



**HAL**  
open science

# Etude théorique et expérimentale de l'holographie intracavité

Ludivine Menez

► **To cite this version:**

Ludivine Menez. Etude théorique et expérimentale de l'holographie intracavité. Physique [physics]. Télécom ParisTech, 2001. Français. NNT: . tel-00005783

**HAL Id: tel-00005783**

**<https://pastel.hal.science/tel-00005783>**

Submitted on 5 Apr 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Remerciements

---

*Je remercie tout d'abord Christian Delsart d'avoir accepté de présider le jury de ma soutenance de thèse et de s'être intéressé à mon travail. Je garde un excellent souvenir de ses cours d'optique, qui ont sans doute participé à ma motivation pour continuer dans cette voie.*

*Je tiens également à remercier Jean-Pierre Huignard et Gérard Roosen pour avoir étudié ce rapport avec minutie et m'avoir fait profiter de leur expérience et de leur sens critique aiguisé. Leurs conseils ont été fort utiles pour apporter sa touche finale au manuscrit.*

*Je suis profondément reconnaissante envers Robert Frey, qui a dirigé mes travaux de thèse et a su me guider sur la voie de la formation par la recherche. Je reste admirative devant son intuition "optique" et sa rigueur, que j'ai pu apprécier au fil de ces trois années.*

*Isabelle Zaquine mérite sans nul doute la palme du soutien inconditionnel, tant sur le plan scientifique qu'humain. Sa présence a été un facteur indissociable du bon déroulement de ma thèse, et je garde un excellent souvenir des longues discussions que nous avons eues.*

*Je remercie d'autre part Jacques Delaire, directeur du département de chimie de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, qui m'a fait profiter de ses conseils avisés et fourni le colorant que nous avons utilisé pour les expériences.*

*Les séjours au sous-sol du bâtiment C ont occupé une grande partie de mon temps de recherche, et je crois qu'ils m'auraient paru encore plus longs si je n'avais pas eu la visite de quelques camarades expérimentateurs. Ainsi, j'ai fait mes armes sur les cristaux photoréfractifs aux côtés de Stéphane Garreau, juste avant d'entamer véritablement mes travaux de thèse.*

*Ont suivi en stage les cadets Juliette Plouin et David Cortès, avec qui j'ai partagé des heures euphoriques à régler un Fabry-Perot bien capricieux. Nous l'avons finalement dompté, ou plutôt apprivoisé, et notre persévérance a eu raison de ses sautes d'humeur... Je remercie également François Marquier de nous avoir fait partager sa bonne humeur et son enthousiasme. Cette fine équipe aura apporté un souffle d'air frais à mi-chemin de mon parcours de thèse.*

*Je remercie Carole Moussu de m'avoir initiée aux joies du boxcar et de la chaîne d'acquisition, et d'avoir répondu à mes appels alors qu'elle profitait de la bruine bretonne. Je n'oublie pas Sélim Eskiizmirli, qui m'a chaleureusement accueillie dans son bureau, et a sensibilisé mon oreille à la langue turque. Je garde en mémoire sa gentillesse exceptionnelle.*

*Cette thèse ne serait pas ce qu'elle est sans les habitants et voisins du bâtiment H. Bien qu'isolés, les thésards de la cour n'en sont que plus soudés. Une bonne journée de recherche, ou de rédaction, n'aurait pas pu commencer sans la communion traditionnelle autour du café! Merci à Walou d'avoir partagé ces heures matinales avec moi. J'ai grandement apprécié nos discussions, et lui souhaite tout le courage et l'ardeur nécessaires pour venir à bout de sa thèse. Je remercie Gaël pour le café et les séances photos du lundi. Je soutiens aussi Jéré et Pikatchu pour leur dernière ligne droite, qui ne devrait plus être trop longue, mais aussi Reda, Valérie (alias Schtroumpfette), Olivier, et ceux que je ne nomme pas mais qui connaissent aussi les joies de la thèse.*

*Enfin, et ce n'est pas les moindres, je remercie ma famille et mes proches qui m'ont entourée et encouragée tout au long de ces trois années. Je félicite tout particulièrement William pour avoir tenu la longueur et supporté les affres de ces dernières semaines à mes côtés, sans perdre son calme.*

---

# Table des Matières

---

## Introduction

<b>1</b>	<b>Présentation de l'holographie et réalisations</b>	<b>11</b>
1.1	De la plaque photographique au matériau non linéaire . . . . .	11
1.1.1	Holographie classique . . . . .	11
1.1.2	Ecriture optique et non-optique d'un réseau d'indice . . . . .	14
1.2	Diffraction sur un réseau d'indice complexe . . . . .	17
1.2.1	Cas d'un réseau mince . . . . .	17
1.2.2	Cas d'un réseau épais . . . . .	18
1.2.3	Critère de transition Bragg / Raman-Nath . . . . .	29
1.3	Différents processus et matériaux holographiques . . . . .	30
1.3.1	Effets optiques croisés . . . . .	31
1.3.2	Effets non linéaires: réseau inscrit avec des faisceaux lumineux . . . . .	36
1.4	Applications au traitement optique de l'information . . . . .	47
1.4.1	Mémoires holographiques . . . . .	48
1.4.2	Filtrage et Multiplexage . . . . .	50
1.4.3	Autres applications . . . . .	52
1.5	Optimisation des performances . . . . .	58
<b>2</b>	<b>Principe de la diffraction intracavité</b>	<b>59</b>
2.1	Etude analytique de la diffraction sur un réseau de Bragg inséré dans une cavité de Fabry-Perot . . . . .	59
2.1.1	Expression des champs . . . . .	60

2.1.2	Conditions de résonance . . . . .	64
2.1.3	Equations de propagation et résolution . . . . .	66
2.1.4	Conditions aux limites . . . . .	69
2.2	Apport de la cavité . . . . .	73
2.2.1	Efficacité de diffraction intracavité maximale . . . . .	73
2.2.2	Sélectivité angulaire . . . . .	79
2.2.3	Rapport signal sur bruit et diaphonie . . . . .	82
2.2.4	Conclusion . . . . .	85
2.3	Différentes configurations [Men01d] . . . . .	87
2.3.1	Cas du réseau d'indice dans une cavité avec pertes . . . . .	87
2.3.2	Cas du réseau d'indice dans une cavité avec gain . . . . .	94
2.4	Conclusion . . . . .	101
<b>3</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>105</b>
3.1	Choix du matériau non linéaire intracavité . . . . .	105
3.1.1	Nécessité de pouvoir modifier l'épaisseur du matériau . . . . .	106
3.1.2	Le réseau d'indice . . . . .	106
3.2	La cavité de Fabry-Perot . . . . .	113
3.2.1	Configuration verticale . . . . .	113
3.2.2	Le dispositif expérimental . . . . .	113
3.2.3	Miroirs du résonateur . . . . .	115
3.2.4	Comportement de la cavité . . . . .	116
3.3	Inscription du réseau . . . . .	119
3.3.1	Description du dispositif . . . . .	119
3.3.2	Modulation d'indice photoinduite . . . . .	122
3.4	Lecture du réseau . . . . .	123
3.4.1	Description du dispositif . . . . .	123
3.4.2	Ajustement de la taille du faisceau . . . . .	125
3.4.3	Ajustement de l'angle de lecture . . . . .	126
3.5	Détection et traitement . . . . .	127
3.5.1	Mesure des énergies et puissances des faisceaux . . . . .	127
3.5.2	Chaîne d'acquisition . . . . .	130

---

3.6	Problèmes liés à l'utilisation d'un liquide . . . . .	132
3.6.1	Diffusion thermique . . . . .	132
3.6.2	“Onde de choc” . . . . .	132
3.6.3	Evaporation de l'éthanol . . . . .	135
<b>4</b>	<b>Etude du signal diffracté</b>	<b>137</b>
4.1	Analyse qualitative de l'apport de la cavité . . . . .	137
4.1.1	Efficacité de diffraction maximale et résonance de Fabry-Perot . . . . .	137
4.1.2	Gain en sélectivité . . . . .	141
4.2	Comparaison avec les résultats théoriques . . . . .	146
4.2.1	Prise en compte de la divergence et de l'extension finie du faisceau de lecture . . . . .	147
4.2.2	Estimation des paramètres . . . . .	153
4.2.3	Variations de l'efficacité de diffraction avec l'écart à la résonance de Bragg . . . . .	156
4.3	Conclusions . . . . .	159
4.3.1	Amélioration des performances . . . . .	159
4.3.2	Adéquation avec les prévisions théoriques . . . . .	160
4.3.3	Perspectives: étude expérimentale avec d'autres réseaux . . . . .	160
<b>5</b>	<b>Etablissement d'un critère pour les réseaux épais intracavité</b>	<b>161</b>
5.1	Prise en compte des ordres supérieurs de diffraction . . . . .	162
5.1.1	Equation de propagation et accord de phase . . . . .	162
5.1.2	Résolution des équations . . . . .	166
5.2	Critères d'épaisseur . . . . .	167
5.2.1	Cas d'un réseau hors cavité . . . . .	167
5.2.2	Intensité diffractée dans l'ordre $-1$ . . . . .	169
5.2.3	Intensité diffractée dans les ordres $1$ et $-2$ . . . . .	170
5.2.4	Critère de Bragg intracavité . . . . .	172
5.3	Double résonance . . . . .	175
5.4	Conclusion . . . . .	180

---

**Conclusion**





# Introduction

Le traitement de l'information est aujourd'hui encore essentiellement réalisé à l'aide de dispositifs électroniques. Les raisons de ce quasi-monopole sont fondées sur une avance certaine par rapport aux autres technologies, et une évolution permanente des performances de ces dispositifs. Toutefois, les méthodes optiques connaissent un regain d'intérêt depuis quelques années, car elles offrent des potentialités à même de rivaliser, voire dépasser dans certains cas, celles de l'électronique [Pau00]. Le principal atout propre aux systèmes optiques est la possibilité de traiter plusieurs informations en **parallèle**. Les recherches menées dans ce domaine s'inscrivent dans un contexte d'augmentation perpétuelle des besoins en termes de **capacité** et de **débit** d'information. Elles ont d'ores-et-déjà débouché sur des réalisations industrielles. Ainsi, les systèmes de transmission sur fibre optique sont apparus au début des années 80, et ont depuis connu une progression ininterrompue à la fois du débit transmis et de la distance entre répéteurs [Lau96]. Ils équipent aujourd'hui la plupart des opérateurs de télécommunications, remplaçant les systèmes sur câble et les faisceaux hertziens. De récents développements offrent des perspectives considérables dans le domaine des communications à haut débit. Ainsi, le cap du Tbit/s a même été atteint expérimentalement [Ham01]. Les amplificateurs à fibre et le multiplexage en longueur d'onde permettent d'envisager des réseaux de télécommunication "tout optique", s'affranchissant des interfaces électroniques utilisées jusque là.

En matière de stockage de données informatiques, les capacités des mémoires existantes (type DRAM) ne sont pas encore accessibles aux mémoires optiques dites holographiques, avec les matériaux existants [Pau00]. Leur limitation est due à une forte diaphonie entre les différentes informations enregistrées, lors de leur lecture : la restitution d'un hologramme particulier est bruitée par la présence des autres hologrammes stockés dans le même volume. De plus, ces mémoires ont un temps d'accès aléatoire médiocre comparé à celui des composants microélectroniques. Malgré les différentes méthodes de multiplexage connues [Del96, Alv94], les objectifs de densités d'information et de temps d'accès nécessitent le développement de nouveaux matériaux ou dispositifs.

Cette recherche de technologies optiques du traitement de données plus performantes ne va pas sans celle de sources laser de meilleure qualité. Les faisceaux

émis par ces sources sont en effet les vecteurs de l'information. Ces nouveaux lasers sont de plus en plus compacts [Bri98] et ont une brillance élevée. D'autre part, le contrôle de leurs modes est un point clef dans l'amélioration de leurs performances [Bou00], certaines applications nécessitant un profil de faisceau spécifique. Une des méthodes mises en œuvre pour manipuler les modes d'une structure laser est l'holographie dynamique intracavité [Roo98]. Les dispositifs actuels exploitent les non-linéarités du milieu amplificateur pour rendre monomodes des lasers initialement multimodes longitudinaux (milieu amplificateur photoréfractif par exemple [Huo98]).

Les applications citées ci-dessus utilisent des dispositifs holographiques aux performances souvent insuffisantes, qu'il s'agisse de leur faible efficacité de diffraction, de leur sélectivité limitée, ou d'une trop forte diaphonie. Comme nous allons maintenant le montrer, l'holographie intracavité peut améliorer ces performances de façon considérable.

Le travail rapporté dans ce manuscrit a pour objectif l'étude théorique et expérimentale des propriétés diffractives d'un réseau d'indice inséré dans une cavité de Fabry-Perot. Cette approche fondamentale d'un nouveau concept passe par l'élaboration d'un modèle analytique et d'un premier dispositif dont le comportement est analysé eu égard aux résultats expérimentaux. Ceux-ci démontrent l'adéquation entre théorie et réalité, et l'apport du résonateur de Fabry-Perot par rapport à un réseau hors cavité.

Ce rapport est organisé en cinq chapitres décrits ci-dessous :

- le chapitre 1 introduit l'holographie dynamique et les différentes notions associées : écriture et lecture d'hologrammes en temps réel (en comparaison avec les hologrammes enregistrés sur plaque photographique), efficacité de diffraction, sélectivité et rapport signal sur bruit. Nous discernons le cas des réseaux dits "épais" (régime de Bragg) et celui des réseaux "minces" (régime de Raman-Nath). Nous décrivons ensuite les différentes techniques mises en œuvre pour réaliser des réseaux d'indice (effet photoréfractif, effet acousto-optique,...). Quelques applications de l'holographie dynamique au traitement optique de l'information sont passées en revue, ainsi que les propriétés diffractives requises pour ces applications. Nous proposons enfin des solutions pour optimiser les performances des matériaux optiques.
- dans le chapitre 2, nous présentons une étude analytique de la diffraction sur un réseau de Bragg inséré dans une cavité de Fabry-Perot, que nous appellerons par la suite réseau d'indice intracavité. Nous étudions les avantages d'une telle structure en termes d'efficacité de diffraction, de sélectivité (spatiale ou spectrale) et de rapport signal sur bruit. Nous détaillons les cas du

réseau d'indice dans un milieu sans pertes ni gain, puis étudions l'influence de pertes par absorption ou d'amplification dans le milieu intracavité.

- le chapitre 3 présente le dispositif expérimental utilisé pour l'étude de la diffraction d'un faisceau de lecture par des réseaux d'indice inscrits par voie optique. Après avoir détaillé les critères du choix d'un colorant comme matériau non-linéaire, nous décrivons le résonateur de Fabry-Perot. Les caractéristiques physiques des faisceaux d'écriture et de lecture sont ensuite présentées. Nous passons également en revue les différents appareils utilisés pour la détection et le traitement des données expérimentales. Enfin, nous abordons les problèmes liés à l'inscription par voie thermique des réseaux dans un milieu liquide.
- le chapitre 4 présente une étude expérimentale du signal diffracté. La mesure de l'efficacité de diffraction résonnante maximale donne une idée de l'apport de la cavité par rapport à un réseau de Bragg hors cavité. Les variations de cette efficacité avec l'écart à la résonance de Bragg nous renseignent sur les sélectivités angulaire et spectrale du dispositif, elles-aussi améliorées par le résonateur. Compte-tenu du diamètre limité du faisceau de lecture et de son inclinaison, les résultats expérimentaux sont interprétés par une généralisation du modèle exposé dans le chapitre 2 (diffraction d'ondes planes) au cas d'ondes gaussiennes. L'absorption résiduelle à la longueur d'onde de lecture est aussi intégrée dans cette description. Nous ajustons ces paramètres en observant les variations de la transmission de la cavité de Fabry-Perot. Les résultats expérimentaux permettent de valider le modèle proposé et d'envisager d'autres développements dans le futur.
- dans le chapitre 5, nous revenons sur la distinction des réseaux d'indice suivant leur épaisseur. Nous étudions l'évolution des intensités des ordres supérieurs de diffraction avec les caractéristiques des réseaux d'indice intracavité. Cela nous permet d'établir un critère de passage en régime de Bragg pour ces réseaux et d'envisager l'utilisation d'échantillons minces comme milieu intracavité. Par ailleurs, nous examinons le cas particulier où les premiers ordres supérieurs peuvent être exaltés par le résonateur de Fabry-Perot.

Nous concluons sur l'adéquation des résultats expérimentaux et des performances prévues par le modèle. Nous soulignons l'apport de la cavité de Fabry-Perot aux propriétés du réseau de Bragg et proposons quelques applications potentielles de ces résultats à des dispositifs optiques pour réseaux de fibres (multiplexage, filtrage, tests, ...).



# Chapitre 1

---

## Présentation de l'holographie et réalisations

Un hologramme est un enregistrement de l'image d'un objet en trois dimensions, contrairement à une photographie qui n'est qu'une projection plane de l'image, donc dénuée d'information de profondeur. En effet, l'émulsion d'une plaque photographique n'est sensible qu'à l'intensité lumineuse. La photographie d'un objet perd toute l'information optique contenue dans la phase de l'onde émise par l'objet, i.e. son relief. L'hologramme est un enregistrement de la figure d'interférence de l'onde objet ( $O$ ) et d'une onde de référence ( $R$ ), cohérente avec l'onde objet. L'intensité lumineuse qui résulte de cette interférence s'écrit:

$$I = |O + R|^2 = |O|^2 + |R|^2 + O^*R + OR^* \quad (1.1)$$

L'amplitude et la phase de l'onde objet sont alors conservées (terme en  $OR^*$ ), ce qui permet une restitution fidèle par relecture de l'hologramme (reconstruction du front d'onde).

### 1.1 De la plaque photographique au matériau non linéaire

#### 1.1.1 Holographie classique

Le support traditionnel utilisé pour l'holographie "classique" (par comparaison avec l'holographie dynamique que nous introduirons par la suite) est une

plaque photographique (figure 1.1). L'absorption de l'énergie optique par les grains de la plaque photographique provoque une réaction chimique qui, après développement du film, se traduit par une variation de l'opacité des zones exposées, et donc de la transmission de la lumière arrivant sur la plaque. Ainsi, l'illumination par la figure d'interférence de l'onde de référence avec l'onde objet (écriture) génère un hologramme sous forme de réseau d'absorption. La transmission de la plaque photographique après développement est alors  $t \propto [|O + R|^2]^{-\frac{\gamma}{2}}$ , où  $\gamma$  est le coefficient caractéristique de la plaque et de son développement, que l'on peut déterminer par étalonnage du film, i.e exposition à différentes intensités lumineuses. Pour restituer l'objet, on éclaire la plaque photographique avec l'onde de référence (lecture); l'intensité transmise est  $t R$  et pour  $|R| \gg |O|$  elle s'écrit :

$$t R \approx |R|^{-\gamma} \left[ R - \frac{\gamma}{2} O - \frac{\gamma}{2} \frac{R}{R^*} O^* \right] \quad (1.2)$$

Le premier terme correspond à une onde se propageant dans la direction du faisceau référence (de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_R$ ): c'est l'onde de référence transmise par l'hologramme. Le deuxième terme, directement proportionnel à  $O$ , restitue une image fidèle de l'objet (même front d'onde). L'onde correspondante se propage dans la direction du faisceau objet (vecteur d'onde  $\mathbf{k}_O$ ). La troisième onde, appelée, en holographie, onde conjuguée [She84a], ne véhicule pas d'information directe sur l'objet, à moins que l'onde de référence ne soit plane.

L'inconvénient majeur de cette technique réside dans l'étape de développement, qui nécessite une manipulation et donc un déplacement de la plaque photographique. Elle doit être replacée exactement dans sa position initiale pour l'étape de lecture. Ceci est évidemment incompatible avec des applications en temps réel.

L'utilisation de matériaux dont les propriétés optiques ne varient pas linéairement avec l'amplitude du champ électrique incident (matériaux non linéaires) a rendu possible l'holographie en temps réel, encore appelée holographie dynamique. En effet, l'illumination de ces matériaux modifie localement leur permittivité diélectrique, et donc l'indice de réfraction et/ou le coefficient d'absorption. L'absorption de la figure d'interférence des ondes  $O$  et  $R$  induit alors directement une variation d'indice (ou/et d'absorption) de façon quasi-instantanée, voire instantanée, et la relecture de l'hologramme ainsi créé peut se faire en temps réel. Le temps de réponse varie suivant le matériau utilisé et le processus physique mis en jeu. De plus, dans certains matériaux, l'hologramme peut être effacé par illumination uniforme du matériau non linéaire, qui peut donc être réutilisé pratiquement à l'infini.

Un hologramme est principalement caractérisé par trois propriétés: son **efficacité**

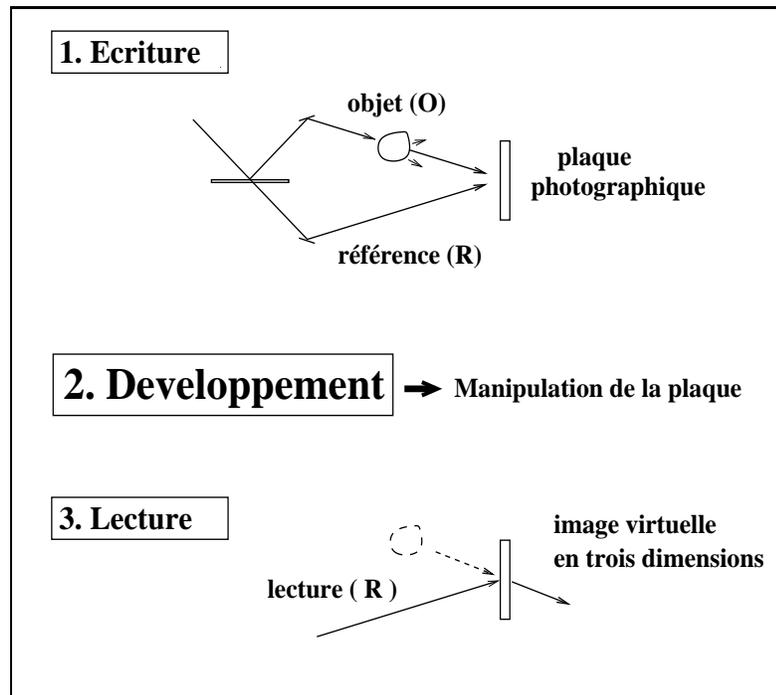


FIG. 1.1 –: Schéma de principe de l'holographie classique

**de diffraction**, sa **sélectivité (angulaire ou spectrale)** et la **diaphonie** due aux hologrammes voisins. On désigne par efficacité de diffraction le rapport des intensités de l'onde image restituée à la relecture de l'hologramme et de l'onde de référence. Cette grandeur est l'une des caractéristiques essentielles que nous prendrons en compte pour évaluer les performances d'un dispositif holographique. La sélectivité angulaire est quantifiée par la largeur angulaire du pic de résonance de l'hologramme. Elle détermine l'écart angulaire minimum dont on doit espacer deux hologrammes enregistrés dans le même volume pour qu'ils puissent être lus distinctement, c'est-à-dire que leurs images restituées à la relecture ne se chevauchent pas. De même, on associe une sélectivité spectrale aux variations en longueur d'onde de l'efficacité de diffraction. La diaphonie se caractérise par un signal bruité par la lumière provenant de l'illumination d'un hologramme enregistré sous une "adresse" voisine (angle, longueur d'onde ou emplacement). Nous reviendrons plus tard sur ce défaut, que l'on mesure en définissant un rapport signal sur bruit (SNR pour "Signal to Noise Ratio").

L'hologramme le plus élémentaire est obtenu en faisant interférer deux ondes planes monochromatiques. L'onde objet ne véhicule alors aucune information, et la figure d'interférence est purement sinusoidale. L'hologramme se réduit alors à un réseau d'indice et/ou d'absorption. Parce que les caractéristiques d'un hologramme sont bien comprises pour ces réseaux, nous allons maintenant détailler ce cas, avant de présenter quelques techniques couramment utilisées pour l'holo-

graphie dynamique.

### 1.1.2 Ecriture optique et non-optique d'un réseau d'indice

On expose ici le mécanisme d'écriture d'un réseau d'indice ou/et d'absorption dû à l'interférence de deux ondes planes monochromatiques de fréquence  $\omega_E$  :  $\underline{\mathbf{E}}_1^{ext}(\underline{\mathbf{r}}, t)$  et  $\underline{\mathbf{E}}_2^{ext}(\underline{\mathbf{r}}, t)$ , de modules  $E_i^{ext}$  et de vecteurs d'onde dans le vide  $\underline{\mathbf{k}}_i^{ext}$ ,  $i = 1, 2$  respectivement. Les deux ondes ont la même polarisation linéaire  $\hat{e}$  et s'écrivent :

$$\underline{\mathbf{E}}_1^{ext}(\underline{\mathbf{r}}, t) = \hat{e} E_1^{ext} \exp j(\underline{\mathbf{k}}_1^{ext} \cdot \underline{\mathbf{r}} - \omega_E t) + c.c \quad (1.3)$$

$$\underline{\mathbf{E}}_2^{ext}(\underline{\mathbf{r}}, t) = \hat{e} E_2^{ext} \exp j(\underline{\mathbf{k}}_2^{ext} \cdot \underline{\mathbf{r}} - \omega_E t) + c.c \quad (1.4)$$

où  $k = 2\pi/\lambda_E$  est le module de  $\underline{\mathbf{k}}_1^{ext}$  et  $\underline{\mathbf{k}}_2^{ext}$ , et  $\lambda_E = 2\pi c/\omega_E$  est la longueur d'onde dans le vide des faisceaux d'écriture. Chacun de ces faisceaux fait un angle d'incidence dans le vide  $\theta_{E_i}^{ext}$  ( $i = 1, 2$  respectivement) avec la normale à la face d'entrée de l'échantillon (voir la figure 1.2); ces angles seront appelés angles d'écriture. Les vecteurs d'onde ont pour coordonnées dans le repère (x,z) du plan des ondes lumineuses :

$$\underline{\mathbf{k}}_1^{ext} = \frac{2\pi}{\lambda_E}(\sin \theta_{E_1}^{ext}, \cos \theta_{E_1}^{ext}) \quad \text{et} \quad \underline{\mathbf{k}}_2^{ext} = \frac{2\pi}{\lambda_E}(-\sin \theta_{E_2}^{ext}, \cos \theta_{E_2}^{ext})$$

D'après la loi de Descartes pour la réfraction, les angles  $\theta_{E_1}$  et  $\theta_{E_2}$  dans le matériau sont tels que :

$$\sin \theta_{E_i}^{ext} = n \sin \theta_{E_i} \quad , \quad i = 1, 2 \quad (1.5)$$

où  $n$  est l'indice de réfraction du matériau à la longueur d'onde  $\lambda_E$ . Les ondes d'écriture à l'intérieur du matériau s'écrivent alors :

$$\underline{\mathbf{E}}_1(\underline{\mathbf{r}}, t) = \hat{e} E_1 \exp j(\underline{\mathbf{k}}_1 \cdot \underline{\mathbf{r}} - \omega_E t) + c.c \quad (1.6)$$

$$\underline{\mathbf{E}}_2(\underline{\mathbf{r}}, t) = \hat{e} E_2 \exp j(\underline{\mathbf{k}}_2 \cdot \underline{\mathbf{r}} - \omega_E t) + c.c \quad (1.7)$$

où les vecteurs d'onde dans le matériau ont pour coordonnées :

$$\underline{\mathbf{k}}_1 = \frac{2\pi n}{\lambda_E}(\sin \theta_{E_1}, \cos \theta_{E_1}) \quad \text{et} \quad \underline{\mathbf{k}}_2 = \frac{2\pi n}{\lambda_E}(-\sin \theta_{E_2}, \cos \theta_{E_2})$$

et  $E_i = t(\hat{e}) E_i^{ext}$  avec  $i = 1$  ou  $2$ ,  $t(\hat{e})$  est le coefficient de transmission à l'interface air/matériau correspondant à la polarisation  $\hat{e}$ . L'intensité lumineuse à l'intérieur du matériau est alors :

$$I(\mathbf{r}) = \frac{cn}{2\pi} \langle |\underline{\mathbf{E}}_1(r, t) + \underline{\mathbf{E}}_2(r, t)|^2 \rangle \quad (1.8)$$

où  $\langle \ \rangle$  désigne la moyenne temporelle sur un temps très supérieur à la période temporelle de l'onde  $T = 2\pi/\omega_E$ . Si  $I_i$  désigne l'intensité de chaque faisceau ( $I_i = \frac{cn}{2\pi} |E_i|^2$  avec  $i = 1, 2$ ), et  $\underline{\mathbf{K}} = \underline{\mathbf{k}}_1 - \underline{\mathbf{k}}_2$ , on obtient :

$$I(\mathbf{r}) = I_1 + I_2 + \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \cos(\underline{\mathbf{K}} \cdot \mathbf{r}) \quad (1.9)$$

En introduisant l'intensité moyenne  $I_0 = I_1 + I_2$  et la modulation de la répartition sinusoïdale d'intensité  $m = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{(I_1 + I_2)}$ , il vient :

$$I(\mathbf{r}) = I_0 (1 + m \cos(\underline{\mathbf{K}} \cdot \mathbf{r})) \quad (1.10)$$

Le vecteur réseau  $\underline{\mathbf{K}}$  a pour module  $K = \frac{4\pi n \sin[(\theta_{E_1} + \theta_{E_2})/2]}{\lambda_E}$  et fait un angle  $\phi = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta_{E_1} - \theta_{E_2}}{2}$  avec l'axe  $z$ . On définit le pas du réseau par  $\Lambda = 2\pi/K$ .

Si les deux faisceaux d'écriture sont symétriques par rapport à la normale à la face d'entrée du milieu ( $\theta_{E_1} = \theta_{E_2} = \theta_E$ ) on a :

$$\phi = \frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad \Lambda = \frac{2\pi}{K} = \frac{\Lambda_E}{2n \sin \theta_E}$$

et l'intensité s'écrit (figure 1.2) :

$$I(\mathbf{r}) = I(x) = I_0 (1 + m \cos(Kx)) \quad (1.11)$$

L'indice de réfraction et/ou le coefficient d'absorption du matériau non linéaire sont fonction de l'intensité lumineuse incidente :

$$n = n_0 + \Delta n(I) \quad (1.12)$$

$$\alpha = \alpha_0 + \Delta \alpha(I) \quad (1.13)$$

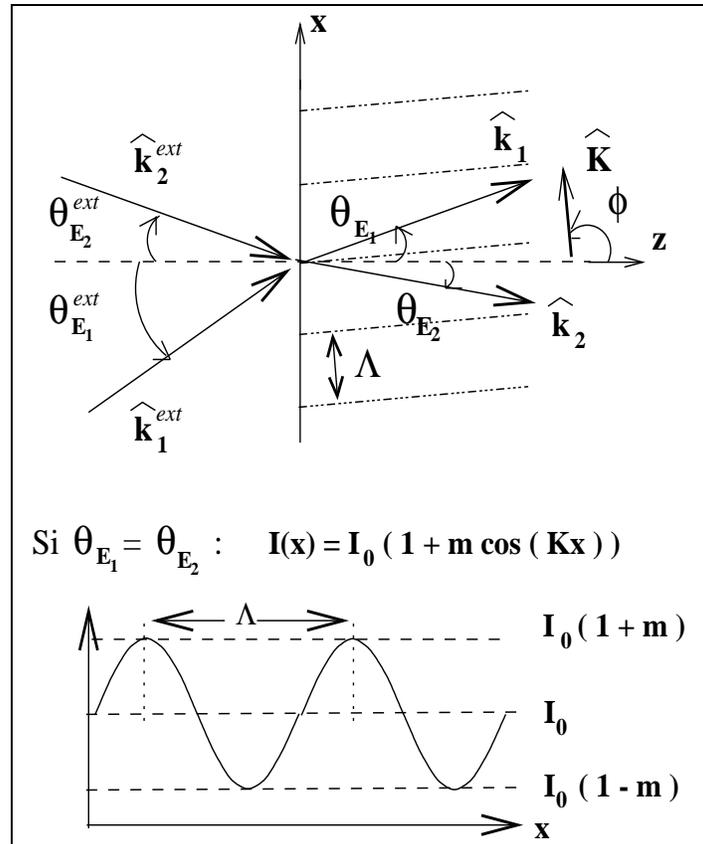


FIG. 1.2 –: Schéma de l'interférence entre les faisceaux d'écriture

L'exposition d'un tel matériau à une répartition périodique d'intensité lumineuse induira donc un réseau d'indice et/ou d'absorption de même période spatiale au sein de ce matériau. La partie 1.3 est consacrée aux matériaux non linéaires couramment utilisés comme supports d'hologrammes et aux mécanismes physiques mis en jeu pour la réalisation de ces hologrammes.

