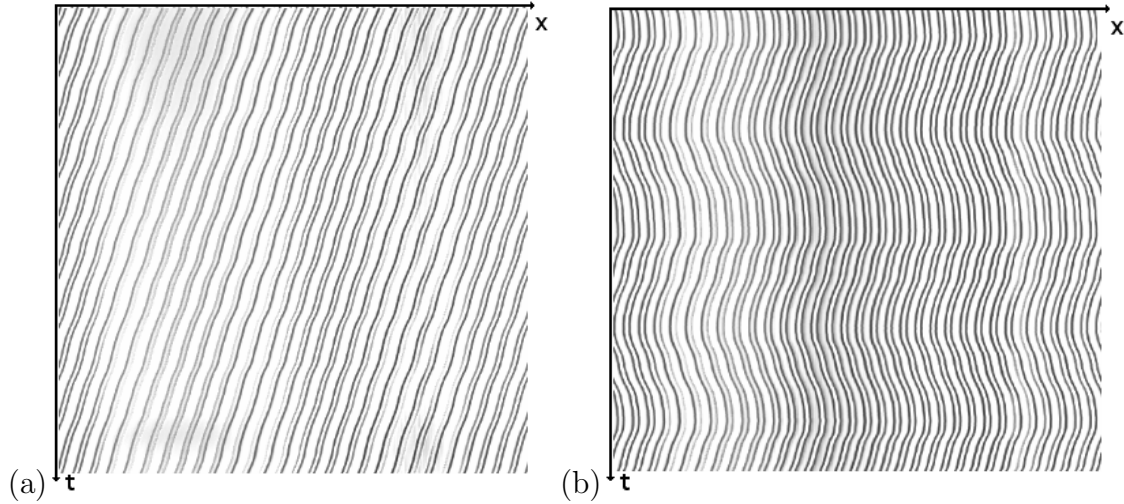


FIG. 3.4 – Exemples de dérive lente ( $\eta=200$  cP,  $d=10$  cm). (a)  $\Gamma=0.089$  cm<sup>2</sup>/s, 28 cols. ( $\lambda=1.067$  cm). Durée= 640 s. (b) Changements de sens ( $\Gamma=0.266$  cm<sup>2</sup>/s, 32 cols. ( $\lambda=0.933$  cm). Durée= 1280 s.)

ailleurs remarquer des ondulations lentes (oscillations en phase) superposées à la dérive. Ces ondulations existent d'ailleurs aussi sans dérive, mais avec une amplitude très faible. A la limite supérieure de la plage de débit où existent ce régime, la dérive peut subir des changements de sens spontanés et plus ou moins réguliers dans le temps (figure 3.4-b). Dans ce cas, la mesure d'une vitesse est plus délicate. Ces phénomènes apparaissent dans une gamme de paramètres très réduite et peuvent précéder la déstabilisation du régime de dérive lente, vers un état d'oscillations rapides ou même de chaos spatio-temporel.

L'étude quantitative d'un tel régime exige des acquisitions longues (jusqu'à 20 min) avec un pas de temps entre chaque ligne beaucoup plus important que pour la dynamique rapide usuelle.

Les vitesses de dérive lente sont mesurables à partir de  $10^{-3}$  cm/s, et sont inférieures à 0.05 cm/s. Les mesures brutes sont reportées sur les figures 3.5-a et b.

La vitesse de dérive lente est donc une fonction croissante de la longueur d'onde et du débit. Ces deux paramètres égaux par ailleurs, la viscosité est un facteur augmentant la vitesse. Par ailleurs, quelque soit la longueur d'onde, la dérive lente n'apparaît que si le débit est supérieur à un débit seuil  $\Gamma_c$ . On constate que  $\Gamma_c$  est plus faible (la dérive lente apparaît plus facilement) pour une structure plus étirée et à plus forte viscosité.

En analysant les données avec plus de détails, il est apparu que dans une certaine plage de débit au dessus du seuil, la vitesse de dérive suivait une loi quadratique avec le débit. La figure 3.6-a reporte la quantité  $(V_d k)^2$  en fonction du débit pour  $\eta=100$  et 200 cP,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  étant le nombre d'onde de la structure. La pertinence de la quantité  $(V_d k)^2$  découle du modèle des équations d'amplitude présenté en section 2.5 (chapitre 2). Prévu initialement pour les états de dérive rapide, ce modèle semble aussi adapté pour les états de dérive lente. La quantité  $(V_d k)$  n'est autre que la dérivée temporelle de la phase spatiale  $\phi_t$ . Les équations du modèle prévoient alors une variation de cette quantité en racine carrée du paramètre d'ordre, qui ici est naturellement le débit par unité de longueur. Il a par ailleurs été possible de mesurer  $\omega$  la pulsation des ondulations superposées à la dérive. On constate que le rapport  $\frac{V_d k}{\omega}$  est à peu près constant et égal à 1 (avec quelques écarts dus aux imprécisions de mesure à bas débit, figure

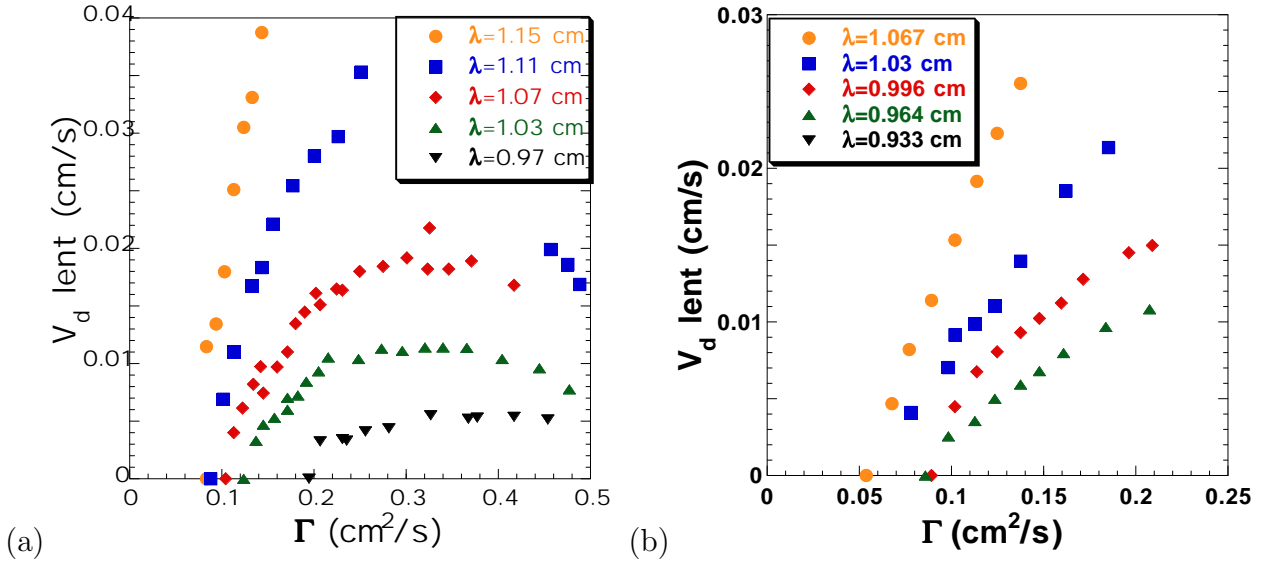


FIG. 3.5 – Mesures de vitesse de dérive lente pour plusieurs nombres de colonnes en fonction du débit ( $d=10$  cm). (a)  $\eta=100$  cP. (b)  $\eta=200$  cP.

3.6-b). Ce résultat fait penser à la relation liant la vitesse de phase et la pulsation d'une onde non-dispersive. On peut retenir que ces dérives lentes ont le comportement d'une bifurcation supercritique en prenant  $V_d k$  comme paramètre d'ordre, dimensionnellement analogue à un temps de croissance.

Notons que des mesures de vitesse ont été effectuées à plus basse viscosité. A 20 cP, la dérive lente est observée pour une plage très réduite de longueur d'onde: avec la grande coupelle n° II, elle n'apparaît que pour 40 colonnes, alors que le régime statique est présent de 40 à 54 colonnes! La vitesse croît aussi avec le débit près du seuil, mais revient à zéro au delà d'un autre débit seuil. Ceci est d'ailleurs conforme aux résultats trouvés par Mazel [9] dans sa thèse. Cette décroissance à haut débit est aussi observée loin du seuil pour certaines longueurs d'ondes intermédiaires à 100 cP (figure 3.5-a).

En résumé, la vitesse de dérive lente peut donc être mise sous la formule empirique suivante:

$$(V_d k)^2 = \alpha(\Gamma - \Gamma_c) \quad (3.1)$$

$\alpha$  et  $\Gamma_c$  étant fonctions de la longueur d'onde et de la viscosité du liquide (sans doute aussi de la tension de surface).

### 3.2.2 Quelques réflexions et conjectures sur la dérive lente

Expérimentalement, la pertinence du régime de dérive lente sur la coupelle circulaire a été quelques temps sujet à cautions. En effet, nous avons tout d'abord pensé que l'apparition de la dérive lente était due à une mauvaise horizontalité de la coupelle. A ceci plusieurs raisons: tout d'abord, une mauvaise horizontalité augmente la vitesse de dérive et abaisse le seuil d'apparition en débit. De plus, la modification de l'horizontalité permet de générer une dérive lente dans des conditions sur  $(\lambda, \Gamma, \eta)$  où elle n'apparaît normalement pas.

Néanmoins, l'horizontalité de la coupelle pouvant être réglée avec une grande précision, grâce au contrôle d'un régime oscillant étendu sur toute la coupelle, il existe toujours des conditions



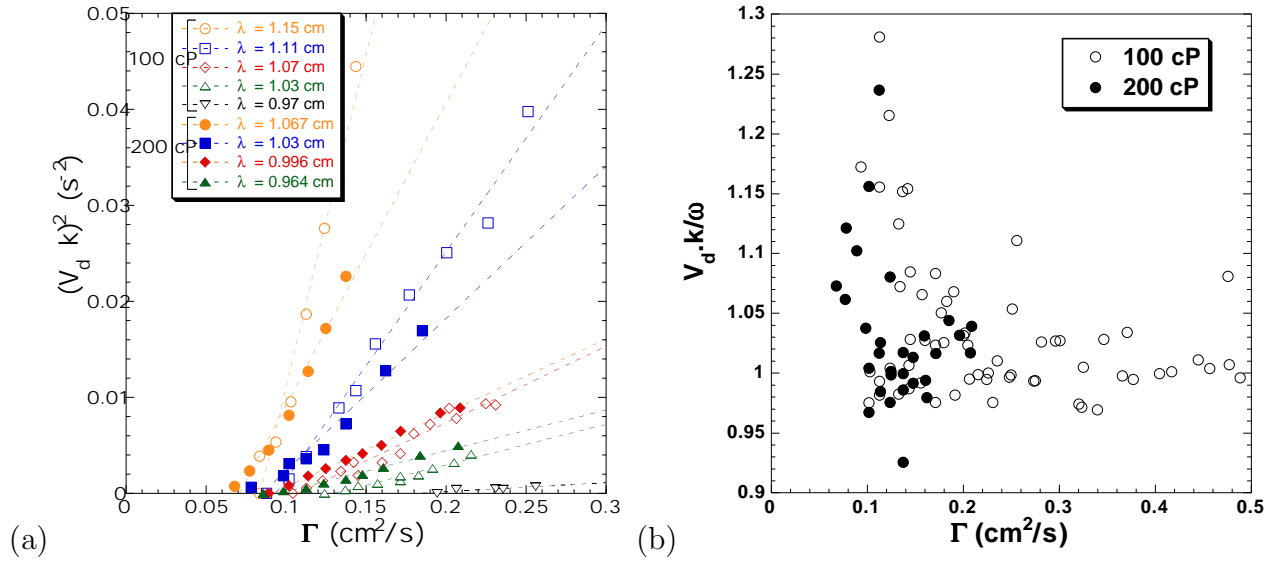


FIG. 3.6 – (a)  $(V_d k)^2$  en fonction du débit pour les viscosités de 100 et 200 cP. (b) Rapport  $(V_d k) / \omega$ .

pour lesquelles la dérive lente et les ondulations correspondantes sont présentes. Cette preuve est confortée par le fait que les vitesses de dérive n'ont pas changé à la précision des mesures, lors de plusieurs campagnes effectuées à quelques jours d'intervalle.

Très qualitativement, nous supposons que la dérive lente est une conséquence de l'invariance du système initial par translation d'un vecteur quelconque  $x$ . Le choix de l'origine de la phase spatiale est arbitraire et par conséquent, un mode neutre de phase se développe. Néanmoins, les différentes expériences ont suggéré qu'il est en plus nécessaire que des inhomogénéités de phases soient présentes (positions des colonnes non parfaitement périodique). En effet, lorsque le liquide déborde initialement et que l'instabilité primaire peut se développer, les distances entre colonnes ne sont pas rigoureusement les mêmes, en conséquence d'une plage assez large de sélection dans la longueur d'onde (même si l'injection de liquide, la coupelle circulaire et la parfaite horizontalité garantissent des conditions "axisymétriques").

Une légère brisure de la symétrie de translation est alors présente initialement. Puis, la diffusion de la phase toujours présente homogénéise le pattern au cours d'un transitoire de une à deux minutes. Ainsi, si le système est placé directement (avant la fin de ce transitoire) dans une plage de paramètres (structure dilatée et débit important) où la dérive lente peut se développer, elle sera effectivement observée. Si au contraire on approche le seuil par valeurs inférieures, en ayant laissé le système assez longtemps à faible débit (pour laisser la diffusion de phase homogénéiser parfaitement le motif), la dérive lente n'apparaît pas. Pour la faire apparaître, il est alors nécessaire de perturber localement le système, par exemple en "tirant" à faible vitesse une aiguille plantée dans une colonne sans provoquer le coalescence. En général, la dérive lente démarre alors. Les mesures reportées ont été effectuées par ces deux moyens. Ainsi, la bifurcation d'un état statique vers un état de dérive lente possède un léger caractère sous-critique, malgré la loi empirique (3.1) de type supercritique reliant les paramètres de contrôle et l'ordre naturels de l'expérience.

L'origine des ondulations est quant à elle encore plus floue: ces ondulations apparaissent même en l'absence de dérive. Au tout début de l'expérience (juste après le débordement initial de la coupelle), elles ne sont pas présentes mais commencent à se développer au cours d'un

temps assez court (quelques minutes) pour atteindre une amplitude d'équilibre. Il est donc possible qu'elles soient liées à la diffusion de la phase qui s'installe aussi en ces échelles de temps.

Ces phénomènes à échelle de temps très longs ont été aussi observés en solidification directionnelle [17] ainsi que dans l'instabilité de l'imprimeur [18]. Etant donné que ces systèmes possèdent des conditions de bords rigides, contrairement à la coupelle, les phénomènes lents qui s'y installent ressemblent plutôt au comportement reporté en figure 3.4-b: la dérive n'a pas lieu continûment dans le même sens. Par ailleurs, dans l'instabilité de l'imprimeur, ces phénomènes cessent après quelques heures [18] ce qui n'a pas été remarqué sur la coupelle.

Il reste néanmoins beaucoup de points à expliquer sur la dérive lente: pourquoi, par exemple, le débit, la viscosité et la longueur d'onde augmentent la vitesse de dérive? Pourquoi est-il nécessaire d'être au dessus d'un seuil en débit et en longueur d'onde? Pourquoi observe-t-on de brusques changements de rotation? Pourquoi sont-ils réguliers?

Pour les premières questions, on peut, en se souvenant des résultats des mesures d'épaisseur d'arche du chapitre 2, émettre l'hypothèse que la vitesse augmente avec l'épaisseur, car l'épaisseur elle-même est une fonction croissante de  $\lambda$ ,  $\Gamma$  et  $\eta$ . On peut par exemple, sans autre justification qu'un argument dimensionnel, construire une vitesse sur les trois paramètres  $h$ ,  $l_c$  et  $D_\phi$  le coefficient de diffusion de la phase (l'épaisseur  $h$  contenant implicitement la dépendance en  $\Gamma$ ,  $\lambda$  et  $\eta$ ):

$$V_{\text{caract}} = h \frac{D_\phi}{l_c^2} \quad (3.2)$$

Dans le chapitre 2, on a vu que  $h \sim \Gamma^{1/2}$ , ce qui conduit à  $V_{\text{caract}} \sim \Gamma^{1/2}$ , conformément à la vitesse de dérive. Par contre  $h \sim \lambda^2$  mais ce n'est pas le cas pour  $V_d$ . Il faudrait alors combiner avec une dépendance de  $D$  en  $\lambda$ .

### 3.3 Mode à période spatiale double: oscillations

Ce paragraphe présente les résultats quantitatifs et l'ensemble des divers phénomènes observés dans le régime d'oscillations de colonnes. Lors de l'apparition d'un tel régime, on a véritablement l'impression que les colonnes se mettent à "danser" autour de leur position l'équilibre. C'est ce qui a conduit Laurent Limat et Frédérique Giorgiutti à intituler un article grand public "La Fontaine qui danse" (Pour La Science). Lorsque l'amplitude des oscillations devient assez grande (de l'ordre de l'espacement entre les colonnes), on a véritablement l'impression que le motif peut se "casser" à tout moment. C'est d'ailleurs le signe qu'on s'approche d'une gamme de paramètre où le chaos spatio-temporel peut surgir, et le système est alors très sensible aux perturbations. Ainsi, ce régime est le précurseur naturel du chaos ce qui va être mieux illustré par la suite. Son étude est donc relativement importante.

#### 3.3.1 Propriétés générales

Ce régime est caractérisé par des oscillations de la position des colonnes, chacune d'elle oscillant en opposition de phase avec ses deux voisines (figure 3.7). Une dérive lente de l'ensemble peut se superposer. D'un point de vue des symétries du pattern, ce régime est associé à un mode de doublement de période spatiale, préservant la symétrie gauche/droite des arches liquides reliant deux colonnes (voir figure 3.8).

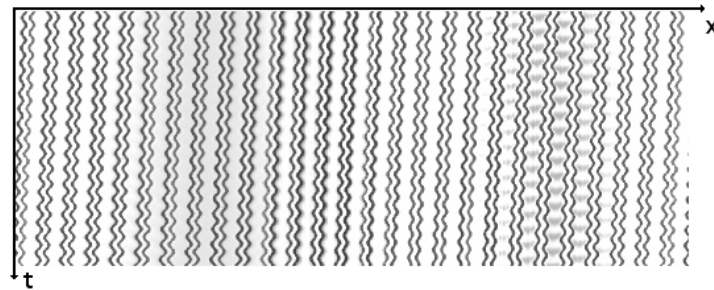


FIG. 3.7 – Régime d'oscillations rapides ( $\eta=100$  cP,  $d=10$  cm,  $\Gamma=0.25$  cm<sup>2</sup>/s, 27 cols.). Durée=11.6 s.

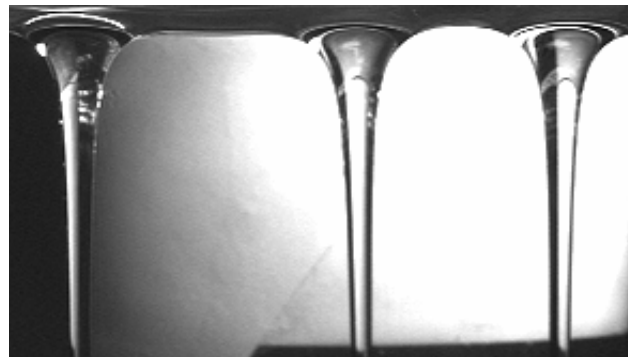


FIG. 3.8 – Arches symétriques reliant des colonnes en train d'osciller

D'un point de vue purement qualitatif (dans un premier temps), un rapide coup d'oeil sur la durée du diagramme renseigne sur l'ordre de grandeur de la fréquence: autour du hertz. Cette fréquence correspond à l'autre échelle de temps caractéristique du système, beaucoup plus rapide, correspondant au temps de remplissage d'une goutte commençant à croître entre deux colonnes en train de s'écarter. Dans un deuxième temps, les colonnes commencent à se rapprocher de la goutte en formation et à absorber une partie de son liquide.

Un régime similaire a pu être observé dans de nombreux systèmes de dynamique d'interface à une dimension, tels que l'instabilité de l'imprimeur [16, 21], la solidification directionnelle [22, 23, 17] ou l'équation de Kuramoto-Sivashinsky amortie [24]. Par contre, les oscillations observées en convection de Rayleigh-Bénard mènent à des cellules oscillant localement en phase [25, 26]. Il semble donc que le mode à doublement de période soit lié à une dynamique plutôt de type interfaciale. Précisons que les deux types d'oscillations (en phase ou en opposition) ont été prédites en termes de symétries brisées par Coulet et Iooss [27]. Celles de notre système a été identifié sous la terminologie "mode de vascillation-respiration" (Vascillating-Breathing ou VB mode).

Sur la coupelle circulaire, ces oscillations apparaissent lorsque  $\lambda$  est légèrement supérieur à  $\lambda_0$  (la longueur d'onde de référence introduite au début du chapitre) et dans une certaine plage de débit (voir figure 3.1). Elles peuvent aussi apparaître, transitoirement ou non, derrière le passage d'un paquet dérivant. Ce régime permet en outre de contrôler si l'horizontalité est bonne, lorsqu'à partir d'un état statique, il apparaît étendu à toute la coupelle.

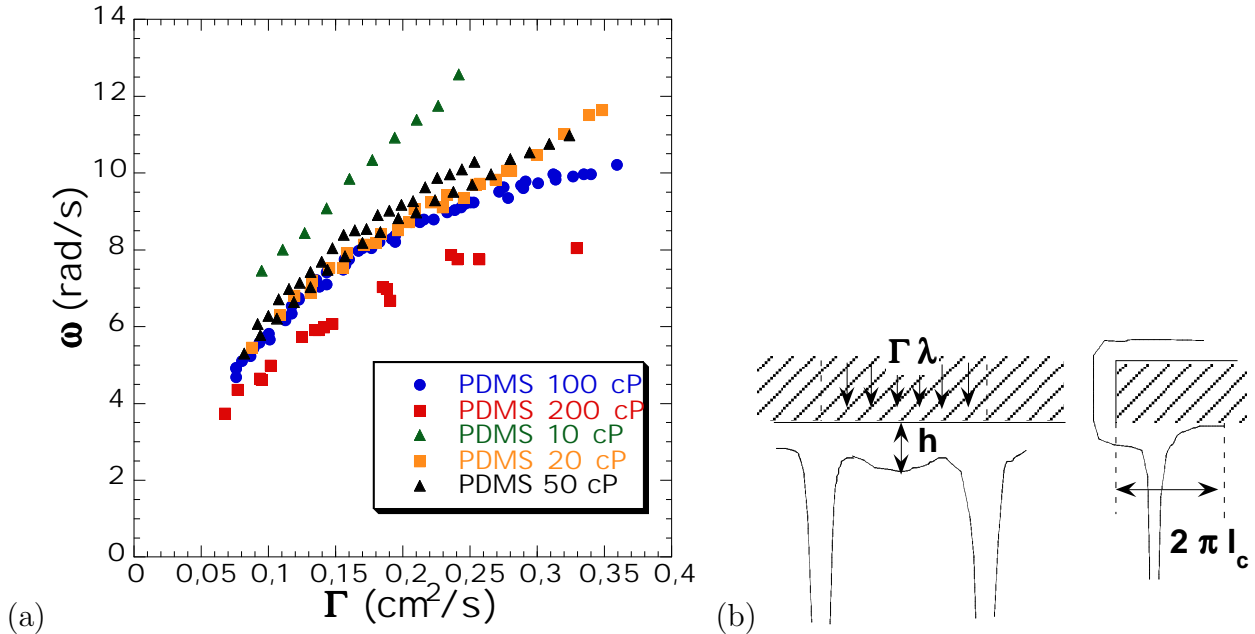


FIG. 3.9 – (a) Pulsation des oscillations en fonction du débit pour différentes viscosités. (b) Schéma de l’argument dimensionnel.

### 3.3.2 Résultats

La figure 3.9 reporte les mesures de pulsation  $\omega$  en fonction du débit effectuées pour différentes viscosités (les mesures à 10, 20 et 50 cP ont été effectuées par V. Mazel). Ces mesures ont été effectuées à des longueurs proches de  $\lambda_0$ : soit derrière un paquet dérivant (où  $\lambda = \lambda_0$  par définition), soit dans un régime d’oscillations étendu (où  $\lambda$  est légèrement supérieur à  $\lambda_0$  (une différence de l’ordre de quelques pour cents). La valeur trouvée ne dépend pas de la méthode utilisée.

A viscosité donnée, la pulsation augmente avec le débit et l’ensemble des points est bien ajusté par une loi de puissance en  $\Gamma^\alpha$ . Pour toutes les viscosités, l’exposant est compris entre 0.48 et 0.55 ce qui suggère une variation de  $\omega$  en racine carrée avec le débit.

Comment expliquer cette relation empirique? Essayons d’évaluer, comme l’avait regardé Mazel [9] et comme on l’a rappelé dans le paragraphe d’introduction qualitative, la période d’oscillation comme le temps de remplissage d’une goutte entre les deux colonnes, distantes de  $\lambda$ . Le volume de la goutte peut être évalué grossièrement en multipliant trois dimensions caractéristiques dans les trois directions:  $\lambda$ , l’épaisseur  $h$  au centre de l’arche et  $2\pi l_c$  dans le sens de la profondeur (la taille caractéristique d’une goutte 2D qui serait suspendue sous un surplomb). Entre deux colonnes, la quantité de liquide injectée est  $\Gamma\lambda$ . Le temps de remplissage est donc:

$$\tau_R \simeq \frac{2\pi l_c \lambda h}{\Gamma \lambda}$$

ce qui évalue la pulsation d’oscillation à:

$$\omega \simeq \frac{\Gamma}{l_c e}$$

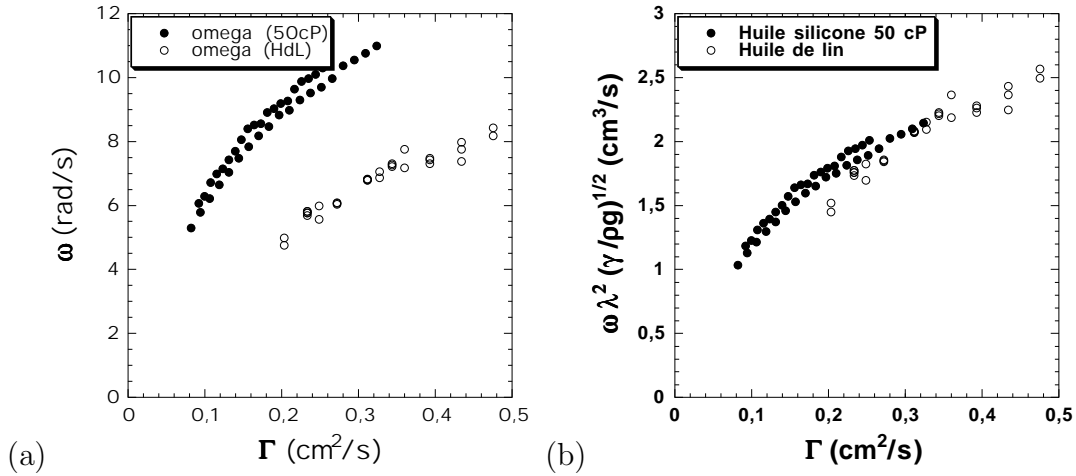


FIG. 3.10 – Influence de la tension de surface sur  $\omega$  (a) Comparaison avec deux huiles de même viscosité (huile silicone et huile de lin). (b) Rescaling.

Un rapide calcul d'ordre de grandeur, considérant les mesures d'épaisseurs du chapitre 2, permet de retrouver que  $\omega$  tourne autour de 10 rad/s, ce qui correspond bien aux valeurs trouvées expérimentalement.

Dans le chapitre 2, on a vu que l'épaisseur de l'arche variait avec la viscosité, le débit et la longueur d'onde. La dépendance en débit et longueur d'onde donnait environ  $e \sim \sqrt{\Gamma} \lambda^2$ . La dépendance en viscosité n'a pas vraiment pu être évaluée, les mesures ayant été effectuées sur uniquement deux viscosités. On peut supposer (la vérification à 100 cP et 200 cP est assez bonne) que  $e$  varie en  $\eta^{1/3}$  comme pour l'épaisseur d'une couche visqueuse s'écoulant sur un solide le profil de vitesse étant un demi-Poiseuille. La loi empirique simplifiée pour  $h$  est la suivante:

$$h \simeq C \sqrt{\Gamma} \eta^{1/3} \lambda^2$$

$C$  étant une constante dans nos mesures, mais qui contient les dépendances avec d'autres paramètres non variés. D'où une estimation pour  $\omega$ :

$$\omega \simeq \frac{\sqrt{\Gamma}}{C \eta^{1/3} \lambda^2 l_c} \quad (3.3)$$

(où nous rappelons que  $l_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$ ).

La dépendance de  $\omega$  avec la viscosité n'est tout de même pas si simple: même si une grande viscosité donne des fréquences plus faibles, on ne remarque pas de variation significative dans toute la plage [20 cP; 100 cP]. Seules les séries à 10 cP et 200 cP se détachent nettement.

Qu'en est-il véritablement de la dépendance en tension de surface? Des mesures ont été effectuées avec de l'huile de lin (caractéristiques sur le tableau 1.2 et comparées avec celle effectuées par Mazel avec l'huile silicone 50 cP. Cette comparaison est illustrée figure 3.10. Le graphique de droite reporte la quantité  $\omega \lambda^2 l_c$  (homogène à un débit) qui doit normalement ne dépendre que de la viscosité d'après l'équation (3.3). On obtient un assez bon rassemblement des points, ce qui est cohérent avec une pulsation en  $(\gamma)^{-1/2}$  comme le suggère l'équation (3.3).

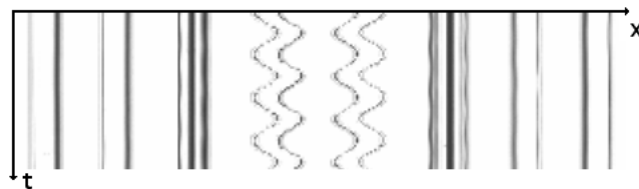


FIG. 3.11 – Oscillations locales entre deux aiguilles plantées sous la coupelle et écartées ( $\eta=100$  cP,  $\Gamma=0.21$  cm<sup>2</sup>/s, ). Durée=4 s.

### 3.3.3 Mesures sur un système de deux colonnes oscillantes

Dans cette partie, les mesures sont effectuées sur un système confiné de deux colonnes, entre lesquelles on contrôle la distance à l'aide de deux aiguilles plantées au niveau du surplomb. Le but initial était de tenter d'engendrer un comportement chaotique à faible nombre de cellules (système très confiné), mais ceci s'est révélé impossible pour l'huile à 100 cP, quelques soient les conditions en débit et en longueur d'onde. Lorsque l'écartement est trop fort, il se crée une nouvelle colonne et lorsqu'il est trop faible, une colonne disparaît. Dans les deux cas, l'état atteint est statique. Nous nous sommes alors rabattu sur les oscillations qui apparaissent lorsque l'écartement des aiguilles dépasse un certain seuil<sup>2</sup>, le but a été alors de mettre en évidence ou non une variation de la pulsation avec la longueur d'onde et de comparer les résultats avec ceux obtenus pour  $\lambda \simeq \lambda_0$ . Des mesures d'amplitude ont été aussi effectuées.

Dans sa thèse sur le motif de colonnes formé sous le cylindre ruisselant, F. Giorgiutti avait trouvé dans certains cas une dépendance de la fréquence avec la longueur d'onde locale [3]. Dans ces expériences, la position des deux colonnes de bord étaient fixées par deux aiguilles placées juste au dessous du cylindre et tangentielle à sa surface. En laissant deux à trois colonnes en mouvement entre les aiguilles, il a été possible de faire varier continûment la longueur d'onde locale en variant lentement la distance entre les bords (la précision de l'expérience étant garantie par l'emploi d'une plaquette microcontrôle). Nous avons procédé de même sous la coupelle, sans plaquette microcontrôle toutefois, car les campagnes de mesures ont pu s'effectuer dans un laps de temps très court, sans re-réglages incessants. La précision sur la mesure de longueur d'onde reste toutefois très acceptable à partir des spatio-temporels. Une attention particulière a été consacrée au positionnement des aiguilles: elles ne doivent pas toucher la coupelle pour ne pas modifier l'horizontalité, mais doivent être très proches du surplomb pour forcer correctement la position des deux colonnes du bord. La figure 3.11 est un extrait de diagramme ST durant ces expériences.

La figure 3.12-a présente les résultats de pulsations, comparant à 100 cP les mesures effectuées autour de  $\lambda_0$  (qui vaut 1.08 cm à cette viscosité) et celles effectuées entre deux colonnes écartées (ici, l'écartement vaut 1.23 cm et 1.26 cm). La figure 3.12-b reporte le rescaling obtenu en multipliant par  $\lambda^2$  comme suggéré par l'équation (3.3). Le rassemblement des points n'est pas parfait. La figure 3.12-c reporte l'amplitude des oscillations en fonction du débit, pour deux écartements.

Les lois obtenues à partir des ajustements pour les amplitudes sont les suivantes:

2. Il est à noter que le seuil d'apparition des oscillations est plus élevé que pour un état oscillant sur un pattern non-contraint au bord par des aiguilles: la plage en longueur d'onde est ici de [1.23 cm;1.27 cm] alors que sans aiguille elles apparaissent dans la plage [1.08;1.15 cm].

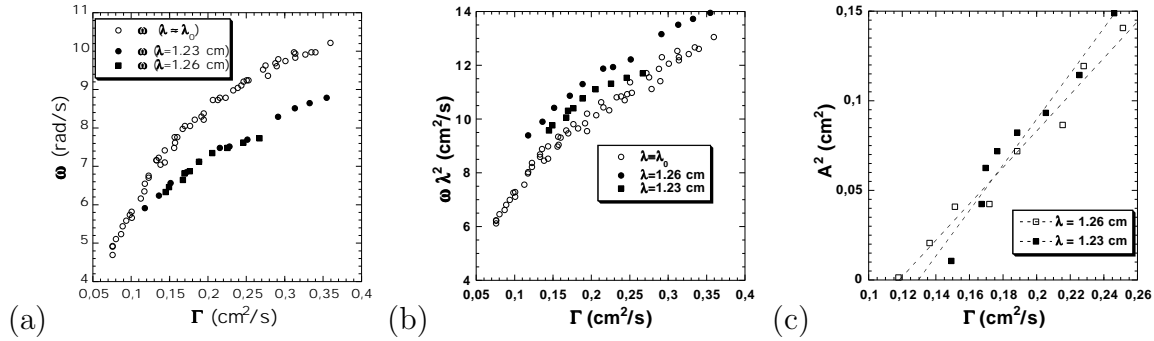


FIG. 3.12 – (a) Comparaison des pulsations à 100 cP. (b) Tentative de rescaling venant de l’argument dimensionnel. (c) Mesures d’amplitude de colonnes oscillant entre deux aiguilles écartées et fits en loi linéaire.)

$$A^2 = 1.2736(\Gamma - 0.129)$$

pour  $\lambda=1.23$  cm.

$$A^2 = 1.0164(\Gamma - 0.118)$$

pour  $\lambda=1.26$  cm.

Des mesures d’amplitude effectuées par Giorgiutti sur le cylindre ruisselant [3] avaient mis en évidence une bifurcation de Hopf par rapport au paramètre de contrôle  $\frac{\lambda-\lambda_c}{\lambda_c}$ . Ici, il apparaît de même une bifurcation de Hopf supercritique en fonction de  $\Gamma$ , c’est à dire dans l’autre ”direction” de l’espace des paramètres.

En résumé, le mode de vacillation-respiration associé aux oscillations en opposition de phase n’est pas évident à appréhender d’une façon simple. Les arguments dimensionnels montrent leurs limites et, en raison de la complexité ”interfaciale” de l’écoulement, ne constituent pas une approche rigoureuse des phénomènes en jeu. Comme nous l’avons déjà mentionné, les outils hydrodynamiques sont rapidement limités pour traiter la dynamique de ce système. D’où l’intérêt d’une approche ”phénoménologique” avec les outils de la théorie des instabilités. Nous reviendrons au régime oscillant dans le chapitre 5 lors la comparaison avec des modèles théoriques adaptés à ce type de systèmes.

### 3.3.4 Inhomogénéités d’amplitude - Sauts de phase

En regardant de plus près un régime oscillant étendu, on constate que les colonnes s’oscillent jamais parfaitement en opposition de phase. A ceci plusieurs raisons: d’une part, le régime oscillant homogène apparaît une fois sur deux (statistiquement) avec un nombre de colonnes impair. Le système ayant des conditions aux limites périodiques, on perçoit intuitivement qu’il va y avoir un problème de raccord de phase spatiale. C’est ce qui est illustré sur les figures 3.13 dans le cas où des oscillations apparaissent dans un pattern à 27 colonnes, coupelle I ( $D=10$  cm) et huile silicone 100 cP. Le trait noir représente une isophasse du mode à période double. Les figures (a) et (b) montrent qu’un raccord de phase sur le motif entier est impossible. La figure (b) montre un brusque saut de phase coïncidant avec un trou d’amplitude. Ce phénomène a été par ailleurs observé en solidification directionnelle [17] ainsi que dans des simulations d’équations d’amplitude/phase couplées menées par L. Gil [28].

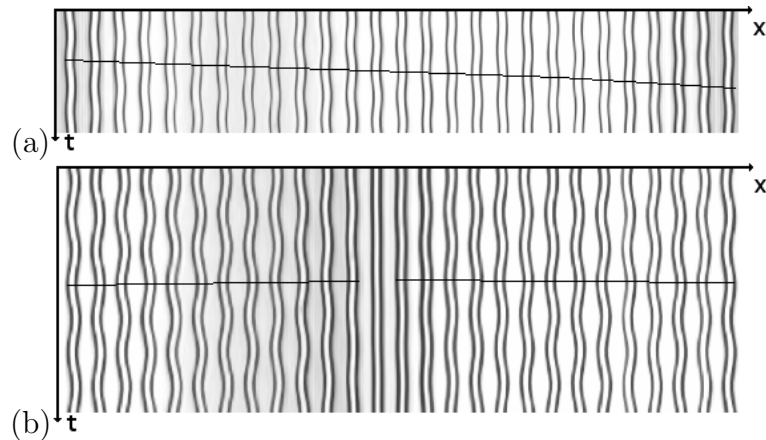


FIG. 3.13 – Inhomogénéités de phase ( $\eta=100$  cP,  $\Gamma=0.26$  cm<sup>2</sup>/s,  $d=10$  cm, 27 cols.). (a) Déphasage progressif étalé sur tout le pattern, suivi d'un brusque saut. (b) Brusque saut de phase coïncidant avec un trou d'amplitude.

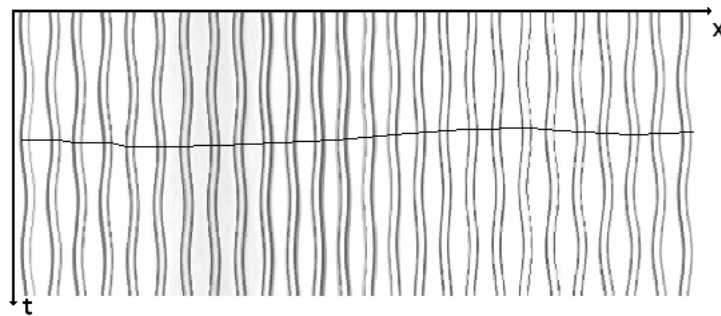


FIG. 3.14 – Amplitude quasi-homogène et pas de saut de phase (26 col.  $\Gamma=0.18$  cm<sup>2</sup>/s,  $\eta=100$  cP). Durée=2 s.

Le même tracé d'isophasse a été effectué à nombre de colonnes pair (26 colonnes coupelle I et  $\eta=100$  cP). Cette fois, le tracé d'un isophasse ne révèle pas de brusque saut de phase (figure 3.14), mais montre quand même la possibilité de variation spatiale douce de la phase.

Néanmoins, un trou d'amplitude peut exister à nombre de colonnes pair. Dans ce cas, son apparition peut se coupler avec la dérive lente du pattern, comme l'illustre la figure 3.15 (pour un nombre de colonnes pair égal à 26 colonnes). Il semble alors que le trou n'existe que pour corriger le défaut de phase résultant de la dérive lente.

Cet objet est semble-t-il analogue à un "black soliton" mobile simulé par L. Gil [28].

### 3.4 Mode à parité brisée: Dérive rapide

Ce régime dynamique est probablement le plus fascinant par sa simplicité apparente. Lors de la visite du laboratoire par une classe d'école primaire, j'ai retenu la phrase d'un élève qui avait donné la comparaison imagée de "manège liquide". C'est effectivement une image qui vient à l'esprit lorsque dans un régime de dérive étendue, on voit ces colonnes dériver les unes derrière les autres sans jamais se rattraper.



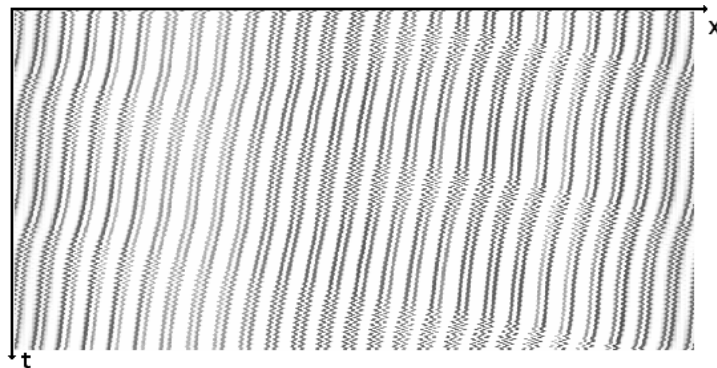


FIG. 3.15 – *Trou d’amplitude mobile dans un état oscillant (26 col.  $\Gamma=0.139 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $\eta=100 \text{ cP}$ ). Durée=64 s. On remarque le couplage avec la dérive et les ondulations lentes.*

### 3.4.1 Phénoménologie générale

Un domaine dérivant apparaît lorsque les arches qu’il contient voient leur symétrie de réflexion brisée (figure 2.2-b). Ce régime a été observé dans de nombreux autres systèmes cellulaires unidimensionnels. Il a été vu pour la première fois dans des expériences de convection avec des fluides binaires [29, 30, 31, 32] par divers groupes. Dans les systèmes à interface mobile, où la brisure de parité est clairement visible, sa première observation a été faite en solidification directionnelle [33] de cristaux liquides nématiques/isotropes. Par la suite, il a été observé maintes fois en solidification (eutectiques lamellaires, ...) [41, 22, 42, 17], dans l’instabilité de l’imprimeur [16, 21, 34, 35, 36], dans l’instabilité de l’écoulement de Taylor-Couette [37] ou de Taylor-Dean [38], ... Dans des systèmes numériques, il a notamment été mis en évidence dans les équations de la solidification [39, 40] ou dans l’équation de Kuramoto-Sivashinsky amortie [24]. Très récemment, son apparition dans un système de réaction-diffusion à couplage non-local a été mise en évidence [43]. Les systèmes expérimentaux énoncés ci-dessus possèdent en général des bords fixes, tant est si bien que les domaines dérivants homogènes sont souvent localisés au sein du système, loin des bords. Ces bords constituent des obstacles à la propagation d’un domaine dérivant.

Dans le réseau 1D de jets liquides ruisselants, les états dérivants ont été observés par Giorgiutti sur l’expérience du cylindre débordant et sur l’expérience de la coupelle circulaire [3, 4, 8]. Sur la coupelle circulaire, les conditions aux limites périodiques ont permis l’obtention d’un état particulier où le domaine dérivant est étendu à tout le système [7, 9]. Dans cet état (nommé ”dérive globale”, par opposition à ”dérive locale”<sup>3</sup>) il est possible de forcer différentes longueurs d’ondes dans le domaine.

Les figures 3.16 (a, b et c) montrent des exemples de domaines dérivants (respectivement un petit domaine dérivant (a), un grand domaine dérivant étendu à presque toute la coupelle (b) et un domaine étendu à toute la coupelle (c)). Il faut d’ores et déjà s’entendre sur les terminologies utilisées: le terme ”dérive” a trait au mouvement individuel des colonnes et la vitesse de dérive  $V_d$  est la vitesse des colonnes qui coïncide en quelque sorte avec la dérivée temporelle de la phase spatiale. Comme on le remarque sur les figures 3.16-a et b, un domaine dérivant va se propager

3. Ce régime apparaissant dans de nombreux systèmes, ses dénominations sont multiples: de ”Tilt waves” à ”Ondes solitaires” en passant par ”Travelling waves ou ”Drifting domains”. Fort heureusement, tout le monde s’entend pour l’associer à une brisure de symétrie gauche/droite (ce qui lui a par ailleurs conféré une autre appellation: ”Broken-Parity state”).

en sens inverse de celui de la dérive. Nous appelons cette vitesse de propagation du domaine (de ses parois en fait) la "vitesse de groupe" ( $V_g$ ) par analogie avec la vitesse de transport de l'énergie par un paquet d'ondes.  $\lambda_1$  et  $\lambda_0$  désignent respectivement les longueurs d'onde à l'intérieur et à l'extérieur du domaine.  $\lambda_1$  est en général 1.5 à 2.4 fois plus large que  $\lambda_0$ , traduisant le fait que ces régimes sont obtenus à faible nombre de colonnes (grande longueur d'onde moyenne) : la dilatation se localise alors au sein du domaine. Il a par ailleurs été déjà énoncé en début de chapitre que  $\lambda_0$  était choisi comme la longueur d'onde de référence, indépendante des propriétés du domaine dérivant (les états dérivants constituant un mécanisme de sélection de la longueur d'onde) et quasi-indépendante du débit. Cette terminologie est résumée sur la figure 3.16-a.

On peut réaliser des domaines dérivants globaux avec différents nombres de colonnes. Il est donc possible de contrôler la longueur d'onde à l'intérieur d'un domaine dérivant global, dans une certaine plage ( $\lambda_1 = \frac{\pi d}{n_{col}}$ ). En fait, plus la viscosité est élevée, plus cette plage est grande (voir chapitre 4, sur la stabilité des domaines dérivants). Il a par ailleurs été important d'utiliser deux coupelles de différents diamètres ( $d=10$  cm et  $d=16.7$  cm) pour balayer de façon plus fine cette plage.

### 3.4.2 Mesures pour des domaines localisés

Les figures 3.17-a, b et c présentent les mesures de longueurs d'ondes, vitesses de groupe et de dérive pour différentes séries d'acquisitions sur des domaines dérivants de différentes tailles, avec l'huile silicone 100 cP. D'autres mesures similaires ont été effectuées à des viscosités différentes et ont aussi révélé les mêmes tendances.

Nous voyons déjà que les vitesses de groupe et de dérive tendent à augmenter avec le débit. Les mesures effectuées pour différentes séries d'acquisitions semblent montrer une assez forte dispersion, notamment pour  $\lambda_1$  et  $V_d$ . On a par contre la confirmation du fait énoncé au paragraphe sur les états statiques:  $\lambda_0$  est quasiment constant avec le débit et de fait, constitue une longueur d'onde de référence adéquate pour le motif de base.

Pour mieux appréhender l'interdépendance existant entre  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$ ,  $V_g$  et  $V_d$ , il convient de rappeler la relation cinématique des fronts arrière ou avant d'un domaine localisé [41]:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = 1 + \frac{V_d}{V_g} \quad (3.4)$$

Une autre façon d'écrire cette égalité est la suivante:

$$V_d k = V_g \phi_x \quad (3.5)$$

ou  $\phi_x$  est le gradient de phase, ou encore la différence entre longueur d'onde sélectionnée et longueur d'onde de référence, reliée à la longueur d'onde par:

$$\phi_x = k_1 - k_0 = 2\pi \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \quad (3.6)$$

L'équation (3.4) donne une relation d'interdépendance entre  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$ ,  $V_g$  et  $V_d$ . Cela suggère que pour tenter d'unifier toutes les mesures par un "rescaling" adapté, il convient d'abord d'étudier la dépendance de  $V_d$  avec  $\lambda_1$ . Cette loi de dépendance sera alors suffisante pour réunifier aussi les mesures de  $V_g$ .

En fait, on se rend compte que  $\lambda_1$  ne peut pas être contrôlée à l'intérieur d'un domaine localisé, contrairement au cas d'un domaine étendu à toute la coupelle: il peut être modifié

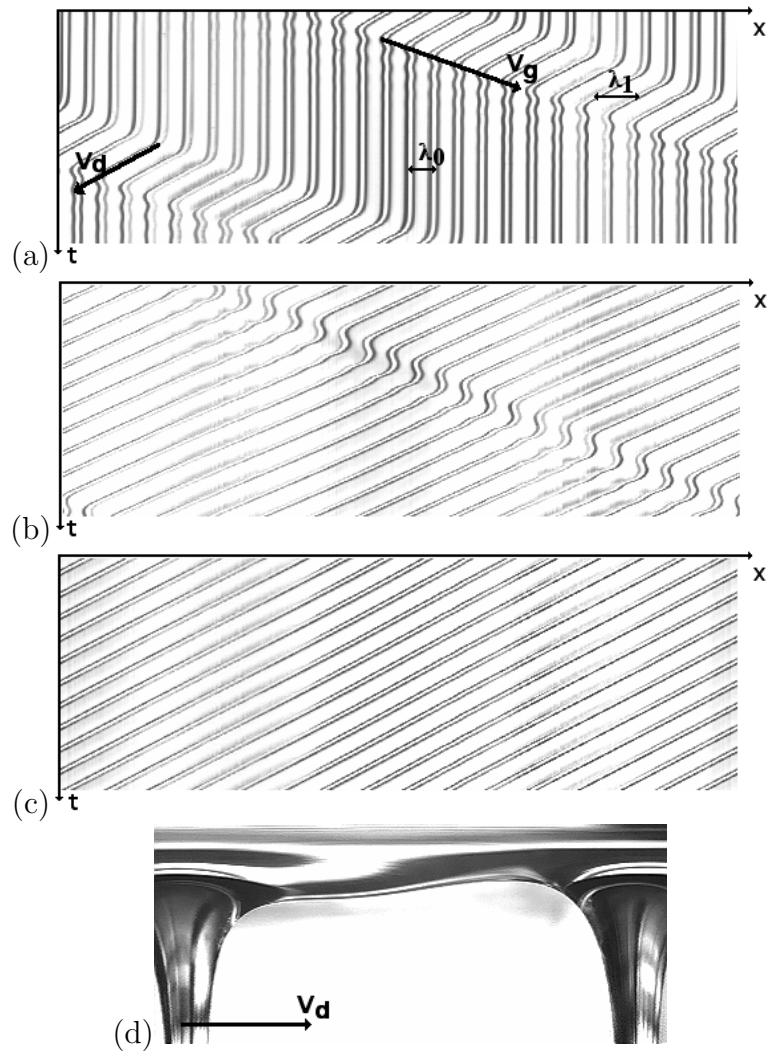


FIG. 3.16 – Régimes de dérive (durées=10.5 s). (a) Petit domaine localisé ( $\eta=100$  cP,  $\Gamma=0.139$   $\text{cm}^2/\text{s}$ ,  $d=10$  cm, 25 cols.) et définition des grandeurs mesurées. (b) Grand domaine localisé ( $\eta=100$  cP,  $\Gamma=0.128$   $\text{cm}^2/\text{s}$ ,  $d=10$  cm, 15 cols.). (c) Dérive globale, étendue sur toute la coupelle ( $\eta=200$  cP,  $\Gamma=0.133$   $\text{cm}^2/\text{s}$ ,  $d=10$  cm, 16 cols.). (d) Arche entre deux colonnes en train de dériver (brisure de symétrie gauche/droite).

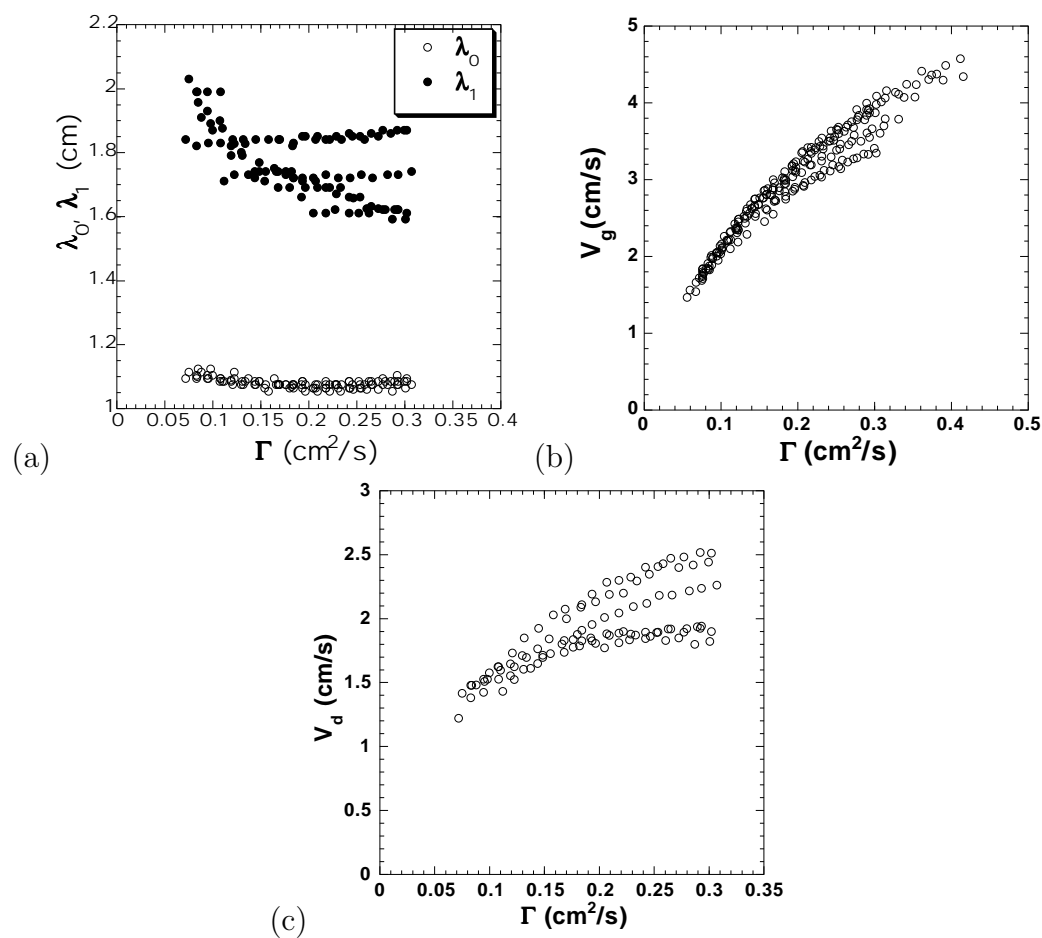


FIG. 3.17 – Mesures caractérisant un domaine dérivant (huile silicone 100 cP). (a) Longueurs d'onde. (b) Vitesse de groupe. (c) Vitesse de dérive.

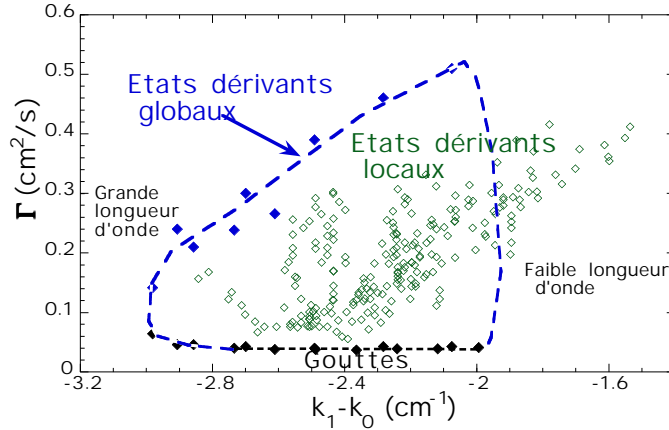


FIG. 3.18 – Plage d’existence en longueur d’onde/débit des états dérivants locaux et globaux (huile silicone 100 cP). Les losanges vides représentent un couple longueur d’onde/débit pour lequel un domaine local a été observé, alors que la courbe en pointillés représente la limite d’existence des états globaux (voir aussi chapitre 4).

par un changement de débit pour permettre au système de s’adapter aux nouveaux paramètres extérieurs. Une étude plus détaillée de la sélection de  $\lambda_1$  à l’intérieur d’un domaine localisé a montré que la longueur d’onde est bien homogène au sein du domaine, mais qu’elle peut prendre pour un même débit des valeurs différentes en fonction des conditions initiales. Ces conditions initiales sont décidées par exemple par le ”coup d’aiguille” avec lequel l’expérimentateur a donné naissance à l’état dérivant: en imprimant un mouvement plus rapide à l’aiguille lors de la coalescence de plusieurs colonnes, on va obtenir un domaine dérivant de plus grande longueur d’onde et dont les colonnes dérivent plus vite. La vitesse de propagation  $V_g$  va alors s’ajuster pour respecter l’équation (3.4). Par ailleurs, s’il existe plusieurs domaines se propageant dans la même direction, on observe qu’ils auront nécessairement la même vitesse et donc aussi la même longueur d’onde  $\lambda_1$ . Même si transitoirement l’un va plus vite qu’un autre, le système va adapter toutes les vitesses de propagation à la même valeur. Ainsi, jamais un domaine ne ”rattrape” un autre.

Les mesures de  $\lambda_1$  peuvent être incluses dans un ”zoom” du diagramme de stabilité donné en figure 3.1<sup>4</sup>. La figure 3.18 montre que la sélection de longueur d’onde dans un paquet dérivant est plus subtile que les études préalables sur la coupelle ne l’avaient affirmé [8, 9]. Potentiellement, la longueur d’onde dans un paquet dérivant peut prendre n’importe quelle valeur située dans la plage d’existence des états dérivants globaux. Dans ces derniers, la variation de longueur d’onde n’est pas permise: le système est plus contraint, ce qui permet d’explorer de façon plus complète (et plus précise) la plage d’existence des domaines dérivants. C’est pour cela que l’étude quantitative qui a abouti à déterminer la vitesse de dérive en fonction des paramètres variables (débit, longueur d’onde et viscosité) a été menée sur les domaines globaux (reportée dans le paragraphe suivant).

Ainsi, même si comme on l’a vu, les processus de sélection de longueur d’onde dans un domaine dérivant sont assez complexes, on peut résumer deux cas de figures:

4. On observe malgré tout quelques points qui sortent de la zone en pointillée. Ces points correspondent à des mesures à débit élevé, pour lesquelles la valeur de  $\lambda_0$  est un peu différente de celle prise comme référence (qui est celle choisie pour calculer le  $k_1 - k_0$  dans les domaines globaux). Cette légère différence se fait alors ressentir.

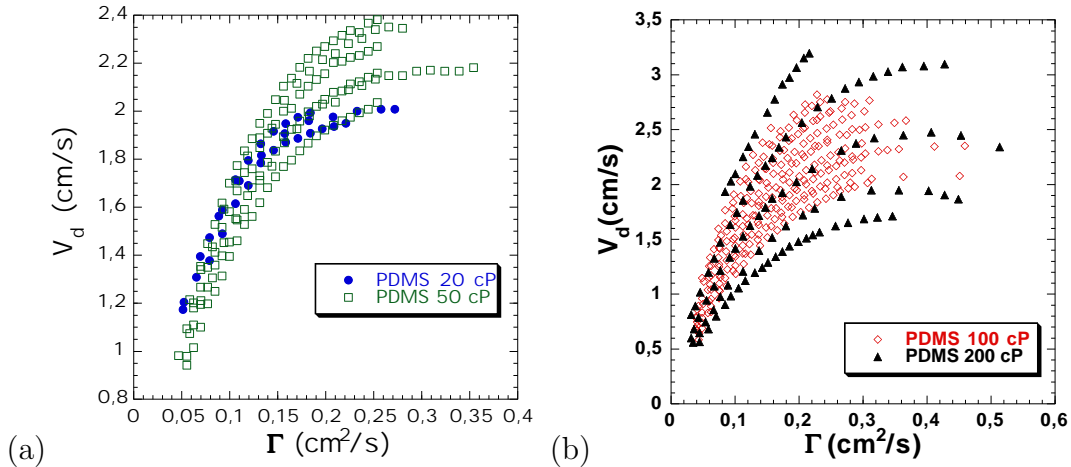


FIG. 3.19 – Vitesse de dérive (domaine étendu à toute la coupelle). (a) 20 et 50 cP. (b) 100 et 200 cP. La dispersion des points pour une même viscosité est la conséquence de différentes valeurs de longueur d’onde. (Résultats obtenus pour deux tailles de coupelle:  $d=10$  et  $16.7$  cm).

- Domaine global:  $\lambda_1$  est forcé par le nombre de colonnes avec de nombreuses valeurs possibles.

- Domaine local:  $\lambda_1$  s’ajuste, le système ”choisit” en fonction du débit, mais toujours dans une plage assez étendue qui est comprise dans celle des états globaux. Des choix différents dans les conditions initiales permettent de décrire cette plage.

L’étude des domaines dérivants locaux a aussi permis d’établir un lien entre oscillations et dérive, en mesurant sur une même acquisition les vitesses et longueurs d’onde, ainsi que la pulsation des oscillations suivant le passage du domaine. Cette étude est reportée au chapitre 5, dans la paragraphe ”Lien entre oscillations et dérive”.

### 3.4.3 Mesures pour des domaines étendus à toute la coupelle

Nous présentons ensuite les mesures à différentes viscosités (20, 50, 100 et 200 cP) des vitesses de dérive dans un domaine dérivant global, pour différentes longueurs d’ondes possibles, en fonction du débit par unité de longueur  $\Gamma$ . Sur les figures 3.19, ces mesures sont reportées. Les mesures à 20 cP et 50 cP ont été effectuées par Mazel au cours de sa thèse.

Au vu de ces mesures, il semble qu’une grande viscosité entraîne des vitesses plus importantes. La vitesse augmente clairement avec le débit, mais il semble que la longueur d’onde influe aussi sur la vitesse de façon non négligeable. Chaque série de mesure à longueur d’onde fixée fait apparaître une ”branche” de points. Pour y voir plus clair, nous exposons le traitement des données à viscosité constante, par exemple 100 cP. Les mesures détaillées à 100 cP sont reportées figure 3.20. La encore, pour une raison de clarté, il n’est reporté qu’une partie des mesures effectuées, pour cinq longueurs d’ondes balayant la plage d’existence sur la grande coupelle ( $d=16.7$  cm).

En vue d’une comparaison quantitative avec des modèles de systèmes cellulaires existant, nous avons tracé le carré de la quantité  $(V_d k)$ , qui n’est autre que la dérivée temporelle de la phase spatiale du motif ( $V_d k = \phi_t$ ),  $k$  étant le nombre d’onde. Les résultats sont reportés en figure 3.20-(b).

Ainsi, la vitesse augmente avec la longueur d’onde. De plus, la figure (b) indique qu’assez

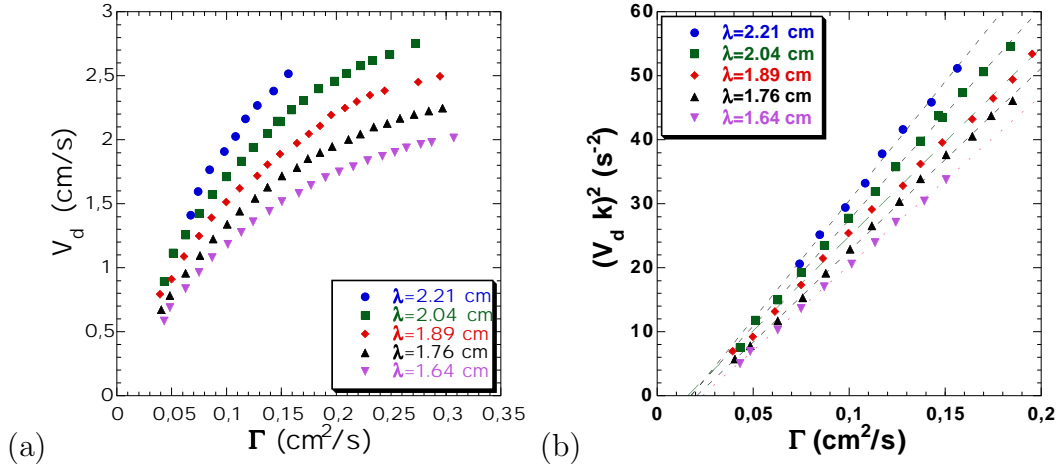


FIG. 3.20 – Mesures à 100 cP, par série de longueur d'onde constante (dérive globale). (a) Vitesse de dérive. (b) Produit  $(V_d k)^2$ .

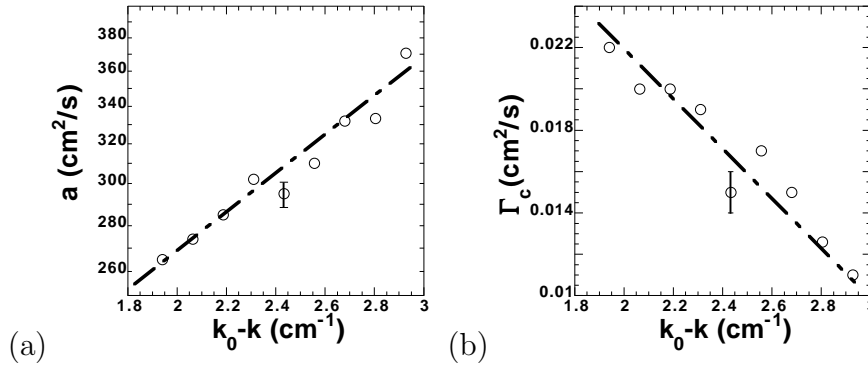


FIG. 3.21 – Dépendance (a) du seuil  $\Gamma_c$  et (b) de la pente  $a$  en fonction de  $k_0 - k_1 = -\phi_x$ .

loin du seuil d'apparition de la dérive, la vitesse de dérive (multipliée ou non par le nombre d'onde  $k$ ) croît comme la racine carrée de l'écart au seuil en débit, mais avec une pente (et un seuil qui dépend de la longueur d'onde). Cette loi empirique peut être résumée par l'égalité suivante:

$$\phi_t^2 = (V_d k)^2 = a(\phi_x)(\Gamma - \Gamma_c(\phi_x)) \quad (3.7)$$

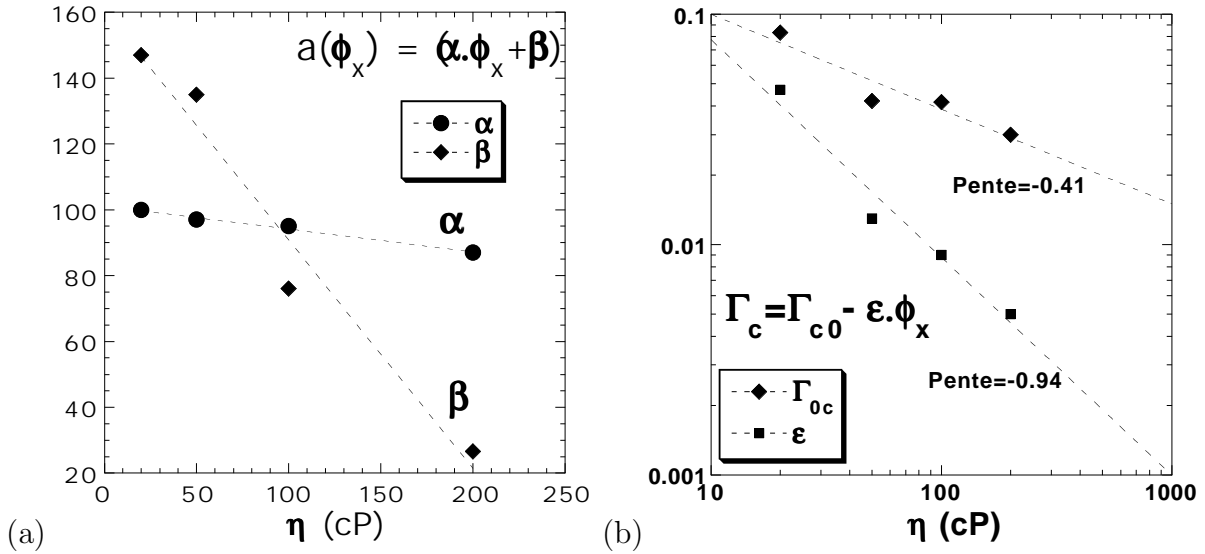
Cette relation obtenue empiriquement est satisfaisante, compte tenu de ce que nous avons vu en section 2.5 (chapitre 2): en effet, cette loi linéaire est la signature d'une bifurcation super-critique vers un état de parité brisée. Néanmoins, le modèle présenté ne traduit pas l'influence de la longueur d'onde sur la pente et le seuil.

Pour garder le formalisme de description du pattern en terme de fonction périodique, on a introduit la quantité  $\phi_x$ , dérivée spatiale de la phase, définie dans l'équation (3.6).

Il s'est révélé que pour toutes les viscosités utilisées, les fonctions  $a$  et  $\Gamma_c$  ont une loi de comportement linéaire avec  $\phi_x$ . La figure 3.21-a et b l'illustre pour l'huile 100 cP.

Ceci permet d'extraire les lois suivantes:

$$\Gamma_c(\phi_x) = \Gamma_{c0} - \epsilon\phi_x$$


 FIG. 3.22 – Dépendance des coefficients  $\epsilon$  et  $\alpha$  avec la viscosité.

$$a(\phi_x) = (\alpha \phi_x + \beta)$$

L'évolution de  $\alpha$  et  $\beta$  avec la viscosité est donné par les figures 3.22-a et b.

$\epsilon$  et  $\Gamma_{c0}$  décroissent lorsque la viscosité augmente, en loi de puissance.

Il est alors possible, avec un rescaling adapté de remettre tous les points sur la même courbe. En revanche, il a été satisfaisant de constater que les mesures de la vitesse de dérive dans un domaine dérivant se réunissent bien sur la même courbe maîtresse que les domaines étendus à toute la coupelle (voir figure 3.23). Les domaines dérivants locaux et globaux ont donc les mêmes propriétés cinématiques: la seule différence vient dans le fait, que dans un domaine localisé, le système choisit lui-même sa longueur d'onde. Ainsi, il est possible d'utiliser les résultats obtenus pour les états dérivants globaux en combinaison avec la relation (3.4) et remettre aussi toutes les mesures de  $V_g$  sur une courbe maîtresse, alors que  $V_g$  n'est pas défini pour un état dérivant global. Le rassemblement de  $V_g$  sur une courbe maîtresse a été obtenu en reportant la quantité  $V_g \phi_x (\alpha \phi_x + \beta)^{-1/2}$  en fonction de  $\Gamma - \Gamma_c(\phi_x)$  (figures 3.24-a et b).

La discussion de ces résultats quantitatifs et leur mise comparaison avec des modèles existant seront exposées au chapitre 5. Même si le choix de l'ordre d'exposition reporte la présentation de ces modèles ultérieurement, il est conseillé dès maintenant de consulter le chapitre 5.

Enfin, dans un axe d'appréciation plus "hydrodynamique", il est remarquable de constater que la vitesse de dérive possède la même dépendance que l'épaisseur de l'arche liquide entre deux colonnes (cf. chapitre 2) avec les paramètres variables de l'expérience: elle augmente avec le débit, la longueur d'onde et la viscosité. C'est aussi le cas de l'asymétrie au niveau de l'arche. Les modèles théoriques décrivant les instabilités cellulaires [19, 20] relient en général l'amplitude du mode asymétrique (ou de l'harmonique d'ordre 2: voir paragraphe (5.3)) avec la vitesse de dérive. Il semble donc qu'on retrouve ici que l'asymétrie et la vitesse de dérive varient bien dans le même sens.



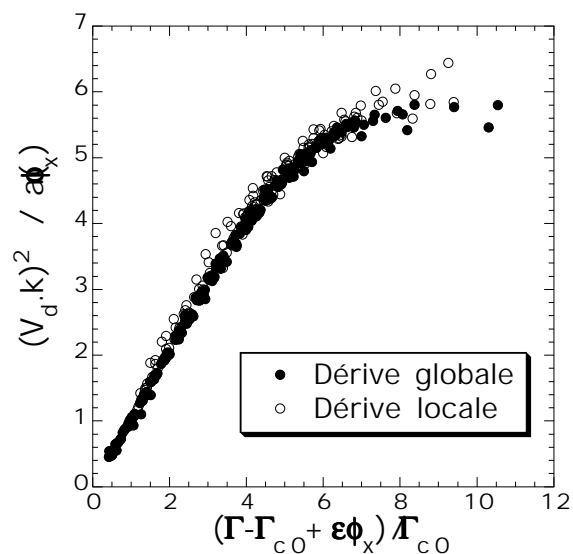


FIG. 3.23 – Rassemblement des mesures de vitesse de dérive sur une seule courbe.

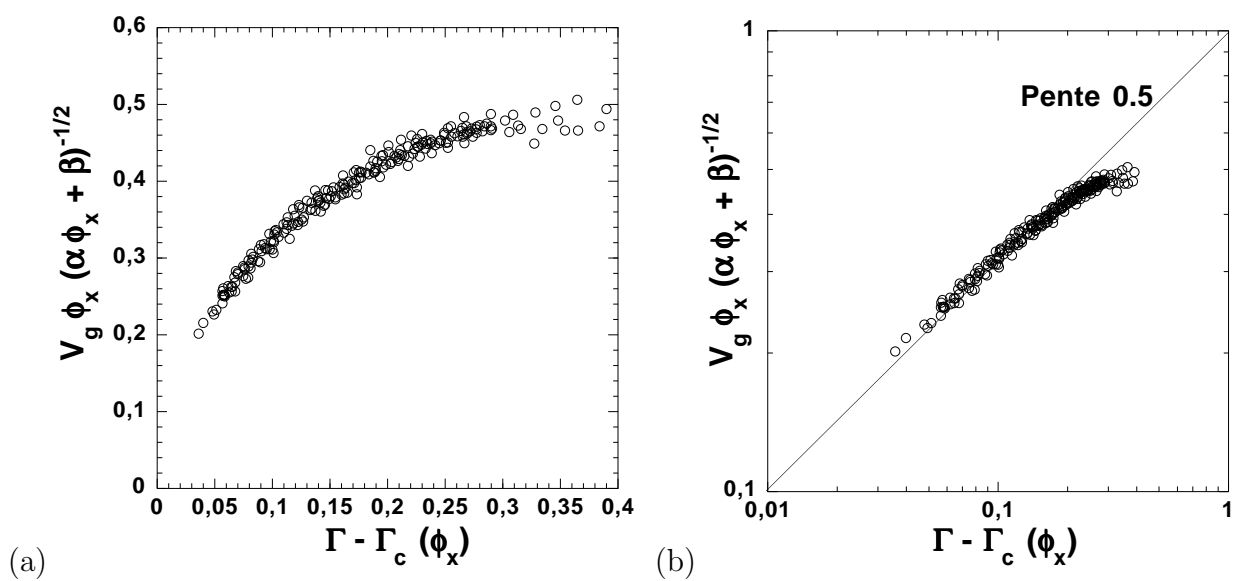


FIG. 3.24 – Rassemblement des mesures de vitesse de groupe sur une seule courbe. (a) LIN-LIN. (b) LOG-LOG.

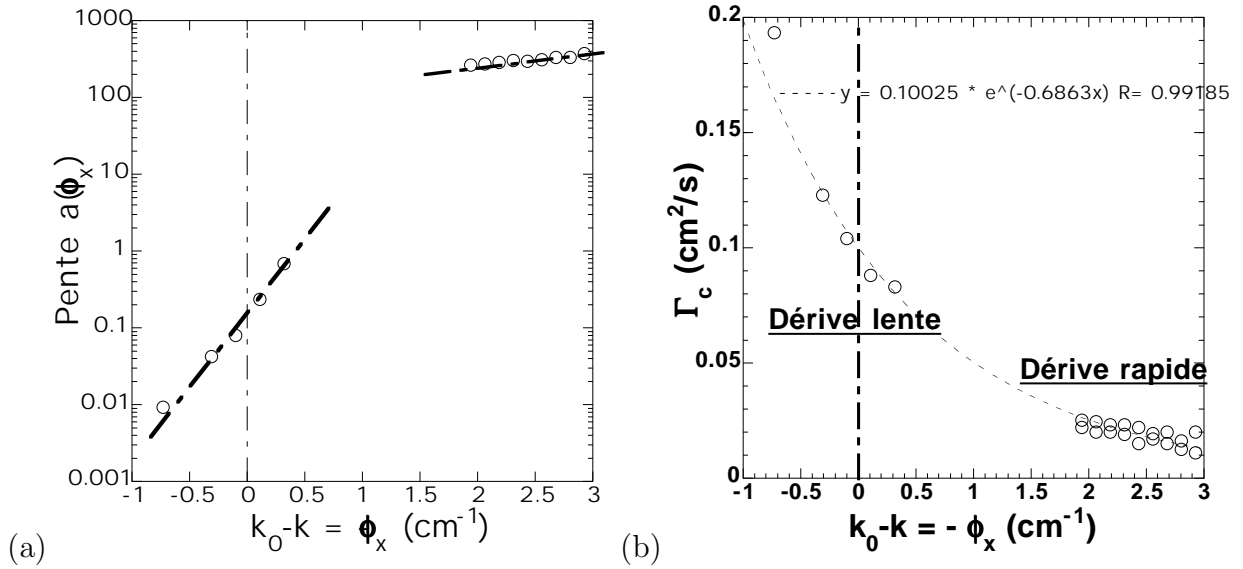


FIG. 3.25 – Comparaison des coefficients pour la dérive lente et la dérive rapide (huile silicone 100 cP). (a) Pente. (b) Débit seuil.

### 3.4.4 Tentative d' "unification" avec la dérive lente

Au vu de l'étude précédente, il apparaît un fait assez remarquable: la vitesse de la dérive lente et de la dérive rapide ont des lois de variations similaires avec le débit et la longueur d'onde. On garde bien sûr à l'esprit que les mécanismes d'apparition sont différents: la dérive lente est selon nous le résultat d'un mode neutre apparaissant par suite de l'invariance du motif par translation, tandis que la dérive rapide de colonnes (pouvant être globale ou locale) survient après une brisure de parité au niveau de l'interface. Par ailleurs, il n'est pas exclu (mais impossible à juger à l'oeil) qu'une très légère perte de symétrie de réflexion accompagne la dérive lente. Ainsi, il a été possible de procéder pour la dérive lente de la même façon que pour l'étude quantitative des états dérivants globaux. Pour chaque longueur d'onde, une loi du type  $V_{dente}k = a(\phi_x)(\Gamma - \Gamma_c(\phi_x))^{1/2}$  a pu être trouvée (bien que loin du seuil  $\Gamma_c$  la dépendance en racine carrée de l'écart au seuil ne soit plus vérifiée). La pente  $a(\phi_x)$  et le seuil  $\Gamma_c(\phi_x)$  sont reportés figure 3.25-a et b avec les résultats sur la dérive rapide (huile silicone 100 cP).

Il ressort de cette comparaison qu'il n'y a pas de loi simple valant pour les deux modes, malgré leurs similitudes apparentes.

D'autre part, il n'y a pas de déformation visible au niveau de l'arche reliant deux colonnes et ceci pose la question d'un lien éventuel avec le mode de brisure de parité où la déformation asymétrique de l'interface est clairement visible. Si jamais l'asymétrie peut être une grandeur facilement quantifiable, comme d'ailleurs le laisse suggérer certains modèles [19, 20] sur lesquels on va revenir, cette asymétrie a des chances d'être intimement liée (de façon linéaire ou non) à la vitesse de dérive. Cette vitesse étant dans le meilleur des cas inférieure de deux ordres de grandeur à la vitesse de dérive rapide du mode à brisure de parité, il y a des chances qu'il en soit de même pour l'amplitude du mode asymétrique dans le modèle de Coulet et al. [19]. A ce moment là, il est normal qu'aucune brisure de symétrie au niveau de l'arche ne soit visible à l'oeil nu. Il n'est donc pas exclu que les régimes de dérive lente et rapides aient la même origine du point de vue des symétries brisées.

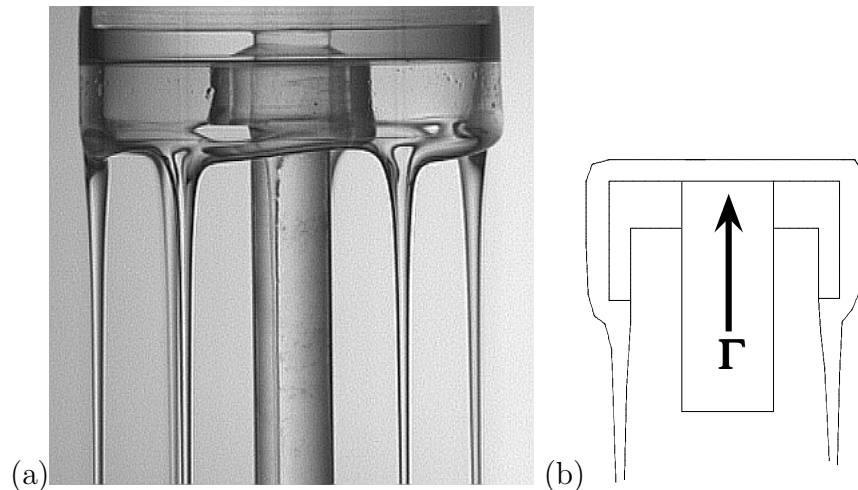


FIG. 3.26 – Dérive globale sur la coupelle à surplomb abrupt ( $d=3$  cm,  $\eta=200$  cP).

### 3.4.5 Mesures sur la coupelle IV (à surplomb abrupt)

Quelques mesures ont été effectuées sur la coupelle à bords guidés représentée sur les figures 3.26-a et b (coupelle IV du tableau 1.1 du chapitre 1). Le schéma de la figure (b) montre comment les conditions de ruissellement sont modifiées par l'emploi d'un surplomb abrupt: par des effets capillaires, la position des colonnes est contrainte de rester près du bord de la coupelle, toute excursion en profondeur leur étant interdite.

Un fait important est que la forme de cette coupelle en régime de colonnes modifie beaucoup le diagramme d'existence. Par exemple avec l'huile silicone de 200 cP, seuls deux régimes existent de façon stable: la dérive globale et le chaos spatio-temporel (pas de colonnes statiques, d'oscillations ou de dérive globale). D'autre part, toujours à 200 cP, la dérive globale n'a nul besoin d'une initiation par l'expérimentateur avec une aiguille: avec une coupelle à surplomb abrupt, la dérive globale se met en place spontanément.

Cette dérive globale a été caractérisée par mesure de la vitesse de dérive (3.27). La comparaison avec les mesures effectuées à même viscosité sur la coupelle "normale" révèle que le surplomb abrupt tend à augmenter la vitesse de dérive, toutes autres choses égales par ailleurs.

Bien que nous n'ayons pas fait de mesures systématiques d'épaisseur d'arche entre deux colonnes, sur cette coupelle, il a été possible d'apprécier *de visu* que cette épaisseur était grandement augmentée si le surplomb est abrupt: cette constatation nous conforte encore dans le rôle que prend l'épaisseur de liquide laissée sous le surplomb. Une épaisseur de liquide importante conduit non seulement à une augmentation de la vitesse de dérive, mais aussi à la diminution (voire à la disparition) du domaine de stabilité de l'état de base statique dans l'espace des paramètres.

## 3.5 Etat oscillo-dérivant

Cet état particulier est obtenu dans des conditions très précises: tout d'abord, il nécessite une viscosité élevée (on l'observe essentiellement pour l'huile silicone 200 cP, bien qu'il ait été engendrée et maintenu stable dans une très faible gamme de paramètres à 100 cP également). Sa dénomination "oscillo-dérivant" vient du fait qu'il consiste en une succession de petits do-

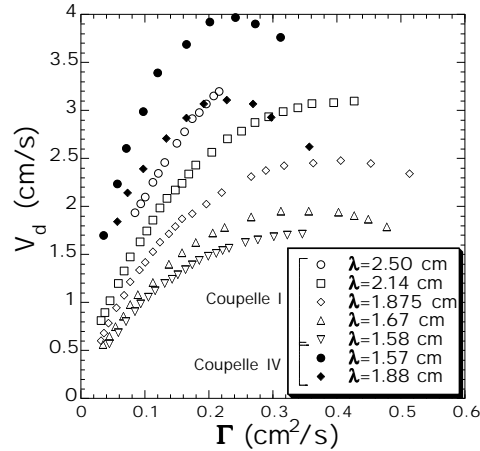


FIG. 3.27 – Vitesse de dérive sur la coupelle à surplomb abrupt ( $d=3$  cm,  $\eta=200$  cP): disques pleins. Comparaison avec les mesures sur une coupelle à surplomb plat "normal" (symboles vides).

maines dérivants de même taille (voir figure 3.28-a), se propageant à la même vitesse. D'où une impression d'oscillations et de dérive combinées, dans le mouvement des colonnes. Il est obtenu à assez haut débit, légèrement en dessous du seuil de transition vers le chaos spatio-temporel. En fait, dans ces gammes de débits, on observe de longs transitoires chaotiques (pouvant durer plusieurs dizaines de minutes). Au bout d'un temps fini, ce régime chaotique retrouve un état stable laminaire (à nombre de colonnes constant) qui est systématiquement un état oscillo-dérivant.

Cet état peut coexister avec un état dérivant local de plus grande taille (figure 3.28-b). En ceci, ce régime présente de grandes similitudes avec un état obtenu en solidification directionnelle d'eutectiques en couches minces [17]. Dans cette référence, il a été nommé "T -  $x\lambda$ O", (T pour "Tilt waves", O pour "Oscillations", et  $x\lambda$  pour illustrer que cet état conduit à une modification de la période spatiale, de la même manière que l'état oscillant la doublait).

A ce propos, cet état a d'ailleurs une propriété tout à fait remarquable: il conduit à un triplement de période spatiale (figure 3.29). De la même manière qu'un état oscillant avait besoin d'un nombre de colonnes pair pour ne pas comporter des inhomogénéités de phase et d'amplitude, l'état oscillo-dérivant nécessite un nombre de colonnes multiple de trois pour que ce "tripérioridisme spatial" soit parfait. Cette dénomination traduit le fait que la loi horaire d'une colonne se reproduit parfaitement toutes les trois colonnes. Sur la coupelle I ( $d=10$  cm), il apparaît pour 23, 24 et 25 colonnes. Seul un nombre de colonnes égal à 24 permet une bonne coïncidence. Avec 23 et 25 colonnes, la coïncidence n'est pas parfaite mais on est assez proche du "tripérioridisme spatial".

Sur la figure 3.28-a sont reportés les définitions des trois vitesses caractéristiques de ce régime: la vitesse de groupe est la même que pour un état dérivant classique, mais on peut définir deux vitesses de dérive: la vitesse de dérive maximale  $V_{dmax}$  (celle qui correspond à la vitesse usuelle) et la vitesse de dérive moyenne  $V_{dmoy}$ . Les mesures de ces trois vitesses sont reportées sur la figure 3.30 (a,b et c) pour trois longueurs d'onde moyenne (en fait pour trois nombres de colonnes différents (23, 24 et 25 colonnes) sur la coupelle I ( $d=10$  cm). La figure 3.30-d est le rapport  $\frac{V_{dmax}}{V_{dmoy}}$ .

