



**HAL**  
open science

# Vers une chaîne cohérente de modèles pluie-débit conceptuels globaux aux pas de temps pluriannuel, annuel, mensuel et journalier

Safouane Mouelhi

► **To cite this version:**

Safouane Mouelhi. Vers une chaîne cohérente de modèles pluie-débit conceptuels globaux aux pas de temps pluriannuel, annuel, mensuel et journalier. Hydrologie. ENGREF Paris, 2003. Français. NNT: . tel-00005696

**HAL Id: tel-00005696**

**<https://pastel.hal.science/tel-00005696v1>**

Submitted on 5 Apr 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° attribué par la bibliothèque



# THESE DE DOCTORAT DE L'ECOLE NATIONALE DU GENIE RURAL DES EAUX ET DES FORETS

Présentée par

## Safouane MOUELHI

Ingénieur en Génie Rural

Pour obtenir le grade de  
**Docteur de l'Ecole Nationale du Génie Rural des Eaux et des  
Forêts**

### Vers une chaîne cohérente de modèles pluie-débit conceptuels globaux aux pas de temps pluriannuel, annuel, mensuel et journalier

Thèse soutenue le 27 février à l'ENGREF devant le jury composé de :

<b>M. Gérard Degoutte</b> (Directeur Adjoint de l'ENGREF)	<i>Président</i>
<b>M. J. Philip O'Kane</b> (Prof. University College Cork, Irlande)	<i>Rapporteur</i>
<b>M. Claude Thirriot</b> (Prof. à l'ENSEEIH)	<i>Rapporteur</i>
<b>M. Pierre Hubert</b> (Maître de Recherche à l'Ecole des Mines de Paris)	<i>Examineur</i>
<b>M. Fethi Lebdi</b> (Prof. IRESA de TUNISIE)	<i>Examineur</i>
<b>M. Claude Michel</b> (Chercheur au Cemagref)	<i>Directeur de thèse</i>

**ECOLE DOCTORALE**  
Sciences de la Terre et de l'Univers

## Geosciences et Ressources Naturelles

Université Paris VI, ENGREF, Ecole des Mines de Paris  
En association avec l'IFP

*« le voyage d'une goutte d'eau qui  
s'exhale de l'Océan et après avoir tout  
animé sur son passage, revient à  
l'Océan et recommence à décrire sans  
cesse un cercle bienfaisant ». Tissandier  
(L'eau, Hachette, 1869)*

## *Résumé*

La modélisation pluie-débit est une discipline des sciences hydrologiques qui s'intéresse principalement au cycle hydrologique afin d'aboutir à un outil de travail exploitable dans différents domaines. Deux dimensions définissent la modélisation pluie-débit. La première est l'échelle d'espace. Pour différentes superficies, allant d'une maille de quelques mètres carrés au bassin versant de quelques dizaines de milliers de kilomètres carrés, il existe une littérature très riche qui va de la proposition de divers types de modèles jusqu'à la critique de ceux-ci. La deuxième dimension est l'échelle de temps. Du pas de temps horaire jusqu'au pas de temps pluriannuel, on trouve dans la littérature de nombreux modèles fonctionnant à chaque pas de temps. Cependant, rares sont les auteurs qui se sont intéressés à la modélisation avec une vue d'ensemble de tous les principaux pas de temps. La présente thèse tente de répondre à une question qui nous semble intéressante : *peut-on tirer profit de l'échelle de temps dans la modélisation pluie-débit en vue d'obtenir des modèles plus efficaces et plus cohérents entre eux ?*

Nous nous sommes intéressés dans ce travail de recherche, aux pas de temps pluriannuel, annuel et mensuel. Pour chaque échelle de temps, nous avons procédé à une étude comparative des modèles tirés de la littérature en les testant sur un échantillon de 429 bassins versants de caractéristiques hydro-climatiques très variables. Grâce à des allers-retours entre les pas de temps, nous avons largement amélioré les modèles disponibles pour chaque pas de temps. Ainsi nous avons pu proposer trois modèles conceptuels globaux aux pas de temps pluriannuel, annuel et mensuel. De plus, suite à une vue d'ensemble de ces trois pas de temps, en y ajoutant le pas de temps journalier, nous avons décelé une cohérence dans la présence d'un échange souterrain indiquant clairement qu'un bassin versant est un système qui est ouvert sur toutes les frontières et pas seulement sur celle avec l'atmosphère.

# *Abstract*

Rainfall-runoff modelling is a part of the Hydrological Sciences that is concerned with the hydrological cycle and aims at producing tools usable on different fields. Two dimensions are essential while dealing with rainfall-runoff modelling. The first one is the space scale. This scale ranges from a few square metres to a few tens thousands of square kilometres. The hydrologic literature abounds in models of every kind and in critical analyses of them. The second dimension is time. One can find in the literature a great number of models functioning on each time step, between one hour and several years. However, few authors have looked at the overall coherence of the models developed at different time steps. The present thesis tries to answer an interesting question : “Is it possible to see in these various time scales a mean to rationalize the corresponding modelling endeavours and obtain more efficient and more coherent models?”.

Our work here, was mainly concerned with three time-steps : several years, one year and one month. For each time step we compared models from the literature, checking them against data from 429 basins featuring contrasting climatic conditions. Thanks to several going to and fro between those three time steps, we greatly improved the models available for the three studied time steps. We proposed three lumped conceptual models for these three time. Considering a similar model developed for the daily time step, we could get an overall view of the modelling exercise for these four time steps and we found an abiding feature in all of them. This common feature was a underground exchange revealing that any basin is an open system along all its boundaries and not only with the overlying atmosphere.

# *Remerciements*

Je commence tout d'abord par remercier Mr Mohamed Ali ABROGUI ainsi que Mr Gérard SORNIA, Mme Bettina LAVILLE et Mme Evelyne CHABBI-FLEURY de m'avoir recommandé pour obtenir la bourse de thèse. Je les remercie surtout pour la confiance qu'ils m'ont gracieusement accordée.

Je remercie chaleureusement Gérard DEGOUTTE, Directeur Adjoint de l'Ecole Nationale du Génie Rural des Eaux et des Forêts, de m'avoir inscrit dans son établissement, d'avoir accepté de faire partie de mon comité de suivi de thèse et de mon jury de soutenance et surtout pour la confiance qu'il m'a gracieusement accordée lors de ce travail de recherche.

Toute ma reconnaissance et mon respect vont à Claude MICHEL, hydrologue au Cemagref d'Antony, qui a accepté non seulement de diriger ce travail de recherche mais aussi de l'encadrer de près. Je me permets de saluer chez lui sa modestie et son accessibilité. Il m'a fait bénéficier de son savoir, de son expérience et de la clairvoyance de ses opinions en hydrologie que je ne peux que saluer. Il a su par ses idées, ses conseils, ses explications, ses critiques et son recul alimenter l'âme de ce travail de recherche.

Je teins à remercier Vazken ANDREASSIAN, chercheur au Cemagref d'Antony et chef de l'équipe Hydrologie pour m'avoir accepté dans son équipe de recherche, pour avoir accepté de faire partie de mon comité de suivi de thèse et pour m'avoir aidé dans les démarches administratives. Il n'a jamais hésité à m'aider, non seulement par ses idées scientifiques mais aussi par sa compréhension, ses connaissances et ses qualités humaines que je ne peux que saluer.

Charles PERRIN, chercheur au Cemagref d'Antony, a accepté de faire partie de mon comité de suivi de thèse. Il a également contribué à améliorer la qualité de ces travaux par ses idées et ses encouragements. Il n'a pas hésité à relire mon document pendant ses vacances et supporter surtout mes fautes d'orthographe. Je salue chez lui sa modestie et son accessibilité permanente et surtout la qualité de ses travaux qui m'ont épargné énormément de temps. Charles, Merci !

J'adresse toute ma gratitude à Pierre HUBERT, Maître de Recherche à l'Ecole des Mines de Paris, d'avoir accepté de faire partie de mon comité de suivi de thèse et également du jury de ma soutenance.

J'adresse également ma profonde reconnaissance à Claude THIRRIOT, Professeur à l'ENSEEIH et J. Philip O'KANE, Professeur à l'University College Cork, pour avoir accepté d'être rapporteurs de ces travaux.

Fethi LEBDI, Professeur à l'Institut National d'Agronomie en Tunisie, a accepté d'être examinateur et m'a initialement recommandé pour cette expérience de recherche en France. Je lui exprime ma sincère reconnaissance.

Eric SERVAT, Directeur de Recherche à l'Institut de Recherche pour le Développement et Eric GAUME, Chercheur au Centre d'Enseignement et de Recherche sur l'Eau, la Ville et l'Environnement ont accepté de faire partie de mon comité de suivi de thèse. Je leur exprime tout ma profonde reconnaissance.

J'adresse également ma reconnaissance à Jean-Luc PUJOL, Chef de l'Unité de Recherche Qualité Fonctionnement Hydrologiques des Systèmes Aquatiques du Cemagref d'Antony, qui m'a accepté au sein de son unité et qui s'est porté personnellement garant pour prolonger mon financement. Son sens du management et sa sympathie m'ont été très bénéfiques.

Je voudrais remercier toutes les personnes de l'Unité de Recherche QHAN qui m'ont aidé, par leur aide et leurs encouragements. Je me permets de distinguer Cecile LOUMAGNE, Directrice de Recherche, pour sa relecture de mes rapports d'avancement ; Jean-Louis ROSIQUE pour son aide efficace pour la gestion au quotidien des problèmes informatiques ; Mamoutou TANGARA pour ses conseils en statistique ; Sylvie TONACHELLA et Sophie MORIN du secrétariat pour leurs aide dans les démarches administratives. Merci également à tout le personnel, thésards et stagiaires de l'unité et à ceux de l'unité Drainage et Etanchéité, que j'ai côtoyés au cours de ces trois années, en particulier, Ludovic, Laurent, Frédéric, Marine, Cécile, Samuel, Gilberte, Christophe, Hanen, Julien, xavier, Nicolas, Sandra, Danielle, Evelyne, Guillaume, Claudia, Philippe, Thibault, pour leur bonne humeur et leur sympathie.

Je tiens à remercier aussi la famille ZIADI et la famille BENSALAH pour leur soutien moral. II ont été l'étincelle de départ de mon expérience en France.

Je n'oublie pas non plus tous mes amis et les membres de ma famille qui m'ont toujours encouragé. Je pense à Youness, Mohamed, Driss, , Bêhê, Raouf, Nejib, Rafic, Hechmi, Aïcha, Latifa, Souhaïel, Ghzêla, Chérif, Brahim, Nader, Samia, Zohra, Naïma, Mondher, Moez, et aussi Anis et Mounia surtout pour avoir supporté ma mauvaise humeur.

Enfin, tout mes respect et ma reconnaissance vont à ma famille, source de ma motivation et de mes espoirs : mes deux frères Fathi et Hichem, mes deux sœurs Dhouha et Nesrine et mes chers parents Nouredine et Jamila, je leur dédicace mon travail.

A tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin, à tous ceux qui m'ont encadré, à tous ceux qui m'ont encouragé, à tous ceux qui m'ont accordé leur confiance, à tous ceux qui m'ont montré leur intérêt, à vous tous MERCI !!

# Sommaire

<i>Sommaire</i>	7
<i>Liste des figures</i>	11
<i>Liste des tableaux</i>	14
<i>Liste d'annotations</i>	16
<i>Introduction générale</i>	18
<b>Partie (I) Méthodologie et plate-forme de comparaison</b>	<b>22</b>
<b>I) 1. Rassemblement et constitution de l'échantillon de données</b>	<b>23</b>
I) 1.1. Source et constitution de la base de données	23
I) 1.1.1. Données en France	23
I) 1.1.2. Sous-échantillon des Etats-Unis	24
I) 1.1.3. Sous – échantillon d'Australie	24
I) 1.1.4. Sous – échantillon de Côte d'Ivoire	24
I) 1.1.5. Sous-échantillon du Brésil	24
I) 1.2. Dimension des variables P, ETP et Q	25
I) 1.2.1. La pluie (P)	25
I) 1.2.2. L'évapotranspiration potentielle (E)	25
I) 1.2.3. Le débit (Q)	25
I) 1.3. Quelques caractéristiques et critiques de l'échantillon de données	26
I) 1.3.1. Caractéristiques des données	26
I) 1.3.2. Critique des données	30
<b>I) 2. Méthodologie de modélisation</b>	<b>33</b>
I) 2.1. Choix de la variable cible	33
I) 2.2. Choix de la fonction de critère	34
I) 2.3. Choix et description de la méthode d'optimisation : méthode 'pas à pas'	35
I) 2.4. Mise en œuvre et évaluation de la robustesse d'un modèle pluie-débit	38
I) 2.4.1. Comment évaluer la performance d'un modèle ? : évaluation uniquement au contrôle	38
I) 2.4.2. Initialisation du système et période de mise en route	41
<b>I) 3. Conclusion de la première partie</b>	<b>43</b>
<b>Partie (II) Modélisation pluie-débit au pas de temps pluriannuel</b>	<b>45</b>
<b>II) 1. Introduction</b>	<b>46</b>
<b>II) 2. Forme générale d'un modèle pluie-débit au pas de temps pluriannuel : Limites physiques</b>	<b>47</b>
II) 2.1. Différentes formes et approches de modélisation	47
II) 2.2. Choix de l'approche de modélisation	48
II) 2.2.1. Analyse adimensionnelle : (théorème de Vaschy-Buckingham)	48
II) 2.2.2. Enoncé du théorème de Vaschy-Buckingham (ou théorème des $\pi$ ) :	48
<b>II) 3. Modélisation pluie-débit à l'échelle de temps pluriannuelle</b>	<b>53</b>
II) 3.1. Les modèles existants	53
II) 3.1.1. Modèle de Schreiber (1904)	53
II) 3.1.2. Modèle d' Ol'dekop ( 1911)	54
II) 3.1.3. Modèle de Turc (1954)	54
II) 3.1.4. Modèle de Tixeront (1963)	56



II) 3.1.5.	Modèle SCS « Soil Conservation Service »	56
II) 3.2.	Etude du comportement aux limites des différents modèles	58
II) 3.3.	Proposition d'un modèle supplémentaire dénommé 'en S'	61
II) 3.4.	Application des modèles choisis à l'échantillon de données (429 BV)	63
II) 3.4.1.	Résultats	63
II) 3.4.2.	Commentaires et critiques	70
II) 3.5.	Vers une amélioration des modèles par l'introduction d'un paramètre	74
II) 3.5.1.	Adaptation de la technique du double échantillon au pas de temps pluriannuel	74
II) 3.5.2.	Modalités d'affectation de paramètres et réécriture des modèles	76
II) 3.5.3.	Résultats de la tentative d'amélioration	80
II) 3.5.4.	Commentaire et critiques des résultats de la tentative d'amélioration	89
II) 3.6.	Vers une amélioration des modèles par affectation d'une nouvelle variable	96
II) 3.6.1.	Choix d'une nouvelle variable explicative	96
II) 3.6.2.	Résultats de l'application des modèles à deux variables explicatives : Proposition d'un modèle pluie-débit au pas de temps pluriannuel	102
<b>II) 4.</b>	<b>Conclusion sur le pas de temps pluriannuel</b>	<b>105</b>
<b>Partie (III)</b>	<b>Modélisation pluie-débit au pas de temps annuel</b>	<b>107</b>
<b>III) 1.</b>	<b>Introduction</b>	<b>108</b>
<b>III) 2.</b>	<b>Revue bibliographique</b>	<b>109</b>
III) 2.1.	Les modèles du type 'seau'	109
III) 2.1.1.	Travaux de Horn (1988) et Milly (1993 et 1994)	109
III) 2.1.2.	Travaux de Mc Mahon <i>et al.</i> (1992)	110
III) 2.2.	Modèles pluie-débit au pas de temps annuel issus d'une simplification de modèles mensuels (GR2M)	112
III) 2.2.1.	Les modèles GR1A et GR2A (Bouabdallah, 1997)	112
III) 2.2.2.	Commentaires et critiques du modèle GR1A	113
III) 2.2.3.	Conclusion et problématique	116
<b>III) 3.</b>	<b>Peut-on tirer profit des modèles du pas de temps pluriannuel ?</b>	<b>118</b>
III) 3.1.	Rappel de la plate-forme de comparaison	118
III) 3.2.	Premiers résultats et commentaires	119
<b>III) 4.</b>	<b>Où faut-il introduire une fonction mémoire dans les modèles pluie-débit au pas de temps annuel?</b>	<b>122</b>
III) 4.1.	Fonction de production	122
III) 4.1.1.	Modèles pluriannuels	122
III) 4.1.2.	Réservoir sol	123
III) 4.2.	Fonction de transfert (routage)	124
III) 4.2.1.	Réservoir de vidange	125
III) 4.2.2.	Hydrogramme unitaire	126
III) 4.3.	Comment concevoir des architectures de modèles à partir de ces fonctions mémoires	127
III) 4.3.1.	Architecture I : effet de mémorisation sur les entrées	127
III) 4.3.2.	Architecture II : effet de mémorisation par le réservoir 'sol'	128
III) 4.3.3.	Architecture III : Réservoir de vidange	129
III) 4.3.4.	Architecture IV : effet de mémorisation avec un hydrogramme unitaire	130
III) 4.3.5.	Récapitulatif des architectures proposées	131
III) 4.4.	Dispositions pratiques préalables aux tests	131
III) 4.4.1.	Initialisation des paramètres	131
III) 4.4.2.	Période de mise en route	133
<b>III) 5.</b>	<b>Résultats et commentaires</b>	<b>138</b>
III) 5.1.	Quelle forme de production peut-on adopter au pas de temps annuel ?	138
III) 5.1.1.	Résultats du test de l'architecture I (sans routage ni réservoir)	138
III) 5.1.2.	Résultats du test de l'architecture II (réservoir sol)	141
III) 5.1.3.	Conclusion sur la production	141
III) 5.2.	Quelle forme de transfert peut-on adopter à l'échelle de temps annuelle ?	142
III) 5.2.1.	Résultats du test de l'architecture III (réservoir de vidange)	142
III) 5.2.2.	Résultats du test de l'architecture IV : (Hydrogramme Unitaire)	148
III) 5.2.3.	Conclusion : quelle forme de routage ?	153

<b>III) 6. Vers la construction d'un modèle pluie-débit au pas de temps annuel</b>	<b>154</b>
III) 6.1. Quel type de fonction mémoire ?	154
III) 6.2. Une combinaison des deux fonctions mémoires est elle possible ?	157
III) 6.3. Proposition de modèle pluie-débit au pas de temps annuel	159
<b>III) 7. Conclusion</b>	<b>161</b>
<b>Partie (IV) Modélisation pluie-débit au pas de temps mensuel</b>	<b>162</b>
<b>IV) 1. Introduction</b>	<b>163</b>
<b>IV) 2. Comparaison et amélioration des modèles existants</b>	<b>164</b>
IV) 2.1. Aperçu bibliographique et modèles retenus	164
IV) 2.1.1. Modèles 'Cemagref Antony' ou 'GR'	165
IV) 2.1.2. Autres modèles	176
IV) 2.2. Méthode d'initialisation du système	191
IV) 2.3. Résultats de l'application du jeu de modèles et analyse comparative	193
IV) 2.3.1. Analyse des résultats et quelques essais d'amélioration	194
IV) 2.3.2. Caractéristiques du meilleur modèle issu de la comparaison	200
IV) 2.4. Conclusion sur la comparaison des modèles disponibles	202
<b>IV) 3. Peut-on tirer profit des progrès de modélisation à l'échelle de temps annuelle?</b>	<b>204</b>
IV) 3.1. Introduction	204
IV) 3.2. Résultats et analyse de l'application des modèles issus du pas de temps annuel à l'échelle de temps mensuelle	205
IV) 3.3. Vers une adaptation au pas de temps mensuel des modèles issus du pas de temps annuel	207
IV) 3.3.1. Différentes composantes introduisant un effet de mise en mémoire	207
IV) 3.3.2. Résultats et interprétations	209
IV) 3.4. Conclusion sur l'apport du pas de temps annuel	222
<b>IV) 4. Peut-on tirer profit du pas de temps journalier ?</b>	<b>223</b>
IV) 4.1. Introduction : rappel sur le modèle journalier GR4J (Perrin, 2000)	223
IV) 4.2. Quelles composantes de GR4J à retenir au pas de temps mensuel ?	226
IV) 4.2.1. Ecoulement pseudo-direct	227
IV) 4.2.2. Hydrogramme unitaire	228
IV) 4.2.3. Terme d'échange souterrain et percolation	228
IV) 4.3. Comment introduire les composantes de GR4J, retenues au pas de temps mensuel : 'Percolation' et 'échange souterrain' ?	228
IV) 4.3.1. Echange souterrain	228
IV) 4.3.2. Percolation	231
IV) 4.3.3. Récapitulatif : Architecture globale des nouvelles variantes du modèle pluie-débit au pas de temps mensuel	232
IV) 4.3.4. Résultats de la recherche de la version optimale du modèle issu de GR4J	236
IV) 4.4. Version finale du modèle mensuel	238
<b>IV) 5. Conclusion sur le pas de temps mensuel</b>	<b>242</b>
<b>Partie (V) Vue d'ensemble sur la modélisation aux différents pas de temps</b>	<b>243</b>
<b>V) 1. Récapitulatif sur les différents modèles</b>	<b>244</b>
<b>V) 2. Recherche d'une certaine continuité sur les différents pas de temps</b>	<b>247</b>
V) 2.1. Du pas de temps pluriannuel vers le pas de temps mensuel	247
V) 2.2. Du pas de temps mensuel [GR2M (2002)] vers le pas de temps pluriannuel	251
V) 2.2.1. Adaptation du pas de temps mensuel GR2M (2002) au pas de temps annuel	251
V) 2.2.2. Adaptation du modèle GR2A au pas de temps pluriannuel	253
<b>V) 3. Efficacités des modèles sur les pas de temps inférieurs au pas de temps de fonctionnement</b>	<b>257</b>
V) 3.1. Performances des modèles GR4J (Perrin, 2000), GR2M (2002) et GR1A pour estimer les débits annuels	258
V) 3.2. Performance des modèles GR4J et GR2M pour estimer des débits mensuels	259
<b>V) 4. Conclusion sur la cohérence et la pertinence des modèles proposés</b>	<b>260</b>
<b>Conclusion générale</b>	<b>263</b>

---

<i>Références bibliographiques</i>	268
<b>ANNEXES</b>	<b>275</b>
<i>Annexe 1 : Discussion sur le calage des paramètres et l'optimisation (d'après Perrin, 2000)</i>	276
<i>Annexe 2 : Travaux de L. TURC sur le modèle pluriannuel</i>	280
<i>Annexe 3 : Limite de la notion 'domaine de définition' : critique philosophique</i>	284
<i>Annexe 4 : Présentation du modèle de Vandewiele appliqué au pas de temps pluriannuel</i>	291
<i>Annexe 5 : Choix de la meilleure forme des modèles Turc ; Tixeront et 'en S' au pas de temps annuel</i>	293
<i>Annexe 6 : Les modèles GR, un rapide historique, (Perrin, 2000)</i>	295
<i>Annexe 7 : Architecture du Modèle GR3J (Edijatno et Michel, 1989)</i>	301
<i>Annexe 8 : Résultats du test de généralisation au pas de temps mensuel des modèles annuels</i>	304
➤ <i>Annexe 8.1 : modèles d'Ol'dekop</i>	305
➤ <i>Annexe 8.2 : modèle 'Interception'</i>	306
➤ <i>Annexe 8.3 : Modèle de Turc d'exposant 2</i>	307
➤ <i>Annexe 8.4 : Modèle de Tixeront d'exposant 2</i>	308
➤ <i>Annexe 8.5 : Modèle 'en S' de degré 2</i>	309
<i>Annexe 9 : Essais d'adaptation de GR2 (2002) au pas de temps annuel</i>	310
<i>Annexe 10: Article soumis pour publication au journal des sciences hydrologiques</i>	314

## Liste des figures

Figure 1 : Répartition de l'ETP sur l'échantillon de données (429 B.V)	28
Figure 2 : Répartition de la pluie (P) sur l'échantillon de données (429 B.V)	28
Figure 3 : Répartition du débit (Q) sur l'échantillon de données (429 B.V)	29
Figure 4 : Répartition de la superficie (S)	29
Figure 5 : Représentation des 429 observations dans le plan (P,Q)	30
Figure 6 : Diagramme schématique de la méthode de calage 'pas-à-pas' (d'après Perrin, 2000)	36
Figure 7 : Présentation schématique de la technique du double échantillon	39
Figure 8 : Exemple de distribution expérimentale des résultats d'un modèle, avec détermination du quantile 0,3 (Cr3)	40
Figure 9 : : Domaine de définition [(Q/E = f(P/E)]	49
Figure 10 : Domaine de définition [(Q/P = f(P/E)]	50
Figure 11 : Echantillon des observations sur le plan (P/E,Q/E)	51
Figure 12 : Echantillon des observations sur le plan (P/E,Q/P)	51
Figure 13 : Représentation graphique des modèles dans le plan adimensionnel ( $x = P/ETP$ , $y = Q/P$ )	59
Figure 14 : Comportement des modèles au voisinage de zéro	60
Figure 15 : Comportement des modèles à « l'infini »	60
Figure 16 : Comportement du modèle en « S » avec l'échantillon de données dans le plan adimensionnel ( $x=P/E,y=Q/P$ )	62
Figure 17 : Comparaison du modèle 'en S' avec les autres modèles	62
Figure 18 : Modèle de Schreiber, nuage de corrélation : a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle	64
Figure 19 : Modèle d'Ol'dekop, nuage de corrélation : a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle	65
Figure 20 : Modèle de Turc, nuage de corrélation : a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle	66
Figure 21 : Modèle de Tixeront, nuage de corrélation : a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle	67
Figure 22 : Modèle de SCS, nuage de corrélation : a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle	68
Figure 23 : Modèle 'en S' nuage de corrélation : a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle	69
Figure 24 : Classement des modèles pluriannuels	70
Figure 25 : Nouveau classement après amélioration du modèle de Turc et du modèle en 'S'	73
Figure 26 : Schéma explicatif de la technique du double échantillon au pas de temps pluriannuel	75
Figure 27 : Effet de l'affectation du paramètre (a) sur la limite (Q=P-E)	80
Figure 28 : Modèle Linéaire.1, nuage de corrélation a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle	82
Figure 29 : Modèle de Schreiber.1, nuage de corrélation a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle	83
Figure 30 : Modèle d'Ol'dekop.1, nuage de corrélation a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle	84
Figure 31 : Modèle de Turc.1, nuage de corrélation a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle	85
Figure 32 : Modèle de Tixeront.1, nuage de corrélation a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle	86
Figure 33 : Modèle de SCS.1, nuage de corrélation a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle	87
Figure 34 : Modèle de 'en S'1, nuage de corrélation a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle	88
Figure 35 : Nouvelle performance des modèles suite à l'affectation du paramètre (a)	89
Figure 36 : Effet de l'exposant (q) sur le comportement du modèle de Tixeront dans le plan adimensionnel	94
Figure 37 : Classement des modèles après modification de la forme mathématique	95
Figure 38 : Rôle de la surface	97
Figure 39 : Comportement des observations avec $I_A$ sur le plan adimensionnel	99
Figure 40 : Nuage de corrélation entre $I_A$ et P/E	100
Figure 41 : Nuage de corrélation entre $I_{RP}$ et P/E	100
Figure 42 : Comportement des observations avec $I_{RP}$ sur le plan adimensionnel	101
Figure 43 : Classement des modèles après introduction de la variable ( $I_{RP}$ )	103
Figure 44 : Architecture du modèle de Mc Mahon et al. (1992)	111
Figure 45 : Architecture du modèle GR2A	113
Figure 46 : Modèle GRIA : dérivation à partir d'un modèle journalier	114

Figure 47 : Distribution des valeurs des « Nash » issus du pas de temps pluriannuel	120
Figure 48 : Classement des modèles issus du pas de temps pluriannuel	120
Figure 49 : Fonctionnement d'un réservoir sol	123
Figure 50 : Schéma explicatif du fonctionnement du réservoir de routage	125
Figure 51 : Schéma des formes d'hydrogrammes unitaires proposés	126
Figure 52 : Architecture I (issue des modèles pluriannuels illustrés par a fonction f)	127
Figure 53 : Architecture II (avec réservoir sol)	128
Figure 54 : Architecture III (réservoir de vidange)	129
Figure 55 : Architecture IV (hydrogramme unitaire)	130
Figure 56 : Zones d'instabilités numériques lors de la recherche de l'optimum	132
Figure 57 : Recherche de l'état initial des réservoirs	134
Figure 58 : Stabilisation du niveau du réservoir R suite à l'application du régime permanent	135
Figure 59 : Choix de la période de mise en route	135
Figure 60 : Effet de la mémorisation sur les valeurs de 'Nash' (Architecture II et I2)	139
Figure 61 : Essai d'économie de paramètre de l'architecture I2	140
Figure 62 : Premiers résultats avec réservoir (Architecture III)	144
Figure 63 : Deuxièmes résultats du test du réservoir (Architecture III), après mise au point du réservoir de vidange)	147
Figure 64 : Essai d'économie de paramètres (Architecture III, avec 2 comme exposant de vidange)	148
Figure 65 : Test de l'architecture III (Hydrogramme Unitaire) : a) selon le critère Cr3 ; b) selon le critère 'moyenne' des Nash	150
Figure 66 : Essai d'économie de paramètres (Architecture IV)	152
Figure 67 : comparaison des deux fonctions mémoire retenues à paramètre fixe	155
Figure 68 : comparaison des deux fonctions mémoire retenues à paramètre libre	155
Figure 69 : Architecture combinant les deux meilleures formes de mémoires	157
Figure 70 : Fonction réponse des paramètres a et C pour le modèle d'Ol'dekop	158
Figure 71 : Modèles proposés au pas de temps annuel	160
Figure 72 : Evolution des travaux des modèles 'GR'	166
Figure 73 : Architecture du modèle GR2 (Edijatno et Michel, 1989)	167
Figure 74 : Architecture du modèle de prévision d'étiage GR3 (Michel, 1989)	168
Figure 75 : Architecture du modèle GR3M issu des travaux Kabouya-Makhlouf-Michel	169
Figure 76 : Architecture du modèle GR2M (Makhlouf, 1994)	171
Figure 77 : Variation de l'interception Z avec P pour une valeur de E	175
Figure 78 : Architecture du Modèle ABCD (Thomas, 1981)	176
Figure 79 : Architecture du modèle Ta (Alley, 1985)	178
Figure 80 : Architecture du modèle de Vandewiele et al. (1991)	180
Figure 81 : Modèle de Nanjing (Wood, 1991)	181
Figure 82 : Architecture du modèle de Milly (1994)	183
Figure 83 : Architecture du modèle Thornthwaite et Mather (1955)	185
Figure 84 : Architecture du modèle d'Ibrahim et Cordery (1995)	186
Figure 85 : Architecture du modèle de Gardner (Bhaskar, 1999)	189
Figure 86 : Architecture du modèle de Guo (2002)	190
Figure 87 : Recherche d'un régime pseudo-permanent	192
Figure 88 : Distribution des performances des modèles retenus	194
Figure 89 : Classement des modèles selon le critère Cr3	194
Figure 90 : performances des modèles mensuels en fonction du nombre de paramètres optimisés	196
Figure 91 : Taux d'écoulement direct ( F ) selon les modèles	197
Figure 92 : Variation du Cr3 en fonction du taux d'écoulement pseudo-direct, cas des modèles GR2M et GR3M	198
Figure 93 : Effet du type de vidange sur la performance des modèles	199
Figure 94 : Architecture du modèle de GR3M amélioré	200
Figure 95 : distribution des valeurs du paramètre A (capacité maximale de réservoir Sol)	201
Figure 96 : distribution des valeurs du paramètre C (coefficient d'ajustement de l'ETP)	201
Figure 97 : distribution des valeurs du paramètre B (Coefficient de vidange linéaire)	201
Figure 98 : Architecture générale des modèles testés au niveau du pas de temps annuel	204
Figure 99 : Distribution des valeurs du paramètre (a) lié au rapport P/E	206
Figure 100 : Type et emplacement des composantes à tester	207
Figure 101 : Quel nombre de paramètres	210
Figure 102 : Quel type de fonction de production ?	211
Figure 103 : Quel type de fonction de transfert ?	213

Figure 104 : Recherche de la meilleure combinaison	215
Figure 105 : Architecture du nouveau GR3M issu du pas de temps annuel	216
Figure 106 : Distribution des performances du nouveau GR3M	217
Figure 107 : Distribution des valeurs du paramètre A du nouveau GR3M	218
Figure 108 : Distribution des valeurs du paramètre B du nouveau GR3M	218
Figure 109 : Distribution des valeurs du paramètre C du nouveau GR3M	218
Figure 110 : Effet de la fixation du paramètre A (Capacité maximale du réservoir 'Sol') à différentes valeurs, sur le critère Cr3 (B et C étant libres)	220
Figure 111 : Effet de la fixation du paramètre B (coefficient de vidange) à différentes valeurs, sur le critère Cr3 (A et C étant libres)	220
Figure 112 : Cartographie des courbes 'iso-Cr3' avec A et B fixés	221
Figure 113 : Schéma de l'architecture du modèle GR4J (Perrin, 2000)	223
Figure 114 : modalité d'insertion de l'équation d'échange souterrain au pas de temps mensuel	229
Figure 115 : modalité d'insertion de l'équation de percolation au pas de temps mensuel	231
Figure 116 : Schéma de l'architecture globale du modèle mensuel issu de GR4J	232
Figure 117 : effet de la variation du couple ( $y, f$ ) sur la performance (Cr3)	234
Figure 118 : Recherche du meilleur couple ( $n, p$ ) de la fonction d'échanges souterrains	235
Figure 119 : Essai d'économie du paramètre X3 (capacité du réservoir de routage)	237
Figure 120 : Architecture de la nouvelle variante proposée GR2M (la numérotation correspond à l'ordre des opérations)	238
Figure 121 : Distribution du paramètre d'échange souterrain X1	240
Figure 122 : Distribution du paramètre X2 (capacité maximale du réservoir sol en mm)	240
Figure 123 : Distribution des critères de Nash de tous les modèles utilisés pour la modélisation pluie-débit au pas de temps mensuel	241
Figure 124 : Récapitulatif du déroulement de la thèse	246
Figure 125 : architecture des modèles GROUPE et GR1A	250
Figure 126 : Distribution de la performance des modèles GR1A (inspiré de Turc) et GR2M appliqué au pas de temps annuel	252
Figure 127 : Architecture du modèle pluriannuel dérivé de GR2M (2002)	254
Figure 128 : Distribution de la performance des modèles GR4J, GR2M et GR1A au pas de temps annuel	258
Figure 129 : Distribution de la performance des modèles GR4J et GR2M au pas de temps mensuel	259
Figure 130 : vue d'ensemble de tous les modèles proposés suite aux allers-retours effectués entre les pas de temps	261
Figure 131 : Effet des exposant $g$ et $q$ et $n$ sur la performance des modèles au pas de temps annuel	294
Figure 132 : Architecture du modèle GR3J (Edijatno et Michel, 1989)	301
Figure 133 : Recherche de la valeur optimale de la capacité du réservoir de routage du modèle GR2M appliqué au pas de temps annuel	311
Figure 134 : Exposant adéquat de la percolation du modèle GR2M au pas de temps annuel	311

## Liste des tableaux

Tableau 1 : Récapitulatif des origines de l'échantillon de donnée	26
Tableau 2 : Moyenne et variance des observations	27
Tableau 3 : Etude et analyse adimensionnelle des modèles	58
Tableau 4 : Caractéristiques du modèle 'en S'	62
Tableau 5 : Résultat de l'application des modèles retenus sur l'échantillon de 429 BV	63
Tableau 6 : Effet de l'exposant $g$ de Turc sur la performance	71
Tableau 7 : effet de la variation de $n$ sur la performance du modèle 'en S' généralisé	71
Tableau 8 : effet de la variation de ( $q$ ) sur la performance du modèle de Tixeront généralisé	72
Tableau 9 : Choix de l'emplacement du paramètre dans un modèle linéaire simple	78
Tableau 10 : réécriture des modèles après affectation d'un paramètre adimensionnel	79
Tableau 11 : Résultats de la tentative d'amélioration des modèles par affectation d'un paramètre	81
Tableau 12 : Effet de l'exposant ( $g$ ) de Turc sur la performance après affectation du paramètre $a$	90
Tableau 13 : Effet de la variation de ( $n$ ) sur la performance du modèle en 'S' généralisé après affectation du paramètre ( $a$ )	91
Tableau 14 : Effet de l'exposant ( $n$ ) sur la performance du modèle SCS généralisé (le tiret désigne des signes négatives)	93
Tableau 15 : Effet de l'exposant $q$ sur le modèle de Tixeront après affectation du paramètre	94
Tableau 16 : Caractéristiques de $I_A$ et $I_{RP}$	99
Tableau 17 : Résultats de l'application des modèles à deux variables explicatives	102
Tableau 18 : Modèle pluie-débit proposés au pas de temps pluriannuel	104
Tableau 19 : modèle tirés du pas de temps pluriannuel à tester au pas temps annuel	119
Tableau 20 : Synthèse des architectures proposées	131
Tableau 21 : Résultats du test du choix de la période effective de mise en route	136
Tableau 22 : Résultats du test de l'architecture I	138
Tableau 23 : essai d'économie de paramètre de l'architecture I2	140
Tableau 24 : Résultats du test de l'architecture II (Interception partielle)	141
Tableau 25 : Essai d'économie de paramètres (Architecture II)	141
Tableau 26 : Premiers résultats du test du routage (Architecture III)	143
Tableau 27 : Deuxièmes résultats du test de l'architecture III (après mise au point du réservoir de vidange)	146
Tableau 28 : Résultats du test de l'architecture IV : (Hydrogramme Unitaire)	149
Tableau 29 : Résultats de l'économie de paramètre équivalent à l'hydrogramme unitaire	152
Tableau 30 : Résultats des meilleures formes de 'mémoire' retenues	154
Tableau 31 : Recherche de la valeur adéquate du paramètre de mémorisation 'brutale' ( $a$ ) selon le critère Cr3	159
Tableau 32 : Recherche de la valeur adéquate du paramètre de mémorisation 'brutale' ( $a$ ) selon le critère Moyenne des Nash	159
Tableau 33 : Récapitulatif des modèles 'GR'	174
Tableau 34 : Résultats de l'application des modèles retenus	193
Tableau 35 : Variation du Cr3 en fonction du taux d'écoulement pseudo-direct	198
Tableau 36 : Variation du critère Cr3 en fonction du type de vidange	199
Tableau 37 : Caractéristiques des paramètres du modèle de GR3M amélioré	200
Tableau 38 : Résultats de l'application des modèles issus de l'annuel au pas de temps mensuel	206
Tableau 39 : Choix de la fonction de routage	213
Tableau 40 : Caractéristiques comparée des deux variantes de GR3M	216
Tableau 41 : Effet de préfixation des paramètres à leurs valeurs moyenne sur la performance	219
Tableau 42 : Comparaison entre le modèle GR4J (Perrin, 2000) et le modèle GR3M	227
Tableau 43 : Résultats de l'application de la nouvelle variante issue du pas de temps journalier	236
Tableau 44 : Caractéristiques des modèles GR2M issu du pas de temps journalier	240

Tableau 45 : Résultats de l'application de GR2M(2002) au pas temps annuel	251
Tableau 46 : Résultats de l'application du modèles pluriannuel dérivé de GR2M (2002)	256
Tableau 47 : Performances des modèles GR4J et GR2M au pas de temps annuel	258
Tableau 48 : Performances des modèles GR4J au pas de temps mensuel	259
Tableau 49 : Effet des exposants $g$ $q$ et $n$ sur la performance des modèles au pas de temps annuel	293
Tableau 50 : Résultats de l'essai d'économie de paramètres du modèle GR2M (2002) appliqué au pas de temps annuel	312



## Liste d'annotations

Cette liste présente les principales annotations utilisées. Cependant une annotation peut changer de signification. Dans ce cas, la nouvelle signification est dûment précisée dans le texte.

- a : paramètre lié à l'évapotranspiration potentielle
- b : paramètre générique d'un modèle
- c : paramètre générique d'un modèle
- f : échange souterrain instantané, ou symbole d'une fonction
- g : exposant du réservoir de routage
- k : coefficient de vidange
- le : lissage exponentielle
- pa : pas de temps antérieur
- (p,n) : coefficient et exposant de l'échange souterrain
- q(t) : débit instantané
- t : temps
- x : variable sur laquelle opère une fonction
  
- A : paramètre de production, il exprime généralement la capacité maximale du réservoir sol
- B : paramètre de routage lié au réservoir de vidange ou paramètre en général
- C : paramètre lié à l'hydrogramme unitaire. Utilisé aussi comme paramètre lié à l'évapotranspiration E, souvent qualifié de correcteur de celle-ci
- Cr3 : critère de sélection (quantile 30% de la distribution sur l'ensemble des bassins)
- D : paramètre d'échange de GR4J ou du modèle ABCD
- E : évapotranspiration potentielle
- EN : évaporation nette
- ES : évaporation réelle du réservoir sol

ETR :	évaporation réelle
F :	critère de Nash avec un modèle sans paramètre, ou échange souterrain
Fmg :	critère de Nash
HU :	hydrogramme unitaire
I <sub>RP</sub> :	indice d'irrégularité temporelle des pluie dans une année
N :	taille d'un échantillon
P :	pluie
PN :	pluie nette destinée à l'écoulement
PR :	pluie destinée au routage (runoff)
PS :	percolation souterraine
Q :	débit
R :	niveau du réservoir de routage
R <sub>0</sub> :	niveau initial de R
RR :	réservoir de routage
S :	niveau du réservoir sol
S <sub>0</sub> :	niveau initial de S
T :	pluie issue de la transformation par un hydrogramme unitaire
U :	pluie moyenne intégrant la, ou les, pluie(s) antérieure(s)
Xi :	paramètre de modèle ou variable de lissage
Z :	montant de l'interception
$\alpha$ :	coefficient de mémorisation ou coefficient d'échange instantané
$\beta$ :	coefficient d'interception. Utilisé aussi comme paramètre de vidange lié au réservoir sol
$\gamma$ :	exposant de Turc
$\theta$ :	exposant de Tixeront
$f$ :	taux d'écoulement pseudo direct
( $\phi, \psi$ ) :	coefficient et exposant de la percolation
$\rho$ :	coefficient de vidange adimensionnel
$\Delta t$ :	pas de temps

## *Introduction générale*

De tous temps, l'eau a accompagné la vie des êtres humains : utilisée dans certains rites antiques, objet de méfiance au Moyen Age, elle est lentement devenue un élément essentiel de l'hygiène et de la santé. L'eau s'inscrit ainsi au cœur même de la civilisation. Elle inspire les artistes, se prête à la poésie et conditionne les réflexions plus prosaïques des architectes. Son mouvement et ses sonorités inspirent et bousculent l'écrivain. La manière dont les sociétés veilleront à la qualité de l'eau en dira long sur leur hiérarchie des valeurs et leur souci de pérennité ('LE MONDE diplomatique', 2002). L'eau n'est pas seulement une ressource, elle est un enjeu de civilisation et un potentiel économique considérable. La rareté de l'eau douce et son inégale répartition géographique provoquent des conflits juridiques et politiques entre de nombreux pays et bien des communautés humaines. L'eau est tellement précieuse que l'or a pris la couleur bleue.

L'histoire de l'eau et celle des hommes sont intimement liées. La recherche de points d'eau a longtemps mobilisé les énergies et les premières civilisations sont nées sur le cours des grands fleuves nourriciers. Des porteurs d'eau à la distribution d'eau potable à domicile, des aqueducs romains aux usines modernes de traitement des eaux, de la répartition empirique des usages de l'eau par les différents corps de métiers à la gestion rationnelle et institutionnalisée des ressources..., la conquête de l'eau par l'homme fut longue ; elle a suivi et structuré l'évolution des sociétés humaines. L'histoire de l'eau, c'est aussi celle de la découverte progressive de la fameuse molécule  $H_2O$ , de ses multiples propriétés et de leurs applications techniques et pratiques. C'est, enfin, la maîtrise et l'étude, grâce aux progrès de la science, des étapes du cycle (éternel) de l'eau.

Pour établir le cycle hydrologique, il a fallu connaître les formes d'existence de l'eau dans la nature: océans, rivières, lacs mais également glaciers, sols, air, eaux souterraines. Il a fallu également quantifier les volumes et les flux d'eau. Les premiers bilans hydrologiques ont été évoqués, d'abord de façon inexacte, à la Renaissance: des personnages comme Léonard de Vinci et Bernard Palissy ont réalisé de nombreuses observations et mesures, mais il faut attendre le 17<sup>ème</sup> siècle pour arriver à une formulation exacte.

Pierre Perrault publia en 1674 un traité intitulé "De l'origine des fontaines". A partir de l'évaluation des débits superficiels dans le haut bassin de la Seine et du volume des précipitations, il arriva à l'hypothèse que le débit des rivières avait son origine dans l'importance de précipitations. Edme Mariotte poursuivit les travaux de Perrault sur le bilan hydrologique de la Seine à Paris, c'est à dire sur un bassin versant beaucoup plus vaste et développa une méthodologie pour mesurer les vitesses d'écoulement et les débits dans son "Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluides" en 1686. Edmond Halley, en Angleterre en 1690, s'intéressa à la mesure de l'évaporation permettant d'expliquer ainsi le déficit d'écoulement mis en évidence par ses prédécesseurs. Il établit la première synthèse hydrologique régionale en rapprochant la moyenne des précipitations annuelles et le débit de la Tamise. Il était enfin établi que les rivières, les sources et les eaux souterraines étaient alimentées par les précipitations. (Hubert, 1990).

Il a fallu attendre le XX<sup>ème</sup> siècle pour que l'hydrologie devienne une science à part entière, qui s'intéresse principalement à l'étude du cycle de l'eau et quantifie son bilan relativement à une échelle d'espace (bassins versant, maille, ...) et une échelle de temps (journalière, mensuelle, ...). Vers les années cinquante, le concept de « modèle » apparaît en science hydrologique. La modélisation pluie-débit a pris une dimension tellement importante qu'on la surnomme le 'cœur' même de l'hydrologie. Il s'agit d'une représentation mathématique simplifiée de tout ou partie des processus du cycle hydrologique par un ensemble de concepts hydrologiques exprimés en langage mathématique et reliés entre eux dans des séquences temporelle et spatiale correspondant à celles que lon observe dans la nature. L'intérêt d'un modèle réside dans sa capacité à apporter une réponse "satisfaisante" aux questions que l'on se pose à propos de l'objet modélisé. De nos jours il existes différents types de modèles : du modèle physique au modèle empirique, du distribué au global, et chaque type exprime une façon de concevoir le cycle hydrologique.

Le modèle hydrologique est devenu un outil indispensable pour divers domaines : aménagement, construction des ouvrages hydrauliques, prévention et prédétermination des crues, études des changement climatiques, impacts anthropiques, impacts des catastrophes naturelles, reconstitution des climats par la paléontologie....

Pour une modélisation pluie-débit proche des phénomènes physiques, le mode de fonctionnement idéal devrait correspondre au pas de temps le plus fin possible pour pouvoir prendre en compte, avec toute la précision possible, les différents processus mis en œuvre au cours de la transformation de la pluie en débit. Cependant, les données ne sont pas toujours disponibles à des pas de temps aussi fins que souhaitable pour certains processus comme l'infiltration. Ainsi les pluies sont le plus souvent connues sur une durée de 24 heures. Au-dessus de ce pas de temps, les données sont très souvent obtenues par sommation de données initialement collectées au pas de temps journalier. Par suite, on pourra obtenir des débits au pas de temps désiré (mais multiple d'un jour) en appliquant une simple sommation des sorties d'un modèle pluie-débit au pas de temps journalier.

Toutefois, pour un certain nombre d'applications, cette façon de procéder est lourde et inutile. La gestion de barrage en vue d'une régularisation de la ressource n'a pas besoin d'être étudiée au pas de temps journalier. Un pas de temps mensuel, voire annuel pour les très grands réservoirs, est largement suffisant et permet d'éviter de se perdre dans les détails. Dans le cas où l'on doit simuler de longues séries de débits, un modèle à large pas de temps peut être associé à un modèle de simulation de pluies qui est plus facile à établir et parfois plus efficace. Pour les problèmes de gestion des ressources en eau, il faut créer de longues séries de données pour pouvoir étudier la gamme complète des risques de non-satisfaction des objectifs. Or, la simulation des pluies sur de longs pas de temps est beaucoup plus aisée que sur des pas de temps courts. D'où l'intérêt de la construction de modèles pluie-débit qui fonctionnent aux pas de temps du mois ou de l'année.

Il existe aujourd'hui une bibliographie très riche sur la modélisation hydrologique (Turc, 1954; Tixeront, 1964; Singh, 1988; Edijatno, 1989 ; Kabouya, 1990; Lee, 1993; Makhlouf, 1994; Buchetele et al, 1996; Rakem, 1999; Sauquet 2000; Perrin 2000; Andréasson, 2002; Oudin, 2002; Guo, 2002) et un grand nombre de critiques ont été faites sur le choix des types de modèles à utiliser (Deschesnes et Villeneuve, 1985), leur application (Clarke, 1973; De Marsilly, 1994). Cependant, rares sont les auteurs qui s'intéressent à l'impact de l'échelle de temps sur la modélisation pluie-débit.

La seule référence rencontrée lors de cette thèse qui montre l'intérêt de l'échelle de temps pour la fondations des modèles pluie-débit à différent pas de temps est celle de Jothityangkoon et al. (2001). En effet, les échelles de temps annuelle, mensuelle et journalière ont été traitées ensemble en vue d'un contrôle des processus hydrologiques dans le cycle de l'eau en suivant une approche nommée « downward approach to hydrological model development ». A partir d'un modèle pluie-débit au pas de temps annuel, à base physique, qui a réussi à fonder un modèle mensuel et un modèle journalier tout en compliquant l'architecture quand cela semblait nécessaire. Ainsi, on a pu proposer trois modèles pluie-débit, cohérents aux échelles de temps annuelle, mensuelle et journalière. Toutefois, cette cohérence nous semblait 'forcée' et les modèles ainsi construits sont relativement sur-paramétrés (modèle annuel à 7 paramètres).

L'objectif de la thèse sera donc de mettre l'accent sur l'échelle de temps dans la modélisation pluie-débit conceptuelle globale. Le but est de rechercher les meilleurs modèles aux pas de temps mensuel, annuel et pluriannuel en premier lieu, et d'harmoniser les structures de ces différents modèles en second lieu, pour essayer d'avoir des paramètres communs entre les trois pas de temps ou pour faire des économies sur le plan conceptuel. En outre, on tâchera de chiffrer ce que l'on perd en utilisant un modèle à un large pas de temps, par rapport à la sommation des sorties du modèle fonctionnant au pas de temps immédiatement inférieur.

Il ne s'agit guère de forcer a priori la cohérence entre les pas de temps mais plutôt de la détecter si elle existe. Nous commençons par traiter chaque pas de temps à part, une fois le meilleur modèle détecté, nous essaierons de tirer profits des pas de temps supérieur ou inférieur dans le souci d'améliorer encore plus la performance de ces modèles. Ainsi l'approche suivie est une approche comparative entre les modèles en effectuant des allers-retours entre les pas de temps pluriannuel, annuel, mensuel et même journalier.

La première partie est consacrée à la présentation de la plate-forme de cette étude comparative: échantillon de données et technique de modélisation. Ensuite chaque pas de temps fait l'objet d'une partie en soi (pluriannuel, mensuel et annuel). Enfin, la cinquième partie présente une vue d'ensemble des modèles proposés afin de mettre en évidence les limites de cohérence et de performance.

**Partie (I) Méthodologie et plate-forme de  
comparaison**

## **I) 1. Rassemblement et constitution de l'échantillon de données**

Nous avons bénéficié d'un échantillon de 429 bassins versants. Le travail de rassemblement de cette base de données a été élaboré soigneusement par Perrin (2000) qui l'a utilisée dans le cadre d'un travail de thèse intitulée « Vers une amélioration d'un modèle global pluie – débit au travers d'une approche comparative » effectué au sein de l'unité de recherche QHAN du Cemagref à Antony. Nous présentons successivement cette base de données paragraphe suivant.

### **I) 1.1. Source et constitution de la base de données**

Les données de pluie (P), de débit (Q) ainsi qu'une partie des données d'évapotranspiration potentielle (E) sont fournies au pas de temps journalier. Pour répondre aux objectifs de ce travail de recherche, il a fallu agréger ces données aux différents pas de temps désirés. Les données ont pour origines, successivement par ordre décroissant du nombre de bassins, la France, les Etats Unis, l'Australie, le Côte-d'Ivoire et le Brésil.

#### **I) 1.1.1. Données en France**

Le sous-échantillon français est composé de données de 307 bassins versants répartis sur le territoire métropolitain de la France. Ils sont issus des travaux d'Edijatno (1991) ; Makhoul (1994) ; Nascimento (1995) et Edijatno et al. (1999) sur le modèle GR, ainsi que ceux de Baudez (1997); Loumagne et al. (1999) et Andréassian, (2002). La thèse d'Andréassian concerne l'impact de l'évolution de la couverture forestière sur l'hydrologie du bassin versant.

Les données pluviométriques et hydrométriques sont issues respectivement de la banque de données PLUVIO de Météo – France (900 stations pluviométriques) et de la banque de données HYDRO (307 stations hydrométriques) du Ministère de l'Environnement. Les données d'Evapotranspiration Potentielle (ETP) sont fournies également par Météo – France. Elles sont calculées à partir de la formule de Penman (1948).



### **I) 1.1.2. Sous-échantillon des Etats-Unis**

Ce sous-échantillon est composé de 82 bassins américains. Il provient de deux origines :

- ✓ Une base de données de 45 bassins versants gérée par l'Agricultural Research Service (ARS) (Thrumman et Roberts, 1995). Ces bassins sont répartis dans les Etats de l'Arizona, de la Géorgie, de l'Idaho, de l'Iowa, du Nouveau Mexique, du Mississippi, du Missouri, de l'Ohio, de l'Oklahoma, de Pennsylvanie, du Texas et du Vermont. Les valeurs de l'Evapotranspiration potentielle (ETP) ont été calculées en utilisant la formule de Hargreaves (Hargreaves et Samani, 1982) basée sur la température et la durée théorique d'ensoleillement.
- ✓ Une autre base de données de 37 bassins provenant de l'opération Model Parameter Estimation Experiment (MOPEX). Ils sont situés dans les Etats de l'Arkansas, du Kansas, du Missouri, du Nouveau Mexique, de l'Oklahoma et du Texas. Les données d'Evapotranspiration potentielle (ETP), moyennes journalières interannuelles, sont tirées de l'atlas de Farnsworth et al. (1992).

### **I) 1.1.3. Sous – échantillon d'Australie**

Le sous – échantillon d'Australie regroupant 26 bassins a été préparé par Chiew et McMahon (1994) pour tester le modèle MODHYDROLOG. Les données de pluies fournies sont des moyennes de bassin. L'ETP, datée, est estimée à partir de la formule de Morton (Morton, 1983). Une étude a montré que cette formule est fiable dans le contexte australien (Chiew et McMahon, 1991).

### **I) 1.1.4. Sous – échantillon de Côte d'Ivoire**

Ce sous – échantillon comporte 10 bassins versants. Il a été fourni par l'équipe d'hydrologie de la mission de l'Institut de Recherche pour le Développement de Côte d'Ivoire (IRD, ex – ORSTOM). Les modèles GR2M, GR3, CREC, MODGLO et VUB ont été déjà testés sur certains de ces bassins (Servat et Dezetter, 1991,1992 ; Paturel et al., 1995 ; Ouédraogo, 1996 ; Ouédraogo et al., 1998). Les données d'Evapotranspiration Potentielle (ETP) ont été calculées à partir de la formule de Penman (1948).

### **I) 1.1.5. Sous-échantillon du Brésil**

Il s'agit des données de quatre bassins versants fournies par l'université de Minas Gerias, Belo Horizonte, au Brésil. Les valeurs de l'Evapotranspiration Potentielle (ETP) se présentent comme des moyennes interannuelles, issues de mesures par bac Colorado.

## I) 1.2. Dimension des variables P, ETP et Q

### I) 1.2.1. La pluie (P)

En tant qu'activité métrologique, la *pluviométrie* consiste presque **toujours** à mesurer une hauteur de précipitations pendant un intervalle de temps, c'est à dire qu'elle ne permet d'atteindre que le cumul des précipitations au cours de l'intervalle de temps considéré. On a coutume d'exprimer les précipitations journalières, mensuelles ou annuelles en millimètre par jour, par mois ou par an, réservant généralement l'expression en intensité (mm/h) à des intervalles de temps plus courts. L'usage a également consacré la *pluviométrie* comme l'étude de la répartition et du régime des précipitations. (Hubert, 1996).

Dans notre cas, la pluviométrie (P) est exprimée en mm par le pas de temps en question : *mm/mois ou mm/an*. Elle représente une hauteur d'eau tombée sur le bassin versant considéré et intégrant la distribution spatio-temporelle. Elle sera notée dans la suite (P).

### I) 1.2.2. L'évapotranspiration potentielle (E)

L'Evapotranspiration Potentielle (ETP) est la quantité d'eau susceptible d'être évaporée par une surface d'eau libre ou par un couvert végétal dont l'alimentation en eau n'est pas le facteur limitant. La valeur de l'évapotranspiration potentielle est fonction de l'énergie disponible. (Margat, septembre 1997). Elle estimée par une mesure par un évaporomètre ou déduite par des formules empiriques telles que celles de Penman (19468), Morton (1983) .... L'unité de l'évapotranspiration est le millimètre sur le pas de temps désiré (jour, mois, an...). Nous proposons de garder (E) comme notation de l'évapotranspiration potentielle.

### I) 1.2.3. Le débit (Q)

Suite à une pluie tombée sur le bassin versant, tout un mécanisme complexe d'interaction de phénomènes hydrologiques et climatologiques se met en œuvre. Il se traduit par une circulation, directe ou indirecte, de l'eau à travers le sol ou le sous-sol en passant par les cours d'eau secondaires puis principaux, et finissant par l'exutoire du bassin versant. A l'échelle globale du bassin versant, le débit à l'exutoire traduit la réaction de tout le bassin suite à une pluie. Il est mesuré par différentes techniques hydrométriques, par exemple : le jaugeage par moulinet ou le jaugeage chimique. Ce débit est exprimé en mètre cube par seconde ( $m^3/s$ ). Nous gardons comme notation du débit, la lettre (Q). Pour répondre aux objectifs de la présente étude, il convient d'uniformiser les dimensions des différentes variables {(Q,  $m^3/s$ ); (P, mm/pas de temps) et (E, mm/pas de temps)}. Pour ce faire, deux possibilités sont envisageables :

**I) 1.2.3. (a) Uniformiser tous les variables en m<sup>3</sup>/s**

Dans ce cas, nous serions amenés à intervenir au niveau des deux variables (P et E) en multipliant par la surface du bassin. Cette façon de procéder est très peu usuelle. D'autre part, les valeurs des débits sont très variables d'un bassin à un autre, ce qui peut poser des problèmes lors du calage des modèles.

**I) 1.2.3. (b) Uniformiser toutes les variables en mm/pas de temps**

Seule une opération sera effectuée sur la variable débit en divisant par la superficie du bassin versant considéré. De ce fait, la diversité entre les valeurs de débit d'un bassin à un autre sera plus faible. Cette méthode est la plus utilisée et la plus couramment rencontrée dans la littérature, et elle permet des comparaisons aisées. Par suite, nous avons choisi de garder cette deuxième méthode pour uniformiser toutes les unités. On aura donc le millimètre par mois au pas de mensuel, le millimètre par an pour les pas de temps annuel et pluriannuel. Pour la plus grande échelle de temps, il s'agit d'une moyenne pluriannuelle pour chaque variable (E, P et Q).

**I) 1.3. Quelques caractéristiques et critiques de l'échantillon de données**

**I) 1.3.1. Caractéristiques des données**

Nous récapitulons dans le Tableau 1 la description de l'échantillon de données :

**Tableau 1 : Récapitulatif des origines de l'échantillon de donnée**

Nombre	Origine	Estimation de l'ETP	Etude
307	France	Penman	Travaux au sein du Cemagref : les modèles <b>GR</b>
45	USA : Arizona, Géorgie, Idaho, Iowa, Nouveau Mexique, Mississippi, Missouri, l'Ohio, Oklahoma, Pennsylvanie, Texas et Vermont	Hargreaves et Samani	Travaux de l'Agricultural Research Service (ARS)
37	USA : Arkansas, Kansas, Missouri, Nouveau – Mexique, Oklahoma et Texas	l'atlas de Farnsworth et al.	l'opération Model Parameter Estimation Experiment ( <b>MOPEX</b> )
26	Australie	Morton	<b>MODHYDROLOG</b>
10	Côte d'Ivoire	Penman	Modèles : <b>GR2M, GR3, CREC, MODGLO et VUB</b>
4	Brazil	Bac Colorado	

Nous remarquons que la méthode utilisée pour estimer l'ETP diffère d'un sous-échantillon à un autre. Cette différence n'est pas prise en compte lors du présent travail. En effet, le choix d'une variable ETP pertinente fait l'objet d'une thèse en cours intitulée '*Quelle évapotranspiration potentielle pour un modèle pluie-débit*' (Oudin, 2002).

Sans entrer dans les détails de l'échantillon de 429 bassins versants adoptés, nous énumérons quelques caractéristiques qui nous permettent d'avoir une idée sur la variabilité présente dans cette base de données. Nous présentons dans le Tableau 2 un récapitulatif, complété par des figures (Figure 1 à Figure 4), des caractéristiques des variables (P), (E) et (Q) pluriannuelles en millimètre par an ainsi que la superficie (S) en km<sup>2</sup>.

**Tableau 2 : Moyenne et variance des observations**

	<b>ETP (mm/an)</b>	<b>P (mm/an)</b>	<b>Q (mm/an)</b>	<b>S (km<sup>2</sup>)</b>
<b>Moyenne</b>	935	1010	466	972
<b>Ecart-type</b>	299	342	349	3630
<b>Min</b>	633	294	0.2	0.1
<b>Quantile 5%</b>	666	549	6	3.5
<b>Quantile 95%</b>	1629	1619	1180	4250
<b>Max</b>	2045	2299	2043	50600

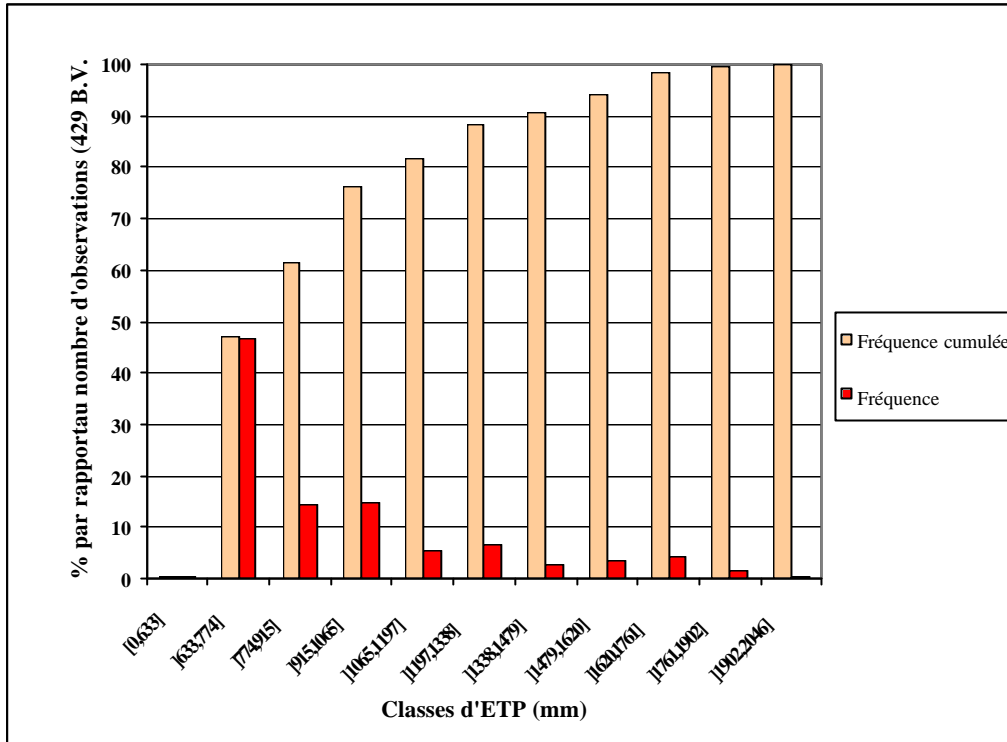


Figure 1 : Répartition de l'ETP sur l'échantillon de données (429 B.V)

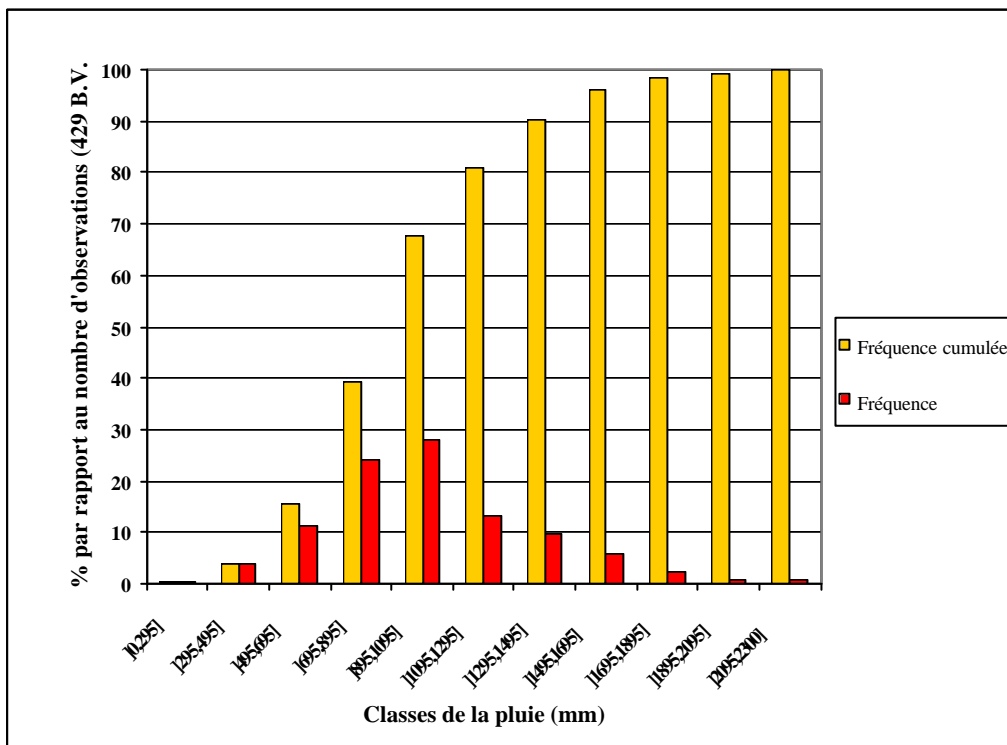
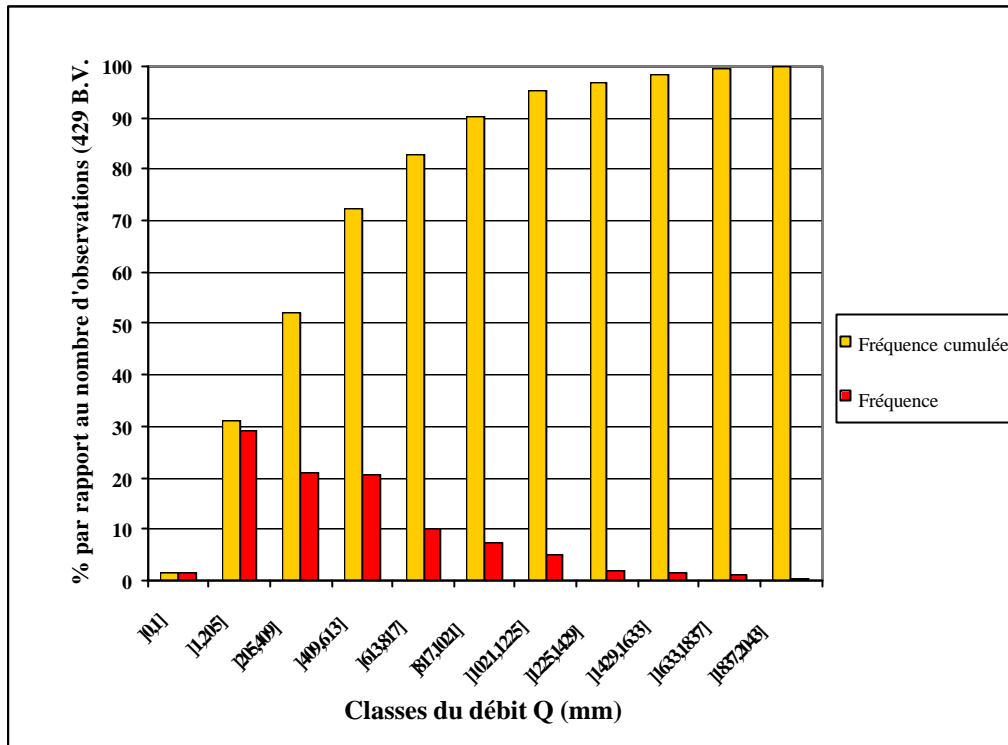
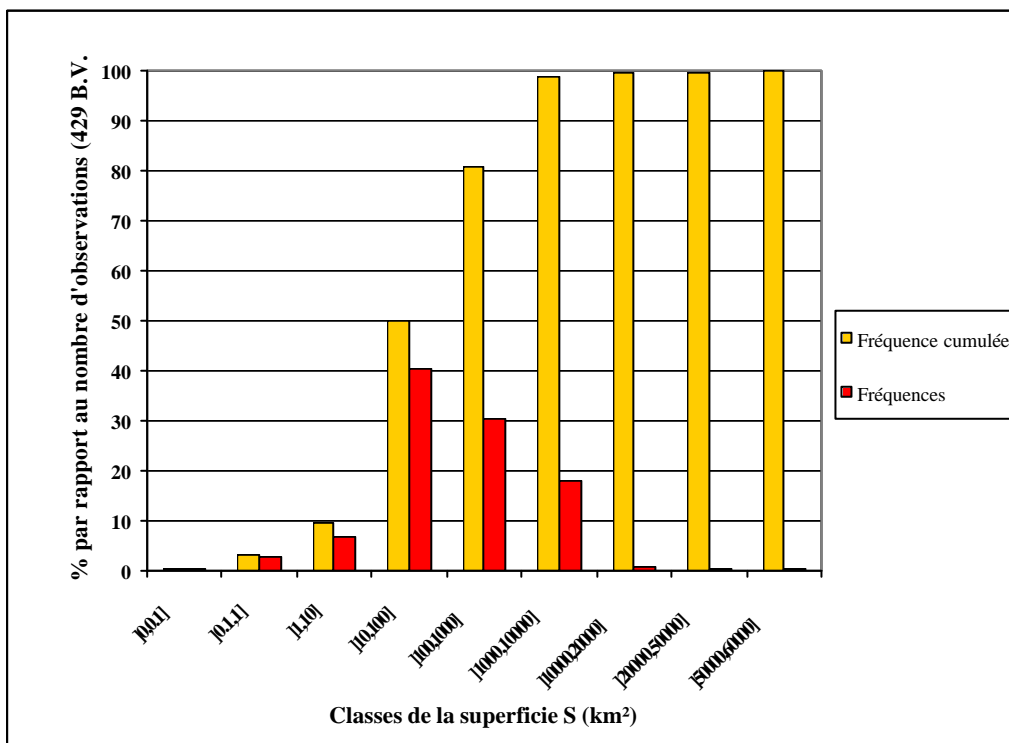


Figure 2 : Répartition de la pluie (P) sur l'échantillon de données (429 B.V)



**Figure 3 : Répartition du débit (Q) sur l'échantillon de données (429 B.V.)**



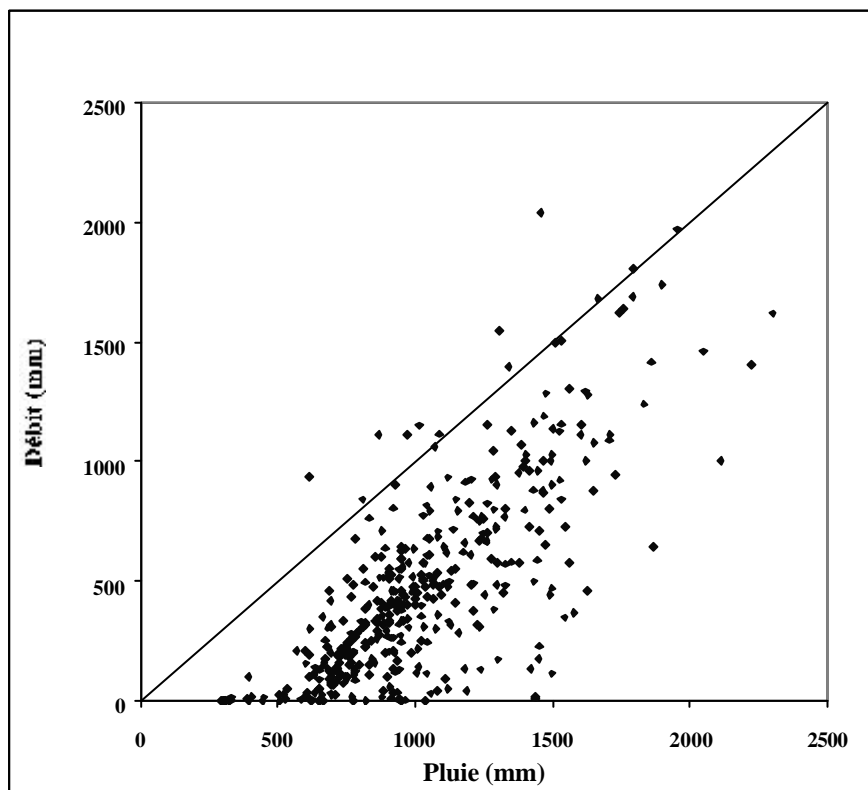
**Figure 4 : Répartition de la superficie (S)**

L'échantillon de 429 bassins versants adopté pour cette modélisation est très vaste. Il rassemble des bassins de différentes origines et représente des conditions climatologiques, hydrologiques et d'influences humaines assez différentes. Nous avons, d'une part, des conditions semi-arides en Australie ou dans le sud des Etats-Unis, avec des cours d'eau connaissant des débits seulement quelques jours dans l'année, et d'autre part tropicales humides dans le sud de la Côte-d'Ivoire ou le Nord de l'Australie. Les bassins français se caractérisent par une assez grande diversité climatique, avec des influences méditerranéennes ou continentales.

La taille des bassins versants varie sur une large gamme, de 0,1 à plus de 50000 km<sup>2</sup>. Les bassins versants les plus grands sont ceux de la Seine à Paris (43800 km<sup>2</sup>) et du São Francisco au barrage de Três Marias au Brésil (50600 km<sup>2</sup>). Cet échantillon reflète aussi une grande variété de comportements saisonniers. En effet, il existe des bassins avec des saisons pluvieuses et sèches très contrastées et aussi, des régimes assez uniformes tout au long de l'année tant au niveau de la pluie que du débit.

### I) 1.3.2. Critique des données

Nous avons reporté sur la Figure 5 la distribution des observations dans le plan (P,Q).



***Figure 5 : Représentation des 429 observations dans le plan (P,Q)***

Comme l'illustre la Figure 5, nous remarquons que pour quelques bassins, les valeurs des débits observés sont plus élevées que celles des pluies correspondantes. Cette situation paraît problématique pour la présente recherche en modélisation. Elle peut avoir plusieurs origines, parmi lesquelles une mauvaise définition des limites du bassin, une sous-estimation de la pluie de bassin, une surestimation des débits, des apports de nappe provenant de l'extérieur des limites topographiques des bassins (non-correspondance des bassins topographiques et hydro-géologiques) ou d'une nappe artésienne.

Rappelons que cette base de données a été utilisée par Perrin (2000), sans aucun '*traitement à priori*' lors de ses travaux de recherche. Il a réussi à proposer un modèle pluie-débit au pas de temps journalier, nommé GR4J, suite à une étude comparative de 38 modèles. Il a vérifié que l'enlèvement des bassins 'suspects' n'entraînait pas de changement significatif au niveau des classement des 38 modèles.

Si l'on procède, à titre d'exemple, à une élimination des bassins qui présentent des débits plus élevés que la pluie correspondante, c'est comme si nous jugions '*a priori*' que le système « bassin versant » est fermé avec seulement la pluie comme entrée et l'évapotranspiration comme sortie pour donner des débits à l'exutoire. Ainsi nous écartons sans fondement un éventuel apport ou perte autre que la pluie et l'évapotranspiration et nous forçons la modélisation à suivre les normes d'un système fermé. De plus, de nos jours, il n'existe pas encore de modèle entièrement physique qui permette d'expliquer tous les phénomènes régis lors de la transformation pluie-débit. Ainsi, les modèles présentés dans la bibliographie restent entachés d'incertitudes sur le fonctionnement du bassin versant. Le seul moyen permettant de juger un modèle est de le confronter à la réalité hydrologique, c'est à dire les données d'entrée et de sortie. D'où la nécessité de « **respecter** » les données *qui seules représentent d'une manière implicite le fonctionnement hydrologique d'un bassin versant*.

Nous verrons plus tard (Partie II) qu'à l'échelle de temps pluriannuelle, l'approche ainsi que la forme de la modélisation choisie est basée sur la forme globale du bilan hydrologique de l'eau :  $Q = P - ETR$ . Nous ne partons pas d'une idée a priori du fonctionnement physique, avec tous les détails possibles, du bassin versant. Nous partons seulement des données qui reflètent la réalité d'une manière implicite. La pluviométrie et l'évapotranspiration reflètent les phénomènes climatologiques. Le débit, mesuré à l'exutoire, révèle le fonctionnement hydrologique du bassin versant. La collecte de ces données est une tâche routinière effectuée par des techniciens hydrologues. Au stade de la recherche, nous devons subordonner les modèles possibles à l'ensemble des données existantes.



Comme nous l'avons déjà vu, au niveau de l'échantillon de données adopté dans la présente étude, nous avons pu détecter d'une manière visuelle une sortie de quelques observations du domaine de définition ( $Q > P$ ). Chaque observation qui déborde de ce domaine est relative à trois variables : la pluie (P), l'évapotranspiration (E) et le débit (Q). Ce comportement donc, pourra être dû à une surestimation ou sous-estimation de l'une ou l'autre de ces variables. Cependant, même pour les observations qui sont à l'intérieur du domaine de définition, une sous-estimation ou surestimation pourrait bien être présente mais demeure invisible. Par suite, l'élimination des seules observations pour lesquelles les erreurs conduisent à la sortie du domaine de définition est injustifiée. La seule méthode qui pourrait nous amener à écarter quelques observations est de pouvoir déterminer un seuil critique aux causes d'erreurs de données. Il faudrait alors, revenir aux dépouillement des données. Cette tâche est très lourde vu les origines variées des données, et nécessite un très grand travail qui dépasserait les limites de la présente thèse, sans certitude de résultat.

Nous pourrions faire appel aux techniques statistiques pour «corriger» les données. Or, ces techniques partent généralement d'une idée a priori de la nature de ces observations. Le fait de dire, par exemple, que tel échantillon de données suit une loi statistique déterminée, revient à forcer la réalité. Aussi, «corriger» les données, en utilisant une technique appropriée, c'est en d'autres termes soumettre les observations au crible d'un modèle et donc fonder le modèle recherché sur des données déjà modélisées qui peuvent ne pas refléter de manière indépendante la réalité hydrologique.

Nous verrons aussi plus tard (Partie II) que Turc (1954) a fondé un modèle pluie – débit au pas de temps pluriannuel en se basant sur un échantillon de 254 bassins versants. Ce jeu de données paraît plus cohérent que notre échantillon. Nous avons appliqué quelques modèles tirés de la bibliographie sur l'échantillon de Turc. Nous avons remarqué que même les modèles les plus simples paraissent relativement performants. Dans l'annexe 2, on compare les deux échantillons et l'on montre que la meilleure qualité apparente de l'échantillon ne contribue pas à améliorer la discrimination parmi les modèles.

Le seul moyen de procéder à une critique objective des données est de mettre au point une démarche qui soit indépendante de la démarche de modélisation et permette de tester les bassins et les données pour estimer leur validité. Cependant, il n'existe pas à l'heure actuelle de tels tests qui puissent être appliqués de façon systématique. Par manque d'outil rigoureux de 'traitement' des données et pour des raisons de cohérence entre les pas de temps, nous avons choisi de garder intactes les données des 429 bassins versants.

## I) 2. Méthodologie de modélisation

### I) 2.1. Choix de la variable cible

Généralement, le souci du modélisateur hydrologique est de mettre au point un outil, le plus simple possible, à efficacité donnée, permettant d'estimer des débits qui soient les plus proches possible des débits observés. Cet outil pourra être utilisé sur des bassins très différents tels que des bassins arides ou au contraire des bassins très arrosés. D'où l'intérêt de prendre en compte d'une façon équilibrée les différentes gammes de débits écoulés sans favoriser la qualité de reproduction des faibles valeurs ou bien celle des fortes valeurs.

Cependant, les résidus d'un modèle ne sont généralement pas homoscedastiques, c'est à dire que leur variance est dépendante de la valeur du débit. Nous assistons à des valeurs de variance élevées pour des débits élevés. Si nous portons le choix de la variable cible sur les débits ( $Q$ ) nous aurons tendance à privilégier les bassins à fort écoulement. D'où l'intérêt de procéder par une transformation sur la variable débit ( $Q$ ) dans le but de prendre en compte d'une façon relativement uniforme tous les ordres de grandeur des débits.

Nous pouvons aussi choisir comme variable cible le coefficient d'écoulement. Cette variable à tendance à prendre en compte les bassins humides et arides d'une façon équivalente. Or, lors des mesures, le débit ainsi que la pluviométrie sont entachées d'erreurs. En divisant le débit par la pluie, les erreurs relatives s'additionnent. Ainsi, le risque de biaiser les estimations est encore plus fort.

Nous pourrions songer à une transformation logarithmique sur les débits, auxquels on ajoute une constante faible pour éviter le problème des débits nuls. Cette transformation a été utilisée par exemple par Ambroise et al. (1995). Ainsi, nous nivelons les valeurs des débits, et les erreurs du modèle varient alors dans un même ordre de grandeur pour toutes les classes de débits.

Une transformation puissance des débits (transformation avec puissance 1/2) permet d'avoir le cas intermédiaire entre la transformation logarithmique et la solution de prendre Q sans transformation, sans biaiser les calculs (cas d'une transformation en coefficient d'écoulement). Chiew et al. (1993) ont utilisé une telle transformation en racine carrée. Un tel choix de transformation nous permet à la fois de réduire le caractère de non-homoscedasticité des résidus des modèles d'une part, et de garder une certaine cohérence avec les travaux de Perrin (2000) qui a utilisé et validé cette transformation dans son étude comparative. Par suite, c'est la variable « racine de Q » qui sera utilisée.

## I) 2.2. Choix de la fonction de critère

Il existe une bibliographie très riche présentant différentes formes de fonctions critères. Citons à titre d'exemple : le critère de Nash (Nash et Sutcliffe, 1970) ; Le critère de Fortin (Fortin et al., 1971) ; etc.... Notre choix de la forme de la fonction critère s'est porté sur le critère de Nash pour deux raisons principales:

- ✓ Une étude comparative entre différentes formes de critères a été effectuée par Servat et al. (1989) et a montré que le critère de Nash s'impose comme celui qui, globalement, permet d'accéder au meilleur calage.
- ✓ Lors de ses travaux de recherche au sein du Cemagref, Perrin (2000) a utilisé le même critère, après une étude comparative avec d'autres formes de fonctions critères, en vue d'une amélioration du modèle GR4J. Pour garder encore une fois une certaine cohérence entre les pas de temps (journalier, mensuel, annuel et pluriannuel), ce choix est conservé ici.

En effectuant la transformation choisie (racine de Q), le critère de Nash s'écrit comme suit :

$$F = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (\sqrt{Q_i} - \sqrt{\hat{Q}_i})^2}{\sum_{i=1}^N (\sqrt{Q_i} - \sqrt{\overline{Q}})^2} \quad (1.1)$$

- ✓  $N$  : Le nombre total de valeurs calculées et observées ;
- ✓  $Q$  : Lame d'eau écoulée observée ;
- ✓  $\hat{Q}$  : Lame d'eau écoulée estimée par le modèle ;
- ✓  $\overline{Q}$  : Moyenne sur  $N$  valeurs de la racine carrée des lames d'eau écoulées observées.

F prendra des valeurs allant de  $-\infty$  jusqu'à 1 ( $F \in ]-\infty, 1]$ ). Le modèle est considéré comme performant quand les débit estimés se rapprochent des débits observés, c'est à dire, quand F est proche de 1.

### I) 2.3. **Choix et description de la méthode d'optimisation : méthode 'pas à pas'**

L'optimisation des paramètres est un problème purement numérique, elle permet 'd'habiller' un modèle au travers de ces paramètres. Nous avons porté en annexe 1 une discussion sur les différentes méthodologies d'optimisation et leurs caractéristiques.

Dans le cas théorique (données synthétiques), les paramètres obtenus par une méthode globale permettent dans une majorité de cas un meilleur ajustement des sorties du modèle aux données de calage que les méthodes locales. Cependant cet avantage devient faible lorsque des données réelles sont utilisées. Avec une méthode globale, contrairement à une méthode locale, la stabilité des paramètres est moins garantie lorsque l'on change de période car on peut changer de région où se trouve l'optimum. Cette stabilité est primordiale si on passe à la régionalisation ou à l'explication des paramètres. Les raisons profondes des problèmes d'optimisation des paramètres semblent plutôt résider dans les maladresses ou les excès de paramétrisation et surtout dans l'inadéquation des formulations mathématiques des structures des modèles.

Rappelons que l'un des objectifs de la présente thèse est de voir l'évolution de la structure d'un modèle en passant d'un pas de temps à un autre. Il est alors indispensable de garder le même plan de travail en passant d'une échelle de temps à une autre. Au pas de temps journalier, Perrin (2000) a réussi à améliorer le modèle GR4J. La méthode 'pas à pas' a été choisie et évaluée.

Pour ces raisons, nous avons choisi d'adopter la même méthode de calage, soit la méthode locale dite 'pas à pas' dont nous présentons l'algorithme d'après les travaux de Perrin (2000) :

La méthode 'pas-à-pas' (Michel, 1989; Nascimento, 1995) a été développée à la Division Hydrologie du Cemagref d'Antony. La figure 6 illustre les étapes adoptées par l'algorithme. C'est une méthode locale qui opère une optimisation (maximisation ou minimisation) d'une fonction objectif choisie par l'utilisateur (indépendamment de la méthode). Nous adopterons dans ce travail une maximisation du critère de Nash-Sutcliffe (1970) calculé sur les racines carrées des débits, noté ici  $R^2$  (F dans paragraphe précédent).

Supposons que l'on ait à caler un vecteur  $x$  de paramètres ayant  $n$  composantes  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . On désire trouver le vecteur  $x^*$  qui maximise le critère  $R^2$  (F) dont la valeur dépend, par l'intermédiaire des débits calculés, des valeurs des paramètres  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

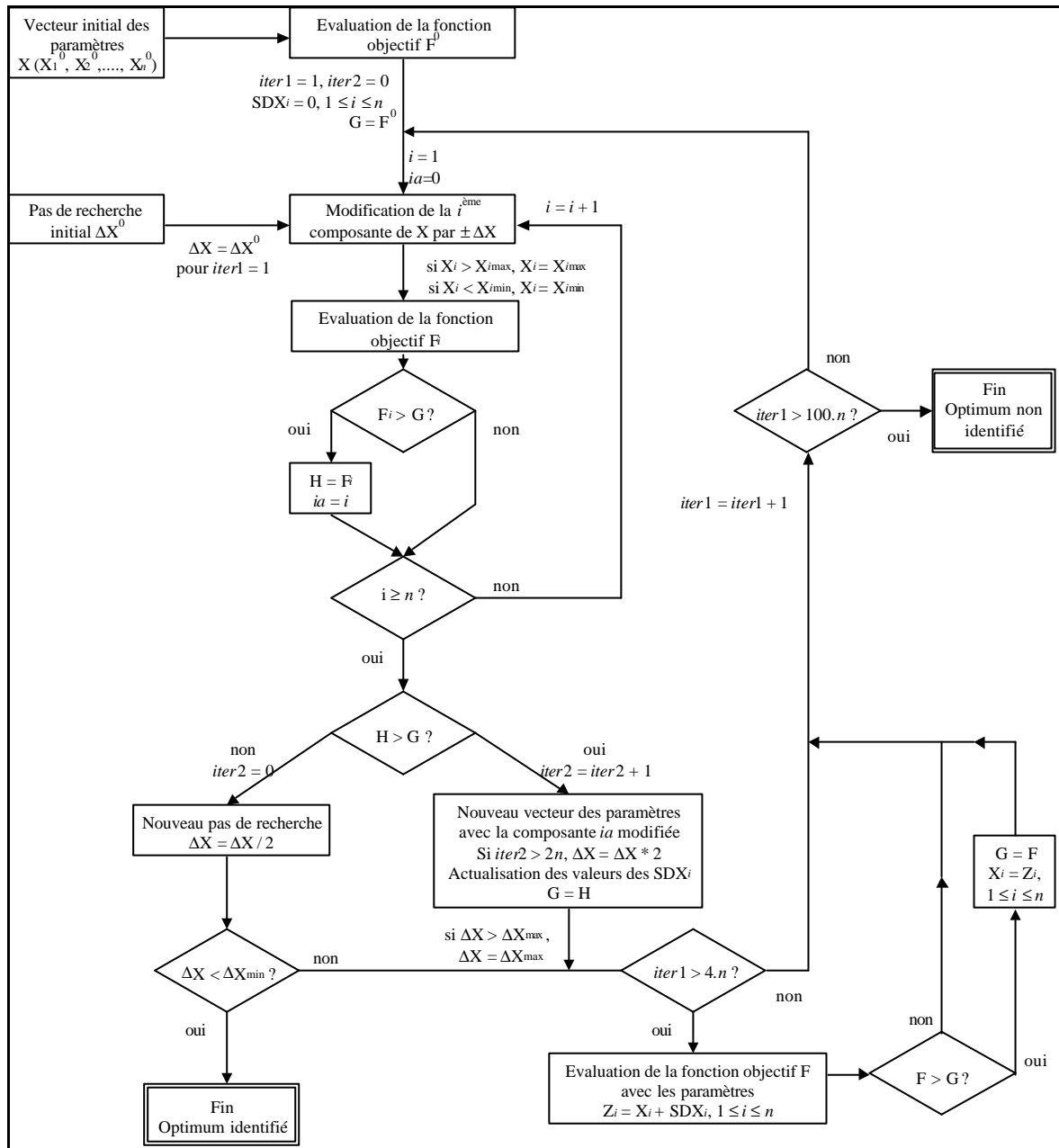


Figure 6 : Diagramme schématique de la méthode de calage 'pas-à-pas' (d'après Perrin, 2000)

Le processus d'optimisation est itératif. La méthode adopte une stratégie de déplacement, la plupart du temps, le long des axes de l'espace des paramètres, avec un pas de recherche pouvant varier d'une itération à l'autre. L'amplitude du pas de recherche étant ici la même pour tous les paramètres, des transformations mathématiques préalables (transformations logarithmiques ou puissance par exemple) peuvent être appliquées pour garantir des sensibilités grossièrement équivalentes à ce pas de recherche pour tous les paramètres. Ces transformations sur les paramètres sont choisies en tenant compte de la façon dont les paramètres interviennent dans le modèle, et sont propres à celui-ci. Elles permettent de considérer leur espace de définition comme présentant une équiprobabilité a priori.

La recherche démarre à partir d'un vecteur initial des paramètres  $x^0$ , de composantes  $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ . On calcule alors la valeur correspondante de la fonction objectif. On fait ensuite varier successivement chacune des valeurs des paramètres d'une déviation initiale  $\pm \Delta x_{ini}$  (ici on adopte  $\Delta x_{ini} = 0,64$ , ce qui revient à multiplier ou diviser par deux la valeur du paramètre lorsque la transformation est logarithmique). Lorsque la valeur du  $i^{\text{ème}}$  paramètre est modifiée, les deux vecteurs de paramètres testés sont donc  $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_i^0 + \Delta x_{ini}, \dots, x_n^0)$  et  $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_i^0 - \Delta x_{ini}, \dots, x_n^0)$ . A chaque fois la valeur de la fonction objectif correspondante est calculée.

Lorsque tous les paramètres ont été modifiés un à un, deux cas de figure peuvent se présenter:

- il y a une amélioration de la valeur de la fonction objectif pour un ou plusieurs des nouveaux vecteurs des paramètres. On retient dans ce cas le vecteur  $x^1$  qui correspond à la meilleure amélioration de la fonction. Ce vecteur, dont les composantes correspondent à celles du vecteur  $x^0$  sauf la composante  $i$  qui correspond à  $x_i^0 + \Delta x$  ou  $x_i^0 - \Delta x$ , devient le nouveau vecteur 'initial' de recherche. S'il y a  $2n$  améliorations successives de la fonction dans une même direction, le pas de recherche est alors multiplié par deux pour accélérer la recherche (dans la limite de  $\Delta x_{\max}$ , que l'on prendra ici égal à 2). La procédure peut également être affinée et/ou accélérée en utilisant, au delà de  $4n$  itérations de calcul, un pas de recherche correspondant à un lissage exponentiel sur les déplacements effectués aux itérations précédentes. Ceci a pour but d'accélérer et d'améliorer la recherche, en particulier dans le cas où il existe sur la surface de réponse une vallée qui ne soit pas dans la direction de l'axe de variation d'un des paramètres. Ce sont les seuls cas où la méthode adopte un déplacement non parallèle à l'un des axes de l'espace des paramètres.
- il n'y a amélioration de la valeur de la fonction critère pour aucune des modifications des paramètres. On affine alors la recherche en divisant le pas de recherche par deux, et on réitère les modifications des paramètres sur le même vecteur initial  $x^0$  avec ce nouveau pas de recherche.

A chaque itération, on vérifie que les valeurs des paramètres appartiennent au domaine des paramètres transformés possibles préalablement spécifié, ce domaine correspondant à une zone de sensibilité algébrique des paramètres définie a priori.

La procédure s'arrête lorsque la déviation minimale  $\Delta x_{\min}$  spécifiée sur les paramètres (ici, on adopte  $\Delta x_{\min} = 0,01$ ) n'apporte plus d'amélioration de la fonction critère. On a alors localisé l'optimum  $x^*$  (ou un optimum) avec une précision relative à la déviation minimale. Par sécurité, pour ne pas avoir des temps de calcul trop longs, la procédure se termine si le nombre d'itérations est supérieur à  $100n$  (cas que nous n'avons jamais rencontré). La méthode n'a alors pu localiser un optimum sur la surface de réponse.

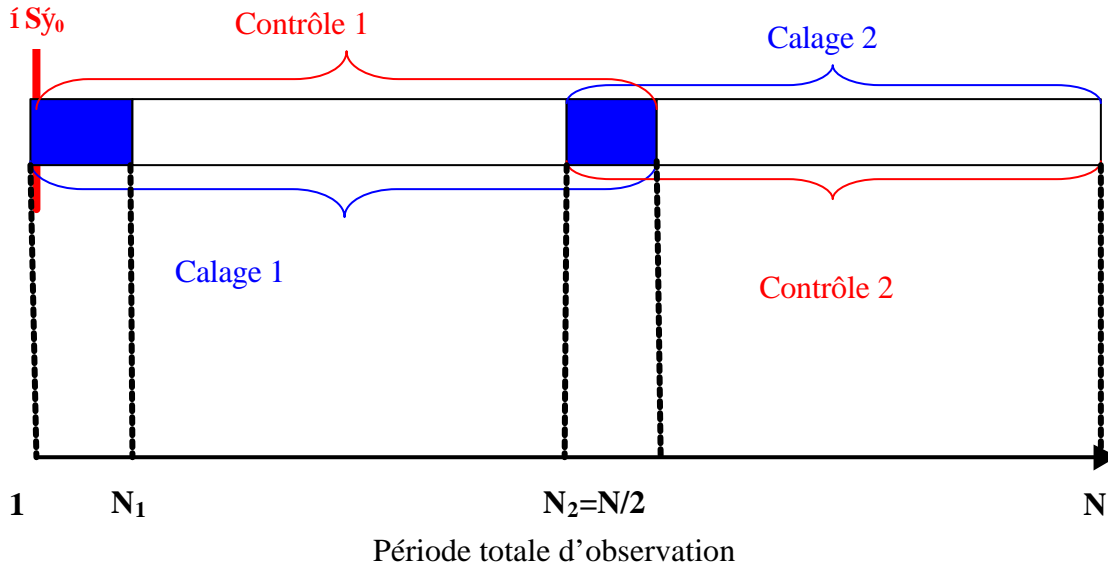
Nascimento(1995) a réalisé une évaluation de cette méthode en l'appliquant au modèle simple GR4J à quatre paramètres. Pour cela, il l'a comparée à des méthodes globales suivant la méthodologie de Duan *et al.* (1992) sur des données du bassin versant de l'Orgeval. Les résultats montrent que malgré l'existence de maxima locaux et de régions de l'hypersurface faiblement sensibles à la variation des paramètres, la méthode donne de bons résultats. Le faible nombre de paramètres du modèle GR4J et le bon degré d'indépendance entre eux permettent à la méthode 'pas-à-pas' d'avoir ce bon comportement. Même si les résultats ne concernent qu'un bassin, la méthode paraît fiable à plus de 90 %.

## **I) 2.4. Mise en œuvre et évaluation de la robustesse d'un modèle pluie-débit**

Un modèle pluie-débit est censé représenter la transformation de la pluie tombée sur le bassin versant en débit à son exutoire au cours d'un pas de temps désiré : journalier, mensuel, annuel, pluriannuel. Cette représentation se traduit par une écriture mathématique qui résume les phases de cette transformation. Une fois que le modèle est fondé, seule sa confrontation avec les données observées peut nous informer sur la robustesse du modèle ainsi que ses limites. Dans le cas de modèles à paramètres, ces mêmes observations doivent donc nous permettre d'identifier ces paramètres en s'ajustant aux données d'une part et nous informer sur sa performance d'autre part. Confronter le modèle à la 'réalité hydrologique' c'est donc tout simplement le mettre en œuvre pour le caler et tester sa performance.

### **I) 2.4.1. Comment évaluer la performance d'un modèle ? : évaluation uniquement au contrôle**

L'une des techniques les plus utilisées pour évaluer la robustesse d'un modèle dans des situations les plus proches possible de celles dans lesquelles il est censé fonctionner, est la technique du double échantillon. En d'autres termes, il s'agit d'évaluer s'il est opérationnel. Cependant, la puissance des tests proposés est plutôt modeste, et le non-rejet par le test peut être parfois considéré seulement comme une condition nécessaire plutôt que suffisante de la robustesse du modèle (Klemeš, 1986). Cette méthode nous permettra alors de tester l'adaptabilité des modèles quelle que soit leur complexité. Dans le cas où on disposerait d'observations se présentant comme des séries chronologiques (cas des pas de temps journalier, mensuel et annuel), il suffira de subdiviser la période d'observation de chaque bassin versant en sous-périodes avec calage sur une période et contrôle sur le reste des observations (voir Figure 7), tout en veillant à réserver une période de mise en route (présenté dans la Figure 7 en fond bleu). Nous répétons cette tâche de façon à caler successivement sur toutes les sous-périodes.



**Figure 7 : Présentation schématique de la technique du double échantillon**

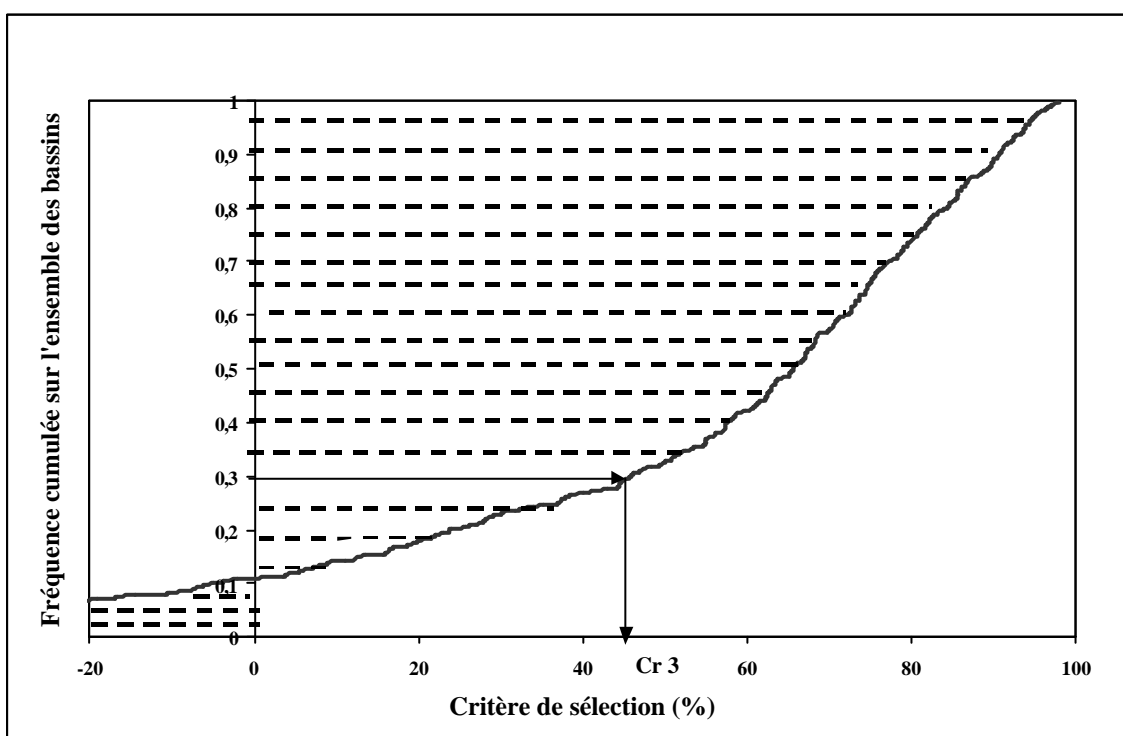
Pour chaque bassin versant, le «Nash» correspondra à la somme des carrés des écarts entre les valeurs observées et les valeurs calculées relatives au premier et au deuxième contrôle, par rapport à la somme des carrés des écarts entre la valeur observée et la moyenne observée sur toute la période d'observation (calage et contrôle). Il se traduit comme suit :

$$F = 1 - \frac{\sum_{i=N_1+1}^{N_2} (\sqrt{Q_i} - \sqrt{\hat{Q}_i})^2 + \sum_{i=N_2+1}^N (\sqrt{Q_i} - \sqrt{\hat{Q}_i})^2}{\sum_{i=N_1+1}^N (\sqrt{Q_i} - \sqrt{\bar{M}})^2} \quad (1.2)$$

- ✓  $N_1$  : la durée de mise en route ;
- ✓  $N_2$  : la fin de la première sous-période ;
- ✓  $N$  : la durée totale en mois de l'échantillon de données ;
- ✓  $\sqrt{\bar{M}}$  : est la moyenne des  $\sqrt{Q}$  sur la totalité des périodes;
- ✓  $Q$  : lame d'eau écoulée observée ;
- ✓  $\hat{Q}$  : lame d'eau calculée par le modèle ;
- ✓  $iS_y_0$  : état initial du système.



Etant donné le grand nombre de tests au calage et au contrôle, soit, pour un modèle utilisé, 858 calages et 858 contrôles et 429 valeurs de F, il était intéressant de pouvoir analyser statistiquement les résultats de performance de chaque modèle en résumant cette performance par un ou deux nombres. Nous avons choisi d'utiliser principalement le quantile (30%) des distributions des performances, noté Cr3 ainsi que la moyenne des valeurs de F. Ces distributions sont obtenues en classant les critères F du modèle en contrôle par ordre croissant et en construisant la distribution expérimentale correspondante (voir Figure 8). La valeur moyenne correspond à l'aire de la surface hachurée sur la Figure 8. Le quantile 0.3 ne représente qu'un seul point de la distribution. Il pourrait cependant avoir l'avantage d'éviter la prise en compte d'un comportement anarchique du critère dans le domaine des valeurs fortement négatives. Toutefois, compte tenu du caractère plus général de la valeur moyenne c'est cette valeur qui sera le plus souvent prise comme objectif unique en cas de conflit entre les deux critères. Cependant quelques incohérences peuvent subsister dans le texte du présent rapport, car l'attitude a varié au cours de la thèse quant au choix du « meilleur » critère, et tous les calculs n'ont pas été refaits dans le cas où l'enjeu ne semblait pas le justifier.



***Figure 8 : Exemple de distribution expérimentale des résultats d'un modèle, avec détermination du quantile 0,3 (Cr3)***

Cette méthodologie exige que les séries chronologiques des données de chaque bassin versant de l'échantillon adopté (429 bassins versants) soient suffisamment longues pour réserver une période de mise en route, une période de calage et une période de contrôle. Pour le cas du pas de temps mensuel, ce choix ne pose pas de problème. Cependant, pour le cas de l'échelle de temps annuelle, il existe quelques bassins où la longueur des séries chronologique n'a pas pu satisfaire cette contrainte. Bien que nous ayons essayé toujours de garder la totalité de l'échantillon de données pour assurer une bonne cohérence entre les différents pas de temps à traiter, nous avons été obligé d'éliminer quelques rares bassins.

En ce qui concerne le pas de temps pluriannuel, chaque bassin versant n'est plus représenté par une série chronologique mais, par un triplet (P,E,Q). Par suite, la technique présentée précédemment perd son sens. Cependant nous reviendrons plus tard, lors de traitement de la partie consacrée à la modélisation pluie-débit au pas de temps pluriannuel, à une éventuelle adaptation de cette technique aux spécificités de ce pas de temps.

#### **I) 2.4.2. Initialisation du système et période de mise en route**

La mise en œuvre d'un modèle pluie-débit, l'évaluation de sa performance ainsi que l'optimisation des paramètres nous oblige à partir d'un état initial du système (indiqué par  $\{S\}_0$  dans la Figure 7). Elle consiste à prédéfinir des valeurs initiales pour les paramètres du modèle avant de passer à la phase d'optimisation ou autrement dit avant sa confrontation à la réalité hydrologique observée (données). Dans le cas où le modèle comporte des réservoirs, cette phase d'initialisation consiste aussi à prédéfinir les niveaux initiaux de ceux-ci avant le calage. Dans une modélisation empirique ou conceptuelle, cette phase d'initialisation apparaît comme une nécessité 'physique' : *«on ne peut pas savoir où on va si on ne sait pas d'où on part »*.

Généralement cet état initial est défini de façon arbitraire par le modélisateur. Cependant, le choix d'un état initial peut influencer le jeu optimal de paramètres du modèle ainsi que sa performance. Pour remédier à cette contrainte, on choisit généralement une période de mise en route.

La période de mise en route est donc une solution au problème du choix arbitraire des niveaux initiaux des réservoirs au début de la période test. Elle consiste à ne prendre en compte que les résultats après une durée d'observation fixée au préalable. A titre d'exemple, Perrin (2000) a utilisé une période de mise en route de 1 an. Bouabdallah (1997) a fixé la période de mise en route à deux ans lors de l'élaboration de GR1A. Cependant, une année de mise en route équivaut à 365 observations au pas de temps journalier, 12 observations au pas de temps mensuel, une observation au pas de temps annuel et au pas de temps pluriannuel cette procédure perd son sens. Par suite, l'efficacité d'une période d'apprentissage fixée n'est pas la même en passant d'un pas de temps à un autre. ***Comment fixe-t-on donc un état initial dans notre travail de recherche et quelle période de mise en route doit-on prendre pour éviter des problèmes de mise en route ?***

En conclusion, rappelons que notre objectif est de fonder des modèles pluie-débit, conceptuels globaux, aux pas de temps pluriannuel, annuel et mensuel d'une part et chercher une éventuelle cohérence entre les différentes échelles de temps. L'approche qui sera suivie est une approche comparative sur deux axes : le premier est purement empirique, il se base sur une comparaison des structures existantes des modèles pour chaque pas de temps en question. Le deuxième se base sur la cohérence entre pas de temps en effectuant des aller-retours entre celles-ci d'une manière comparative. Il nous semble donc indispensable que la plate-forme de comparaison soit unique durant toute la démarche et pour toutes les échelles de temps traitées. Nous allons alors essayer de trouver des solutions pour les questions déjà posées en prenant en compte le facteur d'unicité de cette plate-forme de comparaison. Ces solutions seront présentées au fur et à mesure du traitement de chaque échelle temporelle en soulignant que malgré tout une adaptation de ces techniques de modélisation aux spécificités de chaque échelle semble souvent nécessaire.