## 1.2 Diffraction sur un réseau d'indice complexe

La diffraction d'une onde par un réseau d'indice ou/et d'absorption change radicalement suivant que le réseau peut être considéré comme épais ou mince [Mal90]. En effet, dans le cas des réseaux dits minces (réseaux gravés par exemple), la lumière est diffractée dans plusieurs directions, correspondant aux ordres de résonance du réseau (régime de Raman-Nath). En revanche, pour un réseau épais, il n'existe qu'une seule résonance, fixée par le pas du réseau et la longueur d'onde de lecture. La lumière est alors diffractée suivant une direction bien définie: c'est la diffraction de Bragg.

### 1.2.1 Cas d'un réseau mince

Un réseau mince peut-être considéré comme la répétition périodique d'un motif (modulation d'indice, d'absorption,...) dans un plan. Chaque motif illuminé se comporte comme une source secondaire de lumière, et les ondes secondaires émises par l'ensemble des motifs éclairés interfèrent entre elles. Il s'ensuit une répartition spatiale d'intensité lumineuse, où les maxima correspondent à des zones d'interférences constructives des ondes secondaires, et les minima à des zones d'interférences destructives. Par exemple, si on éclaire un réseau de traits de pas  $\Lambda$  avec une onde plane (longueur d'onde  $\lambda_0$  dans le vide, angle d'incidence  $\theta_i$  par rapport à la normale au plan du réseau), la condition d'interférences constructives des ondes diffractées dans la direction  $\theta_p$  (diffraction de Fraunhofer) s'écrit (voir figure 1.3 ):

$$\sin \theta_p - \sin \theta_i = p \frac{\lambda_0}{n\Lambda} \quad p \in \mathbf{Z} \quad (1.14)$$

où  $n$  est l'indice moyen du milieu.

En théorie, le nombre de directions de résonance, repérées par l'ordre entier  $p$ , est fixé par l'angle d'incidence de l'onde et sa longueur d'onde. En effet, la

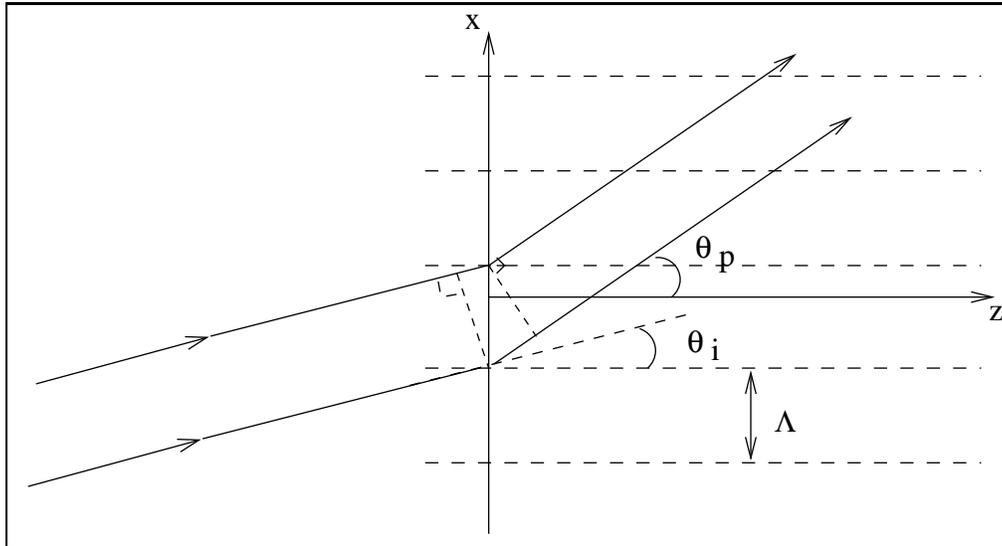


FIG. 1.3 –: Schéma de la diffraction sur un réseau de traits plan

condition d'existence d'une de ces résonances est donnée par la relation:

$$|\sin\theta_p| < 1 \quad \Leftrightarrow \quad \left| \sin\theta_i + p \frac{\lambda_0}{n\Lambda} \right| < 1 \quad (1.15)$$

D'autre part, l'intensité diffractée dans l'ordre  $p$  devient négligeable lorsque  $|p|$  devient grand. On ne peut donc observer qu'un nombre plus limité d'ordres.

Ce modèle est valable tant que l'épaisseur du réseau reste faible. En effet, passé une certaine limite, que nous précisons dans la partie 1.2.3, il faut prendre en compte les contributions des différentes strates de réseau dans l'épaisseur du matériau.

### 1.2.2 Cas d'un réseau épais

Lorsque le pas du réseau est petit devant l'épaisseur du réseau, il faut considérer la différence de marche entre les ondes diffractées à des profondeurs différentes. Limitons-nous au cas d'un réseau sans obliquité, par souci de simplicité, les résultats énoncés ci-après étant généralisables à un réseau incliné. Pour l'onde incidente plane considérée précédemment, les rayons diffractés dans la direction  $\theta_p$  aux profondeurs  $z$  (rayon 1') et  $z + \Delta z$  (rayon 2') présentent une différence de marche  $\delta = n\Delta z(\cos\theta_i - \cos\theta_p)$  (voir figure 1.4).

L'amplitude totale diffractée par un réseau d'épaisseur  $e$  dans la direction  $\theta_p$  s'écrit donc:

$$\mathcal{A} = \int_0^l a \exp \left[ j \frac{2\pi n z}{\lambda_0} (\cos\theta_i - \cos\theta_p) \right] dz \quad (1.16)$$

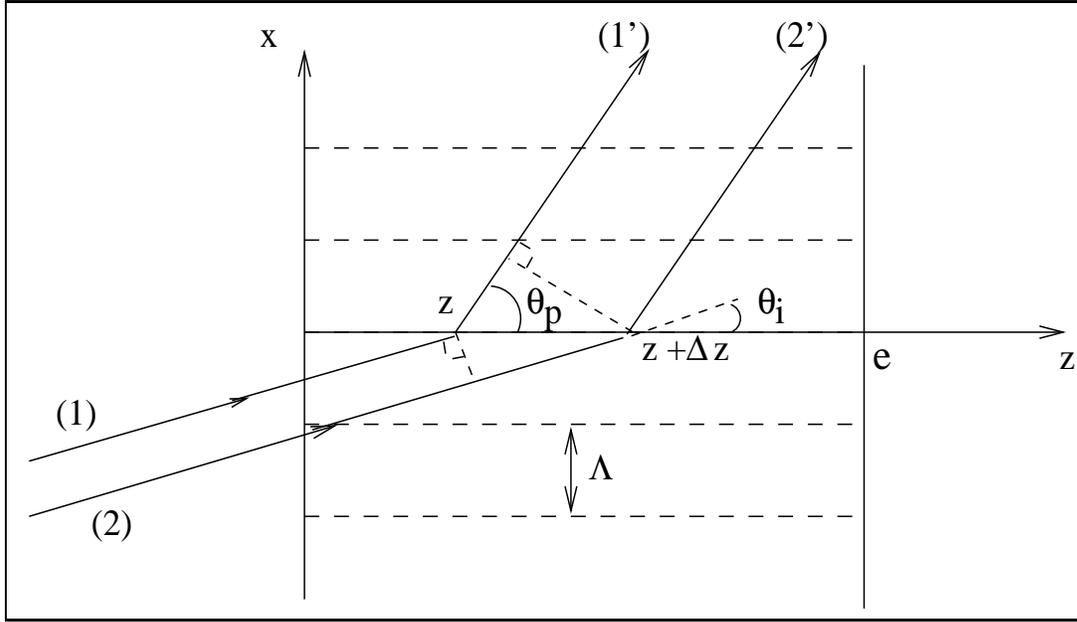


FIG. 1.4 –: Diffraction de deux rayons sur la même strate du réseau à des profondeurs différentes

où  $a$  désigne l'amplitude diffractée par unité de longueur  $dz$  de réseau, soit:

$$\mathcal{A} = a l \exp \left[ j \frac{2\pi n l}{\lambda_0} (\cos \theta_i - \cos \theta_p) \right] \operatorname{sinc} \left[ \frac{2\pi n l}{\lambda_0} (\cos \theta_i - \cos \theta_p) \right] \quad (1.17)$$

L'efficacité de diffraction correspondante, définie par le rapport de l'intensité diffractée à l'intensité incidente, est proportionnelle à  $|\mathcal{A}|^2$ :

$$\rho_D \propto \operatorname{sinc}^2 \left[ \frac{2 \pi n l}{\lambda_0} (\cos \theta_i - \cos \theta_p) \right] \quad (1.18)$$

$\rho_D$  présente un maximum pour  $\theta = \pm \theta_i$ . En reprenant la condition de résonance 1.14:

- $\theta_p = +\theta_i$  correspond à l'ordre  $p = 0$ : on retrouve l'onde transmise;
- $\theta_p = -\theta_i$  correspond à l'ordre  $p = -1$ , en référence au cas où le faisceau de lecture est aussi un des faisceaux d'écriture ( $\theta_{E_1} = \theta_i$  par exemple, et  $\lambda_E = \lambda_0$ ). Le pas du réseau considéré est alors défini par:

$$\Lambda = \frac{\lambda_0}{2n \sin \theta_i} \quad (1.19)$$

et la condition de résonance 1.14 s'écrit, tenant compte de  $\theta_p = -\theta_i$ :

$$-2\sin\theta_i = p \frac{\lambda_0}{n} \frac{2n\sin\theta_i}{\lambda_0} = 2pn\sin\theta_i \quad (1.20)$$

ce qui implique directement  $p = -1$ . On généralise à un réseau épais quelconque cette valeur particulière de  $p$  correspondant à une efficacité de diffraction maximale. C'est l'ordre de diffraction le plus intense. Le faisceau incident est réfléchi sur les strates du réseau. Quelle que soit l'origine de ce dernier, la condition de diffraction résonnante de l'onde de lecture (équation 1.14) devient:

$$\sin\theta_i = \frac{\lambda_0}{2n\Lambda} \quad (1.21)$$

C'est la **condition de Bragg**.

Il n'y a donc qu'une seule direction distincte de la direction d'incidence pour laquelle on observe une onde diffractée significative, et ce pour la seule direction incidente  $\theta_i$  vérifiant 1.21, que nous appellerons **angle de Bragg** par la suite (noté  $\theta_B$ ).

Calculons l'efficacité de diffraction d'un réseau d'indice complexe épais à l'aide de la théorie des ondes couplées de Kogelnik [Kog69], en tenant compte des modifications apportées dans la thèse d'Armelle Vanhaudenarde-Péoc'h [VP95]. Les répartitions d'indice de réfraction et de coefficient d'absorption sont supposées sinusoïdales:

$$n(\mathbf{r}) = n_0 + \Delta n \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) \quad (1.22)$$

$$\alpha(\mathbf{r}) = \alpha_0 + \Delta\alpha \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) \quad (1.23)$$

où  $n_0$  et  $\alpha_0$  sont l'indice et le coefficient d'absorption moyens et  $\Delta n$  et  $\Delta\alpha$  sont les amplitudes de modulation respectives.

Notons  $l$  l'épaisseur du réseau considéré (voir figure 1.5). Le vecteur réseau  $\mathbf{K}$  est normal aux plans d'égal indice complexe du réseau et fait un angle  $\phi$  (oblicité du réseau) avec l'axe  $z$ . Lorsque  $\phi$  est nul, le réseau est sans oblicité en réflexion; lorsque  $\phi$  vaut  $\pi/2$ , il est sans oblicité en transmission. Une onde plane incidente (vecteur d'onde  $\vec{k}_i$ , pulsation  $\omega$ ) arrive sur le réseau avec un angle  $\theta_i$  dans le vide par rapport à l'axe  $z$ . Sa polarisation est perpendiculaire au plan (XZ) de la figure 1.5.

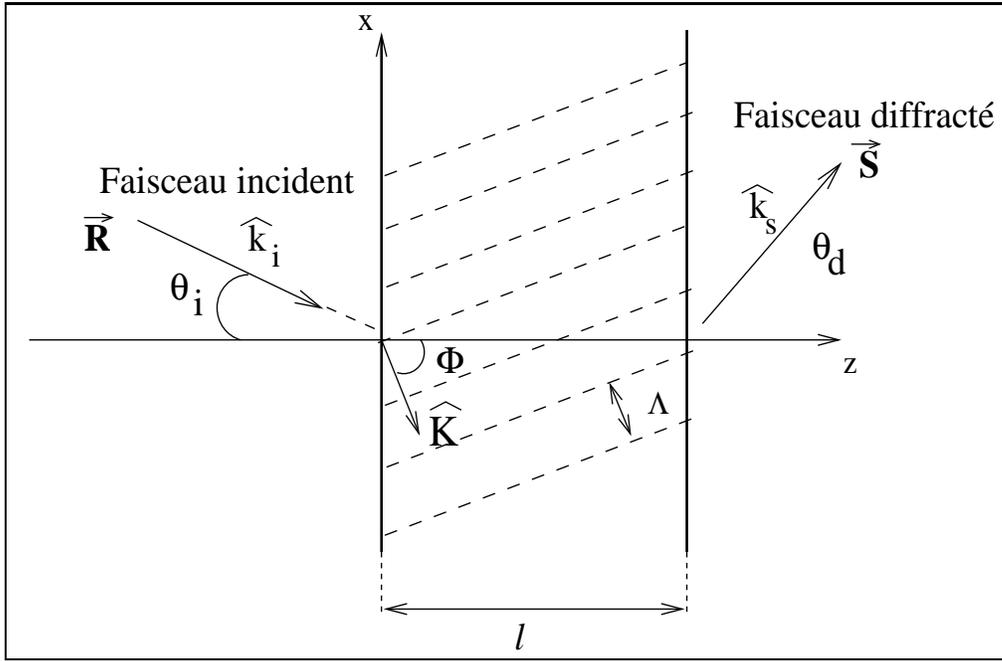


FIG. 1.5 – Schéma de la diffraction d'un faisceau de lecture sur un réseau d'indice épais

Cette onde voit une modulation d'indice autour de l'indice moyen  $n_0$ . La continuité du champ électrique impose l'existence d'une onde réfléchiée de norme de vecteur d'onde et de fréquence égales à celles de l'onde  $\underline{\mathbf{R}}$ , et de même polarisation: c'est l'onde diffractée  $\underline{\mathbf{S}}$ . L'invariance par symétrie le long d'un plan d'égale indice (perpendiculaire au vecteur réseau  $\underline{\mathbf{K}}$ ) impose la conservation de la phase le long de ce plan. C'est la condition de résonance de Bragg. Cela implique que les projections des vecteurs d'onde de l'onde de lecture et de l'onde diffractée dans ce plan soient égales, soit, puisque ces vecteurs ont même norme:

$$\sin(\theta_i - \phi) = \sin(\theta_d - \phi) \quad (1.24)$$

où  $\theta_i$  et  $\theta_d$  sont les angles que font les ondes  $R$  et  $S$  avec l'axe  $z$  à l'intérieur du matériau ( $\sin(\theta_k^{ext}) = n \sin(\theta_k)$ ,  $k = i, d$ ). Cette condition équivaut à (en se limitant aux valeurs de  $\theta_i$  et  $\theta_d$  comprises entre 0 et  $\pi$ ):

$$\theta_i - \phi = \theta_d - \phi \quad \iff \quad \theta_d = \theta_i \quad (\text{même onde})$$

$$\theta_i - \phi = \pi - (\theta_d - \phi) \quad \iff \quad \boxed{\theta_d = \pi + 2\phi - \theta_i}$$

Soit  $\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{R}} + \underline{\mathbf{S}}$ , le champ électrique total, solution de l'équation de propagation dans le milieu:

$$\nabla^2 \underline{\mathbf{E}}(x, z) + k^2 \underline{\mathbf{E}}(x, z) = 0 \quad (1.25)$$

où  $k$  est le module du vecteur d'onde:

$$k = \frac{2\pi n}{\lambda_0} + j \frac{\alpha}{2} \quad (1.26)$$

et  $\lambda_0 = 2\pi c/\omega$  est la longueur d'onde dans le vide de l'onde incidente,  $n$  et  $\alpha$  étant les indice et coefficient d'absorption du matériau non linéaire. En tenant compte des expressions 1.22 et 1.23 de l'indice de réfraction et du coefficient d'absorption, dans l'approximation des matériaux optiques où  $\alpha \ll 2\pi n/\lambda_0$ , et en faisant un développement à l'ordre 1 en  $\Delta n$  et  $\Delta\alpha$  ( $n_0 \gg \Delta n$  et  $\alpha_0 \gg \Delta\alpha$ ), il vient:

$$k^2 = \left(\frac{2\pi n_0}{\lambda_0}\right)^2 + j \frac{2\pi n_0}{\lambda_0} \alpha_0 + 2 \frac{2\pi n_0}{\lambda_0} \left[ \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta n + j \frac{\Delta\alpha}{2} \right] \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) \quad (1.27)$$

$$\text{soit : } k^2 = \beta^2 + j\beta\alpha_0 + 4\phi\beta \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) \quad (1.28)$$

avec:

$$\beta = \frac{2\pi n_0}{\lambda_0} \quad \text{et} \quad \varphi = \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0} + j \frac{\Delta\alpha}{4} \quad (1.29)$$

Les ondes  $\mathbf{R}$  et  $\mathbf{S}$  s'écrivent:

$$\mathbf{R} = \hat{e} R(z) \exp[j\phi_R(x)] \exp(j\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r}) \quad (1.30)$$

$$\mathbf{S} = \hat{e} S(z) \exp[j\phi_S(x)] \exp(j\mathbf{k}_S \cdot \mathbf{r}) \quad (1.31)$$

où  $\hat{e}$  est le vecteur polarisation, perpendiculaire au plan (X,Z), et  $\mathbf{k}_R$  et  $\mathbf{k}_S$  sont les vecteurs d'onde des champs  $\mathbf{R}$  et  $\mathbf{S}$  respectivement. On suppose que les phases  $\phi_R$  et  $\phi_S$  sont des fonctions réelles de  $x$ , et les amplitudes complexes  $R$  et  $S$  ne dépendent que de  $z$ .

En explicitant les ondes  $\mathbf{R}$  et  $\mathbf{S}$  dans l'équation de propagation 1.25 du champ  $\mathbf{E}$ , et en faisant l'approximation de l'enveloppe lentement variable [Fre92], on aboutit à deux équations différentielles d'ordre 2 pour les fréquences de Fourier  $[\phi_R + \mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r}]$  de  $R$  et  $[\phi_S + \mathbf{k}_S \cdot \mathbf{r}]$  de  $S$  respectivement [VP95]. Ainsi l'onde diffractée  $S$  est solution de l'équation différentielle suivante:

$$\cos(2\phi - \theta_i) \frac{d^2 S}{dz^2} - \left\{ j[\sin(2\phi - \theta_i)\Delta k_x + \cos(2\phi - \theta_i)\Delta k_z] + \frac{\alpha_0}{2} \left[ 1 - \frac{\cos(2\phi - \theta_i)}{\cos\theta_i} \right] \right\} \frac{dS}{dz} - \left\{ \frac{\varphi^2}{\cos\theta_i} - \Delta k_x \Delta k_z \sin(2\phi - \theta_i) + j \frac{\alpha_0}{2} \left[ \Delta k_z + \frac{\sin(2\phi - \theta_i)}{\cos\theta_i} \Delta k_x \right] + \frac{\alpha_0^2}{4\cos\theta_i} \right\} S = 0 \quad (1.32)$$

où  $\Delta k_x = \sin \phi [K - 2\beta \cos(\theta_i - \phi)]$  et  $\Delta k_z = \cos \phi [K - 2\beta \cos(\theta_i - \phi)]$ .

La résonance de Bragg ( $\underline{\mathbf{K}} + \underline{\mathbf{k}}_S - \underline{\mathbf{k}}_R = \underline{\mathbf{0}}$ ) est atteinte pour un angle d'incidence  $\theta_i = \theta_B$  tel que:

$$K - 2\beta \cos(\phi - \theta_B) = 0 \quad (1.33)$$

La figure 1.6 montre la relation qui lie les vecteurs des ondes de lecture et diffractée au vecteur réseau.

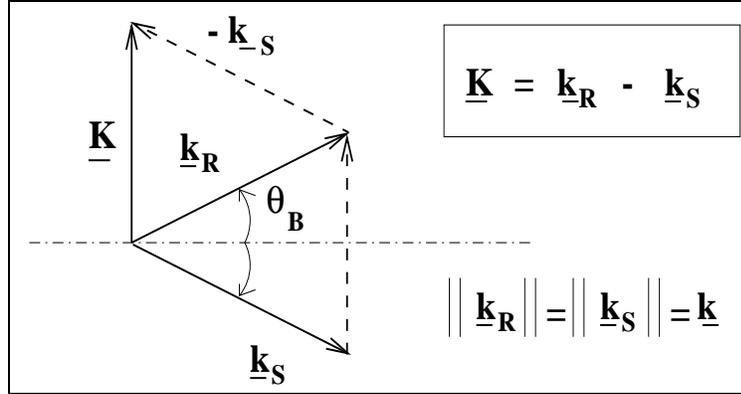


FIG. 1.6 –: Représentation vectorielle de la résonance de Bragg

On peut définir un écart angulaire à la résonance  $\Delta\theta$  tel que  $\theta_i = \theta_B + \Delta\theta$ . Au premier ordre en  $\Delta\theta$ , la solution de l'équation différentielle est:

$$S(z) = S_+ \exp(r_+ z) + S_- \exp(r_- z) \quad (1.34)$$

avec:

$$r_{\pm} = \frac{\{\alpha_0/2 [1 - \cos(2\phi - \theta_B)] / \cos \theta_B\} \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cos(2\phi - \theta_B)} \quad (1.35)$$

où  $\Delta$  est le discriminant de l'équation homogène associée:

$$\Delta = \left\{ \frac{\alpha_0}{2} \left[ 1 + \frac{\cos(2\phi - \theta_B)}{\cos \theta_B} \right] - jK \sin(\phi - \theta_B) \Delta\theta \right\}^2 + 4\varphi^2 \frac{\cos(2\phi - \theta_B)}{\cos \theta_B} \quad (1.36)$$

Les expressions de  $S_+$  et  $S_-$  dépendent des conditions aux limites. Celles-ci diffèrent suivant que  $|\theta_d| < \pi/2$  ou  $|\theta_d| > \pi/2$  (réseau en transmission ou en

réflexion respectivement): en transmission,  $S(z = 0) = 0$ , tandis qu'en réflexion,  $S(z = l) = 0$ . Et dans les deux cas,  $R(z = 0) = R_0$ .

Par conséquent:

– **Pour un réseau en transmission:**

$$S(z) = -\frac{j\varphi R_0}{\sqrt{\Delta} [\exp(r_+z) - \exp(r_-z)]} \quad (1.37)$$

Pour un réseau d'**indice pur** sans oblicité:  $\phi = \frac{\pi}{2}$  et  $\Delta\alpha = 0$ , alors :

$$\varphi = \frac{\pi\Delta n}{\lambda_0} = \kappa \quad (1.38)$$

$\kappa$  est appelé **constante de couplage** du réseau [Kog69]. Il s'ensuit :

$$\Delta = -4\kappa^2 - (K \cos\theta_B \Delta\theta)^2 = -\Delta\Omega^2 \quad (1.39)$$

et

$$S(z) = -\frac{j\kappa R_0}{\Delta\Omega} \sin\left(\frac{\Delta\Omega z}{2\cos\theta_B}\right) \exp\left(j\frac{K\Delta\theta}{4}z\right) \exp\left(-\frac{\alpha_0 l}{2\cos\theta_B}\right) \quad (1.40)$$

L'efficacité de diffraction, définie par  $\rho_D = \left|\frac{S(l)}{R_0}\right|^2$ , vaut alors:

$$\rho_D = 4\kappa^2 \exp\left(-\frac{\alpha_0 l}{\cos\theta_B}\right) \frac{\sin^2\left[\left(4\kappa^2 + (K \cos\theta_B \Delta\theta)^2\right)^{\frac{1}{2}} \frac{l}{2\cos\theta_B}\right]}{4\kappa^2 + (K \cos\theta_B \Delta\theta)^2} \quad (1.41)$$

Sa valeur maximale est obtenue pour l'angle de Bragg ( $\Delta\theta = 0$ ):

$$\rho_{Dmax} = \sin^2(\nu_B) \exp\left(-\frac{\alpha_0 l}{\cos\theta_B}\right) \quad (1.42)$$

avec  $\nu_B = \frac{\pi\Delta n l}{\cos\theta_B \lambda_0}$ , par analogie aux notations utilisées par Kogelnik dans la théorie des ondes couplées pour réseaux holographiques épais [Kog69]. L'équation 1.41 donne les variations de l'efficacité de diffraction avec l'écart angulaire  $\Delta\theta$  à l'angle de Bragg  $\theta_B$ . La dépendance en sinus cardinal au carré implique une décroissance très rapide de l'intensité diffractée avec  $|\Delta\theta|$  (voir figure 1.7).

La **largeur à mi hauteur** du pic de résonance ( $\Delta\theta_{1/2}$ ), que nous désignerons parfois par **FWHM** pour *Full Width at Half Maximum*, caractérise

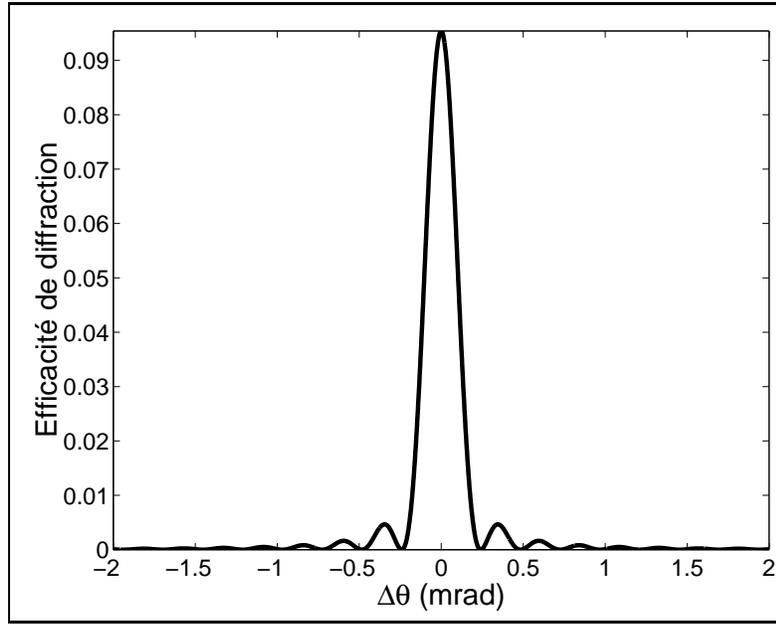


FIG. 1.7 –: Variation de l’efficacité de diffraction autour de l’angle de Bragg ( $\Delta\theta = \theta - \theta_B$ ) ( $n_0 = 3,2$ ,  $l = 4\text{mm}$ ,  $\Delta n = 4 \times 10^{-6}$ ,  $\Lambda \approx 1\mu\text{m}$ ,  $\lambda_0 = 514\text{nm}$ ,  $\alpha_0 = 1\text{cm}^{-1}$ )

la sélectivité angulaire du réseau de Bragg. Cette caractéristique peut être exploitée pour des applications au traitement optique de l’information (cf partie 1.4). Le deuxième paramètre déterminant est l’amplitude relative des résonances adjacentes au pic central (lobes secondaires) qui doit être minimisée pour éviter l’apparition de diaphonie. On quantifie cette amplitude en définissant un **rapport signal sur bruit** (souvent noté **SNR**, pour “Signal to Noise Ratio”), rapport de l’intensité diffractée dans la direction des résonances secondaires au maximum d’intensité diffractée, correspondant à l’angle de Bragg. Par la suite, nous reprendrons ces deux grandeurs ( $\Delta\theta_{1/2}$  et SNR) pour caractériser la sélectivité du dispositif intracavité que nous avons étudié.

De même, pour un angle  $\theta$  donné, il existe une seule longueur d’onde résonnante  $\lambda_B$  (dans le vide) donnant un maximum de diffraction:

$$\lambda_B = 2n\Lambda \sin \theta \quad (1.43)$$

L’efficacité de diffraction chute très rapidement lorsqu’on s’écarte de cette valeur, comme le montre la figure 1.8. Les valeurs de  $\lambda_0$  annulant  $\rho_D$  sont données par:

$$\lambda_p = \frac{2nl}{p}(\cos \theta_i - \cos \theta) \quad p \in \mathbf{Z} \quad (1.44)$$

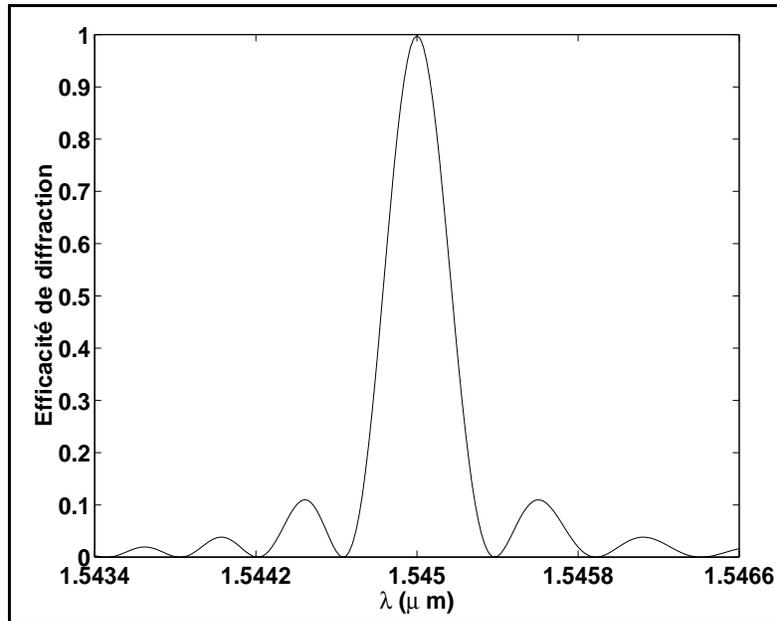


FIG. 1.8 —: Variation de l'efficacité de diffraction avec la longueur d'onde du faisceau de lecture ( $n_0 = 1,8$ ,  $l = 22,7\text{mm}$ ,  $\Delta n = 1,65 \times 10^{-5}$ ,  $\Lambda = 13\mu\text{m}$ ,  $\lambda_0 = 1,545\mu\text{m}$ ,  $\alpha_0 = 0$ ,  $\phi = 13,2^\circ$ )

Le pas et l'épaisseur du réseau dont on a représenté l'efficacité de diffraction sur la figure 1.8 ont été choisis pour donner une efficacité de diffraction maximale de 100%. Bien entendu, on a négligé les pertes par absorption dans ce calcul. Notons l'épaisseur importante de l'échantillon ( $l = 2,27\text{cm}$ ) nécessaire pour obtenir un tel rendement. Nous verrons par la suite qu'il est possible d'améliorer sensiblement les performances d'un réseau de Bragg de moindre épaisseur en l'insérant dans une cavité de Fabry-Pérot.

