



HAL
open science

**Généralisation de la méthode modale de Fourier aux
problèmes de diffraction en optique intégrée.
Application aux convertisseurs modaux par ingénierie
des modes de Bloch.**

Eric Silberstein

► **To cite this version:**

Eric Silberstein. Généralisation de la méthode modale de Fourier aux problèmes de diffraction en optique intégrée. Application aux convertisseurs modaux par ingénierie des modes de Bloch.. Physique [physics]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2002. Français. NNT: . tel-00003101

HAL Id: tel-00003101

<https://pastel.hal.science/tel-00003101>

Submitted on 9 Jul 2003

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS 6

Spécialité :

Optique et photonique

Présentée par

Eric SILBERSTEIN

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR de L'UNIVERSITÉ PARIS 6

Sujet de la thèse :

Généralisation de la méthode modale de Fourier aux problèmes de diffraction en optique intégrée. Application aux convertisseurs modaux par ingénierie des modes de Bloch.

Soutenue le 11 octobre 2002

devant le jury composé de :

M. Jean-Marc FRIGERIO	Examineur
M. Roel BAETS	Rapporteur
M. Gérard GRANET	Rapporteur
M. Philippe LALANNE	Directeur de thèse
Mme Suzanne LAVAL	Examineur
M. Pierre BENECH	Examineur

TABLE DES MATIÈRES

1. <i>Méthode modale de Fourier</i>	10
1.1 problème des réseaux	10
1.2 Présentation de la méthode modale de Fourier (RCWA)	12
1.3 Stabilité de la RCWA : polarisation TM et matrice S	15
1.3.1 Convergence des séries de Fourier en polarisation TM	16
1.3.2 Approche de la matrice S	18
1.4 Conclusion	20
2. <i>Méthode modale de Fourier appliquée aux problèmes d'optique guidée</i>	21
2.1 Modélisation numérique en optique guidée	21
2.2 Utilisation des séries de Fourier pour la modélisation en optique guidée	23
2.3 Présentation de l'article	24
2.4 Rôle des couches absorbantes	24
2.5 Couches absorbantes étudiées	26
2.6 Article JOSA A 18 (2001)	28
2.7 Discussion de l'article et mise en œuvre des PML	40
2.8 Conclusion	43
3. <i>Calcul des modes de Bloch en optique guidée</i>	45
3.1 Problème homogène : polologie	45
3.2 Diagonalisation de la matrice de transfert	48
3.3 Exemple numérique	50
3.4 Conclusion	52

4.	<i>Conception d'un laser intégré</i>	54
4.1	Position du problème	54
4.1.1	Contraintes de fabrication	55
4.1.2	Effet laser: longueur de cavité	55
4.1.3	Principe de l'étude	56
4.2	Conception du miroir de Bragg	57
4.2.1	Conception	57
4.2.2	Conception approchée à l'aide du calcul du mode de Bloch	58
4.2.3	Conception fine et tolérancement	60
4.3	Conception du réseau coupleur	62
4.3.1	Position du problème	62
4.3.2	Conception	63
4.3.3	Géométrie de couplage	65
4.4	Conclusion	66
5.	<i>Conversion modale en optique intégrée</i>	68
5.1	Origine et importance relative des différentes pertes	71
5.2	Modèle des pertes d'insertion	72
5.3	Miroirs adaptés	77
5.3.1	Conception	77
5.3.2	Validation de l'approche	79
5.3.3	Résultats	80
5.3.4	Remarque: nécessité de petites gravures	81
5.4	Cavités intégrées	84
5.5	Discussion	85
5.5.1	Adaptation d'un seul côté des miroirs	86
5.5.2	Adaptation des deux côtés des miroirs	87
5.6	Conclusion	88

6. Validation expérimentale de la réduction des pertes par conversion modale . . .	92
6.1 Modèle de la cavité résonante	92
6.2 Validation expérimentale	98
6.2.1 Méthode pour exploiter les données expérimentales	98
6.2.2 Validation numérique de la méthode	102
6.2.3 Exploitation des données expérimentales	103
6.3 Remarques	105
6.3.1 Influence du second mode propagatif	105
6.3.2 Influence de la pente de gravure	105
6.4 Conclusion	108

REMERCIEMENTS

Accomplir une thèse est une tâche d'envergure qui serait difficilement réalisable seul et, si ce travail a été rendu possible, c'est en grande partie grâce à l'aide et au soutien qui m'ont été apportés à l'Institut d'Optique. En premier lieu je remercie mon directeur de thèse, Philippe Lalanne, non seulement pour m'avoir accepté comme doctorant, mais aussi pour m'avoir accompagné tout au long de ma thèse et appris à produire un travail scientifique de qualité. En second lieu, j'ai une pensée particulière pour Jean-Paul Hugonin. Sa disponibilité et sa gentillesse m'ont été utiles à de nombreuses reprises, et je lui en suis très reconnaissant. Je remercie également les autres membres du laboratoire pour l'aide et les encouragements qu'ils m'ont prodigués. Je pense notamment à mes anciens collègues doctorants qui ont beaucoup contribué à l'ambiance et à la bonne humeur de l'équipe, et qui ont également su m'aider lorsque le besoin s'en est fait sentir.

Je tiens enfin à remercier ma famille et mes amis pour le soutien moral qu'ils m'ont apporté au cours de ces trois années. Ecrire une thèse, ce n'est pas uniquement réaliser un travail scientifique mais c'est aussi, parfois, connaître des passages à vide et des instants de découragement, et leur simple présence m'a été très précieuse. A vous tous, merci.

NOTATIONS

λ : longueur d'onde

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$: norme du vecteur d'onde

ω : pulsation valant kc

ϵ : permittivité électrique

μ : perméabilité magnétique

Λ : pas du réseau

$K = \frac{2\pi}{\Lambda}$: norme du vecteur d'onde du réseau

\mathbf{E} : Champ électrique

\mathbf{H} : Champ magnétique

θ : angle d'incidence

TE : polarisation transverse électrique

TM : polarisation transverse magnétique

FDTD : Finite-Difference Time-Domain method

RCWA : Rigorous Coupled-Wave Analysis

PML : Perfectly Matched Layer

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La mise au point de matériaux à bande interdite photonique [Yablonovitch, 1987] a suscité un très grand intérêt dans la communauté des physiciens. Ces matériaux artificiels, gravés périodiquement à l'échelle de la longueur d'onde et dénommés, par analogie avec les cristaux physiques constitués par un empilement périodique d'atomes, *cristaux photoniques* ouvrent tout un champ d'applications extrêmement prometteuses [J. D. Joannopoulos, 1995]. En créant localement des défauts par lesquels la lumière est susceptible de se propager, ces matériaux permettent de la guider de façon efficace [Mekis *et al.*, 1996], ouvrant ainsi la voie à des circuits intégrés optiques compacts. En outre, la possibilité offerte par ces structures de supprimer ou, au contraire, d'amplifier le taux d'émission spontanée d'atomes émetteurs placés en cavité [Purcell, 1946] pourrait permettre de réaliser des composants optiques très novateurs, tels que des lasers à bas seuil.

Bien que les premières étapes visant à la réalisation de ces différents composants aient déjà été franchies, les problèmes à résoudre restent encore nombreux. D'une part, il est indispensable de prédire efficacement les caractéristiques de ces matériaux, ce qui nécessite à la fois une meilleure compréhension des phénomènes physiques proprement dits et le recours à des calculs électromagnétiques. En effet, le motif élémentaire du cristal photonique étant de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde, nous nous trouvons alors dans ce que l'on nomme le domaine résonant pour lequel il n'existe pas de solution approchée fiable [Petit, 1980]. Pour résoudre le problème, il est donc nécessaire de résoudre les équations de Maxwell dans toute leur généralité par le biais de la modélisation numérique. D'autre part, pour que ces composants puissent être utilisés dans la pratique, il est nécessaire de les connecter au « monde extérieur ». La lumière, initialement amenée par un guide optique classique, doit ensuite être injectée dans le cristal photonique. Au cours de ce processus des pertes importantes peuvent se manifester, ce qui peut handicaper gravement

les performances du composant. Naturellement, le même problème se produit lorsque les photons émis par le composant doivent être collectés à l'extérieur.

La thèse présentée ici vise à répondre en partie à ces difficultés. En premier lieu, nous nous attaquons au problème de la modélisation en présentant une méthode originale visant à modéliser rigoureusement les matériaux nanostructurés en optique guidée. Il s'agit en fait d'une méthode modale dérivée de la méthode rigoureuse des ondes couplées utilisée dans le calcul électromagnétique des réseaux. En périodisant artificiellement la structure que nous étudions et en disposant des couches absorbantes parfaitement adaptées aux bords de la fenêtre de calcul, nous calculons les modes dans les différentes tranches homogènes du composant. Ceux-ci sont ensuite « raccordés » les uns aux autres suivant l'algorithme numériquement stable de la matrice S , nous donnant ainsi accès à la réflectivité, à la transmission et aux pertes de la structure. En outre, la plupart des composants pouvant se décomposer en un nombre restreint de blocs homogènes, il devient possible d'obtenir en un temps de calcul largement plus court que par le biais de méthodes discrétisant l'espace, telles que la FDTD, un résultat exact.

L'autre grande partie de cette thèse est consacrée à la réduction des pertes d'insertion entre un guide optique classique et un miroir de Bragg court gravé dans un guide d'onde semiconducteur grâce à l'emploi de convertisseurs modaux. Le problème en fait n'est pas tant de réduire les pertes elles mêmes que d'y parvenir sur une courte distance -typiquement quelques périodes- en conservant malgré tout une transmission élevée. Il est généralement nécessaire de faire un compromis entre la transmission et les pertes. Pour la conception de ces composants, nous avons pris en compte la déformation des modes de Bloch entre le guide et le miroir afin de maximiser leur intégrale de recouvrement tout au long de leur propagation. Nous avons appliqué cette approche au calcul de miroirs et de cavités intégrées et nous avons pu, dans le cadre d'une collaboration, vérifier expérimentalement la réduction des pertes.

Cette thèse comporte donc une partie théorique où est présentée notre méthode, et une seconde partie présentant certaines de ses applications. La partie théorique se présente

comme suit :

- Le premier chapitre consiste en un rappel de la méthode rigoureuse des ondes couplées utilisée en théorie des réseaux.
- Le second chapitre présente et valide la méthode rigoureuse développée dans le cadre de cette thèse pour le calcul de nanostructures en optique guidée.
- Le troisième chapitre expose brièvement les méthodes de calcul numérique utilisées pour le calcul des modes de Bloch dans des guides d'ondes gravés. Leur détermination nous servira en particulier lors de la modélisation des convertisseurs modaux.

La seconde partie est présentée en trois chapitres :

- Le quatrième chapitre applique les résultats présentés dans les chapitres précédents à la conception d'un laser intégré dans le cadre d'un contrat que nous avons mené en collaboration avec le LAAS de Toulouse et le LMM de Bagnaux.
- Le cinquième chapitre présente une méthode de conception de convertisseurs modaux entre un guide classique et un cristal photonique 1D en optique guidée.
- Le dernier chapitre, effectué en collaboration avec le LPN de Marcoussis, valide expérimentalement la réduction des pertes apportée par les convertisseurs modaux.

PARTIE I: THÉORIE

Cette partie est composée de trois chapitres. Le premier consiste en un rappel de la méthode rigoureuse des ondes couplées. Le second chapitre présente et valide la méthode rigoureuse développée dans le cadre de cette thèse pour le calcul de composants en optique intégrée. Il est constitué essentiellement d'un article publié dans JOSA A en 2001. Le troisième chapitre présente les méthodes utilisées pour le calcul des modes de Bloch dans des guides d'ondes gravés qui seront utilisées dans la seconde partie du manuscrit.

1. MÉTHODE MODALE DE FOURIER

Dans ce chapitre, nous allons présenter la méthode modale de Fourier, qui est à la base de notre contribution originale dans cette partie. Il s'agit d'une méthode permettant de calculer les efficacités de diffraction de réseaux que nous mettrons à profit par la suite pour résoudre des problèmes d'optique guidée. Cette méthode est rigoureuse car elle résout les équations de Maxwell dans toute leur généralité sans recourir à des approximations. Dans un premier temps, nous présentons le formalisme de la méthode proprement dite. Dans un second temps, nous détaillons les précautions à prendre pour éviter les problèmes numériques pouvant intervenir dans certaines situations.

1.1 problème des réseaux

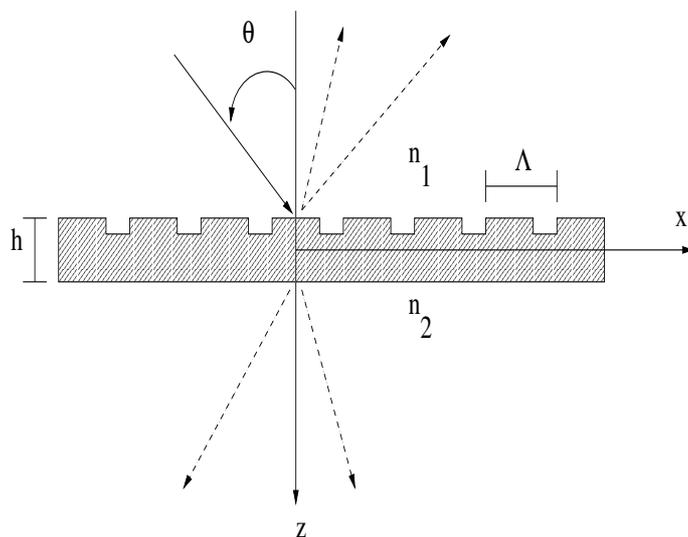


FIG. 1.1 – Représentation schématique du problème du réseau (cas d'un réseau lamellaire). Une onde plane incidente sur un milieu périodique donne naissance à différentes ondes planes diffractées, et le problème consiste à calculer l'efficacité de diffraction des différents ordres, c'est à dire la fraction de l'énergie véhiculée par l'onde plane incidente se retrouvant dans ceux-ci.

Il est connu qu'une onde plane incidente sur un milieu modulé périodiquement donne

naissance à diverses ondes planes diffractées réfléchies et transmises (voir figure 1.1). La répartition géométrique de ces ondes planes est dictée par la loi des réseaux, selon laquelle la composante parallèle au réseau du vecteur d'onde de l'onde diffractée k'_x diffère de celle de l'onde incidente k_x selon la relation :

$$k'_x = k_x + mK, \quad (1.1)$$

avec $K = \frac{2\pi}{\Lambda}$, et m étant un nombre entier. Cette loi, très générale, ne dépend que de la période Λ du réseau. Elle donne avec précision la direction des ordres diffractés. En revanche, elle ne dit rien sur la répartition de l'énergie dans les différents ordres. La recherche de ces efficacités de diffraction constitue ce que l'on appelle le *problème des réseaux*. La formulation mathématique de ce problème est simple; hors de la région modulée, les ordres réfléchis et transmis peuvent s'exprimer sous la forme d'un *développement de Rayleigh* qui s'écrit [Petit, 1980]:

$$u_r = \sum_n r_n e^{j(\alpha_n x - \beta_n z)}, \quad (1.2)$$

$$u_t = \sum_n t_n e^{j(\alpha_n x + \beta_n (z-h))}, \quad (1.3)$$

u_r et u_t désignant respectivement le champ total réfléchi et transmis. Chacun des coefficients r_n et t_n correspond à un ordre diffracté réfléchi ou transmis donné, et le problème des réseaux consiste précisément à déterminer ces coefficients pour les ordres considérés. La réponse à cette question est un problème difficile. En effet, l'efficacité de diffraction d'un ordre donné ne dépend pas seulement de la période mais également de l'indice du réseau, de la polarisation de l'onde incidente, etc. La résolution de ce problème ne peut s'effectuer de façon exacte qu'en résolvant les équations de Maxwell par le biais de la modélisation numérique. Pour répondre à cette question, de nombreuses méthodes de calcul électromagnétique ont été mises au point [Petit, 1980; Loewen et Popov, 1997]. Ces méthodes se répartissent essentiellement en méthodes intégrales et en

méthodes différentielles [Maystre, 1984]. Les méthodes intégrales conduisent à des codes de calcul très généraux idéaux dans le cas de réseaux fortement conducteurs. Ils sont cependant difficiles à mettre en œuvre. Les méthodes différentielles conduisent à des codes de calcul beaucoup plus simples en comparaison. Parmi celles-ci, la méthode modale de Fourier que nous allons présenter a su s'imposer, tant pour sa facilité de mise en œuvre que pour la qualité de ses résultats.

1.2 Présentation de la méthode modale de Fourier (RCWA)

La méthode modale de Fourier, appelée également méthode rigoureuse des ondes couplées ou méthode RCWA, est une méthode très largement utilisée dans le calcul électromagnétique des réseaux [Knopp, 1978; Moharam et Gaylord, 1981; Moharam *et al.*, 1995]. Cette méthode consiste à exprimer le champ à l'intérieur du réseau sous la forme d'ondes couplées se propageant selon l'axe des z (voir figure 1.1). Nous la présentons ici dans le cas simple d'un réseau lamellaire non magnétique pour une onde plane incidente polarisée TE. Le réseau étant par définition périodique, la permittivité relative peut se décomposer en série de Fourier :

$$\epsilon_r(x) = \sum_n \epsilon_n e^{jnKx}. \quad (1.4)$$

A l'intérieur du réseau, le théorème de Bloch (ou théorème de Floquet) permet d'écrire le champ électrique sous la forme d'une série de Fourier généralisée [Yeh *et al.*, 1977]:

$$E_y = \sum_n S_n(z) e^{j(k_x + nK)x}, \quad (1.5)$$

Les composantes du champ H se mettent sous une forme analogue. Pour des raisons de commodité de calcul, nous les écrivons sous la forme :

$$H_x = -j \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sum_n U_n(z) e^{j(k_x + nK)x}. \quad (1.6)$$

$$H_z = -j \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sum_n f_n(z) e^{j(k_x + nK)x}. \quad (1.7)$$

Les S_n , U_n et f_n sont les harmoniques spatiales des champs considérés. En choisissant une dépendance temporelle de la forme $e^{j\omega t}$, les équations de Maxwell s'écrivent :

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega \epsilon_0 \epsilon_r E_y, \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = j\omega \mu_0 H_x, \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -j\omega \mu_0 H_z. \quad (1.10)$$

En remplaçant (1.5), (1.6) et (1.7) dans les équations de Maxwell, et en posant $k_{x_n} = k_x + nK$, il vient :

$$\frac{\partial U_n}{\partial z} = j k_{x_n} f_n - k_0 \sum_p \epsilon_{n-p} S_p, \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial S_n}{\partial z} = k_0 U_n, \quad (1.12)$$

$$j k_{x_n} S_n = -k_0 f_n. \quad (1.13)$$

Injecter (1.13) dans (1.11) permet d'éliminer f_n . L'équation (1.11) devient alors :

$$\frac{\partial U_n}{\partial z} = \frac{k_{x_n}^2}{k_0} S_n - k_0 \sum_p \epsilon_{n-p} S_p. \quad (1.14)$$

Les équations précédentes se réduisent alors au système d'équations couplées (1.12) et (1.14) que nous pouvons écrire sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial S_n}{\partial z} \\ \frac{\partial U_n}{\partial z} \end{bmatrix} = k_0 \begin{bmatrix} 0 & I \\ M & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_n \\ U_n \end{bmatrix}.$$

Finalement, ce système peut se mettre sous la forme compacte :

$$\frac{\partial^2 S_n}{\partial z^2} = k_0^2 M S_n, \quad (1.15)$$

avec

$$M = K_x^2 - E. \quad (1.16)$$

E désigne la matrice de Tœplitz décrivant la permittivité relative, c'est à dire une matrice dont l'élément (i,j) est la composante de Fourier ϵ_{i-j} . I représente la matrice identité, et K_x est une matrice diagonale dans laquelle l'élément (m,m) vaut mK/k_0 . La résolution de l'équation différentielle (1.15) fait intervenir les valeurs propres et les vecteurs propres de la matrice M . Dans ces conditions, les harmoniques spatiales S_n se mettent sous la forme d'une somme d'ondes se propageant le long de z :

$$S_n(z) = \sum_{m=1}^n w_{n,m} \{ u_m e^{-k_0 \lambda_m z} + d_m e^{k_0 \lambda_m (z-h)} \}. \quad (1.17)$$

Les $w_{n,m}$ sont les éléments de la matrice W des vecteurs propres de M tandis que les λ_m sont les racines carrées positives de ses valeurs propres. Les harmoniques spatiales U_n se déduisent de l'équation précédente en faisant intervenir la relation (1.12) et s'écrivent

$$U_n(z) = \sum_{m=1}^n v_{n,m} \{ -u_m e^{-k_0 \lambda_m z} + d_m e^{k_0 \lambda_m (z-h)} \}. \quad (1.18)$$

Les $v_{n,m}$ sont alors les éléments de la matrice $V = WQ$ où Q est une matrice diagonale dont les éléments sont les valeurs propres.

Les coefficients u_m et d_m sont déterminés à partir des conditions aux limites en égalant

les composantes tangentielles des champs électriques et magnétiques, donnant ainsi accès aux coefficients r_n et t_n recherchés. Les efficacités de diffraction que nous recherchons sont définies à l'aide des rapports des flux des vecteurs de Poynting et sont reliées à ces coefficients par les relations :

$$\eta_{r_n} = r_n r_n^* \operatorname{Re} \left(\frac{k_{I,z_n}}{k_0 n_1 \cos \theta} \right) \quad (1.19)$$

$$\eta_{t_n} = t_n t_n^* \operatorname{Re} \left(\frac{k_{II,z_n}}{k_0 n_1 \cos \theta} \right) \quad (1.20)$$

Avec $k_{x_n}^2 + k_{(I,II)z_n}^2 = k_{(I,II)}^2$.

Comme nous venons de le voir, la méthode RCWA est simple à mettre en œuvre. Néanmoins, l'application brute de cette approche conduit à des problèmes numériques qui ont longtemps limité son champ d'applications. C'est de ces problèmes dont nous allons discuter maintenant.

1.3 Stabilité de la RCWA : polarisation TM et matrice S

Nous venons de décrire la méthode RCWA dans le cas de polarisation TE. Dans le cas TM, un raisonnement analogue au précédent conduit en lieu et place de la relation (1.15) à :

$$\frac{\partial^2 U_n}{\partial z^2} = k_0^2 M U_n, \quad (1.21)$$

avec

$$M = E(K_x E^{-1} K_x - I). \quad (1.22)$$

Malheureusement, les résultats ainsi obtenus ont longtemps été décevants comparés au cas TE. D'une part, les résultats convergent beaucoup plus lentement et, d'autre part, l'étude de réseaux métalliques fait apparaître des instabilités numériques inexistantes

en TE [Nevière *et al.*, 1974]. La raison de ce problème était double. D'une part, il se trouve que les séries de Fourier convergent lentement pour certaines composantes du champ en polarisation TM [Li et Haggans, 1993]. D'autre part, les exponentielles présentes dans les relations (1.17) et (1.18) ont longtemps posé des problèmes numériques très importants. En effet, lorsque les coefficients des exponentielles deviennent très grands et très petits (c'est à dire, en pratique, pour des réseaux épais et/ou pour un grand nombre d'ordres de Fourier), les codes numériques se retrouvent confrontés à la présence de très grands nombres dont le traitement a longtemps conduit à des instabilités numériques. Pour le plus grand malheur des numériciens, ces deux raisons s'amplifiaient l'une et l'autre. D'une part, la contamination numérique due aux exponentielles aggravait les problèmes de convergence des séries de Fourier et, d'autre part, la mauvaise convergence des séries de Fourier nécessitait de retenir un nombre élevé d'ordres qui amplifiait la contamination des exponentielles. Nous allons maintenant détailler comment ces deux problèmes ont pu être résolus.

1.3.1 Convergence des séries de Fourier en polarisation TM

Les problèmes de convergence en polarisation TM ont été mis en évidence dès les années 1970 [Nevière *et al.*, 1974]. Ils sont longtemps restés largement inexplicés. Plus récemment, il est apparu qu'en reformulant légèrement les équations précédentes afin de prendre en compte le développement en série de Fourier de l'inverse de la permittivité, il était possible d'améliorer notablement la convergence [Lalanne et Morris, 1996; Granet et Guizal, 1996]. Cependant il s'agissait alors d'une approche largement empirique qui, en outre, ne marchait que pour les réseaux lamellaires. Les travaux de Lifeng Li [Li, 1996b] permirent d'asseoir sur une base mathématique plus solide cette approche, en expliquant les règles à prendre en compte lors de l'emploi de séries de Fourier en polarisation TM. Ces règles permirent par la suite d'étendre l'amélioration de la convergence au cas de réseaux à profils continus [Popov et Nevière, 2000].

Le problème était en fait dû au processus de troncature. Les équations sont rigoureuses lorsque le nombre d'ordres de Fourier retenu est infini. Dans la pratique, il est nécessaire

de se limiter à un nombre fini d'ordres et, lors de cette étape, la convergence des équations tronquées n'est pas nécessairement assurée. Pour que les choses soient plus claires, considérons deux fonctions périodiques $f(x)$ et $g(x)$ ainsi que leur produit $h(x)$. Dans ces conditions, la règle de Laurent stipule que les coefficients de Fourier de $h(x)$ se mettent sous la forme :

$$h_n = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} f_{n-m} g_m. \quad (1.23)$$

Lors de la mise en œuvre de codes numériques, cette règle était appliquée sans précaution particulière. Lifeng Li a montré que dans le cas particulier où f et g sont discontinues aux mêmes points tandis que leur produit est une fonction continue, il est alors plus adapté de considérer les coefficients de Fourier de $f^{-1}(x)$ et d'employer une règle de Laurent inverse qui s'écrit [Li, 1996b] :

$$h_n = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{f} \right)_{n-m}^{-1} g_m. \quad (1.24)$$

Compte tenu de cette règle et de la continuité des champs, la matrice M s'écrit alors sous une forme légèrement différente :

$$M = A^{-1}(K_x E^{-1} K_x - I), \quad (1.25)$$

où A représente la matrice de Toeplitz associée à $\frac{1}{\epsilon(x)}$. C'est cette équation qui avait été établie dans [Lalanne et Morris, 1996] sur la base d'arguments physiques. Bien que les relations (1.22) et (1.25) soient strictement équivalentes pour un nombre infini d'ordres de Fourier, l'application de la règle de Laurent inverse assure une meilleure convergence pour la seconde formulation. Notons que l'équation correspondante en TE demeure en revanche inchangée.

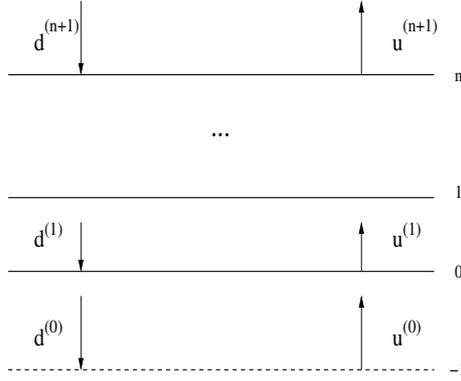


FIG. 1.2 – Représentation symbolique des modes dans un milieu stratifié. Les u et les d font respectivement référence aux modes se propageant vers le haut et vers le bas. La résolution de ce type de problème passe par la construction d’une matrice de transfert reliant les champs aux deux extrémités de l’empilement.

1.3.2 Approche de la matrice S

De nombreux réseaux physiques peuvent être décrits comme un empilement de milieux partageant la même périodicité; on parle alors de *réseaux stratifiés*. Dans de telles conditions, l’application de la méthode RCWA revient à calculer les différentes ondes couplées se propageant dans ces divers milieux périodiques. Toutefois, pour résoudre complètement le problème des réseaux, il convient de les raccorder. Les équations de Maxwell étant linéaires, il est possible d’établir une relation matricielle reliant les champs de part et d’autre du réseau. Ainsi, si l’on considère un problème comportant n interfaces et si l’on désigne par $u^{(p)}$ et $d^{(p)}$ les vecteurs colonnes dont les éléments sont les coefficients u_m et d_m de la couche (p) (voir figure 1.2), la solution la plus intuitive est de bâtir une matrice de transfert qui s’écrit :

$$\begin{bmatrix} u^{(n+1)} \\ d^{(n+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^{(0)} \\ d^{(0)} \end{bmatrix}. \quad (1.26)$$

Ce type d’approche est depuis longtemps utilisé en optique pour l’étude des milieux stratifiés [Born et Wolf, 1964]. Malheureusement, cette méthode n’est pas intrinsèquement stable. Typiquement, lorsque les équations (1.17) et (1.18) font apparaître des exponentielles croissantes prenant de très grandes valeurs, il se produit une perte

de chiffres significatifs lors de la soustraction de ces grands nombres [Li, 1996a]. Plusieurs approches ont été proposées pour résoudre ce problème. Parmi celles-ci, l'approche de la matrice de diffraction (ou matrice S pour *scattering-matrix*) est une des plus populaires. Elle était déjà largement utilisée au milieu du siècle dernier dans le régime des microondes [Montgomery *et al.*, 1948; van de Hulst, 1957]. Toutefois, il fallut attendre la fin des années 1980 pour voir cette approche appliquée au domaine optique. Elle fut d'abord utilisée pour l'étude de milieux stratifiés [Ko et Sambles, 1988] avant d'être appliquée à la modélisation de réseaux de diffraction [Cotter *et al.*, 1995; Li, 1996a]. Il existe plusieurs façons de la mettre en œuvre. Dans celle que nous avons choisi, la relation reliant les champs entre les plans d'entrée et de sortie s'écrit [Li, 1996a] :

$$\begin{bmatrix} u^{(n+1)} \\ d^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^{(0)} \\ d^{(n+1)} \end{bmatrix}. \quad (1.27)$$

L'explication de cette approche est simple. Dans le cas de la matrice de transfert classique, il est possible de mettre la matrice de transfert $\tilde{t}^{(p)}$ d'une couche sous la forme :

$$\tilde{t}^{(p)} = t^{(p)} \begin{bmatrix} e^{i\lambda_m^{(p)+} h_p} & 0 \\ 0 & e^{i\lambda_m^{(p)-} h_p} \end{bmatrix}, \quad (1.28)$$

$t^{(p)}$ représentant la matrice de transfert de l'interface et h_p la hauteur de la couche. Dans ces conditions, les exponentielles croissantes s'accumulent lors de la construction de la matrice de transfert T totale. En revanche, dans le cas de la matrice S, la matrice $\tilde{s}^{(p)}$ élémentaire d'une couche s'écrit ($s^{(p)}$ désigne la matrice S de l'interface) :

$$\tilde{s}^{(p)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\lambda_m^{(p)-} h_p} \end{bmatrix} s^{(p)} \begin{bmatrix} e^{i\lambda_m^{(p)+} h_p} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.29)$$

Avec cette formulation, il n'y a plus accumulation des exponentielles lors de la construction de la matrice S totale et le code numérique est stable.

1.4 Conclusion

Nous venons de présenter la méthode RCWA ainsi que les considérations mathématiques à prendre en compte pour s'affranchir des instabilités numériques. Cette méthode permet de calculer les efficacités de diffraction en exprimant le champ à l'intérieur du réseau sous la forme d'une somme d'ondes couplées. Dans la partie qui va suivre, nous allons utiliser cette approche pour modéliser la diffraction par des objets non périodiques, notamment par des guides d'ondes gravés. Dans ce type de problème, les modes couplés décrits précédemment correspondront aux modes physiques des différentes tranches du guide d'onde, lesquels seront ensuite reliés les uns aux autres suivant l'approche de la matrice S . Comme nous allons le voir, les modifications à mettre en œuvre pour permettre à un code RCWA de calculer des problèmes d'optique guidée sont très simples.

2. MÉTHODE MODALE DE FOURIER APPLIQUÉE AUX PROBLÈMES D'OPTIQUE GUIDÉE

2.1 *Modélisation numérique en optique guidée*

Bien que les équations de Maxwell soient exactes, leurs solutions analytiques sont, comme partout en physique, très rares. En pratique, dès lors que l'on s'éloigne de l'étude de cas canoniques, la modélisation précise de structures électromagnétiques impose d'avoir recours à la simulation numérique. Dans le cas particulier qui nous intéresse de l'optique guidée, les développements des télécommunications et de l'optique intégrée ont poussé les théoriciens à rechercher les méthodes de calcul les plus efficaces possibles. Un exposé détaillé de toutes les méthodes existantes dépasse le cadre de cette introduction; le lecteur intéressé peut notamment se reporter à [Itoh, 1989] et [Scarmozzino *et al.*, 2000] où sont détaillées les méthodes les plus couramment utilisées. D'une manière générale, nous pouvons dire que celles-ci se répartissent en deux grandes catégories, celles discrétisant l'espace et le temps et les méthodes modales (voir figure 2.1).

Le premier type d'approche consiste à résoudre les équations de Maxwell en discrétisant la structure étudiée par un maillage. L'approche la plus générale de ce type constitue la méthode FDTD [Yee, 1966; Taflov, 1995], dans laquelle les équations différentielles sont remplacées par des différences finies. Cette méthode est simple à mettre en œuvre et conduit à des résultats exacts (c'est à dire obtenus sans approximations), mais elle présente l'inconvénient majeur de nécessiter un grand nombre de variables ce qui peut conduire à des temps de calcul prohibitifs, en particulier dans le cas 3D¹. Pour ces raisons, des méthodes approchées ont été mises au point. Parmi celles-ci, la méthode BPM [Feit et Fleck, 1978;

1. En outre, dans le cas qui nous intéresse des matériaux nanostructurés cette approche est encore moins favorable car, le champ variant rapidement à l'échelle de la longueur d'onde, le maillage de la structure doit lui-même être très fin.

Yevick, 1994] est l'une des plus utilisées en raison des approximations utilisées (propagation paraxiale et réflexions négligeables) qui sont valables pour un large champ d'applications en optique guidée classique (guides d'onde, coupleurs adiabatiques,...). Malheureusement, ces mêmes approximations rendent cette méthode inadaptée à l'étude des composants que nous désirons modéliser, notamment en raison de la très forte réflectivité des matériaux à bande interdite photonique.

Dans le but d'accroître la vitesse de calcul, des approches visant à obtenir des solutions requérant un nombre plus réduit de variables ont été développées. Ces méthodes, s'inspirant de la propagation physique des modes, constituent ce que l'on appelle les méthodes modales². L'idée de base consiste à décomposer la structure étudiée en tranches homogènes dans lesquelles les solutions des équations de Maxwell sont recherchées sous la forme de modes. Ceux-ci se propageant sans déformation le long de la tranche, il devient possible de représenter le champ avec un nombre plus restreint de variables. Cette approche a fait l'objet de nombreux travaux théoriques au cours de ces dernières années [Peng et Oliner, 1981; Sztefka et Nolting, 1993; Gerdes, 1994; Bienstman et Baets, 2001] et s'avère particulièrement bien adaptée aux problèmes d'optique guidée.

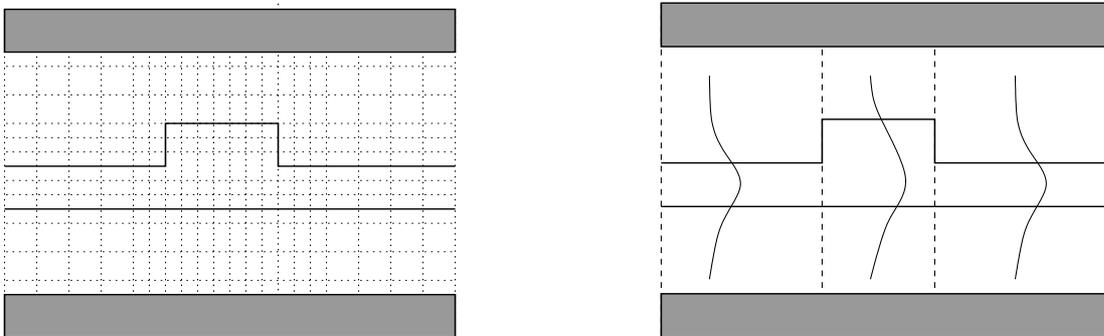


FIG. 2.1 – Représentation des structures étudiées. Sur la figure de gauche, la structure est maillée par une grille. Les équations de Maxwell sont alors résolues en approximant les dérivées partielles par des différences finies. Sur la figure de droite, la structure est décomposée en tranches homogènes où les solutions des équations de Maxwell sont recherchées sous forme de modes. Dans les deux cas, la taille finie de la fenêtre de calcul nécessite l'emploi de couches absorbantes (en gris sur les figures) pour simuler un espace infini. Notons que, dans le premier cas, la grille n'est pas nécessairement uniforme.

2. Notons qu'il n'y a pas de délimitation stricte entre ces deux approches. Par exemple, la méthode des lignes est une méthode semi-analytique où les modes sont recherchés par un calcul de type différences finies tandis que la BPM est parfois utilisée dans la recherche de modes [Feit et Fleck, 1980].

2.2 Utilisation des séries de Fourier pour la modélisation en optique guidée

La méthode que nous développons dans ce chapitre est basée sur la RCWA et utilise donc des séries de Fourier pour développer le champ électromagnétique. Il est donc opportun de faire un inventaire des méthodes modales de Fourier utilisées dans la théorie des guides d'ondes. Peu de travaux antérieurs existent. Les premiers travaux utilisant des séries de Fourier en optique guidée sont ceux de Henry et Verbeek [Henry et Verbeek, 1989] et concernent la solution de l'équation d'onde scalaire pour des guides à faible modulation d'indice. En 1999, Wang et Huang [Wang et Huang, 1999] utilisent une base de fonctions cosinus et calculent les modes confinés d'un guide planaire. La même année, l'ajout de conditions aux limites métalliques (et donc discutables) permet le calcul de modes non confinés, rendant ainsi possible le calcul des pertes [Rodriguez *et al.*, 1999]. En 2000, nous avons publié une lettre [Lalanne et Silberstein, 2000] dont l'objet était de proposer que des théories réseaux telles que la RCWA pouvaient, avec peu de modifications, être utilisées pour résoudre de nombreux problèmes en optique guidée. Ces modifications sont essentiellement l'ajout de couches absorbantes. L'article contient une validation de principe sur un exemple 2D avec comparaison des résultats numériques avec ceux obtenus avec la méthode des lignes [Pregla et Pascher, 1989]. L'article [Lalanne et Silberstein, 2000] montre que l'ajout de couches absorbantes permet de calculer les modes de Bloch de guides périodiques par la diagonalisation de la matrice de transfert associée à une période (voir le chapitre 3 pour plus de détails). En 2001, Jani Tervo utilise la méthode RCWA avec des milieux absorbants et calcule la réflexion et la transmission d'un miroir de Bragg. L'idée est à la base identique à nos travaux : utiliser une théorie réseau pour résoudre des problèmes d'optique guidée [Tervo *et al.*, 2001]. En 2001, nous avons publié dans JOSAA [Silberstein *et al.*, 2001] un article plus complet qui contient de nombreux raffinements par rapport à [Lalanne et Silberstein, 2000], comme l'extension à des problèmes 3D et l'implémentation de PML. Cet article est reproduit intégralement en section 2.6.

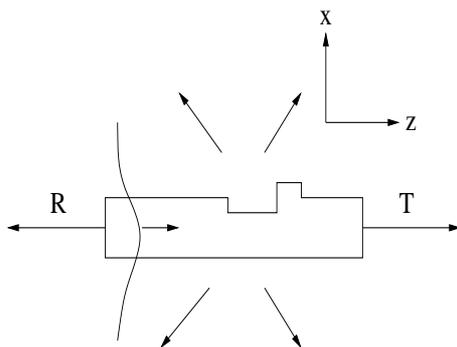


FIG. 2.2 – Structure que nous désirons modéliser.