Comme on peut s'y attendre, la vitesse augmente avec le débit (la vitesse de groupe est

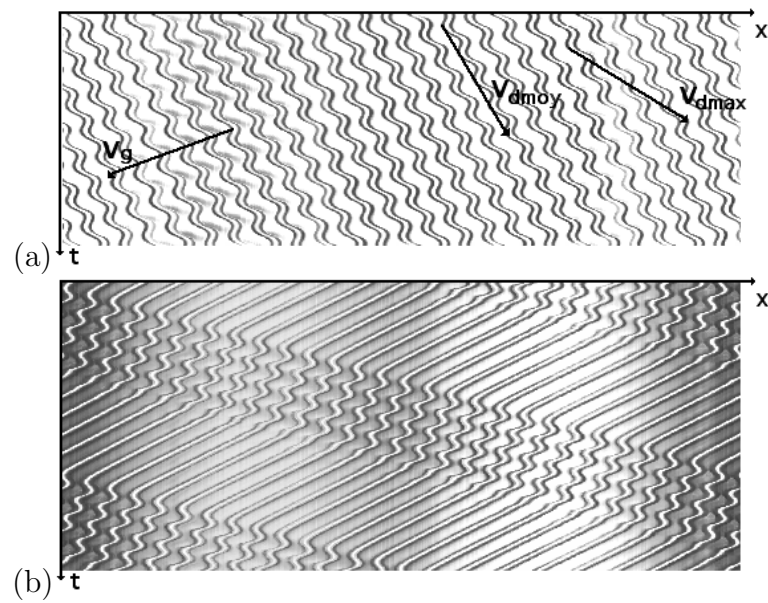


FIG. 3.28 – (a) Régime d'oscillations-dérive ( $\eta=200$  cP,  $\Gamma=0.242$  cm<sup>2</sup>/s,  $d=10$  cm, 24 cols. Durée=10.5 s). (b) Coexistence avec un domaine dérivant local ( $\eta=200$  cP,  $\Gamma=0.34$  cm<sup>2</sup>/s,  $d=10$  cm, 21 cols. Durée=13 s).

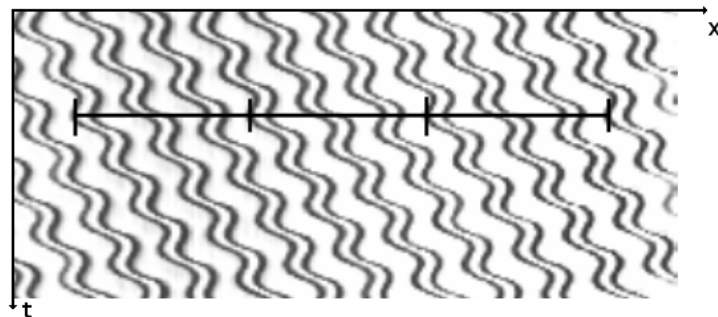


FIG. 3.29 – Illustration du tripériodisme spatial dans le régime oscillo-dérivant ( $d=10$  cm, 24 cols.).

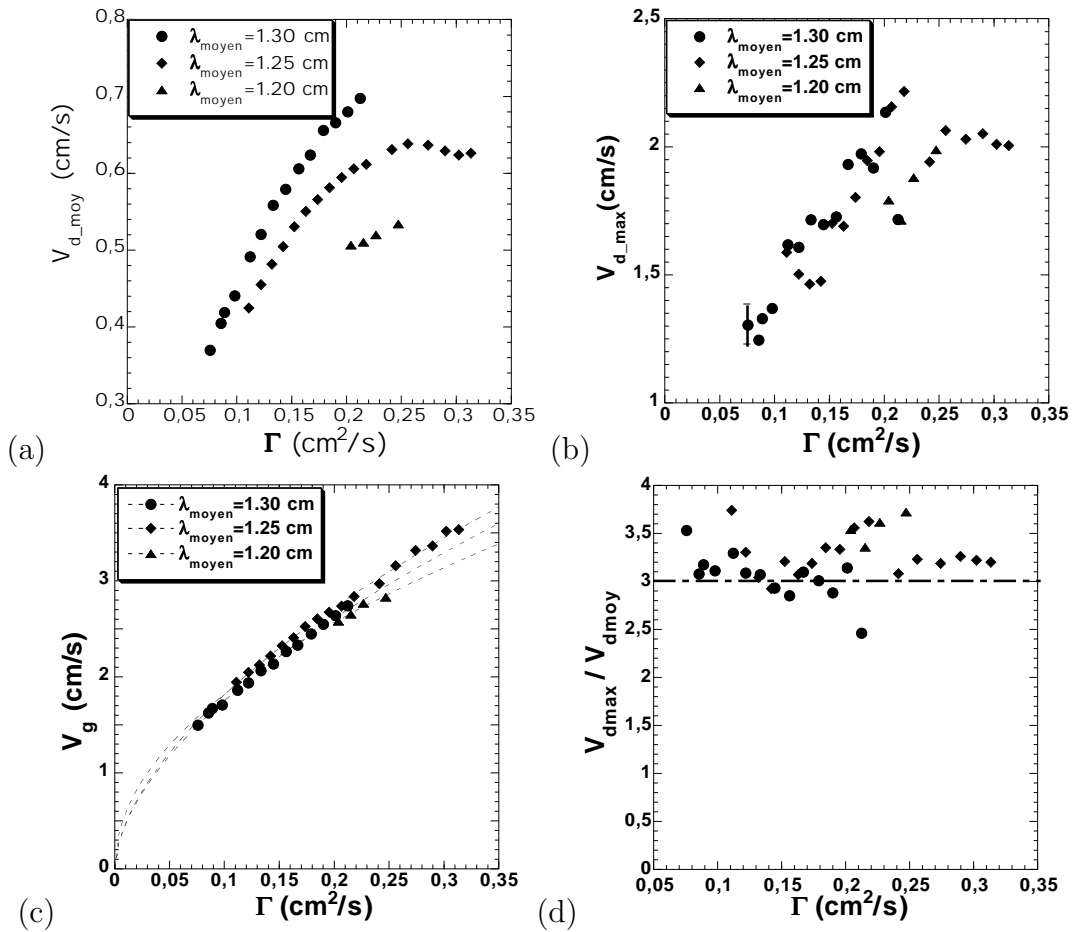


FIG. 3.30 – Mesures des vitesses dans un état oscillo-dérivant ( $\eta=200$  cP,  $d=10$  cm). (a) Vitesse de phase moyenne. (b) Vitesse de phase maximale. (c) Vitesse de propagation. (d) Rapport  $\frac{V_{d,\text{max}}}{V_{d,\text{moy}}}$ .

d'ailleurs bien ajustée par une loi de puissance entre 0.48 et 0.58), et aussi avec la longueur d'onde moyenne. La vitesse de dérive maximale est évaluée avec une précision assez mauvaise: la mesure se fait sur de petits états dérivants, ce qui conduit à une erreur assez importante. La figure (d) montre que le rapport  $\frac{V_{dmax}}{V_{dmoy}}$  est proche de 3.

# Chapitre 4

## Stabilité des régimes dynamiques laminaires

Dans ce chapitre, sont illustrés systématiquement les scénarios de destruction des états statiques et dynamiques, principalement par variation du débit par unité de longueur qui est le seul paramètre qu'on peut faire varier continûment. Au cours du premier paragraphe, une sorte de catalogue de ces scénarios est donné, montrant quelquefois des comportements assez marginaux n'existant que dans des conditions précises de viscosité, débit et longueur d'onde. Un paragraphe est ensuite consacré à la description de collisions entre deux domaines dérivants se propageant en sens opposés. Le chapitre se clôt par le report des diagrammes de stabilité en (débit/longueur d'onde moyenne) des différents régimes pour plusieurs viscosités, dont les frontières découlent en fait de ces mécanismes de déstabilisation.

Dans de nombreux cas, nous allons voir que la cassure d'un régime dynamique peut conduire à la transition vers le chaos spatio-temporel. Ce chapitre constitue donc un pont naturel vers l'étude de ce régime abordé dans la prochaine partie.

L'utilité de cette étude est de montrer les comportements des régimes dynamiques de la rangée de colonnes liquides à la limite de leur stabilité, dans l'optique de tester ultérieurement la validité de modèles théoriques.

### 4.1 Scénarios de rupture des régimes laminaires

#### 4.1.1 Rupture des états de colonnes statiques

Les trois principales façons pour un état statique de se déstabiliser par la seule modification du débit sont les suivantes:

- Pour  $\lambda \simeq \lambda_{inf}$  (structure très resserrée), une augmentation du débit peut mener à la fusion de deux colonnes et à l'augmentation de  $\lambda$  (figure 4.1-a).

- Pour  $\lambda > \lambda_0$ , une modification du débit (augmentation en général) peut mener à une instabilité secondaire d'oscillations en opposition de phase des cellules (doublement de période spatiale). Il peut en résulter la nucléation spontanée d'une colonne et une restabilisation (figure 4.1-b). On peut même dans certains cas passer quasi-instantanément des oscillations à état de dérive locale ou de chaos spatio-temporel.

- Pour  $\lambda$  quelconque, une augmentation du débit peut mener à la naissance d'un état de dérive lente de l'ensemble de la structure, perceptible par des observations à temps longs.



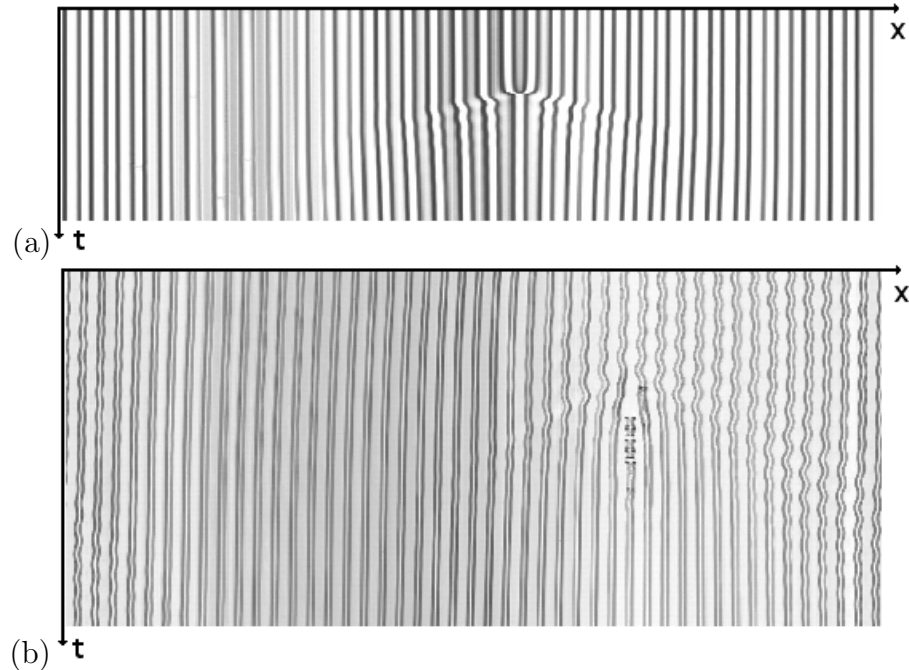


FIG. 4.1 – (a) Coalescence de deux colonnes après une augmentation de débit ( $\eta=100$  cP,  $d=10$  cm,  $\Gamma=0.45$  cm<sup>2</sup>/s, 32 puis 31 colonnes). (b) Nucléation d’une colonne après des oscillations transitoires et restabilisation ( $\eta=100$  cP,  $d=16.7$  cm,  $\Gamma=0.16$  cm<sup>2</sup>/s, 45 puis 46 colonnes).

### 4.1.2 Rupture des états oscillants

Les états oscillants ne se ”rompent” pas lorsqu’on diminue le débit. Ils disparaissent simplement (pas de variation du nombre de colonnes). Lorsqu’on augmente le débit au delà de leur plage d’existence, ils se ”cassent”, en général pour engendrer un état de désordre spatio-temporel (figure 4.2-a). Il peut aussi naître dans certaines conditions un domaine dérivant stable: pour une structure assez dilatée, le régime oscillant se casse à bas débit, ce qui permet au système de générer à l’endroit de la cassure (où une dilatation s’est spontanément créée) un paquet dérivant ou une paire de paquets se propageant en sens opposés (figure 4.2-b). Un domaine dérivant peut aussi naître sans changement de nombre de colonnes (figure 4.2-c).

### 4.1.3 Rupture des états dérivants

A bas débit, un état dérivant global peut se casser de deux manières:

- Par une cassure d’une colonne en gouttes. En général, la goutte refuse de dériver en suivant les autres colonnes ce qui provoque une cascade de gouttages sur les sites consécutifs (fig. 4.3-a). Cette cassure est due à l’instabilité hydrodynamique de pincement d’un jet en gouttes et non pas à une instabilité de phase au sein du pattern. En effet, elle s’effectue à un débit par colonne  $q_c$  bien précis ( $q = \frac{Q}{n_{col}}$ ), le même débit par colonne pour lequel les états statiques se cassent aussi en gouttes (ce débit par colonne  $q_c$  vaut 0.07 cm<sup>3</sup>/s pour l’huile 100 cP).

- Par des oscillations préalables de la position des colonnes, conduisant à la cassure en gouttes. Cette cassure s’effectue pour des débits par colonne légèrement supérieurs à  $q_c$  et concerne les états globaux les plus dilatés (figure 4.3-b). C’est une instabilité de phase au sein du pattern, même si au final, elle provoque aussi la rupture en gouttes. Il peut par ailleurs

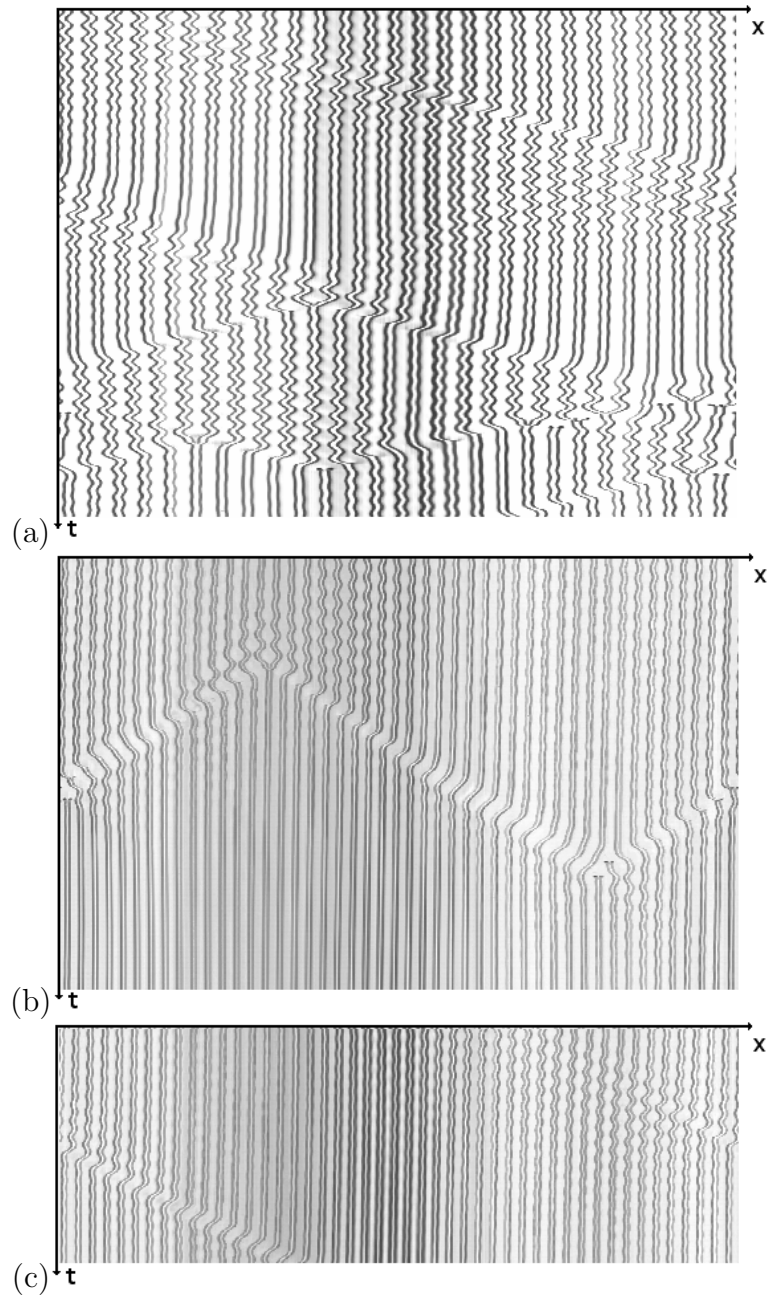


FIG. 4.2 – Cassure d'un état oscillant étendu par augmentation du débit ( $\eta=100$  cP). (a) Transition vers le chaos spatio-temporel ( $d=10$  cm, 27 cols.,  $\Gamma=0.29$  cm<sup>2</sup>/s). (b) Génération d'une paire de domaines dérivants ( $d=16.7$  cm, 46 cols.,  $\Gamma=0.27$  cm<sup>2</sup>/s). (c) Création d'un domaine dérivant sans changement de nombre de colonnes ( $d=16.7$  cm, 45 cols.,  $\Gamma=0.225$  cm<sup>2</sup>/s).

se produire, pour les états globaux moyennement dilatés, une rupture "mixte" due à la fois à une instabilité de phase et à la cassure d'un jet en gouttes 4.3-c. Cette instabilité de phase traduisant que le mode de parité brisée est instable près du seuil a été prédite par les modèles d'équations d'amplitude [37, 20].

A haut débit, la cassure d'un état dérivant peut soit donner un autre état dérivant avec un plus grand nombre de colonnes, soit sur un état statique, soit un état de chaos spatio-temporel (cette dernière possibilité étant réservée aux huiles de haute viscosité). Les figures 4.4 donnent plusieurs exemples de ces cassures dans le cas d'un état global. Les figures 4.5 donnent plusieurs exemples de ces cassures dans le cas d'un état initialement localisé.

Parmi cette zoologie, certains phénomènes méritent quelques commentaires:

- Les oscillations qui apparaissent à haut débit et à bas débit (figures 4.3-b et 4.4-b), au préalable à la cassure d'un état dérivant global sont de même nature. Hydrodynamiquement elles traduisent la formation d'une goutte, de plus en plus proéminente entre deux colonnes en train de dériver. Cette goutte est absorbée par l'une des colonnes, puis se reforme avec une période bien définie. D'un point de vue d'une dynamique de phase, cela traduit le fait que pour cette plage de paramètres (débit, viscosité) le système préfère se trouver dans une longueur d'onde plus faible que celle imposée au départ à plus faible débit (ce qui qualitativement traduit le fait qu'une goutte veut croître entre deux colonnes pour diminuer la longueur d'onde initialement sélectionnée).

- En général, un état dérivant global se déstabilise pour un débit plus élevé qu'un état localisé (voir aussi figure 3.18). Outre le fait que la contrainte sur la longueur d'onde permet sans doute de stabiliser le système, la rupture d'un état dérivant localisé se passe quelquefois à l'extérieur de celui-ci, provoqué par les oscillations des colonnes à  $\lambda_0$  (voir plus loin figure 5.5). Ce sillage oscillant est un mécanisme important de création du désordre et l'aspect interaction dérive-oscillation responsable de ce phénomène fera l'objet d'un paragraphe dans le chapitre 5.

## 4.2 Collisions de domaines dérivants

Ce paragraphe est consacré à une phénoménologie pouvant paraître anecdotique, mais plutôt spectaculaire: il s'agit de faire collisionner deux domaines dérivants lancés à des temps très proches en sens inverse. Ces expériences ont nécessité d'utiliser la plus grande coupelle notée II ( $d=16.7$  cm), où rappelons le, le nombre de colonnes en statique varie de 45 à 51 (à 100 cP).

Les figures 4.6 montrent trois exemple de collisions: deux domaines de même taille s'annihilent lorsqu'ils se rencontrent (a), et lorsque l'un des domaines est plus large, il continue sa route, mais sa taille est amputée de la largeur du plus petit (b et c).

Il est à noter que ce comportement de collisions soustractives a été observé en solidification directionnelle [33] et dans les simulations numériques du modèle de Couillet et al. décrivant les modes à parité brisée [19].

Mis à part cette comparaison avec d'autres motifs cellulaires, il y a plusieurs choses à déduire de ces phénomènes, permettant de mieux appréhender la nature exacte de ces domaines dérivants. En effet, on les a très souvent dénommés "solitons" ou "ondes solitaires", alors que la collision de deux solitons ne conduit pas à une soustraction de leurs tailles. D'autre part, nous verrons dans la prochaine partie sur les états turbulents que ce type d'évènements (défauts spatiotemporels) est un des mécanismes de dissipation "d'énergie" au sein du système pouvant conduire à un retour à des états ordonnés au bout d'un temps fini.

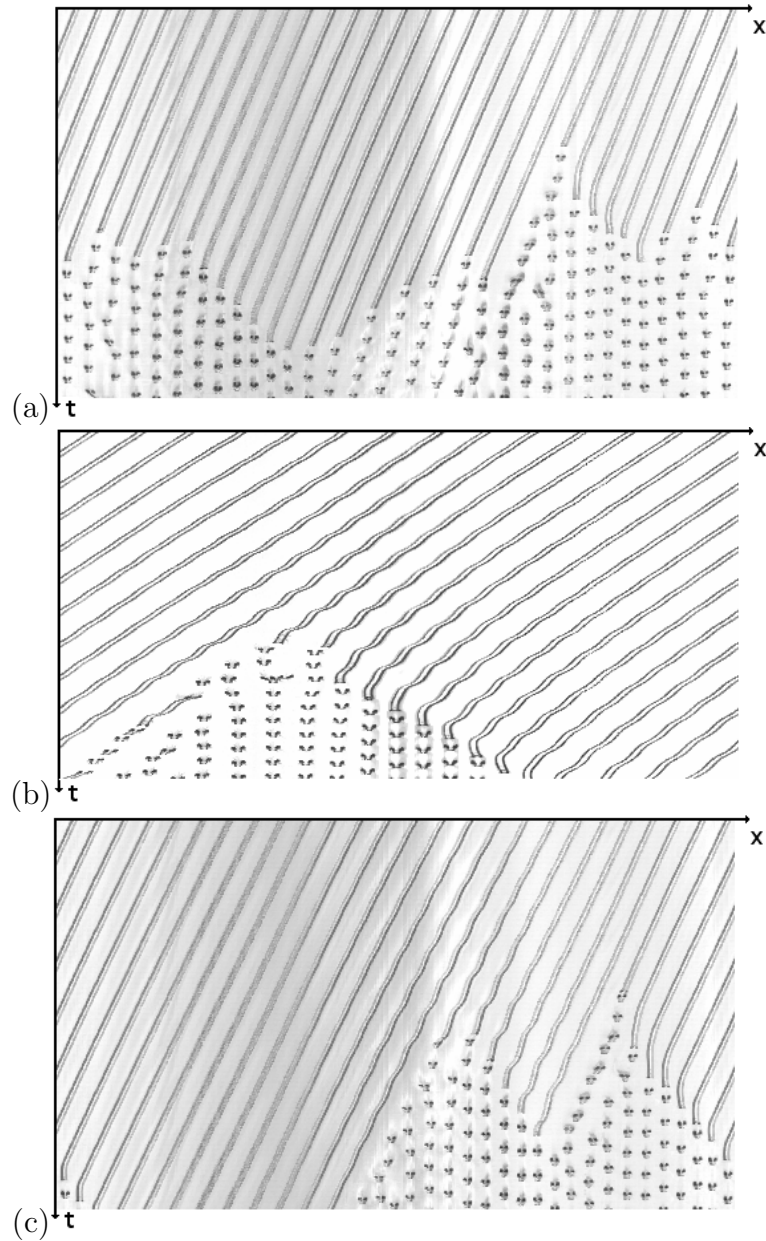


FIG. 4.3 – Cassure d'états dérivants à bas débit ( $\eta=100$  cP). (a) Pincement d'un jet en gouttes ( $d=16.7$  cm, 29 cols.,  $\Gamma=0.042$  cm<sup>2</sup>/s). (b) Instabilité oscillante provoquant la rupture du pattern ( $d=10$  cm, 14 cols.,  $\Gamma=0.055$  cm<sup>2</sup>/s). (c) Rupture "mixte" par transition jet- $\dot{\gamma}$ gouttes et instabilité du pattern ( $d=16.7$  cm, 26 cols.,  $\Gamma=0.039$  cm<sup>2</sup>/s).

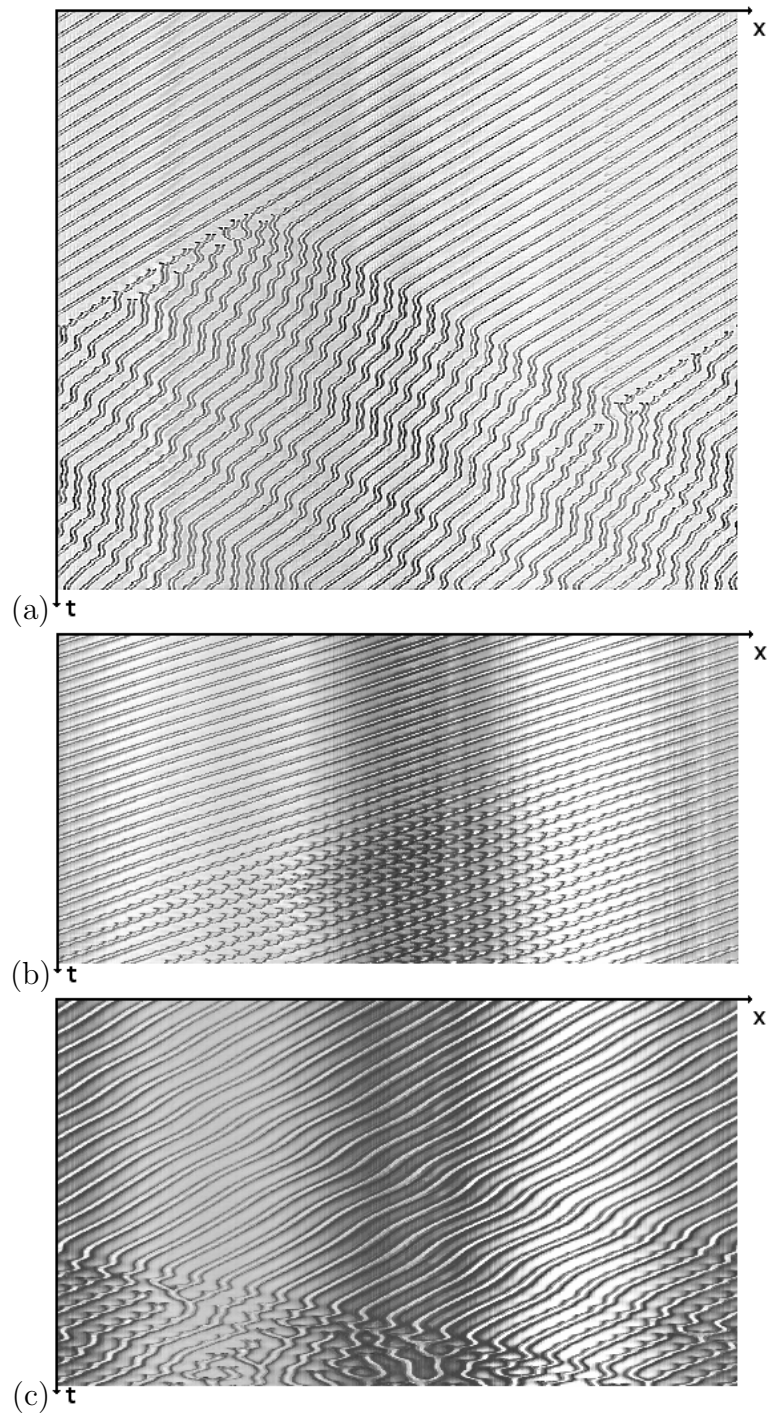


FIG. 4.4 – Cassure des états dérivants globaux à haut débit (huile 100 cP) (a) Vers un état dérivant à plusieurs domaines localisés ( $d=16.7$  cm, 25 cols.,  $\Gamma=0.28$  cm<sup>2</sup>/s). (b) Oscillations préludes à la déstabilisation ( $d=10$  cm, 17 cols.,  $\Gamma=0.36$  cm<sup>2</sup>/s). (c) Transition vers le chaos ( $d=10$  cm, 17 cols.,  $\Gamma=0.55$  cm<sup>2</sup>/s).

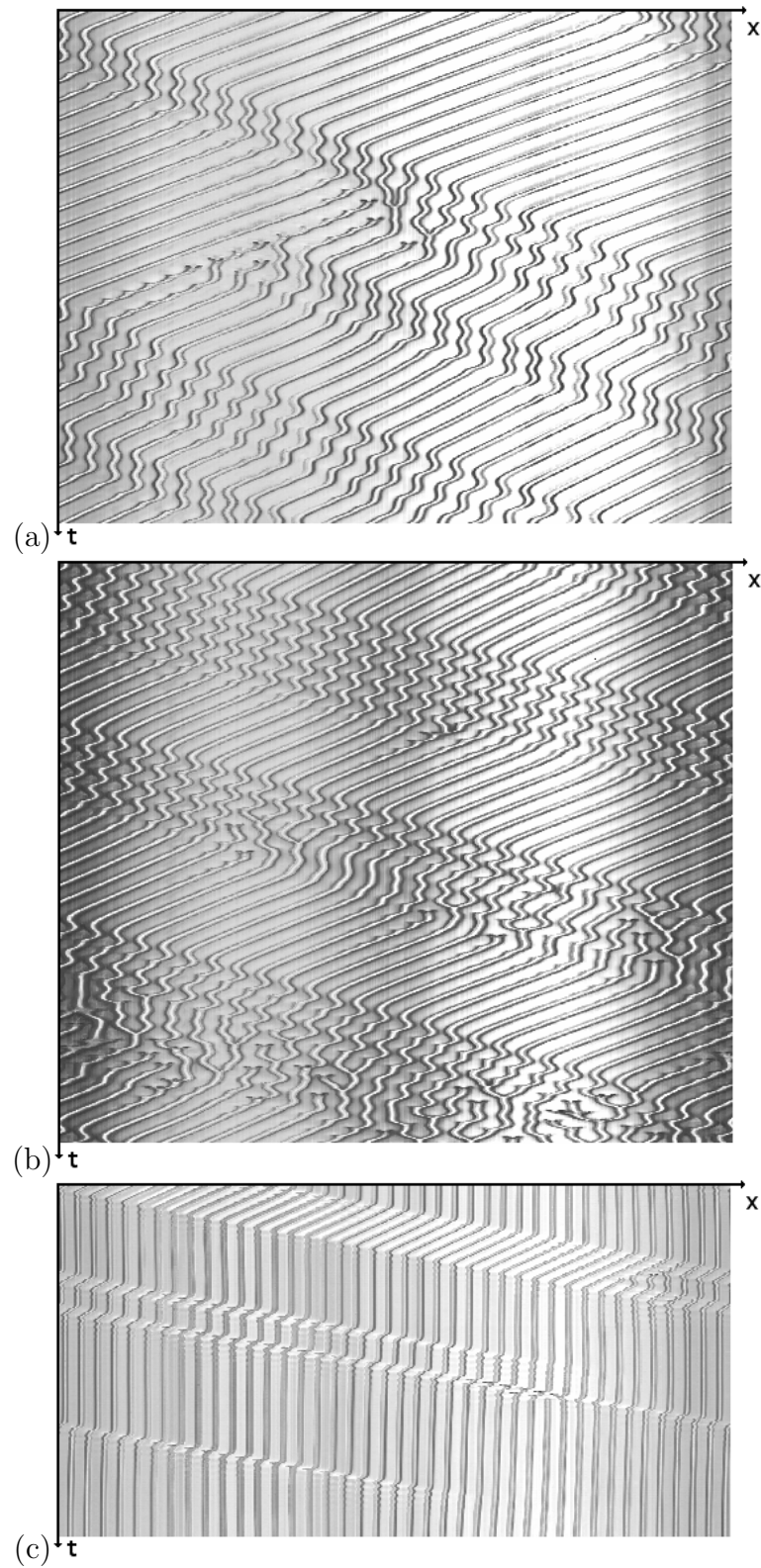


FIG. 4.5 – Cassure des états dérivants locaux à haut débit (huile 100 cP) (a) Vers un état dérivant à plusieurs domaines localisés ( $d=10$  cm, 16 cols.,  $\Gamma=0.176$  cm<sup>2</sup>/s). (b) Transition vers le chaos ( $d=10$  cm, 21 cols.,  $\Gamma=0.5$  cm<sup>2</sup>/s). (c) Retour vers un état statique (Huile silicone 20 cP) ( $d=16.7$  cm, 37 cols.,  $\Gamma=0.32$  cm<sup>2</sup>/s).

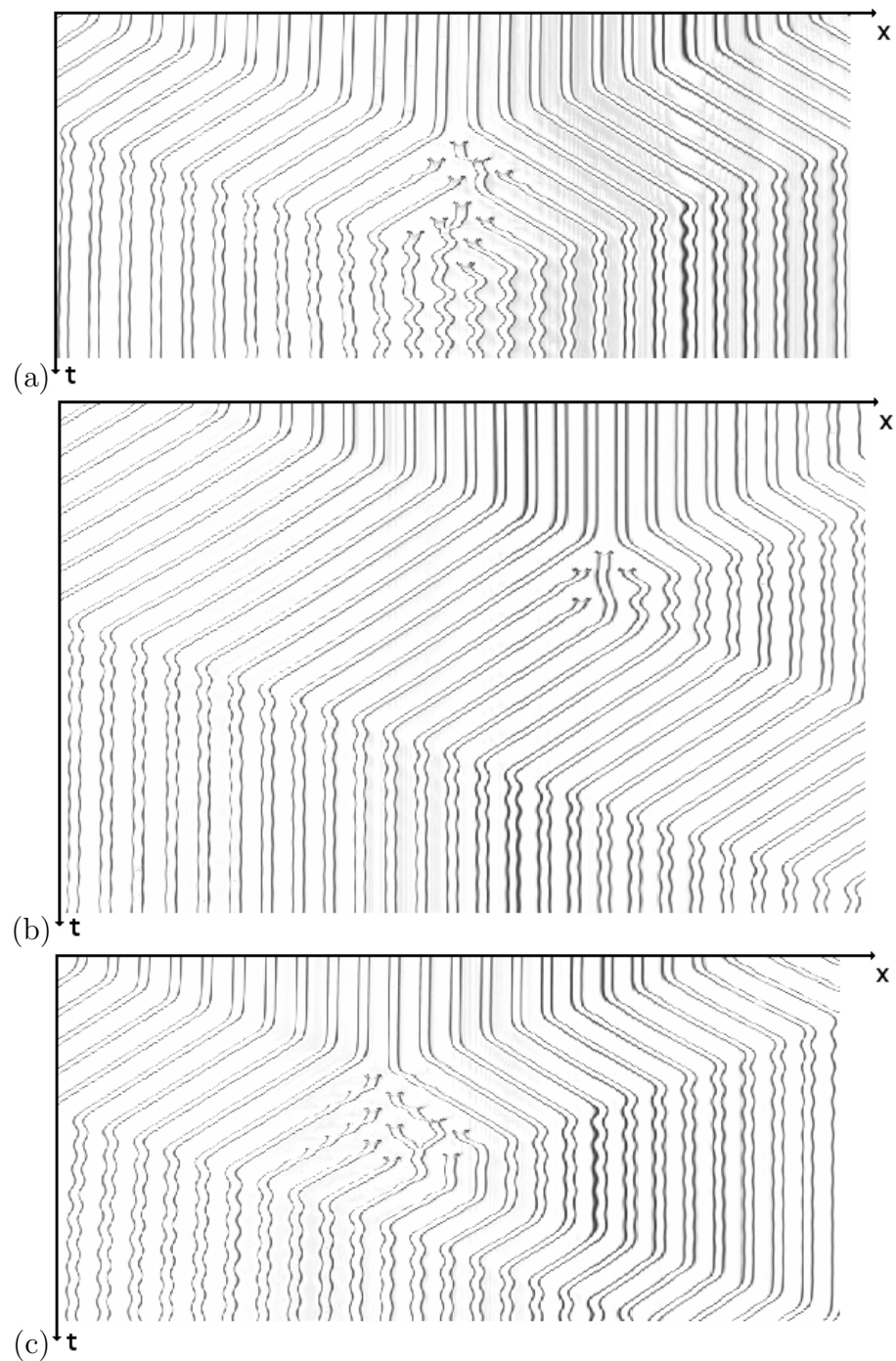


FIG. 4.6 – Collisions entre deux domaines dérivant en sens opposé ( $\eta=100$  cP,  $\Gamma=0.276$  cm<sup>2</sup>/s). (a) Taille des domaines identiques: annihilation et oscillations transitoires. (b) et (c) Taille différentes: seul survit le plus grand, dont la taille a été diminuée de celle du plus petit.

### 4.3 Diagrammes de stabilité - Influence de la viscosité

A la suite de relevés systématiques dans l'espace des paramètres ( $\lambda_{moyen}$ ,  $\Gamma$ ) de l'apparition et de la rupture de ces différents régimes, il a été possible de bâtir, pour différentes viscosités, un diagramme d'existence. En voici (figures 4.7, 4.8, 4.9) trois exemples pour des huiles silicones de 20 cP, 100 cP et 200 cP.

Quelques informations pour lire correctement ces diagrammes. Tout d'abord, il est vrai que l'axe des  $x$  comporte une quantité peu usuelle pour ce genre de diagramme: la longueur d'onde moyenne. Ce choix a été dicté par le fait que  $\lambda_{moyen}$  est une grandeur contrôlable expérimentalement. A une valeur fixée de  $\lambda_{moyen}$  cependant, peuvent correspondre plusieurs configurations de positions de colonnes et donc plusieurs régimes dynamiques. Ceci est la conséquence de plages d'existence étendues en longueur d'onde pour les états statiques et les états dérivants. Par exemple, à même nombre de colonnes, on peut obtenir un état dérivant global ou bien un domaine dérivant localisé à l'intérieur duquel la longueur d'onde est plus élevée que pour l'état dérivant global. D'où l'existence de zones de coexistence dans les diagrammes.

On peut déduire de ces trois diagrammes (figures 4.7, 4.8, 4.9) de nombreuses choses. Les plus significatives sont:

- La plage des domaines statiques est plus étendue à basse viscosité, alors qu'à haute viscosité elle se réduit et ce sont les domaines dérivants et le chaos spatio-temporel qui tendent à s'imposer dans une large gamme de paramètres.

- Le diagramme à 50 cP n'a pas été construit mais les nombreuses observations de Mazel [9] permettent de déduire qu'il est quantitativement très proche de celui à 20 cP (seule l'importance relative des états dérivants par rapport aux états statiques est augmentée).

- La complexité du diagramme augmente avec la viscosité. Notamment, le chaos spatio-temporel apparaît à 100 cP mais ni à 20 cP ni à 50 cP. L'huile silicone 200 cP permet quant à elle l'apparition de l'état oscillo-dérivant.

- Les flèches signifient le passage d'un régime dynamique à un autre, généralement accompagné d'un changement dans  $\lambda$  (on y retrouve schématiquement la plupart des scénarios exposés au paragraphe (4.1)). Les flèches à double sens signifient un passage réversible d'un état à un autre (c'est assez rare et ca ne concerne que les flèches verticales traduisant un changement de débit sans changement de longueur d'onde moyenne). Les flèches à sens unique correspondent au contraire à des changements irréversibles de régimes.

- Lorsque la viscosité est plus élevée, la plage des états oscillants tend à s'élargir en longueur d'onde moyenne, mais tend aussi à se rétrécir en variations de débit.

- Dans le régime de chaos spatio-temporel, la quantité  $\lambda_{moy}$  n'est plus constante dans le temps. Le domaine tracé ne correspond plus à une plage d'existence à proprement parler, mais à une plage de fluctuations.

- Les points d'interrogation sur le diagramme 200 cP signifient que ce domaine de paramètres n'a pas été observé avec suffisamment de précision pour savoir si le chaos spatio-temporel peut exister avec cette longueur d'onde moyenne.

- Toujours sur le diagramme à 200 cP, on remarque une zone de coexistence entre le chaos spatio-temporel et l'état oscillo-dérivant. Cela signifie que dans cette zone, le chaos peut exister pendant de longs transitoires (plusieurs minutes) et qu'au bout d'un temps fini l'état oscillo-dérivant finit par apparaître. Seul ce régime apparaît, car à ces débits, un état dérivant ordinaire ne peut être atteint, la longueur d'onde  $\lambda_0$  étant instable. Au dessus du débit limite d'existence de l'état oscillo-dérivant, le chaos est permanent (l'étude de ce phénomène est menée dans la partie III du manuscrit).



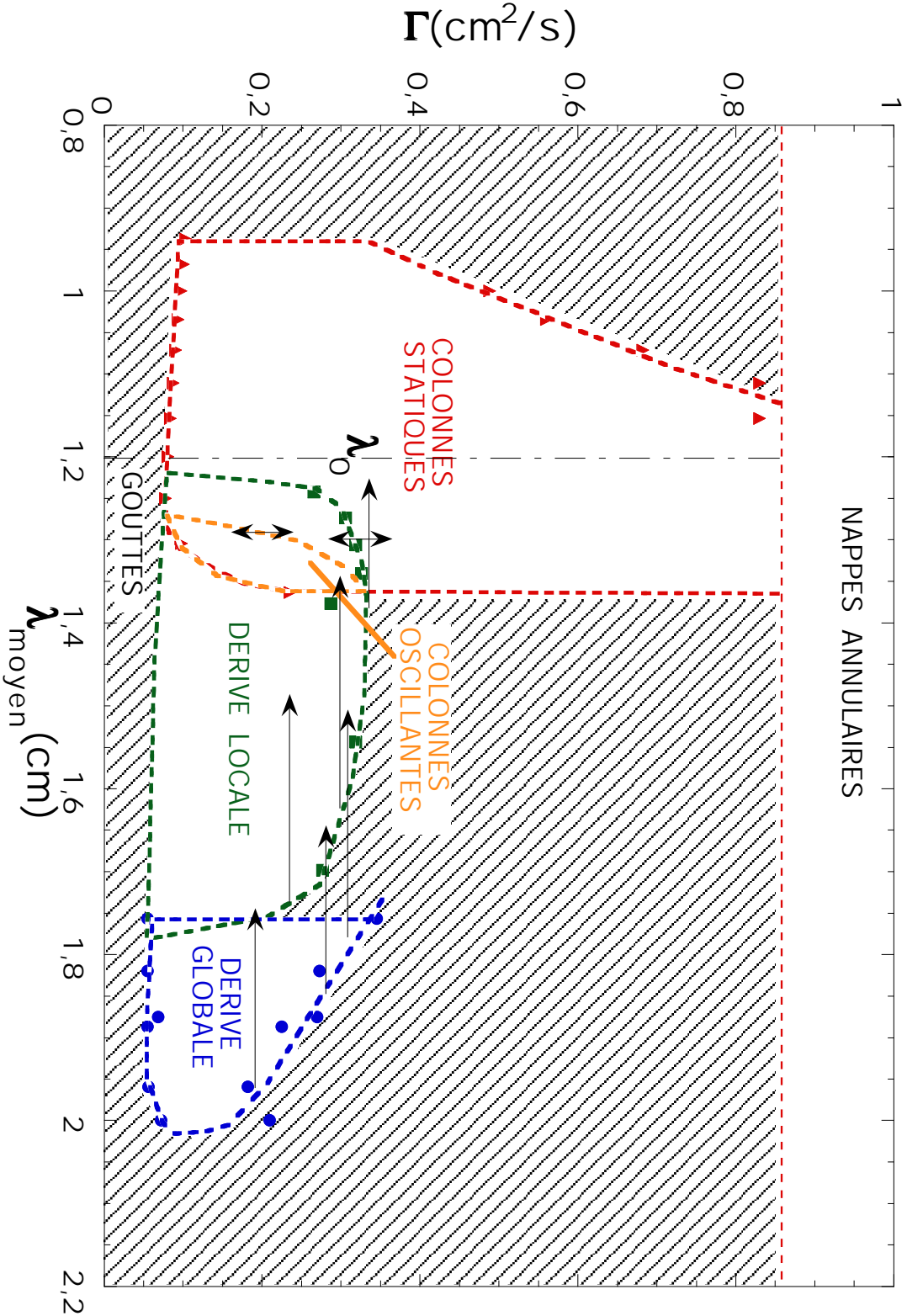


FIG. 4.7 – Diagramme de stabilité (huile silicone 20 cP).

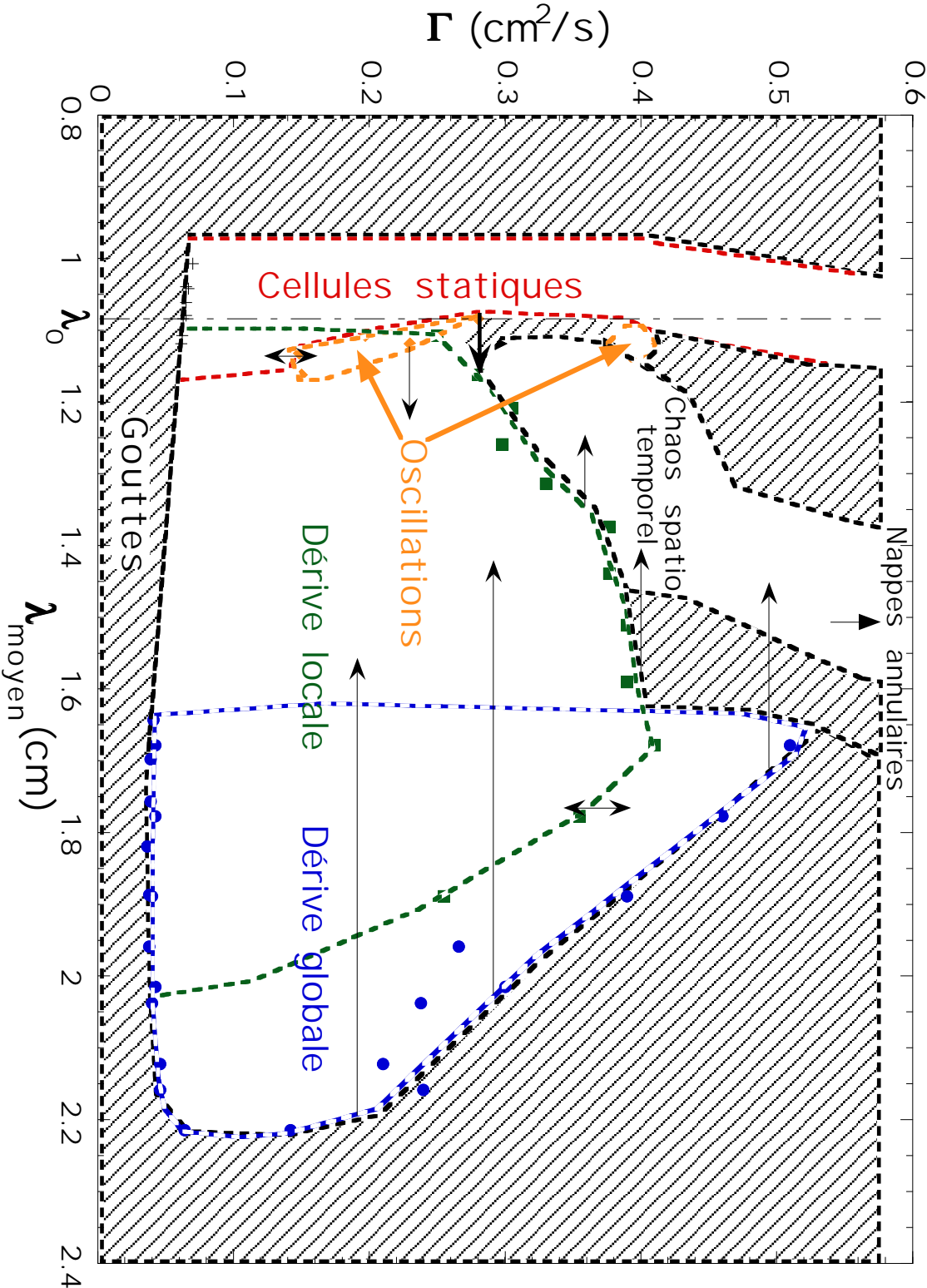


FIG. 4.8 – Diagramme de stabilité (huile silicone 100 cP).

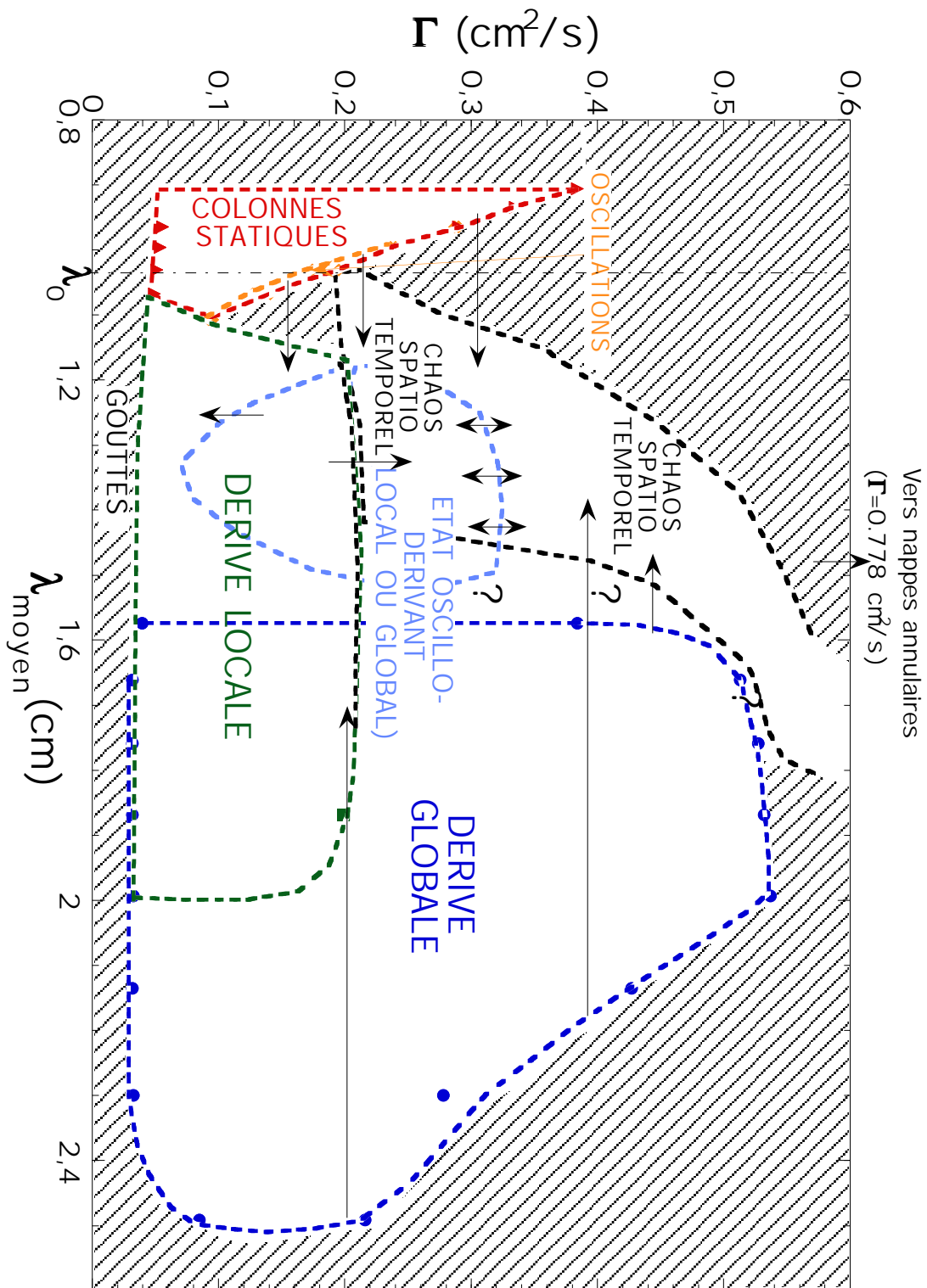


FIG. 4.9 – Diagramme de stabilité (huile silicone 200 cP).

Sur la question de la pertinence de ces diagrammes, il convient de signaler qu'en prenant comme paramètre de contrôle la longueur d'onde moyenne, on passe continûment de l'état statique à l'état dérivant local. Cependant, nous nous sommes rapidement rendu compte que la longueur d'onde moyenne n'était pas vraiment un paramètre pertinent pour caractériser les états dynamiques: certes elle peut être contrôlée par l'intermédiaire du nombre de colonnes (augmentable ou diminuable à souhait avec le "jeu de dextérité des aiguilles"), mais il apparaît de façon évidente dans les diagrammes d'existence (figures 4.7, 4.8 et 4.9) qu'une valeur fixée de  $\lambda_{moyen}$  peut conduire à plusieurs états différents. Par exemple, pour  $\lambda_{moyen}$  légèrement supérieur à  $\lambda_0$ , on peut observer un état oscillant global. Les "bons" paramètres (pas forcément contrôlables mais fixant l'état dynamique susceptible d'apparaître) sont la position et la vitesse des colonnes. Cet ensemble de données sont plutôt à considérer comme des **conditions initiales** que comme des paramètres de contrôle. Ces conditions initiales ne deviennent un paramètre de contrôle que lorsque le pattern est homogène, ce qui restreint aux états statiques, oscillants et dérivants globaux. Ainsi, même si on a reporté  $\lambda_{moyen}$  et  $\Gamma$  sur les deux graphes, ce ne sont pas des grandeurs équivalentes quant à leur pertinence sur le contrôle des états dynamiques. L'intérêt de ces diagrammes est donc de fournir une vue d'ensemble des états dynamiques d'un point de vue de l'expérimentateur. Ce ne sont pas vraiment des diagrammes de stabilité dans le sens usuel du terme.

# Chapitre 5

## Modèles

Dans ce chapitre, sont présentés quelques approches théoriques de modélisation de la dynamique d'un motif cellulaire unidimensionnel. En confrontant les résultats de nos études quantitatives à certains de ces modèles, nous avons pu mettre en évidence des situations simples où ils décrivent correctement la dynamique, mais nous avons aussi découvert certaines de leurs limites. Le premier paragraphe décrit la confrontation entre un modèle adapté pour décrire les états dérivants, et nos mesures correspondantes. Le deuxième paragraphe illustre un cas simple de dynamique où le précédent modèle est mis en défaut. Les troisième et quatrième paragraphes donnent un bref aperçu de deux pistes intéressantes pouvant décrire la dynamique de notre système de façon plus complète. La première piste est un modèle construit sur l'apparition d'un harmonique d'ordre 2 superposé à la fonction périodique fondamentale décrivant le pattern au repos. La deuxième piste est une équation minimale aux dérivées partielles, construite pour décrire la dynamique de fronts d'interfaces mobiles.

### 5.1 Mode à parité brisée: comparaison avec le modèle "C3G91"

Cette partie est composée d'une lettre publiée dans *Europhysics Letters* **56** 221 (2001). Il s'agit de la confrontation des résultats expérimentaux concernant les états dérivants (locaux et globaux) avec un modèle théorique baptisé C3G91 en relation avec sa date et les initiales de ses quatre auteurs (Coulet, Goldstein, Gil et Guranatne). Ce modèle, adapté pour décrire la dynamique de motifs cellulaires unidimensionnels, est basé sur des équations de type Ginzburg-Landau où on développe l'amplitude des modes susceptibles d'apparaître comme bifurcations secondaires. Ce modèle n'avait pu jusqu'à présent être testé quantitativement de façon complète, ce qui a été possible sur le motif de colonnes. Nous donnons ici un bref résumé de l'argumentation.

Comme on l'a vu au chapitre 1, il est commode de représenter le motif de colonnes comme une fonction  $U(x,t)$  qui est la combinaison d'une composante symétrique et d'une partie antisymétrique  $U_s$  et  $U_A$ .

$$U(x,t) = S(x,t)U_s(k_0x + \phi(x,t)) + A(x,t)U_A(k_0x + \phi(x,t))$$

$U$  est donc une fonction basée sur une longueur d'onde de référence, dont l'amplitude de la composante antisymétrique  $A$  est couplée à la phase du motif  $\phi$ . Les équations d'amplitude/phase couplées dont on donne les termes d'ordres les plus bas, respectent les symétries

initiales du problème: invariance par translation suivant  $x$ , invariance par retournement temporel et invariance par réflexion. En admettant une bifurcation supercritique, on a:

$$A_t = (\mu + \epsilon\phi_x)A + A_{xx} + \gamma AA_x - \delta A^3 + \dots$$

$$\phi_t = \omega A + \phi_{xx} + \dots$$

La configuration d'équilibre est trouvée pour  $A_t=0$ , ce qui permet d'obtenir au coeur d'un domaine dérivant ( $A_x = 0$  et  $\phi_x = \text{cte.}$ ):

$$A^2 = \frac{1}{\delta}(\mu + \epsilon\phi_x)$$

$$\phi_t = \omega A$$

La vitesse de dérive des colonnes peut facilement être reliée à la dérivée temporelle de la phase par:  $\phi_t = V_d k$ . Ceci lie de façon directe la vitesse de dérive et le paramètre d'ordre  $A$ . Quant au gradient de phase  $\phi_x$ , il a été montré dans ce même chapitre qu'il contenait la dépendance en longueur d'onde:  $\phi_x = k - k_0 = 2\pi(1/\lambda - 1/\lambda_0)$ .

En reprenant les résultats obtenus sur les états dérivants, on rappelle une loi de dépendance linéaire de la vitesse  $V_d$  (et donc aussi du produit  $V_d k$  en  $C(\Gamma - \Gamma_c)^{1/2}$ .  $\Gamma_c$  dépend de  $\phi_x$ . Ceci suggère d'identifier le débit  $\Gamma$  au paramètre de contrôle de la bifurcation  $\mu$ .

On se souvient aussi que le coefficient de proportionnalité  $C$  variait de façon monotone avec la longueur d'onde. Cette dépendance de la pente  $\frac{V_d^2}{\Gamma - \Gamma_c}$  avec la longueur d'onde montrent que des termes supplémentaires doivent être ajoutés aux équations du modèle C3G91, notamment la dépendance en longueur d'onde des coefficients  $\delta$  et  $\omega$ . Cette dépendance peut s'effectuer implicitement par des termes contenant  $\phi_x$  et respectant la symétrie du problème.

Nous détaillons plus l'approche dans l'article qui suit.

# Parity breaking in a one-dimensional pattern: A quantitative study with controlled wavelength

P. Brunet, J.-M. Flesselles and L. Limat

## Abstract

We have quantitatively investigated the parity breaking bifurcation in a liquid column pattern with periodic boundary conditions formed below an overflowing dish. For high enough viscosity homogeneous global drifting states can be stabilized within a large range of wavelengths. Data are analyzed in terms of coupled phase and amplitude equations and show that the bifurcation to a global drifting state is supercritical, the flowrate and phase gradient behaving as effective control parameters. The wavelength dependence shows that new non-linearities must be added to the usual model. We also identify at large flow-rate a regime of spatio-temporal chaos that mix oscillations, drifts, coalescences and nucleations of columns.

## Previous works and knowledge on parity breaking bifurcation

One dimensional patterns formed by instabilities have been studied in many experiments [1-9]. Within generic behaviors associated to secondary bifurcations [10], parity breaking is most often observed: asymmetrical, dilated cells drift at constant speed  $V_d$  inside domains which boundaries drift in the opposite direction. It was first observed by Simon et al.[1] on isotropic/nematic fronts in liquid crystals and later in various systems, such as: Rayleigh-Benard convection [2], directional solidification fronts [6,7], viscous fingering between rotating cylinders (printer's instability) [4,5], and more recently the overflowing fountain [8,9]. The propagation of these drifting domains is a major mechanism of wavelength selection [7]. In addition, they are presumably directly involved in the genesis of spatio-temporal chaos. Hence understanding the laws governing the bifurcation to these broken parity states would shed an essential light on the physics on one-dimensional cellular patterns. Two related models are found in the literature that describe at least qualitatively this bifurcation. The first one [11] invokes non-linear interactions between a basic mode  $k_0$  and its first harmonic  $2k_0$  (one often called this a "q-2q" model), the drift being a consequence of a phase shift occurring between these two modes. The second one [12] (often called "C3G" model after the author's initials) adds an antisymmetrical perturbation  $U_A(k_0x) = -U_A(-k_0x)$  to a basic symmetrical state  $U_S(k_0x) = U_S(-k_0x)$ , so that a typical field representative of the pattern structure (fluid velocity, interface position) reads:

$$U(x,t) = U_S(k_0x + \phi(x,t)) + A(x,t)U_A(k_0x + \phi(x,t)) \quad (5.1)$$

where  $x$  is the space coordinate,  $t$  the time,  $\phi(x,t)$  the spatial phase of the pattern and  $A(x,t)$  the amplitude of perturbation. The quantities  $A(x,t)$  and  $\phi(x,t)$  are coupled by non-linear equations deduced from symmetry arguments [10,12], that at lowest order read:

$$A_t = (\mu + \epsilon\phi_x)A + A_{xx} + \gamma AA_x - \delta A^3 + \dots \quad (5.2)$$

$$\phi_t = \omega A + \phi_{xx} + \dots \quad (5.3)$$

where  $\mu$  is the control parameter,  $\epsilon$ ,  $\omega$  and  $\delta$  are coefficients. This minimal model has been completed by adding other terms [13], but most of these vanish in the bulk of drifting domains. It is expected to capture most of the physics at least near threshold.

Within such a model, sufficiently dilated cells ( $\mu + \epsilon\phi_x > 0$ ) drift through the  $\omega A$  term. In the initial model, the bifurcation towards a drifting state was assumed to be subcritical ( $\delta < 0$ ), in order to have coexisting static and drifting domains. But as shown in more recent advances [13], the supercritical case ( $\delta > 0$ ) is well adapted to explain most of the observed phenomenology. Assuming that  $A$  and  $\phi_x$  are constant inside a drifting domain, the velocity of the cells is then simply given by [7]:

$$\phi_t = kV_d = \frac{\omega}{\delta^{1/2}}(\mu + \epsilon\phi_x)^{1/2} \quad (5.4)$$

where  $k = 2\pi/\lambda$  is the wavenumber inside the drifting domains, and  $\phi_x = k - k_0$  is the wavenumber mismatch between the drifting and the reference states. Although these ideas are now well established, the agreement between theory and experiment is only qualitative. Few experiments have quantitatively investigated the relevance of these models and tried to check directly eq. (4) or its equivalents. To our knowledge, the only quantitative available study has been performed by Pan and de Bruyn [5] for the printer's instability. The data were in good agreement with eq. (4) after replacing  $\mu$  with a linear function of the rotation velocities of the cylinders. The generality of these results remains however to be established for other systems. In addition, since the  $\epsilon\phi_x$  term was negligible in their system, their test of the theory was incomplete. Therefore, an experimental investigation including the wavelength dependence remains to be done.

## The fountain : aim of the present study

The pattern of liquid columns reproduced on fig. 1-a is well adapted to such a study. These columns are formed when a liquid arrives at a constant rate at the center of a circular overflowing dish and falls from its perimeter. A previous study [8] has revealed that a global uniform drift of this pattern can be forced with different numbers of columns ( $N$ ).

In [8], the range of wavelength was rather restricted. Here, we continue the exploration of the pattern dynamics, but for a higher viscosity ( $\eta = 100$  cP). We observe an increase in the range of the drifting states stability. For a given value of the flow-rate, this allows us to study up to 14 (varying also the dish diameter) different wavelengths in the global drift regime (a range of 0.6 cm for a central value of 1.8 cm) and thus to perform the quantitative study suggested above. Global drift states are also compared to local drifts. In this last situation, the system itself selects the wavelengths inside and outside the domains [9]. However, it is found that the same laws govern both situations.

## Experimental setup

Silicon oil of viscosity  $\eta = 100$  cP, surface tension  $\gamma = 20$  dynes/cm and density  $\rho = 0.97$  g/cm<sup>3</sup> at 20°C is injected at the dish center through a hollow vertical tube. The flow is measured by a float flowmeter (Brooks Full View GT 1024) and kept constant by a gear pump (Ismatec BVP Z) followed by a cylindrical damping chamber (halfly filled) (radius= 20 cm,height= 15 cm). The imposed flow rate  $Q$  ranges from 2 to 30 cm<sup>3</sup>/s. The oil temperature is regulated with a thermal bath at 20°C with a few percent accuracy. Plexyglass circular dishes with different



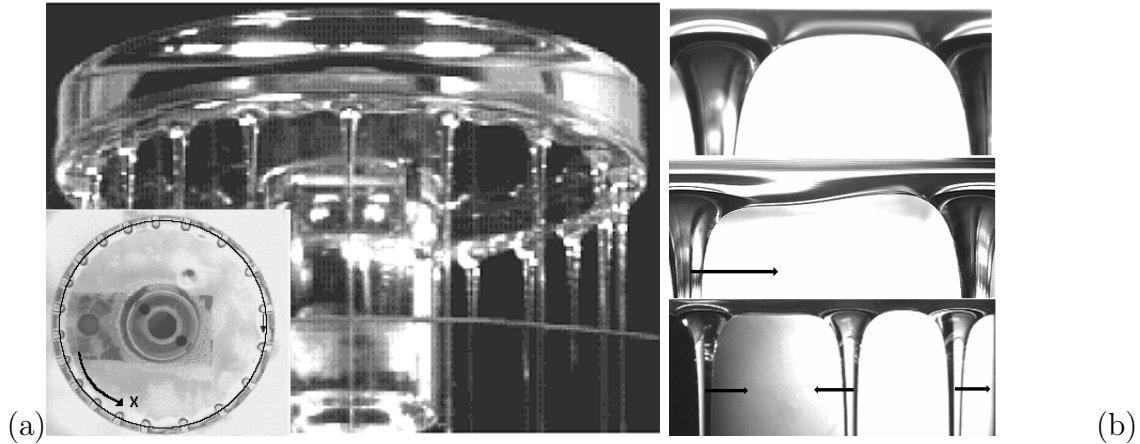


FIG. 5.1 – (a) Side and top view of a liquid column array formed below a overflowing transparent circular dish. The liquid is injected at the center of the dish through the vertical central tube. Columns are lightened by a circular neon tube surrounding the dish and placed underneath (Insert: view from above). (b) Closer side views of interfaces. From top to bottom: static, drifting and oscillating columns (arrows indicate motion). Horizontal sizes of pictures are respectively 1.1 cm, 2cm and 3.1cm.

geometrical features have been used, but only the external radius  $R_e$  was found to be the only relevant parameter through the flow rate per unit length  $\Gamma = Q/2\pi R_e$ . The data reported here were obtained with two dishes of radii  $R_e = 5$  cm and 8.35 cm. The accuracy of the dish horizontality is crucial for a quantitative study. In our previous works, it was checked by using the deflection of a laser beam reflected by the liquid surface (accuracy:  $0.02^\circ$ ). In the course of our study, we found that an even better accuracy was obtained by simply checking the uniformity of oscillation amplitudes of columns when the system undergoes a transition to an oscillatory state (see below, 'Osc' regime).

As usual, these dynamical regimes are visualized by means of spatio-temporal diagrams. Observed from above by a video camera, and lightened by a circular neon tube, the pattern appears as a series of circles (see insert in fig. 1-a). The spatio-temporal diagrams are built by recording grey levels along the circle on which the column centers are moving. Experimentally this radius was found to be independent of the flow rate and respectively equal to  $R = 4.77$  cm and  $R = 8.10$  cm for the dishes of radius  $R_e = 5$  cm and  $R_e = 8.35$  cm.

## Exploration of phase space by varying initial conditions

When the flow rate is progressively increased, starting from zero, the pattern of liquid columns replaces a dripping state just above  $\Gamma \simeq 0.05$  cm<sup>2</sup>s<sup>-1</sup>. With the 100 cP oil used here, one gets a static pattern of wavelength of order  $1.05$  cm  $\pm 0.1$  cm. This value can be modified with thin needles put in capillary contact with the top part of one or two columns. Once the columns follow the needle [8], one can force coalescence of neighboring columns, or nucleation of a new column by taking two columns apart enough. One can also induce larger strains of the pattern by moving a column at a constant speed during a long enough time. The needle induces successive coalescences of the forward neighbors it crosses while the motion is communicated to the backward neighbors. This method was previously used to induce a global drift of the pattern or to generate localized drifting domains [8]. More generally, it allows us to control

the initial conditions: number  $N$  of cells, their position and speed. By combining these two methods one can explore a "phase space" (see fig. 3-a) built upon the flow rate per unit length  $\Gamma$  and the mean wavelength  $\lambda_m = 2\pi R/N$ . Depending on these two parameters, one observes different states on the liquid column array. In a rather narrow band of wavelength the static pattern is stable; the liquid arches connecting two columns are symmetrical (fig. 1-b). Above a value of order 1.10 cm, i.e. for a sufficiently elongated pattern, transitions to dynamical states are observed. A sample of the obtained diagrams is displayed on figs. 2, the stability domain of each of these states being reproduced on fig. 3-a.

### Regimes close to onset : Oscillations and local drifts

For  $\lambda_m$  slightly larger than 1.10 cm, an oscillatory regime (Osc) is observed, exhibiting a spatial period doubling (fig. 2-a). The position of each column oscillates, this oscillation remaining out of phase with that of the two nearest neighbors. The liquid arches remain symmetrical (fig. 1-b bottom part). A further increase of  $\lambda_m$ , leads to a local drift regime (LD), in which localized parity broken domains (asymmetrical liquid arches as on fig. 1-b, middle part) are travelling along the dish perimeter (fig. 2-b). The drifting domain is followed by transient oscillations, (a behaviour also observed in numerical simulations [14], the duration of which is increasing with flow-rate. The wavelength selected outside the drifting domains is independant of flow-rate and its value ( $\lambda_0 = 1.07$  cm) is close to the threshold of 1.10 cm mentioned above.

### Regimes far from onset : global homogeneous drifts

For large enough  $\lambda_m$ , the drifting domain can fill the whole dish perimeter (fig. 2-c). We call this a global drifting state (GD on fig. 3-a). With appropriate choices of the needle velocity, we are able to force such a state with different wavelengths  $\lambda$ . The range of allowed values appears on fig. 3-a. In the best conditions ( $\Gamma \simeq 0.1 \text{ cm}^2\text{s}^{-1}$ ),  $\lambda$  can vary between 1.65 cm and 2.2 cm. With the two dishes, we explored fourteen values of  $\lambda$ , an improvement compared to the previous study [8] where at most three values of  $\lambda$  were investigated. On fig. 3-b, we have plotted the range of allowed phase gradients  $k - k_0$  ( $k = 2\pi/\lambda$ ) versus flow-rate. The range of values is less extended in local drifts than in global drifts (the system is then more constrained). This is another quantitative advantage of global drift study.

### Mixed regimes and chaos

In addition to these well-known states, we have discovered a regime of spatio-temporal intermittency (STI) at high flow-rates (see fig. 2-d) where oscillations, drifts, column nucleations and coalescences are combined in a complicated way, which results in a permanent irregular motion. Contrary to previous experiments[15], the absence of edge effects is an advantage for future investigations of the transition towards spatio-temporal chaos.

### Quantitative study of drifting regimes

We now focus on the quantitative study of the parity breaking bifurcation. When plotted versus flow rate, for different wavelengths, the reduced drift velocity of a globally drifting pattern  $kV_d$  involved in eq.(4) behaves as  $(\phi_t)^2 = (V_d k)^2 = a(\phi_x)(\Gamma - \Gamma_0(\phi_x))$  where  $a(\phi_x)$  and  $\Gamma_0(\phi_x)$  are functions of the phase gradient  $\phi_x$  (see fig. 4-a). This phase gradient will now

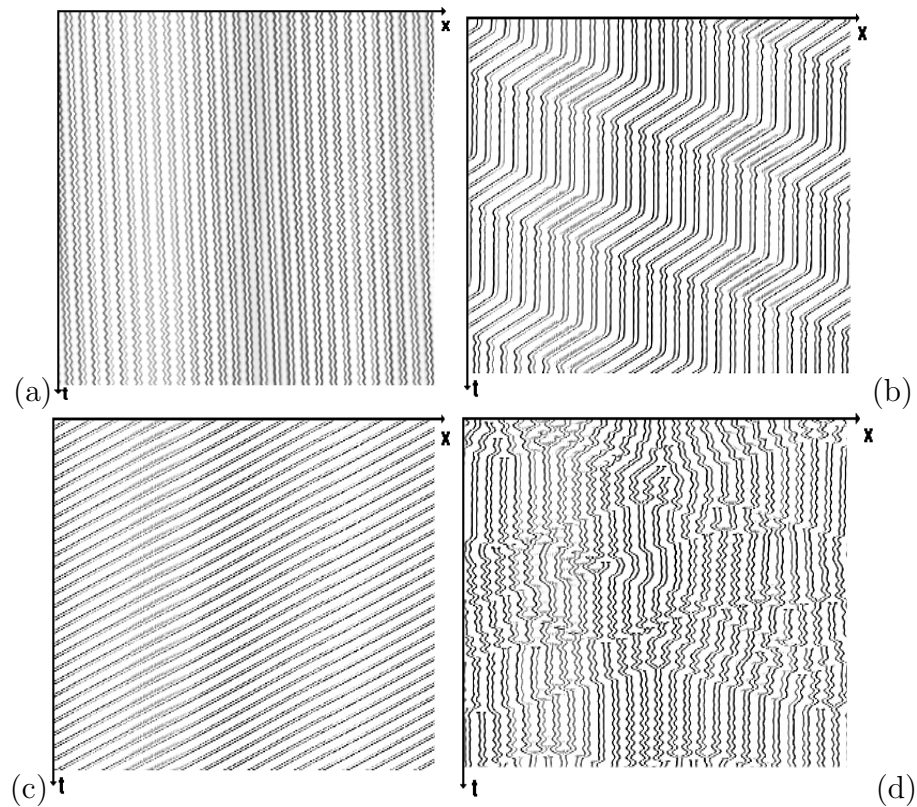


FIG. 5.2 – *Different dynamical regimes visualized by spatio-temporal diagrams (their duration is typically 30 sec). The horizontal axis represents the circle intercepting column centers, which perimeter is equal to 30.2 cm. The left and right parts of this axis are connected due to periodic boundary conditions. (a) oscillations with spatial period doubling (Osc), (b) propagation of localized drifting domains (LD), (c) global drift of the whole pattern (GD), (d) spatio-temporal intermittency (STI)*

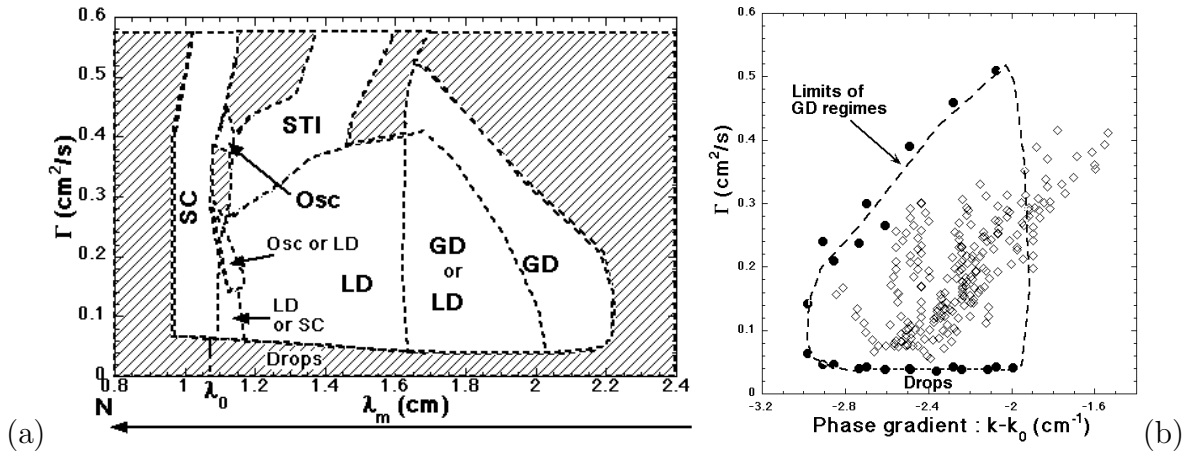


FIG. 5.3 – Stability diagrams for 100 cP silicon oil. (a) Dynamical states existing for given values of flow rate  $\Gamma$  and mean wavelength  $\lambda_m$ : SC static cells, Osc oscillations, LD localized drifting domains, GD global drift, STI spatio-temporal intermittency. Beyond the upper limit ( $\Gamma = 0.57 \text{ cm}^2/\text{s}$ ), a liquid sheet is created. The hatched regions means that no stationary state exist for such conditions. (b) Stability of drifting states: allowed phase gradient for a given flow-rate. Circles and dashed line represent the limit of global drifts, diamonds represent measurements on localized drifting domains.

be defined with respect to the "ideal" state of wavelength  $\lambda_0$  left behind a localized domain  $\phi_x = k - k_0 = 2\pi(1/\lambda - 1/\lambda_0)$ . As appears on fig.(4-b),  $\Gamma_0(\phi_x)$  is a linear function of the phase gradient. This fact, combined with the linear dependance of  $(V_d k)^2$  upon  $\Gamma$  is in favour of a supercritical bifurcation governed by eq.(4), the reduced control parameter being equal to  $\mu = (\Gamma - \Gamma_c)/\Gamma_c$  with  $\Gamma_c = 0.0415 \text{ cm}^2/\text{s}$ .

The surprise here is however that the slope  $a(\phi_x)$  is not constant, even close to threshold as appears on fig.(4-b), and is a linear function of  $\phi_x$  too. This imposes to reconsider the minimal model of eqs.(2-3), to which we have to add higher order non-linearities. To be consistent with the initial idea of this model we have kept most of the lowest order terms allowed by symmetries.

Considering that  $A$  and  $\phi_x$  are constant in the bulk of drifting domains, the most general form of the model reads :

$$A_t = (\mu + g_1(\phi_x))A - g_2(\phi_x)A^3 + \dots \quad (5.5)$$

$$\phi_t = g_3(\phi_x)A + \dots \quad (5.6)$$

where  $g_1, g_2$  and  $g_3$  are polynomial functions. This extension is partly motivated by the fact that  $\phi_x$  varies in a large range (fig. 3-b). Eq. (4) is then replaced by :

$$\phi_t^2 = (kV_d)^2 = (\mu + g_1(\phi_x)) \frac{g_3(\phi_x)^2}{g_2(\phi_x)} \quad (5.7)$$

$\mu + g_1(\phi_x)$  being the effective control parameter of the bifurcation. According to fig. 4-b,  $g_1$  is equal to  $\epsilon\phi_x$  and the ratio  $\frac{(g_3)^2}{g_2}$ , representing the slope  $a(\phi_x)$ , has to be linear with  $\phi_x$ : this impose  $g_2$  to be  $\phi_x$  dependant. The simplest solution is:  $g_2 = (1 + \beta\phi_x)$  and  $g_3 = \nu(1 + \beta\phi_x)$  with  $\nu = 1.77 \text{ s}^{-1}$ ,  $\beta = -1.25 \text{ cm}$  and  $\epsilon = 0.217 \text{ cm}$ .

Defining  $f(\phi_x) = \frac{1}{a(\phi_x)} = g_2(\phi_x)/g_3(\phi_x)^2 = \frac{1}{\nu^2}(1 + \beta\phi_x)^{-1}$ , we have plotted the quantity  $f(\phi_x)(V_d \cdot k)^2$  in fig. 4-c, providing a nearly perfect fit of the whole set of data. On the same graph, we have also plotted measurements performed on local drifting domains ( $k$  and  $k_0$  being respectively measured inside and outside the domain). Considering the non-trivial mechanism of wavelength selection, the lining tendency of this new set of points on the master curve is striking, and suggests that our empirical law is a fundamental feature of this system. This graph also confirms that the dynamics of local and global propagative domains are governed by the same laws, concerning the relationships between their speed, dilation and flow-rate, the last two constituting an effective control parameter for a supercritical bifurcation. We were not able to justify the fact that the same coefficient  $\beta$  appears in eqs. (8) and (9) and we conjecture that a hidden symmetry remains to be identified. Anyway, these ideas suggest to replace the initial version of the model by these equations:

$$A_t = (\mu + \epsilon\phi_x)A + \gamma A_x A + A_{xx} - (1 + \beta\phi_x)A^3 + \dots \quad (5.8)$$

$$\phi_t = \nu(1 + \beta\phi_x)A + D_\phi\phi_{xx} + \dots \quad (5.9)$$

Other terms combining space and time derivatives of  $A$  and  $\phi$  are allowed by symmetries and can be found in Caroli et al. [13]. The  $A\phi_x$  term in eq. (9) was already included in this reference but the  $A^3\phi_x$  one in eq. (8) is new. To our knowledge, our study is the first which put into evidence the necessity to combine these factors and to measure with accuracy coefficients of the  $C_3G$  model.

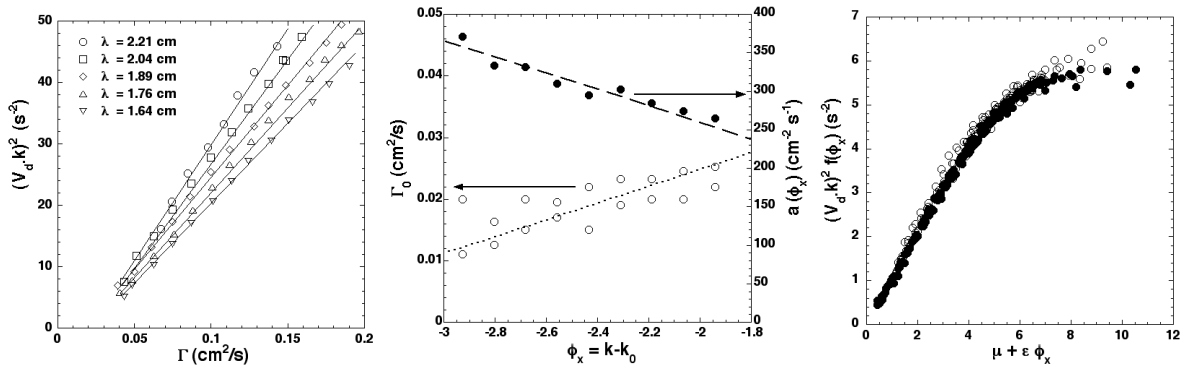


FIG. 5.4 – (a): Square of  $k.V_d$  versus  $\Gamma$  for different wavelength. (b) Threshold ( $\Gamma_0(\phi_x)$ , open circles) and slope ( $a(\phi_x) = \frac{\Delta(V_d.k)^2}{\Delta\Gamma}$ , closed circles) extracted from the previous graphic, versus phase gradient. (c): rescaling of the whole set of data on a single master curve of equation  $k^2 V_d^2 f(\phi_x) = (\mu + \epsilon\phi_x)$  with  $\mu = (\Gamma - \Gamma_c)/\Gamma_c$ ,  $\phi_x = k - k_0$  and  $f(\phi_x) = g_2(\phi_x)/g_3(\phi_x)^2$ . Black symbols: global drifts with fourteen different values of  $\lambda$ . Open symbols: Measurements performed on local drifting domains.

## Conclusion

These data allow us to draw the following conclusions. The C3G model (reconsidered with a supercritical global bifurcation) fails to account for the wavelength dependance in broken-parity states, even near threshold. An adequate description requires to take into account additional

nonlinearities that couple the phase gradient to the amplitude of the parity broken component of the pattern, both near and far from threshold. Our experiment makes it clear and it presumably holds for all one dimensional patterns. Finally, an additional qualitative result of our study is also the existence at high viscosity of a spatio-temporal chaos regime in the liquid column array. Again, the circular geometry will allow accurate studies without bias introduced by boundaries.

## REFERENCES

- [1] Simon A., Bechhoefer J. and Libchaber A. *Phys. Rev. Lett.*, **61** 2574 (1988).
- [2] Daviaud F., Dubois M. and Bergé P. *Europhys. Lett.*, **9** 441 (1989).
- [3] Flesselles J.-M., Simon A.J. and Libchaber A.J. *Adv. Phys.*, **1** 40 (1991).
- [4] Michalland S., Rabaud M. and Couder Y. *Europhys. Lett.*, **22** 17 (1993).
- [5] Pan L. and de Bruyn J.R. *Phys. Rev. E*, **49** 483 (1994).
- [6] Ginibre M., Akamatsu S. and Faivre G. *Phys. Rev. E*, **56** 780 (1997).
- [7] Faivre G. and Mergy J. *Phys. Rev. A*, **46** 963 (1992).
- [8] Counillon C., Daudet L., Podgorski T., Jullien M.-C., Akamatsu S. and Limat L., *Europhys. Lett.*, **40** 2117 (1997).
- [9] Brunet P., Flesselles J.-M. and Limat L., *Compte-rendus de la 3<sup>e</sup> Rencontre du Non-Linéaire*, Edition Université de Paris Sud, 203 (2000).
- [10] Couillet P. and Iooss G., *Phys. Rev. Lett.*, **64** 866 (1990).
- [11] Fauve S., Douady S. and Thual O. *J. Phys. (Paris)*, **1** 311 (1991).
- [12] Goldstein R.E., Gunaratne G.H., Gil L. and Couillet P. *Phys. Rev. A*, **43** 6700 (1991).
- [13] Caroli B., Caroli C. and Fauve S., *J. Phys. I (Paris)*, **2** 281 (1992).
- [14] Gil L. *Europhys. Lett.*, **48** 156 (1999).
- [15] Rabaud M., Michalland S., and Couder Y. *Phys. Rev. Lett.*, **64** 184 (1990).

## Commentaires

L'un des points principaux de cet article est qu'il suggère l'introduction d'un nouveau terme dans les équations phénoménologiques d'amplitude/phase du modèle de Couillet et al. [19]. Ce terme est nécessaire pour rendre compte de la dépendance en gradient de phase (longueur d'onde) de la pente de variation  $V_d^2/\Gamma$ . L'un des points satisfaisants de l'étude vient du fait que le modèle modifié prédit très convenablement la vitesse de dérive même loin du seuil, alors que ce type de modèles est prévu pour ne prévoir correctement la variation du paramètre d'ordre que près du seuil. La mesure des coefficients des équations d'amplitude/phase a pu être menée à bien et on peut espérer qu'une telle étude puisse être à son tour menée sur des systèmes proches (type solidification directionnelle), en faisant varier la longueur d'onde.

L'une des interrogations principales dans ce genre d'études de bifurcations tourne autour de leur classe de transition (supercritique ou sous-critique). Il est apparu que dans le formalisme des équations du modèle de Couillet et al., en choisissant le débit par unité de longueur  $\Gamma$  comme paramètre de contrôle naturel  $\mu$ , la transition est supercritique. En effet, la variation de la vitesse est en racine carrée de l'écart au seuil en débit. D'autre part, il n'y a pas de comportement hystérétique près du seuil: des cycles d'augmentation/diminution de débit montrent que le paramètre d'ordre (mesurable par la vitesse de dérive) décrit une seule et unique branche. Toutefois en toute rigueur, le paramètre de contrôle à considérer est une combinaison entre le débit et le gradient de phase (correction du terme  $\epsilon\phi_x$ ): ainsi, plus le gradient de phase est important, plus le seuil d'apparition de la brisure de parité sera faible ( $\epsilon$  étant négatif).