La largeur du pic de diffraction à  $-3\text{ dB}$  ( $\delta\lambda$ ) caractérise la sélectivité spectrale du réseau. Comme pour le profil angulaire de l'efficacité de diffraction, l'amplitude relative des lobes secondaires (SNR) de part et d'autre de la résonance centrale, est également prise en compte. Cette sélectivité de Bragg peut être un paramètre déterminant pour des applications au filtrage ou au multiplexage en longueur d'onde, notamment dans des dispositifs optiques pour les Télécommunications (cf partie 1.4.2). A ce propos, les paramètres utilisés pour tracer la courbe de la figure 1.8, qui diffèrent significativement de ceux de la figure 1.7, sont tels que le réseau de Bragg qu'ils modélisent soit adapté aux longueurs d'onde couramment utilisées en Télécommunications optiques ( $\lambda_0 \approx 1550\text{nm}$ ).

– Pour un réseau en réflexion:

$$S(z) = \frac{-j\varphi R_0 \{ \exp[r_+(z-l)] - \exp[r_-(z-l)] \}}{\cos(2\phi - \theta'_B) \left\{ (r_+ - j\Delta k_x - \frac{\alpha_0}{2}) \exp[-(r_+l)] - (r_- - j\Delta k_x - \frac{\alpha_0}{2}) \exp[-(r_-l)] \right\}} \quad (1.45)$$

Pour un réseau d'indice pur sans obliquité, on a:  $\phi = 0$ ,  $\alpha_1 = 0$  et  $K = 2\beta \cos \theta_B$ , d'où  $\varphi = \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0} = \kappa$ . Par conséquent:

$$\Delta = -K^2 \sin^2 \theta_B \Delta \theta + 4\kappa^2 = \Delta \Omega^2 \quad (1.46)$$

– si  $\Delta \Omega^2 < 0$ :

$$(\rho_D)_{refl.} = \left| \frac{S(0)}{R_0} \right|^2 = \frac{4\kappa^2 \sin^2 \left( \frac{\sqrt{-\Delta \Omega^2} - 1}{2 \cos \theta_B} \right)}{-\Delta \Omega^2 + K^2 \sin^2 \theta_B \Delta \theta^2 \sin^2 \left( \frac{\sqrt{-\Delta \Omega^2} - 1}{2 \cos \theta_B} \right)} \quad (1.47)$$

– si  $\Delta \Omega^2 > 0$ :

$$(\rho_D)_{refl.} = \left| \frac{S(0)}{R_0} \right|^2 = \frac{4\kappa^2 \tanh^2 \left( \frac{\Delta \Omega l}{2 \cos \theta_B} \right)}{\Delta \Omega^2 + K^2 \sin^2 \theta_B \Delta \theta^2 \tanh^2 \left( \frac{\Delta \Omega l}{2 \cos \theta_B} \right)} \quad (1.48)$$

Ainsi, suivant le domaine de  $\Delta \theta$  exploré, l'efficacité de diffraction présente un comportement différent. Cela se traduit par une courbe dissymétrique sur la figure 1.9, qui décroît beaucoup plus vite pour les valeurs négatives de  $\Delta \theta$  et comporte des rebonds (résonances secondaires) pour les valeurs positives de  $\Delta \theta$ . Notons aussi que la résonance est très piquée. La largeur à mi-hauteur du pic est inférieure à celle du réseau en transmission, l'onde diffractée traversant une longueur optique de matériau pouvant aller jusqu'au double de l'épaisseur de l'échantillon (aller-retour).

De même, le spectre d'efficacité de diffraction est piqué sur la longueur d'onde de résonance. Pour un réseau adapté aux longueurs d'onde des Télécommunications optiques, les résonances secondaires sont plus espacées et de moindre amplitude (figure 1.10). Cela tient encore à la plus grande épaisseur optique traversée par l'onde diffractée.

Pour des paramètres de réseau identiques (épaisseur, pas, modulation d'indice), la sélectivité angulaire et le rapport signal sur bruit spectral du réseau utilisé en réflexion sont meilleurs qu'en transmission. Mais l'efficacité de diffraction maximale reste médiocre, à moins d'avoir recours à des matériaux de forte modulation d'indice ou plus épais. Nous reviendrons sur les limitations de la diffraction sur un réseau d'indice de Bragg dans le paragraphe 1.5.

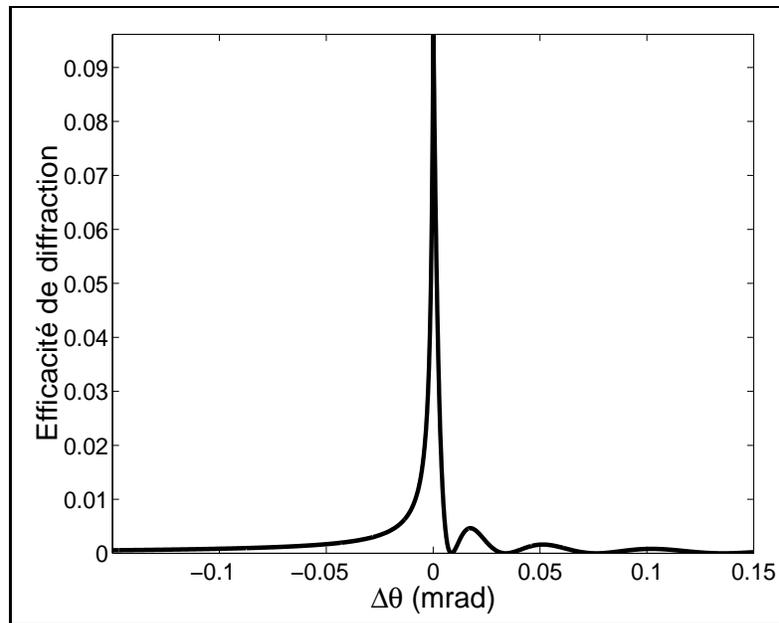


FIG. 1.9 –: Variation de l'efficacité de diffraction autour de l'angle de Bragg ( $\Delta\theta = \theta - \theta_B$ ) ( $n_0 = 3,2$ ,  $l = 4\text{mm}$ ,  $\Delta n = 4 \times 10^{-6}$ ,  $\Lambda \approx 1\mu\text{m}$ ,  $\lambda_0 = 514\text{nm}$ ,  $\alpha_0 = 0\text{cm}^{-1}$ )

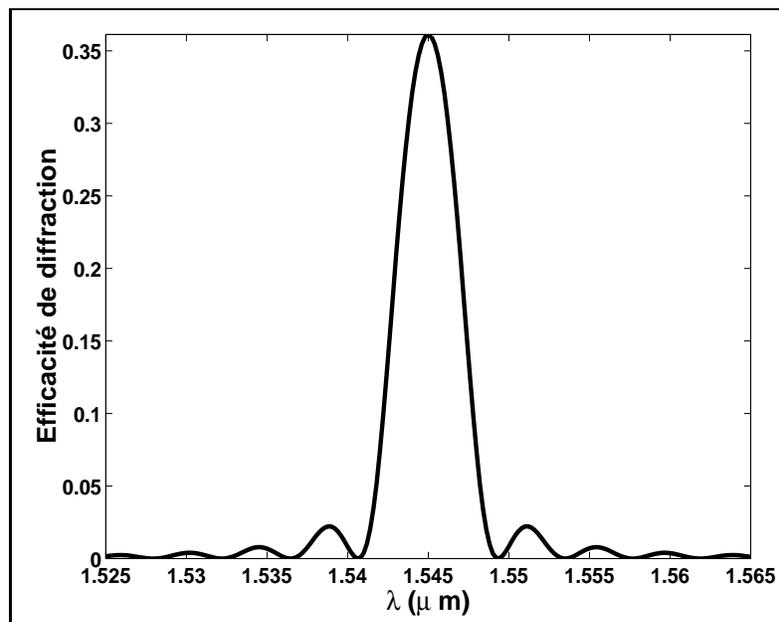


FIG. 1.10 –: Variation de l'efficacité de diffraction avec la longueur d'onde du faisceau de lecture ( $n_0 = 1,8$ ,  $l = 22,7\text{mm}$ ,  $\Delta n = 1,65 \times 10^{-5}$ ,  $\Lambda = 13\mu\text{m}$ ,  $\lambda_0 = 1,545\mu\text{m}$ ,  $\alpha_0 = 0$ ,  $\phi = 13,2^\circ$ )

Nous avons ici présenté les résultats concernant la diffraction d'une onde plane. En pratique, il est nécessaire de prendre en compte la divergence des faisceaux due à leur extension finie. Ces corrections seront abordées dans la partie 4. Nous allons maintenant aborder le critère de distinction entre réseaux épais (régime de diffraction de Bragg) et réseaux minces (régime de Raman-Nath).

### 1.2.3 Critère de transition Bragg / Raman-Nath

On peut considérer qu'un réseau est épais lorsque l'intensité diffractée dans les ordres "supérieurs" ( $p \neq -1$ ) est négligeable devant celle diffractée dans l'ordre principal ( $p = -1$ ). Les intensités relatives des ordres  $p$  rapportées à celle de l'ordre  $-1$  peuvent être calculées à l'aide des équations 1.14 et 1.17. Ainsi, pour l'ordre  $p = +1$ :

$$\sin \theta_{+1} = \frac{3 \lambda_0}{2 n \Lambda} \quad (1.49)$$

et l'intensité relative diffractée dans cet ordre est, en reprenant l'équation 1.17:

$$\frac{I_{+1}}{I_{-1}} = \text{sinc}^2 \left[ \frac{\pi n l}{\lambda_0} \left\{ \left( 1 - \left( \frac{\lambda_0}{2 n \Lambda} \right)^2 \right)^{1/2} - \left( 1 - \left( \frac{3 \lambda_0}{2 n \Lambda} \right)^2 \right)^{1/2} \right\} \right] \quad (1.50)$$

Pour  $\frac{\lambda_0}{n \Lambda} \ll 1$ , ce qui correspond à un petit angle entre les faisceaux d'écriture du réseau:

$$\frac{I_{+1}}{I_{-1}} \approx \text{sinc}^2 \left( \frac{\pi \lambda_0 l}{n \Lambda^2} \right) \quad (1.51)$$

Introduisons le paramètre adimensionné  $\mathbf{Q} = \frac{\pi \lambda_0 l}{n \Lambda^2}$ :

- si  $\mathbf{Q} \approx \mathbf{1}$ , l'intensité de l'ordre 1 n'est pas négligeable devant celle des ordres 0 et  $-1$ . Le réseau est **mince** et diffracte en régime de Raman-Nath;
- si  $\mathbf{Q} \geq \mathbf{10}$ , l'intensité de l'ordre 1, et celle des ordres supérieurs, n'excèdent pas 1% de celle de l'ordre  $-1$ . On peut donc considérer que seuls les ordres 0 et  $-1$  existent : le réseau est **épais** et diffracte en régime de Bragg.

Ainsi, pour une longueur d'onde de lecture  $\lambda_0$  et un pas  $\Lambda$  donnés, un réseau est considéré comme épais si son épaisseur est supérieure à la longueur critique  $L_c = \frac{10 n \Lambda^2}{\pi \lambda_0}$ .

Le critère que nous avons rappelé ici concerne la diffraction sur des réseaux isolés. Dans le chapitre 5, nous reconsidérerons la différence entre réseaux minces et réseaux épais dans le cas du dispositif que nous avons étudié, où le réseau est partie intégrante d'une cavité de Fabry-Pérot.

Nous allons maintenant décrire les principaux mécanismes physiques pour inscrire un réseau d'indice dans un matériau holographique. Précisons que les unités utilisées ne sont pas celles du système international, mais celles du système C.G.S.. Cette remarque est valable pour l'ensemble du manuscrit.

### 1.3 Différents processus et matériaux holographiques

Un matériau optique est caractérisé par sa permittivité diélectrique  $\varepsilon$ . S'il s'agit d'un matériau isotrope,  $\varepsilon$  est indépendant de l'orientation de l'espace et se réduit à une constante, qui est complexe si le matériau est absorbant. On peut alors définir un indice de réfraction complexe  $n = n' + jn''$ ,  $n'$  et  $n''$  réels, tels que  $\varepsilon = n^2$ , et un coefficient d'absorption réel  $\alpha = 4\pi n''/\lambda_0$ , où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde dans le vide de l'onde électromagnétique se propageant dans le milieu. Si de plus le matériau est linéaire,  $\varepsilon$ ,  $n$  et  $\alpha$  sont indépendants de l'amplitude de l'onde électromagnétique au sein du milieu. Pour un matériau anisotrope ou non linéaire (isotrope ou non), la permittivité diélectrique est un tenseur complexe de rang 2 ( $\underline{\underline{\varepsilon}}$ ), de même que l'indice et le coefficient d'absorption ( $\underline{\underline{n}}$  et  $\underline{\underline{\alpha}}$  respectivement). Le tenseur diélectrique peut se décomposer en deux parties: une partie linéaire  $\underline{\underline{\varepsilon}}_L$  et une partie non linéaire  $\underline{\underline{\varepsilon}}_{NL}$ , traductions macroscopiques des réponses linéaire et non linéaire à l'échelle microscopique. Ainsi:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}_L + \underline{\underline{\varepsilon}}_{NL}$$

La partie non linéaire  $\underline{\underline{\varepsilon}}_{NL}$  s'exprime différemment suivant l'origine physique de la variation d'indice. Nous détaillerons par la suite les principaux effets mis en cause.

Les tenseurs complexes  $\underline{\underline{n}}$  et  $\underline{\underline{\alpha}}$  peuvent également se décomposer en parties linéaire et non linéaire:

$$\underline{\underline{n}} = \underline{\underline{n}}_L + \Delta\underline{\underline{n}} \tag{1.52}$$

$$\underline{\underline{\alpha}} = \underline{\underline{\alpha}}_L + \Delta\underline{\underline{\alpha}} \tag{1.53}$$

La partie réelle de  $\underline{\underline{n}}$  est le tenseur indice de réfraction  $\underline{\underline{n}}'$ , et sa partie imaginaire est toujours liée au coefficient d'absorption par la relation  $\underline{\underline{\alpha}} = 4\pi\underline{\underline{n}}''/\lambda_0$ . Dans la

base  $(X, Y, Z)$  liée aux axes propres du matériau, les composantes linéaires de  $\underline{n}$  et  $\underline{\varepsilon}$  sont des tenseurs diagonaux (hors excitation extérieure):  $n_{Lii}^2 = \varepsilon_{ii}$ . La plupart des matériaux utilisés en holographie sont faiblement absorbants ( $\underline{n}' \gg \underline{n}''$ ). Dans cette approximation:

$$n'_{Lii} = \sqrt{\frac{\varepsilon'_{Lii} + |\varepsilon_{Lii}|}{2}} \quad \text{et} \quad \alpha_{ii} = \frac{\pi \varepsilon''_{Lii}}{\lambda_0 n'_{Lii}} \quad \text{pour} \quad i = X, Y, Z$$

Les composantes non linéaires s'écrivent:

$$\Delta n'_{ij} = \frac{\Delta \varepsilon'_{ij}(n'_{Lii} + n'_{Ljj}) + \Delta \varepsilon''_{ij}(n''_{Lii} + n''_{Ljj}) - \Delta \varepsilon'_{ij}}{(n'_{Lii} + n'_{Ljj})^2 + (n''_{Lii} + n''_{Ljj})^2} \quad (1.54)$$

$$\Delta \alpha_{ij} = \frac{2\pi \Delta \varepsilon''_{ij}(n'_{Lii} + n'_{Ljj}) - \Delta \varepsilon'_{ij}(n''_{Lii} + n''_{Ljj})}{\lambda_0 (n'_{Lii} + n'_{Ljj})^2 + (n''_{Lii} + n''_{Ljj})^2} \quad (1.55)$$

Ainsi, dans un milieu absorbant, une variation d'indice de réfraction induit une variation d'absorption, et réciproquement.

Dans l'approximation des matériaux faiblement absorbants, l'équation 1.54 devient alors:

$$\Delta n'_{ij} \approx \frac{\Delta \varepsilon'_{ij}}{(n'_{Lii} + n'_{Ljj})} \quad (1.56)$$

Cette variation d'indice peut avoir diverses origines: une excitation par un champ électrique statique, un champ magnétique ou une contrainte mécanique extérieurs, ou bien l'interaction d'une onde lumineuse incidente avec la matière du milieu non linéaire. Nous allons maintenant distinguer les effets entraînant un réseau d'indice en l'absence d'illumination (effets optiques croisés, partie 1.3.1) et ceux directement induits par des faisceaux d'écriture (partie 1.3.2).

### 1.3.1 Effets optiques croisés

Nous présentons ici différents phénomènes physiques permettant d'inscrire un réseau dans un matériau holographique par voie non optique.

#### 1.3.1.1 Effet électro-optique [She84b, Yar84a]

L'application d'un champ électrique de basse fréquence (faible devant les fréquences acoustiques du matériau)  $\underline{E}_S$  peut induire une variation de l'indice de

réfraction du matériau: c'est l'effet **électro-optique**. Si  $\underline{\mathbf{E}}_S$  ou  $\underline{\mathbf{E}}_S \cdot \underline{\mathbf{E}}_S$  varient périodiquement dans l'espace, il se crée un réseau d'indice.

Si l'on définit le tenseur  $\underline{\underline{\eta}}$  par

$$\underline{\underline{\eta}} \underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}} \underline{\underline{\eta}} = \underline{\underline{I}} \quad (1.57)$$

où  $\underline{\underline{I}}$  es la matrice identité.

Le tenseur  $\underline{\underline{\eta}}$  peut encore s'écrire :

$$\underline{\underline{\eta}} = \underline{\underline{\eta}}_0 + \underline{\underline{\Delta\eta}} \quad (1.58)$$

Pour un champ statique suffisamment faible,  $\underline{\underline{\Delta\eta}}$  peut être développé en puissances de  $\underline{\mathbf{E}}_S$  :

$$\Delta\eta_{ij} = \sum_k r_{ijk} E_{S_k} + \sum_{k,l} R_{ijkl} E_{S_k} E_{S_l} + \dots \quad (1.59)$$

La première somme est responsable de l'*effet Pockels*, tandis que la deuxième décrit l'*effet Kerr statique*. Pour un milieu sans perte,  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  et  $\underline{\underline{\eta}}$  sont symétriques ( $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$  et  $\eta_{ij} = \eta_{ji}$ ). L'équation précédente s'écrit alors :

$$\Delta\eta_I = \sum_k r_{Ik} E_{S_k} + \sum_{k,l} R_{Ikkl} E_{S_k} E_{S_l} + \dots \quad (1.60)$$

où  $I$  est une notation contractée:  $I = 1$  désigne le couple (1,1),  $I = 2$  désigne (2,2),  $I = 3$  désigne (3,3),  $I = 4$  désigne (2,3) et (3,2),  $I = 5$  désigne (1,3) et (3,1), et  $I = 6$  désigne (1,2) et (2,1).

Les coefficients  $r_{Ik}$  sont appelés coefficients électro-optiques du matériau. Les termes quadratiques et d'ordre supérieurs sont négligeables devant le terme linéaire. Ainsi, en notation contractée :

$$\Delta\eta_I = \sum_k r_{Ik} E_{S_k} \quad (1.61)$$

Dans le cas de milieux isotropes (liquide ou gaz par exemple), le tenseur  $\underline{\underline{r}}$  est nul. L'effet électro-optique ne peut pas se manifester dans ces matériaux. Pour les matériaux de symétrie  $\bar{4}2m$  (groupe dont font partie les cristaux de KDP et ADP par exemple) [Yar84a], le tenseur  $\underline{\underline{r}}$  se réduit à trois coefficients non nuls, dont deux sont égaux :  $r_{41}$ ,  $r_{52} = r_{41}$  et  $r_{63}$ .

Dans le cas précis d'inscription électro-optique d'un réseau d'indice, la modulation périodique de champ statique peut être créée par une alternance d'anodes et de cathodes équidistantes, l'alternance opposée (anode contre cathode) lui faisant face. La demi-période de modulation du champ est égale à la distance entre

une anode et une cathode côte à côte dans l'alternance. C'est aussi la moitié du pas du réseau induit. L'effet électro-optique est à l'origine de nombreuses applications, telles que les cellules de Pockels, utilisées pour déclencher des lasers, ou les modulateurs électro-optiques. Il entre aussi en jeu, comme nous le verrons au paragraphe 1.3.2.3, dans la manifestation de l'effet photoréfractif, l'excitation de matériaux photoélastiques (piézoélectricité), ou encore l'effet d'orientation dans les cristaux liquides.

### 1.3.1.2 Effet acousto-optique

Sous l'effet d'une contrainte mécanique, un milieu réfringent voit son indice varier du fait de la modification de la densité locale de matière par la distribution locale des pressions [Yar84b]. En effet, le tenseur des déformations  $\underline{\underline{S}}$  est relié au tenseur des contraintes  $\underline{\underline{T}}$ , dont les éléments sont les projections des densités surfaciques de force appliquées, par la loi de Hooke généralisée:

$$\underline{\underline{T}} = \underline{\underline{c}} \underline{\underline{S}} \quad (1.62)$$

où  $\underline{\underline{c}}$  est le tenseur des rigidités.

La polarisation non linéaire du milieu est liée au tenseur  $\underline{\underline{S}}$  par la relation :

$$\underline{\underline{P}}_{NL} = \underline{\underline{\chi}}^{(3)} \cdot \underline{\underline{S}} \underline{\underline{E}} \quad (1.63)$$

$\underline{\underline{\chi}}^{(3)}$  désignant la susceptibilité diélectrique d'ordre 3.

La variation du tenseur  $\underline{\underline{\eta}}$ , défini par l'équation 1.57, s'exprime également en fonction de  $\underline{\underline{S}}$ :

$$\Delta \underline{\underline{\eta}} = \underline{\underline{p}} \underline{\underline{S}} \quad (1.64)$$

où  $\underline{\underline{p}}$  désigne le tenseur photo-élastique, ou tenseur élasto-optique.

Si  $\underline{\underline{\eta}}$  et  $\underline{\underline{S}}$  sont symétriques, cette relation devient, en notation contractée (définie au paragraphe 1.3.1.1):

$$\Delta \eta_I = \sum_K p_{IK} S_K \quad (1.65)$$

Les tenseurs  $\underline{\underline{p}}$  et  $\underline{\underline{\chi}}^{(3)}$  sont liés selon:

$$\chi_{ijkl}^{(3)} = -\frac{\varepsilon_{ii}\varepsilon_{jj}}{4\pi} p_{ijkl} \quad (1.66)$$

Ainsi, lorsqu'une onde acoustique traverse un matériau réfringent, elle induit un réseau d'indice de même période spatiale que l'onde acoustique. On distingue deux types d'effets élasto-optiques, suivant la nature de la polarisation de l'onde diffractée sur le réseau:

- si la polarisation de l'onde incidente est conservée, l'interaction élasto-optique est dite *normale*. C'est l'effet d'une onde acoustique longitudinale;
- s'il s'agit d'une onde acoustique de cisaillement, l'onde diffractée peut avoir une polarisation orthogonale à celle de l'onde incidente: l'effet élasto-optique est *anormal*.

L'effet acousto-optique se manifeste dans les cristaux d'oxydes ( $BaTiO_3$ ,  $LiNbO_3$ ,  $TiO_2$ ,  $Bi_{12}GeO_{20}$ ,  $Y_3Ga_5O_{12}$ , ...), et son intensité varie suivant la longueur des liaisons chimiques entre les atomes d'oxygène et les atomes de(s) l'autre(s) espèce(s) qui compose(nt) l'oxyde [Kid00].

Si l'onde acoustique est périodiquement modulée, il en est de même de la variation d'indice induite, et le pas du réseau ainsi généré est égal à la période de modulation de l'onde. Ce réseau se déplace dans le milieu à la vitesse du son, qui est inférieure à celle de la lumière de 5 ordres de grandeurs. On peut donc considérer que la perturbation périodique d'indice est stationnaire. Pour donner un ordre de grandeur des paramètres des réseaux que l'on peut inscrire par effet acousto-optique, considérons un exemple concret [Yar84b]: une onde de fréquence 500 MHz, se propageant à la vitesse  $v_S = 1500m.s^{-1}$  dans l'eau, induira un réseau d'indice de pas  $\Lambda = 3 \times 10^{-6}m$ . Une faisceau de longueur d'onde  $\lambda_0 = 0,5\mu m$  aura une incidence de Bragg (définie au paragraphe 1.2.2)  $\theta_B \approx 6 \times 10^{-2}rad \approx 3,6^\circ$ .

### 1.3.1.3 Effet magnéto-optique

Certains milieux peuvent avoir une aimantation, permanente ou induite, **M**. Lorsqu'on applique un champ magnétique statique  $H_0$  à un matériau non dissipatif, les composantes  $\epsilon_{ik}$  du tenseur  $\underline{\underline{\epsilon}}$  sont complexes et le tenseur est Hermitien [She84c, VDH56]:

$$\epsilon_{ik}(H_0) = \epsilon'_{ik}(H_0) + j\epsilon''_{ik}(H_0) = \epsilon_{ji}^*(H_0) \quad (1.67)$$

et

$$\epsilon'_{ik}(H_0) = \epsilon'_{ki}(H_0) = \epsilon'_{ik}(-H_0) \quad (1.68)$$

$$\epsilon''_{ik}(H_0) = -\epsilon''_{ki}(H_0) = -\epsilon''_{ik}(-H_0) \quad (1.69)$$

On voit ici que la partie réelle du tenseur est symétrique et fonction paire de  $H_0$ , tandis que la partie imaginaire est antisymétrique et fonction impaire de  $H_0$ . La dépendance en  $H_0$  de  $\epsilon''_{ik}$  donne lieu à la biréfringence circulaire de l'**effet Faraday**, alors que celle de  $\epsilon'_{ik}$  engendre une biréfringence linéaire, ou **effet Cotton-Mouton** [VDH56].

Dans un milieu à symétrie uniaxe, si l'on repère l'espace par un système d'axes  $(XYZ)$ , avec  $\underline{H}_0$  parallèle à l'axe  $Z$ , les seuls éléments non nuls du tenseur diélectrique sont  $\epsilon'_{xx} = \epsilon'_{yy}$  et  $\epsilon'_{zz}$  pairs en  $H_0$ , et  $\epsilon''_{xy} = -\epsilon''_{yx}$  impairs en  $H_0$ . En diagonalisant la matrice dans le système d'axes  $e_{\pm} = (\hat{x} \pm j\hat{y})/\sqrt{2}$  et  $\hat{z}$ , on obtient les trois termes diagonaux  $\epsilon_{\pm}$  et  $\epsilon_z$ , avec :

$$\epsilon_{\pm} = \epsilon'_{xx} \pm j\epsilon''_{xy} \quad (1.70)$$

qui sont les susceptibilités pour les ondes polarisées circulairement droite et gauche respectivement. La biréfringence circulaire dans un milieu d'épaisseur  $l$  est définie par  $(k_+ - k_-)l$ , où  $k_{\pm}$  désignent les vecteurs d'onde des ondes polarisées circulairement droite et gauche respectivement. Comme  $\epsilon''_{xy} \ll \epsilon'_{xx}$ , cette biréfringence devient :

$$(k_+ - k_-)l = \left( \frac{\omega \epsilon''_{xy}}{c \sqrt{\epsilon'_{xx}}} \right) \quad (1.71)$$

Une onde polarisée linéairement qui se propage suivant  $z$  verra sa polarisation tourner d'un angle, appelé angle de rotation Faraday, qui s'écrit :

$$\phi = \frac{(k_+ - k_-)l}{2} \quad (1.72)$$

D'autre part,  $\epsilon'_{xx}(H_0) - \epsilon'_{xx}(0)$  différant en général de  $\epsilon'_{zz}(H_0) - \epsilon'_{zz}(0)$ , la biréfringence linéaire dans le plan  $XZ$  est souvent modifiée en présence de  $H_0$ . Pour un champ  $H_0$  suffisamment faible, on peut développer  $\epsilon$  en puissances de  $H_0$  :

$$\epsilon'(\omega, H_0) = \epsilon'^{(1)}(\omega) + \epsilon'^{(3)}(\omega + 2\Omega).H_0.H_0 + \dots \quad (1.73)$$

$$\epsilon''(\omega, H_0) = \epsilon''^{(2)}(\omega + \Omega).H_0 + \dots \quad (1.74)$$

où  $\Omega$  désigne la fréquence de  $H_0$ .

De façon analogue aux effets électro-optiques, les effets magnéto-optiques peuvent être utilisés en application à la modulation optique. Le changement d'indice induit par ces effets est généralement très faible ( $\approx 10^{-9}$  par gauss pour un verre dopé aux ions de terres rares à quelques pourcents).

### 1.3.2 Effets non linéaires: réseau inscrit avec des faisceaux lumineux

L'illumination par l'interférence de deux faisceaux lumineux peut également engendrer un réseau d'indice. Si l'on note  $\underline{\mathbf{E}}$  le champ électrique total résultant de la superposition de deux ondes lumineuses, le tenseur diélectrique du milieu éclairé s'écrit :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{\mathbf{E}}) = \underline{\underline{\varepsilon}}_L + \underline{\underline{\varepsilon}}_{NL}(\underline{\mathbf{E}})$$

Si le champ  $\underline{\mathbf{E}}$  reste suffisamment faible, on peut développer  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  en série des puissances de  $\underline{\mathbf{E}}$ :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = 1 + 4\pi \left[ \underline{\underline{\chi}}^{(1)} + \underline{\underline{\chi}}^{(2)} \cdot \underline{\mathbf{E}} + \underline{\underline{\chi}}^{(3)} \cdot \underline{\mathbf{E}} \cdot \underline{\mathbf{E}} + \dots \right]$$

où  $\underline{\underline{\chi}}^{(1)}$  est la susceptibilité linéaire et  $\underline{\underline{\chi}}^{(2)}, \underline{\underline{\chi}}^{(3)}, \dots$  sont les susceptibilités non linéaire d'ordre 2, 3, ... respectivement. En identifiant les parties linéaire et non linéaire de  $\varepsilon$ :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\varepsilon}}_L &= 1 + 4\pi \underline{\underline{\chi}}^{(1)} \\ \underline{\underline{\varepsilon}}_{NL} &= 4\pi \left[ \underline{\underline{\chi}}^{(2)} \cdot \underline{\mathbf{E}} + \underline{\underline{\chi}}^{(3)} \cdot \underline{\mathbf{E}} \cdot \underline{\mathbf{E}} + \dots \right] \end{aligned}$$

Dans le cas d'un matériau centrosymétrique, on ne peut pas observer d'effet non linéaire d'ordre pair ( $\underline{\underline{\chi}}^{(2n)} = 0$  pour tout  $n \geq 1$ ). C'est le cas des gaz, des liquides, et des matériaux vitreux.

