



**HAL**  
open science

# ETUDE DES TECHNIQUES DE PRODUCTION DE CONDENSATS DE BOSE-EINSTEIN / EVAPORATION MULTI-FREQUENCE ET REFROIDISSEMENT SYMPATHIQUE

Guillaume Delannoy

► **To cite this version:**

Guillaume Delannoy. ETUDE DES TECHNIQUES DE PRODUCTION DE CONDENSATS DE BOSE-EINSTEIN / EVAPORATION MULTI-FREQUENCE ET REFROIDISSEMENT SYMPATHIQUE. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2001. Français. NNT: . tel-00003840v2

**HAL Id: tel-00003840**

**<https://pastel.hal.science/tel-00003840v2>**

Submitted on 26 Nov 2003

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre :

**INSTITUT D'OPTIQUE THÉORIQUE ET APPLIQUÉE  
LABORATOIRE CHARLES FABRY**

**UNIVERSITÉ PARIS XI  
U.F.R. SCIENTIFIQUE D'ORSAY**

**THÈSE**

présentée pour obtenir

le GRADE de DOCTEUR EN SCIENCES  
DE L'UNIVERSITÉ PARIS XI ORSAY

par

**Guillaume DELANNOY**

Sujet :

**ÉTUDE DES TECHNIQUES DE PRODUCTION  
DE CONDENSATS DE BOSE-EINSTEIN :  
ÉVAPORATION MULTI-FRÉQUENCE ET  
REFROIDISSEMENT SYMPATHIQUE**

Soutenue le 19 décembre 2001 devant la Commission d'examen :

M.	C. CHARDONNET	Rapporteur
M.	J. VIGUÉ	Rapporteur
M.	C. DELSART	Examineur
M.	O. EMILE	Examineur
M.	C. SALOMON	Examineur
M.	A. ASPECT	Directeur de thèse
M.	R. GRIMM	Membre invité

En 1924, en s'appuyant sur les travaux de Satyendranath Bose, Albert Einstein découvrit que des bosons sans interaction, à haute densité et à très basse température, subissent une transition de phase : une fraction macroscopique des bosons vient s'accumuler dans le niveau de plus basse énergie. Cette condensation dite de Bose-Einstein a été observée dans un gaz dilué pour la première fois en 1995, le prix Nobel 2001 vient de récompenser les pionniers de ce domaine de recherche.

Dans ce mémoire de thèse nous commençons par décrire les diverses techniques utilisées dans notre expérience pour ralentir, piéger et refroidir les atomes. L'évolution de la densité spatiale  $n_0$  et de la longueur d'onde thermique de de Broglie  $\Lambda_T$  au cours des différentes étapes est représentée sur la figure 1. La condensation est atteinte lorsque  $n_0 \Lambda_T^3 > 2,612$ .

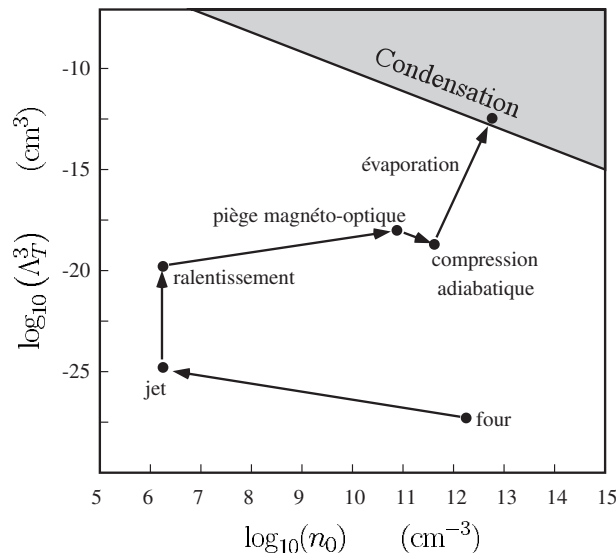


FIG. 1 – Odyssée dans l'espace des phases : de la vapeur thermique au condensat de Bose-Einstein. Au total, la densité spatiale  $n_0$  n'a pratiquement pas changée mais la température  $T$  est passée de 400 K à 400 nK.

Nous utilisons des atomes de rubidium 87. Après la phase de prérefroidissement par laser, les atomes sont transférés dans un piège magnétique. Nous pouvons choisir de les piéger dans l'état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  ou dans l'état  $|F = 2, m_F = +2\rangle$ .

Une originalité de notre dispositif expérimental réside dans l'utilisation de matériaux ferromagnétiques pour générer le piège magnétique. Notre électroaimant nous oblige à travailler avec un champ magnétique de l'ordre de la centaine de Gauss au centre du piège, au lieu de seulement quelques Gauss dans les dispositifs utilisant des bobines.

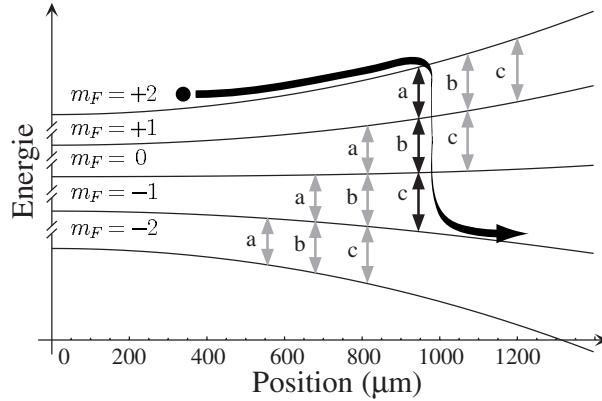


FIG. 2 – Positions dans le piège des transitions radio-fréquence utilisés dans  $F = 2$ . Les trois transitions connectant  $m_F = +2$  au sous-niveau anti-piégeant  $m_F = -1$  sont représentées en noir.

La dernière étape utilisée pour atteindre la condensation de Bose-Einstein est le refroidissement évaporatif. Cette technique de refroidissement consiste simplement à expulser du piège les atomes les plus énergétiques, l'énergie moyenne par atome piégé diminue et après rethermalisation, la température diminue.

L'expulsion des atomes est réalisée à l'aide d'une onde radio-fréquence qui fait passer les atomes d'un sous-niveau Zeeman piégeant à un sous-niveau Zeeman anti-piégeant. Lorsqu'il existe plusieurs sous-niveaux Zeeman piégeants, l'utilisation de champs forts conduit à une interruption de l'évaporation en deçà d'une certaine température. Ce problème vient de ce que les fréquences de transition entre les différents sous-niveaux Zeeman adjacents ne sont pas égales à cause de l'effet Zeeman non-linéaire.

Le problème se pose dans  $F = 2$ , pour le résoudre, nous avons réalisé l'évaporation avec trois fréquences rf. Ces trois fréquences sont choisies pour permettre de passer dans l'état anti-piégeant  $|F = 2, m_F = -1\rangle$ , comme le montre la figure 2. En revanche dans  $F = 1$ , le problème ne se pose pas car le premier sous-niveau Zeeman adjacent est légèrement anti-piégeant, il est donc possible d'obtenir des condensats de Bose-Einstein avec une fréquence rf unique.

Une autre solution pour atteindre la condensation dans  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  consiste à piéger simultanément des atomes dans  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  et dans  $|F = 2, m_F = +2\rangle$ , et à évaporer  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ . Les atomes dans  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  sont simplement refroidis par contact thermique, cette méthode porte le nom de refroidissement sympathique. Nous avons développé un modèle pour décrire la thermalisation entre les deux espèces

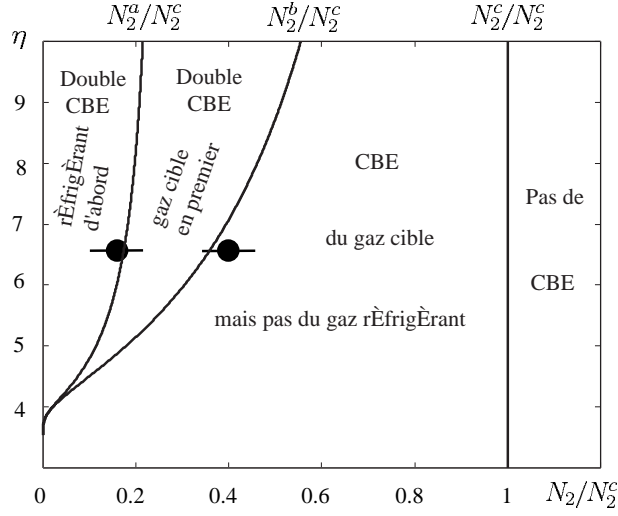


FIG. 3 – Résultat du refroidissement sympathique en fonction de  $\eta$  et de du rapport  $N_2/N_2^c$ . Les points noirs représentent les rapports  $N_2^a/N_2^c$  et  $N_2^b/N_2^c$  mesurés pour  $\eta \simeq 6,5$ .

via les collisions élastiques. Il permet de comparer le temps de thermalisation inter-espèce (refroidissement sympathique) au temps de thermalisation intra-espèce (refroidissement évaporatif). Dans notre cas, tant que le recouvrement spatial des deux nuages est suffisant, les deux gaz restent thermalisés tout au long du processus de refroidissement.

Le refroidissement sympathique est une technique très générale qui dépasse notre cas particulier, par exemple, avec cette technique, des fermions ont été refroidis jusqu'à l'obtention d'une mer de Fermi.

Nous avons identifié expérimentalement plusieurs scénarios en fonction du nombre d'atomes  $N_2$  présent dans l'état  $|F = 2, m_F = +2\rangle$ . Pour des conditions initiales données nous mesurons trois nombres critiques  $N_2^a$ ,  $N_2^b$  et  $N_2^c$ , les différents régimes observés sont résumés sur la table suivante :

	$N_2 < N_2^a$	: condensation des deux gaz, $F = 1$ en premier
$N_2^a < N_2 < N_2^b$		: condensation des deux gaz, $F = 2$ en premier
$N_2^b < N_2 < N_2^c$		: condensation de $F = 2$ seulement
$N_2^c < N_2$		: pas de condensation possible

Un modèle thermodynamique très simple permet d'expliquer nos observations. La figure 3 donne le résultat de la séquence de refroidissement en fonction du rapport  $N_2/N_2^c$  et du paramètre d'évaporation  $\eta = \frac{\varepsilon_t}{k_B T}$  (où  $\varepsilon_t$  représente l'énergie au delà de laquelle les atomes sont évaporés).

Enfin nous nous sommes intéressés à la production de faisceaux d'atomes

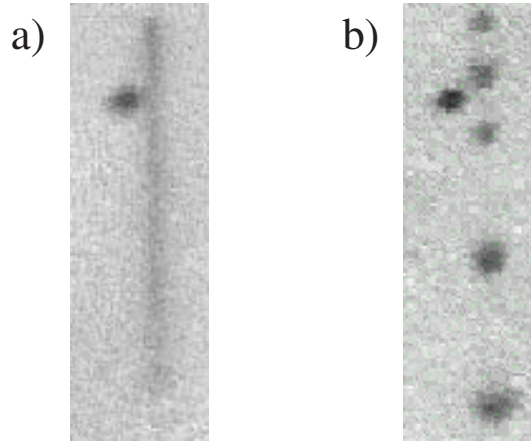


FIG. 4 – Atomes extraits d’un nuage condensé pendant 10 ms à partir d’une onde rf modulée en fréquence. Le condensat est décalé à cause d’un effet Stern et Gerlach à la coupure du champ magnétique de piégeage. L’amplitude de modulation est de 100 kHz. **a)** La fréquence de modulation est de 230 Hz. **b)** La fréquence de modulation est de 2 kHz.

extraits de gaz ultra-froids. Une onde radio-fréquence résonnante dans le condensat permet de transférer continuellement une petite fraction des atomes vers un état non-piégeant. Ces atomes tombent alors sous l’effet de la gravité et forment ce qui est appelé un laser à atomes.

La production de tels faisceaux requiert une grande stabilité du champ magnétique de piégeage. Notre électro-aimant agit comme un blindage magnétique qui protège les atomes des fluctuations du champ magnétique extérieur. En revanche l’utilisation de champs forts demande une stabilité relative importante des courants d’excitation (de l’ordre de  $10^{-4}$ ).

En modulant la fréquence de la rf, nous avons pu régulariser le flux de sortie du faisceau d’atomes extrait lorsque la stabilité n’était pas suffisante pour extraire les atomes avec une fréquence fixe. Dans une description classique, nous pouvons considérer que les atomes sont extraits par paquets. Si la fréquence de modulation est assez importante, beaucoup de paquets sont émis par unité de temps et les paquets d’atomes se recouvrent. Lorsque l’amplitude de la modulation est supérieure à l’amplitude des fluctuations du champ magnétique, le flux du faisceau de sortie est insensible aux fluctuations du champ (voir la figure 4.a). Si la fréquence de modulation est faible, les paquets d’atomes émis ne se recouvrent pas et nous observons une modulation du flux du faisceau de sortie (voir la figure 4.b). Pour un faisceau issu d’un condensat de Bose-Einstein, cette modulation peut-être interprétée en terme d’interférences entre les différentes fonctions d’onde de sortie.

*à Magali, Blandine et ...*

## Remerciements

Ce travail a été réalisé au Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique. Je tiens à remercier vivement les directeurs Pierre CHAVEL et André DUCASSE pour les excellentes conditions de travail dont j'ai pu bénéficier, ainsi que pour leurs qualités d'écoute et de conseil.

Je remercie Jacques VIGUÉ et Christian CHARDONNET d'avoir accepté de rapporter ce travail, ainsi que Olivier EMILE, Christophe SALOMON, Christian DELSART et Rudolph GRIMM pour leur présence dans mon jury de thèse.

Je suis très reconnaissant à Alain ASPECT de m'avoir accueilli dans son Groupe d'Optique Atomique, j'ai beaucoup apprécié ses qualités humaines et scientifiques. Je le remercie en particulier pour la confiance qu'il m'a témoignée au cours de cette thèse, pour les discussions sur les principes et les détails de la physique et pour avoir toujours cherché à transmettre son savoir-faire expérimental, théorique et pédagogique.

Cette thèse a été encadrée par Philippe BOUYER, je le remercie chaleureusement pour tout ce qu'il m'a apporté au cours de ces années de travail. Son sens pratique et son enthousiasme communicatif resteront pour moi un modèle dans le domaine de la recherche. Merci Philippe pour les bons conseils qui ont accompagné la relecture de ce manuscrit.

Le travail expérimental réalisé au cours de cette thèse est celui d'une équipe. Je dois beaucoup à mes prédécesseurs : Bruno DESREULLE, Vincent BOYER et Stuart MURDOCH qui m'ont tant appris sur la physique et les bugs qu'une telle manip était capable de produire. Je souhaite remercier mes successeurs, à commencer par Yann LE COQ avec qui j'ai partagé les humeurs de la manip au quotidien. J'ai eu le plaisir de travailler avec Sadiqali RANGWALA, j'espère qu'il trouvera de quoi satisfaire son immense curiosité dans ses travaux présents et à venir. Je souhaite bonne chance à Simon RICHARD, Fabrice GERBIER, Joseph THYWISSEN et à tous ceux qui viendront reprendre le flambeau.

L'électroaimant a été construit par Michel LÉCRIVAIN à qui je souhaite exprimer ma reconnaissance et mon admiration pour cette réalisation hors du commun. La contribution des électroniciens du groupe a été déterminante, que Stéphane MARTIN, André VILLING et Frédéric MORON soient remerciés pour l'énorme part qui leur revient dans le succès de ces expériences. Un grand merci à tous les services techniques de l'IOTA, et une mention spéciale à Isabelle BESSAGUET pour le tirage du manuscrit.

Je garderai un très bon souvenir de l'ambiance conviviale qui règne dans le groupe, des discussions enrichissantes, des joies et des peines partagées avec tous ceux (et celles) qui occupaient le navire. Merci Alice, Julie (les nighteuses!), Antoine Véro, Laurent, Denis, Chris, Nathalie, Stephan, Paul,



David, Jérôme, Christine, Signe, Olivier, José, Marie... que les vents soient avec vous.

Enfin je souhaite remercier ma famille, en particulier ceux qui m'ont fait découvrir l'amour de la science. Pour terminer j'embrasse Magali, et je te remercie profondément pour le soutien que tu m'as apporté tout au long de ce chemin.

---

# Table des matières

---

<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>1 Dispositif expérimental et techniques de piégeage</b>	<b>13</b>
1.1 Dispositif de pré-refroidissement . . . . .	13
1.1.1 Au commencement était le Vide . . . . .	14
1.1.2 Puis vinrent les atomes, ils baignaient dans la lumière .	15
1.1.3 Les atomes furent piégés par cette lumière . . . . .	18
1.1.4 Enfin le noir se fit sur les atomes. . . . .	22
1.2 Le piégeage magnétique . . . . .	25
1.2.1 Principe . . . . .	26
1.2.2 Piège de Ioffe-Pritchard . . . . .	28
1.2.3 Compression adiabatique . . . . .	37
1.2.4 Durée de vie . . . . .	44
1.2.5 Utilisation de matériaux ferromagnétiques . . . . .	45
1.3 Caractérisation du nuage et imagerie . . . . .	51
1.3.1 L'imagerie par absorption . . . . .	51
1.3.2 Analyse des images . . . . .	53
1.3.3 Cas du piège magnétique . . . . .	54
1.3.4 Limites de la caméra . . . . .	56
1.3.5 Le "kick" magnétique . . . . .	56
1.3.6 Montage de la sonde . . . . .	57
<b>2 Refroidissement évaporatif, problèmes en champ fort, solution des trois couteaux</b>	<b>61</b>
2.1 Refroidissement évaporatif standard . . . . .	61
2.1.1 Principe . . . . .	61
2.1.2 Collisions élastiques . . . . .	63
2.1.3 Efficacité . . . . .	63
2.1.4 Critère fondamental du refroidissement évaporatif . . .	65

2.1.5	Évaporation forcée . . . . .	68
2.1.6	Troncature du potentiel . . . . .	70
2.1.7	Évaporation dans l'image de l'atome habillé . . . . .	71
2.1.8	Suivi adiabatique . . . . .	73
2.1.9	Efficacité, dimensionnalité et gravité . . . . .	75
2.2	Évaporation en champ fort . . . . .	76
2.2.1	Effet Zeeman "non-linéaire" . . . . .	77
2.2.2	Modification du schéma d'évaporation . . . . .	78
2.2.3	Interruption de l'évaporation . . . . .	79
2.2.4	Réduction de l'efficacité et ordre des transitions . . . . .	81
2.2.5	Chauffage et population des états intermédiaires . . . . .	85
2.2.6	Critère du champ fort . . . . .	86
2.3	Évaporation multi-fréquence . . . . .	88
2.3.1	Condition de fonctionnement . . . . .	89
2.3.2	Optimum expérimental . . . . .	93
2.3.3	Discussion . . . . .	93
<b>Annexe : Pertes par évaporation</b>		<b>95</b>
<b>3</b>	<b>Refroidissement sympathique</b>	<b>99</b>
3.1	Étude de la thermalisation . . . . .	101
3.1.1	Énergie échangée par unité de temps . . . . .	101
3.1.2	Évolution temporelle des températures . . . . .	105
3.1.3	Expérience sur le contact thermique . . . . .	110
3.2	Étude des conditions de condensation par refroidissement sym- pathique . . . . .	112
3.2.1	Expériences . . . . .	112
3.2.2	Modèle thermodynamique du refroidissement sympa- thique . . . . .	114
3.2.3	Équation de base du refroidissement sympathique avec évaporation . . . . .	114
3.2.4	Évolution des densités dans l'espace des phases . . . . .	117
3.2.5	Diagramme de prédiction . . . . .	120
Conclusion . . . . .		122
<b>4</b>	<b>Faisceau d'atomes froids obtenu par couplage radio-fréquence</b>	<b>125</b>
4.1	Coupleur de sortie mono-fréquence . . . . .	128
4.1.1	Principe . . . . .	128
4.1.2	Expériences . . . . .	132
4.1.3	Problèmes de stabilité . . . . .	135
4.2	Coupleur multi-fréquence . . . . .	138

4.2.1	Modulation de fréquence de la rf . . . . .	138
4.2.2	Modulation d'amplitude . . . . .	142
4.3	Caractéristiques théoriques du faisceau extrait : optique atomique géométrique . . . . .	144
4.3.1	Paquet d'atomes initial . . . . .	145
4.3.2	Évolution du paquet d'atomes . . . . .	146
4.3.3	Calcul de la densité du faisceau . . . . .	152
4.4	Au delà de la description classique . . . . .	156
4.4.1	Fonction d'onde du laser continu . . . . .	156
4.4.2	Fonction de couplage dépendant du temps . . . . .	157
	<b>Conclusion</b>	<b>161</b>
	<b>Articles</b>	<b>163</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>187</b>



---

# Introduction

---

En 1924, en s'appuyant sur les travaux de Satyendranath Bose [1], Albert Einstein découvrit que des bosons sans interaction, à haute densité et à très basse température, subissent une transition de phase [2, 3] : une fraction macroscopique des bosons vient s'accumuler dans le niveau de plus basse énergie. Ce phénomène fut nommé "Condensation de Bose-Einstein" et ne fut observé dans un gaz dilué que 70 ans plus tard [4, 5, 6, 7].

La condensation de Bose-Einstein est une conséquence spectaculaire d'un des grands mystères de la mécanique quantique : l'indiscernabilité des particules identiques. Pour en comprendre qualitativement l'origine considérons la situation représentée sur la figure 1. Des particules sont réparties sur les différents niveaux d'énergie d'un piège. Dénombrons le poids statistique associé à deux configurations particulières, suivant que les particules sont ou ne sont pas discernables.

- Première configuration (figure 1.a) : toutes les particules sont dans le même niveau d'énergie. Que les particules soient ou non discernables, il n'y a qu'une seule façon de réaliser cette situation.
- Deuxième configuration (figure 1.b) : chaque niveau d'énergie contient une particule. Si les particules sont discernables, il y a factorielle  $N$  possibilités (où  $N$  est le nombre de particules) correspondant à toutes les permutations possibles entre les particules. En revanche, si les particules sont indiscernables, il n'existe qu'une seule façon de mettre une particule par niveau, car tout échange de particules conduit à un état physiquement identique.

Le poids statistique *relatif* de la première configuration est considérablement plus grand dans le cas de particules indiscernables. La configuration où toutes les particules sont dans le même état est donc statistiquement favorisée, ce résultat est à l'origine du phénomène de condensation.

Plus quantitativement, la statistique de Bose-Einstein implique le résultat essentiel suivant : le nombre de places accessibles dans les états excités (l'en-

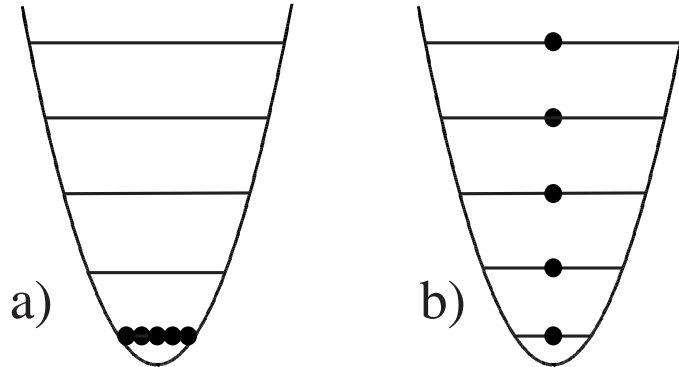


FIG. 1 – **a)** Toutes les particules sont dans le même niveau d'énergie. Que les particules soient discernables ou non, il n'y a qu'une façon de réaliser cette configuration. **b)** Chacun niveau d'énergie est occupé par une des  $N$  particules. Si les particules sont discernables il y a  $N!$  possibilités pour réaliser cette configuration. Si les particules sont indiscernables, il n'y en a qu'une seule!

semble des états quantiques privé du fondamental) est majoré par un nombre  $N_{\max}$  qui dépend de la température. Par exemple, dans un piège harmonique de pulsation  $\omega$ , nous avons  $N_{\max}(T) \simeq (k_B T / \hbar \omega)^3$ . Lorsque la température diminue, de moins en moins d'atomes sont autorisés à rester dans les états excités. En-deçà d'une température critique  $T_c$  définie par  $N_{\max}(T_c) = N$ , les atomes surnuméraires n'ont d'autre choix que de s'accumuler dans l'état fondamental : c'est la condensation de Bose-Einstein.

Cette situation est très différente de celle d'un système de particules classiques (décrites par une statistique de Boltzmann) à une température presque nulle. En effet, la température critique d'un gaz de bosons identiques contenant un million d'atomes dans un piège harmonique est 100 fois supérieure à l'énergie entre deux niveaux. En revanche, pour un gaz de Boltzmann à la température  $T = 100 \hbar \omega / k_B$  seul 1% des atomes occupent le niveau fondamental.

Le condensation se produit lorsque la distance inter-atomique devient de l'ordre de la longueur d'onde de de Broglie thermique  $\Lambda_T = h / \sqrt{2\pi M k_B T}$  ( $h$  est la constante de Planck,  $k_B$  la constante de Boltzmann,  $T$  la température et  $M$  la masse d'un atome). Plus précisément, la condensation a lieu si le paramètre de dégénérescence défini par  $\mathcal{D} = n_0 \Lambda_T^3$  dépasse la valeur 2,612, où  $n_0$  désigne la densité spatiale du nuage d'atomes au point où cette dernière est maximale<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> L'intérêt du critère  $n_0 \Lambda_T^3 > 2,612$  est qu'il ne dépend pas de la forme du potentiel de piégeage. La quantité  $n_0 \Lambda_T^3$  représente le nombre d'atomes dans une cellule élémentaire

Dans les conditions normales de température et de pression, nous sommes très loin de la condensation de Bose-Einstein. Par exemple, dans notre four, la densité en rubidium 87 est d'environ  $n_0 \sim 2 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  à  $130^\circ\text{C}$ , à cette température, la longueur d'onde de de Broglie vaut  $\Lambda_T \sim 10^{-11} \text{ m}$ , ce qui donne un paramètre de dégénérescence de l'ordre de  $10^{-14}$ .

Le succès des expériences de condensation avec des atomes alcalins résulte de la combinaison des méthodes de confinement magnétique et de refroidissement évaporatif initialement introduites sur les atomes d'hydrogène, avec les techniques de refroidissement laser développées pendant ces vingt dernières années et couronnées par le prix Nobel en 1997 [8, 9, 10]. Cette année, le prix Nobel de physique a récompensé les pionniers que sont Eric Cornell, Carl Weiman et Wolfgang Ketterle pour la réalisation des premiers condensats en 1995 et des premières études de leurs propriétés qui suivirent.

Lorsque la construction du dispositif utilisé au cours de cette thèse a commencé au laboratoire, seuls le rubidium, le sodium, le lithium avaient permis d'atteindre la condensation. Le pari a été pris que nous pourrions condenser le rubidium en utilisant un électro-aimant pour générer le piège magnétique, élément clé parmi les techniques de production de condensats de Bose-Einstein. Nous avons pu surmonter toutes les difficultés techniques liées à cette originalité de notre dispositif, mais un problème plus fondamental nous attendait pendant la phase de refroidissement évaporatif, dernière étape sur la route de la condensation. Le champ au centre de notre piège magnétique était cent fois supérieur à celui de la plupart des dispositifs utilisant des bobines. Or dans de tels champs magnétiques, l'évaporation peut être totalement interrompue. Lors de cette thèse, nous avons cherché à déterminer les conditions pour lesquelles le refroidissement peut-être perturbé en champ fort et surtout d'apporter des solutions à ce problème.

La première solution proposée est une généralisation *ad.hoc* de la technique d'évaporation, elle reste très spécifique. Nous avons étudié une autre méthode, plus générale, qui permet de refroidir beaucoup plus d'espèces que les rares atomes disposant des bonnes propriétés pour le refroidissement évaporatif. Ce refroidissement dit "sympathique" a permis tout récemment de condenser le potassium 41 [11]. De plus, contrairement au simple refroidissement évaporatif, cette technique permet de refroidir des fermions très efficacement. Une mer de Fermi a déjà pu être observée [12, 13]. Le phénomène de condensation est à priori exclu pour un système de fermions, cependant, dans certaines conditions, deux fermions peuvent s'apparier pour donner un boson et la condensation de ces paires est possible. Ce phénomène est extrêmement

---

de l'espace des phases de volume  $h^3$ , elle est parfois abusivement appelée densité dans l'espace des phases.



intéressant car il est à la base de la supraconductivité. En effet, dans les supraconducteurs, les électrons forment des paires dites de Cooper, et la théorie BCS permet d'interpréter la supraconductivité comme une condensation de Bose-Einstein de ces paires de Cooper.

Au delà de la production des condensats de Bose-Einstein, se pose le problème de leur utilisation. La condensation de Bose-Einstein a suscité un fort engouement de la part de plusieurs communautés de physiciens car elle se trouve à la croisée de plusieurs domaines de la physique : physique atomique, physique de la matière condensée et optique. En particulier, les condensats de Bose-Einstein constituent une source idéale pour l'optique atomique [14]. La présence d'un grand nombre d'atomes dans le même état quantique constitue un analogue atomique du laser en optique. La cohérence spatiale du condensat a été démontrée expérimentalement grâce aux interférences réalisées entre deux condensats indépendants [15]. De plus l'extraction quasi-continue d'atomes du condensat constitue un faisceau atomique extrêmement bien collimaté, ce "laser à atomes" possède une luminance bien supérieure à tout ce qui avait été réalisé auparavant avec des ondes de matière [16]. Lors de cette thèse, nous avons réalisé un laser à atomes avec un coupleur radio-fréquence. Nous avons été confrontés à des problèmes de stabilité du champ magnétique qui altère la régularité du flux du faisceau émis, nous avons montré comment rendre le laser insensible à ces fluctuations à l'aide d'une technique simple. Enfin nous avons commencé à étudier les propriétés du faisceau, en particulier nous avons identifié le mécanisme responsable de la divergence du laser. Ces études sur les lasers à atomes constituent les premières étapes vers la réalisation de sources d'onde de matière qui permettront d'améliorer considérablement l'interférométrie atomique, mais peut-être aussi l'holographie ou la lithographie.

## Plan de la thèse

Le premier chapitre présente les techniques utilisées lors des différentes étapes de ce long chemin, à l'exception du refroidissement évaporatif auquel est consacré le deuxième chapitre. Nous décrivons brièvement le système à vide, le ralentissement et le piégeage d'atomes par laser ainsi que le Dark-SPOT qui permet d'augmenter la densité du nuage. Puis nous présentons le piégeage magnétique, son principe, la configuration de champs magnétiques utilisée, la profondeur du piège qui en résulte ainsi que le pouvoir de compression du piège. Une originalité de notre dispositif réside dans l'utilisation de matériaux ferromagnétiques pour créer le champ magnétique, nous discutons les avantages et inconvénients de ces matériaux. Enfin, la caractérisation du nuage d'atomes piégés par imagerie en absorption est détaillée à la fin de ce

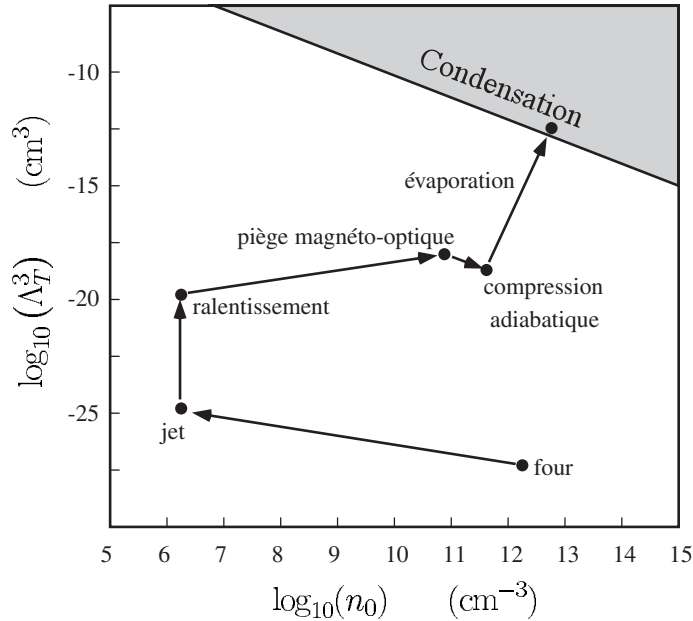


FIG. 2 – Cheminement à travers l’espace des phases, de la vapeur thermique au condensat de Bose-Einstein. Au total, la densité spatiale  $n_0$  n’a pratiquement pas changé mais la température  $T$  est passée de 400 K à 400 nK.

premier chapitre.

La route que nous utilisons pour atteindre la condensation de Bose-Einstein est schématisée sur la figure 2.

Le deuxième chapitre est consacré à l’étude de la dernière technique utilisée pour atteindre la condensation : le refroidissement évaporatif. Nous déterminons le critère de bon fonctionnement de cette méthode de refroidissement ainsi que son efficacité. Après avoir présenté sa mise en œuvre au moyen d’une onde radio-fréquence, nous montrons qu’en présence d’un champ magnétique élevé – comme celui utilisé dans notre dispositif – l’évaporation peut être fortement perturbée voir totalement interrompue. La dernière partie de ce chapitre présente une méthode que nous avons développée pour résoudre ce problème.

Le troisième chapitre concerne le refroidissement sympathique. Cette technique permet de refroidir de nombreuses espèces par simple contact thermique avec un gaz qui peut être refroidi efficacement par ailleurs. L’ingrédient principal du refroidissement sympathique est la thermalisation entre les deux gaz, elle est étudiée à partir d’un modèle simple dans la première partie du chapitre. Nous présentons des expériences conduisant à la production simultanée de deux condensats de Bose-Einstein dans des états d’énergie différents. Un

modèle thermodynamique permet d'expliquer les différents régimes observés.

Le dernier chapitre propose une étude des faisceaux d'atomes extraits de nuages d'atomes ultra-froids par radio-fréquence. La stabilité requise pour produire de tels faisceaux est discutée. L'utilisation de plusieurs fréquences nous permet expérimentalement d'obtenir des faisceaux continus quand les conditions de stabilité ne sont pas suffisantes pour le mode d'extraction classique. Avec un modèle classique, nous déterminons comment les variations du taux de couplage se retrouvent sur le faisceau produit. Enfin nous regardons le cas quantique dans une version simple.

---

# Dispositif expérimental et techniques de piégeage

---

La production de condensats de Bose-Einstein demande de développer diverses techniques de piégeage et de refroidissement. Nous décrirons tout d'abord la phase de pré-refroidissement par laser, la référence [17] contient une revue de la plupart des techniques utilisées lors de cette première phase. La seconde partie de ce chapitre traite du piégeage magnétique, les principales caractéristiques du type de piège que nous utilisons y sont présentées. Enfin, nous montrerons comment l'imagerie par absorption permet de mesurer les propriétés du nuage d'atomes froids. Mais tout d'abord nous allons discuter les contraintes sur le vide requis pour pouvoir produire un condensat de Bose-Einstein.

## 1.1 Dispositif de pré-refroidissement

La qualité du vide est un élément essentiel pour la réussite des expériences de condensation de Bose-Einstein [18]. En effet, il faut pouvoir conserver les atomes pendant plusieurs dizaines de secondes pour que le refroidissement évaporatif puisse mener à la condensation (§ 2.1.4), ce qui demande une pression en gaz résiduel inférieure à  $10^{-10}$  milli-bar dans la cellule où les atomes sont piégés. De l'autre côté, sachant que nous utilisons un jet ralenti pour charger le piège, il faut, pour produire ce jet (§ 1.1.2), chauffer du rubidium à plus de  $100^\circ\text{C}$ , ce qui donne une vapeur ayant une pression de l'ordre de  $10^{-6}$  milli-bar. Le système à vide doit donc pouvoir réunir ces deux extrêmes.

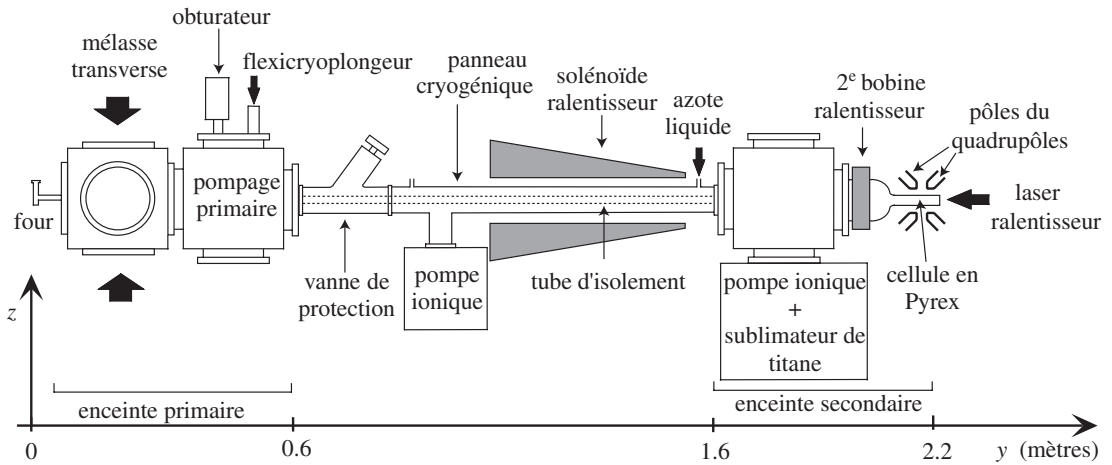


FIG. 1.1 – Vue d'ensemble du dispositif expérimental.

### 1.1.1 Au commencement était le Vide

Notre système à vide est constitué de deux enceintes reliées par un long tube de faible diamètre.

**Vide primaire** Côté four, l'enceinte dite primaire est pompée par une pompe turbomoléculaire. Un obturateur mécanique à commande magnétique permet de couper le jet atomique en dehors de la phase de chargement du piège. Juste après l'obturateur, se trouve le “doigt froid”. Cette pièce métallique qui sert à collimater le jet avec un trou de 8 mm de diamètre est refroidie en continu à  $-55^{\circ}\text{C}$  par un réfrigérateur à éthylène-glycol (flexicyroplongeur). Les atomes qui ne vont pas dans la bonne direction viennent donc se coller sur ce doigt froid plutôt que de détériorer la qualité du vide primaire. Une jauge à cathode froide mesure la pression dans l'enceinte primaire, elle est inférieure à  $2 \times 10^{-9}$  milli-bar. De plus une pompe ionique est placée entre la vanne de protection et le début du tube d'isolement (cette vanne permet de séparer les deux enceintes en cas de problème dans l'une d'elle – voir la figure 1.1).

**Tube d'isolement** Un tube de 1 centimètre de diamètre, long de 70 centimètres, permet de maintenir une différence de pression d'environ deux ordres de grandeur entre les deux enceintes [19]. Autour de ce dernier se trouve un panneau cryogénique régulièrement rempli avec de l'azote liquide. Le solénoïde ralentisseur est bobiné autour du panneau. Les atomes qui sortent du droit chemin lors de la phase de ralentissement viennent se coller sur le panneau cryogénique.

**Vide secondaire** Côté cellule, l'enceinte secondaire est pompée par une pompe ionique et une pompe à sublimation de titane. De plus, un tube de graphite se trouve dans la partie qui connecte l'enceinte métallique à la cellule en verre, sous la deuxième bobine ralentisseur (voir la figure 1.1). Le graphite est un absorbant qui pompe très efficacement les alcalins, nous espérons ainsi améliorer la qualité du vide dans la cellule et surtout limiter la saturation des parois en rubidium. Le système se termine par la cellule parallélépipédique de section intérieure  $2\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ , elle qui n'est pompée que d'un seul côté<sup>1</sup>. La mesure de la durée de vie du piège magnétique nous indique que la pression dans la cellule est inférieure à  $10^{-10}$  milli-bar, ce qui, compte tenu de notre taux de collision élastique (§ 1.2.3), est suffisant pour atteindre la condensation de Bose-Einstein.

### 1.1.2 Puis vinrent les atomes, ils baignaient dans la lumière

Une fois le vide établi dans l'enceinte, il faut amener les atomes dans la cellule pour pouvoir les piéger. Pour cela nous collimatons le jet à la sortie du four avec des lasers quasi-résonnants et nous le ralentissons à l'aide d'un faisceau laser contra-propageant. Commençons par donner les caractéristiques des différents lasers utilisés.

#### Les lasers

La longueur d'onde des lasers utilisés est de 780 nm, elle correspond à la raie  $D_2$  du rubidium 87. Les transitions ont lieu entre les niveaux hyperfins  $5S_{1/2}$  de moment cinétique total noté  $F$  et les niveaux  $5P_{3/2}$  de moment cinétique noté  $F'$  (figure 1.2). Nous utilisons essentiellement la transition ( $F = 2 \rightarrow F' = 3$ ) car c'est une transition fermée. Cependant, lorsque les atomes réalisent des milliers de cycles sur cette transition, la probabilité d'exciter  $F' = 2$  au lieu de  $F' = 3$  devient non négligeable. Il est alors nécessaire d'ajouter un laser repompeur pour remettre en circulation les atomes qui se seront spontanément désexcités de  $F' = 2$  vers l'état non-résonnant  $F = 1$ . Donnons quelques chiffres importants : la vitesse de recul est de 6 mm/s, l'intensité de saturation vaut  $1,6\text{ mW/cm}^2$  et la largeur naturelle de la transition ( $F = 2 \rightarrow F' = 3$ ) est de 5,9 MHz.

Pour produire des condensats de Bose-Einstein, nous utilisons exclusivement des diodes laser [20]. Nous utilisons une diode DBR de largeur de raie

---

<sup>1</sup> Un nouveau dispositif de condensation qui utilise une cellule débouchante pompée par deux côtés est actuellement en construction dans notre groupe.

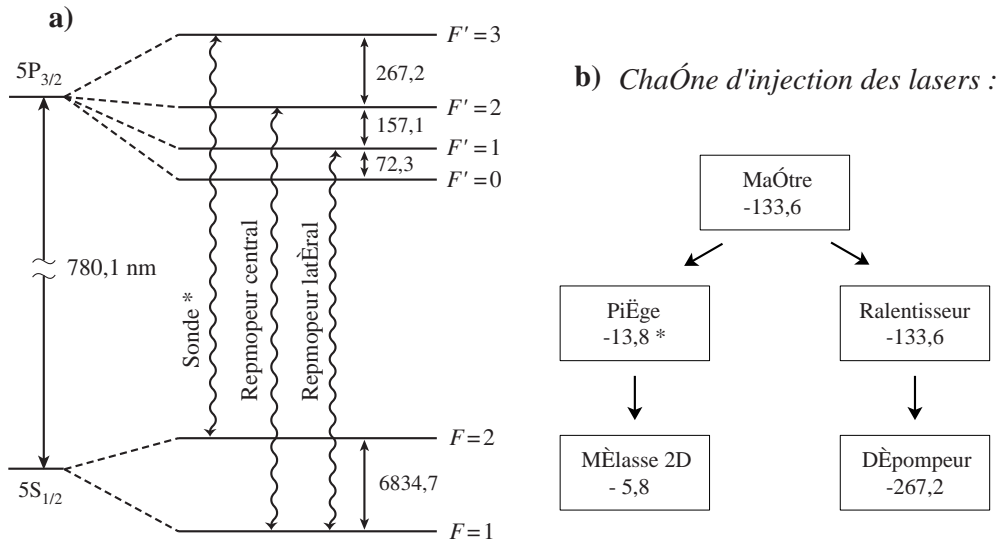


FIG. 1.2 – **a)** Structure de la raie  $D_2$  du rubidium 87 et transitions utilisées par les différents lasers (les échelles ne sont pas respectées). Une étoile \* indique qu'un modulateur acousto-optique permet de modifier la fréquence du laser correspondant de quelques MHz. **b)** Chaîne d'injection des lasers. Toutes les fréquences sont données en méga-Hertz.

1 MHz, asservie sur un signal d'absorption saturé, en guise de maître. Elle injecte différents lasers esclaves suivant la chaîne d'injection représentée sur la figure 1.2. La diode maître injecte la diode ralentisseur et la diode piège. Une partie du faisceau ralentisseur est prélevée pour réaliser un dépompeur (son utilité apparaîtra au § 1.1.3). La diode piège injecte à son tour la diode de la mélasse transverse. Les diodes laser repompeur et sonde (§ 1.3) sont asservies indépendamment.

## Production du jet atomique

Le jet d'atomes est obtenu en chauffant quelques grammes de rubidium solide dans un four à recirculation [21]. Dans le four, la densité est de l'ordre de  $10^{13}$  atomes par centimètre cube et la température est d'environ 400 K, le paramètre de dégénérescence est donc de l'ordre de  $10^{-14}$ . Les atomes présents dans la vapeur ainsi formée peuvent s'échapper par une buse de 8 cm de long et de 5 mm de diamètre. Le flux d'atomes à la sortie du four croît exponentiellement avec la température du four. À la température moyenne d'utilisation de 120°C, le flux est d'environ  $10^{12}$  atomes par seconde. À cette température, nous avons mesuré une vitesse longitudinale moyenne de 350 m/s et

une largeur RMS de la distribution des vitesses transverses de 10 m/s, soit une divergence d'environ 30 milli-radian. Au niveau du four, la zone de collection du piège est vue sous un angle de l'ordre de 5 milli-radian, il est donc souhaitable de mieux collimater le jet.

### Collimation avec une mélasse transverse

La vitesse transverse des atomes est réduite grâce à une mélasse optique à deux dimensions. Elle est réalisée avec deux paires de faisceaux laser contre-propageants, perpendiculaires au jet, et désaccordés vers le rouge de la transition ( $F = 2 \rightarrow F' = 3$ ), le repompeur utilisé pour le ralentisseur sert aussi pour cette mélasse transverse. La constante de temps d'amortissement des vitesses est de l'ordre de 50  $\mu$ s. Pour que la collimation soit efficace, compte tenu de la vitesse longitudinale moyenne, la distance d'interaction doit être d'au moins 2 cm, dans notre dispositif elle est d'environ 5 cm.

Pour quantifier l'effet de la mélasse, nous utilisons le taux de chargement du piège magnéto-optique. Ce dernier est défini comme la pente à l'origine du signal donnant le nombre d'atomes dans le piège en fonction du temps, lorsque le piège est vide à l'origine des temps. La mélasse multiplie le taux de chargement par un facteur 6.

### Ralentissement du jet

Même si les atomes atteignent la cellule, ils ne seront capturés par le piège magnéto-optique que si leur vitesse est inférieure à quelques dizaines de mètres par secondes. Il est donc nécessaire de les ralentir au préalable, ce qui est encore réalisé à l'aide de lasers.

**Principe** Nous utilisons la pression de radiation d'un faisceau laser résonnant et saturant qui se propage en sens inverse du jet atomique. Dans cette configuration, un atome peut absorber plusieurs millions de photons par seconde, et un photon spontané est réémis dans une direction aléatoire entre deux absorptions successives. Ces photons ont une quantité de mouvement  $h/\lambda$ , il en résulte une accélération nette phénoménale de l'ordre de  $10^5$  m/s<sup>2</sup>. Les atomes qui sortent du four avec une vitesse de plusieurs centaines de mètres par seconde peuvent être arrêtés sur une distance de l'ordre du mètre.

Cependant, lorsque la vitesse des atomes diminue, la fréquence du laser dans le référentiel des atomes change par effet Doppler. Pour un changement de la vitesse des atomes de seulement 5 m/s, la variation de fréquence du laser est égale à la largeur de raie de la transition atomique. Le laser ne peut donc pas être résonnant pendant toute la phase de décélération. Pour



résoudre ce problème, nous utilisons un champ magnétique qui, en chaque point, décale la fréquence atomique par effet Zeeman [22, 23]. Nous avons choisi une configuration à deux bobines où le champ s'annule et change de signe [23, 24].

**Problèmes supplémentaires** En plus de l'effet de ralentissement dû aux photons absorbés, la réémission aléatoire des photons entraîne une marche aléatoire dans l'espace des vitesses qui fait diverger le jet d'atomes. Cet effet est particulièrement important en fin de ralentissement car la vitesse longitudinale est faible et la vitesse transverse accumulée est importante.

Pour limiter ce phénomène et collecter le maximum d'atomes dans la zone de piégeage, nous avons installé la deuxième bobine du ralentisseur près de la cellule. Le champ créé par cette bobine n'étant pas négligeable au niveau de la zone de piégeage, nous avons de plus ajouté une contre-bobine. Cette contre-bobine permet d'annuler le champ magnétique total au centre du piège magnéto-optique.

**Précisions sur les lasers** La laser ralentisseur est désaccordé de  $-130$  MHz par rapport à la transition ( $F = 2 \rightarrow F' = 3$ ) et il est polarisé circulairement de sorte que, lorsque le champ magnétique est présent, les atomes cyclent sur une transition fermée. Cependant, quand le champ est nul (c'est le cas dans l'enceinte primaire et entre les deux solénoïdes du ralentisseur), les atomes sont rapidement dépompés dans  $F = 1$ . Nous utilisons un laser désaccordé de  $-200$  MHz par rapport à la transition ( $F = 1 \rightarrow F' = 2$ ) pour les repomper. Ce repompeur du ralentisseur (R.R.) sert aussi pour la mélasse transverse.

Ces deux lasers ont une influence non-négligeable sur le piège magnéto-optique, en particulier ils ont tendance à déplacer le centre de ce dernier. Pour éliminer ce problème, nous avons installé un cache noir au centre des faisceaux de ralentissement [25]. Cette solution ayant par ailleurs pour effet de réduire le taux de chargement du piège, nous ne l'utilisons pas systématiquement. Dans les deux cas, notre dispositif permet de ralentir suffisamment les atomes pour qu'ils puissent être capturés par le piège magnéto-optique décrit dans le paragraphe suivant.

### 1.1.3 Les atomes furent piégés par cette lumière

Comme son nom l'indique, le piège magnéto-optique conjugue les effets de la lumière avec ceux d'un champ magnétique [26]. La partie optique est constituée de trois paires de faisceaux contra-propageants correctement polarisés, ce qui réalise une mélasse à trois dimensions permettant d'amortir les

vitesses. Un champ magnétique quadripolaire sphérique génère une force de piégeage qui concentre les atomes autour du point de champ nul. Ce piège constitue une étape importante vers la condensation de Bose-Einstein, mais comme nous le verrons par la suite, l'utilisation de lumière quasi-résonnante limite de façon rédhibitoire la densité et la température accessibles. Nous utiliserons l'acronyme MOT qui vient de l'anglais Magneto-Optical Trap pour désigner le piège magnéto-optique.

**Lasers du MOT** Les six faisceaux du piège sont indépendants, ce qui nous permet d'équilibrer les puissances dans chaque bras. Si nous utilisions des faisceaux rétro-réfléchis, nous aurions des problèmes car d'une part les faces de notre cellule ne sont pas traitées anti-reflet et d'autre part les épaisseurs optiques élevées obtenues déséquilibreraient l'intensité des faisceaux retour.

Les faisceaux de piégeage sont désaccordés de  $-16$  MHz par rapport à la transition ( $F = 2 \rightarrow F' = 3$ ). Deux paires de faisceaux sont contenues dans le plan horizontal et font un angle de  $45^\circ$  avec le jet atomique, la troisième paire est donc suivant la verticale. La distance parcourue par les faisceaux est la même dans les 4 bras horizontaux, ce qui est rendu nécessaire par le Dark-SPOT présenté plus loin. De plus, toujours à cause du Dark-SPOT, nous utilisons deux repompeurs : le repompeur dit "central" (R.C.) est accordé sur la transition ( $F = 1 \rightarrow F' = 1$ ) et superposé aux faisceaux verticaux du MOT, le repompeur "latéral" (R.L.) est accordé sur la transition ( $F = 1 \rightarrow F' = 2$ ) et superposé aux faisceaux horizontaux.

La figure 1.3 représente les différents faisceaux utilisés dans leur environnement (cellule et pôles de l'électro-aimant), on voit que les deux bobines qui génèrent le champ quadripolaire sont placées dans l'entrefer de l'électro-aimant. Si elles avaient été placées à l'extérieur de l'électro-aimant, ce dernier aurait modifié les lignes de champ car les pôles ne respectent pas les axes de symétrie du champ du MOT. Le piège magnéto-optique n'aurait alors pas fonctionné correctement.

**Performances et limites du MOT** Nous chargeons quelques milliards d'atomes en typiquement cinq secondes. La densité au centre du nuage est de  $10^{10}$  atomes par centimètre cube et la température d'environ  $100 \mu\text{K}$ , ce qui donne un paramètre de dégénérescence de l'ordre de  $10^{-7}$ . Le piège magnéto-optique permet d'augmenter le paramètre de dégénérescence de plusieurs ordres de grandeur [27] par rapport à la valeur de  $10^{-14}$  dans le four (voir § 1.1.2). Cependant il reste encore sept ordres de grandeur à gagner pour atteindre la condensation de Bose-Einstein.

Les limites du piège magnéto-optique portent à la fois sur la densité spa-

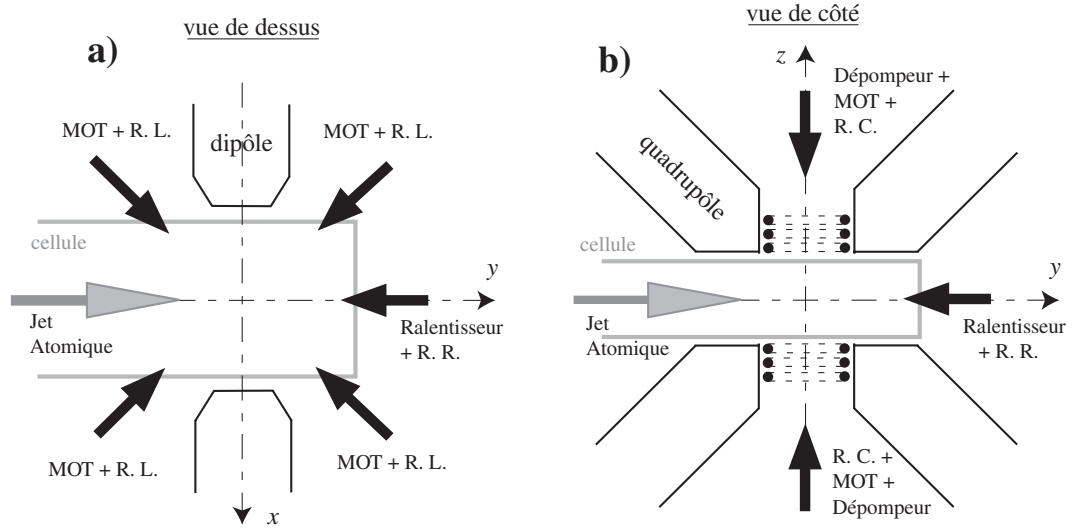


FIG. 1.3 – Configuration des faisceaux et des pôles. **a)** Plan horizontal : le dipôle est représenté. **b)** Plan vertical, les pôles du quadrupôle sont représentés ainsi que les bobines du piège magnéto-optique. Dénomination des lasers : MOT = faisceaux piège – R.L. = Repompeur Latéral – R.C. = Repompeur Central – R.R. = Repompeur du Ralentisseur.

tiale et sur la température.

La densité est limitée par les collisions assistées par la lumière [28] et par la diffusion multiple [29] : un atome diffuse des photons qui peuvent être réabsorbés par les autres atomes avant de sortir du nuage. La diffusion multiple engendre une force à longue portée qui tend à homogénéiser la densité du nuage tout en limitant cette dernière. La densité étant limitée, le nombre  $N$  d'atomes l'est aussi du fait de taille finie des faisceaux lasers de piégeage.

Ultimement, la température est limitée par le recul associé à l'absorption ou l'émission d'un photon. Mais en pratique, à cause de la diffusion multiple, la température limite est proportionnelle à  $N^{1/3}$  où  $N$  est le nombre d'atomes [30, 31]. La plus basse température atteinte dans le MOT est de  $100 \mu\text{K}$ .

## Le Dark SPOT

Ces limites peuvent être contournées dans une certaine mesure par une technique baptisée Dark-SPOT pour Dark SPontaneous-force Optical Trap, qui a été utilisée pour la première fois avec des atomes de sodium [32]. Elle consiste à pomper une partie des atomes dans un état non-résonnant où ils seront insensibles à la lumière de piégeage, dans notre cas, il s'agit de l'état

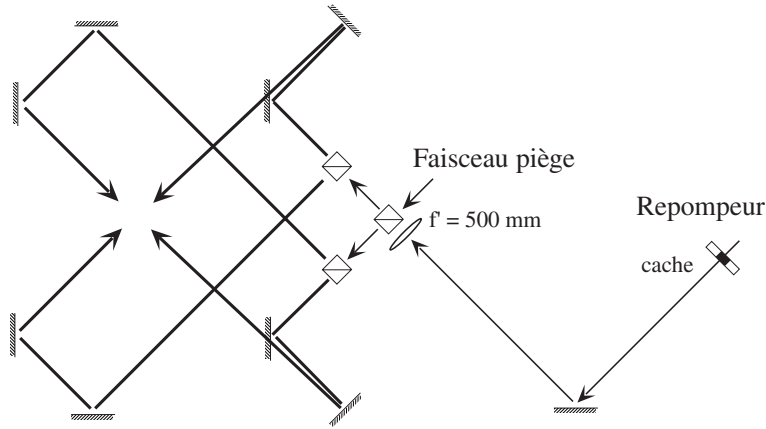


FIG. 1.4 – Montage optique utilisé pour conjuguer le cache noir installé sur le repompeur au niveau du piège.

$F = 1$ .

Pour la mettre en œuvre, nous réalisons, dans la zone de piégeage, l'image géométrique d'un cache noir de 3 mm de diamètre installé sur le faisceau repompeur latéral. Le repompeur latéral est mélangé aux faisceaux pièges sur les quatre bras horizontaux. Comme le montre la figure 1.4, les chemins optiques des quatre bras sont égaux pour conjuguer le cache du repompeur au niveau du piège.

Après avoir chargé le MOT, nous éteignons le repompeur central, les atomes du centre du piège qui se retrouvent dans  $F = 1$  – via  $F' = 2$  – ne sont alors plus repompés (voir la figure 1.5).

Avec des atomes de sodium, cette technique c'est révélée efficace car le taux de dépompage naturel vers l'état noir est suffisant. La structure hyperfine du rubidium étant plus importante, ce taux est plus faible et nous avons ajouté un faisceau dépompeur résonnant sur la transition ( $F = 2 \rightarrow F' = 2$ ) pour forcer les atomes qui passent au centre du piège à s'accumuler dans  $F = 1$  [33]. La densité spatiale obtenue dans le Dark-SPOT est plus élevée que celle dans le MOT, mais elle reste néanmoins limitée par les photons du repompeur latéral diffusés par les atomes périphériques et par les diverses réflexions parasites (sur les pôles de l'électro-aimant, sur les angles de la cellule ...).

Avec l'aide du dépompeur, nous mettons  $8 \times 10^8$  atomes dans le Dark-SPOT avec une densité au centre de  $2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ , la température est alors d'environ  $120 \mu\text{K}$ .

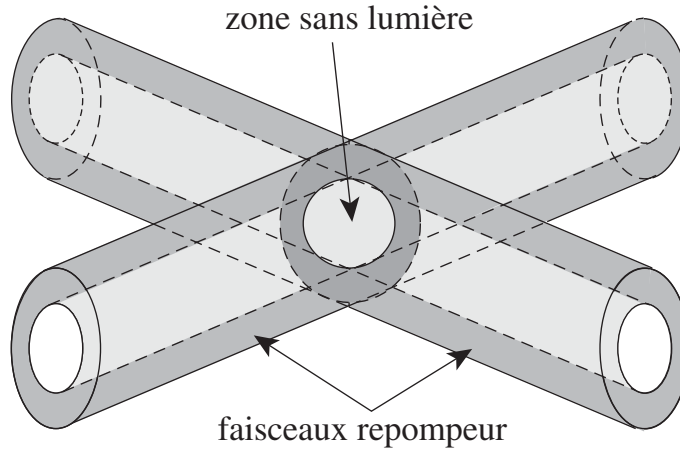


FIG. 1.5 – La zone correspondant au Dark-SPOT est donnée par l'intersection des trous des faisceaux du repompeur latéral, les atomes présents dans cette zone centrale ne sont plus repompés.

### Refroidissement supplémentaire avec une mélasse sub-Doppler

Une dernière étape permet d'augmenter encore le paramètre de dégénérescence avant le transfert dans le piège magnétique : une mélasse optique à trois dimensions permet de diminuer la température, sa durée de 2 ms n'entraîne pas de perte significative en densité spatiale. En pratique, nous coupons le courant dans les bobines MOT et nous désaccordons les faisceaux de  $-46$  MHz par rapport à la transition ( $F = 2 \rightarrow F = 3$ ). Les deux faisceaux repompeurs sont activés pendant cette phase de mélasse 3D, elle permet de descendre la température jusqu'à  $60 \mu\text{K}$ .

En conclusion, malgré les gains en densité dans l'espace des phases dus au Dark-SPOT et à la mélasse, il reste encore un long chemin à parcourir pour atteindre la condensation. Les limites des processus décrits ci-dessus étant liés à l'utilisation de lumière quasi-résonnante, nous allons supprimer celle-ci en transférant les atomes dans un piège magnétique [34].

#### 1.1.4 Enfin le noir se fit sur les atomes.

Nous allons maintenant décrire le transfert dans le piège magnétique. D'une part, il convient de contrôler l'état interne des atomes : nous utilisons pour cela une phase de pompage optique, d'autre part, il faut adapter la forme du piège magnétique aux propriétés du nuage obtenu à l'issue des étapes précédentes.

## a) Pompage optique

Il est nécessaire de choisir l'état interne dans lequel nous voulons former un condensat de Bose-Einstein. Nous distinguons pour cela le pompage hyperfin qui permet de mettre les atomes dans  $F = 1$  ou  $F = 2$  (ou d'avoir des atomes dans les deux niveaux en proportion contrôlée comme nous le faisons pour le refroidissement sympathique décrit dans le troisième chapitre) et le pompage Zeeman qui détermine le sous-niveau magnétique.

**Pompage hyperfin** Si on veut transférer les atomes dans l'état hyperfin  $F = 2$ , il faut couper les faisceaux de la mélasse avant les repompeurs. Au contraire, si on veut les transférer dans  $F = 1$ , il faut couper tous les repompeurs avant les faisceaux de la mélasse et éventuellement ajouter un peu de dépompeur pour faire tomber dans  $F = 1$  tous ceux qui seraient restés dans  $F = 2$ .

Compte tenu des fortes épaisseurs optiques de nos nuages, il est difficile de transférer tous les atomes dans le niveau voulu : il en reste souvent une faible proportion, de l'ordre de un pour mille, dans l'autre niveau hyperfin. À la fin de l'évaporation, le nombre d'atomes présents dans les deux niveaux peut devenir comparable, ce qui peut empêcher d'atteindre la condensation. Une étude quantitative de ce phénomène est réalisée dans le chapitre traitant du refroidissement sympathique (voir en particulier le diagramme 3.6). Pour éliminer les atomes qui restent dans le mauvais niveau hyperfin, nous appliquons de courts pulses de dépompage toutes les 10 secondes lors de la phase d'évaporation.

**Pompage Zeeman** Dans les pièges lumineux décrits précédemment, les atomes sont à priori équi-répartis entre les différents sous-niveaux Zeeman. Dans le passé, nous avons essayé de réaliser un pompage Zeeman : avec un nuage de  $10^7$  atomes, nous avons réussi à en transférer 95 % dans le sous-niveau choisi [35]. Mais avec quelques  $10^8$  atomes, la proportion d'atomes transférée après le pompage n'a jamais été supérieure à 60%.

Ces observations peuvent être expliquées par le fait qu'au fur et à mesure du pompage optique, le nuage devient transparent pour le faisceau de pompage et de plus en plus optiquement épais pour les photons de fluorescence émis par les atomes en cours de pompage, ce qui conduit à une limitation de l'efficacité [24, 36]. Nous avons donc abandonné le pompage Zeeman qui alourdissait significativement la procédure de transfert pour un résultat d'autant plus médiocre que ce processus tendait à réchauffer le nuage.

Il y a donc nécessairement une perte d'atomes lors du transfert et le taux de transfert maximal est limité à  $1/3$  dans  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  et à  $1/5$  dans

$$|F = 2, m_F = +2\rangle.$$

## b) Adaptation du piège magnétique au MOT

Lors du transfert, il faut que la forme du piège magnétique “épouse” celle du nuage d’atome pour conserver au mieux le paramètre de dégénérescence  $\mathcal{D} = n_0 \Lambda_T^3$  (le paramètre de dégénérescence ne peut pas augmenter lors de cette étape). Le paramètre de dégénérescence est proportionnel au nombre d’atomes piégés. Les pertes d’atomes qui ont lieu pendant le transfert ne sont ni sélectives en position, ni sélectives en vitesse. Pour optimiser le transfert, nous cherchons donc à maximiser le paramètre de dégénérescence par atome  $\mathcal{D}/N = \Lambda_T^3/V$  où le volume  $V$  est donné par  $V = N/n_0 = \int n(\mathbf{r})/n_0 d^3\mathbf{r}$ . Si le volume est diminué lors du transfert, la température va augmenter et finalement  $\mathcal{D}/N$  sera réduit. En fait pour conserver cette quantité, il faut adapter le piège séparément dans l’espace des vitesses et dans l’espace des positions :

Pour adapter le piège dans l’espace des vitesses, il faut que les températures  $T$  du MOT et  $T'$  du nuage dans le piège magnétique soient identiques, ce qui nous donne l’égalité des longueurs d’ondes de de Broglie thermiques  $\Lambda_T$  et  $\Lambda_{T'}$ .

Pour adapter le piège dans l’espace des positions, il faut d’une part que les centres des deux pièges soient confondus, et d’autre part que les volumes  $V$  et  $V'$  des deux nuages soient égaux. Nous allons d’abord donner une description des propriétés du nuage dans le MOT, puis dans le piège magnétique pour enfin écrire les conditions de bonne adaptation des deux pièges.

**Le nuage dans le MOT** Lorsque les densités sont importantes, il est difficile de donner une description satisfaisante de la distribution spatiale des atomes dans le piège magnéto-optique. En particulier, le lien entre la température  $T$  du nuage, le nombre d’atomes  $N$  et la densité au centre  $n_0$  n’est pas clairement déterminée, il est donc difficile de calculer son volume  $V$ .

Pour simplifier, nous allons considérer que la densité spatiale des atomes dans le MOT est une gaussienne isotrope  $n(\mathbf{r}) = n_0 \exp(-\mathbf{r}^2/2r_0^2)$ , où  $r_0$  est mesuré expérimentalement. Que cette hypothèse ne soit pas très proche de la réalité avec nos fortes densités n’est pas dramatique, car les défauts d’adaptation n’ont pas un effet très critique [37].

**Le nuage dans le piège magnétique** La description d'un piège magnétique est beaucoup plus simple car il existe un potentiel de piégeage<sup>2</sup>  $U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}M\omega^2\mathbf{r}^2$  qui permet d'écrire la densité spatiale dans le piège magnétique  $n'(\mathbf{r}) = n'_0 \exp(-U(\mathbf{r})/k_B T')$  où  $T'$  est la température et  $n'_0$  la densité au centre du nuage,  $M$  désigne la masse de l'atome dans toute la suite de ce manuscrit.

**Résultat** L'adaptation est optimale lorsque les températures et les volumes du nuage dans les deux pièges sont égaux, ce qui s'écrit  $T = T'$  et  $\sqrt{2\pi} r_0 = \sqrt{2\pi k_B T' / M\omega^2}$ . Pour satisfaire ces deux conditions, il suffit de choisir la courbure du piège magnétique de façon à avoir  $\omega = \sqrt{k_B T / M r_0^2}$ .

En pratique, nous adaptons le volume dans le piège magnétique à celui du MOT en jouant sur les courants qui créent le piège magnétique. Pour adapter les centres des pièges, nous pouvons déplacer la bobine inférieure du MOT qui est montée sur une potence à trois translations.

**Nos chiffres** Avec les températures et les tailles usuelles de notre MOT, nous utilisons pour le transfert une fréquence d'oscillation dans le piège magnétique de  $\omega = 16 \times 2\pi$  Hz pour un nuage dans l'état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ . Cette fréquence est multipliée par  $\sqrt{2}$  pour des atomes piégés dans l'état  $|F = 2, m_F = +2\rangle$ , soit  $\omega = 23 \times 2\pi$  Hz.

À l'issue du transfert dans  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ , nous avons  $10^8$  atomes dans le piège magnétique avec une densité au centre de  $5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  et une température de  $100 \mu\text{K}$ .

En conclusion, nous avons été au bout des possibilités de notre dispositif en terme de piégeage et de refroidissement laser, nous passons maintenant à l'étape suivante où la lumière est bannie.

## 1.2 Le piégeage magnétique

Dans cette partie, nous allons d'abord expliquer le principe du piégeage magnétique, puis nous décrirons la configuration de champs magnétiques que nous utilisons, ainsi que certaines caractéristiques importantes comme le pouvoir de compression. Enfin nous discuterons l'usage des ferromagnétiques pour le piégeage en vue de la condensation de Bose-Einstein.

---

<sup>2</sup> Nous le considérons harmonique et isotrope, ce qui est approximativement réalisé pour le transfert avec notre piège (voir § 1.2.2).



### 1.2.1 Principe

Les premiers pièges à particules neutres ont été réalisés sur des neutrons [38], en important des méthodes de la physique des plasmas.

L'atome n'ayant pas de charge, les champs de piégeage vont interagir avec son moment dipolaire magnétique permanent  $\boldsymbol{\mu}$ . Le principe est le même que pour l'effet Stern et Gerlach : un atome dans un sous-niveau magnétique  $m_F$  donné, placé dans un champ magnétique inhomogène  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ , va subir une force opposée au gradient de l'énergie d'interaction entre le moment magnétique de l'atome et le champ.

Nous allons d'abord calculer l'énergie d'interaction atome-champ, puis montrer à quelle condition cette énergie prise comme fonction de la position  $\mathbf{r}$  de l'atome peut être considérée comme un potentiel extérieur. Enfin nous discuterons les conditions pour que la force résultante puisse piéger les atomes.

#### a) Effet Zeeman linéaire

Le hamiltonien Zeeman qui décrit l'interaction entre l'atome et un champ magnétique  $\mathbf{B}$  s'écrit  $H_Z = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$  (avec les champs magnétiques utilisés, le terme diamagnétique est négligeable). Pour trouver les énergies propres, nous allons exprimer le moment magnétique dans la base des vecteurs propres du moment cinétique total  $\mathbf{F}$ . Le moment magnétique étant un opérateur vectoriel, le théorème de Wigner-Eckart nous dit que *dans un sous-espace propre* du moment cinétique total, il y a proportionnalité entre  $\boldsymbol{\mu}$  et  $\mathbf{F}$ , ce qui s'écrit  $\boldsymbol{\mu} = g_F \mu_B \mathbf{F} / \hbar$  où  $\mu_B = -9.27 \times 10^{-24}$  J/T est le magnéton de Bohr et  $g_F$  le coefficient de proportionnalité adimensionné appelé facteur de Landé. Pour le rubidium 87 dans  $F = 1$ , le facteur de Landé vaut  $-1/2$ , dans  $F = 2$  il vaut  $+1/2$ .

Si le champ magnétique est assez petit pour traiter le hamiltonien Zeeman  $H_Z$  en perturbation de la structure hyperfine, à l'ordre 1, on se restreint aux sous-espaces propres de  $\mathbf{F}$  et on obtient donc directement les énergies propres  $-m_F g_F \mu_B B$  où  $m_F$  est le nombre quantique magnétique et  $B$  désigne le module du champ<sup>3</sup>. L'énergie d'un sous-niveau Zeeman est donc proportionnelle au module du champ magnétique et au nombre quantique magnétique  $m_F$  (au premier ordre). En introduisant la fréquence de Larmor  $\omega_L = |\mu_B| B / \hbar$ , l'énergie d'un sous-niveau Zeeman s'écrit  $m_F g_F \times \hbar \omega_L$ .

---

<sup>3</sup> Les valeurs des champ magnétiques seront données en Gauss noté G (1 Gauss =  $10^{-4}$  Tesla). Nous exprimerons parfois les énergies en unité de fréquence, pour cela, il est bon d'avoir en tête que  $\mu_B/h = -1,40$  MHz/G.