## I) 3. Conclusion de la première partie

L'un des objectifs de la thèse est de garder la même plate-forme de comparaison pour traiter les trois échelles de temps dans ce travail de modélisation hydrologique, à savoir : pas de temps pluriannuel, annuel et mensuel jusqu'au pas de temps journalier déjà traité par Perrin (2000).

Nous avons bénéficié d'une base de données qui rassemble 429 bassins versants dont 307 bassins en France, 82 bassins américains (Etats-Unis), 26 bassins australiens, 10 autres de Côte d'Ivoire et 4 bassins brésiliens. Ils ont été utilisés dans différents programmes de recherche hydrologique. Toutes les dimensions des variables des observations (E, P et Q) sont uniformisées en millimètre par pas de temps (mensuel, annuel et pluriannuel) afin de faciliter l'étude comparative.

Quelques analyses préliminaires de l'échantillon des observations ont montré un comportement problématique d'un nombre limité de bassins. En effet, on assiste parfois à des valeurs de débit plus élevées que les pluies correspondantes. Ceci peut être imputé à une surestimation ou sous-estimation de ces variables ou encore à la différence entre la délimitation des bassins hydrogéologiques et topographiques ou encore à un apport ou perte non détectés. Nous avons choisi de garder la totalité de l'échantillon de données sans aucune sorte de traitement a priori, en l'absence d'outils rigoureux et systématiques de discrimination.

Pour des raisons de cohérence et d'efficacité, le choix de la 'technique de modélisation' sera unique pour tous les pas de temps à traiter : la variable cible est la racine des débits ; la méthode de calage est celle dite 'pas à pas' (Michel, 1989) ; l'évaluation de la performance repose sur la technique du double échantillon et le critère de performance sera celui présenté par Nash et Sutcliffe (1970).

Cependant, le fonctionnement d'un modèle exige la détermination d'un état initial du système qui reste purement arbitraire. Pour remédier à ce caractère arbitraire, on utilise généralement une période de mise en route durant laquelle les résultats ne sont pas pris en compte. Nous proposons des solutions pour échapper, à ce choix arbitraire qui consistent à adapter ces techniques à la spécificité de chaque échelle de temps traitée (mensuelle, annuelle et pluriannuelle). Elles seront présentées au cours du traitement de chaque pas de temps.

**Partie (II) Modélisation pluie-débit au pas de  
temps pluriannuel**

## II) 1. Introduction

Le souci de la modélisation pluie – débit est de mettre à la disposition des aménageurs ou bien des ingénieurs un outil «simple » qui permet l'estimation ou la prévision des débits pour une étude d'aménagement désirée (barrages, lacs, ponts, etc... ). Rappelons qu'au pas de temps pluriannuel, nous ne disposons pas de séries chronologiques et chaque bassin est représenté par une triplet unique (E, P, Q).

Cette partie présentera les travaux de modélisation pluie-débit au pas de temps pluriannuel. Elle présente une première approche de modélisation pluie-débit à cette échelle de temps suite à l'application de différents modèles pluie-débit, inspirés de ceux existant déjà dans la littérature hydrologique. Ce travail expose les résultats, les critiques et les conclusions qui en résultent. Pour ce faire, avant de présenter le jeu de modèles, tirés de la littérature, pour servir comme référence pour l'approche comparative, nous commençons par présenter les différentes formes de modèles pluie-débit fonctionnant à cette échelle de temps. Nous entamerons par la suite le travail de modélisation proprement dit.

## **II) 2. Forme générale d'un modèle pluie-débit au pas de temps pluriannuel : Limites physiques**

Généralement nous assistons à deux formes de modèles pluie – débit au pas de temps pluriannuel : une cartographie de la région en question ou bien une écriture mathématique utilisant des fonctions usuelles. Chaque forme de modèle adopte une approche modélisatrice appropriée. Nous proposons dans ce qui suit de présenter la forme que nous avons choisie ainsi que les limitations physiques.

### **II) 2.1. Différentes formes et approches de modélisation**

On trouve dans la littérature différentes approches de modélisation pluie – débit au pas de temps pluriannuel. Nous citons :

- ✓ L'approche d'expert (Gannett, 1912 ; Tryselius, 1971 ; Domokos et Sass, 1990) qui présente une cartographie de quelques régions ciblées. La carte obtenue reste la vision personnelle d'un expert. Son degré de confiance repose essentiellement sur le savoir encyclopédique et sur le bon sens hydrologique de l'auteur.
- ✓ L'approche empirique qui consiste à relier d'une façon empirique les caractéristiques extraites des chroniques de débits aux caractéristiques géomorphologiques, hydrologiques et climatologiques des bassins versants (Dingman, 1981 ; Liebscher, 1972 ; Cemagref, 1986 ; Bishop et Church, 1992 ; Chang et Watters, 1984 ; Herschy, 1998). Les modèles issus de cette approche sont présentés soit sous forme cartographique, soit sous forme mathématique simple.



- ✓ L'approche géostatistique qui se présente comme une interpolation de champ stochastiques, chaque champ étant une réalisation d'un phénomène aléatoire d'origine stochastique (Sauquet, 2000). Parmi les méthodes stochastiques, le krigeage qui ne nécessite qu'un seul champ d'observation est une technique d'interpolation basée sur la théorie des variables régionalisées (Matheron, 1965). Cette technique est fondée sur une hypothèse de stationnarité d'ordre 2 des données. Les résultats sont présentés sous forme de cartes pour des régions ciblées.
- ✓ L'approche par bilan : les éléments du bilan se décomposent en flux d'entrée (les précipitations liquides et solides) et en flux de sortie (pertes par infiltration profonde, retour à l'atmosphère par évaporation du sol et par transpiration des végétaux et débits). L'évapotranspiration potentielle (E) est une borne supérieure de l'évapotranspiration réelle (ETR) qui intervient directement dans le bilan en eau. A l'échelle pluriannuelle, ces modèles prennent une forme mathématique simple adaptable à chaque bassin versant.

## II) 2.2. Choix de l'approche de modélisation

### II) 2.2.1. Analyse adimensionnelle : (théorème de Vaschy-Buckingham)

A l'échelle de temps pluriannuelle, les modèles seront présentés selon une relation reliant les variables (Q), (P) et (E) [ $Q = f(P,E)$ ]. La dimension de ces variables est le millimètre par an (mm/an). Une écriture adimensionnelle nous permet de ramener la relation à une fonction d'une seule variable. Ainsi, il sera plus facile de comparer les modèles et de visualiser leurs limites physiques. Pour ce faire, nous faisons appel au théorème de Vaschy-Buckingham, nommé aussi théorème des  $\pi$ .

### II) 2.2.2. Enoncé du théorème de Vaschy-Buckingham (ou théorème des p) :

Le théorème de Vaschy-Buckingham permet de relier le nombre de variables, le nombre d'unités fondamentales et le nombre de variables adimensionnelles suffisant pour exprimer toute relation physique entre ces variables.

Ce théorème s'énonce : « *Une relation entre (n) grandeurs avec (k) unités fondamentales s'écrit sous la forme d'une relation entre (n-k) produits sans dimension* ».

En appliquant ce théorème, nous pouvons réécrire les modèles pluie – débit au pas de temps pluriannuel comme des relations entre deux produits sans dimension. Les produits sans dimension peuvent être, entre autres :

✓ {P/E et Q/E} : Le modèle prendra la forme

$$\frac{Q}{E} = f\left(\frac{P}{E}\right)$$

✓ {P/E et Q/P} : Dans ce cas, le modèle prendra la forme

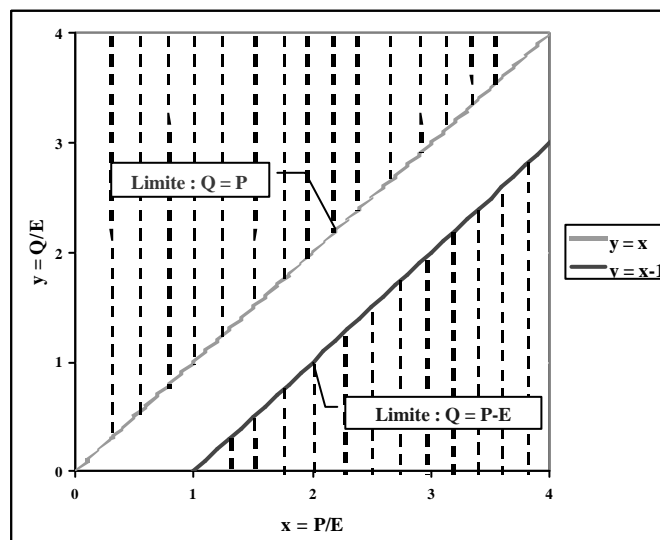
$$\frac{Q}{P} = f\left(\frac{P}{E}\right)$$

Les deux formes de l'écriture adimensionnelle des modèles sont mathématiquement équivalentes. Nous proposons de déterminer dans ce paragraphe le domaine de définition en prenant comme appui les caractéristiques physiques des variables Q, P et E :

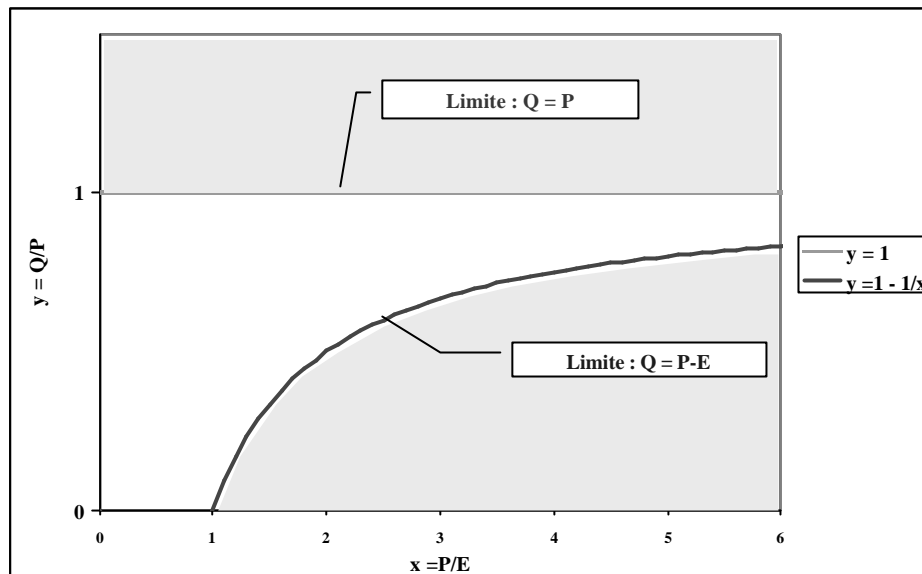
- ✓ Les trois variables prennent des valeurs supérieures ou égales à zéro. D'où la présentation des modèles dans la partie du plan représentée par ( $x \geq 0$  et  $y \geq 0$ ).
- ✓ En l'absence d'apport extérieur, le débit Q doit être inférieur à la pluie correspondante P :  $Q \leq P$
- ✓ Pour estimer le débit d'un bassin versant, on ne pourra jamais retrancher de la pluie plus que l'évapotranspiration potentielle (ETP). En effet, la valeur de l'ETP représente une limite maximale de l'évapotranspiration réelle (ETR) :  $Q \leq P - E$  (en l'absence de perte souterraines)

### II) 2.2.2. (a) Domaine de définition

Nous projetons dans les figures 9 et 10 le domaine de définition des modèles pluie – débit au pas de temps pluriannuel respectivement pour les des deux formes d'écriture adimensionnelle.



**Figure 9 : : Domaine de définition [(Q/E = f(P/E)]**



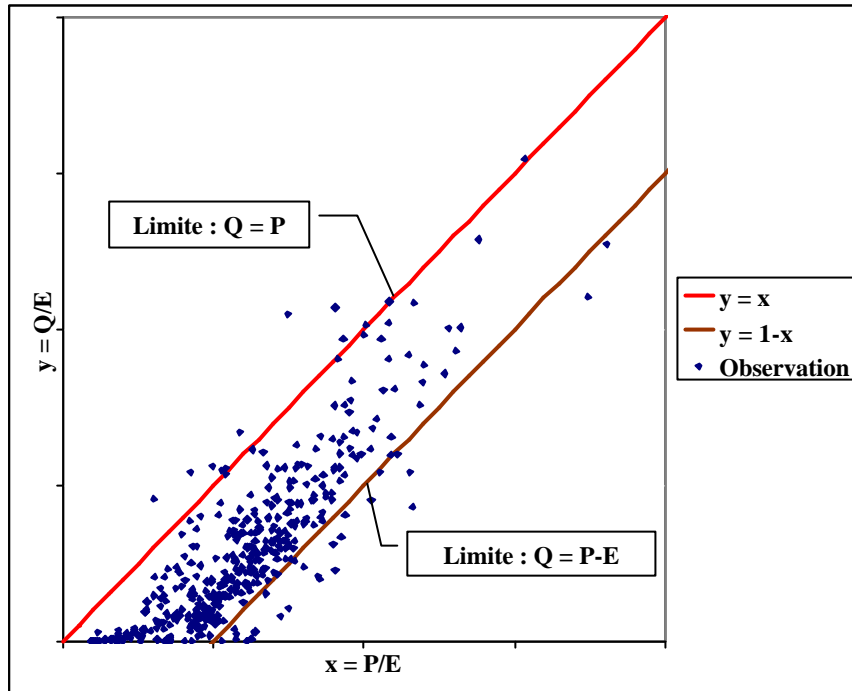
**Figure 10 : Domaine de définition [ $Q/P = f(P/E)$ ]**

Le domaine de définition des modèles est représenté dans les figures 9 et 10 par la surface sans trame ou non hachurée, limitée par les limites relatives à  $(Q = P)$  ;  $(Q = P - E)$ ,  $(Q \geq 0)$  et  $(P \geq 0)$ .

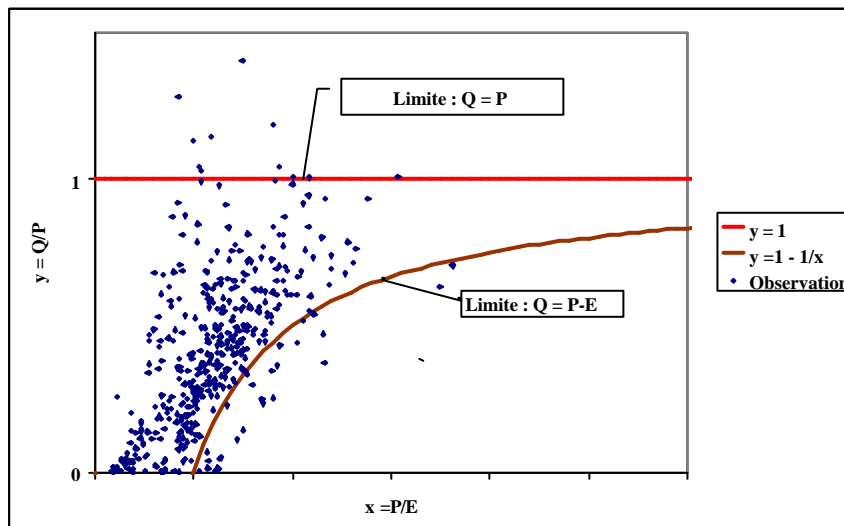
Les deux formes adimensionnelles présentées sont mathématiquement équivalentes. Cependant, Le comportement à l'origine n'est pas le même. En effet, pour le plan adimensionnel  $(x = P/E, y = Q/E)$  quand  $(P)$  prend des valeurs faibles (c'est à dire  $x$  tend vers 0), le débit aussi tend vers 0. Ainsi, les observations dans ce cas se concentrent aux alentours de l'origine. Pour la deuxième forme adimensionnelle  $(x = P/E, y = Q/P)$  le même cas ne se présente pas nécessairement. En effet, quand  $P$  est faible ( $x$  tend vers 0)  $y$  ne l'est pas forcément puisque  $y$  est un coefficient d'écoulement  $(Q/P)$ . Ainsi, les observations, dans ce cas s'étalent sur le segment de droite  $\{x = 0; y \in [0,1]\}$  (figures 8 et 9). Nous avons choisi par la suite d'adopter dans le chapitre suivant cette deuxième forme d'écriture adimensionnelle,  $(y = Q/P, x = P/E)$ .

**II) 2.2.2. (b) Place de l'échantillon de données dans le domaine de définition**

Nous présentons (Figure 11 et Figure 12) sur le même graphique le nuage d'observations dans les deux plans (x, y) ainsi que les domaines de définition déjà définis.



**Figure 11 : Echantillon des observations sur le plan (P/E, Q/E)**



**Figure 12 : Echantillon des observations sur le plan (P/E, Q/P)**

En observant la Figure 11 et la Figure 12, nous remarquons que l'échantillon des observations (429 bassins versants) dépasse le domaine de définition des modèles au pas de temps pluriannuel. En effet, nous constatons, d'une part, qu'il existe des observations dont le débit ( $Q$ ) est plus élevé que la pluie ( $P$ ) correspondante, et d'autre part, que pour des pluviométries élevées, une perte plus forte que l'évapotranspiration potentielle est retranchée de celle-ci. Cependant, ce deuxième cas ( $Q < P - E$ ) peut se présenter dans la nature surtout quand il s'agit d'un bassin de dimensions réduites, car une partie de l'infiltration suite à une pluie, peut passer en dessous de la station de jaugeage et ne pas être mesurée. Étant donné que le problème a été discuté dans la partie précédente, nous avons essayé d'aborder ce sujet de 'données suspectes' et de limites mathématique sous un angle 'philosophique' présenté en annexe 3.

En conclusion, à l'échelle de temps pluriannuelle, le modèle prendra une forme mathématique simple qui se présente comme une fonction ( $Q$ ) de deux variables : la pluie  $P$  et l'évapotranspiration potentielle  $E$  exprimées en millimètres par an. L'analyse adimensionnelle de cette forme de modélisation, en faisant appel au théorème de Vaschy-Buckingham, nous a permis de représenter les deux limites physiques dans le plan adimensionnel de ces variables. La première se traduit par l'équation ( $Q = P$ ), qui suppose qu'au maximum, le débit est égal à la totalité de la pluie tombée. La deuxième est représentée par l'équation ( $Q = P - E$ ), qui suppose qu'au maximum on ne pourra retrancher plus que la totalité de l'évapotranspiration potentielle de la pluie pour avoir le débit écoulé.

L'échantillon de données adopté présente des observations qui ne respectent pas ces deux limites. Les éliminer en s'appuyant seulement sur l'aspect visuel condamne la modélisation à admettre l'hypothèse qu'un bassin versant est un système fermé, ce qui est en soi une idée à vérifier. Nous avons alors choisi de garder intacte la base de données sans aucun traitement a priori.

## II) 3. Modélisation pluie-débit à l'échelle de temps pluriannuelle

L'objectif principal de ce chapitre est de proposer le meilleur modèle pluie – débit au pas de temps pluriannuel. Pour ce faire nous allons commencer par étudier des modèles proposés dans la littérature, par ordre chronologique de leur publication. Ensuite, nous procéderons à une étude comparative de ces modèles en passant par l'analyse adimensionnelle dans le plan ( $x = P/E$ ,  $y = Q/P$ ) Cette étude comparative nous conduira éventuellement à une amélioration ou une reformulation d'un modèle.

### II) 3.1. Les modèles existants

#### II) 3.1.1. Modèle de Schreiber (1904)

Schreiber en 1904 a proposé un modèle qui permet de calculer l'évapotranspiration réelle à partir de la pluviométrie et de l'évapotranspiration potentielle (E) au pas de temps interannuel en faisant appel à la fonction exponentielle (Schreiber, 1904). Ce modèle s'écrit comme suit :

$$ETR = P \left( 1 - \exp \left( -\frac{E}{P} \right) \right) \quad (2.1)$$

En introduisant cette formule dans l'équation du bilan hydrologique de l'eau ( $Q = P - ETR$ ), on trouve :

$$Q = P \exp \left( -\frac{E}{P} \right) \quad (2.2)$$

Nous retrouvons cette forme dans le modèle Vandewiele (1991) (Annexe 4).

Écriture adimensionnelle : ( $x = P/E$ ,  $y = Q/P$ )

$$y = \exp \left( -\frac{1}{x} \right) \quad (2.3)$$

### II) 3.1.2. Modèle d'Ol'dekop ( 1911)

Le modèle proposé en 1911 par Ol'dekop est un modèle sans paramètres. Il utilise une des fonctions mathématiques usuelles, la fonction «tangente hyperbolique » (Bhaskar, 1999). Il s'écrit sous la forme suivante :

$$Q = P - E \tanh\left(\frac{P}{E}\right) \quad (2.4)$$

Une forme plus générale de ce modèle a été proposée dans le but de détecter un éventuel changement dans l'écoulement annuel de bassins australiens (Chiew & Mc Mahon, 1992)

Ecriture adimensionnelle : ( $x = P/E$ ,  $y = Q/P$ )

$$y = 1 - \frac{1}{x} \tanh(x) \quad (2.5)$$

### II) 3.1.3. Modèle de Turc (1954)

Turc avait adopté comme point de départ l'équation du bilan hydrologique ( Turc, 1954). En effet, si les moyennes sont calculées pour une période suffisamment longue (pas de temps pluriannuel), la variation de rétention de l'eau dans le bassin est en général négligeable par rapport aux autres termes du bilan. Par suite, la quantité d'eau apportée par les précipitations est égale à celle qui s'est écoulée à l'exutoire du bassin augmentée de celle qui s'est évaporée, ce qui s'écrit :

$$P = Q + ETR \quad (2.6)$$

L'équation (2.6) permet alors, lorsque deux termes du bilan sont connus, de calculer le troisième. L. Turc a rassemblé un échantillon de 254 bassins de caractéristiques hydro-climatiques assez variables. Ces bassins pour lesquels les valeurs de P de Q et de la température (t) sont relativement bien connues appartiennent à différentes parties du globe : Europe, Afrique, Amérique, Java. En essayant de relier ces valeurs, Turc a établi la formule suivante :

$$\begin{cases} ETR = \frac{P}{\sqrt{0,9 + \left(\frac{P}{L(t)}\right)^2}} & \text{si } \left(\frac{P}{L}\right)^2 > 0,1 \\ ETR = P & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.7)$$

avec

✓ t : température (°C)

✓  $L(t) = 300 + 25t + 0,05t^3$

(L) peut être considérée comme une estimation de l'évapotranspiration potentielle. Dans notre cas, l'évapotranspiration potentielle est déjà acquise, et il est inutile de la recalculer en fonction de la température. Nous remplaçons donc L par E. L'équation (2.7) prend alors la forme suivante :

$$\begin{cases} ETR = \frac{P}{\sqrt{0,9 + \left(\frac{P}{E}\right)^2}} & \text{si } \left(\frac{P}{E}\right)^2 > 0,1 \\ ETR = P & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.8)$$

En introduisant l'équation (2.8) dans l'équation du bilan hydrologique, nous aboutissons à la forme du modèle adopté, soit :

$$\begin{cases} Q = P - \frac{P}{\sqrt{0,9 + \left(\frac{P}{E}\right)^2}} & \text{si } \left(\frac{P}{E}\right)^2 > 0,1 \\ Q = 0; & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.9)$$

Nous avons aussi trouvé une autre version du modèle de Turc proposée par Pike (1964). Elle consiste à remplacer la constante 0,9 par 1. Cette forme nous paraît relativement plus simple et elle été plus efficace sur notre échantillon de données (voir annexe 2). Nous proposons alors de garder cette forme, qui a l'avantage de ne pas présenter de seuil :

$$Q = P - \frac{P}{\sqrt{1 + \left(\frac{P}{E}\right)^2}} \quad (2.10)$$

écriture adimensionnelle de la formule de Turc-Pike : ( $x = P/ETP$ ,  $y = Q/P$ )

$$y = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}} \quad (2.11)$$



### II) 3.1.4. Modèle de Tixeront (1963)

L'idée de base adoptée par Tixeront (1963) en proposant son modèle est l'existence d'une certaine corrélation entre la pluviosité moyenne annuelle et le ruissellement moyen annuel, ces éléments étant relatifs à d'assez longues périodes d'observation, une trentaine d'années par exemple (pas de temps pluriannuel). Il estime que ces corrélations existent quand on a affaire à des bassins aux sols normalement constitués, ni trop perméables (terrains karstiques ou dunaires), ni trop squelettiques (zones trop arides en particulier). Par suite, il a cherché en Tunisie une relation simple permettant, pour des bassins 'normaux', d'estimer l'écoulement annuel moyen à partir des données pluviométriques et de l'évapotranspiration potentielle. Cette relation se traduit sous la forme suivante, où  $q$  est un paramètre fixe du modèle :

$$Q = (P^q + E^q)^{1/q} - E \quad (2.12)$$

Le paramètre  $q$  a été trouvé égal à 3 en Afrique du Nord et dans certains pays méditerranéens du Proche Orient. Il a été trouvé compris entre 4 et 5 dans un bassin du Tanganyka, sous régime de saison pluvieuse chaude. Nous commencerons par tester la valeurs de  $q$  égale à 2 tous en essayant plu tard de détecter le meilleur exposant.

Écriture adimensionnelle : ( $x = P/E$ ,  $y = O/P$ )

$$y = \left(1 + \frac{1}{x^q}\right)^{1/q} - \frac{1}{x} \quad (2.13)$$

### II) 3.1.5. Modèle SCS « Soil Conservation Service »

Le modèle SCS a été élaboré aux Etats Unis par le service de conservation des sols. Il a été, et est encore, largement utilisé par les administrations spécialisées dans l'aménagement et la gestion du territoire. Ce modèle a été conçu pour traiter un événement de crue. Nous nous proposons ici de l'étendre sur une durée indéfinie. Selon ce modèle, le débit ( $Q$ ) se déduit de la précipitation par :

$$Q = \frac{(P - 0,2S)^2}{P + 0,8S} \quad (2.14)$$

où  $S$  est l'unique paramètre du modèle

Compte tenu de l'abandon du contexte événementiel, on ne peut plus donner à cette formule la justification qu'elle a reçue lors de son développement. Nous nous sommes inspirés de l'équation (2.14) pour proposer un modèle au pas de temps pluriannuel. L'idée de base est d'explicitier le paramètre (S) en fonction de (E). Tout d'abord, nous avons réécrit l'équation (2.14) en faisant appel à la division euclidienne comme suit :

$$Q \cong \underbrace{P - 1,2S}_1 + \underbrace{\frac{S^2}{P + 0,8S}}_2 \quad (2.15)$$

$$Q \cong \underbrace{P - 1,2S}_1 + \underbrace{\frac{S^2}{P} - 0,8 \frac{S^3}{P^2}}_2 \dots \quad (2.16)$$

Quand S/P est petit, la deuxième partie de l'équation (2.15) ou (2.16) est négligeable devant la première. La première partie nous renvoie à l'équation globale du bilan hydrologique de l'eau. En d'autres termes, pour avoir le débit, il faut retrancher au maximum (1,2S). Par suite, ce terme est équivalent à l'évapotranspiration potentielle (E). En posant  $E = 1,2S$ , l'équation (2.14) prendra la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = \frac{\left(P - \frac{E}{6}\right)^2}{P + \frac{2}{3}E} \quad \text{si } P > \frac{E}{6} \\ Q = 0 \quad \text{si } P < \frac{E}{6} \end{array} \right. \quad (2.17)$$

Écriture adimensionnelle : ( $x = P/E$ ,  $y = Q/P$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{\left(1 - \frac{1}{6x}\right)^2}{1 + \frac{2}{3x}} \quad \text{si } x > \frac{1}{6} \\ y = 0 \quad \text{si } x \leq \frac{1}{6} \end{array} \right. \quad (2.18)$$

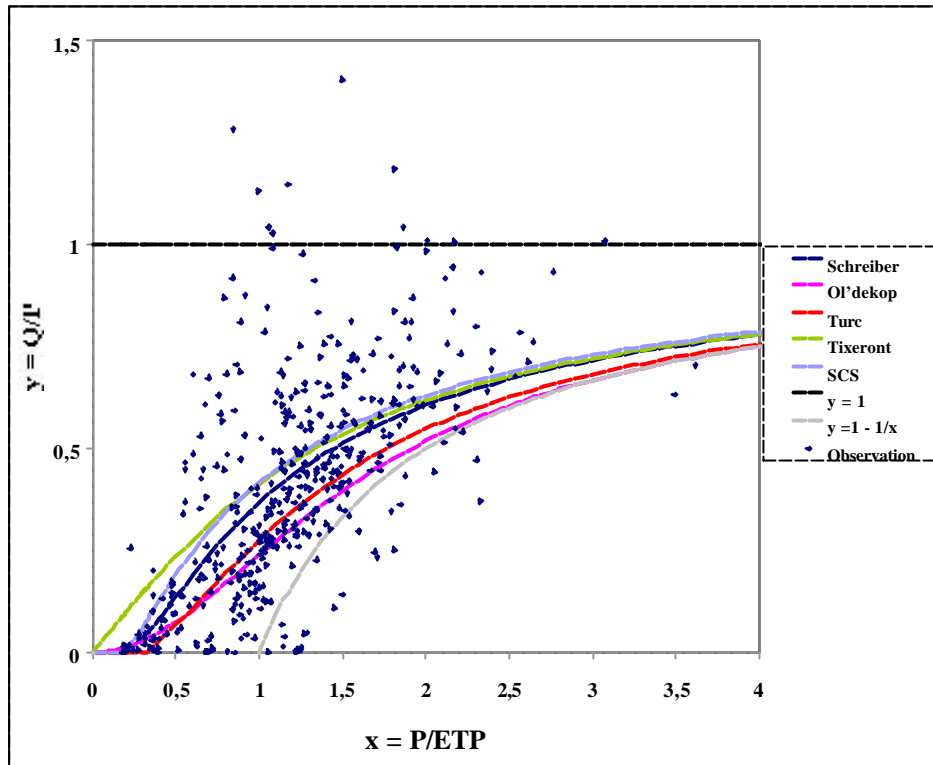
## II) 3.2. Etude du comportement aux limites des différents modèles

Dans ce paragraphe, nous proposons une étude mathématique, illustrée par un graphique, des cinq équations relatives aux cinq modèles présentés. Un récapitulatif des caractéristiques mathématiques de ces équations est donné dans le Tableau 3.

**Tableau 3 : Etude et analyse adimensionnelle des modèles**

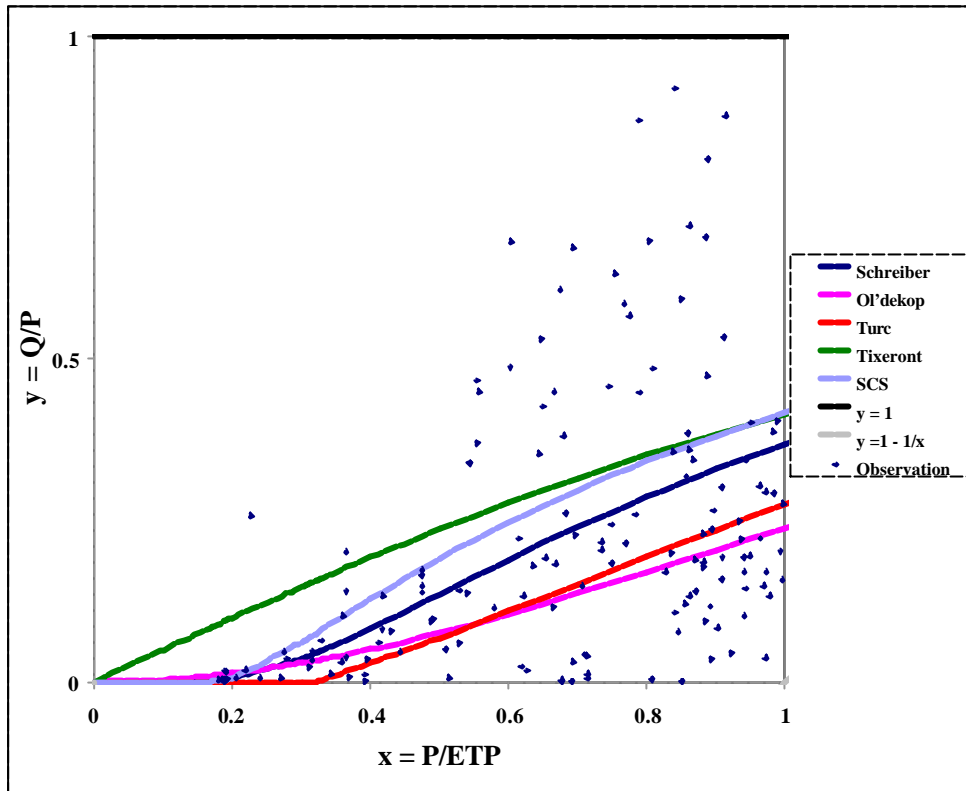
Modèles		Analyse adimensionnelle		
		Ecriture Adimensionnelle	Comportement à l'infini <sup>1</sup>	Comportement au voisinage de zéro
Schreiber	$Q = P \exp\left(\frac{-E}{P}\right)$	$y = \exp\left(-\frac{1}{x}\right)$	$y \approx 1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{6x^3} \dots$ <small>V.Schreiber</small>	$y = \exp\left(-\frac{1}{x}\right)$
Ol'dekop	$Q = P - E \tanh\left(\frac{P}{E}\right)$	$y = 1 - \frac{1}{x} \tanh(x)$	$y \approx 1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{xe^{2x}} - \frac{2}{xe^{4x}} \dots$ <small>V.Ol'dekop</small>	$y \approx \frac{x^2}{3}$
Turc	$Q = P - \frac{P}{\sqrt{1 + \left(\frac{P}{E}\right)^2}}$	$y = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$	$y \approx 1 - \frac{1}{x} + \frac{0.5}{x^3} + \dots$ <small>VTurc</small>	$y = \frac{x^2}{2}$
Tixeront	$Q = (P^2 + E^2)^{1/2} - E$	$y = \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{1/2} - \frac{1}{x}$	$y \approx 1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} \dots$ <small>V.Tixeront</small>	$y \approx \frac{x}{2}$
SCS	$\begin{cases} Q = \frac{(P-E)^2}{P + \frac{2}{3}E}; P > E/6 \\ Q = 0; P \leq E/6 \end{cases}$	$\begin{cases} y = \frac{\left(1 - \frac{1}{6x}\right)^2}{1 + \frac{2}{3x}}; x > 1/6 \\ y = 0; x \leq 1/6 \end{cases}$	$y \approx 1 - \frac{1}{x} + \frac{25}{36x^2}$ <small>V.SCS</small>	$y = 0$

<sup>1</sup> La lettre (V) suivie du nom du modèle indique l'écart qui le sépare de la limite inférieure du domaine de définition ( $y = 1 - 1/x$ ). A titre d'exemple, V.SCS est équivalente à  $25/36x^2$  quand  $x$  tend vers l'infini.

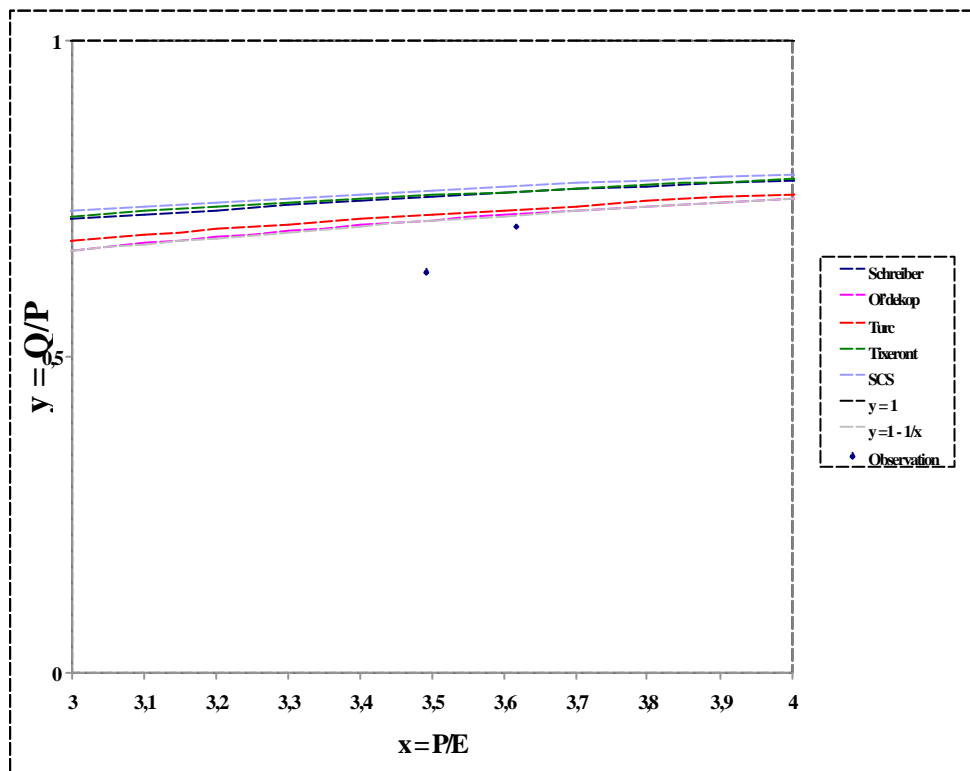


**Figure 13 : Représentation graphique des modèles dans le plan adimensionnel ( $x = P/ETP$ ,  $y = Q/P$ )**

La Figure 13 marque bien une certaine similitude entre les cinq modèles. En effet, ils respectent tous le domaine de définition représenté par ( $y = 1$ ) et ( $y = 1 - 1/x$ ) soit respectivement ( $Q = P$ ) et ( $Q = P - E$ ). Ce qui différencie un modèle de l'autre c'est le comportement à l'origine et à l'infini. En d'autres termes, c'est le décollage de l'origine et la convergence vers la bordure inférieure ( $y = 1 - 1/x$ ) qui diffèrent d'un modèle à l'autre. Pour bien visualiser ce comportement, nous avons agrandi chaque comportement dans une figure à part (Figure 14 et Figure 15).



**Figure 14 : Comportement des modèles au voisinage de zéro**



**Figure 15 : Comportement des modèles à « l'infini »**

En observant la Figure 14, nous remarquons que le modèle de Turc reste parfaitement collé à l'axe des (x), suivi par le modèle d'Ol'dekop. Ceci se traduit par le fait que Turc considère que le débit est nul pour ( $P/E > 0,316$ ). Quant au modèle de Tixeront, il décolle d'une façon brutale et reste, par suite, sensible même pour des bassins à faible pluviométrie ou à forte évapotranspiration potentielle (bassins arides ou semi-arides). Quant au modèle SCS, au voisinage de zéro, il se comporte de la même façon que celui de Turc, puisque les débits sont supposés nuls quand la valeur de  $P/E$  est inférieure à  $1/6$  [soit environ  $0,167$  ce qui représente un seuil moins élevé par rapport à celui du modèle de Turc]. Enfin, le modèle de Schreiber représente une fonction qui décolle d'une très façon très lente de l'axe des (x), grâce à la fonction exponentielle.

En ce qui concerne le comportement à l'infini (Figure 15), les modèles qui atteignent le plus lentement la bordure inférieure ( $y = 1 - 1/x$ ) sont successivement : le modèle SCS, puis les modèles de Tixeront, de Schreiber et de Turc et enfin celui de Ol'dekop qui colle très tôt à cette limite.

### II) 3.3. Proposition d'un modèle supplémentaire dénommé 'en S'

En observant la Figure 13, nous remarquons que les courbes relatives aux modèles choisis prennent la forme de « S » sauf le cas de celle de Tixeront qui décolle brutalement de l'axe des abscisses. Nous avons songé alors à proposer la forme la plus simple des courbes en « S », soit :

$$y = \frac{1}{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \quad (2.19)$$

En remplaçant de part et d'autre (x) par ( $P/E$ ) et (y) par ( $Q/P$ ), le modèle s'écrit :

$$Q = \frac{P}{1 + \frac{E}{P} + \left(\frac{E}{P}\right)^2} \quad (2.20)$$

Ce modèle est de la même famille que celui du «SCS ». Il est également voisin, pour x grand, du modèle de Schreiber qui s'écrit :<sup>2</sup>

$$y = \frac{1}{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + \dots + \frac{1}{n!x^n} + \dots} \quad (2.21)$$

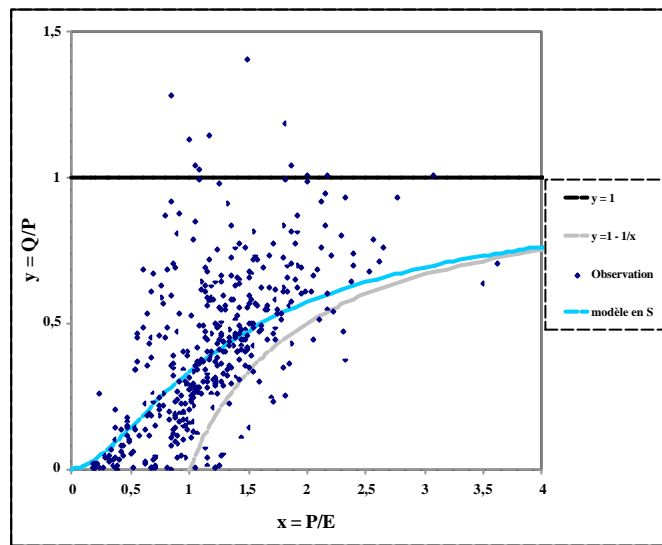
---

<sup>2</sup> Il s'agit du développement limité d'ordre (n) de la forme  $y = \exp\left(-\frac{1}{x}\right)$  qui est la forme adimensionnelle du modèle de Schreiber

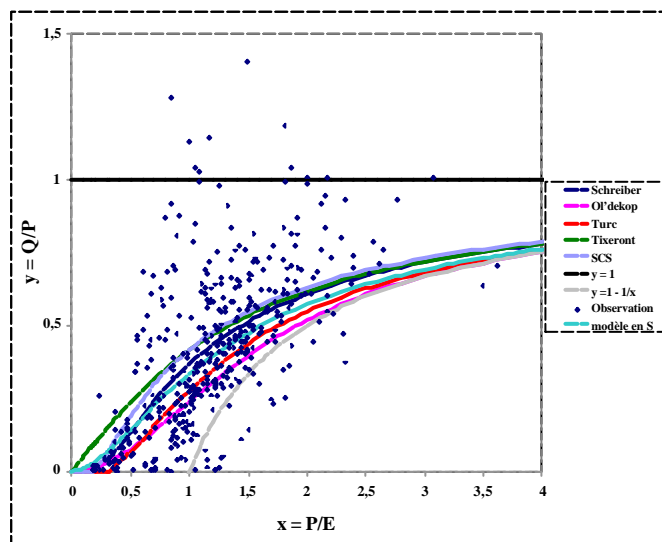
Nous récapitulons dans le Tableau 4 les caractéristiques de ce modèle, et nous dessinons sur les figures suivantes le comportement de celui ci avec les observations de notre échantillon. (Figure 16 et Figure 17)

**Tableau 4 : Caractéristiques du modèle 'en S'**

Modèle 'en S'	Analyse adimensionnelle		
	Ecriture adimensionnelle	Comportement à l'infini	Comportement au voisinage de zéro
$Q = \frac{P}{1 + \frac{E}{P} + \left(\frac{E}{P}\right)^2}$	$y = \frac{1}{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}$	$y = 1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^6} \dots$	$y \approx x^2$



**Figure 16 : Comportement du modèle en « S » avec l'échantillon de données dans le plan adimensionnel ( $x=P/E, y=Q/P$ )**



**Figure 17 : Comparaison du modèle 'en S' avec les autres modèles**

## II) 3.4. Application des modèles choisis à l'échantillon de données (429 BV)

Dans le but d'une étude comparative entre les différents modèles précédents, nous proposons dans ce paragraphe de les appliquer à notre échantillon d'observations pour pouvoir comparer leurs efficacités. Nous rappelons ici que les modèles choisis se présentent sous la forme de relations mathématiques simples sans paramètres à caler et sans aucune conceptualisation (réservoirs). De plus, comme nous l'avons déjà signalé, les données à cette échelle de temps ne sont pas des séries chronologiques. Les modèles étant sans paramètres, nous n'avons pas besoin ni d'une méthode de calage, ni de la technique du double échantillon déjà évoquée au niveau de la première partie. Le seul point qu'on peut retenir de la plate-forme de comparaison est la variable cible (racine des débits). Il s'agit alors d'appliquer simplement ces équations pour calculer les débits à partir de la pluie et l'évapotranspiration. Le critère de performance est celui de Nash présenté dans l'équation (1.1).

### II) 3.4.1. Résultats

Nous présentons dans le Tableau 5, complété par des figures (Figure 18 à Figure 17 ), les résultats de l'application des modèles précédents sur l'échantillon de données des 429 observations.

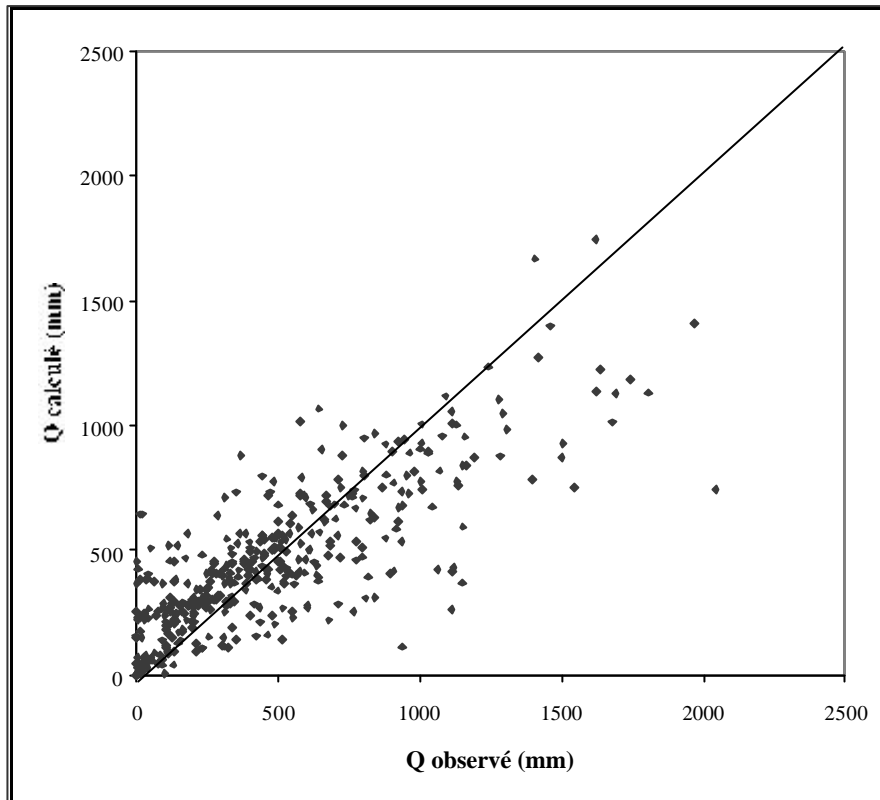
**Tableau 5 : Résultat de l'application des modèles retenus sur l'échantillon de 429 BV**

Auteur	Modèle	Ecriture adimensionnelle	F : 'Nash'/( $\sqrt{Q}$ ) <sup>3</sup>
Schreiber	$Q = P \exp\left(\frac{-E}{P}\right)$	$y = \exp\left(-\frac{1}{x}\right)$	0,654
Ol'dekop	$Q = P - ETP \tanh\left(\frac{P}{E}\right)$	$y = 1 - \frac{1}{x} \tanh(x)$	0,535
Turc	$Q = P - \frac{P}{\sqrt{1 + \frac{P^2}{E^2}}}$	$y = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$	0,605
Tixeront	$Q = (P^2 + E^2)^{\frac{1}{2}} - E$	$y = \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{x}$	0,649
SCS	$\begin{cases} Q = \frac{\left(P - \frac{E}{6}\right)^2}{P + \frac{2}{3}E}; & P > E/6 \\ Q = 0; & P \leq E/6 \end{cases}$	$\begin{cases} y = \frac{\left(1 - \frac{1}{6x}\right)^2}{1 + \frac{2}{3x}}; & x > 1/6 \\ y = 0; & x \leq 1/6 \end{cases}$	0,653
Modèle 'en S'	$Q = \frac{P}{1 + \frac{E}{P} + \left(\frac{E}{P}\right)^2}$	$y = \frac{1}{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}$	0,633

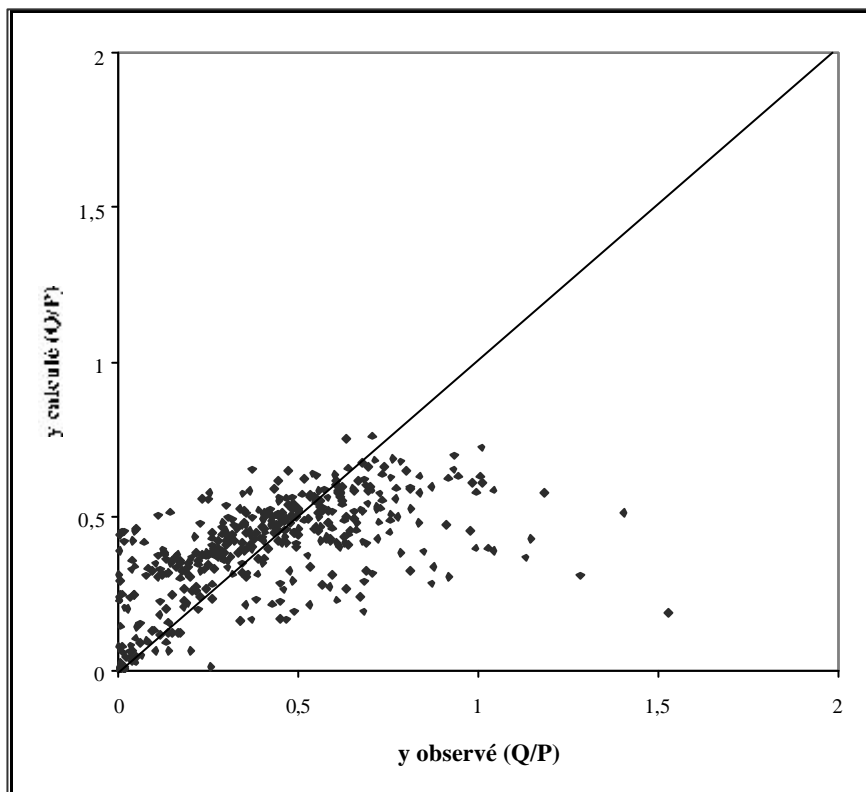
<sup>3</sup> Rappelle la forme de la variable cible dans le calcul des Nash



a)

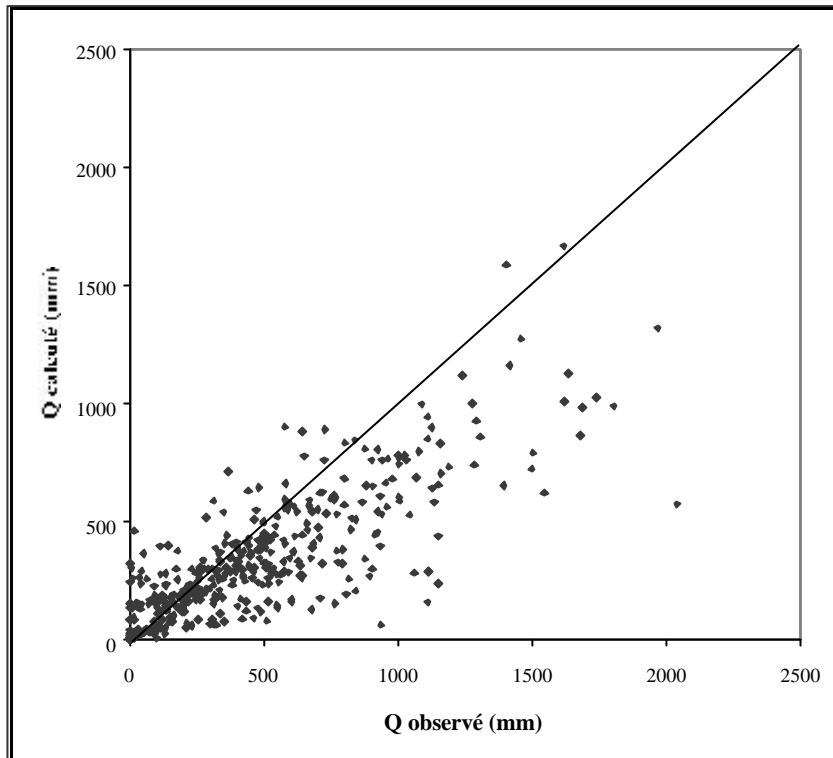


b)

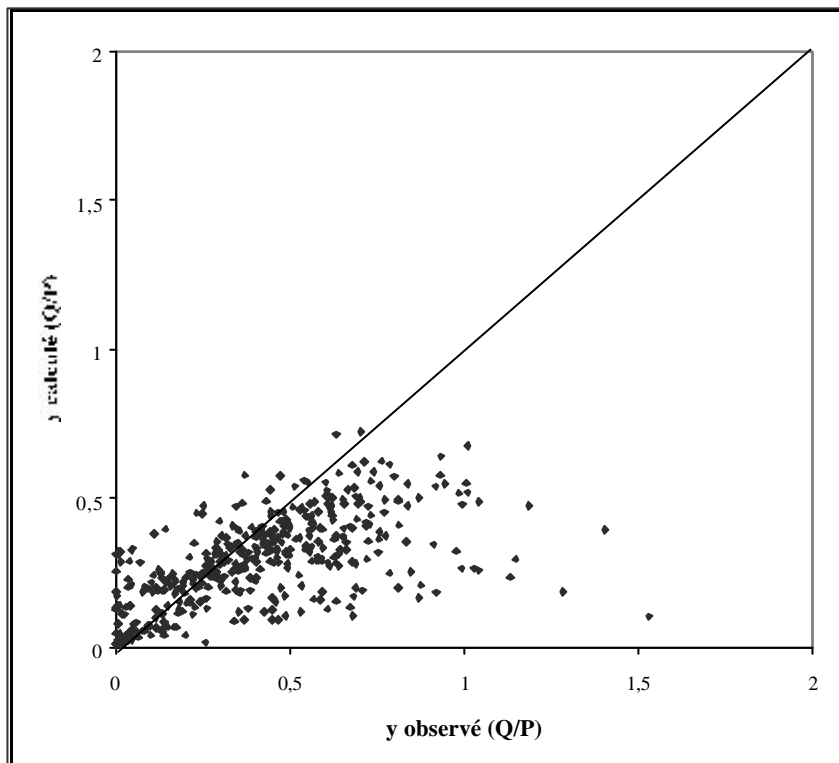


**Figure 18 : Modèle de Schreiber, nuage de corrélation : a) valeurs réelles , b) écriture adimensionnelle**

a)

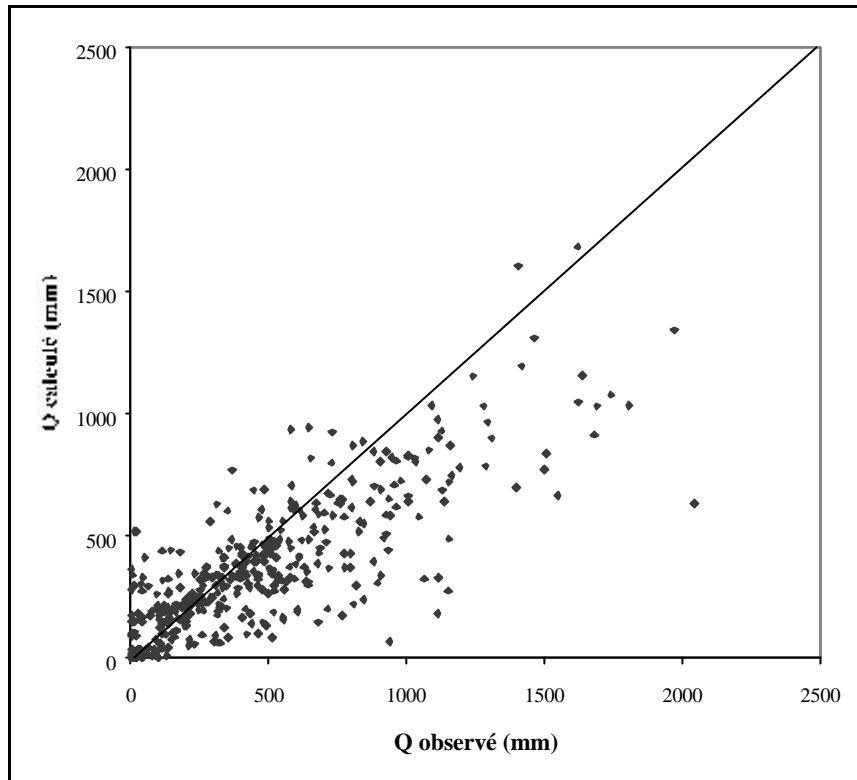


b)

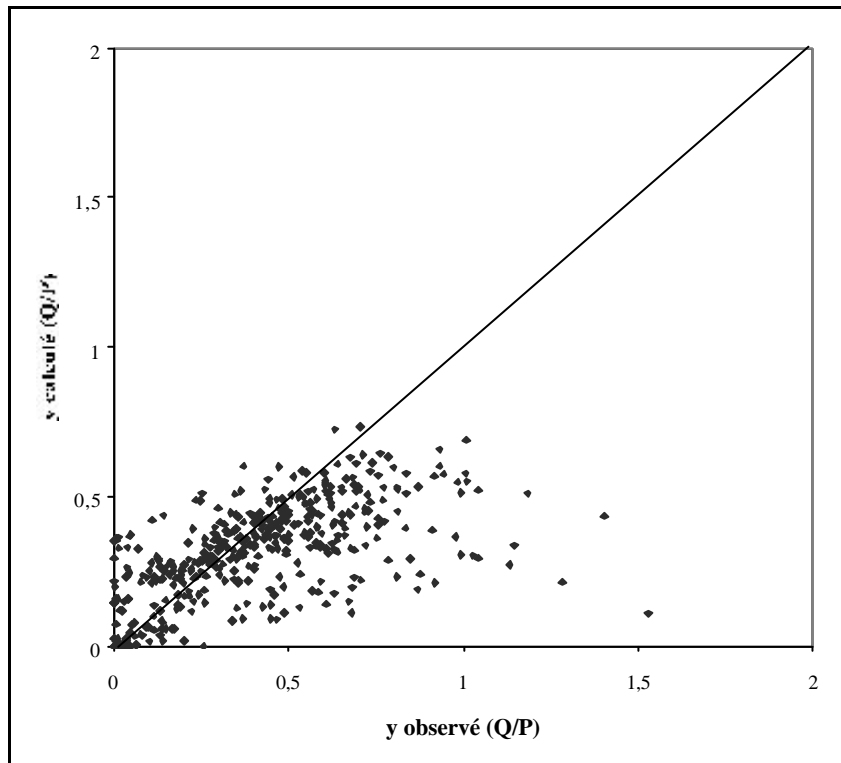


***Figure 19 : Modèle d'Ol'dekop, nuage de corrélation : a) valeurs réelles , b) écriture adimensionnelle***

a)

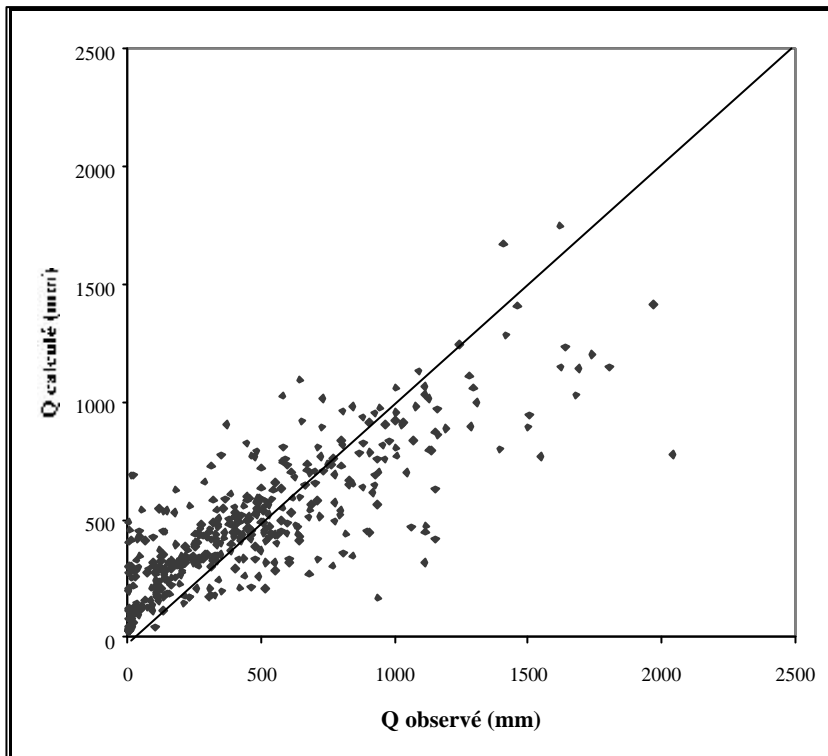


b)

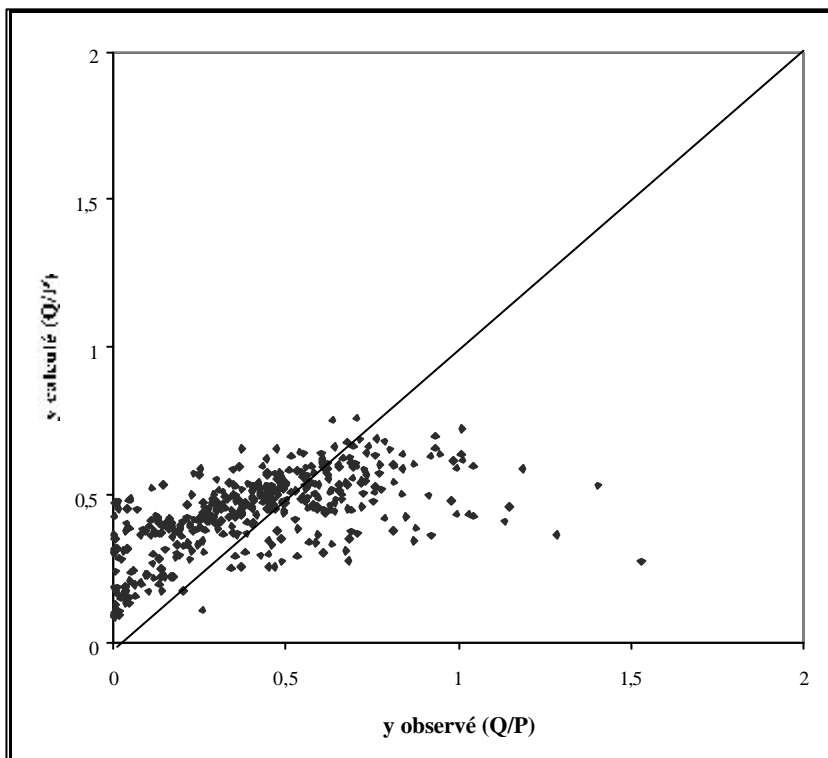


**Figure 20 : Modèle de Turc, nuage de corrélation : a) valeurs réelles , b) écriture adimensionnelle**

a)

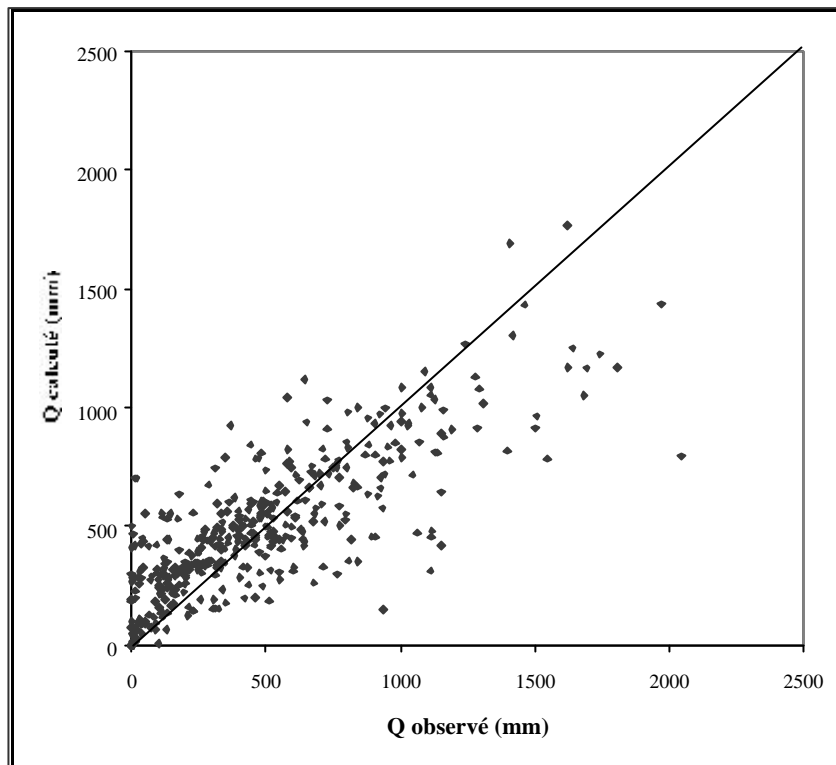


b)

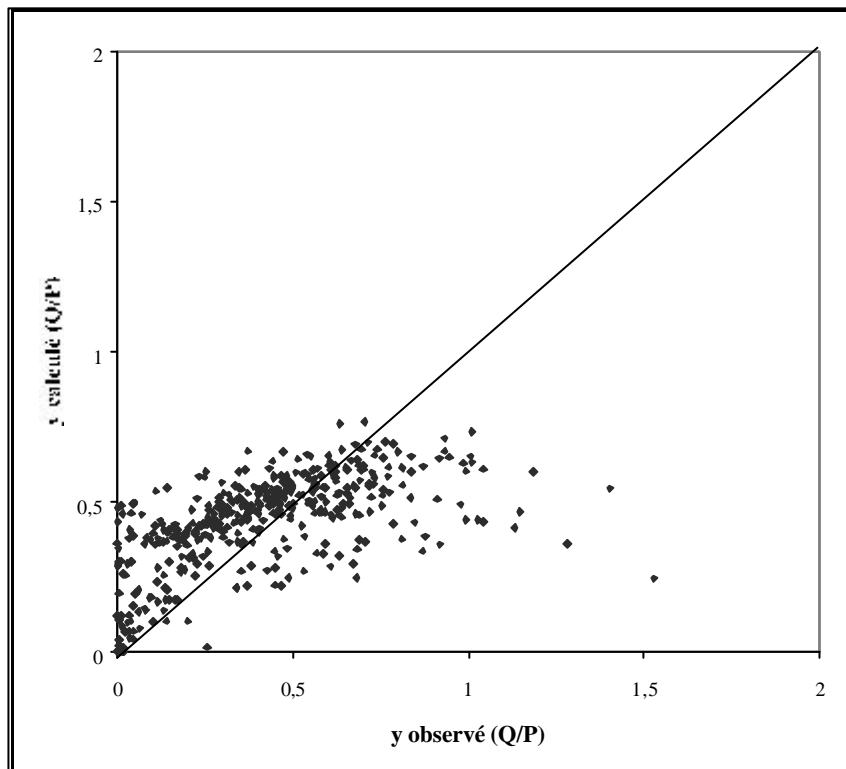


***Figure 21 : Modèle de Tixeront, nuage de corrélation : a) valeurs réelles , b) écriture adimensionnelle***

a)

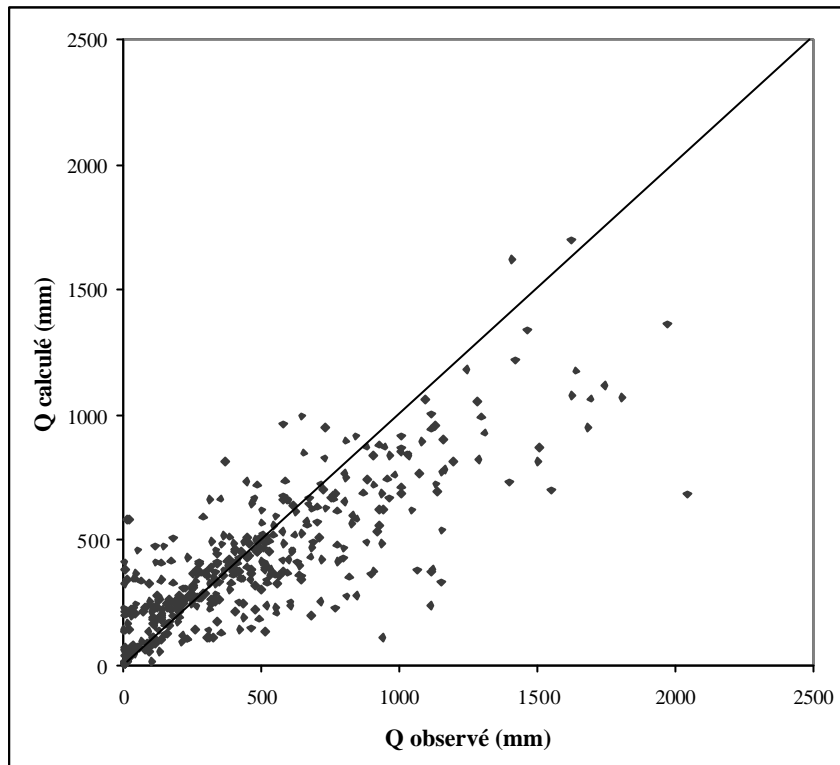


b)

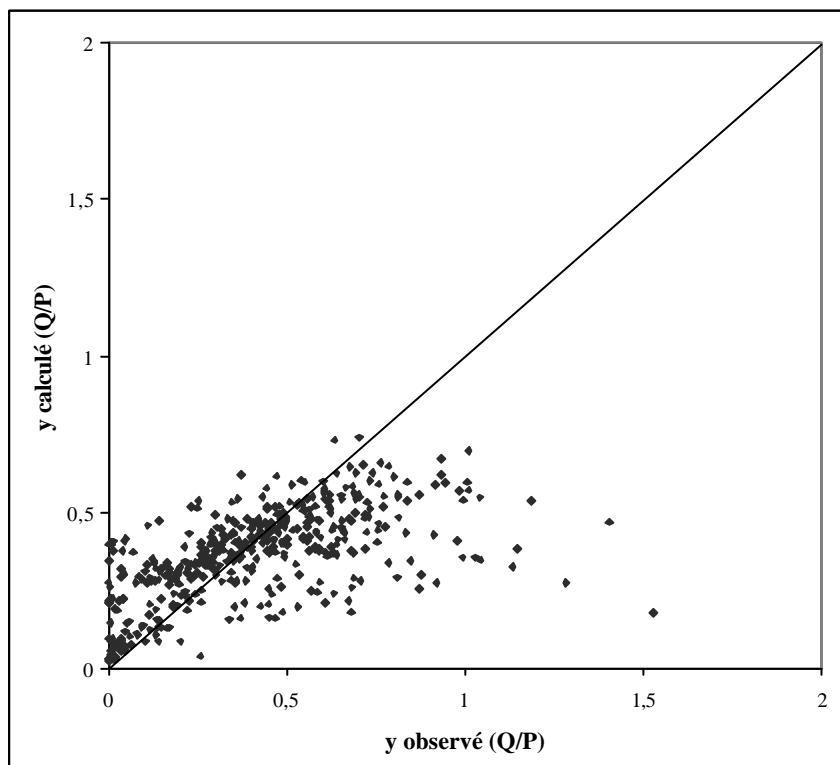


**Figure 22 : Modèle de SCS, nuage de corrélation : a) valeurs réelles , b) écriture adimensionnelle**

a)



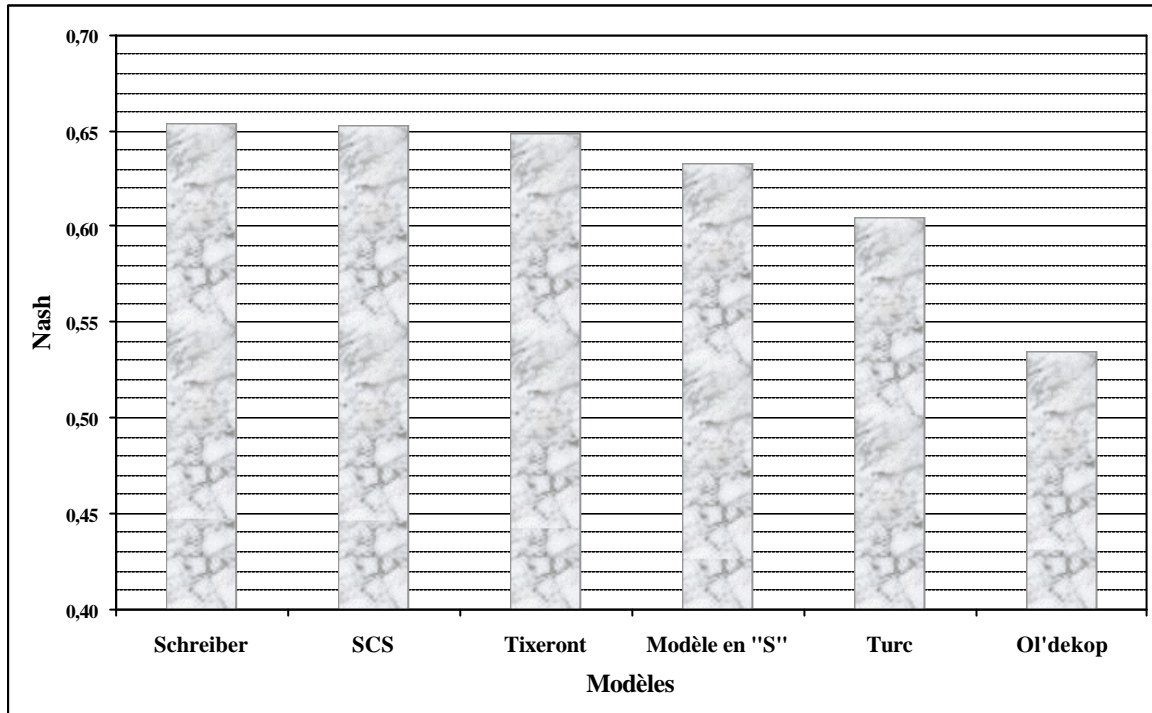
b)



**Figure 23 : Modèle ' en S' nuage de corrélation : a) valeurs réelles , b) écriture adimensionnelle**

## II) 3.4.2. Commentaires et critiques

Les valeurs des «Nash» obtenues en appliquant ces modèles sont assez comparables à l'exception de celui d'Oldékop. En effet, ils varient d'un minimum de 0,535 à un maximum de 0,654 soit un intervalle de 0,119 (Figure 24).



**Figure 24 : Classement des modèles pluriannuels**

Pour expliquer cette différence de performances d'un modèle à un autre, nous nous repons sur l'analyse sur le plan dimensionnel de ces modèles (Figure 13 à Figure 17).

### II) 3.4.2. (a) Modèle d'Ol'dekop

Le modèle d'Ol'dekop semble être le moins performant. Ce comportement peut être expliqué en revenant à l'analyse adimensionnelle. Ce modèle décolle plus vite que ceux de SCS, Schreiber et Turc. Le modèle d'Ol'dekop atteint la limite ( $Q = P - E$ ) plus vite que tous les autres modèles.

### II) 3.4.2. (b) Modèle de Turc

En suivant l'ordre croissant des valeurs des «Nash», on trouve ensuite le modèle de Turc. Ce modèle fixe un seuil en dessous duquel le débit reste nul ( $P/E \leq \sqrt{0,1}$ ). Cependant il atteint plus vite la bordure ( $Q = P - E$ ) que le modèle de SCS et celui de Schreiber, ce qui peut expliquer son classement par rapport à ces derniers.

Si l'on se base seulement sur l'analyse adimensionnelle, nous pouvons 'jouer' sur l'exposant lié à (x) pour modifier le comportement du modèle de Turc. Nous proposons alors une forme générale du modèle de Turc :

$$Q = P - \frac{P}{\left(1 + \left(\frac{P}{E}\right)^g\right)^{\frac{1}{g}}} \quad (2.22)$$

➤ où on appellera ( $\gamma$ ) exposant de Turc.

Par suite, nous appelons ce modèle : Turc<sup>( $\gamma$ )</sup> ou Turc généralisé.

Nous avons fait varier cet exposant ( $\gamma$ ) pour voir son effet sur les valeurs de la performance (voir Tableau 6)

**Tableau 6 : Effet de l'exposant g de Turc sur la performance**

<b>g</b>	0,75	1	<b>1,5</b>	2	2,5	3
<b>F</b>	0,002	0,597	<b>0,647</b>	0,605	0,553	0,507

Nous voyons bien que le meilleur exposant du modèle de Turc généralisé est de l'ordre de (1,5). Il permet de gagner un peu plus que 4% au niveau du critère de performance. En d'autre termes, cet exposant permet de regagner la limite (Q=P-E) d'une façon moins vite rapide. Il rejoint ainsi les autres modèles les plus performants.

### II) 3.4.2. (c) Le modèle 'en S'

Après le modèle de Turc (avec une valeur de 2 pour l'exposant  $\gamma$ ), c'est le modèle en 'S' qui paraît plus performant en suivant toujours l'ordre croissant avec une performance de (0,633). Nous pouvons aussi modifier son comportement sur le plan adimensionnel en posant une fonction généralisée du modèle en 'S' d'ordre (n) :

$$Q = \frac{P}{\sum_{i=0}^n \left(\frac{E}{P}\right)^i} \quad (2.23)$$

Nous avons alors fait varier (n) pour voir l'effet sur la performance (Tableau 7)

**Tableau 7 : effet de la variation de n sur la performance du modèle 'en S' généralisé**

<b>n</b>	2	<b>3</b>	<b>4</b>	5	6
<b>F</b>	0,63	<b>0,65</b>	<b>0,65</b>	0,65	0,64



Comme pour le cas du modèle de Turc, fixer la valeur de  $n$  à trois<sup>4</sup> nous a permis un gain de l'ordre de 2% au niveau du critère de performance (0,633 pour  $n$  égal à 2). Le modèle 'en S' généralisé rejoint alors les modèles les plus performants.

**II) 3.4.2. (d) Modèles de Tixeront, SCS et Schreiber**

Ces trois modèles semblent être les plus performants. Leurs valeurs de Nash sont très proches (différences inférieures à 1%). Le modèle SCS est celui qui décolle le moins vite par rapport aux deux autres. Cependant c'est le modèle de Tixeront qui atteint le moins vite la limite (Q=P-E).

Comme pour le cas des modèles de Turc et 'en S', nous pouvons changer le comportement de du modèle de Tixeront en modifiant l'exposant  $\theta$  déjà présenté dans l'équation (2.12). D'ailleurs c'est ce qui explique la proposition de Tixeront d'avoir différentes valeurs de  $\theta$  en fonction de la typologie des bassins (3 en Afrique du Nord et dans certains pays Méditerranéens du proche Orient ; 4 et 5 dans un bassin du Tanganyka, sous régime de saison pluvieuse chaude). Les résultats de ce test sont présentés dans le Tableau 8.

**Tableau 8 : effet de la variation de ( $q$ ) sur la performance du modèle de Tixeront généralisé**

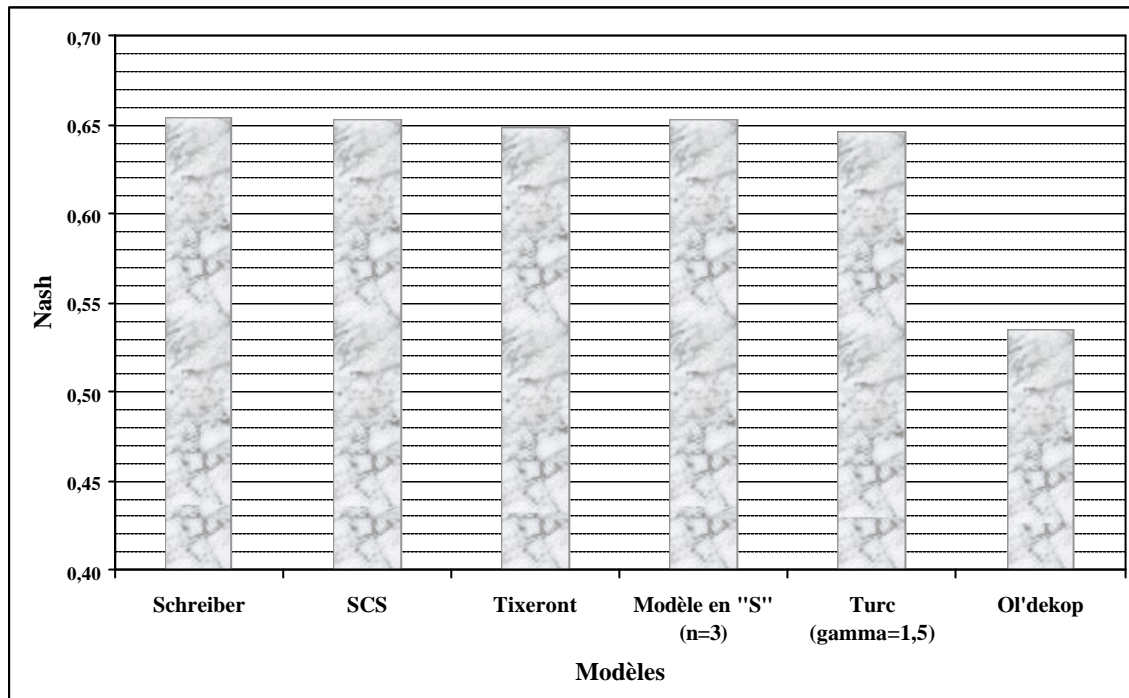
$q$	1,5	2	2,5	3	3,5
F	0,462	<b>0,649</b>	0,626	0,574	0,525

La variation de  $\theta$ , c'est à dire la variation du comportement du modèle sur le plan adimensionnel, a bien un effet sur la performance. La meilleure valeur de  $\theta$  est 2, c'est à dire la valeur qu nous avons initialement retenue.

**II) 3.4.2. (e) Commentaire général**

En se référant encore une fois à l'analyse adimensionnelle, nous remarquons que la modélisation pluie – débit au pas de temps pluriannuel revient à définir une fonction qui respecte le domaine de définition et qui se comporte d'une façon bien déterminée vis à vis de ces limites. Rien qu'en changeant ce comportement, nous sommes arrivés à améliorer certains modèles (Turc, 'en S'). Ainsi tous les modèles deviennent de performances très proches (Figure 25).

<sup>4</sup> prendre une valeur de  $n$  égal à 4 ne permet qu'un gain de 0.1% pour le cas ou  $n$  est égal à 3. Pour la raison de simplicité, nous avons préféré le 1<sup>er</sup> choix



***Figure 25 : Nouveau classement après amélioration du modèle de Turc et du modèle en 'S'***

Seul le modèle d'Ol'dékop reste sensiblement moins performant et nous n'avons pas pu modifier son comportement, comme cela a été fait pour les modèles de Turc et 'en S', du fait de la limite que nous impose la fonction tangente hyperbolique.

Cependant, à ce stade nous ne sommes pas sûrs que les équations précédentes soient les plus efficaces. L'ensemble des modèles retenus représente bien une gamme de modèles avec des comportements différents. Ces modèles ne présentent aucun paramètre apparent. Or, rien ne s'oppose à ce que l'on retienne des fonctions légèrement plus compliquées par l'introduction d'un paramètre à fixer. Nous allons systématiquement introduire un paramètre dans chacune des fonctions précédentes. C'est l'objet du paragraphe suivant.

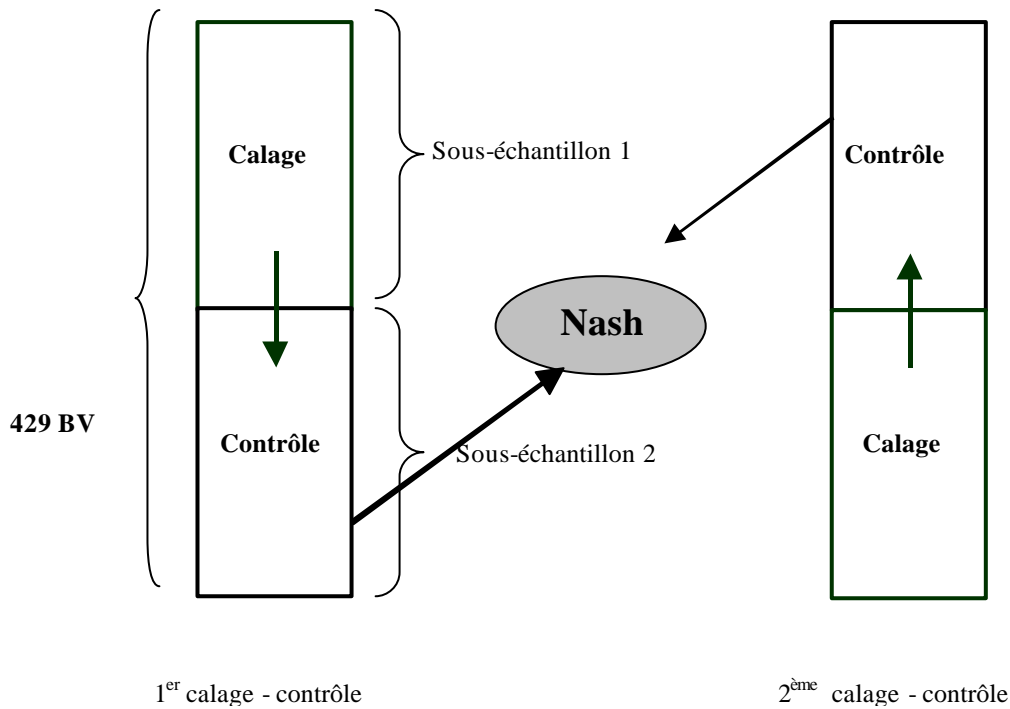
## **II) 3.5. Vers une amélioration des modèles par l'introduction d'un paramètre**

Nous essaierons d'affecter un paramètre dans le souci d'une éventuelle amélioration des modèles déjà présentés. Cependant, affecter un paramètre fait appel à une technique d'optimisation dont le choix a été déjà fait (méthode dite 'pas à pas', Michel, 1989). Toutefois, en calant un modèle sur la totalité de l'échantillon, un risque de sur-calage demeure important. Nous avons alors adapté la technique du double échantillon à l'échelle de temps pluriannuelle. Nous expliquerons par la suite les modalités d'affectation d'un paramètre et terminerons par les résultats et critiques de cette tentative d'amélioration.

### **II) 3.5.1. Adaptation de la technique du double échantillon au pas de temps pluriannuel**

Cette technique a été déjà présentée dans la première partie. Nous rappelons, que dans le cas de séries chronologiques, elle consiste à subdiviser la période d'observation de chaque bassin versant en sous-périodes avec calage sur une période et contrôle sur le reste des observations. Nous répétons cette tâche de façon à caler sur toutes les sous-périodes. Nous pourrions obtenir ainsi un «Nash» moyen qui sera caractéristique du modèle testé. Toutefois, à l'échelle de temps pluriannuelle, nous ne disposons pas de séries chronologiques. Chaque bassin est représenté par un triplet (P, E et Q). Ainsi cette technique telle qu'elle est présentée perd son sens.

Rappelons que le but de cette technique est d'évaluer la robustesse d'un modèle dans des situations les plus rapprochées possible de celles dans lesquelles il est censé servir. En d'autres termes, il s'agit d'évaluer s'il est opérationnel. Puisque nous disposons d'une base de données comportant un nombre assez considérable de bassins versants de caractéristiques hydrologiques très variables, nous avons alors songé à découper cette base de données en deux sous-échantillons pour pouvoir caler sur l'un et contrôler sur l'autre.



**Figure 26 : Schéma explicatif de la technique du double échantillon au pas de temps pluriannuel**

Le fichier de données se trouve constitué de telle façon que l'on a, grosso modo, une première partie représentant les bassins versants de la moitié nord de la France, une deuxième partie relative à la moitié sud de la France et une troisième partie relative aux bassins étrangers (hors France métropolitaine). Nous proposons de découper notre échantillon de base de la façon suivante :

- Un premier sous-échantillon regroupant les bassins de rang **(2n)** où **n varie de 1 à 214** ;
- Un deuxième sous-échantillon regroupant les bassins de rang **(2n+1)** où **n varie de 0 à 214** ;

Ainsi, les deux sous-échantillons obtenus gardent une variabilité hydro-climatologique assez importante, mais similaire.

En utilisant cette technique du double échantillon, nous gardons la forme présentée par l'équation (1.1) pour calculer les « Nash ». Les « Nash » seront donc calculés de la façon suivante :

Le calage sur le premier sous-échantillon fournit un paramètre  $a_1$ . En utilisant le modèle avec le paramètre  $a_1$  sur le deuxième sous-échantillon, on peut calculer les débits  $\hat{Q}_{2i+1}^{a_1}$ ,  $i$  variant de 0 à 214. Ensuite on cale le modèle sur le deuxième sous-échantillon ce qui donne un paramètre  $a_2$ . L'utilisation du modèle, avec le paramètre  $a_2$ , donne sur le premier sous-échantillon les débits  $\hat{Q}_{2i}^{a_2}$ ,  $i$  variant de 1 à 214. Le critère de Nash, issu des deux façons de calculer les débits en contrôle est alors la valeur de Fmg (F moyen global) :

$$Fmg = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{214} \left( \sqrt{Q_{2i}^{a_2}} - \sqrt{\hat{Q}_{2i}^{a_2}} \right)^2 + \sum_{i=0}^{214} \left( \sqrt{Q_{2i+1}^{a_1}} - \sqrt{\hat{Q}_{2i+1}^{a_1}} \right)^2}{\sum_{i=1}^{429} \left( \sqrt{Q_i} - \sqrt{\bar{Q}} \right)^2} \quad (2.24)$$

Où

$$\sqrt{\bar{Q}} = \frac{1}{429} \sum_{i=1}^{429} \sqrt{Q_i} \quad (2.25)$$

$a_1$  et  $a_2$  rappellent qu'il s'agit des modèles de paramètres  $a_1$  et  $a_2$  calés respectivement sur les premier et deuxième sous-échantillons.

### II) 3.5.2. Modalités d'affectation de paramètres et réécriture des modèles

Le but de l'affectation d'un paramètre à un modèle est de laisser un degré de liberté à celui ci, notamment pour un meilleur ajustement aux données de base. Le souci reste toujours de se rapprocher le plus possible des débits observés. Cependant, suite à l'affectation de paramètres, l'équation adimensionnelle du modèle d'une part et les '*limites physiques*' déjà présentées (Figure 10) d'autre part, doivent être '*respectées*'.

Rappelons qu'au pas de temps pluriannuel, un modèles pluie-débit se présente comme une fonction (Q) égale à la pluviométrie (P) à laquelle on soustrait une fonction qui évalue l'évapotranspiration réelle [ETR = f(E,P)]. L'affectation du paramètre sera alors soit liée à l'évapotranspiration (E), soit à la pluie (P), soit libre. Nous verrons plus tard qu'au pas de temps mensuel, objet de la partie suivante, cette forme se présente dans la fonction de production des modèles pluie-débit avec un paramètre censé corriger l'évapotranspiration potentielle (E).

<sup>5</sup> Dans le cas d'un modèle sans paramètre, le critère donnera la même valeur que l'équation (1.1). C'est à dire Fmg = F. De cette façon nous pouvons évaluer l'apport de l'affectation de paramètres dans un modèle sans paramètre initialement.

Dans le but d'approuver le choix de l'une ou l'autre solution concernant l'emplacement du paramètre à affecter, nous proposons de tester les différents choix possibles sur un modèle 'grossier' qui est le modèle linéaire de référence :

$$Q = \max(0, P - E) \quad (2.26)$$

Ce modèle suppose que la totalité de l'évapotranspiration est soustraite de la pluie pour évaluer le débit.

Trois choix existent alors pour affecter le paramètre :

1. Affecter un paramètre multiplicatif de l'évapotranspiration E :

$$Q = \max(0, P - aE) \quad (2.27)$$

2. Affecter un paramètre multiplicatif de la pluie P :

$$Q = \max(0, bP - E) \quad (2.28)$$

3. Affecter un paramètre de façon qu'il ne dépende ni de la pluie ni de l'évapotranspiration :

$$Q = \max(0, P - E + c) \quad (2.29)$$

Dans le premier et le deuxième cas, le paramètre sera alors un coefficient 'correctif', sans dimension, de la pluie (P) ou de l'évapotranspiration (E), qui peut varier, mathématiquement, entre zéro et l'infini ( $\in [0, +\infty[$ ). Dans le troisième cas, le paramètre est une quantité d'eau (mm) qui pourra représenter un '*apport ou une perte*' autre que la pluie ou l'évapotranspiration.

Bien qu'il semble prématuré d'affecter plus d'un seul paramètre dans une formulation mathématique aussi simple que le modèle linéaire, nous proposons de tester toutes les combinaisons possibles de ces trois cas :

4.  $Q = \max(0, bP - E + c) \quad (2.30)$

5.  $Q = \max(0, P - aE + c) \quad (2.31)$

6.  $Q = \max(0, bP - aE) \quad (2.32)$

7.  $Q = \max(0, bP - aE + c) \quad (2.33)$

Nous proposons de présenter dans ce qui suit, les résultats de l'application des huit modèles présentés pour détecter l'endroit adéquat du paramètre à affecter. Les résultats sont mentionnés dans le Tableau 9.

**Tableau 9 : Choix de l'emplacement du paramètre dans un modèle linéaire simple**

Modèle	Paramètre(s) <sup>6</sup>			F
$Q = P - E$				0,28
$Q = P - aE$		<b>a</b>		0,64
		0,625		
$Q = bP - E$	<b>b</b>			0,58
	1,259			
$Q = P - E + c$	<b>b</b>		<b>c</b>	0,60
			272	
$Q = bP - E + c$	b		c	0,59
	1,185		89	
$Q = P - aE + c$		<b>a</b>	<b>c</b>	0,63
		0,23	-329	
$Q = bP - aE$	<b>b</b>	<b>a</b>		0,63
	0,763	0,35		
$Q = bP - aE + c$	<b>b</b>	<b>a</b>	<b>c</b>	0,64
	0,869	0,221	-216	

Comme nous l'avons déjà signalé, un seul paramètre à caler sur la totalité de l'échantillon semble suffisant. Quant à l'emplacement, en se référant aux valeurs du Nash, il semble bien que la meilleure solution est de lier le paramètre à l'évapotranspiration potentielle ( $Q = P - aE$ ). Bien que cette forme de modèle paraisse très simple (limite évidente) au point de vue formulation hydrologique du cycle de l'eau, sa performance est assez respectable (0,64) en la comparant aux performances des modèles sans paramètre (Tableau 5).

Rappelons que généralement, l'évapotranspiration est une variable non mesurée, mais plutôt calculée ou 'estimée' en utilisant des modèles tels que ceux de Penman, Thornthwaite, etc... En ce moment, nous ne disposons pas d'information sur l'efficacité du choix de l'un ou l'autre modèle d'évaluation de cette variable. Nous pouvons maintenant penser que ce paramètre  $a$  à affecter jouera plutôt un rôle correctif de l'évapotranspiration.

Dans le Tableau 10 figurent les modèles initiaux avec un paramètre de plus qui est lié à l'évapotranspiration potentielle.

<sup>6</sup> La valeur du paramètre  $a$  est obtenu suite à un calage sur l'ensemble de l'échantillon de données.

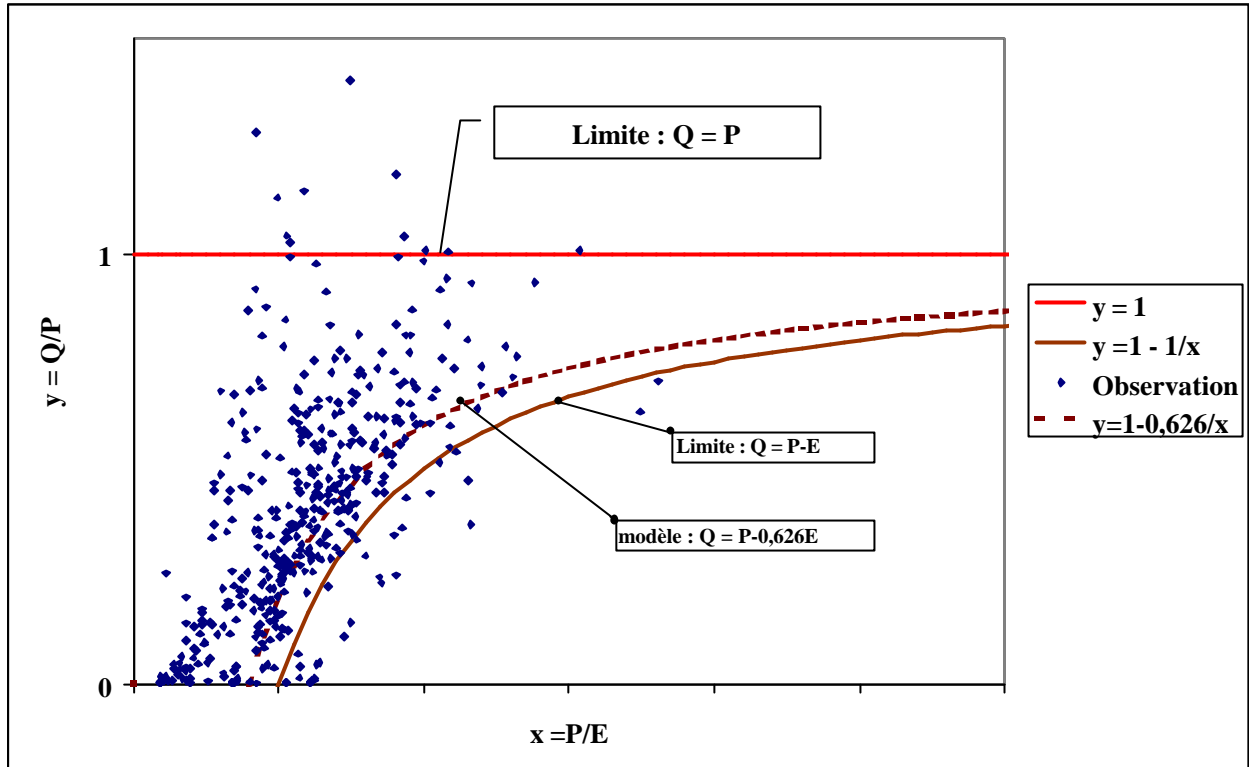
**Tableau 10 : réécriture des modèles après affectation d'un paramètre adimensionnel**

	Modèles	Ecriture adimensionnelle	Comportement à l'infini	Comportement au voisinage de zéro
Linéaire	$Q = \max(0, P - aE)$	$\left[ y = 1 - \frac{a}{x} \right]^+$	$y = 1 - \frac{a}{x}$	
Schreiber.1 <sup>7</sup>	$Q = P \exp\left(\frac{-aE}{P}\right)$	$y = \exp\left(-\frac{a}{x}\right)$	$y = 1 - \frac{a}{x} + \frac{a^2}{2x^2} - \frac{a^3}{6x^3} \dots$ <small>V.Schreiber</small>	$y = \exp\left(-\frac{a}{x}\right)$
Ol'dekop.1	$Q = P - aE \tanh\left(\frac{P}{aE}\right)$	$y = 1 - \frac{a}{x} \tanh\left(\frac{x}{a}\right)$	$y = 1 - \frac{a}{x} + \frac{2}{x} e^{-\frac{2x}{a}} - \frac{2}{x} e^{-\frac{4x}{a}} \dots$ <small>VOldekop</small>	$y \approx \frac{x^3}{3a^2}$
Turc.1	$Q = P - \frac{P}{\sqrt{1 + \left(\frac{P}{aE}\right)^2}}$	$y = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{x}{a}\right)^2}}$	$y \approx 1 - \frac{a}{x} + \frac{a^3}{2x^3} + \dots$ <small>VTurc</small>	$y = 0$
Tixeront.1	$Q = (P^2 + (aE)^2)^{\frac{1}{2}} - aE$	$y = \left(1 + \left(\frac{a}{x}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{a}{x}$	$y \approx 1 - \frac{a}{x} + \frac{a^3}{3x^3} \dots$ <small>VTixeront</small>	$y \approx \frac{x}{3a}$
SCS.1	$\begin{cases} Q = \frac{\left(P - \frac{a}{6}E\right)^2}{P + \frac{2}{3}aE}; P > a\frac{E}{6} \\ Q = 0; P \leq a\frac{E}{6} \end{cases}$	$\begin{cases} y = \frac{\left(1 - \frac{a}{6x}\right)^2}{1 + \frac{2a}{3x}}; x > \frac{1}{6} \\ y = 0; x \leq \frac{1}{6} \end{cases}$	$y \approx 1 - \frac{a}{x} + \frac{25a^2}{36x^2} + \dots$ <small>V.SCS</small>	$y = 0$
Modèle en "S".1	$Q = \frac{P}{1 + \frac{aE}{P} + \left(\frac{aE}{P}\right)^2}$	$y = \frac{1}{1 + \frac{a}{x} + \frac{a^2}{x^2}}$	$y \approx 1 - \frac{a}{x} + \frac{a^2}{x^2} - \frac{a^3}{x^3} \dots$ <small>VTixeront</small>	$y \approx \frac{x^2}{a}$

Par comparaison aux modèles de base (sans paramètre), l'affectation du paramètre  $a$  lié à l'évapotranspiration (E) impose un nouveau comportement au voisinage de l'infini. (voir Figure 27)

<sup>7</sup> Le n°1 rappelle le nombre de paramètres affectés à un modèle.





**Figure 27 : Effet de l'affectation du paramètre ( $a$ ) sur la limite ( $Q=P-E$ )**

Comme le montre la Figure 27, sous l'effet des valeurs du paramètre  $a$ , la courbe représentant la limite ( $Q=P-E$ ) se déplace vers l'axe ( $Q=P$ ) ou en sens inverse. Dans le cas du modèle linéaire ( $Q=P-aE$ ), le paramètre  $a$  (égal à 0,626) respecte le domaine de définition en réduisant les valeurs de l'évapotranspiration potentielle ( $E$ ), ce qui ne serait plus le cas si  $a$  était supérieur à 1.

### II) 3.5.3. Résultats de la tentative d'amélioration

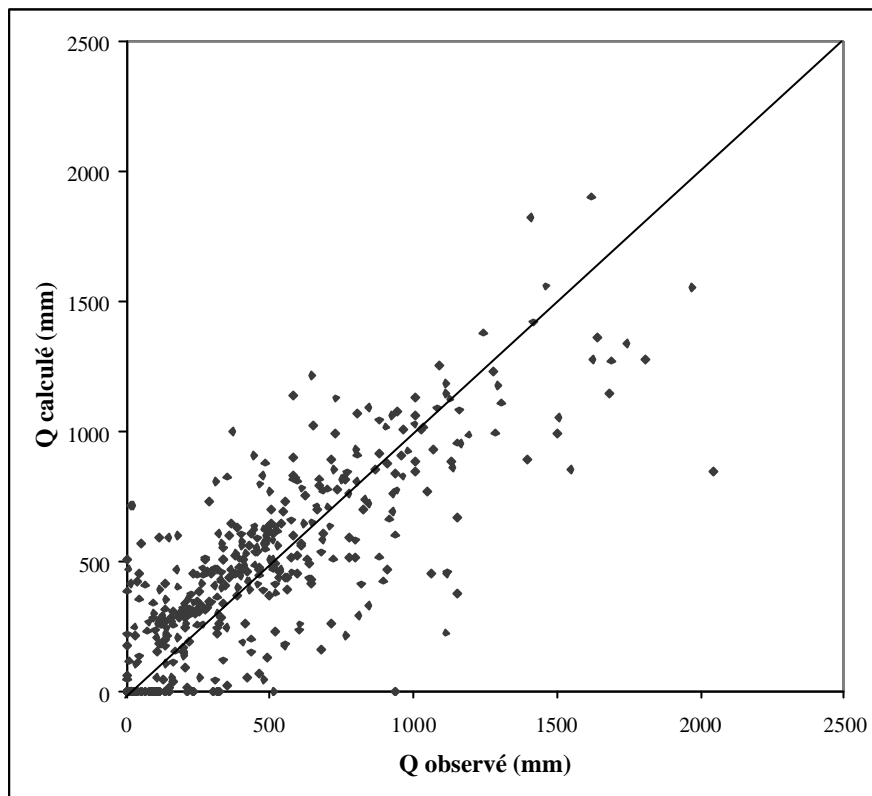
Nous énumérons dans le Tableau 11, suivi par les figures des nuages de corrélations (Figure 28 à Figure 34), les résultats issus de cette première tentative d'amélioration des modèles par affectation d'un paramètre.