En exprimant  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  en fonction de  $\underline{\mathbf{E}}$  dans la relation  $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{n}}^2$ , on obtient un développement des composantes de  $\underline{\underline{n}}'$  et  $\underline{\underline{\alpha}}$  en puissances de  $\underline{\mathbf{E}}$ . Les composantes non linéaires s'écrivent:

$$\Delta n'_{ij} = \frac{\Delta \varepsilon'_{ij}(n'_{Lii} + n'_{Ljj}) + \Delta \varepsilon''_{ij}(n''_{Lii} + n''_{Ljj}) - \Delta \varepsilon'_{ij}}{(n'_{Lii} + n'_{Ljj})^2 + (n''_{Lii} + n''_{Ljj})^2} \quad (1.75)$$

$$\Delta \alpha_{ij} = \frac{2\pi \Delta \varepsilon''_{ij}(n'_{Lii} + n'_{Ljj}) - \Delta \varepsilon'_{ij}(n''_{Lii} + n''_{Ljj})}{\lambda_0 (n'_{Lii} + n'_{Ljj})^2 + (n''_{Lii} + n''_{Ljj})^2} \quad (1.76)$$

où

$$\Delta \varepsilon'_{ij} = 4\pi \left[ \sum_k \chi_{ijk}^{(2)'} E_k + \sum_{k,m} \chi_{ijkm}^{(3)'} E_k E_m + \dots \right]$$

$$\Delta \varepsilon''_{ij} = 4\pi \left[ \sum_k \chi_{ijk}^{(2)''} E_k + \sum_{k,m} \chi_{ijkm}^{(3)''} E_k E_m + \dots \right]$$

$$\Delta n'_{ij} = \frac{\Delta \varepsilon'_{ij}}{(n'_{L_{ii}} + n'_{L_{jj}})} = \frac{4\pi}{(n'_{L_{ii}} + n'_{L_{jj}})} \left[ \sum_k \chi_{ijk}^{(2)'} E_k + \sum_{k,l} \chi_{ijkl}^{(3)'} E_k E_l + \dots \right] \quad (1.77)$$

Cette variation d'indice induite optiquement se manifeste de façons multiples, suivant le matériau non linéaire et le processus mis en jeu. Nous présentons ici les principaux effets non linéaires couramment rencontrés.

### 1.3.2.1 Effet Kerr optique

Lorsqu'un faisceau intense se propage dans un matériau optique, il peut induire des non-linéarités, qui modifient à leur tour sa propagation. Ceci se produit dans les matériaux présentant une forte non-linéarité d'ordre trois et avec un faisceau dont l'intensité lumineuse varie localement ou temporellement [Fre92]. Ainsi, considérons une onde électromagnétique intense de fréquence  $\omega$  :

$$\underline{\mathbf{E}}(\underline{\mathbf{r}}, t) = \hat{e} A(\underline{\mathbf{r}}, t) \exp j(\underline{\mathbf{k}} \cdot \underline{\mathbf{r}} - \omega t) + c.c. \quad (1.78)$$

Elle induit une polarisation non-linéaire du troisième ordre  $\underline{\mathbf{P}}^{(3)}$  :

$$\underline{\mathbf{P}}^{(3)} = \underline{\underline{\chi}}^{(3)}(\omega, -\omega, \omega) \hat{e} |A(\underline{\mathbf{r}}, t)|^2 A(\underline{\mathbf{r}}, t) \exp j(\underline{\mathbf{k}} \cdot \underline{\mathbf{r}} - \omega t) + c.c. \quad (1.79)$$

La tenseur diélectrique effectif (carré de l'indice) s'écrit alors :

$$\underline{\underline{\epsilon}}_{eff} = \underline{\underline{\epsilon}}(\omega) + 4\pi \underline{\underline{\chi}}^{(3)}(\omega, -\omega, \omega) |A(\underline{\mathbf{r}}, t)|^2 \quad (1.80)$$

Introduisons l'intensité lumineuse de l'onde incidente :

$$I(\underline{\mathbf{r}}, t) = \frac{cn_0(\omega)}{2\pi} |A(\underline{\mathbf{r}}, t)|^2 \quad (1.81)$$

où  $n_0(\omega)$  est l'indice de réfraction linéaire du milieu à la fréquence  $\omega$ . Alors, si l'onde incidente est polarisée linéairement et se propage dans un milieu isotrope, l'indice de celui-ci devient :

$$n(\omega) = n_0(\omega) + n_2 I(\underline{\mathbf{r}}, t) \quad (1.82)$$

où  $n_2 = 4\pi^2 \chi_{XXX}^{(3)}(\omega, -\omega, \omega)$  est l'indice non-linéaire.

Les origines physiques de cet indice non-linéaire sont très diverses et les mécanismes physiques varient suivant les matériaux considérés (déformation des nuages électroniques, orientation des molécules, électrostriction, ...), et avec eux le temps de réponse (de la femtoseconde à la dizaine de nanosecondes dans l'ordre où ils sont énoncés ici). Une des manifestations possibles de cet effet est l'auto-focalisation (si  $n_2 < 0$ ) ou l'autodéfocalisation (si  $n_2 > 0$ ) du faisceau au cours de sa propagation, ou encore son autopiégeage (compensation de la divergence naturelle du faisceau).

De la même façon, l'interférence de deux faisceaux intenses dans un tel matériau induira un réseau d'indice. En utilisant des faisceaux en contra-propagation, on peut ainsi créer un miroir à conjugaison de phase (voir le paragraphe 1.4.3.1).

### 1.3.2.2 Absorption saturée

Le coefficient d'absorption d'un absorbant saturable varie avec l'intensité incidente suivant la relation:

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{I(\mathbf{E})}{I_S}} \quad (1.83)$$

où  $\alpha$  est le coefficient d'absorption du matériau en l'absence d'illumination et  $I_S$  est l'intensité de saturation. Le phénomène d'absorption saturée est observé, par exemple, dans des verres dopés au semi-conducteur et des colorants organiques. L'accord entre cette expression théorique et les valeurs mesurées lors d'expériences menées sur des verres expérimentaux [Pey89] et commerciaux [DeLo89] est très bon. La théorie de remplissage des bandes, qui fait appel à la recombinaison par effet Auger, l'absorption des porteurs libres, au piégeage des porteurs et aux effets de propagation, permet d'expliquer les changements dans la saturation dûs à l'exposition [Kul90]. Cette saturation engendre une décroissance de l'efficacité de luminescence [Kul89]. Les porteurs générés relaxent rapidement à l'intérieur des bandes, ce qui sature l'absorption dans le domaine spectral du gap. La saturation se manifeste quand les pièges d'électrons et de trous commencent à manquer. L'absorption est alors gouvernée par le temps de recombinaison des porteurs. Le remplissage des bandes est la principale cause de non-linéarité [Kul89]. A fortes intensités et cadences de répétitions élevées, cette dernière décroît fortement.

Si la répartition d'intensité lumineuse est sinusoïdale ( $I = I_0(1 + m\cos(Kx))$ ) et reste négligeable devant l'intensité de saturation  $I_S$  ( $I_0 \ll I_S$ ),  $\alpha$  s'écrit, en première approximation :

$$\alpha = \alpha_0 \left[ 1 - \frac{I_0(1 + m\cos(Kx))}{I_S} \right] \quad (1.84)$$

En posant  $\alpha_m = \alpha_0(1 - I_0/I_S)$  (coefficient d'absorption moyen) et  $m_\alpha = mI_0/I_S$  (amplitude de modulation du d'absorption)::

$$\alpha = \alpha_m(1 - m_\alpha \cos(Kx)) \quad (1.85)$$

Ainsi, l'excitation d'un tel milieu par la figure d'interférence de deux faisceaux de longueur d'onde  $\lambda_{01}$  induira un réseau d'absorption qui diffractera un faisceau de longueur d'onde  $\lambda_{12}$ . Ce processus, appelé mélange à quatre ondes non dégénéré, est très intéressant pour des applications en temps réel, car la restitution de l'hologramme est découplée de son inscription.

En illuminant un film de gélatine colorée à l'éosine avec des impulsions d'une durée de 10ms émises par un laser Argon choppé mécaniquement ( $\lambda_E = 514 \text{ nm}$ ), on observe une efficacité de diffraction maximale de 0.06% à  $\lambda_L = 632,8 \text{ nm}$ , pour une puissance des faisceaux d'écriture de  $1 \text{ W.cm}^{-2}$  [Bar-J82]. La durée de vie de ces réseaux est identique à celle de l'état triplet de l'éosine, égale à 4,2 ms. Dans un échantillon d'épaisseur 3 mm de polyméthylmétacrylate (PMMA) dopé avec un colorant photochromique (de nom commercial *Aberchrome<sup>TM</sup>670* [Due94]), l'interférence de deux faisceaux à 364 nm d'intensité  $I_{UV} = 3,6 \text{ mW.cm}^{-2}$  chacun induit un réseau dont l'efficacité de diffraction maximale dans le vert (faisceau de lecture à 515 nm d'intensité  $I_L = 3,3 \text{ mW.cm}^{-2}$ ) est de 0,3 % et de durée de vie  $\tau \approx 50 \text{ s}$ . On peut aussi écrire un réseau dans ce matériau en l'illuminant uniformément avec un faisceau ultra-violet jusqu'à ce que l'absorption soit saturée. L'interférence de deux faisceaux à 515 nm inscrit alors un réseau d'absorption dans le visible et l'ultra-violet.

### 1.3.2.3 Effet photoréfractif

L'effet photoréfractif a d'abord été considéré comme un phénomène parasite, qualifié de "dommage optique", qui se manifestait dans les cristaux fortement électro-optiques non linéaires [Ash66]. La variation de l'indice de réfraction sous illumination était perçue comme néfaste et limitative dans l'utilisation de tels cristaux, les faisceaux lasers étant décollimatés et diffusés. La génération d'une telle variation d'indice intervient lorsque le cristal est soumis à une lumière de longueur d'onde adaptée.

La figure 1.11 décrit les différentes étapes de création d'un réseau d'indice par effet photoréfractif [Gün88]:

- La répartition périodique d'intensité lumineuse qui traverse le cristal est modulée périodiquement. Dans le cas présent, elle est supposée sinusoidale:  $I(x) = I_0(1 + m \cos(Kx))$  (schéma 1.11 a).

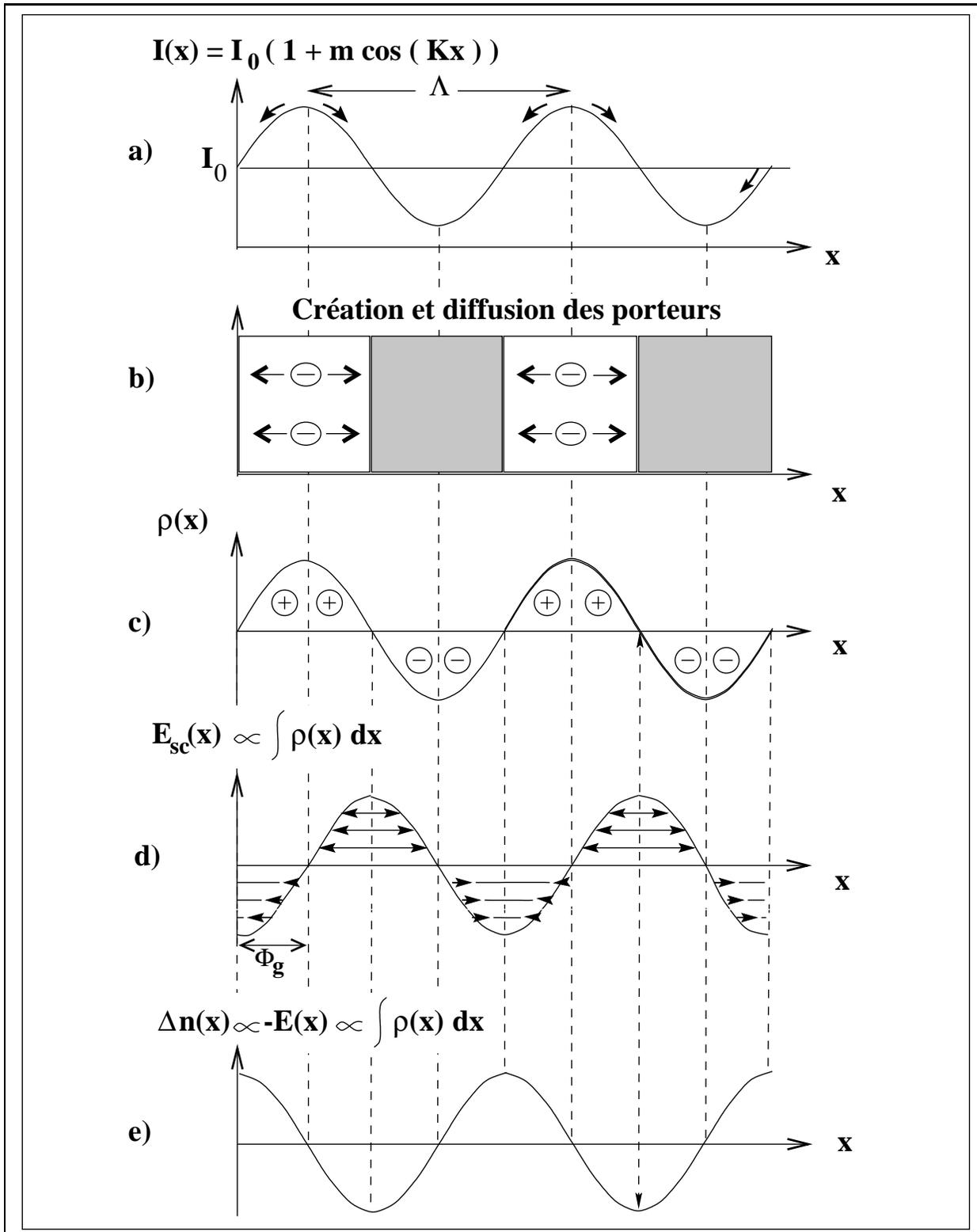


FIG. 1.11 —: schéma des différentes étapes de l'effet photoréfractif (d'après [Gün88])

- Les électrons ou trous des centres d'impuretés excités par cette illumination migrent au sein du cristal (schéma 1.11 b) avant d'être à nouveau piégés, laissant derrière eux des ions positifs ou négatifs (schéma 1.11 c). Ce déplacement se reproduit jusqu'à ce que les charges photo-excitées se retrouvent hors de la zone illuminée et soient piégées. Il en résulte une répartition sinusoïdale de charges en phase avec la répartition d'intensité lumineuse incidente : charges positives dans les zones d'intensité supérieure à l'intensité moyenne  $I_0$ , charges négatives pour les zones d'intensité inférieure à  $I_0$  par exemple (cela pourrait être l'inverse).
- Suivant l'équation de Poisson, cette répartition périodique de centres donneurs ionisés et de charges piégées engendre un champ électrique statique : le champ de charge d'espace, noté  $E_{SC}$  pour "space -charge field" (schéma 1.11 d), qui est en quadrature de phase avec la répartition de charges.
- Ce champ statique module l'indice de réfraction via l'effet Pockels ou l'effet Kerr statique dans le cas des matériaux centrosymétriques (schéma 1.11 e). Le réseau d'indice ainsi créé est en phase ou en opposition de phase avec  $E_{SC}$ , et donc également en quadrature de phase avec la répartition d'intensité lumineuse. Ce déphasage peut néanmoins être réduit par application d'un champ électrique statique homogène pendant l'inscription du réseau. La modulation de charges est annulée par exposition à une lumière uniforme ; le réseau est alors "effacé" et le cristal retrouve son état d'origine.

La longueur d'onde de la lumière utilisée pour la réalisation des réseaux d'indice varie entre  $0,4\ \mu\text{m}$  et  $1,5\ \mu\text{m}$  suivant le matériau photoréfractif utilisé [Del96, Alv94]. Ces matériaux sont essentiellement des ferroélectriques, comme les niobates ( $LiNbO_3$ ,  $KNbO_3$ , ...) ou les titanates ( $BaTiO_3$  par exemple). D'autres matériaux massifs inorganiques comme les sillénites [Pet91], matériaux paraélectriques électro-optiques ( $Bi_{12}SiO_{20}$  (BSO),  $Bi_{12}GeO_{20}$  (BGO), ...) ou les semi-conducteurs (GaAs, InP, CdTe, ZnTe, ..) sont aussi photoréfractifs. Citons également les microstructures de type II-VI ou III-V [Par93]. Enfin, des matériaux organiques composites, de constante diélectrique plus faible, peuvent présenter de forts coefficients électro-optiques, pouvant même dépasser ceux des matériaux inorganiques.

Les performances de ces matériaux peuvent être caractérisées par leur variation d'indice maximale  $\Delta n_{sat}$  et le temps caractéristique d'inscription d'un réseau pour une puissance surfacique incidente donnée (typiquement  $1\text{W.cm}^{-2}$ ). Leur sensibilité est définie par  $S = \Delta n / P \Delta t$ , où  $\Delta n$  est la variation d'indice induite par une puissance surfacique  $P$  (en  $\text{W.m}^{-2}$ ) pendant l'intervalle de temps  $\Delta t$  (en  $s$ ), pour une longueur d'onde et un pas de réseau donnés [Del96]. La sensibilité peut aussi être ramenée au coefficient d'absorption du matériau ( $\alpha$ ,

exprimé en  $m^{-1}$ ):  $S_\alpha = S/\alpha$ .

L'inscription de réseaux d'indice par effet photoréfractif est limitée par le temps nécessaire à l'établissement du champ de charge d'espace pour des puissances incidentes relativement faibles. En revanche, cette caractéristique confère aux réseaux ainsi inscrits une très grande durée de vie dans l'obscurité, puisque le support est isolant. Ces matériaux sont donc des candidats potentiels pour les mémoires optiques (voir le paragraphe 1.4.1). L'épaisseur  $l$  de l'échantillon détermine l'existence d'une sélectivité de Bragg. Comme nous l'avons déjà vu dans la partie 1.2, le paramètre pertinent est le produit  $\Delta n l$ , qui doit être optimisé.

### 1.3.2.4 Effet thermique

L'indice de réfraction d'un milieu est fonction de la température locale. Une variation de cette température peut entraîner un changement notable de l'indice. Celui-ci est donné par la relation:

$$\Delta n = \frac{\partial n}{\partial T} \Delta T \quad (1.86)$$

où  $T$  représente la température exprimée en Kelvin, et  $dn/dT$  est un coefficient caractéristique du matériau, peu dépendant de  $T$ .

Cette variation est des plus courantes, et quasiment inévitable lorsqu'on éclaire un échantillon. En effet, il existe toujours une absorption résiduelle de la lumière, qui se traduit par un échauffement local du milieu, et donc une variation de la température. Si  $de$  est la densité volumique locale d'énergie absorbée (en  $J.cm^{-3}$ ), et  $C_p$  est la capacité calorifique (en  $J.cm^{-3}.K^{-1}$ ), la variation locale de température  $dT$  est donnée par:

$$de = C_p dT \quad (1.87)$$

On peut aussi provoquer cet effet en choisissant un milieu de coefficient d'absorption connu (colorant de concentration connue par exemple). L'illumination par la figure d'interférences de deux ondes planes cohérentes induit alors une variation sinusoïdale de température, dont l'évolution temporelle est régie par l'équation de diffusion de la chaleur.

Soit  $I_{abs}(x, t)$  l'intensité lumineuse absorbée. Supposons que l'illumination soit délimitée dans le temps (interférence de deux impulsions lumineuses de même durée) et que l'intensité de l'onde incidente soit constante pendant toute la durée des impulsions:

$$I_{abs}(x, t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \text{ et } t > \Delta t \\ I_0(1 + m \cos(Kx)) & \text{pour } 0 < t < \Delta t \end{cases}$$

(on néglige l'atténuation de l'onde au cours de sa propagation dans l'épaisseur du matériau.)

La densité d'énergie volumique absorbée s'écrit:

$$de = \frac{ISdt}{lS} = \frac{Idt}{l} \quad (1.88)$$

et  $T$  satisfait à l'équation différentielle:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{I}{C_p l} + D\nabla^2 T \quad (1.89)$$

où  $D$  est le coefficient de diffusion thermique du matériau, exprimé en  $cm^2.s^{-1}$

Puisque le terme source de cette équation ( $I/C_p l$ ) est modulé sinusoïdalement, nous cherchons  $T$  sous la forme:

$$T(x, t) = T_1(t) + \Delta T(t) \cos(Kx) \quad (1.90)$$

Développons 1.89 à l'ordre 0, puis à l'ordre 1 en  $\Delta T$  pour déterminer les expressions de  $T_1(t)$  et  $\Delta T(t)$ :

– à l'ordre 0:

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{I_0(t)}{C_p l} \quad (1.91)$$

soit:

$$T_1(t) = \begin{cases} T_0 & \text{si } t < 0 \\ \frac{I_0 t}{C_p l} + T_0 & \text{si } 0 \leq t \leq \Delta t \\ \frac{I_0 \Delta t}{C_p l} + T_0 & \text{si } t > \Delta t \end{cases}$$

où  $T_0$  désigne la température (supposée homogène) au sein du matériau avant le passage de l'impulsion.

– à l'ordre 1:

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial t} + DK^2 \Delta T = \frac{m I_0(t)}{C_p l} \quad (1.92)$$

soit:

$$\Delta T(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ \frac{m I_0 t}{DK^2 C_p l} (1 - e^{-DK^2 t}) & \text{si } 0 \leq t \leq \Delta t \\ \frac{m I_0 \delta t}{DK^2 C_p l} (e^{DK^2 \Delta t} - 1) e^{-DK^2 t} & \text{si } t > \Delta t \end{cases}$$

donc, pour  $0 \leq t \leq \Delta t$ :

$$T(x, t) = T_0 + \frac{I_0}{C_p l} \left[ t + \frac{m}{DK^2} (1 - e^{-DK^2 t}) \cos(Kx) \right] \quad (1.93)$$

L'indice de réfraction du milieu varie selon l'équation:

$$n(x, t) = n_0(T_0) + \frac{dn}{dT} \frac{I_0}{C_p l} \left[ t + \frac{m}{DK^2} (1 - e^{-DK^2 t}) \cos(Kx) \right] \quad (1.94)$$

où  $n_0(T_0)$  est l'indice moyen du milieu en absence d'illumination. Introduisons la modulation d'indice  $\Delta n$ :

$$n(x, t) = n_1(t) + \Delta n(t) \cos(Kx) \quad (1.95)$$

avec

$$n_1(t) = n_0(T_0) + \frac{dn}{dT} \frac{I_0}{C_p l} t \quad (1.96)$$

$$\Delta n(t) = \frac{dn}{dT} \frac{m I_0}{DK^2 C_p l} (1 - e^{-DK^2 t}) \quad (1.97)$$

On définit un temps caractéristique de diffusion de la chaleur:

$$\tau_D = 1/DK^2 \quad (1.98)$$

Si  $t \ll \tau_D$ , on peut développer  $\Delta n$  au premier ordre en  $t$ :

$$\Delta n = \frac{dn}{dT} \frac{m I_0}{C_p DK^2} DK^2 t \quad (1.99)$$

$$\text{soit: } \Delta n = \frac{dn}{dT} \frac{m I_0}{C_p} t \quad (1.100)$$

Le réseau inscrit par voie thermique a une durée de vie fixée par le coefficient de diffusion thermique du matériau  $D$  et l'écart angulaire des faisceaux d'écriture, qui détermine le pas du réseau  $\Lambda = 2\pi/K$ . Nous reviendrons sur ce point dans la partie 3.1, consacrée au choix du matériau pour le dispositif expérimental.

### 1.3.2.5 Les semi-conducteurs

Les mécanismes principaux d'inscription d'un réseau d'indice par voie optique dans les semi-conducteurs sont liés aux porteurs de charges. En effet, l'indice de

réfraction de ces matériaux dépend fortement de la densité de porteurs. L'indice de réfraction des semi-conducteurs dépend de la densité de porteurs libres présents dans la bande de valence (densité d'électrons  $\rho_e$ ) et dans la bande de conduction (densité de trous  $\rho_h$ ). Des porteurs libres peuvent être créés par absorption de photons dont l'énergie est proche de l'énergie de bande interdite du semi-conducteur  $E_g$ . En illuminant un tel matériau avec une figure d'interférence, on peut donc inscrire des réseaux de charges libres, et donc d'indice de réfraction. Si l'intensité lumineuse incidente est modulée sinusoidalement ( $I(x) = I_0 [1 + m \cos(Kx)]$ ), alors la concentration de porteurs, qui lui est directement proportionnelle, l'est aussi.

Dans l'approximation des faibles densités de porteurs, la variation d'indice se linéarise selon:

$$\underline{\underline{\Delta n}} = \underline{\underline{\Delta n_0}} (1 + m \cos(Kx)) \quad (1.101)$$

$$\text{avec } \underline{\underline{\Delta n_0}} = \frac{\partial \underline{\underline{n}}}{\partial \rho_e} \Delta \rho_e(I_0) + \frac{\partial \underline{\underline{n}}}{\partial \rho_h} \Delta \rho_h(I_0) \quad (1.102)$$

On obtient alors un réseau d'indice en phase avec la répartition d'intensité lumineuse. Ce mécanisme est à l'origine de la variation d'indice la plus importante dans ces matériaux. En raison d'un fort piégeage des électrons, on peut négliger la contribution électronique dans l'expression de  $\underline{\underline{\Delta n}}$ . En l'absence de champ magnétique,  $\underline{\underline{\Delta n}}$  est un tenseur diagonal et ses termes ne dépendent que de la densité de trous dans la bande de valence.

La première mise en évidence expérimentale de cet effet a été réalisée avec du silicium [Woe69, Woe69]: l'illumination de l'échantillon avec un laser au Néodyme de puissance  $1MW.cm^{-2}$  a induit une concentration de porteurs d'environ  $10^{17}cm^{-3}$ , entraînant l'apparition d'un réseau d'indice. Celui-ci avait une durée de vie de 25 ns pour un pas de 30  $\mu m$ , et des efficacités de diffraction voisines de 20% ont été mesurées. De fortes efficacités de diffraction ont également été observées dans CdS, Ge ou ZnO [Eic77]. Mais la durée de vie de ces réseaux est très brève (de l'ordre de la nanoseconde), en raison de la diffusion très rapide des charges, ce qui restreint les possibilités d'applications pour ces matériaux. Toutefois, l'utilisation des semi-conducteurs semi-magnétiques permet de contourner cette difficulté. Nous allons maintenant brièvement présenter ces matériaux.

Les semi-conducteurs semi-magnétiques sont des alliages ternaires de type  $II_{1-x}M_xVI$  où des ions magnétiques  $M^{2+}$  ( $Mn^{2+}$ ,  $Co^{2+}$ ,  $Fe^{2+}$  ...) ont été substitués aléatoirement à des cations  $II^{2+}$  ( $Cd^{2+}$ ,  $Zn^{2+}$ ,  $Hg^{2+}$ ) avec un taux de substitution  $x$ . L'introduction d'ions magnétiques dans les semi-conducteurs II-VI modifie principalement leurs propriétés magnéto-optiques, donnant lieu par exemple à un effet Faraday géant [Bar86][HB94]. C'est une autre propriété de ces matériaux qui est utilisée pour exploiter leurs propriétés holographiques [Mou98b]: les ions magnétiques constituent des sites de pièges pour les électrons, appelés

pièges isoélectroniques. En effet, ces ions sont de taille différente de celle des cations qu'ils remplacent, et donc de potentiel différent. Ceci peut induire un état de piège pour les électrons (ions bien plus petits que les cations qu'ils remplacent) ou les trous (ions bien plus gros que les cations) dans le matériau [Alt82]. Le réseau d'indice est alors lié à la population de trous et sa durée de vie est considérablement accrue par le piégeage des électrons.

Comme leurs parents non magnétiques, les semi-conducteurs semi-magnétiques bénéficient d'une forte sensibilité ( $S = 1,6 \times 10^{-6} m^2 \cdot J^{-1}$  pour  $Cd_{0,7}Mn_{0,3}Te$ ,  $S = 2,8 \times 10^{-6} m^2 \cdot J^{-1}$  pour  $CdTl$  :  $V$ ). Leur temps de réponse à une impulsion lumineuse (en régime  $ns$ ) est égal à la durée de l'impulsion, et la durée de vie des réseaux photo-induits varie entre une centaine de nanosecondes et une dizaine de microsecondes [Mou98a]. Ces caractéristiques, combinées à de fortes variations d'indice en font de très bons candidats pour toute application de l'holographie dynamique (voir la partie 1.4).

### 1.3.2.6 Les verres dopés au semi-conducteur: effet Kerr statique [VP95]

L'illumination à forte intensité de verres dopés par des nanobilles de semi-conducteurs induit un processus de photo-noircissement au cours duquel l'indice de réfraction varie. Ceci est le résultat du piégeage de paires "électron-trou" dans les nanocristaux de semi-conducteur. En effet, pour chaque paire, un électron se fixe dans la matrice de verre entourant la nanobille, laissant derrière lui un trou qui se piège dans le volume du nanocristal. Il se crée alors un champ électrique statique.

Si l'intensité lumineuse est modulée sinusoidalement ( $I(x) = I_0(1 + m \cos(Kx))$ ), le champ aussi ( $E_S(x) = E_{S_0}(1 + m \cos(Kx))$ ). Il en va de même de la variation d'indice de réfraction induite par effet Kerr statique:

$$\underline{\underline{\Delta n}} = \frac{2\pi}{n_0'} \chi_{\equiv}^{(3)} \underline{\underline{\mathbf{E}_S}} \cdot \underline{\underline{\mathbf{E}_S}} \quad (1.103)$$

$$= \frac{2\pi}{n_0'} \chi_{\equiv}^{(3)} \cdot \hat{\mathbf{e}}_S \cdot \hat{\mathbf{e}}_S E_{S_0}^2 \left[ 1 + \frac{m^2}{2} + 2m \cos(Kx) + \frac{m^2}{2} \cos(2Kx) \right] \quad (1.104)$$

Les réseaux d'indice ainsi créés ont une efficacité de diffraction de l'ordre de  $2 \times 10^{-4}$ , pour des verres d'épaisseur  $5mm$  et une intensité lumineuse incidente de  $100 mJ/cm^2$ . Pendant le photo-noircissement, il apparaît également une variation d'absorption, due aux électrons piégés dans la matrice de verre, mais celle-ci n'entre pas en jeu dans l'inscription des réseaux d'indice. La durée de vie des réseaux inscrits par photo-noircissement est très élevée, en l'absence d'illumination ultérieure (plusieurs années). On peut les effacer en chauffant le verre: les électrons sont alors dépiégés et le champ statique s'annule.

