DYNAMIQUE DES ATOMES DANS UN RESEAU OPTIQUE DISSIPATIF : MODES DE PROPAGATION, RESONANCE STOCHASTIQUE, DIFFUSION DIRIGEE

Michele Schiavoni

▶ **To cite this version:**

Michele Schiavoni. DYNAMIQUE DES ATOMES DANS UN RESEAU OPTIQUE DISSIPATIF : MODES DE PROPAGATION, RESONANCE STOCHASTIQUE, DIFFUSION DIRIGEE. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Ecole Polytechnique X, 2003. Français. NNT : . tel-00003129

HAL Id: tel-00003129

https://pastel.hal.science/tel-00003129

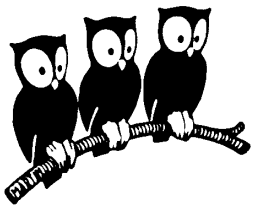
Submitted on 16 Jul 2003

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE

LABORATOIRE KASTLER BROSSEL



THÈSE DE DOCTORAT DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
spécialité : Lasers et matière

présentée par
Michele SCHIAVONI

pour obtenir le titre de
Docteur de l'École Polytechnique

Sujet de la thèse :

DYNAMIQUE DES ATOMES DANS UN RÉSEAU OPTIQUE DISSIPATIF : MODES DE PROPAGATION, RÉSONANCE STOCHASTIQUE, DIFFUSION DIRIGÉE.

Soutenue le 7 Juillet 2003 devant le jury composé de :

M.	Jacques PROST	Président
M.	Ennio ARIMONDO	Rapporteur
M.	Gian-Luca OPPO	Rapporteur
M.	Manuel JOFFRE	Examinateur
Mme	Cécile ROBILLIARD	Examinateur
M.	Ferruccio RENZONI	Directeur de thèse

A Gilbert

Table des matières

Remerciements **9**

Introduction **11**

I Généralités sur les réseaux optiques **15**
I.1 Réseaux optiques brillants unidimensionnels 15
I.1.1 Rappel sur le refroidissement Doppler 16
I.1.2 Déplacement lumineux et pompage optique : la transition $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ 17
I.1.3 La configuration $Lin \perp Lin$ unidimensionnelle 18
I.1.4 Le refroidissement Sisyphe : formation d'un réseau d'atomes 22
I.1.5 Propriétés des réseaux brillants 24
I.1.6 Cas général d'une transition $J_g \rightarrow J_e = J_g + 1$: Potentiels diabatique et adiabatique, refroidissement local 29
I.2 Réseaux brillants tridimensionnels 31
I.2.1 Le rôle des phases. Le tétraèdre standard 31
I.2.2 Caractéristiques du tétraèdre $Lin \perp Lin$ 3D 32
I.3 Réalisation expérimentale 34
I.3.1 Piège Magnéto-Optique (PMO) 34
I.3.2 L'atome de Rubidium 36
I.3.3 La chambre à vide 36
I.3.4 Les sources laser 38
I.3.5 Champs magnétiques 45
I.3.6 Séquence de travail 46

II Techniques d'investigation des réseaux optiques **49**
II.1 Mesure de température 49
II.1.1 Temps de vol 50
II.1.2 Résonances induites par le recul 51
II.1.3 Quelques résultats sur les températures dans un réseau brillant . . . 53
II.2 Imagerie du nuage atomique 56
II.2.1 Rappel sur le mouvement Brownien 57
II.2.2 Diffusion des atomes dans le réseau optique 58
II.2.3 Mesure des coefficients de diffusion 58

II.3 Spectroscopie pompe-sonde . . . 62
II.3.1 Configuration standard dans le tétraèdre *Lin* ⊥ *Lin* 3D . . . 63
II.3.2 Quelques résultats concernant la raie Rayleigh . . . 67
II.3.3 Spectroscopie à faisceaux indépendants . . . 69
II.4 D'autres techniques d'investigation expérimentales . . . 70
II.4.1 Diffraction de Bragg . . . 70
II.4.2 Spectroscopie par transitoire cohérent, mélange à quatre ondes, analyse de fluorescence . . . 71
II.5 Aperçu des méthodes théoriques . . . 72
II.5.1 Méthode des bandes . . . 72
II.5.2 Simulation Monte-Carlo quantique . . . 73
II.5.3 Simulation Monte-Carlo semi-classique . . . 73

III Modes de propagation Brillouin dans les réseaux brillants 75
III.1 Modes de propagation Brillouin . . . 76
III.2 Excitation des modes Brillouin . . . 78
III.2.1 Modulation d'intensité lumineuse . . . 78
III.2.2 Modulation de polarisation lumineuse . . . 81
III.3 Excitation à 2 faisceaux . . . 84
III.3.1 Excitation à deux faisceaux en configuration ∥ . . . 85
III.3.2 Excitation à deux faisceaux en configuration ⊥ . . . 86
III.4 Résultats expérimentaux . . . 87
III.4.1 Résultats expérimentaux dans la configuration ∥ . . . 87
III.4.2 Résultats expérimentaux dans la configuration ⊥ . . . 89
III.5 Spectroscopie pompe-sonde . . . 91
III.5.1 Configuration ∥ . . . 92
III.5.2 Résonance Brillouin en configuration ∥ . . . 94
III.5.3 Configuration ⊥ . . . 95
III.5.4 Mode noir en configuration ⊥ . . . 98
III.6 Excitation à 1 faisceau . . . 99
III.6.1 Mode Brillouin selon x dans la configuration ∥ . . . 100
III.6.2 Mode Brillouin selon z dans la configuration ∥ . . . 103
III.6.3 Configuration ⊥ . . . 105
III.7 Conclusion . . . 106

IV Résonance stochastique dans les réseaux brillants 109
IV.1 Généralités sur la résonance stochastique . . . 110
IV.1.1 Mécanisme de résonance stochastique dans un potentiel bistable . . . 110
IV.1.2 Caractérisation de la résonance stochastique : réponse périodique . . . 113
IV.1.3 Distribution des temps de résidence . . . 114
IV.1.4 Réponse du système . . . 116
IV.2 Résonance stochastique dans un potentiel périodique . . . 118
IV.3 Résonance stochastique pour le mode Brillouin dans un réseau brillant . . . 121
IV.3.1 Résultats expérimentaux par imagerie du nuage atomique . . . 122

IV.3.2 Résultats expérimentaux par spectroscopie pompe-sonde 123
IV.4 Conclusion 125

V Brisure de symétrie et diffusion dirigée dans un réseau optique 127
V.1 Introduction aux moteurs browniens 128
V.1.1 *Rochet* de Feynman 129
V.2 Modèles isothermes 130
V.2.1 Moteurs à potentiel fluctuant 130
V.2.2 Paradoxe de Parrondo 132
V.2.3 Moteurs à forces fluctuantes 135
V.2.4 Moteurs à particule fluctuant entre plusieurs états 137
V.3 Transport d'atomes dans un réseau optique asymétrique 138
V.3.1 Etat non couplé et état noir 138
V.3.2 Configuration utilisée 140
V.3.3 Réalisation expérimentale et résultats expérimentaux 143
V.4 Diffusion dirigée d'atomes dans un réseau optique symétrique 144
V.4.1 Brisure de la symétrie temporelle 144
V.4.2 Une expérience avec les atomes froids 145
V.4.3 Résultats expérimentaux 147
V.4.4 Mécanismes élémentaires de rectification 149
V.5 Conclusion 151

Conclusion 153

Annexe A Phys. Rev. Lett. 88, 133903, (2002) 155

Annexe B Phys. Rev. A 66, 053821, (2002) 161

Annexe C Europhys. Lett. 59, 493, (2002) 167

Annexe D Eur. Phys J. D. 22, 311, (2003) 175

Annexe E Phys. Rev. Lett. 90, 094101, (2003) 183

Annexe F Phys. Rev. Lett. 90, 043901, (2003) 189

Références Bibliographiques 195

Remerciements

Ce travail de thèse a été effectué au laboratoire Kastler Brossel. Je tiens à remercier son directeur Franck Laloë pour m'y avoir accueilli, ce qui m'a permis de bénéficier d'un environnement scientifique très stimulant. Je lui suis aussi très reconnaissant pour le grand soutien qu'il a donné à l'équipe dans les moments les plus difficiles.

J'ai eu la chance de connaître Gilbert Grynberg lorsque j'ai suivi son cours d'Optique Quantique en tant qu'élève à l'Ecole Polytechnique. Gilbert m'a fait l'honneur de m'accueillir dans son équipe de recherche pour ma thèse. J'ai pu apprécier sa rigueur scientifique, ses qualités pédagogiques et son enthousiasme pour la recherche. Par ailleurs, je ne peux qu'exprimer mon admiration pour son courage face à la maladie qu'il a combattue avec tant de ténacité. Gilbert nous a quitté six mois avant la fin de ma thèse. Mon plus grand regret est qu'il n'ait pas pu voir la fin de ce travail. Je tiens aussi à remercier sa femme Jocelyne, qui pendant presque deux ans a accompagné régulièrement Gilbert au laboratoire pour nos réunions hebdomadaires.

Mon séjour dans le groupe a coïncidé avec celui de Ferruccio Renzoni, en stage postdoctoral. Je garderai un très bon souvenir des discussions avec Ferruccio sur les différents problèmes de physique que nous avons rencontré lors de ces trois ans. Ferruccio est devenu mon directeur de thèse après le décès de Gilbert. Je suis content d'avoir été le premier étudiant dont il ait officiellement dirigé une thèse. Juste un conseil pour la suite de sa carrière de chercheur : quelques sourires de plus !

Je tiens à remercier Régis Carminati, avec lequel j'ai partagé "la manip" pendant mes deux premières années de thèse. Difficilement deux personnes peuvent avoir une vision tellement différente du travail expérimental. Je lui suis très reconnaissant d'avoir supporté mes (parfois trop) nombreux "conseils et remarques". Nous avons ainsi pu travailler en équipe dans une atmosphère relaxée et conviviale.

Je remercie Laurent Sanchez-Palencia pour toutes les simulations numériques qu'il a effectués, ce qui a permis une comparaison constante entre théorie et expérience.

Je tiens à exprimer ma gratitude à Ennio Arimondo et Gianluca Oppo qui se sont chargés de la tache de rapporteurs, ainsi qu'à Manuel Joffre, Jacques Prost et Cécile Robilliard, qui ont voulu faire partie de mon jury et qui ont montré tellement d'intérêt vers mon travail. Un remerciement particulier à Cécile Robilliard pour avoir relu avec tant de soin mon manuscript avant que celui-ci soit envoyé aux rapporteurs et pour ses conseils précieux lors de ses fréquentes visites au laboratoire.

Je remercie les membres des services techniques (mécanique, électronique, informa-

tique) dont l'aide a été essentielle pour la réalisation de toutes les expériences. Un grand merci à M. Point et M. Courtiade pour leur aide, toujours très efficace. Merci également aux différents secrétaires du laboratoire qui se sont alternés et qui ont toujours montré une grande disponibilité pour résoudre les nombreux problèmes bureaucratiques qui se sont posés au cours de ces trois années.

Si ma thèse contient un nombre de fautes d'orthographe absolument négligeable ce n'est pas seulement grâce à ma connaissance de la langue française, mais surtout à cause d'une relecture pointilleuse du manuscript de la part de ma mère. Mon père a assuré le transfert informatique des différentes versions entre Paris et Bari. Par ailleurs, je tiens à remercier mes parents pour le soutien qu'ils m'ont toujours offert, en particulier dans les premières années de mon séjour en France.

J'ai habité avec mon frère Francesco pendant les deux premières années de ma thèse. Il a été très souvent victime de mes discours passionnés sur les lasers, les atomes et la physique non-linéaire : une grande preuve de patience !

Je remercie les différents collègues avec lesquels j'ai partagé les repas du midi dans "l'excellent" restaurant universitaire situé à côté du laboratoire : Angela (la Rossa), Aurélien (et son panneau syndical), Olivier, Sébastien, Stéphane (et ses petites remarques), Marie, Yanko. Merci à nos voisins Pierre et Maxime, avec lesquels j'ai souvent des discussions agréables et constructives.

Un remerciement à tous mes amis dispersés un peu dans le monde. Un grazie a tutti i membri della lista "cani e porci", alle valanghe di mail dei venerdi di thèse in cui non funziona niente, alle Martinollate, ai pastoni in compagnia carichi di discussioni polemiche, alle "soirées bridge" (come dimenticare ma "copine de Bridge" Boriana ?)...

Un grand merci à toute l'équipe de volley Femina Sport, qui a supporté mes (rares) prestations médiocres en tant que passeur.

E per concludere un ringraziamento a tutti i miei amici a Bari : Marco (e la combriccola dell'auletta), Vito, Matteo, Elisabetta, Massimo, Silvia (ed i Fisici). La dimostrazione piú bella di amicizia quando si è all'estero da sei anni è tornare a casa e vedersi trattato come se ci si fosse visti qualche minuto prima. Anche e soprattutto se ciò implica battute salaci non sempre facili da digerire.

Introduction

Les réseaux optiques sont des structures d'atomes confinés dans des potentiels optiques obtenus par l'interférence de plusieurs faisceaux laser [1, 2].

La superposition de plusieurs ondes lumineuses conduit à la formation d'une modulation spatiale de l'intensité et/ou de la polarisation du champ électromagnétique. Un atome placé dans un tel champ aura ses niveaux d'énergie déplacés à cause de l'interaction entre le dipole atomique et le champ électrique oscillant [3]. Les déplacements lumineux des niveaux atomiques vont reproduire la modulation de la lumière, donnant lieu à de véritables potentiels optiques sur lesquels l'atome va évoluer.

De façon générale, la souplesse avec laquelle la géométrie des faisceaux laser peut être ajustée permet d'obtenir des potentiels optiques périodiques, quasi-périodiques et même aléatoires à une, deux ou trois dimensions. Ces potentiels sont quasiment sans défauts à cause des propriétés de cohérence de la lumière utilisée.

Il est possible d'identifier deux catégories de réseaux optiques, selon que la fréquence de la lumière utilisée est proche d'une résonance atomique ou loin de toute résonance. Dans les réseaux optiques qui utilisent une lumière proche d'une résonance atomique, que l'on appelle couramment réseaux optiques dissipatifs, l'interaction atome-rayonnement ne conduit pas seulement à la formation d'un potentiel optique, mais induit aussi une force de friction pour les atomes qui permet de les ralentir à des vitesses très faibles, correspondantes à des températures de l'ordre du micro-Kelvin. En revanche, lorsque la lumière utilisée est loin de toute résonance atomique, l'interaction atome-rayonnement est purement conservative. Les atomes peuvent toujours être piégés dans les potentiels optiques, mais seulement si préalablement refroidis par d'autres méthodes.

Les réseaux optiques sont un excellent système modèle pour la physique des solides si l'on applique les règles suivantes : les porteurs sont des atomes et non des électrons, les énergies de liaison sont de l'ordre du milli-Kelvin au lieu de l'électron-volt, le pas typique de l'ordre du micron (longueur d'onde de la lumière utilisée) au lieu de l'Ångstrøm. Parmi les travaux dans lesquels les propriétés de cohérence des réseaux optiques ont été utilisées pour observer un phénomène prévu en physique des solides, nous citons l'observation des oscillations de Bloch [4, 5], difficiles à détecter dans un vrai cristal à cause de la présence des phonons.

Les réseaux optiques constituent aussi un système idéal pour l'étude de phénomènes de dynamique non-linéaire. Parmi les résultats plus remarquables, citons la réalisation du *rotateur forcé* (*kicked rotor*) et la détection du *chaos quantique* dans un réseau très désaccordé [6], ou l'observation de la *bistabilité mécanique* d'un oscillateur anharmonique forcé [7].

Le travail présenté dans cette thèse s'inscrit dans ce cadre. Nous avons étudié expérimentalement le transport des atomes dans un réseau optique dissipatif, et en particulier des phénomènes induits par le bruit pour la dynamique atomique dans ces structures. Le rôle du bruit est joué par le processus stochastique de pompage optique et peut être aisément contrôlé à travers les paramètres (intensité, désaccord par rapport à la résonance atomique) des faisceaux du réseau optique, sans affecter le potentiel optique vu par les atomes.

La thèse est divisée en cinq chapitres. Dans le premier, nous présentons de façon détaillée les principaux résultats sur les réseaux optiques dissipatifs et sur leur lien avec les méthodes de refroidissement d'atomes, en particulier le refroidissement Sisyphe. Nous décrivons de façon générale, la dynamique des atomes dans chaque puits du potentiel optique et les mécanismes élémentaires de transport d'atomes. Nous présentons aussi toutes les techniques que nous avons utilisées pour réaliser les expériences.

Le deuxième chapitre est consacré à la description des différentes méthodes d'investigation des réseaux optiques. Nous présentons un certain nombre de résultats expérimentaux qui ont été obtenus dans l'équipe lors de mon séjour et qui représentent le sujet de la thèse de François-Régis Carminati et le point de départ de mon travail. Nous reportons des résultats sur la température d'équilibre atteinte par les atomes dans les réseaux brillants et sur la dynamique du refroidissement. Nous décrivons aussi l'étude de la diffusion spatiale des atomes dans le réseau par imagerie du nuage atomique. Nous introduisons la méthode de spectroscopie pompe-sonde, et nous étudions le lien entre la dynamique atomique et les spectres pompe-sonde.

Dans le troisième chapitre, nous décrivons les expériences qui ont conduit à l'observation directe des modes de propagation d'atomes dans les réseaux. Ces modes présentent de fortes analogies avec ceux que l'on rencontre dans les milieux denses, avec la création d'une onde de densité qui se propage à une vitesse bien définie. Les modes sont excités en ajoutant un ou plusieurs faisceaux laser, qui induisent une modulation des potentiels optiques vus par les atomes. La détection est effectuée par imagerie du nuage atomique et par spectroscopie pompe-sonde. La comparaison entre les deux méthodes permet de mettre en évidence l'existence de modes noirs, qui ne donnent pas lieu à des résonances optiques dans les spectres pompe-sonde.

Dans les deux derniers chapitres de ce travail, nous présentons des expériences dans lesquelles les réseaux optiques sont utilisés comme système modèle pour la physique statistique. En particulier, les phénomènes induits par le bruit sont le thème principal que l'on a abordé. Dans le quatrième chapitre nous montrons que l'excitation des modes de propagation présente une résonance stochastique. Ce phénomène non-linéaire, consiste dans l'amélioration du rapport signal/bruit pour une observable spécifique d'un système physique quelconque lorsque le bruit est augmenté. Nous montrons expérimentalement que les modes de propagation sont plus fortement excités lorsque le niveau du bruit (le pompage optique) est plus élevé.

Enfin, dans le dernier chapitre, nous décrivons la réalisation de deux moteurs browniens, systèmes physiques dans lesquels un déplacement unidirectionnel de particules dans

un potentiel plat à longue échelle est obtenu grâce à la rectification de forces fluctuantes de moyenne nulle. Dans la première de ces deux expériences, qui a été réalisée dans notre groupe peu de temps avant mon arrivée, un courant de particules est obtenu grâce à la brisure de la symétrie spatiale du potentiel sur lequel les atomes évoluent. Nous nous sommes intéressés alors à réaliser un moteur brownien symétrique dans l'espace, pour lequel la brisure de la symétrie temporelle permet d'obtenir une diffusion dirigée des atomes.

Chapitre I

Généralités sur les réseaux optiques

Toutes les expériences décrites dans cette thèse ont été réalisées sur des réseaux optiques [1, 2]. Le but de ce chapitre est de résumer les concepts de base sur les réseaux optiques et d'introduire les techniques expérimentales pour les réaliser et les étudier.

Les réseaux optiques sont des structures d'atomes refroidis à des températures très basses (de l'ordre du μK) et piégés dans un potentiel périodique obtenu par l'interférence de plusieurs faisceaux laser. Les expériences que nous avons réalisées concernent les réseaux optiques dits *brillants*, à cause de la forte intensité de fluorescence qui les caractérise, dans lesquels agit le mécanisme de refroidissement Sisyphe [8, 9].

Le chapitre se divise en deux parties : une première partie théorique, dans laquelle les mécanismes de refroidissement et de piégeage sont présentés et une deuxième, dans laquelle les techniques expérimentales que nous avons utilisées sont introduites en détail.

I.1 Réseaux optiques brillants unidimensionnels

La date de naissance des réseaux optiques est intimement liée à celle du mécanisme de refroidissement Sisyphe [8, 9], introduit en 1989 pour expliquer les températures extrêmement basses observées dans les mélasses optiques [10, 11], en contradiction avec les prévisions théoriques du refroidissement Doppler [12]. En effet la théorie du refroidissement Doppler avait été conçue pour un atome à deux niveaux, alors que les expériences avaient été réalisées sur des transitions atomiques plus compliquées. C'est en tenant compte des différents sous-niveaux atomiques du fondamental qu'une théorie plus complète du refroidissement a pu être mise en place. Après un bref rappel sur le refroidissement Doppler, nous allons décrire cette théorie dans le cas de figure le plus simple : une transition atomique $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$, dans laquelle le niveau fondamental est donc dégénéré. Une généralisation des résultats, qui restent valables pour toute transition du type $J_g \rightarrow J_e = J_g + 1$, avec $J_g \neq 0$, sera donnée par la suite.

I.1.1 Rappel sur le refroidissement Doppler

Introduit par Hänsch et Schawlow en 1975 [12], ce mécanisme de refroidissement se base sur les forces de pression de radiation [13]. Considérons un atome à deux niveaux $|g\rangle$ et $|e\rangle$, avec une différence d'énergie $E_e - E_g = \hbar\omega_0$, illuminé par un faisceau laser proche de résonance (pulsation ω_L, nombre d'onde k_L). Pour chaque photon absorbé dans l'onde lumineuse, l'atome va voir son impulsion augmenter de $\hbar k_L$ dans la direction de propagation de l'onde. En revanche, à chaque émission spontanée d'un photon, l'atome va toujours acquérir une impulsion $\hbar k_L$, mais dans une direction aléatoire. On voit bien ainsi que sur un grand nombre de cycles de fluorescence le faisceau laser va exercer sur l'atome une force moyenne dans la direction de propagation de l'onde, qu'on appelle force de pression de radiation. Si Γ' est le taux de fluorescence, on obtient une force dans la direction de l'onde lumineuse qui vaut $|\mathbf{F}| = \hbar k_L \Gamma'$. Sans être quantitatif, il est évident que cette force est d'autant plus grande que le faisceau laser est plus intense et proche de résonance, à cause du plus grand nombre de cycles de fluorescence effectué par l'atome. Pour pouvoir obtenir une force de friction dans la direction z, il nous faudra deux faisceaux laser contra-propageants, de même intensité et légèrement désaccordés sur le rouge de la transition atomique ($\Delta = \omega_L - \omega_0 < 0$). En négligeant les effets dus à l'interférence entre les faisceaux laser, chacun des deux faisceaux va exercer sur l'atome une force de pression de radiation. Si l'atome est immobile, ces deux forces sont identiques. Considérons maintenant un atome en mouvement : s'il a une composante de vitesse dans la direction z, à cause de l'effet Doppler il verra des fréquences différentes pour les deux ondes. En particulier si l'atome a une vitesse $v_z > 0$ la fréquence de l'onde le long de $+z$ sera déplacée vers le rouge par rapport à la résonance atomique, alors que celle de l'onde le long de $-z$ se rapprochera de résonance. Il s'ensuit que les forces de pression de radiation ne vont plus être équilibrées ; en particulier, l'atome subira une force effective dans la direction $-z$, donc opposée à sa vitesse. Evidemment, une situation symétrique se présentera si l'atome a une vitesse $v_z < 0$, avec une force qui s'opposera toujours au mouvement de l'atome. Naturellement, le mécanisme peut être étendu à trois dimensions si l'on utilise trois paires de faisceaux.

En définissant une température cinétique T_i dans la direction i, d'après la relation (on reviendra dans le chapitre II sur le problème d'une définition exacte de la température)

$$\frac{1}{2}k_B T_i \;=\; \frac{1}{2}m\overline{v_i^2} \tag{I.1}$$

où $\overline{v_i^2}$ est la moyenne du carré de la vitesse dans la direction i, on pourrait espérer qu'un tel mécanisme puisse ralentir un ensemble d'atomes jusqu'à une température nulle, correspondant à un ensemble d'atomes immobiles. En réalité, du fait que les atomes absorbent les photons à des instants aléatoires et les réémettent dans une direction aléatoire, les atomes subissent aussi une force aléatoire qui les empêche d'atteindre une température nulle. En tenant compte de ces processus de chauffage, on peut estimer la température minimum atteinte par un tel mécanisme [12], appelée température Doppler $T_{Doppler} = \hbar\Gamma/2k_B$, où Γ est la largeur naturelle de l'état excité de la transition atomique et k_B la constante de

Boltzmann. Cette température limite vaut 142 μK pour le Rubidium. Or, les expériences menées en 1989 dans le groupe de W.D. Phillips [10] démontrèrent que des températures bien plus basses étaient accessibles, faisant entrer en jeu des mécanismes plus subtils liés aux déplacements lumineux et au pompage optique entre les différents sous-niveaux.

I.1.2 Déplacement lumineux et pompage optique : la transition $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$

Considérons un atome illuminé par une onde électromagnétique. Celle-ci va induire un dipôle atomique oscillant à la même fréquence que l'onde, et les niveaux de l'atome seront déplacés du fait de l'interaction dipolaire électrique. Ces déplacements de niveaux, appelés couramment déplacements lumineux, furent observés par des travaux pionniers avec des lampes à incandescence [3, 14, 15]. Les déplacements lumineux sont en général différents pour les différents sous-niveaux Zeeman du fondamental et entraînent donc la levée de leur dégénérescence. Plus précisément, regardons l'effet d'une onde électromagnétique sur un atome avec une transition $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$. Le hamiltonien d'interaction s'écrit $W = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}$, où $\mathbf{d}$ est l'opérateur moment dipolaire électrique de l'atome et $\mathbf{E}$ le champ électrique. Choisissons comme axe de quantification celui de propagation de la lumière et considérons le cas d'une polarisation σ_+. Par conservation du moment cinétique, seules les transitions $|m_g\rangle \rightarrow |m_e = m_g + 1\rangle$ seront possibles. Etant donné que le moment dipolaire électrique est un opérateur tensoriel, on peut appliquer le théorème de Wigner-Eckart [16]. Le coefficient de Clebsch-Gordan est plus grand pour la transition $|m_g = +1/2\rangle \rightarrow |m_e = +3/2\rangle$ que pour celle $|m_g = -1/2\rangle \rightarrow |m_e = +1/2\rangle$, comme le montre la figure I.1. Il s'ensuit que pour une polarisation σ_+ de la lumière, le sous-niveau $|m_g = +1/2\rangle$ sera plus déplacé que $|m_g = -1/2\rangle$. Symétriquement pour une polarisation σ_- de la lumière, le sous-niveau $|m_g = -1/2\rangle$ sera plus déplacé.

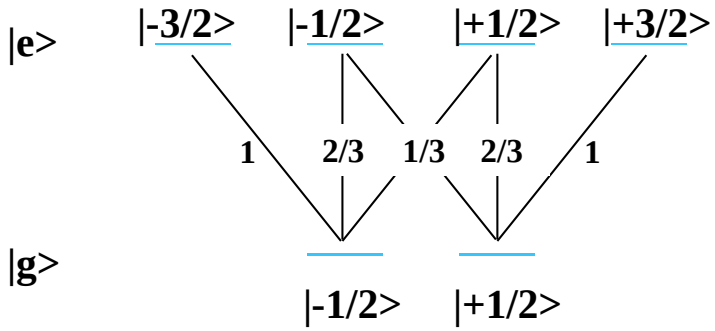


Figure I.1: *Carrés des coefficients de Clebsch-Gordan pour une transition atomique J_g=1/2 → J_e=3/2.*

Sans aucune équation, on peut déjà prévoir que le déplacement lumineux est proportionnel à l'intensité lumineuse I. En effet, le dipôle atomique induit est linéaire en le champ électromagnétique ($\mathbf{d} \propto \mathbf{E}$), et donc l'énergie $W = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{E} \propto E^2 \propto I$. Il s'ensuit que

si on arrive avec une configuration opportune des faisceaux laser à obtenir une modulation spatiale d'intensité ou de polarisation lumineuse, les déplacements lumineux seront aussi modulés, donnant lieu à des potentiels sur lesquels les atomes vont évoluer.

Le deuxième ingrédient à prendre en compte pour pouvoir comprendre le mécanisme de refroidissement Sisyphe est le pompage optique [17, 18]. Considérons à nouveau un atome ayant une transition $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ et illuminé par une lumière σ^+ (figure I.2). Si l'atome se trouve au départ dans le sous-niveau $|m_g = +1/2\rangle$ et qu'il absorbe un photon σ^+, il finira dans le sous-niveau $|m_e = +3/2\rangle$. De là, l'unique transition possible consiste à se désexciter vers le sous-niveau de départ $|m_g = +1/2\rangle$. En revanche, si l'atome se trouve au départ dans le sous-niveau $|m_g = -1/2\rangle$, l'absorption d'un photon σ^+ va le porter dans le sous-niveau $|m_e = +1/2\rangle$. A partir de cet état, la désexcitation peut se faire soit vers le sous-niveau de départ $|m_g = -1/2\rangle$, soit vers $|m_g = +1/2\rangle$. Dans le premier cas, l'atome peut recommencer un cycle de fluorescence qui peut le ramener dans $|m_g = +1/2\rangle$, tandis que dans le deuxième cas, l'atome va pouvoir seulement effectuer des cycles de fluorescence entre $|m_g = +1/2\rangle$ et $|m_e = +3/2\rangle$. On comprend facilement, donc, qu'après un très petit nombre de cycles de fluorescence, tous les atomes seront pompés optiquement vers $|m_g = +1/2\rangle$. Comme pour le déplacement lumineux, la situation est complètement symétrique dans le cas d'une polarisation σ^-, avec tous les atomes pompés dans le sous-niveau $|m_g = -1/2\rangle$.

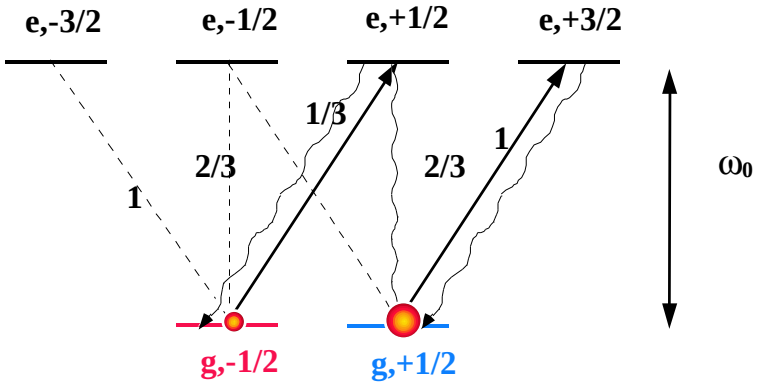


Figure I.2: *Schéma d'une transition J_g=1/2 → J_e=3/2 en présence d'un champ σ^+. Le principe du pompage optique est illustré, avec les atomes pompés vers le sous niveau $|m_g = +1/2\rangle$.*

I.1.3 La configuration *Lin* ⊥ *Lin* unidimensionnelle

Une fois mis en place les points essentiels de l'interaction laser-atome qui nous serviront par la suite, nous abordons une étude plus quantitative pour une situation particulière. Considérons toujours un atome avec une transition $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$, en présence d'un champ électromagnétique créé par l'interférence de deux faisceaux laser

contrapropageants, de même intensité et pulsation, et de polarisations linéaires croisées. Cette configuration, appelée couramment configuration $Lin \perp Lin$ 1D est représentée sur la figure I.3.a. Avant de poursuivre, introduisons les notations suivantes :

- $\hbar\omega_0$ est la différence d'énergie entre les deux niveaux atomiques ;
- ω_L est la pulsation des faisceaux laser ;
- k_L est le module du vecteur d'onde des faisceaux laser ;
- $\Delta = \omega_L$ - ω_0 est le désaccord des faisceaux laser par rapport à la transition atomique ;
- Γ est la largeur naturelle du niveau excité.

Nous supposerons dans toute la suite que l'extension spatiale du paquet d'onde atomique est faible devant la longueur d'onde λ des faisceaux laser. Ainsi nous pourrons considérer les degrés de liberté externes de l'atome (position et impulsion) comme des grandeurs classiques pour décrire la dynamique de l'atome. Cette hypothèse porte le nom d'approximation semi-classique.

Dans la configuration $Lin \perp Lin$ 1D, les amplitudes des champs s'écrivent :

$$\mathbf{E}_1(z,t) = E_0\left(e^{i(k_L z-\omega_L t)} + c.c.\right)\mathbf{e}_x \tag{I.2}$$

$$\mathbf{E}_2(z,t) = E_0\left(e^{i(-k_L z-\omega_L t+\phi)} + c.c.\right)\mathbf{e}_y \tag{I.3}$$

où ϕ est la phase relative des deux faisceaux. En prenant $\phi = \pi/2$ (ceci revenant à changer l'origine des positions) et en passant dans la base des états circulaires du champ, $\mathbf{e}_\pm = \mp\frac{(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)}{\sqrt{2}}$ (en prenant l'axe z comme axe de quantification), l'amplitude totale du champ s'écrit :

$$\mathbf{E}_T = E_0\sqrt{2}\left(-i\sin k_L z\ \mathbf{e}_+ + \cos k_L z\ \mathbf{e}_-\right) \tag{I.4}$$

L'interférence des deux ondes produit donc un gradient de polarisation, avec le champ polarisé successivement σ^+ et σ^-. Le pas de cette modulation de polarisation vaut $\lambda/2$ (voir Figure I.3.a). Au contraire, l'intensité lumineuse n'est pas modulée spatialement dans cette configuration.

Introduisons le paramètre de saturation par faisceau s_0,

$$s_0 = \frac{\Omega^2/2}{\Delta^2 + \Gamma^2/4} \tag{I.5}$$

où Ω est la pulsation de Rabi définie par $\Omega = -\mathcal{D}E_0/\hbar$, $\mathcal{D}$ étant l'élément de matrice du dipôle atomique entre l'état fondamental et l'état excité pour un coefficient de Clebsch-Gordan égal à 1.

Remarquons que le temps τ séparant deux cycles de fluorescence est de l'ordre de $(s_0\Gamma)^{-1}$ [18]. Il s'ensuit que pour des valeurs de $s_0 \ll 1$, qui sont couramment obtenues dans nos expériences, les atomes passent la plupart de leur temps dans l'état fondamental (le temps de permanence dans l'état excité étant de l'ordre de Γ^{-1} pour chaque cycle de fluorescence). Dans ce cas, on peut plus simplement étudier la dynamique atomique en ne tenant compte que des sous-niveaux du fondamental.

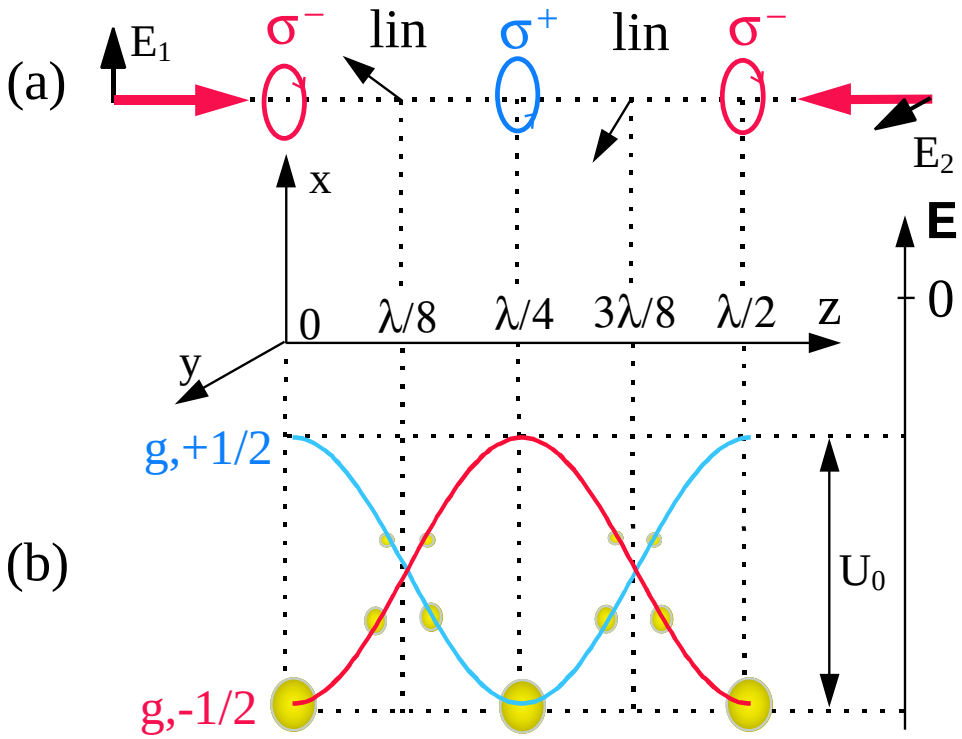


Figure I.3: *(a) Configuration lin⊥lin : les polarisations des deux faisceaux étant perpendiculaires, il n'y a pas de gradient d'intensité mais un gradient de polarisation. (b) Déplacements lumineux dans le cas d'une transition J_g=1/2 → J_e=3/2. Les potentiels sont tracés lorsque les faisceaux sont désaccordés sur le rouge de la transition atomique. On constate qu'au fond des puits, la polarisation de la lumière est purement circulaire : lorsque la lumière est polarisée σ^+, le déplacement lumineux de $|m_g = +1/2\rangle$ passe par un minimum. De même lorsque la lumière est polarisée σ^-, le déplacement lumineux de $|m_g = -1/2\rangle$ passe par un minimum. Le zéro pour l'énergie correspond à l'énergie des niveaux fondamentaux $|m_g = \mp 1/2\rangle$ en l'absence de champ laser.*

Avec un traitement complet utilisant le formalisme des équations de Bloch optiques [18, 19], on peut faire apparaître un opérateur effectif appelé *opérateur déplacement lumineux*

$\Lambda(z)$ dont les états propres correspondent aux sous-niveaux Zeeman $|m_g = \mp 1/2\rangle$, et dont les valeurs propres $U_{\mp}(z)$ sont :

$$U_+(z) = 2\hbar\Delta_0' \left(\frac{I^+}{I} + \frac{I^-}{3I}\right) = 2\hbar\Delta_0' \left(1 - \frac{2}{3}\cos^2 k_L z\right) \quad \text{(I.6)}$$

$$U_-(z) = 2\hbar\Delta_0' \left(\frac{I^-}{I} + \frac{I^+}{3I}\right) = 2\hbar\Delta_0' \left(1 - \frac{2}{3}\sin^2 k_L z\right) \quad \text{(I.7)}$$

où $I^{\pm} = |E^{\pm}|^2$ sont les intensités des composantes σ^+ et σ^- de la lumière, $I = I^+ + I^-$ et Δ_0' est donné par :

$$\Delta_0' = \frac{s_0}{2}\,\Delta \quad \text{(I.8)}$$

Comme annoncé dans le paragraphe précédent, ces déplacements lumineux modulés spatialement sont de véritables potentiels optiques pour un atome en mouvement. Remarquons que le signe du déplacement lumineux dépend de Δ et qu'en particulier, pour des valeurs de Δ négatives, les puits pour le sous-niveau $|m_g = +1/2\rangle$ (resp. $|m_g = -1/2\rangle$) correspondent à une polarisation σ^+ (resp. σ^-) de la lumière, comme le montre la figure I.3.b.

Les déplacements lumineux que nous venons de décrire correspondent à la partie réactive (conservative) de l'interaction avec le champ lumineux. En ce qui concerne la partie dissipative, il est intéressant de connaître les taux de pompage optique d'un sous-niveau à l'autre. En définissant $\Gamma_{+\to-}(z)$ (resp. $\Gamma_{-\to+}(z)$) comme le taux de pompage de $|m_g = +1/2\rangle$ vers $|m_g = -1/2\rangle$ (resp. de $|m_g = -1/2\rangle$ vers $|m_g = +1/2\rangle$) on trouve [18] :

$$\Gamma_{+\to-}(z) = \frac{2}{9}\,\Gamma_0' \cos^2 k_L z \quad \text{(I.9)}$$

$$\Gamma_{-\to+}(z) = \frac{2}{9}\,\Gamma_0' \sin^2 k_L z \quad \text{(I.10)}$$

où Γ' est donné par :

$$\Gamma_0' = \frac{s_0}{2}\,\Gamma \quad \text{(I.11)}$$

On retrouve le résultat qualitatif du paragraphe précédent, à savoir que les atomes seront accumulés en $|m_g = +1/2\rangle$ (resp. $|m_g = -1/2\rangle$) dans les endroits où la polarisation est σ^+ (resp. σ^-). Notons la présence d'une autre source importante de dissipation : les cycles de fluorescence ramenant l'atome dans le sous-niveau de départ.

I.1.4 Le refroidissement Sisyphe : formation d'un réseau d'atomes

Nous avons maintenant tous les éléments pour comprendre le mécanisme qui va conduire au refroidissement des atomes (entendu comme diminution de leur énergie cinétique moyenne), ainsi qu'à leur piégeage dans une structure périodique. En effet, considérons un atome en mouvement et supposons par exemple qu'il se trouve au départ dans le sous-niveau $|m_g = -1/2\rangle$ avec une vitesse initiale $v_z > 0$ (voir figure I.4).

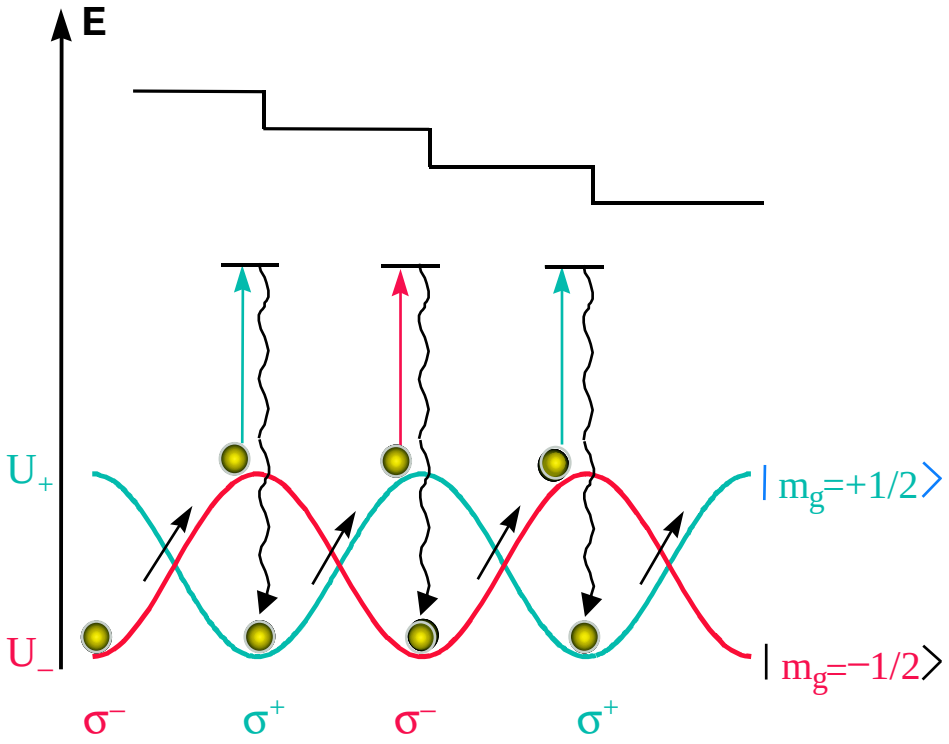


Figure I.4: *Mécanisme de refroidissement Sisyphe : dans le cas d'un désaccord rouge des faisceaux laser par rapport à la transition atomique, l'action conjuguée des déplacements lumineux et du pompage optique fait qu'un atome passe plus de temps à monter les collines de potentiel qu'à les descendre, freinant ainsi son mouvement.*

L'atome va initialement évoluer sur le potentiel U_- qui, dans les cas où $\Delta < 0$, présente des minima dans les points de polarisation σ^-. Lorsqu'il monte une colline du potentiel il perd évidemment de l'énergie cinétique. De plus, au fur et à mesure que l'atome s'éloigne du fond d'un puits de potentiel, la probabilité d'être pompé optiquement dans l'autre sous-niveau Zeeman augmente, en accord avec l'équation I.10. En particulier, la probabilité d'être pompé vers $|m_g = +1/2\rangle$ atteint son maximum lorsque l'atome passe par un maximum du potentiel U_-. Une fois pompé dans l'autre sous-niveau, l'atome va se retrouver à nouveau au fond d'un puits de potentiel, mais avec une énergie cinétique inférieure à celle de départ, l'excès d'énergie ayant été emportée par le photon spontané émis dans le cycle de pompage optique (le photon émis sera plus énergétique que celui

absorbé). Cette dissipation d'énergie a un rôle essentiel dans le mécanisme de refroidissement. L'atome va recommencer à gravir une colline de potentiel, perdre de l'énergie cinétique, être pompé dans l'autre sous-niveau et ainsi de suite. Le processus va continuer jusqu'à ce que l'atome n'ait plus une énergie suffisante pour gravir une colline de potentiel. A ce moment, l'atome va se trouver piégé dans un puits de potentiel, avec une énergie cinétique inférieure à la profondeur du puits. L'analogie quasi-parfaite avec le mythe grec de Sisyphe condamné à pousser une pierre en haut d'une montagne, la pierre retombant dans la vallée une fois parvenue au sommet, est à la source du nom donné à ce processus de refroidissement. Remarquons que ce processus permet non seulement de diminuer la température d'un ensemble d'atomes, mais également de former une structure périodique d'atomes, que l'on appelle *réseau optique*. Ce type de réseau est dit *brillant* à cause de la forte lumière de fluorescence émise par les atomes, qui sont piégés dans des endroits où ils sont très fortement couplés à la lumière. En effet, considérons par exemple un atome piégé dans le sous-niveau $|m_g = +1/2\rangle$. La lumière va être majoritairement σ^+ au fond du puits, et le couplage au sous-niveau $|m_e = +3/2\rangle$ grand à cause du grand coefficient de Clebsch-Gordan (Figure I.1). L'atome va donc effectuer un grand nombre de cycles de fluorescence entre ces deux sous-niveaux. On verra dans le paragraphe suivant le rôle de ces cycles dans la dynamique atomique. Notons ici que le fait que les atomes émettent une forte lumière de fluorescence est très utile pour leur détection optique dans les expériences.

Pour revenir au processus de refroidissement, on peut en donner une interprétation un peu différente, qui nous permettra d'écrire une condition supplémentaire pour l'efficacité du refroidissement. En effet, les équations I.9-I.10 permettent de calculer quelles seront les populations stationnaires $\Pi^{st}_{\mp 1/2}(z)$ d'atomes dans les états $|m_g = \mp 1/2\rangle$, en différents points de l'espace [18] :

$$\Pi^{st}_{+1/2}(z) = \sin^2 k_L z \tag{I.12}$$

$$\Pi^{st}_{-1/2}(z) = \cos^2 k_L z \tag{I.13}$$

Dans la phase de refroidissement, les atomes en mouvement subiront des cycles de pompage optique avec un taux de l'ordre de Γ'_0 qui tendent à ramener les populations $\Pi_{\mp 1/2}(z)$ vers l'état stationnaire $\Pi^{st}_{\mp 1/2}(z)$. Pour que le processus soit efficace, il faut qu'un atome puisse gravir une colline de potentiel avant d'être pompé vers l'autre sous-niveau. En d'autres termes, il faut qu'il y ait un certain retard entre la dynamique atomique et le pompage optique. Le temps pour qu'un atome de vitesse v gravisse une colline étant de l'ordre de $(k_L v)^{-1}$, on trouve la condition $k_L v \gg \Gamma'_0$.

Remarques

- Dans le processus de refroidissement que nous venons de décrire, on part toujours d'une situation où un atome à deux niveaux est soumis à deux faisceaux laser contrapropageants et désaccordés sur le rouge de la transition atomique. Il s'ensuit

qu'un refroidissement Doppler sera aussi présent. Celui-ci jouera un rôle important sur la dynamique atomique tant que la température des atomes reste assez élevée, donc dans une première phase du refroidissement.

- Nous avons vu qu'un mécanisme de refroidissement efficace est obtenu lorsque les faisceaux laser sont désaccordés sur le rouge de la transition atomique. Dans le cas de faisceaux desaccordés sur le bleu de la transition, il y aura toujours des potentiels optiques vus par les atomes et une structure en réseau, mais le pompage optique va ramener les atomes du fond des puits de potentiel vers le haut des collines. Un mécanisme inverse du refroidissement Sisyphe, tenant à une augmentation de l'énergie cinétique moyenne, aura donc lieu.

I.1.5 Propriétés des réseaux brillants

Dans le paragraphe précédent nous avons présenté les mécanismes qui conduisent à la formation d'un réseau brillant. On se propose dans ce paragraphe de donner un certain nombre de résultats concernant la température d'équilibre atteinte dans de telles structures, ainsi que quelques idées physiques sur la dynamique des atomes. Sur ce dernier point, qui sera repris plusieurs fois au cours de cette thèse, remarquons déjà que deux échelles vont nous intéresser : l'une microscopique, dans laquelle nous allons étudier la dynamique des atomes à l'intérieur des puits de potentiel, l'autre qui concernera plutôt le mouvement des atomes d'un puits de potentiel à l'autre.

a) Température

Nous avons vu qu'à la fin du mécanisme de refroidissement, les atomes restent piégés dans les puits de potentiel avec une énergie cinétique qui est donc du même ordre de grandeur que la profondeur des puits, elle-même de l'ordre de $\hbar|\Delta_0'|$ (éq. I.6-I.7). Donc la température d'équilibre des atomes vérifie :

$$k_B T \sim -\hbar\Delta_0' \tag{I.14}$$

On voit qu'une diminution de la profondeur des puits permet d'atteindre une température d'équilibre plus basse. Observons aussi que si le désaccord $|\Delta| \gg \Gamma$ (ce qui est courant dans les expériences, dans lesquelles on a $|\Delta| \sim 10\Gamma$), on obtient à partir de I.5 et I.8 :

$$T \propto |\Delta_0'| \propto I/|\Delta| \tag{I.15}$$

où I est l'intensité des faisceaux laser. On pourrait espérer obtenir des températures toujours plus faibles en diminuant la profondeur des puits. En réalité, même le processus

Sisyphe a une limite ultime liée au fait que les atomes piégés au fonds des puits continuent à interagir avec la lumière et à effectuer des cycles de fluorescence [20]. A chaque cycle, les photons absorbés ou émis donnent une impulsion $\hbar k_L$ à l'atome et induisent un chauffage. En définissant l'énergie de recul E_R (et la température de recul T_R)

$$\frac{1}{2}k_B T_R = E_R = \frac{\hbar^2 k_L^2}{2M} \tag{I.16}$$

comme l'énergie (température) associée au recul dû à un photon absorbé ou émis, il est clair que les atomes ne pourront pas avoir une température inférieure à T_R, car un seul cycle de fluorescence donnerait à un atome piégé une énergie E_R. Pour donner une idée des valeurs expérimentales obtenues dans notre équipe avec l'atome de Rubidium, nous avons réussi à refroidir les atomes à une température de 10 μK, à comparer avec $T_{Doppler}$ = 142 μK et T_R = 360 nK. On voit bien que le mécanisme Sisyphe est nettement plus efficace que le refroidissement Doppler, mais les températures sub-recul sont loin d'être accessibles. On peut les obtenir par des techniques faisant entrer en jeu des *états noirs* pour lesquels la lumière n'interagit plus avec l'atome lorsque celui-ci a une vitesse nulle [21].

b) Localisation dans une structure périodique

Nous avons vu qu'une fois le processus de refroidissement terminé, les atomes se retrouvent piégés dans une structure périodique. Comme les puits de potentiel adjacents sont de polarisations opposés le milieu est paramagnétique [22]. Dans le cas d'une configuration Lin⊥Lin 1D les puits de même polarisation sont espacés d'une distance λ_z :

$$\lambda_z = \frac{\lambda_L}{2} \tag{I.17}$$

La localisation des atomes dans une structure périodique a été mise en évidence par des expériences de diffraction de Bragg [23].

c) Dynamique dans un puits de potentiel : approximation harmonique

En ce qui concerne la dynamique atomique à l'intérieur des puits de potentiel, il est intéressant d'en donner une double vision, l'une en considérant le mouvement de l'atome de manière classique, une autre purement quantique, avec les degrés de liberté externes de l'atome quantifiés. Reprenons l'expression du potentiel vu par l'atome, par exemple lorsqu'il est dans l'état $|m_g = -1/2\rangle$, $U_-(z) = 2\hbar\Delta_0' \left(1 - \frac{2}{3}\sin^2 k_L z\right)$. Nous pouvons effectuer une approximation harmonique du potentiel au fond du puits en $z = 0$:

$$U_-(z) \;=\; 2\hbar\Delta_0' \left(1 - \frac{2}{3}\sin^2 k_L z\right) \simeq 2\hbar\Delta_0'[1 - \frac{2}{3}(k_L z)^2] \tag{I.18}$$

A partir de cette expression approchée du potentiel, nous pouvons calculer la fréquence propre d'oscillation Ω_v au fond des puits :

$$\Omega_v = 2\frac{\sqrt{-\frac{4}{3}\hbar\Delta'_0 E_R}}{\hbar} \tag{I.19}$$

Notons bien que Ω_v dépend des paramètres laser par l'intermédiaire de Δ'_0, qui est proportionnel à $I/|\Delta|$. On obtient donc $\Omega_v \propto \sqrt{I/|\Delta|}$.

Du point de vue quantique, un atome piégé va occuper un des niveaux vibrationnels $|n\rangle$, avec une énergie $E_n = \hbar\Omega_v(n+1/2)$. Rappelons que les fonctions propres $|n\rangle$ sont orthogonales entre elles, $\langle m|n\rangle = \delta_{mn}$ et qu'elles ont une extension spatiale $\langle n|z^2|n\rangle = \frac{\hbar}{M\Omega_v}(n+1/2)$. Il est donc possible d'estimer la zone de validité de l'approximation harmonique. Etant donné que la périodicité spatiale est de l'ordre de λ_L, l'approximation est valable si $\langle n|z^2|n\rangle \ll (\lambda_L)^2$. Cette zone correspond au *régime Lamb-Dicke*, dans lequel la durée de vie des niveaux vibrationnels est particulièrement longue. Regardons ceci plus en détail en observant le comportement d'un atome au fond d'un puits, par exemple un puits σ^+. L'atome étant bien localisé, la composante de la lumière σ^-, qui permet le transfert vers l'autre courbe de potentiel, est pratiquement absente. De plus, si la largeur Δz de la fonction d'onde est faible ($k_L\Delta z \ll 1$), par l'inégalité de Heisenberg on obtient $\Delta p \gg \hbar k_L$. Il s'ensuit qu'au cours d'un processus Raman spontané, le changement d'impulsion dû au recul des photons absorbés et émis sera très petit par rapport à la largeur en impulsion de la fonction d'onde initiale $\Psi_i(p)$, ce qui fait qu'il y aura recouvrement des fonctions d'onde finale $\Psi_f(p)$ (qui sera donc très peu différente de $\Psi_i(p)$) et initiale seulement si les états initial et final correspondent au même niveaux vibrationnel. On voit donc que lorsque l'atome effectue un cycle de fluorescence, il a une forte probabilité de retomber sur le même niveau vibrationnel de départ. La durée de vie des niveaux vibrationnels est donc considérablement allongée par rapport au temps $\Gamma_0'^{-1}$ séparant deux absorptions.

En termes classiques, ceci signifie qu'à chaque cycle de fluorescence l'atome recommence les oscillations avec mémoire de la phase et de l'amplitude initiales et que donc celles-ci se perdent très lentement.

Un traitement plus quantitatif de la durée de vie des niveaux vibrationnels est présenté dans les références [24, 25]. On trouve que pour le niveau vibrationnel n la largeur va être de l'ordre de

$$\Gamma_n = \Gamma'_0\frac{2E_R}{\hbar\Omega_v}(n+\frac{1}{2}). \tag{I.20}$$

Le facteur $\frac{\hbar\Omega_v}{2E_R}$, appelé *facteur Lamb-Dicke*, vaut couramment 10 à 100. Il réduit donc notablement la largeur des niveaux vibrationnels. Remarquons toutefois que cette réduction ne provient pas d'une réduction de la fluorescence, mais du fait que celle-ci se fait de manière élastique [26]. On peut distinguer deux régimes de fonctionnement d'un réseau optique : les régimes *oscillant* et *sautant*, selon que l'atome effectue ou non

plusieurs oscillations avant d'être pompé vers un autre sous-niveau. D'après I.20, la condition pour qu'on se trouve dans le régime oscillant est

$$\Gamma'_0 \frac{E_R}{\hbar\Omega_v} \ll \Omega_v \tag{I.21}$$

ce qui se traduit, en utilisant I.19, par $\Gamma \ll |\Delta|$. Cette condition est quasiment toujours satisfaite dans les expériences, ce qui nous place toujours dans le régime oscillant. D'autres configurations laser peuvent permettre d'atteindre le régime sautant [27].

d) Dynamique dans un puits de potentiel : rôle de l'anharmonicité

En réalité, le potentiel optique vu par l'atome n'est pas harmonique. On peut se demander si l'anharmonicité du potentiel peut jouer un rôle dans la dynamique de l'atome à l'intérieur d'un puits de potentiel. Le premier terme anharmonique du potentiel va être en $-x^4$. Regardons à nouveau le problème soit d'un point de vue classique pour la dynamique atomique, soit d'un point de vue purement quantique. D'un point de vue classique un potentiel anharmonique n'a pas une fréquence propre d'oscillation : la fréquence des oscillations libres va dépendre de l'amplitude. Une expérience élégante visant à mettre en évidence l'anharmonicité du potentiel a été effectuée dans notre groupe juste avant mon arrivée [7]. Le principe est de forcer le mouvement de l'atome à une certaine fréquence proche de la fréquence que l'on obtient à l'approximation harmonique. La solution de l'équation du mouvement donne deux amplitudes possibles d'oscillation (régime bistable) à cause du terme en $-x^4$ du potentiel [28]. Si on cesse de forcer le mouvement, on va donc observer deux fréquences d'oscillation libres, que l'on peut mesurer (voir figure I.5.a).

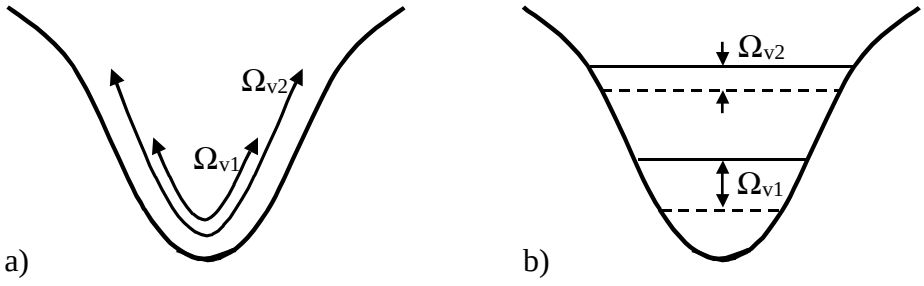


Figure I.5: *Bistabilité mécanique dans un potentiel anharmonique. a) Interprétation classique : la fréquence d'oscillation dépend de l'amplitude d'oscillation. b) Interprétation quantique : l'espacement en énergie des états liés n'est pas constant.*

D'un point de vue quantique, l'espacement des états liés du potentiel ne sera plus constant, les niveaux étant de plus en plus proches pour des énergies plus élevées. Lorsqu'on force le mouvement, à cause du régime bistable du système, on va peupler en particulier

deux états liés avec des énergies différentes. De nouveau, lorsqu'on cesse de forcer le mouvement, les transitions Raman spontanées ramenant les atomes vers les niveaux adjacents se feront à des fréquences différentes (voir figure I.5.b).

e) Diffusion spatiale

Nous venons de voir le comportement de l'atome à l'échelle d'un puits de potentiel. Nous allons maintenant nous intéresser au mouvement de l'atome à plus large échelle. En effet, un atome piégé au fond d'un puits n'y restera pas indéfiniment. Deux mécanismes sont susceptibles de permettre le passage d'un puits à l'autre :

1. Au cours des cycles de fluorescence, l'atome subit un recul en impulsion de $\hbar k_L$ pour chaque photon absorbé ou émis. Il s'ensuit une augmentation de l'énergie cinétique moyenne, qui peut donc permettre à l'atome de franchir la barrière de potentiel qui le sépare du puits adjacent.

2. Un atome qui oscille au fond d'un puits de potentiel voit toujours une petite composante de la lumière qui lui permet le passage sur l'autre nappe de potentiel. En effet, lorsqu'un atome s'écarte par exemple du fond d'un puits de polarisation σ^+, la lumière possède une faible composante σ^- qui peut faire passer l'atome de l'état $|m_g = +1/2\rangle$ vers l'état $|m_g = -1/2\rangle$, donc dans le puits adjacent (voir Figure I.6). Dans ce cas, la force dipolaire exercée sur l'atome change brutalement de signe (dans l'exemple montré dans la figure I.6, la force dipolaire passe d'une valeur négative lorsque l'atome est dans l'état $|m_g = +1/2\rangle$ à une valeur positive lorsqu'il se trouve en $|m_g = -1/2\rangle$).

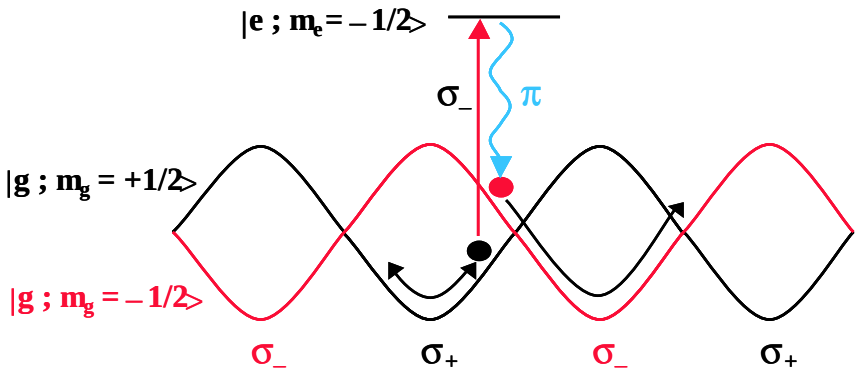


Figure I.6: *Processus élémentaire de diffusion : au fond d'un puits σ^+, la faible composante σ^- de la lumière peut faire passer l'atome dans un puits de potentiel adjacent.*

Observons que le deuxième mécanisme de diffusion décrit est bien plus efficace que le premier car un simple pompage optique permet le passage d'un site du réseau au

site adjacent. En réalité, les deux mécanismes ne sont pas vraiment indépendants. Un atome piégé au fond d'un puits va en général effectuer un certain nombre de cycles de fluorescence, il va voir augmenter son énergie cinétique, donc l'amplitude des oscillations, pour être ensuite pompé à un instant aléatoire vers l'autre sous-niveau et passer dans le puits adjacent.

A cette échelle, le mouvement de l'atome se présentera comme une diffusion d'un site à l'autre. Si on part d'un nuage d'atomes piégés dans le réseau, sa taille va augmenter au cours du temps. Au début de mon travail de thèse, nous avons effectué une étude expérimentale détaillée de la diffusion spatiale qui est décrite dans la thèse de François-Régis Carminati [29] et dans la référence [30]. Nous reprendrons ce thème dans le deuxième chapitre, car il s'agit du point de départ des résultats présentés dans cette thèse.

I.1.6 Cas général d'une transition $J_g \rightarrow J_e = J_g + 1$: Potentiels diabatique et adiabatique, refroidissement local

Jusqu'à présent, nous avons considéré une transition atomique $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ pour montrer le principe du refroidissement Sisyphe et la formation d'un réseau optique. En fait, dans nos expériences l'atome utilisé est le Rubidium, qui présente une transition $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$ pour l'isotope ^{85}Rb et $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$ pour l'isotope ^{87}Rb [1]. Dans ce paragraphe, nous allons voir comment les résultats présentés se généralisent à d'autres transitions du type $J_g \rightarrow J_e = J_g + 1$, toujours dans une configuration de laser $Lin \perp Lin$ 1D. Pour une transition $J_g \rightarrow J_e = J_g + 1$ avec $J_g \geq 1$, l'opérateur déplacement lumineux $\Lambda(z)$ introduit dans le paragraphe I.1.3 n'est pas diagonal dans la base des sous-niveaux Zeeman en tous les points de l'espace, comme dans la transition $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$. En effet, en présence d'une lumière qui a les deux composantes σ^+ et σ^-, tous les sous-niveaux $|m_g\rangle$ seront couplés par $\Lambda(z)$ aux sous-niveaux $|m'_g = m_g \pm 2\rangle$. La démarche la plus simple à suivre consiste à diagonaliser l'opérateur déplacement lumineux dans la base des sous-niveaux Zeeman. On trouvera les $2J_g + 1$ valeurs propres modulées spatialement, qui vont nous donner des potentiels lumineux $U_\mu(z)$ appelés *adiabatiques*, représentés dans la figure I.7.a pour une transition $J_g = 4 \rightarrow J_e = 5$.

On observe une grande analogie avec la transition $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$, avec des puits σ^+ et σ^- qui s'alternent avec une période $\lambda/4$. Les vecteurs propres $|\mu(z)\rangle$ associés à ces courbes de potentiel sont des combinaisons linéaires des sous-niveaux Zeeman, mais qui dépendent de la position. Le pompage optique permet le passage d'une courbe de potentiel à l'autre et un mécanisme de type Sisyphe a lieu.

Remarquons tout de même que même en absence de pompage optique, les états propres $|\mu(z)\rangle$ du déplacement lumineux ne sont pas états propres de l'Hamiltonien total car celui-ci contient le terme d'énergie cinétique $\frac{P^2}{2M}$ qui ne commute pas avec les opérateurs $|\mu(z)\rangle\langle\mu(z)|$. Il s'ensuit qu'un couplage appelé *couplage motionnel* existe entre

[1] On rappelle que $F = I + J$, ou I est le spin nucléaire et $J = L + S$ le moment cinétique total de l'électron.

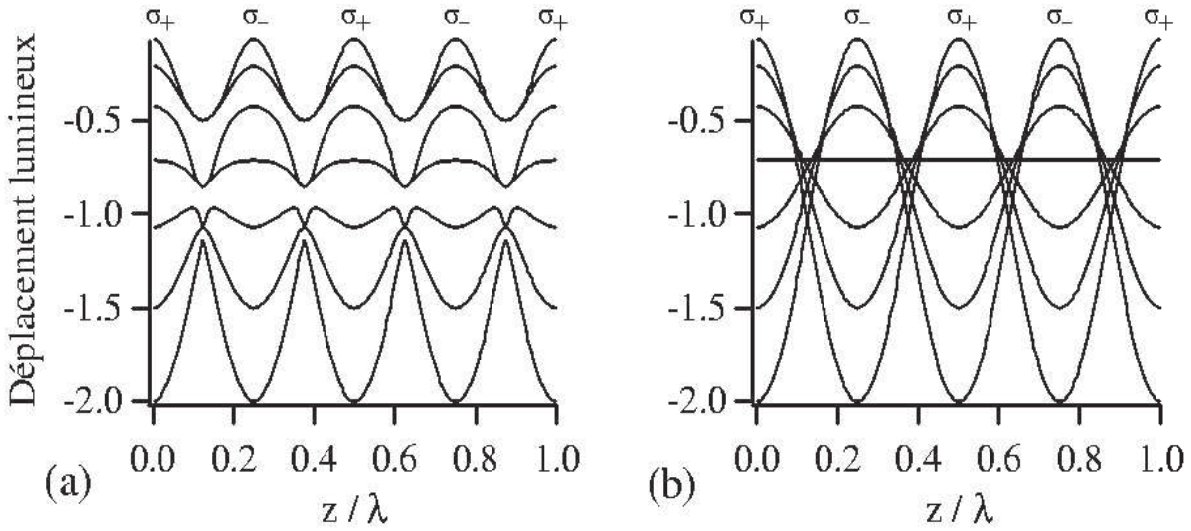


Figure I.7: *Potentiels adiabatiques (à gauche) et diabatiques (à droite) pour la configuration Lin ⊥ Lin 1D et une transition $J_g = 3 \rightarrow J_e = 4$. Les potentiels adiabatiques sont obtenus par diagonalisation de l'opérateur déplacement lumineux alors que les potentiels diabatiques sont obtenus en ne retenant que les termes diagonaux. Ces deux potentiels sont très semblables aux endroits où la polarisation de la lumière est purement circulaire.*

les différents états $|\mu(z)\rangle$. Une analyse précise [32] montre que le couplage entre $|\mu(z)\rangle$ et $|\nu(z)\rangle$ est négligeable si $\hbar k_L v \ll |U_\mu - U_\nu|$, ce qui est certainement réalisé si l'atome se trouve loin des anti-croisements des potentiels, ou bien s'il y passe avec une vitesse faible.

Une deuxième approche qu'on peut suivre pour trouver les potentiels sur lesquels les atomes vont évoluer consiste à négliger les termes non-diagonaux $U_{mn}(z)$ de l'opérateur $\Lambda(z)$, dans la base des sous-niveaux Zeeman $|m_g\rangle$.

$$\Lambda(z) = \sum_m U_m(z)|m\rangle\langle m| + \sum_{m\neq n} U_{mn}(z)|m\rangle\langle n| \simeq \sum_m U_m(z)|m\rangle\langle m| \tag{I.22}$$

Les éléments diagonaux $U_m(z)$ sont appelés potentiels *diabatiques* et sont représentés sur la figure I.7.b. Remarquons que l'approximation diabatique ne sera valable que pour $|U_{mn}| \ll |U_m - U_n|$, ce qui est réalisé loin des points de croisement des potentiels diabatiques. Si on s'intéresse au mouvement des atomes très confinés au fond des puits de potentiel, cette approximation est donc tout à fait pertinente.

Enfin, remarquons que pour une transition $J_g \rightarrow J_e = J_g+1$ avec $J_g \geq 2$, un mécanisme de refroidissement local (voir Figure I.8) va s'ajouter [31]. Ce mécanisme s'explique en considérant la différence de profondeur des puits de potentiel correspondant aux différents vecteurs propres $|\mu(z)\rangle$ du déplacement lumineux. Un atome oscillant au fond d'un puits va gravir la courbe de potentiel la plus raide, pour être pompé optiquement vers l'autre sous-niveau et redescendre sur la courbe la moins raide.

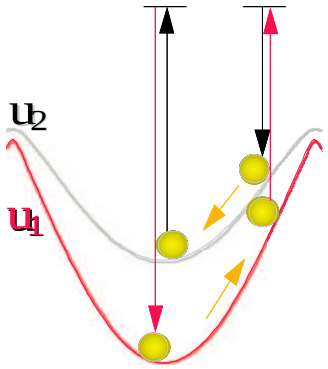


Figure I.8: *Principe du refroidissement local dans le cas d'une transition* $J_g \rightarrow J_e = J_g + 1$ *avec* $J_g \geq 2$. *La différence de courbure entre les deux courbes de potentiel conduit à un refroidissement supplémentaire : l'atome gravit la courbe de potentiel la plus raide, est pompé optiquement et redescend sur une courbe moins abrupte.*

I.2 Réseaux brillants tridimensionnels

Les premières expériences sur les réseaux optiques ont été effectuées sur des réseaux 1D. Le problème de ces réseaux vient du fait que les atomes peuvent s'échapper dans les directions transverses aux faisceaux laser, rendant impossible des temps d'interaction longs. Il est donc nécessaire de réaliser des réseaux tridimensionnels.

I.2.1 Le rôle des phases. Le tétraèdre standard

La première généralisation des réseaux 1D que l'on peut envisager consiste à utiliser une paire de faisceaux laser par dimension d'espace. D'un point de vue conceptuel, une telle généralisation ne pose aucun problème si les phases des faisceaux laser sont stables dans le temps. En effet, nous avons vu dans le paragraphe I.1.3 pour la configuration 1D, qu'on peut tenir compte de la phase relative des faisceaux en changeant l'origine du réseau. Si la phase relative n'est pas stable, cette origine va bouger dans le référentiel du laboratoire, induisant ainsi une force d'inertie. Etant donné que les fluctuations de phase sont relativement lentes, cette force d'inertie est tout à fait négligeable et la description des phénomènes dans le referentiel du réseau reste pertinente. Si maintenant on ajoute deux faisceaux laser par dimension d'espace, il y aura deux nouvelles phases par dimension. On ne pourra pas choisir une origine telle que toutes ces phases disparaissent dans l'expression du potentiel optique, ce qui signifie que la *topographie* du potentiel optique va dépendre des phases des faisceaux. Il s'ensuit que des fluctuations de phase vont entraîner un potentiel qui change dans le temps. Une description des phénomènes élémentaires se produisant devient donc très difficile. Deux solutions sont envisageables pour répondre à ce problème. La première consiste à asservir en phase certains faisceaux laser pour

diminuer le nombre de phases libres [33]. L'inconvénient de cette méthode réside dans l'ajout de problèmes expérimentaux liés à l'asservissement des phases. Une deuxième et très élégante méthode introduite par Gilbert Grynberg [34], et couramment utilisée dans notre groupe, consiste à ajouter un seul faisceau supplémentaire par dimension d'espace. Une seule phase indépendante viendra s'ajouter par dimension d'espace, celle-ci pouvant être "re-absorbée" par un changement d'origine. De cette façon, trois faisceaux seront nécessaires pour obtenir un réseau bidimensionnel et quatre pour un tridimensionnel. De nouveau, les fluctuations de phase des lasers vont se traduire par un mouvement lent de l'origine du réseau, mais ne vont pas affecter la topographie du potentiel.

La configuration à quatre faisceaux que nous avons utilisée pour obtenir un réseau 3D est une généralisation, développée dans notre groupe depuis une dizaine d'années, de la configuration $Lin \perp Lin$ 1D [34] : chacun des deux faisceaux est séparé en deux dans deux plans perpendiculaires entre eux, chacun des plans étant orthogonal à la polarisation des faisceaux qu'il contient (voir fig I.9). Les deux faisceaux dans le plan horizontal sont alors symétriques par rapport à l'axe longitudinal Oz et forment un angle $2\theta_x$ entre leurs directions. De même, les deux faisceaux dans le plan vertical sont aussi symétriques par rapport à l'axe Oz et forment un angle $2\theta_y$ entre leurs directions.
Dans cette configuration, la topographie du potentiel ne dépend plus de la phase des faisceaux. L'autre avantage est que la polarisation de chacun des faisceaux est perpendiculaire à l'axe Oz, la polarisation de la lumière ne possède donc pas de composante π (On choisit Oz comme axe de quantification).
Notons que l'ajout d'un ou plusieurs faisceaux au tétraèdre peut engendrer un potentiel qui n'est plus périodique mais quasi-périodique [35, 36].