2.3 Présentation de l'article

L'objectif de nos travaux est de résoudre de façon exacte le problème de diffraction représenté sur la figure 2.2 avec une théorie réseau. Les méthodes réseaux calculant, par définition la diffraction par des objets périodiques, il nous faut périodiser l'objet que nous souhaitons modéliser. Nous obtenons ainsi un « réseau numérique » (voir Fig. 2.3) sur lequel nous pouvons appliquer nos codes réseaux. Dans un deuxième temps, pour satisfaire les conditions d'ondes sortantes, nous incluons dans chaque période des couches absorbantes. Dans la pratique, pour effectuer le calcul, nous décomposons notre structure en tranches homogènes. Les solutions des équations de Maxwell sont alors recherchées sous forme de modes puis raccordées les unes aux autres suivant l'algorithme de la matrice S, tandis que les coefficients de réflexion et de transmission sont donnés par les flux des vecteurs de Poynting des modes réfléchis et transmis, normalisés par rapport à celui du mode incident.

2.4 Rôle des couches absorbantes

Afin que la méthode proposée soit exacte, les couches absorbantes doivent satisfaire des conditions bien précises :

1. Le champ transmis entre deux fenêtres de calcul adjacentes doit être nul. Cette condition permet de remplir les conditions d'ondes sortantes. Elle rend également indépendantes électromagnétiquement les différentes périodes du réseau. La couche doit être absorbante.

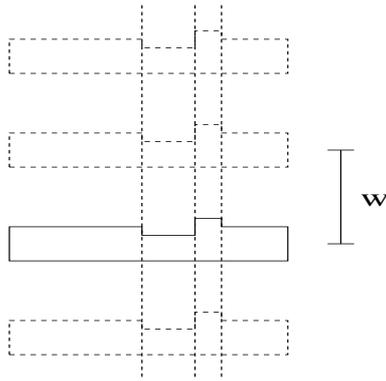


FIG. 2.3 – Première étape de la méthode. En périodisant la structure, on peut utiliser une approche réseau pour la calculer. Cependant, le problème ainsi posé ne correspond pas à celui du guide d'onde isolé dans l'espace mais à celui d'un réseau numérique constitué d'une infinité de guides d'ondes couplés.

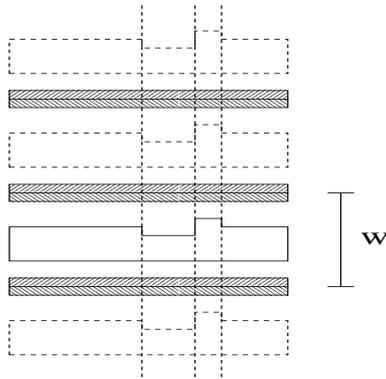


FIG. 2.4 – Deuxième étape de la méthode. Pour que l'approche réseau de la figure 2.3 puisse donner la solution du problème de la figure 2.2, il faut rajouter des couches absorbantes.

2. Il ne doit pas y avoir non plus de champ réfléchi par ces couches, car il s'agirait alors d'un champ purement numérique sans origine physique.
3. Les champs électromagnétiques aux deux extrémités de la fenêtre de calcul doivent être identiques. Cette condition nous assure que le champ se répète périodiquement d'une fenêtre sur l'autre, de sorte que sa décomposition en série de Fourier est mathématiquement correcte. Cette condition est de fait identique à la condition 1. Nous avons ainsi l'assurance que le champ numérique est bien la solution physique que nous recherchons.

Naturellement, il s'agit là de couches absorbantes parfaites. Dans la pratique, les performances des couches dépendent de leur nature et de l'algorithme de calcul utilisé, et il est donc intéressant d'examiner l'influence des couches absorbantes sur les performances

de notre méthode. De nombreux types de couches ont été mises au point dans la littérature, principalement dans le cadre de la méthode FDTD. Nous en avons examiné trois dans l'article, voir la Table 1. Il s'agit de milieux simplement absorbants, de milieux absorbants adaptés sous une incidence donnée et de milieux absorbants parfaitement adaptés.

2.5 Couches absorbantes étudiées

Le premier type de couche consiste en un milieu absorbant, c'est à dire possédant un indice imaginaire $n = n' + in''$ à gradient d'indice [Holland et Williams, 1983]. C'est ce type de couche qui est utilisé dans [Lalanne et Silberstein, 2000] et [Vahimaa et Turunen, 1998]. Cette approche est simple mais peu efficace (voir la Table 1). Le second type de couche est magnétique. Il est conçu pour égaler les impedances du milieu et de la couche [Béranger, 1983]. Si nous notons $Z_i = \sqrt{\frac{\mu_i}{\epsilon_i}}$ l'impédance d'onde du milieu, le coefficient de réflexion entre un milieu d'impédance Z_1 et un milieu d'impédance Z_2 s'écrit pour la polarisation TE (par exemple) :

$$R_{TE} = \frac{Z_2 \cos \theta_t - Z_1 \cos \theta_i}{Z_2 \cos \theta_t + Z_1 \cos \theta_i}, \quad (2.1)$$

θ_i et θ_t désignant respectivement les angles par rapport à la normale des rayons incidents et transmis. D'après l'équation (2.1), il est possible d'ajuster la perméabilité de la couche pour annuler la réflexion à n'importe quelle incidence. Cette possibilité peut être exploitée pour l'étude d'un réseau coupleur, par exemple. Dans l'article ci-joint, nous avons étudié des couches antiréfléchissantes en incidence normale ($Z_1 = Z_2$).

Le dernier type de couche étudié consiste à employer des couches parfaitement adaptées ou PML [Béranger, 1994]. Schématiquement, celles-ci sont conçues en considérant des milieux magnétiques anisotropes. Leur mise en œuvre est détaillée en section 3.4. Les grandes qualités des PML en font des couches absorbantes presque idéales. On peut quand même noter qu'elles n'atténuent pas aussi bien les ondes évanescentes et qu'elles deviennent réfléchissantes en incidence rasante.

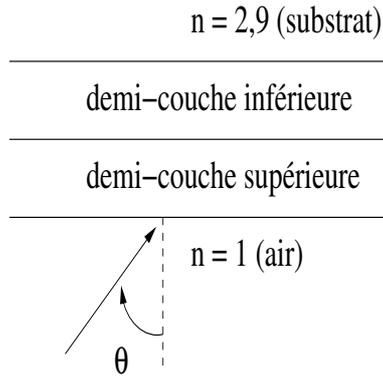


FIG. 2.5 – Géométrie des couches considérées dans le cadre de l'étude numérique de la figure 2.6. Ces couches ont une épaisseur totale d'une longueur d'onde et séparent des milieux physiques d'indices 1 et 2,9. Elles sont constituées de deux parties de dimensions égales. Les couches absorbantes « classiques » sont constituées par un simple gradient d'indice imaginaire qui est, pour les besoins du calcul, approché par un profil en marches d'escalier. Les milieux absorbants adaptés pour une incidence donnée sont dotés du même gradient d'indice que les couches classiques mais ont une perméabilité magnétique fixée par $\frac{\epsilon_{couche}}{\mu_{couche}} = \frac{\epsilon_{milieu}}{\mu_{milieu}}$. Les PML sont des couches magnétiques anisotropes implémentées ainsi que nous le décrivons dans la section 2.7. Le paramètre complexe de ces couches vaut $\alpha = 5 + 5i$.

Les trois types de couches absorbantes étudiées ont été présentées par ordre d'efficacité croissante. Il est intéressant de noter que c'est l'augmentation du nombre de degrés de liberté du système (passage du cas non magnétique au cas magnétique, puis au cas magnétique anisotrope) qui permet d'améliorer les performances. A titre indicatif, nous avons comparé les performances de ces différentes couches pour une onde plane incidente sur les absorbeurs séparant deux fenêtres de calcul consécutives. La géométrie des couches est détaillée dans la figure 2.5. Ces couches sont comparées en « situation réelle », c'est à dire ainsi qu'ils sont implémentés dans nos calcul. Compte tenu de la périodicité du système, ceux-ci consistent en deux demi-absorbeurs. Ainsi que nous pouvons le voir sur la figure 2.6, les performances des PML sont largement supérieures aux autres couches. La remontée de la réflectivité pour la PML aux incidences rasante s'explique par la réflexion des ondes planes sur l'interface entre les deux PML. La transmission des PML est trop basse pour être visible sur cette figure. Pour une incidence de 45° , la transmission et la réflectivité des PML valent respectivement 10^{-51} et 10^{-24} . Dans le cadre de ma thèse, j'ai mis en œuvre personnellement le code 2D qui a permis d'obtenir les résultats de l'article.

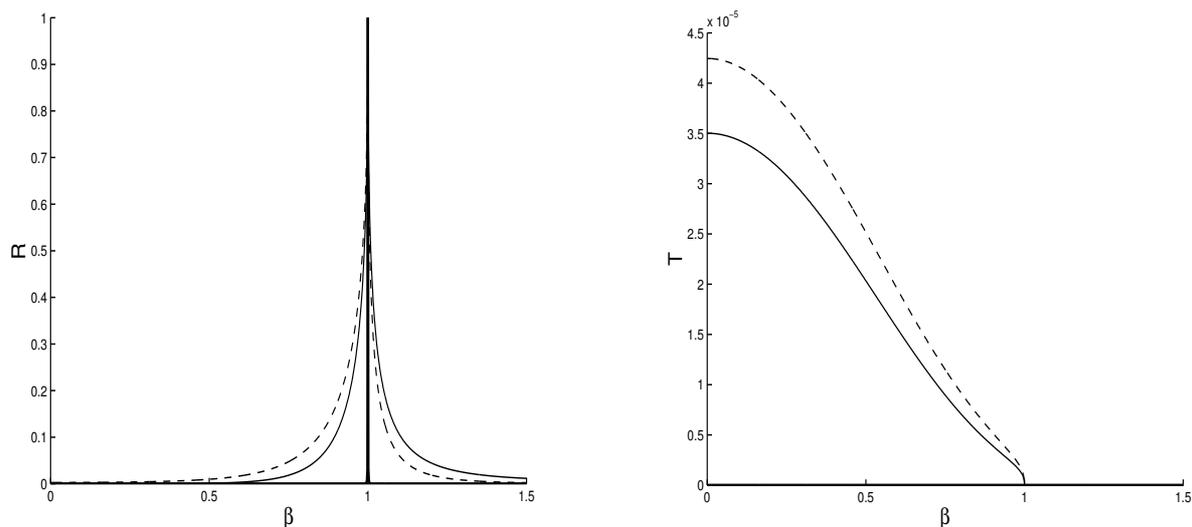


FIG. 2.6 – *Comparaison des performances des différentes couches absorbantes* Cette figure compare la réflectivité (à gauche) et la transmission (à droite) des trois types de couches absorbantes présentées précédemment disposées entre un milieu d'indice 1 et un milieu d'indice 2,9 en fonction du sinus de l'angle d'incidence pour la polarisation TE. Les couches absorbantes « classiques » ($n = n' + in''$) sont représentées en pointillés et les couches adaptées correspondent au trait continu. Les PML sont représentées en gras. La transmission des PML, très basse, n'apparaît pas à cette échelle. Remarquons que la réflectivité des PML atteint 1 en incidence rasante.

2.6 Article JOSA A 18 (2001)

L'article comprend une description détaillée de l'effet de la qualité des couches absorbantes sur la précision des résultats, une grande précision étant obtenue pour des couches parfaitement adaptées. Divers problèmes de diffraction en optique guidée sont étudiés. Ceux-ci comprennent des problèmes 2D classiques, tels que des miroirs de Bragg et des réseaux coupleurs qui peuvent être difficiles à modéliser en raison de la taille des composants, et des problèmes 3D tels que des réseaux de diffraction intégrés, des cristaux photoniques ou encore des microcavités suspendues. La méthode est confrontée à la fois à des données numériques obtenues par différences finies et à des résultats expérimentaux. L'accord obtenu est excellent. Une comparaison de la vitesse de convergence avec une méthode modale à différences finies largement utilisée en optique guidée confirme l'intérêt de l'approche.

Use of grating theories in integrated optics

Eric Silberstein, Philippe Lalanne, Jean-Paul Hugonin, and Qing Cao

*Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Centre National de la Recherche Scientifique, B.P. 147,
F-91403 Orsay Cedex, France*

Received January 25, 2001; revised manuscript received May 8, 2001; accepted May 9, 2001

Recently [Opt. Lett. **25**, 1092 (2000)], two of the present authors proposed extending the domain of applicability of grating theories to aperiodic structures, especially the diffraction structures that are encountered in integrated optics. This extension was achieved by introduction of virtual periodicity and incorporation of artificial absorbers at the boundaries of the elementary cells of periodic structures. Refinements and extensions of that previous research are presented. Included is a thorough discussion of the effect of the absorber quality on the accuracy of the computational results, with highly accurate computational results being achieved with perfectly matched layer absorbers. The extensions are concerned with the diversity of diffraction waveguide problems to which the method is applied. These problems include two-dimensional classical problems such as those involving Bragg mirrors and grating couplers that may be difficult to model because of the length of the components and three-dimensional problems such as those involving integrated diffraction gratings, photonic crystal waveguides, and waveguide airbridge microcavities. Rigorous coupled-wave analysis (also called the Fourier modal method) is used to support the analysis, but we believe that the approach is applicable to other grating theories. The method is tested both against available numerical data obtained with finite-difference techniques and against experimental data. Excellent agreement is obtained. A comparison in terms of convergence speed with the finite-difference modal method that is widely used in waveguide theory confirms the relevancy of the approach. Consequently, a simple, efficient, and stable method that may also be applied to waveguide and grating diffraction problems is proposed. © 2001 Optical Society of America

OCIS codes: 050.1950, 050.1970, 130.01.30, 050.1960, 050.1940.

1. INTRODUCTION

Numerical characterization and modeling of guided-wave passive components have been important research topics in the past four decades. This is so because of increased research and development in millimeter-wave and photonic integrated circuits. In the early 1960s, efforts were devoted to establishing the foundations of waveguide theory. In the late 1980s, more than a dozen numerical methods of analyzing these components were invented and the somewhat more classic methods were refined.¹ Most of the existing methods have been known from that time. The development of waveguide theory today continues to respond to the demands of the increasingly widespread applications of integrated optics. The theory features improvements of the existing methods in terms of numerical stability, convergence speed, and versatility. Most of this can be said for grating theories as well.² Clearly, because the theory of electromagnetism and waveguide and grating methods rely on the same foundation, they share many common features. However, probably because they are directed to the modeling of different structures and because the applications are rather different, it appears that these theories were developed mainly independently and that clear bridges between them were rarely made in the literature. We do so here and propose a simple, efficient, and stable theory that may apply to grating and to waveguide diffraction problems, as well.

To illustrate our purpose, we consider the rigorous coupled wave analysis³ (RCWA) hereafter. RCWA is a frequency-domain method of waveguide analysis that is widely used in grating theory. It was developed over many years; see Refs. 2 and 3 and the reference therein

and in the related research on the so-called differential method.⁴ RCWA is based on the computations of the grating modes as eigenvectors and on Fourier expansions for the permittivity and for the electromagnetic fields inside the grating region. It is also called the Fourier modal method by many authors. Perhaps the main difference between waveguide and grating theories concerns the outgoing and ingoing wave conditions inside the inhomogeneous region. In grating theory, because of periodicity, the electromagnetic fields are pseudoperiodic functions and the outgoing and ingoing wave conditions are strictly fulfilled. In waveguide theory, a computational domain delimited by absorbing boundaries is defined. How well the outgoing and ingoing wave conditions can be satisfied depends on the quality of the absorbers; see Ref. 5 in the context of finite-difference techniques. As was shown by some of the present authors,⁶ the extension of the RCWA to modeling waveguide-diffraction problems relies on the introduction of absorbers. It is worth mentioning that the kinds of absorber (metallic, anisotropic, magnetic...) that can be efficiently incorporated into a given method depend on the method itself. Hereafter, we restrict ourselves to absorbers that can be numerically implemented efficiently with minor modification of the RCWA.

In Section 2 we describe the main idea of our approach to coupled-wave analysis. It is assumed that the reader is familiar with RCWA,³ and with its enhanced version⁷ for TM polarization and its extension to crossed gratings.⁸ Section 2 also includes a brief description of the *S*-matrix propagation algorithm⁹ used for analyzing multilayer structures and an extension of the RCWA to anisotropic and magnetic media. This extension is motivated not by

the analysis of waveguides with magnetic or anisotropic material but by the performance enhancement that is achieved with magnetic and anisotropic absorbers. The influence of the absorbers on the computational accuracy of the method is studied in Section 3. Sections 4 and 5 provide numerical results for two- and three-dimensional structures. Section 4 is concerned with classic problems, namely, those concerning distributed Bragg reflectors and grating couplers. In Section 5 we consider more up-to-date subjects such as the diffraction of guided waves by integrated gratings, photonic-crystal waveguides, and waveguide air-bridge microcavities. The method is tested both against available numerical data and against experimental data for photonic-crystal waveguides. In all cases, excellent agreement is achieved. In Section 6 we conclude the paper and discuss some possible extensions of this research.

2. SOLVING WAVEGUIDE-DIFFRACTION PROBLEMS WITH RIGOROUS COUPLED-WAVE ANALYSIS

Figure 1 shows one possible waveguide geometry, which we use here to illustrate the method of solving two-dimensional waveguide diffraction problems. It represents a planar waveguide structure with a binary corrugation profile. In every homogeneous section of the waveguide geometry the permittivity and the permeability depend only on the x (vertical) coordinate. The structure is invariant in the y direction, which is perpendicular to the figure. Both metallic and dielectric materials may be considered. The corrugated waveguide is assumed to be illuminated from the input region by a guided wave, the fundamental TE_0 or TM_0 mode, for instance. TE and TM polarizations refer to situations for which the electric and magnetic fields, respectively, are parallel to the y direction. These two states of polarization can be handled independently. The wavelength in vacuum of the incident mode is denoted λ ($k_0 = 2\pi/\lambda$). Our goal is to compute the light that is scattered in the substrate and the superstrate, reflected in the input region, or transmitted in the output region.

A. Artificial Periodicity, Absorbers, and Fourier Series

To analyze such waveguide geometries with RCWA we introduce⁶ an artificial periodicity along the x coordinate, thus virtually replacing the actual waveguide isolated in space with a periodic waveguide structure; see Fig. 2. This structure defines a period (or a computational box) w

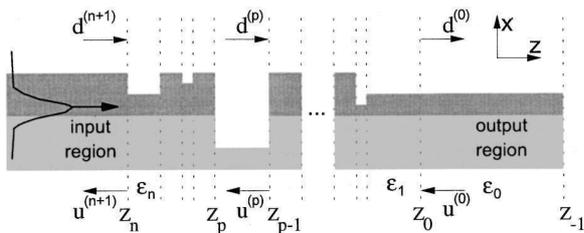


Fig. 1. General layered waveguide diffraction. Electromagnetic fields are computed as eigenmodes in every layer, and the field in each layer is represented as a superposition of left- and right-propagating modes with amplitudes $u^{(p)}$ and $d^{(p)}$.

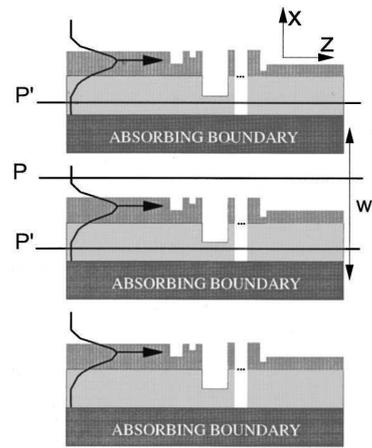


Fig. 2. Artificial periodicity of the waveguide and adjunction of absorbers between waveguide structures.

in the x direction. With the introduction of this periodicity (which we call “periodization”), RCWA can be applied to solve the diffraction problem. For the electromagnetic solution of the periodic waveguide geometry and that of the isolated waveguide structures to be identical, absorbers have to be incorporated between the waveguides. These absorbers, represented by dark rectangles in Fig. 2, are used to satisfy the ingoing wave condition at planes P and P', two planes that surround the waveguides. At plane P or P' the ingoing wave condition stipulates that no waves propagate down or up, respectively. It is easily verified that satisfying the ingoing wave condition amounts to considering that the absorber does not transmit the light scattered by the corrugation, thus making the neighboring waveguides of the periodic waveguide structure electromagnetically independent of each other, and does not reflect the scattered light, thus preventing electromagnetic contamination inside a single period.

As is shown in Section 3 below, the absorbers are composed of two independent parts, one placed in contact with the superstrate and the second in contact with the substrate. Note that the absorbers' permittivity and permeability depend on the refractive indices of the superstrate and the substrate in only an analytical way. Thus the absorbers are designed straightforwardly; see Section 3 below. Each absorber part absorbs light. This absorption guarantees that the electromagnetic field quantities are null at the border of the computational box. Thus we use the Fourier series to expand periodic electromagnetic field quantities that are null at the borders of the computational box and that are identical to the real solution of the isolated waveguide-diffraction problem outside the absorber regions.

With the inclusion of the absorbing layers that results in modification of the index distribution profile, the waveguide modes and their effective indices in every uniform section are computed as eigenvectors and eigenvalues. Then the S-matrix algorithm is used to link the field amplitudes without any numerical instability, as we discuss in Subsections 2.B and 2.C.

Generally speaking, the proposed method belongs to the class of modal spectral methods.¹ The originality of our approach lies in the use of Fourier series to expand

the modes in every uniform section of the waveguide. Let us first note that, because the same expansion bases are used in every section, mode-matching techniques¹ are straightforwardly applied to matching the fields on both sides of two discontinuities of adjacent sections. Second, it is worth mentioning that, since the recent discovery made by the authors of Refs. 7 and 10, the use of Fourier series in electromagnetic computations is placed on a firm mathematical foundation¹¹ and permits high-convergence performance for lamellar gratings,^{7,8,10} for continuous-profile gratings,¹² and for photonic-crystal-related problems.¹³ Thus we believe that Fourier series represent a simple and relevant expansion basis not only for grating theories when they appear naturally but also for more-general aperiodic cases. For instance, as was shown in Subsections 3.B and 5 of Ref. 14, modal theories that rely on Fourier series outperform finite-difference techniques in terms of convergence performance, even when permittivity interpolation schemes and nonuniform sampling are implemented in the finite-difference approach. In Section 5 of this paper similar results are reported.

B. Eigenproblem Formulation with Magnetic and Anisotropic Media

As we have just said, the approach to eigenproblem formulation is based on the adjunction of absorbing boundaries on a periodic waveguide structure. The absorbing boundaries are purely numerical layers and consequently may have an arbitrary permittivity or permeability distribution. Previously,⁶ Lalanne and Silberstein considered simple gradient-index absorbers. Here we consider more-sophisticated absorbers, which are composed of magnetic and anisotropic media. Using these types of absorber guarantees that, when a propagating or evanescent plane wave is incident from the superstrate or substrate onto the absorber, no light is reflected. In fact, these absorbers are a specific type of perfectly matched layers¹⁵ (PMLs) that can be implemented efficiently with RCWA. Adding magnetic and anisotropic properties provides the opportunity for access to a supplementary degree of freedom and for improving the quality of the absorbers. The TM polarization case is described in detail hereafter. TE polarization is deduced by use of the symmetry of Maxwell's equations, as is briefly outlined at the end of this section.

All uniform sections of the waveguide geometry, including the input and output regions, are treated similarly. Hereafter the superscript (p) , $p = 0, 1, \dots, n + 1$, refers to the uniform section under consideration. We assume that the materials in section p are magnetic with relative permeability $\mu(x)$ and anisotropic with a relative tensor of permittivity defined by $\varepsilon_{xx}(x)$ and $\varepsilon_{zz}(x)$, all the other tensor coefficients being null. From the curl Maxwell equations, after eliminating the electric-field components $E_x^{(p)}$ and $E_z^{(p)}$, we obtain

$$\frac{\partial^2 H_y^{(p)}}{\partial z^2} = -k_0^2 \varepsilon_{xx}(x) \mu(x) H_y^{(p)} - \varepsilon_{xx}(x) \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\varepsilon_{zz}(x)} \frac{\partial H_y^{(p)}}{\partial x} \right], \quad (1)$$

where $H_y^{(p)}$ is the y component of the magnetic field in section (p) . As for classic RCWA, the electric and magnetic fields are expanded in Fourier series. For the y component of the magnetic field we have

$$H_y^{(p)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} U_m(z) \exp(jmKx), \quad (2)$$

where $K = 2\pi/w$, $j^2 = -1$, and U_m is the unknown normalized amplitude of the m th space-harmonic field. Note that the electromagnetic field is looked for as a purely periodic function of the x coordinate and not as a pseudoperiodic one as in classic RCWA. We achieve this simply by setting the angle of incidence equal to zero in standard RCWA code. To perform the computation we must truncate the Fourier series in Eq. (2). We denote by $[\mathbf{U}]$ the vector formed by the finite set of the normalized amplitudes retained for the computation. Let us denote by \mathbf{E} , \mathbf{A} , and \mathbf{B} the Toeplitz matrices associated with Fourier coefficients of $\varepsilon_{zz}(x)$, $1/\varepsilon_{xx}(x)$, and $\mu(x)$, respectively. By substituting Eq. (2) into Eq. (1) and identifying terms in the Fourier basis, we find that the set of second-order differential equations for the magnetic field can be put in the compact form

$$\left(\frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial z^2} \right) = k_0^2 [\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{K}_x \mathbf{E}^{-1} \mathbf{K}_x - \mathbf{B})][\mathbf{U}], \quad (3)$$

where \mathbf{K}_x is a diagonal matrix and the (m, m) element is mK/k_0 . It is easy to determine that the matrices involved in Eq. (3) verify the Fourier factorization rules of Ref. 11 and that Eq. (3) reduces to Eq. (9) of Ref. 7 for nonmagnetic and isotropic media (\mathbf{B} is the identity matrix in this case). Although the matrix involved in Eq. (3) is more complex than that used for isotropic and nonmagnetic media [see Eq. (9) of Ref. 7 for comparison], this additional complexity remains weak (only two additional Toeplitz matrices have to be computed) and is worth being implemented, as it allows one to obtain accurate results for small w values; see Section 3 below for more details. From Eq. (3), the modes $W_m^{(p)}$ and the propagation constants $\lambda_m^{(p)}$ in every section p are computed as the eigenvectors and the square roots of the eigenvalues of the matrix $\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{K}_x \mathbf{E}^{-1} \mathbf{K}_x - \mathbf{B})$. Thus, in each section, electromagnetic field $H_y^{(p)}$ is looked for as a superposition of modes

$$U_p(z) = \sum_m W_m^{(p)} \{ u_m^{(p)} [-k_0 \lambda_m^{(p)}(z - z_{p-1})] + d_m^{(p)} \exp[k_0 \lambda_m^{(p)}(z - z_{p-1})] \}, \quad (4)$$

where $\mathbf{u}^{(p)}$ and $\mathbf{d}^{(p)}$ are column vectors whose elements are the amplitudes of the modes propagating backward (in the $-z$ direction) and forward (in the z direction), respectively. The unknown normalized amplitudes S_p of the p th x component of the electric field, defined by

$$E_x^{(p)} = j \left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \right)^{1/2} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} S_{xm} \exp(jmKx) \quad (5)$$

and used to match the boundary conditions at planes $z = z_p$ and $z = z_{p+1}$, are simply

$$S_{xp}(z) = \sum_m V_m^{(p)} \{ u_m^{(p)} \exp[-k_0 \lambda_m^{(p)}(z - z_{p-1})] - d_m^{(p)} \exp[k_0 \lambda_m^{(p)}(z - z_{p-1})] \}, \quad (6)$$

where $\mathbf{v}_m^{(p)}$ is the m th column vector of matrix $\mathbf{V}^{(p)}$ = $\mathbf{A}\mathbf{W}^{(p)}\lambda^{(p)}$, $\lambda^{(p)}$ is a diagonal matrix, and the (m, m) element is $\lambda_m^{(p)}$.

The TE polarization case is easily deduced from the previous analysis by use of the symmetry of Maxwell's equations, $\varepsilon \leftrightarrow \mu$ and $H \leftrightarrow E$. For instance, the eigenmatrix becomes $\mathbf{C}^{-1}(\mathbf{K}_x \mathbf{D}^{-1} \mathbf{K}_x - \mathbf{F})$, where \mathbf{C} , \mathbf{D} , and \mathbf{F} are the Toeplitz matrices of $1/\mu_{xx}$, μ_{zz} , and $\varepsilon(x)$, respectively. The corresponding \mathbf{V} vector that is proportional to the x component of the magnetic field is $\mathbf{C}\mathbf{W}^{(p)}\lambda^{(p)}$. It is noteworthy that the symmetry of Maxwell's equations is reflected in the numerical code implementations. Once the code is implemented for a given polarization, we can obtain the other polarization case straightforwardly just by interchanging the $\varepsilon(x)$ and $\mu(x)$ distributions.

C. S-Matrix Algorithm

Once the eigenmodes and their propagating constants are known in every layer, we use an S -matrix algorithm to compute the $\mathbf{u}^{(p)}$ and $\mathbf{d}^{(p)}$ amplitude vectors. The difference between the research reported here and the S -matrix implementation used for classic grating theories is rather small: In grating theories, a Rayleigh expansion is used to describe the electromagnetic field in the input and output homogeneous regions. In the present case, the field expansions in the input and output regions are periodic Floquet expansions, as for all the layers of the corrugated region. This difference even simplifies the implementation of the S -matrix algorithm.

The S -matrix algorithm is a stable and efficient algorithm that does not exhibit any numerical instabilities with the growing exponential terms in Eqs. (4) and (6). To avoid repetition of already published results, we exactly follow the notation of Ref. 9, where many details of the stability and efficiency of propagation algorithms are discussed. We define the S -matrix $\mathbf{S}^{(p)}$ that links the waves in the section $p + 1$ and those of medium 0 in this way:

$$\begin{bmatrix} u^{(p+1)} \\ d^{(0)} \end{bmatrix} = S^{(p)} \begin{bmatrix} u^{(0)} \\ d^{(p+1)} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

with

$$S^{(p)} = \begin{bmatrix} T_{uu}^{(p)} & R_{ud}^{(p)} \\ R_{du}^{(p)} & T_{dd}^{(p)} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

The transmission and reflection submatrices in Eq. (8) are computed in a recursive way. If no light is impinging on the corrugated waveguide from the output region [$\mathbf{u}^{(0)} = \mathbf{0}$], only $\mathbf{R}_{ud}^{(p)}$ and $\mathbf{T}_{dd}^{(p)}$ are required for computing $\mathbf{u}^{(p+1)}$ and $\mathbf{d}^{(0)}$. These recursion formulas are⁹

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{ud}^{(p)} &= r_{ud}^{(p)} + t_{uu}^{(p)} \mathbf{R}_{ud}^{(p-1)} [1 - r_{du}^{(p)} \mathbf{R}_{ud}^{(p-1)}]^{-1} t_{dd}^{(p)}, \\ \mathbf{T}_{dd}^{(p)} &= T_{dd}^{(p-1)} [1 - r_{du}^{(p)} \mathbf{R}_{ud}^{(p-1)}]^{-1} t_{dd}^{(p)}. \end{aligned} \quad (9)$$

In Eqs. (9) the matrices denoted by lowercase letters are the reflection and transmission submatrices of the S ma-

trix that relate the waves in the two adjacent layers p and $p + 1$. They are given by

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_{uu}^{(p)} &= 2[\mathbf{W}^{(p)-1} \mathbf{W}^{(p+1)} + \mathbf{V}^{(p)-1} \mathbf{V}^{(p+1)}]^{-1} \mathbf{X}^{(p)}, \\ \mathbf{r}_{ud}^{(p)} &= [\mathbf{W}^{(p)-1} \mathbf{W}^{(p+1)} \\ &\quad + \mathbf{V}^{(p)-1} \mathbf{V}^{(p+1)}]^{-1} [\mathbf{W}^{(p)-1} \mathbf{W}^{(p+1)} \\ &\quad - \mathbf{V}^{(p)-1} \mathbf{V}^{(p+1)}], \\ \mathbf{r}_{du}^{(p)} &= \mathbf{X}^{(p)} [\mathbf{V}^{(p+1)-1} \mathbf{V}^{(p)} \\ &\quad + \mathbf{W}^{(p+1)-1} \mathbf{W}^{(p)}]^{-1} [\mathbf{V}^{(p+1)-1} \mathbf{V}^{(p)} \\ &\quad - \mathbf{W}^{(p+1)-1} \mathbf{W}^{(p)}] \mathbf{X}^{(p)}, \\ \mathbf{t}_{dd}^{(p)} &= 2\mathbf{X}^{(p)} [\mathbf{V}^{(p+1)-1} \mathbf{V}^{(p)} + \mathbf{W}^{(p+1)-1} \mathbf{W}^{(p)}]^{-1}. \end{aligned} \quad (10)$$

where $\mathbf{X}^{(p)}$ is a diagonal matrix and the (m, m) coefficient is $\exp[-\lambda_m^{(p)}(z_{p-1} - z_p)]$. We initialize the matrix S -recursion by setting $S^{(-1)}$ equal to the identity matrix. Matrices $\mathbf{S}^{(p)}$ are computed recursively until matrix $\mathbf{S}^{(n)}$ is obtained. The amplitudes of the modes propagating backward in the input region, $\mathbf{u}^{(n+1)}$, and forward in the output region, $\mathbf{d}^{(0)}$, are obtained from Eq. (7), where $\mathbf{u}^{(0)} = \mathbf{0}$ and $\mathbf{d}^{(n+1)}$ represent the components of the incident wave expanded on the complete set of modes supported by the waveguide of the input region. Under the usual assumption that the corrugated waveguide is illuminated by the fundamental TE₀ or TM₀ mode with unitary amplitude, all components of vector $\mathbf{d}^{(n+1)}$ are zero, except the i th component $d_i^{(n+1)}$, which is equal to 1, where i is the eigenmatrix column number that corresponds to the fundamental mode. If we define the reflected intensity R_m by the amount of light that is backreflected into mode m , R_m is simply equal to $|u_m^{(n+1)}|^2$ times the ratio between the time-averaged Poynting-vector z components of the reflected mode m and that of the fundamental input mode:

$$R_m = |u_m^{(n+1)}|^2 \langle W_m^{(n+1)}, V_m^{(n+1)} \rangle / \langle W_i^{(n+1)}, V_i^{(n+1)} \rangle, \quad (11)$$

where $\langle x, y \rangle$ is the absolute value of the imaginary part of the scalar product of x and the complex conjugate of y . Similarly, for the transmitted intensity T_m into mode m we have

$$T_m = |d_m^{(0)}|^2 \langle W_m^{(0)}, V_m^{(0)} \rangle / \langle W_i^{(n+1)}, V_i^{(n+1)} \rangle. \quad (12)$$

The programmer's effort to transform a grating RCWA code equipped with the S -matrix algorithm into a waveguide code is rather minimal. The main effort, which consists in modifying the permittivity and permeability distributions to include the absorbers, is the more intensive, but the modifications are straightforward.

3. INFLUENCE OF THE ABSORBERS ON NUMERICAL ACCURACY

Perfectly absorbing boundaries that exactly satisfy the incoming wave condition provide the actual physical solution to the isolated waveguide diffraction problem. Specification of optimal absorbers with small thickness is a challenge for the computational electromagnetic community,

and much effort is being devoted to determining it, especially for finite-difference techniques.¹⁶ However, absorbing boundaries are not perfect in practical situations and cannot be made arbitrarily thin. Consequently, the effect on the accuracy and on the convergence performance of the absorbers operating with small computational window sizes (w in the present study) has to be studied. It is worth noting that this effect depends on the numerical tool used and that increasing w is detrimental to convergence. Hereafter we consider absorbers that are easily implemented with the Fourier modal approach described in Subsection 2.A.

To study the various absorbers we consider the waveguide-diffraction problem depicted in Fig. 3. The corrugated waveguide is composed of a 300-nm-wide core (refractive index, 3.5) with claddings with refractive indices of 2.9 for the substrate and 1 for the cover. Two identical 150-nm-wide slits are etched into this waveguide. They are separated by a 150-nm-wide spacer, and the slits are 300 nm deep. The waveguide is illuminated by its TE₀ or TM₀ fundamental mode, with a 975-nm wavelength. Inasmuch as the size and the depth of the slits guarantee that a large amount of light is scattered toward the absorbers, this structure is useful for the study of the effect of the absorbers on accuracy of the algorithm.

We tested several absorbers. We report on only three of them. These absorbers are described for TM polarization; the TE polarization is straightforwardly deduced. The absorbers are all $\lambda/2$ thick, and each is composed of two parts with identical $\lambda/4$ thickness. Part A1 is placed in contact with the air superstrate. Part A2 is placed in contact with the substrate. The first absorber is isotropic ($\epsilon_{xx} = \epsilon_{zz}$) and is not magnetic ($\mu = 1$). It has a gradient-index distribution. For parts A1 and A2 the refractive indices vary linearly from 1 to $1 + j$ and from 2.9 to $2.9 + j$, respectively. Similar absorbers were considered in the research reported in Ref. 6. The second absorber is also isotropic ($\epsilon_{xx} = \epsilon_{zz} = \epsilon$), with a gradient-index distribution like that of the first absorber, but is magnetic. Part A1 has a refractive index $n = (\epsilon\mu)^{1/2}$ that varies from 1 to $1 + j$ with a uniform normalized admittance $(\epsilon/\mu)^{1/2}$ equal to 1, the normalized admittance of air. This choice guarantees that no light impinging at normal incidence onto absorber A1 from air is reflected. Similarly, part A2 has a refractive index $n = (\epsilon\mu)^{1/2}$ that varies from 2.9 to $2.9 + j$, with a uniform normalized admittance $(\epsilon/\mu)^{1/2}$ equal to 2.9, the normalized admittance of the substrate. For the numerical implementation, the gradient-index absorber profiles are approximated by a staircase profile with 10 slices. The last absorber corresponds to PMLs. It is anisotropic and magnetic. From Ref. 15 it is easily found that, at an interface in the (xyz) plane normal to the z direction between two media [Eqs. (1) and (2)], no reflection occurs for any incidence angle,

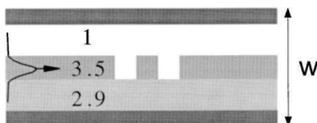


Fig. 3. Investigation of waveguide diffraction for studying the effectiveness of several absorbers.