### 1.3.2.7 Les photopolymères

Récemment, de nouveaux matériaux ont fait leur apparition dans le monde du traitement optique de l'information. Parmi eux, les photopolymères, matériaux organiques formés sur une base de chaînes polymères dopées ou greffées avec des molécules chromophores, ont été utilisés dans des mémoires optiques et d'autres systèmes holographiques [Mar94, Hsu99]. Ces molécules introduites peuvent être orientées (sous champ électrique par exemple) dans la matrice polymère. Ceci modifie les propriétés optiques du milieu récepteur et lui confère de fortes non-linéarités.

Les principaux atouts de ces matériaux sont de pouvoir en fabriquer des échantillons très épais, qui ne se déforment quasiment pas au cours du temps, et d'atteindre des efficacités de diffraction élevées [Sche01]. Il a ainsi été montré expérimentalement que l'on pouvait enregistrer des hologrammes de Fourier d'images de données numérisées de  $32 \times 32$  bits et  $0,5 - 1,0$  mm de diamètre, pour une énergie d'écriture d'environ  $200 \text{ mJ.cm}^{-2}$  [Vyu96]. L'efficacité de diffraction de ces hologrammes était de 8%, et le rapport signal sur bruit moyen était supérieur à 50. Les réseaux inscrits dans ces échantillons doivent toutefois subir une fixation thermique ou ultra-violette afin d'être correctement préservés. Des effets de transfert de masse durant la relaxation du milieu après exposition peuvent engendrer des déformations qui créent un phénomène de microlentille convexe. Il s'ensuit une défocalisation des images à la relecture des hologrammes.

Les photopolymères sont aussi utilisés pour réaliser des microstructures en optique intégrée, grâce à la possibilité d'y inscrire avec grande précision des réseaux surfaciques, par exposition à une figure d'interférence. En déposant un film fin d'azopolymère sur un substrat transparent de faible indice de réfraction, on peut ainsi fabriquer des guides d'onde, ou des dispositifs très sélectifs en longueur d'onde [Ist01, Sto99].

## 1.4 Applications au traitement optique de l'information

Du fait de sa rapidité, mais aussi des durées de vie des réseaux photoinduits et de leur sélectivité, l'holographie dynamique est un outil très puissant pour le traitement de l'information. Si son utilisation est longtemps restée à l'état de recherche, il est désormais envisagé d'insérer des dispositifs optiques pour le stockage ou le traitement en temps réels de données. On voit même se profiler dans le secteur des télécommunications l'ère du "tout optique", où l'électronique occupe une place plus modérée que dans le passé. Ainsi, l'avancée significative des recherches sur les matériaux photoréfractifs et les photopolymères a permis l'émergence d'applications utilisant les capacités des mémoires holographiques.

D'autre part, des applications en temps réel, telles que le filtrage spatial et/ou spectral, le multiplexage et l'insertion-extraction se développent avec l'essor des Télécommunications par voie optique.

### 1.4.1 Mémoires holographiques

Les mémoires magnétiques ou optiques couramment utilisées ont une capacité de stockage qui peut atteindre une centaine de Go, pour un temps d'accès de l'ordre de la centaine de microsecondes à la milliseconde. Les mémoires optiques présentent l'avantage d'un accès rapide, et surtout d'un parallélisme élevé par rapport aux bandes magnétiques. Malheureusement, les conclusions quant à leur capacité sont beaucoup plus pessimistes [Pau00].

Outre les dispositifs à deux dimensions, tels que les disques compacts (CD), les mémoires optiques à trois dimensions (hologrammes en volume par exemple) ont reçu une attention accrue au cours des dix dernières années. Elles bénéficient d'une capacité d'enregistrement et d'un taux de transfert plus élevés que leurs homologues à deux dimensions, et sont aujourd'hui plus proches de la réalité commerciale.

On distingue deux types d'utilisation des mémoires optiques: les mémoires de masse, dont la durée de vie dans l'obscurité se mesure au moins en mois, voire en années, et les mémoires vives, qui requièrent un temps d'accès très bref. Les matériaux holographiques les plus utilisés pour cette application sont les cristaux photoréfractifs [Del96]. La sélectivité de Bragg des réseaux y augmente avec l'épaisseur du matériau. Ceci permet de superposer plusieurs hologrammes dans le même volume, en enregistrant chacun sous un angle ou une longueur d'onde particuliers, qui constituent l'adresse de l'image. Lors de la reconstruction d'une image par illumination avec le faisceau de référence qui a servi à son écriture, la sélectivité de Bragg évite la diaphonie (ou "cross-talk" [Ras93]) entre les hologrammes voisins. Une méthode d'enregistrement d'hologrammes par multiplexage angulaire dans un disque holographique est de modifier l'incidence  $\theta_R$  du faisceau de référence interférant avec le faisceau signal porteur de l'information, qui garde la même direction  $\theta_S$ . Ainsi, pour un disque d'épaisseur  $L$ , d'indice de réfraction moyen  $n$ , et des faisceaux de longueur d'onde  $\lambda_0$ , l'écart angulaire minimal entre deux incidences  $\theta_R$  correspondant à deux hologrammes adjacents est donné par [Li94]:

$$\Delta\theta_R = \frac{8\lambda_0 \cos\theta_S}{n\pi L |\sin(\theta_R + \theta_S)|} \quad (1.105)$$

Ceci détermine le nombre d'hogrammes que l'on peut superposer par ce moyen, sur une plage de  $\theta_R$  finie ( $[\theta_1, \theta_2]$ ):

$$N_\theta = 1 + \left( \frac{n\pi L}{8\lambda_0} \right) \frac{|\cos(\theta_S + \theta_1) - \cos(\theta_S + \theta_2)|}{\cos \theta_S} \quad (1.106)$$

où l'on suppose que  $0 < \theta_S + \theta_1 < \theta_S + \theta_2 < \pi$  ou  $-\pi/2 < \theta_S + \theta_1 < \theta_S + \theta_2 < 0$ . Le nombre total d'hogrammes que l'on peut enregistrer dans un volume donné est:  $N = N_S N_\theta N_p^2$  où  $N_S$  est le nombre total d'emplacements distincts et  $N_p^2$  est le nombre de pixels alloués à chaque hologramme. Ainsi, par multiplexage spatio-angulaire dans un cristal de  $LiNbO_3$  (dimensions:  $8 \times 8 \times 50 \text{ mm}^3$ ), on peut enregistrer 500 hologrammes, avec des efficacités de diffraction  $10^{-8}$  et un temps d'accès de  $100 \mu s$ . L'efficacité des 500 hologrammes peut atteindre  $10^{-4}$  si l'on optimise le coefficient d'absorption du cristal [Mok94]. Récemment, 5000 hologrammes ont pu être enregistrés dans un cristal unique de  $3 \text{ cm}^3$  ( $320 \times 320$  pixels) par la même technique, avec une efficacité de diffraction de  $10^{-6}$  environ par hologramme, et un rapport signal sur bruit de 1400 [Mok93].

En combinant l'utilisation efficace de l'espace (volume caractéristique d'enregistrement proche du volume de Rayleigh:  $V_R = \lambda_0^3$ ) à celle du domaine spectral, on peut ainsi atteindre un stockage à quatre dimensions, avec des densités  $10^3$  à  $10^6$  fois plus grandes que pour des mémoires à trois dimensions. Pour éviter la diaphonie, l'écart entre deux longueurs d'onde voisines doit être supérieur à la distance  $\Delta\lambda$  entre une résonance de Bragg et le premier minimum voisin: Les systèmes basés sur le "hole burning" spectral offrent de hauts débits et un faible temps de réponse, adaptés aux besoins des mémoires vives, aussi bien que des hautes densités de stockages, qui conviennent aux mémoires massives. Une des limitations de ce procédé est l'incertitude sur le nombre d'atomes participant au stockage, mais aussi la diaphonie dans les domaines fréquentiel et temporel [Nei95].

De nouveaux matériaux non linéaires, tels que  $Bi_2TeO_5$ , présentent des efficacités de diffraction très élevées, peuvent être le siège de signaux photoréfractifs de très longue durée de vie (plus de 6 ans), et entrent donc en compétition avec les meilleurs cristaux photoréfractifs. Une efficacité de diffraction de 44% a été mesurée pour un échantillon de  $Bi_2TeO_5$  de  $5 \times 6 \times 7 \text{ mm}^3$  [Föl00]. Une image a pu être enregistrée par interférence d'un faisceau pompe et d'un faisceau sonde cohérent, porteur de l'image, générés par un laser Nd:YAG continu ( $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$ ), d'intensités respectives 680 et  $110 \mu W$ . La relecture avec le faisceau pompe restitue très fidèlement l'image, tant du point de vue des contours que de la granularité du fond. Il reste encore à améliorer la sensibilité photoréfractive du cristal et abaisser le seuil d'auto-fixation pour rendre possible des enregistrements durables à des intensités raisonnables.

Mais comme nous l'avons dit plus tôt, les mémoires holographiques pèchent par leur faible capacité de stockage. Malgré des prévisions très optimistes vers la fin

des années 1980s, de récents travaux de recherche sur les mémoires de masse [Pau98] ont montré la supériorité des mémoires de type DRAM, dont la capacité croît exponentiellement au cours du temps. Même avec un matériau holographique parfait, une très forte diaphonie est à prévoir, ce qui limite intrinsèquement les performances accessibles.

Les mémoires holographiques doivent donc accroître leurs capacités pour rivaliser avec les technologies déjà en place. Un composant idéal a donc été défini [Pau00] pour construire un disque holographique s'approchant de l'objectif de  $50 \text{ bits}/\mu\text{m}^2$ . En outre, il devrait avoir une épaisseur supérieure à  $500 \mu\text{m}$ , une sensibilité d'au moins  $20 \text{ cm}^2 \cdot \text{J}^{-1}$ , et permettre l'inscription d'une modulation d'indice supérieure à  $1,5 \times 10^{-3}$  en ondes planes et  $6 \times 10^{-4}$  pour des images. Ces caractéristiques sont à ce jour encore loin d'être atteintes.

### 1.4.2 Filtrage et Multiplexage

Les sélectivités angulaire et spectrale des réseaux de Bragg photo-induits dans des matériaux non linéaires peuvent être mises à profit dans des filtres optiques. Ainsi, des échantillons épais de photopolymères avec amplification de diffusion (PDA) sont utilisés dans des dispositifs d'épuration de faisceaux lasers [Lud97]. Contrairement aux filtres spatiaux communément utilisés, utilisant un trou calibré ("pinhole") placé au foyer d'une lentille convergente, ou une fibre optique monomode, le problème du positionnement précis dans le faisceau à épurer et de l'alignement ne se pose pas ici. En effet, lorsqu'on introduit un filtre holographique sur le trajet d'un faisceau laser, seule la lumière se propageant sous incidence de Bragg est diffractée. On peut réaliser un filtrage à deux dimensions en utilisant deux hologrammes épais en série. Ces filtres opèrent sur un faisceau non focalisé et leur fonctionnement repose sur la sélectivité de Bragg. Les problèmes liés à la focalisation sont donc écartés. Ainsi, un hologramme de  $0,5$  à  $2 \text{ mm}$  d'épaisseur, de fréquence spatiale  $3500 \text{ mm}^{-1}$ , présente une demi-largeur angulaire de  $0,5$  à  $2 \text{ mrad}$ . De plus, le profil de sélectivité angulaire peut être ajusté en modifiant l'amplitude de modulation d'indice, ce qui permet d'obtenir un faisceau émergent parallèle, mais aussi divergent ou convergent au choix.

Les filtres optiques spectraux ont été largement utilisés dans les domaines de la spectroscopie et des observations astronomiques. Récemment, l'intérêt pour ces filtres ou les dispositifs de multiplexage et démultiplexage en longueur d'onde (WDM, pour *Wavelength Division Multiplexing*, ou multiplexage en longueurs d'onde) s'est accru avec le développement des télécommunications par voie optique. La nécessité d'augmenter le débit et le nombre de canaux dans une bande spectrale centrée autour de  $1550 \text{ nm}$  a fait apparaître de nouveaux besoins. Afin de pouvoir sélectionner une longueur d'onde parmi celles qui composent le peigne de canaux utilisés, le filtre utilisé doit présenter une réponse spectrale étroite (faible  $\delta\lambda$  à  $-3 \text{ dB}$ ), mais aussi un excellent rapport signal sur bruit. Ces deux

paramètres sont essentiels, surtout pour le DWDM (*Dense Wavelength Division Multiplexing*, pour multiplexage dense en longueurs d'onde), afin de pouvoir discriminer les signaux faibles parasites, issus d'un canal adjacent, des signaux faibles utiles. Pour un réseau de Bragg, la bande passante spectrale à  $-3$  dB est donnée par:

$$\delta\lambda = \frac{\lambda_0^2 \cos \theta_i}{2n_0 L \sin^2 \theta_i} \quad (1.107)$$

où  $\theta_i$  est l'angle d'incidence sur le réseau,  $\lambda_0$  est la longueur d'onde,  $n_0$  l'indice de réfraction moyen et  $L$  l'épaisseur du réseau. Le niveau relatif des lobes secondaires est de l'ordre de  $-13$  dB, ce qui n'est pas suffisant pour des applications au DWDM. Il est donc nécessaire d'atténuer ces résonances secondaires. L'une des possibilités pour y parvenir est l'apodisation, ou pondération, de la distribution du signal dans l'ouverture [Zaj01]. La fonction de pondération peut s'adapter à chaque situation particulière. Mais l'atténuation des lobes secondaires s'accompagne d'un étalement du pic de résonance, ce qui détériore la bande passante spectrale. La fonction de pondération de Hamming procure un bon compromis, la minimisation des lobes adjacents se faisant avec une diminution acceptable de la résolution spectrale. Cette fonction est définie par la relation:

$$W(x) = \begin{cases} \alpha + (1 - \alpha) \cos \left( \frac{2\pi}{L} X - \pi \right), & \text{si } 0 \leq X \leq L \\ 0 & \text{si } X \leq 0 \text{ ou } X > L \end{cases}$$

où  $\alpha = 0,54$  est la constante de Hamming,  $L$  est l'ouverture du dispositif et  $X$  est la coordonnée suivant la direction perpendiculaire au vecteur réseau  $K$ . La dépendance de l'efficacité de diffraction avec l'écart à la résonance  $\Delta\beta$  qui en découle est typiquement:

$$\rho \propto \left[ \alpha \operatorname{sinc} \left( \frac{\Delta\beta L}{2} \right) + \frac{1-\alpha}{2} \operatorname{sinc} \left( \frac{\Delta\beta L}{2} - \pi \right) + \frac{1-\alpha}{2} \operatorname{sinc} \left( \frac{\Delta\beta L}{2} + \pi \right) \right]^2 L^2 \quad (1.108)$$

avec

$$\Delta\beta = \frac{\pi \Delta\lambda}{n_0 \Lambda^2 \cos \theta_i} \quad (1.109)$$

où  $\Delta\lambda$  est l'écart en longueur d'onde correspondant et  $\Lambda$  est le pas du réseau. Cela conduit à un rapport signal sur bruit de 42 dB, mais s'accompagne d'une augmentation de 50% de la bande passante à  $-3$  dB. Expérimentalement, le rapport signal sur bruit s'élève à 20 dB, la fonction de pondération utilisée s'écarte sensiblement du modèle [Zaj01]. Cette solution constitue donc une amélioration d'un simple réseau de Bragg en terme de suppression des lobes secondaires, mais elle ne répond pas parfaitement aux besoins du DWDM, du fait de la dégradation de la réponse spectrale. Nous abordons le problème de l'optimisation des performances des dispositifs à base de réseaux de Bragg dans la partie 1.5.

### 1.4.3 Autres applications

#### 1.4.3.1 Conjugaison de phase: transport d'information sans aberration [Fei89] et interconnexions holographiques [Fis89, Ain96, Ain97]

Au cours de sa propagation dans un milieu matériel, le signal transporté par une onde électro-magnétique peut subir des déformations. Notamment, les imperfections des optiques sur le trajet de l'onde introduisent des aberrations dans le faisceau, qui détériorent la qualité de l'information transmise. La conjugaison de phase peut remédier à ce problème de façon spectaculaire. Ce "renversement du temps" génère une onde dont la phase est l'opposée de celle de l'onde incidente, qui se propage dans la même direction et en sens inverse. On peut représenter les aberrations subies par le faisceau avant sa conjugaison en phase par un déphasage  $\phi_{ab}$ . L'onde conjuguée comporte alors un déphasage  $\phi' = -\phi_{ab}$ . Lorsque le faisceau traverse à nouveau le milieu aberrateur, il subit un second déphasage  $\phi_{ab}$  qui s'annule avec  $\phi'$ . Les aberrations sont donc compensées.

Le faisceau conjugué peut être créé par un mélange à quatre ondes, où l'interférence du faisceau signal, dit *sonde*, avec un faisceau *pompe* cohérent génère un réseau de diffraction, relu par un deuxième faisceau *pompe*, colinéaire au premier mais en contrapropagation, également cohérent avec les deux autres faisceaux. Ce dernier est alors diffracté dans la direction du faisceau *sonde*, en sens inverse: c'est l'onde conjuguée en phase de l'onde incidente (voir figure 1.12). L'ensemble constitué du matériau holographique et des deux faisceaux de pompe se comporte comme un miroir pour le faisceau sonde, d'où le nom de **miroir à conjugaison de phase**. Les cristaux photoréfractifs, comme  $BaTiO_3$ , sont fréquemment utilisés comme support de mélange à quatre ondes. Le faisceau réfléchi conjugué peut être amplifié par rapport au faisceau sonde suivant le matériau non linéaire utilisé.

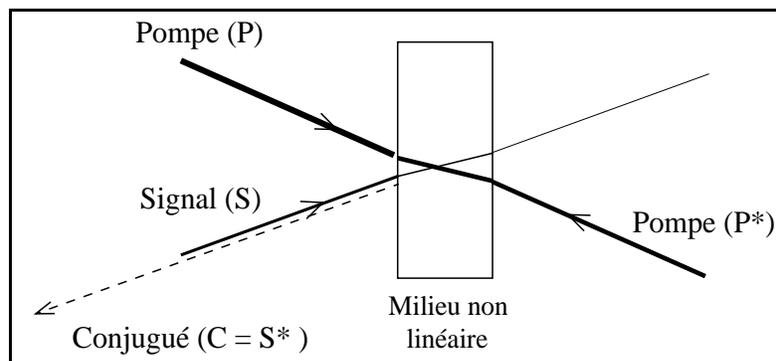


FIG. 1.12 –: Conjugaison de phase par mélange à quatre ondes

Ce type de dispositif est proposé pour le transport d'informations sans aber-

ration dans les fibres optiques [Yar78, Fei89]. Un montage simple permet de renvoyer l'onde conjuguée de l'onde sortant d'une première fibre vers une deuxième fibre, identique à la première. Ainsi, si le front d'onde a subi des aberrations au passage dans la première fibre, celles-ci sont compensées à la traversée de la deuxième (voir figure 1.13).

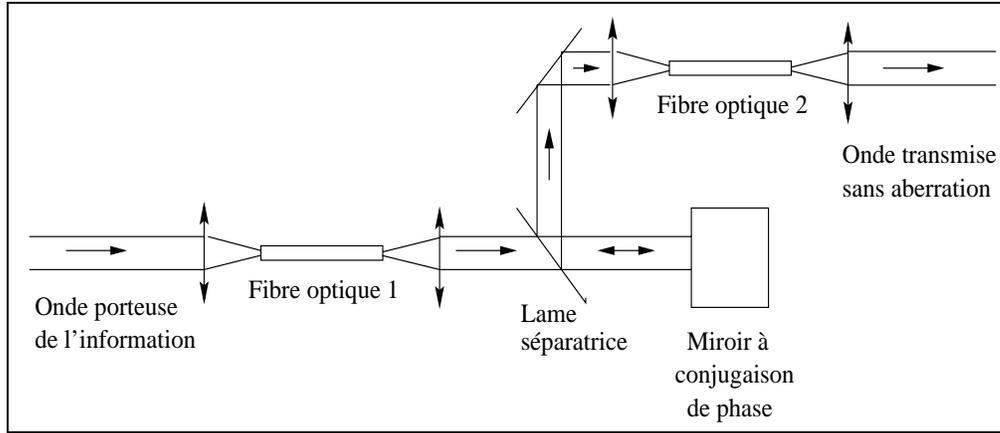


FIG. 1.13 –: *Transmission d'information sans aberration par fibre optique*

Les miroirs à conjugaison de phase servent aussi de miroirs stabilisateurs dans les lasers, équilibrant les fluctuations mécaniques et thermiques, ou même de milieu amplificateur. Un laser à conjugaison de phase génère un faisceau uniforme, malgré les éventuels astigmatisme de la cavité et focalisation thermique. Outre la compensation des distorsions optiques, le conjugateur de phase peut aussi réduire la largeur spectrale du laser.

Une autre application possible des miroirs à conjugaison de phase est l'interconnexion entre réseaux de fibres optiques, de façon à former un lien de communication cohérente [Fis89]. Les systèmes holographiques de commutation permettent d'interconnecter indépendamment chacun des faisceaux issus d'une matrice de fibres optiques d'émission vers l'une quelconque des fibres d'une matrice de réception. Chaque faisceau émis est diffracté par un réseau dont les caractéristiques (pas et orientation) déterminent la direction de diffraction, et donc la configuration d'interconnection. Des échanges d'images entre deux faisceaux non-cohérents ont aussi été observés, dans le cadre du traitement optique des images [Ste87].

Les montages optiques d'interconnexions holographiques ont aussi été appliqués aux réseaux de neurones [Pau00] : ces derniers nécessitent un grand nombre d'interconnexions et peuvent être utilisés pour classer et reconnaître des images. Leur utilisation procède en une première étape d'apprentissage (base d'images rangées en différentes catégories), à laquelle succède une phase de reconnaissance (classement de nouvelles images dans les catégories précédentes). Deux types distincts

de réseaux de neurones peuvent être construits, utilisant des interconnexions holographiques : les réseaux à apprentissage supervisé [Ain96], où la base de données est déjà triée en classes d'images, et les réseaux à auto-apprentissage (classes non définies a priori) [Fra99, Fra97]. La première architecture est limitée à de faibles capacités, le bruit optique sur les différents signaux augmentant avec le nombre d'interconnexions. La capacité de la deuxième architecture est plus élevée (128 × 128 neurones de sortie pour des images d'entrée d'au moins 128 pixels à niveaux de gris), et le temps d'apprentissage, limite intrinsèque, peut être réduit en utilisant un modulateur d'images à cristal ferroélectrique et un cristal photoréfractif très sensible ( $Bi_{12}GeO_{20}$ ). Ces travaux de recherche sont actuellement poursuivis par l'équipe de G. Roosen et G. Pauliat à l'Institut d'Optique Théorique et Appliquée [Pau00].

### 1.4.3.2 Reconnaissance de formes : corrélation optique [Dan95, Del96, Gar98]

Une technique classique pour comparer un couple d'images est de calculer une mesure de corrélation de ces deux images et de déterminer la position du maximum de corrélation. Ainsi, on peut localiser une scène en la faisant "glisser sur une image". De même, on peut reconnaître des images qui diffèrent l'une de l'autre par une rotation, en se plaçant en coordonnées polaires, pour lesquelles les translations sont des rotations.

Mathématiquement, si  $f(x, y)$  et  $g(x, y)$  sont les fonctions représentant les images à deux dimensions à comparer, leur fonction de corrélation est définie par :

$$C(f, g) = f \otimes g = TF^{-1}(TF(f).TF(g^*)) \quad (1.110)$$

où  $TF$  est l'opération transformée de Fourier et  $TF^{-1}$  l'opération inverse. Or le calcul de la transparence d'une lentille dans l'approximation de Fresnel (i.e. aux petits angles) montre que le signal résultant dans son plan focal a subi une transformée de Fourier. En effet, en plaçant un objet de transparence  $\tau(x, y)$  sur le trajet d'une onde plane d'amplitude  $A$ , l'amplitude complexe  $a(x', y')$  de l'onde dans le plan focal d'une lentille convergente après traversée de celle-ci est (formule de diffraction de Rayleigh-Sommerfeld [Bor70a]) :

$$a(x', y') \propto \iint_S A \tau(x, y) \exp(ik\Delta_0) \exp\left(-ik\frac{x^2+y^2}{2f}\right) \exp\left[-2i\pi\left(x\frac{x'}{\lambda_0 f} + y\frac{y'}{\lambda_0 f}\right)\right] dx dy \quad (1.111)$$

où  $S$  est la surface illuminée de la lentille,  $\Delta_0$  son épaisseur sur l'axe optique et  $k$  le vecteur d'onde de l'onde incidente.

Cette amplitude est proportionnelle à la transformée de Fourier de l'image. D'autre part, la corrélation fait intervenir le produit de deux fonctions, qui

peuvent être enregistrées dans un matériau holographique. On peut donc envisager de réaliser une corrélation optique de deux signaux. Le caractère **parallèle** des dispositifs optiques de traitement du signal est un atout majeur en terme de “temps-calcul”, puisque la transformée de Fourier se fait en temps réel, quelle que soit la dimension de l'image traitée.

Il existe deux types de corrélateurs optiques: les corrélateurs à transformées de Fourier conjointes (JTC, pour *Joint Transform Correlator*) et les corrélateurs de Van der Lugt. Le schéma de principe d'un corrélateur *JTC* est représenté sur la figure 1.14 [Dan95]. Le matériau photosensible placé dans le plan de Fourier a une transparence  $t(x, y)$  proportionnelle à:

$$\begin{aligned} I(x, y) &= \left| TF(f) e^{i(-k_x x + k_z z)} + TF(g) e^{i(k_x x + k_z z)} \right| \\ &= |TF(f)|^2 + |TF(g)|^2 + TF(f)TF(g)^* e^{-2ik_x x} + TF(f)^* TF(g) e^{2ik_x x} \end{aligned}$$

où  $\underline{k}_f(-k_x, 0, k_z)$  et  $\underline{k}_g(k_x, 0, k_z)$  sont les vecteurs d'ondes associés aux signaux  $f$  et  $g$  (voir figure 1.15).

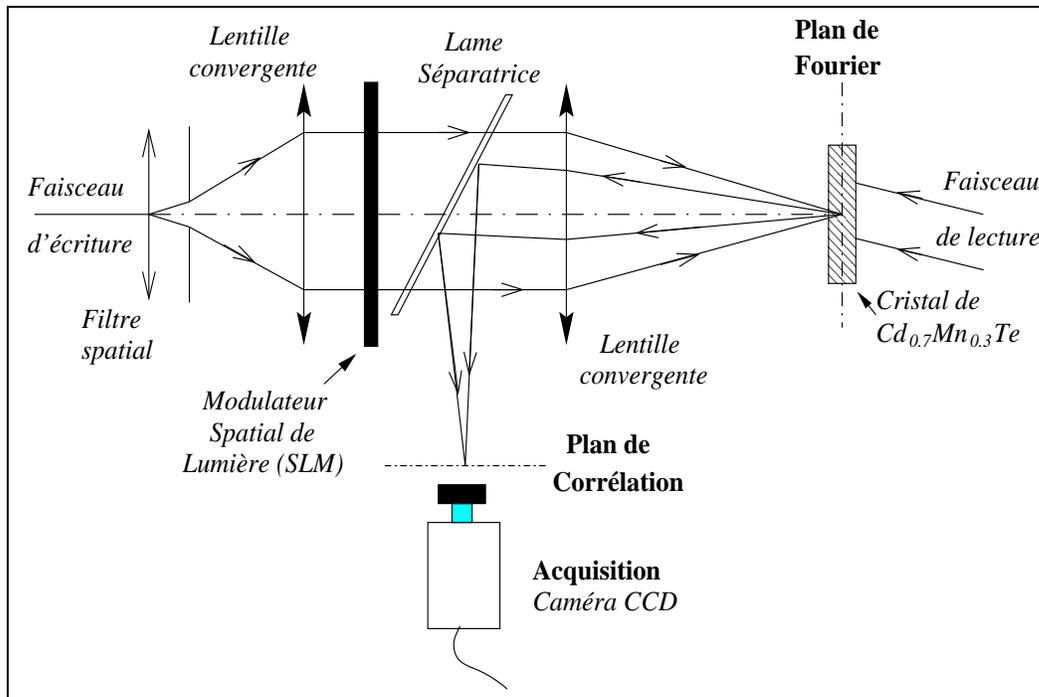


FIG. 1.14 –: Schéma de principe du corrélateur à Transformée de Fourier Conjointes (JTC)

L'hologramme ainsi enregistré est lu par une onde plane de vecteur d'onde

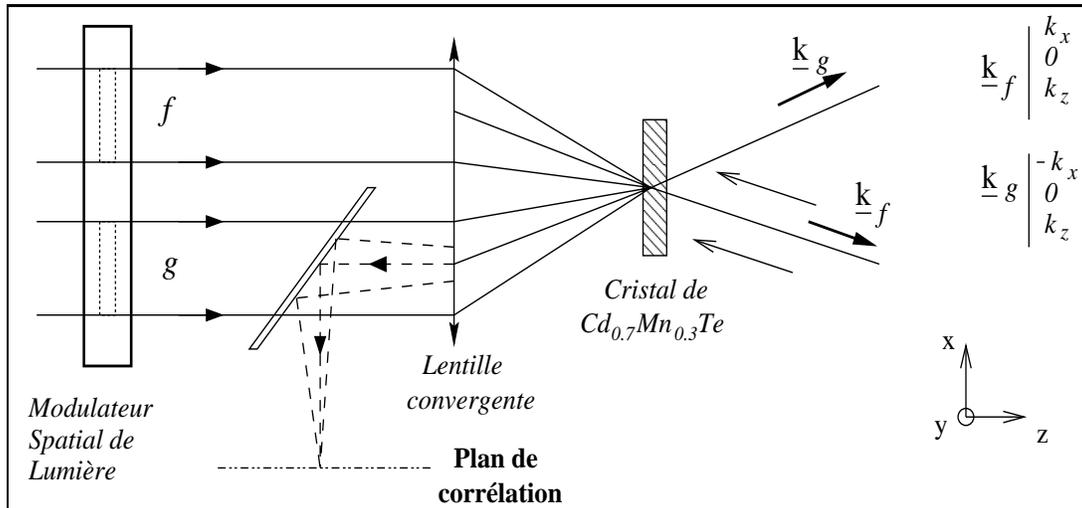


FIG. 1.15 –: Obtention du signal de corrélation

$\underline{k}_L(-k_x, 0, k_z)$ . L'onde qui en résulte après traversée du cristal a pour amplitude:

$$A(x, y) = \left( |TF(f)|^2 + |TF(g)|^2 \right) e^{i(k_x x - k_z z)} + TF(f)TF(g)^* e^{-i(k_x x + k_z z)} + TF(f)^*TF(g) e^{i(3k_x x - k_z z)}$$

Le premier terme correspond au faisceau transmis; le second est le faisceau diffracté, proportionnel à la transformée de Fourier de la fonction de corrélation de  $f$  et  $g$ . Le signal de corrélation est obtenu dans le plan focal de la lentille et se propage avec un vecteur d'onde opposé à  $\underline{k}_g$ . Chaque corrélation implique l'inscription d'un hologramme. Le matériau doit donc avoir un temps de réponse court. Celui-ci doit être inférieur au temps d'actualisation d'une image par le modulateur spatial (*SLM*) et au temps de détection du signal de corrélation pour ne pas limiter la rapidité du dispositif. Les cristaux photoréfractifs tels que BSO, BGO ou CdTe:V, qui ont des temps de réponse de l'ordre de la milliseconde, sont adaptés à ce genre d'applications, les *SLM* et caméras CCD usuels fonctionnant à basse fréquence (de 20 Hz à une dizaine de kHz).