I.2.2 Caractéristiques du tétraèdre $Lin \perp Lin$ 3D

Chacun des quatre faisceaux laser crée un champ lumineux qui s'écrit :

$$\mathbf{E_1} = E_0\ \hat{\mathbf{x}}\ e^{i(-k_L\cos\theta_y z + k_L\sin\theta_y y+\varphi_1)} + c.c. \quad \text{(I.23)}$$
$$\mathbf{E_2} = E_0\ \hat{\mathbf{x}}\ e^{i(-k_L\cos\theta_y z - k_L\sin\theta_y y+\varphi_2)} + c.c. \quad \text{(I.24)}$$
$$\mathbf{E_3} = E_0\ \hat{\mathbf{y}}\ e^{i(k_L\cos\theta_x z - k_L\sin\theta_x x+\varphi_3)} + c.c. \quad \text{(I.25)}$$
$$\mathbf{E_4} = E_0\ \hat{\mathbf{y}}\ e^{i(k_L\cos\theta_x z + k_L\sin\theta_x x+\varphi_4)} + c.c. \quad \text{(I.26)}$$

où l'on suppose que les 4 faisceaux ont même intensité afin de compenser la pression de radiation lorsque $\theta_x = \theta_y$. En prenant l'origine des coordonnées dans le plan xOy de façon que $\varphi_1 = \varphi_2 + 0$ et $\varphi_3 = \varphi_4 = -\pi/2$, on en déduit les composantes circulaires droite et gauche (respectivement E^+ et E^-) du champ total [37] :

$$E^{\pm} = \sqrt{2}E_0 e^{ik_- z}\left[\cos\left(k_L\sin\theta_x x\right)e^{ik_+ z} \mp \cos\left(k_L\sin\theta_y y\right)e^{-ik_+ z}\right] + c.c. \quad \text{(I.27)}$$

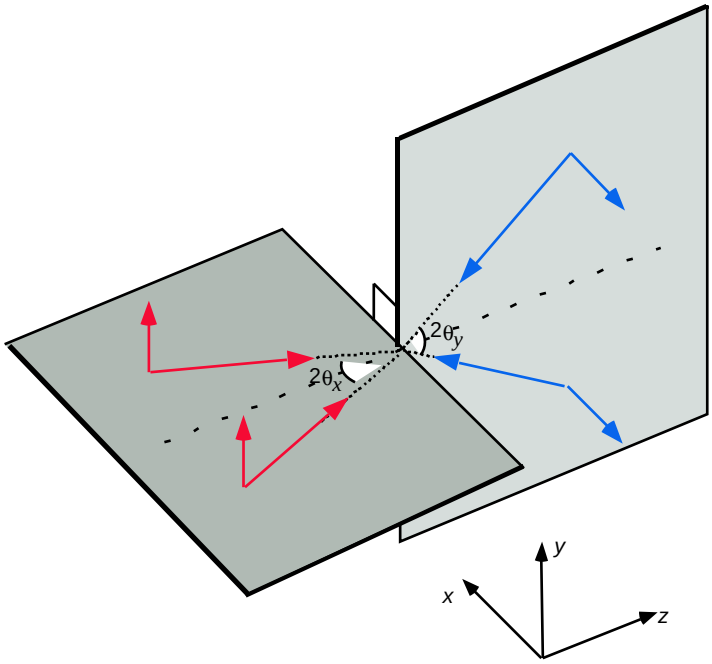


Figure I.9: *Tetraèdre standard Lin ⊥ Lin 3D*

avec :

$$k_{\pm} = \frac{k_L\left(\cos\theta_x \pm \cos\theta_y\right)}{2} \tag{I.28}$$

On peut alors en déduire le pas du réseau (entendu comme la distance entre deux sites de même polarisation) dans chacune des 3 dimensions d'espace :

- Dans la direction x : $\lambda_x = \frac{\lambda_L}{\sin\theta_x}$
- Dans la direction y : $\lambda_y = \frac{\lambda_L}{\sin\theta_y}$
- Dans la direction z : $\lambda_z = \frac{\lambda_L}{\cos\theta_x + \cos\theta_y}$

Le potentiel résultant a, dans un plan, la forme d'une série de puits, comme on peut le voir sur la figure I.10.

On peut également calculer les fréquences de vibration des atomes au fond des puits dans les 3 dimensions (dans le cas d'une transition $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$) :

$$\Omega_x = 4\sin\theta_x\sqrt{\frac{|\Delta_0'|E_R}{\hbar}}, \tag{I.29}$$

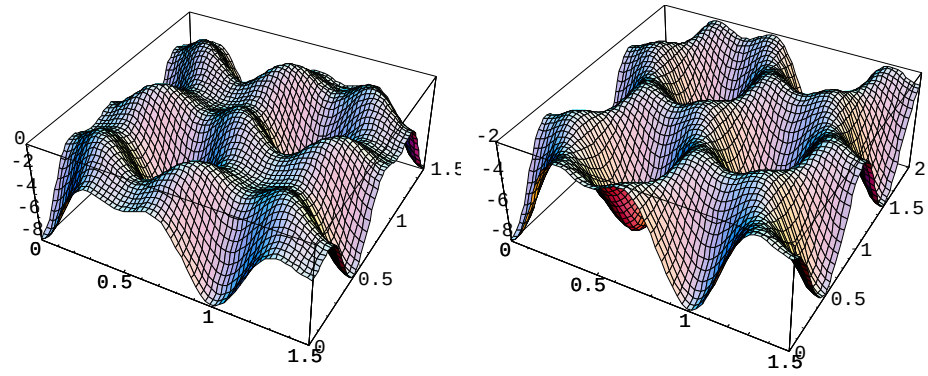


Figure I.10: *Coupe du potentiel dans les plans xOy (à gauche) et xOz (à droite) pour la transition* $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ *et l'état* $|m_g = -1/2\rangle$.

$$\Omega_y = 4 \sin\theta_y \sqrt{\frac{|\Delta_0'| E_R}{\hbar}}, \tag{I.30}$$

$$\Omega_z = \frac{4\left(\cos\theta_x + \cos\theta_y\right)}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{|\Delta_0'| E_R}{\hbar}}. \tag{I.31}$$

Comme dans le cas du réseau 1D, la profondeur des puits reste proportionnelle au rapport $I/|\Delta|$, où I est l'intensité d'un faisceau. Ainsi toutes les caractéristiques du réseau peuvent être modifiées en jouant sur l'intensité des faisceaux, sur leur désaccord à résonance mais aussi en changeant l'angle entre les faisceaux (dont le principal effet est de modifier le pas du réseau). Toutes les expériences décrites dans cette thèse ont été effectuées avec $\theta_x = \theta_y = \theta$.

I.3 Réalisation expérimentale

Les principes de fonctionnement simples et élégants illustrés jusqu'à présent ont leur contre-partie dans des difficultés de réalisation considérables. Nous allons montrer dans cette section les différents problèmes pratiques qui se posent, ainsi que les solutions expérimentales adoptées.

I.3.1 Piège Magnéto-Optique (PMO)

Dans la description théorique donnée précédemment nous n'avons pas tenu compte du fait que les réseaux optiques ne permettent pas de piéger des atomes qui ont une vitesse élevée, comme celle d'une vapeur à température ambiante. Il s'ensuit qu'une étude des réseaux optiques n'est possible que si on pré-refroidit les atomes. Pour faire ceci, on utilise un piège magnéto-optique (PMO) [38], point de départ de toute expérience d'atomes froids. Le PMO fournit un échantillon d'atomes relativement dense ($\sim 10^{11}$

atomes/cm^3) à une température de l'ordre du mK. L'idée du PMO est d'ajouter à la force de friction due au refroidissement Doppler une force de rappel vers le centre du piège. Illustrons le mécanisme à une dimension pour un atome possédant une transition du type $J_g = 0 \rightarrow J_e = 1$, sachant qu'il restera valable pour toute transition du type $J_g \rightarrow J_e = J_g + 1$. Illuminons les atomes avec deux faisceaux contrapropageants, de même intensité et désaccordés sur le rouge de la transition atomique. Les faisceaux ont respectivement des polarisations σ^+ et σ^- ; ajoutons un gradient de champ magnétique linéaire, comme le montre la figure I.11. Le gradient de champ magnétique s'obtient avec des bobines en configuration anti-Helmholtz. Les sous-niveaux Zeeman de l'atome sont déplacés à cause de l'interaction avec le champ magnétique. Il s'ensuit qu'en fonction de l'abscisse z l'atome est plus résonnant avec l'une ou l'autre composante de la lumière. En particulier, dans le cas représenté sur la figure, si $z < 0$, l'atome absorbera plus facilement des photons de l'onde σ^+ (et donc va être repoussé vers $z = 0$), la situation opposée se produisant pour $z > 0$. On observe bien une force de rappel vers $z = 0$, qui ira s'ajouter au mécanisme de refroidissement Doppler deja illustré en I.1.1.

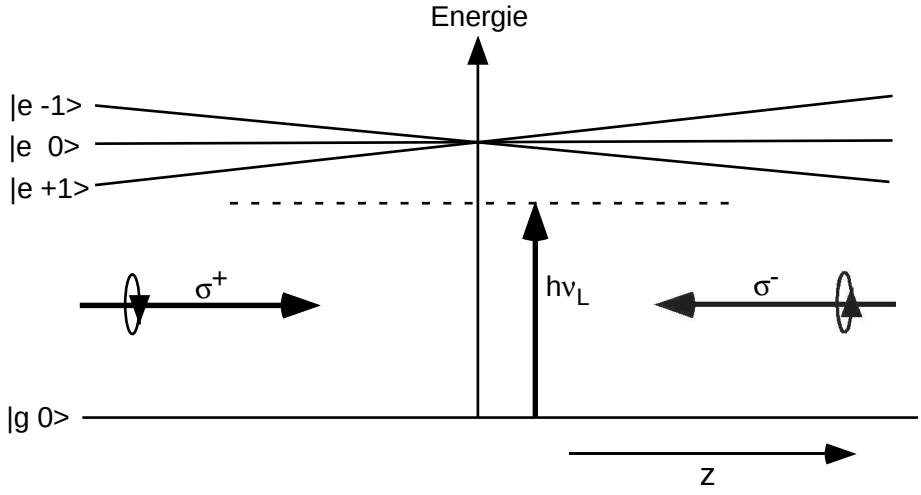


Figure I.11: *Schéma de principe du piège magnéto-optique pour une transition $J_g = 0 \rightarrow J_e = 1$: dans le cas d'un atome s'écartant sur la droite du zéro de champ magnétique, le sous-niveau Zeeman de l'état excité le plus proche de résonance est $|m_e = -1\rangle$. L'atome absorbe alors préférentiellement les photons σ^-, ce qui a pour effet de le ramener vers le zéro du champ magnétique.*

Le passage à trois dimensions se fait tout simplement en ajoutant une paire de faisceaux par direction d'espace. En revanche, il n'est pas nécessaire d'avoir trois paires de bobines, car une paire en configuration anti-Helmholtz, crée un gradient du champ magnétique dans les trois directions de l'espace [2].

[2] A cause de div$\mathbf{B}$=0 et de la symétrie cylindrique des bobines, le gradient obtenu dans les directions transverses vaut la moitié du gradient longitudinale et est de signe opposé.

I.3.2 L'atome de Rubidium

Pour les expériences décrites dans cette thèse, nous avons utilisé l'atome de Rubidium, qui dans la nature se présente sous forme de deux isotopes stables, le ^{85}Rb et le ^{87}Rb, avec des abondances respectives de 72% et 28%. La plupart des expériences présentées dans cette thèse ont été effectuées sur la transition F_g=3 $\rightarrow$ F_e=4 du ^{85}Rb, étant donné qu'il s'agit de l'isotope le plus abondant. Pour l'expérience sur les réseaux asymétriques (cf. Chapitre V) nous nous sommes placés sur la transition $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$ du ^{87}Rb. Les niveaux du ^{85}Rb sont représentés dans la figure I.12 , ainsi que la transition $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$ utilisée pour le piège magnéto-optique et le réseau brillant. Remarquons que le sous-niveau $F_e = 3$ est assez proche de $F_e = 4$ (121 MHz, à comparer avec 5.9 MHz, largeur d'état excité), ce qui fait qu'une excitation non résonnante de $F_e = 3$ est possible. Lorsqu'un atome se désexcite à partir de $F_e = 3$, il peut retomber dans le sous-niveau $F_g = 2$, qui est insensible à la lumière laser (le désaccord vaut alors 3.04 GHz !). Il nous faut donc ajouter un faisceau résonnant à la transition $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$, pour pouvoir peupler à nouveau le sous-niveau $F_g = 3$, avec des cycles de fluorescence. Ce faisceau est appelé *repompeur* et est aussi représenté sur la figure I.12.

Les principales caractéristiques de l'atome de Rubidium sont reportées dans le Tableau I.1.

Masse (M)	$1{,}44 \cdot 10^{-25}$ kg
Largeur naturelle (Γ)	$2\pi \cdot$ 5,89 MHz
Longueur d'onde (λ)	780,02 nm
Intensité de saturation (I_s t.q. $\Omega^2 = \Gamma^2/2$)	1,6 mW/cm^2
Energie de recul (E_R=$\hbar^2 k^2/2M$)	$2{,}45 \cdot 10^{-30}$ J
Vitesse de recul (v_R=$\hbar k/M$)	5,9 mm/s
Fréquence de recul (ν_R=E_R/h=$\omega_R/2\pi$)	3,7 kHz
Température de recul (T_R=Mv_R^2/k_B)	360 nK

Tableau I.1: *Grandeurs caractéristiques pour le Rubidium sur la raie D2.*

I.3.3 La chambre à vide

Pour pouvoir réaliser une expérience d'atomes froids, un vide très poussé est nécessaire. En effet, si un atome piégé rentre en collision avec une particule quelconque qui se trouve dans l'enceinte et qui est à la température ambiante, il va acquérir une énergie qui va l'éjecter du piège. Nous avons utilisé une pompe ionique de débit 20 l/s qui nous a permis d'atteindre un vide de l'ordre de $10^{-9} mbar$. La pompe est raccordée par une vanne à la cellule où les expériences sont réalisées. Il s'agit d'un parallélépipède en quartz de hauteur 150mm, largeur 100mm, profondeur 50mm. L'accès optique est donc très libre, ce qui nous a permis une grande souplesse dans les expériences. Les faces externes

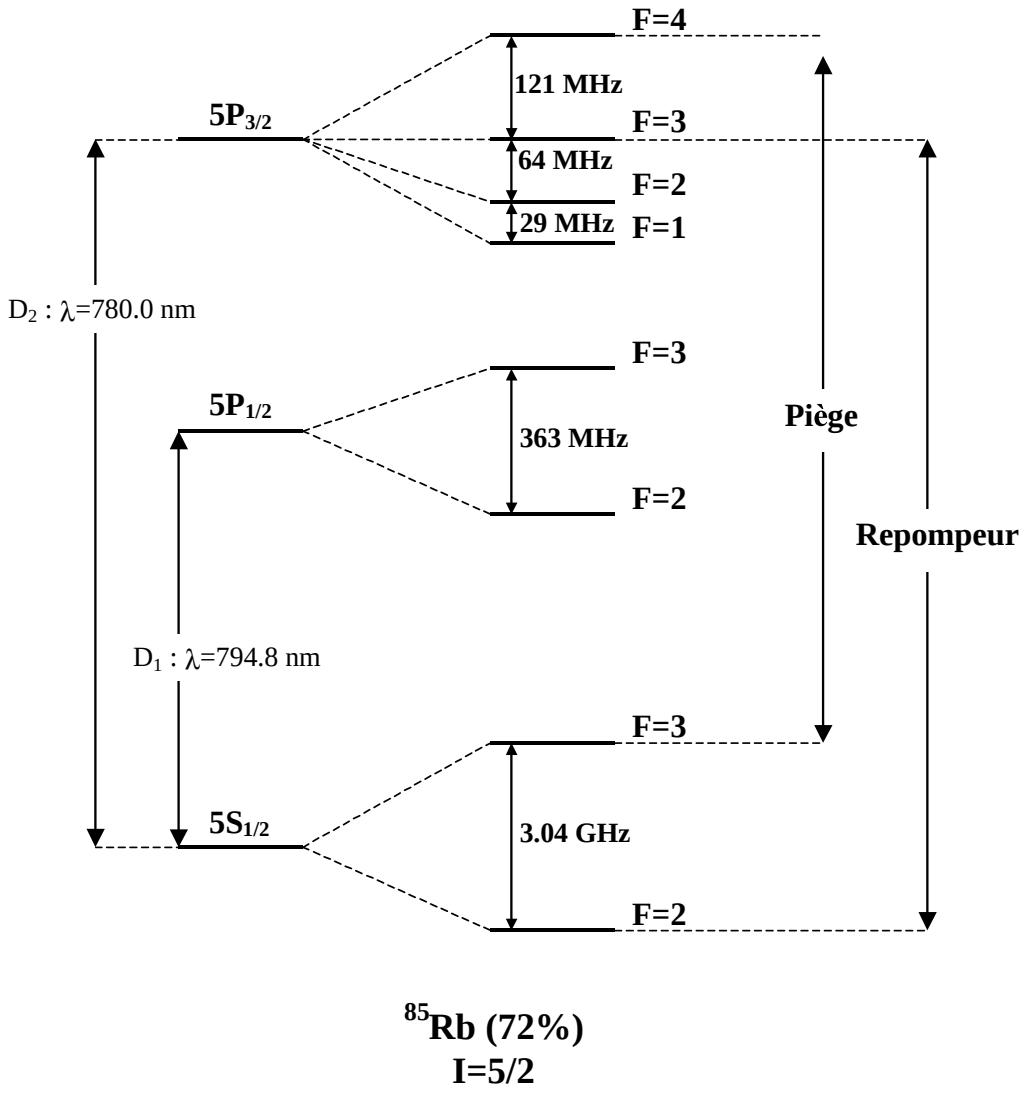


Figure I.12: *Niveaux d'énergie du Rubidium 85 et transitions utilisées pour le piège magnéto-optique (et le réseau brillant). Le spin nucléaire vaut* $I = 5/2$.

de la cellule sont traitées anti-reflet pour la lumière laser utilisée. Le Rubidium est stocké dans un queusot relié à la cellule via une vanne dont on peut régler l'ouverture. Ceci permet en particulier de choisir la pression résiduelle de Rubidium dans la cellule. En effet, une pression trop basse fait du piégeage d'un atome un événement trop rare, et donc entraîne la formation d'un piège magnéto-optique contenant peu d'atomes et un temps de chargement long, alors qu'une pression trop élevée est problématique à cause des collisions, comme évoqué ci-dessus.

I.3.4 Les sources laser

Pour les expériences de refroidissement d'atomes, il est nécessaire d'avoir des sources laser fines par rapport à la largeur Γ du niveau excité de l'atome. De plus, ces sources doivent être stables sur des temps longs.

a) Diode laser maître : la configuration Littrow

Toutes les sources laser que nous utilisons sont des diodes laser : il est en effet assez facile de se procurer des diodes laser dans le domaine de longueur d'onde utilisée. Pour obtenir des faisceaux de puissance suffisante pour le piège et le réseau, nous utilisons les diodes dans une configuration maître-esclave : une diode maître est asservie à la bonne fréquence avec une largeur spectrale faible (de l'ordre ou inférieure à 1 MHz) et injecte ensuite une diode esclave de puissance plus élevée. Nous verrons par la suite comment on effectue l'injection.

Comme diode maître, nous avons utilisé un laser TEC 100 fabriqué par la firme allemande Sacher Laser Technik. Ce boîtier consiste en une diode laser collimatée et montée en cavité étendue, ce qui signifie que l'on place un réseau de diffraction sur le trajet du faisceau de sortie de la diode, celui-ci étant en configuration de Littrow : l'ordre de diffraction -1 est rétro-réfléchi dans la diode, l'ordre 0 assurant le couplage à l'extérieur. On obtient ainsi une cavité bien plus longue que celle initiale de la diode ($\simeq 5cm$ à comparer au mm)[3]. L'effet de cette cavité extérieure est de réduire l'espacement entre modes longitudinaux et de rétrécir la largeur de la raie, puisque le réseau effectue une sélection en longueur d'onde de la lumière réinjectée dans la diode laser. Un changement de l'angle du réseau, ainsi qu'une translation de celui-ci (effectuée par l'intermédiaire d'une cale piézo-électrique) permet aussi une certaine accordabilité en fréquence. Pour pouvoir stabiliser la fréquence d'émission dans le temps, nous avons construit une boucle de compensation active qui agit sur la cale piézo-électrique. D'autres paramètres sont susceptibles d'influencer la fréquence d'émission, en particulier le courant d'alimentation de la diode laser ainsi que la température de fonctionnement. Pour le courant d'alimentation, nous avons utilisé des boîtiers construits au laboratoire qui sont stabilisés à moins d'un dixième de mA. La température de fonctionnement est asservie au centième de degré par des modules à effet Peltier. Remarquons aussi que deux prismes anamorphoseurs corrigent l'ellipticité du faisceau issu de la diode.

Un grand avantage du montage commercial Sacher Laser Technik par rapport aux boîtiers fabriqués dans le laboratoire est lié au fait que la diode utilisée possède un traitement sur sa surface optimisant le couplage avec la cavité étendue : il en résulte un intervalle spectral libre supérieur à 6 GHz, ce qui permet d'observer le spectre d'absorption saturée du Rubidium sur la raie D2 sans sauts de mode. De plus, ce boîtier, contenant la diode et le réseau de diffraction, est très solide vis-à-vis des perturbations mécaniques

[3]Des longueurs de cavité trop importantes induisent des comportements instables d'intensité et fréquence laser [39]. Pour éviter toute réinjection accidentelle due à une retroréflexion du faisceau laser on utilise des isolateurs optiques.

(vibrations, courants d'air,...) qui peuvent arriver au cours d'une expérience[4]. Il s'ensuit que les lasers peuvent rester asservis à la bonne fréquence plusieurs heures sans aucune intervention humaine, ce qui facilite une automatisation massive de l'expérience et donc la possibilité d'enregistrer un nombre considérable de données.

La puissance totale utilisable à la sortie du laser arrive à 15 mW (les diodes ont une puissance nominale de 40 mW), une bonne partie de la puissance ayant été perdue dans la réinjection. Cette puissance est tout à fait adaptée pour injecter deux diodes esclaves plus puissantes, utilisées pour le PMO et le réseau brillant. Nous avons donc utilisé une seule diode maître pour ces deux esclaves. Pour ce qui concerne le repompeur, une grande puissance n'étant pas nécessaire, nous avons utilisé directement le faisceau issu du laser maître.

b) Modulateur acousto-optique (MAO)

Un élément essentiel de notre montage est le *modulateur acousto-optique*. Il s'agit d'un dispositif basé sur un cristal biréfringent (TeO_2 ou $PbMoO_4$) dans lequel un transducteur piézo-électrique excite une onde acoustique ultrasonore (dans nos expériences l'onde a une fréquence $\nu_{ac} \simeq 80$ MHz). L'onde va créer un réseau de densité se propageant dans le cristal, sur lequel une onde lumineuse va pouvoir se diffracter[5]. Etant donné que le réseau est en mouvement et à cause de l'effet Doppler, si ν_L est la fréquence de l'onde lumineuse qui rentre dans le cristal, à la sortie les différents ordres de diffraction auront les fréquences

$$\nu_{s,n} = \nu_L \mp n\nu_{ac} \qquad (n \text{ entier}) \tag{I.32}$$

Cette condition correspond à la conservation de l'énergie au cours du processus. Une deuxième condition pour l'onde diffractée sera donnée par l'accord de phase, qui exprime la conservation de l'impulsion. Cette condition s'écrit pour les différents ordres :

$$\mathbf{k_{s,n}} = \mathbf{k_L} \mp n\mathbf{q_{ac}} \qquad (n \text{ entier}) \tag{I.33}$$

où $\mathbf{k_L}$, $\mathbf{k_{s,n}}$, $\mathbf{q_{ac}}$ sont respectivement les vecteurs d'onde des ondes lumineuses incidente et émergente et de l'onde acoustique. Sans rentrer trop dans les détails [40], on distingue en général deux régimes de diffraction :

- Régime de Raman-Nath (figure I.13.a) : l'onde émergente est diffractée dans les différents ordres, l'intensité pour chaque ordre étant relativement faible. Il correspond à la diffraction sur un cristal infiniment mince pour laquelle la condition I.33 joue un rôle mineur, étant donné que $\mathbf{q_{ac}}$ n'est pas bien défini.

[4]Pour minimiser les chocs, la table optique sur laquelle l'expérience est réalisée est munie d'un système pneumatique d'amortissement.

[5]En termes quantiques, ceci correspond à une interaction photon-phonon.

- Régime de Bragg (figure I.13.b) : l'onde incidente doit avoir un vecteur d'onde bien défini pour qu'elle soit diffractée. Il y aura une seule onde émergente, avec une intensité qui peut être très élevée. C'est le régime que l'on a dans un cristal infini.

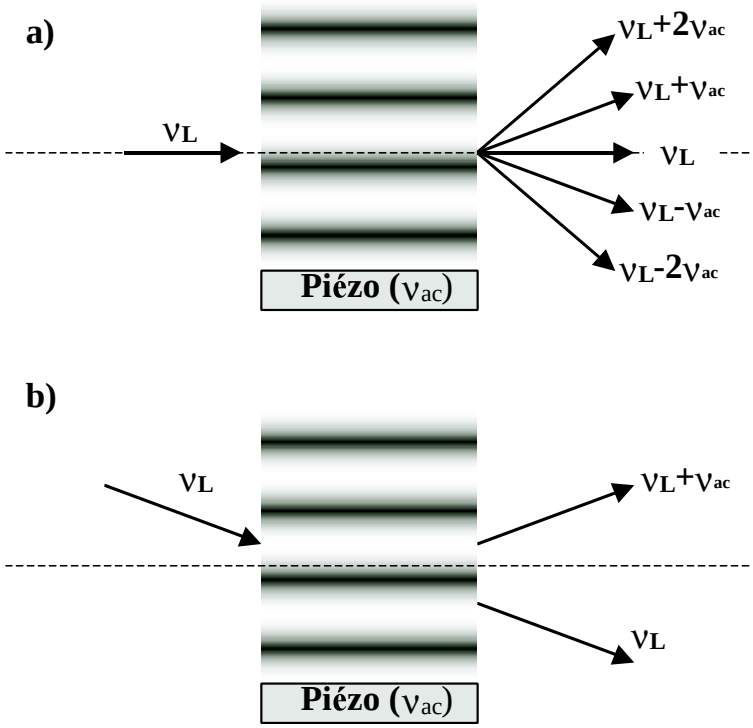


Figure I.13: *Principe de fonctionnement d'un modulateur acousto-optique. a) régime de Raman-Nath : l'onde lumineuse est diffractée dans plusieurs ordres. b) Régime de Bragg : l'onde lumineuse est diffractée dans un seul ordre, l'intensité de l'ordre diffracté pouvant être très élevée.*

Dans les expériences le cristal a une épaisseur d'environ 1.5 cm, ce qui nous place plutôt dans le régime de Bragg[6]. On arrive à obtenir une intensité de 75% dans le premier ordre diffracté. Détaillons maintenant l'utilité d'un tel dispositif.

- *Changement de fréquence.* Il nous sera possible de changer la fréquence de l'onde lumineuse émergente simplement en changeant la fréquence d'un générateur RF qui pilote le MAO. En réalité, un changement de fréquence ν_{ac} entraîne aussi un changement de direction du faisceau diffracté, mais ce problème peut se résoudre en recourant à un montage en double-passage (voir figure I.14).

[6]En réalité, en incidence normale il est possible d'observer un ou deux ordres de diffraction, comme dans le régime de Raman-Nath. Ceci vient du fait que l'onde lumineuse incidente n'est pas une onde plane parfaite, mais un faisceau Gaussien avec son *waist* dans le cristal.

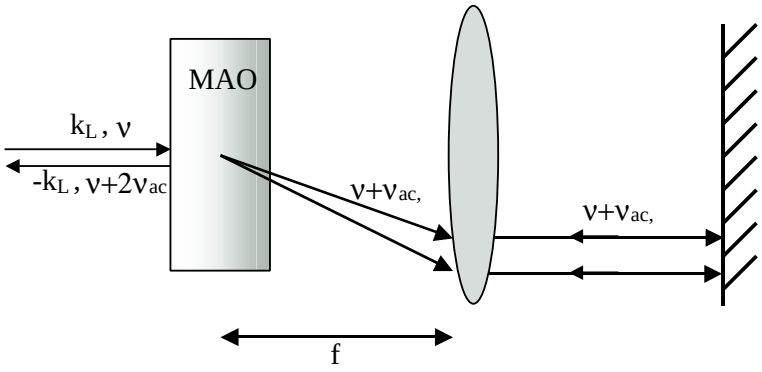


Figure I.14: *Schéma du montage en double passage pour un MAO. Une lentille de focale f est placée à une distance f du cristal, suivie par un miroir qui rétro-réfléchit la lumière. On voit bien que pour n'importe quelle valeur de la fréquence acoustique ν_{ac}, le faisceau diffracté, va revenir sur lui-même pour sortir dans la direction opposée au faisceau incident mais avec un décalage en fréquence de $2\nu_{ac}$.*

- *Réglage de l'intensité lumineuse, interrupteur rapide.* L'intensité de l'onde diffractée va dépendre fortement de l'intensité de l'onde acoustique qui se propage dans le cristal, le temps de réponse de celui-ci étant très rapide (inférieur à la μs). Il s'ensuit qu'une variation de la tension RF va se traduire par une variation de l'intensité lumineuse. Evidemment ce système peut être utilisé comme interrupteur rapide, en portant la tension RF à zéro, ce qui est facilement réalisable[7].

- *Balayage en fréquence d'un faisceau laser ; modulation.* Au cours des expériences, il peut être utile de balayer en fréquence un des faisceaux laser (typiquement pour la spectroscopie), ou de le moduler en fréquence ou en phase. Il nous suffira alors de balayer ou moduler l'onde RF, ce qui est possible avec des générateurs adaptés, et les caractéristiques de celle-ci vont se retrouver sur l'onde lumineuse diffractée. On verra tout de suite une application de cette propriété des MAO qui utilise le signal de spectroscopie par absorption saturée pour stabiliser la fréquence des lasers.

Avant de terminer cette partie sur les MAO, quelques mots sur les sources RF qui les pilotent. On en utilise trois types :

- Oscillateurs à quartz de fréquence fixe. Ils sont utilisés pour les interrupteurs rapides, ayant des temps de réponse de l'ordre de $50ns$.

- VCO (Voltage Controlled Oscillator), typiquement basés sur les puces MINI-CIRCUIT POS-100, dont on peut contrôler fréquence et amplitude à l'aide d'une tension continue. Ils sont utilisés pour décaler en fréquence les faisceaux laser. Certains d'entre

[7]Pour une extinction totale des faisceaux nous utilisons aussi des obturateurs mécaniques. Les temps de réponse de ceux-ci sont de l'ordre de quelques ms.

eux peuvent aussi être modulés en fréquence. Il s'agit de boîtiers construits au laboratoire.

- Synthétiseurs RF Rhode&Schwartz, utilisés pour le balayage en fréquence et la modulation. Ils sont bien plus précis et souples en utilisation.

c) Stabilisation en fréquence. Absorption saturée

Les propriétés spectrales d'une diode en cavité étendue (largeur < 1MHz, accordabilité sur quelques GHz sans saut de modes), sont tout à fait satisfaisantes pour nos applications. Le problème qui reste à résoudre est la stabilisation de la fréquence de fonctionnement des lasers, car celle-ci fluctue, essentiellement à cause des dérives thermiques, toujours présentes. On choisit comme fréquence de référence pour asservir les lasers une fréquence de transition du Rubidium, puisqu'il s'agit de l'atome que l'on veut refroidir. On doit stabiliser la fréquence à moins de quelques MHz (on rappelle que la largeur homogène de l'état excité $5P_{3/2}$ vaut $\Gamma \simeq 2\pi{\cdot}5.9$ MHz). Il s'ensuit que nous devons nous affranchir de l'élargissement inhomogène dû à l'effet Doppler (qui induit une largeur de l'ordre du GHz pour un gaz à température ambiante). Pour ceci nous avons utilisé la technique de spectroscopie par absorption saturée [41]. Elle consiste à envoyer sur une cellule contenant du Rubidium une onde sonde S et une onde pompe P, de fréquences respectives ν_S et $\nu_P = \nu_S + \delta_\nu$ et se propageant en sens opposés (on choisit un axe z tel que l'onde S se propage le long de $+z$). L'onde P est suffisamment intense pour saturer la transition : les atomes qui auront une composante de vitesse v_{sat} le long de z telle que $\nu_0 = \nu_P(1+v_{sat}/c)$ (avec ν_0 fréquence de la transition atomique considérée, on supposera qu'il y en a qu'une) vont donc constituer un milieu transparent pour la sonde. Or, ces mêmes atomes voient l'onde S à la fréquence $\nu_S(1 - v_{sat}/c)$, ce qui implique que lorsque $\nu_0 = \nu_S(1 - v_{sat}/c)$, la sonde cesse d'être absorbée par les atomes. Il s'ensuit que, lorsqu'on balaye les deux fréquences ν_P et ν_S en gardant fixe le désaccord δ_ν, une nette diminution de l'absorption de la sonde aura lieu sur une plage de fréquence de l'ordre de Γ pour $\nu_S = \nu_0 - \delta_\nu/2$. En regardant la transmission de la sonde on s'attend donc à voir une large raie (~ 1 GHz) d'absorption à laquelle se superpose une raie fine pour laquelle la sonde est transmise sans être absorbée. En réalité, l'atome ne possède pas une seule résonance atomique (l'état excité a plusieurs sous-niveaux hyperfins, très proches entre eux, par rapport à la largeur de la raie inhomogène), ce qui complique le spectre de transmission. En effet, dans le cas de deux fréquences de résonance ν_1 et ν_2, on s'attend non seulement deux raies fines pour les fréquences $\nu_S = \nu_1 - \delta_\nu/2$ et $\nu_S = \nu_2 - \delta_\nu/2$, mais aussi une raie fine pour la fréquence $\nu_S = (\nu_1 + \nu_2)/2 - \delta_\nu/2$, qui correspond au fait que la pompe sature une certaine classe de vitesse d'atomes pour la transition ν_1 alors que la sonde vient lire cette même classe de vitesse sur la transition ν_2. Ces pics supplémentaires sont appelés *croisements de niveaux*. Le spectre d'absorption saturée du Rubidium que l'on obtient est montré sur la figure I.15. Le balayage de la sonde (et de la pompe) est fait en balayant la cale piézo-électrique du réseau de diffraction du montage en cavité étendue.

Notre montage d'absorption saturée est montré sur la Figure I.16. Le faisceau pompe

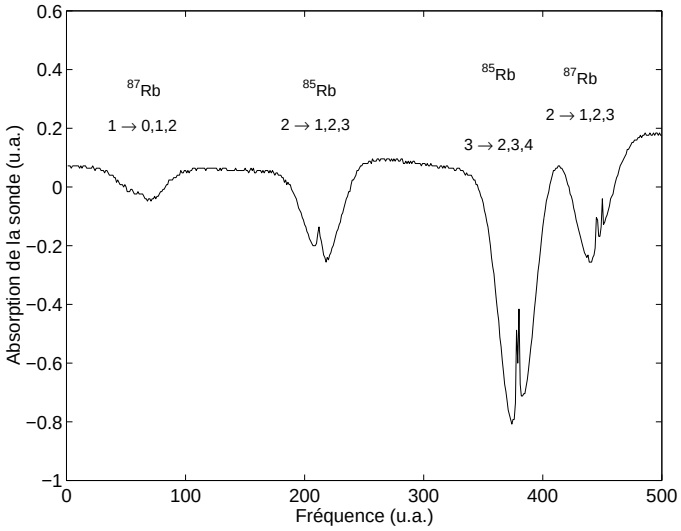


Figure I.15: *Spectre d'absorption saturée du Rubidium sur la raie D2. On observe quatre raies avec un élargissement Doppler (qui correspondent aux deux sous-niveaux hyperfins du fondamental pour les deux isotopes) et des structures plus fines, avec une largeur de l'ordre de* Γ.

est décalé en fréquence par rapport à la sonde par un MAO (en double passage), qui est également modulé en fréquence à 10 kHz. Ceci permet, via une détection synchrone, d'obtenir le signal dérivé du signal d'absorption saturée, qui peut être directement utilisé comme signal d'erreur. Il est donc envoyé à la cale piézo-électrique.

En pratique, pour asservir la fréquence du laser, on commence par observer sur un oscilloscope le signal d'absorption saturée en balayant la cale piézo (au départ le balayage du piézo est grand pour identifier les différentes raies du spectre, puis on réduit le balayage en se positionnant sur la raie que l'on a choisie comme référence). La boucle d'asservissement est dans ce premier temps encore ouverte, le signal d'erreur n'est donc pas envoyé au piézo. Dans un deuxième temps, on interrompt le balayage de la cale piézo et on ferme la boucle d'asservissement. Avec ce système d'asservissement on obtient une très grande stabilité avec un jitter de l'ordre du MHz.

d) Injection des lasers esclaves. Mise en forme spatiale.

Comme nous l'avons déjà dit, la puissance maximum que l'on peut extraire des diodes laser maîtres ne dépasse pas les 15 mW. Pour résoudre ce problème nous avons décidé d'injecter des diodes plus puissantes. Le principe de l'injection est le même que celui utilisé pour les diodes en cavité étendue : la présence de lumière à une certaine fréquence dans la diode baisse le seuil d'oscillation pour cette fréquence, qui va donc être la fréquence

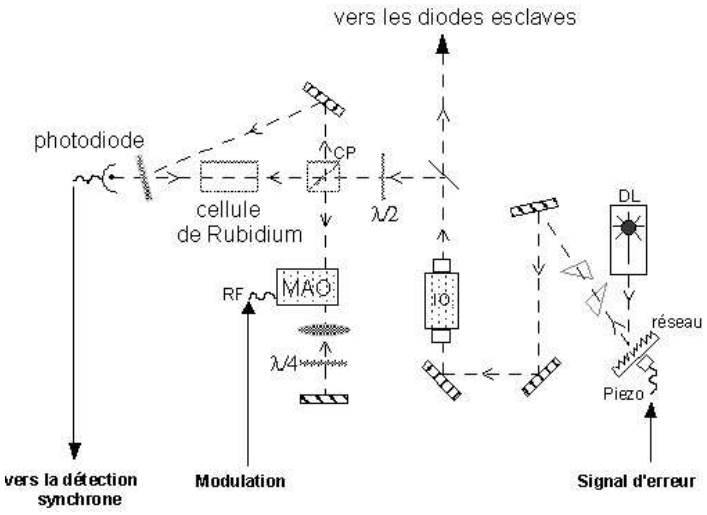


Figure I.16: *Schéma du montage d'asservissement d'une diode en cavité étendue. Les faisceaux pompe et sonde sont dérivés du même faisceau principal après le passage par un isolateur optique. La pompe est décalée et modulée en fréquence avec un MAO en double passage et croise la sonde dans une cellule qui contient une vapeur de rubidium. Le reste de la puissance laser (à la fréquence de la sonde) peut être utilisé pour l'injection des lasers esclaves.*

à laquelle la diode va osciller. La diode de puissance est utilisée seulement comme amplificateur[8]. Elle est montée sur un support fixe avec un objectif qui en assure la collimation. Deux prismes anamorphoseurs corrigent l'ellipticité du faisceau issu de la diode comme pour les diodes maîtres. Un isolateur optique empêche les instabilités de fonctionnement dues à des rétro-réflexions et est aussi utilisé pour l'injection[9]. Remarquons que l'injection sera plus facile à réaliser si la fréquence naturelle du laser esclave est proche de la fréquence imposée et si le faisceau injecteur est puissant. L'injection n'est donc efficace que sur une plage restreinte de courant du laser esclave à une température donnée. Pour vérifier l'injection de la diode laser, une technique simple consiste à contrôler l'absorption du faisceau de sortie à travers une cellule de Rubidium : lorsque le laser est injecté, sa fréquence d'oscillation se trouve près d'une transition atomique, et donc le faisceau est fortement absorbé dans la cellule.

Une fois le laser esclave injecté, le faisceau émergent est filtré spatialement, à l'aide d'une lentille de microscope et d'un diaphragme, pour obtenir un profil de faisceau propre.

[8]En réalité, les diodes esclaves ne sont pas beaucoup plus puissantes que les diodes maîtres, mais comme nous l'avons déjà dit une grosse partie de la puissance des diodes maîtres est perdue à cause du montage en cavité étendue destiné à affiner la raie d'émission.

[9]Le fonctionnement d'un isolateur optique se base sur un rotateur de polarisation de Faraday et d'un biprisme polariseur. Une partie du faisceau rentrant dans l'isolateur va être éjecté par le biprisme. Si on arrive à aligner le faisceau d'injection provenant du laser maître sur le faisceau éjecté, celui-ci va parcourir le chemin du faisceau éjecté dans le sens inverse et rentrer dans la diode laser.

Ceci est particulièrement important pour les faisceaux qui formeront le réseau optique, car un profil irrégulier des faisceaux entraînerait des profondeurs inégales des puits de potentiel. A l'issue du filtrage spatial, la puissance laser disponible avoisine les 30 mW.

Le faisceau principal pour le PMO est divisé en trois faisceaux (qui se croisent en aller-retour au centre de la cellule). Pour aligner ces faisceaux laser, ils sont rendus assez fins (environ 1 mm) par le passage à travers un diaphragme (qui est complètement ouvert pendant les expériences, et laisse donc passer les faisceaux entièrement, avec un diamètre d'environ 1 cm). La vanne qui sépare la source de Rubidium de la cellule est complètement ouverte, afin d'obtenir une très forte fluorescence des faisceaux, qui sont donc visibles par une camera CCD, ou un viseur infrarouge. La puissance relative pour chaque bras du PMO est réglée avec des lames demi-onde et des cubes polariseurs, en optimisant le nombre d'atomes piégés ainsi que la forme du nuage atomique.

Pour aligner les faisceaux du réseau optique vers l'endroit où se trouve le PMO, nous avons utilisé une technique plus astucieuse. On règle la fréquence du faisceau principal à la résonance atomique et on le divise dans les quatre bras du tétraèdre. Chacun des quatre bras passe à travers un diaphragme (lui aussi complètement ouvert pendant les expériences) pour diminuer son diamètre à environ 1 mm avant de l'envoyer vers la cellule. Lorsqu'un faisceau du tetraèdre est bien aligné sur le PMO, il creuse un trou dans le nuage atomique à cause de la forte pression de radiation (les faisceaux sont à résonance). Une fois les quatre faisceaux alignés, on peut régler leur fréquence pour les expériences. A nouveau, les puissances des différents bras sont réglées à l'aide de lames demi-onde et de cubes polariseurs. Ce réglage est très important et doit être effectué soigneusement, car un petit déséquilibre des intensités des faisceaux laser entraîne un très mauvais piégeage des atomes.

I.3.5 Champs magnétiques

Comme nous avons vu dans le paragraphe I.3.1, pour réaliser un PMO, on a besoin d'un gradient de champ magnétique, créé par deux bobines en configuration anti-Helmholtz. Les bobines ont un diamètre $2r = 11cm$ et $N = 42$ spires en cuivre. Elles sont situées à une distance $2d = 15cm$ et sont refroidies par eau. Elles sont alimentées par une alimentation Delta Elektronika SM 15-100 qui fournit une tension jusqu'à 15 V et un courant jusqu'à 100 A. Dans les expériences on a d'habitude un courant $I = 25A$ ce qui conduit à un champ magnétique

$$B_z \simeq \mu_0 N I \frac{3r^2 d}{(r^2+d^2)^{5/2}} z = b_z z \qquad \text{avec} \quad b_z \simeq 13G/cm. \tag{I.34}$$

Lors d'une séquence de travail, le courant doit être coupé assez rapidement pour éviter que les atomes continuent à voir un champ magnétique parasite pendant leur phase de refroidissement dans le réseau optique, un champ magnétique déplaçant les sous-niveaux Zeeman et rendant bien compliquée toute interprétation des résultats expérimentaux. La

coupure du courant est garantie par un relais statique commandé par un signal TTL. Sa durée est de l'ordre d'1 ms. On verra dans le paragraphe suivant une séquence typique de travail. L'emplacement des bobines qui créent le gradient de champ magnétique est aussi très important, car le PMO va se former à l'endroit où le champ est nul. Une fois que l'on a réussi à piéger un certain nombre d'atomes dans le PMO avec un réglage grossier, on positionne plus précisément les bobines de façon que le nuage atomique des atomes dans le PMO se forme exactement à l'endroit où les faisceaux se croisent.

Remarquons qu'un certain nombre de champs magnétiques parasites sont présents au niveau de la cellule. Ils sont dus au champ magnétique terrestre et à tous les instruments que l'on utilise. Pour pouvoir compenser ces champs magnétiques parasites, trois paires (une paire par direction d'espace) de bobines de diamètre d'environ 1 mètre sont placées en configuration Helmholtz. La compensation permet au moins de minimiser les composantes statiques des champs parasites. La compensation des champs oscillants est plus difficile car elle nécessiterait un système de compensation active ou un blindage en μ-métal de la cellule (mais ce dernier est incompatible avec un grand accès optique, qui nous intéresse pour les expériences). Le champ résiduel que nous avons obtenu est inférieur à la centaine de mG.

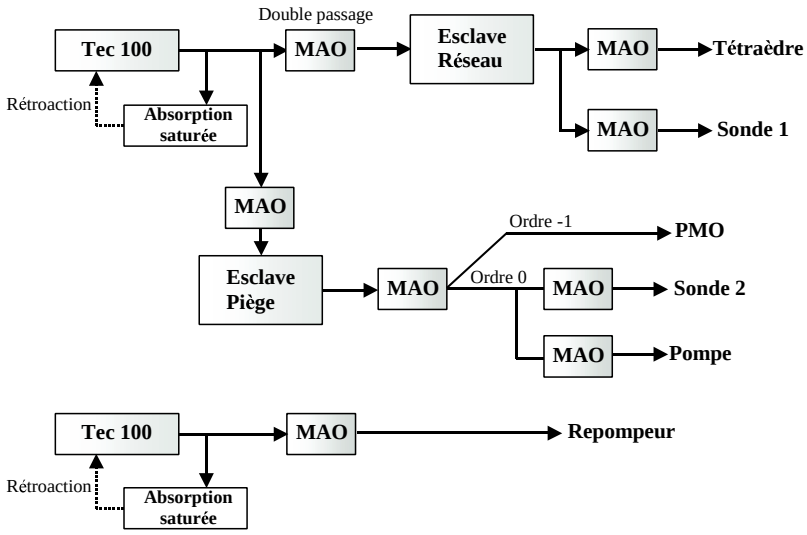


Figure I.17: *Schéma de principe du montage expérimental.*

I.3.6 Séquence de travail

Le schéma de principe du montage expérimental est représenté sur la figure I.17. Mis à part les faisceaux qui créent le PMO et le réseau, d'autres faisceaux sont présents comme diagnostics. Nous verrons plus en détail dans le chapitre suivant quelles sont les techniques d'investigation que l'on a mises en place. Remarquons ici qu'au cours d'une expérience,

plusieurs événements doivent se succéder avec une temporisation qui nécessite parfois une précision assez élevée.

La génération de la séquence de travail est assurée par un programme LabView sur un ordinateur PC fonctionnant sous Windows NT4. Le programme contrôle deux cartes entrée/sortie National Instrument PCI-6025E et PCI-6713 possédant au total 40 voies d'entrée/sortie numériques (dont 16 sont associées à une mémoire tampon dans laquelle est mémorisé l'état des différentes voies au cours d'une séquence) ainsi que 16 entrées et 10 sorties analogiques. Chacune des cartes possède en outre deux compteurs dont la fréquence d'horloge est de 20MHz. La fréquence de mise à jour des sorties numériques est de 1 kHz, ce qui permet de gérer le déclenchement des sorties avec un pas de 1ms et une précision de 1 μs pour les sorties numériques. Le signal d'horloge pour les sorties numériques provient d'un des compteurs de la carte. Le déclenchement de la séquence pour les sorties analogiques est assuré par un signal TTL provenant d'une des sorties numériques et correspondant au premier événement de la séquence, ce qui garantit une bonne synchronisation entre les sorties numériques et analogiques. La précision atteinte est de quelques dizaines de microsecondes pour les sorties analogiques. Notons toutefois que le signal de déclenchement de la RF du MAO de coupure du tétraèdre provient d'un compteur de la carte utilisé en générateur d'impulsion retardée déclenchée par une des sorties numériques. En agissant sur le retard et la durée de l'impulsion générée par le compteur, on peut ainsi régler plus finement la durée du réseau. On arrive à obtenir des durées variables avec un pas de 10 μs et une précision de 1 μs.

Une séquence typique comprend :

- Une phase de piégeage des atomes dans le piège magnéto-optique qui dure de 1 à 3 secondes.
- Eventuellement une phase de mélasse au cours de laquelle on coupe le gradient de champ magnétique, on augmente le désaccord des faisceaux refroidisseurs, on diminue l'intensité de ces mêmes faisceaux ainsi que celle du repompeur.
- L'extinction des faisceaux du piège et l'allumage simultané des faisceaux du réseau.
- Après une certaine durée du réseau, une phase de diagnostic qui peut être le déclenchement d'une caméra CCD pour faire l'imagerie du nuage atomique, l'allumage d'une sonde pour la spectroscopie, ou pour une mesure de température,...

Au-delà de tous ces événements, le programme peut ensuite faire varier d'une séquence à l'autre l'intensité des faisceaux du réseau, l'instant de déclenchement de la caméra ou la plage de balayage de la sonde (via une carte GPIB) afin d'automatiser l'acquisition des données. Comme on l'a déjà dit, la stabilité du montage permet ainsi d'effectuer des expériences pendant quelques heures sans intervention humaine. Le programme a été réalisé par François-Régis Carminati au cours de sa thèse (précédente à la mienne) et il s'est révélé essentiel pour la réalisation de certaines expériences où un nombre considérable de paramètres physiques devaient varier.

Chapitre II

Techniques d'investigation des réseaux optiques

Dans le chapitre précédent nous avons vu comment un réseau optique peut être réalisé à partir de la figure d'interférence de plusieurs faisceaux laser. Nous n'avons pas présenté les méthodes de diagnostics pour caractériser les atomes piégés dans les réseaux, en particulier pour étudier leur dynamique. Nous allons dans ce chapitre présenter dans le détail les techniques expérimentales utilisées dans notre groupe et donner un aperçu d'autres techniques expérimentales et des méthodes d'étude théoriques. Nous allons aussi présenter un certain nombre de résultats expérimentaux obtenus au cours de mon séjour dans l'équipe mais qui ne sont pas le thème central de cette thèse.

II.1 Mesure de température

Comme on l'a déjà dit dans le premier chapitre, l'origine des réseaux optiques est totalement liée au refroidissement d'atomes par laser. Il s'ensuit qu'on s'intéresse particulièrement à la température du nuage d'atomes. Remarquons tout de suite qu'une définition exacte de la température au sens thermodynamique n'est pas possible, car les atomes ne sont pas en contact thermique avec un réservoir. Pour sortir de cette impasse, nous allons toujours considérer (comme on l'a fait dans le premier chapitre) une température cinétique T_i dans la direction i, définie par la relation :

$$\frac{1}{2}k_B T_i = \frac{1}{2}m\overline{v_i^2} \tag{II.1}$$

où $\overline{v_i^2}$ est la moyenne du carré de la vitesse dans la direction i. Cette définition de la température ne demande pas que la distribution d'impulsion $\pi(\mathbf{p})$ des atomes soit Gaussienne, comme on l'attend pour un gaz qui suit la statistique de Maxwell-Boltzmann[1],

[1] On suppose ici que les effets de statistique quantique ne jouent pas de rôle, étant donné que le gaz atomique reste très dilué.

et n'empêche pas d'obtenir des températures différentes pour les différentes directions de l'espace.

II.1.1 Temps de vol

Il s'agit de la première méthode mise en place pour mesurer la température d'atomes refroidis par laser [10, 42]. Son principe de fonctionnement est très simple (voir figure II.1) : à un instant donné on libère les atomes du piège[2] et on les laisse évoluer sous la seule force de gravité. Le nuage atomique aura donc une phase d'expansion libre, qui sera d'autant plus rapide que la distribution de vitesse des atomes dans le piège est large. On mesure ensuite la distribution des temps d'arrivée $\rho(t)$ après une chute libre de hauteur fixe h. Ceci peut se faire en plaçant un faisceau résonnant avec une transition atomique et en regardant sa transmission en fonction du temps. A partir de $\rho(t)$, il est aisé de

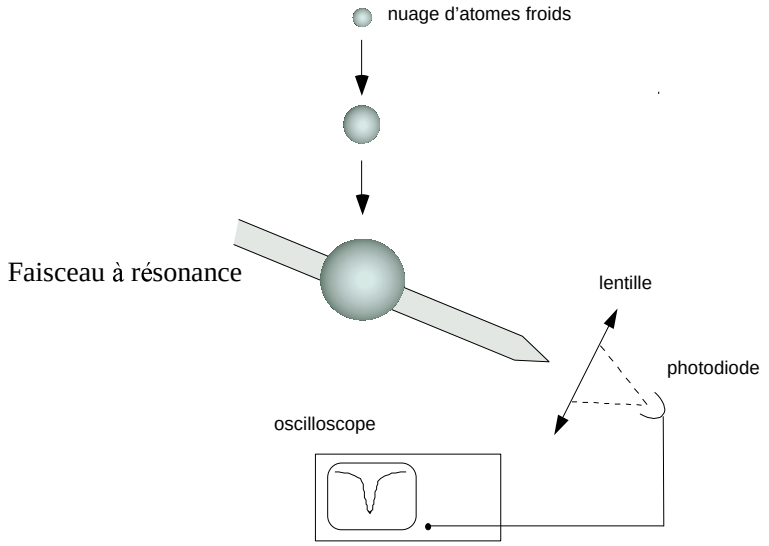


Figure II.1: *Principe de la technique de mesure de température par temps de vol : les atomes tombant croisent un faisceau sonde permettant de mesurer la taille du nuage après un certain temps de chute permettant ainsi de mesurer la distribution de vitesse initiale et donc la température.*

reconstruire la distribution d'impulsion dans la direction verticale si l'on connaît la taille initiale du nuage atomique. Si nous supposons que les distributions initiales en position et en impulsion sont gaussiennes ($\rho_r(z) = A_r \exp(-z^2/\sigma_z^2)$ et $\rho_p(p_z) = A_p \exp(-p_z^2/\sigma_{p_z}^2) = A_p \exp(-p_z^2/Mk_BT_z)$, on obtient, pour un temps moyen de chute $t_0 = \sqrt{2h/g}$ suffisamment grand :

$$\rho(t) \propto \exp[(t-t_0)^2/\sigma_t^2] \tag{II.2}$$

[2]La méthode s'applique pour n'importe quel type de piège à atomes.

La température T_z s'exprime alors en fonction de σ_t, σ_z et σ_{det} (qui décrit l'épaisseur du faisceau de détection) :

$$T_z = \frac{M}{k_B}[g^2\sigma_t^2 - (\sigma_z^2 + \sigma_{det}^2)/t_0^2] \tag{II.3}$$

Le même principe peut être facilement utilisé pour mesurer les distributions d'impulsion dans les trois directions de l'espace, si l'on arrive à enregistrer les profils spatiaux du nuage atomique (par des méthodes d'imagerie comme celle que l'on verra dans la section suivante) après un temps fixe d'expansion libre.

II.1.2 Résonances induites par le recul

Il s'agit de la technique de mesure de température que l'on a utilisée dans les expériences décrites dans cette thèse. On libère les atomes du piège très rapidement (ce qui revient à couper les faisceaux laser dans le cas d'un réseau optique) et on envoie deux faisceaux (une pompe et une sonde) sur le nuage atomique. La pompe et la sonde forment un petit angle 2ϕ, et ont des pulsations respectives ω_P et $\omega_S = \omega_P + \delta$ [3]. Plaçons-nous dans la représentation en impulsion pour l'atome et étudions les transitions Raman entre deux états d'impulsion différente $|\mathbf{p}\rangle$ et $|\mathbf{p}'\rangle$. La conservation de l'énergie et de l'impulsion impose

$$\left|\frac{\mathbf{p}^2}{2M} - \frac{\mathbf{p}'^2}{2M}\right| = \hbar\delta \tag{II.4}$$

$$|\ \mathbf{p} - \mathbf{p}'\ | = 2\hbar k_L \phi. \tag{II.5}$$

Ces deux conditions impliquent que pour un désaccord δ, seuls les atomes qui ont une impulsion dans la direction transverse (par rapport aux faisceaux pompe et sonde) $|p_{trans}| = \frac{M\delta}{2k_L\phi}$ peuvent effectuer une transition Raman stimulée résonnante (voir figure II.2). La probabilité d'effectuer cette transition Raman stimulée est pondérée par la différence de population entre les états de départ et d'arrivée. Le faisceau de fréquence la plus élevée est absorbé, étant donné que les états de grande impulsion sont moins peuplés. Si la distribution en impulsion transverse $P(p)$ est large par rapport à $\delta p = 2\hbar k_L \phi$, on peut montrer [43, 44] que le spectre de transmission de la sonde, obtenu en balayant δ, est proportionnel à la dérivée de $P(p)$ [4]. En effet, le signal de transmission de la sonde est proportionnel à la différence de population entre les états initiaux et finals, $P(p) - P(p - \delta p)$. A partir de la dérivée de $P(p)$, on obtient immédiatement une température dans la direction

[3] On choisit ω_P et ω_S pas trop près d'une résonance atomique pour que l'absorption des faisceaux ne masque pas l'effet non-linéaire qui nous intéresse. Typiquement le désaccord de pompe et sonde par rapport à la résonance atomique vaut 10Γ dans les expériences. Pour ce qui concerne les intensités de la pompe et de la sonde, elles valent $\sim 100\mu W/cm^2$. La pompe est un faisceau large qui recouvre tout le nuage atomique, alors que la sonde est un faisceau très fin (moins d'1 mm) qui passe au centre du nuage atomique.

[4] Dans les expériences, les spectres de résonance de recul sont typiquement obtenus en balayant $\delta/2\pi$ entre -50 kHz et +50 kHz en 1 ms.

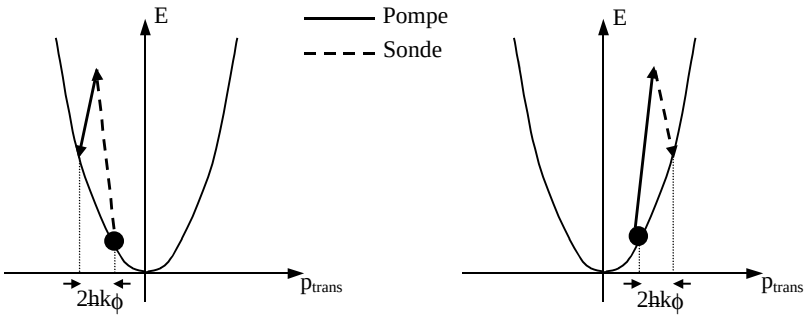


Figure II.2: *Principe des résonances induites par le recul : la différence de population des différentes classes d'impulsion peut conduire soit à l'amplification soit à l'absorption de la sonde. L'onde de fréquence la plus élevée est absorbée.*

transverse. Evidemment il est possible d'obtenir des informations sur la température dans les trois directions de l'espace en changeant la géométrie des faisceaux pompe et sonde. L'équivalence de cette méthode avec le temps de vol a été prouvée expérimentalement [45].

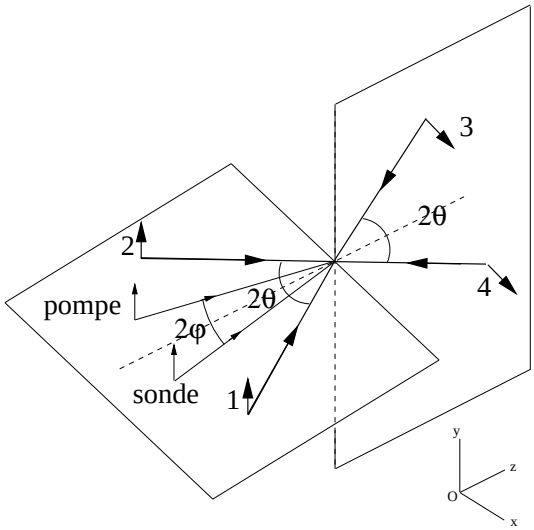


Figure II.3: *Mesure de la température par résonances induites par le recul. Cette configuration correspond à une mesure de la température selon x.*

Comme le temps de vol, cette méthode de mesure est destructive : à la fin de la mesure il n'y a plus d'atomes piégés. En revanche, un des intérêts de cette technique réside dans le fait que la mesure de température peut se faire très rapidement après que les atomes sont libérés du piège. Ceci se révèle essentiel si l'on veut par exemple mesurer la distribution d'impulsion dans un condensat de Bose-Einstein [46]. En effet, avec la technique de temps de vol, à cause des interactions, les atomes subissent une accélération au cours de leur

expansion balistique, ce qui fait que la distribution d'impulsion mesurée par cette méthode n'est pas celle des atomes condensés dans le piège.

II.1.3 Quelques résultats sur les températures dans un réseau brillant

a) Température d'équilibre

Nous avons mesuré la température d'équilibre atteinte dans la direction x dans un réseau brillant $Lin \perp Lin$ 3D en fonction de trois paramètres : l'intensité I par faisceau laser, le désaccord Δ à résonance, l'angle 2θ entre les faisceaux qui forment le réseau (voir figure II.3)[30].

Nous avons constaté que la distribution d'impulsion des atomes le long de x est Gaussienne et nous en avons déduit une température T_x. Les résultats expérimentaux sont reportés sur la figure II.4.

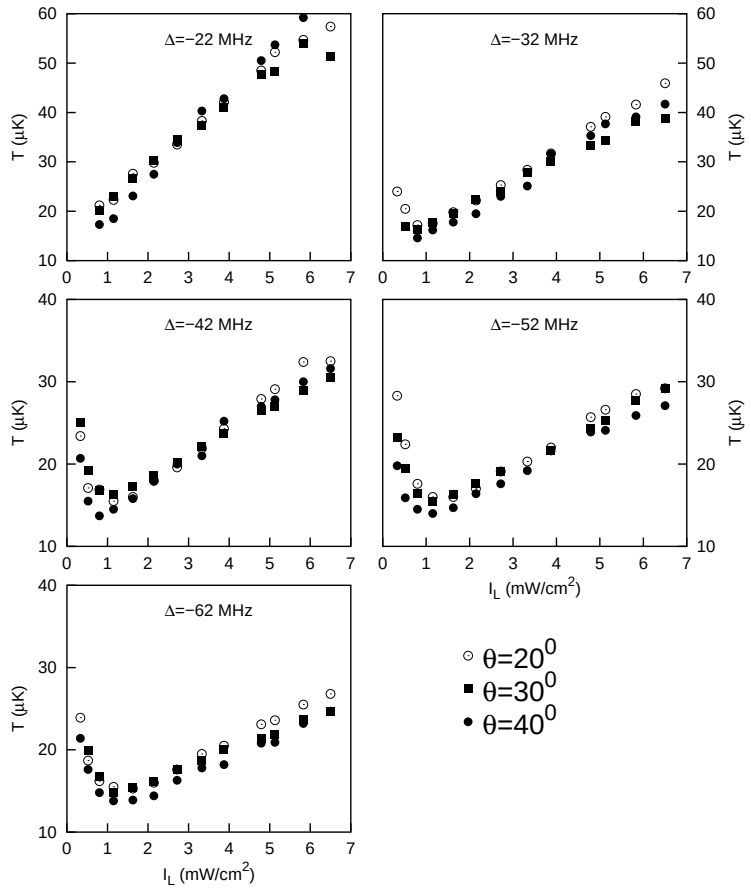


Figure II.4: *Température des atomes dans la direction x en fonction de l'intensité par faisceau du réseau pour différents désaccords et différents angles du réseau.*

Nous observons une dépendance linéaire de la température en fonction de $I/|\Delta|$, en accord avec les prévisions théoriques des équations I.14, I.15. Nous observons aussi un *décrochage* de T_x à faible I ou grand Δ, qui correspond au fait qu'avec des puits de potentiel très peu profonds, le mécanisme Sisyphe n'est plus efficace. Ces résultats sont en accord avec les simulations numériques et les expériences précédentes [47, 48, 49]. Comme résultat original, nous avons observé que la température d'équilibre dans la direction x est indépendante de l'angle θ [30]. Or, un changement de l'angle θ n'affecte pas la profondeur des puits dans une direction donnée, mais seulement le pas du réseau. Nos résultats expérimentaux sont donc en accord avec l'image physique simple selon laquelle seulement la profondeur des puits va déterminer la température d'équilibre, le pas du réseau ne jouant pas de rôle.

b) Relaxation de la température

Dans un deuxième temps, nous avons étudié la dynamique du refroidissement, et en particulier la relaxation de la température T_x des atomes vers la température d'équilibre [50]. Pour faire ceci, nous avons mesuré la température atteinte par les atomes après une durée variable du réseau optique. Cette durée peut être réglée avec un pas de $10\mu s$, comme on l'a déjà dit dans le paragraphe I.3.6. Les résultats expérimentaux sont portés sur la figure II.5.

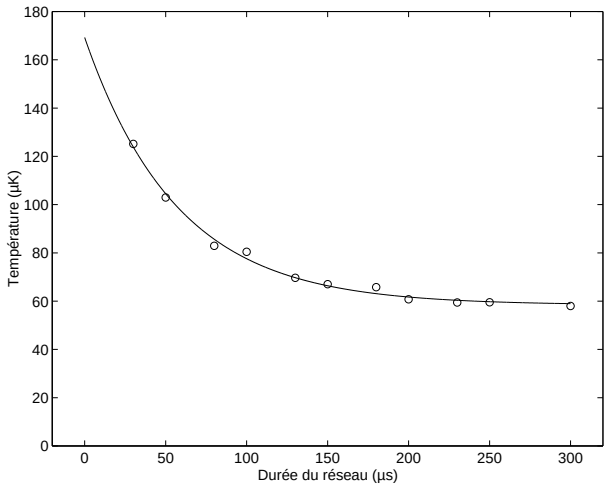


Figure II.5: *Température des atomes en fonction de la durée du réseau. On voit que la décroissance est exponentielle.*

On observe que la température décroît de façon exponentielle vers la température d'équilibre. Nous avons donc pu déduire un taux de relaxation de la température γ_{T_x} à partir de l'équation

$$T(t) = (T_{i,x} - T_{f,x})\, e^{-\gamma_{T_x} t} + T_{f,x} \tag{II.6}$$

où $T_{i,x}$ et $T_{f,x}$ sont respectivement les températures initiale et finale des atomes dans le réseau dans la direction x. Les résultats expérimentaux de γ_{T_x} en fonction de l'intensité du réseau optique pour différents désaccords sont reportés sur la figure II.6.

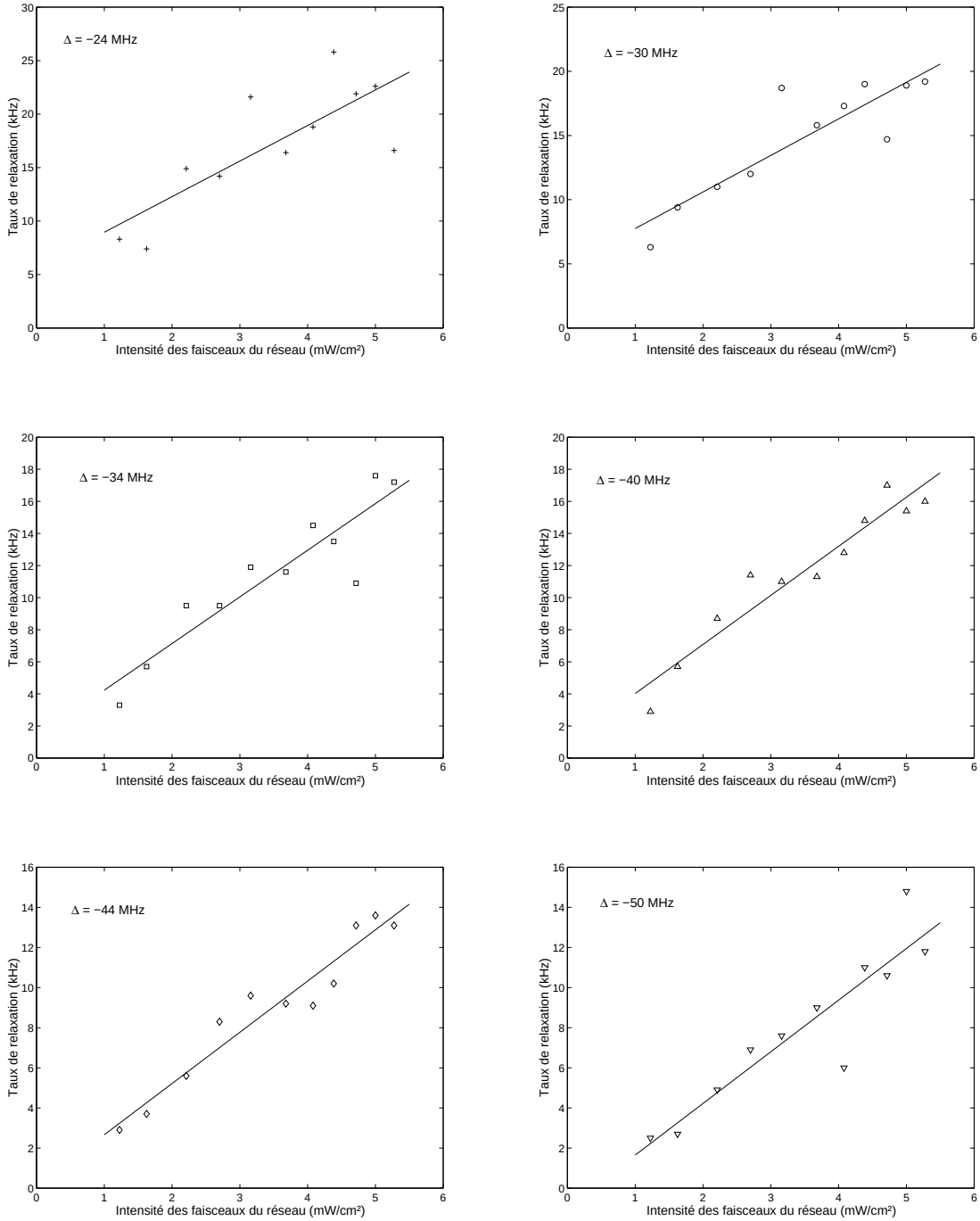


Figure II.6: *Relaxation de la température dans la direction x en fonction de l'intensité par faisceau du réseau pour différents désaccords.*

On peut voir sur ces figures que le taux de relaxation γ_{T_x} est une fonction linéaire de l'intensité des faisceaux du réseau et une fonction décroissante de la valeur absolue du désaccord du réseau. En particulier, γ_{T_x} est proportionnel au taux de pompage optique Γ'_0 et quasiment indépendant du déplacement lumineux Δ'_0. Cela peut s'expliquer simplement par le fait que le processus de refroidissement Sisyphe s'appuie sur le pompage optique entre les différentes nappes de potentiel. Nos résultats sont en très bon accord avec ceux obtenus par G. Raithel *et al.* [51], dans lesquels le taux de relaxation de la température est obtenu indirectement en étudiant la localisation atomique par diffraction de Bragg du réseau optique. En effet, comme on l'a vu dans le premier chapitre, le mécanisme Sisyphe conduit à la fois au refroidissement et à la localisation d'atomes au fond des puits de potentiel.

II.2 Imagerie du nuage atomique

Il s'agit d'un diagnostic très utilisé dans toutes les expériences d'atomes froids. Il permet d'obtenir des informations à la fois sur la dynamique des atomes piégés et sur leur distribution de vitesse, par temps de vol. Dans les réseaux brillants cette technique est relativement simple à mettre en place, étant donné que les atomes émettent une forte lumière de fluorescence qui peut être directement détectée par une caméra CCD. Dans la pratique, pour améliorer le rapport signal/bruit des images on moyenne un certain nombre d'acquisitions correspondant aux mêmes paramètres physiques.

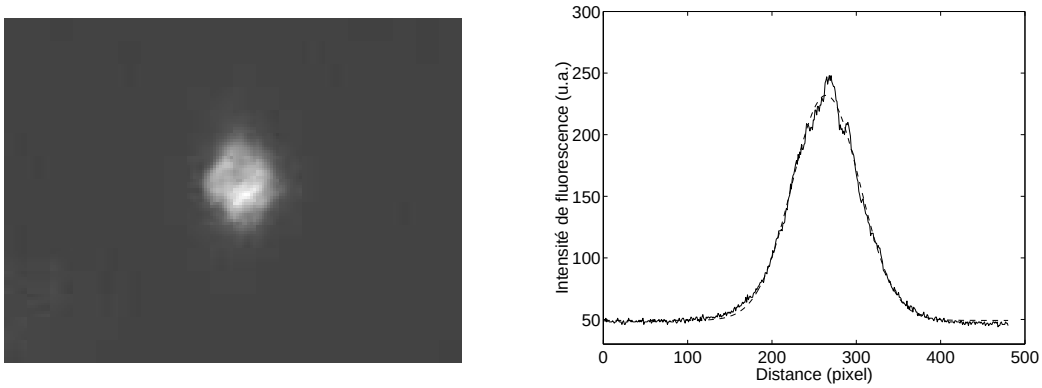


Figure II.7: *(gauche) Image du nuage atomique après 20 ms dans le réseau. Cette image représente la moyenne de 4 acquisitions. (droite) Profil du nuage atomique dans une direction donnée. Un ajustement avec une gaussienne est tracé en pointillé.*

Nous avons utilisé la technique d'imagerie pour étudier la diffusion des atomes dans un réseau brillant [30]. En effet, comme on l'a vu dans le chapitre précédent, les atomes ne restent pas piégés indéfiniment dans un puits de potentiel, mais effectuent une marche au hasard d'un site à l'autre. Dans cette section, nous allons très brièvement rappeler les propriétés du mouvement Brownien [52, 53] pour présenter la méthode de mesure ainsi

que les résultats expérimentaux obtenus sur la diffusion spatiale.

II.2.1 Rappel sur le mouvement Brownien

Il s'agit du mouvement d'une particule soumise à une force de friction de coefficient α et une force aléatoire $\mathbf{F}(t)$, comme celui d'une particule lourde plongée dans un fluide de particules légères. Le mouvement de la particule peut être décrit par l'équation de Langevin [54] :

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p} = -\frac{\alpha}{M}\mathbf{p} + \mathbf{F}(t) \tag{II.7}$$

où $\mathbf{p}$ est l'impulsion de la particule, α le coefficient de friction et $\mathbf{F}(t)$ une force aléatoire de moyenne nulle et de fonction de corrélation en δ de Dirac[5] :

$$\overline{F_i(t)F_i(t')} = 2D_{p,i}\,\delta(t-t') \qquad (i = x, y, z). \tag{II.8}$$

Le terme $D_{p,i}$ est appelé *coefficient de diffusion en impulsion* (dans la direction i). On montre [53] que

$$\overline{p_i^2} = \frac{2D_{p,i}t}{\alpha} \qquad \text{pour } t \ll M/\alpha \tag{II.9}$$

$$\overline{p_i^2} = \frac{MD_{p,i}}{\alpha} \qquad \text{pour } t \gg M/\alpha. \tag{II.10}$$

En utilisant le théorème d'équipartition de l'énergie une fois que l'on a atteint l'équilibre, on obtient à partir de II.10 :

$$\frac{\overline{p_i^2}}{2M} = \frac{1}{2}k_BT \quad \Rightarrow \quad D_{p,i} = \alpha k_BT \tag{II.11}$$

L'équation II.11 prend le nom de *relation de fluctuation-dissipation*. Si on calcule la valeur quadratique moyenne de la position de la particule on obtient :

$$\overline{x_i^2} = 2D_it \tag{II.12}$$

[5]Evidemment, aucun processus physique réel n'a une corrélation temporelle en δ de Dirac, mais cette approximation est tout à fait adéquate si la fonction de corrélation de $\mathbf{F}$(t) est très étroite par rapport au temps caractéristique de relaxation du système $\tau_R = M/\alpha$.