Table 1. Reflectivity for the Waveguide-Diffraction Problem of Fig. 2

w/λ	Nonmagnetic Absorbers (301 orders)	Magnetic Absorbers (301 orders)	PML	
			301 Orders	1001 Orders
TE Mode				
1	0.3928	0.3877	0.3952	0.395 2113 5
1.5	0.3820	0.3825	0.3952	0.395 2113 1
2	0.3938	0.3959	0.3952	0.395 2113 3
2.5	0.3878	0.3859	0.3952	0.395 2113 5
3	0.3942	0.3968	0.3952	0.395 2114 4
4	0.3937	0.3959	0.3952	0.395 2114 3
5	0.3931	0.3944	0.3952	0.395 2117 2
6	0.3930	0.3930	0.3952	0.395 2117 0
7	0.3934	0.3925	0.3953	0.395 2119 9
TM Mode				
1	0.3584	0.3621	0.3555	0.355 480
1.5	0.3582	0.3577	0.3551	0.355 482
2	0.3520	0.3513	0.3555	0.355 484
2.5	0.3529	0.3542	0.3556	0.355 487
3	0.3526	0.3520	0.3556	0.355 490
4	0.3533	0.3532	0.3557	0.355 499
5	0.3539	0.3541	0.3557	0.355 508
6	0.3544	0.3549	0.3559	0.355 521
7	0.3549	0.3553	0.3560	0.355 528

provided that $\mu^{(2)}/\epsilon_{zz}^{(2)} = \mu^{(1)}/\epsilon_{zz}^{(1)}$ and $\epsilon_{xx}^{(2)}\epsilon_{zz}^{(2)} = \epsilon_{xx}^{(1)}\epsilon_{zz}^{(1)}$. Consequently, for part A1 we choose a uniform layer with $\mu = 5(1 + j)$, $\epsilon_{zz} = \mu$, and $\epsilon_{xx} = 1/\mu$. Similarly, part A2 is a uniform layer with $\mu = 5(1 + j)$, $\epsilon_{zz} = (2.9)^2\mu$, and $\epsilon_{xx} = (2.9)^2/\mu$. The $(1 + j)$ terms in the expressions of μ guarantee that both evanescent and propagating waves are absorbed in the absorber.

Table 1 illustrates the efficiencies of the three absorbers for the two polarizations and for a large range of window sizes. Columns 2–4 were obtained for 301 retained Fourier harmonics. A comparative inspection of these columns clearly shows that the computational accuracy depends mainly on the quality of the absorbers. The best performance is achieved for the PML case of column 4, especially for TE polarization, for which four-digit accuracy in the computed reflectivity is achieved over the entire range of window sizes. An even higher, six-digit accuracy is shown in column 5 for 1001 retained orders. It is evident that the numerical solution is merely independent of size w of the artificial periods. We believe that this independence strongly supports the soundness of the proposed methods, which relies on artificial periodicity for solution of an aperiodic diffraction problem. For TM polarizations the results are less accurate than for TE. However, the accuracy remains high; the relative difference between the reflectivity computed for $w/\lambda = 1$ and $w/\lambda = 7$ in column 5 of Table 1 is 0.013%. We believe that this lesser degree of accuracy is due only to the fact that, despite the drastic convergence-rate improvement achieved in the research reported in Ref. 7, the RCWA still converges faster for TE than for TM polarization. The method used is of no concern.

It is worth mentioning that one must not conclude from Table 1 that nonmagnetic or magnetic absorbers offer a

weak two-digit accuracy. Better accuracy can be obtained with thicker absorbers, which reduce the transmission and the reflection. However, an increase in the absorber thickness results in an increase in the artificial period, which is detrimental to the convergence rate. Perhaps the prime benefit of PML absorbers is the high accuracy achieved for small w/λ ratios.

4. NUMERICAL RESULTS FOR TWO-DIMENSIONAL STRUCTURES

Two-dimensional periodic structures etched into planar waveguides are important components of many optical integrated devices. Examples are Bragg gratings that act as wavelength-selective reflectors, grating-assisted couplers, and passive TE–TM mode converters. In this section the present coupled-wave analysis method is tested for such classic components.

We first consider the planar Bragg-grating waveguide problem of the COST240 project (where COST240 is an acronym of European cooperation in the field of science and technical research). The waveguide is composed of a 2.4- μm -wide core (refractive index, 1.53) with claddings whose refractive indices are 1 for the cover and 1.52 for the substrate. A TE polarized guided wave ($\lambda = 650 \text{ nm}$) is incident onto a weakly modulated Bragg reflector composed of 0.5- μm -deep grooves etched into the core. For the computation it is assumed that the grating period is $\Lambda = 213 \text{ nm}$ and that the groove width is 0.106553 μm . The main difficulty lies dealing with the large number of periods considered.

Figure 4(a) shows the Bragg-grating reflectivity as a function of the number of periods. The solid curve corresponds to numerical results obtained from the research reported in Ref. 17 by the method of lines.¹⁸ The stars are data obtained with the present method. Very good agreement between the two approaches is achieved; the maximum relative discrepancy for the reflectivity is less than 1%. The CPU times (in seconds) required for computation with the present method are indicated within brackets in the Figure. We obtained these short CPU

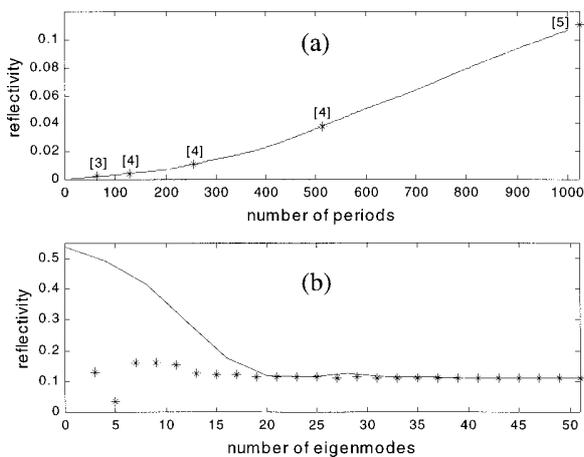


Fig. 4. Comparison of the method of lines (solid curves) and the present method (stars) for a Bragg reflector. (a) Reflectivity computed as a function of the number of periods. (b) Reflectivity for 1024 periods computed as a function of the number of eigenmodes retained for the computation.

times by exploiting the periodicity of the Bragg grating in the z direction. More explicitly, if we denote by S_p the S -matrix associated with one period of the structure, the S -matrix $S^{(N)}$ associated with N periods is simply the product $S_p * S_p \dots * S_p$, N times, where the star product is defined as in Ref. 9. For increasing the computational speed, we simply expand the product $S_p * S_p \dots * S_p$ in a series of powers of 2:

$$S^{(N)} = \sum_{p=1,2,\dots} a_p S_p^{(2^p)}, \quad (13)$$

where a_p is 0 or 1. With this approach, the computation of reflection and transmission for 1024 periods, for instance, requires only the computation of $S^{(2)} = S_p * S_p$, $S^{(4)} = S^{(2)} * S^{(2)}$, ..., $S^{(512)} = S^{(256)} * S^{(256)}$, and $S^{(1024)} = S^{(512)} * S^{(512)}$. Thus only ten S -matrix products are involved. The CPU time required for computation of the ten products is not significant compared with the CPU time required for solution of the two eigenmode problems in each uniform section. Thus the total CPU time is only weakly dependent on the number of periods of the Bragg reflector.

The stars in Fig. 4(b) show the reflectivity of the 1024- Λ -period reflector computed with the present method as a function of the number of eigenmodes retained for the computation. Results were obtained for a 9.3 λ -wide w period and for $\lambda/2$ -thick PML absorbers. The solid curve in Fig. 4(b) also shows the convergence performance reported in Ref. 17 obtained with the method of lines, a finite-difference modal method that is widely used for waveguide computations. The present method achieves a much better convergence rate. Similar observations were reported in Ref. 6. A thorough comparison of convergence performance between the two approaches can be found in Ref. 14, where Fourier and finite-difference modal methods for one-dimensional dielectric and metallic gratings are compared. The conclusion is clear: Expansion techniques that rely on Fourier series offer much better convergence performance than those that rely on the finite difference for diffraction problems that involve dielectric and metallic materials in the visible and the near-infrared domains.

The second example to be considered is that of a grating coupler. The grating and waveguide parameters are given in Fig. 5. We aim to compute the electromagnetic field diffracted in air by the coupler. The computation is twofold. The first step consists in computing the S matrix that links the field amplitudes in the two outer media and solving for $\mathbf{u}^{(n+1)}$ and $\mathbf{d}^{(0)}$. The second step consists in computing the set of field amplitudes $\mathbf{u}^{(p)}$ and $\mathbf{d}^{(p)}$ for every layer. It deserves some care. To prevent any numerical stability problem caused by the growing exponential function, we may compute the field amplitudes in a recursive way, starting from the input region and using the following expressions:

$$\begin{aligned} \mathbf{d}^{(p)} &= 1/2 \mathbf{X}^{(p)} \{ (\mathbf{W}^{(p-1)})^{-1} \mathbf{W}^{(p+1)} - \mathbf{V}^{(p-1)} \mathbf{V}^{(p+1)} \} \mathbf{u}^{(p+1)} \\ &\quad + [\mathbf{W}^{(p-1)} \mathbf{W}^{(p+1)} + \mathbf{V}^{(p-1)} \mathbf{V}^{(p+1)}] \mathbf{d}^{(p+1)}, \\ \mathbf{u}^{(p)} &= \mathbf{R}_{ud}^{(p-1)} \mathbf{d}^{(p)}. \end{aligned} \quad (14)$$

These amplitudes are numerically stable. It should be mentioned that all the matrices in Eqs. (14) are already

available from the first step. For the last step, which is related to the computation of the electromagnetic field quantities from their Fourier coefficients, it is advisable to refer to the accurate method of Ref. 19. Through appropriate use of the constitutive relations in both Fourier and real space, this method avoids possible sources of artifacts that are results of permittivity discontinuities, even in the vicinity of a wedge where field singularities exist for TM polarization.

The electromagnetic fields are then computed on a horizontal plane P in the air superstrate; see Fig. 5. For TE polarization, which we consider in our example, the electric field $E(z)$ in plane P can be expanded on a plane-wave basis:

$$E(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} [e_p(k_z) + e_m(k_z)] \exp(jk_z z) dk_z, \quad (15)$$

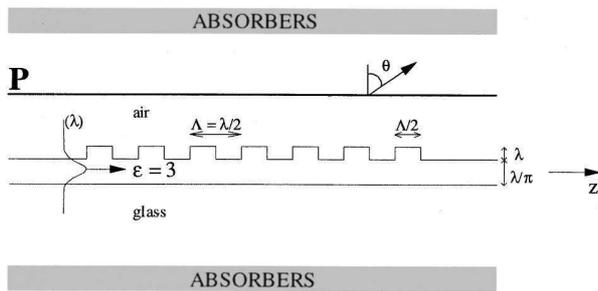


Fig. 5. Grating coupler diffraction.

where $e_m(k_z)$ and $e_p(k_z)$ correspond to plane waves propagating in the negative and positive x directions, respectively. Strictly speaking, $e_m(k_z)$, which corresponds to plane waves propagating toward the grating, must be null for any k_z . However, because the absorbers are not perfect (isotropic and nonmagnetic absorbers were used for this computation), we found a residual nonnull value for $e_m(k_z)$ with $|e_m(k_z)|^2 < |e_p(k_z)|^2/1000$ for any value of k_z .

The thin solid curve in Fig. 6 was obtained with the RCWA approach. It shows $|e_p(\theta)|^2$, where θ is equal to $a \sin(k_z/k_0)$, for a grating coupler length L of 20λ illuminated by the fundamental TE_0 mode with normalized power. Note that the computation does not exploit the periodicity of the grating coupler in the z direction. Thus, similar computations can be performed for pulse-width-modulated gratings with outcoupling and focusing functions, for instance. The bold curve in Fig. 6 is obtained from the following formula:

$$|e_p(\theta)|^2 = A \text{sinc}^2[\pi L/\lambda \cos(\theta_0)(\theta - \theta_0)], \quad (16)$$

where A is a normalizing factor set equal to the maximum value of $|e_p(\theta)|^2$ obtained with RCWA. In Eq. (16), $\text{sinc}(\cdot)$ is the sinc function, defined by $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$, and θ_0 verifies the first-order Bragg condition $n_{\text{eff}} - \Lambda/\lambda = -\sin(\theta_0)$, where n_{eff} is the real part of the effective index of the Bloch wave of the grating waveguide ($n_{\text{eff}} = 1.5827$). The value of n_{eff} is computed as explained in Ref. 6. The sinc-squared

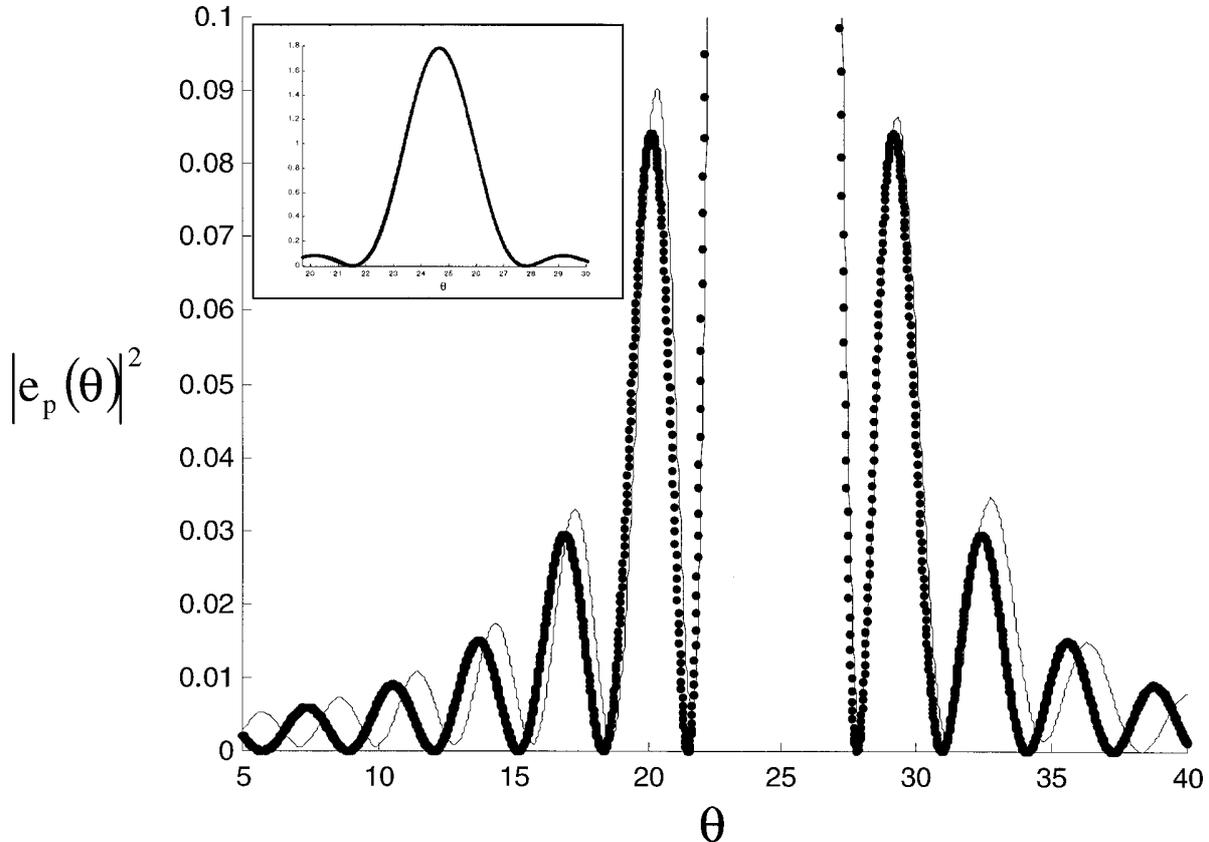


Fig. 6. Angular spectrum intensity $|e_p(\theta)|^2$ of the light diffracted in air by the grating coupler for a 20λ grating length and for TE polarization. Thin, solid curve, present method; filled circles, the sinc-squared function of Eq. (16). Inset, enlarged view near $\theta = 25^\circ$; the filled circles and the thin curve are superimposed at this scale.

function is an approximate expression that results from the scalar diffraction pattern of a metallic slit [slit width, $L \cos(\theta_0)$] illuminated by a plane wave. As shown in Fig. 6, it represents a very good approximation for θ approximately equal to θ_0 .

5. NUMERICAL RESULTS FOR THREE-DIMENSIONAL STRUCTURES

In this section we consider more-up-to-date three-dimensional problems such as the diffraction of guided waves by integrated gratings (or photonic-crystal waveguides) and waveguide airbridge microcavities. The present method is tested against both numerical and experimental data.

A. Photonic-Crystal Waveguides and Integrated Gratings

The experiment and the experimental results that we use to test the present method are described in Ref. 20, where the transmission through a finite-length photonic-crystal waveguide is measured as a function of the wavelength of the incoming guided light; see Fig. 7. We fabricated the photonic-crystal waveguide by etching small and deep holes into a planar monomode asymmetric waveguide. The waveguide is composed of a GaAs (refractive index, 3.5) 250-nm-wide core with claddings whose refractive indices are 3.4 for the cover and 3.0 for the substrate. The cover thickness is 330 nm. The photonic-crystal waveguide consists of a triangular array of holes with a lattice parameter Λ (distance between two adjacent holes). It is assumed to be periodic in the x direction (period Λ_x) and to have a finite spatial extent into the z direction. The y direction (vertical index confinement) is normal to the semiconductor stack. The corrugated waveguide is assumed to be illuminated from the input unpatterned region by the fundamental TE₀ or TM₀ mode at an incidence angle θ . We define by f the air-fill factor (ratio of holes to total area). The holes are assumed to have straight-sided walls (perfect cylinders) and to have a finite depth h . The hole depth and the fill factor are the free parameters used for fitting the calculations to the experimental data.

To solve the waveguide diffraction problem, we make the structure periodic in the y direction (period w_y is analogous to the parameter w used above for two-dimensional problems) and insert absorbers between the

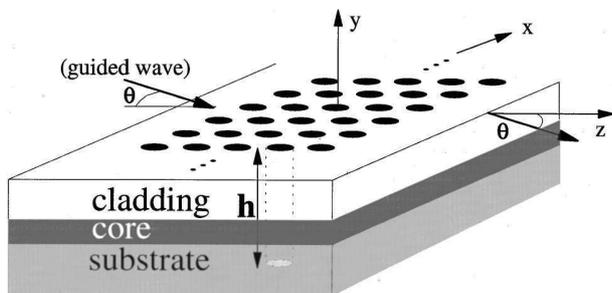


Fig. 7. Photonic-crystal waveguide geometry. The waveguide structure is periodic in the x direction, has a finite arbitrary extent in the z direction, and is illuminated by the fundamental mode of the unpatterned waveguide (incidence angle, θ).

waveguides. The absorber layers are parallel to the plane $y = 0$. We thus obtain a biperiodic diffraction problem that is solved with the Fourier modal method of Ref. 8. Note that the electromagnetic field is looked for as a pseudoperiodic function of the x coordinate (natural periodicity direction for the problem) and as a purely periodic function of the y coordinate (artificial periodization direction). For instance, the magnetic field \mathbf{H} may be written as

$$H = \sum_{l,m} (U_{xlm}x + U_{ylm}y + U_{zlm}z) \times \exp[-j(k_x + lK_x)x - jmK_y y], \quad (17)$$

where $k_x = 2\pi/\lambda n_{\text{eff}} \sin(\theta)$, n_{eff} is the effective index of the unpatterned waveguide, $K_x = 2\pi/\Lambda_x$, $K_y = 2\pi/w_y$, and $U_{\alpha lm}$ ($\alpha = x, y, z$) are the z -dependent normalized amplitudes of the magnetic field. We are therefore relying on a hybrid approach that mixes a natural periodicity and an artificial periodicity along the direction of index confinement. The approach is also applicable to the study of the diffraction by integrated optical gratings or arrayed-waveguide gratings that have potential applications as optical demultiplexers²¹ or spectrometers.²²

For the numerical computations we consider that the PC waveguide is illuminated under normal incidence ($\theta = 0$) by the fundamental TE₀ mode of the waveguide propagating along the z direction. Moreover, in line with the experiments, seven different lattice periods, $\Lambda = 180, 200, 220, 240, 260, 280, 300$ nm, with identical fill factors are considered. Finally, two crystal orientations are investigated such that the normally incident mode propagates along the ΓM and ΓK principal crystallographic axes.²⁰ For ΓM and ΓK , the numbers of hole rows in the z direction are 8 and 15, respectively.

Figure 8 shows a comparison of the experimental (noisy curves) and the numerical (solid curves) zero-order transmission results as a function of the normalized lattice constant Λ/λ . For the calculation the holes are approximated by six lamellar slices with piecewise-constant permittivities, thus replacing the actual continuous profile with a staircase profile. We use a fill factor of $f = 18\%$. This value controls the position of the band edges. Then we assume that the hole depth varies linearly from one sample to the other: $h(\Lambda) = C\Lambda + h_0$. This assumption (large holes are deeper than small ones) is reasonable with respect to the well-known properties of the reactive-etching process used for the fabrication. With $h_0 = 180$ nm and $C = 1.833$, the depth varies linearly from 510 nm for the 180-nm-period sample to 730 nm for the sample with the largest period. The finite depth of the holes controls the amount of radiation loss²³ (mostly in the substrate) induced by out-of-plane diffraction. Essentially, excellent agreement between the experimental and the numerical results is obtained. The band edges and the ripples on the sides of the gaps are correctly located for both ΓM and ΓK propagation directions. The only discrepancy between the experimental data and the model results is observed for ΓK and for the geometry with a 0.28 normalized period. The experimental transmission is $\sim 20\%$ smaller than the numerical prediction. Noting that the experimental results for this normalized

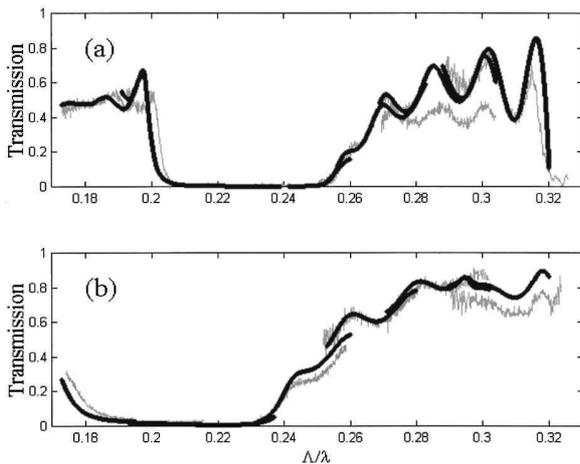


Fig. 8. Comparison of the experimental transmission measurement (noisy curves) and theoretical predictions (solid curves) for photonic-crystal diffraction as shown in Fig. 7. (a) ΓK direction, (b) ΓM direction.

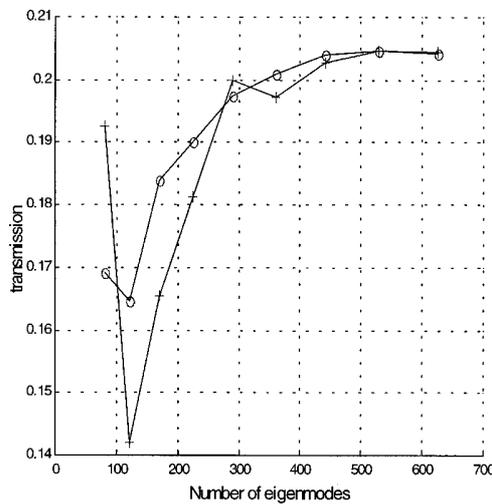


Fig. 9. Convergence performance of the present method for the photonic-crystal waveguide.

period are not consistent with those obtained for $\Delta/\lambda = 0.26, 0.3$, we believe that this discrepancy comes from the measurements, namely, from a local deficiency in the photoluminescence yield that is responsible for incorrect normalization of the measured data.²⁰

Figure 9 shows the convergence performance of the present method as a function of the number of eigenmodes (or Fourier harmonics) retained for the computation. Results are given for the ΓK case, for $\Delta/\lambda = 0.26$ ($\lambda = 1 \mu\text{m}$) and a hole depth of 657 nm. The computed zero-order transmission is shown for two artificial periods, $w_y = 2\lambda$ and $w_y = 3\lambda$, that are represented by pluses and circles, respectively. For the computation, an equal number of Fourier harmonics is retained in the x and y directions, and we use a 0.6λ -thick absorber with a gradient-index nonmagnetic profile distribution. It is composed of two parts, A1 and A2, with identical thickness. These two parts are placed an equal distance from the center of the waveguide core. For parts A1 and A2 the refractive indices vary linearly from 1 to $1 + j$ and

from 3 to $3 + j$, respectively. Basically, we guess from Fig. 9 that the absolute computational accuracy for the transmitted intensity is better than $\pm 1\%$.

B. Waveguide Air-Bridge Microcavities

A diagram of the waveguide structure that we consider below is shown in Fig. 10(a). Optical waveguiding and two-dimensional confinement are generated by an air-bridge structure. The air-bridge structure is etched as two sets of regularly spaced square holes that act as short Bragg reflectors. The holes are assumed to be fully etched through the waveguide. The two sets of holes create a microcavity with a resonant defect state inside the gap. The microcavity resonance peak was designed to be near the $1.5\text{-}\mu\text{m}$ optical communication wavelength. The transmission responses of such small-volume cavities have already been studied experimentally for telecommunication wavelengths.²⁴

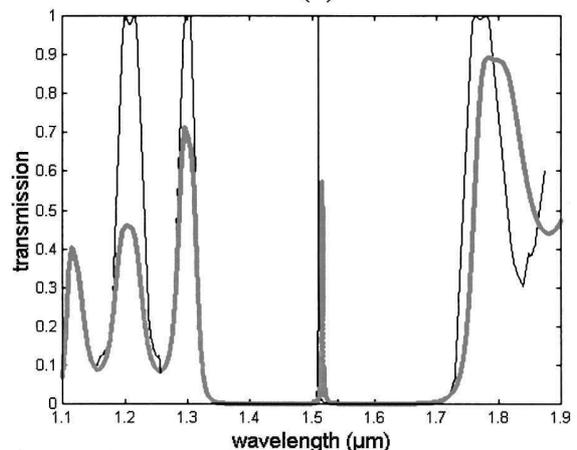
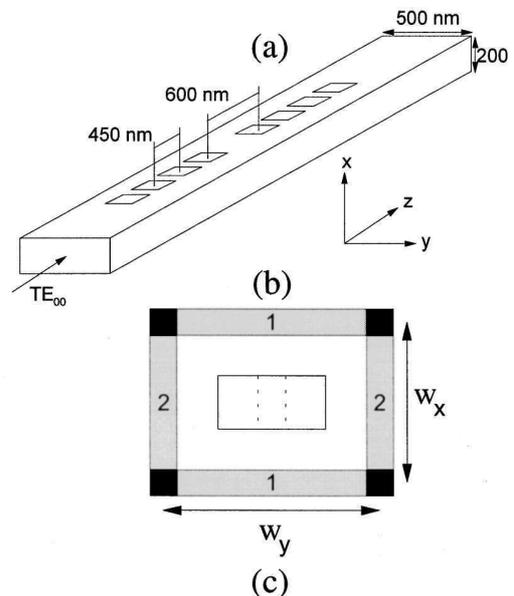


Fig. 10. Air-bridge microcavity: (a) Dimensions of the photonic bandgap air-bridge microcavity. Each square hole has a 250-nm side. (b) Computational box and absorbers. (c) Theoretical transmission of the photonic bandgap air-bridge microcavity. Thicker curve, the present method; thin curve, the finite-element modal method with perfectly conducting walls.

For the computation we assume that the center-to-center defect length is 600 nm and the center-to-center distance between two adjacent holes is 450 nm. The relative permittivity of the air-bridge waveguide is 12.1. The waveguide is 200 nm thick and 500 nm wide, and therefore it supports only a single TE-like mode in the wavelength ranges of interest.

To solve the electromagnetic problem we make the air-bridge cavity periodic in the x and y directions (periods w_x and w_y) and insert absorbers between the waveguides; see Fig. 10(b). The absorber layers are parallel to the xz and yz planes and delimit a rectangular computational box. As above, we again obtain a biperiodic diffraction problem. However, instead of through the approach of Subsection 5.A, biperiodicity is achieved through a double artificial periodicity process. Thus the electromagnetic field is looked for as a purely periodic function of the x and y coordinates. For instance, magnetic field \mathbf{H} is written as

$$\mathbf{H} = \sum_{l,m} (U_{xlm}\mathbf{x} + U_{ylm}\mathbf{y} + U_{zlm}\mathbf{z}) \times \exp[-jlK_x x - jmK_y y], \quad (18)$$

with $K_x = 2\pi/w_x$ and $K_y = 2\pi/w_y$.

For the computation, the PML absorbers are defined as in Fig. 10(b). For type 2 absorbers, $\mu_{xx} = \mu_{zz} = \epsilon_{xx} = \epsilon_{zz} = \alpha$ and $\mu_{yy} = \epsilon_{yy} = 1/\alpha$, where $\alpha = 3(1 + j)$. For type 1 absorbers, $\mu_{yy} = \mu_{zz} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = \alpha$ and $\mu_{xx} = \epsilon_{xx} = 1/\alpha$. For the four corner absorbers of Fig. 10(b), $\mu_{xx} = \mu_{yy} = \epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = 1$ and $\mu_{zz} = \epsilon_{zz} = \alpha^2$. It is easily verified that, for this set of parameters, the absorbers are reflectionless and the $(1 + j)$ factor in the expression of α absorbs both evanescent and propagating waves. Every absorber in Fig. 10(b) is 0.2 μm thick. The computation is performed with $w_x = 0.8 \mu\text{m}$ and $w_y = 1.1 \mu\text{m}$, and for a square truncation with $M = \pm 10$ Fourier harmonics retained in each direction. It is worth mentioning that retaining 961 orders in a three-dimensional Fourier modal method represents a large amount of computation. We exploited symmetry considerations similar to those reported in Ref. 25 in the code for the eigenproblem and the S -matrix computations to take advantage of the diffraction-problem degeneracy and to reduce memory requirements. With this approach, CPU times to compute the transmission for one frequency on a PC equipped with a 450-MHz Pentium III processor are 4, 15, 39, 86, 166, 294, and 487 min for $\pm 5, 7, 9, 11, 13, 15,$ and 17 retained orders in each direction (see Table 2). For comparison, CPU times without exploitation of symmetry for $\pm 5, 7, 9,$ and 11 retained orders in each direction are 5, 22, 68, and 179 min. We are not able to provide computational times for ± 13 retained orders without exploiting any symmetry because of computer memory requirements.

The darker, thicker curve in Fig. 10(c) shows the transmission spectra of the air-bridge cavity computed with the present method. At the resonance wavelength ($\lambda \approx 1.51 \mu\text{m}$), the peak transmission is $\approx 60\%$ and the quality factor is ≈ 800 . The thinner curve in Fig. 10(c) represents the computed transmission with a finite-element modal method often used for microwave

Table 2. Convergence Performance for the Air-Bridge Problem

Harmonic (M)	R	T
2	0.5220	0.0075
3	0.0056	0.4262
4	0.6553	0.3328
5	0.6676	0.2384
6	0.8874	0.1517
7	0.7358	0.0897
8	0.7636	0.0919
9	0.7092	0.0835
10	0.7342	0.0872
11	0.7298	0.0860
12	0.7324	0.0853
13	0.7352	0.0854
14	0.7281	0.0843
15	0.7319	0.0847

engineering.²⁶ The results are obtained with perfectly conducting walls surrounding the microcavity. As a consequence, the approach does not consider any loss by scattering, and this is why the transmission reaches unity for several frequencies. Although the two numerical methods do not deal with exactly the same diffraction problem, the comparison provides a qualitative validation of the present method. It is found that the peak transmission and the short-wavelength band edge (the one for which the losses are small) are accurately located. For the long-wavelength band edge and the ripples on the two sides of the gap, qualitative agreement is obtained.

6. CONCLUSION

A simple, efficient, and stable method for analyzing waveguide and grating diffraction problems is proposed. We formulated this method by extending the domain of applicability of grating theories to aperiodic structures, especially to the diffraction structures encountered in integrated optics. The method relies on an artificial periodicity of the aperiodic structures and on incorporating artificial absorbers to satisfy the ingoing wave condition. We tested the approach for several waveguide diffraction problems. These problems include two-dimensional classic problems such as those associated with Bragg mirrors or grating couplers and more sophisticated three-dimensional problems such as those associated with integrated diffraction gratings (photonic crystal waveguides) and waveguide air-bridge microcavities. Both available numerical data from finite-difference and finite-element techniques and experimental data for three-dimensional problems were used for validating the approach. Excellent agreement was achieved in all cases. Rigorous coupled-wave analysis was used here to support the analysis, but we believe that the approach is applicable to other grating theories.

The results are clearly encouraging. Improvements can be expected with use of better absorbers or of coordinate transforms to rescale the direction of the artificial periodicity. From the point of view of waveguide theory, the present Fourier method belongs to the general class of

modal spectral methods; it improves and generalizes previous studies^{6,27–29} that relied on the use of Fourier series in waveguide theories, and it provides solutions to problems that were not investigated previously. From the point of view of grating theory, it extends the domain of applicability of RCWA.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors thank Pierre Chavel and Henri Benisty (Laboratoire de Physique de la Matière Condensée, Ecole Polytechnique, Palaiseau), Olivier Jacquin (Laboratoire d'Electromagnétisme, Microondes et Optoélectronique, Grenoble), and Dominique Cros, Michel Aubourg, and Olivier Piquet (Institut de Recherche en Communications Optiques et Microondes, Limoges) for fruitful discussions and for providing numerical and experimental data. This research is partly supported under the programme Microsystèmes of the Centre National de la Recherche Scientifique, France.

REFERENCES AND NOTES

1. T. Itoh, ed., *Numerical Techniques for Microwave and Millimeter-Wave Passive Structures* (Wiley, New York, 1989).
2. L. Li, "Recent advances and present limitations of the electromagnetic theory of diffraction gratings," in *Diffraction Optics and Micro-Optics*, 2000 OSA Technical Digest Series (Optical Society of America, Washington, D.C., 2000), pp. 2–4.
3. M. G. Moharam, E. B. Grann, D. A. Pommet, and T. K. Gaylord, "Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings," *J. Opt. Soc. Am. A* **12**, 1068–1076 (1995).
4. F. Montiel and M. Nevière, "Differential theory of gratings: extension to deep gratings of arbitrary profile and permittivity through the R -matrix propagation algorithm," *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 3241–3250 (1994).
5. A. Taflov, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method* (Artech House, Boston, Mass., 1995), Chap. 7.
6. Ph. Lalanne and E. Silberstein, "Fourier-modal method applied to waveguide computational problems," *Opt. Lett.* **25**, 1092–1094 (2000).
7. Ph. Lalanne and G. M. Morris, "Highly improved convergence of the coupled-wave method for TM polarization," *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, 779–784 (1996).
8. L. Li, "New formulation of the Fourier modal method for crossed surface-relief gratings," *J. Opt. Soc. Am. A* **14**, 2758–2767 (1997).
9. See, for instance, L. Li, "Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modeling layered diffraction gratings," *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, 1024–1035 (1996).
10. G. Granet and B. Guizal, "Efficient implementation of the coupled-wave method for metallic lamellar gratings in TM polarization," *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, 1019–1023 (1996).
11. L. Li, "Use of Fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures," *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, 1870–1876 (1996).
12. E. Popov and M. Nevière, "Grating theory: new equations in Fourier space leading to fast converging results for TM polarization," *J. Opt. Soc. Am. A* **17**, 1773–1784 (2000).
13. Ph. Lalanne, "Effective properties and band structure of lamellar subwavelength crystals: plane-wave method revisited," *Phys. Rev. B* **58**, 9801–9807 (1998).
14. Ph. Lalanne and J. P. Hugonin, "Numerical performance of finite-difference modal methods for the electromagnetic analysis of one-dimensional lamellar gratings," *J. Opt. Soc. Am. A* **17**, 1033–1042 (2000).
15. J. P. Bérenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," *J. Comput. Phys.* **114**, 185–200 (1994).
16. See, for instance, E. A. Marengo, C. M. Rappaport, and E. L. Miller, "Optimum PML ABC conductivity profile in FDTD," *IEEE Trans. Magn.* **35**, 1506–1509 (1999).
17. S. F. Helfert and R. Pregla, "Efficient analysis of periodic structures," *J. Lightwave Technol.* **16**, 1694–1702 (1998).
18. R. Pregla and W. Pasher, "The method of lines," in *Numerical Techniques for Microwave and Millimeter Wave Passive Structure*, T. Itoh, ed. (Wiley, New York, 1989), pp. 381–446.
19. Ph. Lalanne and M. P. Jurek, "Computation of the near-field pattern with the coupled-wave method for TM polarization," *J. Mod. Opt.* **45**, 1357–1374 (1998).
20. D. Labilloy, H. Benisty, C. Weisbuch, T. F. Krauss, R. M. De La Rue, V. Bardinal, R. Houdré, U. Oesterle, D. Cassagne, and C. Jouanin, "Quantitative measurement of transmission, reflection and diffraction of two-dimensional photonic bandgap structures at near-infrared wavelengths," *Phys. Rev. Lett.* **79**, 4147–4150 (1997).
21. M. S. D. Smith and K. A. McGreer, "Diffraction gratings utilizing total internal reflection facets in Littrow configuration," *IEEE Photon. Technol. Lett.* **11**, 84–86 (1999).
22. J. B. D. Soole, A. Scherer, H. P. LeBlanc, N. C. Andreadakis, R. Bhat, and M. A. Kosa, "Monolithic InP/InGaAsP/InP grating spectrometer for the 1.48–1.56 μm wavelength range," *Appl. Phys. Lett.* **58**, 1949–1951 (1991).
23. Ph. Lalanne and H. Benisty, "Out-of-plane losses of two-dimensional photonic crystal waveguides: electromagnetic analysis," *J. Appl. Phys.* **89**, 1512–1514 (2001).
24. D. J. Ripin, K. Y. Lim, G. S. Petrich, P. R. Villeneuve, S. Fan, E. R. Thoen, J. D. Joannopoulos, E. P. Ippen, and L. A. Kolodziejski, "Photonic band gap airbridge microcavity resonances in GaAs/Al_xO_y waveguides," *J. Appl. Phys.* **87**, 1578–1580 (2000).
25. Ph. Lalanne and D. Lalanne, "On the effective medium theory of subwavelength periodic structures," *J. Mod. Opt.* **43**, 2063–2086 (1996).
26. M. Aubourg, S. Verdeyme, and P. Guillon, "Finite element software for microwave engineering," in *Microwave Passive Devices*, T. Itoh, G. Pelosi, and P. P. Silvester, eds. (Wiley, New York, 1996), Chap. 1.
27. C. H. Henry and B. H. Verbeek, "Solution of the scalar wave equation for arbitrarily shaped dielectric waveguides by two-dimensional Fourier analysis," *J. Lightwave Technol.* **7**, 308–313 (1989).
28. J. Rodriguez, R. D. Crespo, S. Fernandez, J. Pandavenes, J. Olivares, S. Carrasco, I. Ibanez, and J. M. Virgos, "Radiation losses on discontinuities in integrated optical waveguides," *Opt. Eng.* **38**, 1896–1906 (1999).
29. P. Vahihama and J. Turunen, *Diffraction Optics and Micro-Optics*, Vol. 10 of 1998 OSA Technical Digest Series (Optical Society of America, Washington, D. C., 1998), p. 69.