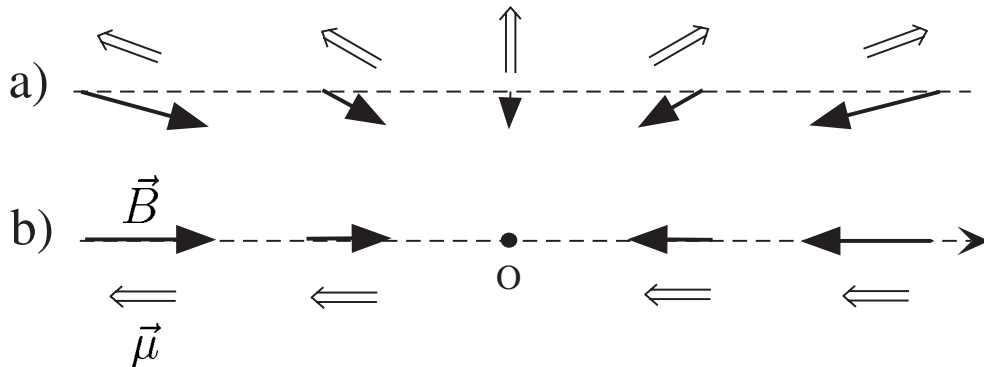


FIG. 1.6 – Un atome de moment magnétique  $\mu$  se déplace de gauche à droite dans un champ magnétique  $\mathbf{B}$ . **a)** Suivi-adiabatique : le moment magnétique conserve son orientation par rapport au champ magnétique sur toute sa trajectoire. **b)** Cas non-adiabatique : le moment magnétique ne peut pas changer de direction au passage du point où le champ s’annule et se retourne. Le moment magnétique change alors de direction par rapport au champ.

### b) Suivi-adiabatique

Le piégeage magnétique repose sur le fait que les atomes restent toujours dans le même état interne  $m_F$ , alors l’énergie du sous-niveau en question constitue un potentiel pour l’atome. Cependant, lorsqu’un atome se déplace dans un champ inhomogène, ce dernier change non seulement en module, mais aussi en direction et les états propres de l’hamiltonien Zeeman varient donc dans l’espace. Pour pouvoir négliger les variations des fonctions d’onde, il faut que la vitesse de rotation  $\frac{1}{B} \frac{d\mathbf{B}(\mathbf{r}(t))}{dt}$  du champ magnétique dans le référentiel d’un atome en mouvement soit négligeable devant la fréquence de transition entre sous-niveaux Zeeman adjacents. Dans ce cas, l’atome conserve sa polarisation : il reste dans le même état interne  $m_F$  vis à vis du champ local et son moment magnétique suit *adiabatiquement* le champ magnétique<sup>4</sup>. Nous pouvons alors considérer que l’atome se déplace dans un potentiel qui ne dépend que de son état interne (via  $g_F m_F$ ) et du module du champ magnétique appliqué.

La condition d’adiabaticité ne peut pas être respectée en un point où le champ magnétique s’annule et change de direction (voir figure 1.6). Une

<sup>4</sup> Du point de vue de la physique classique, le moment magnétique précesse autour du champ local à la fréquence de Larmor. Si le moment magnétique réalise suffisamment de précessions au cours d’un changement significatif de la direction du champ magnétique, le dipôle magnétique est stabilisé par effet gyroscopique et l’angle de précession reste constant. En revanche si la fréquence de Larmor est trop faible, le dipôle s’aligne avec le champ magnétique pour minimiser l’énergie d’interaction.

telle situation conduit à des changements d'état interne : les atomes qui subissent ces transitions non-adiabatiques, dites transitions de Majorana [39], seront expulsés du piège magnétique. La plupart des pièges utilisent donc des configurations où le champ ne s'annule pas. Dans notre cas le champ minimum est au moins de 50 Gauss, ce qui nous donne une fréquence de Larmor supérieure à 70 MHz.

La distance typique  $a$  sur laquelle le champ doit changer significativement de direction pour qu'un atome de vitesse  $v$  risque de subir une transition non-adiabatique est donnée par  $v/\omega_L$ . La température maximale dans un piège magnétique étant de 1 mK, les vitesses peuvent atteindre le mètre par seconde. Dans ces conditions, avec une fréquence de Larmor de l'ordre de la dizaine de méga-Hertz, nous trouvons une distance  $a$  inférieure au micron. En pratique la direction du champ magnétique ne varie jamais significativement sur de telles distances, nous pouvons donc conclure que la condition de suivi adiabatique est toujours respectée dans notre piège.

### c) Génération d'un piège

Nous allons maintenant nous intéresser aux conditions qui réalisent un piège pour les atomes. Pour cela, il faut créer un minimum de potentiel, or les équations de Maxwell ne permettent pas l'existence d'un maximum de module pour un champ magnétostatique<sup>5</sup>, en dehors des sources [41]. En revanche il est possible de générer un minimum de  $B$ . Le gradient de  $B$  pointe alors vers le centre où  $B$  est minimal et la force magnétique ne rappellera vers le centre que les atomes dans un état interne tel que  $g_F m_F$  est positif, ces états seront dits piégeants (voir la figure 1.7). Les autres atomes seront expulsés hors de la région où le module est petit ( $g_F m_F < 0$  : états anti-piégeants), ou bien ils seront insensibles à la présence du champ magnétique et la force de pesanteur se chargera de les éloigner ( $m_F = 0$  : états non-piégeants).

Pour le rubidium 87, compte tenu du signe du facteur de Landé des différents niveaux hyperfins, dans  $F = 1$  seul  $m_F = -1$  est piégeant, et dans  $F = 2$ ,  $m_F = +2$  et  $m_F = +1$  sont piégeants. Nous verrons dans la suite (au § 2.2) qu'à cause de la non linéarité de l'interaction de l'atome avec le champ magnétique, le sous-niveau  $m_F = 0$  de  $F = 2$  est en fait légèrement piégeant.

### 1.2.2 Piège de Ioffe-Pritchard

La forme la plus répandue de piège magnétique à minimum non-nul est donné par la configuration dite de Ioffe-Pritchard. Elle a été proposée la

---

<sup>5</sup> Cette impossibilité peut être contournée en utilisant des champs alternatifs [40].

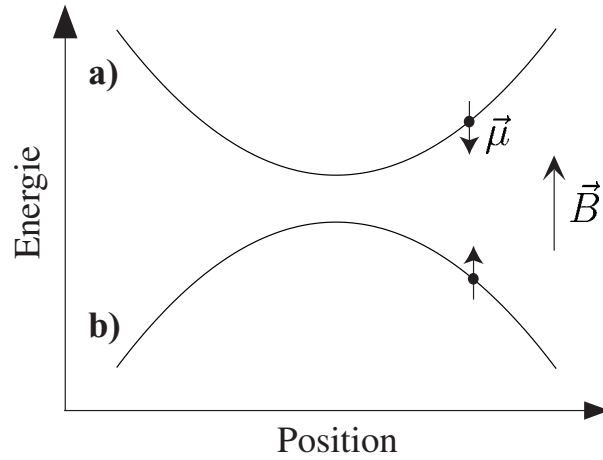


FIG. 1.7 – Principe du piégeage magnétique illustré sur un spin 1/2. La force est proportionnelle au gradient du module du champ que multiplie  $g_F m_F$ . **a)** Dipôle magnétique anti-aligné avec le champ ( $g_F m_F > 0$ ) : on a une force de rappel et l'état est piégeant. **b)** Dipôle aligné avec le champ ( $g_F m_F < 0$ ) : la force est expulsante et l'état non-piégeant.

première fois pour confiner des plasmas [42], elle a ensuite servi à piéger des particules neutres [43], c'est cette configuration que nous utilisons pour notre piège magnétique.

Le piège de Ioffe-Pritchard résulte de la superposition d'un champ quadripolaire linéaire assurant le confinement radial et d'un champ dipolaire suivant le même axe pour le confinement longitudinal. Plusieurs géométries des sources peuvent donner ce type de champ [44, 45, 46]. Nous avons choisi d'utiliser trois paires de bobines avec des noyaux ferromagnétiques dans une configuration identique à celle réalisée par Tollet *et al.* avec des aimants permanents [47]. Comme le montre la figure 1.8, le dipôle est créé par un pôle nord face à un pôle sud le long de l'axe  $x$ , le quadripôle est lui créé par une paire de pôles nord se faisant face plus une paire de pôles sud se faisant face suivant les bissectrices des axes  $y$  et  $z$ . La superposition des deux quadripôles sphériques orthogonaux donne un quadripôle linéaire au voisinage du centre du piège.

### a) Expression du champ

Nous allons utiliser les symétries des sources pour calculer la forme exacte du champ magnétique. Tout d'abord nous donnons l'expression générale du champ créé par des sources qui possèdent une symétrie de révolution autour d'un axe, puis nous précisons les contributions des trois paires de pôles.

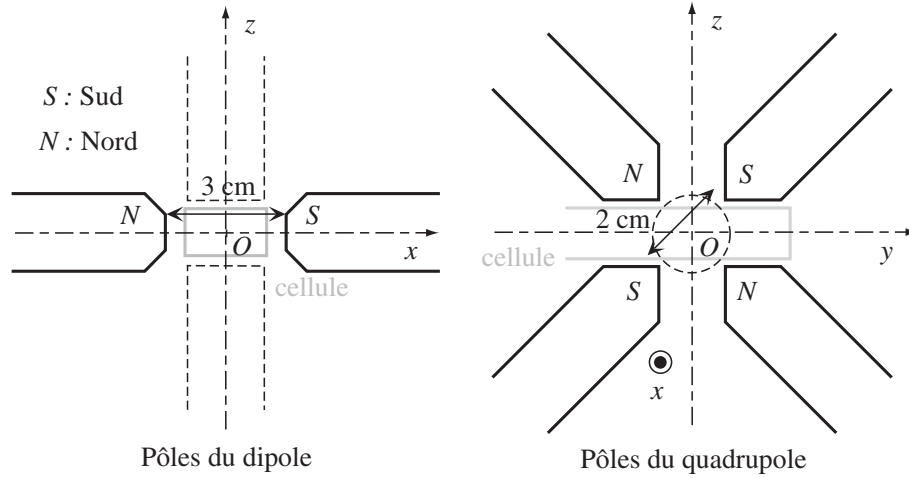


FIG. 1.8 – Géométrie des pôles, les pointillés représentent les pôles qui ne sont pas dans le plan de coupe.

**Développement multipolaire** Chaque paire de pôle génère un champ à symétrie cylindrique autour de son axe. Il est possible de réaliser un développement multipolaire du champ magnétique  $\mathbf{B}$  au centre du piège [48]. Nous avons  $\mathbf{B} = \sum b_n \mathbf{P}_n$  où les  $b_n$  sont les coefficients du développement<sup>6</sup>. Les  $\mathbf{P}_n$  sont des vecteurs de polynôme (la première coordonnée est suivant l'axe de symétrie  $\tilde{z}$ , l'autre est la coordonnée radiale  $\tilde{\rho}$ ) qui valent :

$$\mathbf{P}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{z} \\ -\tilde{\rho}/2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{P}_2 = \begin{bmatrix} \tilde{z}^2 - \tilde{\rho}^2/2 \\ -\tilde{\rho}\tilde{z} \end{bmatrix} \quad \dots \quad (1.1)$$

Ce développement est valable sur des distances petites devant la distance inter-pôles qui est de l'ordre du centimètre. Un développement à l'ordre 2 en position est suffisant pour donner les effets de piégeage dans les trois dimensions ainsi qu'une idée de la profondeur d'un piège de Ioffe-Pritchard.

**Application à notre système** L'axe de symétrie  $\tilde{z}$  du dipôle correspond à l'axe  $x$  dans notre dispositif. De plus, la paire de pôles du dipôle est invariante par réflexion par rapport à l'origine, le champ du dipôle est donc pair, ce qui entraîne la nullité de tous les coefficients impairs. Nous notons  $b_0 = B_0$  son champ longitudinal et  $b_2 = B''/2$  sa courbure au centre qui donne l'effet de piégeage suivant le dipôle.

Considérons un des quadrupôles, une réflexion par rapport à l'origine change le courant en son opposé, le champ créé est donc impair et les coef-

<sup>6</sup> Ces coefficients peuvent être déterminés par comparaison avec le résultat du calcul exact du champ magnétique sur l'axe de symétrie.

ficients pairs sont tous nuls. En nous limitant à l'ordre 2, seul le coefficient  $b_1$  est à préciser. Nous notons  $b_1 = B'$  pour le quadrupôle d'axe de symétrie  $\tilde{z}$  suivant la première bissectrice du plan  $yz$  (voir figure 1.8). Pour l'autre quadrupôle dont l'axe de symétrie est suivant la seconde bissectrice du plan  $yz$ , nous avons  $b_1 = -B'$  car les courants d'excitation des deux quadrupôles ont la même intensité mais leurs signes sont opposés.

**Champ total** La somme des champs dus aux trois paires de pôles, après avoir fait les changements de coordonnées nécessaires, s'écrit simplement

$$\mathbf{B} = B_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + B' \begin{pmatrix} 0 \\ z \\ y \end{pmatrix} + \frac{B''}{2} \begin{pmatrix} x^2 - \frac{y^2+z^2}{2} \\ -xy \\ -xz \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Nous voyons sur cette expression que le module du champ est harmonique sur l'axe du dipôle ( $y = z = 0$ ). Avec ce développement multipolaire, le champ calculé ne dépend pas de la taille des sources, car nous avons supposé qu'elles sont suffisamment éloignées. Le calcul est donc valable près du centre ( $x = y = z = 0$ ). Cette expression du champ, va nous permettre de déterminer la profondeur du piège et la forme du potentiel près du centre.

## b) Étude de la profondeur du piège

L'expression (1.2) donne un champ magnétique dont le module tend vers l'infini lorsqu'on s'éloigne beaucoup du centre du piège. Cependant il est possible de définir la profondeur du piège à partir de cette expression car le point ( $x = y = z = 0$ ) n'est pas le seul minimum du module du champ. Nous considérons comme perdus les atomes qui ont suffisamment d'énergie pour franchir la barrière de potentiel menant à un autre minimum. La profondeur du piège est obtenue à partir de la valeur du module champ au points où la force magnétique ne ramène plus les atomes vers le centre du piège. La force magnétique étant proportionnelle au gradient du module du champ, il faut trouver les points où ce dernier est nul et pour lesquels il existe une direction anti-piégeante (points cols).

Le module  $B$  du champ peut être écrit sous forme adimensionnée [49]

$$\mathcal{B}(\mathbf{r}', b) = \frac{B''}{B'^2} \times B(\mathbf{r}, B_0, B', B'') \quad (1.3)$$

où  $\mathcal{B}$  ne dépend que des variables

$$\mathbf{r}' = \frac{B''}{B'} \times \mathbf{r} \quad \text{et} \quad b = \frac{B_0 B''}{2 B'^2}$$

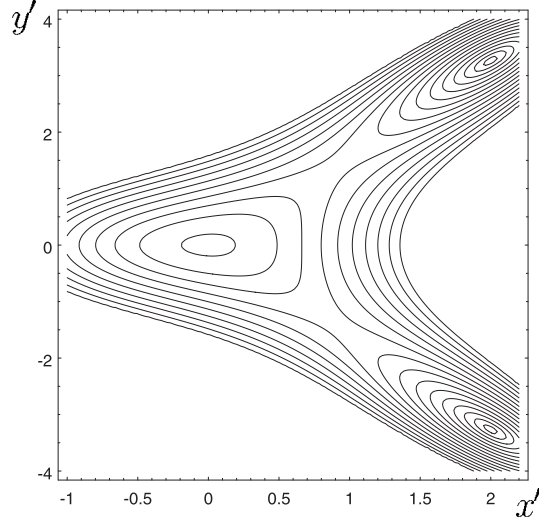


FIG. 1.9 – Lignes de niveau du module du champ magnétique dans le plan  $z = 0$  pour  $b = \frac{B_0 B''}{2 B'^2} = 1/3$ . Les positions sont données par les variables adimensionnées  $x' = \frac{x}{B'/B''}$  et  $y' = \frac{y}{B'/B''}$ . Le module du champ est minimum en trois points de cette coupe, deux points cols se situent entre le centre ( $x = y = 0$ ) et les deux autres minimums.

qui sont sans dimension. Pour  $b < 1$ , l'équation  $\nabla_{\mathbf{r}'} \mathcal{B}(\mathbf{r}', b) = \mathbf{0}$  admet 9 solutions : le point  $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ , ainsi que quatre autres points où le module du champ magnétique est minimum, et quatre points cols situés respectivement entre les quatre minimums et le centre du piège  $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ . La figure 1.9 représente les lignes de niveaux du module du champ magnétique dans le plan  $z = 0$  pour  $b = 1/3$ . Le module du champ est symétrique vis à vis des transformations  $\{y \rightarrow -y\}$ ,  $\{z \rightarrow -z\}$  et  $\{x \rightarrow -x, y \rightarrow z\}$ , nous avons donc le même type de lignes de niveau dans le plan  $y = 0$  et les quatre points se trouvent tous à la même distance  $\|\mathbf{r}\| = r_{\text{col}}$  du centre du piège. La figure 1.10 représente la profondeur  $\Delta B$  et la distance  $r_{\text{col}}$  du centre du piège aux points col en fonction de  $b$  qui est le seul paramètre dont elles dépendent.

Lors du transfert, le piège de Ioffe est pratiquement harmonique et isotrope, ce qui conduit à une valeur de  $1/3$  pour le paramètre  $b$ . Ensuite, le piège est comprimé en diminuant  $B_0$  ou en augmentant  $B'$ , ce qui dans tous les cas conduit à une diminution de  $b$  (voir § 1.2.3). C'est donc au moment du transfert que  $b$  est le plus grand et que la profondeur adimensionnée est la plus faible. Puisque lors de compression  $B'^2/B''$  ne diminue pas, c'est aussi lors du transfert que la profondeur absolue  $\Delta B$  est la plus faible. Pour un piège isotrope, le calcul donne  $\Delta B \simeq 0,3 \times \frac{B'^2}{B''}$ , et en utilisant  $b = \frac{B_0 B''}{2 B'^2} = 1/3$ , il vient  $\Delta B \simeq 0,45 \times B_0$ .

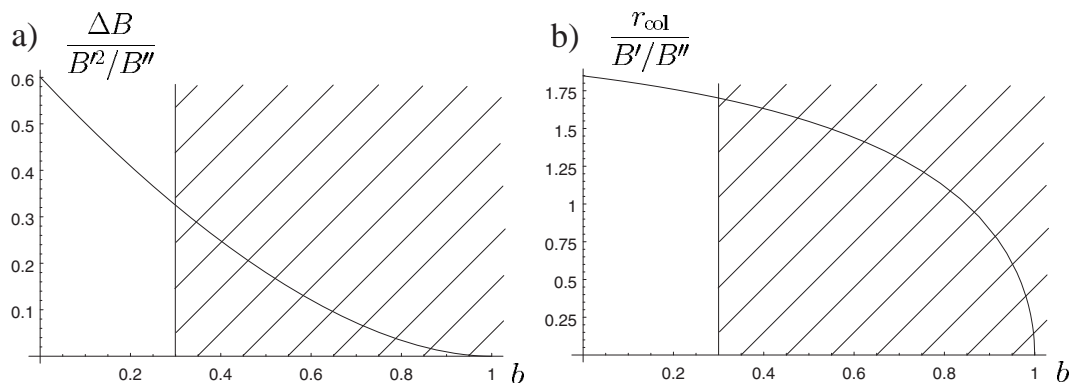


FIG. 1.10 – a) Profondeur adimensionnée du piège  $\frac{\Delta B}{B'^2/B''}$  en fonction de  $b = \frac{B_0 B''}{2 B'^2}$ . b) Distance adimensionnée des points col au centre du piège  $\frac{r_{\text{col}}}{B'/B''}$  en fonction de  $b$ . En pratique  $b$  est toujours inférieur à  $1/3$ .

**Distance des points col au centre du piège** Dans le régime de fonctionnement qui nous intéresse ( $b \leq 1/3$ ), la distance des points col au centre est pratiquement proportionnelle au rapport  $B'/B''$  (la constante de proportionnalité varie entre 1,7 et 1,85). Comme le montre la courbe 1.10.b, c'est lorsque le piège est "isotrope" que les points col sont le plus près du centre du piège, soit une distance de  $r_{\text{col}} = 1,7 \times \frac{B'}{B''}$ . Dans ce cas où  $b = 1/3$ , nous pouvons écrire  $r_{\text{col}} = 2,1 \sqrt{B_0/B''}$ .

**Notre cas** Lorsque le piège est isotrope, nous avons  $B_0 \simeq 160$  G et donc  $\Delta B \simeq 70$  G. Pour  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ , la profondeur en unité de température est plus de dix fois supérieure à la température du nuage après transfert, les atomes ont donc très peu de chance de s'échapper naturellement du piège.

Évaluons maintenant la position des points cols. Avec notre piège,  $B_0$  et  $B''$  sont tous deux proportionnels au courant qui alimente les bobines du dipôle<sup>7</sup>, le rapport  $B_0/B''$  est une constante géométrique qui vaut  $0,5 \text{ cm}^2$ , les points cols sont situés à environ  $1,5 \text{ cm}$  du centre du piège. À cette distance du centre, le développement multipolaire que nous avons utilisé pour calculer le champ magnétique n'est pas valable car dans notre dispositif l'extrémité des pôles se trouve à environ  $1 \text{ cm}$  du centre de la cellule.

Pour être plus précis, il faudrait calculer numériquement le champ. Si les points cols se trouvent être en dehors de la cellule, pour déterminer la profondeur, il faudrait alors calculer la hauteur du potentiel au niveau des parois de la cellule. Le problème est alors de modéliser les matériaux ferromagnétiques que nous utilisons.

<sup>7</sup> C'est faux si les pôles saturent, ou si le biais est compensé.



**Conclusion** Le calcul n'est pas rigoureusement valable, mais il permet néanmoins de dégager un ordre de grandeur pour la profondeur du piège, nous avons  $\Delta B \sim \frac{B'^2}{2B''}$ . De plus, pour la distance des points cols au centre du piège, nous obtenons  $r_{\text{col}} \sim \frac{2B'}{B''}$ . Dans le régime qui nous intéresse ( $b \leq 1/3$ ), ces deux caractéristiques du piège sont pratiquement indépendantes du biais.

Pour conserver un nuage d'atomes quelque temps dans un piège magnétique de profondeur  $\delta B$ , il faut que la profondeur en énergie  $\varepsilon_t = g_F m_F |\mu_B| \Delta B$  soit supérieure à l'énergie moyenne des atomes, qui est de l'ordre de  $3 k_B T$ . Avec une profondeur  $\Delta B \sim 160$  G et un rapport  $\eta = \varepsilon_t / k_B T$  égal à 10, la température d'un nuage piégé dans l'état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  est seulement de  $500 \mu\text{K}$ . La faible profondeur des pièges magnétiques impose donc la phase de pré-refroidissement par laser décrite précédemment.

### c) Approximations sur le module du champ

Nous allons maintenant nous intéresser au module du champ de piégeage qui donne le potentiel. Nous distinguons deux niveaux d'approximation, suivant la taille du nuage d'atomes.

**Premier niveau d'approximation** Lorsque  $B'' \times i \ll B'$  (où  $i = x, y$  et  $z$ ), le module du champ se simplifie en

$$B(x, \rho) = \sqrt{\left(B_0 + \frac{B''}{2} x^2\right)^2 + \left(B'^2 - \frac{B''}{2} B_0\right) \rho^2} \quad (1.5)$$

où  $\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$ . Le module du champ possède alors une symétrie cylindrique autour de l'axe  $x$  du dipôle. Dans cette approximation, le module du champ est "semi-linéaire" suivant toute direction perpendiculaire au dipôle (figure 1.11).

**Validité** Calculons l'ordre de grandeur de la température en dessous de laquelle les conditions  $B'' \times \sigma_i \ll B'$  sont vérifiées ( $\sigma_i$  représente la taille du nuage suivant la direction  $i$ ).

Lors du transfert le piège est isotrope, puis pendant la compression (§ 1.2.3), le nuage s'étend suivant le dipôle et se rétrécit suivant le quadrupôle. La taille  $\sigma_x$  du nuage suivant le dipôle est donc toujours supérieure ou égale à celle suivant le quadrupôle. Il suffit donc de déterminer la température pour laquelle la taille du nuage suivant le dipôle vérifie  $B'' \sigma_x = B'$ .

Pour cela nous utilisons l'équipartition de l'énergie pour le degré de liberté de vibration suivant le dipôle, la température limite ainsi obtenue est

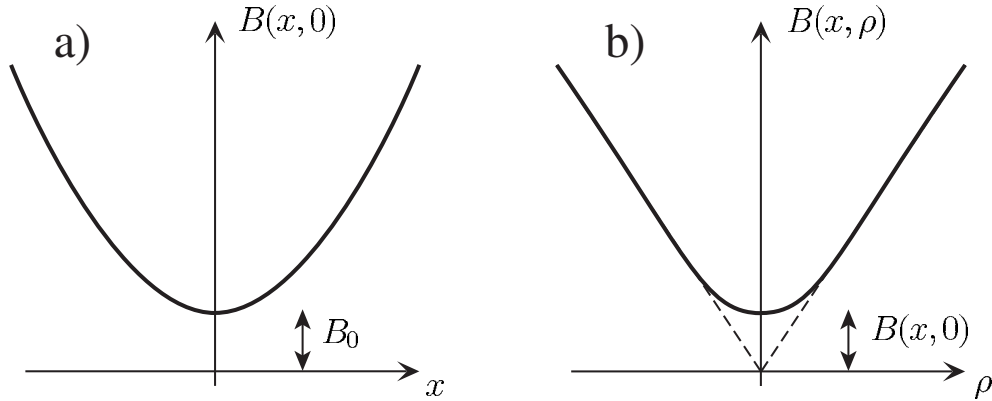


FIG. 1.11 – Module du champ magnétique **a)** suivant la direction longitudinale  $x$  (dipôle), pour  $\rho = 0$ , **b)** suivant la direction radiale  $\rho$  (quadrupôle), pour une valeur de  $x$  fixée.

de quelques milli-Kelvin. Puisque cette température est du même ordre de grandeur que la température maximale donnée par la profondeur du piège, en pratique la condition est toujours vérifiée.

En conclusion, nous pouvons considérer que l'expression (1.5) est toujours valable.

**Second niveau d'approximation** Au voisinage de l'origine, le module du champ est harmonique dans les trois directions de l'espace

$$B(x, \rho) = B_0 + B'' \frac{x^2}{2} + \left( \frac{B'^2}{B_0} - \frac{B''}{2} \right) \frac{\rho^2}{2}. \quad (1.6)$$

Cette expression approchée est valable lorsque  $B'\rho \ll B_0$  et  $B''x^2 \ll B_0$ . Comme plus haut, l'équipartition de l'énergie, permet de réexprimer ces deux conditions sur la taille du nuage comme des conditions sur la température. Définissons le paramètre sans dimension

$$u = \frac{g_F m_F |\mu_B| B_0}{k_B T}, \quad (1.7)$$

la condition sur la taille suivant  $x$  donne simplement  $u \gg 1$  et celle suivant  $\rho$  s'écrit  $(1 - b) \times u \gg 1$ . En pratique  $b \leq 1/3$ , nous retiendrons que pour pouvoir considérer le piège de Ioffe comme harmonique, il faut et il suffit d'avoir  $u \gg 1$ . Pour connaître la géométrie du piège, il convient donc de comparer les deux énergies  $|\mu_B| B_0$  et  $k_B T$  : si la température est faible par rapport à l'énergie magnétique au centre du piège, le nuage n'explore que le

centre du potentiel et le piège est harmonique, dans le cas contraire, le piège est semi-linéaire. Lorsque la température est telle que  $u \gg 1$ , la valeur du biais n'a plus d'influence sur le potentiel vu par le nuage d'atomes : seuls la courbure dipôle et le gradient quadrupôle comptent.

Avec un biais de 100 Gauss, la température au delà de laquelle le piège est semi-linéaire (donnée par  $u = 1$ ) est de quelques milli-Kelvins, ce qui veut dire que le piège peut être considéré comme harmonique dès le transfert. En revanche, un piège de Ioffe dont le champ biais est de 1 G n'est pas harmonique pour une température supérieure à quelques dizaines de micro-Kelvins. Lors de la compression, ainsi qu'au début du refroidissement évaporatif, le nuage explorera un potentiel semi-linéaire ; ce n'est que dans la dernière phase de l'évaporation, quand la température devient de l'ordre du micro-Kelvin, que le potentiel pourra être considéré comme harmonique.

**Définition des fréquences d'oscillation** Le potentiel  $U$  est choisi nul au centre du piège, il s'écrit donc

$$U(\mathbf{r}) = g_F m_F |\mu_B| (B(\mathbf{r}) - B_0). \quad (1.8)$$

Dans l'approximation harmonique, nous définissons les fréquences d'oscillation<sup>8</sup> axiale  $\omega_x$  et radiale  $\omega_\rho$  par

$$U(x, \rho) = \frac{1}{2} M (\omega_x x^2 + \omega_\rho \rho^2). \quad (1.9)$$

où  $M$  est la masse d'un atome. Les équations (1.6), (1.8) et (1.9) donnent

$$\omega_x = \sqrt{g_F m_F \frac{|\mu_B|}{M} B''}, \quad (1.10)$$

$$\omega_\rho = \sqrt{g_F m_F \frac{|\mu_B|}{M} \left( \frac{B'^2}{B_0} - \frac{B''}{2} \right)}. \quad (1.11)$$

Les fréquences d'oscillation dépendent de l'état interne de l'atome via  $g_F m_F$ . Le piège est isotrope si  $\omega_x = \omega_\rho$  d'où  $B'^2 = 3 B_0 B''/2$ , nous retrouvons alors  $b = 1/3$ .

Par ailleurs, tant que les pôles ne saturent pas,  $B'$  est proportionnel au courant d'alimentation du quadrupôle,  $B_0$  et  $B''$  à celui du dipôle. Avec ces deux courants, nous pouvons contrôler l'anisotropie et la raideur du potentiel. Un modèle qui donne le champ en fonction des courants a été développé dans les thèses de mes prédécesseurs [24, 50].

---

<sup>8</sup> Dans ce manuscrit, nous utilisons le terme fréquence d'oscillation, alors qu'en toute rigueur, il faudrait parfois parler de pulsation. Dans tous les cas où il pourrait y avoir ambiguïté sur une valeur numérique, nous ferons apparaître  $2\pi$  dans les unités lorsqu'il s'agit d'une pulsation et non d'une fréquence.

## Nos chiffres

Une calibration de  $B_0$ ,  $B'$  et  $B''$  en fonction des courants a été réalisée à l'aide d'une sonde à effet Hall avant de monter l'électro-aimant sur notre dispositif. L'adaptation du piège magnétique au MOT lors du transfert n'étant pas critique, la précision obtenue par cette méthode s'avère suffisante pour choisir les courants d'excitation du dipôle et du quadropôle (à la fin du paragraphe 13, nous verrons comment mesurer directement et précisément les fréquences d'oscillations).

Lors du transfert, nous utilisons des fréquences d'oscillation de  $\omega_x = \omega_\rho = 16 \times 2\pi$  Hz, ce qui pour piéger les atomes dans  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  donne une courbure<sup>9</sup> suivant le dipôle  $B'' = 316$  G/cm<sup>2</sup>. Puisque  $B''/B_0$  est fixé par construction à  $2\text{ cm}^{-2}$ , nous devons avoir  $B_0 = 158$  G ce qui impose  $B' = 274$  G/cm pour être isotrope. Pour transférer les atomes dans l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ , les fréquences doivent aussi être de 16 Hz et les valeurs de  $B_0$ ,  $B'$  et  $B''$  doivent donc toutes être divisées par 2.

Après le transfert, nous comprimons le piège magnétique, ce qui conduit à une augmentation de la fréquence d'oscillation moyenne.

### 1.2.3 Compression adiabatique

La dernière étape pour atteindre la condensation de Bose-Einstein est le refroidissement évaporatif, elle sera présentée dans le chapitre suivant de cette thèse. À ce stade il faut néanmoins rappeler que son bon fonctionnement repose sur une thermalisation rapide du gaz, et pour cela il est nécessaire d'avoir un taux de collisions élastiques le plus élevé possible. Le but de la compression adiabatique est d'augmenter le taux de collisions élastiques moyen par atome  $\bar{\gamma}$ , sans diminuer le paramètre de dégénérescence.

#### a) Conditions d'adiabaticité

Pour simplifier, considérons un piège harmonique isotrope de pulsation  $\omega$ . Pour que la compression soit adiabatique, il faut que la variation relative  $\frac{1}{\omega} \frac{d\omega(t)}{dt}$  soit petite devant trois fréquences :

1.  $\omega_L$  pour assurer le suivi adiabatique du spin sur le champ (voir § 4),
2.  $\omega$  elle-même pour l'adiabaticité au sens du mouvement des atomes [51],

---

<sup>9</sup> Les valeurs des *courbures* dans les unités utilisées ici seraient les mêmes dans les unités du système international, en effet  $1\text{ G/cm}^2 = 1\text{ T/m}^2$ .

3.  $\bar{\gamma}$  afin d'être à chaque instant dans un état d'équilibre<sup>10</sup> (adiabaticité thermodynamique).

On a en général  $\bar{\gamma} < \omega \ll \omega_L$ . Si la troisième condition n'est pas vérifiée, ce qui peut arriver surtout au début de la compression, on peut montrer que la compression a tout de même un effet positif sur le taux de collisions élastiques, bien qu'il ne soit pas optimal [52].

Nous considérons le cas où les trois conditions sont vérifiées, l'entropie du gaz est alors conservée lors de la transformation. L'entropie ne dépend que du nombre d'atomes, du paramètre de dégénérescence et de la forme du potentiel [53], donc si le potentiel ne change pas de forme lors de la compression, le paramètre de dégénérescence garde une valeur constante. Symétriquement, un changement de forme du potentiel peut permettre de modifier le paramètre de dégénérescence, la transition de Bose-Einstein a pu être franchie de cette manière, c'est à dire de façon *réversible* [54, 55].

### **b) Relation entre le taux de collisions moyen et celui au centre du piège**

Physiquement, c'est le taux de collisions moyen par atome  $\bar{\gamma}$  qui est relié au temps de thermalisation, et c'est donc sur ce taux moyen qu'on doit écrire la condition pour que le refroidissement évaporatif soit efficace (voir § 2.1.4).

Cependant, dans la littérature, les calculs sont généralement faits sur le taux de collisions élastiques au centre du piège  $\gamma_0$ . En annexe, nous montrons que le rapport du nombre d'atomes évaporés par unité de temps par le taux de collisions élastiques *au centre* ne dépend pas la forme du piège. Ainsi, en utilisant  $\gamma_0$  nous pouvons écrire le critère de bon fonctionnement du refroidissement évaporatif indépendamment de la forme du piège, d'où l'intérêt de la grandeur  $\gamma_0$ .

Pour des potentiels en loi de puissance, le rapport  $\gamma_0/\bar{\gamma}$  est un nombre constant, ce qui permet d'utiliser indifféremment le taux de collisions moyen ou celui au centre du piège. En revanche, lorsque la forme du potentiel varie (comme c'est le cas lorsque le potentiel de Ioffe passe d'un régime harmonique à un régime semi-linéaire), ce rapport n'est plus constant. Si la condition sur le taux de collisions est tout juste satisfaisante, il faut prendre garde à la variation de ce facteur lors de la compression.

Les taux de collisions au centre et moyen sont donnés respectivement par :

$$\gamma_0 = n_0 \sigma_{\text{el}} \bar{v} \quad \text{et} \quad \bar{\gamma} = \sqrt{2} \bar{n} \sigma_{\text{el}} \bar{v} \quad (1.12)$$

---

<sup>10</sup> Cette condition est par exemple nécessaire lors de la compression anisotrope d'un piège harmonique pour "thermaliser" les trois directions, car ce type de piège n'est pas ergodique.

où  $n_0$  et  $\bar{n}$  représentent respectivement les densités au centre et moyenne,  $\bar{v} = \sqrt{8k_B T / \pi M}$  est la vitesse moyenne, et  $\sigma_{\text{el}}$  est la section efficace de collision élastique. Pour le  $^{87}\text{Rb}$  elle peut être considérée indépendante de la vitesse pour des températures inférieures à  $300 \mu\text{K}$  [56] avec  $\sigma_{\text{el}} \simeq 5,8 \times 10^{-16} \text{m}^2$  dans  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ . Pour  $T < 300 \mu\text{K}$  le rapport  $\gamma_0/n_0$  est proportionnel à  $\sqrt{T}$ . La densité spatiale est donnée par :

$$n(\mathbf{r}) = n_0 \exp\left(-\frac{U(\mathbf{r})}{k_B T}\right), \quad (1.13)$$

en introduisant la fonction de partition  $F(T) = \int \exp\left(-\frac{U(\mathbf{r})}{k_B T}\right) d\mathbf{r}$ , la densité moyenne s'écrit

$$\bar{n} = \frac{\int n^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\int n(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} = n_0 \frac{F(T/2)}{F(T)}. \quad (1.14)$$

Le calcul de la fonction de partition pour un potentiel de Ioffe nous donne que le rapport entre la densité au centre et la densité moyenne ne dépend que du paramètre  $u = g_F m_F |\mu_B| B_0 / k_B T$

$$\frac{\gamma_0}{\bar{\gamma}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{n_0}{\bar{n}} = 4 \frac{3 + 2u}{3 + 4u}. \quad (1.15)$$

En particulier, dans un piège harmonique ( $u \gg 1$ ) il vient  $\gamma_0 = 2\bar{\gamma}$  et dans le cas purement semi-linéaire ( $u \ll 1$ )  $\gamma_0 = 4\bar{\gamma}$ . Physiquement, il est clair qu'à densité moyenne constante, la densité au centre est plus importante dans un piège semi-linéaire que dans un piège harmonique.

### c) Calcul du pouvoir de compression

Avant la compression, le piège a la géométrie imposée par le transfert, il est harmonique et isotrope pour s'adapter autant que possible au MOT. Pour désigner les quantités avant compression, nous utiliserons l'indice <sup>(i)</sup> pour isotrope, l'égalité des fréquences d'oscillation nous donne  $B'^{(i)2} = 3 B_0^{(i)} B''^{(i)} / 2$ . Après compression, les quantités porteront l'indice <sup>(c)</sup> pour comprimé, pour simplifier les expressions finales, nous négligerons  $B_0^{(c)} B''^{(c)}$  devant  $B'^{(c)2}$  soit  $b \ll 1$ , cette approximation est pratiquement toujours vérifiée.

**Cas d'un piège qui reste harmonique** Notons  $\bar{\omega}$  la moyenne géométrique des fréquences d'oscillation, nous avons  $n_0 \propto \bar{\omega}^3 / T^{3/2}$ , ce qui donne  $\gamma_0 \propto \bar{\omega}^3 / T$ . Nous considérons que le piège reste harmonique lors de la compression adiabatique, la forme du potentiel ne change pas et donc le paramètre de dégénérescence  $\mathcal{D} = n_0 \Lambda_T^3$  est constant. Or  $\mathcal{D} \propto (\bar{\omega} / T)^3$ , donc la température du nuage varie comme  $\bar{\omega}$  et enfin, puisque la section efficace de collision

ne varie pas avec la température dans la gamme qui nous intéresse, nous trouvons que  $\gamma_0$  varie comme  $\bar{\omega}^2$ . Avec les simplifications proposées ci-dessus, le pouvoir de compression s'écrit

$$\frac{\bar{\gamma}^{(c)}}{\bar{\gamma}^{(i)}} = \frac{\gamma_0^{(c)}}{\gamma_0^{(i)}} \simeq \frac{B'^{(c)\frac{4}{3}} B''^{(c)\frac{1}{3}}}{B_0^{(c)\frac{2}{3}} B''^{(i)}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{B'^{(c)}}{B'^{(i)}}\right)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{B''^{(c)}}{B''^{(i)}}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{B_0^{(i)}}{B_0^{(c)}}\right)^{\frac{2}{3}}. \quad (1.16)$$

Lors d'une compression adiabatique d'un piège harmonique, la température augmente d'un facteur égal à la racine carré du pouvoir de compression.

La méthode la plus courante pour comprimer le piège consiste à compenser le biais  $B_0$ , c'est à dire à le diminuer tout en conservant la courbure du dipôle  $B''$  à une valeur constante. Pour cela une paire de bobines supplémentaire est généralement ajoutée à l'extérieur du piège. C'était malheureusement impossible avec l'électro-aimant utilisé pendant ma thèse, car le guidage des lignes de champ par les matériaux ferromagnétiques entraînait nécessairement une diminution d'autant de la courbure du dipôle<sup>11</sup>. Nous pouvons toutefois choisir de baisser les deux paramètres  $B_0$  et  $B''$  simultanément, le pouvoir de compression vaut alors  $1,3 (B_0^{(i)}/B_0^{(c)})^{1/3}$ . Compte tenu des limites de notre dispositif, le gain en taux de collisions élastiques reste inférieur à un facteur deux par cette méthode.

En contrepartie, l'avantage des matériaux ferromagnétiques est de pouvoir augmenter le gradient du quadropôle dans des proportions inaccessibles avec les dispositifs classiques. Le pouvoir de compression vaut alors  $1,3 (B'^{(c)}/B'^{(i)})^{4/3}$ . Nous verrons dans la suite que nous gagnons de cette façon un facteur 7 sur le taux de collisions.

**Cas d'un piège qui devient purement semi-linéaire** Comme nous l'avons vu à la fin du paragraphe 8, un piège de Ioffé ne peut être considéré comme harmonique que pour  $u \gg 1$ . Si la température augmente trop lors de la compression (ou si le biais est suffisamment descendu), le piège devient semi-linéaire, ce qui change la forme du potentiel et donc la densité dans l'espace des phases lors de la compression adiabatique. En passant adiabatiquement d'un piège complètement harmonique ( $u \gg 1$ ) à une configuration purement semi-linéaire ( $u \ll 1$ ), le paramètre de dégénérescence augmente<sup>12</sup>

<sup>11</sup> Nous avons maintenant un nouvel électro-aimant qui permet de compenser le biais, grâce à des bobines de compensation incrustées dans les pôles du dipôle.

<sup>12</sup>L'entropie du gaz s'écrit  $S = N k_B [1 + T \frac{\partial}{\partial T} \ln(F) - \ln(\mathcal{D})]$ , où  $\mathcal{D}$  est le paramètre de dégénérescence et  $F$  la fonction de partition. Dans un piège harmonique  $F(T) \propto T^3$  et dans un piège purement semi-linéaire  $F(T) \propto T^4$ . Puisque l'entropie est conservée dans une compression adiabatique,  $\ln(\mathcal{D})$  croît d'une unité et le paramètre de dégénérescence augmente d'un facteur  $e$  [37].

d'un facteur  $e \simeq 2,72$ , ce qui s'écrit  $\mathcal{D}^{(c)}/\mathcal{D}^{(i)} = e$ . Or  $\mathcal{D} \propto n_0/T^{3/2}$ , ce qui nous donne donc le pouvoir de compression en fonction de la variation de température (sans oublier de corriger d'un facteur 2 le taux de collisions moyen du fait du changement de forme du potentiel)

$$\frac{\bar{\gamma}^{(c)}}{\bar{\gamma}^{(i)}} = \frac{1}{2} \frac{\gamma_0^{(c)}}{\gamma_0^{(i)}} = \frac{e}{2} \left( \frac{T^{(c)}}{T^{(i)}} \right)^2. \quad (1.17)$$

De plus, en utilisant la fonction de partition d'un gaz idéal dans un piège de Ioffe, il vient [52]

$$\left( \frac{T^{(c)}}{T^{(i)}} \right)^4 = \frac{2u^{(i)}}{3e} \times \frac{2(B'^{(c)})^2 - B''^{(c)}B_0^{(c)}}{2(B'^{(i)})^2 - B''^{(i)}B_0^{(i)}} \times \sqrt{\frac{B''^{(c)}}{B''^{(i)}}}. \quad (1.18)$$

Avec les simplifications proposées en début de paragraphe, le pouvoir de compression du piège s'écrit

$$\frac{\bar{\gamma}^{(c)}}{\bar{\gamma}^{(i)}} \simeq \frac{\sqrt{e u^{(i)}}}{2} \times \frac{B'^{(c)}}{B'^{(i)}} \times \left( \frac{B''^{(c)}}{B''^{(i)}} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (1.19)$$

Le pouvoir de compression varie avec  $B_0^{(i)}$  via  $u^{(i)}$ , mais il ne dépend pas du biais comprimé  $B_0^{(c)}$ . Nous pouvons comprendre ce résultat à l'aide de la figure 1.11 : dans un potentiel semi-linéaire, le fond du puits descend avec le biais mais les asymptotes restent les mêmes, pour  $u \ll 1$ , le nuage ne sent pas la variation du biais. Les asymptotes elles, ne dépendent que du gradient du quadropôle.

En conclusion, il est toujours souhaitable d'augmenter au maximum le gradient du quadropôle (ainsi que la courbure du dipôle si c'est possible). Tant que le piège est harmonique la diminution du biais conduit à une compression mais une fois atteint le régime semi-linéaire ( $u \ll 1$ ), il devient inutile de continuer à baisser le biais car le nuage atomique ne voit plus de changement du potentiel.

#### d) Compression et profondeur du piège

Dans les deux cas étudiés ci-dessus, la température varie comme la racine carrée du pouvoir de compression. Si la compression est réalisée par augmentation du gradient du quadropôle comme dans notre cas, la température augmente moins vite que la profondeur du piège. Il n'y a alors aucun risque de perdre des atomes pendant la compression. En revanche si le biais est diminué sans modification du gradient du quadropôle, la profondeur reste pratiquement constante et le nuage s'échauffe. Il faut alors pendre garde à ne pas faire "déborder" le piège.



### e) Retour sur le transfert

Ultimement, seul le taux de collisions après compression importe. Or nous avons choisi de maximiser le paramètre de dégénérescence lors de la phase de pré-refroidissement et cela jusqu'au transfert. Maintenant que nous avons calculé les effets de la compression, nous pouvons regarder quels sont les paramètres du MOT (nombre d'atome  $N$ , volume décrit par la taille du nuage  $r_0$  et température  $T$ , voir 1.1.4) qui donneront au final le meilleur taux de collisions élastiques. Le résultat n'a rien d'évident à priori, par exemple une température élevée lors du transfert est favorable au taux de collisions élastiques dans le piège non comprimé mais défavorable pour le paramètre de dégénérescence.

Le taux de collisions avant compression  $\bar{\gamma}^{(i)}$  varie comme  $N T^{1/2} r_0^{-3}$ , nous multiplions ce taux par le pouvoir de compression pour obtenir le taux de collisions élastiques après compression  $\bar{\gamma}^{(c)}$ . Dans le cas d'une compression qui laisse le piège harmonique, nous trouvons  $\bar{\gamma}^{(c)} \propto N T^{-1/2} r_0^{-1}$ . Dans le cas d'une compression qui donne un piège purement semi-linéaire, il vient  $\bar{\gamma}^{(c)} \propto N T^{-3/4} r_0^{-3/2}$ . Dans les deux cas, il est donc préférable que le MOT soit le plus froid possible, qu'il soit le plus petit possible et contienne un maximum d'atomes, ce qui implique que sa densité au centre doit être maximale. En conclusion, nous avons montré que ce qui est bon pour le paramètre de dégénérescence est aussi bon pour le taux de collisions *après* compression.

### f) Chiffres

Nous allons appliquer les résultats obtenus ci-dessus à notre piège magnétique.

**Avant compression** Avec 16 Hz de fréquence d'oscillation dans le piège isotrope après transfert et une température de  $100 \mu\text{K}$  nous avons  $u = 53$ . Le piège peut donc bien être considéré comme harmonique avant la compression. La section efficace de collision élastique vaut  $\sigma_{\text{el}} = 5,3 \times 10^{-16} \text{ m}^2$  dans  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ , le taux de collisions élastiques moyen vaut donc  $\bar{\gamma} = 4,2 \text{ s}^{-1}$ , le taux de collisions au centre du piège  $\gamma_0$  est le double de cette valeur.

**Mesure des fréquences d'oscillation** Pour mesurer les valeurs atteintes par  $B_0$ ,  $B'$  et  $B''$  plus précisément qu'avec la sonde à effet Hall et sans enlever l'électro-aimant, nous utilisons la première résonance paramétrique obtenue par modulation d'une courbure à deux fois sa fréquence propre. La croissance de l'amplitude des oscillations des atomes dans le piège est exponentielle [51],

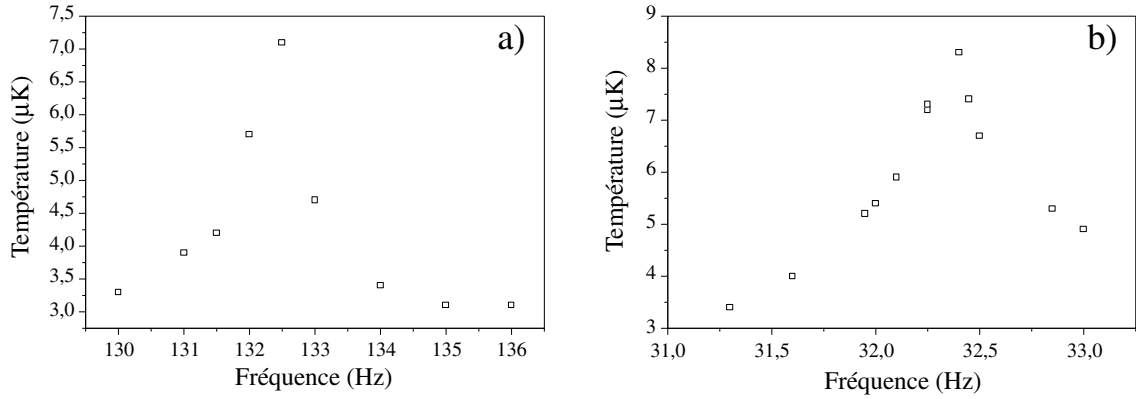


FIG. 1.12 – Mesure des fréquences d’oscillation par résonance paramétrique : température en fonction de la fréquence d’excitation. **a)** Résonance du quadripôle pour une excitation de 2% d’amplitude pendant 2 s. **b)** Résonance du dipôle pour une excitation de 5% d’amplitude pendant 8 s.

et nous voyons la taille du nuage et sa température augmenter en conséquence (voir figure 1.12).

La largeur de la résonance est proportionnelle à la modulation relative du courant. Nous pouvons donc mesurer les fréquences d’oscillation avec une grande précision en diminuant progressivement l’amplitude de la modulation pour affiner la mesure. Pour faciliter cette mesure nous utilisons un nuage dense et froid obtenu après une séquence d’évaporation de sorte il n’explore que le fond du piège, là où l’anharmonicité du piège est négligeable.

**Après compression** Dans  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ , suivant le dipôle nous mesurons  $\omega_x = 16,2 \times 2\pi$  Hz et suivant le quadripôle  $\omega_\rho = 66,2 \times 2\pi$  Hz. Nous obtenons directement  $B'' = 324$  G/cm<sup>2</sup> grâce à  $\omega_x$  donné par (1.10). La valeur du biais est donnée par le rapport géométrique  $B''/B_0 = 2$  cm<sup>-2</sup>, mais une mesure faite avec la radio-fréquence (voir le chapitre suivant) donne une meilleure précision soit  $B_0 = 165$  G. Enfin  $\omega_\rho$  donné par (1.11) permet alors de calculer  $B' = 960$  G/cm.

Lors de la compression le gradient du quadripôle passe donc de 273 G/cm à 960 G/cm, compte tenu de l’augmentation en température, nous restons toujours dans le domaine harmonique (la valeur de  $u$  reste supérieure à 20). D’autre part, avec cette nouvelle valeur du gradient, nous avons  $b \simeq 0,03$ , et les simplifications utilisées plus haut sont bien justifiées. La formule (1.16) donne un pouvoir de compression égal à 7. Le taux de collisions moyen dans le piège comprimé est donc de  $29$  s<sup>-1</sup>.

**Validité de l'hypothèse adiabatique** Au début de la compression nous avons  $\bar{\gamma} = 4,2 \text{ s}^{-1}$ , la fréquence d'oscillation est de 16 Hz et la fréquence de Larmor est largement supérieure au méga-Hertz. Considérons que la fréquence d'oscillation radiale augmente linéairement de 16 Hz à 66 Hz pendant les deux secondes que dure la phase de compression, nous avons alors  $\frac{1}{\omega} \frac{d\omega(t)}{dt} \simeq 2 \text{ s}^{-1}$ , et la condition d'adiabaticité est tout juste vérifiée. En fait, nous faisons une compression progressive, le courant du quadropôle est commandé pour augmenter quadratiquement au cours du temps. La condition d'adiabaticité est alors vérifiée au début, ce qui conduit à une augmentation du taux de collisions élastiques qui permet d'accélérer la compression. En conclusion, nous pouvons considérer que la compression est complètement adiabatique.

### 1.2.4 Durée de vie

Pour que le refroidissement évaporatif puisse mener à la condensation, il faut comparer le taux de collisions élastiques avec la durée de vie du piège magnétique, nous allons donc maintenant discuter ce deuxième paramètre.

Par définition, la durée de vie est le temps que met le nombre d'atomes dans le piège pour diminuer d'un facteur  $1/e$ . Plusieurs phénomènes peuvent limiter la durée de vie d'un piège magnétique, en particulier les collisions avec le gaz résiduel et la lumière parasite résonnante. Ces pertes ne sont pas sélectives en énergie, elles ne changent donc pas la température du gaz piégé<sup>13</sup>.

L'élimination de toute lumière parasite en provenance des lasers est cruciale, en effet tout photon résonnant absorbé par un atome dans le piège magnétique entraîne la perte de l'atome. Pour donner un ordre de grandeur, rappelons que le taux de vidage d'un piège soumis à une intensité  $I$  de lumière résonnante vaut  $\frac{\Gamma}{2} \times \frac{I}{I_{\text{sat}}}$ , où  $\Gamma \simeq 6 \text{ MHz}$  est la largeur naturelle de la transition atomique et  $I_{\text{sat}} = 1,6 \text{ mW/cm}^2$  l'intensité de saturation. Or une tache de 1 mW diffuse  $10^{-8} \text{ mW/cm}^2$  à un mètre de distance, ce qui donne une durée de vie de seulement 5 secondes. En plus du soin particulier apporté à la coupure des faisceaux laser, nous avons réalisé un coffrage en bois autour de la table optique pour éliminer ce problème.

La durée de vie mesurée dans notre piège magnétique est essentiellement limité par les collisions avec le gaz résiduel, elle est environ égale à 200 secondes. Le critère à satisfaire pour que le refroidissement évaporatif soit efficace est que le produit de la durée de vie par le taux de collisions au centre

---

<sup>13</sup> Aux densités où nous travaillons, les collisions inélastiques entre atomes piégés sont négligeables.

du piège au début de l'évaporation soit supérieur à 300 (voir § 2.1.4). Ce critère est largement satisfait avec nos conditions expérimentales qui permettent d'obtenir presque 30 collisions élastiques par seconde.

Nous avons donc de bonnes conditions pour aborder le refroidissement évaporatif.

### 1.2.5 Utilisation de matériaux ferromagnétiques

Dans cette partie, nous commencerons par présenter une difficulté technologique majeure dans la génération des pièges magnétiques. Puis nous indiquerons pourquoi les matériaux ferromagnétiques permettent de résoudre ce problème. Nous présenterons ensuite les différences entre notre système et ceux qui utilisent des bobines. Nous discuterons enfin le problème de la commutation du champ magnétique.

#### a) Problème générique des pièges magnétiques

La caractéristique la plus importante des pièges magnétiques est leur courbure au centre, nous souhaitons qu'elle puisse prendre la plus grande valeur possible pour maximiser le taux de collisions lors de la compression. Or le champ créé au niveau des sources est en pratique limité à une valeur assez faible (inférieure au Tesla avec des matériaux non-supraconducteurs). Il est donc nécessaire d'installer les sources le plus près possible de la zone de piégeage, surtout avec un potentiel quadratique pour lequel le champ augmente rapidement avec la distance.

Le problème qui se pose est alors d'évacuer la chaleur produite par effet Joule au niveau des sources. Le module du champ magnétique est proportionnel au nombre  $NI$  d'Ampères·tours,  $I$  désigne le courant qui circule dans les bobines et  $N$  le nombre de tours que possèdent ces dernières. Or, pour un nombre d'Ampères·tours constant, la puissance dissipée par effet Joule est inversement proportionnelle à la masse de cuivre utilisée pour générer le champ. La nécessité d'évacuer la chaleur demande donc de trouver un compromis entre la taille des sources et le nombre d'Ampères·tours, c'est à dire la valeur de l'excitation. De plus, dans la conception des sources magnétiques il est nécessaire de conserver un accès optique suffisant pour permettre la phase de pré-refroidissement par laser.

#### b) La solution ferromagnétique

Nous utilisons la propriété qu'ont les matériaux ferromagnétiques de guider le champ magnétique pour bénéficier à la fois de la proximité des sources

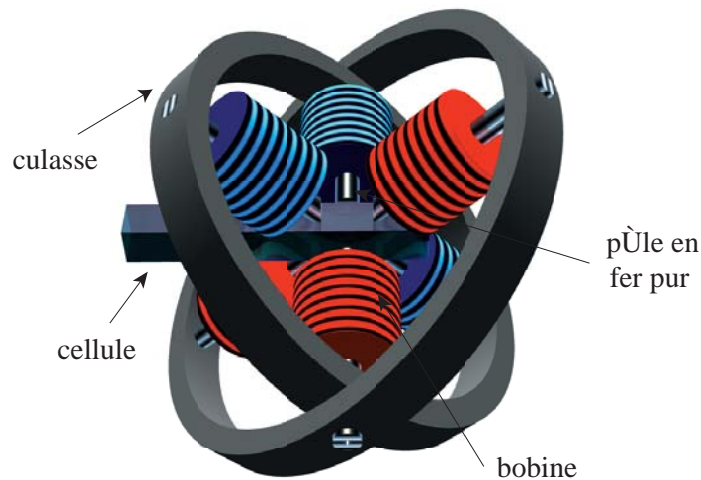


FIG. 1.13 – Vue générale de l'électro-aimant, les bobines de compensation ne sont pas représentées.

et de fortes excitations. En effet, le champ créé par deux pôles de matériaux ferromagnétiques excités par  $NI$  Ampères-tours est sensiblement équivalent à celui que créeraient deux bobines simples représentant la même excitation, qui auraient la taille des pôles, et qui seraient placées en lieu et place des extrémités des pôles [24].

Dans notre dispositif, la masse de cuivre utilisée n'est pas plus importante que celle des autres groupes, mais les matériaux ferromagnétiques permettent de guider l'excitation très près de la zone de piégeage (les pôles du quadrupôle sont biseautés afin d'occuper au mieux l'espace disponible sans réduire l'accès optique). La figure 1.13 donne une vue générale de l'électro-aimant utilisé lors de cette thèse.

### c) Différences avec les systèmes à bobines pures

Nous utilisons une puissance électrique de quelques centaines de Watts, soit presque inférieure de deux ordres de grandeur par rapport à celle dissipées par les systèmes conventionnels, ce qui permet d'éviter le système de refroidissement à eau sous pression. Les faibles puissances permettent de plus d'utiliser une batterie pour alimenter l'électro-aimant et améliorer la stabilité à court terme en diminuant le bruit de la source de courant, en revanche la batterie pose des problèmes pour la stabilité à long terme.

Un avantage très important de notre solution en terme de stabilité (voir § 4.1.3), est que la structure ferromagnétique se comporte comme un blindage magnétique vis à vis des fluctuations des champs magnétiques extérieurs au

dispositif. En effet, toute excitation extérieure se trouve guidée par la structure ferromagnétique et prend donc la géométrie du piège avec une amplitude négligeable par rapport à l'excitation due aux bobines. Nous avons mesuré une atténuation des champs extérieurs d'un facteur compris entre 5 et 10 suivant la direction du dipôle et une atténuation d'au plus un facteur 2 suivant les directions des quadrupôles. Avec notre fort biais, les fluctuations suivant le quadrupôle ont un effet minime sur le module du champ au voisinage du centre du piège.

Le revers de la médaille est que justement, il est impossible d'installer des bobines à l'extérieur de la structure ferromagnétique pour modifier le champ au niveau des atomes. Nous avons par exemple été contraints de placer les bobines du MOT entre les pôles. De plus, avec cet électro-aimant, il n'était pas possible de compenser le biais sans réduire d'autant la courbure suivant le dipôle. Le pouvoir de compression (voir § 1.2.3) de notre électro-aimant reste néanmoins compétitif grâce à la possibilité d'augmenter le gradient du quadrupôle dans des proportions bien supérieures à celles obtenues dans les dispositifs à bobines. Cependant, comme nous le verrons dans le chapitre suivant (en particulier au § 2.2), le refroidissement évaporatif peut-être dramatiquement perturbé dans des champs magnétiques intenses.

Enfin il y a tous les problèmes classiques associés aux matériaux ferromagnétiques, à commencer par le fait que la réponse n'est pas linéaire. D'une part ces matériaux saturent : pour limiter ce problème nous utilisons du fer pur et du fer-silicium pour lesquels le champ de saturation est élevé (environ 2 Teslas). D'autre part, l'excitation des différents pôles est couplée via la structure ferromagnétique, mais là où la loi de Biot et Savart échoue, la compétence et l'intuition de Michel Lécivain<sup>14</sup> ont permis de construire plusieurs générations d'électro-aimants toujours plus performants et répondant aux sévères contraintes présentes sur le chemin qui mène à la condensation de Bose-Einstein.

**Hystérésis et champs rémanents** Le problème de l'hystérésis est réglé par l'utilisation d'un ordinateur qui assure une reproductibilité à mieux que la milli-seconde du cycle de fonctionnement<sup>15</sup>.

Après excitation de la structure ferromagnétique, lorsque le courant est coupé, il subsiste un champ dit rémanent qui peut atteindre quelques pour cent du champ de saturation (voir la figure 1.14). Dans notre dispositif, les

---

<sup>14</sup>Une collaboration avec le L.E.Si.R. de l'ENS Cachan a conduit à la fabrication de plusieurs électro-aimants (certaines configurations ont données lieu à un brevet).

<sup>15</sup> Contrairement aux effets thermiques, l'hystérésis ne dépend pas de la vitesse à laquelle le cycle est parcouru.

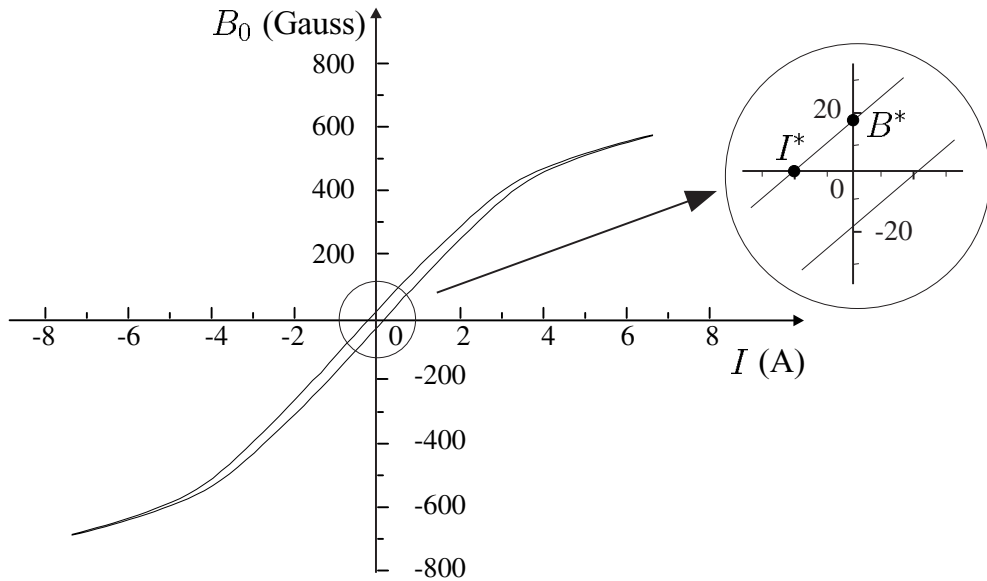


FIG. 1.14 – Cycle d’hystérésis de notre électro-aimant,  $B^*$  désigne le champ rémanent et  $I^*$  le courant de compensation.

champs rémanents sont de quelques Gauss, or avant (pour la mélasse) comme après la phase de piégeage magnétique (pour l’imagerie), il est nécessaire que le champ soit inférieur à 100 mG. Pour compenser les champs rémanents, nous avons installé deux paires de bobines supplémentaires alimentées en permanence sur chaque paire de pôles. La première paire en configuration Helmholtz, excitée par un courant de signe opposé aux bobines principales permet de compenser les champs homogènes ; la seconde, en configuration anti-Helmholtz compense les gradients résiduels.

Pour trouver le courant qui doit parcourir ces bobines, nous regardons sur un moniteur la fluorescence donnée par l’explosion d’une mélasse optique après un cycle magnétique, l’explosion dure typiquement une seconde. L’effet d’un champ constant sur la mélasse a pour effet de décaler la distribution des vitesses de  $|\mu_B|B/k_L$  où  $k_L$  est le vecteur d’onde des photons du laser mélasse [57]. À l’œil, il est possible de corriger des vitesses de l’ordre du centimètre par seconde, cette technique nous permet donc de rendre les champs résiduels inférieurs à 100 mG. La superposition d’un gradient de champ magnétique sur la mélasse ressemble à un piège magnéto-optique, l’effet sera piégeant ou répulsif suivant le signe de ce gradient. En pratique la compensation des gradients est plus délicate que celle des champs homogènes car il faut “sentir” quelle est la vitesse standard d’explosion de la mélasse. Tous ces réglages demandent du doigté et de la patience car l’effet des différentes

bobines est couplé via la structure ferromagnétique. Enfin les valeurs des courants de compensation dépendent du cycle utilisé, en particulier, elle sont différentes suivant que le piège magnétique est ou n'est pas comprimé.

**Courants de Foucault** Lorsque le champ varie, les courants de Foucault s'opposent aux variations du champ. Ces courants sont particulièrement néfastes à la montée et la coupure du champ car ces transformations doivent être rapides. Une fois établis, les courants de Foucault s'amortissent exponentiellement, avec notre premier électro-aimant en matériau massif nous avons une constante de temps de plusieurs dizaines de millisecondes. Pour réduire cet effet, nous utilisons maintenant des matériaux feuilletés qui augmentent la résistance et confinent les courants dans des feuillets. Ainsi, les pôles sont réalisés à partir d'un assemblage de plaques de fer pur de 1 mm d'épaisseur, collées ensemble. Une culasse relie les pôles entre eux pour permettre la recirculation des lignes de champ (voir figure 1.13), cette culasse est faite d'un enroulement d'une bande de fer-silicium de 50  $\mu\text{m}$  d'épaisseur. La constante de temps des courants de Foucault est maintenant inférieure à la milli-seconde.

#### d) La commutation du champ magnétique

Le temps de coupure du champ doit être rapide devant le mouvement des atomes pour que la distribution spatiale ne soit pas modifiée lors de la coupure. Compte tenu des fréquences d'oscillation (quelques dizaines de Hertz) de notre piège après compression, une milliseconde de temps de coupure est acceptable.

Le temps de réponse d'une bobine à un échelon de courant est égal à son inductance  $L$  divisée par sa résistance. Dans notre dispositif, ce rapport est égal à 100 ms ce qui est beaucoup trop long. Nous allons donc ajouter un condensateur pour convertir l'énergie inductive (magnétostatique) en énergie capacitive (électrostatique). Le dispositif représenté sur la figure 1.15 existe en deux exemplaires, un pour les bobines du dipôle, et un pour celles du quadrupôle. Les capacités  $C_1$  et  $C_2$  servent respectivement à la montée et à la coupure du courant. L'ouverture et la fermeture du circuit se fait par la tension de commande  $V$  qui pilote le transistor IGBT. La séquence expérimentale est la suivante :

- On charge la capacité  $C_1$  (avec un dispositif non représenté) jusqu'à ce qu'elle contienne l'énergie  $\frac{1}{2}LI^2$ ,  $I$  étant le courant d'alimentation réalisant l'adaptation durant le transfert (§ 1.1.4).
- Puis on ferme l'IGBT au moment du transfert. En  $1/4$  d'oscillation du circuit  $LC_1$ , la capacité se décharge dans la bobine jusqu'à ce que le



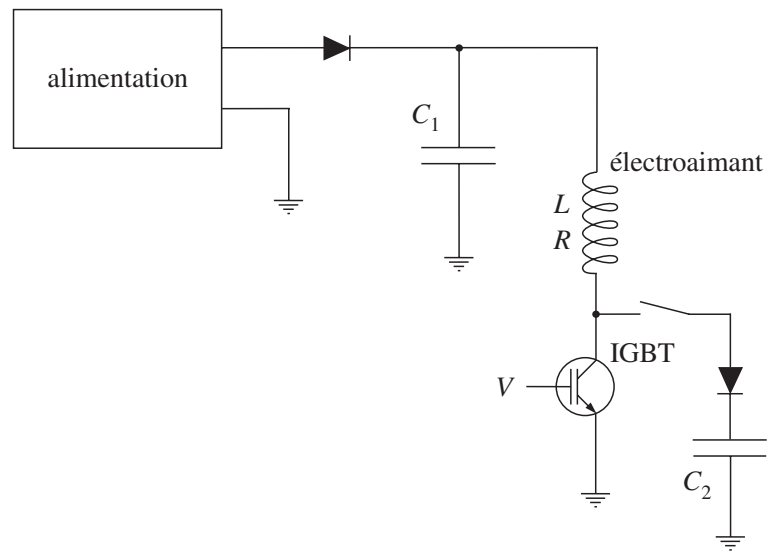


FIG. 1.15 – *Circuit de commande de l'électro-aimant pour la montée et la coupure du champ.*

courant atteint la valeur  $I$ . Une diode empêche l'oscillation de repartir dans l'autre sens et l'alimentation prend alors le relais.

Pour couper le courant, on commute la capacité  $C_2$  sur le circuit, puis on ouvre l'IGBT. Le courant chute en  $1/4$  d'oscillation du circuit  $LC_2$ , et la diode l'empêche de s'inverser. Puis la capacité est déchargée dans une résistance de puissance non représentée.

Avec notre inductance  $L = 0,1$  H, le choix de capacités  $C_{1,2}$  de l'ordre du micro-Farad, donne un temps de commutation  $\tau = \frac{\pi}{2} \sqrt{LC_{1,2}}$  de l'ordre de la milli-seconde, satisfaisant pour notre utilisation.

### e) Remarques

Par ailleurs, lors de la commutation, la surtension  $LI/\tau$  peut détruire l'électronique de commande. Alors que le champ est proportionnel à  $NI$ , l'inductance est elle proportionnelle à  $N^2$  ( $N$  représente le nombre de tours de la bobine excitatrice), il est donc préférable d'utiliser peu de tours et des gros courants.

L'énergie magnétique étant la même que dans les systèmes à bobines, ces difficultés sont les même pour les dispositifs classiques.

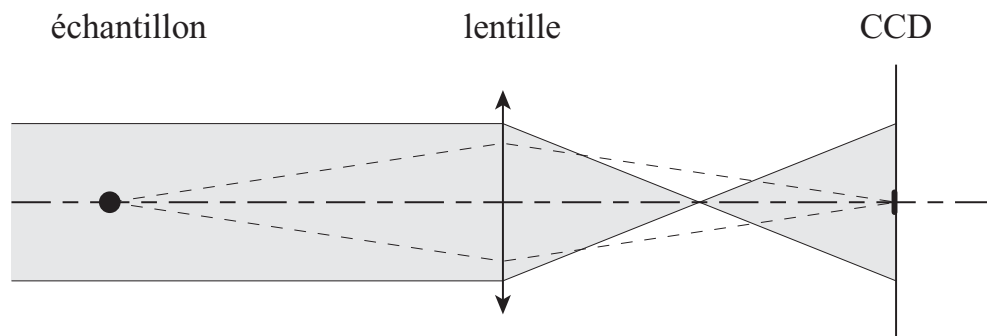


FIG. 1.16 – Principe de l'imagerie par absorption.

## Conclusion et perspectives

Finalement nous avons pu surmonter les difficultés inhérentes à l'utilisation des matériaux ferromagnétiques : hystérésis, courants de Foucault ... Par ailleurs les performances obtenues avec l'électro-aimant utilisé au cours de ma thèse sont comparables à celles des dispositifs classiques. La différence majeure réside toutefois dans l'utilisation d'un champ magnétique intense au centre du piège.

Nous avons depuis peu réussi à obtenir la condensation de Bose-Einstein avec une nouvelle génération d'électro-aimant qui permet de compenser le biais [24] : les bobines de compensation sont incrustées *dans* les pôles du dipôle. Leur feuilletage est plus fin ce qui réduit encore les courants de Foucault et permet d'atteindre des temps de coupure d'environ  $100 \mu\text{s}$ .

Signalons enfin qu'un piège magnétique quadrupolaire sphérique a été réalisé avec des matériaux ferromagnétiques ( $\mu$ -métal) [58].

## 1.3 Caractérisation du nuage et imagerie

La dernière partie de ce chapitre explique comment nous mesurerons les différentes propriétés de notre nuage d'atomes. Dans notre dispositif, comme dans la plupart des expériences de condensation de Bose-Einstein, les informations sur le nuage d'atome sont obtenues à partir d'images en absorption.