Ce paramètre de contrôle effectif prend réellement son sens dans les domaines étendus où le gradient de phase est lui-même contrôlable dans une certaine plage.

Néanmoins, malgré le caractère supercritique avéré, il convient de garder à l'esprit un certain aspect discontinu de la bifurcation: le fait que la création d'un mode à brisure de parité nécessite une perturbation finie à partir de l'état statique (dérive initiée par l'expérimentateur avec une aiguille).

Pour conclure, ce genre de modèle décrit de façon adéquate un phénomène particulier qui est la bifurcation vers un régime de dérive de colonnes associé à la brisure de parité à l'interface. De nombreux systèmes ont pu en vérifier sa pertinence qualitative (imprimeur, solidification, ...). Par rapport au modèle général de Couillet et Iooss [27], il s'agit donc de développer un mode particulier parmi les 10 modes génériques prévus, avec ses propres équation d'amplitude/phase couplées dont les termes retenus sont compatibles avec les symétries initiales du problème. Néanmoins, ce modèle se révèle rapidement insuffisant pour appréhender la dynamique générale d'un motif: en effet, parmi tous les comportements dynamiques reportés dans ce chapitre (ainsi que ceux observés sur des systèmes analogues), seuls les états dérivants globaux sont bien décrits par le modèle C3G91. Même s'il a été possible d'y intégrer les domaines dérivants localisés, il s'avère inadapté pour décrire la dynamique non triviale résultant du passage de ces domaines. Des preuves évidentes de l'interaction entre les modes "élémentaires" (parité brisée, vascillation-respiration, mode neutre, ...) nous sont fournies par l'expérience et il n'est pas possible de les prendre en compte car dans cette approche, chaque mode est considéré indépendamment des autres avec ses propres équations d'amplitude/phase. Chaque mode, par sa présence, est susceptible de modifier la dynamique locale du pattern, ceci entraînant la possible génération (ou la destruction) d'autres modes. Les modèles théoriques présentés ultérieurement dans le manuscrit ont été bâtis pour tenir compte de l'interaction entre plusieurs modes. A noter que ce modèle a été repris par Caroli, Caroli et Fauve [45] et a donné lieu à une étude analytique dans le cas de la solidification directionnelle. Une autre extension de la théorie de Couillet et Iooss a été imaginée par L. Gil [46]: il s'agit de rajouter une phase supplémentaire dans le mode instable, pouvant varier indépendamment du mode de base. A notre connaissance, ce modèle est le seul faisant apparaître des trous d'amplitude. D'autre part, il y apparaît aussi des sillages oscillants derrière une onde de dérive (sujet du paragraphe suivant). Toutefois, sa complexité analytique empêche toute comparaison quantitative et à notre opinion, l'apparition d'oscillations y est introduite trop artificiellement.

Dans le paragraphe suivant, nous présentons un cas typique où le modèle C3G91 est insuffisant: il s'agit d'un exemple montrant le lien intime entre dérive de colonnes et oscillations.

## 5.2 Relation entre oscillations et dérive

Cette partie est composée d'un article soumis à Europhysics Letters. Il traite de la relation entre dérive et oscillations dans un système cellulaire et présente une étude quantitative sur les domaines dérivants localisés observés sur la coupelle circulaire. Un parallèle avec les systèmes discrets de masse et de ressorts couplés, déjà signalé par Michalland et Rabaud [21], y est rappelé en vue d'une compréhension phénoménologique. A l'origine, ce "pont" phénoménologique entre deux domaines très distincts de la physique a été dressé pour relater une similitude concernant l'apparition d'oscillations après le passage d'un paquet dérivant. Par la suite, ce sillage oscillant nous a beaucoup intrigué; sa présence donne beaucoup d'indices (et d'interrogation) sur les mécanismes provoquant le mouvement des colonnes. Nous avons été convaincus que les implications de ce sillage étaient plus profondes qu'une simple analogie avec un système de masses-ressorts.

Au départ de ces interrogations, il y a des mesures reliant la vitesse des parois d'un domaine dérivant  $V_g$  avec la vitesse  $1/\pi\lambda_0\omega$  déduite de la vitesse nécessaire pour parcourir  $\lambda_0$  pendant une demi-période d'oscillation du sillage. Les deux vitesses sont effectivement très proches, ce qu'un argument géométrique construit sur des conditions de continuité des vitesses aux parois de domaine permet de retrouver. Ceci est vrai si les pulsations des oscillations sont en opposition de phase. Cette condition est parfaitement vérifiée près du seuil (à bas débit), moins bien vérifiée à plus haut débit.

L'apparition de ce sillage oscillant et son lien avec le domaine dérivant qui l'engendre pose de nombreuses questions de physique fondamentale: interactions d'ondes, lien qualitatif avec un système de masse/ressort, éventuelle implication d'une brisure d'invariance galiléenne, . . .

L'article ci-après tente de le démontrer.



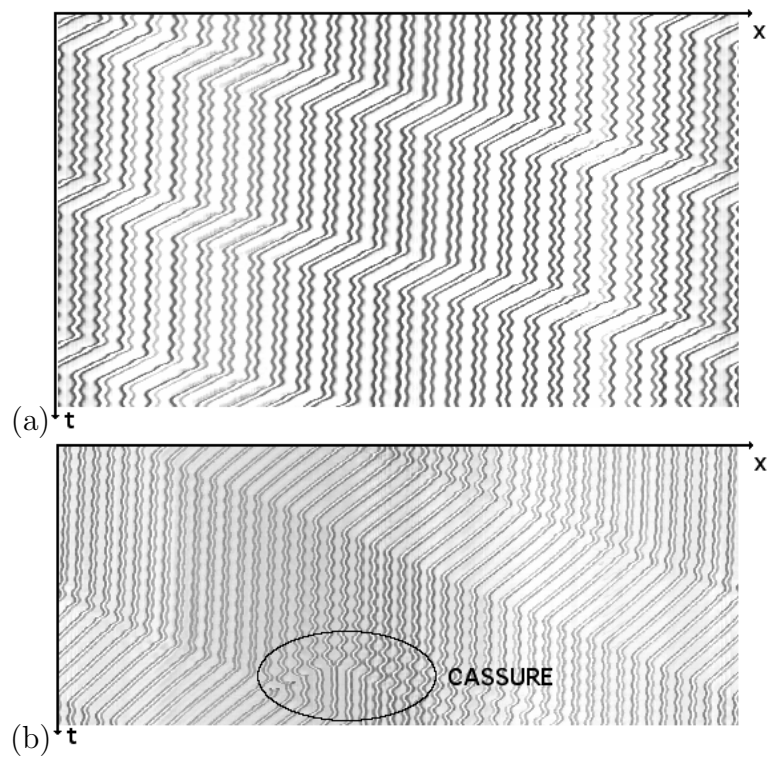


FIG. 5.5 – *Sillage oscillant derrière un domaine dérivant.* (a)  $\eta=200$  cP,  $d=10$  cm,  $\Gamma=0.34$   $\text{cm}^2/\text{s}$ , 25 cols. Durée=17.6 s. (b)  $\eta=100$  cP,  $d=16.7$  cm,  $\Gamma=0.33$   $\text{cm}^2/\text{s}$ , 41 cols. Durée= 12.5 s.

# Elastic properties of a cellular dissipative structure

P. Brunet, J.-M. Flesselles and L. Limat

## Abstract

Transition towards spatio-temporal chaos in a one dimensional pattern often involves two degrees of freedom: drift and out-of-phase oscillations of cells, respectively associated to parity breaking and vacillating-breathing secondary bifurcations. In this paper, the interaction between these two modes is investigated in the case of a single domain propagating along a circular array of liquid jets. As observed by Michalland and Rabaud for the printer's instability [1], the velocity  $V_g$  of a constant width domain is linked to the pulsation  $\omega$  of oscillations and to the spacing between columns  $\lambda_0$  by the relationship  $V_g = \alpha\lambda_0\omega$ . We show by a simple geometrical argument that  $\alpha$  should be close to  $1/\pi$  instead of the initial value  $\alpha = 1/2$  deduced from their analogy with phonons. This fact is in quantitative agreement with our data, with slight deviations at high flow rate.

## Introduction

Many studies have been devoted to the dynamics of one-dimensional patterns. One of the motivations was to seek for an equivalent of the transition to turbulence in fluids (see [2] for a recent exhaustive report). Coulet and Iooss [3] have classified the possible behaviors in terms of secondary instabilities linked to broken symmetries. Most of them have been observed in various experimental systems: Rayleigh-Bénard convection [4], directional solidification [5,6], directional viscous fingering between two eccentric cylinders ("printer's instability") [1,7], or in numerical investigations [8]. Our group has investigated another system: a one dimensional array of liquid columns formed below an overflowing circular dish (see fig. 5.6-a. This system exhibits the generic behaviors [9,10,11] similar to those observed in directional solidification or directional viscous fingering. However the periodic boundary conditions and the relative ease of visualization from above (see insert of fig. 5.6-a) make more accurate investigations possible. Typical examples of spatio-temporal diagrams are displayed on figs. 5.7. As in ref. [9,10], these diagrams were obtained by recording grey levels along a circle intersecting every column trace, from pictures taken at regular time intervals. Time runs from top to bottom. Space is plotted on the horizontal axis with periodic boundary conditions. Depending on the selected conditions (flow-rate, initial columns number, possible initial imposed motions...), different regimes occurs the most spectacular one being the spatio-temporal chaos (fig. 5.7-b). A careful examination of this diagram shows that this behavior involves a complex interaction between two elementary degrees of freedom that can be observed separately in other conditions: oscillations of column positions with spatial period doubling (fig. 5.7-a), and drift of cells at constant speed inside domains delimited by walls travelling in the opposite direction (fig. 5.7-c and d). The first regime is sometimes named a "vacillating-breathing" mode and preserves the  $(x, -x)$  symmetry. In the second regime, this symmetry is broken on the interface structure within drifting domains [9,10,11]; it is often called a "parity-breaking" bifurcation.

These two bifurcations have motivated several experimental [5,6,7,9,10,11] as well as theoretical studies [3,8,12,13,14]. Among the latter, Misbah and Valance [8] noticed that for small

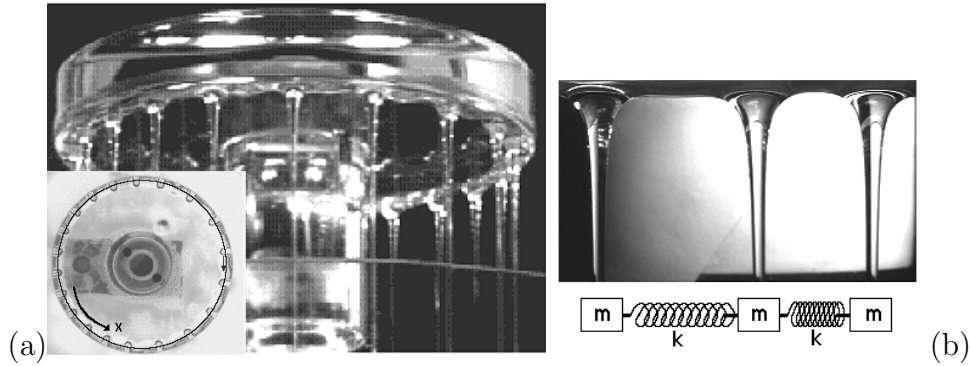


FIG. 5.6 – (a) *The circular fountain experiment: a pattern of liquid columns falling from an overflowing circular dish. Insert: viewed from above, columns appear as U-shaped spots.* (b) *Like in the printer’s instability [1], it is tempting to identify the column array to a chain of springs and masses.*

systems, the interaction between these two modes may lead to temporal chaos. Therefore a careful examination of this interaction in our well controlled system is an essential step in the study of the transition towards spatio-temporal chaos in an extended geometry. On the other hand, spatially chaotic states are so complex that informations taken from regular behaviors are to be preferred at the present stage. In various systems, including our fountain experiment, the vacillating-breathing mode is known to accompany the propagation of a solitary drifting domain, which trailing edge is often followed by transient oscillations. The interaction between a solitary parity broken domain and its own oscillatory wake is thus the subject of this letter.

### The phonon analogy - Goal of the paper

The idea of a possible interaction between oscillations and drift in 1D patterns is natural, but remains undiscussed at least quantitatively by available theories. For instance, models based upon the coupling between a base mode and its second harmonic (“ $k$ - $2k$  approaches”) are able to capture both behaviors analytically [12] but, to our knowledge, a solution involving a wall separating oscillations and drift has never been proposed. The other well known approach based upon symmetry considerations [3,13] leads to sets of coupled phase and amplitude equations that are specific to each state (oscillations and drift) and are therefore unable to treat their interaction. An exception is however a recent paper from L. Gil [14] who, by allowing spatial phase shifts between a base mode and a bifurcated oscillatory solution was able to recover solitary drifting domains followed by an oscillatory wake. This study remained however only qualitative.

On the other hand, quantitative evidences of such an interaction were reported by Michal-land and Rabaud for the printer’s instability [1] and confirmed by further investigations on the fountain experiment [9,11]. These works all mention a relationship linking the velocity of the domain walls  $V_g$  to the pulsation  $\omega$  of the transient oscillations left behind and the spacing  $\lambda_0$  between columns (defined outside of the propagating domain):

$$V_g = \alpha \lambda_0 \omega \tag{5.10}$$

where  $\alpha$  was found in a range from 0.36 to 0.4. To interpret qualitatively this result, Michal-land and Rabaud [1] suggested an analogy with the propagation of dilation waves on a lattice of

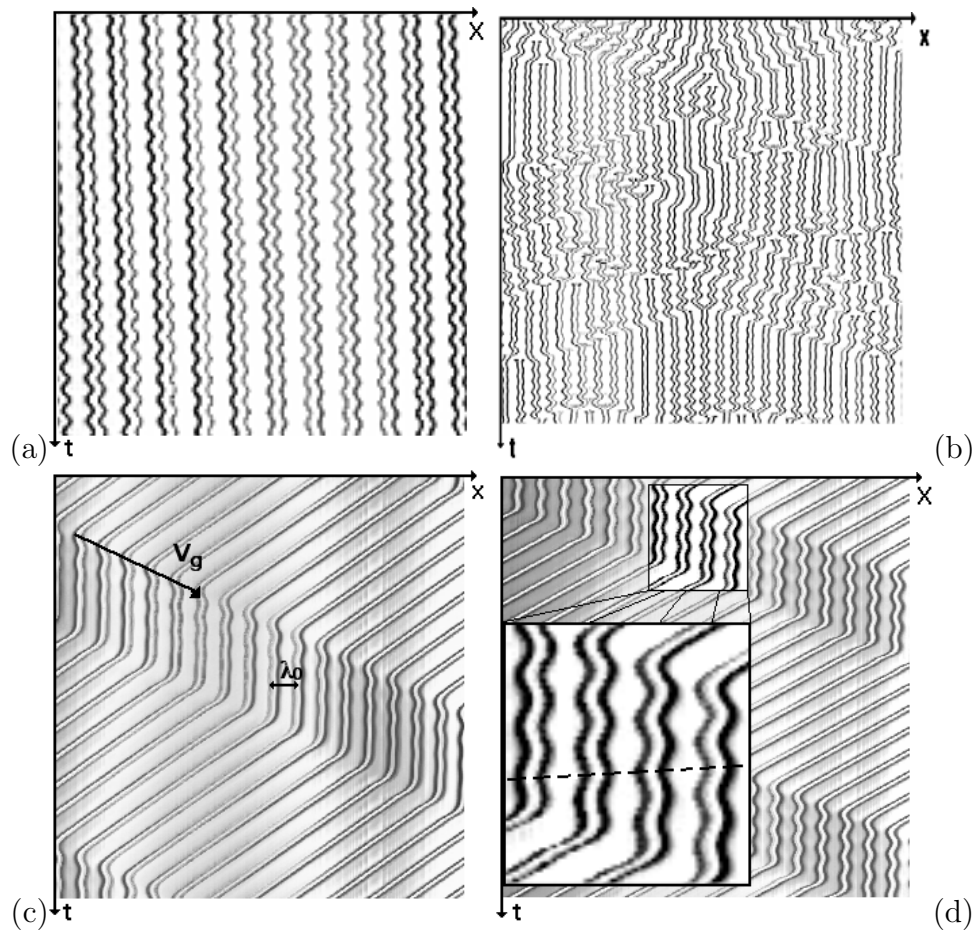


FIG. 5.7 – Spatio-temporal diagrams. (a) An oscillating regime (VB) extended on the whole dish ( $\Gamma = 0.31 \text{ cm}^2/\text{s}$ , duration: 20 s). (b) Regime of spatio-temporal chaos. Interactions between oscillations and drift sustain disorder ( $\Gamma = 0.39 \text{ cm}^2/\text{s}$ ). (c) and (d) Transient oscillations following a dilation wave (PB mode) (duration = 15 s). At low flow-rate ( $\Gamma = 0.11 \text{ cm}^2/\text{s}$ ), the VB mode is strongly damped (c). At higher flow-rate ( $\Gamma = 0.29 \text{ cm}^2/\text{s}$ ), its lifetime reaches one period of rotation of the domain (d). Inserted, a magnified view. Dotted line indicates a quasi-phase opposition between neighbouring columns.

springs and masses, such as that reproduced on fig. (5.6)-b. This "phonon approach" may seem particularly relevant in the case of liquid columns since our pattern can be seen as a discrete medium composed of localized singularities [11]. The numerical simulation of spring and mass lattice submitted to a sudden motion of a boundary reveals indeed the propagation of dilation waves that - though damped by dispersion on long time scales - exhibit a structure qualitatively similar to that of our drifting domains (fig. (5.7)-c and d). The velocity of these "domains" and the pulsation of oscillations are linked by a relationship identical to (5.10), where  $\lambda_0$  is the spacing between each mass, but with  $\alpha = 1/2$ . Though this was not explained in details in [1], this 1/2 value can be deduced from the dispersion relation of phonons  $\omega = 2(K/m) \sin(ka/2)$  governing the propagation of waves on the lattice  $x_n = \exp i(kna - \omega t)$  (where  $k$  is the wavenumber,  $a = \lambda_0$  the lattice spacing,  $K$  the spring stiffness and  $m$  the mass of each "atom"). In this point of view, the domain velocity  $V_g$  is identified to the group velocity of phonons defined in the long wavelength limit  $V_g$  with  $k \rightarrow 0$ , while the pulsation of oscillations is nearly that of the boundary of the first Brillouin zone  $\omega(k = \pi/a)$ . It seems thus that there exists similarities between these two systems despite their differences: the phonon chain is purely linear, non-dissipative and discrete, while the circular fountain is strongly non-linear, dissipative, and governed by interfacial effects. Nevertheless,  $\alpha = 1/2$  is inconsistent with the values (0.3 to 0.4) measured on one-dimensional patterns recalled above. As recognized in [11], including non-linearities and dissipation in an improved "phonon" model does not solve this problem. This is a bit puzzling because Michaland and Rabaud argument is rather natural and very general. Qualitatively, we think that this discrepancy is linked to two effects of presumably non-linear origin: (1) there is a strong phase opposition between nearest neighbors in the transient oscillatory wake (see fig. 5.7-d) and, (2) there is also a strong "coherence" between wall motion and oscillations. These features, that are lacking in a spring and mass lattice, are suggested on the graphical construction of fig. 5.8-a. In the following, we explain this construction and we show that it fixes the value of  $\alpha$  in perfect agreement with recent accurate measurements that we have performed on the circular fountain. We finally discuss deviations from this value observed at high flow-rate.

## Geometrical argument

An idealized sketch of the column motions involved at the rear of a drifting domain is suggested on fig. 5.8-a. We assume that columns oscillate in perfect phase-opposition with their nearest neighbours in the oscillatory wake, as usually assumed for a pure vacillating-breathing mode [3,8]. Also, to obtain a stationary structure propagating uniformly with time, we need to equalize half a period  $\pi/\omega$  of oscillations to the time taken by the rear wall of the drifting domain to cover the spacing  $\lambda_0$  between two oscillating columns  $\lambda_0/V_g$ . This geometrical argument leads to:

$$V_g = \frac{1}{\pi} \lambda_0 \omega \quad (5.11)$$

and hence to  $\alpha = \frac{1}{\pi}$ . Our argument can also be stated as follows: since trajectories in the  $(x,t)$  plane should be continuous.  $V_g$  must be equal to the phase velocity of oscillations  $V_\phi = \omega/k$ , where  $k$ , the wavenumber of oscillations, is equal to  $\pi/\lambda_0$  when neighbouring cells oscillate in phase opposition. This result is reminiscent of problems of non-linear waves involving coupling between short and long wavelengths [15]. For instance second harmonic generation from light in nonlinear crystal implies an index matching between the two wavelengths, i.e. a phase velocity matching. However, the analogy is not so obvious here because the equivalent of the phase

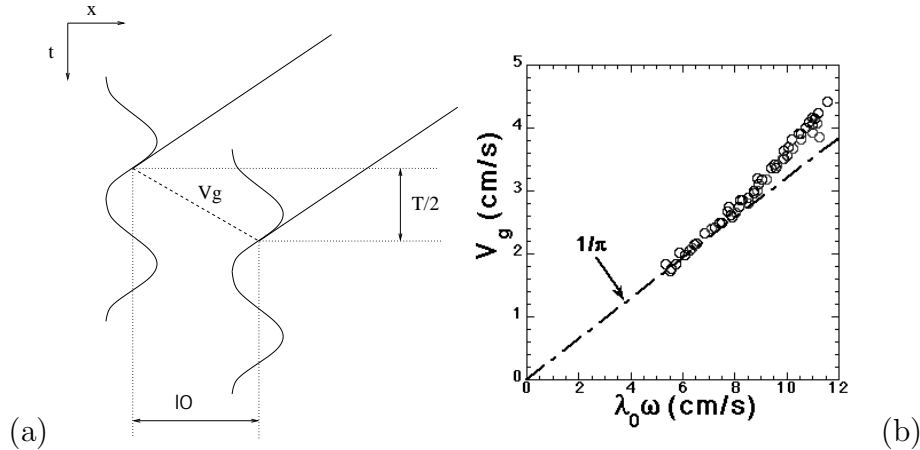


FIG. 5.8 – (a) Idealized geometry involved at the rear front of a propagating parity broken domain, where the drift has to match with transient oscillations. (b) Velocity of propagative domains versus the quantity  $\lambda_0\omega$  with  $\omega = 2\pi/T$ .

velocity for the drifting domains would rather be the drift velocity of the columns and not the wall velocity.

## Experimental conditions

The experimental setup is simple: silicon oil (viscosity  $\eta = 100$  cP, surface tension  $\gamma = 20$  dyn/cm, density  $\rho = 0.97$  g/cm<sup>3</sup> at 20°C) overflows from a horizontal circular dish (fig. 5.6-a) at constant flow-rate per unit length  $\Gamma$ . When  $\Gamma$  lies approximately between 0.05 cm<sup>2</sup>/s and 0.6 cm<sup>2</sup>/s, a pattern of liquid jets (or columns) appears below the dish. As recalled above, this pattern resulting from a Rayleigh-Taylor instability combined with liquid supply at a constant rate, is about to bifurcate towards secondary instabilities, which leads to the phenomenology displayed on figs. 5.7. These spatio-temporal diagrams are built from pictures taken from above by a video camera, the fountain being lightened by a circular neon tube. Columns then appear as U-shaped spots, moving along a circle of radius  $R = 4.8$  cm slightly smaller than that of the dish (5 cm here). Spatio-temporal diagrams are built by recording grey levels along this circle. The number of columns and their initial motion can be controlled by touching the columns with needles to which one imposes appropriate motions. The sudden coalescence of several columns with another one moving at constant speed induces a locally heterogeneous pattern, in which a "dilation wave" (or more rigorously a drifting parity broken domain) propagates around the dish, followed by damped oscillations. As appears on 5.7, the length of the oscillatory wake increases with flow-rate which allows rather accurate measurements of its pulsation. We have produced systematically such domains, varying the flow rate  $\Gamma$  per unit length, and we have investigated the evolution of their wall velocity  $V_g$ , as well as that of the pulsation  $\omega$  and wavelength  $\lambda_0$  left behind.

## Experimental results and discussion

Measurements of the pulsation  $\omega$  of transient oscillations left behind the propagating domains are plotted on fig. 5.9-a versus flow-rate per unit length  $\Gamma$ . At a few percent of accuracy, this pulsation is very close to that of global oscillations (black symbols) such as those on fig.

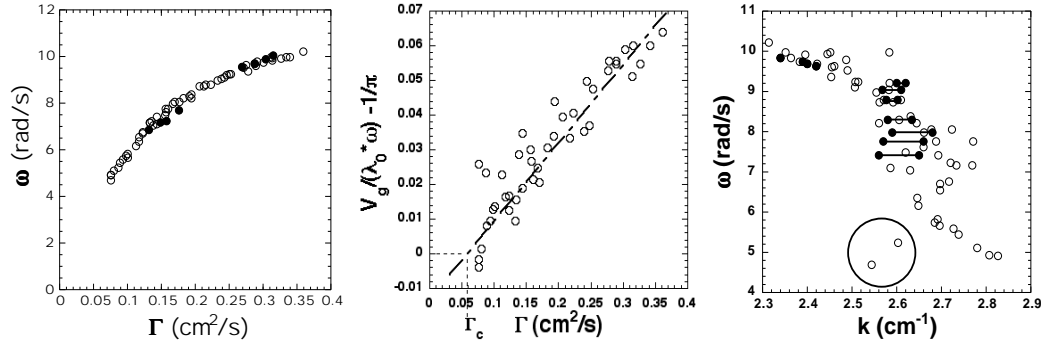


FIG. 5.9 – (a) Pulsation of transient oscillations left behind a drifting domain versus flow-rate per unit length. (b) Difference between  $V_g/(\lambda_0\omega)$  and  $1/\pi$  versus flow-rate per unit length. (c) Evolution in the plane  $(k, \omega)$  where  $k$  is the wavenumber of the representative points of the residual oscillations. Flow rate  $\Gamma$  increases from right to left, from  $\Gamma = 0.076$  cm<sup>2</sup>/s for  $k = 2.83$  cm<sup>-1</sup>, to  $\Gamma = 0.36$  cm<sup>2</sup>/s for  $k = 2.31$  cm<sup>-1</sup>. The two points inside the circle correspond to negative values of  $V_g/\lambda_0\omega - 1/\pi$ . Black circles are based upon direct  $k$  measurements from spatio-temporal diagrams, while open symbols stand for values deduced from  $k = \omega/V_g$ .

5.7-a. As in previous works [9,10,11],  $\omega$  increases with  $\Gamma$ . A reasonable fit is here given by  $\omega = 17.8\Gamma^{0.48}$  s<sup>-1</sup> ( $\Gamma$  being here expressed in cm<sup>2</sup>s<sup>-1</sup>) which suggests a  $\Gamma^{1/2}$  dependance. Assuming an effective column mass proportional to  $\Gamma$ , the phonon analogy would imply that the effective stiffness  $K$  could scale as  $\Gamma^2$ . This dependance is compatible with an interaction between columns through inertial terms of Navier-Stokes equation, the Reynolds number  $Re = \Gamma/\nu$  being here of order 1. In fig. 5.8-b, we have plotted the values of  $V_g$  versus  $\lambda_0\omega$ . The slope appears to be very close to  $1/\pi$ , at least for low flow-rates, in perfect agreement with eq. (5.11). This is a strong evidence in favour of the qualitative estimate of  $\alpha$  described above. At higher flow-rate, a difference appears between  $V_g$  and  $\lambda_0\omega$ , that increases with  $\Gamma$ . This is confirmed by the plot in fig. 5.9-b, which provides the following empirical law :

$$\frac{V_g}{\lambda_0\omega} - \frac{1}{\pi} \sim (\Gamma - \Gamma_c) \quad (5.12)$$

The effective value defined by  $\alpha_{eff} = V_g/\lambda_0\omega$  varies from 0.31 to 0.38 linearly with flow-rate. The "ideal" situation  $\alpha = 1/\pi$  implied by the argument suggested on fig. 5.8-a only occurs close to a critical flow-rate  $\Gamma_c = 0.06 \pm 0.01$  cm<sup>2</sup>/s.

Finding  $\alpha = 1/\pi$  instead of  $1/2$  suggests that the two systems are rather different in the details although the analogy with spring and masses can be useful to get reasonable scaling laws. As we have explained, this value seems to be dictated by: (1) a strong tendency for neighboring columns to oscillate in perfect phase opposition and (2) a "coherence" condition between the wall motions and the oscillations. In terms of Fourier analysis the first condition can be expressed by  $k = \pi/\lambda_0$ , i.e. the system lies at the boundary of the first Brillouin zone. The second condition reads  $V_g = V_\phi = \omega/k$ , i.e. the velocity of the domain walls must be equal to the phase velocity of the oscillations. The first condition is rather reasonable if we think in terms of secondary bifurcations of a dissipative pattern. Near the threshold of oscillations, we can speculate that a single wavevector and a single pulsation are selected. In some sense this mode is the sole excited eigenmode of the problem, whereas in a lattice of springs and masses, any eigenmode involved in the dispersion relation can contribute to the oscillatory wake following a

dilation wave. Since  $\alpha$  differs from  $1/\pi$  with increasing flow-rate means that at least one of these two conditions is progressively relaxed. A careful examination of the spatio-temporal diagrams has convinced us that only the first condition is violated, the second one holding at any value of the flow rate. This is clearly visible on the insert of fig. 5.7-d. Isophase lines linking second neighbours are slightly inclined, while the structure of the trajectories remains consistent with the qualitative picture of fig. 5.8-a. To be more quantitative, we have plotted on 5.9-c the path followed by the system in the plane  $(k, \omega)$  when  $\Gamma$  is increased. Here we recall that  $\omega$  designates the pulsation of the transient oscillations, while  $k$  is their wave vector (which is different from the wave vector of the pattern  $k_0$ ), so that locally the column position varies as  $\exp[i(kx - \omega t)]$ . The black symbols are obtained by direct determinations of  $k$  on spatio-temporal diagrams across slope measurements of the isophase line linking second neighbors (dotted line on fig. 5.7-c). This slope  $\psi$  reads:

$$\tan \psi = \frac{1}{\omega}(k - \pi/a) \quad (5.13)$$

The open symbols are obtained by using the relationship  $k = \omega/V_\phi$ , and assuming  $V_\phi = V_g$ . The fact that both kind of symbols overlap shows that for any value of  $\Gamma$ , the relationship  $V_\phi = V_g$  holds. Since the flowrate  $\Gamma$  increases from right to left of this graph, the wave number  $k$  of perturbations of columns positions is equal to  $\frac{\pi}{\lambda_0} = 2.9 \text{ cm}^{-1}$  at low flow rate and progressively decreases when  $\Gamma$  increases. In other words, the system initially lies at the boundary of the Brillouin zone, and as  $\Gamma$  increases,  $k$  becomes smaller than  $\pi/\lambda_0$ , the perfect phase opposition is progressively lost.

## Conclusions - Conjectures

In summary, this paper reports accurate measurements which allow us to evidence a fundamental relationship linking the velocity of a propagating parity broken domain to the pulsation of its oscillatory wake. At a few percent of accuracy, this pulsation coincides with that of the oscillatory mode itself observed alone in an extended geometry (fig. 5.9-a), which suggests that it is finally this oscillatory mode that rules the propagation of parity broken domain. Similarities and differences with phonons on a lattice of spring and masses have been discussed in the plane  $(k, \omega)$ , the residual oscillations exhibiting a possible shift of the wavenumber  $k$  with respect to the boundary of Brillouin zone of order of 20 % of the maximal  $k$  value.

We believe that the problem addressed in this letter is important for several reasons. First, models based upon symmetry arguments [3] miss the relationship reproduced in eq. (5.11). In this approach,  $\omega$  is just a free parameter that is selected at will to rebuild the spatio-temporal diagrams starting from the amplitude evolutions. This suggests that improvements of this approach must be built [14], or that k-2k models could constitute a better framework. Next, the point investigated here has something to do with an insufficiently studied problem, i.e. that of Galilean invariance in pattern dynamics [16]. For instance, Shraiman, Coulet and Fauve [16,17] studied the effect of Galilean invariance in a Ginzburg-Landau-like equation and discussed the consequences for systems in which this invariance is slightly broken by rigid boundary conditions. They showed that, in such systems, a phase dynamics of second order in time should be observed. This second order time dynamics is an alternative to the idea to invoke a column or cell inertia. Finally, this subtle interaction between oscillations and drift is certainly important in the genesis of spatio-temporal chaos, because it can influence the nucleation process of defects, via "shock" formations in the phase field. We hope that our



paper will motivate further studies in this field.

#### REFERENCES

- [1] S. Michalland and M. Rabaud, *Physica D.*, **61** (1991) 197.
- [2] T. Bohr, M.H. Jensen, G. Paladin and A. Vulpiani, *Dynamical systems approach to turbulence*, edited by Cambridge University Press 1998.
- [3] P. Couillet and G. Iooss, *Phys. Rev. Lett.*, **64** (1990) 866.
- [4] F. Daviaud, M. Dubois and P. Bergé, *Europhys. Lett.*, **9** (1989) 441
- [5] J.-M. Flesselles, A.J. Simon and A.J. Libchaber, *Adv. Phys.*, **40** (1991) 1.
- [6] G. Faivre and J. Mergy, *Phys. Rev. A*, **45** (1992) 7320.
- [7] H.Z. Cummins, L. Fournet and M. Rabaud, *Phys. Rev. E*, **47** (1993) 1727.
- [8] C. Misbah and A. Valance, *Phys. Rev. E*, **49** (1994) 166.
- [9] C. Counillon, L. Daudet, T. Podgorski and L. Limat, *Phys. Rev. Lett.*, **80** (1998) 2117.
- [10] P. Brunet, J.-M. Flesselles and L. Limat, *Europhys. Lett.*, **56** (2001) 221.
- [11] F. Giorgiutti and L. Limat, *Physica D*, **103** (1997) 590.
- [12] S. Fauve, S. Douady and O. Thual, *J. Phys. (Paris)*, **1** (1991) 311.
- [13] R.E. Goldstein, G.H. Gunaratne, L. Gil and P. Couillet, *Phys. Rev. A*, **43** (1991) 6700.
- [14] L. Gil, *Europhys. Lett.*, **48** (1999) 156.
- [15] G.B. Whitham, *Linear and non-linear waves*, edited by Wiley Publications (1973).
- [16] B.I. Shraiman, *Phys. Rev. Lett.*, **57** (1986) 325.
- [17] P. Couillet and S. Fauve, *Phys. Rev. Lett.*, **55** (1985) 2857.

## Commentaires

Cet article montre le lien intime existant entre les oscillations correspondant au mode "vacillation-respiration" et la dérive associée au mode de brisure de parité. Ce point a été souligné plusieurs fois dans la littérature, mais n'avait à notre connaissance fait l'objet que de très peu d'études quantitatives préalables (la seule précédant les mesures sur la coupelle étant l'oeuvre de Michalland et Rabaud [21]). Tentant de reconsidérer leur approche, L. Limat avait d'ailleurs développé un modèle intermédiaire entre les phonons et les modèles continus dédiés aux patterns non-linéaires [3, 5, 9].

D'un point de vue théorique, l'approche permettant de cerner le mieux cette ambivalence phénoménologique est le modèle " $k - 2k$ ". Nous n'avons pas pu aborder en détail ce modèle dans l'article, faute de place, mais la section suivante du manuscrit lui est consacrée.

Il est surprenant que ce phénomène (à notre connaissance) n'ait été observé que dans l'instabilité de l'imprimeur et la coupelle circulaire: une possible explication résiderait dans le fait que dans ces deux systèmes, la longueur d'onde sélectionnée derrière un domaine dérivant est proche du domaine d'existence des oscillations.

La présente étude présente des intérêts fondamentaux à plus d'un titre: elle illustre une curieuse similitude entre des systèmes d'ayant rien en commun. Le système de phonons est discret, linéaire et non-dissipatif alors que l'allée de colonnes liquides est continue (au sens d'une dynamique d'interface liquide), dissipative et fortement non-linéaire. Seule une légère différence au niveau des coefficients reliant  $V_g$  et  $\lambda_0\omega$  apparaît: mais comme on l'a vu, cette différence traduit une différence fondamentale quant à l'origine des oscillations. Dans la coupelle, elles reflètent la présence du mode propre de doublement de période spatiale (avec opposition de phase des colonnes), alors que dans les phonons, elles sont la manifestation de l'inertie apparaissant explicitement dans les équations. La conclusion sur la brisure d'invariance Galiléenne "réconcilie"

en quelque sorte les deux systèmes puisqu'elle suggère l'apparition d'une dynamique du second ordre en temps [47] (mais n'apparaissant dans les équations que par l'introduction d'un mode "Galiléen"). L'analyse théorique de Couillet et Fauve n'a pas été détaillée ici faute de temps, mais nous suggérons la lecture de leur article (voir aussi [48]) pour mieux comprendre la genèse d'une dynamique "inertielle" du second ordre en temps.

D'autre part, l'argument géométrique conduisant à la relation (5.11) peut paraître trivial par simple construction de continuité des vitesses entre des oscillations en opposition de phase et un paquet dérivant, mais en réalité, il révèle un fait plus subtil abordé en conclusion: étant donné que la pulsation des oscillations est (pour un même débit) la même dans un régime étendu et dans le sillage suivant le paquet dérivant, cette pulsation n'est pas fixée par la vitesse des parois du domaine dérivant, **mais c'est elle (la pulsation) qui au contraire fixe  $V_g$** . A ce moment là du raisonnement, il faut rappeler que  $V_g$  est dépendant de  $\lambda_1$  sélectionnée au sein du domaine dérivant: toutes autres paramètres égaux par ailleurs,  $V_g$  décroît lorsque  $\lambda_1$  augmente. Ceci explique alors la décroissance de  $\lambda_1$  généralement constatée à haut débit: cela va de pair avec la progressive imperfection de l'opposition de phase des oscillations du sillage menant à une augmentation du coefficient  $\alpha$ .

Enfin, l'apparition d'oscillations derrière un paquet dérivant est l'illustration dans l'allée de colonnes liquides du mécanisme d'injection/dissipation de l'énergie des grandes vers les petites longueurs d'ondes accessibles au système. Ce mécanisme est fortement lié à la transition vers le chaos, car il est susceptible de créer des défauts (figure 5.5-b) lorsque, à haut débit, les oscillations sont amplifiées au lieu de s'amortir. L'autre mécanisme de dissipation d'énergie est donc la création de défauts dans la structure, c'est à dire des changements du nombre de colonnes (on en a eu une autre illustration dans les collisions de deux paquets dérivants: figures 4.6) . Nous y reviendrons au chapitre 2 lors de l'étude du chaos spatio-temporel.

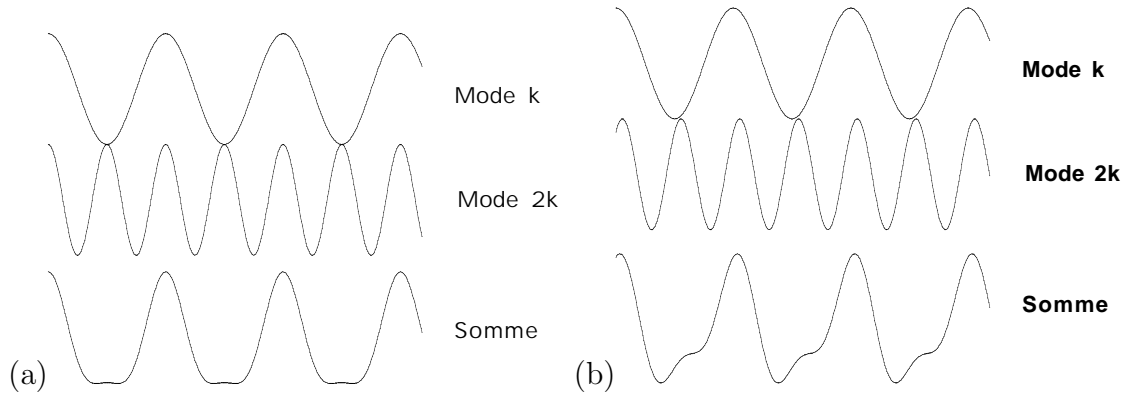


FIG. 5.10 – Somme du mode  $k$  et de son harmonique d'ordre 2. (a) Sans décalage de phase, la somme est symétrique. (b) Mise en évidence d'une asymétrie quand les deux modes sont déphasés.

### 5.3 Modèle ” $k - 2k$ ”

Ce modèle a été développé par Fauve, Douady et Thual [20] sur la base de travaux plus anciens dû à Malomed et Tribelsky [49] et à Proctor et Jones [50] dans une expérience de convection.

Il s'agit de décrire le motif cellulaire comme une fonction de la variable d'espace  $x$  et du temps, combinaison d'un mode de longueur d'onde  $k$  et de son second harmonique  $2k$ . Nous allons voir que par rapport à l'approche de Couillet et Iooss en termes de symétries brisées, cette construction présente l'avantage de faire apparaître plus spontanément la brisure de parité, sans l'introduire explicitement dans les équations.

$$u(x,t) = (A(x,t) \exp ikx + c.c.) + (B(x,t) \exp i2kx + c.c.) \quad (5.14)$$

$A$  et  $B$  sont les amplitudes complexes des modes  $k$  et  $2k$  introduisant chacune un nouveau terme de phase:

$$A = R \exp i\phi, B = S \exp i\theta, \Sigma = 2\phi - \theta$$

$\Sigma$  est donc le déphasage entre les deux modes. Les figures 5.10-a et b montrent comment ce déphasage peut implicitement faire apparaître une asymétrie au niveau de l'”interface”.

Par arguments de symétrie, la dynamique de  $A$  et  $B$  est régie aux ordres les plus bas, par les équations suivantes:

$$A_t = \mu A - \bar{A}B - \alpha|A|^2 A - \beta|B|^2 A \quad (5.15)$$

$$B_t = \nu B + \epsilon A^2 - \gamma A^2 B - \delta B^2 B \quad (5.16)$$

$$(5.17)$$

ce qui implique pour  $R, S, \Sigma$  et  $\phi$ :

$$R_t = (\mu - \alpha R^2 - \beta S^2)R - RS \cos(\Sigma) \quad (5.18)$$

$$S_t = (\nu - \Gamma R^2 - \delta S^2)S + \epsilon R^2 \cos(\Sigma) \quad (5.19)$$

$$\Sigma_t = \left(2S - \epsilon \frac{R^2}{S}\right) \sin(\Sigma) \quad (5.20)$$

$$\phi_t = S \sin(\Sigma) \quad (5.21)$$

$$(5.22)$$

Un état de parité brisée correspond à :

$$R_t = 0, S_t = 0, \Sigma_t = 0, \phi_t = cte \neq 0$$

( $R$ ,  $S$  et  $\Sigma$  ont les valeurs constantes non nulles), un état atteint après une bifurcation fourche supercritique (dont le paramètre d'ordre est  $\Sigma$ ). La valeur  $\phi_t$  non-nulle résultante indique une dérive à vitesse constante.

D'autres groupes se sont intéressés à ce modèle, en relation avec des systèmes aussi variés que la solidification directionnelle, l'instabilité de l'imprimeur ou le système de rouleaux de Taylor:

Levine et al. [51] ont mis en évidence avec ce modèle l'apparition d'un état oscillant "optique" de période spatiale double en plus de l'état de parité brisée. Néanmoins, la propagation d'une inclusion de parité brisée n'émet pas d'oscillations avec doublement de période spatiale dans son sillage [37]. Peut-être qu'un jeu de coefficients différents les feraient apparaître? Ayant découvert les études de Levine, Riecke (et al.) sur le tard pendant ma thèse, je ne désespère pas de pouvoir trouver le temps de re-simuler leur modèle ultérieurement. Ma conviction est que ce sillage oscillant doit forcément sortir de ce modèle, car oscillations et dérive y ont une origine très proche (peut être faut-il y rajouter du "frottement" compte tenu du problème de brisure d'invariance Galiléenne). A suivre ...

En reprenant ce modèle et le modifiant en faisant varier les coefficients avec le nombre d'onde local, L. Fournelle et M. Rabaud [18, 52] ont mis en évidence des instabilités de phase (Eckhaus) ainsi que des évaluations du coefficient de diffusion de la phase, prévoyant avec une très bonne précision leurs mesures sur l'instabilité de l'imprimeur. Toujours sur l'instabilité de l'imprimeur, Pan et de Bruyn [36] ont tenté d'extraire les coefficients du modèle par mesure du profil de leurs interfaces déformées, dans le cas de domaines à parité brisée. La méthode utilisée consiste à approcher le profil de l'interface par une somme de Fourier dont on évalue les coefficients. Le rapport des coefficients impairs sur la somme des coefficients donne la valeur de l'asymétrie, qui varie linéairement avec la vitesse de dérive (comme le prévoit le modèle C3G91). Par contre, leurs mesures ne sont pas en accord avec le modèle  $k - 2k$ : d'après les auteurs, il s'agit de termes d'ordre supérieur non pris en compte par le modèle. C'est à notre connaissance la seule mesure directe de l'asymétrie sur des systèmes réels. L'allée de colonnes liquides possède une déformation de l'interface peu propice à ce genre d'approche.

Voici donc exposés les succès de ce modèle. Sa pertinence physique est réelle: on "voit" dans les expériences de physique des interfaces notamment, la croissance d'un mode  $2k$  à l'apparition de régimes dynamiques. Sur la rangée de colonnes liquides, cela se manifeste par la croissance contrariée d'une nouvelle colonne entre deux voisines qui par un choix de conditions initiales (ou une augmentation du débit) se sont retrouvées trop écartées. Qualitativement, cette croissance résulte dans la naissance d'une goutte entre deux colonnes. La figure 5.11 représente schématiquement la possible apparition du mode  $2k$ , à travers la courbe typique du

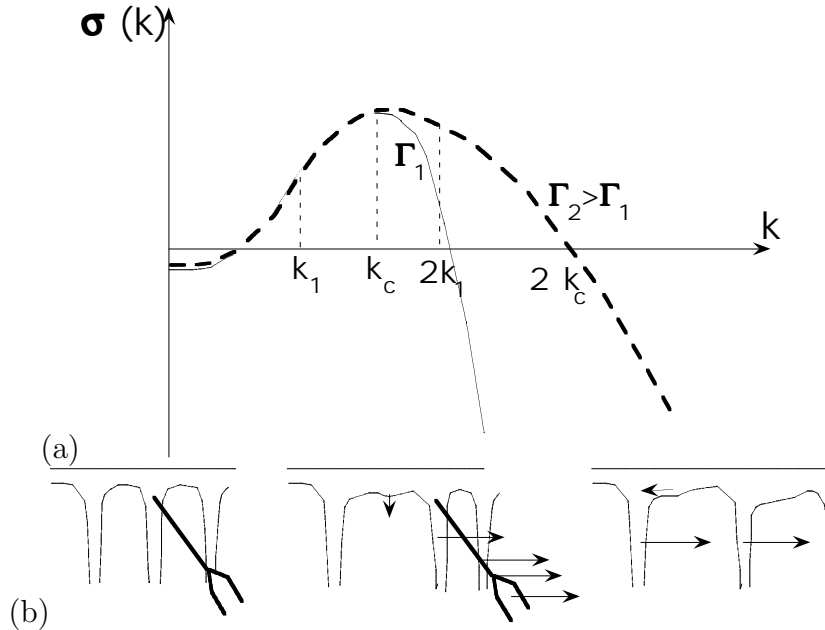


FIG. 5.11 – (a) Taux de croissance en fonction du nombre d’onde (courbe schématique). Croissance possible du mode  $2k$  à la suite d’un changement de paramètre de contrôle (augmentation de débit par exemple). La courbe en pointillés représente le taux de croissance à plus haut débit. (b) Mécanisme faisant apparaître une brisure de parité au niveau de l’arche: on tire sur l’aiguille pour solliciter le déplacement d’une colonne; la goutte intermédiaire est attirée par la colonne de gauche. La dérive s’effectue alors et entretient la brisure de parité.

taux de croissance dans une dynamique d’interface mobile [24]: il suffit qu’un paramètre varie (le débit par exemple) et la valeur  $\sigma(2k_c)$  peut devenir proche de zéro, signifiant la croissance possible du mode  $2k_c$ . Dans ce cas, la manifestation dynamique est une oscillation des colonnes en opposition de phase (voir forme de l’arche sur la figure 2.2).

En ce qui concerne les régimes dérivants, on peut se référer à la même figure, mais en prenant le fondamental à un  $k = k_1$  plus faible (la dérive allant de pair avec une dilatation préalable du motif). Le mode  $2k_1$  peut alors avoir un taux de croissance proche de zéro, même à bas débit. De la même façon donc, une goutte peut apparaître entre deux colonnes. Cependant, l’inhomogénéité des conditions initiales va faire que la goutte va être attirée plus par une colonne que par sa voisine: c’est ainsi que la parité de l’arche va être brisée, ce qui correspond à un déphasage entre les modes  $k$  et  $2k$ . La figure 5.11-b illustre schématiquement mais de façon réaliste le mécanisme conduisant à la brisure de parité: en tirant sur une colonne avec l’aiguille pour initier la dérive on dilate localement la structure ce qui permet à une goutte de croître. Cette goutte naît plus près de la colonne immobile (car sa naissance a eu lieu avant que le mouvement de l’aiguille ne se soit achevé) et est plus attirée par celle-ci. L’arche voit sa symétrie de réflexion brisée, la goutte se mettant plus d’un côté que de l’autre. En même temps, on se rend bien compte que dérive et brisure de parité vont de pair: il est nécessaire d’imprimer une vitesse à l’une des colonnes pour briser la parité de l’arche voisine et en même temps cette brisure de parité entretient le mouvement ainsi initié (par effets de pression capillaire).

À plus haut débit, on peut se retrouver avec un taux de croissance  $\sigma(2k_1)$  suffisamment fort pour que les gouttes apparaissant entre les colonnes dérivantes se transforment en colonnes, cassant ainsi le régime dérivant. Ce phénomène est très bien illustré par la figure 4.4-a où un

état dérivant global très dilaté se casse localement pour donner des domaines dérivants locaux à l'intérieur desquels la dilatation est plus faible (ils peuvent donc "survivre" à ce débit). La figure 4.4-b suggère quant à elle la naissance d'une instabilité oscillatoire pour le déphasage  $\Sigma$ . Il est possible que le modèle de Fauve et al. (équations (5.22)) les prévoient si on lui fait chercher des solutions modulées pour  $\Sigma$  et  $\phi$  sous la forme  $\Sigma_0(1 + \exp i(qx - wt))$  (la valeur non-nulle pour  $q$  signifiant que ces oscillations ne sont pas temporellement en phase).

Pour résumer, on peut dire que les points forts de ce modèle est qu'il décrit les oscillations et la dérive comme découlant d'un même phénomène de croissance d'un mode  $2k$ : ceci est pertinent compte tenu des observations expérimentales. Il est même possible qu'il prévienne un sillage oscillant derrière un paquet dérivant. L'instabilité d'Eckaus peut aussi être prévue par ce modèle (sur le coupelle, le changement de nombre d'ondes est aussi la conséquence de la croissance locale de l'harmonique  $2k$ , voir figure 4.1).

Au niveau de ses points faibles, il ne semble pas qu'il apparaisse un mode neutre (bien que la phase  $\phi$  soit choisie arbitrairement). D'autre part, comme  $k$  est fixé, il n'y a pas de sélection de longueur d'onde. Enfin, ce modèle ne permet pas l'apparition de chaos spatio-temporel, mais n'avait pas été conçu dans cette optique.

Sur ces derniers points, il convient de présenter maintenant un modèle semblant combler les défauts des deux précédents: il s'agit de l'équation de Kuramoto-Sivashinsky, qui est présentée au paragraphe suivant. Il est à noter que l'interaction entre un mode  $k$  et son second harmonique apparaît aussi dans l'équation de Kuramoto-Sivashinsky amortie [24], lorsqu'un mode à parité brisée apparaît. Le paragraphe suivant est consacré à la présentation de cette équation.

## 5.4 Equation de Kuramoto-Sivashinsky amortie

Je présente ici une équation aux dérivées partielles, historiquement étudiée indépendamment par Kuramoto [53] en relation avec un problème de réaction-diffusion dans les réactions chimiques et Sivashinsky [54] dans le cadre de la modélisation d'instabilités de fronts de flamme. Cette équation a ensuite été reconsidérée par divers auteurs (voir plus loin) et est devenue un paradigme dans l'étude des formations de motifs cellulaires ainsi que de leurs instabilités.

Donnons dès maintenant l'expression de cette équation:

$$u_t + u_{xx} + u_{xxxx} - u_x^2 = 0 \quad (5.23)$$

De nombreuses études y rajoutent un terme linéaire supplémentaire  $\alpha u$  qui peut être vu comme l'ajout d'un amortissement de type visqueux. Cela fait naturellement apparaître  $\alpha$  comme un paramètre de contrôle.

$$u_t + \alpha u + u_{xx} + u_{xxxx} - u_x^2 = 0 \quad (5.24)$$

L'équation (5.23) est donc l'équation de Kuramoto-Sivashinsky (abrégée KS dans ce qui suit) et l'équation (5.24) est l'équation de Kuramoto-Sivashinsky amortie (KSA).

Tout d'abord, même si cette équation porte le nom des deux auteurs précédemment suscités, il convient de souligner que cette équation est apparue dans un article antérieur par R.E. LaQuey et al. [55] (équation (6)), dans le cadre d'une étude sur la collision d'ions capturés par champ magnétiques dans des plasma confinés.

Sivashinsky et Michelson [56] ont ensuite découvert la pertinence de cette équation pour traiter le problème d'instabilités dans un liquide s'écoulant sur un plan vertical (voir aussi

[10]). A la suite de cela, de nombreux groupes ont étudié cette équation ayant bien compris son intérêt quant aux études d'instabilités interfaciales [57, 60, 24] ou de systèmes dynamiques [58, 59, 48, 61]. Je ne fais que mentionner ici l'intérêt porté à cette équation dans l'optique d'étude de scénarios de transition vers la turbulence faible. J'aurai l'occasion de mieux détailler ce point dans la partie suivante.

Dans l'équation KS (sans amortissement), le seul paramètre de contrôle est la taille de la boîte dans laquelle les simulations sont effectuées. On compte en général cette taille en nombre de cellules, en multiple de la longueur cellulaire caractéristique  $l_c$  donnée par la relation de dispersion donnant le taux de croissance  $\omega$  d'une perturbation infinitésimale  $\delta u = \exp i(kx + \omega t)$ :

$$\omega = q^2 - q^4 \quad (5.25)$$

On obtient facilement  $q_c = \frac{1}{\sqrt{2}}$  et  $\lambda_c = 2\pi\sqrt{2}$ . Cette longueur cellulaire de référence est la même dans KSA, avec toutefois un taux de croissance d'autant plus faible que  $\alpha$  est positif et élevé. On retrouve simplement le rôle amortissant du terme  $\alpha u$ .

La taille du système peut être vu comme un paramètre de contrôle au même titre que le nombre de Reynolds dans une expérience d'écoulement hydrodynamique [61]: il s'avère que plus le système est étendu, plus le désordre est prédominant [61] (voir aussi [62]). Pour une comparaison phénoménologique avec les états laminaires sur la coupelle, il convient donc pour l'instant de se tourner vers des études à faibles nombres de cellules.

C'est une telle étude qu'ont menée A.Valance et C. Misbah [24], dans le but d'aborder une équation d'expression analytique simple pouvant générer des comportements génériques des systèmes cellulaires unidimensionnels. Leur sujet d'étude initial concernait les instabilités de fronts de solidification dans les cristaux nématiques et les eutectiques lamellaires: la résolution analytico-numérique des équations "microscopiques" montrent sur ces systèmes des bifurcations génériques vers les états dynamiques usuels.

Misbah et Valance ont présenté l'obtention de cette équation en partant d'un système interfacial régit par une équation aux dérivées partielles la plus générale [24] (voir aussi dernière partie de [63]), pour en montrer le caractère générique et la pertinence dans la dynamique des motifs cellulaires. Sans réécrire leur raisonnement en entier, j'en rappelle ici les grandes lignes.

On part d'une fonction  $u(x,t)$  représentant un front unidimensionnel. La dynamique de cette fonction "interface" obéit à une équation aux dérivées partielles la plus générale:

$$L \left( \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x^2}, \mu \right) u + N \left( \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 0 \quad (5.26)$$

$L$  et  $N$  sont respectivement des opérateurs linéaires et non-linéaires, et  $\mu$  apparaît comme un paramètre de contrôle.

Les symétries du problème sont: l'invariance par l'ajout d'une constante additive à  $u$  ( $u \rightarrow u+c$ ), l'invariance par translation d'un vecteur quelconque et l'invariance par réflexion  $x \rightarrow -x$ . Le développement en sommes de petites perturbations de la forme  $\delta u = \exp i(kx + \omega t)$ . Les considérations de symétrie conduisent à la relation de dispersion, valable autour du point  $\omega = 0$ ,  $q = 0$ :

$$\omega L_1 - q^2 L_2 + \frac{q^4}{2} L_{22} + \dots = 0 \quad (5.27)$$

Bien que n'étant pas aussi simple que celle donnée par (5.25), elle en a une forme qualitative-ment équivalente (dont la forme graphique ressemble à la figure 5.11-a). En général, l'instabilité

cellulaire a lieu par suite d'un compromis entre deux effets antagonistes: une déstabilisation aux grandes longueurs d'ondes et une stabilisation aux courtes longueurs d'ondes (effet de tension de surface, de viscosité, ...) introduisant une longueur de coupure microscopique.

Un terme supplémentaire doit s'ajouter à (5.27) pour tenir compte d'une légère brisure de l'invariance par ajout d'une constante additive: sur la coupelle, cela découle de l'apport continu de liquide, alors qu'en solidification directionnelle, il s'agit du gradient thermique appliqué dans une direction donnée de l'espace. Ainsi,  $\omega(q = 0) \neq 0$ . En conséquence, cela supprime la possibilité d'un mode neutre orthogonalement à  $x$ , mais cela ne remet pas en cause l'existence d'un mode neutre suivant l'axe des  $x$ . La relation de dispersion résultante devient:

$$L_3 + \omega L_1 - q^2 L_2 + \frac{q^4}{2} L_{22} + \dots = 0 \quad (5.28)$$

En développant les coefficients en puissance du faible écart au seuil  $\epsilon = \mu - \mu_c$  (pour plus de précisions, voir [24]), on retrouve finalement l'équation 5.24. Cette étude a donc permis de mettre en évidence l'aspect générique des équations KS et KSA, en partant sur l'expression d'une EDP la plus générale et ne gardant que les termes d'ordre les plus bas, compatibles avec les symétries

Faute de pouvoir mesurer certains coefficients sur mon système (comme l'amplitude du second harmonique), les expressions analytiques pour la vitesse de dérive n'ont pas pu être testées sur l'allée de colonnes liquides.

Les principaux états dynamiques de la coupelle ont été mis en évidence dans KSA dans [24]:

- instabilité d'Eckhaus (coalescence ou nucléation de colonnes).
- parité brisée/ dérive (figure 5.12-a). Il a par ailleurs été observé sur KSA l'instabilité oscillatoire de grande longueur d'onde près du seuil (telle que celle reportée en figure 4.3-b).
- doublement de période/ oscillations (figure 5.12-b). Cette instabilité peut générer des "paires anormales" qui sont liées à la division ou la fusion de cellules. La ressemblance avec les phénomènes de la figure 4.1 est flagrante.
- état oscillo-dérivant: à notre connaissance, c'est le seul modèle qui le met en évidence (figure 5.12-c).

La transition vers le chaos spatio-temporel n'a pas été l'objet de leur étude qui s'est restreinte à un faible nombre de cellules. La transition vers le chaos (temporel) dans le système d'équations de la solidification a néanmoins fait l'objet d'une étude [65], dont la conclusion suggère l'étude du cas spatio-temporel à plus grand nombre de cellules dans le cas plus simple de l'équation modèle KS (ou KSA). Mon sentiment va dans ce sens: il reste une étude à effectuer à nombre de cellules intermédiaires (quelques dizaines) entre les travaux de Misbah et al. et ceux de H. Chaté et P. Manneville à plus grand nombre de cellules. On sait que des comportements désordonnés apparaissent à nombre de cellules intermédiaire [62]: une étude dans ce sens pourra montrer l'influence des bifurcations secondaires sur les scénarios de transition vers le chaos spatio-temporel.



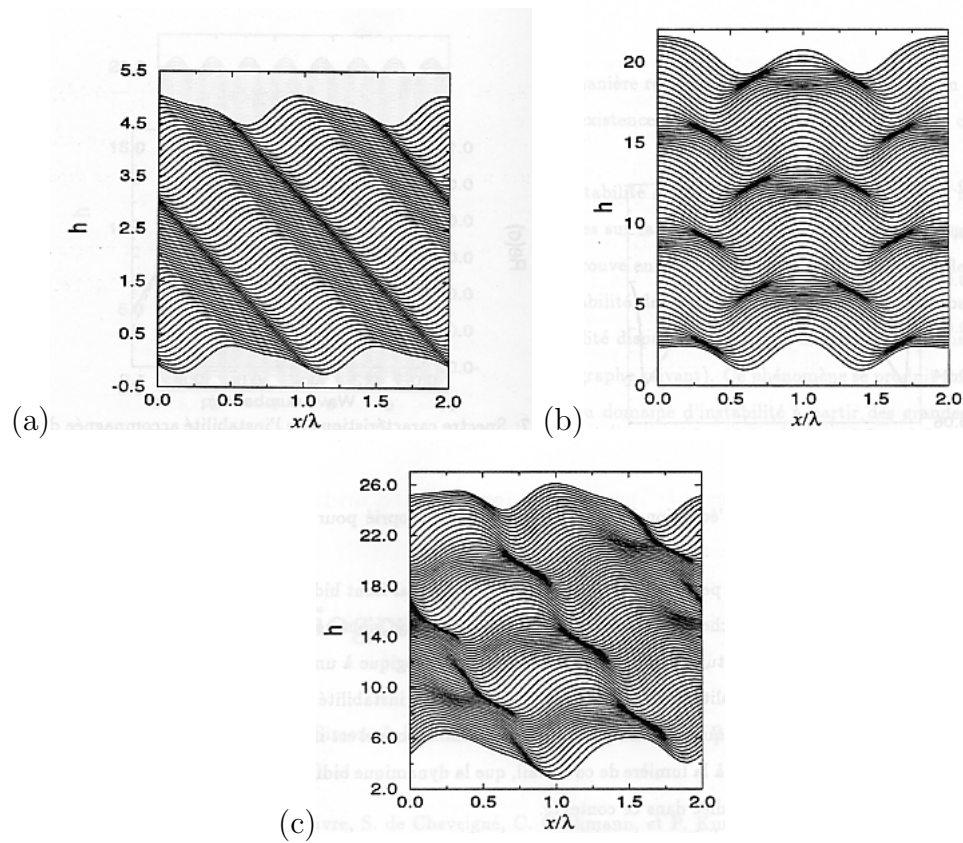


FIG. 5.12 – Quelques états dynamiques obtenus par A.Valance et C. Misbah [24] par simulation de l'équation KSA (a) Mode de parité brisée (PB): état dérivant. (b) Mode de vasillation-respiration (VB): état oscillant. (c) Mode mixte PB+VB: état oscillodérivant.

# Chapitre 6

## Conclusion

Si on essaie de dresser une conclusion de cette partie sur les domaines laminaire dans la coupelle circulaire, on se rend compte de la grande diversité des états dynamiques mis en jeu dans un système si simple. Des phénomènes génériques, c'est à dire communs à de nombreux systèmes dont la physique est a priori très différentes se retrouvent dans une expérience simple du ruissellement d'un fluide visqueux à partir d'une coupelle circulaire. Cette expérience permet une mise en oeuvre, une visualisation et un contrôle des paramètres aisés, ce qui contribue à en faire un banc d'essai idéal pour les études de ces comportements génériques. Les conditions aux limites périodiques permet l'observation des régimes dynamiques pendant des temps longs (tant que la pompe n'est pas arrêtée ...). En contrepartie, une quantification de la longueur d'onde en découle.

Ayant discuté avec certains protagonistes des expériences sur les motifs cellulaires "historiques" (solidification, imprimeur, rouleaux de Taylor, ...) je me suis rendu compte de la chance que j'avais de pouvoir intervenir aussi facilement sur la rangée de colonnes liquides, avec de simples aiguilles. Essayez donc de diriger avec précision le mouvement de cellules en solidification directionnelle!

En contre partie, la résolution analytique brute des équations de Navier-Stockes avec la complexité de la surface libre s'est révélée impossible, à moins d'utiliser des approximations qui sacrifient toute pertinence physique. Cette résolution analytique a été possible en solidification directionnelle (voir les travaux de Misbah et al. par exemple) ou en convection de Rayleigh-Bénard par laquelle l'approximation de Boussinesq conduit à une étude analytique abordable. Il est quand même réconfortant de pouvoir partir d'équations générales telles que Navier-Stockes ...

Pour résumer donc certains faits importants apparaissant dans notre étude, nous en retenons quelques uns:

- Le rôle des paramètres de contrôle: **(1) La viscosité**: qualitativement, son influence peut être perçue comme liée au couplage entre une colonne et ses plus proches voisines. Une haute viscosité va entraîner une dynamique plus complexe et plus rapide (ce dernier point est plutôt contre intuitif). **(2) La longueur d'onde**: une augmentation de longueur d'onde augmente la vitesse de la dérive des colonnes, alors qu'elle diminue la pulsation des oscillations. Son contrôle (dans une certaine plage) semble être une spécificité de notre système (mis à part dans les étude numériques). **(3) Le débit** (dimensionné par le périmètre de la coupelle): son augmentation entraîne une dynamique plus riche et certaines quantités (vitesses de dérive, de propagation des domaines dérivants, pulsation des oscillations) en dépendent de façon évidente en racine carrée. Ces trois paramètres sont à relier à l'épaisseur de liquide laissée sous le surplomb qui

semble liée au couplage entre colonnes voisines.

- Les deux principaux régimes dynamiques (dérive et oscillations) semblent découler d'un même mécanisme de croissance contrariée d'une goutte entre deux colonnes. Ce temps de croissance donne un temps caractéristique rapide de l'expérience. Il en découle un lien intime entre dérive et oscillations, illustré notamment dans le cas simple d'un sillage oscillant derrière un paquet dérivant. Le temps caractéristique lent de l'expérience est quant à lui 100 fois plus grand et découle de la diffusion de la phase, responsable entre autres de la dérive lente du motif (associée à un mode neutre de phase).

- La transition provoquant l'apparition des domaines de parité brisés (dérivants) a été identifiée comme supercritique, dans le cadre des équations d'amplitude usuelles du type modèle Couillet et Iooss ou modèle "k-2k". La variation linéaire du carré de la vitesse de dérive avec le débit d'alimentation (paramètre de contrôle principal) va dans ce sens, à condition toutefois d'ajouter des termes supplémentaires incluant la dépendance de la pente avec la longueur d'onde. La naissance d'une telle instabilité nécessite néanmoins une perturbation d'amplitude finie en ce qui concerne l'autre paramètre de contrôle (le nombre de colonnes). On peut penser au premier abord que cette constatation va à l'encontre d'une transition continue, mais ce n'est pas le cas ici: la perturbation finie permet au système d'atteindre une branche de solutions différentes de l'état de base. En variant le débit par la suite, on décrit cette branche et en s'approchant près du seuil (à faible débit), on constate que la vitesse (et l'asymétrie au niveau de l'arche) devient très faible. On ne peut néanmoins pas s'approcher trop près du seuil: d'une part en raison de l'instabilité de rupture d'un jet en gouttes se développant à bas débit et d'autre part en raison d'une instabilité intrinsèque au mode de parité brisée près du seuil, telle que l'avait prévue Fauve et al. [20].

- La bifurcation vers l'état oscillant avait quant à elle été identifiée comme une bifurcation de Hopf supercritique au cours de la thèse de Giorgiutti. Nos mesures l'ont encore confirmé.

- Le phénomène m'ayant le plus étonné est l'apparition du régime oscillo-dérivant après de longs transitoires désordonnés: cet agencement régulier et soudain est très spectaculaire. En regardant les diagrammes spatio-temporels, on voit qu'une poignée de secondes avant son apparition, le pattern semble désordonné et rien ne peut laisser penser que quelques instant plus tard, il va se réorganiser si régulièrement. Des exemples de cette réorganisation sont donnés en partie suivante, traitant des états chaotiques.

- A propos des modèles, le seul modèle (C3G91) qui a pu être testé quantitativement a été le plus limitant car il ne concerne que la dynamique des états de parité brisée. Les modèles "k-2k" et l'équation KSA apparaissent de meilleurs candidats pour restituer la dynamique complexe de notre système (et de bien d'autres). L'équation KSA présente en outre l'avantage de générer des comportements chaotiques au delà de ses instabilités secondaires.

## Deuxième partie

Reseau de colonnes sous la coupelle  
circulaire: régimes turbulents.

# Chapitre 1

## Contexte historique

Depuis plus de 20 ans, l'étude de nombreux systèmes expérimentaux et numériques a montré la possibilité d'une transition vers un état "imprédictible" (sensibilité importante au choix des conditions initiales), présentant une dynamique spatio-temporelle désordonnée. C'est ainsi que le terme de "chaos spatio-temporel" (ou turbulence faible) a été introduit [69].

Comme nous l'avions abordé en introduction, les scénarios de transition vers le chaos spatio-temporel sont moins clairement identifiables que leurs équivalents dans le chaos temporel apparaissant dans les systèmes spatialement confinés. Les tentatives de constructions de classes d'universalité du désordre dans les systèmes étendus prêtent beaucoup à controverses encore aujourd'hui ([68]). Pourtant, un type de comportement semble apparaître général, au moins au dessus du seuil: il s'agit de l'intermittence spatio-temporelle (IST). Topologiquement, cet état résulte de la coexistence entre domaines laminaires et domaines turbulents, séparés par des fronts fluctuant erratiquement dans l'espace et le temps. Une condition essentielle dans l'apparition de l'IST est que l'une des bifurcations secondaires du système soit sous-critique.

Une caractéristique essentielle d'un système pouvant devenir chaotique est la nature de sa transition vers le chaos. Cette transition peut être de deux types: continue ou discontinue, les deux cas étant respectivement les analogues au second et au premier ordre dans les transitions de phases en thermodynamique. Dans une transition continue, le système est, près du seuil, sensible à des perturbations infinitésimales. Le chaos apparaît généralement après une succession d'instabilités secondaires complexifiant la dynamique. Ceci va de pair avec une apparition progressive du caractère turbulent. Dans une transition discontinue par contre, l'apparition de la turbulence peut être brutale. Généralement, le seuil d'apparition de la turbulence dépend de l'amplitude du "bruit" extérieur ou d'éventuelles perturbations provoquées. La figure 1.1 est une représentation schématique de ces deux types de transitions, donnant l'évolution d'un paramètre d'ordre  $R$  quantifiant la turbulence, en fonction d'un paramètre de contrôle  $\epsilon$ .

Dans le cas le plus courant d'une transition continue du paramètre d'ordre  $R$ , la recherche de classes d'universalité peut s'effectuer dans le cadre d'une mesure d'exposants critiques. De façon analogue aux transitions de phase du second ordre, on observe en effet couramment au seuil une divergence de certaines grandeurs dans le système comme la longueur de corrélation par exemple. Ceci va de pair avec l'apparition de lois de puissance dont les exposants peuvent présenter des valeurs universelles. La détermination de ces exposants demande généralement de nombreuses mesures ainsi qu'une approche statistique.

Les paragraphes qui suivent tentent de donner une meilleure idée des différentes approches tentées pour classifier et quantifier le chaos spatio-temporelle apparaissant dans divers systèmes expérimentaux ou numériques.

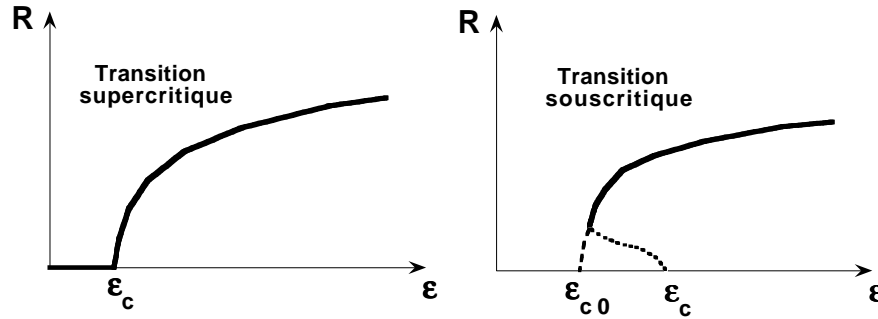


FIG. 1.1 – Représentation schématique des deux types de transition (*supercritique et sous critique*).  $R$  représente la fraction turbulente dans le système, une quantité dont des définitions possibles seront données ultérieurement.

## 1.1 Une brève introduction au chaos spatio-temporel

### 1.1.1 Le modèle probabiliste de percolation dirigée

En 1986, Y. Pomeau [70] a proposé l'existence d'un scénario universel de transition vers la turbulence par intermittence spatio-temporelle. Cette conjecture propose une similitude dans les comportements statistiques entre la percolation dirigée de liens (modèle probabiliste) et la manifestation du désordre spatio-temporel dans des systèmes déterministes.

Pour résumer brièvement la percolation dirigée de liens<sup>1</sup>, il s'agit d'un modèle probabiliste, à sites discrets, pouvant se trouver dans deux états non-symétriques. L'un de ces états appelé *actif* et l'autre est *absorbant*, respectivement analogues aux domaines turbulents et laminaires dans l'IST. Le système est discret à la fois en espace et en temps. L'état du site  $i$  au temps  $t_k$  est lié aux états des sites  $i$  et  $i - 1$  au temps  $t_{k-1}$  (la dissymétrie apparente des indices spatiaux est liée à la disposition des sites en quinconce). La valeur de l'état  $i$  est régie par des règles probabilistes. Lorsque deux états antécédents consécutifs sont absorbants, l'état résultant est aussi absorbant. Lorsque l'un des états antécédents est actif, l'état résultant a la probabilité  $p$  de l'être aussi. Lorsque les deux états antécédents sont actifs, la probabilité d'un retour vers un état absorbant au pas de temps suivant est de  $(1 - p)^2$ . Ainsi, le site d'état actif peut spontanément retourner à un état absorbant, mais son activité peut se propager par contamination. Cette règle d'évolution introduit d'autre part  $p$  comme le paramètre de contrôle de la transition entre un régime "bloquant" (à faible  $p$ ) où l'activité du système devient nulle (après un transitoire) et un régime "passant" où à partir de conditions initiales quelconques (mais comportant quelques sites actifs), le système reste localement actif. Il existe donc une valeur critique pour  $p$ , notée  $p_c$  (égale à 0.644) au dessus de laquelle le système passe d'un régime bloqué à un régime passant.

Ce type de modèle a été conçu à l'origine pour modéliser simplement les comportements statistiques dans des systèmes tels que l'imprégnation d'un milieu poreux, les modèles de gélification d'une solution ou encore la propagation d'un feu de forêt, où un agent "contaminant" doit se propager dans un milieu hétérogène.

Ce pont ambitieux entre les phénomènes à dynamique déterministe (bien qu'imprédictible) et un modèle probabiliste s'appuie sur des observations expérimentales concrètes, notamment

1. L'appellation "dirigée" signifie que la dynamique propagative du système s'effectue dans une direction privilégiée. Dans le cas de systèmes à une dimension, la direction de propagation est la "course du temps", très comparable finalement à la topologie d'un diagramme spatio-temporel.

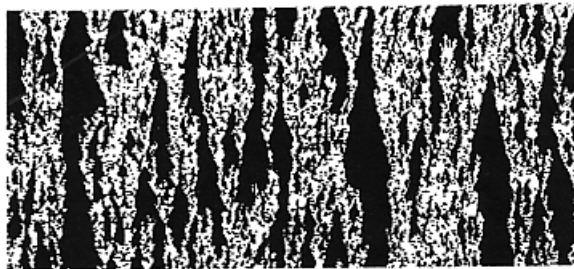


FIG. 1.2 – Exemple de dynamique spatio-temporelle obtenue avec un modèle de percolation dirigée (figure: Thèse H. Chaté).

sur la localisation de spots turbulents dans des écoulements de type Couette plan. Ces spots peuvent s'étendre, ce qui suggère effectivement un processus contaminant. Parallèlement, les zones laminaires ont un rôle bloquant vis à vis de cette activité turbulente et peuvent être qualitativement comparés aux sites "absorbants" de la percolation dirigée. D'autre part, dans l'intermittence spatio-temporelle, les fluctuations locales générées par la turbulence sont peut-être à l'origine de la perte de cohérence dans la vitesse d'un front d'un spot turbulent [70]. Cette perte de cohérence peut statistiquement être analogue à une composante stochastique.

De nombreuses études numériques et expérimentales ont été menées dans ce cadre. La recherche des comportements critiques fait apparaître des lois de puissance pour certaines quantités globales du système, dont les exposants sont identiques au sein d'une même classe d'universalité. Ces lois de puissance apparaissent par exemple dans la distribution de taille des domaines laminaires, ou encore dans la dépendance de la fraction turbulente avec l'écart au seuil du paramètre de contrôle. Comme cela est énoncé dans [71], les exposants indépendants dans la classe de percolation dirigée sont au nombre de trois. Il suffit donc de tester certaines quantités clefs (et facilement mesurables sur le système considéré) pour pouvoir statuer sur l'appartenance du système à une certaine classe d'universalité. Ces études "tests" font appel à des outils statistiques: il a par ailleurs été suggéré [72] qu'une telle étude statistique peut être menée en considérant les états stables du système comme étant dans une situation analogue à l'équilibre "thermique" (d'un point de vue thermodynamique traditionnel, ces systèmes sont bien sûr fortement hors équilibre).

Je présente dans les trois paragraphes suivants les principaux systèmes numériques testés dans différents groupes dans cette optique. Puis, je présente dans un deuxième temps quelques exemples d'études expérimentales de chaos spatio-temporel.

### 1.1.2 Les chaînes d'applications couplées itérées

Les chaînes d'applications couplées sont des systèmes à dynamique spatio-temporelle, pouvant dans certains cas être des bons candidats pour tester la conjecture de Pomeau. Les pionniers en la matière sont K. Kaneko [73] ainsi que I. Waller et R. Kapral [74]. Ces études est semble-t-il la première à avoir abordé le désordre spatio-temporel dans une géométrie discrète.

Le principe général de ces systèmes est un processus itératif dans un réseau de fonctions (définies d'un ensemble borné vers lui-même), au sein duquel un couplage à courte distance assure une dynamique entretenue. L'équation (1.1) donne un exemple typique de ce processus itératif:

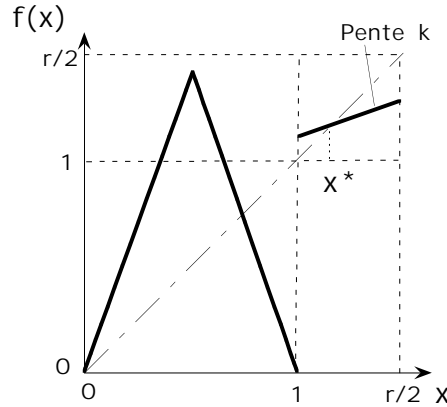


FIG. 1.3 – Application  $f$ : un "maillon" local de la chaîne spatialement étendue.

$$x_i^{t+1} = f(x_i^t) + \frac{\epsilon}{2} (f(x_{i-1}^t) + f(x_{i+1}^t) - 2f(x_i^t)) \quad (1.1)$$

Dans de nombreuses études d'IST, l'allure de  $f$  revêt une forme particulière, simple et aidant à la compréhension d'une dynamique lisible. Cette forme particulière a été imaginée par Chaté et Manneville [75]: la fonction  $f$  est continue par morceaux et a l'allure générale suggérée en figure 1.3. Analytiquement, elle a la forme suivante [77]:

$$\begin{aligned} f(x) &= rx \text{ si } x \in [0; 0.5[ \\ f(x) &= r(1 - x) \text{ si } x \in [0.5; 1[ \\ f(x) &= k(x - x^*) + x^* \text{ si } x \geq 1 \end{aligned}$$

Elle dépend donc de trois paramètres de contrôle  $r$ ,  $k$  et  $x^*$ . Dans le cadre d'étude des chaînes d'applications couplées,  $r$  est supérieur à 2 et  $|k|$  est inférieur ou égal à 1. La fonction  $f$  possède alors deux zones distinctes: entre 0 et 1, la pente de la fonction est partout supérieure à 1 en valeur absolue, alors que dans l'intervalle  $[1; r/2]$ , elle est inférieure à 1. Dans chacune des zones, la fonction  $f$  intersecte l'application identité (voir figure 1.3). Ces rappels aident à appréhender le comportement itératif de la fonction  $f$ . En effet, compte tenu de la forme de l'équation 1.1, l'évolution du système va être influencée par la valeur de la dérivée de  $f$  au voisinage de ses points fixes. En l'absence de couplage, l'évolution des  $x_i^t$  s'effectue indépendamment de leur entourage immédiat. Tant que  $x$  est compris entre 0 et 1, l'évolution est irrégulière car la pente de  $f$  au point fixe est supérieure à 1. Au bout d'un temps fini (mais sensible à la valeur initiale),  $x$  se retrouve dans l'intervalle  $[1; r/2]$ , dont il ne sort plus, puisqu'il atteint un point fixe stable  $x^*$  où la pente de  $f$  est inférieure à 1. Dans le cas limite où  $k=1$ , toutes les valeurs de cet intervalle sont des points fixes et on assiste à une dégénérescence de l'état absorbant. L'addition d'un terme de couplage entre plus proches voisins va quelque peu changer la donne. Ce couplage est proportionnel à un terme représentant un Laplacien discret, ce qui lui confère une dynamique diffusive. Ce couplage entre plus proches voisins joue d'autre part le rôle d'une perturbation d'amplitude finie, pouvant faire repasser une valeur  $x_i^t$  de l'intervalle "calme"  $[1; r/2]$  à l'intervalle "agit"  $[0; 1[$ . Il va alors émerger une dynamique locale analogue à un processus de contamination. Les états actifs (turbulents) et bloquants (laminaires), introduits précédemment dans le cadre de la percolation dirigée, sont respectivement identifiables aux intervalles  $[0; 1[$  et  $[1; r/2]$ . Le rôle de la constante de couplage  $\epsilon$  est prépondérante: de façon analogue à la probabilité  $p$ , elle va gouverner le comportement asymptotique de la chaîne



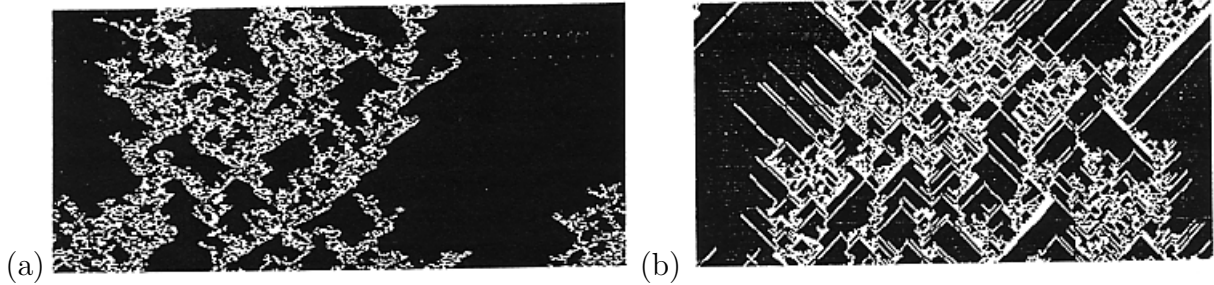


FIG. 1.4 – Exemple de dynamique spatio-temporelle obtenue avec une chaîne d'application couplée (figures: Thèse H. Chaté).

d'applications. Le couplage doit être supérieur à une valeur seuil  $\epsilon_c$  pour qu'à partir de conditions initiales quelconques, le système garde une fraction turbulente aux temps longs. Les figures 1.4-a et b donnent dans ce cas une idée de la dynamique spatio-temporelle.

H. Chaté et P. Manneville [75] ont étudié un tel système dans le but d'une comparaison quantitative avec les modèles de percolation dirigée. Ces chaînes d'applications couplées apparaissent en effet comme des modèles simples et minimaux pour reproduire la dynamique de comportements désordonnés dans les systèmes spatialement étendus. Ils sont par ailleurs faciles à simuler en raison de leur discrétisation spatiale et temporelle. Une mesure de la turbulence apparaît de façon naturelle comme étant la fraction des sites  $x_i^t$  se trouvant dans l'intervalle  $[0; 1[$ . En s'approchant de la valeur de couplage critique par valeurs supérieures, une distribution algébrique de la taille des domaines laminaires a été mise en évidence (la distribution est en exponentielle décroissante loin du seuil)<sup>2</sup>. Leur étude a néanmoins montré que les exposants critiques de la percolation dirigée n'étaient pas forcément reproduits par la chaîne d'applications couplées.

Par la suite, le rôle de la présence de structures propagatives (de type solitons, représentées par des lignes blanches sur la figure 1.4) dans la chaîne d'applications a été suggéré par Grassberger et Schreiber [76], puis plus récemment par G. Rousseau et H. Chaté [77] puis par T. Bohr et M. van Hecke [78]. Détaillons un peu plus ces études.

Le rôle pressenti de ces structures propagatives a conduit à tester des modèles dérivés de celui de Chaté et Manneville. La durée de vie de telles structures peut influencer l'appartenance à la classe de percolation dirigée (DP *in english*). Comme l'ont en effet souligné Chaté et Manneville dans un autre article paru la même année [79], ces structures propagatives (particulièrement visibles sur la figure 1.4-b) véhiculent l'état turbulent de manière systématique à une vitesse bien définie. Il n'y a ainsi plus de perte de cohérence dans la propagation des fronts séparant les domaines turbulents et laminaires, ce qui semble une condition réaliste d'appartenance à la classe de la percolation dirigée. La nuance apportée par Grassberger et Schreiber [76] est qu'une chaîne d'applications couplées peut tout de même faire partie de la classe DP si la durée de vie des "solitons" est suffisamment courte. La thèse de G. Rousseau [77] a présenté par la suite une étude plus systématique de l'influence de ces structures propagatives sur l'appartenance ou non à la classe DP. Une modification majeure du modèle est l'introduction de solitons d'un

2. Ce changement de comportement à l'approche d'un seuil est généralement perçu comme la signature d'un comportement critique du système. En effet, le passage d'une loi de décroissance exponentielle à une loi en puissance négative dans la distribution de la taille des domaines laminaires peut être vue comme la divergence de la longueur caractéristique des fluctuations dans le système

type nouveau qui, en se propageant dans un domaine laminaire, laissent un sillage turbulent derrière leur passage. Ces "solitons" peuvent s'annihiler lorsqu'ils se rencontrent. Une autre modification du modèle consiste à créer deux types possibles d'états laminaires: bloquants ou non bloquants vis à vis des structures propagatives<sup>3</sup>. La conclusion de l'étude de G. Rousseau suggère notamment que la structuration des états laminaires conditionne la durée de vie des solitons et influence l'appartenance à la classe DP. Enfin, des études de Chaté et Manneville [79] et très récemment, de T. Bohr, M. van Hecke, R. Mikkelsen et M. Ipsen [78] ont montré que la prédominance de structures propagatives non-turbulentes pouvait changer la nature de la transition de l'état asymptotiquement laminaire vers l'état chaotique. Cette transition peut alors devenir discontinue, ce qui constitue une différence fondamentale avec la transition dans la percolation dirigée, intrinsèquement continue.