2.7 Discussion de l'article et mise en œuvre des PML

Nous avons montré dans l'article que la précision des résultats dépendait fortement de la qualité des couches absorbantes employées, les meilleurs résultats étant obtenus avec des couches absorbantes de type PML. L'article ne présente pas en détail leur mise en œuvre, ainsi il semble opportun d'y revenir plus en détail. Dans l'article originel de Béranger sur les PML [Béranger, 1994], ces dernières sont introduites de manière très artificielle en scindant le champ transverse en deux composantes. Cette approche peu physique n'est pas bien adaptée à une mise en œuvre modale. Nous avons choisi l'approche de [Sacks *et al.*, 1995] qui assimilent les PML à des milieux magnétiques anisotropes. Si l'on désigne par ϵ et par μ la permittivité et la perméabilité du milieu physique (voir figure 2.7), alors l'égalité d'impédance entre ces deux milieux s'écrit :

$$\frac{[\epsilon]_{PML}}{\epsilon} = \frac{[\mu]_{PML}}{\mu} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

L'égalité de phase des champs à l'interface conduit à :

$$k_{z_i} = k_{z_r} \quad (2.3)$$

et

$$\sqrt{ab} k_{z_t} = k_{z_i}, \quad (2.4)$$

où k_{z_i} dénote la composante parallèle du vecteur d'onde de l'onde incidente, propagative ou évanescente. Le calcul de la réflectivité pour chaque cas de polarisation donne [Sacks *et al.*, 1995] :

$$R_{TE} = \frac{k_{x_i} - \sqrt{\frac{b}{c}}k_{x_t}}{k_{x_i} + \sqrt{\frac{b}{c}}k_{x_t}} \quad (2.5)$$

et

$$R_{TM} = \frac{\sqrt{\frac{b}{c}}k_{x_t} - k_{x_i}}{k_{x_i} + \sqrt{\frac{b}{c}}k_{x_t}}. \quad (2.6)$$

Dans ces conditions, la réflectivité à l'interface peut être rendue nulle quelque soit l'angle d'incidence et la polarisation à condition de satisfaire à la double condition $\sqrt{ab} = 1$ et $b = c$. La relation (2.2) peut donc se réécrire sous la forme :

$$\frac{[\epsilon]_{PML}}{\epsilon} = \frac{[\mu]_{PML}}{\mu} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

où α est un paramètre libre. Un milieu satisfaisant ces relations a une réflectivité rigoureusement nulle, quelque soit la longueur d'onde et l'angle du rayon incident. Pour que ce milieu soit également absorbant, α doit être complexe. Notons que cette approche est avantageuse car elle ne nécessite qu'une modification mineure de la méthode RCWA. Cependant, il est clair que, par rapport à un code réseau, le code doit mettre en œuvre des milieux anisotropes même si le guide n'est constitué que de milieux isotropes.

Une autre manière très intéressante de considérer les PML consiste à les assimiler à une transformée de coordonnées complexe [Chew et Weedon, 1994; Chew *et al.*, 1997]. Ceci se comprend en considérant les relations (2.7). Pour être plus précis, considérons par exemple l'équation (1) de l'article de la section 2.6 pour une tranche (p) donnée. Il s'agit simplement d'une formulation de l'équation de propagation d'Helmholtz pour un milieu anisotrope dans le cas de polarisation TM :

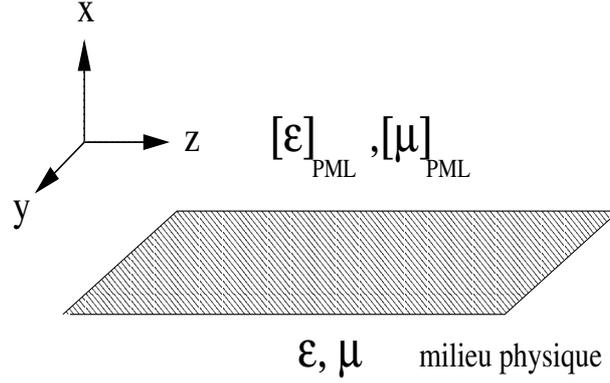


FIG. 2.7 – Géométrie des PML. Cette figure donne les axes pris en compte pour la construction des PML.

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} = -k_0^2 \epsilon_{xx}(x) \mu_{yy}(x) H_y - \epsilon_{xx}(x) \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\epsilon_{zz}(x)} \frac{\partial H_y}{\partial x} \right]. \quad (2.8)$$

Sans rien changer à la physique du problème, il est parfaitement légitime d'effectuer une transformée de coordonnées. Si nous désignons par X la nouvelle variable, celle-ci est reliée à x selon une fonction du type $x = f(X)$. Les dérivées sont donc reliées par la relation simple suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{f'(X)} \frac{\partial}{\partial X}. \quad (2.9)$$

En remplaçant (2.9) dans (2.8), on trouve l'équation de propagation en fonction de cette nouvelle coordonnée :

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} = -k_0^2 \left(\frac{\epsilon_{xx}(X)}{f'(X)} \right) \mu_{yy}(X) f'(X) H_y - \left(\frac{\epsilon_{xx}(X)}{f'(X)} \right) \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{\epsilon_{zz}(X) f'(X)} \frac{\partial H_y}{\partial X} \right). \quad (2.10)$$

D'après le jeu d'équations (2.7), pour $f'(x) = \alpha$, l'équation (2.10) représente l'équation d'Helmholtz dans la PML. Une PML peut donc s'interpréter comme une transformée de coordonnée complexe avec $X = x/\alpha$ (voir figure 2.8). L'intérêt de ce formalisme n'est pas purement mathématique, mais peut servir à améliorer encore les couches absorbantes. En effet, les PML éprouvent des difficultés à atténuer les ondes évanescentes, ce qui ne garantit pas en pratique l'obtention d'un champ nul en bord de la fenêtre de calcul.

En outre, dans certains cas particuliers, des instabilités numériques aboutissant à une amplification des ondes évanescentes peuvent parfois se manifester [Tischler et Heinrich, 2000]. Une transformée de coordonnées adéquate permet de résoudre ce problème. Il est possible en combinant des PML et des transformées de coordonnées d'obtenir une couche absorbante d'épaisseur infinie, ce qui assure alors que le champ au bord de la fenêtre de calcul est rigoureusement nul. La dernière version du code utilisée à l'institut d'optique utilise ce type d'approche.

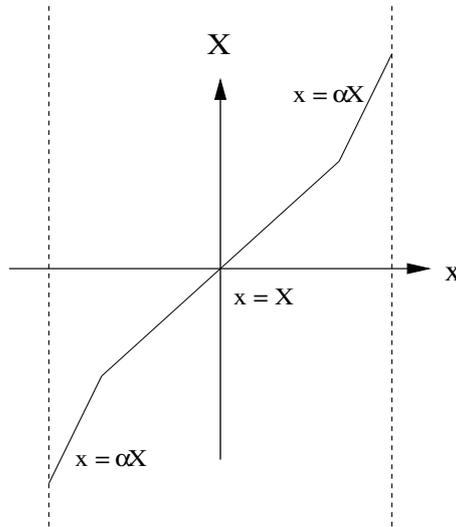


FIG. 2.8 – Représentation symbolique de la transformée de coordonnée dans le plan xX . Les PML peuvent être identifiées à une transformée de coordonnées complexe $X = x/\alpha$.

2.8 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une méthode de calcul des structures en optique guidée basée sur la méthode modale de Fourier, ce qui nous a permis d'étendre son champ d'application au calcul de structures guidantes arbitraires. Cette approche permet d'étendre de façon considérable le domaine des problèmes physiques qui sont modélisables avec la RCWA. La méthode a été validée en la comparant avec des résultats expérimentaux. Elle a été testée en montrant que le résultat numérique est pratiquement indépendant de la largeur de la période artificielle (voir la Table 1 de l'article de la section 2.6), et en montrant qu'elle vérifie le théorème de réciprocité. Elle a aussi été comparée à d'autres méthodes numériques, comme la méthode des lignes pour des problèmes 2D.

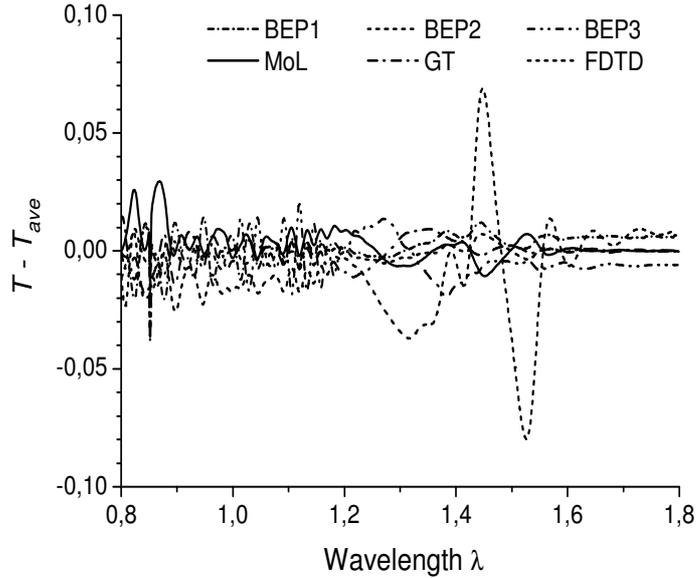


FIG. 2.9 – Comparaison de différentes méthodes de modélisation dans le cadre du projet européen COST 268 [COST268, 1998]. Ces courbes, issues de l'article [Ctyroky et al.,], donnent la différence entre la transmission calculée par chaque méthode et la moyenne obtenue par les méthodes MOL, BEP1, BEP2, BEP3 et GT (la notre) en fonction de la longueur d'onde. Les méthodes BEP1, BEP2 et BEP3 sont des méthodes modales. La méthode BEP1 est implémentée dans [Bienstman et Baets, 2001]. Les résultats donnés par BEP2 et BEP3 sont des implementations de la méthode exposée dans [Sztefka et Nolting, 1993]. T est la transmission calculée d'un réseau de Bragg et T_{ave} représente la valeur moyenne de T obtenue par les différentes méthodes.

Dans le cadre du COST 268 [COST268, 1998], notre approche a été comparée à 5 autres méthodes. Comme le montre la figure 2.9, l'accord est très bon : l'écart à la moyenne des transmissions calculées est inférieur au pourcent. Enfin, la formulation des PML donnée par [Sacks *et al.*, 1995] a permis une mise en œuvre efficace et relativement simple des couches absorbantes. Le prix à payer qui est de modéliser des milieux magnétiques et anisotropes -induisant ainsi des calculs supplémentaires- est largement compensé par la précision accrue des résultats obtenus.

En plus des problèmes traités dans l'article de la section 2.6 et de ceux similaires abordés dans la seconde partie de ce manuscrit, la méthode a été appliquée à deux problèmes de cristaux photoniques en optique guidée, le calcul des modes guidés d'un défaut linéaire dans un cristal photonique composé de trous en maille triangulaire [Lalanne, 2002] et la modélisation d'un convertisseur modal dans ce même type de structure [Lalanne et Talneau, 2002].

3. CALCUL DES MODES DE BLOCH EN OPTIQUE GUIDÉE

La recherche des modes propres d'empilements de couches minces ou d'interfaces présentant une modulation de permittivité périodique est un exercice précieux pour appréhender la physique des réseaux de diffraction. La détermination de ces modes nous permettra au chapitre 4 de concevoir une cavité laser incorporant un réseau coupleur et, dans les chapitres 5 et 6 de mettre au point des convertisseurs modaux. Pour quelqu'un équipé d'un code réseau, l'exercice qui consiste à rechercher ces modes est appelé *polologie* car, comme nous allons le voir, il revient à chercher les singularités de la matrice de diffraction. Avec un code réseau qui incorpore des PML, l'exercice peut se ramener à une diagonalisation.

3.1 Problème homogène : *polologie*

Cette approche tire son origine des recherches menées pour expliquer les anomalies de Wood [Wood, 1902] dans les réseaux de diffraction métalliques. Ces anomalies consistent en une variation extrêmement brutale de l'efficacité de diffraction sur un intervalle spectral très petit. Les travaux de [Fano, 1941] permirent de comprendre l'origine de ces anomalies en faisant intervenir l'excitation d'ondes de surface de type plasmons. Le développement de la théorie électromagnétique des réseaux [Petit, 1980] et les travaux de [Maystre et Nevière, 1977] et [Nevière *et al.*, 1977] relièrent par la suite les anomalies de Wood aux pôles et aux zéros de la matrice de diffraction. Cette technique de calcul dénommée *polologie* s'est par la suite avérée extrêmement fructueuse et a permis d'expliquer plus clairement d'autres phénomènes propres aux réseaux de diffraction tels que, notamment, l'absorption totale d'une onde plane par un réseau faiblement modulé en amplitude. A la même époque, cette approche a été appliquée avec succès à la détermination des modes

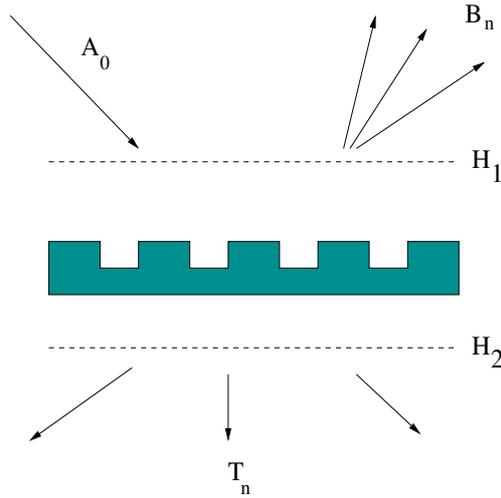


FIG. 3.1 – Quantités intervenant dans la définition de la matrice S en l'absence d'illumination depuis le bas.

de Bloch des guides segmentés ou des réseaux coupleurs.

La recherche des solutions des équations de Maxwell en l'absence de champ incident est connue dans la littérature sous le nom de *problème homogène* [Petit, 1980]. Le problème homogène que nous considérons par la suite est représenté sur la figure 3.1. Dans sa forme générale, il s'agit d'un réseau de diffraction éclairé sous une incidence donnée θ . Il est commode pour la suite de définir la quantité $\beta = k_0 \sin \theta$ qui est la composante parallèle aux interfaces du vecteur d'onde de l'onde incidente. Ainsi que nous l'avons vu dans le chapitre 1, le champ électromagnétique hors de la région périodiquement modulée peut se décomposer sous la forme d'un développement de Rayleigh, c'est à dire en une somme d'ondes planes [Petit, 1980]. En notant par A_n , T_n et B_n l'ensemble des amplitudes des ondes planes incidentes, transmises et réfléchies (voir la figure 3.1), la matrice S reliant les plans H_1 et H_2 s'écrit :

$$\begin{bmatrix} T_n \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

en l'absence de champ excitateur depuis le substrat.

Avec cette notation, les A_n , T_n et B_n sont des vecteurs colonnes dont les coefficients donnent la décomposition des différents champs considérés dans une base d'ondes planes.

Si on note N le nombre d'ordres retenus, la matrice de diffraction est une matrice de taille $2N \times 2N$. Les amplitudes B_n des ondes réfléchies s'écrivent :

$$[B_n] = [S_{21}][A_n], \quad (3.2)$$

ou encore

$$[M][B_n] = [A_n], \quad (3.3)$$

avec $M = S_{21}^{-1}$.

En l'absence de champ excitateur ($A_n=0$), l'équation 3.3 devient alors :

$$[M][B_n] = 0. \quad (3.4)$$

Cette équation n'admet de solution non-triviale que si le déterminant de la matrice M est nul :

$$\det(M) = 0. \quad (3.5)$$

Sachant que la relation entre la matrice S_{21} et son inverse M peut s'écrire

$$S_{21} = \frac{\text{conj}(M)}{\det(M)}, \quad (3.6)$$

il s'ensuit que chercher les zéros du déterminant de M conformément à l'équation (3.5) revient à chercher les pôles de S_{21} . Ces zéros et ces pôles sont complexes en général et le calcul des modes propres de la structure (modes de Bloch) consiste donc à trouver le zéro complexe β_p de la fonction $\det(M(\beta))$.

3.2 Diagonalisation de la matrice de transfert

nous présentons ici une autre approche [Lalanne et Silberstein, 2000] qui repose sur les travaux du chapitre précédent. Cette approche est basée sur le calcul des vecteurs propres et des valeurs propres de la matrice de transfert d'une période du réseau [Yeh *et al.*, 1977; Yariv et Yeh, 1984]. Les quantités intervenant dans la définition de la matrice de transfert sont représentées sur la figure 3.2.

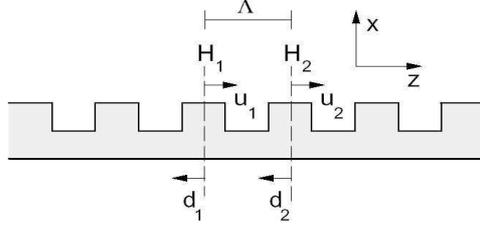


FIG. 3.2 – Définition de la matrice de transfert.

La matrice de transfert est calculée en ajoutant des couches absorbantes de chaque côté du réseau (voir le chapitre précédent). Le champ dans la structure étant pseudopériodique, les champs dans les plans x et $x + \Lambda$ sont reliés par les relations

$$u(x + \Lambda, z) = e^{j\beta\Lambda} u(x, z) \quad (3.7)$$

et

$$d(x + \Lambda, z) = e^{j\beta\Lambda} d(x, z). \quad (3.8)$$

Le calcul des modes de Bloch se ramène alors à celui des vecteurs propres de la matrice de transfert. En effet, si nous désignons par \mathbf{u} et \mathbf{d} les vecteurs colonnes dont les composantes sont les coefficients dans la base modale du champ électromagnétique (\mathbf{u} et \mathbf{d} sont relatifs aux modes se propageant vers la droite ou vers la gauche), et si nous désignons par H_1 et H_2 les plans délimitant une période du miroir (voir la figure 3.2), la matrice de transfert T reliant ces coefficients s'écrit par définition :

$$\begin{bmatrix} d_2 \\ u_2 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} d_1 \\ u_1 \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Si maintenant nous désignons par γ le coefficient de pseudo-périodicité ($\gamma = e^{j\beta\Lambda}$), les relations (3.7) et (3.8) impliquent que $\mathbf{d}_2 = \gamma\mathbf{d}_1$ et $\mathbf{u}_2 = \gamma\mathbf{u}_1$. L'équation (3.9) devient alors

$$T \begin{bmatrix} d_1 \\ u_1 \end{bmatrix} = \gamma \begin{bmatrix} d_1 \\ u_1 \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

nous donnant ainsi l'équation aux valeurs propres recherchée. γ et donc β sont donnés par les valeurs propres de la matrice de transfert, et les vecteurs propres donnent les coefficients dans la base modale des modes de Bloch recherchés. Cette façon d'opérer a été proposée dans l'article [Lalanne et Silberstein, 2000], où des résultats numériques pour un réseau diélectrique ont été comparés avec ceux de la littérature.

Cette méthode semble donc plus avantageuse que la précédente car elle permet de remplacer un calcul itératif (recherche d'un zéro complexe) par un calcul direct (recherche de valeurs propres). Toutefois, il faut remarquer que, comme tous les algorithmes numériques reposant sur la matrice de transfert, elle présente des instabilités numériques dues aux exponentielles utilisées dans le calcul de la matrice [Li, 1996a]. Ces instabilités se manifestent pour des périodes grandes ou lorsque un grand nombre d'ordres de Fourier est retenu pour le calcul, cas des réseaux métalliques notamment. Pour résoudre ce problème, les auteurs de [Cao *et al.*, 2001] ont développé une approche légèrement différente, que je décris brièvement par souci d'être complet. La matrice S qui relie les amplitudes des champs incidents et diffractés dans les plans H_1 et H_2 peut s'écrire

$$\begin{bmatrix} d_2 \\ u_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ u_2 \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Après substitution de d_2 par βd_1 et de u_2 par βu_1 , on obtient après quelques manipu-

lations algébriques simples :

$$\begin{bmatrix} S_{11} & 0 \\ S_{21} & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ u_1 \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} I & -S_{12} \\ 0 & -S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ u_1 \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Cette équation se résoud sans instabilités numériques [Cao *et al.*, 2001]. Cette approche permet ainsi de dépasser les limitations habituellement rattachées à l'usage de la matrice de transfert. Elle rend possible l'étude de réseaux de grandes périodes et elle permet également de calculer les modes de Bloch et/ou les plasmons de surface de réseaux métalliques sans aboutir à des instabilités numériques. Il faut toutefois noter que, contrairement à l'approche basée sur la recherche de pôles, les conditions aux limites ne sont plus automatiquement remplies. Pour les satisfaire, il est nécessaire de limiter la fenêtre de calcul par des couches absorbantes. Nous utilisons les PML présentées dans le chapitre précédent en pratique.

3.3 Exemple numérique

Pour finir ce chapitre et illustrer nos propos, nous comparons dans le tableau suivant les indices effectifs des modes de Bloch obtenus selon les différentes approches que nous avons présentées. Les résultats que nous donnons correspondent au problème décrit dans [Cao *et al.*, 2001] (voir figure 3.3) et sont donnés dans les deux tables du même article. Par souci d'être complet, nous y ajoutons également les résultats obtenus par la polologie.

Ces résultats numériques permettent de comparer les différentes méthodes présentées précédemment. Ainsi que nous pouvons le voir, l'approche de la matrice de transfert devient instable lorsque le nombre d'ordres retenus augmente, tandis que la polologie permet d'obtenir un résultat exact avec très peu d'ordres. De ce point de vue, l'approche utilisant la matrice S peut être vue comme une méthode intermédiaire.

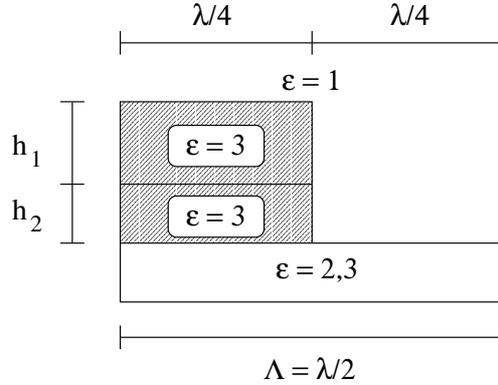


FIG. 3.3 – Définition de la période élémentaire de la structure étudiée dans [Cao et al., 2001]. Les dimensions de la structure sont définies en fonction de la longueur d'onde λ . Le paramètre h_1 vaut λ . Le paramètre h_2 vaut $\frac{\lambda}{\pi}$ en polarisation TE et $\frac{\lambda}{2}$ en polarisation TM.

TE			
N	matrice T	matrice S	polologie
21	$1,578 + 0,0021i$	$1,582 + 0,0020i$	$1,582 + 0,0023i$
41	$1,582 + 0,0024i$	$1,582 + 0,0023i$	$1,582 + 0,0023i$
61	$1,583 + 0,0024i$	$1,582 + 0,0023i$	$1,582 + 0,0023i$
301	-	$1,582 + 0,0023i$	$1,582 + 0,0023i$
TM			
N	matrice T	matrice S	polologie
21	$1,605 + 0,00062i$	$1,609 + 0,00078i$	$1,609 + 0,00071i$
41	$1,608 + 0,00072i$	$1,609 + 0,00071i$	$1,609 + 0,00071i$
61	$1,609 + 0,00073i$	$1,609 + 0,00072i$	$1,609 + 0,00071i$
301	-	$1,609 + 0,00072i$	$1,609 + 0,00071i$

TAB. 3.1 – Calcul de l'indice effectif du mode de Bloch suivant différentes méthodes numériques en fonction du nombre d'ordres retenu pour les deux cas de polarisation. La structure considérée est détaillée dans la figure (3.3). Les résultats donnés dans les deux premières colonnes sont données dans les tables 1 et 2 de [Cao et al., 2001]. Le signe «-» signifie que les instabilités numériques n'ont pas permis d'obtenir un résultat.

3.4 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre deux méthodes différentes reposant sur la RCWA pour le calcul des modes de Bloch en optique guidée. La première méthode classique est basée sur la recherche des zéros de la matrice de diffraction. Elle est simple à mettre en œuvre. Toutefois, la recherche des pôles dans le plan complexe étant basée sur un processus itératif, elle nécessite la connaissance préalable d'une valeur approchée du pôle. Dans certains cas de problèmes très résonnants, cette valeur approchée doit même être très proche de la valeur cherchée pour que le processus itératif converge. La seconde méthode plus originale est basée sur la diagonalisation d'une matrice de transfert. Contrairement à l'approche précédente où les conditions aux limites étaient assurées par la périodicité du système, cette méthode nécessite l'ajout de couches absorbantes. En revanche, cette seconde approche permet un calcul sans itération puisque les modes de Bloch correspondent aux vecteurs propres de la matrice de transfert d'une période. Si nécessaire, le problème des instabilités numériques propre aux algorithmes basés sur les matrices de transfert peut être contourné. C'est cette méthode rapide que nous utiliserons dans la seconde partie de ce travail pour concevoir divers composants de l'optique guidée. Notons pour finir que ces deux approches ne s'opposent pas forcément et peuvent être complémentaires. Une très grande précision alliée à un faible temps de calcul peuvent être obtenus dans nombre de cas difficiles en prenant comme valeur initiale de la méthode itérative la valeur obtenue en diagonalisant la matrice de transfert de l'approche proposée.

PARTIE II: APPLICATIONS

Cette partie est composée de trois chapitres. Le premier a trait à la conception d'un laser intégré qui n'a malheureusement jamais été fabriqué. Le second chapitre étudie la réalisation de convertisseurs modaux pour des miroirs de Bragg courts en optique intégrée. Le dernier chapitre a trait à la vérification expérimentale de la réduction des pertes par diffraction hors du plan grâce à la mise en œuvre des convertisseurs modaux.

4. CONCEPTION D'UN LASER INTÉGRÉ

Ce travail a fait l'objet d'un contrat entre le LAAS à Toulouse, le LMM à Bagnex et l'IOTA. Il s'agissait de concevoir et fabriquer une cavité amplificatrice délimitée par deux miroirs de Bragg. L'institut d'optique était en charge de la conception. Celle-ci a fait partie de mon travail. Dans le projet, le milieu amplificateur est pompé par un rayonnement à 790 nanomètres, lui même injecté dans la cavité par un réseau coupleur (voir la figure 4.1). Nous avons choisi de faire l'étude dans le cas de polarisation TE et, pour obtenir un laser de bonne qualité, nous avons choisi les dimensions du guide de telle sorte que le laser soit monomode transverse.

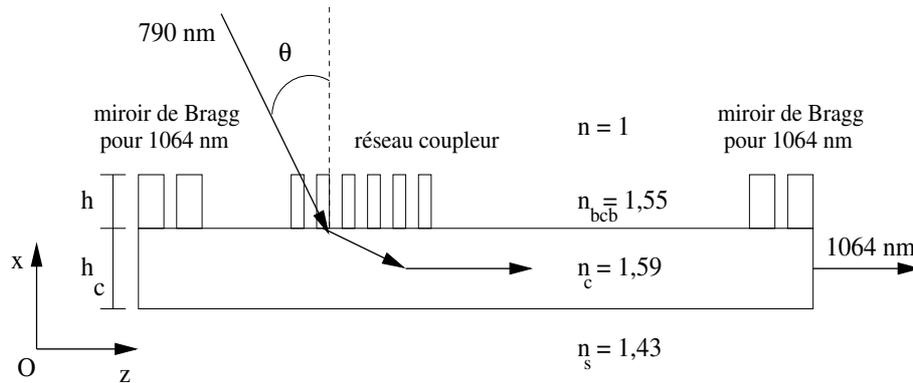


FIG. 4.1 – Schéma du laser. Les valeurs des indices correspondent à la longueur d'onde du laser. Le laser fonctionne en polarisation TE, ce qui signifie que le champ électrique est orienté dans la direction Oy .

4.1 Position du problème

Le guide dispose de deux paramètres libres, h et h_c , qui sont déterminés en optimisant numériquement les miroirs et le coupleur. Ces deux paramètres représentent les épaisseurs respectives du milieu à graver et du milieu actif. Le milieu à graver est une résine BCB. Le milieu actif est du LaF_3 dopé avec des ions Néodyme. La gravure est supposée binaire.

Nous pouvons déjà, sans calcul, tirer des conclusions sur les paramètres du guide. En effet, celui-ci doit répondre aux critères suivants :

- D'une part, l'épaisseur du milieu amplificateur doit être grande, afin de maximiser l'effet laser.
- D'autre part, la profondeur de gravure doit rester petite afin de minimiser les pertes à la longueur d'onde laser aux interfaces guide-coupleur. On évite ainsi la formation de cavités parasites à l'intérieur du laser.

Ces deux exigences nous poussent à choisir une épaisseur de cœur importante et une profondeur de gravure relativement faible.

4.1.1 Contraintes de fabrication

A ces contraintes de nature purement physique s'ajoutent des contraintes de fabrication :

- Le pas de la période ne peut, à cause de la technique employée (logiciels de pilotage du masqueur électronique), qu'être multiple de 5 nanomètres.
- L'erreur sur la hauteur h du BCB est de ± 10 nanomètres (dépôt à la tournette).
- L'erreur sur la largeur L des traits gravés pour le coupleur et les miroirs est de ± 40 nanomètres.

D'une manière générale, nous voyons que nous avons intérêt à choisir des gravures relativement larges afin de nous affranchir autant que possible des erreurs de fabrication.

4.1.2 Effet laser : longueur de cavité

Nous devons également satisfaire des contraintes sur la longueur de la cavité :

- On souhaite que tout le rayonnement à 790 nm soit absorbé avant d'arriver sur le miroir de Bragg de droite sur la figure 4.1. Dans le cas contraire, le miroir serait amplificateur, éventualité que nous avons souhaité éliminer lors de cette étude. C'est également la raison pour laquelle nous avons choisi de placer le coupleur dans la cavité.

- La cavité doit être le siège d’au moins un mode longitudinal pour que l’effet laser se produise.

Ces deux dernières contraintes peuvent être évaluées simplement. En premier lieu, le rayonnement à 790 nm étant absorbé sur une longueur caractéristique de 5 mm, la première contrainte impose que la longueur L_c de la cavité soit supérieure à cette longueur. La seconde contrainte impose que l’écart en fréquence $\Delta\nu = \frac{c}{2L_c n_{eff}}$ entre deux modes consécutifs soit inférieur à la largeur spectrale atomique $\Delta\nu_a$ du Néodyme et à la largeur du gap des miroirs. La largeur spectrale du Néodyme est donnée dans les tables. A température ambiante, elle vaut environ 120 GHz. En ce qui concerne le miroir de Bragg, nous verrons plus loin que la largeur $\Delta\lambda$ du gap à mi-hauteur est d’environ 5 nm, ce qui correspond à un $\Delta\nu_n$ d’environ 1500 GHz.

Ces conditions conduisent à une longueur minimale de cavité d’environ 1 mm, soit une longueur inférieure à la distance d’absorption. Nous voyons donc que, si la condition d’absorption du rayonnement à 790 nm est vérifiée, la condition d’oscillation l’est aussi.

4.1.3 Principe de l’étude

Nous avons donc trois éléments à concevoir :

- Les deux miroirs
- Le réseau coupleur
- Le guide

Les paramètres de ces éléments sont tous reliés entre eux. Pour pouvoir modéliser le laser, nous sommes partis du fait que l’élément le plus critique (de par son étroitesse spectrale) pour le fonctionnement de l’ensemble est le miroir de Bragg. Nous disposons généralement d’une plus grande liberté de manœuvre pour la conception du réseau coupleur. En effet, les erreurs commises lors de la réalisation du réseau coupleur peuvent être partiellement compensées en jouant sur l’angle de couplage au niveau de l’injection du faisceau pompe.

Partant de ces constatations, nous avons suivi la stratégie suivante :

- Nous avons ajusté les différents paramètres libres pour optimiser le miroir de Bragg de sorte qu'il soit aussi tolérant que possible à d'éventuelles erreurs de fabrication, tout en restant dans la limite d'un fonctionnement monomode transverse.
- Les paramètres du miroir ont fixé ceux du guide, et n'ont plus laissé que deux degrés de liberté pour l'élaboration du réseau coupleur, sa période et sa largeur de gravure.
- Nous avons choisi ces deux paramètres en maximisant l'efficacité de couplage tout en minimisant les pertes par diffraction du rayonnement à 1,064 microns.

Nous allons maintenant décrire ces trois étapes.

4.2 Conception du miroir de Bragg

4.2.1 Conception

La conception du miroir consiste à déterminer les quatre paramètres libres :

- La période Λ .
- La largeur de trait $L = f\Lambda$, où f est le facteur de remplissage.
- La hauteur h de la couche de BCB supposée totalement gravée.
- La hauteur du cœur h_c .

Le principal objectif de la fabrication est de fixer ces quatre paramètres de manière à concevoir un miroir aussi tolérant que possible aux erreurs de fabrication. Compte tenu du nombre de paramètres libres, nous avons choisi de fixer le facteur de remplissage à 0,5. Il est en effet raisonnable de penser que lorsque la largeur des traits est égale à la largeur des gravures, l'effet des erreurs de fabrication est minimisé.

La période du miroir doit satisfaire la condition d'accord de Bragg $\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda$ dans l'ordre 1. L'indice effectif n_{eff} ne peut être calculé avant de connaître les valeurs exactes de h et de h_c . Toutefois, il doit être compris entre 1,43 et 1,59. Pour une valeur intermédiaire de 1,51 cette relation conduit à une période d'environ 350 nm et, compte tenu des contraintes de fabrication imposant des longueurs multiples de 5 nm, nous conservons cette valeur. Les deux paramètres libres restants (h et h_c) sont ajustés de manière à

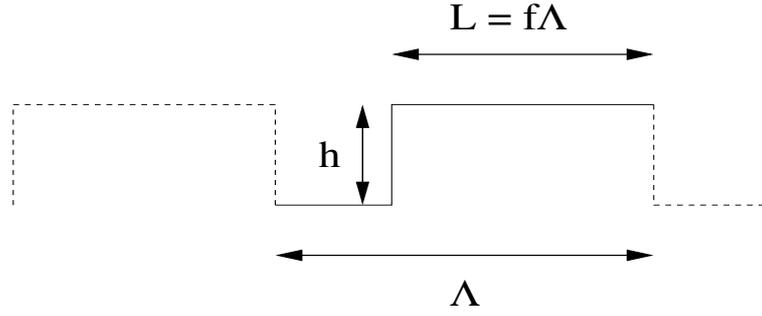


FIG. 4.2 – Paramètres d'une période du miroir

obtenir un indice effectif satisfaisant au mieux la condition de Bragg. Cet indice effectif est relié au mode fondamental de Bloch du miroir dont la dépendance en z se met en première approximation sous la forme $e^{jk_0 n_{eff} z}$. L'atténuation α est liée au pouvoir réflecteur du miroir. De façon générale, l'indice effectif est relié à l'accord de phase, tandis que l'atténuation permet d'estimer la réflectivité du miroir.

4.2.2 Conception approchée à l'aide du calcul du mode de Bloch

La méthode numérique pour calculer les modes de Bloch de structures périodiques en optique intégrée a été détaillée dans le chapitre 3. Rappelons brièvement qu'elle repose sur la résolution d'un problème aux vecteurs propres généralisé relatif à la matrice S d'une période de la structure. L'indice effectif n_{eff} des modes de Bloch comporte en général une partie imaginaire qui traduit l'atténuation de l'onde lorsqu'elle se propage dans la structure périodique. Pour un miroir d'ordre 1, cette atténuation n'est due qu'à la rétro réflexion de l'onde sur elle-même; aucune diffraction hors du plan du guide n'est possible car la loi des réseaux l'interdit (les modes correspondants sont évanescents). En notant α l'atténuation de cette onde définie par $\alpha = -k_0 \text{Im}(n_{eff})$, l'atténuation est directement reliée au coefficient de réflexion R par la relation :

$$R = 1 - e^{2\alpha L_M}, \quad (4.1)$$

où L_M représente la longueur du miroir. Le calcul de l'atténuation permet donc d'estimer la longueur d'un miroir pour une réflectivité donnée. Cette atténuation est une quantité physique très importante pour la conception du miroir de Bragg. De manière gé-

nérale, plus l'atténuation est grande, plus le gap est large spectralement et plus le miroir peut être court.

Après plusieurs essais, la configuration suivante a été retenue :

- Une hauteur de cœur $h_c = 700 \text{ nm}$
- Une hauteur de gravure $h = 160 \text{ nm}$
- Une largeur de trait de 175 nm

Elle correspond à $Re(n_{eff}) = 1,52$ et à une atténuation $\alpha = 0,0235 \mu\text{m}^{-1}$, qui conduit d'après la relation (4.1) à une longueur de miroir de 98 microns (soit 280 périodes) pour obtenir une réflexion de 99 %. La variation de l'atténuation en fonction de la longueur d'onde est représentée sur la figure suivante.

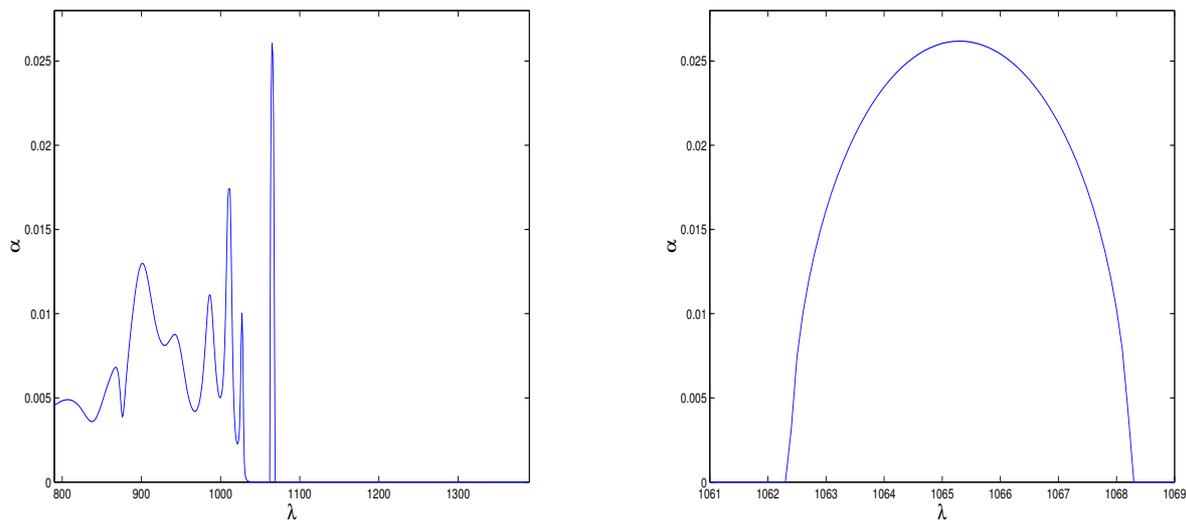


FIG. 4.3 – Variation du coefficient α en μm^{-1} en fonction de la longueur d'onde en nm . Les autres paramètres sont $f = 0,5$, $h = 175 \text{ nm}$ et $\Lambda = 350 \text{ nm}$. La figure de droite est un agrandissement autour du pic de Bragg. Les oscillations présentes aux petites longueurs d'ondes sur la figure de gauche sont dues au fait que, en raison de la loi de Bragg, il existe pour ces longueurs d'onde des modes de Floquet dont l'indice effectif est inférieur à celui du substrat. En conséquence, de tels modes ne sont plus confinés. le paramètre α traduit alors non pas la réflectivité du mode mais les pertes dans le substrat.

Deux remarques peuvent être faites :

- Le pic de Bragg est très étroit : environ 5 nm de largeur à mi-hauteur.
- Le pic de Bragg n'est pas centré exactement à 1064 nm. A ce stade de la conception, et étant donné le caractère approché de la méthode basée sur les modes de Bloch, nous n'avons pas jugé nécessaire d'aller plus loin.