### 1.3.1 L'imagerie par absorption

Le principe de l'imagerie par absorption, illustré sur la figure 1.16, est très simple : l'image du nuage éclairé par un laser proche de résonance est réalisée sur une matrice CCD. Nous observons l'image de "l'ombre" des atomes :

l'intensité de la sonde en un point est réduite d'un facteur qui dépend de la densité du nuage traversée par la sonde.

Une image ne permet de visualiser que deux dimensions, la densité est intégrée suivant l'axe de propagation de la sonde. Nous avons donc installé deux systèmes d'imagerie, l'un sonde dans le plan horizontal et son axe fait un angle de  $46^\circ$  par rapport à celui du dipôle, l'autre fait un petit angle avec la verticale. Dans la suite, par commodité, nous noterons toujours  $z$  l'axe de propagation de la sonde.

### Section efficace de diffusion

La variation d'intensité  $dI$  de la sonde à la traversée d'une tranche d'épaisseur  $dz$  de densité  $n(z)$  est donnée par une loi de type Beer-Lambert  $dI = -I(z) \times n(z) \mathcal{S} dz$  où  $\mathcal{S}$  est la section efficace de diffusion élastique. Le laser sonde est désaccordé d'une valeur ajustable  $\delta$  par rapport à la transition ( $F = 2 \rightarrow F' = 3$ ), pour une sonde non-saturante nous avons

$$\mathcal{S}(\delta) = C \times \frac{3\lambda^2}{2\pi} \times \frac{1}{1 + (2\delta/\Gamma)^2} \quad (1.20)$$

où  $\lambda = 780$  nm est la longueur d'onde,  $\Gamma = 5,9$  MHz est la largeur naturelle et  $C$  est une constante lié à la polarisation et aux effets de pompage [59]. Ce dernier coefficient n'est pas parfaitement maîtrisé, dans le MOT comme dans le piège magnétique nous l'estimons à environ  $1/2$ .

Nous pouvons sonder directement les atomes dans  $F = 2$ , en revanche, pour imager ceux qui sont dans  $F = 1$ , il faut d'abord les repomper dans  $F = 2$  avant de prendre l'image.

### Absorption

L'image en absorption du nuage d'atome  $I_\tau(x, y)$  est prise après avoir coupé le piège et laissé le nuage tomber sous l'effet de la gravité pendant un temps de vol noté  $\tau$ . Une seconde image sans atome  $I_0(x, y)$  est prise environ 100 ms après la première<sup>16</sup>, puis nous effectuons le rapport des deux intensités en chaque point  $(x, y)$ . En intégrant la loi de Beer-Lambert, nous obtenons le coefficient d'absorption

$$\mathcal{A}(x, y) = \frac{I_\tau(x, y)}{I_0(x, y)} = \exp\left(-\int n(x, y, z, \tau) \mathcal{S}(\delta) dz\right). \quad (1.21)$$

---

<sup>16</sup> Le fait de prendre des images rapprochées en temps permet d'éliminer l'effet des vibrations basses fréquences.

Dans un piège magnéto-optique comme dans un piège magnétique, il est nécessaire de couper le piège avant de prendre l'image. En effet, dans ces pièges, le désaccord  $\delta$  dépend de la position car les niveaux d'énergie sont déplacés par effet Zeeman, ce qui rend compliqué l'analyse des images prises *in-situ*. De plus, après la coupure du piège magnétique, il est nécessaire d'attendre que les courants de Foucault se soient complètement dissipés avant la prise l'image.

Lorsque l'absorption est importante, la lumière parasite peut fausser les mesures. En effet, la lumière parasite s'*ajoute* à la lumière issue de la sonde sur les deux images. L'intensité  $I_p$  de la lumière parasite est négligeable devant la lumière du laser sonde ( $I_p \ll I_0$ ) mais lorsque les atomes absorbent presque toute la lumière de la sonde le coefficient d'absorption mesuré  $\mathcal{A}_{\text{exp}} \simeq \frac{I_x + I_p}{I_0}$  est différent de la valeur théorique (équation 1.21). Pour limiter cet effet, nous soustrayons une constante sur chaque image correspondant à l'intensité moyenne de la lumière parasite. Le problème est que l'intensité de la lumière parasite n'est pas uniforme sur l'image. Il est possible de prendre une image sans la sonde pour la soustraire aux deux images avec sonde, mais cette procédure ne permet pas d'éliminer la lumière parasite due à la sonde elle-même. Actuellement, pour la mesure des fortes absorptions, nous sommes limités par les caractéristiques de la caméra (voir § 1.3.4).

### 1.3.2 Analyse des images

Le nombre d'atomes contenus dans une région de l'image de forme quelconque est directement donné par la somme du coefficient d'absorption  $\mathcal{A}$  sur tous les pixels de la zone choisie  $N = - \sum \ln[\mathcal{A}(x, y)] \times S_{\text{pix}}/\mathcal{S}(\delta)$  où  $S_{\text{pix}}$  est la surface d'un pixel sur la CCD.

L'épaisseur optique en un point de l'image est un nombre sans dimension défini comme le produit de la densité colonne par la section efficace de diffusion soit  $\int n(x, y, z, \tau) dz \times \mathcal{S}(\delta) = -\ln[\mathcal{A}(x, y)]$ . L'épaisseur optique est ajustée par une gaussienne bidimensionnelle avec six paramètres libres : un pour l'épaisseur optique au centre notée  $e_0(\tau)$ , deux pour les coordonnées du centre, deux pour les tailles RMS  $\sigma_{x,y}(\tau)$  suivant les axes propres  $x$  et  $y$  et enfin une constante ajoutée à la gaussienne qui permet d'éliminer les éventuelles fluctuations d'intensité de la sonde entre les deux images.

Quel que soit le temps de vol  $\tau$ , le nombre d'atomes total contenu dans le nuage est simplement donné par

$$N = 2\pi \frac{\sigma_x(\tau)\sigma_y(\tau)}{\mathcal{S}(\delta)} e_0(\tau). \quad (1.22)$$

La taille suivant l'axe de la sonde est déduite par symétrie. Le MOT est

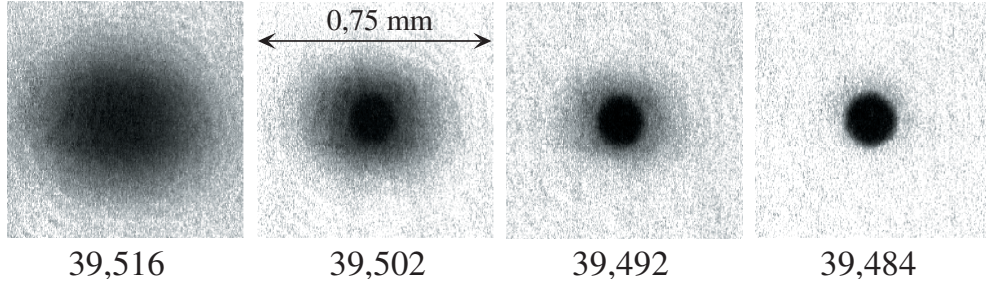


FIG. 1.17 – Images du nuage d’atomes après un temps de vol de 22ms, en fonction de la fréquence d’évaporation (en MHz). La condensation se traduit par l’apparition très nette d’une double structure. La première image est celle d’un nuage thermique, la dernière montre un condensat presque pur.

approximativement isotrope, nous supposons donc que la taille suivant  $z$  est égale au deux autres. Dans un piège magnétique, nous utilisons la symétrie de révolution autour du dipôle pour déduire la taille suivant l’axe  $z$  de la sonde.

### Mesure de la température par la méthode du temps de vol

Pour mesurer quantitativement les autres grandeurs physiques *dans* le piège, il faut corriger l’effet du temps de vol  $\tau$ . Nous supposons que les distributions en vitesse et en position dans le piège sont des gaussiennes, de taille RMS respectivement  $\sigma_v$  et  $\sigma_i(0)$  (suivant la direction propre  $i$ ). Il est simple de montrer que la taille RMS du nuage après un temps de vol  $\tau$  est donné par la relation  $\sigma_i(\tau)^2 = \sigma_i(0)^2 + \sigma_v^2 \tau^2$  (cette relation est démontrée au § 25). Ainsi, pour des faibles temps de vol, nous avons accès à la distribution spatiale des atomes dans le piège alors que les longs temps de vol permettent de visualiser la distribution d’impulsion des atomes.

Dans un MOT comme dans un piège magnétique, nous avons  $\sigma_v = \sqrt{k_B T / M}$ . La température peut être mesurée en prenant plusieurs images à différents temps de vol. Le carré  $\sigma_i(\tau)^2$  de la taille du nuage est ajusté par le carré  $\tau^2$  du temps de vol, la pente  $k_B T / M$  de la droite donne une mesure de la température.

### 1.3.3 Cas du piège magnétique

Dans un piège magnétique harmonique, il est possible d’obtenir une mesure de la température du nuage à partir d’une image unique.

## Mesure directe de la température

L'équipartition de l'énergie donne une relation entre la taille du nuage dans le piège et la température qui s'écrit  $M\omega_i^2\sigma_i(0)^2 = k_B T$ . Après un temps de vol  $\tau$  nous avons :

$$T = \frac{M}{k_B} \frac{\omega_i^2 \sigma_i(\tau)^2}{1 + \omega_i^2 \tau^2}. \quad (1.23)$$

La température peut être mesurée suivant les directions  $x$  et  $y$  et la coïncidence des deux valeurs obtenues, ainsi que la comparaison avec des méthodes de temps de vol, nous conforte sur la validité de la méthode.

Dans un piège magnétique, toutes les grandeurs physiques se calculent à partir de  $N$ ,  $T$  et des fréquences d'oscillation. Nous allons maintenant nous intéresser au taux de collisions élastiques et au paramètre de dégénérescence qui sont particulièrement importants pour le refroidissement évaporatif et la condensation de Bose-Einstein.

## Taux de collisions élastiques

Dans un piège harmonique, le taux de collisions élastiques moyen s'écrit

$$\bar{\gamma}(N, T) = \frac{N}{T} \frac{M}{k_B} \frac{\sigma_{\text{el}} \bar{\omega}^3}{2\pi^2} \quad (1.24)$$

où  $\sigma_{\text{el}}$  est la section efficace de collision élastique et  $\bar{\omega}^3 = \omega_x \omega_y \omega_z$ .

Dans le piège, l'épaisseur optique au centre s'écrit  $e_0 = \mathcal{S}(\delta) \times N / (2\pi\sigma_x\sigma_y)$ , puisque  $\sigma_{x,y} \propto \sqrt{T}$ , nous trouvons que l'épaisseur optique au centre  $e_0$  est proportionnelle au rapport  $N/T$  (la constante de proportionnalité dépend des fréquences d'oscillation, du temps de vol et du désaccord de la sonde). Le taux de collisions élastiques étant lui aussi proportionnel au rapport  $N/T$ , nous pouvons suivre facilement son évolution en comparant l'épaisseur optique au centre des différentes images. En particulier, le régime d'emballement (§ 2.1.4) est simplement caractérisé par l'augmentation de l'épaisseur optique au centre des images prises successivement au cours de l'évaporation.

## Paramètre de dégénérescence

À partir de la distribution de Maxwell-Boltzman, nous trouvons une expression simple du paramètre de dégénérescence dans un piège harmonique :

$$\mathcal{D}(N, T) \equiv n_0 \Lambda_T^3 = N \left( \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B T} \right)^3. \quad (1.25)$$

À la fin de l'évaporation, les effets de la statistique quantique ne sont plus négligeables et en toute rigueur, il faudrait utiliser la distribution de Bose pour calculer le paramètre de dégénérescence. Notons  $A(N, T) = \frac{\mathcal{D}(N, T)}{N} \left(\frac{k_B T}{\hbar \bar{\omega}}\right)^3$  le facteur correctif dû aux effets quantiques. La température de condensation  $T_c$  est définie par la relation  $N = 1,202 \left(\frac{k_B T_c}{\hbar \bar{\omega}}\right)^3$ , de plus au seuil de condensation, nous avons  $\mathcal{D} = 2,612$  [60], il vient donc  $A(N, T_c) = \frac{2,612}{1,202} = 2,173$ . Le facteur  $A$  varie donc entre 1 (à haute température) et 2,17 (au seuil de condensation). La variation de  $A$  est ainsi très faible devant les variations de plusieurs ordres de grandeur du paramètre de dégénérescence pendant l'évaporation, nous la négligeons donc dans l'analyse des images.

Avec nos conditions expérimentales, la densité du condensat dans le piège, comme après un temps de vol, est correctement décrite par une distribution parabolique [61]. Nous utilisons donc une parabole intégrée suivant l'axe de la sonde pour ajuster le signal et obtenir des informations sur la taille et le nombre d'atomes du condensat. Par ailleurs, la température du système est mesurée en ajustant les ailes du nuage thermique par une gaussienne. Dès que la fraction condensée devient importante, il est difficile d'obtenir les deux types d'informations car l'épaisseur optique du condensat devient beaucoup plus importante que celle du nuage thermique et la dynamique de notre caméra s'avère insuffisante.

### 1.3.4 Limites de la caméra

Nous disposons au maximum de 256 niveaux de gris pour coder les images (caméra 8 bits), la plus grande épaisseur optique mesurable est donc égale à  $-\ln(1/256) = 8 \times \ln(2) \simeq 5,5$ . Nous avons du bruit sur typiquement 10 niveaux de gris, la valeur maximale pour l'épaisseur optique descend donc en pratique à  $8 \times \ln(2) - \ln(10) \simeq 3$ . Par ailleurs, pour les faibles épaisseurs optiques la résolution théorique est de  $1/2^8$ , en pratique elle est d'environ  $10/2^8$  soit 0,04.

Lorsque l'absorption sature, l'épaisseur optique du nuage peut être diminuée en augmentant le temps de vol. Le temps de vol maximum est de 25 ms, il est limité par les dimensions de notre cellule.

### 1.3.5 Le “kick” magnétique

Lorsque nous avons réalisé des expériences dans lesquels les niveaux  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  étaient tous les deux peuplés, les deux nuages se trouvaient spatialement séparés sur les images prises à la fin de l'évaporation. Pour identifier de manière certaine le nuage d'atomes dans

$F = 2$ , il suffit de prendre une image sans repomper les atomes piégés dans  $F = 1$ .

Nous avons observé que la distance entre les centres des deux nuages varie linéairement avec le temps de vol. Nous avons interprété ce déplacement comme la manifestation d'une force magnétique (proportionnelle à  $m_F$ ) au moment de la coupure, c'est à dire par un effet Stern et Gerlach.

Nous avons pu vérifier cette hypothèse en transférant rapidement une petite fraction des atomes dans un ou plusieurs des sous-niveaux magnétiques  $|F = 1, m_F = 0\rangle$ ,  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ ,  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  juste avant la coupure du piège : les centres des nuages sont bien écartés d'une quantité proportionnelle à leur nombre quantique magnétique  $m_F$ .

### Effet sur la distribution des atomes

Le nuage d'atome est décalé vers le bas du piège sous l'effet de la gravité.

De ce fait, pour un petit nuage (à basse température), le champ magnétique vu par les atomes est simplement un champ constant plus un gradient de champ magnétique suivant la verticale. Le champ homogène n'a pas d'effet sur la distribution des atomes, le gradient étant le même en tout point du nuage, il communique simplement une vitesse globale aux atomes mais ne modifie pas la forme du nuage.

Sur un nuage de taille importante (à haute température), le champ magnétique ne prend pas la même valeur en tout point et cet effet magnétique pourrait avoir pour conséquence de déformer le nuage et donc de fausser les mesures. Néanmoins, la mesure directe de température (voir plus haut) donne bien une valeur proche de celle donnée par la méthode du temps de vol et il ne semble pas que ce kick fausse les mesures.

En conclusion, ce kick ne modifie pas la procédure d'analyse des propriétés d'un nuage unique, mais il nous permet de séparer sur une même image les atomes qui sont dans les différents sous-niveaux Zeeman.

### 1.3.6 Montage de la sonde

Nous n'avons pas besoin de beaucoup de puissance ce qui nous permet d'utiliser une diode DBR de 5 mW. La fréquence d'émission est asservie sur un signal d'absorption saturée, à mieux que la largeur naturelle de la transition utilisée. Nous modulons le courant dans une bobine installée autour de la cellule d'absorption saturée, l'énergie des niveaux atomiques est donc modulée par effet Zeeman. Le signal d'absorption est modulé en conséquence, mais le faisceau principal du laser sonde, n'est pas du tout affecté par cette modulation.



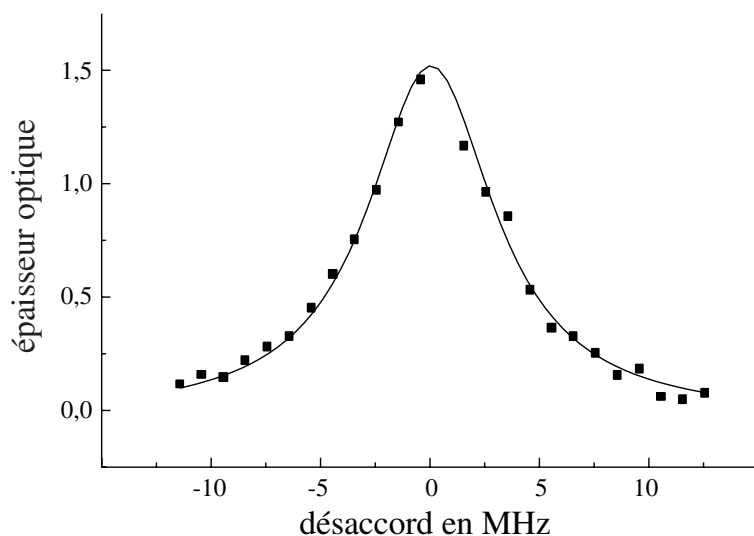


FIG. 1.18 – Courbe de résonance de la sonde sur un nuage d’atomes froids.

La figure 1.18 représente le signal d’absorption mesuré au centre d’un nuage d’atomes froids en fonction du désaccord  $\delta$ . La courbe est correctement ajustée par une lorentzienne de largeur de 7 MHz. Cette largeur est égale à la somme de la largeur naturelle de la raie atomique et de la largeur de raie du laser, cette dernière est donc environ égale à 1 MHz.

Le faisceau sonde peut être injecté dans deux fibres optiques qui mènent chacune à un système d’imagerie. L’un d’eux est représenté sur la figure 1.19 : à la sortie de la fibre, le faisceau est collimaté avec un objectif de microscope, puis il traverse la cellule suivant la verticale. Un montage  $f - 2f - f$  de deux doublets corrigés des aberrations sphériques permet de transporter l’image sur une caméra CCD équipé d’un objectif de microscope qui grandit l’image quatre fois. Cette caméra permet de regarder les petits nuages en fin d’évaporation. Il est possible d’installer un miroir qui renvoie l’image vers une caméra équipée d’un objectif photographique standard, elle est utilisée pour regarder le nuage au début de l’évaporation ou bien dans le piège magnéto-optique. Dans ce cas, nous ajoutons aussi un télescope avant la cellule (non représenté sur la figure) pour élargir le faisceau sonde. La deuxième fibre optique conduit à un système du même type mais dont la sonde traverse la cellule suivant une direction horizontale.

En conclusion, une image contient beaucoup d’informations et à l’aide des fréquences d’oscillation du piège magnétique, il est possible d’obtenir toutes les caractéristiques du nuage à partir d’une image unique. Cependant, pour des raisons techniques, l’analyse complète des images contenant un condensat très dense pose encore quelques problèmes, nous envisageons l’acquisition

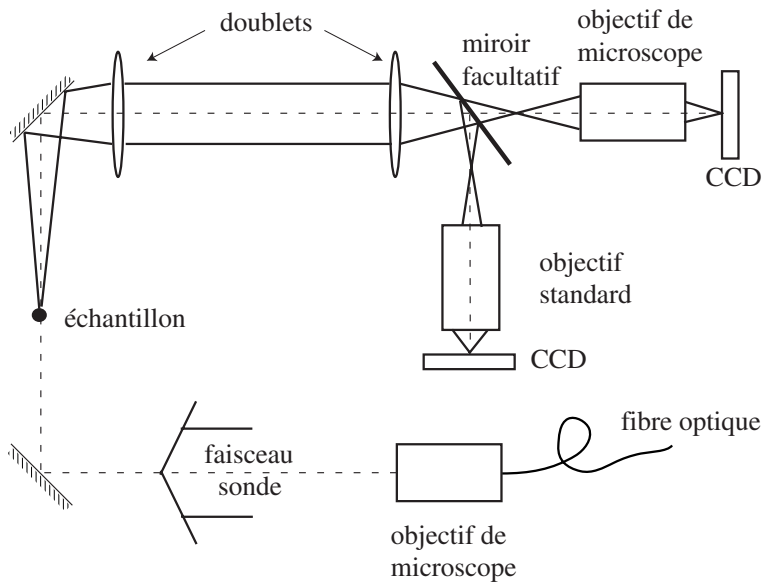


FIG. 1.19 – Montage du système d'imagerie. Les deux doublets permettent de transporter l'image. Le miroir permet de choisir la caméra vers laquelle on envoie l'image. Les grandissements des montages associés aux deux caméras sont différents.

d'une caméra plus performante.

Enfin, un défaut majeur de l'imagerie en absorption est que cette technique est destructive, pour réaliser plusieurs images d'un même nuage à des instants différents il faudrait par exemple développer un système d'imagerie par contraste de phase.

## Conclusion

Les techniques de ralentissement, de piégeage et de refroidissement d'atomes neutres par laser permettent de transférer un nuage d'atomes dans un piège magnétique en dépit de la faible profondeur de ce type de piège. Il est alors possible de s'affranchir des limites liées à l'utilisation des lasers pour obtenir des densités élevées à de très faibles températures.

Le revers de la médaille est que les pièges magnétiques sont conservatifs, il faut donc introduire de la dissipation à l'aide d'un "ingrédient" supplémentaire. Cette dernière technique dans la longue route qui mène à la condensation de Bose-Einstein est présentée dans le chapitre suivant de cette thèse, il s'agit du refroidissement évaporatif.

L'évaporation demande que le taux de collisions élastiques soit très su-

périeur au taux de collisions inélastiques donné par l'inverse de la durée de vie du piège. Nous avons étudié précisément comment augmenter au maximum le taux de collisions élastiques grâce à la compression adiabatique, par ailleurs la qualité du vide de notre système nous permet a-priori d'envisager sereinement le refroidissement évaporatif.

- 2 -

---

## Refroidissement évaporatif, problèmes en champ fort, solution des trois couteaux

---

Ce chapitre est consacré à la dernière technique utilisée pour atteindre la condensation de Bose-Einstein : le refroidissement évaporatif.

Nous décrirons tout d'abord le principe de cette technique de refroidissement, les critères de bon fonctionnement et son efficacité. Puis nous indiquerons comment cette technique est mise en œuvre dans les pièges magnétiques standards où le champ au centre reste inférieur à la dizaine de Gauss. Ensuite nous montrerons que le régime de fonctionnement standard peut être gravement affecté pour certains états internes lorsque le champ magnétique devient important. Nous présenterons enfin une méthode originale qui permet de réaliser l'évaporation dans les cas qui posent problème.

### 2.1 Refroidissement évaporatif standard

Le refroidissement évaporatif d'atomes neutres, proposé comme moyen d'atteindre la condensation de Bose-Einstein en 1986 a été utilisé pour la première fois sur l'hydrogène [62].

#### 2.1.1 Principe

L'idée du refroidissement évaporatif consiste à expulser du piège les particules les plus énergétiques de sorte que l'énergie moyenne par atome diminue. La température de retour à l'équilibre des atomes restant dans le piège est

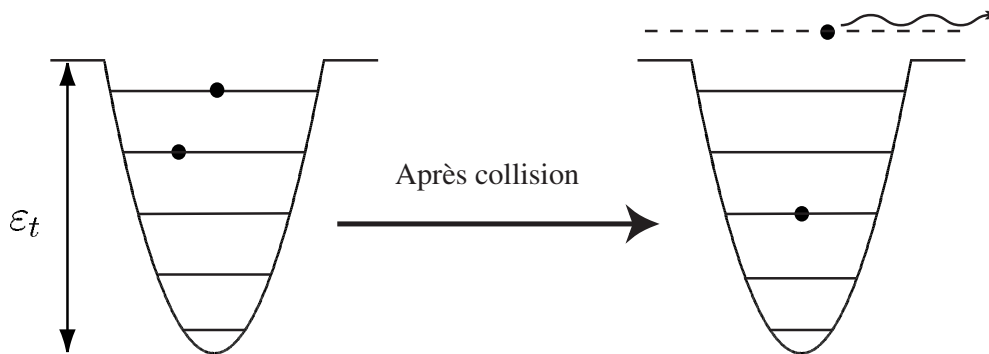


FIG. 2.1 – Principe de l'évaporation : lors d'une collision entre deux atomes, l'un d'eux peut acquérir une énergie supérieure à  $\varepsilon_t$  et il s'échappe du piège. Son partenaire se retrouve alors avec une énergie plus faible. En moyenne, ce processus conduit à un refroidissement dit évaporatif.

plus faible que la température initiale. Le gaz est ainsi refroidi au prix d'une perte d'atomes.

En pratique, le potentiel de piégeage est tronqué en permanence à une énergie  $\varepsilon_t$  supérieure à l'énergie moyenne par atome  $E/N$ . Les collisions élastiques redistribuent en permanence l'énergie des atomes piégés, de sorte que régulièrement, des atomes acquièrent une énergie supérieure à  $\varepsilon_t$  et s'échappent du piège. Tant que le potentiel reste tronqué, le gaz d'atome est donc toujours dans un état hors-équilibre et, en toute rigueur, la température du gaz n'est pas définie.

Cependant, si la variation relative du nombre d'atome par unité de temps est faible devant le taux de collisions élastiques, il est possible de montrer que la distribution d'énergie des atomes piégés est très proche d'une exponentielle tronquée à l'énergie  $\varepsilon_t$  [63, 64]. Le gaz est alors dans un état de quasi-équilibre où il est possible de définir une température effective.

En pratique l'état de quasi-équilibre est atteint à tout instant dans le processus d'évaporation, dans la suite, nous omettrons donc le terme "effectif" pour parler simplement de la température  $T$ . Si le taux de collisions élastiques était trop faible pour atteindre l'état de quasi-équilibre, il serait de toutes façons impossible d'atteindre la condensation avec le refroidissement évaporatif.

L'état de quasi-équilibre du gaz peut être complètement décrit à partir de la géométrie du piège, du nombre  $N$  d'atomes, de la température  $T$  et de la hauteur relative de la troncature du potentiel  $\eta = \frac{\varepsilon_t}{k_B T}$ . Par exemple, l'énergie du gaz s'écrit simplement  $E = N c k_B T$ , pour un piège harmonique, la constante de proportionnalité  $c$  ne dépend que de  $\eta$ . Pour  $\eta$  grand devant

l'unité le piège tend vers la forme non tronquée et  $c$  tend vers 3 qui est sa valeur maximale (pour  $\eta > 6$  nous avons  $c > 3 \times 0,9$ ).

## 2.1.2 Collisions élastiques

Le processus d'évaporation repose sur les collisions élastiques (voir figure 2.1). Ces collisions permettent d'une part d'entretenir l'évaporation et d'autre part de maintenir le gaz dans l'état de quasi-équilibre [65, 66].

À basse énergie, les collisions entre atomes polarisés se font seulement dans l'onde  $s$  et sont bien décrites par un paramètre unique : la longueur de diffusion  $a$ . Pour des bosons, la section efficace de collision élastique est donnée par  $\sigma_{\text{el}} = 8\pi a^2$ . Lorsque la température d'un gaz d'atomes de rubidium 87 est inférieure à  $300 \mu\text{K}$ , la section efficace de collision est pratiquement indépendante de la vitesse relative des atomes qui entrent en collision [67]. Pour le niveau  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  la longueur de diffusion vaut  $5,5 \text{ nm}$ , elle est de  $4,8 \text{ nm}$  dans  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  [56]. Le signe de la longueur de diffusion donne la nature des interactions. Pour le rubidium 87, la longueur de diffusion est positive et les interactions effectives sont répulsives tant que les collisions sont décrites par l'onde  $s$ .

## 2.1.3 Efficacité

La perte d'atomes est un processus défavorable vis à vis de notre objectif qui est d'atteindre la condensation de Bose-Einstein. La diminution de la température doit être suffisante pour faire croître le paramètre de dégénérescence. Il est donc nécessaire d'évaluer l'efficacité du refroidissement évaporatif : pour une diminution relative du nombre d'atomes donnée, plus la diminution relative de température sera importante, plus le refroidissement évaporatif sera dit efficace.

Dans la situation idéale où tous les processus de perte et de chauffage sont négligeables, l'efficacité croît avec la valeur de  $\eta$  de la troncature relative du potentiel. À la limite, si  $\eta$  pouvait être de l'ordre de  $N \times c$ , la première particule qui s'échapperait du piège emporterait avec elle presque toute l'énergie du gaz et ce dernier pourrait éventuellement condenser directement. Bien entendu, un tel événement est hautement improbable et il n'est pas possible de l'attendre beaucoup plus longtemps que la durée de vie du piège (voir § 1.2.4).

## Évaluation de l'efficacité

Dans ce paragraphe, nous considérerons les variations (négatives)  $dT$  de la température et  $dN$  du nombre d'atomes pendant un temps  $dt$  court devant l'échelle de temps caractéristique de l'évaporation (faibles variations relatives de  $N$  et  $T$ ), mais long devant l'inverse du taux de collisions élastiques (pour pouvoir considérer un état de quasi-équilibre). Nous allons montrer que l'efficacité  $\mathcal{E}$  du refroidissement évaporatif, définie comme le rapport de la variation relative de la température  $dT/T$  et de la variation relative du nombre d'atomes  $dN/N$ , admet un optimum en fonction de la hauteur relative  $\eta$  de la troncature du potentiel.

Notons  $dN_e$  la variation du nombre d'atomes piégés due à l'évaporation par les collisions élastiques. En moyenne, chaque atome évaporé emporte donc une énergie  $(\eta + \kappa) k_B T$  ( $\kappa$  est compris entre 0 et 1 et ne dépend que de  $\eta$  [64]). Notons  $dN_i$  la variation du nombre d'atomes piégés induite par les processus de perte autres que l'évaporation. En général, la plupart de ces pertes est due aux collisions avec les atomes du gaz résiduel<sup>1</sup>. Le gaz résiduel est thermalisé avec l'enceinte à vide à environ 300 K, donc tout atome piégé qui subit une collision avec un atome de ce gaz résiduel sera éjecté du piège, ces pertes sont donc non-sélectives en énergie. En moyenne, chaque atome ainsi perdu emporte donc une énergie égale à  $c \times k_B T$ . L'énergie initiale du gaz d'atomes piégé est égale la somme de l'énergie emportée par les atomes perdus et de l'énergie des  $N + dN_e + dN_i$  atomes restants dans le piège, rethermalisés à la température  $T + dT$ , ce qui s'écrit

$$N c k_B T = (N + dN_e + dN_i) c k_B (T + dT) - dN_e (\eta + \kappa) k_B T - dN_i c k_B T. \quad (2.1)$$

En négligeant les infiniment petits du second ordre, il vient simplement

$$\frac{dT}{T} = \alpha \frac{dN_e}{N} \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{\eta + \kappa}{c} - 1. \quad (2.2)$$

Notons que cette équation ne fait pas intervenir  $dN_i$ , en effet ces pertes ne sont pas sélectives en énergie, elles ne participent donc pas à la variation de la température. En introduisant la variation *totale* du nombre d'atomes  $dN = dN_e + dN_i$ , l'efficacité du refroidissement évaporatif s'écrit

$$\mathcal{E} \equiv \frac{dT/T}{dN/N} = \frac{\alpha}{1 + \frac{dN_i}{dN_e}}. \quad (2.3)$$

---

<sup>1</sup> Les pertes dues aux collisions inélastiques entre atomes piégés ont lieu de façon préférentielle au centre du piège, là où la densité est plus élevée et où les atomes sont en moyenne moins énergétiques, de sorte qu'elles induisent un *chauffage évaporatif*. Aux densités où nous travaillons pendant le refroidissement évaporatif, ces pertes sont négligeables.

Il nous faut alors évaluer le rapport  $\frac{dN_i}{dN_e}$ , pour cela, nous avons besoin d'équations qui décrivent les deux types de pertes. Les pertes par collisions avec les atomes du gaz résiduel sont simplement liées à la durée de vie  $\tau$  du piège par  $dN_i = -N dt/\tau$ . Dans une annexe de cette thèse, nous montrons que pour  $\eta$  grand devant l'unité, les pertes par évaporation s'écrivent  $dN_e \simeq -N \gamma_0 \frac{2}{\pi} \eta e^{-\eta} dt$ , où  $\gamma_0$  est le taux de collisions élastiques au centre du piège défini par l'équation (1.12). Nous avons donc

$$\frac{dN_i}{dN_e} \simeq \frac{1}{\gamma_0 \tau} \times \frac{\pi e^\eta}{2\eta}. \quad (2.4)$$

Pour une valeur de  $\eta$  donnée, l'efficacité  $\mathcal{E}$  dépend du produit  $\gamma_0 \times \tau$  du taux de collisions élastiques et de la durée de vie du piège. Plus ce produit est grand, plus le rapport  $\frac{dN_i}{dN_e}$  est petit et plus  $\mathcal{E}$  est grande, l'efficacité est donc une fonction croissante de  $\gamma_0 \tau$ . Physiquement, il est clair que plus il y a de collisions élastiques, plus le refroidissement évaporatif est efficace, et plus la durée de vie du piège est grande, plus la proportion d'atomes perdus qui participent au refroidissement augmente.

Les équations (2.3) et (2.4), montrent que l'efficacité du refroidissement évaporatif admet un optimum en fonction de la hauteur relative de la troncature  $\eta$ . En effet, pour  $\eta$  petit, le rapport  $\frac{dN_i}{dN_e}$  est de l'ordre de  $1/(\gamma_0 \tau)$  qui peut être négligé devant 1 (le gaz ne peut pas se thermaliser s'il n'y a pas de nombreuses collisions élastiques pendant un temps égal à la durée de vie du piège). Pour les faibles valeurs de  $\eta$ , l'efficacité  $\mathcal{E}$  augmente donc linéairement avec  $\alpha$  et croît avec  $\eta$ . De l'autre côté, pour  $\eta$  grand, le rapport  $\frac{dN_i}{dN_e}$  est très grand devant 1 et  $\mathcal{E}$  décroît exponentiellement avec  $\eta$ . Physiquement, la probabilité d'évacuer un atome du piège diminue fortement et les processus de pertes liées à la durée de vie finie deviennent prépondérants.

En conclusion, la cinétique de l'évaporation est importante à cause de la durée de vie finie du piège, et il faut trouver un compromis entre l'énergie relative emportée par les atomes et la vitesse à laquelle ils sont évaporés.

### 2.1.4 Critère fondamental du refroidissement évaporatif

Au delà de l'existence d'un optimum d'efficacité pour le refroidissement évaporatif, nous souhaitons déterminer les conditions pour que ce processus puisse mener à la condensation de Bose-Einstein. Il faut donc que malgré la perte d'atomes, la diminution de température soit telle que le paramètre de dégénérescence  $\mathcal{D}$  augmente pendant le refroidissement évaporatif. Or dans un piège harmonique nous avons  $\mathcal{D} \propto N/T^3$  (voir §1.3.3), pour



que le paramètre de dégénérescence puisse augmenter, il faut que  $d\mathcal{D}/\mathcal{D} = dN/N - 3 dT/T$  soit positif. Il est donc nécessaire que, tout au long de l'évaporation, la condition  $\mathcal{E} > 1/3$  soit satisfaite.

### Position du problème

Le problème avec cette condition est que si elle est satisfaite au début de l'évaporation, rien ne garantit qu'elle le soit tout au long de l'évaporation. En effet, l'efficacité  $\mathcal{E}$  est une fonction de  $\eta$  et du produit  $\gamma_0 \tau$ , et si la durée de vie du piège  $\tau$  est constante lors de l'évaporation, il n'en va pas de même du taux de collisions élastiques  $\gamma_0$ . La hauteur de la troncature  $\varepsilon_t$  étant choisie par l'expérimentateur, en théorie,  $\eta$  peut être ajusté à sa valeur optimale tout au long de l'évaporation. Mais, si le taux de collisions élastiques diminue, la valeur de l'efficacité va elle aussi diminuer, et il peut arriver un moment dans l'évaporation où (même avec la valeur optimale de  $\eta$ ) l'efficacité devient inférieure à  $1/3$ . Dans ces conditions, le paramètre de dégénérescence ne peut que décroître et il sera alors impossible d'atteindre la condensation de Bose-Einstein.

### Solution du problème

Nous allons donc chercher à quelle condition le taux de collisions élastiques  $\gamma_0$  va augmenter pendant l'évaporation. Dans un piège harmonique,  $\gamma_0$  est proportionnel au rapport  $N/T$  (voir § 1.3.3), ce qui donne  $d\gamma_0/\gamma_0 = dN/N - dT/T$ . Le taux de collisions élastiques va donc croître si  $\mathcal{E}(\eta, \gamma_0 \tau) > 1$ . De plus, si le taux de collisions commence à croître, l'efficacité va elle aussi croître, et en conservant  $\eta$  constant (sans même chercher sa nouvelle valeur optimale), la condition  $\mathcal{E}(\eta, \gamma_0 \tau) > 1$  sera toujours satisfaite. Le taux de collisions  $\gamma_0$  va alors continuer à augmenter, ce qui va encore accroître l'efficacité et ainsi de suite. Pour comprendre ce résultat physiquement, rappelons nous que le taux de collisions élastiques est proportionnel à la densité et à la vitesse moyenne des atomes dans le piège, elle même proportionnelle à  $\sqrt{T}$ . En se refroidissant, le nuage se concentre au centre du piège de sorte que, malgré la perte d'atome, la densité augmente et cette augmentation peut compenser la diminution de la vitesse moyenne des atomes.

Nous arrivons donc au résultat remarquable suivant : si les conditions initiales sont telles que le taux de collisions élastiques commence par augmenter au début de l'évaporation, alors en principe, il ne va cesser d'augmenter tout au long du refroidissement évaporatif, et ce processus va ainsi devenir de plus en plus efficace, on parle alors de régime d'*emballement* (run-away regime en anglais).

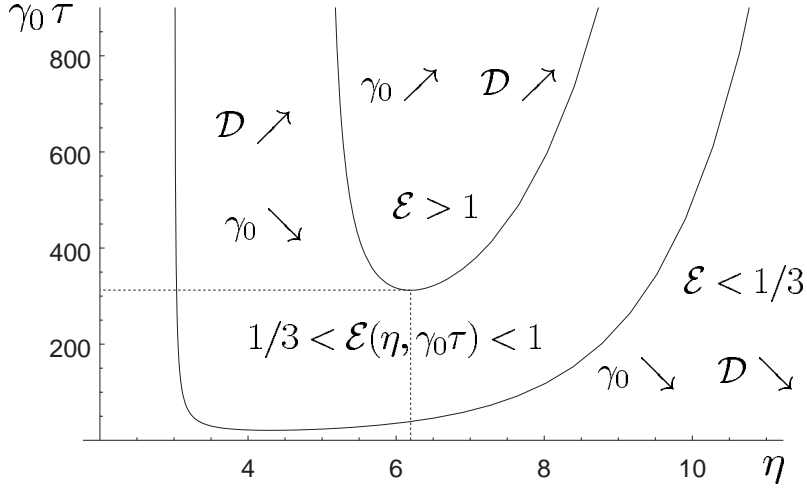


FIG. 2.2 – Diagramme des différents régimes du refroidissement évaporatif (variations du taux de collisions élastiques  $\gamma_0$  et du paramètre de dégénérescence  $\mathcal{D}$ ) en fonction des valeurs du produit  $\gamma_0 \tau$  et de  $\eta$ . Les courbes qui séparent les différents domaines sont données par  $\mathcal{E}(\eta, \gamma_0 \tau) = 1/3$  et  $\mathcal{E}(\eta, \gamma_0 \tau) = 1$ , où  $\mathcal{E}$  désigne l'efficacité du refroidissement évaporatif.

### Évaluation des conditions nécessaires

Nous allons maintenant déterminer *quantitativement* les conditions pour que le refroidissement évaporatif puisse mener à la condensation de Bose-Einstein.

La figure 2.2 représente, pour chaque valeur de  $\eta$ , les valeurs du produit  $\gamma_0 \tau$  qui donnent  $\mathcal{E}(\eta, \gamma_0 \tau) = 1/3$  et  $\mathcal{E}(\eta, \gamma_0 \tau) = 1$ . Le calcul est réalisé à partir des équations (2.3) et (2.4), nous avons de plus pris  $c = 3$  et  $\kappa = 1$  (valeurs limites pour  $\eta \gg 1$  [65]), de sorte que  $\alpha = \frac{\eta-2}{3}$ . Nous voyons sur cette figure que le produit  $\gamma_0 \tau$  doit impérativement être supérieur à 310 pour que le régime d'emballement puisse être atteint. De plus, lorsque  $\gamma_0 = 310/\tau$ , nous trouvons que la valeur optimale de  $\eta$  est de 6,2. Grâce au résultat de l'équation (1.15), nous pouvons réécrire la condition  $\gamma_0 = 310/\tau$  sur le taux de collisions élastiques moyen  $\bar{\gamma}$ . Dans un piège harmonique, la condition s'écrit  $\bar{\gamma} > 155/\tau$ , dans un piège semi-linéaire elle devient  $\bar{\gamma} > 78/\tau$ .

En conclusion, pour le refroidissement évaporatif, le rôle du taux de collisions élastiques initial est plus important que celui du paramètre de dégénérescence initial. Nous avons ici la justification de l'étape de compression décrite au paragraphe 1.2.3 : même si cette compression n'est pas parfaitement adiabatique (diminution du paramètre de dégénérescence), le gain en taux de collisions rend l'opération positive.

## Nos chiffres

Notre durée de vie de notre piège magnétique est de 200 secondes. Après compression, le taux de collisions élastiques moyen dans l'état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  est d'environ  $30 \text{ s}^{-1}$ , soit  $\bar{\gamma} \tau \sim 6000$  au début de l'évaporation. Nos conditions initiales sont donc largement suffisantes pour envisager sereinement le refroidissement évaporatif. Nous utilisons une valeur de  $\eta$  de l'ordre de 7, le paramètre  $\mathcal{E}$  que nous avons défini pour caractériser l'efficacité est alors égal à 1,5 au début de l'évaporation.

### 2.1.5 Évaporation forcée

Jusqu'ici, nous avons considéré le refroidissement évaporatif "localement", c'est à dire pour des faibles variations de  $N$  et de  $T$ , il faut maintenant considérer le phénomène "globalement".

La hauteur de la troncature  $\varepsilon_t$  est choisie par l'expérimentateur. Si elle est fixée à une valeur constante lors du refroidissement évaporatif, puisque la température diminue,  $\eta = \frac{\varepsilon_t}{k_B T}$  va augmenter, et la probabilité pour les atomes de sortir du piège va diminuer ainsi que l'efficacité. Il est donc souhaitable de modifier  $\varepsilon_t$  au cours de l'évaporation de sorte que  $\eta$  reste proche de sa valeur optimale. On parle alors d'évaporation forcée.

#### Constante du "mouvement" pour l'évaporation à $\eta$ constant

Nous allons supposer dans la suite que  $\eta$  est constant, ce qui permet de considérer que  $\alpha$  est aussi constant (si la géométrie du piège ne change pas). Nous allons reprendre l'équation (2.2) et utiliser  $dN = dN_e + dN_i$  ainsi que l'équation  $dN_i = -N dt/\tau$ , il vient

$$\frac{dT}{T} = \alpha \left( \frac{dN}{N} + \frac{dt}{\tau} \right). \quad (2.5)$$

Le choix  $\eta$  constant permet d'intégrer cette équation. Notons  $N_0$  et  $T_0$  le nombre d'atomes et la température à  $t = 0$ , avec ces conditions initiales, il vient

$$\frac{T(t)}{T_0} = \left( \frac{N(t)}{N_0 e^{-t/\tau}} \right)^\alpha. \quad (2.6)$$

La quantité  $N_0 e^{-t/\tau}$  représente le nombre d'atomes qui seraient toujours présents dans le piège, compte tenu de la durée de vie, si l'évaporation n'avait pas eu lieu. Bien sûr nous avons toujours  $N(t) < N_0 e^{-t/\tau}$ , l'évaporation conduit donc toujours à un refroidissement. Mais pour que le refroidissement soit efficace, nous retrouvons que les pertes dues à l'évaporation doivent être bien

supérieures à celles dues aux autres processus de perte. Lorsque la durée de vie du piège ne limite pas l'évaporation, ce processus peut être extrêmement efficace car c'est la *puissance* de  $\alpha$  qui intervient. Par exemple,  $\eta = 8$  donne  $\alpha \simeq 2$  et une diminution d'un facteur 10 du nombre d'atomes entraîne une diminution d'un facteur 100 de la température.

Même dans les théories plus complètes du refroidissement évaporatif (voir en particulier le cours 1996-1997 du collège de France de Cohen-Tannoudji [65]), la quantité  $(Ne^{t/\tau})^\alpha/T$  reste une constante du "mouvement" de l'évaporation. Seule la valeur de  $\alpha$  est légèrement modifiée pour tenir compte de la distribution en énergie des atomes évaporés, ainsi que des pertes dues au déversement vers l'extérieur du piège des atomes ayant une énergie proche du seuil  $\varepsilon_t$  lorsque le seuil est abaissé au cours du temps (pertes par "déversement" lors de l'évaporation forcée).

### Paramètres physiques importants

L'équation (2.6) permet d'éliminer la température au profit du nombre d'atomes dans les expressions du taux de collisions et du paramètre de dégénérescence, il vient

$$\begin{aligned} \gamma_0 &\propto \frac{N(t)}{T(t)} \propto \frac{e^{-\alpha t/\tau}}{N^{\alpha-1}} \\ \mathcal{D} &\propto \frac{N(t)}{T(t)^3} \propto \frac{e^{-\alpha t/\tau}}{N^{3\alpha-1}}. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Si la durée de vie du piège est grande, nous pouvons simplifier les conditions pour que ces deux paramètres augmentent. Le paramètre de dégénérescence va augmenter si  $\alpha > 1/3$  ce qui demande de prendre environ  $\eta \gtrsim 3$ . De la même façon, le régime d'emballlement qui correspond à l'augmentation du taux de collisions élastiques sera atteint pour  $\alpha > 1$ , soit  $\eta \gtrsim 5$ .

### Conclusion

Nous avons décrit le refroidissement évaporatif comme une technique générale qui consiste à retirer sélectivement du piège les particules de haute énergie. Nous avons montré que le taux de collisions élastiques doit être bien supérieur à celui des collisions inélastiques responsables de la durée de vie finie du piège. Dans ces conditions, il est possible d'obtenir un régime d'emballlement où le refroidissement devient de plus en plus efficace au cours de son déroulement. Cette efficacité exacerbée permet d'avancer vers la condensation de Bose-Einstein malgré la perte d'atome induite par ce mécanisme de refroidissement.

### 2.1.6 Troncature du potentiel

Nous allons maintenant décrire la technique utilisée pour tronquer le potentiel magnétique, et nous donnerons le schéma d'évaporation correspondant pour les atomes ayant plusieurs sous-niveaux Zeeman.

#### Les solutions techniques

Il existe plusieurs façons de réaliser la sélection en énergie. Dans les premières expériences sur l'hydrogène atomique, l'évaporation a été réalisée par contact avec les parois de l'enceinte [68, 69], par abaissement du potentiel à une extrémité du piège [62, 70], ou par pompage optique dans un état non-piégeant par un faisceau quasi-résonnant, les atomes froids du centre étant dans l'ombre des atomes chauds de la périphérie [71, 72]. Signalons également l'évaporation réalisée par abaissement de l'intensité des lasers pièges dans les expériences de piégeage lumineux dipolaire [73]. Cependant, la méthode la plus efficace reste l'évaporation par radio-fréquence, proposée à l'origine par Pritchard *et al.* [74], et mise en œuvre par Davis *et al.* [75].

#### L'évaporation par radio-fréquence

L'évaporation radio-fréquence consiste à basculer le spin des atomes pour une certaine valeur du champ magnétique de piégeage. Ce basculement est provoqué par un champ magnétique  $\mathbf{B}_{\text{rf}} \cos(\omega_{\text{rf}}t)$  oscillant dans le domaine des radio-fréquence (rf). Les atomes qui atteignent la région où le champ de piégeage est à résonance avec la rf passent alors dans un état non-piégeant et sont expulsés du piège. La fréquence rf utilisée qui détermine la condition de résonance est bien entendu choisie pour expulser les atomes de plus haute énergie. Nous déterminerons d'abord la direction du champ rf qui permet l'évaporation, puis nous écrirons la condition de résonance.

**Géométrie** Déterminons les états qui sont couplés par le hamiltonien d'interaction qui s'écrit  $H_{\text{rf}}(t) = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}_{\text{rf}} \cos(\omega_{\text{rf}}t)$ . Par symétrie, nous savons que ce hamiltonien est diagonal lorsque l'axe de quantification est choisi suivant  $\mathbf{B}_{\text{rf}}$ . En un point  $\mathbf{r}$  donné, le champ radio-fréquence  $\mathbf{B}_{\text{rf}}$  fait un angle  $\theta$  avec le champ magnétique de piégeage  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ . Pour écrire  $H_{\text{rf}}$  dans la base des états propres du hamiltonien de piégeage  $H_Z = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$ , il faut lui faire subir une rotation d'un angle  $\theta$ . Or les matrices de rotations n'ont des éléments non-nuls que pour  $|\Delta m_F| \leq 1$ , donc seuls les niveaux adjacents seront couplés par l'onde radio-fréquence. Nous retrouvons ici les règles de sélection d'un opérateur vectoriel, appliquées au cas particulier du photon rf.

Lorsque le champ de piégeage est colinéaire au champ rf, les niveaux d'énergie sont déplacés mais le couplage entre niveaux adjacents est alors nul. Inversement, le couplage est maximal lorsque les deux champs sont perpendiculaires. Le champ de biais est suivant l'axe  $x$ , pour optimiser le couplage, il faut que le champ rf oscille dans le plan  $yz$ . Pour des raisons techniques, nous avons choisi de l'orienter suivant la verticale. La forte valeur du biais  $B_0$  dans notre dispositif permet que le champ de piégeage et le champ rf restent approximativement perpendiculaires en tous points du piège. Dans toute la suite, nous considérerons que les deux champs sont effectivement perpendiculaires.

**Condition de résonance** Un atome est à résonance avec l'onde rf lorsque la fréquence de Bohr entre deux sous-niveaux Zeeman adjacents est égale à la fréquence rf, la condition de résonance s'écrit donc  $|g_F \mu_B| B(\mathbf{r}) = \hbar \omega_{\text{rf}}$ . Cette condition est vérifiée pour un ensemble de points  $\mathbf{r}$  correspondant à une surface iso-magnétique appelée surface d'évaporation ou plus vulgairement "couteau-rf". La fréquence rf appliquée détermine donc la profondeur  $\varepsilon_t = \hbar \omega_{\text{rf}} - |g_F \mu_B| B_0$  du piège tronqué.

Dans le régime de faible champ, en un point donné, les sous-niveaux Zeeman adjacents sont tous équidistants en énergie : la condition de résonance entre niveaux adjacents est la même quelque soit le nombre de ces niveaux. Donc si un atome rejoint la surface d'évaporation, il subira plusieurs transitions successives pour se retrouver dans le niveau de plus basse énergie qui est nécessairement anti-piégeant (ce schéma d'évaporation est illustré dans le niveau hyperfin  $F = 2$  sur la figure 2.3.a).

### 2.1.7 Évaporation dans l'image de l'atome habillé

L'image de l'atome habillé par les photons radio-fréquence permet de voir l'évaporation rf en terme de suivi adiabatique plutôt qu'en terme de transitions photoniques. Cet autre point de vue permettra d'éclairer certaines situations plus complexes que nous rencontrerons dans la suite de ce chapitre.

Dans l'image de l'atome habillé par les photons radio-fréquence, nous considérons la base des états  $|F, m_F\rangle \otimes |N\rangle$ , où  $N$  désigne le nombre photons dans le mode rf. Les règles de sélection imposent  $|\Delta m_F| \leq 1$  et  $|\Delta N| \leq 1$ , à l'ordre 1 le nombre de niveaux couplés est donc petit. Nous allons nous restreindre au sous-espace engendré par les  $2F + 1$  niveaux quasi-dégénérés, ce qui revient à négliger les termes anti-résonnants dans le référentiel tournant autour de  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  à la vitesse  $\omega_{\text{rf}}$  (approximation du champ tournant). Dans ce référentiel, le hamiltonien rf est indépendant du temps il s'écrit simplement

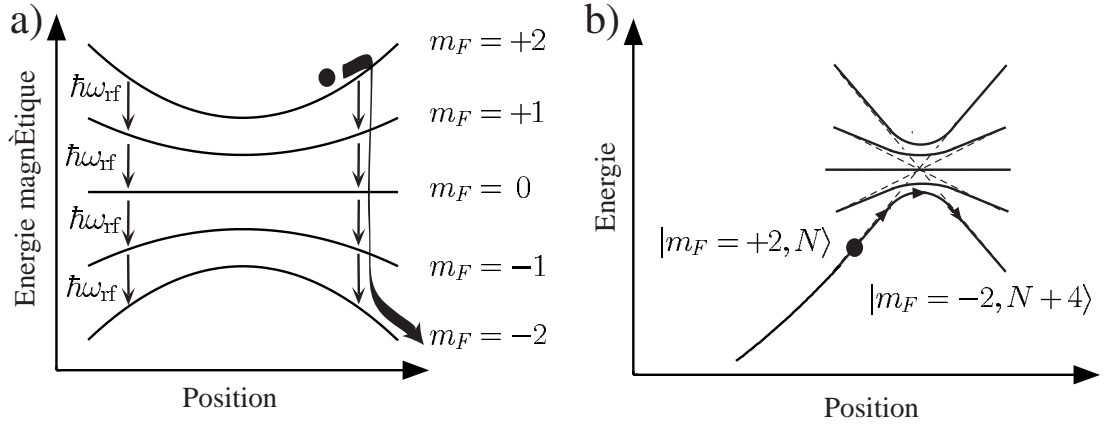


FIG. 2.3 – Évaporation dans  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  a) cascade de transitions induites par la radio-fréquence de l'état piégeant vers un état non-piégeant b) anti-croisements entre niveaux de l'atome habillé par les photons radio-fréquence.

$\tilde{H}_{\text{rf}} = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}_{\text{rf}}/2$ , le facteur  $1/2$  vient du fait que la polarisation linéaire se décompose en deux polarisations circulaires, dont une seule est résonnante.

Pour trouver le hamiltonien Zeeman dans le référentiel tournant, nous allons écrire les énergies  $\tilde{E}_{m_F}$  de l'atome habillé. Les énergies  $g_F m_F |\mu_B| B(\mathbf{r})$  de l'atome nu sont déplacées de  $m_F \times \hbar \omega_{\text{rf}}$  vers le haut où vers le bas suivant le signe du facteur de Landé. En utilisant la fréquence de Larmor  $\omega_L(\mathbf{r}) = |\mu_B B(\mathbf{r})|/\hbar$ , nous avons

$$\tilde{E}_{m_F}(\mathbf{r}) = g_F m_F \hbar \omega_L \left( 1 - \frac{\omega_{\text{rf}}}{|g_F| \omega_L} \right) \equiv g_F m_F \hbar \tilde{\omega}(\mathbf{r}). \quad (2.8)$$

Les  $2F + 1$  niveaux se croisent simultanément pour  $\tilde{\omega}(\mathbf{r}) = 0$  qui est exactement la condition de résonance écrite dans le paragraphe précédent. La dépendance linéaire des énergies en  $m_F$  nous permet d'écrire directement le hamiltonien Zeeman dans le référentiel tournant

$$\tilde{H}_Z = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) \left( 1 - \frac{\omega_{\text{rf}}}{|g_F| \omega_L} \right) \equiv -\boldsymbol{\mu} \cdot \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{r}), \quad (2.9)$$

à partir duquel nous définissons le champ  $\tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{r})$ . Enfin le hamiltonien total vaut

$$\tilde{H}_Z + \tilde{H}_{\text{rf}} = -\boldsymbol{\mu} \cdot \left( \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \mathbf{B}_{\text{rf}} \right). \quad (2.10)$$

Sous cette forme, ce dernier est très simple à diagonaliser, en effet il suffit de prendre l'axe de quantification suivant le champ effectif total  $\tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{r}) + \mathbf{B}_{\text{rf}}/2$ .

En introduisant la fréquence de Rabi  $\Omega_{\text{rf}} = \|\mu_{\text{B}} \mathbf{B}_{\text{rf}}\|/2\hbar$ , les énergies propres s'écrivent  $g_F m_F \hbar \sqrt{\tilde{\omega}(\mathbf{r})^2 + \Omega_{\text{rf}}^2}$ . Le couplage induit un croisement évité à plusieurs niveaux.

Le couplage rf commence à avoir un effet lorsque  $\tilde{\omega}$  devient de l'ordre<sup>2</sup> de  $\Omega_{\text{rf}}$ . Or la fréquence de Rabi  $\Omega_{\text{rf}}$  est de l'ordre du kilo-Hertz alors que  $\omega_{\text{rf}}$  est de l'ordre du méga-Hertz, la résonance est donc très étroite et elle permet une sélection précise en énergie.

Les énergies des niveaux habillés couplés dans  $F = 2$  sont représentées sur la figure 2.3.b en fonction de la position dans le piège. Un atome qui traverse la surface d'évaporation peut suivre adiabatement le niveau habillé, ce qui le fait passer d'un niveau piégeant à un niveau anti-piégeant.

### 2.1.8 Suivi adiabatique

Le principe du passage adiabatique est illustré par les images de la Résonance Magnétique Nucléaire. Le vecteur de Bloch, qui décrit la valeur moyenne du spin, précesse autour du champ magnétique total.

Pour un atome situé loin de la surface d'évaporation, la différence entre la fréquence rf et la fréquence de transition est importante. Nous avons alors  $\|\tilde{\mathbf{B}}\| \gg \|\mathbf{B}_{\text{rf}}\|$  et la direction du champ effectif  $\tilde{\mathbf{B}} + \mathbf{B}_{\text{rf}}/2$  est alors peu différente de celle du champ de piégeage  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ . Comme on le voit sur la figure 2.4, lorsque l'atome se rapproche de la surface d'évaporation le champ effectif total change de direction. Comme pour le suivi adiabatique présenté au paragraphe 4, si ce changement de direction est lent devant la fréquence de précession, alors le spin reste dans le même état vis à vis du champ local et il va être retourné lors du passage d'un anti-croisement.

La plus faible valeur de la fréquence de précession est obtenue lorsque  $\tilde{\omega} = 0$ , elle est donc de l'ordre de la fréquence de Rabi. Si le temps de passage est grand devant l'inverse de cette dernière, le suivi adiabatique du niveau habillé couplé aura bien lieu (voir la figure 2.3.b). Le temps de passage est de l'ordre de  $\frac{\hbar \Omega_{\text{rf}}}{|g_F \mu_{\text{B}}| b' v}$  où  $b'$  est la dérivée du module du champ suivant la trajectoire de l'atome, le passage sera adiabatique  $\Omega_{\text{rf}}^2 > |g_F \mu_{\text{B}}| b' v/\hbar$ . Nous retrouvons ici la condition donnée par la formule de Landau-Zener [76, 77].

Pour un gradient typique de 100 G/cm et une température de l'ordre de la centaine de micro-Kelvin, la condition d'adiabaticité requiert une fréquence de Rabi de quelques kilo-Hertz, ce qui est largement satisfait dans notre expérience.

---

<sup>2</sup> Nous pouvons le voir géométriquement sur la figure 2.4 qui représente le champ magnétique total  $\tilde{\mathbf{B}} + \mathbf{B}_{\text{rf}}/2$  dans le référentiel tournant (pour une fréquence  $\omega_{\text{rf}}$  donnée).



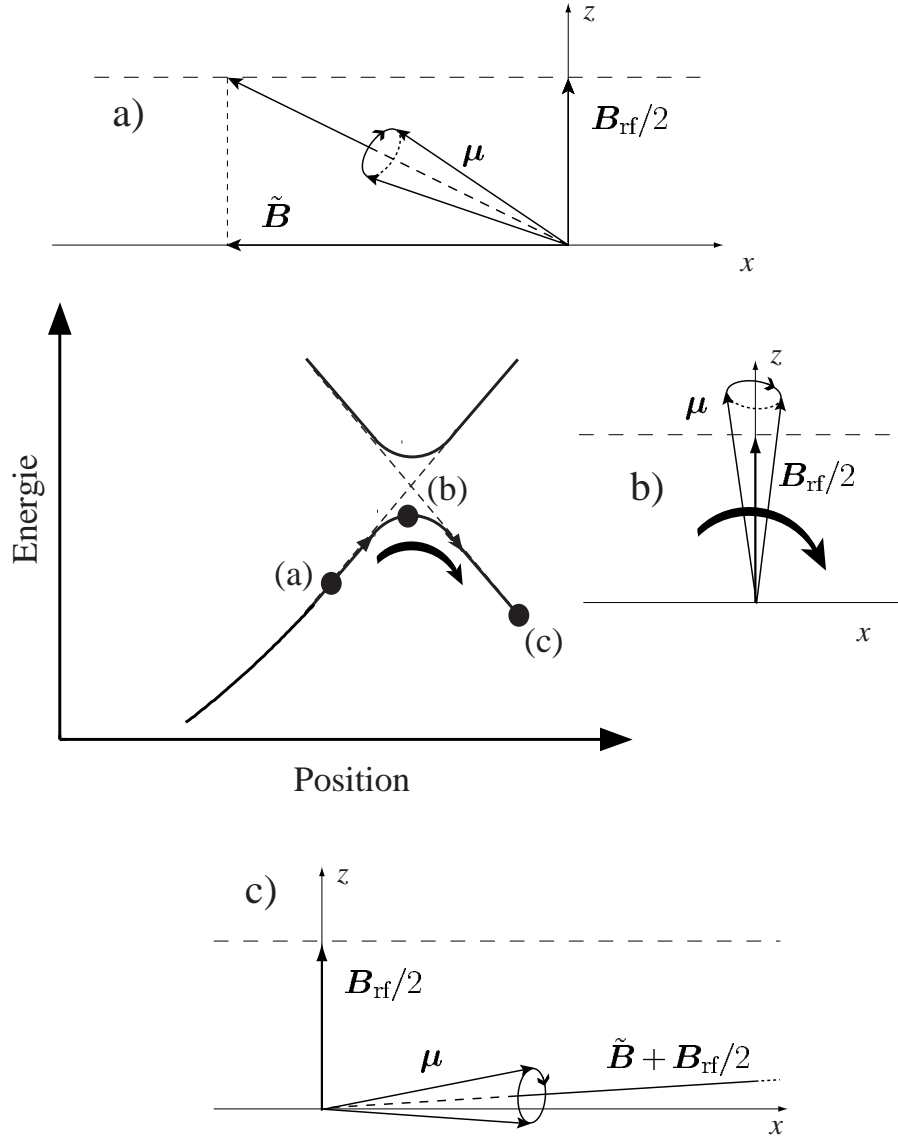


FIG. 2.4 – Un atome traverse le couteau rf en allant de la gauche vers la droite. Le champ magnétique total  $\tilde{\mathbf{B}} + \mathbf{B}_{\text{rf}}/2$  vu par cet atome dans le référentiel tournant dépend du point où se trouve l'atome. Au début (a) le moment magnétique de l'atome est anti-aligné avec le champ de piégeage  $\mathbf{B}$ , au passage du couteau rf (b), le moment magnétique suit le champ  $\tilde{\mathbf{B}} + \mathbf{B}_{\text{rf}}/2$  qui se retourne. À la fin (c), le moment magnétique se retrouve aligné avec le champ de piégeage  $\mathbf{B}$ , l'atome est alors dans un niveau anti-piégeant et il est expulsé.

### 2.1.9 Efficacité, dimensionnalité et gravité

Pour que l'évaporation soit efficace, il faut qu'un atome qui, suite à une collision, acquiert une énergie totale supérieure au seuil  $\varepsilon_t$  puisse sortir du piège sans entrer en collision avec un autre atome. Comme la plupart des techniques d'évaporation, l'évaporation radio-fréquence effectue une sélection spatiale des atomes. Les atomes susceptibles d'être évaporés doivent donc généralement traverser une partie du nuage avant d'atteindre la surface d'évaporation.

Dans le régime dit hydrodynamique où le taux de collisions est supérieur aux fréquences d'oscillation du piège, le nuage est collisionnellement épais. À la limite, seuls les atomes qui subissent des collisions quand ils sont situés à la périphérie du nuage sont susceptibles de participer à l'évaporation, ce qui réduit considérablement l'efficacité. Dans la plupart des expériences réalisées jusqu'ici, bien que les expérimentateurs cherchent à obtenir le taux de collisions élastiques le plus élevé possible, ce dernier reste inférieur aux fréquences d'oscillation pendant presque toute l'évaporation. Le régime est dit balistique et les atomes possédant une énergie suffisante ont de fortes chances de sortir du piège avant de subir une nouvelle collision.

#### Dimensionnalité de l'évaporation

La possibilité pour les atomes les plus énergétiques de s'échapper du piège avant de recollisionner dépend fortement de la dimensionnalité de l'évaporation, nous allons l'illustrer sur l'évaporation radio-fréquence. La surface d'évaporation définie par la rf est une coquille iso-magnétique, mais à cause de la gravité elle n'est pas équipotentielle. Ainsi le potentiel n'est pas tronqué à la même hauteur dans toutes les directions.

À haute température, la taille du nuage est importante et le décalage entre le centre du nuage et celui du piège magnétique est négligeable, alors une seule oscillation est en général suffisante à un atome dont l'énergie est supérieure au seuil pour s'échapper du piège, on parle d'évaporation tridimensionnelle, c'est le cas le plus favorable.

À basse température, à cause de la gravité, le décalage entre le centre du nuage et le centre du piège magnétique peut être plus grand que la taille du nuage, dans ce cas, les atomes sont en grande majorité évaporés par "le point le plus bas" de la surface d'évaporation. Il faut alors que l'ergodicité soit suffisante pour qu'un atome disposant d'une énergie supérieure au seuil puisse atteindre la zone d'évaporation. À la limite, cette zone est réduite à un point, on parle alors d'évaporation unidimensionnelle. De ce point de vue, les pièges purement harmoniques sont défavorables car ils ne sont pas ergodiques

(voir la référence [49] pour une analyse de l'hypothèse d'ergodicité suffisante dans un piège de Ioffe).

### Remarques

Dans le régime balistique où le taux de collisions est inférieur aux fréquences d'oscillation, un atome énergétique a la possibilité de passer plusieurs fois sur la surface d'évaporation avant de redistribuer son énergie au reste du nuage. Ainsi, même si la probabilité de suivi adiabatique est inférieure à 100%, l'efficacité peut être bonne si toutefois l'ergodicité est suffisante.

Cependant si le passage du niveau piégeant au niveau non-piégeant nécessite plusieurs transitions, une population peut alors se construire dans les états intermédiaires. Cette population peut être à l'origine d'effets indésirables, voir le paragraphe 2.2.5 et la référence [78].

### Rôle de la gravité

Les atomes évaporés emportent en moyenne une énergie  $(\eta + \kappa) k_B T$  (voir § 2.1.3), pour  $\eta$  grand,  $\kappa$  est de l'ordre de l'unité. La différence entre l'énergie de la troncature  $\eta k_B T$  et l'énergie moyenne emportée par les atomes évaporés est de l'ordre de  $k_B T$ . Quantitativement, la gravité joue un rôle lorsque le potentiel varie le long de la surface d'évaporation de plus ou moins  $k_B T$ , c'est à dire pour

$$T < \frac{2\eta M g^2}{k_B \omega_z^2}. \quad (2.11)$$

Avec notre fréquence verticale  $\omega_z = 66 \times 2\pi \text{ Hz}$  et  $\eta \simeq 7$ , la température en dessous de laquelle l'évaporation n'est plus tridimensionnelle est égale à  $0,8 \mu\text{K}$  (les températures typiques de condensation sont de quelques centaines de nano-Kelvins). Une simulation réalisée par Vincent Boyer [24] montre que dans notre cas, cet effet diminue de 30 % le nombre d'atomes condensés par rapport au cas idéal.

## 2.2 Évaporation en champ fort

Nous venons de voir qu'en régime de champs faibles, l'évaporation d'un atome possédant plusieurs sous-niveaux Zeeman fonctionne bien car l'énergie des sous-niveaux Zeeman est proportionnelle au nombre quantique  $m_F$ . Cette propriété implique que toutes les transitions entre niveaux adjacents ont lieu au même point. Ainsi même si les niveaux intermédiaires sont piégeants, les atomes qui traversent le couteau rf sont expulsés du piège.

En réalité, les énergies des sous-niveaux Zeeman ne sont pas proportionnelles à  $m_F$  car le hamiltonien hyperfin et le hamiltonien Zeeman  $H_Z = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$  ne commutent pas. Nous avons observé que des corrections de quelques pour-cent sur les énergies calculées dans l’approximation des faibles champs, sont suffisantes pour modifier complètement le fonctionnement du refroidissement évaporatif [79].

Cette partie à pour objectif de montrer comment le schéma de l’évaporation est modifié dans cette situation plus complexe. Nous montrerons que dans certains cas, l’évaporation peut être totalement interrompue en dessous d’une certaine température. Ce problème s’est posé expérimentalement lorsque nous avons essayé de condenser  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  dans notre piège possédant un fort champ magnétique au centre.

### 2.2.1 Effet Zeeman “non-linéaire”

Pour comprendre quantitativement dans quelles conditions les problèmes apparaissent et comment les résoudre, nous allons diagonaliser exactement  $H_Z$ . Dans le premier chapitre, nous nous étions contenté du premier ordre de la théorie des perturbations.

Le moment magnétique total s’écrit  $\boldsymbol{\mu} = \mu_B(\mathbf{L} + g_S\mathbf{S} + g_I\mathbf{I})/\hbar$  où  $\mathbf{L}$  est le moment cinétique orbital de l’électron de valence (il est nul pour le niveau fondamental  $5S_{1/2}$ ),  $\mathbf{S}$  est son spin et  $g_S = 2,002$  est le facteur de Landé intrinsèque de l’électron, enfin  $\mathbf{I}$  est le spin du noyau (égal à  $3/2$  pour le rubidium 87) et  $g_I \simeq 10^{-3}$  désigne le rapport gyromagnétique du noyau divisé par le magnéton de Bohr  $\mu_B$ .

La fréquence hyperfine  $\omega_{\text{hf}}$  entre  $F = 1$  et  $F = 2$  vaut  $6834,7 \times 2\pi$  MHz. Nous choisissons le zéro d’énergie au milieu des énergies des niveaux  $F = 1$  et  $F = 2$  à champ magnétique nul. Le hamiltonien Zeeman mélange les deux niveaux hyperfins et en champ non nul,  $F$  n’est plus un bon nombre quantique. Les éléments non-diagonaux du hamiltonien sont de l’ordre de

$$\epsilon(\mathbf{r}) \equiv (g_S + g_I) \frac{|\mu_B|B(\mathbf{r})}{\hbar\omega_{\text{hf}}} = (g_S + g_I) \frac{\omega_L}{\omega_{\text{hf}}}. \quad (2.12)$$

Avec les champs magnétiques que nous utilisons  $\epsilon$  vaut quelques pour-cent, la contamination est donc faible et nous continuerons à utiliser  $F$  comme indice pour désigner les énergies et les vecteurs propres par prolongement de ceux à champ nul.

En revanche, du fait de la symétrie de révolution de  $H_Z$  autour du champ magnétique local,  $m_F$  reste lui un bon nombre quantique.  $H_Z$  est donc diagonal par bloc, les blocs de  $m_F$  donné sont des matrices de taille au plus  $2 \times 2$

( $F = 1$  et  $F = 2$ ) facilement diagonalisables. Les énergies propres valent

$$E_{F,m_F}(\mathbf{r}) = m_F g_I |\mu_B| B + (-1)^F \frac{\hbar\omega_{\text{hf}}}{2} \sqrt{1 + m_F \epsilon + \epsilon^2}. \quad (2.13)$$

Pour voir comment les différents termes dépendent du nombre  $m_F$ , nous développons cette expression en puissance de  $\epsilon$

$$E_{F,m_F} = m_F g_I \hbar\omega_L + (-1)^F \frac{\hbar\omega_{\text{hf}}}{2} \times \left\{ 1 + m_F \frac{\epsilon}{2} + (4 - m_F^2) \frac{\epsilon^2}{8} - m_F (4 - m_F^2) \frac{\epsilon^3}{16} + \mathcal{O}(\epsilon^4) \right\}. \quad (2.14)$$

Les niveaux de même  $m_F$  se repoussent, donc  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  devient piégeant alors que  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  devient anti-piégeant, les niveaux  $|F = 2, m_F = \pm 2\rangle$  ne sont bien sûr pas contaminés, et leur énergie est toujours proportionnelle au module du champ magnétique.