**Tableau 11 : Résultats de la tentative d'amélioration des modèles par affectation d'un paramètre**

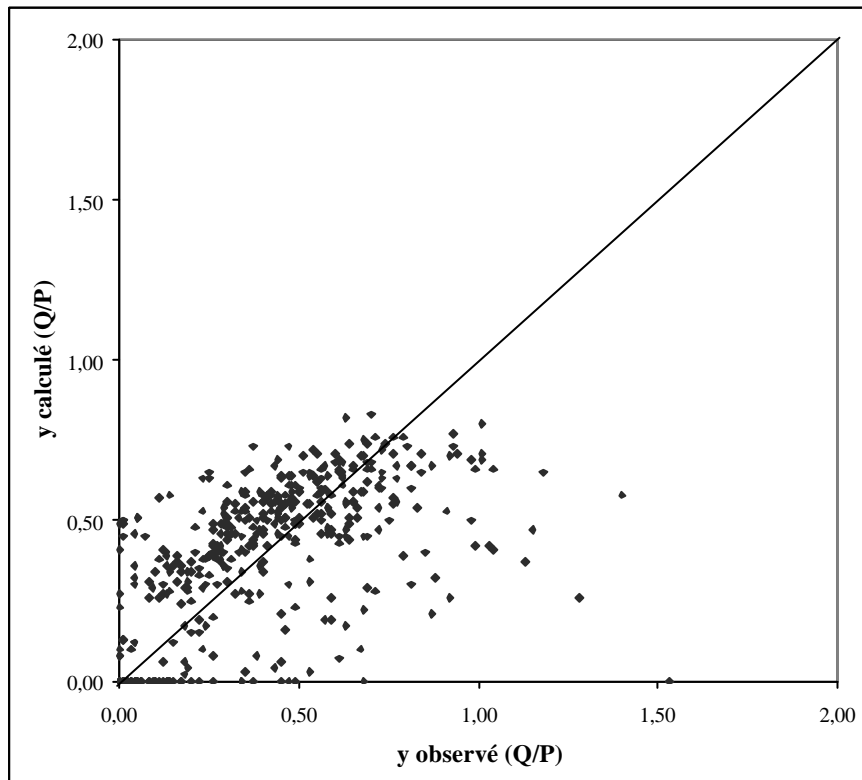
Modèles		Ecriture adimensionnelle	Paramètre (a)	Fmg (ég. 2.24)	F (sans a)
Nom	Ecriture physique				
Linéaire <sup>8</sup>	$Q = \max(0, P - aE)$	$y = \left[1 - \frac{a}{x}\right]^+$	Valeur 0,625 Ecart type 0,946 E-4	<b>0,640</b>	<b>0,280</b>
Sreiber.1	$Q = P \exp\left(\frac{-aE}{P}\right)$	$y = \exp\left(-\frac{a}{x}\right)$	Valeur 0,961 Ecart type 0,902 E-4	<b>0,657</b>	<b>0,654</b>
Ol'dekop.1	$Q = P - aE \tanh\left(\frac{P}{aE}\right)$	$y = 1 - \frac{a}{x} \tanh\left(\frac{x}{a}\right)$	Valeur 0,719 Ecart type 0,703 E-4	<b>0,664</b>	<b>0,535</b>
Turc.1	$Q = P - \frac{P}{\sqrt{1 + \frac{P^2}{(aE)^2}}}$	$y = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{x}{a}\right)^2}}$	Valeur 0,803 Ecart type 0,788 E-4	<b>0,660</b>	<b>0,605</b>
Tixeront.1	$Q = (P^2 + (aE)^2)^{1/2} - aE$	$y = \left(1 + \left(\frac{a}{x}\right)^2\right)^{1/2} - \frac{a}{x}$	Valeur 1,105 Ecart type 0,940 E-4	<b>0,645</b>	<b>0,653</b>
SCS.1	$\begin{cases} Q = \frac{\left(P - \frac{a}{6}E\right)^2}{P + \frac{2}{3}aE}; P > a\frac{E}{6} \\ Q = 0; P \leq \frac{aE}{6} \end{cases}$	$\begin{cases} y = \frac{\left(1 - \frac{a}{6x}\right)^2}{1 + \frac{2a}{3x}}; x > \frac{1}{6} \\ y = 0; x \leq \frac{1}{6} \end{cases}$	Valeur 1,094 Ecart type 0,985 E-4	<b>0,652</b>	<b>0,653</b>
Modèle 'en S'''.1	$Q = \frac{P}{1 + \frac{aE}{P} + \left(\frac{aE}{P}\right)^2}$	$y = \frac{1}{1 + \frac{a}{x} + \frac{a^2}{x^2}}$	Valeur 0,869 Ecart type 0,852 E-4	<b>0,657</b>	<b>0,633</b>

<sup>8</sup> Le modèle linéaire est plutôt un modèle instructif. Il sert simplement d'un modèle de référence.

a)

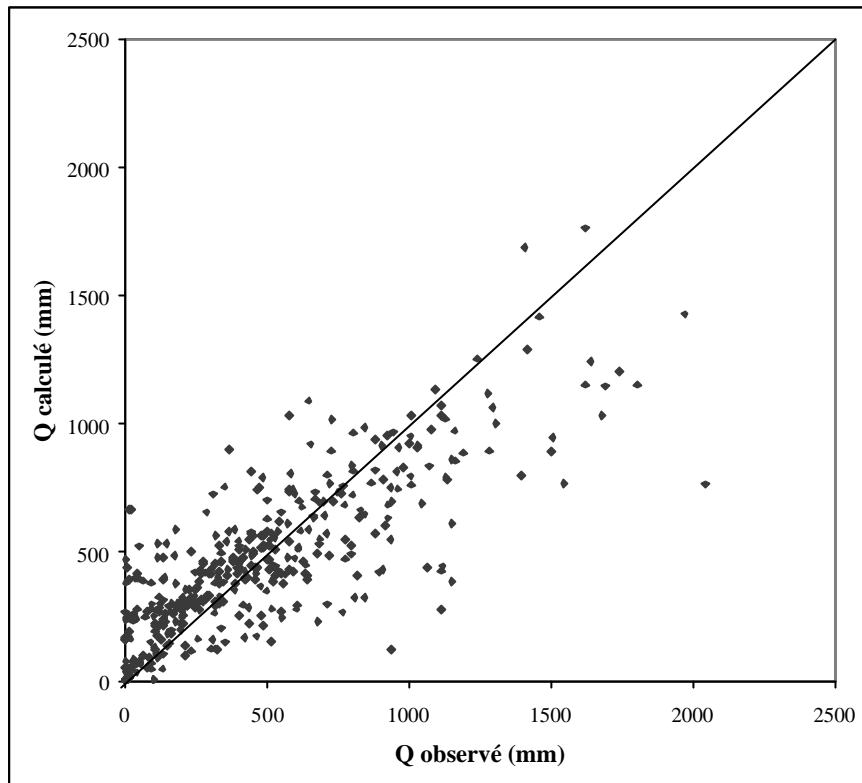


b)

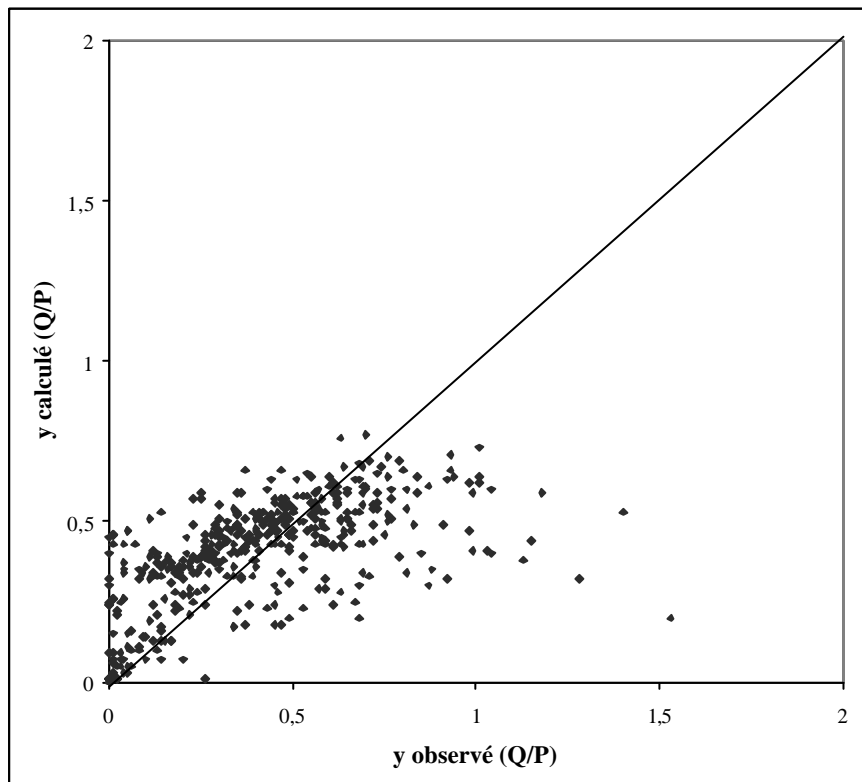


**Figure 28 : Modèle Linéaire.1, nuage de corrélation a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle**

a)

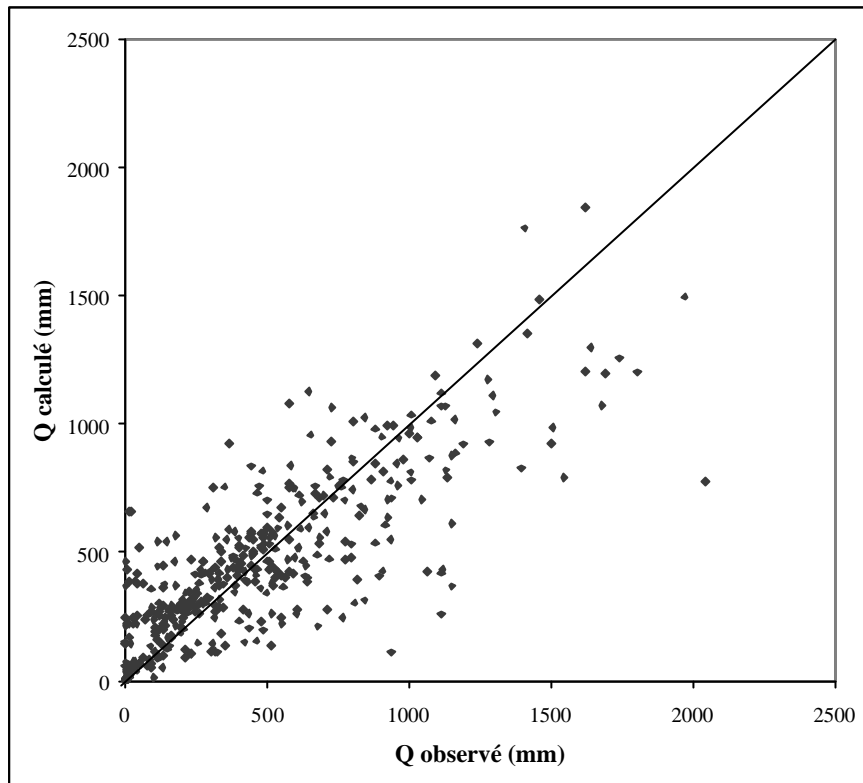


b)

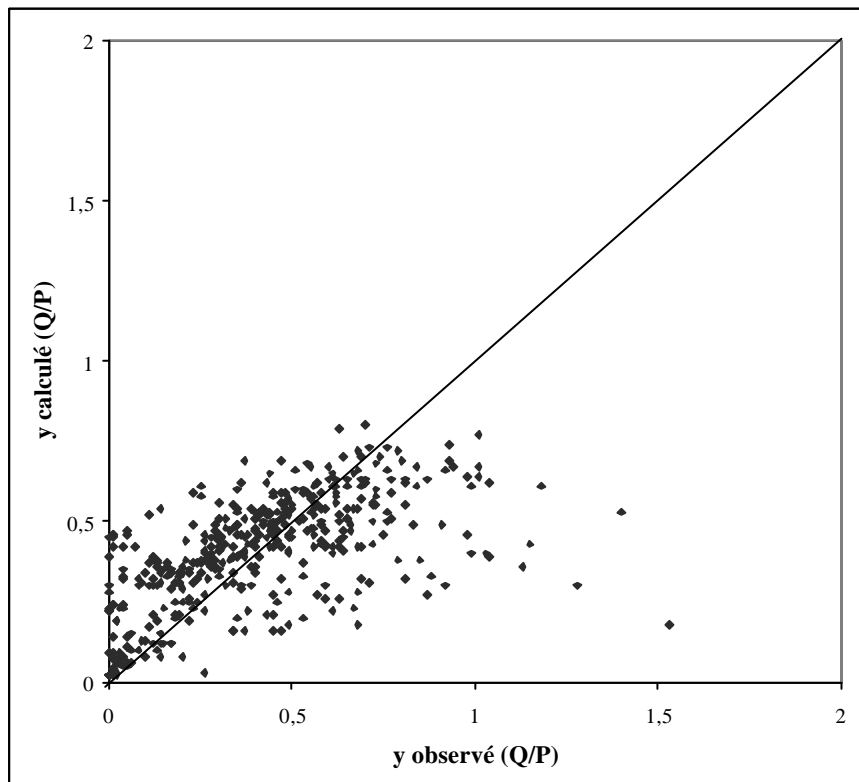


**Figure 29 : Modèle de Schreiber.1, nuage de corrélation a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle**

a)

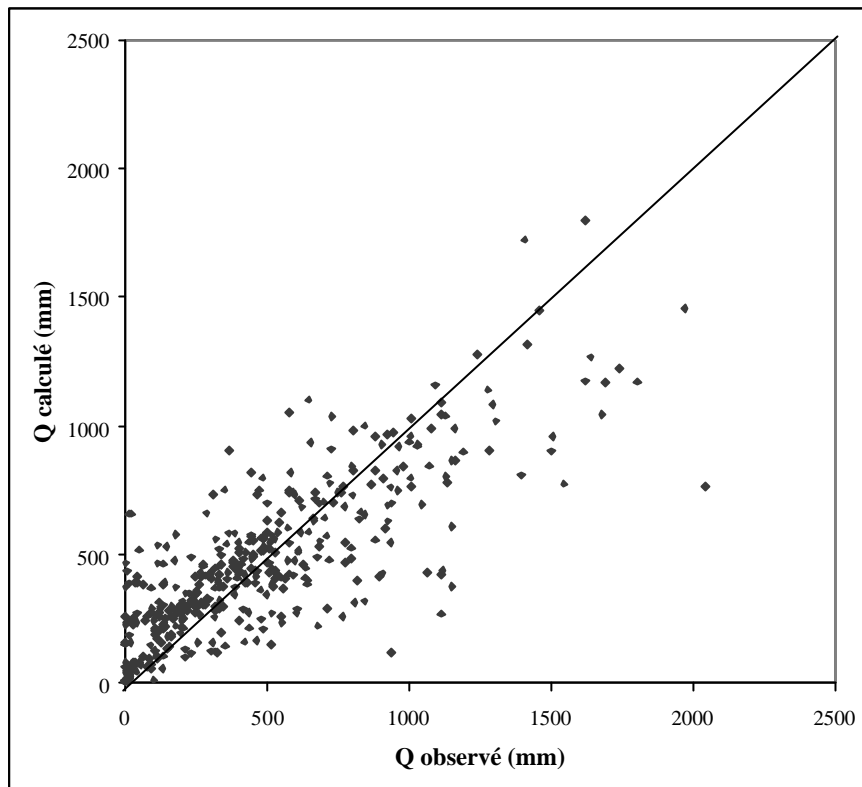


b)

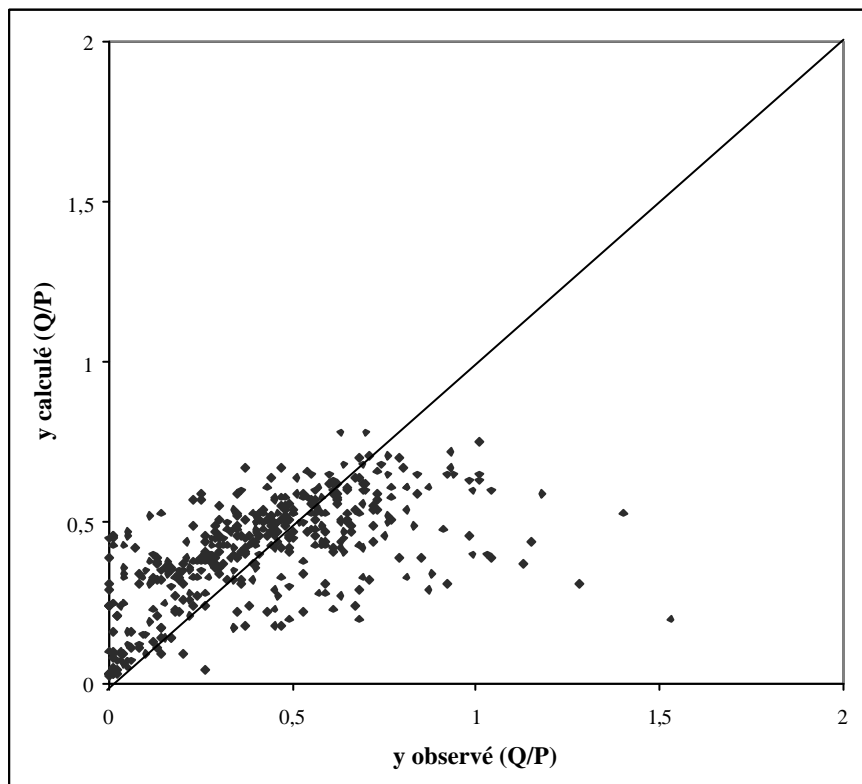


**Figure 30 : Modèle d'Ol'dekop.1, nuage de corrélation a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle**

a)

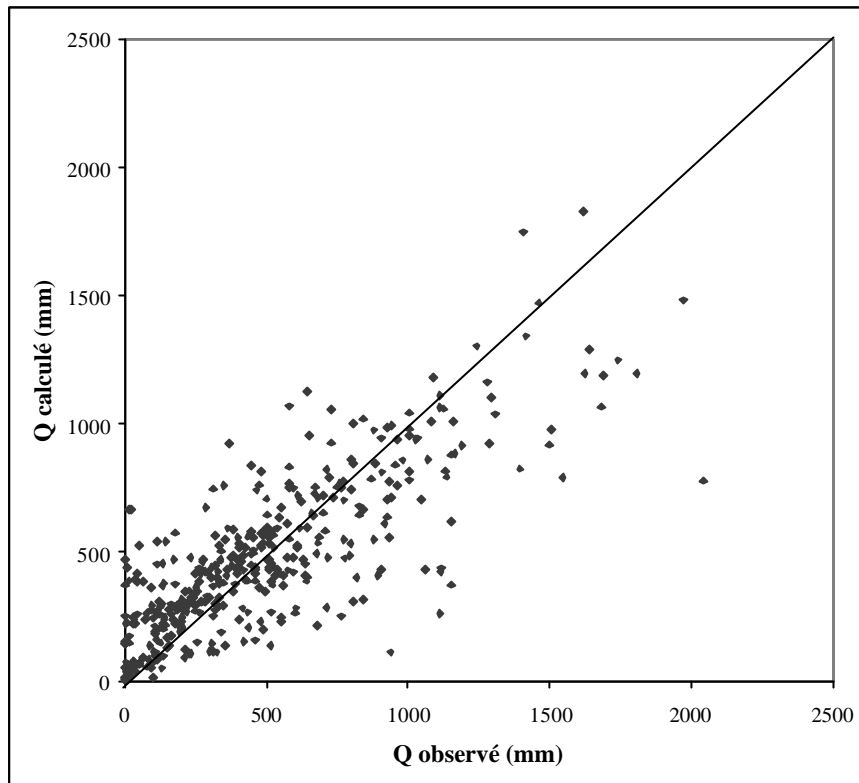


b)

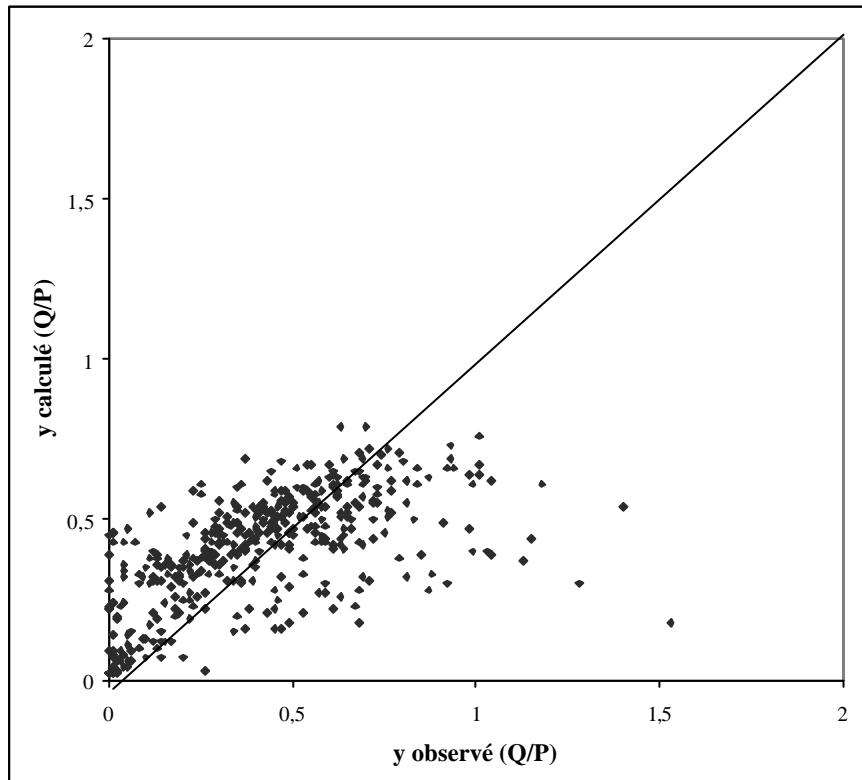


**Figure 31 : Modèle de Turc.1, nuage de corrélation a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle**

a)

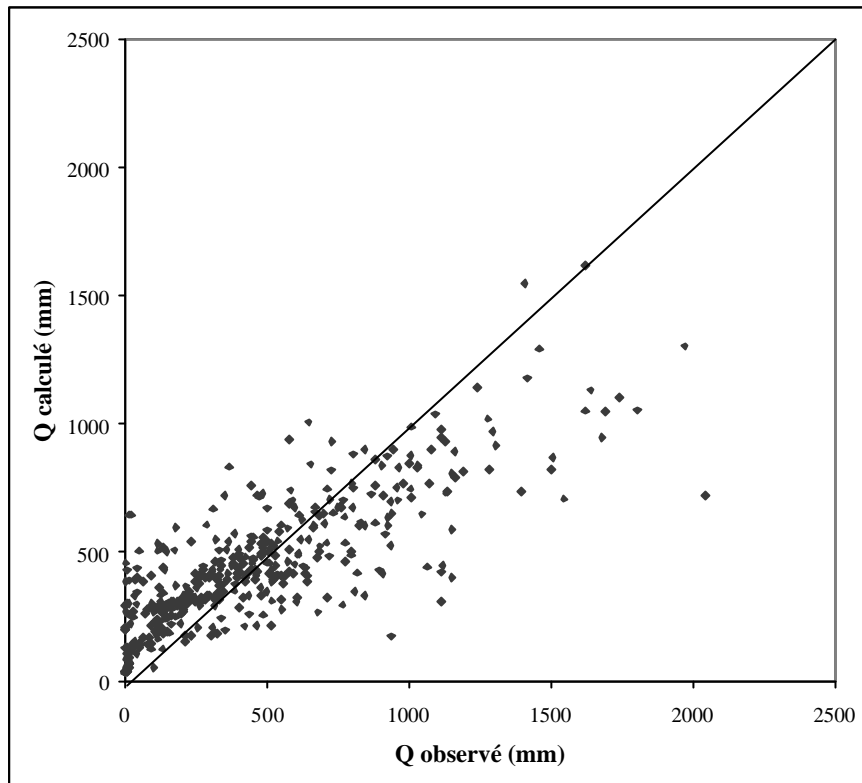


b)



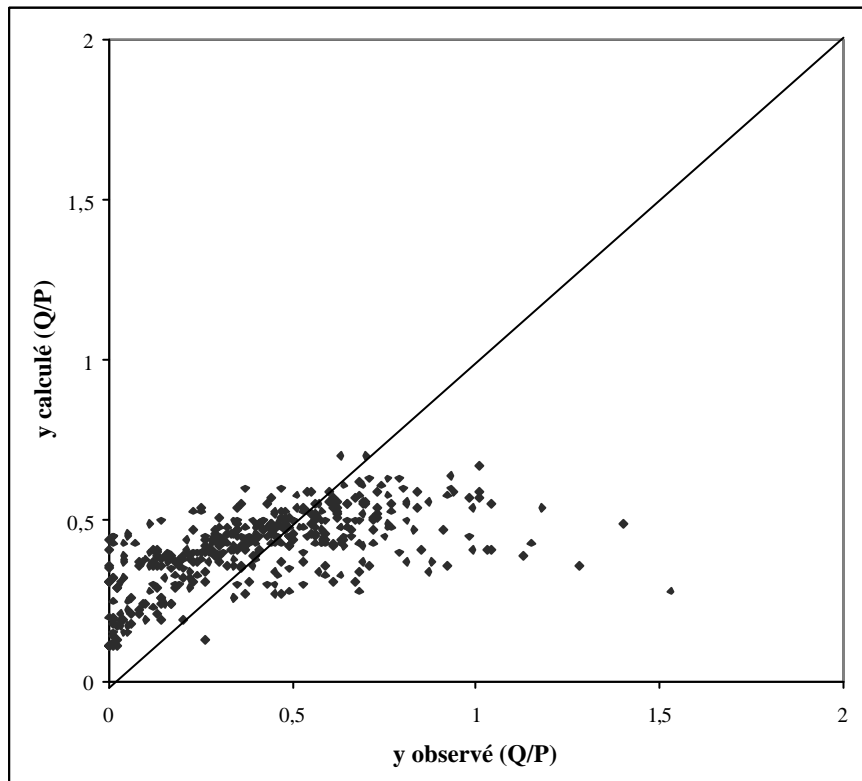
**Figure 32 : Modèle de Tixeront.1, nuage de corrélation a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle**

a)



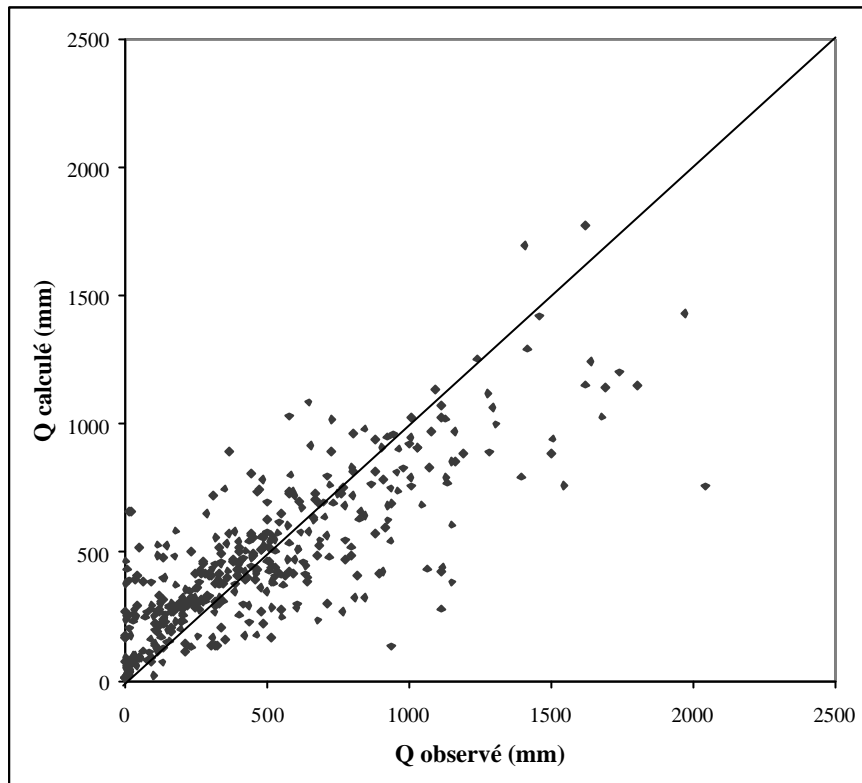
b)

**Figure 33 : Modèle de SCS.I, nuage de corrélation a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle**

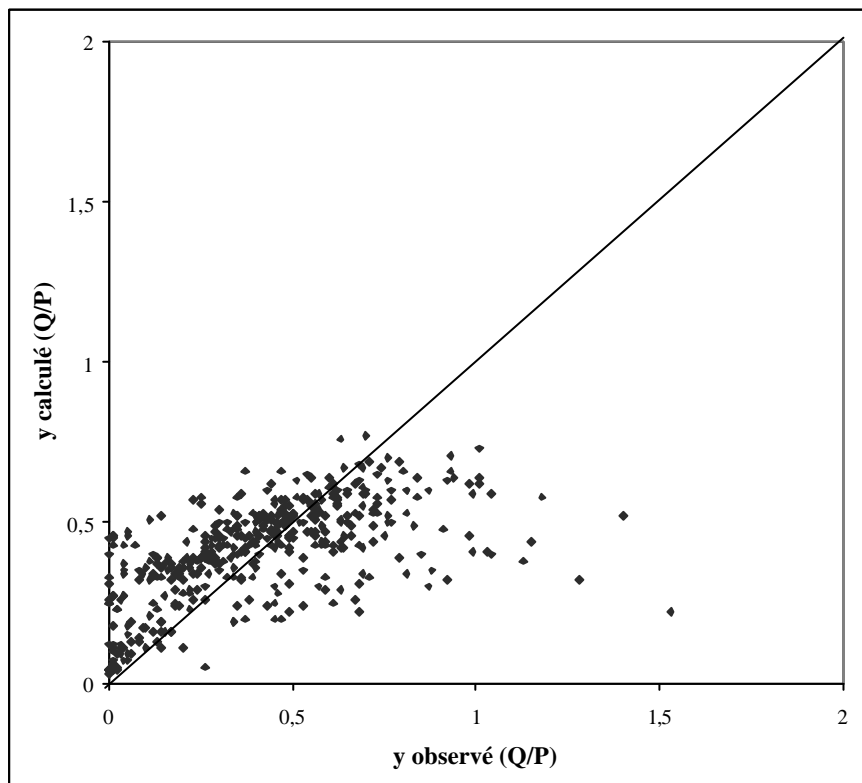




a)



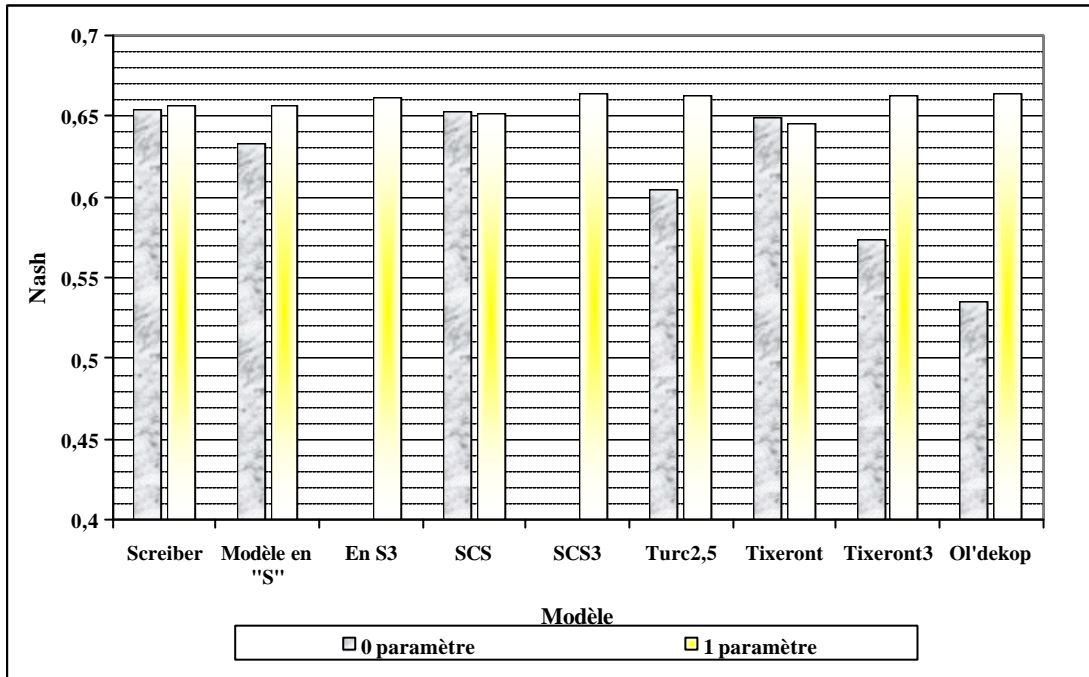
b)



**Figure 34 : Modèle de 'en S'1, nuage de corrélation a) valeurs réelles, b) écriture adimensionnelle**

## II) 3.5.4. Commentaire et critiques des résultats de la tentative d'amélioration

Nous portons sur la Figure 35 les nouvelles performances des modèles suite à l'affectation du paramètre (a).



**Figure 35 : Nouvelle performance des modèles suite à l'affectation du paramètre (a)**

La Figure 35 nous montre que l'affectation d'un paramètre lié à l'évapotranspiration engendre globalement un gain au niveau du critère de performance, à l'exception du modèle SCS et le modèle de Tixeront. Les modèles sont alors de performances très proches, ce qui rend le choix de l'un ou l'autre indifférent. Nous commentons dans ce qui suit chaque modèle pour essayer de comprendre son comportement ainsi que l'effet du paramètre (a).

### II) 3.5.4. (a) Modèle d'Ol'dekop

L'affectation du paramètre (a) dans le modèle d'Ol'dekop conduit à un gain remarquable du critère de Nash de l'ordre de 13% (0,535 sans paramètre à 0,664 avec paramètre). Il devient le modèle le plus performant alors qu'il était le moins performant au départ (Figure 24). Rappelons que nous n'avons pas pu améliorer ce modèle en jouant seulement sur sa forme mathématique (comportement sur le plan adimensionnel) à cause de la limite que nous imposait la fonction 'tangente hyperbolique'. Avec cette façon d'affecter un paramètre nous avons réussi à l'améliorer.

La valeur du paramètre  $a$  trouvée est de l'ordre de 0,72. Elle est bien inférieure à l'unité. Ce paramètre agit donc en réduisant la valeur de l'évapotranspiration potentielle (E) à l'entrée du système.

**II) 3.5.4. (b) Modèle de Turc**

Juste après le modèle d'Ol'dekop, c'est le modèle de Turc qui paraît le plus performant avec un critère de performance de (0,66). L'affectation du paramètre  $a$  permis un gain, relativement important, de l'ordre de 6% par rapport à la version originale sans paramètre (0,605). Rappelons que nous avons essayé de modifier la forme du modèle de Turc en agissant sur l'exposant ( $\gamma$ ) de la version généralisée. Nous proposons de faire la même démarche en proposant une forme encore généralisée mais avec paramètre cette fois-ci. Le but est de modifier simultanément le comportement mathématique (en variant l'exposant) et modifier le comportement hydrologique (en introduisant le paramètre  $a$ ). Ainsi nous prenons en compte une éventuelle interaction entre les deux façons d'agir. En introduisant de la même manière le paramètre  $a$  dans la formule (2.22) nous trouvons la forme :

$$Q = P - \frac{P}{\left(1 + \left(\frac{P}{aE}\right)^g\right)^{\frac{1}{g}}} \tag{2.34}$$

➤ où on appellera  $g$  exposant de Turc.

Nous allons donc faire varier  $\gamma$  pour voir l'effet sur la performance. Les résultats sont inscrits dans le Tableau 12.

**Tableau 12 : Effet de l'exposant (g) de Turc sur la performance après affectation du paramètre  $a$**

<b>g</b>	0,75	1	<b>1,5</b>	2	2,5	3
<b>F</b>	0,431	0,596	<b>0,647</b>	0,605	0,553	0,507
<b>Fmg</b>	0,604	0,628	0,652	0,660	<b>0,663</b>	0,662
<b>a</b> (Ecart Type)	2,77 (0,771 E-4)	1,54 (0,115 E-3)	0,96 (0,895 E-4)	0,80 (0,788 E-4)	<b>0,73</b> <b>(0,732 E-4)</b>	0,70 (0,702 E-4)

La première remarque que nous pouvons dégager du Tableau 12, est que l'affectation du paramètre  $a$  engendre un gain général du critère de performance de toutes les variantes qui deviennent relativement proches, bien que leur comportement mathématiques ( $\gamma$ ) ne soit pas le même d'un cas à l'autre.

Pour une valeur de l'exposant  $g$  de 0.75, la performance de cette variante est de 0.431, que nous pouvons qualifier de faible. Rien qu'en ajoutant le paramètre  $a$ , la performance saute pour atteindre 0,604. Rappelons que ce sont les données qui nous permettent de fournir la valeur de ce paramètre  $a$ . Cependant, l'exposant  $g$  est changé pour des raisons relativement mathématiques. Ainsi nous pouvons penser qu'une solution hydrologique (sans idée a priori) paraît plus importante qu'une solution mathématique pour construire un modèle pluie-débit au pas de temps pluriannuel.

La valeur du paramètre  $a$  est trouvée de l'ordre de 0,80. Comme pour le modèle d'Ol'dekop, ce paramètre agit bien en réduisant l'évapotranspiration potentielle (E). D'où encore une fois le caractère correctif de ce paramètre.

### II) 3.5.4. (c) Modèle de Schreiber et modèle 'en S'

En suivant l'ordre décroissant du critère de performance, après le modèle d'Ol'dekop et celui de Turc ce sont les modèles de Schreiber et 'en S' qui prennent la troisième place avec des valeurs de Nash identiques, de l'ordre de 0,66. L'affectation du paramètre  $a$  a engendré un gain de performance mais d'importance différente : seulement de 0,3% pour le modèle de Schreiber et 2,4% pour le modèle 'en S'. Le paramètre  $a$  est de l'ordre de 0,961 pour le modèle Schreiber et de 0,87 pour 'en S'. D'où encore une fois le caractère correctif de ce paramètre.

Comme pour le cas du modèle de Turc, nous allons essayer de modifier le comportement mathématique du modèle 'en S' en introduisant le paramètre dans la fonction généralisée de celui ci. Ainsi l'équation (2.23) devient :

$$Q = \frac{P}{\sum_{i=0}^n \left( \frac{aE}{P} \right)^i} \quad (2.35)$$

Les résultats sont mentionnés dans le Tableau 13

**Tableau 13 : Effet de la variation de (n) sur la performance du modèle en 'S' généralisé après affectation du paramètre (a)**

<b>n</b>	2	3	4	5	6	7
<b>F</b>	0,633	<b>0,653</b>	0,654	0,649	0,641	0,633
<b>Fmg</b>	0,657	<b>0,661</b>	0,657	0,650	0,641	0,633
<b>a</b> (Ecart Type)	0,87 (0,852 E-4)	<b>0,92</b> <b>(0,750 E-4)</b>	0,94 (0,666 E-4)	0,95 (0,578 E-4)	0,96 (0,507 E-4)	0,97 (0,44 E-4)

Pour des valeurs de  $n$  supérieures à 4, le modèle ‘en S’ devient insensible au paramètre  $a$ . Ainsi une formulation mathématique relativement compliquée peut devenir difficile à améliorer, ce qui est confirmé par le très faible gain au niveau du modèle de Schreiber qui utilise une forme exponentielle.

Une valeur de  $n$  prise égale à 3 permet un gain de la performance sur deux plans par rapport à un modèle où  $n$  est égal à 2 (modèle de départ) : sans paramètre et avec paramètre. Bien que le gain soit relativement faible dans le cas où le modèle est affecté du paramètre  $a$ , nous proposons dans ce qui suit de garder cette forme en raison de la logique d’amélioration sur ces deux plans (cas contraire pour le modèle de Turc). Nous l’appellerons alors le modèle ‘en S’ d’ordre trois qui sera noté ‘en S<sup>3</sup>’ :

$$Q = \frac{P}{\sum_{n=0}^{n=3} \left( \frac{aE}{P} \right)^n} \quad (2.36)$$

#### II) 3.5.4. (d) Modèle SCS

L’affectation du paramètre  $a$  dans le modèle SCS ne rapporte aucun gain au niveau de la performance. Au contraire elle engendre une légère baisse. Si nous tirons l’enseignement des cas des modèles de Turc et ‘en S’, nous pouvons imputer cela à une éventuelle rigidité de la formulation mathématique du modèle SCS.

Pour vérifier cette hypothèse, nous reprenons l’équation du modèle SCS affectée par le paramètre ( $a$ ) :

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = \frac{\left( P - \frac{a}{6}E \right)^2}{P + \frac{2}{3}aE}; P > a \frac{E}{6} \\ Q = 0; P \leq \frac{aE}{6} \end{array} \right. \quad (2.37)$$

Le paramètre agit à la fois au dénominateur et au numérateur, avec deux coefficients différents (1/6 et 2/3). Nous pouvons apporter deux modifications qui agissent dans le même sens : la première consiste à éliminer le terme (aE/6) et la deuxième est de remplacer le (2/3) par (1). Puis nous pouvons proposer une formulation générale nommée SCS d’ordre ( $n$ ) et notés SCS<sup>(n)</sup> :<sup>9</sup>

$$Q = \frac{P^2}{\left( P^n + (aE)^n \right)^{1/n}} \quad (2.38)$$

<sup>9</sup> Dans le cas où  $n$  est égal à 1, cette formulation sera équivalente à celle de Turc généralisée quand son exposant  $\gamma$  est égal aussi à 1.

Nous avons vérifié que cette forme respecte bien les limites déjà mentionnées lors de l'analyse adimensionnelle de tous les modèles testés.

Nous avons fait varier l'exposant  $n$  pour détecter la valeur qui donne le critère le plus élevé. Les résultats sont mentionnés dans le Tableau 14.

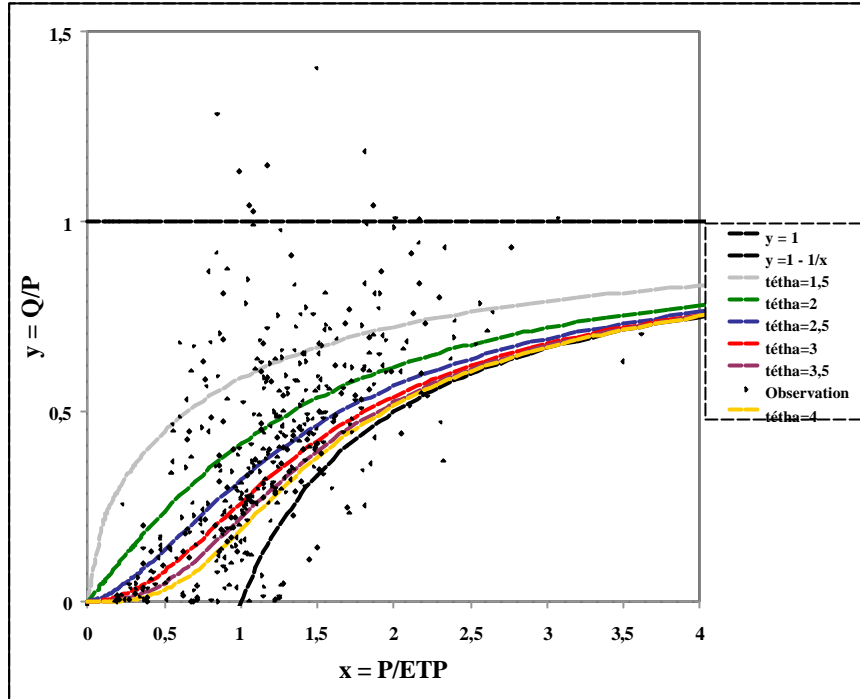
**Tableau 14 : Effet de l'exposant ( $n$ ) sur la performance du modèle SCS généralisé (le tiret désigne des signes négatives)**

<b>n</b>	0,75	1	1,5	2	2,5	<b>3</b>	3,5
<b>F</b>	0,603	0,596	0,323	0,047	-	-	-
<b>Fmg</b>	0,605	0,628	0,651	0,660	0,663	<b>0,664</b>	0,664
<b>a</b> (Ecart Type)	0,98 (0,150 E-3)	1,54 (0,115 E-3)	2,18 (0,819 E-4)	2,48 (0,665 E-4)	2,64 (0,578 E-4)	2,72 (0,528 E-4)	2,77 (0,487 E-4)

Cette forme généralisée peut bien jouer le rôle d'un modèle pluie-débit au pas de temps pluriannuel avec une performance très satisfaisante par comparaison avec les autres modèles. Nous proposons de garder cette formulation généralisée du modèle SCS d'ordre 3.

#### II) 3.5.4. (e) Modèle de Tixeront

Sans paramètre, le modèle de Tixeront est classé parmi les trois premiers. Toutefois, en lui affectant le paramètre  $a$ , il devient le moins performant de tous les modèles, de plus il perd en critère de performance (Figure 35). Rappelons que sur le plan adimensionnel, ce modèle avec un exposant  $q$  égal à 2, décolle d'une façon assez 'brutale' de l'axe des abscisse en sur-estimant ainsi les bassins à faible débit, et atteint la limite (Q=P-E) moins vite (Figure 36). En lui affectant le paramètre  $a$ , la valeur trouvée est de  $a=1,10$ . Ce paramètre agit alors contrairement aux autres modèles, non pas en réduisant l'évapotranspiration mais en l'augmentant. Par suite, la limite (Q=P-E) n'est plus respectée (Figure 27).



**Figure 36 : Effet de l'exposant ( $q$ ) sur le comportement du modèle de Tixeront dans le plan adimensionnel**

Sous l'effet donc du paramètre  $a$ , le modèle de Tixeront à la fois décolle plus vite que tous les autres modèles de l'axe des abscisses et atteint plus rapidement la limite ( $Q=P-E$ ). Pour remédier à ce comportement, nous avons généralisé le modèle de Tixeront, qu'on appellera '*Tixeront d'ordre  $q$* ' et sera noté : '*Tixeront<sup>θ</sup>*'. Nous faisons varier l'exposant  $\theta$  pour détecter celui qui donne la meilleure performance (Tableau 15).

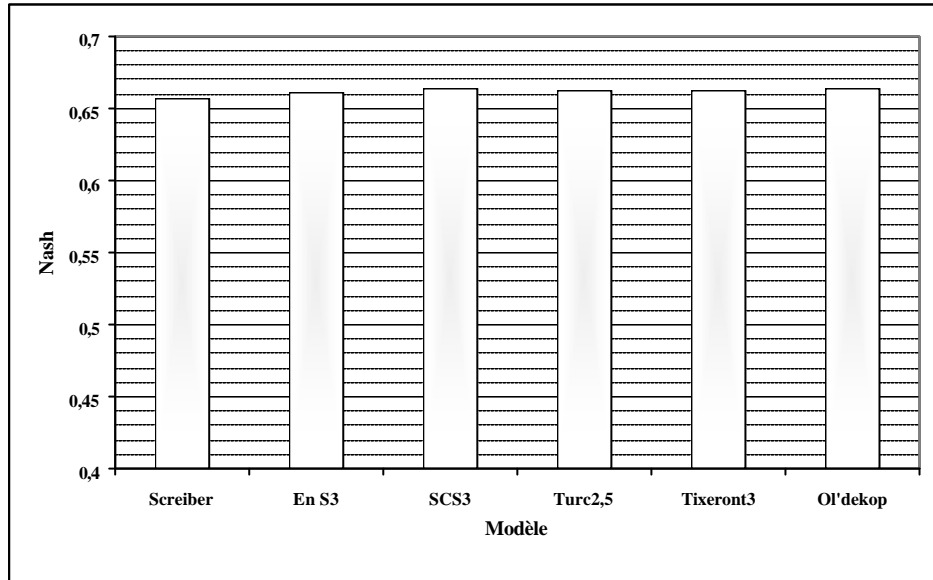
**Tableau 15 : Effet de l'exposant  $q$  sur le modèle de Tixeront après affectation du paramètre**

$q$	1,5	2	2,5	3	3,5	4
<b>F</b>	0,462	<b>0,649</b>	0,626	0,574	0,525	0,485
<b>F<sub>mg</sub></b>	0,603	0,645	0,658	<b>0,662</b>	0,663	0,662
<b><math>a</math></b>	2,509	1,050	0,852	<b>0,756</b>	0,712	0,691

Un exposant  $\theta$  de 3 rend le modèle de Tixeont plus performant et dépasse la barre de 66% de Nash. La valeur correspondante du paramètre  $a$  trouvée est de 0.76, elle a tendance alors à 'corriger' les valeur de l'évapotranspiration ( $E$ ) comme pour les cas des autres modèles. Nous proposons dans ce qui suit de garder cette nouvelle forme de Tixeront<sup>(3)</sup>.

**II) 3.5.4. (f) Conclusion sur la comparaison des modèles**

L'affectation du paramètre  $a$  nous a permis un gain de performance sauf pour le modèle SCS et le modèle de Tixeront. Cependant, en modifiant le comportement mathématique de ces deux derniers, nous avons réussi à améliorer leurs performances (Figure 37).



***Figure 37 : Classement des modèles après modification de la forme mathématique***

Les performances de ces modèles sont très proches et cela rend le choix de l'un ou l'autre, basé seulement sur ce critère, relativement difficile. Cependant, nous notons que l'utilisation d'une fonction usuelle, telle que la fonction exponentielle, peut limiter sa malléabilité en vue d'une éventuelle amélioration.

Le paramètre affecté prend des valeurs inférieures à l'unité, ce qui souligne son caractère correctif de l'évapotranspiration ou simplement le fait que l'ETR reste strictement inférieure à E même lorsque P tend vers l'infini.

Jusqu'ici nos modèles prennent tous une forme de fonction à une variable de la forme  $y=f(x)$  dont les graphiques se présentent comme des courbes passant au milieu des observations (Figure 17). En effet, ils adoptent comme variables Q/P et P/E de telle façon que  $Q/P = f(P/E)$ . On peut se demander si une autre variable que P/E joue un rôle dans le calcul de Q. C'est l'objet du paragraphe suivant.



## II) 3.6. Vers une amélioration des modèles par affectation d'une nouvelle variable

nous proposons dans ce qui suit de commencer par présenter les variables supplémentaires disponibles ainsi que les modalités de leur introduction dans les modèles puis nous concluons sur cette tentative d'amélioration.

### II) 3.6.1. Choix d'une nouvelle variable explicative

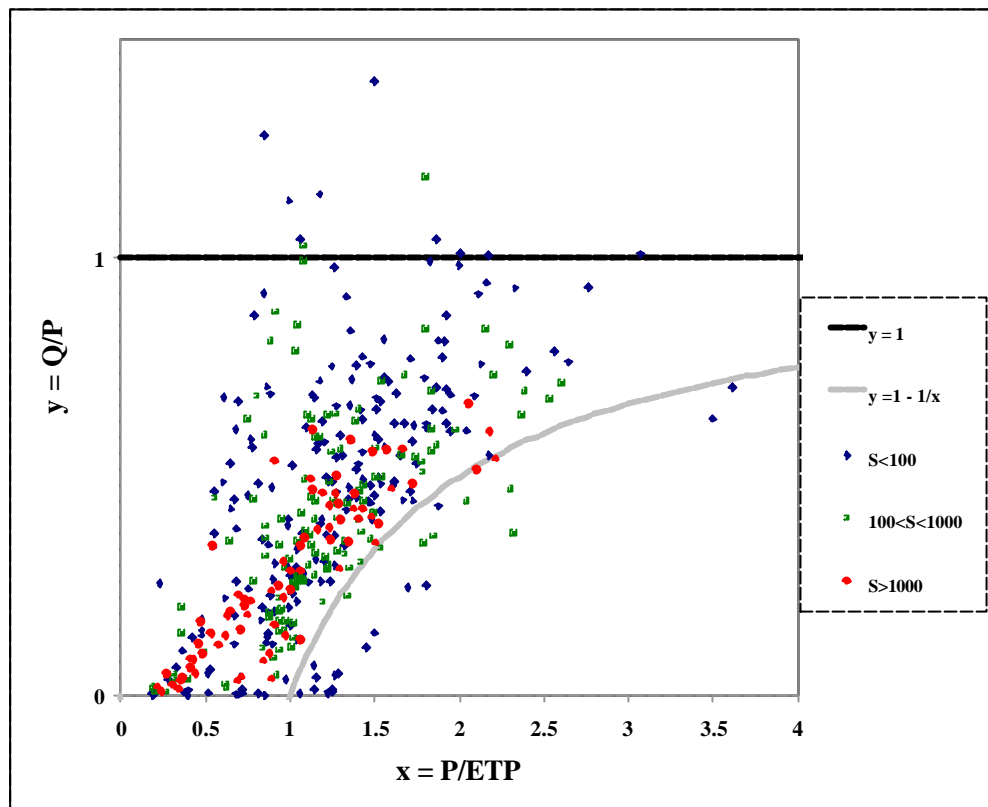
Rappelons que chaque bassin est caractérisé par un triplet (Q, P, E) et que la surface (S) a été utilisée pour uniformiser les dimensions de ces variables. Quelle que soit la variable à introduire, elle doit être facile à obtenir à partir des données de base (429 BV) et son introduction doit respecter à la fois l'analyse adimensionnelle et les limites hydrologiques déjà présentées. Pour ce faire, il est préférable que la variable soit introduite sous forme adimensionnelle.

Deux catégories de variables pourront être introduites. La première est composée des caractéristiques physiques du bassin versant. La seule disponible dans notre cas est la superficie (S). La deuxième catégorie est composée des caractéristiques climatiques des bassins versants comme un indice d'aridité ou un indice de répartition de pluies, sous une forme adimensionnelle, lesquels pourront être introduits comme nouvelles variables.

#### II) 3.6.1. (a) La variable superficie (S)

L'idée de faire réapparaître une autre fois la variable superficie nous est venue surtout suite à l'observation de l'échantillon des observations adopté par Turc (1954). En effet, cette base de données semble plus cohérente et plus régulière que la nôtre, et concerne des bassins de superficie plus importante que celles de notre échantillon. (annexe 2).

Dans le souci de pouvoir extraire encore plus d'information de la variable (S) suite à cette réflexion, nous représentons dans la figure 30 notre échantillon d'observations dans le plan adimensionnel ( $y = Q/P$ ) en adoptant des symboles différents pour trois classes de superficie.



**Figure 38 : Rôle de la surface**

Le nuage des points représentés par des ronds rouges, correspondant à des superficies supérieures à 1000km<sup>2</sup>, semble plus resserré que le nuage complet. Au fur et à mesure que la superficie diminue, on remarque un étalement dans les deux sens du nuage de points. Donc une diminution de la superficie est accompagnée par une augmentation de la variabilité du coefficient d'écoulement ( $y = Q/P$ ). Les points représentant les bassins 'suspects' correspondent aux plus faibles superficies, ce qui confirme l'idée d'un éventuel apport ou perte autre que le pluie et l'évapotranspiration déjà introduite dans la première partie consacrée, entre autres, aux critiques des données.

Comme cette variabilité est un étalement dans les deux sens, la superficie n'est pas la variable explicative qui permet d'expliquer les écarts.

**II) 3.6.1. (b) Variables climatiques**

L'une des limites physiques des modèles est la courbe  $Q = P - E$ , soit dans le plan adimensionnel  $y = 1 - 1/x$  présentée dans la Figure 12. Cette limite reflète le fait que pour des pluies importantes, la totalité de l'évapotranspiration potentielle peut être soustraite de la pluie pour estimer les débits. Toutefois, la répartition de la pluie selon les saisons devrait jouer un rôle important. Ainsi le fait de soustraire l'évapotranspiration potentielle de la pluie alors que des périodes humides et froides alternent avec des périodes sèches et chaudes n'est pas justifié. Il semble donc judicieux de tenir compte du régime pluviométrique.

Nous trouvons en bibliographie des auteurs qui ont introduit cette information dans les modèles pluie – débit. Nous citons à titre d'exemple le modèle de Liebscher (1972) qui retient la pluie moyenne (P), la température annuelle moyenne de l'air (TA) et le ratio (PSe/PSH), quotient des précipitations estivales moyennes de mai à octobre inclus divisées par les précipitations hivernales moyennes de novembre à avril inclus, dans un modèle régressif :

$$Q = -454 + 0,93P - 24TA + 151 \frac{PSe}{PSH} \quad (2.39)$$

Compte tenu de la disponibilité des données, cela nous incite à utiliser un indice qui exprime cette irrégularité de la répartition de la pluie qui sera noté  $I_{RP}$  :

$$I_{RP} = \frac{P_{\max} - P_{\min}}{P_m} \quad (2.40)$$

avec :

- $P_{\max}$  : la pluie mensuelle pluriannuelle du mois le plus pluvieux ;
- $P_{\min}$  : La pluie mensuelle pluriannuelle du mois le moins pluvieux ;
- $P_m$  : la pluie mensuelle moyenne.

On peut aussi présenter cet indice sous la forme :

$$I_A = \frac{P_{\max} - P_{\min}}{E_m} \quad (2.41)$$

$P_{\max}$ ,  $P_{\min}$ , et  $E_m$  sont des données faciles à avoir. Et l'on a :

$$I_A = I_{RP} \frac{P}{E} \quad (2.42)$$

Où  $E_m$  est l'évapotranspiration potentielle mensuelle moyenne (égale à  $E/12$ ).

**Nous récapitulons dans le**

Tableau 16 les principales caractéristiques descriptives des deux indices ( $I_{RP}$  et  $I_A$ ) pour notre échantillon de bassins.

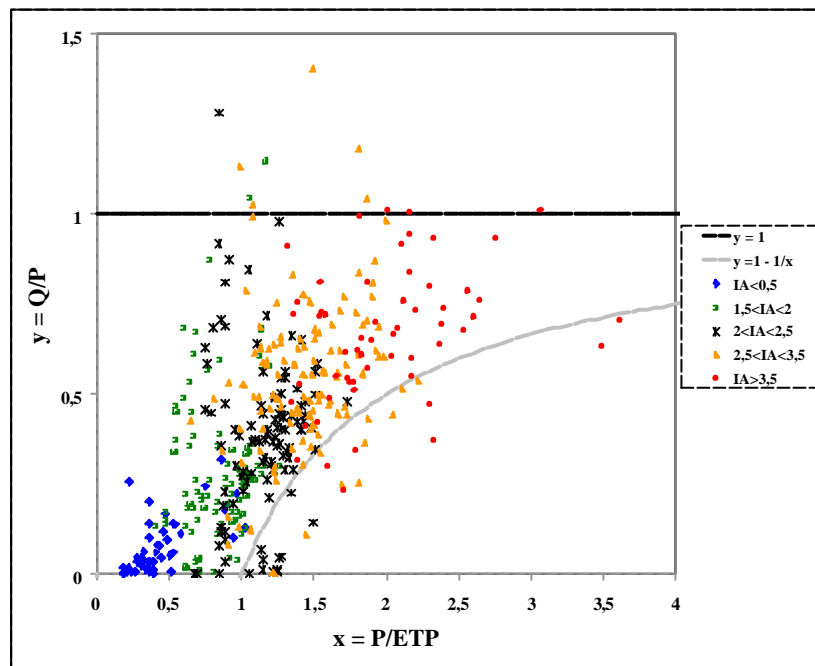
**Tableau 16 : Caractéristiques de  $I_A$  et  $I_{RP}$**

(429 observations)	$I_A$	$I_{RP}$
Moyenne	2,49	2,2
Ecart type	1,06	0,6
Min	0,55	1,3
Quantile 5%	1,12	1,5
Quantile 95%	4,58	3,3
Max	0,79	5,0

Comme pour la superficie nous allons examiner le rôle de ces indices dans la formation du nuage des points dans le plan (x,y).

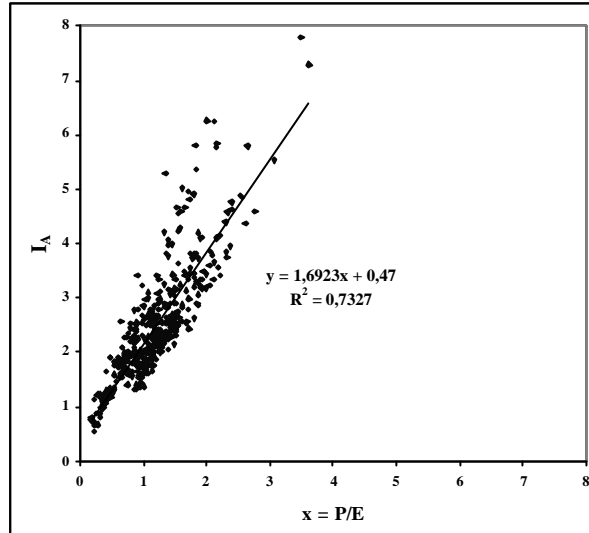
**Indice  $I_A$**

La Figure 39 introduit cinq classes selon l'indice  $I_A$  :



**Figure 39 : Comportement des observations avec  $I_A$  sur le plan adimensionnel**

Cette figure montre une certaine augmentation générale de ( $I_A$ ) en fonction de ( $x = P/E$ ). En effet nous assistons à un passage progressif, à la limite  $y = 1 - 1/x$ , du premier nuage représenté par les points (bleus) ( $I_A < 0,5$ ) vers celui représenté par des points (rouges) ( $I_A > 3,5$ ). Cette constatation nous a conduit à examiner la liaison entre les variables  $I_A$  et ( $x = P/E$ ) :

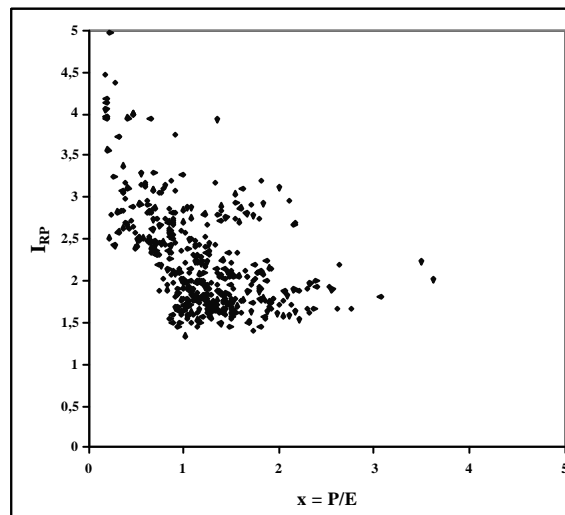


**Figure 40 : Nuage de corrélation entre  $I_A$  et  $P/E$**

Cette figure montre bien qu'il existe une nette liaison entre ces deux variables. Ce qui diminue l'intérêt de l'indice  $I_A$ .

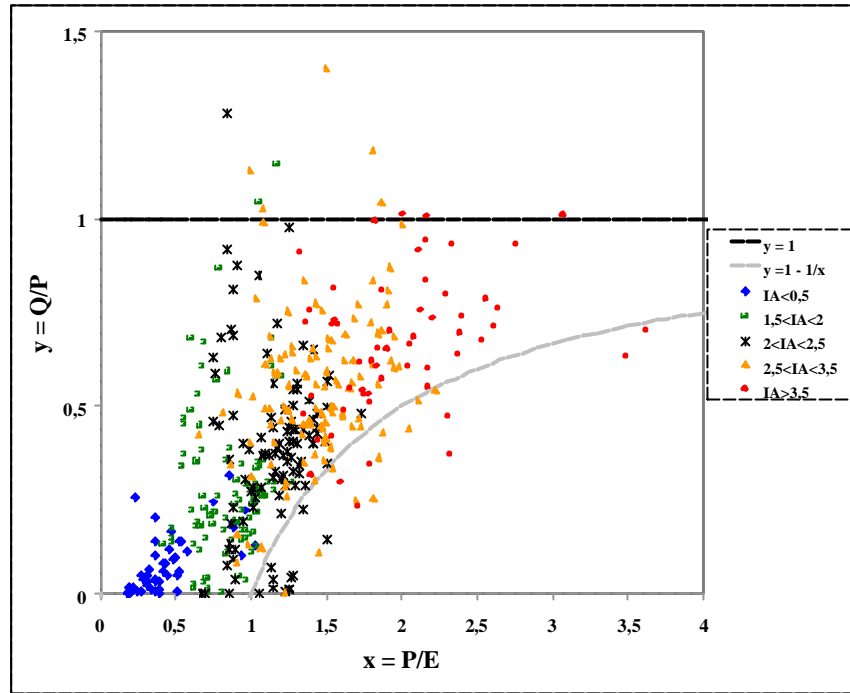
### **Indice de répartition de la pluie $I_{RP}$**

Nous commençons d'abord par examiner la liaison entre l'indice de répartition de la pluie avec la variable adimensionnelle ( $x = P/E$ ).



**Figure 41 : Nuage de corrélation entre  $I_{RP}$  et  $P/E$**

La Figure 41, montre que  $I_{RP}$  apporte un supplément d'information par rapport à  $P/E$ , ce qui nous permet de retenir l'indice ( $I_{RP}$ ) comme variable explicative supplémentaire. La Figure 42 permet de découvrir le rôle potentiel de  $I_{RP}$  dans l'étalement du nuage de points.



**Figure 42 : Comportement des observations avec  $I_{RP}$  sur le plan adimensionnel**

Contrairement à la Figure 39, la Figure 42 montre bien une dispersion du nuage expliquée par chaque classe d'indice ( $I_{RP}$ ). Nous pouvons dire qu'une augmentation de la valeur de l'indice de répartition de pluie ( $I_{RP}$ ) est accompagnée par un éloignement des observations de la limite ( $y = 1 - 1/x$ ) ou ( $Q = P - E$ ). Cette information nous guidera dans les modalités d'affectation de cet indice dans les modèles retenus. C'est l'objet du paragraphe suivant.

### II) 3.6.1. (c) Comment introduire la nouvelle variable ( $I_{RP}$ )

Une affectation de cette nouvelle variable dans un des modèles devrait toujours respecter les limites physiques représentées dans la Figure 42. Cette contrainte sera à chaque fois vérifiée par un calcul au voisinage des deux frontières. Il faudrait introduire la nouvelle variable de telle façon que le modèle s'éloigne de la limite ( $Q = P - E$ ) ou ( $y = 1 - 1/x$ ) quand l'observation le nécessite. Cette affectation dépend alors de l'effet de la variation du paramètre sur le comportement du modèle. Rappelons que le paramètre  $a$  a tendance à réduire l'évapotranspiration réelle (ETR) et fait éloigner le modèle de la limite ( $Q=P-E$ ). Nous allons alors lier cette nouvelle variable  $I_{RP}$  à ce paramètre pour garder le même effet. Nous reprenons alors tous les modèles déjà cités en faisant intervenir le paramètre  $a$  et cet indice  $I_{RP}$ . Pour réécrire ces modèles nous pouvons alors remplacer le paramètre  $a$  par  $a/I_{RP}$  dans tous les modèles déjà traités.

Toutefois, un paramètre fixe e, additionné à la variable  $I_{RP}$  ( $I_{RP} + e$ ), nous a paru indispensable lors des premiers calculs. Nous avons alors essayé de faire varier ce paramètre pour en choisir un où tous les modèles soit améliorés. Cette valeur de e a été trouvée égale à 1. Nous avons alors remplacé le paramètre a par  $a/(I_{RP}+1)$ . Ainsi dans le cas où on ne tient pas compte de cette variable, il suffira de fixer  $I_{RP}$  à zéro.

### II) 3.6.2. Résultats de l'application des modèles à deux variables explicatives : Proposition d'un modèle pluie-débit au pas de temps pluriannuel

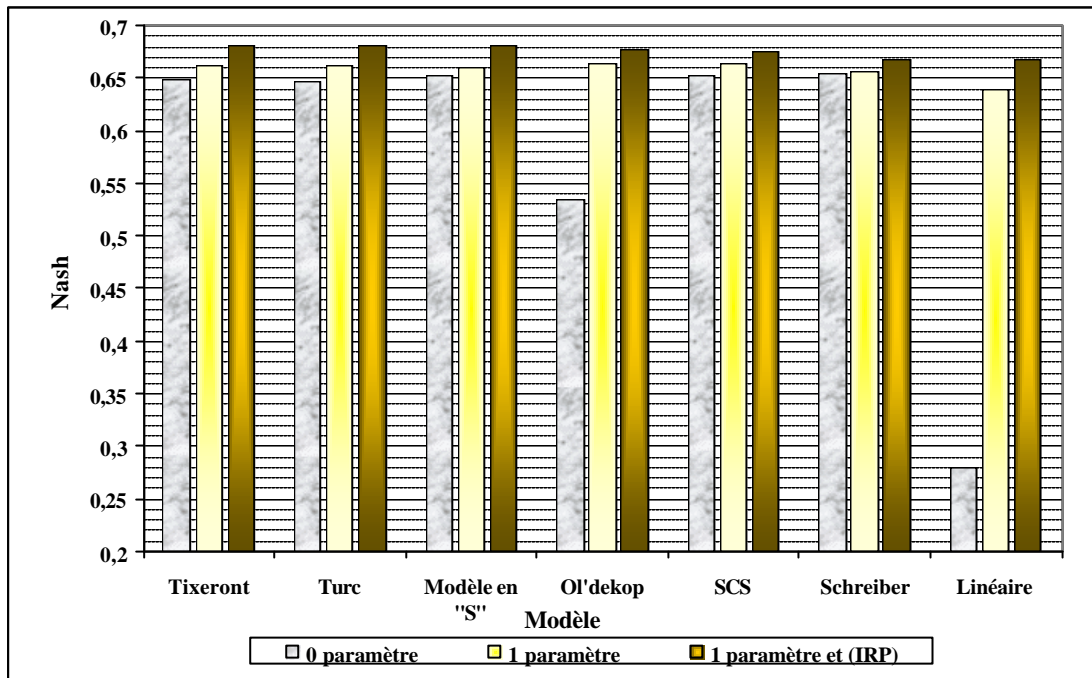
Le Tableau 17 rassemble les résultats de l'application des modèles retenus sur l'ensemble des données. Nous avons présenté les modèles seulement sous la forme adimensionnelle pour améliorer la lisibilité du tableau (F) désigne la valeur de «Nash» issue de l'application des modèles avec leur forme initiale. Fmg(a) illustre les valeurs de «Nash» obtenues suite à l'introduction d'un paramètre. Fmg(a,V) reflète les valeurs de «Nash» suite à l'introduction de la variable ( $I_{RP}$ ). Pour le cas des modèles : SCS<sup>(n)</sup> ; en S<sup>(n)</sup> ; Turc<sup>(γ)</sup> et Tixeront<sup>(θ)</sup>, nous avons veillé à détecter l'ordre (ou l'exposant) qui est associé à la meilleure performance.

**Tableau 17 : Résultats de l'application des modèles à deux variables explicatives**

Modèle une variable et un paramètre			Modèle à 2 variable et un paramètre		F	Fmg(a)	Fmg(a,V)
Linéaire	$y = 1 - \frac{a}{x}$	Paramètre Val : 0,625 ET : 0,946 E-4	$y = 1 - \frac{a}{(I_{RP} + 1)x}$	Paramètre Val : 0,660 ET : 0,534 E-4	<b>0,28</b>	<b>0,640</b>	<b>0,667</b>
Scriber	$y = \exp\left(-\frac{a}{x}\right)$	Paramètre Val : 0,961 ET : 0,902E-4	$y = \exp\left(-\frac{a}{(I_{RP} + 1)x}\right)$	Paramètre Val : 3,004 ET : 0,930 E-4	<b>0,654</b>	<b>0,657</b>	<b>0,668</b>
O'edekop	$y = 1 - \frac{a}{x} \tanh\left(\frac{x}{a}\right)$	Paramètre Val : 0,719 ET : 0,703E-4	$y = 1 - \frac{a}{(I_{RP} + 1)x} \tanh\left(\frac{(I_{RP} + 1)x}{a}\right)$	Paramètre Val : 2,203 ET : 0,712 E-4	<b>0,535</b>	<b>0,664</b>	<b>0,678</b>
Turc <sup>(g)</sup>	$y = 1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{x}{a}\right)^g\right)^{\frac{1}{g}}}$	Paramètre Val : 0,733 ET : 0,732E-4	$y = 1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{(I_{RP} + 1)x}{a}\right)^g\right)^{\frac{1}{g}}}$	Paramètre Val : 2,054 ET : 0,679 E-4	<b>0,647</b> (g=1,5)	<b>0,663</b> (g=2,5)	<b>0,682</b> (g=4)
Tixeront <sup>(q)</sup>	$y = \left(1 + \left(\frac{a}{x}\right)^q\right)^{\frac{1}{q}} - \frac{a}{x}$	Paramètre Val : 0,756 ET : 0,752E-4	$y = \left(1 + \left(\frac{a}{(I_{RP} + 1)x}\right)^q\right)^{\frac{1}{q}} - \frac{a}{(I_{RP} + 1)x}$	Paramètre Val : 2,170 ET : 0,705 E-4	<b>0,649</b> (q=2)	<b>0,662</b> (q=3)	<b>0,682</b> (q=4)
SCS <sup>(n)</sup>	$y = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{a}{x}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}}$	Paramètre Val : 2,218 ET : 0,528E-4	$y = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{a}{(I_{RP} + 1)x}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}}$	Paramètre Val : 8,499 ET : 0,452 E-4	<b>0,653</b> (V.O.) <sup>10</sup>	<b>0,664</b> (n=3)	<b>0,675</b> (n=4)
en "S <sup>(n)</sup> "	$y = \frac{1}{\sum_{i=0}^n \left(\frac{a}{x}\right)^i}$	Paramètre Val : 0,923 ET : 0,750E-4	$y = \frac{1}{\sum_{i=0}^n \left(\frac{a}{(I_{RP} + 1)x}\right)^i}$ avec $n \geq 2$	Paramètre Val : 2,915 ET : 0,697 E-4	<b>0,653</b> (n=3)	<b>0,661</b> (n=3)	<b>0,681</b> (n=4)

<sup>10</sup> Sans paramètre, c'est la version originale qui donne le meilleur critère de performance (équation (2.18))

Nous présentons dans la Figure 43 le nouveau classement des modèles suite à l'affectation de la nouvelle variable  $I_{RP}$ .



**Figure 43 : Classement des modèles après introduction de la variable ( $I_{RP}$ ).**

Comme le montre la Figure 43, l'introduction de la nouvelle variable climatique  $I_{RP}$  augmente globalement la performance des modèles pluriannuels. Ce qui paraît relativement 'surprenant' c'est que le modèle linéaire, avec sa simplicité extrême et sa formulation évidente, semble performant et comparable aux autres modèles. Cependant, sa formulation mathématique peut engendrer des débits souvent nuls. C'est pourquoi nous avons tendance plutôt à faire appel à des fonctions qui donnent presque toujours des débits positifs.

Le modèle de Schreiber sans paramètre était le plus performant. En affectant un paramètre et la nouvelle variable, il devient pratiquement le moins performant bien qu'un gain ait lieu par rapport à sa forme initiale. Ceci explique la limite mathématique que peut imposer une fonction du type exponentielle dans la recherche d'une éventuelle amélioration par rapport à d'autres formulations plus simples du type fonction hyperbolique.

Le modèle SCS avec sa forme originale sans paramètre paraît très performant, par rapport aux autres modèles. Cependant, avec le paramètre  $a$ , toujours à caler, la nouvelle variable  $I_{RP}$  n'a pas apporté une amélioration notable ce qui nous a guidé à proposer une autre formulation générale avec un exposant ( $n$ ). Nous avons réussi alors à l'améliorer. Cependant cette formulation paraît très sensible surtout à cet exposant ( $n$ ) (voir Tableau 14). La formulation du modèle SCS telle qu'elle est présentée impose en quelque sorte une limite qui paraît plus mathématique qu'hydrologique.



Si l'on se réfère seulement aux valeurs du critère de performance, il sera très difficile de préférer un modèle parmi ceux de Tixeront<sup>(4)</sup>, Turc<sup>(4)</sup>, 'en S<sup>(4)</sup>' et Ol'dékop, vues leurs très proches performances. Nous proposons alors quatre modèles pluie-débit au pas de temps pluriannuel en choisissant de les présenter en ordre décroissant suivant leurs critères de performances (Tableau 18). Rappelons que la valeur du paramètre  $a$  est la valeur optimale trouvée suite au calage sur l'ensemble de l'échantillon (429 bassins versants). Dans la présentation finale des modèles à proposer, nous procéderons par préfixation de celui-ci au départ tout en cherchant celle qui donne le critère le plus élevé, elle se trouve généralement aux alentours de la moyenne, mais sans effet significatif sur la performance.

**Tableau 18 : Modèle pluie-débit proposés au pas de temps pluriannuel**

Modèles	Formulation	Fmg
Turc d'ordre 4 : Turc <sup>(4)</sup>	$Q = P - \frac{\left(\frac{2,1}{I_{RP} + 1}\right) EP}{\left(\left(\frac{2,1}{I_{RP} + 1} E\right)^4 + P^4\right)^{\sqrt[4]{4}}}$	0,683
Tixeront d'ordre 4 : Tixeront <sup>(4)</sup>	$Q = \left(P^4 + \left(\frac{2,1}{I_{RP} + 1} E\right)^4\right)^{\sqrt[4]{4}} - \frac{2,1}{I_{RP} + 1} E$	0,682
'EnS' d'ordre 4 : 'En S <sup>(4)</sup> '	$Q = \frac{P}{\sum_{i=0}^4 \left(\frac{3}{I_{RP} + 1} \frac{E}{P}\right)^i}$	0,681
Ol'dékop	$y = 1 - \frac{2,2}{I_{RP} + 1} \frac{E}{P} \tanh\left(\frac{I_{RP} + 1}{2,2} \frac{P}{E}\right)$	0,678

A ce stade, nous ne pouvons que présenter à la fois ces quatre modèles pluie-débit au pas de temps pluriannuel, le choix final entre ces modèles pourra être fait en traitant les autres pas de temps : annuel et mensuel.

## II) 4. Conclusion sur le pas de temps pluriannuel

A l'échelle de temps pluriannuelle, les observations ne comportent pas de séries chronologiques de débit, de pluie et d'évapotranspiration potentielle. Chaque bassin versant est affecté alors d'un triplet (Q,P,E) qui représente les moyennes interannuelles de ces observations.

A cette échelle de temps, un modèle pluie-débit prend une forme mathématique liant le débit (Q) à l'évapotranspiration (E) et à la pluie (P), tous en millimètres. Le domaine de définition de ces modèles est défini par deux limites : la première se traduit par l'inégalité ( $P > Q$ ), c'est à dire que le débit doit être inférieur à la pluie correspondante. La deuxième se traduit par l'inégalité ( $Q > P - E$ ) c'est à dire qu'à la limite, on ne peut pas retrancher davantage que toute l'évapotranspiration potentielle de la pluie correspondante pour avoir le débit. Ces limites supposent donc que le système {bassin versant} est fermé : avec la pluie comme entrée et le débit (Q) et l'évapotranspiration comme sorties. Cependant l'échantillon adopté dans notre travail présente des observations qui ne respectent pas ces deux limites ce qui pourra être expliqué par l'existence d'autres apports ou pertes.

Le jeu de modèles adopté dans notre étude se traduit par des fonctions mathématiques simples qui se présentent dans le plan adimensionnel (P/E, Q/P) sous forme de courbes en 'S' se trouvant grosso modo au milieu des observations et qui respectent les limites du domaine de définition.

Nous avons cherché à améliorer ces fonctions par affectation d'un paramètre  $a$  tout en essayant tout d'abord d'adapter la technique du double échantillon à l'échelle de temps pluriannuelle. La meilleure façon d'affecter ce paramètre est de le lier à l'évapotranspiration (E) comme coefficient multiplicatif. Les valeurs trouvées du paramètre montrent que celui-ci a tendance à réduire l'évapotranspiration réelle.

Dans le but d'améliorer encore les performances de ces modèles nous avons essayé de prendre en compte chaque observation à part (chaque bassin versant). Nous avons alors introduit une nouvelle variable ( $I_{RP}$ ) nommée indice de répartition de la pluie qui prend en compte, comme son nom l'indique, la distribution de la pluie au cours d'une année. Cette tentative nous a permis encore d'améliorer tous les modèles.

En suivant cette démarche, nous avons pu proposer quatre modèles pluie-débit au pas de temps pluriannuel avec des performances très proches tout en notant qu'à cette échelle de temps, l'utilisation de fractions rationnelles simples paraît plus commode qu'une utilisation de fonctions de type exponentiel.

**Partie (III) Modélisation pluie-débit au pas de  
temps annuel**

## **III) 1. Introduction**

Cette partie sera consacrée au pas de temps annuel. A l'échelle annuelle, contrairement au pas de temps pluriannuel, chaque bassin versant est représenté par des séries chronologiques de pluie, d'évapotranspiration et de débit.

Nous commençons par présenter l'état de l'art de la modélisation pluie-débit au pas de temps annuel au travers d'une analyse bibliographique, suivi par un examen de l'applicabilité des modèles répertoriés à l'échelle de temps annuelle. Nous nous intéresserons ensuite aux possibilités de conceptualisation des modèles annuels avant de donner les résultats des modèles et de proposer des structures plus satisfaisantes à ce pas de temps.

## III) 2. Revue bibliographique

Actuellement, il n'existe que peu de modèles pluie-débit au pas de temps annuel. La majorité des modèles proposés à cette échelle de temps se présentent comme des modèles linéaires statistiques du type 'boîte noire'. Nous présentons tout d'abord les principaux modèles que nous pouvons classer en deux catégories : les modèles fondés sur le schéma du 'seau' (Milly, 1993 ; Milly, 1994 ; McMahon *et al.*, 1992) et les modèles conceptuels dérivés du modèle GR3 (Edijatno, 1987 et 1991).

### III) 2.1. Les modèles du type 'seau'

#### III) 2.1.1. Travaux de Horn (1988) et Milly (1993 et 1994)

(Horn, 1988) a adopté une régression multiple en vue de proposer un modèle pluie-débit au pas de temps annuel. Les variables retenues sont : surface de drainage, pluie moyenne annuelle, et pourcentage de couverture forestière. Il a utilisé ensuite ce modèle pour dresser une cartographie régionale en s'appuyant sur une théorie géostatistique (krigeage).

Les travaux de Milly (1993, 1994) s'intéressent à la variation du stock d'eau dans le sol aux cours des événements pluvieux. En effet, si le réservoir de stockage est rempli au maximum et la précipitation excède l'évapotranspiration potentielle, l'excès de précipitation produit un débit. D'autre part, si le réservoir est vide et l'évapotranspiration potentielle excède la précipitation, la demande de l'évapotranspiration est non satisfaite. Enfin, si le stock du réservoir est dans un état intermédiaire et l'évapotranspiration potentielle est non satisfaite, il n'y a pas de production de débit (Milly, 1993).

Ces cas de figures sont traduits comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS}{dt} = 0 \text{ Si } (P > E) \text{ et } (S = A) \text{ et alors } PN = P - E \\ \frac{dS}{dt} = 0 \text{ Si } (P < E) \text{ et } (S = 0) \text{ et alors } PN = 0 \\ \frac{dS}{dt} = P - E \text{ Sinon} \qquad \qquad \qquad \text{et alors } PN = 0 \end{array} \right. \quad (3.1)$$

avec:

- ✓ *S* : stock dans le réservoir
- ✓ *A* : capacité du réservoir
- ✓ *P*: précipitation
- ✓ *E*: évapotranspiration potentielle
- ✓ *PN* : pluie nette destinée à l'écoulement

Le stockage, le taux d'infiltration et le taux de l'évaporation étant très dépendants des caractéristiques climatologiques et hydromorphologiques des bassins étudiés, il est difficile d'estimer a priori ces aspects physiques. Comme solution, Milly (1993) adopte une approche stochastique en traitant a priori l'apport des précipitations comme un processus de Poisson où l'intensité de pluie est distribuée d'une manière exponentielle. D'un calcul probabiliste, il aboutit au modèle suivant :

$$\frac{PN}{P} = \frac{1-x}{e^{a(1-x)} - x} \quad (3.2)$$

où :

- *PN* : pluie nette destinée à l'écoulement ;
- $x=P/E$  : rapport de la pluie à l'ETP ;
- *a* : capacité de stockage rapportée à la pluie moyenne.

En l'absence de routage  $Q = PN$

Remarquons que cette formule peut aussi servir de modèle pluriannuel. Toutefois, quand  $x$  tend vers 0,  $PN/P$  tends vers  $e^{-a}$  ce qui est en contradiction avec les observations où  $PN/P$  tend vers 0. On assiste alors à un dépassement des limites déjà observées lors du traitement du pas de temps pluriannuel (2<sup>ème</sup> partie où  $y$  tend vers zéro quand  $x$  tend vers zéro). Milly (1994) a testé aussi l'hypothèse qu'à long terme, le cycle de l'eau est déterminé seulement par l'interaction locale de la précipitation et de l'évapotranspiration par l'intermédiaire du stockage dans le sol.

### III) 2.1.2. Travaux de Mc Mahon *et al.* (1992)

McMahon *et al.* (1992) ont proposé un modèle pluie-débit 'conceptuel' à trois paramètres à l'échelle de temps annuelle (voir Figure 44). Il a été utilisé dans leurs travaux de comparaison du débit annuel et du débit maximal annuel dans les deux hémisphères du globe terrestre. Le modèle est composé de deux fonctions :

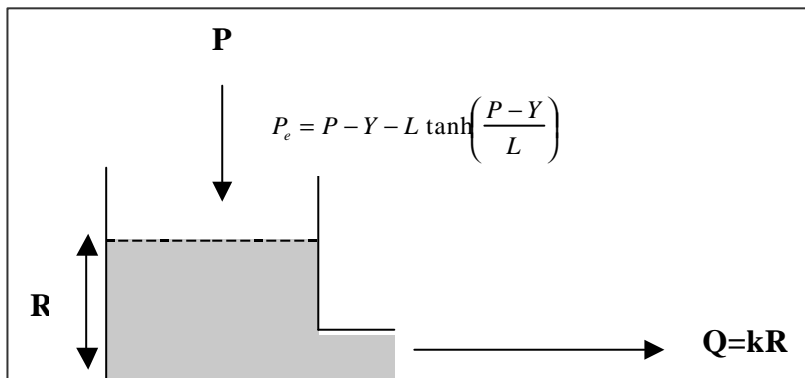
1) Une fonction de production qui permet de calculer la pluie nette, et inspirée du modèle d'Ol'dekop (1911) où l'évapotranspiration potentielle est traitée comme un paramètre fixe à caler. Ce sous-modèle s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} P_e = 0 & \text{Si } P \leq b \\ P_e = P - b - a \tanh\left(\frac{P - b}{a}\right) & \text{Si } P > b : \end{cases} \quad (3.3)$$

avec:

- $P_e$  : Pluie annuelle efficace (mm)
- $P$  : Pluie annuelle (mm)
- $a$  et  $b$  : paramètres du sous-modèle. La présence de  $b$  apparente quelque peu ce modèle à un modèle de seuil

2) Une fonction de transfert assurée par un réservoir linéaire de paramètre  $k$ , et dont le stock est  $R$ .



**Figure 44 : Architecture du modèle de Mc Mahon et al. (1992)**

Le modèle de Mc Mahon et al. (1992) tel qu'il est présenté représente, à notre connaissance, l'unique modèle à réservoir à l'échelle de temps annuelle. Cependant, la forme de la fonction de production qui provient du modèle d'Ol'dekop (1911) déjà traité au pas de temps pluriannuel (2<sup>ème</sup> Partie) ainsi que la forme du transfert ne sont pas validées comparativement à d'autres formules. Nous ne disposons donc pas d'éléments sur la robustesse de ce modèle. En revanche, l'idée que nous pouvons tirer de cette architecture est qu'un modèle pluriannuel tel que celui d'Ol'dekop pourra être introduit dans un modèle annuel afin de calculer la fraction de la pluie destinée à l'écoulement (fonction de production).



### **III) 2.2. Modèles pluie-débit au pas de temps annuel issus d'une simplification de modèles mensuels (GR2M)**

La modélisation pluie-débit au pas de temps annuel à déjà fait l'objet d'un sujet de DEA proposé par l'équipe hydrologie de l'unité QHAN (Cemagref, Antony) sous le thème de « Mise au point d'un modèle de transformation pluie-débit au pas de temps annuel » (Bouabdallah, 1996). Cette tentative de modélisation est relativement sommaire et sujette à différentes critiques : initialisation non convaincante des paramètres, architecture relativement compliquée. Cependant, elle a permis de présenter deux modèles GR1A et GR2A, respectivement à 1 et 2 paramètres. Ils se présentent comme des dérivés du modèle au pas de temps mensuel, à deux paramètres, GR2M (Makhlouf, 1994). Ce dernier dérive lui même du modèle journalier GR3J (Edijatno, 1991). On renvoi à l'annexe 6 pour un rappel sur les modèles GR en général.

#### **III) 2.2.1. Les modèles GR1A et GR2A (Bouabdallah, 1997)**

En s'inspirant du modèle mensuel GR2M (Makhlouf, 1993), Bouabdallah a testé différentes variantes de celui-ci au pas de temps annuel sur un échantillon de 84 bassins versants français. Cela lui permit de proposer deux architectures très proches de modèles pluie-débit au pas de temps annuel, GR1A et GR2A, respectivement à un et deux paramètres.

Les performances de ces deux modèles sont très proches. Le modèle GR1A présente un unique paramètre à caler. Il dérive du modèle GR2A en fixant le paramètre de routage (B fixé à 0.85). L'architecture de GR2A est présentée dans la Figure 45.

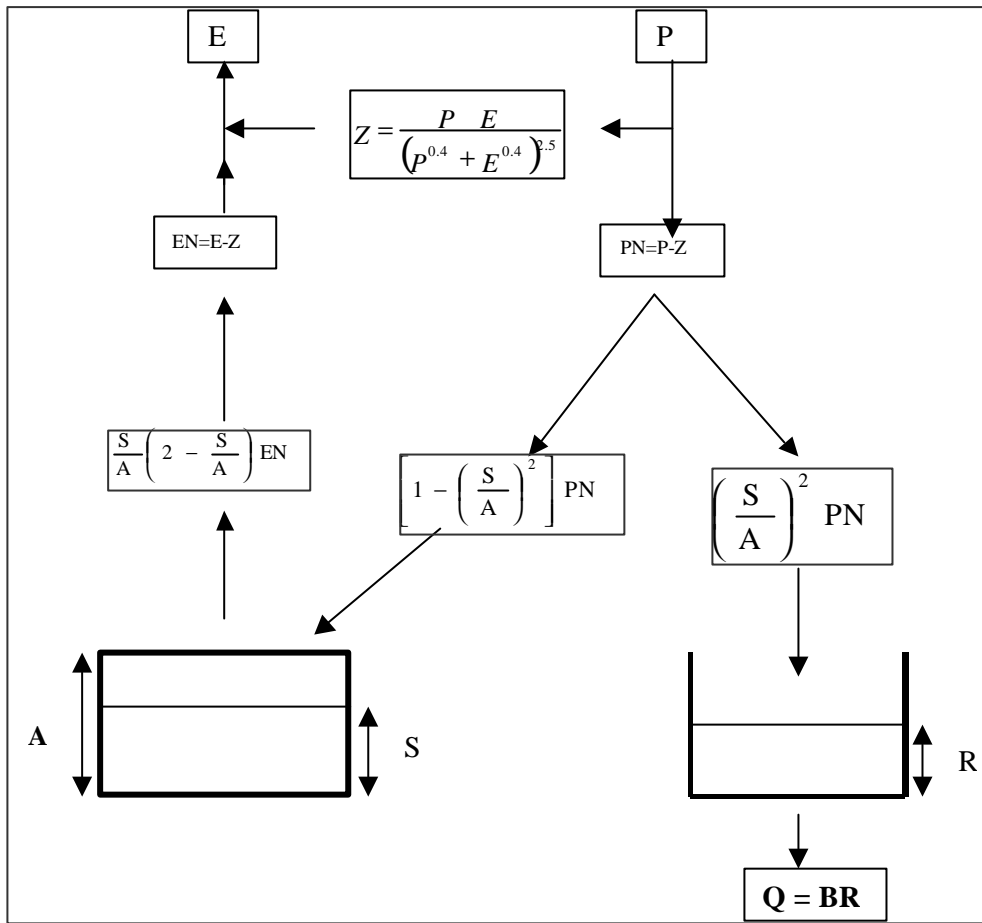


Figure 45 : Architecture du modèle GR2A

### III) 2.2.2. Commentaires et critiques du modèle GR1A

Pour une bonne visualisation de l'évolution du modèle GR en passant du pas de temps journalier jusqu'au pas de temps annuel, nous proposons de porter sur la même figure (Figure 46) l'architecture des modèles relatifs à chaque pas de temps (journalier, mensuel et annuel). Ainsi, toute cohérence (ou incohérence) sera formellement mise en évidence. Pour faciliter la lecture, les éléments communs sont en noirs, les éléments propres à un pas de temps ont une couleur spécifique à ce pas de temps.

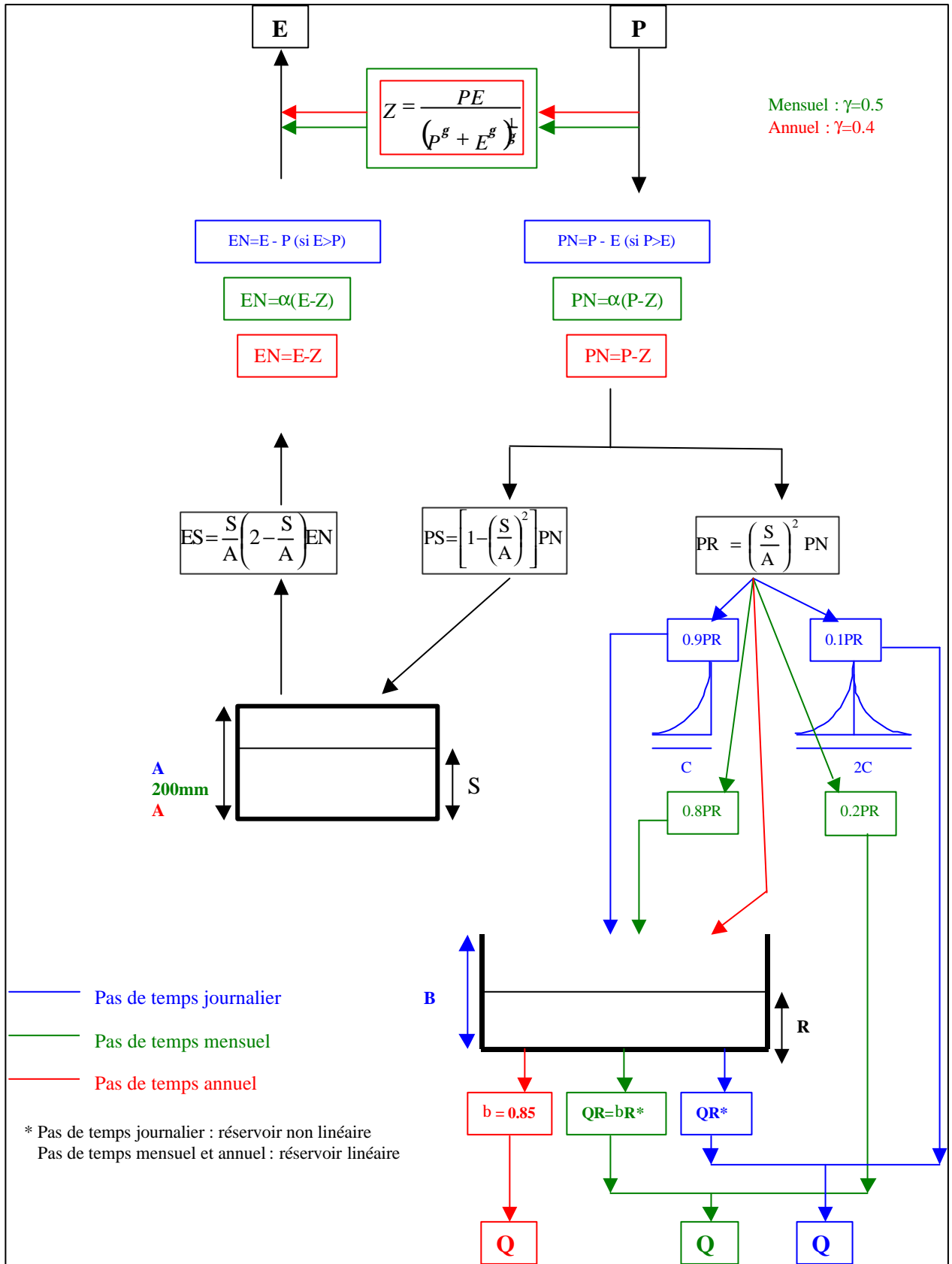


Figure 46 : Modèle GRIA : dérivation à partir d'un modèle journalier

Le modèle GR1A paraît bien plus simple que les modèles mensuel et journalier (cf Annexe 6). La capacité maximale du réservoir «sol», A, est l'unique paramètre à caler. La fonction de production est semblable à celle du modèle mensuel. Quant à la fonction de transfert, l'hydrogramme unitaire disparaît et on assiste seulement à un écoulement pseudo-direct. Cependant, le modèle garde quand même une architecture classique par rapport au pas de temps journalier et mensuel : deux fonctions « mémoire », une au niveau de la production se traduisant par un réservoir sol et une autre au routage qui se traduit par une réservoir linéaire à paramètre fixe. Nous proposons de traiter chaque partie du modèle séparément pour pouvoir en tirer le maximum de commentaires :

### III) 2.2.2. (a) Fonction de production

#### Interception

Dans le modèle journalier, l'interception entre la pluie et l'évapotranspiration est totale. Au niveau des modèles mensuel et annuel, cette interception est partielle. En effet, seule une partie de la pluie tombée participe à l'écoulement et seule une partie de l'évapotranspiration potentielle soustrait de l'eau du réservoir sol. Elle agit en quelque sorte comme une évapotranspiration réelle. Cette interception partielle se traduit par une fonction qui prend la forme suivante :

$$Z = \frac{PE}{(P^g + E^g)^{\frac{1}{g}}} \quad (3.4)$$

Le coefficient  $\gamma$  nommé exposant de l'interception varie selon le pas de temps en passant du mensuel à l'annuel. Toutefois, la quantité (PN=P-Z) telle qu'elle est présentée à la même formulation que le modèle de Turc généralisé, sans paramètre, au pas de temps pluriannuel (Turc<sup>( $\gamma$ )</sup> : équation (2.34)).

#### Réservoir sol

Le fonctionnement du réservoir «sol» du modèle annuel est identique à celui des modèles journalier ou mensuel. Il subit une perte causée par l'évapotranspiration nette (EN). Il est alimenté par une partie de la pluie nette (PN, définie plus haut). La capacité maximale de ce réservoir est l'unique paramètre du modèle annuel.

Cependant, en suivant l'évolution de ce paramètre du pas de temps journalier au pas de temps annuel, une certaine incohérence se manifeste. Cette capacité maximale se présente comme un paramètre libre à caler au niveau du modèle journalier. Dans le modèle mensuel, elle est fixée à 200 mm. Enfin au niveau du modèle annuel, elle réapparaît comme paramètre à caler. *Si ce paramètre est fixe au pas de temps mensuel, pourquoi n'en est-il pas de même au pas de temps annuel puisque ce dernier est plus global ?*

### III) 2.2.2. (b) Fonction de transfert ou « routage »

La fonction de transfert se traduit seulement par un réservoir de routage dont le fonctionnement est semblable à ceux des pas de temps journalier et mensuel. Ce réservoir est aussi alimenté par une partie de la pluie nette. Il s'agit de la fraction de la pluie nette qui n'a pas servi pour alimenter le réservoir sol. Ce réservoir se vidange en suivant une loi linéaire dont le paramètre est fixé à 0,85.

### III) 2.2.3. Conclusion et problématique

Le modèle annuel tel qu'il est présenté (dérivé du modèle journalier) reste assez 'sophistiqué'. Il présente deux fonctions mémoire, production et transfert. La fonction de production est constituée de deux parties. La première se traduit par une interception et la deuxième par la présence du réservoir sol. De nombreux points nécessitent un éclaircissement :

- *Un modèle au pas de temps annuel nécessite-t-il une fonction mémoire ?*
- *Si c'est le cas, où se localise-t-elle (rendement ou transfert) ?*
- *Quelle est la forme la plus adéquate de cette fonction mémoire ?*
- *Peut-on chiffrer le gain ou la perte entre l'introduction d'une mémoire dans la fonction de rendement et celle d'une mémoire dans la fonction de routage ?*

L'initialisation des niveaux des réservoirs a été traitée au pas de temps annuel de la même façon qu'au pas de temps journalier. La période de mise en route a été fixée à 2 ans. Cependant, deux ans de mise en route représentent bien 730 observations au niveau du journalier. A l'échelle de temps annuelle, cette période ne représente que 2 observations. *Ce choix est-il défendable ?*

L'étude des modèles au pas de temps pluriannuel a permis de mettre en évidence qu'une fonction d'interception (Z de GR2A) peut très bien servir à elle seule de fonction d'évapotranspiration réelle à cette échelle de temps. Il s'agit de la même fonction que celle employée dans le modèle de Turc<sup>(y)</sup> (Turc 'généralisé') présenté dans la 2<sup>ème</sup> partie consacrée à l'échelle de temps pluriannuelle. Par ailleurs, le modèle de Mc Mahon comporte bien un modèle pluriannuel comme sous-modèle de production.

En conclusion, nous pouvons dire que le cheminement suivi pour élaborer le modèle annuel tel qu'il est présenté, **du journalier vers l'annuel**, présente quelques faiblesses et est sujet à de nombreuses questions. Dans le souci de proposer un modèle plus cohérent, nous proposons de faire le **cheminement inverse : du pluriannuel vers l'annuel**. L'idée est de partir de l'architecture la plus simple possible en essayant de la compliquer quand cela est nécessaire.

### **III) 3. Peut-on tirer profit des modèles du pas de temps pluriannuel ?**

Rappelons que le modèle GR1A (Bouabdallah,1997) présente une phase d'interception se traduisant par une formule permettant de calculer la pluie nette destinée à l'écoulement. La forme mathématique est la même que celle du modèle de Turc généralisé pluriannuel. Nous proposons dans ce paragraphe d'utiliser les modèles pluriannuels à l'échelle de temps annuelle afin de tester leur capacité à représenter la relation pluie-débit à ce pas de temps. Avant de présenter les résultats issus de cette application, nous proposons de revenir brièvement sur le protocole de modélisation déjà présenté dans la première partie afin de l'adapter aux spécificités de l'échelle de temps pluriannuelle.

#### **III) 3.1. Rappel de la plate-forme de comparaison**

Nous proposons dans ce chapitre d'appliquer les modèles issus du pas de temps pluriannuel au pas de temps annuel. A ce stade, il ne s'agit guère de modèles à réservoirs. Par suite sur le plan de 'technique de modélisation', le problème d'initialisation des niveaux de réservoir ne se pose évidemment pas. Nous gardons donc la technique déjà présentée :

- Variable cible : Racine carrée du débit ;
- Méthode de calage : 'pas à pas' ;
- Même échantillon de données (429 bassins) que pour le pas de temps pluriannuel ;
- Evaluation de la robustesse : uniquement au contrôle en utilisant la technique du double échantillon.

Nous avons essayé de garder la totalité de l'échantillon des 429 bassins versants. Cependant, certains bassins ont des séries annuelles de longueur insuffisante pour réserver une année de mise en route, et subdiviser le reste en une période de calage et une autre pour le contrôle. Nous avons été contraints d'éliminer les bassins dont la durée d'observation est inférieure à sept années. Nous avons pu garder alors **407** bassins, ce qui conduit à effectuer 814 calages et 814 contrôles pour chacun des modèles testés. Quant à la période de mise en route, nous proposons d'y revenir quand le test de modèles à réservoirs s'impose.

### III) 3.2. Premiers résultats et commentaires

Les modèles issus de l'analyse au pas de temps pluriannuel et testés à l'échelle de temps annuelle sont : Ol'dekop ; 'en S<sup>(n)</sup>'; Tixeront<sup>(θ)</sup> et Turc<sup>(γ)</sup>, sans l'indice de répartition de la pluie (I<sub>RP</sub>)<sup>11</sup> mais avec le paramètre *a*. Nous commençons par tester ces modèles dans leur version originale, c'est à dire avec n=2 pour le modèle 'en S' ; θ=3 pour Tixeront, γ=2 pour le modèle de Turc. Nous tâcherons aussi de tester le modèle de Turc pour (γ=1 et γ=2.5) afin de représenter respectivement les cas des modèles SCS<sup>(1)</sup> et le modèle d'interception présenté dans le modèle GR1A. Nous récapitulons les écritures de ces modèles dans le Tableau 19.

**Tableau 19 : modèle tirés du pas de temps pluriannuel à tester au pas temps annuel**

Modèle	formulation
Ol'dékop	$Q = P - aE \tanh\left(\frac{P}{aE}\right)$
En 'S <sup>(n)</sup> , n=2	$Q = \frac{P}{\sum_{i=0}^{n=2} \left(\frac{aE}{P}\right)^i}$
Tixeront <sup>(q)</sup> q=2	$Q = \left(P^q + (aE)^q\right)^{1/q} - aE$
Turc <sup>(g)</sup> g=2 g=1 : modèle du SCS <sup>(1)</sup> g=2.5 : modèle d'interception	$Q = P - \frac{P}{\left(1 + \left(\frac{P}{aE}\right)^g\right)^{\frac{1}{g}}}$

Nous réunissons dans le même graphique les distributions des valeurs de F des modèles déjà cités (Figure 47), avec sur la Figure 48 les valeurs du quantile 30% (**Cr3**) relatives aux modèles testés.

<sup>11</sup> Le paramètre *a*, au pas de temps annuel, englobe en quelques sortes l'indice de répartition I<sub>RP</sub>. Ainsi ce paramètre sera caractéristique de chaque bassin versant.



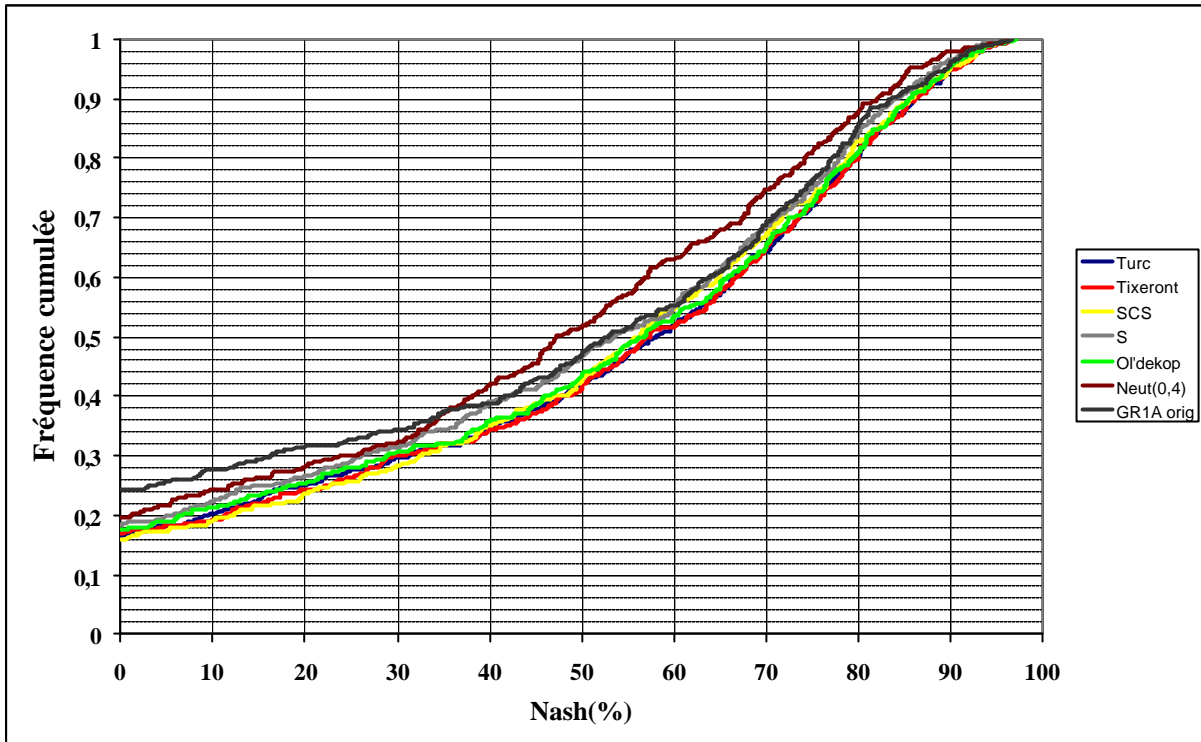


Figure 47 : Distribution des valeurs des « Nash » issus du pas de temps pluriannuel

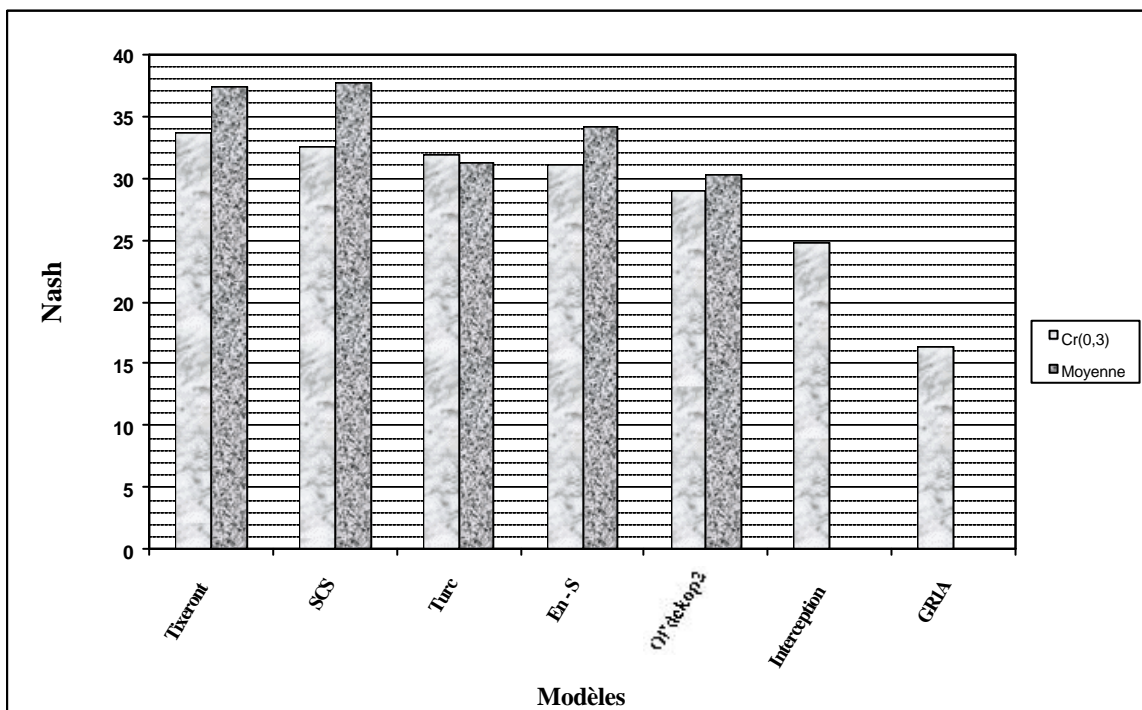


Figure 48 : Classement des modèles issus du pas de temps pluriannuel<sup>12</sup>

<sup>12</sup> Les valeurs des moyenne des Nash des modèles GR1A et 'interception' ne sont pas présentées dans la Figure 48 vu leurs valeurs fortement négatives.

En observant ces deux figures, nous remarquons que les modèles Tixeront<sup>(2)</sup> et SCS<sup>(1)</sup>, très simples, se présentent comme les modèles les plus performants. D'autre part, le modèle GR1A est dépassé par tous les autres modèles. Ces résultats montrent bien qu'un modèle au pas de temps pluriannuel peut fonctionner à l'échelle de temps annuelle tout aussi bien qu'un modèle conceptuel relativement sophistiqué. Ainsi, la démarche adoptée lors de ce travail de recherche qui consiste à commencer par le modèle le plus simple possible et introduire des complications quand cela semble nécessaire (ici commencer à tester des modèles pluriannuels) se révèle très fructueuse.