Les corrélateurs de Van der Lugt utilisent des objets de référence pré-enregistrés dans le matériau holographique. On réalise ensuite des corrélations entre ces objets à identifier et les scènes à analyser qui défilent. Comme pour les corrélateurs *JTC*, les images sont "inscrites" dans le faisceau à l'aide d'un modulateur spatial de lumière, et le signal de corrélation est observé dans le plan focal d'une lentille (voir figure 1.16 [Dan95]). Le matériau utilisé doit permettre d'enregistrer des hologrammes avec une durée de vie suffisante pour réaliser toutes les corrélations. C'est le cas des matériaux photoréfractifs. Outre l'étape d'enregistrement des objets, la vitesse du corrélateur est imposée par la fréquence du *SLM* et du temps nécessaire à la détection du signal. Ce dernier dépend du détecteur utilisé

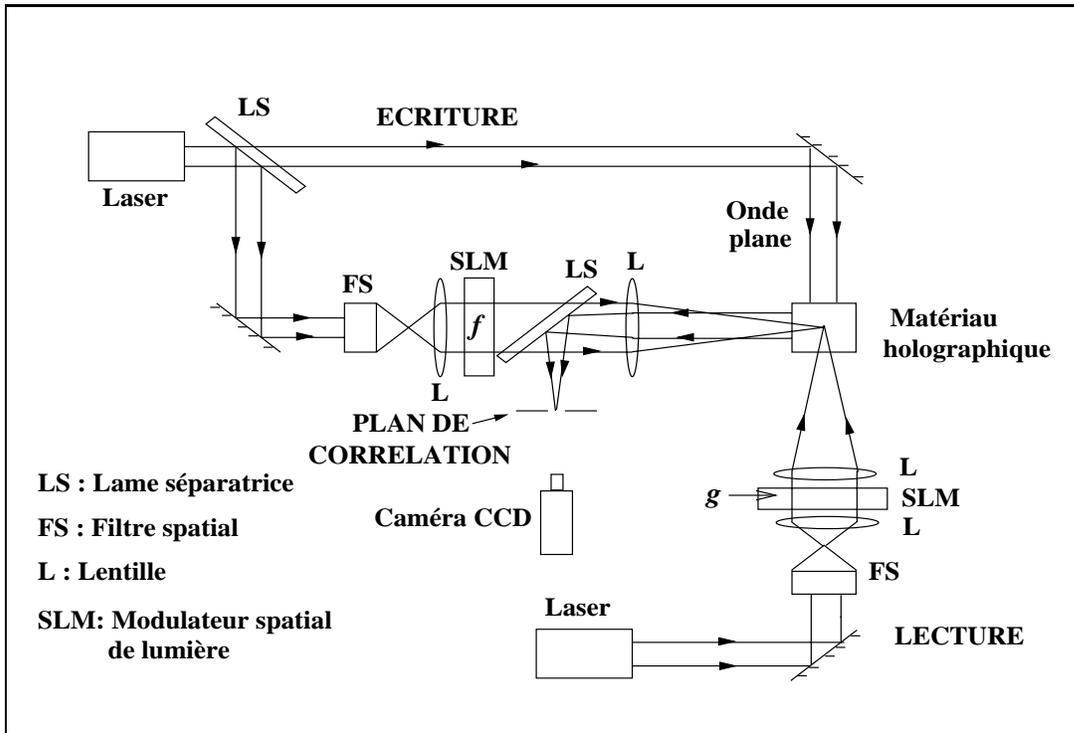


FIG. 1.16 –: Schéma de principe du corrélateur de Van der Lugt

et de l'efficacité de diffraction.

Dans tous les cas, l'échantillon photosensible doit être mince, afin de s'affranchir de la sélectivité de Bragg, qui provoque une variation de l'intensité du pic de corrélation avec la position de l'objet à reconnaître dans la scène analysée. Les puits quantique multiples, qui présentent de très fortes efficacités de diffraction pour de faibles épaisseurs, sont d'excellents candidats. Ils sont d'ailleurs utilisés dans des corrélateurs optiques industrialisés [Qua]. Pour améliorer ses performances en reconnaissance de formes, on a récemment introduit dans un corrélateur photoréfractif un filtre à ondelettes, qui limite la corrélation aux principaux motifs des images à comparer [Fen00]. Le pic de corrélation qui en résulte est étroit et robuste au bruit. Ce dispositif a permis la reconnaissance de visages humains déformés. L'invariance des performances par translation, rotation et redimensionnement des images a été prouvé.

Les corrélateurs optiques sont suffisamment performants, par leur puissance de calcul, en comparaison avec les systèmes numériques pour justifier leur développement. Leur principale limitation est l'utilisation de matrices de CCD, mais celles-ci peuvent être remplacées par des rétines "intelligentes" de type CMOS [Pau00].

## 1.5 Optimisation des performances

L'utilisation de l'holographie dynamique pour le traitement optique de l'information peut s'avérer un outil très puissant, à condition de pouvoir atteindre des efficacités de diffraction suffisamment élevées. Ceci peut être réalisé en augmentant soit l'épaisseur de l'échantillon, soit l'amplitude de la modulation d'indice (et/ou d'absorption) du réseau. En effet, pour un réseau d'indice en régime de Bragg peu efficace, l'efficacité de diffraction maximale est proportionnelle au carré du produit de ces deux grandeurs. D'un point de vue technique, il n'est pas toujours possible d'accéder à des échantillons d'épaisseur ou de modulation d'indice suffisamment élevées. Et si ces échantillons existent, ils ne sont pas forcément adaptés aux contraintes liées à leur insertion dans un dispositif défini (modules optiques pour les télécommunications par exemple).

Une solution alternative consiste à utiliser un résonateur pour accroître la longueur optique du milieu non linéaire. En effet, de récents calculs ont établi qu'un étalon de Fabry-Pérot fonctionnant en régime de Raman-Nath pouvait améliorer les performances de puits quantiques photoréfractifs [Nol95]. Ceci a conduit à la première réalisation expérimentale d'une cavité de Fabry-Perot asymétrique à puits quantiques multiples (MQW pour Multiple Quantum Wells) photoréfractifs [Kwo95], augmentant l'efficacité de diffraction d'un ordre de grandeur par rapport à la structure MQW hors cavité. Un modulateur spatial optique a été construit par la suite [DeM99], utilisant une micro-cavité de Fabry-Perot en incidence normale. D'autres études ont montré que l'association d'un résonateur de Fabry-Perot sous incidence normale et d'un réseau d'indice, inscrit dans un échantillon photoréfractif massif, pouvait présenter des propriétés intéressantes : le couplage des ondes donne lieu à un phénomène de non-réciprocité [He92][He94]. Dans le cas de ces derniers travaux, les auteurs se sont attachés à montrer l'amélioration de la finesse de l'étalon de Fabry-Perot par le milieu non-linéaire intracavité.

Compte-tenu de ces résultats, nous nous sommes intéressés, pour notre part, à la façon dont le résonateur modifie l'ensemble des propriétés diffractives d'un réseau d'indice épais (régime de Bragg), quel que soit le phénomène physique mis en jeu. Outre l'efficacité de diffraction, nous avons étudié la sélectivité et la diaphonie de réseaux d'indice en cavité, points non explorés auparavant. Nous avons également considéré le seuil en épaisseur qui définit le régime de Bragg pour ces réseaux intracavité. Dans le chapitre 2, nous abordons le problème d'un point de vue théorique, avant de décrire notre réalisation expérimentale qui fera l'objet du chapitre suivant.

## Chapitre 2

---

# Principe de la diffraction intracavité

Nous présentons ici une étude analytique approfondie de la diffraction par un réseau d'indice de réfraction inséré dans une cavité de Fabry-Perot, que nous appellerons réseau "intracavité". Nous comparons les résultats obtenus pour un résonateur de Fabry-Perot symétrique et asymétrique. Dans la partie 2.1, les principales étapes du calcul sont exposées, compte-tenu des hypothèses de résonance à la base de cette étude. La résolution des équations de propagation aboutit aux expressions des efficacités de diffraction. La partie 2.2 est consacrée à une discussion sur les avantages que présente ce réseau de Bragg intracavité par rapport à un réseau équivalent hors cavité. La comparaison s'établit en termes de gain en efficacité de diffraction, de sélectivité angulaire et de rapport signal sur bruit. Enfin, nous détaillons dans la partie 2.3 le cas d'un réseau d'indice intracavité enregistré dans un milieu absorbant ou amplificateur.

### 2.1 Etude analytique de la diffraction sur un réseau de Bragg inséré dans une cavité de Fabry-Perot

Le dispositif holographique que nous étudions ici [Men99a, Men99b, Men99c] est composé d'un réseau d'indice de réfraction, inscrit dans un milieu non linéaire qui occupe tout l'espace intérieur d'un résonateur de Fabry-Perot. Ce dernier est composé de deux miroirs parallèles  $M_1$  et  $M_2$ , de réflectivités  $R_1$  et  $R_2$  à la

longueur d'onde où l'on souhaite étudier la diffraction. On oriente l'espace à l'aide d'un référentiel  $(XYZ)$  lié à la cavité. Les coordonnées relatives à ces axes sont notées  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Le réseau (qui est celui que nous étudierons expérimentalement dans les chapitres 3 et 4) est sans obliquité : le vecteur réseau  $\underline{K}$  est parallèle à l'axe  $X$  ( $\phi = \pi/2$ ), dirigé suivant la normale aux miroirs de la cavité (voir figure 2.1). Le dispositif est supposé infini dans les directions  $X$  et  $Y$ . Dans toute cette partie, on étudie la diffraction par le réseau intracavité d'une **onde plane** incidente  $\underline{E}_I$ , de vecteur d'onde  $\underline{k}'_I$  contenu dans le plan  $(XZ)$  et de longueur d'onde  $\lambda_0$  dans le vide.

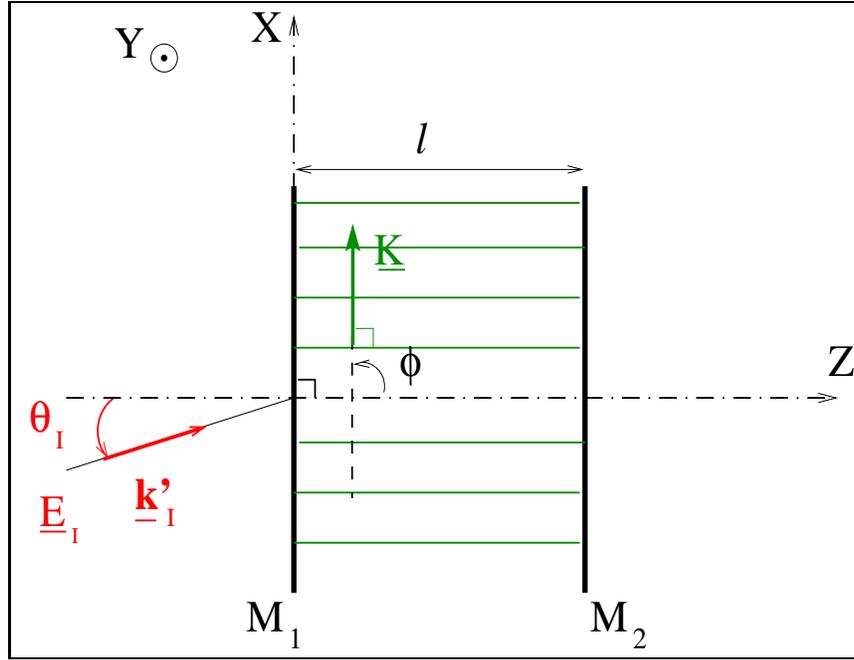


FIG. 2.1 – : Schéma du dispositif intracavité: les traits horizontaux parallèles et équidistants matérialisent les plans d'égal indice complexe du réseau; l'onde de lecture incidente ( $E_I$ ) est caractérisée par son vecteur d'onde dans le vide  $k'_I$ .

### 2.1.1 Expression des champs

Soit une onde électromagnétique plane caractérisée par un champ électrique complexe  $\underline{E}$ , une longueur d'onde  $\lambda_0$  dans le vide et un vecteur d'onde  $\underline{k}'$  dans le milieu, de coordonnées  $(k' \sin \theta, 0, k' \cos \theta)$  dans le référentiel  $(XYZ)$ , tel que:

$$|\underline{k}'| = k' \quad (2.1)$$

On écrira ce champ électrique sous la forme:

$$\underline{E} = \hat{e} E(x, y, z) \exp [jk'(\sin \theta x + \cos \theta z)] \quad (2.2)$$

où  $\underline{\epsilon}$  est la polarisation du champ électrique et  $E$  son amplitude complexe. L'éventuelle absorption de l'onde au cours de sa propagation est incluse dans l'amplitude  $E(x, y, z)$ . La polarisation non linéaire  $\underline{\mathbf{P}}_{NL}$  associée à cette onde lors de sa propagation dans le milieu non linéaire est définie par :

$$\underline{\underline{\epsilon}} \underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{E}} + 4\pi \underline{\mathbf{P}}^{(1)} + 4\pi \underline{\mathbf{P}}_{NL} \quad (2.3)$$

où  $\epsilon$  est le tenseur permittivité diélectrique du milieu à la longueur  $\lambda_0$  et  $P^{(1)}$  le terme de polarisation linéaire. En introduisant la composante linéaire de la permittivité diélectrique  $\epsilon_L$ , il vient :

$$\underline{\underline{\epsilon}} \underline{\mathbf{E}} = \epsilon_L \underline{\mathbf{E}} + 4\pi \underline{\mathbf{P}}_{NL} \quad (2.4)$$

soit, en supposant que le tenseur  $\underline{\underline{\epsilon}}$  est diagonal:

$$\underline{\mathbf{P}}_{NL} = \frac{1}{4\pi} (n^2 - n_L^2) \underline{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi} (n + n_L) (n - n_L) \underline{\mathbf{E}} \quad (2.5)$$

où l'indice complexe du milieu s'écrit :

$$n = n' + jn'' \quad (2.6)$$

Les parties réelle et imaginaire sont chacune la superposition de deux composantes, linéaire et non linéaire :

$$n' = n'_L + \Delta n' \quad (2.7)$$

$$n'' = n''_L + \Delta n'' \quad (2.8)$$

Comme nous l'avons déjà dit dans la partie 1.3, la partie imaginaire de l'indice complexe est liée au coefficient d'absorption  $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$  du milieu à la longueur d'onde  $\lambda_0$  par les relations :

$$n''_L = \frac{\lambda_0}{4\pi} \alpha_0 \quad (2.9)$$

$$\Delta n'' = \frac{\lambda_0}{4\pi} \Delta\alpha \quad (2.10)$$

On suppose que les contributions non linéaires sont faibles :

$$\Delta n' \ll n'_L \quad \text{et} \quad \Delta n'' \ll n''_L \quad (2.11)$$

La polarisation non linéaire s'écrit alors (au premier ordre) :

$$\underline{\mathbf{P}}_{NL} = \frac{1}{2\pi} (n'_L + jn''_L) (\Delta n' + j\Delta n'') \underline{\mathbf{E}} = \frac{1}{2\pi} n_L \Delta n \underline{\mathbf{E}} \quad (2.12)$$

ou encore, en faisant intervenir le coefficient d'absorption :

$$\underline{\mathbf{P}}_{NL} = \frac{1}{2\pi} \left[ n'_L \Delta n' + j \frac{\lambda_0}{4\pi} (\alpha_0 \Delta n' + n'_L \Delta \alpha) - \left( \frac{\lambda_0}{4\pi} \right)^2 \alpha_0 \Delta \alpha \right] \underline{\mathbf{E}} \quad (2.13)$$

Nous nous limitons ici aux réseaux d'indice de réfraction pur. La modulation du coefficient d'absorption  $\Delta \alpha$  est donc nulle. L'équation précédente devient :

$$\underline{\mathbf{P}}_{NL} = \frac{1}{2\pi} \left[ n'_L \Delta n' + j \frac{\lambda_0}{4\pi} \alpha_0 \Delta n' \right] \underline{\mathbf{E}} \quad (2.14)$$

Pour une variation d'indice modulée sinusoidalement (réseau optiquement inscrit par exemple) :

$$\Delta n' = \Delta n \cos(\underline{\mathbf{K}} \cdot \underline{\mathbf{r}}) = \frac{\Delta n}{2} [\exp(j\underline{\mathbf{K}} \cdot \underline{\mathbf{r}}) + \exp(-j\underline{\mathbf{K}} \cdot \underline{\mathbf{r}})] \quad (2.15)$$

où  $\Delta n$  est réel.

Etudions la diffraction d'une onde plane monochromatique par une telle modulation d'indice. Le champ électrique total intracavité  $\underline{\mathbf{E}}$  se décompose en onde de lecture  $\underline{\mathbf{R}}$  (pour "read") et onde diffractée  $\underline{\mathbf{S}}$  (pour "scattered") :

$$\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{R}} + \underline{\mathbf{S}} \quad (2.16)$$

Ces ondes étant réfléchies par les miroirs de la cavité, on les décompose à leur tour en composante F (pour "forward") se propageant dans le sens de l'axe  $z$  (celui de l'onde incidente) et en composante B (pour "backward") se propageant en sens opposé :

$$\underline{\mathbf{R}} = \underline{\mathbf{R}}_F + \underline{\mathbf{R}}_B \quad (2.17)$$

$$\underline{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{S}}_F + \underline{\mathbf{S}}_B \quad (2.18)$$

Chacune de ces composantes s'écrit de manière analogue à l'expression de  $\underline{\mathbf{E}}$  donnée dans l'équation 2.2, à savoir :

$$\underline{\mathbf{R}}_F = \hat{e} R_F(x, y, z) \exp(j\underline{\mathbf{k}}'_{RF} \cdot \underline{\mathbf{r}}) \quad (2.19)$$

$$\underline{\mathbf{R}}_B = \hat{e} R_B(x, y, z) \exp(j\underline{\mathbf{k}}'_{RB} \cdot \underline{\mathbf{r}}) \quad (2.20)$$

$$\underline{\mathbf{S}}_F = \hat{e} S_F(x, y, z) \exp(j\underline{\mathbf{k}}'_{SF} \cdot \underline{\mathbf{r}}) \quad (2.21)$$

$$\underline{\mathbf{S}}_B = \hat{e} S_B(x, y, z) \exp(j\underline{\mathbf{k}}'_{SB} \cdot \underline{\mathbf{r}}) \quad (2.22)$$

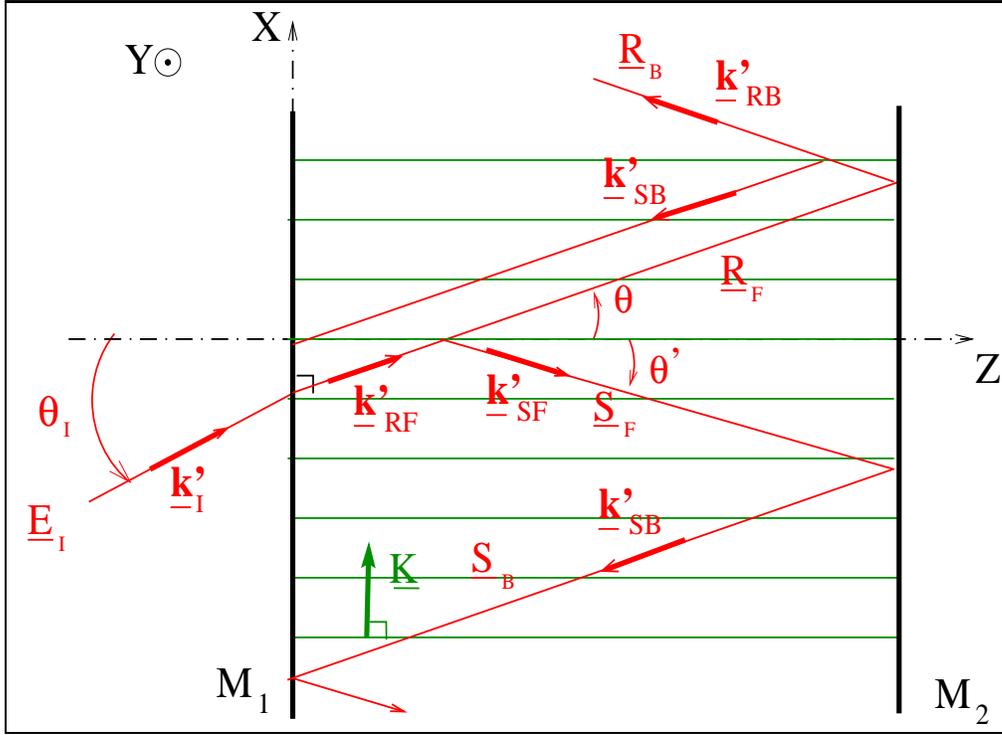


FIG. 2.2 –: Schéma des différentes ondes se propageant dans le milieu intracavité

Ces quatre composantes ont la même polarisation  $\hat{e}$ , le matériau intracavité étant isotrope. Ici encore, les amplitudes  $R_F$ ,  $R_B$ ,  $S_F$  et  $S_B$  tiennent compte de l'absorption. La figure 2.2 représente schématiquement la propagation de ces ondes au sein de la cavité.

Les vecteurs considérés ont pour coordonnées dans le référentiel (XYZ):

$$\underline{k}'_{RF} = (k' \sin \theta, 0, k' \cos \theta) \quad (2.23)$$

$$\underline{k}'_{RB} = (k' \sin \theta, 0, -k' \cos \theta) \quad (2.24)$$

$$\underline{k}'_{SF} = (k' \sin \theta', 0, k' \cos \theta') \quad (2.25)$$

$$\underline{k}'_{SB} = (k' \sin \theta', 0, -k' \cos \theta') \quad (2.26)$$

La polarisation non linéaire devient :

$$\underline{\mathbf{P}}_{NL} = \frac{n_L}{4\pi} (\Delta n + j\Delta n'') [\exp(j\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}) + \exp(-j\mathbf{K}\cdot\mathbf{r})] (\underline{\mathbf{R}} + \underline{\mathbf{S}}) \quad (2.27)$$

avec  $n_L = n'_L + jn''_L$ .

A partir des équations de Maxwell, on établit l'équation de propagation du champ total :

$$\Delta \underline{\mathbf{E}} + k^2 \underline{\mathbf{E}} = -4\pi \frac{\omega^2}{c^2} \underline{\mathbf{P}}_{NL} \quad (2.28)$$

où  $k$  est le vecteur d'onde complexe associé à  $\underline{\mathbf{E}}$  ( $k = k' + jk''$ ) et  $\omega$  est la pulsation de l'onde ( $\omega = 2\pi c/\lambda_0$ ).

Nous allons résoudre cette équation et déterminer les expressions des différentes composantes, moyennant certaines approximations qui découlent des conditions de résonance que nous exposons maintenant.

### 2.1.2 Conditions de résonance

Nous étudions les propriétés diffractives du réseau intracavité pour un faisceau de lecture au voisinage de la résonance de diffraction de Bragg, et d'une résonance de la cavité de Fabry-Perot. Pour l'onde incidente introduite précédemment, ces résonances s'écrivent respectivement :

$$\underline{\mathbf{K}} - \underline{\mathbf{k}}'_{RF} + \underline{\mathbf{k}}'_{SF} = 0 \quad \text{et} \quad \underline{\mathbf{K}} - \underline{\mathbf{k}}'_{RB} + \underline{\mathbf{k}}'_{SB} = 0 \quad (2.29)$$

$$2n'_L l \cos \theta = m \lambda_0, \quad m \text{ entier} \quad (2.30)$$

où  $l$  est la longueur de la cavité (voir figure 2.1) et  $n'$  l'indice moyen du milieu non linéaire. La norme  $k'$  des vecteurs d'onde et la longueur d'onde dans le vide de l'onde incidente sont liés par  $k' = 2\pi n'/\lambda_0$ .

La figure 2.3 montre les variations angulaires de la transmission de Fabry-Perot et de l'efficacité de diffraction d'un réseau de Bragg sans obliquité en transmission (dont l'expression est donnée par l'équation 1.41). On a choisi la longueur de la cavité telle que, pour un écart angulaire  $\Delta\theta = 0$  à l'angle d'incidence  $\theta_I$ , les deux résonances de Bragg et de Fabry-Perot coïncident à longueur d'onde  $\lambda_0$  de l'onde incidente. En observant cette figure nous pouvons pressentir que cette double résonance a pour effet d'exalter le maximum d'efficacité de diffraction du réseau d'indice intracavité par rapport à un réseau de mêmes modulation d'indice et épaisseur, comme nous le verrons dans le paragraphe 2.2.1. De plus, la finesse des modes du Fabry-Perot réduit significativement la largeur du pic de résonance de diffraction (voir les calculs du paragraphe 2.2.2).

Sur cette figure, on observe aussi que les lobes secondaires de diffraction de Bragg sont en anti-coïncidence avec les résonances adjacentes de Fabry-Perot. La lumière n'est donc pas couplée à la cavité dans les directions où elle pourrait être diffractée par le réseau. On peut donc pressentir que la diffraction de Bragg sera moins

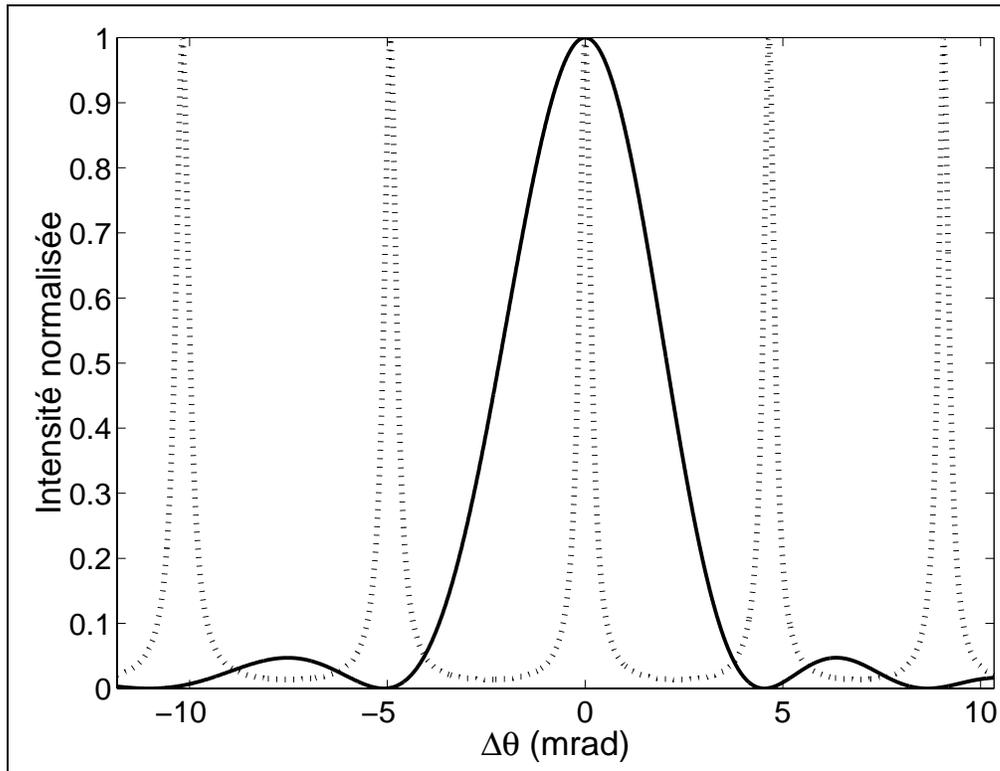


FIG. 2.3 –: Variations de l'efficacité de diffraction normalisée en transmission d'un réseau d'indice épais ( $l = 730\mu\text{m}$ ,  $\Delta n = 4 \times 10^{-6}$ ,  $\Lambda \approx 5\mu\text{m}$ ,  $\lambda_0 = 787\text{ nm}$ ) sans obliquité (traits pleins) et de la transmission d'une cavité de Fabry-Perot de même épaisseur de finesse  $\mathcal{F} = 25,5$  ( $R_1 = 0,79$ ,  $R_2 = 0,99$ ) (traits pointillés) avec l'écart angulaire à la résonance  $\Delta\theta$ , pour une onde incidente plane monochromatique et un milieu d'indice de réfraction moyen  $n' = 1,3611$ .

efficace dans ces directions pour un réseau intracavité. De même, l'intensité diffractée étant quasiment nulle pour des écarts angulaires correspondant aux modes latéraux de Fabry-Perot, le résonateur "non linéaire" (réseau d'indice inséré) ne présentera plus qu'un seul mode, centré sur la résonance de Bragg. Ceci aura pour effet d'améliorer le rapport signal sur bruit (*SNR*) du réseau (voir le paragraphe 2.2.3).

La condition de résonance de Bragg entraîne une relation entre les directions de propagation des ondes incidente et diffractée. En remplaçant  $\phi$  par  $\pi/2$  dans la condition de continuité des vecteurs d'onde dans un plan d'égal indice 1.24, il vient :

$$\boxed{\theta' = -\theta} \quad (2.31)$$

Introduisons  $\Delta k$ , qui quantifie l'écart à la résonance de Bragg:

$$\boxed{\Delta k = (\mathbf{K} - \mathbf{k}'_{RF} + \mathbf{k}'_{SF}) \cdot \hat{e}_x = K - 2k' \sin \theta} \quad (2.32)$$

Le vecteur réseau étant dirigé suivant l'axe  $X$ , et les vecteurs  $\mathbf{k}'_{RF}$  et  $\mathbf{k}'_{SF}$  symétriques par rapport à l'axe  $Z$ , le vecteur  $(\mathbf{K} - \mathbf{k}'_{RF} + \mathbf{k}'_{SF})$  est également dirigé suivant  $X$  et son produit scalaire avec  $\hat{e}$  donne sa valeur algébrique. Ce désaccord  $\Delta k$  est négligeable devant  $k'$ , et nous tiendrons compte de cette approximation dans les équations de propagation. Les composantes du champ électrique s'écrivent sous la forme :

$$\mathbf{R}_F(x, y, z) = \hat{e} R_F(x, y, z) \exp[jk'(\sin \theta x + \cos \theta z)] \quad (2.33)$$

$$\mathbf{R}_B(x, y, z) = \hat{e} R_B(x, y, z) \exp[jk'(\sin \theta x - \cos \theta z)] \quad (2.34)$$

$$\mathbf{S}_F(x, y, z) = \hat{e} S_F(x, y, z) \exp[-j\Delta k x] \exp[jk'(-\sin \theta x + \cos \theta z)] \quad (2.35)$$

$$\mathbf{S}_B(x, y, z) = \hat{e} S_B(x, y, z) \exp[-j\Delta k x] \exp[-jk'(\sin \theta x + \cos \theta z)] \quad (2.36)$$

Le terme de phase  $\exp[-j\Delta k x]$  dans les expressions de  $\mathbf{S}_F$  et  $\mathbf{S}_B$  traduit l'écart à la résonance de Bragg. Nous pouvons maintenant expliciter le champ  $\mathbf{E}$  et la polarisation  $\mathbf{P}_{NL}$ , et établir l'équation de propagation pour chaque composante.