## 2.2.2 Modification du schéma d'évaporation

Les énergies Zeeman (2.13) ne sont pas proportionnelles au nombre quantique magnétique  $m_F$ , donc pour une valeur donnée du module du champ, les différences d'énergies entre sous-niveaux Zeeman adjacents ( $|\Delta m_F| = 1$ ) ne sont pas toutes égales. Autrement dit, pour une position donnée dans le piège, toutes les fréquences de transitions entre sous-niveaux adjacents ne sont pas égales. En conséquence, lorsqu'une fréquence rf est appliquée, les conditions de résonances des différentes transitions entre sous-niveaux adjacents n'ont pas lieu à la même position dans le piège.

Deux cas se présentent alors suivant que le niveau dans lequel les atomes sont piégés possède ou non un niveau adjacent non-piégeant.

### Niveau adjacent non-piégeant

Dans ce cas une transition à un seul photon suffit à un atome pour s'échapper du piège et le refroidissement évaporatif fonctionne parfaitement. Les atomes piégés dans l'état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ , même par des champs de plusieurs centaines de Gauss, peuvent ainsi être refroidis par évaporation, car  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  est légèrement anti-piégeant (voir figure 2.5).

### Pas de niveau adjacent non-piégeant

Dans ce cas, plusieurs photons sont nécessaires pour expulser un atome du piège. Or quelque soit la fréquence  $\omega_{\text{rf}}$  choisie, les différentes transitions

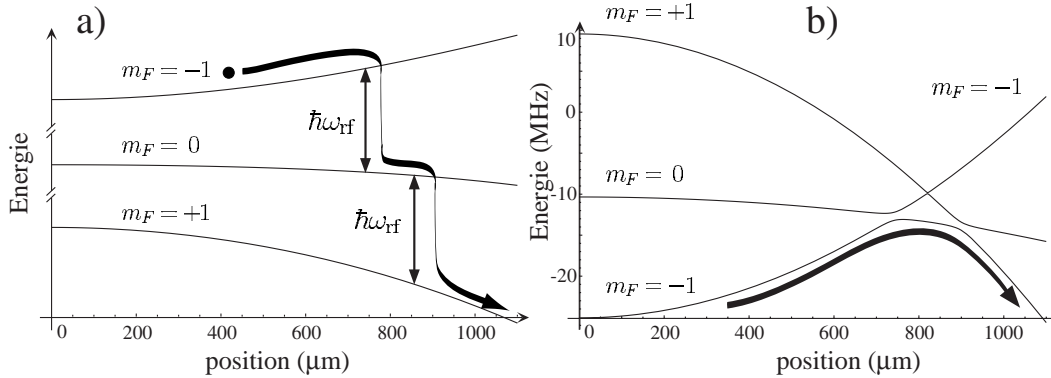


FIG. 2.5 – **a)** Niveaux d'énergies dans  $F = 1$  en champ fort et position des couteaux rf données par  $\omega_{\text{rf}}$ . **b)** Niveaux d'énergies dans l'image de l'atome habillé avec le couplage rf, on voit que le couplage direct de  $m_F = -1$  à  $m_F = 1$  est peu probable, alors que le passage par  $m_F = 0$  est possible.

sont placées à des positions distinctes dans le piège (c'est le cas dans  $F = 2$  : voir la figure 2.6). Dans les prochains paragraphes, nous allons décrire les différentes conséquences néfastes de cette non-dégénérescence en position des transitions rf.

### 2.2.3 Interruption de l'évaporation

Nous avons vu qu'à cause de l'effet Zeeman non-linéaire, pour une fréquence  $\omega_{\text{rf}}$  appliquée, les transitions qui mènent à un état non-piégeant n'ont pas lieu au même point dans le piège. De la même façon, les fréquences de transition entre sous-niveaux Zeeman *au centre du piège* ne sont pas égales.

Lors de l'évaporation forcée, la fréquence  $\omega_{\text{rf}}$  décroît, lorsqu'elle devient inférieure à la plus grande des différentes fréquences de transition au centre du piège, la chaîne des transitions qui mènent de l'état piégé au premier état non-piégeant est rompue (voir la figure 2.7). Il n'y a alors plus aucun moyen pour les atomes de sortir du piège et l'évaporation s'arrête complètement et définitivement. Lorsque  $\omega_{\text{rf}}$  prend la valeur minimale qui permet aux atomes de s'échapper du piège la profondeur du piège tronqué prend sa valeur minimale  $\varepsilon_{\text{min}}$ . Cette valeur minimale de la profondeur varie comme le carré du biais  $B_0$ .

### Température limite

Si la condensation de Bose-Einstein n'est pas atteinte lorsque la troncature du potentiel devient égale à sa valeur minimale  $\varepsilon_{\text{min}}$ , la seule possibilité

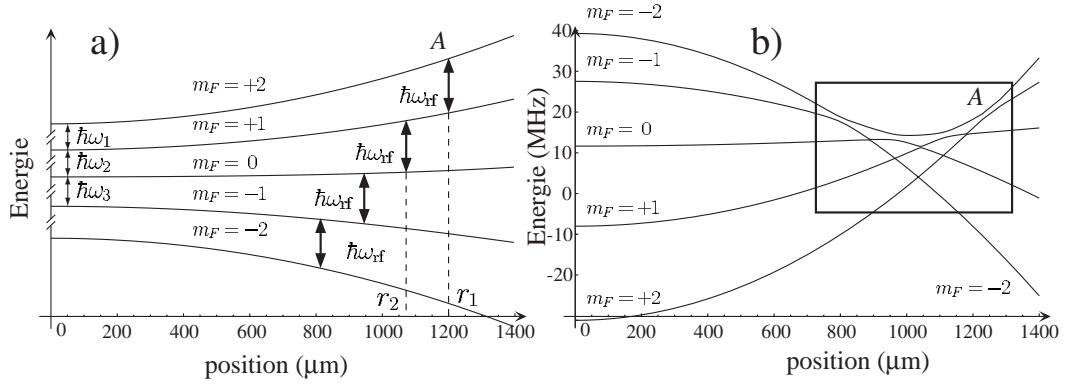


FIG. 2.6 – Niveaux d'énergies d'un atome de  $^{87}\text{Rb}$  dans  $F = 2$  en champ fort. **a)** Positions  $r_k$  des couteaux données par  $\omega_{\text{rf}}$ . **b)** Niveaux d'énergie dans l'image de l'atome habillé, la zone où ont lieu les couplages rf est agrandie sur la figure 2.10.

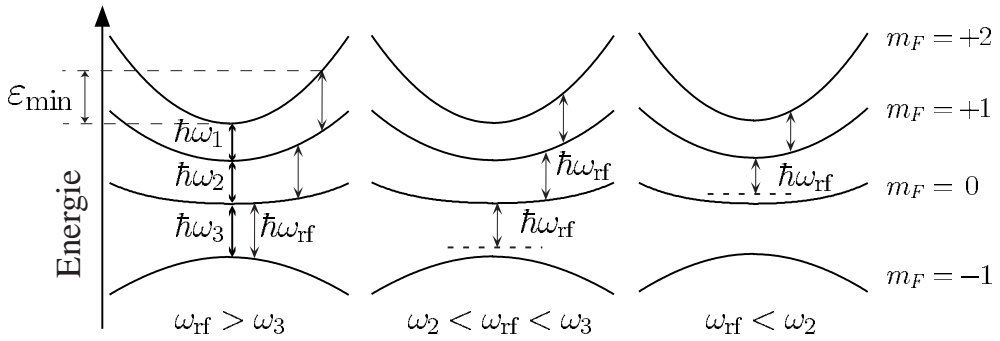


FIG. 2.7 – Interruption de l'évaporation dans  $F = 2$ . La profondeur minimum  $\varepsilon_{\text{min}}$  du piège est atteinte lorsque  $\omega_{\text{rf}} = \omega_3$ .

consiste à ne plus diminuer la fréquence rf et à attendre que le refroidissement se fasse, mais sans forcer l'évaporation. La température va continuer à baisser un peu, donc  $\eta$  va augmenter et l'efficacité du refroidissement évaporatif  $\mathcal{E}$  risque de diminuer. Si la condensation n'est toujours pas atteinte lorsque  $\mathcal{E}(\eta, \gamma_0\tau) = 1/3$ , alors tout espoir est perdu, en effet le paramètre de dégénérescence va commencer à diminuer (voir § 2.1.4). En pratique, le refroidissement cesse pour  $\eta$  supérieur à 10, donc  $\varepsilon_{\text{min}}/10$  représente environ la plus petite valeur de  $k_{\text{B}}T$  accessible.

## Notre cas

Dans  $F = 2$ , l'évaporation s'arrête lorsque  $\omega_{\text{rf}}$  devient inférieure à la fréquence  $\omega_3$  de la troisième transition, prise au centre du piège

$$\omega_3 = \frac{E_{2,0}(\mathbf{r} = \mathbf{0}) - E_{2,-1}(\mathbf{r} = \mathbf{0})}{\hbar}. \quad (2.15)$$

La profondeur minimum est simplement donnée par la hauteur en énergie de la *première* transition qui a lieu au point  $A$  sur la figure 2.6. L'équation (2.14) permet de calculer la profondeur minimale du piège tronquée, nous trouvons  $\varepsilon_{\text{min}} \simeq 2(\mu_{\text{B}}B_0)^2/(\hbar\omega_{\text{hf}})$ . Pour  $B_0 = 110$  G, nous avons  $\varepsilon_{\text{min}}/k_{\text{B}} \simeq 400 \mu\text{K}$ .

Expérimentalement, nous observons une interruption très claire de l'évaporation alors que nous avons au préalable atteint le régime d'emballement. Pour un biais de 110 G, nous obtenons une température limite  $T_{\text{lim}} \sim 50 \mu\text{K}$ . Le rapport  $\varepsilon_{\text{min}}/T_{\text{lim}}$  est égal à 8, ce qui est une valeur de  $\eta$  tout à fait raisonnable.

### 2.2.4 Réduction de l'efficacité et ordre des transitions.

Avant même que l'évaporation ne soit interrompue, le fait que les transitions aient lieu en des points différents du piège peut réduire l'efficacité de l'évaporation. Pour comprendre cet effet, nous allons d'abord étudier le cas où la probabilité de suivi adiabatique est de 100%. Nous considérerons ensuite le cas où des transitions non-adiabatiques sont possibles.

#### Suivi adiabatique total

Commençons par regarder le cas qui correspond à notre situation expérimentale.

**Cas particulier** Considérons par exemple l'évaporation du  $^{87}\text{Rb}$  piégé dans  $|F = 2, m_F = +2\rangle$ . Comme le montre la figure 2.8, la première transition a lieu à une distance  $r_1$  du centre du piège, supérieure à la distance  $r_2$  où a lieu la seconde transition. Si la puissance rf est telle que la probabilité de transition approche 100%, alors un atome piégé dans  $m_F = +2$  qui atteint le point  $r_1$  passe adiabatiquement dans l'état  $m_F = +1$  qui est aussi piégeant (avec une transition à un photon). Puis il continuera sa route jusqu'à faire demi tour, de retour en  $r_1$ , il va repasser dans l'état  $m_F = +2$  car la probabilité de transition est de 100% indépendamment du sens dans lequel l'atome se déplace. L'atome se retrouve donc à sa position initiale sans jamais atteindre  $r_2$ . En d'autres termes, l'atome a suivi adiabatiquement le niveau habillé



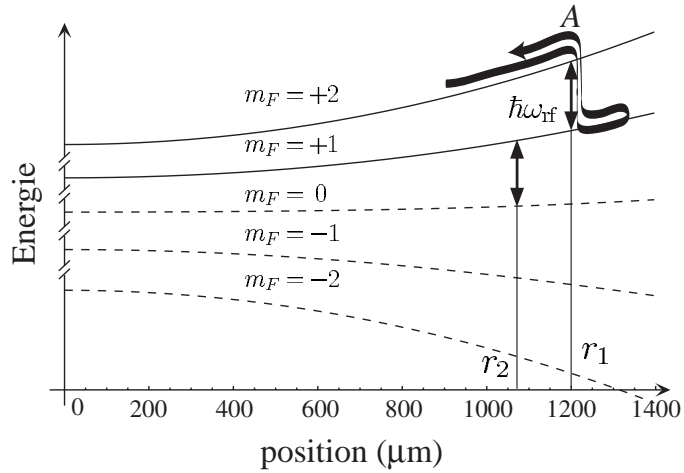


FIG. 2.8 – Niveaux d'énergies d'un atome de  $^{87}\text{Rb}$  dans  $F = 2$  en champ fort. Position  $r_1$  et  $r_2$  des deux premiers couteaux données par  $\omega_{\text{rf}}$ .

sur lequel il se trouvait au départ, mais ce niveau habillé ne mélange que  $m_F = +2$  et  $m_F = +1$  qui sont tous deux piégeants, l'atome ne peut donc pas s'échapper du piège dans ces conditions.

**Cas général** De façon plus générale, pour une fréquence rf donnée, les énergies permettent de calculer la position des différentes transitions dans le piège. Notons  $r_k$  la distance du centre du piège à laquelle a lieu la  $k^{\text{ième}}$  transition. La condition pour que le niveau habillé couplé connecte l'état piégeant de départ à un état non-piégeant, afin de permettre aux atomes de sortir du piège, est que la suite  $r_k$  soit croissante. Il faut donc que les transitions successives aient lieu à des positions de plus en plus éloignées du centre du piège.

**Exemple favorable** Des atomes de rubidium 85 piégés dans  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  n'ont pas le même problème comme on peut le voir sur la figure 2.9. Le spin du noyau du rubidium 85 vaut  $5/2$  et les deux niveaux hyperfins de  $5S_{1/2}$  sont  $F = 2$  et  $F = 3$ . Contrairement au rubidium 87,  $F = 2$  est le niveau de plus basse énergie. Les sous-niveaux de même  $m_F$  se repoussent et les transitions entre sous-niveaux adjacents se trouvent cette fois dans l'ordre favorable.

**Remarque** Pour simplifier, nous avons raisonné sur un piège à une dimension où les surfaces d'évaporation sont ponctuelles. La conclusion obtenue est générale car les différentes surfaces d'évaporation sont emboîtées les une

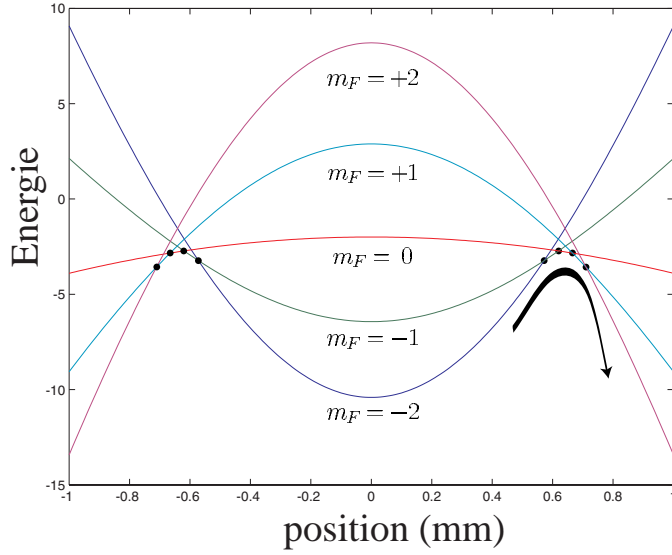


FIG. 2.9 – Niveaux d'énergies d'un atome de rubidium 85 dans  $F = 2$  en champ fort et positions des couteaux rf données par  $\omega_{\text{rf}}$  : les points noirs représentent les croisements entre sous-niveaux adjacents. Les atomes peuvent s'échapper du piège en subissant une série de transition à un photon entre niveaux adjacents.

dans les autres. En effet, quelque soit la direction considérée, le module du champ croît avec la distance au centre du piège, donc si une transition  $A$  est résonnante pour un champ supérieur à celui donné par une transition  $B$  alors la surface d'évaporation correspondant à la transition  $A$  sera totalement à l'extérieur de celle de la transition  $B$ .

**Conclusion** Si la puissance rf est telle que toutes les transitions sont adiabatiques (100% d'efficacité), il faut que les surfaces d'évaporation soient correctement ordonnées (comme sur la figure 2.9) pour que l'évaporation puisse fonctionner.

De plus, plutôt que de regarder les différentes surfaces d'évaporation pour chaque valeur de  $\omega_{\text{rf}}$ , il suffit de regarder l'ordre des fréquences de transitions  $\omega_k$  définies *au centre* du piège. À partir de l'expression des énergies en fonction du champ (2.13) et du champ en fonction de la position (1.5), il est possible de démontrer que l'ordre des  $\omega_k$  est l'inverse de celui des  $r_k$ .

Pour le cas qui nous intéresse ( $^{87}\text{Rb}$  dans  $F = 2$ ), ces fréquences au centre ne sont malheureusement pas bien ordonnées : à l'ordre 2 en  $\epsilon$ , l'équa-

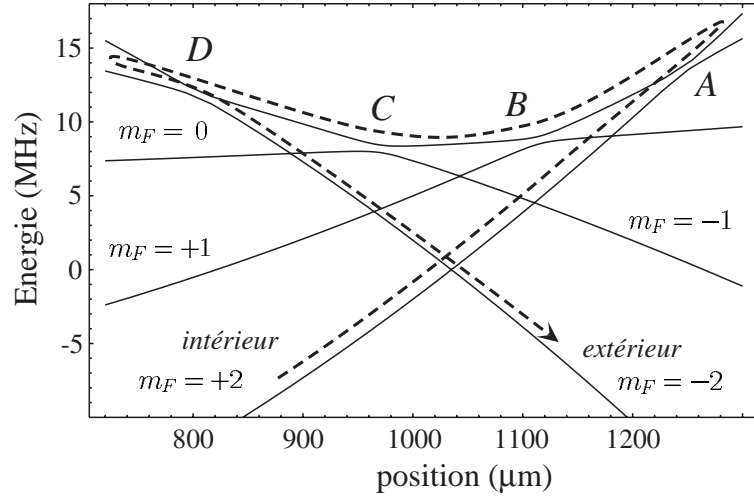


FIG. 2.10 – Un chemin pour sortir du piège : les transitions diabatiques ont lieu aux points A et D, les transitions adiabatiques ont lieu en A, B, C et D.

tion (2.14) donne

$$\omega_k = g_I \omega_L + \frac{\omega_{\text{hf}}}{2} \left\{ \frac{\epsilon}{2} + (2k - 5) \frac{\epsilon^2}{8} + \mathcal{O}(\epsilon^3) \right\}, \quad (2.16)$$

on voit que les  $\omega_k$  croissent avec  $k$  et donc les  $r_k$  décroissent avec  $k$ .

### Suivi adiabatique partiel

Pour résoudre expérimentalement le problème identifié dans le paragraphe précédent, nous diminuons la puissance rf pour réduire la probabilité de transition adiabatique et permettre ainsi d'avoir des transitions non-adiabatiques.

**Solution** Lorsque l'ordre des transitions est défavorable, il faut choisir une puissance rf intermédiaire où à la fois les transitions adiabatiques et diabatiques sont possibles. Il existe alors des chemins utilisant ces deux types de transitions qui permettent aux atomes de s'échapper du piège.

Par exemple, pour un atome de  $^{87}\text{Rb}$  dans  $F = 2$ , un chemin de sortie du piège est représenté sur la figure 2.10, il contient 4 transitions adiabatiques et 2 diabatiques. Le chemin le plus court contient 3 transitions adiabatiques et 2 diabatiques mais demande de traverser le piège d'un bout à l'autre.

**Prix à payer** Avec cette solution, l'efficacité de l'évaporation se trouve considérablement réduite. En effet, supposons que la puissance rf optimum

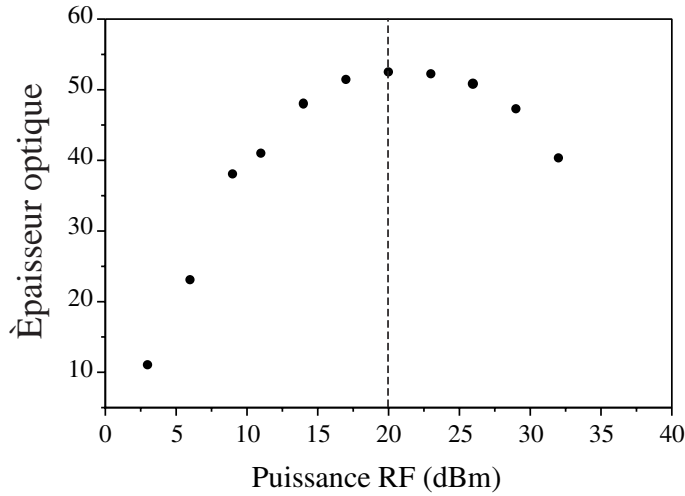


FIG. 2.11 – Épaisseur optique au centre du nuage après 30 secondes d'évaporation en fonction de la puissance rf. Le maximum observé correspond à la puissance rf optimum pour l'évaporation.

donne des probabilités de transitions adiabatiques et diabatiques toutes de l'ordre de  $1/2$ , alors la probabilité pour un atome énergétique de passer du centre du piège à un niveau anti-piégeant va être de l'ordre de  $1/2^N$  où  $N$  est le nombre total de transitions nécessaires. Dans notre cas, la probabilité de sortie est au moins réduite par un facteur 32.

**Résultat** La figure 2.11 représente l'épaisseur optique du nuage mesuré après 30 secondes d'évaporation, en fonction de la puissance rf utilisée. Nous savons que dans un piège harmonique, l'épaisseur optique est proportionnelle au taux de collisions élastiques (voir § 1.3.3), par ailleurs, plus le taux de collisions est élevé, plus l'efficacité du refroidissement évaporatif est importante. L'épaisseur optique est donc liée à l'efficacité et la figure 2.11 montre expérimentalement que l'efficacité de l'évaporation admet un optimum.

Des expériences supplémentaires qui confirment notre interprétation sont décrites dans la référence [79] qui est reproduite en annexe à la fin de ce mémoire.

## 2.2.5 Chauffage et population des états intermédiaires

En plus des effets indésirables décrits ci-dessus, lors de l'évaporation dans  $F = 2$  en champ fort, nous observons un chauffage du nuage d'atomes dans  $m_F = +2$  allant jusqu'à  $5 \mu\text{K/s}$ . Cette valeur du chauffage est mesurée après

refroidissement des atomes à  $50 \mu\text{K}$ . À ce stade, le chauffage de  $5 \mu\text{K/s}$  s'oppose complètement au refroidissement évaporatif.

Nous attribuons ce chauffage à la présence d'atomes dans les niveaux intermédiaires (l'évolution des populations dans les états intermédiaires est étudiée en détail dans la référence [80]), plusieurs hypothèses permettent de l'expliquer. Ce chauffage peut se comprendre comme une rethermalisation des atomes froids dans  $m_F = +2$  et des atomes chauds (puisqu'ils ont atteint le premier couteau rf) présent dans  $m_F = +1$  ou  $m_F = 0$ . Une autre hypothèse plausible est un chauffage par collisions inélastiques du type

$$(m_F = +1) + (m_F = +1) \rightarrow (m_F = 0) + (m_F = +2). \quad (2.17)$$

Bien que ces collisions soient fortement supprimées [78] par la coïncidence des longueurs de diffusion des états moléculaires triplet et singulet [81, 82, 83], l'énergie libérée est conséquente à fort champ magnétique. Elle est donnée par la partie non linéaire de l'effet Zeeman, calculée avec l'équation (2.14) pour un biais de  $B_0 = 160 \text{ G}$ , cette énergie vaut  $150 \mu\text{K}$ .

### 2.2.6 Critère du champ fort

Pour terminer cette étude des problèmes en champ fort, nous allons donner un critère qui permet de préciser ce qu'on entend par champ fort. En effet, même dans le cas des faibles champs, l'effet Zeeman n'est pas linéaire et les transitions ne sont pas dégénérées. Il convient donc de donner un critère pour que ces décalages résiduels ne perturbent pas l'évaporation.

La transition multi-photonique est valable tant que l'effet Zeeman non linéaire ne décale pas les fréquences de transitions successives qui mènent de l'état dans lequel l'atome est piégé au premier état non piégeant de plus que la fréquence de Rabi  $\Omega_{\text{rf}}$ . En utilisant les fréquences de transition  $\omega_k$  au centre du piège, ce critère peut s'écrire  $|\omega_k - \omega_{k+1}| \ll \Omega_{\text{rf}}$ . Si le décalage devient grand alors la transition directe à plusieurs photons n'est plus possible et le refroidissement évaporatif risque de ne plus fonctionner.

### Chiffres

Pour le  $^{87}\text{Rb}$  dans  $F = 2$  avec un champ de piégeage typique de  $100 \text{ G}$ , le désaccord dû à l'effet Zeeman quadratique est de l'ordre de  $3 \text{ MHz}$ . Compte tenu des puissances rf accessibles expérimentalement, la fréquence de Rabi ne dépasse pas  $100 \text{ kHz}$ , nous sommes bien dans des conditions de champ fort. En revanche, dans un champ d'environ  $1 \text{ G}$  l'effet quadratique ne vaut que  $300 \text{ Hz}$  et il n'y a pas de problème pour passer du niveau  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  au niveau  $|F = 2, m_F = -2\rangle$  avec une transition adiabatique directe.

## Remarques

- Le champ maximum acceptable est d’autant plus grand que la structure hyperfine  $\omega_{\text{hf}}$  est importante. Sachant qu’elle est particulièrement faible pour le sodium et le lithium, ces alcalins peuvent être facilement sujets à ce problème. Dans le cas du sodium, le taux de collisions entre sous niveaux est de plus particulièrement élevé [83]. Les effets décrits dans les paragraphes précédents sont certainement responsables des échecs subits pour atteindre la condensation du sodium dans  $F = 2$ .
- Un traitement “tout quantique” du problème, qui consiste à simuler l’évolution d’un paquet d’ondes, a permis de montrer à l’aide de simulations que les transitions non résonnantes à deux photons jouent un rôle secondaire [80]. Dès que le champ est supérieur à la valeur critique, l’analyse en terme d’une succession de transitions à 1 photon est totalement justifiée. Dans la suite, nous ne considérerons que des transitions à 1 photon de fréquence donnée.
- Dans le cas favorable où les surfaces de transitions sont “bien ordonnées”, avec une efficacité de presque 100% à chaque transition, les atomes chaud présents dans les niveaux intermédiaires ne sont jamais en contact avec les atomes piégés. En effet, les espaces contenus entre les surfaces d’évaporation  $r_k$  et  $r_{k+1}$  sont remplis d’atomes dans un état donné unique (cas de la figure 2.9). Le premier mécanisme de chauffage décrit plus haut n’a donc pas lieu.
- L’effet d’interruption de l’évaporation est clair, net et fatal. En revanche, la réduction de l’efficacité n’est pas forcément dramatique. En effet, même pour les dispositifs possédant un biais de 1 G, le champ pour lequel les transitions ont lieu *au début* de l’évaporation est très important, or pour la plupart des alcalins, il n’empêche pas le refroidissement évaporatif de mener à la condensation de Bose-Einstein.

## Conclusion

En résumé, le fait que les fréquences de transitions ne sont pas dégénérées au même point entraîne plusieurs problèmes. En fonction de la configuration des niveaux, nous pouvons avoir une réduction de l’efficacité de l’évaporation, l’apparition d’un chauffage anormal et/ou une interruption pure et simple de l’évaporation.

La solution qui consisterait à les faire “fusionner”, c’est à dire à se placer en régime de champ faible en augmentant la puissance rf, n’est pas réalisable techniquement. En revanche, une solution possible consiste à utiliser plusieurs fréquences rf pour réaliser une fusion artificielle, c’est ce qui va être présenté

dans la suite.

## 2.3 Évaporation multi-fréquence

Nous avons développé une solution originale pour tenter de résoudre le problème du champ fort. Nous présenterons d’abord son principe, puis le schéma simplifié que nous utilisons expérimentalement ainsi que ces conditions de fonctionnement. La méthode utilisée permet de compenser une partie de l’effet Zeeman non-linéaire, mais les décalages résiduels ne permettent pas l’utilisation de champs trop importants. Nous avons toutefois réussi à condenser  $F = 2$  avec un biais de 56 G.

### Principe

Dans le principe, nous pourrions procéder ainsi : pour placer la surface d’évaporation en  $r_1$  (position de la première transition vers un niveau intermédiaire), nous ajoutons une seconde fréquence rf à résonance entre le premier et second niveau intermédiaire *au point*  $r_1$ , puis une troisième, toujours résonnante en  $r_1$  qui permet d’atteindre le troisième niveau intermédiaire, et ainsi de suite jusqu’à un niveau non-piégeant.

La figure 2.12 illustre cette proposition pour le  $^{87}\text{Rb}$  dans  $F = 2$ , il s’agit d’une évaporation à “trois couteaux”.

Toutes ces fréquences doivent être choisies avec une précision meilleure que  $\Omega_{\text{rf}}$  pour réaliser la fusion artificielle (*i.e.* pour compenser l’effet des décalages dus au champ fort). Cette condition est difficile à réaliser tout au long de l’évaporation, en effet, la fréquence principale décroît et, comme on peut le voir à partir de l’équation (2.13), les fréquences à ajouter sont des fonctions non-triviales du champ magnétique.

### Solution pratique

En théorie, lors de l’évaporation forcée, il faudrait ajuster les trois fréquences rf simultanément en tout point de la rampe d’évaporation. En pratique, nous avons simplement rajouté des bandes latérales de fréquences fixes sur la porteuse rf. La fréquence de la porteuse varie elle comme pour une évaporation standard.

Les bandes latérales donnent un décalage en fréquence identique de chaque côté de la porteuse, ce qui permet de compenser exactement l’effet Zeeman quadratique. Malheureusement, les ordres suivants restent non-négligeables compte tenu de la puissance rf dont nous disposons. Ainsi les problèmes discutés plus haut (interruption de l’évaporation, réduction de l’efficacité...) sont

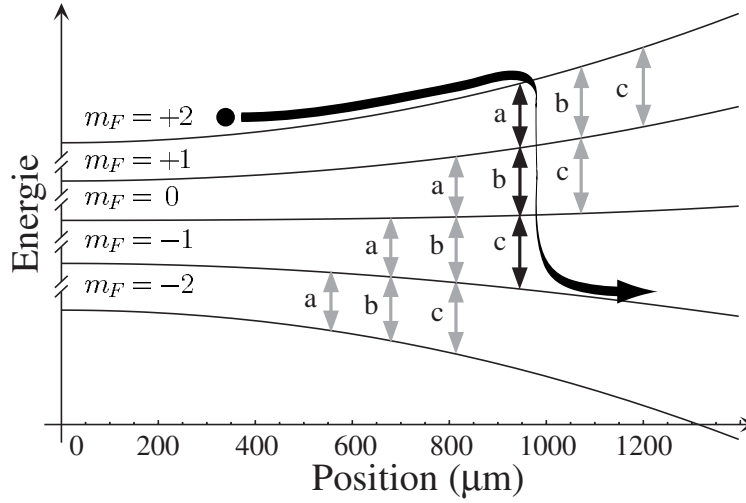


FIG. 2.12 – Positions des différentes surfaces d'évaporations générées par les trois fréquences (a,b,c) rf utilisés dans  $F = 2$ . Les trois transitions connectant  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  au niveau anti-piégeant  $|F = 2, m_F = -1\rangle$  sont représentées en noir.

toujours présents avec notre solution simplifiée, ils sont toutefois fortement atténués car le décalage résiduel est plus petit.

### 2.3.1 Condition de fonctionnement

Expérimentalement, nous mixons deux fréquences  $\omega_{\text{rf}}$  et  $\delta\omega_{\text{rf}}$ , ce qui nous donne les trois fréquences d'évaporation  $\omega_{\text{rf}} - \delta\omega_{\text{rf}}$ ,  $\omega_{\text{rf}}$  et  $\omega_{\text{rf}} + \delta\omega_{\text{rf}}$ . Le choix de la fréquence centrale  $\omega_{\text{rf}}$  n'est pas très critique, elle varie au cours de l'évaporation et elle est déterminée de la même façon que pour l'évaporation standard avec une fréquence unique. En revanche, la fréquence des bandes latérales  $\delta\omega_{\text{rf}}$  qui est fixe dans notre expérience, doit elle être choisie avec précision. En effet, une fois la fréquence centrale  $\omega_{\text{rf}}$  fixée, d'après le critère de champ fort, en principe  $\delta\omega_{\text{rf}}$  doit être déterminée à mieux que la fréquence de Rabi  $\Omega_{\text{rf}}$ .



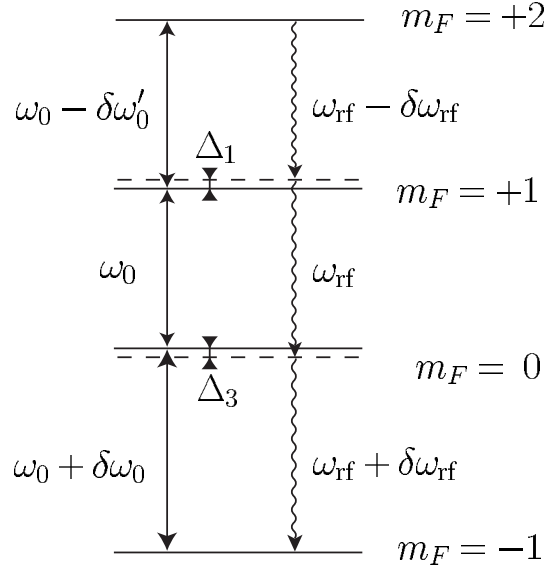


FIG. 2.13 – Schéma des décalages résiduels entre les fréquences rf utilisées et les fréquences de transition exactes.

### Calcul des désaccords résiduels

Avec les énergies  $E_{F,m_F}(\mathbf{r})$  données par la formule (2.13), nous calculons les trois fréquences de transitions résonnantes *en un même point*  $\mathbf{r}$  du piège

$$\omega_0 - \delta\omega'_0 = (E_{2,+2} - E_{2,+1})/\hbar \quad (2.18)$$

$$\omega_0 = (E_{2,+1} - E_{2,0})/\hbar \quad (2.19)$$

$$\omega_0 + \delta\omega_0 = (E_{2,0} - E_{2,-1})/\hbar, \quad (2.20)$$

en général  $\delta\omega'_0$  et  $\delta\omega_0$  ne sont pas égales.

La condition de résonance globale entre le niveau piégeant et le niveau anti-piégeant s'écrit

$$3\omega_{\text{rf}} = 3\omega_0 + \delta\omega_0 - \delta\omega'_0. \quad (2.21)$$

Pour une fréquence  $\omega_{\text{rf}}$  donnée, il existe une unique valeur du module du champ magnétique pour laquelle cette condition est vérifiée. Pour cette valeur du champ, il existe des désaccords résiduels entre les fréquences rf utilisées et les fréquences de transition entre niveaux intermédiaires (voir le schéma 2.13).

Pour la fréquence des bandes latérales, nous choisissons

$$\delta\omega_{\text{rf}} = \frac{\delta\omega_0 + \delta\omega'_0}{2}, \quad (2.22)$$

avec cette valeur, la somme des carrés de deux désaccord résiduels  $\Delta_1$  et  $\Delta_3$

est minimale

$$\Delta_1 = (\omega_0 - \delta\omega'_0) - (\omega_{\text{rf}} - \delta\omega_{\text{rf}}) \quad (2.23)$$

$$\Delta_3 = (\omega_0 + \delta\omega_0) - (\omega_{\text{rf}} + \delta\omega_{\text{rf}}). \quad (2.24)$$

Les deux désaccords sont alors égaux en valeur absolue à

$$\Delta = \Delta_1 = -\Delta_3 = \frac{\delta\omega_0 - \delta\omega'_0}{6} = \omega_{\text{hf}} \frac{\epsilon^3}{32} > 0. \quad (2.25)$$

Ces résultats obtenus à partir de l'équation (2.13) sont valables à l'ordre 3 en  $\epsilon$ .

### Condition de fonctionnement

D'après la discussion sur le critère de champ de fort (§ 2.2.6), la fusion artificielle des transitions se fera si la fréquence de Rabi  $\Omega_{\text{rf}}$  est supérieure au désaccord résiduel  $\Delta$ .

Pour  $\Delta \ll \Omega_{\text{rf}}$  une transition à trois photons a lieu avec une fréquence de Rabi effective  $\Omega_{\text{eff}}$  de l'ordre de la fréquence de Rabi  $\Omega_{\text{rf}}$  des transitions à un photon.

En revanche, pour  $\Delta \gg \Omega_{\text{rf}}$ , la fréquence de Rabi effective est de l'ordre de  $\Omega_{\text{rf}} \times (\Omega_{\text{rf}}/\Delta)^2$ , elle est donc beaucoup plus faible que pour les transitions à un photon. Dans ce cas, les transitions multi-photoniques deviennent vite inefficaces et nous revenons à une analyse de l'évaporation en terme de transitions adiabatiques et diabatiques comme dans la partie précédente.

### Chiffres

**Notre fréquence de Rabi** Dans notre dispositif expérimental, la puissance rf était limitée à une valeur plus faible que celle utilisée pour l'évaporation mono-fréquence. La raison vient de ce que le mixage des deux fréquences génère des harmoniques d'ordre supérieur que nous avons observées avec un analyseur de spectre. Bien que le montage soit optimisé pour les réduire au maximum, nous avons dû baisser la puissance pour qu'elles cessent d'induire des transitions parasites entre le centre du nuage et le couteau rf. C'est pourquoi il est impossible de tirer profit de la totalité de la puissance disponible sur nos amplificateurs. Nous avons constaté expérimentalement que l'évaporation était optimisée pour une puissance correspondant à une fréquence de Rabi d'environ 10 kHz.

**Valeur du désaccord résiduel** La table 2.1 représente la valeur des trois fréquences de résonance ainsi que du décalage résiduel  $\Delta$  pour différentes valeurs du champ magnétique  $B$  (la formule (2.25) montre qu'à l'ordre 3 en  $\epsilon$ ,  $\Delta$  varie comme  $B^3$ , les valeurs de la table sont calculées avec la formule exacte (2.13)).

$B$ (Gauss)	56	110	207
$(\omega_0 - \delta\omega'_0)/2\pi$	39 058 - 434	76 255 - 1 621	141 800 - 5 398
$\omega_0/2\pi$	39 058	76 255	141 800
$(\omega_0 + \delta\omega_0)/2\pi$	39 058 + 449	76 255 + 1 732	141 800 + 6 096
$\Delta/2\pi$	2,5	18,5	116

TAB. 2.1 – Fréquences de transition et décalage résiduel pour différentes valeurs du champ  $B$ , toutes les fréquences sont exprimées en kilo-Hertz.

Il apparaît qu'avec notre fréquence de Rabi, la condition pour obtenir une transition multi-photonique ne peut pas être vérifiée pour des champs magnétiques supérieurs à 100 G.

## Résultats

Nous avons mesuré la température minimale accessible par évaporation avec une seule fréquence et avec trois fréquences pour différentes valeurs du biais  $B_0$ , les résultats sont présentés dans la table 2.2.

$B_0$ (Gauss)	56	110	207
$T_{1\text{-freq}}$ ( $\mu\text{K}$ )	10	50	100
$T_{3\text{-freq}}$ ( $\mu\text{K}$ )	0,1	0.5	15
$n_0 \Lambda_T^3$	> 2,612	0,1	$10^{-3}$

TAB. 2.2 – Résultats expérimentaux : valeur minimale de la température obtenue avec ( $T_{3\text{-freq}}$ ) ou sans ( $T_{1\text{-freq}}$ ) les bandes latérales pour différentes valeurs du biais  $B_0$ . La dernière ligne représente le paramètre de dégénérescence obtenu avec les trois couteaux.

Les températures obtenues avec trois couteaux sont inférieures d'un ordre de grandeur à celles données par une évaporation standard à un couteau, cependant il n'a pas été possible d'atteindre la condensation de Bose-Einstein avec un biais de 110 ou 207 Gauss. En revanche, nous avons pu condenser  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  dans un piège ayant un biais de 56 Gauss, ce qui est impossible avec un seul couteau rf.

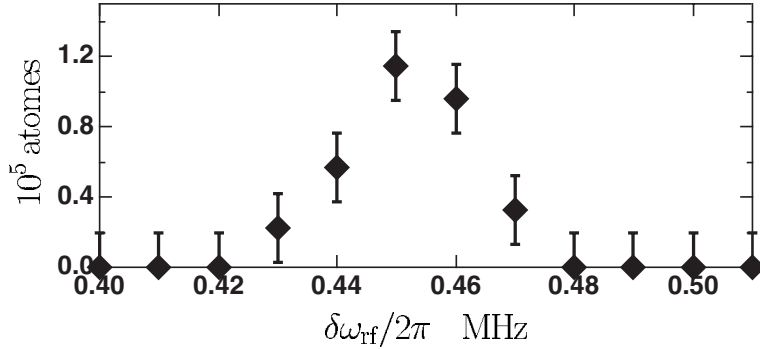


FIG. 2.14 – Nombre d’atomes condensés en fonction de la fréquence  $\delta\omega_{\text{rf}}$  des bandes latérales : nous observons un optimum pour  $\delta\omega_{\text{rf}} = 450 \times 2\pi$  kHz.

### 2.3.2 Optimum expérimental

Nous avons mesuré le nombre d’atomes condensés en fonction de la fréquence des bandes latérales  $\delta\omega_{\text{rf}}$ , tous les autres paramètres étant constants par ailleurs, en particulier, la valeur du biais était de  $B_0 = 56$  G. Ce signal est une bonne indication de l’efficacité de l’évaporation multi-fréquence. La courbe présente un maximum pour  $\delta\omega_{\text{rf}} = 450 \times 2\pi$  kHz (voir figure 2.14).

À partir de l’équation (2.22), nous déterminons la valeur du champ  $B$  pour laquelle  $\frac{1}{2}(\delta\omega_0(B) + \delta\omega'_0(B)) = 450 \times 2\pi$  kHz, nous trouvons  $B = 56,6$  Gauss. Le champ donné par ce calcul est très proche de la valeur du biais  $B_0 = 56$  G, en fait il est pratiquement égal à la valeur du champ au niveau du couteau multi-photons à la fin de la rampe d’évaporation.

Avec la valeur optimale de  $\delta\omega_{\text{rf}}$ , les désaccords résiduels  $\Delta_1$  et  $\Delta_3$  sont minimums à la fin de l’évaporation.

### 2.3.3 Discussion

Au début de l’évaporation, le champ  $B$  au niveau de la surface d’évaporation est supérieur à la centaine de Gauss et la condition  $\Delta(B) < \Omega_{\text{rf}}$  ne peut pas être satisfaite. En effet, d’une part  $\Delta$  croît rapidement avec  $B$ , et d’autre part dans notre dispositif expérimental, la fréquence des bandes latérales  $\delta\omega_{\text{rf}}$  ne peut pas varier au cours de l’évaporation : le désaccord résiduel ne prend sa valeur minimum que pour  $B = 56,6$  G.

La possibilité de condenser dans un piège ayant un biais de 56 G semble indiquer que la condition de champ faible  $\Delta < \Omega_{\text{rf}}$  peut n’être satisfaite qu’à la fin de l’évaporation. De la même façon, le succès des expériences de condensation avec une seule fréquence rf dans des pièges ayant un biais de quelques Gauss renforce cette hypothèse. Enfin la mesure de l’optimum

présenté ci-dessus tend à confirmer cette hypothèse.

À la fin de l'évaporation, la température prend sa valeur la plus basse. Pour un taux de chauffage donné, l'effet sera donc beaucoup plus important qu'au début de l'évaporation.

## Conclusion

Nous avons présenté les paramètres importants pour le refroidissement évaporatif par radio-fréquence. Pour les atomes possédant plusieurs sous-niveaux Zeeman piégeants, l'utilisation de champs importants peut entraîner une réduction de l'efficacité du refroidissement évaporatif, voir son interruption totale. Nous donnons un critère qui permet de déterminer le champ magnétique au delà duquel les problèmes commencent. Le critère obtenu ne concerne en fait que la fin de l'évaporation et c'est donc le champ au centre du piège qui importe.

Nous avons utilisé plusieurs fréquences simultanément pour réussir à condenser  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  dans un piège possédant un biais de 56 G. En principe l'évaporation multi-fréquences devrait permettre d'atteindre la condensation quelque soit la valeur du champ magnétique, mais en pratique le schéma expérimental simplifié que nous utilisons ne fait que repousser le problème.

La solution ultime pour l'évaporation en champ fort consisterait à utiliser des transitions hyperfréquence sur la structure hyperfine. Dans notre cas, avec une fréquence de 6,8 GHz, il est possible de passer directement avec un seul photon du niveau  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  au niveau  $|F = 1, m_F = +1\rangle$  qui est anti-piégeant.

Tout le problème vient du fait qu'en un point donné du piège les fréquences de transition entre les différents sous-niveaux Zeeman ne sont pas égales. Cette différence des fréquences n'a pas que des inconvénients : elle permet par exemple d'adresser un niveau spécifique à l'aide d'une onde rf. Dans le chapitre suivant, nous transférerons des atomes à la fois dans l'état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  dans le piège magnétique. Grâce à l'interruption de l'évaporation dans  $F = 2$ , nous avons un nombre d'atomes constant dans  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  ce qui nous permet de contrôler précisément la production de condensats simultanément dans les deux états d'énergies par refroidissement sympathique.

---

# Annexe : Pertes par évaporation

---

Dans cette annexe, nous cherchons à calculer les pertes par évaporation  $dN_e$  en fonction de  $\eta$  et des autres paramètres donc elle dépendent.

## Principe du calcul

Considérons la distribution d'énergie des atomes contenus dans un petit volume  $d^3\mathbf{r}$  du piège, nous pouvons définir deux "régions" (figure 2.15) : les atomes de la région  $A$  ont une énergie inférieure à  $\varepsilon_t$ , l'énergie des atomes de  $B$  est elle supérieure à  $\varepsilon_t$ .

À l'équilibre, dans un piège non-tronqué, un bilan détaillé permet d'écrire que le nombre d'atomes par unité de temps passant de  $A$  à  $B$  sous l'effet des collisions est égal au nombre passant de  $B$  à  $A$ .

Lors de l'évaporation, la distribution d'énergie est coupée avec une hauteur  $\varepsilon_t = \eta k_B T$ , nous allons supposer que le nombre d'atomes évaporés par unité de temps (c'est à dire passant de  $A$  à  $B$ ) est du même ordre de grandeur que celui donné dans la situation d'équilibre.

## Taux de passage de $B$ vers $A$

Nous nous plaçons à  $\eta$  grand devant l'unité, il y a beaucoup moins d'atomes dans  $B$  que dans  $A$  et les collisions subies par les atomes de la région  $B$  se font pratiquement toujours avec des atomes de  $A$ .

Considérons un atome de  $B$ , la probabilité pour qu'il subisse une collision avec un atome de  $A$  par unité de temps est donnée par

$$\gamma_{B \rightarrow A}(\mathbf{r}) = n_A(\mathbf{r}) \sigma_{\text{el}} \bar{v}_{AB}(\mathbf{r}), \quad (2.26)$$

où  $n_A(\mathbf{r})$  représente la densité spatiale d'atomes de  $A$  en  $\mathbf{r}$ ,  $\sigma_{\text{el}}$  la section efficace de collision élastique et  $\bar{v}_{AB}(\mathbf{r})$  la vitesse relative moyenne entre les

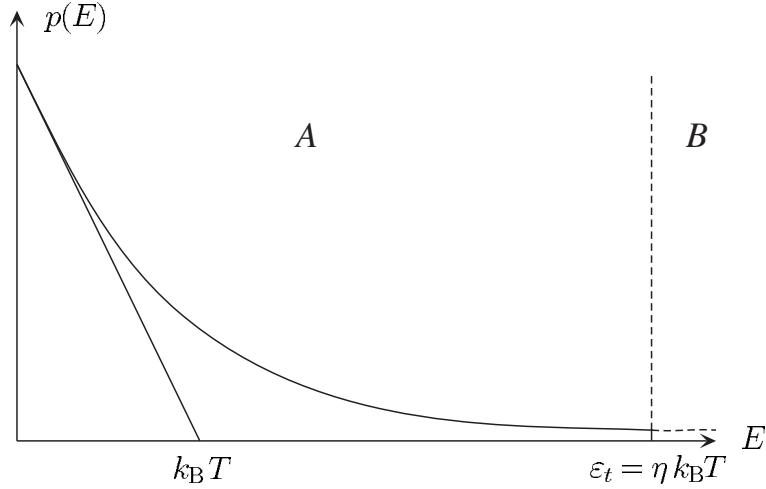


FIG. 2.15 – Distribution d'énergie des atomes piégés à la température  $T$ . Les atomes donc l'énergie est inférieure à  $\eta k_B T$  appartiennent à la région notée  $A$ , les autres sont de la région  $B$ .

deux types atomes. Les atomes de  $A$  ont une énergie de l'ordre de  $k_B T$  alors que celle des atomes de  $B$  est supérieure à  $\varepsilon_t = \eta k_B T$ , pour  $\eta$  grand nous avons donc  $\bar{v}_{AB} \simeq \sqrt{\eta} \bar{v}$  où  $\bar{v}$  est la vitesse moyenne du gaz à l'équilibre<sup>3</sup>.

Le nombre d'atomes passant de  $B$  vers  $A$  par unité de temps, dans un volume  $d^3 \mathbf{r}$  autour du point  $\mathbf{r}$ , est donné par  $\gamma_{B \rightarrow A}(\mathbf{r}) n_B(\mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}$ , où  $n_B(\mathbf{r})$  est la densité spatiale d'atomes de  $B$  en  $\mathbf{r}$ . Par définition, les atomes de la région  $B$  sont ceux dont l'énergie est supérieure à  $\varepsilon_t$ , leur vitesse est donc supérieure à  $v_t(\mathbf{r}) = \sqrt{2(\varepsilon_t - U(\mathbf{r}))}$  où  $U(\mathbf{r})$  représente le potentiel de piégeage. Nous avons donc  $n_B(\mathbf{r}) = n(\mathbf{r}) \times \zeta(\mathbf{r})$  avec

$$\zeta(\mathbf{r}) = \frac{\int_{v_t(\mathbf{r})}^{\infty} e^{-\frac{Mv^2}{2k_B T}} v^2 dv}{\int_0^{\infty} e^{-\frac{Mv^2}{2k_B T}} v^2 dv} = \frac{\int_{\eta - \frac{U(\mathbf{r})}{k_B T}}^{\infty} u^{\frac{1}{2}} e^{-u} du}{\int_0^{\infty} u^{\frac{1}{2}} e^{-u} du}, \quad (2.27)$$

pour  $\eta$  grand devant l'unité, nous obtenons

$$\zeta(\mathbf{r}) \simeq \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\eta - \frac{U(\mathbf{r})}{k_B T}} e^{-\left(\eta - \frac{U(\mathbf{r})}{k_B T}\right)} \simeq \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\eta} e^{-\eta} e^{+\frac{U(\mathbf{r})}{k_B T}}. \quad (2.28)$$

Finalement, nous obtenons  $n_B(\mathbf{r}) \simeq n_0 \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\eta} e^{-\eta}$ , et nous trouvons que le nombre d'atomes d'énergie supérieure à  $\varepsilon_t \gg k_B T$  est indépendant de la

<sup>3</sup>Il y a en fait une dépendance en position de  $\bar{v}_{AB}$  car l'énergie cinétique est plus faible sur les bords du piège, mais nous négligerons cette dépendance par rapport à celle exponentielle de la densité.

position dans le piège. L'interprétation physique est que le gain en probabilité pour avoir une vitesse supérieure à  $v_t(\mathbf{r})$  dû à l'énergie potentielle  $U(\mathbf{r})$  compense exactement la perte en densité spatiale donnée par le facteur de Boltzman (ce résultat devient faux aux extrémités du piège car dans ce cas  $U(\mathbf{r})$  n'est pas négligeable devant  $\varepsilon_t$ , mais cette région contribue peu par rapport au reste du piège).

### Taux d'évaporation

Puisque le taux de passage de  $A$  vers  $B$  est égal à celui de  $B$  vers  $A$ , le nombre d'atomes évaporés par unité de temps est donné par

$$\frac{dN_e}{dt} = - \int n_B \gamma_{B \rightarrow A}(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} = - \int n_B n_A(\mathbf{r}) \sigma_{\text{el}} \bar{v}_{AB} d^3\mathbf{r}, \quad (2.29)$$

or la densité  $n_A(\mathbf{r})$  est donnée par  $n(\mathbf{r}) \times (1 - \zeta(\mathbf{r}))$ , en dehors des bords du piège nous avons  $\zeta(\mathbf{r}) \ll 1$  et donc  $n_A(\mathbf{r}) \simeq n(\mathbf{r})$ . De plus,  $\int n(\mathbf{r}) d^3r = N$  où  $N$  est le nombre total d'atomes dans le piège et il vient donc

$$\frac{dN_e}{dt} \simeq - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \eta e^{-\eta} \times N \times \gamma_0 \quad (2.30)$$

où  $\gamma_0 = n_0 \sigma_{\text{el}} \bar{v}$  est le taux de collisions élastiques au centre du piège.

Cette expression ne dépend pas du potentiel du piégeage. Ce résultat est dû au caractère local de l'évaporation : le taux d'évaporation en un point du piège est proportionnel à la densité d'atomes piégés. L'expression obtenue est donc valable dans tous les types de pièges.





---

# Refroidissement sympathique

---

## Introduction

La première utilisation du refroidissement sympathique a été faite sur un plasma à deux composantes [84]. Depuis, de l'hélium superfluide obtenu par des méthodes cryogéniques a permis de refroidir des ions confinés dans des pièges électromagnétiques [85, 86].

Le principe du refroidissement sympathique est très simple : il consiste à mettre en contact thermique le gaz à refroidir (gaz cible) avec un autre gaz qui peut être refroidi avec des techniques conventionnelles (gaz réfrigérant). Cette méthode de refroidissement est universelle, la seule condition pour son bon fonctionnement repose sur le contact thermique entre les deux espèces.

Le refroidissement évaporatif requiert de forts taux de collisions à basse température. Ainsi, les fermions ne pouvant pas collisionner dans l'onde  $s$  à cause du principe d'exclusion de Pauli, leur évaporation ne conduit pas à un refroidissement efficace. Par ailleurs, nous avons montré dans le chapitre précédent que dans des champs magnétiques importants l'évaporation peut être interrompue bien avant d'atteindre le régime de dégénérescence quantique. Enfin, si l'espèce à refroidir est difficile à piéger en grande quantité, le refroidissement évaporatif qui ne permet de conserver qu'une très faible fraction des atomes initialement présents ne sera pas une technique de refroidissement bien adaptée. Dans la plupart de ces cas le refroidissement sympathique peut être une bonne solution. De plus il est possible dans certains cas que le refroidissement sympathique améliore l'efficacité du refroidissement évaporatif [87].

La première observation de la condensation de Bose-Einstein par refroidissement sympathique a été faite sur du rubidium 87 piégé dans deux états d'énergie différents :  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  [88]. Depuis

des fermions ont été soumis au refroidissement sympathique, le potassium 40 piégé dans différents niveaux magnétiques a ainsi pu être refroidit (le principe de Pauli n'exclue pas les collisions entre fermions dans des états différents) [89]. Un mélange de lithium 6 (fermion) refroidi par du lithium 7 (boson) sujet à l'évaporation a conduit à l'observation de la superposition d'une mer de Fermi avec un condensat de Bose-Einstein [13]. Le refroidissement sympathique a aussi été testé sur deux isotopes du rubidium le 85 avec le 87 qui sont tous les deux des bosons. Très récemment le potassium 41 (boson) qui ne possède pas les bonnes propriétés pour être évaporé a pu être condensé en utilisant du rubidium 87 [11]. Avec des pièges optiques, le refroidissement sympathique peut se faire sans la forte perte d'atomes associée au refroidissement évaporatif, de cette façon, du lithium a pu être refroidi par du césium qui possède une température limite de refroidissement par laser inférieure à celle du lithium [90], la présence de ces deux espèces dans le même piège devrait permettre de former des molécules par photo-association.

Le refroidissement sympathique conduit à des mélanges de gaz ultra-froids qui présentent un grand intérêt. Le mélange  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  liquide a déjà conduit à de nombreux développements théoriques, et l'observation de systèmes analogues en phase diluée conduira certainement à une compréhension plus approfondie des systèmes quantiques binaires à très basse température. Pour les fermions, ces expériences sont des avancées très encourageantes vers l'observation d'une transition de phase (BCS) analogue à celle qui est responsable de la supraconductivité. À très basse température, les fermions peuvent s'apparier pour donner des bosons (deux spins demi-entiers conduisent à un spin entier) appelés paires de Cooper, la transition BCS s'interprète alors comme la condensation de ces paires de Cooper.

Expérimentalement, nous avons étudié une situation analogue à celle de la référence [88] : les atomes dans le niveau  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  jouent le rôle du gaz cible, ceux dans  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  celui du gaz réfrigérant qui est refroidi par évaporation. Toutefois, à cause de notre champ magnétique élevé, dans notre situation le nombre d'atomes dans le gaz cible reste constant lors de la phase finale du refroidissement<sup>1</sup>. Ce résultat nous a permis de développer un modèle particulièrement simple qui explique les différents régimes observés expérimentalement. Mais pour commencer, nous allons nous attacher à décrire la physique du contact thermique qui est l'élément central du refroidissement sympathique.

---

<sup>1</sup>Le taux de collisions inélastiques entre les deux espèces est très faible pour les états  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  du rubidium 87 [81, 82, 83].

## 3.1 Étude de la thermalisation

La thermalisation étant l'ingrédient central pour le bon fonctionnement du refroidissement sympathique, nous allons chercher à décrire ce processus quantitativement et à déterminer les paramètres importants.

Nous allons supposer pour cela qu'à tout instant, on peut décrire les deux gaz par deux distributions de Maxwell-Boltzman à des températures différentes  $T_1$  et  $T_2$ . C'est donc un modèle classique qui ne tient pas compte des effets de statistique quantique et qui, à haute température, peut s'appliquer aussi bien pour les fermions que pour les bosons, voire les deux ensembles.

Ce modèle nous permettra d'étudier l'évolution des deux températures en fonction du temps après la mise en contact thermique des deux gaz.

### 3.1.1 Énergie échangée par unité de temps

La thermalisation est basée sur l'échange d'énergie entre les deux gaz. Comme pour le refroidissement évaporatif, ce sont les collisions élastiques qui assurent la thermalisation, nous allons donc d'abord calculer l'énergie échangée par unité de temps entre les deux gaz via les collisions élastiques inter-espèces. Les deux gaz jouent ici un rôle symétrique, nous leurs donnons de façon arbitraire les noms 1 et 2. Nous notons  $U_1$  et  $U_2$  respectivement, les potentiels dans lesquels ils sont piégés,  $m_1$  et  $m_2$  désignent leurs masses respectives que nous considérons à priori comme différentes.

#### Description des collisions

Lors d'une collision élastique, les vitesses changent, nous ajouterons un prime pour désigner les quantités après la collision. L'énergie reçue par un atome du gaz 1 lors d'une collision est donnée par sa variation d'énergie cinétique  $w = \frac{1}{2}m_1(\mathbf{v}'_1{}^2 - \mathbf{v}_1{}^2)$ . L'énergie fournie par unité de temps  $W$  par le gaz 2 au gaz 1 via les collisions élastiques s'obtient en sommant l'énergie  $w$  échangée lors d'une collision, pondéré par la probabilité d'obtenir une collision élastique entre un atome du gaz 1 et un atome du gaz 2 par unité de temps :

$$W = \int w \frac{d^4 P_2}{dt} d^6 P_1 \quad (3.1)$$

où

$$d^6 P_1 = N_1 \exp\left(-\frac{\frac{1}{2}m_1 \mathbf{v}_1^2 + U_1(\mathbf{r})}{k_B T_1}\right) \frac{d^3 \mathbf{v}_1}{(2\pi k_B T_1/m_1)^{3/2}} \frac{d^3 \mathbf{r}}{\mathcal{N}_1} \quad (3.2)$$

désigne la probabilité de trouver un atome du gaz 1 en  $\mathbf{r}$  à  $d^3\mathbf{r}$  près avec une vitesse  $\mathbf{v}_1$  à  $d^3\mathbf{v}_1$  près. Dans cette expression,  $\mathcal{N}_1 = \int \exp(-U_1(\mathbf{r})/k_B T_1) d^3\mathbf{r}$  est un facteur de normalisation homogène à un volume. Avec  $\mathcal{N}_2$  défini de façon analogue,

$$d^4P_2 = N_2 \exp\left(-\frac{\frac{1}{2}m_2\mathbf{v}_2^2 + U_2(\mathbf{r})}{k_B T_2}\right) \frac{d^3\mathbf{v}_2}{(2\pi k_B T_2/m_2)^{3/2}} \frac{d\mathcal{V}}{\mathcal{N}_2}, \quad (3.3)$$

représente la probabilité pour que cet atome du gaz 1 subisse une collision élastique pendant le temps  $dt$  avec un atome du gaz 2 ayant une vitesse  $\mathbf{v}_2$  à  $d^3\mathbf{v}_2$  près. Le volume élémentaire  $d\mathcal{V}$  vaut  $\sigma_{12} \|\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1\| dt$  où  $\sigma_{12}$  est la section efficace de collision élastique entre les deux niveaux. Le nombre total de collisions élastiques par unité de temps s'écrit

$$\gamma = \int \frac{d^4P_2}{dt} d^6P_1. \quad (3.4)$$

Dans le calcul qui suit, nous supposons que la section efficace de collision prend la forme  $\sigma_{12} = \beta_{12} \|\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1\|^\alpha$ . Comme nous le verrons dans la suite, cette forme donne la section efficace de collision dans l'onde  $s$  à basse température (section efficace constante  $\alpha = 0$ ) et à haute température (limite unitaire  $\alpha = -2$ ).

### Hypothèse sur la nature des collisions

Pour déterminer la vitesse après la collision, nous allons utiliser les lois de conservation lors d'une collision et faire une hypothèse liée au potentiel d'interaction. Pour cela, nous nous plaçons dans le référentiel du centre de masse de la collision, la vitesse relative, la vitesse du centre de masse et la masse réduite sont respectivement définies par

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1, \quad \mathbf{v}_G = \frac{m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2}{m_1 + m_2} \quad \text{et} \quad \mu = \frac{1}{1/m_1 + 1/m_2}. \quad (3.5)$$

La conservation de l'impulsion s'écrit  $\mathbf{v}'_G = \mathbf{v}_G$  et la conservation de l'énergie donne  $\mathbf{v}'_r{}^2 = \mathbf{v}_r{}^2$ . La variation d'énergie cinétique de l'atome du gaz 1 lors de la collision s'écrit alors  $w = \mu \mathbf{v}_G \cdot (\mathbf{v}_r - \mathbf{v}'_r)$ .

Faisons l'hypothèse que la direction de la vitesse relative après la collision  $\mathbf{v}'$  est aléatoire avec une probabilité uniforme des différentes possibilités. Cette hypothèse est bien vérifiée à basse température où la collision a lieu principalement dans l'onde  $s$ . Ainsi, la contribution du second terme de  $w$  va se moyennner à zéro sur toutes les collisions, nous ne conservons donc que le

premier terme. Dans le référentiel du laboratoire l'énergie échangée par unité de temps s'écrit alors

$$W = N_1 N_2 \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \times \mathcal{J} \times \mathcal{K}, \quad (3.6)$$

cette équation montre que différentes contributions interviennent de manière découplées dans l'échange d'énergie. L'énergie échangée s'écrit comme le produit du nombre d'atomes présents dans les deux gaz, d'un terme faisant intervenir les masses des deux espèces et de deux intégrales. La géométrie des pièges intervient via

$$\mathcal{K} = \frac{1}{\mathcal{N}_1 \mathcal{N}_2} \int \exp\left(-\frac{U_1(\mathbf{r})}{k_B T_1} - \frac{U_2(\mathbf{r})}{k_B T_2}\right) d^3 \mathbf{r} \quad (3.7)$$

qui est l'intégrale de recouvrement des deux nuages. En revanche, l'intégrale sur les vitesses

$$\begin{aligned} \mathcal{J} &= \int \{m_2 \mathbf{v}_2^2 - m_1 \mathbf{v}_1^2 + (m_1 - m_2) \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2\} \exp\left(-\frac{m_1 \mathbf{v}_1^2}{2k_B T_1} - \frac{m_2 \mathbf{v}_2^2}{2k_B T_2}\right) \\ &\times \beta_{12} \|\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1\|^{\alpha+1} \frac{d^3 \mathbf{v}_1}{(2\pi k_B T_1/m_1)^{3/2}} \frac{d^3 \mathbf{v}_2}{(2\pi k_B T_2/m_2)^{3/2}} \end{aligned} \quad (3.8)$$

ne dépend pas de la géométrie des pièges.

### Calcul de l'intégrale sur les vitesses

Pour calculer  $\mathcal{J}$  nous allons utiliser les variables adimensionnées

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{V} \quad \text{et} \quad \mathbf{u} = \frac{\sqrt{\frac{m_2 T_1}{m_1 T_2}} \mathbf{v}_2 - \sqrt{\frac{m_1 T_2}{m_2 T_1}} \mathbf{v}_1}{V} \quad (3.9)$$

où  $V = \sqrt{2} \sqrt{k_B (T_1/m_1 + T_2/m_2)}$ . Il vient alors

$$\begin{aligned} \mathcal{J} &= \int \{2k_B(T_2 - T_1) \mathbf{v}^2 - (m_1 + m_2)V^2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}\} \\ &\times \exp(-\mathbf{u}^2 - \mathbf{v}^2) \times \beta_{12} (V \|\mathbf{v}\|)^{\alpha+1} \frac{d^3 \mathbf{u} d^3 \mathbf{v}}{\pi^3}, \end{aligned} \quad (3.10)$$

cette intégrale est invariante sous la transformation  $\mathbf{u} \rightarrow -\mathbf{u}$ , le terme en  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$  est donc nul après intégration.

L'intégration sur  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{v}$  est alors découplée, et ne dépend plus que du module des deux vecteurs, finalement on a

$$\mathcal{J} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} k_B (T_2 - T_1) \beta_{12} V^{\alpha+1} \Gamma\left(\frac{\alpha}{2} + 3\right) \quad (3.11)$$

où  $\Gamma$  est la fonction gamma.

Un calcul similaire peut être conduit pour aboutir au nombre total de collisions élastiques inter-espèces par unité de temps, il vient

$$\gamma = N_1 N_2 \frac{2}{\sqrt{\pi}} \beta_{12} V^{\alpha+1} \Gamma\left(\frac{\alpha}{2} + 2\right) \times \mathcal{K}. \quad (3.12)$$

Quand la section efficace de collision élastique est constante ( $\alpha = 0$ ) et on a simplement

$$\gamma = N_1 N_2 \mathcal{K} \times \sigma_{12} \times \sqrt{\frac{8}{\pi} k_B \left(\frac{T_1}{m_1} + \frac{T_2}{m_2}\right)} \quad (3.13)$$

qui rappelle la forme classique du taux de collisions pour une espèce unique. Dans le cas général, nous pouvons réécrire  $W$  à l'aide de  $\gamma$  :

$$W = \left(\frac{\alpha}{4} + 1\right) \xi k_B (T_2 - T_1) \times \gamma \quad \text{avec} \quad \xi \equiv 4 \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}, \quad (3.14)$$

nous obtenons bien sûr,  $W = 0$  quand les deux gaz sont thermalisés.

### Calcul du recouvrement des deux nuages

Nous calculons maintenant l'intégrale de recouvrement  $\mathcal{K}$  qui dépend de la géométrie des pièges. La gravité est responsable d'un effet majeur lié au recouvrement, illustré par une expérience présentée à la fin de cette partie (voir § 3.1.3).

La gravité décale les deux nuages vers le bas. Si la raideur du potentiel de piégeage magnétique n'est pas la même pour les deux espèces, le décalage sera différent. L'effet de ce décalage sur le recouvrement des deux nuages est d'autant plus important que les nuages sont petits. Nous allons donc nous restreindre à la partie harmonique du potentiel pour calculer cet effet. Les potentiels totaux (magnétique + gravité) s'écrivent

$$U_1(x, y, z) = \frac{1}{2} m_1 (\omega_{1x}^2 x^2 + \omega_{1y}^2 y^2 + \omega_{1z}^2 z^2) \quad (3.15)$$

$$U_2(x, y, z) = \frac{1}{2} m_2 (\omega_{2x}^2 x^2 + \omega_{2y}^2 y^2 + \omega_{2z}^2 (z - z_0)^2), \quad (3.16)$$

où  $z_0 = g/\omega_{1z}^2 - g/\omega_{2z}^2$  désigne la distance entre les centres des deux nuages.

Tous calculs faits, nous obtenons

$$\mathcal{K} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}^3 \rho_x \rho_y \rho_z} \exp\left(-\frac{z_0^2}{2\rho_z^2}\right) \quad \text{avec} \quad \rho_z = \sqrt{\frac{k_B T_1}{m_1 \omega_{z1}^2} + \frac{k_B T_2}{m_2 \omega_{z2}^2}}, \quad (3.17)$$

et des expressions similaires pour  $\rho_x$  et  $\rho_y$ , ces quantités sont égales à la moyenne quadratique de la taille à  $1/e$  des deux nuages suivant la direction correspondante.

## Expression de l'échange d'énergie

Finalement, pour l'énergie échangée entre les deux nuages par unité de temps, nous avons

$$W = \frac{\xi}{\sqrt{2}\pi^2} \frac{N_1 N_2}{\rho_x \rho_y \rho_z} \Gamma\left(\frac{\alpha}{2} + 3\right) k_B (T_2 - T_1) \beta_{12} V^{\alpha+1} \exp\left(-\frac{z_0^2}{2\rho_z^2}\right). \quad (3.18)$$

Cette équation joue un rôle central dans l'étude de la thermalisation et donc pour le refroidissement sympathique. Dans la suite, elle va nous permettre de calculer l'évolution des températures  $T_1(t)$  et  $T_2(t)$  des deux gaz en l'absence d'évaporation. Il nous faut donc deux équations, l'une est donnée par la conservation de l'énergie, l'autre s'écrit simplement  $\partial E_1/\partial t = W$ .

### 3.1.2 Évolution temporelle des températures

Pour déterminer l'évolution de  $T_1$  et  $T_2$  en fonction du temps dans le cas simple où il n'y a pas d'évaporation (pas de pertes d'atomes ni de pertes en énergie), nous allons tout d'abord calculer le taux de thermalisation instantané, puis nous exploiterons ce résultat dans différents cas simples.

#### a) Taux de thermalisation instantané

L'énergie du gaz 1 est donnée par  $E_1 = \int \left\{ \frac{1}{2} m_1 \mathbf{v}_1^2 + U_1(\mathbf{r}) \right\} d^6 P_1$ , qui peut s'écrire  $E_1 = N_1 c_1 k_B T_1$  avec

$$c_1 = \frac{3}{2} \int \frac{U_1(\mathbf{r})}{k_B T_1} \exp\left(-\frac{U_1(\mathbf{r})}{k_B T_1}\right) \frac{d^3 \mathbf{r}}{\mathcal{N}_1}, \quad (3.19)$$

qui vaut simplement 3 pour un piège harmonique. Avec une définition semblable pour  $E_2$  et  $c_2$  l'énergie totale du système s'écrit

$$E = E_1 + E_2 = N_1 c_1 k_B T_1 + N_2 c_2 k_B T_2. \quad (3.20)$$

La conservation de l'énergie donne une équation qui conduit à la température d'équilibre. L'autre équation  $\partial E_1/\partial t = W$  est réécrite en fonction de la variable  $\Delta T = T_2 - T_1$  il vient

$$\frac{\partial(\Delta T)}{\partial t} = -\frac{c_1 N_1 + c_2 N_2}{c_1 c_2 N_1 N_2} \frac{W}{k_B}. \quad (3.21)$$

Nous obtenons directement le taux de thermalisation instantané, c'est à dire l'inverse de la constante de temps instantané  $\tau$  de la thermalisation

$$\frac{1}{\tau} \equiv \frac{-\partial(\Delta T)/\partial t}{\Delta T} = \left(\frac{\alpha}{4} + 1\right) \xi \frac{c_1 N_1 + c_2 N_2}{c_1 c_2 N_1 N_2} \times \gamma. \quad (3.22)$$

Dans cette équation générale, le rôle de la gravité intervient via le taux de collisions  $\gamma$  qui inclue l'intégrale de recouvrement des deux nuages (3.12).