Ces résultats sont néanmoins surprenants dans la mesure où GR1A, modèle conceptuel avec une architecture relativement complexe, paraît ici le moins performant. On est en droit de se demander si *à un pas de temps aussi large une telle sophistication est vraiment nécessaire.*

Ceci dit, il faut aussi tirer des enseignements des résultats du modèle GR1A. En observant finement la Figure 47, nous remarquons qu'il existe un croisement des distributions de résultats : GR1A est le modèle qui présente le plus de faibles résultats. Il rejoint les autres distributions pour les niveaux de performance plus élevées (Nash > 60%). Il devient assez proche de tous les autres modèles. Nous pouvons supposer que le pas de temps annuel nécessite une mémoire mais il reste à définir **de quelle manière on peut concevoir un modèle à réservoirs à cette échelle de temps ?**

Après le modèle GR1A, c'est le modèle 'interception' qui semble le moins performant. Rappelons que ce modèle est le même que celui de Turc généralisé (Turc<sup>( $\gamma$ )</sup>) avec un exposant ( $\gamma$ ) égal à 0,4. Nous présenterons dans ce qui suit seulement le modèle de base de Turc (avec  $\gamma = 2$ ) et la version correspondante du modèle SCS, c'est-à-dire ( $\gamma = 1$ ) en écartant la variante qui correspond au modèle 'Interception'.

### III) 4. Où faut-il introduire une fonction mémoire dans les modèles pluie-débit au pas de temps annuel?

Nous proposons dans ce paragraphe un essai de construction de modèles à l'échelle de temps annuelle. Nous commençons par présenter les différents types de fonctions mémoire que nous pouvons introduire. Nous évoquons, en deuxième lieu, les exigences numériques de chaque type de fonction mémoire. Nous proposons enfin de tester différentes architectures de modèles afin de détecter l'importance d'un type de mémorisation et son meilleur emplacement. Nous garderons toujours la même approche : commencer par les modèles déjà présentés, issus de l'échelle de temps pluriannuelle en essayant de les compliquer quand cela semble nécessaire.

#### III) 4.1. Fonction de production

Nous pouvons introduire une mémoire au niveau de la fonction de production. Elle pourra être introduite directement dans les modèles issus du pas de temps *pluriannuel*, soit en introduisant la pluie de l'année précédente, soit en faisant appel à une des formes classiques de la fonction mémoire, le réservoir 'sol'. Une combinaison de ces deux formes est aussi possible. Nous présentons dans la suite ces types de fonction mémoire en soulignant leurs caractéristiques. Afin de faciliter la lecture des résultats, nous donnerons un nom à chaque type d'architecture proposée.

##### III) 4.1.1. Modèles pluriannuels

Comme nous l'avons déjà vu, tous les modèles issus du pas de temps pluriannuel peuvent s'écrire d'une manière uniforme soit :

$$y = f(x) \quad \text{avec} \quad y = Q/P \quad \text{et} \quad x = P/(aE)$$

avec  $a$  le paramètre d'échelle du rapport  $P/E$  ou aussi paramètre lié à l'évapotranspiration

La façon la plus simple d'introduire une mémoire directement dans la formule est la suivante :

### III) 4.1.1. (a) Lissage exponentiel

$$X_i = \alpha x_i + (1 - \alpha) X_{i-1} \quad (3.5)$$

où  $\alpha$  représente le coefficient de mémorisation et  $x$  l'observation dont le lissage donne  $X$ . Il appartient à l'intervalle  $[0,1]$  et rend compte de l'importance du forçage précédent. On pourra rechercher soit une valeur fixe de  $(\alpha)$ , soit considérer  $\alpha$  comme deuxième paramètre à caler.

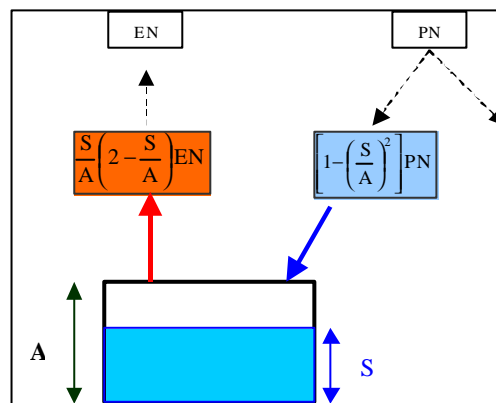
### III) 4.1.1. (b) Mémorisation brutale : observation antérieure

$$X_i = \alpha x_i + (1 - \alpha) x_{i-1} \quad (3.6)$$

Où  $\alpha$  est un paramètre qui joue le même rôle que dans le cas du lissage exponentiel. Cette façon d'introduire la 'mémorisation' ne prend en compte que l'observation immédiatement précédente d'où le caractère 'brutal' de cette mémorisation, par opposition au caractère plus 'lissé' du lissage exponentiel, qui intègre le passé sur une durée infinie.

### III) 4.1.2. Réservoir sol

Un réservoir sol est une façon de mettre en mémoire l'impact des pluies et des évapotranspirations potentielles des années précédentes. Nous nous appuyons sur le schéma suivant, issu du modèle GR4j, pour expliquer le fonctionnement d'un réservoir sol (Figure 49), dans lequel EN et PN représentent les transformées de E et de P par le sous-modèle de production.



**Figure 49 : Fonctionnement d'un réservoir sol**

Le réservoir 'sol' se présente comme un système à une entrée et une sortie. L'entrée se résume à une fraction de la pluie et la sortie à une fraction de l'évapotranspiration potentielle. Ces deux fractions sont conditionnées par le rapport entre le stock du réservoir ( $S$ ) et sa capacité maximale ( $A$ ). On peut concevoir cette capacité maximale du réservoir comme un paramètre à caler ou un paramètre fixe.

La mémorisation est représentée par le stock  $S$ . En effet, lors d'un événement, ce stock mémorise l'information de l'événement précédent. En intégrant l'équation différentielle issu de la Figure 49 pour la seule sortie due à l'ETP, l'évolution du stock est donnée par :

$$S_{k+1} = S_k \frac{1 - \tanh(E_k / A)}{1 + [1 - S_k / A] \tanh(E_k / A)} \quad (3.7)$$

Le problème majeur qui se présente dans notre cas est le fait que ce système {réservoir sol} nécessite un état initial du stock ( $S_0$ ) et une valeur du paramètre ( $A$ ) dans le cas où ce paramètre est à caler. La solution que propose la version originale GR1A est de partir d'un état arbitraire en faisant confiance à deux ans de mise en route. Cependant deux années de mise en route sont équivalentes seulement à deux observations à l'échelle de temps annuelle. Ainsi le système risque de ne pas se stabiliser et l'état initial risque de ne pas être adéquat. Par suite, cette solution classique d'initialisation n'est pas convaincante et il nous faudra trouver une solution plus satisfaisante.

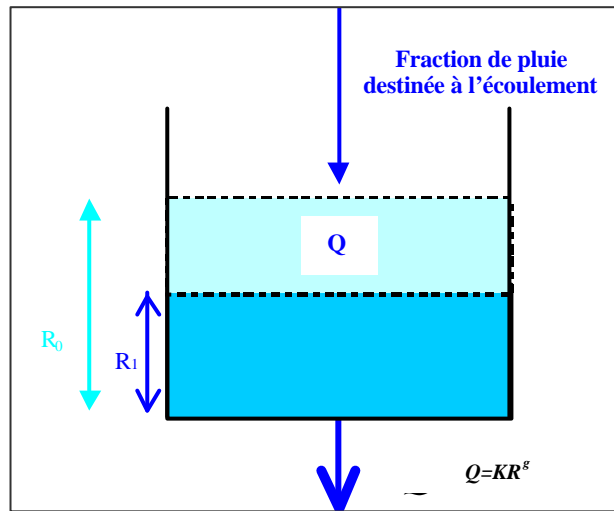
### III) 4.2. Fonction de transfert (routage)

La fonction de transfert (ou routage) permet de traduire la façon dont la pluie destinée à l'écoulement atteint l'exutoire du bassin en précisant le déroulement temporel. Elle permet d'estimer le temps moyen mis par une quantité de pluie tombée sur un bassin pour atteindre l'exutoire.

Nous assistons généralement dans les modèles conceptuels à deux formes classiques de fonction de transfert : réservoir de vidange et hydrogramme unitaire, avec éventuellement un 'by-pass' de ces deux formes. Comme pour la fonction de production, nous proposons d'explicitier ces deux formes de routage.

### III) 4.2.1. Réservoir de vidange

Le réservoir de vidange est considéré comme un système fermé à une entrée (fraction de la pluie destinée à l'écoulement) et une sortie qui permet de calculer la quantité de pluie débitée relative à un pas de temps  $\Delta t$ . Nous nous appuyons sur le schéma suivant pour décrire le fonctionnement de ce type de routage.



**Figure 50 : Schéma explicatif du fonctionnement du réservoir de routage**

Selon la valeur de l'exposant du réservoir  $g$ , les caractéristiques de la vidange varient. Le coefficient  $k$  est appelé aussi coefficient de vidange. Nous proposons de mettre en évidence cette variation de comportement de la vidange et voir l'impact sur le choix du paramètre à caler. Pour ce faire, nous écrivons la variation du stock en fonction du temps et de l'exposant  $g$  pour pouvoir en tirer le débit ( $Q$ ).

A l'instant initial,  $t_0$ , nous supposons que le niveau du stock est  $R_0$ . A l'instant,  $t$ , le nouveau stock vaut  $R$ . La lame écoulee sera la différence entre le stock initial et le stock à l'instant ( $t$ ) soit :  $Q = R_0 - R$ . Nous pouvons déduire  $R$  (donc  $Q$ ) en résolvant l'équation différentielle :

$$\frac{dR}{dt} = -kR^g \tag{3.8}$$

Selon la valeur de ( $g$ ), la forme de l'intégrale change.

Soit  $Dt$  le pas de temps annuel. Au bout d'un temps noté  $xDt$ , le niveau du réservoir est donné par deux fonctions différentes selon la valeur de ( $g$ ) :

- Si  $g = 1$ ,  $R_x = R_0 e^{-kx^? t}$
- Si  $g \neq 1$ ,  $R_x^{1-g} = R_0^{1-g} + kx^? t (g - 1)$

Si  $g > 1$ , on peut en déduire  $R_x$  quel que soit  $x$ ,

$$R_x = \left[ R_0^{1-g} + kx\Delta t (g-1) \right]^{\frac{1}{g-1}} \quad (3.9)$$

Si  $g < 1$ , la même expression n'est valable que jusqu'à un moment  $X$  tel que :

$$kX\Delta t(1-g) = R_0^{1-g} \quad (3.10)$$

La vidange sera terminée au temps  $X\Delta t = \frac{R_0^{1-g}}{k(1-g)}$  et pour  $x > X$ ,  $R_x = 0$ .

Comme on s'intéresse à la lame d'eau écoulée annuelle ( $Q$ ), il nous faut calculer  $R_1$  correspondant à  $x=1$ . La discussion selon 'a' devient :

- $g = 1$ ,  $R_1 = R_0 e^{-k\Delta t}$
- $g \neq 1$ ,  $R_1^{1-g} = \max\left[0, R_0^{1-g} + k\Delta t (g-1)\right]$

On peut poser  $k\Delta t(g-1) = B^{1-g}$

✎ Si  $g > 1$ , on aura  $R_1 = \left[ R_0^{1-g} + B^{1-g} \right]^{\frac{1}{1-g}}$

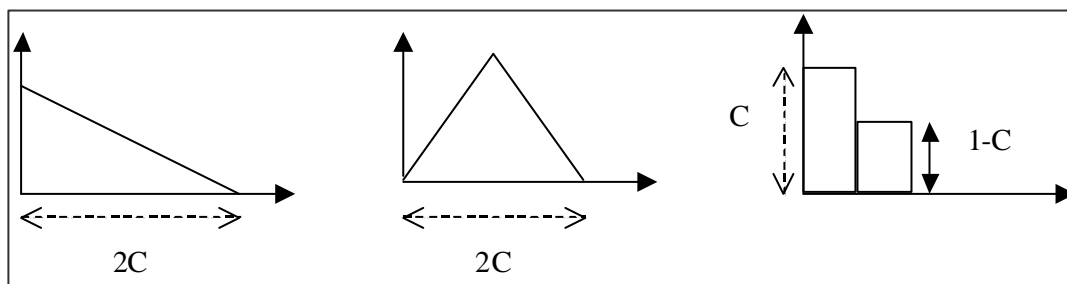
✎ Si  $g < 1$ , deux cas se présentent :

- $R_0 < B$  alors  $R_1 = 0$
- $R_0 > B$  alors  $R_1 = \left[ R_0^{1-g} - B^{1-g} \right]^{\frac{1}{1-g}}$

Ensuite, la lame d'eau écoulée  $Q = R_0 - R_1$

### III) 4.2.2. Hydrogramme unitaire

Nous nous limitons ici à la présentation des différentes formes d'hydrogrammes unitaires que nous testerons sans rentrer dans les détails du fonctionnement général d'un hydrogramme unitaire. Il s'agira de comparer les trois types suivants : Hydrogramme 'à une seule descente' ; Hydrogramme isocèle ; Hydrogramme à deux ordonnées'. La nomenclature des ces types d'hydrogrammes se réfère à leur forme comme indiqué dans la Figure 51.



**Figure 51 : Schéma des formes d'hydrogrammes unitaires proposés**

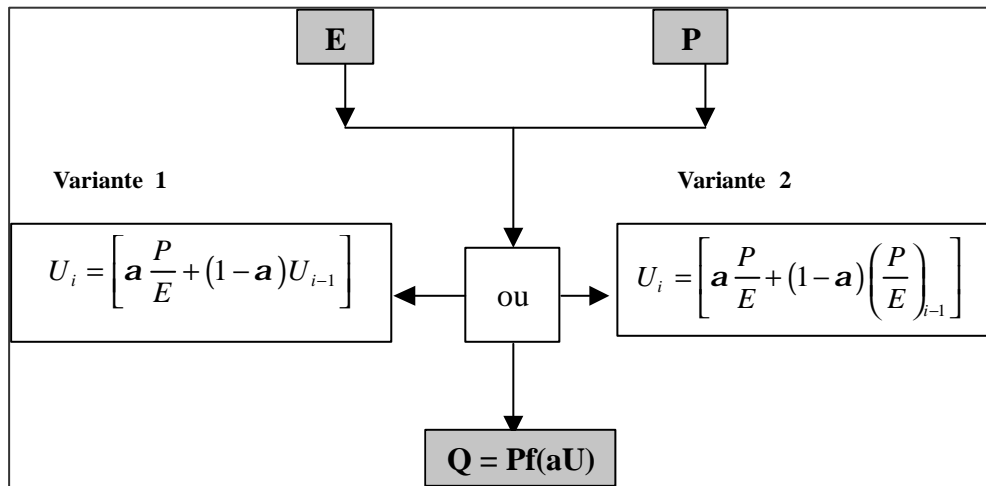
Pour l'hydrogramme à une 'descente' et l'hydrogramme 'isocèle' le paramètre à optimiser est le paramètre C qui correspond à un temps. En ce qui concerne l'hydrogramme à deux ordonnées, le paramètre à optimiser sera la valeur de la première ordonnée, avec  $C \in [0,1]$ .

### III) 4.3. Comment concevoir des architectures de modèles à partir de ces fonctions mémoires

A ce stade, comme nous venons de le voir, nous disposons de quatre types de fonction mémoire qui peuvent être introduites dans le modèle pluie-débit au pas de temps annuel. Nous proposons alors de construire différentes architectures de modèles afin de les tester sur l'ensemble de l'échantillon de données (407 BV). Le but sera toujours de retenir l'architecture qui semblera la plus performante. Nous commencerons toujours par les modèles les plus simples, issus du pas de temps pluriannuel, et nous en compliquerons l'architecture progressivement.

#### III) 4.3.1. Architecture I : effet de mémorisation sur les entrées

Cette première architecture 'globale' se résume aux modèles pluie-débit issus du pas de temps pluriannuel déjà présentés au paragraphe [III) 4.1.1]. Elle correspond à la fonction 'pluriannuelle' affectée du coefficient de mémorisation  $a$  (Figure 52), où  $f$  correspond au modèle pluriannuel  $y = f(x)$ .



**Figure 52 : Architecture I (issue des modèles pluriannuels illustrés par a fonction f)**

Deux sous-catégories se présentent dans cette architecture. La première correspond au lissage exponentiel, elle sera notée (I.1), la deuxième est relative à la fonction mémoire dite 'brutale', elle sera notée (I.2)



Dans cette catégorie, ce qui diffère d'un modèle à l'autre est bien la forme de la fonction du modèle pluriannuel. Nous testerons cinq modèles dans cette première catégorie : Ol'dekop ; Turc; Tixeront ; 'en S' ; SCS<sup>13</sup>.

Ces modèles auront au départ deux paramètres : le coefficient d'échelle  $a$  lié au rapport P/E et le coefficient de mémorisation  $\alpha$  (qui fait progressivement entrer en jeu la pluie de l'année précédente). Nous tâcherons d'identifier le paramètre le plus important dans un souci d'économie de paramètres.

### III) 4.3.2. Architecture II : effet de mémorisation par le réservoir 'sol'

La deuxième architecture que nous proposons de tester s'articule autour du réservoir de production. Elle représente bien une forme de fonction mémoire qui est située au niveau de la production. Nous nous appuyons sur le schéma de la Figure 53 pour représenter ce type de modèle.

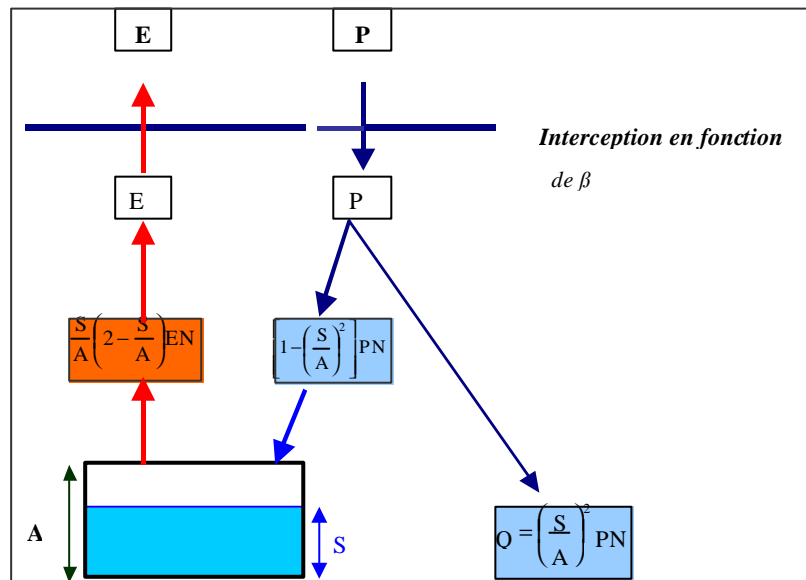


Figure 53 : Architecture II (avec réservoir sol)

Le paramètre  $\beta$  agit comme un coefficient régulateur de l'interception. Le but de son introduction est de ne pas forcer le modèle à effectuer une interception totale, mais plutôt de lui laisser un degré de liberté d'adaptation. Cette phase de neutralisation partielle agit comme suit :

$$\begin{cases} \text{Si } P \geq E ; PN = P - \beta E \text{ et } EN = (1 - \beta) E \\ \text{Si } P < E ; PN = (1 - \beta) P \text{ et } EN = E - \beta P \end{cases} \quad (3.11)$$

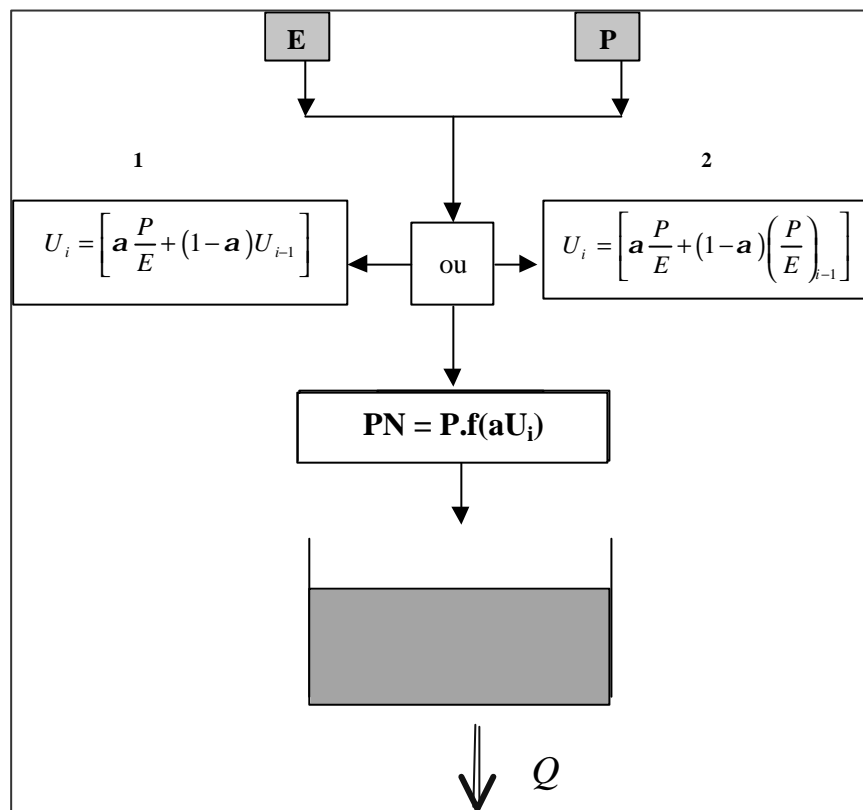
Où  $\beta \in [0,1]$

<sup>13</sup>Le modèle SCS est le même que celui de Turc<sup>(1)</sup>

Le débit correspondant équivaut à une fraction de la pluie nette (après interception) dont le complément sert à alimenter le réservoir de production qui tient compte des événements précédents.

### III) 4.3.3. Architecture III : Réservoir de vidange

Les architectures déjà présentées (I, II) ont comme point commun de ne correspondre qu'à la fonction de production, avec différentes formes de mémorisation. L'architecture III concernera l'introduction de la fonction mémoire au niveau du transfert (routage). Pour la conception de cette architecture, nous faisons aussi appel aux modèles issus du pas de temps pluriannuel : (fonction  $f$  dans la Figure 54).

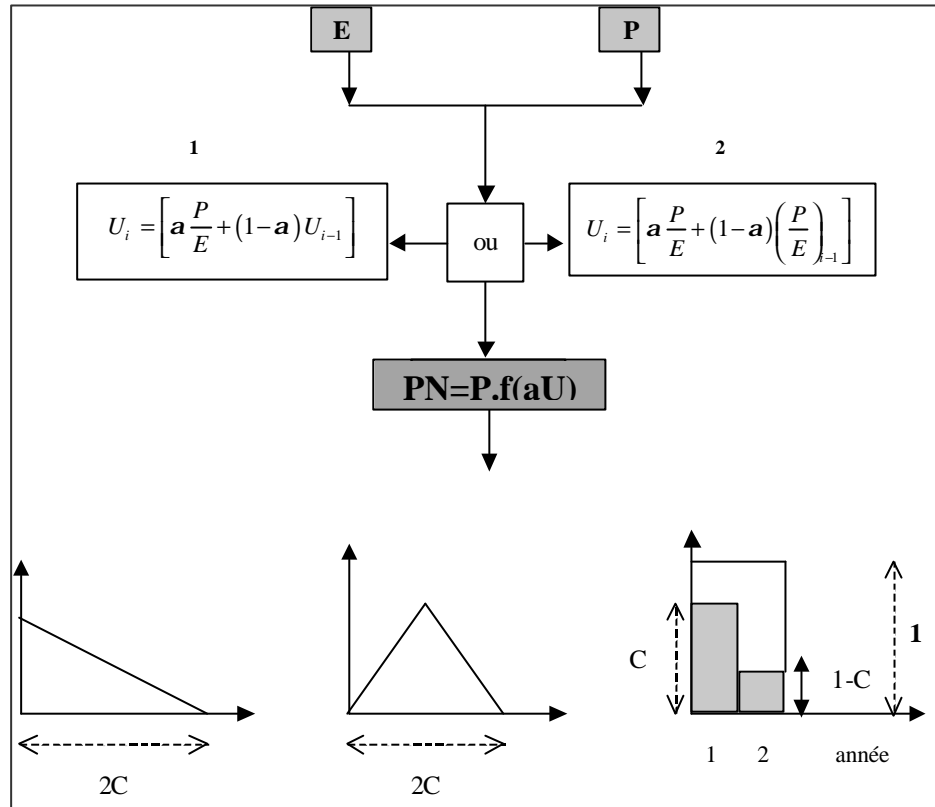


**Figure 54 : Architecture III (réservoir de vidange)**

La fraction de la pluie annuelle destinée à l'écoulement est calculée par l'intermédiaire d'un des modèles issus du pluriannuel (OI'dekop ; Turc ; SCS ; Tixeront ; 'en S'). La fonction de transfert se présente sous la forme d'un réservoir dont l'exposant adéquat reste à déterminer. Cette architecture comporte trois paramètres au maximum :  $a$  et  $\alpha$  au niveau de la production, et le paramètre  $B$  lié au réservoir de routage. Nous tâcherons de détecter quel paramètre paraît le plus important dans le souci d'une éventuelle économie de paramètres. Comme pour l'architecture I, l'architecture III comporte des variantes se référant au type de mémoire : 'lissage exponentiel' ou 'brutal'. Elles seront notées III1 et III2. L'architecture III englobe le modèle de Mc Mahon déjà présenté au paragraphe [ III) 2.1.2].

### III) 4.3.4. Architecture IV : effet de mémorisation avec un hydrogramme unitaire

La seule différence entre la précédente architecture et l'architecture IV est la forme du routage. En effet, dans le cas présent, la fonction de transfert sera assurée par un hydrogramme unitaire (voir Figure 55).



**Figure 55 : Architecture IV (hydrogramme unitaire)**

Le test de cette architecture (avec IV1 et IV2 selon à la forme de mémorisation introduite sur les entrées) nous permettra d'identifier la forme la plus adéquate de l'hydrogramme unitaire au pas de temps annuel d'une part, et le paramètre le plus important des trois paramètres ( $a$ ,  $\alpha$  et  $C$ ) d'autre part.

### III) 4.3.5. Récapitulatif des architectures proposées

Nous donnons dans le Tableau 20 un récapitulatif des architectures proposées avec leurs caractéristiques.

**Tableau 20 : Synthèse des architectures proposées**

Architec.	Composantes		Nbre de modèles issus	Paramètres	
	Production	Transfert		Nbre	types
<b>I</b> (II et I2)	Modèles pluriannuels (5) <sup>14</sup>	-	10	2	a : param. d'échelle $\alpha$ : coef. de mémorisation
<b>II</b>	Réservoir sol	-	1	2	$\beta$ : coef. d'interception A : Param. du réservoir 'sol'
<b>III</b> (III1 et III2)	Modèles pluriannuels (5)	Réservoir de vidange	10	3	a : param. d'échelle $\alpha$ : coef. de mémorisation B : param. lié au réservoir de vidange
<b>IV</b> (IV1 et IV2)	Modèles pluriannuels (5)	Hydrogramme unitaire (3 formes à tester) <sup>15</sup>	30	3	a : param. d'échelle $\alpha$ : coef. de mémorisation C : param. de l'H.U

L'objectif du test de ces modèles est de déterminer la (ou les) composante(s) adéquate(s) au niveau de la production ou (et) du transfert et de détecter les paramètres les plus influents dans le but d'une éventuelle économie de paramètres.

### III) 4.4. Dispositions pratiques préalables aux tests

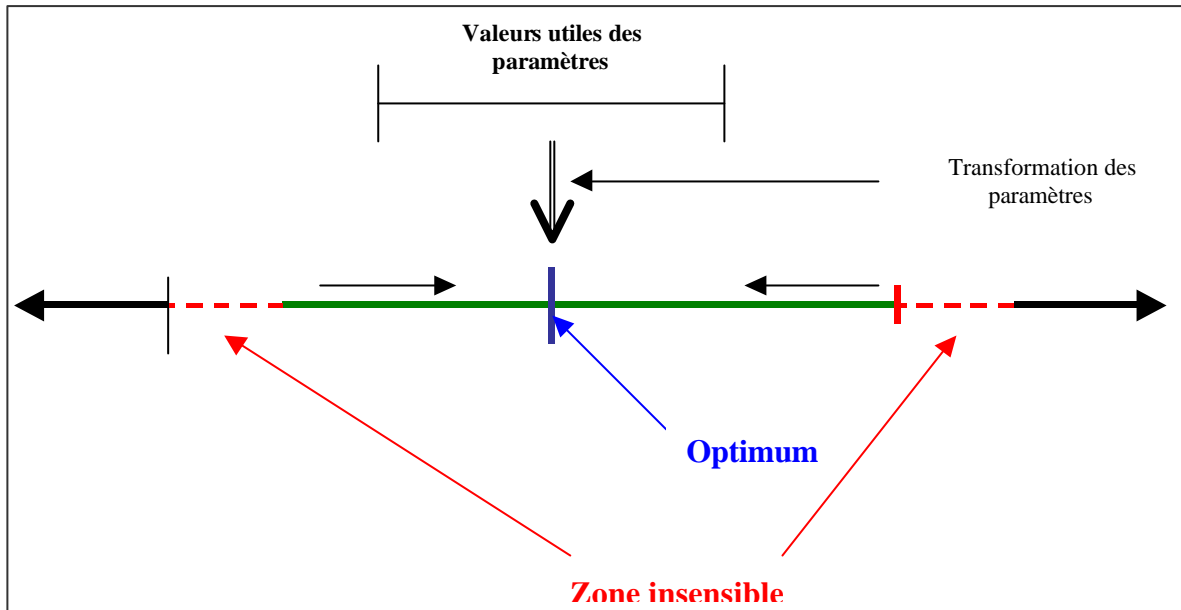
Lors des premiers tests des modèles déjà présentés sur l'échantillon de données, nous avons été confrontés à différents problèmes numériques liés à la mise en route et à l'initialisation des paramètres. Nous proposons dans ce paragraphe de traiter ces deux problèmes en essayant de proposer des solutions adaptables au pas de temps annuel.

#### III) 4.4.1. Initialisation des paramètres

Les premiers calculs effectués (non rappelés ici) ont montré une certaine instabilité des résultats. Une cause de cette instabilité a semblé provenir du choix arbitraire de la valeur de départ d'un paramètre à caler. Par exemple, on peut tomber sur une zone numérique 'insensible'. L'optimum aura alors beaucoup de mal à être atteint. Nous nous appuyons sur le schéma de la Figure 56 pour illustrer ces éventuelles zones insensibles.

<sup>14</sup> Nombre de modèles issus du pas de temps pluriannuels : Ol'dekop ; Turc ; SCS ; Tixeront ; 'en S'.

<sup>15</sup> En se référant aux formes d'H.U. proposées : H.U. isocèle ; H.U. à une seule descente ; H.U. à deux ordonnées



**Figure 56 : Zones d'instabilités numériques lors de la recherche de l'optimum**

Dans notre cas, les valeurs des paramètres subissent une transformation préalable à la recherche de l'optimum. La valeur du paramètre transformé appartient à l'intervalle  $[-9.99, 9.99]$ . Quelle que soit la valeur initiale fixée, elle doit éviter les zones d'insensibilité numérique qui sont proches des deux bornes ( $-9.99$  et  $9.99$ ). L'instabilité dans les résultats provient de ce que la proportion de bassins pour lesquels on se trouve dans une zone insensible varie selon les modèles. Ce problème s'est produit à la fois pour le calage de la capacité du réservoir et pour le coefficient de « mémorisation ».

Le premier cas s'est produit quand l'exposant de vidange ( $g$ ) est proche de l'unité, dans ce cas le paramètre  $B$  est très faible. ***Pour des raisons de convergence numérique, il a fallu renoncer à l'emploi de  $B$  et optimiser  $k$  pour  $0 < \frac{1}{2}g - 1 < 0.2$ .***

Le deuxième cas concerne l'effet mémoire. Pour tester une des fonctions mémoire déjà citées, le plus sûr moyen était de choisir comme solution de départ de l'optimisation une valeur de paramètre correspondant à **l'absence de mémorisation**. Nous laissons ensuite le paramètre évaluer si cette mémorisation paraît nécessaire.

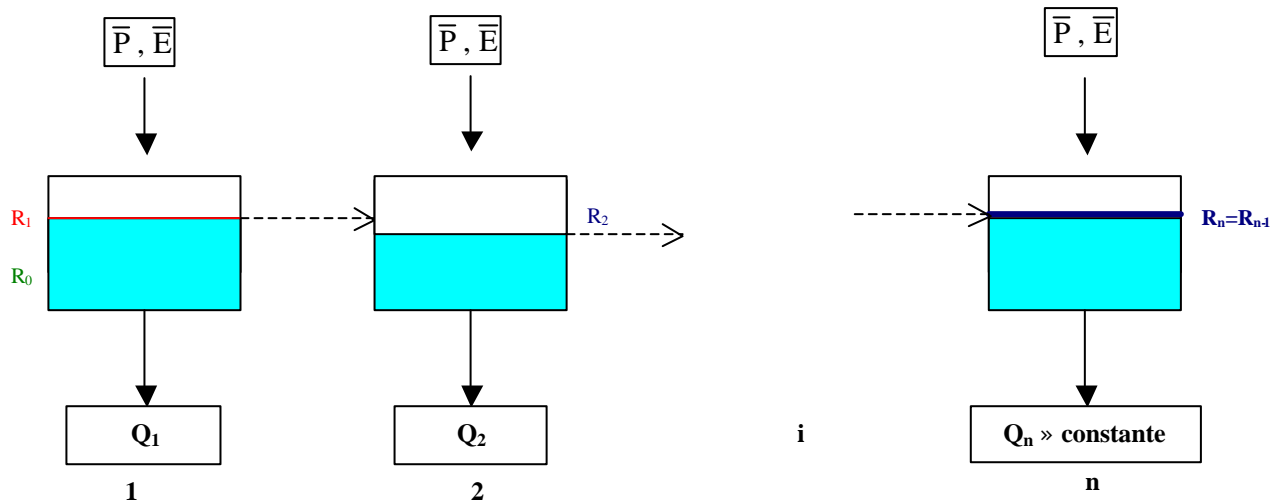
**L'absence de mémorisation** se traduit au niveau du réservoir 'sol' et du réservoir de vidange par une capacité maximale nulle. Elle se traduit aussi au niveau du coefficient de 'mémorisation' ( $\alpha$  présenté au paragraphe III) 4.1.1) par une valeur égale à l'unité ( $X_i = x_i$ ). Les valeurs transformées de ces solutions de départ seront très proches des bornes 'insensibles'. Pour éviter ces zones, on ajoute un 'bruit' à ces solutions de départ «sans mémorisation» en fixant des valeurs initiales relativement éloignées de ces bornes. La solution de départ sera alors une '**mémorisation très faible**' au lieu d'une absence totale de mémorisation. Par suite, si le paramètre de mémorisation optimisé n'arrive pas à s'éloigner de cette zone, c'est que le modèle n'aura pas besoin de mémorisation et non pas à cause d'une insensibilité numérique. Sans traitement attentif du choix des valeurs initiales des paramètres, les comparaisons deviennent peu fiables.

### III) 4.4.2. Période de mise en route

La période de mise en route est une solution au problème du choix arbitraire des niveaux initiaux des réservoirs (sol, vidange) au début de la période test. Elle consiste à partir d'un niveau initial arbitraire et à ne prendre en compte que les résultats obtenus après une durée d'observation fixée au préalable. A titre d'exemple, Perrin (2000) a utilisé comme période de mise en route 1 an, soit 365 observations au pas de temps journalier. Bouabdallah (1997) a fixé la période de mise en route à 2 ans lors de l'élaboration de GR1A. Cependant, deux années de mise en route (deux observations au pas de temps annuel) sont apparues insuffisantes. Nous avons dû partir d'un niveau initial qui serait le niveau du régime permanent au lieu d'une solution arbitraire de départ. Enfin nous avons fait un test sur la période effective de mise en route pour fixer celle qui semble la plus adéquate au pas de temps annuel.

#### III) 4.4.2. (a) Régime permanent comme choix initial des niveaux des réservoirs

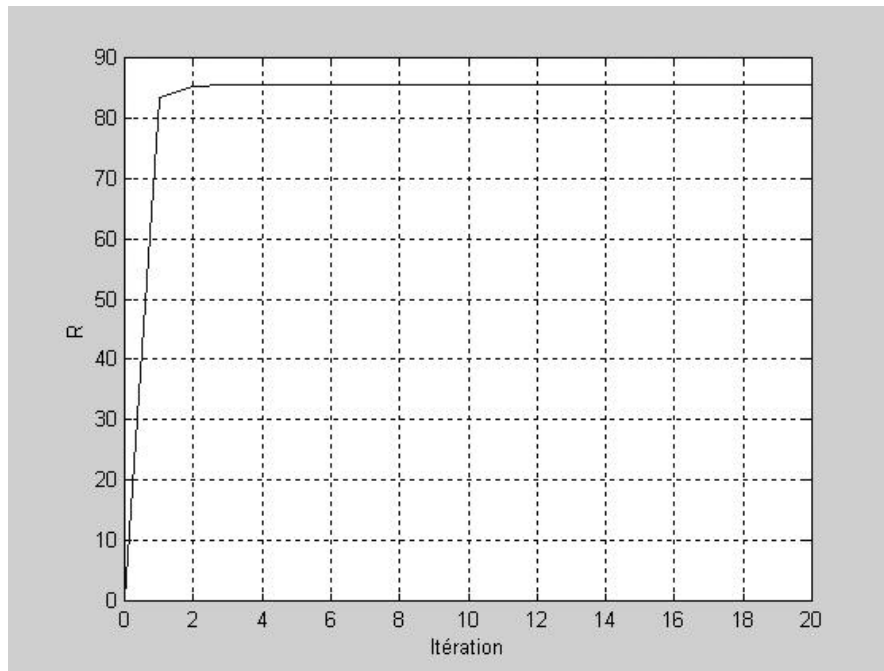
Le but de faire appel au régime permanent est 'd'échapper' au choix arbitraire des niveaux initiaux des réservoirs (sol et routage). Il est obtenu avec des entrées identiques d'une année sur l'autre. Pour bien expliquer la démarche 'régime permanent', nous nous appuyons sur le schéma de la Figure 57.



**Figure 57 : Recherche de l'état initial des réservoirs**

Les rectangles pleins (bleu clair) désignent l'état du système qui représente le modèle à réservoirs. A chaque fois, les entrées sont identiques. Elles représentent la pluie et l'évapotranspiration moyennes interannuelles (entrées). Le but est donc, de trouver le(s) niveau(x) de(s) réservoir(s) relatif(s) au régime permanent. Nous partons alors d'un niveau  $R_0$  arbitraire. A la fin de l'année (1), le niveau sera alors  $R_1$ . Ce niveau  $R_1$  sera pris comme état initial de l'année (2). A la fin de cette année (2), le niveau sera  $R_2$ . On s'arrête quand le niveau  $R_i$  se stabilise, c'est-à-dire  $R_n \approx R_{n-1}$ . Ce niveau  $R_n$  sera pris comme niveau initial pour les prochains calculs. 20 ans en 'régime permanent' semblent suffisants pour cette stabilisation.

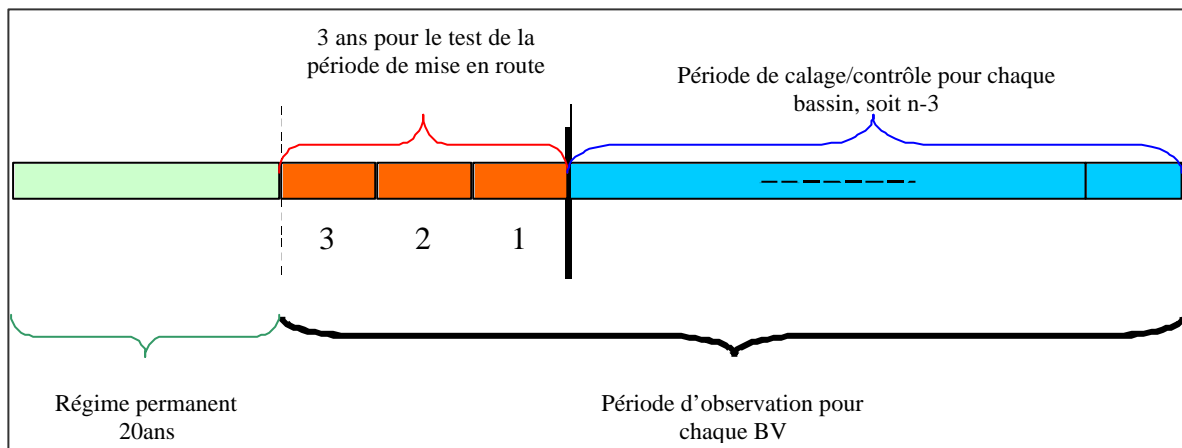
Pour le réservoir de routage seul, cette durée de 20 ans est superflue comme l'indique la Figure 58 qui montre la stabilisation rapide du niveau du réservoir, avec en abscisse le nombre d'itérations (années en régime permanent) et en ordonnée le niveau du réservoir  $R$ . Dans cet exemple, le niveau  $R_0$  est fixé à 30 mm, la capacité maximale du réservoir est fixée 100 mm, le module inter-annuel est fixé à 500 mm et l'exposant de vidange est fixé à 2.



**Figure 58 : Stabilisation du niveau du réservoir  $R$  suite à l'application du régime permanent**

**III) 4.4.2. (b) Choix de la durée effective de mise en route**

En plus de la présence d'une période préparatoire à l'établissement d'un régime permanent, il semble indispensable de vérifier si une période de mise en route effective est nécessaire au pas de temps annuel et dans le cas de sa nécessité déterminer sa durée. (Figure 59).



**Figure 59 : Choix de la période de mise en route**



Pour chaque bassin versant, après avoir effectué le régime permanent, nous réservons trois observations (années) pour le présent test. Ainsi quelle que soit la période testée (0, 1, 2 ou 3 ans), la comparaison s'effectuera sur la même période, soit  $(n - 3)$  observations (ou  $n$  est le nombre total d'observations pour chaque bassin), qui sera utilisée pour le calcul du calage/contrôle. Ainsi nous pourrions chiffrer le gain ou la perte de performance en se référant au quantile 30% de la distribution des résultats sur l'échantillon de bassins

Nous avons choisi d'illustrer le test du choix de la période effective de mise en route avec le modèle d'Ol'dekop issu du pas de temps pluriannuel qui représente les architectures III et IV. Nous avons résumé les résultats dans le Tableau 21 en notant que le critère choisi est le Cr3. Quant à la moyenne des Nash, nous avons vérifié qu'en prenant celle ci comme critère, les résultats vont dans le même sens que pour le Cr3.

**Tableau 21 : Résultats du test du choix de la période effective de mise en route**

		Période de mise en route			
		0 an	1 an	2 ans	3ans
<b>Arch. III</b>	<b>Réservoir de vidange</b>				
<b>Ol'dekop + Réservoir de vidange</b>	<b>Exposant (g)</b>	<b>Cr3</b>			
	0,5	23,2	25,0	27,6	22,9
	0,7	25,0	31,3	31,4	33,9
	0,9	31,4	35,9	35,8	35,8
	1,0	23,4	29,9	29,9	28,2
	1,1	27,7	30,2	30,3	31,1
	1,25	33,5	39,1	36,5	37,1
	1,3	34,8	39,4	36,7	37,2
	1,5	29,3	29,9	32,4	31,4
	2,0	26,9	25,4	26,5	25,7
	2,5	25,7	25,4	25,5	25,4
	3,0	25,5	25,7	25,7	25,5
	3,5	25,5	25,5	25,7	25,5
	4,0	25,5	25,7	25,7	25,5
4,5	25,5	25,5	25,5	25,5	
5,0	25,7	25,5	25,5	25,5	
<b>Arch. IV</b>	<b>H. U.</b>				
<b>Ol'dekop + H.U</b>	<b>Forme</b>	<b>Cr3</b>			
	A deux ordonnées	32	37,3	36,4	37,3

Les deux modèles testés qui représentent l'architecture III et IV sont à deux paramètres. Le premier correspond au coefficient d'échelle du rapport P/E  $a$  et le deuxième à la forme de transfert adoptée, soit le réservoir de vidange ou l'hydrogramme unitaire. En observant ces résultats, généralement, nous remarquons :

- Deux pics des valeurs de Cr3 se manifestent quand l'exposant du réservoir est proche de l'unité ( $g=0.9$  ou  $g=1.3$ ) mais pas égal à 1. Cette remarque attire l'attention sur la représentativité des performances trouvées. Ce cas de figure sera traité plus tard.
- Un gain sensible des valeurs de Cr3 est obtenu en passant de zéro à une année de mise en route effective. Cependant le gain n'est pas très stable en passant à 2 ou 3 années et il est moins important.

*Par suite nous retenons une année (une observation au pas de temps annuel) comme période effective de mise en route après stabilisation du système correspondant à un régime permanent. Ce choix nous permettra de garder plus d'observations pour le contrôle surtout qu'au pas de temps annuel, on a des séries d'observations de faible longueur.*

## III) 5. Résultats et commentaires

Après avoir tenu compte des problèmes numériques et des problèmes d'initialisation, nous proposons de présenter les résultats issus de la recherche d'une éventuelle 'mémorisation' dans un modèle pluie-débit au pas de temps annuel. Nous commençons par le test de la 'production' puis le test du 'routage'. Nous finirons par présenter la meilleure combinaison possible.

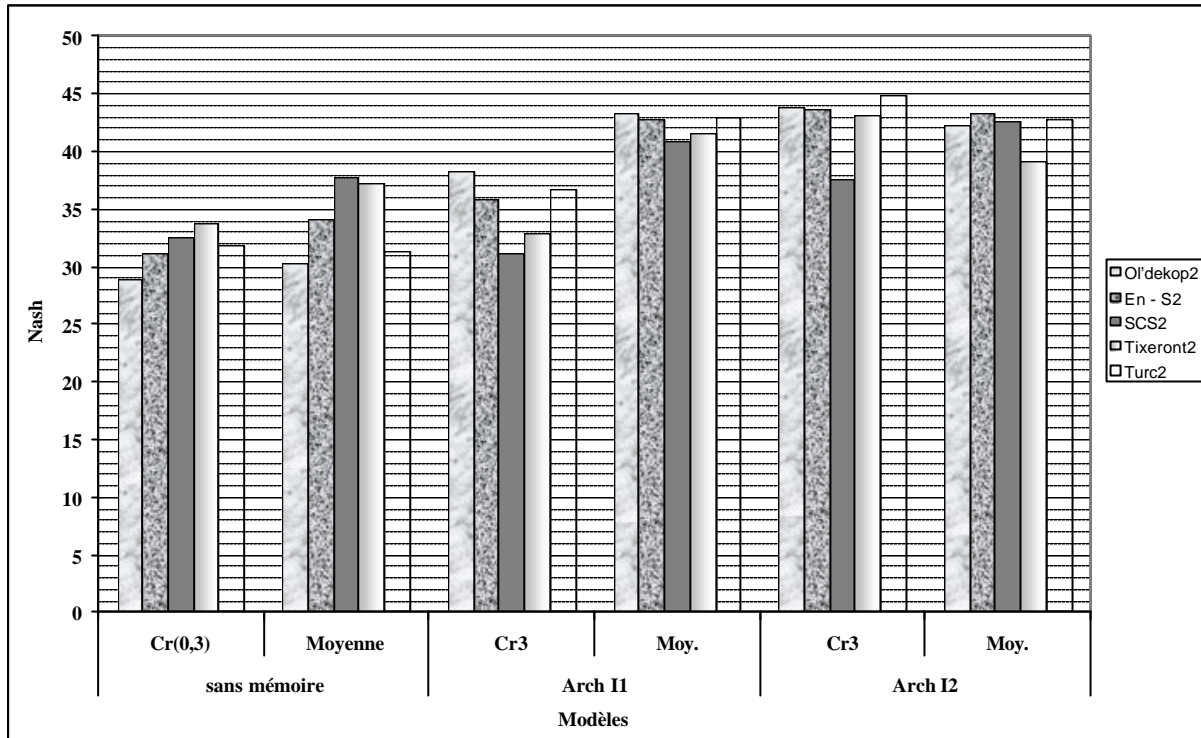
### III) 5.1. Quelle forme de production peut-on adopter au pas de temps annuel ?

#### III) 5.1.1. Résultats du test de l'architecture I (sans routage ni réservoir)

Les résultats sont donnés dans Tableau 22 et illustrés par la Figure 60.

**Tableau 22 : Résultats du test de l'architecture I**

	Modèles	Nash		Paramètres	
		Cr3	Moy.	Moy. (a)	Moy (α)
<b>Arch II</b> (Lissage Exponentiel)	Ol'dekop	38,3	43,3	0,63	0,62
	En - S <sup>(2)</sup>	35,8	42,7	0,79	0,65
	SCS	31,1	40,8	1,75	0,71
	Tixeront <sup>(2)</sup>	32,8	41,6	1,21	0,79
	Turc <sup>(2)</sup>	36,7	43,0	0,71	0,63
<b>Arch I2</b> (Brutal)	Ol'dekop	43,9	42,3	0,62	0,63
	En - S <sup>(2)</sup>	43,7	43,3	0,78	0,64
	SCS	37,6	42,6	1,73	0,66
	Tixeront <sup>(2)</sup>	43,2	39,1	1,20	0,65
	Tixeront <sup>(3)</sup>	44,3	42,2	0,65	0,63
	Turc <sup>(2)</sup>	44,8	42,8	0,70	0,64



**Figure 60 : Effet de la mémorisation sur les valeurs de 'Nash' (Architecture I1 et I2)**

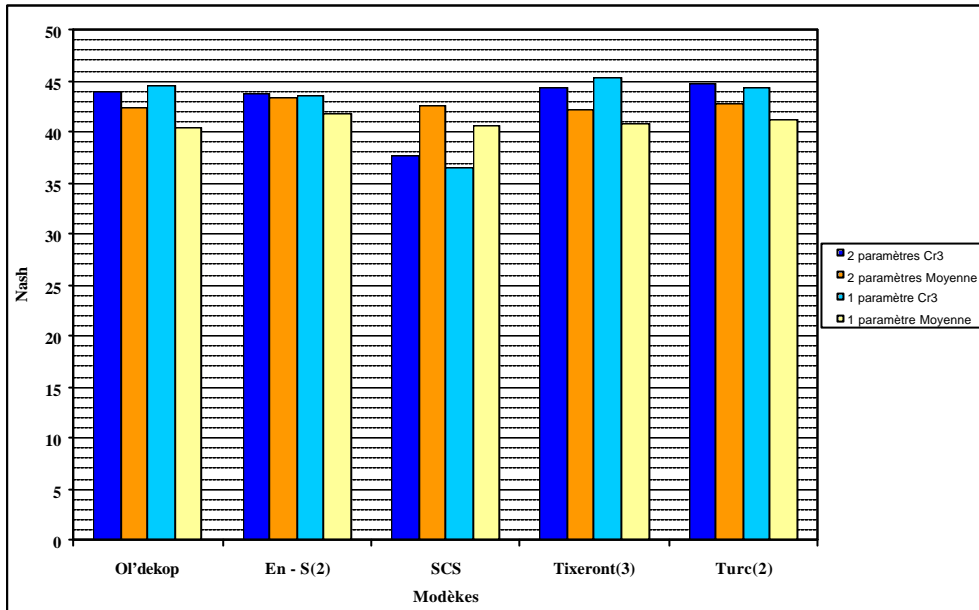
Comme le montre la Figure 60, l'introduction d'un effet mémoire dans les modèles issus du pluriannuel a permis un gain notable dans les valeurs du Nash. Toutefois, un effet mémoire à caractère 'brutal' permet un gain à la fois au niveau de la quantile Cr3 (30%) et au niveau de la valeur moyenne du critère de Nash. Donc, nous préférons garder cette forme d'effet mémoire à ce stade. Si l'on se réfère au critère Cr3, c'est le modèle de Turc qui paraît le plus performant. En revanche, si l'on se réfère à la moyenne, c'est le modèle 'en S' qui paraît le plus performant.

Nous avons effectué le choix des exposants  $n$ ,  $\gamma$  ou  $\theta$  en choisissant comme effet mémoire celui qualifié de 'brutal' qui paraît bien le bon choix à ce stade. Les résultats complets sont dans l'annexe 5. On note que les exposants tels qu'ils étaient proposés au pas de temps annuel ( $\gamma=2$  pour Turc et  $n=2$  pour le modèle 'en S') semblent bien optimisés. Seul l'exposant du modèle Tixeront est modifié car un exposant  $\theta=3$  paraît plus performant. Nous garderons alors dans ce qui suit la forme de Tixeront<sup>(3)</sup> au lieu de Tixeront<sup>(2)</sup>.

Nous avons aussi essayé de détecter le paramètre le plus important. Pour ce faire, nous avons fixé au départ un paramètre. La valeur fixée correspond à la moyenne trouvée suite au calage de chaque modèle sur la totalité de l'échantillon d'observation (Tableau 22). A chaque fois que le paramètre d'échelle  $a$  lié au rapport (P/E) est fixé, les valeurs Cr3 obtenues sont négatives. Cependant, il n'en est pas de même si l'on procède à une fixation du paramètre de mémorisation ( $\alpha$ ).

**Tableau 23 : essai d'économie de paramètre de l'architecture I2**

Modèles	2 paramètres		1 paramètre	
	Cr3	Moyenne	Cr3	Moyenne
Ol'dekop	43,9	42,3	44,6	40,5
'En S <sup>(2)</sup>	43,7	<b>43,3</b>	43,5	<b>41,7</b>
SCS	37,6	42,6	36,5	40,5
Tixeront <sup>(3)</sup>	44,3	42,2	<b>45,3</b>	40,8
Turc <sup>(2)</sup>	<b>44,8</b>	42,8	44,3	41,3



**Figure 61 : Essai d'économie de paramètre de l'architecture I2**

La fixation du paramètre  $\alpha$  a engendré une légère perte (aux alentours de 1,5%) au niveau de la moyenne des 'Nash'. Cependant, cette fixation de  $\alpha$  peut provoquer un léger gain au niveau du critère Cr3, comme c'est le cas des modèles de Tixeront, 'en S' et Ol'dekop. Le critère Cr3 reste pratiquement insensible dans le cas du modèle de Turc. Si l'on se réfère au critère Cr3, c'est le modèle de Turc<sup>(2)</sup> qui paraît le plus performant mais en se référant à la moyenne, c'est le modèle en 'en S' qui paraît le plus robuste, dans le cas où  $\alpha$  est optimisé.

Comme conclusion à ce stade, nous pouvons retenir qu'une introduction d'une mémorisation sous forme du coefficient  $\alpha$  au niveau des entrées du modèle (Architecture I, variante 2) permet un gain relativement sensible. Cependant, la meilleure façon d'introduire ce coefficient semble être de lui attribuer une valeur fixe, obtenue suite à un calage sur la totalité de l'échantillon pour chaque modèle. Mis à part le modèle SCS, nous pouvons retenir tous les autres modèles ('en S', Tixeront, Turc, Ol'dekop), pour lesquels le coefficient  $\alpha$  sera fixé au départ, et dont le seul paramètre est le coefficient d'échelle  $a$  lié au rapport (P/E). L'essai d'économie de ce coefficient d'échelle a produit des valeurs de critères de performances négatives, et il n'est pas donc envisageable de le fixer.

### III) 5.1.2. Résultats du test de l'architecture II (réservoir sol)

L'architecture II concerne un seul modèle, nommé ici 'Interception2', à deux paramètres :  $\beta$  coefficient d'interception partielle et le paramètre A lié au réservoir 'sol'. Nous donnons les résultats de l'application de ce modèle sur l'échantillon de données dans le Tableau 24.

**Tableau 24 : Résultats du test de l'architecture II (Interception partielle)**

Modèles	Cr3	Moyenne (b)	Moyenne (A)
Interception	31,1	0,40	103,4

Comme pour le cas de l'architecture I, nous avons aussi recherché une possible économie de paramètres. La méthodologie adoptée est la même : fixer un paramètre en lui donnant la valeur moyenne trouvée suite au calage du modèle sur la totalité de l'échantillon et laisser l'autre paramètre libre. Les résultats sont mentionnés dans le Tableau 25.

**Tableau 25 : Essai d'économie de paramètres (Architecture II)**

Modèles	Cr3	b	A
Interception1(a)	21,3	0,40 (fixe)	89,2 (moyenne)
Interception1(b)	16,6	0,59 (moyenne)	103 (fixe)

Pour le cas du modèle 'Interception1(a)', c'est le paramètre (A) lié au réservoir sol qui est libre. Inversement, pour le modèle 'Interception1(b)', le paramètre libre est ( $\beta$ ) (coefficient d'interception).

A deux paramètres, le modèle 'Interception' issu de l'architecture II paraît moins performant que les modèles issus de l'architecture I, selon les valeurs de Cr3. L'essai d'économie de paramètres effectuée sur le modèle 'Interception' a engendré une perte relativement importante sur les valeurs du critère de performance (Cr3).

### III) 5.1.3. Conclusion sur la production

La forme 'classique' de production présentée par un réservoir 'sol' (architecture I) paraît moins performante que les modèles issus du pas de temps pluriannuel et affectés d'un paramètre de mémorisation ( $\alpha$ ). Cette mémorisation est plus efficace sous la forme 'brutale' que sous la forme 'lissage exponentiel'. Toutefois, un seul paramètre libre représenté par  $a$ , le coefficient d'échelle du rapport (P/E), semble suffisant pour le pas de temps annuel. En effet, l'économie du paramètre  $a$  n'est pas possible vu sa forte sensibilité.

Le coefficient de mémorisation  $\alpha$  peut prendre une valeur fixe correspondant à la valeur moyenne trouvée suite au calage sur la totalité de l'échantillon. En se référant aux valeurs des critères de performances adoptés (Cr3 et moyenne), nous pouvons retenir les modèles : **de Turc**<sup>(2)</sup> ; **'en S'**<sup>(2)</sup> ; **Tixeront**<sup>(3)</sup> et **Ol'dékop** avec chacun un coefficient de mémorisation ( $\alpha$ ) fixé à la moyenne trouvée après calage sur la totalité de l'échantillon de données.

### **III) 5.2. Quelle forme de transfert peut-on adopter à l'échelle de temps annuelle ?**

#### **III) 5.2.1. Résultats du test de l'architecture III (réservoir de vidange)**

Nous rappelons que la présente architecture est constituée d'une fonction de production qui se résume aux modèles issus du pas de temps pluriannuel et d'un routage formé par un réservoir de vidange (paragraphe III) 4.3.3). Le cas le plus général est à trois paramètres ( $\alpha$ ,  $\alpha$  et le paramètre lié au réservoir). Nous commençons par présenter les résultats des modèles à deux paramètres, en ne retenant qu'une seule forme de mémorisation, celle liée au réservoir de vidange. Le but est de tester l'effet de cette forme de mémorisation sur la performance des modèles au pas de temps annuel et de la comparer avec le cas de la mémorisation au niveau de la production. Nous nous intéresserons après aux possibilités de combinaisons entre ces deux formes de mémorisation. La nomenclature adoptée pour désigner les modèles est la suivante [Nom][Rv][Chiffre] : Le Nom pour désigner le modèle issu du pluriannuel ; Rv désigne le réservoir de vidange comme type de routage ; Le chiffre désigne le nombre de paramètres. A titre d'exemple, on note Ol'dekop.Rv2. Les résultats sont présentés dans le Tableau 26.

**Tableau 26 : Premiers résultats du test du routage (Architecture III)**

	S.Rv2		
Exposant. du réservoir	Cr3	C	B ou k moyen
0,2	-17,1	0,58	204,27
0,5	16,9	1,01	128,96
0,7	35,3	1,24	30,91
0,9	36,3	1,25	0,00
1,0	35,2	1,23	1,94
1,1	35,6	1,25	1,17
<b>1,3</b>	<b>42,1</b>	<b>1,26</b>	<b>464,75</b>
1,5	39,9	1,25	192,43
2,0	36,7	1,26	140,43
2,5	35,5	1,25	167,14
3,0	36,8	1,25	209,47

	Ol'deko.Rv2		
Exposant. du réservoir	Cr3	a moyenne	B ou k moyen
0,2	-0,2	0,45	271,81
0,5	18,0	0,46	141,18
0,7	38,2	0,61	39,16
0,9	38,8	0,63	0,00
1,0	38,6	0,61	2,22
1,1	39,1	0,62	1,42
<b>1,3</b>	<b>42,3</b>	<b>0,63</b>	<b>246,46</b>
1,5	41,0	0,63	113,96
2,0	39,4	0,63	93,44
2,5	39,7	0,62	115,34
3,0	39,5	0,62	152,69

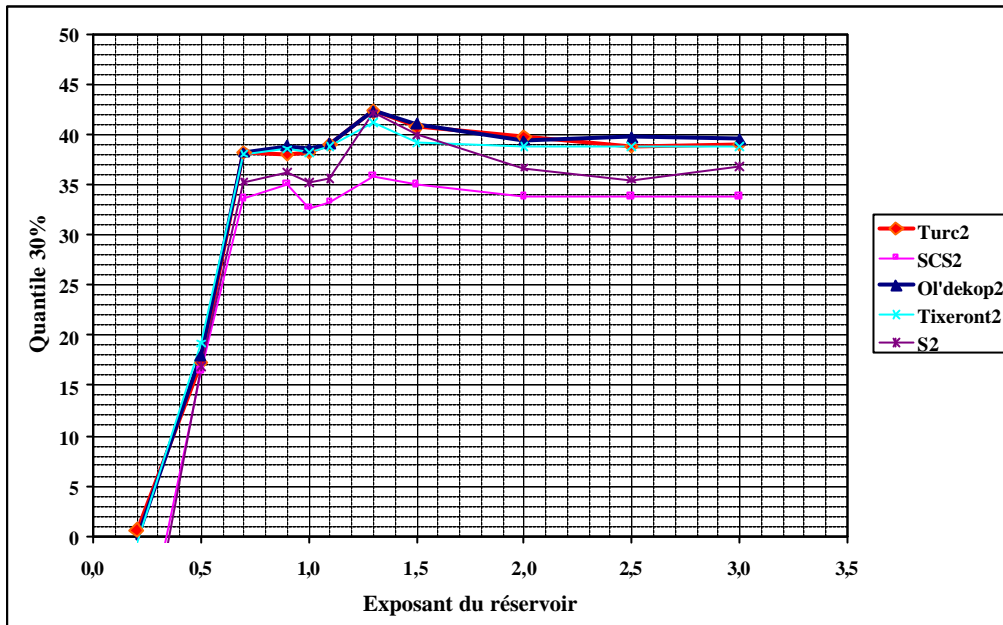
	SCS.Rv2		
Exposant. du réservoir	Cr3	a moyenne	B ou k moyen
0,2	-14,0	0,50	176,48
0,5	16,5	1,21	166,50
0,7	33,6	1,69	76,09
0,9	35,1	1,74	0,02
1,0	32,7	1,70	3,85
1,1	33,3	1,72	2,87
<b>1,3</b>	<b>35,9</b>	<b>1,74</b>	<b>17,16</b>
1,5	35,0	1,75	13,00
2,0	33,8	1,72	20,22
2,5	33,8	1,71	32,19
3,0	33,8	1,71	48,34

	Tixeront.Rv2		
Exposant. du réservoir	Cr3	a moyenne	B ou k moyen
0,2	-0,7	0,56	266,63
0,5	19,2	0,57	153,02
0,7	38,1	0,77	48,33
0,9	38,5	0,79	0,00
1,0	38,2	0,77	2,66
1,1	38,8	0,78	1,79
<b>1,3</b>	<b>41,2</b>	<b>0,79</b>	<b>114,04</b>
1,5	39,2	0,79	61,32
2,0	38,8	0,79	61,73
2,5	38,8	0,79	81,96
3,0	38,8	0,78	112,31

	Turc.Rv2		
Exposant. du réservoir	Cr3	a moyenne	B ou k moyen
0,2	0,6	0,52	274,46
0,5	17,3	0,50	147,63
0,7	38,2	0,69	42,83
0,9	38,1	0,71	0,00
1,0	38,2	0,69	2,40
1,1	39,0	0,70	1,56
<b>1,3</b>	<b>42,3</b>	<b>0,71</b>	<b>160,40</b>
1,5	40,7	0,71	81,07
2,0	39,7	0,71	75,04
2,5	38,8	0,70	98,29
3,0	39,0	0,70	132,46



Pour chaque modèle, nous avons fait varier la valeur de l'exposant du réservoir dans le but de détecter celle qui donne la meilleure performance. Les deux dernières colonnes sont réservées aux valeurs des moyennes trouvées pour les deux paramètres suite à un calage sur la totalité de l'échantillon. Nous résumons ces résultats dans la Figure 62.



**Figure 62 : Premiers résultats avec réservoir (Architecture III)**

A première vue, nous remarquons que la valeur de l'exposant du réservoir qui semble la plus performante est 1,3. Cependant le pic brutal obtenu pour chaque modèle à cette valeur d'exposant est étrange, étant donné qu'il se trouve dans une zone où semble s'établir un palier de performance.

L'un des handicaps 'physiques' que peut poser le fonctionnement du réservoir de vidange concerne la forme en puissance (voir Figure 50). En effet il est basé sur l'équation suivante :

$$q(t) = kR^g (t) \tag{3.12}$$

où,  $q(t)$  est le débit instantané,  $k$  le coefficient du réservoir et  $g$  l'exposant du réservoir. Le fait d'élever un niveau  $R$  (mm) du réservoir à une puissance proche de 1 puis de passer à l'intégration, pose un problème numérique. Nous proposons alors d'élever à la puissance une quantité adimensionnelle et d'affecter la dimension plutôt au coefficient de vidange  $k$  de la façon suivante :

$$q = k \left( \frac{R}{QA} \right)^g \quad (3.13)$$

où  $q$  est le débit instantané,  $k$  est le coefficient de vidange en (mm) par unité de temps,  $R$  est le niveau du réservoir en millimètre et  $QA$  une quantité connue a priori dont la dimension est aussi le millimètre.

Pour un pas de temps d'un an, nous prenons comme échelle des stocks le module calculé par la formule de Schreiber (et déjà utilisé par Perrin, 2000) :

$$QA = \bar{P} e^{-\frac{\bar{E}}{P}} \quad (3.14)$$

avec  $\bar{P}$  et  $\bar{E}$  la pluie et l'évapotranspiration inter annuelle. Nous pouvons utiliser  $QA$ , et le pas de temps  $\Delta t$  pour rendre adimensionnel le coefficient  $k$ , ce qui donne comme formule de vidange :

$$q = r \frac{QA}{\Delta t} \left( \frac{R}{QA} \right)^g \quad (3.15)$$

Ainsi le rapport  $R/QA$  et  $r$  sont sans dimension et le débit  $q$  est bien en millimètre par pas de temps.

Nous avons alors utilisé cette nouvelle présentation des paramètres du réservoir de vidange ; les résultats sont présentés dans le Tableau 27 et la Figure 63.

**Tableau 27 : Deuxièmes résultats du test de l'architecture III (après mise au point du réservoir de vidange)**

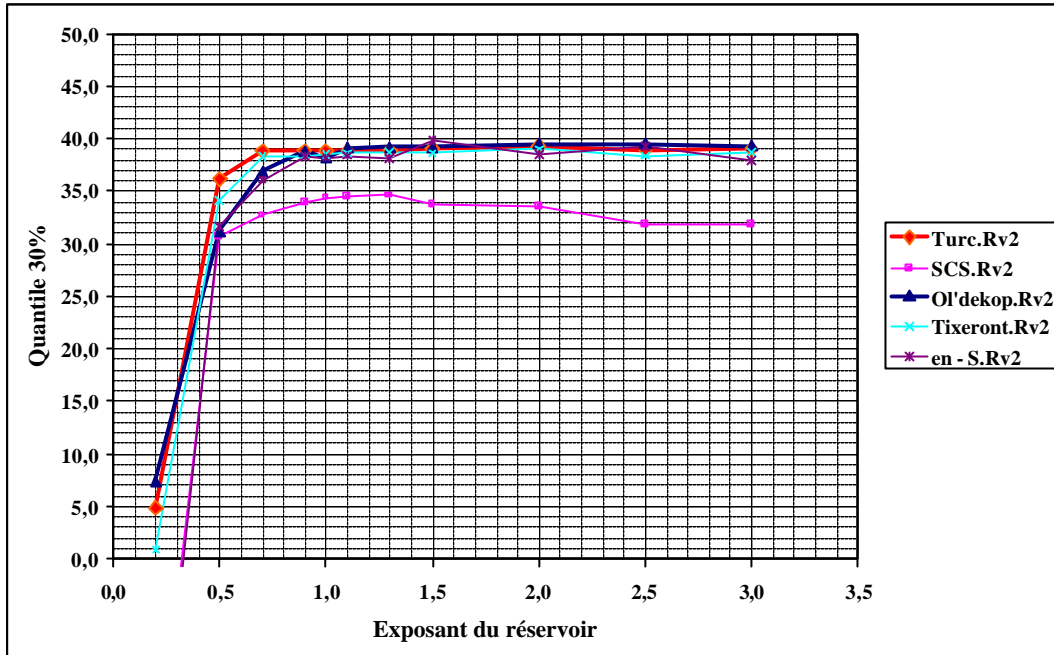
	<b>Ol'deko.Rv2</b>		
<b>Exposant, du réservoir</b>	<b>Cr3</b>	<b>a moyenne</b>	<b>ρ moyenne</b>
0,2	7,4	0,49	1,29
0,5	31,2	0,62	1,58
0,7	36,9	0,62	1,75
0,9	38,8	0,62	1,98
1,0	38,2	0,62	2,26
1,1	39,1	0,62	2,28
1,3	39,2	0,62	2,71
1,5	39,2	0,62	3,01
2,0	39,5	0,62	3,17
2,5	39,5	0,62	2,53
3,0	39,3	0,62	1,69

	<b>En - S.Rv2</b>		
<b>Exposant, du réservoir</b>	<b>Cr3</b>	<b>a moyenne</b>	<b>ρ moyenne</b>
0,2	-25,1	0,39	0,68
0,5	31,7	1,24	1,57
0,7	36,1	0,23	0,51
0,9	38,3	1,25	1,77
1,0	38,2	1,25	1,95
1,1	38,4	1,26	1,93
1,3	38,1	1,25	2,10
1,5	39,8	1,24	2,26
2,0	38,5	1,24	2,12
2,5	39,3	1,23	1,52
3,0	38,0	1,25	0,93

	<b>SCS.Rv2</b>		
<b>Exposant, du réservoir</b>	<b>Cr3</b>	<b>a moyenne</b>	<b>ρ moyenne</b>
0,2	-21,9	0,34	0,73
0,5	30,7	1,46	1,60
0,7	32,7	1,72	2,19
0,9	34,0	1,71	2,77
1,0	34,4	1,72	3,90
1,1	34,5	1,72	3,97
1,3	34,6	1,71	6,03
1,5	33,7	1,71	8,98
2,0	33,5	1,70	14,66
2,5	31,9	1,71	15,41
3,0	31,8	1,71	12,58

	<b>Tixeront.Rv2</b>		
<b>Exposant, du réservoir</b>	<b>Cr3</b>	<b>a moyenne</b>	<b>ρ moyenne</b>
0,2	0,9	0,45	1,04
0,5	34,1	0,78	1,67
0,7	38,3	0,79	1,89
0,9	38,4	0,78	2,24
1,0	38,5	0,79	2,70
1,1	38,6	0,79	2,67
1,3	38,7	0,78	3,41
1,5	38,6	0,78	4,01
2,0	39,0	0,78	4,78
2,5	38,4	0,78	4,28
3,0	38,7	0,78	2,88

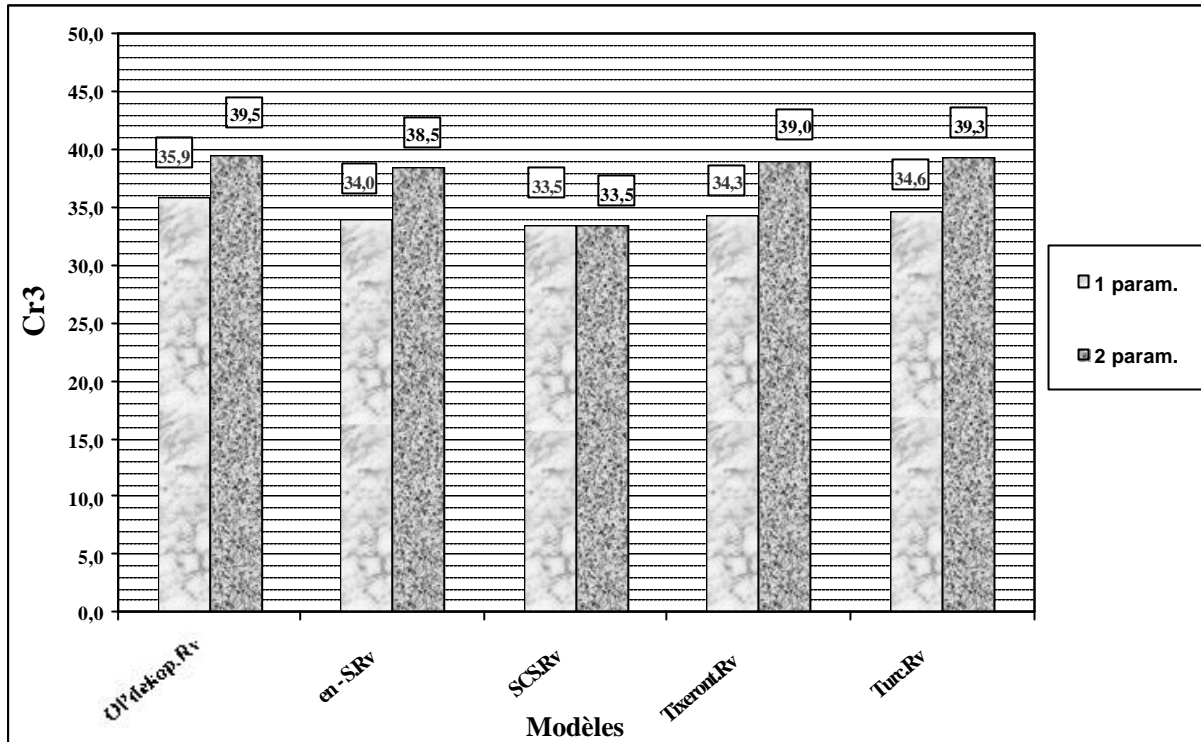
	<b>Turc.Rv2</b>		
<b>Exposant, du réservoir</b>	<b>Cr3</b>	<b>a moyenne</b>	<b>ρ moyenne</b>
0,2	4,9	0,48	1,19
0,5	36,2	0,70	1,60
0,7	38,8	0,70	1,81
0,9	38,9	0,70	2,06
1,0	38,8	0,70	2,40
1,1	38,9	0,70	2,43
1,3	38,8	0,70	2,99
1,5	39,1	0,70	3,40
2,0	39,3	0,69	3,72
2,5	38,9	0,69	2,87
3,0	39,0	0,70	1,99



**Figure 63 : Deuxièmes résultats du test du réservoir (Architecture III), après mise au point du réservoir de vidange**

Comme le montre bien la Figure 63, l'utilisation de produits adimensionnels dans l'équation de fonctionnement du réservoir permet le passage d'un exposant de vidange inférieur à l'unité à un exposant supérieur à 1 sans pic brutal. On constate donc qu'il s'agissait d'un artefact, pourtant bénéfique ! En dehors du modèle SCS.Rv2 qui paraît le moins performant, le choix est difficile entre tous les autres modèles. En effet, ils présentent des critères de performance (Cr3) très proches. Le choix de l'exposant du réservoir, n'est pas non plus évident. Cependant par raison *de simplicité*, nous pouvons retenir comme **exposant du réservoir la valeur de 2**.

Comme pour le cas des architectures I et II, nous procédons dans ce qui suit à un essai d'économie de paramètres. La méthodologie adoptée est la même : fixer un paramètre qui prendra la valeur moyenne calée sur la totalité de l'échantillon d'observations et laisser le deuxième paramètre libre. L'essai d'économie du paramètre d'échelle  $a$  lié au rapport (P/E) a produit des valeurs de critère de performance négatives (de même que pour l'architecture I), d'où une grande sensibilité des modèles pluie-débit au pas de temps annuel à ce paramètre.



**Figure 64 : Essai d'économie de paramètres (Architecture III, avec 2 comme exposant de vidange)**

Afin de pouvoir visualiser l'effet de la fixation du paramètre  $\rho$ , nous avons porté sur l'axe des ordonnées de la Figure 64, les valeurs du critère Cr3 relatives à chaque modèle issu de l'architecture III, à un et à deux paramètres. A part le modèle 'SCS.Rv' qui paraît insensible à une telle économie de paramètres, tous les autres modèles subissent une diminution au niveau du critère de performance relativement importante par rapport à la légère baisse pour le cas de l'architecture I. Comme pour l'architecture II alors, et contrairement à l'architecture I, ces modèles semblent sensiblement plus performants avec deux paramètres.

### III) 5.2.2. Résultats du test de l'architecture IV : (Hydrogramme Unitaire)

Au lieu d'un réservoir de routage, l'architecture IV comporte un l'hydrogramme unitaire (paragraphe III) 4.3.4). Nous essaierons de détecter la forme adéquate de l'hydrogramme unitaire assurant le routage. Nous effectuerons ensuite l'essai d'économie de paramètre. La nomenclature adoptée est semblable à celle adoptée pour le cas de l'architecture III : [Nom du modèle issu du pluriannuel].[HU][Chiffre] où 'HU' désigne l'hydrogramme unitaire et le chiffre indique le nombre de paramètres. A titre d'exemple nous citons 'Ol'dekop.HU2'. Les résultats sont donnés dans le Tableau 28, et illustrés à la Figure 65.

**Tableau 28 : Résultats du test de l'architecture IV : (Hydrogramme Unitaire)**

<b>Ol'dekop.HU2</b>				
<b>Forme de HU</b>	<b>Cr3</b>	<b>Moyenne Nash</b>	<b>Moyenne (a)</b>	<b>Moyenne (C)</b>
2 Ordonnées	42,3	41,3	0,63	0,81
Décroissant	39,3	43,0	0,64	1,02
Isocèle	14,8	24,4	0,65	1,08
<b>En - S.HU2<sup>16</sup></b>				
<b>Forme de HU</b>	<b>Cr3</b>	<b>Moyenne Nash</b>	<b>Moyenne (a)</b>	<b>Moyenne (C)</b>
2 Ordonnées	41,5	41,9	0,79	0,82
Décroissant	38,8	42,7	0,80	0,97
Isocèle	14,0	26,6	0,83	1,06
<b>SCS.HU2<sup>17</sup></b>				
<b>Forme de HU</b>	<b>Cr3</b>	<b>Moyenne Nash</b>	<b>Moyenne (a)</b>	<b>Moyenne (C)</b>
2 Ordonnées	36,1	40,7	1,75	0,85
Décroissant	31,8	41,2	1,77	0,89
Isocèle	13,2	27,6	1,80	1,01
<b>Tixeront.HU2<sup>18</sup></b>				
<b>Forme de HU</b>	<b>Cr3</b>	<b>Moyenne Nash</b>	<b>Moyenne (a)</b>	<b>Moyenne (C)</b>
2 Ordonnées	42,9	41,3	0,65	0,81
Décroissant	39,4	42,8	0,67	1,01
Isocèle	13,0	24,6	0,68	1,07
<b>Turc.HU2<sup>19</sup></b>				
<b>Forme de HU</b>	<b>Cr3</b>	<b>Moyenne Nash</b>	<b>Moyenne (a)</b>	<b>Moyenne (C)</b>
2 Ordonnées	43,0	41,6	0,71	0,81
Décroissant	38,8	42,6	0,72	1,00
Isocèle	13,4	26,5	0,73	1,07

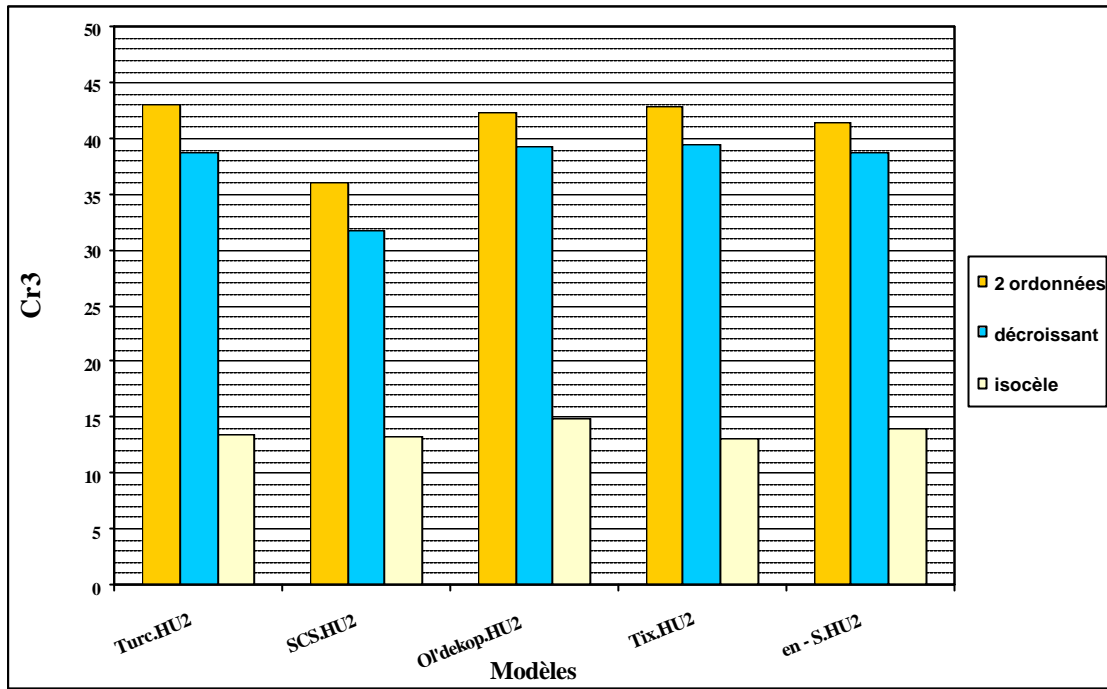
<sup>16</sup> L'ordre (n) du modèle en 'S' est pris égal à 2.

<sup>17</sup> Le modèle SCS est équivalent au modèle de Turc avec un exposant ( $\gamma$ ) égal à 1.

<sup>18</sup> L'exposant ( $\theta$ ) de Tixeront est pris égal à 3.

<sup>19</sup> L'exposant ( $\gamma$ ) de Turc est pris égal à 2.

a)



b)

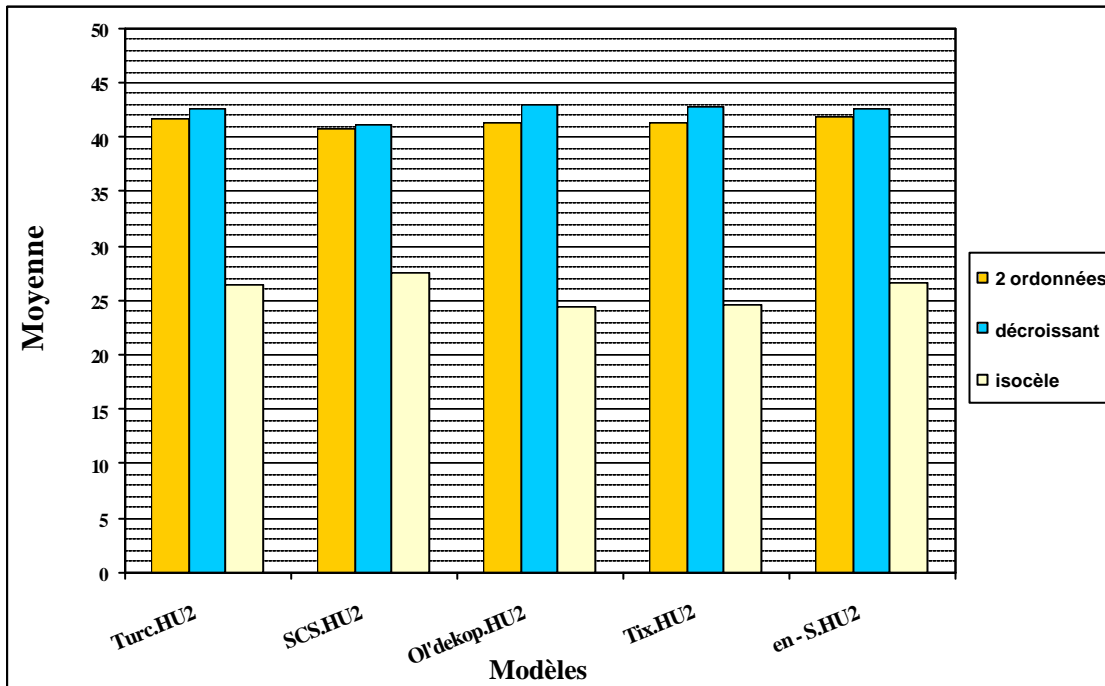


Figure 65 : Test de l'architecture III (Hydrogramme Unitaire) : a) selon le critère Cr3 ; b) selon le critère 'moyenne' des Nash

La Figure 65 montre que la forme 'isocèle' d'un hydrogramme unitaire au pas de temps annuel n'est pas la meilleure. Donc à cette échelle de temps un routage qui exprime une certaine montée avant la descente, comme pour le cas d'une crue au pas de temps journalier, n'est pas nécessaire. En effet un hydrogramme avec seulement une descente paraît plus performant. Toutefois, si l'on se réfère au critère Cr3, c'est la forme à deux ordonnées qui paraît sensiblement la plus performante, contrairement au critère 'moyenne des Nash', qui montre que la forme 'décroissante' est légèrement plus performante que la forme 'à deux ordonnées'. De toute façon, ces deux formes sont équivalentes : la forme 'deux ordonnées' impose au départ un temps de base de l'hydrogramme de 2 ans au plus. Le paramètre C à caler va décider du poids de chaque année sur l'écoulement. Le paramètre C lié à l'hydrogramme décroissant va nous permettre de savoir la durée du temps de base qui est de 2C. Pour tous les modèles traités, la moyenne du paramètre optimal est très proche de 1 ce qui donne une moyenne générale du temps de base très proche de 2 et on rejoint ainsi le cas de l'utilisation de l'hydrogramme à deux ordonnées. Cette équivalence est bien réelle dans le cas du critère 'la moyenne des Nash' où les performances de ces deux formes sont très proches pour tous les modèles. Notons que la moyenne nous informe sur la robustesse du modèle d'une façon plus globale que le critère Cr3 qui ne représente qu'un seul point de toute la courbe de distribution de performance (Figure 8). De toute façon, le choix d'une forme de critère reste relativement 'arbitraire' (Perrin, 2000). Il n'existe pas de choix idéal et 'universel'. Il s'agit seulement de traduire en « chiffre » la robustesse d'un modèle.

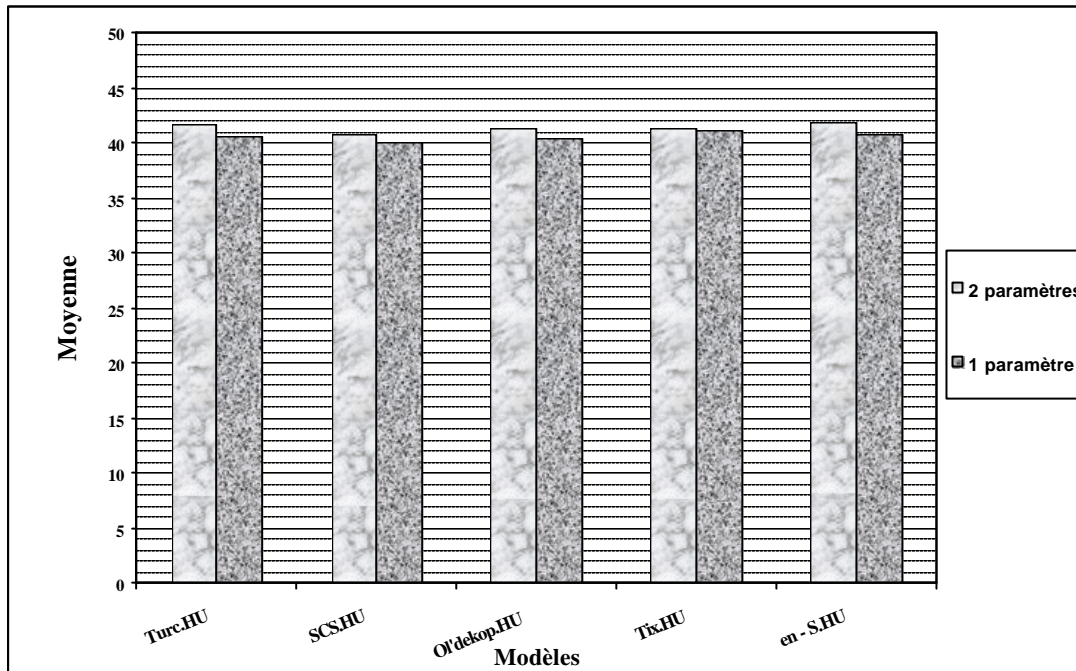
La forme de 'l'hydrogramme à deux ordonnées', où la durée de la mémoire est fixée à 2 ans, représente un cas particulier de 'l'hydrogramme à une seule descente'. De plus, les valeurs de Cr3 de ce premier sont un peu plus élevées par rapport au deuxième. Le cas n'est pas de même en ce qui concerne les moyennes des « Nash » où elle restent sensibles aux fortes valeurs négatives. Nous proposons de retenir la forme de l'hydrogramme unitaire à deux ordonnées. Mis à part le modèle SCS, tous les autres modèles (Tixeront ; 'en S' ; Ol'dekop et Turc) associés à cette forme d'effet mémoire au routage, ont des performances très proches et le choix de l'un d'entre eux demeure très difficile.

Comme pour les cas précédents, nous avons aussi procédé à un essai d'économie de paramètres. Le paramètre  $a$  lié au rapport (P/E) paraît encore une fois très important, car les modèles y semblent très sensibles. En effet, à chaque fois qu'on le fixe, les valeurs du critère de performance chutent brutalement en dessous de la barre (Cr3 = 0 et moyenne = 0). Les résultats du test d'économie du deuxième paramètre lié à l'hydrogramme unitaire, C, sont mentionnés dans le Tableau 29, complété par la Figure 66. Ces résultats sont obtenus avec l'hydrogramme à deux ordonnées.



**Tableau 29 : Résultats de l'économie de paramètre équivalent à l'hydrogramme unitaire**

Modèles	Cr30%	Moyenne Nash	Moyenne (a) 'libre'	(c) 'fixe'
Ol'dekop.HU1	40,9	40,3	0,64	0,81
S.HU1	40,2	40,7	0,80	0,83
SCS.HU1	37,1	40,0	1,77	0,85
Tixeront.HU1	39,7	41,1	0,66	0,82
Turc.HU1	40,8	40,5	0,72	0,81



**Figure 66 : Essai d'économie de paramètres (Architecture IV)**

Comme le montre la Figure 66, une fixation du paramètre C engendre une légère baisse du critère Cr3. Cette baisse pourrait être tolérée pour un pas de temps aussi large que l'annuel et assurerait la simplicité des modèles. Le choix entre l'un ou l'autre modèle demeure toujours difficile vu leurs très proches performances, sauf pour le cas du modèle SCS qui paraît sensiblement le moins performant selon le critère Cr3.

### III) 5.2.3. Conclusion : quelle forme de routage ?

Les tests de l'architecture III nous ont permis de retenir comme exposant de réservoir de vidange la valeur de 2 avec une large plage d'indifférence. Le test de l'architecture IV a permis de retenir la forme la plus simple de l'hydrogramme unitaire qui correspond à celui à deux ordonnées. Cependant, le choix du réservoir nous impose une limite pour une éventuelle économie de paramètre puisque deux paramètres semblent nécessaires. Avec le choix de l'hydrogramme unitaire à deux ordonnées, cette éventualité reste possible puisqu'un modèle à un paramètre paraît satisfaisant. De plus, les modèles associés à cet hydrogramme unitaire sont plus performants que dans le cas où ils sont associés à un réservoir de vidange.

Pour un modèle pluie-débit au pas de temps annuel, et si l'effet mémoire se localise au niveau du transfert, la forme la plus adéquate semble donc être celle représentée par un hydrogramme unitaire à deux ordonnées. Elle paraît plus simple de mise en œuvre, plus performante que celle du réservoir de vidange. Les modèles associés à cette forme de mémoire ont tous des performances très proches : Turc, Ol'dekop, Tixeront, 'en S' et SCS.

## III) 6. Vers la construction d'un modèle pluie-débit au pas de temps annuel

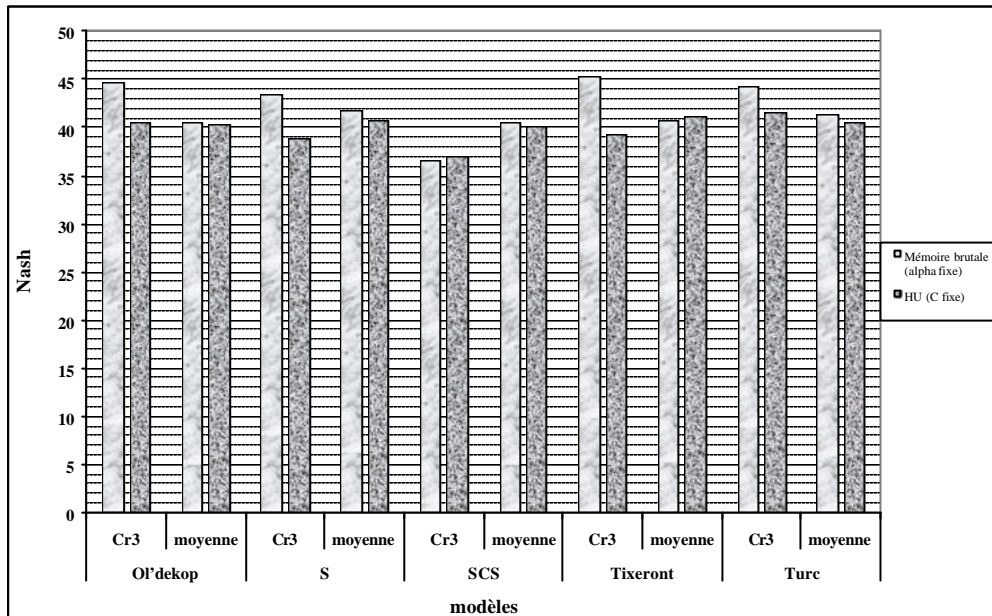
### III) 6.1. Quel type de fonction mémoire ?

Dans cette section, nous faisons la synthèse des résultats précédents. Nous présentons dans le Tableau 30 les résultats des différentes formes de mémoire que ce soit au niveau de la production (coefficient de mémoire  $a$ ) ou au niveau du transfert (hydrogramme unitaire à deux ordonnées) à un ou deux paramètres.

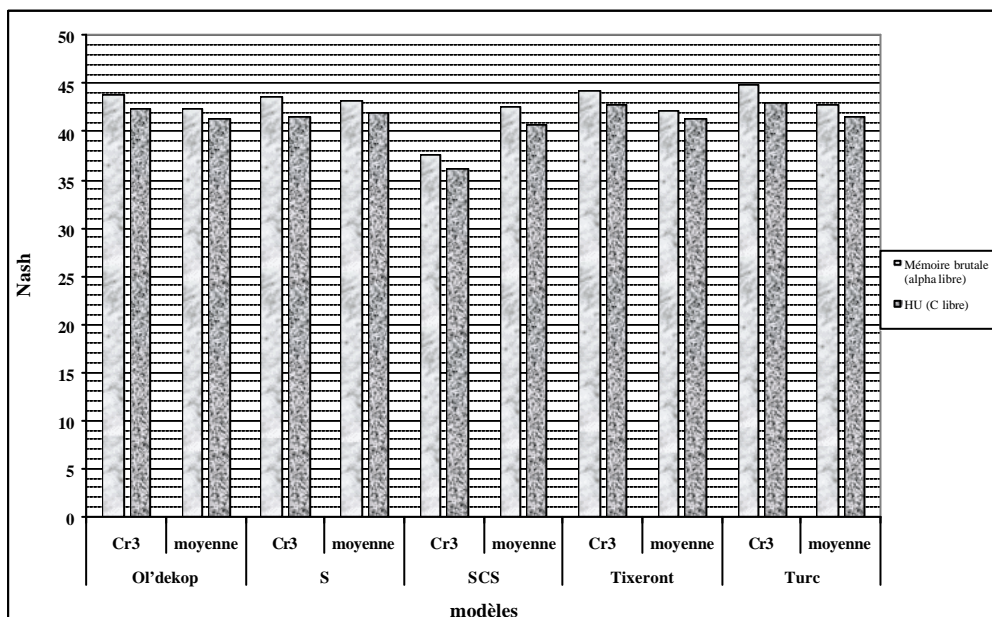
**Tableau 30 : Résultats des meilleures formes de 'mémoire' retenues**

Fonction mémoire retenues		Ol'dekop		S		SCS		Tixeront		Turc		Nbre de param
		Cr3	Moy	Cr3	Moy	Cr3	Moy	Cr3	Moy	Cr3	Moy	
Production	a libre	43,9	42,3	43,7	43,3	37,6	42,6	44,3	42,2	44,8	42,8	2
	a fixe	44,6	40,5	43,5	<b>41,7</b>	36,5	40,5	<b>45,3</b>	40,8	44,3	41,3	1
Routage	HU1	40,5	40,3	38,9	40,7	37,0	40,0	39,3	41,1	41,5	40,5	1
	HU2	42,3	41,3	41,5	41,9	36,1	40,7	42,9	41,3	43,0	41,6	2

Pour assurer une bonne lecture du Tableau 30, nous nous appuyons sur la Figure 67 et la Figure 68. Dans la Figure 67, nous avons comparé les résultats des modèles issus du pluriannuel affecté d'une fonction mémoire à paramètres fixes : C fixe pour l'hydrogramme unitaire et  $\alpha$  fixe pour la fonction mémoire dite 'brutale'. Les modèles correspondants sont tous à un seul paramètre libre, le paramètre  $a$  nommé coefficient d'échelle du rapport P/E. Dans la Figure 68, nous avons effectué la même comparaison mais en laissant cette fois ci les paramètres  $\alpha$  et C libres et les modèles ainsi comparés sont à 2 paramètres. Nous avons utilisé comme critères de performance Cr3 et la moyenne des Nash.



**Figure 67 : comparaison des deux fonctions mémoire retenues à paramètre fixe**



**Figure 68 : comparaison des deux fonctions mémoire retenues à paramètre libre**

Ces deux figures montrent bien que le fait d'introduire la mémoire d'une façon 'brutale', au niveau de la fonction de production, directement dans les formule issues du pas de temps pluriannuel l'emporte sur le choix de l'hydrogramme unitaire. Ce constat est sensiblement plus net dans le cas du critère Cr3 que dans le cas de la moyenne des Nash, que ce soit en fixant les paramètres de mémoire ( $\alpha$  et C) ou en les laissant libres.

Nous avons essayé de chercher pourquoi ces deux fonctions mémoire donnent des résultats assez proches. Pour ce faire nous sommes revenus aux équations décrivant la fonction de chacun de ces formes :

Pour la fonction brutale :

$$U_i = \mathbf{a} \left( \frac{P}{E} \right)_i + (1 - \mathbf{a}) \left( \frac{P}{E} \right)_{i-1} \quad (3.16)$$

et pour calculer le débit il suffira de remplacer  $f(aP/E)$  par  $f(aU)$  pour les formules issues du pas de temps pluriannuel (Ol'dekop, Turc...).

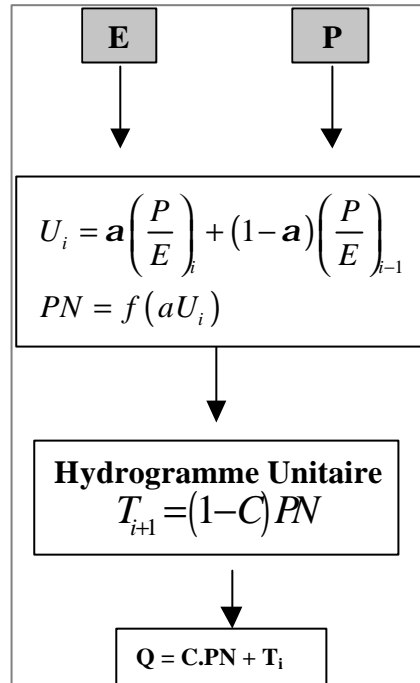
Dans le cas de l'hydrogramme unitaire à deux ordonnées, la mémorisation intervient après le calcul d'une quantité qu'on va noter PR issue du modèle au pas de temps pluriannuel :

$$\begin{cases} PR = f\left(a \frac{P}{E}\right) \\ Q = cPR + (1 - c)PR \end{cases} \quad (3.17)$$

Le fonctionnement de la mémoire qualifié de 'brutal' et l'hydrogramme unitaire sont en fait exactement les mêmes. Ce qui diffère d'une forme à l'autre, c'est plutôt l'emplacement de cet effet mémoire. Nous pouvons conclure qu'au pas de temps annuel, la durée d'un éventuel effet mémoire dans un modèle pluie-débit ne dépasse pas deux ans et que cet effet mémoire a tendance à se localiser plutôt dans la fonction de production que dans la fonction de transfert.

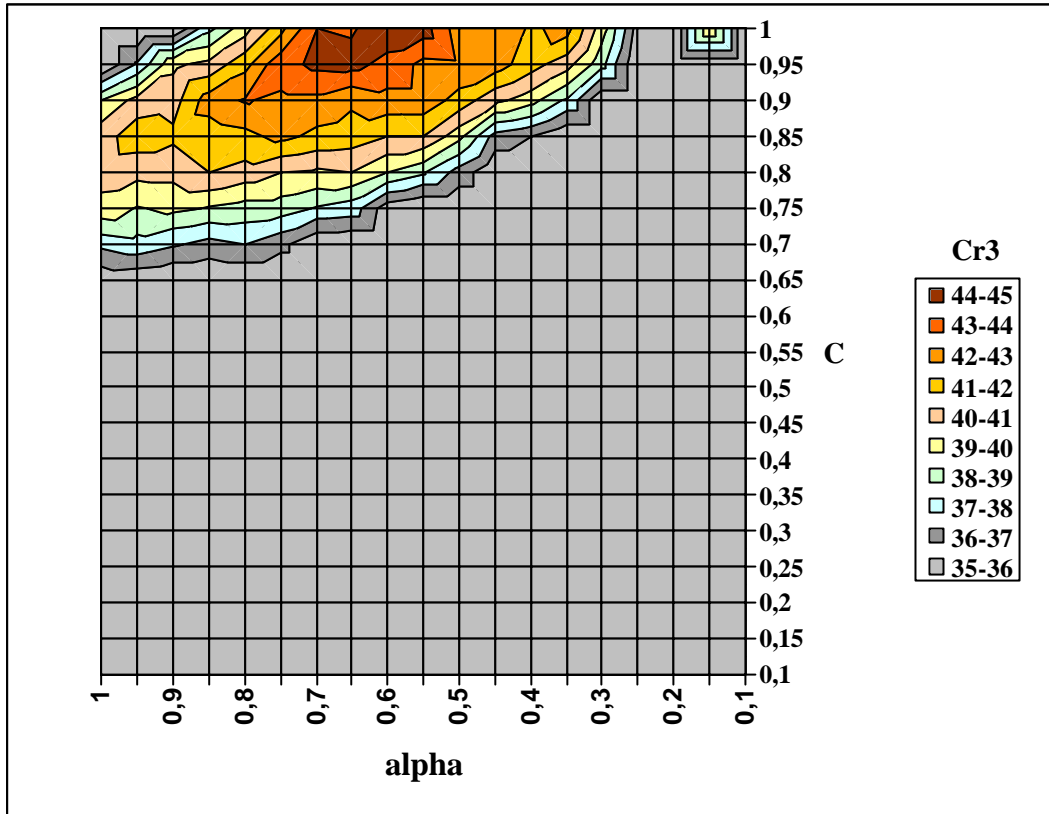
### III) 6.2. Une combinaison des deux fonctions mémoires est elle possible ?

Le but de ce paragraphe est de voir si la combinaison de deux types de mémoire peut aboutir à une amélioration des performances. Les modèles sont résumés dans la Figure 69:



**Figure 69 : Architecture combinant les deux meilleures formes de mémoires**

Cette architecture regroupe les cinq modèles issus du pas de temps pluriannuel (Turc, Ol'dekop, 'en S', Tixeront et SCS) affectés de deux fonctions mémoire. Ce sont des modèles à trois paramètres :  $a$  nommé coefficient d'échelle du rapport P/E ;  $\alpha$  lié à la fonction mémoire dite 'brutale' et  $C$  lié à l'hydrogramme unitaire à deux ordonnées. Les premiers tests de ces modèles à trois paramètres libres n'ont pas abouti à une amélioration. Nous avons alors gardé un seul paramètre libre qui est toujours le paramètre d'échelle  $a$ , et nous avons procédé à la fixation des autres paramètres ( $\alpha$  et  $C$ ) afin de dresser des cartes de performances pour chaque modèle. Nous ne présentons ici que la carte de performance relative au modèle d'Ol'dekop. Les résultats sont semblables pour tous les autres modèles.



**Figure 70 : Fonction réponse des paramètres  $\alpha$  et  $C$  pour le modèle d'Oldekop**

La Figure 70 montre bien l'effet de compensation des deux formes de mémoire traduit par les formes ellipsoïdales. Pour une valeur de  $\alpha$  de **0.6** et de  $C$  égal à 1, le  $Cr3$  est à son optimum, **44,5%**, qui est la meilleure valeur du critère de sélection trouvée pour le modèle d'Oldekop jusqu'à présent. Toute la mémorisation se concentre alors au niveau de la production d'une façon 'brutale' et le transfert *disparaît*. Donc au pas de temps annuel une fonction de transfert n'est pas nécessaire. Seule une fonction tirée du pas de temps pluriannuel (Turc, Tixeront,...) affecté d'un effet mémoire 'brutal' du type hydrogramme unitaire sur deux années est suffisant.

### III) 6.3. Proposition de modèle pluie-débit au pas de temps annuel

Un modèle issu du pas de temps pluriannuel (Tixeront, Ol'dekop, Turc, en 'S', SCS) affecté par un effet mémoire sur les entrées avec un paramètre  $\alpha$  fixé semble le meilleur modèle pluie-débit au pas de temps annuel. Nous allons chercher la valeur du coefficient de mémorisation ( $\alpha$ ) pour chacun de ces modèles, en faisant varier la valeur de ( $\alpha$ ) de 0 à 1. Les résultats sont inscrits dans le Tableau 31 et le Tableau 32.