### 2.1.3 Equations de propagation et résolution

En remplaçant  $\mathbf{E}$  par son expression dans l'équation de propagation 2.28, on peut séparer les termes de différentes fréquences spatiales  $\mathbf{k}_\alpha$  ( $\alpha = RF, RB, SF$  ou  $SB$ ). On établit alors l'équation de propagation pour chacune de ces composantes, en ne conservant que les termes de même fréquence spatiale et en faisant

l'approximation d'un milieu faiblement absorbant (développement à l'ordre 1 de  $k^2$  :  $k^2 = k'^2 + 2jk'k''$ ) :

$$\Delta R_F + 2j\underline{\mathbf{k}}'_{RF} \cdot \underline{\nabla} R_F + 2jk'k'' R_F = -4\pi \frac{\omega^2}{c^2} \hat{\mathbf{e}} \cdot \underline{\mathbf{P}}_{NL}(\underline{\mathbf{r}}) \exp(-j\underline{\mathbf{k}}'_{RF} \cdot \underline{\mathbf{r}}) \quad (2.37)$$

$$\Delta R_B + 2j\underline{\mathbf{k}}'_{RB} \cdot \underline{\nabla} R_B + 2jk'k'' R_B = -4\pi \frac{\omega^2}{c^2} \hat{\mathbf{e}} \cdot \underline{\mathbf{P}}_{NL}(\underline{\mathbf{r}}) \exp(-j\underline{\mathbf{k}}'_{RB} \cdot \underline{\mathbf{r}}) \quad (2.38)$$

$$\Delta S_F + 2j\underline{\mathbf{k}}'_{SF} \cdot \underline{\nabla} S_F + 2jk'k'' S_F = -4\pi \frac{\omega^2}{c^2} \hat{\mathbf{e}} \cdot \underline{\mathbf{P}}_{NL}(\underline{\mathbf{r}}) \exp(-j\underline{\mathbf{k}}'_{SF} \cdot \underline{\mathbf{r}}) \quad (2.39)$$

$$\Delta S_B + 2j\underline{\mathbf{k}}'_{SB} \cdot \underline{\nabla} S_B + 2jk'k'' S_B = -4\pi \frac{\omega^2}{c^2} \hat{\mathbf{e}} \cdot \underline{\mathbf{P}}_{NL}(\underline{\mathbf{r}}) \exp(-j\underline{\mathbf{k}}'_{SB} \cdot \underline{\mathbf{r}}) \quad (2.40)$$

Parmi les contributions à la polarisation non linéaire  $\underline{\mathbf{P}}_{NL}$ , on ne conserve que les termes proches de la résonance de Bragg (termes de phase  $\pm(\underline{\mathbf{K}} - \underline{\mathbf{k}}'_{RF} + \underline{\mathbf{k}}'_{SF})$  ou  $\pm(\underline{\mathbf{K}} - \underline{\mathbf{k}}'_{RB} + \underline{\mathbf{k}}'_{SB})$ ). Le réseau est supposé infini suivant les directions  $X$  et  $Y$ , et l'onde incidente plane. Il y a donc invariance par translation dans le plan  $XY$  et les dérivées partielles par rapport à  $x$  et  $y$  sont nulles. Pour chaque composante  $E_\alpha$  du champ électrique ( $R_F$ ,  $R_B$ ,  $S_F$  ou  $S_B$ ), on néglige également les dérivées partielles d'ordre 2 par rapport à  $z$  devant celles d'ordre 1. Le système précédent se réduit ainsi à quatre équations différentielles du premier ordre, couplées deux à deux :

$$\cos \theta \frac{\partial R_F}{\partial z} + k'' R_F = \frac{j \pi \Delta n}{\lambda_0} S_F \quad (2.41)$$

$$-\cos \theta \frac{\partial R_B}{\partial z} + k'' R_B = \frac{j \pi \Delta n}{\lambda_0} S_B \quad (2.42)$$

$$\cos \theta \frac{\partial S_F}{\partial z} + (k'' + j \Delta k \sin \theta) S_F = \frac{j \pi \Delta n}{\lambda_0} R_F \quad (2.43)$$

$$-\cos \theta \frac{\partial S_B}{\partial z} + (k'' + j \Delta k \sin \theta) S_B = \frac{j \pi \Delta n}{\lambda_0} R_B \quad (2.44)$$

En combinant l'équation 2.43 et la dérivée partielle par rapport à  $z$  de l'équation 2.41, on établit l'équation différentielle du second degré par rapport à  $z$  vérifiée par  $R_F$  :

$$\frac{\partial^2 R_F}{\partial z^2} + \frac{(2k'' + j \Delta k \sin \theta)}{\cos \theta} \frac{\partial R_F}{\partial z} + \frac{1}{\cos^2 \theta} \left[ \left( \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0} \right)^2 + k''(k'' + j \Delta k \sin \theta) \right] R_F = 0 \quad (2.45)$$

De même, en dérivant partiellement par rapport à  $z$  les équations 2.43, 2.42 et 2.44, on obtient les équations différentielles vérifiées par  $S_F$ ,  $R_B$  et  $S_B$  :

$$\frac{\partial^2 S_F}{\partial z^2} + \frac{(2k'' + j \Delta k \sin \theta)}{\cos \theta} \frac{\partial S_F}{\partial z} + \frac{1}{\cos^2 \theta} \left[ \left( \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0} \right)^2 + k''(k'' + j \Delta k \sin \theta) \right] S_F = 0 \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial^2 R_B}{\partial z^2} - \frac{(2k'' + j\Delta k \sin \theta)}{\cos \theta} \frac{\partial R_B}{\partial z} + \frac{1}{\cos^2 \theta} \left[ \left( \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0} \right)^2 + k''(k'' + j\Delta k \sin \theta) \right] R_B = 0 \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial^2 S_B}{\partial z^2} - \frac{(2k'' + j\Delta k \sin \theta)}{\cos \theta} \frac{\partial S_B}{\partial z} + \frac{1}{\cos^2 \theta} \left[ \left( \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0} \right)^2 + k''(k'' + j\Delta k \sin \theta) \right] S_B = 0 \quad (2.48)$$

La solution de l'équation 2.45 est de la forme :

$$R_F = R_{F+} e^{r_{F+} z} + R_{F-} e^{r_{F-} z} \quad (2.49)$$

où  $r_{F+}$  et  $r_{F-}$  sont les racines de l'équation homogène associée :

$$r_{F\pm} = \frac{1}{\cos \theta} \left[ - \left( k'' + \frac{j\Delta k \sin \theta}{2} \right) \pm j \sqrt{\kappa^2 + \left( \frac{\Delta k \sin \theta}{2} \right)^2} \right] \quad (2.50)$$

avec  $\kappa = \pi \Delta n / \lambda_0$ , constante de couplage que nous avons déjà introduit dans le chapitre précédent (voir la définition 1.38).

On en déduit l'expression de  $S_F$  grâce à l'équation 2.41 :

$$S_F = \frac{\lambda_0}{\pi \Delta n} \left[ \left( \sqrt{\Delta'} - \frac{\Delta k \sin \theta}{2} \right) R_{F+} e^{r_{F+} z} - \left( \sqrt{\Delta'} + \frac{\Delta k \sin \theta}{2} \right) R_{F-} e^{r_{F-} z} \right] \quad (2.51)$$

avec :

$$\Delta' = \kappa^2 + \left( \frac{\Delta k \sin \theta}{2} \right)^2 \quad (2.52)$$

De même, la solution de l'équation 2.47 est de la forme :

$$R_B = R_{B+} e^{r_{B+} z} + R_{B-} e^{r_{B-} z} \quad (2.53)$$

avec :

$$r_{B\pm} = -r_{F\mp} \quad (2.54)$$

puisque les équations homogènes associées aux équations 2.45 et 2.47 ne diffèrent que par le signe du coefficient devant le terme de degré 1. Enfin, l'équation 2.42 donne l'expression de  $S_B$  :

$$S_B = \frac{\lambda_0}{\pi \Delta n} \left[ \left( \sqrt{\Delta'} - \frac{\Delta k \sin \theta}{2} \right) R_{B-} e^{-r_{F+} z} - \left( \sqrt{\Delta'} + \frac{\Delta k \sin \theta}{2} \right) R_{B+} e^{-r_{F-} z} \right] \quad (2.55)$$

Les expressions des constantes  $R_{F\pm}$  et  $R_{B\pm}$  sont déterminées par les conditions aux limites que doivent vérifier les champs au niveau des miroirs de la cavité.

### 2.1.4 Conditions aux limites

La conservation de l'énergie et la continuité des champs à la traversée des miroirs  $M_1$  et  $M_2$  se traduisent par deux systèmes de quatre équations, couplant les ondes qui se propagent dans la même direction. La figure 2.4 représente les différents champs intervenant dans ces conditions aux limites.

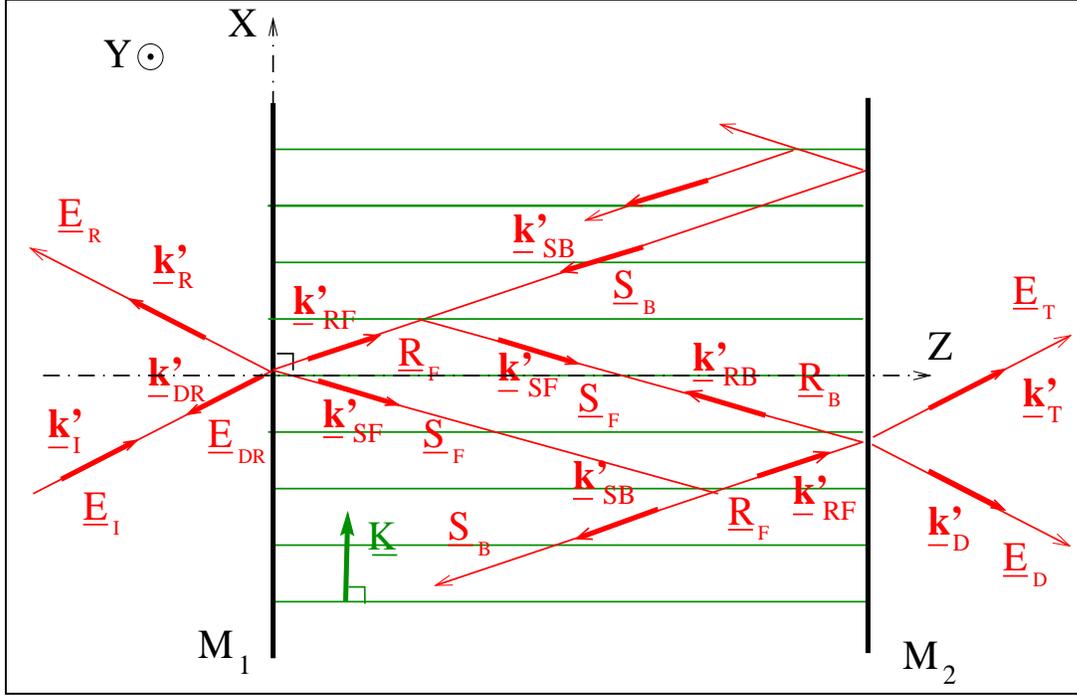


FIG. 2.4 – : Schéma des champs électriques couplés par les conditions aux limites au niveau des miroirs

En tout point du plan  $z = 0$  (miroir  $M_1$ ) :

$$t_1 \underline{\mathbf{E}}_I(x, y, z = 0) = \underline{\mathbf{R}}_F(x, y, z = 0) - r_1 \underline{\mathbf{R}}_B(x, y, z = 0) \quad (2.56)$$

$$\underline{\mathbf{E}}_R(x, y, z = 0) = -r_1 \underline{\mathbf{E}}_I(x, y, z = 0) + t'_1 \underline{\mathbf{R}}_B(x, z = 0) \quad (2.57)$$

$$\underline{\mathbf{S}}_F(x, y, z = 0) = r_1 \underline{\mathbf{S}}_B(x, y, z = 0) \quad (2.58)$$

$$\underline{\mathbf{E}}_{DR}(x, y, z = 0) = t'_1 \underline{\mathbf{S}}_B(x, y, z = 0) \quad (2.59)$$

où  $\underline{\mathbf{E}}_R$  est le champ électrique réfléchi par le dispositif et  $\underline{\mathbf{E}}_{DR}$  désigne le champ diffracté en réflexion par le réseau intracavité (voir le schéma 2.4).  $r_1$  est le coefficient de réflexion en amplitude du miroir  $M_1$ , et  $t_1$  et  $t'_1$  ses coefficients de transmission en amplitude dans les sens “forward” ( $z$  croissants) et “backward” ( $z$  décroissants) respectivement, à la longueur d’onde de  $\underline{\mathbf{E}}_I$ . Ces coefficients sont reliés à la réflectivité  $R_1$  de  $M_1$  par les équations :

$$|r_1|^2 = R_1 \quad (2.60)$$

$$t_1 t'_1 = 1 - R_1 \quad (2.61)$$

De même en  $z = l$  (miroir  $M_2$ ):

$$\underline{\mathbf{R}}_B(x, y, z = l) = r_2 \underline{\mathbf{R}}_F(x, y, z = l) \quad (2.62)$$

$$\underline{\mathbf{S}}_B(x, y, z = l) = r_2 \underline{\mathbf{S}}_F(x, y, z = l) \quad (2.63)$$

$$\underline{\mathbf{E}}_D(x, y, z = l) = t'_2 \underline{\mathbf{S}}_F(x, y, z = l) \quad (2.64)$$

$$\underline{\mathbf{E}}_T(x, y, z = l) = t'_2 \underline{\mathbf{R}}_F(x, y, z = l) \quad (2.65)$$

où  $\underline{\mathbf{E}}_T$  est le champ électrique transmis et  $\underline{\mathbf{E}}_D$  le champ diffracté en transmission (voir le schéma 2.4).  $r_2$  et  $t'_2$  sont respectivement les coefficients de réflexion et de transmission (dans le sens des  $z$  croissants) en amplitude du miroir  $M_2$ ,   la longueur d'onde de  $\underline{\mathbf{E}}_I$ . Ces coefficients sont reliés à la réflectivité  $R_2$  de  $M_2$  de façon analogue aux équations 2.60 et 2.61.

En utilisant les expressions de  $R_F$ ,  $R_B$ ,  $S_F$  et  $S_B$  établies précédemment et les équations 2.56, 2.58, 2.62 et 2.63, on obtient :

$$R_{F_+} + R_{F_-} - r_1(R_{B_+} + R_{B_-}) = t_1 E_I(z = 0) \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{\Delta'} - \frac{\Delta k \sin \theta}{2}\right) R_{F_+} - \left(\sqrt{\Delta'} + \frac{\Delta k \sin \theta}{2}\right) R_{F_-} &= r_1 \left[ \left(\sqrt{\Delta'} - \frac{\Delta k \sin \theta}{2}\right) R_{B_-} \right. \\ &\quad \left. - \left(\sqrt{\Delta'} + \frac{\Delta k \sin \theta}{2}\right) R_{B_+} \right] \end{aligned} \quad (2.67)$$

$$r_2 e^{2jk' \cos \theta l} \left( R_{F_+} e^{r_{F_+} l} + R_{F_-} e^{r_{F_-} l} \right) = R_{B_+} e^{-r_{F_-} l} + R_{B_-} e^{-r_{F_+} l} \quad (2.68)$$

$$\begin{aligned} r_2 e^{2jk' \cos \theta l} \left[ \left(\sqrt{\Delta'} - \frac{\Delta k \sin \theta}{2}\right) R_{F_+} e^{r_{F_+} l} \right. \\ \left. - \left(\sqrt{\Delta'} + \frac{\Delta k \sin \theta}{2}\right) R_{F_-} e^{r_{F_-} l} \right] &= \left(\sqrt{\Delta'} - \frac{\Delta k \sin \theta}{2}\right) R_{B_-} e^{-r_{F_+} l} \\ &\quad - \left(\sqrt{\Delta'} + \frac{\Delta k \sin \theta}{2}\right) R_{B_+} e^{-r_{F_-} l} \end{aligned} \quad (2.69)$$

La résolution de ce système aboutit aux expressions de  $R_{F_+}$ ,  $R_{F_-}$ ,  $R_{B_+}$  et  $R_{B_-}$  :

$$R_{F_+} = \frac{t_1 \left(\sqrt{\Delta'} + \frac{\Delta k \sin \theta}{2}\right) E_I(z = 0)}{2\sqrt{\Delta'} \left[ 1 - r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F_+} l) \right]} \quad (2.70)$$

$$R_{F_-} = \frac{t_1 \left(\sqrt{\Delta'} - \frac{\Delta k \sin \theta}{2}\right) E_I(z = 0)}{2\sqrt{\Delta'} \left[ 1 - r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F_-} l) \right]} \quad (2.71)$$

$$R_{B_+} = \frac{t_1 \left( \sqrt{\Delta'} - \frac{\Delta k \sin \theta}{2} \right) \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F_-} l) E_I(z=0)}{2\sqrt{\Delta'} \left[ 1 - r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F_-} l) \right]} \quad (2.72)$$

$$R_{B_-} = \frac{t_1 \left( \sqrt{\Delta'} + \frac{\Delta k \sin \theta}{2} \right) \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F_+} l) E_I(z=0)}{2\sqrt{\Delta'} \left[ 1 - r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F_+} l) \right]} \quad (2.73)$$

Et les champs hors cavité s'écrivent :

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{E}}_R(x, y, z) = \hat{e} e^{jk'(\sin \theta x - \cos \theta z)} E_I(x, y, 0) & \left\{ \frac{t_1 t_1' r_2}{2\sqrt{\Delta'}} \left[ \frac{\left( \sqrt{\Delta'} - \frac{\Delta k \sin \theta}{2} \right) \exp(2r_{F_-} l)}{1 - r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F_-} l)} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\left( \sqrt{\Delta'} + \frac{\Delta k \sin \theta}{2} \right) \exp(2r_{F_+} l)}{1 - r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F_+} l)} \right] e^{2jk' \cos \theta l} - r_1 \right\} \quad (2.74) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{E}}_{DR}(x, y, z) = \hat{e} \frac{(1 - R_1) r_2}{2\sqrt{\Delta'}} \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0} e^{-j[k'(\sin \theta x - \cos \theta(z-l)) + \Delta k x]} E_I(x, y, 0) \times \\ \left[ \frac{\exp(2r_{F_+} l)}{1 - r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F_+} l)} - \frac{\exp(2r_{F_-} l)}{1 - r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F_-} l)} \right] \quad (2.75) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{E}}_T(x, y, z) = \hat{e} \frac{t_1' t_2}{2\sqrt{\Delta'}} e^{jk'(\sin \theta x + \cos \theta z)} E_I(x, y, 0) \times \\ \left[ \frac{\left( \sqrt{\Delta'} + \frac{\Delta k \sin \theta}{2} \right) \exp(2r_{F_+} l)}{1 - r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F_+} l)} + \frac{\left( \sqrt{\Delta'} - \frac{\Delta k \sin \theta}{2} \right) \exp(2r_{F_-} l)}{1 - r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F_-} l)} \right] \quad (2.76) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{E}}_D(x, y, z) = \hat{e} \frac{t_1' t_2}{2\sqrt{\Delta'}} e^{-j[k'(\sin \theta x - \cos \theta z) + \Delta k x]} E_I(x, y, 0) \times \\ \left[ \frac{\exp(2r_{F_+} l)}{1 - r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F_+} l)} - \frac{\exp(2r_{F_-} l)}{1 - r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F_-} l)} \right] \quad (2.77) \end{aligned}$$

On en déduit l'expression de l'efficacité de diffraction en réflexion :

$$\rho_{DR} = \left( \frac{|\underline{\mathbf{E}}_{DR}(x, y, 0)|}{|\underline{\mathbf{E}}_I(x, y, 0)|} \right)^2 \quad (2.78)$$

soit :

$$\begin{aligned} \rho_{DR} = \frac{(1 - R_1)^2 R_2}{4 \left( \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0} \right)^2 + (\Delta k \sin \theta)^2} \left( \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0} \right)^2 \times \\ \left| \frac{\exp(2r_{F_+} l)}{1 - r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F_+} l)} - \frac{\exp(2r_{F_-} l)}{1 - r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F_-} l)} \right|^2 \quad (2.79) \end{aligned}$$

ou encore, en explicitant  $r_{F\pm}$  au numérateur :

$$\rho_{DR} = \frac{(1-R_1)^2 R_2}{4\kappa^2 + (\Delta k \sin \theta)^2} \kappa^2 \exp\left(\frac{-2\alpha_0 l}{\cos \theta}\right) \times \left| \frac{\exp\left(\frac{2j}{\cos \theta} \sqrt{\Delta'} l\right)}{1-r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F+} l)} - \frac{\exp\left(\frac{-2j}{\cos \theta} \sqrt{\Delta'} l\right)}{1-r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \exp(2r_{F-} l)} \right|^2 \quad (2.80)$$

avec  $\alpha_0 = 2k''$ , coefficient d'absorption du milieu à la longueur d'onde  $\lambda_0$ . En réduisant les fractions au même dénominateur, il vient :

$$\rho_{DR} = \frac{(1-R_1)^2 R_2}{4\kappa^2 + (\Delta k \sin \theta)^2} 4\kappa^2 \exp\left(\frac{-2\alpha_0 l}{\cos \theta}\right) \times \frac{\sin^2\left(\frac{2l\sqrt{\Delta'}}{\cos \theta}\right)}{\left| 1-2r_1 r_2 \exp\left(\frac{-\alpha_0 l}{\cos \theta}\right) \exp[j(2k' \cos \theta - \Delta k \tan \theta)l] \cos\left(\frac{2l\sqrt{\Delta'}}{\cos \theta}\right) + r_1^2 r_2^2 \exp\left(\frac{-2\alpha_0 l}{\cos \theta}\right) \exp[2j(2k' \cos \theta - \Delta k \tan \theta)l] \right|^2} \quad (2.81)$$

On voit ici l'influence de l'absorption de l'onde sur la diffraction. L'intensité diffractée est atténuée d'un facteur  $\exp(-4k''l \cos \theta) = \exp(-2\alpha_0 l_{eff})$  où  $l_{eff} = l/\cos \theta$  est le chemin optique de l'onde de lecture sur un aller-retour dans la cavité. Nous étudierons en détail la diffraction dans un milieu absorbant ( $\alpha_0 > 0$ ) dans le paragraphe 2.3.1. Inversement, dans un milieu à  $\alpha_0 < 0$ , la diffraction sera exaltée par le gain. Cet aspect sera abordé au paragraphe 2.3.2.

Compte-tenu de ces résultats, nous allons discuter des améliorations des propriétés diffractives du réseau de Bragg dues à l'utilisation du résonateur de Fabry-Perot. Nous nous intéressons d'abord à l'efficacité de diffraction maximale du réseau intracavité, ou efficacité résonnante.

## 2.2 Apport de la cavité

### 2.2.1 Efficacité de diffraction intracavité maximale

A la résonance de Bragg, le désaccord en vecteur d'onde  $\Delta k$  est nul. Les racines  $r_{F\pm}$  s'écrivent simplement :

$$r_{F\pm} = -\frac{k''}{\cos \theta} \pm j \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0 \cos \theta} \quad (2.82)$$

L'expression 2.81 devient alors :

$$\rho_{DR} \text{ Bragg rés.} = \frac{(1 - R_1)^2 R_2 \exp\left(\frac{-2\alpha_0 l}{\cos \theta}\right) \sin^2(2\nu)}{\left| 1 - 2r_1 r_2 \exp\left(\frac{-\alpha_0 l}{\cos \theta}\right) \exp(2jk'l \cos \theta) \cos(2\nu) + r_1^2 r_2^2 \exp\left(\frac{-2\alpha_0 l}{\cos \theta}\right) \exp(4jk'l \cos \theta) \right|^2} \quad (2.83)$$

où  $\nu = \frac{\pi \Delta n l}{\lambda_0 \cos \theta}$  est la modulation d'indice normalisée, conformément à l'article de Kogelnik [Kog69].

On retrouve dans cette expression une dépendance en  $\left[ \exp\left(\frac{-2\alpha_0 l}{\cos \theta}\right) \sin^2(2\nu) \right]$  qui est celle de l'efficacité de diffraction de Bragg établie au chapitre 1, en considérant un échantillon d'épaisseur  $2l$  :

$$\rho_{Bragg \text{ rés.}} = \exp\left(\frac{-\alpha_0 l}{\cos \theta}\right) \sin^2(\nu) \quad (2.84)$$

pour un réseau en transmission d'épaisseur simple, en résonance de Bragg. Mais l'efficacité de diffraction du réseau intracavité peut largement dépasser celle d'un réseau de même épaisseur et même modulation d'indice hors cavité. Afin de quantifier cet accroissement dû à la cavité, nous nous intéressons au **gain en efficacité de diffraction** en résonance de Bragg, défini par :

$$G_{Bragg \text{ rés.}} = \frac{\rho_{DR} \text{ Bragg rés.}}{\rho_{Bragg \text{ rés.}}} \quad (2.85)$$

Nous nous plaçons maintenant dans le cas d'un milieu non linéaire sans perte ni gain ( $\alpha_0 = 0$ ). En résonance de Bragg, le réseau intracavité a une efficacité de diffraction égale à :

$$\rho_{DR} \text{ Bragg rés.} = \frac{(1 - R_1)^2 R_2 \sin^2(2\nu)}{\left| 1 - 2r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \cos(2\nu) + r_1^2 r_2^2 \exp(4jk'l \cos \theta) \right|^2} \quad (2.86)$$

et le gain en efficacité devient :

$$G_{Bragg \text{ rés.}} = \frac{(1 - R_1)^2 R_2 4 \cos^2(\nu)}{|1 - 2r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) \cos(2\nu) + r_1^2 r_2^2 \exp(4jk'l \cos \theta)|^2} \quad (2.87)$$

Nous pouvons dès à présent commenter la forme de ces deux expressions : au terme en  $\cos(2\nu)$  près, elles ont le même dénominateur que la transmission du résonateur de Fabry-Perot sans modulation d'indice intracavité :

$$\mathcal{T}_{FP} = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{|1 - 2r_1 r_2 \exp(2jk'l \cos \theta) + r_1^2 r_2^2 \exp(4jk'l \cos \theta)|^2} \quad (2.88)$$

Etudions les variations de  $G_{Bragg \text{ rés.}}$  avec l'écart à la résonance de la cavité  $\phi_{FP}$  défini par :

$$\phi_{FP} = \frac{4\pi n_0 \cos \theta}{\lambda_0} (l - l_0) \quad (2.89)$$

où  $l_0$  est une valeur de la longueur de la cavité correspondant à un mode de résonance du Fabry-Perot :

$$2nl_0 \cos \theta = m\lambda_0, \quad m \text{ entier} \quad (2.90)$$

La figure 2.5 montre les variations de  $G_{Bragg \text{ rés.}}$  avec  $\phi_{FP}$ , pour un réseau de modulation d'indice  $\Delta n = 6 \times 10^{-6}$ , d'épaisseur moyenne  $l \approx 730 \mu m$ , de pas  $\Lambda = 3,5 \mu m$ , inscrit dans un milieu d'indice de réfraction moyen  $n_0 = 1,3611$  et lu par une onde plane de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 787 nm$ . La cavité de Fabry-Perot est asymétrique, comportant un miroir  $M_2$  totalement réfléchissant ( $R_2 = 1$ ). Nous reviendrons sur ce choix ultérieurement pour le justifier. On a considéré ici plusieurs valeurs de réflectivité pour le miroir  $M_1$ . Pour chacune, on observe que le gain est maximal pour  $\phi_{FP} = 0$  (cavité résonnante) et qu'il décroît rapidement et de façon symétrique quand on s'écarte de cette valeur. Ce résultat est conforme aux prédictions que nous avons faites au paragraphe 2.1.2 en commentant la figure 2.3: lorsque les deux résonances de Bragg et Fabry-Perot coïncident, la diffraction est exaltée par la cavité. Le gain à la résonance est d'autant plus élevé que la finesse  $\mathcal{F}$  du résonateur est grande (la fonction  $\mathcal{F} = \pi \sqrt[4]{R_1 R_2} / (1 - \sqrt{R_1 R_2})$  croît avec  $R_1$  pour  $R_2 = 1$ ). Ainsi, pour  $R_1 = 0,9$ , l'accroissement de l'efficacité maximale pour le réseau considéré est proche de 1800. Le pic de résonance devient également plus fin, l'énergie diffractée étant concentrée autour de la seule direction où la lumière est couplée à la cavité.

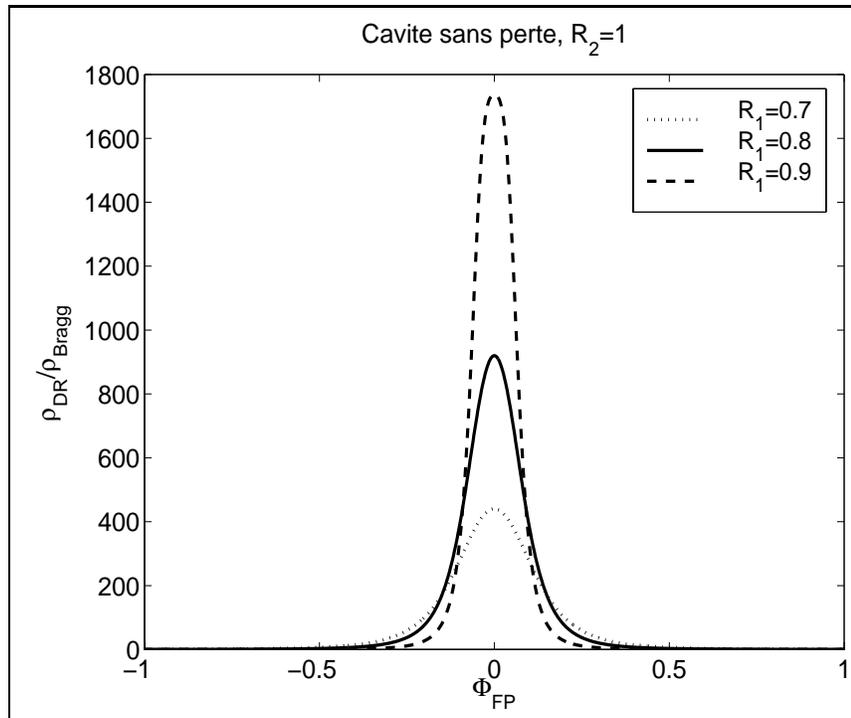


FIG. 2.5 – Courbes de variation du gain en efficacité de diffraction résonnante de Bragg, paramétrées par  $R_1$ :  $R_1=0,7$  (pointillés),  $R_1=0,8$  (trait plein) et  $R_1=0,9$  (tirets).

Si l'onde de lecture est en résonance avec la cavité de Fabry-Perot, l'efficacité du réseau intracavité en résonance de Bragg devient :

$$\rho_{DR_{\text{rés.}}} = \frac{(1 - R_1)^2 R_2 \exp\left(\frac{-2\alpha_0 l}{\cos \theta}\right) \sin^2(2\nu)}{\left|1 - 2r_1 r_2 \exp\left(\frac{-\alpha_0 l}{\cos \theta}\right) \cos(2\nu) + r_1^2 r_2^2 \exp\left(\frac{-2\alpha_0 l}{\cos \theta}\right)\right|^2} \quad (2.91)$$

Pour une valeur de finesse donnée, étudions l'influence de la valeur de  $R_2$  sur l'efficacité de diffraction résonnante d'une onde de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 780 \text{ nm}$  sur un réseau de mêmes caractéristiques que celui considéré pour les courbes de la figure 2.5 ( $\Delta n$ ,  $l$ ,  $n_0$  et  $\Lambda$ ). La figure 2.6 représente les variations de  $\rho_{DR_{\text{rés.}}}$  avec  $R_2$  pour différentes valeurs de finesse  $\mathcal{F}$ . Cette dernière est fonction du produit  $R_1 R_2$ , et la plage accessible pour les valeurs de  $R_2$  est  $]R_1 R_2; 1]$ . Sur cette plage, la transmission d'un résonateur de Fabry-Perot en résonance d'indice homogène, qui s'exprime par :

$$\mathcal{T} = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})^2} \quad (2.92)$$

présente un maximum pour  $R_1 = R_2$ , i.e. pour une cavité symétrique. On peut donc s'attendre à observer un comportement similaire pour la diffraction intracavité.