4.2.3 Conception fine et tolérancement

Afin de valider finement la conception, nous avons choisis de modéliser le miroir en utilisant la méthode modale décrite précédemment. Cette approche permet de calculer rigoureusement la transmission et la réflectivité d'un miroir. Dans un second temps, pour minimiser l'impact d'éventuelles erreurs de fabrications, nous avons cherché à centrer davantage le pic de réflexion autour de la longueur d'onde nominale, $1,064 \mu m$, en réduisant le facteur de remplissage. D'autre part, des calculs préliminaires ayant montré que les pertes étaient relativement importantes, nous avons diminué la hauteur de BCB pour les réduire. Après optimisation avec notre méthode rigoureuse, le miroir de Bragg retenu a les caractéristiques suivantes :

- Une hauteur de cœur $h_c = 700 \text{ nm}$
- Une hauteur de gravure $h = 90 \text{ nm}$
- Une largeur de trait de 170 nm

et, rappelons le, une période de 350 nm . Les figures 4.4 et 4.5 représentent les performances obtenues pour ce jeu de paramètres.

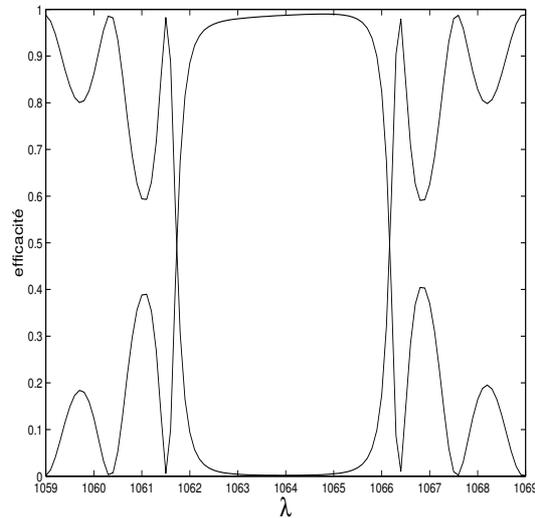


FIG. 4.4 – Réflexion et transmission modale du miroir en fonction de la longueur d'onde en nm. Le mode incident est polarisé TE. Le miroir est constitué de 650 périodes.

Le calcul électromagnétique montre que des réflectivités importantes de 90 % et 98 % sont respectivement obtenues pour des miroirs constitués de 320 et 520 périodes.

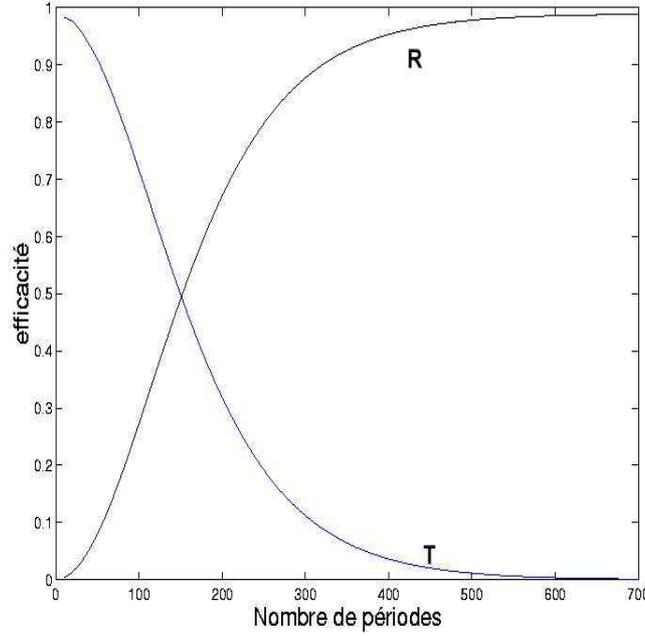


FIG. 4.5 – Réflectivité et transmission du miroir en fonction du nombre de périodes pour $\lambda = 1,064 \mu m$.

hauteur de BCB	h = 100 nm		h = 80 nm	
largeur du trait	L = 210 nm	L = 130 nm	L = 210 nm	L = 130 nm
Nombre de périodes	140	170	165	205
	300	370	350	455

TAB. 4.1 – Nombre de périodes que doit comporter le miroir pour réfléchir respectivement 50 % et 90 % du rayonnement incident lorsque les erreurs de fabrication sont maximales.

L'effet des erreurs de fabrication est détaillé dans le tableau 4.1. Si on souhaite que le miroir de Bragg de faible réflectivité réfléchisse 50 % du rayonnement incident, il faudra donc graver au minimum 205 périodes pour tenir compte des erreurs de fabrication. Ce nombre de périodes atteint 455 si l'on souhaite obtenir une réflectivité de 90 %. En ce qui concerne le miroir de forte réflectivité, des calculs similaires montrent qu'il est nécessaire de graver un minimum de 725 périodes pour obtenir une réflexion de 98 %. La réflectivité maximale est obtenue pour environ 900 gravures et, selon l'erreur commise lors de la fabrication, elle se situe entre 98,6 % et 99,2 %. Les paramètres du miroir de Bragg étant désormais fixés, le guide est entièrement déterminé. L'indice effectif du mode fondamental TE est 1,516.

4.3 Conception du réseau coupleur

4.3.1 Position du problème

Nous poursuivons ici un double objectif. D'une part, nous souhaitons réaliser un coupleur aussi efficace que possible et, d'autre part, nous tenons à ce que le coupleur soit quasiment transparent pour le rayonnement laser à $1,064 \mu m$. De notre point de vue, le second objectif est le plus important car il influe directement sur la qualité du mode laser et sur la stabilité du laser. L'efficacité de couplage apparaît comme un critère secondaire qui n'influe que sur le seuil du laser. En outre, elle est difficilement optimisable dans le cadre de notre étude (gravure binaire et faible modulation). En effet, l'efficacité η d'un réseau coupleur se met approximativement sous la forme d'un produit de trois termes [Pascal *et al.*, 1997]:

$$\eta = \eta_0 \eta_1 \eta_2. \tag{4.2}$$

η_0 est lié à la géométrie du problème. Ce terme dépend de la forme du faisceau et de la distance entre son point d'impact et le bord du réseau coupleur. Plus précisément, il s'agit de l'intégrale de recouvrement entre le mode incident et le mode diffracté par le coupleur (exponentielle décroissante). En théorie, cette intégrale est égale à l'unité pour un faisceau incident ayant la même amplitude et une phase opposée au mode diffracté. Dans la pratique, le faisceau utilisé est différent et cette intégrale est toujours inférieure à 1. Dans le cas d'un faisceau gaussien incident sur un coupleur long, elle ne peut dépasser 0,801 [Ulrich, 1973].

η_1 est intrinsèque au coupleur. C'est l'efficacité de diffraction du mode de Bloch dans l'ordre utile. Plusieurs méthodes ont été proposées pour la maximiser:

- Faire en sorte qu'il n'y ait qu'un seul mode diffracté. Malheureusement, ce mode est nécessairement diffracté dans le substrat [Ulrich, 1973].
- Augmenter la profondeur de gravure [Peng *et al.*, 1974].
- Utiliser des réseaux ne présentant pas de plan de symétrie, tels que des réseaux échelonnés [Peng et Tamir, 1974; Aoyagi *et al.*, 1976] ou des réseaux lamellaires

inclinés [Li et Sheard, 1994].

Dans le cas qui nous intéresse d'un réseau binaire gravé peu profondément, l'efficacité de couplage est limitée à 50% [Ulrich, 1973].

η_2 est lié aux pertes par diffraction qui surviennent quand le mode de Bloch passe du réseau coupleur au guide non perturbé. Ces pertes ne sont pas évaluées dans la littérature et font l'objet du chapitre suivant. Disons simplement à ce niveau qu'elles augmentent avec la profondeur de gravure.

Le premier terme, η_0 , est indépendant du reste du problème, et peut donc être optimisé séparément. Le second terme, est calculé numériquement. Nous le calculons en utilisant la méthode de Nevière [Petit, 1980].

4.3.2 Conception

Pour la conception du coupleur, nous avons utilisé les résultats des calculs effectués pour le miroir de Bragg. La figure 4.3 montre que l'atténuation de l'onde laser est très faible juste en dehors du gap. Ce gap étant très étroit, il est intuitif de considérer pour la conception des périodes voisines de celle du miroir. La conception a été effectuée avec la méthode rigoureuse en minimisant la réflectivité modale du réseau coupleur à la longueur d'onde laser, tout en gardant raisonnable l'efficacité de couplage à la longueur d'onde de pompe $\lambda = 790$ nm. Pour une hauteur de cœur $h_c = 700$ nm et une hauteur de gravure $h = 90$ nm fixées, la configuration que nous avons retenue a une largeur de trait de 190 nm et une période Λ de 360 nm. Cette configuration correspond à un angle de couplage $\theta = -40,70^\circ$ et à une efficacité de couplage η_1 de 37 %. (Rappelons que le maximum théorique pour des réseaux binaires peu profonds n'excède pas 50 %). La transmission et la réflectivité du réseau coupleur pour la longueur d'onde laser de $1,064 \mu m$ valent respectivement $T = 97,8$ % et $R \approx 0,2$ % pour une longueur de 2044 périodes, comme le montrent les figures 4.6 et 4.7. Le tableau 4.2 montre l'impact des erreurs de fabrication sur l'efficacité de couplage, la transmission et la réflectivité du réseau coupleur. Cet impact est faible.

h = 100 nm		h = 80 nm	
L = 230 nm	L = 150 nm	L = 230 nm	L = 150 nm
$\eta_1 = 0,34$	$\eta_1 = 0,35$	$\eta_1 = 0,30$	$\eta_1 = 0,33$
$T = 0,9726$	$T = 0,9767$	$T = 0,9843$	$T = 0,9832$
$R = 2,38.10^{-4}$	$R = 3,96.10^{-4}$	$R = 0,0017$	$R = 2,21.10^{-4}$

TAB. 4.2 – Performances du réseau coupleur lorsque l'erreur de fabrication est maximale. η_1 représente l'efficacité de couplage, T et R représentent la transmission et la réflectivité du réseau coupleur pour la longueur d'onde de $1,064 \mu\text{m}$.

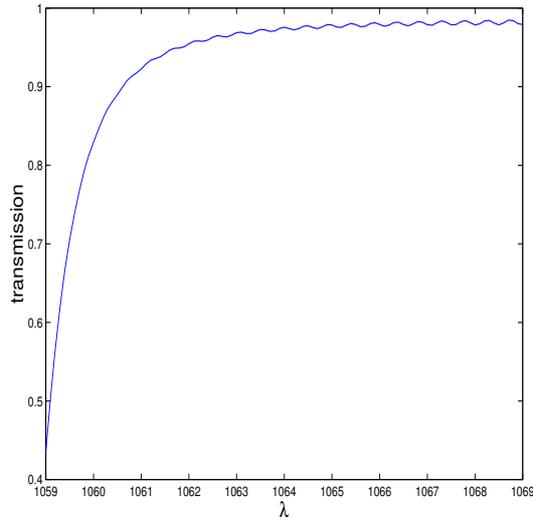


FIG. 4.6 – Spectre de transmission du réseau coupleur autour de 1064 nm pour 2044 périodes. Aux faibles longueurs d'onde, la transmission chute car le réseau coupleur se comporte alors comme un miroir. Les faibles oscillations de période $\Delta\lambda$ sont dues à un comportement type Fabry-Pérot du réseau coupleur ($\Delta\lambda \approx \frac{\lambda^2}{2e}$, où e est l'épaisseur optique du réseau coupleur).

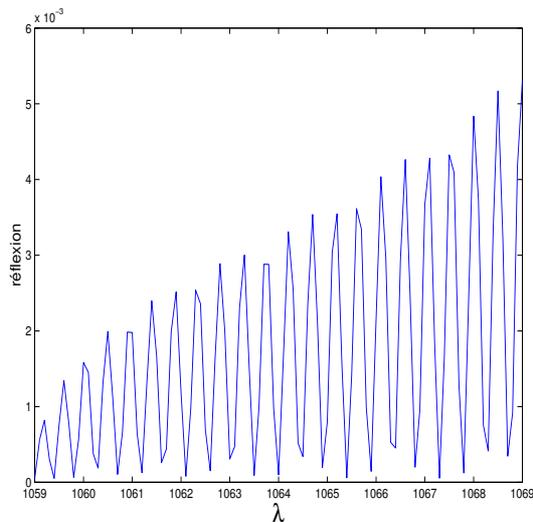


FIG. 4.7 – Spectre de réflectivité du réseau coupleur autour de 1064 nm pour 2044 périodes. Même remarque pour les oscillations.

4.3.3 Géométrie de couplage

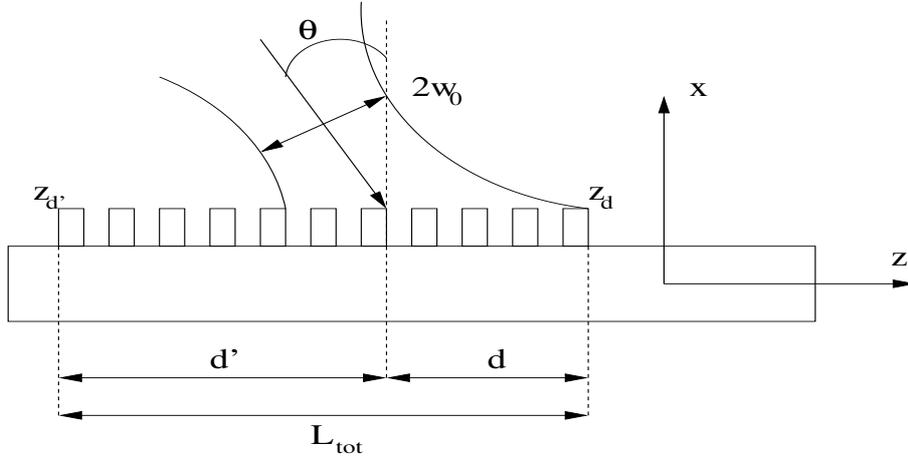


FIG. 4.8 – Paramètres à prendre en compte pour optimiser η_0 .

La figure 4.8 représente la géométrie du couplage d'une onde gaussienne par le réseau coupleur. Le paramètre w_0 est le waist du faisceau incident, et w_1 le waist mesuré suivant l'axe z . Ils sont reliés par la relation suivante :

$$w_0 = w_1 \cos(\theta). \quad (4.3)$$

Il s'agit maintenant de déterminer les paramètres qui permettent à η_0 d'atteindre sa valeur maximale théorique de 0,801. L'atténuation α du coupleur étant de $0,002176 \mu m^{-1}$, la longueur de couplage $L_c = \frac{1}{\alpha}$ est d'environ $368 \mu m$, soit 1022 périodes. Dans l'approximation d'un coupleur long $L_{TOT} \gg L_c$, la valeur maximale 0,801 est atteinte pour une distance $d = \frac{L_c}{2}$ de $184 \mu m$ et pour une largeur de waist w_0 de $191 \mu m$ ($w_1 = 0,684L_c$) [Petit, 1980]. En pratique, l'approximation du coupleur long est remplie lorsque le champ incident en $z = z_{d'}$ est environ le dixième de celui en $Z = z_d - d$. La longueur d' (voir la figure 4.8) correspondante est de $552 \mu m$ et, en conséquence, la longueur totale du réseau coupleur vaut $736 \mu m$, soit environ 2044 périodes.

Il est intéressant de quantifier l'effet d'une erreur de positionnement du laser sur l'efficacité de couplage. Ce point a fait l'objet d'une étude détaillée dans l'article [Pascal *et al.*, 1997]. Considérant que le faisceau incident est par exemple décalé vers la gauche et nous référant à la figure 11 de cet article, nous obtenons les ordres de grandeur suivants :

Une erreur de positionnement de $50 \mu m$ fait chuter η_0 à environ 95 % de son maximum, une erreur de $300 \mu m$ conduit à une valeur d'environ 50 %, tandis qu'une erreur de $500 \mu m$ conduit à une efficacité de seulement 10 %. Ceci montre qu'une erreur de positionnement latérale même grossière n'a qu'un faible effet sur le coefficient de couplage η_0 . Par contre, l'erreur de focalisation verticale est beaucoup plus critique.

4.4 Conclusion

Compte tenu des résultats obtenus, nous proposons la géométrie suivante pour un laser monomode transverse émettant à $1,064 \mu m$ et pompé à 790 nm .

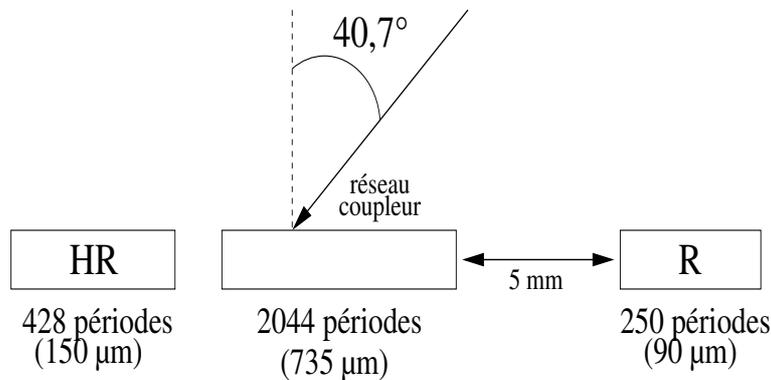


FIG. 4.9 – Géométrie suggérée pour la fabrication du laser

Ce laser comprend :

- Un miroir de haute réflectivité ($HR \approx 96 \%$) d'une longueur de $150 \mu m$.
- Un miroir de basse réflectivité ($R \approx 80 \%$) d'une longueur de $90 \mu m$.
- Un réseau coupleur d'une longueur de $735 \mu m$.

La longueur totale du laser est alors d'environ 6 mm. Rappelons que dans ce système, le réseau coupleur a une efficacité de couplage η_1 de 35 % et qu'il est presque transparent à la longueur d'onde laser, sa réflectivité modale étant de l'ordre de 2 ‰. La conception a pris en compte les erreurs de fabrication de $\pm 10 \text{ nm}$ sur l'épaisseur de la couche supérieure du guide et $\pm 40 \text{ nm}$ sur la largeur des gravures. Ces erreurs ne conduisent pas à une dégradation sensible des performances du laser. Nous estimons que cette conception précise qui prédit des performances intéressantes et peu sensibles aux erreurs de fabrication

aurait pu permettre la fabrication d'un laser de bonne qualité, assurant ainsi le succès du projet. Malheureusement, le laser n'a jamais été fabriqué, et les itérations enrichissantes entre la modélisation et la caractérisation n'ont donc pas eu lieu.

5. CONVERSION MODALE EN OPTIQUE INTÉGRÉE

La réflexion de la lumière en optique intégrée s'opère essentiellement par le biais de miroirs de Bragg, des empilements périodiques structurés à l'échelle de la longueur d'onde. En général, les structures considérées sont peu modulées et possèdent un faible contraste d'indice, de sorte qu'il faut un grand nombre de périodes pour obtenir une réflexion notable [Coldren et Corzine, 1995]. A l'inverse, les gravures profondes effectuées dans un matériau de fort indice permettent d'obtenir de fortes réflexions sur une longueur caractéristique de l'ordre du micron [Krauss *et al.*, 1998]. Cette approche nouvelle s'est avérée fructueuse et a permis l'élaboration de nouveaux composants, tels que notamment des miroirs de Bragg compacts [Krauss et De La Rue, 1995; Baba *et al.*, 1996; Krauss *et al.*, 1998], des microcavités [Foresi *et al.*, 1997] ou encore des lasers intégrés courts [O'Brien *et al.*, 1996; Yuan *et al.*, 1997]. En revanche, elle a également soulevé des difficultés nouvelles. Outre une difficulté de fabrication accrue, ces nouvelles structures qui interagissent fortement avec le champ électromagnétique sur de courtes distances ne peuvent être modélisées que par un calcul électromagnétique rigoureux.

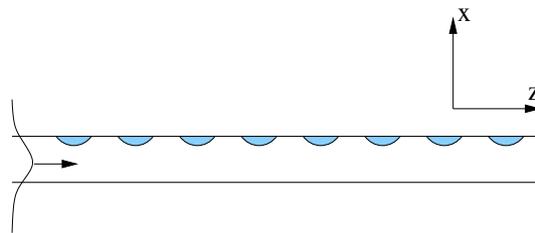


FIG. 5.1 – *Miroir de Bragg réparti.* Un tel miroir est constitué d'un milieu périodique faiblement modulé fabriqué en irradiant un matériau photosensible [Hill *et al.*, 1978]. Le faible contraste d'indice nécessite un grand nombre de périodes pour aboutir à une réflectivité notable. Les régions claires et sombres sont dotées d'indices différents.

Les cavités formées par ces nouveaux miroirs sont potentiellement très performantes car elles offrent la possibilité de combiner un grand intervalle spectral libre à un volume

modal très petit. Cependant, si la forte modulation de ces composants leur permet d'être efficaces, elle conduit également à une augmentation très importante des pertes. En effet, dans le cas faiblement modulé (voir figure 5.1), le miroir peut être considéré comme une perturbation du guide, de sorte que les pertes d'insertion à la jonction du guide et du miroir sont très faibles. On s'attend donc, pour une longueur de miroir suffisamment importante à une réflectivité de 100 %. En revanche dans le cas de gravures profondes (voir figure 5.2), la forte modulation invalide l'approche perturbative et induit nécessairement des pertes d'insertion additionnelles qui empêchent le miroir d'atteindre une efficacité de 100 %. Pour cette raison, l'obtention de cavités très courtes et l'obtention de cavités sans pertes semblent être des objectifs contradictoires.

L'objectif de ce travail est précisément de parvenir à résoudre ce problème en réduisant les pertes d'insertion pour des miroirs de Bragg *courts*. Pour ce faire, nous proposons de modifier la géométrie des miroirs en y ajoutant des gravures adaptatrices, dénommées convertisseurs modaux, dont la taille varie progressivement. Nous souhaitons ainsi déformer progressivement le mode guidé pour réaliser une conversion modale adiabatique. Le principe est représenté sur la figure 5.3.

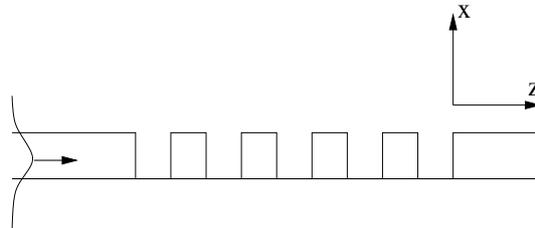


FIG. 5.2 – Miroir de Bragg classique gravé dans un guide d'onde. La longueur d'onde centrale du miroir est fixée par la période, et le pouvoir réflecteur d'une période dépend du contraste d'indice et du facteur de remplissage.

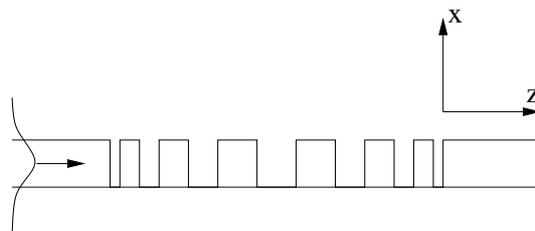


FIG. 5.3 – Miroir de Bragg adapté. En modifiant progressivement le profil du mode propagatif, les pertes d'insertion sont réduites.

L'idée de changer progressivement la géométrie des gravures en optique intégrée pour réaliser des convertisseurs modaux a déjà été proposée dans la littérature sous le nom de *guides segmentés* [Weissman et Hardy, 1992; Dorgeuille *et al.*, 1995; Chou *et al.*, 1996]. Toutefois, à la différence des travaux antérieurs, nous envisageons ici un changement d'échelle radical. Alors que les guides segmentés usuels ont des périodes environ 10 fois plus grandes que la longueur d'onde λ et des contrastes d'indice de l'ordre de 0,01, nous étudions ici des structures dont la période est d'environ $\lambda/3$ et le contraste d'indice de 3. On conçoit aisément que ce changement radical qui permet potentiellement d'obtenir des structures très compactes pose également des difficultés nouvelles sur le plan de la conception. Ce chapitre présente l'approche que nous avons développée pour concevoir les adaptateurs et les résultats numériques obtenus.

Dans cette étude, nous nous sommes intéressés à des miroirs gravés dans un guide SOI (silicium-sur-isolant), opérant autour de $\lambda = 1,55 \mu m$. A cette longueur d'onde, les indices du cœur et du substrat valent respectivement 3,48 et 1,44. Pour l'étude, nous avons considéré le cas de la polarisation TE. Le guide, commercialisé par la société grenobloise SOITEC, a une épaisseur de silicium de 340 nm. Pour la modélisation, la couche d'isolant est supposée semi-infinie. Nous avons choisi d'étudier des convertisseurs modaux pour un miroir de Bragg de période $\Lambda = 290$ nm, de largeur de gravure 90 nm et de profondeur de gravure 340 nm égale à la hauteur du guide. Enfin, nos modélisations décrivant le comportement de ces composants sur une large plage spectrale, nous avons également pris en compte la dispersion du silicium. La relation que nous avons utilisée est une relation de Sellmeier modifiée qui s'écrit [Edwards et Ochoa, 1980; Hawkins, 1998] :

$$n^2 = \epsilon + \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B\lambda_1^2}{(\lambda^2 - \lambda_1^2)} \quad (5.1)$$

avec $\lambda_1 = 1,1071 \mu m$, $\epsilon = 11,6858$, $A = 0,939816$ et $B = 8,10461 \cdot 10^{-3}$.

5.1 Origine et importance relative des différentes pertes

L'approche que nous choisissons n'a de sens que si les pertes dans un miroir de Bragg sont majoritairement dues aux pertes d'insertion. Il nous apparaît donc nécessaire d'examiner les différents processus à l'origine des pertes. Ceux-ci peuvent être regroupés en trois catégories, voir les figures 5.4, 5.5 et 5.6. Il s'agit :

- Des pertes d'absorption à la longueur d'onde considérée qui sont causées par l'absorption intrinsèque du matériau. Ces pertes sont négligeables pour les matériaux que nous considérons.
- Des pertes d'insertion qui se produisent lorsque le mode propagatif, initialement présent dans le guide d'onde non perturbé, se retrouve dans une structure différente. Ces pertes sont reliées à l'intégrale de recouvrement entre le mode du guide et le mode de Bloch du miroir [Palamaru et Lalanne, 2001].
- Des pertes dues aux ordres diffractés par le réseau. La réflexion de Bragg peut s'interpréter en terme de loi des réseaux, où une onde incidente de vecteur d'onde \vec{k} donne naissance à une onde réfléchie de vecteur d'onde $-\vec{k}$. Si l'on considère la figure 5.6 et compte tenu de la relation (1.1), on se rend compte que lorsque la période du miroir de Bragg est grande, il faut additionner plusieurs vecteurs \vec{K} pour aboutir à une réflexion de Bragg. Or, chacun des cas intermédiaire entre \vec{k} et $-\vec{k}$ ($\vec{k} - \vec{K}, \vec{k} - 2\vec{K}$, etc) correspond à un ordre donné, et certains peuvent être propagatifs¹.

Les pertes causées par les ordres diffractés peuvent être elles aussi éliminées. En effet, le même raisonnement que précédemment nous montre que, dans le cas d'un miroir de Bragg d'ordre 1, il n'existe aucun ordre intermédiaire entre \vec{k} et $-\vec{k}$, de sorte celles-ci sont strictement nulles. C'est la configuration que nous choisirons pour la suite.

Nous venons donc de montrer que, des trois types de pertes existantes, seules les pertes d'insertion subsistent. Afin de pouvoir les réduire, nous avons donc cherché à les

1. Par exemple, il est évident que tout les miroirs de Bragg d'ordre pair comportent au moins un ordre propagatif correspondant à $k = K$, pour lequel $k'_z = 0$

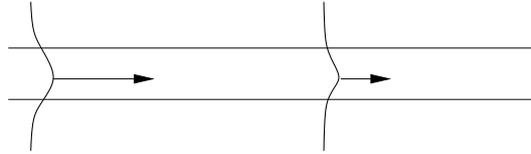


FIG. 5.4 – Représentation des pertes d'absorption. L'absorption intrinsèque du matériau peut faire décroître l'amplitude du champ électromagnétique même lorsqu'il est parfaitement homogène.

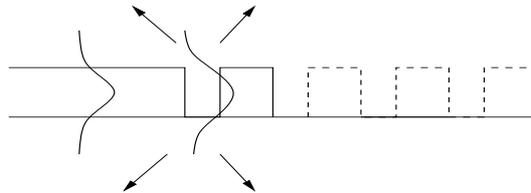


FIG. 5.5 – Représentation des pertes d'insertion. Les pertes d'insertion sont dues à la différence du profil des différents modes propagatifs et, en conséquence, se produisent à l'interface entre le guide et le miroir.

modéliser de façon précise. la figure 5.7 donne la réflectivité et les pertes de miroirs de Bragg classiques comportant 4, 5 et 6 gravures.

5.2 Modèle des pertes d'insertion

L'origine des pertes dans les miroirs de Bragg courts n'a pas été comprise dans les premiers travaux. Les pertes observées expérimentalement étaient attribuées à la diffusion de la lumière dans les portions gravées non guidantes. Il était donc souhaitable, pour les réduire, de diminuer la largeur des gravures [Krauss et De La Rue, 1996]. Une certaine confusion entre pertes d'insertion et de diffraction régnait. Avec les travaux de [Palamaru et Lalanne, 2001], cette confusion a été pleinement levée et un modèle simple et précis des pertes d'insertion a été proposé. Nous le rappelons ici brièvement. Le problème est représenté sur les figures 5.8, 5.9 et 5.10 dans le cas du couplage entre un guide d'onde et un miroir de Bragg semi-infini.

La modélisation précise des pertes d'insertion pour ce problème repose sur la seule hypothèse qu'il n'existe qu'un seul mode de Bloch responsable de la réflexion. Alors, pour que le mode incident puisse donner lieu à un mode réfléchi, il doit auparavant se coupler dans le miroir avec une efficacité η (figure 5.8), se réfléchir dans le Bragg (processus s'effectuant sans pertes de diffraction par hypothèse : voir figure 5.9), pour

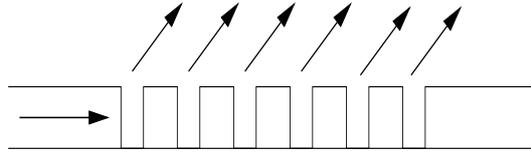


FIG. 5.6 – Représentation des pertes dues aux ordres diffractés. Ces pertes s’interprètent en terme de diffraction par un réseau et peuvent être rendues nulles pour une période suffisamment petite. Elles sont nulles pour un miroir d’ordre 1.

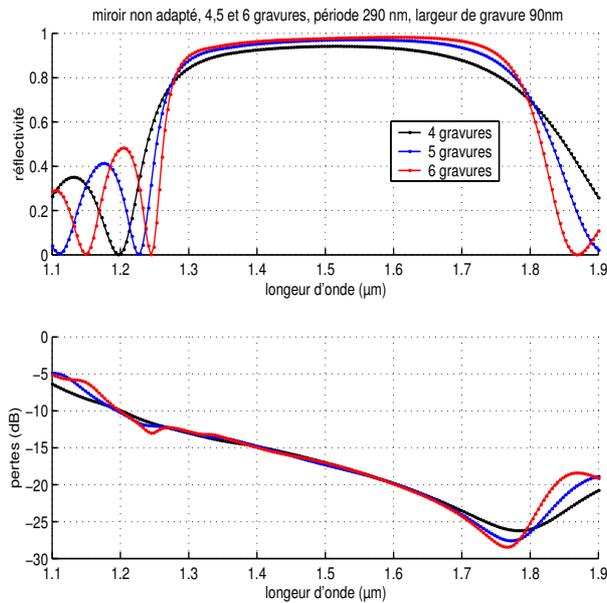


FIG. 5.7 – Réflectivité et pertes de miroirs de Bragg classiques comportant 4, 5 et 6 périodes. L’indice du substrat est de 1,44, celui du cœur vaut 3,48 à 1,55 μm . La période du miroir est de 290 nm, la largeur de gravure est de 90 nm, et le guide d’onde, de hauteur 340 nm, est entièrement gravé.

finalement se coupler dans le mode réfléchi avec la même efficacité (figure 5.10). Le fait que l’efficacité soit la même dans les deux cas est dû, d’une part au théorème de réciprocité qui implique que les transmissions dans les deux directions sont identiques et, d’autre part, au fait que la structure étudiée est symétrique, ce qui implique que les modes de Bloch se propageant dans les deux directions de propagation ont le même profil. Dans le cas particulier où le miroir comporte un grand nombre de périodes, la transmission est nulle et la réflectivité vaut simplement $R = \eta^2$. Les pertes d’insertion valent en conséquence $L = 1 - R - T = 1 - \eta^2$.

On montre [Palamaru et Lalanne, 2001] que les quantités pertinentes pour le calcul de η sont d’une part, le mode du guide non gravé et le « demi-mode » de Bloch du réseau de Bragg. Ce demi-mode est défini de la manière suivante. Si l’on note $E^{(p)}$ l’ensemble des

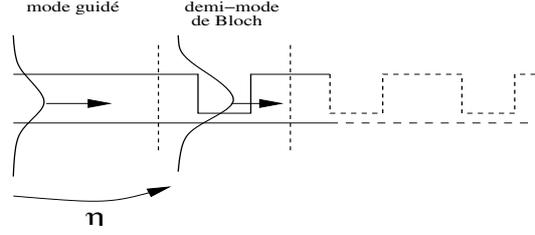


FIG. 5.8 – Première étape du modèle reliant les pertes d'insertion à l'intégrale de recouvrement. Le mode guidé se couple dans le demi-mode de Bloch du miroir avec une efficacité η donnée par l'intégrale de recouvrement de ces modes.

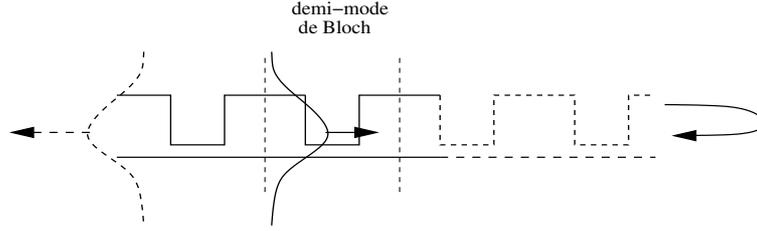


FIG. 5.9 – Seconde étape du modèle. Le mode du miroir se propage sur une certaine distance et finit par être entièrement réfléchi. Ce processus s'effectue sans pertes.

modes propres du guide et $\lambda^{(p)}$ les valeurs propres correspondantes, le mode fondamental de Bloch E_B peut se décomposer sur cette base et s'écrit sous la forme :

$$E_B = \sum_p [a_p^+ e^{\lambda_p z} + a_p^- e^{-\lambda_p z}] E^{(p)}(x, y), \quad (5.2)$$

Le demi-mode de Bloch qui intervient dans l'intégrale de recouvrement est la restriction du mode de Bloch aux seuls modes se propageant dans la direction des z croissants, soit :

$$E_{1/2} = \sum_p a_p^+ e^{\lambda_p z} E^{(p)}(x, y). \quad (5.3)$$

η se calcule alors simplement comme l'intégrale de recouvrement entre $E_{1/2}$ et le mode guidé fondamental du guide, E_1 . Elle s'écrit [Marcuse, 1991] :

$$\eta = \frac{\text{Re} \left\{ \left[\int \int dx dy (E_1 \times H_{1/2}^*) e_z \int \int dx dy (E_{1/2} \times H_1^*) e_z \right] / \left[\int \int dx dy (E_{1/2} \times H_{1/2}^*) e_z \right] \right\}}{\text{Re} \left\{ \int \int dx dy (E_1 \times H_1^*) e_z \right\}}. \quad (5.4)$$

Le modèle a été validé par de nombreux calculs numériques [Palamaru et Lalanne,

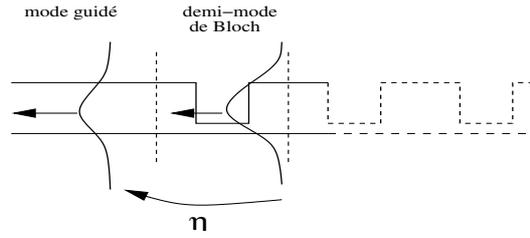


FIG. 5.10 – Dernière étape du modèle. Le mode réfléchi se couple dans le guide. En raison du théorème de réciprocité et grâce à la symétrie du problème les profil des demi-modes transmis et réfléchis sont identiques. L'efficacité de couplage est donc la même que précédemment.

2001]. Un exemple de validation sur le guide SOI que nous utiliserons est donné par la figure 5.11.

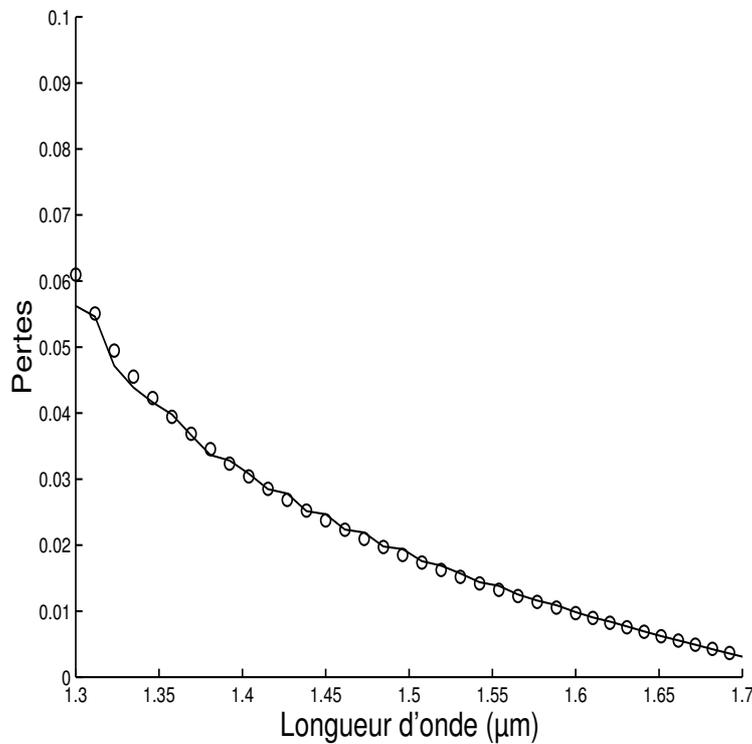


FIG. 5.11 – Validation du modèle des pertes dans le cas de la polarisation TE pour un miroir de Bragg d'ordre 1, de période 290 nm et de largeur de gravure 90 nm. L'indice du substrat est de 1,44, celui du cœur de 3,53 et la hauteur du guide est de 340 nm. Le calcul exact est donné par la courbe, et le modèle ($L = 1 - \eta^2$) correspond aux cercles. La plage spectrale correspond au gap.

Notons que ce modèle, basé sur le profil des modes, prédit également que les pertes doivent demeurer inchangées lorsque le nombre de périodes du miroir augmente pourvu qu'il soit suffisamment long. C'est ce que nous observons sur la figure 5.7. Comme nous pouvons le voir, les pertes décroissent régulièrement pour connaître un minimum en bord

de gap aux basses fréquences. Ce comportement qui s'explique très bien par l'intégrale de recouvrement des modes du guide et du miroir admet également une interprétation simple en termes d'indices effectifs. En effet, la relation de Bragg ($n_{eff} = \frac{\lambda}{2\Lambda}$) qui donne l'évolution de l'indice effectif dans le gap, prédit que l'indice effectif croît avec la longueur d'onde. En bord de gap aux basses fréquences, l'indice effectif est important et le champ électrique du mode de Bloch est donc confiné dans les parties non gravées. Ce mode de Bloch est donc très semblable à celui du guide et les pertes sont faibles. Quand la longueur d'onde décroît, le champ électromagnétique se déplace progressivement dans les fentes d'air (son indice effectif diminue). Cette interprétation est confirmée par la figure 5.12 qui compare les évolutions des indices effectifs du guide et du miroir. Le minimum des pertes coïncide avec le saut d'indice minimum et avec le bord du gap². Cette interprétation sera mise à profit pour concevoir des convertisseurs modaux à gradient d'indice dans la suite du chapitre.