Le coefficient D_i est appelé *coefficient de diffusion spatiale* (dans la direction i) et il est relié à la température et à la friction par la *relation d'Einstein* :

$$D_i = \frac{k_B T}{\alpha}. \tag{II.13}$$

II.2.2 Diffusion des atomes dans le réseau optique

Comme on l'a vu dans le chapitre précédent, la dynamique d'un atome dans un réseau optique consiste en des phases de piégeage dans un puits de potentiel suivies d'un saut au hasard vers un autre puits. Cette marche au hasard nous permet d'écrire une équation de diffusion [55] pour la densité atomique n :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 n}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 n}{\partial z^2}. \tag{II.14}$$

Une solution de cette équation est une distribution gaussienne tridimensionnelle

$$n(x,y,z,t) = n_0(t) \exp\left(-\frac{x^2}{[\sigma_x(t)]^2} - \frac{y^2}{[\sigma_y(t)]^2} - \frac{z^2}{[\sigma_z(t)]^2}\right) \tag{II.15}$$

où $\sigma_i(t) = \sqrt{4D_i t}$ $(i = x, y, z)$. Si on calcule la valeur quadratique moyenne x_i^2 de la position au cours du temps on retrouve le résultat de l'équation II.12. Remarquons que dans un modèle de marche au hasard, le coefficient de diffusion D_i sera lié au libre parcours moyen d_i et au temps τ entre deux pas successifs par la relation

$$D_i = \frac{d_i^2}{2\tau}. \tag{II.16}$$

II.2.3 Mesure des coefficients de diffusion

Dans nos expériences nous avons mesuré par imagerie le coefficient de diffusion des atomes dans le réseau brillant, toujours en fonction de l'intensité des faisceaux du réseau, de leur désaccord à résonance et de l'angle θ. La procédure expérimentale est la suivante :

- Phase de piégeage d'atomes d'1-2s dans le PMO.
- A l'instant t_0, extinction des faisceaux et du champ magnétique du PMO, allumage des faisceaux du réseau optique.

- Phase de thermalisation de 20 ms des atomes dans le réseau. Lors de l'allumage, les faisceaux du réseau sont à pleine puissance, pour permettre un bon transfert d'atomes du PMO au réseau. Après quelques ms, les intensités des faisceaux sont portées à la valeur qui nous intéresse pour l'étude. Cet intervalle de 20 ms est largement suffisant pour que les atomes soient bien thermalisés dans le réseau, comme on l'a vu dans le paragraphe II.1.3.

- Prise d'images du nuage atomique diffusant à l'instant t_0 + 20 ms et puis toutes les 7 ms. Le temps d'exposition de la camera CCD est de 1 ms. L'intensité des faisceaux du réseau est reportée au maximum lors de la prise d'images pour obtenir un maximum de fluorescence des atomes et donc des images avec un bon contraste. Ceci fait de la prise d'une image une mesure destructive. Il s'ensuit que pour chaque prise d'image, la procédure doit être répétée à partir de la phase de piégeage dans le PMO.

Une fois les images prises, nous avons vérifié que le profil d'intensité de la fluorescence du nuage atomique (proportionnel à la densité atomique) dans une direction donnée reste gaussien au cours de la diffusion. Ceci est fait avec un programme en MATLAB qui calcule aussi la position du centre de masse des atomes et la largeur $\sigma_i(t) = \sqrt{\overline{x_i^2(t)}}$ du nuage dans la direction i à l'instant t (voir la figure II.7).

A partir des largeurs du nuage aux différents instants, nous avons vérifié l'hypothèse que l'expansion correspond à une diffusion normale, avec une dépendance linéaire du carré de la largeur du nuage avec le temps t (équation II.12[6]). Une courbe expérimentale typique est montrée sur la Figure II.8. Nous avons obtenu le coefficient de diffusion D_i à travers un ajustement linéaire de x_i^2 en fonction du temps.

Remarques

- Comme on vient de le voir, pour obtenir un coefficient de diffusion pour un seul choix de paramètres (intensité, désaccord, angle du réseau) plusieurs opérations successives sont nécessaires (il faut prendre plusieurs images à des instants différents, faire un ajustement pour chaque image, obtenir une largeur du nuage et faire un deuxième ajustement des largeurs en fonction du temps). Il s'ensuit que la mesure des coefficients de diffusion est très difficile. Si en plus on est intéressé par l'étude de la dépendance des coefficients de diffusion avec les paramètres du réseau optique, une excellente stabilité de l'expérience est cruciale, ainsi que son automatisation.

- La technique d'imagerie que l'on a mise en place permet aussi de mesurer la position du centre de masse du nuage atomique au cours du temps. Ceci n'est pas très utile si on s'intéresse à la diffusion atomique dans un réseau brillant, étant donné que le centre de masse ne bouge pas, mais se révélera essentiel pour l'étude d'autres

[6]Le nuage atomique ayant une largeur finie $\sigma_i(0)$ au départ, l'équation II.12 devient $\overline{x_i^2} - \sigma_i^2(0) = 2D_i t$.

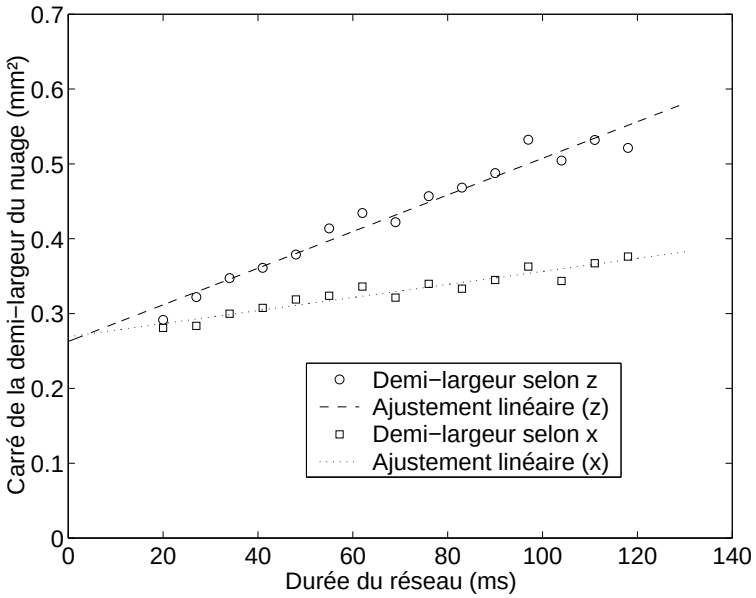


Figure II.8: *Evolution de la demi-largeur au carré du nuage en fonction du temps. L'ajustement des données par une droite permet d'obtenir le coefficient de diffusion dans la direction étudiée.*

phénomènes de transport dans les réseaux optiques, comme on le verra dans les chapitres suivants.

Nous avons mesuré [30] les coefficients de diffusion dans les directions z et ξ, l'axe ξ étant perpendiculaire à z et formant un angle de 45° avec les axes x et y (Figure II.9). Ce choix est dicté par le fait que les axes x et y sont complètement équivalents dans la configuration $Lin \perp Lin$ 3D, quand $\theta_x = \theta_y = \theta$ (Figure II.3).

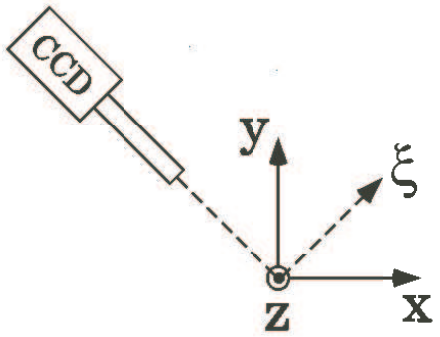


Figure II.9: *Position de la caméra et du plan d'imagerie par rapport aux axes x, y et z.*

Nos résultats expérimentaux sont montrés sur la Figure II.10. Remarquons avant tout que les valeurs expérimentales trouvées pour les coefficients de diffusion sont du même

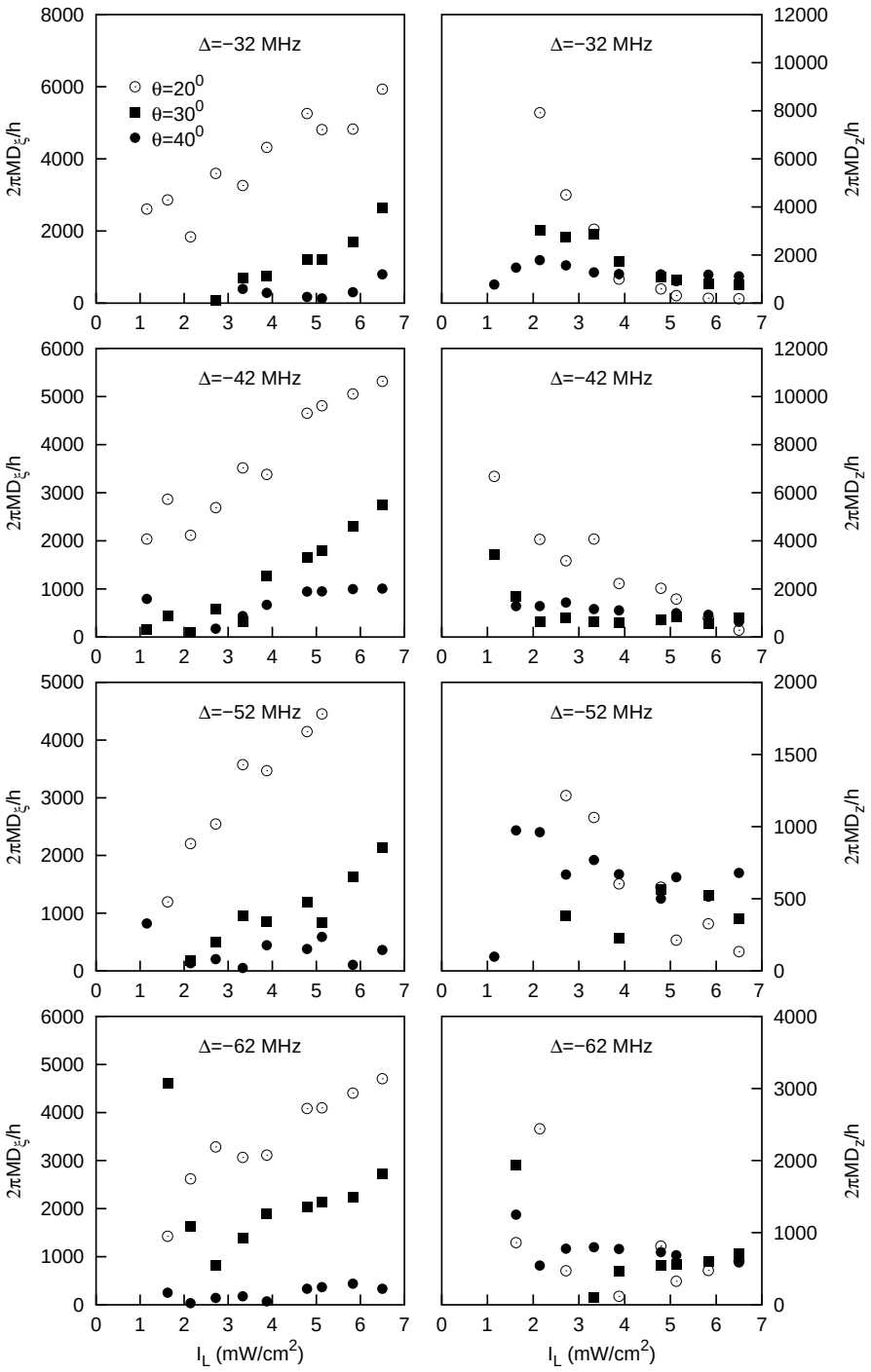


Figure II.10: *Résultats expérimentaux pour les coefficients de diffusion dans les directions ξ et z en fonction de l'intensité par faisceau laser du réseau pour différents désaccords et angles du réseau.*

ordre de grandeur que celles obtenues pour des mélasses optiques à six faisceaux [56], ou dans les réseaux quasi-périodiques [57].

Nous observons que D_ξ est une fonction croissante de l'intensité des faisceaux du réseau. Ceci est en accord avec des simulations numériques [30, 47] qui prévoient une dépendance linéaire, et s'explique aisément si l'on considère que le mécanisme principal de diffusion est le saut d'un puits à l'autre par pompage optique (paragraphe I.1.5). Etant donné que le pompage optique augmente avec l'intensité laser I_L, il est clair que le temps de piégeage d'un atome dans un puits de potentiel sera plus court et le coefficient de diffusion plus important lorsque I_L est grand.

En revanche, cette dépendance simple du coefficient de diffusion avec l'intensité n'est pas observée dans la direction z. En particulier, à très basse intensité I_L, D_z présente une augmentation que l'on attribue à une transition vers une diffusion anormale (dans laquelle le carré de la largeur ne croît pas linéairement dans le temps). Cependant, nous n'avons pas une preuve certaine de cette interprétation.

Un autre résultat remarquable que l'on observe est la claire diminution de D_ξ lorsque l'angle θ augmente. A nouveau, l'image d'une diffusion due aux sauts d'un puits à l'autre permet une interprétation simple. En effet, les pas du réseau dans les directions x et y sont $\lambda_x = \lambda_y = \frac{\lambda_L}{\sin\theta}$. Il est donc clair qu'une diminution de θ entraînera des pas plus grands le long de x et y lors de la marche au hasard des atomes dans le réseau, donc un coefficient de diffusion plus grand. L'effet est moins visible dans la direction z, car pour les angles étudiés (20°, 30°, 40°), le pas du réseau $\lambda_z = \frac{\lambda_L}{2\cos\theta_x}$ ne change pas beaucoup dans cette direction.

II.3 Spectroscopie pompe-sonde

Cette technique d'investigation des réseaux optiques a été largement utilisée dans notre équipe [24, 58, 59, 60, 61] et s'est révélée particulièrement fructueuse pour comprendre un certain nombre de processus physiques élémentaires. L'idée de la méthode (qui ne s'applique pas seulement aux réseaux optiques [62]) est d'exciter le milieu avec une onde pompe intense (pulsation ω_p, vecteur d'onde $\mathbf{k_p}$) et une onde sonde de plus faible intensité (pulsation $\omega_s = \omega_p + \delta$, vecteur d'onde $\mathbf{k_s}$).

L'interférence lumineuse se présente comme un réseau d'intensité ou de polarisation (ceci dépend des polarisations des faisceaux pompe et sonde) de la lumière se déplaçant à une vitesse $v = \delta/|\mathbf{\Delta k}|$, dans la direction $\mathbf{\Delta k} = \mathbf{k_s} - \mathbf{k_p}$ (Figure II.11). Ce réseau de lumière va engendrer un réseau d'une observable atomique (densité, magnétisation, vitesse,...) qui lui aussi se déplace à la vitesse v [7], avec un certain déphasage par rapport au réseau de lumière. L'onde pompe va alors pouvoir se diffracter sur ce réseau de l'observable atomique, donnant lieu à un mélange à deux ondes [62]. Le faisceau diffracté va être exactement dans la direction de l'onde sonde et à la même fréquence, à cause de l'effet Doppler. Une interférence va donc se produire entre l'onde diffractée et l'onde sonde, donnant lieu à une amplification ou une absorption pour la transmission de la sonde. Du spectre que l'on obtient en balayant la fréquence de la sonde autour de celle

[7] Ceci est vrai, avec certaines exceptions, comme nous le verrons dans le chapitre suivant.

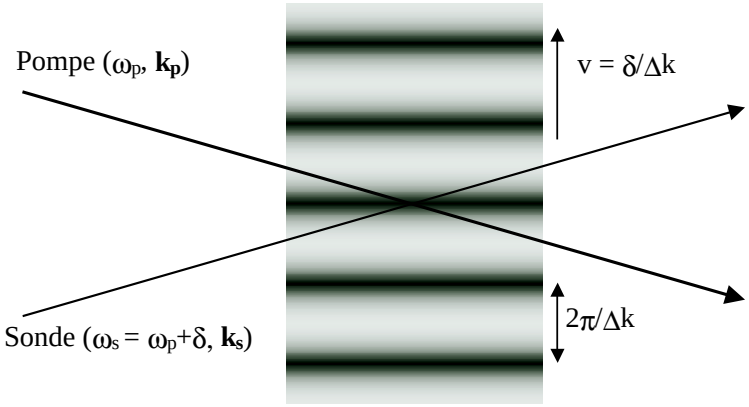


Figure II.11: *Interférence pompe-sonde. Un réseau d'intensité (ou de polarisation) lumineuse est créé, se propageant à une vitesse* $v = \delta/\Delta k$.

de la pompe, il est possible de déduire des propriétés du milieu en question.

II.3.1 Configuration standard dans le tétraèdre $Lin \perp Lin$ 3D

La configuration la plus simple de spectroscopie-pompe sonde dans les réseaux optiques est représentée sur la figure II.12. Un faisceau sonde est ajouté aux quatre faisceaux qui forment le réseau. La sonde se propage le long de l'axe z (mais ceci n'est pas obligatoire), sa fréquence est balayée autour de celle des faisceaux du réseau, qui auront donc le rôle de faisceaux pompes. Le faisceau sonde provient du même laser que les faisceaux du réseau (figure I.17). Il s'ensuit que le désaccord entre pompe et sonde (obtenu à l'aide de modulateurs acousto-optiques) est très stable et qu'il est possible d'obtenir des spectres de transmission avec des structures très fines (quelques kHz !).

L'avantage de cette configuration réside dans le fait qu'elle est relativement simple à mettre en place (il suffit de rajouter un faisceau) et qu'elle fournit des spectres avec un très bon rapport signal/bruit, étant donné que les faisceaux pompe sont relativement intenses (Le faisceau sonde a une intensité de quelques centaines de $\mu W/cm^2$). Remarquons enfin que du choix de la polarisation de la sonde va dépendre l'observable atomique excitée, donc le spectre de transmission. Nous verrons dans le chapitre suivant un exemple concret pour l'excitation des modes de propagation dans un réseau brillant.

Un spectre de transmission typique obtenu lorsque la sonde a une polarisation linéaire parallèle à celle des faisceaux du réseau copropageants est montré sur la figure II.13. On observe dans ce spectre deux paires de résonances latérales (une en absorption, l'autre en amplification) que l'on appelle *Raman* et *Brillouin* et une résonance centrale que l'on appelle *Rayleigh*. Nous allons décrire rapidement les caractéristiques de ces résonances.

- **Résonances Raman -** Elles correspondent à des transitions Raman stimulées entre deux états vibrationnels pour les atomes piégés dans les puits de potentiel. La figure

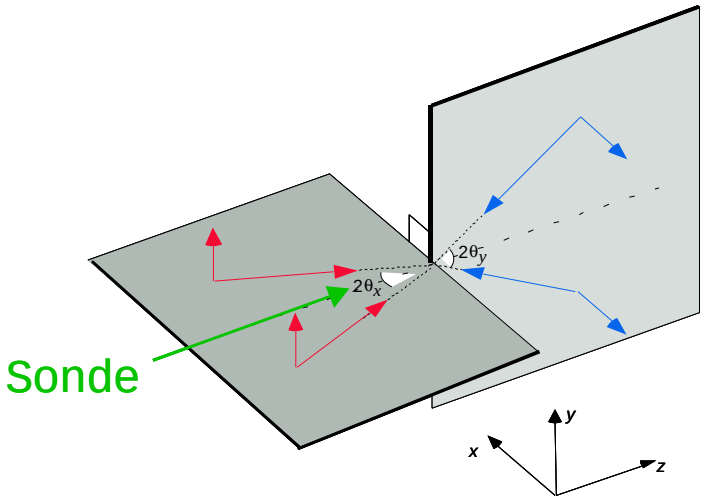


Figure II.12: *Configuration standard des faisceaux pour la spectroscopie pompe-sonde : les faisceaux du réseau servent de faisceaux pompes.*

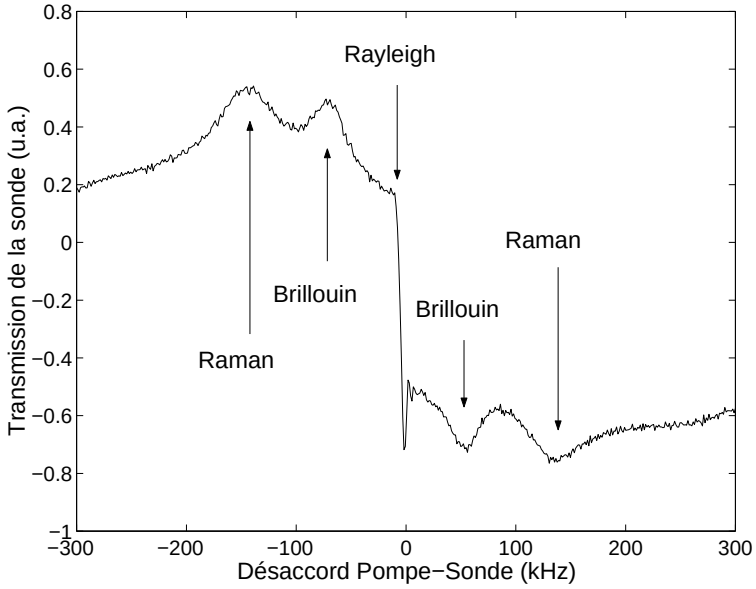


Figure II.13: *Spectre pompe-sonde dans le cas où les faisceaux du réseau servent de faisceaux pompe. On observe sur ce spectre, obtenu dans un réseau de ^{85}Rb, plusieurs résonances en absorption et en amplification (Raman et Brillouin) et une résonance centrale (Rayleigh). L'intensité des faisceaux est de 4.5 mW/cm^2, le désaccord vaut -9Γ et l'angle entre les faisceaux du réseau et l'axe Oz est 30 °. Le spectre est obtenu en balayant $\delta/2\Pi$ entre -300 kHz et +300 kHz, en 10 ms.*

II.14, montre le processus physique élémentaire. Le processus est résonnant lorsque la différence en énergie des photons pompe et sonde est égale à l'espacement entre les niveaux vibrationnels $\hbar\Omega_v$. Le processus entraîne toujours une amplification de l'onde de fréquence la plus basse, étant donné que les niveaux vibrationnels les plus bas sont aussi les plus peuplés. Remarquons qu'à l'approximation harmonique le potentiel présente trois fréquences propres dans les directions x, y, z. En principe on devrait donc s'attendre à observer trois paires de résonances aux trois fréquences $\pm\Omega_x$, $\pm\Omega_y$ et $\pm\Omega_z$. Or, avec une onde sonde le long de l'axe z, l'excitation le long de x et y est interdite pour des raisons de symétrie, donc seule une paire de résonances est attendue aux fréquences $\mp\Omega_z$ [8].

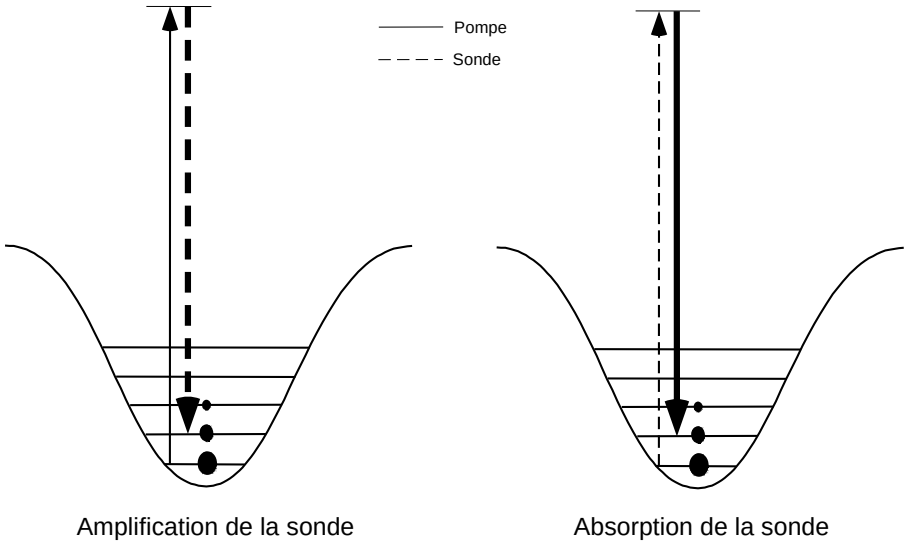


Figure II.14: *Transitions Raman stimulées en spectroscopie pompe-sonde. Les niveaux les plus bas étant les plus peuplés, on peut observer une amplification ou une absorption de la sonde en fonction de son désaccord par rapport aux faisceaux du réseaux.*

Dans les premières expériences [60] les largeurs mesurées ($\sim$ 30 kHz), extrêmement inférieures au taux de diffusion des photons, furent difficiles à interpréter. En réalité, comme on l'a vu dans le chapitre précédent le facteur de rétrécissement de Lamb-Dicke allonge considérablement la durée de vie des niveaux vibrationnels.

Il n'est pas nécessaire d'utiliser une description purement quantique de la dynamique atomique pour expliquer les résonances Raman. En effet, d'un point de vue classique, elles correspondent à une excitation résonnante des oscillations (classiques) des atomes au fond des puits de potentiel. L'absorption (ou l'amplification) du faisceau sonde viendra de l'interférence entre celui-ci et l'onde pompe diffractée par les

[8] En général, il est relativement difficile de connaître avec précision l'intensité du réseau, obtenue par la mesure de la puissance et du diamètre des faisceaux, cette dernière mesure étant très imprécise. En pratique, il est plus simple de déduire l'intensité du réseau à partir de la fréquence d'oscillation Ω_z mesurée par spectroscopie à travers la relation I.31.

atomes oscillants.

- **Résonances Brillouin -** Elles correspondent à des modes de propagation que l'on arrive à exciter dans le réseau optique [63]. Leur nom vient de la grande analogie avec les résonances Brillouin que l'on rencontre dans des milieux plus denses (diffraction sur un réseau de matière). En revanche, le caractère très dilué des réseaux optiques, dans lesquels la propagation d'une onde sonore est impossible à cause des très faibles interactions entre les particules, les rend tout à fait originales. Elles seront le sujet d'une étude approfondie dans le chapitre suivant, par spectroscopie pompe-sonde et par imagerie. Remarquons ici que par rapport aux résonances Raman dans lesquelles la position des raies dépend seulement des caractéristiques du réseau optique (intensité, désaccord, angle du réseau), la position à laquelle on attend les résonances Brillouin va dépendre fortement de la géométrie d'excitation.

- **Résonances Rayleigh -** La résonance Rayleigh dans les réseaux brillants a fait l'objet d'une longue étude (théorique et expérimentale) dans notre groupe [29, 59, 64, 65, 66]. Comme nous l'avons dit, l'interférence pompe-sonde engendre une modulation de polarisation ou d'intensité lumineuse se déplaçant à une vitesse proportionnelle au désaccord pompe-sonde δ, et avec une périodicité qui est en général différente de celle du réseau optique (Figure II.11). Cette modulation se répercute sur le potentiel optique vu par les atomes ainsi que sur le taux de pompage optique. Les atomes doivent en permanence se réadapter à un champ électromagnétique différent, ce qui donne lieu à un réseau d'une (ou plusieurs) observable atomique. Evidemment la réadaptation au nouveau champ se fait en général avec un certain retard, dû au temps de réponse fini des atomes. Le réseau de l'observable atomique sera donc en général décalé par rapport au réseau de lumière, ce qui permet un mélange entre les ondes pompe et sonde [62]. Si on s'intéresse à l'allure de cette résonance, on observe que pour δ=0, l'interférence pompe-sonde ne bouge pas et donc le réseau de l'observable et le réseau lumineux sont superposés. On ne s'attend donc à aucune amplification (ou absorption) non-linéaire de l'onde sonde. De la même façon, pour des valeurs très grandes de $|\delta|$, l'interférence lumineuse se déplace à une vitesse trop élevée par rapport au temps de réponse des atomes, et donc aucune modulation d'observable n'est engendrée dans le milieu. Enfin, pour des valeurs de $|\delta|$ petites mais non nulles, le réseau d'observable est créé avec un décalage par rapport au réseau lumineux et le mélange à deux ondes est possible. Un calcul détaillé [64], montre que la résonance Rayleigh va être la superposition de plusieurs raies en forme de dispersions [9], chacune correspondant à une observable différente et ayant une largeur de raie strictement liée au taux de relaxation vers l'équilibre de l'observable mise en jeu. Par la mesure d'une largeur de raie, il est

[9] En réalité les raies peuvent avoir une allure qui est la somme d'une dispersion et d'une Lorentzienne de même largeur. Ceci est dû au fait que dans un réseau optique, la pression de radiation liée à l'ajout d'une onde sonde peut décaler le réseau de l'observable atomique par rapport au réseau de lumière, même pour $\delta = 0$. Cet effet, qui rappelle beaucoup l'effet photoréfractif que l'on rencontre dans certains matériaux comme le $LiNbO_3$ ou le $BaTiO_3$ [67], est expliqué en détail dans la référence [65].

donc possible d'extraire des informations précises sur le taux de relaxation d'une observable spécifique.

II.3.2 Quelques résultats concernant la raie Rayleigh

Nous venons de discuter l'origine physique de la résonance Rayleigh et les informations qu'elle contient. Dans ce paragraphe, nous allons présenter les principaux résultats de notre étude dans le cas d'une configuration où la polarisation de la sonde est parallèle à celle des faisceaux copropageants du réseau [66]. Dans cette configuration, pour une onde sonde $\mathbf{E_s}(\mathbf{r},t) = E_s \cos[k_L z - (\omega+\delta)t]\ \hat{\mathbf{e}}_\mathbf{y}$ [10] qui interfère avec les quatre faisceaux du réseau (amplitude E_0, fréquence ω, nombre d'onde k_L, angle θ), on trouve les expressions suivantes pour les modulations d'intensité et de polarisation :

$$\delta(I_+ + I_-) = \frac{E_s E_0^*}{2}\cos(Kx)\ \exp[i(\Delta_1 K z - \delta t)] + c.c. \qquad \text{(II.17)}$$

$$\delta(I_+ - I_-) = -\frac{E_s E_0^*}{2}\cos(Ky)\ \exp[i(\Delta_2 K z - \delta t)] + c.c. \qquad \text{(II.18)}$$

avec

$$\Delta_1 k = k_L(1 \text{ - } \cos\theta)\ ; \qquad \Delta_2 k = k_L(1 + \cos\theta)\ ; \qquad K = k_L \sin\theta.$$

Regardons l'effet de la modulation d'intensité[11] : les puits de potentiel seront modulés le long de z avec un pas $2\pi/\Delta_1 k$, et un réseau de densité atomique va se former, les atomes s'accumulant dans les puits les plus profonds. Remarquons aussi la formation d'un réseau de température où les puits les moins profonds sont peuplés par des atomes de température plus faible. Il s'ensuit que la résonance Rayleigh est la somme de deux contributions de largeurs différentes, puisque les processus de relaxation de densité et de température ont des taux différents. En particulier, la densité atomique relaxe vers son état stationnaire par diffusion spatiale dans le réseau, et donc la largeur due à cette contribution est liée aux coefficients de diffusion spatiale. Un calcul précis [66] prévoit une largeur γ_D de la contribution due à la relaxation de la densité, donnée par l'expression :

$$\gamma_D = D_x(k_L \sin\theta)^2 + D_z k_L^2 (1-\cos\theta)^2. \qquad \text{(II.19)}$$

où D_x et D_z sont les coefficients de diffusion spatiale dans les directions x et z.

En revanche, la largeur de la contribution de la raie Rayleigh due à la formation d'un réseau de température sera du même ordre de grandeur que les taux de relaxation de la température γ_{T_x} et γ_{T_z}, que nous avons étudiés dans le paragraphe II.1.3.

[10] On peut écrire $k_s \simeq k_L$ pour le nombre d'onde de la sonde car la fréquence de la sonde est très proche de la fréquence des faisceaux du réseaux.

[11] Comme le pas de la modulation de polarisation de la lumière est de l'ordre du pas du réseau optique, il lui est difficile d'exciter une observable.

Ce qui est très intéressant ici est que l'on peut déduire par des mesures indépendantes la valeur de γ_D (en mesurant les coefficients de diffusion par imagerie), ainsi que les taux de relaxation de la température (par résonance de recul), et donc nous allons pouvoir vérifier si le modèle théorique pour la résonance Rayleigh est correcte.

En ce qui concerne les expériences, nous avons étudié la raie fine centrale des spectres pompe-sonde comme celui sur la Figure II.13, en fonction du désaccord à résonance des faisceaux du réseau et de leur intensité. Nous avons observé que cette raie a une forme qui s'ajuste très bien avec la somme d'une Lorentzienne et d'une dispersion de même largeur γ_R. Ce résultat qui semble surprenant (on attendait deux contributions de largeurs différentes) a une explication, comme on le verra par la suite. Les résultats expérimentaux pour γ_R sont reportés sur la figure II.15 (gauche).

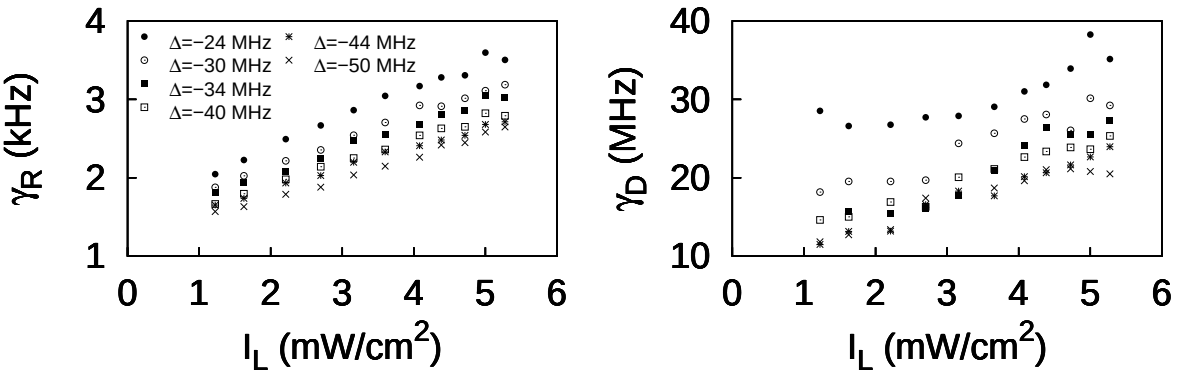


Figure II.15: *Résultats expérimentaux pour γ_R (gauche) et γ_D (droite) en fonction de l'intensité des faisceaux du réseau pour différents désaccords.*

Nous observons que γ_R varie entre 1.5 et 4 kHz pour la plage de valeurs étudiée. Elle dépend de façon linéaire de l'intensité du réseau et diminue lorsque le désaccord augmente. Ces résultats expérimentaux sont en plein accord avec ceux trouvés par des méthodes analogues (spectroscopie par corrélation d'intensité, transitoire cohérent) dans les références [68] et [25].

Sur la figure II.15 (droite) sont reportées les valeurs pour γ_D déduites de la mesure des coefficients de diffusion. Un résultat apparaît évident : la largeur γ_D due à la relaxation de la densité atomique par diffusion est 4 ordres de grandeur plus élevée que γ_R ! De plus, d'un point de vue expérimental la largeur γ_D est quasiment impossible à mesurer, étant donnée la difficulté de balayer en fréquence le faisceau sonde avec une telle ampleur. Il n'est donc pas surprenant que cette contribution ne soit pas observée dans les spectres.

En revanche, si on compare les résultats expérimentaux pour γ_R aux résultats pour la relaxation de la température (voir Figure II.6), non seulement on trouve les mêmes ordres de grandeur entre γ_{T_x} et γ_R, mais aussi les mêmes dépendances en fonction des paramètres du réseau. Cependant, une comparaison quantitative exacte n'est pas possible car l'excitation pompe-sonde se propage le long de z, alors que les taux de re-

laxation de la température ont été mesurés le long de x. Enfin, observons que nos résultats expérimentaux ont été tout à fait confirmés par des simulations Monte-Carlo semi-classiques (§ II.5.3), dans lesquelles nous avons aussi observé la contribution de largeur γ_D au spectre due à la modulation de densité [66].

II.3.3 Spectroscopie à faisceaux indépendants

Bien qu'elle soit simple à mettre en place la configuration de spectroscopie standard avec les faisceaux du réseau faisant office de pompe a un inconvénient : la géométrie d'excitation et l'interprétation des spectres obtenus ne sont pas toujours claires à cause du fait qu'il y a quatre faisceaux pompe. Nous avons donc mis en place une configuration

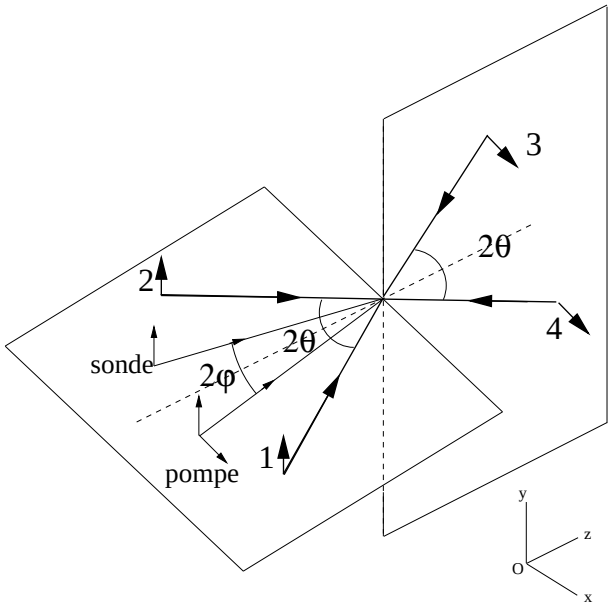


Figure II.16: *Configuration des faisceaux pour la spectroscopie pompe-sonde lorsqu'on utilise des faisceaux pompe et sonde indépendants de ceux créant le réseau. Les polarisations de la pompe et de la sonde peuvent être choisies de façon arbitraire.*

de spectroscopie dans laquelle deux faisceaux complètement indépendants des faisceaux du réseau sont envoyés sur le nuage atomique, comme le montre la Figure II.16. Un spectre typique obtenu avec cette méthode est porté sur la figure II.17. On reconnaît des structures semblables à celle de la configuration standard (Raman, Brillouin, Rayleigh). Remarquons que dans cette configuration, lorsque pompe et sonde sont symétriques par rapport à l'axe z, la figure d'interférence pompe-sonde bouge dans la direction x. C'est donc dans cette direction que l'on va exciter le mouvement.

Remarquons qu'il est essentiel que les faisceaux pompe et sonde ne perturbent pas trop le milieu atomique (avec la configuration standard, seul un faisceau laser peu intense est

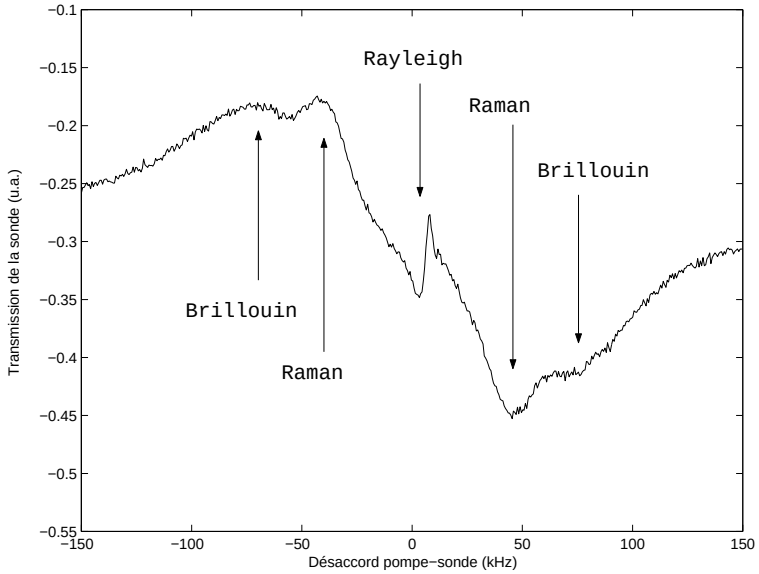


Figure II.17: *Spectre de transmission de la sonde dans le cas où pompe et sonde sont des faisceaux indépendants de ceux créant le réseau. Les polarisations de la pompe et de la sonde sont parallèles à l'axe y. On observe alors les mêmes résonances que dans la configuration pompe-sonde standard.*

ajouté, affectant faiblement la dynamique atomique). En particulier, les effets de pression de radiation des faisceaux supplémentaires peuvent être importants, car ils induisent une force dans la direction de propagation des faisceaux. Nous avons donc choisi des intensités relativement faibles (typiquement la pompe a une intensité de $1 mW/cm^2$ et un diamètre de 1cm, la sonde a une intensité de 100 $\mu W/cm^2$ et un diamètre de 0.5 mm) et un désaccord par rapport à la résonance atomique important ($\sim 10\Gamma$), pour minimiser ces effets de pression de radiation. De plus, pour éviter des battements avec les faisceaux du réseau, les faisceaux pompe et sonde sont issus d'une autre diode laser, comme le montre la figure I.17 du chapitre précédent.

II.4 D'autres techniques d'investigation expérimentales

Nous passerons rapidement en revue d'autres techniques d'investigation couramment utilisées pour étudier les réseaux optiques, mais qui n'ont pas été employées dans notre groupe pendant mon travail de thèse.

II.4.1 Diffraction de Bragg

Il s'agit d'une des méthodes classiques en physique des milieux continus [69]. Comme dans les solides cristallins, les réseaux optiques présentent une modulation périodique de

la densité atomique.

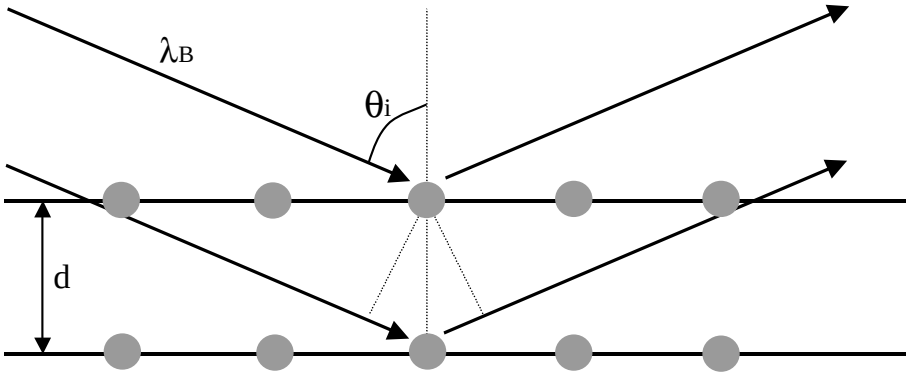


Figure II.18: *Schéma de la diffraction de Bragg dans un cristal.*

Regardons le cas simple d'un réseau cubique de pas d. Lorsqu'on envoie dans le milieu un faisceau de longueur d'onde λ_B (voir la figure II.18) on s'attend à une interférence constructive entre la lumière réfléchie par deux plans d'atomes adjacents seulement si l'angle d'incidence θ_i satisfait la relation

$$\frac{2d\cos\theta_i}{\lambda_B} = n, \qquad (n \text{ entier}) \tag{II.20}$$

Remarquons qu'il y a aura une grande différence entre la diffraction de Bragg dans un cristal et celle dans un réseau optique. En effet, les pas d vont différer de quatre ordres de grandeur (typiquement $d \simeq 0.1$ nm dans les cristaux, et $d \simeq \lambda_L \simeq 1$ μm dans les réseaux optiques). Il s'ensuit que la diffraction de Bragg, qui se produit dans les cristaux avec des rayons X ($\lambda_B \sim 0.1$ nm) , aura lieu dans les réseaux optiques pour des longueurs d'onde de l'ordre de λ_L.

II.4.2 Spectroscopie par transitoire cohérent, mélange à quatre ondes, analyse de fluorescence

La spectroscopie par *transitoire cohérent* est une variante de la spectroscopie pompe-sonde par transmission [70]. Le principe est le suivant : on excite pendant un certain temps le milieu avec une sonde qui a un désaccord δ par rapport aux faisceaux du réseau. A un instant donné, on décale brusquement la fréquence de la sonde et on en mesure la transmission. On observera des battements entre le faisceau sonde à la nouvelle fréquence et la lumière émise par le milieu excité. L'avantage de cette méthode réside dans le fait qu'elle sépare temporellement les phases d'excitation et de détection. Elle permet d'améliorer sensiblement le rapport signal/bruit par rapport à la spectroscopie pompe-sonde par transmission.

Le *mélange à quatre ondes* est un phénomène d'optique non-linéaire dans lequel deux photons sont absorbés et deux autres sont émis [33]. Il peut être observé par spectroscopie pompe-sonde. La condition d'accord de phase, qui exprime la conservation de l'impulsion, assure une amplification cohérente des photons émis à une fréquence donnée et dans une direction précise. Deux phénomènes de mélange à quatre ondes ont été mis en évidence dans les réseaux optiques : la conjugaison de phase et la diffusion élastique cohérente.

L'*analyse spectrale de la lumière de fluorescence* émise par les atomes piégés dans les réseaux optiques apporte des renseignements supplémentaires sur la dynamique atomique. C'est avec cette méthode qu'un rétrécissement de type Lamb-Dicke, et donc une localisation atomique à l'échelle de la longueur d'onde laser a été mis en évidence pour la première fois en 1990 [26].

II.5 Aperçu des méthodes théoriques

Dans cette section nous allons introduire les méthodes théoriques d'investigation des réseaux optiques. Les équations de départ communes à toutes ces méthodes sont les *équations de Bloch optiques* [19], qui régissent l'évolution de la matrice densité ρ. Nous nous plaçons toujours dans un régime de faible saturation, $s_0 \ll 0$, et de faible vitesse des atomes, $k_L v \ll \Gamma$. Les populations ρ_{gg} vont, dans ces limites, évoluer beaucoup plus lentement que les populations ρ_{ee} et les cohérences ρ_{eg} (les temps caractéristiques d'évolution sont respectivement $(s_0\Gamma)^{-1}$ et Γ^{-1}). Il est alors possible d'éliminer adiabatiquement l'état excité et les cohérences optiques et d'obtenir des équations pour la restriction σ de la matrice densité ρ à l'état fondamental. Les équations que l'on obtient pour σ prennent la forme [18, 19] :

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{i\hbar}[H_{eff}, \sigma] + \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}\right)_{relax} \tag{II.21}$$

où $H_{eff} = \frac{\mathbf{P}^2}{2M} + \Lambda(\mathbf{r})$. $\Lambda(\mathbf{r})$ est l'opérateur déplacement lumineux que nous avons déjà introduit dans le chapitre précédent. Le terme $(\frac{d\sigma}{dt})_{relax}$ est un terme dissipatif qui décrit le processus d'émission spontanée.

L'équation II.5 n'a pas en général de solution analytique. Il faut donc avoir recours à des approximations supplémentaires, qui conduisent à différentes méthodes de calcul.

II.5.1 Méthode des bandes

Cette méthode, directement inspirée par l'analogie entre les réseaux optiques et la physique des solides, a été mise en œuvre pour la première fois par Y. Castin et J. Dalibard dans une configuration unidimensionnelle [71, 72]. Puisque les atomes sont soumis à un potentiel périodique, leurs fonctions d'onde satisfont le théorème de Bloch. Si on écrit les

fonctions d'onde atomiques dans la base des états de Bloch on trouve l'existence de bandes d'énergie permises et interdites. Pour traiter le terme de relaxation $(\frac{d\sigma}{dt})_{relax}$, on a recours à une approximation supplémentaire, appelée *approximation séculaire*, qui consiste en pratique à négliger les couplages entre cohérences et populations et entre cohérences qui évoluent à des fréquences différentes. L'approximation séculaire correspond en pratique au régime oscillant $\Omega_v \gg \Gamma'_0$. Remarquons enfin un inconvénient de cette méthode pour décrire la dynamique atomique à 2D et 3D, car la dégénérescence des bandes y est plus élevée, ce qui limite le domaine de validité de l'approximation séculaire [73].

II.5.2 Simulation Monte-Carlo quantique

Introduite par Jean Dalibard en 1992 [74], cette méthode consiste à remplacer le calcul de la matrice densité atomique par celui d'un ensemble statistique de fonctions d'onde. L'évolution de ces fonctions d'onde est simulée en alternant des phases d'évolution hamiltonienne (avec un hamiltonien non-hermitique) et des sauts aléatoires, qui correspondent à l'émission spontanée de photons. Il s'agit d'une méthode très puissante et avec un domaine d'applications très vaste. En particulier, l'évolution du système peut être simulée pour toute transition atomique même à 3D [75]. L'unique inconvénient de la méthode réside dans le fait qu'il est difficile de dégager des idées physiques sur les processus élémentaires à l'origine des effets macroscopiques.

II.5.3 Simulation Monte-Carlo semi-classique

La méthode par simulation Monte-Carlo semi-classique a été largement utilisée dans notre équipe. Dans cette méthode, les atomes sont traités comme des entités quantiques pour les degrés de liberté interne et classiques pour les degrés de liberté externes. Cette approximation est acceptable si la largeur de la fonction d'onde est très inférieure à la longueur d'onde optique λ_L. Ceci implique, à cause de l'inégalité d'Heisenberg, que $\Delta p \gg \hbar k_L$. Cette condition signifie que le changement d'impulsion dû à l'absorption ou l'émission d'un photon est petit par rapport à la largeur de la distribution en impulsion. Dans le cas d'une transition $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ [12] la méthode consiste à étudier la dynamique de plusieurs atomes évoluant dans un bi-potentiel (un pour chaque sous-niveau Zeeman). Les atomes peuvent passer d'un potentiel à l'autre par pompage optique et subissent une force aléatoire due aux cycles de fluorescence.

Cette méthode a l'avantage d'être très transparente vis à vis des phénomènes élémentaires se produisant dans le réseau optique. En particulier, elle donne accès aux trajectoires atomiques, et non seulement aux valeurs moyennes des observables. Son grand inconvénient reste la grande difficulté à simuler rigoureusement des transitions de moment cinétique élevé à 2D ou 3D.

[12] Les quelques simulations que je présenterai dans cette thèse, effectuées par Laurent Sanchez-Palencia [76] ont toujours été réalisées dans le cas de cette transition.

Chapitre III

Modes de propagation Brillouin dans les réseaux brillants

Dans ce chapitre nous allons étudier en détail les modes de propagation Brillouin des atomes dans les réseaux brillants. Ces modes de propagation correspondent à une suite de demi-oscillations dans un puits de potentiel suivies par des cycles de pompage optique vers le puits adjacent. Ils ont une grande analogie avec les modes qui se produisent dans des milieux plus denses (d'où le nom de Brillouin donné aux modes) avec la formation d'un réseau de matière se déplaçant à une vitesse bien définie, mais ils en diffèrent notablement à cause des très faibles interactions inter-atomiques qui empêchent la propagation d'une onde acoustique dans le milieu.

Nous verrons que ces modes peuvent être excités de plusieurs façons et que leur détection est possible soit par imagerie que par spectroscopie pompe-sonde [61, 77, 78, 79].

Le plan du chapitre est le suivant : dans la section III.1 nous introduisons les modes de propagation Brillouin et nous calculons la vitesse de propagation des atomes participant au mode.

L'étude des mécanismes d'excitation du mode Brillouin est l'objet de la section III.2. Nous montrons comment des modulations d'intensité ou de polarisation lumineuses peuvent induire l'excitation du mode dans une direction spécifique. Nous calculons les conditions sur les vitesses de phase des modulations pour que l'excitation soit résonnante. L'ajout d'une modulation d'intensité ou de polarisation induit la formation d'un réseau de densité atomique, les atomes se plaçant aux endroits où la modulation exerce une force maximale.

Dans la section III.3, nous montrons comment il est possible de créer de telles modulations en ajoutant deux faisceaux aux quatre qui forment le potentiel optique statique. Nous étudions la configuration dans laquelle les deux faisceaux supplémentaires se propagent dans le plan xOz et sont symétriques par rapport à l'axe z, avec lequel ils forment un angle φ. En fonction de la polarisation de ces faisceaux de modulation, il est possible d'engendrer une modulation d'intensité ou de polarisation lumineuse qui se propage selon

x et donc d'exciter le mode Brillouin dans cette direction.

La section III.4 est consacrée aux résultats expérimentaux que nous avons obtenus dans la configuration à deux faisceaux de modulation, par imagerie du nuage atomique. En particulier, l'excitation du mode a été mise en évidence dans cette configuration par un déplacement du centre de masse du nuage atomique. Cette section présente aussi les résultats de simulations Monte-Carlo semi-classiques qui démontrent la formation d'un réseau de densité atomique.

Dans la section III.5, nous montrons l'équivalence de l'excitation à deux faisceaux avec la méthode de spectroscopie pompe-sonde à faisceaux indépendants introduite dans le deuxième chapitre. Nous observons que le mode Brillouin qui est toujours détecté par imagerie du nuage atomique, se présente parfois comme un *mode noir* [79], impossible à détecter par spectroscopie. Nous expliquons ce phénomène en étudiant la condition d'accord de phase entre les ondes pompe et sonde et l'onde de densité atomique des atomes participant au mode.

Enfin la section III.6 contient un certain nombre de résultats expérimentaux pour l'excitation du mode Brillouin lorsqu'un seul faisceau de modulation est ajouté. Avec cette configuration, qui a été la première étudiée expérimentalement, il est possible d'exciter le mode Brillouin à la fois dans deux directions opposées. Nous montrons que dans ce cas la détection du mode peut se faire en étudiant les coefficients de diffusion.

III.1 Modes de propagation Brillouin

Nous avons vu dans le premier chapitre que le mouvement d'un atome dans un réseau optique alterne des phases de piégeage dans un puits de potentiel et des sauts d'un puits à l'autre, dus essentiellement à des mécanismes de pompage optique (Figure I.6). En général, ces sauts se font dans une direction et à des instants aléatoires, ce qui engendre un régime diffusif pour la dynamique atomique. Nous avons présenté dans le chapitre II une étude détaillée de ce mouvement diffusif par imagerie.

Nous introduisons maintenant un mode de propagation qui peut avoir lieu dans un réseau brillant et nous allons en calculer la vitesse de propagation. Nous ne nous intéressons pas pour l'instant à la façon d'exciter ce mode, qui sera l'objet de la section suivante.

Dans cette section, comme dans tout le chapitre, nous allons restreindre notre analyse au cas d'une transition atomique $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$, bien que les expériences aient été réalisées sur les transitions $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$ du ^{85}Rb et $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$ du ^{87}Rb [1]. Cette hypothèse nous permettra de dégager plus simplement les mécanismes physiques qui conduisent à l'excitation de ces modes.

Considérons un atome oscillant dans un puits de potentiel, par exemple un puits σ_+. A un instant donné il peut être pompé optiquement vers le sous-niveau $|m_g = -1/2\rangle$ et

[1] Nous avons montré que l'utilisation de l'un ou l'autre des deux isotopes affecte très peu les résultats expérimentaux.

passer dans le puits adjacent. Il peut alors effectuer une demi-oscillation dans le puits σ_-, pour être pompé de nouveau vers le sous-niveau $|m_g = +1/2\rangle$. Il peut alors effectuer une nouvelle demi-oscillation, être pompé en $|m_g = -1/2\rangle$ et ainsi de suite, comme le montre la figure III.1. Cette suite de demi-oscillations suivies de cycles de pompage optique vers les puits adjacents va donc induire un mouvement de l'atome dans une direction spécifique.

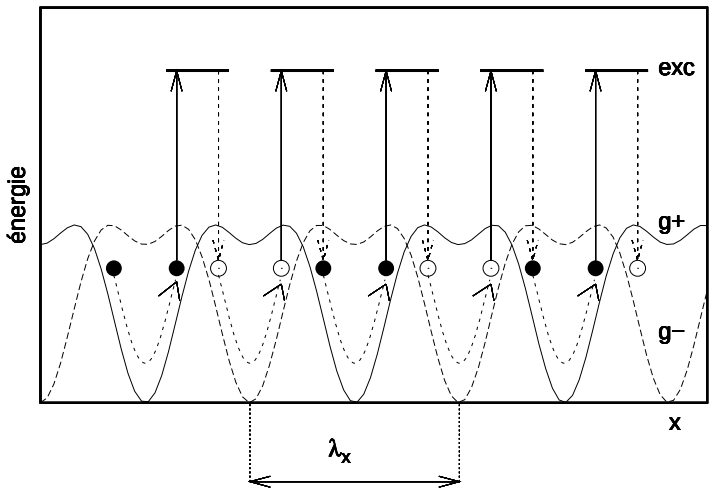


Figure III.1: *Modes de propagation Brillouin. Les potentiels correspondent à la direction transverse Ox dans un réseau Lin ⊥ Lin 3D pour une transition J_g=1/2 → J_e=3/2.*

Il est facile de calculer la vitesse de propagation d'un atome dans le mode si on néglige l'anharmonicité des potentiels lumineux et l'éventuel excès d'énergie de l'atome par rapport à la profondeur des puits [2]. En effet, si $\tau_i/2 = \pi/\Omega_i$ est la durée d'une demi-oscillation libre dans la direction i dans un puits de potentiel, et λ_i est le pas du réseau, on obtient une vitesse du mode dans la direction i :

$$\overline{v}_i \;=\; \frac{\lambda_i/2}{\tau_i/2} = \frac{\lambda_i \Omega_i}{2\pi} \tag{III.1}$$

où Ω_i est la pulsation des oscillations libres dans les puits de potentiel selon la direction i.

Sur la Figure III.2 est reportée une trajectoire atomique obtenue par simulation Monte-Carlo semi-classique (extraite de la référence [63]). On observe que l'atome est au départ piégé dans un puits de potentiel où il effectue des oscillations, puis il se propage à une vitesse bien définie sur quelques puits de potentiel, pour finir de nouveau piégé. Remarquons l'importance essentielle de la *synchronisation* entre le mouvement de l'atome et le pompage optique d'une courbe de potentiel à l'autre au cours de la propagation.

[2] Remarquons que les deux effets tendent à se compenser car l'anharmonicité rend les oscillations plus lentes, alors que l'excès d'énergie par rapport à la profondeur des puits les rend plus rapides.

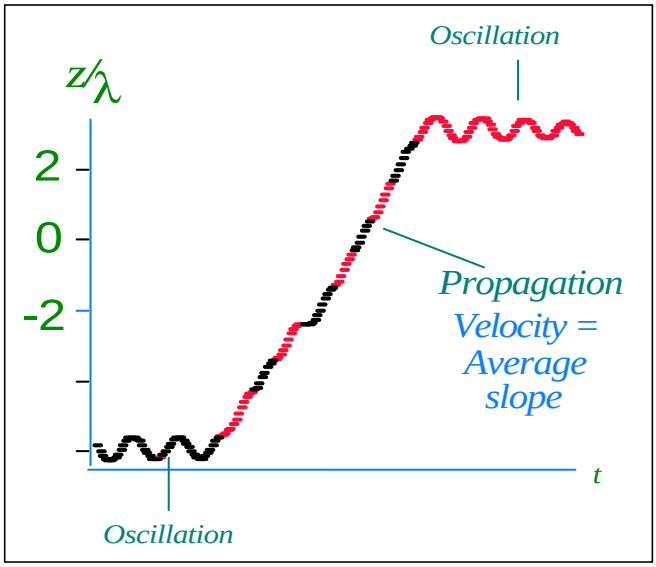


Figure III.2: *Trajectoire atomique obtenue par simulation Monte-Carlo semi-classique [63]. Les couleurs différentes correspondent aux deux sous-niveaux Zeeman* $|m_g = \pm 1/2\rangle$*, donc aux deux courbes de potentiel vues par l'atome.*

III.2 Excitation des modes Brillouin

Nous avons introduit le mode de propagation Brillouin et calculé sa vitesse, mais nous n'avons pas vu comment un tel mode peut être excité. En effet, il est en général très difficile qu'un atome spontanément commence à se propager suivant ce mécanisme. La dynamique atomique sera donc le plus souvent dominée par un mouvement diffusif.

Dans cette section, nous étudions en détail deux configurations différentes susceptibles d'exciter le mode dans une direction donnée.

III.2.1 Modulation d'intensité lumineuse

Considérons une modulation de l'intensité lumineuse $\delta I(x,t)$ de pas λ_{mod} qui se déplace avec une vitesse de phase v_{mod} dans la direction x (le même raisonnement s'applique dans n'importe quelle direction) :

$$\delta I(x,t) = \delta I_0 \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda_{mod}}\left(x - v_{mod}\ t\right)\right]. \tag{III.2}$$

Cette modulation de l'intensité va créer deux potentiels optiques $\delta U_{\mp}(x,t)$ (pour les sous-niveaux $|m_g = \mp 1/2\rangle$) en mouvement à la même vitesse de phase v_{mod}, qui s'ajoutent aux potentiels optiques statiques $U_{\mp}(x)$ dus aux faisceaux du réseau [3]. Du fait que la

[3] On choisira la fréquence des faisceaux qui créent la modulation suffisamment loin de la fréquence des

modulation de la lumière concerne seulement son intensité, les potentiels $\delta U_{\mp}(x,t)$ sont identiques :

$$\delta U_{+}(x,t) = \delta U_{-}(x,t) = \delta U \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda_{mod}}\left(x - v_{mod}\ t\right)\right]. \tag{III.3}$$

Sur la Figure III.3 sont reportés les potentiels $U_{\mp}(x)$ et $\delta U_{\mp}(x,t)$. Nous nous plaçons

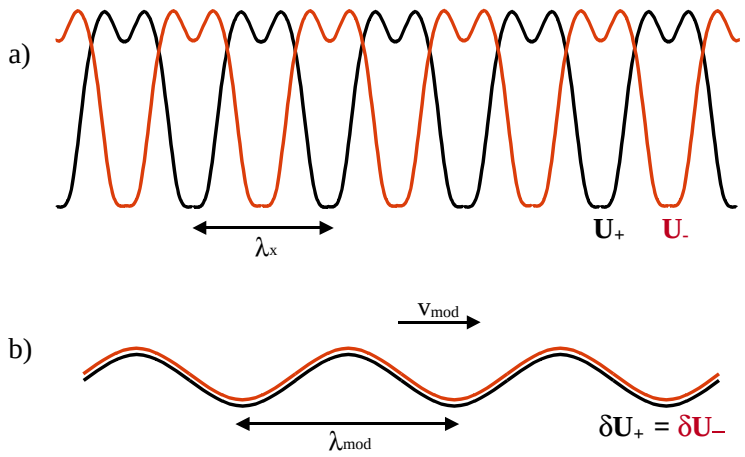


Figure III.3: *a) Potentiels optiques (statiques) dus aux faisceaux du réseau dans la direction Ox. b) Potentiels optiques (en mouvement) dus à une modulation d'intensité de pas* λ_{mod} *se propageant le long de x avec une vitesse de phase* v_{mod}*.*

dans le cas où les potentiels $\delta U_{\mp}(x,t)$ sont une faible perturbation par rapport aux potentiels $U_{\mp}(x)$.

Cherchons maintenant la condition sur la vitesse v_{mod} pour que le mode Brillouin soit excité. Lorsque les modulations $\delta U_{\mp}(x,t)$ se déplacent, les atomes ont la tendance à les suivre, car elles exercent une force et abaissent successivement les barrières de potentiel que l'atome doit franchir pour continuer sa propagation. Regardons dans le détail ce mécanisme d'excitation en nous référant à la Figure III.4. La modulation en mouvement exerce une force qui s'ajoute au potentiel optique. Les points où cette force a ses maxima sont indiqués sur la Figure III.4 par des flèches. Les flèches sont grises pour $|m_g = -1/2\rangle$ et noires pour $|m_g = +1/2\rangle$. Supposons que l'atome se trouve à l'instant $t = t_0$ à un endroit où la force le pousse vers les x positives. On observe bien que pour $v_{mod} = \overline{v}_x$

faisceaux qui forment le réseau optique pour que les battements entre ces fréquences soient très rapides par rapport à la fréquence des oscillations au fond des puits. En effet, les potentiels optiques vont être modifiés à cause de ces battements et les atomes vont ressentir une force périodique de moyenne nulle et de fréquence égale à celle des battements. Cependant, si la fréquence des battements est beaucoup plus élevée que celle des oscillations dans les puits, l'effet de cette force oscillante sur la dynamique atomique se moyenne à zéro.

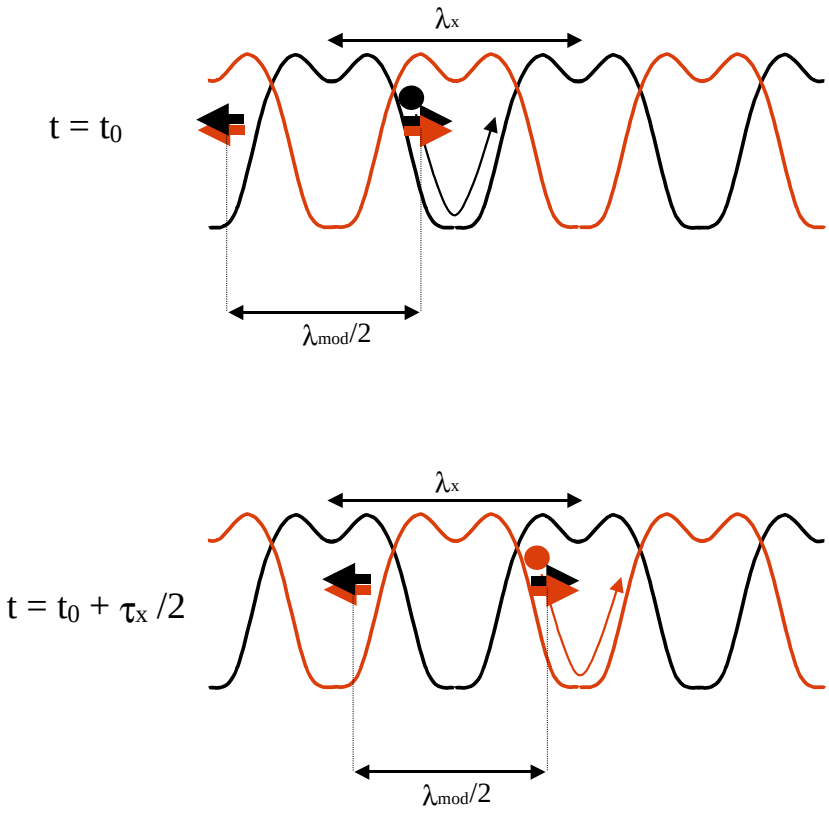


Figure III.4: *Mécanisme d'excitation du mode Brillouin le long de $+x$, avec une modulation d'intensité lumineuse qui se déplace à la vitesse $v_{mod} = \overline{v}_x$. Au cours de sa propagation l'atome se trouve toujours à un endroit où la force due à la modulation pointe vers les x positives.*

l'atome se trouve à tout instant en un point où la force est dirigée vers les x positives. En particulier, après un intervalle de temps $\tau_x/2$ pour effectuer une demi-oscillation et le pompage vers le puits suivant, la modulation s'est déplacée et l'atome se retrouve toujours à un endroit où la force pointe vers les x positives. Evidemment, pour $v_{mod} = -\overline{v}_x$, le mode va être excité dans la direction $-x$. On en déduit les conditions pour exciter le mode Brillouin dans les directions $\mp x$ avec une modulation d'intensité :

$$v_{mod} = \mp \overline{v}_x. \tag{III.4}$$

Remarquons aussi la formation d'un réseau de matière. En effet, les atomes qui participent au mode Brillouin auront tendance à s'accumuler aux endroits où la force due à la modulation du potentiel est maximum.

III.2.2 Modulation de polarisation lumineuse

Considérons maintenant une modulation de la polarisation lumineuse $\delta(I_+ - I_-)(x,t)$ de pas λ_{mod} qui se déplace avec une vitesse de phase v_{mod} dans la direction x :

$$\delta(I_+ - I_-)(x,t) = \delta I_0 \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda_{mod}}\,(x - v_{mod}\ t)\right]. \tag{III.5}$$

Comme pour le cas d'une polarisation de l'intensité lumineuse, cette modulation de polarisation crée deux potentiels optiques $\delta U_{\mp}(x,t)$ en mouvement à la même vitesse de phase v_{mod}, qui s'ajoutent aux potentiels optiques statiques $U_{\mp}(x)$ dus aux faisceaux du réseau.

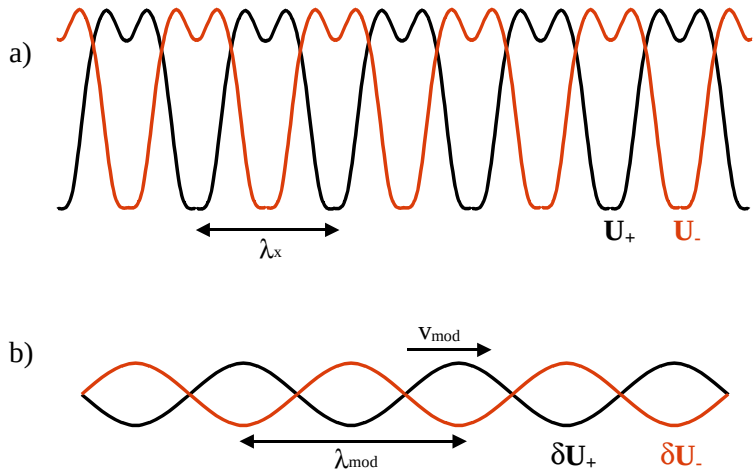


Figure III.5: *a) Potentiels optiques (statiques) dus aux faisceaux du réseau dans la direction Ox. b) Potentiels optiques (en mouvement) dus à une modulation de polarisation de pas λ_{mod} se propageant le long de x avec une vitesse de phase v_{mod}.*

Les potentiels $\delta U_{\mp}(x,t)$ ont de nouveau la même forme mais sont en *opposition de phase* :

$$\delta U_+(x,t) = -\delta U_-(x,t) = \delta U \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda_{mod}}\,(x - v_{mod}\ t)\right] \tag{III.6}$$

Sur la Figure III.5 sont reportés les potentiels statiques $U_{\mp}(x)$ ainsi que les modulations $\delta U_{\mp}(x,t)$.

Il n'est pas évident, a priori, qu'une telle modulation puisse produire l'excitation du mode Brillouin. Montrons par exemple qu'une modulation de polarisation se déplaçant à une vitesse de phase $v_{mod} = +\overline{v}_x$ ne conduit pas à l'excitation du mode Brillouin.

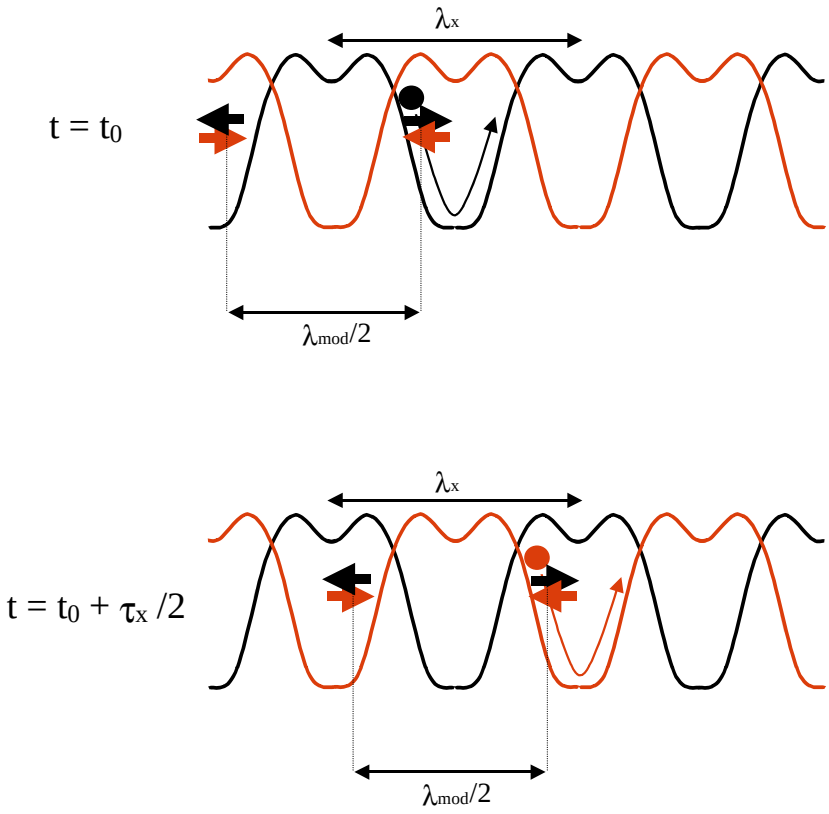


Figure III.6: *Démonstration de l'inefficacité du mécanisme d'excitation du mode Brillouin le long de +x, dans le cas d'une modulation de polarisation lumineuse qui se déplace à la vitesse $v_{mod} = \overline{v}_x$. On observe qu'après une demi-oscillation dans un puits de potentiel l'atome se retrouve dans un endroit où la force due à la modulation s'oppose à son mouvement. Le mode ne peut donc pas être excité.*

Supposons que l'atome se trouve à l'instant $t = t_0$ dans le sous-niveau $|m_g = +1/2\rangle$ et qu'il se trouve en un endroit où la modulation le pousse vers les x positives (voir figure III.6). Comme dans le paragraphe précédent, nous avons indiqué sur la figure les points où la force due à la modulation a ses maxima par des flèches grises pour $|m_g = -1/2\rangle$ et noires pour $|m_g = +1/2\rangle$. Si $v_{mod} = +\overline{v}_x$, après une demi-oscillation et le pompage dans le sous-niveau $|m_g = -1/2\rangle$, l'atome va se trouver à un endroit où la modulation exerce une force dans la direction opposée à son mouvement car, comme nous l'avons dit, les modulations $\delta U_{\mp}(x,t)$ sont en opposition de phase. Donc l'atome tend à quitter la trajectoire du mode Brillouin. Il s'ensuit qu'une modulation de polarisation se déplaçant à une vitesse de phase $v_{mod} = +\overline{v}_x$ ne conduit pas à l'excitation du mode Brillouin.

Pour trouver la condition sur la vitesse de la modulation qui permet l'excitation, il faudra donc que, lorsque l'atome passe d'un sous-niveau à l'autre, la modulation lumineuse change de signe, de façon que l'atome se trouve à tout instant dans un endroit où la

modulation du potentiel exerce une force dans la direction de propagation (voir Figure III.7).

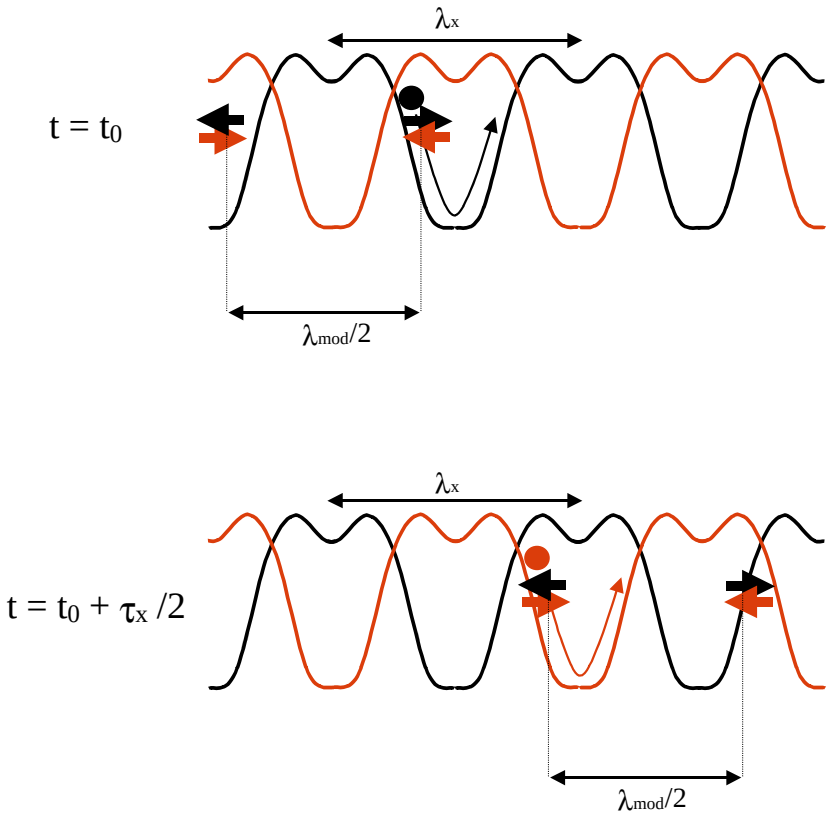


Figure III.7: *Mécanisme d'excitation du mode Brillouin le long de $+x$, avec une modulation de polarisation lumineuse qui se déplace à la vitesse* $v_{mod} = (1 + \frac{\lambda_{mod}}{\lambda_x})\overline{v}_x$.