## b) Cas particulier instructif

Nous allons nous placer dans le cas des petites différences de température ( $T_1 \simeq T_2 \simeq T$ ), dans ce cas le recouvrement des deux nuages ainsi que la vitesse  $V$  ne changent pas au cours du temps. Le nombre de collisions par unité de temps  $\gamma$  est alors pratiquement constant et la thermalisation est exponentielle de constante de temps égale à  $\tau$ . L'intérêt de cette étude est que le taux thermalisation peut être relié à une quantité qui ressemble au taux de collisions élastiques obtenu pour une espèce unique. Physiquement, nous obtenons donc le nombre de collisions nécessaires pour que les deux gaz se thermalisent. De plus, les différences avec le cas d'une espèce unique nous permettront de mettre en relief les spécificités du refroidissement sympathique comme le comportement pour des gaz de masses différentes.

Nous allons faire quelques hypothèses simplificatrices pour calculer la constante de temps de la thermalisation. Nous supposons deux pièges sont identiques et harmoniques, nous notons  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$  la moyenne géométrique des fréquences d'oscillation commune aux deux pièges. Dans ce cas, le déplacement dû à la gravité est le même pour les deux nuages et donc nous avons  $z_0 = 0$ . Enfin nous nous plaçons à basse température où la section efficace de diffusion est constante, alors  $\alpha = 0$  et  $\beta_{12} = 8\pi a_{12}^2 = \sigma_{12}$ . La constante de temps de la thermalisation prend alors la valeur

$$\tau_0 = \frac{6\pi^2 k_B T}{(N_1 + N_2) \sigma_{12} \mathcal{M} \bar{\omega}^3} \quad (3.23)$$

où  $\mathcal{M}$  représente une masse effective qui s'écrit

$$\mathcal{M} \equiv \xi^2 \times \frac{m_1 + m_2}{2} = \frac{8 (m_1 m_2)^2}{(m_1 + m_2)^3}. \quad (3.24)$$

**Influence de la différence des masses** La masse effective  $\mathcal{M}$  est symétrique en  $m_1$  et  $m_2$ , ce qui veut dire que lorsque les différences de température sont petites, la vitesse de thermalisation est la même que le gaz le plus peuplé soit plus lourd ou plus léger que le gaz le moins peuplé.

Lorsque les deux gaz 1 et 2 ont même masse, la masse effective  $\mathcal{M}$  est maximum et elle prend la valeur commune des deux masses, ce cas correspond à notre situation expérimentale.

Lorsque les deux masses  $m_1$  et  $m_2$  sont différentes  $\mathcal{M}$  devient vite beaucoup plus petit que la plus petite des masses et l'efficacité est fortement réduite.

*Remarque* : Dans le cas du piégeage magnétique, les pièges sont identiques si le produit  $g_F m_F$  prend la même valeur pour les deux espèces. Les

potentiels ne dépendent pas des masses des atomes, il faut donc prendre  $m_1 \bar{\omega}_1^2 = m_2 \bar{\omega}_2^2$  plutôt que  $\bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_2$  [90]. En supposant que le recouvrement reste optimal, nous obtenons la même expression pour le temps de thermalisation  $\tau_0$  mais la masse effective s'écrit alors  $\mathcal{M} = \xi \frac{m_1 + m_2}{2}$ . Lorsque les masses sont différentes, le taux de thermalisation est plus faible d'un facteur  $\xi$  que celui obtenu en prenant la moyenne des deux masses. La diminution du taux de thermalisation est donc moins dramatique que celle donnée par notre première hypothèse qui est en  $\xi^2$ .

**Vitesse comparée entre sympathique et évaporatif** Nous souhaitons comparer le temps de thermalisation inter-espèce  $\tau_0$  calculé plus haut aux temps de thermalisation intra-espèce  $\tau_1$  et  $\tau_2$ . Le temps de thermalisation d'un gaz d'une espèce unique dans un piège harmonique vaut  $\tau_i = C/\bar{\gamma}_i$  ( $i = 1$  ou  $2$ ) où

$$\bar{\gamma}_i = \frac{N_i \bar{\omega}^3 \sigma_i m_i}{2\pi^2 k_B T} \quad (3.25)$$

est le taux de collisions moyen (voir les formules (1.12) et (1.24)) et  $C \simeq 3$  est une constante déduite de simulations numériques [91, 92].

Lorsque les deux espèces ont même masse, nous obtenons  $\tau_0 > \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1} \tau_1$  et  $\tau_0 > \frac{\sigma_{12}}{\sigma_2} \tau_2$ . Ainsi, si la section efficace de collision inter-espèce n'est pas beaucoup plus faible que la section efficace de collision intra-espèce du gaz qui sert à refroidir le système par évaporation, les deux gaz seront thermalisés à tout instant lors du refroidissement sympathique. Pour le rubidium 87, les sections efficaces de collision  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_{12}$  sont sensiblement identiques [83], nous pouvons donc conclure que les deux espèces sont toujours thermalisées.

**Expression analytique du temps de thermalisation d'une espèce unique** Avec notre approche, nous pouvons montrer analytiquement que le temps de thermalisation est égal à  $3/\bar{\gamma}$ . Considérons un gaz (noté 1) contenant  $N_1$  atomes, nous rajoutons un petit nombre  $N_2$  d'atomes de la même espèce<sup>2</sup>, mais avec une énergie moyenne différente (ces particules test jouent le rôle du gaz 2). Le temps de thermalisation des  $N = N_1 + N_2$  du gaz ainsi formé est égal à  $\tau_0$  (3.23) soit exactement trois fois l'inverse du taux de collisions élastiques moyen  $\bar{\gamma}$  (3.25). Nous trouvons donc un résultat proche de celui des simulations qui annoncent que 2,7 collisions sont nécessaires pour thermaliser le gaz (la valeur habituellement donnée de 2,7 dépend un peu des paramètres de piègeage dans les simulation [91, 92]).

---

<sup>2</sup>Ce résultat peut être obtenu avec une partition quelconque des  $N$  atomes du gaz complet, on peut par exemple prendre  $N_1 = N_2 = N/2$ .

**Haute température** La même démarche peut être utilisée à haute température. La section efficace de collision élastique entre deux bosons de même espèce s'écrit

$$\sigma_{12} = \frac{8\pi a_{12}^2}{1 + a_{12}^2 k^2} \quad \text{avec} \quad k = \frac{m \|\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1\|}{2\hbar}, \quad (3.26)$$

elle dépend de la vitesse relative des atomes qui entrent en collision. À haute température, c'est à dire dans la limite unitaire  $a_{12}^2 k^2 \gg 1$ , nous obtenons  $\sigma_{12} = 8\pi/k^2$ . Avec nos notations, il vient  $\alpha = -2$  et  $\beta_{12} = 64\pi\hbar^2/m^2$ . Nous pouvons alors faire le même calcul que dans le paragraphe précédent, dans ce cas nous obtenons un temps de thermalisation égal à  $24/\bar{\gamma}$  (les simulations donnent ici un résultat deux fois plus faible). À cause de la diminution de la section efficace de collision à haute température le taux de collision  $\bar{\gamma}$  diminue, mais en plus nous trouvons qu'une vingtaine de collisions deviennent nécessaires pour thermaliser le système au lieu de 3 collisions à basse température.

### c) Cas des différences de température initiales importantes

Lorsque les températures initiales sont très différentes, la thermalisation n'est pas exponentielle. Elle peut être plus lente que pour les faibles températures, mais dans certaines conditions, la thermalisation peut aussi être plus rapide.

Nous utilisons les mêmes hypothèses que pour le calcul de  $\tau_0$  (avec en particulier  $\alpha = 0$ ) mais sans nous restreindre à de petites différences de températures. Pour ne pas alourdir les notations, ici  $T_1$  et  $T_2$  désigneront les températures *initiales*, la différence de température initiale est notée  $\Delta T_0 = T_2 - T_1$ .

Nous souhaitons déterminer l'évolution de la différence de température  $\Delta T$  en fonction du temps, pour cela il faut résoudre l'équation (3.22). Cette équation est à variables séparables, elle ne permet pas de calculer directement  $\Delta T$  en fonction du temps, mais elle permet toutefois de calculer la fonction inverse qui donne le temps  $t$  pour lequel la différence de température vaut  $\Delta T$ . Par définition de la constante de temps instantanée  $\tau$  (première égalité dans (3.22)), nous avons  $dt = -\frac{d\Delta T}{\Delta T} \times \tau$ . Avec  $\alpha = 0$ , les équations (3.22), (3.17) et (3.13) donnent  $\tau(T_1, T_2) \propto \frac{T_1}{m_1} + \frac{T_2}{m_2}$ , en remplaçant les variables  $T_1$  et  $T_2$  par leur expression en fonction de  $\Delta T$  et de la température d'équilibre  $T_{\text{eq}}$ , nous obtenons

$$dt = -\frac{d\Delta T}{\Delta T} \times \tau_0 \left( 1 + a \frac{\Delta T}{\Delta T_0} \right) \quad (3.27)$$

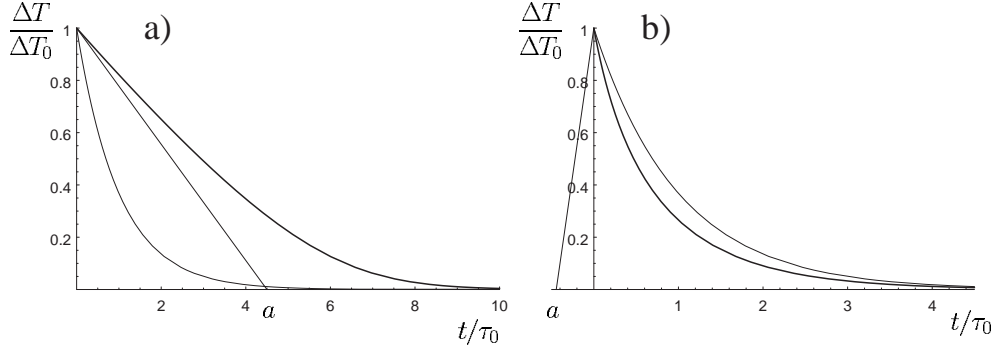


FIG. 3.1 – L'évolution de la différence de température entre les deux gaz en fonction du temps après leur mise en contact thermique est représenté par la courbe en gras. Cette courbe de thermalisation est obtenue en sommant les deux courbes en trait fin suivant la direction horizontale. Ces courbes en trait fin correspondent aux deux termes de l'équation (3.30). Nous prenons  $N_1 \gg N_2$  et des masses égales. **a)** Pour  $T_2/T_1 = 10$ , le temps de thermalisation est beaucoup plus grand que  $\tau_0$ . **b)** Pour  $T_2/T_1 = 0,1$ , le temps de thermalisation est plus petit que  $\tau_0$ .

où  $\tau_0$  est évaluée à la température d'équilibre  $T_{\text{eq}}$

$$\tau_0 = \frac{6\pi^2 k_B T_{\text{eq}}}{(N_1 + N_2) \sigma_{12} \mathcal{M} \bar{\omega}^3} \quad \text{avec} \quad T_{\text{eq}} = \frac{N_1 T_1 + N_2 T_2}{N_1 + N_2}, \quad (3.28)$$

et  $a$  est un nombre supérieur à  $-1$  donné par

$$a = \frac{\frac{T_2}{T_1} - 1}{\frac{m_2}{m_1} + 1} \times \frac{1 - \frac{N_2}{N_1} \frac{m_2}{m_1}}{1 + \frac{N_2}{N_1} \frac{T_2}{T_1}}. \quad (3.29)$$

L'équation (3.27) est à variables séparables, le temps  $t$  peut être calculé comme une intégrale de la différence de température  $\Delta T$

$$t(\Delta T) = \tau_0 \left\{ a \left( 1 - \frac{\Delta T}{\Delta T_0} \right) - \ln \left( \frac{\Delta T}{\Delta T_0} \right) \right\}. \quad (3.30)$$

Pour des grandes différences de température initiale, l'évolution  $\Delta T$  en fonction du temps n'est donc pas exponentielle. Nous allons néanmoins définir une constante de temps de thermalisation comme le temps auquel la tangente à l'origine intersecte l'axe des abscisses. L'expression (3.30) montre simplement que la constante de temps est égale à  $\tau_0 \times (1 + a)$ .

L'expression de  $a$  permet de dégager les différents régimes de thermalisation et contrairement au cas des petites différences de température, le rôle

des masses  $m_1$  et  $m_2$  n'est pas symétrique pour la thermalisation. De manière général, si le gaz le plus peuplé est le plus chaud et le plus massif, la thermalisation sera plus rapide. À la limite il est possible d'obtenir  $a = -1$ , c'est à dire une constante de temps nulle, dans ce cas, la thermalisation sera très rapide au départ, mais dès les deux gaz sont ramenés à des faibles différences de température *relative*, alors  $|a| \ll 1$  et on retrouve une thermalisation exponentielle de constante de temps  $\tau_0$ .

Pour terminer, nous allons illustrer la solution obtenue (3.30) par cas simple. Prenons des masses égales et un gaz beaucoup plus peuplé que l'autre ( $N_1 \gg N_2$  par exemple), on a alors  $a = \frac{1}{2}(T_2/T_1 - 1)$ . La figure (3.1), représente l'évolution de  $\Delta T/\Delta T_0$  en fonction de  $t/\tau_0$  dans les deux cas  $T_2/T_1 = 10$  et  $T_2/T_1 = 0,1$ . On voit que quand le gaz le plus peuplé est plus chaud, la thermalisation est plus rapide ( $a < 0$ ), alors que si c'est le moins peuplé qui est le plus chaud, elle est fortement ralentie ( $a \gg 1$ ).

### 3.1.3 Expérience sur le contact thermique

Nous avons réalisé une expérience qui illustre le rôle du recouvrement des deux nuages dans le nuage thermique. Dans notre expérience, les deux gaz sont formés d'atomes de rubidium 87, mais dans des états internes différents. Les atomes piégés dans  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  jouent le rôle du gaz réfrigérant (noté 1) : ils sont sujet au refroidissement évaporatif. Les atomes piégés dans  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  constituent le gaz cible (noté 2). Le produit  $g_F m_F$  est double pour le gaz 2 par rapport au gaz, ce qui donne  $\omega_2 = \sqrt{2}\omega_1$ . Le décalage des centres des deux nuages du à la gravité vaut donc  $z_0 = g/\omega_{1z}^2 - g/\omega_{2z}^2 = g/2\omega_{1z}^2$ .

Nous avons réalisé l'expérience d'évaporation de  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  en présence de  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  pour différentes valeurs du biais  $B_0$ . D'après l'équation (1.11), nous avons  $\omega_{1z}^2 \simeq \frac{|\mu_B| B^2}{2M B_0}$  donc la distance entre les deux nuages  $z_0$  dépend de  $B_0$ .

Nous mesurons la température des deux gaz au cours de l'évaporation du gaz cible. À haute température, nous observons que les deux gaz restent thermalisés. Avec un biais de 207 Gauss ( $z_0 = 26 \mu\text{m}$ ), lorsque la température atteint 400 nK, les atomes dans  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  continuent à être refroidis par l'évaporation mais la température des atomes dans  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  reste constante ou augmente légèrement (voir la figure 3.2) : le refroidissement sympathique cesse.

En revanche avec un biais de 56 Gauss ( $z_0 = 7 \mu\text{m}$ ), les deux gaz restent thermalisés jusqu'à la condensation de Bose-Einstein (voir la figure 3.3).

Pour confronter ces observations à notre modèle, nous allons calculer un ordre de grandeur de la plus petite température accessible pour une valeur

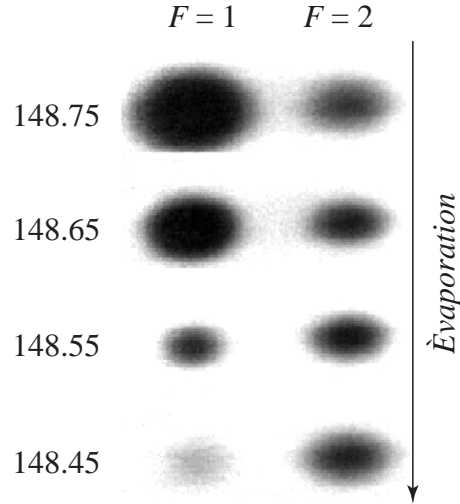


FIG. 3.2 –  $B_0 = 207\text{ G}$  : images des deux nuages pour différentes fréquences finales de la rampe d'évaporation de  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  (en MHz). La température (déterminée par la taille) du nuage d'atomes dans  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  diminue jusqu'à la fin de l'évaporation. En revanche, la température du nuage d'atomes piégés dans  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  cesse de décroître à partir de la troisième image.



FIG. 3.3 –  $B_0 = 56\text{ G}$  : images de deux condensats dans les états  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  obtenus par refroidissement sympathique. Un gradient appliqué brièvement durant la coupure du piège permet de séparer par effet Stern et Gerlach les deux condensats.

donnée du biais. Pour  $\rho_z \gg z_0$ , la thermalisation est rapide, nous pouvons donc prendre  $T_1 = T_2 = T$  ce qui donne  $\rho_z = \sqrt{3k_B T / 2M\omega_{z1}^2}$ . Nous allons définir la température limite comme la température pour laquelle  $\rho_z = z_0$ , il vient

$$T_{\text{lim}} = \frac{Mg^2}{12k_B\omega_{1z}^2} \simeq \frac{B_0}{B'^2} \frac{(Mg)^2}{6k_B\mu_B} \quad (3.31)$$

Avec notre gradient quadrupôle  $B' = 960$  G/cm et un biais  $B_0 = 207$  G, nous obtenons  $T_{\text{lim}} = 600$  nK, ce qui ne nous permet pas d'atteindre la condensation du gaz cible. Pour  $B_0 = 56$  G il vient  $T_{\text{lim}} = 160$  nK qui est inférieure à la température de transition du gaz cible qui peut alors condenser.

En conclusion, cette expérience illustre le rôle du recouvrement des deux nuages pour le contact thermique qui est l'ingrédient central du refroidissement sympathique. Une fois de plus, pour condenser  $|F = 2, m_F = +2\rangle$ , nous sommes contraints d'utiliser un champ suffisamment faible. Au delà de cette particularité liée à notre dispositif expérimental, nous montrons que le refroidissement sympathique permet de condenser un gaz pour lequel le refroidissement évaporatif ne fonctionne pas.

## 3.2 Étude des conditions de condensation par refroidissement sympathique

Nous allons maintenant étudier le résultat du refroidissement sympathique en fonction des conditions initiales. Pour cela nous nous plaçons dans la situation où le contact thermique permet aux deux gaz de rester thermalisés pendant toute l'évaporation du gaz cible, en pratique le biais est donc pris égal à 56 G.

Nous montrerons d'abord qu'en modifiant le nombre d'atomes dans le gaz cible, il est possible d'atteindre divers régimes identifiés expérimentalement. Puis nous présenterons un modèle thermodynamique simple qui permet d'expliquer théoriquement les observations.

### 3.2.1 Expériences

Le nombre total d'atomes transférés dans le piège magnétique est pratiquement constant. La phase de pompage optique (voir § 1.1.4) qui a lieu pendant le transfert permet de contrôler la proportion relative d'atomes piégés dans les deux états  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = +2\rangle$ .

## Premières observations

Dans notre expérience, nous avons observé que le refroidissement sympathique ne permet de refroidir significativement les deux gaz que si la proportion d'atomes transférée dans le gaz cible  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  est très faible devant celle transférée dans le gaz réfrigérant  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ .

Dans ces conditions, il n'est possible de mesurer le nombre  $N_2$  d'atomes dans le gaz cible que dans la dernière phase du refroidissement. Pour des conditions de préparation identiques, la valeur de  $N_2$  est indépendante de la température. Le nombre d'atomes dans le gaz cible ne varie donc pas pendant la dernière phase de l'évaporation.

## Interprétation

L'épaisseur optique d'un gaz piégé dans un potentiel harmonique est proportionnelle au rapport  $N/T$  du nombre  $N$  d'atomes contenus dans ce gaz par sa température  $T$  (voir § 1.3.3). Le nombre  $N_2$  d'atomes dans le gaz cible étant très faible, la température doit être assez petite pour que le nuage soit visible sur nos images. En pratique, la température doit être inférieure à une dizaine de micro-Kelvins.

À cette température, les atomes du gaz cible ne peuvent pas subir de transitions radio-fréquence vers un état non-piégeant à cause des problèmes de champ fort décrits dans le chapitre précédent. Ce qui explique que lorsque le nombre d'atomes du gaz cible peut être mesuré, nous observons qu'il est constant malgré la présence de la radio-fréquence qui sert à évaporer le gaz réfrigérant.

Au début du refroidissement, il est possible que des atomes du gaz cible soient évaporés par la rf car les effets du champ fort sont moins importants. Néanmoins, la probabilité d'évaporer un atome du gaz cible est plus faible que celle d'évaporer un atome du gaz réfrigérant. En effet, la courbure du piège est plus importante pour le gaz cible, donc l'énergie nécessaire à ces atomes pour atteindre la surface d'évaporation est plus grande que pour les atomes du gaz réfrigérant (la troncature relative  $\eta_2$  du potentiel du gaz cible est double de celle du gaz réfrigérant  $\eta_1$ ).

## Les différents scénarios d'apparition des condensats

Dans les expériences suivantes, lors du transfert, le gaz réfrigérant ( $F = 1$ ) contient toujours  $N_1 = 10^8$  atomes à une température de  $300 \mu\text{K}$ . Nous réalisons plusieurs tentatives de condensation avec différents nombres  $N_2$  d'atomes dans le gaz cible ( $F = 2$ ) compris entre  $10^3$  et  $10^6$ . Le résultat observé dépend du nombre d'atomes  $N_2$  de la manière suivante :



- Lorsque  $N_2 < 3 \times 10^4$ , nous observons d’abord la formation d’un condensat de typiquement  $10^6$  atomes du gaz réfrigérant, puis si on continue l’évaporation, un condensat d’atomes du gaz cible apparaît à une température plus petite.
- Pour  $N_2 = 3 \times 10^4$ , les deux gaz condensent en même temps à une température de 200 nK.
- Avec  $3 \times 10^4 < N_2 < 8 \times 10^4$ , un condensat apparaît d’abord dans  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  (pour  $T > 200$  nK), puis dans  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  (pour  $T < 200$  nK).
- Si  $8 \times 10^4 < N_2 < 2 \times 10^5$ , un condensat se forme dans  $|F = 2, m_F = +2\rangle$ , mais en continuant l’évaporation, on ne voit pas de condensation dans  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ .
- Enfin, pour  $N_2 > 2 \times 10^5$  aucun condensat ne se forme au cours du refroidissement sympathique.

Pour expliquer ces résultats expérimentaux, nous allons développer un modèle qui exploite le fait que les deux nuages sont toujours thermalisés et que le nombre d’atomes dans le gaz cible est constant.

### 3.2.2 Modèle thermodynamique du refroidissement sympathique

Nous allons reprendre la méthode utilisée pour l’étude du refroidissement évaporatif pour expliquer les observations reportées dans le paragraphe précédent. Le modèle que nous allons développer suppose que les deux gaz sont thermalisés à tout instant ( $T_1 = T_2 = T$ ) comme c’était le cas pour nos expériences réalisées avec un biais de 56 Gauss. Nous supposons de plus que toutes les pertes autres que par évaporation sont négligeables.

### 3.2.3 Équation de base du refroidissement sympathique avec évaporation

L’énergie de  $N_1$  atomes du gaz réfrigérant et  $N_2$  atomes du gaz cible est (voir § 3.1.2)

$$E = \{c_1 N_1 + c_2 N_2\} k_B T. \quad (3.32)$$

Notons  $dN_1$ ,  $dN_2$  et  $dT$  les variations –négatives– des nombres d’atomes et de la température du système pendant une durée faible devant le temps caractéristique de l’évaporation mais grande devant celui de la thermalisation. La conservation de l’énergie donne

$$\begin{aligned} E &= \{c_1(N_1 + dN_1) + c_2(N_2 + dN_2)\} k_B (T + dT) \\ &- \{(\eta_1 + \kappa_1) dN_1 + (\eta_2 + \kappa_2) dN_2\} k_B T \end{aligned} \quad (3.33)$$

où  $(\eta_F + \kappa_F) k_B T$  est l'énergie moyenne emportée par les atomes évaporés (dans  $F = 1$  et  $F = 2$ ). La combinaison des équations (3.32) et (3.33) donne en ne gardant que les infiniments petits du premier ordre

$$\frac{dT}{T} = \frac{(\eta_1 + \kappa_1 - c_1) dN_1 + (\eta_2 + \kappa_2 - c_2) dN_2}{c_1 N_1 + c_2 N_2}. \quad (3.34)$$

Comme pour l'évaporation d'une espèce unique, nous définissons  $\alpha = \frac{\eta_1 + \kappa_1}{c_1} - 1$ . Dans ce modèle simple sans pertes ni chauffage, ce paramètre mesure directement l'efficacité de l'évaporation (voir § 2.1.4). Nous nous plaçons dans le cas de l'évaporation forcée à  $\eta_1$  constant.

### Nombre d'atomes constant dans le gaz cible

Pour intégrer l'équation (3.34), nous allons considérer que le nombre  $N_2$  d'atomes dans le gaz cible est constant, ce qui nous donne l'équation supplémentaire  $dN_2 = 0$ , il vient

$$T = T^{\text{ini}} \left( \frac{c_1 N_1 + c_2 N_2}{c_1 N_1^{\text{ini}} + c_2 N_2} \right)^\alpha. \quad (3.35)$$

La température diminue lorsque  $N_1$  décroît comme pour le refroidissement évaporatif à une espèce, mais la présence des atomes du gaz cible empêche la température de descendre en dessous d'une certaine limite. La température limite est atteinte lorsque tout le gaz réfrigérant a été évaporé, c'est à dire pour  $N_1 = 0$ , l'équation (3.35) donne alors

$$T^{\text{min}} = T^{\text{ini}} \left( \frac{c_2 N_2}{c_1 N_1^{\text{ini}}} \right)^\alpha, \quad (3.36)$$

nous avons négligé  $c_2 N_2$  devant  $c_1 N_1^{\text{ini}}$  dans cette expression.

**Remarque** Nous voulons que la température minimale soit inférieure de plusieurs ordres de grandeur à la température initiale. Or comme nous l'avons vu dans le chapitre sur l'évaporation à une seule espèce, ce refroidissement se paie par une perte d'atomes. En pratique, à la fin de l'évaporation il reste au maximum 1% du nombre d'atomes initial. Avec deux espèces nous obtenons une condition similaire qui est justement  $c_2 N_2 \ll c_1 N_1^{\text{ini}}$ . Si cette condition n'est pas vérifiée, il est sans espoir d'atteindre la condensation de Bose par refroidissement sympathique.

L'équation (3.35) peut se réécrire à l'aide de  $T^{\text{min}}$  comme

$$T = T^{\text{min}} \left( 1 + \frac{c_1 N_1}{c_2 N_2} \right)^\alpha. \quad (3.37)$$

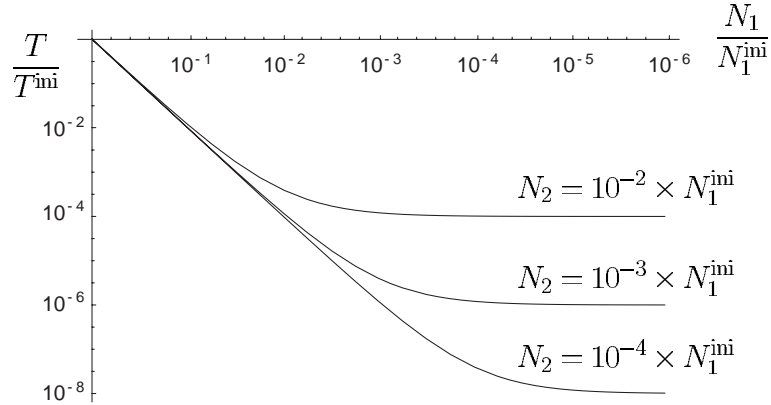


FIG. 3.4 – Évolution de la température lors de l'évaporation, pour différentes valeurs du nombre d'atomes  $N_2$  dans le gaz cible (pour  $\alpha = 2$ ).

La figure 3.4 représente l'évolution de la température commune des deux gaz au cours de l'évaporation du gaz réfrigérant avec  $\alpha = 2$ , en fonction du nombre d'atomes dans le gaz cible. Nous voyons clairement l'effet de  $N_2$  sur la température minimale accessible.

### Validité du résultat si $N_2$ varie au début de l'évaporation

Nous observé expérimentalement que le nombre d'atomes dans le gaz cible est constant lors de la phase finale du refroidissement, en revanche rien ne nous permet de dire qu'il est véritablement constant au début de l'évaporation.

Nous allons montrer que l'équation établie au paragraphe précédent reste valable dans ces conditions.

**Première étape** Nous allons utiliser le fait que même si les atomes du gaz cible sont sujets à l'évaporation, durant toute cette phase nous avons  $N_2 \ll N_1$ . En pratique, cette condition permet de négliger la variation d'énergie  $(\eta_2 + \kappa_2 - c_2) dN_2$  due aux atomes du gaz cible devant la variation d'énergie  $(\eta_1 + \kappa_1 - c_1) dN_1$  due à l'évaporation du gaz réfrigérant. L'équation (3.34) devient simplement  $dT/T = \alpha dN_1/N_1$  comme pour l'évaporation d'une espèce unique. Cette équation est intégrée jusqu'à une température intermédiaire  $T^{\text{int}}$ , il vient  $T^{\text{int}}/T^{\text{ini}} = (N_1^{\text{int}}/N_1^{\text{ini}})^\alpha$ .

**Deuxième étape** En dessous de la température intermédiaire  $T^{\text{int}}$ , le nombre d'atomes  $N_2$  du gaz cible reste constant. Alors même si  $N_1$  devient de l'ordre de  $N_2$ , l'équation (3.34) peut être intégrée pour donner une solution similaire

à (3.35)

$$T = T^{\text{int}} \left( \frac{c_1 N_1 + c_2 N_2}{c_1 N_1^{\text{int}}} \right)^\alpha. \quad (3.38)$$

où nous avons négligé  $c_2 N_2$  devant  $c_1 N_1^{\text{int}}$ .

**Résultat** Nous pouvons injecter la valeur trouvée pour  $T^{\text{int}}$  lors de la première étape dans l'équation (3.38) de la seconde étape, ce qui redonne exactement la solution (3.35). Cette solution est donc bien valable même si  $N_2$  varie au début de l'évaporation alors qu'il est toujours bien inférieur à  $N_1$ .

### 3.2.4 Évolution des densités dans l'espace des phases

Nous allons maintenant nous intéresser au paramètre de dégénérescence de chacun des deux gaz pour voir à quelles conditions il peuvent condenser. Le nombre  $N_1$  d'atomes restant dans le gaz réfrigérant sera utilisé pour caractériser l'état d'avancement de l'évaporation. L'équation (3.35) nous permet de remplacer la température  $T$  par une fonction de  $N_1$  qui reste alors le seul paramètre variable.

Dans toute la suite nous considérerons que les pièges sont harmoniques (nous prenons  $c_1 = c_2 = 3$ ). Le paramètre de dégénérescence du gaz  $F$  (avec  $F = 1$  pour le gaz réfrigérant,  $F = 2$  pour le gaz cible) s'écrit alors (voir l'équation 1.25)

$$\mathcal{D}_F = A(T) \times N_F \left( \frac{\hbar\omega_F}{k_B T} \right)^3, \quad (3.39)$$

où  $\omega_F$  représente la moyenne géométrique des fréquences et  $A(T)$  est une fonction qui vaut 1 à haute température et qui croît pendant le refroidissement pour atteindre la valeur 2,17 au seuil de condensation (voir § 1.3.3). Dans toute la suite, nous utiliserons  $A = 2,17$  car nous nous intéresserons au paramètre de dégénérescence près de la condensation.

#### Densité dans l'espace des phases du gaz cible

Puisque le nombre d'atome du gaz cible  $N_2$  est constant et que la température diminue, le paramètre de dégénérescence du gaz cible  $\mathcal{D}_2$  ne fait que croître lors de l'évaporation. Il atteint sa valeur maximale  $\mathcal{D}_2^{\text{max}}$  quand la température est minimale, c'est à dire quand tout le gaz réfrigérant est évaporé. Nous avons

$$\mathcal{D}_2^{\text{max}} = 2,17 \times N_2 \left( \frac{\hbar\omega_2}{k_B T^{\text{min}}} \right)^3. \quad (3.40)$$

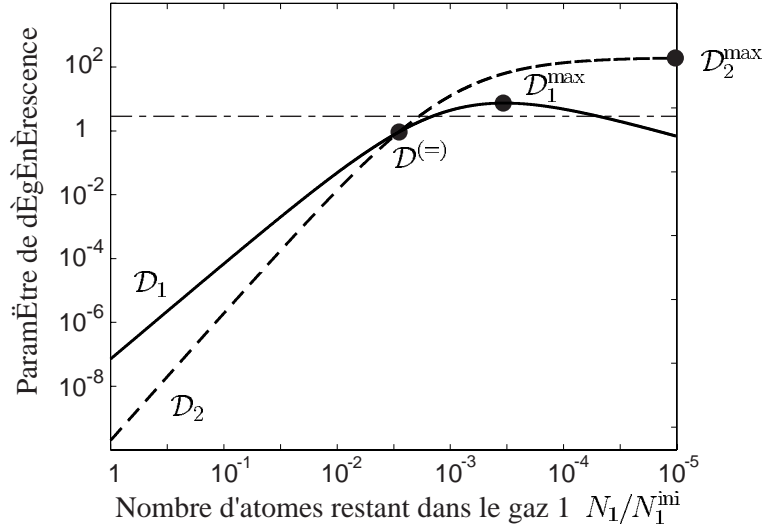


FIG. 3.5 – Évolution des deux paramètres de dégénérescence au cours du refroidissement en fonction du nombre  $N_1$  d'atomes restant dans le gaz réfrigérant en échelle log-log (le sens de l'axe des abscisse est inversé pour matérialiser l'évolution de l'évaporation dans laquelle  $N_1$  décroît). Le trait horizontal représente la valeur seuil 2,612.

La condition pour que le gaz cible puisse condenser est  $\mathcal{D}_2^{\max} > 2,612$ . Il est donc possible de prévoir la possibilité ou non de condenser le gaz cible en fonction des conditions initiales  $N_1^{\text{ini}}$ ,  $T^{\text{ini}}$  et  $N_2$ , des fréquences d'oscillation  $\omega_{1,2}$  et du paramètre d'évaporation  $\alpha$ , en effet à l'aide de (3.36) nous avons

$$\mathcal{D}_2^{\max} = \frac{2,17}{N_2^{3\alpha-1}} (N_1^{\text{ini}})^{3\alpha} \left( \frac{\hbar\omega_2}{k_B T^{\text{ini}}} \right)^3. \quad (3.41)$$

En pratique  $3\alpha > 1$ , donc  $\mathcal{D}_2^{\max}$  est une fonction décroissante de  $N_2$ . Généralement il est souhaitable d'avoir un maximum d'atomes pour atteindre la condensation, mais comme ici la température minimum augmente avec le nombre d'atomes, moins il y a d'atomes dans le gaz cible, plus ce dernier a de chances de condenser.

Nous allons maintenant nous intéresser à l'évolution du paramètre de dégénérescence du gaz réfrigérant  $\mathcal{D}_1$  représenté sur

La figure 3.5 représente l'évolution du paramètre de dégénérescence du gaz cible au cours de l'évaporation, ainsi que celui du gaz réfrigérant que nous allons maintenant étudier. Ce type de diagramme nous permettra par exemple de déterminer l'ordre d'apparition des condensats.

## Densité dans l'espace des phases du gaz réfrigérant

Les équations (3.39) et (3.35) nous donnent le paramètre de dégénérescence du gaz réfrigérant en fonction de  $N_1$

$$\mathcal{D}_1(N_1) = N_1 \left( \frac{N_1}{N_2} + 1 \right)^{-3\alpha} \times 2,17 \left( \frac{\hbar\omega_1}{k_B T^{\min}} \right)^3. \quad (3.42)$$

Dans la première phase du refroidissement évaporatif, l'effet du gaz cible est négligeable, et comme pour le refroidissement évaporatif d'une espèce unique, le paramètre de dégénérescence croît. En revanche à la fin de l'évaporation, la présence du gaz cible limite la température à  $T^{\min}$  et puisque  $N_1$  continue à décroître,  $\mathcal{D}_1$  va finir par décroître aussi. Pour déterminer la valeur maximum  $\mathcal{D}_1^{\max}$  accessible pour le paramètre de dégénérescence du gaz réfrigérant nous prenons la dérivée de (3.42)

$$\frac{\partial \mathcal{D}_1}{\partial N_1} = \left( \frac{N_1}{N_2} (1 - 3\alpha) + 1 \right) \left( \frac{N_1}{N_2} + 1 \right)^{-3\alpha-1} \times 2,17 \left( \frac{\hbar\omega_1}{k_B T^{\min}} \right)^3, \quad (3.43)$$

cette dérivée est nulle pour  $N_2/N_1 = 3\alpha - 1$ . La plus grande valeur accessible pour le paramètre de dégénérescence du gaz réfrigérant est donc

$$\mathcal{D}_1^{\max} = \mathcal{D}_1 \Big|_{N_1 = \frac{N_2}{3\alpha-1}} = 2,17 N_2 \frac{(3\alpha - 1)^{3\alpha-1}}{(3\alpha)^{3\alpha}} \left( \frac{\hbar\omega_1}{k_B T^{\min}} \right)^3. \quad (3.44)$$

Cette expression peut s'écrire simplement en fonction de  $\mathcal{D}_2^{\max}$ , de  $\alpha$  et des fréquences de piégeage

$$\mathcal{D}_1^{\max} = \mathcal{D}_2^{\max} \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^3 \frac{(3\alpha - 1)^{3\alpha-1}}{(3\alpha)^{3\alpha}}. \quad (3.45)$$

En conclusion, comme pour le gaz cible, le gaz réfrigérant ne pourra condenser que si la condition  $\mathcal{D}_1^{\max} > 2,612$  est satisfaite. Cette condition porte sur  $N_2$ ,  $N_1^{\text{ini}}$  et  $T^{\text{ini}}$  uniquement via  $\mathcal{D}_2^{\max}$ . Nous avons maintenant les conditions qui permettent aux deux gaz de condenser, pour expliquer nos résultats expérimentaux, il faut encore pouvoir déterminer quel gaz condensera le premier.

## Ordre d'apparition des condensats

Dans le cas où les deux conditions  $\mathcal{D}_1^{\max} > 2,612$  et  $\mathcal{D}_2^{\max} > 2,612$  sont satisfaites, nous allons chercher à déterminer quelle espèce va voir son paramètre de dégénérescence atteindre la valeur fatidique de 2,612 la première.

Le paramètre de dégénérescence du gaz cible croît toujours plus vite que celui du gaz réfrigérant, or au début de l'évaporation  $\mathcal{D}_2 < \mathcal{D}_1$ , donc les deux courbes  $\mathcal{D}_1(N_1)$  et  $\mathcal{D}_2(N_1)$  vont se croiser une fois et une seule. Si la valeur commune  $\mathcal{D}^{(=)}$  des paramètres de dégénérescence est inférieure à 2,612, alors  $\mathcal{D}_2$  dépasse  $\mathcal{D}_1$  avant la condensation et le gaz cible condensera le premier. Dans le cas contraire où  $\mathcal{D}^{(=)} > 2,612$ , lorsque le gaz réfrigérant atteindra la condensation, on aura encore  $\mathcal{D}_2 < \mathcal{D}_1$ , ce qui signifie que le gaz réfrigérant condensera en premier.

Comme la température est la même pour les deux espèces, la formule (3.39) montre que les deux paramètres de dégénérescence sont égaux pour  $N_1 \omega_1^3 = N_2 \omega_2^3$ , d'où

$$\mathcal{D}^{(=)} = \mathcal{D}_2 \Big|_{N_1 = N_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^3} = 2,17 N_2 \left(\frac{\hbar \omega_1}{k_B T^{\min}}\right)^3 \left[ \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^3 + 1 \right]^{-3\alpha}. \quad (3.46)$$

Là aussi, il est possible de réexprimer cette grandeur à l'aide de  $\mathcal{D}_2^{\max}$  :

$$\mathcal{D}^{(=)} = \mathcal{D}_2^{\max} \left[ \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^3 + 1 \right]^{-3\alpha}. \quad (3.47)$$

## Conclusion

Résumons les différents régimes possibles

- $\mathcal{D}^{(=)} > 2,612$  : les deux gaz peuvent être condensés et le gaz réfrigérant condensera le premier
- $\mathcal{D}_1^{\max} > 2,612 > \mathcal{D}^{(=)}$  : les deux gaz peuvent condenser et le gaz cible condensera le premier
- $\mathcal{D}_2^{\max} > 2,612 > \mathcal{D}_1^{\max}$  : seul le gaz cible peut condenser
- $\mathcal{D}_2^{\max} < 2,612$  : aucun des gaz ne peut condenser.

Nous avons obtenu des conditions mathématiques qui permettent de prévoir le résultat du refroidissement sympathique, il reste à les exprimer simplement en fonction des paramètres expérimentaux.

### 3.2.5 Diagramme de prédiction

Dans les expériences réalisées au laboratoire, nous utilisons toujours les mêmes conditions initiales pour le refroidissement évaporatif :  $T^{\text{ini}} = 300 \mu\text{K}$  et  $N_1^{\text{ini}} = 10^8$ . Le nombre d'atomes dans le gaz cible  $N_2$  est quand à lui choisi entre  $10^3$  et  $10^6$ .

Pour comprendre nos résultats expérimentaux à partir du modèle, il est intéressant de réexprimer les trois conditions sur les paramètres de dégéné-

rescence comme des conditions sur le nombre d'atomes  $N_2$  dans le gaz cible pour  $N_1^{\text{ini}}$  et  $T^{\text{ini}}$  donnés.

### Définition et calcul des trois nombres critiques

Nous avons observé qu'au delà d'un certain nombre d'atomes dans le gaz cible, il devient impossible d'atteindre la condensation. Nous définissons  $N_2^c$  comme le nombre d'atomes maximal dans le gaz cible pour lequel *le gaz cible* va pouvoir condenser. D'après l'équation (3.41) il vient

$$N_2^c = \left[ \frac{2,17}{2,612} (N_1^{\text{ini}})^{3\alpha} \left( \frac{\hbar\omega_2}{k_B T^{\text{ini}}} \right)^3 \right]^{\frac{1}{3\alpha-1}}. \quad (3.48)$$

Notons  $N_2^b$  le nombre maximal d'atomes dans le gaz cible pour lequel *le gaz réfrigérant* va pouvoir condenser, et  $N_2^a$  le nombre d'atomes du gaz cible en dessous duquel le gaz cible condense le premier, nous avons

$$N_2^b = N_2^c \times \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^{\frac{3}{3\alpha-1}} (3\alpha)^{\frac{-3\alpha}{3\alpha-1}} (3\alpha - 1) \quad (3.49)$$

$$N_2^a = N_2^c \times \left[ \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^3 + 1 \right]^{\frac{-3\alpha}{3\alpha-1}}. \quad (3.50)$$

Dans ces deux expressions, toute la dépendance en  $N_2$ ,  $N_1^{\text{ini}}$  et  $T^{\text{ini}}$  n'intervient que via  $N_2^c$ .

### Expression des trois conditions sur les rapports des nombres critiques

Les rapports de ces nombres critiques sont indépendants de  $N_1^{\text{ini}}$  et  $T^{\text{ini}}$ , ce qui les rend extrêmement intéressants. En effet, pour un dispositif expérimental donné (deux espèces piégées)  $\omega_1/\omega_2$  est fixé et le résultat de l'évaporation ne dépend que de  $N_2/N_2^c$  et de  $\alpha$ .

Le diagramme de fonctionnement du refroidissement sympathique en fonction du rapport  $N_2/N_2^c$  (en abscisse) et de  $\eta$  (en ordonnée) pour  $\omega_2/\omega_1 = \sqrt{2}$  est représenté sur la figure 3.6. Sur ce diagramme, nous distinguons quatre régions reprises dans la table suivante

	$N_2 < N_2^a$		condensation des deux gaz, le réfrigérant en premier
$N_2^a < N_2 < N_2^b$			condensation des deux gaz, le gaz cible en premier
$N_2^b < N_2 < N_2^c$			: condensation du gaz cible seulement
$N_2^c < N_2$			: pas de condensation possible



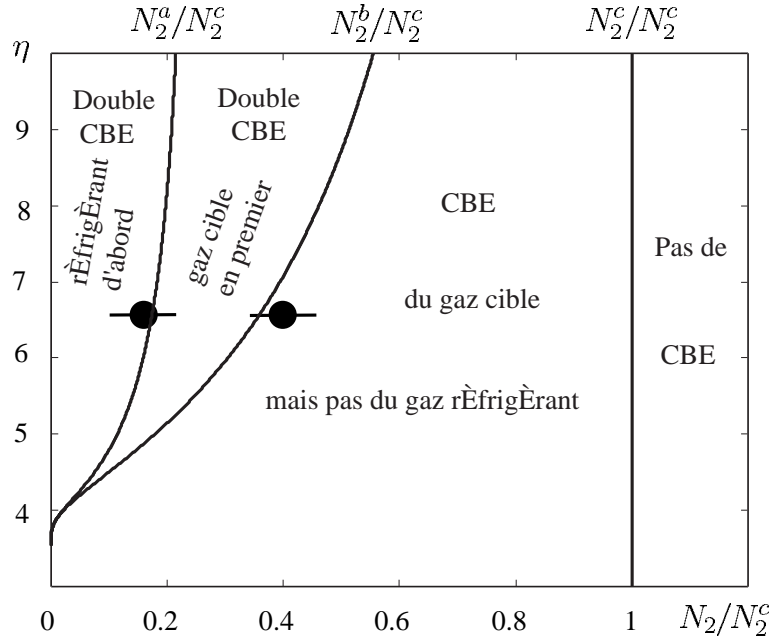


FIG. 3.6 – Résultat du refroidissement sympathique en fonction de  $\eta$  et de du rapport  $N_2/N_2^c$  pour  $\omega_2/\omega_1 = \sqrt{2}$ . Les points noirs représentent les nombres critiques mesurés expérimentalement pour  $\eta \simeq 6,5$ .

### Comparaison avec l'expérience

Avec notre expérience<sup>3</sup> nous avons  $\eta \simeq 6,5$ . Nous avons mesuré  $N_2^c = 2 \times 10^5$ ,  $N_2^b = 8 \times 10^4$  et  $N_2^a = 3 \times 10^4$  ce qui nous donne  $N_2^b/N_2^c = 0,4$  et  $N_2^a/N_2^c = 0,15$ . Ces valeurs sont représentées sur la figure 3.6 par les points noirs avec une barre d'erreur sur le nombre d'atomes.

Ce modèle nous permet donc d'expliquer qualitativement et quantitativement les résultats expérimentaux.

## Conclusion

Grâce à une description classique des deux gaz à des températures différentes, nous avons pu étudier la thermalisation. Lorsque les différences de température sont importantes, la thermalisation est plus rapide si le gaz le plus chaud est plus peuplé que le gaz le plus froid. Nous montrons aussi que la thermalisation est d'autant plus lente que les masses sont différentes. De

<sup>3</sup>expérimentalement,  $\eta$  n'est pas rigoureusement constant au cours l'évaporation, mais comme on le voit sur le diagramme, les rapports des nombres critiques dépendent peu de  $\eta$ .

plus, le rôle du recouvrement des deux nuages a été mis en évidence dans une expérience où la distance entre les centres des deux pièges dépend du champ biais  $B_0$ . Lorsque ce recouvrement est bon, nous montrons que si la section efficace de collision inter-espèces n'est pas très petite devant la section efficace de collision du gaz évaporé, les deux gaz seront thermalisés tout au long du refroidissement sympathique.

Différents régimes de fonctionnement ont été mis en évidence en fonction des conditions initiales. Le nombre d'atomes du gaz cible étant constant dans nos expériences, nous avons pu développer un modèle thermodynamique basé sur la seule conservation de l'énergie pour expliquer les résultats expérimentaux. Ce modèle permet de comprendre l'évolution de la densité dans l'espace des phases des deux gaz. Il permet ainsi par exemple de contrôler l'ordre d'apparition des deux condensats. Les interactions entre les deux espèces, l'une sous forme condensée et l'autre sous forme thermique peuvent être étudiée et l'intervention des rôles est facilement réalisable expérimentalement.

Bien entendu, une fois la condensation atteinte, les équations que nous avons écrites cessent d'être valables, car le modèle s'appuie sur une description classique des gaz d'atomes. Les condensats ont par exemple des propriétés de type superfluide où les collisions qui ont lieu pour des vitesses inférieures à celle du son sont supprimées, ce qui modifie le mécanisme du refroidissement sympathique [93]. L'effet du champ moyen du aux interactions peut aussi devenir important, ce problème a été discuté dans le cas du refroidissement d'un fermion par un boson [94]. Notre modèle reste néanmoins un bon point départ pour analyser la possibilité d'atteindre la condensation de Bose-Einstein par refroidissement sympathique.



---

# Faisceau d'atomes froids obtenu par couplage radio-fréquence

---

## Introduction

L'apparition des condensats de Bose-Einstein pourrait révolutionner l'optique atomique tout comme les lasers ont profondément bouleversé l'optique photonique, car aujourd'hui les lasers à atomes commencent à devenir une réalité.

En optique, un laser idéal se distingue d'une source incohérente par fait qu'il possède dans un seul mode un grand nombre de photons. De la même façon, un condensat de Bose-Einstein est par définition constitué d'un grand nombre d'atomes dans le même état quantique.

### Le coupleur de sortie

Comme pour les lasers, la condensation de Bose-Einstein est réalisée à l'intérieur d'une cavité : le piège magnétique. Pour pouvoir utiliser un laser à atomes, il est nécessaire de faire sortir des atomes de la cavité.

**Le lâcher simple** La première technique utilisée, a simplement consisté à couper le piège magnétique et à laisser tomber le condensat sous l'effet de la gravité. Cette technique d'extraction est analogue au "cavity damping" où tous les photons sont extraits de la cavité. Dans le premier condensat, réalisé en 1995 [4], les interactions entre atomes étaient négligeables. Le lâcher d'un tel condensat a conduit à une illustration spectaculaire de la relation d'indétermination d'Heisenberg. En effet, cette relation donne la distribution des impulsions dans le condensat à partir de la fonction d'onde spatiale du

condensat piégé. Le condensat a initialement une forme de cigare suivant l'axe du dipôle, la distribution des impulsions est donc plus large suivant le quadrupôle. Or pour des longs temps de vol, la forme du nuage reflète la distribution des impulsions. Donc au lieu de tendre vers une forme isotrope comme le nuage thermique, quand le temps de vol augmente, le condensat prend la forme d'une crêpe. Dans la plupart des expériences réalisées aujourd'hui, le rôle des interactions est prépondérant dans l'évolution de la forme lors du lâcher du condensat [61].

En lâchant ainsi un condensat de Bose-Einstein, nous obtenons un laser pulsé dont la fréquence de répétition est généralement inférieure à 0,1 Hz. Dans notre expérience, la durée du cycle de production d'un condensat est de 80 secondes.

**Le quasi-continu** L'étape suivante a consisté à coupler des atomes vers un état non-piégeant tout en conservant un nuage condensé dans le piège. Le premier coupleur de sortie a été réalisé au MIT [95] : un pulse radio-fréquence intense ( $\Omega_{\text{rf}} > 10$  kHz) de quelques micro-secondes transfère de façon cohérente une partie importante du condensat vers un état non-piégeant. Cette technique est analogue à l'extraction régulière des photons d'une cavité laser. L'équipe du NIST a réalisé l'extraction des atomes du condensat grâce à une succession d'impulsions Raman très brèves [96]. Cette méthode ressemble à la précédente dans son principe, mais elle permet aux paquets d'atomes émis de se recouvrir et donc d'obtenir un faisceau pratiquement continu. Elle permet de plus de transmettre une impulsion aux atomes, de sorte qu'ils ne se propagent pas nécessairement suivant la gravité. À Yale, un condensat a été chargé dans un réseau optique, les atomes s'échappent des puits de potentiel lumineux grâce à un effet tunnel induit par la gravité [97]. Cette technique, très différente des autres, réalise un couplage continu vers plusieurs modes, de plus ces modes sont verrouillés en phase, les atomes sortent alors par pulses comme le font les photons dans les lasers mode-lockés. Enfin, le groupe de Munich a démontré la faisabilité d'un laser à atomes quasi-continu [16] avec un coupleur radio-fréquence de faible puissance (fréquence de Rabi d'une centaine de Hertz). L'extraction peut avoir lieu de manière continue jusqu'au vidage total de la cavité, ce qui rappelle les lasers "self-terminated" [98].

**L'ultime** L'étape ultime consisterait à réaliser un laser véritablement continu. En effet, aucun des mécanismes réalisés jusqu'à présent ne permet d'atteindre un véritable régime stationnaire car il n'existe pas encore de mécanisme de pompage continu pour alimenter le condensat. Le condensat est formé par refroidissement évaporatif, puis il est couplé vers l'extérieur, et

lorsque le piège est vide, il faut recommencer un cycle complet de production. De nombreuses propositions théoriques (voir par exemple l'article de revue [99] et ses références) et quelques tentatives expérimentales cherchent à atteindre cet objectif.

### **Analogies et différences entre les lasers photoniques et les lasers atomiques**

L'amplification bosonique joue un rôle central au passage de la température critique de condensation. Ce processus est une conséquence de la symétrie de la fonction d'onde d'un système de bosons par échange de particules. Cette symétrie est aussi à l'origine de l'émission stimulée sur laquelle repose la production des lasers photoniques. L'amplification bosonique est l'analogue pour les atomes de l'émission stimulée pour les photons. Cependant, la condensation de Bose-Einstein est obtenue à l'équilibre thermodynamique alors que le laser demande une inversion de population qui est par nature un état hors équilibre. À l'équilibre, les photons sont absorbés par les parois de la cavité, mais si leur nombre était conservé, il serait possible d'observer une condensation de Bose-Einstein de photons.

Par ailleurs, contrairement aux ondes électromagnétiques dans le vide, les ondes de matière possèdent une dispersion naturelle qui complique l'analyse de leur propagation, mais qui permet aussi d'explorer de nouveaux phénomènes.

Enfin, les atomes interagissent entre eux directement ce qui n'est pas le cas des photons. Avec des photons, il faut utiliser un milieu optique non-linéaire pour obtenir des interactions. Dans le cas des atomes, le milieu non-linéaire est l'onde de matière elle-même.

### **Point de vue adopté dans ce chapitre**

Dans ce chapitre, nous étudions des faisceaux d'atomes extraits de nuages ultra-froids. Nous utilisons une description classique du mouvement des atomes, ce qui est une bonne approximation pour le nuage thermique et peut constituer un point de départ intéressant pour généraliser ces études aux lasers à atomes. En particulier, l'approche classique peut servir de base pour décrire la fonction d'onde atomique dans l'approximation WKB.

Nous commençons par expliquer le principe du couplage radio-fréquence. Puis nous décrivons les expériences réalisées avec une fréquence rf unique, et nous discutons le niveau de stabilité du champ magnétique nécessaire pour obtenir des faisceaux atomiques continus. Nous présentons ensuite une méthode expérimentale qui permet de stabiliser le faisceau de sortie par modula-

tion de fréquence de la rf, cette méthode fonctionne aussi avec une modulation d'amplitude de la rf. Pour expliquer les résultats obtenus, nous modélisons le faisceau par un ensemble d'atomes classiques se propageant sous l'effet de la gravité et du champ magnétique résiduel. Dans ce modèle, nous considérons que le taux d'extraction des atomes du piège est variable, ce qui permet décrire à la fois l'effet des fluctuations de la condition de résonance, et l'effet de la modulation de fréquence ou d'amplitude éventuellement appliquée sur la rf. Enfin présentons un modèle quantique simple pour décrire le faisceau.

Toutes les expériences présentées dans ce chapitre ont été réalisées pour un biais de 56 G. Les fréquences d'oscillation radiales sont de 132,5 Hz, la fréquence d'oscillation longitudinale est de 9 Hz. Les atomes sont piégés dans l'état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  et les températures des nuages thermiques utilisés sont toujours inférieures à 500 nK. La largeur RMS verticale du nuage thermique est donc inférieure à  $8 \mu\text{m}$ . Le rayon vertical de nos condensats est environ égal à  $4 \mu\text{m}$ .

## 4.1 Coupleur de sortie mono-fréquence

Comme le groupe de Munich, nous utilisons un coupleur radio-fréquence de faible puissance pour extraire les atomes du piège. Cette méthode est adaptée à la production de faisceaux quasi-continus. Commençons par décrire le principe de ce coupleur à l'aide d'une image semi-classique.

### 4.1.1 Principe

Le principe du coupleur radio-fréquence est très proche de celui de l'évaporation rf. Le moment magnétique des atomes à résonance est basculé par l'onde radio-fréquence et les atomes subissent une transition vers un niveau non-piégeant ou anti-piégeant. Il s'échappent alors sous l'effet combiné de la gravité et du champ magnétique. Deux points diffèrent toutefois de l'évaporation : d'une part l'onde radio-fréquence est résonnante dans le nuage (la fréquence rf est choisie pour coupler les atomes dont l'énergie est proche de l'énergie moyenne et non pas à une énergie plusieurs fois supérieure à l'énergie moyenne comme c'est le cas pour l'évaporation) et d'autre part la puissance utilisée est faible, de manière à ce que la probabilité de transition à la traversée de la surface de couplage soit petite devant 1. Les atomes qui sortent forment un faisceau quasi-continu et le nuage se vide progressivement.

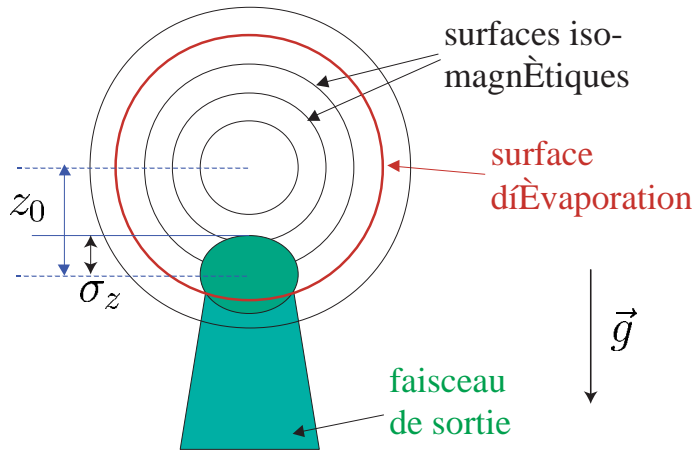


FIG. 4.1 – Extension du nuage d’atomes froids et surface de couplage. Sur cette figure, le rapport  $\sigma_z/z_0$  est égal  $1/3$ , cette situation est réalisée pour un nuage thermique à  $T = 150$  nK.

### Rôle de la gravité

Le premier rôle de la gravité consiste à sortir de la zone de piégeage les atomes extraits par la rf. Le temps mis pour traverser les  $8 \mu\text{m}$  correspondants à la taille RMS verticale maximum des nuages thermiques utilisés est de  $1,3$  ms. Le temps de couplage avec la rf est compris entre  $10$  et  $20$  ms.

Comme pour l’évaporation, la valeur de la fréquence rf définit une valeur du module du champ magnétique pour laquelle les atomes seront résonnants, la surface de couplage est donc une surface iso-magnétique. La gravité joue un rôle sur la dimensionnalité du couplage (comme à la fin de l’évaporation § 2.1.9). En effet, à cause de la gravité, le centre du nuage est décalé du centre du piège magnétique d’une distance  $z_0 = g/\omega_z^2$  où  $\omega_z^2$  représente la pulsation verticale du piège magnétique. Pour  $T < \frac{M}{k_B} \frac{g^2}{\omega_z^2}$ , la taille RMS verticale  $\sigma_z$  du nuage est inférieure au décalage  $z_0$ . Avec notre fréquence d’oscillation verticale de  $132,5$  Hz, la température en dessous de laquelle le nuage devient plus petit que le décalage des centres dû à la gravité est de  $1,4 \mu\text{K}$ . La température des nuages utilisés étant inférieure à  $500$  nK, le couplage se fait pratiquement à une altitude donnée comme le montre la figure 4.1. De plus l’altitude de la surface résonnante est une fonction monotone de la fréquence rf (voir la figure 4.2).

Cette description du coupleur de sortie en terme de surface résonnante est bien adaptée au nuage thermique car les paquets d’onde atomiques sont petits. En revanche le condensat est décrit par une fonction d’onde qui a une extension spatiale de plusieurs microns, et cette description du coupleur



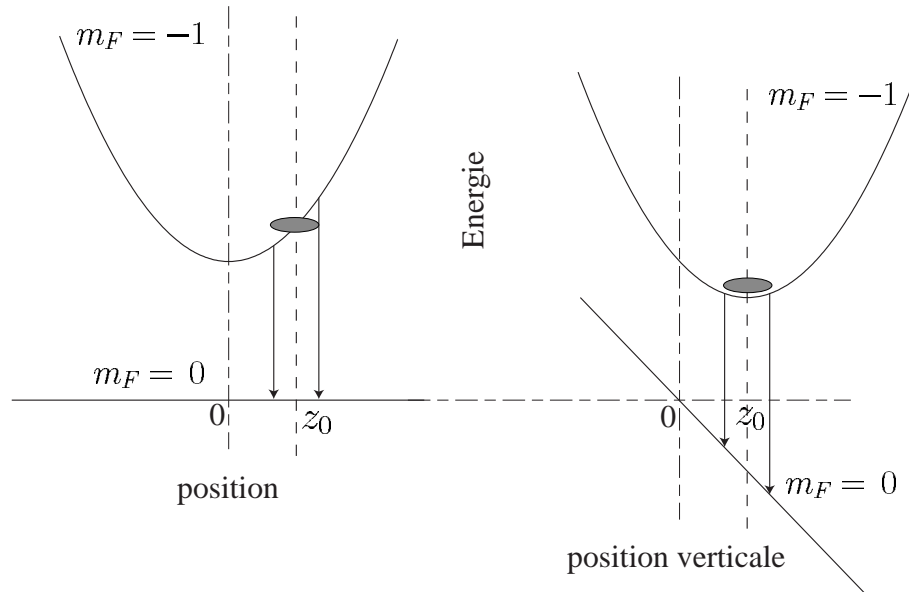


FIG. 4.2 – Énergie des niveaux  $m_F = -1$  et  $m_F = 0$ . Le nuage d'atomes piégé est représenté par l'ellipse grise. Le position des couteaux rf qui couplent les deux extrémités du nuage sont représentés. a) Énergie potentielle magnétique uniquement. b) Énergie potentielle magnétique plus celle de gravitation.

de sortie n'est pas pas rigoureuse pour un condensat, elle permet néanmoins d'obtenir une intuition du phénomène d'extraction.

### Potentiers dans les états anti-piégeant

La figure 4.3 représente les potentiels suivant la verticale (magnétique + gravitationnel) vus par les atomes dans les trois sous-niveaux Zeeman de  $F = 1$ , calculés exactement avec les paramètres de notre piège magnétique. L'effet Zeeman non-linéaire entraîne que la transition entre  $m_F = 0$  et  $m_F = +1$  n'a pas lieu au même point que la transition entre  $m_F = -1$  et  $m_F = 0$  (voir § 2.2). Pour une fréquence rf donnée, les atomes passent de  $m_F = -1$  à  $m_F = 0$  où ils commencent à tomber sous l'effet de la gravité, puis ils rencontrent la surface de couplage entre  $m_F = 0$  et  $m_F = +1$  et peuvent éventuellement subir une seconde transition. La puissance rf utilisée va nous permettre de choisir l'état interne dans lequel les atomes sortent de la zone de couplage.

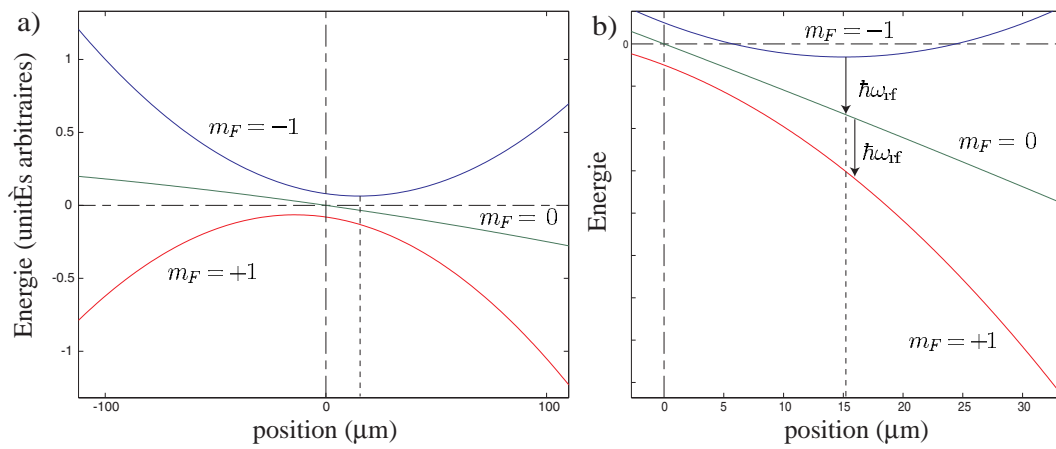


FIG. 4.3 – Potentiels dans les trois sous-niveaux-Zeeman de  $F = 1$  en fonction de la coordonnée verticale (l'axe vertical est orienté dans le sens de la gravité). L'énergie de  $m_F = -1$  a été abaissée par une constante, celle de  $m_F = +1$  a au contraire été augmentée par cette même constante de sorte que les trois courbes puissent tenir sur la figure. La figure **b** est un agrandissement de la figure **a** autour du centre du potentiel vu par les atomes dans l'état  $m_F = -1$ . Pour une fréquence rf  $\omega_{\text{rf}}$  donnée, la transition entre  $m_F = 0$  et  $m_F = +1$  n'a pas lieu au même point que celle entre  $m_F = -1$  et  $m_F = 0$ .

## 4.1.2 Expériences

Nous avons produit des faisceaux d'atomes à partir de nuages ultra-froids. Les images obtenues sont qualitativement les mêmes que le nuage source soit ou non condensé, seule la taille transverse du faisceau d'atomes obtenu change significativement.

### Choix de l'état de sortie

Les images de la figure 4.4 représentent des faisceaux issus de nuages condensés pour différentes puissances de la radio-fréquence. À faible puissance rf, les atomes sortent tous dans l'état  $m_F = 0$  (figure 4.4.a). En augmentant la puissance rf, il est possible de contrôler la proportion d'atomes qui se retrouvent dans  $m_F = +1$ . À la limite des fortes puissances, tous les atomes terminent dans  $m_F = +1$ , il reste cependant une zone où les atomes sont dans  $m_F = 0$  car ils n'ont pas encore atteint la deuxième surface de couplage.

Dans toutes les autres expériences que nous avons faites, la puissance radio-fréquence est faible de sorte que les atomes ne sortent que dans l'état  $m_F = 0$ . Si le temps de couplage est assez long, on observe alors un faisceau atomique allongé. Les figures 4.4.a et 4.5.a, montrent deux images de faisceaux d'atomes obtenues pour un temps de couplage de 10 ms, les longueurs des deux faisceaux apparaissent différentes car les systèmes d'imagerie utilisés sont différents (voir § 1.3.6). Dans un cas, le faisceau laser sonde perpendiculairement à la gravité, dans l'autre cas le faisceau laser sonde en faisant un petit angle avec la gravité et la longueur du faisceau atomique apparaît beaucoup plus petite qu'elle ne l'est en réalité.

### Longueur du faisceau

Tant que le champ magnétique est présent, le potentiel magnétique accélère la chute des atomes. Nous avons mesuré la longueur du faisceau obtenu pour un temps de couplage de 10 ms. Après ces 10 ms, le champ magnétique est coupé et les atomes se propagent sous l'effet de la gravité seule pendant 6 ms, puis l'image est prise. La longueur mesurée est de  $1,84 \pm 0,09$  mm en bon accord avec le calcul des trajectoires classiques correspondantes (voir l'équation (4.7) pour la propagation dans un potentiel harmonique répulsif). Si le faisceau s'était propagé sous l'effet de la gravité uniquement, sa longueur aurait été de 1,08 mm. L'effet du potentiel magnétique doit donc être pris en compte pour analyser les images obtenues avec notre système.

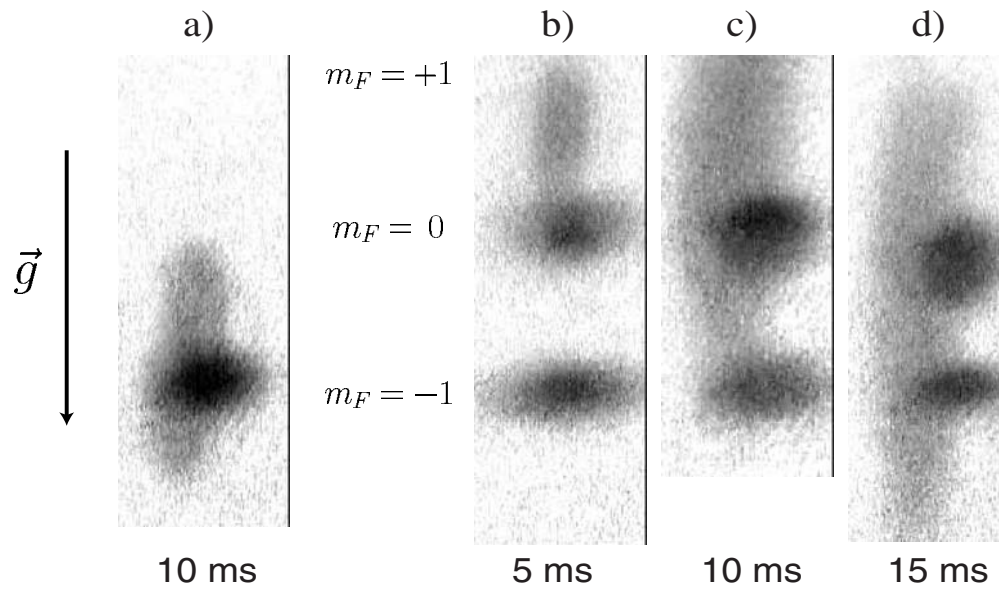


FIG. 4.4 – Images de faisceaux d’atomes ultra-froids obtenus pour différentes puissances rf et différents temps de couplage. Les sous-niveaux Zeeman sont séparés par un effet Stern et Gerlach à la coupure du champ magnétique. Sur toutes ces images, le temps de vol est de 6 ms après la coupure du piège. La direction de la sonde fait un petit angle avec la verticale de sorte que la longueur des faisceaux apparaît beaucoup plus petite qu’elle ne l’est en réalité. **a)** Faible puissance rf : les atomes sortent dans l’état  $m_F = 0$ , le temps de couplage est de 10 ms. Sur les images suivantes, la puissance rf est telle que les atomes sortent de la zone de couplage dans l’état  $m_F = +1$ . **b)** Le temps de couplage est de 5 ms. **c)** Temps de couplage 10 ms, le faisceau est plus long que celui obtenu dans  $m_F = 0$  pour un temps de couplage identique car le potentiel magnétique dans l’état  $m_F = +1$  accélère les atomes. **d)** Le temps de couplage est de 15 ms.

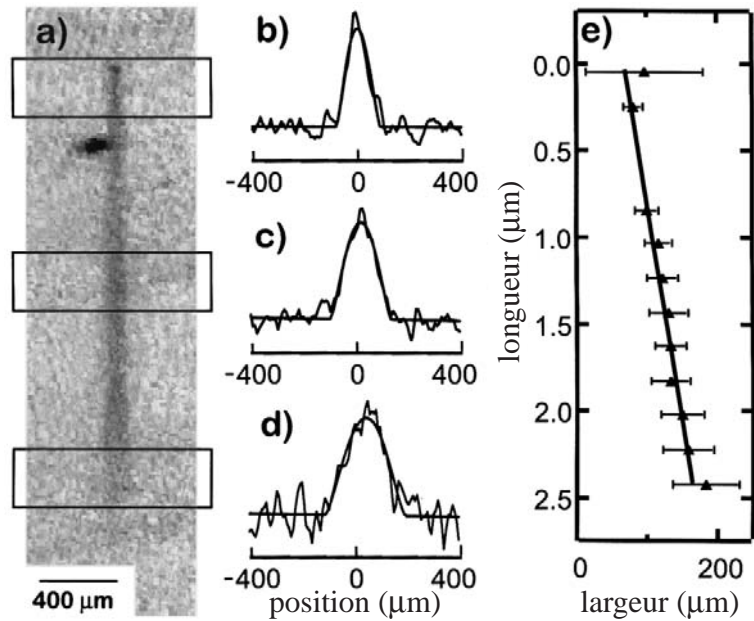


FIG. 4.5 – **a)** Image en absorption d'un faisceau d'atomes issu d'un nuage condensé (sur l'image, le condensat est décalé à cause d'un effet Stern et Gerlach à la coupure du piège magnétique (§ 1.3.5)). De **b** à **d**) : Profils d'absorption du faisceau obtenus à partir des trois rectangles sur l'image. **e)** L'angle de divergence du faisceau est obtenu avec un ajustement linéaire de la largeur du profil en fonction de l'altitude.