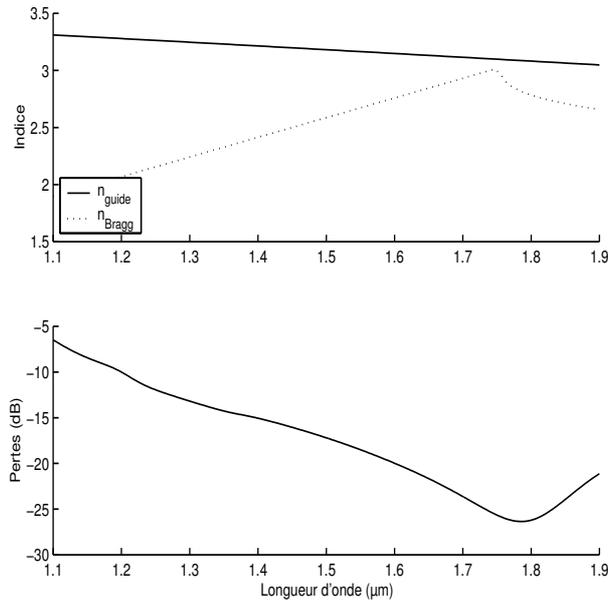


FIG. 5.12 – Indices effectifs du guide d'onde et du mode de Bloch pour la polarisation TE. Les profils des modes sont plus proches lorsque l'écart d'indice est plus faible. En conséquence, les pertes sont réduites.

2. Un examen attentif de la figure 5.12 montre que cet accord n'est pas parfait, mais cela s'explique aisément car le profil du mode de Bloch varie fortement en bord de gap. Le fait que le minimum des pertes se situe légèrement en dehors du gap signifie simplement que le profil du mode de Bloch est plus proche de celui du mode guidé de ce côté du gap que de l'autre. Nous retrouverons ce résultat plus loin en calculant directement les intégrales de recouvrement.

5.3 Miroirs adaptés

L'idée de miroir adapté découle directement de l'interprétation précédente. Les pertes d'insertion étant dues à une désadaptation modale, il faut donc insérer entre le miroir et le guide des gravures de géométries variables qui vont progressivement transformer le profil du mode. La détermination de ces géométries peut être obtenue, bien sûr, par des procédures d'optimisation sur un critère de minimisation des pertes. On peut ainsi recourir à des algorithmes de recuit simulé [Azencott, 1992] ou encore à des algorithmes génétiques [Spühler *et al.*, 1998]. Nous avons choisi une approche plus physique en concevant des convertisseurs modaux à gradient d'indice. Ce choix qui ne conduit pas à une conception optimale est motivé par d'une part, l'espoir d'obtenir une bonne compréhension des phénomènes mis en jeu, et d'autre part l'espoir qu'une solution « physique » est moins sensible aux erreurs de fabrication qu'une solution « tout numérique ».

5.3.1 Conception

La méthode de conception que nous avons choisie pour mettre au point des convertisseurs modaux à gradient d'indice est la suivante. En partant du miroir de Bragg nous définissons formellement, pour chaque gravure adaptatrice, un segment de pseudo-période Λ_i où i désigne le numéro de la gravure. Afin de nous assurer que le modèle simple exposé précédemment demeure valide, nous rendons symétrique chaque segment en plaçant la gravure au centre. Ceci nous assure que, tout comme dans le cas du miroir non adapté, le mode de Bloch a le même profil dans les deux directions de propagation. La réalisation du gradient d'indice s'effectue en ajustant la largeur de gravure et la période de chaque segment. Cette approche est schématisée sur la figure 5.13.

Si nous souhaitons modéliser une ou plusieurs gravures adaptatrices intermédiaires, nous devons d'une part déterminer les indices effectifs que nous désirons donner à chacune d'elle et d'autre part déterminer la géométrie des gravures correspondantes. Nous avons choisi de faire varier l'indice effectif selon une loi linéaire. Par exemple, si nous voulons concevoir un adaptateur comportant trois gravures adaptatrices entre un milieu d'indice n_1 et un milieu d'indice n_2 , nous cherchons à donner aux gravures les indices intermédiaires

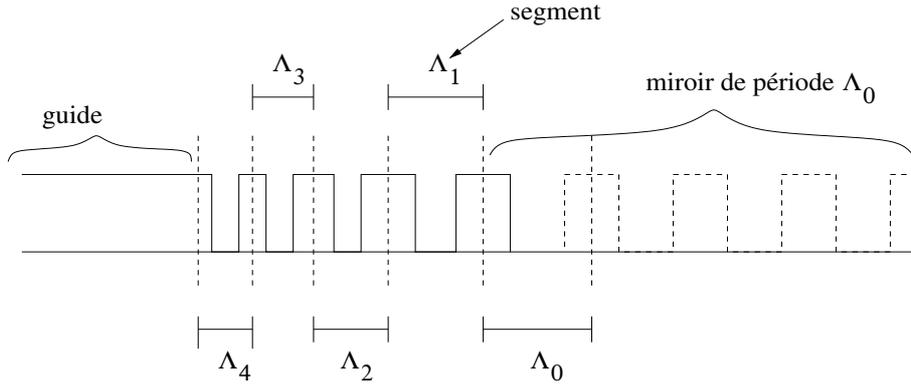


FIG. 5.13 – Définition des périodes dans l'adaptateur. Bien que l'adaptateur ne soit pas un objet périodique, il est possible de définir formellement une pseudo-période pour chacun des segments. Cette définition nous servira par la suite à calculer les indices effectifs correspondants. Remarquons que la construction systématique des segments se fait en commençant par le miroir.

$$n_1 + \frac{\Delta n}{4}, n_1 + 2\frac{\Delta n}{4} \text{ et } n_1 + 3\frac{\Delta n}{4}, \text{ avec } \Delta n = n_2 - n_1.$$

Le second problème à résoudre consiste à déterminer la géométrie des gravures. Nous avons supposé qu'elles sont toutes de profondeur égale. Cette hypothèse a été dictée par les contraintes de fabrication (voir le chapitre 6.2). Il s'ensuit que la période et le facteur de remplissage suffisent à déterminer entièrement un segment. Par construction, Δn étant complexe, les gravures adaptatrices sont nécessairement dotées d'un indice complexe. En d'autres termes, elles sont réfléchissantes et satisfont à la condition de Bragg :

$$\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda. \quad (5.5)$$

Pour une longueur d'onde λ donnée, la période de ces gravures est donc donnée par :

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2Re(n_{eff})}. \quad (5.6)$$

La largeur de gravure est déterminée grâce à la partie imaginaire de l'indice effectif. Pour ce faire, il nous suffit de déterminer par un calcul électromagnétique suivant la méthode exposée dans le chapitre 3 l'indice du mode pour une large gamme de largeurs de gravure, et de choisir le résultat nous convenant. Ce processus est détaillé sur la figure 5.14. Généralement, il existe deux solutions possibles pour un indice imaginaire donné. Dans ce cas, nous choisissons celle qui donne la meilleure intégrale de recouvrement avec

les segments adjacents.

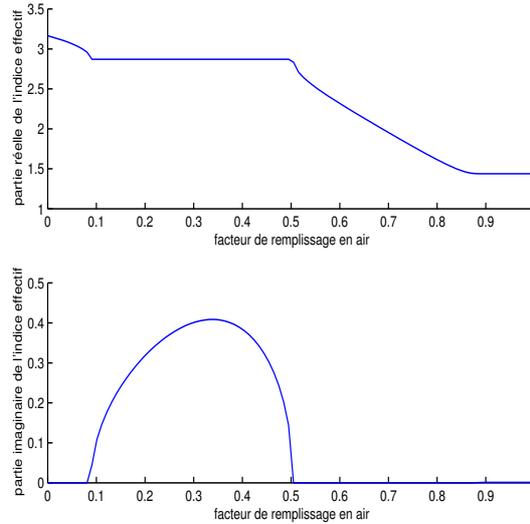


FIG. 5.14 – *Indice effectif du mode de Bloch en fonction du facteur de remplissage en air, calculé à $1,55 \mu\text{m}$ pour une période $\Lambda = 270 \text{ nm}$ et un guide d'onde entièrement gravé. La partie réelle de l'indice est fixée par la relation (5.5) dans le gap. La partie imaginaire dépend fortement du facteur de remplissage et passe par un maximum, ce qui donne généralement deux solutions possibles pour un indice imaginaire donné.*

5.3.2 Validation de l'approche

Si notre modèle est valide, cela a pour conséquence deux phénomènes distincts. D'une part, l'adaptateur minimisant les pertes doit avoir un indice intermédiaire à ceux des deux milieux adjacents. D'autre part, augmenter le nombre de gravures intermédiaires doit conduire à une réduction supplémentaire des pertes. Ce sont ces deux conséquences que nous vérifions ici. Les indices effectifs du guide d'onde et du miroir de Bragg à $1,55 \mu\text{m}$ valent respectivement $n_g = 3,1095$ et $n_F = 2,6724 + 0,458i$. Nous avons conçu des convertisseurs modaux comportant une, deux ou trois gravures. Les paramètres et les performances des gravures prises individuellement sont détaillées dans le tableau 5.1, et la diminution des pertes par l'ajout de gravures supplémentaires fait l'objet du tableau 5.2. Dans ces tableaux, les quantités L_g et Λ se réfèrent respectivement aux largeurs gravées et à la période de chaque gravure.

Qualitativement, les résultats obtenus sont conformes à nos attentes. D'une part, la gravure adaptatrice d'indice intermédiaire entre le guide et le miroir est celle qui donne les pertes les plus faibles et, d'autre part, l'ajout de gravures supplémentaires diminue encore

L_g (nm)	Λ (nm)	n_{eff}	pertes à 1,55 μm
20	260	$2,9808 + 0,125i$	0,004
40	270	$2,8704 + 0,237i$	0,002
60	280	$2,7679 + 0,336i$	0,008

TAB. 5.1 – Validation du principe de l'adaptation modale. Ce tableau compare les pertes à 1,55 μm d'un miroir de Bragg comportant 5 gravures de Bragg précédées d'une seule gravure adaptatrice du côté incident. Conformément à nos attentes, la meilleure performance est obtenue pour le segment dont l'indice effectif est le plus proche de $(n_{guide} + n_{miroir})/2 = 2,8910 + 0,229i$.

désignation de l'adaptateur	(L_g, Λ)	pertes à 1,55 μm
(a)	(40,270)	0,0021
(b)	(25,275),(55,275)	0,0006
(c)	(20,260),(40,270),(60,280)	0,0005

TAB. 5.2 – Validation de la diminution des pertes lorsque l'on améliore l'adaptation modale. Les gravures adaptatrices sont disposées du côté incident. Dans cet exemple, l'ajout de gravures adaptatrices adéquates permet de réduire les pertes.

les pertes. Enfin, un calcul direct du profil des modes de Bloch, représenté sur la figure 5.15, montre qu'il se déforment conformément à nos attentes. Cela montre que, dans ses grandes lignes, notre méthode de conception est valide.

5.3.3 Résultats

Nous avons représenté sur la figure 5.16 les pertes en décibels des adaptateurs calculés précédemment. Numériquement, l'objectif que nous nous sommes fixés au départ est largement rempli. Il est particulièrement intéressant de noter qu'il suffit d'une seule gravure adaptatrice convenablement choisie pour diminuer les pertes d'un facteur six. En outre, les calculs montrent que cette réduction est valable sur une large plage spectrale, ce qui ouvre la voie à la réalisation de cavités adaptées fonctionnant sur un large spectre. Un second point à noter est que, si la première gravure réduit considérablement les pertes, l'ajout de gravures supplémentaires est beaucoup moins efficace. L'explication de ce phénomène est que les pertes se produisent essentiellement à l'interface entre le guide d'onde et la première gravure et que les pertes se produisant par la suite dans le convertisseur modal sont faibles en comparaison. En d'autres termes, l'effet des gravures supplémentaires est du second ordre.

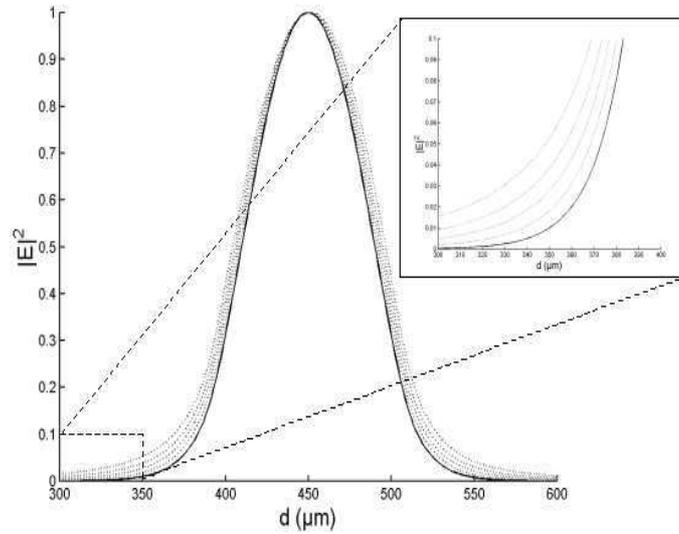


FIG. 5.15 – Déformation du profil des modes pour le convertisseur modal de type (c). Cette figure représente le module au carré normalisé du champ électrique transverse des modes propagatifs des trois gravures adaptatrices. Le mode guidé est en traits pleins, et les modes de Bloch apparaissent en pointillé. Les modes sont d'autant plus larges que leur partie imaginaire est importante.

5.3.4 Remarque : nécessité de petites gravures

Pour illustrer nos propos, nous avons calculé à l'aide du modèle de l'intégrale de recouvrement les pertes d'insertion, d'une part entre un guide d'onde et un segment, et d'autre part entre deux segments consécutifs. Ces résultats sont reportés dans les tableaux 5.3 et 5.4 pour les gravures calculées précédemment. Le point important à noter est que, du moins pour les gravures fabricables en pratique, c'est à dire ayant au moins 40 nm de largeur, la plus grande partie des pertes se produit sur la première gravure de l'adaptateur. Ces calculs montrent que l'ajout de gravures adaptatrices supplémentaires ne se fait sensiblement sentir que si la largeur de gravure de la première période de l'adaptateur est assez petite, car c'est seulement alors que les pertes d'insertion entre deux gravures consécutives ne sont pas masquées par celles intervenant sur la première gravure. Ce point est essentiel car, la technologie actuelle ne nous permettant pas d'obtenir une largeur de gravure inférieure à une quarantaine de nanomètres, les pertes ne peuvent pas être rendues arbitrairement petites. En outre, le nombre de segments adaptateurs à mettre en œuvre n'a pas besoin d'être élevé.

Pour finir cette étude sur les miroirs nous avons également examiné les limitations

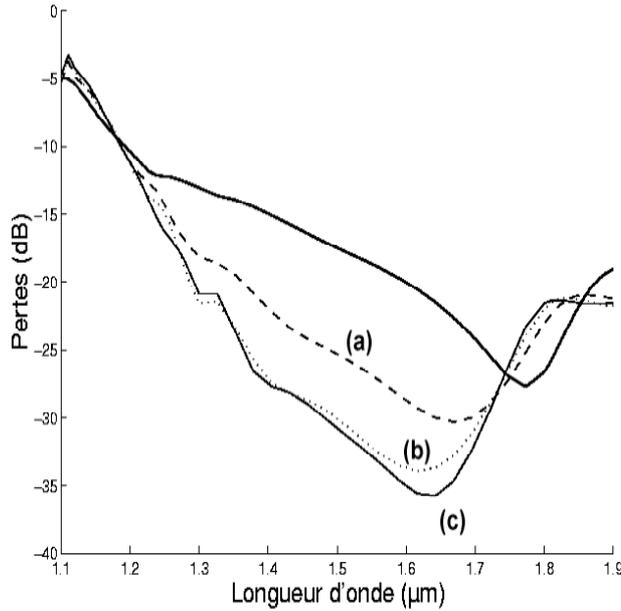


FIG. 5.16 – Pertes en décibels de miroirs adaptés d'un seul côté par les différents adaptateurs étudiés précédemment. Cette figure compare les pertes d'un miroir classique comportant 5 périodes, et celles obtenues avec le même miroir adapté par des adaptateurs à une, deux et trois gravures, définis dans le tableau 5.2. Chaque gravure supplémentaire contribue à diminuer les pertes.

(L_g, Λ)	$1 - \eta^2$
(20,260)	0,0009
(40,270)	0,0033
(60,280)	0,0070
(90,290)	0,0130

TAB. 5.3 – Pertes (modèle de l'intégrale de recouvrement) entre le guide d'onde et une gravure de Bragg, calculées à $1,55 \mu\text{m}$. La dernière ligne correspond aux pertes entre le guide et le miroir que nous cherchons à réduire.

de notre approche, et plus particulièrement celles dues à la détermination de l'indice effectif dans les segments de l'adaptateur. Nous avons supposé précédemment que nous pouvions diminuer les pertes en faisant varier progressivement l'indice effectif, et cela a été confirmé par les résultats présentés dans le tableau 5.2. Maintenant, si l'on examine les choses plus en détail, on s'aperçoit que notre méthode de conception repose étroitement sur la définition du segment et du mode de Bloch fondamental de ce segment. La méthode néglige l'influence de tous les autres modes de Bloch que supportent ces segments. Pour être plus clair, considérons à nouveau la structure représentée sur la figure 5.13. Pour chacun des segments considérés, nous pouvons définir une matrice de transfert T_i . La

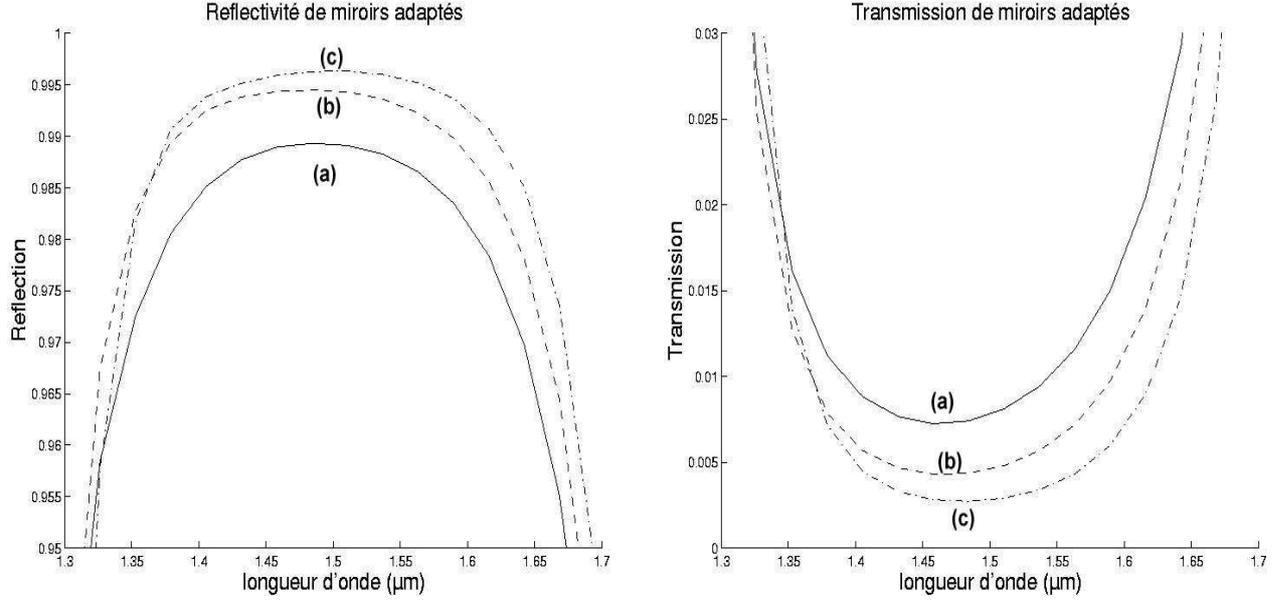


FIG. 5.17 – Réflectivité (figure de gauche) et transmission (figure de droite) pour un miroir de Bragg adapté du côté de l'onde incidente par les adaptateurs présentés dans le tableau 5.2. La réflectivité augmente avec le nombre de gravures adaptatrices.

segment 1	segment 2	$1 - \eta^2$
(20,260)	(40,270)	0,0007
(40,270)	(60,280)	0,0007
(60,280)	(90,290)	0,0009

TAB. 5.4 – Pertes entre deux segments consécutifs, calculées à $1,55 \mu\text{m}$ avec le modèle de l'intégrale de recouvrement.

matrice de transfert T décrivant le problème dans son ensemble est alors donnée par le produit de ces sous-matrices : $T = \prod_i T_i$. La recherche des modes de Bloch revient en fait à diagonaliser les différentes sous-matrices. Si l'on désigne par $[\Lambda_i]$ la matrice des vecteurs propres et par $[\lambda_i]$ la matrice diagonale regroupant les valeurs propres du segment i , alors la matrice T_i peut se mettre sous la forme :

$$T_i = [\Lambda_i][\lambda_i][\Lambda_i]^{-1}. \quad (5.7)$$

$[\lambda_i]$ étant une matrice diagonale s'écrivant

$$[\lambda_i] = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

Notre méthode de conception revient donc à considérer que, dans l'expression de T_i , seul le mode de Bloch fondamental du segment joue un rôle important. Dans ces conditions, la matrice $[\lambda_i]$ devient :

$$[\lambda_i] \approx \begin{pmatrix} 0 & & & & & \\ & 0 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \lambda_B & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & 0 \end{pmatrix},$$

λ_B étant la valeur propre associée au mode Bloch fondamental. Nous avons pu mettre en évidence les limites de cette approximation. En effet, nous avons remarqué que, lorsque l'on cherche à concevoir des adaptateurs présentant des segments extrêmement semblables, il peut arriver que les pertes augmentent légèrement au lieu de diminuer³. Cet effet sera présenté sur une figure en fin de chapitre sur laquelle nous comparerons le spectre des pertes pour trois géométries différentes de segments adaptateurs.

5.4 Cavités intégrées

La diminution des pertes pour les miroirs de Bragg en optique intégrée doit nécessairement s'accompagner d'une amélioration des performances des cavités résonantes correspondantes. Si, comme nous le verrons plus loin, la transmission maximale d'une cavité se calcule de façon purement analytique, le facteur de qualité dépend de multiples facteurs plus difficiles à établir, dont notamment la longueur de pénétration du champ électromagnétique dans le miroir. Pour cette raison, la détermination des performances d'une cavité intégrée ne peut s'effectuer que par le biais d'un calcul électromagnétique complet. Nous avons donc calculé les caractéristiques de cavités adaptées incorporant différents adaptateurs, et nous avons comparé les résultats à ceux obtenus pour une cavité classique non adaptée afin d'obtenir quantitativement les bénéfices apportés par l'adaptation modale. Nous détaillons les géométries des convertisseurs modaux dans le tableau 5.5, et les

3. Ce n'est pas le cas dans les adaptateurs que nous avons présentés car nous les avons conçus de sorte que les indices intermédiaires ne soient pas trop proches les uns des autres (voir le tableau 5.1).

performances des différentes cavités dans le tableau 5.6.

désignation de l'adaptateur	(L_g, Λ) (nm)	n_{eff}
(a)	(40,270)	2,8704 + 0,237i
(b)	(25,275)	2,8182 + 0,034i
	(55,275)	2,8182 + 0,312i
(c)	(20,260)	2,9808 + 0,125i
	(40,270)	2,8704 + 0,237i
	(60,280)	2,7679 + 0,336i
(d)	(40,260)	2,9808 + 0,211i
	(45,275)	2,8182 + 0,26i
(e)	(40,250)	3,075
	(80,270)	2,8704 + 0,358i

TAB. 5.5 – Géométrie des convertisseurs modaux.

adaptateur externe	adaptateur interne	Q	T_{max}	$\lambda_0(\mu m)$
(X)	(X)	791	0,35	1,58
(X)	(a)	2312	0,66	1,54
(X)	(b)	4833	0,79	1,53
(X)	(c)	7996	0,74	1,54
(X)	(d)	3132	0,35	1,54
(X)	(e)	6449	0,61	1,52
(a)	(a)	3513	0,54	1,54
(a)	(c)	12382	0,63	1,54

TAB. 5.6 – Comparaison de différentes cavités adaptées. Ce tableau donne le facteur de qualité, le maximum de transmission et la longueur d'onde de résonance pour différentes cavités de 1,35 μm de longueur de défaut et comportant 5 gravures de Bragg. La première colonne désigne l'adaptateur placé à l'extérieur de la cavité, c'est à dire sur les faces d'entrée et de sortie. La seconde colonne désigne l'adaptateur placé sur les faces internes de la cavité. Le (X) désigne l'absence d'adaptateur.

5.5 Discussion

La première remarque que nous pouvons faire au vu de ces résultats est que l'adaptation modale améliore effectivement les performances des cavités. Bien que les résultats varient fortement d'un adaptateur à l'autre, nous constatons que l'augmentation de la transmission pic et du facteur de qualité est systématique. Nous allons maintenant commenter plus en détail ces résultats.

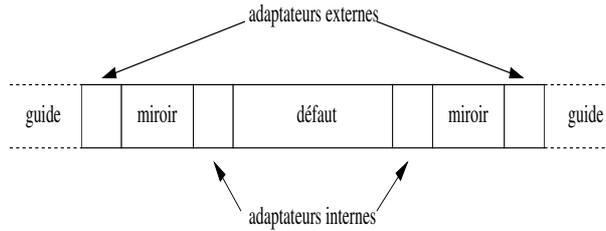


FIG. 5.18 – Schéma des cavités adaptées. Les adaptateurs sont disposés de part et d'autre des miroirs de Bragg. Les cavités que nous avons étudiées sont toutes constituées de deux miroirs identiques et symétriques par rapport au défaut. La longueur du défaut est fixée à $1,35 \mu\text{m}$.

5.5.1 Adaptation d'un seul côté des miroirs

Dans un premier temps, nous avons étudié les performances des cavités en utilisant des adaptateurs progressivement de plus en plus efficaces. Pour ce faire, nous avons utilisé les convertisseurs (a), (b) et (c) décrits précédemment et les avons disposés sur les faces internes de la cavité. Le fait que la transmission pic augmente dans les deux premiers cas par rapport au cas classique et redescende légèrement dans le troisième cas s'explique dans le cadre du modèle Fabry-Pérot que nous détaillerons plus loin, où nous verrons que la transmission pic augmente quand le rapport L/T entre la transmission T et les pertes $L = 1 - R - T$ du miroir diminue. L'amélioration drastique du maximum de transmission dans le cas (a) est due au fait que, en ajoutant une gravure adaptatrice, les pertes ont chuté beaucoup plus vite que la transmission. En revanche, dans le cas suivant, cet effet est moins marqué car, ainsi que nous l'avons vu, l'ajout de gravures adaptatrices supplémentaires est un effet du second ordre sur les pertes. Dans le dernier cas, la diminution des pertes ne suffit pas à compenser la baisse de transmission des miroirs, et la transmission de la cavité chute par rapport au cas (b). Les courbes de pertes, de réflectivité et de transmission de ces différents miroirs adaptés sont détaillées sur les figures 5.16 et 5.17.

L'analyse des résultats concernant le facteur de qualité doit s'effectuer avec un peu plus de précautions car, contrairement au cas précédent, le facteur de qualité ne dépend pas uniquement des pertes (pour une transmission T donnée) mais également de la longueur de la cavité. Il s'ensuit que l'augmentation du facteur de qualité est à la fois due à la réduction des pertes, à l'augmentation de la réflectivité des miroirs et à l'accroissement

de la longueur effective L_c de la cavité⁴, de sorte qu'une comparaison précise des facteurs de qualité des différentes cavités s'avère délicate. Toutefois, un calcul simple d'ordres de grandeur permet de montrer clairement que l'augmentation de Q ne s'explique pas uniquement par celle de R et de L_c , mais aussi par la diminution des pertes. Par exemple, si l'on cherche à comparer les cas classiques et (a), on trouve, en effectuant l'approximation que la gravure adaptatrice est transparente, un accroissement de la longueur de cavité $\Delta L_c \approx 500$ nm, tandis que la réflectivité demeure quasiment inchangée (elle passe de 0,988 à 0,993). Le facteur de qualité étant dans une première approche proportionnel à la longueur de cavité, celui-ci devrait alors valoir environ 1100, soit à peu près la moitié de la valeur obtenue, la différence ne pouvant s'expliquer que par la diminution des pertes.

5.5.2 Adaptation des deux côtés des miroirs

L'amélioration des performances par le biais d'adaptateurs étant établie, nous avons voulu dans un second temps regarder comment améliorer encore les performances de nos cavités. Pour ce faire, l'idée la plus naturelle consiste à adapter les miroirs des deux côtés. Nous avons ainsi étudié deux exemples. Dans le premier, les miroirs sont adaptés de chaque côté par des convertisseurs de type (a). Dans le second, l'adaptation externe s'effectue par le biais d'un convertisseur de type (a) et l'adaptation interne par un convertisseur de type (c). Les spectres des miroirs correspondants sont regroupés dans les figures 5.19 et 5.20. La comparaison des résultats obtenus amène deux remarques.

Premièrement, le fait que la transmission pic diminue entre les cas (a) et (a) + (a) alors qu'elle avait augmenté entre les cas classiques et (a) s'explique lorsque l'on considère le chemin suivi par les photons dans la cavité. Comme les photons font un grand nombre d'aller-retours entre les miroirs, on comprend immédiatement que les pertes subies à l'intérieur de la cavité ont une plus grande influence sur les performances de la cavité que celles intervenant à l'extérieur.

Deuxièmement, poursuivant dans cette idée, il apparaît que la meilleure configuration

4. Cet effet est dû à la plus grande longueur de pénétration du champ électromagnétique dans les miroirs adaptés, elle même causée par la faible réflectivité des gravures adaptatrices devant celle des gravures de Bragg.

possible pour un miroir adapté placé en cavité consiste vraisemblablement en une adaptation non symétrique. L'adaptation interne doit être très pointue car à la résonance elle est ressentie Q fois par l'onde électromagnétique. Inversement, l'adaptation externe ne doit pas être trop grande, car la faible diminution supplémentaire des pertes ne compenserait pas la chute de la transmission des miroirs. Suivant ces idées de base, nous avons calculé les caractéristiques d'un miroir à 5 périodes adapté sur sa face interne par un adaptateur de type (c) et sur sa face externe par un adaptateur de type (a). Ce miroir est celui qui donne les meilleurs résultats obtenus jusqu'ici. Bien qu'en tout état de cause une telle cavité ne soit pas réalisable à l'heure actuelle en raison d'une première gravure de 20 nm de largeur, il nous semble que c'est ce type d'approche qui permettra à l'avenir d'aboutir à des cavités résonantes intégrées courtes, et dotées à la fois d'une grande transmission et d'un facteur de qualité élevé.

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une méthode de conception de convertisseurs modaux à gradient d'indice permettant de diminuer les pertes d'insertion entre un guide d'onde et un miroir de Bragg. Nous avons montré que cette méthode permet d'améliorer les performances de cavités résonnantes en rendant possible la réalisation de miroirs de Bragg courts présentant de faibles pertes d'insertion. Cet objectif n'était pas trivial. En effet si les pertes d'insertion des miroirs classiques (non-adaptés) peuvent être arbitrairement réduites en ayant recours à des gravures fines ou peu profondes, ces miroirs présentent alors un faible pouvoir réflecteur par unité de longueur, de sorte qu'une forte réflectivité n'est obtenue qu'au prix d'un grand nombre de périodes. L'utilisation de convertisseurs modaux rend possible la réduction des pertes sans pour autant accroître significativement la longueur des miroirs. Nos simulations nous ont en effet montré qu'il suffisait de seulement un ou deux segments adaptateurs réfléchissants pour diminuer fortement les pertes d'insertion, rendant ainsi possible la réalisation pratique de cavités à faibles pertes et de très petit volume. Ceci ouvre donc des perspectives intéressantes en optique intégrée, notamment dans le domaine du multiplexage en longueur d'onde (grand intervalle spectral

libre et grand facteur de qualité) et du contrôle de l'émission spontanée (grand facteur de qualité et petit volume). Dans la partie suit, nous allons valider expérimentalement notre approche.

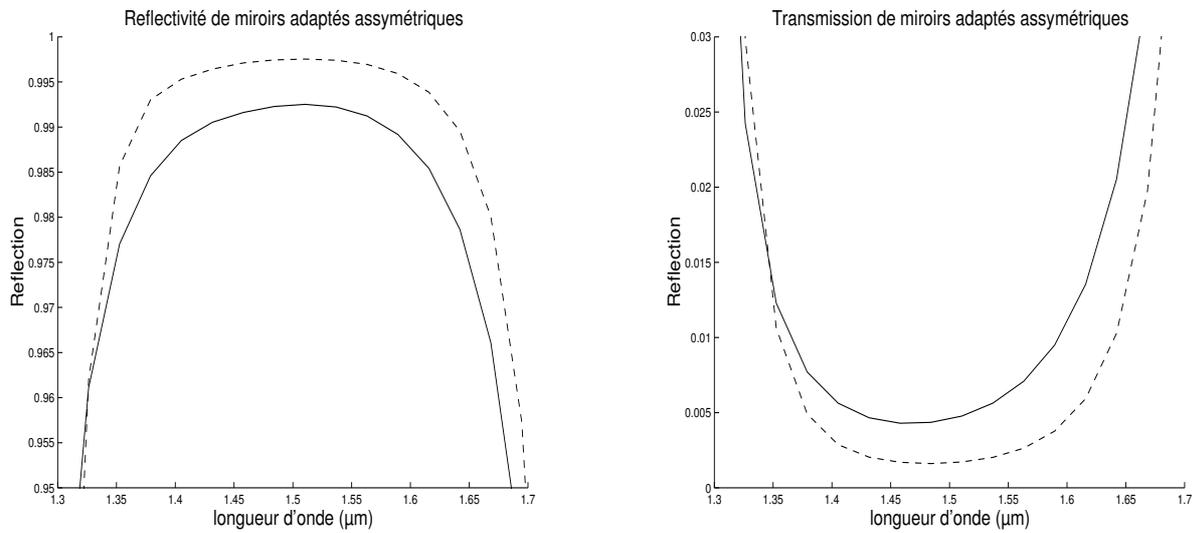


FIG. 5.19 – Réflectivité (figure de gauche) et transmission (figure de droite) pour des miroirs adaptés des deux côtés. L'adaptation externe est effectuée par un convertisseur de type (a). L'adaptation interne est effectuée par un adaptateur de type (a) pour la courbe en trait continu et par un adaptateur de type (c) pour la courbe en pointillés.

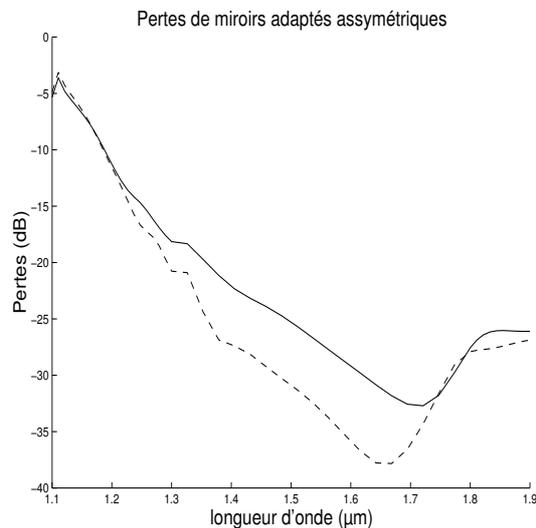


FIG. 5.20 – Pertes en décibels pour des miroirs adaptés des deux côtés. L'adaptation externe est effectuée par un convertisseur de type (a). L'adaptation interne est effectuée par un adaptateur de type (a) pour la courbe en trait continu et par un adaptateur de type (c) pour la courbe en pointillés.

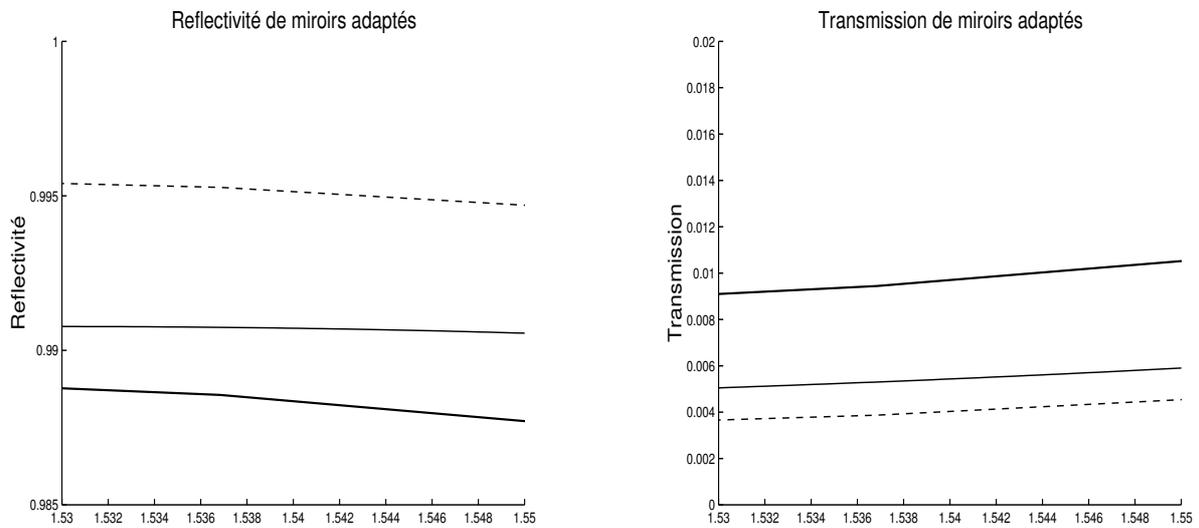


FIG. 5.21 – Réfectivité (figure de gauche) et transmission (figure de droite) pour des miroirs adaptés fabriquables. La courbe en gras correspond au miroir (a), celle pleine correspond au miroir (d) et celle en pointillés correspond au miroir (e).

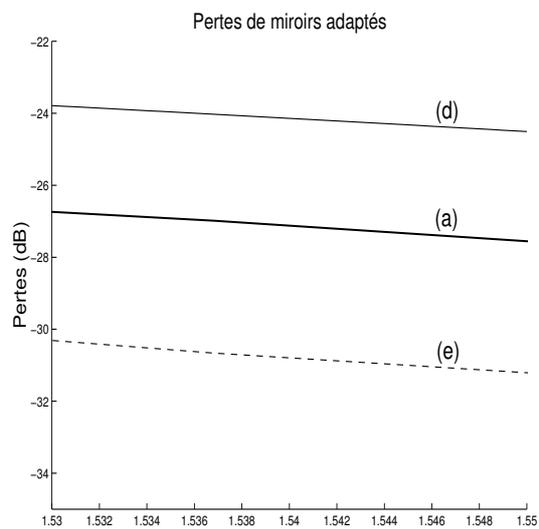


FIG. 5.22 – Pertes en décibels pour des miroirs adaptés fabriquables. La courbe en gras correspond au miroir (a), celle pleine correspond au miroir (d) et celle en pointillés correspond au miroir (e).