Pour être plus quantitatif, considérons l'intervalle de temps $\tau_x/2$ qu'emploie l'atome pour effectuer une demi-oscillation et donc une distance $\lambda_x/2$ lors de sa propagation dans le mode Brillouin. Dans le même intervalle de temps, il faut que la modulation parcoure une distance $\lambda_x/2 + \lambda_{mod}/2$. La condition sur la vitesse de la modulation pour exciter le mode Brillouin le long de $\mp x$ avec une modulation de polarisation devient alors :

$$v_{mod} = \mp \left(1 + \frac{\lambda_{mod}}{\lambda_x}\right) \overline{v}_x \tag{III.7}$$

De nouveau, du fait que les atomes dans le mode vont se placer aux endroits où la force due à la modulation est maximum, on s'attend à la formation d'un réseau de matière.

III.3 Excitation à 2 faisceaux

Dans les sections précédentes, nous avons décrit en détail le mode de propagation Brillouin ainsi que deux mécanismes différents d'excitation. Dans cette section, nous présentons les configurations de faisceaux laser que nous avons utilisées pour mettre en œuvre expérimentalement les deux mécanismes et obtenir l'excitation du mode Brillouin selon x.

Nous avons ajouté aux quatre faisceaux qui forment le réseau optique deux faisceaux laser supplémentaires (M_1 et M_2, sur la figure III.8). Ils sont symétriques par rapport à l'axe z du réseau optique et se propagent dans le plan xOz où ils forment un angle 2φ. Nous avons toujours pris le faisceau M_1 polarisé linéairement selon y, alors que nous avons considéré deux polarisations différentes pour le faisceau M_2, qui mènent à deux configurations différentes :

- *Configuration* $\parallel$: M_2 polarisé linéairement selon y.
- *Configuration* $\perp$: M_2 polarisé linéairement dans le plan xOz.

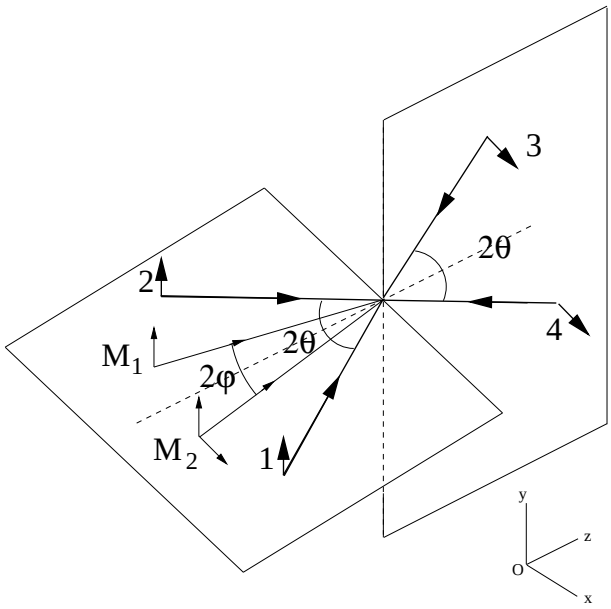


Figure III.8: *Configuration à deux faisceaux pour l'excitation du mode Brillouin. Les faisceaux M_1 et M_2 sont ajoutés aux quatre faisceaux du réseau statique. Deux configurations sont envisageables, selon que les polarisations des faisceaux M_1 et M_2 sont parallèles ou orthogonales.*

Les intensités des deux faisceaux sont typiquement $I_{M1} \simeq I_{M2} \simeq 0.5$ mW/cm^2, et leur désaccord à résonance $\Delta_m = -2\pi\cdot 44$ MHz. Avec cette intensité et ce désaccord les faisceaux supplémentaires créent des modulations de potentiel qui ne sont que de

faibles perturbations par rapport au potentiel statique dû aux quatre faisceaux du réseau : la profondeur des modulations de potentiel est typiquement 1/10 de celle des puits du potentiel statique. Pour mettre en mouvement les modulations de potentiel, les pulsations ω_{M1} et ω_{M2} des faisceaux M_1 et M_2 sont légèrement différentes. On définit :

$$\delta_{M_1,M_2} = \omega_{M1} - \omega_{M2}. \tag{III.8}$$

Le désaccord δ_{M_1,M_2} vaut au maximum quelques centaines de kHz dans les expériences et est obtenu en envoyant les faisceaux M_1 et M_2, qui sont issus du même laser, à travers deux modulateurs acousto-optiques différents. Ceci permet d'obtenir une précision de l'ordre du Hz pour δ_{M_1,M_2}.

III.3.1 Excitation à deux faisceaux en configuration ∥

Dans la configuration ∥, on obtient une modulation de l'intensité lumineuse qui se déplace selon x. Les modulations de potentiel $\delta U_{\mp}$ qui en découlent prennent la forme donnée par l'équation III.3, que l'on reporte :

$$\delta U_+(x,t) = \delta U_-(x,t) = \delta U \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda_{mod}}\,(x - v_{mod}\ t)\right] \tag{III.9}$$

où on a (en supposant $|\mathbf{k_{M_1}}| \simeq |\mathbf{k_{M_2}}| \simeq 2\pi/\lambda_L$, avec λ_L longueur d'onde des faisceaux du réseau optique) :

$$\lambda_{mod} = \frac{2\pi}{|\mathbf{k_{M_1}} - \mathbf{k_{M_2}}|} = \frac{\lambda_L}{2\sin\varphi}, \tag{III.10}$$

$$v_{mod} = \frac{\delta_{M_1,M_2}}{|\mathbf{k_{M_1}} - \mathbf{k_{M_2}}|} = \frac{\delta_{M_1,M_2}\lambda_L}{4\pi\sin\varphi}. \tag{III.11}$$

Imposons la condition pour l'excitation du mode Brillouin le long de $\mp x$ avec une modulation d'intensité, $v_{mod} = \mp\overline{v}_x$, en tenant compte de l'expression de $\overline{v}_x$ (cf. eq. III.1) et de ce que $\lambda_x = \lambda_L/\sin\theta$:

$$\frac{\delta_{M_1,M_2}\lambda_L}{4\pi\sin\varphi} = \mp\frac{\lambda_x\Omega_x}{2\pi} \tag{III.12}$$

Il s'ensuit que le mode sera excité le long de $\mp x$ pour $\delta_{M_1,M_2} = \mp\Omega_B$, avec

$$\Omega_B = \frac{2\sin\varphi}{\sin\theta}\Omega_x. \tag{III.13}$$

Calculons à présent le pas du réseau de matière des atomes qui participent au mode Brillouin. A partir de la relation de dispersion $\Omega = \overline{v}_x|\mathbf{q}|$, avec $|\mathbf{q}| = 2\pi/\lambda_{mat}$ module du vecteur d'onde de l'onde de densité atomique, on obtient pour la configuration ∥ :

$$\mathbf{q}_{\parallel} = \mathbf{k_{M_1}} - \mathbf{k_{M_2}}, \tag{III.14}$$

$$\lambda_{mat,\parallel} = \frac{\lambda_L}{2\sin\varphi}. \tag{III.15}$$

III.3.2 Excitation à deux faisceaux en configuration $\perp$

De façon complètement analogue à la configuration $\parallel$, on obtient pour la configuration $\perp$ une modulation de polarisation lumineuse qui se déplace selon x. Les modulations de potentiel $\delta U_{\mp}$ qui en découlent prennent la forme donnée par les équations III.6 que l'on reporte :

$$\delta U_+(x,t) = -\delta U_-(x,t) = \delta U \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda_{mod}}\left(x - v_{mod}\ t\right)\right] \tag{III.16}$$

où

$$\lambda_{mod} = \frac{2\pi}{|\mathbf{k_{M_1}} - \mathbf{k_{M_2}}|} = \frac{\lambda_L}{2\sin\varphi}, \tag{III.17}$$

$$v_{mod} = \frac{\delta_{M_1,M_2}}{|\mathbf{k_{M_1}} - \mathbf{k_{M_2}}|} = \frac{\delta_{M_1,M_2}\lambda_L}{4\pi\sin\varphi}. \tag{III.18}$$

Comme précédemment, imposons la condition pour l'excitation du mode Brillouin le long de $\mp x$ avec une modulation de polarisation, $v_{mod} = \mp\left(1 + \frac{\lambda_{mod}}{\lambda_x}\right)\overline{v}_x$:

$$\frac{\delta_{M_1,M_2}\lambda_L}{4\pi\sin\varphi} = \mp\left(1 + \frac{\lambda_L}{2\sin\varphi\lambda_x}\right)\frac{\lambda_x\Omega_x}{2\pi}. \tag{III.19}$$

Il s'ensuit que le mode sera excité le long de $\mp x$ pour $\delta_{M_1,M_2} = \mp\Omega_B$, avec

$$\Omega_B = \left(1 + \frac{2\sin\varphi}{\sin\theta}\right)\Omega_x. \tag{III.20}$$

Pour le pas du réseau de matière $\lambda_{mat,\perp}$ et le module du vecteur d'onde $|\mathbf{q}_\perp|$, un calcul analogue à celui pour la configuration $\parallel$ donne dans la configuration $\perp$

$$\mathbf{q}_{\perp} = (\mathbf{k_{M_1}} - \mathbf{k_{M_2}})\left(1 + \frac{\sin\theta}{2\sin\varphi}\right), \tag{III.21}$$

$$\lambda_{mat,\perp} = \frac{\lambda_L}{2\sin\varphi + \sin\theta}. \tag{III.22}$$

III.4 Résultats expérimentaux

Avant de présenter nos résultats expérimentaux, remarquons qu'en général, même en présence de modulations de potentiel, le nombre d'atomes qui participent au mode est relativement faible, en particulier si les modulations ont une profondeur faible par rapport à celle des puits du potentiel statique, ce qui est toujours le cas dans les expériences. En pratique, la dynamique atomique va toujours rester dominée par des phases de piégeage dans un puits de potentiel suivies par une diffusion dans les puits adjacents. La présence des modulations de potentiel va permettre que, de temps à autre, un atome participe au mode Brillouin sur une distance de quelques puits de potentiel, comme le montre la Figure III.2, avant d'être piégé à nouveau. Si on s'intéresse à la dynamique du nuage atomique évoluant dans le réseau optique sur des temps relativement longs par rapport à la période d'oscillation au fond des puits, nous allons observer un mouvement diffusif, auquel va s'ajouter un mouvement du centre de masse dans une direction bien définie lorsque le mode Brillouin est excité dans cette direction. Il s'ensuit qu'une méthode pour détecter l'excitation du mode Brillouin consiste à étudier la vitesse du centre de masse du nuage atomique. C'est la stratégie que nous avons suivie.

Dans notre expérience, les atomes de Rubidium sont refroidis et piégés dans un piège magnéto-optique. Les faisceaux piégeants et le champ magnétique sont soudainement éteints et, simultanément, les quatre faisceaux du réseau allumés. Après 10 ms de thermalisation des atomes dans le réseau, les deux faisceaux de modulation sont allumés. L'angle pour les faisceaux du réseau est gardé fixe à $\theta = 30°$, alors que l'angle 2φ entre les faisceaux de modulation a été varié. Nous avons étudié le transport d'atomes dans le réseau optique par imagerie directe du nuage atomique avec une caméra CCD. Nous avons placé la caméra de façon à observer les directions x et z. Nous avons vérifié que pour un désaccord δ_{M_1,M_2} fixé, à savoir pour une vitesse de la modulation donnée, le mouvement du centre de masse du nuage atomique est rectiligne uniforme, et nous avons pu déterminer les composantes de la vitesse $v_{c,x}$ et $v_{c,z}$ selon x et z. En répétant les mesures pour différents désaccords δ_{M_1,M_2}, nous avons obtenu les composantes $v_{c,x}$ et $v_{c,z}$ en fonction de δ_{M_1,M_2}, ce qui nous a donc permis de vérifier les relations III.13 et III.20, pour les deux mécanismes d'excitation du mode Brillouin.

III.4.1 Résultats expérimentaux dans la configuration ‖

La Figure III.9 montre des résultats expérimentaux typiques obtenus pour $v_{c,x}$ et $v_{c,z}$ en fonction de δ_{M_1,M_2}. On observe que $v_{c,x}$ a deux résonances symétriques par rapport à $\delta_{M_1,M_2} = 0$. Les positions de ces résonances sont en très bon accord avec la valeur $\Omega_B \simeq 55$ kHz que l'on peut déduire des paramètres du réseau et de l'angle 2φ entre les faisceaux M_1 et M_2 à travers la relation $\Omega_B = \frac{2\sin\varphi}{\sin\theta}\Omega_x$ (cf. éq.III.13). Ces résultats expérimentaux correspondent à la première observation du mode Brillouin par déplacement du nuage atomique. Au contraire, les données pour la composante $v_{c,z}$ ne montrent pas de résonance, en accord avec le fait que la modulation de potentiel bouge dans la direction x et que donc le mode Brillouin ne peut pas être excité selon z avec une telle configuration de

faisceaux. Remarquons que le décalage par rapport à la valeur nulle pour $v_{c,z}$ s'explique tout simplement en considérant que l'ajout des faisceaux M_1 et M_2 induit une force de pression de radiation vers les z positives.

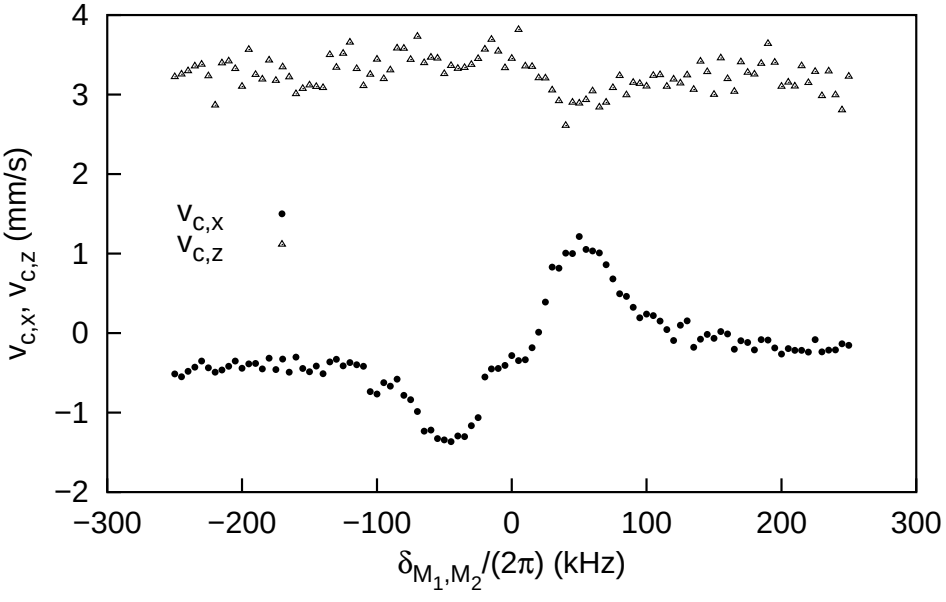


Figure III.9: *Résultats expérimentaux pour la vitesse du centre de masse en fonction du désaccord δ_{M_1,M_2}, pour la configuration $\|$. Les paramètres du réseau sont : désaccord $\Delta/2\pi$ = -45.6 MHz, intensité par faisceau I = 2.3 mW/cm^2, angle θ = 30 °. Avec ces paramètres $\Omega_x/2\pi \simeq$ 45 kHz. Les paramètres pour la modulation sont : $I_{M_1} \simeq I_{M_2} \simeq$ 0.5mW/cm^2, $\Delta_m/2\pi$ = -44 MHz, angle 2φ = 37 °. On en déduit à partir de l'éq. III.13, $\Omega_B \simeq$ 55 kHz.*

Pour une vérification plus complète de la condition III.13 pour l'excitation du mode, nous avons effectué une série de mesures où tous les paramètres du réseau (Intensité, désaccord, angle θ) sont gardés constants, et seul l'angle 2φ entre les faisceaux M_1 et M_2 est varié. A partir des données expérimentales comme celles de la figure III.9, nous avons déduit les désaccords $\delta_{M_1,M_2,\|}$ pour lesquels le mode Brillouin est excité et nous les avons tracés en fonction de $\sin\varphi$. Les résultats expérimentaux, ainsi que des résultats obtenus par simulation Monte-Carlo semi-classiques (effectué par Laurent Sanchez-Palencia) sont reportés sur la Figure III.10. Sur la figure est aussi tracée la droite $\frac{\Omega_B}{\Omega_x} = \frac{2\sin\varphi}{\sin\theta}$ que l'on déduit de l'éq.III.13. Comme on l'observe, l'accord entre expériences, simulations numériques et prévisions théoriques est excellent.

Les simulations numériques nous ont permis aussi de vérifier la formation du réseau de matière, que l'on avait prévu théoriquement [4]. La Figure III.11 représente la densité

[4]Il n'est pas possible d'observer par imagerie un tel réseau de matière car son pas est de l'ordre de la limite de diffraction.

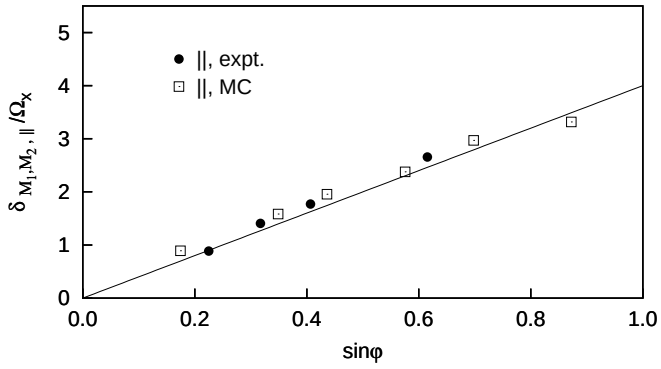


Figure III.10: *Résultats expérimentaux pour le désaccord $\delta_{M_1,M_2,\|}$, pour lequel le mode Brillouin est excité en fonction de* $\sin\varphi$*. Les cercles représentent les données expérimentales, les carrés les résultats obtenus par simulation Monte-Carlo semi-classique. La droite correspond aux prévisions théoriques de l'éq.III.13.*

atomique dans un référentiel en mouvement à la vitesse du mode Brillouin $\overline{v}_x$. On observe bien qu'elle est modulée spatialement, formant un réseau de pas $\lambda_{mat,\|} = \frac{2\pi}{q_\|}$ avec $\lambda_{mat,\|}$ donné par l'éq.III.15.

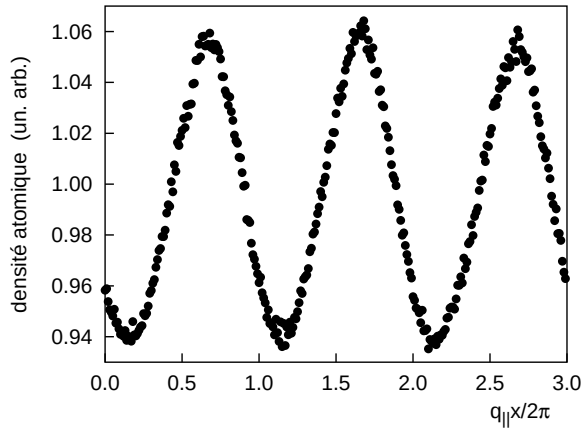


Figure III.11: *Simulations numériques pour la densité atomique en configuration* $\|$.

III.4.2 Résultats expérimentaux dans la configuration $\perp$

Nous avons obtenu pour la configuration $\perp$ des résultats tout à fait analogues à ceux obtenus en configuration $\|$, avec deux résonances symétriques par rapport à $\delta_{M_1,M_2} = 0$ pour la composante de la vitesse $v_{c,x}$. La composante $v_{c,z}$ ne présente pas de résonance. Comme précédemment nous avons effectué une série de mesures dans lesquelles tous les

paramètres du réseau sont gardés constants, et seul l'angle 2φ entre les faisceaux M_1 et M_2 est varié. Nous avons déduit les désaccords $\delta_{M_1,M_2,\perp}$ pour lesquels le mode Brillouin est excité et nous les avons tracés en fonction de $\sin\varphi$. Les résultats expérimentaux, ainsi que des résultats obtenus par simulation Monte-Carlo semi-classique sont reportés sur la Figure III.12. Sur la figure est aussi reportée la droite $\frac{\Omega_B}{\Omega_x} = 1 + \frac{2\sin\varphi}{\sin\theta}$ que l'on déduit de l'éq.III.20. Même dans cette configuration, qui correspond à un mécanisme d'excitation différent du mode, l'accord entre expériences, simulations numériques et prévisions théoriques est très bon.

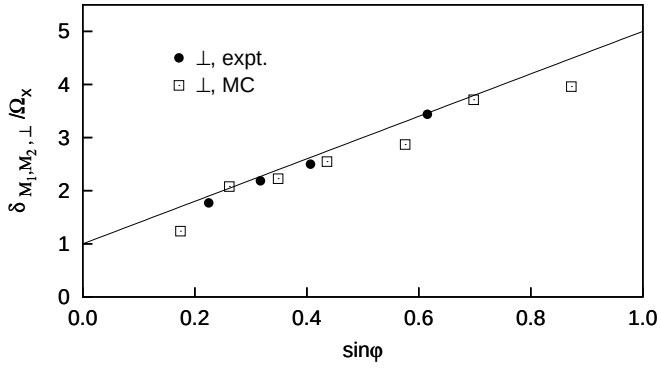


Figure III.12: *Résultats expérimentaux pour le désaccord $\delta_{M_1,M_2,\perp}$, pour lequel le mode Brillouin est excité, en fonction de* $\sin\varphi$. *Les cercles correspondent aux données expérimentales, les carrés aux résultats d'une simulation Monte-Carlo semi-classique. La droite représente les prévisions théoriques de l'éq.III.20.*

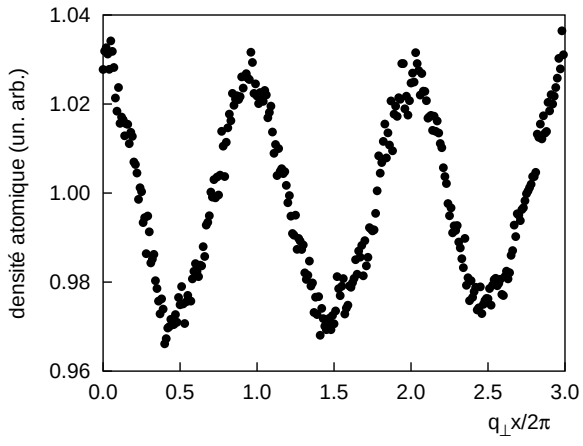


Figure III.13: *Simulations numériques pour la densité atomique en configuration* $\perp$.

Enfin, la Figure III.13 montre les résultats d'une simulation Monte-Carlo semi-classique pour la densité atomique dans un référentiel en mouvement à la vitesse du mode Brillouin

$\overline{v}_x$. On observe bien que la densité atomique est modulée spatialement, avec la formation d'un réseau de pas $\lambda_{mat,\perp} = \frac{2\pi}{q_\perp}$ avec $\lambda_{mat,\perp}$ donné par l'éq.III.22.

III.5 Spectroscopie pompe-sonde

La configuration de faisceaux que nous avons utilisée pour exciter le mode Brillouin dans la direction x est tout à fait équivalente à la configuration pour la spectroscopie à faisceaux indépendants que nous avons introduite dans le paragraphe II.3.3. L'unique différence est que les intensités des faisceaux de modulation M_1 et M_2 sont équivalentes alors qu'en spectroscopie pompe-sonde la pompe a une intensité plus élevée. On peut alors se demander si les modes Brillouin sont détectables par spectroscopie pompe-sonde. D'un point de vue expérimental, les modifications à apporter au montage par rapport aux expériences d'observation des modes Brillouin par imagerie sont mineures. Il suffit de réduire l'intensité du faisceau de modulation, qui va jouer le rôle de faisceau sonde, et d'étudier son spectre de transmission à travers le réseau optique lorsque le désaccord $\delta = \omega_s - \omega_p$ (avec ω_p et ω_s pulsations de la pompe et de la sonde) est balayé. Pour améliorer le rapport signal/bruit du spectre de transmission, le diamètre du faisceau sonde est diminué à moins de 0.5 mm, de façon qu'il passe entièrement à travers le nuage d'atomes dans le réseau optique. Comme pour la détection des modes par imagerie, nous avons étudié les deux configurations où les faisceaux pompe et sonde ont des polarisations parallèles ou orthogonales (voir figure III.14).

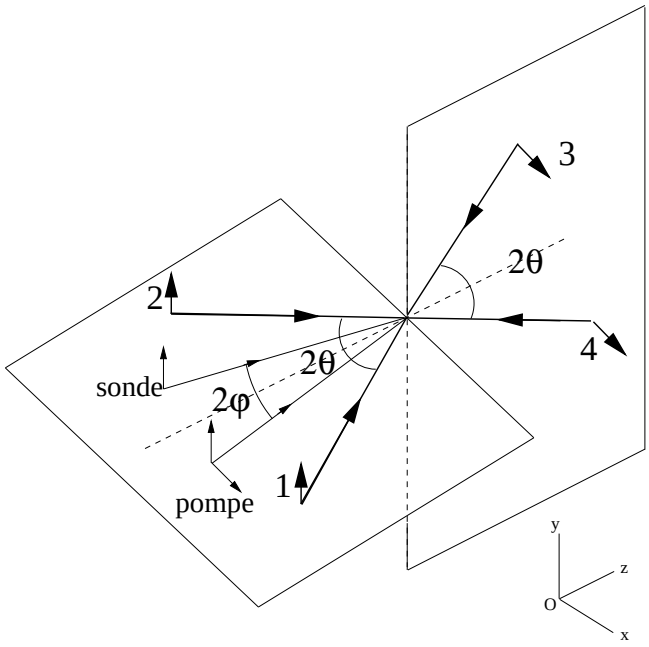


Figure III.14: *Configuration pour la spectroscopie à faisceaux indépendants.*

III.5.1 Configuration ∥

La figure III.15 représente les résultats expérimentaux pour les spectres de transmission de la sonde pour différents angles 2φ entre pompe et sonde, les paramètres du réseau étant fixés. Les spectres présentent plusieurs résonances, dont le nombre et la position

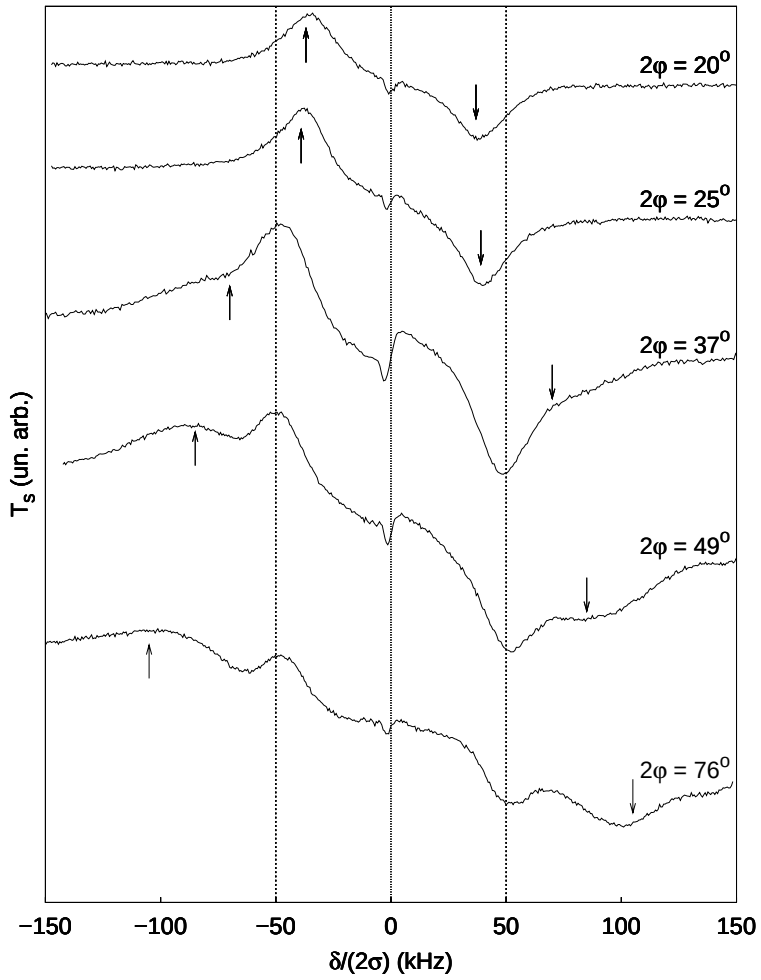


Figure III.15: *Spectres de transmission de la sonde pour différents angles 2φ entre pompe et sonde (configuration ∥). Les faisceaux du réseau ont une intensité $I_L \simeq 5mW/cm^2$ et un désaccord $\Delta/2\pi = 50$ MHz. A partir de ces paramètres on obtient $\Omega_x/2\pi = 50$ kHz (ligne pointillée sur la figure).*

dépendent de φ.

Une résonance centrée à $\delta = 0$ est présente sur tous les spectres. Cette résonance correspond à une diffusion *Rayleigh* stimulée.

Pour de faibles valeurs de φ, deux résonances latérales, de signes opposés sont présentes. La position de ces résonances, marquée par une flèche sur la figure III.15, est une fonction

croissante de l'angle φ. Ces résonances correspondent au mode *Brillouin*.

Lorsqu'on augmente encore l'angle φ, deux résonances supplémentaires apparaissent. Leur position, marquée par une ligne pointillée sur la figure, est indépendante de φ. Ces résonances correspondent à des transitions *Raman* entre niveaux vibrationnels.

Nous allons étudier rapidement les résonances Rayleigh et Raman pour nous concentrer dans le paragraphe suivant sur les résonances Brillouin.

a) Résonance Rayleigh

Comme nous l'avons déjà dit, l'interférence pompe-sonde induit la formation d'un réseau d'une (ou plusieurs) observable atomique, sur lequel la pompe peut se diffracter. Dans la configuration $\|$, l'intensité lumineuse est modulée. Cette configuration est donc semblable à celle que l'on a étudiée dans le deuxième chapitre (cf. § II.3.2) : les potentiels optiques sont modulés et il se forme un réseau de densité atomique et un réseau de température. Cette résonance n'apporte donc pas de nouvelles informations sur la dynamique atomique. Comme nous l'avons déjà vu, la résonance a en principe deux contributions, mais la contribution due à la formation d'un réseau de densité atomique est très large, la raie fine centrale ayant son origine dans la diffraction sur un réseau de température.

b) Résonances Raman

Les résonances Raman que nous observons correspondent à la transition entre deux niveaux vibrationnels adjacents. La sonde est amplifiée lorsque $\delta < 0$ et absorbée lorsque $\delta > 0$, à cause des populations différentes des niveaux vibrationnels, les niveaux les plus profonds étant les plus peuplés. Pour prévoir quelle transition Raman est excitée pour une différence $\mathbf{\Delta k_{sp}} = \mathbf{k_s} - \mathbf{k_p}$ entre les vecteurs d'onde sonde et pompe, nous calculons les éléments de matrice de l'opérateur Raman $I_{Raman} = (\mathbf{d} \cdot \mathbf{E_p^\dagger})(\mathbf{d} \cdot \mathbf{E_s})$. Ici, $\mathbf{d}$ est l'opérateur dipôle atomique, et $\mathbf{E}_\alpha$ ($\alpha = p, s$), l'opérateur champ électrique. Nous considérons les états atomiques bien localisés au fond des puits, pour lesquels l'approximation harmonique du potentiel est valable. Notons $|\{n\}\rangle = |\{n_x, n_y, n_z\}\rangle$ les états vibrationnels de l'atome [80] et $|J_g, m_g\rangle$, $|J_e, m_e\rangle$ les états internes fondamentaux et excités. Le processus Raman induit des transitions entre états fondamentaux avec le même nombre quantique m_g. Pour calculer l'élément de matrice $I_{Raman,\, nn'}$ de l'opérateur Raman, nous linéarisons l'expression des champs électriques pompe et sonde au fond des puits de potentiel (par exemple le puits en $\mathbf{r} = 0$) :

$$\exp\{i(\mathbf{k_s} - \mathbf{k_p}) \cdot \mathbf{r}\} \simeq 1 + i\mathbf{\Delta k_{sp}} \cdot \mathbf{r} \ . \tag{III.23}$$

Après des calculs élémentaires, on obtient pour $n \neq n'$

$$I_{Raman,\ nn'} \simeq \frac{i(c_- + c_+)\mathcal{D}^2 \mathcal{E}_c^{o*} \mathcal{E}_p^o}{2(2J_e+1)} \langle \{n'\}|\vec{r}|\{n\}\rangle \cdot \mathbf{\Delta k_{sp}} \ . \tag{III.24}$$

Ici $c_\pm = \langle J_e, m_g \pm 1 | J_g, 1; m_g, \pm 1\rangle^2$, $\mathcal{D}$ est l'élément de matrice réduit de l'opérateur dipole atomique, et $\mathcal{E}_p^o$, $\mathcal{E}_s^o$ sont les amplitudes des champs pompe et sonde.

L'équation III.24 montre que le couplage est de la forme $\mathbf{\Delta k_{sp}} \cdot \mathbf{r}$. Il s'ensuit que pour une configuration pompe-sonde qui conduit à $\mathbf{\Delta k_{sp}}$ dans la direction x, comme dans notre cas, seule la résonance à Ω_x ($\Delta n_x = \pm 1$, $\Delta n_{y,z} = 0$) sera excitée. Evidemment, une géométrie différente des faisceaux pompe et sonde peut permettre d'exciter la résonance Raman dans n'importe quelle direction et d'obtenir des résonances aux fréquences Ω_y ou Ω_z. Remarquons aussi que la proportionnalité de $I_{Raman,\ nn'}$ avec $\mathbf{\Delta k_{sp}}$ induit un taux de transition Raman, et donc une intensité de la résonance qui est proportionnelle à $\sin^2\varphi$. Ceci explique l'augmentation observée de l'intensité de la résonance Raman lorsque l'angle φ augmente, et en particulier le fait que la résonance Raman n'est pas visible pour les faibles valeurs de φ (cf. figure III.15).

III.5.2 Résonance Brillouin en configuration ∥

Dans le paragraphe précédent, nous avons anticipé que les résonances indiquées par une flèche que l'on observe dans les spectres de la figure III.15 correspondent au mode Brillouin. Pour le prouver nous avons étudié la position de ces résonances en fonction de l'angle φ (en fixant tous les paramètres du réseau) pour vérifier la condition $\Omega_B = \frac{2\sin\varphi}{\sin\theta}\Omega_x$ (cf éq. III.13). Les résultats expérimentaux sont reportés sur la figure III.16.

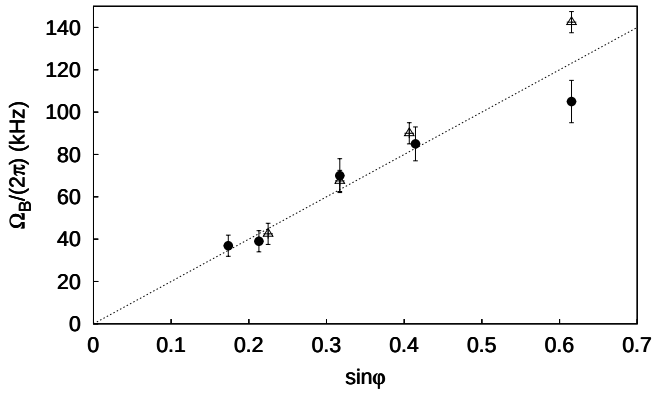


Figure III.16: *Position de la résonance Brillouin en fonction de* $\sin\varphi$*. Les cercles correspondent aux spectres pompe-sonde, les triangles sont les résultats obtenus par imagerie du nuage atomique. Les barres d'erreurs sont obtenues à travers une estimation graphique de l'incertitude de la position de la raie Brillouin dans les spectres pompe-sonde et dans les mesure par imagerie. La droite correspond aux prévisions théoriques de l'éq. III.13.*

Sur la figure sont aussi reportés les résultats expérimentaux que l'on avait obtenus par imagerie du nuage atomique, ainsi que les prévisions théoriques de l'éq. III.13. Comme on l'observe, l'accord est excellent, ce qui prouve que la spectroscopie pompe-sonde est un moyen fiable de détecter le mode Brillouin.

Nous avons ensuite étudié la position des raies Brillouin dans les spectres pompe-sonde pour différents paramètres du réseau optique (intensité, désaccord), en gardant fixe l'angle entre la pompe et la sonde. En effet, à partir de $\Omega_B = \frac{2\sin\varphi}{\sin\theta}\Omega_x$ (cf éq. III.13), on s'attend à ce que pour θ et ϕ fixés, Ω_B varie linéairement avec Ω_x. Or $\Omega_x \propto \sqrt{\Delta'_0}$ (cf. éq. I.29), donc on attend $\Omega_B \propto \sqrt{\Delta'_0}$. Les résultats expérimentaux sont reportés sur la figure III.17. On observe que Ω_B est bien proportionnel à $\sqrt{\Delta'_0}$, ce qui conforte encore notre modèle pour les résonances Brillouin.

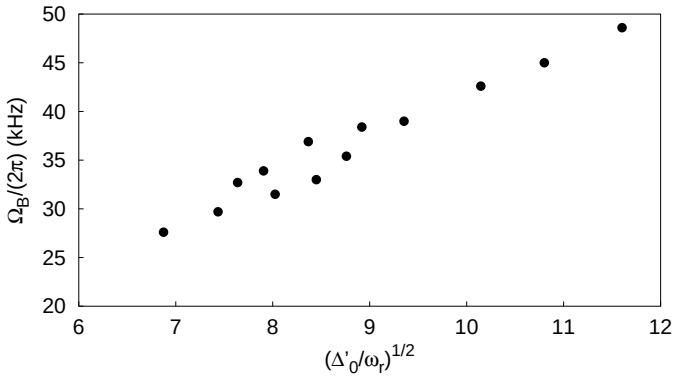


Figure III.17: *Position de la résonance Brillouin en fonction de* $\sqrt{\Delta'_0/\omega_r}$*, pour différents désaccords et intensités des faisceaux du réseau optique* ($\omega_r = 2\pi \cdot 3.7kHz$ *est la pulsation de recul). L'angle* 2φ *entre pompe et sonde est gardé constant et égal à 20 °. L'angle* θ *vaut 30 °.*

III.5.3 Configuration $\perp$

La figure III.18 montre les résultats expérimentaux pour les spectres de transmission de la sonde pour différents angles 2φ entre pompe et sonde, en gardant constants tous les paramètres du réseau.

On reconnaît plusieurs résonances dans ces spectres : une résonance fine (quelques kHz) centrée à $\delta = 0$ à laquelle s'ajoute une résonance en forme de dispersion plus large (quelques centaines de kHz) toujours centrée à $\delta = 0$ (Résonances *Rayleigh* stimulées). Une paire de résonances de signes opposés en $\delta/2\pi \simeq \pm 50$ kHz (ligne pointillée sur la figure) complètent les spectres (Résonances *Raman*).

Remarquons que les spectres ne présentent aucune résonance aux fréquences auxquelles le mode *Brillouin* est excité. Nous avons indiqué sur la figure par des points noirs les

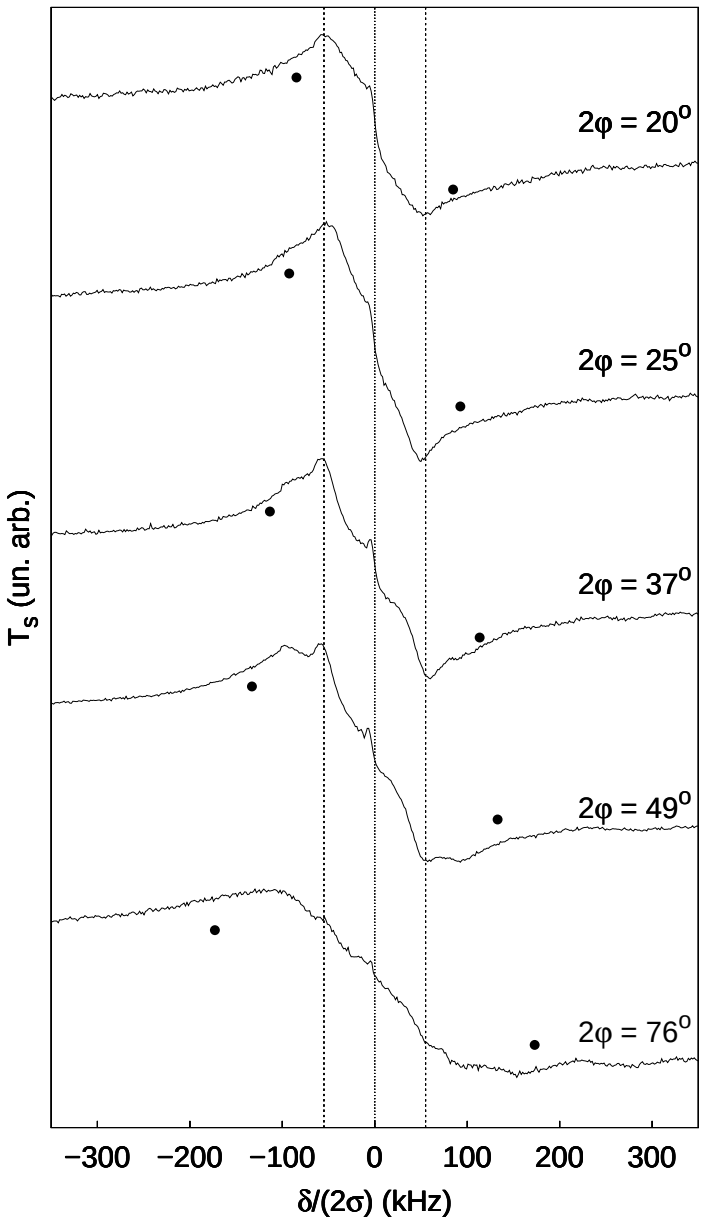


Figure III.18: *Spectres de transmission de la sonde pour différents angles 2φ entre pompe et sonde (configuration $\perp$). Les paramètres des faisceaux du réseau sont : intensité $I_L \simeq 5mW/cm^2$, désaccord $\Delta/2\pi = 50$ MHz. A partir de ces paramètres on obtient $\Omega_x/2\pi = 50$ kHz (ligne pointillée sur la figure).*

fréquences auxquelles on attend les résonances Brillouin, en accord avec la relation $\Omega_B = \pm\left(1 + \frac{2\sin\varphi}{\sin\theta}\right)\Omega_x$ (cf éq. III.20).

Nous expliquerons dans le paragraphe suivant la raison de ce *mode noir* qui n'est pas

détectable par spectroscopie. Pour l'instant, donnons une interprétation aux différentes raies que l'on observe dans les spectres.

a) Résonances Rayleigh

Comme dans la configuration $\parallel$, la résonance Rayleigh a son origine dans la diffraction du faisceau pompe sur un réseau d'une (ou plusieurs) observable atomique. La différence entre les deux configurations sera donc l'observable atomique excitée par l'interférence pompe-sonde. En particulier, comme nous l'avons déjà vu, les observables atomiques modulées en configuration $\parallel$ sont la densité atomique et la température (et nous avons déjà identifié la formation du réseau de température à l'origine de la raie fine des spectres pompe-sonde dans cette configuration). Pour une configuration $\perp$, l'interférence pompe-sonde va créer un gradient de polarisation lumineuse. Ce gradient va moduler les puits de potentiel de façon à créer un réseau d'aimantation, où les puits σ^+ et σ^- sont alternativement plus profonds, et donc plus peuplés. De plus, comme pour la configuration $\parallel$, un réseau de température va se former. Il s'ensuit que la raie possède deux contributions de largeurs différentes, car l'aimantation et la température ont des taux de relaxation différents. La contribution due à la formation du réseau de température a la même largeur qu'en configuration $\parallel$ (quelques kHz), alors que la contribution due au réseau de aimantation est plus large (quelques centaines de kHz), ce qui signifie que cette observable relaxe plus rapidement.

b) Résonances Raman

Les résonances que nous observons à $\delta/2\pi \simeq \pm 50$ kHz correspondent à la transition Raman entre deux niveaux vibrationnels adjacents et sont tout à fait analogues à celles que l'on observe dans la configuration $\parallel$. Un traitement quantitatif exact [61], en calculant l'opérateur Raman $I_{Raman} = (\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_\mathbf{p}^\dagger)(\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_\mathbf{s})$, permet de trouver le même résultat qu'au paragraphe précédent, à savoir qu'avec cette géométrie de pompe et de sonde, seule la résonance selon x peut être excitée.

L'unique différence par rapport à la configuration $\parallel$ vient du fait qu'en configuration $\perp$ la pompe a une composante le long de z (composante π de la lumière pour notre axe de référence). Remarquons que cette composante π ne peut donner lieu à aucun processus Raman entre deux niveaux vibrationnels du même état interne $|m_g\rangle$ de l'atome, car la sonde n'a que des composantes $\sigma_\mp$.

En revanche, à cause de cette composante le long de z de la polarisation de la pompe, l'élément de matrice $I_{Raman,\ nn'}$ entre deux états vibrationnels $|\{n\}\rangle$ $|\{n'\}\rangle$ varie en $\sin^2\varphi\cos^2\varphi$ et pas en $\sin^2\varphi$ comme dans la configuration $\parallel$.

III.5.4 Mode noir en configuration ⊥

Nous avons vu dans le paragraphe précédent qu'en configuration ⊥, aucune résonance Brillouin n'est détectée par spectroscopie pompe-sonde. En revanche, dans le paragraphe III.4.2 nous avons observé directement par imagerie que le mode Brillouin est excité lorsque $\delta = \pm\Omega_B = \pm\left(1 + \frac{2\sin\varphi}{\sin\theta}\right)\Omega_x$. Nous allons expliquer dans ce paragraphe la raison d'un tel *mode noir*, en considérant la condition d'*accord de phase*, entre les ondes pompe et sonde et l'onde de matière des atomes participant au mode Brillouin [79]. Nous allons traiter à la fois les deux configurations ∥ et ⊥ et montrer que si la condition d'accord de phase est automatiquement satisfaite en configuration ∥, elle ne l'est pas en configuration ⊥. En effet, rappelons les conditions pour les fréquences (énergie) et pour l'accord de phase (impulsion) du processus conduisant à la résonance Brillouin [62, 81] :

$$\omega_s = \omega_p \pm \Omega_B \tag{III.25}$$

$$\mathbf{k_s} = \mathbf{k_p} \pm \mathbf{q} \tag{III.26}$$

où ω_s et ω_p sont les fréquences des ondes sonde et pompe respectivement, Ω_B est la fréquence Brillouin, $\mathbf{k_s}$ et $\mathbf{k_p}$ sont les vecteurs d'onde de la sonde et de la pompe et $\mathbf{q}$ est le vecteur d'onde de l'onde de matière des atomes qui participent au mode. Remarquons que, pour que le mélange entre les ondes pompe et sonde soit possible, il est nécessaire que les conditions III.25 et III.26 soient satisfaites simultanément. Or, nous avons vu (cf. § III.3.1 et III.3.2) que lorsque le mode est excité (condition III.25) il y aura la formation d'un réseau de matière avec un vecteur d'onde :

$$|\mathbf{q}_\parallel| = |\mathbf{k_p} - \mathbf{k_s}| \qquad \text{(configuration } \parallel\text{)} \tag{III.27}$$

$$|\mathbf{q}_\perp| = |\mathbf{k_p} - \mathbf{k_s}|\left(1 + \frac{\sin\theta}{2\sin\varphi}\right) \qquad \text{(configuration } \perp\text{)} \tag{III.28}$$

Il est alors clair que si la condition III.26 est satisfaite en configuration ∥ pour n'importe quel angle 2φ entre la pompe et la sonde, elle ne le sera jamais en configuration ⊥. Le fait qu'aucune résonance optique ne soit visible dans les spectres pompe-sonde dans cette configuration est donc tout à fait prévisible.

Pour conclure cette section sur la spectroscopie pompe-sonde, remarquons que cette méthode nous a permis d'identifier les caractéristiques de la dynamique des atomes à l'intérieur d'un puits (Résonance Raman) ou d'un puits à l'autre (Résonances Brillouin et Rayleigh). En revanche, un enseignement que l'on peut tirer de l'observation du mode noir est que bien que la spectroscopie pompe-sonde soit une technique très puissante, il n'y a pas toujours une correspondance exacte entre les spectres optiques et la dynamique atomique.

III.6 Excitation à 1 faisceau

Dans tout le chapitre, nous avons étudié des configurations d'excitation du mode de propagation Brillouin dans lesquelles deux faisceaux supplémentaires sont ajoutés aux faisceaux du réseau optique. En réalité, les premières expériences que nous avons menées utilisaient une géométrie d'excitation plus simple, avec un seul faisceau supplémentaire (que l'on appellera faisceau sonde). Nous présentons dans cette section un certain nombre de résultats expérimentaux, dans cette géométrie où le faisceau sonde se propage selon z (voir figure III.19).

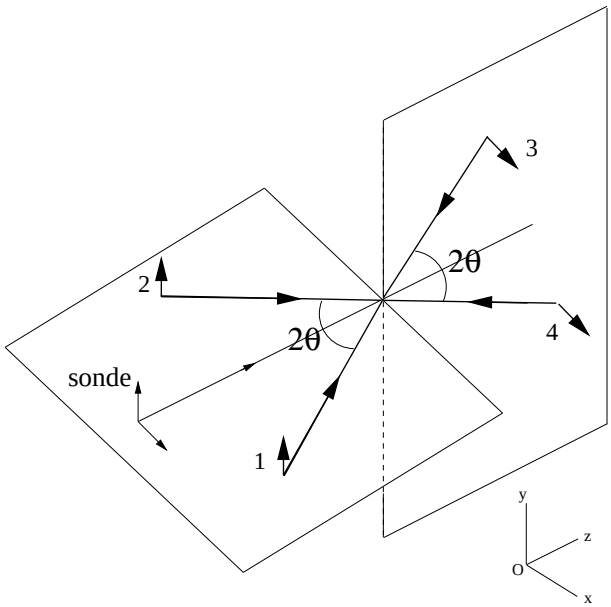


Figure III.19: *Configuration à un faisceau pour l'excitation du mode Brillouin. Le faisceau sonde est ajouté aux quatre faisceaux du réseau statique. Deux configurations sont envisageables selon que la polarisation de la sonde est parallèle ou orthogonale à celle des faisceaux copropageants du réseau.*

Le faisceau sonde est suffisamment large pour qu'il recouvre le nuage atomique. Son intensité est de l'ordre de 0.2 mW/cm^2 (à comparer à $\sim$5 mW/cm^2 pour les faisceaux du réseau) et son désaccord par rapport aux faisceaux du réseau vaut $\delta = \omega_s - \omega_L$ où ω_s et ω_L sont respectivement les pulsations du faisceau sonde et des faisceaux du réseau. Le désaccord δ, qui varie typiquement entre -500 kHz et + 500 kHz, est obtenu en envoyant le faisceau sonde, issu du même laser que les faisceaux du réseau, à travers un modulateur acousto-optique. Comme pour l'excitation à deux faisceaux, nous avons étudié deux configurations pour la polarisation du faisceau sonde :

- *Configuration* $\parallel$: Sonde polarisée linéairement selon y.
- *Configuration* $\perp$: Sonde polarisée linéairement selon x.

Dans la configuration ∥ nous avons réussi à exciter et détecter le mode Brillouin dans les directions x et z. Nous étudions les deux directions séparément dans les paragraphes suivants, puis nous considérerons la configuration ⊥.

III.6.1 Mode Brillouin selon x dans la configuration ∥

Considérons l'interférence entre l'onde sonde et chacun des deux faisceaux copropageants du réseau (voir la figure III.20). L'interférence entre la sonde et le faisceau 1 du réseau, va donner lieu à une modulation de l'intensité lumineuse qui se déplace le long de $\mathbf{\Delta k_1} = \mathbf{k_s} - \mathbf{k_1}$ ($\mathbf{k_s}$ et $\mathbf{k_i}$ sont les vecteurs d'onde de la sonde et du i-ème faisceau du réseau et on suppose $|\mathbf{k_s}| = |\mathbf{k_i}| = k_L$) avec une vitesse $v = \frac{\delta}{|\mathbf{\Delta k}|}$. En particulier, la composante v_1 selon x de cette modulation va être $v_1 = \frac{\delta}{k_L \sin\theta}$. De façon complètement analogue, l'interférence entre la sonde et le faisceau 2 du réseau va donner lieu à une modulation d'intensité lumineuse qui a une composante $v_2 = -\frac{\delta}{k_L \sin\theta}$ selon x, donc v_2 = -v_1. Ceci implique un résultat très important, à savoir que lorsque une des deux modulations d'intensité excite le mode Brillouin en une direction, l'autre l'excite dans la direction opposée.

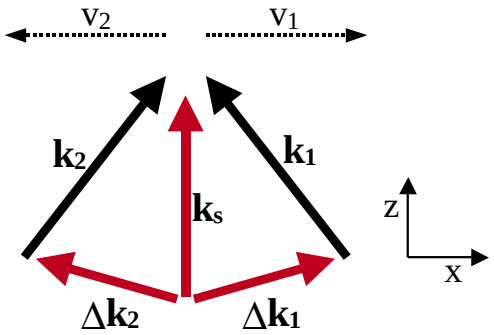


Figure III.20: *Excitation des modes Brillouin dans les directions ±x pour la configuration à un faisceau supplémentaire polarisé selon y, lorsque le désaccord δ est > 0.*

Rappelons maintenant qu'une modulation d'intensité lumineuse est susceptible d'exciter le mode Brillouin lorsqu'elle a la même vitesse de phase que le mode $\overline{v}_x = \frac{\lambda_x \Omega_x}{2\pi}$ (cf. § III.3.1). Il s'ensuit que pour $|v_1| = |v_2| = \overline{v}_x$, et donc pour

$$\delta = \pm\Omega_x, \tag{III.29}$$

les modes Brillouin dans les directions $\pm x$ vont être excités. En effet pour $\delta = +\Omega_x$, v_1= -v_2 = $\overline{v}_x$, alors que pour $\delta = -\Omega_x$, v_1= -v_2 = -$\overline{v}_x$. Nous présentons les résultats de deux méthodes de détection de ces modes : par imagerie du nuage atomique et spectroscopie pompe-sonde.

a) Imagerie du nuage atomique

Etant donné que le mode est excité en même temps dans deux directions opposées, l'étude du mouvement du centre de masse du nuage atomique ne portera aucun renseignement, car celui-ci ne sera pas affecté. A nouveau, essayons de comprendre comment la dynamique atomique va changer en présence de l'onde sonde. Les atomes vont toujours alterner des phases de piégeage dans les puits du réseau à un mouvement diffusif d'un site à l'autre. Lorsque la condition III.29 pour l'excitation du mode est satisfaite, les atomes vont, de temps à autre, participer au mode dans les directions $\pm x$, en se déplaçant sur une distance de plusieurs puits. Il est alors facile de se convaincre que si la dynamique atomique peut toujours être décrite en termes de diffusion spatiale, le coefficient de diffusion D_x augmente lorsque la condition d'excitation est satisfaite. En effet, lorsque le mode est excité, le libre parcours moyen d_x selon x des atomes entre deux phases de piégeage augmente à cause de ces déplacements sur plusieurs puits des atomes participant au mode. Le coefficient de diffusion D_x étant proportionnel à d_x^2, nous attendrons à ce qu'il présente un maximum lorsque le mode Brillouin est excité.

Nous avons donc décidé d'étudier le coefficient de diffusion spatiale D_x en fonction du désaccord δ, en gardant constants tous les autres paramètres du réseau optique. Nous avons vérifié que la diffusion spatiale reste normale pour tous les désaccords δ et obtenu les coefficients de diffusion selon x et z. Les résultats expérimentaux sont reportés sur la figure III.21.

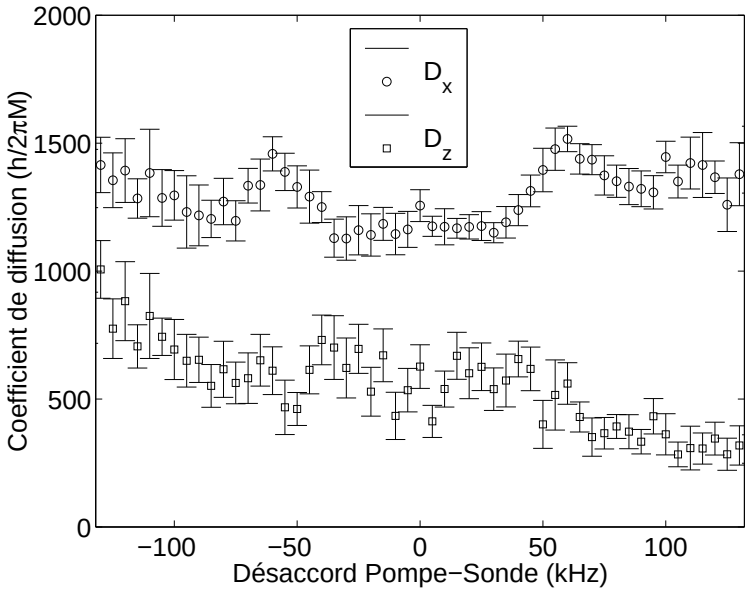


Figure III.21: *Résultats expérimentaux pour les coefficients de diffusion D_x et D_z en fonction du désaccord $\delta/2\pi$ entre la sonde et le faisceau du réseau. Les paramètres (Intensité, désaccord) du réseau sont tels que $\Omega_x/2\pi \simeq 50$ kHz.*

On observe que D_x présente deux résonances pour $\delta/2\pi \simeq \pm$ 50 kHz, en plein accord

avec les prévisions théoriques $\delta = \pm\Omega_x$ de l'éq. III.29 (pour les paramètres du réseau de ces expériences on attend $\Omega_x/2\pi \simeq 50$ kHz), ce qui montre la fiabilité de la détection du mode Brillouin en étudiant le coefficient de diffusion pour cette configuration. En revanche, d'un point de vue expérimental, à cause des difficultés techniques pour établir les coefficients de diffusion, cette méthode de détection reste bien plus difficile à mettre en œuvre que celle qui consiste à regarder le mouvement du centre de masse du nuage atomique.

En ce qui concerne le coefficient de diffusion selon z, on remarque à partir de données expérimentales qu'il ne présente aucune résonance [5]. Nous verrons dans le paragraphe suivant qu'un mode Brillouin est excité aussi dans cette direction, mais que la présence de ce mode va se traduire par un déplacement du centre de masse, comme dans les configurations à deux faisceaux.

b) Spectroscopie pompe-sonde

Comme pour les configurations à deux faisceaux supplémentaires, il est facile de remarquer que la géométrie d'excitation des modes Brillouin que l'on vient d'introduire est tout à fait équivalente à la configuration de spectroscopie pompe-sonde que l'on a introduite dans le § II.3.1. L'excitation des modes Brillouin entraîne la formation de deux ondes de matière par les atomes participant aux modes. Les vecteurs d'onde de ces ondes de matière sont $\mathbf{\Delta k_1}$ et $\mathbf{\Delta k_2}$. Il s'ensuit qu'une diffraction des faisceaux du réseau sur ces ondes de matière peut avoir lieu dans la direction de la sonde [6], ce qui entraîne l'amplification ou l'absorption de la sonde. De nouveau, d'un point de vue expérimental, nous avons seulement réduit le diamètre du faisceau sonde pour qu'il passe entièrement à travers le nuage atomique et nous avons mesuré la transmission de la sonde. Un spectre expérimental typique est montré sur la figure III.22.

On reconnaît la résonance Rayleigh pour $\delta \simeq 0$ ainsi que les résonances Raman pour $\delta \simeq \pm$ 120 kHz [7]. En revanche, les raies à $\delta \simeq \pm$ 50 kHz ne peuvent pas être attribuées à des résonances Raman selon x, bien qu'elles soient exactement à la fréquence Ω_x (comme nous l'avons déjà dit dans le deuxième chapitre, cette géométrie d'excitation ne permet pas d'observer ces transitions Raman pour des raisons de symétrie). Elles correspondent en fait à l'excitation des modes Brillouin selon $\pm x$. Remarquons l'excellent rapport signal/bruit de la raie Brillouin sur un tel spectre pompe-sonde par rapport aux résultats obtenus avec le coefficient de diffusion (qui demande aussi un effort expérimental bien plus important). De nouveau la spectroscopie se révèle un moyen très simple et efficace

[5] Nous n'avons pas d'explication simple pour la diminution du coefficient de diffusion D_z que l'on observe lorsque δ passe des valeurs négatives aux valeurs positives. En ce qui concerne les deux faibles pics pour D_z que l'on observe lorsque $\delta/2\pi = \mp$ 30kHz, nous pensons qu'ils ne correspondent pas à un effet physique, mais qu'il s'agit de bruit dans les mesures.

[6] La condition d'accord de phase est de nouveau satisfaite automatiquement car le vecteur d'onde de l'onde de matière est exactement la différence entre les vecteurs d'onde de la sonde et des faisceaux du réseau.

[7] Les résonances Raman que l'on excite avec cette géométrie sont selon z.

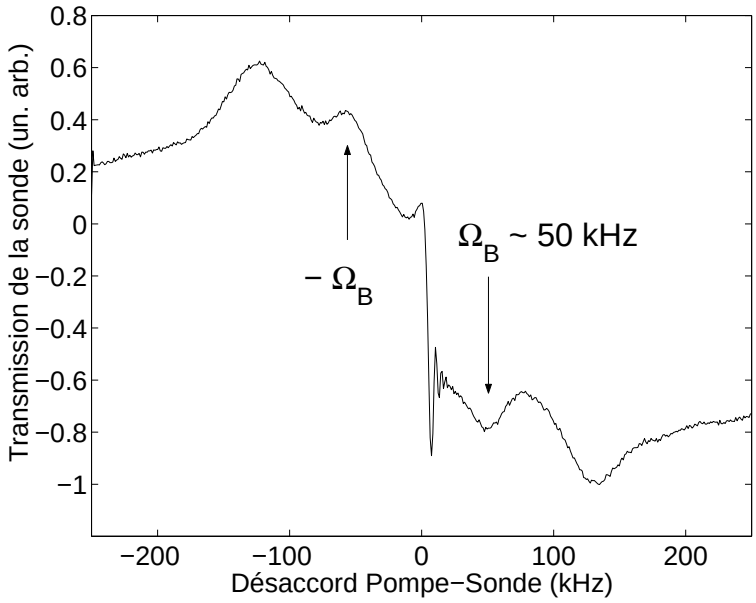


Figure III.22: *Spectre de transmission de la sonde. Le balayage est effectué en 10 ms. Les paramètres (intensité, désaccord) du réseau sont tels que* $\Omega_x/2\pi \simeq 50$ *kHz et* $\Omega_z/2\pi \simeq 120$ *kHz.*

pour la détection des modes propres du milieu atomique.

III.6.2 Mode Brillouin selon z dans la configuration $\|$

Comme nous l'avons déjà dit, l'ajout d'une sonde polarisée selon y permet aussi l'excitation du mode Brillouin selon z. Pour nous en convaincre, écrivons les modulations d'intensité et de polarisation lumineuses qui dérivent de l'interférence entre l'onde sonde $\mathbf{E_s}(\mathbf{r},t) = E_s \cos[k_L z - (\omega+\delta)t]\ \hat{\mathbf{e}}_\mathbf{y}$ et les faisceaux du réseau (d'amplitude E_0, pulsation ω) (cf. § II.3.2).

$$\delta(I_+ + I_-) = \frac{E_s E_0^*}{2}\cos(Kx)\ \exp[i(\Delta_1 K z - \delta t)] + c.c. \qquad \text{(III.30)}$$

$$\delta(I_+ - I_-) = -\frac{E_s E_0^*}{2}\cos(Ky)\ \exp[i(\Delta_2 K z - \delta t)] + c.c. \qquad \text{(III.31)}$$

avec

$$\Delta_1 k = k_L(1 - \cos\theta)\ ; \qquad \Delta_2 k = k_L(1 + \cos\theta)\ ; \qquad K = k_L \sin\theta$$

Les modulations se déplacent donc selon z avec des vitesses de phase $v_{int} = \delta/\Delta_1 k$ et $v_{polar} = \delta/\Delta_2 k$. Si on impose les conditions III.4 et III.7 pour l'excitation du mode

Brillouin selon $\pm z$ avec les modulations d'intensité et de polarisation, on obtient que le mode est excité selon $\pm z$ pour :

$$\delta_{int} = \pm\frac{1-\cos\theta}{2\cos\theta}\Omega_z \quad \text{(Excitation par modulation d'intensité)} \quad \text{(III.32)}$$

$$\delta_{polar} = \pm\frac{1+3\cos\theta}{2\cos\theta}\Omega_z \quad \text{(Excitation par modulation de polarisation)} \quad \text{(III.33)}$$

Comme pour le cas de l'excitation à deux faisceaux, lorsque le mode Brillouin est excité, nous attendons un déplacement du centre de masse du nuage atomique selon z, qui peut être détecté par imagerie.

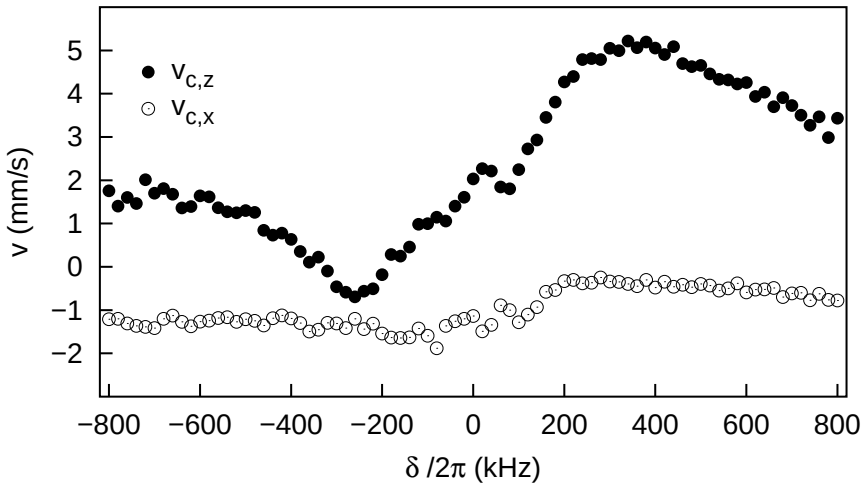


Figure III.23: *Résultats expérimentaux pour la vitesse du centre de masse du nuage atomique selon x et z lorsqu'on ajoute un faisceau sonde polarisé selon y. Les paramètres du réseau (intensité, désaccord) sont tels que $\Omega_z/2\pi \simeq 130$ kHz et $\theta \simeq 30°$.*

La figure III.23 montre les résultats expérimentaux que nous avons obtenus. On observe deux résonances pour la composante v_z de la vitesse pour $\delta/2\pi \simeq \pm$ 280 kHz, en bon accord avec les prévisions théoriques de l'éq. III.33, en considérant que $\Omega_z/2\pi \simeq 130$ kHz, pour les paramètres du réseau (intensité, désaccord) que nous avons utilisés. En effet, en considérant que $\theta \simeq 30°$, on attend les résonances à $\pm$ 270 kHz.

En revanche, aucune résonance pour v_z n'est détectée pour $\delta/2\pi = \pm\frac{1-\cos\theta}{2\cos\theta}\Omega_z$, comme on l'attendrait à partir de l'éq. III.32. Nous expliquons ce fait en considérant qu'avec l'angle $\theta = 30°$ que l'on a dans les expériences, ces résonances sont attendues à $\delta \simeq \pm$ 10 kHz, et ce qui es probablement difficile à résoudre. Nous avons aussi essayé d'étudier plus en détail les désaccords autour de $\delta = 0$, en variant δ par pas de 2 kHz, mais nous n'avons eu aucune évidence expérimentale de l'excitation du mode Brillouin dans ce cas.

Enfin, comme nous l'avons déjà dit dans le paragraphe précédent, la composante de la vitesse du centre de masse selon x reste nulle pour toute valeur de δ.

III.6.3 Configuration ⊥

Dans ce paragraphe, nous allons étudier la configuration ⊥, dans laquelle la sonde est polarisée selon x. En principe, même avec cette configuration, il est possible d'exciter et de détecter les modes Brillouin dans les directions x et z.

a) Mode Brillouin selon x

Comme pour la configuration ∥, l'interférence entre la sonde et les faisceaux co-propageants du réseau engendre deux modulations de polarisation (en configuration ∥ il s'agit de modulations d'intensité lumineuse) de la lumière, dont les composantes selon x ont des vitesses de phase $v_1 = -v_2 \frac{\delta}{k_L \sin\theta}$. Or, en se rappelant la condition pour l'excitation du mode pour une modulation de polarisation (cf. éq. III.7), on obtient que pour

$$\delta = \pm 2\Omega_x \ , \tag{III.34}$$

le mode est excité dans les directions $\pm x$. De nouveau l'excitation du mode ne pourra pas être détectée par un déplacement du centre de masse, car le mode est excité en même temps dans deux directions opposés, mais par un accroissement du coefficient de diffusion D_x. Nous n'avons pas effectué d'expériences pour détecter un tel mode (les mesures de coefficient de diffusion sont très longues) mais des simulations Monte-Carlo semi-classiques (effectuées par Laurent Sanchez-Palencia) montrent que pour $\delta = \pm 2\Omega_x$ le coefficient D_x présente des résonances [76]. Remarquons qu'il nous est aussi impossible de détecter ce mode par spectroscopie pompe-sonde, car la condition d'accord de phase n'est pas satisfaite et donc le mode est noir.

b) Mode Brillouin selon z

Comme dans la configuration ∥, écrivons les modulations d'intensité et de polarisation lumineuses qui dérivent de l'interférence entre l'onde sonde $\mathbf{E_s}(\mathbf{r},t) = E_s \cos[k_L z - (\omega+\delta)t]\ \mathbf{\hat{e}_x}$ et les faisceaux du réseau (d'amplitude E_0, pulsation ω) (cf. § II.3.2).

$$\delta(I_+ + I_-) = \frac{E_s E_0^*}{2} \cos(Ky)\ \exp[i(\Delta_2 K z - \delta t)] + c.c. \tag{III.35}$$

$$\delta(I_+ - I_-) = \frac{E_s E_0^*}{2} \cos(Kx)\ \exp[i(\Delta_1 K z - \delta t)] + c.c. \tag{III.36}$$

Les modulations se déplacent donc selon z avec des vitesses de phase $v_{int} = \delta/\Delta_2 k$ et $v_{polar} = \delta/\Delta_1 k$. De nouveau, on impose les conditions III.4 et III.7 pour l'excitation du mode Brillouin selon $\pm z$ avec les modulations d'intensité et de polarisation et on obtient :

$$\delta_{int} = \pm \frac{1+\cos\theta}{2\cos\theta}\Omega_z \quad \text{(Excitation par modulation d'intensité)} \tag{III.37}$$

$$\delta_{polar} = \pm \frac{1+\cos\theta}{2\cos\theta}\Omega_z \quad \text{(Excitation par modulation de polarisation)} \tag{III.38}$$

On observe que, pour cette configuration spécifique, les deux mécanismes d'excitation seront efficaces pour le même désaccord $\delta = \delta_{polar} = \delta_{int} = \pm\frac{1+\cos\theta}{2\cos\theta}$. La figure III.24 montre les résultats expérimentaux que nous avons obtenus pour le déplacement du centre de masse du nuage atomique selon x et z.

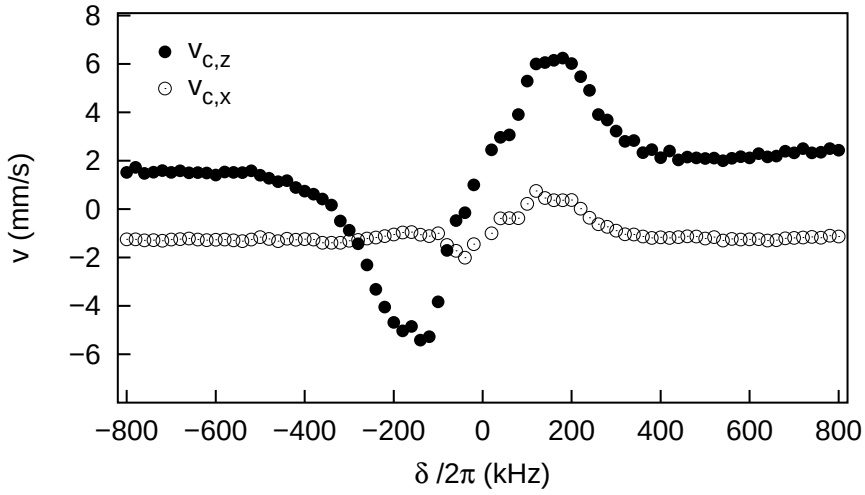


Figure III.24: *Résultats expérimentaux pour la vitesse du centre de masse selon x et z lorsqu'on ajoute un faisceau sonde polarisé selon x. Les paramètres du réseau (intensité, désaccord) sont tels que $\Omega_z/2\pi \simeq 130$ kHz.*

On observe deux résonances pour la composante v_z de la vitesse pour $\delta/2\pi \simeq \pm$ 160 kHz, en bon accord avec les prévisions théoriques des éq. III.37 et III.38, avec $\Omega_z/2\pi \simeq$ 130 kHz, pour les paramètres du réseau (intensité, désaccord) que nous avons utilisés. En effet, puisque $\theta \simeq 30°$, les résonances sont attendues à $\pm$ 140 kHz. De nouveau, la composante selon x de la vitesse du centre de masse est nulle [8].

III.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une étude expérimentale détaillée des modes de propagation Brillouin dans les réseaux brillants. Nous avons introduit le mode comme suite de demi-oscillations dans un puits de potentiel suivies par des cycles de pompage optique vers les puits adjacents. Nous avons montré comment un tel mode peut être excité par des modulations d'intensité ou de polarisation lumineuses se déplaçant à des vitesses bien précises.

[8] En fait, on observe une petite résonance pour la composante v_z lorsque $\delta/2\pi \simeq 160$ kHz. Remarquons que la résonance symétrique par rapport à $\delta/2\pi = 0$ kHz n'est pas présente et que cette résonance pour v_z se produit exactement à la même fréquence que la résonance pour v_x. Nous pensons donc qu'il s'agit d'une erreur systématique lors des expériences (mauvais alignement de la caméra, mauvais profil spatial d'un faisceau) et qu'elle n'a pas une signification physique.

D'un point de vue expérimental, nous avons créé ces modulations en ajoutant un ou deux faisceaux laser supplémentaires aux faisceaux du réseau optique. Nous avons détecté les modes par imagerie du nuage d'atomes évoluant dans le réseau et nous avons vu que, en fonction des configurations utilisées, l'excitation du mode correspond à un déplacement du centre de masse du nuage atomique (lorsque le mode est excité dans une direction bien définie) ou à un accroissement du coefficient de diffusion (lorsque le mode est excité dans deux directions opposées en même temps).

Nous avons aussi prévu la formation d'un réseau de matière des atomes participant au mode, ce qui a été confirmé par des simulations Monte-Carlo semi-classiques. La diffraction des faisceaux laser sur ce réseau de matière conduit à un mélange des ondes lumineuses, ce qui permet de détecter l'excitation du mode simplement en regardant la transmission des faisceaux qui créent les modulations (spectroscopie pompe-sonde).

Enfin, nous avons mis en évidence l'existence d'un mode noir, dans lequel les atomes sont effectivement excités dans le mode Brillouin, sans que l'excitation de ce mode soit détectable par spectroscopie pompe-sonde. Nous avons expliqué l'existence d'un tel mode noir, qui ne donne pas de résonance dans les spectres pompe-sonde, en étudiant la condition d'accord de phase pour que le processus de mélange entre les ondes pompe et sonde ait lieu.