Au delà de ces subtilités qui reviennent rapidement affaire de spécialistes en la matière, il convient de retenir que les chaînes d'applications couplées ont été et sont toujours des modèles adéquats pour mettre en évidence des scénarios de transition vers le chaos spatio-temporel et les classes d'équivalences associées. Dans l'optique d'offrir des comportements analogues à certains systèmes réalistes, les règles régissant la dynamique sont assez facilement modifiables (dégénérescence des états laminaires, propagation de la turbulence, . . .). Leur aspect discret, à la fois dans l'espace et dans le temps, rendent leurs simulations aisées. Cette facilité de simulations a notamment permis la détermination des spectres de Lyapounov [80]. Cette discrétisation n'est semble-t-il pas un obstacle pour que ces chaînes d'applications couplées puissent modéliser la transition vers la turbulence dans les écoulements (voir à ce sujet l'étude conjointe de S. Bottin et H. Chaté [92], reportée dans le paragraphe ultérieur consacrée au chaos spatio-temporel dans les systèmes expérimentaux).

## Des modèles discrets aux EDP continues

Les deux modèles que nous présentons ci-après offrent une approche assez différente du désordre spatio-temporel. Il s'agit des équations aux dérivées partielles (en espace et en temps) de Kuramoto-Sivashinsky (KS) amortie ou non et de Ginzburg-Landau complexe (CGLE), déjà présentées dans la partie précédentes comme étant des équations modèles pour la dynamique des structures cellulaires.

De nombreuses études ont montré que ces équations pouvaient posséder des régimes de désordre spatio-temporels dans une certaine plage de paramètres. L'intérêt de l'étude d'un tel régime dans ces équations est alors de mettre en évidence l'influence des multiples bifurcations secondaires communes à de nombreux systèmes réalistes (oscillations, ondes propagatives, instabilité d'Eckhaus, . . .) sur les propriétés dynamiques et la classe d'universalité auxquelles appartiennent ces équations (de la même façon que les solitons à longue durée de vie ont une influence sur les propriétés de l'IST dans les chaînes de fonctions couplées). En ce sens, l'équation KS représente une équation modèle pour des systèmes à dynamique interfaciale, alors que CGLE est une équation beaucoup plus générale décrivant une large phénoménologie en physique non-linéaire<sup>4</sup>.

Dans ces deux équations, le chaos spatio-temporel est naturellement résultant des mouvements de cellules (dynamique de phase) qu'impliquent les différents états dynamiques coexis-

---

3. Ces nouvelles règles d'évolution semblent assez liées à certains comportements des systèmes réels. Nous reviendrons sur ce point au stade de la comparaison de notre système avec différents modèles (dans le chapitre 3)

4. Ses domaines d'applications en dehors des structures cellulaires sont très variés, voir [82] à ce sujet

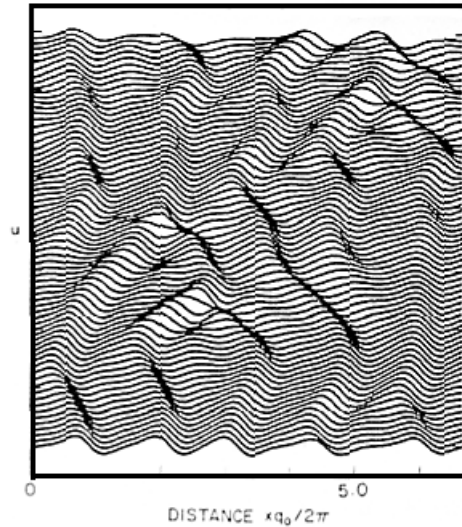


FIG. 1.5 – Exemple de dynamique turbulente dans l'équation de Kuramoto-Sivashinsky (figure: B. Shraiman (1986) [48]).

tant. En contre partie, ces systèmes continus doivent être simulés avec des temps de calcul beaucoup plus importants que les chaînes de fonctions discrètes. Une attention particulière doit être accordée au choix du pas de temps et de la précision spatiale, pour assurer des simulations rigoureuses.

### 1.1.3 L'équation de Kuramoto-Sivashinsky

Au chapitre 5, nous avons déjà mentionné quelques éléments permettant une meilleure compréhension de la dynamique générale de cette équation. Il est donc fortement conseillé de s'y référer.

On rappelle ici l'expression de l'équation de Kuramoto-Sivashinsky amortie. Il convient néanmoins de remarquer que dans le formalisme des études du chaos, on présente généralement cette équation dans sa version "dérivée" par rapport à celle écrite dans la partie précédente. On dérive donc une fois par rapport à  $x$  et le terme  $u_x^2$  est donc remplacé par  $uu_x$ . Ceci fait apparaître  $u$  non plus comme un profil d'interface, mais comme un champ de vitesse.

$$u_t + \alpha u + u_{xx} + u_{xxxx} + uu_x = 0 \quad (1.2)$$

Le coefficient  $\alpha$  est nul dans l'équation KS standard.

Kuramoto y remarque la possibilité pour cette équation d'engendrer des mouvements désordonnés dans les cellules pouvant composer une solution. Il baptise cela "turbulence de phase" [53]. Une étude de la transition vers le chaos dans l'équation KS a été effectuée par J. Hyman et B. Nicolaenko [59] et par B. Shraiman [48]. La figure 1.5 illustre la dynamique turbulente possible de cette équation. L'ajout d'un terme d'amortissement  $\alpha u$  peut stabiliser localement le système et faire apparaître des domaines laminaires coexistant avec des domaines turbulents (IST).

La première étude statistique du régime d'intermittence spatio-temporelle dans l'équation KSA est l'oeuvre de H. Chaté et P. Manneville en 1987 [61]. Près du seuil ( $\alpha_c \simeq 0.078$ ),

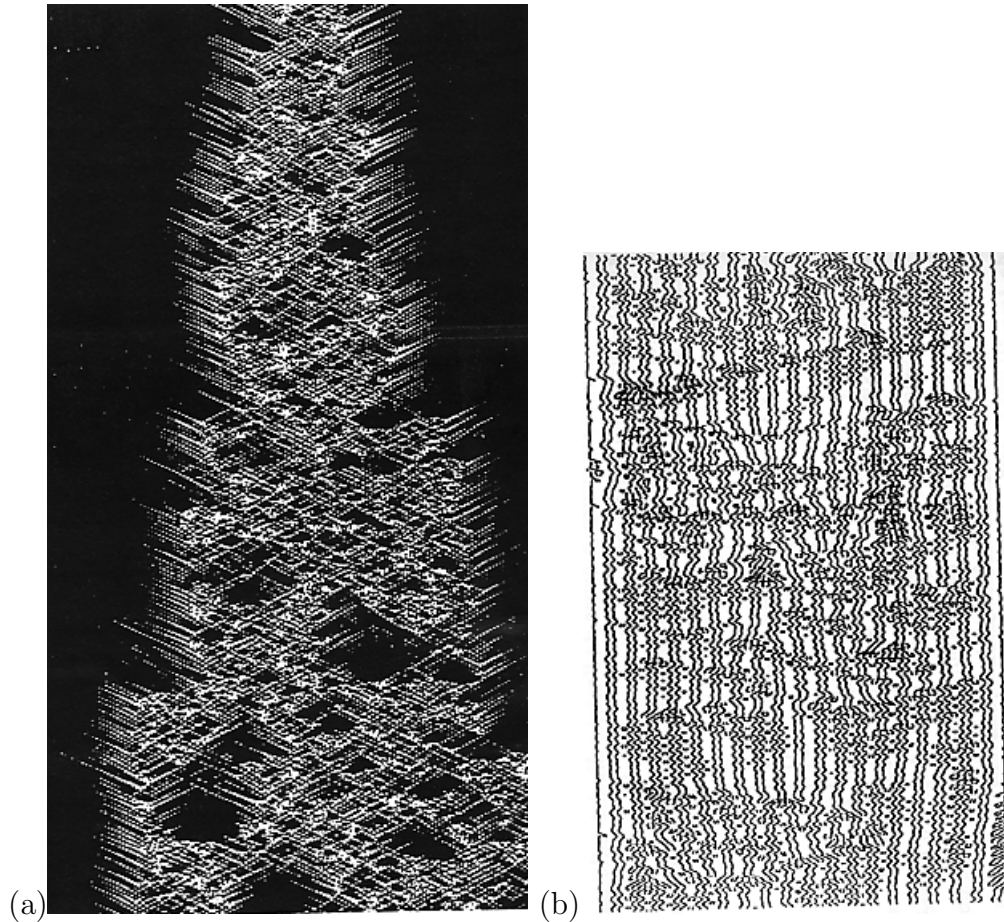


FIG. 1.6 – Exemple de dynamique spatio-temporelle obtenue avec l'équation KSA (a) Nombre de cellules  $\simeq 160$  (longueur du système 1600). (b) Nombre de cellules plus réduit (environ 20). (figures: Thèse H. Chaté et [61]).

la distribution de longueurs des domaines laminaires décroît en loi de puissance par rapport à l'échelle de longueur, alors que loin du seuil, la décroissance est exponentielle. Deux diagrammes spatio-temporels en rapport avec cette étude sont reportés en figure 1.6-a et b. L'image (a) concerne un système comprenant environ 150 cellules et montre une dynamique proche des chaînes d'applications couplées. Les domaines turbulents sont en blanc. Le critère de laminarité est fixé par une amplitude pic à pic des cellules supérieure à une amplitude seuil. L'image (b) permet au contraire de mieux cerner la dynamique locale engendrée par une telle équation.

Il a par ailleurs été montré qu'au delà d'une certaine taille du système, le coefficient d'amortissement critique ( $\alpha_c$ ) n'était plus modifié (cette taille apparaît comme un autre paramètre de contrôle, au même titre que l'amortissement  $\alpha$ ). A l'époque, il a été pressenti que la transition devait être continue, d'une part au vu du caractère "critique" dans la distribution de taille et d'autres part en raison de la convergence de la vitesse des structures propagatives vers zéro au seuil.

A la suite de l'étude pionnière de H. Chaté et P. Manneville [61], d'autres études du régime IST l'équation KS et KSA ont été menées. En 1990, P. Manneville [69] a supposé la possibilité d'une transition légèrement discontinue. Ceci a semble-t-il été confirmé par les travaux de Elder et al. [81]. Leur étude portait sur les systèmes de tailles importante (longueur de 1024 à 16384,

soit 100 à 1000 cellules). Ils ont déduit cette discontinuité de plusieurs faits: la non divergence au seuil de la longueur de cohérence déduite du spectre de puissance<sup>5</sup>, ainsi que la mise en évidence d'un saut du nombre d'onde prépondérant au seuil. Leur étude a semble-t-il permis de vérifier au passage que leurs simulations à grand nombre de cellules permettent de retrouver les instabilités mises en évidence à faible nombre de cellules (voir [24]). La conclusion de leur étude est que cette discontinuité peut sans doute se retrouver dans des systèmes à dynamique interfaciale, montrant des instabilités secondaires analogues à KSA, comme l'instabilité de l'imprimeur, la solidification dirigée (et donc aussi éventuellement l'expérience de la coupelle circulaire).

### 1.1.4 L'équation de Ginzburg-Landau complexe

Nous ne ferons ici que mentionner quelques travaux sur cette équation concernant le chaos spatio-temporel. Cette équation aux dérivées partielles est un modèle général et minimal pour des systèmes possédant certaines symétries, comme l'invariance par réflexion ou la translation dans l'espace. Comme l'équation KS, elle modélise l'évolution d'une amplitude  $A$  (qui ici est complexe) dépendante d'une coordonnée spatiale et du temps.

$$A_t = A + (1 + ic_1)A_{xx} - (1 - ic_3)|A|^2A$$

Ces termes font apparaître une dynamique résultant d'une compétition entre amplification linéaire des faibles amplitudes, saturation des fortes amplitudes et diffusion spatiale. Cette dynamique est notamment typique aux systèmes de réaction-diffusion.

L'une des particularités de cette équation, d'un point de vue des phénomènes chaotiques, vient du fait que le chaos y apparaît sous plusieurs formes. Shraiman et al. [83], puis Chaté [84] ont mis en évidence l'existence de chaos de phase, de chaos de défauts, d'état bichaotique et d'intermittence spatio-temporelle. Dans le chaos de phase, l'intégrale du gradient de phase reste constante. Dans le chaos de défauts, des singularités apparaissent erratiquement, correspondant à une valeur nulle de  $A$  et une divergence locale de la variable de phase. L'état bichaotique est la co-existence entre chaos de phase et de défauts. Un régime d'intermittence spatio-temporelle apparaît aussi dans cette équation. L'un des intérêts de cette équation a été la possibilité de mettre en évidence plusieurs régimes de désordre et la transition entre ces régimes.

## 1.2 Quelques études expérimentales "historiques"

Nous donnons brièvement ici quelques exemples d'études statistiques du chaos spatio-temporel dans des expériences diverses. Nous ne mentionnons pas toutes les études et nous limiterons aux plus connues ou à celles qui nous paraissent les plus en rapport avec notre système.

L'un des exemples les plus connus de turbulence cellulaire est la convection de Rayleigh-Bénard. Étudié par Ciliberto et Bigazzi, puis par F. Daviaud et al. [86, 87]. Le critère de turbulence choisi est basé sur la différence entre les longueurs d'ondes des cellules voisines. Si le gradient local de longueur d'onde est supérieur à un certain seuil, le site est turbulent. Comme souvent dans l'intermittence spatio-temporelle, les sites laminaires et turbulents se

---

5. Ce critère suppose qu'on attend une unique longueur d'onde sélectionnée au seuil, et que par conséquent, la largeur du pic maximal dans le spectre de puissance (qui est inversement proportionnelle à la longueur de corrélation) doit être infiniment faible. Ceci peut paraître discutable, compte tenu que dans KSA, il existe une plage finie de longueurs d'onde stables.

regroupent en domaines de taille variable. La distribution de ces taille est en général une fonction exponentielle décroissante, sauf près du seuil où la décroissance est une loi de puissance. En cellule rectangulaire, la mesure de la longueur de corrélation montre une décroissance brutale au franchissement du seuil, mais cette longueur ne diverge pas vers l'infini au seuil.

Dans le cadre des systèmes à dynamique interfaciale, S. Michalland, M. Rabaud et Y. Couder [34, 88] ont étudié l'intermittence spatio-temporelle dans l'instabilité de l'imprimeur. Une transition continue vers l'IST a été mise en évidence et un changement de comportement dans la distribution des tailles de domaines laminaires est clairement observé à l'approche du seuil, avec un passage d'une décroissance exponentielle à une décroissance algébrique. Une cellule est considérée turbulente si elle est en mouvement. Ce critère, ne paraissant pas intuitif au premier abord, semble pertinent compte tenu la dynamique du système: puisque tout domaine en mouvement va forcément entrer en collision avec les bords fixes ou avec d'autres domaines de mouvement opposé, il va nécessairement générer des défauts (fusion ou nucléation de cellules) et ainsi alimenter la tendance à l'imprédictibilité du système.

Citons aussi un système à surface libre similaire au précédent: les rouleaux de Taylor-Dean produits dans un cylindre tournant partiellement rempli et d'axe horizontal. Une étude a été effectuée par M. Degen, I. Mutabazi et C. Andreck [89]. Le changement de comportement habituel au seuil a là encore été mis en évidence. Dans un système assez similaire, mais avec une mince couche de liquide, D. Vallette, W. Edwards et J. Gollub ont montré une décroissance des temps et longueurs de corrélation au passage du seuil de turbulence [90]. Plus récemment, D. Vallette, G. Jacobs et J. Gollub [91] ont sur ce même système effectué une étude plus approfondie du régime chaotique et de son lien avec une instabilité secondaire oscillante.

Une étude récente concernant la formation de spots turbulents dans l'écoulement de Couette plan, a été menée par S. Bottin et H. Chaté [92]. Cet écoulement est engendré par le cisaillement d'un liquide entre deux ceintures planes défilant. L'un des avantages de cette configuration est que la vitesse d'advection est en moyenne nulle, contrairement à de nombreux écoulements, ce qui a leur a permis d'observer des spots turbulents pendant des durées assez longues. Le paramètre de contrôle est le nombre de Reynolds, directement relié au gradient de vitesse. La nature de la transition vers l'IST dans un Couette plan est fortement discontinue, et ce système ne peut donc pas entrer dans le cadre d'étude de la recherche d'exposants critiques. Cet écoulement est d'une part linéairement stable pour tout nombre de Reynolds, mais d'autre part instable vis à vis des perturbations d'amplitude finie au delà d'un certain seuil. Une comparaison statistique exhaustive a été menée entre la turbulence de l'écoulement et un modèle minimal de chaînes d'applications couplées telle que celle de l'équation (1.1). Leur étude a par ailleurs concerné le cas des transitoires turbulents générés dans deux configurations: la création d'une perturbation locale d'amplitude finie contrôlée et le "trempage" du système par passage d'une grande valeur du Reynolds vers une valeur en deçà du seuil de turbulence permanente. Ce seuil n'est pas défini de façon univoque car il dépend de la "force" de la perturbation. Mais il existe néanmoins une valeur pour laquelle la turbulence reste en tous les cas transitoire et quelque soit la force, tout spot turbulent finit par se résorber. Leur étude a révélé le point suivant: selon que le modèle donne une transition continue ou discontinue, la décroissance d'un transitoire turbulent va être qualitativement différente. Près du seuil, cette décroissance suit en moyenne une loi algébrique dans le cas continu. Mais dans le cas discontinu, la décroissance s'effectue très brutalement après une longue phase où la fraction turbulente varie très peu. Cette différence semble fondamentale et paraît être un argument d'étude des transitoires chaotiques (tels que ceux que nous regarderons plus loin), alors que généralement, on n'étudie le chaos que dans le cas permanent. Une telle étude illustre par ailleurs que malgré la complexité des processus

de dissipation aux petites échelles inhérents à la turbulence, des modèles simples donnent des prédictions très correctes, au moins à proximité du seuil.

Enfin, une étude très récente de P. Rupp, R. Richter et I. Rehberg [95] donne un résumé des exposants critiques obtenus lors d'études statistiques du régime IST. Leur expérience concerne un motif de pics (environ 100 cellules) formés à la surface d'un ferrofluide soumis à un champ magnétique périodique. Le liquide est disposé dans une cuve annulaire, ce qui confère au système des conditions de bords périodiques. Leur système donne trois exposants proches de ceux de la percolation dirigée, alors que tous les systèmes expérimentaux précédemment étudiés avaient des exposants critiques assez différents.<sup>6</sup>

Ces diverses études s'inscrivent généralement dans un cadre global commun de recherche de classes d'universalité, en lien avec la conjecture de Pomeau. Il est donc implicitement supposé que l'état chaotique étudié correspond bien à de l'intermittence spatio-temporelle. Cette supposition implique à son tour de définir soigneusement un critère de laminarité et de turbulence, afin de binariser le système en deux zones.

Avant de me lancer dans une étude statistique du chaos sur le motif de colonnes liquides tombantes, j'avais pris connaissance de quelques uns de ces travaux. Mon principal problème était de trouver une quantité pertinente pour quantifier la turbulence dans mon système. Ce problème, que j'illustre dans le paragraphe suivant m'a poussé à rechercher une autre voie dans l'étude de la turbulence. Il s'agit d'une quantification liée à l'apparition de défauts topologiques que je détaille ci-après.

### 1.3 Quantification de la turbulence

Le problème de cette quantification se pose rarement dans les systèmes numériques: dans les chaînes d'applications couplées, un site turbulent correspond à une fonction prenant une valeur incluse dans la zone chaotique. Dans l'équation KSA, un site est considéré turbulent si l'amplitude pic à pic est inférieure à un seuil [61]. En général, cette amplitude, comparable à la "hauteur" de la cellule est plus difficilement mesurable dans les expériences.

Dans la plupart des expériences, nous avons vu que le motif était considéré localement turbulent si la variation de longueur d'onde dépassait un certain seuil. Il est apparu dans mon système qu'une variation locale de longueur d'onde importante pouvait exister dans un état qui nous semblait parfaitement laminaire. Par exemple, dans l'état tripériodique (voir partie précédente), il existe localement de fortes variations de longueur d'onde, qu'on ne retrouve pas forcément dans une dynamique chaotique. D'autres critères définissant un état turbulent s'avéraient mis en défaut sur le motif de colonnes, car on pouvait trouver un état intuitivement non-chaotique<sup>7</sup> entrant dans ce critère. Ainsi, les critères de laminarité/turbulence définis dans des systèmes pourtant topologiquement proches ne sont pas applicables au motif de colonnes liquides tombantes. Ceci m'a poussé à définir une mesure de turbulence moins usuelle, mais finalement assez naturelle: le nombre de défauts par unité de temps. J'appelle "défaut" toute création ou fusion de colonnes. Cette approche correspond mieux à la topologie de mon système: on ne binarise plus la structure spatio-temporelle en domaines laminaires/turbulents, mais

---

6. Il n'y a néanmoins pas à proprement parler de détermination des exposants critiques dans leur étude, mais une vérification que leurs mesures sont assez bien "fittées" par les "bons" exposants. Un quatrième exposant concernant la durée moyenne des domaines laminaires s'avère différent de celui de la percolation dirigée, alors que normalement, trois coefficients suffisent pour définir une classe d'universalité. Ceci est peut-être la conséquence de leurs plages d'erreurs importantes.

7. Dans le sens où la loi horaire de chaque colonne est parfaitement prédictible

on compte le nombre de défauts apparaissant au cours d'une durée grande devant le temps caractéristique de formation de ces défauts. Etant donné que les régimes désordonnés, où la loi horaire des colonnes est imprédictible, comportent nécessairement des défauts, il apparaît pertinent de quantifier la turbulence ainsi.

Le concept d'un comportement turbulent impliquant la participation de défauts topologiques, a été introduit par P. Coulet, L. Gil et J. Lega [96] dans l'équation modèle de Ginzburg-Landau. Ces auteurs ont introduit le terme de "Defect Mediated Turbulence" pour le régime observé et ont mis en évidence une transition sous-critique vers cet état (le paramètre de contrôle est l'un des coefficients de l'équation CGLE). Ces défauts sont définis par une valeur de l'amplitude  $A$  localement égale à zéro, ainsi que par une discontinuité de phase. Quelques études statistiques de l'état de "Defect-Mediated Turbulence" ont été menées. Une étude de I. Rehberg et al. [98] concerne la convection induite par un champ électrique dans les cristaux liquides nématiques. Des études statistiques dans l'équation de Ginzburg-Landau ont été notamment effectuées par L. Gil et al. [97] et par Shraiman et al. [83]. Le comptage de défauts dans un transitoire a été effectué par I. Aranson et al. [99] dans un modèle de milieux excitables. Une décroissance exponentielle avec le temps a été mise en évidence. Dans une expérience de réaction chimique, une mesure rigoureuse du désordre a montré la contribution non-négligeable des défauts et des parois de domaines dans le motif [93]. A côté de ces études, plusieurs points de vue concordent pour accorder à ces défauts topologiques un rôle dans l'imprédictibilité inhérente au chaos. D. Egolf a montré le rôle relatif du chaos de défaut et du chaos de phase dans l'équation CGLE [100]. Dans une étude très récente, le même D. Egolf a montré dans les équations modèles de la convection, que les défauts contenaient les zones où les exposants de Lyapounov sont les plus élevés (et sont donc responsables de l'imprédictibilité du système) [94].

Au vu de ces études, il ne me restait plus qu'à étudier statistiquement les défauts dans les états chaotiques du motif de colonnes liquides. Il faut d'une part vérifier que ce nombre de défauts par unité de temps est une quantité pertinente dans le système étudié, et d'autre part si cette quantité peut permettre de mesurer des exposants critiques. En plaçant mon étude dans ce cadre, j'admet implicitement que le régime de chaos dans mon système présente de l'intermittence spatio-temporelle. Cette hypothèse préliminaire n'est pas du tout évidente a priori. En effet, pour évaluer qualitativement si le régime de chaos spatio-temporel présente de l'intermittence, il convient de se poser plusieurs questions<sup>8</sup>

- Y'a-t-il dans les différentes étapes de instabilités secondaires, une bifurcation sous-critique permettant de justifier l'existence d'IST? D'après la première partie consacrée aux états laminaires, il apparaît que cette condition n'est pas vraiment remplie.

- A-t-on un caractère contaminant dans les sites turbulents du système? Pour répondre à cette question, il convient de préciser que d'après ce qui précède, il n'existe pas à proprement parler de domaines turbulents ou laminaires. Cependant, la présence d'un défaut spatio-temporel (changement de nombre de colonnes) peut éventuellement présenter un caractère contaminant. Il convient de préciser que la question du rôle des défauts dans la contamination du désordre a été soulevée sur le tard dans ma thèse, et sous l'impulsion de H. Chaté. Ce point sera donc

Pour l'instant cependant, nous allons étudier le motif de colonnes liquides dans le cadre d'une transition vers l'IST. En d'autres termes, nous allons rechercher des comportements critiques près du seuil de la transition vers la turbulence. Les quantités utilisées et les méthodes employées sont néanmoins assez différentes de celles utilisées habituellement dans les systèmes

---

8. H. Chaté, communication personnelle



expérimentaux précédemment cités:

- D'une part, nous quantifierons la turbulence (ou le désordre) du système par le taux de défauts survenant au cours d'une durée donnée. Nous ne travaillons donc pas par une binarisation des diagrammes spatio-temporels, qui sépare les domaines laminaires des domaines turbulents.

- D'autre part, nous allons dans un premier temps nous intéresser à ce qui se passe à l'approche du seuil de turbulence par valeurs inférieures. Ceci va nous conduire à étudier les transitoires chaotiques, c'est à dire des situations où en partant de conditions initiales quelconques et a priori non-ordonnées

Cette étude fait l'objet des deux chapitres suivants.

## Chapitre 2

# Etude expérimentale des transitoires chaotiques

Ce chapitre reporte quelques études statistiques du régime de chaos spatio-temporel, dans le cadre précis que sont les transitoires turbulents. A ce propos, il convient de rappeler ici un fait essentiel dans notre système de colonnes liquides ruisselantes, qui introduit du même coup les paramètres de contrôle pertinents pour une telle étude.

Tout d'abord, dans la première partie consacrée aux domaines laminaires, nous avons donné les conditions d'obtention de l'état de chaos spatio-temporel. Pour un liquide de viscosité suffisante (supérieure à une valeur comprise entre 50 et 100 cP pour l'huile silicone), le régime désordonné s'observe au delà d'un débit seuil. En deçà de ce débit seuil, une grande variété de régimes apparaissent, complexifiant la dynamique via des symétries brisées, provoquées par une augmentation du paramètre de contrôle (débit par unité de longueur  $\Gamma$ ) ou un changement des conditions initiales (position et vitesse des colonnes). Malgré une dynamique souvent non triviale, l'état observé reste laminaire, ce qui est équivalent dans notre système au fait que le nombre de colonnes est constant. Si le nombre de colonnes reste constant, le système a obligatoirement une dynamique cyclique et donc prédictible. Ces états dynamiques laminaires sont en grande partie dépendants des conditions initiales. Celles-ci peuvent être choisies par l'expérimentateur grâce à un jeu d'habileté avec une ou deux aiguilles permettant par contact avec le ménisque sous le surplomb de supprimer, ajouter ou déplacer une ou plusieurs colonnes. Que se passe-t-il alors si on laisse le système choisir les conditions initiales par lui-même (par exemple en interrompant puis rétablissant l'alimentation en liquide), à des débits assez faibles où il est normalement dans un état laminaire? La réponse est la suivante: pour des conditions initiales quelconques, le système de colonnes va se trouver dans un état désordonné. A bas débit, cet état désordonné s'avère être de durée finie. Pendant cette durée, le système suit un cycle de réorganisations internes avec la création de plusieurs défauts, qui vont mener à une simplification de la dynamique et à un retour vers un état ordonné (laminaire) stable. Lorsque le débit est supérieur à un débit seuil, le motif va rester de façon permanente dans un état turbulent, avec création incessante de défauts.

Forts de ces constatations, nous pouvons d'ores et déjà affirmer que le débit par unité de longueur est la quantité qui dans notre système tient le rôle que tenait la probabilité  $p$  dans la percolation dirigée, la constante de couplage  $\epsilon$  dans les chaînes d'applications couplées ou encore le taux d'amortissement  $\alpha$  dans l'équation KSA (à taille de système constante). En d'autres termes et pour résumer l'ensemble des considérations qui précèdent: en dessous d'un débit seuil (qu'on va dorénavant définir par  $\Gamma_c$ ), le motif de colonnes peut être transitoirement désordonné

à partir de conditions initiales quelconques et finit pas rejoindre un état laminaire au bout d'un temps fini. Au delà de ce débit seuil, le système partant de conditions initiales quelconques se trouve de façon permanente dans un état désordonné. L'un des points importants de cette phrase, donné ici sans avoir pour l'instant été mis en évidence, est que ce débit seuil ne dépend pas des conditions initiales. L'étude qui suit démontre de façon plus formelle ces affirmations.

## 2.1 Durée d'un transitoire

Ce paragraphe expose les résultats d'acquisitions de transitoires désordonnés. L'utilisation de l'adjectif "désordonné" remplace dans un premier temps celle de "chaotique". En effet, il n'est pas évident a priori que cet état transitoire présente une forte sensibilité aux conditions initiales.

Il s'agit de mesurer le temps nécessaire à un tel transitoire pour converger vers un état laminaire, sans changement dans le nombre de colonnes. Ce temps  $\Delta T$  est donc la durée entre le temps initial de lancement de l'écoulement et celui de la création du dernier défaut (voir figure 2.1).

Le problème est alors de créer des conditions expérimentales permettant de définir aussi raisonnablement que possible un temps initial. En effet, la réponse du système à un saut de débit donné ne s'effectue pas de manière rapide et contrôlable dans sa dynamique, car il existe de nombreux intermédiaires dans le circuit hydraulique apportant une perte de charge entre la pompe et la coupelle. Ainsi (et c'est d'autant plus vrai à haute viscosité), il n'est pas possible à l'alimentation de passer instantanément d'un débit nul à un débit non-nul. Le temps de réponse est souvent de l'ordre de la minute, ce qui est bien trop long pour les phénomènes que nous voulons observer à débit constant. Pour remédier à cela et créer des conditions initiales avec un échelon abrupt de débit, on suit la procédure suivante: on souffle sur le haut de la coupelle où du liquide s'accumule. On crée ainsi un afflux soudain de liquide, qui entraîne la formation d'une nappe liquide en forme de cloche. Un tel objet, dont l'étude est reportée en troisième partie, se forme en effet à haut débit. Par la suite, du liquide ayant été chassé de la partie supérieure de la coupelle, une pénurie va survenir: bien que du liquide continue à arriver à un débit constant associé au débit linéique de départ  $\Gamma_p$  par le pied central, le débit linéique au niveau du surplomb est à peu près nul. La cloche éclate par manque de liquide et se faisant, un nouveau front de débordement se forme sur une coupelle "sèche". L'instant de re-débordement (qui s'effectue au débit souhaité) définit naturellement le temps initial (voir figure 2.1)<sup>1</sup>. Cette méthode laisse au système choisir lui-même ses conditions initiales et ne permet pas de contrôle précis de l'expérimentateur. C'est d'ailleurs plutôt le but recherché car à chaque essai, le système va évoluer à partir de conditions initiales différentes. En général d'ailleurs, ces conditions sont relativement proches les unes des autres pour différentes acquisitions.

Une fois le temps initial déterminé, le jeu va consister à déterminer l'apparition du dernier défaut, quand le motif de colonnes atteint un état laminaire stable et s'y tient. L'évaluation de la stabilité de l'état final (en vue de stopper l'acquisition) s'effectue *de visu* par l'expérimentateur. En général, après une certaine habitude par rapport à la dynamique du réseau de colonnes, on arrive à voir si l'état actuel va bien perdurer: l'amplitude des oscillations éventuelles de colonnes sature ou diminue, les domaines dérivants se propagent tous dans le même sens, à la

---

1. D'autres "tactiques" ont été essayées pour obtenir un échelon de débit: pincement brutal du tuyau d'arrivée, bouchage du cylindre creux au sommet de la coupelle (très salissant!). Aucune de ces méthodes n'ont permis d'obtenir un échelon de débit aussi abrupt.



même vitesse et ne risquent ainsi pas d'entrer en collision, l'ensemble des colonnes est statique, ... etc

Près du seuil  $\Gamma_c$ , la stabilité de l'état final est cependant plus difficile à déterminer. Dans cette gamme de débit en effet, il a été observé que le système pouvait atteindre un état ne présentant par de changement de nombre de colonnes pendant un certain temps, donc paraissant stable, pour ensuite se recasser vers un état qui, lui, est stable (voir figure 2.3). Il est donc nécessaire d'attendre suffisamment longtemps (en pratique 3 à 4 minutes) lorsqu'on a un doute sur la stabilité d'un état sans changement de nombres de colonnes. Cette attente est sans doute à lier avec l'existence d'un temps caractéristique lent au sein du système, souligné dans la partie sur les états laminaires: lorsqu'un état dynamique est sélectionné après une phase de défauts, il est nécessaire que celui-ci "résiste" au processus de diffusion de la phase qui dure quelques minutes et qui peut éventuellement re-déstabiliser le système.

Pour différentes valeurs de débit  $\Gamma < \Gamma_c$ , on détermine la valeur moyenne de la durée d'un transitoire, sur 50 ou 250 acquisitions. Ce nombre important d'acquisitions a été nécessaire pour le comptage des défauts qui est décrit ultérieurement, et il est apparu que la valeurs moyennes obtenues étaient déjà assez précisément déterminées par 50 acquisitions. Ceci peut paraître étonnant, lorsqu'on voit l'écart type très important sur l'ensemble des mesures effectuées, mais a permis de valider des moyennes obtenues à 200 cP qui n'ont été effectuées que sur 50 acquisitions. Les figures 2.4-a et b représentent les durées de vie moyennes d'un transitoire chaotique, pour deux viscosités (100 et 200 cP). Les figures 2.5-a et b représentent les histogrammes des durées, pour deux débits: très inférieur au seuil  $\Gamma_c$  (a) et proche du seuil (b). La figure 2.5-c est un zoom de (b) autour des 20 premières secondes.

La durée moyenne semble avoir deux phases d'évolution avec le débit: à bas débit, il y a un palier de valeur constante (environ 4 s. pour 100 cP et 7 s. pour 200 cP). Il y a ensuite le seuil  $\Gamma_c$  près duquel cette durée moyenne diverge. On note toutefois deux comportements différents pour 100 cP et pour 200 cP: à 100 cP, la divergence semble suivre une loi algébrique  $\langle \Delta T \rangle \sim (\Gamma_c - \Gamma)^{-\gamma}$ , avec  $\gamma$  assez proche de 1. Par contre, à 200 cP, l'allure de la croissance à l'approche de  $\Gamma_c$  est différente: une première forte croissance mène à un palier autour de 200 secondes, puis une deuxième croissance même à la divergence au seuil. Ce deuxième palier correspond à un scénario de retour à l'ordre vers un état bien précis: l'état oscillo-dérivant (de période spatiale triple) présenté dans la partie précédente sur les états laminaires. Nous verrons dans le paragraphe suivant les raisons que nous pouvons proposer pour expliquer l'obtention d'un tel état.

## Détermination de $\Gamma_c$ et de $\gamma$

Dans l'immédiat, un fait remarquable apparaît: malgré cette différence dans la divergence de  $\Delta T$  à l'approche du seuil,  $\Gamma_c$  est à peu près le même à 100 cP et 200 cP. Néanmoins, les méthodes de détermination et les marges d'erreurs en découlant sont assez différentes.

La valeur à 200 cP est déterminée avec une bonne précision grâce à la méthode suivante: tout en supposant que l'état oscillo-dérivant est le seul état stable près du seuil, on provoque sa formation à  $\Gamma$  légèrement inférieur à  $\Gamma_c$ , on attend quelques minutes et on augmente très progressivement le débit pour provoquer la cassure de cet état.  $\Gamma_c$  est alors défini comme ce débit de rupture, puisqu'on est sûr qu'au delà de ce débit, aucun état laminaire stable n'existe. Des essais répétés ont conduit à la même valeur avec une très bonne précision (de l'ordre de la marge d'erreur sur la lecture du débit, soit 0.002 cm<sup>2</sup>/s environ).

A 100 cP, il n'est malheureusement pas possible d'utiliser cette méthode de détermination de  $\Gamma_c$  car il n'y a pas de situation aussi nette très près du seuil: il n'existe pas de "dernier

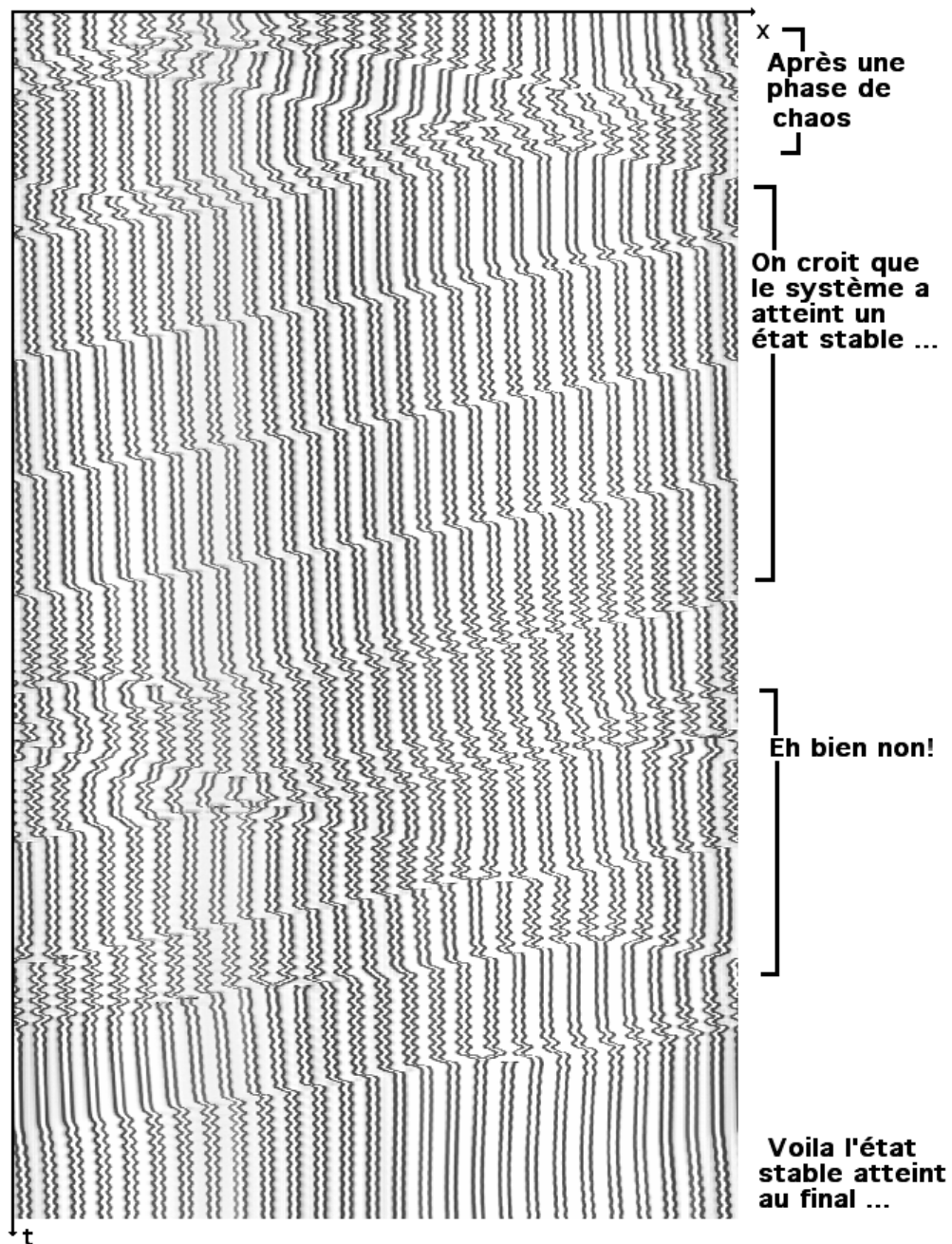


FIG. 2.3 – *Le Fabuleux Destin d'un transitoire chaotique ...* ( $\eta=100$  cP,  $\Gamma=0.30$  cm<sup>2</sup>/s).

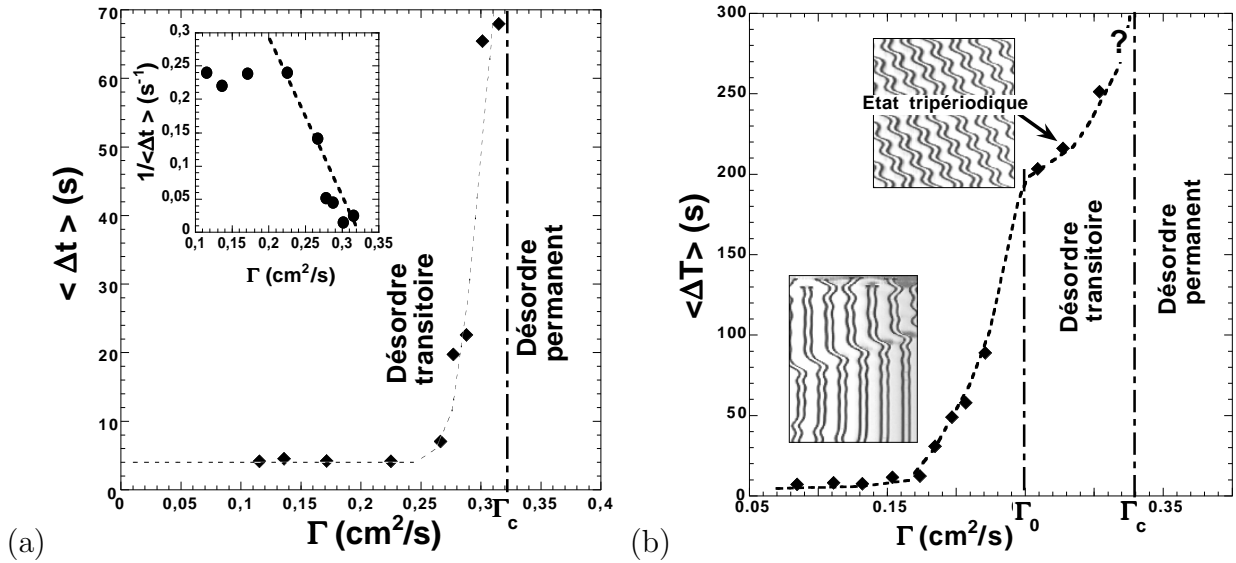


FIG. 2.4 – Durée de vie moyenne d'un transitoire chaotique (sur 250 acquisitions). (a) Viscosité du liquide: 100 cP. L'insert donne une allure en  $\Delta T \sim (\Gamma_c - \Gamma)^{-1}$ . (b) Viscosité 200cP. Noter le deuxième palier entre  $\Gamma_0$  et  $\Gamma_c$  correspondant à un état final oscillo-dérivant.

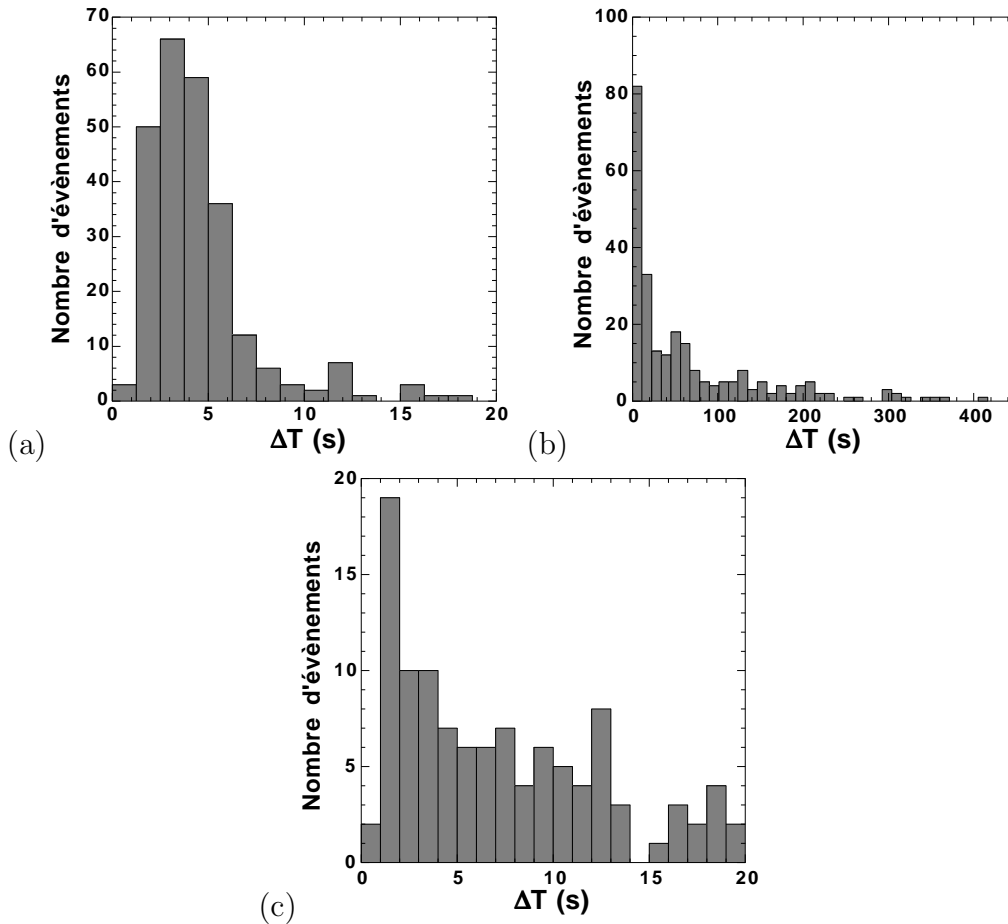


FIG. 2.5 – Histogramme des temps de retour à l'ordre (100 cP). (a)  $\Gamma = 0.136 \text{ cm}^2/\text{s} < \Gamma_c$ . (b)  $\Gamma = 0.315 \text{ cm}^2/\text{s} \approx \Gamma_c$ . (c) Zoom de (b) dans les 20 premières secondes.

état ordonné stable”<sup>2</sup>. Le seuil est donc déterminé par des extrapolations de lois empiriques, donnant lieu à une marge d’erreur plus conséquente. En supposant qu’on s’approche d’un point possédant des propriétés de criticalité, on admet implicitement l’existence de lois de puissance ( par exemple, dans la divergence de  $\Delta T$  en fonction de  $\Gamma - \Gamma_c$ ). En considérant le tracé inséré sur la figure 2.4-a, on a vu qu’on pouvait déduire:  $\langle \Delta T \rangle \sim (\Gamma_c - \Gamma)^{-\gamma}$ , avec  $\gamma$  assez proche de 1. Néanmoins, une plage de valeurs pour  $\gamma$  donne des lois empiriques correctes, et en fonction de la valeur de  $\gamma$  retenue, la valeur du seuil  $\Gamma_c$  peut-être assez différente. En procédant de façon inverse, c’est à dire en fixant le seuil  $\Gamma_c$  à l’avance, une plage de valeurs est possible pour  $\gamma$ . Par cette méthode,  $\Gamma_c$  apparaît être supérieur ou égal à  $0.32 \text{ cm}^2/\text{s}$  (en dessous, les lois  $(\Gamma_c - \Gamma)^{-\gamma}$  ne marchent pas). Des fits corrects de  $\Delta T$  sont obtenus pour des valeurs de  $\Gamma_c$  assez élevées (supérieures à  $0.40 \text{ cm}^2/\text{s}$ ) mais deviennent non-conformes à la définition de  $\Gamma_c$ . En effet, comme nous allons le voir dans le chapitre suivant, à partir de  $0.335 \text{ cm}^2/\text{s}$ , le système peut rester turbulent de façon permanente. Compte-tenu des incertitudes sur la valeur du débit, nous donnons une limite supérieure pour  $\Gamma_c$ :  $0.34 \text{ cm}^2/\text{s}$ .

On obtient alors les valeurs suivantes:

$$\Gamma_c \simeq 0.33 \text{ cm}^2/\text{s} \pm 0.01$$

pour l’huile silicone 100 cP.

La valeur de  $\gamma$  est comprise entre 0.5 et 1.1 . Cette grande incertitude reflète l’influence de la valeur de  $\Gamma_c$  (qui finalement est connue à 3% près) sur les propriétés critiques du système.

Grâce à une méthode plus précise, mais non-applicable à 100 cP, on trouve:

$$\Gamma_c \simeq 0.33 \text{ cm}^2/\text{s} \pm 0.001$$

pour l’huile silicone 200 cP. L’exposant  $\gamma$  n’est néanmoins pas clairement défini. En effet, malgré le fait qu’on connaisse avec une bien meilleure précision le seuil à 200 cP, on perçoit dans la divergence de  $\Delta T$  au seuil qu’il sera plus commode de rechercher d’autres exposants critiques dans le cas de l’huile à 100 cP. En effet, le comportement très singulier de  $\Delta T$  pour l’huile 200 cP (existence d’un palier près du seuil) suggère une divergence avec une loi de variation non-algébrique.

Les histogrammes montrent quant à eux, la dispersion des temps de retour à l’ordre, après des conditions initiales pourtant assez voisines. Cette large étendue des temps de retour à un état laminaire semble indiquer que le transitoire comportant des défauts peut être qualifié de chaotique, dans le sens de ”sensible aux variations sur les conditions initiales”. Ces histogrammes montrent par ailleurs une tendance à l’accumulation des retours à l’ordre aux temps courts. La figure 2.5-c représente un zoom de (b), histogramme obtenu près du seuil  $\Gamma_c$ , autour des vingt premières secondes: l’allure de cette fraction est comparable à celle obtenue pour la totalité des 250 acquisitions loin du seuil.

Pour essayer d’extraire une loi mathématique de cette distribution, une grandeur semble plus lisible:  $N(\Delta T)$  le nombre d’évènements (en pourcentage) pour lesquels le temps de retour à l’ordre est inférieur à  $\Delta T$ . La figure 2.6 représente les valeurs de  $\Delta T$  pour les 250 acquisitions à 100 cP, en pourcentage cumulé, pour trois débits. Près du seuil, la distribution en échelle logarithmique est assez régulière sur les 2 décades et demi que parcourt  $\Delta T$ .

Il peut être plus lisible de porter cette distribution de  $\Delta T$  en cumulant les temps à partir des plus longs. En effet, les nombreux évènements aux temps très courts brouillent la tendance.

---

2. L’apparition d’un état tripériodique à 100 cP a pu être observée, mais très anecdotiquement, et de façon non répétable.



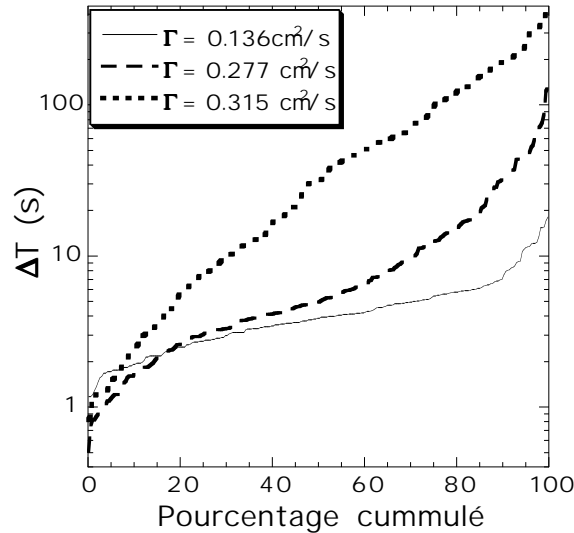


FIG. 2.6 – *Distribution cumulée des temps de retour à l'équilibre pour trois débits ( $\eta=100$  cP).*

Ces graphiques sont tracés pour trois valeurs de débit sur les figures 2.7-a,b et c. L'origine des temps est alors pris sur la durée la plus longue sur l'ensemble des acquisitions, et les temps courts sont tronqués. Les figures (a) et (b) correspondent à des débits assez inférieurs au seuil, alors que la figure (c) représente un cas où le débit est proche du seuil. Même si le nombre de décades décrites est faible, il y a une tendance à une loi algébrique près du seuil, et une loi exponentielle loin du seuil.

## 2.2 Forme de l'état laminaire final

On s'intéresse ici non plus au temps que met le système pour atteindre un état final, mais à la forme de l'état finalement atteint. On va d'ailleurs voir que ces deux "observables" (temps de retour à l'ordre et allure de l'état final) peuvent être liés.

L'état finalement atteint va bien sûr dépendre des conditions initiales dans lesquelles le système se place par lui-même lorsque la coupelle redéborde à  $t_0$ . Cependant, on a vu que non seulement ces conditions initiales ne sont pas vraiment contrôlables, mais qu'en plus, en raison de la nature chaotique de ces transitoires, une petite différence dans ces conditions peut mener à des états finaux très différents. Il vaut donc mieux évaluer la tendance sur les états finaux en fonction de la viscosité et du débit, après un grand nombre d'acquisitions: en fait, on reprend les 250 acquisitions effectuées à 100 cP sur lesquelles on a déterminé le  $\Delta T$  moyen. La figure 2.1 montrait l'exemple d'un état final composé d'un domaine propagatif de colonnes dérivantes à parité brisée; la figure 2.8 montre un état final oscillant, où l'amplitude des oscillations étendues sature sans provoquer une re-cassure du motif. Quels sont les paramètres du système qui ont conduit à ce choix de l'état final plutôt qu'à un autre? Comment ce choix peut-il être relié aux mesures précédentes de la durée de vie moyenne d'un transitoire chaotique conduisant à ces états finaux? C'est ce que nous tentons d'appréhender ici.

Nous avons vu qu'un exemple particulier de retour à l'ordre se produit avec l'huile silicone 200 cP, à des débits légèrement inférieurs au débit seuil  $\Gamma_c$  (mais dans une plage assez large): l'état laminaire final est un état oscillo-dérivant, composé de petits domaines dérivants les uns à la suite des autres. Un exemple typique d'une telle réorganisation est donné en figure 2.9. En

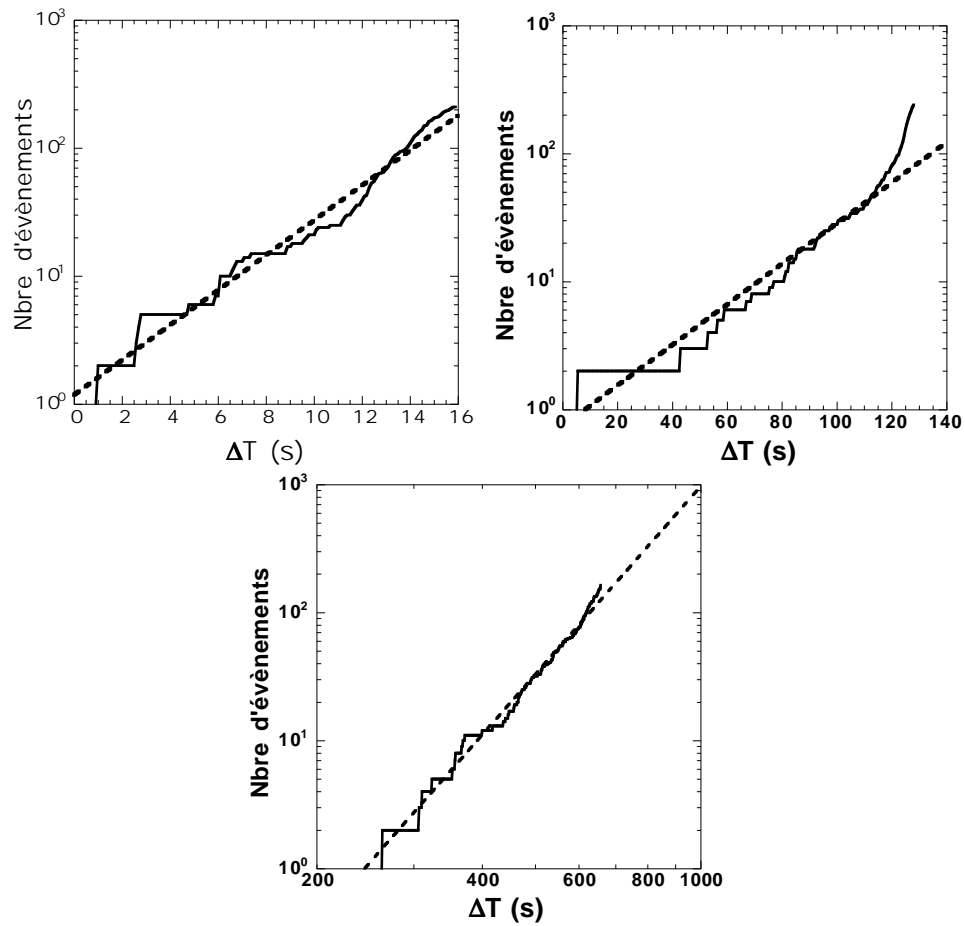


FIG. 2.7 – Distribution cumulée des temps de retour à l'équilibre pour trois débits, en partant des temps les plus longs ( $\eta=100 \text{ cP}$ ). (a)  $\Gamma = 0.136 \text{ cm}^2/\text{s}$ . (b)  $\Gamma = 0.277 \text{ cm}^2/\text{s}$ . (c)  $\Gamma = 0.315 \text{ cm}^2/\text{s}$ .

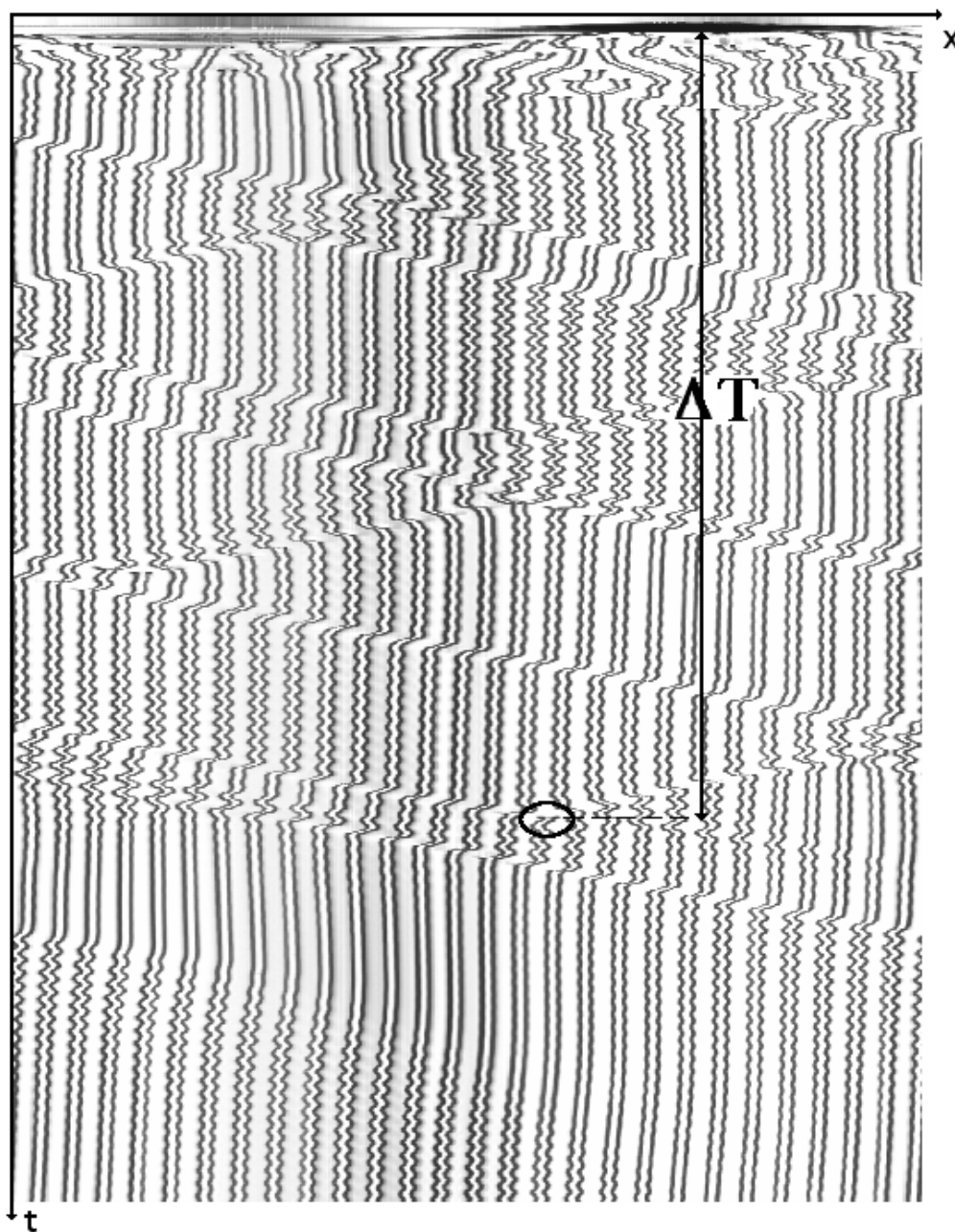


FIG. 2.8 – Retour à l'ordre vers un état oscillant ( $\eta=100$  cP,  $\Gamma=0.30$  cm<sup>2</sup>/s).

regardant de plus près cet état, on observe un comportement spatio-temporel particulier: la loi horaire d'une colonne se répète identiquement toutes les trois colonnes, ce qui a valu à cet état l'adjectif "tripériodique" (voir agrandissement). Pour nuancer, cet état est parfaitement tripériodique pour un nombre de colonnes multiple de trois (une conséquence évidente des conditions aux limites périodiques). Sur la coupelle I ( $d=10$  cm) par exemple, il est obtenu pour 23, 24 et 25 colonnes (soit des longueurs d'ondes moyennes respectives de 1.30 cm, 1.24 cm et 1.195 cm). Pour 23 et 25 colonnes, on observe une légère déviation par rapport au tripériodisme parfait.

Les raisons de la convergence du système vers un tel état ont été pressenties par les observations de la dynamique du motif et de ses processus de sélection interne. Pour être plus clair, il convient tout d'abord de préciser que dans la plage de débit où apparaissent ces états oscillo-dérivants, la longueur  $\lambda_0$  est instable.  $\Gamma_0$  est donc le débit pour lequel la longueur d'onde de référence  $\lambda_0$  devient instable (voir figure 2.4-b. Etant donné que cette longueur d'onde est celle mesurée à l'extérieur d'un domaine de colonnes dérivantes, tout état dérivant laissant un sillage derrière lui provoquera la cassure du système et la naissance de défauts. Ainsi, pour expliquer la différence d'allure des  $\langle \Delta T \rangle$  avec le débit pour 100 cP et 200 cP, il est remarquable de constater qu'avec l'huile silicone à 100 cP  $\Gamma_0 \simeq \Gamma_c$ , ce qui interdit la présence d'un deuxième palier dans la plage  $[\Gamma_0, \Gamma_c]$ . En considérant tous les états accessibles au système, si la longueur d'onde  $\lambda_0$  est instable, le seul état accessible au système est celui qui ne permettra pas l'amplification des oscillations dans le sillage naissant habituellement derrière un domaine dérivant. Cet état oscillo-dérivant est donc la seule configuration où des domaines dérivants apparaissent sans sélectionner de longueur d'onde  $\lambda_0$  derrière leur passage. En éliminant donc les états comprenant des domaines dérivants espacés entre eux, ainsi que les états oscillant étendus, instables bien avant  $\Gamma_0$ , et en excluant les états statiques très resserrés, atteignables uniquement pour des conditions spécifiques où doit intervenir la volonté de l'expérimentateur, le seul état accessible reste l'état oscillo-dérivant. L'état dérivant global pourrait aussi constituer un bon candidat, mais son obtention nécessite là encore une volonté de l'expérimentateur de créer des conditions initiales impossibles à obtenir spontanément (mouvement d'une aiguille initiant le mouvement d'ensemble, et supprimant ainsi suffisamment de colonnes: revoir partie 1).<sup>3</sup>

Les états les plus faciles à atteindre (dans l'emploi de l'adjectif "facile", on sous-entend un état final laminaire atteignable à partir d'un très large ensemble de conditions initiales) étant instables, le système va sans cesse naviguer près de ces états tout en étant repoussé

---

3. Néanmoins, si on reconsidère le diagramme de stabilité pour l'huile silicone 200 cP reporté en partie 1 (figure 4.9), on remarque que dans la plage de débit  $[\Gamma_0, \Gamma_c]$ , certains états dérivants globaux sont stables. Normalement, ces états devraient donc apparaître à la suite d'un transitoire chaotique. Néanmoins, les conditions sur la vitesse et la positions nécessaires à leur apparition sont si particulières que leur obtention est contrariée par celle de l'état oscillo-dérivant. En d'autres termes, le bassin d'attraction de l'état dérivant global est très réduit. Dans le souci de vérifier tout de même si un état dérivant global ne peut pas être obtenu après un transitoire chaotique, nous avons consacré une journée entière à attendre qu'un état turbulent formé à un débit de  $0.38 \text{ cm}^2/\text{s}$ , légèrement supérieur à  $\Gamma_c$ <sup>4</sup>. En vain: pendant de longues heures, l'état est resté turbulent. Dans nos conditions expérimentales, nous n'avons, il est vrai, pas pu nous affranchir de toutes les sources de perturbations externes. Peut être aurait-il fallu attendre une grève de métro, l'un des facteurs perturbatifs les plus importants (ce qui à Paris laisse effectivement plusieurs jours par an pour tenter l'expérience) ou s'exiler hors de Paris? D'ailleurs, comme le subodore T.Tel [101], un état chaotique est peut-être toujours transitoire. Est-il alors possible que le système retrouve toujours un état stable laminaire, après avoir voyagé dans tous ses états possibles et avoir atteint les conditions très particulières qui lui permettent d'atteindre cet état très marginal? Le temps nécessaire pour vérifier une telle hypothèse dépasse sans doute la durée de vie de nos outils expérimentaux...

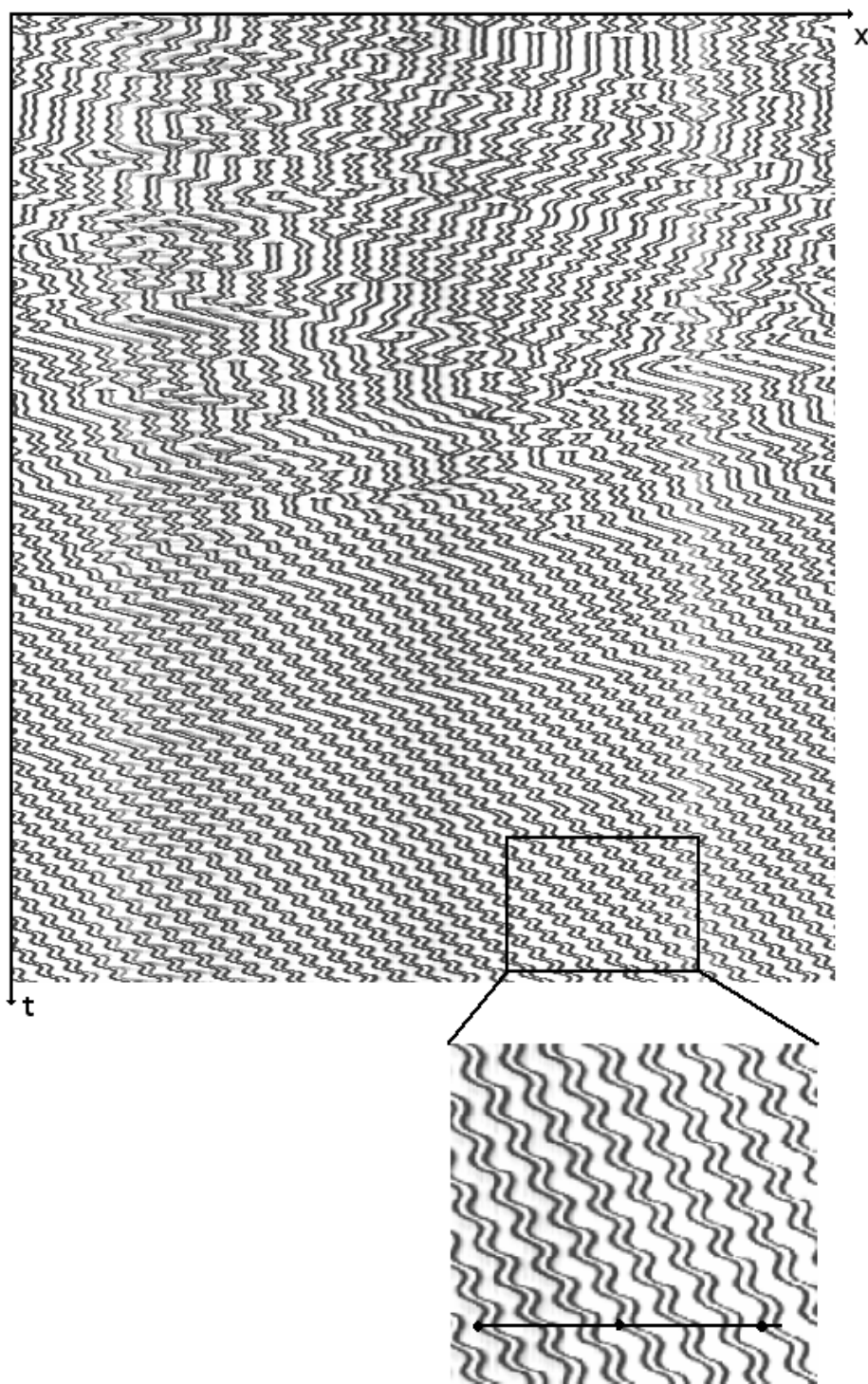


FIG. 2.9 – Retour à l'ordre vers un état oscillo-dérivant ( $\eta=200$  cP,  $\Gamma=0.26$  cm<sup>2</sup>/s).

de leurs zones d'attraction dans l'espace des phases. Se faisant, il va continuer à parcourir l'espace des configurations. Dans notre système, cet espace des configurations comprend les données suivantes: le nombre de colonnes, ainsi que leurs positions relatives et leur vitesses (ces paramètres étant interdépendants). En parcourant ses différentes configurations, le système va finir par atteindre une configuration qui appartient au bassin d'attraction de l'état laminaire oscillo-dérivant (au bout d'un temps très variable qui dépend des conditions initiales). On admet ainsi implicitement une ergodicité partielle dans le système: au bout d'un temps suffisamment long, la plupart des configurations du système seront balayées. Quant à la convergence vers l'état oscillo-dérivant, un tel évènement est relativement difficile à prévoir: en examinant le diagramme spatio-temporel de la figure 2.9, on a du mal à s'imaginer une dizaine de secondes avant la convergence, que l'on est dans une situation permettant une réorganisation si particulière.

Pour résumer, l'explication proposée quant à la convergence vers cet état oscillo-dérivant est tout simplement qu'il constitue l'état stable le plus facilement accessible au système, dans sa plage d'obtention. De façon moins fréquente, d'autres états stables apparaissent et sont la combinaison d'un domaine dérivant de taille moyenne et des petits domaines qui composent l'état oscillo-dérivant (voir figure 2.10).

Le processus de sélection de l'état oscillo-dérivant prend donc plus de temps car il met en jeu des mécanismes non-triviaux (et non-compris par rapport à d'éventuels arguments de symétries) globaux du système: le second palier à 200 cP (figure 2.4-b) est associé à une durée moyenne à peu près 30 fois plus grande que la durée associée à la réorganisation à bas débit, où des seuls des processus locaux de sélection de longueur d'onde entrent en jeu. Nous attribuons cette augmentation à la taille du système qui est mesurable par le rapport du périmètre de la coupelle avec la longueur d'onde de référence  $\lambda_0$ . Cette tendance a pu être vérifiée par l'utilisation d'une coupelle de taille plus importante: le facteur multiplicatif entre les temps relatifs aux deux paliers est en effet plus important lorsque la coupelle est plus grande (voir le paragraphe sur l'influence de la taille du système).

De manière plus générale, un état final particulier va être atteint pour un ensemble de conditions initiales, à travers une relation surjective: en d'autres termes, l'état final est associé à un ensemble de conditions initiales (position et vitesse des colonnes) représentant un volume particulier dans l'espace des phases. Cet ensemble est généralement appelé "bassin d'attraction" par les physiciens du chaos, dans des systèmes où on peut définir facilement un espace des phases. La nature chaotique du système suggère qu'il est illusoire de vouloir connaître la forme de ces ensembles, certainement très complexes, peut-être fractals et non-connexes. D'autre part, comme on a pu le voir à travers l'exemple bien précis de l'état oscillo-dérivant, l'ensemble des conditions initiales pour lesquelles un état particulier du système va être finalement atteint, varie avec les paramètres de l'expérience que sont la viscosité et le débit. La solution qui s'est offerte consiste à évaluer la taille relative de ces ensembles, par une étude statistique de l'état final sur un grand nombre d'acquisitions (250). La grandeur caractérisant l'état final est le nombre de colonnes qu'il contient (la longueur d'onde moyenne, si on tient à s'affranchir de la taille du système). Nous savons pertinemment que le nombre de colonnes n'est pas une grandeur qui caractérise entièrement le système: les diagrammes d'existence dans l'espace des paramètres ( $\lambda_{moy}$ ,  $\Gamma$ ) donnés en première partie montraient clairement des recouvrements entre états dynamiques. A même débit et pour un même nombre de colonnes (à  $\lambda > \lambda_0$ ), le système peut être statique (la dilatation est homogènement distribuée) ou bien comporter un petit domaine dérivant dans lequel la dilatation est entièrement contenue. Un autre exemple: à même nombre de colonnes, deux états comprenant des domaines dérivants peuvent être différents, ceci

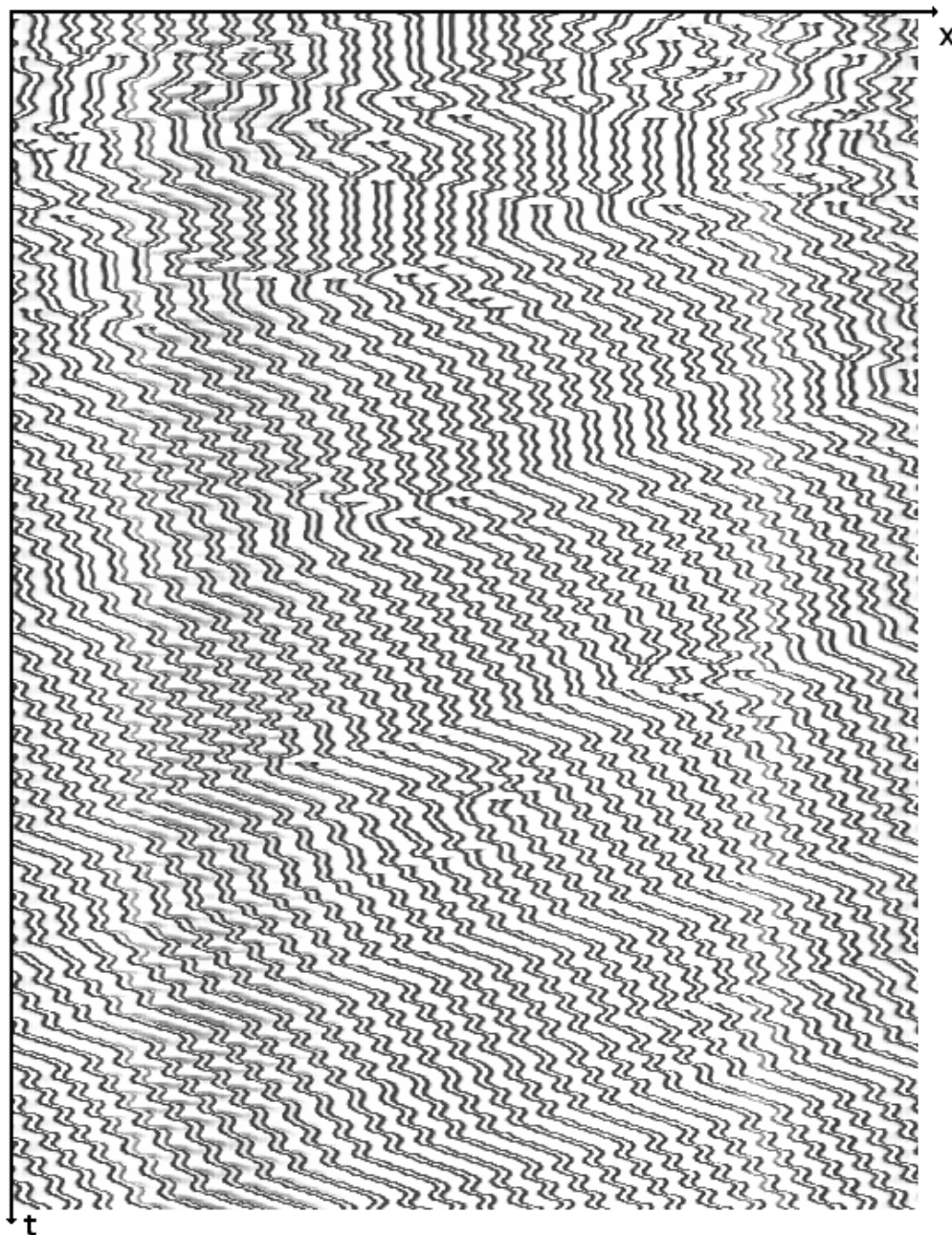


FIG. 2.10 – *Etat résultant de la coexistence d'un domaine dérivant et de plusieurs autres petits domaines composant l'état oscillo-dérivant.*

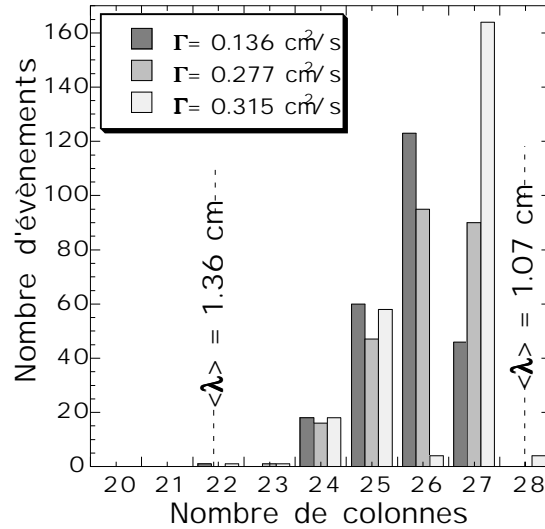


FIG. 2.11 – Histogramme des nombre de colonnes dans les états atteints après un transitoire chaotique, pour trois débits ( $\eta=100 \text{ cP}$ ).

en raison principalement du choix possible par le système de la longueur d'onde à l'intérieur d'un domaine dérivant. Ce choix est fixé par les conditions initiales et n'est donc pas contrôlable directement.

La figure 2.11 montre les histogrammes du nombre de colonnes dans l'état final pour trois débits, pour une viscosité de 100 cP. Les trois débits sont respectivement égaux à:  $0.136 \text{ cm}^2/\text{s}$  (soit une valeur éloignée du seuil  $\Gamma_c$ ),  $0.277 \text{ cm}^2/\text{s}$  et  $0.315 \text{ cm}^2/\text{s}$  (une valeur proche du seuil).

Il est frappant de constater que la proportion des états comportant 26 colonnes ( $\lambda_{\text{moy}} = 1.15 \text{ cm}$ ) est très importante à bas débit, mais devient insignifiante près du seuil  $\Gamma_c$ . La raison à cela vient du fait qu'à 26 colonnes, la dynamique du motif de colonnes est composée d'un domaine propagatif de taille minimale. Ce domaine va créer derrière son passage un sillage oscillant d'une longueur d'onde moyenne  $\lambda_0$ . A des débits proches de  $\Gamma_c$ , ces oscillations vont s'amplifier, ayant la place pour le faire, et vont provoquer la rupture du motif en faisant naître des défauts. Ainsi, le système va revenir dans une phase turbulente, avant de trouver un état qui lui convient mieux. Ceci est bien illustré par le diagramme de la figure 2.3. Cette tendance montre bien l'influence de l'augmentation du débit sur la déstabilisation de certains états, conduisant à des processus de réorganisations de plus en plus complexes qui durent de plus en plus longtemps.

La situation d'un état à 26 colonnes est en quelque sorte la plus facile à obtenir à bas débit, car elle advient statistiquement pour le plus grand nombre de conditions initiales: à l'instant initial, plusieurs domaines dérivants naissent de façon non contrôlée et commencent à se propager selon leur signe. Puisque la création des conditions initiales est la plus neutre possible quant à un sens particulier de rotation, les domaines dérivants initialement créés sont statistiquement autant dans un sens que dans l'autre. Il en résulte quelques collisions entre ces domaines avec annihilations partielles (voir le chapitre 4 de la partie 1), tant et si bien qu'il ne reste souvent plus au final qu'un ou plusieurs domaines se propageant dans le même sens. Il est plus courant que l'état résultant soit composé d'un état unique, le plus petit possible. D'après les observations expérimentales, il semble que si les états statiques ou oscillants étendus (sur la petite coupelle: 27, 28 colonnes ou plus) ne sont pas au final les plus courants à bas débit, c'est à cause de la sélection de la longueur d'onde  $\lambda_0$  à l'extérieur des domaines dérivants. Une fois



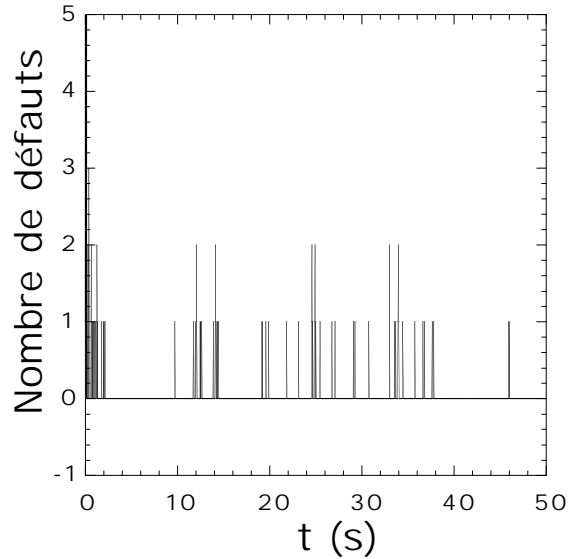


FIG. 2.12 – Exemple du comptage de défauts lors d'un transitoire chaotique ( $\Gamma = 0.315 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $\eta = 100 \text{ cP}$ ).

cette longueur sélectionnée, il est difficile au système de basculer vers une valeur correspondant à un état statique homogène, fixée par la condition:  $\lambda = \frac{\pi d}{n}$ . On retrouve ici un autre effet de la taille finie du système. La situation d'un état à 26 colonnes est au final la plus couramment obtenue à bas débit. Par la suite de l'augmentation du débit, cette situation va devenir de moins en moins stable, ce qui va permettre au système d'atteindre plus fréquemment l'état à 27 colonnes, dont les conditions initiales d'obtention sont sans doute voisines de celles des états à 26 colonnes. Les proportions d'obtention des états à plus faible nombre de colonnes (23, 24 et 25) sont quant à elles inchangées par la variation du débit. Les conditions initiales requises pour atteindre ces situations finales sont plus spécifiques que celles permettant d'atteindre les états à 26 colonnes. Il n'y a donc pas d'influence de la perte de stabilité des états à 26 colonnes sur la proportion d'obtention des états de plus faible nombre de colonnes.

## 2.3 Comptage de défauts

Ce paragraphe expose l'étude quantitative d'une grandeur caractérisant la turbulence dans notre expérience. Sur le problème du choix de cette grandeur, nous avons vu dans le chapitre 1, les différentes tentatives de quantification de la fraction "turbulente" lors d'études de systèmes expérimentaux ou numériques. Nous en avons déduit que dans notre système, une quantité adaptée est le nombre de défauts par unité de temps.

Néanmoins, si on souhaite appliquer une telle mesure lors des transitoires chaotiques étudiés dans ce chapitre, il se pose rapidement le problème suivant: au cours de chacun de ces transitoires, les défauts apparaissent selon un scénario très dépendant des conditions initiales, comme on pouvait s'y attendre. Une grandeur relative au nombre de défauts durant un transitoire n'a de sens que si elle est la moyenne effectuée sur un grand nombre de mesures. Un exemple typique du nombre de défauts au cours d'un transitoire chaotique est illustré en figure 2.12.

Il apparaît impossible d'extraire une tendance mathématique sur un petit nombre de telles



FIG. 2.13 – Zoom sur les défauts du motif lors d'un état chaotique. A gauche: défaut (+1), naissance d'une nouvelle colonne. A droite: défaut (-1), fusion de deux colonnes en une seule.

acquisitions. Il a donc fallu travailler sur un grand nombre d'acquisitions: 250 acquisitions par débit, comme lors de l'étude statistique des  $\Delta T$ . Malgré ces nombreuses acquisitions, les tendances obtenues près du seuil  $\Gamma_c$  sont affectées par des incertitudes notables. On procède donc ainsi: pour un débit donné, on effectue un comptage de défauts lors de 250 acquisitions. Ces défauts sont comptés grâce à un programme qui seuille les niveaux de gris sur une ligne horizontale de diagramme spatio-temporel: il s'agit donc de compter le nombre de colonnes à chaque instant, le nombre de défauts étant déduit par la valeur absolue de la différence des deux nombres de colonnes à deux instants consécutifs. Le pas de temps avec lequel est effectué ce comptage est lié à la fréquence maximale d'acquisition de la caméra et du traitement par la carte d'acquisition: 25 images par seconde. Le pas de temps est donc de  $1/25^e$  de seconde. La figure 2.13 montre une vue zoomée de l'aspect topologique d'un défaut dans l'espace/temps.

Bien qu'on ait vu qu'il puisse naître deux défauts de même signe au cours d'un même pas de temps (voir 2.14), il est rare qu'il y ait apparition simultanée d'un défaut (-1) et d'un défaut (+1) au cours du même pas de temps. Une observation attentive des diagrammes spatio-temporels a révélé qu'il était par contre assez courant que deux défauts du même signe apparaissent simultanément, quasiment toujours à des endroits très voisins comme sur la figure 2.14. Sur notre système de taille assez réduite (25 à 30 cellules) et compte tenu du pas de temps assez faible par rapport au temps caractéristique mis en jeu dans la dynamique ( $\sim 1$  s.), il est très rare d'avoir à des endroits éloignés des défauts simultanés (de même signe ou de signe contraire). Néanmoins, ce type d'évènements n'est plus si rare à plus haut débit (dans le cas où le chaos est permanent) et entraînent une sous-estimation du nombre réel de défauts, car le programme comptabilise les évènements simultanés  $(+i)(-j)$  comme contenant  $|i - j|$  défauts au lieu de comptabiliser le nombre réel de défauts  $i + j$ .