**Tableau 31 : Recherche de la valeur adéquate du paramètre de mémorisation 'brutale' ( $\alpha$ ) selon le critère Cr3**

Cr3	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Turc	29,1	32,1	41,2	42,6	43,5	45,0	43,1	35,9	34,9
Tixeront	25,9	34,6	38,8	43,1	44,7	<b>45,7</b>	44,1	39,2	33,9
Ol'dekop	25,8	33,7	39,6	42,4	42,8	44,5	44,1	39,6	34,5
SCS	32,9	34,4	36,3	36,5	37,3	37,8	36,8	35,9	35,3
'en S'	30,3	37,0	40,8	42,3	43,4	43,2	41,6	39,3	36,8

**Tableau 32 : Recherche de la valeur adéquate du paramètre de mémorisation 'brutale' ( $\alpha$ ) selon le critère Moyenne des Nash**

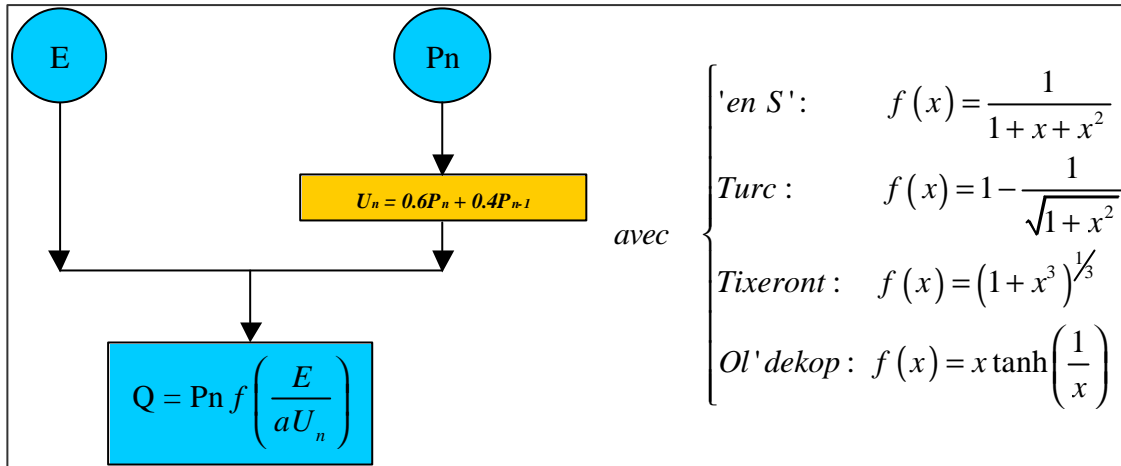
Moyenne	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Turc	30,5	32,6	37,8	40,2	41,3	41,4	40,4	39,9	35,8
Tixeront	28,4	33,1	36,9	39,6	40,4	41,2	40,1	37,9	34,4
Ol'dekop	28,2	33,2	37,2	39,5	41,1	40,9	40,1	38,0	34,6
SCS	36,3	38,0	39,3	40,2	40,8	40,9	40,4	39,9	39,0
'en S'	32,4	36,3	38,7	40,4	41,6	<b>41,8</b>	41,1	39,4	37,1

Quel que soit le modèle choisi (Tixeront, Turc, ...), et quel que soit le critère (Cr3 ou moyenne) la valeur du coefficient de mémorisation 'brutale' ( $\alpha$ ) qui donne la meilleure performance est de 0,6. Au pas de temps annuel, il faut juste une mémoire de pluies de durée deux ans avec un poids de 60% pour l'année en cours.

Comme pour le cas du pas de temps pluriannuel, il est encore une fois très difficile de choisir entre l'un au l'autre modèle au pas de temps annuel. En effet, tous les modèles ont des performances très proches, mis à part le modèle SCS dans le cas du critère Cr3. De toute façon, le modèle SCS n'est qu'une variante du modèle de Turc généralisé d'exposant ( $\gamma=1$ ).

Nous ne pouvons alors que retenir les quatre autres modèles en les présentant dans un ordre croissant de leurs performances selon la moyenne des Nash : 'en S', Turc, Tixeront et Ol'dekop. La Figure 71 présente globalement ce jeu de modèles.





**Figure 71 : Modèles proposés au pas de temps annuel**

Il s'agit des mêmes modèles déjà retenus au pas de temps pluriannuel, la seule différence est l'affectation de ce poids de 60% pour l'année en cours et 40% de l'année précédente pour la quantité de pluie à mettre en rapport avec l'évapotranspiration potentielle. Le paramètre  $a$  qualifié de correctif au pas de temps pluriannuel surgit encore au pas de temps annuel. Nous lui avons donné le nom de coefficient d'échelle du rapport P/E. Il peut jouer le même rôle aussi au pas de temps annuel puisqu'il représente indirectement une certaine 'correction' de l'évapotranspiration potentielle  $E$ . De quoi s'agit-il en fait ? et quelle est la limite de cette hypothèse ?, sont des questions qui restent en suspens.

---

## III) 7. Conclusion

Généralement, les modèles pluie-débit au pas de temps annuel se présentent sous forme de fonctions statistiques ‘boîte noire’. Le seul modèle rencontré, à l’exception de GR1A (Bouabdallah, 1997), présentant une certaine sophistication, est le modèle de Mc Mahon et al. (1992).

Pour comparer les modèles annuels, nous avons adopté le même échantillon de données que celui adopté au pas de temps pluriannuel et au pas de temps journalier (Perrin, 2000), mais nous n’avons pu garder que 407 bassins versants qui répondent aux exigences du pas de temps annuel (longueur minimale d’observation de 7 ans). Nous avons aussi gardé la même variable cible ( $Q^{1/2}$ ) et la même fonction critère de sélection (moindres carrés des erreurs sur les racines carrées des écoulements annuels) que celle prise au pas de temps pluriannuel. Nous avons aussi proposé une méthode d’initialisation qui nous a évité le choix d’un état initial arbitraire. Nous l’avons appelée ‘initialisation en régime permanent’. Cette initialisation nous a permis de ne prendre qu’une seule année de durée effective de mise en route.

L’examen des modèles pluriannuels déjà traités et du modèle GR1A (Bouabdallah, 1997) nous a permis de remarquer que ces modèles pluriannuels peuvent bien jouer le rôle de fonction de production. A l’échelle de temps annuelle, deux paramètres libres, voire un seul, sont largement suffisants. Les modèles testés présentent une grande sensibilité au paramètre d’échelle  $a$  lié au rapport P/E.

A l’échelle de temps annuelle, une sophistication de l’architecture telle que celle de GR1A (Bouabdallah, 1997) ne paraît pas nécessaire. La mémorisation se concentre au niveau de la production d’une manière relativement ‘brutale’, en ne faisant intervenir que la pluie de l’année précédente. Ainsi, nous avons pu proposer quatre modèles pluie-débit au pas de temps annuel à un seul paramètre libre lié au rapport P/E, sorte de coefficient d’échelle. Le deuxième paramètre assure l’effet mémoire et est fixé à 0,6. Le débit est calculé en utilisant quatre formules inspirées des modèles retenus lors du traitement du pas de temps pluriannuel : modèle ‘en S’ ; modèle de Turc ; modèle de Tixeront et modèle d’Ol’dekop.

**Partie (IV) Modélisation pluie-débit au pas de  
temps mensuel**

## IV) 1. Introduction

La présente partie est consacrée à la modélisation pluie-débit au pas de temps mensuel, c'est à dire que les variables pluies et débits ne sont connues que par leur sommation sur un mois calendaire. On ignore la répartition de ces variables à l'intérieur de chaque mois.

Contrairement au pas de temps annuel, la modélisation au pas de temps mensuel a été relativement bien abordée dans la littérature. Après un rappel des conditions générales sous lesquelles tout modèle sera évalué, la première tâche sera de comparer les modèles existants, de chercher à les améliorer et déterminer le 'meilleur' d'entre eux.

Ensuite, nous nous sommes aperçus que les efforts de modélisation aux pas de temps qui encadrent le pas de temps mensuel (annuel et journalier), nous suggéraient des modèles qui étaient nouveaux par rapport aux modèles existant au pas de temps mensuel. Nous avons donc enrichi notre ensemble initial de modèles à l'aide de ces nouveaux modèles dérivés de l'analyse de la transformation pluie débit à une échelle de temps douze fois plus grande dans un cas et trente fois plus petite dans l'autre. Cette partie présente ces travaux et conclut sur l'intérêt de la démarche et sur le modèle qui en résulte.

## **IV) 2. Comparaison et amélioration des modèles existants**

Nous proposons dans ce chapitre d'entamer ce travail de modélisation au pas de temps mensuel par une comparaison des modèles existants. Cette étape consiste à appliquer les modèles tirés de la littérature sur la base de données adoptée (429 bassins versants) en suivant le protocole de comparaison, déjà testé et cité dans la première partie tout en essayant de tirer profit de l'adaptation de celui-ci au pas de temps annuel relativement à la méthodologie d'initialisation du système.

L'ensemble analysé comporte 13 modèles conceptuels globaux, avec au maximum quatre paramètres, fonctionnant à l'échelle de temps mensuelle. Il est constitué de quatre modèles du type 'GR' développés au sein de l'équipe Hydrologie du Cemagref d'Antony, et neuf autres modèles de différentes origines. Cette étude a déjà fait l'objet d'un projet de fin d'étude d'IGREF de l'INAT (Hcine, 2000).

Tout d'abord nous présentons l'architecture des différents modèles adoptés. Ensuite nous donnons les résultats de leur application. Nous finissons par présenter les essais d'amélioration et la sélection du meilleur candidat.

### **IV) 2.1. Aperçu bibliographique et modèles retenus**

Dans la bibliographie, les modèles pluie-débit conceptuels globaux ne sont pas très nombreux au pas de temps mensuel. Certains, assez sommaires, ont été mis au point pour une application particulière (Schaake et Chunzen, 1989 ; McCabe et Ayers, 1898). D'autres résultent vraisemblablement d'une recherche heuristique assez longue sur leur architecture (Alley, 1985). Lors de notre recherche bibliographique, nous nous sommes imposés de ne pas retenir les modèles mensuels dépassant quatre paramètres libres. Nous avons fondé ce choix sur les raisons suivantes :

- Les données étant assez entachées d'erreurs, on ne peut pas espérer s'en servir pour départager des versions trop sophistiquées.

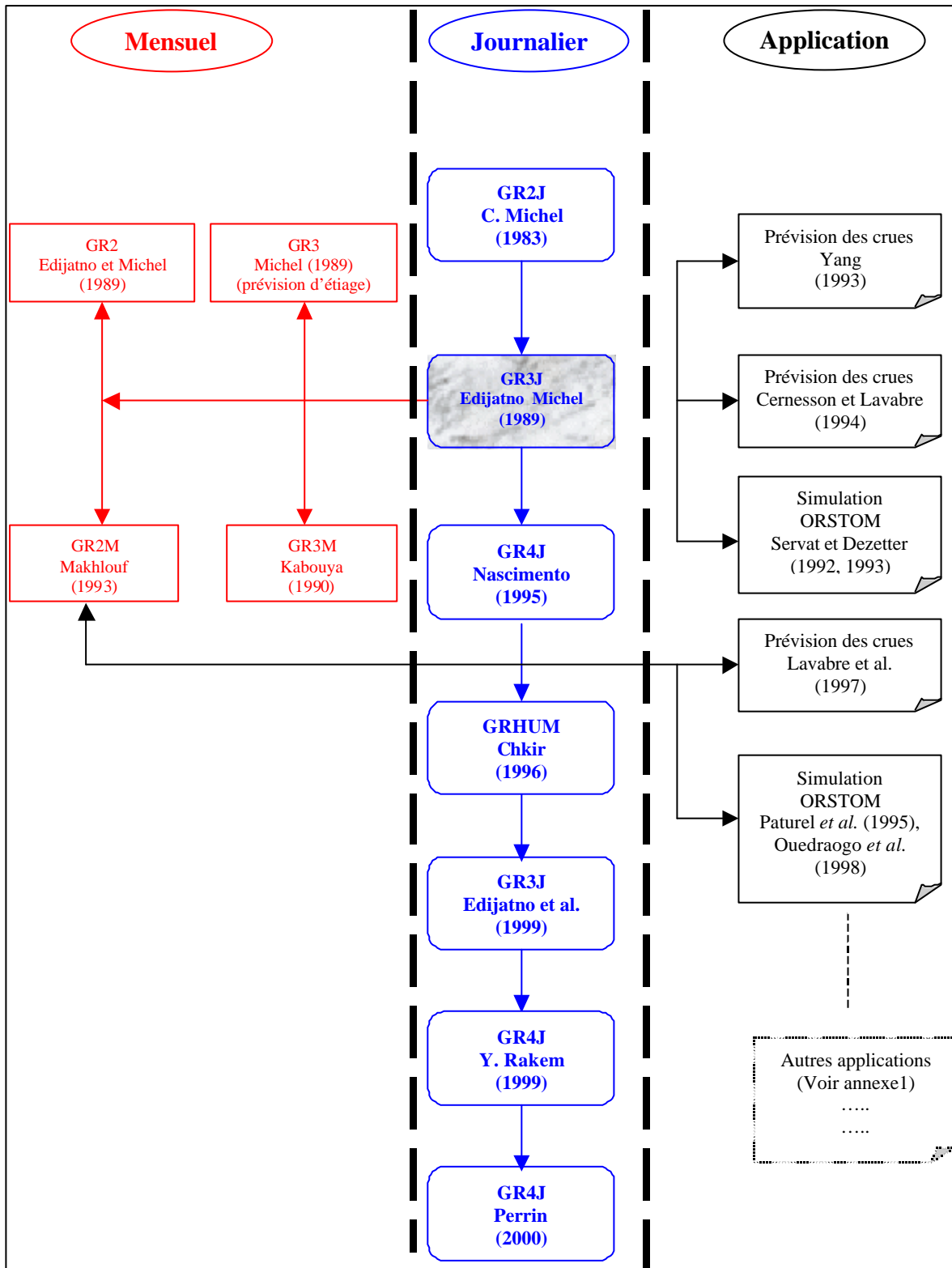
- Si on veut espérer utiliser ultérieurement le modèle sur des bassins non jaugés, il faut au préalable établir des estimations a priori des paramètres, et l'on a jugé une telle opération condamnée à l'avance dans le cas d'une certaine redondance parmi les paramètres, redondance qui pourrait être perceptible à partir de trois paramètres, et devenir gênante au-delà.
- Les travaux de Perrin (2000), ont montré que pour le pas de temps journalier, quatre paramètres sont suffisants pour un modèle conceptuel global. Nous ne pourrions donc pas nous permettre un nombre de paramètres plus élevé pour une échelle de temps trente fois plus grossière.

Nous présentons les modèles retenus en deux catégories. La première rassemble les modèles issus des travaux de l'équipe Hydrologie du Cemagref Antony. La deuxième rassemble les modèles développés hors Cemagref.

#### **IV) 2.1.1. Modèles 'Cemagref Antony' ou 'GR'**

L'idée de la modélisation 'GR' a été lancée par C. Michel en 1983 après l'analyse d'un modèle conceptuel CREC (Cormary et Guilbot, 1973) à neuf paramètres sur le bassin expérimental de l'Orgeval. Il a été constaté que ce modèle présentait des difficultés au niveau de la mise en œuvre et du calage.

L'idée s'est développée alors, en partant du modèle le plus élémentaire possible (un unique paramètre lié à un unique réservoir) et en ne compliquant cette architecture que pour faire face aux difficultés à reproduire les débits réels et non pour satisfaire des conceptions a priori sur le cycle hydrologique. Cette démarche a débouché sur un modèle simple à deux paramètres GR2J (Michel, 1983). Nous avons porté en Annexe 6 un résumé des travaux de modélisation, dont un schéma récapitulatif apparaît sur la Figure 72.



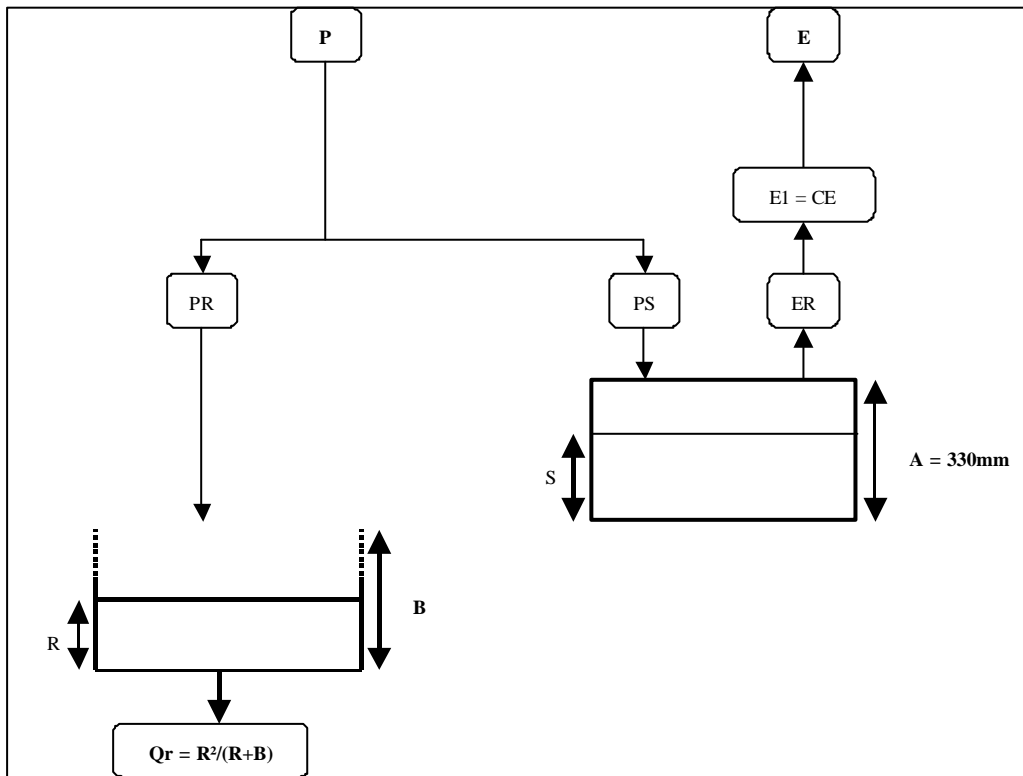
**Figure 72 : Evolution des travaux des modèles 'GR'**

A ce stade, nous soulignons que :

- Au pas de temps journalier, la version la plus performante (GR4J) est celle proposée par Perrin (2000). Elle semble la plus robuste, parmi 32 modèles appliqués sur le même échantillon d'observations que celui adopté dans le présent travail (429 bassins versants).
- La version GR3J (Edijatno, 1987 ; Edijatno et Michel, 1989) a servi, principalement, comme modèle de base pour l'élaboration des autres versions au pas de temps journalier ainsi qu'au pas de temps mensuel. GR2 (Edijatno et Michel, 1989), GR3 (Michel, 1989), GR3M (Kabouya, 1990) et GR2M (Makhlouf, 1994), représentent en quelque sorte des 'dérivés' du modèle journalier GR3J (Edijatno, 1991) (Voir Annexe 7).

Nous retenons les modèles mensuels GR2, GR3, GR3M et GR2M pour le présent travail, et nous présentons ci après leurs architectures. L'écriture mathématique de la transformation pluie-débit de ces modèles est semblable. Nous présentons donc seulement les équations relatives aux différentes phases du modèle GR2M (Makhlouf, 1994). Les autres s'obtiennent en remplaçant des termes qui seront signalés à chaque fois.

**IV) 2.1.1. (a) Modèle GR2 (Edijatno et Michel, 1989)**



**Figure 73 : Architecture du modèle GR2 (Edijatno et Michel, 1989)**

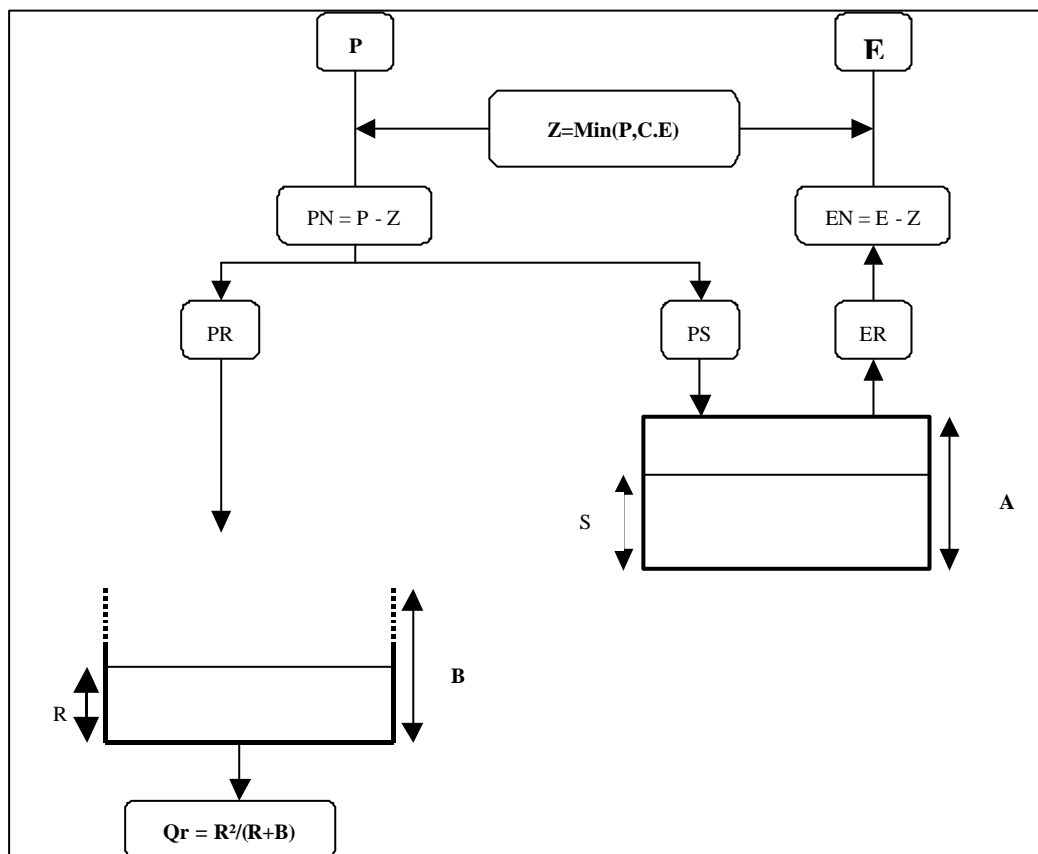


Le modèle GR2 a été inspiré du modèle pluie-débit journalier GR3J (Edijatno et Michel, 1989). Il est composé de deux réservoirs, dont les stockages sont notés  $R$  et  $S$ . Au cours de la transformation pluie-débit, on assiste, selon le modèle, aux phases suivantes :

- Un ‘ajustement’ partiel des entrées se traduisant par une ‘correction’ de l’évapotranspiration par le paramètre libre  $C$
- Pas de phase d’ ‘interception’
- Pas d’écoulement pseudo-direct.

Il s’agit alors d’un modèle à deux réservoirs. Un réservoir ‘Sol’ caractérisé par sa capacité maximale  $A$  fixée à **330 mm** et un réservoir quadratique de routage caractérisé par son paramètre  $B$ . Le troisième paramètre  $C$ , est introduit pour ‘corriger’ l’évapotranspiration  $E$  pour prendre la valeur  $E1 = C.E$ .

**IV) 2.1.1. (b) Modèle de prévision d’étéage GR3 (Michel, 1989)**



**Figure 74 : Architecture du modèle de prévision d’étéage GR3 (Michel, 1989)**

Ce modèle a été mis au point par C. Michel à l'occasion de la sécheresse de 1989. Il a été inspiré par les travaux d'Edijatno (1989) (voir annexe 7). Il est très proche de GR2 (Edijatno et Michel, 1989). Les différences sont :

- Une nouvelle phase d'interception présentée par la fonction 'Z' qui modifie l'impact de l'évapotranspiration.
- Le paramètre A est un paramètre libre, contrairement à GR2 où il a été fixé à 330mm.

Il s'agit d'un modèle à deux réservoirs. Un réservoir 'Sol' caractérisé par le paramètre A qui représente sa capacité maximale et un réservoir quadratique de routage caractérisé par le paramètre libre B. Le troisième paramètre C est introduit dans la neutralisation de la manière suivante :

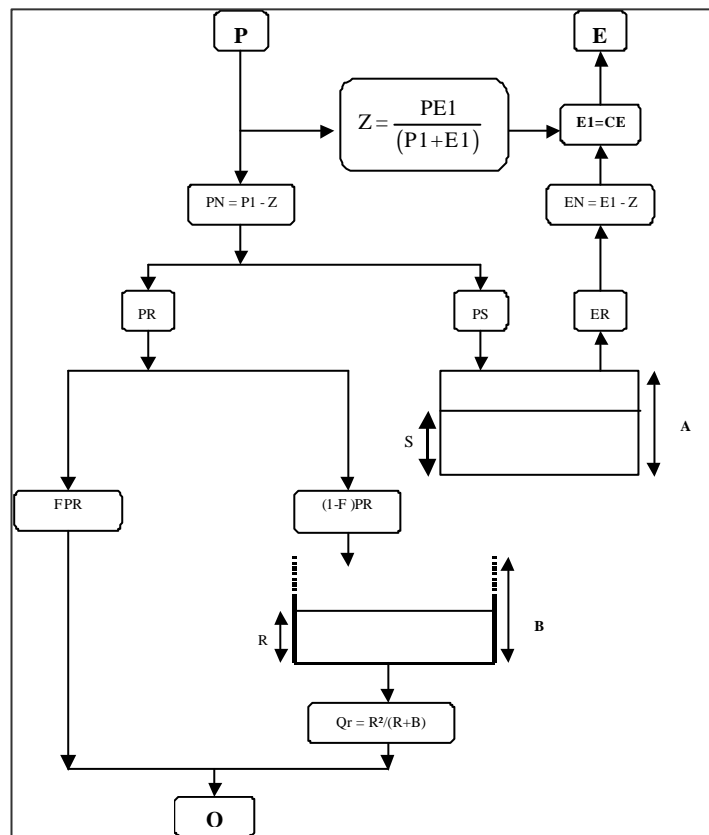
$$Z = \text{Min}(P, CE) \tag{4.1}$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} PN = P - Z \\ EN = E - Z \end{cases} \tag{4.2}$$

ER/PN et PS/PN sont des fonctions de S/A comme dans l'annexe 7.

**IV) 2.1.1. (c) Modèle GR3M**



**Figure 75 : Architecture du modèle GR3M issu des travaux Kabouya-Makhlouf-Michel**

Suite aux travaux de Kabouya (1990, 1991) et de Makhoulf (1994), une variante à trois paramètres GR3M a été proposée.

Ce modèle est très proche des autres modèles déjà présentés. Il est caractérisé par :

- Une phase partielle 'd'ajustement' des données qui se traduit par un paramètre lié seulement à l'évapotranspiration. Contrairement au modèle GR2 (Michel et Edijatno, 1989) où le paramètre concerne la pluie et l'évaporation et au modèle GR3 de prévision d'étiage (Michel, 1989) où cette phase ne figure pas.
- Une nouvelle forme d'interception **Z**
- Contrairement au modèle de prévision d'étiage GR3 (Michel, 1989), le modèle de Kabouya présente un écoulement pseudo-direct caractérisé par son coefficient noté **F=0,5**.

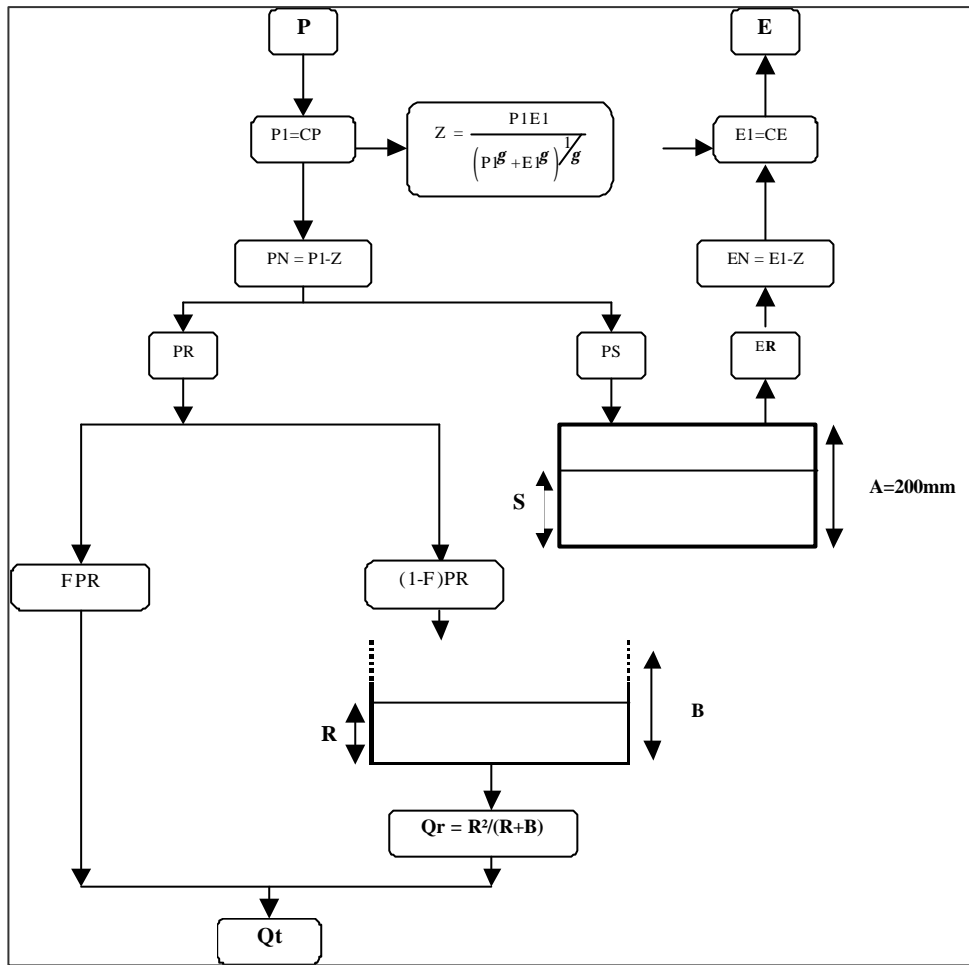
Comme pour le modèle de prévision d'étiage GR3 (Michel, 1989), il s'agit d'un modèle à deux réservoirs. Un réservoir 'Sol' caractérisé par le paramètre **A** qui représente sa capacité maximale et un réservoir quadratique de routage caractérisé par le paramètre **B**. En revanche, le troisième paramètre **C** est introduit plutôt pour 'corriger' l'évapotranspiration **E**, et non pas au niveau de l'interception comme pour le cas de GR3 (Michel, 1989), de la manière suivante :

$$E_1 = C \cdot E \quad (4.3)$$

et :

$$Z = \frac{P \cdot E_1}{P + E_1} \quad (4.4)$$

**IV) 2.1.1. (d) Modèle GR2M (Makhlouf, 1994)**



**Figure 76 : Architecture du modèle GR2M (Makhlouf, 1994)**

Le modèle **GR2M** (Makhlouf et Michel, 1994) est à cette date le modèle pluie-débit retenu au pas de temps mensuel. Il a été largement repris pour dresser la cartographie des débits moyens mensuels du sud de la France.

**Ajustement des entrées :**

P et E sont ajustées par le même paramètre multiplicatif (**C**) afin de donner **P1** et **E1**. Ce paramètre agit comme un coefficient correcteur des entrées.

$$\begin{cases} P1=CP \\ E1=CE \end{cases} \quad (4.5)$$

**Interception :**

Elle se traduit par une quantité (**Z**) qui permet de calculer les quantités de pluie et d'évapotranspiration nettes participant effectivement à l'écoulement :

$$Z = \frac{P1.E1}{(P1^g + E1^g)^{\frac{1}{g}}} \quad \text{où } g = 0,4 \quad (4.6)$$

Cette quantité est soustraite aux entrées :

$$\begin{cases} PN = P1 - Z \\ EN = E1 - Z \end{cases} \quad (4.7)$$

**Effet du réservoir Sol (Stockage ou effet de mémoire)**

En raison des excitations de forçage  $PN$  et  $EN$ , la valeur du stock d'humidité du réservoir sol, avec la valeur initiale  $S_{i-1}$ , au début du mois, prendra successivement différentes valeurs. D'abord du fait de  $PN$ , le niveau de  $S_{i-1}$  devient  $S1$  :

$$S1 = \frac{S_{i-1} + AW}{1 + W \frac{S_{i-1}}{A}} \quad (4.8)$$

où :

$$W = \tanh\left(\frac{PN}{A}\right) \quad (4.9)$$

$A$  : un paramètre fixe (= 200 mm, aucun gain significatif n'est à attendre de l'optimisation de  $A$  pour chaque bassin) correspondant à la capacité maximum du réservoir sol

La valeur d'excès de précipitation  $PR$  est déterminée dans cette étape :

$$PR = PN + S_{i-1} - S1 \quad (4.10)$$

Puis, en raison de  $EN$ ,  $S1$  devient  $S_i$  :

$$\begin{cases} S_i = \frac{S1(1-V)}{1 + V \left(1 - \frac{S1}{A}\right)} \\ \text{Où} \\ V = \tanh\left(\frac{EN}{A}\right) \end{cases} \quad (4.11)$$

Ces relations ont été dérivées de l'intégration des formules instantanées beaucoup plus simples (Edijatno et Michel, 1989) :

$$\begin{cases} dS = \left[1 - \left(\frac{S}{A}\right)^2\right] dPN \quad (I) \\ dPR = \left(\frac{S}{A}\right)^2 dPN \quad (II) \\ dS = -\left(\frac{S}{A}\right) \left[2 - \left(\frac{S}{A}\right)\right] dEN \quad (III) \end{cases} \quad (4.12)$$

- (I) représente la variation du stock (S) sous l'effet de la fraction de la pluie qui alimente le réservoir Sol
- (II) représente la fraction de la pluie destinée au routage
- (III) représente la variation du stock S sous l'effet de l'évapotranspiration, les deux actions, celle de PN et celle de EN étant traitées séparément.

**Routage et écoulement pseudo-direct :**

Une portion  $f$  de  $PR$  correspond à l'écoulement direct et la partie complémentaire est introduite dans un réservoir  $R$ , dont le niveau passe de  $R_{i-1}$  à  $R_0$ .

$$R_0 = R_{i-1} + (1 - f) PR \quad (4.13)$$

$f$  est un paramètre fixe égal à 0,2.

Le réservoir de capacité  $B$  et de niveau  $R$  se vidange selon une loi puissance d'exposant fixe  $g$  ( $g=2$  a été proposé pour les bassins versants français).

$$\frac{1}{R_i^g} = \frac{1}{R_0^g} + \frac{1}{B^g} \quad (4.14)$$

Le volume libéré par  $R$  au cours de la vidange est donné par :

$$Q_r = R_0 - R_i \quad (4.15)$$

Le débit total est alors :

$$Q_i = fPR + Q_r \quad (4.16)$$

### IV) 2.1.1. (e) Récapitulatif des modèles 'GR'

Nous proposons de résumer dans le Tableau 33 les principales caractéristiques des modèles pluie-débit au pas de temps mensuel présentés précédemment.

**Tableau 33 : Récapitulatif des modèles 'GR'**

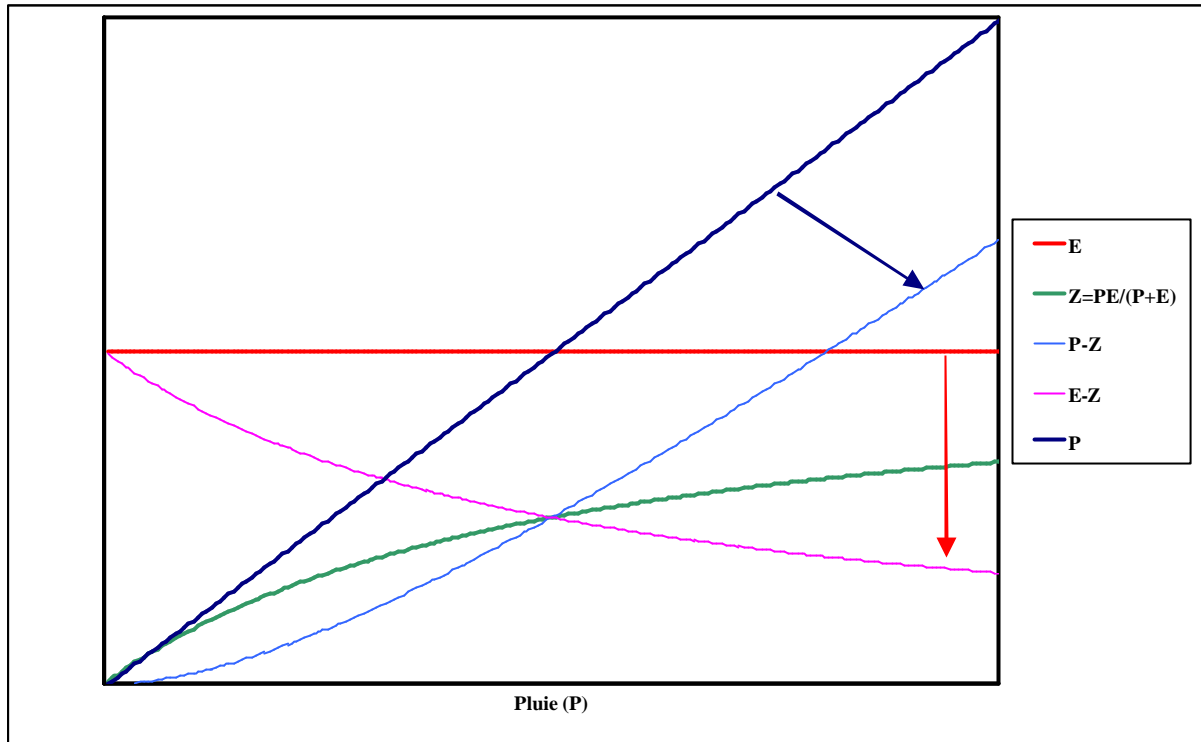
	Ajustement des entrées P et E	Neutralisation	Paramètre du réservoir sol A	Paramètre du routage quadratique B	Écoulement pseudo-direct	Echantillon de données	Nombre de paramètres
<b>GR2M</b> (Makhlouf, 1994)	P1=C.P E1=C.E	$Z = \frac{P1E1}{(P^g + E1^g)^{20}} \sqrt{g}$	A=200mm	Libre	$f = 0,2$	91 bassins français	2
<b>GR3M</b> (Kabouya, 1990)	E1 = C.E	$Z = \frac{PE1}{(P1+E1)}$	Libre	Libre	$f = 0,5$	6 Bassins algériens	3
<b>GR3</b> (Michel, 1989)	-	Z = Min(P,C,E)	Libre	Libre	$f = 0$	91 Bassins français	3
<b>GR2</b> (Edijatno et Michel, 1989)	E1 = C.E	-	A = 330mm	Libre	$f = 0$	Quelques bassins français	2

Globalement, ces quatre modèles présentent des architectures semblables qui s'articulent autour de deux réservoirs : un réservoir 'Sol' caractérisé par sa capacité maximale **A** et un réservoir quadratique de routage caractérisé par sa capacité **B**. Ce qui différencie un modèle d'un autre, c'est la modalité 'd'ajustement' des entrées, l'existence et la forme de 'l'interception', le caractère du paramètre **A** qui est libre ou fixe et l'existence ou non d'un écoulement pseudo-direct.

La caractéristique de ces modèles qui nous semble 'curieuse' est le traitement des entrées soit par «**l'ajustement**», soit par «**l'interception**» ou les deux à la fois. Nous allons essayer d'expliquer l'effet de ces deux phases.

'L'interception' a pour rôle principal d'éviter l'effet brutal des entrées. En effet pour le pas de temps mensuel, relativement large, introduire la totalité de la pluie et de l'évapotranspiration semble a priori une mesure brutale, négligeant ainsi l'effet tampon de l'interface atmosphère – bassin versant. L'interception alors joue un rôle d'amortisseur de ces effets 'brutaux'.

<sup>20</sup> Cette forme a été utilisée aux pas de temps pluriannuel et annuel. Il s'agit du modèle de Turc généralisé ( pour Turc, gamma est égal à 2).



**Figure 77 : Variation de l'interception  $Z$  avec  $P$  pour une valeur de  $E$**

Nous avons représenté dans la même figure (Figure 77) l'évapotranspiration ( $E$ ), l'interception ( $Z$ ), la quantité ( $E - Z$ ) et ( $P - Z$ ) en fonction de la pluie  $P$ . Nous remarquons bien l'effet amortisseur de l'interception ( $Z$ ). Donc cette forme d'interception ' $Z$ ' est équivalente à la formulation de l'ETR au pas de temps pluriannuel (c'est la même que celle figurée dans la formule de Turc généralisée), elle peut être utilisée comme modèle au pas de temps annuel avec affectation d'un effet mémoire (Partie 3) et elle sert comme 'amortisseur' d'entrée au pas de temps mensuel.

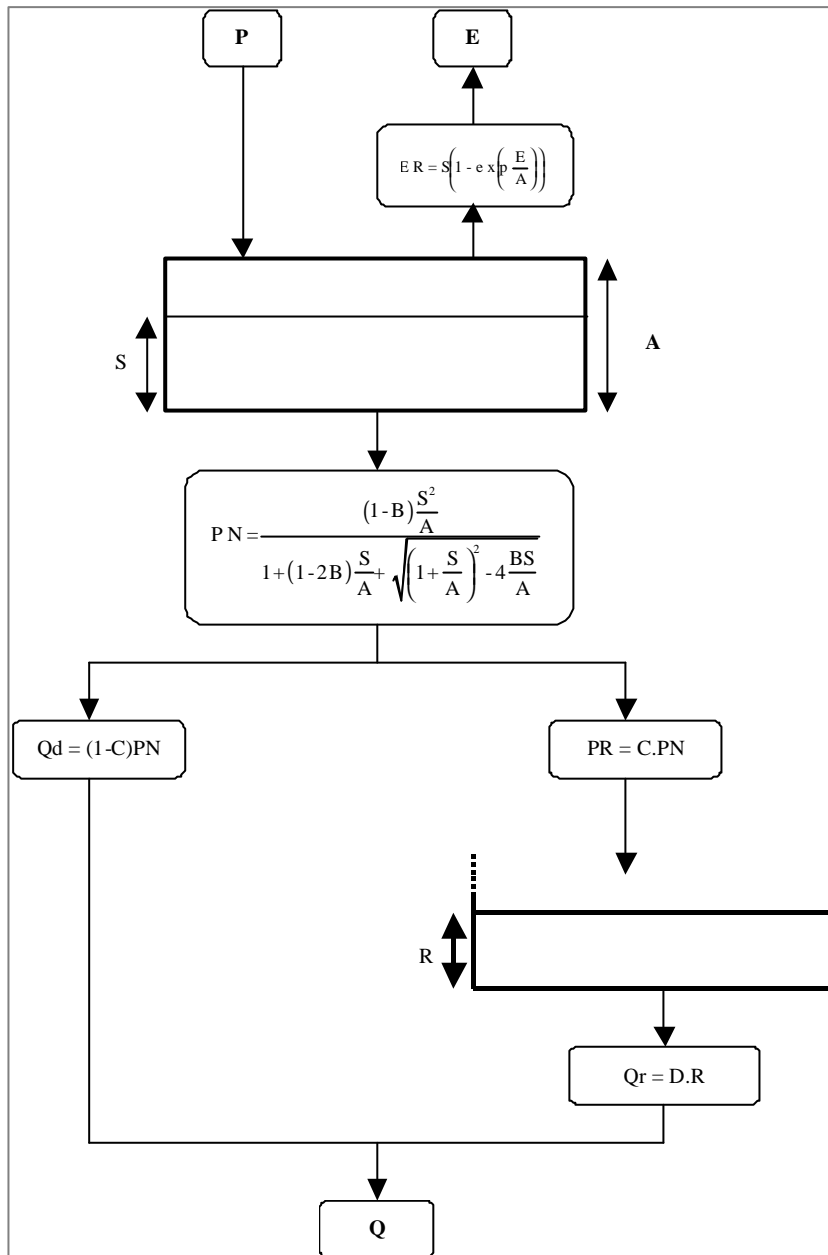
Dans les architectures des modèles présentés, nous remarquons que le paramètre  $C$  agit directement sur l'évaporation et permet d'ajuster cette entrée. Si on tient à cette caractéristique d'ajustement, c'est qu'on suppose que l'évaluation de l'évapotranspiration potentielle est une variable ambiguë et qu'on préfère laisser le modèle décider quelle valeur corrective il a besoin de lui attribuer. Certes, l'estimation de l'ETP est très 'sommaire' et entachée d'erreurs, mais ***jusqu'où cette hypothèse de coefficient correcteur de l'ETP peut-elle tenir ?***

Il faut souligner que ces dispositions ne sont pas la conséquence d'une conceptualisation de la transformation pluie-débit mais qu'elles se sont imposées aux modélisateurs concernés comme leur semblant la meilleure façon de contribuer à améliorer l'ensemble des critères d'appréciation sur les bassins traités.



**IV) 2.1.2. Autres modèles**

**IV) 2.1.2. (a) Modèle ABCD (Thomas, 1981)**



**Figure 78 : Architecture du Modèle ABCD (Thomas, 1981)**

Ce modèle, à quatre paramètres, s’articule autour de deux réservoirs : un réservoir sol de capacité maximale  $A$  et un réservoir linéaire de vidange caractérisé par le paramètre  $D$ . La transformation pluie-débit s’effectue en deux phases :

**Fonction de production :**

La pluie nette ( $PN$ ) destinée à l’écoulement se déduit comme suit :

Pour le mois ( $i$ ) et sous l’effet de la pluie ( $P$ ), le stock du réservoir prend la valeur de  $S_i^1$

$$S_i^1 = S_{i-1} + P \quad (4.17)$$

L'évapotranspiration réelle ER, dépend du stock  $S_i^1$  :

$$ER = S_i^1 \left( 1 - \exp\left(-\frac{E}{A}\right) \right) \quad (4.18)$$

Après l'effet de la pluie et de l'évaporation le stock prendra la forme :

$$S_i = S_i^1 - ER = (S_{i-1} + P) \exp\left(-\frac{E}{A}\right) \quad (4.19)$$

La pluie nette pour le mois i est calculée en utilisant la relation suivante :

$$PN_i = \frac{(1-B) \frac{S_i^2}{A}}{1 + (1-2B) \frac{S_i}{A} + \sqrt{\left(1 + \frac{S_i}{A}\right)^2 - 4 \frac{BS_i}{A}}} \quad (4.20)$$

où  $B$  est un paramètre compris entre 0 et 1.

#### Fonction de transfert

La pluie nette est subdivisée en deux fractions selon le troisième paramètre  $C$ , la première se traduit en écoulement direct :

$$Qd = (1 - C) PN_i \quad (4.21)$$

La fraction complémentaire à  $Qd$ , est destinée pour alimenter le réservoir de routage :

$$R_i = R_{i-1} + CP_i \quad (4.22)$$

Le débit délivré par le réservoir linéaire de routage (de paramètre  $D$ ) est

$$Qr = DR_i \quad (4.23)$$

Le débit total pour le mois (i) sera alors :

$$Q = Qd + Qr \quad (4.24)$$

IV) 2.1.2. (b) Modèle Ta (Alley, 1985)

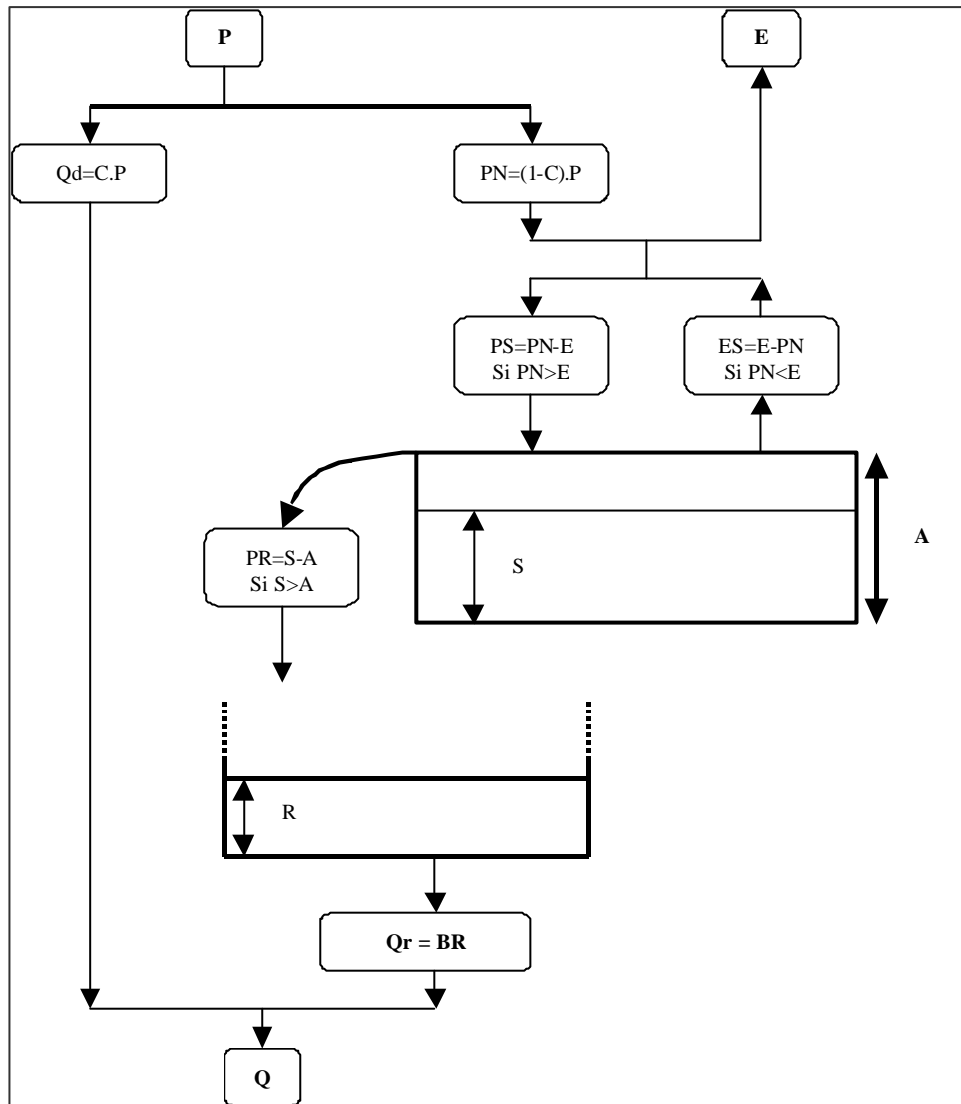


Figure 79 : Architecture du modèle Ta (Alley, 1985)

Le modèle Ta (Alley, 1985) est un modèle à trois paramètres (**A**, **B** et **C**). Un réservoir sol, caractérisé par sa capacité maximale **A**, agit par débordement. Un réservoir linéaire de routage est caractérisé par son coefficient de vidange **B**. La transformation pluie-débit se traduit comme suit :

Le stock du sol à la fin du mois  $i$  est désigné par  $S_i$ . Une fraction  $C$  de la pluie  $P$  du mois  $i$  participe directement à l'écoulement, le complément noté  $PN$  est comparé à l'évaporation potentielle mensuelle  $E$  du même mois, où :

$$PN = (1 - C)P \quad (4.25)$$

Selon que la fraction  $PN$  est supérieure ou inférieure à  $E$ , la différence est ajoutée au réservoir ou soustraite.

Si  $PN \geq E$

$$\begin{cases} PS = PN - E \text{ et } ES = 0 \\ S_i = \text{Min}[PS + S_{i-1}, A] \\ PR = \text{Max}[PS + S_{i-1} - A, 0] \end{cases} \quad (4.26)$$

Si  $PN < E$

Le déficit du stock du sol apparaît ou s'accroît :

$$\begin{cases} PS = 0 \\ PR = 0 \\ ES = E - PN \\ S_i = S_{i-1} \exp\left(-\frac{ES}{A}\right) \end{cases} \quad (4.27)$$

$PR$  entre dans un réservoir de routage qui se vidange selon une loi linéaire :

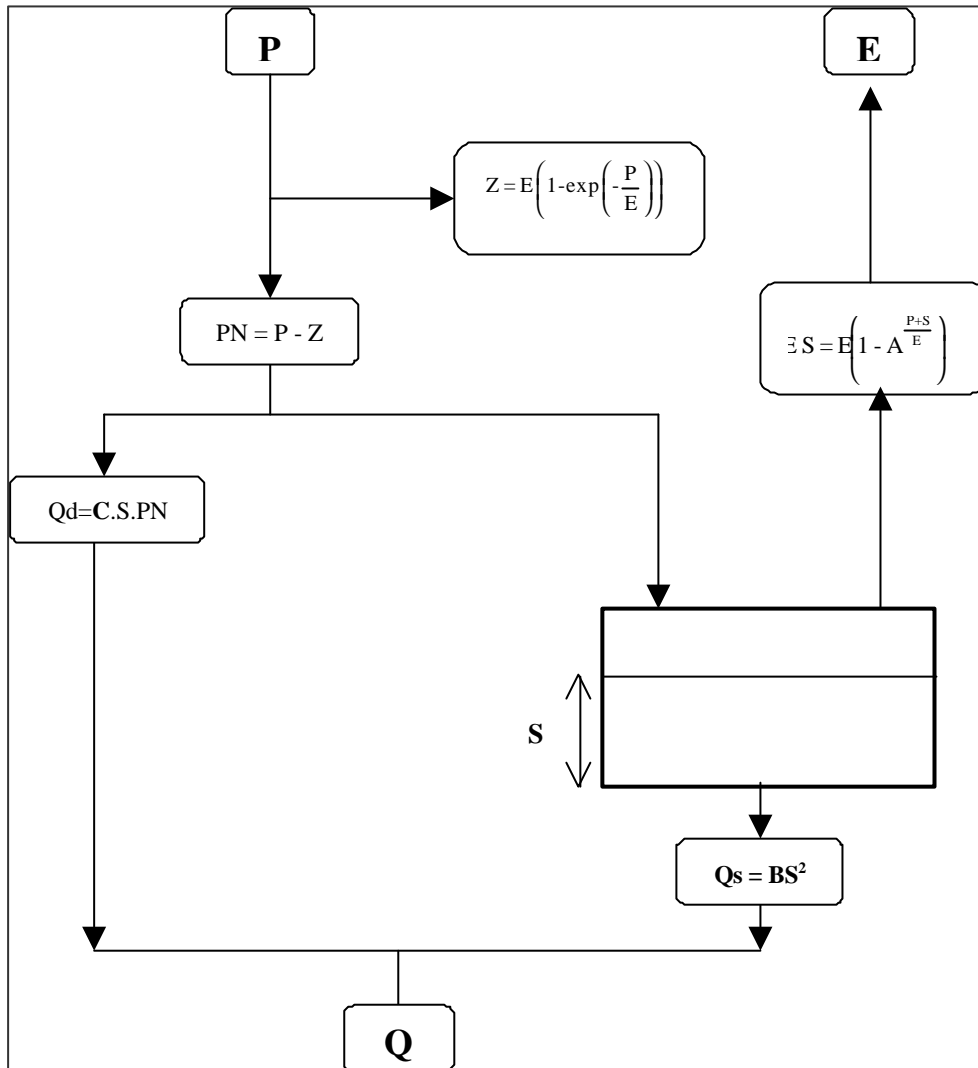
$$R_i = B(R_{i-1} + PR) \quad (4.28)$$

où  $B$ , compris entre  $0$  et  $1$ , est un paramètre à caler .

Le débit du mois  $i$  est alors égal à la somme des deux écoulements

$$Q = (1 - B)(R_{i-1} + PR) + C.P \quad (4.29)$$

IV) 2.1.2. (c) Modèle de Vandewiele et al. (1991)



**Figure 80 : Architecture du modèle de Vandewiele et al. (1991)**

Ce modèle correspond à une des variantes proposées par Vandewiele et al. (1991). Il a été appliqué sur un échantillon de 79 bassins : 65 bassins du nord de la Belgique, six bassins des Ardennes, six autres bassins du Sud de la Chine et deux bassins de Birmanie.

Il s'agit d'un modèle à trois paramètres avec un seul réservoir qui assure à la fois la régulation de la production et le routage.

Au cours du mois  $i$ , le sol subit l'effet de l'évaporation  $ES$  donné par la relation :

$$\begin{cases} ES = E \left( 1 - A \frac{P+S_{i-1}}{E} \right) \\ S_i^1 = S_{i-1} - ES \end{cases} \quad (4.30)$$

Où  $A$  prend des valeurs entre 0 et 1.

Le réservoir se vidange selon une loi quadratique et relâche un débit  $Q_s$  en fonction du niveau  $S_i^1$  du réservoir en introduisant un deuxième paramètre  $B$ .

$$Q_s = \frac{S^2}{B + S} \quad (4.31)$$

La pluie  $P$  donne lieu à un écoulement direct  $Q_d$  dépendant d'un troisième paramètre  $C$ , après une interception partielle par l'ETP qui le réduit au niveau  $PN$  :

$$\begin{cases} Z = E \left( 1 - \exp \left( -\frac{P}{E} \right) \right) \\ PN = P - Z \\ Qd = C.S_i^1.PN \end{cases} \quad (4.32)$$

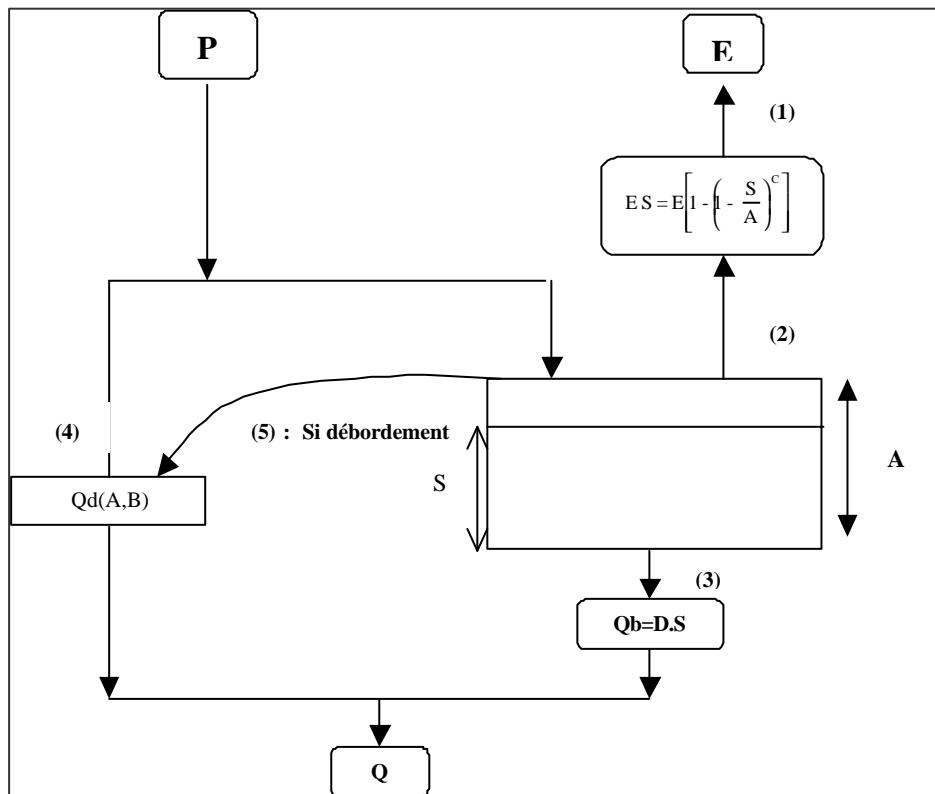
L'écoulement mensuel  $Q$  à l'exutoire du bassin est la somme des deux écoulements :

$$Q = Q_s + Q_d \quad (4.33)$$

Après relâchement de l'écoulement  $Q$ , le niveau du stock du réservoir devient  $S_i$  donné par l'équation de bilan :

$$S_i = S_i^1 + P - Q \quad (4.34)$$

**IV) 2.1.2. (d) Modèle de Nanjing (Wood, 1991)**



**Figure 81 : Modèle de Nanjing (Wood, 1991)**

Le modèle Nanjing est souvent cité comme un modèle non linéaire pour lequel l'infiltration varie à l'intérieur du bassin versant. On peut montrer que cette présentation est équivalente à celle d'un réservoir unique muni d'une loi de rendement adéquate. Il s'agit d'un modèle à quatre paramètres A, B, C et D avec :

- A : le stockage maximal d'humidité de sol ;
- B : paramètre de l'équation d'infiltration ;
- C : paramètre de l'équation d'évapotranspiration ;
- D : paramètre de débit de base.

Le rapport de l'évapotranspiration réelle  $ES$  à l'évapotranspiration potentielle  $E$  peut être relié au taux de remplissage du réservoir  $S$  par :

$$\frac{ES}{E} = 1 - \left(1 - \frac{S_{i-1}}{A}\right)^C \quad (4.35)$$

Le débit de base est modélisé par la vidange linéaire du réservoir 'S' :

$$Qb = D.S_{i-1} \quad \text{où} \quad 0 < D < 1 \quad (4.36)$$

Le débit de base et l'évapotranspiration sont pris en compte pour l'évolution du stock  $S$  du réservoir 'Sol' :

$$S = S_{i-1} - Qb - ES \quad (4.37)$$

où  $ES$  est calculée de l'équation (4.35) et  $E$  est la valeur de l'évapotranspiration potentielle.

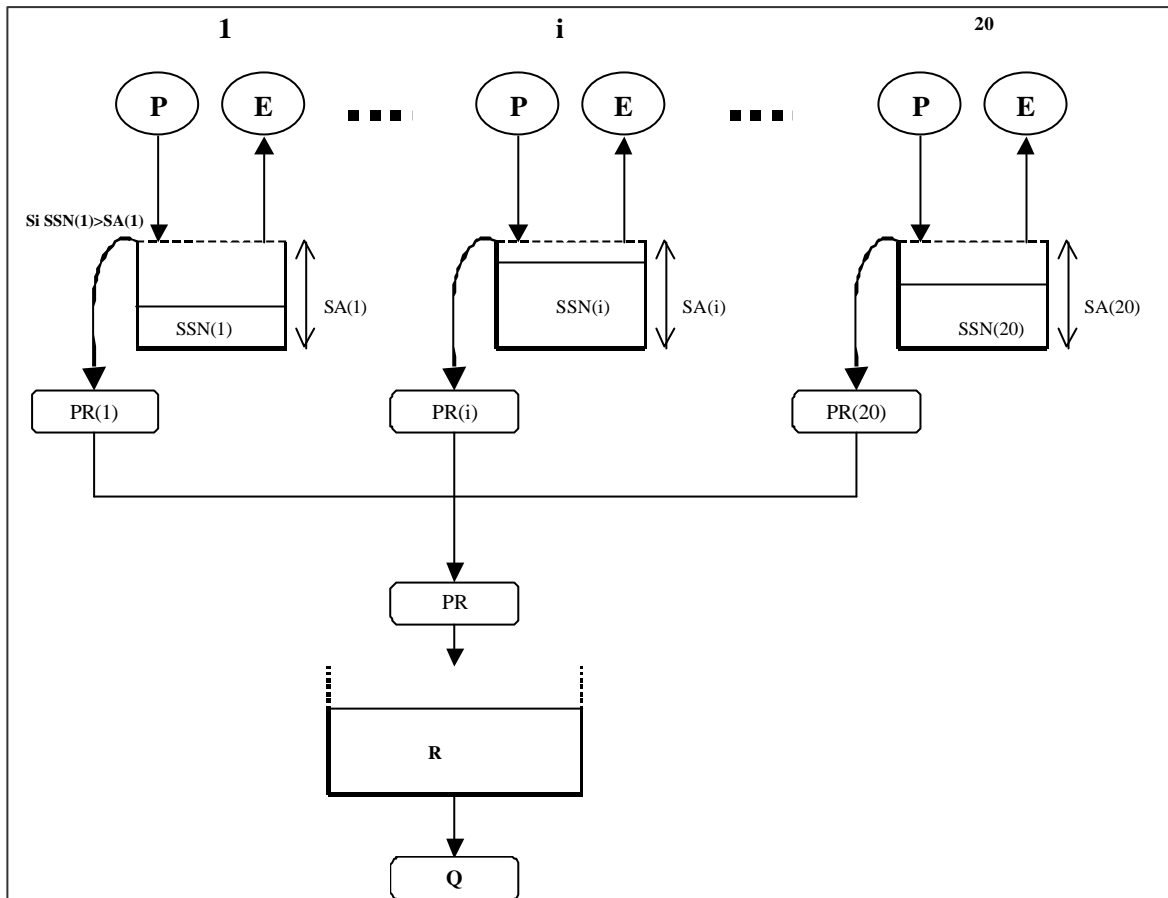
Le réservoir 'Sol' se vidange selon la loi :

$$\left\{ \begin{array}{l} Qd = P - A + S + A \left[ \left(1 - \frac{S}{A}\right)^B - B \frac{P}{A} \right]^{\frac{1}{B}} \quad \text{Si} \left(1 - \frac{S}{A}\right)^B > B \frac{P}{A} \\ Qd = P + S - A \quad \quad \quad \text{Si} \left(1 - \frac{S}{A}\right)^B \leq B \frac{P}{A} \end{array} \right. \quad (4.38)$$

$$S_i = S + P - Qd \quad (4.39)$$

L'écoulement durant un mois donné est :

$$Q = Qb + Qd \quad (4.40)$$

IV) 2.1.2. (e) Modèle de Milly (1994)

**Figure 82 : Architecture du modèle de Milly (1994)**

Milly a conçu ce modèle en tenant compte de la variabilité spatiale de la capacité de stockage d'eau dans le sol, au sein d'un bassin versant. Cette variabilité a été traduite, en considérant une population de plusieurs réservoirs-sol ( $SA$ ) dont les capacités sont tirées d'une loi log-normale. On considère un échantillon de 20 capacités différentes calculées comme suit :

$$SA(I) = \exp[A + B \cdot U(I)] \quad (4.41)$$

avec :

- $SA(I)$  : capacité du réservoir sol du rang  $I$  où  $1 \leq I \leq 20$
- $A$  et  $B$  sont les deux premiers paramètres du modèle (moyenne, écart-type du logarithme de la capacité du sol).
- $U(I)$  : est le quantile de la loi normale réduite correspondant au rang  $I$  (au rang  $I$ , on a fait correspondre la fréquence au non dépassement  $((I-0.3)/20.4)$ )



Comme tous les modèles précédents, la pluie  $P$  et l'évaporation potentielle  $E$  sont les deux variables de forçage pour un réservoir 'Sol'.

Soit  $SSN(I)$  le stock d'eau dans le réservoir sol de capacité  $SA(I)$  au début du mois en cours.  $SSN(I)$  devient  $SSN(I)+P-E$  au cours du mois considéré. Il y a débordement d'une quantité  $PR(I)$  si et seulement si  $SSN(I) > SA(I)$  et ce débordement vaut  $SSN(I)-SA(I)$ . Le niveau du réservoir  $SSN(I)$  est ramené à  $SA(I)$ .

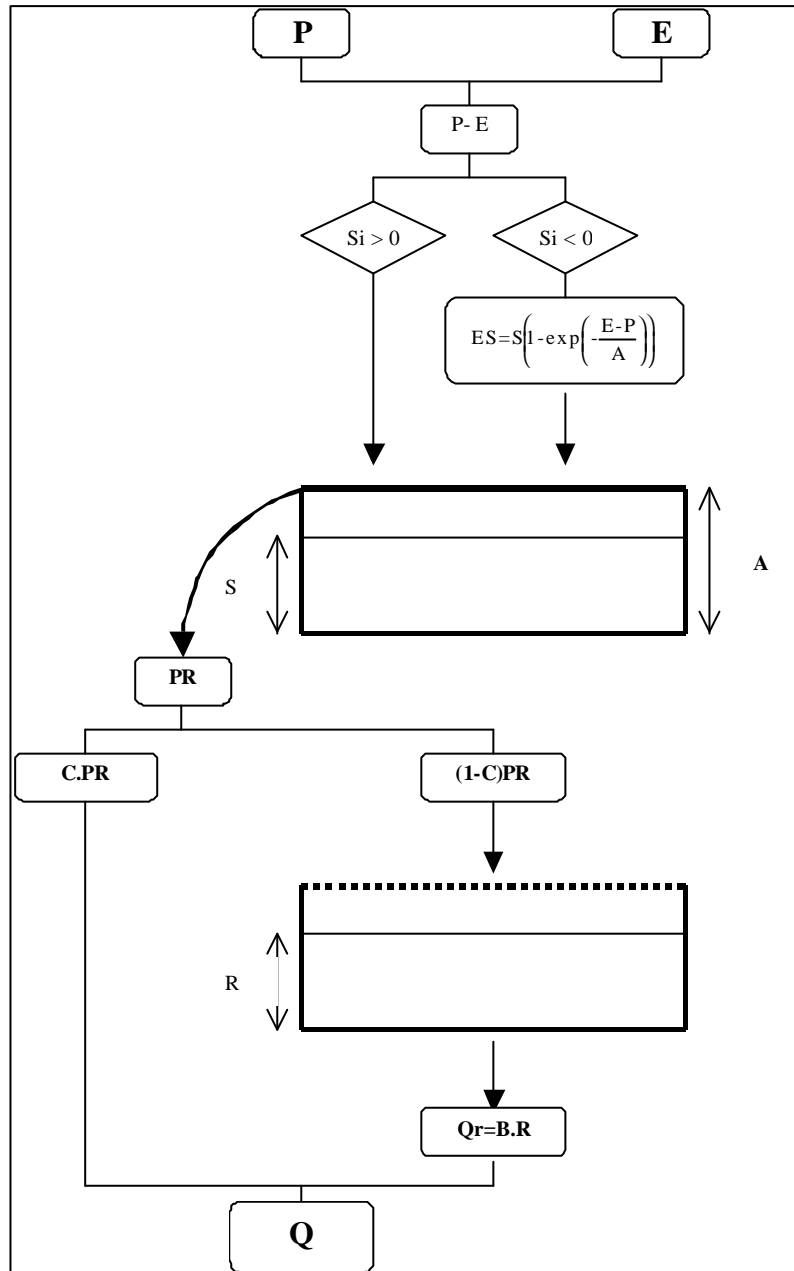
Si la quantité  $(SSN(I) + P-E)$  est négative, l'évapotranspiration  $E$  n'est pas satisfaite complètement et  $SSN(I)$  est ramenée à  $0$ .

En plus de ces 20 réservoirs-sol, le modèle comprend un réservoir de routage. La moyenne  $PR$  constitue l'entrée du réservoir R de routage, qui se vidange selon la loi linéaire pour donner un débit total d'écoulement avec  $C$  troisième paramètre du modèle de Milly, où :

$$PR = \frac{\sum_{I=1}^{20} PR(I)}{20} \quad (4.42)$$

$$Q = C \cdot R \quad (4.43)$$

IV) 2.1.2. (f) Modèle de Thornthwaite et Mather (1955)



**Figure 83 : Architecture du modèle Thornthwaite et Mather (1955)**

Ce modèle a été développé dans les années 1950. Il a été réutilisé dans des travaux ultérieurs (Mather, 1981 ; Alley, 1985 ; Arnell, 1992). Il s'agit d'un modèle à trois paramètres, avec un réservoir 'Sol' agissant par débordement et un réservoir de routage à vidange linéaire.

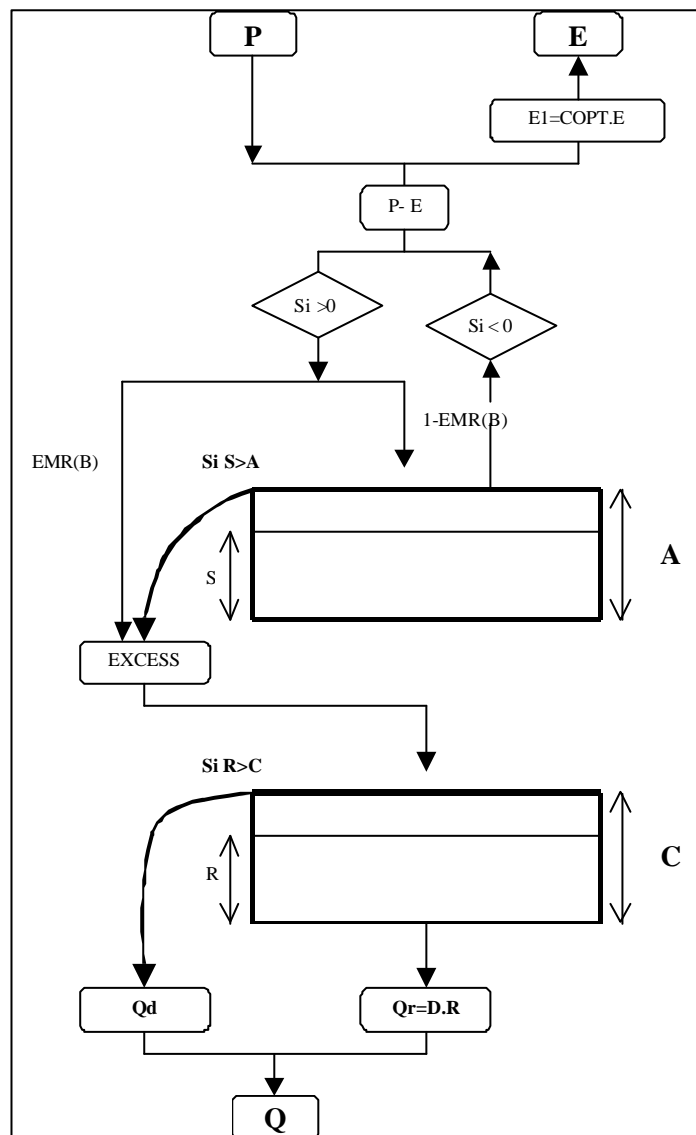
La différence entre l'évapotranspiration **E** et la pluie **P** conditionne l'évolution du stock **S** du réservoir S et par suite le débit total écoulé :

Si cette différence ( $P-E$ ) est positive, elle s'ajoute au stock  $S$ . En cas de dépassement de la capacité maximale du réservoir 'Sol', l'excès  $PR$  est réparti selon le paramètre  $C$  : une fraction va alimenter le réservoir de routage pour donner un débit  $Qr$  en suivant une loi de vidange linéaire de paramètre  $B$ . Le complément se traduit par un écoulement pseudo-direct. Le débit total sera la somme de l'écoulement pseudo-direct et du débit relâché par le réservoir.

Dans le cas où la différence ( $P - E$ ) est négative, le stock  $S$  subit un prélèvement en suivant la loi :

$$S' = S \cdot \exp\left(-\frac{E-P}{A}\right) \quad (4.44)$$

**IV) 2.1.2. (g) Modèle de Ibrahim et Cordery (1995)**



**Figure 84 : Architecture du modèle d'Ibrahim et Cordery (1995)**

Quatre coefficients figurent dans les relations « clé » : le coefficient de l'évapotranspiration potentielle, le ratio de l'excès d'humidité, le coefficient de recharge et le coefficient du flux d'eau souterraine.

Ce modèle a été calibré et testé sur un grand nombre de bassins versants du New South Wales en Australie (Jayasuria et al., 1991). Les bons résultats de ces essais indépendants ont suggéré que la structure du modèle constitue une bonne approximation pour les processus fonctionnant sur ces bassins versants.

Les composants du modèle sont :

Dans ce modèle, le stockage du sol est vu comme étant l'eau emmagasinée dans la zone non saturée. L'eau du sol est calculée à partir d'une équation de continuité donnée par :

$$S_i = S_{i-1} + P_i - ER_i - EXCESS_i \quad (4.45)$$

Avec :

- $S_i$  est le stock d'eau dans le sol à la fin du mois  $i$
- $P_i$  est la précipitation du mois  $i$
- $ER_i$  est l'évapotranspiration réelle du mois  $i$
- $EXCESS_i$  est la quantité d'eau qui va servir à la recharge et à l'écoulement direct.

#### Evapotranspiration réelle

Elle est modélisée comme une fonction de l'évaporation potentielle ( $E_i$ ) et du stock d'eau ( $S_i$ ) dans le sol.

Dans ce modèle, l'évapotranspiration réelle est calculée par :

$$ER_i = COPT_i \cdot E_i \quad (4.46)$$

Le coefficient de l'évapotranspiration ( $COPT_i$ ) est calculé par :

$$\begin{cases} COPT_i = \frac{S_{i-1}}{0.7A} & \text{Si } S_i < 0.7A \\ COPT_i = 1 & \text{Si } S_i > 0.7A \end{cases} \quad (4.47)$$

avec,  $S_{i-1}$  le stock de l'eau dans le sol au début du mois  $i$ .

**EXCESS :**

**EXCESS** est l'eau qui devient écoulement direct et recharge. La quantité totale de l'excès dépend de la précipitation, de l'évapotranspiration réelle et du ratio de l'excès d'humidité. L'excès apparaît lorsque le stockage de l'eau dans le sol dépasse un certain seuil  $A$ , et l'évapotranspiration réelle est inférieure à la quantité de pluie. L'excès de pluie est déterminé par :

$$EXCESS_i = EMR_i \cdot (P_i - ER_i) \quad (4.48)$$

où le ratio d'excès d'humidité, **EMR<sub>i</sub>**, est la proportion de pluie qui ne reste pas dans le sol et est déterminée en fonction du stockage d'eau dans le sol avec le paramètre **B**.

$$\left\{ \begin{array}{ll} EMR_i = 0 & \text{Si } \frac{S_{i-1}}{A} < B \\ EMR_i = \frac{\frac{S_{i-1}}{A} - B}{1 - B} & \text{Si } B < \frac{S_{i-1}}{A} < 1 \\ EMR_i = 1 & \text{Si } \frac{S_{i-1}}{A} > 1 \end{array} \right. \quad (4.49)$$

La partie de **EXCESS** qui contribue au flux direct dépend de la recharge qui à son tour est une fonction du stockage d'eau de sol et du stockage d'eau souterraine. Quand le stockage d'eau du sol est inférieur à la capacité de stockage, tout l'excès deviendra un écoulement direct, mais quand le stockage d'eau de sol excède la capacité de stockage, une portion de l'eau en excès sera affectée au stockage d'eau souterraine (**R**) :

$$R_i = R_{i-1} + EXCESS_i - QR_i \quad (4.50)$$

où  $EXCESS_i$  est la recharge réelle et  $QR_i$  est le débit de base.

**Le débit de base :**

Le débit de base dépend du stockage d'eau souterraine **R** comme suit :

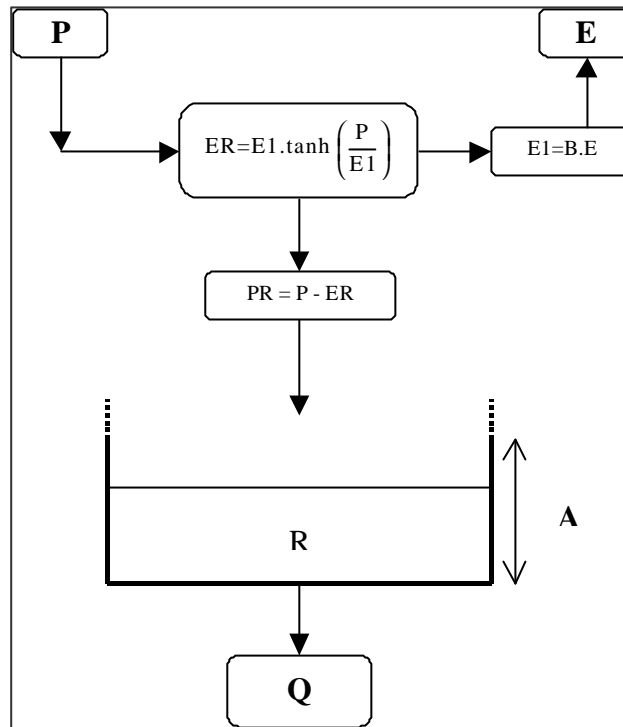
$$QR_i = D \cdot R_{i-1} \quad (4.51)$$

**Le flux direct (QD)**

**QD** est le débordement de **R** par rapport à sa capacité **C**.

**Le flux total (Q)** est la somme du flux de base et du flux direct

IV) 2.1.2. (h) Modèle de Gardner (Bhaskar, 1999)



**Figure 85 : Architecture du modèle de Gardner (Bhaskar, 1999)**

Le modèle de Gardner est un modèle conceptuel pluie-débit basé sur la formule d'évaporation d'Ol'dekop datant de 1911 (Bhaskar, 1999). Il s'agit d'un modèle à 3 paramètres avec un seul réservoir. Ce réservoir dont le contenu en eau est  $R$  reçoit la pluie mensuelle  $P$  et est soumis à l'évapotranspiration potentielle  $E$ .  $E$  est ajustée avec un paramètre  $B$  afin de donner :

$$E1 = E \cdot B \tag{4.52}$$

L'évapotranspiration réelle  $ER$  prélevée sur la pluie est donnée par l'équation ci-dessous

$$\begin{cases} ER = E1 \cdot \tanh\left(\frac{P}{E1}\right) \\ PR = P - ER \end{cases} \tag{4.53}$$

d'où :

$$R = R_{i-1} + PR \tag{4.54}$$

Le principe de vidange du réservoir dans ce modèle est le même que pour le modèle GR2M, avec deux cas particuliers de vidange ( linéaire ou quadratique ) :

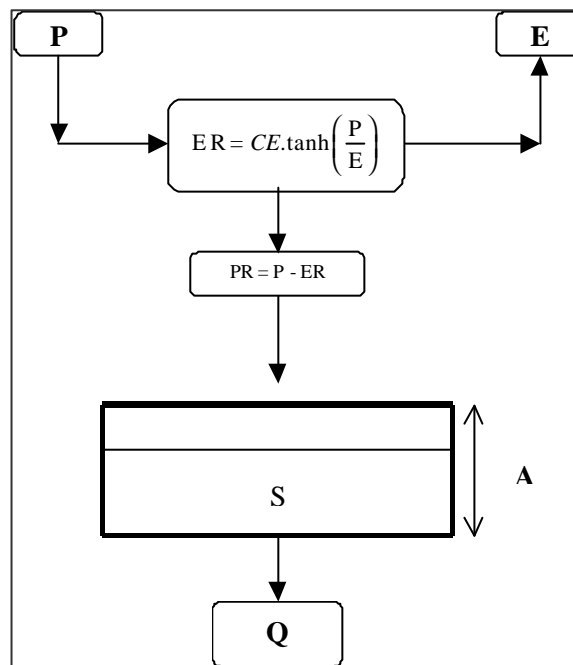
<sup>21</sup> Comme pour le cas de l'interception 'Z' des modèles GR, cette forme a été utilisée aux pas de temps pluriannuel et annuel.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Cas linéaire : } Q = A.R \\ \text{Cas quadratique : } R_i = \frac{R}{1 + \frac{R}{A}} \\ Q = R - R_i \end{array} \right. \quad (4.55)$$

avec  $Q$  le flux total d'écoulement et  $A$  le paramètre du réservoir de stockage.

**IV) 2.1.2. (i) Modèle de Guo (2002)**

Guo et al. (2002) ont proposé un modèle pluie-débit au pas de temps mensuel à deux paramètres. Il a été testé et validé sur 100 bassins chinois de petite et moyenne taille. Il a été utilisé pour prédire les impacts des changements climatiques en Chine.



**Figure 86 : Architecture du modèle de Guo (2002)**

Il s'agit d'un modèle conceptuel pluie-débit basé sur la formule d'évaporation d'O'ledekop datant de 1911 (Bhaskar, 1999) comme pour le cas du modèle de Gardner avec 2 paramètres ( $A$  et  $C$ ) et un seul réservoir. Ce réservoir dont le contenu en eau est  $S$  reçoit la pluie mensuelle  $P$  et est soumis à l'évapotranspiration potentielle  $E$ .

L'évapotranspiration réelle **ER** prélevée sur la pluie est donnée par l'équation ci-dessous :

$$\begin{cases} ER = C.E.\tanh\left(\frac{P}{E}\right) \\ PR = P-ER \end{cases} \quad (4.56)$$

Avec C le premier paramètre du modèle. Le stock S sera alors déduit comme suit :

$$S = S_{t-1} + PR \quad (4.57)$$

Le débit Q est donné par :

$$Q = S \tanh\left(\frac{S}{A}\right) \quad (4.58)$$

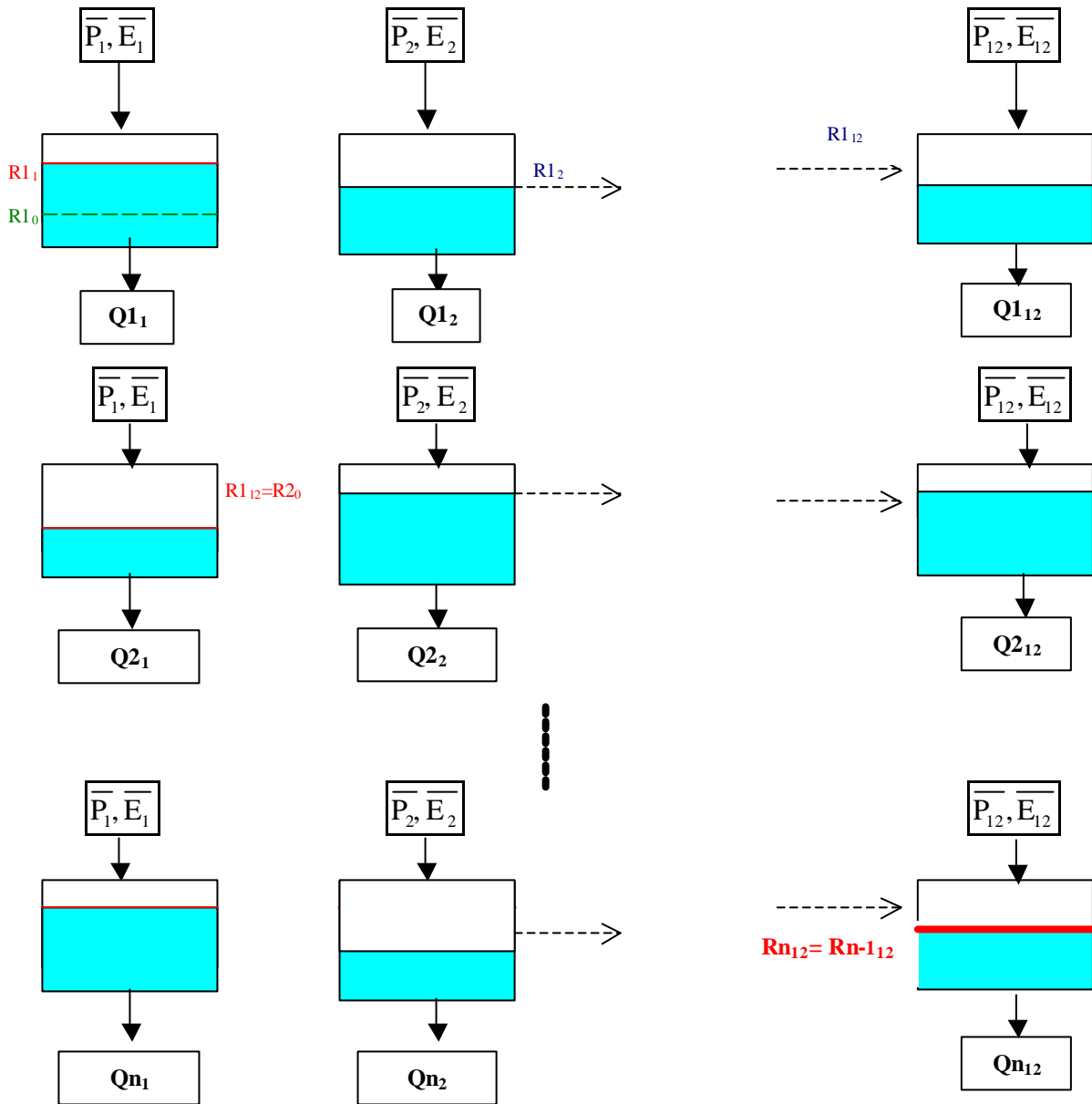
En fait, Guo propose une vidange du réservoir à la fois linéaire et quadratique. Quadratique quand S est faible ( $Q \cong \frac{S^2}{A}$ ) et linéaire quand S tend vers A ( $Q \cong S$ ).

## IV) 2.2. Méthode d'initialisation du système

Lors du traitement du pas de temps annuel (3<sup>ème</sup> partie), nous avons déjà été confrontés à plusieurs problèmes numériques. Nous avons alors proposé quelques solutions pour initialiser les paramètres et les niveaux des réservoirs. Nous avons choisi de garder ces solutions en les adaptant au pas de temps mensuel.

L'initialisation des niveaux des réservoirs a été déduite d'un 'régime pseudo-permanent' ou plutôt cyclique dont nous rappelons ici le principe. Le régime cyclique est obtenu avec des entrées identiques d'une année sur l'autre en prenant sur chaque mois la pluie mensuelle moyenne observée (Figure 87).





**Figure 87 : Recherche d'un régime pseudo-permanent**

Le but est donc, de trouver le niveau du(des) réservoir(s) relatif(s) à un régime cyclique. Nous partons alors d'un niveau  $R_0$  arbitraire. A la fin du mois (1), le niveau sera alors  $R_1$ . Ce niveau  $R_1$  sera pris comme état initial du mois suivant (2). A la fin de ce mois (2), le niveau sera  $R_2$ . On s'arrête quand le niveau  $R$  de chaque mois se stabilise. Ce niveau sera pris comme niveau initial pour les prochains calculs. 20 ans de régime cyclique semblent suffisants pour cette stabilisation. La durée effective de mise en route a été fixée à 1 an (soit  $N1 = 12$ ). Le choix est considéré comme imposé du fait qu'il a été fait aux deux pas de temps encadrant le pas de temps mensuel à savoir le pas de temps journalier et le pas de temps annuel. Pendant cette durée de douze mois, les débits calculés par le modèle ne sont pas pris en compte pour le calcul de la fonction critère.

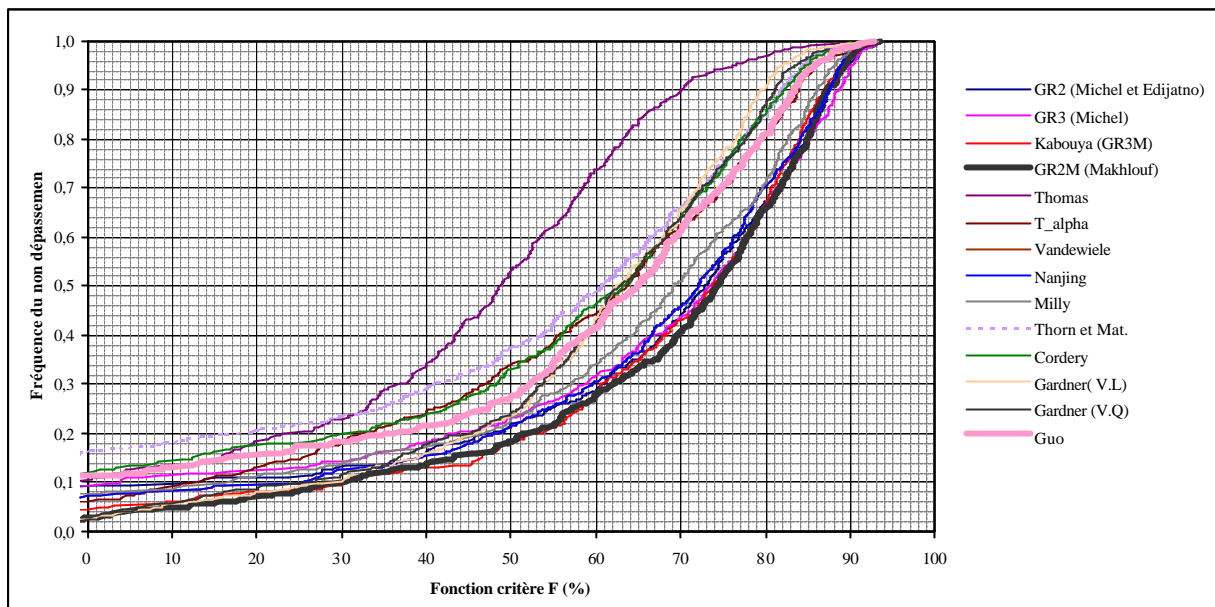
## IV) 2.3. Résultats de l'application du jeu de modèles et analyse comparative

Nous présentons dans le Tableau 34, agrémenté par la Figure 88 et la Figure 89, les premiers résultats de cette comparaison, classés par ordre croissant de performance selon le critère Cr3

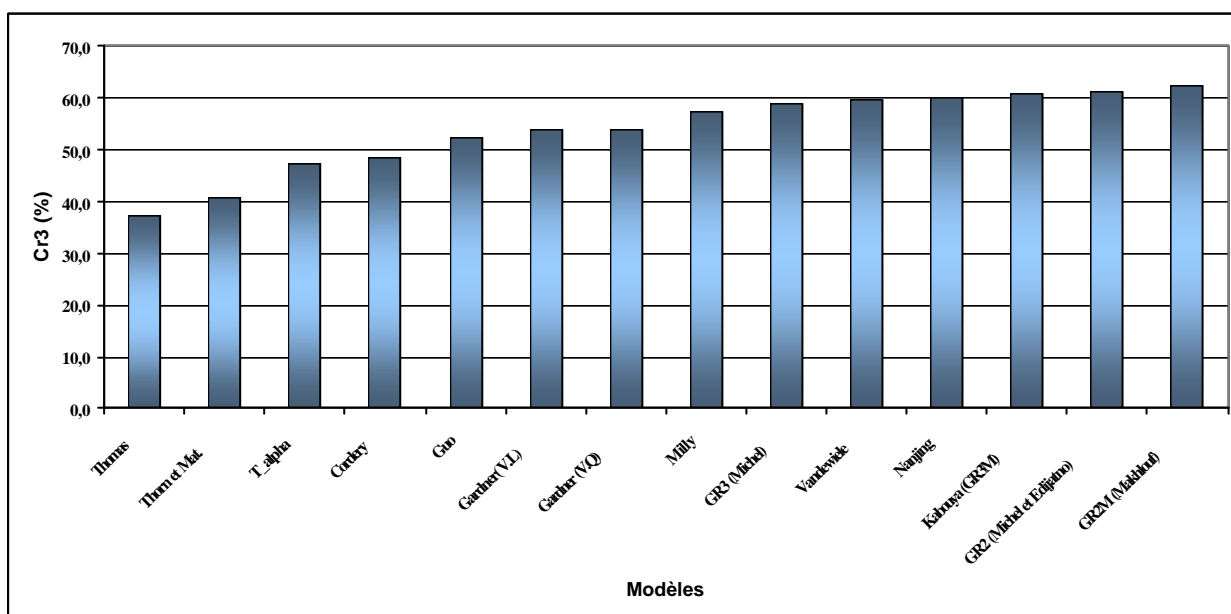
**Tableau 34 : : Résultats de l'application des modèles retenus**

Modèle	Critère de performance (%)				Nombre de paramètres
	Cr3	Max	moyenne	Cr9 <sup>22</sup>	
Thomas	37,0	92,4	14,8	70,0	4
Thorn. et Mat.	40,8	92,8	21,0	81,9	3
T_alpha	47,0	92,8	39,1	83,8	3
Cordery	48,3	90,0	-1,0	82,2	4
Guo	52,2	92,8	39,4	83,3	2
Gardner( V.L)	53,6	90,9	57,8	79,4	2
Gardner (V.Q)	53,7	93,0	57,9	81,1	2
Milly	57,2	93,2	10,3	86,0	3
GR3 (Michel)	58,9	93,6	-174,3	88,5	3
Vandewielle	59,5	92,7	-21,8	87,5	3
Nanjing	59,9	92,1	-2,1	86,0	4
Kabouya (GR3M)	60,6	93,8	64,3	86,9	3
GR2 (Michel et Edijatno)	61,0	93,7	-140,6	87,4	2
GR2M (Makhlouf)	62,1	93,5	65,9	87,1	2

<sup>22</sup> Cr9 s'obtient de la même manière que Cr3. Il s'agit du quantile 90%



**Figure 88 : Distribution des performances des modèles retenus**



**Figure 89 : Classement des modèles selon le critère Cr3**

#### IV) 2.3.1. Analyse des résultats et quelques essais d'amélioration

En se référant aux résultats du critère Cr3 de l'application des différents modèles, et en s'appuyant sur la Figure 89, nous pouvons répartir les modèles en deux classes de performances :

1. Une première classe qui regroupe les modèles à critère de performance Cr3 inférieur à 55% : Thomas, Thornthwaite et Mather,  $T_\alpha$ , Cordery et Gardner avec ses deux types de vidange et Guo;

2. Une deuxième classe regroupant les modèles à performances supérieures à 55% qui sont les modèles : Milly, GR3, Vandewiele, Nanjing, GR3M, GR2 et GR2M.

A ce stade, le modèle qui paraît le plus performant, en se référant toujours au critère **Cr3 et à la moyenne des Nash**, est GR2M (Makhlouf, 1994).

Cependant, nous rappelons que l'architecture du modèle de GR3M ( $Cr3=60.6\%$ ) avec trois paramètres libres englobe en quelque sorte celle de GR2M (seulement deux paramètres et  $Cr3=62.1\%$ ). La différence entre les deux architectures se manifeste au niveau de l'exposant de l'interception (ou de Turc) (1 pour le modèle de GR3M et 0.4 pour le cas de GR2M), du taux de l'écoulement pseudo-direct (0.5 pour GR3M et 0.2 pour GR2M), et enfin du paramètre 'capacité de réservoir sol' **A** (libre dans le cas de GR3M et égale à 200 mm pour GR2M). Par suite, nous nous posons la question : **Quel rôle pourront jouer le nombre de paramètres et le concept d'écoulement pseudo-direct dans un modèle pluie-débit au pas de temps mensuel ?**

D'autre part, tous les modèles à réservoirs déjà testés, ont deux types de vidange : vidange linéaire et vidange quadratique. **Quel type de vidange, alors, adopter pour un modèle pluie – débit au pas de temps mensuel ?**

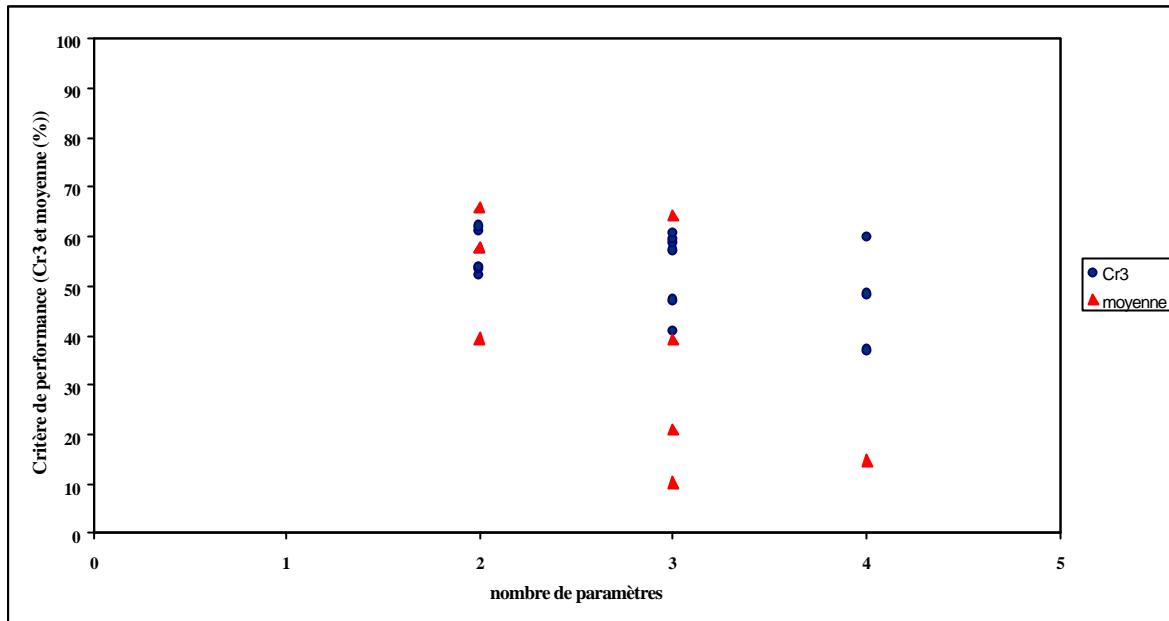
Nous proposons dans ce qui suit d'apporter quelques éléments de réponse qui pourront conduire à une éventuelle amélioration de ces modèles.

#### ***IV) 2.3.1. (a) Quel nombre de paramètres pour un modèle conceptuel au pas de temps mensuel ?***

L'aspect 'complexe' d'un modèle pluie-débit conceptuel global peut-être mesuré par le nombre de paramètres laissés libres lors du calage. Un modèle est d'autant plus 'complexe' qu'il présente un nombre de paramètres plus élevé. Cependant, la performance et la fiabilité d'un modèle ne sont pas forcément liées au degré de complexité d'un modèle, c'est-à-dire qu'un modèle conceptuel complexe n'est pas nécessairement plus efficace qu'un modèle moins complexe.

Au pas de temps journalier, Perrin (2000) lors des travaux de sa thèse, comme Gan et al. (1997) et Ye et al. (1997), a réussi à démontrer cette absence de supériorité des modèles les plus complexes sur les modèles les plus simples. Il a même conclu que : la formulation des structures des modèles globaux à réservoirs ne semble actuellement pas suffisamment pertinente pour pouvoir supporter un degré de complexité élevé.

Nous avons essayé de tester cette hypothèse au pas de temps mensuel. Nous avons alors porté dans la Figure 90, et pour les modèles testés, les valeurs du critère de performance  $Cr3$ , en contrôle en fonction du nombre de paramètres.



***Figure 90 : performances des modèles mensuels en fonction du nombre de paramètres optimisés<sup>23</sup>***

La Figure 90 révèle que les modèles avec un nombre de paramètres limité à deux réussissent à obtenir des performances équivalentes à celles des modèles à trois et quatre paramètres. Ceci, confirme bien les résultats déjà annoncés par Perrin (2000), Gan et al. (1997) et Ye et al. (1997).

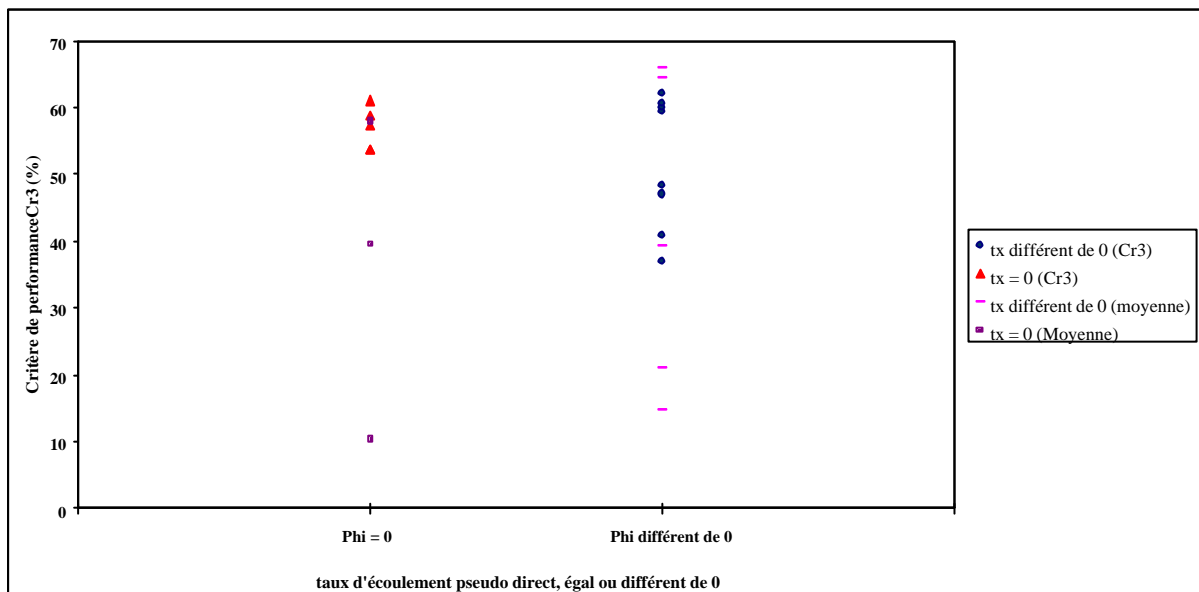
D'autre part, les modèles avec un même nombre de paramètres optimisés peuvent donner des niveaux de performances assez différents. Ceci renforce l'idée avancée par Gan et al (1997) : la structure du modèle, c'est-à-dire la nature des réservoirs, la façon dont les éléments de la structure sont reliés, la paramétrisation des fonctions de production ou de routage, sont les points essentiels pour le succès d'un modèle. Une autre conclusion possible déjà annoncée par Nash et Sutcliffe (1970) serait alors de privilégier l'utilisation des plus simples de tous les modèles équivalents, minimisant ainsi les problèmes de sur-paramétrisation et de détermination des paramètres.

En conclusion de ce qui précède, nous pouvons dégager l'idée qu'un degré de complexité élevé (ou un nombre de paramètre élevé) n'apporte pas d'amélioration importante aux performances des modèles globaux à réservoirs au pas de temps mensuel. Par ailleurs, une complexité liée à un mauvais agencement des éléments de la structure du modèle peut également conduire à des performances peu fiables du modèle.

<sup>23</sup> Dans la Figure 90, cinq modèles ont des valeurs de moyenne des Nash négatives, donc ils n'y figurent pas

### IV) 2.3.1. (b) Quel taux d'écoulement pseudo-direct ?

Le concept du taux d'écoulement pseudo-direct dans un modèle pluie-débit suppose qu'une fraction de la pluie nette court-circuite le routage pour passer directement à l'exutoire du bassin. Nous allons essayer dans ce paragraphe de tester l'efficacité de ce concept au pas de temps mensuel. Nous commençons tout d'abord par voir s'il y a un effet visible sur la valeur de Cr3 et moyenne des Nash des modèles en fonction de l'existence ou non du concept de l'écoulement pseudo-direct (Figure 91). Nous rappelons que parmi les douze modèles, cinq présentent un écoulement pseudo-direct: Gardner avec ses deux variantes, Milly, GR3 et GR2. Ensuite nous essaierons de visualiser l'effet de la variation de Cr3 et la moyenne en fonction de la variation du taux d'écoulement pseudo-direct (Tableau 35 et la Figure 92).

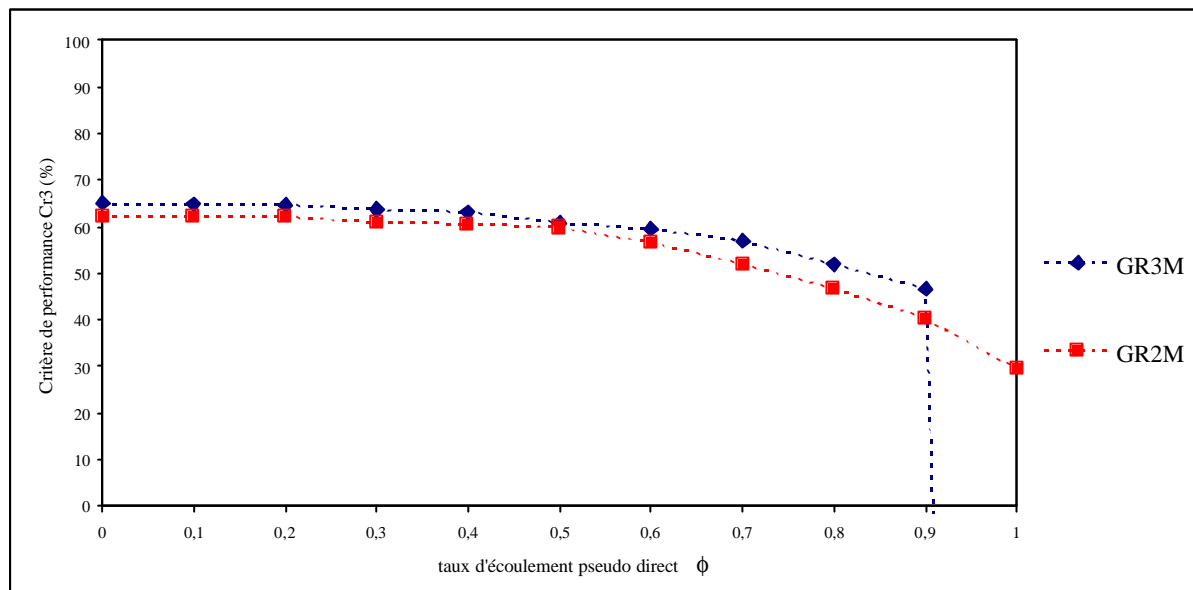


**Figure 91 : Taux d'écoulement direct ( $f$ ) selon les modèles**

D'après la Figure 91, un taux d'écoulement pseudo-direct nul, c'est-à-dire une seule composante d'écoulement, ne semble pas nuire fortement à la performance du modèle. Cependant, à ce stade, nous ne pouvons pas privilégier l'une ou l'autre solution. Pour obtenir une réponse à cette question, nous allons d'étudier la variation de Cr3 en fonction de la variation du taux d'écoulement pseudo-direct, pour un ou plusieurs modèles. On a choisi le modèle GR2M et le modèle GR3M. Les résultats apparaissent dans le Tableau 35, et la Figure 92.