Deux études ultérieures sont envisageables, pour une meilleure caractérisation des résonances Brillouin. Premièrement, une étude de l'amplitude du mode en fonction des différents paramètres du réseau optique, qui est l'objet du chapitre suivant. Ensuite, il serait intéressant d'étudier plus en détail la largeur de ces résonances. En effet, les spectres pompe-sonde et les mesures par imagerie montrent des résonances relativement fines, comme pour le cas des raies Raman, mais un modèle satisfaisant pour expliquer ces observations n'a pas encore été conçu.

Chapitre IV

Résonance stochastique dans les réseaux brillants

Dans les chapitres II et III, nous avons étudié en détail le transport d'atomes dans les réseaux optiques. En particulier, nous avons montré que la dynamique atomique est dominée par une diffusion normale des atomes dans le réseau et que l'application d'une faible modulation du potentiel optique se déplaçant à une vitesse appropriée induit l'excitation de modes de propagation d'atomes caractérisés par une direction et une vitesse bien définies.

Dans les deux derniers chapitres de cette thèse, nous montrons que les réseaux optiques sont un excellent système modèle pour la physique statistique, en particulier pour étudier les phénomènes de transport dans une structure périodique en présence de bruit. L'avantage de l'utilisation des réseaux optiques réside dans le fait que les différents paramètres (topographie du potentiel périodique, profondeur des puits de potentiel, niveau de bruit,...) peuvent être variés avec une très grande souplesse et contrôlés de façon très précise.

Le premier effet induit par le bruit que nous allons étudier et qui constitue le thème central de ce chapitre, est le phénomène de *résonance stochastique*. Il s'agit d'un phénomène non-linéaire pour lequel le rapport signal/bruit d'une observable spécifique d'un système physique présente un maximum lorsque le bruit dans le système est augmenté. Ce phénomène contre-intuitif a été introduit en 1981 pour expliquer la périodicité des glaciations [82, 83]. Ce sujet est très fortement débattu par les géologues : l'unique échelle de temps astronomique ayant la même périodicité que les glaciations est la variation d'excentricité de l'orbite terrestre. Or, le changement d'ensoleillement dû à cette variation est très faible et ne justifie pas un effet macroscopique comme celui des glaciations. Dans leur article de 1981, Nicolis *et al.* proposent un effet selon lequel le bruit dû aux fluctuations climatiques à court terme permet d'amplifier cette petite variation d'ensoleillement et d'expliquer l'origine des glaciations.

De façon générale, l'effet de résonance stochastique est observé dans des systèmes physiques qui présentent naturellement un seuil, lorsqu'ils sont pilotés par des signaux

faibles par rapport au niveau du seuil. Or, depuis son introduction en 1981, ce phénomène a été observé dans un nombre considérable de systèmes physiques allant des lasers en anneau bistables [84] aux réseaux de neurones [85, 86], démontrant que dans la nature plusieurs systèmes physiques présentent cette propriété.

Dans ce chapitre, nous décrivons une étude expérimentale qui a mené à l'observation d'une résonance stochastique dans les réseaux optiques [78]. En particulier, nous étudions le nombre d'atomes participant au mode de propagation Brillouin en fonction des paramètres du réseau optique (intensité, désaccord des faisceaux). Le rôle du bruit est joué dans notre système physique par le processus stochastique de pompage optique. L'absence d'émission spontanée interdit l'excitation des modes Brillouin et trop d'émission spontanée les brouille. Entre les deux, l'amplitude du mode Brillouin passe par un maximum.

Le chapitre est divisé en deux parties : une première dans laquelle le phénomène de résonance stochastique est introduit d'une façon générale et une deuxième dans laquelle nous présentons les évidences expérimentales de l'observation d'une résonance stochastique dans les réseaux optiques.

IV.1 Généralités sur la résonance stochastique

IV.1.1 Mécanisme de résonance stochastique dans un potentiel bistable

Nous introduisons le mécanisme de résonance stochastique en suivant la référence [87]. Considérons une particule de masse m, évoluant dans un potentiel $V(x)$ symétrique bistable avec une barrière ΔV (voir figure IV.1), en régime sur-amorti avec un coefficient de friction γ.

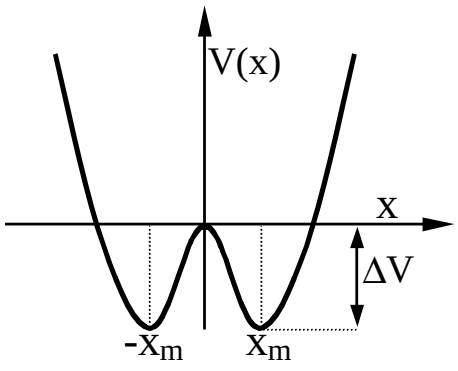


Figure IV.1: *Potentiel bistable avec une barrière ΔV.*

Ajoutons une faible force de modulation pour le mouvement de la particule : $F(t) = A_0 \cos(\Omega t)$, de façon que le potentiel soit modulé mais qu'à tout instant il présente deux

minima (voir figure IV.2). Choisissons la pulsation Ω beaucoup plus petite que la pulsation des oscillations libres au fond des puits de potentiel. Il est facile de se convaincre que dans un tel système, une particule qui à l'instant $t = 0$ se trouve dans le puits de droite (ou de gauche) va y rester indéfiniment, car l'amplitude de la modulation $F(t)$ n'est pas suffisante pour que la particule passe d'un puits à l'autre.

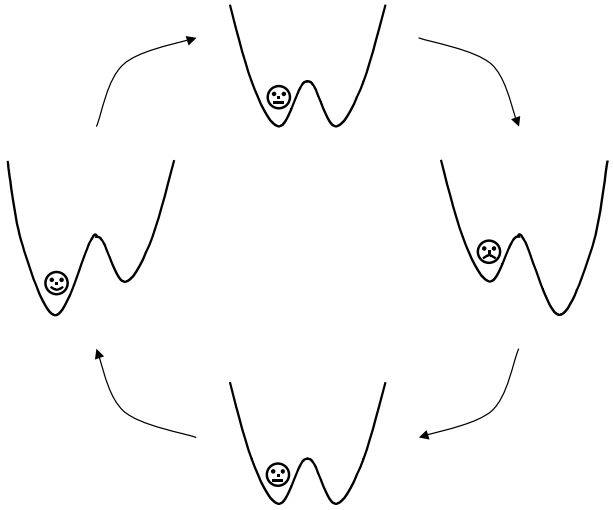


Figure IV.2: *Evolution du système bistable en l'absence de bruit. La particule ne suit pas la modulation de potentiel. La particule est "triste" lorsqu'elle se trouve dans le puits le moins profond et "souriante" lorsqu'elle se trouve dans le puits le plus profond.*

Ajoutons maintenant une *source de bruit* à notre système physique, donc une force aléatoire pour la particule. Cette force aléatoire peut être obtenue en mettant en contact la particule avec un bain thermique à la température T. Elle va induire des sauts d'un puits de potentiel à l'autre à des instants aléatoires. Soit r_K le taux de passage d'un puits à l'autre en l'absence de modulation. Il est possible de montrer que [88] :

$$r_K \propto \exp\left(-\frac{\Delta V}{D}\right) \qquad (D = k_B T) \tag{IV.1}$$

Regardons maintenant la dynamique de la particule en présence de la faible modulation $F(t)$. Lorsque la modulation abaisse le puits de droite, les sauts de la particule du puits de gauche au puits de droite sont plus fréquents que les sauts du puits de droite au puits de gauche (voir figure IV.3). Une situation opposée se présente lorsque la modulation abaisse le puits de gauche, où la particule passe préférentiellement vers le puits de gauche. Il s'ensuit que, en général, la position de la particule et celle de la modulation de potentiel sont corrélées, la particule tendant à se placer toujours dans le puits le plus profond. Nous constatons alors simplement que l'ajout de bruit à un tel système physique permet d'obtenir une meilleure *synchronisation* entre le mouvement de la particule et la faible modulation de potentiel.

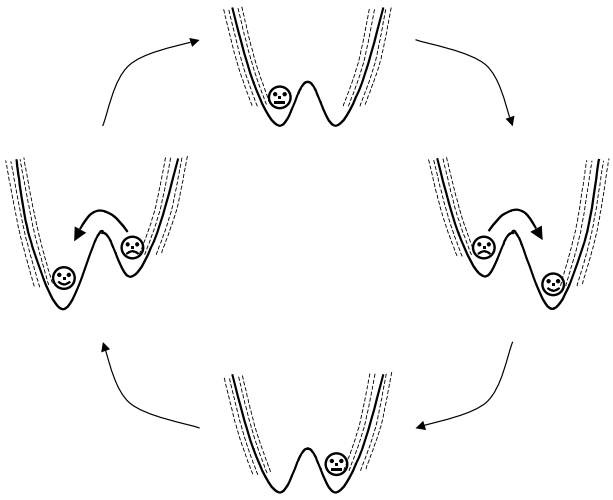


Figure IV.3: *Evolution du système bistable en présence de bruit. Le mouvement de la particule et la modulation de potentiel sont synchronisés. La particule est toujours "souriante".*

Sur la figure IV.4, nous reportons une simulation numérique (extraite de la référence [87]) pour la trajectoire de la particule pour différents niveaux de bruit (le bruit augmente du bas vers le haut). En pointillé on a tracé la modulation de potentiel. On voit bien qu'à un niveau de bruit adapté, le mouvement de la particule et la modulation de potentiel sont bien synchronisés.

A partir des considérations que l'on vient de faire il est possible de prévoir un ordre de grandeur pour l'amplitude D du bruit pour laquelle on attend une bonne synchronisation entre modulation et mouvement de la particule. En effet, pour une période $T_\Omega = \frac{2\pi}{\Omega}$ de modulation fixée, si $T_k(D) = 1/r_k$ est l'intervalle de temps moyen entre deux sauts d'un puits de potentiel à l'autre, l'amplitude optimum du bruit est telle que

$$T_k(D) \sim T_\Omega. \tag{IV.2}$$

En effet pour $T_k(D) \gg T_\Omega$ la modulation effectue plusieurs oscillations avant que le bruit permette le passage d'un puits à l'autre, et pour $T_k(D) \ll T_\Omega$ la particule effectue plusieurs passages entre les deux puits au cours d'une période d'oscillation de la modulation. La dynamique de la particule est dans ce cas complètement dominée par le bruit et la faible modulation n'a aucune influence.

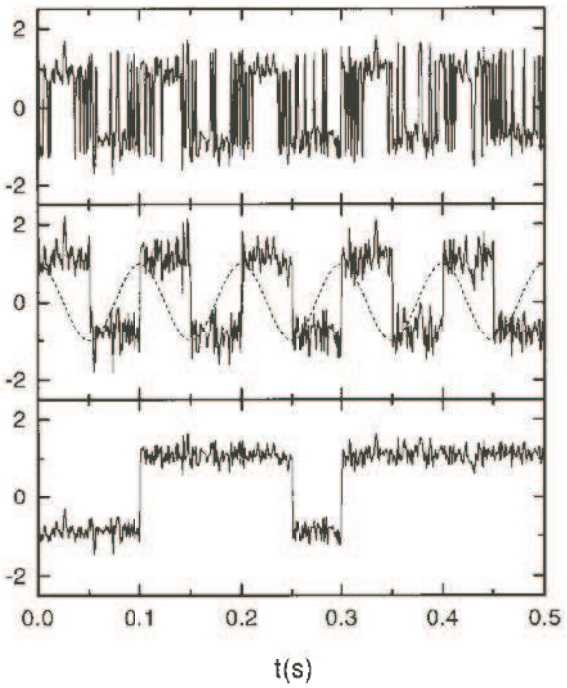


Figure IV.4: *Simulation numérique (extraite de [87]) pour la trajectoire de la particule dans le potentiel bistable, pour différents niveaux de bruit (le bruit augmente du bas vers le haut). En pointillé on a tracée la modulation de potentiel.*

IV.1.2 Caractérisation de la résonance stochastique : réponse périodique

Pour caractériser de façon plus quantitative l'effet de résonance stochastique nous étudions, dans ce paragraphe, la réponse du système à la modulation périodique. Choisissons un potentiel bistable de la forme :

$$V(x) = -\frac{a}{2}x^2 + \frac{b}{4}x^4. \tag{IV.3}$$

Dans le cas d'une forte friction (régime sur-amorti), le mouvement de la particule sera décrit par l'équation différentielle :

$$\dot{x}(t) = -V'(x) + A_0\cos(\Omega t) + \xi(t) \tag{IV.4}$$

où $\xi(t)$ est un bruit blanc Gaussien de moyenne nulle et de fonction d'auto-corrélation en δ de Dirac :

$$\langle\xi(t)\rangle = 0 \qquad \langle\xi(t)\xi(0)\rangle = 2D\delta(t) \tag{IV.5}$$

avec D l'intensité du bruit. Considérons la valeur $\langle x(t)|x_0, t_0\rangle$ obtenue en moyennant la trajectoire (stochastique) $x(t)$ avec conditions initiales $x_0 = x(t_0)$ sur les différentes

réalisations du bruit $\xi(t)$. Il est possible de montrer qu'asymptotiquement (donc pour $t_0 \to -\infty$), la mémoire des conditions initiales est perdue et que $\langle x(t)|x_0, t_0\rangle$ devient une fonction périodique $\langle x(t)\rangle_{as} = \langle x(t + T_\Omega)\rangle_{as}$, avec $T_\Omega = 2\pi/\Omega$. Pour de faibles valeurs de A_0 on obtient un mouvement sinusoïdal :

$$\langle x(t)\rangle_{as} = \overline{x}\cos(\Omega t - \overline{\phi}) \tag{IV.6}$$

avec une amplitude $\overline{x}$ et un déphasage $\overline{\phi}$. La figure IV.5 (extraite de la référence [87]) montre les résultats d'une simulation numérique pour l'amplitude $\overline{x}$ en fonction du niveau de bruit D, pour différentes valeurs de l'amplitude de modulation A_0 (avec A_0 toujours faible). On observe clairement que pour de faibles valeurs du niveau D du bruit, $\overline{x}$ augmente rapidement, il présente un maximum pour décroître ensuite pour des valeurs encore plus élevées de D. Ces courbes représentent quantitativement le phénomène de résonance stochastique.

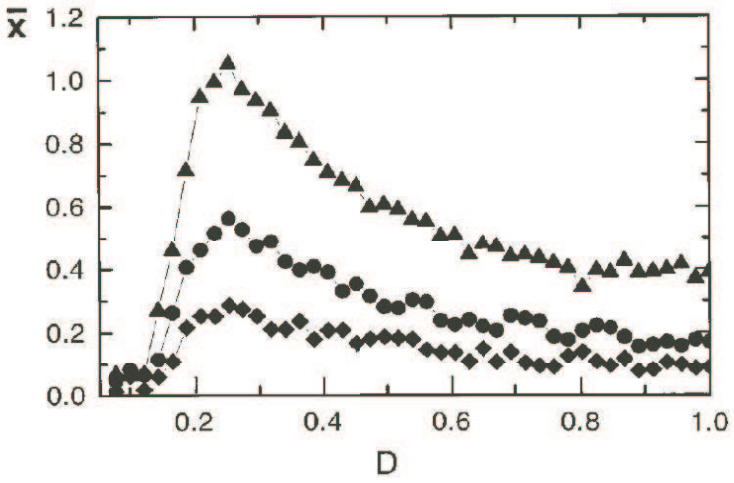


Figure IV.5: *Résultats d'une simulation numérique (extraite de [87]) pour la composante périodique du mouvement de la particule en fonction du niveau de bruit pour différentes amplitudes A_0 de la modulation. Les carrés correspondent à la valeur la plus faible d'A_0, les triangles à la plus élevée. Le phénomène de résonance stochastique est bien visible.*

IV.1.3 Distribution des temps de résidence

Une deuxième méthode de caractérisation de la résonance stochastique consiste à étudier les temps de résidence de la particule dans chaque puits de potentiel entre deux sauts. Pour ceci, considérons les abscisses $x_\pm = \pm c$, avec $0 \leq c \leq x_m$ ($\pm x_m$ sont les abscisses des minima du potentiel bistable). A partir de la trajectoire stochastique $x(t)$ définissons l'instant t_0 comme l'instant pour lequel $x(t) = c$ et $\dot{x}(t) > 0$, t_1 comme l'instant pour lequel $x(t) = -c$ et $\dot{x}(t) < 0$, et ainsi de suite construisons la suite t_i. Les intervalles $T_i = t_i - t_{i-1}$ vont représenter les temps de résidence dans chaque puits avant un

saut aléatoire vers le puits adjacent. Il est possible de montrer [90] qu'en l'absence de modulation les intervalles de temps T_i sont distribués selon une statistique poissonienne :

$$N(T) = \frac{1}{T_K} \exp(-\frac{T}{T_K}) \tag{IV.7}$$

La figure IV.6 (extraite de [87]) montre les résultats d'une simulation numérique pour la distribution des temps de résidence T_i en présence d'une faible modulation. Le niveau de bruit augmente du bas vers le haut. On observe une série de pics centrés à $T_n = \left(n - \frac{1}{2}\right) T_\Omega$ (n=1,2,...). La hauteur des ces pics diminue avec n. La présence de ces pics s'explique

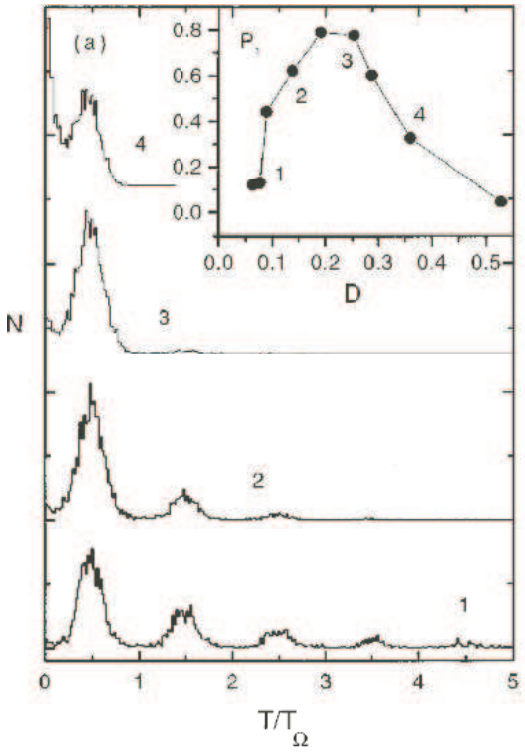


Figure IV.6: *Résultats d'une simulation numérique (extraite de [87]) pour les temps de résidence dans chaque puits. Le niveau de bruit augmente de bas en haut. Dans l'insert, l'intensité du pic à $T = T_\Omega/2$ est montré en fonction du niveau de bruit. Le pic centré en T=0, que l'on observe pour l'amplitude du bruit plus élevée, s'explique par une augmentation des sauts très rapides (dynamique dominée par le bruit).*

très facilement si l'on tient compte du fait que le passage d'un puits à l'autre se fait préférentiellement lorsque la barrière de potentiel séparant les deux puits atteint son minimum, ce qui arrive avec une périodicité $T_\Omega/2$, le puits le plus bas étant alternativement le droit et le gauche. Ceci montre pourquoi $T_\Omega/2$ est le temps de résidence préféré par la particule. En revanche, si la particule ne change pas de puits lorsque la barrière

présente pour la première fois un minimum, elle doit attendre une période entière T_Ω, car le minimum suivant est défavorable à son transfert (le puits le plus bas est celui qu'elle occupe déjà). Il s'ensuit que le deuxième pic pour la distribution des temps de résidence sera placé en $\frac{3}{2}T_\Omega$. Et ainsi de suite pour les autres pics. Le fait que la hauteur des pics diminue exponentiellement avec n s'explique si l'on considère que les probabilités pour la particule de sauter vers l'autre puits, lorsque la barrière présente un minimum, sont statistiquement indépendantes. L'insert de la figure IV.6 montre l'intensité P_1 du premier pic en fonction du niveau de bruit D et montre l'existence d'une résonance stochastique, P_1 présentant un maximum lorsque D augmente. L'étude de la distribution des temps de résidence dans les puits de potentiel est donc une méthode fiable pour caractériser le phénomène de résonance stochastique.

IV.1.4 Réponse du système

Dans les paragraphes précédents nous avons introduit le mécanisme de résonance stochastique et nous avons montré que la présence du bruit peut donc améliorer la réponse (le mouvement de la particule) d'un système physique à un signal en entrée (la faible modulation). Cette propriété est observée dans plusieurs systèmes non-linéaires, et en particulier dans n'importe quel système physique qui présente un seuil, lorsque le niveau de ce seuil n'est pas bien choisi par rapport au signal en entrée. Pour montrer ceci, imaginons un système très simple dans lequel un émetteur envoie à un récepteur une série de bits. Supposons que le récepteur lise 0 lorsque le signal qui lui arrive est inférieur à 0,5 et 1 lorsqu'il est supérieur à 0,5. Le niveau 0,5 va donc être le niveau seuil. En revanche, supposons que l'émetteur envoie une valeur 0,1 pour 0 et 0,4 pour 1. La figure IV.7 résume les propriétés du récepteur et de l'émetteur.

Il est facile de se convaincre que dans un tel système, le récepteur va lire seulement des 0, indépendamment de la valeur envoyée par l'émetteur, car 0,1 et 0,4 sont inférieurs au seuil 0,5. Il s'ensuit alors qu'aucune information utile ne peut être envoyée de l'émetteur au récepteur. Supposons maintenant qu'on ajoute une source de bruit au système, donc un nombre aléatoire (par exemple distribué selon une loi gaussienne centrée en zero et de largeur σ) à chaque bit envoyé par l'émetteur. La valeur de σ va traduire l'amplitude du bruit. Pour une valeur adaptée de σ, les bits qui valent 0 (0,1 au niveau de l'émetteur) resteront tels car même l'ajout du bruit ne permet pas à ces bits d'atteindre la valeur 0,5 lorsqu'ils sont lus par le récepteur. En revanche, pour les bits qui valent 1 (0.4 au niveau de l'émetteur), la situation sera différente car une partie de ces bits arrivera au récepteur avec une valeur supérieure à 0,5. On voit alors que, même de façon imparfaite, la présence du bruit dans ce système permet la transmission d'une certaine quantité d'informations entre l'émetteur et le récepteur. Pour montrer cet effet nous reportons sur la figure IV.8 les résultats d'une simulation numérique dans laquelle la série de $m \cdot n$ bits qu'envoie l'émetteur va composer une image de $m \times n$ points. Lorsque le récepteur lit un 1 le point correspondant va être noir alors qu'il sera blanc lorsqu'il lit un 0. Dans les neuf images de la figure IV.8, l'unique paramètre qui a été varié est le niveau du bruit. Le bruit augmente de gauche à droite et de haut en bas sur les images. On observe clairement que pour un

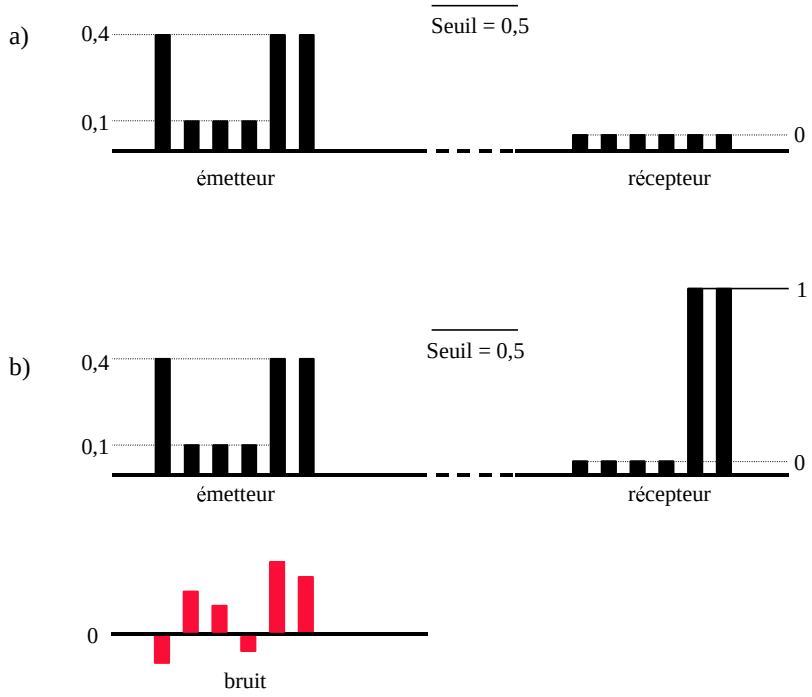


Figure IV.7: *Transmission d'une série de bits lorsque le niveau de seuil du récepteur n'est pas adapté à l'émetteur. a) En l'absence de bruit, aucune information n'est transmise. b) En présence d'un niveau de bruit adapté, une information (partielle) est transmise.*

niveau de bruit faible, le récepteur ne reçoit pas une image compréhensible, alors que pour un niveau de bruit optimum, l'image est compréhensible, bien qu'imparfaite. L'effet de résonance stochastique se manifeste donc par une augmentation de la qualité de l'image transmise par l'émetteur au récepteur lorsque le bruit augmente. Evidemment, pour un niveau de bruit trop élevé l'image devient à nouveau incompréhensible.

Remarquons l'analogie entre le système physique du potentiel bistable en présence d'une faible modulation et le système de transmission de bits que l'on vient de décrire. En effet les deux puits du potentiel bistable correspondent aux deux valeurs que chaque bit peut prendre au niveau du récepteur. La faible modulation correspond aux valeurs des bits envoyés par l'émetteur qui sont plus faibles que le niveau de seuil qui, dans le système physique du potentiel bistable, correspond à la barrière ΔV séparant les deux puits.

Avant de conclure cette partie, il est important de définir les limites du phénomène de résonance stochastique [89]. On pourrait croire que ce phénomène permet d'obtenir en sortie un rapport signal/bruit R_{out} meilleur que celui R_{in} du signal en entrée. Ceci n'est pas le cas. En effet, un résultat important de la théorie de la réponse linéaire est que pour n'importe quel système physique piloté par un signal en entrée et en présence de bruit Gaussien, le rapport signal/bruit à la sortie R_{out} ne dépasse jamais celui en entrée R_{in}. En particulier, si le système est linéaire $R_{out} = R_{in}$ et donc R_{out} va être une fonction

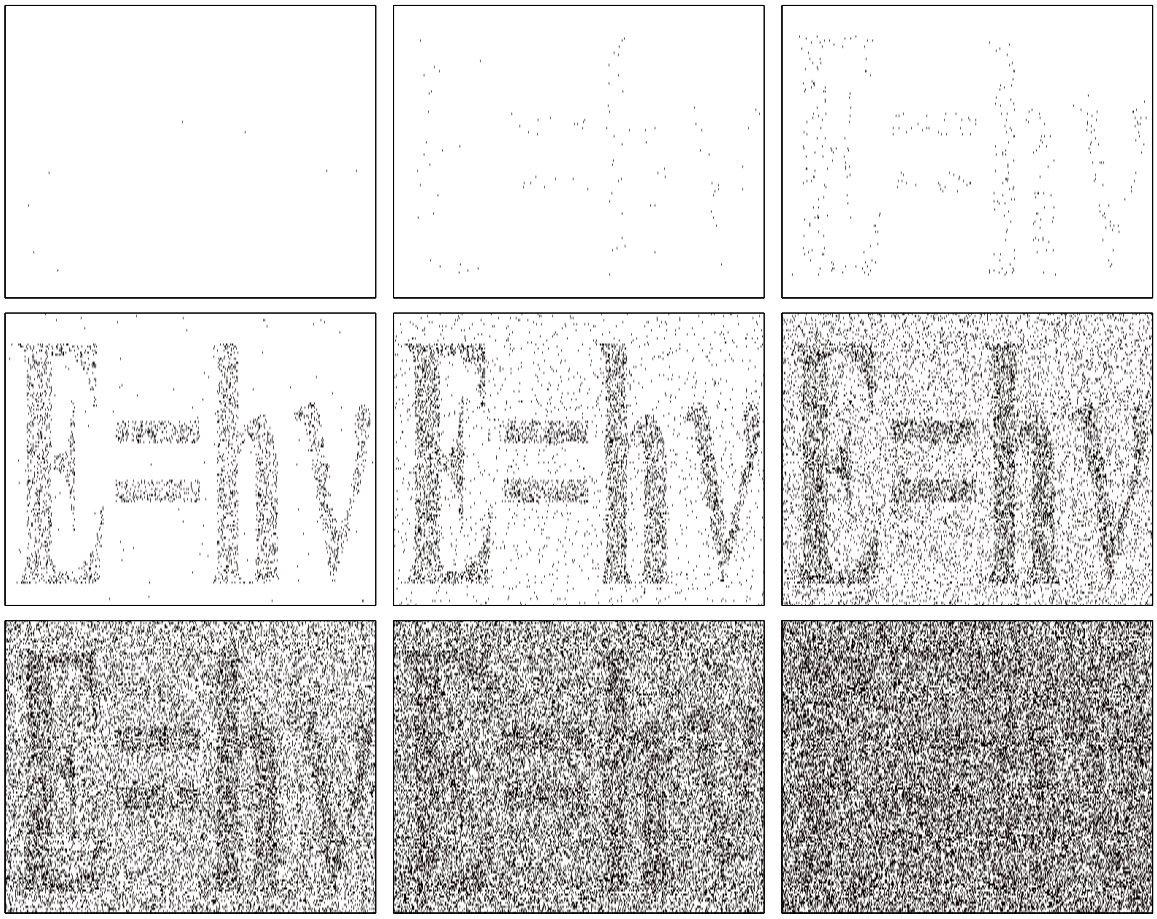


Figure IV.8: *Démonstration par simulation numérique d'une résonance stochastique pour la transmission d'une série de bits, qui correspondent aux points d'une image. Le bruit augmente de gauche à droite et du haut en bas sur les images.*

décroissante du niveau de bruit. En revanche, pour un système non-linéaire, il est possible que R_{out} soit très faible pour un bas niveau de bruit et présente un maximum pour un certain niveau de bruit, tout en restant inférieur à R_{in}. C'est cet effet qui constitue la résonance stochastique.

IV.2 Résonance stochastique dans un potentiel périodique

Nous avons décrit jusqu'à présent la résonance stochastique dans des systèmes bistables. Or, ce phénomène ne se limite pas à ces systèmes physiques, et un grand intérêt a été consacré à l'analyse de la résonance stochastique dans les potentiels périodiques [91, 92, 93, 94, 95]. En effet, de nombreux systèmes physiques peuvent être décrits en

termes de structures périodiques, et il est maintenant bien établi que le bruit joue un rôle majeur dans les mécanismes de transport dans ces structures. Par exemple, l'étude du mouvement sous-amorti de particules dans un potentiel périodique a montré que c'est l'action combinée d'effets inertiels et thermiques qui détermine les propriétés mécaniques de certains métaux [96, 97].

Nous nous sommes intéressés à une situation dans laquelle on ajoute au potentiel périodique $U(\xi) = U_0 \cos(k\xi)$ une faible modulation de potentiel en mouvement : $\delta U(\xi, t) = \delta U_0 \cos(\kappa\xi - \delta t)$. La situation est schématisée sur la figure IV.9. La modulation de po-

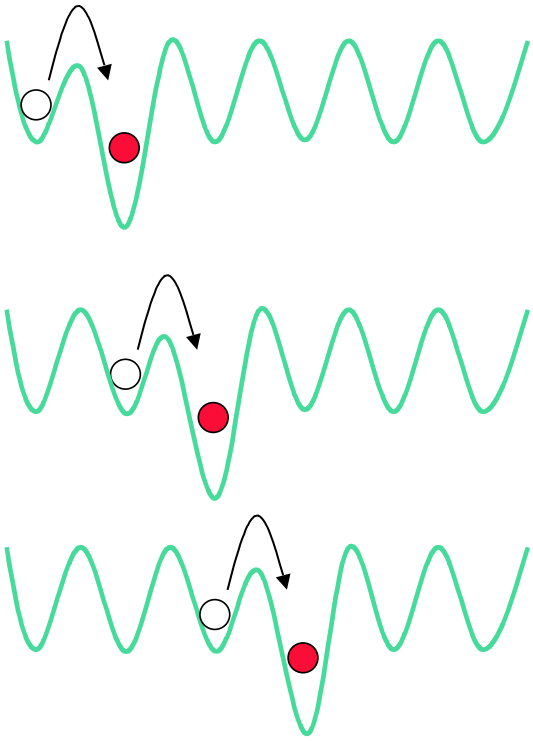


Figure IV.9: *Mécanisme de propagation assistée par le bruit d'une particule dans un potentiel périodique, en présence d'une faible modulation. La modulation abaisse progressivement les barrières de potentiel qui séparent les puits et permet le passage de la particule d'un puits à l'autre.*

tentiel qui se propage n'est pas suffisamment intense pour pouvoir induire seule un mouvement de la particule. En revanche, elle va progressivement abaisser les barrières entre puits adjacents, rendant possible le passage d'un puits à l'autre en présence d'une force aléatoire (bruit). Si on s'intéresse à la vitesse moyenne $\langle v \rangle$ de la particule sur des temps très longs, on s'attend donc à ce que $\langle v \rangle = 0$ pour de faibles niveaux de bruit, et que la particule reste piégée indéfiniment dans un puits de potentiel. Lorsque le niveau de bruit augmente, la composante de $\langle v \rangle$ dans la direction de propagation de la modulation augmente. Enfin, on s'attend à nouveau à une diminution de $\langle v \rangle$ pour des niveaux de bruit très élevés, car alors la dynamique de la particule est complètement dominée par

le bruit. Un effet de résonance stochastique est donc attendu pour la vitesse $\langle v \rangle$, qui présente une dépendance en bruit comme celle présentée sur la figure IV.5.

La figure IV.10 montre les résultats d'une simulation numérique effectuée par Ferruccio Renzoni pour vérifier ces prévisions théoriques. On observe une résonance stochastique pour $\langle v \rangle$.

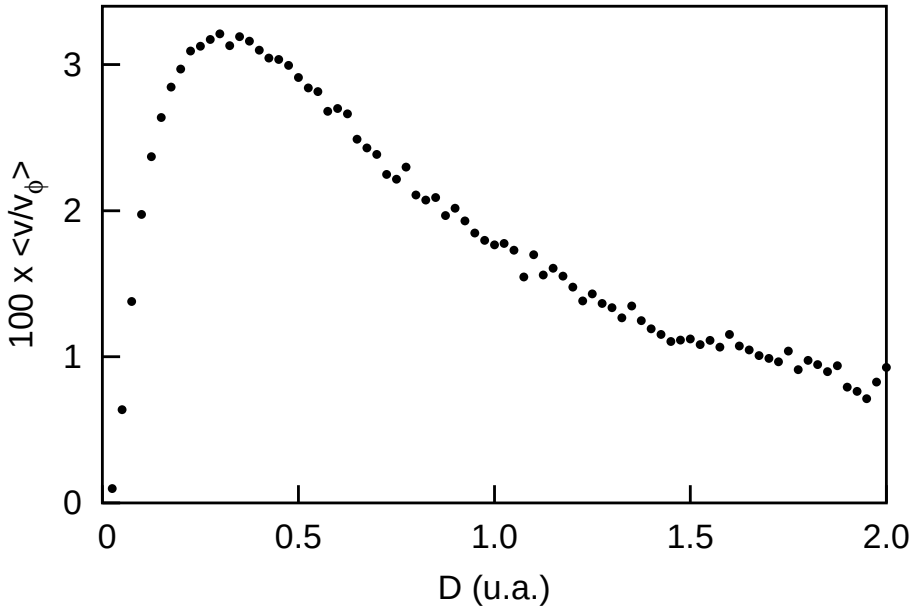


Figure IV.10: *Simulation numérique pour la vitesse moyenne $\langle v \rangle$ en fonction du niveau de bruit D pour une particule dans un potentiel sinusoïdal en présence d'une faible modulation (de fréquence faible par rapport à la fréquence propre des puits du potentiel statique). La vitesse de phase de la modulation est v_ϕ.*

Remarquons que, pour que ce phénomène de résonance stochastique dans un potentiel périodique soit l'analogue du phénomène décrit dans le potentiel bistable, il faut que le système soit sur-amorti et que la pulsation δ de la modulation de potentiel soit très inférieure à celle Ω_v des oscillations libres dans les puits du potentiel $U(\xi)$. Nous verrons dans la section suivante que, lors de nos expériences, ces deux conditions n'ont pas été satisfaites ce qui place nos observations expérimentales de résonance stochastique dans un schéma non-conventionnel. Pour ce qui concerne la simulation numérique montrée sur la figure IV.10, elle est obtenue pour $\delta/\Omega_v \sim 1/10$, mais dans un régime de faible amortissement.

IV.3 Résonance stochastique pour le mode Brillouin dans un réseau brillant

Nous sommes maintenant en mesure d'introduire le système physique sur lequel nous avons observé une résonance stochastique. En effet, dans le chapitre précédent nous avons introduit le mode Brillouin comme un mode de propagation d'atomes induit par l'ajout d'une faible modulation de potentiel se propageant dans une direction bien définie. La dynamique atomique est donc tout à fait analogue à celle d'une particule dans un potentiel périodique en présence d'une faible modulation, que l'on a décrite dans la section précédente. Il est alors prévisible que l'augmentation du niveau de bruit peut rendre plus efficace l'excitation du mode, et donc que le nombre d'atomes participant au mode présente une résonance stochastique.

Le rôle de la force aléatoire (bruit) dans les expériences est joué par le pompage optique. En effet, nous avons vu que le mécanisme élémentaire des atomes pour passer d'un puits de potentiel à l'autre se base sur le pompage optique. Or, le mode Brillouin est une suite de demi-oscillations dans un puits suivies de sauts vers le puits adjacent. On s'attend donc à ce qu'avec un taux de pompage optique Γ'_0 faible, le mode soit difficilement excité. En revanche, pour un taux Γ'_0 trop élevé, la dynamique atomique est dominée par des sauts aléatoires d'un puits à l'autre et les atomes participent peu au mode. Une valeur optimale de Γ'_0 permet à un grand nombre d'atomes d'être excités dans le mode de propagation. Il s'ensuit qu'une résonance stochastique est attendue lorsqu'on fait varier le taux de pompage optique Γ'_0. Nous nous sommes proposés de vérifier expérimentalement cette prévision. Remarquons que le taux Γ'_0 peut être précisément contrôlé en changeant l'intensité et le désaccord des faisceaux du réseau, et ceci sans affecter la profondeur U_0 du potentiel statique. En effet, si I et Δ sont respectivement l'intensité et le désaccord des faisceaux du réseau optique, on a $\Gamma'_0 \propto I/\Delta^2$, et $U_0 \propto I/\Delta$. Un choix de paramètres adaptés permet donc de varier Γ'_0 en gardant U_0 constant.

Avant de présenter nos résultats expérimentaux, obtenus avec deux méthodes différentes, remarquons les différences entre le système modèle de la section précédente et le système physique réel sur lequel nous avons effectué les expériences :

- Les atomes dans le réseau optique évoluent sur plusieurs potentiels optiques (2 pour une transition J_g=1/2 → J_e=3/2, 5 pour la transition F_g=2 → F_e=3 sur laquelle nous avons effectué l'expérience) et peuvent passer de l'un à l'autre par pompage optique, contrairement au modèle de la section IV.2 pour lequel la particule évolue sur un seul potentiel.

- Les simulations de la section IV.2 sont effectuées dans un régime sur-amorti pour la particule. Or, dans un réseau brillant la force de friction sur les atomes, qui est due au mécanisme Sisyphe, se révèle seulement au moment du passage d'un potentiel optique à l'autre (où l'atome se retrouve à grimper plus souvent des collines de potentiel qu'à en descendre). Il s'ensuit que l'atome ne subit aucune friction tant qu'il se trouve sur un potentiel donné. En général, cela n'a donc pas de sens de

parler de force de friction pour l'atome, à moins que l'on ne s'intéresse à des temps plus longs, pour lesquels l'atome s'est déplacé de plusieurs puits de potentiel. Dans ce cas, l'effet de ralentissement dû au mécanisme Sisyphe peut être remplacé par un coefficient de friction γ_{eff}. Remarquons que, de toute façon, ce coefficient de friction γ_{eff} est relativement faible et nous place loin d'un régime sur-amorti.

- Le mode de propagation Brillouin est excité seulement pour une vitesse précise de la modulation de potentiel. La fréquence de la modulation lors de l'excitation du mode est du même ordre de grandeur que la fréquence des oscillations libres dans le puits du réseau optique. Cet effet de synchronisation supplémentaire entre modulation et mouvement des atomes est une caractéristique du mode Brillouin qui n'est pas présente dans le modèle de la section IV.2.

IV.3.1 Résultats expérimentaux par imagerie du nuage atomique

La figure III.9 (cf. chapitre précédent) montre les résultats expérimentaux par imagerie du nuage atomique pour l'excitation du mode Brillouin selon x, lorsque deux faisceaux supplémentaires symétriques à l'axe z et avec polarisations parallèles sont ajoutés (cf. figure III.8). Remarquons que le paramètre

$$\xi = v_{c,x}(\delta_{M_1,M_2} = +\Omega_B) - v_{c,x}(\delta_{M_1,M_2} = -\Omega_B), \tag{IV.8}$$

que l'on peut obtenir aisément à partir de la figure III.9 caractérise l'amplitude du mode. En particulier, la fraction d'atomes excités dans le mode est donnée par $N_{exc} = \frac{\xi}{2\overline{v}_x}$, avec $\overline{v}_x$ vitesse du mode selon x.

Nous avons étudié le paramètre ξ, en fonction du taux de pompage optique Γ'_0, en maintenant fixe la profondeur des puits de potentiel U_0. Nous avons gardé constants les intensités I_{M_1} et I_{M_2} et le désaccord Δ_m des faisceaux de modulation. Les résultats de nos mesures pour ξ sont présentés sur la figure IV.11.

On observe l'allure typique d'une résonance stochastique : le paramètre ξ augmente avec Γ'_0 pour de faibles valeurs du taux de pompage optique ; on atteint un maximum correspondant à la synchronisation entre demi-oscillations dans un puits et pompage optique dans le puits suivant ; enfin, pour une valeur trop élevée de Γ'_0, on perd la synchronisation et ξ décroît. Des simulations Monte-Carlo semi-classiques [76, 78] ont confirmé nos résultats expérimentaux. La valeur maximum pour ξ correspond à une fraction d'atomes participant au mode $N_{exc} = 0{,}04$, ce qui signifie que, même à la résonance stochastique, les atomes sont faiblement excités. Ceci est lié au fait que les paramètres (intensité, désaccord) pour les faisceaux de modulation induisent une modulation de potentiel très faible par rapport aux potentiels du réseaux optique (avec une profondeur d'environ 1/10)[1]. Néanmoins, le mode arrive à être partiellement excité grâce à l'effet du bruit dû au pompage optique.

[1]Nous avons vérifié expérimentalement qu'une modulation plus profonde (obtenue avec des faisceaux

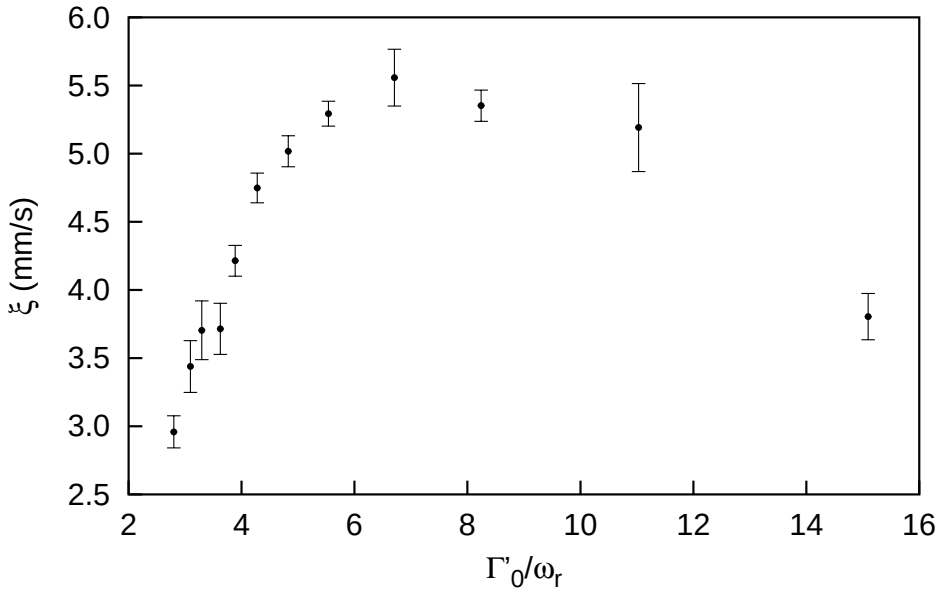


Figure IV.11: *Résultats expérimentaux pour le paramètre* $\xi = v_{c,x}(\delta_{M_1,M_2} = +\Omega_B) - v_{c,x}(\delta_{M_1,M_2} = -\Omega_B)$ *en fonction du taux de pompage* Γ'_0*, en gardant fixe la profondeur des puits et l'amplitude de modulation. Le déplacement lumineux par faisceau vaut* $\Delta'_0 = 37.5\omega_r$ *(*$\omega_r = 2\pi \cdot 3.7KHz$ *est la pulsation de recul). Les paramètres des faisceaux de modulation sont les mêmes que sur la figure III.9.*

IV.3.2 Résultats expérimentaux par spectroscopie pompe-sonde

Dans le chapitre précédent, nous avons montré que l'excitation du mode Brillouin peut, dans certaines configurations, être détectée par spectroscopie pompe-sonde. En particulier, nous avons étudié le cas de l'excitation du mode Brillouin selon x lorsqu'on ajoute aux quatre faisceaux du réseau une sonde qui se propage selon z avec une polarisation linéaire selon y (cf. paragraphe III.6.1). Dans cette configuration, les spectres pompe-sonde présentent une paire de raies aux désaccords $\delta = \pm\Omega_x$, qui correspondent à l'excitation du mode selon x (figure III.22).

Il est alors naturel de se demander si l'effet de résonance stochastique pour le nombre d'atomes participant au mode Brillouin est visible aussi dans les spectres pompe-sonde lorsqu'on varie le taux de pompage optique.

La figure IV.12 montre les spectres pompe-sonde que nous avons obtenus. Dans les cinq spectres, l'intensité I des faisceaux du réseau est maintenue constante, ainsi que celle de la sonde. En revanche le désaccord à résonance Δ a été varié entre $\Delta/2\pi$ = -60 MHz et $\Delta/2\pi$ = -12 MHz. On rappelle que le taux de pompage optique varie comme $I/|\Delta|^2$,

de modulation plus intenses ou moins désaccordés par rapport à la résonance atomique) induit une fraction importante d'atomes excités dans le mode.

alors que la profondeur des puits de potentiel comme $I/|\Delta|$.

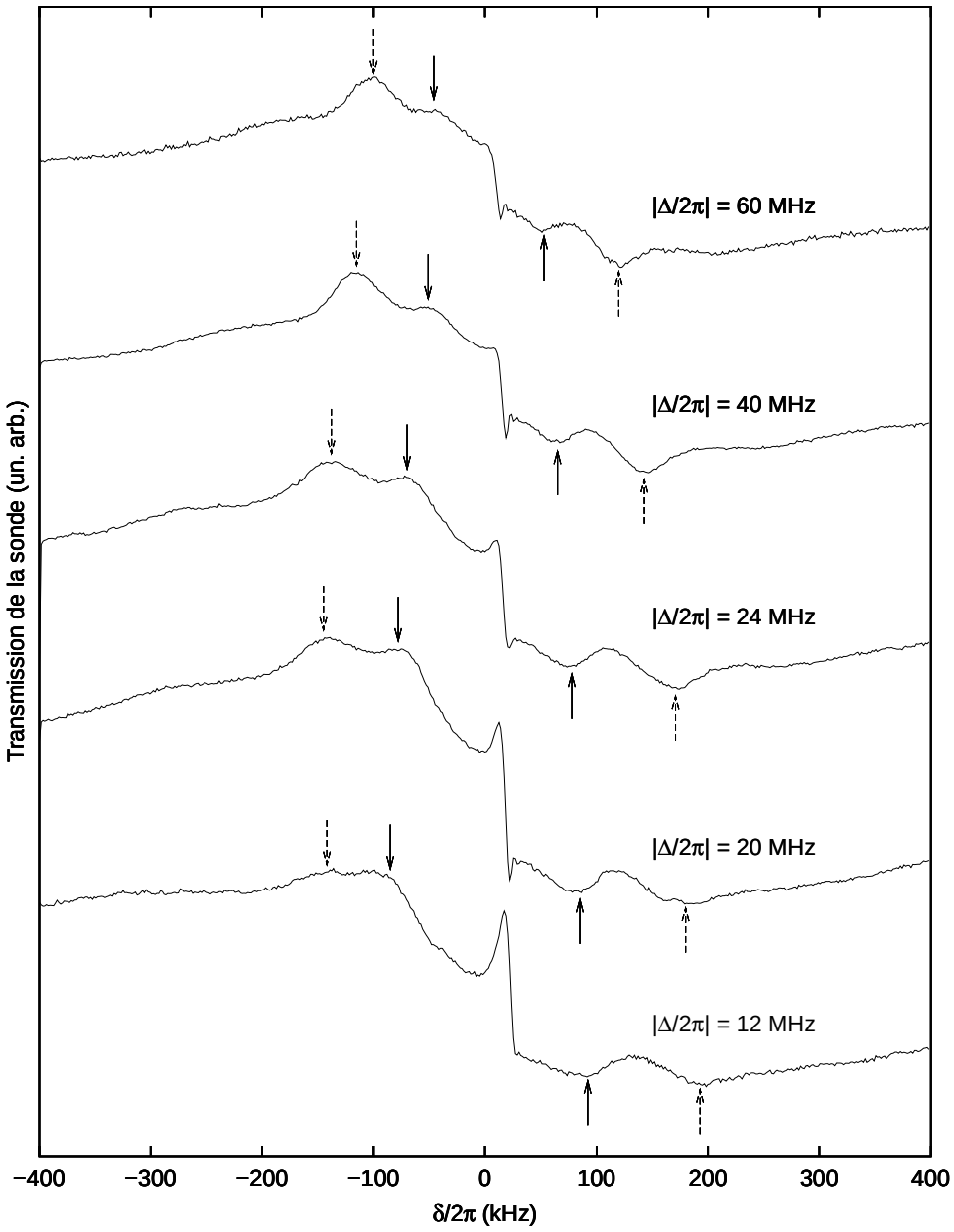


Figure IV.12: *Spectres pompe-sonde pour une sonde qui se propage selon z avec une polarisation linéaire selon y, pour différents désaccords Δ des faisceaux du réseau à la résonance atomique. L'intensité des faisceaux du réseau vaut $I_R \simeq 4.7mW/cm^2$, celle de la sonde $I_s \simeq 0.2mW/cm^2$. Les flèches en trait plein indiquent la position des résonances Brillouin, celles en pointillé la position des raies Raman.*

Sur les spectres la position des raies Brillouin est indiquée par une flèche en trait plein, celle des raies Raman par une flèche en pointillé. Remarquons que la comparaison des intensités des raies Brillouin et Raman indique la fraction d'atomes participant au mode de propagation Brillouin par rapport aux atomes piégés dans les puits de potentiel. En effet, l'intensité de la raie Raman est proportionnelle au nombre d'atomes piégés, tandis que celle de la raie Brillouin est proportionnelle au nombre d'atomes qui se propagent à la vitesse du mode Brillouin[2].

On observe bien que lorsque Δ varie, la position des résonances change, en accord avec nos observations du chapitre précédent[3], ainsi que leur intensité. En particulier, si on compare l'intensité des raies Brillouin avec celle des raies Raman, on observe que pour des $|\Delta|$ élevés ($|\Delta|/2\pi = 60$MHz, $|\Delta|/2\pi = 40$MHz), donc pour des taux de pompage faibles, l'intensité de la raie Brillouin est très faible par rapport à celle de la raie Raman. En revanche, lorsque les faisceaux du réseau sont rapprochés de résonance, la raie Brillouin est nettement plus visible ($|\Delta|/2\pi = 24$MHz, $|\Delta|/2\pi = 20$MHz). Enfin, pour $|\Delta|/2\pi = 12$MHz, la résonance Brillouin redevient moins marquée[4]. Ces observations sont en accord avec celles obtenues lorsque nous avons étudié le nombre d'atomes participant au mode Brillouin par imagerie du nuage atomique et représentent une deuxième évidence expérimentale d'une résonance stochastique.

IV.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté deux évidences expérimentales prouvant qu'un phénomène de résonance stochastique dans un potentiel périodique se produit lors de l'excitation du mode Brillouin dans un réseau brillant.

Nous avons présenté la résonance stochastique comme un effet pour lequel le rapport signal/bruit d'une observable physique présente un maximum lorsque le niveau de bruit augmente. Nous avons montré que ce phénomène se produit, de façon assez générale, pour des systèmes physiques qui présentent un seuil à un niveau plus élevé que les signaux typiques à l'entrée du système.

Nous avons observé le phénomène de résonance stochastique dans un potentiel périodique, en étudiant le nombre d'atomes participant au mode Brillouin. L'originalité d'un tel système physique réside dans le fait que la dynamique atomique est dans un régime sous-amorti dans lequel les effets inertiels jouent un rôle majeur.

Le potentiel périodique statique a été engendré par la superposition de quatre faisceaux

[2]Remarquons qu'une mesure absolue de l'intensité de la raie Brillouin ne serait pas un indicateur fiable de l'excitation du mode Brillouin, car le nombre total d'atomes dans le réseau optique varie lorsqu'on change le désaccord Δ.

[3]On rappelle que la résonance Brillouin est attendue pour $|\delta| = \Omega_x \propto \sqrt{I/|\Delta|}$.

[4]Remarquons que lorsque'on s'approche à la résonance atomique, les positions des raies Brillouin et Raman semblent ne plus être symétriques par rapport à $\delta = 0$. Nous n'avons pas d'explication simple de ce phénomène.

laser, la modulation de potentiel avec des faisceaux supplémentaires. Nous avons montré que le rôle du bruit est joué dans ce système par le pompage optique, qui peut être varié de façon arbitraire en changeant l'intensité et le désaccord des faisceaux du réseau optique, tout en gardant constants le potentiel statique et la modulation.

L'observation expérimentale a été effectuée par deux méthodes différentes, l'imagerie du nuage atomique et la spectroscopie pompe-sonde. Nous avons mis en évidence que le nombre d'atomes participant au mode Brillouin présente un maximum lorsque le taux de pompage optique Γ'_0 est augmenté.

Chapitre V

Brisure de symétrie et diffusion dirigée dans un réseau optique

Dans les chapitres précédents, nous avons étudié le transport d'atomes dans les réseaux optiques. Nous avons montré que la souplesse avec laquelle les différents paramètres peuvent être changés font des réseaux optiques un excellent système modèle pour la physique statistique.

Dans ce chapitre, nous utilisons la flexibilité de ce système physique pour la réalisation de *moteurs browniens*. Dans un moteur brownien, une particule qui évolue dans un potentiel plat à grande échelle est mise en mouvement dirigé sans qu'aucune force apparente ne soit appliquée dans la direction du mouvement. Ce mouvement dirigé est possible grâce à la rectification de forces fluctuantes, comme celle due au contact avec un réservoir à une certaine température ou une force extérieure de moyenne nulle.

Les moteurs browniens sont actuellement un domaine de recherche très actif pour les physiciens de la physique statistique, surtout pour leur intérêt en biologie. En effet, il est maintenant bien établi que le transport de matière dans les cellules vivantes est le résultat du déplacement de protéines le long de fibres qui sont elles-mêmes protéiniques. Plusieurs modèles de *moteurs moléculaires* ont été conçus pour décrire ces processus de transport, dans lesquels la dynamique de la protéine est étudiée comme celle d'une particule brownienne dans un potentiel périodique. Tous les modèles ont leur principe de fonctionnement fondé sur une brisure spatio-temporelle du système physique.

Dans ce chapitre, nous présentons deux expériences [108, 109] dans lesquelles les réseaux optiques ont été utilisés comme système modèle pour réaliser des moteurs browniens, dans lesquels seule une symétrie, spatiale ou temporelle, est brisée. La première des deux expériences que je décrirai (celle sur la brisure de symétrie spatiale) a été réalisée dans notre groupe avant mon arrivée, mais j'en rappellerai les principaux résultats, vu son lien très étroit avec l'autre expérience, qui a été réalisée au cours de ma thèse.

V.1 Introduction aux moteurs browniens

Dans cette section, nous introduisons les principales caractéristiques des moteurs browniens. De façon générale, l'équation différentielle qui règit le mouvement des particules dans de tels systèmes est la suivante :

$$m\ddot{z} + \frac{\partial}{\partial z}V(z,t) = -\eta\dot{z} + F(t) \tag{V.1}$$

où

- m est la masse des particules ;
- $F(t)$ est une force fluctuante de moyenne nulle $\langle F(t)\rangle = 0$. La force $F(t)$ correspond en général à une force aléatoire due au contact avec un réservoir à la température T ;
- $V(z,t)$ est le potentiel sur lequel évoluent les particules. Nous le prenons de façon générale dépendant du temps. On étudiera le cas de potentiel $V(z,t)$ périodique : $V(z,t) = V(z+\lambda,t)$;
- η est le coefficient de friction. Dans certains modèles ce coefficient est très grand (régime sur-amorti) et l'équation différentielle $V.1$ peut se simplifier en une équation du premier ordre, dans laquelle le terme $m\ddot{z}$ a été éliminé.

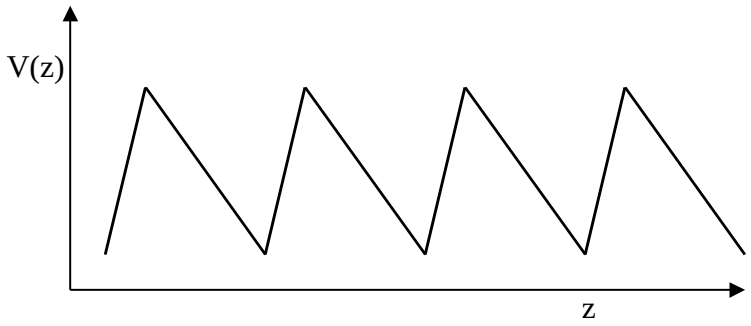


Figure V.1: *Exemple d'un potentiel périodique asymétrique.*

L'idée de base de tous les modèles de moteur brownien a été énoncée en 1894 par Pierre Curie [98] : *lorsque certains effets révèlent une certaine dissymétrie, cette dissymétrie doit se retrouver dans les causes qui lui ont donné naissance.* Ce principe représente une condition nécessaire pour qu'un phénomène physique ait lieu. En pratique, le principe peut s'exprimer de façon plus forte [99], en disant que, sauf des exceptions de *symétrie accidentelle*, une dissymétrie dans les causes se répercute toujours en une dissymétrie dans les effets. Le principe de Curie implique que pour obtenir un flux net de particules dans une direction, la symétrie spatio-temporelle du système physique doit être brisée. La symétrie spatiale peut être brisée en faisant, par exemple, évoluer les particules dans un potentiel périodique asymétrique, comme celui montré sur la figure V.1.

V.1.1 *Rochet* de Feynman

Un premier exemple de moteur brownien est le rochet de Feynman [100] (voir figure V.2). Ce système est composé par une roue à rochet montée sur un axe à l'autre bout duquel sont fixées des palettes. La roue à rochet est en équilibre thermique avec un gaz à la température T_1 alors que les palettes le sont avec un gaz à la température T_2. Sur l'axe est accrochée une poulie et sur la poulie une masse M. On se demande si un tel système physique est susceptible de fournir un travail, à savoir s'il est possible de soulever la masse M.

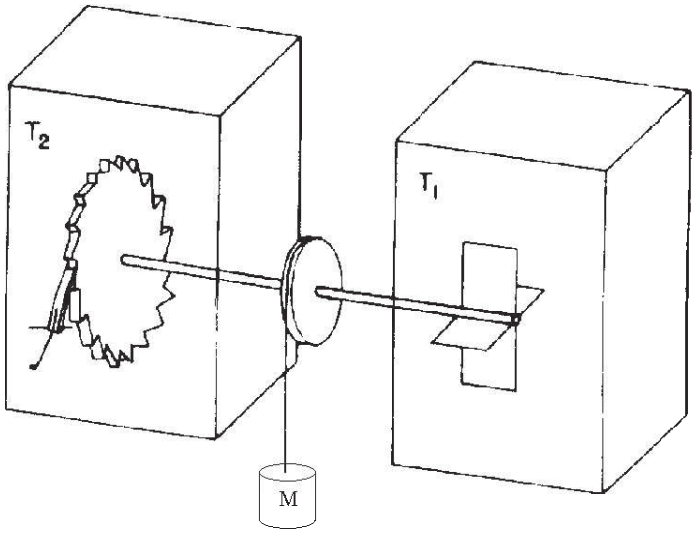


Figure V.2: *Dispositif du rochet de Feynman (Figure extraite de la référence [100]). Pour $T_1 > T_2$, les fluctuations thermiques engendrent une rotation de l'axe vers l'avant. Du travail peut être extrait du système.*

Regardons avant tout le cas où $T_1 = T_2 = T$ et $M = 0$. A première vue, il semblerait que l'axe puisse tourner seulement dans un sens à cause de la roue à rochet, et donc que les fluctuations sur le mouvement de l'axe, dues aux chocs des molécules du gaz contre les palettes, puissent être rectifiées par la roue à rochet qui, de temps à autre, tourne d'un cran. Or, il n'est pas vrai que la roue à rochet interdit complètement la rotation dans un sens. La présence du ressort qui bloque la roue à rochet peut plutôt être modélisée par une barrière de potentiel d'énergie ε qui sera beaucoup plus raide dans un sens de rotation que dans l'autre. La probabilité que la roue tourne d'un cran dans une direction ou dans l'autre va donc être la même et sera proportionnelle à $e^{-\varepsilon/k_B T}$. Il s'ensuit que dans une telle situation, la roue à rochet va bouger de façon aléatoire, sans tourner dans une direction préférentielle. Remarquons que, si on avait conclu que la roue à rochet avait une direction préférentielle de rotation, on aurait trouvé un résultat qui viole le deuxième principe de la thermodynamique. En effet, en suspendant une masse M suffisamment légère, on aurait pu la soulever et donc effectuer une transformation dans laquelle du travail est obtenu à partir de deux sources de chaleur à la même température.

Une analyse précise montre qu'il n'est pas possible d'extraire du travail à partir de ce système si $T_1 \leq T_2$, alors que pour $T_1 > T_2$, du travail peut être extrait et une masse M soulevée. Dans ce dernier cas, une quantité de chaleur est transmise du gaz chaud (celui en contact avec les palettes) au gaz froid (celui en contact avec la roue à rochets) [1]. Le deuxième principe de la thermodynamique n'est donc pas violé.

Analysons le dispositif du rochet de Feynman avec une masse M=0 en termes du principe de Curie. Si la symétrie temporelle n'est pas brisée, pour n'importe quel choix de T_1 et T_2, la roue à rochets brise la symétrie spatiale du système, ce qui implique que, de façon générale, la roue doit tourner dans une direction préférentielle, ce qui est le cas sauf pour $T_1 = T_2$. En revanche, le cas $T_1 = T_2$ implique le résultat remarquable qu'aucune direction préférentielle du mouvement ne peut être choisie si l'on est à l'équilibre thermodynamique.

V.2 Modèles isothermes

Dans le paragraphe précédent, nous avons vu un exemple de moteur brownien qui fonctionne lorsque le système physique présente deux températures différentes. Nous allons ici traiter des modèles de moteur brownien dans lesquels aucun gradient de température n'est présent [101].

V.2.1 Moteurs à potentiel fluctuant

Dans ces modèles de moteur brownien, le potentiel $V(z,t)$ de l'équation V.1 est pris de la forme $V(z,t) = V(z)A(t)$. Le cas le plus simple est celui dans lequel $A(t)$ ne peut prendre que deux valeurs, dont l'une est nulle (potentiel plat). La force $F(t)$ est seulement due au contact avec un réservoir à la température T, donc $\langle F(t)\rangle = 0$ et $\langle F(t)F(t')\rangle = 2\eta k_B T\delta(t-t')$. Pour briser la symétrie spatio-temporelle et obtenir un mouvement dirigé, nous choisissons un potentiel asymétrique comme celui en dents de scie de la figure V.1. Regardons dans le détail la dynamique d'une particule dans un tel système en nous référant à la figure V.3. Supposons qu'on ait à un instant donné un certain nombre de particules dans un puits de potentiel. Sur la figure V.3.a est reportée la distribution spatiale des particules. Lorsque le potentiel est "éteint" (figure V.3.b), les particules évoluent sur un potentiel plat, en présence d'une force de friction et de la force aléatoire $F(t)$. Une diffusion a donc lieu, et la distribution spatiale des particules s'élargit. Au moment où le potentiel est rallumé (figure V.3.c), un certain nombre de particules se retrouvent dans le puits de départ, mais d'autres se trouvent dans les puits adjacents. En particulier, il est facile de se convaincre qu'à cause de l'asymétrie du potentiel, il y a a un déplacement moyen des particules vers les z positives. Nous voyons donc que la brisure de symétrie spatiale joue un rôle essentiel pour que les particules soient mises en mouvement

[1] La transmission de chaleur se fera même dans un système idéal dans lequel la roue à rochets et les palettes n'ont *aucun* contact thermique.

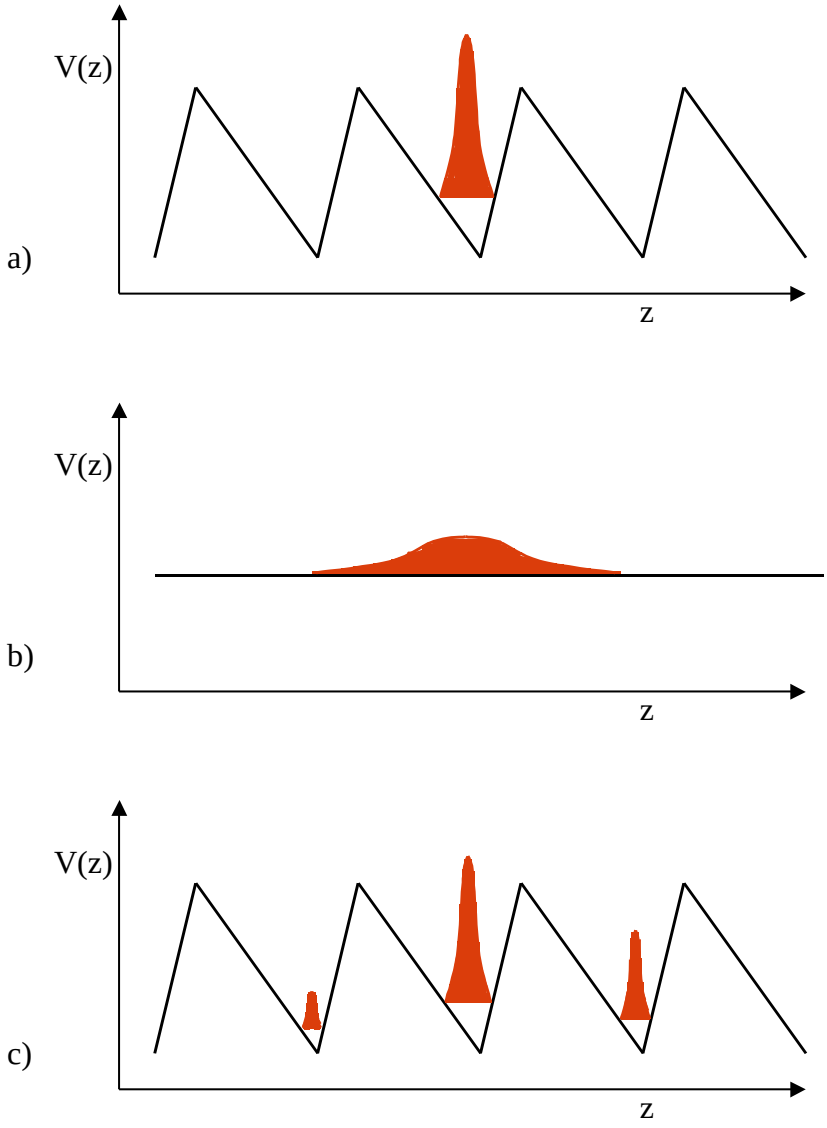


Figure V.3: *Fonctionnement du moteur brownien à potentiel fluctuant, lorsqu'un des deux potentiels est plat et l'autre est asymétrique. L'alternance de phases de piégeage et de diffusion libre induit un mouvement dirigé des particules.*

dirigé.

Il est possible de réaliser un travail sur les particules avec un tel dispositif. En effet, supposons qu'on ajoute une faible force constante vers les z négatives. Même si les particules voient vers les z positives des barrières de potentiel plus hautes que vers les z négatives, à cause des sauts entre le potentiel $V(z)$ et le potentiel plat, les particules auront toujours un mouvement moyen vers les z positives.

Remarques

- A première vue le résultat d'un tel moteur brownien semble violer le deuxième principe de la thermodynamique, parce qu'un travail est obtenu à partir d'une source de chaleur à une température fixe et sans qu'une force extérieure ne soit appliquée. On a l'impression d'effectuer une transformation dans laquelle l'unique résultat est la transformation de chaleur en travail. Or, ceci n'est pas le cas. En effet, le fait d'allumer et d'éteindre le potentiel $V(z)$ coûte de l'énergie, qui doit être fournie de l'extérieur.

- Le fait que le potentiel fluctue est essentiel pour le fonctionnement de ce moteur brownien. En effet, même en présence d'un potentiel asymétrique, si la force $F(t)$ est seulement une force aléatoire due au contact avec un réservoir à la température T, la probabilité pour une particule de passer dans un puits adjacent va être la même pour les deux directions. On se retrouve alors dans le même cas que le rochet de Feynman avec $T_1 = T_2$, que l'on a étudié dans la section précédente.

- L'efficacité de ce moteur brownien dépend de la durée de la phase de diffusion sur le potentiel plat. En effet, si la distribution spatiale n'a pas le temps de s'élargir (durée du potentiel plat trop courte), les particules vont se retrouver toutes dans le puits de départ lorsque le potentiel asymétrique est rallumé. En revanche, si la durée de la diffusion sur le potentiel plat est trop longue, la distribution spatiale devient beaucoup plus large que le pas du potentiel asymétrique, et, lorsque celui-ci est rallumé, les particules vont se distribuer de façon symétrique dans les puits à la gauche ou à la droite du puits de départ, sans qu'un déplacement moyen du centre de masse n'ait lieu. Il s'ensuit que, pour que le moteur soit efficace, la durée de la diffusion sur le potentiel plat doit être telle que les particules aient le temps pour se déplacer d'une distance de l'ordre du pas du potentiel asymétrique. Remarquons enfin, que pour un coefficient de friction η donné, la diffusion sera d'autant plus rapide que la température T du réservoir est élevée. Si donc la phase de diffusion sur le potentiel plat a une durée fixe, en changeant la température du réservoir il est possible d'obtenir une efficacité majeure du moteur brownien. Cet effet de dépendance de l'efficacité du moteur en fonction du bruit thermique s'explique par le phénomène de résonance stochastique que nous avons étudié dans le chapitre précédent.

V.2.2 Paradoxe de Parrondo

Dans ce paragraphe, nous voulons montrer que le moteur brownien à potentiel fluctuant que nous avons introduit dans le paragraphe précédent peut avoir une interprétation en théorie des jeux. Nous allons, pour ceci, introduire le paradoxe de Parrondo [102]. Supposons qu'on ait deux jeux de hasard, que l'on appellera A et B. Au départ, on possède un certain capital $C(t_0)$ et on peut miser à chaque fois 1. Le jeu A est un simple jeu de pile ou face mais avec une pièce (pièce 1) biaisée, qui donne une probabilité de

gagner $P_A = 0.5 - \varepsilon$. Le jeu B est toujours un jeu de pile ou face biaisé mais légèrement plus compliqué. Si le capital $C(t)$ accumulé jusqu'à ce moment n'est pas un multiple de 3, on tire une pièce (pièce 2) qui est gagnante avec probabilité $P_{B_2} = 0.75 - \varepsilon$. En revanche, si le capital $C(t)$ accumulé jusqu'à ce moment est un multiple de 3, on tire une pièce (pièce 3) qui est gagnante avec probabilité $P_{B_3} = 0.10 - \varepsilon$. Les propriétés des jeux A et B son résumées sur la figure V.4.

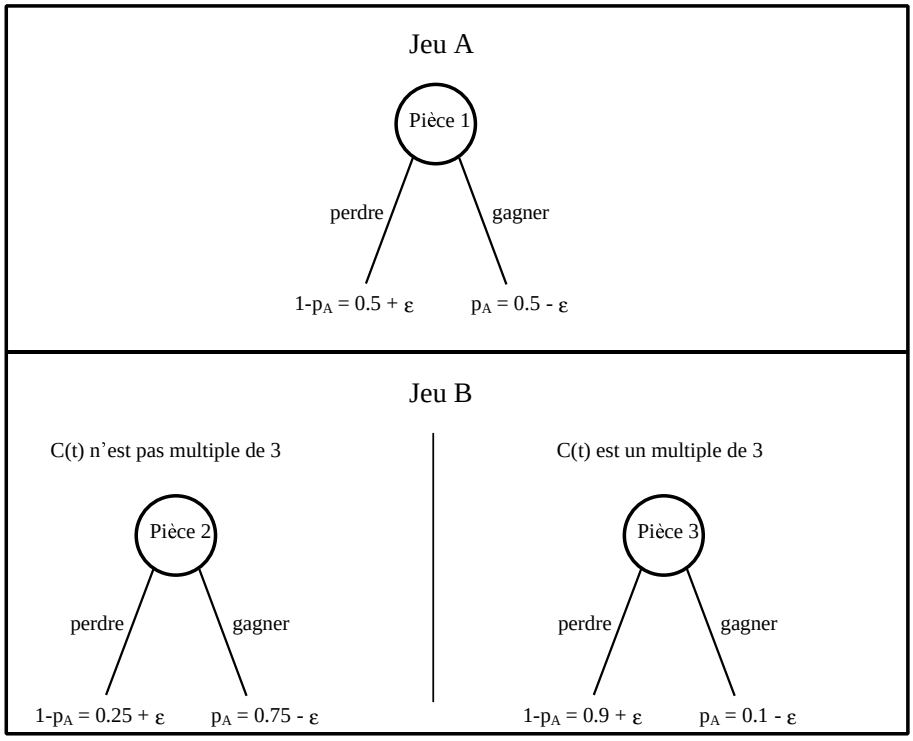


Figure V.4: *Jeu de Parrondo*

On peut montrer que chacun des deux jeux est perdant, dans le sens que, si on joue indéfiniment à ce jeu, à la fin notre capital de départ diminue. Ceci est évident pour le jeu A, qui a une probabilité de gagner $P_A = 0.5 - \varepsilon$, et légèrement plus technique à montrer pour le jeu B, pour lequel la probabilité de gagner à long terme vaut $P_B = 0.5 - 0.87\varepsilon$.

Le résultat paradoxal vient du fait que, si on alterne les deux jeux, soit de façon périodique, soit de façon complètement aléatoire, on obtient un jeu qui à long terme est gagnant !

La figure V.5 montre les résultats d'une simulation numérique, obtenus pour $\varepsilon = 0.005$. On voit bien que les deux jeux sont perdants à long terme alors qu'en les alternant, le jeu devient au total gagnant.