### Divergence du faisceau

Par ailleurs, les atomes qui ne sont pas sur l'axe vertical  $x = y = 0$  sont accélérés dans la direction transverse par le potentiel magnétique. Ce potentiel est donc responsable d'un élargissement du faisceau. En conséquence, le faisceau de sortie n'a pas des bords paraboliques comme on aurait pu s'y attendre. La figure 4.5 représente un faisceau issu d'un nuage condensé, nous mesurons la largeur du faisceau à différentes altitudes par un ajustement du profil transverse. Les bords du faisceau sont pratiquement rectilignes, le faisceau est donc caractérisé par un angle de divergence. Nous observons, que l'angle de divergence est d'autant plus grand que la fréquence rf est faible (voir la figure 4.6)

### Interprétation

Nous interprétons ce résultat comme l'effet des interactions des atomes du faisceau avec ceux du nuage piégé. Ces interactions peuvent être décrites

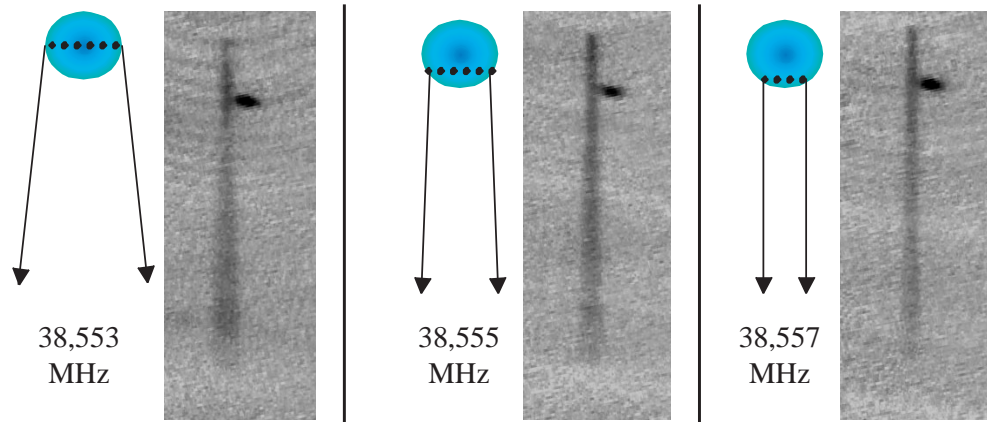


FIG. 4.6 – Images de faisceaux d’atomes issus de nuages condensés pour différentes valeurs de la fréquence  $rf$ .

par un champ moyen proportionnel à la densité d’atomes piégés, le champ moyen constitue donc une colline de potentiel. Lors de leur sortie du nuage, les atomes qui ne sont pas sur l’axe  $x = y = 0$  acquièrent une impulsion transverse. Or plus la fréquence de couplage est petite, plus la distance à parcourir pour sortir du nuage est importante. L’impulsion transverse communiquée est d’autant plus faible que la traversée du nuage est rapide, l’impulsion décroît donc avec la fréquence  $rf$ .

Pour les faisceaux issus de nuages thermiques, il est possible de décrire l’évolution du profil du faisceau à partir des équations du mouvement classiques, ce calcul est présenté dans la suite.

En conclusion, l’effet Zeeman quadratique crée un potentiel dans  $m_F = 0$  qui est responsable de l’élargissement du faisceau et qui nous permet de définir un angle de divergence. Les interactions à la sortie du nuage impriment une impulsion transverse au départ qui augmente l’angle de divergence dû au potentiel magnétique.

### 4.1.3 Problèmes de stabilité

Les images qui nous ont permis d’étudier la divergence du faisceau d’atomes ont été réalisées avec une alimentation du courant dipôle très bien stabilisée (rappelons que la valeur du module du champ magnétique  $B_0$  est déterminé par le courant qui alimente le dipôle). Avant de disposer de cette alimentation, les faisceaux que nous obtenions étaient très bruités.

## Origine de la difficulté

Évaluons la stabilité nécessaire sur le champ magnétique pour obtenir un faisceau continu. Deux effets contribuent à déterminer la plage de fréquences sur laquelle les atomes peuvent être couplés au niveau non-piégeant par la radio-fréquence :

- D’une part, un nuage d’atomes thermique possède une largeur en énergie de l’ordre de  $k_B T$ . Cette largeur permet de coupler les atomes sur une plage de fréquences de l’ordre de  $k_B T/h = M\omega_z^2 \sigma_z^2/h$ .
- D’autre part, à cause du déplacement du centre du nuage par la gravité, le couplage rf ne se fait pas à la même fréquence d’une extrémité verticale à l’autre extrémité du nuage. La largeur du couplage dû à la gravité est de l’ordre  $2Mg\sigma_z/h$ .

Pour un nuage condensé, le premier effet n’intervient pas car l’énergie du condensat est bien déterminée, en revanche l’élargissement dû à la gravité subsiste. Pour un nuage thermique tel que ceux que nous étudions,  $\sigma_z$  est inférieur à  $z_0 = g/\omega_z^2$  donc la seconde contribution va être supérieure à la première. Dans la suite, nous prenons  $2Mg\sigma_z/h$  pour la plage de fréquence sur laquelle les atomes peuvent être couplés à l’état non-piégeant.

Pour passer de  $m_F = -1$  à  $m_F = 0$ , la condition de résonance s’écrit  $\hbar\omega_{\text{rf}} = |\mu_B|B/2$ . Pour obtenir un taux d’extraction constant, le champ magnétique de piégeage doit donc être contrôlé à mieux que  $4Mg\sigma_z/|\mu_B|$ . À  $T = 500$  nK la taille RMS  $\sigma_z$  est de  $8\mu\text{m}$ , la largeur de la plage de couplage est de  $32\text{kHz}$  et le champ doit être contrôlé à mieux que  $45\text{mG}$ . Pour des températures inférieures la stabilité devra être encore meilleure.

Au centre du nuage, le champ vaut  $B_0 + \frac{B'^2}{2B_0} z_0^2$  (voir l’équation (1.6)), avec  $B_0 = 56\text{G}$  et  $\frac{B'^2}{2B_0} z_0^2 \sim 10\text{mG}$ . La stabilité du biais  $B_0$  doit donc être de l’ordre de  $10^{-4}$ , en revanche les fluctuations du gradient  $B'$  du quadrupôle sont pratiquement sans effet sur la condition de résonance.

## Stabilité entre les cycles

Lorsque le courant passe dans les bobines, celles-ci chauffent, se dilatent, et modifient l’excitation du matériau. Il est possible de s’affranchir de cette irrégularité en faisant cycloper l’expérience régulièrement, afin de se placer en régime stationnaire. Ce point de fonctionnement stable est atteint au bout de quelques cycles seulement, c’est-à-dire en quelques minutes.

La stabilité au coup par coup peut être étudiée simplement en regardant par exemple le nombre d’atomes après une séquence donnée (évaporation et éventuellement couplage résonnant vers l’extérieur) reproduite un grand nombre de fois. Les fluctuations du nombre d’atomes sont généralement in-

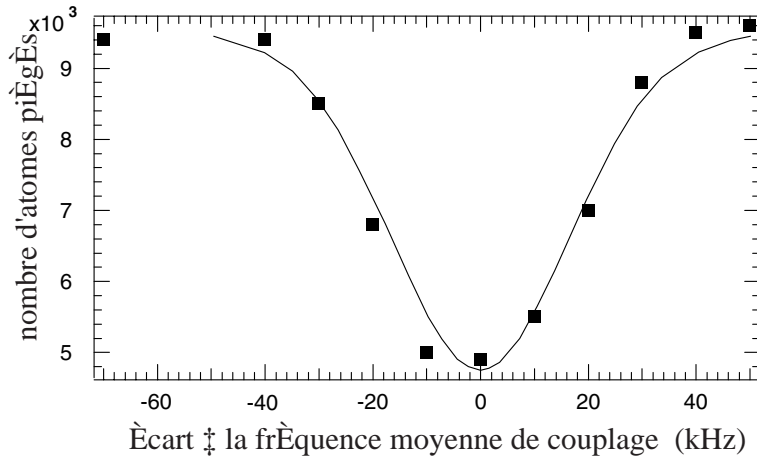


FIG. 4.7 – Nombre d’atomes restants dans le nuage en fonction de la différence entre la fréquence  $rf$  appliquée et la fréquence résonnante au centre du nuage. Le temps de couplage est de 20 ms. La courbe en trait plein correspond à un ajustement des données par une gaussienne.

férieures à 10%.

### Stabilité intra-cycle

Pour étudier les instabilités à court terme, nous mesurons le nombre d’atomes restant dans le nuage après un couplage de 20 ms avec 1 kHz de fréquence de Rabi, en fonction de la fréquence  $rf$ . La stabilité entre les cycles est suffisante pour permettre une telle étude, en effet les différences du nombre d’atomes restants dans le nuage pour différentes valeurs de la fréquence  $rf$  sont supérieures aux fluctuations du nombre d’atomes au coup par coup pour une fréquence  $rf$  donnée.

La plage de fréquence sur laquelle les atomes sont évacués du piège renseigne sur la stabilité du champ magnétique : cette plage est donnée par la convolution de la plage de fréquence théorique (déterminée plus haut) avec l’amplitude en fréquence des fluctuations de la condition de résonance pendant le temps de couplage.

La courbe de la figure 4.7 a été réalisée à partir d’un nuage partiellement condensé (fraction condensée d’environ 50%). La largeur de cette courbe, déterminée à l’aide d’un ajustement par une gaussienne, est de 40 kHz à mi-hauteur. La température du nuage est de 250 nK, à cette température, la largeur de la plage de couplage théorique associée au nuage thermique est de 22 kHz, celle associée à la taille verticale du condensat est de 10 kHz. La courbe est donc élargie par les fluctuations de la condition de résonance, la



largeur est donnée par la convolution de la plage de couplage par les fluctuations. En supposant que les fluctuations autour de la position moyenne sont gaussiennes, l'amplitude RMS de ces fluctuations est de 15 kHz, soit 30 kHz à 2 sigma. Ces fluctuations correspondent à une amplitude de fluctuation du biais de 20 mG.

## Conclusion

Des variations très faibles du biais peuvent être dramatiques pour la reproductibilité des résultats ainsi que pour la stabilité des faisceaux obtenus.

La principale cause de fluctuations dans notre dispositif est liée aux alimentations. En effet, grâce aux faibles courants nécessaires pour faire fonctionner notre électro-aimant, nous avons pu utiliser une batterie. Nous avons alors observé une amélioration très nette de la stabilité à court terme. Nous avons donc fait l'acquisition d'une alimentation plus performante qui nous a permis d'obtenir et d'étudier des faisceaux stables à partir d'un coupleur mono-fréquence.

Signalons par ailleurs que nous sommes peu sensibles aux fluctuations magnétiques extérieures car notre électro-aimant agit comme un blindage : nous avons mesuré une réduction d'un facteur 5 à 10 des champs extérieurs suivant le dipôle.

## 4.2 Coupleur multi-fréquence

Lorsque les instabilités du champ magnétique entraînent des variations de la fréquence de résonance plus importantes que la plage de couplage, le faisceau est altéré. Pour stabiliser le faisceau de sortie, nous allons présenter une méthode qui consiste à élargir la plage de couplage.

### 4.2.1 Modulation de fréquence de la rf

Pour élargir la plage de couplage, nous avons modulé la fréquence de résonance dans le temps. La modulation de fréquence sur la rf conduit à une fréquence instantanée  $\omega_{\text{rf}}(t) = \Omega_{\text{bw}} f(\omega_{\text{m}}t)$ , où la fonction  $f$  est la fonction triangle ( $f$  varie entre  $\pm 1$ ). L'amplitude de modulation est choisie plus grande que l'amplitude des fluctuations de la plage de couplage (si les fluctuations sont faibles, l'amplitude de modulation est choisie supérieure à la plage de couplage elle-même).

Comme le montre la figure 4.8, pour les basses fréquences de modulation les atomes sortent par paquets, ces paquets tombent et s'étalent mais ne se

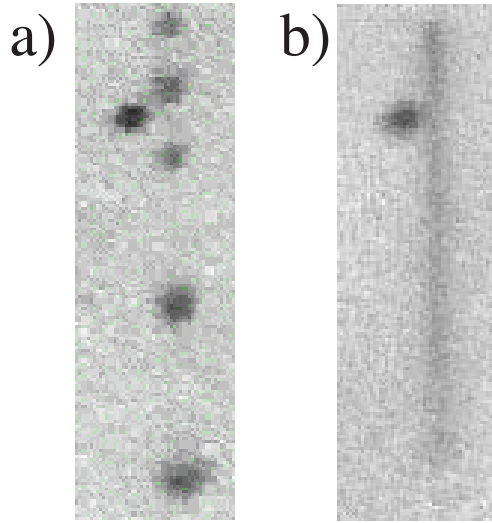


FIG. 4.8 – Atomes extraits d’un nuage condensé pendant 10 ms à partir d’une onde rf modulée en fréquence. L’amplitude de modulation est de  $\Omega_{\text{bw}} = 100 \times 2\pi$  kHz. **a)** La fréquence de modulation est de  $\omega_m = 230 \times 2\pi$  Hz. **b)** La fréquence de modulation est de  $\omega_m = 2 \times 2\pi$  kHz.

recouvrent pas. Pour les hautes fréquences le faisceau est continu et il est plus stable qu’avec une fréquence de couplage unique. Avec un condensat, la fréquence de modulation expérimentale qui correspond au passage d’un régime à l’autre est  $\omega_m \simeq 1 \times 2\pi$  kHz.

Puisque l’amplitude de modulation est supérieure à la plage de couplage élargie par les fluctuations, quelque soit la fréquence de modulation, les atomes sont extraits par paquets. Si la fréquence de modulation est élevée, beaucoup de paquets vont sortir par unité de temps et ils vont se recouvrir. Ainsi les fluctuations sur les temps d’émission des paquets importent peu, cette technique permet donc de régulariser le flux du faisceau. Pour un laser à atomes issu d’un condensat, la modulation entraîne un couplage vers des fonction d’onde de sortie d’énergie différente, nous obtenons donc un laser multimodes.

Nous avons reproduit cette expérience avec des amplitudes de modulation plus faibles. Lorsque l’amplitude de modulation devient inférieure à 40 kHz, des fluctuations apparaissent sur le faisceau. Cette valeur correspond à la plage de fluctuation déterminée avec une fréquence unique.

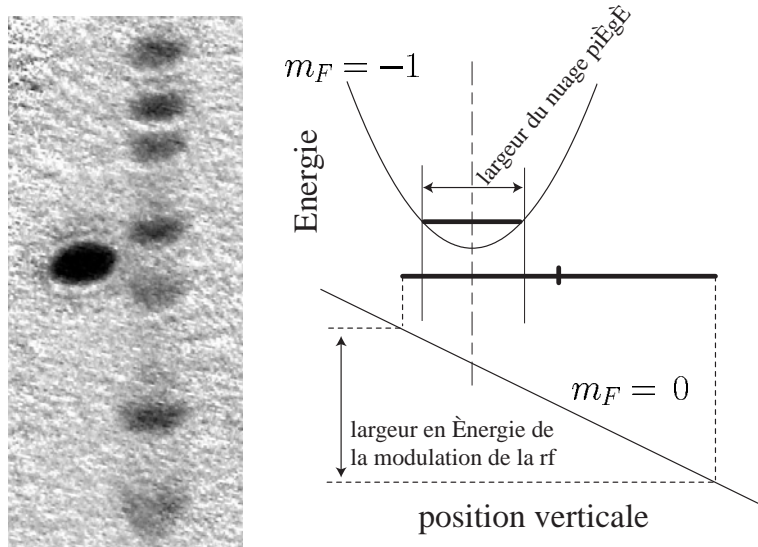


FIG. 4.9 – Image obtenue avec une modulation de fréquence dont la plage de modulation est décentrée par rapport à la fréquence moyenne de résonance. Deux paquets d’atomes consécutifs ont des densité atomique différentes. La partie gauche de la figure représente les énergies des niveaux  $m_F = -1$  et  $m_F = 0$  en fonction de la position verticale. La largeur en énergie de la modulation de fréquence vaut  $2\hbar\Omega_{\text{bw}}$ , la fréquence rf instantanée fait des aller-retour à vitesse constante. La plage de modulation n’est pas centrée sur le nuage, les paquets d’atomes sont donc émis par paires.

### Structure du faisceau de sortie pour les faibles fréquences de modulation.

Pour les faibles fréquences de modulation, les paquets émis successivement ne se recouvrent pas. Lorsque la plage de modulation n’est pas centrée sur la fréquence moyenne de résonance, les paquets apparaissent par paires (voir la figure 4.9). Un paquet est émis à l’aller de la rf et un autre au retour.

Par ailleurs, les atomes émis à un bord du nuage à l’arrivée de la rf ont le temps de se propager sous l’effet de la gravité avant que la surface de couplage ne traverse tout le nuage. Le temps de traversée du nuage par la rf est donné par  $\frac{2Mg\sigma_z}{\hbar\Omega_{\text{bw}}} \times \frac{\pi}{\omega_m}$ , le temps de traversée du nuage par un atome qui part du haut du nuage vaut  $\sqrt{2\sigma_z/g}$ . Ainsi lorsque le couteau rf traverse le nuage du bas vers le haut (fréquence rf instantanée décroissante), les paquets sont plus larges et moins denses. Lorsqu’il traverse le nuage du haut vers le bas (fréquence croissante) les paquets sont plus petits et plus denses. Dans les deux cas, les paquets émis contiennent le même nombre d’atomes.

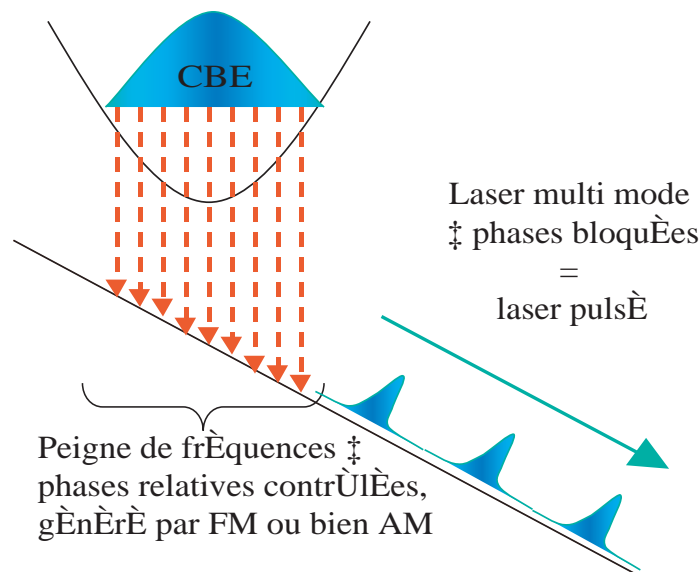


FIG. 4.10 – Couplage d'un condensat avec une modulation de la fréquence rf. Chaque composante du spectre de la modulation de la rf couple une fonction d'onde du potentiel gravitationnel. Le faisceau de sortie peut être interprété comme l'interférence entre toutes les ondes de matière ainsi créées.

### Avec un condensat

Pour un condensat, la vision en terme de position du couplage est insuffisante, le taux de couplage est lié à l'intégrale de recouvrement entre la fonction d'onde du condensat et les fonctions d'ondes du potentiel gravitationnel.

Pour déterminer quelles fonctions d'onde de sortie seront couplées, il est commode de raisonner dans l'espace de Fourier. Le spectre d'une modulation de fréquence est un peigne de fréquences. La condition de résonance en énergie associée, à chaque fréquence du peigne, couple une fonction propre du potentiel dans  $m_F = 0$ . La fonction d'onde du laser est donnée par la superposition de toutes les fonctions d'onde de sortie avec des phases relatives déterminées par la rf.

L'effet de régularisation du flux de sortie du faisceau peut être compris de la manière suivante : plusieurs dents du peigne sont résonnantes dans le condensat (voir la figure 4.10) et lorsque le champ magnétique de piégeage fluctue, seules les phases changent mais nous avons toujours plusieurs dents du peigne à résonance avec la fonction d'onde du condensat.

Si la fréquence de modulation est supérieure à 10 kHz, il ne reste plus qu'une dent dans le condensat et nous retrouvons les fluctuations liées à l'utilisation d'une fréquence unique.

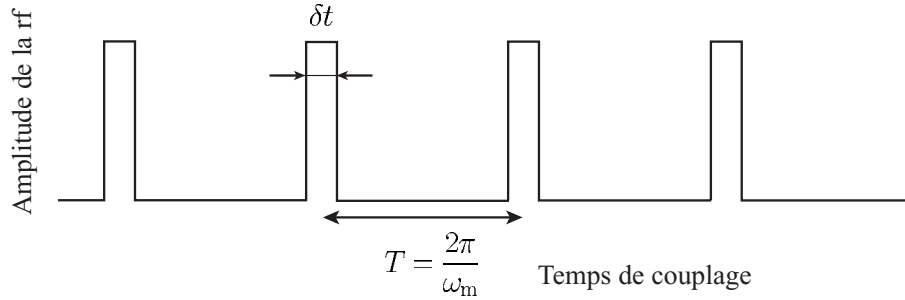


FIG. 4.11 – Variation de l’amplitude de la rf en fonction du temps. L’échelle n’est pas respectée sur cette figure : en pratique nous avons  $\delta t \ll 2\pi/\omega_m$ .

Comme pour le nuage thermique, lorsque la fréquence de modulation est faible, le faisceau atomique est modulé spatialement. Cette modulation est le résultat de l’interférence entre toutes les ondes de matière émis dans les différents modes de sortie. La modulation du faisceau va dépendre des phases relatives entre les différentes fonctions d’onde couplées par la rf.

Il est aussi possible de générer un peigne de fréquence avec une modulation d’amplitude. Les phases relatives sont alors différentes de celles données par la modulation de fréquence, nous allons maintenant étudier ce cas.

## 4.2.2 Modulation d’amplitude

Nous appliquons une modulation d’amplitude sur la rf, l’amplitude en fonction du temps est représentée sur la figure 4.11. Le coupleur rf est branché et débranché de façon périodiquement. La durée des pulses est  $\delta t = 2\mu\text{s}$  et la fréquence de répétition  $2\pi/\omega_m$  est de l’ordre de la milliseconde. L’inverse de la durée des pulses détermine la largeur du spectre de la modulation et donc la plage de fréquence sur laquelle les atomes peuvent être couplés vers le niveau anti-piégeant. La largeur du spectre est de 500 kHz, elle est largement supérieur à la largeur l’amplitude des fluctuations.

Les paquets sont émis à intervalles réguliers même si la condition de résonance fluctue. Comme pour la modulation de fréquence, il existe une fréquence de modulation au delà de laquelle les paquets se recouvrent. L’interprétation de ce résultat est plus simple car pour la modulation d’amplitude, chaque paquet d’atomes émis est une réplique du nuage piégé. Pour comprendre la différence de comportement du faisceau en fonction de la fréquence de modulation, nous allons calculer le recouvrement entre deux paquets émis successivement.

Pour simplifier, nous considérons que les atomes se propagent uniquement sous l’effet de la gravité (nous négligeons ici les interactions et le champ

magnétique résiduel). Le centre du  $n^{\text{ième}}$  paquet est émis au temps  $t_n = n \times 2\pi/\omega_m$ , la position de son centre est donnée par  $z_n(t) = \frac{1}{2} g (t - t_n)^2$  (l'axe vertical est orienté suivant le sens de la gravité). La distribution des positions reste gaussienne pendant la propagation du paquet, notons  $\sigma_n(t)$  sa largeur RMS suivant la verticale. Nous démontrerons dans la suite que  $\sigma_n(t)^2 = \sigma_z^2 + \sigma_v^2 \times (t - t_n)^2$  où  $\sigma_z$  et  $\sigma_v$  sont les largeurs RMS des distributions en position et en vitesse du nuage initial (ce résultat correspond à la propagation en temps de vol comme nous l'avons décrite au paragraphe 1.3). Pour étudier le recouvrement des nuages successivement émis, introduisons

$$F_{\omega_m}(t) \equiv \frac{z_{n+1}(t) - z_n(t)}{\sigma_{n+1}(t) + \sigma_n(t)} \quad (4.1)$$

qui représente le rapport entre la différence des positions des centres de deux paquets successifs et la somme de leurs tailles. Les paquets se recouvrent si  $F_{\omega_m} < 1$ .

Considérons pour commencer que  $\sigma_v \times (t - t_n) \gg \sigma_z$ , cette hypothèse est vérifiée lorsque le temps de propagation est grand devant l'inverse de la fréquence d'oscillation dans le piège, c'est à dire pour  $\omega_z \times (t - t_n) \gg 1$  (voir § 1.3). Avec notre fréquence d'oscillation, cette condition est vérifiée dès que le temps de propagation  $t - t_n$  devient supérieur à 1 ms. Dans ces conditions  $F_{\omega_m}$  ne dépend pas du temps, il prend la valeur  $\frac{\pi g}{\omega_m \sigma_v}$ . La condition pour que les paquets se recouvrent s'écrit  $\omega_m > \pi g / \sigma_v$ .

Cette condition peut s'interpréter simplement : elle peut se réécrire  $\frac{2\pi}{\omega_m} < \frac{2\sigma_v}{g}$ . Or  $\frac{2\sigma_v}{g}$  est le temps nécessaire pour qu'un atome ayant initialement une vitesse  $\sigma_v$  orientée vers le haut se retrouve avec une vitesse  $\sigma_v$  orientée vers le bas sous l'effet de la gravité. Les paquets d'atomes vont se recouvrir si les atomes qui partent vers le haut n'ont pas le temps de se retourner avant le prochain passage de la radio-fréquence.

Pour des temps de propagation faibles, la condition  $\omega_z \times (t - t_n) \gg 1$  n'est pas vérifiée. La taille des paquets est alors supérieure à celle utilisée dans le calcul précédent, donc si  $\omega_m > \pi g / \sigma_v$ , les paquets se recouvrent toujours (si  $\omega_m < \pi g / \sigma_v$ , les paquets se recouvrent éventuellement au début puis ils se séparent).

Le passage entre le régime où les paquets sont séparés à celui où le faisceau est continu est donné pour  $\omega_m = \pi g / \sigma_v = \pi g \sqrt{M/k_B T}$ . Pour un nuage thermique à  $T = 200$  nK, la fréquence intermédiaire vaut 1,1 kHz, ce qui est en bon accord avec nos observations. Pour un condensat, la condition porte qui porte sur la largeur  $\sigma_v$  de la distribution des vitesses ne dépend pas de la température mais de la taille du condensat, en effet nous avons  $\sigma_x \times M \sigma_v \simeq \hbar/2$ .

## Conclusion

Dans certaines conditions, le flux du faisceau atomique devient insensible aux fluctuations de la condition de résonance. Pour cela, la fréquence de modulation doit être supérieure à une valeur qui dépend de la largeur de la distribution en vitesse du nuage d'atomes piégé. Et l'amplitude de la modulation de fréquence (ou la largeur du spectre de la modulation d'amplitude) doit être supérieure à l'amplitude des variations de la fréquence de résonance due aux fluctuations du champ magnétique.

Les lasers à atomes stabilisés par cette méthode sont nécessairement multimodes. Pour toutes les expériences où seule compte la luminance du faisceau, comme par exemple un interféromètre qui travaille autour de la teinte plate, cette technique est parfaitement adaptée pour régulariser le flux atomique sans affecter les interférences.

## 4.3 Caractéristiques théoriques du faisceau extrait : optique atomique géométrique

Dans un nuage thermique, la taille caractéristique des paquets d'onde atomique est petite devant la distance inter-atomique, il est donc possible de décrire l'évolution du nuage à partir des trajectoires des différents atomes qui constituent ce nuage. En optique atomique, cette approximation classique peut être considéré comme l'analogie de l'optique géométrique vis à vis des équations de Maxwell : les trajectoires des atomes jouent le rôle des rayons lumineux et le flux d'atomes correspond au flux d'énergie utilisé en photométrie. Cette description exclue naturellement les phénomènes d'interférence.

Nous nous plaçons dans cette approximation pour caractériser le faisceau d'atomes extrait par la rf. Pour les faisceaux issus de condensats de Bose-Einstein, cette description n'est pas correcte. Cependant l'évolution des paquets d'atomes classiques ayant une distribution gaussienne présente de fortes similitudes avec l'évolution d'un paquets d'ondes de matière quantique dont la fonction d'onde est gaussienne. Ainsi les résultats obtenus avec le modèle classique du faisceau d'atomes sont peu différents de ceux donnés par un traitement quantique des lasers à atomes. Ce modèle permet de dégager des images simples des mécanismes responsables de la divergence du faisceau. De plus, il indique comment les variations du taux d'extraction des atomes par la rf affecte le faisceau émis. Ce dernier point permet de prendre en compte la modulation de la rf mais aussi l'effet des fluctuations du champ magnétique.

Nous commençons par déterminer la densité d'un paquet d'atomes extrait du nuage. Puis nous calculons son évolution après un temps de propagation  $\tau$

dans le potentiel magnétique. Pour cela, il faut déterminer l'évolution de la distribution dans l'espace des phases du paquet pendant le temps  $\tau$  : la densité spatiale s'obtient alors en intégrant le résultat sur les vitesses. Enfin pour obtenir le profil du faisceau à un instant  $t$ , nous sommions la densité spatiale de tous les paquets d'atomes émis aux instants  $t_0$  antérieurs à  $t$ , le temps de propagation de chaque paquet est donné par  $\tau = t - t_0$ .

### 4.3.1 Paquet d'atomes initial

Nous considérons un paquet d'atomes émis par la radio-fréquence pendant un temps  $dt$  très court devant les temps caractéristiques du mouvement des atomes.

#### Extraction d'un paquet d'atomes

Juste après l'extraction, la distribution en vitesse en chaque point du paquet d'atomes extrait est une gaussienne isotrope de taille RMS  $\sigma_v = \sqrt{k_B T / M}$  identique à la distribution des vitesses dans le nuage piégé.

Si le couplage est réalisé par modulation d'amplitude dont la largeur spectrale est supérieure à la plage de couplage en fréquence vers les états non-piégeants, la forme du paquet d'atomes est la même que celle du nuage piégé. Avec une modulation de fréquence rapide, les atomes n'ont pas le temps de bouger pendant le passage de la rf dans le nuage et le paquet d'atomes émis est aussi une réplique du nuage piégé.

En revanche, si le couplage est réalisé avec une fréquence unique, les atomes vont être extraits du nuage piégé à une altitude déterminée par la fréquence rf (voir § 4.1.1). La taille transverse  $\sigma_x$  du paquet d'atomes extrait est égale à la taille suivant  $x$  du nuage piégé au niveau de la surface de couplage. Il en est de même pour  $\sigma_y$ . Les tailles transverses initiales dépendent de l'altitude du couplage et donc de la fréquence rf. La taille verticale du paquet d'atomes extrait pendant le temps  $dt$  est pratiquement nulle car les atomes ne sortent du nuage que sur la surface d'évaporation. Pour mener les calculs simultanément dans ce cas ainsi que dans le cas de la modulation, nous supposons que la distribution des atomes suivant  $z$  est une gaussienne de taille RMS  $\sigma_z$  : il est toujours possible de faire tendre  $\sigma_z$  vers zéro pour retrouver la taille initiale du paquet émis par une fréquence unique.

#### Effet des interactions

En sortant du piège, les atomes extraits vont subir l'effet des interactions avec les atomes qui restent dans le nuage piégé. Nous supposons que la



position transverse  $(x, y)$  d'un atome qui sort du nuage n'est pas modifiée, cette approximation est analogue à l'approximation de Raman-Nath. Nous montrerons en fin de chapitre que l'effet des interactions est d'ajouter une vitesse transverse de la forme  $\alpha_x \times x$  suivant la direction  $x$  et  $\alpha_y \times y$  suivant la direction  $y$ . Les facteurs  $\alpha_x$  et  $\alpha_y$  dépendent de la fréquence rf. Nous négligeons les modifications de la distribution dans l'espace des phases suivant la verticale.

### Distribution initiale dans l'espace des phases

La distribution dans l'espace des phases initiale  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t_0)$  du paquet d'atomes extrait peut être factorisée suivant les trois directions. En notant  $\delta N$  le nombre d'atomes contenu dans le paquet, nous avons  $f = \delta N \times f_x \times f_y \times f_z$  avec

$$f_z(z, v_z, t_0) = \frac{1}{2\pi \sigma_z \sigma_v} \exp\left(-\frac{(z - \bar{z}_0)^2}{2\sigma_z^2} - \frac{(v_z - \bar{v}_0 - \alpha_z z)^2}{2\sigma_v^2}\right), \quad (4.2)$$

et des expressions similaires pour  $f_x$  et  $f_y$ . Dans cette expression,  $\sigma_z$  et  $\sigma_v$  désignent respectivement la taille RMS verticale initiale du nuage et la largeur RMS de la distribution des vitesses. Nous notons  $\bar{z}_0$  l'altitude initiale du centre du paquet. Enfin  $\bar{v}_0$  et  $\alpha_z$  sont initialement nuls, mais nous les incluons dans cette expression, d'une part pour que les résultats obtenus sur  $f_z$  puissent être applicables à  $f_x$  et  $f_y$  ( $\alpha_x$  et  $\alpha_y$  sont non-nuls à cause des interactions). Et d'autre part pour que ces calculs puissent être généralisés à la propagation dans plusieurs potentiels successifs, comme nous le verrons dans la suite.

### 4.3.2 Évolution du paquet d'atomes

Pour déterminer l'évolution de la densité spatiale, il faut déterminer l'évolution de la distribution dans l'espace des phases puis intégrer sur les vitesses.

#### Équations générales

Pour relier la distribution dans l'espace des phases  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  à l'instant  $t$ , à la distribution dans l'espace des phases à l'instant  $t_0$ , nous utilisons les équations horaires du mouvement  $\mathbf{R}(\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, t)$  et  $\mathbf{V}(\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, t)$  d'un atome dans le potentiel extérieur,  $\mathbf{r}_0$  et  $\mathbf{v}_0$  représentant respectivement la position et la vitesse de l'atome à l'instant  $t_0$ . Pour des conditions initiales données chaque

atome se propage suivant ces équations, nous avons donc

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \int d\mathbf{v}_0 \int d\mathbf{r}_0 f(\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, t_0) \times \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}(\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, t)) \times \delta(\mathbf{v} - \mathbf{V}(\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, t)) \quad (4.3)$$

où  $\delta$  représente la fonction delta de Dirac.

## Potentiel magnétique

Pour obtenir les équations du mouvement, il faut connaître la forme exacte du potentiel. Les atomes émis dans l'état  $m_F = 0$  sont soumis à la gravité, mais aussi à un potentiel magnétique répulsif dû à l'effet Zeeman quadratique. Nous avons vu que dans les expériences ce potentiel magnétique joue un rôle important, nous allons donc le caractériser.

L'énergie Zeeman est donnée par l'équation (2.14), dans le niveau  $m_F = 0$ , il vient  $E_{F,0} \simeq (-1)^F (\mu_B B)^2 / (\hbar\omega_{\text{hf}})$ . À l'aide de l'expression (1.5) du module du champ en fonction de la position, nous écrivons le potentiel magnétique :

$$(-1)^F \frac{\mu_B^2}{\hbar\omega_{\text{hf}}} \times \left\{ B_0 + B_0 B'' x^2 + \frac{B''^2}{4} x^4 + \left( B'^2 - \frac{B''}{2} B_0 \right) (y^2 + z^2) \right\}. \quad (4.4)$$

Le potentiel est parfaitement harmonique suivant le quadripôle  $(y, z)$ . En revanche suivant la direction  $x$  du dipôle, le potentiel cesse d'être harmonique pour  $x \sim 2\sqrt{B_0/B''}$ . Avec notre valeur du rapport biais sur courbure dipôle  $2\sqrt{B_0/B''} = 1,4$  cm, ce qui est supérieur à la taille de notre cellule, le potentiel peut donc être considéré comme harmonique dans les trois directions. Les fréquences d'oscillations valent :

$$\Omega_x = \sqrt{\frac{2\mu_B^2}{M\hbar\omega_{\text{hf}}} B_0 B''} \quad \text{et} \quad (4.5)$$

$$\Omega_y = \Omega_z = \sqrt{\frac{2\mu_B^2}{M\hbar\omega_{\text{hf}}} (B'^2 - B_0 B''/2)} \simeq B' \sqrt{\frac{2\mu_B^2}{M\hbar\omega_{\text{hf}}}}. \quad (4.6)$$

En notant  $\omega_i$  la fréquence d'oscillation dans le niveau piégeant  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  suivant la direction  $i \in \{x, y, z\}$ , nous avons  $\Omega_i = \omega_i \times 2\sqrt{|\mu_B|B_0/\hbar\omega_{\text{hf}}}$ . Pour  $B_0 = 56$  G,  $\sqrt{|\mu_B|B_0/\hbar\omega_{\text{hf}}} = 0,11$ , il vient donc  $\Omega_z = 29 \times 2\pi$  Hz et  $\Omega_x = 2 \times 2\pi$  Hz. La gravité déplace le centre du potentiel par rapport au minimum du module du champ d'une distance  $g/\Omega_z^2 \simeq 300$   $\mu\text{m}$ .

Nous avons pu déterminer directement  $\Omega_z$  en observant l'oscillation d'un paquet d'atomes transféré<sup>1</sup> dans  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  en fonction du temps. En

<sup>1</sup>Pour faire passer les atomes de  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  à  $|F = 2, m_F = 0\rangle$ , nous utilisons un champ magnétique oscillant à 6,8 GHz.

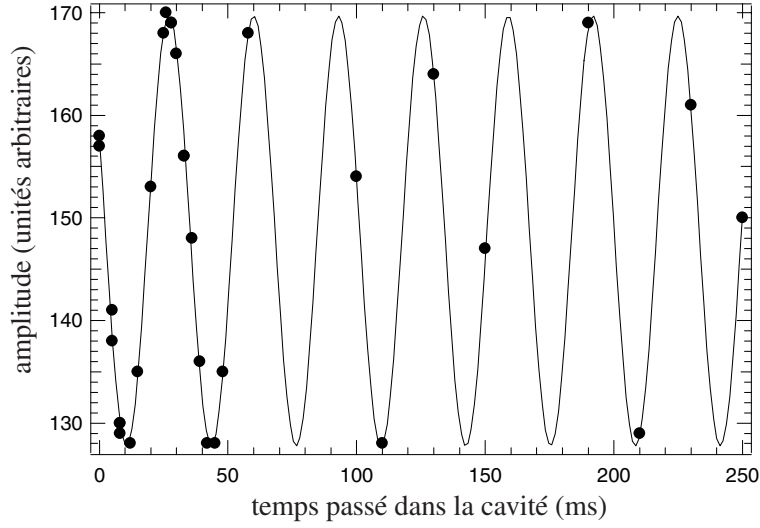


FIG. 4.12 – Position du centre d’un petit nuage d’atomes transféré dans le niveau piégeant  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  en fonction du temps. Un ajustement avec une fonction sinusoïdale donne une période de 33,0 ms.

effet puisque cet état est légèrement piégeant, nous obtenons une cavité magnétique dans laquelle les atomes peuvent osciller. La figure 4.12 représente les points expérimentaux ainsi qu’un ajustement par une fonction sinusoïdale. La fréquence mesurée de 30,3 Hz est en relativement bon accord avec la valeur calculée plus haut.

Nous prenons l’origine des coordonnées au centre du potentiel total (magnétique + gravitationnel) dans l’état *anti-piégeant*. Le potentiel total s’écrit alors  $-\frac{1}{2}M(\Omega_x^2 x^2 + \Omega_y^2 y^2 + \Omega_z^2 z^2)$ . Dans ce repère, la position initiale du centre du nuage est donnée par  $\mathbf{g}/\Omega_z^2 + \mathbf{g}/\omega_z^2 \simeq \mathbf{g}/\Omega_z^2$ .

### Propagation dans le potentiel magnétique en présence de gravité

Nous allons maintenant déterminer l’évolution de la distribution dans l’espace des phases du paquet d’atomes extrait du nuage lors de sa propagation dans le potentiel magnétique résiduel dans l’état anti-piégeant  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  en tenant compte de la gravité.

Le potentiel est séparable suivant les trois directions de l’espace. Et puisque la distribution dans l’espace des phases initiale est factorisable suivant les trois directions, nous pouvons nous ramener à trois problèmes unidimensionnels. Nous mènerons les calculs suivant  $z$  mais les résultats pourront directement être adaptés aux autres directions. Pour un atome initialement en  $z_0$  avec une vitesse  $v_0$ , les équations horaires du mouvement dans le potentiel

harmonique répulsif de pulsation  $\Omega_z$  s'écrivent :

$$Z(z_0, v_0, \tau) = z_0 \cosh(\Omega_z \tau) + v_0 / \Omega_z \sinh(\Omega_z \tau) \quad (4.7)$$

$$V_z(z_0, v_0, \tau) = v_0 \cosh(\Omega_z \tau) + z_0 \Omega_z \sinh(\Omega_z \tau). \quad (4.8)$$

où  $\tau = t - t_0$  est le temps de propagation dans le potentiel. Sans perte de généralité, nous prenons  $t_0 = 0$  dans tout le calcul qui suit.

Avec la formule (4.3) nous pouvons calculer exactement l'évolution de la distribution dans l'espace des phases dans le potentiel répulsif. Les calculs sont fastidieux mais pas compliqués dans leur principe. Après un temps de propagation  $\tau$ , la distribution dans l'espace des phases du paquet d'atomes s'écrit

$$f_z(z, v_z, \tau) = \frac{1}{2\pi \sigma_z \sigma_v} \exp\left(-\frac{(z - \bar{z}_1(\tau))^2}{2\sigma_z^2 \times A_z(\tau)^2} - \frac{(v_z - \bar{v}_1(\tau) - \alpha_1(\tau)z)^2}{2\sigma_v^2 / A_z(\tau)^2}\right), \quad (4.9)$$

où la position  $\bar{z}_1(\tau)$  du centre du nuage après un temps de propagation  $\tau$  est donné par

$$\bar{z}_1(\tau) = \bar{z}_0 \times \left\{ \cosh(\Omega_z \tau) + \frac{\alpha_z}{\Omega_z} \sinh(\Omega_z \tau) \right\} + \frac{\bar{v}_0}{\Omega_z} \sinh(\Omega_z \tau), \quad (4.10)$$

et

$$A_z(\tau)^2 = \left\{ \cosh(\Omega_z \tau) + \frac{\alpha_z}{\Omega_z} \sinh(\Omega_z \tau) \right\}^2 + \left\{ \frac{\sigma_v}{\Omega_z \sigma_z} \sinh(\Omega_z \tau) \right\}^2. \quad (4.11)$$

Dans ces équations, avec notre choix du repère, la gravité n'intervient que via la position initiale  $\bar{z}_0$  du centre du nuage.

Nous ne donnons pas ici la forme des fonctions  $\bar{v}_1(\tau)$  et  $\alpha_1(\tau)$  car ces fonctions n'interviennent pas dans la distribution spatiale obtenue par intégration sur les vitesses.

### Propagation dans plusieurs potentiels successifs

La forme obtenue pour la distribution dans l'espace des phases après un temps de propagation  $\tau$  (4.9) est similaire à la forme initiale (4.2). Ce résultat remarquable vient du fait que nous avons utilisé des distributions gaussiennes et des potentiels quadratiques. Pour calculer l'évolution du paquet d'atomes dans plusieurs potentiels successivement appliqués, il suffit donc de prendre la distribution dans l'espace des phase obtenue à l'issue de la propagation dans le premier potentiel comme forme de départ pour la propagation dans le second et ainsi de suite<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup>Mathématiquement, ces transformations constituent un groupe.

Dans notre expérience, nous coupons le piège magnétique avant de prendre l'image et les atomes se propagent sous l'effet de la gravité pendant un certain temps. Dans le potentiel gravitationnel, le même type de calcul peut être fait à partir des équations du mouvement il se trouve que la forme (4.9) de la distribution dans l'espace des phases reste aussi la même dans ce cas. Les nouvelles valeurs des coefficients sont données par

$$\bar{z}_1(\tau) = \bar{z}_0 \times (1 + \alpha_z \tau)^2 + \bar{v}_0 \tau + \frac{1}{2} g \tau^2 \quad (4.12)$$

pour la position du centre du nuage et

$$A_z(\tau)^2 = (1 + \alpha_z \tau)^2 + \left( \frac{\sigma_v \tau}{\sigma_z} \right)^2 \quad (4.13)$$

pour les tailles du nuage. Ainsi pour analyser nos images, nous utilisons le résultat du calcul dans le potentiel magnétique pour un temps de couplage de 10 ms, puis nous prenons ce résultat comme point de départ dans les équations ci-dessus pour obtenir la distribution dans l'espace des phases après le temps de vol de 6 ms. Enfin pour obtenir la densité spatiale, il faut intégrer sur les vitesses.

### Densité spatiale du paquet d'atomes

La densité spatiale d'un paquet de  $\delta N$  atomes qui s'est propagé pendant un temps  $\tau$  est donnée par intégration sur les vitesses :

$$\delta n(\mathbf{r}, \tau) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \tau) d\mathbf{v} = \delta N \frac{\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2(\tau)} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2(\tau)} - \frac{(z-\bar{z}_1(\tau))^2}{2\sigma_z^2(\tau)}\right)}{\sqrt{2\pi}^3 \sigma_x(\tau) \sigma_y(\tau) \sigma_z(\tau)}, \quad (4.14)$$

où  $\sigma_i(\tau) \equiv \sigma_i \times A_i(\tau)$  pour  $i = x, y$  et  $z$ . Pour la propagation sous l'effet de la gravité seule avec  $\alpha_i = 0$ , nous retrouvons la forme classique de la taille en fonction du temps de vol  $\sigma_i^2(\tau) = \sigma_i^2 + \sigma_v^2 \tau^2$ .

### Approximation

Regardons la densité d'atomes qui passent à une altitude  $z$  donnée en fonction du temps de propagation  $\tau$  (cette approche est celle utilisés dans les expériences dites de temps de vol [100, 101]). Cette densité est maximale lorsque le centre du paquet se trouve en  $z$ , ce qui se produit au temps  $\tau = \tau_z$  défini par  $\bar{z}_1(\tau_z) = z$  à partir de l'équation (4.10). Pour  $\tau$  très différent de  $\tau_z$ , la densité au point  $z$  sera pratiquement négligeable. Nous allons donc faire un développement limité de la densité (4.14) pour des temps proches de  $\tau_z$ .

Mathématiquement, l'approximation consiste à remplacer  $\bar{z}_1(\tau) - z$  par  $(\tau - \tau_z) \frac{d\bar{z}_1}{d\tau}(\tau_z)$  et  $\sigma_z(\tau)$  par  $\sigma_z(\tau_z)$  dans l'expression de la densité spatiale (4.14), ce qui donne

$$\exp\left(-\frac{(z - \bar{z}_1(\tau))^2}{2\sigma_z^2(\tau)}\right) \simeq \exp\left(-\frac{(\tau - \tau_z)^2}{2\Delta t_z^2}\right) \quad \text{avec} \quad \Delta t_z = \frac{\sigma_z(\tau_z)}{\frac{d\bar{z}_1}{d\tau}(\tau_z)}. \quad (4.15)$$

Le temps  $\Delta t_z$  est le rapport de la taille du paquet d'atomes sur la vitesse de son centre au moment où celui-ci passe à l'altitude  $z$ , physiquement il représente la largeur temporelle du signal de temps de vol. Si ce développement est valable pour  $\tau - \tau_z$  de l'ordre de  $\Delta t_z$ , alors il est toujours valable. En effet, dans ce cas, lorsque les termes d'ordre supérieur commenceront à jouer un rôle, la densité sera extrêmement faible à cause de l'exponentielle. Nous discutons maintenant de la condition de validité de cette approximation.

### Validité

Pour vérifier la validité de cette approximation, il faut injecter les développements limités de  $\bar{z}_1(\tau)$  et de  $\sigma_z(\tau)$  autour de  $\tau_z$  dans l'expression de la densité spatiale (4.14), et regarder à quelle condition les termes d'ordre supérieur peuvent être négligés pour  $\tau - \tau_z \sim \Delta t_z$ . Les conditions de validité de l'approximation ainsi obtenues s'écrivent

$$\frac{d\sigma_z}{d\tau}(\tau_z) \ll \frac{d\bar{z}_1}{d\tau}(\tau_z) \quad \text{et} \quad \Delta t_z \times \frac{d}{d\tau} \ln\left(\frac{d\bar{z}_1}{d\tau}\right)(\tau_z) \ll 1. \quad (4.16)$$

Ces deux conditions peuvent s'interpréter simplement. Pour satisfaire la première, la vitesse d'étalement du paquet d'atomes doit être beaucoup plus faible que la vitesse du centre du paquet, lorsque ce dernier passe à l'altitude  $z$ . Pour satisfaire la seconde, la variation relative de la vitesse du centre du nuage doit être faible pendant un temps égal à la largeur du temps de vol.

L'expression (4.10) avec  $\bar{v}_0$  et  $\alpha_z = 0$  donne simplement  $z_1(\tau) = \bar{z}_0 \times \cosh(\Omega_z \tau)$ . Par ailleurs, pour  $z \gg \bar{z}_0 \simeq 300 \mu\text{m}$ , nous avons  $\Omega_z \tau_z \gg 1$  et il est possible de simplifier toutes les expressions car  $\cosh(\Omega_z \tau_z) \simeq \sinh(\Omega_z \tau_z) \simeq \exp(\Omega_z \tau_z)/2$ . Dans cette approximation, la taille verticale donnée par la formule (4.11) devient  $\sigma_z(\tau) = \sigma_z \sqrt{1 + a^2} \exp(\Omega_z \tau_z)/2$  avec  $a = \frac{\sigma_v}{\Omega_z \sigma_z}$ . La taille du verticale initiale  $\sigma_z$  du paquet d'atomes extrait est au plus égale à celle du nuage d'atomes piégé qui vaut  $\sigma_v/\omega_z$ . Or  $(\omega_z^2/\Omega_z^2) \simeq 22$ , nous avons donc  $a^2 \gg 1$  et  $\sigma_z(\tau) \simeq \frac{\sigma_v}{2\Omega_z} \exp(\Omega_z \tau_z)$ .

Pour  $z \gg \bar{z}_0$ , les dérivées qui interviennent dans les conditions de l'équation (4.16) sont très simples et nous trouvons que les deux conditions sont

satisfaites si  $\sigma_v \ll g/\Omega_z$ . Avec  $\Omega_z \simeq 30 \times 2\pi$  Hz, la température du nuage doit être très petite devant  $27 \mu\text{K}$ , ce qui est le cas dans nos expériences<sup>3</sup>.

En conclusion l'approximation réalisée ci-dessus est valable au moins pour  $z \gg 300 \mu\text{m}$ .

### Conséquences

De plus, dans l'approximation  $z \gg \bar{z}_0$ , les variations relatives des tailles  $\sigma_i(\tau)$  (pour  $i \in \{x, y, z\}$ ) sont très faibles pendant le temps  $\Delta t_z$ . En effet, d'une part nous obtenons  $\Delta t_z \simeq \sigma_v/g$ , et d'autre part  $\frac{1}{\sigma_i} \frac{d\sigma_i}{d\tau} \simeq \Omega_i \leq \Omega_z$  (l'inégalité vient de  $\Omega_x < \Omega_y = \Omega_z$ ). Or la condition de validité du paragraphe précédent s'écrit  $\sigma_v \ll g/\Omega_z$ , donc  $\Delta t_z \times \frac{1}{\sigma_i} \frac{d\sigma_i}{d\tau} = \Omega_i \sigma_v/g \ll 1$ . Il est donc possible de remplacer l'expression des tailles en fonction du temps par leur valeur en  $\tau = \tau_z$ . Nous obtenons une expression pour la densité spatiale dont la dépendance en  $\tau$  est extrêmement simple :

$$\delta n(\mathbf{r}, \tau) \simeq \delta N \frac{\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2(\tau_z)} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2(\tau_z)}\right)}{\sqrt{2\pi}^3 \sigma_x(\tau_z) \sigma_y(\tau_z) \sigma_z(\tau_z)} \times \exp\left(-\frac{(\tau - \tau_z)^2}{2\Delta t_z^2}\right). \quad (4.17)$$

### 4.3.3 Calcul de la densité du faisceau

Nous avons déterminé la densité spatiale d'un paquet d'atomes après un temps  $\tau$  de propagation dans le potentiel total, magnétique et gravitationnel. Maintenant nous ne considérons plus un paquet unique, mais une succession de paquets émis à des instants différents. La densité spatiale à un instant  $t$  du faisceau ainsi formé est donnée par la somme de la densité spatiale des différents paquets. Le temps de propagation d'un paquet émis à  $t_0$  est donné par  $\tau = t - t_0$ .

Notons  $\delta N = \gamma(t) dt$  le nombre d'atomes extraits du nuage piégé par la rf entre les instants  $t$  et  $t + dt$ . Comme nous l'avons vu dans la première partie de ce chapitre, les fluctuations du champ magnétique ou l'application d'une modulation sur la rf va entraîner une variation du taux d'extraction  $\gamma$  dans le temps. Pour obtenir une expression générale du faisceau de sortie, il faut sommer la densité spatiale des paquets d'atomes sur les différents instants d'émission pondérés par le taux d'extraction  $\gamma$  :

$$n(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t \delta n(\mathbf{r}, t - t_0) \times \gamma(t_0) dt_0 = \int_0^{+\infty} \delta n(\mathbf{r}, \tau) \times \gamma(t - \tau) d\tau, \quad (4.18)$$

---

<sup>3</sup>Dans le cas où seule la gravité intervient, les deux conditions sont satisfaites si  $\sqrt{2gz} \gg \sigma_v$ . Cette inégalité peut aussi s'écrire  $z \gg \frac{\sigma_v^2}{2g}$  ou encore  $Mgz \gg \frac{1}{2}k_B T$ . Pour un nuage thermique de  $1 \mu\text{K}$ , il faut  $z > 5 \mu\text{m}$

si le couplage est établi à partir d'un instant  $t_i$ , il suffit de prendre  $\gamma = 0$  pour  $t < t_i$ .

En utilisant la forme (4.17) pour la densité spatiale des paquets d'atomes, il vient

$$n(x, y, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}^3 \sigma_x(\tau_z) \sigma_y(\tau_z) \sigma_z(\tau_z)} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2(\tau_z)} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2(\tau_z)}\right) \times \int_0^{+\infty} \exp\left(-\frac{(\tau - \tau_z)^2}{2\Delta t_z^2}\right) \times \gamma(t - \tau) d\tau. \quad (4.19)$$

Pour  $\tau_z \gg \Delta t_z$ , l'intégrale peut être étendue jusqu'à  $-\infty$  sans introduire une erreur significative<sup>4</sup>. Nous avons  $\Delta t_z \simeq \sigma_v/g$  et  $\sigma_v \ll g/\Omega_z$ , donc  $\Delta t_z \gg 1/\Omega_z$ . Si  $z \gg \bar{z}_0$ , alors  $\Omega_z \tau \gg 1$ , et la condition  $\tau_z \gg \Delta t_z$  est nécessairement réalisée, la densité du faisceau de sortie peut alors s'écrire simplement

$$n(\mathbf{r}, t) = n_0(\mathbf{r}) \times \tilde{\gamma}(t - \tau_z) \quad (4.20)$$

où  $n_0$  est la forme du faisceau pour un taux de couplage constant  $\gamma_0$  :

$$n_0(x, y, z) = \frac{\gamma_0}{\frac{dz_1}{d\tau}(\tau_z)} \times \frac{\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2(\tau_z)} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2(\tau_z)}\right)}{2\pi \sigma_x(\tau_z) \sigma_y(\tau_z)}, \quad (4.21)$$

et  $\tilde{\gamma}$  est le produit de convolution de  $\gamma/\gamma_0$  par une gaussienne de largeur  $\Delta t_z$  :

$$\tilde{\gamma}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp\left(-\frac{\tau^2}{2\Delta t_z^2}\right)}{\sqrt{2\pi} \Delta t_z} \times \frac{\gamma(t - \tau)}{\gamma_0} d\tau. \quad (4.22)$$

Cette dernière équation indique que toutes les variations du taux d'extraction  $\gamma$  de fréquence supérieure à  $1/\Delta t_z$  sont lissées sur le faisceau d'atomes. En effet, la transformée de Fourier de  $\tilde{\gamma}$  est donnée par le produit de la transformée de Fourier de  $\gamma$  et d'une gaussienne de largeur  $\omega_c = 1/\Delta t_z \simeq g/\sigma_v$ .

En conclusion, nous avons montré que seules les composantes spectrales de fréquences inférieures à  $\omega_c \simeq g/\sigma_v$  se retrouvent sur le faisceau, les autres sont coupées. Les fluctuations haute fréquence sont donc sans effet sur le faisceau de sortie. La fréquence de coupure obtenue est peu différente de celle donnée par la condition  $F_{\omega_m} = 1$  du paragraphe 4.2.2. Plus le faisceau est issu d'un nuage thermique de faible température, plus il est sensible aux fluctuations. Pour un condensat, le calcul mené dans la dernière partie de ce

---

<sup>4</sup>Pour la chute libre, cette condition s'écrit  $\sqrt{2z/g} \gg \sigma_v/g$ , soit  $z \gg \frac{\sigma_v^2}{2g}$ . La condition de validité de  $\tau_z \gg \Delta t_z$  est vérifiée car elle est la même que celle de l'approximation déjà réalisée.



chapitre conduira à une fréquence de coupure similaire où  $\sigma_v$  représente alors la distribution en vitesse du condensat donné par la relation d'indétermination de Heisenberg.

Nous allons maintenant nous intéresser au profil du faisceau  $n_0(\mathbf{r})$  donné par un taux d'extraction constant. Si le taux d'extraction varie, il suffit de multiplier la densité par  $\tilde{\gamma}(t - \tau_z)$ .

### Profil longitudinal du faisceau

Pour une propagation sous l'effet de la gravité seule, en négligeant les tailles initiales du nuage d'atome piégé devant  $\sigma_v \sqrt{2z/g}$ , le profil longitudinal du faisceau est simplement donné par

$$n_0(0, 0, z) = \frac{\gamma_0}{\sqrt{2gz}} \times \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi} \sigma_v \sqrt{2z/g}\right)^2}. \quad (4.23)$$

Cette forme donne bien la conservation du débit avec une décroissance en  $1/\sqrt{2gz}$  pour l'effet de la gravité, et une atténuation en  $1/(\sqrt{2\pi} \sigma_v \sqrt{2z/g})$  par degré de liberté transverse, liée à l'élargissement du faisceau. Pour le potentiel quadratique, la forme est moins simple, mais elle correspond aussi à celle obtenue à partir de la simple conservation du flux d'atomes.

### Forme du faisceau

La forme du faisceau est donnée par la taille transverse en fonction de l'altitude. Dans le cas de la chute libre nous avons  $\tau_z = \sqrt{2z/g}$  et donc  $\sigma_i(z)^2 = \sigma_i^2 + z \times 2\sigma_v^2/g$  avec  $i = x$  ou  $y$ . La forme du faisceau est pratiquement parabolique.

Lorsque le potentiel magnétique est aussi présent, pour des altitudes  $z$  très supérieures à  $\bar{z}_0$ , les tailles transverses du nuages données par (4.11) sont proportionnelles à l'altitude  $z$ . Le faisceau a alors une forme rectiligne et il est bien caractérisé par un angle de divergence donné par

$$\frac{\sigma_i(z)}{z} \simeq \frac{\sigma_i \Omega_z^2}{g \Omega_i} \sqrt{(\alpha_i + \Omega_i)^2 + \left(\frac{\sigma_v}{\sigma_i}\right)^2} \simeq \frac{\sigma_v}{\Omega_i} \frac{\Omega_z^2}{g}. \quad (4.24)$$

La seconde égalité est généralement valable pour les nuages thermiques, en effet  $\alpha_i$  et  $\Omega_i$  sont souvent négligeables devant la rapport  $\sigma_v/\sigma_i$ . Pour un nuage thermique à 500 nK, l'angle de divergence vaut 0,1 radian.

En revanche, dans les condensats, d'une part la taille RMS  $\sigma_v$  de la distribution en vitesse est beaucoup plus petite que pour les nuages thermiques

et d'autre part la densité d'atomes piégé est beaucoup plus grande, l'effet interactions est donc plus grand important que dans les nuages thermiques.

Justifions maintenant la forme utilisée pour prendre en compte l'effet des interactions sur la vitesse transverse. Ces interactions sont répulsives, elles peuvent être décrites par un potentiel de champ moyen proportionnel à la densité d'atomes piégés. Nous supposons que la position transverse  $(x,y)$  d'un atome qui sort du nuage n'est pas modifiée. Cependant, le champ moyen communique une impulsion transverse à l'atome. La densité spatiale dans le condensat est donné par une parabole inversée [102], le potentiel du champ moyen est donc harmonique. La composante suivant  $x$  de la force donnée par le champ moyen est donc proportionnelle à la position  $x$ . L'impulsion communiquée par le champ moyen est obtenue en intégrant la force pendant la traversée du nuage. La vitesse ajoutée suivant la direction  $x$  par le champ moyen est donc proportionnelle à la position  $x$ , elle s'écrit  $\alpha_x \times x$ . La valeur de  $\alpha_x$  est d'autant plus grande que l'altitude du nuage traversé par les atomes extraits est importante, de plus nous avons  $\alpha_x > 0$  car les interactions sont répulsives. L'expression (4.24) donne bien que l'angle de divergence croît avec  $\alpha_x$ , il décroît donc avec la fréquence rf.

Le traitement classique développé ci-dessus ne s'applique pas aux condensats. Pour décrire la divergence des lasers à atomes, nous avons adapté un modèle utilisé en optique gaussienne (matrices ABCD [103]). En optique, ce modèle permet de déterminer l'évolution des faisceaux gaussiens à partir des rayons de l'optique géométrique, il permet de prendre en compte la diffraction. Avec le modèle classique basé sur les trajectoires des atomes, en prenant  $\sigma_x \times M\sigma_{v_x} = \hbar/2$  (et la même chose suivant  $y$ ), nous retrouvons les résultats donnés par le traitement quantique adapté des matrices ABCD. Il est remarquable de constater que l'introduction "à la main" de la diffraction au moment de l'émission des atomes donne une forme valable pendant toute la propagation. Ce résultat est lié à l'utilisation de profils gaussiens et de potentiels quadratiques ou linéaires<sup>5</sup>. Les résultats donnés les matrices ABCD sont en bon accord avec nos données expérimentales et le rôle des interactions est clairement mis en évidence. Ce travail a donné lieu à une publication [105] reproduite en annexe.

---

<sup>5</sup> Par exemple l'étalement d'un paquet d'onde gaussien dans l'espace libre, calculé dans la référence [104] avec la relation de dispersion des ondes de matière, donne  $\Delta x(t)^2 = \Delta x^2 + \Delta p^2 t^2 / M^2$  avec  $\Delta x \cdot \Delta p = \hbar/2$ . La première équation est identique à celle donnée en physique classique par une distribution gaussienne d'atomes de largeur  $\sigma_x = \Delta x$  en position et  $\sigma_v = \Delta p / M$  en vitesse, la seconde équation est la relation d'indétermination d'Heisenberg qui ne peut pas sortir d'un modèle classique.

## Conclusion

La description du faisceau en terme de paquets d'atomes classiques conduit à deux résultats principaux. Cette description indique que les variations du taux de couplage se retrouvent sur le faisceau si leur fréquence est inférieure à une valeur qui dépend de la largeur de la distribution en vitesse. De plus nous avons obtenu une forme analytique pour le profil du faisceau de sortie qui prend en compte les interactions avec les atomes piégés à la sortie du nuage ainsi que l'effet du potentiel magnétique répulsif résiduel dans le niveau de départ. Ce modèle nous donne une expression simple de l'angle de divergence.

## 4.4 Au delà de la description classique

Nous allons maintenant déterminer l'influence des variations de la fréquence rf sur le laser à atomes en utilisant une description quantique du mouvement des atomes.

### Hypothèses simplificatrices

Nous nous plaçons dans le régime de couplage faible de sorte que nous négligeons la variation du nombre d'atomes dans le condensat et nous supposons que les atomes sortent tous dans l'état  $m_F = 0$ . Nous négligeons les interactions ainsi que l'effet Zeeman quadratique, les atomes se propagent donc simplement sous l'effet de la gravité. De plus nous ne considérons que la direction verticale. Enfin nous nous plaçons dans les conditions de validité de la théorie des perturbations dépendant du temps à l'ordre 1.

Commençons par considérer le cas du laser continu obtenu avec une fréquence rf fixe.

### 4.4.1 Fonction d'onde du laser continu

Pour un couplage continu à une fréquence  $\omega_{\text{rf}}$  fixe, la fonction d'onde du laser est en bonne approximation égale à la fonction propre du potentiel gravitationnel d'énergie  $E$  vérifiant  $E - E_{-1} = \hbar\omega_{\text{rf}}$ , où  $E_{-1}$  est l'énergie du condensat dans le piège magnétique. Les fonctions propres d'un potentiel linéaire sont des fonction d'Airy dont la forme asymptotique peut être calculée avec l'approximation WKB. En notant  $z_E = \frac{E}{Mg}$  l'altitude du point de

rebroussement classique, la forme asymptotique de la fonction d'Airy s'écrit

$$\phi_E(z) \propto (z - z_E)^{-\frac{1}{4}} \exp \left\{ i \frac{2}{3} \left( \frac{z - z_E}{l} \right)^{\frac{3}{2}} \right\}. \quad (4.25)$$

Cette forme devient valable dès que  $z - z_E$  est grand devant la longueur caractéristique  $l$  associée au potentiel gravitationnel et donnée par  $l^3 = \frac{\hbar^2}{2M^2g}$ . Pour le  $^{87}\text{Rb}$ , nous avons  $l = 0,28 \mu\text{m}$ , cette longueur est inférieure de plus d'un ordre de grandeur à la taille verticale du condensat.

#### 4.4.2 Fonction de couplage dépendant du temps

Nous allons maintenant considérer l'effet des variations temporelles de la condition de résonance (variations de la fréquence rf ou variations du champ magnétique de piégeage qui modifient l'énergie du condensat par rapport à une référence fixe). Fabrice Gerbier de notre groupe a calculé le taux de couplage du condensat  $\Gamma$  vers le continuum pour une fréquence rf fixe, à partir de la règle d'or de Fermi [106]. Dans nos conditions expérimentales, nous avons  $\Gamma \simeq 6 \text{ s}^{-1}$ . La théorie des perturbations dépendant du temps peut être utilisée tant que le temps reste faible devant  $1/\Gamma$ . Dans nos expériences, le temps de couplage ne dépasse pas 20 ms nous pouvons donc utiliser cette théorie pour calculer la fonction d'onde  $|\psi(t)\rangle$  du faisceau lorsque la fréquence et l'amplitude du champ rf  $B_{\text{rf}}(t)$  varient dans le temps.

Pour obtenir le profil  $\psi(z, t) = \langle z | \psi(t) \rangle$  du faisceau peut être décomposé sur la base des fonctions  $\phi_E(z) = \langle z | \phi_E \rangle$  propres du potentiel gravitationnel. Dans un potentiel linéaire, toutes les énergies sont équivalentes, la densité d'état  $\rho_0$  est donc indépendante de l'énergie et

$$\psi(z, t) = \rho_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \phi_E | \psi(t) \rangle \phi_E(z) dE. \quad (4.26)$$

À l'ordre 1 de la théorie des perturbations dépendant du temps, nous avons :

$$\langle \phi_E | \psi(t) \rangle = e^{-i\frac{E}{\hbar}t} \int_0^t e^{i\frac{E-E_{-1}}{\hbar}t'} \langle \phi_E | W_{\text{rf}}(t') | \psi_{-1} \rangle \frac{dt'}{i\hbar}, \quad (4.27)$$

où  $E_{-1}$  est l'énergie du condensat,  $|\psi_{-1}\rangle$  est la fonction d'onde du condensat et  $W_{\text{rf}}(t) = -\mu_z B_{\text{rf}}(t)$  est le hamiltonien de couplage radio-fréquence.

L'élément de matrice  $\langle \phi_E | \mu_z | \psi_{-1} \rangle$  ne dépend que de l'énergie  $E$  du niveau  $|\phi_E\rangle$ . Il est proportionnel à l'intégrale de recouvrement entre la fonction d'onde  $\psi_{-1}(z)$  du condensat et la fonction  $\phi_E(z)$ , nous notons  $K(E)$  cet élément de matrice. Nous choisissons l'origine de l'axe vertical au centre

du condensat et l'origine des énergies de sorte que le potentiel gravitationnel s'écrive simplement  $-Mgz$  (l'axe vertical est orienté vers le bas). Par ailleurs, nous posons  $b_{\text{rf}}(t) = B_{\text{rf}}(t) e^{-iE_1 t/\hbar}$ , nous avons alors

$$\langle \phi_E | \psi(t) \rangle = K(E) e^{-i\frac{E}{\hbar}t} \int_0^t e^{i\frac{E}{\hbar}t'} b_{\text{rf}}(t') dt', \quad (4.28)$$

qui peut s'interpréter comme le spectre du laser à atomes. Nous retrouvons que si le couplage rf est réalisé avec une fréquence fixe, le spectre du laser est donnée par la transformée de Fourier de la fonction rectangle de largeur  $t$ , la largeur du spectre étant de  $1/t$  [107].

À partir du spectre on peut revenir à la forme du faisceau. Pour cela, nous développons les fonctions propres  $\phi_E(z)$  au voisinage de la fonction  $\phi_0(z)$  d'énergie nulle en supposant  $Mgz \gg |E|$  (cette approximation demande au maximum que l'altitude  $z$  soit grande devant la taille verticale du condensat), il vient

$$\frac{\phi_E(z)}{\phi_0(z)} \simeq \exp\left(-\frac{E}{\hbar} \sqrt{\frac{2z}{g}}\right). \quad (4.29)$$

Finalement, la fonction d'onde du faisceau est donnée par

$$\psi(z, t) \propto \phi_0(z) \int_0^t b_{\text{rf}}(t') \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} K(E) e^{i\frac{E}{\hbar}(t'-t_z)} dE \right] dt', \quad (4.30)$$

avec  $t_z = t - \sqrt{2z/g}$ . Le terme entre crochets est la transformée de Fourier  $\tilde{K}(t - t_z)$  de l'élément de matrice  $K(E)$ . Nous obtenons enfin

$$\psi(z, t) \propto \phi_0(z) \int_0^t b_{\text{rf}}(t') \tilde{K}(t' - t_z) dt'. \quad (4.31)$$

La fonction d'onde du laser à atomes est donnée par le produit de convolution des variations de la rf par rapport à la fréquence moyenne avec la transformée de Fourier de l'élément de matrice  $K(E)$ . Cet élément de matrice est donné par l'intégrale de recouvrement entre le condensat et la fonction propre du potentiel gravitationnel d'énergie  $E$ .

### Rôle de la fonction $K(E)$

Si la fonction d'onde du condensat était uniforme sur tout l'espace, l'élément de matrice  $K(E)$  serait indépendant de l'énergie et sa transformée de Fourier serait une fonction delta de Dirac. Nous aurions alors  $\psi(z, t) \propto \phi_0(z) b_{\text{rf}}(t - \sqrt{2z/g})$  pour  $t > \sqrt{2z/g}$  soit  $z < \frac{1}{2}gt^2$ , et  $\psi(z, t) = 0$  dans le cas contraire. Les variations par rapport à la fréquence rf moyenne se retrouveraient alors exactement sur la fonction d'onde.

Dans notre cas, la taille du condensat n'est bien sur pas infinie, en revanche elle est grande devant la longueur caractéristique  $l$  du potentiel gravitationnel. Dans ces conditions, l'intégrale de recouvrement entre  $\phi_E(z)$  et de la fonction d'onde du condensat  $\psi_{-1}(z)$  est bien approximée par la valeur de la fonction d'onde du condensat au point de rebroussement classique  $z_E = E/Mg$  du potentiel de gravitation [106]. Nous avons donc  $K(E) \propto \psi_{-1}(z_E)$ . La fonction  $\tilde{K}$  est alors proportionnelle à la transformée de Fourier  $\tilde{\psi}_{-1}$  de la fonction d'onde du condensat, elle représente donc la distribution en impulsion du condensat. La largeur  $M\sigma_v$  de cette distribution définit donc une fréquence de coupure  $\omega_c = g/\sigma_v$  au delà de laquelle les variations de la rf ne se retrouvent pas sur le faisceau atomique.