En sommant le nombre de défauts apparaissant au cours des 250 acquisitions à chaque pas de temps, et en divisant la somme obtenue par 250, on obtient une quantité encore difficile à exploiter. En effet, en raison de la finesse du pas de temps (0.04 secondes), l'allure de cette moyenne ressemble à un peigne: même à des temps assez courts, il existe de nombreux pas de temps où aucun défaut n'est apparu au cours des 250 acquisitions (cette affirmation un peu floue est clarifiée par la figure 2.15 représentant la somme des défauts sur les 250 acquisitions). Cette situation est inadapté à l'extraction d'une loi mathématique "continue" du type loi de puissance ou loi exponentielle.

Pour remédier à cela, on considère une grandeur moyennée au cours des 250 acquisitions ET dans le temps. On va donc considérer le taux de défauts  $m_{\delta T}(t)$  qui est le nombre de défauts par unité de temps apparaissant entre  $t$  et  $t + \delta T$ . Ce taux représente en quelque sorte une



FIG. 2.14 – Vue zoomée sur l'apparition de deux défauts (-1) au cours du même pas de temps (suivi d'un défaut (+1)).

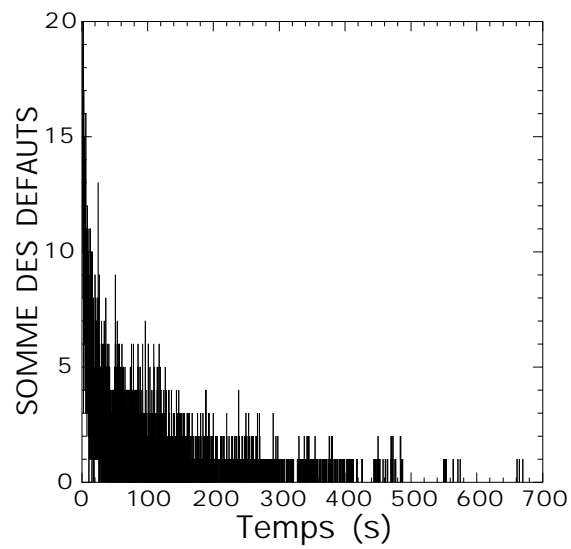


FIG. 2.15 – Somme des défauts au cours de 250 acquisitions ( $\Gamma=0.315 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $\eta=100 \text{ cP}$ ).

probabilité d'apparition d'un défaut autour de  $t$  (l'origine des temps étant toujours déterminée par le moment où la coupelle déborde).

La valeur  $\delta T$  doit être choisie suivant deux compromis:

- Elle doit être suffisamment petite pour avoir un sens. Elle ne doit pas dépasser le temps caractéristique de l'expérience.

- Elle ne doit pas être trop faible, car sinon la moyenne obtenue aura encore l'allure inexploitable d'un peigne, avec des valeurs nulles pour des temps assez courts. Pour les tracés en valeurs LOG, cela obligera à tronquer très tôt le tracé de  $m_{\delta T}(t)$ . En fait, plus on choisira  $\delta T$  grand, plus on pourra aller loin en temps avant de rencontrer une zone  $[t, t + \delta T]$  où aucun défaut n'est survenu au cours des 250 acquisitions.

Elle a été finalement choisie arbitrairement à 200 millisecondes, soit 5 pas de temps. Il s'est avéré que pour des  $\delta T$  légèrement supérieurs, les tendances obtenues ci-après ne sont que très peu influencées, avec de faibles variations sur les coefficients obtenus. Nous avons néanmoins gardé cette valeur qui reste faible devant le temps caractéristique des états dynamiques du motif de colonnes.

Les figures 2.16-a-f reportent cette quantité  $m_{\delta T}(t)$ , à différents débits. Il est bien évident que les valeurs numériques trouvées pour les exposants sont soumis à une incertitude assez large. Dans un premier temps, nous en donnons la valeur médiane.

- (a) :  $\Gamma=0.136 \text{ cm}^2/\text{s}$ , soit un écart relatif  $\frac{\Gamma_c-\Gamma}{\Gamma_c}$  de 57%.
- (b) :  $\Gamma=0.232 \text{ cm}^2/\text{s}$ , soit un écart relatif de 27.5%.
- (c) :  $\Gamma=0.245 \text{ cm}^2/\text{s}$ , soit un écart relatif de 23.5%.
- (d) :  $\Gamma=0.277 \text{ cm}^2/\text{s}$ , soit un écart relatif de 13.5%.
- (e) :  $\Gamma=0.300 \text{ cm}^2/\text{s}$ , soit un écart relatif de 6%.
- (f) :  $\Gamma=0.315 \text{ cm}^2/\text{s}$ , soit un écart relatif de 1.5%.

A ce stade là, il convient de donner quelques précisions sur ces graphiques:

- Tout d'abord, pour permettre au logiciel d'effectuer les fits nécessaires, il a fallu ajouter une petite valeur ( $10^{-8}$ ) à la densité de défauts, afin qu'il n'y ait pas de valeurs parfaitement nulle. En effet, en raison du nombre limité d'acquisitions (bien qu'assez important), des valeurs nulles surviennent dans les données, bien avant le temps maximal. Ces valeurs nulles correspondent à des temps  $T$  pour lesquels il n'y a eu aucun défaut dans le système entre  $T$  et  $T + \delta T$  au cours des 250 acquisitions. Cette valeur ajoutée de  $10^{-8}$  est par ailleurs complètement négligeable devant le bruit perçu dans les données.

- Les tracés (b) à (f) sont bien fittés par une loi de puissance. L'exposant a tendance à augmenter lorsqu'on s'approche du seuil. Cette tendance reflète l'augmentation d'un temps caractéristique dans l'expérience relié à l'augmentation du temps moyen de retour à l'équilibre. En effet dans de nombreux systèmes à l'approche d'un point critique, il y a divergence d'un temps et d'une distance caractéristique (reflétant une corrélation interne au système) de l'expérience. En approchant la densité de défauts par une fonction du type  $\exp(-\frac{t}{t_0})t^\alpha$ , on retrouve très loin du seuil un comportement dominé par l'exponentielle car  $t_0$  est petit. A partir du moment où le temps  $t_0$  (qui doit dépendre de l'écart au seuil) va augmenter, la tendance en loi de puissance va devenir dominante, au moins aux temps courts. Au vu des données, il apparaît une décroissance en loi de puissance, avec une évolution de l'exposant. En fait, c'est le temps  $t_0$  qui évolue, ce qui semble entraîner une décroissance algébrique<sup>5</sup>. Lorsque, très près du seuil  $\Gamma_c$ ,  $t_0$  devient infini, l'exposant qui fitte les données est bien l'exposant critique qu'on veut trouver. La figure 2.17

---

5. Des fits de données avec une fonction  $\exp(-\frac{t}{t_0})t^\alpha$  ont été tentés: on obtient bien une divergence de  $t_0$ . Cependant, les valeurs de  $t_0$  dépendent beaucoup de la valeur de  $\alpha$  imposée (qui on va le voir, est soumise à une certaine incertitude). Un exemple de cette divergence de  $t_0$  est donnée en figure 2.18 pour une valeur de  $\alpha=0.5$ .

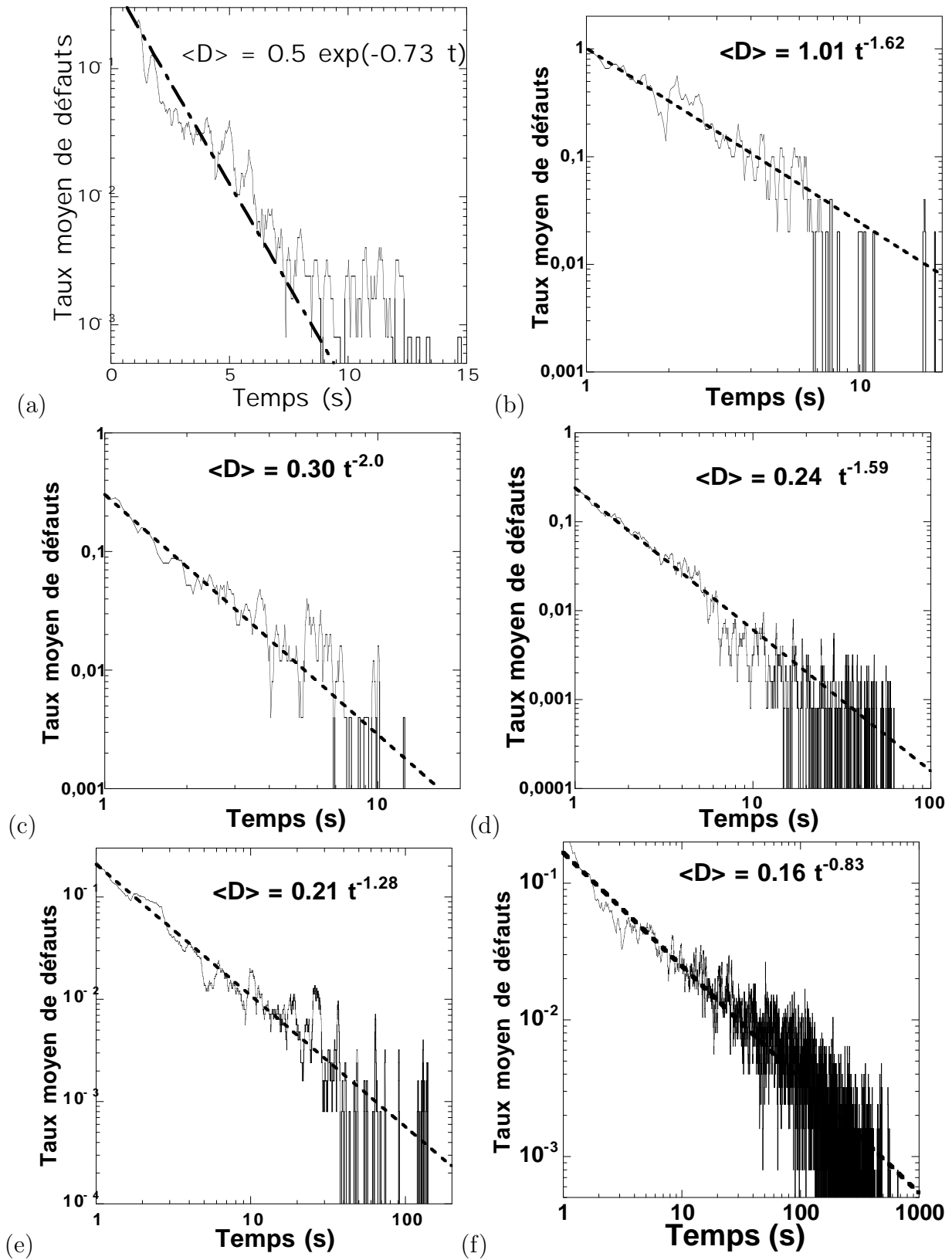


FIG. 2.16 – Taux de défauts moyenné sur 250 acquisitions de transitoires chaotiques en fonction du temps, pour différents débits (croissants de (a) à (f)),  $\eta=100$  cP. Remarquons que la figure (a) est en axes semi-logarithmiques, alors que les figures (b) à (f) sont en axes logarithmiques.

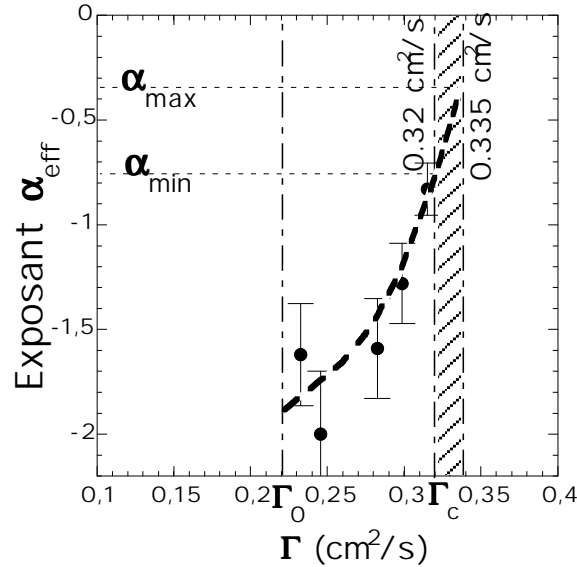


FIG. 2.17 – Evolution du coefficient de puissance effectif  $\alpha_{\text{eff}}$  en fonction du débit. De cette variation, on peut déduire une plage de valeurs pour l'exposant critique  $\alpha$ .

donne la valeur de l'exposant effectif  $\alpha_{\text{eff}}$  trouvé avec les figures 2.16-(b) à (f). En extrapolant dans la plage du seuil trouvée précédemment ( $\Gamma_c = 0.33 \text{ cm}^2/\text{s} \pm 0.01$ ), on évalue le coefficient  $\alpha$  à  $-0.55 \pm 0.2$ , encore une démonstration qu'une petite incertitude sur le seuil implique de grandes variations sur les exposants critiques.

## 2.4 Influence de la taille de la coupelle

Disposant d'une autre coupelle de diamètre  $d=16.7$  cm, soit 1.67 fois plus grande que la coupelle utilisée jusqu'à présent pour l'étude des états chaotiques, nous avons effectué avec celle-ci quelques mesures afin d'évaluer l'influence de la taille du système sur quelques grandeurs.

Pourquoi ne pas alors avoir systématiquement utilisé cette coupelle de diamètre plus élevé dans toute l'étude quantitative qui précède (notamment le comptage de défauts)? Les raisons à cela sont principalement techniques. D'une part, par rapport au processus de d'initialisation du système décrit sur la figure 2.2: un souffle d'air sur le haut de la coupelle chasse du liquide, pour former une cloche, qui éclate et permet le débordement du liquide d'une coupelle presque sèche, au débit souhaité. Ce processus s'effectue de façon beaucoup moins "propre" sur la coupelle de diamètre 16.7 cm. D'autre part, le comptage des défauts s'effectue de façon moins précise lorsque la coupelle est plus large: ceci est la conséquence d'une la perte de précision lors de la visualisation. Avec la caméra COHU traditionnelle utilisée, la finesse des cellules CCD semble insuffisante pour le comptage des défauts. En soignant le mieux possible l'éclairage, il advenait toujours des erreurs dans l'acquisition des défauts (certaines colonnes étaient "oubliées" lors du comptage). Le taux d'erreur allait avoir une influence non négligeable sur l'étude de précision que nous projetions. D'un autre côté, l'utilisation d'une caméra haute résolution aurait grandement pénalisé la vitesse d'acquisition, tant et si bien que nous en sommes restés à la coupelle  $d=10$  cm, qui permet le comptage des défauts avec un taux d'erreur négligeable. Il est à noter tout de même que des opérations de comptage de défauts ont été effectués sur la grande coupelle, dans le cadre d'étude du régime chaotique permanent. Ces mesures sont

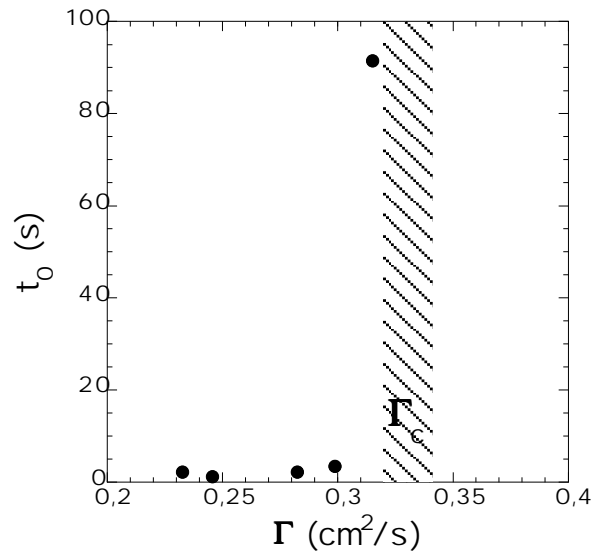


FIG. 2.18 – Evolution du temps caractéristique  $t_0$  à l'approche du seuil.

reportées dans le chapitre suivant, avec une certaine réserve sur leur précision.

En ce qui concerne les états chaotiques transitoires, des mesures de temps de retour à l'équilibre moyen ont été effectuées, principalement avec l'huile silicone 200 cP. La figure 2.19 reporte ces mesures, superposées à celle obtenues avec la coupelle  $d=10$  cm. Chaque point représente une moyenne effectuée sur 50 acquisitions.

A bas débit, la valeur moyenne est à peu près multipliée par le rapport de la taille des coupelles:  $t_0 \simeq 12$  secondes alors qu'on avait une valeur de 8 secondes environ à  $d=10$  cm. Une mesure de moyenne a été effectuée dans la zone de  $\Gamma$  du deuxième palier associé aux états finaux oscillo-dérivants (et a demandé beaucoup de temps!). La moyenne obtenue est là encore à peu près égale au temps moyen à bas débit multiplié par la taille du système, ce qui conduit à la loi empirique suivante:  $t_1 \simeq d^2$ , dans la zone du deuxième palier.

Une série de mesures de  $\Delta T$  a aussi été effectuée à 100 cP, pour une valeur de débit (faible) de  $0.137$  cm<sup>2</sup>/s. La moyenne obtenue est environ 1.6 fois plus grande que la valeur du palier à bas débit obtenue avec la coupelle  $d=10$  cm, ce qui confirme la tendance des mesures à 200 cP.

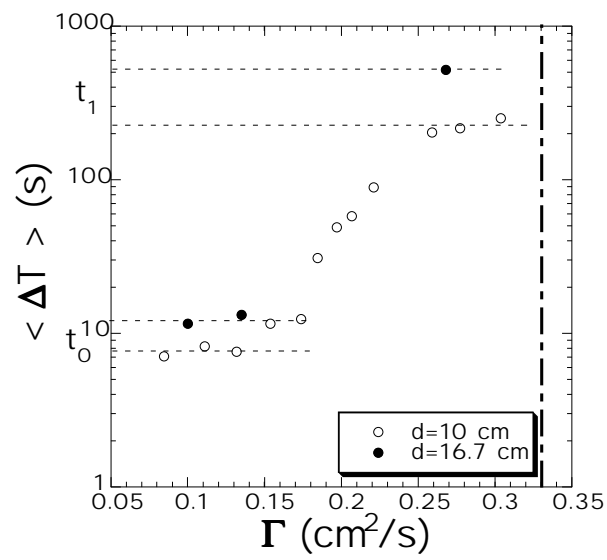


FIG. 2.19 – Superposition des mesures avec la coupelle  $d=10$  cm (ronds blancs) et des mesures avec  $d=16.7$  cm (ronds noirs).  $\eta=200$  cP



## Chapitre 3

# Etude du chaos en régime permanent

### 3.1 Vue d'ensemble

On s'intéresse désormais aux régimes chaotiques permanents, obtenus à des débits supérieurs à  $\Gamma_c$ . Bien que la plupart des quantités considérées soient les mêmes que dans l'étude des états chaotiques transitoires, le cadre d'étude est très différent. Il ne s'agit plus ici de regarder les comportements statistiques dans l'espace des conditions initiales (en multipliant les acquisitions) comme dans la situation de transitoires turbulents, mais de définir des grandeurs statistiques au cours d'acquisitions très peu nombreuses mais très longues. Le fait d'être en régime permanent nous permet légitimement d'utiliser cette approche. En regardant le système pendant un temps suffisamment long, il doit alors être possible de définir des grandeurs moyennes ne variant pas d'une acquisition à l'autre. Cependant, nous allons voir que près du seuil, la situation n'est pas aussi simple que cela.

On peut déjà se rendre compte de l'évolution de la dynamique d'ensemble avec le débit. Juste au dessus du seuil, on observe de longues phases laminaires entrecoupées de phases présentant des défauts. Visuellement, la situation est très semblable à un transitoire chaotique en dessous du seuil, excepté que celui-ci finissait toujours par rejoindre un état stable ce qui n'est plus le cas ici. Les diagrammes spatio-temporels des figures 3.1 donnent des exemples typiques de ces longues phases laminaires émergeant dans un état chaotique permanent juste au dessus du seuil.

A des débits plus élevés, on n'observe plus ces longues phases laminaires: l'apparition des défauts est beaucoup plus homogène dans le temps. La fréquence d'apparition de ces défauts semble augmenter lors qu'on augmente le débit, comme l'illustrent les figures 3.3-a et b.

Pour l'huile silicone 200 cP, à haut débit, la dynamique de l'état chaotique apparaît très marquée par la présence de domaines dérivants à faible durée de vie (voir figure 3.4). Ce type de dynamique chaotique a été observé dans l'instabilité de l'imprimeur (thèse de S. Michalland [102]), mais contrairement à notre système, était obtenu pour de faibles valeurs du paramètre de contrôle.

Egalement, le débit semble avoir une influence sur la longueur d'onde moyenne: à 200 cP, le "chaos propagatif" implique une longueur d'onde moyenne beaucoup plus importante que lorsqu'on est près du seuil.

Pour tenter de confirmer cette tendance avec l'huile silicone 100 cP, nous avons reporté l'histogramme des nombres de colonnes, comptabilisées au cours de longues acquisitions (20 minutes environ). Il s'est avéré que ces histogrammes variaient très peu d'une acquisition à l'autre (sauf très près du seuil  $\Gamma_c$ ), et donc ils sont directement la caractérisation de l'influence

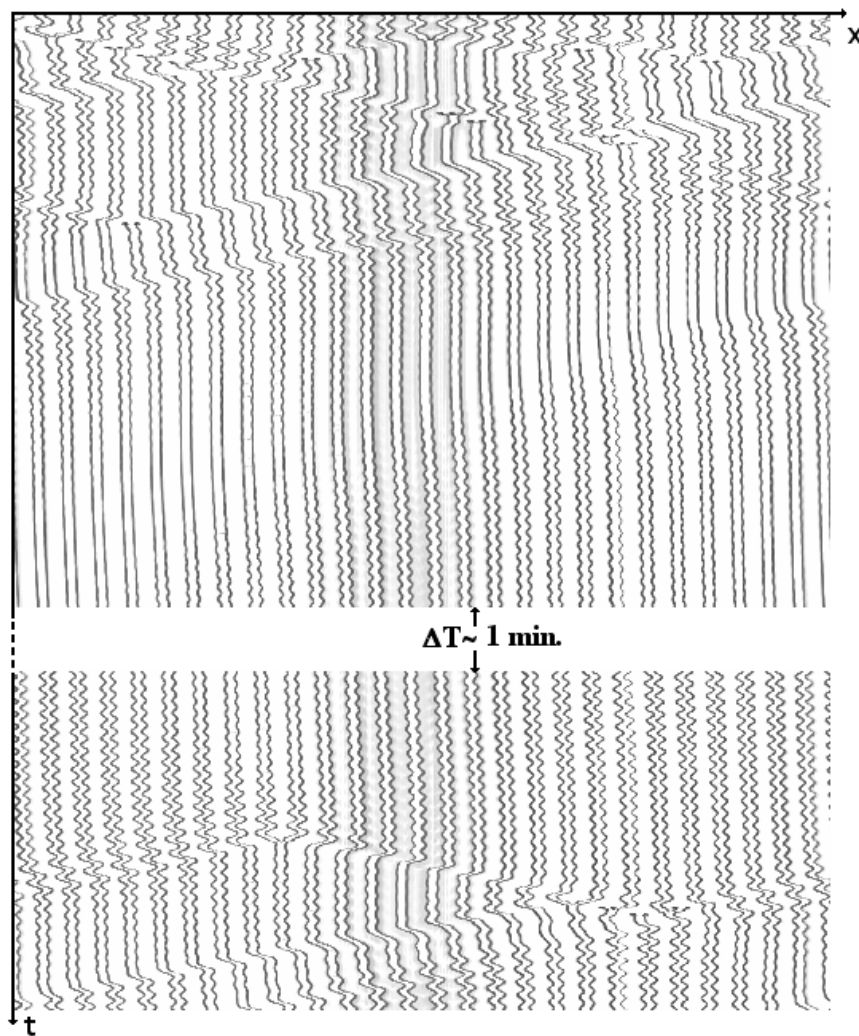


FIG. 3.1 – Extraits de la dynamique d'un état chaotique juste au dessus du seuil  $\Gamma_c$  ( $\Gamma = 0.343$   $\text{cm}^2/\text{s}$ ,  $\eta = 100$  cP). On note l'existence d'une longue phase laminaire, se cassant sous l'effet d'un état d'oscillations amplifiées.

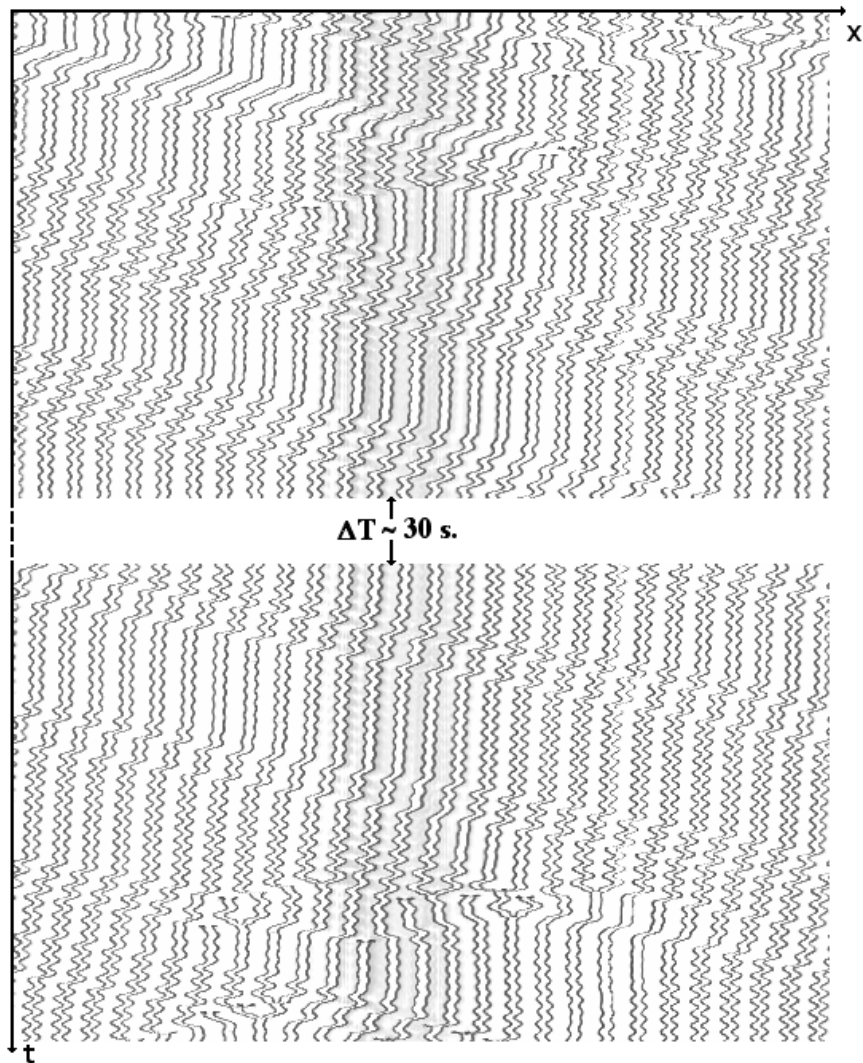


FIG. 3.2 – Autre exemple d'état chaotique état chaotique un peu au dessus du seuil ( $\Gamma = 0.388$   $\text{cm}^2/\text{s}$ ,  $\eta = 100$  cP). Là encore, une phase sans changement de nombre de colonnes perdue pendant quelques dizaines de secondes.

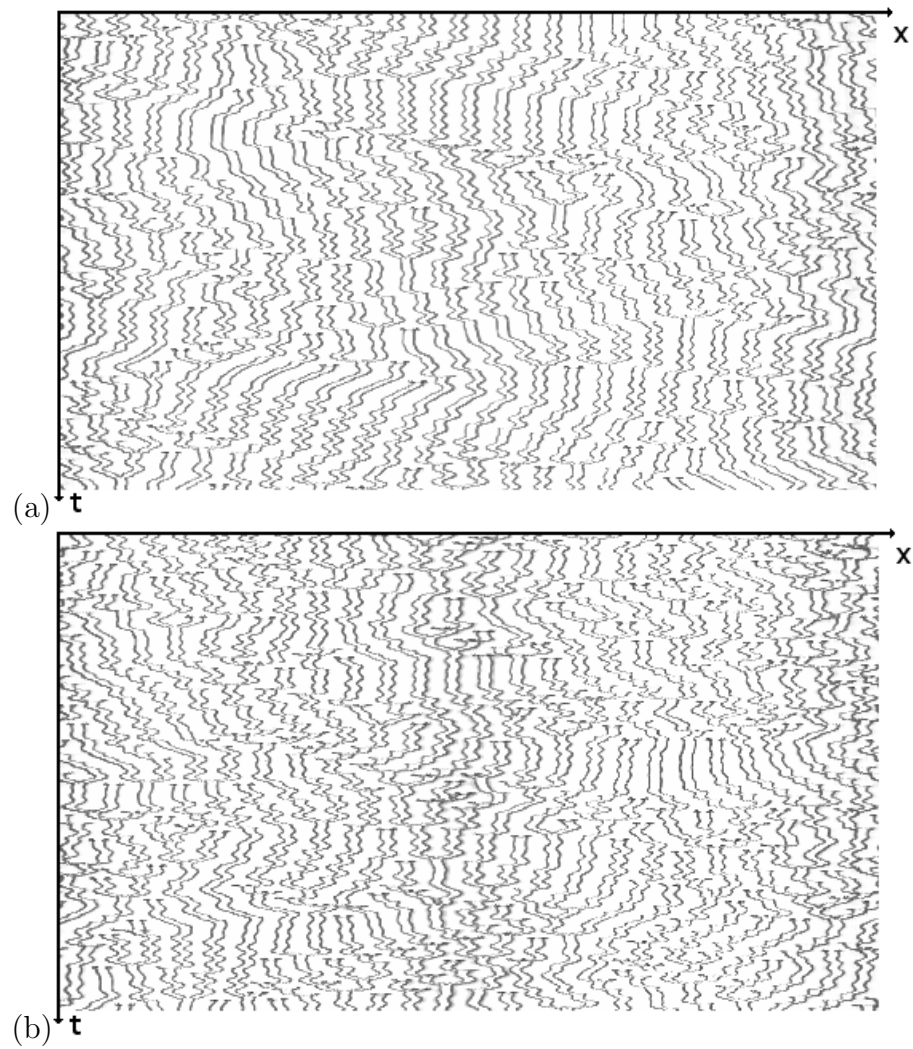


FIG. 3.3 – Chaos spatio temporel à plus haut débit ( $\eta=100$  cP). (a)  $\Gamma = 0.503$   $\text{cm}^2/\text{s}$ . (b)  $\Gamma = 0.660$   $\text{cm}^2/\text{s}$ . On remarque un plus grand taux de défauts à haut débit.

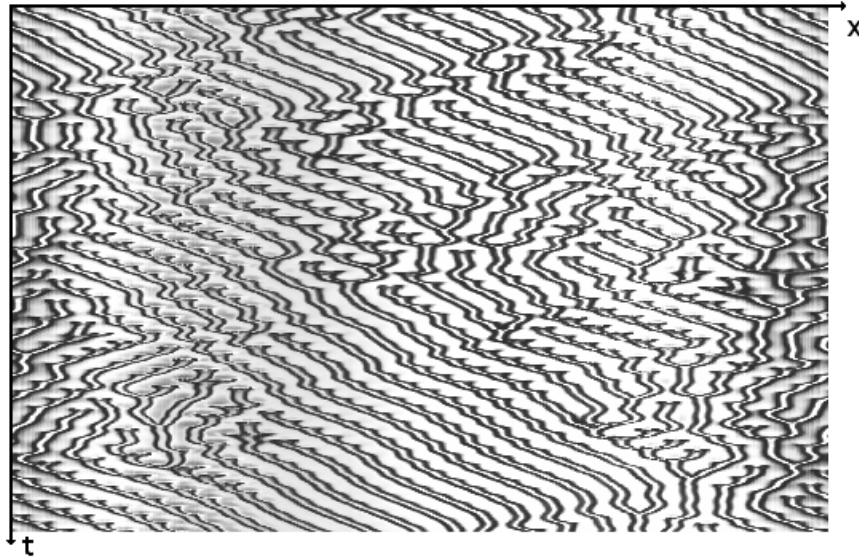


FIG. 3.4 – Manifestation de désordre avec une présence prépondérante de domaines dérivants ( $\Gamma = 0.461 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $\eta=200 \text{ cP}$ ).

du débit sur la longueur d'onde moyenne dans un état de chaos spatio-temporel. Les figures 3.5-a-e montrent ces histogrammes pour des débits croissants de (a) à (e) (les  $\langle . \rangle$  indiquent une moyenne au cours du temps):

- (a):  $\Gamma=0.354 \text{ cm}^2/\text{s}$ .  $\langle \lambda_{moy} \rangle = 1.165 \pm 0.01 \text{ cm}$ .
- (b):  $\Gamma=0.388 \text{ cm}^2/\text{s}$ .  $\langle \lambda_{moy} \rangle = 1.205 \text{ cm}$ .
- (c):  $\Gamma=0.492 \text{ cm}^2/\text{s}$ .  $\langle \lambda_{moy} \rangle = 1.268 \text{ cm}$ .
- (d):  $\Gamma=0.610 \text{ cm}^2/\text{s}$ .  $\langle \lambda_{moy} \rangle = 1.318 \text{ cm}$ .
- (e):  $\Gamma=0.736 \text{ cm}^2/\text{s}$ .  $\langle \lambda_{moy} \rangle = 1.347 \text{ cm}$ .

Ces histogrammes révèlent bien une croissance de la longueur d'onde moyenne avec le débit. La figure (f) en bas à droite révèle un saut dans la longueur d'onde moyenne, lors du passage par le seuil. Les ronds blancs ont été obtenus en dessous du seuil par des moyennes sur les états finaux après les transitoires chaotiques (voir histogrammes figure 2.11). Les ronds noirs, au dessus du seuil correspondent aux histogrammes des figures (a) à (e). A haut débit, le système voit donc sa longueur d'onde moyenne augmenter.

## 3.2 Comptage de défauts

De la même façon que lors de l'étude des transitoires chaotiques, on effectue des mesures quantifiant la turbulence, en variant le débit. Il s'agit donc encore de compter le nombre de défauts au cours du temps, en calculant la valeur absolue de la différence entre deux valeurs de nombre de colonnes consécutifs, à chaque pas de temps ( $dt=0.04$  seconde). Dans le chapitre précédent sur les transitoires, nous avons émis quelques réserves sur la méthode de comptage des défauts: cette méthode occulte les apparitions de défauts (+1) et (-1) simultanément au cours d'un même pas de temps. Pour des débits assez faibles (dans le cas transitoire, ou dans la tranche inférieure du chaos permanent), ces événements sont négligeables et le fait de ne pas les prendre en compte modifie très peu les statistiques quantitatives. Cependant, ce n'est plus négligeable à plus haut débit: la fréquence d'apparition des défauts peut dépasser la dizaine de

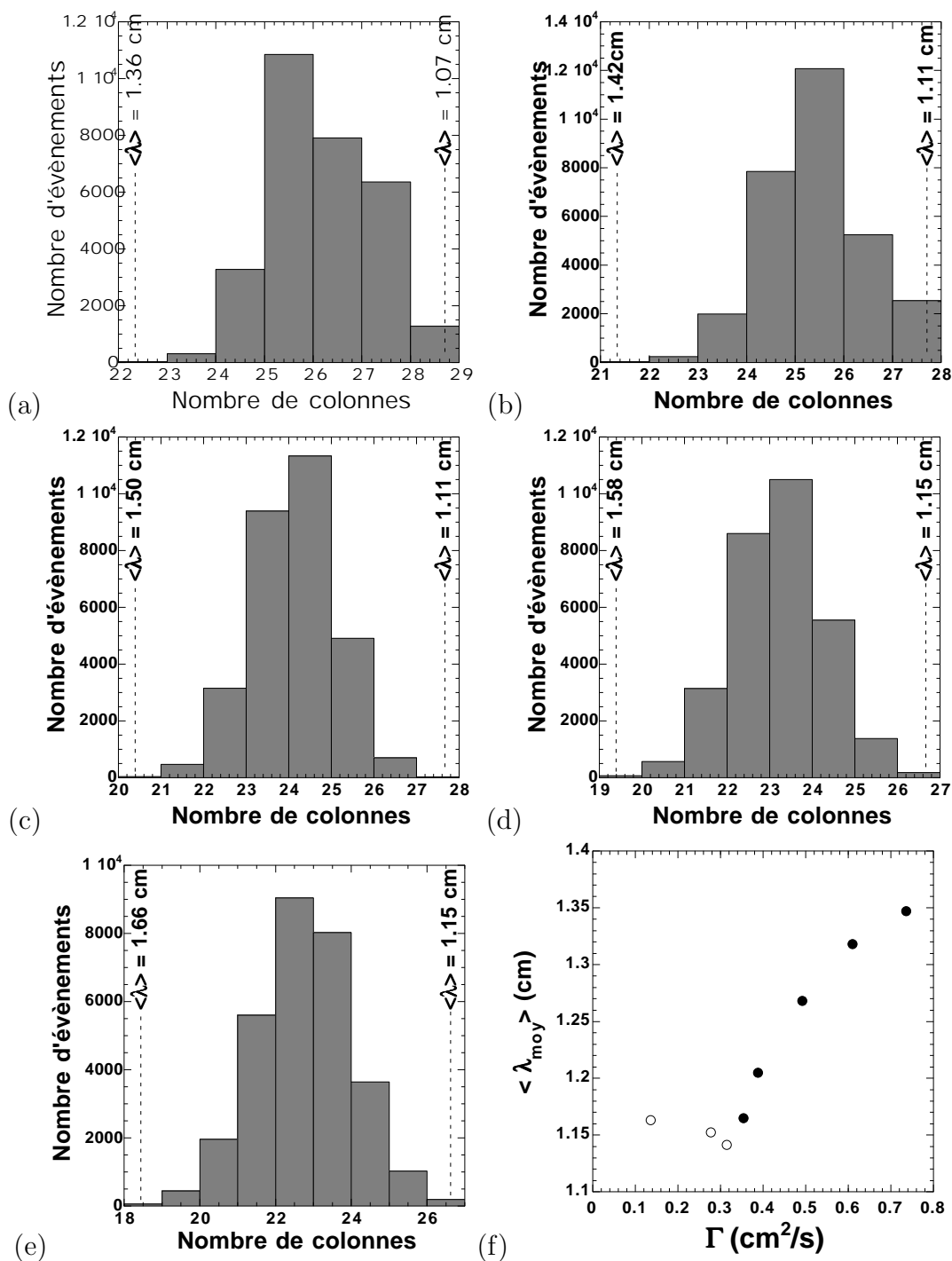


FIG. 3.5 – Histogramme des longueurs d’onde moyennes (représentées en nombre de colonnes) au cours d’un état chaotique permanent (durée  $\sim 20$  mn),  $\eta=100$  cP. Le débit augmente de (a) à (e). La figure (f) représente la longueur d’onde moyennée spatialement et temporellement (conditions d’obtention: voir texte).

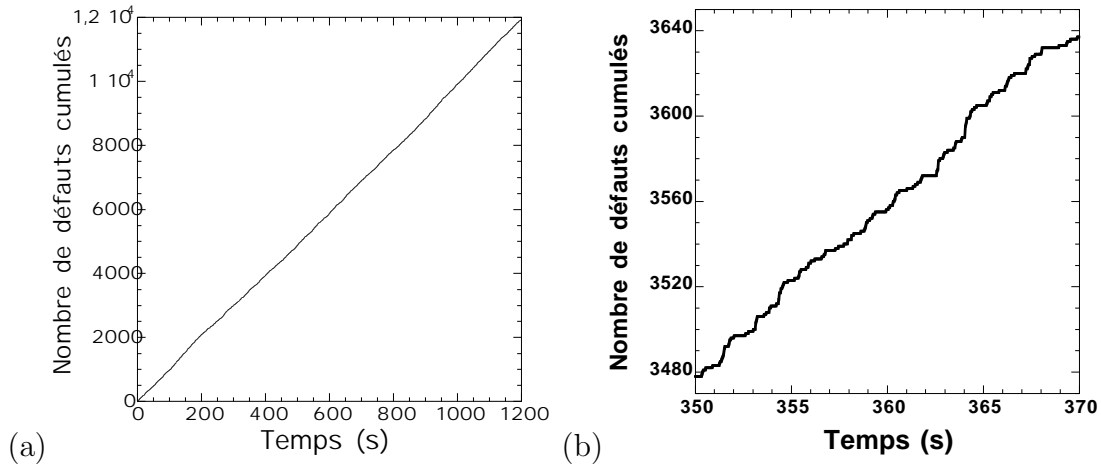


FIG. 3.6 – (a) Nombre de défauts cumulés pendant une acquisition ( $\eta=100$  cP,  $\Gamma=0.54$  cm<sup>2</sup>/s). (b) Zoom de (a) sur une durée de 20 secondes.

défauts par seconde, ce qui donne un temps moyen pour un défaut assez proche du temps entre deux comptages. Il est donc quasiment sûr qu'on "oublie" de comptabiliser un certain nombre d'évènements. Il convient donc d'émettre des réserves préliminaires sur les mesures effectuées en régime permanent: dans les débits supérieurs, la valeur mesurable par notre méthode est une sous-estimation du nombre réel de défauts. Nous allons voir tout de même que cette valeur mesurée peut rendre compte de certaines tendances.

Dans le cas du chaos permanent, la moyenne temporelle des défauts, comme quantification de la turbulence, a un sens car si on zoome la somme des défauts au cours du temps sur une faible durée (une durée néanmoins grande devant le pas de temps de l'acquisitions), on trouve généralement la même pente reliant le nombre de défauts et cette durée ( $\frac{\Delta N}{\Delta T}$ ). C'est ce qu'illustrent les tracés des figures 3.6. La durée de l'image zoomée est de 20 secondes. Même au cours de cette courte durée, il est possible d'effectuer une mesure du taux de défauts par unité de temps. Il suffit pour cela d'extraire la pente des deux graphiques de la figure 3.6. La longueur totale des acquisitions (20 minutes) ne fait qu'augmenter la précision de la moyenne obtenue, car des acquisitions plus courtes suffisent en général.

Près du seuil cependant, l'existence de longues phases laminaires va perturber la mesure de la moyenne, même lorsque celle-ci est effectuée sur une durée de 20 minutes. En effet, d'une acquisition à l'autre, il a été observé une variation dans la moyenne temporelle (taux) des défauts. Au cours d'une même acquisition de 20 minutes, le système peut très bien s'être trouvé à plusieurs reprises dans de longues phases laminaires (1 à 2 minutes à chaque fois), mais peut n'avoir aussi contenu aucune longue phase laminaire. Dans ces deux cas différents, les moyennes obtenues sur les 20 minutes vont être assez différentes.

Même au coeur d'une phase turbulente, l'apparition des défauts près du seuil est relativement irrégulière par rapport à une situation éloignée du seuil. La figure 3.7 montre cette irrégularité en effectuant un zoom dans une phase en apparence turbulente, sur une durée de 20 secondes. La comparaison avec la figure 3.6-b est révélatrice.

La figure 3.8 reporte le taux de défauts en fonction du débit. Ce taux semble varier linéairement avec l'écart au seuil (bien que des exposants voisins de 1 puissent donner aussi de bons accords. La puissance retenue est égale à 1, avec une précision de  $\pm 0.1$ ).

Le zoom de la figure 3.8-b donne une idée de ce qu'il se passe près du seuil  $\Gamma_c$ . Compte tenu

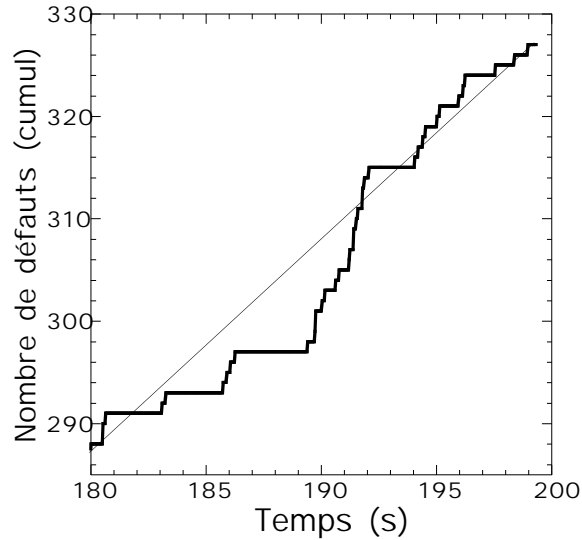


FIG. 3.7 – Quantité de défauts sommée au cours du temps, dans une acquisition effectuée juste au dessus du seuil  $\Gamma_c$ , présentant des phases entièrement laminaires.

de la précision dans la valeur de ce seuil, on ne voit pas de discontinuité. On est par ailleurs trop près du seuil pour avoir une tendance claire quant à une détermination plus précise de l'exposant critique. Dans cette zone de débit, la longueur de corrélation du système est de l'ordre de sa taille. La valeur de l'exposant critique est donc évaluée plus loin du seuil (ce qui peut sembler contradictoire avec la criticalité!).

Chaque point de mesure correspond à une moyenne obtenue sur une acquisition de 20 minutes. Compte tenu de l'existence de longues phases laminaires, dont la durée n'est pas négligeable devant la durée totale de l'acquisition, il est possible que cette discontinuité n'apparaisse plus si la durée des acquisitions est multipliée par 5 ou 10. En raison des capacités mémoires de notre ordinateur, il n'a pas été possible de confirmer cette suggestion. Néanmoins, nous avons reporté la valeur obtenue en faisant la moyenne sur la totalité des acquisitions à un même débit près du seuil.

Cette dépendance linéaire du nombre de défauts par rapport à l'écart au seuil a déjà été observée dans l'expérience de Rehberg et al. en électroconvection [98]. Nous verrons dans le paragraphe suivant que cette loi linéaire n'est pas générale.

En essayant de mettre l'ensemble des mesures obtenues sur les deux coupelles, sur une seule courbe, nous avons vu que le nombre de défauts par unité de temps ne dépendait ni linéairement, ni exponentiellement (une tendance prévue dans les études de Shraiman [48] notamment) de la taille du système. Le meilleur fit utilisant une puissance de la taille du système conduit à un rescaling en  $d^{3/4}$ , comme reporté sur la figure 3.9. Néanmoins, nous sommes conscients que deux tailles de systèmes sont insuffisantes pour dresser une loi fiable! Cette loi d'échelle a le seul mérite de donner une idée de la tendance attendue, mais ne sera plus forcément vérifiée pour des systèmes plus grands.



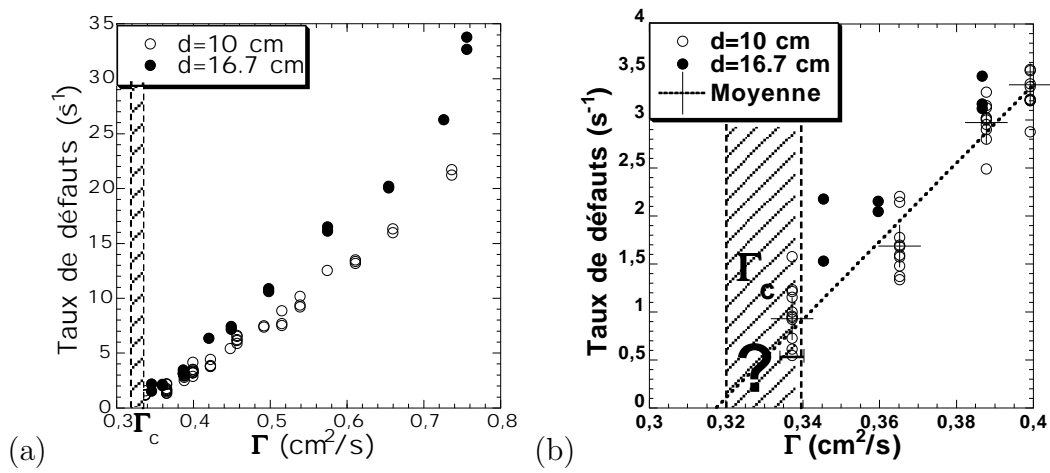


FIG. 3.8 – (a) Taux de défauts en fonction du débit (mesures sur une durée de 20 minutes). (b) Zoom près du seuil suggérant une discontinuité (ligne pointillée passant par les croix: moyenne sur toutes les acquisitions).

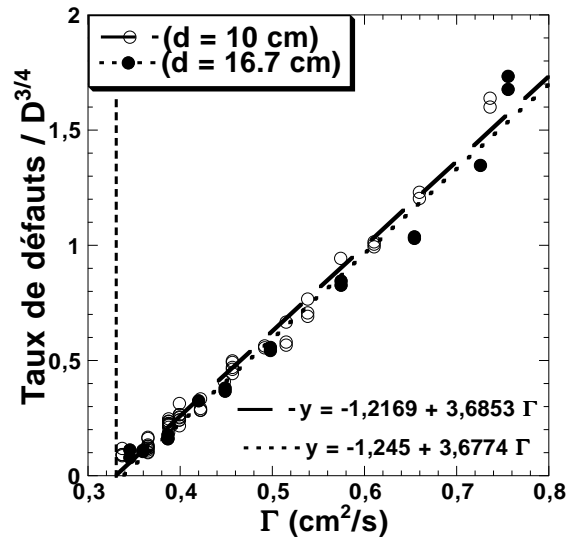


FIG. 3.9 – Essai de loi d'échelle du nombre de défauts avec la taille du système.

## Comparaisons avec d'autres expériences et les systèmes numériques modèles

Dans leur article sur l'expérience de l'anneau de ferrofluides, P. Rupp, R. Richter et I. Rehberg [95] réunissent dans un tableau les mesures de quatre exposants critiques pour différents systèmes. Nous rappelons la définition des exposants critiques usuels (tirés de [77]):

- $\alpha$  est l'exposant de décroissance algébrique du paramètre d'ordre  $m$  (grandeur quantifiant la turbulence) au cour du temps  $t$ , au seuil de la transition en partant d'une condition initiale quelconque. Ce n'est bien sûr mesurable que pour un transitoire chaotique. En toute rigueur, il doit être mesuré dans la limite d'un système de taille infini.  $m \sim t^{-\alpha}$ .

- $\beta$  est l'exposant de variation de la fraction turbulente en fonction de l'écart au seuil ( $\epsilon_c$ ). Là encore, la limite d'étude est une mesure au bout d'un temps infini, pour un système de taille infinie.  $m \sim (\epsilon - \epsilon_c)^\beta$ .

- $z$  est l'exposant de divergence du temps de vie moyen d'un transitoire chaotique juste en dessous du seuil, en fonction de la taille  $L$  du système. Formellement:  $\langle \Delta T \rangle \sim L^z$ .

- $\nu_l$  est l'exposant de divergence de la longueur de corrélation spatiale, à l'approche du seuil (et pour la limite  $L \rightarrow \infty$ ) en turbulence permanente.  $Corr_L \sim (\epsilon - \epsilon_c)^{\nu_l}$ .

- $\nu_t$  est l'exposant de divergence de la longueur de corrélation temporelle (temps de corrélation), à l'approche du seuil (et pour la limite  $L \rightarrow \infty$ ) en turbulence permanente.  $Corr_T \sim (\epsilon - \epsilon_c)^{\nu_t}$ .

- $\mu_s$  est l'exposant de décroissance de la distribution en taille des domaines laminaires.

- J'en définis ici un dernier:  $\gamma$ , qui est l'exposant de la divergence de la durée de vie des transitoires chaotiques, en fonction de l'écart au seuil. Il n'est pas à strictement parler défini près du seuil (ce qui est aussi le cas de  $\beta$ ).  $\langle \Delta T \rangle \sim (\epsilon_c - \epsilon)^{-\gamma}$ . L'exposant  $\gamma$  est sans doute l'analogue à  $\nu_t^1$ , mais je distingue les deux définitions car la façon de les obtenir est très différente ( $\gamma$  est déduit de transitoires chaotiques, alors que  $\nu_t$  est le résultat de mesures de corrélations sur des états chaotiques permanents).

Je rapporte et complète ici une partie du tableau de [95] (certaines valeurs sont aussi prises dans [104]) qui constitue une revue des différentes expériences (et quelques simulations) donnant une mesure des exposants critiques. Les exposants de la percolation dirigée, trouvés théoriquement ou par des simulations, sont aussi donnés. Pour la plupart des systèmes, je précise le temps caractéristique  $\tau$  et la géométrie (annulaire: condition aux limites périodiques; rectiligne: bords fixes).

Sur la comparaison avec la percolation dirigée: comme l'on signalé récemment P. Rupp et al. [95], le motifs de pics de ferrofluides semble être expérimentalement le plus proche de la percolation dirigée. Il reste par ailleurs étrange que l'un de leurs quatre coefficients soit différent de la percolation puisque seuls trois coefficients sont indépendants. Les autres mesures donnent en général des valeurs éloignées de celles de la percolation dirigée.

Nos mesures déterminent de façon relativement rigoureuse les trois exposants  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ , mais il ne faut pas perdre de vue que ce sont des mesures sur un système de taille finie, ce qui en toute rigueur est une entorse à la définition de ces exposants.

Il est à signaler que des mesures de  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  ont été aussi effectuées par Bottin et Chaté dans une chaîne d'applications couplées bidimensionnelles [92]. Nous ne les avons pas reporté dans le tableau car ces valeurs doivent être comparées avec les exposants de la percolation dirigée à 2D, qui sont différents de ceux à 1D. Mentionnons tout de même que dans ce modèle,

---

1. H. Chaté, communication personnelle

N°	Auteurs	Année	Expérience	Taille	$\tau$ (s)	Géométrie
1	Ciliberto et al. [85]	1998	Convection RB	20	10	Annulaire
2	Daviaud et al. [86, 87]	1990	Convection RB	40	2	Rectiligne
3	Daviaud et al.	1990	Convection RB	30	2	Annulaire
4	Michalland et al. [88]	1993	Imprimeur	40	1.5	Linéaire
5	Willaime et al. [103]	1996	Rangée de vortex	15	5	Linéaire
6	Degen et al. [89]	1997	Taylor-Dean	20 (90)	1.5	Linéaire
7	Colovas et al. [104]	1997	Taylor-Couette	30 (70)	0.5	Linéaire
8	Bottin et al. [92]	1997	Couette plan	-	-	Linéaire
9	Rupp et al. [95]	2002	Pics de ferrofluides	108	0.08	Annulaire
10	Chaté, Manneville [61]	1987	Equation KSA	1600	-	Rectiligne
11	Jensen [105]	1999	Perco. dir. (théorie)	-	-	-
12	Essam et al. [106]	1988	Perco. dir. (simul.)	-	-	-
13	Le présent auteur	2001	Colonnes liquides (100 cP)	30 (50)	1	Annulaire

TAB. 3.1 – *Enumération des expériences de mesures des exposants critiques.*

la valeur de  $k$  (voir équation (1.1)) peut permettre d'avoir soit une transition continue, soit une transition discontinue. Pour une transition continue,  $\alpha \simeq 0.36$ ,  $\beta \simeq 0.52$  et  $\gamma \simeq 1.18$ . Pour une transition discontinue ( $k=1/2$ ),  $\gamma=2$  mais  $\alpha$  n'est pas mesurable car la décroissance du taux de turbulence avec le temps ne suit pas une loi de puissance.  $\beta$  n'est pas non plus mesurable car la discontinuité de turbulence est très prononcée au seuil. Dans une chaîne unidimensionnelle, Chaté et Manneville [75] avaient trouvé un exposant  $\mu_s=1.96$

En résumé, la plupart des systèmes expérimentaux présentant un régime d'intermittence spatio-temporelle n'ont pas leurs exposants critiques égaux à ceux de la percolation dirigée (le système de pics de ferrofluides semble constituer une exception notable). Quant à notre motif de colonnes liquides tombantes, il y a encore une question à soulever: a-t-on réellement de l'intermittence spatio-temporelle? Si tel n'est pas le cas, nos mesures ont en tous les cas montré que certains exposants critiques pouvaient quand même être mesurés. Le paragraphe suivant donne un point de vue quant à la nature exacte du régime de chaos spatio-temporel.

## Sur la nature continue/discontinue de la transition chaos transitoire/chaos permanent

D'après ce que nous avons vu des mécanismes dynamiques du motif de colonnes, la transition ordre/désordre n'apparaît pas de la même façon que dans d'autres systèmes. Une augmentation du débit peut en effet provoquer la cassure d'un état laminaire comme on l'a vu au chapitre 4 de la partie précédente. On ne peut pas pour autant affirmer qu'on ait franchi un seuil

N°	Expérience	$\alpha$	$\beta$	$z$	$\nu_l$	$\nu_t$	$\mu_s$	$\gamma$
1	Conv. RB	-	-	-	0.5	-	$1.9 \pm 0.1$	-
2	Conv. RB	-	$0.3 \pm 0.05$	-	$0.5 \pm 0.05$	$0.5 \pm 0.05$	$1.6 \pm 0.2$	-
3	Conv. RB	-	-	-	0.5	0.5	$1.7 \pm 0.1$	-
4	Imprimeur	-	$0.45 \pm 0.05$	-	0.5	0.5	$0.63 \pm 0.02$	-
5	R. de vortex	-	0.5	-	-	1.4 - 1.7	-	-
6	Taylor-Dean	-	$1.30 \pm 0.26$	-	0.64	0.73	$1.67 \pm 0.14$	-
7	Taylor-Couet.	-	1	-	0.3	0.4	1.4 - 2.5	-
8	Couette plan	-	-	-	-	-	-	-
9	Pics de ferro.	-	$0.3 \pm 0.05$	-	$1.2 \pm 0.1$	$0.7 \pm 0.05$	$1.7 \pm 0.05$	-
10	KSA	-	-	-	-	-	3.15	-
11	Perc. dir. (th.)	-	0.276486	-	1.096854	1.733847	1.748	-
12	Perc. dir.(sim.)	0.1597	0.277	1.580	-	-	-	-
13	Col.(100 cP)	$0.55 \pm 0.2$	$1.0 \pm 0.1$	-	-	-	-	$0.8 \pm 0.3$

TAB. 3.2 – *Exposants critiques pour différentes expériences.*

ordre/désordre puisque ce débit de cassure correspond à un état laminaire spécifique, le seuil pouvant être supérieur. D’ailleurs, après un court transitoire désordonné, le système finit généralement par ”attraper” un nouvel état laminaire stable pour ce débit. En toute rigueur, il existe des états laminaires qui se cassent au delà du seuil  $\Gamma_c$ : c’est le cas des états dérivants globaux et des états statiques les plus comprimés. Cependant, ils concernent un ensemble de mesures nulle dans l’espace des conditions initiales. Ces conditions initiales sont de plus très spécifiques: elle sont créées par l’expérimentateur (toujours grâce au déplacement d’une ou deux aiguilles au contact de la partie haute des colonnes) et ne sont jamais atteintes spontanément. Ainsi, le seuil ordre/désordre doit être défini ainsi: au dessus du seuil, un état initialement désordonné, est maintenu désordonné. Au dessous du seuil, un état initialement désordonné ou ordonné atteint (à débit constant) un état final ordonné (sans changement de nombre de colonnes), dont la loi horaire des colonnes est entièrement prédictible. Si cet état est perturbé (on crée localement des défauts), on atteint après un transitoire désordonné un nouvel état laminaire en général différent de l’initial.

Dans le motif de colonnes, la transition ordre/désordre correspond donc au passage d’une dynamique chaotique transitoire (pour des conditions initiales quelconques) à une dynamique chaotique permanente. Le paramètre d’ordre de la transition est alors la densité de défauts au bout d’un temps infini, qui est non-nul par définition dans le cas permanent. On retrouve par extrapolation de cette grandeur à zéro une bonne approximation du  $\Gamma_c$  évalué en étudiant le temps de retour à un état ordonné. Il semble au vu des mesures du taux de défauts au dessus du seuil, que la fraction turbulente ne subisse pas au seuil un brusque saut. La transition semble continue, ce qui légitime a posteriori les mesures d’exposants critiques.

On peut néanmoins se demander quel est le type de turbulence apparaissant dans notre

système. S'agit-il d'intermittence spatio-temporelle comme cela a été suggéré dans de nombreux autres systèmes similaires, ou bien a-t-on affaire à de la turbulence provoquée par des défauts comme l'ont défini Coulet et al. [96] (bien que leur étude s'inscrive au départ dans le cadre bidimensionnel)?

Il est possible de trancher cette question en revenant sur la mesure de la turbulence. Nous avons vu qu'il est impossible d'en définir une mesure autrement que par un comptage de défauts. Ceci signifie notamment qu'il n'y a pas à proprement parler de domaines laminaires ou turbulents, comme c'est le cas dans l'écoulement de Couette plan par exemple. Cette impossibilité de définir des domaines turbulents vient de plusieurs propriétés du système découlant de ses régimes dynamiques:

- L'imprédictibilité du système associée à son caractère turbulent est provoquée par la présence de défauts. Quelque soit la complexité de la dynamique observée, si le motif garde un nombre de colonnes constant, il sera complètement prédictible. Par conséquent, un domaine en mouvement ne peut pas être qualifié de domaine turbulent. Cette constatation confirme de plus les conclusions de l'étude d'Egolf [94] qui stipule que les exposants de Lyapounov maximaux sont localisés au sein des défauts.

- Il n'est pas possible de définir des domaines turbulents par un seuillage en longueur d'onde: en effet, pour une même longueur d'onde, le motif peut être stable ou bien se casser. Lorsqu'il est localisé au sein d'un domaine dérivant, le fort gradient de phase est supporté par le système, mais dans certains cas de figure, il provoque la naissance d'un défaut. La détermination du taux de turbulence n'est donc pas déductible à la suite d'un seuillage en longueur d'onde.

Néanmoins, une autre façon d'aborder la question de la présence ou non d'intermittence spatio-temporelle est de mettre en évidence un caractère contaminant dans le désordre. Si le désordre s'étend par des processus de contamination, on a une signature de l'IST. Cette tentative est abordée dans le paragraphe suivant.

## Sur l'aspect contaminant du désordre

Dans ce paragraphe, on examine très qualitativement l'action éventuelle des défauts sur la contamination du désordre.

Si on reproduit quelques diagrammes sur lesquels on a rajouté une zone noire étendue autour des défauts dans le temps et l'espace, on peut mettre en évidence un éventuel rôle contaminant des défauts. La zone d'action est choisie comme étant un cercle de diamètre égal à la distance moyenne entre colonnes. Suivant l'axe des temps, le diamètre de ce cercle couvre environ 2 périodes d'oscillations. La taille de la zone d'influence aurait pu être choisie plus grande, mais cela aurait nuit à la clarté.

Il n'apparaît pas clairement que les défauts jouent à eux seuls un rôle dans la contamination du désordre. Des événements montrant un, deux ou trois défauts isolés ne sont pas rares et les groupes de plusieurs défauts semblent apparaissent souvent quasi-instantanément. Néanmoins, sur les diagrammes spatio-temporels, on peut clairement percevoir que la présence d'un défaut engendre souvent un ou deux petits paquets dérivants: un exemple frappant est donné en figure 4.2 (chapitre 4 de la première partie du manuscrit consacré à la rupture des états laminaires). Ce fait est aussi révélé dans le diagramme de la figure 3.11 où des lignes noires suivant une paroi d'un domaine dérivant, relie des groupes de défauts. Ces états dérivants ont donc aussi un rôle dans la production de défauts. On a vu par ailleurs dans la première partie (chapitre 4, figures 4.6-a,b et c) que la collision de deux états dérivants produisaient localement des défauts

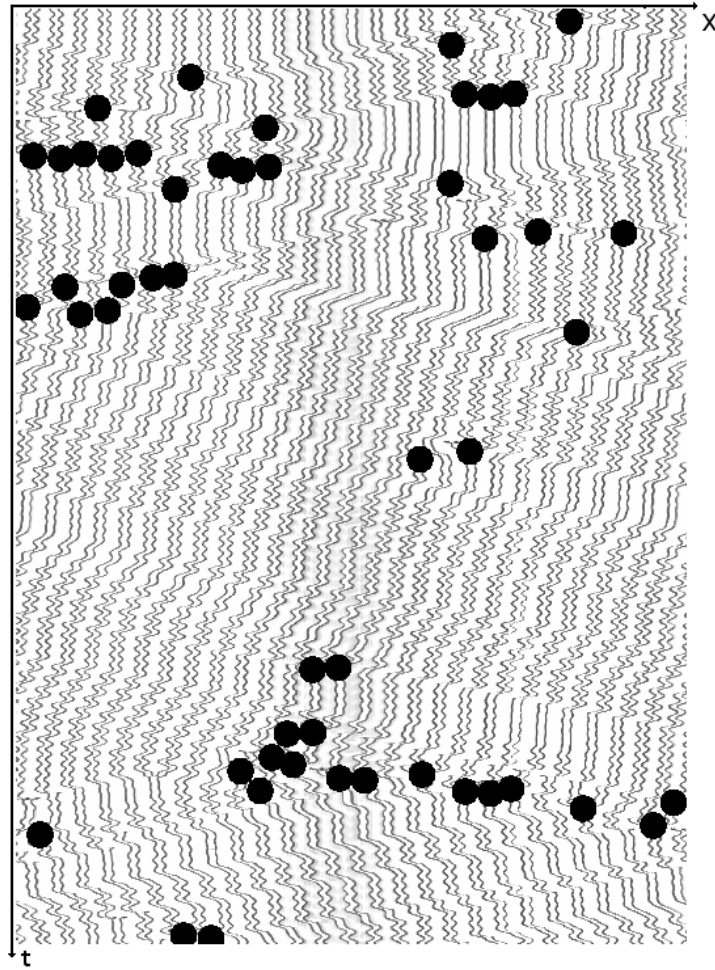


FIG. 3.10 – Diagramme spatio-temporel avec en noir la zone d'influence des défauts ( $\Gamma = 0.343 \text{ cm}^2/\text{s}$ ).

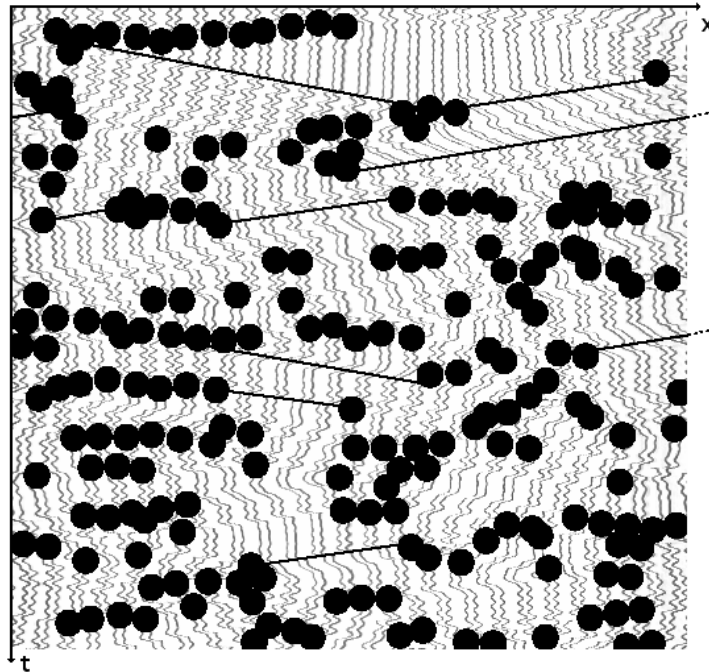


FIG. 3.11 – Diagramme spatio-temporel avec en noir la zone d'influence des défauts ( $\Gamma = 0.503 \text{ cm}^2/\text{s}$ ). Les lignes noires lient les défauts par de petits domaines propagatifs.

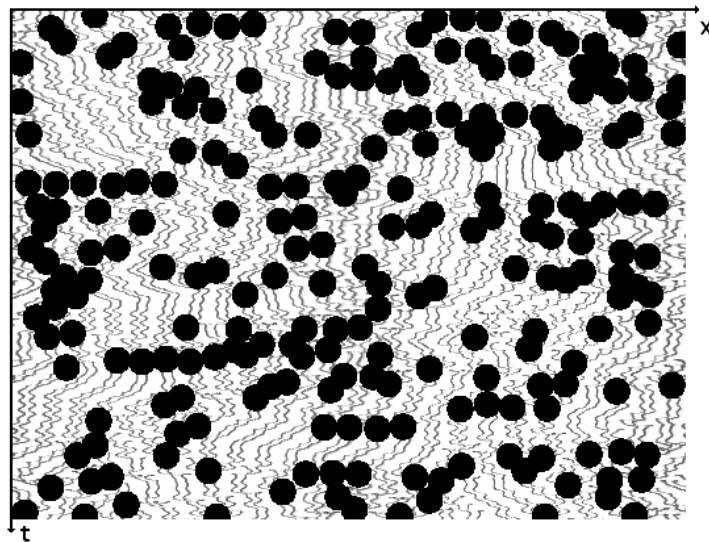


FIG. 3.12 – Diagramme spatio-temporel avec en noir la zone d'influence des défauts ( $\Gamma = 0.660 \text{ cm}^2/\text{s}$ ).

à l'endroit de la collision.

Ces défauts peuvent aussi naître derrière un paquet dérivant: il suffit de reconsidérer la figure 5.5 de la partie 1. On voit clairement que le désordre peut naître du sillage oscillant existant derrière un paquet dérivant (on retrouve ici l'importance d'un modèle pouvant mettre en évidence ce sillage, en couplant le mode à parité brisée avec le mode de vascillation-respiration). Ce type de comportement peut être éventuellement relié aux travaux de la thèse de G. Rousseau [77]: en modifiant un modèle initial de chaînes d'applications couplées, il y a rajouté l'existence de structures propagatives absorbantes, mais pouvant produire des sites turbulents dans leur sillage.

En tout état de cause, que l'on ait ou non de l'intermittence spatio-temporelle, il est possible de mesurer dans un tel système des exposants critiques à l'approche du seuil de transition.



## Une construction possible d'attracteurs ?

Dans cette partie un peu anecdotique, nous reportons une possible démarche de construction de figures géométriques pouvant s'apparenter aux attracteurs dans les systèmes de basse dimension.

Il s'agit de trouver une méthode analogue à l'application de premier retour: dans les systèmes confinés, seules les variations temporelles d'une ou deux quantités sont suffisantes pour caractériser le système. On peut alors utiliser la représentation de la fonction de premier retour comme substitution à la représentation traditionnelle (position/vitesse) dans l'espace des phases. Cette méthode se prête à des cas précis de systèmes où le chaos du système est plus facilement lisible dans une logique itérative, et non pas dans la détermination des grandeurs usuelles de position et de vitesse. Pour donner un exemple simple, la transition vers le chaos dans le gouttage d'un robinet est adaptée cette approche: l'application de premier retour peut être construite en extrayant les écarts de temps entre deux décrochages successifs de la goutte. On retrouve dans cette extraction des écarts de temps, une démarche analogue à l'exécution de section de Poincaré.

Dans le cas général des motifs cellulaires, cette démarche peut être appliquée et généralisée pour des systèmes spatialement étendus, de la façon suivante: il s'agit de couper le diagramme spatio-temporel par une droite verticale (correspondant à un même lieu géométrique). On accède ainsi aux temps de passage successifs d'une colonne sur un lieu géométrique précis de la coupelle, en extrayant les temps d'intersection de cette droite verticale avec les colonnes du diagramme.

Les figures 3.13-a-d résument graphiquement les traitements successifs que doivent subir les diagrammes spatio-temporels, préalablement à cette extraction. A partir d'un diagramme brut (a), il s'agit d'abord de remplir l'intérieur des colonnes (b) par des manipulations de seuillage. La finition du remplissage a d'ailleurs du être finie "à la main" par des outils de dessin, étant donné les inhomogénéités d'éclairage (faibles mais suffisantes pour causer des trous dans le remplissage). Une fois cette pénible opération effectuée, il s'agit de squelettiser l'image obtenue (c). Dans un zoom temporel (d), on détaille un exemple d'extraction des  $\Delta T_k$  successifs. Cette extraction est effectuée par un simple programme de traitement sous MATLAB.

Les figures 3.14, 3.15 et 3.16 illustrent trois exemples d'ensembles de points (je l'ose pas vraiment parler d'attracteurs) obtenus respectivement dans le cas d'un état oscillant étendu, dans le cas d'un état oscillo-dérivant et dans le cas d'un état chaotique transitoire menant à l'état oscillo-dérivant précédent.

Lors de la construction de ces ensembles de points, j'ai restreint pour des raisons de clarté, le processus d'extraction des  $(\Delta T_k, \Delta T_{k+1})$  à une zone géométrique particulière de la coupelle. En d'autres termes, seuls les résultats de quelques coupes verticales sont reportés sur les graphiques. Le nombre de ces coupes est d'une vingtaine pour les figures 3.15 et 3.16, et d'environ deux

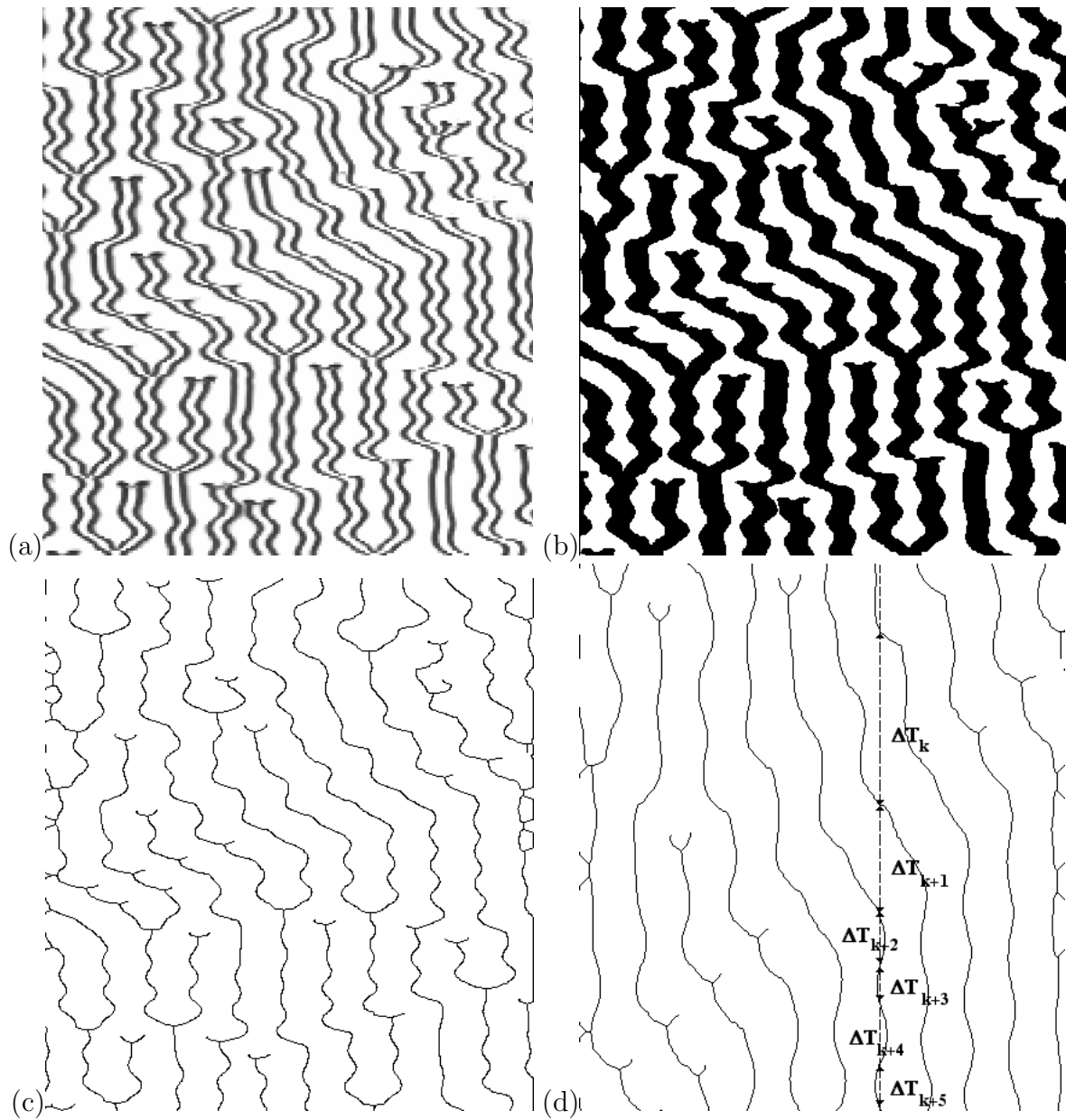


FIG. 3.13 – Les quatre étapes de la reconstruction d'un "attracteur" à partir d'un diagramme spatio-temporel.

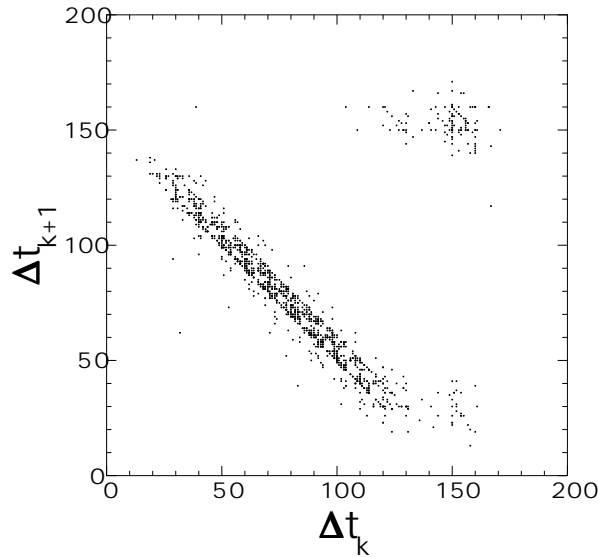


FIG. 3.14 – "Attracteur" d'un état oscillant étendu avec doublement de période.

cent cinquante pour la figure 3.14.

En raison d'une précision insuffisante dans l'acquisition des diagrammes, cette méthode a montré ses limites et ne donne pas vraiment de figure géométrique exploitable. Dans des systèmes expérimentaux, on peut espérer obtenir des résultats exploitables quantitativement avec des outils de visualisation précis (caméra rapide, par exemple). Dans notre système, l'utilisation de tels outils s'avère très compliquée: il faut y ajouter des éclairages puissants et homogènes. Faute de temps, il n'a pas été possible de mener à bien cette expérience. Les résultats n'étaient d'ailleurs pas garantis. Il reste alors à suggérer aux numériciens de tester cette méthode sur des systèmes (équations KS ou CGLE par exemple) où les données peuvent être beaucoup plus fines en espace et en temps.

Une proposition de traitement analogue nous a été suggérée par M. Courbage: il s'agit de couper le diagramme spatio-temporel non plus verticalement suivant un lieu géométrique fixe, mais diagonalement. Si les lois statistiques des écarts de temps obtenus sont indépendants de l'angle (analogue à une vitesse) de la diagonale, la turbulence du système possède alors une homogénéité spatio-temporelle. Dans le cas contraire (ce qui est présager pour notre système), cette étude peut mettre en relief une vitesse caractéristique du transport du désordre (cette vitesse sera, on l'imagine, liée à la vitesse de propagation des domaines dérivants). Les systèmes numériques modèles offrent là encore une précision topologique nécessaire à une telle étude.

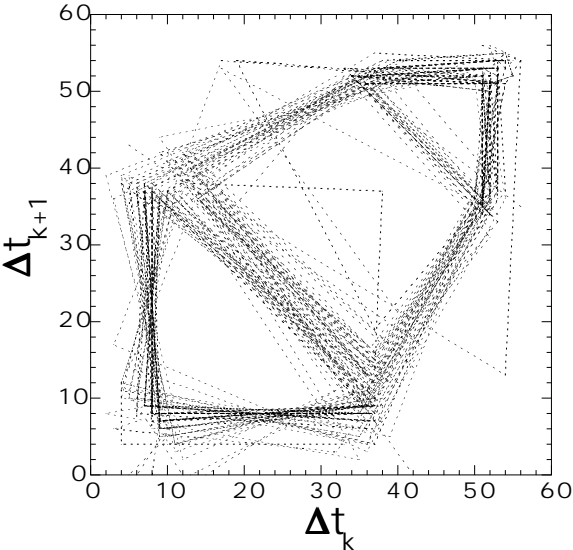


FIG. 3.15 – "Attracteur" d'un état oscillo-dérivant. Ici, les points consécutifs sont joints par des segments.

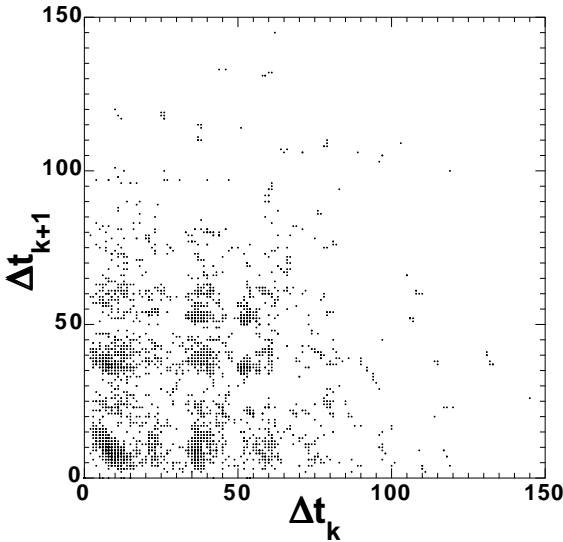


FIG. 3.16 – "Attracteur" d'un état de chaos spatio-temporel transitoire.

## Conclusion

Cette étude du chaos spatio-temporel dans le motif de colonnes liquides tombantes a permis de dégager plusieurs faits importants.

D'une part, il existe un seuil en débit  $\Gamma_c$  au dessus duquel un état initialement turbulent va le rester de façon permanente. Ce fait a permis de scinder l'étude du chaos en deux cas distinct (avec deux approches différentes):

- L'étude de transitoires chaotiques, en construisant des quantités moyennes obtenues sur un grand nombre de conditions initiales.
- L'étude du chaos permanent, avec des quantités moyennées en temps sur de longues acquisitions.

Cela a permis de cerner la difficulté d'une telle étude, accrue lorsqu'on s'approche du seuil. Par valeurs inférieures, il faut attendre de plus en plus longtemps la restabilisation du système, qui, avant d'atteindre son état laminaire final, peut passer par plusieurs phases de restabilisation/cassure/restabilisation. Par valeurs supérieures, le motif peut rester plusieurs minutes dans un état laminaire instable. Finalement, les deux situations décrites sont très proches, à une seule différence: la laminarité de l'état final en dessous du seuil.

Quant à la mesure des exposant critiques, elle est historiquement reliée à la conjecture de Pomeau, sur le lien entre percolation dirigée et intermittence spatio-temporelle. Nous gardons à l'esprit que la faible taille de notre système est une limitation quant à la rigueur de la mesure d'exposants. Rien n'empêche cependant leur mesure dans un système de chaos spatio-temporel, même si l'on n'est pas sûr d'avoir de l'IST à proprement parler. Pour résumer donc:

- Dans notre système, on n'observe pas réellement de zones "turbulentes" coexistant avec des domaines "laminaires", mais plutôt des défauts répartis de façon aléatoire et assez isolés dans l'espace-temps, un peu comme dans la "defect-mediated turbulence" [96]. Le caractère contaminant du désordre semble faire appel à des processus non-triviaux: les défauts ne sont pas localement contaminants (quant à la production de désordre), mais peuvent l'être à plus longue distance par l'intermédiaire des domaines dérivants (et des éventuels sillages oscillants laissés derrière eux).

- Il paraît donc difficile de conclure quant à la présence d'intermittence spatio-temporelle dans notre système<sup>2</sup>. Aucune bifurcation secondaire discontinue (une condition pour l'apparition d'IST) n'a pu être mise en évidence: d'après ce que nous avons vu en première partie, la bifurcation de brisure de parité (domaines dérivants) semble supercritique, bien que leur création demande souvent une intervention (on ne peut pas parler de "perturbation") d'amplitude finie de l'expérimentateur.

On peut néanmoins mesurer un certain nombre d'autres exposants malgré la faible taille de notre système. A l'instar de la recherche de classes d'universalité dans les régimes d'IST en lien

---

2. Nous avons toutefois explicitement fait figurer le terme de "spatio-temporal intermittency" dans plusieurs de nos articles et actes de congrès [44]

avec la percolation dirigée, il serait sans doute souhaitable de rechercher des classes d'équivalences, par mesure d'exposant critiques, dans des systèmes chaotiques où n'apparaît pas clairement de domaines laminaires ou turbulents (existence éventuelle de défauts): au vu de l'étude que nous avons menée, pas toujours avec des conditions optimales (système de taille restreinte, nombre d'acquisitions réduit), certains exposants critiques sont mesurables avec une précision assez bonne. Une telle étude dans des équations modèles du type Kuramoto-Sivashinsky amortie ou Ginzburg-Landau complexe serait particulièrement intéressante (bien que sans doute très coûteuse en temps de calcul). C'est un défi à relever pour les numériciens.

**Troisième partie**

**Nappes liquides tombantes**

# Chapitre 1

## Nappes liquides : rappels historiques et enjeux

Les premiers travaux concernant l'étude de nappes liquides sont dues à Savart [107] qui a observé les différentes formes que prend un liquide en aval d'un jet impactant sur une surface circulaire. Quelques années après, Boussinesq [108] a posé les équations gouvernant la forme des objets liquides obtenus par Savart.

Près d'un siècle plus tard, l'étude des nappes liquides suscite un nouvel engouement. L'une des études expérimentale et théorique les plus abouties a été menée par G.I. Taylor [109]. Quelques années avant Taylor, Hopwood [110] avait formé des cloches en injectant le liquide par une fente annulaire. Puis, Lance et Perry [111] avaient résolu numériquement la forme de cloches fermées, où la pression interne peut être fixée et différente de la pression externe. En reprenant l'esprit des travaux de Savart, C. Clanet a poursuivi l'étude expérimentale et a mené en parallèle une étude théorique de la stabilité de cloches fermées [122]. Il a notamment mis en évidence l'existence d'instabilités générées par modification de la pression interne, menant à la destruction de celle-ci et à la reformation d'une nouvelle cloche. D'autre part, il a montré l'influence de l'angle d'éjection au niveau de l'impacteur, sur l'apparition d'une instabilité provoquant l'éclatement et la reformation de la cloche à différence de pression interne/externe nulle. Enfin, très récemment, l'observation de cloches liquides de forme inédite a été faite par J.W.M. Bush au M.I.T.; l'utilisation d'un liquide plus visqueux que l'eau a permis l'obtention de cloches polyhédrales, par suite d'instabilités brisant la symétrie axiale [112].

Une façon simple pour produire une nappe liquide consiste donc à faire impacter un jet liquide sur un objet, généralement de forme circulaire. Il se forme alors une sorte de galette liquide, où la vitesse de l'écoulement est égale à une constante  $U_0$ . L'expansion radiale de la nappe entraîne une diminution de l'épaisseur  $h$  avec le rayon  $r$ :  $h = \frac{Q}{2\pi r U_0}$ , avec  $Q$  le débit volumique dans le jet en amont.