Nous voulons maintenant montrer l'équivalence entre le jeu de Parrondo et le moteur

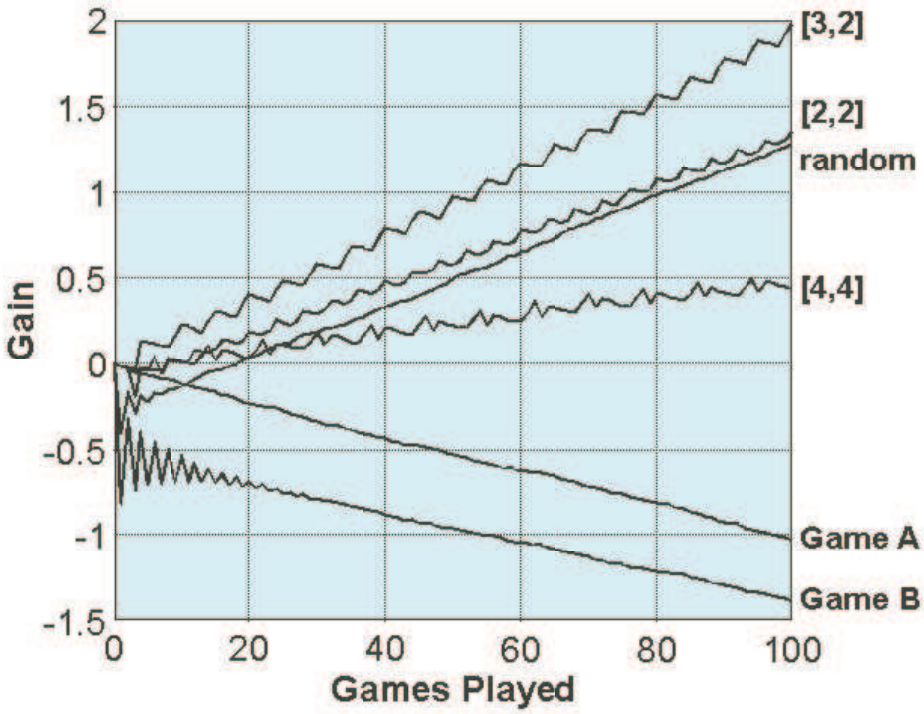


Figure V.5: *Simulation numérique (extraite de la référence [103]) pour montrer le paradoxe de Parrondo. La notation* $[a, b]$ *indique qu'on alterne les jeux en jouant a fois le jeu A, b fois le jeu B et ainsi de suite.*

brownien à potentiel fluctuant introduit au le paragraphe précédent [2] (cf. figure V.6). Le potentiel plat représente le jeu A. Le potentiel asymétrique en dents de scie représente le jeu B. Les deux pentes différentes du potentiel en dents de scie seront représentées par les pièces 2 et 3 du jeu B. Le petit paramètre ε qui rend perdants les jeux A et B se traduit par une légère pente vers les z négatives lorsqu'on regarde les deux potentiels à longue échelle. Si on laisse les particules évoluer sur chacun des deux potentiels (si on joue séparément à chacun des deux jeux), à long terme elles se déplacent vers les z négatives (le capital initial diminue). En revanche, si on alterne les deux potentiels (si on joue alternativement aux deux jeux), à long terme elles se déplacent vers les z positives (le capital augmente).

[2] une démonstration mathématique exacte est fournie dans la référence [104].

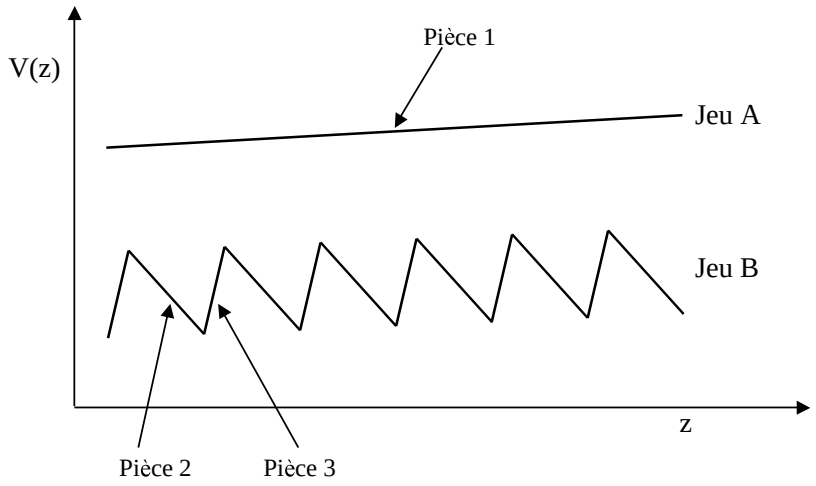


Figure V.6: *Equivalence entre le paradoxe de Parrondo et le moteur Brownien à potentiel fluctuant.*

V.2.3 Moteurs à forces fluctuantes

Dans ces modèles le potentiel ne dépend pas du temps : $V(z,t) = V(z)$. En revanche la force $F(t)$ présente des corrélations temporelles qui sont plus riches qu'un simple bruit Gaussien. On peut considérer le cas d'un bruit coloré, ou d'une force périodique de moyenne nulle. Nous étudions toujours le cas d'une force périodique de période T.

Pour briser la symétrie spatio-temporelle du système et permettre un mouvement dirigé, au moins une des deux symétries suivantes doit être brisée [105] :

$$V(z) = V(-z) \qquad \text{(Symétrie spatiale)} \qquad \text{(V.2)}$$

$$F(t+T/2) = -F(t) \qquad \text{(Symétrie temporelle)} \qquad \text{(V.3)}$$

En effet, si les deux symétries sont satisfaites, à chaque solution $x(t)$ de l'éq. V.1 correspond une solution $-x(t+T/2)$ et donc aucun courant de particules ne peut être obtenu. Dans ce paragraphe, nous étudions le cas où la symétrie spatiale V.2 est brisée [106]. Dans la section V.4 nous étudions le cas où seule la symétrie temporelle est brisée, donnant lieu à un mouvement dirigé dans un potentiel périodique symétrique. Sur la figure V.7, nous montrons un exemple dans lequel le potentiel statique $V(z)$ a une allure en dents de scie et la force $F(t)$ est de la forme

$$F(t) = F_0 \sin(\frac{2\pi t}{T}) + \xi(t) \qquad \text{(V.4)}$$

avec $\xi(t)$ bruit blanc Gaussien dû au contact avec un réservoir de température T ($\langle\xi(t)\rangle = 0$ et $\langle\xi(t)\xi(t')\rangle = 2\eta k_B T\delta(t-t')$).

On remarque tout de suite qu'un mouvement dirigé des particules va pouvoir s'effectuer dans un tel système. En effet, comme le montre clairement la figure, les particules rencontrent à tout instant t des barrières de potentiel dans la direction des z positives, alors que

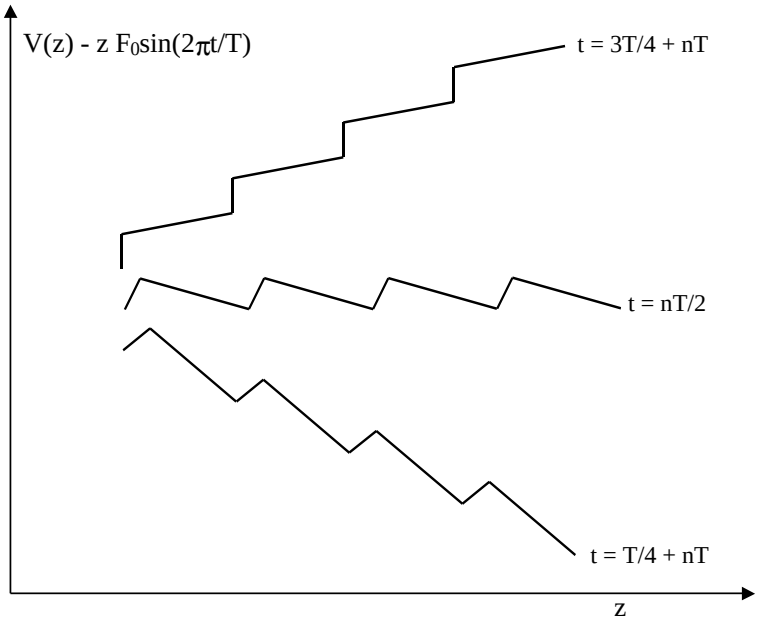


Figure V.7: *Moteur brownien à forces fluctuantes. Les particules voient toujours des barrières de potentiel vers les z positives, alors qu'à certains instants, elles ne voient plus de barrière vers les z négatives.*

pour $t = 3T/4 + nT$ (avec n entier), les particules sont poussées vers les z négatives sans rencontrer aucune barrière. Il est intéressant d'étudier le rôle du bruit thermique dans ce moteur brownien. En effet, tel que nous l'avons décrit, le moteur va pouvoir fonctionner même en l'absence de la force aléatoire $\xi(t)$. Si F_1 et F_2 sont les pentes du potentiel statique en dents de scie (avec F_1 pente de la partie raide du potentiel, donc $|F_1| > |F_2|$), ce moteur a deux niveaux de seuil pour l'amplitude F_0 de la force sinusoïdale, $|F_1|$ et $|F_2|$. Pour $F_0 < |F_2|$, les particules rencontrent toujours des barrières de potentiel dans les deux directions. Il s'ensuit qu'en l'absence de bruit thermique les particules ne se déplacent pas et le moteur brownien est inefficace. Pour $|F_1| > F_0 > |F_2|$, ce qui est le cas représenté en figure V.7, les particules voient toujours une barrière vers les z positives, alors qu'à certains instants elles peuvent se déplacer vers les z négatives sans rencontrer d'obstacle. Le moteur dans cette situation est très efficace. Enfin pour $F_0 > |F_1|$, selon les instants, les particules peuvent se propager dans l'une ou l'autre directions sans rencontrer de barrière. Le moteur devient alors de moins en moins efficace lorsqu'on augmente F_0. La figure V.8 (extraite de la référence [106], dans laquelle on étudie le régime sur-amorti) montre une simulation numérique pour le flux de particules en fonction de F_0. En trait plein est reportée une simulation pour un niveau de bruit très faible (température T basse). Les deux seuils pour F_0 sont clairement visibles. Sur la figure on observe aussi un autre résultat remarquable, à savoir que pour un niveau de bruit plus élevé (trait pointillé), le seuil pour lequel le moteur brownien devient efficace est abaissé. De nouveau, ce système physique exploite les bienfaits du bruit !

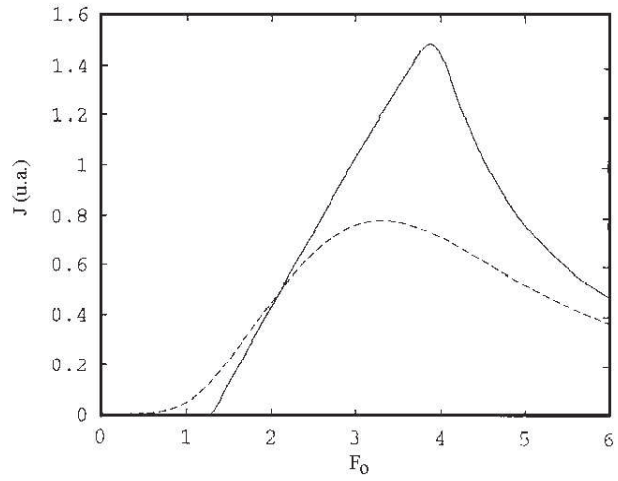


Figure V.8: *Simulation numérique (extraite de [106]), pour calculer le flux J de particules en fonction de l'amplitude F_0 de la force sinusoïdale dans un moteur brownien à forces fluctuantes. Le trait plein correspond à un niveau de bruit très faible, le trait pointillé à un niveau plus élevé. Les deux seuils pour F_0 sont clairement visibles à faible bruit. La figure montre aussi que le seuil qui rend le moteur efficace est abaissé pour un niveau de bruit plus élevé.*

V.2.4 Moteurs à particule fluctuant entre plusieurs états

Dans ces modèles, la particule brownienne dont on considère le mouvement est susceptible de se trouver dans plusieurs états, auxquels correspondent différents potentiels, forces de friction et forces fluctuantes. La dynamique des particules est décrite par plusieurs équations différentielles, une pour chaque état :

$$m\ddot{z} + \frac{\partial}{\partial z}V_i(z) = -\eta_i \dot{z} + F_i(t). \tag{V.5}$$

La force $F_i(t)$ considérée dans ces modèles est toujours un bruit blanc gaussien dû au contact avec un réservoir à la température T. L'évolution dans chacun des états est interrompue par des passages à d'autres états, avec un taux de passage lent par rapport au temps de thermalisation dans chaque état. Le cas le plus simple de ces modèles correspond au cas où seuls deux états sont accessibles par la particule. Remarquons que la symétrie temporelle de la force $F_i(t)$ n'étant pas brisée dans l'équation V.5, la symétrie spatiale d'au moins un des potentiels $V_i(z)$ doit être brisée pour qu'un mouvement dirigé se produise, en accord avec le principe de Curie. Dans les références [101, 107], il est aussi démontré qu'une deuxième condition doit être satisfaite pour que le mouvement ait lieu,

à savoir que le bilan détaillé des taux de passage ω_1 et ω_2 entre les deux états ne doit pas être satisfait :

$$\omega_1(z) = \omega_2(z) \exp\left[\frac{V_1(z) - V_2(z)}{k_B T}\right] \tag{V.6}$$

Or, la condition V.6 est automatiquement satisfaite si de l'énergie n'est pas fournie au système de l'extérieur et que les taux de passage $\omega_i(z)$ $(i = 1, 2)$ sont donnés simplement par le contact avec un réservoir à une certaine température. A nouveau, ce résultat est tout à fait en accord avec le deuxième principe de la thermodynamique.

La figure V.9 montre le principe de fonctionnement d'un moteur de ce type lorsque les potentiels $V_1(z)$ et $V_2(z)$ sont identiques (en dents de scie) mais avec un certain décalage spatial. Les taux $\omega_i(z)$ ne satisfont pas la condition V.6 et sont dans cet exemple maximum au fond des puits de potentiel. On voit bien que si on part avec des particules au fond d'un puits, à cause des passages d'un potentiel à l'autre (qui se font de préférence lorsqu'une particule se trouve au fond d'un puits) et des phases d'évolution sur chacun des potentiels, les particules se déplacent vers les z négatives.

V.3 Transport d'atomes dans un réseau optique asymétrique

Dans cette section, nous présentons une expérience réalisée il y a quelques années dans notre équipe [108], dans laquelle des atomes sont refroidis et piégés dans un potentiel périodique asymétrique. En particulier, dans cette expérience, un moteur brownien à particule fluctuante entre plusieurs états a été réalisé. Avant de décrire la configuration utilisée dans l'expérience, nous rappelons brièvement la notion d'état non couplé à la lumière et d'état noir [110].

V.3.1 Etat non couplé et état noir

Pour se placer dans la situation la plus simple à étudier d'un point de vue théorique, l'expérience a été menée sur la transition $5S_{1/2}(F_g = 1) \rightarrow 5P_{3/2}(F_e = 1)$ du ^{87}Rb. Pour une telle configuration, en présence d'une lumière qui n'a que des composantes σ^+ et σ^-,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} E_0[(\varepsilon_+(\mathbf{r})\mathbf{e}_+ + \varepsilon_-(\mathbf{r})\mathbf{e}_-)e^{-i\omega_L t} + c.c.], \tag{V.7}$$

on obtient, à la limite des faibles saturations (pour laquelle on peut éliminer l'état atomique excité), un système à deux niveaux $\{|F_g = 1, m = -1\rangle, |F_g = 1, m = +1\rangle\}$. En effet, le coefficient de Clebsh-Gordan couplant $|F_g = 1, m = 0\rangle$ et $|F_e = 1, m = 0\rangle$ est nul. Après

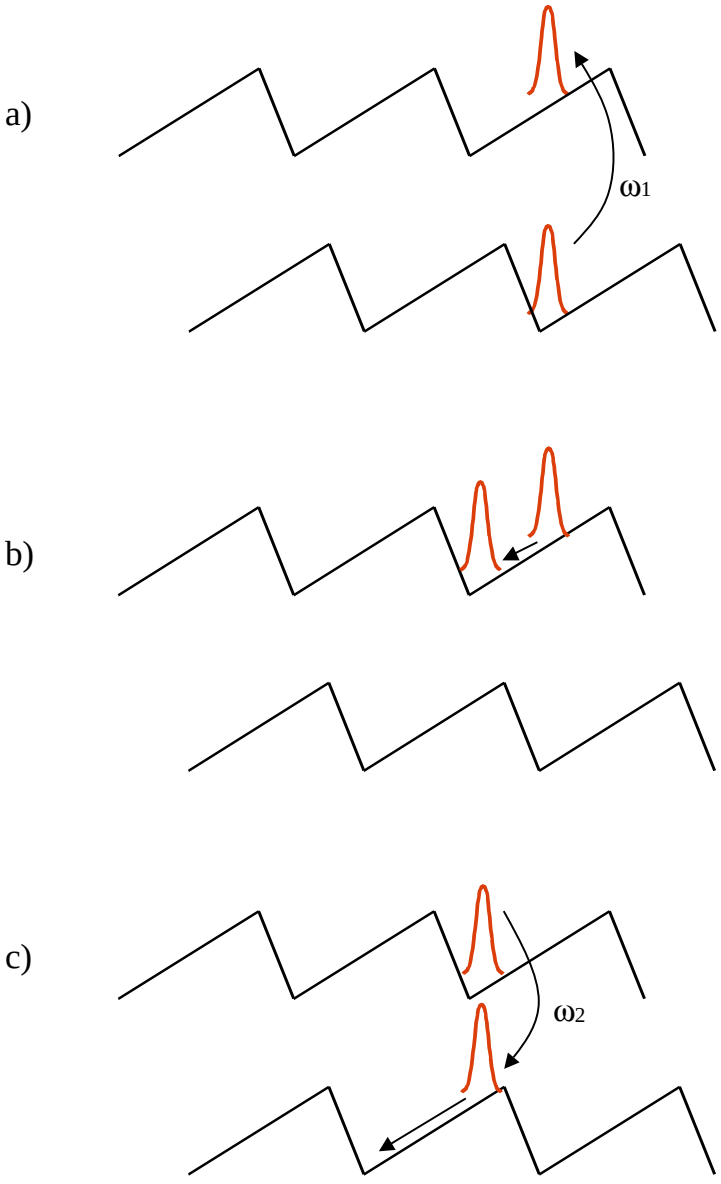


Figure V.9: *Principe de fonctionnement d'un moteur Brownien à deux états. Les potentiels sont identiques mais déphasés. Les taux de passage ω_i d'un potentiel à l'autre sont maximum au fond des puits. Une particule qui démarre au fond d'un puits est transférée sur l'autre potentiel avec une probabilité très élevée (a). Une phase d'évolution dans ce deuxième potentiel la reporte au fond d'un puits (b) avant qu'elle soit pompée dans le potentiel de départ (c). Au cours d'un cycle, la particule se déplace en moyenne vers les z négatives.*

quelques cycles de fluorescence, aucun atome ne se trouve dans l'état $|F_g = 1, m = 0\rangle$. Si on considère l'état non couplé

$$|\Phi^{NC}(\mathbf{r})\rangle = \mathcal{N}(\mathbf{r})[\varepsilon_+(\mathbf{r})|m_g = +1\rangle + \varepsilon_-(\mathbf{r})|m_g = -1\rangle], \tag{V.8}$$

où $\mathcal{N}(\mathbf{r})$ est un facteur de normalisation, il est facile de vérifier que l'action du Hamiltonien d'interaction atome-champ $-\mathbf{d}\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ sur cet état est nulle. Ceci provient d'une interférence quantique destructive entre les amplitudes des différentes transitions. En revanche, l'état $|\Phi^C(\mathbf{r})\rangle = \mathcal{N}(\mathbf{r})[\varepsilon_-(\mathbf{r})|m_g=+1\rangle - \varepsilon_+(\mathbf{r})|m_g=-1\rangle]$, orthogonal à $|\Phi^{NC}(\mathbf{r})\rangle$, sera fortement couplé à la lumière. Or, l'Hamiltonien total de l'atome contient aussi le terme d'énergie cinétique $P^2/2M$. Il s'ensuit qu'en général, les états $|\Phi^C(\mathbf{r})\rangle$ et $|\Phi^{NC}(\mathbf{r})\rangle$ sont couplés, sauf pour certaines valeurs de l'impulsion où l'état non couplé devient un état propre de l'Hamiltonien total, que l'on appelle état noir car il est complètement découplé de la lumière.

V.3.2 Configuration utilisée

Nous introduisons maintenant la configuration de faisceaux utilisée. Deux ondes de même amplitude E_0 et de même pulsation ω_L se propagent en sens opposé le long de l'axe Oz. Elles ont des polarisations linéaires, faisant un angle $+\theta/2$ et $-\theta/2$ avec l'axe Oy (cf. figure V.10). Cette configuration est appelée $Lin\theta Lin$. Un champ magnétique statique $\mathbf{B_0}$ est ajouté dans la direction z.

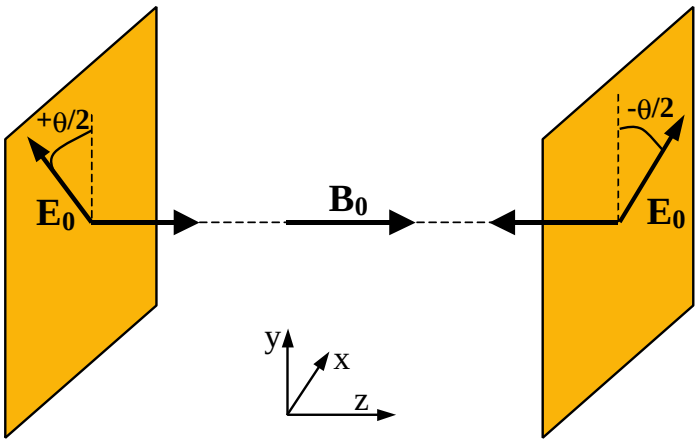


Figure V.10: *Configuration expérimentale utilisée : deux faisceaux contrapropageants (selon z), de même intensité et de polarisations linéaires formant entre elles un angle θ ; on ajoute un champ magnétique statique, lui aussi parallèle à z.*

Régime de champ magnétique nul : refroidissement Sisyphe bleu

Dans un premier temps considérons le cas d'un champ magnétique nul. Les états couplé et non couplé s'écrivent :

$$|\Phi^{NC}(z)\rangle = \frac{1}{\sqrt{D(z)}}\left[\cos(kz+\frac{\theta}{2})|m_g=+1\rangle + \cos(kz-\frac{\theta}{2})|m_g=-1\rangle\right], \qquad \text{(V.9)}$$

$$|\Phi^C(z)\rangle = \frac{1}{\sqrt{D(z)}}\left[\cos(kz-\frac{\theta}{2})|m_g=+1\rangle - \cos(kz+\frac{\theta}{2})|m_g=-1\rangle\right], \qquad \text{(V.10)}$$

où $D(z) = 1+\cos 2kz\cos\theta$ représente la variation spatiale de l'intensité totale de la lumière. Regardons maintenant les déplacements lumineux (et donc les potentiels optiques $V_C(z)$ et $V_{NC}(z)$) et les durées de vie radiative des deux états. L'état non couplé n'est pas déplacé en énergie ($V_{NC}(z)=0$) et a une largeur radiative nulle. Pour l'état couplé on obtient [111] un déplacement lumineux $V_C(z) = \hbar D(z)\Delta'_0$ et une largeur radiative $\Gamma'_C = D(z)\Gamma'_0$, où Δ'_0 et Γ'_0 sont donnés par les expressions I.8 et I.11. Montrons qu'une telle configuration conduit à un refroidissement de type Sisyphe lorsque le désaccord Δ des faisceaux laser par rapport à la résonance atomique est positif. L'état $|\Phi^{NC}(z)\rangle$ est couplé à l'état $|\Phi^C(z)\rangle$ par un couplage non adiabatique. En particulier, il est possible de montrer que pour un atome de vitesse v ce couplage est proportionnel à $\frac{v\sin\theta}{D(z)}$ [3]. Dans ce cas, un atome évoluant dans l'état non couplé avec une certaine énergie cinétique, subit des transitions vers l'état couplé aux endroits où $D(z)$ est minimum, donc aux minima du potentiel $V_C(z)$. L'atome revient à l'état non couplé par pompage optique, qui est plus fréquent aux endroits où $D(z)$ est maximum, donc aux maxima de $V_C(z)$. Le processus de refroidissement est schématisé sur la figure V.11. L'atome, qui se trouve au départ dans l'état non couplé, passe à l'état couplé par couplage non adiabatique près d'un point d'anti-croisement des potentiels et se retrouve au fond d'un puits. Il gravit la colline de potentiel, perd de l'énergie cinétique et repasse à l'état non-couplé par pompage optique, où il se retrouve avec une énergie cinétique plus faible. Comme dans le processus Sisyphe dans les réseaux brillants, l'excès d'énergie est emporté par le photon spontané lors du cycle de pompage optique.

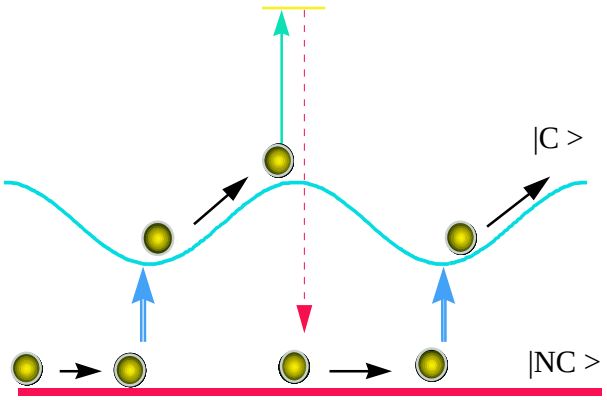


Figure V.11: *Mécanisme de refroidissement Sisyphe dans la configuration LinθLin.*

[3] De façon générale, le couplage non adiabatique est maximum au point d'anti-croisement des énergies et proportionnel à la vitesse de l'atome.

Régime de faible champ magnétique : réseau asymétrique

Supposons maintenant qu'on ajoute un champ magnétique $\mathbf{B_0}$ faible. Si on considère l'Hamiltonien Zeeman à l'ordre 1 de la théorie des perturbations, les potentiels optiques sont modifiés et l'on trouve

$$V_{NC}(z) = -\hbar\Omega_0 \frac{\sin 2kz \sin\theta}{1+\cos 2kz\cos\theta}, \tag{V.11}$$

$$V_C(z) = \hbar\Delta_0'(1+\cos 2kz\cos\theta) + \hbar\Omega_0 \frac{\sin 2kz\sin\theta}{1+\cos 2kz\cos\theta}, \tag{V.12}$$

où $\Omega_0 = g\mu_B B_0$, g représentant le facteur de Landé de l'état fondamental et μ_B le magnéton de Bohr. La figure V.12 montre les potentiels optiques obtenus dans des conditions expérimentales typiques.

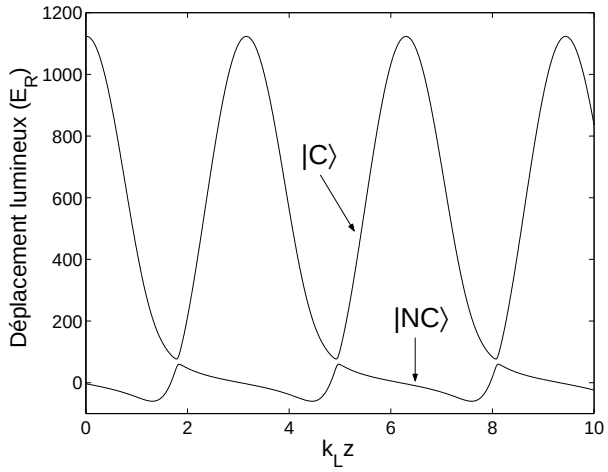


Figure V.12: *Potentiels des états couplé et non couplé pour* $\hbar\Delta_0' = 750E_R$, $\theta = 30^o$ *et* $\frac{\Omega_0}{\Delta_0'} = 0.025$.

On voit que le champ magnétique engendre une modulation spatiale pour le potentiel de l'état non couplé. Il est asymétrique pour $\theta \neq 0, \mp\pi/2$, et indépendant de Δ_0', donc des paramètres des faisceaux laser. Le potentiel de l'état couplé est asymétrique également, mais cette asymétrie est moins évidente car la partie asymétrique de $V_C(z)$ (qui vient de l'Hamiltonien Zeeman) est très faible par rapport à la contribution symétrique (qui vient de l'Hamiltonien dipolaire électrique) .

Nous voulons maintenant montrer que la dynamique d'un atome dans la structure que l'on vient de décrire correspond à celle d'un moteur brownien à particule fluctuante entre deux états. En effet, comme nous l'avons dit, les atomes peuvent passer d'un état à l'autre par pompage optique et couplage non adiabatique. Les taux de passage ne respectent pas en général la condition de bilan détaillé V.6. De plus, un des deux potentiels présente

une asymétrie spatiale, qui peut être contrôlée en changeant l'angle θ. On peut des lors prédire que la vitesse moyenne d'un nuage atomique qui évolue dans une telle structure est non nulle, bien que les potentiels soient plats à longue échelle.

V.3.3 Réalisation expérimentale et résultats expérimentaux

Dans l'expérience, les atomes de ^{87}Rb sont piégés et refroidis dans un piège magnéto-optique (PMO). Après cette phase de piégeage, le champ magnétique et les faisceaux laser du PMO sont soudainement éteints, et les faisceaux laser du réseau asymétrique allumés, ainsi que le champ magnétique statique $\mathbf{B_0}$. Comme nous l'avons déjà dit, les faisceaux du réseau asymétrique sont quasi-résonnants avec la transition $5S_{1/2}(F_g = 1) \rightarrow 5P_{3/2}(F_e = 1)$. Cette transition n'étant pas fermée, il est nécessaire d'ajouter un faisceau repompeur, résonnant avec la transition $5S_{1/2}(F_g = 2) \rightarrow 5P_{3/2}(F_e = 2)$. La mesure de la vitesse du centre de masse du nuage atomique est faite à l'aide d'une caméra CCD, en prenant des images à différents instants après le chargement des atomes dans le réseau. Pour obtenir des images avec un bon contraste, chaque image est la moyenne de 100 clichés, les atomes diffusant peu de photons lorsqu'ils sont dans l'état non couplé. La figure V.13 montre les résultats expérimentaux obtenus pour le déplacement du centre de masse en fonction du temps pour un champ magnétique le long de $+z$ et $-z$. On voit bien que le changement de

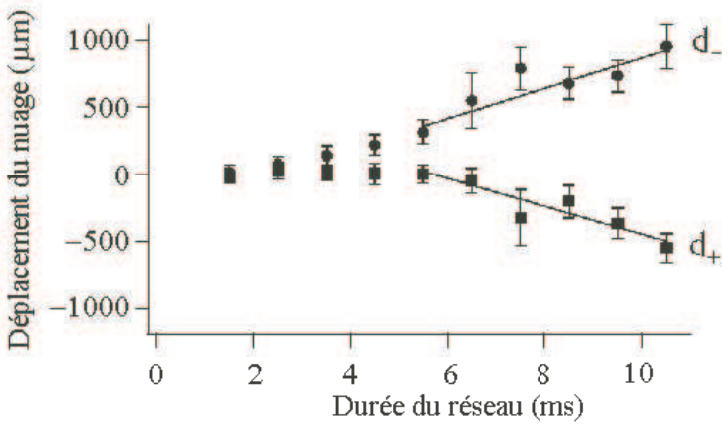


Figure V.13: *Déplacement du nuage en fonction du temps pour un champ selon $+z$ (carrés) et $-z$(cercles), l'axe Oz étant orienté dans le sens de la gravité. Les paramètres expérimentaux sont : $\Delta = 2\Gamma$, $\Omega_0 = 140\omega_R$ (ω_R étant la pulsation de recul) et $s_0 \simeq 0.3$.*

signe pour le champ magnétique correspond à un changement de signe pour la direction du déplacement du centre de masse. Ceci est en accord avec le fait que l'asymétrie du potentiel optique est inversée lorsque le champ $\mathbf{B_0} = B_0\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z}$ change de signe. Remarquons néanmoins que la vitesse du centre de masse que l'on mesure lorsque $B_0 > 0$ n'est pas exactement l'opposée de celle que l'on mesure pour $B_0 < 0$. Ceci est dû au fait qu'en plus des forces dues au réseau asymétrique disposé verticalement, les atomes ressentent

la force de gravité.

Sur la figure V.14 sont reportés les résultats expérimentaux pour le déplacement du centre de masse en fonction de l'angle θ entre les polarisations des faisceaux. Pour s'affranchir du problème dû à la gravité, nous avons tracé le déplacement $\overline{d} = (d_- - d_+)/2$. Les résultats expérimentaux montrent que l'angle θ est bien le paramètre de contrôle de la symétrie du potentiel, et donc du moteur brownien. En effet, le déplacement $\overline{d}$ devient nul pour $\theta = 0, \mp\pi/2$, valeurs qui rendent les potentiels $V_C(z)$ et $V_{NC}(z)$ symétriques. De plus $\overline{d}$ est une fonction impaire de θ, en accord avec le changement de symétrie des potentiels lors d'une transformation $\theta \to -\theta$.

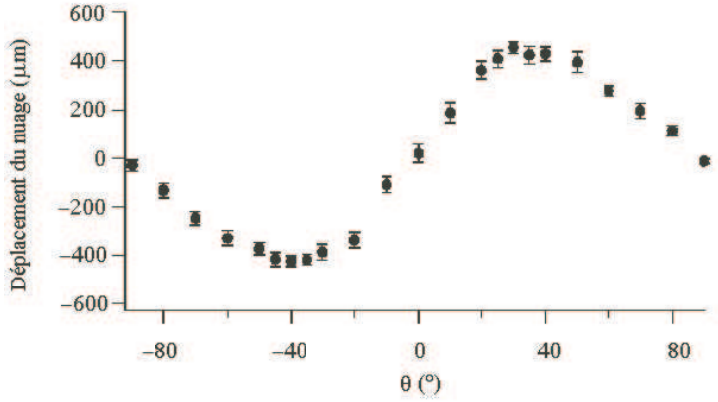


Figure V.14: *Déplacement du nuage* $\overline{d} = (d_- - d_+)/2$ *en fonction de l'angle* θ *entre les polarisations des faisceaux après 6 ms dans le réseau. Les paramètres expérimentaux sont :* $\Delta = 2\Gamma$, $\Omega_0 = 170\omega_R$ *et* $s_0 \simeq 0.2$.

V.4 Diffusion dirigée d'atomes dans un réseau optique symétrique

Dans cette section, nous décrivons une expérience de moteur brownien à forces fluctuantes dans un potentiel périodique symétrique. De nouveau nous avons utilisé un réseau optique comme un système modèle pour réaliser une expérience inspirée de la physique statistique.

V.4.1 Brisure de la symétrie temporelle

Comme nous l'avons déjà dit, pour qu'un mouvement dirigé soit obtenu dans un potentiel périodique ($V(z+\lambda) = V(z)$) en présence d'une force périodique ($F(t+T) = F(t)$), il est nécessaire de briser au moins une des deux symétries spatiale ou temporelle :

$$V(z) \;=\; V(-z) \qquad \text{(Symétrie spatiale)} \qquad \text{(V.13)}$$

$$F(t+T/2) \;=\; -F(t) \qquad \text{(Symétrie temporelle)} \qquad \text{(V.14)}$$

Nous n'avons présenté jusqu'à présent que des modèles dans lesquels la symétrie spatiale est brisée, nous décrivons maintenant une expérience dans laquelle seule la symétrie temporelle est brisée. Pour obtenir une telle brisure, nous pouvons appliquer une force périodique $F(t)$ qui contient à la fois des harmoniques paires et impaires. Nous avons décidé d'utiliser une force $F(t)$ qui est la somme de deux composantes sinusoïdales aux fréquences ω et 2ω, avec un déphasage ϕ. Nous démontrons expérimentalement un phénomène de diffusion dirigée pour une telle configuration, où la phase ϕ joue le rôle de paramètre de contrôle de l'amplitude et du signe du courant d'atomes dans la structure périodique.

V.4.2 Une expérience avec les atomes froids

Le potentiel symétrique correspond à un réseau *Lin* $\perp$ *Lin* 1D (cf I.1.3), dans lequel la structure périodique est déterminée par l'interférence de deux faisceaux laser L_1 et L_2, avec polarisations croisées (voir figure V.15). Nous avons déjà décrit en détail cette configuration de faisceaux laser, rappelons les résultats essentiels : la figure d'interférence induit une modulation périodique de la polarisation lumineuse. Ceci induit la formation de potentiels optiques pour les différents sous-niveaux Zeeman de l'atome. Le processus de pompage optique entre les sous-niveaux engendre à la fois le mécanisme de refroidissement Sisyphe et une dynamique atomique diffusive (avec une diffusion normale pour une large plage de paramètres des faisceaux laser du réseau optique [30]), qui transfère les atomes à des instants aléatoires d'un puits à l'autre.

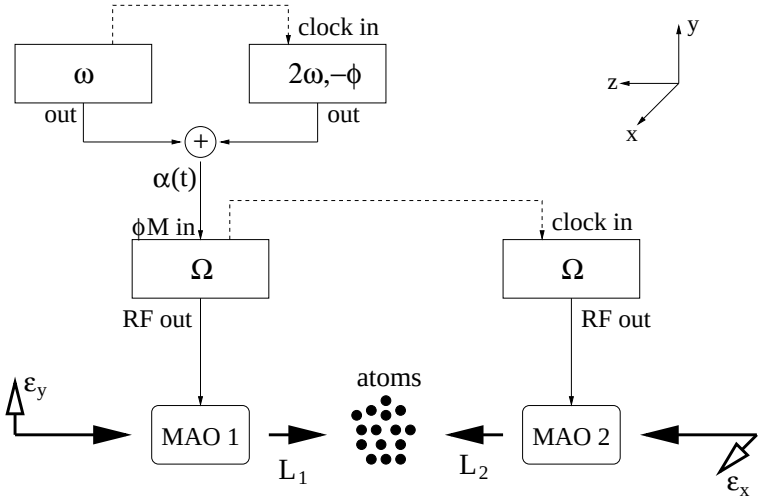


Figure V.15: *Schéma du montage expérimental. La phase du faisceau laser* L_1 *vaut* $-kz-\omega_L t+\alpha(t)$*, celle du faisceau* L_2 $kz-\omega_L t$*. La pulsation* ω_L *contient le décalage* Ω *dû au modulateur acousto-optique.*

Pour engendrer une force $F(t)$ homogène et dépendant du temps, nous avons appliqué

une modulation de phase $\alpha(t)$ à un des faisceaux qui forment le réseau optique. Le champ électrique total s'écrit alors

$$\mathbf{E} = E_0 \mathrm{Re}\{\varepsilon_{\mathbf{x}} \exp[i(kz - \omega_L t)] + \varepsilon_{\mathbf{y}} \exp[i(-kz - \omega_L t + \alpha(t))]\}, \tag{V.15}$$

où E_0 est l'amplitude, k le nombre d'onde et ω_L la pulsation des champs électriques des deux faisceaux du réseau. Dans le référentiel du laboratoire, cette configuration de faisceaux induit un potentiel optique en mouvement $U[2kz - \alpha(t)]$. Plus précisément, si l'on considère le cas d'une transition atomique $\mathrm{J}_g{=}1/2 \rightarrow \mathrm{J}_e{=}3/2$ [4], le bi-potentiel optique pour les états $|m_g = \pm 1/2\rangle$ s'écrit $U_{\pm}[2kz - \alpha(t)]$, avec $U_{\pm}[\xi] = U_0[-2 \pm \cos\xi]$, où U_0 est la profondeur des puits de potentiel.

Considérons maintenant la dynamique atomique dans le référentiel en mouvement défini par la transformation de coordonnées $z' = z - \alpha(t)/2k$. Dans ce référentiel accéléré, le potentiel optique est statique. En revanche, une particule de masse M ressent une force d'inertie $F(t)$ selon z, proportionnelle à l'accélération $a(t)$ du référentiel en mouvement [28] :

$$F(t) = -Ma(t) = -\frac{M}{2k}\ddot{\alpha}(t). \tag{V.16}$$

En choisissant la modulation de phase $\alpha(t)$ de la forme

$$\alpha(t) = \alpha_0 \left[A\cos(\omega t) + \frac{B}{4}\cos(2\omega t - \phi)\right] \tag{V.17}$$

avec ϕ constant, on obtient une force d'inertie

$$F(t) = \frac{M\omega^2\alpha_0}{2k}\left[A\cos(\omega t) + B\cos(2\omega t - \phi)\right]. \tag{V.18}$$

Il s'agit donc d'une force homogène, qui est la somme de deux forces oscillantes de pulsations ω et 2ω, déphasées de ϕ [5]. Il s'ensuit que la force $F(t)$ brise la symétrie temporelle V.14, et donc que notre système physique est adapté pour observer une diffusion dirigée d'atomes. Nous présentons dans cette thèse des résultats expérimentaux correspondant à un forçage non adiabatique, car la pulsation ω de la force oscillante est proche de la pulsation Ω_v des oscillations dans les puits de potentiel.

Dans notre expérience, les atomes de ^{85}Rb sont piégés et refroidis dans un PMO. A un instant donné, le gradient de champ magnétique et les faisceaux du PMO le long de l'axe z sont soudainement éteints. Simultanément, les faisceaux qui forment le réseau optique selon z sont allumés. Les faisceaux du PMO dans les directions x et y sont gardés allumés au cours de l'expérience pour obtenir une force de friction pour les atomes dans

[4] Nous rappelons que cette transition est la plus simple qui engendre un processus de refroidissement Sisyphe. Nous restreindrons notre analyse théorique à cette transition, bien que l'expérience ait été menée sur la transition $5S_{1/2}(F_g = 3) \rightarrow 5P_{3/2}(F_e = 4)$ du ^{85}Rb.

[5] Cette idée d'accélérer les potentiels optiques a déjà été utilisée dans les références [4] et [5] pour observer des oscillations de Bloch d'atomes dans un réseau optique.

ces directions et garder un nombre d'atomes plus important dans le réseau. Pour obtenir la modulation de phase $\alpha(t)$ appropriée pour les faisceaux du réseau, nous avons utilisé deux modulateurs acousto-optiques (MAO), un pour chaque faisceau (cf. figure V.15). Les MAO sont pilotés par deux synthétiseurs RF à la fréquence $\Omega/2\pi = 76$ MHz. Les synthétiseurs utilisent la même horloge de référence. Un des deux synthétiseurs est modulé en phase par un signal obtenu en mélangeant deux signaux sinusoïdaux de pulsations ω et 2ω ($\omega/2\pi \simeq 100$ kHz) et déphasés de ϕ. Les deux signaux de pulsations ω et 2ω utilisent la même horloge.

V.4.3 Résultats expérimentaux

Nous avons étudié la dynamique atomique dans le réseau optique par imagerie. Pour un déphasage ϕ donné, nous avons pris des images du nuage atomique évoluant dans le réseau à différents instants après le chargement des atomes dans le réseau. Nous avons déterminé la position du centre de masse au cours du temps. Remarquons que, pour les temps typiques de notre expérience, la position du centre de masse mesurée dans le référentiel du laboratoire coïncide avec celle du référentiel accéléré. En effet, le référentiel accéléré oscille avec une amplitude d'environ 1 μm, alors que les déplacements du centre de masse que l'on mesure valent typiquement 100 μm. De plus, avec une fréquence typique $\omega/2\pi \simeq 100$ kHz, la position dans le référentiel du laboratoire et celle dans le référentiel accéléré sont équivalentes si l'on tient compte du temps d'exposition de la caméra qui vaut 1 ms. Il s'ensuit qu'aucun changement de coordonnées n'est nécessaire pour passer du référentiel du laboratoire au référentiel accéléré pour lequel la description en termes d'un potentiel statique et d'une force homogène appliquée est valide.

Nous avons effectué plusieurs mesures de vitesse du centre de masse pour différentes valeurs de la phase ϕ. Nous avons observé que le centre de masse du nuage atomique se déplace à vitesse constante, comme le montre l'insert de la figure V.16. Nous avons alors déterminé la vitesse du centre de masse en fonction de la phase ϕ. Les résultats de la figure V.16 montrent clairement un phénomène de diffusion dirigée dans un potentiel périodique : les atomes peuvent être envoyés dans une direction spécifique avec la seule brisure de symétrie temporelle.

La dépendance de la vitesse du centre de masse avec la phase ϕ, que l'on observe sur la figure V.16, peut être expliquée en examinant les symétries temporelles du système [112, 113]. En effet, bien que la symétrie $F(t + T/2) = -F(t)$ soit brisée pour toutes les valeurs de ϕ, une deuxième symétrie $F(t) = F(-t)$ est susceptible d'inhiber le courant de particules. Cette deuxième symétrie est réalisée pour $\phi = n\pi$ (avec n entier), et est brisée de façon maximale pour $\phi = (n + 1/2)\pi$. Ceci explique la dépendance observée pour la vitesse du centre de masse avec la phase ϕ et montre que dans notre système le paramètre ϕ joue le rôle de paramètre de contrôle pour le signe et l'amplitude du courant d'atomes.

Pour montrer expérimentalement que la diffusion dirigée est déterminée par la brisure de la symétrie $F(t + T/2) = -F(t)$, nous avons fixé la phase ϕ à $\pi/2$ de manière que la

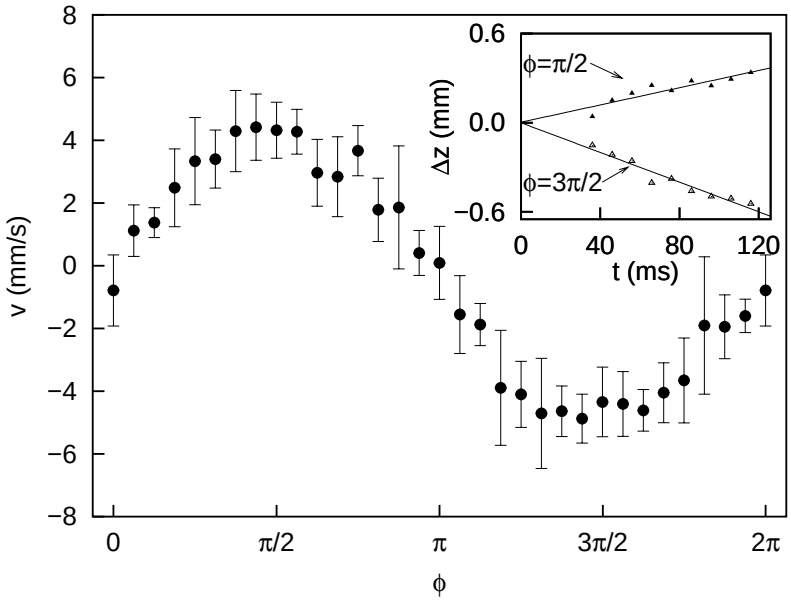


Figure V.16: *Résultats expérimentaux pour la vitesse du centre de masse en fonction de la phase ϕ. Insert : Déplacement selon z en fonction du temps, pour deux valeurs de la phase ϕ qui correspondent à la vitesse maximum. Les paramètres du réseau sont : désaccord $\Delta/2\pi$ = -36 MHz, intensité par faisceau $I_L = 7mW/cm^2$. Avec ces paramètres, la fréquence d'oscillation des atomes au fond des puits vaut $\Omega_v/2\pi = 105kHz$. Les paramètres pour la modulation de phase $\alpha(t)$ (cf. éq. V.17) sont : $\omega = 113kHz$, A = 3/4, B=1, $\alpha_0 = 10rad$.*

symétrie $F(t) = F(-t)$ soit brisée de façon maximale, et nous avons étudié la vitesse du centre de masse en fonction des amplitudes des harmoniques aux fréquences ω et 2ω de la force $F(t)$. Pour ceci, nous avons choisi une modulation de phase de la forme de l'éq. V.17, avec $A = 1 - B$. On obtient alors une force

$$F(t) = \frac{M\omega^2\alpha_0}{2k}\left[(1-B)\cos(\omega t) + B\cos(2\omega t - \pi/2)\right]. \tag{V.19}$$

En changeant le paramètre B, on peut donc faire varier le rapport des amplitudes des composantes de la force $F(t)$ aux fréquences ω et 2ω, en gardant constante leur somme. Les résultats expérimentaux sont reportés sur la figure V.17. On observe que pour $B = 0$ et $B = 1$, donc pour une force F(t) monochromatique, la vitesse du centre de masse est nulle et que la diffusion dirigée n'a pas lieu. En revanche, en augmentant B à partir de zéro, on observe un courant d'atomes dans une direction spécifique. Ce courant est maximum pour $B \simeq 0.5$, pour lequel les harmoniques aux fréquences ω et 2ω ont la même amplitude. Ces résultats montrent donc que la diffusion dirigée est bien due à la brisure de la symétrie $F(t + T/2) = -F(t)$.

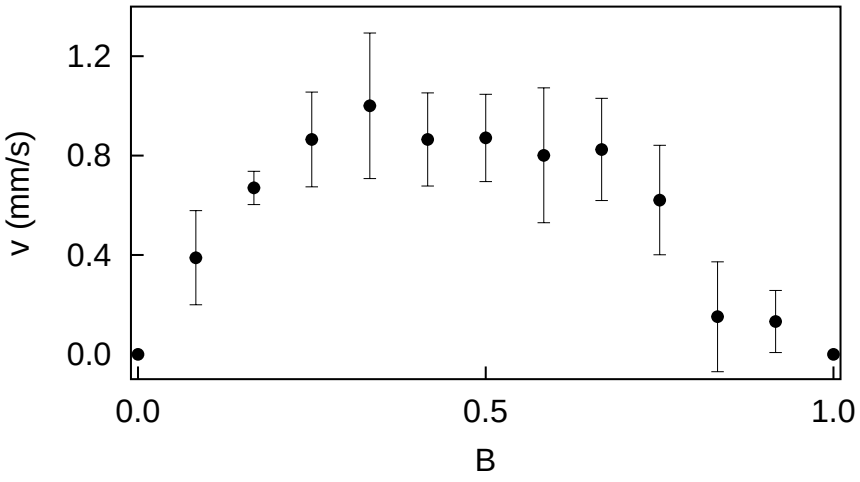


Figure V.17: *Résultats expérimentaux pour la vitesse du centre de masse en fonction de l'amplitude B de la composante de la force à la fréquence 2ω. La vitesse v est obtenue par la relation $v = (v_+ - v_-)/2$, où v_+ (v_-) est la vitesse mesurée pour $\phi = \pi/2$ ($\phi = 3\pi/2$). Les paramètres du réseau sont les mêmes que sur la figure V.16. Les paramètres pour la modulation de phase $\alpha(t)$ (cf. éq. V.17) sont : $\omega = 100kHz$, $A = 1 - B$, $\alpha_0 = 12rad$.*

V.4.4 Mécanismes élémentaires de rectification

Pour conclure cette section sur l'observation d'une diffusion dirigée dans un réseau symétrique, nous étudions dans ce paragraphe les mécanismes microscopiques produisant le courant atomique. Nous en présentons deux, l'un se basant sur l'anharmonicité du potentiel optique, l'autre sur la variation dans l'espace du taux de pompage optique.

Mécanisme dû à l'anharmonicité du potentiel

Le potentiel optique vu par les atomes étant sinusoïdal, le premier terme anharmonique au fond des puits de potentiel sera en z^4. Considérons l'équation du mouvement d'une particule en présence de la force $F(t) = A\cos(\omega t) + B\cos(2\omega t - \phi)$ et d'une force de friction, en traitant le terme en z^4 du potentiel au premier ordre de la théorie des perturbations. Ecrivons la solution $z(t) = z_0(t) + \varepsilon z_1(t)$ en l'absence du bruit dû au pompage optique. Le terme $z_0(t) = z_{01}\cos(\omega t + \delta_1) + z_{02}\cos(2\omega t + \delta_2 - \phi)$ est la solution (de moyenne nulle) que l'on trouve en absence du terme anharmonique. En particulier, on a $z_{01} \propto A$ et $z_{02} \propto B$. En revanche, le terme anharmonique du potentiel produit un mélange des fréquences ω et 2ω, et le terme $z_1(t)$ va contenir des termes oscillant aux pulsations $n\omega$ (n=1,...,6) et un terme constant proportionnel à $A^2 B\cos(2\delta_1 - \delta_2 + \phi)$. Ce terme constant déplace le

centre des oscillations des particules par rapport au fond des puits de potentiel, comme le montre la figure V.18. Il s'ensuit que les sauts aléatoires d'un puits à l'autre vont se faire

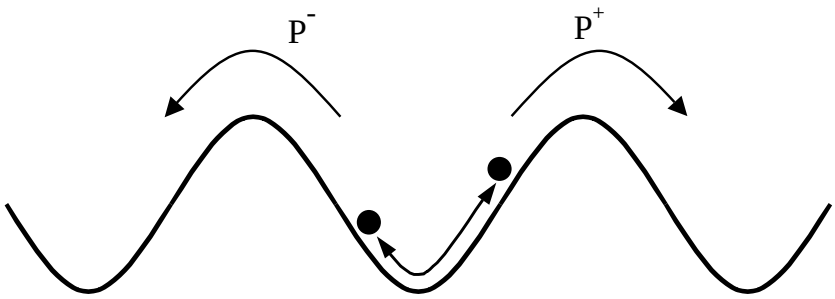


Figure V.18: *Mécanisme de diffusion dirigée due à l'anharmonicité du potentiel. Le centre des oscillations est déplacé par rapport au fond des puits de potentiel. La probabilité P^+ de passer vers le puits de droite est alors supérieure à la probabilité P^- de passer vers celui de gauche.*

de façon préférentielle dans une direction plutôt que dans l'autre, induisant un courant de particules.

Mécanisme dû à la variation spatiale du pompage optique

En réalité, il n'est pas nécessaire d'évoquer l'anharmonicité du potentiel pour expliquer la création d'un courant dirigé d'atomes. En effet, considérons la dynamique d'un atome au fond du puits en $z = 0$, sous le forçage d'une force périodique $F(t)$ quelconque. La solution de l'équation du mouvement est $z(t)$. Si le potentiel est harmonique, $z(t)$ a en général les mêmes symétries que $F(t)$. Or, le passage vers les puits adjacents peut se faire par pompage optique, avec un taux proportionnel à $\sin^2 z(t)$. Il s'ensuit que les probabilités $P_\pm$ pour un atome d'être pompé vers un puits adjacent à la gauche ou à la droite du puits de départ au cours d'une période T seront données par l'expression :

$$P_\pm \propto \int_{T_\pm} \sin^2 z(t) dt \tag{V.20}$$

où T_+ est l'intervalle de temps que l'atome passe en $z > 0$ et T_- celui que l'atome passe en $z < 0$, pendant une période T. On trouve alors pour le courant atomique J, proportionnel à $P_+ - P_-$:

$$J \propto \int_{T_+} \sin^2 z(t) dt - \int_{T_-} \sin^2 z(t) dt = \int_T \sin^2 z(t) \frac{z(t)}{|z(t)|} dt \tag{V.21}$$

Cette expression pour J implique un courant qui, en général, est différent de zéro lorsque $z(t)$ ne vérifie pas la symétrie $z(t + T/2) = -z(t)$. En effet, si $z(t)$ vérifie cette symétrie temporelle on trouve :

$$J \propto \int_T \sin^2 z(t) \frac{z(t)}{|z(t)|} dt = \int_0^T \sin^2 z(t) \frac{z(t)}{|z(t)|} dt =$$
$$= \int_0^{T/2} \sin^2 z(t) \frac{z(t)}{|z(t)|} dt + \int_{T/2}^T \sin^2 z(t) \frac{z(t)}{|z(t)|} dt. \quad \text{(V.22)}$$

En faisant la substitution $t = t' + T/2$ dans la deuxième intégrale et en utilisant la symétrie temporelle de $z(t)$ on trouve :

$$J \propto \int_0^{T/2} \sin^2 z(t) \frac{z(t)}{|z(t)|} dt + \int_0^{T/2} \sin^2 z(t' + T/2) \frac{z(t' + T/2)}{|z(t' + T/2)|} dt' =$$
$$= \int_0^{T/2} \sin^2 z(t) \frac{z(t)}{|z(t)|} dt - \int_0^{T/2} \sin^2 z(t') \frac{z(t')}{|z(t')|} dt' = 0. \quad \text{(V.23)}$$

Nous retrouvons donc le résultat que nous avons déjà annoncé, à savoir que la brisure temporelle $F(t + T/2) = F(-t)$ est une condition nécessaire pour obtenir un courant de particules non nul dans un potentiel symétrique.

V.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux expériences dans lesquelles les réseaux optiques sont utilisés comme système modèle pour la réalisation de moteurs browniens. Ce domaine de recherche est actuellement très actif, surtout du point de vue théorique, à cause des applications de ces modèles dans les processus de transport dans les organismes vivants. La souplesse avec laquelle on peut faire varier les paramètres dans les réseaux optiques, en fait de bons candidats pour réaliser des études expérimentales.

Nous avons introduit le concept de moteur brownien, système physique susceptible de rectifier les fluctuations thermiques à partir d'une brisure spatio-temporelle.

Nous avons décrit la réalisation de deux types de moteurs atomiques browniens, l'un dans lequel la rectification du mouvement des particules est due à l'asymétrie du potentiel dans lequel elles évoluent, l'autre dans lequel une diffusion dirigée est obtenue par la brisure de la seule symétrie temporelle du système.

La dynamique atomique reste complexe dans les expériences et, en général, les situations expérimentales que l'on a analysées restent assez éloignées des modèles de la physique statistique. Notamment, un gros inconvénient vient du fait que toutes les expériences ont été réalisées avec des réseaux optiques proches de résonance, dans lesquels la dissipation due au pompage optique reste difficile à modéliser. Certainement, l'évolution naturelle de ces expériences consiste à utiliser des faisceaux laser loin de toute résonance atomique, afin de séparer la partie hamiltonienne de la dynamique atomique de la composante dissipative. En particulier, dans ces régimes, le traitement des degrés de liberté externes des atomes doit se faire de façon quantique, et des effets originaux comme le retournement du courant atomique peuvent se produire [114].

Conclusion

Dans ce mémoire, nous avons étudié expérimentalement plusieurs aspects de la dynamique atomique dans un réseau optique dissipatif. Le point de départ de ce travail a été l'étude de la diffusion spatiale, mécanisme de transport dominant dans ce type de réseau. La mise en place d'une méthode d'imagerie directe du nuage atomique nous a permis d'approfondir l'étude de la dynamique atomique et de mettre en évidence de nouveaux phénomènes. En particulier, nous avons observé de façon directe les modes de propagation Brillouin, qui avaient été jusqu'à présent détectés seulement par spectroscopie pompe-sonde. Nous avons montré que le même mode de propagation peut être excité de plusieurs façons, ce qui conduit dans certaines circonstances à l'excitation d'un mode noir, impossible à détecter par spectroscopie. Nous avons expliqué l'inactivité optique de ce mode noir en tenant compte de la condition d'accord de phase pour le processus de mélange à deux ondes. Cette étude confirme un résultat bien connu, à savoir que les réseaux optiques, et plus généralement les atomes froids, sont un excellent milieu pour toute expérience d'optique non-linéaire. Ceci dépend essentiellement du très faible élargissement Doppler que l'on observe, étant donné que la distribution des vitesses des atomes est très étroite.

De toute évidence, les résultats plus originaux présentés dans cette thèse sont liés à l'observation d'effets induits par le bruit, comme la résonance stochastique et la diffusion dirigée dans un potentiel symétrique. L'idée qu'un système physique puisse utiliser les bienfaits du bruit reste à la fois contre-intuitive et fascinante. La souplesse avec laquelle les paramètres d'un réseau optique peuvent être variés en font un excellent candidat pour réaliser ce type d'expériences inspirées de la physique statistique. Comme nous l'avons dit plusieurs fois au cours de cette thèse, dans un réseau dissipatif le rôle du bruit est joué par le processus stochastique de pompage optique et la dynamique des atomes peut être décrite en traitant les degrés de liberté externes des atomes de façon classique.

Dans une première série d'expériences, nous avons montré que le nombre d'atomes qui participent au mode de propagation Brillouin présente une résonance stochastique. Nous avons observé qu'une modulation de potentiel se propageant à une vitesse appropriée, peut induire un mouvement dirigé des atomes à une vitesse bien définie si le niveau de bruit (pompage optique) est bien choisi. Avec une profondeur de modulation extrêmement faible, de l'ordre de 10% par rapport à la profondeur du potentiel statique, nous avons réussi à mettre en mouvement jusqu'à 4% des atomes dans le réseau.

Enfin, nous avons réalisé un moteur brownien à atomes sur un potentiel symétrique. Cette expérience prolonge une expérience déjà réalisée dans le groupe lors de mon arrivée pour montrer le transport d'atomes sur un potentiel asymétrique. Nous avons étudié la dynamique atomique dans le réseau en présence d'une force périodique de moyenne nulle, mais asymétrique dans le temps et nous avons montré que cette asymétrie temporelle peut

induire un mouvement dirigé des atomes. Nous avons créé la force oscillante asymétrique comme la somme de deux sinusoïdes aux fréquences ω et 2ω, avec un déphasage ϕ et nous avons montré que ϕ joue le rôle de paramètre de contrôle pour le signe et l'amplitude du courant de particules. Remarquons que la relative simplicité de mise en place d'un tel dispositif ouvre certainement des voies ultérieures pour l'étude de phénomènes de physique statistique.

Pour conclure, une remarque de caractère général : le travail que nous avons effectué sur les réseaux optiques nous a porté à considérer plusieurs domaines de la physique, à partir de la physique atomique et de l'optique, pour finir à la physique des solides, la physique non-linéaire et la physique statistique. Nous sommes persuadés que cette attitude consistant à aborder un problème donné de plusieurs points de vue est à la fois rentable et passionnante.

Annexe A

Brillouin Propagation Modes in Optical Lattices : Interpretation in Terms of Nonconventional Stochastic Resonance

L. Sanchez-Palencia, F. -R. Carminati, M. Schiavoni, F. Renzoni, and G. Grynberg

Phys. Rev. Lett. ***88****, 133903, (2002)*

VOLUME 88, NUMBER 13 PHYSICAL REVIEW LETTERS 1 APRIL 2002

Brillouin Propagation Modes in Optical Lattices: Interpretation in Terms of Nonconventional Stochastic Resonance

L. Sanchez-Palencia, F.-R. Carminati, M. Schiavoni, F. Renzoni, and G. Grynberg

Laboratoire Kastler-Brossel, Département de Physique de l'Ecole Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75231, Paris Cedex 05, France

(Received 15 October 2001; published 19 March 2002)

We report the first direct observation of Brillouin-like propagation modes in a dissipative periodic optical lattice. This has been done by observing a resonant behavior of the spatial diffusion coefficient in the direction corresponding to the propagation mode with the phase velocity of the moving intensity modulation used to excite these propagation modes. Furthermore, we show theoretically that the amplitude of the Brillouin mode is a nonmonotonic function of the strength of the noise corresponding to the optical pumping, and discuss this behavior in terms of nonconventional stochastic resonance.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.88.133903 PACS numbers: 42.65.Es, 05.45.–a, 32.80.Pj

The last decade has witnessed dramatic progress in laser cooling techniques and nowadays in several laboratories around the world atoms are routinely trapped and cooled at very low temperatures and high densities [1]. Most of the current efforts within the cold atoms community are directed to reaching the regime of quantum degeneracy in both bosonic and fermionic samples, in order to investigate the properties of the *quantum gases* thus obtained, and realizing an atom laser, the matter wave analog of the laser. Cold atomic samples also constitute an ideal system for the study of complex nonlinear phenomena. This turns out to be especially true if the cold atoms are ordered by the light fields in periodic structures, so-called optical lattices [2,3]. These are obtained by the interference of two or more laser fields: the light imposes its order on the matter via the dipole force [4], creating a periodic structure of atoms.

Among the most significant studies of nonlinear dynamics in optical lattices, we recall here the observation of mechanical bistability in a strongly driven dissipative optical lattice [5] and the realization of the kicked rotor and corresponding detection of chaotic motion in a far detuned lattice [6]. Furthermore the macroscopic transport of atoms in an asymmetric optical lattice without the application of external forces has been observed [7]. This corresponds to the realization of an *optical motor,* i.e., a ratchet for cold atoms, a well-controllable model system for the molecular combustion motor [8]. Brillouin-like propagation modes of atoms in a dissipative optical lattice have also been theoretically studied to explain the nonlinear optical properties of optical lattices [9,10]. In this Letter, we report on the first direct observation of these modes. Furthermore, we discuss the propagation mechanism associated with these modes, completely different from the one encountered in dense fluids or solid media. Indeed in dilute optical lattices the interaction between the different atoms is completely negligible; therefore, the mechanism for the propagation of atoms cannot be ascribed to any sound-wave-like mechanism. While a sound wave corresponds to a propagating density wave without a net transport of atoms, the Brillouin-like resonances analyzed in this work consist of a net motion of the atoms. In fact, the propagation of atoms through the lattice are determined here by the interaction with the light. The light fields determine both the potential wells where the atoms can oscillate, whose vibrational frequency determines the velocity of the propagation modes, and the escape from the potential wells, which allows the propagation of atoms. We also show theoretically that the amplitude of the Brillouin mode is a nonmonotonic function of the strength of the noise corresponding to the optical pumping, and we discuss this behavior in terms of *nonconventional stochastic resonance* [11,12].

We consider a three dimensional (3D) lin $\perp$ lin near resonant optical lattice, as in previous work [13]. The periodic structure is determined by the interference of four linearly polarized laser beams, arranged as in Fig. 1. This arrangement results in a periodic modulation of the light polarization and light intensity, which produces a periodic

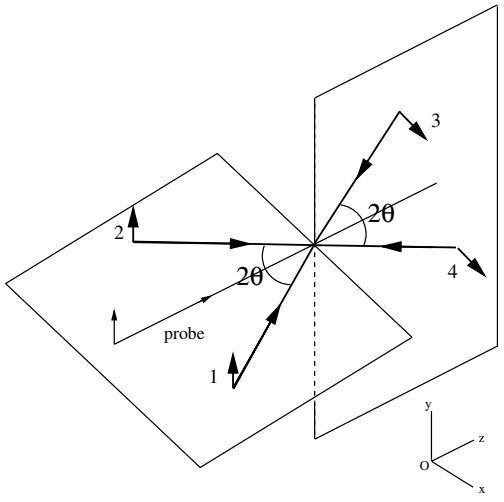


FIG. 1. Sketch of the experimental setup.

 0031-9007/02/88(13)/133903(4)$20.00 © 2002 The American Physical Society

VOLUME 88, NUMBER 13 PHYSICAL REVIEW LETTERS 1 APRIL 2002

modulation of the light shifts of the different ground states of the atoms (optical potentials) [3]. The optical pumping between the different atomic ground states combined with the spatial modulation of the light shifts leads then to the cooling of the atoms [14] and to their localization [15] at the minima of the optical potentials, thus producing a periodic array of atoms.

After the cooling phase, characterized by a significant reduction of the atomic kinetic temperature and by the creation of a periodic spatial order, the atoms keep interacting with the light undergoing optical pumping cycles. The optical pumping may transfer an atom from a potential well to a neighboring one, giving rise to a variety of transport phenomena [13,16]. Among these, there are modes which correspond to the propagation of atoms through the optical lattice in a given direction. They consist of a sequence in which a one-half oscillation in a potential well is followed by an optical pumping process to the neighboring well, and so on. One can estimate their velocity by $v_i = \lambda_i \Omega_i/(2\pi)$, where λ_i is the lattice constant and $\Omega_i/(2\pi)$ is the vibrational frequency in the i direction [10]. These modes were first identified through Monte Carlo simulations in Ref. [10] and shown to produce resonance lines in the nonlinear optical response of optical lattices. However, up to now no direct observation of these modes has been reported. This is achieved in the present work by observing a resonant behavior of the spatial diffusion coefficient in the direction corresponding to the propagation mode with the phase velocity of the moving intensity modulation used to excite these propagation modes.

The modulation scheme for the excitation of the propagation modes is completely analogous to the one used in previous investigations of the nonlinear optical response of optical lattices [9]. An additional laser field linearly polarized along the y axis is introduced with the z axis as the propagation direction. This probe field interferes with the copropagating lattice beams, creating an intensity modulation. The interference pattern consists of two propagating intensity waves moving with phase velocities $\vec{v}_j = \vec{n}_j \delta/|\Delta\vec{k}_j|$ ($j = 1, 2$) with $\vec{n}_j = \Delta\vec{k}_j/|\Delta\vec{k}_j|$, and $\Delta\vec{k}_j = \vec{k}_j - \vec{k}_p$ is the difference between the jth lattice beam and the probe (p) wave vectors [17]. Here $\delta = \omega_p - \omega_L$ is the detuning between the probe (ω_p) and the lattice (ω_L) frequencies. According to the numerical simulations for the atomic trajectories presented in Ref. [10], for $\delta = \pm\Omega_x$, the propagation modes along x are excited by the driving field, with the atoms effectively dragged by the moving intensity modulation [18]. Intuitively, the dragging of atoms by the two propagating intensity modulations should result in an increase of the spatial diffusion coefficient D_x in the x direction. Therefore, it should be possible to detect these Brillouin propagation modes by monitoring D_x as a function of the detuning δ. The propagation modes are then revealed by a resonance in D_x around $\delta = \pm\Omega_x$. We tested the validity of this reasoning with the help of semiclassical Monte Carlo simulations [19]. Taking advantage of the symmetry between the x and y directions (see Fig. 1), we restricted the atomic dynamics in the xOz plane. Our calculations are for a $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ transition, as is customary in the numerical analysis of Sisyphus cooling, of an atom of mass M. We expect our 2D calculations to reproduce the dependencies of the different quantities associated with the real 3D atomic dynamics to within a scaling factor corresponding to the difference in dimensionality [16]. In the numerical simulations, we monitored the variance of the atomic position distribution at a given value of the probe field detuning. We verified that the spatial diffusion is normal; i.e., the atomic square displacements $\langle \Delta x^2 \rangle$ and $\langle \Delta z^2 \rangle$ increase linearly with time. Accordingly, we derived the spatial diffusion coefficients D_x and D_z by fitting the numerical data with $\langle \Delta x_i^2 \rangle = 2D_{x_i} t$ ($x_i = x, z$). Results for the spatial diffusion coefficients as functions of the probe detuning δ are shown in Fig. 2. Two narrow resonances, centered approximately at $\delta = \pm\Omega_x$, appear clearly in the spectrum of the diffusion coefficient along the x axis. In contrast, D_z does not show any resonant behavior with the driving field detuning. This demonstrates the validity of the detection scheme based on the measurement of the diffusion coefficients.

In the experiment ^{85}Rb atoms are cooled and trapped in a magneto-optical trap (MOT). The MOT laser beams and magnetic field are then suddenly turned off. Simultaneously the four lattice beams are turned on and after 10 ms of thermalization of the atoms in the lattice the probe laser field is introduced along the z axis. We studied the transport of atoms in the optical lattice by observing the atomic cloud expansion with a charge coupled device camera. The procedure to derive the diffusion coefficients has been described in detail in previous work [13], and we recall here only the basic idea. For a given detuning of the probe field we took images of the expanding cloud at different

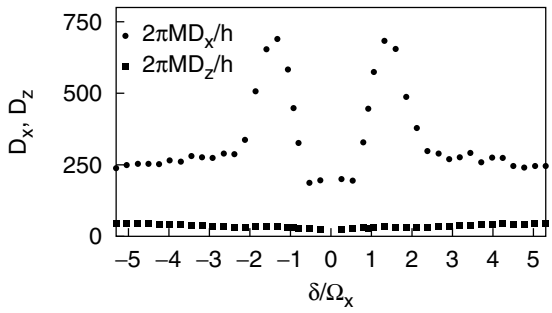


FIG. 2. Numerical results for the spatial diffusion coefficients in the x and z directions as functions of the probe field detuning. The lattice beam angle is $\theta = 30°$, the lattice detuning $\Delta = -10\Gamma$, and the light shift per beam $\Delta_0' = -200\omega_r$. Here Γ and ω_r are the width of the excited state and the atomic recoil frequency, respectively. The amplitude of the probe beam is 0.4 times that of each lattice beam.

instants after the atoms have been loaded into the optical lattice. From the images of the atomic cloud we derived the atomic mean square displacement along the x and z axes.

We verified that the cloud expansion corresponds to normal diffusion and derived the diffusion coefficients D_x and D_z. The procedure has been repeated for several different values of the detuning δ of the probe field. Results for D_x and D_z as functions of δ are shown in Fig. 3. The probe transmission spectrum is also reported to allow the comparison of the position of the resonances in the spectrum of the diffusion coefficients and in that of the probe transmission. We observe two narrow resonances in the diffusion coefficient along the x axis centered at $\delta = \pm\Omega_x$. In contrast, no resonant behavior of D_z with δ is observed. This is in agreement with the numerical simulations and constitutes the first direct observation of Brillouin-like propagation modes in an optical lattice.

We turn now to the analysis of the mechanism behind these propagation modes. Brillouin-like propagation

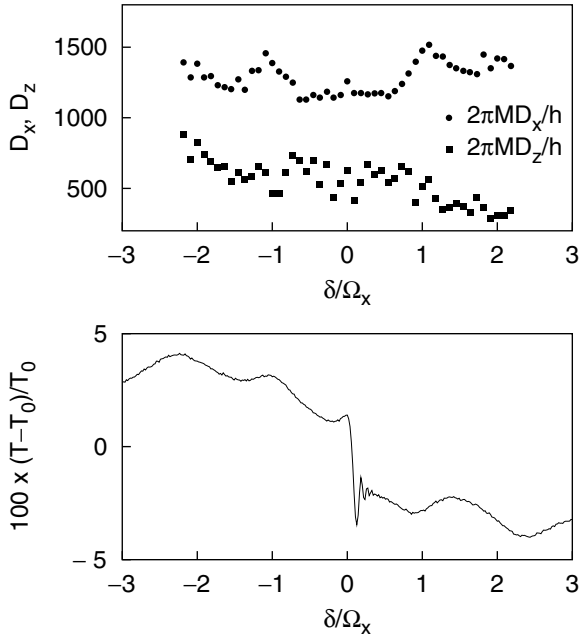


FIG. 3. Experimental results for the spatial diffusion coefficients in the x and z directions as functions of the probe field detuning. The experimental parameters are lattice detuning $\Delta/(2\pi) = -42$ MHz, intensity per lattice beam $I_L = 3.5$ mW/cm^2, and lattice angle $\theta = 30°$. These parameters correspond to a vibrational frequency in the x direction $\Omega_x/(2\pi) \simeq 55$ kHz. A probe transmission spectrum is reported for comparison, T and T_0 being the intensity of the transmitted probe beam with and without the atomic cloud. The two resonances at $\delta = \pm\Omega_x$ correspond to stimulated light scattering by the Brillouin propagation modes. The two resonances at larger detuning are Raman lines [3] in the z direction ($\delta = \pm\Omega_z$), which do not correspond to propagation modes. For the measurements of the diffusion coefficients, the probe beam intensity is $I_p = 0.3$ mW/cm^2; in the transmission spectrum $I_p = 0.1$ mW/cm^2.

modes have been widely studied in condensed matter and dense fluids [20]. However, in the present case the mechanism associated with these modes is clearly of a different nature, as in dilute optical lattices the interaction between atoms is negligible and therefore sound-wave-like propagation modes cannot be supported. On the contrary, in a dilute optical lattice the propagation of the atoms is determined by the synchronization of the oscillation within a potential well with the optical pumping from a well to a neighboring one, as first identified in the numerical analysis of Ref. [10]. This dynamics can be interpreted in terms of noise-induced resonances: the probe field induces a large scale moving modulation of the periodic potential of the four-beam optical lattice, with the optical pumping constituting the noise source which allows transfer from a well to a neighboring one. It is then natural to investigate the dependence of the amplitude of the Brillouin mode on the strength of the noise, i.e., on the optical pumping rate. We studied, via semiclassical Monte Carlo simulations, the atomic cloud expansion for a given depth of the potential well at different values of the optical pumping rate Γ_0', proportional to the rate $\Gamma_{\rm esc}'$ of escape from the well [21]. This has been done by varying the lattice intensity I and detuning Δ so as to keep the depth of the potential wells $U_0 \propto I/\Delta$ constant while varying $\Gamma_0' \propto I/\Delta^2$. The diffusion coefficient in the x direction has been calculated both for a probe field at resonance ($|\delta| = \Omega_x$) and for a probe field far off-resonance ($|\delta| \gg \Omega_x$). The two diffusion coefficients will be indicated by D_x and D_x^0, respectively. To characterize quantitatively the response of the atomic system to a noise strength variation, we introduce the enhancement factor ξ defined as

$$\xi = \frac{D_x - D_x^0}{D_x^0}. \tag{1}$$

Numerical results for the enhancement factor ξ as a function of the optical pumping rate at a given value of the potential well depth (i.e., for fixed light shift per beam Δ_0') are shown in Fig. 4. At small pumping rates, ξ increases abruptly with Γ_0'; then a maximum is reached, corresponding to the synchronization of the oscillation of the atoms within a well with the escape from a well to the neighboring one; finally at larger pumping rates this synchronization is lost and ξ decreases. This dependence recalls the typical behavior of stochastic resonance [11], with the noise enhancing the response of the atomic system to the weak moving modulation. It should be noted that the system analyzed here has one important peculiarity with respect to the model usually considered in the analysis of stochastic resonance. Stochastic resonance is in general understood as the noise-induced enhancement of a weak periodic signal with a frequency much smaller than the intrawell relaxation frequency within a single metastable state. In contrast, in the present case, the noise synchronizes precisely with the intrawell

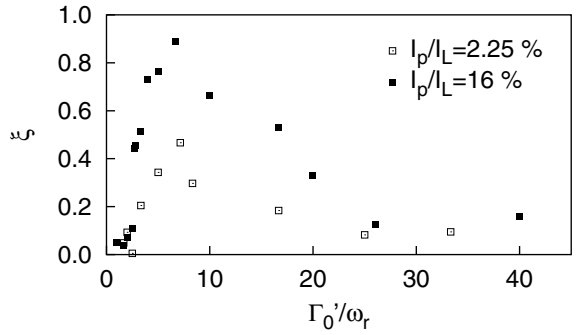


FIG. 4. Numerical results for the enhancement factor ξ as a function of the optical pumping rate, for a given depth of the optical potential wells. Parameters for the calculations are $\Delta_0' = -50\omega_r$ and $\theta = 30°$. The two data sets correspond to different intensities of the probe beam. For comparison, we recall that in the experiment (Fig. 3) $\Delta_0' \simeq -60\omega_r$ and $\Gamma_0' \simeq 8.5\omega_r$.

motion of the atoms. This corresponds to a nonconventional stochastic resonance scenario [12].