### Application au peigne de fréquence

Pour la modulation d'amplitude, le produit de convolution de l'équation (4.31) nous dit que la taille des paquets d'onde atomique est donnée par la distribution d'impulsion du condensat piégé étiré par la gravité via  $t_z$ . En effet la longueur des pulses rf est de  $2\mu\text{s}$ , ce qui est beaucoup plus petit que  $2\pi/\omega_c$  qui est de l'ordre de 1 ms.

La transformée de Fourier de la formule (4.31) donne le produit de la transformée de Fourier de  $b_{\text{rf}}$  multiplié par la fonction d'onde du condensat. Dans le cas de la modulation d'amplitude ou de fréquence de la rf, le spectre de  $b_{\text{rf}}$  est un peigne de pics de Dirac. Les dents de ce peigne ont une largeur de l'ordre de  $1/t$  car le temps de couplage  $t$  est fini. La multiplication dans l'espace de Fourier par la fonction d'onde du condensat sélectionne un certain nombre de dents du peigne de fréquence. Le peigne de fréquence réalise un couplage cohérent sur toute la largeur du condensat.

**Retour sur le nuage thermique** Le nuage thermique a une longueur de cohérence est donnée par la longueur d'onde de de Broglie thermique  $\Lambda_T$ . Si deux fréquences rf suffisamment proches sont appliquées sur un nuage thermique, il est possible de voir des interférences comme pour le laser à atomes [108]. La condition est donnée par  $Mg\Lambda_T = \hbar\omega_c$  où  $\omega_c$  représente la différence entre les deux fréquences rf, soit

$$\omega_c = \frac{Mg}{\hbar} \sqrt{\frac{\hbar^2}{2\pi M k_B T}} = \frac{g}{\sqrt{2\pi} \sigma_v}. \quad (4.32)$$

Nous retrouvons la fréquence de coupure obtenue avec le modèle classique.

## Conclusion

Les effets étudiés dans ce chapitre se divisent en deux catégories. La première concerne l'effet des différents potentiels rencontrés par les atomes lors de leur propagation. Tout d'abord, les atomes qui sortent du nuage interagissent avec ceux qui y restent, puis la propagation se fait sous l'effet combiné de la gravité et du potentiel magnétique dû à l'effet Zeeman quadratique. Le faisceau ainsi produit est bien caractérisé par un angle de divergence. Une modélisation classique permet de mettre en lumière la contribution de chacun des deux effets.

En parallèle, nous avons étudié l'effet des variations temporelles du taux d'extraction sur le faisceau d'atomes. Ces variations sont premièrement dues aux fluctuations du champ magnétique. Pour stabiliser le faisceau d'atomes, nous avons appliqué une modulation de fréquence rapide sur la rf avec une amplitude supérieure à celle des fluctuations. Les paquets d'atomes ainsi émis se recouvrent et rendent le faisceau insensible aux fluctuations. Cette stabilisation peut aussi être obtenue par modulation d'amplitude. Lorsque la fréquence de modulation est inférieure à une certaine valeur, nous observons une modulation de sortie du faisceau. Du point de vue classique, cette modulation est simplement comprise comme l'émission de paquets d'atomes qui ne se recouvrent pas. Du point de vue quantique, elle peut être interprétée comme la manifestation d'interférences entre les différents modes émis.

---

# Conclusion

---

Cette thèse a abordé plusieurs thèmes autour de la condensation de Bose-Einstein. Elle se situe à une étape charnière de la vie de notre dispositif expérimental. Elle commence avec les problèmes liés à la production des condensats de Bose pour terminer sur les moyens mis en œuvre pour les utiliser, en passant par une indispensable phase de fiabilisation du dispositif. La première observation de la condensation a eu lieu au début de ce travail de thèse, elle nous a demandé de comprendre les problèmes de l'évaporation en champ fort et de trouver des solutions adéquates.

L'évaporation avec plusieurs fréquences rf, nous a permis d'atteindre des températures beaucoup plus basses que ne le permettait l'évaporation à une seule fréquence. Même si en principe cette technique résout totalement le problème de l'évaporation en champ fort, avec notre schéma simplifié, à cause de l'effet Zeeman du 3<sup>e</sup> ordre, nous n'avons pu atteindre la condensation que pour des champs magnétiques inférieurs à 60 Gauss au centre du piège. En outre, nous avons montré que pour atteindre la condensation, le critère de champ faible peut n'être satisfait qu'à la fin de l'évaporation.

Une autre technique pour atteindre la condensation lorsque le refroidissement évaporatif ne fonctionne pas a été étudiée. Cette méthode connue sous le nom de refroidissement sympathique a une portée beaucoup plus générale que la précédente. Un modèle du contact thermique a permis de comprendre à quelles conditions la thermalisation est assez rapide pour que le refroidissement sympathique soit efficace. De plus, nous avons étudié expérimentalement et théoriquement les différents scénarios qui mènent à la condensation des deux gaz utilisés. Les différents régimes peuvent être simplement contrôlés à partir du nombre d'atomes présents dans le gaz cible. La compréhension des mécanismes du refroidissement sympathique constitue un enjeu important compte tenu des fortes potentialités de cette technique de refroidissement.

Enfin nous avons utilisé des nuages d'atomes, condensés ou non, comme



source pour produire des faisceaux d'atomes ultra-froids. Nous avons étudié la divergence du faisceau en fonction de la fréquence du couplage. Un modèle classique permet de rendre compte de l'influence des différents paramètres physiques sur l'angle de divergence. Par ailleurs nous avons développé une méthode qui permet d'éliminer l'effet des fluctuations du champ magnétique sur la densité du faisceau d'atomes. Avec cette méthode basée sur une modulation en fréquence ou en amplitude de la rf, nous pouvons aussi explorer un régime où le faisceau de sortie est spatialement modulé. Pour un faisceau issu d'un condensat, cette modulation est le résultat des interférences entre les différents modes couplés par la radio-fréquence.

Beaucoup des problèmes rencontrés lors de cette thèse sont liés à l'utilisation des champs forts : interruption de l'évaporation, diminution du contact thermique pour le refroidissement sympathique entre deux espèces de nombre magnétique  $m_F$  différents, instabilités du champ qui perturbe l'émission des lasers à atomes. Bien que nous ayons montré la possibilité de lutter contre les effets nocifs des champs forts, nous avons vu que ces compensations sont loin d'être parfaites. C'est pourquoi une nouvelle génération d'électro-aimants est aujourd'hui utilisée dans notre laboratoire. Nous conservons l'avantage des ferromagnétiques qui permettent de générer de forts gradients, mais en plus, le biais peut être compensé comme dans les systèmes classiques à bobines. Ce nouvel outil permet de réaliser des pièges magnétiques très anisotropes et d'étudier de nouveaux régimes de condensation en faible dimensionnalité.

---

# Articles

---

**Interrupted evaporative cooling of  $^{87}\text{Rb}$  atoms in a high magnetic field**

Référence [79]

**Multifrequency evaporative cooling to Bose-Einstein condensation in a high magnetic field**

Référence [109]

**Understanding the production of dual BEC with sympathetic cooling**

Référence [110]

**Experimental study of coupling Bose-Einstein condensates into weakly non-trapping and trapping states**

Référence [111]

**Atom Laser Divergence**

Référence [105]

## Interrupted evaporative cooling of $^{87}\text{Rb}$ atoms trapped in a high magnetic field

B. Desruelle, V. Boyer, S. G. Murdoch, G. Delannoy, P. Bouyer, and A. Aspect

*Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Unité Mixte du CNRS No. 8501, Boîte Postale 147, 91403 Orsay Cedex, France*

M. Lécrivain

*Laboratoire d'Electricité Signaux et Robotique (LESiR), ENS de Cachan, ESA 8029, 61 Avenue du Président Wilson, 94235 Cachan, France*

(Received 12 April 1999; revised manuscript received 29 June 1999)

Radio-frequency-induced evaporative cooling of  $^{87}\text{Rb}$  atoms in the  $F=2$ ,  $m=2$  ground state in a magnetic trap with a high bias field is found to be hampered, and eventually interrupted, by the presence of nonlinear Zeeman shifts. An experiment studying evaporation at a fixed adjustable rf frequency was used to illustrate this effect. These nonlinear shifts prevent us from reaching quantum degeneracy in the  $F=2$ ,  $m=2$  ground state; however, evaporation in the  $F=1$ ,  $m=-1$  ground state is not adversely affected, and we can produce a Bose-Einstein condensate (BEC). Our analysis shows that this effect can play a role in many BEC experiments. [S1050-2947(99)50909-8]

PACS number(s): 32.80.Pj, 03.75.Fi, 32.60.+i

Radio-frequency-induced evaporative cooling [1,2] of magnetically trapped neutral atoms has proved to be an efficient way to achieve Bose-Einstein condensation (BEC) in dilute gases [3–5]. It consists of removing the most energetic atoms from the trap by coupling a radio-frequency field the trapping state  $(F, m)$ , whose potential is minimum at the center of the trap, to a nontrapping state  $(F, m')$ , whose potential is maximum at the center of the trap. For a small trapping magnetic field, as in most experiments, the Zeeman effect is linear, and the rf couplings between adjacent Zeeman sublevels ( $|\Delta m|=1$ ) result in a multiphotonic transition from the trapping state to a nontrapping state, allowing efficient forced evaporation. In this paper, we show that in a magnetic trap with a high magnetic field, where the Zeeman splitting is no longer negligible compared to the ground-state hyperfine structure, the evaporation process can be adversely affected, initially by a reduced evaporation efficiency and eventually by a complete interruption of the evaporation process. With the aid of a complementary experiment, we point out the dramatic role of the nonlinear component of the Zeeman shift on the evaporation scheme. This allows us to understand the interruption of evaporation and the failure to achieve BEC with  $^{87}\text{Rb}$  atoms in the  $F=2$ ,  $m=2$  ground state in a magnetic field of 150 G, and our ability to obtain it in the  $F=1$ ,  $m=-1$  ground state.

This effect is of importance for BEC experiments using high-field magnetic traps, or atoms with small hyperfine structure. It may also play a role in lines of experimental activity in BEC which investigate the effect of large magnetic fields on atomic properties; for instance, the study of Feshbach resonances.

We will focus here on a Ioffe-type trap, which consists of a superposition of a linear quadrupole field and dipole field that is, respectively, perpendicular and parallel to the  $z$  axis. The magnitude of the total magnetic field can be approximated by

$$|\mathbf{B}| = B = B_0 + \left( \frac{B'^2}{2B_0} - \frac{B''}{2} \right) (x^2 + y^2) + B''z^2. \quad (1)$$

The resulting Zeeman shift provides an anisotropic trapping potential for low-field-seeking  $m$  states.

A fast thermalization is a key condition for an efficient evaporative cooling. It relies on the ability to increase the elastic collision rate by compression of the atomic cloud. The most widely used means to increase the stiffness of the trapping potential is to partially cancel the bias field  $B_0$ . As seen in Eq. (1), this increases the radial curvature along  $x$  and  $y$  without changing the axial  $z$  curvature. In most experiments, typical values of the compensated bias field are of the order of a few gauss, and the Zeeman shift is linear in the magnetic field.

In our trap, based on the use of ferromagnetic materials [6], we radially compress the atomic cloud by increasing the gradient  $B'$  without modifying the bias field. This obliges us to evaporate in a high bias field, for which the Zeeman shift is no longer linear in the magnetic field. Defining

$$\varepsilon = \frac{\mu_{\mathbf{B}} B}{2\hbar \omega_{\text{hf}}} = \frac{\omega_L}{\omega_{\text{hf}}},$$

where  $\omega_L$  is the linear Zeeman shift between adjacent sublevels, and  $\omega_{\text{hf}}$  the hyperfine splitting of the ground state, we may write the Zeeman shift for  $^{87}\text{Rb}$  to second order in  $\varepsilon$  as

$$E_{F,m}(\varepsilon) = E_F + (-1)^F \{ \hbar \omega_{\text{hf}} m \varepsilon + \hbar \omega_{\text{hf}} (4 - m^2) \varepsilon^2 \}. \quad (2)$$

When the quadratic term in Eq. (2) is negligible, all the rf couplings between adjacent Zeeman sublevels are resonant at the same location in the trap [Fig. 1(a)]. Thus, for a large enough rf power, any atom trapped in the upper trapping state, traveling from the center of the trap and crossing the resonance (rf knife), experiences an adiabatic passage to the lower nontrapping state, and is expelled from the trap. By contrast, in the case of a high bias field, the rf couplings are not resonant at the same location because of the quadratic Zeeman effect [see Fig. 1(b)]. Depending on the hyperfine state, this effect leads to different scenarios, which we have experimentally investigated.

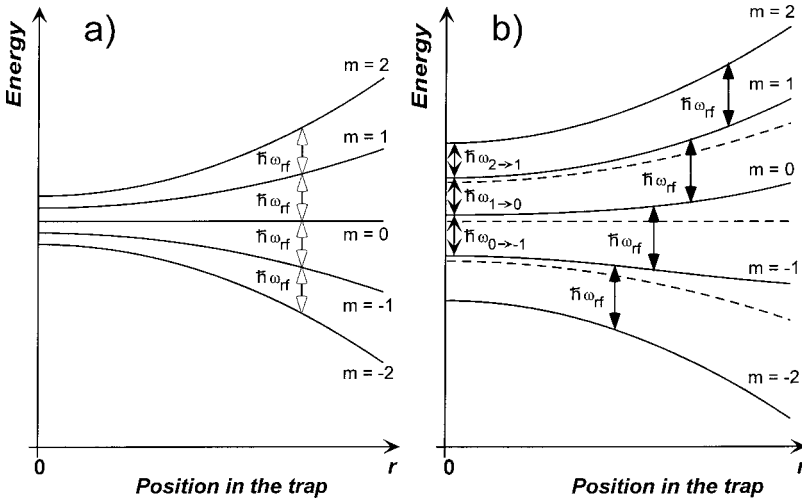


FIG. 1. Zeeman shift in a quadratic magnetic trap. In the linear approximation (a), the rf couplings between adjacent sublevels are resonant at the same location (rf knife, in white arrows). When the quadratic Zeeman effect is not negligible (b), the resonance points of the rf couplings are separated in space (black arrows). For the sake of clarity, the role of the Zeeman quadratic shift has been exaggerated.

Our experimental scheme uses a highly confining iron-core electromagnet described elsewhere [6]. Recent improvements, including lamination of the pole pieces and the yoke, greatly reduce eddy currents, and allow us to switch off the field within 1 ms. The power consumption is 4 W per coil for a gradient  $B' = 900$  G/cm, and the maximum gradient at saturation is 1400 G/cm. The ability to produce large gradients compensates the fact that the bias field  $B_0$  cannot be reduced without also reducing the dipole curvature  $B''$ . The ratio  $B_0/B''$  is fixed by construction to  $1 \text{ cm}^2$ . The electromagnet is placed around a glass cell of inner volume  $1 \times 1 \times 4 \text{ cm}^3$ , pumped with a ion pump and a titanium sublimation pump. We load a magneto-optical trap (MOT) from a Zeeman slowed atomic beam, then switch to a forced dark MOT [7]. We obtain  $8 \times 10^8$  atoms at a density of  $1.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ . After additional molasses cooling, we optically pump the atoms into either the  $F=2, m=2$  or the  $F=1, m=-1$  state. We then switch on the electromagnet in a configuration matching the phase-space density of the atomic cloud. The bias field  $B_0$  is then fixed to  $\sim 150$  G for  $F=2$ , or to  $\sim 190$  G for  $F=1$ . At the end of this loading procedure, the trap contains  $N = 4 \times 10^8$  atoms at a temperature of  $100 \mu\text{K}$ , with a peak density of  $5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ . All this information is obtained by absorption imaging on a charge-coupled-device camera.

We first present the effect of the quadratic Zeeman shift on the evaporation of an atomic cloud magnetically trapped in the  $F=2, m=2$  state. At a bias field of about 150 G, the transition frequency between the sublevels  $m$  and  $m-1$  at the center of the trap [see Fig. 1(b)] is, from Eq. (2),

$$\omega_{m \rightarrow m-1} = 106.5 + (1.5 - m \times 3) \text{ MHz} \times 2\pi. \quad (3)$$

Because these transition frequencies decrease with  $m$ , the atoms in  $m=2$  can be transferred to the intermediate trapping states  $m=1$  and  $m=0$  [8] without reaching the nontrapping states  $m=-1$  and  $m=-2$ . To demonstrate this, we apply a fixed rf knife, close to the resonance frequencies  $\omega_{m \rightarrow m-1}$  at the center of the trap, for 5 s. The rf power is adjusted for an efficient transfer between sublevels. Then, we turn off the trap and image the cloud. As the stiffness of the potential depends on  $m$ , the size of the cloud is an indication of the internal state of the atoms. Figure 2 shows a plot of the size of the cloud as a function of the rf frequency  $\omega_{\text{rf}}/2\pi$ . It

features three discontinuities that indicate different final Zeeman sublevels of the atoms. When  $\omega_{\text{rf}} < \omega_{2 \rightarrow 1}$ , no transition is possible at any point of the trap, and the cloud of atoms in  $m=2$  is left unchanged. When  $\omega_{2 \rightarrow 1} < \omega_{\text{rf}} < \omega_{1 \rightarrow 0}$ , the  $m=2$  and  $m=1$  sublevels are coupled, and a significant fraction of the atoms is transferred in the  $m=1$  sublevel. As the stiffness of the potential for  $m=1$  is smaller than for  $m=2$ , the cloud is broader. Similarly, when  $\omega_{1 \rightarrow 0} < \omega_{\text{rf}} < \omega_{0 \rightarrow -1}$ , the  $m=2, m=1$ , and  $m=0$  sublevels are connected, and a macroscopic population builds up in the  $m=0$  sublevel. This results in a broad cloud, since the  $m=0$  sublevel is a weakly trapping state, with a smaller cloud of atoms in the  $m=2$  and  $m=1$  states. Finally, when  $\omega_{0 \rightarrow -1} < \omega_{\text{rf}}$ ,  $m=2$  is connected to the nontrapping state  $m=-1$  via  $m=1$  and  $m=0$ , evaporation occurs, and we observe a small cloud of cold atoms in  $m=2$ . The frequency difference between the discontinuities of 3 MHz in Fig. 2 agrees with Eq. (3). We also checked that it scales as  $B_0^2$  by performing the same experiment for different values of the bias field.

This preliminary experiment suggests that forced evaporative cooling will be subject to unwanted effects as the rf knife gets close to the bottom of the potential well. This is

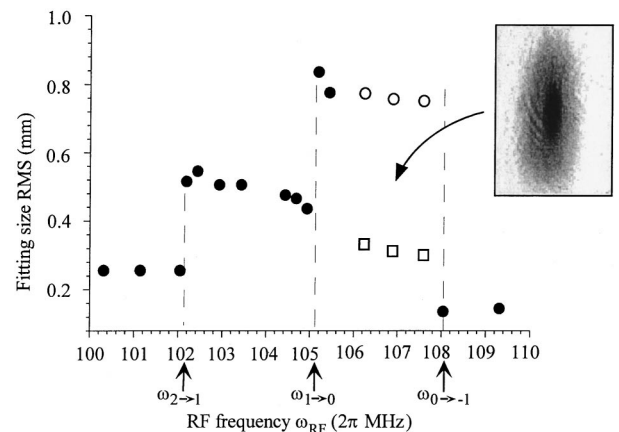


FIG. 2. Measured size of an atomic cloud magnetically trapped in the  $F=2, m=2$  state after the application of a 5-s fixed rf knife, as a function of the rf frequency. We give the rms width of the fitting Gaussian. When a double structure clearly appears, as shown in the inset, we use a double Gaussian fit and report both rms widths (white circles and boxes).

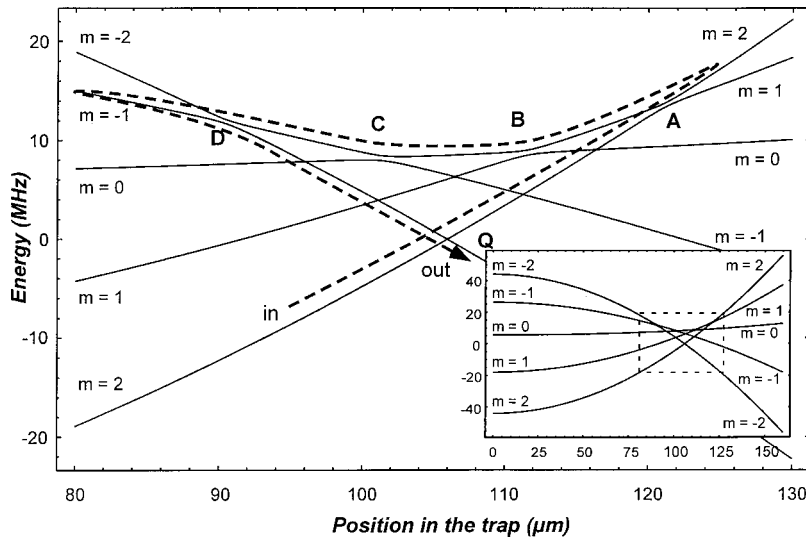


FIG. 3. Adiabatic potentials of the Zeeman sublevels of the  $F=2$  hyperfine state, dressed by the rf field, in a quadratic magnetic trap. The inset is a global view of the trap, while the main figure shows the rf knife region. It features one of the most direct paths for an atom to escape from the trap (dashed line). At point  $Q$ , the multiphotonic coupling is too small for the atom to follow the adiabatic potential. At points  $B$  and  $C$ , the atom follows the avoided crossing. At points  $A$  and  $D$ , the atom crosses the avoided crossing once, and avoids it the other time.

confirmed by the observation of an interruption in the evaporation of a cloud of atoms in the  $F=2$ ,  $m=2$  state in the following experiment. After the transfer to the magnetic trap, we adiabatically compress the atoms by increasing the gradient  $B'$  to 900 G/cm, the oscillation frequencies are  $22 \text{ Hz} \times 2\pi$  along the dipole axis, and  $90 \text{ Hz} \times 2\pi$  along both quadrupole axes. The temperature of the atomic cloud increases to  $300 \mu\text{K}$  with a collision rate of  $30 \text{ s}^{-1}$ . With our trap lifetime of 40 s, the condition for a successful runaway evaporation is fulfilled [1]. Indeed, while ramping down the rf frequency from 130 MHz to a value close to 110 MHz, we initially observe that the optical thickness of the sample increases, which is a clear indication of the runaway cooling regime. We can cool down the sample to about  $50 \mu\text{K}$  until  $\omega_{\text{rf}}$  becomes equal to  $\omega_{0 \rightarrow -1}$ . Then the atoms can no longer be transferred to a nontrapping state, and cooling stops. If we proceed, a broad cloud of atoms in the  $F=2$ ,  $m=0$  state appears around the cloud of atoms in the  $F=2$ ,  $m=2$  state.

A more subtle consequence of the separation of the various transition frequencies hinders the evaporation from the very beginning of the cooling. As soon as the rf is applied, the atoms accumulate in the intermediate sublevels  $m=1$  and  $m=0$ . To understand this effect, we consider the adiabatic potentials of an atom in  $F=2$  dressed by the rf photons, shown in Fig. 3. Due to the presence of the nonlinear component of the Zeeman shift, the crossings between different magnetic sublevels do not occur at the same location in the trap. At a crossing between two adjacent sublevels ( $|\Delta m|=1$ ), the rf coupling, characterized by a matrix element  $C$ , causes a splitting (avoided crossing) of the order of  $C$ , clearly visible in the figure. On the other hand, at crossings where  $|\Delta m| \geq 2$ , the splitting is much smaller than  $C$ , as the quadratic term of the Zeeman shift  $2\hbar \omega_{\text{hf}} \epsilon^2$  (corresponding to a few MHz) is greater than the matrix element  $C$  (typically 10 kHz) [9]. At the crossing between adjacent sublevels, atoms at a temperature of  $300 \mu\text{K}$  or less follow the dressed state with a (Landau-Zener) probability of the order of 1, and experience a change of magnetic sublevel ( $|\Delta m|=1$ ). By contrast, the probability of adiabatic following at crossings where  $|\Delta m| \geq 2$  is negligible for temperatures greater than  $300 \text{ nK}$ , and the atoms make a nonadiabatic passage and remain in the same magnetic sublevel.

This means that the sublevel changes are significant only at crossings between adjacent sublevels. As an immediate consequence, an atom requires successive  $|\Delta m|=1$  transitions to escape the trap. Figure 3 features one of the most direct paths for an atom to reach a nontrapping state. It can be seen that the atom needs several adiabatic and nonadiabatic passages. As a result, the best evaporation efficiency is obtained for roughly equal probabilities of adiabatic and nonadiabatic passage, which entails the existence of an optimum of the rf power. We experimentally checked that the phase-space density obtained after the evaporation shows a maximum as a function of the rf power. Nonetheless, since the optimized probability of transfer between the adjacent sublevels is of the order of  $1/2$ , a macroscopic population in the  $m=1$  and  $m=0$  states grows during the evaporation. A strong indication of this is the observation of a heating of  $5 \mu\text{K/s}$  of the  $m=2$  cloud, when we remove the rf knife at the end of the evaporation ramp, just before  $\omega_{0 \rightarrow -1}$  is reached. This heating may be understood as a thermalization between the cold atoms in  $m=2$  and fast atoms that have accumulated in  $m=0$ . Inelastic collisions will also heat the cloud. For instance, a spin exchange collision of the form  $(m=1) + (m=1) \rightarrow (m=0) + (m=2)$ , though its collision rate may be low [10], releases an energy  $2\hbar \omega_{\text{hf}} \epsilon^2 \approx 150 \mu\text{K}$ .

In contrast to evaporation in  $F=2$ , forced evaporative cooling for atoms trapped in  $F=1$ ,  $m=-1$  is not adversely affected by the quadratic Zeeman effect. As  $\omega_{-1 \rightarrow 0} < \omega_{0 \rightarrow 1}$  and the  $m=0$  state is a nontrapping state [Eq. (2)], the atom can be expelled from the trap following a single adiabatic potential (Fig. 4), and the usual evaporative cooling scheme is unhindered. The restriction on the upper value of the rf power mentioned for the  $F=2$  case does not apply here. For atoms loaded in the  $F=1$  state, after adiabatic compression by increasing the gradient  $B'$  to 1200 G/cm, the oscillation frequencies are  $18 \text{ Hz} \times 2\pi$  along the dipole axis and  $75 \text{ Hz} \times 2\pi$  along both quadrupole axes. By ramping down the rf frequency from 160 to 130 MHz, we could successfully cool down the sample, and we observed the BEC transition at a temperature of  $\sim 300 \text{ nK}$ . With further cooling, we obtained a quasipure condensate of a few  $10^5$  atoms.

In conclusion, the quadratic Zeeman effect can severely affect evaporative cooling in the upper hyperfine state of

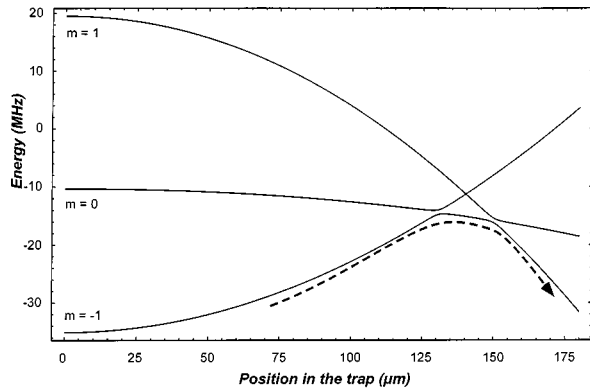


FIG. 4. Adiabatic potentials of the Zeeman sublevels of the  $F=1$  hyperfine state, dressed by the rf field, in a quadratic magnetic trap. The dashed line shows the trajectory of an escaping atom. It follows the adiabatic potential at each avoided crossing.

$^{87}\text{Rb}$ , because the rf couplings between adjacent sublevels ( $|\Delta m|=1$ ) do not occur at the same location. The most obvious effect is the interruption of the coupling between the trapping and nontrapping states before the atoms reach the degeneracy regime. A second effect occurs before this situation is reached: evaporation requires successive  $|\Delta m|=1$  transitions with a probability of less than 1. This results in a reduced evaporation efficiency [11], and a macroscopic population of hot atoms builds up in the intermediate sublevels. This second effect may become important when the qua-

dratic Zeeman term  $2\hbar\omega_{\text{hf}}\epsilon^2$  is not negligible compared to the rf coupling  $C$ ; here the anticrossings for adjacent sublevels do not merge into a single anticrossing. For a coupling  $C/h$  of 10 kHz, the field at which both terms are equal is 4 G for  $^{23}\text{Na}$ , and 8 G for  $^{87}\text{Rb}$ . For a time-averaged orbiting potential trap, the rotating bias field can easily be of the order of 10 G, which is close to this value. Even in experiments with a compensated bias field, evaporation starts at a position in the trap where the magnetic field is of the order of 10 G. In both cases, the resulting macroscopic population in the intermediate levels can have dramatic effects if the inelastic collision rate is important, as pointed out in [10].

Several strategies can circumvent the adverse consequences of the quadratic Zeeman effect and achieve efficient forced evaporative cooling of  $^{87}\text{Rb}$  in  $F=2$ . First, one could use several rf frequencies, in order to induce a direct transition from  $m=2$  to  $m=-1$ . Another solution would be to use the 6.8-GHz microwave transition from  $F=2$ ,  $m=2$  to the nontrapping state  $F=1$ ,  $m=1$ . Such a hyperfine microwave evaporation was implemented in the experiments carried on  $^7\text{Li}$  [4]. On the other hand, the quadratic Zeeman effect lifts the degeneracy of the rf transitions, which can be a powerful tool to manipulate the spin of the trapped atoms, and to address separately the different spin transitions.

This work was supported by the CNRS, EU (No. ERB FMRX-CT96-0002), MENRT, Région Ile de France. S.G.M. acknowledges support from Ministère des Affaires Etrangères.

- 
- [1] W. Ketterle and N. J. van Druten, *Adv. At., Mol., Opt. Phys.* **37**, 181 (1996), and references therein.
- [2] O. J. Luiten, M. W. Reynolds, and J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996).
- [3] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
- [4] C. C. Bradley, C. A. Sackett, and R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 985 (1997); see also C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet, *ibid.* **75**, 1687 (1995).
- [5] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [6] B. Desruelle, V. Boyer, P. Bouyer, G. Birkl, M. Lécivain, F. Alves, C. I. Westbrook, and A. Aspect, *Eur. Phys. J. D* **1**, 255 (1998).
- [7] M. A. Anderson, W. Petrich, J. R. Ensher, and E. A. Cornell, *Phys. Rev. A* **50**, R3597 (1994).
- [8] Due to the quadratic Zeeman effect, the  $F=2$ ,  $m=0$  sublevel is a weakly trapping state.
- [9] The coupling between Zeeman sublevels with  $|\Delta m|\geq 2$  involves multiphoton transitions whose detuning  $\delta$  from the intermediate Zeeman sublevels is of the order of the quadratic part of the Zeeman shift. For  $C\ll h\delta$ , it leads to an effective coupling of the order of  $C(C/h\delta)^{|\Delta m|-1}$ , much smaller than  $C$ . For  $C\geq h\delta$ , the usual multiphotonic evaporation scheme works [1].
- [10] K.-A. Suominen, E. Tiesinga, and P. S. Julienne, *Phys. Rev. A* **58**, 3983 (1998).
- [11] This effect should not be confused with the reduced efficiency of adiabatic following due to the many-sublevel structure pointed out in [10].

## Multifrequency evaporative cooling to Bose-Einstein condensation in a high magnetic field

V. Boyer, S. Murdoch, Y. Le Coq, G. Delannoy, P. Bouyer, and A. Aspect

*Groupe d'Optique Atomique, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMRA 8501 du CNRS, Bâtiment 503, Campus Universitaire d'Orsay, Boîte Postale 147, F-91403 Orsay Cedex, France*

(Received 4 April 2000; published 5 July 2000)

We demonstrate a way to circumvent the interruption of evaporative cooling observed at high bias field for  $^{87}\text{Rb}$  atoms trapped in the ( $F=2, m=+2$ ) ground state. Our scheme uses a three-frequency rf knife achieved by mixing two rf frequencies. This compensates part of the nonlinearity of the Zeeman effect, allowing us to achieve Bose-Einstein condensation where the standard one-frequency rf knife evaporation method did not work. We are able to get efficient evaporative cooling, provided that the residual detuning between the transition and the rf frequencies is smaller than the power broadening of the rf transitions at the end of the evaporation ramp.

PACS number(s): 03.75.-b, 32.60.+i, 32.80.Pj, 32.80.Wr

Forced evaporative cooling of atoms [1,2] in a magnetic trap is at the moment the only known way to achieve Bose-Einstein condensation (BEC) [3–5]. Particles with energy significantly larger than the average thermal energy are removed from the trap and the remaining ones thermalize to a lower temperature by elastic collisions. For that, a radio-frequency (rf) magnetic field is used to induce a multiphoton transition from a trapping state to a nontrapping state via all intermediate Zeeman sublevels. Atoms moving in the trap with sufficient energy can reach the resonance point (rf knife) and exit the trap. If the rf frequency is decreased slowly enough, and no other process is hampering the forced evaporation, the increase of the phase-space density obtained by this method eventually leads to Bose-Einstein condensation.

In a previous publication [6], we reported that rf forced evaporative cooling of  $^{87}\text{Rb}$  atoms in the ( $F=2, m=+2$ ) ground state in a magnetic trap with a high bias field is hindered and eventually interrupted. Our interpretation of this phenomenon is based on the nonlinear terms of the Zeeman effect that lift the degeneracy of transition frequencies between adjacent Zeeman sublevels. This interpretation is supported by numerical calculations [7]. Interrupted evaporative cooling in a large magnetic field is a serious problem in several situations, which is interesting for practical reasons — like the use of permanent magnets [8] or of an iron core electromagnet such as the one described in [9]. High-magnetic-field evaporation is also important in connection with Feshbach resonances [10–13]. In this paper, we demonstrate that it is possible to achieve efficient evaporative cooling in a high magnetic field by use of a multifrequency rf knife allowing a multiphoton transition to take place across nonequidistant levels. We show that, for our range of magnetic fields, it is possible to use a simple experimental scheme where the three required frequencies are obtained by rf frequency mixing yielding a carrier and two sidebands.

We focus in this paper on  $^{87}\text{Rb}$  in the  $F=2$  manifold of the electronic ground state. Atoms are initially trapped in the  $m=+2$  state. Our high bias field magnetic trap follows the Ioffe-Pritchard scheme. To the second order in position [see Eq. (1) in [6]], the magnetic field modulus  $B$  has a three-dimensional quadratic dependence allowing trapping, plus a

bias field  $B_0$  between 50 and 200 G. This is much larger than in most other experiments where  $B_0$  can be independently adjusted, and is set typically at 1 G [14]. In a large magnetic field, the nonlinear terms are not negligible in the Zeeman shifts given by the Breit-Rabi formula

$$E_m(B) = mg_I\mu_n B + \frac{\hbar\omega_{\text{HF}}}{2}(\sqrt{1+m\xi+\xi^2}-1), \quad (1)$$

with

$$\xi = \frac{(g_S\mu_B + g_I\mu_n)B}{\hbar\omega_{\text{HF}}}.$$

Here  $g_S \approx 2.002$  and  $g_I \approx 1$  are, respectively, the Landé factor for the electron and the nucleus,  $\mu_B$  and  $\mu_n$  are the Bohr magneton and the nucleus magneton, and  $\omega_{\text{HF}}$  ( $2\pi \times 6834.7$  MHz) is the hyperfine splitting.

Compared to the low-magnetic-field case [1,2], the evaporation process changes drastically. At a given magnetic field, the spacings between adjacent sublevels ( $|\Delta m|=1$ ) are not equal and the direct multiphoton transition from trapping to nontrapping states becomes negligible. Evaporation of hot atoms can only happen via a sequence of one-photon transitions of limited efficiency (see Fig. 8 in [15]) that are separated in space. This results in long lasting atoms in the  $m=+1$  and  $m=0$  states [16] that are responsible for hindered evaporative cooling. Moreover, transitions to nontrapping states are suppressed at the end of the evaporation ramp, leading to an interruption of cooling before BEC is reached.

To overcome these limitations, three distinct rf fields can be used to induce a direct three-photon transition from the  $m=+2$  trapping state to the  $m=-1$  nontrapping state. At a magnetic field  $B$ , the three rf frequencies must match the transition frequencies defined by

$$\begin{aligned} \omega_0 - \delta\omega'_0 &= (E_2 - E_1)/\hbar, \\ \omega_0 &= (E_1 - E_0)/\hbar, \\ \omega_0 + \delta\omega_0 &= (E_0 - E_{-1})/\hbar, \end{aligned} \quad (2)$$

with  $E_m$  taken from Eq. (1).

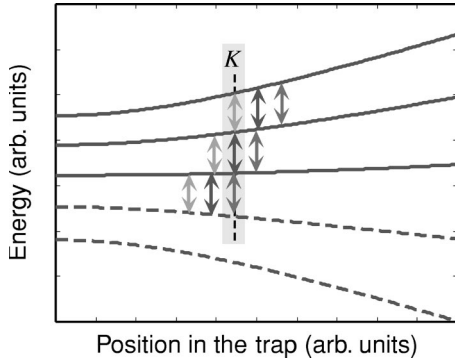


FIG. 1. Implementation of the three-frequency rf knife to evaporate in a high magnetic field. All possible transitions are represented. Evaporation happens at  $K$  via a three-photon transition resonant in the intermediate states.

Figure 1 represents all possible transitions induced by these three rf frequencies in the magnetic trap. At position  $K$ , each rf field is resonant with a given transition: the smallest rf frequency with the  $(m=+2) \rightarrow (m=+1)$  transition, the intermediate frequency with the  $(m=+1) \rightarrow (m=0)$  transition, and the largest frequency with the  $(m=0) \rightarrow (m=-1)$  transition; this is where the three-photon transition occurs. Because of the ordering of the three rf frequencies, the points where one-photon transitions can be induced from  $m=+2$  to  $m=+1$  by the two larger frequencies are located beyond  $K$  (the multiphoton knife). Consequently, during the evaporation, hot atoms will first encounter the three-photon knife and be expelled from the trap, provided that the rf power is large enough to enable efficient multiphoton adiabatic passage to the nontrapping state  $m=-1$ .

The discussion above shows that, in principle, the multi-frequency evaporation requires a synchronized nontrivial sweep of three different frequencies in the 100-MHz range, with an accuracy of a few kHz (see below). We have rather implemented a simplified scheme where the three frequencies are obtained by mixing a carrier at frequency  $\omega_{\text{rf}}$  with a smaller frequency  $\delta\omega_{\text{rf}}$ . We then obtain three equally spaced radio-frequency fields:  $\omega_{\text{rf}} - \delta\omega_{\text{rf}}$ ,  $\omega_{\text{rf}}$ , and  $\omega_{\text{rf}} + \delta\omega_{\text{rf}}$ , of approximately the same power (as checked with a spectrum analyzer). Since in general  $\delta\omega_0$  and  $\delta\omega'_0$  are slightly different, the rf frequencies will not exactly match the transition frequencies of Eq. (2). Nonetheless, they compensate the second-order (quadratic) term of the Zeeman shift, and should work under certain conditions discussed below.

At the position where the three-photon transition is resonant, the carrier frequency  $\omega_{\text{rf}}$  will verify

$$3\omega_0 + \delta\omega_0 - \delta\omega'_0 = 3\omega_{\text{rf}}, \quad (3)$$

but there will be a residual detuning for each one-photon step of the multiphoton transition. For example, the optimum  $\delta\omega_{\text{rf}}$  that maximizes the multiphoton transition probability will be

$$\delta\omega_{\text{rf}} = \frac{\delta\omega_0 + \delta\omega'_0}{2} \quad (4)$$

and the residual detunings for each intermediate steps of the three photons transition are then both equal to

$$\Delta = \frac{\delta\omega_0 - \delta\omega'_0}{6}. \quad (5)$$

If the Rabi frequency  $\Omega_{\text{rf}}$  associated with each one-photon transition is significantly larger than the residual detuning  $\Delta$ , the multiphoton transition is quasiresonant in the intermediate levels, leading to an effective Rabi frequency  $\Omega_{\text{eff}} \propto \Omega_{\text{rf}}$ . If on the other hand  $\Omega_{\text{rf}}$  is smaller than  $\Delta$ , the effective Rabi frequency is

$$\Omega_{\text{eff}} \propto \frac{\Omega_{\text{rf}}^3}{\Delta^2} \quad (6)$$

and the multiphoton transition is inefficient for evaporation; we are then in the scheme of hindered and interrupted evaporation. We therefore expect that our scheme will be efficient for small enough magnetic field when the residual detuning  $\Delta$  is smaller than the one-photon Rabi frequency  $\Omega_{\text{rf}}$ .

Table I gives the values of the Zeeman shifts and the difference  $\delta\omega_0 - \delta\omega'_0$  for various magnetic fields. For the rf power used in this scheme, the one-photon Rabi frequency  $\Omega_{\text{rf}}$  is of the order of 10 kHz, and the discussion above shows that our simplified three-frequency knife evaporation scheme should work for magnetic fields significantly less than 100 G. This is what we observe: it is impossible to achieve BEC in bias fields of 207 and 110 G, but BEC is obtained in a trap with a bias field of 56 G by using an appropriate sideband splitting  $\delta\omega_{\text{rf}}$  that is kept constant while ramping down the carrier frequency  $\omega_{\text{rf}}$ .

Figure 2 shows the effect of the sideband splitting  $\delta\omega_{\text{rf}}$  at a bias field value of 56 G. We have plotted the number of condensed atoms as a function of  $\delta\omega_{\text{rf}}$ , all other parameters being kept unchanged. This is a good indication of the efficiency of the evaporation. The curve shows a maximum at  $\delta\omega_{\text{rf}} = 2\pi \times 0.45$  MHz. This value verifies Eq. (4) for a magnetic field of 56.6 G. This magnetic field corresponds to the

TABLE I. Zeeman effect for different magnetic fields, calculated from the Breit-Rabi formula.

$B$ (G)	56	110	207
$(\omega_0 - \delta\omega'_0)/2\pi$ (MHz)	39.058–0.434	76.255–1.621	141.800–5.398
$\omega_0/2\pi$ (MHz)	39.058	76.255	141.800
$(\omega_0 + \delta\omega_0)/2\pi$ (MHz)	39.058+0.449	76.255+1.732	141.800+6.096
$(\delta\omega_0 - \delta\omega'_0)/2\pi$ (kHz)	15	111	698



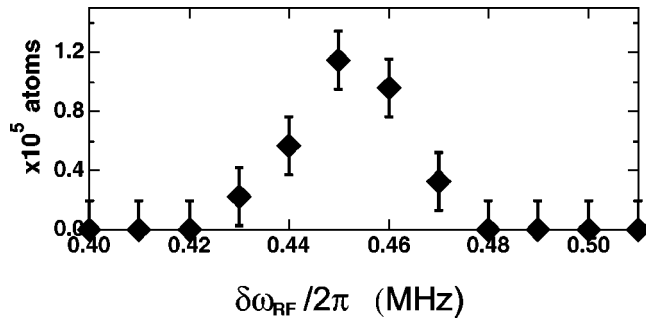


FIG. 2. Bose-Einstein condensation with the three-frequency rf knife: number of atoms in the condensate versus the sideband frequency  $\delta\omega_{\text{rf}}$ . The width of the curve is of the order of the Rabi frequency of a one-photon rf transition.

position of the rf knife at the end of the ramp. We conclude that frequency matching is mostly important in the last part of the radio-frequency ramp. The width of the curve is about 10 kHz (half width at half maximum), which corresponds to power broadening [17].

Table II reports experimental data showing quantitatively the efficiency of our simplified three-frequency knife scheme, without which BEC could not be obtained at 56 G. It is interesting to note that, even when the magnetic field is too large to allow our simplified three-frequency knife scheme to reach BEC, it is nevertheless more efficient than a simple one-frequency knife, since it allows us to reach a significantly lower temperature. It is also remarkable that an efficient evaporation was obtained at a bias field of 56 G, since the beginning of the evaporation takes place in a larger magnetic field (of the order of 200 G) where the condition (4) does not hold, and the detuning of the intermediate one-photon transitions is much larger than the Rabi frequency  $\Omega_{\text{rf}}$ . Although it has not been noticed much, a similar situation is encountered in most BEC experiments (using one-frequency knife evaporation): the nonlinear Zeeman effect at the beginning of the evaporation is often much larger than the Rabi frequency, and the evaporation hampering described in [6] is certainly happening then. The success of these experiments as well as of our three-frequency scheme shows that whether the evaporation is hindered or not only matters at the end of the evaporation ramp. To qualitatively understand this observation, we can note that the heating induced by the atoms populating the intermediate levels should not vary drastically with the temperature of the

TABLE II. Experimental results: lowest temperature achievable with and without sideband activated, and highest phase-space density achieved for different bias fields. At a bias field of 56 G, our three-frequency scheme yields BEC, while a single frequency scheme fails because of interrupted evaporative cooling.

$B_0$ (G)	56	110	207
$T_{1\text{-freq}}$ ( $\mu\text{K}$ )	10	50	100
$T_{3\text{-freq}}$ ( $\mu\text{K}$ )	0.1	0.5	15
$n\lambda_{3\text{-freq}}^3$	$>2.612$	0.1	$10^{-3}$

cooled cloud. At the beginning of the evaporation, i.e., ‘‘high’’ temperatures, the relative heating stays negligible [18]. Close to the end, i.e., ‘‘low’’ temperature, when heating should give rise to hampered evaporative cooling, evaporation is fully efficient and the intermediate levels are completely depleted. This could explain the success of BEC experiments. To verify these assumptions, more theoretical work, for instance in the spirit of [7], is needed.

In conclusion, we have demonstrated a scheme to circumvent the hindrance and interruption of evaporative cooling in the presence of the nonlinear Zeeman effect. We implement a three-frequency evaporative knife by a modulation of the rf field, yielding two sidebands. This scheme allows us to obtain BEC of  $^{87}\text{Rb}$  atoms in the ( $F=2, m=+2$ ) ground state in a bias field of 56 G, where the standard one-frequency rf evaporation scheme fails. Our observations also support the physical ideas presented in our previous work to explain the hindrance and interruption of evaporative cooling in a high magnetic field, as well as the qualitative discussions of this paper.

The success of this simplified scheme and the complementary observations reported in this paper indicate that a more sophisticated multifrequency evaporation scheme should work at larger bias field, provided that the resonance in the intermediate steps of the multiphoton transition is achieved within the Rabi frequency of the one-photon transitions, at the end of the evaporative ramp.

The authors thank S. Rangwala for helpful discussions and M. Lécivain for the elaboration of the iron-core electromagnet. This work is supported by CNRS, MENRT, Région Ile de France, DGA, and the European Community. S.M. acknowledges support from the Ministère des Affaires Étrangères. Y.L.C. acknowledges support from the DGA.

- [1] W. Ketterle and N.J. Druten, *Adv. At., Mol., Opt. Phys.* **37**, 181 (1996), and references therein.  
 [2] O.J. Luiten, M.W. Reynolds, and J.T.M. Walraven, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996); J. Walraven, *Quantum Dynamics of Simple Systems*, Proceedings of the 44th Scottish University Summer School in Physics, Stirling, 1996, edited by G-L. Oppo *et al.* (IOP, Bristol, 1996).  
 [3] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, and E.A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).

- [4] C.C. Bradley, C.A. Sackett, J.J. Tollett, and R.G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995); C.C. Bradley *et al.*, *ibid.* **78**, 985 (1997).  
 [5] K.B. Davis, M.-O. Mewes, M.R. Andrews, N.J. van Druten, D.S. Durfee, D.M. Kurn, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).  
 [6] B. Desruelle, V. Boyer, S.G. Murdoch, G. Delannoy, P. Bouyer, and A. Aspect, *Phys. Rev. A* **60**, R1759 (1999).  
 [7] O.H. Pakarinen and K.-A. Suominen, e-print physics/9910043

- (1999).
- [8] J.J. Tollett, C.C. Bradley, C.A. Sackett, and R.G. Hulet, *Phys. Rev. A* **51**, R22 (1995).
- [9] B. Desruelle, V. Boyer, P. Bouyer, G. Birkl, M. Lécrivain, F. Alves, C.I. Westbrook, and A. Aspect, *Eur. Phys. J. D* **1**, 255 (1998).
- [10] J. Stenger, S. Inouye, M.R. Andrews, H.-J. Miesner, D.M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2422 (1999).
- [11] Vladan Vuletic, Andrew J. Kerman, Cheng Chin, and Steven Chu, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1406 (1999).
- [12] Ph. Courteille, R.S. Freeland, D.J. Heinzen, F.A. van Abeelen, and B.J. Verhaar, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 69 (1998).
- [13] S. L. Cornish, N. R. Claussen, J. L. Roberts, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, e-print physics/0004290.
- [14] Note, however, that in time-averaged orbiting potential traps the bias field often exceeds 10 G, and hindered cooling may play a role, specially when the atomic ground-state hyperfine splitting is relatively small, as in sodium, for example.
- [15] P. Bouyer, V. Boyer, S.G. Murdoch, G. Delannoy, Y. Le Coq, A. Aspect, and M. Lecrivain, e-print physics/0003050.
- [16] The  $m=0$  state is a trapping state in this manifold because of the nonlinearity of the Zeeman effect.
- [17] This conclusion was corroborated by a calculation of the energies of the dressed states for a given set  $\{\Omega_{\text{rf}}, \omega_{\text{rf}}, \delta\omega_{\text{rf}}\}$ . From the calculated energy splitting  $C \approx \Omega_{\text{eff}}$  at the ( $m = +2, m = -1$ ) level crossing, we used the two-level Landau-Zener probability that the atoms will follow an adiabatic transition. We verified that for small Rabi frequencies (i.e., small evaporation efficiency), as in our experiment, this three-photon transition is the most probable transition at any sideband detuning  $\delta\omega_{\text{rf}}$ . This numerical calculation can be used to fit the experimental data. We can estimate the one-photon Rabi frequency  $\Omega_{\text{rf}} = 2\pi \times 8 \pm 4$  kHz.
- [18] Except maybe for the case of destructive energy releasing collisions as in  $^{23}\text{Na}$ . See P.S. Julienne, F.H. Mies, E. Tiesinga, and C.J. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1880 (1997).

## Understanding the production of dual Bose-Einstein condensation with sympathetic cooling

G. Delannoy,\* S. G. Murdoch, V. Boyer, V. Josse, P. Bouyer, and A. Aspect

*Groupe d'Optique Atomique Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMRA 8501 du CNRS, Bâtiment 503, Campus Universitaire d'Orsay, Boite Postale 147, F-91403 Orsay Cedex, France*

(Received 5 January 2001; published 9 April 2001)

We show, both experimentally and theoretically, that sympathetic cooling of  $^{87}\text{Rb}$  atoms in the  $|F=2, m_F=2\rangle$  state by evaporatively cooled atoms in the  $|F=1, m_F=-1\rangle$  state can be precisely controlled so as to produce a condensate in either or both states. We also study the thermalization rate between two species. Our model renders a quantitative account of the observed role of the overlap between the two clouds and verifies that sympathetic cooling becomes inefficient when the masses are very different. Our calculation also yields an analytical expression of the thermalization rate for a single species.

DOI: 10.1103/PhysRevA.63.051602

PACS number(s): 03.75.Fi, 05.30.Jp, 32.80.Pj, 51.30.+i

Evaporative cooling has proved to be an efficient route toward Bose-Einstein condensation (BEC) [1]. However, not all the species are eligible for evaporation. For instance, the elastic cross section may be small [2,3] or may be forbidden as for fermions at low temperature [4]. In the case of a rare species, one may also want to avoid the large loss of atoms inherent to evaporative cooling. Sympathetic cooling is potentially a very good solution in those cases, and may also be used to enhance “standard” cooling technics [5]. It consists in putting the target sample we want to cool in thermal contact with a buffer gas that can be cooled to the desired temperature. This cooling can be done either by conventional cryogenics [6,7], or by evaporative cooling as demonstrated by Myatt *et al.* [8]. These authors have produced dual BEC by sympathetic cooling of a gas of  $^{87}\text{Rb}$  atoms in the  $|F=2, m_F=2\rangle$  state (target gas, noted  $F=2$  hereafter) by the use of an evaporatively cooled gas of  $^{87}\text{Rb}$  atoms in the  $|F=1, m_F=-1\rangle$  state (buffer gas noted  $F=1$ ). In their experiment, the number of target atoms, although almost constant during the initial phase of the cooling, decreases significantly near the condensation. In this paper, we investigate a situation similar to the one of Myatt *et al.*, but thanks to a high bias field, the number of atoms in the target gas remains constant in the last cooling stage, all the way down to BEC. This allows us to quantitatively study how the production of dual BEC relies on a precise control of the initial conditions. We also study the effect of the interspecies thermalization rate on sympathetic cooling efficiency, by changing the overlap between the buffer and the target gas. Our experimental observations agree with the results of a calculation of the thermal contact between the atomic species. This calculation not only shows the crucial role of the overlap, but also why sympathetic cooling is very efficient for equal masses of the target and buffer gases. In addition, it allows us to recover in an analytic way a result previously found numerically for the thermalization rate of a single species.

Our experimental apparatus has been described in a previous publication [9]. After a laser cooling sequence, we transfer the  $^{87}\text{Rb}$  atoms from a dark spontaneous-force opti-

cal trap into the magnetic trap. During the transfer, an optical pumping pulse allows us to transfer most of the atoms in  $F=1$  (buffer), while keeping an adjustable fraction in  $F=2$  (target). Our iron-core Ioffe-Pritchard trap operates with a high bias field  $B_0$  between 50 and 250 G, and the magnetic-field curvature  $C$  along the dipole direction is linked to  $B_0$  (the ratio  $B_0/C$  is fixed by construction to  $1\text{ cm}^2$ ). After adiabatic compression, the magnetic-field gradient in the strong (quadrupole) directions is  $G=1\text{ kG/cm}$ . To cool down  $F=1$ , we use standard rf forced evaporation. We characterize both species simultaneously by absorption imaging after turning off the magnetic trap. During this release, the atoms experience a magnetic kick due to a Stern-Gerlach effect that allows us to spatially separate atoms in  $F=1$  and atoms in  $F=2$ . We probe on the  $F=2 \rightarrow F'=3$  transition after repumping the atoms from  $F=1$  to  $F=2$ . With usual analysis, we derive the temperature of the two clouds from the image.

In a first experiment, we have studied sympathetic cooling at a bias of 56 G, with initially  $10^8$  atoms in  $F=1$  at a temperature of  $300\text{ }\mu\text{K}$ , and various initial numbers of atoms in  $F=2$ . We observe no loss of target atoms during the whole cooling process [10]. Indeed, the atoms in  $F=2$  see a trapping potential twice as steep as for  $F=1$ , and as in [8], very few target atoms are evaporated at the beginning of the evaporation sequence. Moreover, at our high bias field, the nonlinear Zeeman effect prevents rf coupling of the  $|F=2, m_F=2\rangle$  trapping state to any nontrapping state at the end of the evaporation [9,11]. When starting with a very small ( $\leq 3 \times 10^4$ ) number of atoms in  $F=2$ , we get a  $F=1$  condensate with typically  $10^6$  atoms. If we continue the evaporation, another condensate appears in  $F=2$  at a lower temperature. For  $3 \times 10^4$  atoms in  $F=2$ , both gases condense simultaneously at a temperature of  $200\text{ nK}$ , as shown Fig. 1(a). If we start with a larger number of target atoms (but smaller than  $8 \times 10^4$ ), a condensate appears first in  $F=2$  at  $T > 200\text{ nK}$ , and then in  $F=1$  at  $T < 200\text{ nK}$ . For a yet larger number of target atoms, we can obtain a condensate in  $F=2$  and no condensate in  $F=1$ . If the number of atoms in  $F=2$  is more than  $2 \times 10^5$ , BEC is observed in neither hyperfine state.

These experimental observations can be explained with a simple model based on an energy budget. We assume that

\*Electronic address: guillaume.delannoy@iota.u-psud.fr, <http://atomoptique.iota.u-psud.fr>

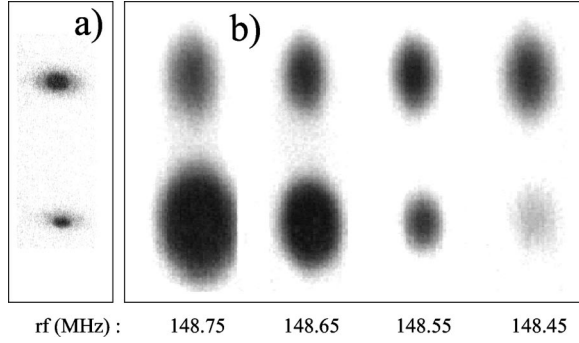


FIG. 1. Sympathetic cooling of  $^{87}\text{Rb}$  atoms in  $|F=2, m_F=2\rangle$  (upper images) by evaporatively cooled atoms in  $|F=1, m_F=-1\rangle$  (lower images): effect of the thermal contact. (a) Small sag (7  $\mu\text{m}$ ) between the two clouds: sympathetic cooling yields BEC for both species. (b) Larger sag (26  $\mu\text{m}$ ): below 400 nK (third snapshot), the temperature of the target does not decrease anymore while completely evaporating the buffer.

both species are always thermalized (see last part of this paper), and that the number  $N_2$  of target atoms is constant. The total energy of the  $N_1$  buffer and  $N_2$  target atoms in harmonic traps is therefore  $E=3(N_1+N_2)k_B T$ . The buffer gas is evaporatively cooled with an energy cutoff  $\eta k_B T$ . We denote  $dN_1$  the elementary (negative) variation of the number of buffer atoms. The corresponding (negative) energy variation is  $dE=dN_1(\eta+\kappa)k_B T$ , where  $\kappa\in[0,1]$  is a function of  $\eta$  [1,12]. After rethermalization at a lower temperature  $T+dT$ , the total energy becomes  $E+dE=3(N_1+dN_1+N_2)k_B(T+dT)$ . Keeping only the first order, we have  $dT/T=\alpha dN_1/(N_1+N_2)$  with  $\alpha=(\eta+\kappa)/3-1$ . Assuming that  $\eta$  is constant, we get

$$T=T^{\min}\left(\frac{N_1}{N_2}+1\right)^\alpha \quad \text{with} \quad T^{\min}=T^{\text{ini}}\left(\frac{N_2}{N_1^{\text{ini}}}\right)^\alpha. \quad (1)$$

In this formula,  $T^{\text{ini}}$  and  $N_1^{\text{ini}}$  are the initial values,  $N_2$  is constant and has been neglected with respect to  $N_1^{\text{ini}}$  in the expression of  $T^{\min}$  (as the temperature has to be reduced by several orders of magnitude, the initial fraction of atoms in the target gas must be very small). The temperature  $T^{\min}$  is reached when all the buffer atoms have been evaporated ( $N_1=0$ ). To understand the different regimes experimentally observed, we first study the evolution of the phase-space densities  $\mathcal{D}_F=2.17N_F(\hbar\omega_F/k_B T)^3$  [13] ( $F=1$  for the buffer and  $F=2$  for the target gas), in harmonic traps of mean frequencies  $\omega_F$ , during the evaporation. Equation (1) allows us to express  $\mathcal{D}_1$  and  $\mathcal{D}_2$  as functions of  $N_1$ . Figure 2 represents the evolution of  $\mathcal{D}_1$  and  $\mathcal{D}_2$  during the evaporation (while  $N_1$  is decreasing). We observe that the phase-space density of the target gas  $\mathcal{D}_2$  always increases to reach its maximum value

$$\mathcal{D}_2^{\max}=\frac{2.17}{N_2^{(3\alpha-1)}}\left(N_1^{\text{ini}\alpha}\frac{\hbar\omega_2}{k_B T^{\text{ini}}}\right)^3 \quad (2)$$

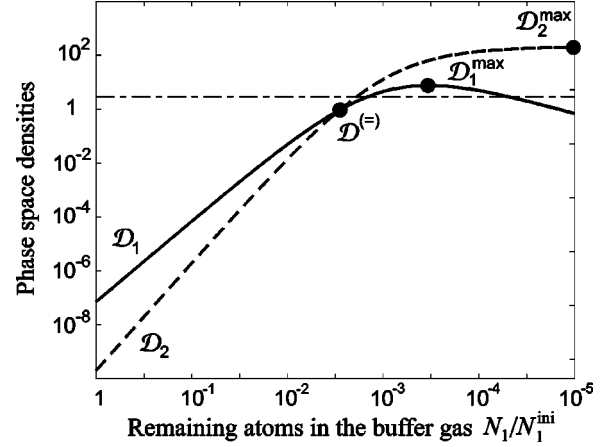


FIG. 2. Phase-space densities of the buffer (solid line) and the target gas (dashed) as a function of the evaporation progress, characterized by the ratio  $N_1/N_1^{\text{ini}}$  of remaining buffer atoms. This plot corresponds to the case  $3\alpha-1>(\omega_1/\omega_2)^3$ . The horizontal line is the critical value 2.612 above which BEC occurs. Here, the target and then the buffer will condense.

at the very end of the evaporation; this is because  $N_2$  is constant and the temperature always decreases. We also observe that the buffer-gas phase-space density  $\mathcal{D}_1$  first increases [14] to a maximum  $\mathcal{D}_1^{\max}$  that we write

$$\mathcal{D}_1^{\max}=\mathcal{D}_2^{\max}\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^3\frac{(3\alpha-1)^{(3\alpha-1)}}{(3\alpha)^{3\alpha}}, \quad (3)$$

and then decreases to zero. At the intersection of the two curves, the phase-space densities  $\mathcal{D}_1$  and  $\mathcal{D}_2$  have the same value

$$\mathcal{D}^{(=)}=\mathcal{D}_2^{\max}\left[1+\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^3\right]^{-3\alpha}. \quad (4)$$

We note that a modification of the various parameters only changes the relative position of the two curves, in particular the ordering of  $\mathcal{D}^{(=)}$ ,  $\mathcal{D}_1^{\max}$ , and  $\mathcal{D}_2^{\max}$ . This is what determines the outcome of sympathetic cooling.

We specifically focus on the situation where  $\mathcal{D}^{(=)}$  is reached before  $\mathcal{D}_1^{\max}$  [this happens if  $3\alpha-1>(\omega_1/\omega_2)^3$ ], which corresponds to the case of Fig. 2 and to our experimental parameters. The target gas can condense only if  $\mathcal{D}_2^{\max}>2.612$ , and in the same way, the buffer gas can condense only if  $\mathcal{D}_1^{\max}>2.612$ . If these two conditions are satisfied, the buffer condenses first if  $\mathcal{D}^{(=)}>2.612$ , otherwise the target condenses first. These three conditions can be written as conditions on the number  $N_2$  of target atoms. This leads us to define three critical numbers  $N_2^a$ ,  $N_2^b$ , and  $N_2^c$  of target atoms, for which  $\mathcal{D}^{(=)}$ ,  $\mathcal{D}_1^{\max}$ , and  $\mathcal{D}_2^{\max}$  are, respectively, equal to 2.612. Although each of these numbers depends on all initial conditions, the ratios  $N_2^a/N_2^c$  and  $N_2^b/N_2^c$  are independent of the initial values  $N_1^{\text{ini}}$  and  $T^{\text{ini}}$  because  $\mathcal{D}_1^{\max}/\mathcal{D}_2^{\max}$  and  $\mathcal{D}^{(=)}/\mathcal{D}_2^{\max}$  do not depend on the initial conditions [see Eqs. (3) and (4)] and because  $\mathcal{D}_2^{\max}\propto N_2^{(1-3\alpha)}$  [see Eq. (2)]. These ratios are represented in a diagram of the energy cutoff

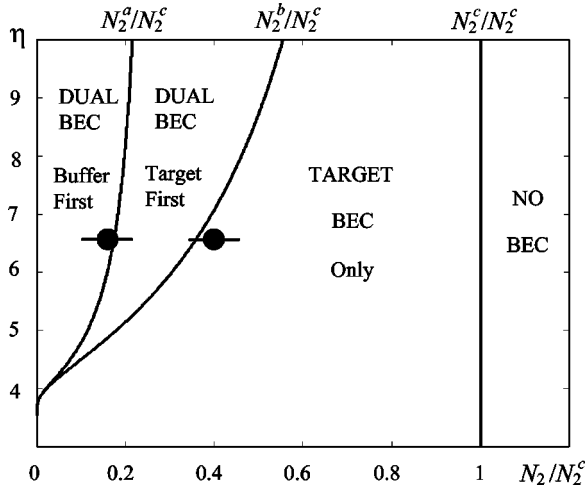


FIG. 3. Outcome of sympathetic cooling as a function of the number of target atoms  $N_2/N_2^c$ . The evaporation parameter  $\eta$  is the ratio of the energy cutoff to the thermal energy  $k_B T$ . Trap parameters are fixed to  $\omega_2/\omega_1 = \sqrt{2}$ . The lines represent the critical number ratios  $N_2^a/N_2^c$ ,  $N_2^b/N_2^c$ , and  $N_2^c/N_2^c$ . They separate regions where either dual, single, or no BEC can be formed. Black dots indicate the critical number found in our experiment.

$\eta$  versus the number of target atoms  $N_2/N_2^c$  in Fig. 3. We can identify four regions on this diagram [15], corresponding to the different regimes of sympathetic cooling. From the experiment, we measure  $N_2^a = 3 \times 10^4$ ,  $N_2^b = 8 \times 10^4$ , and  $N_2^c = 2 \times 10^5$ , which is in good agreement with the calculated values for a typical value of the evaporation parameter  $\eta \approx 6.5$  (see Fig. 3).

In a second experiment, we have studied the role of thermalization in sympathetic cooling by changing the bias field from 56 G to 207 G. In this range of bias field we can condense  $F=1$  when no target gas is present. This reduces the vertical oscillation frequencies  $\omega_{Fz} = \{(-1)^F m_F \mu_B (G^2/B_0 - C)/2M\}^{1/2}$ , where  $M$  is the mass of the atom and  $\mu_B$  the Bohr magneton, and therefore increases the relative gravitational sag  $\Delta = g/\omega_{1z}^2 - g/\omega_{2z}^2$  between the two clouds [8]. Figure 1(b) represents successive absorption images while decreasing the final frequency of the evaporation ramp, at a bias field of 207 G ( $\Delta = 26 \mu\text{m}$ ). We initially observe sympathetic cooling of the target gas until a temperature of about 400 nK is reached. Then sympathetic cooling stops. This is in contrast with the first experiment at a bias field of 56 G, where the relative sag is smaller ( $\Delta = 7 \mu\text{m}$ ), and sympathetic cooling works all the way down to the BEC of the two species [see Fig. 1(a)].

To render a quantitative account of these observations, we study how the thermal contact between the two clouds evolves during the cooling. For that, we calculate the energy exchange rate  $W$  via interspecies elastic collisions. We assume Maxwell-Boltzmann distribution at temperatures  $T_1$  for the buffer and  $T_2$  for the target gas (we neglect the cutoff due to possible evaporation and quantum effects [16]). Introducing the notations  $\mathbf{v}_G$  for the center-of-mass velocity  $\mathbf{v}$  and  $\mathbf{v}'$  for the relative velocities, respectively, before and after the collision, the energy received in the laboratory frame by a

buffer atom during the collision is  $(M/2)\mathbf{v}_G \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{v}')$ . At low temperature we only consider  $s$ -wave scattering and the term  $\mathbf{v}_G \cdot \mathbf{v}'$  averages out to zero. After integration over positions and velocities, we get  $W = k_B(T_2 - T_1)\Gamma$ , where  $\Gamma$  is the number of interspecies collisions per unit of time, found equal to

$$\Gamma = \frac{N_1 N_2}{\pi^2 \rho_x \rho_y \rho_z} \sigma_{12} V \exp\left(-\frac{\Delta^2}{2\rho_z^2}\right). \quad (5)$$

In Eq. (5),  $\sigma_{12}$  is the interspecies elastic cross section (taken independent of the temperature),  $V = \sqrt{k_B(T_1 + T_2)}/M$  is the rms sum of thermal velocities, and  $\rho_z = \sqrt{(k_B/M)(T_1/\omega_{1z}^2 + T_2/\omega_{2z}^2)}$  is the rms sum of the vertical sizes of the clouds (with similar expressions for  $\rho_x$  and  $\rho_y$ ). The exponential term in Eq. (5) describes the overlap of the two clouds. Thus the energy exchange rate  $W$  will become vanishingly small if  $\rho_z$  becomes smaller than the gravitational sag  $\Delta$ . We can now analyze the role of the thermal contact in the experiments. At a bias field of 207 G (sag  $\Delta = 26 \mu\text{m}$ ), and high temperature (above 400 nK), the effect of the sag is negligible and the clouds are thermalized. During the cooling, the sizes of the clouds and therefore  $\rho_z$  decrease. At the temperature of  $T_1 \approx T_2 \approx 400$  nK, where we observed that sympathetic cooling stops, we have  $\rho_z = 12 \mu\text{m}$  and the exponential term in Eq. (5) takes the value 0.1, so that the energy exchange rate is reduced by an order of magnitude. In contrast, at a bias field of 56 G, where  $\Delta = 7 \mu\text{m}$ , the parameter  $\rho_z$  at the temperature of condensation 300 nK ( $\rho_z \approx 8 \mu\text{m}$ ) is still bigger than  $\Delta$ , the collision rate  $\Gamma$  is only reduced by 30% because of the overlap, and sympathetic cooling works until reaching BEC.

Starting from the interspecies energy exchange rate  $W$ , and using the total energy conservation, we can derive evolution equations for the temperatures  $T_1$  and  $T_2$  of each species taken separately at thermal equilibrium. Denoting  $\Delta T = T_1 - T_2$  and  $T = (T_1 + T_2)/2$ , we obtain an interspecies thermalization rate, which, for equal trapping frequencies ( $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ), takes the simple form

$$\frac{1}{\tau} = -\frac{1}{\Delta T} \frac{d\Delta T}{dt} = \frac{(N_1 + N_2)}{3k_B T} \frac{\omega^3 \sigma_{12} M}{2\pi^2}. \quad (6)$$

This result is remarkable, by analogy with the individual thermalization rate of a single species  $\tau^{-1} \approx \gamma/3$  [17], where  $\gamma = N\omega^3 \sigma M/2\pi^2 k_B T$  is the average elastic collision rate in a harmonic trap. For  $^{87}\text{Rb}$ , the three elastic cross sections  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ , and  $\sigma_{12}$  are nearly equal [18], and we have  $\tau^{-1} \approx \tau_1^{-1} + \tau_2^{-1}$ , where  $\tau_1^{-1}$  and  $\tau_2^{-1}$  are the thermalization rates of each species considered separately. This means that thermalization between the two species happens faster than thermalization of each species. So, if the evaporation ramp is adapted to cooling of the buffer alone, interspecies thermalization will be efficient.

If the masses are different, Eq. (6) remains valid at lower order in  $\Delta T/T$ , if we replace  $M$  by  $\mathcal{M} = [8(M_1 M_2)^2]/[(M_1 + M_2)^3]$ , which is symmetric in the masses  $M_1$  of the buffer and  $M_2$  of the target. The effective

mass  $\mathcal{M}$  is maximum for  $M_1 = M_2$  as in our experiment, and decreases for uneven masses (for significant different masses,  $\mathcal{M}$  is much smaller than the smallest mass). It is interesting to note that if Eq. (6) is applied to any arbitrary partition in a single species, where  $N_1$  and  $N_2 = N - N_1$  atoms are taken at different temperatures, then the thermalization rate between the two subsamples is exactly equal to  $\gamma/3$ , in agreement with the numerical simulations of [17]. To our knowledge, such an analytical result has not been published.

To conclude, we have first presented a simple analysis allowing one to quantitatively predict the outcome of sympathetic cooling, in the case of no losses in the target. We have then obtained an expression of the thermalization rate between the buffer and the target that quantitatively describes the effect of the overlap between the two clouds. Moreover, when the overlap is good, the interspecies thermalization rate is the same of the intraspecies thermalization

rate, and sympathetic cooling is very efficient [4,19]. In contrast, we predict a strongly diminished interspecies rethermalization rate for very different masses of the buffer and target. Our approach allows one to derive an analytical expression of the intraspecies thermalization rate in surprisingly good agreement with previous numerical calculation. Although our modeling is very simple and does not take into account quantum statistics effects near condensation [16], it is a useful tool that can easily be generalized to plan or analyze experiments using sympathetic cooling.

The authors thank M. Lécivain for his contribution to the experimental setup. This work is supported by CNRS, MENRT, Région Ile de France, DGA, and the European Community. S.G.M. acknowledges support from Ministère des Affaires Étrangères.