6. VALIDATION EXPÉRIMENTALE DE LA RÉDUCTION DES PERTES PAR CONVERSION MODALE

Le but de ce chapitre est de valider expérimentalement la diminution des pertes pour des miroirs adaptés. Pour ce faire, nous avons développé une approche basée sur le modèle Fabry-Pérot qui nous permet de remonter aux pertes des miroirs à partir des courbes de transmission des cavités. Dans un premier temps, nous allons commencer par établir les équations qui régissent le comportement d'une cavité résonante. Dans un second temps, nous allons détailler le modèle que nous avons mis au point, le valider numériquement et l'appliquer à des courbes de transmission expérimentales.

6.1 Modèle de la cavité résonante

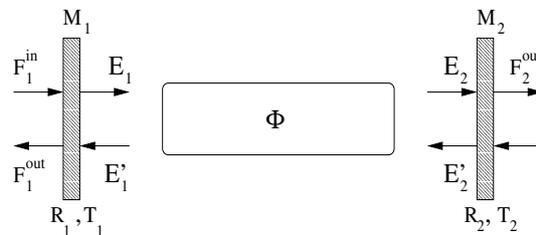


FIG. 6.1 – Représentation schématique d'une cavité résonante. Une cavité résonante est constituée par deux miroirs séparés par un milieu déphasant.

Nous considérons que les hypothèses suivantes sont remplies :

- La résonance est aiguë
- Les pertes en ligne de la cavité sont négligeables
- Une seule onde se propage dans la cavité

Pour obtenir les équations de la cavité, nous devons commencer par écrire les relations de continuité sur les miroirs :

$$E_1 = \tilde{r}_1 E'_1 + \tilde{t}_1 F_1^{in}, \quad (6.1)$$

$$E'_2 = \tilde{r}_2 E_2, \quad (6.2)$$

$$F_2^{out} = \tilde{t}_2 E_2, \quad (6.3)$$

où les coefficients \tilde{r} et \tilde{t} sont des nombres complexes qui désignent respectivement les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude des miroirs considérés. Ils s'écrivent donc sous la forme $\tilde{r} = r_i e^{i\phi_{r_i}}$ et $\tilde{t} = t_i e^{i\phi_{t_i}}$. Les équations de propagation s'écrivent :

$$E_2 = e^{-i\frac{\phi}{2}} E_1, \quad (6.4)$$

$$E'_1 = e^{-i\frac{\phi}{2}} E'_2, \quad (6.5)$$

où $\phi = 2k_z L_c$ représente le déphasage sur un aller-retour et L_c la longueur de la cavité. Ces diverses relations permettent d'établir le champ en tout point de la cavité. Nous nous intéressons plus particulièrement à l'intensité transmise normalisée I_t pour laquelle on obtient aisément

$$I_t = \frac{T_1 T_2}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})^2 + 4\sqrt{R_1 R_2} \sin^2 \frac{\phi_T}{2}}, \quad (6.6)$$

où ϕ_T représente le déphasage total sur un aller-retour dans la cavité : $\phi_T = \phi + \phi_{r_1} + \phi_{r_2}$, et où les T_i et les R_i représentent les coefficients de transmission et de réflexion en intensité des miroirs, soit $T_i = \tilde{t}_i \tilde{t}_i^*$ et $R_i = \tilde{r}_i \tilde{r}_i^*$. A la résonance ($\phi_T = 2m\pi$), l'intensité transmise est maximale, et vaut

$$I_{max} = \frac{T_1 T_2}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})^2}, \quad (6.7)$$

équation qui peut encore se mettre sous la forme :

$$I_{max} = \frac{T^2}{(1 - R)^2}, \quad (6.8)$$

en utilisant la notation $R^2 = R_1 R_2$ et $T^2 = T_1 T_2$. Dans le cas d'une cavité symétrique, R et T correspondent simplement à la réflexion et à la transmission des miroirs vues du défaut. Donc, dans le cas d'une cavité idéale, symétrique et sans pertes ($R + T = 1$), le maximum de transmission vaut toujours 1. Par contre, dès lors que les miroirs présentent des pertes, ou dès que les miroirs ne sont plus symétriques, l'intensité transmise est inférieure à 1.

Nous venons donc de voir que les pertes ont un effet négatif sur l'intensité transmise par la cavité. Nous allons maintenant examiner l'effet des pertes sur le facteur de qualité. Le facteur de qualité Q et la finesse F valent par définition

$$Q = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda_{\frac{1}{2}}}, \quad (6.9)$$

$$F = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_{\frac{1}{2}}}, \quad (6.10)$$

où λ_0 désigne la longueur d'onde de résonance, $\Delta\lambda_{\frac{1}{2}}$ la largeur à mi-hauteur du pic de transmission et $\Delta\lambda$ l'intervalle entre deux pics consécutifs. Le déphasage total ϕ_T à une longueur d'onde λ s'écrit :

$$\phi_T = \frac{4\pi n L_c}{\lambda} + \phi_R(\lambda), \quad (6.11)$$

avec $\phi_R(\lambda) = \phi_{r_1}(\lambda) + \phi_{r_2}(\lambda)$.

La condition de résonance s'écrivant

$$\phi_T = 2m\pi, \quad (6.12)$$

dans l'approximation raisonnable que la réflectivité et la transmission d'un miroir ne varient pas à l'échelle de la largeur spectrale du pic de résonance, on obtient aisément à l'aide de la relation (6.6) que :

$$\frac{(1-R)^2}{4R} = \sin^2 \frac{\phi_T \left(\lambda_0 + \frac{1}{2} \Delta \lambda_{\frac{1}{2}} \right)}{2} \quad (6.13)$$

En utilisant la relation (6.11), l'équation (6.13) devient :

$$\frac{(1-R)^2}{4R} = \sin^2 \left\{ \frac{2\pi L_c}{\lambda_0 + \frac{1}{2} \Delta \lambda_{\frac{1}{2}}} n \left(\lambda_0 + \frac{\Delta \lambda_{\frac{1}{2}}}{2} \right) + \phi_r \left(\lambda_0 + \frac{1}{2} \Delta \lambda_{\frac{1}{2}} \right) \right\}.$$

Un développement limité au premier ordre (hypothèse de résonance aiguë) conduit alors à :

$$\frac{(1-R)^2}{4R} = \sin^2 \left\{ \frac{2\pi n L_c}{\lambda_0} \left[1 - \frac{\Delta \lambda_{\frac{1}{2}}}{2\lambda_0} \right] \left[1 + \frac{\Delta \lambda_{\frac{1}{2}}}{2n} \left(\frac{\partial n}{\partial \lambda} \right)_{\lambda_0} \right] + \phi_r(\lambda_0) + \frac{1}{2} \Delta \lambda_{\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial \phi_r}{\partial \lambda} \right)_{\lambda_0} \right\},$$

en posant $n = n(\lambda_0)$. Cette équation se réécrit sous la forme

$$\frac{(1-R)^2}{4R} = \sin^2 \left(\frac{2\pi n L_c}{\lambda_0} + \phi_r(\lambda_0) + \frac{\Delta \lambda_{\frac{1}{2}}}{\lambda_0} \left[\pi L_c \left(\frac{\partial n}{\partial \lambda} \right)_{\lambda_0} + \frac{\lambda_0}{2} \left(\frac{\partial \phi_r}{\partial \lambda} \right)_{\lambda_0} - \frac{\pi n L_c}{\lambda_0} \right] \right),$$

ou encore, d'après la condition de résonance (6.12),

$$\frac{(1-R)^2}{4R} = \sin^2 \left(\frac{\Delta \lambda_{\frac{1}{2}}}{\lambda_0} \left[\pi L_c \left(\frac{\partial n}{\partial \lambda} \right)_{\lambda_0} + \frac{\lambda_0}{2} \left(\frac{\partial \phi_r}{\partial \lambda} \right)_{\lambda_0} - \frac{\pi n L_c}{\lambda_0} \right] \right).$$

Un dernier développement limité conduit finalement à

$$Q = \frac{\sqrt{R}}{1-R} \left[\frac{2\pi}{\lambda_0} n L_c - \lambda_0 \left(\frac{\partial \phi_r}{\partial \lambda} \right)_{\lambda_0} - 2\pi L_c \left(\frac{\partial n}{\partial \lambda} \right)_{\lambda_0} \right]. \quad (6.14)$$

Tandis que la finesse s'écrit

$$F = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} Q, \quad (6.15)$$

la quantité $\Delta\lambda$ se déterminant à partir de la relation (6.12). Dans le cas général, on trouve donc que, même dans le cas particulier d'une résonance étroite, le facteur de qualité et la finesse d'une cavité se mettent sous des formes complexes. Toutefois, si on considère le cas simple où l'indice ne varie pas avec la longueur d'onde et où le déphasage à la réflexion est nul, la relation (6.11) et la condition de résonance $\phi_T = 2m\pi$ nous permettent de retrouver les relations bien connues des cavités métalliques classiques :

$$F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}, \text{ et } Q = mF. \quad (6.16)$$

Les relations (6.16) montrent que, lorsque les miroirs sont à pertes, la finesse et le facteur de qualité chutent. En outre, nous voyons que le rapport Q/F n'est en général pas entier et dépend de la longueur d'onde. Nous venons donc de montrer que les pertes font chuter la transmission et le facteur de qualité d'une cavité. Si nous considérons le cas de miroirs identiques, et si nous désignons par $L = 1 - R - T$ leurs pertes, l'équation (6.8) montre que la transmission de la cavité reste proche de l'unité tant que la condition $T \gg L$ est remplie. De même, l'équation (6.14) montre que le facteur de qualité est élevé lorsque la condition $R \gg T + L$ est remplie. Ces deux considérations montrent qu'une cavité présente un grand Q et $I_{max} \approx 1$ lorsque la double inégalité $R \gg T \gg L$ est remplie. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, cette condition n'est pas simple à réaliser en pratique.

Cette double inégalité permet de comprendre simplement le comportement de la cavité lorsque l'on modifie les propriétés des miroirs. On voit immédiatement que l'ajout de tapers, en diminuant les pertes de la cavité augmente son facteur de qualité et que, à transmission égale, une diminution des pertes accroît le maximum du pic de transmission. L'équation (6.8) impose également des contraintes sur le nombre de gravures de Bragg.

En effet, il apparaît immédiatement que, même pour une cavité dotée d'un grand facteur de qualité, une réflectivité trop grande conduit à un effondrement du pic de transmission. Sachant que les tapers contribuent à la réflexion, il apparaît immédiatement qu'il faut compenser cet effet en diminuant le nombre de gravures de Bragg comparativement au cas classique.

Les résultats qui vont suivre découlent de l'exploitation de ce modèle de Fabry-Pérot. Aussi, à titre de vérification, nous avons voulu avant d'aller plus loin vérifier que l'utilisation de ce modèle était légitime. Pour ce faire, nous avons comparé des courbes de transmission obtenues, d'une part par un calcul électromagnétique complet de la cavité et, d'autre part, par un modèle de Fabry-Pérot utilisant des miroirs calculés par la même méthode. La comparaison est représentée sur la figure 6.2. La courbe en trait plein est obtenue par le modèle, tandis que le résultat du calcul direct est représenté par des pointillés, et décalé pour plus de lisibilité. L'accord entre les deux résultats est excellent.

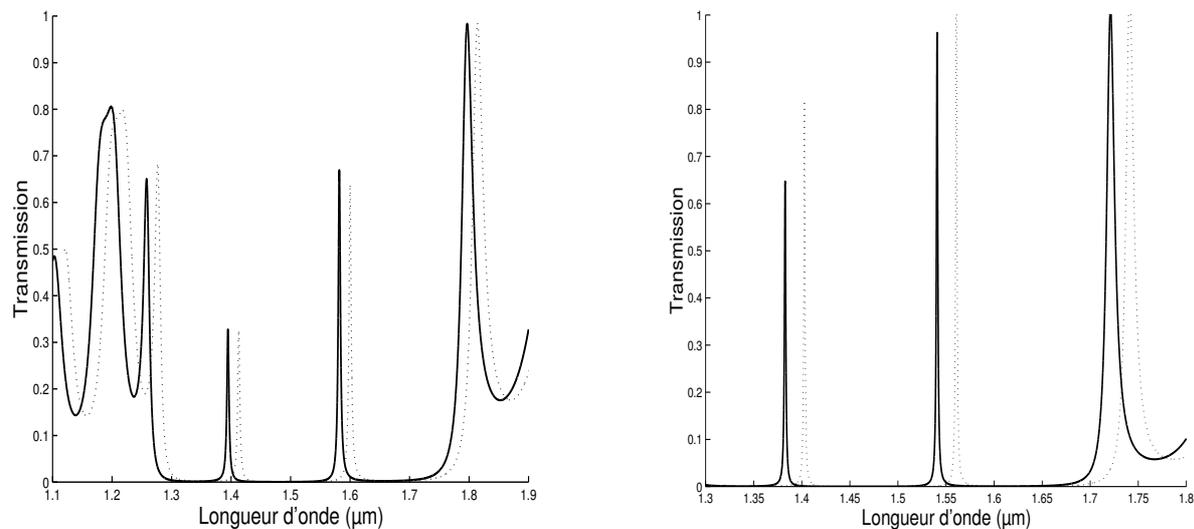


FIG. 6.2 – *Comparaison entre un calcul direct et un modèle Fabry-Pérot. La figure de gauche correspond à une cavité classique, celle de droite à une cavité adaptée sur ses faces internes par des adaptateurs de type (a). Les miroirs sont constitués de quatre périodes de 290 nm de longueur et de 90 nm de largeur de gravure. La longueur du défaut est de 1,35 μm. Le calcul direct correspond à la courbe en pointillés, qui est décalée de 20 nm pour plus de lisibilité.*

On pourrait s'interroger sur la nécessité de vouloir valider ce modèle. La raison qui nous a poussé à le faire est que, pour des longueurs de cavité très petites, la propagation des ondes évanescentes invalide l'hypothèse de fonctionnement monomode. Pour cette raison,

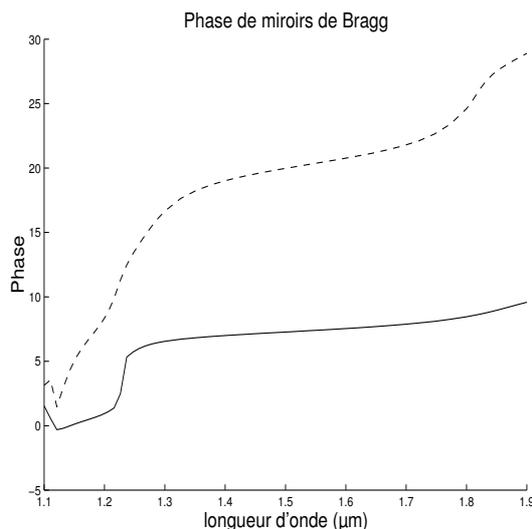


FIG. 6.3 – Déphasage à la réflexion (en radians) de miroirs pour un miroir classique à 5 gravures (en trait continu) et un miroir adapté du côté incident (en pointillé) de type (c). La prise en compte de la phase est essentielle pour modéliser de façon précise les caractéristiques des cavités intégrées.

il n'était pas évident qu'il s'applique sans problème à des cavités résonantes aussi courtes que les nôtres. En outre, l'utilisation de ce modèle nous a également permis d'accélérer notablement la vitesse de nos simulations numériques. Une fois les caractéristiques des miroirs établies, le calcul d'une nouvelle cavité constituée des mêmes miroirs mais d'une longueur différente se fait instantanément¹.

6.2 Validation expérimentale

6.2.1 Méthode pour exploiter les données expérimentales

Comme nous venons de le voir, les performances des cavités adaptées sont en principe supérieures à celles des cavités classiques pour une longueur donnée. Les résultats numériques étant encourageants, nous avons voulu vérifier expérimentalement la possibilité de réduire les pertes d'insertion par une adaptation modale [Peyrade *et al.*, 2002]. Dans ce but, différentes cavités ont été fabriquées et testées au Laboratoire de Photonique et Nanostructures de Marcoussis, avec la collaboration de David Peyrade, Yong Chen et

1. Dans la pratique, la réflectivité et la phase des miroirs variant lentement dans le gap, il suffit de calculer les caractéristiques des miroirs pour quelques longueurs d'onde et d'effectuer une interpolation. Ce n'est pas possible dans le cas d'un calcul direct car la transmission de la cavité varie très vite à la résonance.

Anne Talneau. Les miroirs de ces cavités ont été conçus suivant une approche différente de celle présentée précédemment. Les adaptateurs sont composés de 8 gravures de 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70 et 80 nm de largeur, tandis que l'intervalle entre chaque gravure est constant et fixé à 180 nm. Les photographies au microscope électronique des miroirs classiques et adaptés font l'objet des figures 6.4 et 6.5. La réalisation de ces structures s'est déroulée en plusieurs étapes. Dans un premier temps, les motifs ont été inscrits par lithographie électronique sur du PMMA. Le développement du PMMA a permis ensuite de dégager les zones non insolées. Dans un second temps, une couche de 30 nm de Nickel a été déposée afin de servir de masque. Le PMMA restant a alors été dissout, laissant le masque de nickel sur le cœur en silicium. La gravure proprement dite s'est effectuée par gravure ionique réactive par un mélange gazeux SF_6 et CHF_3 , et le masque de nickel a ensuite été retiré par attaque chimique à l'acide nitrique dilué.

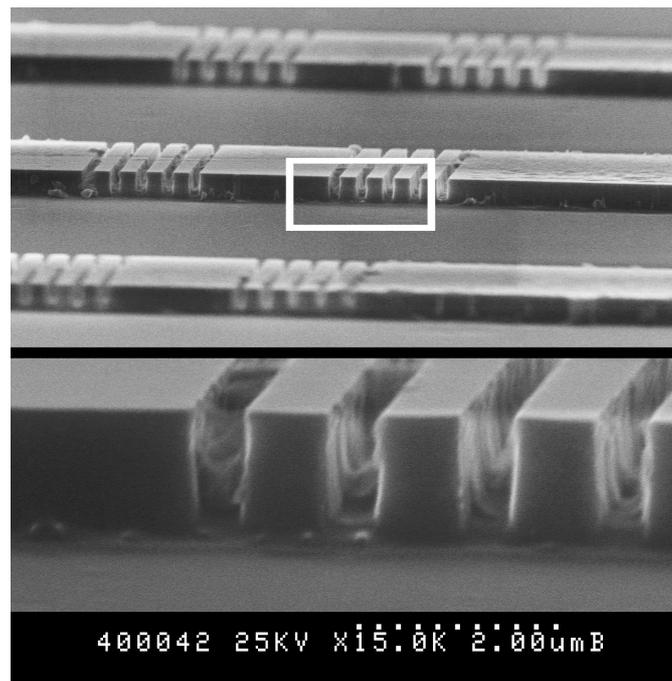


FIG. 6.4 – Photographie au microscope électronique d'un miroir de Bragg classique gravé dans un guide SOI. Les régions gravées correspondent à celles laissées libres par le masque de Nickel.

Nous nous sommes fixé comme objectif de déterminer les performances (pertes notamment) des miroirs à partir des mesures des pics de transmission des cavités résonantes et, pour ce faire, nous avons commencé par développer un modèle que nous avons ensuite

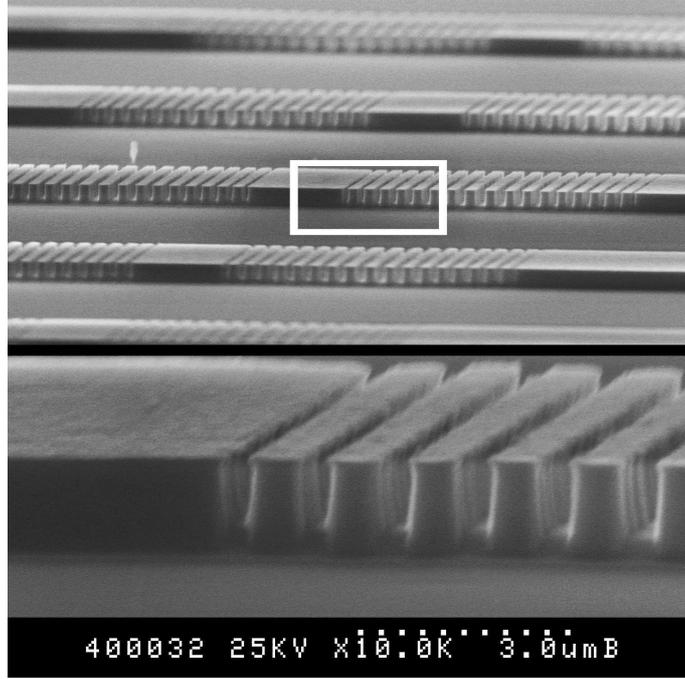


FIG. 6.5 – Photographie au microscope électronique d'une cavité SOI constituée de 2 miroirs de Bragg adaptés.

validé numériquement. Dans le cas des miroirs de Bragg gravés dans un guide d'onde, la phase à la réflexion ϕ_r et l'indice effectif du mode guidé varient avec la longueur d'onde. L'équation (6.14) donnant le facteur de qualité est dans ce cas difficile à exploiter. Dans cette section, nous allons établir un protocole simple qui permet, à partir de données expérimentales sur la résonance de miroirs en cavité, de remonter à la réflectivité, à la transmission et aux pertes de ces miroirs. Pour cela, nous considérons deux cavités de longueurs voisines L_c et $L_c + \delta L$. Nous supposons que ces cavités résonnent pour des longueurs d'onde voisines λ_0 et $\lambda_0 + \delta\lambda$. En différenciant l'équation (6.11), nous obtenons au premier ordre :

$$\phi_T(\lambda_0 + \delta\lambda) = \phi_T(\lambda_0) + \frac{4\pi n L_c}{\lambda_0} \left[\frac{\delta L}{L_c} - \frac{\delta\lambda}{\lambda_0} + \frac{\delta\lambda}{n} \left(\frac{\partial n}{\partial \lambda} \right)_{\lambda_0} \right] + 2\delta\lambda \left(\frac{\partial \phi_r}{\partial \lambda} \right). \quad (6.17)$$

Si δL est suffisamment petit, les deux cavités ont le même ordre m ($\phi_T(\lambda_0 + \delta\lambda) = \phi_T(\lambda_0) = m\pi$) et la relation précédente se simplifie pour donner finalement :

$$\left(\frac{\partial\phi_r}{\partial\lambda}\right)_{\lambda_0} = \frac{2\pi n L_c}{\lambda_0} \left[\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{L_c} \frac{\delta L}{\delta\lambda} - \frac{1}{n} \left(\frac{\partial n}{\partial\lambda}\right)_{\lambda_0} \right]. \quad (6.18)$$

En combinant les relations (6.18) et (6.14), nous obtenons

$$\frac{\sqrt{R}}{1-R} = \frac{Q}{2\pi n \frac{\delta L}{\delta\lambda}}. \quad (6.19)$$

L'équation (6.19) qui permet de calculer R connaissant Q , δL et $\delta\lambda$ est très simple. Elle est vraie pour toute cavité symétrique monomode tant que δL est suffisamment petit afin que les deux cavités dont la longueur diffère de δL aient le même ordre. Il est alors facile de déduire la transmission T des miroirs à partir de l'équation (6.8) :

$$T = (1-R)\sqrt{T_{max}}. \quad (6.20)$$

Il est donc possible de remonter aux caractéristiques des miroirs en exploitant directement les courbes de resonances de deux cavités de longueurs voisines. Comme le facteur de qualité et la transmission maximale peuvent être mesurés avec précision, les paramètres des miroirs peuvent être estimés avec précision. A première vue, le jeu de relations (6.19) et (6.20) est classique puisqu'il est par exemple valable pour des cavités métalliques classiques. Il a été utilisé extensivement dans la littérature pour remonter à partir de données expérimentales aux principaux paramètres des miroirs. Cependant, le domaine de validité de ce jeu de relations n'est pas clairement établi dans la littérature. Par exemple, dans [Rattier *et al.*, 2001], on lit que « *cette méthode d'exploitation est probablement valable au centre du gap, région pour laquelle la longueur de pénétration passe par un minimum, et donc ne varie pas avec la longueur d'onde* ». En réalité, le jeu de relations est valide sur pratiquement tout le gap. Quand nous l'avons établi, nous avons certes négligé des dérivées secondes par rapport à λ , mais dans les développements limités, nous avons pris en compte des quantités aussi fines que la dispersion chromatique du mode du guide (voir le dernier terme de l'Eq. (6.18) et la variation spectrale de la phase à la réflexion (voir le second terme de l'Eq. (6.18)) qui inclue, elle même, de nombreuses contributions comme

la variation spectrale de la longueur de pénétration ou la dispersion chromatique du mode de Bloch. Comme l'ont montré des simulations exactes, aucune de ces quantités ne peut être négligée, mais il n'en demeure pas moins que le jeu de relations (6.19) et (6.20), qui est au second ordre celui qu'on obtient pour une cavité classique métallique, est valable pour des cavités intégrées sur une large plage spectrale correspondant pratiquement à tout le bandgap.

6.2.2 Validation numérique de la méthode

La méthode présentée précédemment présente certaines approximations comme des développements limités. Avant de l'appliquer aux mesures expérimentales, nous l'avons validée sur des calculs numériques effectués pour les cavités utilisées lors de l'expérimentation. Dans ce but, nous avons calculé séparément la transmission à la résonance de cavités et les caractéristiques (R' , T') des miroirs associés à l'aide de notre méthode électromagnétique exacte, et nous avons comparé les résultats des calculs directs à ceux (R et T) obtenus en appliquant les formules (6.19) et (6.20). La figure 6.6 présente les courbes de transmission de cavités adaptées ou non pour trois longueurs de cavité différant entre elles de $\delta L = 30$ nm à chaque fois ($\delta L = 30$ nm est la valeur utilisée dans l'expérience). La comparaison entre les résultats issus du calcul direct et ceux obtenus par le biais de la méthode exposée précédemment est présentée dans le tableau 6.1.

Miroir classique		Miroir adapté	
Calcul direct	Méthode proposée	Calcul direct	Méthode proposée
$R' = 0,940$	$R = 0,939$	$R' = 0,794$	$R = 0,802$
$T' = 0,048$	$T = 0,048$	$T' = 0,201$	$T = 0,194$
$L' = 0,013$	$L = 0,013$	$L' = 0,005$	$L = 0,004$

TAB. 6.1 – Validation numérique de notre méthode dans le cas de miroirs classiques et de miroirs adaptés. Les coefficients de réflexion et de transmission R' et T' sont obtenus par un calcul direct, et les coefficients R et T sont obtenus par notre méthode.

L'accord entre les résultats issus de la méthode proposée et ceux issus du calcul direct est excellent. L'étape suivante va naturellement consister à exploiter les résultats expérimentaux grâce à la méthode proposée.

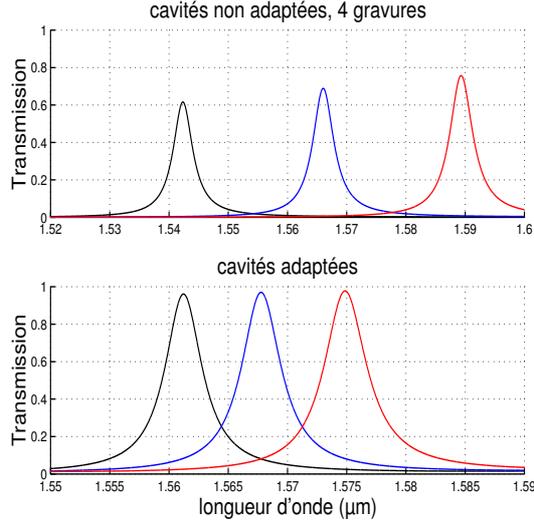


FIG. 6.6 – Courbes de transmission pour des cavités de longueur 1330, 1360 et 1390 nm. La figure du haut fait intervenir des miroirs classiques de 4 périodes de 290 nm et de 90 nm de largeur de gravure, et celle du bas correspond à des miroirs adaptés consistant en une gravures de Bragg semblable au miroir classique et des convertisseurs modaux semblables à ceux utilisés dans l'expérience.

6.2.3 Exploitation des données expérimentales

La figure 6.7 montre des résultats expérimentaux obtenus sur un même substrat SOI et pour des doses identiques lors de l'écriture au masqueur électronique. Les courbes de transmission des cavités sont déterminées expérimentalement par un montage fibre-à-fibre en polarisation TE [Talneau *et al.*, 2001]. La source utilisée est ajustable entre 1500 et 1590 nm et est injectée dans le guide d'onde par une fibre microlentillée. Une seconde fibre identique est utilisée pour collecter la lumière transmise en sortie. Les courbes sont normalisées en mesurant la transmission d'un guide d'onde non gravé de 5 μm de large fabriqué sur le même substrat, et les fibres sont positionnées de sorte que la transmission soit maximale ce qui permet d'obtenir des résultats reproductibles. L'exploitation de ces courbes nous permet alors de déduire les quantités Q , δL et $\delta\lambda$ à la longueur d'onde $\lambda_0 \approx 1570$ nm. Pour les cavités classiques, nous obtenons $Q \approx 100$, $T_{max} \approx 0,4$, $\lambda_0 = 1570$ nm, $\delta L = -30$ nm et $\delta\lambda = -24$ nm. Pour les cavités adaptées, nous obtenons $Q \approx 200$, $T_{max} \approx 0,55$, $\lambda_0 = 1569$ nm, $\delta L = -30$ nm et $\delta\lambda = -13$ nm. Les caractéristiques des miroirs sont présentées dans le tableau 6.2.

Pour l'essentiel, les résultats montrent qualitativement l'effet escompté, c'est à dire

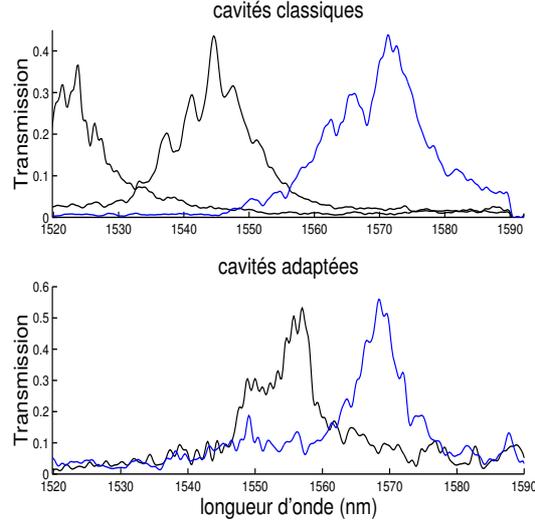


FIG. 6.7 – Courbes de transmission expérimentales associées à des cavités classiques et adaptées analogues à celles modélisées précédemment. La figure du haut fait intervenir des cavités classiques de longueurs 1360 et 1390 nm, celle du bas des cavités adaptées de longueurs 1300 et 1330 nm. Ces résultats expérimentaux ont été obtenus par David Peyrade dans le cadre de son travail de thèse effectué au Laboratoire de Photonique et de Nanostructures.

Miroir classique	Miroir adapté
$R = 0,79$	$R = 0,79$
$T = 0,13$	$T = 0,15$
$L = 0,08$	$L = 0,05$

TAB. 6.2 – Caractéristiques déduites des spectres de transmission de la figure 6.7. Les chiffres sont arrondis au centième le plus près.

une réduction des pertes des miroirs par la réalisation d’un convertisseur modal. En effet, alors que les deux miroirs fabriqués ont des pouvoirs réflecteurs identiques ($R = 79\%$), le miroir adapté présente des pertes presque moitié. Cependant, des écarts significatifs sont obtenus entre les résultats expérimentaux et les prédictions théoriques. La comparaison des tableaux 6.1 et 6.2 montre que les pertes expérimentalement observées sont bien plus importantes que celles prédites numériquement. Nous ne connaissons pas précisément l’origine de cet écart. Il serait raisonnable d’escompter que l’inévitable rugosité des gravures qu’il est difficile de modéliser contribue à l’augmentation des pertes. Cet effet semble être faible puisque les miroirs adaptés qui comportent beaucoup plus de gravures que les miroirs classiques présentent des pertes plus faibles. Ce point atteste d’une bonne maîtrise technologique. Finalement, il doit être signalé que les simulations 2D ne prennent pas en compte les effets du confinement dus à la dimension latérale finie du ruban.

6.3 Remarques

Avant de conclure ce chapitre, nous revenons sur deux approximations faites lors des modélisations et nous étudions leur impact sur les performances de la cavité.

6.3.1 Influence du second mode propagatif

Nous avons vu précédemment que, bien que le guide d'onde que nous étudions supporte deux modes, nous considérons comme négligeable l'influence du second mode propagatif. La raison de ce choix est que le second mode est presque « antisymétrique » et présente donc une faible intégrale de recouvrement avec le faisceau laser fibré focalisé sur le guide. Toutefois, pour peu que l'alignement entre le faisceau focalisé et le guide ne soit pas parfait, il se peut que le second mode soit excité significativement. Dans ce cas, il est intéressant d'avoir une estimation de l'influence de ce second mode sur les courbes de transmission de la cavité. Les spectres de transmission de la figure 6.8 représentent la transmission T_{11} du mode fondamental, la transmission du second mode propagatif T_{22} , ainsi que les transmissions du premier mode vers le second T_{12} , et du second vers le premier, T_{21} . Ces deux dernières courbes sont identiques en raison du théorème de réciprocité. Remarquons que, si la conversion modale peut être négligée, les calculs montrent que le second mode est largement transmis par le miroir de Bragg. S'il est excité, ce second mode contribue donc à la transmission de la cavité et interfère avec le mode fondamental.

6.3.2 Influence de la pente de gravure

Nous avons jusqu'ici considéré que les gravures des miroirs et des adaptateurs étaient parfaites, c'est à dire verticales et non rugueuses. L'effet des erreurs de fabrication a déjà été examiné dans la littérature (voir par exemple [Jambunathan et Singh, 1997]). Nous nous intéressons ici à l'impact de flancs de gravures non verticaux sur les performances des cavités. Cet effet est représenté sur la figure 6.9. Afin de connaître l'influence de ce phénomène sur les performances des cavités, nous avons modélisé des miroirs semblables à ceux représentés sur la figure 6.9. Nos codes électromagnétiques ne considérant que des tranches homogènes, nous avons approximé les flancs obliques par plusieurs tranches

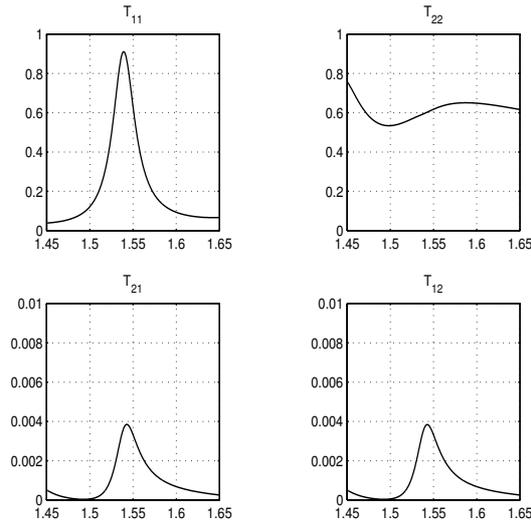


FIG. 6.8 – *Transmission et conversion des deux modes propagatifs du guide d'onde au travers de la cavité. Le second mode propagatif du guide d'onde est largement transmis.*

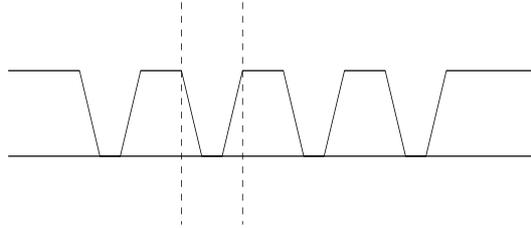


FIG. 6.9 – *Influence des erreurs de fabrication sur le profil du miroir de Bragg. La gravure ionique réactive ne s'effectuant pas de façon uniforme, les gravures obtenues en pratique sont légèrement trapézoïdales (voir les figures 6.4 et 6.5).*

homogènes (voir la figure 6.10). Les comparaisons des performances des miroirs et des cavités font l'objet des tableaux 6.3 et 6.4. Les figures 6.11 et 6.12 comparent les spectres de réflectivité, de transmission et de pertes de ces miroirs avec ceux des miroirs classiques.

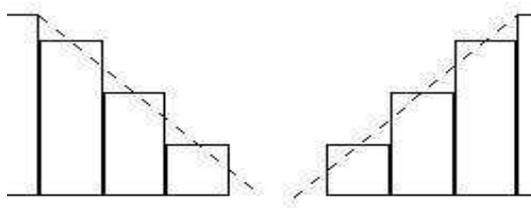


FIG. 6.10 – *Calcul des miroirs non verticaux. Le bord des gravures est calculé en approximant la pente par des marches d'escalier.*

Les résultats des modélisations montrent que l'augmentation des pertes due à la pente de gravure est négligeable. En revanche, la diminution de la réflectivité est plus notable. Ces deux effets combinés ont pour conséquence d'augmenter la transmission pic de la

Miroir classique	
miroir parfait	miroir avec pente
R = 0,94	R = 0,91
T = 0,05	T = 0,08
L = 0,013	L = 0,014

TAB. 6.3 – Influence de la pente de la gravure sur les performances des miroirs. Les caractéristiques sont calculées pour une longueur d'onde de $1,55 \mu\text{m}$ et pour des miroirs classiques comportant 4 périodes. La largeur de gravure à la base du trapèze du miroir imparfait est de 70 nm . Cette largeur est de 90 nm à l'interface silicium-air.

Cavité classique	
miroir parfait	miroir avec pente
$T_{max} = 0,67$	$T_{max} = 0,77$
Q = 368	Q = 249

TAB. 6.4 – Influence de la pente de la gravure sur les performances des cavités pour les miroirs calculés précédemment. Le défaut est de $1,35 \mu\text{m}$.

cavité et de faire chuter le facteur de qualité. En somme, les miroirs de forme trapézoïdale ont un pouvoir réflecteur moindre. L'augmentation des pertes étant faible, elle ne permet pas d'expliquer l'écart entre les calculs théoriques et les résultats expérimentaux constaté sur les tableaux 6.1 et 6.2.

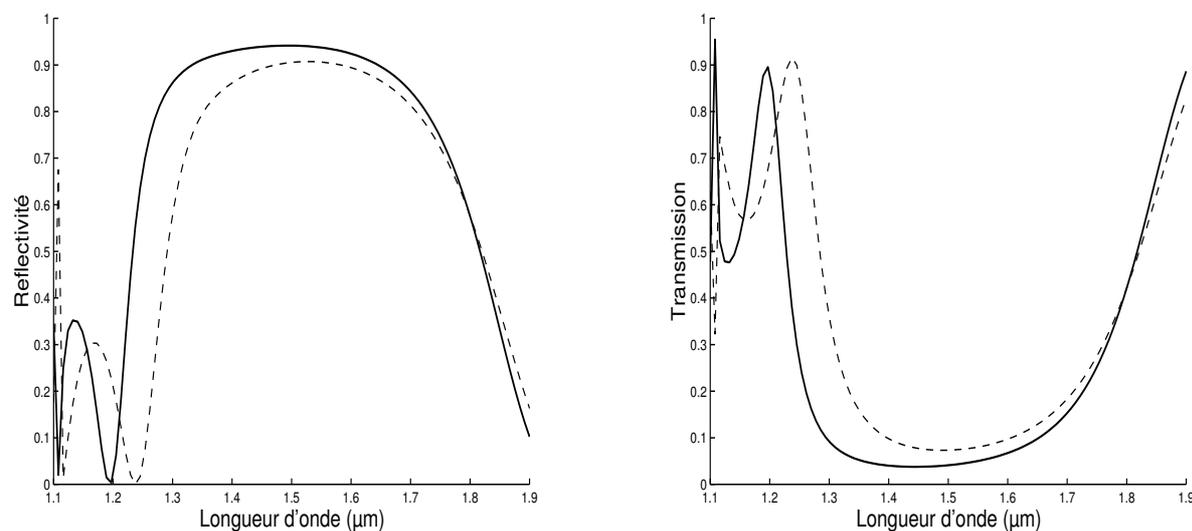


FIG. 6.11 – Effet de la pente sur la réflectivité (figure de gauche) et sur la transmission (figure de droite). Les courbes en traits continus correspondent à un miroir parfait de 4 périodes. Les courbes en pointillés correspondent à un miroir classique de 4 périodes possédant une largeur de gravure de 90 nm au sommet et de 70 nm à la base.