In summary, in this Letter we introduced a scheme for the detection of Brillouin propagation modes in optical lattices and we reported on their direct observation. Furthermore, we studied via Monte Carlo simulations the amplitude of the Brillouin mode, as characterized by an increase of the diffusion coefficients due to the presence of the probe field, as a function of the rate of escape from the potential wells. The Brillouin modes examined in this work differ from their counterparts in solid state or dense fluids as they are sustained by a medium of *noninteracting* particles. From our analysis it turns out that in the presence of noise the Brownian motion of a system of particles in a periodic potential can be turned in a motion at a well-defined velocity by the application of a weak moving modulation. This represents a quite unusual situation in statistical physics and may constitute a model for many biological phenomena, like the transmission of weak signals in neuronal systems [22].

We thank Franck Laloë for his continued interest in our work and David Lucas for comments on the manuscript. This work was supported by CNRS, the European Commission (TMR network "Quantum Structures," Contract No. FMRX-CT96-0077), and by Région Ile de France under Contract No. E.1220. Laboratoire Kastler Brossel is a "unité mixte de recherche de l'Ecole Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie associée au Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS)."

[1] H. J. Metcalf and P. van der Straten, *Laser Cooling and Trapping* (Springer-Verlag, Berlin, 1999).
[2] P. S. Jessen and I. H. Deutsch, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **37**, 95 (1996).
[3] G. Grynberg and C. Mennerat-Robilliard, Phys. Rep. **355**, 335 (2001).
[4] R. Grimm, M. Weidemüller, and Yu. B. Ovchinnikov, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **42**, 95 (2000).
[5] G. Grynberg, C. Triché, L. Guidoni, and P. M. Visser, Europhys. Lett. **51**, 506 (2000).
[6] M. G. Raizen, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **41**, 43 (1999).
[7] C. Mennerat-Robilliard, D. Lucas, S. Guibal, J. W. R. Tabosa, C. Jurczak, J.-Y. Courtois, and G. Grynberg, Phys. Rev. Lett. **82**, 851 (1999).
[8] R. Bartussek, P. Hänggi, and J. G. Kissner, Europhys. Lett. **28**, 459 (1994), and references therein.
[9] J.-Y. Courtois and G. Grynberg, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **36**, 87 (1996).
[10] J.-Y. Courtois, S. Guibal, D. R. Meacher, P. Verkerk, and G. Grynberg, Phys. Rev. Lett. **77**, 40 (1996).
[11] L. Gammaitoni, P. Hänggi, P. Jung, and F. Marchesoni, Rev. Mod. Phys. **70**, 223 (1998); L. Fronzoni and R. Mannella, J. Stat. Phys. **70**, 501 (1993); R. Löfstedt and S. N. Coppersmith, Phys. Rev. Lett. **72**, 1947 (1994); L. Viola, E. M. Fortunato, S. Loyd, C.-H. Tseng, and D. G. Cory, *ibid.* **84**, 5466 (2000); T. Wellens and A. Buchleitner, Chem. Phys. **268**, 131 (2001).
[12] M. I. Dykman, D. G. Luchinsky, R. Mannella, P. V. E. McClintock, N. D. Stein, and N. G. Stocks, J. Stat. Phys. **70**, 479 (1993).
[13] F.-R. Carminati, M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni, and G. Grynberg, Eur. Phys. J. D **17**, 249 (2001).
[14] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989); P. J. Ungar, D. S. Weiss, E. Riis, and S. Chu, *ibid.* **6**, 2058 (1989).
[15] Y. Castin and J. Dalibard, Europhys. Lett. **14**, 761 (1991).
[16] L. Sanchez-Palencia, P. Horak, and G. Grynberg, Eur. Phys. J. D **18**, 353 (2002).
[17] To induce a propagating wave in a single direction a slightly more complicated setup would be needed, with two additional laser beams, independent of the lattice beams, creating the moving intensity modulation.
[18] We recall that in this geometry the Raman excitation of the Ω_x vibration mode is forbidden [10].
[19] K. I. Petsas, G. Grynberg, and J.-Y. Courtois, Eur. Phys. J. D **6**, 29 (1999).
[20] Y. R. Shen, *The Principles of Nonlinear Optics* (Wiley-Interscience, New York, 1984); R. W. Boyd, *Nonlinear Optics* (Academic Press, New York, 1992).
[21] J.-Y. Courtois and G. Grynberg, Phys. Rev. A **46**, 7060 (1992).
[22] I. Hidaka, D. Nozaki, and Y. Yamamoto, Phys. Rev. Lett. **85**, 3740 (2000).

Annexe B

Dark propagation modes in optical lattices

M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. -R. Carminati, F. Renzoni, and G. Grynberg

Phys. Rev. A ***66****, 053821, (2002)*

PHYSICAL REVIEW A **66**, 053821 (2002)

Dark propagation modes in optical lattices

M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F.-R. Carminati, F. Renzoni, and G. Grynberg
Laboratoire Kastler Brossel, Département de Physique de l'Ecole Normale Supérieure, 24, rue Lhomond, 75231, Paris Cedex 05, France
(Received 25 July 2002; published 26 November 2002)

We examine the stimulated light scattering onto the propagation modes of a dissipative optical lattice. We show that two different pump-probe configurations may lead to the excitation, via different mechanisms, of the same mode. We found that in one configuration the scattering on the propagation mode results in a resonance in the probe transmission spectrum while in the other configuration no modification of the scattering spectrum occurs, i.e., the mode is *dark*. A theoretical explanation of this behavior is provided.

DOI: 10.1103/PhysRevA.66.053821 PACS number(s): 42.65.Es, 32.80.Pj

I. INTRODUCTION

Brillouin scattering [1,2] is the scattering of light onto a propagating acoustic wave. In spontaneous Brillouin scattering the propagating wave corresponds to thermal, or quantum-noise, fluctuations in the material medium. On the contrary, in stimulated Brillouin scattering (SBS) the density propagating wave originates from the interference pattern between a probe and an additional pump beam. The strong pump beam can then be diffracted onto the density wave in the direction of the probe, modifying in this way the probe transmission. The SBS-scheme permits both the excitation of the propagation modes of a medium, as well as their detection via modification of the probe transmission. It is in this way possible to determine the phonon modes of the medium, and their respective velocity [3–5].

In this work we examine the key features of the SBS process for a nonlinear medium consisting of atoms cooled in a dissipative optical lattice [6]. This system offers significant advantages for the study of basic nonlinear optical phenomena over condensed matter samples. First, the atomic dynamics in an optical lattice is quite well understood, and can be precisely studied through Monte Carlo simulations. Second, the excitation of propagation modes in the system can be directly detected by imaging techniques. Both points are essential for the present study. We show that the *same* propagation mode can be excited by two different pump-probe configurations. In one case the scattering on the propagation mode results in a resonance in the probe transmission spectrum, while in the other case no modification of the spectrum occurs, i.e., the mode is in this case *dark*. We describe the different excitation processes of the propagation mode for the two different configurations examined, and identify the mechanism of generation of the phase mismatch between laser fields and the material grating which inhibits the light scattering on the propagation mode.

II. THE 3D LIN⊥LIN OPTICAL LATTICE

The nonlinear medium consists of ^{85}Rb atoms cooled and trapped in a dissipative optical lattice. These lattices are based on the Sisyphus cooling mechanism [7]. The periodic modulation of the light polarization, produced by the interference of several laser beams, leads to a periodic modulation of the light shifts (optical potentials) of the different Zeeman sublevels of the ground state of the atom. As a result of the optical pumping between different optical potentials, atoms are cooled and finally trapped at the potential minima.

In this work we use a 3D lin⊥lin dissipative optical lattice [6]. The arrangement of the laser fields is shown in Fig. 1: two x-polarized beams propagate in the yOz plane and make an angle 2θ, and two y-polarized beams propagate in the xOz plane and make the same angle 2θ. The interference pattern of the four beams create an orthorhombic potential with minima associated with pure circular (alternatively σ^+ and σ^-) light polarization. The lattice constants, i.e., the distance between two sites of equal polarization are $\lambda_{x,y} = \lambda/\sin\theta$ and $\lambda_z = \lambda/(2\cos\theta)$, with λ the laser field wavelength. For all the measurements presented in this work the angle 2θ between the lattice beams is kept fixed to 60°.

The procedure to load the atoms in the optical lattice is the standard one used in previous experiments [8]. The Rb atoms are first cooled and trapped in a magneto-optical trap (MOT). Then the MOT magnetic field and laser beams are turned off and the lattice beams are turned on. After 10 ms of thermalization of the atoms in the lattice, two additional laser fields (beams c and p of Fig. 1) are introduced for the excitation of the propagation modes. They are derived from an additional laser, with their relative detuning $\delta = \omega_p - \omega_c$ controlled by acousto-optical modulators. These two additional laser fields are detuned with respect to the lattice beams of some tens of MHz, so that there is no atomic observable which can be excited at the beat frequency. Furthermore, as they are derived from a laser different from the one producing the lattice beams, the effect of the unwanted beat is significantly reduced. The beams c and p cross the atomic sample in the xOz plane, and they are symmetrically displaced with respect to the z axis forming an angle 2φ.

III. PROPAGATION MODES

A. Generalities

The propagation modes in dissipative optical lattices have been identified in Ref. [9] and shown to exhibit interesting nonlinear effects such as stochastic resonance [10,11]. We briefly summarize their main properties. They consist of a sequence in which one half oscillation in a potential well is followed by an optical pumping process to a neighboring well, and so on (Fig. 2). In this way, the atom travels over

 ©2002 The American Physical Society

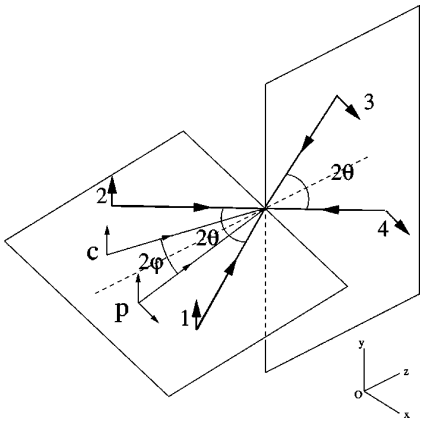


FIG. 1. Sketch of the experimental setup. The laser fields 1–4 generate the static 3D optical potential. Two additional laser beams (c and p) are introduced to create a moving potential modulation.

several potential wells by regularly changing its internal state (from $|g,+1/2\rangle$ to $|g,-1/2\rangle$ in the case of a $J_g=1/2\rightarrow J_e=3/2$ transition, as considered in Fig. 2).

The velocity $\bar{v}$ of the propagation mode is essentially determined by the intrawell dynamics. A straighforward calculation [9] shows that for a mode in the x direction this velocity is

$$\bar{v}=\frac{\lambda\Omega_x}{2\pi\sin\theta}, \tag{1}$$

where Ω_x is the x vibrational frequency at the bottom of a potential well.

B. Excitation mechanisms

The propagation modes can be excited by adding a moving potential modulation. We consider two different configurations for the modulation beams (beams c and p in Fig. 1). In both configurations the modulation beams have the same amplitude. In the first configuration, hereafter called the $\parallel$ configuration, both beams have y linear polarization. The light interference pattern consists of an intensity modulation moving along the x axis with phase velocity

$$v_{\mathrm{mod}}=\frac{\delta}{|\vec{\Delta k}|}=\frac{\delta}{2k\sin\varphi}, \tag{2}$$

where $\vec{\Delta k}=\vec{k}_p-\vec{k}_c$ is the difference between the wave vectors of the modulation beams ($|\vec{k}_c|\cong|\vec{k}_p|\cong k\equiv 2\pi/\lambda$). This configuration has already been considered in previous work [11] and it is reexamined here for comparison with the excitation scheme introduced in the present work. This latter, denoted as $\perp$ configuration, consists of a y-polarized beam (beam c of Fig. 1) and of a beam with linear polarization in the xOz plane (beam p). The light interference pattern consists in this case of a polarization modulation moving along the x axis with the same phase velocity v_{mod} [Eq. (2)] as in the case of the $\parallel$ configuration.

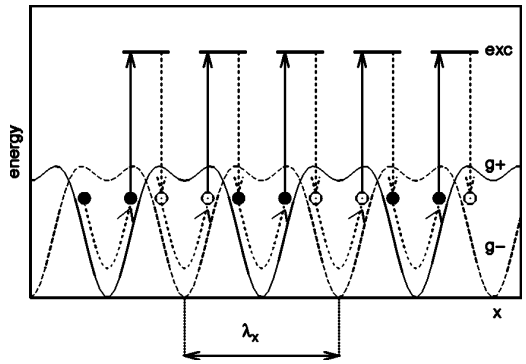


FIG. 2. An atomic trajectory corresponding to a propagation mode in the x direction. The shown potential curves (g_+ and g_-) are the section along $y=z=0$ of the optical potential for a $J_g=1/2\rightarrow J_e=3/2$ atomic transition and a 3D lin$\perp$lin beam configuration.

To determine the effective excitation of the propagation modes we monitor the velocity of the center-of-mass (c.m.) of the atomic cloud as a function of the velocity of the applied potential modulation. This is done by direct imaging of the atomic cloud with a CCD camera. We verify that for a given detuning δ, i.e., for a given velocity v_{mod} of the moving modulation, the motion of the center of mass of the atomic cloud is uniform, and correspondingly determine the c.m. velocity v_{cm}. Experimental results for the x component $v_{\mathrm{cm},x}$ of the c.m.-velocity as a function of v_{mod} are reported in Fig. 3 for both the $\parallel$ and the $\perp$ configurations. The observed resonant behavior of $v_{\mathrm{cm},x}$ with v_{mod} is the signature of the excitation of propagation modes in the x direction. We therefore conclude that both pump-probe configurations lead to the excitation of a propagation mode in the x direction.

To determine the nature of the observed propagation modes, we examine the atomic dynamics in the optical lattice with the help of semiclassical Monte Carlo simulations [12]. The analysis of the numerically calculated atomic trajectories shows that the excited mode is the same for both configurations, and consists of a sequence of a half oscillation in a potential well followed by an optical pumping into the neighboring well, as in Fig. 2.

We turn now to the analysis of the excitation mechanism of the propagation modes for the two pump-probe configuration. To this end, it is useful to examine the dependence of the position of the resonance in the velocity of the c.m. of the atomic cloud [as those in Fig. 3(a)] on the angle 2φ between pump and probe beams. By taking several measurements for different values of the angle 2φ between the modulation beams we determine the position of the resonances as a function of the angle φ, as reported in Fig. 3(b). On the same plot we also reported results of semiclassical Monte Carlo simulations, which are found to be in very good agreement with the experimental findings. The results of Fig. 3 show that the velocity v_{mod} of the light intensity interference pattern ($\parallel$ configuration) required to excite a propagation mode differs from the velocity of the polarization grating ($\perp$ configuration) leading to the excitation of the same mode. The condition for the velocity of the light interference pattern to excite

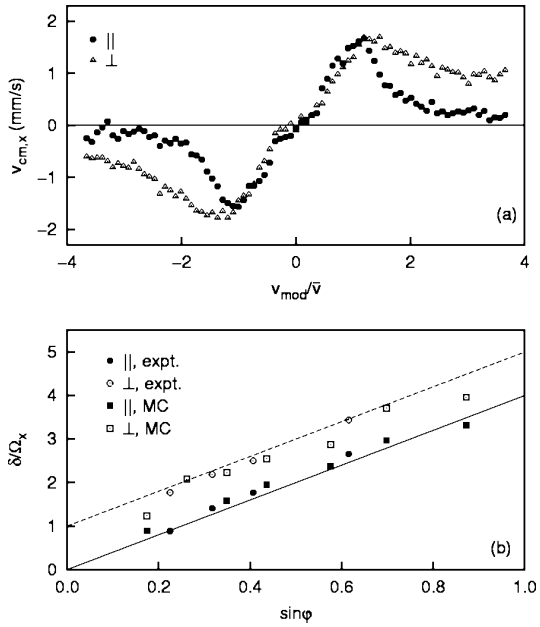


FIG. 3. Top: experimental results for the x component of the velocity of the center-of-mass of the atomic cloud as a function of the velocity v_{mod} of the moving light interference pattern. The angle between pump and probe beams is $2\varphi=48$. Bottom: position of the resonances as a function of the sine of the half-angle φ between the pump and the probe beams. The points refer to experimental findings (expt.) and to semiclassical Monte Carlo simulations (MC), the lines to Eqs. (5a) and (5b).

a propagation mode can be obtained by imposing that the atoms following the mode are at all times dragged by the moving potential modulation corresponding to the light interference pattern of the beams c and p. This requires that the light polarization pattern moves at a velocity v_{mod} such that the lattice potential-well actually occupied by the atom gets deeper as a result of the modulation of the optical potential. The resulting conditions on the velocity of the moving modulation, and equivalently on the pump-probe detuning δ, can therefore be derived by examining the effect of the modulation on the optical potentials. Consider first the $\parallel$ configuration. The light interference pattern is a moving *intensity* modulation, therefore all optical potentials are modulated *in phase*: at a given instant and position all potential wells corresponding to the different atomic ground-state Zeeman sublevels get both deeper or shallower as a result of the modulation. Thus to excite the propagation mode the atoms should follow the moving intensity modulation, i.e., the phase velocity v_{mod} of the light interference pattern should be equal to the velocity $\bar{v}$ of the mode:

$$v_{\mathrm{mod}}=\pm\bar{v}. \tag{3}$$

Consider now the $\perp$ configuration. The light interference pattern is in this case a moving *polarization* modulation, with the optical potentials associated with opposite Zeeman sublevels (opposite quantum number m) modulated in phase opposition. It follows that in this configuration a modulation moving at the mode velocity does not lead to the mode excitation. On the contrary, to excite the propagation mode it is necessary that the modulation moves with respect to the atoms in such a way that following the transfer of an atom from a lattice well of given circular polarization (σ_+ or σ_-) to one of opposite polarization, the modulation changes sign. Quantitatively, consider the time interval Δt in which the atom in the propagation mode makes half an oscillation in a potential well and then is optically pumped into the neighboring well. Then we simply have $\bar{v}\Delta t=\lambda_x/2$. In the same time interval the modulation polarization should be reversed, i.e., should change from σ_+ to σ_- (or vice versa, depending on which potential well is initially occupied by the atom). Considering that in the time interval Δt the atom moved of $\lambda_x/2$, and that in the moving modulation a maximum of polarization σ_- is spaced of $\lambda_m/2=\pi/|\vec{\Delta k}|$ from the following maximum of polarization σ_+, we find that the light interference pattern should move at the velocity $v_{\mathrm{mod}}\Delta t=\pm(\lambda_m/2+\lambda_x/2)$. Together with $\bar{v}\Delta t=\lambda_x/2$, we find then that in the $\perp$ configuration the condition for the excitation of the propagation mode is

$$v_{\mathrm{mod}}=\pm\left(1+\frac{\sin\theta}{2\sin\varphi}\right)\bar{v}. \tag{4}$$

The conditions Eqs. (3) and (4) are rewritten in terms of the detuning δ as

$$\delta=\pm\frac{2\sin\varphi}{\sin\theta}\Omega_x \quad (\parallel \text{ configuration}), \tag{5a}$$

$$\delta=\pm\left(1+\frac{2\sin\varphi}{\sin\theta}\right)\Omega_x \quad (\perp \text{ configuration}), \tag{5b}$$

where we used Eqs. (1) and (2). The very good agreement (see Fig. 3) of Eqs. [(5a) and (5b)] with the experimental findings and with the results of semiclassical Monte Carlo simulations demonstrate the validity of our physical picture.

C. Light scattering

So far we considered the effect of the light interference pattern on the atomic sample, with the excitation of propagation modes and their detection by direct imaging of the atomic cloud. The properties of the material medium can also be studied by stimulated light scattering measurements. In fact the pump-probe interference pattern may excite a material grating onto which the pump can be diffracted in the direction of the probe beam, modifying the probe transmission. That is the approach followed now, with a view to compare light scattering measurements with the previous results obtained via direct imaging of the atomic cloud.

We decreased the amplitude of one of the modulation beams (beam p) which plays now the role of the probe beam, while the other beam (beam c) plays the role of the pump (or coupling) beam. We measure the probe transmission as a function of the detuning δ for different angles between the pump and the probe beams, with results as those in Fig. 4. In the case of the $\parallel$ pump-probe configuration, we

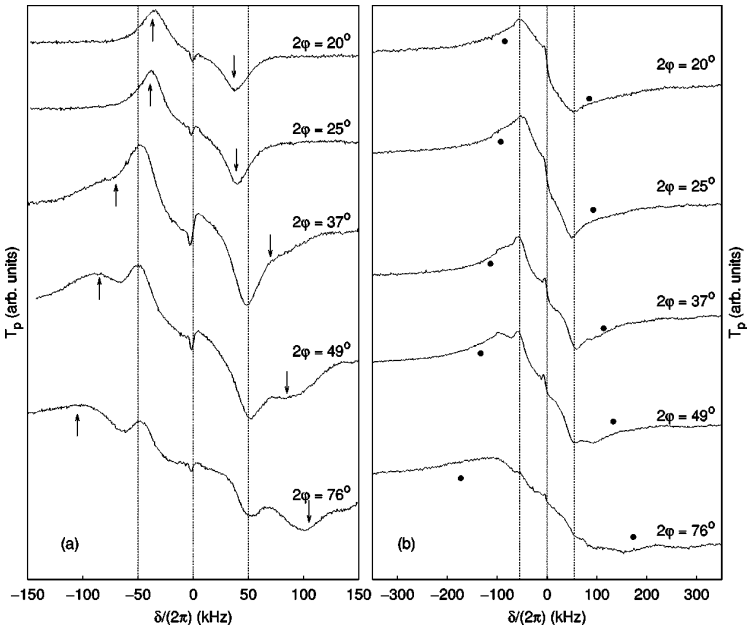


FIG. 4. Transmission of the probe beam as a function of the detuning between pump and probe fields, for different values of the angle 2φ between pump and probe beams. The lattice detuning is $\Delta=-50$ MHz, the intensity per lattice beam $I_L=5$ mW/cm^2. These parameters correspond to $\Omega_x\simeq 2\pi\times 50$ kHz (vertical dashed lines). The left plot corresponds to the $\parallel$ pump-probe configuration, the right plot to the $\perp$ one.

easily identify in the probe transmission spectrum the Brillouin resonances [the resonances in Fig. 4(a) marked by arrows] corresponding to stimulated light scattering on the propagation modes. We verified that the dependence of the position of these resonances on the angle φ is in complete agreement with Eq. (5a), which confirms that these resonances originate from light scattering on propagation modes. On the contrary, in the case of the $\perp$ pump-probe configuration no resonance is observed around the position corresponding to Eq. (5b) [these positions are marked by filled circles in Fig. 4(b)]. In other words, the propagation mode is dark in the $\perp$ configuration.

The absence of resonances in the scattering spectrum for the propagation mode in the $\perp$ configuration can be explained by examining the phase mismatch between the laser and the material waves. The frequency (energy) and phase-matching (momentum) conditions for the stimulated scattering process read

$$\omega_c=\omega_p\pm\Omega, \tag{6a}$$

$$\vec{k}_c=\vec{k}_p\pm\vec{q}. \tag{6b}$$

Here $\vec{q}$ and Ω are respectively, the wave vector and the frequency of the light-induced material density grating and are related by the phonon-dispersion relation $\Omega=v_{grating}|\vec{q}|$, with $v_{grating}$ the phase velocity of the moving grating. The frequency Ω has been determined previously for both $\parallel$ and $\perp$ configurations [Eqs. (5a) and (5b)]. As the excited mode is the same for both pump-probe configurations, the phase velocity of the material grating does not depend on the chosen configuration and is equal to the velocity $\bar{v}$ [Eq. (1)]. From these values for Ω and $v_{grating}$ we derive, through the dispersion relation, the momentum of the material grating:

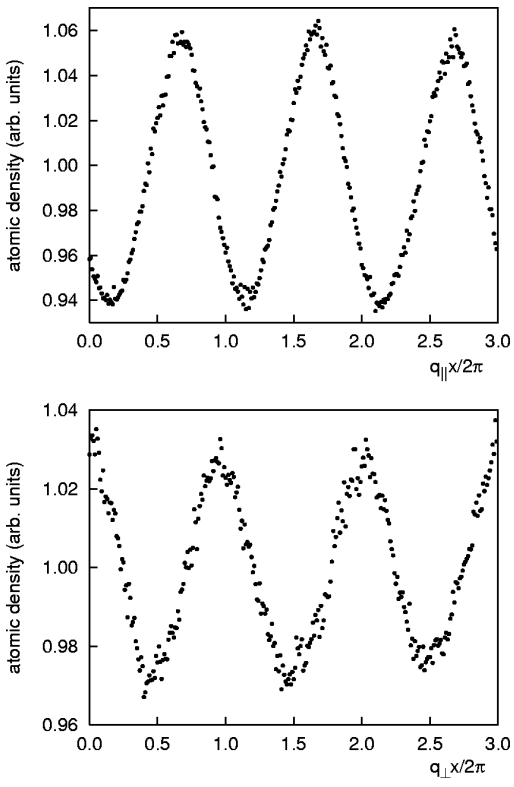


FIG. 5. Numerical results for the atomic density as a function of x for the $\parallel$ (top) and $\perp$ (bottom) pump-probe configurations. The shown density distribution is stationary in a frame moving along x at a velocity $\bar{v}$.

$$|\vec{q}_{\parallel}| = |\vec{\Delta k}|, \tag{7a}$$

$$|\vec{q}_{\perp}| = |\vec{\Delta k}|\left(1 + \frac{\sin\theta}{2\sin\varphi}\right). \tag{7b}$$

It turns out that in the $\parallel$ configuration the momentum $\vec{q}_{\parallel} = \pm|\Delta\vec{k}|\vec{\epsilon}_x$ of the material grating fulfills the phase matching condition Eq. [(6b)], and therefore the scattering on the propagation mode results in a resonance line in the probe transmission spectrum. In contrast, in the $\perp$ configuration the momentum $\vec{q}_{\perp} = \pm|\vec{q}_{\perp}|\vec{\epsilon}_x$ results in a phase mismatch between the laser and the material waves. Thus, no resonance is expected in the probe transmission spectrum, in agreement with our experimental findings.

The effective creation of a moving material grating has been confirmed by semiclassical Monte Carlo simulations. The numerical results, as those shown in Fig. 5, correspond to an atomic density grating moving in the x direction with a velocity $\overline{v}$ for both parallel and perpendicular configurations. In the frame moving at the velocity $\overline{v}$ of the propagation mode we find a stationary modulation of the atomic density with different wave vectors for the two pump-probe configurations and in very good agreement with Eqs. (7a) and (7b). This confirms the validity of our analysis.

IV. CONCLUSIONS

In summary, in this work we examined the stimulated light scattering onto the propagation modes of a dissipative optical lattice. Two different pump-probe configurations have been analyzed: in one the interference pattern is a modulation of the light intensity, while in the other one the pump and probe fields give rise to a modulation of the light polarization. First, we have shown that the *same* propagation mode is excited in the two cases, and described the two different mechanisms of excitation. Then we analyzed the light scattering on the propagation mode. Although the mode excited in the two pump-probe configurations is the same, we found that the probe transmission spectrum is completely different for the two cases. In fact, only in one configuration the mode results in a resonance in the probe transmission spectrum. For the other configuration, no trace of the mode excitation is found in the probe transmission spectrum. This behavior was explained in terms of phase mismatch between the laser fields and the propagating wave.

Light scattering is a powerful technique for the study of a large variety of material media. Particularly, in optical lattices it has allowed the study of local (intrawell) as well as delocalized (inter wells) dynamics. However there is not a one-to-one correspondence between the light scattering spectrum and the atomic dynamics as shown in this work where we observed and described dark propagation modes.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by Région Ile de France under Contract No. E.1220. Laboratoire Kastler Brossel is a "unité mixte de recherche de l'Ecole Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie associée au Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS)."

[1] R.W. Boyd, *Nonlinear Optics* (Academic Press, New York, 1992).
[2] Y.R. Shen, *The Principles of Nonlinear Optics* (Wiley-Interscience, New York, 1984).
[3] M.A. Woolf, P.M. Platzman, and M.G. Cohen, Phys. Rev. Lett. **17**, 294 (1966).
[4] T. Sonehara and H. Tanaka, Phys. Rev. Lett. **75**, 4234 (1995).
[5] H.J. Fan, M.H. Kuok, S.C. Ng, R. Boukherroub, J.M. Baribeau, J.W. Fraser, and D.J. Lockwood, Phys. Rev. B **65**, 165330 (2002).
[6] G. Grynberg and C. Mennerat-Robilliard, Phys. Rep. **355**, 335 (2001).
[7] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989); P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis, and S. Chu, *ibid.* **6**, 2058 (1989).
[8] F.R. Carminati, M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni, and G. Grynberg, Eur. Phys. J. D **17**, 249 (2001).
[9] J.-Y. Courtois, S. Guibal, D.R. Meacher, P. Verkerk, and G. Grynberg, Phys. Rev. Lett. **77**, 40 (1996).
[10] L. Sanchez-Palencia, F.-R. Carminati, M. Schiavoni, F. Renzoni, and G. Grynberg, Phys. Rev. Lett. **88**, 133903 (2002).
[11] M. Schiavoni, F.-R. Carminati, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni, and G. Grynberg, Europhys. Lett. **59**, 493 (2002).
[12] L. Sanchez-Palencia, P. Horak, and G. Grynberg, Eur. Phys. J. D **18**, 353 (2002).

Annexe C

Stochastic resonance in periodic potentials : realization in a dissipative optical lattice

M. Schiavoni, F. -R. Carminati, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni, and G. Grynberg

Europhys. Lett. ***59****, 493, (2002)*

EUROPHYSICS LETTERS 15 August 2002

Europhys. Lett., **59** (4), pp. 493–499 (2002)

Stochastic resonance in periodic potentials: Realization in a dissipative optical lattice

M. Schiavoni, F.-R. Carminati, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni and G. Grynberg

Laboratoire Kastler Brossel, Département de Physique de l'Ecole Normale Supérieure, 24, rue Lhomond, 75231, Paris Cedex 05, France

(received 29 January 2002; accepted in final form 23 May 2002)

PACS. 05.45.-a – Nonlinear dynamics and nonlinear dynamical systems.
PACS. 42.65.Es – Stimulated Brillouin and Rayleigh scattering.
PACS. 32.80.Pj – Optical cooling of atoms; trapping.

Abstract. – We have observed the phenomenon of stochastic resonance on the Brillouin propagation modes of a dissipative optical lattice. Such a mode has been excited by applying a moving potential modulation with phase velocity equal to the velocity of the mode. Its amplitude has been characterized by the center-of-mass (CM) velocity of the atomic cloud. At Brillouin resonance, we studied the CM velocity as a function of the optical pumping rate at a given depth of the potential wells. We have observed a resonant dependence of the CM velocity on the optical pumping rate, corresponding to the noise strength. This corresponds to the experimental observation of stochastic resonance in a periodic potential in the low-damping regime.

A particle trapped in a potential well constitutes a model useful for the understanding of a variety of phenomena. The extension to a periodically modulated double-well potential including a stochastic force leads to a complex nonlinear dynamics, and allows to modelize a variety of phenomena ranging from geophysics [1, 2] to bistable ring lasers [3], from neuronal systems [4] to the dithering effect in electronics [5] and so on. Indeed such a system exhibits the phenomenon of *stochastic resonance* (SR [6, 7]): the response of the system to the input signal (the modulation) shows a resonant dependence on the noise level (the amplitude of the stochastic force), so that an increase of the noise strength may lead to a better synchronization between the particle motion and the potential modulation.

The phenomenon of stochastic resonance is not restricted to static double-well potentials driven by a periodic and a stochastic force, and new types of stochastic resonance have been demonstrated in various systems, as systems with a single potential well, bistable systems with periodically modulated noise, and many others [8–14]. In particular much attention has been devoted to the analysis of SR in *periodic potentials* [9–14]. Indeed, many different physical systems are described in terms of periodic structures, and it is by now well established that the noise plays a major role in the mechanisms of transport in periodic structures. For example, the study of the underdamped motion of a particle in a periodic potential showed that it is the interplay between inertial and thermal effects which determines the peculiar mechanical properties of certain metals [15, 16]. This is precisely the regime examined in this

© EDP Sciences

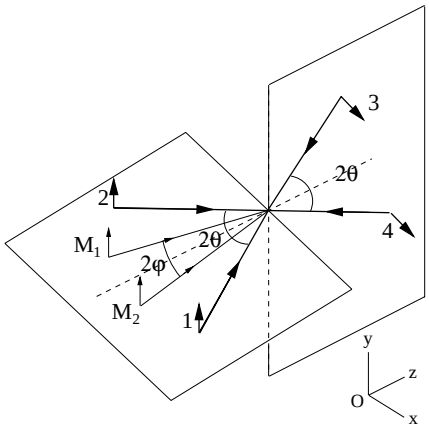


Fig. 1 – Laser fields configuration for the 3D lin⊥lin optical lattice. The beams 1–4 generate the static 3D periodic potential. Two additional laser beams (M_1 and M_2), are introduced to create a moving potential modulation.

work: we study the SR phenomenon by taking as spatially periodic system a dissipative optical lattice [17]. The laser fields create the periodic potential and produce the stochastic process of optical pumping. The friction for atoms well localized in a potential well is very small, so that inertial effects are important (low-damping regime). We report the experimental observation of stochastic resonance on the propagation modes of a dissipative optical lattice and give a complete theoretical account of the experimental findings.

The three-dimensional periodic structure is generated by the interference of four linearly polarized laser beams, arranged in the so-called lin⊥lin configuration (fig. 1) [17]. The resulting optical potential has minima located on an orthorombic lattice and associated with pure circular (alternatively σ^+ and σ^-) polarization. The lattice constants, *i.e.* the distance (along a major axis) between two sites of equal circular polarization, are $\lambda_{x,y} = \lambda/\sin\theta$ and $\lambda_z = \lambda/(2\cos\theta)$, with λ the laser field wavelength, and 2θ the angle between two copropagating lattice beams.

The Brillouin-like propagation modes in such optical lattices have been first identified

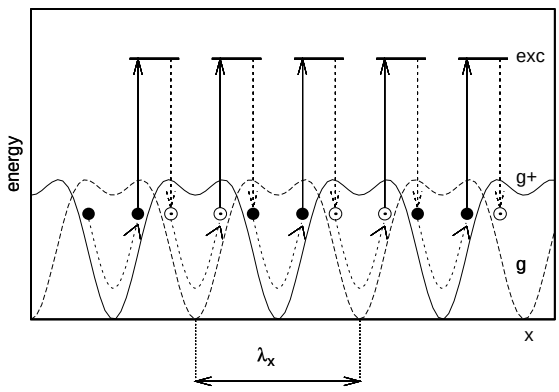


Fig. 2 – Atomic trajectory corresponding to a Brillouin mode in the x-direction. The shown potential curves (g_+ and g_-) are the section along $y = z = 0$ of the optical potential for a $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ atomic transition and a 3D lin⊥lin beam configuration.

in ref. [18] via semiclassical Monte Carlo simulations [19]. They consist of a sequence in which one half oscillation in a potential well is followed by an optical pumping process to a neighbouring well, and so on (fig. 2). The velocity of the Brillouin mode is easily calculated by neglecting the corrections due to the anharmonicity of the optical potential. The time for an atom to do half an oscillation is then $\tau = \pi/\Omega_x$, where Ω_x is the x-vibrational frequency. This corresponds to an average velocity

$$\bar{v} = \frac{\lambda_x/2}{\tau} = \frac{\lambda\Omega_x}{2\pi\sin\theta} \,. \tag{1}$$

The direct observation of the Brillouin modes in optical lattices has been recently reported [20]. We note, however, that the detection scheme used in that work was based on the measurement of diffusion coefficients. These measurements require averaging of a large data set, and this makes difficult the exploration of a large interval of interaction parameters, as necessary to evidence the phenomenon of stochastic resonance. The excitation scheme introduced in this work will results instead in significant variations of the atomic-cloud center-of-mass motion, and leads to the observation of stochastic resonance, as described now.

The transport of atoms in optical lattices has been extensively studied [21–24]. In a *dissipative* optical lattice the dominant transport process is spatial diffusion [23, 24], and the Brillouin modes are greatly suppressed. To excite these modes it is necessary to create a potential modulation moving with phase velocity equal to the velocity of the Brillouin mode. This is done by introducing two additional y-polarized laser fields (M_1 and M_2, see fig. 1). They propagate in the xOz plane, symmetrically displaced with respect to the z-axis, and form an angle equal to 2φ. These two modulation beams are taken to be sufficiently detuned from the lattice fields to neglect the interference between them and the lattice beams on the time scale of the atomic motion. In this way the modulation interference pattern is due only to the two fields M_1 and M_2, and consists of an intensity modulation moving along the x-axis with phase velocity

$$v_\phi = \frac{\delta_m}{|\Delta\vec{k}|} = \frac{\delta_m}{2k_m\sin\varphi} \,, \tag{2}$$

where δ_m is the detuning between the fields M_1 and M_2, and $\Delta\vec{k} = \vec{k}_{M_1} - \vec{k}_{M_2}$ the difference between their wave vectors ($|\vec{k}_{M_j}| \simeq k = 2\pi/\lambda$, $j = 1, 2$). This results in a moving modulation of the optical potential. For a $1/2 \rightarrow 3/2$ atomic transition([1]), the modulated potential for the two ground states $|\pm 1/2\rangle$ reads

$$U_\pm(\vec{r}) = U^0_\pm(\vec{r}) + \delta U \cdot \cos\left[(\Delta k_x x - \delta_m \cdot t)\right] \tag{3}$$

with $U^0_\pm$ the optical potential of the unperturbed lattice,

$$U^0_\pm(\vec{r}) = \frac{8\hbar\Delta'_0}{3}\left[\cos^2(k_x x) + \cos^2(k_y y) \mp \cos(k_x x)\cos(k_y y)\cos(k_z z)\right] \,, \tag{4}$$

and $\delta U = 4\hbar\Delta'_{0,m}/3$ the amplitude of the potential modulation. Δ'_0 ($\Delta'_{0,m}$) denotes the light shift per lattice (modulation) field. We expect that for $v_\phi = \bar{v}$, *i.e.* for $\delta_m = \pm\Omega_B$, with

$$\Omega_B \equiv \frac{2\sin\varphi}{\sin\theta}\Omega_x \,, \tag{5}$$

the Brillouin mode is excited, with the atoms following the potential modulation. This has been confirmed by Monte Carlo simulations. For a given modulated optical potential $U_\pm$ and

([1])It is customary in the analysis of Sisyphus cooling to consider a $1/2 \rightarrow 3/2$ atomic transition [17].

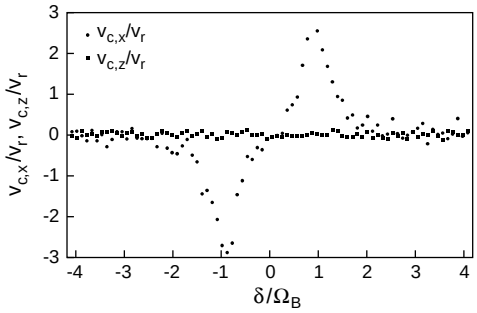


Fig. 3

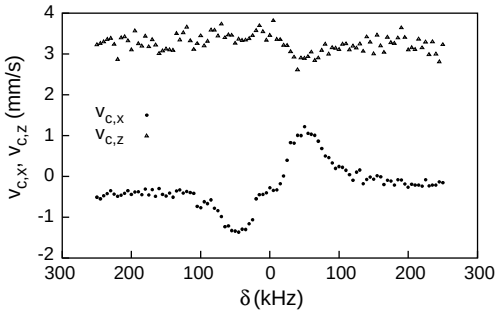


Fig. 4

Fig. 3 – Numerical results for the velocity of the CM of the atomic cloud as a function of the detuning δ_m between the two driving fields. The velocity is in units of recoil atomic velocity v_r. The lattice beam angle is $\theta = 30°$, the lattice detuning from atomic resonance $\Delta = -10\Gamma$ and the light shift per beam $\Delta_0^{'} = -200\omega_r$. Here Γ and ω_r are the width of the excited state and the atomic recoil frequency, respectively. The driving field angle is $\varphi = 10°$, the detuning $\Delta_m = -30\Gamma$ and light shift per beam $\Delta'_{0,m} = -20\omega_r$.

Fig. 4 – Experimental results for the velocity of the CM of the atomic cloud as a function of the detuning δ_m between driving fields. The lattice parameters are: lattice detuning $\Delta/(2\pi) = -45.6$ MHz, intensity per lattice beam $I = 2.3\,\mathrm{mW/cm^2}$, lattice angle $\theta = 30°$. These parameters correspond to a vibrational frequency in the x-direction $\Omega_x/(2\pi) \simeq 45$ kHz. The parameters for the moving modulation are: $I_{M1} \simeq I_{M2} \simeq 0.5\ \mathrm{mW/cm^2}$, $\Delta_m/(2\pi) = -44$ MHz, $2\varphi = 37°$. From these data we derive through eq. (5) $\Omega_B \simeq 2\pi \cdot 55$ KHz, in excellent agreement with the experimental findings.

a given optical pumping rate Γ'_0, we calculated the position of the center of mass (CM) of the atomic cloud as a function of the interaction time, for different values of the detuning δ_m between the two driving fields. The application of the moving modulation produces a motion of the CM of the atomic cloud. Its velocity v_c strongly depends on the velocity of the moving modulation, *i.e.* on the detuning δ_m between the driving fields, and shows two resonances centered at $\delta_m = \pm\Omega_B$ (fig. 3). These resonances correspond to the excitation of the propagation mode in the $\pm x$ direction: at $\delta_m = \pm\Omega_B$ the velocity of the moving modulation is equal to the velocity of the Brillouin mode, and the atoms follow the potential modulation. On the contrary, for a velocity of the moving modulation very different from the velocity of the Brillouin mode ($|\delta_m| \gg \Omega_B$ or $|\delta_m| \ll \Omega_B$) the atomic dynamics is left unperturbed, and the CM of the atomic cloud does not move. This analysis shows that the effective excitation of the Brillouin propagation modes can be detected by observing a displacement of the CM of the atomic cloud. This will be the strategy followed in our experiment. We verified that the excitation of the Brillouin modes also leads to a resonant increase of the diffusion coefficient in the x-direction, in agreement with previous results for a different modulation scheme [20].

In our experiment, ^{87}Rb atoms are cooled and trapped in a magneto-optical trap. The trapping beams and the magnetic field are then suddenly turned off. Simultaneously the four lattice beams are turned on. After 10 ms of thermalization of the atoms in the lattice the two laser fields for the moving modulation are introduced according to the geometry of fig. 1. The lattice angle is $\theta = 30°$, while the two driving fields form an angle $2\varphi = 37°$. The two driving fields are derived from an additional laser, with their relative detuning controlled by acousto-optical modulators.

The transport of the atoms in the optical lattice is studied by direct imaging of the atomic

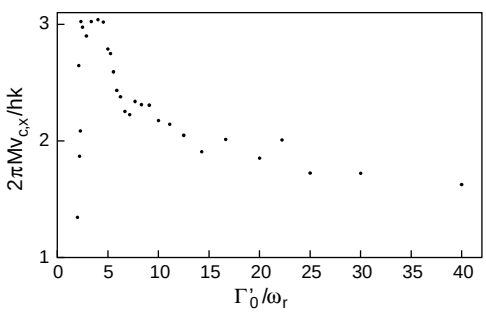


Fig. 5

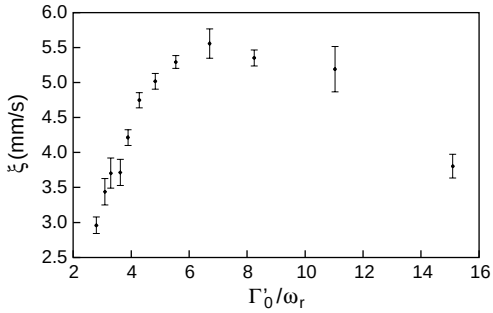


Fig. 6

Fig. 5 – Numerical results for the x-component of the velocity of the center of mass of the atomic cloud as a function of the optical pumping rate, for a given depth of the optical potential wells. Parameters of the calculations are: $\theta = 30^\circ$ and $\Delta_0' = -100\omega_r$, $\varphi = 10^\circ$, $\Delta_m = -30\Gamma$ and $\Delta_{0,m}' = -10\omega_r$.

Fig. 6 – Experimental results for the peak-to-peak amplitude ξ of the CM velocity curve, as a function of the optical pumping rate Γ_0', at a given depth of the potential wells and given amplitude modulation. The light shift per lattice beam is $\Delta_0' = -37.5\omega_r$. The parameters of the laser fields creating the moving intensity modulation are the same as for fig. 4.

cloud with a CCD camera. We verified that for a given detuning δ_m, *i.e.* for a given velocity of the moving potential modulation, the motion of the center of mass of the atomic cloud is uniform and correspondingly determined the CM velocity v_c. By repeating the measurements for different detunings between driving fields, we obtained the x- and z-component of the CM velocity v_c as a function of δ_m, as reported in fig. 4. The x-component shows a resonant behaviour with the detuning δ_m, with two resonances of opposite sign symmetrically displaced with respect to $\delta_m = 0$. The position of these resonances is in agreement with the value $\Omega_B \simeq 2\pi \cdot 55$ kHz derived from the lattice parameters via eq. (5). In contrast, the data for the z-component $v_{c,z}$, whose offset value corresponds to the radiation pressure of the modulation fields, do not show any resonance. These results are in agreement with our numerical simulations and constitute the direct experimental observation of the Brillouin propagation modes via the detection of the displacement of the CM of the atomic cloud.

The Brillouin propagation modes are determined by the synchronization of the oscillations within a potential well with the hopping from a well to a neighbouring one produced by the optical pumping ([2])([3]). We studied the amplitude of the Brillouin mode, here characterized by the velocity of the CM of the atomic cloud $v_c(\delta_m = +\Omega_B)$ (analogous results are obtained for $v_c(\delta_m = -\Omega_B)$), as a function of the optical pumping rate Γ_0' for a given modulated optical potential. The numerical results display the SR-like nonmonotonic dependence of the amplitude of the Brillouin mode on the noise strength (fig. 5), in agreement with our previous results for a different modulation scheme [20]. This SR scenario has one important peculiarity with respect to the model usually considered in the analysis of stochastic resonance. Stochastic resonance is in general understood as the noise-induced enhancement of a weak periodic signal with a frequency much smaller than the intrawell relaxation frequency within

([2])The propagation mechanism associated with these modes differs from that encountered in dense fluids or solid media. The atomic density is so low that the interaction between the different atoms is completely negligible, therefore the mechanism for the propagation of atoms cannot be ascribed to any sound-wave–like mechanism.

([3])A nonzero current in a symmetric periodic potential can also be obtained by modifying, through an external driving field, the activation energies of escape from a well, as described in [25, 26]. However that mechanism of directed diffusion does not correspond to the propagation of atoms at a well-defined velocity, as in our case.

a single metastable state. In contrast, in the present case, the noise synchronizes precisely with the intrawell motion of the atoms.

Although $v_{c,x}(\delta_m = +\Omega_B)$ and $v_{c,x}(\delta_m = -\Omega_B)$ are expected to have the same dependence on the optical pumping rate, experimentally it is more convenient to characterize the amplitude of the propagation mode by the peak-to-peak amplitude ξ

$$\xi = v_{c,x}(\delta_m = +\Omega_B) - v_{c,x}(\delta_m = -\Omega_B) \tag{6}$$

of the CM velocity curve (as the one of fig. 4). By doing so, the eventual uniform drift of the atomic cloud along the x-direction as a result of the radiation pressure deriving from a small difference in the driving fields intensities does not affect our measurements. We studied the ξ parameter at Brillouin resonance as a function of the optical pumping rate Γ'_0 at a given depth of the potential wells. This has been done by varying the lattice intensity I and detuning Δ so as to keep the depth of the potential wells $U_0 \propto I/\Delta$ constant while varying the optical pumping rate $\Gamma'_0 \propto I/\Delta^2$. The intensity and the detuning Δ_m of the modulation fields are instead kept constant. Results of our measurements of ξ as a function of the optical pumping rate at a given depth of the potential wells and given modulation are shown in fig. 6. The typical behaviour of SR is observed: the parameter ξ increases with Γ'_0 at low pumping rates; then a maximum is reached corresponding to the synchronization between the optical pumping from one well to the next one with the oscillation in the potential wells; finally at larger pumping rates this synchronization is lost and ξ decreases.

In conclusion, we reported the observation of stochastic resonance on the Brillouin modes of a dissipative optical lattice. These modes have been excited by applying a moving potential modulation with phase velocity v_ϕ equal to the velocity $\bar{v}$ of the Brillouin mode. This results in a motion of the center of mass of the atomic cloud. The effective excitation of the Brillouin propagation mode has been detected by observing a resonant dependence of the velocity of the atomic cloud CM on the velocity of the moving modulation, with a maximum CM velocity at $v_\phi = \bar{v}$. To observe the phenomenon of stochastic resonance in the optical lattice, we studied the CM velocity at Brillouin resonance as a function of the optical pumping rate at a given depth of the potential wells and a given modulation amplitude. The SR-like nonmonotonic dependence of the CM velocity on the optical pumping rate has been observed.

* * *

We thank Yanko Todorov for useful comments on the manuscript. This work was supported by the CNRS and the Région Ile de France under contract E.1220 *Atomes ultrafroids: vers de nouveaux états de la matière*. Laboratoire Kastler Brossel is an "unité mixte de recherche de l'Ecole Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie associée au Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS)".

REFERENCES

[1] BENZI R., SUTERA S. and VULPIANI A., *J. Phys. A*, **14** (1981) L453.
[2] NICOLIS C., *Tellus*, **34** (1982) 1.
[3] MCNAMARA B. and WIESENFELD K. and ROY R., *Phys. Rev. Lett.*, **60** (1988) 2626.
[4] DOUGLASS J. K., WILKENS L., PANTAZELOU E. and MOSS F., *Nature*, **365** (1993) 337.
[5] GAMMAITONI L., *Phys. Rev. E*, **52** (1995) 4691.
[6] WIESENFELD K. and MOSS F., *Nature*, **373** (1995) 33.
[7] GAMMAITONI L., HÄNGGI P., JUNG P. and MARCHESONI F., *Rev. Mod. Phys.*, **70** (1998) 223.

[8] DYKMAN M. I., LUCHINSKY D. G., MANNELLA R., MCCLINTOCK P. V. E., STEIN N. D. and STOCKS N. G., *J. Stat. Phys.*, **70** (1993) 479.
[9] HU G., *Phys. Lett. A*, **174** (1993) 247.
[10] FRONZONI L. and MANNELLA R., *J. Stat. Phys.*, **70** (1993) 501.
[11] MARCHESONI F., *Phys. Lett. A*, **231** (1997) 61.
[12] KIM Y. W. and SUNG W., *Phys. Rev. E*, **57** (1998) R6237.
[13] DAN D., MAHATO M. C. and JAYANNAVAR A. M., *Phys. Rev. E*, **60** (1999) 6421.
[14] BAO J.-D., *Phys. Rev. E*, **62** (2000) 4606.
[15] ISAAC R. D., SCHWARZ R. B. and GRANATO A. V., *Phys. Rev. B*, **18** (1978) 4143.
[16] KOLOMEISKY E. B., CURCIC T. and STRALEY J. P., *Phys. Rev. Lett.*, **75** (1995) 1775.
[17] GRYNBERG G. and MENNERAT-ROBILLIARD C., *Phys. Rep.*, **355** (2001) 335.
[18] COURTOIS J.-Y., GUIBAL S., MEACHER D. R., VERKERK P. and GRYNBERG G., *Phys. Rev. Lett.*, **77** (1996) 40.
[19] PETSAS K. I., GRYNBERG G. and COURTOIS J.-Y., *Eur. Phys. J. D*, **6** (1999) 29.
[20] SANCHEZ-PALENCIA L., CARMINATI F.-R., SCHIAVONI M., RENZONI F. and GRYNBERG G., *Phys. Rev. Lett.*, **88** (2002) 133903.
[21] NIENHUIS G., *Phys. Scr.*, **T95** (2001) 43.
[22] VISSER P. M. and NIENHUIS G., *Phys. Rev. A*, **56** (1997) 3950.
[23] CARMINATI F.-R., SCHIAVONI M., SANCHEZ-PALENCIA L., RENZONI F. and GRYNBERG G., *Eur. Phys. J. D*, **17** (2001) 249.
[24] SANCHEZ-PALENCIA L., HORAK P. and GRYNBERG G., *Eur. Phys. J. D*, **18** (2002) 353.
[25] DYKMAN M. I., RABITZ H., SMELYANSKIY V. N. and VUGMEISTER B. E., *Phys. Rev. Lett.*, **79** (1997) 1178.
[26] LUCHINSKY D. G., GREENALL M. J. and MCCLINTOCK P. V. E., *Phys. Lett. A*, **273** (2000) 316.

Annexe D

Pump-probe spectroscopy of atoms cooled in a 3D lin ⊥ lin optical lattice

F. -R. Carminati, M. Schiavoni, Y. Todorov, F. Renzoni, and G. Grynberg

Eur. Phys. J. D. ***22****, 311, (2003)*

Eur. Phys. J. D **22**, 311–317 (2003)
DOI: 10.1140/epjd/e2002-00228-6

THE EUROPEAN PHYSICAL JOURNAL D

Pump-probe spectroscopy of atoms cooled in a 3D lin⊥lin optical lattice

F.-R. Carminati, M. Schiavoni, Y. Todorov, F. Renzoni[a], and G. Grynberg

Laboratoire Kastler Brossel, Département de Physique de l'École Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05, France

Received 8 April 2002 / Received in final form 9 September 2002
Published online 12 November 2002 – © EDP Sciences, Società Italiana di Fisica, Springer-Verlag 2003

Abstract. We describe the pump-probe spectroscopy of atoms cooled in a 3D lin⊥lin optical lattice. Our pump-probe configuration consists of two laser fields detuned with respect to the lattice fields. This scheme allows to clearly identify in the probe transmission spectrum the Brillouin and Raman resonances, by studying their positions as functions of the angle between the pump and probe beams. We describe these resonances in detail, and compare the experimental results to the theoretical predictions. Our conclusions are supported by transport-spectroscopy measurements, which allow to distinguish between contributions to the light scattering from propagating and non-propagating atoms.

PACS. 05.45.-a Nonlinear dynamics and nonlinear dynamical systems – 42.65.Es Stimulated Brillouin and Rayleigh scattering – 32.80.Pj Optical cooling of atoms; trapping

1 Introduction

Stimulated light scattering is a powerful technique to investigate the properties of a medium, as well for solids and samples in the vapour phase. It allows not only to determine the dynamical modes of the sample, but also to study the relaxation processes towards equilibrium. In the last decade the methods of stimulated light scattering have found wide application in the domain of cold atoms [1–10]. For example the oscillation frequencies of atoms bound by an external optical potential can be precisely determined by measuring the position of Raman lines in the nonlinear optical response of the atomic sample [1]. And if the atoms are instead free, stimulated light scattering between different motional states allows to determine their velocity distribution [5–9]. In this work we present a detailed investigation of the nonlinear optical response of atoms cooled in an optical lattice [11]. At variance with previous investigations [1,4], in which the light scattering was established between a probe beam and the lattice beams, in our scheme the photons are scattered between a probe and an additional pump beam. As it will be shown, this results in a complete freedom in the choice of the mode of the material medium to be excited, and allows the experimental verification of properties of optical lattices so far assumed but not demonstrated. In particular we will show that the considered pump-probe configuration allows to clearly identify in the probe transmission spectrum the Brillouin and Raman resonances, by studying their positions as functions of the angle between the pump and probe beams. This study also offers a striking evidence of the completely different nature of these resonances. Our conclusions are supported by transport-spectroscopy measurements: the velocity of the center of mass of the atomic cloud is monitored as a function of the detuning between pump and probe. This offers an alternative way to distinguish between contributions to the light scattering from propagating and non-propagating atoms.

The results presented in this work are obtained for a dissipative optical lattice. However, we note that, as the pump and probe fields can be arbitrarily detuned from atomic resonance, the described methods of pump-probe spectroscopy can be applied also to far-off-resonance non-dissipative optical lattices which are currently investigated by many groups in connection with Bose-Einstein condensation experiments [12].

This work is organized as follows. In Section 2 we describe the experimental set-up. In Section 3 we analyze the pump-probe configuration with parallel polarizations of the beams. In the configuration of Section 4, the polarizations of the pump and probe beams are instead orthogonal. In each of Sections 3 and 4 the Rayleigh, Raman and Brillouin (when presents) resonances are examined separately. With respect to the scheme with only one additional probe beam, the pump-probe configuration examined here offers significative advantages for the study of the Raman and Brillouin resonances, but not for the Rayleigh lines. Therefore the discussion of these latter will be kept to a minimum. The conclusions of our work are contained in Section 5.

[a] e-mail: Ferruccio.Renzoni@lkb.ens.fr

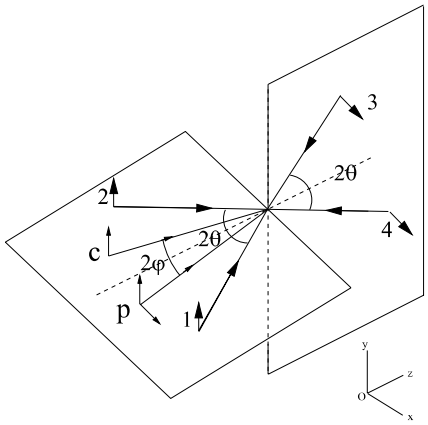


Fig. 1. Laser fields configuration for the 3D lin⊥lin optical lattice. The beams 1–4 generate the static 3D periodic potential. For the measurement presented in this work, the angles between the lattice beams are kept fixed at $\theta = 30°$. Two additional laser beams (c and p), are introduced for the pump-probe spectroscopy. The pump beam (c) is linearly polarized along the y-axis. For the probe beam (p), both configurations with polarization along the y-axis and in the xOz-plane have been considered in the experiment.

2 Experimental set-up

In our experiment ^{85}Rb atoms are cooled and trapped in a 3D lin⊥lin optical lattice. The procedure to load the atoms in the optical lattice is the standard one used in previous experiments [7]. The rubidium atoms are first cooled and trapped in a magneto-optical trap (MOT). Then the MOT magnetic field and laser beams are turned off and the lattice beams are turned on.

The three-dimensional periodic structure is generated by the interference of four linearly polarized laser beams, arranged in the 3D lin⊥lin configuration [11] (Fig. 1): two y-polarized beams propagate in the xOz-plane with a relative angle 2θ, while two x-polarized beams propagate in the yOz-plane and form also an angle 2θ. This arrangement results in a periodic modulation of the light polarization and light intensity, which produces a periodic modulation of the different atomic ground-state sublevels (optical potentials). The optical potential has minima located on a orthorhombic lattice and associated with pure circular (alternatively σ^+ and σ^-) polarization. The lattice constants, *i.e.* the distance (along a major axis) between two sites of equal circular polarization are $\lambda_{x,y} = \lambda/\sin\theta$ and $\lambda_z = \lambda/(2\cos\theta)$, with λ the laser field wavelength. The optical pumping between the different atomic ground states combined with the spatial modulation of the light shifts leads then to the cooling of atoms [13] and to their localization [14] at the minima of the optical potential, thus producing a periodic array of atoms.

After 10 ms of thermalization of the atoms in the optical lattice, two additional linearly-polarized laser fields are introduced for the pump-probe spectroscopy. The strong pump (or coupling) beam is kept at a given frequency, while the frequency of the weak probe beam is scanned around the pump frequency. The relative detuning between pump and probe is indicated by δ_{pc}:

$$\delta_{pc} = \omega_p - \omega_c, \tag{1}$$

and analogously for the $\mathbf{k}$-vectors difference $\Delta\mathbf{k}_{pc}$:

$$\Delta\mathbf{k}_{pc} = \mathbf{k}_p - \mathbf{k}_c. \tag{2}$$

The pump and probe beams are detuned with respect to the lattice beams, so that there is no atomic observable which can be excited at the beat frequency. Furthermore as the pump and probe fields are derived from a laser different from the one producing the lattice beams, the effect of the unwanted beat is significantly reduced.

3 Configuration with y-polarized pump and probe

We consider first a configuration with the pump and the probe beams linearly polarized along the y-axis, *i.e.* with polarizations parallel to those of the copropagating lattice beams. They propagate in the xOz-plane and they are symmetrically displaced with respect to the z-axis. The angle between the two beams is denoted by 2φ (Fig. 1). As it will be shown rigorously in the following, this configuration corresponds to excitations in the x-direction.

We measured the probe transmission as a function of the detuning δ_{pc} for different angles between the pump and the probe beams, with results as the ones shown in Figure 2. The probe transmission spectrum shows up to five resonances. The position of these resonances, as well their number, depends on the angle between the pump and the probe beams. A resonance centered at zero detuning is present in all the spectra. At small angle φ two lateral resonances of opposite sign are also present. The position of these resonances, marked with arrows in Figure 2, is found to be an increasing function of the angle φ. At larger values of φ, two additional lateral resonances appear, their position (dotted lines in Fig. 2) being independent of the angle φ.

We have also made transport-spectroscopy measurements, by taking images of the atomic cloud at different time instants. For these measurements we increased the power of the probe field so to have about the same intensity in the pump and probe beams. From the images, we derived the velocity of the center-of-mass of the atomic cloud as a function of δ_{pc}. As shown in Figure 3, two resonances of opposite sign and symmetrically displaced with respect to $\delta_{pc} = 0$ are present in the spectrum for the x-component of the center-of-mass velocity. The measurements show that the position of these resonances depends clearly on the angle φ between pump and probe. By contrast, we found that the z-component (not shown in the figure) of the center-of-mass velocity does not show any resonant behaviour with δ_{pc}. We analyze all these resonances in detail in the following.

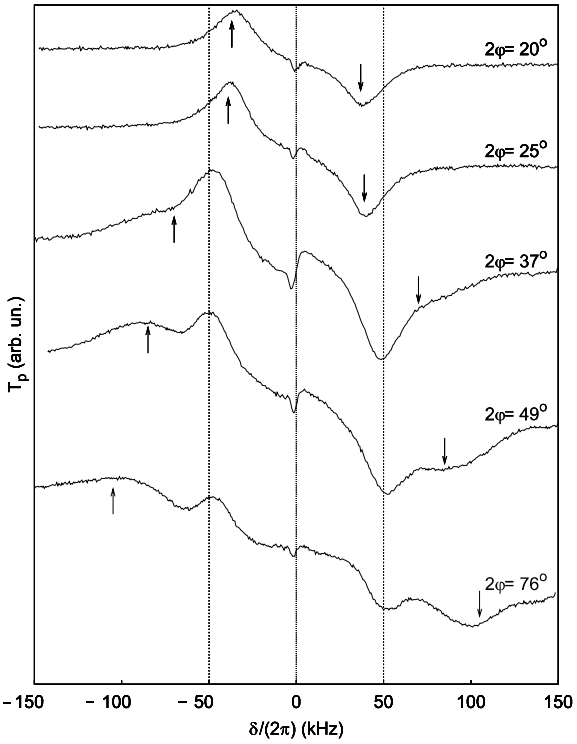


Fig. 2. Transmission of the probe beam as a function of the detuning between pump and probe fields, for different values of the angle 2φ between pump and probe beams. The lattice detuning is $\Delta = -50$ MHz, the intensity per lattice beam $I_L = 5$ mW/cm^2. The intensity of the pump and probe beams are: $I_c \simeq 0.5$ mW/cm^2, $I_p \simeq 0.1$ mW/cm^2.

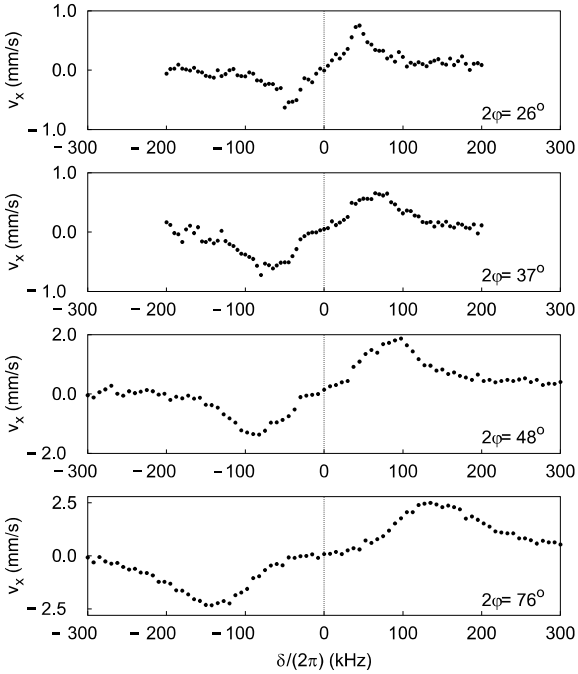


Fig. 3. Center-of-mass velocity in the x-direction as a function of the detuning between pump and probe fields, for different values of the angle 2φ between pump and probe beams. The lattice detuning is $\Delta = -50$ MHz, the intensity per lattice beam $I_L = 5$ mW/cm^2.

3.1 Rayleigh resonances

The resonance at the center of the spectrum corresponds to stimulated Rayleigh scattering. These resonances originate from the diffraction of the pump on the phase-shifted modulation of an observable of the atomic medium [15]. Indeed the interference between pump and probe fields results in a pattern moving at a phase velocity

$$v_\phi = \frac{\delta_{pc}}{|\Delta \mathbf{k}_{pc}|} = \frac{\delta_{pc}}{2k \sin\varphi} \tag{3}$$

($|\mathbf{k}_c| \simeq |\mathbf{k}_p| \equiv k$). This interference pattern creates a modulation of one (or more) atomic observable moving at the same velocity v_ϕ but phase-shifted with respect to the light interference pattern. This phase shift originates from the finite response time of the material medium. As the light interference pattern and the material grating are phase shifted, the pump wave can be diffracted on the grating in the direction of the probe thus modifying the probe transmission.

In the present configuration with parallel polarizations of the pump and probe beams, it is the light intensity which is periodically modulated. Previous work (see [11] and references therein) identified in the atomic density the material observable which, excited *via* the dipole force, is responsible for the Rayleigh line.

Rayleigh resonances are usually known to be dispersive-like [15]. However in the present case of Rayleigh resonances in optical lattices, the radiation pressure results in a Lorentzian contribution. This has been studied in detail in reference [16], and it will not be repeated here.

3.2 Raman resonances

The lateral resonances at $\delta_{pc} \simeq \pm 2\pi \times 50$ kHz correspond to Raman transitions between different vibrational levels of the same potential well (Fig. 4). The sign of these resonances is easily understood by taking into account the equilibrium population distribution produced by the cooling process [14]. As the ground vibrational level is more populated than the first excited one, in the Raman process between these two states it will be the field with lower energy to be amplified. To negative detunings $\delta_{pc} < 0$ corresponds then probe gain, and to $\delta_{pc} > 0$ probe attenuation.

To determine which transition is excited for a given pump-probe configuration, *i.e.* for a given difference $\Delta \mathbf{k}_{pc}$

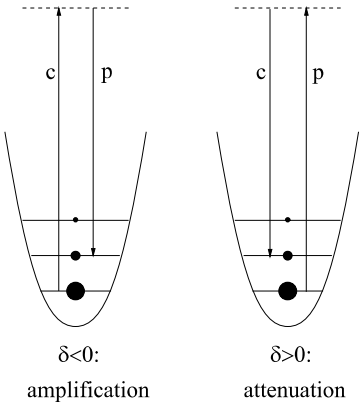


Fig. 4. Raman transitions between different vibrational levels of the same potential well. The solid circles indicate the population distribution in the different levels.

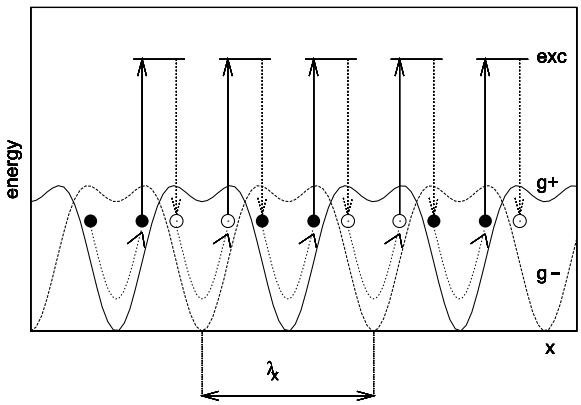


Fig. 5. Atomic trajectory corresponding to a Brillouin mode in the x-direction. The shown potential curves (g_+ and g_-) are the section along $y = z = 0$ of the optical potential for a $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ atomic transition and a 3D lin⊥lin beam configuration.

between the pump and the probe wavevectors, we should calculate the matrix elements of the Raman operator $I = (\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_c^\dagger)(\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_p)$ between different vibrational states. Here $\mathbf{d}$ is the atomic dipole operator, and $\mathbf{E}_\alpha$ ($\alpha = c, p$) the electric field operators.

As we are considering atomic states well localized near the bottom of a potential well, we can describe the optical potential as a 3D harmonic oscillator and label the vibrational states accordingly: $|\{n\}\rangle = |\{n_x, n_y, n_z\}\rangle$. The internal ground and excited atomic states will be labeled as $|J_g, m_g\rangle$ and $|J_e, m_e\rangle$, for a quantization axis in the z-direction. The Raman process induces transitions between ground states with the same quantum number m_g. The basic step in the calculation of the matrix element $I_{nn'}$ of the Raman operator is the expansion of the pump and probe electric fields near the bottom of the potential well (say $\mathbf{r} = \mathbf{0}$)

$$\exp\{\mathrm{i}(\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_c) \cdot \mathbf{r}\} \simeq 1 + \mathrm{i}\Delta\mathbf{k}_{pc} \cdot \mathbf{r}. \tag{4}$$

After elementary calculations we obtain for $n \neq n'$

$$I_{nn'} \simeq \frac{\mathrm{i}(c_- + c_+)\mathcal{D}^2 \mathcal{E}_c^{o*} \mathcal{E}_p^o}{2(2J_e + 1)} \langle\{n'\}|\mathbf{r}|\{n\}\rangle \cdot \Delta\mathbf{k}_{pc}. \tag{5}$$

Here $c_\pm = \langle J_e, m_g \pm 1 | J_g, 1; m_g, \pm 1\rangle^2$, $\mathcal{D}$ is the reduced matrix element of the dipole operator, and $\mathcal{E}_c^o$, $\mathcal{E}_p^o$ are the amplitudes of the pump and probe beams.

Equation (5) shows that the coupling is of the form $\Delta\mathbf{k}_{pc} \cdot \mathbf{r}$. This means that for a pump-probe configuration leading to a $\Delta\mathbf{k}_{pc}$ in the x-direction, as in our case, only Ω_x-resonances ($\Delta n_x = \pm 1$, $\Delta n_{y,z} = 0$) will be excited, and analogously for the other possible orientation of $\Delta\mathbf{k}_{pc}$. It is then clear that an appropriate choice of $\Delta\mathbf{k}_{pc}$, *i.e.* of the displacement of the pump and probe fields, allows the excitation of the Raman resonance in any desired direction. Furthermore the proportionality of the matrix element of the Raman operator to $\Delta\mathbf{k}_{pc}$ implies that the transition rate is proportional to $\sin^2\varphi$. This explains the observed dependence of the intensity of the Raman transition on the angle between pump and probe, and in particular the fact that Raman lines are not visible for small values of φ (Fig. 2).

3.3 Brillouin resonances

The Brillouin-like propagation modes in optical lattices have been first identified in reference [17] *via* semiclassical Monte Carlo simulations. They consist of a sequence in which one half oscillation in a potential well is followed by an optical pumping process to a neighbouring well, and so on (Fig. 5). The velocity of the Brillouin mode is easily calculated by neglecting the corrections due to the anharmonicity of the optical potential. The time for an atom to do half an oscillation is then $\tau = \pi/\Omega_x$. This corresponds to an average velocity

$$\bar{v} = \frac{\lambda_x/2}{\tau} = \frac{\lambda\Omega_x}{2\pi\sin\theta}\cdot \tag{6}$$

The Brillouin mode is excited when the phase velocity of the moving modulation created by pump and probe is equal to the velocity of the Brillouin mode [17–19]. The condition $v_\phi = \bar{v}$ is written in terms of the detuning δ_{pc} between pump and probe as: $\delta_{pc} = \pm\Omega_\mathrm{B}$, with

$$\Omega_\mathrm{B} \equiv \frac{2\sin\varphi}{\sin\theta}\Omega_x. \tag{7}$$

Stimulated light scattering on the atoms following the Brillouin mode results in resonances in the probe transmission spectrum [15]. We claim that the resonances marked by an arrow on the spectra of Figure 2 are indeed *Brillouin resonances*. To verify that this is actually the case we studied the position of these resonances as a function of the light shift per lattice beam Δ_0' and as a function of the angle between pump and probe, with results as in Figures 6 and 7. The behaviour displayed by

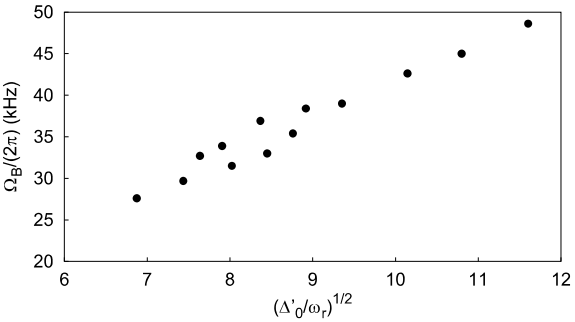


Fig. 6. Position of the Brillouin resonance as a function of the square root of the light shift per lattice beam Δ'_0 at a given angle between pump and probe ($2\varphi = 20°$). Here ω_r is the atomic recoil frequency.