**Tableau 35 : Variation du Cr3 en fonction du taux d'écoulement pseudo-direct**

Tx d'écoulement pseudo-direct		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Cr3 des modèles	GR3M	65,0	64,8	64,7	63,7	63,1	60,8	59,5	57	51,9	46,6	-536,7
	GR2M	62,3	62,4	62,2	60,9	60,6	59,8	56,6	51,9	46,7	40,4	29,4

**Figure 92 : Variation du Cr3 en fonction du taux d'écoulement pseudo-direct, cas des modèles GR2M et GR3M**

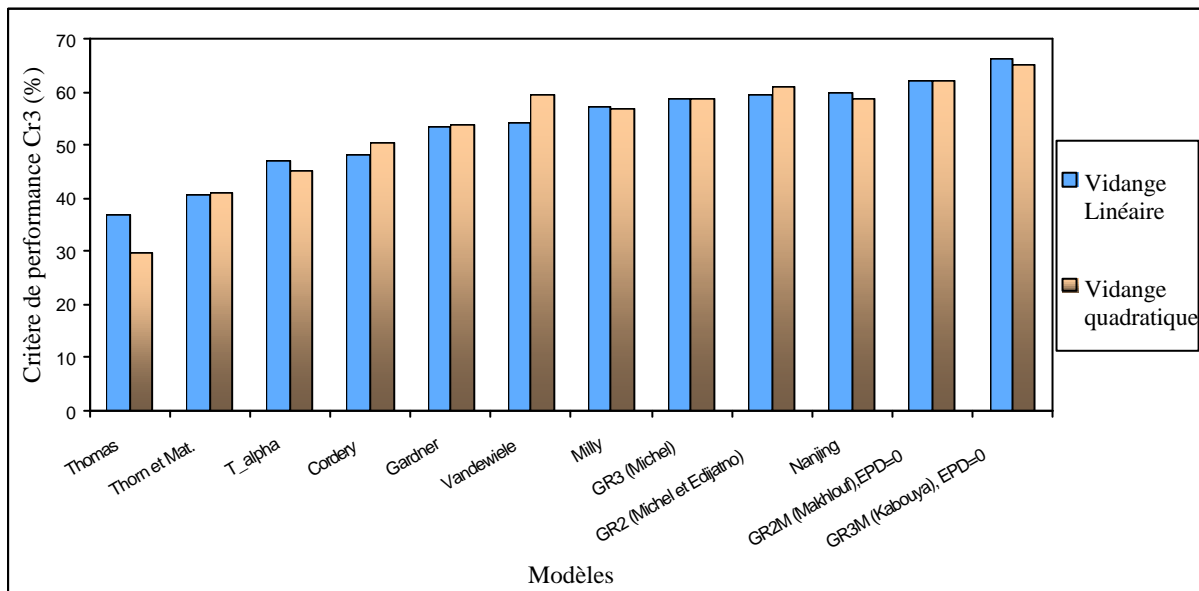
La Figure 92, montre bien qu'une augmentation du taux d'écoulement pseudo-direct est associée à une diminution sensible des valeurs du critère de performance Cr3. De plus un taux d'écoulement pseudo-direct nul permet un gain de l'ordre de 4% au niveau des valeurs de Cr3 pour le modèle de GR3M par rapport à la version initiale. **En effet, Cr3 est passé de 60,6% pour un taux d'écoulement pseudo-direct de 0,5 à 65% pour un taux nul, et ce modèle devient le modèle le plus performant.** Ainsi, nous pouvons conclure que la présence d'un écoulement pseudo-direct n'est pas nécessaire dans l'architecture d'un modèle pluie-débit au pas de temps mensuel.

### IV) 2.3.1. (c) Quel type de vidange : linéaire ou quadratique ?

Pour pouvoir choisir entre une vidange linéaire et une vidange quadratique, nous avons appliqué le même test sur l'ensemble des modèles. Le but est de visualiser l'effet du type de vidange sur la performance des modèles. Les résultats sont donnés dans le Tableau 36. Les cases en grisé présentent le type de vidange figuré dans la version originale de chaque modèle.

**Tableau 36 : Variation du critère Cr3 en fonction du type de vidange**

Modèle	Cr3 (%)	
	Vidange Linéaire	Vidange Quadratique
Thomas	37	29,9
Thorn et Mat.	40,8	41,2
T_alpha	47	45,2
Cordery	48,3	50,4
Gardner	53,6	53,7
Milly	57,2	56,9
GR3 (Michel)	58,8	58,9
Vandewiele	54,3	59,5
Nanjing	59,9	58,8
GR3M , EPD <sup>24</sup> =0	66,2	65
GR2 (Michel et Edijatno)	59,6	61
GR2M (Makhlouf), EPD=0	62	62,3



**Figure 93 : Effet du type de vidange sur la performance des modèles**

<sup>24</sup> EPD :Ecoulement Pseudo-Direct, pris égal à zéro en se référant au paragraphe précédent. Cette étape représente une première amélioration des modèles GR3M (Kabouya-Makhlouf) et GR2M(Makhlouf)



Les résultats mentionnés dans le Tableau 36 et la Figure 93 montrent que l'effet du type de vidange n'est pas toujours le même sur les performances. Nous pouvons donc penser que le type de vidange adéquat est lié à la structure du modèle. Cependant, le passage d'une vidange quadratique à une vidange linéaire a permis un gain de l'ordre de 1%, soit de 65% à 66.2% pour la valeur de Cr3 du modèle GR3M (Kabouya-Makhlouf). Cette nouvelle variante de modèle, sans taux d'écoulement pseudo-direct et avec une vidange linéaire, paraît encore une fois la plus performante pour l'instant. Nous proposons de la retenir.

#### IV) 2.3.2. Caractéristiques du meilleur modèle issu de la comparaison

Après cette étude comparative, le modèle qui semble le plus performant, en se référant toujours au critère de performance Cr3, est GR3M (Kabouya-Makhlouf) amélioré : sans écoulement pseudo-direct et à vidange linéaire (Figure 94).

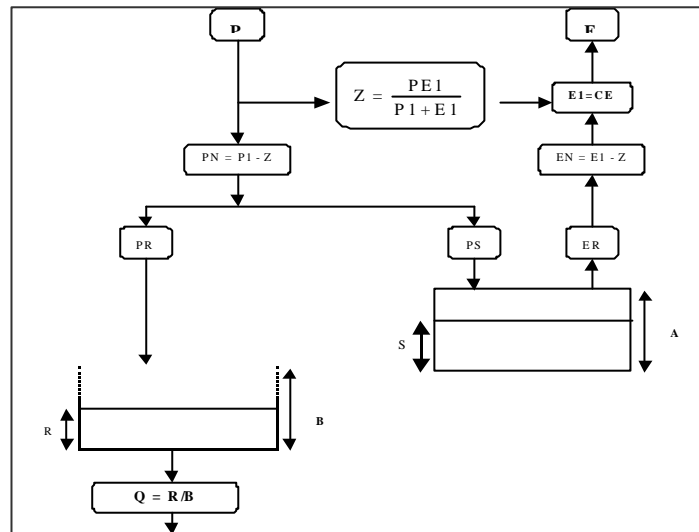


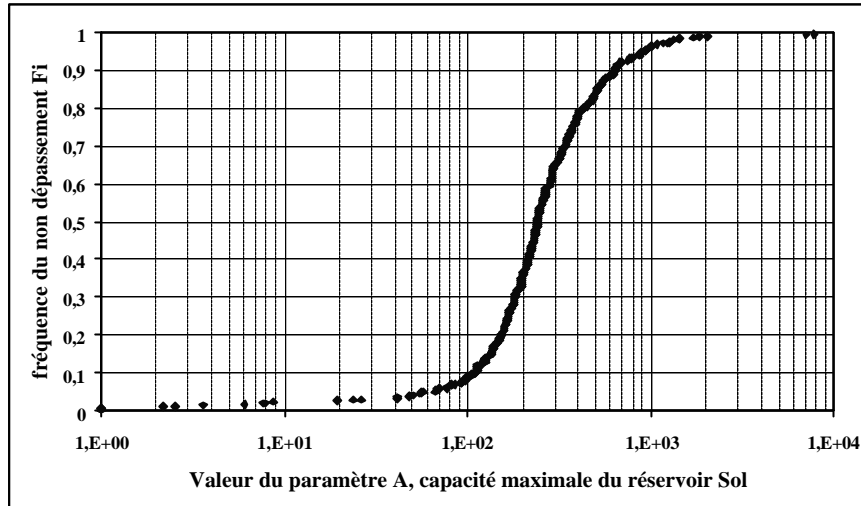
Figure 94 : Architecture du modèle de GR3M amélioré

Il s'agit d'un modèle à trois paramètres A, B et C dont nous reportons sur le Tableau 37 et les figures 95 à 97 toutes les caractéristiques obtenues suite à l'application de ce modèle sur l'échantillon de données.

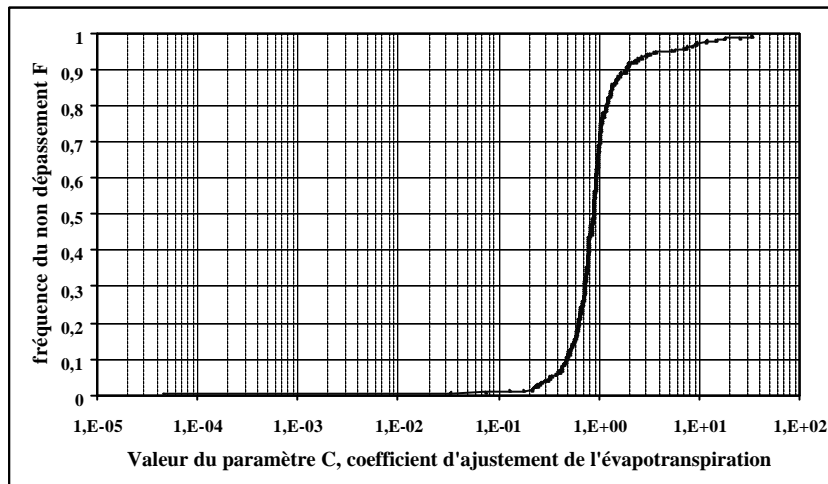
Tableau 37 : Caractéristiques des paramètres du modèle de GR3M amélioré

	Minimum	Quantile 10%	Moyenne	Ecart Type	Quantile 90%	Maximum
C	0,00	0,49	1,50	3,23	1,85	34,12
A (mm)	1	110	352	559	635	7864
B	1	1,59	$\infty^{25}$	$\infty$	914,85	$\infty$

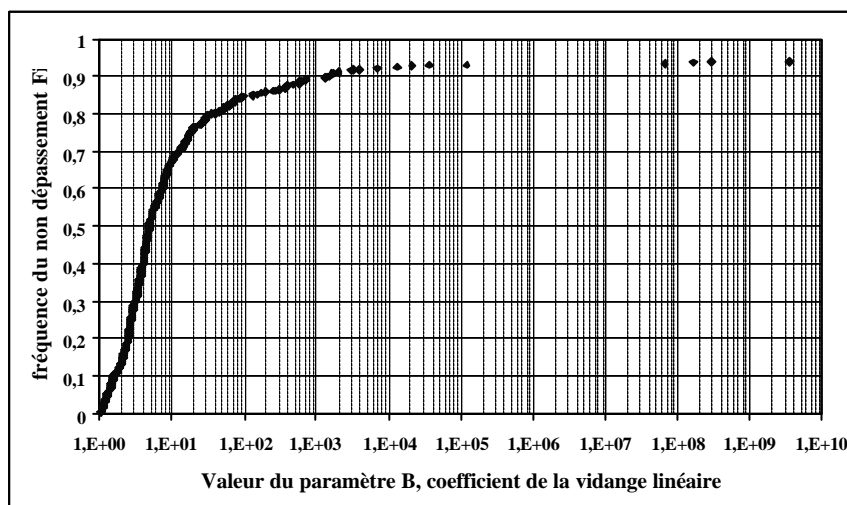
<sup>25</sup>  $\infty$  : Les valeurs sont très grandes. Elle dépassent l'intervalle numérique transformé lors de la phase d'optimisation [-9.99,9.99]. Ainsi l'optimum n'est pas atteint



**Figure 95 : distribution des valeurs du paramètre A (capacité maximale de réservoir Sol)**



**Figure 96 : distribution des valeurs du paramètre C (coefficient d'ajustement de l'ETP)**



**Figure 97 : distribution des valeurs du paramètre B (Coefficient de vidange linéaire)<sup>26</sup>**

<sup>26</sup> Les valeurs prises par B sont supérieures à un, elles agissent par division et non par multiplication

Les valeurs du paramètre  $C$  semblent relativement surprenantes. Rappelons que ce paramètre  $C$  est censé effectuer un ajustement ou une sorte de correction des valeurs de l'évapotranspiration potentielle (ETP). Une moyenne de **1.5** (avec un écart type de **3.5**) semble très élevé. En d'autres termes doubler la valeur de l'ETP semble excessif. S'agit-il plutôt d'introduire un apport autre que la pluie ou une perte (dans le cas où  $C$  prend des valeurs inférieures à l'unité) autre que l'ETP mais dont la modulation dans le temps serait commandée par le réservoir sol d'une façon similaire au calcul de l'ETP ?

Le paramètre  $B$ , caractéristique de la vidange linéaire prend, pour de nombreux bassins, des valeurs assez fortes en minimisant ainsi l'effet du routage. Par suite, nous pouvons nous demander si le routage au pas de temps mensuel exige vraiment un paramètre à caler.

Le paramètre  $A$ , qui représente la capacité maximale du réservoir 'Sol', semble relativement stable mis à part quelques bassins où la valeur est très faible ou très élevée. Le caractère libre de ce paramètre semble nécessaire mais reste encore à vérifier.

#### **IV) 2.4. Conclusion sur la comparaison des modèles disponibles**

Cette étude comparative entre 12 architectures de modèles nous a permis de vérifier en premier lieu qu'un nombre de trois voire deux paramètres libres dans un modèle conceptuel global est largement suffisant à l'échelle de temps mensuelle. Une architecture sans composante d'écoulement pseudo-direct paraît généralement plus performante. Selon l'architecture du modèle, une vidange linéaire semble meilleure qu'une vidange quadratique. Ainsi, nous avons pu proposer une nouvelle variante, toujours à trois paramètres, du modèle GR3M qui est le modèle le plus performant parmi tous ceux testés avec un critère Cr3 de 66,2% au lieu de 60,6 pour la version originale. Ce gain de presque 6 % est considérable, car il est souvent difficile d'obtenir un gain de 2% avec un paramètre supplémentaire.

Toutefois, le paramètre d'ajustement de l'évapotranspiration  $C$  semble parfois dépasser son rôle correctif en multipliant celle-ci par des valeurs qui peuvent dépasser 2 ou être inférieures à 0,5. Le paramètre  $B$  lié à la vidange linéaire semble moins stable que le paramètre capacité du réservoir 'Sol'  $A$ .

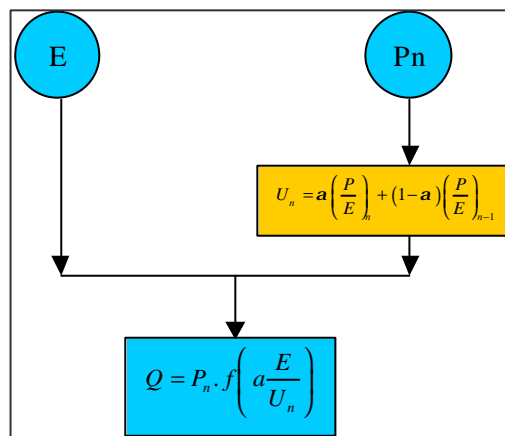
L'architecture retenue comprend deux réservoirs et trois paramètres libres. La fonction de production présente une phase d'interception  $Z$  dont la formulation nous rappelle des fonctions similaires utilisées aux pas de temps pluriannuel et annuel. Mais, est ce qu'au pas de temps mensuel les trois paramètres ainsi que les deux effets de mémoire (production et routage) sont vraiment nécessaires. De plus, quel type d'interception peut-on retenir ?

Nous pourrions peut-être répondre à ces questions en faisant appel à la modélisation au pas de temps annuel, c'est à dire en partant du modèle GR1A déjà proposé au pas de temps annuel (3<sup>ème</sup> partie), en l'appliquant au pas de temps mensuel et en compliquant l'architecture quand cela semble nécessaire. Cette démarche a été déjà suivie au pas de temps annuel en partant du pas de temps pluriannuel. C'est l'objet du chapitre suivant.

## IV) 3. Peut – on tirer profit des progrès de modélisation à l'échelle de temps annuelle?

### IV) 3.1. Introduction

Nous rappelons ici que les formes des fonctions des modèles annuels ont été retenues après avoir comparé différentes formulations tirées des travaux de l'échelle de temps pluriannuelle. Entre autres, nous citons la forme d'interception  $Z^{27}$  qui s'est manifestée dans les architectures des modèles mensuels : GR2M, et GR3M (fonction de production). Nous pouvons rassembler toutes les variantes testées, au pas de temps annuel, dans l'architecture suivante :



**Figure 98 : Architecture générale des modèles testés au niveau du pas de temps annuel**

- ✓  $a$  : coefficient fixé entre 0 et 1 et dépend de la forme de  $f(E, U_n)$
- ✓  $a$  : paramètre du modèle
- ✓  $f(E, U_n)$  : est la fonction qui donne la valeur du débit. On peut s'inspirer pour décrire  $f$  des modèles de : **Ol'dékop, Tixeront, Turc, Interception (Z), Modèle 'en S'**

<sup>27</sup>  $Z = \frac{PE}{(P^g + E^g)^{1/g}}$  avec  $g$  l'exposant de l'interception dont différentes valeurs ont été déjà testées aux pas de temps pluriannuel et annuel. Il s'agit de la même formulation que celle utilisée dans le modèle de Turc.

Les modèles issus de l'architecture présentée dans la Figure 98 seront considérés comme le point de départ d'un modèle au pas de temps mensuel. Ainsi, après avoir effectué le passage de l'échelle de temps pluriannuelle vers l'échelle annuelle, nous essayons un passage de l'échelle annuelle vers l'échelle mensuelle. Ce faisant, on devra faire le choix d'une ou plusieurs formes de mise en mémoire, soit dans la fonction de production, soit dans la fonction de routage et du type de jonction entre les composantes. Nous pourrons alors comparer le modèle qui paraîtra le plus performant avec la nouvelle variante du modèle GR3M, retenue à la fin du chapitre précédent.

Nous commençons par présenter les résultats de l'application des modèles issus du pas de temps annuel sur l'ensemble de l'échantillon adopté (429 bassins versants) en suivant toujours le même protocole de comparaison.

### **IV) 3.2. Résultats et analyse de l'application des modèles issus du pas de temps annuel à l'échelle de temps mensuelle**

Nous présentons dans le Tableau 38 les premiers résultats de l'application des modèles issus du pas de temps annuel. La nomenclature adoptée pour désigner les modèles est la suivante : **[Nom][Nombre][M]** :

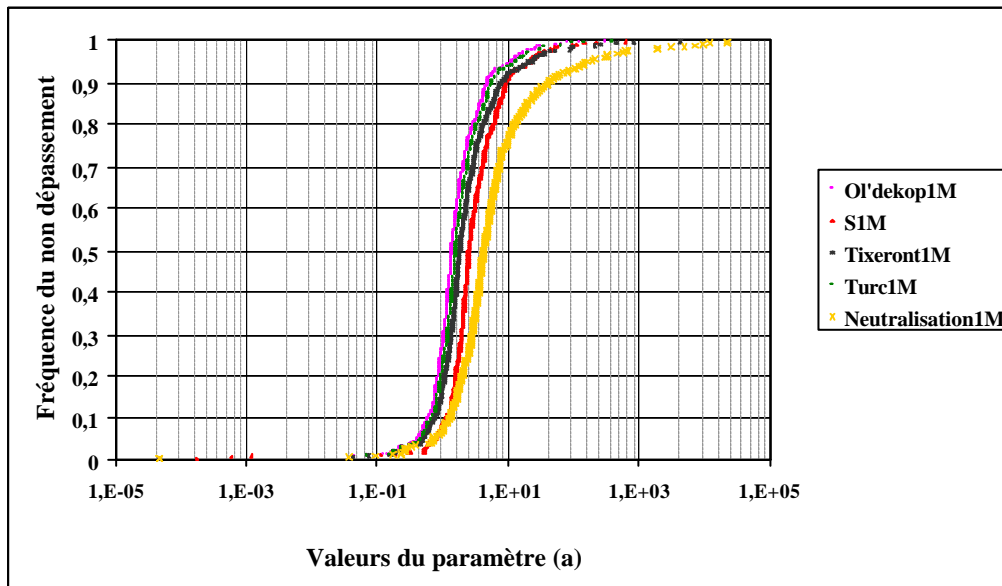
- **[Nom]** : Pour indiquer le nom du modèle en se référant principalement à son auteur, sinon à la première dénomination rencontrée, à savoir : Ol'dekop ; Tixeront ; Turc ; en S ; Interception.
- **[Nombre]** : Nombre de paramètres. Pour l'instant, il vaut 1 ; il s'agit du **seul paramètre libre**  $a$ , lié au rapport P/E
- **[M]** : Pour indiquer le pas de temps en question. Il s'agit de l'échelle de temps mensuelle.

**Tableau 38 : Résultats de l'application des modèles issus de l'annuel au pas de temps mensuel**

	Paramètres		Critère de performance (%)	
	a, fixé	Moyenne (a)	Cr3	Moyenne
Interception1M <sup>28</sup>	0,60	5,58	27,7	18,6
Ol'dekop1M	0,60	2,83	-0,4	-22,8
En S <sup>(2)</sup> 1M <sup>29</sup>	0,60	2,83	17,3	0,00
Tixeront <sup>(2)</sup> 1M <sup>30</sup>	0,60	2,12	17,1	1,8
Turc <sup>(2)</sup> 1M <sup>31</sup>	0,60	1,77	13,3	-5,3

L'application des modèles annuels au pas de temps mensuel, avec un seul paramètre libre et une fonction mémoire simple et réduite au pas de temps précédent, définie par son coefficient ( $a$ ) préfixé, donne des valeurs positives de critère de performance Cr3 et moyenne des Nash, à l'exception des modèles **Ol'dekop1M** et **Turc<sup>(2)</sup>1M**. Cependant, ces valeurs ne sont guères satisfaisantes et elles sont nettement plus faibles que la valeur de (Cr3 = 66.2%) de la nouvelle variante du modèle de **GR3M**. Par suite une sophistication de cette architecture semble nécessaire.

Nous présentons dans la Figure 99 la distribution des valeurs du paramètre  $a$  pour chaque modèle obtenue sur l'échantillon de bassins versants :



**Figure 99 : Distribution des valeurs du paramètre ( $a$ ) lié au rapport P/E**

<sup>28</sup> Le modèle d'interception est le même que celui de Turc avec un exposant gamma égal à 1

<sup>29</sup> L'ordre n du modèle en S égal à 2

<sup>30</sup> L'exposant téta de modèle de Tixeront est un égal à 2

<sup>31</sup> L'exposant gamma du modèle de Turc est égal à 2.

On observant la Figure 99, nous remarquons que, pour tous les modèles et dans plus de 80% des cas, le paramètre  $a$  prend une valeur supérieure à 2. Ce cas de figure a été rencontré avec l'analyse du paramètre  $(C)^{32}$  lié à l'évapotranspiration de la nouvelle variante du modèle GR3M (Voir Figure 96). Nous soulignons encore une fois la problématique sur le plan conceptuel de ce travail de modélisation : *s'agit-il d'une façon de traduire l'existence d'une perte ou d'un apport autre que, respectivement, l'évapotranspiration ou la pluie ?*

### IV) 3.3. Vers une adaptation au pas de temps mensuel des modèles issus du pas de temps annuel

Comme nous l'avons déjà signalé, l'application au pas de temps mensuel des modèles conçus pour fonctionner à l'échelle de temps annuelle conduit à une performance médiocre. Nous pouvons imputer ceci à la simplicité remarquable de l'architecture des modèles annuels : pas de routage et une seule fonction de mise en mémoire, de durée réduite, au niveau de la production. Nous pouvons chercher la forme adéquate d'une fonction de stockage plus souple ainsi que son emplacement et sa modalité d'application.

Pour ce faire, nous présentons différentes fonctions et composantes qui pourraient apporter un effet de mise en mémoire adéquat.

#### IV) 3.3.1. Différentes composantes introduisant un effet de mise en mémoire

La Figure 100 réunit différentes tentatives contribuant à l'introduction d'un effet de mise en mémoire.

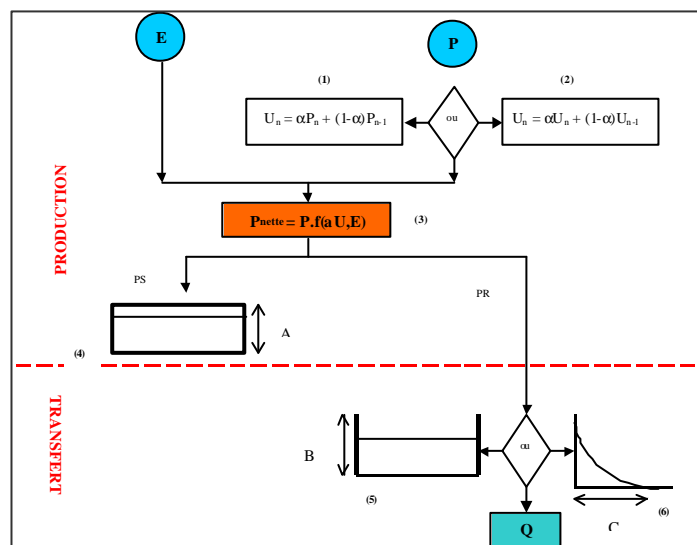


Figure 100 : Type et emplacement des composantes à tester

<sup>32</sup> Le paramètre  $(C)$  du modèle de GR3M est équivalent au paramètre  $a$ , utilisé dans les modèles issus du pas de temps annuel



En grisé, sur la Figure 100, on peut voir l'ossature du modèle GR1A qui sera conservée dans toutes les variantes que l'on va imaginer et tester pour déceler la fonction qui sera la plus à même d'introduire un effet mémoire dans le modèle.

- ✓ (1) : *Fonction mémoire faisant intervenir seulement le pas de temps antérieur. Le coefficient  $a$  sera alors un paramètre à optimiser, contrairement au pas de temps annuel où il a été fixé. Cette composante sera indiquée par les lettres 'pa'.*
- ✓ (2) : *Fonction mémoire du type 'lissage exponentiel'. Le coefficient  $a$  est aussi un paramètre à optimiser. Cette fonction sera signalée par l'emploi des lettres 'le'*
- ✓ (3) : *Fonction issue du pas de temps pluriannuel : Ol'dekop (**ol**); Turc (**tr**); Tixeront (**tx**); 'en S' (**es**) et Interception (**in**).  $a$  est le paramètre à optimiser, lié à l'évapotranspiration.*
- ✓ (4) : *Réservoir sol de capacité maximale **A** à optimiser. Il sera mentionné par 'rs'*
- ✓ (5) : *Réservoir de routage où **B** est le paramètre à optimiser. Dans le cas où la vidange est linéaire, **B** sera le coefficient de vidange. Dans le cas où la vidange est non linéaire, **B** sera la capacité de ce réservoir. Nous aurons alors l'occasion de choisir l'exposant adéquat qui caractérisera le type de vidange. Cette fonction sera mentionnée par les lettres (**RR**) suivies par un chiffre indiquant l'exposant de la vidange.*
- ✓ (6) : *Hydrogramme unitaire caractérisé par le paramètre libre **C**. Nous aurons l'occasion de choisir aussi l'exposant qui déterminera la forme de la courbe en 'S' correspondante. Sa présence sera signalée par 'HU' suivi par un nombre indiquant l'exposant de la décrue de l'hydrogramme de routage*

Nous commençons tout d'abord par tester toutes les formes possibles de la fonction de production (notée (3) dans la Figure 100), sans aucun routage ( $Q=P_{nette}$  ou  $P_r$ ). Pour chaque forme de  $[f(U,E)]$  (Ol'dekop, Tixeront, ...) nous aurons l'occasion de tester cinq variantes de production, soit les combinaisons : (**pa**), (**le**) où le débit prendra les valeurs de  $P_{nette}$  et (**rs**), (**pa**)(**rs**) et (**le**)(**rs**) où le débit prendra la valeur (**PR**). Au total on testera donc 25 formes de modèle qui ne comportent qu'une fonction de production.

Ensuite, nous allons tester plusieurs formes possibles de routage sans aucune mémorisation au niveau de la production. Pour chaque forme de  $[f(U,E)]$ , nous testerons deux variantes de routage. Pour chaque variante, trois sous-variantes sont testées concernant le type de vidange ou l'exposant de la courbe de l'hydrogramme unitaire. Pour le cas du réservoir de routage les variantes testées sont : **(RR1)**, **(RR2)** et **(RR3)**. Pour le cas de l'hydrogramme unitaire il s'agit de : **(HU1.5)**, **(HU2)** et **(HU2.5)**. En tout, 30 modèles avec mise en mémoire dans la fonction de routage seront testés.

Enfin, de toutes les variantes alliant effet de mise en mémoire, à la fois dans la fonction de production et dans celle de routage, nous tirons toutes les combinaisons possibles. Cependant, nous nous sommes limités au seul test des vidanges linéaire et quadratique d'une part et de l'exposant de la courbe de l'hydrogramme unitaire de 1.5 et de 2 d'autre part. Ainsi, pour chaque forme de  $[f(U,E)]$  vingt architectures sont construites et testées : **(aa,RR1)**, **(aa,RR2)**, **(aa,HU1.5)**, **(aa,HU2)**, **(le,RR1)**, **(le,RR2)**, **(le,HU1.5)**, **(le,HU2)**, **(rs,RR1)**<sup>33</sup>, **(rs,RR2)**, **(rs,HU1.5)**, **(rs,HU2)**, **(le,Sol,RR1)**, **(pa,rs,RR1)**, **(pa,rs,RR2)**, **(pa,rs,HU1.5)**, **(pa,rs,HU2)**, **(le,rs,RR2)**, **(le,rs,HU1.5)** et **(le,rs,HU2)**. En tout 100 (5X20) modèles sont testés.

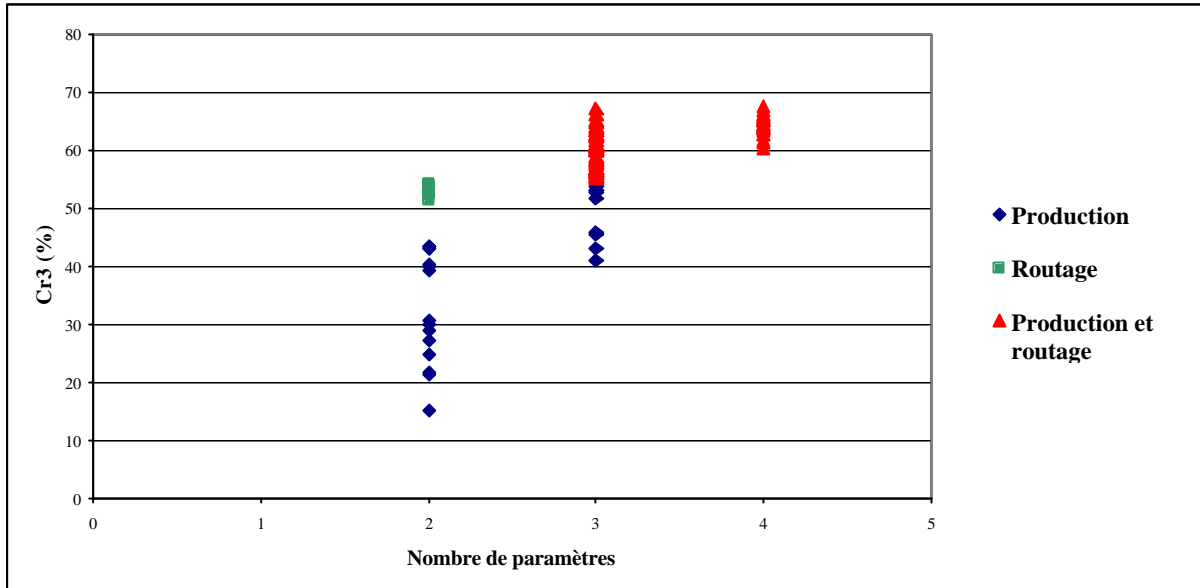
#### IV) 3.3.2. Résultats et interprétations

Afin d'alléger la lecture, nous avons placé tous les résultats de ce test, soit 155 (25+30+100) modèles sur l'échantillon de 429 bassins versants, en Annexe 4. Nous allons exploiter ces résultats au fur et mesure de cette analyse en nous appuyant sur des graphiques. Le but est de répondre à des questions de modélisation afin de pouvoir définir le meilleur modèle au pas de temps mensuel :

---

<sup>33</sup> Dans le cas où  $f(U,E)$  prend la forme du modèle 'Interception', cette forme est identique à la nouvelle variante du modèle de G3M

**IV) 3.3.2. (a) Quel nombre de paramètres pour un modèle mensuel ?**



**Figure 101 : Quel nombre de paramètres**

Nous avons reporté sur la Figure 101 la valeur du critère de performance Cr3 de chaque modèle testé en fonction du nombre de paramètres. Les points en bleu (en forme de losange) représentent les 25 modèles avec la fonction de production, les points en vert (de forme carrée) représentent les 30 modèles avec la fonction de routage et les points en rouge (de forme triangulaire) représentent les 100 modèles combinant production et routage pour l'introduction d'un effet de mise en mémoire.

Nous remarquons bien que globalement, la présence de trois paramètres libres pour un modèle conceptuel global au pas de temps mensuel est largement suffisante. Cette remarque avait déjà été faite dans le chapitre précédent lors de l'étude comparative des modèles existants. Ainsi, les deux méthodes de modélisation à savoir, l'étude comparative des modèles existants d'une part et l'adaptation des modèles annuels au pas de temps mensuel d'autre part, permettent le même diagnostic à ce sujet.

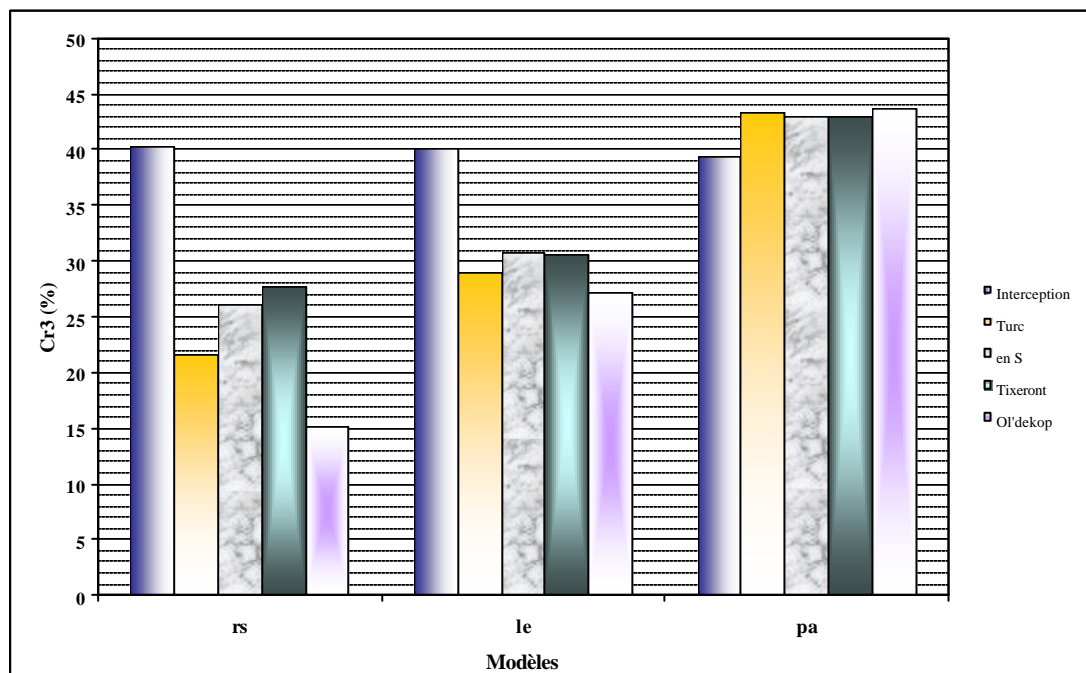
Rappelons que le point commun entre tous les modèles testés est l'existence du paramètre, souvent noté  $a$ , lié à l'évapotranspiration. Dans la Figure 101, les modèles qui donnent les valeurs du critère Cr3 les plus élevées sont les modèles combinant production et transfert. On peut ainsi affirmer dès maintenant qu'au pas de temps mensuel, trois paramètres semblent suffisants avec : un paramètre apparemment lié à l'évapotranspiration, un paramètre à effet 'mémoire' dans la fonction de production et un autre paramètre similaire au niveau du routage.

Nous allons essayer dans ce qui suit de détecter les meilleures fonctions de production et de routage pour sélectionner le meilleur modèle. Pour cela nous allons étudier ces deux fonctions de façon exclusive, c'est-à-dire que quand l'une existe dans une architecture d'un modèle, l'autre n'existe pas. Nous pourrions ainsi voir si l'architecture finale comportera ou non les meilleures fonctions 'mémoires' étudiées séparément.

#### IV) 3.3.2. (b) Quel type de fonction de production ?

Compte tenu du résultat trouvé concernant le nombre de paramètres nous nous limitons dans le présent test à étudier les modèles de production avec un nombre maximal de deux paramètres. Les meilleures performances sont plutôt obtenues avec des modèles associant fonction de production et fonction de routage (Figure 101). Donc tester des sous-modèles de production à trois paramètres semble inutile. Les deux paramètres sont : un paramètre lié à l'évapotranspiration, et le deuxième identifie le type de la fonction de production.

Nous avons eu l'occasion de tester trois types de fonction de production : le réservoir sol (*rs*) où le paramètre représente la capacité maximale ; la fonction lissage exponentiel (*le*) , où le paramètre représente le coefficient de lissage ; la fonction ne faisant intervenir que le pas de temps antérieur, notée '*pa*' (déjà utilisée au pas de temps annuel) caractérisée par son coefficient qui représente le paramètre à optimiser.



**Figure 102 : Quel type de fonction de production ?**

A l'exception du modèle '*d'interception*' où la meilleure (de peu) fonction mémoire est celle relative au réservoir sol (rs), la fonction de production qui paraît la plus performante est celle ne faisant intervenir que le pas de temps antérieur (notée 'pa'). Cependant, le lissage exponentiel paraît plus performant que le réservoir Sol dans le cas des modèles *Tixeront*, 'en S', Turc et Ol'dekop.

En utilisant 'pa', on améliore assez nettement les performances par rapport aux modèles initiaux (voir Figure 102). Nous pouvons considérer pour l'instant que la fonction de production qui paraît la plus performante est celle assurée par le modèle d'Oldekop, avec une mise en mémoire selon la fonction 'aa'.

Cependant, les autres sous-modèles (Turc, 'en S', Tixeront) associés à la fonction mémoire 'pa', restent aussi valables, vue la faible différence des valeurs du critères Cr3, qui semble non significative sur le plan pratique (aux alentours de 1%).

Toutefois, il ne faut pas sous-estimer le rôle des interactions qui peuvent exister entre les éléments de la fonction de production. En fait, le choix final d'une forme de mise en mémoire est lié aussi à la forme de la fonction qui assure l'estimation de la pluie nette [F(U,E)] : Turc, Interception, ... (voir Figure 102).

#### IV) 3.3.2. (c) Quel type de fonction du routage ?

Nous avons testé deux types de fonction de routage : l'hydrogramme unitaire, noté 'HU' et le réservoir de routage noté 'RR'. Nous avons aussi essayé d'identifier l'exposant adéquat de la vidange et de la courbe de décrue.

Les modèles avec routage testés sont à deux paramètres : le même paramètre  $a$  'lié' à l'évapotranspiration et un paramètre qui identifie le type du routage. Les résultats sont présentés dans la Figure 103 et le Tableau 39.

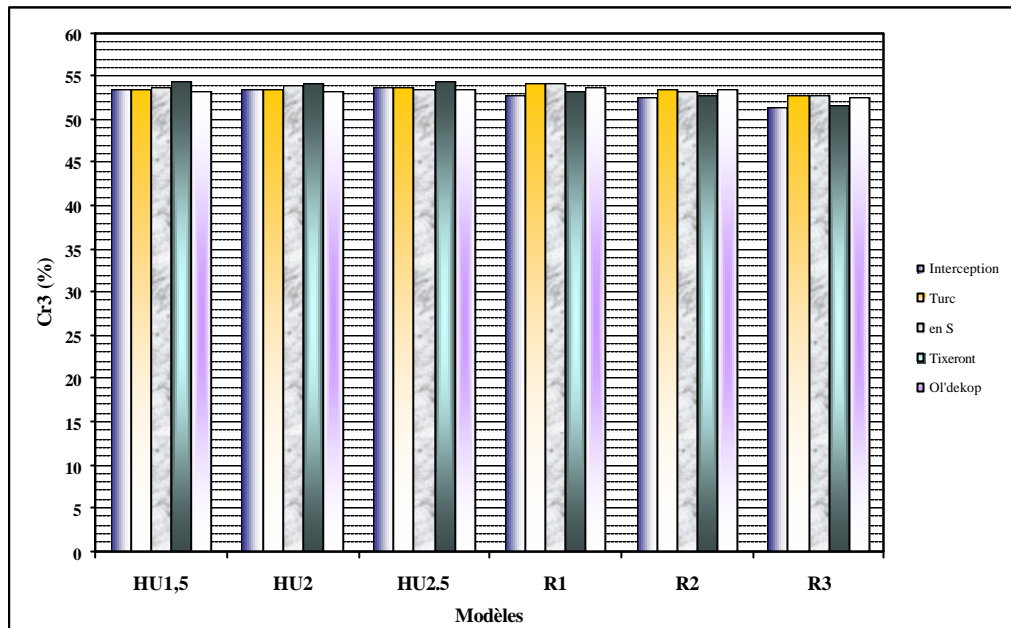


Figure 103 : Quel type de fonction de transfert ?

Tableau 39 : Choix de la fonction de routage

	exposant <sup>34</sup>	f(aU)				
		Interception	Turc	En S	Tixeront	Ol'dekop
Hydrogramme unitaire	1,5	53,5	53,5	53,6	<b>54,4</b>	53,1
	2	53,5	53,5	<b>53,9</b>	54,1	53,3
	2,5	<b>53,7</b>	<b>53,6</b>	53,5	54,3	<b>53,4</b>
Réservoir de vidange	1	<b>52,7</b>	<b>54,1</b>	<b>54,1</b>	<b>53,1</b>	<b>53,6</b>
	2	52,4	53,5	53,4	52,7	53,5
	3	51,4	52,7	52,7	51,7	52,5

Dans le Tableau 39 et la Figure 103, et comme pour le cas de la fonction de production, l'efficacité de l'une ou de l'autre forme de routage dépend du type de la fonction [f(U,E)]. On retrouve l'interaction entre le calcul de la pluie nette et le routage.

Dans le cas de l'hydrogramme unitaire, l'effet de la variation de l'exposant de la courbe de décrue sur le critère de performance Cr3 est 'presque insensible' (inférieur à 1%). En se référant aux valeurs de Cr3, la meilleure fonction [f(U,E)] associée à un hydrogramme unitaire comme 'effet de mise en mémoire' au routage est celle de Tixeront. Cependant le choix d'autres formes reste ouvert. En effet, sur le plan pratique, une variation d'une valeur inférieure à 1% au niveau du critère Cr3 n'est guère significative.

<sup>34</sup> exposant de la courbe de décrue dans le cas de l'hydrogramme unitaire  
exposant de la vidange dans le cas du réservoir de routage

Dans le cas du réservoir de vidange, la vidange linéaire semble plus performante surtout par rapport à la vidange cubique. En se référant aux valeurs de Cr3, la fonction [f(U,E)] qui semble la plus performante, associée à un réservoir de routage, est celle de Turc ou 'en S' où la vidange est linéaire. Cependant, là aussi, le choix des autres formes reste aussi ouvert vue la faible différence entre les différentes valeurs du critère de performance Cr3.

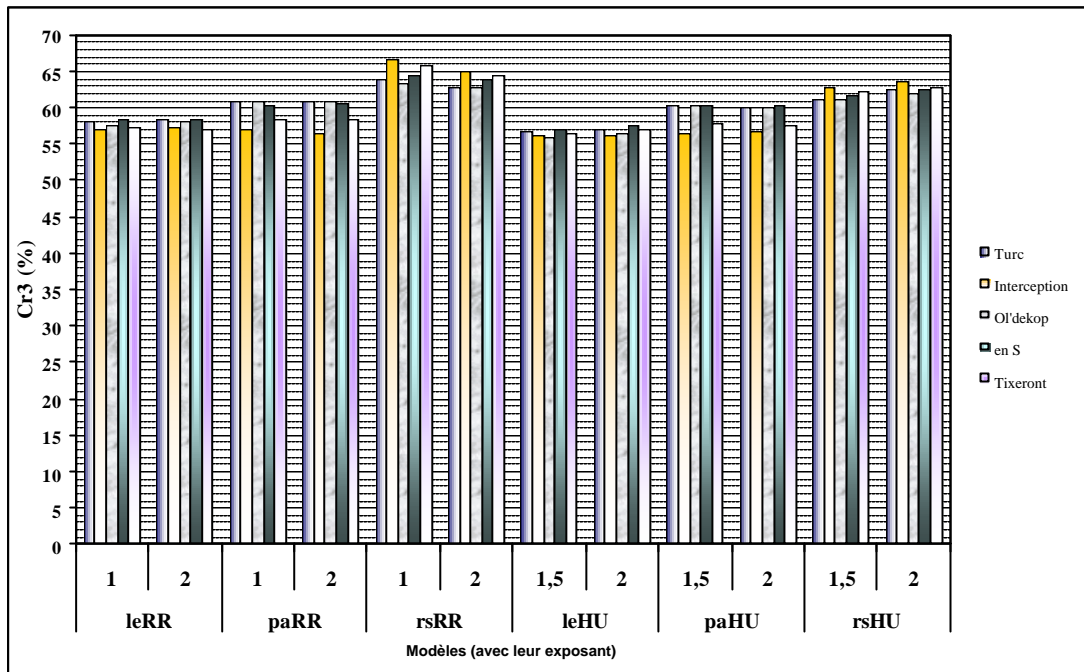
Si nous ne nous appuyons que sur les valeurs du critère de performance Cr3, la meilleure forme de fonction de transfert est [TrRR1], c'est à dire le modèle de Turc associé à un réservoir linéaire de routage. Mais nous ne pouvons pas exclure les autres formes telles que celles de TxHU1.5, TxRR1, OIRR3, ....(voir Tableau 9)

En conclusion, nous pouvons dire que le choix final d'une forme de production ou de routage dépend de la forme de la phase d'interception destinée à estimer la pluie nette. En se référant aux valeurs du critère Cr3, la forme qui semble la plus adéquate de production est (**olpa**) : il s'agit de la fonction Ol'dékop, avec un effet de mise mémoire réduit à l'année antérieure. En ce qui concerne la fonction de routage c'est l'association trRR1 (modèle de Turc associé à un réservoir linéaire de vidange) qui semble la plus performante. Vu la différence non significative des valeurs de Cr3 entre des différentes formes de production et de routage, et par raison d'harmonisation entre les sous-modèles, nous pourrions choisir l'un des modèles : Ol'dékop, Tixeront, 'en S' ou Turc avec un effet de mise en mémoire réduit à le pas de temps antérieur (pa) dans la fonction de production et un réservoir linéaire de vidange dans la fonction routage.

Cela revient à penser que «*la combinaison de la meilleure fonction de production et de la meilleure fonction de routage forme le modèle le plus performant* ». Nous pouvons vérifier cette hypothèse, a posteriori, en comparant cette architecture avec la meilleure combinaison de routage et de production, étudiées simultanément. C'est l'objet du paragraphe suivant

#### ***IV) 3.3.2. (d) Quel type d'association entre routage et production ?***

Nous présentons dans la Figure 104, les résultats des test des différentes associations de sous-modèles de production et de routage, comportant trois paramètres : un paramètre 'lié' à l'évapotranspiration, un paramètre de production (Lissage, pa ou Sol) et un paramètre de routage (Réservoir de vidange ou Hydrogramme Unitaire).



**Figure 104 : Recherche de la meilleure combinaison**

Pour tous les modèles tirés du pas de temps annuel (Turc, Tixeront,...), une combinaison formée d'un réservoir 'Sol' au niveau de la production et d'un réservoir de vidange comme routage semble nettement meilleure que les autres combinaisons (selon Cr3). Le choix d'une vidange linéaire est légèrement plus performant.

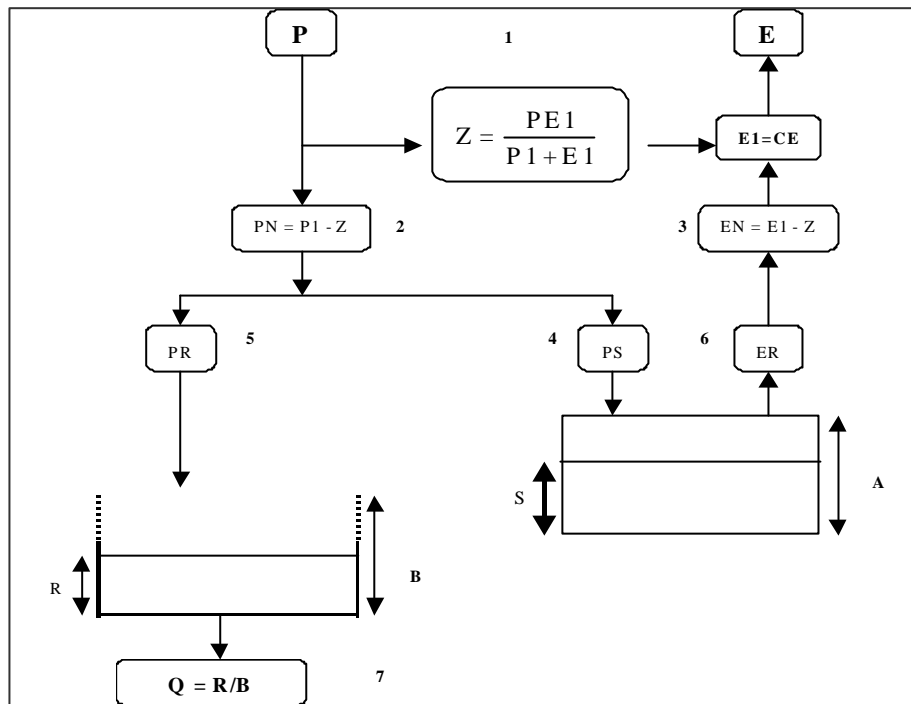
Ainsi, le modèle conceptuel global qui semble le plus performant au pas de temps mensuel (**Cr3=66,7%**) est à trois paramètres, formé par : la fonction 'Z' nommée aussi 'Interception' pour estimer la pluie nette associée à un réservoir 'Sol' comme effet de mise en mémoire à la production, caractérisé par sa capacité maximale (souvent notée A) comme paramètre à optimiser. Le routage est représenté par un réservoir de vidange linéaire où le coefficient de vidange (souvent noté B), est le deuxième paramètre à optimiser. Le troisième paramètre est celui 'lié' à l'évapotranspiration.

L'architecture retenue ('Interception' + 'Réservoir sol' + 'Vidange linéaire') est identique à celle de du modèle de GR3M amélioré, déjà retenu lors de l'étude comparative entre les modèles existants présentés dans le chapitre précédent. Toutefois, nous remarquons une légère différence pour les valeurs de Cr3. En effet, la performance du modèle GR3M modifié est estimée de 66,2% et celle obtenue dans ce chapitre est de 66,7%. Cette différence est imputée à l'ordre du traitement des différentes phases de transformation de la pluie en débit. Pour le modèle GR3M, on fait agir l'évapotranspiration sur le réservoir-sol avant la pluie contrairement à notre dernier modèle où l'on fait agir la pluie avant l'évapotranspiration sur le réservoir 'Sol'. C'est ce nouveau GR3M que nous retenons pour l'instant et que nous expliquons dans le paragraphe suivant.



**IV) 3.3.2. (e) Caractéristiques du modèle GR3M issu du pas de temps annuel**

Nous présentons dans la Figure 105 l'architecture du modèle retenu à ce stade. Il s'agit en gros de GR3M amélioré avec une modification dans l'ordre des opérations sur le réservoir sol. Les chiffres de 1 à 7 précisent le nouvel ordre du traitement de la transformation pluie-débit.



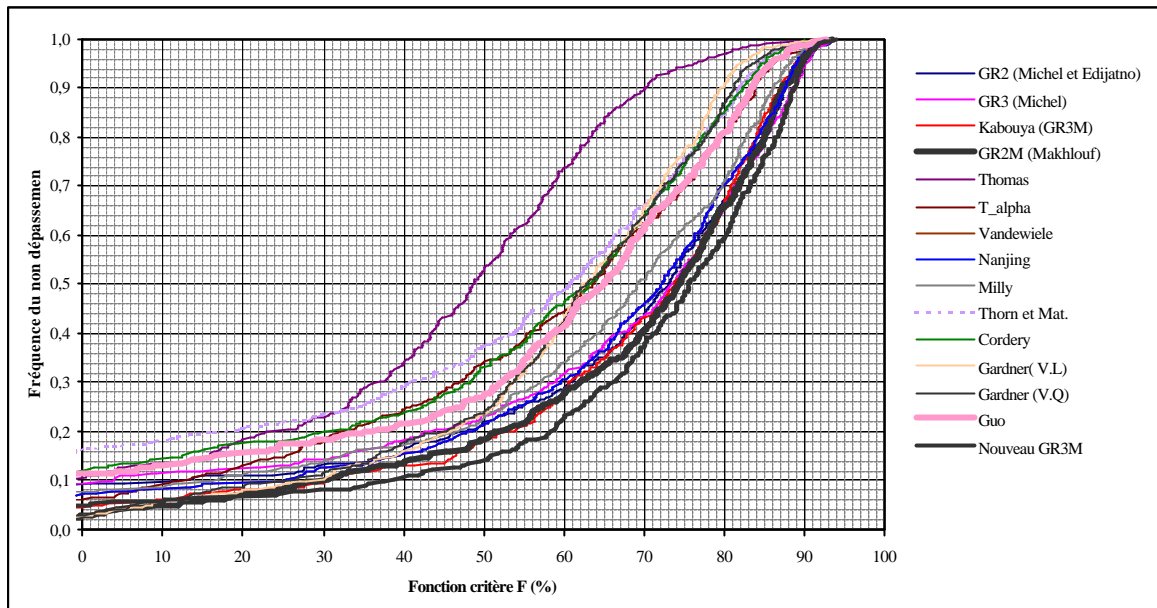
**Figure 105 : Architecture du nouveau GR3M issu du pas de temps annuel**

Nous présentons dans le Tableau 40 et la Figure 106 les principales caractéristiques des deux variantes de GR3M

**Tableau 40 : Caractéristiques comparée des deux variantes de GR3M**

	Minimum	Quantile 10%	Moyenne	Ecart Type	Quantile 90%	Maximum
<b>Nouvelle version</b>						
<b>C</b>	≈ 0	0,50	1,51	3,141	1,89	34,12
<b>A</b>	1	79	345	748	563	8185
<b>B</b>	≈ 0	0,01	0,36	0,21	0,67	0,96
<b>Performance</b>	-100,4	39,7	68,5	25,3	88,6	93,9
<b>Ancienne version (Kabouya-Makhlouf)</b>						
<b>C</b>	0,00	0,49	1,50	3,23	1,85	34,12
<b>A</b>	1	110	352	559	635	7864
<b>B</b>	1	1,59	∞ <sup>35</sup>	∞	914,85	∞
<b>Performance</b>	-108,60	38,6	67,7	27,6	88,6	93,9

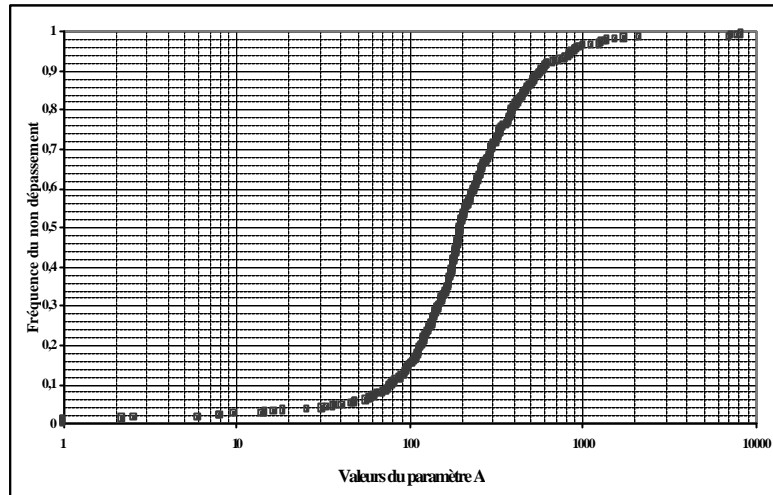
<sup>35</sup> ∞ : Les valeurs sont très grandes. Elles sont aux bornes de l'intervalle numérique transformé lors de la phase d'optimisation [-9.99,9.99]. Ainsi, on est dans une zone d'insensibilité de paramètre et l'optimum n'est peut-être pas atteint.



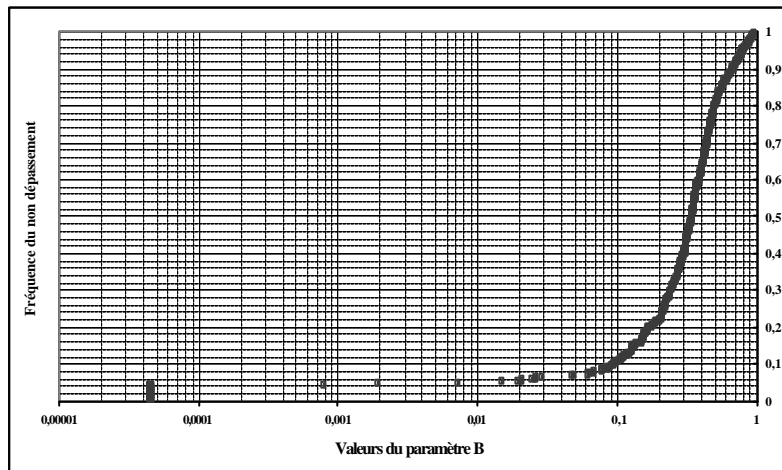
**Figure 106 : Distribution des performances du nouveau GR3M**

Bien qu'une différence de 0.5% au niveau du critère Cr3 reste faible sur le plan pratique, le fait de faire agir la pluie avant l'évapotranspiration sur le réservoir 'sol' (cas de la nouvelle version de GR3M) semble plus efficace. En effet, nous remarquons une certaine stabilité du paramètre B de vidange : dans l'ancienne variante de GR3M, ce paramètre de vidange pour différents bassins peut tendre vers l'infini, ce qui peut impliquer un stockage incontrôlé de l'eau dans le réservoir de routage.

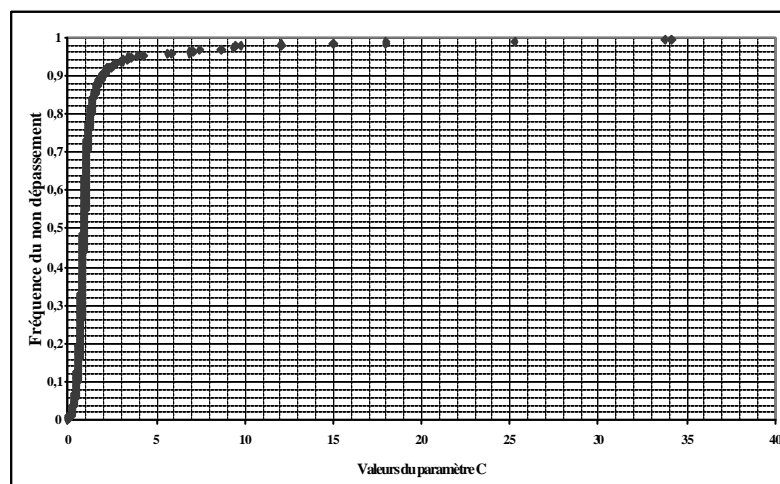
En ce qui concerne les paramètres C (lié à l'évaporation) et A (capacité maximale du réservoir 'Sol') ainsi que les valeurs du critère de performance (Cr3), cette nouvelle procédure (faire agir la pluie avant l'évaporation) permet une légère diminution des valeurs des écarts-types (Voir figures 107 à 109). Cependant la remarque formulée sur le rôle correctif du paramètre (C) déjà signalée lors de la mise au point de GR3M reste valable : *S'agit-il plutôt d'un apport ou d'une perte autre que la pluie ou l'évapotranspiration?*



**Figure 107 : Distribution des valeurs du paramètre A du nouveau GR3M**



**Figure 108 : Distribution des valeurs du paramètre B du nouveau GR3M<sup>36</sup>**



**Figure 109 : Distribution des valeurs du paramètre C du nouveau GR3M**

<sup>36</sup> Contrairement à la précédente variante de GR3M, les valeurs de B sont comprises entre 0 et 1. Ils agissent par multiplication.

**IV) 3.3.2. (f) Essai d'économie de paramètres**

Nous allons essayer dans ce paragraphe de détecter lequel, parmi les trois paramètres du nouveau GR3M, est le paramètre le moins sensible, dans le but d'une éventuelle économie de paramètres. Nous procédons pour cela par préfixation d'un paramètre à sa valeur moyenne en laissant les deux autres libres et examinons l'effet sur le critère de performance Cr3. Les résultats sont présentés dans le Tableau 41.

**Tableau 41 : Effet de préfixation des paramètres à leurs valeurs moyenne sur la performance**

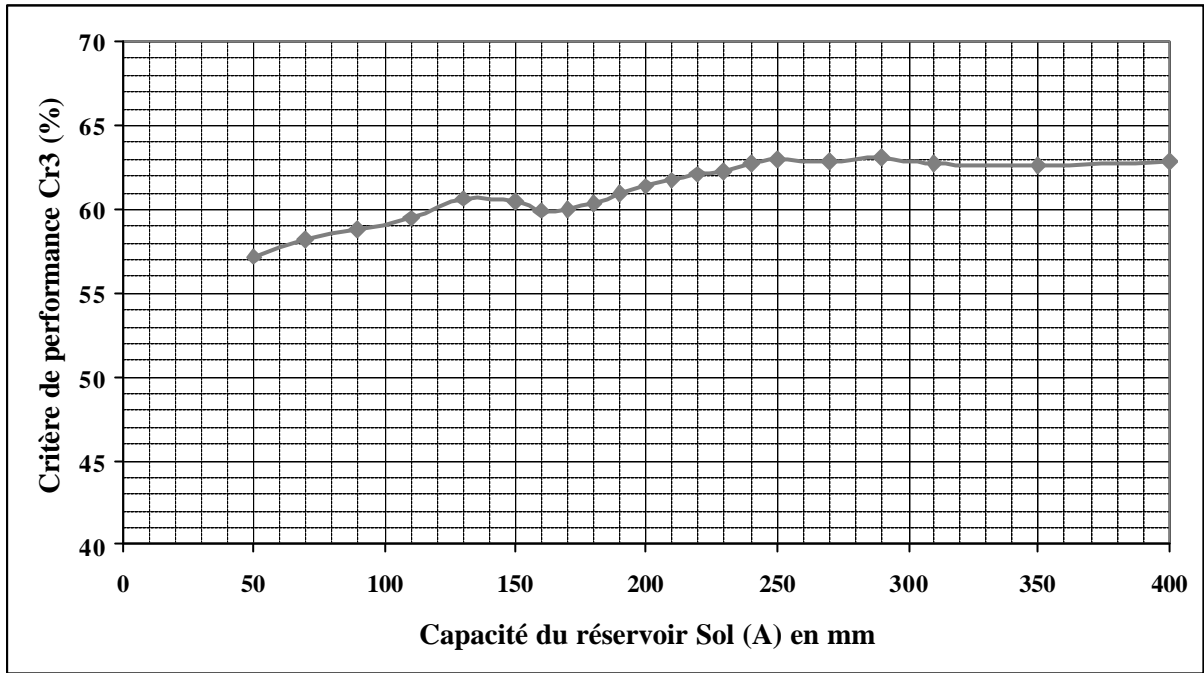
	<b>A (mm)</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>Cr3 (%)</b>
<b>A,B,C Libres</b>	196	0,27	0,92	66,7
<b>A préfixé</b>	196	0,31	0,91	61,4
<b>B préfixé</b>	296	0,27	0,86	59,1
<b>C préfixé</b>	157	0,28	0,92	56,5

Dans le Tableau 41, les cellules en fond gris désignent les valeurs des paramètres fixés dans chaque cas. D'une façon générale, une préfixation d'un paramètre entraîne une chute significative du critère Cr3, surtout pour le cas de la fixation du paramètre (C) 'lié' à l'évaporation (chute de 10,2%).

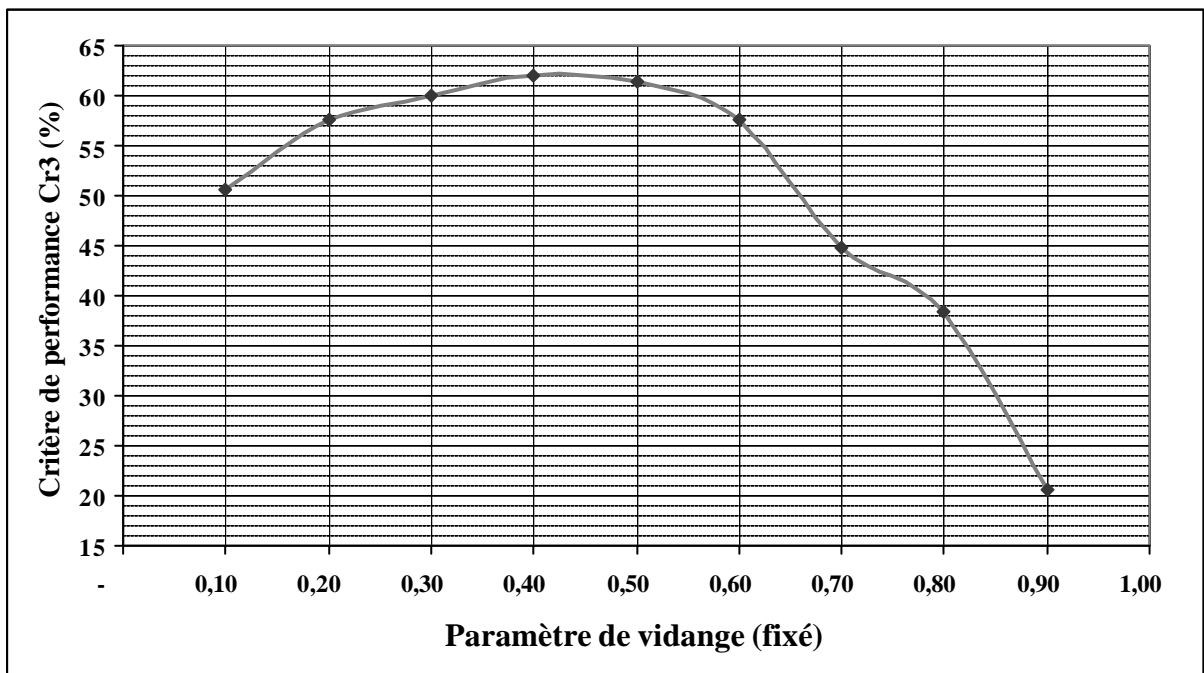
Nous avons essayé de raffiner cette étude d'économie de paramètres. Cependant, nous nous sommes intéressés seulement au paramètre de vidange (B) et la capacité maximale du réservoir 'Sol' (A).

L'idée d'économiser le paramètre (C) 'lié' à l'évapotranspiration est écartée à ce stade, vue la remarquable chute au niveau des valeurs du critère Cr3 suite à sa préfixation. Nous avons alors fait varier le paramètre A (avec les paramètres B et C laissés libres) puis le paramètre B (avec les paramètres A et C laissés libres) pour détecter à chaque fois la meilleure valeur correspondante.

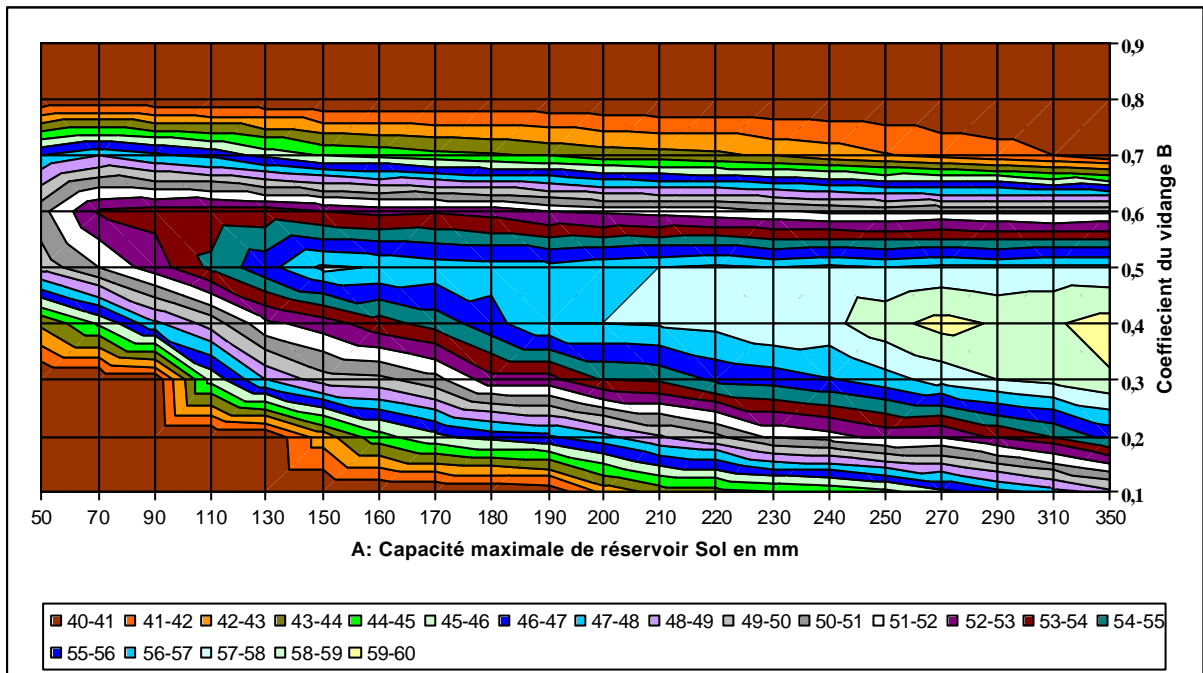
Ensuite, nous avons dressé la carte des performances en faisant varier à la fois le paramètre A et le paramètre B (en laissant C libre) pour visualiser les courbes 'iso-Cr3'. Les résultats sont illustrés dans les figures 110 à 112.



*Figure 110 : Effet de la fixation du paramètre A (Capacité maximale du réservoir 'Sol') à différentes valeurs, sur le critère Cr3 (B et C étant libres)*



*Figure 111 : Effet de la fixation du paramètre B (coefficient de vidange) à différentes valeurs, sur le critère Cr3 (A et C étant libres)*



**Figure 112 : Cartographie des courbes 'iso-Cr3' avec A et B fixés.**

Comme le montre la Figure 111, en fixant le paramètre (B), la meilleure valeur atteinte du critère de performance Cr3 est de 62.1% pour un coefficient de vidange de 0,4. En ce qui concerne le paramètre A (capacité maximale du réservoir 'Sol'), l'allure générale de la courbe de variation de Cr3 présente plus qu'un maximum. D'autre part, prendre une valeur du paramètre (A) entre 250 et 400 mm donne un critère de l'ordre de 63% (voir Figure 110). Il en est de même avec la carte des courbes 'iso-Cr3' où l'on constate deux optima (voir Figure 112).

En conclusion nous pouvons dire :

- ✓ *Le fait de laisser les trois paramètres libres dans le nouveau GR3M donne un critère de performance Cr3 égal 66.7%.*
- ✓ *Economiser deux paramètres (A et B) fait chuter Cr3 à 60% mais deux optima pour le couple (A,B) sont possibles.*
- ✓ *Economiser seulement le paramètre A est aussi possible avec une valeur entre 250 et 400 mm avec des valeurs de Cr3 très proches de 63%.*
- ✓ *Economiser le paramètre B (en laissant A et C libres) est possible. Le seul optimum atteint est de 62,1% avec une valeur du coefficient de vidange de 0,4.*
- ✓ *Un modèle à trois paramètres semble préférable.*

### IV) 3.4. Conclusion sur l'apport du pas de temps annuel

L'adaptation des modèles pluie-débit annuels au pas de temps mensuel nous a permis de 'reconstruire' et 'confirmer' les différentes composantes de la variante du modèle GR3M proposée dans le chapitre [IV) 2]. Cependant une légère modification sur l'ordre de traitement de la transformation pluie-débit en faisant agir la pluie avant l'évapotranspiration, a permis un léger gain de l'ordre de 0.5% (de 66.2 à 66.7%) qui reste peu significatif sur le plan pratique, mais permet une meilleure stabilité des paramètres.

Le paramètre (C) 'lié à l'évapotranspiration' est très sensible. Essayer de le fixer a entraîné une chute remarquable au niveau des valeurs du critère de performance Cr3. Le rôle principal de ce paramètre est de 'corriger' l'évapotranspiration. Cependant, souvent il prend des valeurs supérieures à 2 ou inférieures à 0,5. Par suite, doubler l'évapotranspiration ou la réduire à moins de sa moitié dépasse en quelque sorte le rôle de correction. *S'agit-il plutôt d'un apport ou d'une perte autre que la pluie ou l'évapotranspiration?*

L'analyse du modèle mensuel pourrait s'arrêter là puisque le modèle GR3M (Kabouya-Makhlouf) était issu du modèle journalier GR3J d'Edijatno (1989) et que l'approche à partir du modèle annuel a confirmé, à un détail près, le même modèle GR3M.

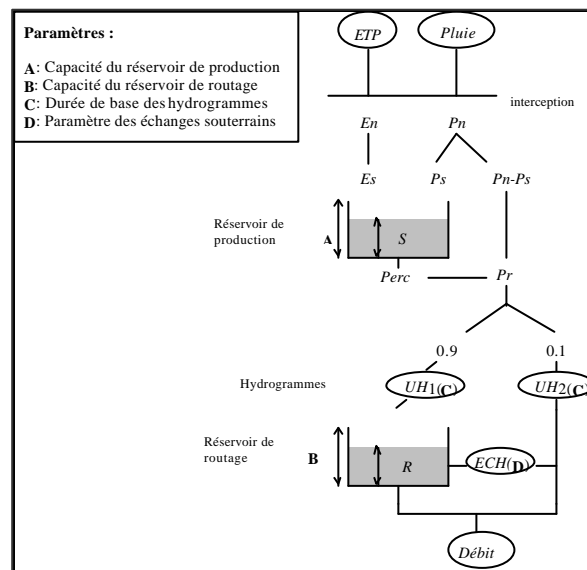
Cependant la thèse de Perrin (2000) a conduit à une nouvelle version du modèle journalier, qui lui même avait été modifié par la thèse de Nascimento (1995). Les nouvelles fonctions introduites par ces deux thèses n'avaient pas été prises en compte dans la dérivation du modèle mensuel. C'est pourquoi nous avons jugé utile de reprendre la démarche consistant à dériver le modèle mensuel à partir du modèle journalier, en l'occurrence GR4J. C'est l'objectif du chapitre suivant.

## IV) 4. Peut-on tirer profit du pas de temps journalier ?

### IV) 4.1. Introduction : rappel sur le modèle journalier GR4J (Perrin, 2000)

Nous allons essayer dans ce chapitre d'adapter un modèle conceptuel global journalier au pas de temps mensuel en profitant des résultats déjà tirés de l'adaptation des modèles annuels au pas de temps mensuel. La démarche consiste à confronter les résultats des différents pas de temps traités. En effet, nous avons déjà fait une remontée du pas de temps pluriannuel au pas de temps annuel puis au pas de temps mensuel. Nous proposons maintenant de confronter ces résultats à ceux obtenus en effectuant une descente du journalier vers le mensuel.

Dans la littérature, nombreux sont les modèles conceptuels globaux au pas de temps journalier. Le choix a été porté sur le modèle GR4J proposé par Perrin (2000). En effet, il a été fondé suite à une étude comparative de 38 modèles journaliers. Nous proposons dans ce qui suit de rappeler son architecture et son mode de fonctionnement.



**Figure 113 : Schéma de l'architecture du modèle GR4J (Perrin, 2000)**



La structure du modèle GR4J repose sur deux réservoirs : un réservoir de production nommé aussi réservoir ‘Sol’, un réservoir de vidange, et sur deux hydrogrammes unitaires. Nous présentons le modèle en distinguant la fonction de production, chargée de la répartition quantitative de l’eau dans le modèle, et la fonction de transfert, destinée à assurer une répartition temporelle de l’eau alimentant le débit :

**Fonction de production :**

Phase d’interception :

Deux variables sont utilisées en entrée du modèle : la pluie P et l’évapotranspiration potentielle E. Une phase d’interception consiste à calculer, à partir de ces deux entrées, la pluie nette ( $P_n$ ) ou l’évapotranspiration nette ( $E_n$ ) de la manière suivante :

$$\begin{array}{llll} \text{si } P \geq E & \text{alors} & P_n = P - E & \text{et} & E_n = 0 \\ \text{si } P < E & \text{alors} & E_n = E - P & \text{et} & P_n = 0 \end{array}$$

Réservoir de production (ou réservoir sol)

Il est caractérisé par sa capacité maximale ‘A’, premier paramètre du modèle GR4J. ‘S’ est le contenu du réservoir qui est chargé de réaliser un suivi d’humidité du bassin. Dans le cas où toute la pluie est consommée lors de l’interception, ‘ $E_n$ ’ sert à évaporer l’eau contenue dans le réservoir sol à un taux réel ‘ $E_s$ ’. A l’inverse, lorsqu’il reste une pluie ‘ $P_n$ ’, une partie de celle-ci ( $P_s$ ) est stockée dans le réservoir. ‘ $E_s$ ’ et ‘ $P_s$ ’ sont calculées comme des fonctions du taux de remplissage du réservoir de production.

$$\left\{ \begin{array}{l} P_s = \frac{A \left( 1 - \left( \frac{S}{A} \right)^2 \right) W}{1 + \frac{S}{A} W} \quad \text{avec} \quad W = \tanh \left( \frac{P_n}{A} \right) \\ E_s = \frac{S \left( 2 - \frac{S}{A} \right) V}{1 + \left( 2 - \frac{S}{A} \right) V} \quad \text{avec} \quad V = \tanh \left( \frac{E_n}{A} \right) \end{array} \right. \quad (4.59)$$

Un terme de percolation, sortie de ce réservoir, alimente l’écoulement. Ce terme est défini par :

$$Perc = S \left[ 1 - \left( 1 + \left( \frac{S}{2,25 A} \right)^4 \right)^{-\frac{1}{4}} \right] \quad (4.60)$$

Un terme résultant d’échanges intervient dans la production et sera décrit après présentation de la fonction de transfert.

**Fonction de transfert :**

Séparation des écoulements :

La partie complémentaire de pluie ( $P_n - P_s$ ) ou pluie efficace, à laquelle on additionne le terme de percolation, est séparée en deux composantes. Un écoulement pseudo-direct ( $Q_1$ ), qui représente 10 % de la pluie efficace, rejoint l'exutoire après routage par un hydrogramme unitaire SH2. L'autre partie ( $Q_9$ ) qui représente 90 % de la pluie efficace est routée par un autre hydrogramme unitaire SH1 puis un réservoir de routage.

L'hydrogramme unitaire :

L'hydrogramme unitaire est une fonction permettant de créer un décalage temporel progressif entre les pluies et les débits. Le but est de simuler le temps de montée de l'hydrogramme. Les deux hydrogrammes utilisés (SH1 et SH2) dépendent d'une même durée de référence,  $C$ , qui constitue un paramètre à caler du modèle. Les expressions des fonctions 'SH1' et 'SH2' (courbes en 'S' des hydrogrammes) sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{pour } 0 \leq j \leq C, \quad SH1(j) = \left(\frac{j}{C}\right)^{\frac{5}{2}} \\ \text{pour } j > C, \quad SH1(j) = 1 \\ \text{pour } 0 \leq j < C, \quad SH2(j) = \frac{1}{2} \left(\frac{j}{C}\right)^{\frac{5}{2}} \\ \text{pour } C \leq j < 2C, \quad SH2(j) = 1 - \frac{1}{2} \left(2 - \frac{j}{C}\right)^{\frac{5}{2}} \\ \text{pour } j \geq 2C, \quad SH2(j) = 1 \end{array} \right. \quad (4.61)$$

Où  $j$  peut aussi prendre des valeurs non entières.

Le réservoir de routage :

La principale composante de l'écoulement transite par un réservoir de routage non linéaire de capacité  $B$  (paramètre à caler) où 'R' est le niveau du réservoir. Ce réservoir est caractérisé par sa loi de vidange instantanée de type :

$$Q_r(t) = K.[R(t)]^5 \quad (4.62)$$

où 'K' est une constante et 'R' le niveau dans le réservoir de routage. Après intégration, le niveau de ce réservoir est donc modifié selon :

$$\frac{1}{R_{k+1}^4} = \frac{1}{R_k^4} + \frac{1}{B^4} \quad (4.63)$$

où 'B' est la capacité maximale du réservoir du routage. On a posé  $\frac{1}{B^4} = 4K \Delta t$ , avec  $\Delta t = 1$  jour, pas de temps de fonctionnement. Le débit du réservoir est alors :

$$Q_r = R_k - R_{k+1} \quad (4.64)$$

**Complément sur la fonction de rendement**

Le système décrivant le bassin versant n'est pas seulement ouvert vers l'atmosphère, il est aussi ouvert sur ses limites souterraines. A travers ces limites existe un flux net qui s'applique à la fois au réservoir de routage et à l'écoulement pseudo-direct (Q1). Il est caractérisé par le paramètre d'échange  $D$  et s'écrit :

$$T = D \cdot \left( \frac{R}{B} \right)^{\frac{7}{2}} \quad (4.65)$$

avec ' $R$ ' le niveau du réservoir de routage et ' $B$ ' la capacité de ce même réservoir. Si ' $D$ ' est négatif, le terme d'échange réduit l'écoulement pseudo-direct ' $Q1$ ' et le contenu du réservoir de routage, ce qui représente une perte en eau pour le système. Dans le cas contraire, ' $T$ ' est ajouté à ' $Q1$ ' et au réservoir de routage. L'application de ce terme  $T$  à  $Q1$  nous donne le débit direct noté aussi ' $Qd$ '.

La somme de l'écoulement direct ( $Qd$ ) et du débit du réservoir ( $Qr$ ) est égale au débit total du cours d'eau.

#### **IV) 4.2. Quelles composantes de GR4J à retenir au pas de temps mensuel ?**

Nous récapitulons brièvement dans le Tableau 42 les différentes composantes du meilleur modèle obtenu jusqu'à présent pour le pas de temps mensuel (GR3M) (Figure 105) et le modèle journalier GR4J (Figure 113). Le but est de mettre en évidence les points communs et les différences dans le fonctionnement de chaque modèle. Nous tâcherons aussi de détecter les composantes du pas de temps journalier qui semblent efficaces au pas de temps mensuel sans dépasser trois paramètres, compte tenu des résultats déjà trouvés dans les derniers chapitres.

**Tableau 42 : Comparaison entre le modèle GR4J (Perrin, 2000) et le modèle GR3M**

Echelle de temps journalière GR4J (Perrin, 2000) (Figure 113)	Echelle de temps mensuelle Nouveau GR3M (Figure 105)
Interception de capacité nulle.	Interception partielle, assurée par une fonction tirée du pas de temps annuel et nommée 'Interception'. Un paramètre 'lié' à l'évapotranspiration figure.
Réservoir 'Sol' et une fonction percolation vers le réservoir de routage et en plus de l'évapotranspiration et la pluie.	un réservoir 'Sol' sans percolation
Réservoir de routage (puissance 5) associé à : 1. <i>Fonction d'échange représentant un apport ou perte autre que l'évapotranspiration et la pluie.</i> 2. Hydrogramme unitaire permettant de créer un décalage progressif entre la pluie et le débit.	un réservoir à vidange linéaire
Ecoulement pseudo-direct (HU+échange)	Pas d'écoulement pseudo-direct
Quatre paramètres : 1. paramètre A : Capacité maximale du réservoir 'Sol' 2. Paramètre B : Capacité du réservoir de vidange 3. <i>Paramètre D : Coefficient d'échange</i>	Trois paramètres : 1. paramètre A : Capacité maximale du réservoir 'Sol' 2. Paramètre B : Capacité du réservoir de vidange 3. <i>Paramètre C : 'lié' à l'évapotranspiration</i>
4. Paramètre C : Temps de concentration de l'hydrogramme unitaire	Pas de décalage temporel entre la pluie et le débit

En se référant au Tableau 42, le point commun est l'existence du réservoir 'Sol' et du réservoir de vidange, caractérisés respectivement par leurs paramètres A et B. Cependant, le type de vidange n'est pas le même : linéaire au pas de temps mensuel et en puissance 5 au pas de temps journalier. Mais nous pouvons changer le type de vidange au pas de temps mensuel si de nouvelles composantes sont introduites, en tenant compte du fait que le type de vidange dépend aussi de l'ensemble de l'architecture du modèle. Rappelons que les tests réalisés sur le type de fonction de vidange (linéaire ou quadratique) ne donnaient pas un clair avantage à l'une ou l'autre des fonctions.

#### IV) 4.2.1. Ecoulement pseudo-direct

Un écoulement pseudo-direct semble nécessaire pour représenter la transformation pluie-débit à l'échelle de temps journalière. Ce cas de figure ne se présente pas au pas de temps mensuel. Nous avons déjà vérifié que ce concept n'est pas utile pour la modélisation pluie-débit à cette échelle de temps. Nous écartons alors l'idée de réintégrer ce concept au pas de temps mensuel.

#### IV) 4.2.2. Hydrogramme unitaire

Le décalage temporel entre la pluie et l'évapotranspiration, caractérisé par le paramètre 'C' dans le modèle GR4J ne figure pas à l'échelle de temps mensuelle. Le conserver dans un modèle pluie-débit avec un pas de temps 30 fois plus large semble être inutile. Nous écartons ainsi l'idée de conserver l'hydrogramme unitaire au pas de temps mensuel.

#### IV) 4.2.3. Terme d'échange souterrain et percolation

Le troisième paramètre du modèle GR4J, 'D', conditionne un apport ou une perte autre que l'évapotranspiration et la pluie. Il s'agit d'un échange souterrain. Cependant, au pas de temps mensuel, le troisième paramètre représente un 'ajustement' de l'évapotranspiration qui va jusqu'à prendre des valeurs supérieures à 2 ou inférieures à 0,5. Considérer qu'il s'agit d'une simple correction semble insuffisant. Nous pouvons alors adopter le concept 'échange souterrain' pour remplacer l'ajustement de l'évapotranspiration au pas de temps mensuel.

Introduire aussi une percolation du réservoir de production au pas de temps mensuel, comme c'est le cas au pas de temps journalier, reste aussi possible.

### IV) 4.3. Comment introduire les composantes de GR4J, retenues au pas de temps mensuel: 'Percolation' et 'échange souterrain'?

Nous avons choisi de remplacer la phase d'interception partielle, caractérisée par le paramètre correctif de l'évapotranspiration, par le concept 'd'échange souterrain' d'une part, et de tester l'éventuelle intégration de la fonction 'percolation' d'autre part. Nous allons, tout d'abord, expliquer les modalités d'introduction de ces deux fonctions en commençant par le cas de la fonction 'échange souterrain'.

#### IV) 4.3.1. Echange souterrain

Avec l'échange appliqué au réservoir de routage, l'équation différentielle qui régit ce réservoir sans entrée par le haut s'écrit :

$$\frac{dR}{dt} = aR^n - \frac{R^p}{b} \quad (4.66)$$

On a supposé que la loi des échanges et la loi de vidange sont toutes deux décrites par des fonctions puissances.  $\beta$  est positif et  $\alpha$  peut être de signe quelconque.

On remarque que si  $\alpha$  est positif,  $n$  ne peut pas être supérieur à  $p$  car, au delà d'une capacité  $R^*$ ,  $R$  tendrait inexorablement vers l'infini. Les différents essais ont confirmé l'impossibilité de supposer  $n > p$ . Les essais effectués avec le modèle journalier GR4J (Perrin, 2000) ont montré qu'il existait un optimum correspondant grossièrement à  $n=p-1$  ( $p-1.5$ , dans le cas où l'intégration ne porte pas sur le terme d'échange).

Au pas de temps mensuel, nous avons hésité<sup>37</sup>. entre  $p=1$  et  $p=2$  En supposant la relation  $n=p-1$ , on trouve deux solutions qui sont :

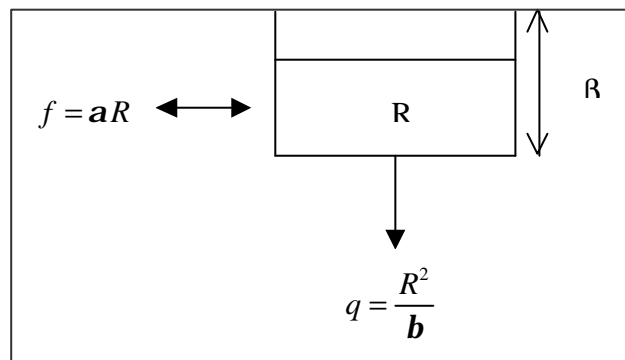
$$\frac{dR}{dt} = a - \frac{R}{b} \quad (4.67)$$

et

$$\frac{dR}{dt} = aR - \frac{R^2}{b} \quad (4.68)$$

Toutefois, pour vérifier au pas de temps mensuel, la relation  $n=p-1$ , on a essayé différentes combinaisons de  $n$  et  $p$  satisfaisant l'inégalité  $n \leq p$ .

Dans ces essais, l'équation différentielle n'est généralement pas intégrable et une intégration numérique (Runge-Kutta d'ordre 4) a été nécessaire. Ces essais, un peu laborieux, ont conduit à privilégier la solution d'un terme d'échange linéaire et d'une loi de vidange quadratique. (Figure 114)



**Figure 114 : : modalité d'insertion de l'équation d'échange souterrain au pas de temps mensuel**

L'effet de l'échange sur le niveau du réservoir 'R' est alors donné par l'équation :

$$dR = -R \left[ \frac{R}{b} - a \right] dt \quad (4.69)$$

En intégrant l'équation (4.69), nous pouvons alors trouver la valeur de  $R$ . Au cours d'un pas de temps  $\Delta t$  de un mois, on obtient:

<sup>37</sup>  $p=2$  et  $n=1$  représente la solution adoptée. Les résultats seront développés dans le paragraphe suivant

$$R(t) = \frac{R_1}{e^{-a\frac{t}{\Delta t}} + \frac{R_1}{b} \frac{1 - e^{-a\frac{t}{\Delta t}}}{a}} \quad (4.70)$$

où  $R_1$  est le niveau du réservoir au début du mois. Le niveau  $R_2$  est obtenu pour  $t = \Delta t$

$$R_2 = \frac{R_1}{X1 + \frac{R_1}{B}} \quad (4.71)$$

où :

$$\begin{cases} X1 = e^{-a} \\ B = \frac{ab}{1 - e^{-a}} \end{cases} \quad (4.72)$$

L'échange cumulé est :

$$F = \int_0^{\Delta t} a R(t) dt \quad (4.73)$$

En remplaçant  $R(t)$  par l'expression donnée par l'équation (4.70), on obtient :

$$F = (1 - X1) B \ln \left( 1 + \frac{R_1}{X1 B} \right) \quad (4.74)$$

$X1$  est un nombre strictement positif.

Le débit  $Q$  est alors donné par :

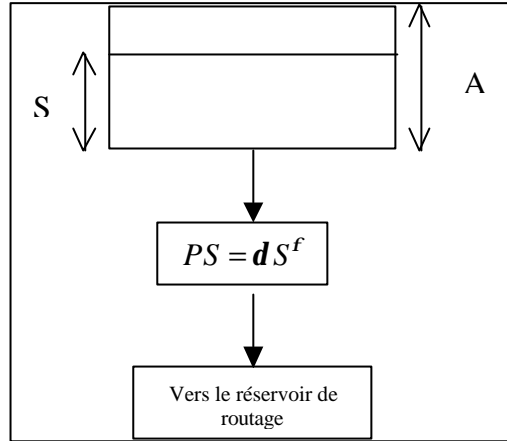
$$Q = R_1 + F - R_2 \quad (4.75)$$

Si  $X1 > 1$ , l'échange est une perte, et un apport dans le cas contraire. Les échanges sont nuls si

$X1 = 1$

### IV) 4.3.2. Percolation

La fonction ‘percolation’ représente une quantité d’eau qui transite directement du réservoir ‘Sol’ vers le réservoir de routage. Elle suit une loi de vidange non linéaire (Figure 115).



**Figure 115 : : modalité d’insertion de l’équation de percolation au pas de temps mensuel**

La forme de l’équation de percolation au cours du temps est :

$$PS = dS^f \tag{4.76}$$

Au cours du pas de temps  $\Delta t$ , un mois dans notre cas, l’effet de la seule percolation sur le niveau ‘S’ est donné par l’intégration de l’équation différentielle d’évolution de S, qui donne :

$$S_2 = \frac{S_1}{\left[ 1 + \left( \frac{S_1}{A^*} \right)^{(f-1)} \right]^{\frac{1}{f-1}}} \tag{4.77}$$

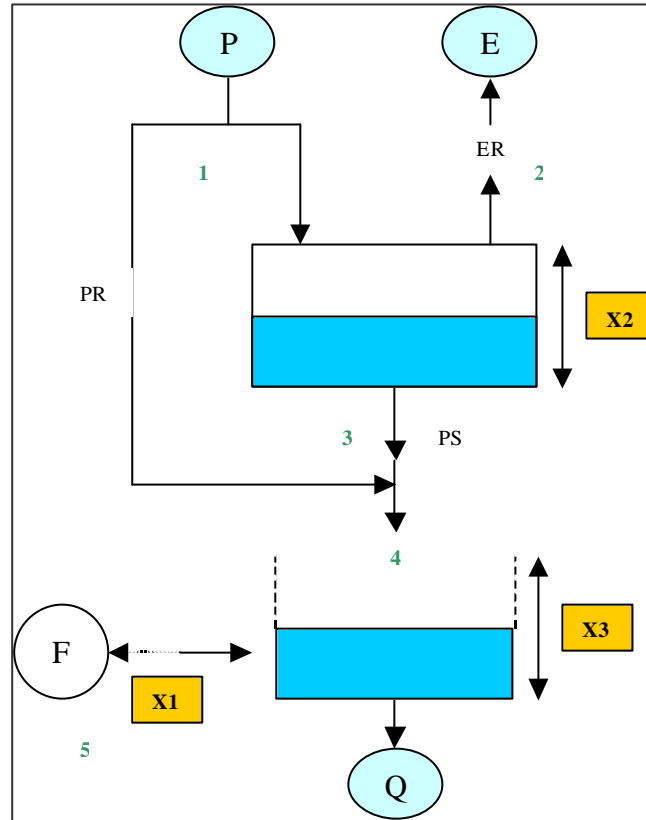
où,  $S_1$  est le niveau du réservoir ‘Sol’ avant l’effet de la percolation;  $S_2$  est le niveau du même réservoir ‘Sol’ après l’effet de la percolation;  $\phi$  est l’exposant de la percolation et  $\delta$  est le coefficient de la percolation, et  $A^*$  est donné par :

$$A^* = [d(f-1)\Delta t]^{\frac{1}{f-1}} \tag{4.78}$$

Avec le modèle GR4J,  $A^*$  n’est pas un nouveau paramètre mais un multiple fixe (2,25) de la capacité A. Nous allons faire de même au pas de temps mensuel et rechercher le meilleur rapport  $A^*/A$  que nous appellerons ?.



**IV) 4.3.3. Récapitulatif : Architecture globale des nouvelles variantes du modèle pluie-débit au pas de temps mensuel**



**Figure 116 : : Schéma de l'architecture globale du modèle mensuel issu de GR4J**

Posons X1 le paramètre décrivant le coefficient d'échange souterrain; X2 la capacité maximale du réservoir 'Sol'; X3 la capacité du réservoir de routage;  $\phi$  l'exposant de la percolation et  $\psi$  le deuxième paramètre de la percolation. La transformation pluie-débit, en respectant l'ordre<sup>38</sup> de 1 à 5, est représentée comme suit :

- (1) Comme pour le fonctionnement classique d'un réservoir 'Sol' l'effet de la pluie se traduit par un changement de niveau pour le réservoir 'sol':

$$S' = \frac{S + X2 \tanh\left(\frac{P}{X2}\right)}{1 + \frac{S}{X2} \tanh\left(\frac{P}{X2}\right)} \tag{4.79}$$

avec S le niveau du stock du réservoir 'sol' au début du mois et S' le niveau du stock sous l'effet de la pluie P. La quantité de pluie (PR) destinée au routage est alors :

$$PR = S + P - S' \tag{4.80}$$

<sup>38</sup> L'ordre de 1 à 5 représente l'ordre optimal. En effet, traiter l'effet de l'évaporation avant l'effet de la pluie par exemple, engendre une perte de performance (cas du modèle de la première variante de GR3M).

(2) Sous l'effet de l'évapotranspiration (E) le nouveau stock S'' est donné par :

$$S'' = \frac{S' \left( 1 - \tanh \left( \frac{E}{X2} \right) \right)}{1 + \left( 1 - \frac{S'}{X2} \right) \tanh \left( \frac{E}{X2} \right)} \quad (4.81)$$

(3) La percolation agit sur le niveau du stock (S'') :

$$S = \frac{S''}{\left[ 1 + \left( \frac{S''}{y X2} \right)^{(f-1)} \right]^{\frac{1}{f-1}}} \quad (4.82)$$

La quantité (PS) issue de la percolation sera donnée alors par l'équation :

$$PS = S'' - S \quad (4.83)$$

(4) Les quantités (PS) et (PR) modifient donc le niveau du réservoir de routage (R) :

$$R' = R + PR + PS \quad (4.84)$$

(5) Ensuite, les échanges souterrains agissent sur le niveau du réservoir (R') :

$$R = \frac{R'}{X1 + \frac{R'}{X3}} \quad (4.85)$$

La quantité d'eau (F) échangée est décrite par :

$$F = X3(1 - X1) \operatorname{Ln} \left( 1 + \frac{R'}{X1.X3} \right) \quad (4.86)$$

Enfin, le débit est donné par :

$$Q = R' + F - R \quad (4.87)$$

La spécificité de l'architecture représentée par la Figure 116 par rapport à l'architecture du modèle journalier GR4J (Figure 113) et le meilleur modèle mensuel établi antérieurement (Figure 105) se traduit par la disparition de la phase d'interception. En effet, nous avons substitué à cette interception partielle, caractérisée par son paramètre lié à l'évapotranspiration, la fonction d'échange souterrain. L'interception proposée dans le modèle journalier perd son sens au pas de temps mensuel puisque, à cette échelle de temps, la grande variabilité de la pluie par rapport à l'évapotranspiration n'est pas prise en compte.

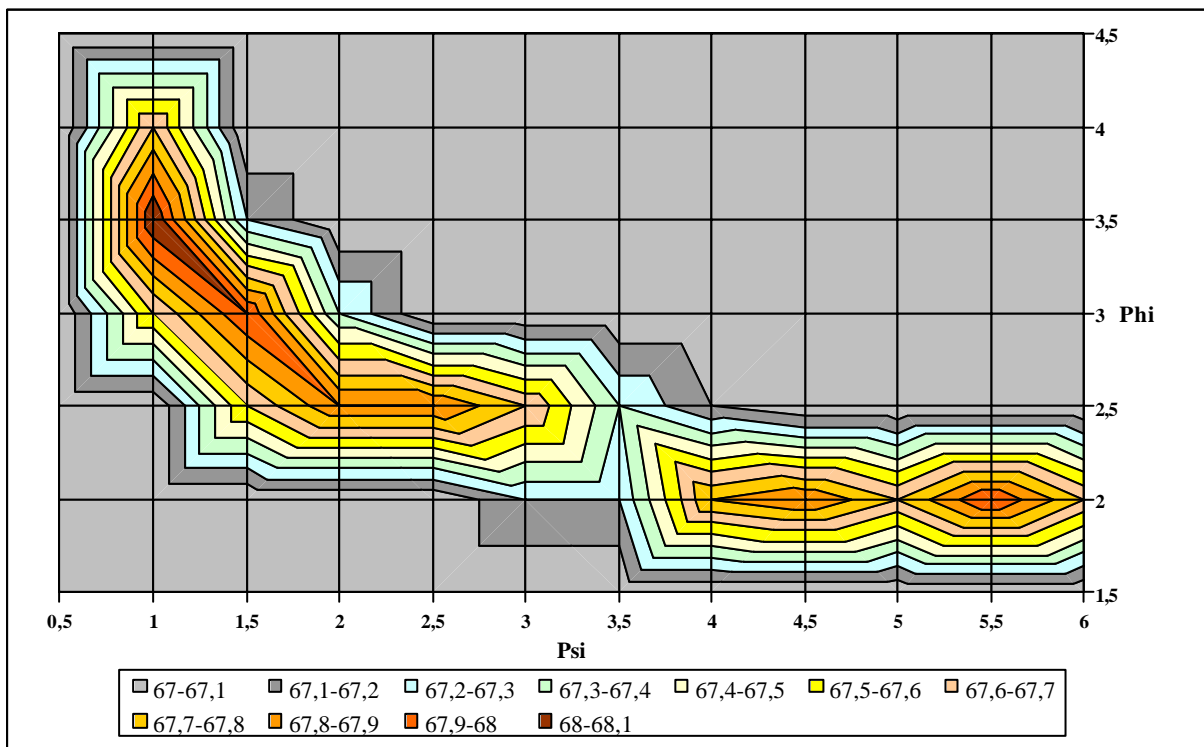
Pour préciser les deux nouvelles fonctions introduites, percolation et échanges souterrains, nous proposons dans ce qui suit de présenter les travaux de recherche des meilleurs couples  $(\psi, \phi)$  et  $(n, p)$  caractérisant ces deux fonctions (équations : (4.82) et (4.66)).

**IV) 4.3.3. (a) Recherche du couple optimal ( $\psi, \phi$ ) de la percolation**

Pour la recherche du couple optimal ( $\psi, \phi$ ) de la fonction de percolation, nous avons adopté donc le modèle présenté dans la Figure 116 mais avec deux modifications :

- La première modification consiste à fixer le couple (n,p) de la fonction d'échanges souterrains à (1,2). Ce choix semble prématuré à cet instant, mais il nous permet surtout d'éviter de faire appel aux méthodes numériques d'intégration. Ceci dit, le paragraphe suivant permet d'argumenter ce choix.
- La deuxième modification consiste à fixer le paramètre X3 de vidange à 50 mm. En fait, il s'agit de la valeur optimale qui n'engendre pas une chute de performance.

Ainsi, les mêmes équations sont utilisées : de (4.79) à (4.87) avec bien sûr les deux modifications signalées ci-dessus. Nous avons fait varier les valeurs de  $\psi$  et  $\phi$  en retenant à chaque fois la valeur de performance correspondante. Les résultats sont résumés dans la Figure 117.

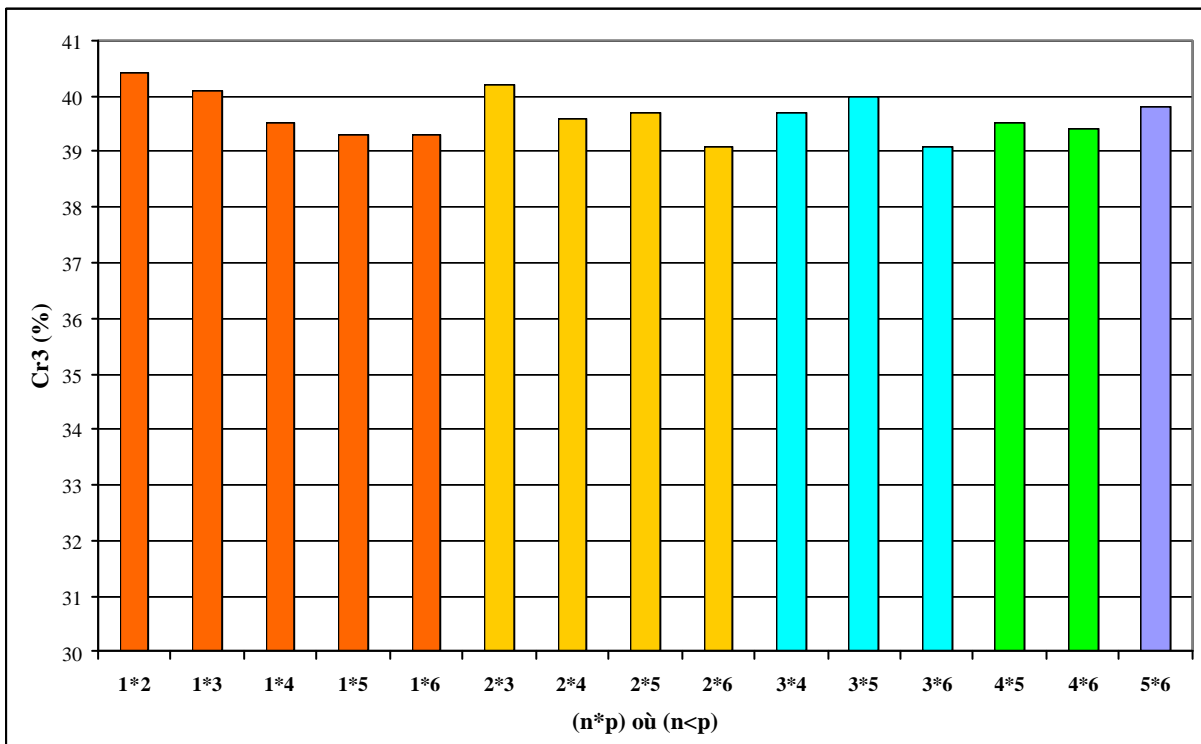


**Figure 117 : effet de la variation du couple ( $\psi, \phi$ ) sur la performance ( $Cr3$ )**

Dans la Figure 117, nous remarquons que tous les niveaux de performance sont représentés dans la plage relative à des valeurs de  $\psi$  entre 0,5 et 3,5. L'optimum atteint, relatif à 68,1% de Cr3, correspond à un couple  $(\psi, \phi)$  de (1 ; 3,5). Ainsi comme pour le pas de temps journalier (Perrin, 2000) la percolation rapporte ses fruits au pas de temps mensuel mais d'importance plus faible. En effet, au pas de temps journalier,  $\psi$  est trouvé égal à 2,25. La percolation agit alors comme une vidange du réservoir 'Sol' de capacité 2,25 fois sa capacité maximale A et d'exposant de vidange de 5. Au pas de temps mensuel, la percolation suit aussi une loi de vidange du réservoir Sol de capacité maximale A et d'exposant de vidange de 3,5.

**IV) 4.3.3. (b) Recherche du couple optimal (n,p) de l'échange souterrain**

Comme pour le cas de la recherche du couple  $(\psi, \phi)$  optimal, nous avons procédé de la même façon pour la recherche du meilleur couple (n,p) relatif à la fonction d'échanges souterrains : nous avons fixé la capacité du réservoir de vidange à 50 mm et les valeurs du couple  $(\psi, \phi)$  à (1,3.5) qui est le couple optimum. Nous avons alors fait varier les valeurs de n et p en satisfaisant l'inégalité  $(n \leq p)$ . Toutefois, nous avons fait appel aux méthodes numériques pour l'intégration de l'équation (4.69) même dans le cas où (n,p) prend les valeurs de (1,2) et l'équation différentielle résultante est intégrable, pour garder toujours les mêmes conditions d'approximation numérique. Les résultats sont résumés dans la Figure 118.



**Figure 118 : Recherche du meilleur couple (n,p) de la fonction d'échanges souterrains**

Le constat déjà signalé au pas de temps journalier concernant la relation entre  $n$  et  $p$  ( $n = p-1$ ) (Perrin, 2000) et retrouvé au pas de temps mensuel. En effet, les meilleures valeurs de  $Cr3$  correspondent à des valeurs de  $n$  et  $p$  où ( $n = p-1$ ) sauf pour le cas où  $n$  est égal à trois. Enfin, le couple  $(n,p)$  qui donne la meilleure valeur de  $Cr3$  est  $(1,2)$ . Ce choix nous permet en plus d'éviter les méthodes numériques d'intégration.