- 
- [1] W. Ketterle and N. J. Druten, *Adv. At., Mol., Opt. Phys.* **37**, 181 (1996).
- [2] S. L. Cornish *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1795 (2000).
- [3] D. G. Fried *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3811 (1998).
- [4] B. DeMarco and D. Jin, *Science* **285**, 1703 (1999).
- [5] R. Côté *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2806 (2000).
- [6] J. M. Doyle *et al.*, *Phys. Rev. A* **52**, R2515 (1995).
- [7] D. J. Larson *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 70 (1986).
- [8] C. J. Myatt *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 586 (1997).
- [9] B. Desruelle *et al.*, *Phys. Rev. A* **60**, R1759 (1999).
- [10] In contrast to the observations of Ref. [8], there are no inelastic collisions in our situation.
- [11] V. Boyer *et al.*, *Phys. Rev. A* **62**, 021601(R) (2000).
- [12] O. J. Luiten *et al.*, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996).
- [13] The factor of 2.17, related to the quantum statistics effect, is valid close to degeneracy.
- [14] This is true for  $3\alpha > 1$ , which is the usual condition for the phase-space density to increase during evaporation of a single species.
- [15] In addition, there is a small region corresponding to  $(\omega_1/\omega_2)^3 > 3\alpha - 1 > 0$ , where a condensate appears in the buffer gas, then disappears, and finally the target gas reaches degeneracy. This case is relevant if  $\omega_1 > \omega_2$ .
- [16] E. Timermans and R. Côté, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 3419 (1998); W. Geist *et al.*, *Phys. Rev. A* **59**, 1500 (1999); W. Geist *et al.*, *ibid.* **61**, 013406 (1999); M. Cresimanno *et al.*, *ibid.* **61**, 3602 (2000).
- [17] M. Arndt *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 625 (1997); H. Wu and C. J. Foot, *J. Phys. B* **29**, L321 (1996); C. R. Monroe *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 414 (1993); D. W. Snoke and J. P. Wolfe, *Phys. Rev. B* **39**, 4030 (1989).
- [18] P. S. Julienne *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1880 (1997).
- [19] M.-O. Mewes *et al.*, *Phys. Rev. A* **61**, 011403(R) (2000).

OPTIQUE ET INTERFÉROMÉTRIE ATOMIQUES  
ATOM OPTICS AND INTERFEROMETRY

# Experimental study of coupling Bose–Einstein condensates into weakly non-trapping and trapping states

P. BOUYER, S.A. RANGWALA, Y. LE COQ, G. DELANNOY, F. GERBIER, S. SEIDELIN, S. RICHARD, J. THYWISSIN, A. ASPECT

Groupe d'optique atomique, laboratoire Charles-Fabry de l'Institut d'optique, UMRA 8501 du CNRS, Bât. 503, Campus universitaire d'Orsay, BP 147, 91403 Orsay cedex, France

(Reçu le 1<sup>er</sup> janvier 2001, accepté le 26 mars 2001)

---

**Abstract.** We study the production of an atom laser from a Bose–Einstein condensate using radio-frequency out-coupling. Single frequency coupling from the Bose–Einstein condensate leads to unstable production of an atom laser due to the extreme sensitivity of this process to magnetic field fluctuations. The extent of this experimental instability is quantified. Stable, repeatable production of an atom laser is achieved by the frequency modulation of the coupling, which forms a frequency comb across the condensate. Different regimes of modulated coupling are discussed. In addition the coupling of atoms into a weakly trapping state is studied. The oscillation frequency of this state in the vertical direction is measured. Preliminary results indicating qualitative difference between condensate and thermal cloud coupling are presented. © 2001 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

**cold atoms / Bose–Einstein condensate / output coupler / atom laser / quantum coherence**

*Étude du couplage de sortie d'un condensat vers un niveau libre et vers un niveau faiblement piégeant*

**Résumé.** Nous présentons la réalisation d'un laser à atomes à partir d'un condensat de Bose–Einstein grâce à l'utilisation d'un coupleur radio-fréquence. Dans le cas d'un laser monomode (un seul coupleur radiofréquence), le couplage de sortie est très sensible aux fluctuations du champ magnétique qui piège le condensat. Une mesure des instabilités du laser permet alors de quantifier les fluctuations du champ magnétiques. Afin de rendre le couplage insensible aux fluctuations, nous avons ensuite utilisé un coupleur radio-fréquence modulé, qui crée de multiples coupleurs de sortie régulièrement espacés. Nous présentons finalement l'étude du couplage des atomes vers un état très faiblement piégé. L'évolution d'un condensat lâché dans une telle cavité a pu être étudiée et a permis de déterminer la fréquence d'oscillation des atomes. Enfin, dans le cas d'un couplage faible (quasi-continu), il est possible de distinguer entre le couplage d'un condensat, intrinsèquement cohérent, et un nuage thermique. © 2001 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

---

Note présentée par Guy LAVAL.

S1296-2147(01)01191-X/FLA

© 2001 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. Tous droits réservés

## 1. Introduction

Since the creation of the first dilute Bose–Einstein Condensate (BEC) [1] atom lasers sourced from them have been an important topic of study. Pulsed atom lasers have been realized by a variety of techniques, using: intense, pulsed, spin–flip radio frequency (RF) transitions [2], and gravity induced tunneling from an optically trapped condensate [3]. A quasi-continuous laser has been realized using Raman transitions [4] and a continuous atom laser, limited only by the depletion of the condensate, has been achieved by RF coupling under highly stable conditions [5]. These developments illustrate the atom lasers potential to form atomic beams of unprecedented brightness and coherence. There is therefore need to control precisely the production of the laser and to develop tools that characterize the laser. In this proceeding we discuss the stability requirements for the production of a continuous laser and demonstrate the production of a stable laser using a frequency comb. Preliminary results on coupling a fraction of the BEC and cold thermal atoms from the  $|1, -1\rangle$  state into a weakly trapping state are also presented.

## 2. Atom laser

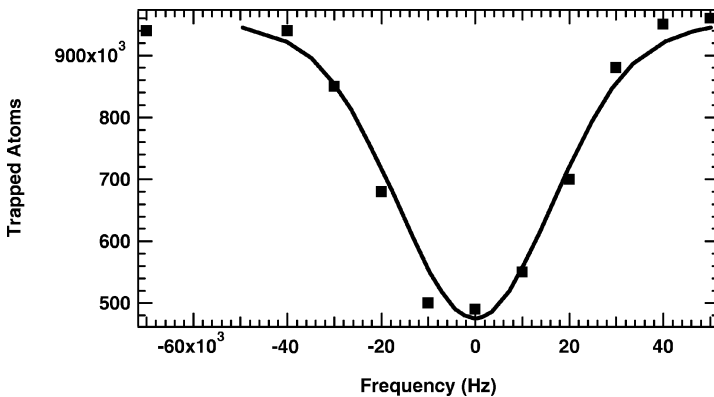
The experimental scheme used is described in detail elsewhere [6]. Briefly, a  $^{87}\text{Rb}$  BEC with approximately  $5 \cdot 10^5$  atoms is created in the  $|1, -1\rangle$  (i.e.  $F = 1$ ,  $m_F = -1$ ) state. The construction of the magnetic trap results in the production of a relatively large bias field as well as a large magnetic gradient in the quadrupole direction (vertical plane). Under these condition the contribution of the quadratic Zeeman effect makes the  $|1, 0\rangle$  and  $|2, 0\rangle$  states slightly anti-trapping and trapping respectively. We couple the BEC to one or the other state by using either a radio frequency (RF) or a microwave frequency.

Production of a continuous atom laser, as in [5], is done by coupling the atoms from the trapping  $|1, -1\rangle$  state to the weakly anti-trapping  $|1, 0\rangle$  state. This is implemented using a RF of approximately 40 MHz. The frequency is relatively high due to the high bias field of 56 Gauss in our experiment. The RF power is adjusted such that the approximate estimation of the Rabi frequency for typical coupling parameters is about 1 kHz. The RF coupling is applied for a duration of about 20 ms.

Using a single radio frequency we can successfully couple atoms into the  $|1, 0\rangle$  state to produce an atom laser. However, the atom laser exhibits both intra-shot and shot-to-shot instabilities in the density of the out-coupled beam. In a similar experiment, continuous production of the atom laser has been demonstrated by Bloch et al. (1999) [5]. They achieve high stability in the laser output with a combination of magnetic shielding and stable current supply, which ensure magnetic field stability. Our experiment is not stabilized to the same extent and therefore instabilities of the magnetic field can result in the laser density fluctuations.<sup>1</sup>

To quantify the fluctuation of the magnetic trapping potential we study the depletion of the condensate versus the RF out-coupling frequency. The total number of atoms in the combined thermal cloud and condensate is approximately  $1 \cdot 10^6$  of which the condensate fraction is about 50%. Varying the frequency of the RF coupling, we measure the atoms remaining in  $|1, -1\rangle$  state after 10 ms of out-coupling. This measurement does not discriminate between the thermal cloud and the condensate atoms in  $|1, -1\rangle$  (*figure 1*). The measured width of the out-coupled atoms in our case is approximately 80 kHz at the threshold. The spectral width for out-coupling a condensate is given by its spatial extent in the vertical direction because of the variation in the gravitational potential energy across it. The frequency width is therefore given by  $\Delta\nu = M_{\text{Rb}}g\Delta s/\hbar$ , where  $M_{\text{Rb}}$  is the mass of  $^{87}\text{Rb}$ ,  $g$  the acceleration due to gravity,  $\Delta s$  the spatial extent of the condensate and  $\hbar$  the Planck constant. Similar considerations hold for the thermal atoms in the trap. The calculated spectral width for the condensate is approximately 10 kHz and the thermal cloud has a calculated one sigma width of 11 kHz. Thus the observed experimental width of





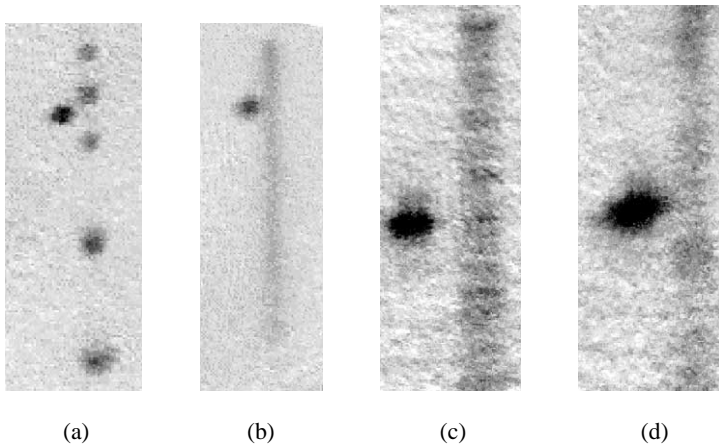
**Figure 1.** The filled squares represent the depletion of the condensate and thermal atoms from the  $|1, -1\rangle$  state as a function of out-coupling frequency. The frequency axis has been centered at the point for maximum out-coupling. The line is the convolution of the atomic density profile in  $|1, -1\rangle$  with a normal distribution of one sigma width 15 kHz, representing the fluctuations in the magnetic field bias.

80 kHz is much larger than the expected width due to the condensate and thermal cloud (approximately 30 kHz). The present measurement is therefore a convolution of the condensate and thermal cloud widths, with the experimental instabilities, which has the effect of broadening the depletion profile.

The primary source of instability in our experiment is from fluctuations in the trapping magnetic field, which gives rise to a corresponding change in the resonance condition for optimal output coupling. The efficiency of coupling is sensitive to these instabilities when the amplitude of the magnetic field fluctuations is comparable to or larger than the spectral width of the condensate. In order to estimate the fluctuation in the magnetic trapping field, which corresponds to shift in out-coupling frequency, we assume that it is consistent with a normal distribution. The convolution of a normal distribution with a one sigma value of 15 kHz, with the calculated spectral density profiles of the condensate and thermal cloud gives good agreement with the measured depletion of atoms in  $|1, -1\rangle$  (figure 1). At this value we agree well with both the FWHM (40 kHz) of the depletion curve as well as with the lower and upper thresholds for out-coupling (80 kHz). From this we can conclude that the amplitude of the fluctuations have a spectral width (two sigma) of approximately 30 kHz. Such an instability in the amplitude of the trapping magnetic field imposes severe limitations on the ability to produce an atom laser with uniform density distribution, using a single RF, making other means for its production necessary.

To circumvent the instability we produce an atom laser using a frequency comb instead of a single frequency, thus countering the magnetic field fluctuations. The frequency comb is created by frequency modulating the out-coupling RF, about the frequency of maximum output coupling  $\nu_c$  (carrier frequency). The expression for the modulation is  $\nu_{\text{RF}} = \nu_c + \nu_{\text{BW}} f(\nu_m t)$ , where  $\nu_{\text{BW}}$  is the frequency bandwidth of the modulation (typical experimental value is 100 kHz) about  $\nu_c$  and a triangular modulation function  $f(\nu_m t)$ . The power of the RF comb is adjusted for individual comb elements to be in the weak coupling regime.

In the time domain picture of frequency modulation the frequency of the carrier wave ( $\nu_c$ ) varies across the bandwidth ( $\nu_{\text{BW}}$ ) twice every modulation cycle. As the modulation frequency is varied three distinct regimes of output coupling are evident from the experimental data. At low modulation frequencies (i.e.  $\nu_m \leq 1000$  Hz), atoms from the condensate are coupled out each time the frequency modulation crosses the instantaneous resonance frequency (twice every cycle). The output coupled atoms are non overlapping and form distinct condensate replicas (figure 2a). On increasing the modulation frequency, the rate of output from the condensate increases, to give a quasi-continuous output (figures 2b and 2c). At still higher modulation frequency we have the overlapping of successively out-coupled atoms from the condensate, over a considerable spatial extent as they fall under the combined influence of the gravitational and weakly non-trapping magnetic potential. In this regime we can see non uniformity of the imaged out-coupled atoms, which may be attributed to the interference between successively out-coupled atoms from the condensate



**Figure 2.** The different regimes of comb coupling. (a) At a small modulation frequency ( $\nu_m$ ) of 230 Hz. (b) Quasi-continuous coupling with  $\nu_m = 2000$  Hz. (c) Quasi-continuous coupling with magnified imaging at  $\nu_m = 3000$  Hz. (d) Unstable coupling at  $\nu_m = 17000$  Hz in the magnified imaging system. Cutting the magnetic field just before imaging results in the spatial separation of the condensate and the atom laser.

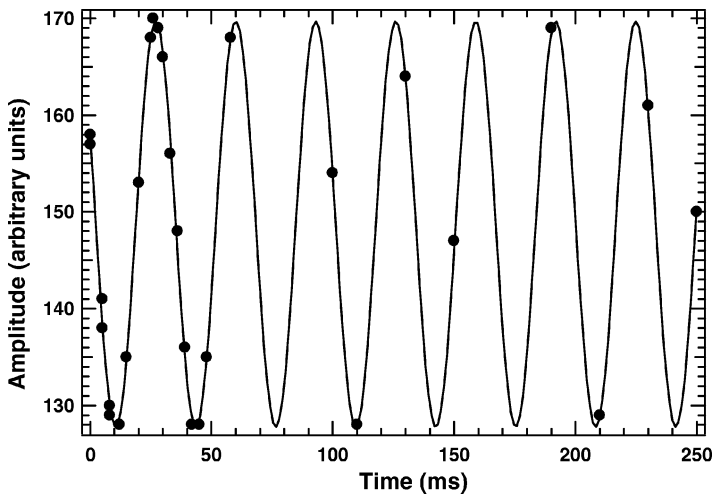
in the fluctuating magnetic field. In another measurement, on changing the bandwidth of the frequency comb, the out-coupling is seen to be reproducible at and above a  $\nu_{BW}$  value of approximately 40 kHz, whereas below this value it becomes unstable from shot-to-shot. This is consistent with the full width at half maximum of the stability measurement (*figure 1*) and gives us an independent measure of the magnetic field fluctuations.

In the frequency domain the three regimes of out-coupling can be understood as follows. If the frequency comb is very dense, which is the case at small modulation frequencies ( $\nu_M$  much less than the condensate spectral width), we can expect to see interference between the matter waves coupled out of different spatial regions of the condensate and this behaviour manifests in the appearance of discrete atom-bunches in time (*figure 2a*). A crude simulation of the time interval between successive atom-bunches can be done by fourier transforming the product of a frequency comb with appropriate phase relations and the Thomas–Fermi condensate shape. Such a simulation is in rough agreement with the observed data. As the modulation frequency increases the temporal spacing between the out-coupled atom bunches decreases and at  $\nu_M$  approximately few thousand Hz all the discreteness in the out-coupling disappears within the limits of the imaging system and a quasi-continuous beam of out-coupled atoms is seen (*figures 2b* and *2c*). On increasing the comb frequency still further we achieve the condition that one or less comb teeth are available for output coupling and we revert to the situation analogous to single frequency coupling, where the instabilities in the magnetic field start affecting the out coupling (*figure 2d*).

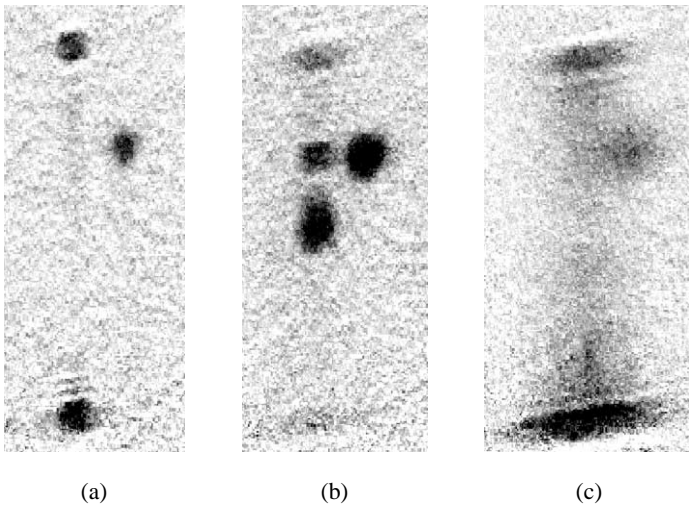
### 3. Atom ‘cavity’

It is also interesting to study the coupling of a condensate in an weakly trapping state that is much larger in spatial extent than the condensate. Such a state can be considered as an atomic cavity and can be used to study the dynamics of coherent evolution of the atoms from the condensate. In our experiment the  $|2, 0\rangle$  state of the  $F = 2$  manifold is such a state. Atoms are coupled directly from the  $|1, -1\rangle$  condensate state to the cavity using a single microwave frequency of approximately 6.8 GHz.

In our experiment the measured frequency for the BEC state in the vertical direction is  $\nu_{\perp, BEC} = 132.5$  Hz, with an experimental uncertainty of  $\pm 0.25$  Hz. Using this value to establish the magnetic gradient field of the trap we estimate the trap frequency of the cavity state in the vertical direction as  $\nu_{\perp, cav} \approx 29$  Hz, with a few percent accuracy. Gravity shifts the trap centers for the various magnetic sublevels by different amounts. The cavity state sags vertically by  $z_{cav} = g/(2\pi\nu_{\perp, cav})^2 \approx 310 \mu\text{m}$ . By comparison, the condensate shifts down by  $z_{BEC} \approx 15 \mu\text{m}$ , giving a relative shift of  $300 \mu\text{m}$ . Since the atoms are coupled from the highly localized condensate in the vertical direction into the cavity state by a microwave photon, they are coupled to a region away from the cavity centre. The atoms are therefore coupled in the high lying energy levels of the cavity state.



**Figure 3.** Measurement of the period of oscillation of the atoms coupled into the  $|2, 0\rangle$  (cavity) state. The filled circles are the data points while the line through them is a single frequency sinusoidal fit which gives a cavity frequency of 30.3 Hz (period = 33 ms). The statistical error on the measured position of the atoms in the cavity is at most one division along the amplitude axis for each point.



**Figure 4.** Atoms coupled into the cavity state from the  $|1, -1\rangle$  state. (a) An over evaporated condensate coupled into the cavity state. (b) A pure condensate in the cavity state where we see a distinct structures in the spatial density distribution of atoms while (c) is the case of thermal cloud coupling into the cavity state resulting in a uniform spatial distribution of atoms.

To determine the cavity state frequency, the oscillation of atoms coupled into the cavity was measured as a function of time. For this experiment a fraction of the atoms were out-coupled from the condensate into the cavity state by a strong, resonant microwave pulse of short duration (2 ms). The cavity state frequency was measured by studying the position of centre of mass of the atomic cloud as shown in *figure 3*. The fitted value of the oscillation period is found to be 33 ms corresponding to an oscillation frequency of 30.3 Hz. This value agrees with the the estimated trap frequency given above. The goodness of fit for a single frequency sinusoid fit over several periods of oscillation in the cavity indicates that we are in the region of the cavity where deviations from the simple harmonic nature of the oscillations are small, despite its relatively large spatial extent. The one sigma error on the fit value is under 0.1% in frequency.

As we lower the microwave power (i.e. go to weaker coupling intensities) and increase the coupling time of the atoms from the BEC, structures are observed in the cavity state (*figures 4a* and *4b*). These structures represent a non uniform spatial density distribution of atoms in the cavity state. By contrast, coupling from a cold thermal cloud results in a uniform density distribution of atoms in the cavity (*figure 4c*). The above results are preliminary as systematic study is limited by instability in the bias field. Numerical integration of the Gross-Pitaevskii equation yields structures similar to those observed in the cavity state. This suggests

that the structures in the cavity state are signature of the coherence of a BEC, while lack of structure for the thermal cloud is due to its lack of coherence.

#### 4. Conclusions

We have demonstrated a method for continuous output coupling of a condensate into a non trapping state which overcomes the problem of small fluctuations in the trapping magnetic field. The method involves the modulation of the frequency of out-coupling over a bandwidth larger than the bandwidth of the fluctuation. Various regimes of operation for this method have been explored and discussed. In addition certain preliminary results of coupling the atoms into a extended, weakly trapping state have been discussed. Coupling into this state seems to show different behaviour for the condensate as opposed to a thermal cloud.

---

<sup>1</sup> Since the measurements reported here we have successfully suppressed the fluctuations in the magnetic bias field using a better stabilized power supply, which enables us to produce a continuous atom lasers using single radio frequency.

#### References

- [1] Anderson M.H. et al., Science 269 (1995) 198;  
Bradley C.C. et al., Phys. Rev. Lett. 75 (1995) 1687;  
Davis K.B. et al., Phys. Rev. Lett. 75 (1995) 3969;  
Bradley C.C. et al., Phys. Rev. Lett. 78 (1997) 985.
- [2] Mewes M.-O. et al., Phys. Rev. Lett. 78 (1997) 582.
- [3] Anderson B.P., Kasevich M., Science 282 (1998) 1686.
- [4] Hagley E.W. et al., Science 283 (1999) 1706.
- [5] Bloch I. et al., Phys. Rev. Lett. 82 (1999) 3008.
- [6] Desruelle B. et al., Phys. Rev. A 60 (1999) R1759.

## Atom Laser Divergence

Y. Le Coq, J. H. Thywissen, S. A. Rangwala, F. Gerbier, S. Richard, G. Delannoy, P. Bouyer, and A. Aspect

*Laboratoire Charles-Fabry de l'Institut d'Optique, UMRA 8501 du CNRS, 91403 Orsay, France\**

(Received 28 June 2001; published 8 October 2001)

We measure the angular divergence of a quasicontinuous, rf-outcoupled, free-falling atom laser as a function of the outcoupling frequency. The data are compared to a Gaussian-beam model of laser propagation that generalizes the standard formalism of photonic lasers. Our treatment includes diffraction, magnetic lensing, and interaction between the atom laser and the condensate. We find that the dominant source of divergence is the condensate-laser interaction.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.87.170403

PACS numbers: 03.75.Fi, 05.30.Jp, 32.80.Pj, 04.30.Nk

A dilute gas of atoms condensed in a single quantum state of a magnetic trap [1–6] is the matter-wave analog of photons stored in an optical cavity. A further atomic parallel to photonics is the “atom laser” [7–10], a coherent extraction of atoms from a Bose-Einstein condensate. Atom lasers are of basic interest as a probe of condensate properties [11] and as a coherent source of atoms [12]. Furthermore, just as optical lasers greatly exceeded previous light sources in brightness, atom lasers will be useful in experiments that simultaneously require monochromaticity, collimation, and intensity, such as holographic atom lithography [13], continuous atomic clocks [14], and coupling into atomic waveguides [15].

Initial work on atom lasers has demonstrated several types of coherent, pulsed output couplers [7–9] as well as a coherent narrow-band coupler [10,16], which is the type employed in our work. In this Letter, we address the nature of propagation of an atom laser outcoupled from a condensate. Our experimental data show that the laser beam is well characterized by a divergence angle. We measure this angle versus radio-frequency (rf) outcoupler frequency, which chooses the vertical extraction point of the atom laser from the condensate (see Fig. 1a). In choosing the extraction point, one chooses the thickness of the condensate to be crossed by the extracted atoms, as well as the width of the atom laser beam at the extraction plane. To interpret these data, we use a formalism that generalizes the *ABCD* matrices treatment of photonic lasers [17,18]. This treatment allows us to calculate analytically the divergence of the laser due to diffraction, magnetic lensing, and interactions with the condensate. We find that, for our typical experimental conditions, the divergence of the laser is primarily due to interaction between the atoms in the laser and the atoms remaining in the condensate. We describe this interaction as a thin lens. Note that the existence of such an interactive lensing effect is in stark contrast to a photonic laser, since photons do not interact. Interactions were estimated to be similarly important for pulsed atom lasers [7,9]. In our case, the divergence is also magnified by a thick-lens-like potential due to the quadratic Zeeman effect of the magnetic trapping fields.

The technique we use to obtain Bose-Einstein condensates with  $^{87}\text{Rb}$  is described in detail elsewhere [19]. Briefly, a Zeeman-slowed atomic beam loads a magneto-optical trap in a glass cell. Typically  $10^8$  atoms are transferred to a magnetic trap, which is subsequently compressed to oscillation frequencies of  $\omega_x = \omega_z = 2\pi \times 144$  Hz and  $\omega_y = 2\pi \times 9$  Hz  $= \lambda\omega_z$  in the quadrupole and dipole directions, respectively, where  $z$  is vertical. The Ioffe-Pritchard trap is created with an iron-core electromagnet, with a typical quadrupole gradient of  $11.7 \text{ T} \cdot \text{m}^{-1}$ , and an uncompensated dipole bias field of  $B_0 = 5.4$  mT. A 40 s, rf-induced evaporative cooling ramp in the compressed trap results in condensates of typically  $5 \times 10^5$  atoms, with a 15% rms shot-to-shot variation.

Atom lasers are created by applying a rf field at about 38.6 MHz, to transfer condensate atoms from the trapped  $|F, m_F\rangle = |1, -1\rangle$  state to the weakly antitrapped  $|1, 0\rangle$  state, which also falls under gravity (see Fig. 1a). The rf field is weak (approximately  $0.1 \mu\text{T}$ ) and applied for a relatively long duration ( $t_{\text{oc}} = 10$  ms) [16]. There is no significant coupling to the  $|1, +1\rangle$  state because the  $F = 1$

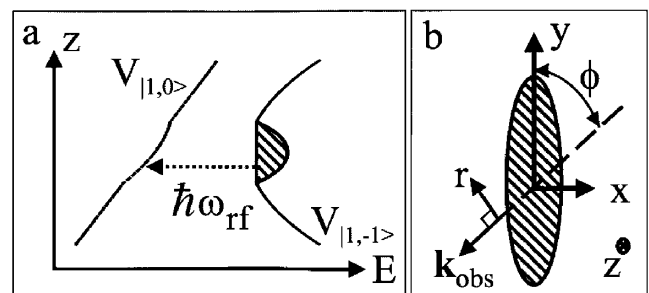


FIG. 1. (a) Schematic representation of outcoupling from the trap potential  $V_{|1,-1\rangle}$  to the untrapped  $V_{|1,0\rangle}$  potential via an rf photon at  $\omega_{\text{rf}}$ . The vertical direction is  $z$ . The curves shown include magnetic, gravitational, and mean-field potentials. (b) The wave vector  $\mathbf{k}_{\text{obs}}$  for the absorptive imaging light beam at an angle  $\phi$  with respect to the weak axis  $y$  of the condensate. The horizontal coordinate in the imaging plane is  $r$ . In both images, the condensate is crosshatched.

sublevel transitions are split by 0.8 MHz due to the non-linear part of the Zeeman effect at 5.4 mT. To measure the spatial distribution of the atom laser, we take an absorptive image with a pulse of resonant light 6 ms after the moment when the rf outcoupling ends and the trap is turned off. As depicted in Fig. 1b, the image is taken at a  $\phi = 55^\circ$  angle from the weakly confining  $y$  axis of the trap. Figure 2a shows a typical image of an atom laser.

The gravitational sag  $g/\omega_z^2$  shifts the entire condensate from the center of the magnetic trap to a region where isofield surfaces are planes of approximately constant height  $z_0$  across the condensate [10]. The relation between rf frequency  $\omega_0 + \delta_{\text{rf}}$  and coupling height  $z_0$  is

$$\delta_{\text{rf}} = -\Delta \frac{z_0}{R_z} - \frac{\mu}{\hbar} \left( 1 - \frac{z_0^2}{R_z^2} \right), \quad (1)$$

where  $\Delta = MgR_z/\hbar$  is the spectral half-width of the condensate,  $M$  is the mass of the atom,  $g$  is gravitational acceleration, and  $R_z$  is the Thomas-Fermi (TF) radius [20] of the condensate along  $z$ . The radius  $R_z$  is  $\sqrt{2\mu/M\omega_z^2}$ , and  $\mu$  is the chemical potential  $(\hbar\bar{\omega}/2)(15a_{11}N)^{2/5}(M\bar{\omega}/\hbar)^{-1/5}$ , where  $N$  is the number of atoms in the condensate,  $a_{11} = 5.67$  nm is the  $s$ -wave scattering length between  $^{87}\text{Rb}$  atoms in the  $|1, -1\rangle$  state [21], and  $\bar{\omega}^3 = \omega_x\omega_y\omega_z$ . In Eq. (1), we have chosen  $\omega_0$  such that  $\delta_{\text{rf}} = \pm\Delta$  when  $z_0 = \mp R_z$ . For our experimental parameters,  $\mu/\hbar \ll \Delta$ , so  $\delta_{\text{rf}}$  is roughly linearly dependent on  $z_0$ , with slope  $-Mg/\hbar$ . Therefore, in choosing the coupling frequency, we choose the height within the condensate at which the laser is sourced.

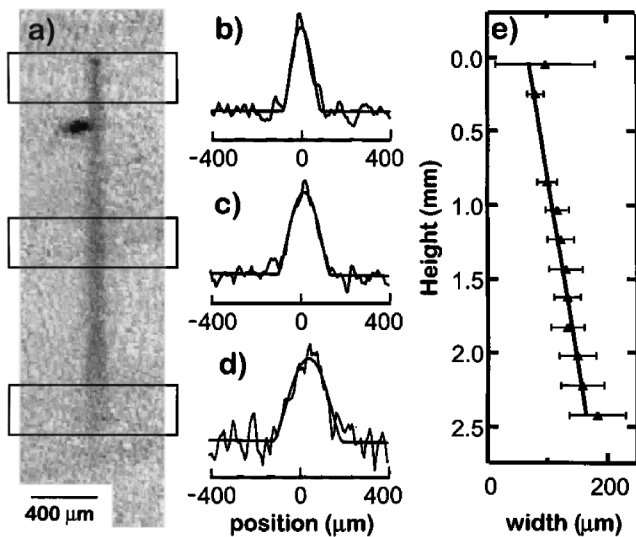


FIG. 2. Typical continuous atom laser output. (a) Absorptive image of laser, after 10 ms of output coupling at 38.557 MHz and 6 ms of free flight. The condensate (the darkest area of image) is displaced from the beginning of the laser because of a magnetic kick separating atoms in the  $m_F = -1$  and  $m_F = 0$  states. (b)–(d) Examples of absorption profiles of the atom laser, taken from the three regions boxed in (a). Each profile is fit to find a width  $R_n$  and density  $\rho_n$ . (e) The divergence angle of a single laser is found with a linear fit to the series of measured widths  $\{R_n\}$ .

Short-term (ms-scale) stability of the bias field is verified by the continuity of flux along the laser (Fig. 2a). We find that the shot-to-shot stability and reproducibility of the bias field, between each 80 s cycle of trapping, cooling, and condensation, is about  $\pm 0.4 \mu\text{T}$  or  $\pm 3$  kHz. This stability is sufficient to scan through the condensate spectral width of about 20 kHz. In one out of five runs (a run is a set of about 10 cycles), the data were not self-consistent, which we attribute to a larger ( $>1 \mu\text{T}$ ) bias field fluctuation during that run. We could maintain this bias field stability, typically one part in  $10^4$  [22], by using either a low-noise power supply or a battery, since only 1.3 A is used to energize the dipole coils during evaporation and outcoupling.

We analyze the images (such as Fig. 2a) to measure the flux and divergence of the outcoupled laser. Figures 2b through 2d show the first step in the analysis, a series of fits to the transverse spatial profile of the laser, as measured at several heights  $z_n$ , averaging across  $\pm 140 \mu\text{m}$ . The column density profile is fit at each  $z_n$  by  $\rho_n(1 - r^2/R_n^2)^{3/2}$ , where  $r$  is the horizontal coordinate in the image plane (see Fig. 1b),  $\rho_n$  is the peak column density, and  $R_n$  is the width. This fit function would be the rigorously correct function for an atom laser without divergence [23] or for a free condensate undergoing mean-field expansion [24]; here we observe empirically that the fits are good. From the integral of the column densities at each height, we determine the output flux  $F$  with a fit to  $F/\sqrt{2g(z - z_0)}$ , a form that assumes constant flux, purely gravitational acceleration, and a density that decreases with the inverse of the classical velocity, valid when  $|z - z_0| \gg \ell_g$ , where  $\ell_g = [\hbar^2/(2gM^2)]^{1/3}$  is the gravitational length. Finally, from the series  $\{R_n\}$  and  $\{z_n\}$ , we determine a geometric expansion angle by a linear fit (see Fig. 2e). We will discuss below why one would expect a linear rather than parabolic shape for a laser falling under gravity.

We repeated the above imaging, and analysis for atom lasers coupled at a variety of rf coupling frequencies. Figure 3 shows the averaged half-angle divergence versus outcoupler detuning, from 15 laser images. We see that the divergence clearly decreases at higher  $\delta_{\text{rf}}$ , corresponding to lower initial heights  $z_0$ . These divergence data will be analyzed in more detail below. The inset of Fig. 3 shows laser flux  $F$  versus  $\delta_{\text{rf}}$ , and is compared to

$$\frac{F}{F_0} = \left( 1 - \frac{z_0^2}{R_z^2} \right)^2 \left[ 1 - \frac{2\mu}{\hbar\Delta} \frac{z_0}{R_z} + \frac{2\mu^2}{3\hbar^2\Delta^2} \left( 1 - \frac{z_0^2}{R_z^2} \right) \right], \quad (2)$$

where  $F_0$  is the peak flux, and Eq. (1) defines the relation between  $z_0$  and  $\delta_{\text{rf}}$ . Equation (2) assumes the laser flux is simply proportional to the linear density of the condensate at the coupling point. For the solid curve shown in the inset of Fig. 3, we have used  $N = 4 \times 10^5$  to give  $\Delta = 2\pi \times 9.1$  kHz and  $R_z = 4.2 \mu\text{m}$ . The peak flux is measured to be about  $1 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$  by the reduction in condensate number, as in [10]. This is in agreement with the theory

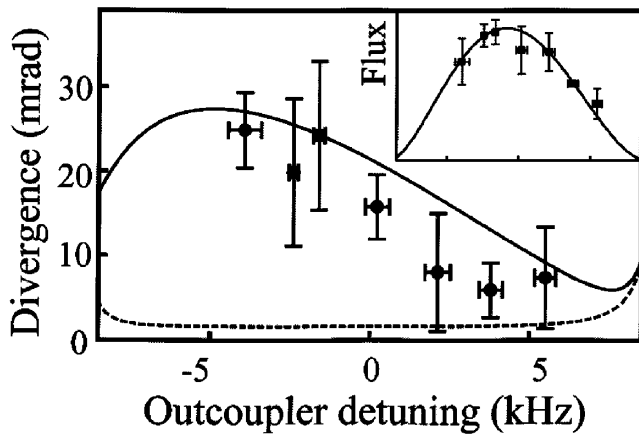


FIG. 3. Divergence (half-angle) versus output coupler detuning from the condensate center. Experimental points are compared with the theoretical calculation (solid line). The dashed line represents the same calculation, but excluding the effects of the condensate-laser interaction. Inset: Output flux (in arbitrary units) versus detuning, with the same frequency scale as the main figure.

of [23], given the applied field strength and uncertainty in the atom number and field polarization [16].

There are several possible sources of divergence of the atom laser, including diffraction, magnetic lensing, and interactions both within the laser and between the laser and the condensate. In order to understand the divergence with a simple analytical model, we make several approximations: (1) that the interactions between atoms *within* the laser are not significant, valid in the low-flux limit; (2) that the roughly parabolic density profile of the atom laser can be approximated by a Gaussian; and (3) that we can use stationary solutions of the Schrödinger equation with a paraxial-type of approximation, in which the fast degrees of freedom [23] are decoupled from the slow evolution of the transverse degrees of freedom, as in [25]. We follow a Gaussian optics treatment similar to that of photonic lasers [17]: the spatial distribution in  $x$  and  $y$  described by the wave function  $\Psi(x, y, t) = \Psi_0 \exp[-iP(t) + ix^2/2q_x(t) + iy^2/2q_y(t)]$ , where  $P(t)$  describes the overall phase and amplitude, and beam parameters  $1/q_{x,y}(t) = i/w_{x,y}^2(t) + c_{x,y}(t)$  describe the widths  $w_x$  and  $w_y$  and curvatures  $c_x$  and  $c_y$  of the beam. The observable width is  $w(t) = [w_x^2(t) \cos^2(\phi) + w_y^2(t) \sin^2(\phi)]^{1/2}$ , where  $\phi$  is the observation angle (Fig. 1b). The initial widths  $w_x^2(0) = 2(R_z^2 - z_0^2)/5$  and  $w_y(0) = w_x(0)/\lambda$  give the same rms width as would an initial Thomas-Fermi density profile.

The beam parameters  $q_x$  and  $q_y$  follow an “ $ABCD$  law” similar to that for a photon laser beam:  $q' = (Aq + B)/(Cq + D)$ , where the coefficients  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , and  $D$  are the four elements in a matrix which transforms ray vectors  $\langle x, p/\hbar \rangle$  to  $\langle x', p'/\hbar \rangle$  according to classical equations of motion in the same potential. In the following paragraphs, we will calculate the  $ABCD$  matrices for interaction with the condensate, propagation with the magnetic trap on, and

free flight after the trap is turned off. Note that even though the ray matrices can be derived using classical equations of motion, their application in the Gaussian beam formalism includes diffraction.

The mean-field interaction potential between an atom in the laser and the condensate is  $U_I(\mathbf{r}) = g_{01}\rho_c(\mathbf{r})$ , where  $g_{01}$  is the  $s$ -wave coupling strength  $4\pi\hbar^2 a_{01}/M$  between atoms in the  $|1, 0\rangle$  state and the trapped  $|1, -1\rangle$  state, and  $\rho_c(\mathbf{r})$  is the condensate density. Here we use  $a_{01} = a_{11}$ . We calculate the action of this potential treating it as a lens, and using the thin lens approximation that each trajectory is at its initial transverse position  $\langle x_0, y_0 \rangle$ . In the Thomas-Fermi limit, the potential  $U_I(\mathbf{r})$  is quadratic, and thus gives an impulse  $\langle \Delta p_x, \Delta p_y \rangle = [2\mu t_1(x_0, y_0)/R_z^2] \langle x_0, \lambda^2 y_0 \rangle$  after an interaction time  $t_1$ . The on-axis power of the lens is given for  $x_0 \ll R_x$  and  $y_0 \ll R_y$ , with which assumption we find  $t_1^2 \approx 2(R_z + z_0)/g$ . This gives the thin lens  $ABCD$  matrix for the  $x$  direction

$$M_{1x}(z_0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2\mu}{\hbar R_z^2} \sqrt{2(R_z + z_0)} & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

When applied to the beam parameter  $q_x$ , the nontrivial term in Eq. (3) is the wave-front curvature added to the beam. A similar ray matrix  $M_{1y}(z_0)$  transforms  $q_y$ , but with a curvature term multiplied by  $\lambda^2$ . For both  $M_{1x}(z_0)$  and  $M_{1y}(z_0)$ , the curvature is positive for all  $z_0$ , since the interaction is always repulsive. A positive curvature corresponds to an expanding wave, and thus the condensate with repulsive interactions ( $g_{01} > 0$ ) is always a *diverging* lens.

When the atom laser falls [26], it evolves in the anti-trapping potential due to the quadratic Zeeman effect of the  $|1, 0\rangle$  state,  $U_{QZE}(\mathbf{r}) = -\mu_B B^2(\mathbf{r})/B_{\text{HF}}$ , where  $\mu_B$  is the Bohr magneton, and  $B_{\text{HF}} = 0.4883$  T is the hyperfine splitting in magnetic units. We can neglect  $y$ -dependent and higher-order terms, since they are several orders of magnitude smaller for the fields in our experiment, to get  $U_{QZE}(\mathbf{r}) \approx -\mu_B B_0^2/B_{\text{HF}} - M\Omega^2(x^2 + z^2)/2$ , where  $\Omega = 2\pi \times 30.3 \pm 0.1$  Hz. Below, we will return to evolution in  $y$ . The classical motion of a particle in an inverted quadratic potential is given by hyperbolic functions. In the vertical direction, an elongation of the laser is evident: we observe a length of  $1.84 \pm 0.09$  mm, while with gravity alone, one would expect a length of 1.33 mm after 10 ms of coupling and 6 ms of free flight. Including  $U_{QZE}(\mathbf{r})$  and our measured trap parameters, we calculate 1.87 mm, in agreement with our observations. The ray matrix for the transverse  $x$  direction is

$$M_2(t_2) = \begin{pmatrix} \cosh(\Omega t_2) & \frac{\hbar}{M\Omega} \sinh(\Omega t_2) \\ \frac{M\Omega}{\hbar} \sinh(\Omega t_2) & \cosh(\Omega t_2) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

where  $t_2$  is the time of evolution, ranging between 0 and  $t_{\text{oc}}$ . This interaction is a *thick* lens, since  $\Omega t_{\text{oc}} > 1$ , and thus there is sufficient time for the laser to change diameter and curvature during its interaction. During the same time, the beam parameter  $q_y$  transforms by the free flight matrix

$$M_{\text{FF}}(t_2) = \begin{pmatrix} 1 & \hbar t_2/M \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

which is the  $\Omega \rightarrow 0$  limit of  $M_2(t_2)$ . Note that it is due to the acceleration in both the  $z$  and  $x$  directions that make the atom lasers well characterized by an asymptotic expansion angle (see Fig. 2e): if there were no acceleration in  $x$ , the laser would have parabolic borders.

The third and final transformation of the laser is free-flight expansion between turning the trap off and observing the laser, described by  $M_{\text{FF}}(t_{\text{F}})$ , where  $t_{\text{F}}$  is the time of flight. To find the width of the laser at any position, we evolve the initial beam parameter  $q_x(0) = -iw_x(0)^2$  and  $q_y(0) = -iw_y(0)^2$  with the elements of the matrix product  $M_{\text{FF}}(t_{\text{F}})M_2(t_2)M_{1x}(z_0)$  and  $M_{\text{FF}}(t_2 + t_{\text{F}})M_{1y}(z_0)$ , respectively. The angle is the ratio of the difference between the observed rms beam size at  $t_2 = 0$  and  $t_2 = t_{\text{oc}}$  to the length of the laser. Note that this theory has no adjustable parameters since the atom number, output flux, trap frequencies, interaction strength, and bias field have all been measured.

Figure 3 shows the calculated angle  $\theta$  in comparison with the data. The primary feature of this curve is its monotonous decrease with increasing  $\delta_{\text{rf}}$  throughout the range of the data. This trend is due to the condensate lens, as is demonstrated by comparison to  $\theta$  without the transformation  $M_1$  (dashed line in Fig. 3). Simply put, a laser sourced at lower heights (greater  $\delta_{\text{rf}}$ ) interacts for less time with the condensate. The quadratic Zeeman potential  $U_{\text{QZE}}$  acts to magnify the divergence of the condensate lens, increasing the slope in this region by roughly a factor of 4. Out of the range of our data, there are two more salient features: (1) The angle  $\theta$  decreases at  $\delta_{\text{rf}} < -5$  kHz. This is due to a reduction in initial width of lasers sourced from the very top of the condensate, since divergence angle is proportional to beam radius for a constant focal length. (2) The angle  $\theta$  increases for  $\delta_{\text{rf}} > 5$  kHz due to diffraction. A combination of diffraction and interactions imposes the minimum divergence possible on the atom laser, in our case approximately 6 mrad.

In conclusion, we have measured the divergence of an atom laser. We demonstrate that in our case, interactions are a critical contributor to the observed divergence. The strong parallel between atom and photon laser beams, both fully coherent, propagating waves, is emphasized by the success of a model obtained by generalization of the standard treatment of optical laser beams. The understanding of atom laser propagation provided by our measurements and model provide a basic tool for future experiments with atom lasers.

The authors thank W.D. Phillips, C.I. Westbrook, Ch. J. Bordé, M. Köhl, and S. Seidelin for comments. J.T. acknowledges support from a Chateaubriand Fellowship. This work was supported by the CNRS, Le Ministère de la

Recherche, la Délégation Générale pour l'Armement, and the European Union (Grant No. HPRN-CT-2000-00125).

\*Electronic address: <http://atomoptic.iota.u-psud.fr>

- [1] M. H. Anderson *et al.*, *Science* **269**, 198 (1995).
- [2] K. B. Davis *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [3] C. C. Bradley *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995); C. C. Bradley, C. A. Sackett, and R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 985 (1997).
- [4] D. G. Fried *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3811 (1998).
- [5] A. Robert *et al.*, *Science* **292**, 461 (2001); F. Pereira Dos Santos *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3459 (2001).
- [6] See also <http://amo.phy.gasou.edu/bec.html/>
- [7] M.-O. Mewes *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 582 (1997).
- [8] B. P. Anderson and M. A. Kasevich, *Science* **282**, 1686 (1998).
- [9] E. W. Hagley *et al.*, *Science* **283**, 1706 (1999).
- [10] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999).
- [11] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, *Nature (London)* **403**, 166 (2000).
- [12] M. Andrews *et al.*, *Science* **275**, 637 (1997).
- [13] J. Fujita *et al.*, *Nature (London)* **380**, 691 (1996); F. Shimizu, *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **42**, 73 (2000).
- [14] P. T. H. Fisk, *Rep. Prog. Phys.* **60**, 761 (1997).
- [15] J. H. Thywissen, R. M. Westervelt, and M. Prentiss, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3762 (1999); M. Key *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1371 (2000).
- [16] In this work, the coupling width is uncertainty limited at approximately  $2\pi \times 100$  Hz with a coupling rate at approximately  $2\pi \times 6$  Hz. These widths are small compared to the chemical potential  $h \times 1.6$  kHz. We call these atom lasers “narrow-band” because the energetic width of the output mode is limited by the coupling rate and/or the rf pulse length (as in [10]), instead of the spatial size of the condensate (as in [7–9]).
- [17] H. Kogonick, *Appl. Opt.* **4**, 1562 (1965).
- [18] Ch. J. Bordé, in *Fundamental Systems in Quantum Optics*, edited by J. Dalibard, J.-M. Raimond, and J. Zinn-Justin (North-Holland, Amsterdam, 1992), p. 291.
- [19] B. Desruelle *et al.*, *Eur. Phys. J. D* **1**, 255 (1998); B. Desruelle *et al.*, *Phys. Rev. A* **60**, R1759 (1999).
- [20] For a review of Bose-Einstein condensate theory and an explanation of the Thomas-Fermi formulas used here, see F. Dalfovo *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999).
- [21] D. S. Hall *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1539 (1998).
- [22] We attribute this field stability to the magnetic shielding of the condensate by the iron yoke of the electromagnet.
- [23] F. Gerbier, P. Bouyer, and A. Aspect, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4729 (2001).
- [24] Y. Castin and R. Dum, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996); Yu. Kagan, E. L. Surkov, and G. V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A* **54**, R1753 (1996).
- [25] H. Wallis, J. Dalibard, and C. Cohen-Tannoudji, *Appl. Phys. B* **54**, 407 (1992).
- [26] The potential  $U_{\text{QZE}}$  also acts within the condensate, but is neglected transversely because  $\Omega^2 \ll \omega_x^2$ , and longitudinally because  $R_z \ll g/\Omega^2$ .



---

# Bibliographie

---

- [1] S. N. BOSE, “Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese”, *Z. Phys.* **26**, 178 (1924).
- [2] A. EINSTEIN, “Quantentheorie des einatomigen idealen Gase”, *Sitzungsberg. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.* 261 (1924).
- [3] A. EINSTEIN, “Quantentheorie des einatomigen idealen Gase. Zweite Abhandlung”, *Sitzungsberg. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.* 3 (1925).
- [4] M. ANDERSON, J. ENSHER, M. MATTHEWS, C. WIENMAN, ET E. CORNELL, “Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor”, *Science* **269**, 198 (1995).
- [5] K. B. DAVIS, M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN, ET W. KETTERLE, “Bose-Einstein condensation in a gaz of sodium atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [6] C. BRADLEY, C. SACKETT, J. TOLLET, ET R. HULET, “Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gaz with attractive interactions”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
- [7] C. BRADLEY, C. SACKETT, J. TOLLET, ET R. HULET, “Bose-Einstein condensation of Lithium : observation of limited condensate number”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 985 (1997).
- [8] C. COHEN-TANNOUJDI, “Manipulating atoms with photons”, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 707 (1998).
- [9] W. D. PHILIPPS, “Laser cooling and trapping of neutral atoms”, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 721 (1998).
- [10] S. CHU, “The manipulation of neutral particules”, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 685 (1998).
- [11] G. MODUGNO, G. FERRARI, G. ROATI, R. BRECHA, A. SIMONI, ET M. INGUSCIO, “Bose-Einstein Condensation of Potassium Atoms by Sympathetic Cooling”, *Science* **294**, 1320 (2001).

- [12] A. G. TRUSCOTT, K. E. STRECKER, W. I. MCALEXANDER, G. B. PARTRIDGE, ET R. G. HULET, “Observation of Fermi Pressure in a Gas of Trapped Atoms”, *Science* **291**, 2570 (2001).
- [13] F. SCHRECK, L. KHAYKOVICH, K. L. CORWIN, G. FERRARI, T. BOURDEL, J. CUBIZOLLES, ET C. SALOMON, “Quasipure Bose-Einstein Condensate Immersed in a Fermi Sea”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 80403 (2001).
- [14] S. CHOI ET K. BURNETT, “Atom optical elements for Bose-Einstein condensates”, *Phys. Rev. A* **56**, 3825 (1997).
- [15] M. R. ANDREWS, C. G. TOWNSEND, H.-J. MIESNER, D. S. D. D. M. KURN, ET W. KETTERLE, “Observation of Interference Between Two Bose Condensates”, *Science* **275**, 637 (1996).
- [16] I. BLOCH, T. HÄNSCH, ET T. ESSINGLER, “Atom laser with a cw output coupler”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999).
- [17] C. COHEN-TANNOUDJI, dans *Fundamental systems in quantum optics*, ÉDITÉ PAR J. DALIBARD, J.-M. RAIMOND, ET J. ZINN-JUSTIN (Elsevier Science Publishers B.V., 1992), école d’été des Houches, Session LIII, 1990.
- [18] E. A. CORNELL, J. R. ENSHER, ET C. E. WIEMAN, dans *Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi” Course CXL*, ÉDITÉ PAR M. INGUSCIO, S. STRINGARI, ET C. WIEMAN (IOS Press, Amsterdam, 1999).
- [19] A. ROTH, *Vacuum technology*, 3ème éd. (North-Holland, Amsterdam, 1979).
- [20] C. E. WIEMAN ET L. HOLLBERG, “Using diode lasers for atomic physics”, *Rev. Sci. Inst.* **62**, 1 (1991).
- [21] R. E. DRULLINGER, D. J. GLAZE, ET D. B. SULLIVAN, “A recirculating oven for atomic beam frequency standards”, *Proc. of the 39th annual frequency control symposium* 13 (1985).
- [22] W. D. PHILIPPS ET H. METCALF, “Laser deceleration of an atomic beam”, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 596 (1982).
- [23] T. E. BARRETT, S. W. DAPORE-SCHWARTZ, M. D. RAY, ET G. P. LAFYATIS, “Slowing atoms with  $\sigma^-$  polarized light”, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3483 (1991).
- [24] V. BOYER, *Condensation de Bose-Einstein avec un électroaimant à noyau ferromagnétique : stratégies de refroidissement dans les champs magnétiques intenses*, Thèse de doctorat, Université de Paris VI, 2000.

- [25] S. G. MIRANDA, S. R. MUNIZ, G. D. TELLES, L. G. MARCASSA, K. HELMERSON, ET V. S. BAGNATO, “‘Dark-spot’ atomic-beam slowing for on-axis loading of traps”, *Phys. Rev. A* **59**, 882 (1999).
- [26] E. L. RAAB, M. PRENTISS, A. CABLE, S. CHU, ET D. E. PRITCHARD, “Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure”, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).
- [27] C. G. TOWNSEND *et al.*, “Phase-space density in the magneto-optical trap”, *Phys. Rev. A* **52**, 1423 (1995).
- [28] D. SESKO, T. WALKER, C. MONROE, A. GALLAGHER, ET C. WIEMAN, “Collisional losses from a light-force atom trap”, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 961 (1989).
- [29] T. WALKER, D. SESKO, ET C. WIEMAN, “Collective behaviour of optically trapped neutral atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 408 (1990).
- [30] M. DREWSSEN, P. LAURENT, A. NADIR, G. SANTARELLI, A. CLAIRON, Y. CASTIN, D. GRISON, ET C. SALOMON, “Investigation of sub-Doppler cooling effects in a cesium magneto-optical trap”, *Appl. Phys. B* **54**, 283 (1994).
- [31] C. J. COOPER, G. HILLENBRAND, J. RINK, C. G. TOWNSEND, K. ZETIE, ET C. J. FOOT, “The temperature of atoms in a magneto-optical trap”, *Europhys. Lett.* **28**, 397 (1994).
- [32] W. KETTERLE, K. B. DAVIS, M. A. JOFFE, A. MARTIN, ET D. E. PRITCHARD, “High densities of cold atoms in a dark spontaneous-force optical trap”, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2253 (1993).
- [33] M. ANDERSON, W. PETRICH, J. ENSHER, ET E. CORNELL, “Reduction of light-assisted collisional loss rate from a low-pressure vapor-cell trap”, *Phys. Rev. A* **50**, R3597 (1994).
- [34] C. MONROE, W. SWANN, H. ROBINSON, ET C. WIEMAN, “Very cold trapped atoms in a vapor cell”, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1571 (1990).
- [35] B. DESRUELLE, V. BOYER, P. BOUYER, G. BIRKL, M. LÉCRIVAIN, F. ALVES, C. I. WESTBROOK, ET A. ASPECT, “Trapping cold neutral atoms with a iron-core electromagnet”, *Eur. Phys. J. D.* **1**, 255 (1998).
- [36] M. FLEISCHHAUER, “Optical pumping in dense atomic media : limitation due to reabsorption of spontaneously emitted photons”, *Europhys. Lett.* **45**, 659 (1999).
- [37] D. GUÉRY-ODELIN, *Dynamique collisionnelle des gaz d’alcalins lourds : du refroidissement évaporatif à la condensation de Bose-Einstein*, Thèse de doctorat, Université de Paris VI, 1998.

- [38] K.-J. KÜGLER, K. MORITZ, W. PAUL, ET U. TRINKS, “NESTOR - A magnetic storage ring for slow neutrons”, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Research* **228**, 240 (1985).
- [39] E. MAJORANA, *Nuovo Cimento* **9**, 43 (1932).
- [40] E. A. CORNELL, C. MONROE, ET C. E. WIEMAN, “Multiply loaded, ac magnetic trap for neutral atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2439 (1991).
- [41] W. H. WING, “On neutral particle trapping in quasistatic electromagnetic fields”, *Prog. Quant. Electr.* **8**, 181 (1984).
- [42] Y. V. GOTT, M. S. IOFFE, ET V. G. TEL'KOVSKI, *Nucl. Fusion, Suppl.* **Pt. 3**, 1045, 1284 (1962).
- [43] D. E. PRITCHARD, “Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy”, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1336 (1983).
- [44] M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. M. KURN, D. S. DURFEE, ET W. KETTERLE, “Bose-Einstein condensation in a tightly confining dc magnetic trap”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 416 (1996).
- [45] L. V. HAU, B. D. BUSCH, C. LIU, Z. DUTTON, M. M. BURNS, ET J. A. GOLOVCHENKO, “Near resonant spatial images of confined Bose-Einstein condensates in the ‘4D’ magnetic bottle”, *Phys. Rev. A* **58**, R54 (1998).
- [46] U. ERNST, A. MARTE, F. SCHRECK, J. SCHUSTER, ET G. REMPE, “Bose-Einstein condensation in a pure Ioffe-Pritchard field configuration”, *Europhys. Lett.* **41**, 1 (1998).
- [47] J. J. TOLLETT, C. C. BRADLEY, C. A. SACKETT, ET R. G. HULET, “Permanent magnet trap for cold atoms”, *Phys. Rev. A* **51**, R22 (1995).
- [48] T. BERGEMAN, G. EREZ, ET H. J. METCALF, “Magnetostatic trapping fields for neutral atoms”, *Phys. Rev. A* **35**, 1535 (1987).
- [49] E. L. SURKOV, J. T. M. WALRAVEN, ET G. V. SHLYAPNIKOV, “Collisionless motion and evaporative cooling of atoms in magnetic traps”, *Phys. Rev. A* **53**, 3403 (1996).
- [50] B. DESRUELLE, *Évaporation par radio-fréquence et condensation de Bose-Einstein d’un gaz d’alcalins en régime de champ fort*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 1999.
- [51] L. LANDAU ET E. LIFCHITZ, *Mécanique*, 5ème éd. (Éditions Mir/Ellipses, Moscou, 1994).
- [52] A. BROWAEYS, *Piégeage magnétique d’un gaz d’hélium métastable : vers la condensation de Bose-Einstein*, Thèse de doctorat, Université de Paris VI, 2000.

- [53] L. P. P. F. DAFOLVO, S. GIORGINI ET S. STRINGARI, “Theory of trapped Bose-condensed gases”, *J. Opt. Soc. Am. B* **71**, 463 (1999).
- [54] P. W. H. PINKSE, A. MOSK, M. WEIDMÜLLER, M. W. REYNOLDS, T. W. HIJMANS, ET J. T. M. WALRAVEN, “Adiabatically changing the phase-space density of a trapped Bose gaz”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 990 (1997).
- [55] D. M. STAMPER-KURN, H. J. MIESNER, A. P. CHIKKATUR, S. INOUE, J. STENGER, ET W. KETTERLE, “Reversible formation of a Bose-Einstein condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2194 (1998).
- [56] D. J. HEINZEN, dans *Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi” Course CXL*, ÉDITÉ PAR M. INGUSCIO, S. STRINGARI, ET C. WIEMAN (IOS Press, Amsterdam, 1999).
- [57] D. GRISON, *Atomes piégés et refroidis par laser à quelques microKelvins : un piège magnéto-optique dans une cellule de Césium et quelques applications*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 1992.
- [58] V. VULETIC, T. W. HÄNSCH, ET C. ZIMMERMANN, “Steep magnetic traps for cold atoms”, *Europhys. Lett.* **36**, 349 (1996).
- [59] C. COHEN-TANNOUJDI, J. DUPONT-ROC, ET G. GRYNBERG, *Processus d’interaction entre photons et atomes* (InterÉditions/Éditions du CNRS, Paris, 1988).
- [60] V. BAGNATO, D. E. PRITCHARD, ET D. KLEPPNER, “Bose-Einstein condensation in an external potential”, *Phys. Rev. A* **35**, 4354 (1987).
- [61] Y. CASTIN ET R. DUM, “Bose-Einstein condensates in time dependant traps”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).
- [62] H. F. HESS, “Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen”, *Phys. Rev. B* **34**, 3476 (1986).
- [63] D. SNOKE ET J. P. WOLFE, “Population dynamics of a Bose gas near saturation”, *Phys. Rev. B* **39**, 4030 (1989).
- [64] O. J. LUITEN, M. W. REYNOLDS, ET J. T. M. WALRAVEN, “Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas”, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996).
- [65] C. COHEN-TANNOUJDI, ÉDITÉ PAR WWW.ENS.FR/CCT (Cours donnés au Collège de France, 1996-97).
- [66] W. KETTERLE ET N. J. VAN DRUTEN, dans *Advances in atomic, molecular, and optical physics* (Academic Press, San Diego, 1996), Vol. 37, p. 181.

- [67] S. J. J. M. F. KOKKELMANS, B. J. VERHAAR, K. GIBBLE, ET D. J. HEINZEN, “Predictions for laser-cooled Rb clocks”, *Phys. Rev. A* **56**, R4389 (1997).
- [68] H. HESS, G. P. KOCHANSKI, J. M. DOYLE, N. MATSUHARA, D. KLEPPNER, ET T. J. GREYTAK, “Trapping of spin-polarized atomic hydrogen”, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 672 (1987).
- [69] O. J. LUITEN, H. G. C. WERIJ, I. D. SETIJA, M. W. REYNOLDS, T. W. HIJMANS, ET J. T. M. WALRAVEN, “Lyman  $\alpha$  spectroscopy of magnetically trapped atomic hydrogen”, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 544 (1993).
- [70] N. MASUHARA, J. M. DOYLE, J. C. SANDBERG, D. KLEPPNER, T. J. GREYTAK, H. F. HESS, ET G. P. KOCHANSKI, “Evaporative cooling of spin-polarized atomic hydrogen”, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 935 (1988).
- [71] T. W. HIJMANS, O. J. LUITEN, I. D. SETIJA, ET J. T. M. WALRAVEN, “Optical cooling of atomic hydrogen in a magnetic trap”, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2235 (1989).
- [72] I. D. SETIJA, H. G. C. WERIJ, O. J. LUITEN, M. W. REYNOLDS, T. W. HIJMANS, ET J. T. M. WALRAVEN, “Optical cooling of atomic hydrogen in a magnetic trap”, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2257 (1993).
- [73] C. S. ADAMS, H. J. LEE, N. DAVIDSON, M. KASEVITCH, ET S. CHU, “Evaporative cooling in a crossed dipole trap”, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3577 (1995).
- [74] D. E. PRITCHARD, K. HELMERSON, ET A. G. MARTIN, dans *At. Phys.* (World Scientific, Singapour, 1989), Vol. 11, p. 179.
- [75] K. B. DAVIS, M.-O. MEWES, M. A. JOFFE, M. R. ANDREWS, ET W. KETTERLE, “Evaporative cooling of sodium atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 5202 (1995).
- [76] L. LANDAU ET E. LIFSCHITZ, *Mécanique quantique*, 2ème éd. (Éditions Mir, Moscou, 1967).
- [77] C. ZENER, “Non-adiabatic crossing of energy levels”, *Proc. Roy. Soc. A* **137**, 696 (1932).
- [78] K.-A. SUOMINEN, E. TIESINGA, ET P. S. JULIENNE, “Nonadiabatic dynamics in evaporative cooling of trapped atoms by a radio-frequency field”, *Phys. Rev. A* **58**, 3983 (1998).
- [79] B. DESRUELLE, V. BOYER, S. G. MURDOCH, G. DELANNOY, P. BOUYER, A. ASPECT, ET M. LÉCRIVAIN, “Interrupted evaporative

- cooling of  $^{87}\text{Rb}$  atoms trapped in a high magnetic field”, *Phys. Rev. A* **60**, R1759 (1999).
- [80] O. H. PAKARINEN ET K.-A. SUOMINEN, “Atomic dynamics in evaporative cooling of trapped alkali-metal atoms in strong magnetic fields”, *PRA* **62**, 25402 (2000).
- [81] J. P. BURKE, JR., J. L. BOHN, B. D. ESRY, ET C. H. GREENE, “Impact of the  $^{87}\text{Rb}$  singlet scattering length on suppressing inelastic collisions”, *Phys. Rev. A* **55**, R2511 (1997).
- [82] S. J. J. M. F. KOKKELMANS, H. M. J. M. BOESTEN, ET B. J. VERHAAR, “Role of collisions in creation of overlapping Bose condensates”, *Phys. Rev. A* **55**, R1589 (1997).
- [83] P. S. JULIENNE, F. H. MIES, E. TIESINGA, ET C. J. WILLIAMS, “Collisional stability of double Bose condensates”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1880 (1997).
- [84] L. SPITZER ET *et al.*, “Physics of Fully Ionized Gases”, (1962).
- [85] R. E. DRULLINGER ET *et al.*, *Appl. Phys.* **22**, 365 (1980).
- [86] D. LARSON, J. BERQUIST, J. BOLLINGER, W. M. ITANO, ET D. J. WINELAND, “Sympathetic cooling of trapped ions : A laser-cooled two-species nonneutral ion plasma”, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 70 (1986).
- [87] R. CÔTÉ, M. J. JAMIESON, Z.-C. YAN, N. GEUM, G.-H. JEUNG, ET A. DALGARNO, “Enhanced Cooling of Hydrogen Atoms by Lithium Atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2806 (2000).
- [88] C. J. MYATT, E. A. BURT, R. W. GHRIST, E. A. CORNELL, ET C. E. WIEMAN, “Production of two overlapping Bose-Einstein condensates by sympathetic cooling”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 586 (1997).
- [89] B. DEMARCO ET D. S. JIN, “Onset of Fermi degeneracy in a trapped atomic gas”, *Science* **285**, 1703 (1999).
- [90] A. MOSK, S. KRAFT, M. MUDRICH, K. SINGER, W. WOHLLEBEN, R. GRIMM, ET M. WEIDEMÜLLER, “Mixture of ultracold lithium and cesium atoms in an optical dipole trap”, *Appl. Phys. B*, e-print : Physics/0107075.
- [91] H. WU ET C. J. FOOT, “Direct simulation of evaporative cooling”, *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **29**, L321 (1996).
- [92] M. ARNDT, M. B. DAHAN, D. GUÉRY-ODELIN, M. REYNOLDS, ET J. DALIBARD, “Observation of Zero-Energy Resonance in Cs-Cs Collisions”, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 625 (1997).

- [93] E. TIMMERMANS ET R. CÔTÉ, “Superfluidity in Sympathetic Cooling with Atomic Bose-Einstein Condensates”, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 3419 (1998).
- [94] W. GEIST, L. YOU, ET T. A. B. KENNEDY, “Sympathetic cooling of an atomic Bose-Fermi gas mixture”, *Phys. Rev. A* **59**, 1500 (1999).
- [95] M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, D. M. KURN, D. S. DURFEE, C. G. TOWNSEND, ET W. KETTERLE, “Output coupler for Bose-Einstein condensed atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 582 (1997).
- [96] E. W. HAGLEY, L. DENG, M. KOZUMA, J. WENG, K. HELMERSON, S. L. ROLSTON, ET W. D. PHILLIPS, “A well collimated quasi-continuous atom laser”, *Science* **283**, 1706 (1999).
- [97] B. P. ANDERSON ET M. KASEVICH, “Macroscopic quantum interferences from atomic tunnel arrays”, *Science* **282**, 1686 (1998).
- [98] A. E. SIEGMAN, *Lasers* (University Science Books Mill Valley, California, 1986).
- [99] R. BALLAGH ET C. SAVAGE, “The Theory of Atom Lasers”, *ANU BEC 2000 Physics Summer School Proceedings* (2000), cond-mat/0008070.
- [100] P. D. LETT, R. N. WATTS, C. I. WESTBROOK, W. PHILLIPS, P. L. GOULD, ET H. J. METCALF, “Observation of atoms laser cooled below the Doppler limit”, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 169 (1988).
- [101] C. SALOMON, J. DALIBARD, W. D. PHILLIPS, A. CLAIRON, ET S. GUELLATI, *Phys. Rev. Lett.* **12**, 683 (1990).
- [102] C. COHEN-TANNOUDJI, (Cours donné au collège de France, 1998-99).
- [103] A. YARIV, *Quantum Electronics*, 3<sup>ième</sup> éd. (John Wiley & Sons, New York, 1989), pp. 106–123.
- [104] C. COHEN-TANNOUDJI, B. DIU, ET J. DUPONT-ROC, *Mécanique quantique I* (Hermann, Éditeur des sciences et des arts, 1973).
- [105] Y. LE COQ, J. H. THYWISSEN, S. A. RANGWALA, F. GERBIER, S. RICHARD, G. DELANNOY, P. BOUYER, ET A. ASPECT, “Atom Laser Divergence”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 170403 (2001).
- [106] F. GERBIER, P. BOUYER, ET A. ASPECT, “Quasicontinuous Atom Laser in the Presence of Gravity”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4729 (2001).
- [107] M. KÖHL, T. W. HÄNSCH, ET T. ESSLINGER, “Measuring the Temporal Coherence of an Atom Laser Beam”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 160404 (2001).
- [108] I. BLOCH, T. ESSLINGER, ET T. HÄNSCH, “Measurement of the spatial coherence of a trapped Bose gaz at the phase transition”, *Nature* **403**, 166 (2000).



- [109] V. BOYER, S. MURDOCH, Y. LE COQ, G. DELANNOY, P. BOUYER, ET A. ASPECT, “Multifrequency evaporative cooling to Bose-Einstein condensation in a high magnetic field”, *Phys. Rev. A* **62**, R21601 (2000).
- [110] G. DELANNOY, S. MURDOCH, V. BOYER, V. JOSSE, P. BOUYER, ET A. ASPECT, “Understanding the production of dual BEC with sympathetic cooling”, *Phys. Rev. A* **63**, R051602 (2001).
- [111] P. BOUYER *et al.*, “Experimental study of coupling Bose-Einstein condensates into weakly non-trapping and trapping states”, *C.R. Acad. Sci. Paris t.2 IV*, 657 (2001).

## RÉSUMÉ

Ce mémoire de thèse développe plusieurs thèmes autour de la condensation de Bose-Einstein. Il présente différents moyens pour produire des condensats de Bose et termine par une application du condensat : le laser à atomes.

Notre dispositif expérimental utilise des matériaux ferromagnétiques pour générer le piège magnétique. Le champ au centre de notre piège est de l'ordre de la centaine de Gauss. Avec un tel champ, le refroidissement évaporatif par radio-fréquence peut être perturbé ou même interrompu car les fréquences de transition entre sous-niveaux Zeeman adjacents en un point donné du piège magnétique sont différentes. Pour résoudre ce problème, nous avons réalisé l'évaporation avec plusieurs fréquences rf simultanément.

Par ailleurs, nous avons produit simultanément deux condensats de Bose-Einstein dans des états internes différents par refroidissement sympathique. Un modèle thermodynamique simple permet de comprendre les différents scénarios d'apparition des condensats observés expérimentalement. De plus un calcul du taux de thermalisation par collisions élastiques entre les deux espèces montre à quelle condition les deux gaz restent thermalisés au cours du refroidissement sympathique.

Enfin nous avons produit et étudié des faisceaux d'atomes issus de nuages ultra-froids par un coupleur radio-fréquence. Avec notre fort champ magnétique, la stabilité relative nécessaire pour obtenir des faisceaux continus est d'environ  $10^{-4}$ . Lorsque la stabilité n'est pas suffisante, nous montrons qu'une modulation de fréquence ou d'amplitude de la rf permet de régulariser le flux du faisceau de sortie.

## ABSTRACT

This thesis discusses several topics concerning Bose-Einstein condensation. We present two alternative techniques to produce Bose condensates and an application of the condensates : atom lasers.

Our experimental setup uses an iron-core electromagnet to generate a magnetic trap. The magnetic field strength at the center of the trap is of the order of one hundred Gauss. With such a large bias field, radio-frequency-induced evaporative cooling is found to be hampered, and eventually interrupted, by the presence of nonlinear Zeeman shifts. To solve this problem, we use a multi-frequency evaporation scheme.

We have also produced Bose-Einstein condensates simultaneously in two internal states by sympathetic cooling. A thermodynamic model allows us to understand the different scenarios observed experimentally. Furthermore, a calculation of the thermalization rate via elastic collisions gives a condition for the two components to stay in thermal contact during the sympathetic cooling process.

Finally, we have produced and studied atomic beams generated by rf-output coupling of ultra-cold atomic clouds. With our high magnetic field, the relative stability required to obtain continuous beams is about  $10^{-4}$ . When the magnetic field is not stable enough, we show that a modulation of the frequency or of the amplitude of the rf field allows to stabilize the flux of the atom laser.

## MOTS-CLÉS

CONDENSATION DE BOSE-EINSTEIN – ATOMES FROIDS – REFROIDISSEMENT ÉVAPORATIF –  
REFROIDISSEMENT SYMPATHIQUE – THERMALISATION – LASER À ATOMES – EFFET ZEEMAN –  
PIÉGEAGE MAGNÉTIQUE