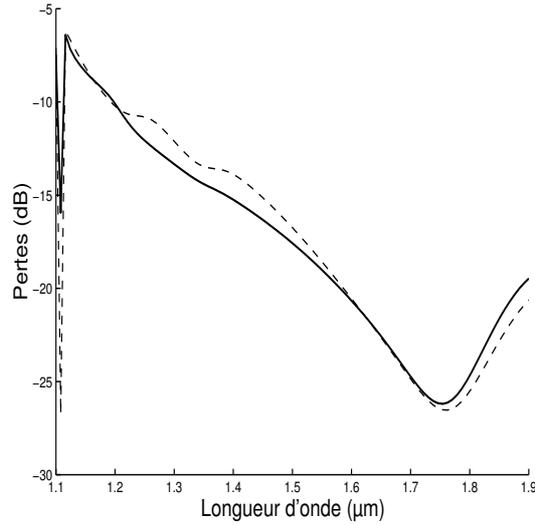


FIG. 6.12 – *Effet de la pente sur les pertes.*

6.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé une méthodologie permettant de remonter aux pertes des miroirs à partir de courbes de transmission de cavités présentant des défauts de longueurs voisines. Pour ce faire, nous sommes partis d'un modèle Fabry-Pérot et nous avons pris en compte la dispersion chromatique (généralement négligée) de paramètres tels que le déphasage à la réflexion. La validation numérique de cette approche, donnée par la figure 6.2 et le tableau 6.1 s'étant avéré concluante, nous avons ensuite appliqué cette méthode à des courbes de transmission expérimentales de cavités classiques et de cavités adaptées. Le calcul des pertes des miroirs correspondants a montré que les miroirs adaptés présentent des pertes plus faibles que les miroirs classiques. Nous avons également observé que les pertes des miroirs fabriqués étaient largement supérieures à celles prévues numériquement, sans parvenir à expliquer de manière satisfaisante l'origine de ce désaccord.

Nous avons regroupé dans les figures 6.13 et 6.14 les performances (transmission pic et facteur de qualité) de diverses cavités courtes étudiées antérieurement à nos travaux. Outre nos cavités, nous présentons les résultats obtenus par [Ripin *et al.*, 2000] et [Krauss *et al.*, 1997]. Les cavités (4T), (5T) et (6T) correspondent à des miroirs classiques à 4,5 et 6 tranchées. L'analyse de ces résultats montre clairement qu'il existe une grande marge

de progression pour les performances des cavités intégrées utilisées à l'heure actuelle. Bien que les résultats obtenus par les différents auteurs ne soient pas nécessairement directement transposables à notre étude, il est visible que ceux-ci ne parviennent pas à concilier à la fois une transmission élevée et un grand facteur de qualité. C'est cette limite que notre étude tente de dépasser. Pour parvenir concrètement à un tel résultat, il faudra nécessairement passer par une amélioration du processus de fabrication, ce qui permettra d'une part d'aboutir à des largeurs de gravures plus petites et, d'autre part, de diminuer les erreurs lors du processus de gravure. Le premier point est essentiel si l'on veut rendre possible la réalisation de cavités présentant une grande transmission et un grand facteur de qualité. Le second point est également très important. Comme le montrent la comparaison des figures 6.6 et 6.7, il existe un écart notable entre les valeurs prédites et celles effectivement obtenues, écart que l'on attribue à des défauts de fabrication.

En somme, cette étude rend réaliste la réalisation de cavités intégrées courtes possédant à la fois une transmission importante et un facteur de qualité élevé, ce qui ouvre des perspectives très intéressantes dans les domaines du démultiplexage en longueur d'onde et dans le contrôle de l'émission spontanée. A l'heure actuelle toutefois, les limitations technologiques limitent considérablement les performances de ces composants de sorte que les miroirs comportant une seule gravure adaptatrice sont ceux qui offrent les meilleures performances compte tenu de ces contraintes.

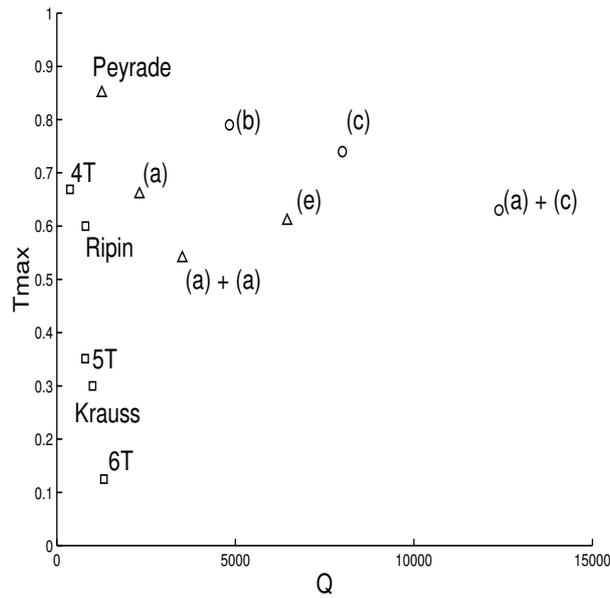


FIG. 6.13 – Performances théoriques de différentes cavités intégrées. Cette figure classe les cavités en fonction de leur transmission pic et de leur facteur de qualité. Les carrés correspondent à des cavités classiques sans adaptateurs et les triangles correspondent à des cavités adaptées fabriquables dans l'état actuel de la technologie. Les cercles correspondent à des cavités adaptées qui ne sont actuellement pas fabriquables en raison des contraintes technologiques sur la largeur de gravure. Ces prédictions théoriques sont obtenues avec la méthode RCWA. Celle concernant les travaux de Ripin repose sur des trous carrés, voir Fig. 10 de l'article publié dans JOSA A (chapitre 2). Celles concernant les travaux de Krauss sont obtenues avec un code 2D (fentes supposées infinies transversalement).

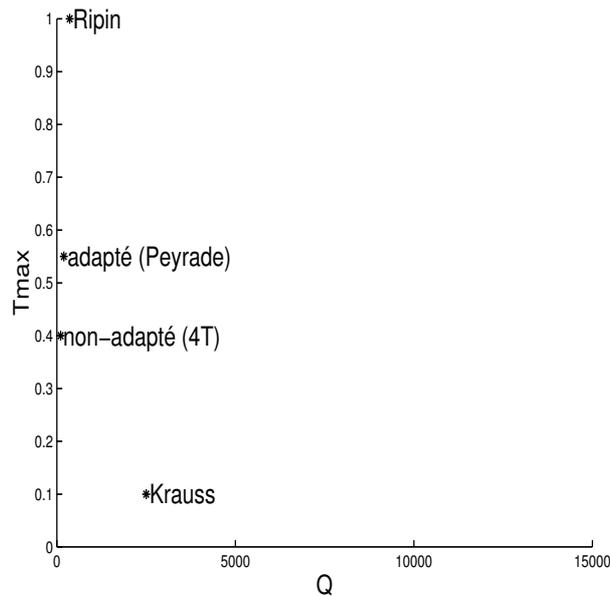


FIG. 6.14 – Performances expérimentales de différentes cavités intégrées. La transmission pic de [Ripin et al., 2000] n'est pas significative car les auteurs l'ont normalisé à 1.

CONCLUSION

Cette thèse s'inscrit dans la mouvance actuelle entourant le développement et la caractérisation des nanostructures en optique guidée. Les résultats obtenus peuvent être résumés en deux points :

- D'un point de vue théorique, nous avons développé et validé une méthode originale de calcul de la diffraction par des nanostructures en optique guidée. Cette approche, dérivée de la méthode RCWA utilisée en théorie des réseaux, est une approche modale qui permet, à l'inverse des méthodes de type FDTD, d'effectuer des calculs exacts sans pour autant discrétiser la totalité de la structure. Pour ce faire, il nous « suffit » en effet de calculer les modes dans les différentes couches homogènes et de les raccorder en utilisant une approche de type matrice S. Ce travail étend de façon significative la classe des problèmes de diffraction qui peuvent être traités par la méthode RCWA.
- D'un point de vue plus appliqué, nous avons développé une méthode simple de conception de convertisseurs modaux courts en optique intégrée. En modifiant progressivement le profil des modes de Bloch au cours de la propagation, nous sommes parvenus à diminuer significativement les pertes d'insertion dans des miroirs de Bragg à fort contraste d'indice. En utilisant un modèle de cavité de type Fabry-Pérot, nous avons ensuite développé une méthode simple nous permettant de remonter aux pertes de miroirs à partir de leur courbe de transmission en cavité. Cette méthode nous a permis de valider expérimentalement la réduction des pertes.

L'approche modale que nous avons suivie pour modéliser nos différentes structures s'est avérée très fructueuse, et ce pour plusieurs raisons. D'une part, la plupart des structures peuvent être décrites par un faible nombre de tranches homogènes. D'autre part,

celles considérées comme « intéressantes » en optique intégrée (miroirs de Bragg, réseaux coupleurs, cristaux photoniques...) sont constituées d'un motif élémentaire répété périodiquement. En conséquence, une approche modale permet d'accélérer considérablement la vitesse de calcul en ne rendant nécessaire que le calcul de la matrice de diffraction de la maille élémentaire du composant. Notons que l'esprit de cette approche est très semblable au calcul de la structure de bandes, dans laquelle on recherche les propriétés à grande échelle du cristal photonique à partir des propriétés de la cellule élémentaire.

Du point de vue de la conception, notre approche est très proche de la physique du système étudié. En effet, les différents processus mis en jeu peuvent se réduire à un échange d'énergie entre les quelques modes de Bloch propagatifs. Notre approche permet donc, non seulement de calculer avec précision les caractéristiques de ces structures, mais également de mieux comprendre les phénomènes physiques qui s'y produisent. Ainsi, nous avons volontairement privilégié une démarche physique lors de la conception des convertisseurs modaux, alors qu'une approche plus numérique nous aurait conduit très certainement à de meilleures performances mais nous aurait masqué les phénomènes physiques sous-jacents.

TABLE DES FIGURES

1.1	Problème du réseau	10
1.2	Représentation symbolique des modes dans un milieu stratifié	18
2.1	Représentation des structures étudiées	22
2.2	Structure que nous désirons modéliser	24
2.3	Première étape de la méthode	25
2.4	Deuxième étape de la méthode	25
2.5	Géométrie des couches considérées	27
2.6	Comparaison des performances des différentes couches absorbantes	28
2.7	Géométrie des PML	42
2.8	Représentation symbolique de la transformée de coordonnée	43
2.9	Comparaison de différentes méthodes de modélisation	44
3.1	Quantités intervenant dans la définition de la matrice S	46
3.2	Définition de la matrice de transfert	48
3.3	Définition de la période	51
4.1	Schéma du laser	54
4.2	Paramètres d'une période du miroir	58
4.3	Atténuation du miroir de Bragg	59
4.4	Réflexion et transmission modales du miroir pour 650 périodes	60
4.5	Efficacité du miroir en fonction du nombre de périodes	61
4.6	Spectre de transmission du réseau coupleur pour 2044 périodes	64
4.7	Spectre de réflectivité du réseau coupleur pour 2044 périodes	64
4.8	Géométrie du couplage	65

4.9	Géométrie suggérée pour la fabrication du laser	66
5.1	Miroir de Bragg réparti	68
5.2	Miroir de Bragg classique gravé dans un guide d'onde	69
5.3	Miroir de Bragg adapté	69
5.4	Représentation des pertes d'absorption	72
5.5	Représentation des pertes d'insertion	72
5.6	Représentation des pertes dues aux ordres diffractés	73
5.7	Réflexivité et pertes de miroirs de Bragg classiques pour diverses périodes	73
5.8	Première étape du modèle	74
5.9	Seconde étape du modèle	74
5.10	Dernière étape du modèle	75
5.11	Validation du modèle des pertes	75
5.12	Corrélation entre les pertes et les indices effectifs	76
5.13	Définition des périodes dans l'adaptateur	78
5.14	Indice effectif du mode de Bloch	79
5.15	Déformation du profil des modes dans un adaptateur	81
5.16	Courbes des pertes de différents miroirs adaptés.	82
5.17	Réflexivité et transmission de miroirs adaptés	83
5.18	Schéma des cavités adaptées	86
5.19	Réflexivité et transmission pour des miroirs adaptés des deux côtés	90
5.20	Pertes pour des miroirs adaptés des deux côtés	90
5.21	Réflexivité et transmission pour des miroirs adaptés fabriquables	91
5.22	Pertes pour des miroirs adaptés fabriquables	91
6.1	Schéma d'une cavité résonante	92
6.2	Confirmation de la validité du modèle Fabry-Pérot	97
6.3	Déphasage à la réflexion de miroirs	98
6.4	Photographie d'un miroir de Bragg	99
6.5	Photographie d'un miroir de Bragg adapté	100

6.6	Courbes de transmission pour des cavités de longueurs différentes	103
6.7	Transmission expérimentale de cavités classiques et adaptées	104
6.8	Transmission et conversion des deux modes propagatifs	106
6.9	Influence des erreurs de fabrication sur le profil du miroir de Bragg	106
6.10	Calcul des miroirs non verticaux	106
6.11	Effet de la pente sur la réflectivité et la transmission	107
6.12	Effet de la pente sur les pertes	108
6.13	Performances théoriques de différentes cavités intégrées	110
6.14	Performances expérimentales de différentes cavités intégrées	110

LISTE DES TABLEAUX

3.1	Calcul du mode de Bloch par différentes approches	51
4.1	Détermination du nombre de périodes des miroirs	61
4.2	Impact des erreurs de fabrication sur les performances du réseau coupleur .	64
5.1	Validation du principe de l'adaptation modale	80
5.2	Validation de la diminution des pertes	80
5.3	Pertes entre le guide d'onde et une gravure de Bragg	82
5.4	Pertes entre deux périodes de Bragg	83
5.5	Géométrie des convertisseurs modaux	85
5.6	Comparaison de différentes cavités adaptées	85
6.1	Validation numérique de notre méthode	102
6.2	Caractéristiques calculées de miroirs fabriqués	104
6.3	Influence de la pente de la gravure sur les performances des miroirs	107
6.4	Influence de la pente de la gravure sur les performances des cavités	107

BIBLIOGRAPHIE

- [Aoyagi *et al.*, 1976] T. Aoyagi, Y. Aoyagi, et S. Namba. High-efficiency blazed grating couplers. *App. Phys. Lett.*, 29:303–304, 1976.
- [Azencott, 1992] R. Azencott. *Simulated Annealing*. John Wiley & sons, New York, 1992.
- [Baba *et al.*, 1996] T. Baba, M. Hamasaki, N. Watanabe, P. Kaewplung, A. Matsutani, T. Mukaiharu, F. Koyama, et K. Iga. A novel short-cavity laser with deep-grating distributed bragg reflector. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 35:1390–1394, 1996.
- [Béranger, 1983] J. P. Béranger. Actes du colloque CEM. CNFRS-URSI, Trégastel, France, 1983.
- [Béranger, 1994] J. P. Béranger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *J. of Comp. Phys.*, 114:185–200, 1994.
- [Bienstman et Baets, 2001] P. Bienstman et R. Baets. Optical modeling of photonic crystals and VCSEL's using eigenmode expansion and perfectly matched layers. *Opt. Quantum Electron.*, 33:327–341, 2001.
- [Born et Wolf, 1964] M. Born et E. Wolf. *Principles of Optics*. Pergamon, Oxford, 1964.
- [Cao *et al.*, 2001] Q. Cao, Ph. Lalanne, et J-P Hugonin. Stable and efficient bloch-mode computational method for one-dimensional grating waveguides. *J. Opt. Soc. Am. A*, 19:335–338, 2001.
- [Chew *et al.*, 1997] W. C. Chew, J. M. Jin, et E. Michielssen. Complex coordinate stretching as a generalized absorbing boundary condition. *Micro. Opt. Technol. Lett.*, 15:363–369, 1997.
- [Chew et Weedon, 1994] W. C. Chew et W. H. Weedon. A 3d perfectly medium from modified maxwell's equations with stretched coordinates. *Micro. Opt. Technol. Lett.*, 7:599–604, 1994.

- [Chou *et al.*, 1996] M. H. Chou, M. A. Arbore, et M. M. Fejer. Adiabatically tapered periodic segmentation of channel waveguides for mode-size transformation and fundamental mode excitation. *Opt. Lett.*, 21:794–796, 1996.
- [Coldren et Corzine, 1995] L.A. Coldren et S.W. Corzine. *Diode lasers and photonic integrated circuits*. John Wiley & sons, New York, 1995.
- [COST268, 1998] COST268. Wavelength scale photonic components for telecommunications, 1998. <http://www.ele.kth.se/COST268/>.
- [Cotter *et al.*, 1995] N. P. K. Cotter, T. W. Preist, et J. R. Sambles. Scattering-matrix approach to multilayer diffraction. *J. Opt. Soc. Am. A*, 12:1097–1103, 1995.
- [Ctyroky *et al.*,] J. Ctyroky, S. Helfert, R. Pregla, P. Bienstman, R. Baets, R. de Ridder, R. Stoffer, G. Klaase, J. Petracek, et R.M. De La Rue. Bragg waveguide grating as a 1d photonic bandgap structure: Cost 268 modelling task. *accepté pour publication dans Opt. Quantum Electron.*
- [Dorgeuille *et al.*, 1995] F. Dorgeuille, B. Mersali, S. François, G. Hervé-Gruyer, et M. Filoche. Spot size transformer with a periodically segmented waveguide based on InP. *Opt. Lett.*, 20:581–583, 1995.
- [Edwards et Ochoa, 1980] D. F. Edwards et E. Ochoa. Computation of mode properties in optical fiber waveguides by a propagating beam method. *Appl. Opt.*, 19:4130, 1980.
- [Fano, 1941] U. Fano. The theory of anomalous diffraction gratings and of quasi-stationary waves on metallic surfaces (sommerfeld’s waves). *J. Opt. Soc. Am.*, 31:213–222, 1941.
- [Feit et Fleck, 1978] M. D. Feit et J. A. Fleck. Light propagation in graded-index optical fibers. *Appl. Opt.*, 17:3990–3998, 1978.
- [Feit et Fleck, 1980] M. D. Feit et J. A. Fleck. Computation of mode properties in optical fiber waveguides by a propagating beam method. *Appl. Opt.*, 19:1154, 1980.
- [Foresi *et al.*, 1997] J.S. Foresi, P.R. Villeneuve, J. Ferrera, E.R. Thoen, G. Steinmeyer, S. Fan, J.D. Joannopoulos, L.C. Kimerling, H.I. Smith, et E.P. Ippen. Photonic-bandgap microcavities in optical waveguides. *Nature*, 390:143–145, 1997.

- [Gerdes, 1994] J. J. Gerdes. Bidirectional eigenmode propagation analysis of optical waveguides based on method of lines. *Electron. Lett.*, 30:550–551, 1994.
- [Granet et Guizal, 1996] G. Granet et B. Guizal. Efficient implementation of the coupled-wave method for metallic lamellar gratings in TM polarization. *J. Opt. Soc. Am. A*, 13:1019–1023, 1996.
- [Hawkins, 1998] G.J. Hawkins. *Spectral Characterisation of Infrared Optical Materials and Filters*. PhD thesis, The University of Reading, Department of Cybernetics, 1998.
- [Henry et Verbeek, 1989] C. H. Henry et B. H. Verbeek. Solution of the scalar wave equation for arbitrarily shaped dielectric waveguides by two-dimensional fourier analysis. *J. Lightwave Technol.*, 7:308–313, 1989.
- [Hill et al., 1978] K. O. Hill, Y. Fujii, D. C. Johnson, et B. S. Kawasaki. Photosensitivity in optical waveguides: Application to reflection filter fabrication. *App. Phys. Lett.*, 32:647, 1978.
- [Holland et Williams, 1983] R. Holland et W. Williams. Total-field versus scattered-field finite-difference codes: A comparative assessment. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 30:4583–4588, 1983.
- [Itoh, 1989] T. Itoh. *Numerical Techniques for Microwave and Millimeter-Wave Passive Structures*. John Wiley & sons, 1989.
- [J. D. Joannopoulos, 1995] J. N. Winn J. D. Joannopoulos, R. D. Meade. *Photonic Crystals, Molding the Flow of Light*. Princeton University Press, 1995.
- [Jambunathan et Singh, 1997] R. Jambunathan et J. Singh. Design studies for distributed bragg reflectors for short-cavity edge-emitting lasers. *IEEE J. Quant. Elec.*, 33:1180–1189, 1997.
- [Knopp, 1978] K. Knopp. Rigorous diffraction theory for transmission gratings with deep rectangular grooves. *J. Opt. Soc. Am.*, 68:1206–1210, 1978.
- [Ko et Sambles, 1988] D. Y. K. Ko et J. R. Sambles. Scattering matrix method for propagation of radiation in stratified media: attenuated total reflection studies of liquid crystal. *J. Opt. Soc. Am. A*, 5:1863–1866, 1988.
- [Krauss et al., 1997] T. F. Krauss, B. Vögele, C. R. Stanley, et R. M. De La Rue. Wa-

- veguide microcavity based on photonic microstructures. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 9:176–178, 1997.
- [Krauss *et al.*, 1998] T. F. Krauss, O. Painter, A. Scherer, J. S. Roberts, et R. M. De La Rue. Photonic microstructures as laser mirrors. *Opt. Eng.*, 37:1143–1148, 1998.
- [Krauss et De La Rue, 1995] T. F. Krauss et R. M. De La Rue. Optical characterisation of waveguide based photonic microstructures. *Appl. Phys. Lett.*, 68:1613–1615, 1995.
- [Krauss et De La Rue, 1996] T. F. Krauss et R. M. De La Rue. *Exploring the two-dimensional photonic bandgap in semiconductors*. C. M. Soukoulis ed., Photonic Band Gap Materials, 1996.
- [Lalanne et Morris, 1996] Philippe Lalanne et G. M. Morris. Highly improved convergence of the coupled-wave method for TM polarization. *J. Opt. Soc. Am. A*, 13:779–784, 1996.
- [Lalanne et Silberstein, 2000] Ph. Lalanne et E. Silberstein. Fourier-modal method applied to waveguide computational problems. *Opt. Lett.*, 25:1092–1094, 2000.
- [Lalanne et Talneau, 2002] Ph. Lalanne et A. Talneau. Modal conversion with artificial materials for photonic-crystal waveguides. *Opt. Exp.*, 10:354–359, 2002.
- [Lalanne, 2002] Ph. Lalanne. Electromagnetic analysis of photonic crystal waveguides operating above the light cone. *IEEE J. Quant. Elec.*, 38(7), 2002. (à paraître).
- [Li et Haggans, 1993] L. Li et W. Haggans. Convergence of the coupled-wave method for metallic lamellar diffraction gratings. *J. Opt. Soc. Am. A*, 10:1184–1189, 1993.
- [Li et Sheard, 1994] M. Li et S. J. Sheard. Waveguide couplers using parallelogramic-shaped blazed gratings. *Opt. Comm.*, 109:239–245, 1994.
- [Li, 1996a] L. Li. Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modeling layered diffraction gratings. *J. Opt. Soc. Am. A*, 13:1024–1035, 1996.
- [Li, 1996b] L. Li. Use of fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures. *J. Opt. Soc. Am. A*, 13:1870–1876, 1996.
- [Loewen et Popov, 1997] E. G. Loewen et E. Popov. *Diffraction Gratings and Applications*. Optical Engineering Series, Marcel Dekker, New York - Basel, 1997.

- [Marcuse, 1991] D. Marcuse. *Theory of Dielectric Optical Waveguides*. Academic Press, 1991.
- [Maystre et Nevère, 1977] D. Maystre et M. Nevère. Sur une méthode d'étude quantitative des anomalies de wood des réseaux de diffraction: application aux anomalies de plasmon. *J. Opt.*, 88:165–174, 1977.
- [Maystre, 1984] D. Maystre. *Rigorous vector theories of diffraction gratings*, volume XXI. Progress in Optics, E. Wolf, ed. (North-Holland, Amsterdam), 1984.
- [Mekis *et al.*, 1996] A. Mekis, J. C. Chen, I. Kurland, S. Fan, P. R. Villeneuve, et J. D. Joannopoulos. High transmission through sharp bends in photonic crystal waveguides. *Phys. Rev. Lett.*, 77:3787, 1996.
- [Moharam *et al.*, 1995] M.G. Moharam, E.B Grann, D.A. Pommet, et T.K. Gaylord. Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings. *J. Opt. Soc. Am. A*, 12:1068–1076, 1995.
- [Moharam et Gaylord, 1981] M. G. Moharam et T. K. Gaylord. Rigorous coupled-wave analysis of planar-grating diffraction. *J. Opt. Soc. Am.*, 71:811–818, 1981.
- [Montgomery *et al.*, 1948] C. G. Montgomery, R. H. Dicke, et E. M. Purcell. *Principles of Microwave circuits*. McGraw-Hill Book Co., N.Y., 1948.
- [Nevère *et al.*, 1974] M. Nevère, P. Vincent, et R. Petit. Sur la théorie du réseau conducteur et ses applications à l'optique. *Nouv. Rev. Opt.*, 5:65–77, 1974.
- [Nevère *et al.*, 1977] M. Nevère, D. Maystre, et P. Vincent. Application du calcul des modes de propagation à l'étude théorique des anomalies des réseaux recouverts de diélectrique. *J. Opt.*, 8:231–242, 1977.
- [O'Brien *et al.*, 1996] J. O'Brien, O. Painter, R. Lee, C.C. Cheng, A. Yariv, et A. Scherer. Lasers incorporating 2d photonic bandgap mirrors. *Electron. Lett.*, 32:2243–2244, 1996.
- [Palamaru et Lalanne, 2001] M. Palamaru et Ph. Lalanne. Photonic crystal waveguides: Out-of-plane losses and adiabatic modal conversion. *App. Phys. Lett.*, 78:1466–1468, 2001.
- [Pascal *et al.*, 1997] D. Pascal, R. Orobitchouk, A. Layadi, A. Koster, et S. Laval. Opti-

- mized coupling of a gaussian beam into an optical waveguide with a grating coupler: comparison of experimental and theoretical results. *Appl. Opt.*, 36:2443–2447, 1997.
- [Peng *et al.*, 1974] S.T. Peng, H.L. Bertoni, et T. Tamir. Analysis of periodic thin-film structures with rectangular profiles. *Opt. Comm.*, 10:91–94, 1974.
- [Peng et Oliner, 1981] S. Peng et A. Oliner. Guidance and leakage properties of open dielectric waveguides. I. mathematical formulations. *IEEE. Trans. Microwave Theor. Tech.*, 29:843–855, 1981.
- [Peng et Tamir, 1974] S. T. Peng et T. Tamir. Directional blazing of waves guided by asymmetrical dielectric gratings. *Opt. Comm.*, 11:405–409, 1974.
- [Petit, 1980] R. Petit. *Electromagnetic Theory of Gratings*. Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- [Peyrade *et al.*, 2002] D. Peyrade, E. Silberstein, Ph. Lalanne, A. Talneau, et Y. Cheng. Short bragg mirrors with adiabatic modal conversion. *App. Phys. Lett.*, 81:230, 2002.
- [Popov et Nevière, 2000] E. Popov et M. Nevière. Grating theory : new equations in fourier space leading to fast converging results for TM polarization. *J. Opt. Soc. Am. A*, 17:1773–1784, 2000.
- [Pregla et Pascher, 1989] R. Pregla et W. Pascher. *Numerical Techniques for Microwave and Millimeter Wave Passive Structures*, pages 381–446. T. Itoh, Ed. New York : Wiley, 1989.
- [Purcell, 1946] E. M. Purcell. Spontaneous emission probabilities at radio frequencies. *Phys. Rev.*, 69:681, 1946.
- [Rattier *et al.*, 2001] M. Rattier, H. Benisty, Ch. J. M. Smith, A. Béraud, D. Cassagne, Ch. Jouanin, T. F. Krauss, et C. Weisbuch. Performance of waveguide-based two-dimensional photonic-crystal mirrors studied with fabry-pérot resonators. *IEEE J. Quant. Elec.*, 37:237–243, 2001.
- [Ripin *et al.*, 2000] D. J. Ripin, K-Y. Lim, G. S. Petrich, P. R. Villeneuve, S. Fan, E. R. Thoen, J. D. Joannopoulos, E. P. Ippen, et L. A. Kolodziejski. Photonic band gap airbridge microcavity resonances inGaAs/ Al_xO_y waveguides. *J. Appl. Phys.*, 87:1578–1580, 2000.
- [Rodriguez *et al.*, 1999] J. Rodriguez, R. D. Crespo, S. Fernandez, J. Pandavenes, J. Oli-

- vares, S. Carrasco, I. Ibanez, et J. L. Virgos. Radiation losses on discontinuities in integrated optical waveguides. *Opt. Eng.*, 38:1896–1906, 1999.
- [Sacks *et al.*, 1995] Z. S. Sacks, D. M. Kingsland, R. Lee, et J.-F. LEE. A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition. *IEEE. Trans. Antennas Propagat.*, 43:1460–1463, 1995.
- [Scarmozzino *et al.*, 2000] R. Scarmozzino, A. Gopinath, R. Pregla, et S. Helfert. Numerical techniques for modeling guided-wave photonic devices. *J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 6:150–162, 2000.
- [Silberstein *et al.*, 2001] E. Silberstein, Ph. Lalanne, J-P Hugonin, et Q. Cao. Use of grating theories in integrated optics. *J. Opt. Soc. Am. A*, 18:2865–2875, 2001.
- [Spühler *et al.*, 1998] M. M. Spühler, B. J. Offrein, G-L Bona, R. Germann, I. Massarek, et D. Erni. A very short silica spot-size converter using a nonperiodic segmented waveguide. *J. Lightwave Technol.*, 16:1680–1685, 1998.
- [Sztefka et Nolting, 1993] G. Sztefka et H. P. Nolting. Bidirectional eigenmode propagation for large refractive index steps. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 5:554–557, 1993.
- [Taflov, 1995] A. Taflov. *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Boston, MA: Artech House, 1995.
- [Talneau *et al.*, 2001] A. Talneau, L. Le Gouezigou, et N. Bouadma. Quantitative measurement of low propagation losses at 1.55 μm on planar photonic crystal waveguides. *Opt. Lett.*, 26:1259–1261, 2001.
- [Tervo *et al.*, 2001] J. Tervo, M. Kuittinen, P. Vahimaa, J. Turunen, T. Aalto, P. Heimala, et M. Leppihalme. Efficient bragg waveguide-grating analysis by quasi-rigorous approach based on redheffer’s star product. *Opt. Comm.*, 198:265–272, 2001.
- [Tischler et Heinrich, 2000] T. Tischler et W. Heinrich. The perfectly matched layer as lateral boundary in finite-difference transmission-line analysis. *IEEE. Trans. Microwave Theory Tech.*, 48:2249–2253, 2000.
- [Ulrich, 1973] R. Ulrich. Efficiency of optical-grating couplers. *J. Opt. Soc. Am. A*, 63:1419–1431, 1973.
- [Vahimaa et Turunen, 1998] P. Vahimaa et J. Turunen. Electromagnetic analysis of wa-

- veguide bragg reflectors, OSA technical digest. *Diffractive Optics and Micro-Optics*, 10:69–71, 1998.
- [van de Hulst, 1957] H. C. van de Hulst. *Light Scattering by Small Particles*. Wiley, New York, 1957.
- [Wang et Huang, 1999] L. Wang et N. Huang. A new numerical method for solving planar waveguide problems with arbitrary index profiles: TE mode solutions. *IEEE J. Quant. Elec.*, 35:1351–1353, 1999.
- [Weissman et Hardy, 1992] Z. Weissman et A. Hardy. 2-D mode tapering via tapered channel waveguide segmentation. *Electron. Lett.*, 28:1514, 1992.
- [Wood, 1902] R. W. Wood. On a remarkable case of uneven distribution of light in a diffraction grating spectrum. *Philos. Mag.*, 4:396–402, 1902.
- [Yablonovitch, 1987] E. Yablonovitch. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.*, 58:2059–2062, 1987.
- [Yariv et Yeh, 1984] A. Yariv et P. Yeh. *Optical Waves in crystals*. John Wiley & sons, New York, 1984.
- [Yee, 1966] K. S. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE. Trans. Antennas Propagat.*, 14:302–307, 1966.
- [Yeh *et al.*, 1977] P. Yeh, A. Yariv, et C-S Hong. Electromagnetic propagation in periodic stratified media. i. general theory. *J. Opt. Soc. Am.*, 67:423–438, 1977.
- [Yevick, 1994] D. Yevick. A guide to electric field propagation techniques for guided-wave optics. *Opt. Quantum Electron.*, 26:185–197, 1994.
- [Yuan *et al.*, 1997] Y. Yuan, T. Brock, P. Bhattacharya, C. Caneau, et R. Bhat. Edge-emitting lasers with short-period semiconductor/air distributed reflector mirrors. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 9:881–883, 1997.

ARTICLES ET CONFÉRENCES

Articles

Ph. Lalanne and E. Silberstein, "*Fourier-modal methods applied to waveguide computational problems*" Opt. Lett. **25**, 1092-1094 (2000).

E. Silberstein, Ph. Lalanne, J-P Hugonin, Q. Cao and P. Chavel "*Use of grating theories in integrated optics*" J. Opt. Soc. Am. A. **18**, 2865-2875 (2001).

D. Peyrade, E. Silberstein, Ph. Lalanne, A. Talneau, Y. Chen "*Short Bragg mirrors with adiabatic modal conversion*" App. Phys. Lett., **81** (2002).

Conférences

E. Silberstein et Ph. Lalanne, "*Méthode de Fourier pour l'analyse des cristaux photoniques en optique guidée*", GDR cristaux photoniques et microcavités, Marseille, 10 décembre 1999.

E. Silberstein et Ph. Lalanne, "*Grating theories for the analysis of photonic waveguides*", CLEO Europe, Nice, 10-15 septembre 2000.

E. Silberstein et Ph. Lalanne, "*Les théories de réseaux et de diffraction: un outil efficace pour la modélisation des problèmes d'électromagnétisme en optique guidée*", JNOG, Toulouse, 20-22 novembre 2000.

Ph. Lalanne and E. Silberstein, ECIO'01, Paderborn, Germany, 4-6 April, 195-198 (2001). "*Grating theory: an efficient tool for waveguide diffraction problems*"

E. Silberstein, Ph. Lalanne, J.P. Hugonin, Q. Cao, P. Chavel, EOS Annual Meeting, From Quantum Optics to Photonics, Zakopane, June 28- July 3, 2001. "*Modified grating theories for modelling aperiodic photonic devices*"

E. Silberstein, D. Peyrade, Ph. Lalanne, A. Talneau, Y. Chen, P. Chavel, ECOC, 27th Conference on Optical Communication, Amsterdam, Sept. 30-Oct. 4 2001. (postdeadline paper) "*Short waveguide microcavity with adiabatic modal conversion*"

Ph. Lalanne, E. Silberstein, J.P. Hugonin, p 90-91, Diffractive Optics, Budapest, Hungary 9-11 October 2001 "*Grating theories for modelling photonic devices in integrated optics*"

Ph. Lalanne, JP Hugonin, E. Silberstein, PIERS 2002, Cambridge Massachusetts, 1-5 July 2002. "*Fourier methods for modelling photonic crystal devices*"

Résumé

Cette thèse s'inscrit dans la mouvance entourant les matériaux nanostructurés pour la photonique. Ces nouveaux composants, structurés à l'échelle de la longueur d'onde, offrent la possibilité de confiner le champ électromagnétique à une échelle très petite, ouvrant ainsi la voie à des composants optiques compacts. En outre, ces matériaux offrent également la possibilité de contrôler l'émission spontanée d'atomes émetteurs, et donc de concevoir des lasers à très bas seuil par exemple.

Bien que les premières étapes visant à leur réalisation aient déjà été franchies, de nombreux problèmes subsistent. D'une part, ces matériaux étant structurés à l'échelle de la longueur d'onde, il est nécessaire pour les modéliser de résoudre les équations de Maxwell sans approximation. D'autre part, pour que ces composants puissent être utilisés en pratique, il faut parvenir à les connecter à d'autres composants optiques plus classiques. Malheureusement, le confinement du champ étant très différent entre ces deux types de composants, il survient immédiatement des pertes d'insertion élevées qui sont pressenties comme un verrou à lever pour les applications futures.

C'est précisément sur ces deux problèmes que porte ma thèse. Dans la première partie, nous présentons une méthode originale de calcul de structures diffractives en optique guidée dérivée de la méthode modale de Fourier (RCWA). Cette nouvelle approche permet, en périodisant numériquement la structure que nous voulons étudier, d'appliquer des codes numériques développés à l'origine pour l'étude des réseaux de diffraction. Nous étendons ainsi de façon importante le champ d'application de la RCWA, lui permettant par exemple de calculer les caractéristiques de miroirs de Bragg ou de cavités intégrées.

Dans la seconde partie, nous nous attaquons au problème des pertes d'insertion en développant des convertisseurs modaux efficaces pour des miroirs de Bragg intégrés courts. Pour ce faire, nous déformons progressivement le mode de Bloch fondamental du miroir en imposant au convertisseur un gradient d'indice complexe. Nos calculs numériques montrent que ces convertisseurs modaux peuvent être très courts, ouvrant ainsi la voie à la réalisation pratique de cavités courtes et à faibles pertes. Cette approche est validée pour des cavités fabriquées dans un substrat de silicium sur isolant.

Abstract

New nanostructured materials are very promising for future applications in integrated optic. However, two important steps are needed for make them a reality. First, it is necessary to implement numerical methods for study and design them because, their typical dimension being in the order of the wavelength, no approached model exist and only Maxwell's laws are valid. Second, these new optical components must be connected to classical ones in order to be exploited. Unfortunatly, the largely different profil of electromagnetic modes in these two different kind of structures induce important insertion losses which dramatically reduces the performances of these components.

The objectives of this work are precisely to provide a solution to these two problems. In the first section we present an original method for calculate waveguide diffractive problems. This method is derivated from the Fourier Modal Method (or RCWA) and is achieved by introduction of virtual periodicity and incorporation of artificial absorbers. In the second section, we are designing efficient tapers for short integrated Bragg mirrors by Bloch-wave engineering, using a complex-gradient index between the classical waveguide and the mirror. Numerical investigation shows that the fabrication of very short low-losses and small modal volume integrated cavities is theoretically possible. The reduction of the losses induced by the tapers are experimentally demonstrated for SOI substrates cavities.