A côté des nappes annulaires, il existe une autre famille de nappes liquides produites par des dispositifs souvent très différents. Il s'agit de nappes à bords verticaux, aussi appelés "rideaux liquides". Les études de ces nappes verticales ont été initiées par de multiples applications qui leur sont associées et qui sont présentées ci-après. La formation d'un rideau liquide s'effectue généralement par déversement à partir d'une fente. Le liquide est accéléré par la gravité, mais en même temps, les bords du rideau peuvent se cintrer sous l'effet de la tension de surface. C'est pour éviter ce cintrage qu'on dispose sur les bords deux guides verticaux lestés par des poids, qui par capillarité forcent des bords verticaux. A notre connaissance, l'une des premières études dans cette géométrie a été menée par D.R. Brown en 1961 [123]. Une partie des articles



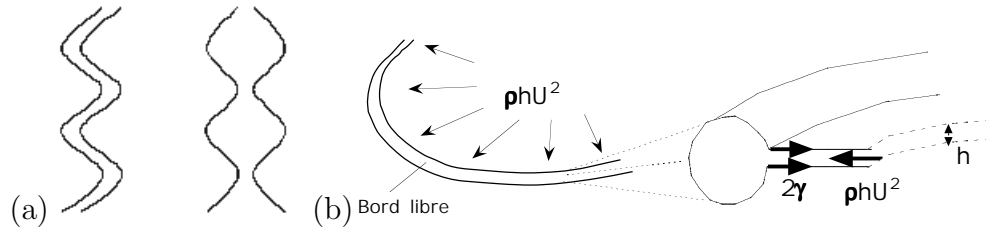


FIG. 1.1 – (a) Déformations à la surface d'un rideau dans une onde variqueuse (à gauche) et sinueuse (à droite). (b) Bilan des forces au niveau d'un bord libre de la nappe.

de Taylor en 1959 traitant aussi du problème de stabilité des nappes peut s'appliquer dans le cas des rideaux [109].

Le même Taylor s'est intéressé alors à la stabilité de tels objets. Les critères de stabilité retenus peuvent se poser dans deux cadres d'étude: une étude en terme d'ondes de surface, susceptibles ou non d'être amplifiées en même temps qu'être advectées par l'écoulement, et une étude des forces s'exerçant sur les bords libres de la nappe. Suivant ces deux cadres, Taylor a montré que les ondes pouvant se développer sur une nappe liquide étaient principalement de deux types: variqueux (déformation symétrique par rapport au plan médian) et sinueux (déformation antisymétrique) comme sur la figure 1.1-a. Enfin, il s'est intéressé à l'équilibre d'un bord de nappe. En l'absence de gravité, l'équilibre résulte de la compétition entre la tension de surface et l'inertie (figure 1.1-b). Le bord du rideau (vu comme un trou dans la nappe) est alors défini par l'équation

$$\rho h U^2 = 2\gamma$$

$h$  étant l'épaisseur locale dans la nappe juste avant le bourrelet,  $U$  la vitesse du fluide normale au trou à cet endroit;  $\rho$  et  $\gamma$  sont la densité et la tension de surface du liquide.

Si l'écoulement est insuffisant pour assurer l'égalité ci-dessus, la nappe ne se forme pas, ou si elle est déjà formée et que la vitesse dans l'écoulement est diminuée, elle se brise par suite de la rétractation du bord libre. Le nombre sans dimension pertinent pour étudier la rupture d'une nappe en gouttes est le nombre de Weber ( $We$ ) défini par:

$$We = \frac{\text{Tension superficielle}}{\text{Inertie}} = \frac{\gamma}{\rho h U^2} \quad (1.1)$$

En appliquant le bilan des forces s'exerçant sur un bord libre de la nappe, Brown [123] a montré que la nappe liquide était instable si  $We > 1/2$ : cela se produit lorsque les forces de tension de surface ( $2\gamma$ ) sont supérieures à la force inertielle due à l'écoulement ( $\rho h U^2$ ). C'est ce même critère sur le nombre de Weber qui est déduit d'une analyse en terme d'ondes de surface [109]. En effet, si on compare la vitesse locale de l'écoulement  $U$  à la célérité  $c$  des ondes sinueuses (les plus rapides, donc les plus susceptibles de remonter l'écoulement), on déduit que ces ondes seront advectées en aval (donc rendues "inoffensives" pour la nappe) si  $U > c$  partout dans la nappe.  $c$  étant égal à  $\frac{2\gamma}{\rho g}$ , on trouve des zones instables dans la nappe si  $We > 1/2$ . Néanmoins, comme certaines études l'ont montré, l'application de ce critère pose certains problèmes qui seront abordés par la suite.

Plus récemment, reprenant et approfondissant les idées de Taylor, S.P. Lin a prédit la stabilité de rideaux liquides en terme de propagation d'ondes de surface. En étudiant expérimentalement [113] et en menant une analyse de stabilité linéaire [114], il est arrivé à quelques subtilités

près aux mêmes conclusions que G.I. Taylor: le nombre pertinent pour étudier la stabilité d'une nappe liquide est le nombre de Weber. Ces points seront développés dans les chapitres suivants. Continuant ce petit historique par ordre chronologique, citons les travaux d'un groupe de la firme KODAK concernant la forme d'une nappe liquide tombante soumise à une différence de pression entre chacun des demis espaces qu'elle délimite [115, 116, 117]. Dans ces articles, il a été notamment étudié (théoriquement et expérimentalement) la réponse à une perturbation de pression et son influence sur la forme de la nappe. D'autre part, l'importance de l'existence d'un point où  $We = 1/2$  a été mise en évidence: les conditions aux limites permettant de résoudre la forme d'une nappe tombante, ainsi que la réponse à une perturbation de pression, sont différentes si, selon le débit d'alimentation, la nappe est entièrement à  $We < 1/2$  (haut débit), si il existe un point de la nappe où  $We = 1/2$  (débit intermédiaire) ou si  $We > 1/2$  partout dans la nappe (débit faible). Ce point est discuté plus en détail dans le chapitre 3 consacré aux cloches liquides. Le groupe de Carlomagno et de Luca a étudié expérimentalement et de façon plus systématique que S.P. Lin la formation d'ondes dans des rideaux liquides tombants ainsi que l'aspect absolu/convectif des instabilités pouvant s'y développer [118, 119, 120]. L'influence de la présence de surfactants dans le liquide a notamment été traitée [118].

Cette étonnante diversité d'études sur le sujet peut s'expliquer par diverses raisons. Une première simple explication est la beauté des phénomènes observés: les nappes de liquides peuvent prendre des formes très variées, plus torturées que la simple nappe verticale ou annulaire [121].

Leur formation est en général associée à une dynamique très riche et des comportements fascinants. Cela a donc poussé quelques physiciens à étudier ces objets dans des conditions plus contrôlées que dans leur évier (la première confrontation avec une nappe liquide a lieu en général lorsque le jet d'un robinet vient impacter sur la face concave d'une cuillère). C'est ainsi que dans les conditions du laboratoire, on a pu se rendre compte la diversité des phénomènes mis en jeu dans la forme et la dynamique de ces nappes liquides. Et c'est une autre des raisons pour ces nombreuses études: les nappes liquides peuvent être des bancs d'essais montrant de nombreux phénomènes de physique fondamentale (propagation d'ondes, apparition de points "soniques", instabilités convectives/absolues, ...) à des temps et des échelles de longueur commodes à étudier expérimentalement. Enfin, une troisième raison et non des moindres est la multiplicité des applications pratiques dans l'études des nappes liquides: elles apparaissent dans les processus d'enduisage par couchage d'une épaisseur de liquide sur un solide en mouvement placé en dessous ("curtain coating"). On peut se référer à l'introduction générale pour avoir une idée de ces procédés. Les processus d'atomisation (sprays, combustion, ...) sont un autre exemple d'application des nappes liquides: la déstabilisation par éjection de gouttes à partir d'une nappe est l'un des procédés d'atomisation les plus répandus. En amont, l'injection est généralement pulsée.

Pour résumer la phénoménologie des nappes liquides, nous représentons les trois dessins de la figure 1.2, qui illustrent trois géométries essentielles conduisant à la formation de ces nappes. (a) et (b) illustrent des nappes annulaires produites par impactage d'un jet, alors que (c) représente un rideau tombant à partir d'une fente, entre deux guides verticaux. Nous avons représenté les zones  $We < 1/2$  et  $We > 1/2$  censées définir les zones stables et instables de l'écoulement.

On peut d'ores et déjà se rendre compte que les propriétés de stabilité des nappes annulaires (formées par impact d'un jet) et des rideaux (formés par déversement) vont être assez différentes. En effet, comme on l'a vu, dans le cas des nappes annulaires, la géométrie radiale de l'écoulement va entraîner une diminution de vitesse en aval (tant que la gravité est négligeable). Le nombre

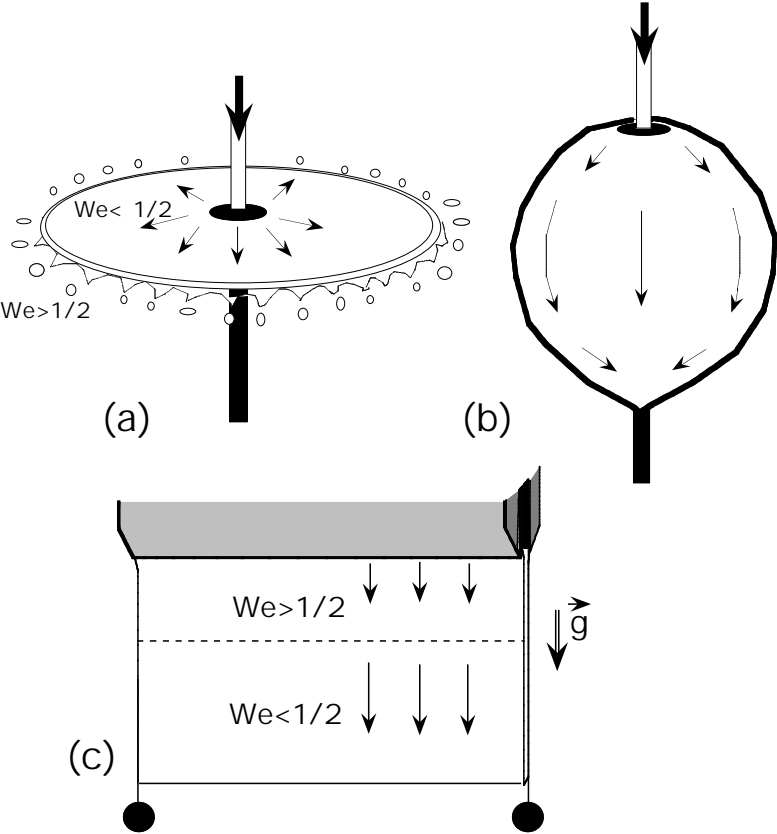


FIG. 1.2 – Exemple de dispositifs produisant des nappes liquides. (a) et (b) Nappes annulaires produites par impactage. (c) Nappe verticale (rideau) obtenue par déversement à partir d’une fente.

de Weber va augmenter vers l'aval et lorsqu'il atteint  $1/2$ , la nappe se brise et produit un bord libre. Si des conditions non-triviales sur la vitesse et l'angle d'éjection sont remplies, la nappe annulaire va se refermer sur elle-même et prendre l'apparence d'une cloche. La situation d'un rideau tombant est assez différente. La vitesse initiale à l'injection peut être assez faible, mais l'écoulement est une chute libre. Ainsi, le nombre de Weber diminue vers l'aval et la nappe peut très bien contenir une assez large zone où  $We > 1/2$ , donc instable.

La configuration de déversement est le cadre de notre étude. Plusieurs aspects vont lui conférer un caractère original par rapport aux nombreux travaux déjà effectués. En effet, il existait jusqu'alors très peu d'études expérimentales de nappes liquides près de leur limite d'existence (la seule étude semblant avoir été menée par C. Clanet sur les nappes annulaires [122]). C'est dans cette zone particulière que nous avons pu observer des comportements dynamiques originaux comme des trous oscillants en aval d'un obstacle non-mouillant ou bien des ondes propagatives gauche/droite se structurant en damier. En cela, l'utilisation d'huile silicone de tension de surface très basse a sans doute été un atout, les causes de rupture des nappes liquides étant en général causés par des effets capillaires déstabilisants (les études expérimentales sont en général menées avec un mélange d'eau et de glycérol par ailleurs pas toujours facile à contrôler). Il a de plus été possible de faire varier la viscosité, toutes autres grandeurs restant égales par ailleurs. Dans une deuxième étude, nous avons utilisé l'expérience de la coupelle circulaire pour former des nappes par débordement dans une géométrie annulaire. Ainsi, l'objet obtenu (cloche liquide) aura à la fois des propriétés d'écoulement propres au déversement (accélération par la gravité) et une géométrie annulaire qui permet notamment d'observer les effets d'une différence de pression de par et d'autre de la nappe (cette différence de pression est possible pour les cloches fermées).

## Chapitre 2

# Rideau liquide tombant sous un cylindre

La majeure partie du travail expérimental présenté dans ce chapitre a été obtenu par Nolwenn Le Grand lors de son stage de magistère de physique que j'ai co-encadré (janvier à juin 2001). Les travaux rapportés dans ce chapitre avaient pour but l'étude quantitative d'instabilités observées près de la limite de rupture d'un rideau liquide. En effet, les expériences menées par notre groupe avaient jusqu'à présent été plutôt exploratoires dans ce domaine et motivées par des applications industrielles concrètes: mise au point de méthodes de détection de défauts d'enduisage (voir chapitre 5 de la thèse de V. Mazel [9]). On y observait des phénomènes originaux dans une certaine gamme de paramètres comme la formation de trous rappelant des expériences de démouillage ou encore la formation d'ondes se structurant en damier dont l'étude peut donner de précieux renseignements sur les propriétés ondulatoires d'une nappe liquide. Par ailleurs, au regard de la littérature, certes fournie sur le sujet, il nous est apparu que certaines interrogations subsistaient quant aux critères de stabilité de la nappe: le critère de Taylor-Brown, redémontré par Lin (construit sur le nombre de Weber) est-il vraiment pertinent? Certaines études semblaient mettre en évidence que le problème est plus subtil de cela [115]. Quel est le rôle de la viscosité, non-prise en compte dans le critère ci-dessus? Peut-on vraiment trouver un débit minimal de stabilité ne dépendant ni des conditions d'injection, ni des conditions d'utilisations pratiques de la nappe (enduisage, transfert de chaleur, ...)?

L'organisation de ce chapitre est comme suit: la première partie présente le dispositif expérimental, les paramètres de l'expérience ainsi qu'une description qualitative visuelle des scénarios de création et de destruction du rideau liquide. La deuxième partie rappelle les équations gouvernant l'hydrodynamique d'un rideau ainsi que les critères de stabilité généralement admis pour un tel objet. La troisième partie reporte les expériences de création d'ondes derrière un obstacle mouillant. La quatrième partie concerne les expériences de créations de trous derrière un obstacle non-mouillant ainsi que les mécanismes de déstabilisation induite par un tel objet. La cinquième partie reporte une série d'expériences sur un fait inédit: l'apparition spontanée d'ondes propagatives en damier au sein du rideau, lorsqu'il est suspendu sous un cylindre mouillé en dessous duquel il peut exécuter des mouvements pendulaires.

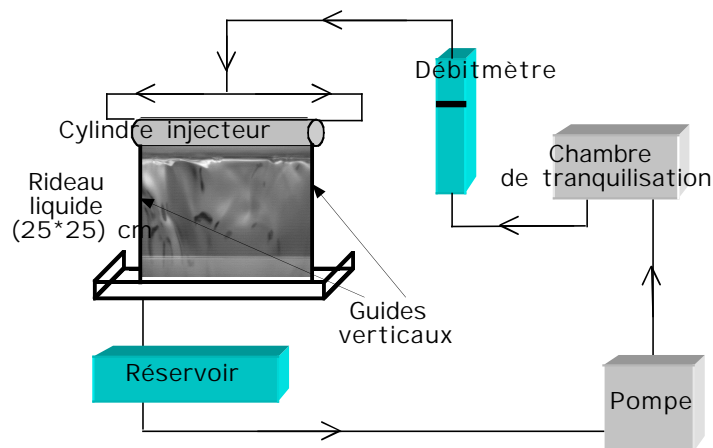


FIG. 2.1 – Dispositif expérimental de formation d'une nappe liquide verticale à partir d'un cylindre.

## 2.1 Phénoménologie générale

### 2.1.1 Montage expérimental

Le principe de l'expérience, illustré par la figure 2.1, est très voisin de celui de la fontaine circulaire: une pompe (à engrenage ISMATEC) permet de faire varier le débit d'huile dans le système, débit mesuré précisément grâce à un débitmètre (BROOKS full view). Une chambre de tranquillisation, simple récipient fermé à moitié rempli d'air, limite les perturbations qui peuvent être induites par la pompe dans le dispositif. Le liquide s'écoule à partir d'une fente d'épaisseur  $e=2$  mm, taillée sur la longueur du cylindre injecteur en métal (30 cm de long), lui-même disposé horizontalement. La nappe liquide obtenue a tendance à se cintrer en descendant vers le bas sous l'effet de la tension de surface. Le liquide a en effet tendance à minimiser sa surface libre. On empêche cela avec deux fils verticaux (fils en nylon tendus par des poids) de chaque côté de la fente, sur lesquels la nappe s'accroche par capillarité. On obtient alors une nappe liquide (ou rideau liquide) de 25.5 cm de large et d'environ 25 cm de long. L'huile est ensuite récupérée dans le réservoir et renvoyée vers la pompe, fermant ainsi le circuit.

Les meilleures visualisations du rideau liquide sont obtenues en adoptant un éclairage par réflexion sur un écran blanc, comme le montre la figure 2.2. La rapidité de certains phénomènes que nous observons impose l'utilisation d'une caméra rapide (caméra FASTCAM Super 10K, jusqu'à 1000 images par seconde). Les images sont enregistrées sur un magnétoscope S-VHS afin de conserver de longues séquences. Elles sont digitalisées sur un micro-ordinateur pour pouvoir ensuite les traiter.

Plusieurs huiles silicones de viscosités différentes "RHODORSIL 47V" ont été utilisées (10, 30 et 50 cP). Leurs masses volumiques et tensions de surface sont données par le tableau 2.1. Les masses volumiques ont été mesurées à l'aide d'une fiole jaugée et d'une balance de précision, et les viscosités grâce à un viscosimètre à capillaire, les tensions de surface étant extraites d'une documentation technique. Les résultats des mesures sont regroupés dans le tableau 2.1 et sont en accord avec les valeurs données par le fournisseur.

Outre les propriétés physiques des huiles, le paramètre important de l'expérience est le débit  $Q$  qui peut être modifié en changeant le réglage de la pompe. Comme le liquide se répartit uniformément dans toute la largeur du rideau ( $L = 25.5$  cm), il est plus pertinent d'utiliser le

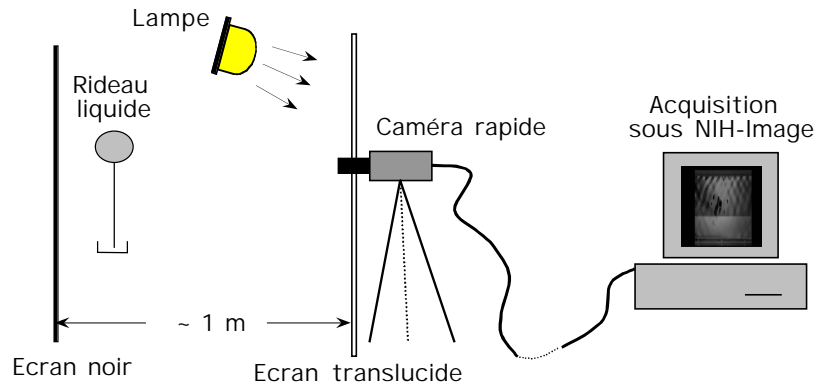


FIG. 2.2 – Acquisition des images du rideau liquide.

Liquide	$\eta$ (mm <sup>2</sup> /s)	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\gamma$ (dyn/cm)
Huile silicone 47V10	10.3 ± 0.5	0.935 ± 0.005	20.1
Huile silicone 47V30	32.0 ± 0.3	0.947 ± 0.005	20.5
Huile silicone 47V50	53.6 ± 0.6	0.957 ± 0.005	20.7

TAB. 2.1 – Propriétés physiques des huiles silicone utilisées.

débit par unité de longueur  $\Gamma = Q/L$ .

Il a été aussi possible d'agir sur les conditions d'injection de l'huile: la fente du cylindre par laquelle arrive le liquide peut en effet être orientée vers le haut (configuration de ruissellement) ou vers le bas (configuration d'injection), comme illustré sur la figure 2.3. Dans la configuration de ruissellement, il est apparu que le diamètre du cylindre avait une influence sur les phénomènes observés. Deux cylindres de diamètres 5 cm et 6.5 cm ont alors été utilisés (tous deux ayant une fente de largeur identique 2 mm).

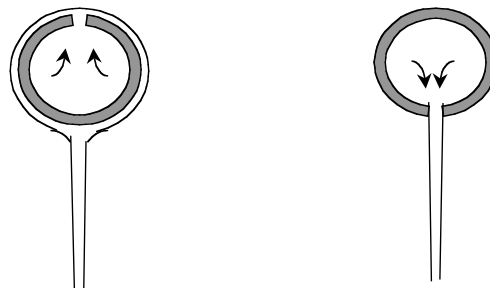


FIG. 2.3 – Deux possibilités de création d'un rideau sous un cylindre: à gauche, configuration de ruissellement (fente vers le haut); à droite, configuration d'injection (fente vers le bas).

### 2.1.2 Scénarios de création et de destruction d'un rideau liquide

Pour former un rideau liquide à partir d'une situation initiale quelconque (cylindre sec, gouttes ou rangée de colonnes), il suffit d'augmenter le débit.

Lorsque la fente est tournée vers le bas, l'huile s'écoule directement de la fente. Comme l'injection dans le cylindre se fait par les côtés, le liquide s'écoule d'abord des deux extrémités de la fente, sous la forme de petites nappes. Plus on augmente le débit, plus les nappes s'agrandissent et elles peuvent finir par se rejoindre pour former un rideau liquide. Dans cette situation, il a été vérifié que le débit est uniforme dans toute la longueur du rideau, par mesure d'angle de sillage derrière un obstacle (Cf. partie suivante).

Lorsque la fente est orientée vers le haut, le système évolue en plusieurs phases. Quelles que soient l'huile et la taille du cylindre injecteur utilisées, l'évolution du système met en jeu trois régimes d'écoulement principaux: gouttes, rangée de colonnes et nappes, ainsi que leur combinaisons. Les valeurs des débits de transition entre régimes sont modifiées quand on change les paramètres (cf. tableau 2.2).

Viscosité	d	Gouttes	Gouttes+Jets	Jets	Jets+Nappes	Rideau
30 cP	5.0 cm	0.0	0.1	0.3	1.3	1.9
30 cP	6.5 cm	0.0	0.2	0.4	1.1	1.5
50 cP	5.0 cm	0.0	0.1	0.3	1.0	1.3

TAB. 2.2 – Débit d'apparition (par unité de longueur, en  $\text{cm}^2/\text{s}$ ) des différents régimes de ruissellement, à débit croissant.  $d$  diamètre du cylindre.

Une évolution typique du système à débit croissant est présentée en figure 2.4. A faible débit, nous observons tout d'abord un régime de gouttes (a). Puis, au fur et à mesure que l'on augmente le débit, des colonnes liquides commencent à se former alors que nous sommes encore en présence de gouttes (b). Ensuite vient un régime exclusivement constitué de colonnes, mobiles suivant l'axe du cylindre (c), puis des colonnes fixes. Lorsqu'on augmente encore le débit (d), de petites nappes liquides commencent à se former. Et enfin, à fort débit, il n'y a qu'une seule grande nappe liquide (e), dont on empêche le cintrage à l'aide des guides.

Cas particulier: Lorsque la fente est orientée vers le haut et que l'on combine un gros diamètre de cylindre avec une viscosité assez élevée (par exemple  $\nu = 51,3$  cP et  $d = 6,5$  cm), il n'est pas possible d'obtenir un rideau liquide unique. Le liquide qui s'écoule le long des parois du cylindre n'arrive pas à se rejoindre sous le cylindre et reste séparé en deux comme le montre la figure 2.5-a. Des régimes particuliers sont alors observés, avec éventuellement deux rangées de colonnes. Si on force les deux rangées de colonnes à n'en former qu'une seule, alors les colonnes se mettent à osciller perpendiculairement à l'axe du cylindre, comme si elles voulaient se re-séparer en deux rangées. A plus grand débit, il apparaît deux nappes comme sur la figure 2.5-b.

La destruction du rideau liquide s'effectue lorsque le débit est abaissé. Les étapes de la destruction sont globalement l'inverse de celles de l'installation (rideau, colonnes, puis gouttes), mais les transitions entre régimes se font à des débits différents de ceux obtenus en débit croissant. Ainsi, le rideau peut en fait subsister pour des valeurs de débit inférieures au débit nécessaire à sa formation. On voit sur la figure 2.6 un exemple de scénario. Lors de la destruction du rideau, on observe parfois des états inhabituels analogues à ceux mentionnés plus haut pour



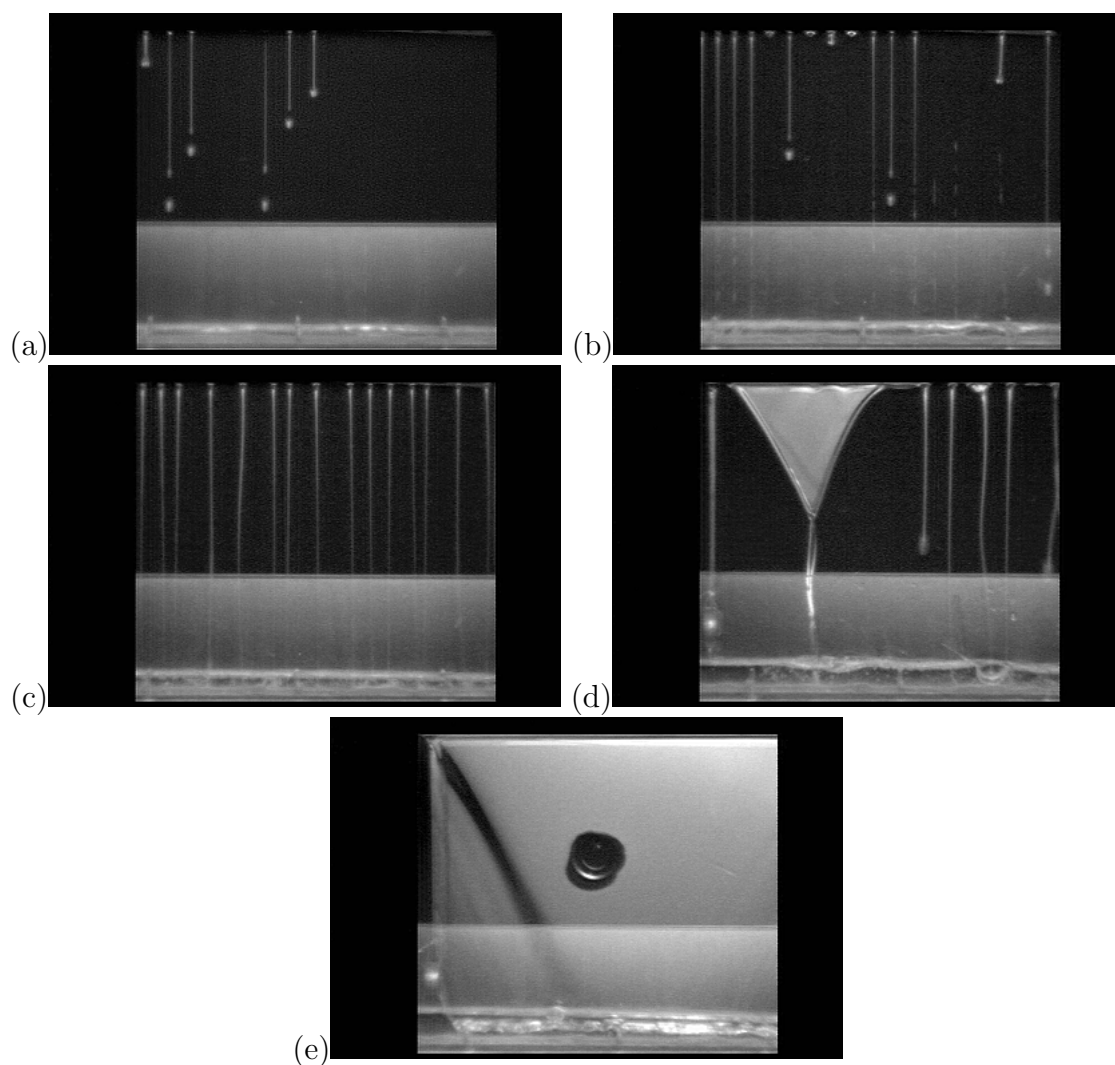


FIG. 2.4 – Scénario de création d'un rideau liquide à débit croissant ( $\eta = 51.3$  cP,  $d = 5.0$  cm, fente vers le haut). (a)  $\Gamma = 0.08$  cm<sup>2</sup>/s. (b)  $\Gamma = 0.19$  cm<sup>2</sup>/s. (c)  $\Gamma = 0.38$  cm<sup>2</sup>/s. (d)  $\Gamma = 1.03$  cm<sup>2</sup>/s. (e)  $\Gamma = 1.49$  cm<sup>2</sup>/s.

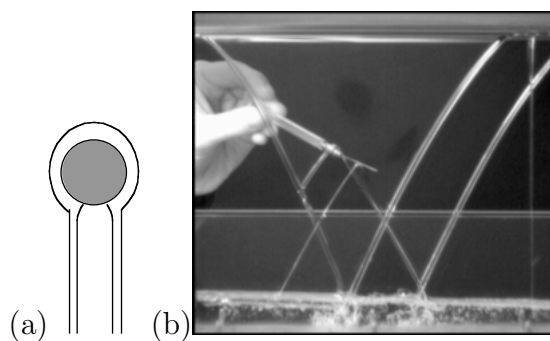


FIG. 2.5 – Formation de deux rideaux liquides juxtaposés ( $\eta = 51.3$  cP,  $d = 6.5$  cm, fente vers le haut).  $\Gamma = 1.95$  cm<sup>2</sup>/s.

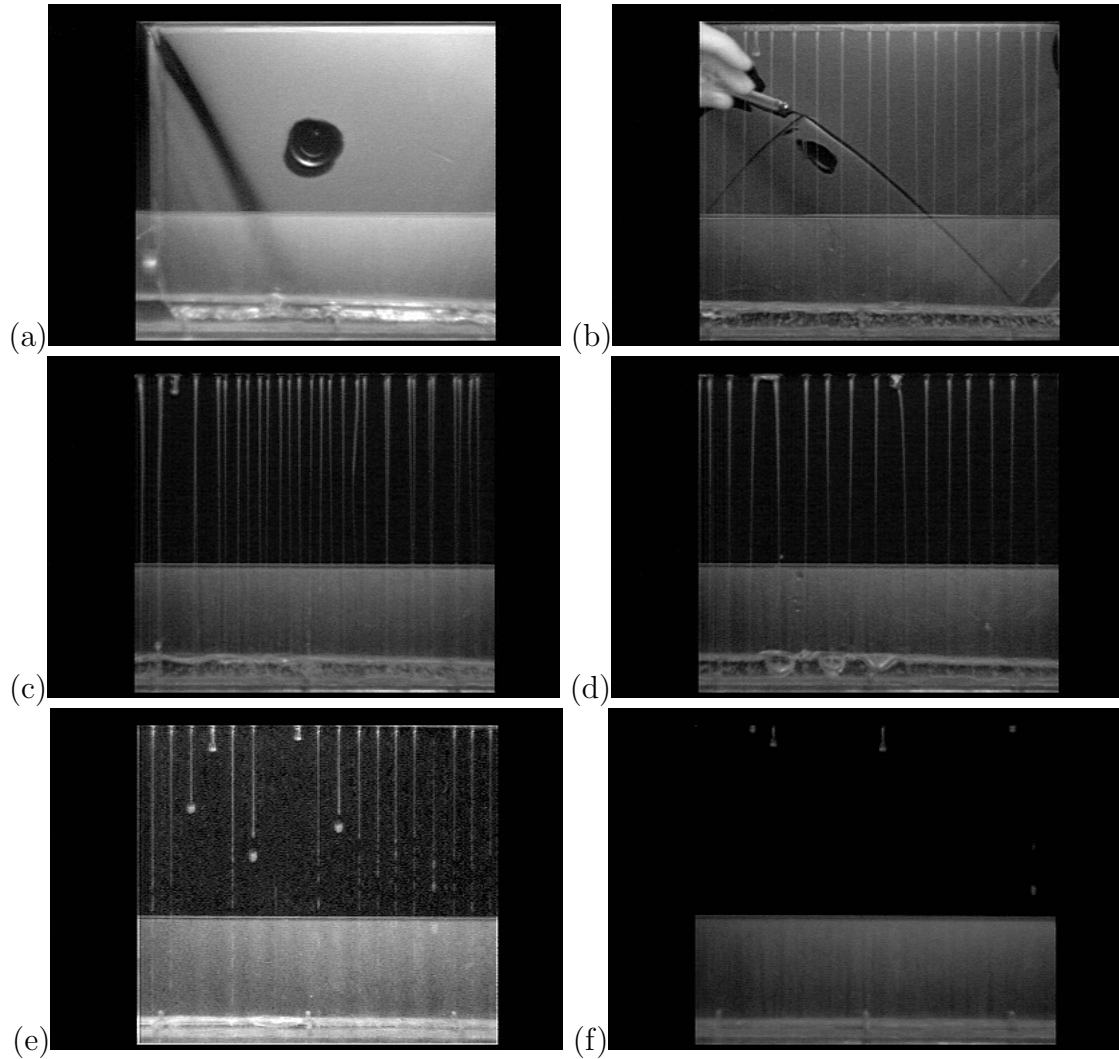


FIG. 2.6 – Scénario de destruction d’un rideau à débit décroissant ( $\eta = 51.3$  cP,  $d = 5$  cm, fente vers le haut). (a)  $\Gamma = 1.49$  cm<sup>2</sup>/s. (b)  $\Gamma = 1.15$  cm<sup>2</sup>/s. (c)  $\Gamma = 0.77$  cm<sup>2</sup>/s. (d)  $\Gamma = 0.77$  cm<sup>2</sup>/s. (e)  $\Gamma = 0.11$  cm<sup>2</sup>/s. (f)  $\Gamma = 0.04$  cm<sup>2</sup>/s.

le cylindre de diamètre 6,5 cm : coexistence d’une rangée de colonnes et d’un rideau disjoint parallèle à la rangée (b), puis de deux rangées de colonnes (c), pour retrouver des états plus habituels de simple rangée de colonnes (d), coexistence colonnes-gouttes (e) et émission de gouttes (f).

Sur le tableau 2.3 sont reportés les débits linéiques auxquels le rideau éclate en colonnes pour les différentes huiles et différents cylindres utilisés. Il apparaît que le débit de rupture varie avec la viscosité de l’huile, et aussi avec le diamètre du cylindre injecteur lorsque la fente est tournée vers le haut. Dans le cas où la fente est orientée vers le bas, le diamètre du cylindre n’intervient pas dans la rupture du rideau puisque le liquide ne voit pas la taille du cylindre, étant donné que le liquide s’écoule directement de la fente (les deux cylindres ont la même largeur de fente :  $e = 2$  mm) et ne passe pas sur les parois du cylindre. Il est remarquable de constater que le rideau peut tenir à des débits plus faibles lorsque la fente est vers le bas. Des effets déstabilisants peuvent provoquer la rupture du rideau, avant sa rupture intrinsèque, dans le cas de figure où la fente est vers le haut. On peut d’ores et déjà signaler par exemple

l'existence d'instabilités oscillantes du rideau lorsque le débit est légèrement supérieur au débit de rupture. Ces instabilités prennent la forme d'ondes propagatives, dites en damier, et seront étudiées en dernière partie de ce chapitre.

Viscosité	Fente Haut	Fente Haut	Fente bas	Fente bas
	$d=6.5$ cm	$d=5.0$ cm	$d=6.5$ cm	$d=5.0$ cm
50 cP	2.16	1.22	0.23	0.23
30 cP	1.43	0.73	0.314	0.314
10 cP	0.48	0.38	0.38	0.38

TAB. 2.3 – Débit (par unité de longueur) de rupture du rideau liquide

## 2.2 Structure de l'écoulement - Notions sur la stabilité

### 2.2.1 Champ de vitesse

Le champ de vitesse au sein du rideau est essentiellement gouverné par la gravité. L'écoulement est donc uniformément accéléré suivant la coordonnée verticale  $z$ , et constant le long des axes de longueur  $x$  et de largeur  $y$ . La viscosité joue aussi un rôle dans l'écoulement étant donné que le rideau va s'amincir aux  $z$  croissants (conservation du débit). Enfin, la vitesse initiale (à la sortie de l'injecteur), liée à l'épaisseur de la fente et au débit imposé a elle aussi une influence sur le champ de vitesse.

Une étude expérimentale du champ de vitesse a été menée par Brown [123] en 1961, pour un rideau engendré sous une fente. En faisant varier à la fois la viscosité du liquide (de 100 à 1000 cP environ), l'épaisseur de la fente d'injection et le débit, il a montré que le champ de vitesse pouvait s'approcher par:

$$u^2 = u_0^2 + 2g \left( z - \frac{\nu^{2/3}}{2g^{1/3}} \right) \quad (2.1)$$

où  $u$  est la vitesse dans le rideau,  $u_0$  la vitesse en haut du rideau ( $z=0$ ),  $g$  l'accélération de la pesanteur ( $981 \text{ cm/s}^{-2}$ ),  $z$  la verticale descendante, et  $\nu$  la viscosité cinématique des huiles. La vitesse dans le rideau est donc une chute libre, décalée par les effets visqueux. Cette formulation peut être interprétée comme suit: le décalage à la chute libre introduit par le terme visqueux correspond à une longueur nécessaire à l'écoulement pour acquérir un profil constant, à partir du profil de Poiseuille dans la fente. La longueur  $\frac{\nu^{2/3}}{2g^{1/3}}$  est de l'ordre du dixième de millimètre pour les liquides utilisés ici. Les corrections visqueuses sont donc très rapidement négligeables et la vitesse du rideau est alors donnée par la chute libre sans ce décalage:

$$u^2 \simeq u_0^2 + 2gz \quad (2.2)$$

La conservation du débit permet de relier le débit linéique à l'épaisseur  $h$  du rideau, qui diminue donc avec  $z$ :

$$\Gamma = \frac{Q}{L} = u(z)h(z) \quad (2.3)$$

Dans le même article de Brown, un appendice de G.I. Taylor présente un calcul des effets visqueux induits par cet amincissement du rideau. L'équation de la vitesse devient alors:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 4\nu \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{u} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{g}{u} \quad (2.4)$$

Il convient de vérifier si la correction visqueuse introduite par le nouveau terme est influent ou non dans notre cas. Les viscosités des liquides utilisées par Brown étaient plus élevées que les nôtres, alors que l'influence de l'amincissement du rideau sur le champ de vitesse apparaissait négligeable. Il en sera sans doute de même dans nos expériences. L'influence de la viscosité aurait alors uniquement lieu à travers le terme de décalage par rapport à la chute libre apparaissant dans l'équation 2.1. Cette hypothèse semble être confirmée par un critère trouvé par Weinstein et al. [116]: il suffit de remplacer dans (2.4) les termes  $dx$  par un  $\Delta x$  qui en ordre de grandeur est pris égal  $\frac{u^2}{2g}$  pour trouver une conditions pour laquelle le terme de correction visqueuse est négligeable devant le terme d'accélération gravitaire. Cette condition est la suivante:

$$\frac{8g\nu}{u^3} \ll 1 \quad (2.5)$$

Il est à noter que cette conditions est d'autant plus vraie qu'on se trouve en aval dans le rideau. Pour que cette conditions ne soit pas vérifiée à 1 cm du cylindre, il faudrait une viscosité d'au moins 1000 cP, très supérieure aux viscosités utilisées.

### 2.2.2 Stabilité du rideau - Problèmes en suspend

Comme cela a été énoncé dans l'introduction, le critère de stabilité pour une nappe liquide qui a été longtemps admis est construit sur le nombre de Weber (cf. equation (1.1)). Ce critère a été trouvé par Taylor qui a comparé les forces inertielles et de tension de surface mises en jeu sur un bord libre. Ce critère admet implicitement que la seule façon de provoquer la destruction d'un rideau consiste à nucléer un trou à l'intérieur de celui-ci. Si au point de création, la vitesse de l'écoulement est insuffisante pour repousser le trou vers l'aval, celui-ci remonte l'écoulement. Dans le cas de nappes radiales, où la vitesse de l'écoulement décroît vers l'aval, ce critère a mené à la détermination du rayon limite de la nappe.

L'étude de stabilité de S.P. Lin et al. [113, 114] a abordé le problème de la stabilité d'un point de vue de la propagation d'onde. Taylor avait déjà remarqué que parmi les deux types d'ondes, sinueuses et variqueuses (voir figure 1.1-a, pouvant se développer dans une nappe liquide, les plus dangereuses pour la rupture du rideau sont les sinueuses (antisymétriques) . Le calcul simple abordé au début de cette partie permet de retrouver qu'une nappe cesse d'exister en un point de l'écoulement où la célérité des ondes de surface antisymétriques est plus grande que la vitesse de l'écoulement. Lin a repris dans un calcul de stabilité linéaire rigoureux ces considération de stabilité en termes de propagations d'onde [114]: le résultat de cette analyse donne aussi le critère de stabilité  $We < 1/2$ , de façon équivalente au critère de Taylor d'expansion d'un trou. Les ondes sinueuses doivent s'amplifier pour  $We > 1/2$  et provoquer la destruction de la nappe. Les ondes variqueuses sont quant à elles amorties. Puis Lin et Roberts ont vérifié expérimentalement [113] le critère de stabilité sur le nombre de Weber. Néanmoins, la conclusion de l'article nous a paru douteuse: le cadre d'étude de l'analyse de stabilité linéaire suppose la relation

$$\left( \frac{g^2}{4\nu} \right) \frac{d_0^2}{Q} \ll 1$$

ce qui cesse apparemment d'être vrai à l'approche de  $We \simeq 1/2$ . D'autre part, il n'est pas précisé à quel endroit a été mesuré le nombre de Weber. La vitesse de l'écoulement étant accélérée par la gravité, le nombre de Weber va diminuer en aval de la nappe et, si la vitesse de la nappe à la sortie de l'injecteur est assez faible, il va exister un point dans l'écoulement où  $We = 1/2$  (voir figure 1.2-c dans l'introduction). En théorie donc, une perturbation au dessus de ce point va "remonter" en amont de l'écoulement et en s'amplifiant, doit provoquer la rupture de la nappe. Ce point  $z = z^*$  où  $We(z^*) = 1/2$  peut donc être vu comme un point de passage entre écoulement subsonique ( $z < z^*$ ) et écoulement supersonique ( $z > z^*$ ) (la vitesse du son étant ici la vitesse des ondes sinueuses et l'axe des  $z$  étant orienté en aval de l'écoulement). En pratique cependant, nous avons observé (comme d'autres équipes avant nous) qu'il était tout à fait possible de perturber la nappe dans sa zone subsonique sans en provoquer la rupture. La rupture peut tout de même survenir lorsque la perturbation est suffisamment importante (en pratique avec un objet de rayon de l'ordre du centimètre) pour qu'elle entraîne la création d'un bord libre. Dans ce cas, le bord libre remonte l'écoulement et la nappe se brise. Il est donc ressorti de ces observations préliminaires que la stabilité d'un rideau liquide tombant n'était pas aussi simple que la théorie de Lin pouvait le prévoir: à conditions expérimentales identiques (débit et propriétés du liquide), une perturbation peut mener à la rupture de la nappe selon si elle est "de forte amplitude" ou non, et en fonction de l'endroit où elle est appliquée (le nombre de Weber pertinent doit alors être pris au lieu géométrique de la perturbation). Cet aspect hystérétique de la rupture de la nappe se retrouve même en l'absence de perturbation: le débit de formation est beaucoup plus élevé que le débit de rupture. Par ailleurs, en l'absence de perturbations, le maintien d'une nappe liquide à faible débit est d'autant plus aisé que la viscosité est grande. Ce rôle de la viscosité est très peu abordé dans la littérature et au vu des résultats du tableau 2.3, il a été possible, de façon assez sommaire toutefois, d'extraire une tendance relative à cette influence. A savoir, la viscosité est un critère stabilisant permettant de maintenir une nappe liquide à plus bas débit, quelque soit la configuration du système. Dans nos expériences, les influences de la position de la fente d'injection (haut ou bas) et du rayon du cylindre entraînent des subtilités liées à l'apparition d'une l'instabilité en damier, qui seront abordées plus en détail dans la partie discussion du paragraphe (2.5).

Une étude de Weinstein et al. [115] a de même révélé qu'une nappe liquide pouvait continuer à exister même si elle contenait une zone "subsonique". Il leur a été même possible d'obtenir une nappe entièrement subsonique. Ce fait, en opposition avec la théorie de Lin, a révélé que l'étude de stabilité linéaire n'était pas adaptée pour appréhender la cassure d'une nappe. En effet, comme l'ont souligné Weinstein et al. [115], la cassure de la nappe est entraînée par une déformation finie de la surface, de façon à ce que l'épaisseur atteigne localement une épaisseur moléculaire. Cette déformation finie peut éventuellement résulter de l'amplification d'une perturbation de faible amplitude, mais on sort alors du cadre de la théorie linéaire qui suppose de faibles déformations. Ces considérations (que nous avons découvertes a posteriori de notre étude expérimentale) sont liées à la comparaison entre les perturbations "faibles" engendrant un sillage (paragraphe (3.3)) et les perturbations "fortes" engendrant un trou dans la nappe (paragraphe (3.4)).

D'un point de vue d'une étude fondamentale, nous avons donc choisi un cadre d'expériences qui est assez lointainement en relation avec les applications pratiques: au lieu de laisser le rideau se casser sous l'effet des perturbations (souvent induites par les bords (fils), le bac récupérateur ou encore le dispositif d'utilisation mis en contact avec le rideau), il s'agit de perturber de façon contrôlée le rideau afin de provoquer sa rupture par un facteur mesurable. La première source de perturbation consiste à planter une aiguille dans le rideau et mouillée par celui-ci. L'aiguille

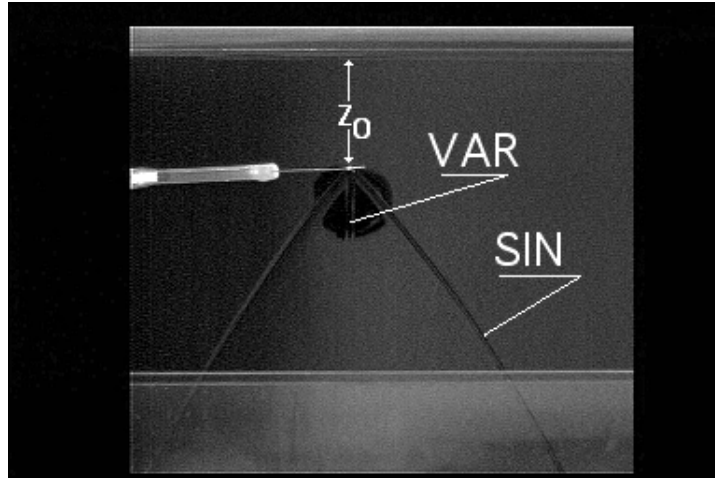


FIG. 2.7 – Sillages variqueux et sinueux derrière une aiguille plantée dans le rideau ( $\eta = 51.3$  cP, cylindre  $d = 6.5$  cm, fente vers le bas,  $\Gamma = 0.93$  cm<sup>2</sup>/s).

est une source d'ondes de surface se propageant dans le rideau tout en étant simultanément advectées par l'écoulement. Une deuxième façon de perturber un rideau est d'y planter une aiguille non-mouillée par celui-ci: il en résulte la formation d'un trou accroché à l'aiguille et donc d'un bord libre sous la forme d'un bourrelet liquide. D'après le bilan des forces dressé par Brown et Taylor, ce trou doit remonter l'écoulement et provoquer la destruction du rideau si les forces d'inertie dues à l'écoulement sont inférieures aux forces de tension de surface "tirant" sur le bord libre (vers l'amont). Une force supplémentaire pouvant entrer en jeu est le poids du bourrelet. Elle n'avait pas été prise en compte par Taylor car ses nappes étaient dans le plan horizontal et la force du poids n'entraînait pas dans la projection

Nous commençons par décrire les expériences dans la cadre d'un obstacle mouillé par le liquide.

## 2.3 Perturbations par un obstacle mouillant - Sillages

### 2.3.1 Description générale

Cette partie est consacrée à l'étude expérimentale de la réponse d'un rideau à une perturbation locale de type obstacle mouillant. L'obstacle est une aiguille dont le caractère mouillant n'est pas parfaitement contrôlé, mais duquel nous pouvons nous affranchir grâce à une manipulation délicate de l'aiguille consistant à percer doucement le rideau sans le rompre. Les résultats obtenus seront interprétés à la lumière des travaux de S.P. Lin [113] et de de Luca [120].

En plantant une aiguille dans la nappe, de la façon indiquée ci-dessus, deux sillages apparaissent (cf. figure 2.7). Une plaquette microcontrôle permet, grâce à un système de vis, de positionner avec précision (environ un dixième de mm) l'aiguille où l'on veut dans le rideau.

Ces sillages, décrits et observés pour la première fois par G.I. Taylor [109] (partie II), correspondent respectivement à des déformations sinueuses et variqueuses du rideau comme indiqué sur la figure 1.1-a.

Comme rappelé au paragraphe précédent, la présence d'un sillage sinueux derrière un obstacle témoigne de ce que celui-ci est placé dans la zone d'instabilité "convective" du rideau

( $We < 1/2$ ). Il est donc particulièrement intéressant de connaître les conditions de présence et de disparition du sillage sinueux afin de se placer dans des gammes de paramètres qui nous intéressent (proches de la rupture). Par ailleurs, il a été mis en évidence [120] que la taille de l'obstacle n'avait pas d'influence sur la forme du sillage. En faisant varier  $z_0$ , distance entre le cylindre et l'aiguille, tout en conservant le débit constant, le sillage sinueux se trouve alors modifié. Sa courbure change et son angle au sommet augmente lorsque l'on rapproche l'aiguille du cylindre (Cf. figures 2.8). Il apparaît par ailleurs plus visible que le sillage variqueux. Le graphique de la figure 2.9 donne l'évolution du demi-angle au sommet  $\theta/2$  des sillages sinueux en fonction de  $z$  pour différentes valeurs de débits. Ces angles ont été obtenus par mesure directe sur les images de sillages obtenues sous NIH-Image. Il apparaît que pour chaque débit,  $\theta$  varie très peu loin du cylindre et augmente brutalement pour de plus faibles valeurs de  $z_0$ .

Pour de faibles débits, il peut arriver qu'il existe un point  $z_{disp}$  où le sillage sinueux disparaît, mais le variqueux, quant à lui, subsiste quelles que soient les conditions expérimentales. Au-dessus de ce point ( $z_0 < z_{disp}$ ), le sillage sinueux n'apparaît plus (Cf. figure 2.8-e et f).

Quelle est la raison de cette disparition? Tout d'abord, il convient de constater qu'il existe une forte analogie entre le sillage sinueux et le cône de Mach dans les écoulements supersoniques [109, 113]: le sillage sinueux représente ici le front d'ondes sinueuses émis par une source mobile par rapport au fluide. Dans le repère lié au fluide, de vitesse  $u(z)$ , l'aiguille se déplace verticalement vers le haut à une vitesse  $u(z)$ . Ainsi, le sillage n'apparaît que si la vitesse de l'écoulement dans le rideau est supérieure à celle des ondes sinueuses ou variqueuses (figure 2.10-a).

De cette construction graphique, on déduit implicitement la relation suivante:

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{c}{u} \quad (2.6)$$

$\theta$  étant l'angle au sommet du sillage. Il apparaît d'ailleurs que cet angle n'est défini que pour  $c < u$ .

Les vitesses de propagation des ondes sinueuses et variqueuses dépendent des propriétés physiques du liquide, comme la densité ou la tension de surface, ainsi que de l'épaisseur locale de fluide. Dans l'approximation d'une longueur d'onde grande devant l'épaisseur, l'expression de ces vitesses [109] est:

$$c_{sin} = \left( \frac{2\gamma}{\rho h} \right)^{1/2} \quad (2.7)$$

pour les ondes sinueuses et

$$c_{var} = \left( \frac{\gamma h k^2}{2\rho} \right)^{1/2} \quad (2.8)$$

pour les ondes variqueuses, avec  $h(z)$  qui est l'épaisseur locale du rideau et  $k$  le nombre d'onde. Il en ressort que la vitesse des ondes sinueuses ne dépend pas de leur longueur d'onde alors que les ondes variqueuses sont fortement dispersives.

Il est à noter que la longueur d'onde de ces ondes de surface ne semblent pas dépendre de la taille de l'obstacle, du moins dans la plage des tailles essayées: l'aiguille utilisée comme obstacle a un diamètre d'environ 1 mm. La forme de sillages en aval d'obstacles plus larges (2 à 5 mm) est la même qu'avec l'aiguille. C'était prévisible pour les sillages sinueux, mais pour les variqueux, cela met en évidence que  $c_{var}$  est indépendant de l'obstacle et qu'il en est de même pour  $k$ .

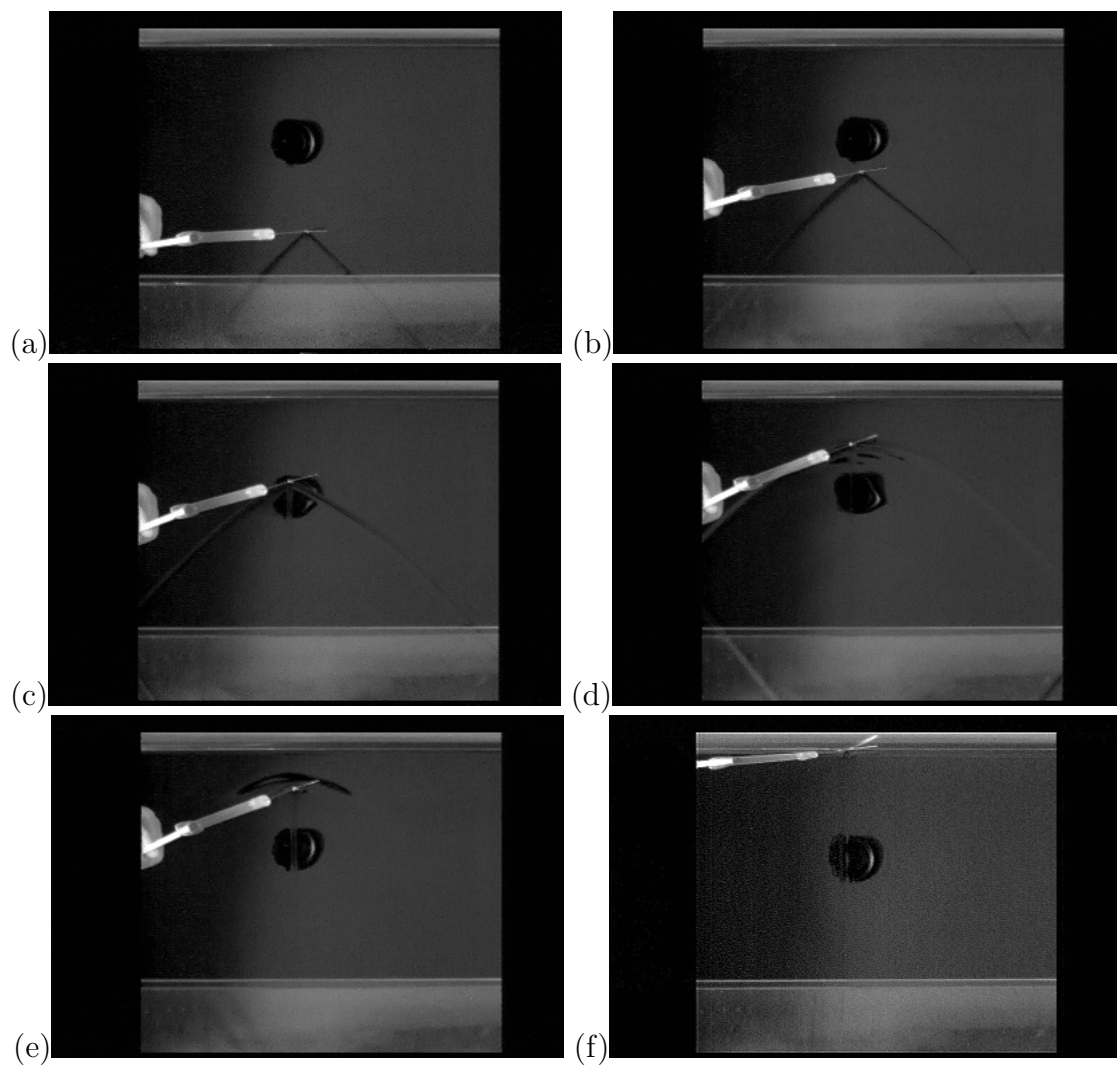


FIG. 2.8 – Evolution des sillages ( $\eta = 51.3 \text{ cP}$ ,  $d = 6.5 \text{ cm}$ , fente vers le bas,  $\Gamma = 0.57 \text{ cm}^2/\text{s}$ ).  
 (a)  $z_0 = 13.8 \text{ cm}$ . (b)  $z_0 = 9.4 \text{ cm}$ . (c)  $z_0 = 6.2 \text{ cm}$ . (d)  $z_0 = 3.5 \text{ cm}$ . (e) Ondes remontant vers le cylindre, disparition du sillage sinueux  $z_0 = 3.0 \text{ cm}$ . (f) Sillage sinueux disparu et persistance du variqueux  $z_0 = 0.0 \text{ cm}$ .



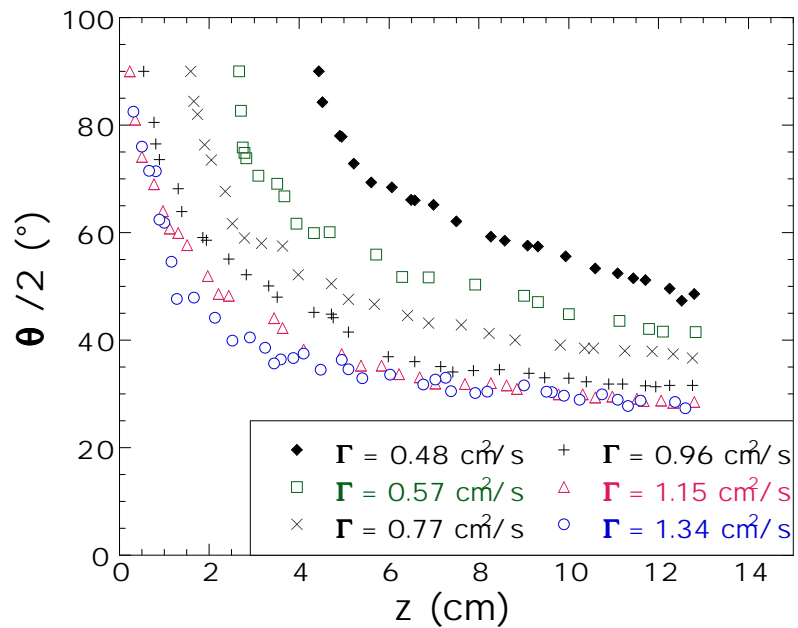


FIG. 2.9 – Evolution du demi-angle au sommet.  $\eta = 51.3 \text{ cP}$ , cylindre  $d=6.5 \text{ cm}$ , fente vers le bas.

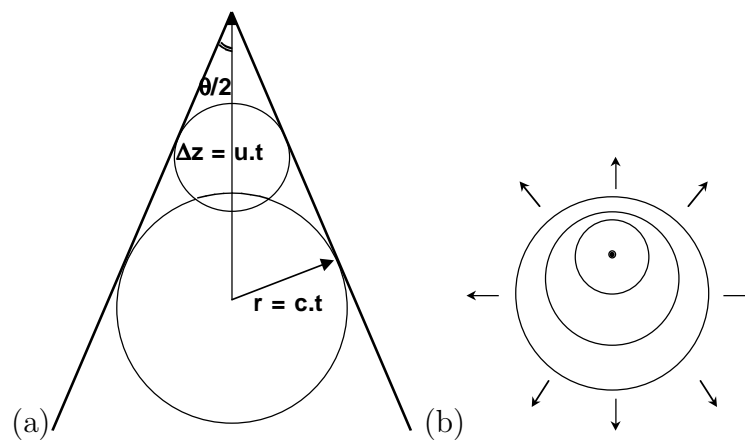


FIG. 2.10 – Description schématique du sillage. (a)  $u > c$  observation d'un sillage. (b)  $u < c$  pas de sillage.

Il est apparu que pour toutes les expériences menées sur le rideau, le sillage variqueux était présent et que son angle avec la verticale était très faible. D'après le schéma de la figure 2.10-a, cela signifie que sa vitesse est très faible devant la vitesse de l'écoulement du fluide, même très près du cylindre. Ainsi, toute perturbation associée à une déformation symétrique du rideau (onde variqueuse) va être très rapidement advectée vers le bas sans avoir le temps de se développer et de s'amplifier dans le rideau. Ces déformations ne représentent donc aucun "danger" pour la stabilité de la nappe. Lin prévoit d'ailleurs par son étude linéaire que ces ondes sont amorties [113]. Les seules déformations importantes pour une étude de stabilité en termes d'ondes sont les déformations antisymétriques (ondes sinueuses). Ainsi, dans tout ce qui suivra, la dénomination de sillage fera référence au sillage sinueux.

### 2.3.2 La visualisation des sillages comme outils de mesures

La visualisation des sillages constitue un apport d'informations important sur le champ de vitesse dans le rideau. En effet, les équations (2.6) et (2.7) peuvent être combinées de la sorte:

$$\sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho h u^2}}$$

soit avec la conservation du débit:

$$\sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho \Gamma u}} \quad (2.9)$$

Une simple mesure de l'angle au sommet du sillage permet de retrouver la vitesse verticale au point où l'aiguille est plantée. Grâce aux expériences reportées en figure 2.9, il a été possible de connaître l'évolution de la composante verticale de la vitesse en fonction de  $z$ . Ainsi, comme on pouvait s'y attendre aux vues des expériences de Brown [123], l'accélération est purement gravitaire et aux précisions de mesures près, aucun ralentissement d'origine visqueuse n'a été mis en évidence, et ce quelque soit le débit. Le champ de vitesse est donc de la forme:

$$u^2 = u_0^2 + 2gz \quad (2.10)$$

$u_0$  apparaît en général très faible et négligeable au sein du rideau (dès que  $z$  dépasse quelques cm). De plus, ces expériences ont montré que la forme de ces sillages (et donc la vitesse) ne dépendait que du débit et de la position de l'aiguille, mais pas des conditions d'injection de l'huile (taille du cylindre, position de la fente, ou viscosité de l'huile).

S.P.Lin [124] a, il y a quelque temps, proposé d'injecter l'équation (2.10) dans (2.9) afin de déterminer la tension de surface des liquides utilisés. Au sommet du sillage ( $z = z_0$ ), on a la relation suivante :

$$\frac{1}{\Gamma^2 \sin^4(\theta/2)} = \frac{\rho^2}{4\gamma^2} (u_0^2 + 2gz_0) \quad (2.11)$$

Ainsi, en traçant  $\frac{1}{\Gamma^2 \sin^4(\theta/2)}$  en fonction de  $z_0$  (cf. figure 2.11), on obtient une droite dont la pente permet de déterminer  $\gamma$ .

Les mesures présentées en figure 2.11 ont été effectuées fente vers le bas. Ces mêmes mesures ont été répétées avec la fente orientée vers le haut. L'ensemble de ces séries de mesures donne  $= 20.5 \pm 0.3$  dyn/cm, ce qui est en accord avec la valeur théorique donnée par la note technique du fournisseur d'huile (RHONE-POULENC, qui existait encore à l'époque): 20.7 mN/m.

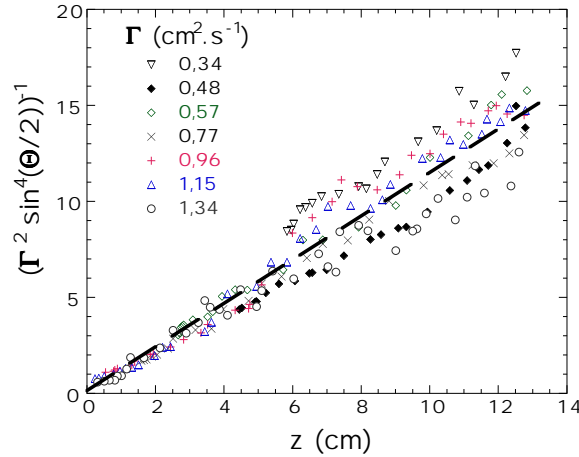


FIG. 2.11 – Mesure de la tension de surface par la méthode de Lin ( $\eta = 51.3$  cP, cylindre  $d=6.5$  cm, fente vers le bas).

### 2.3.3 Disparition du sillage

Le sillage disparaît lorsque la vitesse des ondes sinueuses est égale à la vitesse de l'écoulement dans le rideau. L'aiguille se trouve alors au point  $z_0 = z_{disp}$ , appelé, par analogie avec les problèmes d'écoulement supersonique, point transsonique (noté  $z = z^*$ ). En ce point s'applique la relation  $c_{sin}(z_{disp}) = u(z_{disp})$ , ou encore, en injectant la conservation du débit dans l'équation 2.7:

$$u(z_{disp}) = \sqrt{\frac{2\gamma u(z_{disp})}{\rho\Gamma}} \quad (2.12)$$

Soit, en remplaçant par l'expression du champ de vitesse:

$$u(z_{disp})^2 = u_0^2 + 2gz_{disp} = \frac{4\gamma^2}{\rho^2\Gamma^2} \quad (2.13)$$

On en déduit :

$$z_{disp} = \frac{2\gamma^2}{g\rho^2\Gamma^2} - \frac{u_0^2}{2g} \quad (2.14)$$

Si le modèle de cône de Mach s'applique bien aux sillages sinueux,  $z_{disp}$  devrait être linéaire en  $1/\Gamma^2$ . L'expérience confirme cela, comme le montre la figure 2.12:

### 2.3.4 Equation du sillage

Dans cette partie, la forme du sillage est calculée loin de l'aiguille. Comme cela a été énoncé au dessus, la condition d'existence du sillage  $u > c_{sin}$  est l'équivalent pour les ondes sonores de la condition de Mach de mouvement supersonique. Or, le sillage des ondes sinueuses dans le rideau est courbé du fait que  $c_{sin}$  et  $u$  sont fonction de  $z$ . L'angle du sillage n'est donc pas constant et la relation ci-dessus n'est valable que très près de l'aiguille. Cependant, cette relation peut s'adapter localement en tout point du sillage (cf. figure 2.13 et équation (2.15)).

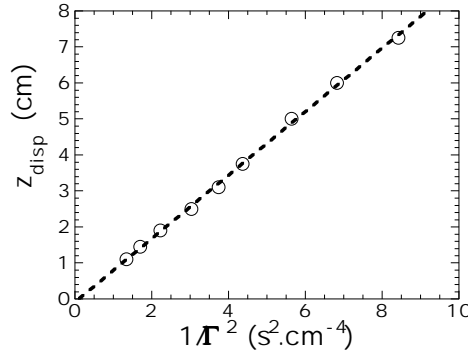


FIG. 2.12 – Evolution du lieu de disparition du sillage avec le débit ( $\eta$  51.3 cP, cylindre  $d=6.5$  cm, fente vers le bas).

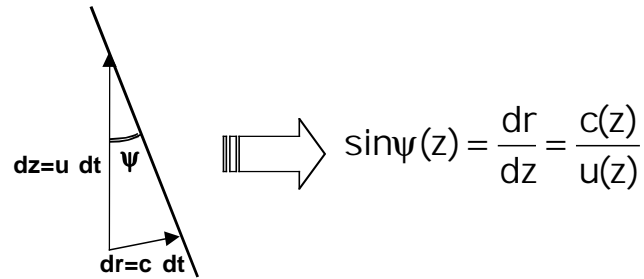


FIG. 2.13 – Equation locale du sillage.

$\psi(z)$  est l'angle que fait la tangente au sillage au point  $z$  avec la verticale. Ainsi au sommet du sillage, on a  $\psi(z_0) = \theta/2$ .

$$\sin\psi = \frac{dr}{dz} = \frac{c(z)}{u(z)} \quad (2.15)$$

En appliquant la conservation du débit, le sillage suit la loi:

$$\sin\psi = \left( \frac{2\gamma}{\rho\Gamma(u_0^2 + 2gz)^{1/2}} \right)^{1/2} \quad (2.16)$$

Par définition de l'angle du sillage:

$$\tan\psi(z) = \frac{dx}{dz} \quad (2.17)$$

On en déduit l'équation différentielle gouvernant la forme  $z(x)$  du sillage:

$$\left( \frac{dz}{dx} \right)^2 = \frac{\rho\Gamma(u_0^2 + 2gz)^{1/2}}{2\gamma} - 1 \quad (2.18)$$

Ou encore en séparant les variables:

$$\frac{dz}{\left( \frac{\rho\Gamma}{2\gamma}(u_0^2 + 2gz)^{1/2} - 1 \right)^{1/2}} = \pm dx \quad (2.19)$$

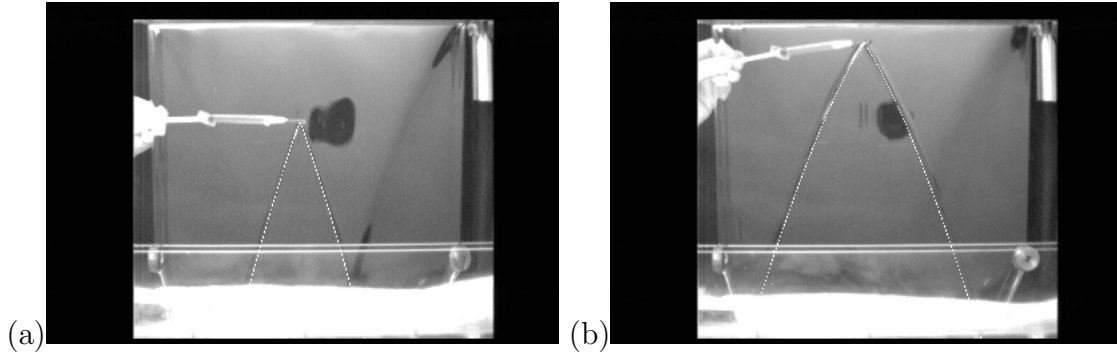


FIG. 2.14 – Comparaison entre le sillage théorique (trait blanc) et expérimental.  $\eta=30.3$  cP, cylindre  $d=6.5$  cm, fente en haut. (a)  $\Gamma=3.0$  cm<sup>2</sup>/s (b)  $\Gamma=2.1$  cm<sup>2</sup>/s.

Le signe + décrit la branche  $x > 0$  du sillage et le signe – décrit la branche  $x < 0$ . Une intégration par parties (cf. annexe 3) et la condition aux limites  $z(x=0) = z_0$  donne l'équation du sillage:

$$x(z) = \pm \frac{8\gamma^2}{3g\rho^2\Gamma^2} \left[ \left( \frac{\rho\Gamma}{2\gamma} \sqrt{u_0^2 + 2gz} - 1 \right)^{1/2} \left( \frac{\rho\Gamma}{2\gamma} \sqrt{u_0^2 + 2gz} + 2 \right) - x(z_0) \right] \quad (2.20)$$

avec

$$x(z_0) = \left( \frac{\rho\Gamma}{2\gamma} \sqrt{u_0^2 + 2gz_0} - 1 \right)^{1/2} \left( \frac{\rho\Gamma}{2\gamma} \sqrt{u_0^2 + 2gz_0} + 2 \right)$$

Cela permet de comparer la forme des sillages expérimentaux à celle donnée par l'équation ci-dessus. Les deux formes sont les mêmes comme le montre la figure 2.14, où sont superposés une photo du sillage expérimental et la courbe théorique du sillage pour les mêmes paramètres que ceux de l'expérience.

Les courbes théoriques et expérimentales se superposent bien. Ainsi, l'équation 2.20 trouvée pour la forme du sillage reproduit bien les faits observés expérimentalement.

### 2.3.5 Lien entre présence du sillage et stabilité du rideau

En mouvement subsonique, les ondes sinueuses générées par l'aiguille peuvent remonter vers le cylindre injecteur et devraient faire éclater le rideau d'après le critère de stabilité de Brown-Taylor-Lin. Mais en fait, comme le montre figure 2.15, même les perturbations de l'aiguille dans la zone instable ne font pas toujours éclater les rideaux.

L'existence d'un point transonique dans le rideau implique celle d'une zone subsonique, c'est-à-dire d'une zone instable où  $We > 1/2$ . Les expériences ont permis de constater que l'existence d'une telle zone ne suffit pas pour provoquer l'éclatement du rideau. Le critère de stabilité du rideau  $We < 1/2$  ne doit donc pas être appliqué à l'ensemble du rideau: les rideaux liquides peuvent être stables tout en possédant une zone de  $We > 1/2$ . Ce point avait déjà été remarqué lors des études similaires menées par Weinstein et al. [115] et de Luca [120].

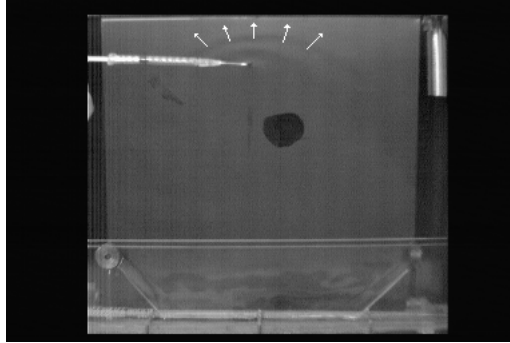


FIG. 2.15 – *Passage de l'aiguille au point transonique: des ondes remontent vers le cylindre sans rompre la nappe ( $\eta=30.3$  cP,  $d=6.5$  cm, fente vers le bas,  $\Gamma=0.43$  cm<sup>2</sup>/s).*

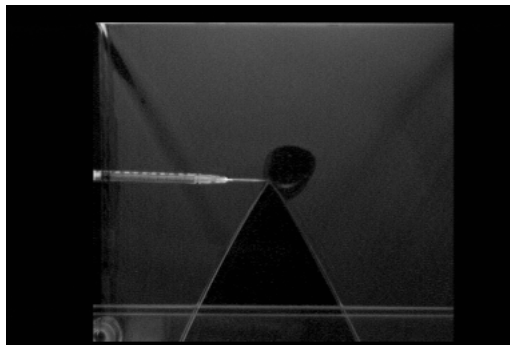


FIG. 2.16 – *Trou derrière un obstacle non-mouillant (à  $z_0 = 5$  cm  $\eta = 51.3$  cP,  $d = 5.0$  cm, fente en haut,  $\Gamma = 1.32$  cm<sup>2</sup>/s).*

### 2.3.6 Conclusion

Les sillages permettent de déterminer simplement et rapidement les zones stables et instables du rideau. Il s'agit là d'un outil très pratique pour déterminer le point transonique pour lequel  $We = 1/2$ . L'étude des sillages permet déterminer l'allure du champ de vitesse dans le rideau, d'appliquer la méthode de Lin de détermination de la tension de surface, mais surtout de se rendre compte de la difficulté que l'on rencontre si l'on souhaite décrire correctement la stabilité des rideaux liquides.

Pour pousser plus loin cette étude du rideau, et pour tenter de mieux comprendre sa stabilité, il peut être pertinent d'étudier la réponse à la création d'un trou dans la nappe. C'est l'objet de la partie suivante.

## 2.4 Perturbations par un obstacle non mouillant - Trous

Lorsque l'on perturbe la nappe avec un objet non mouillant, l'obstacle crée un trou dans le rideau, et non plus simplement un sillage. Ce trou est bordé par un bourrelet d'épaisseur supérieure à l'épaisseur du rideau. Tout le fluide manquant dans le rideau se concentre dans le bourrelet de façon à conserver le débit. A première vue, la forme du trou ressemble fortement à celle d'un sillage (Cf. figure 2.16): avec un angle au sommet et une courbure.

Pour G.I. Taylor, la forme des trous et des sillages est d'ailleurs identique [109] (partie III).

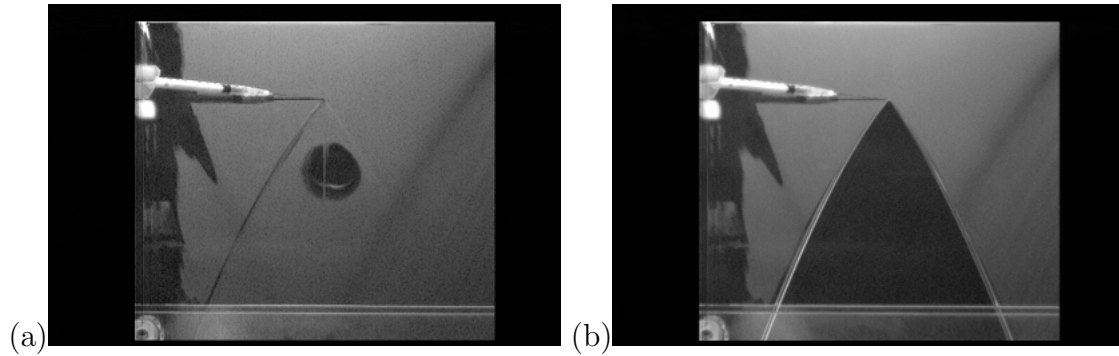


FIG. 2.17 – Comparaison (a) trou et (b) sillage à  $We = 0.1$  ( $\eta = 51.3$  cP,  $d = 5.0$  cm, fente en bas,  $z_0 = 5.0$  cm,  $\Gamma = 1.54$  cm<sup>2</sup>/s).

Ceci peut sembler à première vue peu évident car l'un est déduit de considérations cinématiques, et l'autre d'une condition d'équilibre des forces sur le bourrelet. En fait, en l'absence de gravité (en fait, si les forces de gravité sont négligeables devant l'inertie), les deux formes coïncident. Ce fait apparemment fortuit se comprend en considérant que la vitesse des ondes sinueuses est égale à la vitesse de remontée d'un trou.

Néanmoins, dans l'article de Taylor, le bilan des forces s'exerçant sur le bourrelet ayant été écrit pour une nappe dans le plan horizontal, il n'inclue pas le poids du bourrelet. Dans notre configuration de rideau tombant, il est vraisemblable que le poids puisse ajouter une correction et que les formes d'un sillage et d'un trou soient différentes.

Il peut être intéressant de comparer les deux formes d'un trou et d'un sillage, pour s'assurer qu'elles sont identiques. Ceci est effectué en faisant un trou dans le rideau, puis un sillage dans exactement les mêmes conditions d'injection, de débit et de position de l'aiguille (position assurée grâce à la plaquette microcontrôle).

### 2.4.1 Comparaison entre trou et sillage sinueux

Dans la partie précédente, il était apparu que le sillage avait une forme triangulaire lorsqu'il est créé dans une zone de  $We < 1/2$ . Dans ces mêmes conditions, le trou a lui aussi une forme triangulaire qui semble très proche de celle du sillage (Cf. figure 2.17), ce qui confirme le point de vue de Taylor.

En réduisant le débit de façon à ce que le point transonique se trouve assez bas dans la nappe, et en formant un trou près du point (en d'autres termes, le lieu de la nappe où le trou est formé est à nombre de  $We$  légèrement inférieur à  $1/2$ ) le sillage "compagnon" du trou se détache nettement de son bord (Cf. figure 2.18). Plus on s'approche du point transonique, plus la différence entre le trou et son sillage compagnon est importante.

La différence est particulièrement frappante lorsqu'on soustrait par valeurs de niveau de gris, les images du sillage seul et celles du trou+sillage (figure 2.19-a et b).

Des relevés précis de points des deux sillages et du trou ont permis de vérifier que les deux sillages étaient confondus mais distincts du bord de trou. Par conséquent, les trous peuvent avoir une forme différente des sillages pour des débits tels que  $We \simeq 1/2$ , le trou étant plus fermé que le sillage.

La méthode de Lin discutée plus haut, qui permet de déduire la tension de surface de l'angle au sommet du sillage, peut être également utilisée sur un bord de trou, en appliquant les mêmes

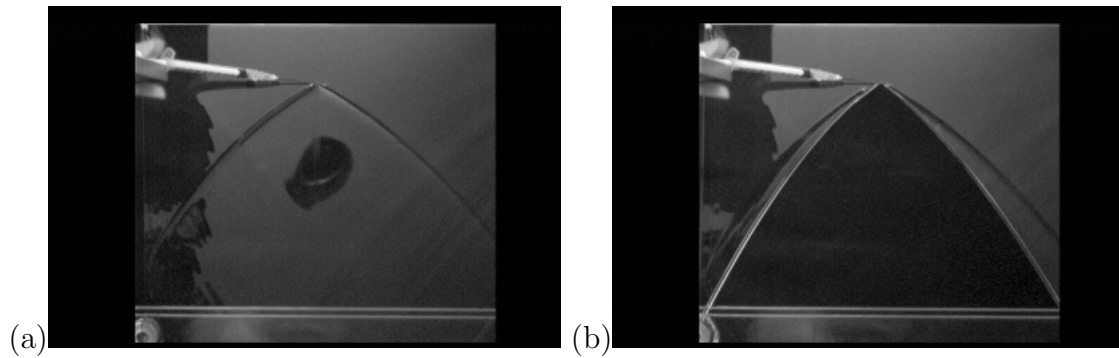


FIG. 2.18 – Comparaison trou (a) et sillage (b) à  $We = 0.4$  ( $\eta = 51.3$  cP,  $d = 5.0$  cm, fente en bas,  $z_0 = 3.5$  cm,  $\Gamma = 0.65$  cm<sup>2</sup>/s).

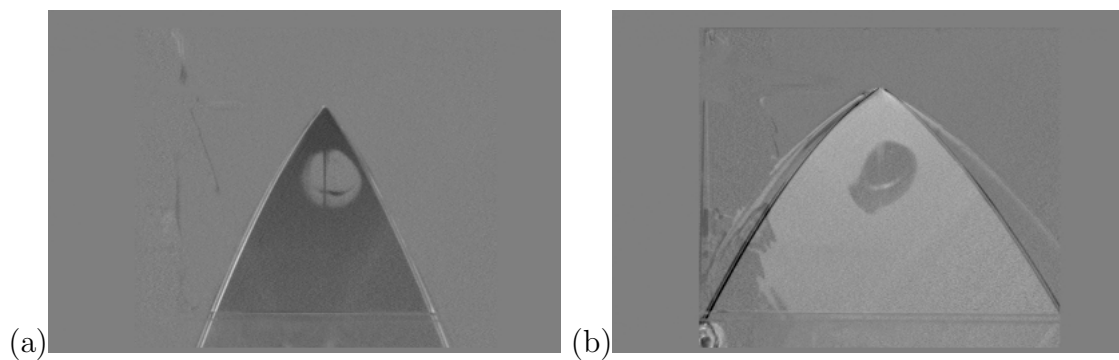


FIG. 2.19 – Supersposition trou/sillage par soustraction d'image. (a) A faible Weber, pas de différence visible. (b) A Weber proche de 0.5, le trou est moins évasé que le sillage.



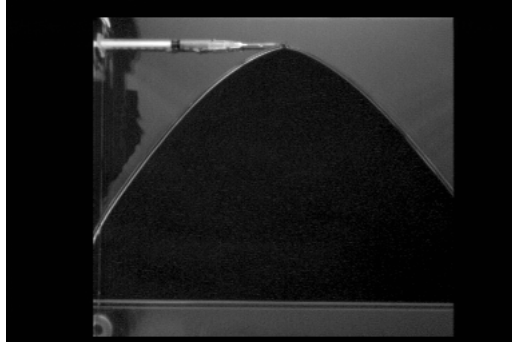


FIG. 2.20 – *Trou dans une région subsonique: l'allure est parabolique ( $\eta = 51.3$  cP,  $d=5$  cm, fente en bas,  $z_0 = 2.1$  cm et  $\Gamma = 0.56$  cm<sup>2</sup>/s).*

formules, mais uniquement dans la limite  $We \ll 1/2$ . Cette subtilité a semble-t-il échappé à Lin et à Taylor lui-même, car leurs expériences concernent soit des nappes horizontales, soit des nappes verticales à  $We$  très inférieur à 1 dans tout le rideau. Dans ce dernier cas, le terme de poids du bourrelet est négligeable devant les deux autres (inertie et tension de surface).

Si le sillage compagnon du trou et un sillage isolé sont identiques, alors il semble probable que le trou ne perturbe pas l'écoulement dans le reste du rideau. Pour le vérifier, une goutte de colorant a été injectée dans la partie non trouée du rideau. Une visualisation à la caméra de la chute de la goutte a montré que la goutte s'écoule verticalement jusqu'à ce qu'elle touche le bourrelet. Elle est ensuite évacuée le long de celui-ci. La vitesse dans le rideau reste donc inchangée malgré la présence d'un trou, celui-ci ne semble donc pas avoir d'influence sur le reste du rideau. Ceci est assez évident si on considère que dans cette situation, les informations provenant de l'obstacle ne peuvent pas remonter l'écoulement.

### 2.4.2 Forme du trou pour $We > 1/2$

Lorsque le rideau est perturbé dans la zone supersonique de  $We > 1/2$ , les ondes sinueuses doivent pouvoir remonter jusqu'au cylindre et éventuellement faire éclater le rideau. Pourtant, il est possible de garder des rideaux stables, non seulement avec une aiguille plantée dans le début de la zone subsonique (comme cela a été vu au paragraphe précédent), mais aussi avec un trou percé légèrement au-dessus du point transsonique, comme le montre la figure 2.20.

Le trou a une forme plutôt parabolique. Etant dans la région subsonique, le sillage "compagnon" du trou n'est plus visible dans ce cas de figure.

Le rideau ne peut pas être percé trop loin du point transsonique sous peine d'éclater (à partir d'un certain point, le trou s'agrandit et entraîne l'éclatement du rideau liquide). Le point d'éclatement du rideau est assez difficile à déterminer: à partir de la création d'un trou au dessus du point transsonique, le système est très sensible aux perturbations extérieures. La minutie avec laquelle on remonte l'aiguille est elle aussi assez déterminante quant à la rupture du rideau. Il peut alors arriver que le trou oscille avant de provoquer la rupture irrémédiable du rideau (cf. paragraphe suivant).

Ainsi, comme cela a déjà été énoncé dans la perte concernant la formation des sillages, le critère de stabilité  $We < 1/2$  dans l'ensemble du rideau n'est pas tout à fait adapté dans le cas de rideaux tombants. Le poids du bourrelet semble être un facteur stabilisant, prenant d'autant plus d'importance que l'on se trouve près du nombre de Weber théorique de rupture. Ce point

sera repris dans le paragraphe de discussion.