**Remarque (post-soutenance):**

*La Figure 118 présente des valeurs de  $Cr3$  nettement inférieures à celles où on utilise une forme analytiquement intégrable des échanges. Cette chute est causée par un découpage insuffisant du pas de temps de calcul lors de l'approximation numérique. Par ailleurs, des essais ont été effectués faisant varier la finesse de découpage. Les résultats ont montré que globalement, la solution analytiquement intégrable ( $n=1$  et  $p=2$ ) reste vraisemblablement proche de l'optimum, et permet d'éviter les instabilités d'une intégration numérique.*

**IV) 4.3.4. Résultats de la recherche de la version optimale du modèle issu de GR4J**

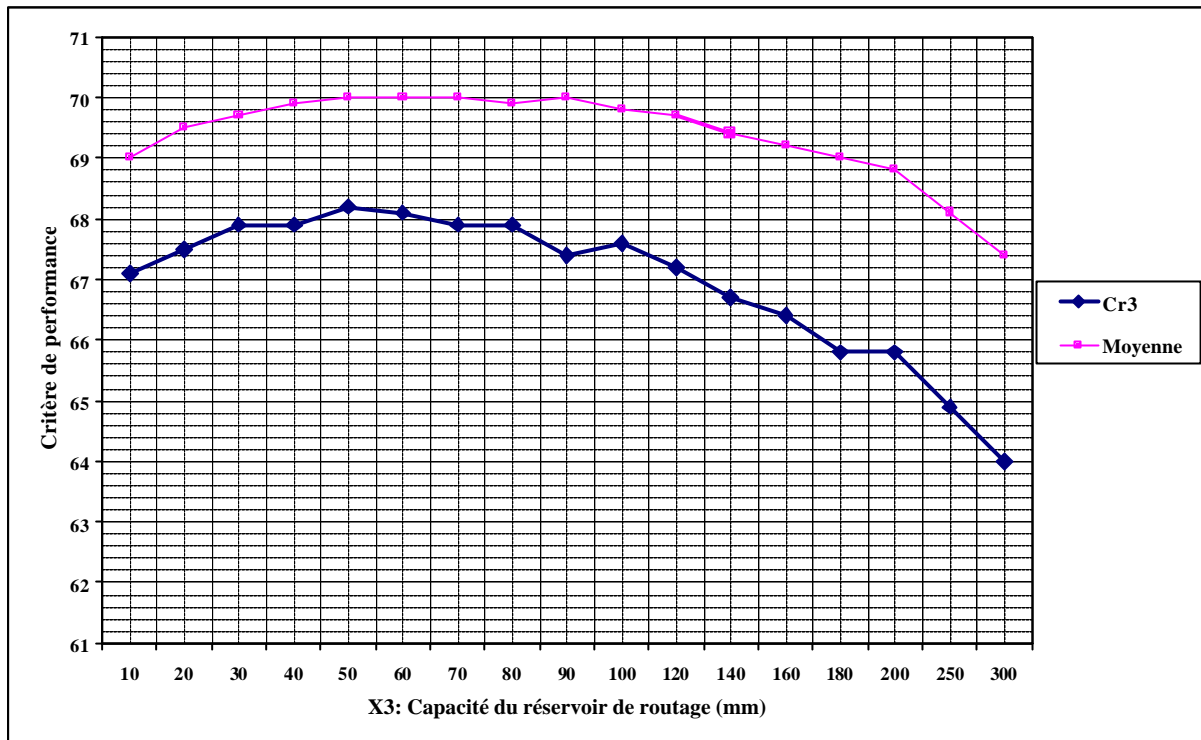
Nous présentons dans ce paragraphe les résultats trouvés suite à l'application de cette nouvelle variante de modèle pluie-débit au pas de temps mensuel. Le meilleur couple de  $(\psi, \phi)$  est  $(1,3.5)$ .

**Tableau 43 : Résultats de l'application de la nouvelle variante issue du pas de temps journalier**

Performances				
	Minimum	Cr3	Moyenne	Max
<b>Nouvelle variante issue de GR4J</b> (Figure 49)	-35,0	68,8	70,7	93,7
<b>Nouvelle variante de GR3M</b> (Figure 105)	-100,4	66,7	68,5	93,9

Le Tableau 43 montre bien la nette amélioration au niveau des critères de performance de la nouvelle variante issue de GR4J par rapport à la nouvelle variante de GR3M (Figure 105). L'adaptation du modèle journalier GR4J au pas de temps mensuel est clairement supérieure.

Dans un souci d'économie de paramètre, nous avons essayé de fixer le paramètre X3 (capacité du réservoir de routage). Nous avons alors fait varier cette valeur pour détecter celle qui conduit au meilleur critère de performance  $Cr3$ . Les résultats apparaissent dans la Figure 119.

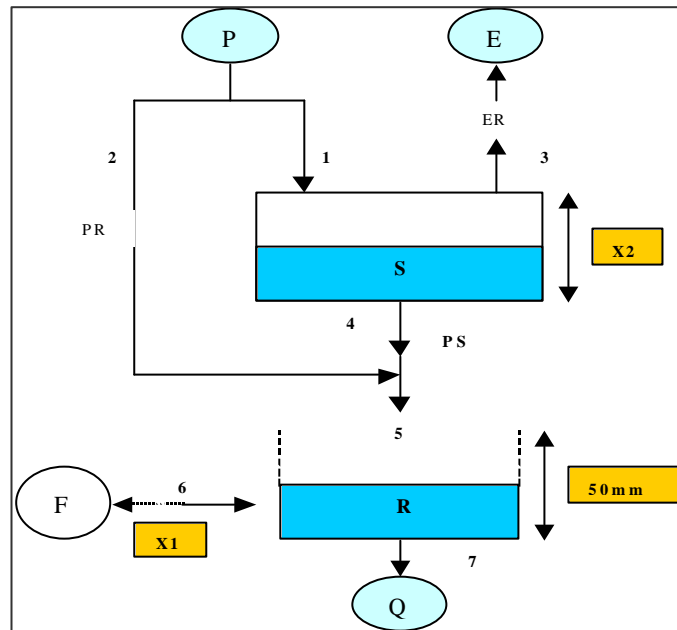


**Figure 119 : Essai d'économie du paramètre X3 (capacité du réservoir de routage)**

Généralement, l'économie du paramètre de routage semble possible. En effet, pour des valeurs comprises entre 30 et 80 mm, le critère de performance ne chute que d'une valeur bien inférieure à 1%. Nous pouvons donc fixer ce paramètre à 50 mm, proche de la moyenne géométrique de 30 et 80, valeur pour laquelle le critère Cr3 est égal 68.2% et la moyenne est de 70%. Fixer donc le paramètre de routage à une valeur de 50 mm n'engendre pas une chute de performance, ce qui montre encore une fois que la robustesse d'un modèle global pluie-débit au pas de temps mensuel varie en sens inverse de la complexité de son architecture (nombre de paramètres libres) : deux paramètres libres au pas de temps mensuel donne la même performance que les trois paramètres libres du modèle GR3M.

## IV) 4.4. Version finale du modèle mensuel

La conclusion des ces aller-retours entre le pas de temps mensuel et les pas de temps journalier et annuel est que la continuité avec le pas de temps journalier s'est révélée la plus efficace. Nous sommes arrivés à retenir un modèle pluie-débit, conceptuel global au pas de temps mensuel, ne comprenant que deux paramètres, que nous nommerons dorénavant GR2M. Son architecture est représentée dans la Figure 120.



**Figure 120 : Architecture de la nouvelle variante proposée GR2M (la numérotation correspond à l'ordre des opérations)**

Ce modèle est caractérisé par deux fonctions :

- Une fonction de production qui s'articule autour d'un réservoir 'Sol' de capacité maximale  $X_2$ , paramètre à caler. Cette version ne présente ni phase d'interception partielle comme pour le cas du modèle GR3M, ou comme pour le modèle GR4J. Une percolation du réservoir Sol vers le transfert est assurée par une fonction dépendant de l'état du stock 'S', l'exposant est de 1,5 et la capacité correspondante est de 3.5 fois la valeur de  $X_2$
- Une fonction de transfert représentée par un réservoir à vidange quadratique de capacité fixée à 50 mm. Ce réservoir est modifié par un échange souterrain, dont le coefficient ( $X_1$ ) est le deuxième paramètre à optimiser.

Les calculs se présentent comme suit

Posant  $W = \tanh\left(\frac{P}{X2}\right)$ , le niveau  $S_{m-1}$  devient  $S^*$  sous l'action de P (opération (1) de la Figure 120)

$$S^* = \frac{S_{m-1} + X_2 W}{1 + \frac{S_{m-1} W}{X_2}} \quad (4.88)$$

Il s'ensuit une contribution à l'écoulement PR (opération (2) de la Figure 120) donnée par :

$$PR = S_{m-1} + P - S^* \quad (4.89)$$

Posant  $V = \tanh\left(\frac{E}{X2}\right)$ , le niveau  $S^*$  devient  $S^{**}$  sous l'action de E (opération (3) de la Figure 120) :

$$S^{**} = \frac{S^* (1 - V)}{1 + V \left(1 - \frac{S^*}{X_2}\right)} \quad (4.90)$$

Par percolation  $S^{**}$  devient  $S_m$  à la fin du mois m (opération (4) de la Figure 120) :

$$S_m = \frac{S^{**}}{\left[1 + \left(\frac{S^{**}}{X_2}\right)^{2.5}\right]^{0.4}} \quad (4.91)$$

$$PS = S^{**} - S_m \quad (4.92)$$

Le réservoir R, dont le niveau en début du mois est  $R_{m-1}$  devient  $R^*$  (opération (5) de la Figure 120)

$$R^* = R_{m-1} + PR + PS \quad (4.93)$$

Sous l'effet de la vidange propre et des échanges souterrains  $R^*$  devient  $R_m$  donné par :

$$R_m = \frac{R^*}{X1 + \frac{R^*}{50}} \quad (4.94)$$

L'échange, F (opération (6) de la Figure 120), qui agit sur le réservoir R est donné par :

$$F = 50(1 - X1) \text{Ln} \left(1 + \frac{R^*}{50X1}\right) \quad (4.95)$$

La lame d'eau écoulée au cours du mois 'm' est alors Q (opération (7) de la Figure 120) :

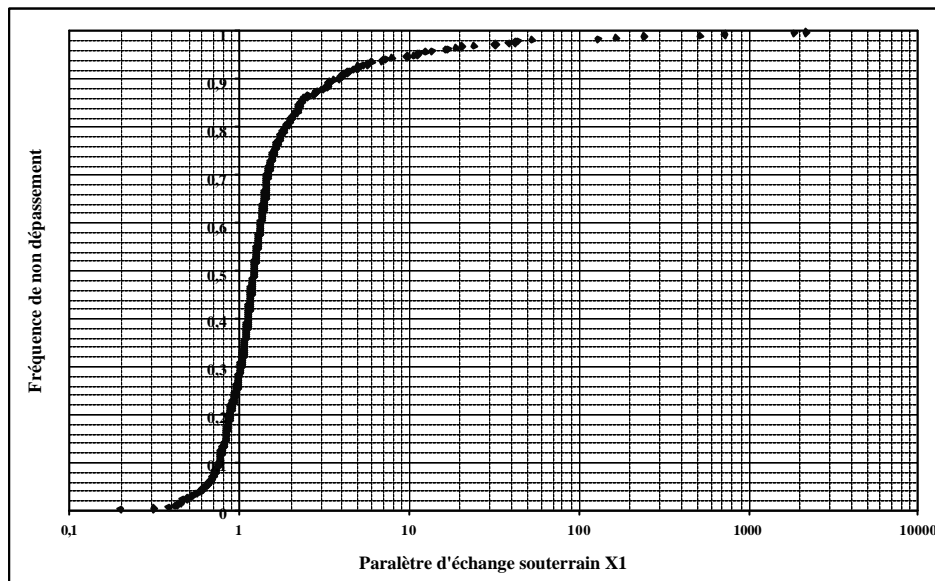
$$Q = R^* + F - R_m \quad (4.96)$$



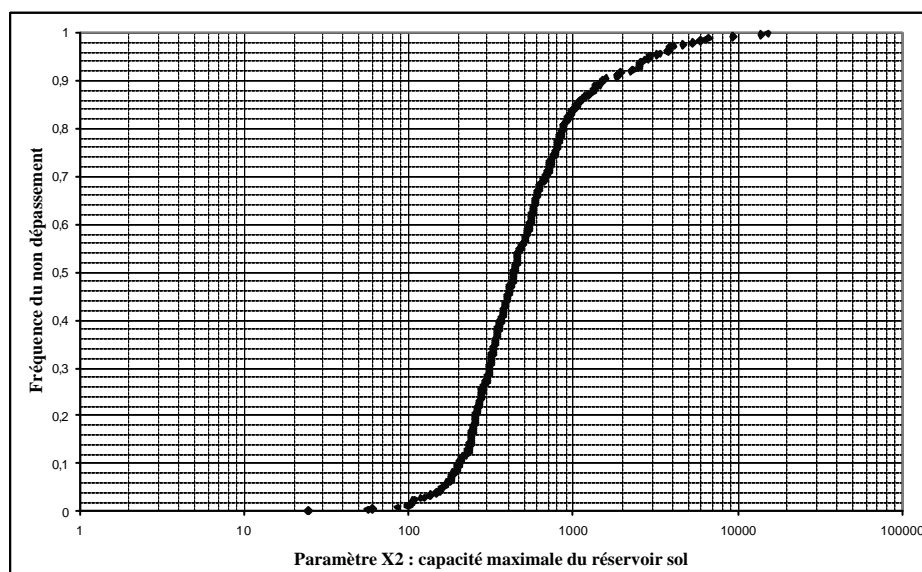
Pour les 429 bassins versants, les valeurs des deux paramètres X1 et X2 ainsi que le Nash ont comme valeurs caractéristiques de leurs distributions :

**Tableau 44 : Caractéristiques du modèles GR2M issu du pas de temps journalier**

GR2M	Moyenne	Ecart type	Quantile					
			5%	20%	30%	50%	80%	95%
<b>X2(mm)</b>	847	1457	162	256	311	441	871	2899
<b>X1</b>	15,85	145,47	0,64	0,88	1,02	1,22	1,86	10,33
<b>Nash</b>	70,0	22,1	18,1	60,8	68,2	76,3	86,1	90,0

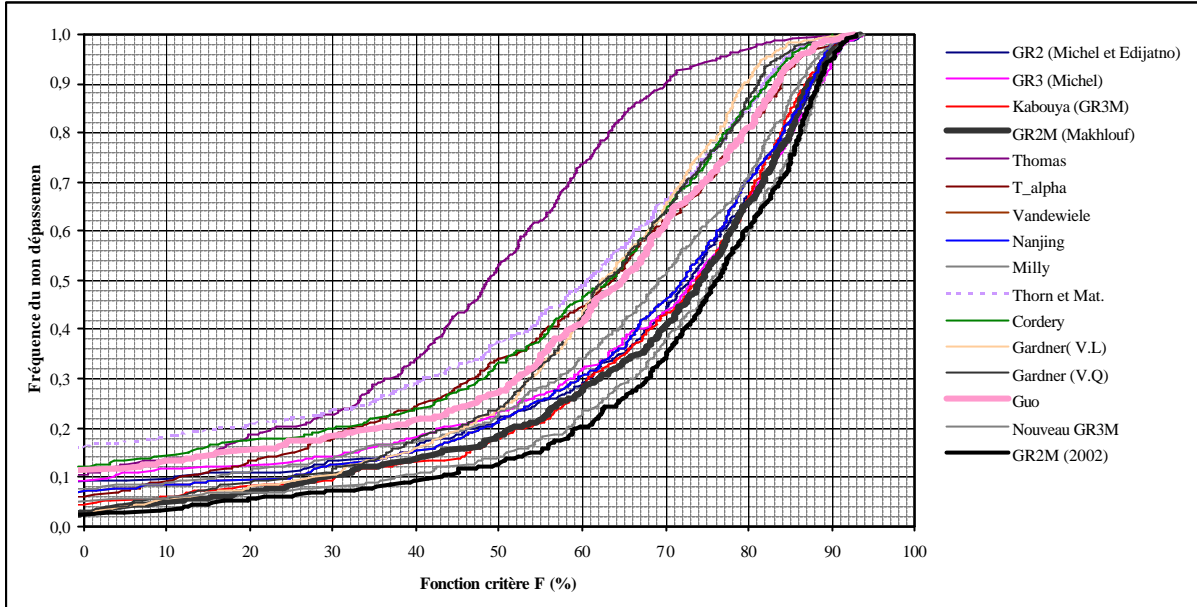


**Figure 121 : Distribution du paramètre d'échange souterrain X1**



**Figure 122 : Distribution du paramètre X2 (capacité maximale du réservoir sol en mm)**

Nous présentons la Figure 123 les distributions des critères de Nash de tous les modèles qui ont servi à cette étude comparative, notamment du modèle GR2M (Makhlouf, 1994), et de la nouvelle version GR2M (2002).



***Figure 123 : Distribution des critères de Nash de tous les modèles utilisés pour la modélisation pluie-débit au pas de temps mensuel***

Le gain de 6 points pour le quantile 0.3 par rapport au modèle GR2M de Makhlouf (1994), est très important car il est supérieur à ce que l'on peut généralement attendre de l'introduction fructueuse d'un paramètre supplémentaire. De plus le gain a été obtenu en gardant l'extrême parcimonie du modèle (seulement deux paramètres).

## IV) 5. Conclusion sur le pas de temps mensuel

Le travail sur la modélisation pluie-débit, conceptuelle globale, au pas de temps mensuel a été abordé de trois façons. La première a consisté à faire le point sur les modèles existants au début de la thèse et à les comparer sur l'échantillon de données des 429 bassins versants. Nous avons alors choisi celui qui paraissait le plus performant. Il s'agit d'un modèle à trois paramètres (GR3M) très proche de celui de Makhoulf (1994) : un paramètre représente la capacité maximale du réservoir 'Sol', un paramètre est lié au réservoir de vidange et le troisième paramètre affecte l'évapotranspiration.

Nous avons ensuite essayé d'adapter les modèles pluie-débit du pas de temps annuel au pas de temps mensuel. En testant plus de 150 combinaisons de modèles élémentaires, nous avons redécouvert à nouveau le modèle GR3M de (Kabouya-Makhoulf) avec une légère modification au niveau de l'ordre des phases de la transformation pluie-débit.

Dans une troisième étape, nous avons essayé d'adapter le nouveau modèle journalier GR4J (Perrin, 2000) au pas de temps mensuel. Cette adaptation s'est révélée plus fructueuse que les deux précédentes et nous l'avons adoptée comme modèle mensuel définitif GR2M (2002). C'est un modèle à deux paramètres seulement : le premier est le coefficient d'échange souterrain et le deuxième est la capacité maximale du réservoir 'Sol'. Le paramètre de vidange quadratique a été fixé à 50 mm. L'échange souterrain a remplacé avantageusement la phase d'interception partielle présente dans le modèle de Makhoulf modifié et assurée par une fonction issue de notre analyse du pas de temps pluriannuel. Ainsi, le paramètre d'échange a remplacé le paramètre qui était censé corriger l'évapotranspiration dans le modèle de Makhoulf modifié et qui posait problème sur le plan conceptuel du fait de sa trop large gamme de variation.

**Partie (V) Vue d'ensemble sur la modélisation aux différents pas de temps**

## V) 1. Récapitulatif sur les différents modèles

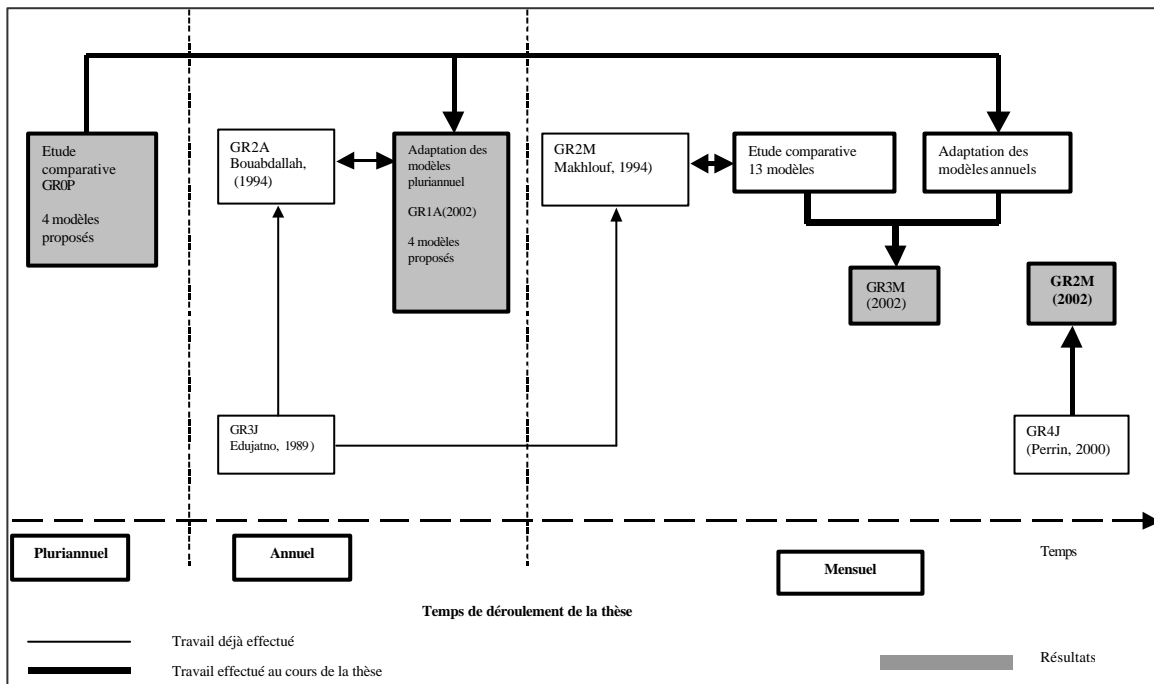
Nous proposons dans cette dernière partie de suivre l'évolution de la morphologie des modèles pluie-débit, sur le plan conceptuel, en passant d'un pas de temps au suivant en prenant en compte les pas de temps suivants : journalier, mensuel, annuel et pluriannuel. Toutefois, le modèle au pas de temps journalier n'est pas remis en cause dans le cadre de cette thèse. Le but est de proposer des modèles qui présentent une certaine cohérence en passant d'une échelle de temps à une autre. Il ne s'agit guère de forcer cette cohérence a priori, mais plutôt de la détecter, si elle existe, et l'utiliser comme critère de choix final si des modèles en concurrence présentent des performances très proches. Afin d'avoir une vue d'ensemble nous allons résumer les résultats acquis tout au long de ce travail de recherche (voir Figure 124).

Après avoir déterminé la plate-forme de comparaison (objet de la première partie), nous avons entamé le travail de modélisation pluie-débit. Le choix de la première échelle de temps à traiter s'est porté sur le pas de temps pluriannuel vue la simplicité que présentent les modèles pluie-débit à ce pas de temps. Nous avons alors constaté qu'à cette échelle de temps, les modèles pluie-débit ont des efficacités quasi-identiques. Ils se présentent généralement comme des expressions estimant le débit  $Q$  en fonction de la pluie  $P$  et de l'évapotranspiration  $E$ , le tout en millimètres par an. Nous avons essayé alors d'améliorer la performance de ces modèles par l'introduction d'un paramètre fixe, lié à l'évapotranspiration et l'utilisation d'un indice de répartition de la pluie nommé  $I_{RP}$ . Nous avons ainsi proposé quatre modèles pluie-débit au pas de temps pluriannuel de performances très proches, inspirés des modèles de Turc, Tixeront, Ol'dekop et 'en S'.

Ensuite, nous sommes passés au pas de temps annuel. Bien que nombreux sont les auteurs qui font tourner des modèles pluriannuels avec des données annuelles, nous avons essayé de chercher à construire des modèles pluie-débit propres à cette échelle de temps. Le point de départ était le modèle GR1A (Bouabdallah, 1997). Il s'agit d'un modèle, assez sophistiqué (à deux réservoirs), deux fois dérivé de l'échelle de temps journalière (modèle GR3J, Edijatno, 1989). Cependant ce modèle a été tout de suite surclassé par les modèles issus du pas de temps pluriannuel appliqués directement au pas de temps annuel. Nous avons alors choisi de rebrousser chemin en essayant plutôt d'adapter les modèles issus du pas de temps pluriannuel au pas de temps annuel. Nous avons alors réussi à proposer quatre modèles, également de performances très proches. Il s'agit des modèles inspirés de Turc, Tixeront, Ol'dekop et 'en S', à un seul paramètre  $a$ , avec une seule mémoire sur les entrées qui ne prend en considération que l'effet de la pluie de l'année précédente. Cette mémoire est caractérisée par un coefficient fixe  $a$  dit coefficient de mémorisation et le paramètre  $a$  est nommé coefficient d'échelle du rapport P/E qui semblait être un paramètre correctif de l'évapotranspiration potentielle (E).

Après, nous avons consacré la quatrième partie à la modélisation pluie-débit au pas de temps mensuel. Nous avons d'abord comparé 13 modèles tirés de la littérature hydrologique, entre autres le modèle GR2M (Makhlouf, 1994) qui est un modèle pluie-débit à deux paramètres, dérivé d'une première version du modèle GR3J au pas de temps journalier (Edijatno, 1989) et largement repris par d'autres études hydrologiques. Le modèle qui paraissait le plus performant suite à cette étude est un modèle à trois paramètres et deux réservoirs, très proche de GR2M (Makhlouf, 1994) nommé GR3M (2002). Le premier paramètre est un paramètre C qualifié aussi de paramètre correctif de l'évapotranspiration potentielle (comme pour le cas du pas de temps annuel), le deuxième paramètre A est la capacité maximale du réservoir sol et le troisième est la capacité du réservoir de vidange. Au niveau de la fonction de production, ce modèle comporte une formulation mathématique permettant de calculer l'évapotranspiration réelle, qui est très proche de celle de Turc. Alors, nous avons essayé d'adapter les modèles annuels au pas de temps mensuel en introduisant progressivement des fonctions mémoires (ex : réservoir sol, réservoir de vidange, hydrogramme unitaire,...). Ainsi, nous avons pu tester plus de 150 modèles dérivés. Ce test nous a conduit à reconstruire le modèle GR3M.

Puisque ce modèle GR3M est très proche de GR2M, lui même dérivé de l'ancien modèle GR3J (Edijatno, 1989), nous avons essayé de tirer profit des récents progrès de la modélisation pluie-débit au pas de temps journalier. En effet, Perrin (2000) a proposé un modèle GR4J suite à une étude comparative entre 38 modèles. Nous avons alors essayé d'adapter ce modèle au pas de temps mensuel. Le résultat est un modèle avec seulement deux paramètres libres et deux réservoirs, encore plus performant que GR2M (Makhlouf, 1994) et GR3M (2002), pour lequel nous avons conservé le même nom générique GR2M (2002). Le premier paramètre est un coefficient d'échange et le deuxième paramètre, A, est la capacité maximale du réservoir sol. Le paramètre lié au réservoir de vidange est fixé à 50 mm.



**Figure 124 : Récapitulatif du déroulement de la thèse**

Comme nous le voyons, en plus du traitement séparé de chaque pas de temps, différents aller-retours ont été effectués entre les pas de temps. Deux remarques sont à faire : la première est qu'il nous semblait difficile de choisir un modèle pour chaque pas de temps, (surtout pour les pas de temps pluriannuel et annuel) si l'on se réfère seulement aux critères de performance ; la deuxième est qu'une rupture apparaît entre deux chemins de modélisation, celui qui va de GR4J à GR2M et celui qui va de GR0P à GR1A. Nous proposons alors de mettre comme autre critère de sélection la cohérence entre pas de temps d'une part et d'essayer de résoudre le problème posé par cette rupture, d'autre part. C'est l'objet du chapitre suivant.

## V) 2. Recherche d'une certaine continuité sur les différents pas de temps

### V) 2.1. Du pas de temps pluriannuel vers le pas de temps mensuel

Nous proposons de commencer par juxtaposer ici les résultats déjà trouvés lors du traitement de chaque pas de temps (Tableau 18, Figure 71 et Figure 105).

**Tableau 18 : Modèle pluie-débit proposés au pas de temps pluriannuel**

Modèles	Formulation	Fmg
Turc d'ordre 4 : Turc <sup>(4)</sup>	$Q = P \left[ 1 - \frac{1}{\left( 1 + \left( \frac{I_{RP} + 1}{2,1} \frac{P}{E} \right)^4 \right)^{\sqrt[4]{4}}} \right]$	0,683
Tixeront d'ordre 4 : Tixeront <sup>(4)</sup>	$Q = \left( P^4 + \left( \frac{2,1}{I_{RP} + 1} E \right)^4 \right)^{\sqrt[4]{4}} - \frac{2,1}{I_{RP} + 1} E$	0,682
'EnS' d'ordre 4 : 'En S <sup>(4)</sup> '	$Q = \frac{P}{\sum_{i=0}^4 \left( \frac{3}{I_{RP} + 1} \frac{E}{P} \right)^i}$	0,681
Ol'dékop	$y = 1 - \frac{2,2}{I_{RP} + 1} \frac{E}{P} \tanh \left( \frac{I_{RP} + 1}{2,2} \frac{P}{E} \right)$	0,678



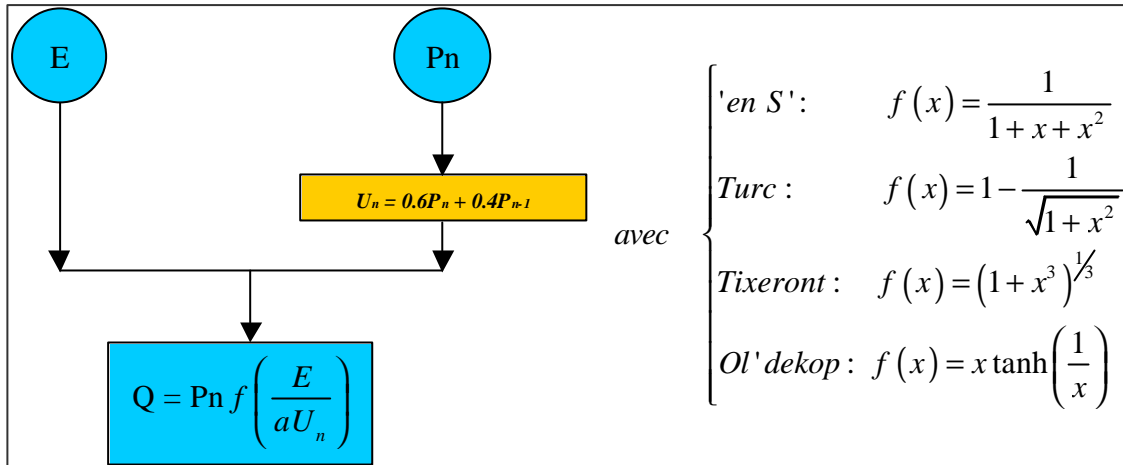


Figure 71 : Modèles proposés au pas de temps annuel

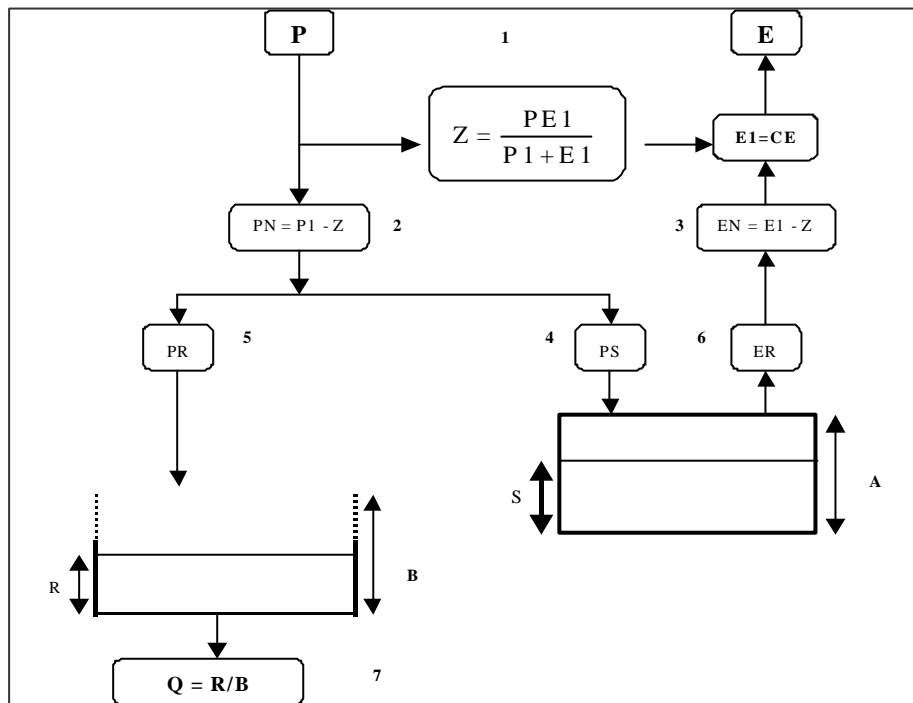


Figure 105 : Architecture du nouveau GR3M issu du pas de temps annuel

Comme le montrent ces résultats, deux points sont communs pour tous les modèles proposés pour chaque pas de temps. Le premier point est que la formulation de Turc apparaît au niveau de la fonction de production à tous les pas de temps. Ce qui la différencie d'une échelle de temps à l'autre, c'est l'exposant (noté ?) de la forme généralisée de Turc. Il est égal à 4 pour le pas de temps pluriannuel, 2 au pas de temps annuel et 1 au pas de temps mensuel.

Le deuxième point en commun est l'existence d'un coefficient lié à l'évapotranspiration potentielle E, qualifié de correctif de celle-ci. Il est égal à la valeur de  $(2,1/I_{RP})$  au pas de temps pluriannuel, il est l'unique paramètre ( $a$ ) au pas de temps annuel et le paramètre  $C$  au pas de temps mensuel.

Rappelons aussi qu'il nous paraissait très contraignant de choisir l'un des modèles proposés aux pas de temps pluriannuel et annuel voire aussi mensuel (où la forme de Tixeront pourrait remplacer la forme de Turc au niveau de l'interception Z du modèle GR3), vu que leurs performances sont très proches. Nous pouvons alors choisir celle qui sera présente dans les trois échelles de temps par souci de cohérence. Le choix a été porté sur la formulation de Turc généralisée d'ordre 2. Il s'agit à la fois d'une formulation simple et assez connue dans la communauté hydrologique.

Toutefois, lors du traitement du pas de temps mensuel, nous avons aussi proposé un modèle encore plus simple que GR2M (2002), dérivé du pas de temps journalier dont nous proposons de reprendre les caractéristiques déjà mentionnées dans le Tableau 43.

**Tableau 43 : Résultats de l'application de la nouvelle variante issue du pas de temps journalier**

Performances				
	Minimum	Cr3	Moyenne	Max
Nouvelle variante GR2M (2002) issue de GR4J (Figure 49)	-35,0	68,8	70,7	93,7
Nouvelle variante de G3RM (Figure 105)	-100,4	66,7	68,5	93,9

Comme nous le montre le Tableau 43, il nous paraît invraisemblable de choisir comme modèle pluie-débit au pas de temps mensuel GR3M en écartant GR2M (2002). En effet ce dernier paraît plus performant et moins complexe (seulement à deux paramètres). Nous proposons alors de garder la formulation de Turc généralisée pour le pas de temps pluriannuel et annuel et le modèle GR2M (2002) au pas de temps mensuel. Dans la Figure 125, nous regroupons les architectures des modèles GR0P et GR1A relatifs aux pas de temps pluriannuel et annuel. Afin de visualiser la faible cohérence entre les pas de temps pluriannuel et annuel d'une part et le pas de temps mensuel d'autre part, nous reprenons aussi la Figure 120.

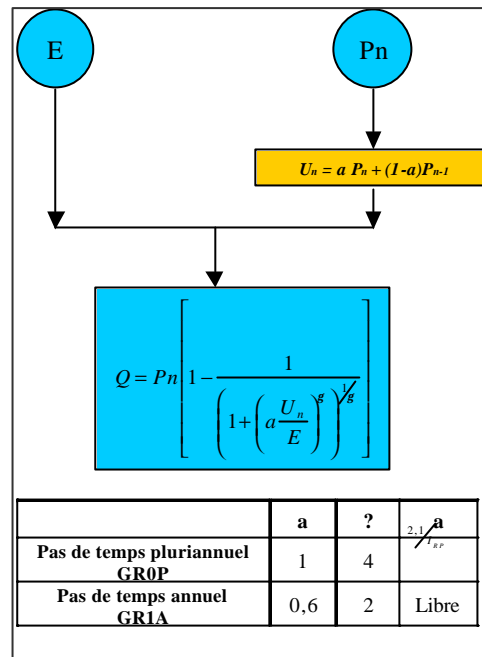


Figure 125 : architecture des modèles GROP et GR1A

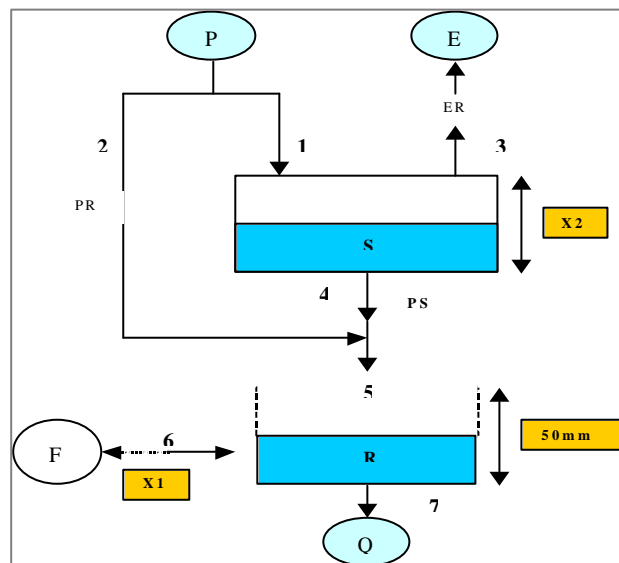


Figure 120 : Architecture de la nouvelle variante proposée GR2M (la numérotation correspond à l'ordre des opérations)

Comme le montrent ces deux figures, les modèles aux pas de temps pluriannuel et annuel sont très proches. D'autre part les modèles journalier et mensuel GR4J (Perrin, 2000) et GR2M (2002), sont également très proches mais beaucoup plus sophistiqués par rapport aux modèles GROP et GR1A. Ceci dit, nous pouvons détecter aussi une sorte de cohérence entre ces différents pas de temps. Il s'agit du paramètre lié à l'évapotranspiration pour les modèles annuel et pluriannuel et le paramètre d'échange pour le cas du modèle mensuel.

Rappelons qu'au pas de temps annuel et pluriannuel, nous avons toujours qualifié ce paramètre de correctif de l'évapotranspiration. Cependant, il nous paraissait relativement abusif de le qualifier ainsi car ce coefficient pouvait prendre des valeurs relativement faibles ou fortes. Ce constat a été aussi signalé au niveau du modèle GR3M. Quant au modèle GR2M, ce coefficient 'correctif' a disparu et le coefficient d'échange souterrain l'a remplacé. Si nous gardons ces modèles tels qu'ils sont présentés, le coefficient qualifié de 'correctif' au pas de temps pluriannuel et annuel ne peut plus être perçu comme correctif. Nous pouvons le présenter comme contrôlant un échange dont la valeur évolue comme l'évapotranspiration. Ainsi pour tous les pas de temps traités (du journalier jusqu'au pluriannuel), le bassin versant n'est plus considéré comme un système fermé à la base mais plutôt comme un système ouvert où d'autres apports ou pertes autres que la pluie et l'évapotranspiration existent à travers la limite inférieure (souterraine).

Nous pouvons à ce stade nous contenter des modèles déjà proposés, mais une autre piste de recherche nous paraît intéressante. Il s'agit de prendre comme point de départ le modèle GR2M (2002), et de l'adapter aux pas de temps annuel et pluriannuel. C'est l'objet du paragraphe suivant.

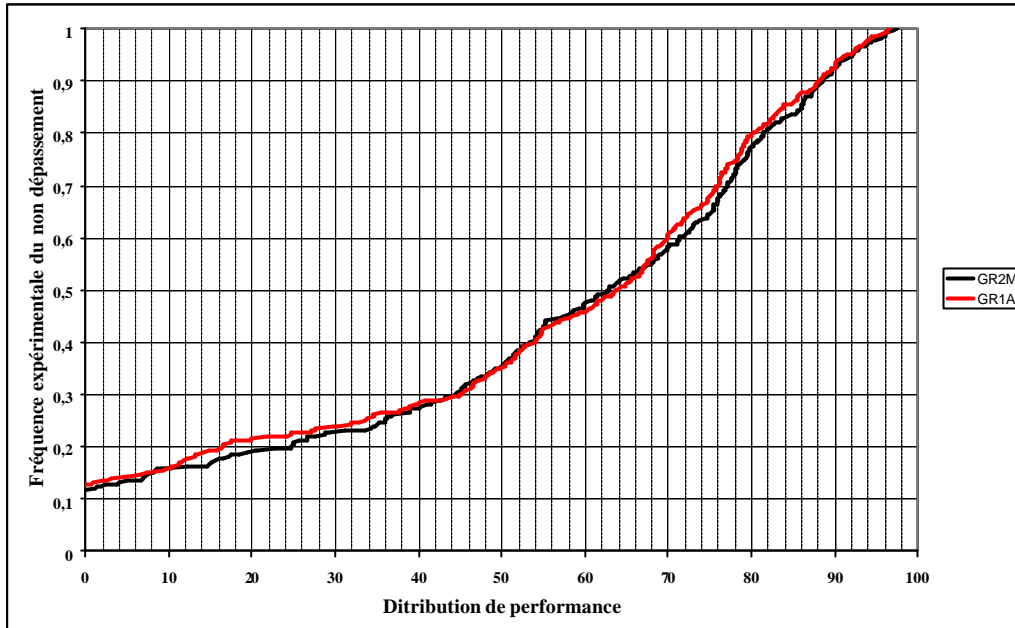
## V) 2.2. Du pas de temps mensuel [GR2M (2002)] vers le pas de temps pluriannuel

### V) 2.2.1. Adaptation du pas de temps mensuel GR2M (2002) au pas de temps annuel

Nous commençons tout d'abord par faire tourner le modèle GR2M (2002) au pas de temps annuel. L'architecture de ce modèle est déjà présentée dans la Figure 120. Le calcul du débit se fera avec les mêmes équations, de (4.88) à (4.96). Les résultats sont donnés dans le Tableau 45 et la Figure 126 où GR1A est le modèle proposé au pas de temps annuel inspiré de celui de Turc (Figure 120).

**Tableau 45 : Résultats de l'application de GR2M(2002) au pas temps annuel**

	Cr3	Moyenne des Nash	Max	Min
<b>GR2M, appliqué au pas de temps annuel</b>	44,4	45,6	97,5	-841
<b>GR1A (inspiré du modèle de Turc)</b>	45,0	41,4	96,6	-1308



**Figure 126 : Distribution de la performance des modèles GR1A (inspiré de Turc) et GR2M appliqué au pas de temps annuel**

Rappelons que pour le modèle GR2M (2002), la capacité du réservoir de routage a été fixée à 50 mm. Il s'agit aussi de la valeur optimale qui donne le meilleur critère de performance au pas de temps annuel. De plus, la valeur optimale, qui donne la meilleure performance, de l'exposant de la percolation  $f$  (voir paragraphe IV) 4.3.2 de la page 231) a été aussi trouvée, comme pour le cas du pas de temps mensuel, égale à 3,5. Nous avons aussi essayé, sans réussite, d'économiser un paramètre en fixant soit le coefficient d'échange, soit la capacité maximale du réservoir de sol. D'autres architectures, inspirées de GR2M (2002), ont été aussi testées dans le but d'une éventuelle simplification au pas de temps annuel sans résultats notables. (Annexe 9)

Ainsi, nous n'avons pas réussi à simplifier l'architecture du modèle GR2M (2002) au pas de temps annuel. Il s'agit alors du même modèle au pas temps mensuel appliqué à des données au pas de temps annuel. Nous proposons juste de changer la notation relative au pas de temps en l'appelant GR2A.

Entre GR2A et GR1A (inspiré du modèle de Turc), nous ne pouvons que retenir ce dernier vu sa simplicité d'une part (1 seul paramètre) et les performances très proches (voir Figure 126). En effet, le gain de 4% au niveau de la moyenne des Nash (Tableau 45) provient surtout des valeurs négatives. En effet nous avons calculé la moyenne des performance pour chaque modèle en ne prenant en compte que les valeurs positives. Nous avons trouvé alors une moyenne de 62,4% pour le modèle GR2A et 62% pour GR1A, soit une différence seulement de 0,4% qui reste non significative sur le plan opérationnel.

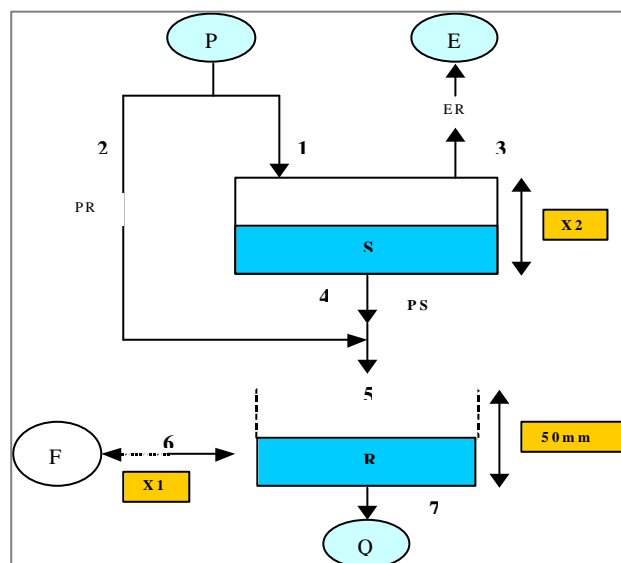
### V) 2.2.2. Adaptation du modèle GR2A au pas de temps pluriannuel

Bien qu'il semble inutile d'adapter le modèle GR2A (même architecture du modèle mensuel GR2M) au pas de temps pluriannuel, nous proposons dans ce paragraphe un essai dans ce sens. Le but est d'aller jusqu'au bout de la logique adoptée dans cette partie : partir du modèle GR4J (Perrin, 2000) pour arriver jusqu'au pas de temps pluriannuel.

Rappelons qu'au pas de temps pluriannuel, contrairement aux pas de temps annuel et mensuel, les données ne sont pas chronologiques. En effet, chaque bassin est représenté par une seule valeur pluriannuelle de chaque entrée et sortie: la pluie (P), l'évapotranspiration (E) et le débit (Q). Le protocole de modélisation est donc celui déjà présenté dans la deuxième partie.

#### V) 2.2.2. (a) Quel concept pouvons nous retenir du modèle GR2A ?

Nous proposons de reprendre la Figure 120 représentant l'architecture du modèle GR2M (et GR2A) afin de pouvoir retenir les concepts qui semblent applicables au pas de temps pluriannuel.



**Figure 120 : Architecture de la nouvelle variante proposée GR2M (la numérotation correspond à l'ordre des opérations)**

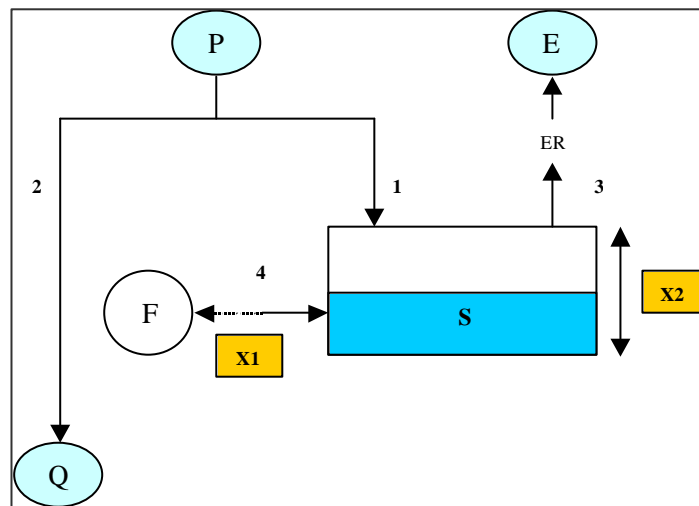
Puisque les données au pas de temps pluriannuel ne sont pas chronologiques au pas de temps pluriannuel, la notion de la fonction de transfert perd son sens. Nous pouvons alors écarter le concept 'réservoir de routage'.

La percolation est censée représenter de l'eau issue du réservoir sol pour alimenter le réservoir de routage. Or, si l'on élimine ce réservoir de vidange, la percolation pourra éventuellement représenter une perte. Nous pouvons alors ignorer la percolation au pas de temps pluriannuel en gardant seulement les échanges souterrains pour jouer ce rôle.

Cependant, dans le modèle GR2M (et GR2A), les échanges souterrains sont liés au réservoir de routage. Puisque nous avons choisi d'écarter ce dernier, nous proposons alors de lier cet échange souterrain au réservoir sol.

V) 2.2.2. (b) **Proposition d'un modèle pluie-débit au pas de temps pluriannuel, inspiré du modèle GR2M (2002)**

Suite aux réflexions du paragraphe précédent, nous proposons de tester une architecture de modèle pluie-débit au pas de temps pluriannuel, inspirée du modèle GR2M (GR2A), présentant seulement une fonction de production représentée par un réservoir sol lié à ne fonction d'échange souterrain.



**Figure 127 : Architecture du modèle pluriannuel dérivé de GR2M (2002)**

Il s'agit d'un modèle pluie-débit à deux paramètres :

- ✓  $X1$  : paramètre d'échange souterrain
- ✓  $X2$  : capacité maximale du réservoir Sol

Les fonctions mathématiques descriptives du fonctionnement du réservoir sol sont les mêmes que celles présentées dans le modèle GR2M (2002). C'est la formulation de la fonction d'échange souterrain que nous proposons de changer. En effet, cette fonction d'échange souterrain agit proportionnellement au stock du réservoir sol comme suit:

1. S'il s'agit d'un apport ( $X1 < 1$ ), l'échange est proportionnel à la quantité ( $X2 - S$ ) :

$$\begin{cases} X1 < 1 \\ F = X1(X2 - S) \end{cases} \quad (5.1)$$

2. S'il s'agit d'une perte ( $X1 \geq 1$ ) elle sera proportionnelle à la quantité S

$$\begin{cases} X1 \geq 1 \\ F = S \left( 1 - \frac{1}{X1} \right) \end{cases} \quad (5.2)$$

Les calculs se présentent alors comme suit :

Si l'on pose  $W = \tanh\left(\frac{P}{X2}\right)$  et  $V = \tanh\left(\frac{E}{X2}\right)$ , sous l'effet de la pluie P, le stock S devient

S' :

$$S' = \frac{S + WX2}{1 + W \cdot \frac{S}{X2}} \quad (5.3)$$

Le débit Q sera déduit par :

$$Q = P + S' - S \quad (5.4)$$

Sous l'effet de l'évapotranspiration E, le nouveau stock sera S'' :

$$S'' = S' \frac{1 - V}{1 + V \left( 1 - \frac{S'}{X2} \right)} \quad (5.5)$$

L'échange souterrain agit de sa part sur le niveau S'' :

Si  $X1 < 1$  :

$$S''' = S'' + X1(X2 - S'') \quad (5.6)$$

Si  $X1 \geq 1$  :

$$S''' = \frac{S''}{X1} \quad (5.7)$$

Comme nous le voyons, le débit Q est conditionné par le stock S qui est soumis à l'action de la pluie P, de l'évapotranspiration potentielle E et de l'échange souterrain. Cependant, au pas de temps pluriannuel, la variation du stock S doit être négligeable devant la pluie et l'évapotranspiration. Il faudra alors trouver le niveau initial S du réservoir sol qui soit égal au niveau final S''''.



Plutôt que de résoudre l'équation implicite qui en résulte nous préférons obtenir S par établissement progressif du régime permanent. Rappelons que cette méthode a été utilisée pour la recherche du niveau initial du stock S aux pas de temps annuel et mensuel (paragraphe (III) 4.4.2. (a) Figure 57 et Figure 58). Nous faisons alors tourner le système (modèle présenté dans la Figure 127) pendant 20 ans de régime permanent jusqu'à stabilisation du niveau initial S. Le débit considéré et celui relatif à la 20<sup>ème</sup> année.

V) 2.2.2. (c) **Résultats de l'application du modèle pluriannuel dérivé de GR2M**

Le modèle pluriannuel proposé est à deux paramètres. Puisque nous ne pouvons pas avoir deux paramètres libres à cette échelle de temps, nous proposons alors de les fixer à leurs valeurs moyennes trouvées après calage sur la totalité de l'échantillon de données. Les résultats sont mentionnés dans Tableau 46 où les cellules en fond gris représentent la valeur moyenne du paramètre fixé.

Tableau 46 : Résultats de l'application du modèles pluriannuel dérivé de GR2M (2002)

	Fmg	Paramètres	
		X1 échange souterrain	X2 capacité maximale du réservoir sol
GR2P, Dérivé de GR2M	65,2	0,90	1568
GR0P Dérivé de GR2M avec paramètres fixes	65,5	0,90	1568
GR0P (inspiré du modèle de Turc) Figure 125	68,3		

Le modèle proposé au pas de temps pluriannuel, dérivé de GR2M (2002), présente une parfaite cohérence avec le pas de temps mensuel et le pas de temps journalier (GR4J). Cependant, son architecture est assez compliquée par rapport à GR0P (inspiré de Turc) avec une performance plus faible. Nous ne pouvons que retenir GR0P (inspiré de Turc) comme modèle pluie-débit au pas de temps pluriannuel, autant pour sa simplicité remarquable sur le plan mathématique que pour sa facilité de mise en oeuvre.

## **V) 3. Efficacités des modèles sur les pas de temps inférieurs au pas de temps de fonctionnement**

Nous proposons dans ce chapitre de chiffrer le gain ou la perte, occasionnés par l'utilisation d'un modèle pour estimer les débits sur un pas de temps supérieur à celui pour lequel le modèle est conçu pour fonctionner. Rappelons que nous avons proposé trois modèles aux pas de temps pluriannuel, annuel et mensuel nommé respectivement GR0P (2002), GR1A (2002) et GR2M (2002). De plus, au pas de temps journalier, nous disposons du modèle GR4J (Perrin, 2000). Tous ces modèles ont été conçu sur une base de données de 429 bassins versants avec la même plate-forme de modélisation.

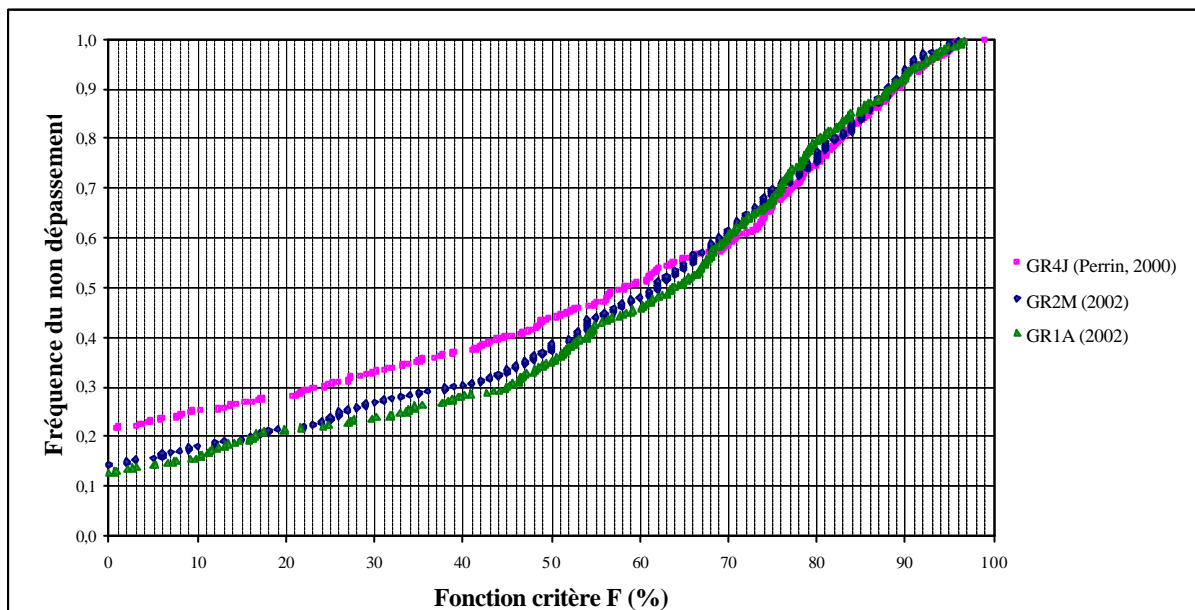
La méthodologie utilisée est la suivante : utiliser le modèle au pas de temps approprié pour calculer les débits relatifs à ce pas de temps (mm/pas de temps propre au modèle). Ensuite, en utilisant une simple sommation de ces sorties, nous pouvons calculer les débits relatifs à un pas de temps supérieur (mm/ pas de temps supérieur). Nous pouvons enfin calculer le Nash correspondant pour chiffrer la performance du modèle et le comparer avec le modèle approprié au pas de temps visé. Nous ne nous intéressons qu'à deux pas de temps pour ce test : le pas de temps annuel et le pas de temps mensuel.

### V) 3.1. Performances des modèles GR4J (Perrin, 2000), GR2M (2002) et GR1A pour estimer les débits annuels

Nous nous intéressons dans ce paragraphe au pas de temps annuel. En utilisant le modèle GR1A (2002), nous avons chiffré sa performance. Ensuite, avec des données mensuelles du même échantillon de base (429 bassins versants) nous avons utilisé le modèle mensuel GR2M (2002) et avec la sommation des sorties nous avons pu calculer les débits annuels. De la même façon, nous avons utilisé des données journalières pour faire tourner le modèle journalier GR4J (2002), les débits annuels correspondants sont obtenus par la sommation des sorties. Tableau 47 et Figure 128.

**Tableau 47 : Performances des modèles GR4J et GR2M au pas de temps annuel**

	Nash (%)		
	CR3	Moyenne	Ecart type
<b>GR4J (Perrin, 2000)</b>	24,5	7,9	163,4
<b>GR2M (2002)</b>	38,5	36,5	89,3
<b>GR1A</b>	45,0	41,3	92,0



**Figure 128 : Distribution de la performance des modèles GR4J, GR2M et GR1A au pas de temps annuel**

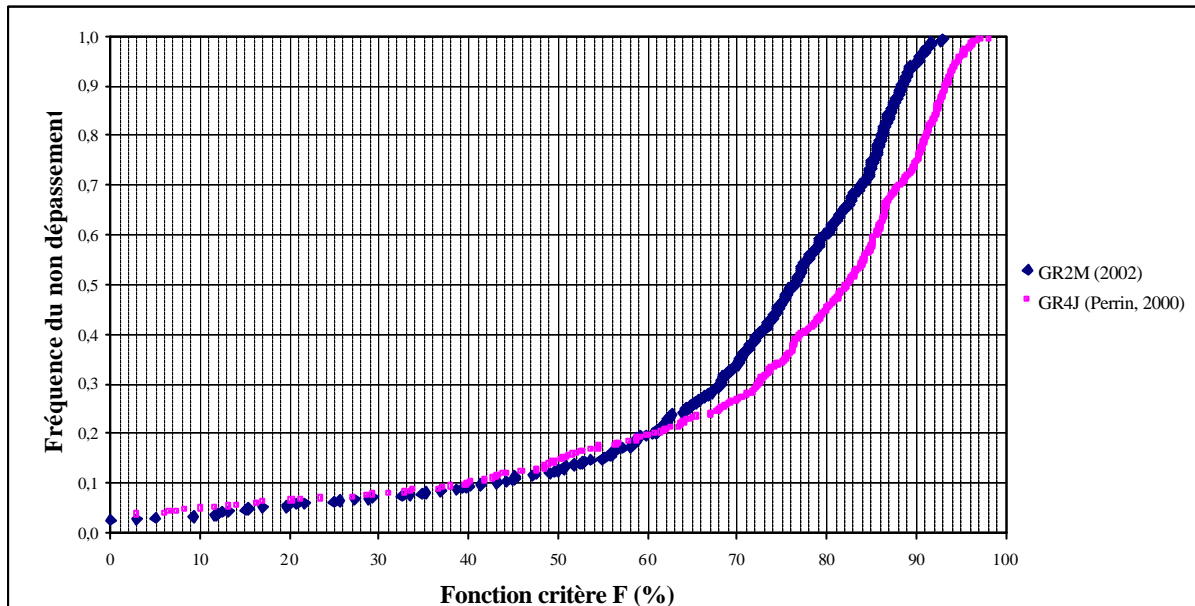
Le modèle annuel GR1A surclasse largement le modèle journalier GR4J, et moins nettement le modèle GR2M. Ces résultats montrent que pour simuler des débits annuels, la meilleure façon est d'utiliser un modèle approprié à ce pas de temps en évitant ainsi de se perdre dans des détails inutiles alourdissant la tâche de récolte des données et la mise en oeuvre du modèle.

### V) 3.2. Performance des modèles GR4J et GR2M pour estimer des débits mensuels

Ce paragraphe est consacré au pas de temps mensuel. En plus du modèle GR2M (2002), nous avons testé le modèle journalier GR4J (Perrin, 2000) à l'échelle de temps mensuelle en suivant la même méthode (agrégation des sorties du modèle GR4J au pas de temps mensuel).

**Tableau 48 : Performances des modèles GR4J au pas de temps mensuel**

	Nash (%)		
	CR3	Moyenne	Ecart type
GR2M	68,2	70,0	22,1
GR4J (Perrin, 2000)	72,5	70,4	40,8



**Figure 129 : Distribution de la performance des modèles GR4J et GR2M au pas de temps mensuel**

Contrairement au pas de temps annuel, le modèle GR4J par agrégation des sorties au pas de temps mensuel, surclasse le modèle GR2M (2002). Nous pouvons imputer ceci à la répartition des pluies journalières sur le mois. En effet, un nombre faible de jours pluvieux pourrait bien constituer la majorité de la pluviométrie du mois correspondant. Cette hypothèse pourrait bien être considérée comme une piste de recherche en vue d'améliorer encore la performance du modèle GR2M (2002).

## V) 4. Conclusion sur la cohérence et la pertinence des modèles proposés

Cette cinquième partie nous a permis de boucler tous les allers-retours effectués entre les pas de temps traités tout au long de ce travail de recherche. En effet, après avoir traité chaque pas de temps à part, nous avons effectué une montée du pas de temps pluriannuel vers l'annuel, ensuite de l'annuel vers le mensuel. Après cela, nous avons tiré profit des travaux effectués au pas de temps journalier (GR4J, 2000) pour redescendre au pas de temps mensuel, puis vers l'annuel et enfin vers le pluriannuel. Nous n'avons pas forcé la cohérence mais nous avons plutôt essayé de la détecter (Figure 130). Nous proposons finalement comme modèles pluie-débit l'ensemble suivant :

- ✓ *Pas de temps pluriannuel et annuel les modèles :*
  - ✓ *GR0P, qui est un modèle sans paramètre, inspiré de la formulation de Turc*
  - ✓ *GR1A, à un seul paramètre lié à l'évapotranspiration  $E$  dont le rôle est de simuler un échange souterrain plutôt que de corriger l'évapotranspiration  $E$ . Ce modèle est également inspiré du modèle de Turc (Figure 125)*
- ✓ *Pas de temps mensuel : un modèle à deux paramètres avec un réservoir sol et un réservoir de routage. Le premier paramètre conditionne une fonction d'échange souterrain et le deuxième paramètre représente la capacité maximale du réservoir sol (Figure 127, équations de (4.88) à (4.96))*

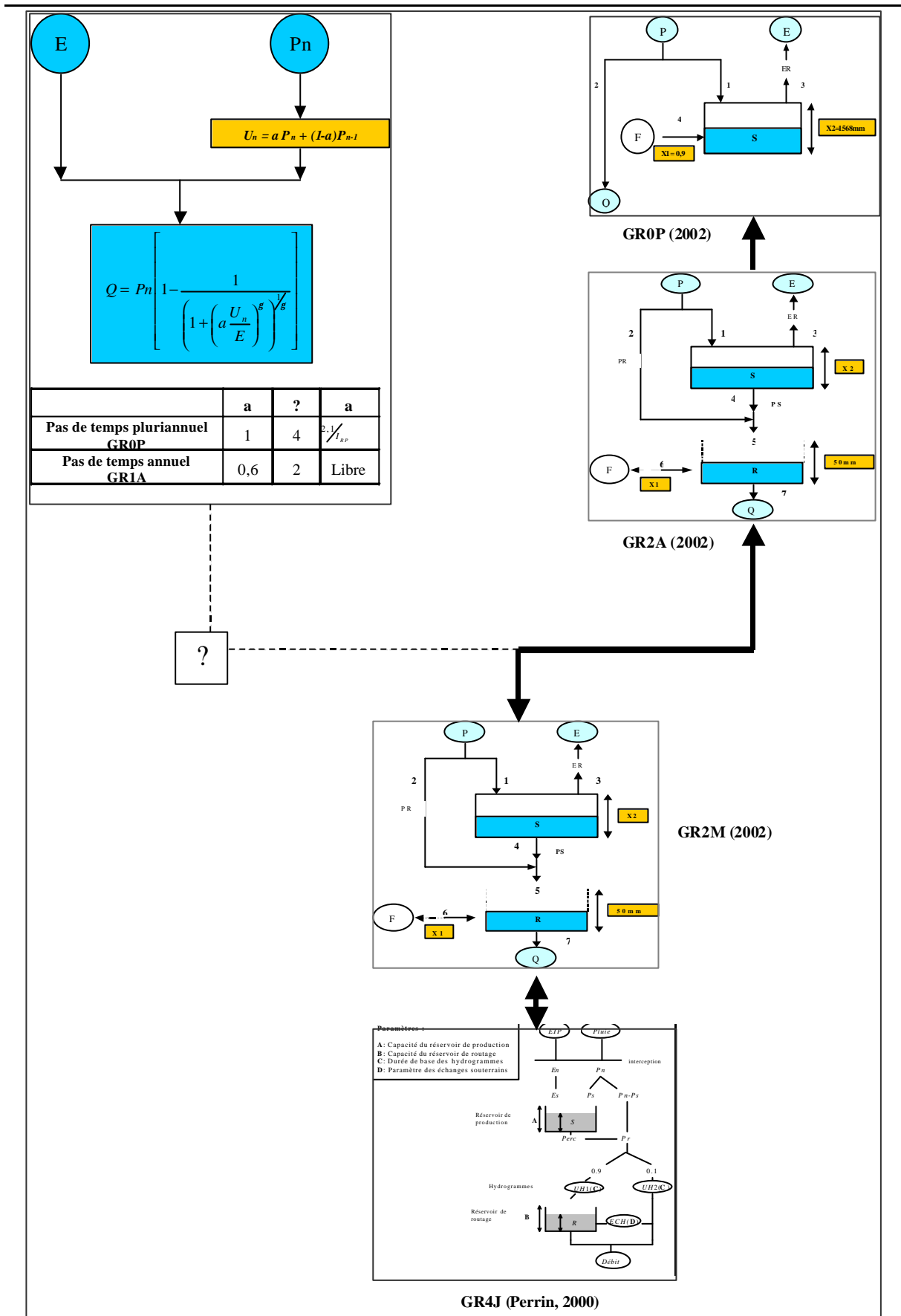


Figure 130 : vue d'ensemble de tous les modèles proposés suite aux aller-retours effectués entre les pas de temps

Comme le montre la Figure 130, si l'on choisit de partir du pas de temps journalier (GR4J) pour arriver jusqu'au pas de temps pluriannuel, nous pouvons avoir une cohérence remarquable entre toutes les architectures des modèles pluie-débit correspondants : l'échange et le réservoir sol se trouvent dans tous les architectures, la percolation et le réservoir de vidange apparaissent à partir du pas de temps annuel jusqu'au pas de temps journalier et l'hydrogramme unitaire ne se manifeste qu'au pas de temps journalier au niveau de la fonction de transfert avec en plus une interception partielle des entrées. Ainsi, les architectures des modèles se compliquent au fur et à mesure qu'on monte du pas de temps pluriannuel vers le pas de temps journalier tout en gardant une cohérence globale.

Cependant, la cohérence en soi, n'est pas le principal but de notre travail de recherche. Le but est de retenir les modèles les plus efficaces, et à efficacités similaires, les modèles les plus simples. C'est pourquoi nous avons préféré les modèles GR0P et GR1A (inspirés du modèle de Turc) aux modèles dérivés de GR2M.

Avec ce choix, on assiste à une certaine rupture entre le pas de temps annuel et mensuel. En effet, GR0P et GR1A, inspirés du modèle de Turc, sont très simples et très proches. Les modèles GR2M (2002) et GR4J (Perrin, 2000) sont très proches sur le plan conceptuel mais très complexes par rapport aux précédents. Ceci dit, il existe une cohérence entre toutes les architectures, il s'agit du concept d'échange souterrain qui est présent aux quatre échelles de temps.

Chaque pas de temps a un modèle propre. Cette solution n'est pas seulement commode pour le rassemblement des données mais elle est également efficace. Un modèle développé pour le pas de temps  $\Delta t$  peut être moins efficace pour le pas de temps  $\Delta t$  (avec  $\Delta t \gg \Delta t$ ) que le modèle développé pour fonctionner à ce dernier pas de temps. Cela s'est produit pour le  $\Delta t = 1$  an, mais pas pour  $\Delta t = 1$  mois.

## ***Conclusion générale***

Lors de ce travail de recherche de modélisation pluie-débit, nous avons suivi une approche comparative, globale, permettant de fonder des modèles simples, fiables nécessitant peu de données, un faible nombre de paramètres et faciles à mettre en œuvre. Il s'agit globalement de l'approche, suivie par l'équipe hydrologie du Cemagref d'Antony, depuis 1983 (Michel, 1983 ; Edijatno, 1989 ; Kabouya, 1994 ; Makhlouf, 1994 ; Nascimento, 1995 ; Perrin, 2000 ; Oudin, 2001 ; Adréassian, 2002 ; Rojas-Serna, 2002). Nous nous sommes intéressés à la dimension « échelle de temps » en mettant en évidence son impact sur la morphologie des modèles en passant d'un pas de temps à un autre (pluriannuel, annuel, mensuel jusqu'au journalier). Le but de ce travail était de proposer des modèles pluie-débit aux pas de temps pluriannuel, annuel et mensuel et de détecter la cohérence entre ces modèles tout en profitant des travaux antérieurs effectués à l'échelle de temps journalière et plus précisément du modèle GR4J (Perrin, 2000).

Nous avons commencé tout d'abord par adopter une plate-forme de comparaison qui est la même pour chaque pas de temps. Nous avons bénéficié d'un large échantillon de données qui rassemble 429 bassins versants, provenant de cinq pays différents, avec des caractéristiques hydro-climatiques très variées. Ainsi les données mensuelles, annuelles et pluriannuelles ont été reconstituées à chaque pas de temps désiré par agrégation des données journalières.

### *Echelle de temps pluriannuelle*

Au pas de temps pluriannuel, les données ne sont pas chronologiques. Chaque bassin présente une valeur pluriannuelle de l'évapotranspiration  $E$ , une valeur de la pluie  $P$  et une valeur du débit  $Q$ , chacune en millimètre par an. Ainsi les modèles existants se présentent sous la forme d'une formulation mathématique qui lie le débit  $Q$  à l'évapotranspiration  $E$  et la pluie  $P$ . Nous nous sommes aperçus que sur le plan adimensionnel ( $P/E$ ,  $Q/P$ ), tous ces modèles ont un comportement relativement semblable. Nous avons alors réussi à améliorer les modèles choisis pour cette étude comparative par l'introduction d'un paramètre fixe lié à l'évapotranspiration et aussi par l'introduction d'une nouvelle variable nommée  $I_{RP}$  (indice de répartition de la pluie).



### Echelle de temps annuelle

Rares sont les auteurs qui parlent de modèles conceptuels globaux au pas de temps annuel. En effet, généralement on utilise un modèle pluriannuel et on le fait tourner au pas de temps annuel (Post, 2001 ; Peel et al., 2002 ; Arora, 2002) pour différents objectifs tels que l'effet du changement climatique ou l'effet de la couverture végétale sur le cycle hydrologique.

Le point de départ de la réflexion était le modèle GR2A (Bouabdallah, 1997). Il s'agit d'un modèle conceptuel global assez sophistiqué, à deux paramètres et deux réservoirs, dérivé de l'échelle de temps mensuelle. Nous avons découvert qu'un modèle pluie-débit au pas de temps annuel ne nécessite guère une telle complication. En effet, ce modèle GR2A a été largement surclassé par les modèles tirés du pas de temps pluriannuel et appliqué au pas de temps annuel. Nous avons alors adapté les modèles proposés au pas de temps pluriannuel à l'échelle de temps annuelle en introduisant successivement différentes formes de fonctions mémoires. Nous nous sommes aperçus que la durée de la mémoire d'un modèle pluie-débit au pas de temps annuel est seulement de deux ans en ne prenant en compte que la pluie antécédente.

En suivant cette démarche, nous avons réussi à adapter tous les modèles pluriannuels à l'échelle de temps annuelle. Il s'agit de modèles pluie-débit à un seul paramètre lié à l'évapotranspiration  $E$  et un paramètre fixe conditionnant la fonction mémoire. Le paramètre lié à l'évapotranspiration potentielle a été qualifié au départ de correctif de celle-ci. Toutefois, la distribution des valeurs de ce paramètre, très large, nous a contraint à remettre en cause son caractère 'correctif'. Nous avons alors supposé qu'il s'agit plutôt d'un apport ou d'une perte (autres que la pluie ou l'évapotranspiration).

### Echelle de temps mensuelle

Le traitement du pas de temps mensuel a été effectué en trois phases. La première phase consistait à tirer de la littérature hydrologique les principaux modèles pluie-débit, conceptuels globaux au pas de temps mensuel. Nous avons choisi alors 13 modèles avec, entre autres, le modèle GR2M (Makhlouf, 1994) qui est largement repris pour différents travaux de recherche. En suivant une approche comparative, nous avons constaté que trois ou deux paramètres sont largement suffisants pour habiller un modèle conceptuel global au pas de temps mensuel. Nous avons alors proposé un modèle, nommé GR3M (2002) à trois paramètres : un paramètre représentant la capacité maximale du réservoir sol, un paramètre représentant la capacité du réservoir de routage et un paramètre lié à l'évapotranspiration qui a été qualifié en premier temps de correctif de celle-ci.

La deuxième phase a consisté alors à adapter les modèles annuels au pas de temps mensuel. L'idée est de repartir des modèles les plus simples possibles et de les compliquer en introduisant différentes formes de mémoire au niveau des fonctions de production et de routage quand ceci nous semblait nécessaire. Plus de 150 variantes de modèles nous ont conduit à reconstruire le même modèle GR3M (2002) déjà proposé dans la première phase. Cependant, comme pour le cas de l'échelle de temps annuelle, l'examen de la distribution du paramètre lié à l'évapotranspiration du modèle GR3M (2002) nous a conduit à remettre en cause son caractère correctif en privilégiant un apport ou perte autre que la pluie ou l'évapotranspiration potentielle.

L'échelle de temps journalière a été traitée par Perrin (2000) et elle a abouti à la proposition du modèle GR4J. La troisième partie du traitement du pas de temps mensuel a consisté à tirer profit de ces travaux. Nous avons alors adapté ce modèle GR4J au pas de temps mensuel. Cette démarche a abouti à la proposition d'un modèle pluie-débit à deux paramètres, nommé GR2M (2002), encore plus performant que GR3M (2002). Il s'agit d'un modèle à deux réservoirs : un réservoir sol dont la capacité maximale est un paramètre libre et un réservoir de routage de capacité fixée à 50 mm. Le deuxième paramètre de ce modèle conditionne une fonction d'échange souterrain représentant effectivement une autre perte ou apport que l'évapotranspiration ou la pluie.

#### Proposition de modèles et vue d'ensemble

Nous n'avons pas forcé la cohérence entre les modèles proposés pour chaque pas de temps. En effet, nous avons écarté une gamme de modèles pluie-débit qui présentait une cohérence remarquable du pas de temps journalier (GR4J), jusqu'au pas de temps pluriannuel, par déformation de l'architecture de celui-ci.

Le choix final de modèles pluie-débit repose tout d'abord sur la performance. La cohérence n'intervient que si les performances des modèles en concurrence pour chaque pas de temps demeurent très proches. Ainsi, au pas de temps pluriannuel nous avons proposé le modèle GR0P, inspiré du modèle de Turc. Au pas de temps annuel, c'est le modèle GR1A qui semble le plus performant. Inspiré aussi du modèle de Turc, il s'agit d'un modèle à un seul paramètre, lié à l'évapotranspiration qui représente plutôt un échange souterrain. Sa fonction mémoire se traduit par la prise en compte de la pluie antécédente dans l'état du système. Quant au pas de temps mensuel, c'est le modèle GR2M (2002) qui paraît le plus performant. Son architecture est très proche de celle de GR4J (Perrin, 2000) mais très différente et beaucoup plus complexe que celle des modèles annuel GR1A et pluriannuel et GR0P.

Sur le plan opérationnel, utiliser le modèle annuel GR1A pour estimer les débits annuels semble plus efficace que d'utiliser un modèle fonctionnant à un pas de temps plus petit (GR4J ou GR2M) et en agrégeant les sorties. Cependant pour le pas de temps mensuel, agréger les débits générés par le modèle journalier GR4J semble être plus performant que d'utiliser directement le modèle GR2M avec des données mensuelles.

Dans cette recherche, il est apparu que le changement d'échelle de temps a ajouté un rôle moteur essentiel pour introduire des idées nouvelles et bousculer les résultats antérieurement acquis. Des gains très importants, non seulement en cohérence de l'ensemble des modèles, mais surtout en performance, ont été obtenus grâce aux efforts de modélisation croisée. C'est le changement d'échelle temporelle qui a permis également de mieux identifier un phénomène souvent oublié dans la modélisation pluie-débit, à savoir les échanges au travers de la frontière souterraine du bassin versant. Sans l'expérience issue du pas de temps journalier, on aurait probablement manqué de voir à l'échelle annuelle, au-delà d'un coefficient correctif de l'évapotranspiration potentielle, l'effet d'une ouverture souterraine du système. La mise en évidence du rôle fondamental, à toutes les échelles de temps, de cette fonction d'échange, est probablement l'apport le plus original de la présente recherche.

Propositions de recherches futures

Sur le plan opérationnel

Trois modèles pluie-débit aux pas de temps pluriannuel, annuel et mensuel ont été proposés dans cette thèse. Il nous semble intéressant de mettre à la disposition des ingénieurs ces modèles sous une forme informatique directement exploitable. Des travaux sont en cours de réalisation au sein de l'équipe d'hydrologie du Cemagref d'Antony pour interfacer le modèle GR4J. Nous proposons alors d'introduire les modèles GR2M, GR1A et GR0P dans cet habillage informatique. Le but est de proposer un logiciel informatique de modélisation pluie-débit à différentes échelles de temps qui soit facilement exploitable et éventuellement commercialisable.

Sur le plan de la recherche

La démarche suivie et les aller-retours entre les pas de temps nous ont parus fructueux. Pour compléter la gamme des modèles, nous proposons de continuer jusqu'au pas de temps horaire en vue de la construction d'un modèle propre à cette échelle de temps. Ce travail pourra nous apporter d'autres éléments de compréhension sur le cycle hydrologique et mettre à la disposition des ingénieurs un outil qui pourra être utilisé dans la prévision des crues.

La vue d'ensemble de tous les modèles proposés nous a permis de constater une 'cassure' au niveau de la cohérence de ceux-ci. En effet, l'architecture du modèle GR2M est très proche de celle de GR4J mais très différente de GR1A et GR0P. Il nous semble intéressant de raccorder alors le pas de temps mensuel et le pas de temps annuel en étudiant la modélisation pluie-débit à une échelle de temps saisonnière (trimestrielle ou semestrielle).

## Références bibliographiques

- Alley, W. M. (1985).** "Water balance models in one-month-ahead streamflow forecasting." Water Resources Research **21**(4): 597-606.
- Alred, B. et C. T. Haan (1991).** "Variability of optimized parameter estimates based on observed record length." Trans. of Amer. Soc. Agr. Eng **34**(6): 2421-2426.
- Alred, B. et C. T. Haan (1996).** "Swhms-small watershed monthly hydrologic modelling system." Water Resources Bulletin **32**(3): 541-552.
- Ambroise, B., P. J. et D. Reutenauer (1995).** "Multicriterion validation of a semi-distributed conceptual model of the water cycle in the Fecht catchment (Vosges Massif, France)." Water Resources Research **31**(6): 1467-1481.
- Andréassian, V. (2002).** *Impact de l'évolution du couvert forestier sur le comportement hydrologique des bassins versant*. Thèse de Doctorat, Cemagref, Université de Pierre et Marie Curie Paris VI: 276 p.
- Arora, V. K. (2002).** "The use of the aridity index to assess climate change effect on annual runoff." Journal of Hydrology **265**: 164-177.
- Baudez, J. C. (1997).** "Déterminants hydrologiques régionaux pour la gestion et la prévision des ressources en eau", Mémoire de DEA ENGEES/Cemagref. Report, Number: 88 p.
- Bhaskar, J. C. C. (1999).** "Evaluation of an empirical equation for annual evaporation using field observations and results from a biophysical model." Journal of Hydrology **216**: 99-110.
- Bishop, G. D. et M. R. Church (1992).** "Automated approaches for regional runoff mapping in the northeastern United States." Journal of Hydrology **138**: 361-383.
- Bouabdallah, F. (1997).** "Mise au point d'un modèle de transformation pluie-débit au pas de temps annuel", Rapport de DEA Cemagref. Report, Number: 45 p.
- Brazil, L. E. et W. F. Krajewski (1987).** "Optimization of complex hydrologic models using random search methods". Engineering Hydrology Proceedings, Williamsburg, Virginia, USA, ASCE. 726-731
- Buchtele, J., V. Elias et M. Tesar (1996).** "Runoff components simulated by rainfall-runoff models." Journal of Hydrological Sciences **41**(1): 49-60.
- Budyko, M. I. (1958).** "The heat Balance of the Earth's Surface." U.S. Department of Commerce, Washington, D.C.: 144-155.
- Carbannel, J. P. (1996).** "Dictionnaire Français d'Hydrologie. Comité Nationale Français des Sciences Hydrologiques", <http://www.cig.ensmp.fr/~hubert/glu/indexdic.htm>
- Cemagref (1986).** "Guide méthodologique en vue d'une estimation du "module" d'un cours d'eau", Circulaire du Ministère délégué de l'Environnement. Report, Number: 10 p.
- Chiew, F. et T. MacMahon (1994).** "Application of the daily rainfall-runoff model MODHYDROLOG to 28 Australian catchments." Journal of Hydrology **153**: 383-416.
- Chiew, F. et T. A. MacMahon (1993).** "Detection of trend or change in annual flow of Australian rivers." International Journal of Climatology **13**: 643-653.
- Chiew, F. H. S., M. J. Stewardson et T. A. MacMahon (1993).** "Comparison of six rainfall-runoff modelling approaches." Journal of Hydrology **147**: 1-36.

- Clarke, R. T. (1973). "A review of some mathematical models used in hydrology with observations and use." Journal of Hydrology **19**: 1-21.
- Cormary, Y. et A. Guilbot (1973). "Etude des relations pluie-débit sur trois bassins versants d'investigation." IAHS Publication n°108: 265-279.
- Coutagne, A. (1954). "Quelques considérations sur le pouvoir évaporant de l'atmosphère, le déficit d'écoulement effectif et le déficit d'écoulement maximum." La Houille Blanche: 360-374.
- CTGREF (1980). "Estimation du débit de crue décennal sur un bassin versant non jaugé - la méthode CRUPEDIX", Informations techniques. Report, Number.
- CTGREF (1980). "Formules provisoires d'estimation des apports annuels d'un petit bassin versant métropolitain.", Informations Techniques. Report, Number.
- Dewalle, D. R., B. R. Swistock, T. E. Johnson et K. E. McGuire (2000). "Potential effects of climate change and urbanization on mean annual streamflow in the United States." Water Resources Research **36**(9): 2655-2664.
- Dingman, S. L. (1981). "Elevation : a major influence on the hydrology of new Hampshire and Vermont, USA." Hydrological Sciences Bulletin **26**(4/12): 399-413.
- Domokos, M. et J. Sass (1990). "Long-term Water for subcatchments and partial national areas in the Danube Basin." Journal of Hydrology **112**: 267-292.
- Dooge, J. C. I. (1959). "A general theory of the unit hydrograph." Journal of Geophysical Research **46**(2): 241-256.
- Duan, Q., V. K. Gupta et S. Sorooshian (1993). "Shuffled Complex Evaluation approach for effective and efficient global minimization." Journal of Optimization Theory and Applications **76**(3): 163-168.
- Duan, Q., S. Sorooshian et V. K. Gupta (1992). "Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models." Water Resources Research **28**(4): 1015-1031.
- Edijatno (1987). "Amélioration des modèles simples de transformation pluie - débit au pas de temps journalier sur des petits bassins versants", Mémoire de D.E.A. Cemagref. Report, Number: 45p.
- Edijatno (1991). *Mise au point d'un modèle élémentaire pluie-débit au pas de temps journalier*. Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur / ENGEES. Strasbourg : 242 p.
- Edijatno et C. Michel (1989). "Un modèle pluie-débit à trois paramètres." La Houille Blanche **2**: 113-121.
- Edijatno, N. O. Nascimento, X. Yang, Z. Makhlouf et C. Michel (1999). "A daily watershed model with three free parameters." Hydrological Sciences Journal **44**(2): 263-277.
- Farnsworth, R. K., E. S. Thompson et E. L. Peck (1982). "Evaporation atlas for the contiguous 48 United States", NOAA technical report NWS n°33, Washington, D.C. National Oceanic and Atmospheric Administration, National Weather Service. Report, Number.
- Fletcher, R. et M. J. D. Powell (1963). "A rapidly convergent descent method for minimization." The computer Journal **6**: 163-168.
- Fortin, J. P., R. Charbounneau, J. Lefevre et G. Girard (1971). "Proposition et analyse de quelques critères adimensionnels d'optimisation." IAHS publication n°101: 458-557.
- Gan, T. Y. et G. F. Biftu (1996). "Automatic calibration of conceptual rainfall-runoff models : optimization algorithms, catchment conditions, and model structure." Water Resources Research **32**(12): 3513-3524.
- Girard, G. (1970). "Essai pour un modèle hydropluviométrique conceptuel et son utilisation au Québec." Cah. ORSTOM; ser. hydrol. Vol. VII, n°2 : page 85 - 115.
- Guo, S., J. Wang, L. Xiong, A. Ying et D. Li (2002). "A macro-scale and semi-distributed monthly water balance model to predict climate change impacts in China." Journal of Hydrology **268**: 1-15.
- Gupta, V. K. et S. Sorooshian (1983). "Uniqueness and observability of conceptual rainfall-runoff model parameters : the percolation process examined." Water Resources Research **19**(1).
- Hay, L. E. et G. J. McCabe (2002). "Spatial variability in water-balance model performance in the conterminous United States." Journal of the American Water Resources Association **38**(3): 847-860.

- Holmes, M. G. R., A. R. Young, A. Gustard et R. Grew (2002). "A new approach to estimating Mean Flow in the UK." Hydrology & Earth System Sciences 6(4): 709-720.
- Hooke, R. et T. A. Jeeves (1961). "Directed search solutions of numerical and statistical problems." J. Ass. Comput. Mach 8(2): 212-229.
- Horn, D. R. (1988). "Annual flow statistics for ungauged streams in Idaho." Journal of Irrigation and Drainage Engineering 114(3): 463-475.
- Hubert, P. (1996). "Dictionnaire Français d'Hydrologie", Comité Nationale Français des Sciences Hydrologiques, Commission terminologie.
- Ibbitt, R. P. et P. D. Hutchinson (1984). "Model parameter consistency and fitting criteria". Proceeding of the 9th IFAC Triennial World Congress, Budapest, Hungary, IFAC Pub. 3169-3173
- Ibbitt, R. P. et T. O'Donnell (1971). "Designing conceptual catchment models for automatic fitting methods." IAHS Publication 101: 462-475.
- Ibrahim, A. G. et I. Cordery (1995). "Estimation of recharge and runoff volumes from ungauged catchments in eastern Australia." Journal des Sciences Hydrologiques 40(4): 499-515.
- Isabel, D. et J. P. Villeneuve (1986). "Importance of convergence criterion in the automatic calibration of hydrological models." Water Resources Research 16(6): 1025-1033.
- Jayasuria, L. N. M., T. MacMahon et I. C. O'Neill (1991). "Development of simplified two-parameter rainfall-runoff model with potential ungauged catchment application". Proc. Hydro. Water resour. Symp, National Conf. Pub. n°70. 498-503
- Johnston, P. R. et D. H. Pilgrim (1976). "Parameter optimization for watershed models." Water Resources Research 12(3): 477-486.
- Jothityangkoon, C., M. Sivapalan et D. L. Farmer (2001). "Process controls of water balance variability in a large semi-arid catchment : downward approach to hydrological model development." Journal of Hydrology 254: 174-198.
- Kabouya, M. (1990). *Modélisation pluie - débit aux pas de temps mensuel et annuel en algérie septentrionale*. Thèse de Doctorat, Cemagref. Antony, Université Paris Sud, Laboratoire d'hydrologie et de géochimie isotopique d'ORSAY: 374 p.
- Kabouya, M. et C. Michel (1991). "Estimation des ressources en eau superficielle aux pas de temps mensuel et annuel, application à un pays semi-aride." Revue des Sciences de l'Eau 4: 569-587.
- Karnopp, D. C. (1963). "Random search technique for optimization problems." Automatica 1: 111-121.
- Klemes, V. (1986). "Operational testing of hydrological simulation models." Journal des Sciences Hydrologiques 31: 13-24.
- Lafforgue, A. et A. Casenave (1979). "Derniers résultats obtenus en zone tropicale sur les modalités de transfert pluie - débit par l'emploi de simulateur de pluie.". Relations pluie - débit, Société Hydrotechnique de France.
- Lee, J. (1993). "A formal approach to hydrological model conceptualization." Hydrology Sciences 38(5): 391-401.
- Liebscher, H. (1972). "A method for runoff-mapping from precipitation and air temperature data". In proceedings of the symposium on world water balance, Gent Brugge, Belgium, 15-23 July 1970, AISH Publication n°92. 115-121
- Loumagne, C., N. Chkir, M. Normand et D. Vidal-Madjar (1996). "Introduction of soil/vegetation/atmosphere continuum in a conceptual rainfall-runoff model." Hydrological Sciences Journal 41(6): 889-902.
- Loumagne, C., C. Michel, B. Palagos, J.-C. Baudez et F. Bartoli (1999). "D'une approche globale vers une approche semi-distribuée en modélisation pluie-débit." La Houille Blanche N°3: 81 - 88.
- MA, Z. C. (1987). "Etude de l'influence du pas de temps sur les performances des modèles pluie - débit", Thèse de doctorat Cemagref. Report, Number: 183 p.
- Maidment, D. R. (ed. 1993). "Handbook of Hydrology" S. A. National engineering handbook, Sect.4, Chapter 10, Soil Conservation Service, USDA, Washington, D.C., New York, USA.

- Makhlouf, Z. (1993).** "Conception d'un modèle pluie-débit mensuel à deux paramètres", Rapport complémentaire Cemagref. Report, Number: 180 p.
- Makhlouf, Z. (1994).** "Compléments sur le modèle pluie - débit GR4J et essai d'estimation de ses paramètres", Thèse de Doctorat Université Paris XI Orsay. Report, Number: 426p.
- Makhlouf, Z. et C. Michel (1994).** "A two-parameter monthly water balance model for French watersheds." Journal of Hydrology **162**: 199-318.
- Marcio, B. (1987).** "Evaluation du module moyen interannuel à partir d'une seule année de mesure", Rapport de DEA Cemagref. Report, Number: 156 p.
- Margat, J. (1997).** "Dictionnaire Français d'Hydrologie. Comité Nationale Français des Sciences Hydrologiques", Comité Nationale Français des Sciences Hydrologiques, Commission terminologie.
- Marquardt, D. W. (1963).** "An algorithm for the least squares estimation of nonlinear parameters." SIAM J. **11**: 431-441.
- Marsi, S. F., G. A. Bkey et F. B. Safford (1976).** "An adaptive random search method for identification of large scale nonlinear systems." Proceeding of the IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation: 1645-1654.
- Marsily, G. D. (1994).** "Quelques réflexions sur l'utilisation des modèles en hydrologie." Revue des Sciences de l'Eau **7**: 219-234.
- Mathevet, T. (2002).** *Mise au point d'un modèle pluie-débit fonctionnant au pas de temps horaire pour la prévision des crues.* Thèse en cours., ENGREF-GRN.
- McCabe, G. J. et M. A. Ayers (1898).** "Hydrologic effect of climate change in the Delaware River basin." Water Resources Bulletin **25**(6): 1231-1242.
- McMahon, T. A., B. L. Finlayson, A. T. Haines et R. Srikanthan (1992).** "Global runoff : continental comparisons of annual flows and peak discharges" I. 3-923381-27-1., Catena - Verl (Catena-Paperback).
- Michel, C. (1983).** "Que peut-on faire en hydrologie avec un modèle conceptuel à un seul paramètre?" La Houille Blanche **1**: 39-44.
- Michel, C. (1989).** "Hydrologie appliquée aux petits bassins ruraux", Rapport technique Cemagref - Antony. Report, Number.
- Michel, C. et E. Colin (1979).** "Approche statistique du coefficient d'écoulement et utilisation pour la prédétermination des crues." Relations pluie - débit. S. H. d. France.
- Milly, P. C. D. (1993).** "An Analytic Solution of the Stochastic Storage Problem Applicable to Soil Water." Water Resources Research **29**(11): 3755-3758.
- Milly, P. C. D. (1994).** "Climate, interdeasonal storage of soil water, and the annual water balance." Water Resources Research **17**: 19-24.
- Milly, P. C. D. (1994).** "Climate, soil water storage, and the average annual water balance." Water Resources Research **30**(7): 2143-2156.
- Morton, F. I. (1983).** "Operational estimates of actual evapotranspiration and their significance to the science and practice of hydrology." Journal of Hydrology **66**: 1-76.
- Mouelhi, S. (2000).** "Modélisation pluie-débit au pas de temps pluriannuel", Rapport interne d'avancement de thèse QHAN-Cemagref-Antony. Report, Number: 97 p.
- Mouelhi, S. (2001).** "Modélisation pluie-débit au pas de temps annuel", Rapport interne d'avancement de thèse QHAN-Cemagref-Antony. Report, Number: 80 p.
- Mouelhi, S. (2002).** "Modélisation pluie-débit au pas de temps mensuel", Rapport interne d'avancement de thèse QHAN-Cemagref-Antony. Report, Number: 118 p.
- Nascimento, N. O. (1995).** *Appréciation à l'aide d'un modèle empirique des effets d'actions anthropiques sur la relation pluie-débit à l'échelle du bassin versant.* Thèse de doctorat, CERGRENE/ENPC. Paris : 550 p.
- Nash, J. E. et J. V. Sutcliffe (1970).** "River flow forecasting through conceptual models. Part I - A discussion of principles." Journal of Hydrology **27**(3): 282-290.



- Nihat, O. A. (1970).** "Données d'observation minimales pour la détermination des modules interannuels, pluviométriques et hydrométriques en Afrique occidentale et équatoriale." Cah. ORSTOM. sér. Hydrol. Vol. VII, n°2: 3 - 84.
- Oberlin, G. (1973).** "Modèles pluie - débits", Rapport C.T.G.R.E.F. division hydrologie, E.N.G.R.E.F., département hydraulique, Enseignement d'hydrologie. Report, Number: 39.
- Ol'dekop, E. M. (1911).** "On evaporation from the surface of river bassins." Trans. Meteorol. Observ. University of Tartu 4: 200.
- Oudin, L. (2002).** *Quelle ETP pour un modèle pluie-débit?* Thèse en cours, Cemagref, GRN.
- Ouédrago, M. (1996).** "Caractérisation d'une modification éventuelle de la relation pluie- débit autour des années 1970 en Côte d'Ivoire", Mémoire de DEA Université de Montpellier. Report, Number: 56 p.
- Ouédrago, M., E. Servat, J.-E. Paturol, H. Lubès-Niel et J. M. Masson (1998).** "Caractérisation d'une modification éventuelle de la relation pluie-débit autour des années 1970 en Afrique de l'ouest et centrale non sahélienne". Water Resources variability in Africa during XXth Century, Proceedings of the Abidjan'98 Conference held at Abidjan, Côte d'Ivoire, Novembre 1998, IAHS Publ. 315-321
- Paturol, J. E., E. Servat et A. Vassiliadis (1995).** "Sensitivity of conceptual rainfall-runoff algorithms to errors in input data - case of the GR2M." Journal of Hydrology 168: 11-125.
- Peel, M. C., T. A. McMahon, B. L. Finlayson et F. G. R. Watson (2002).** "Implications of the relationship between catchment vegetation type and the variability of annual runoff." Hydrological Processes 16: 2995-3002.
- Penman, H. L. (1948).** "Natural evaporation from open water, bare soil and grass." Proc. R. Soc. London A193: 120-145.
- Perrin, C. (2000).** *Vers une amélioration d'un modèle global pluie-débit au travers d'une approche comparative.* Thèse de Doctorat, Cemagref. Antony, Institut National Polytechnique de Grenoble: 530 p.
- Perrin, C., C. Michel et V. Andréassian (2001).** "Does a large number of parameters enhance model performance ?" Journal of Hydrology 242(3-4): 275-301.
- Perrin, C., C. Michel et V. Andréassian (2002).** "Improvement of a parsimonious model for streamflow simulation." Submitted to Journal of Hydrology.
- Pike, J. G. (1964).** "The estimation of annual run-off from meteorological data in tropical climate." Journal of Hydrology 2: 116-123.
- Post, D. A. et J. A. Jones (2001).** "Hydrologic regimes of forested, mountainous, headwater basins in New Hampshire, North Carolina, Oregon, and Puerto Rico." Advances in Water Resources 24: 1195-1210.
- Pronzato, L. et E. Walter (1994).** "Identification de modèles paramétriques à partir de données expérimentales." Masson. Paris.
- Pronzato, L., E. Walter, A. Venot et J. F. Lebruchec (1984).** "A general-purpose global optimizer : implementation and applications." Math. Comput. Simul 26: 412-422.
- Rakem, Y. (1999).** *Analyse critique et reformulation mathématique d'un modèle pluie-débit empirique (GR4J).* Thèse de Doctorat, Science et Technique de l'Environnement. Paris, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées: 267 p.
- Rojas-Serna, C. (2002).** *Quelle connaissance minimale des débits pour définir les paramètres d'un modèle pluie-débit ?* Thèse en cours, Cemagref, ENGREF-GRN.
- Rosenbrock, H. H. (1960).** "An automatic method for finding the greatest or least value of a fonction." Computer Journal 3: 175-184.
- Samani, Z. A. et G. H. Hargreaves (1982).** "Estimating potential evapotranspiration." Tech. Note J. Irrig. Drain. Eng 108(3): 255-230.
- Sankarasubramanian, A. et R. M. Vogel (2002).** "Annual hydroclimatology of United States." Water Resources Research 38(6): 1-12.
- Sauquet, E. (2000).** *Une cartographie des écoulements mensuels d'un grand bassin versant structurée par la topologie du réseau hydrographique.* Thèse de Doctorat, Cemagref. Grenoble, Institut National Polytechnique de Grenoble: 355 p.

- Schaake, J. C. J. et L. Chunzen (1989).** "Development and application of simple water balance models to understand the relationship between climate and water resources." IAHS **181**: 343-352.
- Schreiber, P. (1904).** "Über die Beziehungen zwischen dem Niederchlag und der Wasserführung der Flüsse in Mitteleuropa." Z. Meteorol **21**: 441-452.
- Sefe, F. T. et W. C. Boughton (1982).** "Variation of model parameter values and sensitivity with type of objective function." Journal of Hydrology **21**(2): 117-132.
- Servat, E. et A. Dezetter (1992).** "Modélisation de la relation pluie - débit et estimation des apports dans le nord-ouest de la Côte d'Ivoire." Hydrologie Continentale **7**(2): 129-142.
- Servat, E. et A. Dezetter (1993).** "Rainfall-runoff modelling and water resources assessment in northwestern Ivory Coast. Tentative extension to ungauged catchments." Journal of Hydrology **148**: 231-248.
- Servat, E., A. Dezetter et J. M. Lapetite (1989).** "Modélisation pluie - débit. Etude et selection des critères de calage des modèles pluie - débit", Note 2 Programme ERREAU ORSTOM. Report, Number: 42.
- Sherman, L. K. (1932).** "Stream-flow from rainfall by the unit hydrograph method." Eng. News Record **108**: 501-505.
- Sorooshian, S. (1981).** "Parameter estimation of rainfall-runoff models with heteroscedatic streamflow errors - the non-informative data case." Journal of Hydrology **52**: 127-138.
- Sorooshian, S. et H. V. Gupta (1985).** "The analysis of structural identifiability : theory and applications of conceptual rainfall-runoff models." Water Resources Research **21**(4): 487-495.
- Sorooshian, S., V. K. Gupta et J. L. Fulton (1983).** "Evaluation of maximum likelihood estimation techniques for conceptual rainfall-runoff models : influence of calibration data variability and length on model credibility." Water Resources Research **19**(1): 251-259.
- Summer, N. R., P. M. Fleming et B. C. Bates (1997).** "Calibration of modified SFB model for twenty-five Australian catchments using simulated annealing." Journal of Hydrology **197**: 166-188.
- Surendra, K. M. et P. S. Vijay (1999).** "Another Look at SCS-CN Method." Journal of Hydrologic Engineering **4**(3): 257-246.
- Thomas, H. A. (1981).** "Improved methods for rational water assessment". Washington, Report, Contrat WR 15249270 US Water Ressources Council. Report, Number.
- Thorntwaite, C. W. et J. R. Mather (1955).** "The water balance." Publ. Climatol. Lab. Drexel. Inst. Techol **8**(1): 1-104.
- Thurman, J. L. et R. T. Roberts (1995).** "New strategies for the Water Data Center." Journal of Soil and Water Concervation **50**(5): 530-531.
- Thyer, M., G. Kuczera et B. C. Bates (1999).** "Probabilistic optimization for conceptual rainfall-runoff models : a comparison of the shuffled complex evolution and simulated annealing algorithms." Water Resources Research **35**(3): 767-773.
- Tixeront, J. (1964).** "Prévision des apports des cours d'eau". Symposium eau de surface tenu à l'occasion de l'assemblée générale de Berkeley de L'U.G.G.I., Belgique, Association internationale d'hydrologie scientifique. O. m. mondiale et A. i. d. h. scientifique. 118 -126
- Tryselius, O. (1971).** "Runoff map of Sweden." SMHI Medd., Serie C, n°7.
- Turc, L. (1954).** "Le bilan d'eau des sols : relation entre les précipitations, l'évapotranspiration et l'écoulement." Annales agronomiques Série A: 491-595.
- Turc, L. (1956).** "Calcul du bilan d'eau. Evaluation en fonction des précipitations et des températures". Assemblée générale de l'Association Internationale d'Hydrologie. Rome, Publication n° 38 de l'Association Internationale d'Hydrologie: 189 - 202.
- Vandewiele, G. L. et A. Elias (1994).** "Monthly water balance of ungauged catchments obtained by geographical regionalization." Journal of Hydrology: 277 - 291.
- Vandewiele, G. L. et C.-Y. Xu (1994).** "Parsimonious monthly rainfall-runoff models for humid basins with different input requirements." Advances in Water Resources: 39 - 48.
- Vandewiele, G. L., C.-Y. Xu et W. Huybrecht (1991).** "Régionalistaion of physically - based water balance models in Belgium. Applicaton to ungauged catchments." Water Resources Management: 199 - 208.

- Villeneuve, L. P. et J. Deschesnes (1985).** “Modelling the hydrologic cycle : the MC model.” Nordic Hydrology **16**: 257-272.
- Vogel, R. M. et A. Sankarasubramanian (2000).** “Spatial scaling properties of annual streamflow in the United States.” Hydrological Sciences **45(3)**: 456-476.
- Vogel, R. M., I. Wilson et C. Daly (1999).** “Regional regression models of annual streamflow for the United States.” Journal of Irrigation and Drainage Engineering **125(3)**: 148-157.
- Wood, E. F. (1991).** “Comparison of alternative land surface parametrisation with the high resolution climate model.” IAHS Publication **204**: 53-64.
- Yapo, P. O., H. V. Gupta et S. Sorooshian (1996).** “Automatic calibration of conceptual rainfall-runoff models : sensitivity to calibration data.” Journal of Hydrology **181**(23-48).

# ***ANNEXES***

## ***Annexe 1 : Discussion sur le calage des paramètres et l'optimisation (d'après Perrin, 2000)***

Les paramètres d'un modèle conceptuel pluie-débit permettent à l'utilisateur d'adapter celui-ci aux caractéristiques particulières du bassin considéré. Pour établir une comparaison, les dimensions d'un patron sont adaptées par le tailleur aux mensurations de la personne de la personne à habiller (Perrin, 2000). L'optimisation des paramètres de systèmes non-linéaires que sont les modèles pluie-débit est une étape délicate. Certains auteurs s'accordent pour dire que la qualité des paramètres d'un modèle dépend notamment de la puissance et de la robustesse de l'algorithme utilisé (Duan *et al.*, 1992).

Cependant, cette phase d'optimisation n'est pas du tout un problème hydrologique. Il s'agit plutôt d'un corollaire mathématique de la modélisation lié à la nature et à la complexité intrinsèque du modèle : structure et nombre de paramètres. La complexité de certains modèles pluie-débit a conduit au développement de méthodes d'optimisation de plus en plus sophistiquées, destinées à pallier les défaillances de méthodes traditionnelles d'optimisation.

L'optimisation des paramètres d'un modèle pluie-débit a pour but de trouver le jeu de paramètres qui rapproche le plus possible le comportement du modèle de celui du bassin modélisé, la similitude des comportements étant quantifiée par un critère (fonction objectif) servant à l'optimisation des paramètres et mesurant ce degré de similitude. Le calage demande donc le choix à la fois d'un critère de qualité, d'une méthode pour identifier les paramètres, ainsi que de séries de données destinées à fournir l'information nécessaire au calage (Sorooshian et Gupta, 1985).

Cette phase de calage contribue involontairement à compenser les erreurs internes ou imprécisions du modèle et les erreurs généralement contenues dans les données d'entrée. Avec l'amélioration des outils de calcul, ces méthodes sont de plus en plus automatisées. Cependant, elles sont confrontées à de nombreux problèmes numériques qui compliquent cette phase d'optimisation.

Johnston et Pilgrim, (1976) et Duan *et al.* (1992) ont répertorié certains de ces problèmes :

- Interdépendance des paramètres : le changement de la valeur d'un paramètre peut être compensé par la modification d'autres paramètres, ceci entraînant des solutions équivalentes en terme de valeur du critère d'optimisation ;
- La faible sensibilité de la fonction objectif à la modification de certains paramètres : (régions plates de la surface de réponse) ;
- La présence de points de l'espace des paramètres où la fonction critère n'est pas différentiable (du fait par exemple de la présence de seuils dans le fonctionnement de certains réservoirs) et la structure non convexe de la surface de réponse ;
- La présence d'optima locaux ou également l'existence de plusieurs zones de convergences.

(Ibbitt et O'Donnell,1971a) donnent des illustrations très claires de ces problèmes au niveau des caractéristiques de la surface de réponse.

De façon idéale, le jeu de paramètres qui caractérise le comportement du bassin devrait être une spécification intrinsèque du bassin. Le bassin réel donne en effet une réponse unique (chronique des débits) à une série de pluie. On devrait donc s'attendre à ce que les jeux de paramètres caractérisant le bassin ne varient guère si l'on change de fonction objectif, de technique d'optimisation ou encore de série de calage. Or, du fait de l'inexactitude intrinsèque du modèle, cette indépendance n'est vérifiée pour aucun de ces points. Les paramètres obtenus restent dépendants à la fois du choix de la fonction objectif (Sorooshian,1981 ; Sefe et Boughton,1982 ; Ibbitt et Hutchinson,1984), de la méthode d'optimisation (Duan *et al.*,1992 ; Gan et Biftu,1996) et des séries de données utilisées (Gupta et Sorooshian,1983 ; Sorooshian *et al.*,1983) ; (Alred et Hann,1991 ;Yapo *et al.*,1996).

Les difficultés d'optimiser des paramètres de modèles hydrologiques cachent des problèmes liés à la définition, l'existence et l'identification d'un jeu optimal de paramètres pour le modèle, ceci provenant principalement de défauts internes au modèle et secondairement d'erreurs de données. Les qualités qui peuvent alors être exigées d'une méthode de calage semblent donc devoir se limiter à la capacité à fournir des paramètres 'conceptuellement' acceptables et stables, plutôt que d'hypothétiques optima mathématiques (Perrin,2000). Le degré de réalisme ainsi obtenu peut être évalué par le niveau de performance du modèle durant la phase de la validation.