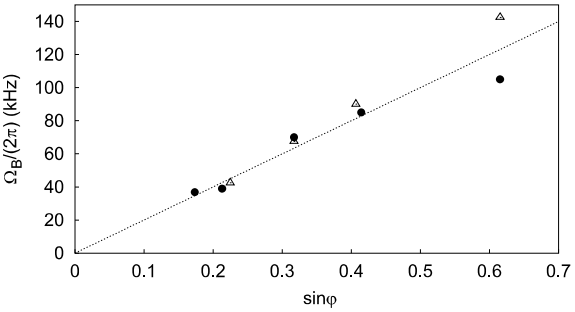


Fig. 7. Position of the Brillouin resonance as a function of $\sin\varphi$, where φ is the half-angle between pump and probe. The filled circles correspond to probe-transmission measurements, open triangles to the results of transport-spectroscopy. The dashed line corresponds to equation (7) with $\Omega_x = 2\pi\times 50$ kHz.

Figures 6 and 7 corresponds well to the dependencies of equation (7). Indeed the position of the resonances depends linearly on square root of the light shift per lattice beam, to which the vibrational frequencies are proportional, and on the sinus of the half-angle between pump and probe. We notice that this last property allows to clear distinguish the Raman and Brillouin resonances in the probe transmission. In fact, the positions of Raman resonances depend only on the lattice features (detuning, intensity and angle between the lattice beams), and not on those of the pump and probe beams.

4 Configuration with orthogonal pump and probe polarizations

We consider now the case of orthogonal pump and probe polarizations, with the pump field linearly polarized along y and the probe field in the xOz-plane. The displacement of the pump and probe beams is the same as in the configuration analyzed previously, the only difference being the polarization of the probe field.

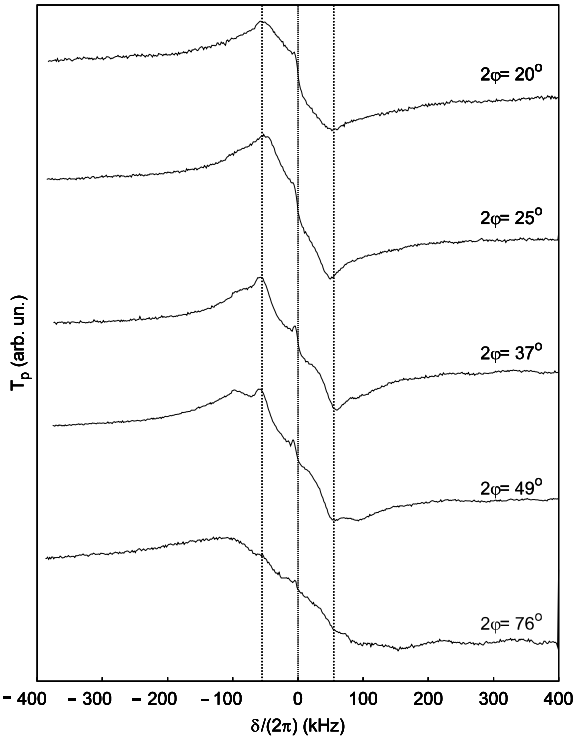


Fig. 8. Transmission of the probe beam as a function of the detuning between pump and probe fields, for different values of the angle 2φ between pump and probe beams. The lattice detuning is $\Delta = -50$ MHz, and the intensity per lattice beam $I_L = 5$ mW/cm^2.

Typical probe transmission spectra at different values of the angle 2φ between pump and probe beams are reported in Figure 8. Several resonances are present in these spectra. A narrow (few kHz) dispersive-like resonance centered at zero detuning is superposed to a broader (few hundreds kHz) resonance, also dispersive-like and centered at zero detuning. Two lateral resonances of opposite sign complete the spectrum.

Also for this pump-probe configuration we studied the velocity of the center-of-mass of the atomic cloud as a function of the detuning δ_{pc} and detected Brillouin propagation modes. However we found that for this pump-probe configuration these Brillouin modes do not produce resonances lines in the probe transmission spectrum and therefore they are not relevant for the present study. A complete account of these *dark* modes will be presented elsewhere [20].

4.1 Rayleigh resonances

The two dispersive-like resonances centered at $\delta_{pc} = 0$ correspond to stimulated Rayleigh scattering. They have respectively a width of few kHz and few hundreds kHz.

The mechanism behind these resonances is the same as for the configuration with parallel pump and probe: they originate from the diffraction of the pump on the phase-shifted modulation of an atomic observable. What differs in the two examined pump-probe configurations is the excited atomic observable. We have already discussed in Section 3.1 that for parallel polarizations of the pump and probe fields the modulated atomic observable assumed to be responsible for the Rayleigh line is the density. This density grating is created by the light intensity interference pattern via the dipole force. In the present case, the interference between the perpendicularly-polarized pump and probe gives rise to a moving pattern of the light polarization. Previous theoretical work (see [11] and references therein) identified in the atomic density and magnetization the material observable responsible for the Rayleigh line. In fact besides the obvious creation of an atomic magnetization grating, the modulated light polarization produces also a modulation of the depth of the optical potentials and therefore, *via* the dipole force, of the atomic density. As the two atomic observable (density and magnetization) have in general different relaxation rates, the time scale for the damping of the magnetization being shorter, the corresponding Rayleigh resonances have different widths, resulting in the observed structure in the probe transmission spectrum.

4.2 Raman resonances

The resonance at $\delta \simeq \pm 2\pi \times 50$ kHz are Raman resonances between different vibrational levels. To identify which mode is excited for a given pump-probe configuration and determine the dependence of the strength of the Raman lines on the angle between pump and probe, we proceed as in Section 3.2 and calculate the matrix elements of the Raman operator. The probe field has now components along the x- and z-directions. The field amplitudes in the two directions are $\mathcal{E}_{p,x} = \mathcal{E}_p^0 \cos\varphi$ and $\mathcal{E}_{p,z} = \mathcal{E}_p^0 \sin\varphi$. However, the component along the z-axis of the probe electric field cannot take part to a Raman process between ground states with the same m_g-quantum number because the pump field produces only $\sigma_\pm$ excitation with respect to the quantization axis (the z-axis). Through calculations analogous to those of Section 3.2, we get the following expression for the matrix-elements of the Raman operator

$$I_{nn'} \simeq \frac{(c_- - c_+)\mathcal{D}^2 \mathcal{E}_c^{0*} \mathcal{E}_p^0 \cos\varphi}{2(2J_e+1)} \langle\{n'\}|\mathbf{r}|\{n\}\rangle \cdot \Delta\mathbf{k}_{pc}. \quad (8)$$

We recognize in equation (8) the same type of coupling $\mathbf{r}\cdot\Delta\mathbf{k}_{pc}$ found for the case of parallel pump and probe polarizations. Therefore the conclusions of Section 3.2 for the correspondence between k-vector difference $\Delta\mathbf{k}_{pc}$ between pump and probe and the excited mode apply here as well. On the other hand, the dependence of the matrix-element $I_{nn'}$ on the angle φ is different from the case analyzed in Section 3.2. Indeed besides the term $\sin\varphi$ corresponding to $\Delta\mathbf{k}_{pc}$, in the present case there is an additional factor $\cos\varphi$. Therefore the strength of the Raman lines, proportional to $|I_{nn'}|$ varies as $\sin^2\varphi\cos^2\varphi$.

5 conclusions

In this work we described the pump-probe spectroscopy of atoms cooled in a 3D lin⊥lin optical lattice. Our pump-probe configuration consists of two laser fields detuned with respect to the lattice fields, at variance with previous investigations in which the lattice fields were playing the role of the pump and only one additional probe beam was introduced. This pump-probe configuration allows to clearly identify in the probe transmission spectrum the Brillouin and Raman resonances. We have shown that the different resonances can be distinguished by studying their positions as a function of the angle between pump and probe. The position of the Raman resonances corresponds to the energy spacing between vibrational levels, and does not then depend on the angle φ between pump and probe. By contrast, the position of the Brillouin resonances corresponds to a well defined velocity of the moving modulation created by the pump and probe beams. This velocity depends on the angle between the beams, and therefore also the position of the Brillouin resonances depends on the angle φ. This dependence has been verified in our experiment, with results in agreement with the theoretical model. Our conclusions have been supported by transport-spectroscopy measurements, which allow to distinguish between the contributions to the light scattering of propagating and non-propagating atoms.

This work was supported by the CNRS and the Région Ile-de-France under contract E.1220 "Atomes ultrafroids : vers de nouveaux états de la matière". Laboratoire Kastler Brossel is an "unité mixte de recherche de l'École Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie associée au Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS)".

References

1. P. Verkerk, B. Lounis, C. Salomon, C. Cohen-Tannoudji, J.-Y. Courtois, G. Grynberg, Phys. Rev. Lett. **68**, 3861 (1992)
2. J.-Y. Courtois, G. Grynberg, Phys. Rev. A **46**, 7060 (1992)
3. J.W.R. Tabosa, G. Chen, Z. Hu, R.B. Lee, H.J. Kimble, Phys. Rev. Lett. **66**, 3245 (1991)
4. A. Hemmerich, T.W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. **70**, 410 (1993)
5. J.-Y. Courtois, G. Grynberg, B. Lounis, P. Verkerk, Phys. Rev. Lett. **72**, 3017 (1994)
6. D.R. Meacher, D. Boiron, H. Metcalf, C. Salomon, G. Grynberg, Phys. Rev. A **50**, R1992 (1994)
7. F.-R. Carminati, M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni, G. Grynberg, Eur. Phys. J. D **17**, 249 (2001)
8. F. Chi, M. Partlow, H. Metcalf, Phys. Rev. A **64**, 043407 (2001)
9. G. Di Domenico, G. Mileti, P. Thomann, Phys. Rev. A **64**, 043408 (2001)

10. Y.-C. Chen, Y.-W. Chen, J.-J. Su, J.-Y. Huang, I.A. Yu, Phys. Rev. A **63**, 43308 (2001)
11. G. Grynberg, C. Mennerat-Robilliard, Phys. Rep. **355**, 335 (2001)
12. For a recent review of experiments on Bose-Einstein condensates in optical lattices, see O. Morsch, E. Arimondo, *Dynamics and Thermodynamics of Systems with Long Range Interactions*, edited by T. Dauxois, S. Ruffo, E. Arimondo, M. Wilkens, Lecture Notes in Physics (Springer, Berlin, 2002), Vol. 602
13. J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989); P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis, S. Chu, *ibid.* **6**, 2058 (1989)
14. Y. Castin, J. Dalibard, Europhys. Lett. **14**, 761 (1991)
15. J.-Y. Courtois, G. Grynberg, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **36**, 87 (1996)
16. S. Guibal, C. Mennerat-Robilliard, D. Larousserie, C. Triché, J.-Y. Courtois, G. Grynberg, Phys. Rev. Lett. **78**, 4709 (1997)
17. J.-Y. Courtois, S. Guibal, D.R. Meacher, P. Verkerk, G. Grynberg, Phys. Rev. Lett. **77**, 40 (1996)
18. L. Sanchez-Palencia, F.-R. Carminati, M. Schiavoni, F. Renzoni, G. Grynberg, Phys. Rev. Lett. **88**, 133903 (2002)
19. M. Schiavoni, F.-R. Carminati, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni, G. Grynberg, Europhys. Lett. **59**, 493 (2002)
20. M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F.-R. Carminati, F. Renzoni, G. Grynberg, Phys. Rev. A (in press)

Annexe E

Phase-control of directed diffusion in a symmetric optical lattice

M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni, and G. Grynberg

Phys. Rev. Lett. ***90****, 094101, (2003)*

VOLUME 90, NUMBER 9 PHYSICAL REVIEW LETTERS week ending 7 MARCH 2003

Phase Control of Directed Diffusion in a Symmetric Optical Lattice

M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni, and G. Grynberg

Laboratoire Kastler Brossel, Département de Physique de l'Ecole Normale Supérieure, 24, rue Lhomond, 75231, Paris Cedex 05, France

(Received 29 October 2002; published 3 March 2003)

We demonstrate the phenomenon of directed diffusion in a symmetric periodic potential. This has been realized with cold atoms in a one-dimensional dissipative optical lattice. The stochastic process of optical pumping leads to a diffusive dynamics of the atoms through the periodic structure, while a zero-mean force which breaks the temporal symmetry of the system is applied by phase modulating one of the lattice beams. The atoms are set into directed motion as a result of the breaking of the temporal symmetry of the system.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.90.094101 PACS numbers: 05.45.–a, 05.40.–a

It has now been about two centuries since scientists have observed and modeled the motion of microscopic particles in a fluctuating environment. The year 1828 can probably be indicated as the birth date of this field of research, with the observation by Brown [1] of the random motion of particles in a fluid. And it took about a century before that this phenomenon, now known as Brownian motion, was modeled by Einstein [2]. More recently, the problem of modeling molecular motors [3], i.e., microscopic objects moving unidirectionally along periodic structures, has renewed the interest in the field and stimulated much theoretical work devoted to the study of the directed motion in a fluctuating environment in the absence of bias forces. Molecular motors have been modeled by an asymmetric potential (ratchet) and non-Gaussian noise [4]. Unidirectional motion in a ratchet potential is also obtained with Gaussian noise and an applied periodic force of zero average [4–7].

In this work we demonstrate the phenomenon of directed diffusion (DD), i.e., directed motion in a fluctuating environment, in a *symmetric* optical lattice. Consider the diffusive dynamics in a periodic potential $U(x)$ of period λ, $U(x + \lambda) = U(x)$, in the presence of a driving force $F(t)$ of period T, $F(t + T) = F(t)$. If the system is symmetric in the sense that $U(-x) = U(x)$ and $F(t + T/2) = -F(t)$, there is no net average transport through the periodic structure [5,8–10]. Therefore to observe directed motion the spatiotemporal symmetry of the system has to be broken. For a spatially symmetric potential, the symmetry of the system can be broken by applying a nonmonochromatic driving force containing both odd and even harmonics. In the present investigation the driving force has two components of frequencies ω and 2ω and phase difference ϕ. We will demonstrate experimentally the phenomenon of DD for such a configuration, with the phase ϕ playing the role of control parameter for the amplitude and sign of the current of atoms through the lattice.

Our symmetric periodic potential corresponds to a one-dimensional lin $\perp$ lin optical lattice [11]. The periodic structure is determined by the interference of two counterpropagating laser beams (L_1 and L_2), with crossed linear polarizations (Fig. 1). This arrangement results in a periodic modulation of the light polarization, which produces a periodic modulation of the light shifts of the different ground states of the atoms. In this way an atom experiences a periodic potential (*optical potential*), whose amplitude and phase depend on the internal state of the atom. This dependence allows Sisyphus cooling [11] to take place. Indeed, the optical pumping between the different atomic ground states combined with the spatial modulation of the optical potential leads to the cooling of the atoms and to their localization at the minima of the optical potentials, thus producing a periodic array of trapped atoms. The transport of atoms through the lattice is determined by the optical pumping between different ground state sublevels. In fact, atoms at the bottom of a potential well strongly interact with the light and therefore undergo fluorescence cycles. The stochastic process of optical pumping may transfer an atom from a potential well to a neighboring one corresponding

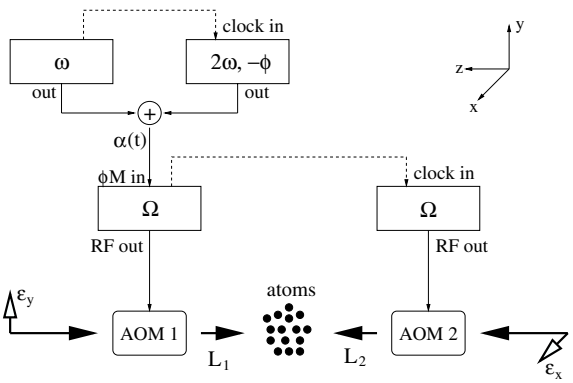


FIG. 1. Sketch of the experimental setup. The phase of the laser field L_1 is $-kz - \omega_L t + \alpha(t)$, while the phase of the field L_2 is $kz - \omega_L t$. Here ω_L includes the frequency shift Ω produced by the acousto-optical modulators.

 © 2003 The American Physical Society

VOLUME 90, NUMBER 9 PHYSICAL REVIEW LETTERS week ending 7 MARCH 2003

to a different optical potential. This results in the transport of atoms through the lattice. More precisely, in a wide range of lattice parameters the atomic dynamics corresponds to normal diffusion [12,13].

In order to generate a time-dependent homogeneous force, we apply a phase modulation to one of the lattice beams, so that to obtain the electric field configuration

$$\vec{E} = E_0 \mathrm{Re}\{\vec{\epsilon}_x \exp[i(kz - \omega_L t)] + \vec{\epsilon}_y \exp[i(-kz - \omega_L t + \alpha(t))]\}. \quad (1)$$

Here E_0 is the (real) amplitude of the electric field, k and ω_L the lattice-field wave vector and frequency, respectively. The modulated phase is $\alpha(t)$. In the laboratory reference frame this laser configuration generates a moving optical potential $U[2kz - \alpha(t)]$. To be explicit, consider the case of a $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ transition, which is the simplest atomic transition for which Sisyphus cooling takes place. In this case the moving bipotential for the $|g, m = \pm 1/2\rangle$ ground states is $U_{\pm}[2kz - \alpha(t)]$ with $U_{\pm}(\xi) = U_0[-2 \pm \cos\xi]$, U_0 being the depth of the potential wells. Consider now the dynamics in the moving reference frame defined by the coordinate transformation $z' = z - \alpha(t)/2k$. In this accelerated reference frame the optical potential is stationary. In addition to this potential, the atom, of mass M, experiences also an inertial force F in the z direction proportional to the acceleration a of the moving frame [14,15]:

$$F = -Ma = -\frac{M}{2k}\ddot{\alpha}(t). \quad (2)$$

By choosing a phase modulation of the form

$$\alpha(t) = \alpha_0\left[A\cos(\omega t) + \frac{B}{4}\cos(2\omega t - \phi)\right] \quad (3)$$

with ϕ constant, we obtain the inertial force

$$F = \frac{M\omega^2\alpha_0}{2k}[A\cos(\omega t) + B\cos(2\omega t - \phi)] \quad (4)$$

which is the sum of two forces oscillating at the frequencies ω and 2ω, with phase difference ϕ. Hence, in the accelerated frame the atoms cooled and trapped in the optical lattice experience a force containing both even and odd harmonics, so that our system is suitable for the observation of DD. All the results presented in this work are obtained in the regime of nonadiabatic driving, with the frequency ω of the driving force about equal to the frequency Ω_v of oscillation of the atoms at the bottom of the potential wells.

In our experiment ^{85}Rb atoms are cooled and trapped in a magneto-optical trap (MOT). This is obtained by applying an inhomogeneous magnetic field and three orthogonal pairs of counterpropagating $\sigma^{\pm}$ laser fields. We indicate by x, y, z the propagation directions of these fields. At a given instant the MOT magnetic field is turned off and the circularly polarized laser fields along the z axis are replaced by the two crossed polarized lattice beams. The $\sigma^{\pm}$ laser fields in the x and y directions are left on, so to provide a friction force in the directions orthogonal to the one of the periodic potential. In this way the motion of the atoms in the x and y directions is damped, and the atomic dynamics in the z direction can be studied for longer times. The appropriate (modulated) phase relation between the two lattice fields [Eq. (3)] is obtained by using two acousto-optical modulators (AOM), one for each lattice beam (Fig. 1). The AOMs are driven by radio-frequency generators oscillating at $\Omega = 76$ MHz and sharing the same reference clock. One of this radio-frequency generator is phase modulated by a signal obtained by mixing the output of two oscillators at frequencies ω and 2ω ($\omega \simeq 100$ kHz) and phase difference ϕ. These two oscillators share the same reference clock.

We studied the dynamics of the atoms in the optical lattice by direct imaging with a charge coupled device camera. For a given phase ϕ we took images of the atomic cloud at different instants after the atoms had been loaded into the optical lattice. From the images of the atomic cloud we determined the position along the z axis of the center of mass (c.m.) of the atomic cloud as a function of the lattice duration. It should be noted that for the typical time scales of our experiments the measured positions of the c.m. of the atomic cloud in the laboratory and in the accelerated reference frames are approximately equal. In fact the accelerated frame oscillates with an amplitude of about 1 μm, while the typical displacement of the c.m. associated with the directed diffusion is 100 μm. Furthermore, for a typical frequency $\omega \simeq 100$ kHz the position z in the laboratory frame and the corresponding position in the accelerated frame $z' = z - \alpha(t)/(2k)$, with $\alpha(t)$ given by (3), are equivalent when averaged over a typical exposure time of 1 ms. Therefore for the measurement of the position of the c.m. of the atomic cloud no coordinate transformation is needed to go from the laboratory frame to the accelerated frame where the description in terms of a static potential and an applied force is valid. We made several measurements for different values of the phase ϕ. We observed that the c.m. of the atomic cloud moves along the z axis with constant velocity, as shown in the inset of Fig. 2. We determined the c.m. velocity as a function of the phase ϕ, with results as in Fig. 2. The experimental results of Fig. 2 clearly demonstrate the phenomenon of directed diffusion in a symmetric periodic potential: the atoms can be set into a directed motion through a symmetric potential by breaking the temporal symmetry of the system.

The dependence of the c.m. velocity on the phase ϕ, shown in Fig. 2, can be explained by examining the temporal symmetries of the system [9,10]. In fact although the symmetry $F(t + T/2) = -F(t)$ is broken for any value of the phase ϕ, there is an additional

VOLUME 90, NUMBER 9 PHYSICAL REVIEW LETTERS week ending 7 MARCH 2003

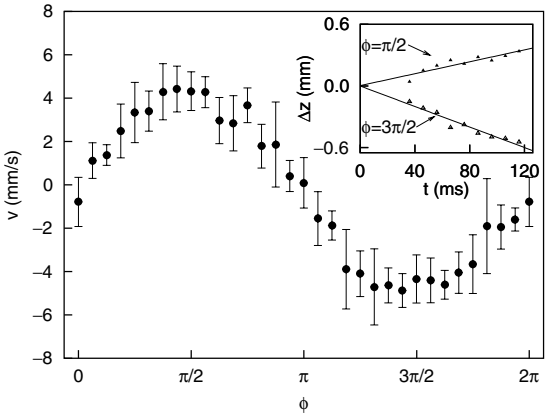


FIG. 2. Velocity of the center of mass of the atomic cloud as a function of the phase ϕ. Inset: Displacement along the z axis of the c.m. of the atomic cloud as a function of the lattice duration for the two values of the phase ϕ corresponding to the maximum velocity in the two opposite directions ($\pm z$), together with the linear fits. The detuning of the lattice fields from atomic resonance is $\Delta = 36$ MHz, the intensity per lattice beam is $I_L = 7\ \mathrm{mW/cm^2}$. For these parameters the oscillation frequency of the atoms at the bottom of the potential well is $\Omega_v \simeq 105$ kHz. The parameters for the phase-modulation signal $\alpha(t)$ [see Eq. (3)] are $\omega = 113$ kHz, $A = 3/4$, $B = 1$ with $\alpha_0 = 10$ rad.

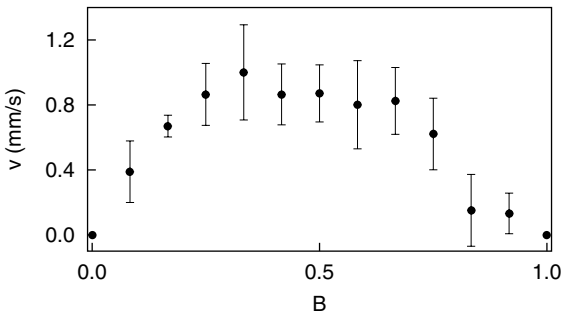


FIG. 3. Velocity of the center of mass of the atomic cloud as a function of the amplitude B of the component at 2ω of the driving force, for a constant sum of the amplitudes of the two harmonics at ω and 2ω. The parameters for the optical lattice are the same as for Fig. 2. The phase-modulation signal is given by Eq. (3) with $A = 1 - B$, $\omega = 100$ kHz, $\alpha_0 = 12$ rad, and $\phi = \pi/2$.

temporal symmetry $F(t) = F(-t)$, which implies zero net current through the potential for particular values of ϕ [9,10]. This symmetry is realized for $\phi = n\pi$, with n being the integer, and maximally broken for $\phi = (n + 1/2)\pi$. This explains the observed dependence of the c.m. velocity on the phase ϕ, and shows that in our system ϕ is the control parameter of the directed diffusion.

To demonstrate experimentally that directed diffusion is determined by the breaking of the symmetry $F(t + T/2) = -F(t)$, we fix the phase ϕ equal to $\pi/2$, so to maximally break the $F(t) = F(-t)$ symmetry, and study the c.m. velocity as a function of the amplitudes of the harmonics of frequencies ω and 2ω of the driving force. We choose a phase modulation of the form of Eq. (3) with $A = 1 - B$: $\alpha(t) = \alpha_0[(1 - B)\cos(\omega t) + B/4\cos(2\omega t - \phi)]$, so to obtain a force $F = M\omega^2\alpha_0/2k[(1 - B)\cos(\omega t) + B\cos(2\omega t - \phi)]$. Thus, by varying the parameter B we vary the ratio of the amplitudes of the two components of the force at frequencies ω and 2ω, while keeping constant their sum. The experimental results are shown in Fig. 3. We observe that for $B = 0$ and $B = 1$, which correspond to a monochromatic driving force, there is no net transport of atoms. By increasing B from the zero value the atoms are set into directed motion, and a maximum for the c.m. velocity is reached for $B \simeq 0.5$, i.e., for about equal amplitudes of the even and odd harmonics. This demonstrates that DD is determined by the breaking of the symmetry $F(t + T/2) = -F(t)$.

The microscopic mechanism producing a nonzero current of atoms through the optical lattice can be related to the general mechanism of current rectification following harmonic mixing first evoked to explain the electronic transport properties of crystals [16] and recently reexamined (Ref. [10] and references therein). For the specific system considered in the present work, the harmonic mixing results in a displacement Δz of the center of oscillation $\langle z(t)\rangle$ of the atoms in a potential well from the well center. Such a displacement originates from the anharmonicity of the potential, and it is quadratic in the amplitude of the field at frequency ω and linear in the amplitude at 2ω: $\Delta z \propto A^2 B$. Therefore a nonzero Δz is obtained only when both components of the force are applied. As the optical pumping rate Γ' (escape rate) toward neighboring wells increases with the distance from the well center ($\Gamma' \propto \sin^2 k\Delta z$, see Ref. [11]), such a displacement results in an asymmetry between the escape rates toward the left and right wells, and a nonzero current of atoms is produced.

Our experimental observations are supported by semiclassical Monte Carlo simulations for a $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ atomic transition. We examined the atomic dynamics in the 1D-lin $\perp$ lin optical lattice for a phase modulation of one of the lattice beams of the form (3). For given amplitudes of the even and odd harmonics, we calculate the c.m. velocity as a function of the phase ϕ, with results as in Fig. 4(a). The data are in complete agreement with the experimental findings and confirm that the cloud of atoms is set into directed motion whenever the temporal symmetry $F(t) = F(-t)$ is broken.

The amplitude of the velocity curves as the one of Fig. 4(a) has been characterized by the quantity $\sigma_v = [(\sum_{i=1,N} v_{\phi_i}^2 - \langle v\rangle)/N]^{1/2}$ where v_{ϕ_i}, with $i = 1, \ldots, N = 20$, are the numerical results for the c.m. velocity at the phase $\phi = \phi_i = 2\pi i/N$. By plotting [see Fig. 4(b)] the quantity σ_v as a function of the amplitude B of the

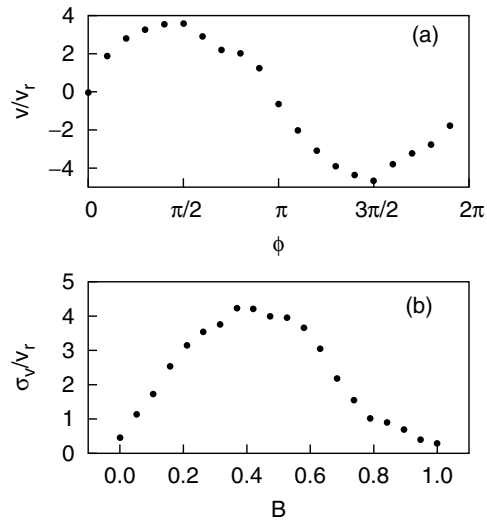


FIG. 4. Results of Monte Carlo simulations for the atomic dynamics in the 1D-lin ⊥ lin optical lattice. The phase modulation $\alpha(t)$ has the form of Eq. (3), with $A = 1 - B$, $\omega = 0.87\Omega_v$. The lattice parameters are light shift per beam $\Delta_0' = -150\omega_r$ and lattice detuning $\Delta = -5\Gamma$. Here Γ and ω_r are the width of the excited state and the atomic recoil frequency, respectively. In (a) the c.m. velocity in units of the atomic recoil velocity (v_r) is plotted as a function of the phase ϕ, for $\alpha_0 = 8$ rad and $B = 1/2$. In (b) the amplitude σ_v of the velocity curve is plotted as a function of the amplitude B of the component at 2ω of the driving force, for a constant sum of the amplitudes of the two harmonics at ω and 2ω. Here $\alpha_0 = 3$ rad.

component at 2ω of the driving force, for constant sum of the amplitudes of the two harmonics at ω and 2ω we recover the behavior observed in the experiment: a nonzero value of the amplitude B corresponds to the breaking of the $F(t + T/2) = -F(t)$ symmetry, and leads to the directed motion of the atoms.

In conclusion, in this work we demonstrated experimentally the phenomenon of directed diffusion in a symmetric periodic potential. This has been demonstrated with cold atoms in a periodic optical lattice. The same sort of behavior was previously obtained in an asymmetric periodic potential (ratchet) [17]. The symmetric periodic potential corresponds to a 1D-lin ⊥ lin optical lattice. Two counterpropagating laser fields produce both the periodic potential and a friction force for the atoms. Furthermore the stochastic process of optical pumping leads to a diffusive dynamics of the atoms through the periodic structure. A force of zero average is applied by phase modulating one of the lattice fields. Indeed, in an accelerated frame the atoms see a static symmetric periodic potential and an inertial force which breaks the temporal symmetry of the system. The degree of temporal symmetry breaking of the system can be carefully controlled by varying the parameters of the phase modulation determining the force in the noninertial reference frame. We demonstrated that the atoms can be set into directed motion by breaking the temporal symmetry of the system.

The present realization of directed diffusion has been obtained in the regime of *nonadiabatic* driving, i.e., for a driving force of about the same frequency of the oscillations of the atoms at the bottom of the potential wells. This qualifies our system as a testing ground for the recent theory of resonant activation based on logarithmic susceptibilities [8,18].

Laboratoire Kastler Brossel is an "unité mixte de recherche de l'Ecole Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie associée au Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS)."

[1] R. Brown, Philos. Mag. **4**, 161 (1828).
[2] A. Einstein, Ann. Phys. (Berlin) **17**, 549 (1905).
[3] F. Jülicher, A. Ajdari, and J. Prost, Rev. Mod. Phys. **69**, 1269 (1997).
[4] M. O. Magnasco, Phys. Rev. Lett. **71**, 1477 (1993).
[5] A. Ajdari, D. Mukamel, L. Peliti, and J. Prost, J. Phys. I (France) **4**, 1551 (1994).
[6] R. Bartussek, P. Hänggi, and J. G. Kissner, Europhys. Lett. **28**, 459 (1994).
[7] For a recent review, see P. Reimann, Phys. Rep. **361**, 57 (2002).
[8] M. I. Dykman, H. Rabitz, V. N. Smelyanskiy, and B. E. Vugmeister, Phys. Rev. Lett. **79**, 1178 (1997).
[9] S. Flach, O. Yevtushenko, and Y. Zolotaryuk, Phys. Rev. Lett. **84**, 2358 (2000).
[10] S. Denisov, S. Flach, A. A. Ovchinnikov, O. Yevtushenko, and Y. Zolotaryuk, Phys. Rev. E **66**, 041104 (2002).
[11] G. Grynberg and C. Mennerat-Robilliard, Phys. Rep. **355**, 335 (2001).
[12] F.-R. Carminati, M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni, and G. Grynberg, Eur. Phys. J. D **17**, 249 (2001).
[13] L. Sanchez-Palencia, P. Horak, and G. Grynberg, Eur. Phys. J. D **18**, 353 (2002).
[14] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Mechanics* (Pergamon Press, Oxford, 1976).
[15] Accelerated optical potentials have been previously used to observe Bloch oscillations and Wannier-Stark ladders in optical lattices. See M. Ben Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin, and C. Salomon, Phys. Rev. Lett. **76**, 4508 (1996); S. R. Wilkinson, C. F. Bharucha, K. W. Madison, Q. Niu, and M. G. Raizen, Phys. Rev. Lett. **76**, 4512 (1996); O. Morsch, J. H. Müller, M. Cristiani, D. Ciampini, and E. Arimondo, Phys. Rev. Lett. **87**, 140402 (2001).
[16] K. Seeger and W. Maurer, Solid State Commun. **27**, 603 (1978).
[17] C. Mennerat-Robilliard, D. Lucas, S. Guibal, J. Tabosa, C. Jurczak, J.-Y. Courtois, and G. Grynberg, Phys. Rev. Lett. **82**, 851 (1999).
[18] V. N. Smelyanskiy, M. I. Dykman, H. Rabitz, and B. E. Vugmeister, Phys. Rev. Lett. **79**, 3113 (1997).

Annexe F

Rayleigh Scattering and Atomic Dynamics in Dissipative Optical Lattices

F. -R. Carminati, L. Sanchez-Palencia, M. Schiavoni, F. Renzoni, and G. Grynberg

Phys. Rev. Lett. ***90****, 043901, (2003)*

VOLUME 90, NUMBER 4 PHYSICAL REVIEW LETTERS week ending 31 JANUARY 2003

Rayleigh Scattering and Atomic Dynamics in Dissipative Optical Lattices

F.-R. Carminati, L. Sanchez-Palencia, M. Schiavoni, F. Renzoni, and G. Grynberg
Laboratoire Kastler Brossel, Département de Physique de l'Ecole Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75231, Paris Cedex 05, France

(Received 21 June 2002; revised manuscript received 23 October 2002; published 29 January 2003)

We investigate Rayleigh scattering in dissipative optical lattices. In particular, following recent proposals [S. Guibal *et al.*, Phys. Rev. Lett. **78**, 4709 (1997); C. Jurczak *et al.*, Phys. Rev. Lett. **77**, 1727 (1996)], we study whether the Rayleigh resonance originates from the diffraction on a density grating and is therefore a probe of transport of atoms in optical lattices. It turns out that this is not the case: the Rayleigh line is instead a measure of the cooling rate, while spatial diffusion contributes to the scattering spectrum with a much broader resonance.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.90.043901 PACS numbers: 42.65.Es, 32.80.Pj

Light scattering [1], i.e., the scattering of photons resulting from the interaction with a material medium, is a technique widely used to determine the properties of many different types of media. From the position and the width of the scattering resonances it is in fact possible to identify the dynamical modes of the system and derive the rates of relaxation toward equilibrium. This is well exemplified by the Landau-Placzek relation, valid for light scattering originating from the density fluctuations of a medium at thermal equilibrium, which connects the strength of the different components of the scattering spectrum to the specific heats of the medium at constant volume and constant pressure.

Recently light scattering has been extensively used to study the properties of cold atomic samples, and, in particular, it turned out to be an essential tool for the understanding of the basic properties of dissipative optical lattices [2]. The same technique may also apply to far-off-resonance nondissipative optical lattices which are currently investigated by many groups in connection with Bose-Einstein condensation experiments [3]. However to derive the damping rates of the system from light scattering measurements is in general a highly nontrivial task. This is especially true for quasielastic (Rayleigh) scattering [4–6], which gives access to the relaxation rates of nonpropagating material observables. In this work we investigate the mechanism behind the Rayleigh scattering in dissipative optical lattices and identify the relaxation process which determines the width of the Rayleigh resonance in the scattering spectrum.

The starting point of the present study is the previous claim that Rayleigh resonances may originate from the excitation of the atomic density, and consequently the width of the Rayleigh line would provide a measure of the diffusion coefficients of the atoms in an optical lattice [5]. Following a similar approach, Jurczak *et al.* [6] derived values for the diffusion coefficients from polarization-selective intensity correlations.

In our analysis we first assume, along the lines of these previous works, that the material observable excited in the pump-probe spectroscopy is the atomic density and derive the expected relation between the width of the Rayleigh resonance and the spatial diffusion coefficients. Through experimental and theoretical work we show that this relation is actually *not* satisfied by independent measurements/calculations of the width of the resonance and the diffusion coefficients. Instead, we show that the narrow Rayleigh resonance originates from the atomic velocity damping, i.e., the width of the resonance is a measure of the cooling rate, while spatial diffusion contributes to the scattering spectrum with a much broader resonance.

Consider first the general relation between the width of the Rayleigh line and the relaxation rate of the material observable excited in the optical process. In the basic setup of pump-probe spectroscopy, an atomic sample interacts with two laser fields: a strong pump beam, with frequency ω, and a weak probe beam with frequency $\omega + \delta$. The superimposition of the pump and probe fields results in an interference pattern moving with phase velocity $v = \delta/|\Delta\vec{k}|$, with $\Delta\vec{k}$ the difference between pump and probe wave vectors. The atomic sample tends to follow the interference pattern and a grating of an atomic observable (typically density, magnetization, or temperature) is created. However due to the finite response time of the atomic medium the material grating is phase shifted with respect to the light interference pattern. Therefore the pump beam can be diffracted on the material grating in the direction of the probe, modifying the probe transmission. It is then clear that it should be possible to derive information about the atomic response time from the transmission spectrum. More precisely if we assume that only one atomic observable is excited in the optical process, and that the time evolution of this observable is characterized by a single relaxation rate γ, the probe gain spectrum $g(\delta)$ has then a dispersive line shape

$$g \propto \frac{\delta}{\gamma^2 + \delta^2} \tag{1}$$

with peak-to-peak distance 2γ, as derived in [7].

 0031-9007/03/90(4)/043901(4)$20.00 © 2003 The American Physical Society

VOLUME 90, NUMBER 4 PHYSICAL REVIEW LETTERS week ending 31 JANUARY 2003

Consider now the specific configuration with linearly polarized pump and probe beams, the two polarization vectors being parallel. The resulting *intensity* interference pattern gives rise, via the dipole force, to a grating of the atomic density n of the form

$$n = n_0 + n_1\{\exp[-i(\delta \cdot t - \Delta\vec{k} \cdot \vec{r})] + \text{c.c.}\}. \quad (2)$$

We assume now, following previous work [5], that the Rayleigh resonance originates from the scattering on this *atomic density* grating. It follows that the width of the Rayleigh line is related to the spatial diffusion coefficients. Indeed the relaxation mechanism of a grating of atomic density is spatial diffusion: atoms have to move to destroy the density grating. More quantitatively, if we assume that the dynamics of the atoms in the optical lattice is well described by Fick's law

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 n}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 n}{\partial z^2}, \quad (3)$$

where D_i ($i = x, y, z$) is the spatial diffusion coefficient in the i direction, we find substituting the expression (2) for n in (3) that the relaxation rate γ_D of the atomic density, defined by

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = -\gamma_D n_1, \quad (4)$$

is given by

$$\gamma_D = D_x \Delta k_x^2 + D_y \Delta k_y^2 + D_z \Delta k_z^2. \quad (5)$$

Under the assumption that the Rayleigh resonance originates from the scattering on the atomic density grating, the half-distance peak to peak of the Rayleigh line γ_R is simply equal to the relaxation rate γ_D, and therefore measurement of γ_R allows the determination of the diffusion coefficients, as in Refs. [5,6]. The validity of this approach will be tested by comparing results for the relaxation rate γ_D with measurements of the width of the Rayleigh resonance, as presented below.

In our experiment rubidium atoms are cooled and trapped in a three-dimensional (3D) lin $\perp$ lin near resonant optical lattice [2]. The periodic structure is determined by the interference of four linearly polarized laser beams, arranged as in Fig. 1. The angle 2θ between copropagating lattice beams is equal to 60°. This four-beam configuration is the same, except for the value of the angle θ, as the one considered in the works of Guibal *et al.* [5] and Jurczak *et al.* [6].

To determine *in a direct way* the spatial diffusion coefficients of the atoms in the optical lattice, we observe the atomic cloud expansion by using a charge coupled device camera [8–10]. Since the x and y directions are equivalent in our lattice (see Fig. 1), we chose to take images in the ξOz plane, where ξ is the axis in the xOy plane forming an angle of 45° with the x and y axes. Correspondingly, we determined the diffusion coefficients D_ξ and D_z in the ξ and z directions, with results as in Fig. 2.

These values for the diffusion coefficients are not consistent with the value of about 10 $\hbar/M$ determined for the same configuration by Jurczak *et al.* [6] by polarization-selective intensity correlations. As we will show in the following, this inconsistency derives from the unreliability of the determination of the diffusion coefficients by light scattering measurements, as this derivation of the diffusion coefficients is based on the assumption that the narrow Rayleigh resonance originates from the diffraction on an atomic density grating.

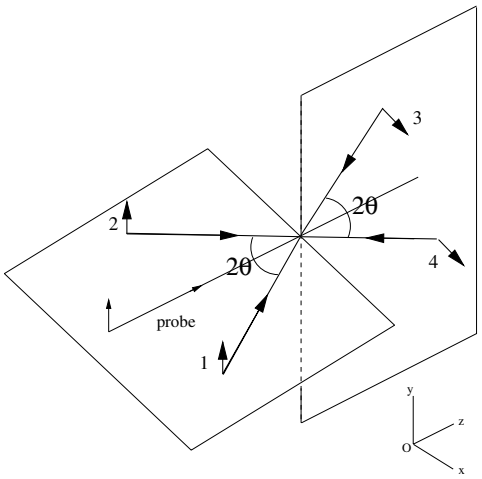


FIG. 1. Sketch of the experimental setup.

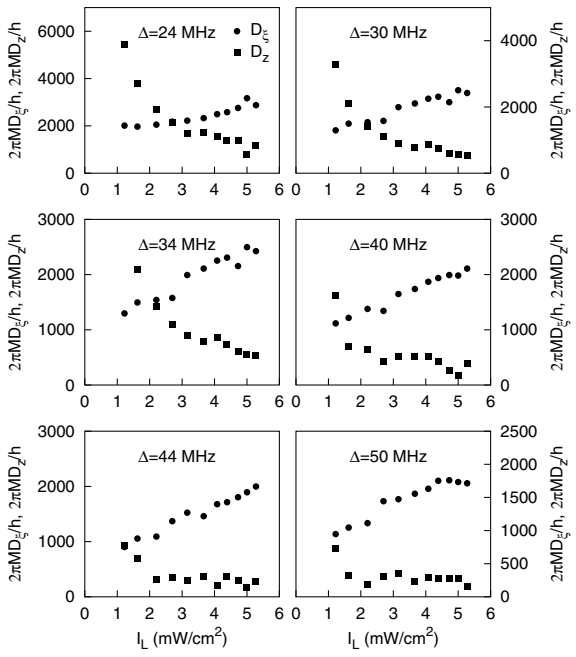


FIG. 2. Experimental results for the spatial diffusion coefficients in the ξ and z directions as functions of the intensity per lattice beam I_L and for different values of the lattice detuning Δ.

VOLUME 90, NUMBER 4 PHYSICAL REVIEW LETTERS week ending 31 JANUARY 2003

We turn now to the measurements of the width of the Rayleigh resonance. The y polarized probe beam is derived from the lattice beams, with the relative detuning controlled with acousto-optical modulators. This probe beam is sent along the z axis through the cold atomic sample (Fig. 1) with its frequency scanned around the lattice-beams' frequency. The probe can interfere with the different lattice beams, which play the role of the pump.

A typical probe transmission spectrum is shown in Fig. 3. The lateral resonances have been characterized in great detail in past investigations [11], and we focus here on the resonance at the center of the spectrum (inset of Fig. 3). To determine whether this Rayleigh resonance can be associated with the relaxation mechanism of spatial diffusion, we made a systematic study of the width of the resonance as a function of the interaction parameters (lattice-field intensity and detuning).

The peak-to-peak distance $2\gamma_R$ of the Rayleigh resonance has been determined by fitting the central part of the probe transmission spectrum with the function

$$f(\delta) = a_1 + a_2\delta + \frac{a_3}{\delta^2 + \gamma_R^2} + \frac{a_4\delta}{\delta^2 + \gamma_R^2}. \qquad (6)$$

Here the linear term in detuning describes the wings of the sideband resonances [11]. The Lorentzian resonance arises from the radiation pressure, and has the same width of the dispersive line, as discussed in Ref. [5]. Experimental results for γ_R are reported in Fig. 4 as a function of the lattice beam intensity, for different values of the lattice detuning.

We now describe the determination of γ_D. In the examined configuration the probe beam can interfere simultaneously with all lattice beams. Therefore the situation is slightly more complicated than the one analyzed previously leading to Eq. (5), and to derive the link between the width of the Rayleigh resonance and the diffusion coefficients we have to calculate the interference pattern between the probe and the lattice beams. By using the expression for the lattice-beams electric fields for a 3D lin $\perp$ lin optical lattice [2], we easily find that the intensity modulation produced by the probe beam is

$$\delta|\vec{E}|^2 \simeq E_p^* E_0 \cos(Kx) \exp\{i[(K_+ - k)z + \delta \cdot t]\} + \text{c.c.}, \qquad (7)$$

with E_0 (E_p) the amplitude of the lattice (probe) field, $K = k\sin\theta$ and $K_+ = k\cos\theta$. Substituting in Fick's law, Eq. (3), the resulting modulation for the atomic density we find that the relaxation rate γ_D, defined via Eq. (4), is in the present case

$$\gamma_D = D_x(k\sin\theta)^2 + D_z k^2(1 - \cos\theta)^2. \qquad (8)$$

This equation is consistent with the relation derived in Ref. [5] in the limit of small θ. To determine whether the rate γ_D of relaxation of the atomic density is equal to the width of the Rayleigh resonance, we calculate from the values D_ξ, D_z of Fig. 2 the relaxation rate γ_D of the atomic density, using Eq. (8), with results as in Fig. 4. For the same range of interaction parameters the relaxation rate γ_D is 4 orders of magnitude larger than the half-distance peak to peak γ_R of the Rayleigh resonance. We therefore conclude that the Rayleigh resonance does not originate from the diffraction on an atomic density grating, and therefore measurements of the width of the Rayleigh line do not allow the determination of the spatial diffusion coefficients.

Our conclusions, based on the presented experimental findings, are supported by numerical calculations. We consider a $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ atomic transition, as customary in numerical analysis of Sisyphus cooling. Taking advantage of the symmetry between the x and y directions (see Fig. 1), we restricted the atomic dynamics to the xOz plane. Through semiclassical Monte Carlo calculations [12,13], we simulate the dynamics of the atoms in the optical lattice. From the atomic trajectories we determine then the probe transmission spectra and the evolution of the atomic mean square displacements. We calculate the width of the Rayleigh line and the spatial diffusion coefficients. From these diffusion coefficients we then derive through Eq. (8) the relaxation rate of the atomic density. The comparison between the numerically calculated γ_R and γ_D, as shown in Fig. 5, confirms that

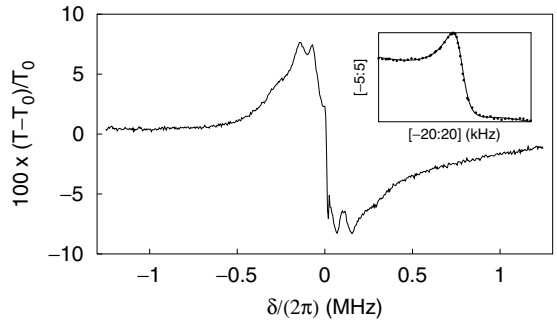


FIG. 3. Probe transmission as a function of the detuning between probe and lattice beams, T and T_0 being the intensity of the transmitted probe beam with and without the atomic cloud. The inset shows a slow scan of the region around zero detuning, together with the fit with the function (6) (solid line).

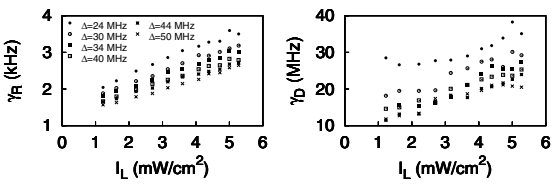


FIG. 4. Left panel: Experimental results for the half of the peak-to-peak distance of the Rayleigh resonance. Right panel: Relaxation rate γ_D of the atomic density, as calculated from the experimental data for D_ξ and D_z using Eq. (8). Both quantities are plotted as functions of the intensity per lattice beam, for different values of the lattice detuning.

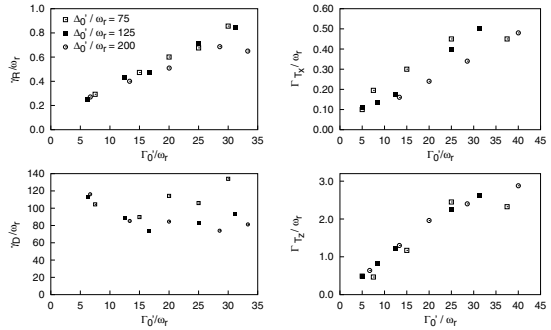


FIG. 5. Numerically calculated relaxation rate of the atomic density γ_D, half-distance peak to peak γ_R of the Rayleigh line and relaxation rates Γ_{T_x}, Γ_{T_z} of the atomic temperature in the x and z directions. All these quantities are reported as functions of the optical pumping rate Γ_0', for different values of the light shift per beam Δ_0'. Here ω_r is the atomic recoil frequency.

the width of the Rayleigh line does not correspond to the rate of relaxation of the atomic density.

The final step of our analysis consists in identifying the damping process which leads to the phase shift producing the Rayleigh scattering. Inspired by previous studies of stimulated Rayleigh scattering in corkscrew optical molasses [14], we numerically examined the damping process of the atomic velocity in the optical lattice and calculated the relaxation rates Γ_{T_x}, Γ_{T_z} of the atomic temperature in the x and z directions, with results as in Fig. 5. It appears that the damping rates of the atomic temperature not only are of the same order of magnitude of the width of the Rayleigh line, but that they also display the same linear dependence on the optical pumping rate Γ_0', at fixed light shift per beam Δ_0', i.e., at fixed depth of the potential wells. More precisely, neglecting Γ_{T_x} as $\Gamma_{T_x} \ll \Gamma_{T_z}$ we find from the data of Fig. 5 that

$$\gamma_R = 0.13(\pm 0.04)\omega_R + 0.25(\pm 0.02)\Gamma_{T_z}. \qquad (9)$$

This shows that for an optical lattice the width of the Rayleigh line is a measure of the cooling rate, a behavior already encountered in corkscrew optical molasses. It is then legitimate to investigate the eventual contribution of the light scattering on the density grating to the probe transmission spectrum. By fitting the broad wings of the numerically calculated spectra with a dispersive function, we found that the corresponding width is approximately equal to the relaxation rate γ_D. This shows that the scattering on the density grating contributes to the probe transmission spectrum with a resonance much broader than the narrow line observed at the center of the spectra. In other words, the information on the spatial diffusion coefficients is contained in the broad wings ($\omega \gtrsim$ 10 MHz) of the scattering spectrum, and not in the central narrow resonance.

In summary, in this work we investigated the connection between Rayleigh scattering and the atomic dynamics in dissipative optical lattices. In particular, following recent proposals [5,6], we studied whether the Rayleigh resonance originates from the diffraction on a density grating, and is therefore a probe of transport of atoms in optical lattices. It turns out that this is not the case: the Rayleigh line is instead a measure of the cooling rate, while spatial diffusion contributes to the scattering spectrum with a much broader resonance.

We thank David Lucas for comments on the manuscript. This work was supported by Région Ile de France under Contract No. E.1220. Laboratoire Kastler Brossel is an ''unité mixte de recherche de l'Ecole Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie associée au Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS).''

[1] R.W. Boyd, *Nonlinear Optics* (Academic Press, New York, 1992).
[2] G. Grynberg and C. Mennerat-Robilliard, Phys. Rep. **355**, 335 (2001).
[3] For a recent review of experiments on Bose-Einstein condensates in optical lattices, see O. Morsch and E. Arimondo, in *Dynamics and Thermodynamics of Systems with Long Range Interactions*, edited by T. Dauxois, S. Ruffo, E. Arimondo, and M. Wilkens, Lecture Notes in Physics Vol. 602 (Springer, Berlin, 2002).
[4] A. Hemmerich, C. Zimmermann, and T.W. Hänsch, Europhys. Lett. **22**, 89 (1993).
[5] S. Guibal, C. Mennerat-Robilliard, D. Larousserie, C. Triché, J.-Y. Courtois, and G. Grynberg, Phys. Rev. Lett. **78**, 4709 (1997).
[6] C. Jurczak, B. Desruelle, K. Sengstock, J.-Y. Courtois, C. I. Westbrook, and A. Aspect, Phys. Rev. Lett. **77**, 1727 (1996).
[7] J.-Y. Courtois and G. Grynberg, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **36**, 87 (1996).
[8] T.W. Hodapp, C. Gerz, C. Furtlehner, C. I. Westbrook, W. D. Phillips, and J. Dalibard, Appl. Phys. B **60**, 135 (1995).
[9] L. Guidoni, B. Dépret, A. di Stefano, and P. Verkerk, Phys. Rev. A **60**, R4233 (1999).
[10] F.-R. Carminati, M. Schiavoni, L. Sanchez-Palencia, F. Renzoni, and G. Grynberg, Eur. Phys. J. D **17**, 249 (2001).
[11] See L. Sanchez-Palencia, F.-R. Carminati, M. Schiavoni, F. Renzoni, and G. Grynberg, Phys. Rev. Lett. **88**, 133903 (2002), and references therein.
[12] K. I. Petsas, G. Grynberg, and J.-Y. Courtois, Eur. Phys. J. D **6**, 29 (1999).
[13] L. Sanchez-Palencia, P. Horak, and G. Grynberg, Eur. Phys. J. D **18**, 353 (2002).
[14] B. Lounis, J.-Y. Courtois, P. Verkerk, C. Salomon, and G. Grynberg, Phys. Rev. Lett. **69**, 3029 (1992).

Références Bibliographiques

[1] G. Grynberg and C. Robilliard. Cold atoms in dissipative optical lattices. *Phys. Rep.* **335**, 335 (2001)

[2] P. S. Jessen and I. H. Deutsch. Optical Lattices. *Adv. At. Mol. Opt. Phys* **37**, 95 (1996)

[3] C. Cohen-Tannoudji. *Compt. Rend. Acad. Sci.* **252**, 394 (1961)

[4] M. Ben Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin, and C. Salomon. Bloch oscillations of atoms in an optical potential. *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4508 (1996)

[5] O. Morsh, J. H. Müller, M. Cristiani, D. Ciampini, and E. Arimondo. Bloch Oscillations and Mean-Field Effects of Bose-Einstein Condensates in 1D Optical Lattices. *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4508 (1996)

[6] F. L. Moore, J. C. Robinson, C. F. Bharucha, B. Sundaram, and M. G. Raizen. Atom Optics Realization of the Quantum delta-Kicked Rotor. *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4598 (1995).

[7] G. Grynberg, C. Triché, L. Guidoni and P. M. Visser Mechanical bistability of atoms cooled in an optical lattice *Europhys. Lett.* **51**, 506 (2000)

[8] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models. *J. Opt. Soc. Am.* B **6**, 2023 (1989)

[9] P. J. Ungar, D. S. Weiss, R. Riis, and S. Chu. Optical molasses and multilevel atoms : theory. *J. Opt. Soc. Am.* B **6**, 2058 (1989)

[10] P. D. Lett, R. N. Watts, C. I. Westbrook, W. D. Phillips, P. L. Gould, and H. J. Metcalf. Observation of atoms laser cooled below the Doppler limit. *Phys. Rev. Lett.* **61**, 169 (1988)

[11] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, and C. Wieman. Very cold trapped atoms in a vapor cell. *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1561 (1990)

[12] T. W. Hänsch and A. L. Schawlow. Cooling of gases by laser radiation. *Opt. Comm.* **13**, 68 (1975)

[13] E. F. NICHOLS AND G. F. HULL. A preliminary Communication on the Pressure of Heat and Light Radiation. *Phys. Rev.* **13**, 307 (1901)

[14] M. ARDITI AND T. R. CARVER. Pressure, Light, and Temperature Shifts in Optical Detection of 0-0 Hyperfine Resonance of Alkali Metals. *Phys. Rev.* **124**, 800 (1961)

[15] C. COHEN-TANNOUDJI. Thèse de Doctorat, Paris (1962)

[16] A. MESSIAH Mécanique Quantique Dunod, Paris (1965)

[17] C. COHEN-TANNOUDJI. Théorie quantique du cycle de pompage optique. *Ann. Phys.* **7**, 423 (1962)

[18] C. COHEN-TANNOUDJI. *Atomic motion in laser light*, dans *Fundamental Systems in Quantum Optics*, Les Houches 1990, Session LIII, p. 1. Edité par J. DALIBARD, J-M. RAIMOND, AND J. ZINN-JUSTIN. Elsevier Science, Amsterdam (1992).

[19] C. COHEN-TANNOUDJI, J. DUPONT-ROC ET G. GRYNBERG. Processus d'interaction entre photons et atomes. *InterEditions/Editions du CNRS.*

[20] Y. CASTIN, J. DALIBARD AND C. COHEN-TANNOUDJI, The limits of Sisyphus cooling, *dans* L. MOI, S. GOZZINI, C. GABBANINI, E. ARIMONDO AND F. STRUMIA (Eds.), Light induced kinetic effects on atoms, ions and Molecules. *Proceeding of the LIKE Workshops*, E.T.S. Editrice, Pisa, 1991

[21] A. ASPECT, E. ARIMONDO, R. KAISER, N. VANSTEENKISTE, AND C. COHEN-TANNOUDJI. Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping : theoretical analysis. *J. Opt. Soc. Am.* B **6**, 2112 (1989)

[22] D. R. MEACHER, S. GUIBAL, C. MENNERAT, J. -Y. COURTOIS, K. I. PETSAS AND G. GRYNBERG. Paramagnetism in a Cesium optical lattice. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1958 (1995)

[23] G. BIRKL, M. GATZKE, I. H. DEUTSCH, L. S. ROLSTON AND W. D. PHILLIPS Bragg Scattering from Atoms in Optical Lattices. *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2823 (1995)

[24] J. -Y. COURTOIS AND G. GRYNBERG Probe transmission in one-dimensional optical molasses : theory for linearly cross-polarized cooling beams. *Phys. Rev. A* **46**, 7060 (1992)

[25] C. TRICHÉ. Refroidissement et dynamique d'atomes dans des potentiels lumineux : mélasses grises, réseaux de plots et réseaux brillants. *Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique* (1997)

[26] C. I. WESTBROOK, R. N. WATTS, C. E. TANNER, S. L. ROLSTON, W. D. PHILLIPS, P. D. LETT, AND P. L. GOULD Localization of atoms in a threedimensional standing wave *Phys. Rev. Lett.* **65**, 33 (1990)

[27] C. MENNERAT-ROBILLIARD, L. GUIDONI, K. I. PETSAS, P. VERKERK, J. -Y. COURTOIS AND G. GRYNBERG Bright optical lattices in a longitudinal magnetic field. Experimental study of the oscillating and jumping regimes *Eur. Phys. J. D* **1**, 33 (1998)

[28] L. LANDAU ET E. LIFSCHITZ Physique Théorique, Tome I : Mécanique

[29] F. -R. CARMINATI Etude expérimentale des phénomènes de transport dans les réseaux optiques d'atomes froids. *Thèse de Doctorat, Univérsité Paris VI* (2002)

[30] F. -R. CARMINATI, M. SCHIAVONI, L. SANCHEZ-PALENCIA, F. RENZONI, AND G. GRYNBERG. Temperature and spatial diffusion of cold atoms in a 3D lin⊥lin optical lattice. *Eur. Phys. Journ. D* **17**, 249 (2001)

[31] K. I. PETSAS, G. GRYNBERG, AND J.-Y. COURTOIS. Semi classical Monte Carlo approaches for realistic atoms in optical lattices. *Eur. Phys. J. D* **6**, 29 (1999)

[32] C. MENNERAT-ROBILLIARD. Atomes froids dans des réseaux optiques - Quelques facettes surprenantes d'un système modèle. *Thèse de Doctorat, Université Paris VI* (1999)

[33] A. HEMMERICH, M. WEIDEMÜLLER, AND T. W. HÄNSCH. Four wave mixing in a 3D optical lattice. *Europhys. Lett.* **27**, 427 (1995)

[34] G. GRYNBERG, B. LOUNIS, P. VERKERK, J. -Y. COURTOIS, AND C. SALOMON. Quantized motion of cold cesium atoms in two and three dimensional optical potential. *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2249 (1993)

[35] L. GUIDONI, C. TRICHÉ, P. VERKERK, AND G. GRYNBERG. Quasiperiodic optical lattices. *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3363 (1997)

[36] L. GUIDONI. Quasicristaux optiques : Refroidissement et piégeage d'atomes de césium dans un potentiel lumineux quasi-périodique. *Thèse de Doctorat, Université Paris VI* (1998)

[37] K. I. PETSAS, A. B. COATES, AND G. GRYNBERG. Crystallography of optical lattices. *Phys. Rev. A* **50**, 5173 (1994)

[38] E. L. RAAB, M. PRENTISS, A. CABLE, S. CHU, AND D. E. PRITCHARD. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987)

[39] J. MØRK, B. TRONBORG, AND J. MARK. Chaos in semiconductor lasers with optical feedback. Theory and experiment. *IEEE J. Quantum Electron.* **QE28**, 93 (1992)

[40] M. BORN AND E. WOLF. Principles of Optics. *Cambridge University Press*

[41] W. DEMTRODER. Laser Spectroscopy : Basic Concepts & Instrumentation. *Springer Verlag*, New York

[42] C. SALOMON, J. DALIBARD, W. D. PHILLIPS, A. CLAIRON, AND S. GUELLATI. Laser cooling of cesium below 3μK. *Europhys. Lett.* **12**, 683 (1990)

[43] J. GUO, P. R. BERMAN, B. DUBETSKY, AND G. GRYNBERG. Recoil-induced resonances in nonlinear spectroscopy. *Phys. Rev. A* **46**, 1426 (1992)

[44] J. -Y. COURTOIS, G. GRYNBERG, B. LOUNIS, AND P. VERKERK. Recoil-induced resonances in cesium : an atomic analog to the free-electron laser. *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3017 (1994)

[45] D. R. MEACHER, D. BOIRON, H. METCALF, C. SALOMON, AND G. GRYNBERG. Method for velocimetry of cold atoms. *Phys. Rev. A* **50**, R1992 (1994)

[46] J. STENGER, S. INOUYE, A. CHIKKATUR, D. STAMPER-KURN, D. PRITCHARD, AND W. KETTERLE. Bragg Spectroscopy of a Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4569 (1999)

[47] L. SANCHEZ-PALENCIA, P. HORAK, AND G. GRYNBERG. Spatial diffusion in a periodic optical lattice : revisiting the Sisyphus effect. *Eur. Phys. J. D* **18**, 353 (2002)

[48] J. JERSBLAD, H. ELLMAN, AND A. KASTBERG. Experimental investigation of the limit of Sisyphus cooling. *Phys. Rev. A* **62**, 051401 (2000)

[49] H. ELLMAN, J. JERSBLAD, AND A. KASTBERG. Temperatures in 3D optical lattices influenced by neighbouring transitions. *Eur. Phys. J. D.* **13**, 379 (2001)

[50] L. SANCHEZ-PALENCIA, M. SCHIAVONI, F. -R. CARMINATI, F. RENZONI, AND G. GRYNBERG. Damping rates of the atomic velocity in Sisyphus cooling. To appear in *J. Opt. Soc. Am. B.*

[51] G. RAITHEL, G. BIRKL, A. KASTBERG, W. D. PHILLIPS, AND S. L. ROLSTON. Cooling and localization dynamics in optical lattices. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2928 (1997)

[52] A. EINSTEIN. Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen. *Ann. der Physik und Chemie.* **17**, 549 (1905)

[53] N. G. VAN KAMPEN. Stochastic Processes in Physics and Chemistry. *North Holland, Amsterdam* (1981)

[54] P. LANGEVIN. *C. R. Acad. Sci. Paris* **146**, 530 (1908)

[55] C. ITZYKSON AND J. M. DROUFFE. Statistical Field Theory vol. 1 : From Brownian Motion to Renormalization and Lattice Gauge Theory. *Cambridge University Press* (1991)

[56] T. W. HODAPP, C. GERZ, C. FURTLEHNER, C. I. WESTBROOK, W. D. PHILLIPS, AND J. DALIBARD. Three-dimensional spatial diffusion in optical molasses. *Appl. Phys. B* **60**, 135 (1995)

[57] L. GUIDONI, B. DÉPRET, A. DI STEFANO, AND P. VERKERK. Atomic diffusion in an optical quasicrystal with five-fold symmetry. *Phys. Rev. A* **60**, R4233 (1999)

[58] D. GRISON, B. LOUNIS, C. SALOMON, J. -Y. COURTOIS, AND G. GRYNBERG Raman spectroscopy of cesium atoms in a laser trap. *Europhys. Lett.* **15**, 149 (1991)

[59] S. GUIBAL Dynamique d'atomes froids piégés dans un réseau lumineux : Etude par spectroscopie pompe-sonde. *Thèse de Doctorat, Université Paris VI* (1997)

[60] P. VERKERK, B. LOUNIS, C. SALOMON, C. COHEN-TANNOUDJI, J. -Y. COURTOIS, AND G.GRYNBERG. Dynamics and spatial order of cold cesium atoms in a periodic optical potential. *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3861 (1992)

[61] F. -R. CARMINATI, M. SCHIAVONI, Y. TODOROV, F. RENZONI, AND G. GRYNBERG. Pump-probe spectroscopy of atoms cooled in a 3D lin $\perp$ lin optical lattice. *Eur. Phys. J. D.* **22**, 311 (2003)

[62] R. W. BOYD. Nonlinear optics. *Academic Press, INC.*

[63] J. -Y. COURTOIS, S. GUIBAL, D. R. MEACHER, P. VERKERK, AND G. GRYNBERG. Propagating elementary excitation in a dilute optical lattice. *Phys. Rev. Lett.* **77**, 40 (1996)

[64] J. -Y. COURTOIS AND G. GRYNBERG. Stimulated Rayleigh resonances and recoil induced effects. *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **36**, 88-140 (1996)

[65] S. GUIBAL, C. ROBILLIARD, D. LAROUSSERIE, C. TRICHÉ, J. -Y. COURTOIS, AND G. GRYNBERG. Radiation pressure in a rubidium optical lattice : an atomic analog to the photorefractive effect. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4709 (1997)

[66] F. -R. CARMINATI, L. SANCHEZ-PALENCIA, M. SCHIAVONI, F. RENZONI, AND G. GRYNBERG. Rayleigh scattering and atomic dynamics in dissipative optical lattices. *Phys. Rev. Lett.* **90**, 043901 (2003)

[67] J. FEINBERG, D. HEIMAN, A. R. TANGUAY, AND R. W. HELLWARTH. Photorefractive effects and light induced charge migration in barium titanate. *J. Appl. Phys.* **51**, 1297 (1980)

[68] C. JURCZAK, B. DESRUELLE, K. SENGSTOCK, J. -Y. COURTOIS, C. I. WESTBROOK, AND A. ASPECT. Atomic transport in an optical lattice : an investigation through polarization selective intensity correlations. *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1727 (1996)

[69] N. W. ASHCROFT ET N. D. MERMIN Solid State Physics. HRW International Editions, New York (1976).

[70] A. HEMMERICH, C. ZIMMERMANN ET T. W. HÄNSCH. Sub-kHz Rayleigh resonance in a cubic atomic crystal. *Europhys. Lett.* **22**, 89 (1993)

[71] Y. CASTIN ET J. DALIBARD. Quantization of atomic motion in optical molasses. *Europhys. Lett.* **14**, 761 (1991)

[72] Y. CASTIN. Les limites du refroidissemnt laser dans les mélasses optiques à une dimension. *Thèse de Doctorat, Université Paris VI* (1992)

[73] Y. CASTIN, K. BERG-SØRENSEN, J. DALIBARD, AND K. MØLMER. Two-dimensional Sisyphus cooling. *Phys. Rev. A* **50**, 5092 (1994)

[74] J. DALIBARD, Y. CASTIN ET K. MØLMER. Wave-function approach to dissipative processes in quantum optics. *Phys. Rev. Lett.* **68**, 580 (1992)

[75] Y. CASTIN ET K. MØLMER. Monte-Carlo wave-function analysis of 3D optical molasses. *Phys. Rev. Lett* **74**, 3772 (1995)

[76] L. SANCHEZ-PALENCIA *Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique* (2003)

[77] L. SANCHEZ-PALENCIA, F. -R. CARMINATI, M. SCHIAVONI, F. RENZONI, AND G. GRYNBERG. Brillouin propagation modes in optical lattices : Interpretation in terms of nonconventionnal stochastic resonance. *Phys. Rev. Lett.* **88**, 133903 (2002)

[78] M. SCHIAVONI, F. -R. CARMINATI, L. SANCHEZ-PALENCIA, F. RENZONI, AND G. GRYNBERG. Stochastic resonance in periodic potentials : realization in a dissipative optical lattice. *Europhys. Lett.* **59**, 493 (2002)

[79] M. SCHIAVONI, L. SANCHEZ-PALENCIA, F. -R. CARMINATI, F. RENZONI, AND G. GRYNBERG. Dark propagation modes in optical lattices. *Phys. Rev. A* **66**, 053821 (2002)

[80] C. COHEN-TANNOUDJI, B. DIU, F. LALOË. Mécanique Quantique. *Hermann.*

[81] Y. R. SHEN. The Principles of Nonlinear Optics. *Wiley-Interscience, New York* (1984)

[82] C. NICOLIS. Solar variability and stochastic effects on climate. *Sol. Phys.* **74**, 473 (1981)

[83] R. BENZI, G. PARISI, A. SUTERA, AND A. VULPIANI. *Tellus* **34**, 10 (1982)

[84] B. MCNAMARA, K. WIESENFELD, AND R. ROY. Observation of Stochastic Resonance in a Ring Laser. *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2626 (1988)

[85] J. K. DOUGLASS, L. WILKENS, E. PANTAZELOU, AND F. MOSS. Noise enhancement of information-transfer in crayfish mechanoreceptors by stochastic resonance. *Nature* **365**, 337 (1993)

[86] P. JUNG. Threshold devices : Fractal noise and neural talk. *Phys. Rev. E* **50**, 2513 (1994)

[87] L. GAMMAITONI, P. HÄNGGI, P. JUNG, AND F. MARCHESONI. Stochastic resonance. *Rev. Mod. Phys.* **70**, 223 (1998)

[88] H. KRAMERS. Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions. *Physica (Utrecht)* **7**, 284 (1940)

[89] M. I. DYKMAN AND P. V. E. MCCLINTOCK. What can stochastic resonance do. *Nature* **391**, 344 (1998)

[90] A. PAPOULIS. Probability, random variables, and stochastic process. *McGraw-Hill, New york* (1965)

[91] G. HU. Stochastic resonance in a periodic potential system under a constant force. *Phys. Lett. A* **174**, 247 (1993)

[92] L. FRONZONI AND R. MANNELLA. Stochastic resonance in periodic potentials. *J. Stat. Phys.* **70**, 501 (1993)

[93] F. MARCHESONI. Comment on stochastic resonance in washboard potentials. *Phys. Lett. A* **231**, 61 (1997)

[94] Y. W. KIM AND W. SUNG. Does stochastic resonance occur in periodic potentials? *Phys. Rev. E* **57**, R6237 (1998)

[95] D. DAN, M. C. MAHATO, AND A. M. JAYANNAVAR. Mobility and stochastic resonance in spatially inhomogeneous systems. *Phys. Rev. E* **60**, 6421 (1999)

[96] R. D. ISAAC, R. B. SCHWARZ, AND A. V. GRANATO. Internal-friction measurements of dislocation inertial effects in dilute alloys of lead. *Phys. Rev. B* **18**, 4143 (1978)

[97] E. B. KOLOMEISKY, T CURCIC, AND J. P. STRALEY. Hysteresis and Instability of a Driven Interface in a Periodic Potential. *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1775 (1995)

[98] P. CURIE. Sur la symétrie dans les phénomènes physiques, symétrie d'un champ électrique et d'un champ magnétique. *J. Phys.* (Paris) **3**, 393 (1894)

[99] P. REIMANN ET P. HÄNGGI. Introduction to the physics of Brownian motors *Appl. Phys. A* **75**, 169 (2002)

[100] R. P. FEYNMAN, R. B. LEIGHTON, M. SANDS. The Feynman Lectures on Physics, Vol. 1, Chapt. 46. *Addison-Wesley* (Reading, MA) (1963)

[101] F. JÜLICHER, A. AJDARI, AND J. PROST. Modeling molecular motors *Rev. Mod. Phys.* **69**, 1269 (1997)

[102] G. P. HARMER, D. ABBOTT, P. G. TAYLOR ET J. M. R. PARRONDO. Brownian Ratchets and Parrondo's game. *Chaos* **11**, 705 (2001). Voir aussi la page Web de J. M. R. Parrondo (http ://seneca.fis.ucm.es/parr/).

[103] G. P. HARMER, D. ABBOTT Losing strategies can win by Parrondo's paradox. *Nature* **402**, 864 (1999).

[104] G. P. HARMER, D. ABBOTT, P. G. TAYLOR ET J. M. R. PARRONDO. *Proc. 2nd Int. Conf. Unsolved Problems of Noise and Fluctuations.* (American Institute of Physics)

[105] A. AJDARI, D. MUKAMEL, L. PELITI, AND J. PROST. Rectified motion induced by ac forces in periodic structures. *J. Phys. I, France* **4**, 1551 (1994).

[106] M. O. MAGNASCO. Forced Thermal Ratchets. *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1477 (1993).

[107] J. PROST, J. -F. CHAUWIN, L. PELITI, AND A. AJDARI. Asymmetric Pumping of Particles. *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2652 (1994).

[108] C. MENNERAT-ROBILLIARD, D. LUCAS, S. GUIBAL, J. TABOSA, C. JURCZAK, J. -Y. COURTOIS, AND G. GRYNBERG. Ratchet for cold rubidium atoms : The asymmetric optical lattice. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 851 (1999)

[109] M. SCHIAVONI, L. SANCHEZ-PALENCIA, F. RENZONI, AND G. GRYNBERG. Phase Control of Directed Diffusion in a Symmetric Optical Lattice. *Phys. Rev. Lett.* **90**, 094101 (2003)

[110] G. ALZETTA, A. GOZZINI, L. MOI, AND G. ORRIOLS Experimental-Method for observation of RF transitions and Laser beat resonances in oriented Na Vapor. *Nuovo Cimento B* **36**, 5 (1976)

[111] C. COHEN-TANNOUDJI. Cours de physique atomique et moléculaire donné au College de France. (http ://www.lkb.ens.fr/cours/college-de-france/) (1995-1996)

[112] S. FLACH, O. YEVTUSHENKO, AND Y. ZOLOTARYUK. Directed Current to Broken Time-Space Symmetry. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2358 (2000)

[113] S. DENISOV, S. FLACH, A. A. OVCHINNIKOV, O. YEVTUSHENKO, AND Y. ZOLOTARYUK. Broken space-time symmetries and mechanisms of rectification of ac fields by nonlinear (non)adiabatic response. *Phys. Rev. E* **66**, 041104 (2002)

[114] P. REIMANN, M. GRIFONI, AND P. HÄNGGI Quantum Ratchets. *Phys. Rev. Lett.* **79**, 10 (1997)