### 2.4.3 Oscillations de trous à la limite de stabilité

Lorsque le rideau est percé à la limite du point d'éclatement du rideau (situé dans la zone  $We > 1/2$ ), un phénomène très particulier apparaît: le trou oscille en rebondissant sur l'aiguille. Ce phénomène étant d'une grande rapidité, son observation nécessite l'utilisation de la caméra rapide. Les images d'oscillation du trou sont présentées en figures 2.21.

Le bourrelet se rompt en deux au niveau de l'aiguille. Le bord de trou, alors plus léger, remonte vers l'amont. Le bourrelet se trouve ensuite comme "épluché" et se décroche du trou un peu comme si une fissure se propageait dans le liquide entre le bourrelet et le film. Ce phénomène tout à fait étonnant s'accompagne d'une singularité au niveau de la fissure: les lèvres de la fissure forment un angle aigu, et non pas un arrondi. Pendant ce temps, un nouveau bourrelet se crée. Il se charge de liquide et alourdit le bord de trou qui était en train de remonter. Le bord de trou, une fois trop lourd, finit par redescendre pour se briser à nouveau sur l'aiguille, et ainsi de suite. Bien que le rideau soit extrêmement fragile pendant les oscillations du trou (étant à la limite de stabilité, le rideau peut très facilement éclater), ces oscillations ont pu être observées pendant au moins 30 secondes avant que le rideau n'éclate.

Lorsqu'on tente de mesurer la fréquence des oscillations, il apparaît que celle-ci est de l'ordre de 2 à 5 Hz pour toutes les expériences effectuées. Mais il est apparu que la fréquence pouvait varier du simple au double pour des conditions expérimentales en apparence similaires, malgré la précision relative de la plaquette microcontrôle réglant la position de l'aiguille et celle du réglage de débit. Cette extrême sensibilité de la fréquence a compromis toute étude quantitative du phénomène oscillant.

### 2.4.4 Equations constitutives - Discussion

Ainsi, un trou peut être généré dans une zone du rideau où le nombre de Weber est légèrement supérieur à 0.5 sans pour autant en provoquer la rupture. La raison à cela est l'influence du poids du bourrelet s'opposant à la remontée du trou. Le bilan des forces sur le bord libre n'est donc pas équivalent au critère sur le nombre de Weber, contrairement au cadre d'étude de Taylor où la nappe était horizontale. Lorsque le poids du bourrelet n'est plus négligeable devant l'inertie, il ajoute un facteur stabilisant visible: la mise en évidence de cette tendance apparaît à l'approche du point transonique où le sillage et le trou se distinguent nettement figure 2.19-b.

Un traitement analytique "brut" du problème implique de commencer à écrire les équations-bilan des forces usuelles. On définit  $x(z)$  comme étant le profil du trou, dont le sommet se trouve en  $z = z_0$ .  $S(z)$  est la surface du bourrelet,  $V$  est la vitesse moyenne dans le bourrelet. Le trou fait un angle  $\psi$  avec l'axe  $z$  vertical.  $s$  est l'abscisse curviligne le long du trou. Pour une illustration de ces définitions, voir les figures 2.22-a,b et c.

On écrit tout d'abord la conservation du débit. Le bourrelet recueille le liquide injecté entre 0 et  $x$ , ce qui donne:

$$\Gamma x = SV \tag{2.21}$$

La fonction  $x(z)$  est reliée géométriquement à l'angle  $\psi$  par:

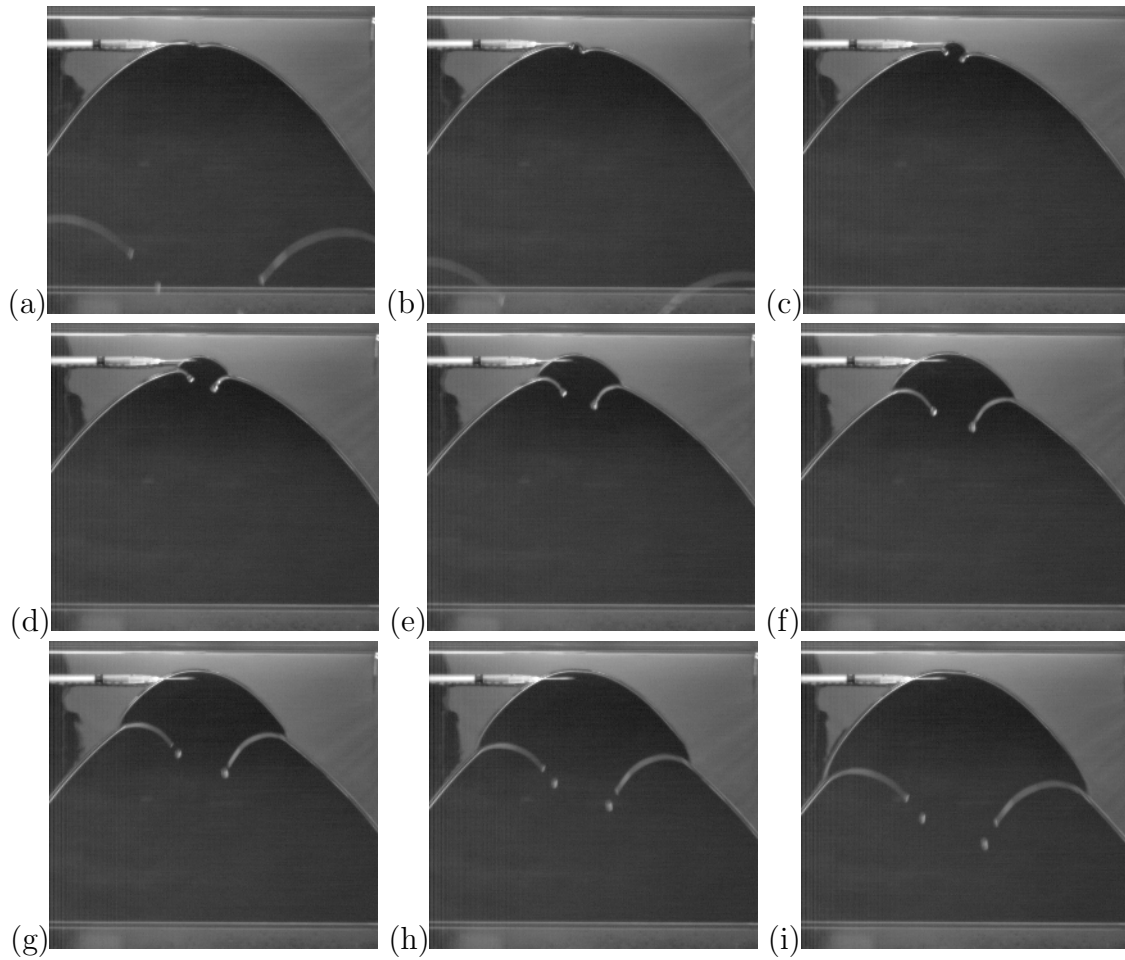


FIG. 2.21 – Oscillations d'un trou ( $\eta = 51.3$  cP,  $d = 5$  cm, fente en bas,  $z_0 = 1.92$  cm et  $\Gamma = 0.51$  cm<sup>2</sup>/s). Les images sont séparées de 20 ms.

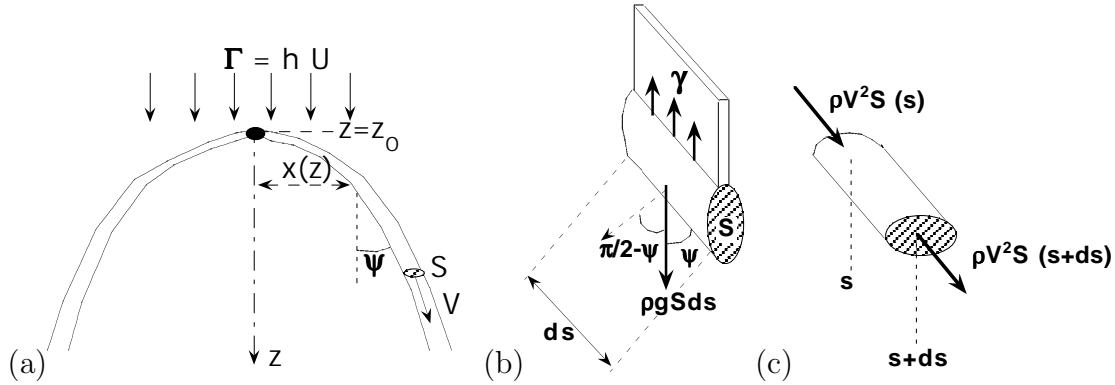


FIG. 2.22 – *Equilibre d'un bourrelet. (a) Schéma du trou et bilan de quantité de masse. (b) Equilibre transverse. (c) Circulation dans le bourrelet.*

$$\operatorname{tg}(\psi) = -\frac{dx}{dz} \quad (2.22)$$

D'autre part, la projection de l'élément de volume donne:  $dx = ds \sin(\psi)$ .

Sur l'élément de volume de bourrelet de longueur  $ds$  et de section  $S$ , on effectue un bilan des forces dans la direction transverse à l'écoulement (perpendiculaire au bord libre): la tension de surface exerce une force de  $2\gamma ds$  tendant à tirer le bord libre vers le "haut". Le poids du bourrelet projeté devient  $\rho g S \sin(\psi) ds$ . Le flux de quantité de mouvement venant de l'écoulement dans le film d'épaisseur  $h$  vaut  $\rho U^2 h \sin(\psi) dx$ . En divisant tout par  $ds$ , on obtient:

$$2\gamma = \rho g S \sin(\psi) + \rho U^2 h \sin^2(\psi) \quad (2.23)$$

En évaluant le même équilibre des forces projeté de long du bourrelet, on obtient:  $(\rho V^2 S)_{s+ds} - (\rho V^2 S)_s = (\rho g S \cos(\psi) + \rho U^2 h \sin(\psi) \cos(\psi)) ds$ , ou en simplifiant par  $ds$ :

$$\frac{d}{dx} (SV^2) = g \frac{S}{\operatorname{tg}(\psi)} + U^2 h \cos(\psi) \quad (2.24)$$

Les équations (2.21) à (2.24) constituent un système fort complexe à résoudre. D'une part,  $x$ ,  $\psi$ ,  $S$ ,  $h$ ,  $U$  et  $V$  dépendent de  $z$  de façon souvent non-triviale, mais en plus, on ignore tout le l'effet de l'aiguille qui doit entrer en compte dans le bilan des forces au sommet. Un échappatoire possible consiste à écrire les équations en l'absence d'aiguille, sous l'approximation d'un angle au sommet proche de  $\pi/2$ .

A ce moment là, le système d'équations (2.21) à (2.24) se simplifie près du sommet:

$$\psi = \frac{\pi}{2} \quad (2.25)$$

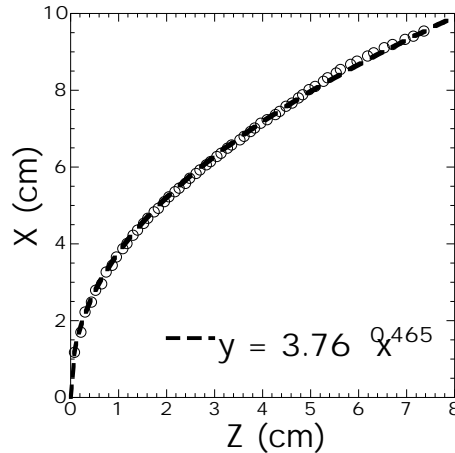
$$\Gamma x = SV \quad (2.26)$$

$$2\gamma = \rho g S + \rho U^2 h \quad (2.27)$$

$$\frac{d}{dx} (SV^2) = g S \epsilon + U^2 h \epsilon \quad (2.28)$$

$$\frac{dz}{dx} = \epsilon \quad (2.29)$$

$$(2.30)$$

FIG. 2.23 – *Extraction de la forme d'un trou en train d'osciller*

Un calcul simple donne la forme suivante:

$$z \simeq \frac{\rho}{2\gamma} \left( \frac{\Gamma^2}{2l_c^2 - U^2 h/g} \right) x^2 \quad (2.31)$$

L'expression ci-dessus suggère donc un trou de forme parabolique. Le préfacteur diverge à l'approche du point  $We = 1/2$ . Une extraction des profils de trous ont montré des formes en profils de paraboles, et lorsque le trou se met à osciller (et donc qu'il se décroche de l'aiguille), sa forme est très proche d'une parabole (figure 2.23).

Ce problème n'est pas sans rappeler deux expériences récentes ayant trait à la formation d'arches sèches sur des surfaces mouillées partiellement par le liquide. Dans l'une d'entre-elles [125], l'arche sèche est générée en créant un trou dans un film instable reposant sur une surface non-mouillante. Il s'en suit une forme d'équilibre ressemblant à des trous paraboliques. Le démouillage peut aussi être provoqué par l'appui d'un patin, qui dans les expériences du groupe de F. Brochard à l'institut Curie, est déplacé à vitesse constante sur un film liquide préalablement formé mais instable [126]. L'arche sèche résultante se met à croître, délimitée par un bourrelet, dont la forme dépend du rapport entre la vitesse propre de démouillage et la vitesse de déplacement du patin: forme de poire (arche qui se referme à l'arrière) à vitesse élevée, forme de sillage droit ou parabolique à vitesse de déplacement faible.

Pour le rideau tombant, la zone de "démouillage" se développe en aval de l'aiguille. Au delà d'un certain nombre de Weber (légèrement supérieur à 0.6), l'écoulement est insuffisant pour maintenir le trou sur l'aiguille.

## 2.5 Perturbations spontanées en configuration de ruissellement - Ondes en damier

Dans cette partie, le cylindre est placé en configuration de ruissellement, fente vers le haut. Par rapport à la configuration fente vers le bas, on élimine ainsi une échelle de longueur (la largeur de la fente  $e$ ) ainsi que la vitesse caractéristique  $u_0 = \frac{\Gamma}{e}$ . Une nouvelle longueur caractéristique peut éventuellement être l'épaisseur de liquide laissée sur les bords du cylindre (ou bien la longueur capillaire au niveau du raccord film/rideau).

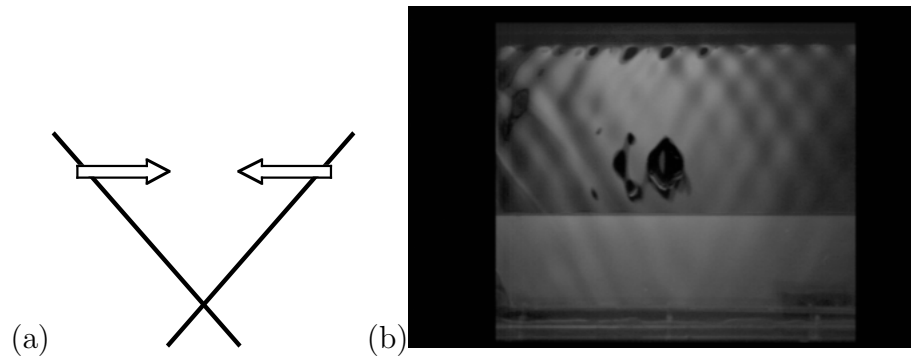


FIG. 2.24 – (a) Description schématique de la propagation des fronts d’onde en damier. (b) Ondes en damier dans un rideau ( $\eta = 9.6 \text{ cP}$ ,  $d=6.5 \text{ cm}$ ,  $\Gamma = 0.92 \text{ cm}^2/\text{s}$ ).

Dorénavant, le rideau n’est plus perturbé avec une aiguille. Les perturbations sont générées spontanément (juste en décroissant le débit). Celles-ci peuvent soit mener à la rupture du rideau, soit à un régime original de propagations d’ondes décrit dans cette partie.

### 2.5.1 Description du motif en damier

A débit légèrement supérieur au débit de rupture du rideau, il se passe un phénomène que l’on ne rencontre pas aux autres débits: le rideau peut devenir très perturbé, sans aucune intervention extérieure. Ces perturbations ont été découvertes mais non expliquées par S.Albert et J.-M. Flesselles au cours d’un précédent stage au laboratoire. Des ondes se mettent à se propager horizontalement dans deux directions opposées sur la nappe et forment une figure cohérente à allure de damier comme le montre la figure 2.24.

Pour la plupart des débits pour lesquels le damier apparaît, ce dernier se trouve localisé juste en dessous du cylindre. Ce n’est qu’à débit très faible, c’est-à-dire pratiquement égal au débit de rupture du rideau, que le damier se voit sur toute la nappe comme sur la figure 2.24.

Jusqu’ici, très peu de choses étaient connues concernant le damier. Notamment l’origine et la nature des ondes qui le constituent (sinueuses ou variqueuses) étaient inconnues. La propagation des ondes en damier étant très rapide, son étude a nécessité elle aussi l’utilisation de la caméra rapide, outil qui manquait à S.Albert.

### 2.5.2 Conditions d’obtention

Le damier ne se produit qu’à débits proches du débit de rupture du rideau. A haut débit, le rideau n’est pas du tout perturbé.

Les expériences ont révélé que le damier ne peut exister que dans la configuration où la fente du cylindre injecteur est orientée vers le haut. Il n’y a jamais de damier quand la fente est tournée vers le bas. Ceci indique que cette instabilité est due aux conditions d’injection du liquide: fente vers le haut, le fluide s’écoule des deux côtés sur les parois du cylindre et les deux parties de fluide se rejoignent en bas du cylindre.

L’instabilité en damier semble être une source supplémentaire de rupture du rideau liquide. Ainsi, le débit de rupture du rideau en colonnes est plus élevé fente vers le haut que vers le bas (où il n’y a pas de damier).

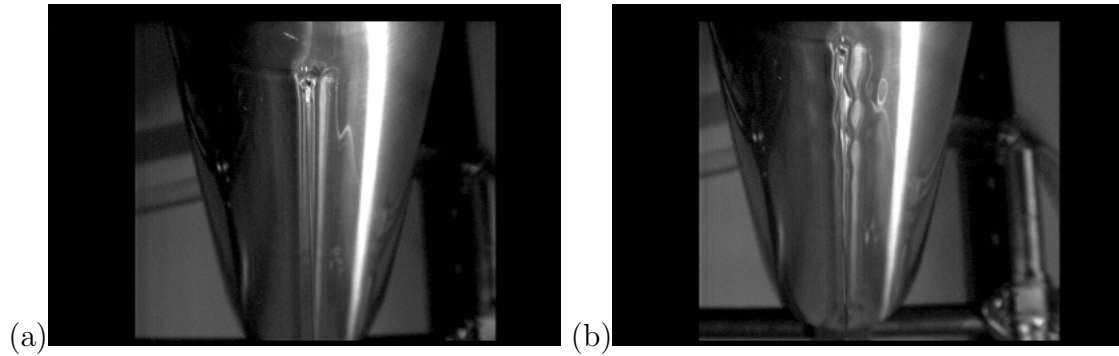


FIG. 2.25 – Nature des ondes en damier -  $\eta=30.3$  cP,  $d=6.5$  cm Vue de profil du dessous du cylindre injecteur. (a) Pas de damier -  $\Gamma=2.08$  cm<sup>2</sup>/s. (b) Damier: ondes sinueuses -  $\Gamma=1.65$  cm<sup>2</sup>/s.

On peut se demander si les ondes constituant le damier n'ont pas pour origine une éventuelle instabilité du film lorsqu'il ruisselle sur le cylindre. Pour le vérifier, une nappe laser éclairant le cylindre a été créée avec un laser et une lentille cylindrique. Aucune perturbation de la nappe laser, quel que soit l'endroit sur le cylindre n'a été visible, alors que les perturbations que l'on crée sur le cylindre avec une aiguille sont très visibles par ce moyen. Cela suggère que les ondes du damier n'ont pas pour origine une instabilité du film, ou que celle-ci a vraiment une amplitude très faible.

Il est à noter que les damiers les plus nets, les plus "harmonieux" ont été obtenus pour une huile de 10 cP. Les huiles plus visqueuses conduisent à des damiers moins réguliers. A 50 cP, l'obtention du damier n'a été possible qu'avec le plus petit cylindre ( $d=5$  cm). L'utilisation du cylindre de plus gros diamètre conduit à la création de deux rideaux ou deux rangées de colonnes (cf. figure 2.5).

Intuitivement, on peut prévoir qu'à encore plus haute viscosité, il ne sera pas possible d'obtenir des damiers réguliers avec des grandeurs clairement mesurables. La tendance du rideau unique à se séparer en deux nappes distinctes est trop forte, sans doute en raison d'une instabilité de Rayleigh-Taylor sélectionnant une longueur d'onde dans la direction transverse. La haute viscosité est alors un facteur favorisant cette nouvelle instabilité car l'épaisseur de liquide laissée sur le cylindre est alors plus grande (et les effets de gravité plus importants).

### 2.5.3 Nature des ondes en damier

On peut également s'interroger sur la nature variquée ou sinueuse des ondes du damier. Des vues prises de côté, dans l'axe du cylindre mais un peu en dessous (cf. figure 2.25) ont permis de lever cette incertitude.

Sur la figure 2.25-b, on distingue bien un "serpentage" du rideau près des bords n'apparaissant que lorsque le damier est présent. Ceci suggère une nature essentiellement sinueuse du damier. Le fait que l'inclinaison des ondes en damier ressemble fortement à celle des sillages des ondes sinueuses conforte cette déduction (figure 2.24).

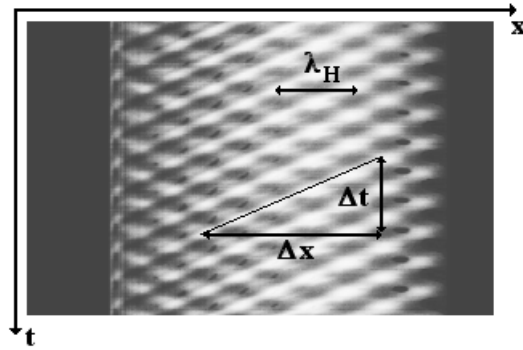


FIG. 2.26 – Diagramme spatio-temporel obtenu en extrayant une ligne sous le cylindre. On y extrait facilement la longueur d’onde horizontale  $l_H$  et la vitesse horizontale  $v_H$ .

### 2.5.4 Influence du damier sur le débit de rupture

Il peut être intéressant d’évaluer dans quelle mesure l’apparition du damier influence la cassure du rideau. Reconsidérons le tableau (2.3) en début de chapitre. Les mesures de débit de rupture montrent que le damier est clairement associé à un mécanisme de déstabilisation de la nappe. Tout porte à conclure que l’apparition du damier a un effet plus destructif à haute viscosité et pour un grand rayon de cylindre.

Il y a de fortes présomptions (ne pouvant pas être justifiées plus rigoureusement que par l’intuition découlant d’observations directes) pour que l’origine du damier soit une instabilité de Rayleigh-Taylor essayant de se développer le long de l’axe transversal au rideau. Ce point est réabordé en discussion.

### 2.5.5 Etude quantitative

Des mesures ont été effectuées pour quantifier l’évolution de la longueur d’onde et de la vitesse des ondes en damier en fonction du débit. Pour cela, le recours à des diagrammes spatio-temporels s’est avéré très utile. Pour les obtenir, on procède comme suit: une séquence d’images est acquise avec la caméra rapide (250 images par seconde), qui est stockée dans la mémoire de la caméra. Puis la séquence est repassée au ralenti pour envoyer les images sur l’ordinateur (la carte d’acquisition a une fréquence maximale de 16 images/seconde). Les diagrammes spatio-temporels sont obtenus grâce au logiciel NIH Image en sélectionnant à l’ordinateur une ligne horizontale sur les images acquises. La ligne choisie est située très près du cylindre ( $z=0.3$  cm) car le damier est surtout localisé sous le cylindre. Au fur et à mesure que les images défilent, les lignes correspondant aux différentes images s’affichent les unes en dessous des autres (512 lignes en 30.72 s). Ces diagrammes spatio-temporels permettent de visualiser la propagation des ondes constituant le damier et de déterminer la longueur d’onde sur l’horizontale ainsi que la vitesse horizontale de ces ondes (cf. figure 2.26).

Pour avoir une meilleure précision sur la longueur d’onde horizontale  $l_H$ , il est préférable de mesurer  $n$  longueurs d’ondes sur le diagramme et de diviser par  $n$  pour obtenir  $l_H$ . De même, les mesures de  $\Delta x$  et  $\Delta t$  permettent d’obtenir la vitesse  $v_H$ .



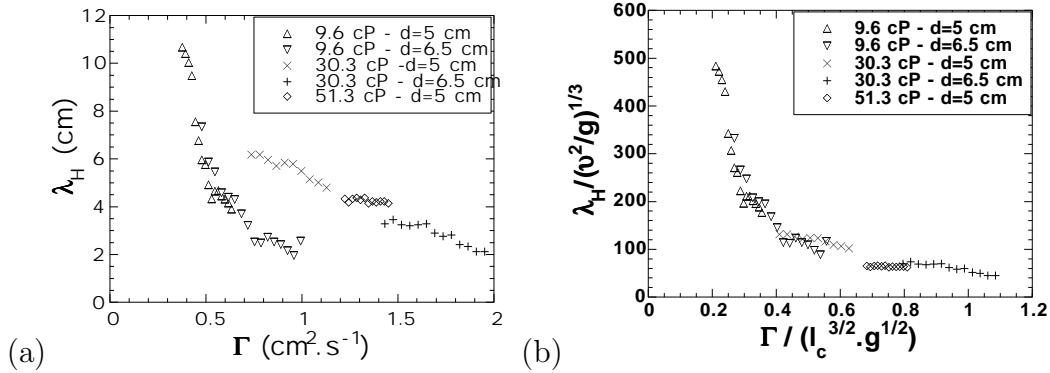


FIG. 2.27 – (a) Longueur d’onde du damier en fonction du débit. (b) Grandeurs réduites.

## Longueur d’onde

La longueur d’onde horizontale du damier est de l’ordre de quelques centimètres et sont donc facilement visibles sous le cylindre (figure 2.25-b). Sur un même graphique (cf. figure 2.27-a) sont regroupées les valeurs des longueurs d’onde en fonction du débit pour les 3 huiles (9.6, 30.3 et 51.3 cP) et les deux cylindres utilisés ( $d = 5.0$  et  $6.5$  cm). Cherchant à rassembler les points sur des courbes maîtresses, il est apparu qu’une quantité possible pour adimensionner la longueur d’onde pouvait être  $\nu^{2/3}/g^{1/3}$  (cf. figure 2.27), mais ce n’est pas la seule, comme nous le verrons plus bas.

La longueur d’onde semble dépendre de la viscosité du fluide et du débit. Elle décroît avec le débit: le meilleur fit donne  $\lambda \simeq \Gamma^{-4/3}$ , mais un fit en puissance de  $-2$  à  $-1$  donne des résultats corrects.  $l_H$  croît avec la viscosité, semble-t-il en puissance  $2/3$ , mais sans une tendance très claire. Un adimensionnement du débit par la viscosité cinématique  $\nu$  a été tenté, mais les résultats n’ont pas été concluants: les points se décalent les uns par rapport aux autres sans que l’ensemble ne forme une courbe. Intuitivement, on peut alors penser que la tension de surface pourrait être le bon paramètre. Etant donné que les huiles utilisées ont pratiquement toutes la même tension de surface (cf. tableau 2.1), une réduction de  $\Gamma$  à l’aide de la tension de surface ne fait que décaler l’ensemble des courbes. Cette réduction de  $\Gamma$  est suggérée, sans pouvoir être vérifiée. Néanmoins, un argument explicatif est avancé dans le paragraphe de la discussion. L’autre grandeur du problème est le diamètre  $d$  du cylindre: il intervient peut-être dans l’adimensionnement de  $l_H$  et a une influence sur la plage des débits pour lesquels le damier apparaît. Modifier  $d$  de  $5$  cm à  $6.5$  cm fait par exemple passer la plage d’existence du damier de  $[0.7; 1.15]$   $\text{cm}^2/\text{s}$  à  $[1.4; 2]$   $\text{cm}^2/\text{s}$ .

L’idée habituelle qui consiste à trouver une loi d’échelle en puissance des paramètres physiques et géométriques n’est peut-être ici pas adaptée. Nous reviendrons sur ce point dans le paragraphe de discussion.

## Vitesse horizontale du damier

La même étude quantitative, en variant le diamètre du cylindre et la viscosité, a été effectuée pour la vitesse horizontale des ondes. Mais cette fois ci, la viscosité ne semble pas être le bon paramètre (la vitesse semble indépendante de la viscosité). L’adimensionnement suggéré pour la vitesse et le débit est effectué en constituant des grandeurs caractéristiques sur la gravité  $g$  et la longueur capillaire  $l_c$ , ce qui revient à privilégier la tension de surface dans une éventuelle

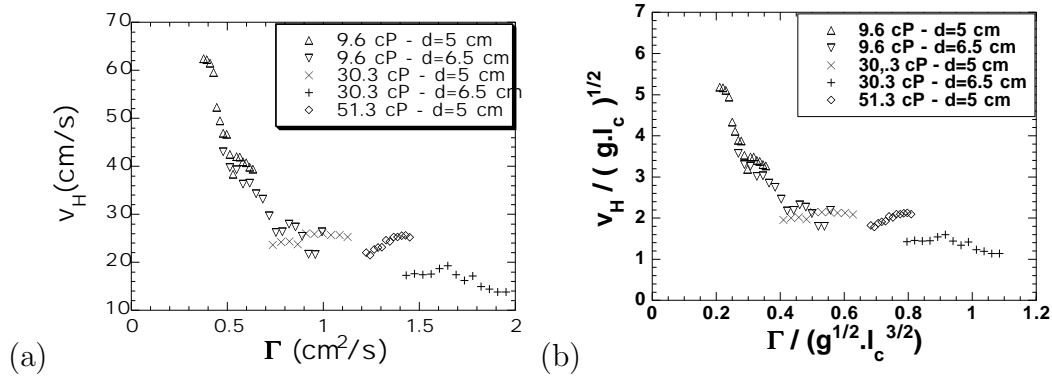


FIG. 2.28 – (a) Vitesses des fronts d’onde du damier en fonction du débit. (b) Grandeurs réduites.

interprétation de la physique mise en jeu (cf. figure 2.28). Cet adimensionnement est argumenté en partie discussion.

La vitesse horizontale est du même ordre de grandeur que celle des ondes sinueuses (quelques dizaines de centimètres par seconde), ce qui conforte encore une fois dans l’idée que les ondes du damier sont des ondes sinueuses. Elle diminue avec le débit, mais pas avec une loi  $\Gamma^{-1/2}$  comme on aurait pu s’y attendre, conformément à l’équation (2.7) de vitesse des ondes sinueuses. La bonne loi de puissance est plutôt:  $v_H \sim \Gamma^{-1}$ . Cette tendance trouve une justification en partie discussion.

## 2.5.6 Interprétations - Discussion

Il est un résultat essentiel: bien que la vitesse de l’écoulement (et l’épaisseur de la nappe) varie le long de l’axe vertical  $z$ , la vitesse de **propagation latérale** du damier ( $V_H$ ), elle, ne change pas le long de la nappe (contrairement à la vitesse des ondes sinueuses). Bien que les observations directes penchent pour une nature sinueuse (figure 2.25), la vitesse de propagation n’est pas celle des ondes sinueuses. En fait, si on essaie de construire une vitesse qui ne dépende pas de  $z$ , par combinaison des deux autres vitesses ”actives” dans la nappe ( $c_{sin}$  et  $u$ ), on arrive à la relation suivante:

$$V_H = \frac{c_{sin}^2(z)}{u(z)} \simeq \frac{2\gamma}{\rho h(z)} \frac{h(z)}{\Gamma} = \frac{\gamma}{\rho\Gamma} \quad (2.32)$$

En d’autres termes, dimensionnellement, la vitesse du damier devrait être proportionnelle à la vitesse de l’écoulement (et des ondes sinueuses) au point transonique. Ce fit est reporté sur la figure 2.29-a, et marche plutôt bien.

En essayant de trouver des lois simples avec les paramètres physiques et géométriques du problème, on constate que la vitesse semble indépendante de la viscosité et du diamètre du cylindre. Elle décroît en  $\frac{1}{\Gamma}$  avec le débit.

La longueur d’onde semble quant à elle dépendre de la viscosité, étant plus faible aux fortes viscosités. Le rayon du cylindre peut éventuellement jouer un rôle. Cette dépendance peut être tranchée en examinant les mesures de fréquence, qui n’est rien d’autre que  $f = \frac{V_H}{\lambda}$ . Sur la figure 2.29-b, les mesures brutes de  $f$  montrent deux tendances:

- A même viscosité,  $f$  semble plus grand pour  $d$  plus petit. Sur la figure 2.29-c, le produit  $f.d$  permet de regrouper les points à même viscosité: ceci suggère une dépendance de  $f$  avec

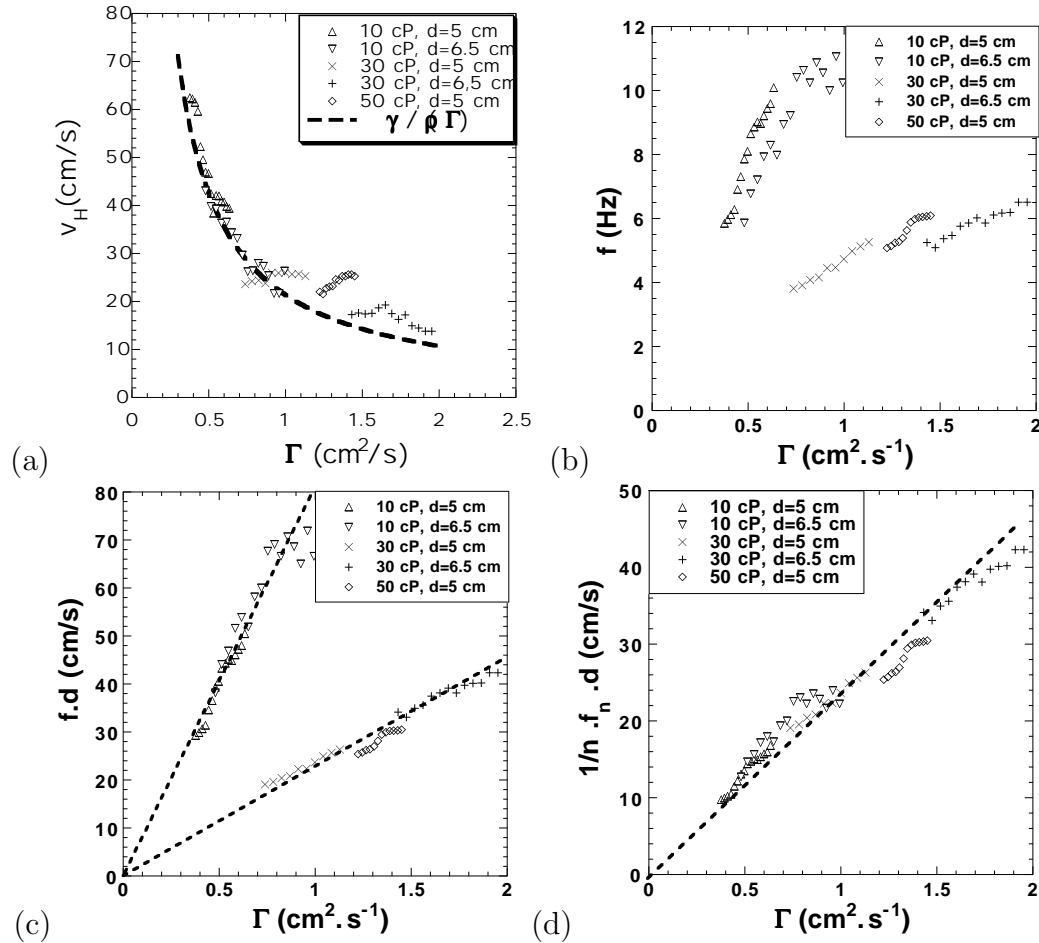


FIG. 2.29 – Support de discussion pour la propagation des ondes en damier: (a) Vitesses brutes superposées à la valeur de la vitesse sinueuse au point transonique (pointillés). (b) Fréquence des ondes (données brutes). (c) Produit Fréquence\*Diamètre du cylindre. (d) Produit  $f \cdot d$  divisé par l'ordre d'un mode éventuel.)

l'inverse du diamètre du cylindre.

- Les viscosités plus élevées (30 et 50 cP) donnent des valeurs de  $f$  plus basses; il ne semble pas que cette tendance puisse être fittée par une variation en loi de puissance de la viscosité: les données semblent constituer deux "paquets" distincts.

Tout semble se passer comme si, à  $d$  constant, la viscosité jouait un rôle de sélection de mode, les modes d'ordre supérieurs apparaissant à basse viscosité. Les ondes s'écrivant sous la forme  $\exp i(kx - \omega t)$ , il advient que les vitesses des harmoniques et sous-harmoniques sont les mêmes ( $V_H = \frac{3\omega}{3k} = \frac{2\omega}{2k} = \frac{3\omega}{3k}$ ). Il paraît alors normal que  $V_H$  soit indépendant de la viscosité. La figure 2.29-d reporte les mêmes mesures de fréquences, mais divisées par l'ordre du mode supposé  $n$ . Il a suffi de diviser les mesures à  $\eta=10$  cP par **trois** pour que les données se remettent sur une courbe maîtresse. Ceci semble donc suggérer que les mesures à 10 cP concernent un mode harmonique d'ordre trois par rapport aux mesures à 30 et 50 cP. Tout ceci reste néanmoins très spéculatif, et des mesures plus systématiques avec d'autres viscosités et diamètre de cylindre pourront confirmer ou infirmer cette interprétation.

Tout ceci suggère que:

- La vitesse des ondes est choisie au sein de l'écoulement, là où la viscosité est non-influente.

Ceci est cohérent avec le fait que ce choix de la vitesse ait à voir avec le point transonique. Ceci implique aussi que le diamètre du cylindre n'a pas d'influence sur  $V_H$ .

- La fréquence (et la longueur d'onde en découlant, à vitesse fixée) semble plutôt choisie par l'instabilité de Rayleigh-Taylor susceptible de se développer dans la direction orthogonale à la nappe (et qui jouerait alors le rôle d'excitateur). Cette fréquence est influencée par la viscosité, qui semble fixer l'ordre du mode sélectionné. Un cylindre de diamètre plus élevé semble quant à lui abaisser la fréquence: peut-être est-ce une grandeur caractéristique qui va fixer le mode de base instable le long de la courbe de dispersion de l'instabilité de Rayleigh-Taylor. Deux valeurs de  $d$  sont insuffisantes pour pouvoir conclure fermement cette question. Il est par ailleurs assez troublant que la fréquence ne varie pas en inverse de la viscosité, comme le taux de croissance dans l'instabilité de Rayleigh-Taylor [1]. Des effets non-linéaires que nous ignorons pilotent vraisemblablement cette sélection de mode. Ceci est peut-être à relier aux mesures de pulsations d'états oscillants à doublement de période spatiale effectués sur la coupelle: on y trouvait là aussi une pulsation décroissant avec la viscosité, mais avec une tendance similaire au damier: les mesures à 10 cP se détachaient d'un groupe de mesures concernant les viscosités de 20, 50 et 100 cP (les mesures à 200 cP constituaient un troisième groupe distinct).

Ainsi, le damier semble être la conséquence de l'instabilité de Rayleigh-Taylor dans le sens transverse: la cassure de celui-ci mène d'ailleurs quelquefois dans l'état où deux nappes ou deux rangées de colonnes co-existent, preuve que la nappe initiale s'est partagée en deux par son plan de symétrie. Il est à noter que ce type d'instabilité transverse dans une nappe (avec une sélection de modes) se retrouve aussi dans une expérience d'écoulement à travers une grille à l'INLN [127].

## 2.6 Conclusions sur l'étude du rideau liquide tombant

L'étude d'un rideau liquide tombant près de sa limite de stabilité révèle des comportements qui peuvent nous renseigner sur les propriétés des nappes liquides en terme de propagation de l'information ou de développement de perturbations de surfaces d'amplitude faible (sillages ou ondes en damier) ou finie (trous). Ces préoccupations fondamentales sont à relier aux préoccupations plus appliquées de stabilité d'un tel rideau et des problèmes pratiques associés (coating, atomisation, ...). Dans cette optique, il s'est avéré qu'une viscosité plus élevée semblait être un facteur stabilisant pour une telle nappe, en temps que facteur amortissant les perturbations extérieures: c'est ainsi qu'une nappe liquide peut se maintenir alors qu'en décroissant progressivement le débit, on agrandit la zone instable. Il convient par ailleurs de signaler que la cassure d'un rideau s'effectue assez souvent à partir de ses bords verticaux, par décrochage au niveau des guides, et non pas nécessairement par naissance et remontée d'un trou dans la zone subsonique.

Plus généralement, il est apparu en consultant la littérature spécialisée [128, 129] que la rupture d'un rideau tombant pouvait de façon assez inquantifiable dépendre du processus lui ayant donné naissance (principalement au niveau de l'injecteur) et de son processus d'application associé.

Forts de ces constatations, nous avons mené la présente étude en perturbant nous même le rideau de façon assez forte et contrôlée, pour être sur que la rupture soit due à nos perturbations: par exemple, le damier précipite clairement la rupture du rideau, à des débits d'autant plus grands que la viscosité est élevée. A ce moment là, nous nous sommes quelque peu écartés du but initial, pour nous concentrer sur l'étude de comportements dynamiques inédits, que sont

les oscillations de trous ou les ondes en damier.

En ce qui concerne les ondes en damier d'ailleurs, des expériences complémentaires avec des huiles de tensions de surface, de viscosités différentes et avec des cylindres de diamètres différents doivent être effectuées, pour pouvoir déterminer la validité des interprétations.

Pour en revenir à la stabilité de la nappe, il est apparu que l'analyse de stabilité linéaire de Lin montrait ses limites: la nappe peut se maintenir en présence d'une zone linéairement instable (subsonique), même lorsqu'on perturbe le rideau dans cette zone.

La formation du trou et ses oscillations laissent beaucoup de points ouverts quant à un traitement analytique. La complexité des équations régissant la forme (et la stabilité) d'un trou a constitué un obstacle majeur. L'extrême sensibilité des oscillations au placement de l'aiguille n'a hélas pas permis de mesures quantitatives de fréquences: il est d'ailleurs possible que le rebond du bourrelet de liquide sur l'aiguille provoque de petites oscillations de celle-ci, aussi rigide soit-elle.

Cette expérience n'est tout de même plus à un stade exploratoire: elle a atteint l'"âge de raison". Néanmoins, la variation de quelques paramètres de l'expérience est à poursuivre afin d'affiner (voire d'infirmier) nos interprétations.

# Chapitre 3

## Cloches liquides

Une bonne partie du travail présenté dans ce chapitre a été obtenue en collaboration avec Christophe Clanet de l'IRPHE (Marseille) au cours de sa venue au laboratoire PMMH en juin 2000. Il a en particulier développé l'algorithme de résolution numérique de la forme des cloches.

### La place particulière des cloches dans l'ensemble des nappes liquides

Comme il a été rappelé dans le chapitre 1 de cette partie, de nombreuses études analytiques et expérimentales ont été menées sur les cloches liquides: des pionnières de Savart aux plus récentes par Clanet ou Bush, en passant par G.I. Taylor (références données au premier chapitre), ces études occupent une large place dans l'ensemble des études concernant les nappes liquides. Néanmoins, les enjeux sont purement académiques: mis à part le cas marginal d'enduisage de surfaces cylindriques, les applications pratiques de tels objets sont beaucoup moins évidentes que celles autour des nappes liquides verticales.

Même dans l'optique d'une étude académique, on est en droit de se poser la question de l'utilité d'une étude supplémentaire après celles exhaustivement menées par de grands noms de la mécanique des fluides. Il convient alors de signaler qu'à notre connaissance, aucune étude de cloches liquides n'a été menée en configuration de débordement / ruissellement. La quasi-totalité des configurations expérimentales font appel à l'impact d'un jet liquide sur un support solide de forme variée (conique pour G.I. Taylor, disque pour Savart, ...). Seule d'étude de Hopwood utilise un injecteur annulaire. Il est évident que notre configuration originale de coupelle circulaire ruisselante entraîne un champ de vitesse le long de l'écoulement différent de celui obtenu dans une géométrie impactante. En se référant dans le chapitre précédent, aux profils de vitesse obtenus pour le rideau liquide vertical, on pressent des conséquences similaires pour les cloches: le profil de vitesse sera vraisemblablement uniforme transversalement (variable uniquement suivant l'axe vertical  $z$ ) et uniformément accéléré par la gravité, avec une valeur très proche de zéro juste en dessous de la coupelle.

De plus, il a été fait référence lors de l'étude des nappes liquides verticales, au rôle perturbateur des bords fixes. La géométrie annulaire des cloches permet alors de s'affranchir de l'effet de ces bords, de la même façon que le réseau de colonnes liquides décrit lors des précédents chapitres s'étudie de façon plus rigoureuse sous une coupelle (avec des conditions aux limites périodiques); les perturbations apparaissant dans la cloche sont alors intrinsèques à l'écoulement et non pas provoquées par des bords fixes. En d'autres termes, une cloche liquide peut être vue comme un rideau sans bord. Cependant, pour que cette dernière remarque prévaille, il faut encore que la cloche ait une forme de cylindre vertical, ce qui n'est généralement pas le



FIG. 3.1 – *Cylindre liquide obtenu par gonflement d'une cloche.*

cas car les effets de tension de surface provoquent le cintrage de la cloche et une diminution de son rayon avec  $z$ . A la suite de cette constatation, nous avons tenté de modifier (sur une suggestion de J.-M. Flesselles) la forme d'une cloche et de la rendre cylindrique en injectant de l'air à l'intérieur. Il est apparu que pour la plupart des débits la "cloche" cylindrique obtenue est stable, bien que fragile 3.1.

La présentation de l'étude analytique, numérique et expérimentale des cloches liquides a fait l'objet d'un article soumis à *Physics of Fluids*. Ce dernier est reporté ci-après :

# Viscous liquid bells under a circular dish

P. Brunet, C. Clanet and L. Limat

## Abstract

The shape of a viscous liquid overflowing from a circular dish at constant flow-rate is investigated. Previously studied as a one-dimensional cellular pattern of liquid columns ([8, 44]), this experiment allows to observe, at higher flow-rate, a liquid annular sheet with a bell-like shape. Although several studies of such objects have been performed, the way to create it gives original properties ensuing the velocity field in the sheet essentially governed by gravity: the liquid is accelerated, a condition which contributes to keep closed bells stable. As a consequence, a pressure difference between the inside of the bell and the atmosphere can be maintained and controled. The flow profile also allows the existence of a so-called 'transonical point', where the liquid velocity equals the speed of antisymmetrical (sinuous) surface waves. The consequence of the existence of such a point is discussed, supported by measurements of the bell shape varying both flow-rate and pressure difference.

## 3.1 Introduction

The formation and stability of liquid sheets has been extensively studied in various experimental and analytical investigations, since the pioneering works by Savart [107] and Boussinesq [108]. Such objects are often generated downstream a liquid jet impacting on a solid or below an injecting slot. One of the most exhaustive study has been performed by Taylor [109], who studied annular sheets (familiarily called 'Liquid bells') amongst a host of others various shapes generated by liquid flows. Few years before him, Hopwood [110] observed bells formed by injecting water under pressure on a tube with an annular slit at its end. Lance and Perry [111] found numerical solutions of the shape. More recently, Buckingham and Bush [112] performed experiments of impingements with a viscous liquid jet: the bell formed downstream then may exhibit polyhedral shapes.

In addition to the esthetic interest, such studies can be put in relation to other ones performed on planar liquid sheets. In this former case, whose practical applications are numerous, the sheet is generally created by injecting a liquid from a slot. Several theoretical works (see for example [113, 114]) predict the stability of liquid sheets in terms of linear developments of surfaces waves. In experiments [114, 115], some practical constraints can involve the breaking of sheets: Their edges are generally fixed by two vertical guide wires to provide the curtain shrinking due to surface tension effects and these rigid boundaries can be sources of perturbations driving to instabilities. An additional interest of a study on liquid bells can then be justified, considering them as a liquid curtain with periodic boundary conditions (without rigid edges). Moreover, the annular geometry can hold situations of specific instabilities which do not occur on planar sheets: One of us (C.C.) has recently put in evidence [122] that a non-zero pressure difference between the inside and the outside of closed bells can amplify and lead to an instability causing their bursting. The influence of a pressure difference has been studied in planar sheets by Finnicum et al. [115]. Our experiment allows to extend their study to the annular geometry.



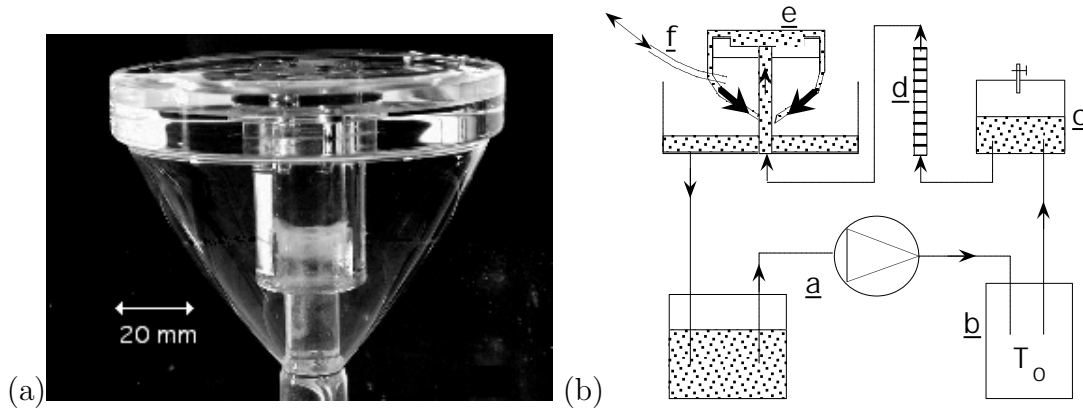


FIG. 3.2 – (a) Water bell generated under an overflowing circular dish. (b) Diagram of the experimental setup.

As first noticed by Taylor [109] (part three), free edges are about to cause the breaking of a liquid sheet by expanding at the same speed as sinuous waves (antisymmetric),  $U_s = \left(\frac{2\sigma}{\rho E}\right)^{1/2}$ ,  $E$  being the local thickness,  $\sigma$  the surface tension and  $\rho$  the density. Both this two last quantities are assumed to be constant on the whole flow. The question of the stability of liquid bells can be asked as follows. Is a perturbation about to be amplified and propagate on the sheet? The Taylor criterion suggests that a perturbation is about to destabilize the sheet if it is generated in an area where the flow velocity  $U$  is smaller than the velocity of sinuous waves. On the contrary, if the local velocity on a point of the flow is larger than  $U_s$ , a perturbation at this point is convected downstream and will not be able to amplify. The bell is then divided into two zones : a stable one and a unstable one. The Weber number  $We$ , which quantify the relative influences of inertia and capillary forces, characterises the limit of these two zones : It is equivalent to compare  $U$  versus  $U_s$ , and to compare  $We = \frac{\rho EU^2}{2\sigma}$  versus 1. As a consequence, there may exist two main zones in the flow, in connection to the Weber number value : The ' $We > 1$  zone' is a stable one in the sense that any perturbations driven by capillary effects (hole or surface wave) will be advected by inertia. In the ' $We < 1$  zone', thus, it is predicted that these perturbations may cause the sheet break-up. The transition point between these two zones is directly observable : as suggested by Taylor [109] (part II) and Lin [114], a simple obstacle wet by the liquid generates both varicose (symmetric) and sinous (antisymmetric) waves, this last one being the most 'dangerous' with regard to the sheet break-up. If this obstacle is put in the ' $We > 1$  zone', a sinous wake is observed, showing the proof that sinous waves are convected downstream. This wake is analogous to a mach cone in supersonic flows. If this sinous wake is not observed, the obstacle is in the ' $We < 1$  zone' (subsonic). The separation line between these two zones is called 'transonical zone' (or 'transonical point' in the 2D study) in the following. The varicose waves, which velocity is much smaller, are always convected downstream and are not involved in the destabilization of the sheet.

In addition to an exhaustive study (varying flow-rate and internal pressure) of the shape of liquid bells under an overflowing dish (see fig. 3.2-a), the present paper particularly reports the consequences of our original (non-impacting) geometry on their stability, in connection to the previous considerations : this geometry leads to a velocity field governed by gravity (provided that the viscosity is not too important), being close to zero just below the dish (see fig. 3.3-a) and accelerated downstream. Following the previous study on planar sheets by Finnicum et al.

[115], our experiment shows that an annular sheet with a  $We < 1$  zone keeps stable, even if this 'unstable' zone covers the entire bell. It is also shown that the existence of a transonical point allow the sheet to determine an additional boundary condition, by suppressing a singularity at this point. This fact is supported by the observations of bells for which  $We < 1$  everywhere: They oscillate with various oscillating modes, until a geometrical constraint is added. The cause is that the liquid falls from the overhang in a non-determined spot under the dish. A study of these oscillations is reported in the last part of the paper. However, the main results concern the shape of bells, the study of which has been possible in a large range of flow-rate and internal pressure, particularly where  $We < 1$  on the entire sheet. The study of this last case has been possible by adding an adhesive tape around the dish which fixes the extra boundary condition suggested below.

## 3.2 The shape of a liquid bell

### 3.2.1 Experimental setup

A diagram of the setup is given on fig. 3.2-b. A liquid bell is created below an overflowing circular dish (e) of various radius  $R_0$  (the main observations reported in the paper has been done with a dish of radius 5 cm). The flow is led by a gear pump (a). The liquid is silison oil (Poly-dimethyl siloxane, PDMS Rhodorsil 47V200) , which kinematic viscosity equals 200 cP and surface tension equals 20 dyn/cm. The temperature is controled by a thermostatic bath (b) and frequently measured by a thermocouple in the fluid lying onto the dish. It is kept in the range  $[21^{\circ}C, 22^{\circ}C]$ . The half filled chamber (c) damps the remaining pulsations generated by the pump. From a tube (f), one can increase internal pressure by plugging on air supply, or decrease it by connecting the tube on a syringe. The dish horizontality is tuned with the method exposed in [44]: at lower flow-rate, a circular array of liquid jets is created and some dynamical regimes can develop. One of them is led by a period doubling bifurcation, where columns oscillate in phase opposition with their nearest neighbours. The horizontality is well-tuned if the oscillations appears equally distributed (with the same amplitude) along the whole dish. This situation gives an indisputable proof that the flow-rate is homogeneously distributed in each part of the dish. The side edge of the dish is covered by an adhesive tape. Its essential role is to fix the initial bell radius  $R(Z = 0)$  equal to  $R_0$ . Without the tape, the flow is less constrained and the bell may not have a constant  $R$  for  $Z = 0$ . In some conditions that will be exposed further, this can lead to oscillatory instabilities of the bell, due to a so-called 'teapot effect' [130] occuring at the bottom of the dish. The bells are observed by a CCD camera plugged to a personal computer in which the software NIH Image allows to capture real-time movies and to perform pictures analysis.

### 3.2.2 Preliminary observations

The creation of a liquid bell needs a high flow-rate above which the sheet replaces a circular array of liquid jets:  $Q > Q_c = 17.6 \text{ cm}^3/\text{s}$  for a dish of radius 5 cm, so a flow-rate per unit length of  $\Gamma_c = 0.587 \text{ cm}^2/\text{s}$ . Once the bell is created, thus, it is possible to keep it stable at lower flow-rates: There exists a minimal flow-rate  $Q_b$  below which the bell bursts. Nevertheless, it is difficult to determine this bursting flow-rate because the bell is then very sensitive to perturbations caused by air flows in the room. The bursting occurs because the sheet becomes thinner and thinner at lower flow-rates (sometimes, irisation can be observed at the surface), holes

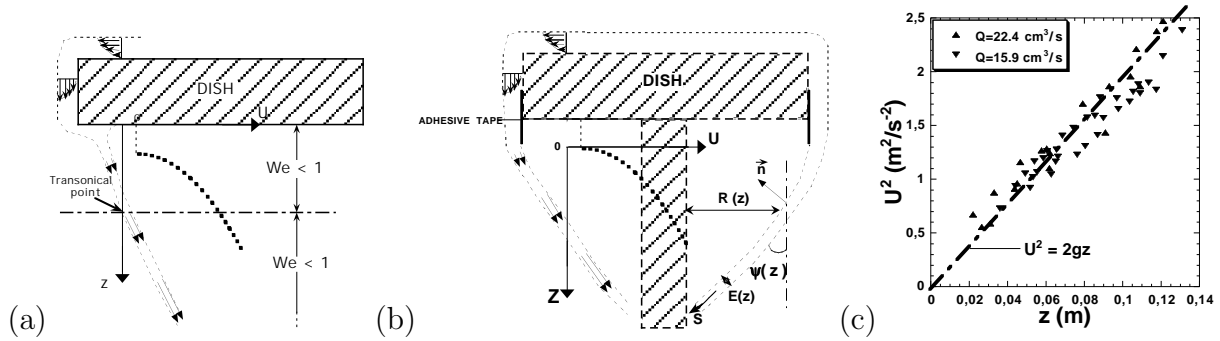


FIG. 3.3 – (a) Velocity flow profile (Bolt dotted line) and the consequences on dispositions of the two zones  $We > 1$  (stable) and  $We < 1$  (unstable). (b) Flow profile with an adhesive tape on the side on the dish. (c) Experimental vertical velocity versus distance to dish, deduced by measurements on sinuous wakes behind a needle, for two values of flow-rate. Data show a behaviour close to a free-fall flow.

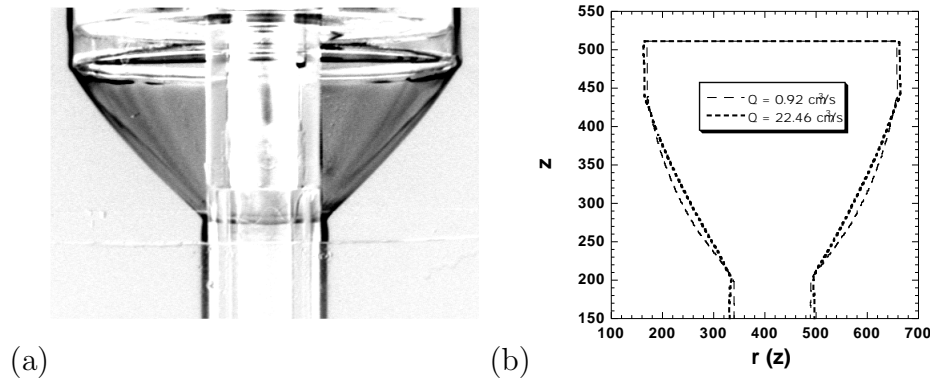


FIG. 3.4 – (a) Picture of a water bell from which shapes are extracted. (b) Experimental shapes extracted for two flow-rates at the range boundaries:  $22.46 \text{ cm}^3/\text{s}$  and  $0.92 \text{ cm}^3/\text{s}$ .

are about to appear and to expand. A larger viscosity appears to improve the bell robustness : Observations with a 20 cP silicon oil shown that bells are then much more fragile for this lower viscosity; that is the reason why a value of 200 cP has been chosen for our measurements. The flow-rate range of study is then very large : It has been possible to keep stable liquid bells at a minimal flow-rate of  $Q_b = 0.855 \text{ cm}^3/\text{s}$  ( $\Gamma_b = 0.0285 \text{ cm}^2/\text{s}$ ). For this liquid, the possible largest flow-rate, which limitation is due to the gear-pump, is around  $Q_M = 25 \text{ cm}^3/\text{s}$  ( $\Gamma_M = 0.837 \text{ cm}^2/\text{s}$ ).

Figure 3.4-a is the result of image substraction between the side view of a bell and the same side view of the dry dish. Shapes are then easily extracted and plotted. Figure 3.4-b shows two extracted shapes for two extreme values of flow-rate (a very large one and a weak one) obtained without inflating or deflating (just increasing and decreasing flow-rate). The bell adjusts its internal pressure by itself: The variation of pressure is small as suggested by a non-dramatical change on the shape, even if the azimuthal curvature seem more important at low flow-rates. A very different behaviour is observed with water bells created by impingement of a jet on a solid surface [122]: From a static closed bell, it is then found that a decrease of flow-rate leads to the bursting of the bell and the birth of a new one with an internal pressure

equal to the ambient one. The overhang geometry seems to prevent such an instability.

It is also possible to vary the internal pressure by pumping inside the bell: It is then found that a stable bell with internal pressure equal to the ambient one only exists for higher flow-rates ( $Q > 15.9 \text{ cm}^3/\text{s}$ , or per unit length  $\Gamma > 0.53 \text{ cm}^2/\text{s}$ ). Below this flow-rate, a liquid bell will necessary have a pressure inside larger than atmospheric one, and if a tube is put in the bell to connect the inside and the outside, the bell breaks-up and is replaced by the circular array of liquid columns.

To study the shape of bells, it has been necessary to verify some assumptions leading to a simple expression for the velocity profile. It is worth noticing that the surface tension  $\sigma$  is assumed to be constant and that the air friction is neglected, so that the velocity  $U$  has the following expression :

$$U^2 = U_{(Z=0)}^2 + 2gZ \quad (3.1)$$

The additional term  $-(g\nu)^{2/3}$  which is a viscous correction introduced by Brown [123] is found to be negligible in this study. In the opposite of the usual impacting geometry, where  $U_0$  can be important, the liquid falls here from an overhang, involving that  $U_{(Z=0)}$  is close-to-zero. To validate this assumption, preliminary measurements have been done on the velocity field. The method is as follows: in a inflated cylindrical-shaped bell (a vertical sheet with periodic boundary conditions), an obstacle (we used here a thin needle of diameter 0.5 mm ) is put in the 'supersonic' zone to create a sinous wake. The wake angle  $\theta$  is directly connected to the local velocity by the relation :

$$U^2 = \frac{1}{\sin^4(\frac{\theta}{2})} \left( \frac{4\pi\sigma R}{\rho Q} \right)^2 \quad (3.2)$$

The results, reported on fig. 3.3-c, show that eq. (3.1) is quite valid. A slight dependance of  $U_{(Z=0)}$  with the flow-rate is visible. These measurements have been done with and without the adhesive tape: with a change on the origin of the  $Z$  axis, the results are the same. The needle is also used to localize the transonical point (where the sinuous wake appears or disappears): It has been then possible to gently perturbate the flow in the upper zone of the bell, where  $We < 1$  without causing its destruction (even if  $We < 1$  everywhere on the bell). The bell's reaction is to shake during one second, as it is seen that the perturbation propagates upstream, is reflected by the overhang and finally vanishes. This confirms some observations and remarks of Finnicum et al. [115] in planar sheets. Obviously, it is observed that a strong perturbation (for example when a larger obstacle is violently put in contact with the bell) in the unstable zone creates an expanding hole leading to the break-up of the bell.

Thanks to these preliminary observations, a simple expression has been drawn for the velocity field. Starting from the force balance applied on the bell, it is now possible to solve the equation of the shape. This point is dealt in the next section.

### 3.2.3 Theoretical predictions

The theoretical study of the shape of a liquid bell has been first achieved by Boussinesq [108] and repeated by Taylor [109] in a non-dimensionalized version. We report here a summary of these previous studies and add the specifications of our experiment in which boundary conditions are quite different from the usual case of sheets created by impacting jets.

The determination of the shape of a liquid bell is deduced from the force balance projected normally to the bell surface. In the following,  $Z$  is the vertical distance from the bottom of the dish,  $R$  is the radius of the bell,  $E$  is the liquid thickness,  $S$  is the length of arc of a meridian section and  $\psi$  is the angle between the bell and the  $Z$  axis (see fig. 3.3-b).

The forces equilibrium on a small surface element is written as follows [109] :

$$2\sigma\left(\frac{\cos\psi}{R} - \frac{d\psi}{dS}\right) + \rho g E \sin\psi = \Delta P - \frac{d\psi}{dS}\rho E U^2 \quad (3.3)$$

Starting from the left, the first term represents surface tension forces:  $\frac{\cos\psi}{R}$  and  $\frac{d\psi}{dS}$  are respectively the axisymmetric and the meridian radius of curvature. The second term is the gravitational force.  $\Delta P$  is the pressure difference between the inside of the bell and the outside (atmospheric pressure), taken positive if the pressure inside is larger than outside. The last term on the right is the centrifugal (inertial) force. Defining scaling lengths and velocities ( $L$  and  $U_0$  respectively), it is possible to write a non-dimensional equivalent of eq. (3.3).  $U_0$  is defined as the mean velocity on the side of the dish, assuming a half-Poiseuille flow-profile (see figs. 3.3-a and b) :

$$U_0 = \frac{Q}{2\pi R_0 E_0}$$

$E_0 = \left(\frac{3\nu Q}{2\pi g R_0}\right)^{1/3}$  being the liquid thickness onto the side of the dish. If (3.3) is multiplied by  $\frac{R}{2\sigma}$ , one writes the flow-rate conservation ( $R(Z)E(Z)U(Z) = R_0 E_0 U_0, \forall Z$ ) and obtains :

$$\left(\frac{\rho U U_0 R_0 E_0}{2\sigma} - R\right) \frac{d\psi}{dS} = \frac{\Delta P}{2\sigma} R - \frac{\rho g R E_0 U_0 \sin\psi}{2\sigma} \frac{1}{U} - \cos\psi$$

The non-dimensionalized variables are the lower-case letters :

$$r = \frac{R}{L}, e = \frac{E}{L}, z = \frac{Z}{L}, s = \frac{S}{L}, u = \frac{U}{U_0}$$

and the most relevant choice for  $L$  spontaneously appears :

$$L = \frac{\rho U_0^2 R_0 E_0}{2\sigma}$$

It is worth noticing that although two characteristic length scales  $R_0$  and  $E_0$  appear in the experiment,  $L$  is the best choice to put in light a simpler expression for the left term of the previous equation.

Introducing the following variables  $\alpha$  and  $\beta$  respectively as the non-dimensional pressure and gravity :

$$\alpha = \frac{\Delta P L}{2\sigma}$$

$$\beta = \frac{\rho g R_0 E_0}{2\sigma}$$

One finally obtains :

$$(r - u) \frac{d\psi}{ds} = -\alpha r + \beta \frac{\sin\psi}{u} + \cos\psi \quad (3.4)$$

$$u^2 = 1 + 2\beta z \quad (3.5)$$

$$\cos\psi = \frac{dz}{ds} \quad (3.6)$$

$$\sin\psi = \frac{dr}{ds} \quad (3.7)$$

The shape is deductible from the set of equations (3.4) to (3.7) and boundary conditions. In the asymptotic case where the pressure difference equals zero ( $\alpha = 0$ ) and if the azimuthal curvature  $\frac{d\psi}{ds}$  is neglected, eq. (3.4) takes the simple expression :

$$\tan\psi = -\frac{u}{\beta} \quad (3.8)$$

Replacing  $\tan\psi$  by  $\frac{dr}{dz}$  and  $u$  by its expression found above, one obtains :

$$dr = -\frac{1}{\beta}(1 + 2\beta z)^{1/2} dz$$

An integration from  $z = 0$  to an arbitrary  $z$  gives the following expression for the shape  $r(z)$  :

$$r(z) = r_0 - \frac{1}{3\beta^2} \left[ (1 + 2\beta z)^{3/2} - 1 \right] \quad (3.9)$$

$r_0 = \frac{R_0}{L}$  is the non-dimensionalized radius of the dish.

Other limit cases allow to determine the analytical expression of the shape: for example, Taylor [109] studied the case where  $\alpha = 0$  and  $\beta$  is negligible.

In our experiment, it has been possible to correctly fit experiments from eq. (3.9) with specific conditions: for a zero pressure difference and at large flow-rate, the shape of the bell is nearly a truncated cone and the slope  $\frac{dr}{dz}$  is approximately constant. In eq. (3.4), the gravity term is prevalent under the term of azimuthal curvature, as a consequence of a large sheet thickness. But in most cases, the analytical expression cannot be found so easily, because of the internal pressure term  $\alpha r$  and of a non-constant slope  $\frac{dr}{dz}$ . Then, a numerical calculation is necessary. The method of resolution and its results are exposed in the next part.

### 3.3 Results and comments

In this section, the comparison between experimental extraction and numerical resolution of the shape is reported. In the general case where pressure difference is non-zero and azimuthal curvature is not negligible, eq. (3.4) can only be solved numerically. We define  $z^*$  as the value of  $z$  for which the flow is in the transonical zone (the exponent  $z^*$  is related to the physical quantities at  $z^*$ ) and  $z_{max}$  is the value of  $z$  for which  $r(z) = 0$ . The pressure difference and so  $\alpha$  cannot be directly measured by physical means (the measure itself would modify the shape of the bell). It is then determined by successive tests: The resulting curve which best fits the experimental shape is the one obtained with the right  $\alpha$ .

Nevertheless, the shape resolution is less simple than it appears: in most experimental conditions, a transonical point lies on the bell at  $z = z^*$ . This directly involves  $U(Z^*) = U_s =$

$\left(\frac{2\sigma}{\rho E(Z^*)}\right)^{1/2}$  or  $r(z^*) = u(z^*)$  in non-dimensionalized variables. The second order derivative term  $(r - u)\frac{d\psi}{ds}$  vanishes at  $z = z^*$ , and the transonical point appears to be a singularity in eq. (3.4). This point has already been noticed by Finnicum et al. [115] in the case of vertical liquid sheets. As a consequence, the resolution algorithm cannot cross through  $z^*$ . Thus, the resolution method has been computed as follows. First of all,  $z^*$  has to be determined. and we proceed by a shooting method, taking an initial arbitrary value for  $z^*$  (but near the expected one). On the transonical zone, eq. (3.4) becomes :

$$\alpha r^* = \beta \frac{\sin\psi^*}{r^*} + \cos\psi^*$$

As  $u^* = r^* = 1 + 2\beta z^*$ , the angle  $\psi^*$  is also perfectly determined at  $z^*$ . Then, the shape equation is solved, starting just above the arbitrary chosen transonical point, then decreasing  $z$  to reach the value  $z = 0$ . The right value for  $z^*$  is the one with which the condition  $r(z = 0) = r_0$  is obtained. Once  $z^*$  is found, the second part of the shape, below  $z^*$ , is computed. The necessity of such a procedure can be linked to the physical properties of the transonical zone: the acquaintance of the slope and radius at the transonical point is sufficient to deduce the shape of the upstream part because any information at this point is convected upstream.

At weaker flow-rates, the transonical point may disappear from the bell, as the term  $(r - u)$  is larger than zero everywhere. It has been experimentaly confirmed by the fact that the sinous wake is observed nowhere on the sheet, that is corresponding to the condition  $2\sigma > \rho E(Z)U^2(Z)$  is dimensionalized quantities. It is worth to notice that this is a consequence of the central injecting cylinder which have a significant thickness (radius = 1.5 cm): as  $u = \sqrt{1 + 2\beta z}$ ,  $r$  is always larger than one above the transonical point. Then  $R$  is strictly positive in this ‘subsonical zone’. If the central cylinder could be removed,  $R$  could approach zero as close as possible, so that the transonical point would always exist on the sheet. Numerically, it is always possible (for all flow-rate values) to reach  $r = 0$  and to encounter the transonical point, so that the resolution of the shape by the method described above is possible.

The determination of the shape has been done varying both flow-rate and internal pressure. As this last quantity cannot be simply fixed at a given value, the other actual control parameter is  $Q_0$ , defined as the flow-rate for which the pressure difference equals zero.  $Q_0$  can be decreased by deflating the bell, or increased by pumping air inside. To control  $Q_0$ , one puts a tube inside the bell and equalises pressure with the ambient one. The flow-rate then equals  $Q_0$  by definition.

Figures 3.5 (a,b and c) are examples of superimpositions of calculated and experimental shapes, for three typical different conditions: (a) is obtained at high flow-rates, with a positive pressure difference. (b) represents the shape of a bell having an internal depression, obtained at high flow-rates. (c) is the shape of a bell at low flow-rate. In this last case, the calculated shape is slightly different from the experimental one close to the injecting cylinder. This difference may be due, in our sense, to the fact that at lowest flow-rates (so when the sheet is very thin), viscous effects are no longer negligible and have an influence on the velocity field (see appendix of [123]). However, a viscous contribution on the velocity field would lead to a much more complicated numerical resolution of the shape, because the transonical point could not be precisely found. That is the reason why the inviscid approximation, giving very good fits for almost all flow-rates, has been maintained.

These fits allow to measure  $\alpha$  but also other physical quantities like  $z^*$ ,  $z_{max}$  or  $V$  the volume of the bell. Plots on fig. 3.6-a,b and 3.7-a report respectively the volume of the bell, the pressure difference (dimensionalized and non-dimensionalized) and the ratio  $\frac{z^*}{z_{max}}$ , versus flow-rate  $Q$  for

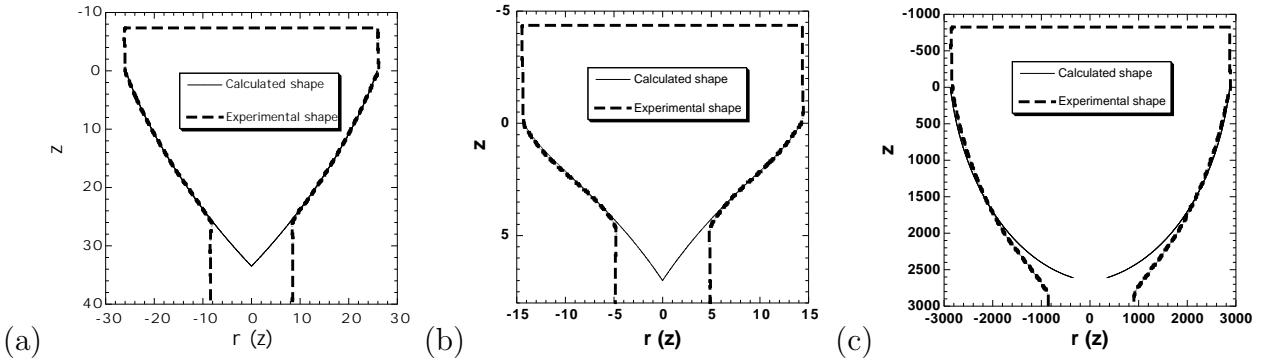


FIG. 3.5 – (a) *Experimental and calculated shapes for  $Q = 15.63 \text{ cm}^3/\text{s}$ ,  $Q_0 = 22.46 \text{ cm}^3/\text{s}$  and  $R = 5 \text{ cm}$ . The non-dimensional pressure  $\alpha$  is found equal to  $0.0182$  ( $\Delta P = 0.38 \text{ Pa}$ ).* (b) *Same as (a) but with  $Q = 22.24 \text{ cm}^3/\text{s}$  and  $Q_0 = 7.62 \text{ cm}^3/\text{s}$ , leading to a strong depression inside the bell:  $\alpha = -0.155$  ( $\Delta P = -1.8 \text{ Pa}$ ).* (c) *Same as (a) but with  $Q = 0.92 \text{ cm}^3/\text{s}$ .  $\alpha$  is found equal to  $6.3e^{-4}$  ( $\Delta P = 1.47 \text{ Pa}$ ).*

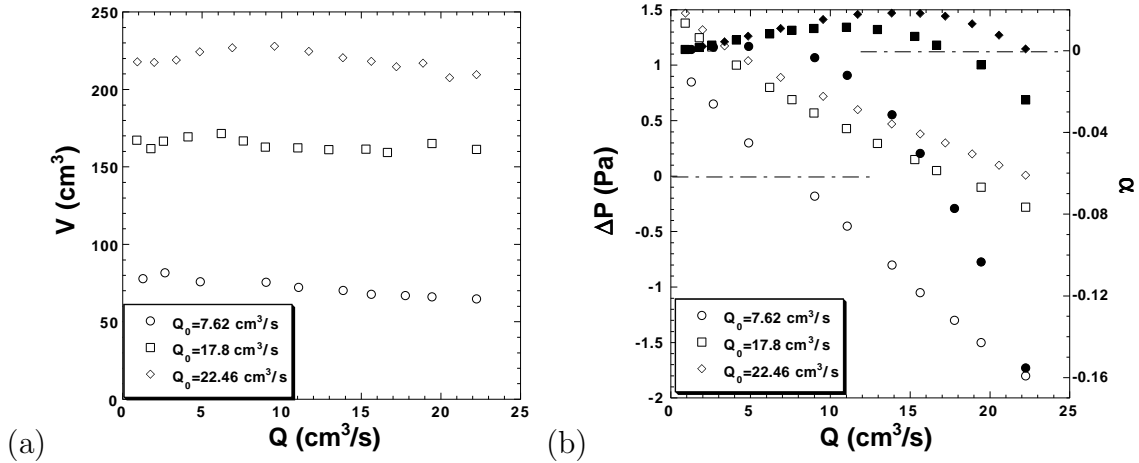


FIG. 3.6 – (a) *Volume of the bell versus flow-rate, for three values of  $Q_0$  ( $R = 5 \text{ cm}$ ).* (b) *Open symbols: pressure difference versus flow-rate for three values of  $Q_0$  ( $R = 5 \text{ cm}$ ). Filled symbols: equivalent measurements for  $\alpha = \frac{\Delta P L}{2\sigma}$ .*



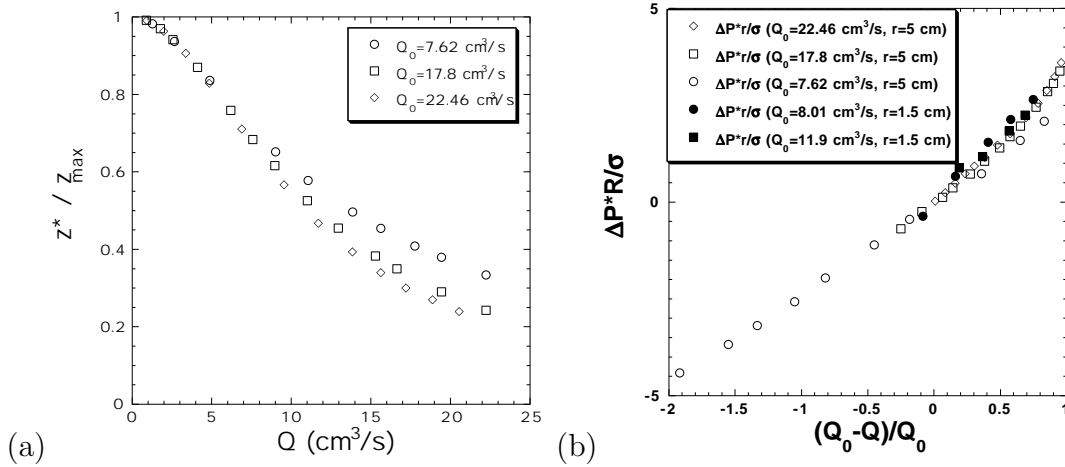


FIG. 3.7 – (a) Ratio  $\frac{z^*}{z_{max}}$  versus flow-rate for three values of  $Q_0$  ( $R = 5 \text{ cm}$ ). (b) Non-dimensional pressure difference, for different flow-rate reference  $Q_0$  and two dish radius 1.5 cm and 5 cm, versus the flow-rate onset.

three different values of flow-rate reference  $Q_0$  and a dish of radius  $R = 5 \text{ cm}$ . It is shown in fig. 3.6-a that the volume of a bell  $V$  is quite constant (independent on flow-rate  $Q$ ) for a given value of  $Q_0$  (the greater  $Q_0$  the larger the volume). Figure 3.6-b show that the pressure difference increase at decreasing flow-rates, as it has been predicted in the previous part. A positive pressure difference plays a stabilizing role, as gravity forces does. If the flow-rate is decreased, the local thickness also does, leading to a decrease of gravity forces. The pressure difference increases to balance.

It is also shown that  $\alpha$  does not seem to be the relevant non-dimensionalized quantity to make all measurements (at different  $Q_0$ ) collapsing. The plot on fig. 3.7-a shows the evolution of the transonical point in regards to the position where the bell closes ( $z_{max} = z(r = 0)$ ). At lowest flow-rates,  $z^*$  almost equals  $z_{max}$ , and because of the injecting cylinder, the bell does not include the transonical point anymore.

The plot on fig. 3.7-b reports the pressure difference versus flow-rate, for several flow-rates references  $Q_0$  and dish radius  $R_0$ . It is shown that all the measurements collapse on a single master curve if  $P$  is non-dimensionalized by  $\frac{\sigma}{R_0}$  and if the flow-rate is plotted as the non-dimensionalized threshold  $\frac{Q_0 - Q}{Q_0}$ . The following empirical law is found :

$$\Delta P = 3.3 \frac{\sigma}{R_0} \left( \frac{Q_0 - Q}{Q_0} \right) \quad (3.10)$$

It is worth to notice that the pressure difference is very small: the maximum order of magnitude is one Pascal and in some cases,  $\Delta P$  can be smaller than  $0.1 Pa$ .

### 3.4 Experiments without adhesive tape: teapot effect and oscillations

If the liquid overflows from a dish with an horizontal overhang (i.e. if the adhesive tape is removed : see fig. 3.3-a), dynamical behaviours are surprisingly observed. First of all, it is worth noticing that one of the boundary conditions, the value of  $r$  at  $z = 0$  is no more arbitrarily

imposed at  $R_0$ , the radius of the dish, but chosen by itself to a value slightly smaller than this radius (this is illustrated on fig. 3.2-a). This may be the consequence of the so-called teapot effect [130], which occur when a flow is deflected by a corner angle.

In this configuration, the solution of the shape can still be performed with the shooting method described in the previous part, except for the cases where the transonical point is taken away from the bell (at lowest flow-rates). As the condition for  $r(z = 0)$  is not properly fixed and that no information from the transonical point is able to go upstream, the bell then 'hesitates' amongst several possible shapes, corresponding to several possibilities for the angle  $\psi(r = 0)$ . Actually, some dynamical modes start to grow preferentially, leading to oscillations. It is then remarkable that the emergence of these oscillations can be connected to the structure of the equation which governs the shape: this property can be seen as follows. Above the transonical point, the information can be driven upstream. If there is not any transonical point on the bell, the information given at this point, necessary to remove the singularity on the equations, cannot go upwards anymore.

These oscillations are about to last for a long time (more than 10 minutes), but they can lead to the bursting of the bell if their amplitude becomes too large. In order of magnitude, the amplitude of oscillations can vary from one millimeter to two or three centimeters. It is worth to notice that continuing to decrease flow-rate, this amplitude decreases and oscillations disappear at very low flow-rates (when  $\Gamma < 0.05 \text{ cm}^2/\text{s}$ ).

Three main oscillation modes are observed (see fig. 3.8-a). A (R)otating one, where the perturbation on  $R(Z = 0)$  turns around the dish, as a propagative wave. This perturbation is at the same time convected by the flow, showing a helicoidal-like motion for the bell. In the (A)xisymmetric mode, the fluctuations of  $R(Z = 0)$  are simultaneously equal along the whole dish, as a stationary wave. The bell then has a motion comparable to the swimming of a medusa. In the (P)lanar mode, perturbations on  $R(R = 0)$  are mainly localised in two diametrically opposite points. The resulting motion is a pendulum-like one, in a diametral plan. This plan seems to be chosen by initial perturbations and it is about to slightly evolve in the same cycle of oscillations. It is possible to preferentially choose a mode rather than another, by pumping or deflating the bell, at the flow-rate of its creation: an initially deflated bell, with a small volume and a large ejection angle preferentially generates axisymmetric oscillations. With a medium-sized bell, with an initial pressure difference nearly equal to zero, one observes both rotating and planar oscillations. A larger bell, initially pumped, most often generates planar oscillations. The largest bells, with a large internal pressure and which take a cylindrical shape do not exhibit oscillations. The reason is that, because of their height, these bells always include the transonical point (this has been experimentally observed, by creating a sinous wake with a needle).

To measure the frequency of oscillations, and to verify more precisely than a direct view that these motions are periodic, oscillating bells are visualised by a camera put above the dish. A static bell appears as a dark circle which diameter is slightly smaller than the dish diameter. When the bell starts to oscillate, this circle is moving around its equilibrium position. By acquiring grey levels along the initial static circle, and creating spatio-temporal diagrams from these acquisitions, a clearly periodic phenomenon appears in the form of temporally regular dark lines (non reported) and a frequency can be precisely measured. The plot on fig.3.8-b reports these measurements: no significant dependance with flow-rate has been noticed. Rotationnal oscillations have the higher frequencies (from 3.5 to 3.8 Hz). Planar oscillations have frequencies from 2.8 to 3.3 Hz. Axisymmetric ones are much slower: frequencies are from 1.2 to 1.6 Hz.

Noticing that, in our liquid bells, the frequency is weakly influenced by the flow-rate (and

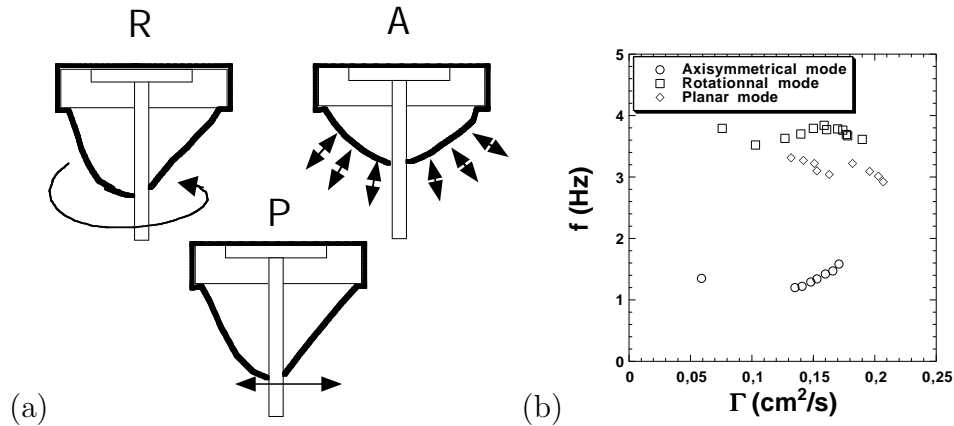


FIG. 3.8 – (a) Oscillation modes developing on a liquid bell (dish without adhesive tape). (R)otating, (A)xisymmetric and (P)lanar oscillations. (b) Frequency of oscillations versus flow-rate per unit length for the three previous modes.

so, by the mass of the liquid), it can be relevant to compare them to the values obtained for vibrating modes on a bubble. The frequency of the  $n^{\text{th}}$  vibrating mode for a bubble of radius  $a$  is given by [131]:

$$\omega^2 = (n + 1)(n - 1)(n + 2) \frac{\sigma}{\rho_{\text{air}} a^3} \quad (3.11)$$

where the frequency is also independent on the mass of liquid. In this case, the inertial term is only due to the mass of air inside. Evaluating the frequency given by eq. (3.11), for a bell of typical volume  $0.1 \text{ cm}^3$ , a value of 14 Hz is found (corresponding to  $n = 2$ ), much larger than the observed ones. So, oscillations cannot be seen as eigen modes of the bell and the selected frequency is only due to the forcing by the deflection phenomenon under the overhang.