**Les différentes stratégies d'optimisation :**

Les différentes stratégies spatiales de recherche d'un optimum dans l'espace des paramètres permettent de répartir les algorithmes en deux grandes catégories :

Les méthodes locales :

Les méthodes locales adoptent une stratégie itérative. En partant d'un point de l'espace des paramètres, on se déplace dans une direction qui améliore continûment la valeur de la fonction critère jusqu'à ne plus pouvoir générer d'amélioration. Le jeu de paramètres ainsi trouvé correspond alors à l'optimum de la fonction. Au sein des méthodes locales, on peut distinguer deux sous-groupes, les méthodes directes et les méthodes de gradient.

Les méthodes directes testent directement différents points de l'espace des paramètres. A partir d'un jeu initial de paramètres, on choisit un pas de recherche et une direction pour effectuer des déplacements dans cet espace et on calcule la valeur de la fonction au nouveau point. S'il y a amélioration, l'opération est renouvelée à partir de ces nouveaux paramètres. Sinon, on choisit une nouvelle direction et/ou un nouveau pas de recherche à partir de ce même point. De nombreuses méthodes locales directes existent dans la littérature. On peut citer à titre d'exemple : la méthode de (Rosenbrock,1960), la méthode du Pattern Search ou PS (Hooke et Jeeves,1961), la méthode du Simplex (Nelder et Mead, 1965), la méthode 'pas à pas' (Michel,1989) et (Nascimento,1995).

Les méthodes de gradient utilisent comme information à la fois la valeur de la fonction critère et celle du gradient de la fonction pour décider de la stratégie d'évolution dans l'espace des paramètres (Perrin,2000). Dans le cas où ces méthodes utilisent le Hessien de la fonction, c'est à dire la matrice des dérivées partielles du second ordre de la fonction par rapport aux paramètres, ce sont alors des méthodes dites de Newton. On peut citer à titre d'exemple l'algorithme de Davidson-Fletcher-Powell (Fletcher et Powell,1963) ou encore la méthode de Levenberg-Marquardt (Marquardt,1963).

Les méthodes globales :

Les méthodes globales sont conçues pour pouvoir traiter efficacement des problèmes où la fonction à optimiser est multi-modale. Elles explorent une partie plus importante de l'espace des paramètres en adoptant diverses stratégies d'exploration. On peut classer ces stratégies en trois catégories : déterministes, stochastiques et combinatoires.

Les méthodes déterministes pratiquent une discrétisation systématique de l'espace des paramètres en le découpant en mailles. Pour chaque nœud du maillage, on calcule la valeur de la fonction objectif. Avec une discrétisation suffisamment fine, on peut localiser l'optimum global de la fonction. Pour qu'elles soient efficaces, ces méthodes nécessitent un maillage fin de l'espace des paramètres ce qui entraîne un important temps de calcul. On peut citer à titre indicatif la méthode Exhaustive Gridding ou EG (Duan *et al.*,1992 ; Nascimento,1995).

Les méthodes stochastiques échantillonnent l'espace des paramètres de façon aléatoire. Les jeux de paramètres sont générés en utilisant des distributions de probabilité. Au cours de l'optimisation, il existe des méthodes qui accordent à chaque zone de l'espace des paramètres la même probabilité de contenir l'optimum de la fonction objectif. C'est le cas de la méthode Uniform Random Sampling ou URS (Duan *et al.*,1992 et Nascimento,1995). En revanche, d'autres méthodes utilisent la valeur de la fonction obtenue au cours de l'optimisation pour adapter la distribution de probabilité utilisée pour échantillonner les paramètres. On peut accroître ainsi la probabilité de chercher l'optimum dans une zone correspondant aux meilleures valeurs de la fonction objectif de l'itération précédente. Il s'agit par exemple de la méthode Adaptive Random Sampling ou ARS (Marsi *et al.*,1976 ; Pronzato *et al.*,1984) ; Brazil et Krajewski,1987).

Les méthodes combinatoires ont été suggérées par de nombreux auteurs, pour améliorer les performances des méthodes locales. Elles utilisent généralement une méthode stochastique d'échantillonnage pour générer des jeux de paramètres qui serviront ensuite de points de départ à des méthodes locales d'optimisation. On peut citer dans ce cadre les travaux d'Isabelle et Villeneuve (Isabelle et Villeneuve,1986). Ils associent une méthode de recherche au hasard de type Monte-Carlo (Karnopp,1963) avec la méthode du Simplex et la méthode du gradient conjugué de Fletcher-Powell. On peut également citer la combinaison du SA et du Simplex, appliquée par (Summer *et al.*,1997 et Thyer *et al.*,1999).



## Annexe 2 : Travaux de L. TURC sur le modèle pluriannuel

Quand nous avons remplacé la constante 0,9 fixée par Turc dans son modèle par un paramètre calé sur l'échantillon des 429 bassins, nous n'avons pas retrouvé cette valeur. Cette réflexion nous a conduits à effectuer une étude plus poussée de la démarche suivie par L. Turc et à examiner la base de données sur laquelle il avait travaillé. Nous proposons alors un essai d'amélioration de ce modèle suivi d'une étude comparative entre notre échantillon (429 BV) et celui de Turc (254 BV).

La base de données de Turc (1954) comprend 254 bassins versants localisés un peu partout dans le monde. Son fichier comprend une variable pluie, une variable débit observé, une variable température, et une variable évaporation potentielle calculée par une expression qu'il a calée sur ses données. Il a réussi à proposer un modèle décrivant l'évapotranspiration réelle. Le débit en est déduit en retranchant celle ci de la pluie :

$$\left\{ \begin{array}{l} ETR = \frac{P}{\sqrt{0,9 + \frac{P^2}{L(t)^2}}} \\ ETR = P \quad Si \quad \left(\frac{P}{L}\right)^2 < 0,1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} Q = P - \frac{P}{\sqrt{0,9 + \frac{P^2}{L(t)^2}}} \\ Q = 0 \quad Si \quad \left(\frac{P}{L}\right)^2 < 0,1 \end{array} \right.$$

✓ t : température (°C)

✓  $L(t) = 300 + 25t + 0,05t^3$

Dans le but de procéder à une démarche comparative, nous avons repris le modèle original proposé par Turc, sur notre base des données (429 bassins versants) en remplaçant L(t) par (E) puisque cette donnée existe, ainsi que sur la base de données rassemblées par lui même que nous avons reproduite dans un fichier informatique d'après la publication de 1954 (254 bassins versants). Nous avons essayé de faire varier la constante 0,9 proposée par TURC pour vérifier sa pertinence. Les résultats sont présentés dans le tableau A1.

**Tableau A1 : Introduction d'un paramètre (a) dans le modèle de TURC**

$Q = P - \frac{P}{\sqrt{a + \left(\frac{P}{E}\right)^2}}$	Nash'	
	Fichier C. PERRIN	Fichier L. TURC
<b>0,7</b>	0,544	0,915
<b>0,8</b>	0,577	0,941
<b>0,9</b>	0,619	0,952
<b>1</b>	<b>0,639</b>	<b>0,948</b>
<b>1,1</b>	0,642	0,940
<b>1,2</b>	0,637	0,923

Nous remarquons qu'un remplacement de la constante (0,9) proposée par Turc par 1, apporte une légère amélioration sur le fichier de base adopté dans la présente étude sans perte significative sur la base de données rassemblée par L. TURC. Cette remarque confirme bien le résultat du calage effectué en laissant un degré de liberté à cette constante (a = 1,09 ; tableau 6 du chapitre 3) . Nous pourrions alors proposer à ce stade une simplification du modèle de Turc soit :

$$Q = P - \frac{P}{\sqrt{1 + \left(\frac{P}{E}\right)^2}}$$

Cette simplification du modèle de Turc rejoint l'amélioration proposée par Pike (1964). En effet, il a remplacé (L(t)) proposé par Turc par la formule Penman pour estimer l'évapotranspiration potentielle et la constante 0,9 par 1. Il a utilisé des données relatives à 10 grands bassins versants de Malawi.

Cependant, une réflexion demeure incontournable : « pourquoi le modèle proposé par L. TURC » semble nettement plus performant en l'appliquant sur la base de données utilisée par l'auteur (254 bassins versants), qu'en l'appliquant sur la base de données utilisée dans la présente étude (429 bassins versants) ? ».

Pour essayer de répondre à cette question, nous avons appliqué tous les modèles choisis lors de la présente étude sur la base de données de Turc et les résultats sont inscrits dans le tableau A2

' La même méthode pour le calcul des valeurs des « Nash » a été gardée : même variable cible, même forme de fonction de critère.

**Tableau A2 : Résultats de l'application des modèles à l'échantillon de Turc**

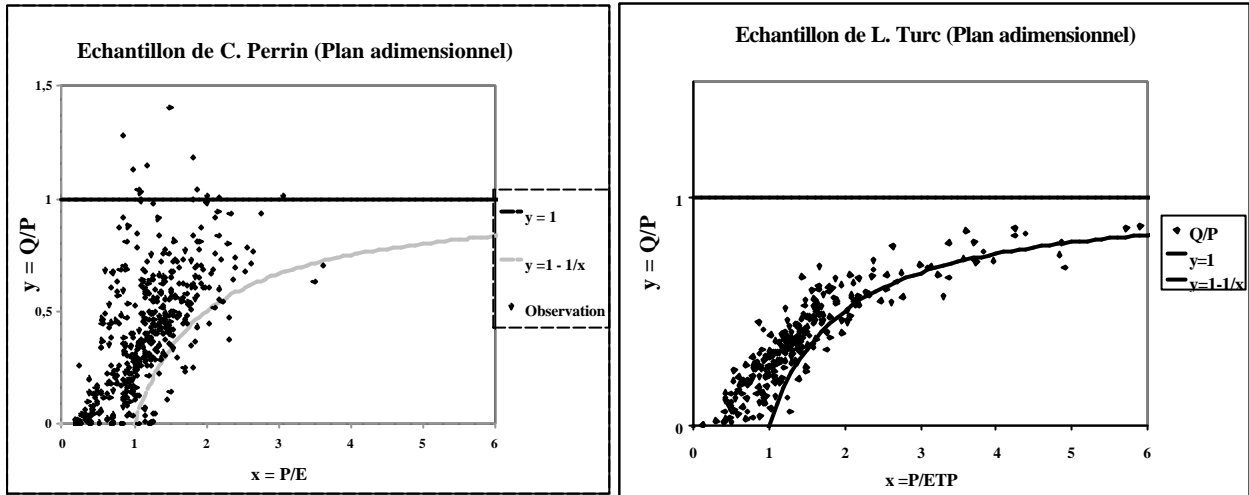
Modèle		Nash	
		Fichier C. PERRIN	Fichier L. TURC
Schreiber	$Q = P \exp\left(\frac{-ETP}{P}\right)$	0,648	0,904
O'dekop	$Q = P - ETP \tanh\left(\frac{P}{ETP}\right)$	0,589	0,953
Tixeront	$Q = (P^2 + ETP^2)^{1/2} - ETP$	0,648	0,934
SCS	$\begin{cases} Q = \frac{\left(P - \frac{ETP}{6}\right)^2}{P + \frac{2}{3}ETP}; P > ETP/6 \\ Q = 0; P \leq ETP/6 \end{cases}$	0,646	0,913
Modèle en « S »	$Q = \frac{P}{1 + \left(\frac{ETP}{P}\right)^2}$	0,658	0,914
PME <sup>39</sup>	$Q = \text{Max}(0, aP - bE)$	0,595	0,875
<b>Moyenne</b>		<b>0,631</b>	<b>0,915</b>

En observant le tableau ci dessus, nous remarquons qu'un passage du fichier de base de notre étude à celui de Turc s'accompagne d'une augmentation remarquable au niveau des valeurs de « Nash » obtenus. Ainsi, même les modèles les plus simples (le modèle linéaire par exemple) paraissent performants ce qui n'était pas le cas en les appliquant à l'échantillon de base de 429 observations. Cette réflexion nous a poussés à procéder à une comparaison entre les deux échantillons en question.

<sup>39</sup> PME : Modèle Pluie Moins Evaporation, sans référence bibliographique, il est introduit seulement pour enrichir les commentaires des travaux de Turc.

**Tableau A3 : Comparaison entre la base de donnée adoptée et celle de L. TURC**

	Fichier C. PERRIN	Fichier L. TURC	Fichier C. PERRIN	Fichier L. TURC	Fichier C. PERRIN	Fichier L. TURC	Fichier C. PERRIN	Fichier L. TURC
	E (mm)		P (mm)		Q (mm)		S (km <sup>2</sup> )	
Moyenne	953	674	1010	945	466	438	972	25277
Ecart-type	299	230	342	544	349	479	3630	68838
Min	633	194	294	150	0.2	0	0.1	4.5
Quant.(5%)	666	971	549	990	6	119	3.5	46
Quant. (95%)	1629	1450	1619	1890	1180	1380	4250	157712
Max	2045	1829	2299	4935	2043	3747	50600	226000



**Figure A1 : Comparaison des échantillons de données**

En observant la figure ci dessus, nous pouvons remarquer que :

- ✓ Les données de Turc semblent plus régulières que les données de base de notre étude puisque les observations ne dépassent jamais la droite (Pluie = Débit) ;
- ✓ Les observations de l'échantillon de Turc présentent moins de bassins versants dont le débit est nul ;
- ✓ L'échantillon disponible dans notre étude présente une plus grande dispersion.
- ✓ La dispersion pourrait être due à la superficie. En effet, l'échantillon de Turc regroupe des bassins de superficies généralement plus grandes que notre échantillon.

## **Annexe 3 :            Limite de la notion 'domaine de définition' : critique philosophique**

La confrontation des données adoptées (429 bassins versants) avec le domaine de définition d'un modèle pluie-débit au pas de temps pluriannuel nous a donné matière à réflexion sur la représentativité de la '*réalité hydrologique*' des observations, du modèle et de la notion même du domaine de définition. En effet, ces trois notions sont relativement 'liées' ou 'interactives'. Si on évoque un modèle mathématique, nous pouvons toute de suite parler du domaine de définition. Ce domaine de définition limite alors l'espace de la '*réalité*' en un champs réduit et bien déterminé. Par suite, les observations '*doivent*' donc respecter ce domaine de '*réalité mathématique*'. Le problème c'est que la réalité hydrologique est 'inconnue', elle fait l'objet de toute modélisation hydrologique. En revanche la réalité mathématique semble être unique.

Nous avons essayé alors d'aborder ce sujet en sortant, pour un bref moment, du cadre ordinaire de la thèse. Nous proposons de présenter ici une brève réflexion autour de ce sujet en commençant par revenir à la définition d'un modèle hydrologique.

Au point de vue étymologique, on peut définir un modèle de la façon suivante : de l'italien. *modello*, venant du latin *modellus*, variante du classique *modullus*, diminutif de *modus* "mesure". Terme de Beaux-Arts à l'origine (XVI<sup>ième</sup>) et chez B. Palissy déjà dans le sens de "représentation en petit de ce qui sera reproduit en grand" (comme une maquette); un peu plus tard au sens de "type caractéristique" puis au sens moral "exemple à imiter". L'emploi scientifique du mot apparaît en 1952 dans le langage des cybernéticiens; il se répand rapidement dans diverses sciences y compris les sciences humaines (économie, sociologie, linguistique etc..). De cet emploi dérivent *modéliser*, *modélisation* (attestés entre 1970 et 1980). A noter que *simulation*, dans son acceptation technoscientifique, est attesté en 1960.

Nous pouvons aussi trouver d'autres définitions du mot 'modèle' parmi lesquelles nous proposons:

- Le *Glossaire International d'Hydrologie* donne la définition suivante : Représentation sous une forme quelconque d'un objet, d'un processus ou d'un système. En hydrologie, un modèle est la plupart du temps une représentation mathématique d'un bassin, d'un système d'eau, d'une série de données, etc.
- Le *Dictionnaire de l'eau* ne donne que le mot "modèle hydraulique" : Représentation à l'échelle réduite d'un ouvrage - et de son site - dont on veut étudier la forme ou qu'on veut modifier avant son implantation. Le mot modèle est pris ici dans le sens analogique
- Le *Dictionnaire français d'Hydrogéologie* fournit la définition suivante: "Toute représentation théorique simplifiée d'un système aquifère : elle comporte la définition d'une structure, la formulation de lois (relations déterministes ou probabilistes) reliant les impulsions ou entrées du système à ses réponses ou sorties, et la définition des paramètres (constantes ou variables pouvant prendre des valeurs numériques) entrant dans ces relations. Un modèle peut être déterministe.. stochastique ...ou statistique.. Un modèle peut être conceptuel... ou empirique.. Enfin un modèle peut être global ou distributif....".

Donc, nous pouvons résumer la notion du modèle comme étant une représentation d'un système réel sous une autre échelle qui soit exploitable pour l'être humain en utilisant 'généralement' des outils mathématiques.

En ce qui concerne la définition d'un modèle hydrologique :

- Le *Glossaire International d'Hydrologie* : Représentation mathématique simplifiée de tout ou partie des processus du cycle hydrologique par un ensemble de concepts hydrologiques exprimés en langage mathématique et reliés entre eux dans des séquences temporelles et spatiales correspondant à celles que l'on observe dans la nature. Les modèles conceptuels sont utilisés pour simuler le comportement d'un bassin.

Puisque un modèle hydrologique est une écriture mathématique du cycle de l'eau, nous pouvons poser la question : jusqu'à quelle limite la notion de l'unicité de la vérité mathématique est-elle valable ? Nous abordons ce sujet en reprenant les travaux de **Fabienne Bossy** au travers d'un aperçu historique :

Très rapidement dans l'histoire des sciences, les mathématiques ont été considérées, du fait de leur nature et leur construction comme une science exacte et formelle. Que ce soit les nombres en arithmétique ou les figures en géométrie, elles étudient des objets idéaux et déduisent leurs propriétés à partir de règles de logique et d'un raisonnement déductif irréfutables (voir Aristote, logique). Cependant, s'il est vrai que les mathématiques évoluent dans un monde abstrait, elles s'appliquent aussi à notre monde réel. Pour Euclide comme pour Descartes, la vérité en mathématiques est donc à la fois formelle et matérielle :

- Elle est formelle car elle respecte le critère de cohérence. Pour qu'un discours soit vrai, il faut qu'il soit cohérent, logique et non-contradictoire ce qui est le propre même des mathématiques où le raisonnement suit les règles de la logique et de la pensée formulées depuis Aristote.
- Elle est matérielle car elle respecte le critère de concordance c'est-à-dire que le contenu du discours est conforme à la réalité. Ainsi, pour Euclide, les axiomes ne sont pas des propositions arbitraires mais ils correspondent à des évidences et sont en adéquation avec le réel.

Cette union de la vérité formelle et de la vérité matérielle en mathématiques va prévaloir pendant de nombreux siècles. L'assimilation entre "mathématiques" et "vérité absolue" va leur donner une place importante et un rôle privilégié dans l'histoire et l'évolution des connaissances.

**Euclide (IV<sup>ème</sup> - III<sup>ème</sup> siècle AJC)**

Avec les "éléments" d'Euclide, les mathématiques deviennent une science abstraite et autonome

- vis-à-vis des problèmes concrets étudiés par les babyloniens ou les égyptiens. Les mathématiques avaient alors un but utilitaire comme dans l'architecture, l'agriculture ou le commerce.
- vis-à-vis de la religion. Dans l'école Pythagoricienne, les nombres avaient une valeur mystique et permettaient d'expliquer le monde, son ordre et son harmonie.
- vis-à-vis de la philosophie. Pour Platon, les mathématiques constituent une propédeutique, un préalable nécessaire et indispensable à l'exercice de la philosophie.

Euclide élabore une théorie mathématique qui se distingue de tout ce qui a été fait auparavant par son caractère démonstratif et déductif. A partir de quelques définitions, axiomes et postulats, il déduit des propositions de plus en plus compliquées et construit ainsi une théorie formelle et consistante en respectant scrupuleusement des règles du raisonnement et de la logique. De plus, comme les axiomes et les postulats apparaissent comme des vérités mathématiques adaptées à la description du monde, les résultats qui en découlent sont eux-aussi en accord avec la réalité.

Avec les "éléments" d'Euclide, les mathématiques deviennent absolument vraies logiquement et matériellement.

#### **Descartes**

Descartes au 17<sup>ème</sup> siècle reprendra cette idée et soutiendra que les mathématiques, parce qu'elles sont les sciences les plus certaines, constituent un véritable modèle aussi bien pour les autres sciences que pour la philosophie.

Il justifie le choix des mathématiques comme modèle car :

- elles reposent sur des points de départ catégoriques, nécessairement vrais et évidents. Ils sont si clairs et si distincts que la raison ne peut les mettre en doute comme par exemple : "Le point est ce qui n'a pas de partie". Descartes les appellera les objets mathématiques purs et simples. Ils sont purs car ils ne proviennent que de la raison et non de l'expérience sensible et ils sont simples car évidents et indivisibles, ce au-delà de quoi l'analyse ne peut remonter.

Pour lui, ces objets mathématiques (le point, la droite, le cercle,...) sont des "*semences de vérité qui sont naturellement en nos âmes*" et comme ils sont simples, ils sont les premiers dans l'ordre des connaissances.

- elles reposent sur la déduction qui permet de conclure à partir de propositions initialement posées comme vraies les conséquences qui en découlent nécessairement. La déduction suivant des règles préétablies et un raisonnement contraignant ne peut qu'aboutir à des conséquences vraies et irréfutables. La déduction donne donc lieu à une certitude absolue, à une vérité universelle et intemporelle, et ceci d'autant plus qu'elle repose sur des points de départ eux-même vrais, indiscutables et évidents.

Ainsi, les mathématiques constituent un système catégorico-déductif et leur vérité est absolue, totale et définitive. C'est pour cette raison qu'elles doivent servir de modèle à toute science et à tout discours qui se veut d'être vrai



Même si il y a eu quelques accros à la certitude absolue des mathématiques avec les paradoxes de Zénon ou le paradoxe du sorite, cette idée va prédominer jusqu'au milieu du 19<sup>ème</sup> siècle. Ensuite, la conception traditionnelle des mathématiques et de leur vérité va subir un bouleversement total avec l'émergence des géométries non-euclidiennes et puis plus tard avec le théorème d'incomplétude de Gödel. Cette période de transition sera vécue douloureusement par de nombreux scientifiques et l'on parlera alors d'une crise profonde des mathématiques.

### **Les géométries non-euclidiennes**

Le père du formalisme, Euclide, était sûrement bien loin de se douter qu'il avait laissé avec le 5<sup>ème</sup> postulat - dont la version équivalente la plus connue est "*Par un point passe une et une seule droite parallèle à une droite donnée*" - un élément qui, plus de 2000 ans après sa mort, allait complètement bouleverser les mathématiques et la manière de les considérer.

Les différents commentateurs des travaux d'Euclide ont très rapidement posé la question suivante : peut-on déduire ce postulat à partir des précédents à l'apparence plus naturels ? On a longtemps pensé que cela devait être possible mais toutes les tentatives de démonstrations ont échoué. Cependant, ces tentatives n'auront pas été infructueuses puisqu'en raisonnant finalement par l'absurde, elles ont abouti à la construction de géométries non-euclidiennes, c'est-à-dire des géométries réfutant le 5<sup>ème</sup> postulat. Ces géométries ont longtemps été ignorées ou refusées, parfois par leurs propres auteurs, tant les résultats qui en découlaient paraissaient surprenants et contre l'évidence :

Dans la géométrie de Lobatchevsky (géométrie hyperbolique), par un point extérieur à une droite donnée, il passe plusieurs droites parallèles et la somme des angles d'un triangle est supérieure à  $180^\circ$  alors que dans la géométrie de Riemann (géométrie sphérique), il ne passe aucune droite parallèle et la somme des angles d'un triangle est inférieure à  $180^\circ$ .

Cependant, alors qu'on espérait trouver des contradictions dans ces nouvelles théories, on montre finalement qu'elles sont cohérentes et non-contradictoires et au milieu du 19<sup>ème</sup> siècle, on démontre que le 5<sup>ème</sup> postulat est indémontrable et ne se déduit pas des autres axiomes. Il n'est ni vrai ni faux et constitue un indécidable de la géométrie classique. Ainsi, une géométrie n'est pas plus vraie qu'une autre. Chacune d'elles nous donne un modèle qui sera plus ou moins commode selon le domaine dans lequel on travaille. Einstein, par exemple, utilisera la géométrie de Riemann pour mettre au point sa théorie de la relativité alors que la géométrie euclidienne ne le lui permettait pas.

Dès lors, la vérité d'un théorème n'est plus absolue, elle dépend du système d'axiomes adopté. Une proposition mathématique n'est plus vraie ou fausse en soi. La vérité mathématique est soumise à des conditions : elle devient conditionnelle et relative. Les mathématiques ne sont plus catégorico-déductives mais hypothético-déductives. Ce fût le premier choc des mathématiques.

#### **Le théorème de Gödel**

A la fin du 19<sup>ème</sup> siècle, le mathématicien allemand Hilbert, veut donner aux mathématiques des fondements certains, extérieurs à toute référence au monde sensible. Il élabore une axiomatique où il remplace les notions de "point", "droite", "cercle" par des objets abstraits qui répondent à des axiomes et ne font référence à aucune interprétation a priori. Il espère ainsi construire une théorie totalement cohérente et consistante.

Cependant, en 1931, le logicien Gödel allait prouver un théorème révolutionnaire : Tout système formel permettant de faire de l'arithmétique est soit inconsistant, c'est-à-dire qu'on peut démontrer une propriété P et sa négation non-P, ce qui sort du cadre de la logique usuelle et de son principe de non-contradiction, soit il est incomplet, c'est-à-dire qu'il possède des propositions indécidables. Autrement dit : tout système assez puissant pour l'arithmétique élémentaire et consistant possède des indécidables. La deuxième partie du théorème indique que justement l'énoncé qui affirme qu'un système est consistant est l'un des indécidables de ce système. Par conséquent, on ne peut démontrer la consistance d'une théorie à l'intérieure de celle-ci, ce qui réduit à néant les efforts de Hilbert d'axiomatiser complètement les mathématiques en un système cohérent et consistant. Il n'existe pas de fondement absolu aux mathématiques. Ce fut le second choc des mathématiques.

Les exemples les plus célèbres d'indécidables sont le 5<sup>ème</sup> postulat en géométrie classique et l'axiome du choix en théorie des ensembles. Mais attention, il n'existe pas d'indécidable absolu. Il suffit d'ajouter la proposition indécidable en question aux axiomes de départ pour obtenir un nouveau système formel dans lequel elle sera considérée comme vraie mais aussi dans lequel il y aura forcément d'autres propositions indécidables.

Avec l'émergence des géométries non-euclidiennes et puis plus tard avec le théorème de Gödel, l'idée d'une mathématique unique et absolue disparaît. On découvre une floraison de nouvelles axiomatisations et l'on peut désormais utiliser le système ou le modèle qui convient le mieux.

Aussi, la conception de vérité n'est pas aussi simple qu'elle paraissait :

- La vérité en mathématique n'est plus une mais plurielle. Des positions divergentes voire contradictoires coexistent.
- Elle n'est plus absolue mais relative au système d'axiomes adoptés.

- Elle n'est plus définitive mais elle peut être rectifiée par un théorie plus large et plus féconde.

Cependant, il s'agit bien encore de vérité formelle et matérielle même s'il faut revoir la conception traditionnelle que l'on avait de la vérité en mathématiques. Aussi, les mathématiques restent un modèle de rigueur et une science exemplaire. De plus, cette nouvelle conception de la vérité a été fructueuse et bénéfique à l'essor des mathématiques et des sciences en général puisqu'elle a engendré une multitude de nouvelles théories, elle a ouvert de nouvelles voies de recherche et a donné de nouvelles perspectives à la pensée humaine.

Si l'on revient à notre sujet du départ qui est la modélisation pluie-débit au pas de temps pluriannuel, le fait de décrire le cycle hydrologique de l'eau avec l'outil mathématique pourra nous faire croire que cette réalité hydrologique aboutit à la réalité mathématique. De son côté cette réalité mathématique n'est pas forcément unique.

Eliminer des donner qui semble 'suspects' car il débordent des limites mathématiques imposées a priori semble même mathématiquement un choix non fondé. Nous rappelons toujours que l'un des soucis des modélisateurs est de comprendre le fonctionnement hydrologique des bassin versant et de le réécrire. Alors, seulement les données peuvent nous renseigner sur cette réalité hydrologique. Il faut donc laisser ces données nous parler de cette réalité, ainsi les mathématiques ne seront, en fin de compte, qu'un outil comme un autre. **Laissons donc les données nous parler sans idées a priori et sans limites mathématiques.**

## **Annexe 4 : Présentation du modèle de Vandewiele appliqué au pas de temps pluriannuel**

VANDEWIELE (1991) a proposé un modèle conceptuel, au pas de temps mensuel, à un seul réservoir. Il a été testé sur 60 bassins versants belges ainsi que sur quelques bassins chinois. Le système d'équations relatif à ce modèle se présente comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) : r_t = \min \left[ \left( p_t + m_{t-1}^+ \right) \left( 1 - e^{-a_1 e_t} \right), e_t \right] \\ (2) : s_t = a_2 m_{t-1}^+ \\ (3) : f_t = a_3 m_{t-1}^+ \left( p_t - e_t \left( 1 - e^{-\frac{p_t}{e_t}} \right) \right) \\ (4) : d_t = s_t + f_t \\ (5) : m_t = m_{t-1} + p_t - r_t - d_t \end{array} \right.$$

où :

- $p_t$  : précipitation du mois (t), (mm) ;
- $e_t$  : évaporation potentielle du mois (t), (mm) ;
- $r_t$  : évapotranspiration réelle du mois (t), (mm) ;
- $s_t$  : écoulement retardé du mois (t), (mm) ;
- $f_t$  : écoulement rapide du mois (t), (mm) ;
- $d_t$  : écoulement total du mois (t), (mm) ;
- $m_t$  : stock dans le sol à la fin du mois (t), (mm) ;
- $a_1, a_2$  et  $a_3$  : paramètres positifs du modèle ;

➤  $X^+ = \max(0, X)$ .

A l'échelle de temps pluriannuelle, la 3<sup>ème</sup> équation pourrait être adaptée, avec quelques modifications, pour présenter un modèle pluie-débit :

- La variable relative au stock d'eau dans le sol sera remplacée par un premier paramètre lié à la nature du sol;
- Un deuxième paramètre lié à l'évaporation pourra être introduit.

L'équation obtenue est semblable au modèle proposé par Schreiber (1904) déjà présenté, elle prend la forme :

$$Q = a \cdot \text{Max} \left[ 0, P - E \left( 1 - e^{\left( \frac{-P}{bE} \right)} \right) \right]$$

Le paramètre (b) permet de généraliser la relation (3)

du modèle.

Nous pouvons aussi nous appuyer sur la 1<sup>ère</sup> équation du modèle de Vandewiele pour proposer un autre modèle et écrire :

$$Q = \text{Max} \left\{ 0, P - \text{Min} \left[ (P + a) \left( 1 - e^{-\frac{E}{b}} \right), E \right] \right\}$$

Où a et b sont les deux paramètres du modèle pluriannuel.

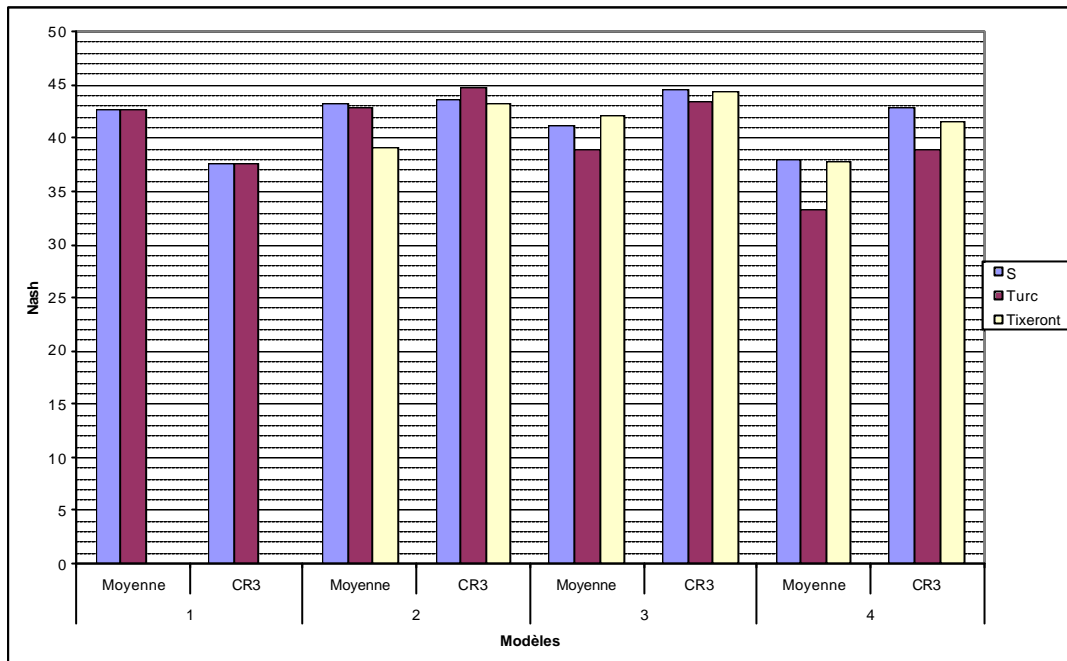
## **Annexe 5 : Choix de la meilleure forme des modèles Turc ; Tixeront et 'en S' au pas de temps annuel**

Cette annexe est consacrée à la recherche des valeurs optimales des paramètres fixes des modèles de Turc, de Tixeront et du modèles 'en S'. Ce choix est effectué en comparant différentes valeurs de  $\alpha$  (modèle de Turc),  $\beta$  (modèle de Tixeront) et  $n$  (modèle 'en S' généralisé).

Les équations figurent dans le Tableau 19, et les modèles intègrent un effet mémoire du type 'brutal' (paragraphe III) 4.1.1. (b)). Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant où les exposant  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $n$  prennent successivement les valeurs 1, 2, 3 et 4.

**Tableau 49 : Effet des exposants  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $n$  sur la performance des modèles au pas de temps annuel**

Exposant	1		2		3		4	
	Nash							
Modèle	Moyenne	CR3	Moyenne	CR3	Moyenne	CR3	Moyenne	CR3
<b>S</b>	42,6	37,6	43,3	43,7	41,19	44,6	37,9	42,8
<b>Turc</b>	42,6	37,6	42,8	44,8	39	43,4	33,2	39,0
<b>Tixeront</b>	--	-	39,1	43,2	42,2	44,3	37,8	41,6



**Figure 131 : Effet des exposant  $g$  et  $q$  et  $n$  sur la performance des modèles au pas de temps annuel**

En changeant l'exposant  $\theta = 2$ , ce qui revient à retenir la solution de départ, par  $\theta = 3$ , la performance du modèle de Tixeront augmente de sorte qu'il rejoint les modèles de Turc<sup>(2)</sup> et 'en S<sup>(2)</sup>'. Ces derniers restent cependant les meilleurs au pas de temps annuel, mais seulement en invoquant la troisième décimale.

## ***Annexe 6 : Les modèles GR, un rapide historique, (Perrin, 2000)***

Nous allons ici présenter un historique, non-exhaustif, des travaux ayant permis le développement progressif des modèles GR. Nous distinguerons les travaux relatifs aux modèles pluie-débit simples, ceux réalisés en privilégiant la prise en compte de l'humidité du sol sur le bassin versant et enfin, les travaux orientés vers la modélisation de flux de matières tels que nitrates et matières en suspension.

### **Modélisation pluie-débit**

Au début des années 80, le Cemagref d'Antony a engagé une réflexion sur la modélisation pluie-débit à partir du modèle CREC, un modèle à neuf paramètres développé au Laboratoire d'Hydrologie de l'Université de Montpellier (Cormary et Guilbot, 1973). Partant de cette structure, des simplifications ont été faites, dans le but d'obtenir un modèle à peu de paramètres, sans amoindrir les performances du modèle initial en terme de simulation des débits. Une structure simple à deux réservoirs a ainsi été proposée, avec un seul paramètre correspondant à une capacité maximale identique de ces deux réservoirs dans le cas du bassin versant de l'Orgeval (Michel, 1983). De façon plus générale, ce premier modèle était un modèle à deux paramètres, GR2, avec un paramètre pour chaque capacité de réservoir.

Utilisé par Loumagne (1988) et Devred (1989), ce modèle a ensuite été repris par Edijatno (1987, 1991) qui a, par une démarche résolument empirique, amélioré sa structure en modifiant notamment la fonction de production et en ajoutant un troisième paramètre, constante de temps d'un hydrogramme unitaire. Le nouveau modèle journalier GR3 (Edijatno et Michel, 1989) fut testé sur un échantillon de 110 bassins versants français et donna des résultats satisfaisants en comparaison avec quelques modèles plus complexes. Des relations entre descripteurs climatiques du bassin et valeurs des paramètres du modèle ont été ébauchées.



Dans une perspective de constante amélioration de cette structure, Nascimento (1991, 1995) a isolé des bassins intermittents pour lesquels le modèle avait du mal à fournir des résultats corrects, et a introduit dans le modèle un quatrième paramètre gouvernant des échanges 'souterrains' pour répondre aux exigences de bonne reproduction des débits. Le nouveau modèle GR4 a fourni sur un échantillon de 120 bassins de meilleures performances que la version antérieure à trois paramètres.

Parallèlement aux travaux de Nascimento (1995), Makhoulf (1994) a mené des recherches sur l'explication des paramètres du modèle GR4J sur des bassins de Moselle et de Bretagne. Il a également donné quelques voies pour le traitement de la neige sur les bassins de la Moselle et travaillé sur un modèle mensuel à deux paramètres GR2M (Makhoulf et Michel, 1994). Auparavant, Kabouya (1990) avait également mis au point un mois mensuel GR3M, à trois paramètres, pour l'évaluation de la ressource en eau en Algérie septentrionale (Kabouya et Michel, 1991).

Plus récemment, Edijatno *et al.* (1999) ont proposé une nouvelle version à trois paramètres du modèle journalier. Cette version, dans laquelle la capacité du réservoir de production est fixe, est très similaire à la version proposée par Nascimento (1995) avec des fonctions de production et d'échange légèrement modifiées.

Enfin, Perrin (2000) a rajouté un quatrième paramètre au modèle journalier à la suite d'un travail comparatif avec d'autres modèles (Perrin *et al.* 2001)

Un autre volet de la recherche sur la modélisation pluie-débit porte sur le problème plus spécifique de la prévision de crue. Yang (1993), utilisant le modèle GR3 d'Edijatno (1991) au pas de temps horaire, a mis au point une méthode de prévision des crues avec mise à jour des paramètres du modèle.

Parallèlement aux travaux réalisés au Cemagref d'Antony, l'équipe du Cemagref d'Aix-en-Provence s'est intéressée à la prévision des crues et a couplé un générateur stochastique de pluies (Cernesson *et al.*, 1996) à une version horaire de GR3 au sein du modèle SHYPRE (Cernesson et Lavabre, 1994). Des travaux ont également été menés sur le modèle mensuel (Lavabre *et al.*, 1993; Makhoulf *et al.*, 1995) qui est à la base du logiciel LOIEAU pour l'estimation de variables réglementaires sur les débits (Lavabre *et al.*, 1997).

Enfin, nous pouvons citer ici les travaux de Bentura (1996) portant sur la propagation des crues (Bentura et Michel, 1997). Cette recherche n'est pas directement liée au développement des modèles GR mais elle a permis de montrer que le routage utilisé dans GR3 permettait d'approcher de façon assez bonne les résultats de propagation obtenus à partir des équations de Barré-Saint-Venant. Cette méthode a par exemple été appliquée par Lees et Sincock (2002).

Parmi les travaux ayant appliqué ces modèles GR, nous pouvons tout d'abord citer ceux réalisés par l'IRD (ex-ORSTOM) en Afrique. Servat et Dezetter (1991, 1992) ont appliqué le modèle GR3 d'Edijatno sur des bassins de Côte-d'Ivoire en les comparant aux modèles CREC et MODGLO. Paturel *et al.* (1995), Ouedraogo *et al.* (1998) ont testé le modèle mensuel également sur des bassins ivoiriens.

Le modèle GR3 a également été utilisé par Yang *et al.* (1991) dans le cas de la gestion d'un réservoir. Yang et Parent (1996) ont par ailleurs testé une méthode d'analyse de fiabilité sur le modèle GR3 et Kuczera et Parent (1998) ont appliqué une procédure 'Chaîne de Markov' Monte-Carlo pour l'estimation de l'incertitude sur les paramètres du modèle GR4.

#### Humidité du bassin versant et modélisation pluie-débit

Les travaux dans ce domaine ont été réalisés au Cemagref d'Antony en collaboration avec le Centre d'Etudes Terrestres et Planétaires (CETP) de Vélizy. Les bassins versants de l'Orgeval et du Naizin ont été des supports d'observation privilégiés dans le développement des modèles.

Partant de la structure simple à deux paramètres proposée par Michel (1983), les recherches de Loumagne (1988) ont porté sur l'utilisation de données d'humidité du sol pour la modélisation pluie-débit. En se basant sur des observations révélant l'importance de l'état hydrique superficiel du bassin dans la production des débits, le but de ce travail était de substituer au réservoir de production les données d'humidité. Cette approche a fourni des résultats prometteurs et elle a donc été approfondie, tout d'abord par Chkir (1996), qui a proposé le modèle GRHUM issu de la modification du modèle GR4: le réservoir de production a été modifié pour obtenir un réservoir bicouche avec utilisation du schéma de Deardoff, la couche supérieure étant destinée à pouvoir simuler l'état d'humidité de surface du bassin versant. Ce modèle peut être utilisé soit en simulation, soit en assimilation avec utilisation de données de terrain par le modèle. Cette méthodologie a été ensuite reprise par Cognard-Plancq (1996) en collaboration avec le CETP avec l'utilisation de données de télédétection qui, après traitement, permettent d'obtenir un indice global d'humidité du bassin pouvant être utilisé par le modèle (Loumagne *et al.*, 1996).

Actuellement, ces travaux sont poursuivis (Quesney, 1999), notamment avec l'utilisation du modèle GRHUM dans un cadre de la prévision de crue et des méthodes d'assimilation des données telles que la méthode développée par Yang (1993). Le projet européen AIMWATER, (1998 – 2001) au Cemagref d'Antony, s'inscrit également dans cette démarche (Loumagne *et al.*, 2001).

Récemment, Andréassian (2002) a appliqué le modèle GR4J dans le cadre de la mise au point de tests de mise en évidence d'impact de l'évolution du couvert forestier sur le comportement hydrologiques des bassins versants.

Transferts de nitrates et de MES à l'échelle du bassin versant

En plus de la modélisation pluie-débit proprement dite, les travaux de recherche au Cemagref d'Antony ont également été orientés vers la modélisation de transferts de polluants et de matières en suspension (sous l'impulsion de Thierry Leviandier).

Dans le cadre de la modélisation des pollutions diffuses par les nitrates d'origine agricole, Ma (1991) a utilisé les résultats du travail d'Edijatno et Michel (1989) sur le modèle GR3 et a ajouté à la structure de ce modèle un troisième réservoir destiné à router des percolations provenant du réservoir sol, ceci pour améliorer la simulation des étiages et permettre le couplage à un modèle de production et de transfert de nitrates. De bons résultats ont été obtenus sur le bassin de Mélarchez (Orgeval), mais la modélisation s'est révélée plus difficile sur des bassins plus grands de la Charente. Les travaux soulignent l'importance d'avoir de bonnes simulations hydrologiques quantitatives pour bien rendre compte des transferts de polluants et la nécessité d'une approche conceptuelle pour les nitrates, en accord avec la nature du modèle pluie-débit utilisé.

Poursuivant cette démarche, Mantilla Morales (1995) a approfondi la connaissance du fonctionnement du modèle GR5 sur le bassin de la Charente pour la simulation du transfert des nitrates.

Participant à des travaux engagés par Leviandier (1993) dans le cadre du programme de recherche pluri-disciplinaire Piren-Seine, Gafrej (1993) s'est intéressée à la modélisation du transfert des matières en suspension (MES) sur le bassin de la Marne, utilisant des résultats sur les invariances d'échelle dans les transferts hydrologiques sur le bassin versant. A la suite de ces travaux, Kribèche (1999) a approfondi l'utilisation du modèle MHR (Levandier, ) couplé à un modèle de MES dans le cas de l'estimation du flux de matières en suspension, et la prise en compte des variabilités spatiales a permis un début d'explication des paramètres du modèle en fonction de caractéristiques physiques.

La prise en compte de l'hétérogénéité spatiale des bassins sera renforcée dans l'approche développée par Zermani (1998) et Leviandier *et al.* (1994) pour la simulation du transfert de nitrates. L'utilisation de SIG a permis la mise en relation des paramètres des modèles conceptuels avec des caractéristiques physiques des bassins. Ce travail a permis de mieux tester la résolution du changement d'échelle par le modèle MHR.

## Références

- Allred, B. et Haan, C.T. (1991). Variability of optimized parameter estimates based on observed record length. *Transactions of the ASAE*, **34**(6), 2421-2426.
- Andréassian, V., (2002). Impact de l'évolution du couvert forestier sur le comportement hydrologique des bassins versants. *Thèse de Doctorat*, Université Pierre et Marie Curie Paris VI, Cemagref (Antony), 276 pp.
- Andréassian, V., Perrin, C., Michel, C., Usart-Sanchez, I., Lavabre, J., (2001). Impact of imperfect rainfall knowledge on the efficiency and the parameters of watershed models. *Journal of Hydrology* (250), 206-223.
- Arnell, N., Stanescu, V.A., Krasovskaia I., Servat, E., Mahé, G., Galéa, G., Leblois, E., Sauquet, E., Vander Wateren de Hoog, B. (1997). Chapter 2: Regimes and regional hydrology. In: *FRIEND projects H-5-5 and 1.1 Third report : 1994-1997*, Cemagref (Ed.), 63-128.
- Bentura, P.L.F. (1996). Développement d'une méthode de propagation de crue (méthode "délai-stockage"). Thèse de Doctorat, Université Paris XII Val-de-Marne, Cemagref (Antony), 490 p. odèle SHYPRE: Simulation de crues grâce à la modélisation pluie-débit. In: *Crues et inondations, Tome 1, 23ème journées de l'hydraulique, Congrès de la Société hydrotechnique de France, Nîmes, 14-15-16 septembre 1994*, 229-235
- Bentura, P.L.F. and Michel, C. (1997). Propagation de crue dans un canal large par une méthode combinant délai et stockage dans un réservoir quadratique. *Hydrological Sciences Journal*, **42**(2) 169-189
- Chkir, N. (1994). Mise au point d'un modèle hydrologique conceptuel intégrant l'état hydrique du sol dans la modélisation pluie-débit. Thèse de Doctorat, ENPC (Paris), Cemagref (Antony), 327 p.
- Cognard-Plancq, A.L. (1996). Suivi de l'état hydrique des sols par télédétection spatiale (radar et thermographie infrarouge) et modélisation hydrologique à l'échelle du bassin versant. Thèse de doctorat, Université de Paris-sud (Orsay), Cemagref (Antony), 130 p.
- Cormary, Y. et Guilbot, A. (1973). Etude des relations pluie-débit sur trois bassins versants d'investigation. *Proceedings of the IAHS Madrid Symposium*, IAHS Publ. **108**, 265-279.
- Devred, D. (1989). Etude pluviométrique du bassin de la Sambre. Etude hydrologique du sous-bassin de la Solre. *Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Techniques de Lille - Flandre – Artois*, 382 p.
- Edijatno (1987). Amélioration des modèles simples de transformation pluie-débit au pas de temps journalier sur des petits bassins versants. Mémoire de DEA, Université Louis Pasteur (Strasbourg), Cemagref (Antony).
- Edijatno (1991). Mise au point d'un modèle élémentaire pluie-débit au pas de temps journalier (Elaboration of a simple daily rainfall-runoff model). *Ph.D. dissertation, Louis Pasteur University (Strasbourg) / Cemagref (Antony)*, France, 625 p.
- Edijatno et Michel, C. (1989). Un modèle pluie-débit à trois paramètres. *La Houille Blanche*, n°2, 113-121.
- Edijatno, Nascimento, N.O., Yang, X., Makhlouf, Z. et Michel, C. (1999). GR3J: a daily watershed model with three free parameters. *Hydrological Sciences Journal*, **44**(2), 263-278.
- Gafrej, R. (1993). Modélisation conceptuelle du transfert des matières en suspension. Effets d'échelles spatio-temporelles. *Thèse de Doctorat, Université Paris VI, Cemagref (Antony)*, 184 p.
- Kabouya, M. et Michel, C. (1991). Monthly water resources assessment, application to a semi-arid country. *Revue des sciences de l'Eau*, **4**(4), 569-587.
- Kribèche, R. (1999). Facteurs physiques de l'érosion significatifs au niveau des flux exportés par les bassins versants. Identification par modélisation. *Thèse de Doctorat, Université Paris VI, Cemagref (Antony)*.
- Kuczera, G. and Parent, E. (1998). Monte Carlo assessment of parameter uncertainty in conceptual catchment models: The Metropolis algorithm, *Journal of Hydrology*, **211**(1-4), 69-85.
- Lavabre, J., Cambon, J.P., Folton, C., Makhlouf, Z. et Michel, C. (1997). LOIEAU: un logiciel pour l'estimation régionale de la ressource en eau - Application à la détermination des débits de référence de la région méditerranéenne française. *Ingénieries - E A T*, n° 12, 59-66.
- Lavabre, J., Sempere Torres, D et Cernesson, F. (1993). Changes in the hydrological response of a small Mediterranean basin a year after a wildfire. *Journal of Hydrology*, **142**, 273-299.
- Lees, M.J., Sincock, A.M., (2002). Extension of the QUASAR river-water quality model to unsteady flow conditions. *Journal of the Chartered Institution of Water and Environmental Management* **16**(1), 12-17.
- Leviandier, T., Mantilla-Morales, G. and Zermani, A. (1994). Etude comparative de la résolution spatiale de modèles hydrologiques sur le bassin de la Charente. *Symposium sur les relations continent- zones côtières, GIP Hydrosystème, IFREMER, CEMAGREF, Université de La Rochelle, France, CNRS*, 13 p.
- Loumagne, C. (1988). Prise en compte d'un indice de l'état hydrique du sol dans la modélisation pluie-débit. *Thèse de Doctorat, Université de Paris-Sud (Orsay), Cemagref (Antony)*, 200 p.
- Loumagne, C., Chkir, N., Normand, M., Otlé, C. and Vidal-Madjar, D. (1996). Introduction of soil/vegetation/atmosphere continuum in a conceptual rainfall-runoff model. *Hydrological Sciences Journal*, **41**(6), 889-902.

- Loumagne, C., Normand, M., Riffard, W., Weisse, A., Quesney, A., Le Hegarat-Masclé, S., Alem, F.,** (2001). Intégration de données satellitaires dans des modèles hydrologiques pour la gestion des barrages réservoirs. *Hydrological Sciences Journal* **46**(1), 89-102.
- Ma, Z.C. (1991).** Modélisation du transfert des nitrates: du bassin de recherche au grand bassin. *Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur (Strasbourg), Cemagref (Antony)*, 183 p.
- Makhlouf, Z. (1994).** Compléments sur le modèle pluie-débit GR4J et essai d'estimation de ses paramètres. Thèse de Doctorat. Université de Paris XI Orsay / Cemagref (Antony), 228 pp.
- Makhlouf, Z., Lavabre, J. et Folton, N. (1995).** Choix du modèle mensuel de simulation pour l'estimation des débits de référence sur un bassin versant, application sur les bassins versants de l'Orb, de l'Hérault, du Viridoule et du Real Collobrier. *Rapport d'étude, Cemagref (Aix-en-Provence)*, 24 p.
- Makhlouf, Z. et Michel, C. (1994).** A two-parameter monthly water balance model for French watersheds. *Journal of Hydrology*, **162**, 299-318.
- Mantilla Morales, G. (1995).** Modélisation des transferts de nitrates, confrontation des concepts, des données et des informations: application au bassin de la Charente. *Thèse de Doctorat, ENPC (Paris), Cemagref (Antony)*, 179 p.
- Michel, C. (1983).** Que peut-on faire en hydrologie avec un modèle conceptuel à un seul paramètre. *La Houille Blanche*, **1**, 39-44.
- Nascimento, N.O. (1991).** Adaptation d'un modèle conceptuel journalier (GR3J) aux bassins versants de cours d'eau intermittents. *Mémoire de DEA, ENPC, ENGREF, Université Paris Val de Marne*, 89p.
- Nascimento, N.O. (1995).** Appréciation à l'aide d'un modèle empirique des effets d'actions anthropiques sur la relation pluie-débit à l'échelle du bassin versant. *Thèse de Doctorat, CERGRENE / ENPC, Paris, France*, 550 p.
- Ouédraogo, M. Servat, E., Paturol, J.E., Lubès-Niel, H. et Masson, J.M. (1998).** Caractérisation d'une modification éventuelle de la relation pluie-débit autour des années 1970 en Afrique de l'ouest et centrale non sahélienne. *Water resources variability in Africa during the XXth century, Proceedings of the Abidjan '98 Conference, IAHS Publ. 252*, 315-321.
- Pardé, M. (1933).** Fleuves et Rivières. A. Colin (Ed.), Paris, 224 p.
- Paturol, J.E., Servat, E. et Vassiliadis, A. (1995).** Sensitivity of conceptual rainfall-runoff algorithms to errors in input data – case of the GR2M model. *Journal of Hydrology*, **168**, 111-125.
- Perrin, C., (2000).** Vers une amélioration d'un modèle global pluie-débit au travers d'une approche comparative. *Thèse de Doctorat, INPG (Grenoble) / Cemagref (Antony)*, 530 pp.
- Perrin, C., Michel, C., Andréassian, V., (2001).** Does a large number of parameters enhance model performance ? Comparative assessment of common catchment model structures on 429 catchments. *Journal of Hydrology* **242**(3-4), 275-301.
- Quesney, A. (1999).** Assimilation de mesures d'humidité de surface dans un modèle hydrologique conceptuel global. Apport de la télédétection radar ERS/SAR. *Thèse de Doctorat*.
- Servat, E. et Dezetter, A. (1991).** Selection of calibration objective functions in the context of rainfall-runoff modelling of a sudanese savannah area. *Hydrological Sciences Journal*, **36**(4), 307-331.
- Servat, E. et Dezetter, A. (1992).** Modélisation globale de la relation pluie-débit et estimation des apports en eau dans le nord-ouest de la Côte-d'Ivoire. *Hydrologie Continentale, ORSTOM*, **7**(2), 129-142.
- Sorooshian, S., Gupta, V.K. and Fulton, J.L. (1983).** Evaluation of maximum likelihood parameter estimation techniques for conceptual rainfall-runoff models: influence of calibration data variability and length on model credibility. *Water Resources Research*, **19**(1), 251-259.
- Tangara, M. (1991).** Un ensemble de programmes de traitement de fichiers hydrologiques et de tracé graphique, réalisés en Fortran 77, en vue d'une typologie des petits bassins versants ruraux. *Mémoire d'ingénieur, CNAM/CEMAGREF*, 207 p.
- Yang, X. (1993).** Mise au point d'une méthode d'utilisation d'un modèle pluie-débit conceptuel pour la prévision des crues en temps réel. *Thèse de Doctorat, ENPC (Paris), Cemagref (Antony)*, 350 p.
- Yang, X. et Parent, E. (1996).** Analyse de fiabilité en modélisation hydrologique: concepts et applications au modèle pluies-débits GR3. *Revue des Sciences de l'Eau*, n°1, 31-49.
- Yang, X., Parent, E., Michel, C. et Roche, P.A. (1991).** Gestion d'un réservoir pour la régularisation des débits. *La Houille Blanche*, n°6, 433-440.
- Yapo, P.O., Gupta, H.V., Sorooshian, S. (1996).** Automatic calibration of conceptual rainfall-runoff models: sensitivity to calibration data. *Journal of Hydrology*, **181**, 23-48.
- Zermani, A. (1998).** Apport des SIG à la reconnaissance à moyenne échelle des facteurs d'écoulement et de transfert des nitrates. Thèse de Doctorat, ENGREF (Paris), Cemagref (Antony), 377 p.

## Annexe 7 : Architecture du Modèle GR3J (Edijatno et Michel, 1989)

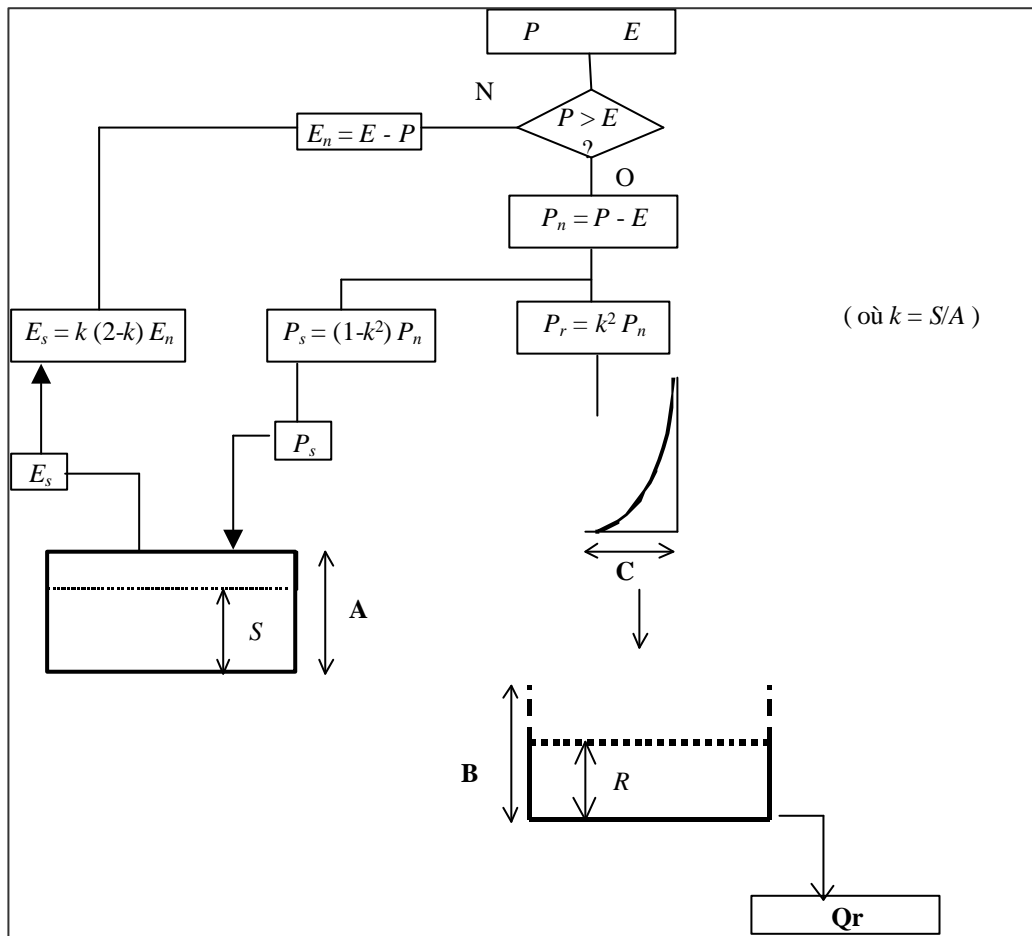


Figure 132 : Architecture du modèle GR3J (Edijatno et Michel, 1989)

### Neutralisation :

La pluie brute subit l'évapotranspiration potentielle ETP. La pluie nette  $P_n$  est alors déterminée par :

- si  $P \geq E$             alors  $P_n = P - E$     et     $E_n = 0$
- si  $P < E$             alors  $P_n = 0$         et     $E_n = E - P$

**Réservoir de production :**

Lorsqu'il reste une pluie  $dP_n$ , la partie allant dans le réservoir sol est  $dP_s$  et l'autre partie  $dP_r$  transite vers l'exutoire :

$$dP_r = \left(\frac{S}{A}\right)^2 .dP_n$$

$$dP_s = \left[1 - \left(\frac{S}{A}\right)^2\right] .dP_n$$

où  $S$  est le niveau dans le réservoir sol et  $A$  la capacité maximale de ce réservoir. La variation du niveau du réservoir sol est  $dS = dP_s$  et le niveau est mis à jour suivant :

$$S' = \frac{S + A.\tanh(P_n / A)}{1 + (S / A).\tanh(P_n / A)}$$

Dans le cas où toute la pluie est consommée lors de l'interception, le restant  $E_n$  d'ETP sert à faire évaporer l'eau contenue dans le réservoir sol, à un taux commandé par une fonction du niveau dans le réservoir sol. La variation du niveau est :

$$dS = -dE_s$$

avec

$$dE_s = (S / A).[2 - (S / A)].dE_n$$

Le niveau du réservoir est mis à jour suivant :

$$S'' = S' \frac{1 - \tanh(E_n / A)}{1 + [1 - S / A].\tanh(E_n / A)}$$

**Hydrogramme unitaire :**

La composante de l'écoulement subissent tout d'abord un retard progressif par action d'un hydrogramme unitaire qui permet de simuler le temps de montée de l'hydrogramme. Cet hydrogramme est caractérisé par un temps de base  $C$ . L'écoulement transitant par le réservoir de routage est retardé par une fonction UH de la forme :

$$q(t) = \frac{3}{C^3} t^2$$

Pour pouvoir l'appliquer avec des données discrètes, on peut passer par l'intermédiaire de la courbe en  $S$ . Si  $j$  représente le temps en jours on a pour  $j$  allant de 1 à  $N$  (valeur entière de  $C$ ) :

$$q_j = \int_{j-1}^j q(t) dt = \frac{3j^2 - 3j + 1}{C^3}$$

et enfin avec  $N$ , le plus grand entier inférieur à  $C$  :

$$q_{N+1} = 1 - \left[\frac{N}{C}\right]^3$$

**Réservoir de routage :**

Après avoir été retardé par l'hydrogramme unitaire, la principale composante d'écoulement transite par un réservoir de routage non linéaire qui se vidange suivant une loi :

$$Qr(t) = K.R(t)^2$$

où K est une constante et R le niveau dans le réservoir de routage. Le niveau du réservoir de routage est donc mis à jour d'après :

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{B}$$

où B est la capacité maximale du réservoir de routage. On a posé  $\frac{1}{B} = K.\Delta t$ , avec  $\Delta t=1$  jour, pas de temps de fonctionnement. Le débit du réservoir est alors :  $Q = R - R'$



***Annexe 8 : Résultats du test de généralisation  
au pas de temps mensuel des  
modèles annuels***

➤ **Annexe 8.1 : modèles d'Ol'dekop**

		Performances			Paramètres						Nbre	
					a	Alpha		A	B	C		
		Cr3	Max	Moy		Liss.	hu	Sol	R	H.U.		
<b>Annuel</b>		10,8	89,7	-9,0	1,55		0,60				1	
<b>Production</b>	<b>Sol</b>	15,2	94,6	7,7	0,58			321			2	
	<b>Lissage</b>	27,2	88,2	2,8	1,68	0,28					2	
	<b>pa</b>	43,6	90,2	45,8	1,16		0,15				2	
	<b>Lissage + Sol</b>	41,1	95,5	33,0	0,67	0,29		330			3	
	<b>pa + Sol</b>	52,9	95,3	51,6	0,59		0,25	441			3	
<b>Routage</b>	<b>HU</b>	1,5	53,1	88,1	56,5	1,63					7,53	2
		2	53,3	88,0	56,5	1,65					8,41	2
		2,5	53,4	88,1	56,2	1,67					9,30	2
	<b>Réservoir</b>	1	53,6	90,9	57,2	1,65				1,65		2
		2	53,5	93,0	56,8	1,67				1,25		2
		3	52,5	92,6	54,7	1,63				1,55		2
<b>Combinaisons</b>	<b>Lissage + Res</b>	1	57,6	91,1	61,0	1,63	0,49			2,45		3
		2	58,2	93,0	61,2	1,62	0,48			4,26		3
	<b>Lissage+HU</b>	1,5	56,0	88,1	59,0	1,63	0,57				5,56	3
		2	56,6	88,1	59,2	1,63	0,55				6,12	3
	<b>pa + Res</b>	1	60,9	91,2	63,4	1,34		0,38		2,07		3
		2	61,0	93,0	63,7	1,34		0,37		2,69		3
	<b>pa+HU</b>	1,5	60,2	90,3	62,1	1,38		0,51			6,41	3
		2	60,1	90,2	62,5	1,39		0,49			7,16	3
	<b>Sol + Res</b>	1	63,4	94,8	62,8	0,73			187	2,23		3
		2	62,7	94,6	62,8	0,72			171	2,86		3
	<b>Sol+HU</b>	1,5	61,1	94,9	60,1	0,76			48		5,92	3
		2	61,9	94,9	61,8	0,74			72		6,42	3
	<b>Lissage+Sol+Res</b>	1	63,9	95,3	63,5	0,71	0,69		187	2,77		4
		2	64,5	95,5	62,4	0,72	0,66		167	5,00		4
	<b>Lissage+Sol+HU</b>	1,5	61,9	95,1	59,1	0,76	0,69		44		5,24	4
		2	65,5	95,1	61,2	0,73	0,70		62		5,67	4
	<b>pa+Sol+Res</b>	1	65,5	95,2	64,4	0,68		0,68	181	2,49		4
		2	66,1	95,3	64,2	0,69		0,67	151	4,10		4
	<b>pa+Sol+HU</b>	1,5	63,8	95,2	61,2	0,72		0,71	36		5,59	4
		2	64,3	95,2	63,4	0,70		0,73	59		6,03	4

➤ **Annexe 8.2 : modèle ‘Interception’**

		Performances			Paramètres						Nbre
					a	Alpha		A	B	C	
		Cr3	Max	Moy		Liss.	hu	Sol	R	H.U.	
<b>Annuel</b>		27,7	90,3	18,6	5,58		0,60				1
<b>Production</b>	<b>Sol</b>	40,3	93,9	38,6	0,79			369			2
	<b>Lissage</b>	40,0	90,4	30,9	5,53	0,35					2
	<b>pa</b>	39,3	90,3	41,4	4,14		0,12				2
	<b>Lissage + Sol</b>	51,8	94,5	50,9	0,77	0,21		412			3
	<b>pa + Sol</b>	54,5	94,4	55,3	0,88		0,35	3,24			3
<b>Routage</b>	<b>HU</b>	1,5	53,5	88,8	57,7	5,26				6,40	2
		2	53,5	88,8	57,5	5,31				7,10	2
		2,5	53,7	88,8	57,6	5,31				7,79	2
	<b>Réservoir</b>	1	52,7	90,9	57,1	5,21				1,89	2
		2	52,4	92,1	57,1	5,26				2,03	2
		3	51,4	92,1	55,6	5,05				2,97	2
<b>Combinaisons</b>	<b>Lissage +Res</b>	1	56,9	91,1	61,5	5,20	0,53			2,64	3
		2	57,2	91,5	61,7	5,21	0,54			4,66	3
	<b>Lissage+HU</b>	1,5	56,2	90,8	60,8	5,26	0,54			4,77	3
		2	56,3	90,9	60,9	5,26	0,54			5,23	3
	<b>pa +Res</b>	1	57,0	91,1	60,9	4,01		0,24		2,86	3
		2	56,6	91,8	61,2	3,98		0,25		5,26	3
	<b>pa+HU</b>	1,5	56,4	90,2	61,1	4,10		0,30		5,00	3
		2	56,8	90,2	61,3	4,10		0,29		5,48	3
	<b>Sol +Res</b>	1	<b>66,7</b>	<b>93,9</b>	<b>68,5</b>	<b>0,92</b>			<b>196</b>	<b>2,74</b>	<b>3</b>
		2	64,9	93,9	67,3	0,92			164	4,44	3
	<b>Sol+HU</b>	1,5	62,9	93,8	65,1	1,08			55	5,29	3
		2	63,5	93,8	66,2	1,02			81	5,75	3
	<b>Lissage+Sol+Res</b>	1	66,4	93,2	67,9	0,89	0,68		187	3,27	4
		2	65,1	94,4	67,5	0,93	0,65		147	6,82	4
	<b>Lissage+Sol+HU</b>	1,5	62,7	94,3	64,7	1,13	0,62		42	4,74	4
		2	63,7	94,3	66,1	1,04	0,63		67	5,15	4
	<b>pa+Sol+Res</b>	1	67,1	94,3	68,6	0,85		0,63	192	3,23	4
		2	67,5	94,3	68,5	0,89		0,63	156	6,55	4
<b>pa+Sol+HU</b>	1,5	64,3	94,3	66,1	1,07		0,64	34	4,97	4	
	2	64,7	94,2	67,1	1,00		0,65	55	5,39	4	

## ➤ Annexe 8.3 : Modèle de Turc d'exposant 2

		Performances			Paramètres						Nbre	
					a	Alpha		A	B	C		
		Cr3	Max	Moy		Liss.	hu	Sol	R	H.U.		
<b>Annuel</b>		13,3	90,1	-5,3	1,77		0,60				1	
<b>Production</b>	<b>Sol</b>	21,5	94,6	14,8	0,60			334			2	
	<b>Lissage</b>	28,9	88,9	6,4	2,01	0,29					2	
	<b>pa</b>	43,3	90,4	45,5	1,34		0,15				2	
	<b>Lissage + Sol</b>	43,2	95,3	36,6	0,73	0,32		314			3	
	<b>pa+ Sol</b>	53,7	95,2	52,4	0,62		0,25	450			3	
<b>Routage</b>	<b>HU</b>	1,5	53,5	87,8	56,9	1,86					7,42	2
		2	53,5	87,8	57,0	1,88					8,27	2
		2,5	53,6	87,8	56,6	1,90					9,14	2
	<b>Réservoir</b>	1	54,1	91,2	57,3	1,88				1,68		2
		2	53,5	93,0	57,2	1,90				1,31		2
		3	52,7	92,6	54,9	1,84				1,62		2
<b>Combinaisons</b>	<b>Lissage +Res</b>	1	58,1	91,4	61,4	1,86	0,49			2,49		3
		2	58,5	92,9	61,7	1,84	0,49			4,44		3
	<b>Lissage+HU</b>	1,5	56,8	88,7	59,6	1,86	0,56				5,47	3
		2	56,9	88,7	59,7	1,86	0,54				6,00	3
	<b>pa +Res</b>	1	60,8	91,5	63,4	1,51		0,36		2,11		3
		2	61,0	93,0	63,9	1,51		0,36		2,97		3
	<b>pa+HU</b>	1,5	60,4	90,4	62,3	1,55		0,48			6,25	3
		2	60,1	90,3	62,7	1,55		0,64			6,95	3
	<b>Sol +Res</b>	1	63,8	94,7	64,3	0,75			178	2,33		3
		2	62,9	94,6	64,1	0,77			164	3,25		3
	<b>Sol+HU</b>	1,5	61,2	94,7	61,2	0,79			52		5,83	3
		2	62,6	94,2	63,1	0,78			74		6,18	3
	<b>Lissage+Sol+Res</b>	1	64,5	95,2	63,6	0,73	0,69		181	2,86		4
		2	64,6	95,3	63,7	0,75	0,67		158	5,26		4
	<b>Lissage+Sol+HU</b>	1,5	61,4	95,1	60,7	0,79	0,71		45		5,25	4
		2	63,6	95,1	62,2	0,76	0,71		65		5,53	4
	<b>pa+Sol+Res</b>	1	65,4	95,1	65,0	0,70		0,69	171	2,64		4
		2	66,2	95,2	65,0	0,72		0,67	148	4,44		4
<b>pa+Sol+HU</b>	1,5	63,9	95,0	62,8	0,76		0,75	40		5,53	4	
	2	64,3	95,1	64,2	0,74		0,72	61		5,87	4	

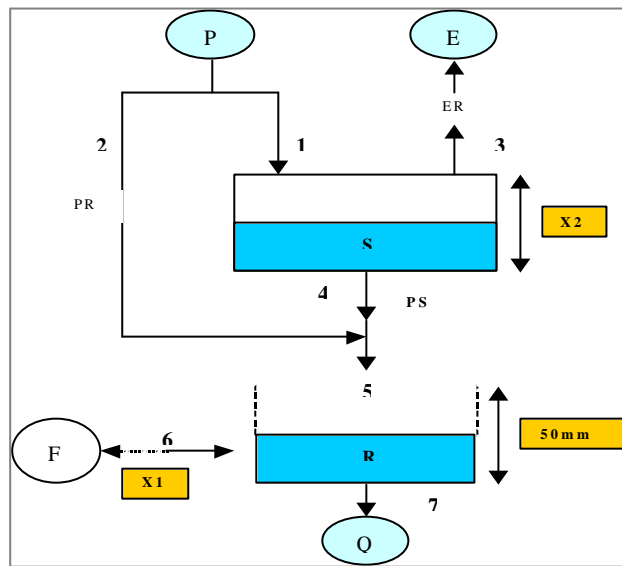
➤ **Annexe 8.4 : Modèle de Tixeront d'exposant 2**

		Performances			Paramètres						Nbre	
					a	Alpha		A	B	C		
		Cr3	Max	Moy		Liss.	hu	Sol	R	H.U.		
<i>Annuel</i>		17,1	90,3	1,8	2,12		0,60				1	
<i>Production</i>	<i>Sol</i>	24,7	94,6	19,9	0,61			340			2	
	<i>Lissage</i>	30,5	89,3	13,9	1,57	0,13					2	
	<i>pa</i>	43,0	90,5	44,8	2,44		0,13				2	
	<i>Lissage + Sol</i>	50,3	95,3	47,4	0,71	0,23		416			3	
	<i>pa + Sol</i>	54,3	94,8	54,8	0,83		0,33	311			3	
<i>Routage</i>	<i>HU</i>	1,5	54,4	88,6	57,9	3,67					6,22	2
		2	54,1	88,6	57,9	3,71					6,98	2
		2,5	54,3	88,6	57,8	3,71					7,71	2
	<i>Réservoir</i>	1	53,1	91,3	57,6	3,74				1,94		2
		2	52,7	92,4	57,4	3,76				1,90		2
		3	51,7	92,4	55,8	3,56				2,66		2
<i>Combinaisons</i>	<i>Lissage + Res</i>	1	57,4	91,5	61,8	2,89	0,27			2,99		3
		2	57,0	92,0	62,0	2,83	0,28			5,00		3
	<i>Lissage+HU</i>	1,5	56,6	90,9	60,8	2,91	0,33				4,84	3
		2	57,0	91,0	60,9	2,91	0,32				5,38	3
	<i>pa+Res</i>	1	58,5	91,5	61,9	3,74		0,50		2,95		3
		2	58,3	92,3	62,2	3,67		0,52		4,81		3
	<i>pa+HU</i>	1,5	57,8	90,4	61,9	3,71		0,53			4,35	3
		2	57,7	90,4	62,1	3,71		0,52			4,82	3
	<i>Sol + Res</i>	<b>1</b>	<b>65,7</b>	<b>94,3</b>	<b>67,0</b>	<b>0,85</b>			<b>194</b>	<b>2,77</b>		<b>3</b>
		2	64,3	94,3	65,8	0,87			162	4,18		3
	<i>Sol+HU</i>	1,5	62,2	94,3	64,9	1,02			48		5,02	3
		2	62,9	94,3	65,7	0,98			63		5,32	3
	<i>Lissage+Sol+Res</i>	1	65,4	94,9	66,9	0,80	0,66		204	3,35		4
		2	65,7	95,3	66,0	0,53	0,64		151	6,36		4
	<i>Lissage+Sol+HU</i>	1,5	62,4	94,8	65,0	0,98	0,67		29		4,67	4
		2	63,4	94,8	65,8	0,95	0,67		45		5,16	4
	<i>pa+Sol+Res</i>	1	66,1	94,8	68,0	0,83		0,67	192	3,52		4
		2	67,4	94,7	67,3	0,88		0,65	158	6,96		4
<i>pa+Sol+HU</i>	1,5	64,8	94,5	66,5	1,01		0,64	38		4,41	4	
	2	64,9	94,5	67,2	0,99		0,64	51		4,78	4	

➤ **Annexe 8.5 : Modèle ‘en S’ de degré 2**

		Performances			Paramètres						Nbre	
					a	Alpha		A	B	C		
		Cr3	Max	Moy		Liss.	hu	Sol	R	H.U.		
<i>Annuel</i>		17,3	90,3	0,0	2,83		0,60				1	
<i>Production</i>	<i>Sol</i>	26,0	94,5	20,9	0,61			347			2	
	<i>Lissage</i>	30,7	89,4	11,6	1,52	0,13					2	
	<i>pa</i>	42,9	90,5	45,0	2,36		0,30				2	
	<i>Lissage + Sol</i>	45,5	95,4	40,4	0,64	0,24		433			3	
	<i>pa + Sol</i>	53,8	95,1	52,9	0,75		0,32	317			3	
<i>ROUTAGE</i>	<i>HU</i>	1,5	53,6	88,1	57,5	2,20					6,87	2
		2	53,9	88,1	57,6	2,20					7,68	2
		2,5	53,5	88,1	57,2	2,20					8,51	2
	<i>Réservoir</i>	1	54,1	91,3	57,6	2,25				1,79		2
		2	53,4	92,9	57,5	2,22				1,48		2
		3	52,7	92,6	55,5	2,16				1,88		2
<i>COMBINAISONS</i>	<i>Lissage + Res</i>	1	58,4	91,2	61,8	1,79	0,33			2,41		3
		2	58,4	92,7	61,9	1,79	0,34			3,60		3
	<i>Lissage+HU</i>	1,5	57,0	89,2	60,2	1,80	0,43				5,60	3
		2	57,6	92,2	60,3	1,78	0,42				6,24	3
	<i>pa+Res</i>	1	60,4	91,6	63,3	2,22		0,48		2,80		3
		2	60,6	92,7	63,6	2,18		0,49		4,80		3
	<i>pa+HU</i>	1,5	60,3	90,4	62,5	2,20		0,54			4,89	3
		2	60,2	90,4	62,9	2,20		0,52			5,33	3
	<i>Sol + Res</i>	1	64,5	94,6	64,9	0,79			189	2,59		3
		2	63,8	94,5	64,2	0,80			169	3,67		3
	<i>Sol+HU</i>	1,5	61,7	94,6	62,9	0,89			46		5,25	3
		2	62,4	94,6	63,3	0,86			62		5,75	3
	<i>Lissage+Sol+Res</i>	1	64,9	95,0	65,2	0,75	0,69		178	2,99		4
		2	64,7	95,4	64,1	0,67	0,66		148	5,53		4
	<i>Lissage+Sol+HU</i>	1,5	62,1	95,0	62,2	0,85	0,73		31		4,99	4
		2	63,0	95,0	63,1	0,82	0,73		51		5,37	4
	<i>pa+Sol+Res</i>	1	65,6	95,0	66,1	0,78		0,69	178	3,27		4
		2	66,4	95,1	65,5	0,78		0,67	156	6,42		4
<i>pa+Sol+HU</i>	1,5	64,1	95,0	64,2	0,89		0,69	34		4,72	4	
	2	64,3	95,0	65,0	0,85		0,69	52		5,03	4	

## Annexe 9 : Essais d'adaptation de GR2 (2002) au pas de temps annuel

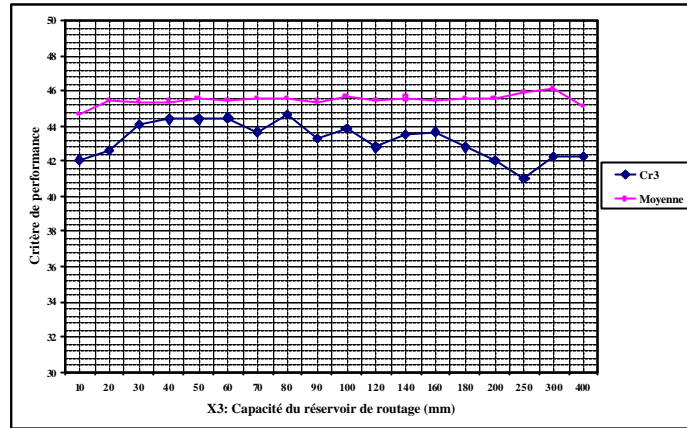


**Figure 120 : Architecture de la nouvelle variante proposée GR2M (la numérotation correspond à l'ordre des opérations)**

Nous proposons dans cet annexe de présenter les différents résultats de l'adaptation du modèle GR2M (2002) au pas de temps annuel [équation(4.88) à (4.96)]. Nous commençons par détecter la valeur optimale de la capacité du réservoir de routage (trouvé égale à 50 mm au pas de temps mensuel) au pas de temps annuel. Par suite , nous proposons de détecter l'exposant adéquat de la percolation et nous procéderons par un essai d'économie de paramètres. Enfin, nous testerons quelques architectures inspirés de celle de GR2M (2002) en vue d'une simplification.

### Détection de la valeur optimale de la capacité du réservoir de routage

Nous avons fait varier la valeur de la capacité du réservoir de routage et nous avons retenu à chaque fois les valeurs de critère de performance correspondantes. Les résultats sont présentés dans la Figure 133.

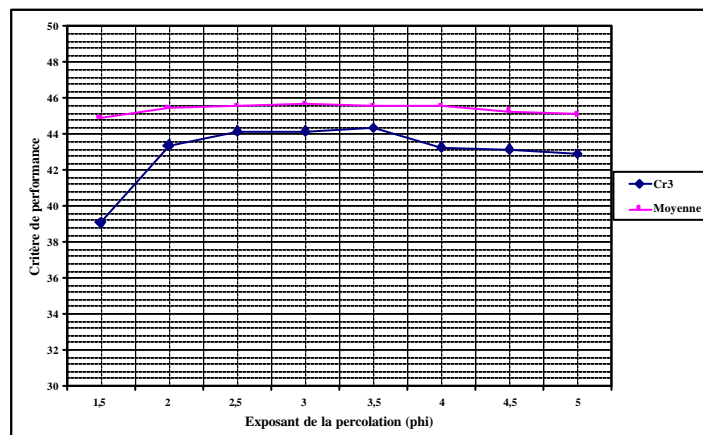


***Figure 133 : Recherche de la valeur optimale de la capacité du réservoir de routage du modèle GR2M appliqué au pas de temps annuel***

Comme le montre la Figure 133, la moyenne des Nash est presque insensible à la variation de la valeur de la capacité du réservoir de routage. Quant au critère Cr3, à partir de la valeur de 50mm, il devient légèrement instable. Nous pouvons alors retenir la même valeur de la capacité du réservoir de routage fixée au pas de temps mensuel, au pas de temps annuel. Elle est égale à 50 mm.

### Détection de l'exposant adéquat de la percolation

Comme pour le cas de la capacité du réservoir de routage, nous procédons ici par une variation de l'exposant de la percolation en retenant les valeurs du critère de performance correspondantes. (Figure 134)



***Figure 134 : Exposant adéquat de la percolation du modèle GR2M au pas de temps annuel***



La moyenne des Nash semble aussi insensible à la variation de l'exposant de la percolation. Cependant le critère Cr3 atteint un maximum pour une valeur de l'exposant de percolation de 3,5. Nous pouvons alors garder cette valeur comme exposant de la percolation du modèle GR2M appliqué au pas de temps annuel. Il s'agit de la même valeur trouvée au pas de temps mensuel.

### **Essai d'économie de paramètres :**

Ce test a été consacré à un essai d'économie de paramètres du modèle GR2M (2002) appliqué au pas de temps annuel, étant donné que le modèle GR1A (inspiré du modèle de Turc) ne comporte qu'un seul paramètre libre. La méthode suivie est la même que celle déjà utilisée dans les différents essais de la 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> partie. Il s'agit de fixer la valeur du paramètre en question à la moyenne trouvée quand il était considéré comme un paramètre libre et voir son effet sur la performance. Les paramètres concernés sont le coefficient d'échange souterrain (X1) et la capacité maximale du réservoir sol (X2). Les résultats de ce test sont projetés dans le Tableau 50 où les cellules en fond gris désignent la valeur fixée du paramètre en question.

**Tableau 50 : Résultats de l'essai d'économie de paramètres du modèle GR2M (2002) appliqué au pas de temps annuel**

	Performances		Paramètres	
	Cr3	Moyenne	X1 <sup>40</sup> Coefficient d'échange	X2 Capacité max. du réservoir sol
<b>GR2M, appliqué au pas de temps annuel</b>	44,4	45,6	1,65	880
	40,6	35,8	0,75	880
	22,4	-1292	1,65	633
	-182	-2112	1,65	880
<b>GR1A (inspiré du modèle de Turc)</b>	45,0	41,4	0,70	

L'économie du paramètre X2 (capacité maximale du réservoir sol) conduit à une dégradation de la performance du modèle. Elle se traduit par une perte d'environ de 4% au niveau de Cr3 et 10% au niveau de la moyenne des Nash. Ce constat a été déjà observé lors du traitement des pas de temps annuel et mensuel (3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> partie) où à chaque fois que nous avons procédé par une fixation de la capacité maximale du réservoir sol, la performance des modèles se dégrade d'une manière relativement sensible.

<sup>40</sup> Dans le cas du modèle GR1A (inspiré de Turc) le paramètre X1 est le même que celui déjà nommé a, lié à l'évapotranspiration potentielle E. Il n'est plus qualifié de correctif, mais plutôt un paramètre qui contrôle les échanges souterrains au pas de temps annuel

Quant au paramètre X1 (coefficient d'échange souterrain), cet essai a conduit à une performance médiocre du modèle GR2M, appliqué au pas de temps annuel. En effet la valeur de Cr3 a chuté très sensiblement et la moyenne des Nash prend une valeur fortement négative. Ce constat est de même que celui établi lors du même test au pas de temps annuel et mensuel. Nous ne pouvons alors que souligner encore une fois l'importance du concept d'échange souterrain dans la modélisation pluie-débit aux pas de temps journalier, mensuel, annuel et pluriannuel. Jusqu'à maintenant, nombreux sont les auteurs considérant le système bassin versant comme fermé, où seules l'évapotranspiration potentielle, la pluviométrie et le débit qui présentent les sorties et les entrées du système.

### **Essai d'autres architectures inspirés du modèles GR2M (2002), appliquées au pas de temps annuel**

Dans le souci d'aboutir à un modèles pluie-débit au pas de temps annuel qui soit proche de GR2M (2002) mais à un seul paramètre, nous avons essayé différentes architectures (non présentées ici). Nous avons essayé de changer la forme de l'équation des échanges souterrain, d'éliminer le routage, de fixer le paramètre du réservoir sol... Ce test n'a pas abouti à une amélioration notable. Ainsi, la meilleure architecture, telle qu'elle est représentée dans le modèle GR2M (2002), exige toujours deux paramètres libres au pas de temps annuel : la capacité maximale du réservoir sol et le coefficient d'échange souterrain.

En fait, les concepts 'réservoir sol' et 'réservoir de routage' semblent être liés. Cette remarque a été déjà faite lors du traitement du pas de temps mensuel (4<sup>ème</sup> partie) où nous avons trouvé que la meilleure forme de production ou de routage quand elles sont traitées séparément sont autre que le réservoir sol et le réservoir de routage. Mais si on associait ces derniers ensemble, l'architecture correspondante paraissait la plus performante. D'où, nous soulignons encore une fois le caractère interactif entre les fonctions de production et de transfert dans un modèle pluie-débit. L'intérêt de la notion de la capacité du réservoir Sol a été souligné par (Sankarasubramanian et Vogel, 2002).

# ***Annexe 10: Article soumis pour publication au journal des sciences hydrologiques***

Envoi du 16 décembre 2002

## **RAINFALL-RUNOFF MODELLING AT THREE LARGE TIME-STEPS**

Authors:

**SAFOUANE MOUELHI, CLAUDE MICHEL, CHARLES PERRIN\* & VAZKEN ANDREASSIAN**

*Cemagref, Water Quality and Hydrology Research Unit*

*Parc de Tourvoie, BP44, 92163 Antony Cedex, France*

\* corresponding author, E-mail: [charles.perrin@cemagref.fr](mailto:charles.perrin@cemagref.fr); Tel: +33 1 40 96 60 86; Fax: + 33 1 40 96 61 99

### **Abstract**

Three lumped models of basin-scale rainfall-runoff transformation are presented for the 20-year, 1-year and 1-month time steps. All three models were developed on the basis of the same large set of basins. Located in five different countries, these basins have previously been used to develop a daily lumped model. The models are extremely simple, involving from zero free parameter for the 20-year time step to two free parameters for the 1-month time step. This simple structure provides an overall picture of the major features of the rainfall-runoff transformation and of its evolution as a function of the time step used for the analysis.

**Key words** rainfall-runoff modelling; water balance model; time scale

Modélisation pluie-débit sur trois grands pas de temps

### **Résumé**

Trois modèles globaux de la transformation pluie-débit à l'échelle du bassin versant sont proposés pour les pas de temps de vingt ans, d'un an et d'un mois. Ces trois modèles ont été développés sur la base d'un échantillon unique de nombreux bassins déjà utilisés pour l'établissement d'un modèle global journalier. Les bassins versants proviennent de cinq pays différents. Les modèles mis au point sont extrêmement simples, comprenant de zéro paramètre à caler pour le modèle de pas de temps de vingt ans à deux paramètres à caler pour le modèle au pas de temps mensuel. Cette simplicité permet d'avoir une vision générale des principales caractéristiques de la transformation pluie-débit et de son évolution en fonction du pas de temps.

**Mots clefs** modélisation pluie-débit ; modèle de bilan en eau ; échelle de temps

## INTRODUCTION

Many models have been proposed over the last century to represent the transformation of precipitation into streamflow at the outlet of a basin. When a large time step is considered, these models have usually been called water balance models, assuming the response time to be negligible compared to the time step. Calling them rainfall-runoff models is not really satisfactory since separating runoff from baseflow does not make sense for time steps larger than or equal to one month. However, we decided to retain this commonly adopted name, i.e. ‘rainfall-runoff model’, for the rest of this paper.

Models running at large time steps are very useful for reservoir management. They are also very valuable in countries where data are scarce and sampling infrequent. In addition, due to their inherent parsimony, they lend themselves well to regionalisation.

The first stage in understanding the rainfall-runoff transformation by a basin should be a lumped one. Initially, the object of the investigation must be to obtain a general view from a distance. When an overall comprehension of the phenomenon has been established, it is possible to proceed to a more detailed description of the process. This article is not concerned with the latter but with a basic, rough, holistic approach of the rainfall-runoff (RR) transformation. Simply put, the question we addressed is ‘what sort of mathematical device could roughly depict the transformation of rainfall into discharge at the basin scale?’ To design such a device we used to a twofold lumping (spatial and temporal) of processes at work. Spatial lumping means that the basin is taken as an entity. Temporal lumping means that only cumulative inputs and outputs over the chosen time step are considered. For the temporal lumping, three time scales were studied starting with a very long one, i.e. some twenty years, followed by a one-year time step and a one-month time step<sup>41</sup>.

From a physical point of view, one might argue that, with large time steps, the processes underlying the RR transformation may be distorted out of recognition, leaving little hope of success. However, the results of the present research show that an empirical approach can be surprisingly successful.

This is not the first time that similar investigations are made into the rainfall-flow process. It was the ambition of Jothityangkoon *et al.* (2001) to develop a series of models beginning with a large time step and gradually introducing the complexity required to meet the needs of shorter time steps. These authors started with a five parameter-model for the 1-year time step. They imposed, a priori, the same structure for all time steps. In contrast, we attempted to find the models best suited to each time step in turn and only looked for harmonisation of the structures *a posteriori*.

---

<sup>41</sup> However, there is a huge difference between the 20-year time step and the other two time steps because there is no calibration on data from each basin in the case of the longer time step. Data series were too short to allow the same scheme of split sample technique to be carried out with such a long time step. Therefore, the corresponding model looks more like an average relationship between variables to be factored in the estimate of the mean flow.

The way in which these models were developed is not new either. It is very similar to the thought process of Young *et al.* (1996) in the general transfer function models. It is also reminiscent of the approach used in the development of artificial neural network (ANN) models. In these approaches, data are searched to discover the most suitable model for a given basin. The main originality of the present research is that the most suitable model is not looked for within a well-defined class of models such as ANN models or general transfer function models but among all kinds of conceptual models without any restriction whatsoever. The major aim is to find the best model for each time step and when several structures appear equivalent, to keep the simplest one. The attempt to find some continuity between the successively selected structures was focused more on increased efficiency than on aestheticism, i.e. if a structure is good for one time step, it should remain so for the adjoining time steps.

The data used for model development and the criteria for model assessment are presented in the first section. The second section describes the three best models, corresponding to a 20-year, a 1-year and a 1-month time-steps. In the interest of brevity, we do not dwell on the long, fastidious, heuristic development of the three models, an operation spanning some ten years. In the last section, we discuss how these models may improve our vision of the rainfall-runoff transformation and how models for successive time steps could be seen as morphing into one another.

## **DATA AND METHOD**

To evaluate the performance of the three models presented here, we followed the approach described by Perrin *et al.* (2001). The models were developed on a sample of 429 basins situated in various climate conditions, from semi-arid through temperate to tropical humid. The same sample has recently been used to complete the development of a lumped daily model called GR4J (Perrin *et al.*, submitted for publication). Basin surface areas ranged from 1 to 50,000 km<sup>2</sup>. The basins are mainly situated in France but a substantial number is taken from the United States, Australia, the Ivory Coast and Brazil. Inputs are essentially precipitations. Potential evapotranspiration data are given as an average regime curve in case of monthly data and as a single constant in case of a one-year and a twenty-year time step.

For the monthly and annual time steps, the models require calibration on each basin. Data from each basin were divided into two equal-length periods. After calibration on each successive period, the assessment of all model versions was done in simulation mode on the other periods using a least-square errors method. All squares of errors obtained in the simulation mode were added and divided by the variance of corresponding observed outflows, allowing calculation of an average value over the 429 catchments. For the 20-year time step, the data were not in the form of time series but each basin was fully described by the triplet: areal precipitation, potential evapotranspiration and runoff. Therefore the models were first calibrated on data from a sub-sample of 215 basins and errors were computed on the remaining 214-basin subset. Then the reverse operation was carried out and all errors in simulation mode were summed and divided by the variance of the corresponding observed mean flows.

## THE 20-YEAR TIME STEP MODEL

The longest time step studied here was arbitrarily considered as equal to twenty years in reference to the average time-scale change experienced when going from a one-hour time step through a one-day time step to a monthly time step and to a yearly time step. This slightly stretches the meaning of the expression ‘time step’, since it is essentially a crude estimate of the mean flow, and one exclusively based on the knowledge of the inputs. For the so-called 20-year time step, the two inputs are the precipitation,  $P$ , and the potential evapotranspiration,  $E$ . The output,  $Q$ , is expressed in depth of water with the same unit as for  $P$  and  $E$ . Among the best models we selected the following one, which is very simple:

$$Q = P \left[ 1 - \frac{1}{(1 + x^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}} \right] \quad (1)$$

where  $x = \frac{P}{0.73E}$  and  $\alpha = 2.5$

Henceforth, this model, very similar to the Turc-Pike model (Turc, 1954), is called GR0S where S refers to the time step, which is approximately a score of years, and ‘0’ indicates that there is no free parameter (which is inevitable since there is only one output). GR0S’ efficiency is very close to that of other well-known models such as the Schreiber model (1904) and the Ol’Dekop model (1911) which are still quoted in the hydrological literature (e.g. Arora, 2002). However a notable difference is the presence of the coefficient 0.73 which means that the limit of actual evaporation,  $P-Q$ , is equal to  $0.73E$  when  $P$  goes to infinity.

## THE 1-YEAR TIME STEP MODEL

Here,  $P$  and  $Q$  have to be indexed by the year  $n$  on which they are measured. Because of insignificant differences between the models, we based the 1-year model on the same relationship as the one used for the 20-year GR0S model:

$$Q_n = P_n \left[ 1 - \frac{1}{(1 + x^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}} \right] \quad (2)$$

where  $x = \frac{0.6P_n + 0.4P_{n-1}}{X_1E}$  and  $\alpha = 2$

Note that the underlying model is now the Turc-Pike model since  $\alpha = 2$ . We used the same value of  $E$  over the years.  $X_1$  is the only free parameter of the model. The median value of  $X_1$  was equal to 0.70 and a 80% interval was (0.33, 2.0). This model was called GR1A (‘A’ refers to the annual time-step and ‘1’ refers to the single free parameter).

### THE 1-MONTH TIME STEP MODEL

For the 1-month time step, the potential evapotranspiration depends on the calendar month but not on the year. Therefore, if  $m$  refers to the current month,  $E_m$  is the same as  $E_{m+12k}$  for any integer value of  $k$ .

It was impossible to find a 1-month model as simple as the 1-year model. A two-store model, shown in Figure 1, akin to the GR3J model by Edijatno *et al.* (1999), proved consistently the best one. Let us denote by  $R_m$  and  $S_m$  the contents of the two stores at the end of time step  $m$ . The equations permitting the computation of  $Q_m$  are the following:

First,  $P_m$  modifies the storage  $S_{m-1}$ , which becomes  $S^*$ , generating  $V$ , using an intermediate variable  $\mathbf{b}$  and a parameter  $X_1$ :

$$\mathbf{b} = \tanh\left(\frac{P_m}{X_1}\right)$$

$$S^* = X_1 \frac{\mathbf{b} + \frac{S_{m-1}}{X_1}}{1 + \mathbf{b} \frac{S_{m-1}}{X_1}} \quad (3)$$

$$V = S_{m-1} + P_m - S^*$$

Then,  $E_m$  modifies the storage  $S^*$ , using an intermediate variable  $\mathbf{g}$ :

$$\mathbf{g} = \tanh\left(\frac{E_m}{X_1}\right)$$

$$S^+ = S^* \frac{1 - \mathbf{g}}{1 + \mathbf{g} \left(1 - \frac{S^*}{X_1}\right)} \quad (4)$$

Storage  $S^+$  generates a percolation flux  $W$  and becomes the new value,  $S_m$ , to be used for the next time step:

$$S_m = \frac{S^+}{\left(1 + \left(\frac{S^+}{X_1}\right)^{2.5}\right)^{0.4}} \quad (5)$$

$$W = S^+ - S_m$$

Both,  $V$  and  $W$  are inputs to storage  $R_{m-1}$  which becomes  $R^*$ :

$$R^* = R_{m-1} + V + W \quad (6)$$

Using the intermediate variable  $\mathbf{d}$  and a parameter  $X_2$ , storage  $R^*$  is subjected to an exchange of water,  $F$  (depending on  $X_2$ ), with the underground environment of the basin and simultaneously produces an outflow  $Q_m$ :

$$\begin{aligned}
d &= X_2 + \frac{R^*}{50} \\
R_m &= \frac{R^*}{d} \\
F &= 50(1 - X_2) \ln\left(\frac{d}{X_2}\right) \\
Q_m &= R^* + F - R_m
\end{aligned} \tag{7}$$

Equations (7) are derived by considering a quadratic reservoir (the capacity of which is set at 50 mm for any basin) subject to a lateral flux of water proportional to its water content.

This model has two free parameters  $X_1$  and  $X_2$  ( $X_1$  is the capacity of reservoir S in mm and  $X_2$  is a dimensionless parameter related to underground exchanges) and one fixed parameter of 50 mm, related to the maximum storage capacity of reservoir  $R$  at the end of one time step. When  $X_2$  is greater than 1, the system is losing water to the underground environment. The opposite occurs when  $X_2$  is smaller than 1. The median values for  $X_1$  and  $X_2$  are 500 mm and 1.5, respectively and the 80% intervals are (200, 1500) mm and (0.75, 3.8) respectively.

This 1-month time step model is here called GR2M, where 'M' stands for monthly time step and '2' for the number of free parameters. The GR2M structure is very close to that of the 1-day time step models GR3J (Edijatno *et al.*, 1999), and GR4J (Perrin *et al.*, submitted for publication). This monthly model proved more efficient than the simple monthly models proposed by Makhoul and Michel (1994), Kabouya and Michel (1991) and by Guo (2002).

## DISCUSSION

In the following, we discuss how the different model structures, defined above, reveal some important features of the rainfall-runoff transformation at large time scales. We focus here on model evolution with the change of time scale.

### Back to the system to be modelled

Let us recall what system the three models described above are intended to represent. Figure 2 shows such a system which is obviously three-dimensional, and we must stress that very little is known of the vertical dimension. In Figure 2, the lower boundary of the system has been drawn arbitrarily as a vertical cylinder resting on the topographical boundary of the basin and limited at the bottom by a plane section at sea-level altitude. Actually there is no rational guideline for positioning the lower boundary. This means paradoxically that we really do not know the extent of the system whose stream flow output is being modelled.

### The underground exchange is an important feature of rainfall-runoff modelling

A very difficult problem arises from the absence of direct information enabling the modeller to assess the amplitude and dynamics of the resultant underground exchange flux denoted  $F$ . In our lumped modelling approach, hypotheses about  $F$  can only be made indirectly, based on precipitation and outflow series.  $F$  is the resultant of local fluxes that are probably very complex. The hypothesis of  $F$  being equal to zero is absurd because, when the outlet is moved upstream,  $F$  remaining equal to zero would mean that the ground beneath the surface of the basin would be impermeable everywhere.  $F$  being unknown, a glib hypothesis is to assume that  $F$  is identical to zero, in the hope that  $F$  is negligible. The main result of our research is that  $F$ , far from being a negligible flux of water, is an important feature of rainfall-runoff modelling for the monthly (GR2M) as well as the daily (GR4J) time steps.



### The routing function fades away before the soil moisture component

The reservoir  $R$  (of fixed capacity, 50 mm, in the case of GR2M) disappears in the 1-year model while parameter  $X_1$  attached to reservoir  $S$  collapses into the coefficient 0.6, recalling that previous-year rainfall has contributed to the current moisture status of the system to a significant extent compared to current-year rainfall. The morphing of GR2M into GR1A is very drastic and several attempts were made to adopt a similar structure at the 1-year time step. The result of these investigations is that GR2M can also be used for the 1-year time step, but, curiously enough, without any change. It leads to no substantial improvement over GR1A, with the disadvantage of needing one more free parameter and losing the astonishing simplicity of GR1A. Proceeding further, i.e. using GR2M at the 20-year time step, proved unsuccessful. However one merit of this attempt was to suggest that models developed for mean flow made the probably incorrect assumption that the problem was to find a one-dimensional mapping function such as:

$$\frac{Q}{P} = f\left(\frac{E}{P}\right) \quad (8)$$

subject to conditions such as:

$$\frac{Q}{P} \rightarrow 0 \quad \text{when} \quad \frac{P}{E} \rightarrow 0$$

and

$$P - Q \rightarrow E \quad \text{when} \quad \frac{P}{E} \rightarrow \infty$$

Actually, the problem likely is two-dimensional:

$$\frac{Q}{P} = f\left(\frac{E}{P}, \frac{E}{X_1}\right) \quad (9)$$

where  $X_1$  is some water storage capacity of the soil.

### Comparing model efficiency on time steps different from the functioning/calibration time step

It has often been argued that good results could be obtained for a given time step by using a model functioning at a smaller time step (e.g. see Holmes et al., 2002). This might be true when the calibration is made with a criterion based on the longer time step. It is not always true when the model, calibrated on the same time step as the one used for the inputs, is used to compute outputs aggregated on a longer time step. For example, GR2M calibrated on monthly stream flows is on average less efficient in simulating yearly flows than GR1A, which is far simpler and requires coarser data.

## **CONCLUSION**

Three models for large time steps (20-year, 1-year, and 1-month) have emerged at the end of a long, heuristic, search for simple but effective representations of the basin-scale rainfall-runoff relationship. The long quest for really effective models is not described here but it involved extensive comparisons with virtually all models proposed in the literature. Based on a same sample of 429 basins, the results of this research shed new light on the relative importance of the main hydrological functions. A noteworthy finding is the overall dominance of the loss function which proved to be more complex than previously surmised and to involve a non-negligible exchange flux with the underground environment when the time step was equal to, or smaller than, one month. The well-documented routing function disappeared very quickly, existing only for the 1-month time step and, moreover, needing only one fixed parameter. It is anticipated that these findings will have some effect on more sophisticated distributed modelling, where many concepts seem to be considered as self-evident.

## REFERENCES

- Arora, V. K. (2002) The use of the aridity index to assess climate change effect on annual runoff. *J. Hydrol.* **265**, 164-177.
- Edijatno, Nascimento, N. O., Yang, X., Makhlof, Z. & Michel, C. (1999) GR3J: a daily watershed model with three free parameters. *Hydrological Sciences Journal* **44**(2), 263-277.
- Guo, S. (2002) Two-parameter water balance model. In *Mathematical Models of Small Watersheds and Applications*, edited by V. P. Singh & D. Frevert, Water Resources Publications, LLC, 511-554.
- Holmes, M. G. R., Young, A. R., Gustard, A., & Grew, R. (2002) A new approach to estimating Mean Flow in the UK. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* **6**(4), 709-720.
- Jothityangkoon, C., Sivapalan, M. & Farmer, D. L. (2001) Process controls of water balance variability in a large semi-arid catchment: downward approach to hydrological model development. *J. Hydrol.*, **254**, 174-198.
- Kabouya, M. & Michel, C. (1991) Monthly water resources assessment, Application to a semi-arid country (in French). *Revue des Sciences de l'eau* **4**, 569-587.
- Makhlof, Z. & C. Michel (1994) A two-parameter monthly water balance model for French watersheds. *J. Hydrol.* **162**, 299-318.
- Ol'Dekop, E. M. (1911) On evaporation from the surface of river basins. *Trans. Meteorol. Observ.* University of Tartu 4:200.
- Perrin, C., Michel, C., Andréassian, V. (2001) Does a large number of parameters enhance model performance ? Comparative assessment of common catchment model structures on 429 catchments. *J. Hydrol.* **242**(3-4), 275-301.
- Perrin, C., Michel, C. & Andréassian, V. (2002) Improvement of a parsimonious model for streamflow simulation. Submitted to *J. Hydrol.*
- Schreiber, P. (1904) Über die Beziehungen zwischen dem Niederschlag und der Wasserführung der Flüsse in Mitteleuropa. *Z. Meteorol.* **21**, 441-452.
- Turc, L. (1954). Le bilan d'eau des sols: relation entre les précipitations, l'évaporation et l'écoulement. *Annales agronomiques Série A*, 491-595.
- Young P., S. Parkinson, M. Lees (1996). Simplicity out of complexity in environmental modelling: Occam's razor revisited. *Journal of Applied Statistics* **23** (2,3) 165-210.

## LIST OF FIGURES

Figure 1. Diagram of the GR2M model (1-month time-step)

Figure 2. Sketch of a basin subjected to precipitation  $P$  and potential evapotranspiration  $E$ .  $Q$  is the streamflow at the outlet and  $F$  (loss or gain) is the resultant of all flows along the (actually uncertain) underground boundary.

Figure 1

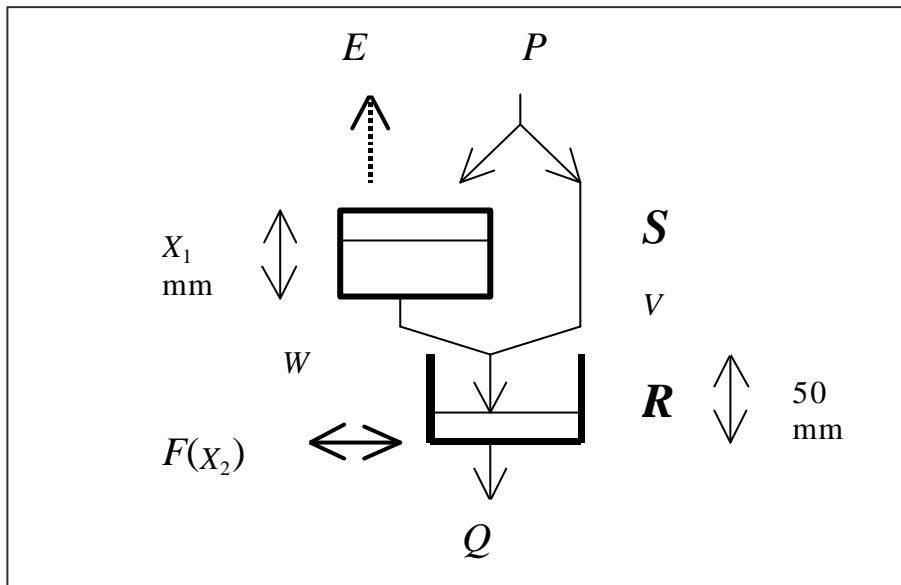


Figure 2