### 3.5 Conclusion

Our experiments have shown that stable annular liquid sheets can be obtained under an overflowing circular dish. This geometry involves a velocity field starting from a value close to zero just below the dish, and accelerated by gravity. The main consequence is that there exists a transonical zone on the bell on condition that the flow-rate is large enough. At lower flow-rates, when  $We < 1$  everywhere on the bell so that the transonical point vanishes downstream, a constraint on the initial radius is necessary to prevent oscillations. If the adhesive tape is removed, three main modes of oscillations have been observed: Planar, rotating and axisymmetric. This phenomenon, linked with the so-called 'teapot effect' is also observed on a single jet falling from an overhang when the flow-rate is slightly larger than the dripping limit.

The comparison between experimental shapes and calculated ones allows to determine physical quantities that are difficult to evaluate: the volume of the bell and the pressure difference between the inside and the outside. Even if this last quantity can be very small, it plays a fundamental role to keep closed bells stable at low flow-rates.

We would like to thanks J.-M. Flesselles for useful suggestions.

**Quatrième partie**  
**Experiences annexes**

# Chapitre 1

## Le réseau de colonnes liquides à deux dimensions

Dans ce chapitre sont présentés les résultats de l'étude d'un système de jets ruisselant à débit constant sous un milieu poreux alimenté. Nous avons monté cette expérience au cours de ma thèse et les résultats obtenus sont encore pour une bonne part qualitatifs. Il s'agit donc d'une version à deux dimensions d'espace de la coupelle circulaire, ou plutôt du cylindre débordant en régime de colonnes puisque des conditions de bords sont rigides. L'étude d'un tel système nous a paru une suite logique après les études exhaustives menées à une dimension. D'un point de vue hydrodynamique, il s'agit toujours d'une couche fluide qui se déstabilise sous l'effet de la gravité, la tension de surface agissant comme un facteur stabilisant à courtes longueurs d'onde. Le flot constant de liquide assure une couche de liquide d'épaisseur constante et empêche les jets tombant de cette couche de se briser en gouttes. Il apporte une énergie constante assurant une dynamique, résultant de l'équilibre avec les effets dissipatifs dans le système. Nous nous attendions alors à retrouver une dynamique assez similaire à celle obtenue à une dimension (dérive, oscillations, chaos spatio-temporel. Ce que nous permet en plus une deuxième dimension, c'est d'étudier des comportements plus complexe dans les réarrangements spatiaux: par exemple, il est courant dans de telles structures que les cellules se disposent dans l'état de base suivant un motif hexagonal, carré ou en rouleaux; il s'agit alors d'observer le système obtenu comme un "cristal" bidimensionnel. En contrepartie, un système à deux dimensions d'espace ne permet pas l'obtention d'une dynamique spatio-temporelle (sur deux axes  $X$  et  $t$ ) aussi lisible qu'à une dimension. Des tentatives de quantifier globalement un tel système ont néanmoins été menées.

Il est à mentionner qu'une version assez similaire de cette expérience a été développée en parallèle à l'Institut du Non-linéaire de Nice (INLN) sous l'impulsion de L. Gil, C. Mathis et P. Maïssat, et fait l'objet de la thèse de C. Pirat [133].

La mise au point du montage expérimental, imaginé en collaboration avec J.-M. Flesselles, a bénéficié du savoir faire de Denis Vallet en matière de conception mécanique. La réalisation technique a quant à elle été assurée par Olivier Brouard.

## 1.1 Quelques systèmes cellulaires à deux dimensions d'espace

Bien que moins nombreuses et étudiées moins quantitativement que les patterns à une dimension (principalement en raison de l'impossibilité d'utilisation de l'outil précieux à 1D qu'est le diagramme spatio-temporel), les structures cellulaires à deux dimensions d'espace apparaissent dans de nombreux systèmes expérimentaux et numériques. On peut citer l'instabilité de Bénard-Marangoni (convection thermique avec une surface libre) donnant lieu à des motifs hexagonaux ou carrés [135]. La convection thermique de Rayleigh-Bénard elle-même a fait l'objet de nombreuses études à deux dimensions (voir une récente et exhaustive revue dans [134]). Dans la convection thermique d'ailleurs, se rejoignent les deux grandes "familles" de patterns observés à la suite d'instabilités: les structurations en rouleaux/hexagones carrés et les structurations en ondes spiralées. Dans cette dernière famille de patterns, l'instabilité dans les réactions chimiques de type Belousov-Zhabotinsky est l'une des plus révélatrice et originale. Les patterns spiralés sont plus généralement associés aux milieux excitable, dont des exemples appliqués vont des muscles cardiaques aux patterns de Turing (voir la partie consacrée aux milieux excitable dans [14] et [136]).

Pour en revenir à la première famille de patterns, on peut encore citer dans le domaine de l'hydrodynamique interfaciale les instabilités de type "Faraday" apparaissant à la surface d'un liquide vibré verticalement (dans lesquelles des ondes spirales ont aussi été observées [136]), ainsi que les instabilités de pics à la surface d'un ferrofluide soumis à l'action d'un champ magnétique [137]. Enfin, des motifs en rouleaux ou hexagonaux ont été aussi obtenus en vibrant des milieux granulaires [138] ou une monocouche de grains [139].

Dans le domaine des études numériques, on peut citer l'étude à deux dimensions de l'équation de Kuramoto-Sivashinsky [140, 141] (particulièrement adaptée pour décrire les instabilités interfaciales), l'étude de l'équation de Swift-Hohenberg généralisée [142] et l'équation de Ginzburg-Landau complexe [143]. Cette dernière équation fait apparaître des motifs spiralés, contrairement aux deux premières études citées, où il a plutôt été observé une compétition entre domaines d'hexagones et domaines de carrés.

Malgré un nombre assez conséquent d'études expérimentales et numériques concernant les patterns bidimensionnels hors-équilibre, il n'y a pas d'étude théorique équivalente à celle de Couillet et Iooss [27] à une dimension dressant un "catalogue" de bifurcations secondaires pouvant survenir sur un système 2D hors-équilibre. Il est peu probable que les scénarios de bifurcation secondaires s'appliquent de façon équivalente à 1D et à 2D (par exemple, l'étude comparée de la transition vers le chaos à 1D et 2D de l'équation de Kuramoto-Sivashinsky amortie a révélé une transition discontinue à 1D et continue à 2D [81, 140]).

L'intérêt de l'étude expérimentale (ou numérique) de systèmes cellulaires 2D est donc de mettre en évidence les similarités et des différences avec les régimes dynamiques observés à une dimension. Etant donné que les patterns 2D donnent souvent naissance à un régime chaotique, une cartographie précise des régimes dynamiques pourra aider l'étude de l'état de chaos d'un point de vue de l'interactions de modes.

En général, les systèmes 2D sont plus étudiés du point de vue de leur structure que de leur dynamique (comme des réseaux quasi-cristallins): l'étude de la bifurcation entre motifs de rouleaux, d'hexagones et de carrés est un exemple [144, 137]. Il arrive fréquemment que plusieurs domaines "cristallins" parfaits coexistent (de géométrie différente, ou de même géométrie mais d'angle relatif différent) [144, 142] et dans ce cas, les défauts sont localisés à la frontière

des fronts séparant les différents domaines. Dans cette famille de patterns, l'entité de base est le rouleau: les domaines hexagonaux sont souvent vus comme une structuration à trois réseaux de rouleaux orientés chacun de  $120^\circ$ , alors que les domaines carrés sont le résultat de deux réseaux de rouleaux orientés chacun de  $90^\circ$ . Le scénario de compétition entre ces différentes structurations peut engendrer l'apparition de défauts au sein des domaines: par exemple, un rouleau peut apparaître dans un domaine hexagonal sous la forme d'un défaut penta/hepta et à l'inverse, un hexagone peut apparaître dans un domaine de rouleaux sous la forme d'un joint de grain [145].

Dans les paragraphes qui suivent, nous allons voir si le motif de colonnes ruissellant sous un poreux alimenté reproduit des scénarios de structurations précédemment observés dans des systèmes équivalents et si des phénomènes inédits apparaissent.

## 1.2 Description de l'expérience

Le dispositif expérimental est illustré par la figure 1.1: une pompe à engrenage assure l'écoulement du liquide. Celui-ci passe par un débitmètre à flotteur et arrive dans une chambre cylindrique partiellement remplie à paroi latérale transparente. Cette chambre est située entre deux plaques supérieure et inférieure en acier inoxydable, assurant l'écrasement de joints d'étanchéité toriques grâce à six tirants. Sur la plaque supérieure est prévu un orifice de mise en contact avec l'atmosphère, fermé en utilisation normale. La plaque inférieure est percée d'un large trou de 15 cm de diamètre offrant une ouverture vers le milieu poreux. Celui-ci oppose à l'écoulement une perte de charge suffisante pour qu'une certaine hauteur de liquide s'accumule dans la chambre cylindrique. Cette accumulation de liquide a deux rôles: elle permet d'une part alimentation uniforme en débit sur toute la surface, la force produisant l'écoulement étant non plus directement la pompe, mais la pression dans la partie supérieure de la chambre (les pulsations de la pompe sont ainsi amorties). D'autre part, il est possible de surveiller la hauteur de liquide accumulé dans la chambre et ainsi être sûr que le débit reste constant au cours du temps. Le milieu poreux est composé de deux grilles (disques) rigides en acier et dont les trous ont un diamètre de 1 mm. Entre ces grilles se trouve un empilement (hauteur 10 mm) de billes (diamètre 1.5 mm) préparé de façon à avoir une forte compacité, sans pour autant que cela déforme les grilles. Cet empilement est illustré schématiquement par la figure 1.2. L'assise du montage, ainsi que ses différentes contraintes géométriques (planéité, perpendicularité, parallélisme) est assurée par les rails NORCAN. L'horizontalité de la "tête" de l'expérience (cuve et poreux) se règle par trois vis à extrémité cônica sur le bati. La prise de vue s'effectue avec un camescope, soit de côté, soit par en dessous à travers le fond de la cuve de récupération via un miroir à  $45^\circ$ . Le liquide est de l'huile silicone (tension de surface  $\gamma=20.4$  dyn/cm, densité  $\rho=0.95$  g/cm<sup>3</sup> et viscosités égales à 20 et 50 cP). Son comportement rhéologique est de type newtonien.

## 1.3 Problèmes expérimentaux - Observations qualitatives

Une bonne partie du temps passé sur cette expérience a été consacré à l'amélioration du montage: problèmes de visualisation, problèmes "hydrodynamiques" et problèmes mécaniques de conception. Parmi ces derniers, le réglage d'une bonne horizontalité a été particulièrement difficile à contrôler: contrairement à la coupelle circulaire, il n'a pas été possible d'obtenir de régime d'oscillations étendu à tout le système pour pouvoir la régler précisément. Il a fallu observer un niveau à bulle placé et orienté dans deux directions sous la grille, ce qui est moins

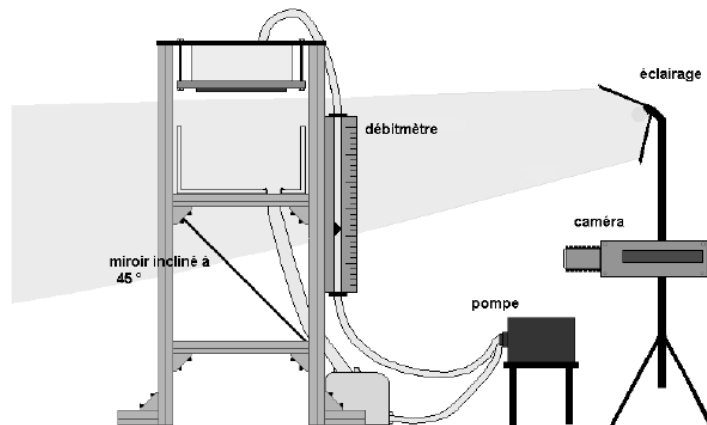


FIG. 1.1 – Schéma du montage expérimental.

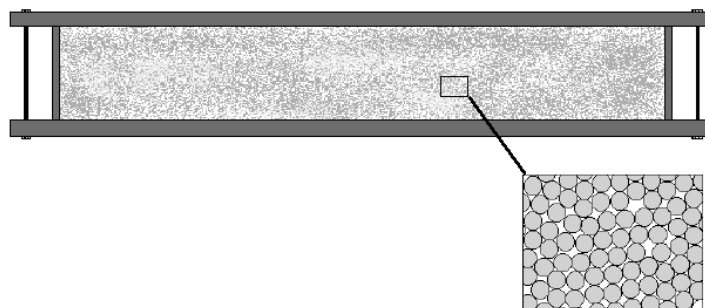


FIG. 1.2 – Zoom de l'empilement de billes constituant le poreux.



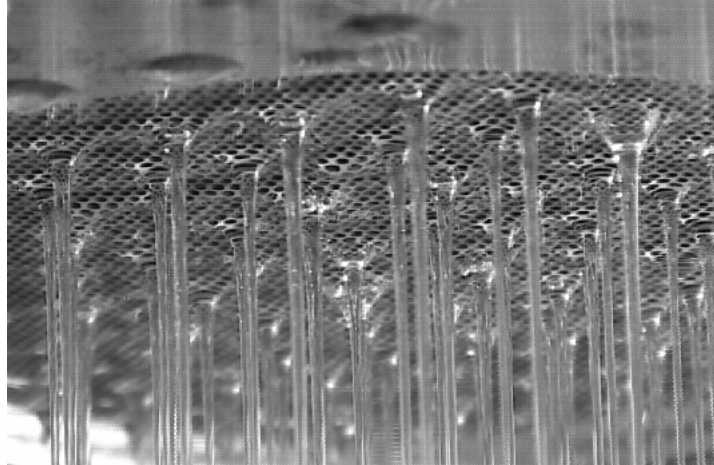


FIG. 1.3 – *Vue légèrement de dessous du réseau de colonnes liquides.*

aisé et surtout moins précis. Néanmoins, le réglage effectué suffit pour qu’aucun biais ne soit visible dans l’écoulement.

Les problèmes hydrodynamiques qui se sont posés (et non parfaitement résolus) ont été principalement la présence de bulles dans le circuit fermé et par voie de conséquence, un piégeage de ces bulles au sommet des colonnes. Parfois, il suffit pour les chasser de monter le débit à son maximum pendant quelques minutes. Il semble donc qu’une bonne partie de ces bulles puissent être initialement prisonnières au sein du milieu poreux. Néanmoins, de façon complètement imprévisible, des bulles peuvent refaire leur apparition (ce problème s’est posé à 20 cP, mais pas à 50 cP). N’étant pas observées dans la chambre en pression située juste au dessus de la grille, leur origine n’a pas été clairement déterminée, mais il est possible que leur présence sous la grille contraignent le mouvement des colonnes, en les ”accrochant” en un lieu précis.

Des problèmes de visualisation sont aussi apparus: la visualisation par en dessous du miroir a certes donné de bons résultats, mais pour observer les impacts de colonnes sur la surface du réservoir, il est nécessaire qu’on puisse y évacuer rapidement le liquide qu’il y tombe. Si une trop grande quantité de liquide reste dans le réservoir, de nombreuses bulles (créées par la chute des colonnes dans le liquide) vont beaucoup gêner la visualisation. Ce problème a été résolu en penchant légèrement le réservoir, de façon à ce que ces bulles s’évacuent très rapidement. D’autre part, l’éclairage doit être assez puissant, sans toutefois être braqué directement sur la grille inférieure (évitant ainsi les réflexions parasites sur les arches liquides des colonnes) . Un éclairage indirect comme illustré sur la figure 1.1 permet de visualiser les impacts de colonnes (apparaissant comme des points blancs) sur le fond noir de la grille, sans y voir superposé les réflexions des arches liquides.

Cette exploration a fait l’objet de deux stages (B. Jeanne, projet de 3<sup>e</sup> année à l’ESPCI et G. Gauthier, étudiant en maîtrise de physique), que j’ai co-encadrés avec L. Limat et D. Vallet. L’objectif de ces stages était d’améliorer le montage existant en vue d’effectuer des observations et des mesures fiables.

La figure 1.3 donne un exemple de réseau de colonnes. Dans un premier temps, il est apparu que le réseau hexagonal parfait n’était pas la configuration préférentiellement choisie par le système, un fait un peu surprenant au vu d’autres études sur un système similaire [133]. En fait, la structure se forme à partir d’une grille dont les frontières sont circulaires. Si un réseau de colonnes à géométrie hexagonale est susceptible de se former dans ce disque, il y aura

nécessairement des problèmes de raccord aux frontières. Dans l'optique de raccorder la géométrie supposée naturelle du système et les conditions de bord, la plupart des expériences ont été effectuées en plaçant un masque hexagonal juste au dessus de la grille inférieure obligeant le liquide à ruisseler dans une zone hexagonale. A ce masque, on ajoute un polygone hexagonal en plexiglass de 7.5 cm de côté (soit le rayon du disque), d'épaisseur 2 mm et de hauteur 2 cm, obtenu par un collage minutieux de six segments élémentaires. Les colonnes périphériques sont forcées de rester sur les arêtes de cet hexagone. La figure 1.4-a représente un réseau à peu près statique. Globalement, il peut être statique et inhomogène. Ce fait peut paraître surprenant car sur l'allée de colonnes à une dimension, la moindre inhomogénéité de longueur d'onde engendrait soit un paquet dérivant lorsque l'inhomogénéité était prononcée, soit une homogénéisation par diffusion de la phase lorsque le réseau était faiblement inhomogène. Cependant, le système de colonnes liquides peut effectivement se mettre dans une configuration hexagonale statique lorsqu'il est suffisamment contraint au niveau du choix de sa longueur d'onde: c'est ce qui a été observé sur l'expérience de l'INLN [133] où sur les bords ont été disposés deux rangées d'aiguilles sur un contour hexagonal à intervalle régulier (un intervalle très proche de la longueur d'onde naturellement sélectionnée par le système). La présence d'une aiguille force une colonne en son lieu, par capillarité. Il nous a semblé que cette solution présentait une forte contrainte au niveau du choix de la longueur d'onde. Dans l'optique d'obtenir des résultats complémentaires à ceux de l'INLN, nous en sommes restés au cache hexagonal.

A partir "d'instantanés" de la position des colonnes vu de dessous, il a été possible d'extraire une figure d'autocorrélation spatiale, et ainsi de déterminer les positions préférentielles des colonnes par rapport à leurs plus proches voisines. L'autocorrélation est donc représentée par une matrice de niveaux de gris, de la même taille que la partie de l'image sélectionnée: chaque niveau de gris à la coordonnée  $(x,y)$  est d'autant plus foncé que l'image de départ est spatialement corrélée à son image translatée du vecteur  $(x,y)$  (l'origine des coordonnées se situant au centre de l'image). Les figures 1.4 et 1.5 donnent des exemples de ces autocorrélations (à droite), associées à leur images d'origine (à gauche). Il apparaît que la tendance "hexagonale" du pattern est plus prononcée lorsque les conditions de bord sont elles-aussi hexagonales. Le débit n'a par contre pas l'air d'influencer l'écart à l'hexagonalité. La tendance hexagonale est confirmée par le comptage du nombre de premiers voisins d'une colonne dans un diagramme de type "Voronoi" (figure 1.6).

La figure 1.7-a donne un exemple d'oscillation localisée d'une colonne (provoquant l'oscillation de faible amplitude d'une colonne voisine). Un diagramme spatio-temporel obtenu en extrayant les niveaux de gris le long de la ligne de déplacement de la colonne est reporté en figure 1.7-b. Cela permet des mesures faciles de fréquence, reportées au prochain paragraphe. Il a été suggéré [133] que ces oscillations sont la manifestation d'un défaut penta/hepta au sein de la structure (au cours de son oscillation, la colonne est en quelque sorte "échangée" entre deux cages hexagonales). Dans notre système, ce fait est toutefois loin d'apparaître clairement. Cependant, ces oscillations présentent une forte analogie avec le mode de doublement de période à une dimension. Contrairement à 1D, à deux dimensions, l'oscillation reste localisée, vraisemblablement parce que la diffusion de la phase qui homogénéisait le pattern de colonnes à 1D semble ici ne pas influencer sur la structuration et la dynamique du pattern.

Néanmoins, dans la plupart des conditions expérimentales (débit et position initiale des colonnes), le pattern voit son nombre de colonnes fluctuer dans le temps. C'est l'analogue au régime de chaos spatio-temporel sur la coupelle circulaire. On assiste donc à des fusions/créations erratiques de colonnes (de la même façon que sur la coupelle, l'augmentation du débit augmente le taux de création/fusion de colonnes). Les essais préliminaires pour étudier cette dynamique

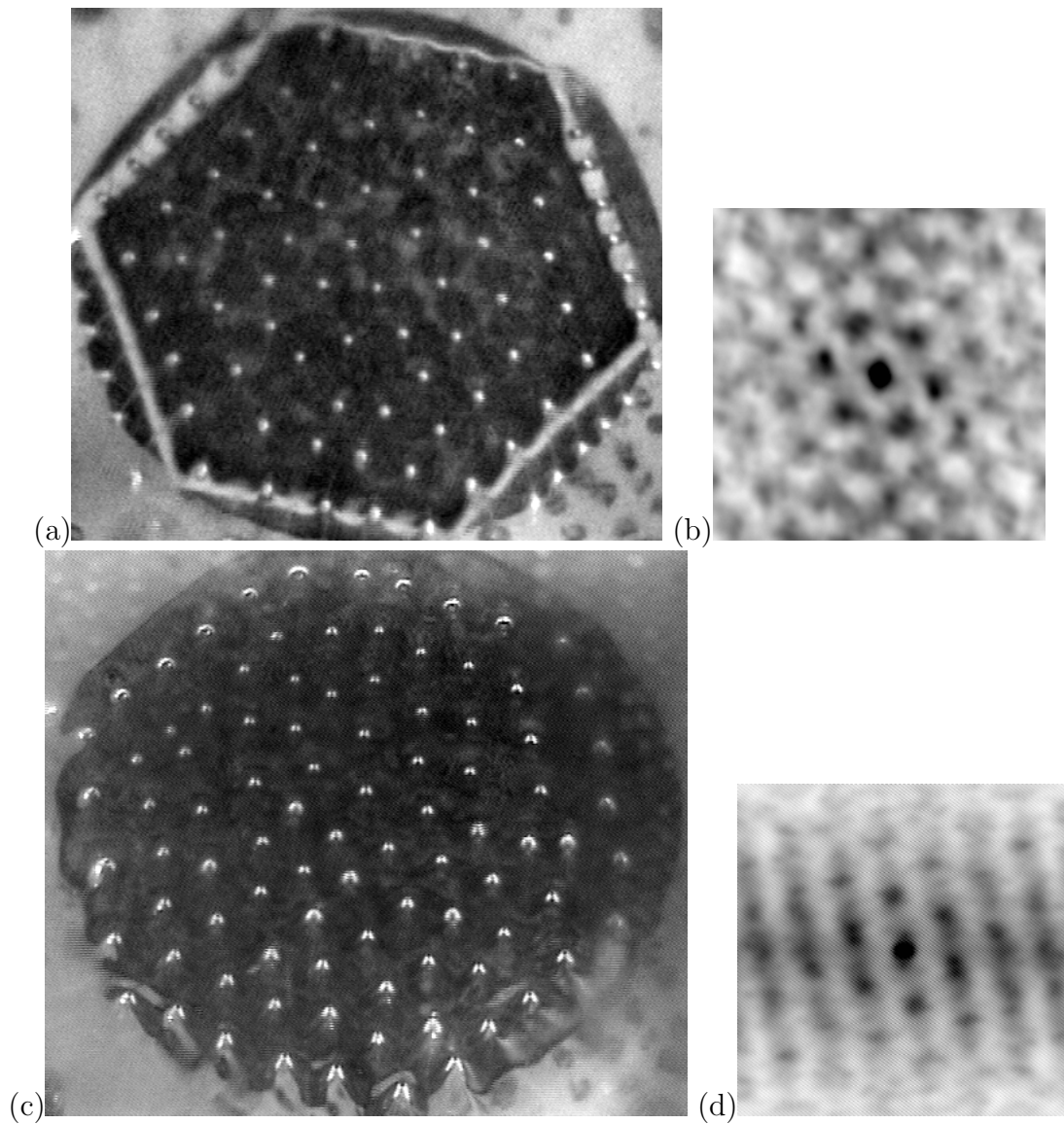


FIG. 1.4 – Exemples de patterns en conditions de bord hexagonales (avec le masque). (a)  $Q=29.7$   $\text{cm}^3/\text{s}$ ,  $\eta=50$  cP. (b) Autocorrélation de (a). (c)  $Q=59.9$   $\text{cm}^3/\text{s}$ ,  $\eta=20$  cP. (d) Autocorrélation de (c).

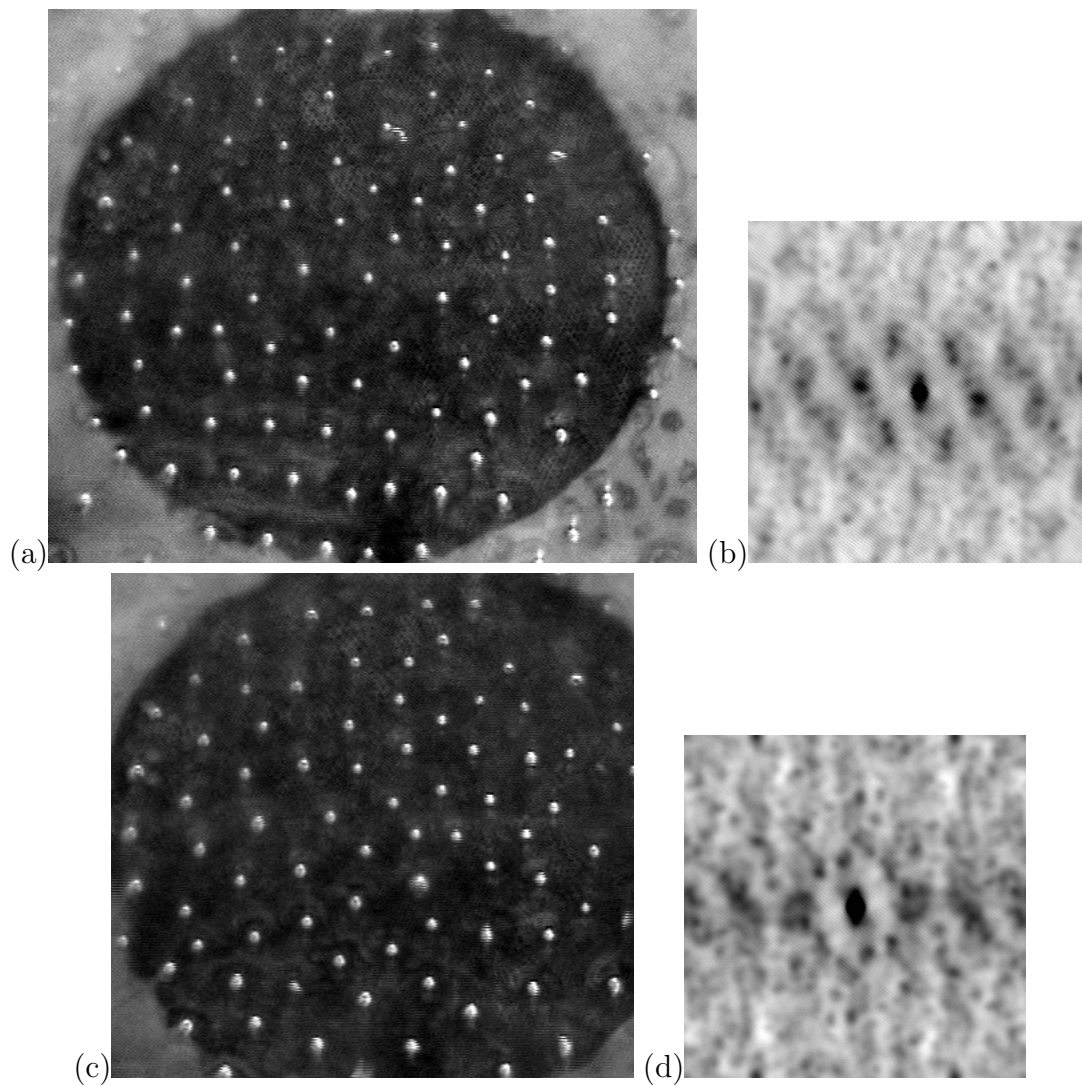


FIG. 1.5 – Exemples de patterns en conditions de bord circulaires (sans masque) (a)  $Q=36.0$   $\text{cm}^3/\text{s}$ ,  $\eta=50$  cP. (b) Autocorrélation de (a). (c)  $Q=64.0$   $\text{cm}^3/\text{s}$ ,  $\eta=50$  cP. (d) Autocorrélation de (c).

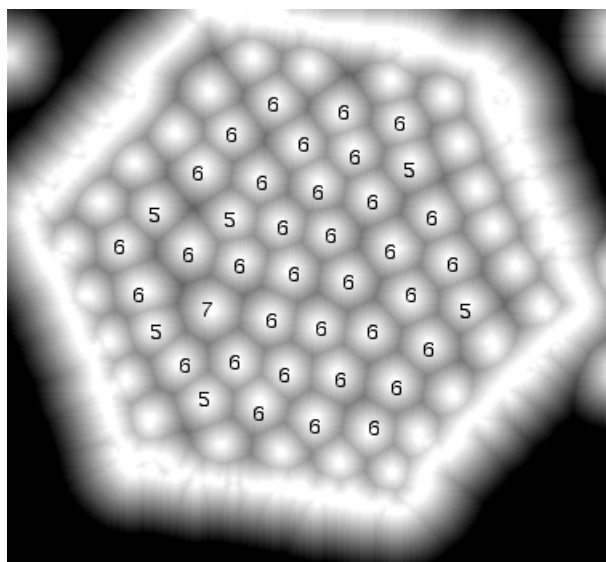


FIG. 1.6 – Comptage de premiers voisins, dans un diagramme de type Voronoï ( $\eta=50$  cP,  $Q=26.0$  cm<sup>3</sup>/s).

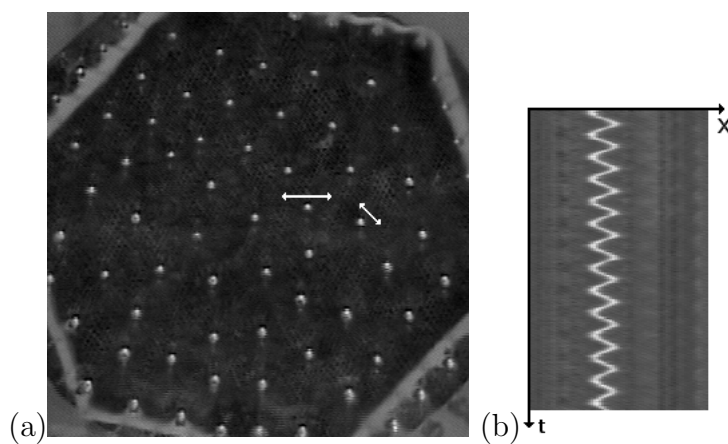


FIG. 1.7 – (a) Pattern quasi-statique avec une oscillation localisée, conditions de bord hexagonales ( $Q=26$  cm<sup>3</sup>/s,  $\eta=50$  cP). (b) Diagramme spatio-temporel de cette oscillation.

ont consisté à construire des moyennes temporelles (sur les images en niveau de gris) durant des temps très longs devant le temps caractéristique du système (environ 1 seconde). Ce type de moyenne a d'ailleurs été utilisé dans des systèmes cellulaires 2D [146, 139]. Ainsi, les figures 1.8 donnent des exemples de moyenne temporelle effectuées au cours d'acquisitions de 1000 secondes (à une image par seconde). On remarque que même au bout de temps longs, certaines cellules n'ont pas bougé alors que d'autres se sont déplacées le long d'une courbe apparaissant comme une trace floue sur l'image. Le déplacement de ces cellules a engendré des créations/fusions de colonnes ce qui a encore contribué à alimenter le désordre. On observe clairement des "dédoubléments" de colonnes, témoignage d'une oscillation entre deux positions limites. Il est frappant de noter une nette séparation entre domaines statiques et domaines dynamiques. Contrairement à ce que nous avons pensé initialement, ceci n'est pas du à un biais dans l'injection du liquide puisque pour différentes conditions initiales, des moyennes très différentes sont obtenues et les domaines statiques ne sont pas toujours localisés aux mêmes endroits (voir figures 1.8). Nous avons par ailleurs essayé de moyenner au cours de durées plus brèves (1 minute), en acquérant 25 images par seconde. Le même type de résultats a été obtenu.

Le processus de "contamination" présent dans l'intermittence spatio-temporelle à 1D ne semble pas ici avoir lieu. Une appréciation de la dynamique spatio-temporelle a permis de se rendre compte que les front séparant les états initialement statiques et dynamiques sont relativement stables. Il est par ailleurs possible qu'un couplage plus fort entre colonnes (par exemple en augmentant la viscosité) puisse favoriser cette contamination du désordre: en effet, sur l'expérience de l'INLN, une moyenne turbulente assez homogène a pu être obtenue avec de l'huile à 350 cP.

Il est à noter enfin que le même type de moyennes a été effectué en conditions de bords circulaires: il apparaît que le désordre est beaucoup plus homogènement distribué spatialement. La raison à cela est que les bords sont alors une source de création de défauts en raison des mauvaises conditions de raccordement.

## 1.4 Résultats quantitatifs

Dans ce paragraphe sont reportées les mesures de longueur d'onde et de pulsation d'oscillations effectuées sur le réseau de colonnes. Les figures 1.10-a,b montrent la longueur d'onde et la pulsation d'oscillations en fonction du débit par unité de longueur pour deux viscosités (20 et 50 cP). Le débit par unité de longueur est défini comme le débit par unité de surface multiplié par la longueur d'onde moyenne.

La longueur d'onde est plus faible à 20 cP, qu'à 50 cP, ce qui apparait conforme aux observations sur la coupelle ( $\lambda_0$  décroît à haute viscosité). Cette longueur d'onde semble légèrement augmenter avec le débit, ce qui lors d'une observation directe du motif semble venir de la croissance de l'épaisseur au commencement de la colonne.

La pulsation croît avec le débit, avec un fit très convenable en  $(\Gamma - \Gamma_c)^{1/2}$  superposé aux mesures (même si les trois points de mesure à 20 cP sont insuffisants pour dresser une tendance). Ces résultats sont conformes à ceux sur la coupelle, excepté que le seuil en débit  $\Gamma_c$  est relativement important (il était proche de zéro sur la coupelle). Par contre, contrairement à la coupelle, il semble que la viscosité tende à faire croître la pulsation, ce qui laisserait suggérer que le mécanisme hydrodynamique de ces oscillations est différent de celui à une dimension. Des mesures plus systématiques à plus haute viscosité pourront nous donner une réponse moins incertaine.

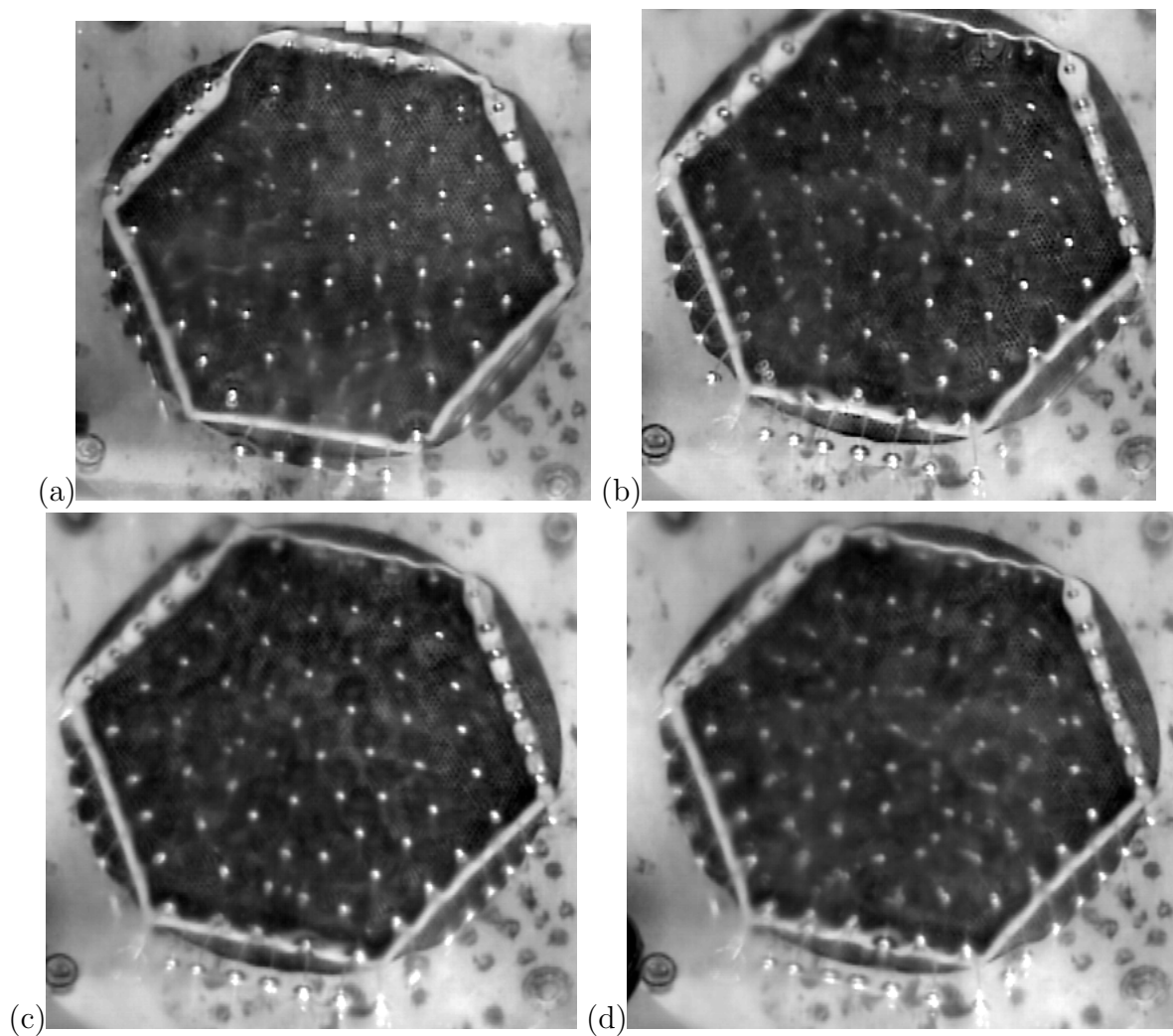


FIG. 1.8 – Moyennes en régime turbulent en conditions de bord hexagonales, pour différentes conditions initiales ( $Q=28.2 \text{ cm}^3/\text{s}$ ,  $\eta=50 \text{ cP}$ ).

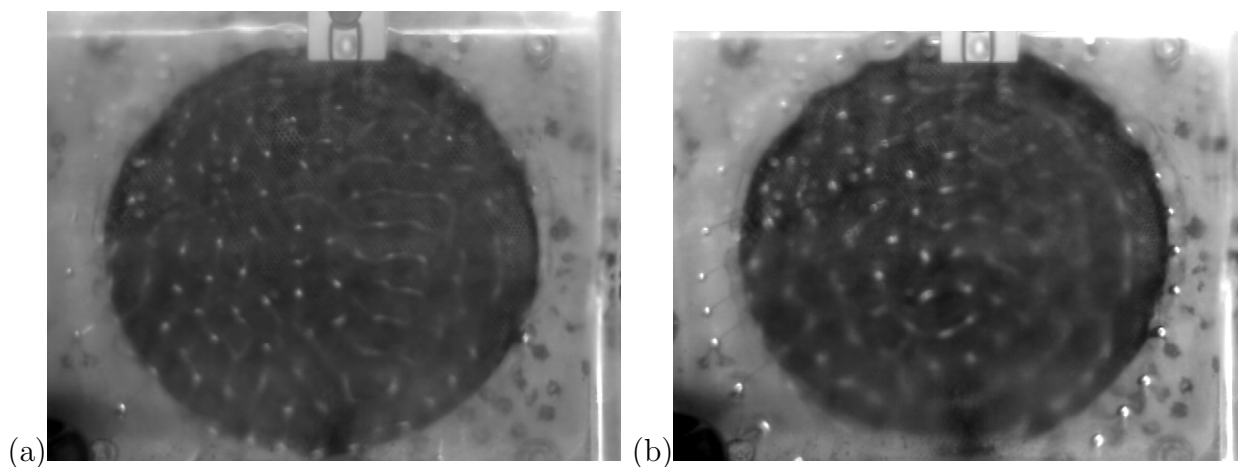


FIG. 1.9 – Moyennes en régime turbulent en conditions de bord circulaires ( $\eta=50 \text{ cP}$ ). (a)  $Q=26.0 \text{ cm}^3/\text{s}$ . (b)  $Q=64.0 \text{ cm}^3/\text{s}$ .

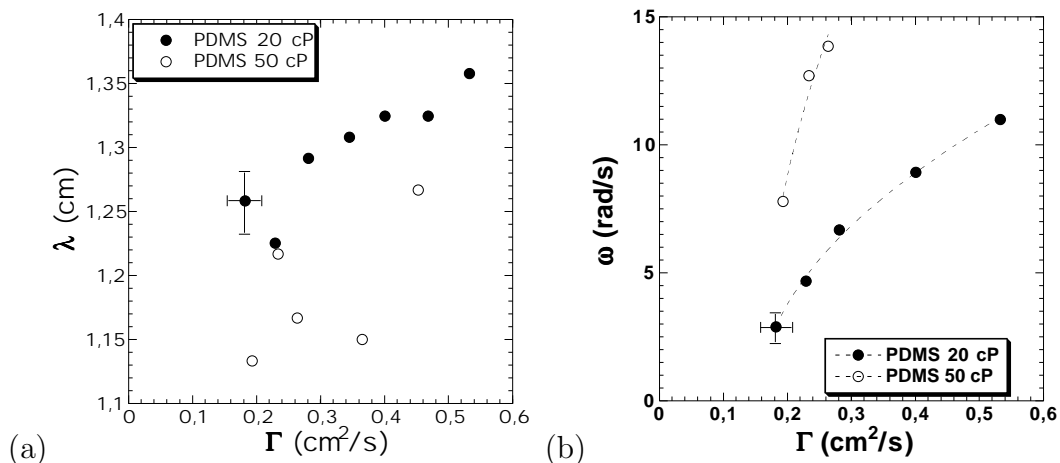


FIG. 1.10 – Mesures de la dynamique du réseau de colonnes (huiles silicone 20 et 50 cP). (a) Longueur d'onde moyenne entre deux rangées de colonnes. (b) Pulsation d'oscillations.

## 1.5 Conclusion

Ces premières études exploratoires ont permis d'améliorer le montage en vue d'une étude quantitative plus systématique. Les premières comparaisons ont pu être établies avec l'expérience de la coupelle circulaire. Nous avons aussi pu comparer nos résultats qualitatifs avec l'expérience analogue montée à l'INLN, où d'autres régimes particuliers comme l'oscillation en bloc d'une rangée de colonnes, ou encore une "onde de déphasage" le long d'une rangée ont été observés.

Les premiers points importants qui ont pu être mis en évidence sont:

- Même si un réseau "cristallin" parfait n'est pas apparu, il existe un état quasiment statique dont les transformations d'autocorrélations révèlent une tendance hexagonale. Cette tendance est confirmée par le comptage du nombre de premiers voisins dans un diagramme type Voronoï.

- Un mode dynamique identifié consiste en une oscillation localisée: structurellement, le groupe de l'INLN a identifié un défaut penta/hepta, mais les choses semblent moins claires dans notre expérience. Les mesures de fréquence de cette oscillation présentent des similitudes avec le régime oscillant de la coupelle.

- Contrairement à la coupelle, l'inhomogénéité spatiale du pattern n'entraîne pas forcément de mouvement relatif par diffusion de phase contrairement à 1D.

- Dans le régime turbulent, il existe des zones statiques stables dans le temps. Ce point est peut-être à relier avec le précédent. Il est aussi possible que des effets de courbure de fronts (non présents à 1D) favorisent la stabilité de domaines de dynamique différente, ou qu'il y ait encore un biais non-résolu dans cette expérience (localisation de poches d'air dans le poreux).

- Une étude systématique aussi exhaustive que sur la coupelle apparaît tout de même difficile, les conditions initiales n'étant pas aussi facilement contrôlables.



## Chapitre 2

# Le ruissellement d'un jet unique: cassure en gouttes

Cette expérience a été initiée par des observations de scénarios de destruction de régimes dynamiques sur la coupelle, à bas débit: lorsqu'on part d'un état homogène dans le régime de colonnes (statique ou dérivant) et qu'on diminue progressivement le débit, la naissance du premier site de gouttes venant remplacer une colonne survient à un débit par colonne bien défini, ce qui est n'est pas tellement surprenant. Il est apparu que ce débit par colonne limite de rupture dépendait de la viscosité du liquide utilisé. Partant de ce fait, il m'a paru intéressant d'étudier la rupture en gouttes d'un jet unique ruisselant pour plusieurs viscosités. Cette étude a des points de similarités évidents avec l'étude de la rupture d'une nappe verticale tombante présentée au cours du chapitre précédent. Nous voulions alors voir si la configuration d'un jet formé par un liquide tombant d'un surplomb pouvait apporter de nouveaux enseignements sur un problème assez étudié dans le passé, mais la plupart du temps dans des configurations d'injection différentes.

### 2.1 Mécanisme de l'instabilité de Rayleigh-Plateau

Les premières études de la rupture d'un jet en gouttes sont dues à Plateau et Rayleigh [147]. Le mécanisme d'amplification de l'instabilité est le suivant: comme dans toute analyse linéaire, imaginons une perturbation (ici axisymétrique) spatialement périodique (sinusoïdale) se développant à la surface du jet liquide. En suivant la loi de Laplace sur la discontinuité des pressions à la traversée d'une interface, des zones de surpression vont se former là où le diamètre du jet est le plus petit (figure 2.1).

L'écoulement du fluide s'effectuant vers les zones de plus basse pression, la perturbation va s'amplifier. En l'absence de forçage, les perturbations de toutes longueurs d'ondes peuvent à

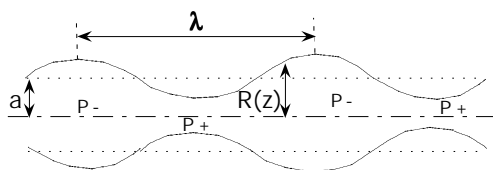


FIG. 2.1 – Instabilité de Rayleigh dans un jet liquide.

priori se développer également. Rayleigh a montré que l'amplitude de ces perturbations croît exponentiellement avec le temps, avec un temps caractéristique dépendant de la longueur d'onde. Le mode sélectionné sera donc celui pour lequel ce temps caractéristique sera le plus rapide. Cette idée de sélection du mode le plus instable, désormais couramment admise, avait été alors proposée pour la première fois.

En l'absence d'effets visqueux, le calcul par des fonctions de Bessel mène à un taux d'amplification maximal de:

$$\sigma_{max} = 0.343 \left( \frac{\gamma}{\rho a^3} \right)^{1/2} \quad (2.1)$$

$\gamma$ ,  $\rho$  et  $a$  sont respectivement la tension superficielle du liquide, sa densité et le rayon du jet. La longueur d'onde correspondante, vaut :

$$\lambda_{max} = 2\pi\sqrt{2}a \simeq 9.02a \quad (2.2)$$

Ce résultat a été confirmé expérimentalement par Donnelly et Glaberson [148] qui ont mesuré les taux de croissance dans un jet où une excitation permettait de forcer la longueur d'onde.

Lorsque des effets visqueux apparaissent, la donne est quelque peu changée: l'analyse de Tomotika [149] prend en compte la viscosité du liquide dans le jet ( $\eta$ ) et celle à l'extérieur du jet ( $\eta_0$ ). Ses conclusions sont que la longueur d'onde tend vers l'infini lorsque  $\eta/\eta_0$  tend vers l'infini ou vers 0. Aux valeurs intermédiaires, des valeurs proches de celle trouvées par Rayleigh sont obtenues.

Plus récemment, une revue très complète du problème de formations des gouttes a été publiée par J. Eggers [150].

Etant donné que le taux de croissance maximal de l'instabilité est toujours positif, la cassure en gouttes a toujours lieu. Le problème est alors d'évaluer à quel moment cette cassure va s'effectuer au sommet du jet, de telle sorte que celui-ci va se transformer en site d'émission de gouttes. Il convient donc de comparer la vitesse de propagation de l'instabilité le long du jet et de la comparer à la vitesse de l'écoulement qui va advecter les perturbations en aval. Si l'instabilité se propage plus vite que la vitesse de l'écoulement, l'instabilité devient absolue et le jet, rompu à son sommet, devient un site d'émission de gouttes.

## 2.2 Protocole expérimental et résultats

L'expérience est fort simple et a pris place sur un "coin de table". Le schéma est reporté sur la figure 2.2. Un entonnoir (a) large (diamètre 10 cm) sert de bac réservoir à niveau "constant" (en pratique, pendant la durée d'une expérience, la variation de hauteur du liquide est insignifiante). Le liquide s'écoule jusqu'à un débitmètre à flotteur (b) pourvu d'une vanne: il sert à la fois de mesure et de contrôle du débit. Le liquide arrive ensuite à l'extrémité d'une pipette Pasteur mise en contact avec un surplomb de forme variable (c). De ce surplomb, le liquide ruisselle sous la forme d'un jet (si le débit est suffisant), qui se casse en gouttes en aval et est récupéré dans un bac (e).

Les seuls paramètres de contrôle de l'expérience sont le débit et la viscosité du liquide. Il est apparu en effet que la forme du surplomb utilisé n'a pas d'influence sur le débit de rupture du jet en gouttes: des mesures avec des surplombs de forme variable (cylindre, coin anguleux d'un pavé) ont donné des résultats comparables. Ce débit critique est par ailleurs similaire au débit

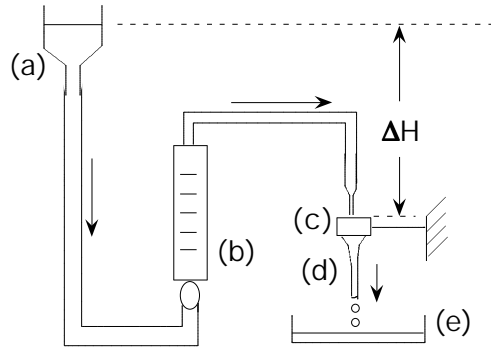


FIG. 2.2 – Schéma expérimental de l'expérience de la rupture d'un jet tombant en gouttes

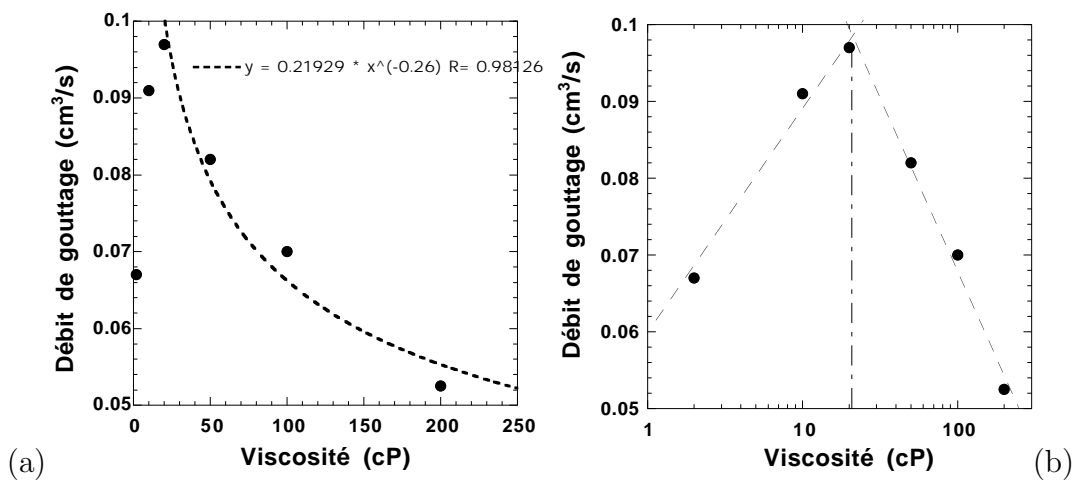


FIG. 2.3 – Débit minimal d'existence d'un jet tombant en fonction de la viscosité. (a) LIN-LIN. (b) LOG-LIN.

par colonne d'apparition de sites de gouttes sur l'expérience de la fontaine circulaire. Ce fait n'est pas surprenant car le mécanisme de rupture du jet liquide provient d'une instabilité qui, en l'absence de tout forçage au niveau de l'injection, naît et se développe en aval de l'écoulement, se propageant éventuellement vers l'amont si sa vitesse dépasse celle de l'écoulement en tout point du jet.

L'expérience a été répétée avec plusieurs huiles silicones (de même tension de surface  $\sigma = 20.5 \text{ dyn/cm}$ ) de viscosités 2 cP à 200 cP. Le montage expérimental ne nous a pas permis de dépasser ces valeurs, car la perte de charge devenant trop importante, il aurait fallu avoir le secours d'une pompe.

Les résultats sont reportés sur les figures 2.3 en lin-lin et log-lin.

Il apparaît que le débit minimal d'existence du jet tombant présente un extremum pour une viscosité d'environ 20 cP. La courbe est assez bien fittée par une loi de puissance en  $-\frac{1}{4}$  aux viscosités importantes, mais le graphique LOG-LIN peut suggérer une décroissance en loi logarithmique.

Dans un futur assez proche, il est prévu d'effectuer une expérience similaire, en faisant ruisseler cette fois le liquide sur un fil vertical. Cette étude a été démarrée au cours d'un stage court et donné quelques résultats encourageants. Une nouvelle grandeur caractéristique est

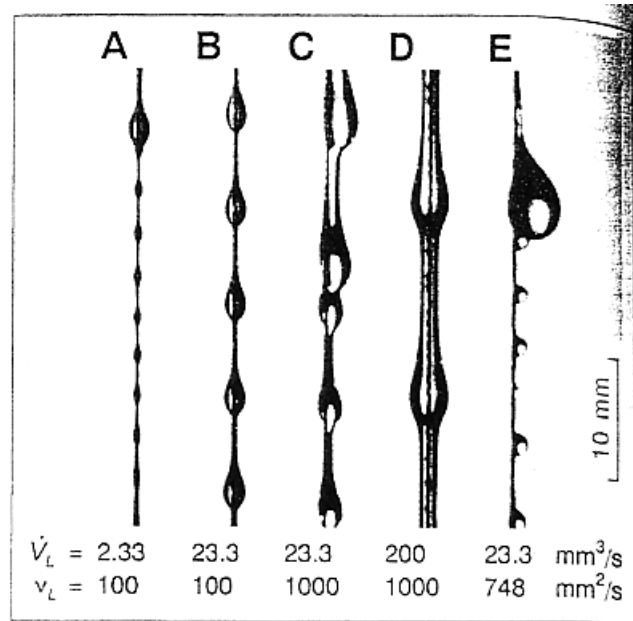


FIG. 2.4 – Différents régimes de ruissellement de gouttes sur un fil. L'illustration de droite montre un cas où le liquide ne mouille pas le fil (photos tirées de [152]).

alors insérée dans le problème précédent et peut a priori influencer la longueur d'onde et la dynamique, compliquant un problème déjà difficile à résoudre analytiquement. Néanmoins, il s'avère que dans certaines conditions, la présence du fil permet un écoulement vertical non-acceléré par la gravité, le nombre de Reynolds pouvant se maintenir très inférieur à l'unité y compris à des viscosités autour de 10 cP. On a vu que ce qui rendait le problème "sans fil" difficile à résoudre était la dépendance du rayon du jet non perturbé avec la coordonnée verticale  $z$ , conséquence de l'écoulement accéléré par la chute libre. Une telle étude a été menée par D. Quéré il y a quelques années [151] dans le cas d'un fil mouillé par le liquide. Le but de nos expériences est mesurer l'influence d'un éventuel revêtement non mouillant sur le fil, dans la formation et la dynamique de l'instabilité de Rayleigh-Plateau. Une étude dans ce sens a par ailleurs été menée par Hattori et al. [152] en 1994, dans l'optique d'une application aux transferts de chaleur. Un catalogue de phénomènes y a été reporté, en variant la viscosité et la tension de surface du liquide ainsi que le débit. Un régime nous a particulièrement intéressé, celui où l'interface liquide n'est plus axisymétrique: les gouttes ruissellent le long du fil suivant une trajectoire hélicoïdale (voir figure 2.4). Des observations préliminaires avec une solution de glycol ( $\gamma \simeq 50 \text{ dyn/cm}$ ) ont confirmé un tel comportement.

## Conclusion

## Conclusions et perspectives

Tout au long de ces expériences, nous avons pu nous rendre compte de l'extrême richesse de la dynamique des "figures de ruissellement". Des expériences bien contrôlées nécessitent que le liquide mouille bien le surplomb solide d'où part le ruissellement. L'utilisation de l'huile silicone de basse tension de surface a grandement contribué à la réalisation de cette condition.

On peut toutefois séparer notre étude en deux grandes parties, tant au niveau des enjeux, qu'au niveau de l'approche utilisée: la rangée de colonnes liquides tombantes comme un système cellulaire modèle d'une part, et les instabilités dans les nappes liquides tombantes d'autre part.

### Sur le motif de colonnes liquides

Le motif de colonnes liquides tombant sous la coupelle alimentée constitue un système cellulaire unidimensionnel modèle pour l'étude de comportements généraux, ceci pour de nombreuses raisons. On en rappelle ici les deux principales:

- Il offre une grande richesse de régimes dynamiques: oscillations, dérive de colonnes par "paquets" ou étendue à la coupelle entière, état oscillo-dérivant, présence d'un sillage oscillant derrière un paquet dérivant, chaos spatio-temporel, dérive lente<sup>1</sup>. L'étude de ces régimes permet de tester et de compléter les modèles théoriques existant. Nous avons par ailleurs eu la confirmation de comportements généraux dans les motifs cellulaires gouvernés par une dynamique interfaciale (solidification, imprimeur, ...), pour lesquels l'équation de Kuramoto-Sivashinsky amortie peut constituer un modèle minimal et général.

- L'étude du chaos spatio-temporel a révélé un comportement du type "chaos de défauts" (ou "defect-mediated turbulence"). De la même façon que dans l'intermittence spatio-temporelle (et de sa comparaison avec la percolation dirigée), une approche consistant à mesurer des exposants critiques dans les transitoires chaotiques et dans les états de chaos permanent, peut définir des classes d'universalité.

Les perspectives d'une telle expérience se situent surtout dans le test plus systématique de certains modèles. Des simulations numériques de l'équation KSA pourraient apporter des réponses quant à un caractère général des motifs cellulaires à dynamique interfaciale, notamment à faible nombre de cellules (quelques dizaines).

---

1. Cette liste n'est pas forcément limitante, quand on se rend compte qu'il a suffit d'augmenter la viscosité du liquide pour en faire apparaître de nouveaux. L'utilisation d'une huile encore plus visqueuse (500 ou 1000 cP?) pourrait engendrer d'autres états dynamiques. Pour l'instant, les contraintes du circuit d'écoulement (la puissance de la pompe notamment) ont limité la viscosité utilisable.

## Sur les instabilités de nappes liquides tombantes

L'étude expérimentale d'une nappe tombante dans des conditions proches de sa limite de stabilité a révélé plusieurs comportements inédits:

- Dans le cas d'une nappe annulaire formée sous la coupelle, il est apparu des oscillations dans la forme de la cloche, résultant d'un effet "théière", à bas débit. A plus haut débit, l'extraction du profil des cloches a confirmé le rôle stabilisateur de la pression interne, en révélant qu'il est possible de maintenir stable une cloche fermée pour des débits beaucoup plus faibles que celui nécessaire à son obtention.

- Dans le cas d'une nappe liquide verticale alimentée par une cylindre en configuration de débordement (fente vers le haut), une instabilité dite "en damier" a été mise en évidence. Il s'agit de deux ensembles de fronts d'ondes de surface (de type sinueuses) naissant préférentiellement près des bords de la nappe et se propageant à travers celle-ci.

- Toujours dans les nappes verticales tombantes, la perturbation par un obstacle mouillant engendre un trou, assez semblable au sillage sinueux l'accompagnant, qui peut devenir parabolique ou oscillant dans des conditions proches de la rupture du rideau. L'étude complète d'un tel objet nécessite encore quelques expériences complémentaires pour lever certaines indéterminations, notamment sur l'épaisseur du bourrelet collectant le liquide.

- En ce qui concerne la stabilité de telles nappes, il convient de se placer dans le cadre d'un écoulement accéléré vers l'aval. L'analyse de stabilité doit sortir d'un cadre purement linéaire insuffisant pour expliquer le maintien d'une nappe à bas débit. Le rôle de la viscosité dans l'atténuation des perturbations a été mis en évidence, sans pour autant avoir pu être rigoureusement quantifié.

A côté de cela, deux autres expériences de ruissellement commencent à se développer:

- Le ruissellement à travers un milieu poreux, créant un motif bidimensionnel de colonnes liquides. Peu de systèmes expérimentaux ont pu être ainsi comparés à 1D et à 2D, d'un point de vue de la structuration et de la dynamique. Il apparaît déjà que la dynamique à deux dimensions semble radicalement différente de celle à une dimension, notamment en ce qui concerne la propagation du désordre. A 1D, dans une période de temps assez faible, il n'y a pas de localisation des défauts: ils sont étendus à tout le système. A 2D, la présence des défauts peut être localisée pendant une longue durée.

- Le ruissellement sur un fil vertical: le cas mouillant étant assez bien connu, nous envisageons d'étudier le cas non-mouillant.

# Bibliographie



## Ruissellement en jets liquides

- [1] M. Fermigier, L. Limat, J.E. Wesfreid, P. Boudinet and C. Quillet, "Two-dimensional patterns in Rayleigh-Taylor instability of a thin layer", *J. Fluid Mech.* **236**, 349 (1992).
- [2] W.G. Pritchard, "Instability and chaotic behaviour in a free-surface flow", *J. Fluid Mech.* **165**, 433 (1986).
- [3] F. Giorgiutti, "Dynamique d'une allée de colonnes liquides", Thèse de l'Université Paris VI (1995).
- [4] F. Giorgiutti, A. Bleton, L. Limat and J.E. Wesfreid, "Dynamics of a one-dimensional array of liquid columns", *Phys. Rev. Lett.* **74**, 538 (1995).
- [5] F. Giorgiutti and L. Limat, "Solitary dilation waves in a circular array of liquid columns", *Physica D* **103**, 590 (1997).
- [6] F. Giorgiutti, L. Limat and J.E. Wesfreid, "Phase diffusion in the vicinity of an oscillatory secondary bifurcation", *Phys. Rev. E* **57**, 2843 (1998).
- [7] C. Counillon, L. Daudet, T. Podgorski, M.C. Jullien, S. Akamatsu and L. Limat, "Global drift of a circular array of liquid columns", *Europhys. Lett.* **40**, 37 (1997).
- [8] C. Counillon, L. Daudet, T. Podgorski and L. Limat, "Drift modes of a liquid column array under periodic boundary conditions", *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2117 (1998).
- [9] V. Mazel, "Structure et dynamique de ruissellement sous un surplomb", Thèse de l'Université Paris VII (1999).
- [10] P.L. Kapitza, "Collected papers of P.L. Kapitza", Pergamon Press, 1965 vol. 2, p. 662.
- [11] H. Chang, "Wave evolution on a falling film", *Ann. Rev. Fluid Mech.* **26**, 103 (1994).
- [12] J. Liu and J.P. Gollub, "Onset of spatially chaotic waves on flowing films", *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2289 (1993).

## Structures cellulaires dynamiques formées par instabilités

- [13] A.C. Newell and J.A. Whitehead, "Finite bandwidth, finite amplitude convection", *J. Fluid Mech.* **38**, 279 (1969).
- [14] M.C. Cross and P.C. Hohenberg, "Pattern formation outside of equilibrium", *Rev. Mod. Phys.* **65** 851 (1993).
- [15] G. Faivre and J. Mergy, "Dynamical wavelength selection by tilt domains in thin-film lamellar eutectic growth", *Phys. Rev. A* **46**, 963 (1992).
- [16] H. Cummins, L. Fournelle and M. Rabaud, "Successive bifurcations in directional viscous fingering", *Phys. Rev. E* **47**, 1727 (1993).
- [17] M. Ginibre, S. Akamatsu and G. Faivre, "Experimental determination of the stability diagram of a lamellar eutectic growth front", *Phys. Rev. E* **56** 780 (1997).
- [18] L. Fournelle, "Selection de nombre d'onde et instabilité de phase dans l'instabilité de l'imprimeur", Ph. D Thesis Université Paris VI (1994).
- [19] R.E. Goldstein, G.H. Gunaratne, L. Gil and P. Coulet, "Hydrodynamic and interfacial patterns with broken space-time symmetry", *Phys. Rev. A* **43**, 6700 (1991).
- [20] S. Fauve, S. Duady and O. Thual, "Drift instabilities of cellular patterns", *J. Phys. II France* **1**, 311 (1991).
- [21] S. Michalland and M. Rabaud, "Localized phenomena during spatio-temporal intermittency in directional viscous fingering", *Physica D* **61**, 197 (1992).

- [22] J.-M. Flesselles, A.J. Simon and A.J. Libchaber, "Dynamics of one-dimensional interfaces: an experimentalist's view", *Advances in Physics* **40**, 1 (1991).
- [23] K. Kassner, C. Misbah and H. Müller-Krumbhaar, "Transition to chaos in directional solidification", *Phys. Rev. Lett.* **67**, 1551 (1991).
- [24] C. Misbah and A. Valance, "Secondary instabilities in the stabilized Kuramoto-Sivashinsky equation", *Phys. Rev. E* **49**, 166 (1994).
- [25] M. Dubois, R. Da Silva, F. Daviaud, P. Bergé and A. Petrov, "Collective oscillation mode in a one-dimensional chain of convective rolls", *Europhys. Lett.* **8**, 135 (1989).
- [26] J.-M. Flesselles, V. Croquette and S. Jucquois, "Period doubling of a torus in a chain of oscillators", *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2871 (1994).
- [27] P. Coulet and G. Iooss, "Instabilities of one-dimensional cellular patterns", *Phys. Rev. Lett.* **64**, 866 (1990).
- [28] L. Gil, "Secondary instability of one-dimensional cellular patterns: a gap soliton, black soliton and breather analogy", *Physica D* **147**, 300 (2000).
- [29] R.W. Walden, P. Kolodner, A. Passner and C.M. Surko, "Traveling-waves and chaos in convection in binary fluid mixture", *Phys. Rev. Lett.* **55**, 496 (1985).
- [30] E. Moses and V. Steinberg, "Traveling-wave convection in a annulus", *Phys. Rev. A* **34**, 693 (1986).
- [31] R. Heinrichs, G. Ahlers and D.S. Cannell, "Traveling waves and spatial variation in the convection of a binary mixture", *Phys. Rev. A* **35**, 2761 (1987).
- [32] P. Kolodner, D. Bensimon and C.M. Surko, "Traveling-wave convection in a annulus", *Phys. Rev. Lett.* **60**, 1723 (1988).
- [33] A.J. Simon, J. Bechhoefer and A. Libchaber, "Solitary modes and the Eckhaus instability in directional solidification", *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2574 (1988).
- [34] M. Rabaud, S. Michalland and Y. Couder, "Dynamical regimes of directional viscous fingering: spatiotemporal chaos and wave propagation", *Phys. Rev. Lett.* **64**, 184 (1990).
- [35] L. Pan and J.R. de Bruyn, "Broken-parity waves at a driven fluid-air interface", *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1791 (1993).
- [36] L. Pan and J.R. de Bruyn, "Spatially uniform traveling cellular patterns at a driven interface", *Phys. Rev. E* **49**, 483 (1994).
- [37] H. Riecke and H.G. Paap, "Parity-breaking and Hopf bifurcation in axisymmetric Taylor vortex flow", *Phys. Rev. A* **45**, 8605 (1992).
- [38] I. Mutabazi and C.D. Andereck, "Drift instabilities and second harmonic generation in a one-dimensional pattern-forming system", *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1429 (1993).
- [39] K. Kassner and C. Misbah, "Parity breaking in eutectic growth", *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1458 (1990) + Errata *Phys. Rev. Lett.* **65**, 522 (1990).
- [40] K. Kassner, C. Misbah, H. Müller-Krumbhaar and A. Valance, "Directional solidification at high speed. I. Secondary instabilities", *Phys. Rev. E* **49**, 5477 (1994).
- [41] G. Faivre, S. de Cheveigne, C. Guthmann and P. Kurowski, "Solitary tilt waves in thin lamellar eutectics", *Europhys. Lett.* **9**, 779 (1989).
- [42] G. Faivre and J. Mergy, "Tilt bifurcation and dynamical selection by tilt domains in thin-film lamellar eutectic growth: experimental evidence of a tilt bifurcation", *Phys. Rev. A* **45**, 7320 (1992).
- [43] E.M. Nicola, M. Or-Guil, W. Wolf and M. Bär, "Drifting pattern domains in a reaction-diffusion system with non-local coupling", *Phys. Rev. E* **65**, 055101(R) (2002).

- [44] P. Brunet, J.-M. Flesselles and L. Limat, "Parity breaking in a one-dimensional pattern: a quantitative study with controlled wavelength", *Europhys. Lett.* **56**, 221 (2001).
- [45] B. Caroli, C. Caroli and S. Fauve, "On the phenomenology of tilted domains in lamellar eutectic growth", *J. Phys. I France* **2**, 281 (1992).
- [46] L. Gil, "Instabilities of one-dimensional cellular patterns: Far from the secondary threshold", *Europhys. Lett.* **48**, 156 (1999).
- [47] P. Couillet and S. Fauve, "Propagative phase dynamics with Galilean invariance", *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2857 (1985).
- [48] B.I. Shraiman, "Order, disorder and phase turbulence", *Phys. Rev. Lett.* **57**, 325 (1986).
- [49] B.A. Malomed and M.I. Tribelsky, "Bifurcations in distributed kinetic systems with aperiodic instabilities", *Physica D* **14**, 67 (1984).
- [50] M.R.E. Proctor and C.A. Jones, "The interaction of two spatially resonant patterns in thermal convection I. Exact 1:2 resonance", *J. Fluid Mech.* **188**, 301 (1988).
- [51] H. Levine, W.J. Rappel and H. Riecke, "Resonant interactions and traveling-solidification cells", *Phys. Rev. A* **43**, 1122(1991).
- [52] L. Fournet, W.J. Rappel and M. Rabaud, "Phase dynamics near a parity-breaking instability", *Phys. Rev. E* **49**, R3576 (1994).
- [53] Y. Kuramoto, "Chemical oscillations, waves and turbulence", Springer-Verlag (1978).
- [54] G.I. Sivashinsky, "", *Acta Astronautica* **4**, 1177 (1977).
- [55] R.E. LaQuey, S.M. Mahajan, P.H. Rutherford and W.M. Tang, "Nonlinear saturation of the trapped-ion mode", *Phys. Rev. Lett.* **34**, 391 (1975).
- [56] G.I. Sivashinsky, "On irregular wavy flow of a liquid film down a vertical plane", *Prog. Theor. Phys.* **63**, 2113 (1980).
- [57] A. Pumir, P. Manneville and Y. Pomeau, "On solitary waves running down an inclined plane", *J. Fluid Mech.* **135**, 27 (1983).
- [58] Y. Pomeau, A. Pumir and P. Pelce, "Intrinsic stochasticity with many degrees of freedom", *J. Stat. Phys.* **37**, 39 (1984).
- [59] J.M. Hyman and B. Nicolaenko, "The Kuramoto-Sivashinsky equation: a bridge between PDE's and dynamical systems", *Physica D* **18**, 113 (1986).
- [60] U. Frisch, Z.S. She and O. Thual, "Viscoelastic behaviour of cellular solutions to the Kuramoto-Sivashinsky model", *J. Fluid Mech.* **168**, 221 (1986).
- [61] H. Chaté and P. Manneville, "Transition to turbulence via spatiotemporal intermittency", *Phys. Rev. Lett.* **58**, 112 (1987).
- [62] H. Chaté, "Transition vers la turbulence via intermittence spatio-temporelle", Thèse Université Paris VI (1989).
- [63] A. Valance, "Contribution à la théorie dynamique des fronts de croissance des cristaux nématiques et eutectiques lamellaires", Thèse Université Paris VII (1994)
- [64] P. Manneville, "The Kuramoto-Sivashinsky equation: a progress report", in *Propagation in systems far from equilibrium* (Springer Verlag) (1991).
- [65] K. Kassner, C. Misbah, H. Müller-Krumbhaar and A. Valance, "Directional solidification at high-speed. II. Transition to chaos.", *Phys. Rev. E* **49**, 49 (1994).
- [66] G.H. Gunaratne, Q. Ouyang and H. Swinney, "Pattern formation in the presence of symmetries", *Phys. Rev. E* **50**, 2802 (1994).

## Chaos, en général et dans les structures cellulaires

- [67] P. Bergé, Y. Pomeau et C. Vidal, "L'ordre dans le chaos", Hermann Editions (1985).
- [68] P. Bergé, Y. Pomeau et C. Vidal, "L'espace chaotique", Hermann Editions (1998).
- [69] P. Manneville, "Structures dissipatives, chaos et turbulence" Collection Aléa Saclay (1990).
- [70] Y. Pomeau, "Front motion, metastability and subcritical bifurcations in hydrodynamics", *Physica D* **23**, 3 (1986).
- [71] D. Stauffer and A. Aharony, "Introduction to percolation theory (2<sup>nd</sup> Edition)", Taylor and Francis (1992).
- [72] P.C. Hohenberg and B.I. Shraiman, "Chaotic behavior of an extended system", *Physica D* **37**, 109 (1989).
- [73] K. Kaneko, "Spatiotemporal intermittency in coupled map lattices", *Prog. Theor. Phys.* **74**, 1033 (1985).
- [74] I. Waller and R. Kapral, "Spatial and temporal structure in systems of coupled nonlinear oscillators", *Phys. Rev. A* **30**, 2047 (1985).
- [75] H. Chaté and P. Manneville, "Spatio-temporal intermittency in coupled-map lattices", *Physica D* **32**, 409 (1988).
- [76] P. Grassberger and T. Schreiber, "Phase transition in coupled map lattices", *Physica D* **50**, 177 (1991).
- [77] G. Rousseau, "Systèmes dynamiques sur réseau: applications au milieu interstellaire et à la transition vers la turbulence" Thèse Université Paris VII (1998).
- [78] T. Bohr, M. van Hecke, R. Mikkelsen and M. Ipsen, "Breakdown of universality in transitions to spatiotemporal chaos", *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5482 (2001).
- [79] H. Chaté and P. Manneville, "Role of defects in the transition to turbulence via spatio-temporal intermittency", *Physica D* **37**, 33 (1988).
- [80] H. Chaté, "Lyapunov analysis of spatiotemporal intermittency", *Europhys. Lett.* **21**, 419 (1993).
- [81] K.R. Elder, J.D. Gunton and N. Goldenfeld, "Transition to spatiotemporal chaos in the damped Kuramoto-Sivanshinsky equation", *Phys. Rev. E* **56**, 1631 (1997).
- [82] I.S. Aranson and L. Kramer, "The world of the complex Ginzburg-Landau equation", *Rev. Mod. Phys.* **74**, 99 (2002).
- [83] B.I. Shraiman, A. Pumir, W. van Saarloos, P.C. Hohenberg, H. Chaté and M. Holen, "Spatiotemporal chaos in the one-dimensional complex Ginzburg-Landau equation", *Physica D* **57**, 241 (1992).
- [84] H. Chaté, "Spatiotemporal intermittency regimes of the one-dimensional complex Ginzburg-Landau equation", *Nonlinearity* **7**, 185 (1994).
- [85] S. Ciliberto and P. Bigazzi, "Spatio-temporal intermittency in Rayleigh-Bénard convection", *Phys. Rev. A* **60**, 286 (1988).
- [86] F. Daviaud, M. Bonetti and M. Dubois, "Transition to turbulence via spatio-temporal intermittency in one-dimensional Rayleigh-Bénard convection", *Phys. Rev. A* **42**, 3388 (1990).
- [87] F. Daviaud, J. Lega, P. Bergé, P. Coulet and M. Dubois, "Spatio-temporal intermittency in a 1D convective pattern: theoretical model and experiments", *Physica D* **55**, 287 (1992).
- [88] S. Michalland, M. Rabaud and Y. Couder, "Transition to chaos by spatio-temporal intermittency in directional viscous fingering", *Europhys. Lett.* **22**, 17 (1993).

- [89] M. Degen, I. Mutabazi and C.D. Andereck, "Transition to weak turbulence via spatio-temporal intermittency in the Taylor-Dean system", *Phys. Rev. E* **53**, 3495 (1996).
- [90] D.P. Vallette, W.S. Edwards and J.P. Gollub, "Transition to spatiotemporal chaos via spatially subharmonic oscillations of a periodic front", *Phys. Rev. E* **49**, R4783 (1994).
- [91] D.P. Vallette, G. Jacobs and J.P. Gollub, "Oscillations and spatiotemporal chaos of one-dimensional fluid fronts", *Phys. Rev. E* **55**, 4274 (1997).
- [92] S. Bottin and H. Chaté, "Statistical analysis of the transition to turbulence in plane Couette flow", *Eur. Phys. J. B* **6**, 143 (1998).
- [93] G.H. Gunaratne, R. Jones, Q. Ouyang and H.L. Swinney, "An invariant measure of disorder in patterns", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3281 (1995).
- [94] D.A. Egolf, I.V. Melnikov, W. Pesch and R.E. Ecke, "Mechanisms of extensive spatio-temporal chaos in Rayleigh-Bénard convection", *Nature* **404**, 733 (2000).
- [95] P. Rupp, R. Richter and I. Rehberg, "Experimental evidence for directed percolation in spatiotemporal intermittency", cond-mat 0201308, (2002).
- [96] P. Coulet, L. Gil and J. Lega, "Defect-mediated turbulence", *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1619 (1989).
- [97] L. Gil, J. Lega and J.L. Meunier, "Statistical properties of defect-mediated turbulence", *Phys. Rev. A* **41**, 1138 (1990).
- [98] I. Rehberg, S. Rasenat and V. Steinberg, "Traveling waves and defect-initiating turbulence in electroconvecting nematics", *Phys. Rev. Lett.* **62**, 756 (1989).
- [99] I. Aranson, H. Levine and L. Tsimring, "Spiral competition in three-component excitable media", *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1170 (1996).
- [100] D.A. Egolf, "Dynamical dimension of defects in spatio-temporal chaos", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4120 (1998).
- [101] T. Tel, "Transient Chaos", in *Experimental study and characterisation of chaos. Direction in chaos* 149-211 (1990).
- [102] S. Michalland, "Etude des différents régimes dynamiques de l'instabilité de l'imprimeur", Ph. D Thesis Université Paris VI (1992).
- [103] H. Willaime, O. Cardoso and P. Tabelling, "Spatiotemporal intermittency in lines of vortices", *Phys. Rev. E* **48**, 288 (1996).
- [104] P.W. Colovas and C.D. Andereck, "Turbulent bursting and spatiotemporal intermittency in the counterrotating Taylor-Couette system", *Phys. Rev. E* **55**, 2736 (1997).
- [105] I. Jensen, "Low-density series expansions for directed percolation: I. A new efficient algorithm with applications to the square lattice", *J. Phys. A* **32**, 5233 (1999).
- [106] J.W. Essam, A.J. Guttmann and K. De'Bell, "On two-dimensional directed percolation", *J. Phys. A* **21**, 5233 (1999).

## Nappes liquides

- [107] F. Savart, "Mémoire sur le choc d'une veine liquide lancée contre un plan circulaire", *Ann. de chim.* **54**, 56 (1833).
- [108] J. Boussinesq, "Théorie des expériences de Savart, sur la forme que prend une veine liquide après s'être choquée contre un plan circulaire", *C. R. Acad. Sci., Paris* **69**, 45 and 128 (1869).
- [109] G.I. Taylor, "The dynamics of thin sheets of fluids. I Water bells. II Waves on fluid sheets. III Disintegration of fluid sheets", *Proc. Roy. Soc. A* **253**, 289 (1959).

- [110] F.L. Hopwood, "Water bells", Proc. Phys. Soc. B **65**, 2 (1952).
- [111] G.N. Lance and R.L. Perry, "Water bells", Proc. Phys. Soc. B **66**, 1067 (1953).
- [112] R. Buckingham and J.W.M. Bush, "Fluid Polygons", Gallery of Fluid Motion, Phys. Fluids (2001).
- [113] S.P. Lin and G. Roberts, "Waves in a viscous liquid curtain", J. Fluid Mech. **112**, 443 (1981).
- [114] S.P. Lin, "Stability of a viscous liquid curtain", J. Fluid. Mech. **104**, 111 (1981).
- [115] D.S. Finnicum, S.J. Weinstein and K.J. Ruschak, "The effect of applied pressure on the shape of a two-dimensional liquid curtain falling under the influence of gravity", J. Fluid Mech. **255**, 647 (1993).
- [116] S.J. Weinstein, A. Clarke, A.G. Moon and E.A. Simister, "Time-dependent equations governing the shape of a two-dimensional liquid curtain, Part 1: Theory", Phys. Fluids **9**, 3625 (1997).
- [117] A. Clarke, S.J. Weinstein, A.G. Moon and E.A. Simister, "Time-dependent equations governing the shape of a two-dimensional liquid curtain, Part 2: Experiments", Phys. Fluids **9**, 3637 (1997).
- [118] L. de Luca and C. Meola, "Surfactant effects on the dynamics of a thin liquid sheet", J. Fluid. Mech. **300**, 71 (1995).
- [119] L. de Luca and M. Costa, "Instability of a spatially developing liquid sheet", J. Fluid. Mech. **331**, 127 (1997).
- [120] L. de Luca, "Experimental investigation of the global instability of plane sheet flows", J. Fluid. Mech. **399**, 355 (1999).
- [121] N. Dombrowski and R.P. Fraser, "Photographic investigation into the disintegration of liquid sheets", Phil. Trans. A **247**, 101 (1954).
- [122] C. Clanet, "Dynamics and stability of water bells", J. Fluid. Mech. **430**, 111 (2001). C. Clanet "Stability of water bells generated by jet impacts on a disk", Phys. Rev. Lett. **85**, 5106 (2000).
- [123] D.R. Brown "A study of the behaviour of a thin sheet of a moving liquid", J. Fluid Mech. **10**, 297 (1961).
- [124] S.P. Lin, "A New Method of Measuring Dynamic Surface Tension", J. Coll. Interf. Sc. **77-2**, 583 (1980).
- [125] T. Podgorski, J.-M. Flesselles and L. Limat, "Dry arches within flowing films" Phys. Fluids **11**, 845 (1999).
- [126] A. Martin, A. Buguin and F. Brochard-Wyart, ""Cerenkov" dewetting at soft interfaces", Europhys. Lett. **57**, 604 (2002).
- [127] C. Pirat, Communication personnelle (2002).
- [128] J.F. Greiller (Eastman Kodak Company), "Apparatus for production of photographic elements", United States Patent **3,867,901** (1975).
- [129] K. Miyamoto and Y. Katagiri, "Curtain coating", Proc. of Eur. Coating Symp. (Strasbourg) ed. Chapman and Hall **11c**, 463 (1997).
- [130] S.F. Kistler and L.E. Scriven "The teapot effect: sheet forming flows with deflection, wetting and hysteresis", J. Fluid Mech. **263**, 19 (1994).
- [131] H. Lamb, "Hydrodynamics", Sixth Edition, Dover Publications inc. **474-475**, (1932).

- [132] T. Burghlea and V. Steinberg, "Onset of wave drag due to generation of capillary-gravity waves by a moving object", *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2557 (2001).

## Structures cellulaires à deux dimensions

- [133] C. Pirat, P. Maissa, C. Mathis et L. Gil, "Structuration bidimensionnelle d'un film visqueux sous gravité déstabilisante avec alimentation continue", *Compte-rendu des 5<sup>e</sup> rencontres du non-linéaire. Institut Henri Poincaré. Paris XI Editions 207* (2002).
- [134] E. Bodenschatz, W. Pesch and G. Ahlers, "Recent developments in Rayleigh-Bénard convection" *Ann. Rev. Fluid Mech* **32**, 709 (2000)
- [135] K. Nitschke-Eckert and A. Thess, "Secondary instability in surface-tension-driven Bénard convection" *Phys. Rev. E*, **52**, R5772 (1995).
- [136] M.I. Rabinovich, A.B. Ezersky and P.D. Weidman, "The dynamics of patterns", World Scientific Publishing
- [137] B. Abou, J.-E. Wesfreid, S. Roux, "The normal field instability in ferrofluids: hexagon-square transition mechanism and wavenumber selection", *J. Fluid Mech* **416**, 217 (2000)
- [138] F. Mélo, P.B. Umbanhowar and H. Swinney, "Hexagons, kinks and disorder in oscillated granular media", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3838 (1995).
- [139] J.S. Olafsen and J.S. Urbach, "Clustering, order and collapse in a driven granular monolayer", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4369 (1998).
- [140] M. Panicoli and K.R. Elder, "Stationary, dynamical and chaotic states of the two-dimensional damped Kuramoto-Sivashinsky equation", *Phys. Rev. E* **56**, 2713 (1997).
- [141] B.M. Boghosian, C.C. Chow and T. Hwa, "Hydrodynamics of the Kuramoto-Sivashinsky equation in two-dimension", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5262 (1999).
- [142] C. Kubstrup, H. Herrero and C. Perez-Garcia, "Fronts between hexagons and squares in a generalized Swift-Hohenberg equation", *Phys. Rev E*, **54**, 1560 (1996).
- [143] H. Chaté and P. Manneville, "Phase diagram of the two-dimensional complex Ginzburg-Landau equation", *Physica A* **224**, 348 (1996).
- [144] B. Christiansen, P. Alstrom and M.T. Levinsen, "Ordered capillary-wave states: quasicrystals, hexagons and radial waves", *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2157 (1992).
- [145] S. Ciliberto, P. Coulet, J. Lega, E. Pampaloni and C. Perez-Garcia, "Defects in roll-hexagon competition", *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2370 (1990).
- [146] L. Ning, R.E. Ecke and G. Ahlers, "Spatial and temporal averages in chaotic patterns", *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2216 (1993).

## Pincement d'un jet en gouttes

- [147] Lord Rayleigh, "On the instability of a cylinder of viscous liquid under capillary force", *Phil. mag. S. 5* **34**, 145 (1892). (Voir aussi: *Proc. Lond. Math. Soc.* **10** 4 (1879)).
- [148] R.J. Donnelly and W. Glaberson, "Experiments on the instability of a liquid jet", *Proc. Roy. Soc. A* **290**, 553 (1965).
- [149] S. Tomotika, "On the instability of a cylindrical thread of a viscous liquid surrounded by another viscous fluid", *Proc. Roy. Soc. A* **146**, 501 (1934).
- [150] J. Eggers, "Nonlinear dynamics and breakup of free-surface flows", *Rev. Mod. Phys.* **69**, 865 (1997).
- [151] D. Quéré, "Thin films flowing on fibers", *Europhys. Lett.* **13**, 721 (1990).
- [152] K. Hattori, M. Ishikawa and Y.H. Mori, "Strings of liquid beads for gas-liquid contact operations", *AIChE Journal* **40**, 1983 (1994).