Or la figure 2.6 montre que l'efficacité de diffraction résonnante à finesse de cavité fixe ( $R_1 R_2$  donné) est une fonction croissante de  $R_2$  sur la plage  $]R_1 R_2; 1]$ . La configuration la plus favorable est donc une **cavité asymétrique dont le miroir  $M_2$  est parfaitement réfléchissant** ( $R_2 = 1$ ) [Men99a, Men99b]. Un résonateur présentant une telle géométrie porte le nom d'interféromètre de Gires-Tournois [Gir64]. Il est utilisé dans les sources lasers femtoseconde pour compenser la dispersion [Aki00, Rob99], mais aussi comme élément amplificateur de déphasage. Cette dernière fonction se rapproche de celle de la cavité de Fabry-Perot dans le mécanisme de la diffraction sur le réseau intracavité. Cette similitude apparaît dans la pente du gain en efficacité de diffraction (équation 2.87). L'énergie diffractée est accumulée dans le résonateur avant d'en être extraite, et l'onde diffractée en réflexion est ainsi plus intense que pour le réseau de Bragg hors cavité.

Dans la suite de cette étude de l'efficacité de diffraction résonnante, nous nous focalisons donc sur les propriétés diffractives d'un réseau inséré dans une telle cavité asymétrique. Nous allons maintenant examiner les variations de l'efficacité de diffraction résonnante avec la réflectivité  $R_1$  du miroir  $M_1$ . La figure 2.7 présente les courbes de variations de  $\rho_{DR_{\text{rés.}}}$  pour différentes valeurs du produit  $\Delta n l$ .

Pour chaque modulation d'indice, il existe une **réflectivité optimale**  $R_{1\text{opt}}$  telle que l'efficacité de diffraction atteint la valeur maximale de 1, i.e. que la totalité de l'énergie de l'onde incidente est transférée à l'onde diffractée en réflexion.

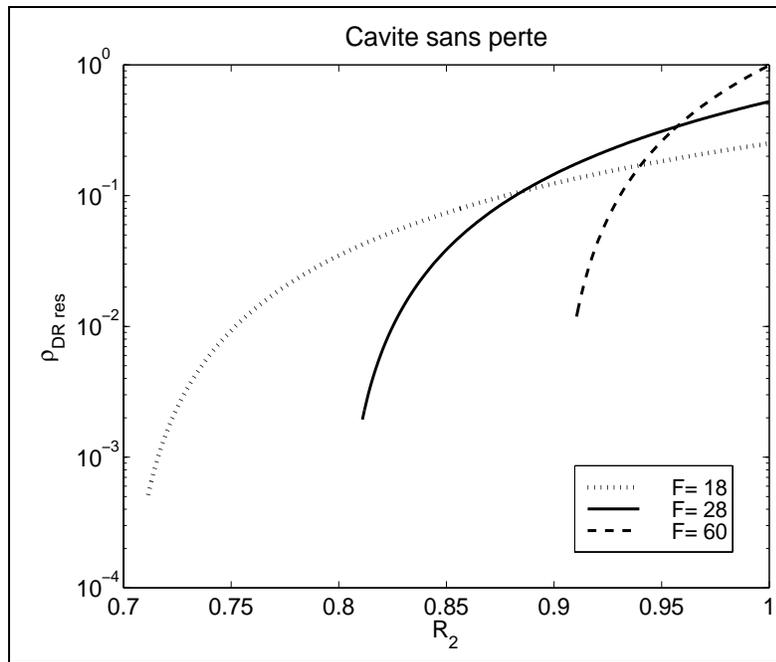


FIG. 2.6 –: Courbes de variation de  $\rho_{DR,res}$  avec  $R_2$ , paramétrées par la finesse de la cavité:  $\mathcal{F}=0,7$  (pointillés),  $\mathcal{F}=0,8$  (trait plein) et  $\mathcal{F}=0,9$  (tirets).

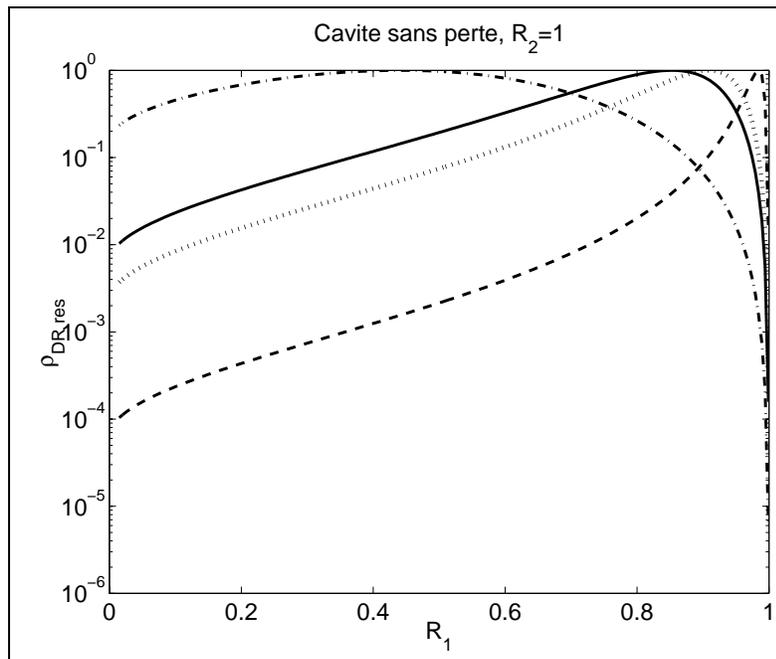


FIG. 2.7 –: Courbes de variation d'efficacité de diffraction résonnante avec  $R_1$ , paramétrées par  $\Delta nl$ :  $\Delta nl=3,6 \times 10^{-2} \mu m$  (tirets-pointillés),  $\Delta nl=4,4 \times 10^{-3} \mu m$  (pointillés),  $\Delta nl=7,3 \times 10^{-4} \mu m$  (tirets).

En annulant la dérivée partielle par rapport à  $\sqrt{R_1}$  de  $\rho_{DRés.}$  (expression donnée dans l'équation 2.91), on aboutit à l'expression analytique de  $R_{1opt}$ , pour une modulation d'indice et un coefficient d'absorption donnés :

$$R_{1opt} = \left[ \frac{1 + R'_2 \pm \sqrt{(1 - R'_2)^2 + 4R'_2 \sin^2(2\nu)}}{2\sqrt{R'_2} \cos(2\nu)} \right]^2 \quad (2.93)$$

où  $R'_2 = R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta)$ .

Pour  $\alpha_0 = 0$  et  $R_2 = 1$  :

$$R_{1opt} = \frac{1 - |\sin(2\nu)|}{\cos(2\nu)} \quad (2.94)$$

La figure 2.8 montre l'évolution de cette réflectivité optimale du miroir  $M_1$  avec la modulation d'indice normalisé  $\nu = \pi \Delta n l / \lambda_0 \cos \theta$ .  $R_{1opt}$  décroît fortement avec  $\nu$ , ce qui est aisément compréhensible, compte-tenu de la croissance de l'efficacité de diffraction intracavité avec ce paramètre  $\nu$ , sur l'intervalle considéré. Ce comportement de l'efficacité de diffraction résonnante peut être relié à la forte croissance de la longueur effective du milieu intracavité avec la réflectivité  $R_1$  du miroir avant de la cavité.

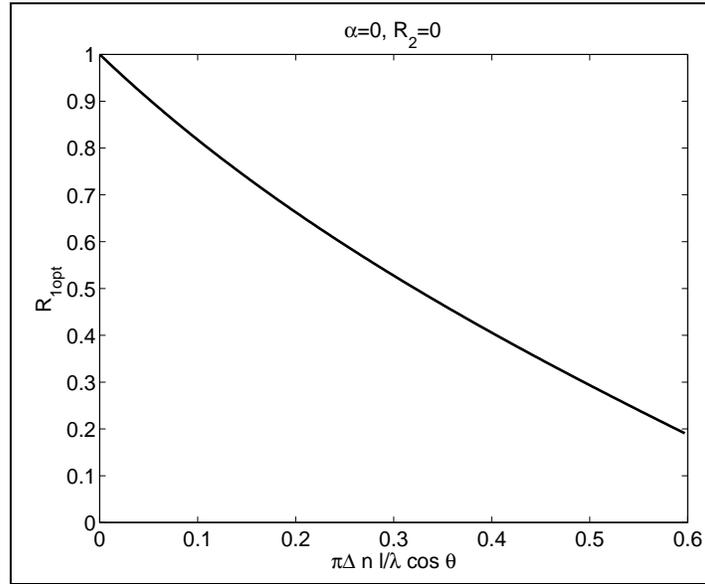


FIG. 2.8 –: Evolution de la réflectivité optimale avec  $\nu$ , pour une cavité asymétrique ( $R_2 = 1$ ) et un milieu non absorbant ( $\alpha_0 = 0$ ).

Forts de ces résultats concernant l'efficacité de diffraction maximale du dispositif intracavité, nous allons maintenant examiner l'évolution de sa sélectivité

angulaire avec les différents paramètres mis en jeu. Nous considérerons le cas d'une cavité symétrique, qui est le plus favorable pour un résonateur de Fabry-Perot sans modulation d'indice, et celui d'une cavité asymétrique de miroir arrière parfaitement réfléchissant, qui optimise l'efficacité de diffraction pour une finesse de cavité donnée.

## 2.2.2 Sélectivité angulaire

Comme nous l'avons déjà introduit dans le paragraphe 1.2.2, la sélectivité angulaire d'un réseau est quantifiée par la largeur à mi-hauteur, notée  $FWHM$ , du pic de variation de l'efficacité avec  $\Delta\theta$ . On peut aussi estimer cette largeur en terme d'écart à la résonance de Fabry-Perot :

$$\Delta m = m - m_0 \quad (2.95)$$

où  $m = 2nl \cos \theta / \lambda_0$  est l'ordre d'interférence de Fabry-Perot généralisé et  $m_0$  est la partie entière de  $m$ , correspondant à l'ordre du mode de Fabry-Perot directement inférieur. On en déduit :

$$\Delta m_{1/2} = \frac{2nl \sin \theta \Delta \theta_{1/2}}{\lambda_0} \quad (2.96)$$

Afin d'évaluer l'apport du résonateur, nous rapportons cette largeur à mi-hauteur à celle du pic de résonance d'un réseau de Bragg identique (mêmes épaisseur et  $\Delta n$ ) hors cavité et définissons ainsi une variable dite "normalisée" :

$$FWHM_{norm} = \frac{(\Delta m_{1/2})_{intracavite}}{(\Delta m_{1/2})_{Bragg}} \quad (2.97)$$

Les figures 2.9a et 2.9b montrent les variations de  $FWHM_{norm}$  avec  $\nu$ , pour une cavité symétrique ou asymétrique respectivement et pour différentes valeurs de finesse ( $\mathcal{F} = \pi \sqrt[4]{R} / (1 - \sqrt{R})$ ). On voit ici que la largeur normalisée croît lentement avec  $\nu$ , et qu'elle reste 10 fois inférieure à celle du pic de diffraction de Bragg pour  $0 < \nu < 0,15$  et  $R > 0,64$ . Pour une même finesse de cavité ( $R$  donné), on ne remarque pas de différence de  $FWHM_{norm}$ , notable entre les figures a (cavité symétrique) et b (cavité asymétrique). Ceci montre que c'est la finesse du Fabry-Perot qui impose la largeur du pic de diffraction intracavité.

On remarque également que  $FWHM_{norm}$  ne varie pratiquement pas avec  $\nu$  pour de faibles valeurs de  $R$  (cavité peu surtendue), ce qui peut être intéressant pour d'éventuelles applications pratiques. Pour des réflectivités de miroirs plus importantes ( $R$  plus élevé), le pic de résonance est plus étroit. On retrouve là le

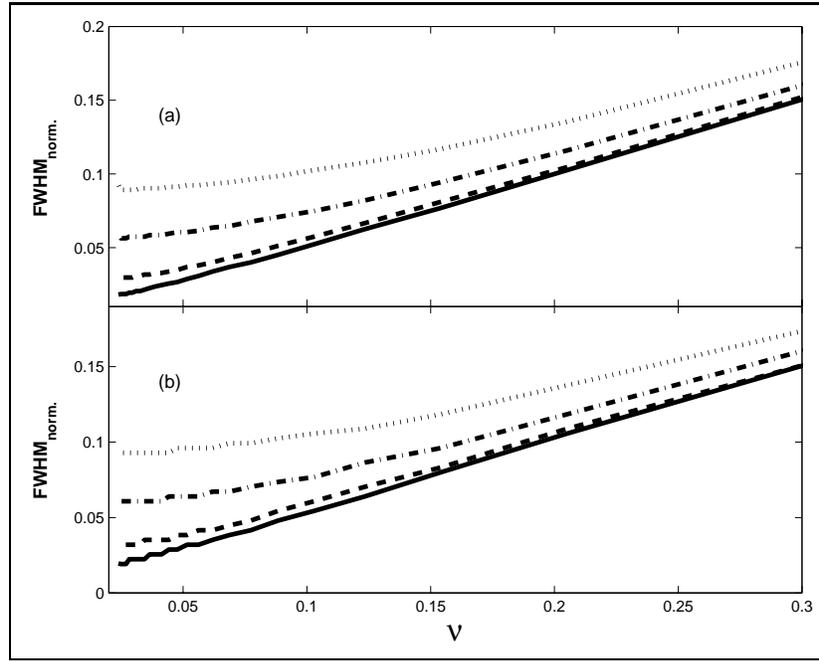


FIG. 2.9 – : Courbes de variation de  $FWHM_{norm}$  avec  $\nu$ , paramétrées par  $R$  : (a)  $R_1 = R_2 = \sqrt{R}$  (cavité symétrique) ; (b)  $R_1 = R, R_2 = 1$  (cavité asymétrique).

comportement d'un résonateur de Fabry-Perot homogène. Ceci est illustré plus en détail sur les figures 2.10a et 2.10b qui montrent les variations de  $FWHM_{norm}$  avec  $R$ , pour une cavité symétrique et asymétrique respectivement.

La sélectivité angulaire est considérablement accrue pour de fortes réflectivités des miroirs, surtout pour de faibles valeurs de modulation d'indice normalisée [Men00]. Ici encore, les dispositifs à cavité symétrique et asymétrique ont un comportement similaire. Compte-tenu de la supériorité de la configuration asymétrique en ce qui concerne le gain en efficacité de diffraction, nous limiterons dans la suite de cette étude théorique au cas d'une cavité à miroir de fond parfaitement réfléchissant ( $R_2 = 1$ ). Cette forte sélectivité du dispositif intracavité est intéressante pour améliorer la capacité de stockage numérique sans diaphonie sur films holographiques fins. On ne peut en effet enregistrer par cette méthode que des modulations d'indice sinusoidales, et non des images complexes. Elle peut également être exploitée en filtrage, notamment pour "nettoyer" un faisceau laser sans filtre spatial [Lud97].

Le troisième élément de comparaison et d'évaluation des performances du dispositif est son rapport signal sur bruit. Dans le paragraphe suivant, nous étudions les variations de cette grandeur avec les différents paramètres pris en compte, à savoir la réflectivité des miroirs et la modulation d'indice normalisée.

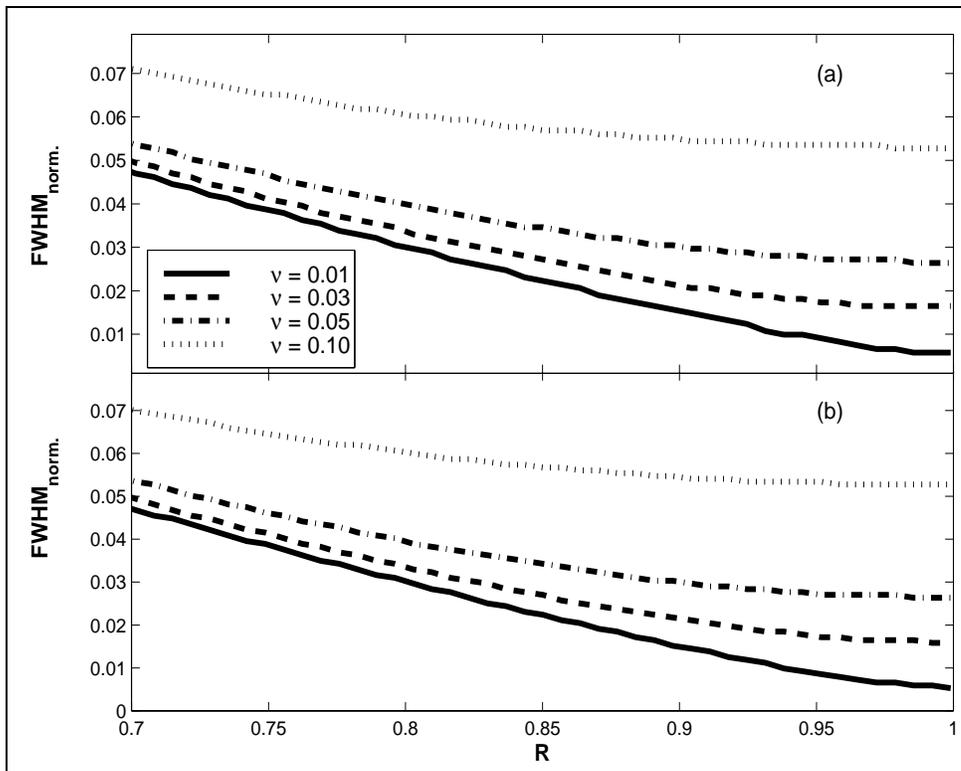


FIG. 2.10 –: Courbes de variation de  $FWHM_{norm}$  avec  $R = R_1 R_2$ , paramétrées par  $\nu$  : pour une cavité symétrique (a)  $R_1 = R_2 = \sqrt{R}$ ; pour une cavité asymétrique (b)  $R_1 = R, R_2 = 1$ .

### 2.2.3 Rapport signal sur bruit et diaphonie

Un des désagréments possibles de la diffraction sur un réseau de Bragg est l'existence de lobes secondaires de part et d'autre du pic d'efficacité de diffraction résonnante, tant d'un point de vue angulaire que spectral. L'amplitude relative de ces résonances adjacentes décroît lorsque l'épaisseur du matériau augmente, mais peut être non négligeable pour certaines valeurs du produit  $\Delta n l$  ( $\Delta n$  désignant la modulation d'indice et  $l$  l'épaisseur). On évalue ce défaut à l'aide du rapport signal sur bruit ( $SNR$ ), défini au paragraphe 1.2.2.

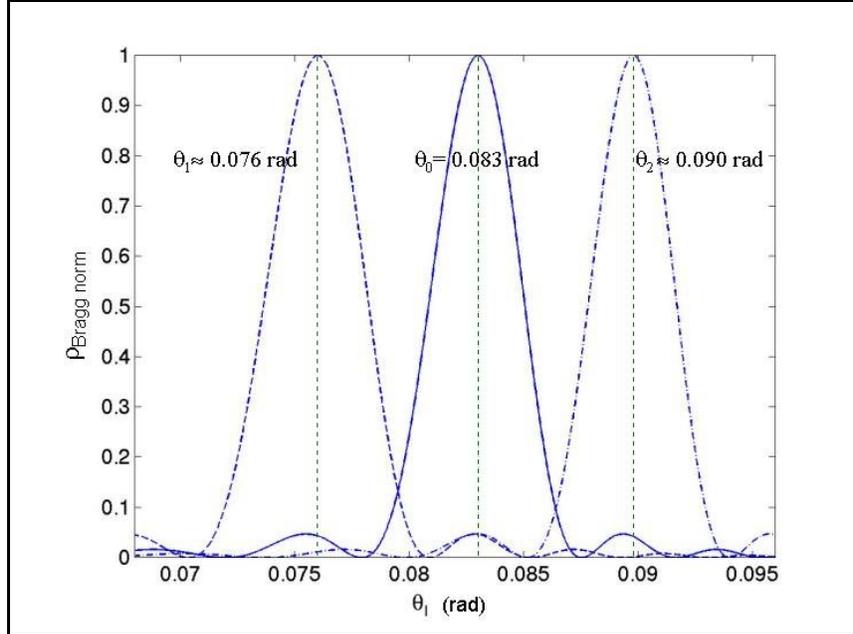


FIG. 2.11 —: Courbes de variation de l'efficacité de diffraction normalisée  $\rho_{\text{Bragg norm}}$  avec l'angle de lecture  $\theta_I$  pour trois réseaux de Bragg de pas correspondant aux angles de résonance  $\theta_0$ ,  $\theta_1$  et  $\theta_2$  à la longueur d'onde  $\lambda_I = 787\text{nm}$ .

Dans un même volume de matériau, on peut stocker plusieurs informations sous forme d'hologrammes (réseaux) enregistrés à des angles de résonance distincts (multiplexage angulaire). Ainsi, la figure 2.11 montre les variations angulaires des efficacités de diffraction normalisées de trois réseaux de Bragg de pas différents, correspondant à trois angles de résonance  $\theta_0$  (réseau “central”),  $\theta_1$  et  $\theta_2$  (réseaux “latéraux”) voisins pour la longueur d'onde de lecture  $\lambda_I = 787\text{nm}$ . Leur modulation d'indice et leur épaisseur sont respectivement  $\Delta n = 4 \times 10^{-6}$  et  $l = 730\mu\text{m}$ , et l'indice moyen du milieu non linéaire est  $n = 1,3611$ . La lumière diffractée dans la direction  $\theta_I = \theta_0$  provient de trois contributions: la résonance principale sur le réseau “central” (signal), et les résonances secondaires sur les réseaux “latéraux”, qui brulent le signal. Dans le cas des réseaux présentés en

exemple dans ce paragraphe, ce rapport signal sur bruit est de l'ordre de 10 à 20, ce qui signifie qu'une partie non négligeable de l'énergie diffractée dans une direction provient des lobes latéraux d'hologrammes enregistrés sous une autre "adresse".

Dans les parties 2.2.1 et 2.2.2, nous avons établi que l'énergie diffractée par un réseau intracavité était concentrée au voisinage de la double résonance de Bragg et de Fabry-Perot, le pic d'efficacité de diffraction étant plus intense et plus fin. Cet accroissement de l'efficacité maximale et de la sélectivité angulaire est concomitant à l'atténuation des résonances secondaires. Une explication intuitive de ce phénomène est donnée dans le commentaire de la figure 2.3: les résonances secondaires de la diffraction de Bragg sont quasiment en anti-coïncidence avec les modes du résonateur de Fabry-Perot. On peut également observer ces anti-coïncidences en terme d'écart à la résonance de Fabry-Perot  $\Delta m$ .

La figure 2.12 représente les variations des efficacité de diffraction de réseaux

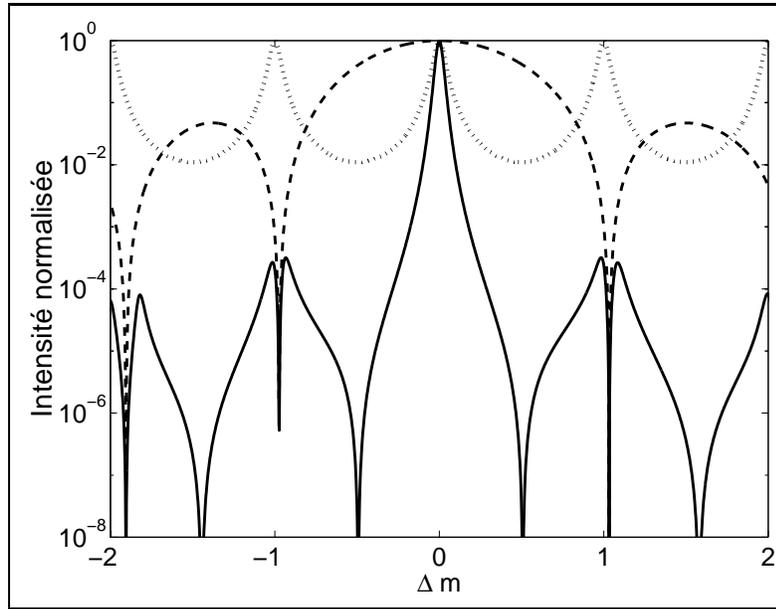


FIG. 2.12 –: Variations des intensités normalisées transmises par la cavité de Fabry-Perot (pointillés), diffractée par le réseau de Bragg hors cavité (tirets) et diffractée réfléchié par le réseau intracavité (trait plein) en fonction de la variation  $\Delta m$  de l'ordre de Fabry-Perot généralisé.

de Bragg intra- et hors cavité, et la transmission de Fabry-Perot. Nous avons vérifié analytiquement cette anti-coïncidence en calculant le décalage  $\Delta m_{\pm}(q) = m_{\pm}(q) - m_0$  des  $q$ -ièmes zéros de diffraction de Bragg par rapport à la résonance centrale. Introduisons l'ordre de Bragg  $p$  défini par :

$$p = \frac{2n\Lambda \sin \theta}{\lambda_0} \quad (2.98)$$

La résonance de Bragg correspond à  $p = -1$ . Lorsqu'on s'en écarte, on peut poser  $p = -1 + \Delta p$ . Si les résonances de Bragg et Fabry-Perot coïncident,  $p$  et  $m$  sont liés par :

$$\frac{m^2 \lambda_0^2}{(2nl)^2} + \frac{p^2 \lambda_0^2}{(2n\Lambda)^2} = 1 \quad (2.99)$$

En prenant la différentielle de cette équation, on obtient :

$$p\Delta p = -m\Delta m \frac{\Lambda^2}{l^2} \quad (2.100)$$

L'efficacité de diffraction de Bragg (dont l'expression est donnée par l'équation 1.41) s'annule pour :

$$\left(\frac{\Delta nl}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\sin \theta(p+1)\frac{l}{\Lambda}\right)^2 = q^2 \cos^2 \theta, \quad q \text{ entier} \quad (2.101)$$

On peut aisément résoudre l'équation 2.101 d'inconnue  $p$ . En supposant que  $\Delta nl/\lambda_0 \ll q \cos \theta$  ( $\Delta nl/\lambda_0 \approx 5 \times 10^{-3}$  pour le réseau et la longueur d'onde de lecture pris en exemple précédemment) et  $m_0 \Lambda^2/l^2 \ll 1$ , on établit alors, au deuxième ordre en  $(m_0 \Lambda^2/l^2)$  :

$$\Delta m_{\pm}(q) = \mp q + q^2 m_0 \frac{\Lambda^2}{l^2} \quad (2.102)$$

Les premiers minima de Bragg en s'écartant de la résonance sont très proches des modes latéraux de Fabry-Perot ( $\Delta m = \pm 1$ ). Il n'y a donc pas d'énergie diffractée dans ces modes, pour lesquels la lumière serait en résonance avec le résonateur. Par ailleurs, l'efficacité de diffraction de Bragg étant proportionnelle à une fonction sinus cardinal (voir l'expression 1.41), ses premiers zéros sont deux fois plus éloignés du pic central que des zéros suivants ( $q = \pm 2$ ). Les modes du Fabry-Perot, quant à eux, sont par définition équidistants en  $\Delta m$ . Les premiers maxima secondaires de Bragg, obtenus pour des valeurs intermédiaires  $\pm \Delta m_{sec}$  entre  $\Delta m_{\pm}(1)$  et  $\Delta m_{\pm}(2)$ , sont donc situés entre deux pics de résonance de Fabry-Perot (voir sur la figure 2.12). De fait, la lumière qui serait diffractée dans ces lobes pour un réseau hors cavité n'est pas couplée à la cavité. L'intensité qui en résulte est donc très faible, comparée à celle de la résonance centrale.

Afin d'évaluer l'apport de la cavité en matière de rapport signal sur bruit, nous définissons une grandeur normalisée en rapportant la valeur calculée du SNR pour le dispositif intracavité à celle d'un réseau de Bragg équivalent hors cavité :

$$SNR_{norm.} = \frac{SNR_{intracavite}}{SNR_{Bragg}} \quad (2.103)$$

où  $SNR_{intracavite}$  est égal au rapport de l'efficacité de diffraction résonnante ( $m = m_0$ ) et de l'efficacité de diffraction des résonances secondaires ( $m = m_{sec\pm} = m_0 \pm \Delta m_{sec}$ ):

$$SNR = \frac{\rho(m_0)}{\max[\rho(m_{sec+}), \rho(m_{sec-})]} \quad (2.104)$$

Notons que, pour un réseau de Bragg hors cavité ( $R_1 = R_2 = 0$ ),  $\rho(m_{sec+}) = \rho(m_{sec-})$ , ce qui est presque exact pour un réseau intracavité.

Le rapport  $SNR_{Bragg}$  varie lentement avec  $\nu$ ; les comportements de  $SNR_{intracavite}$  et  $SNR_{norm.}$  avec les variations de  $\nu$  sont très similaires. Les courbes présentées sur les figures 2.13 sont donc hautement représentatives des performances du dispositif intracavité en termes de rapport signal sur bruit. Les figures 2.13a et 2.13b montrent les variations de  $SNR_{norm.}$  avec  $\nu$  pour différentes valeurs de  $R$ , et avec  $R$  pour différentes valeurs de  $\nu$  respectivement. La figure 2.13a montre que pour une valeur fixée de  $R$ ,  $SNR_{norm.}$  décroît quand  $\nu$  croît. Sur la figure 2.13b, on observe que  $SNR_{norm.}$  décroît quand  $R$  croît, sauf pour les faibles valeurs de  $\nu$  ( $\nu < 0,005$ ): dans ce cas,  $SNR_{norm.}$  croît avec  $R$ , atteint un maximum pour une valeur particulière de  $R$ , puis décroît. Ceci implique une possible optimisation du dispositif pour les faibles valeurs de  $\nu$ , de façon à atteindre de meilleures performances en termes de rapport signal sur bruit.

Comparons maintenant les variations de  $\rho_{DR_{res}}$  et  $SNR_{norm.}$  avec  $R_1$ , pour une valeur de  $\nu$  donnée. On remarque une différence notable, pour les  $\nu$  relativement élevées, entre la valeur de  $R_1$  qui optimise  $\rho_{DR_{res}}$  et celle qui optimise  $SNR_{norm.}$ . Ainsi, pour  $\nu = 0,025$ ,  $R_1 = 0,46$  est la valeur qui optimise le rapport signal sur bruit, tandis qu'il faudrait un coefficient  $R_1 = 0,95$  pour optimiser l'efficacité de diffraction (d'après l'équation 2.94). Il faut donc trouver un compromis, ou favoriser l'une ou l'autre de ces propriétés caractéristiques du dispositif suivant le but recherché.

D'un point de vue quantitatif, on observe que  $SNR_{intracavite}$  peut être jusqu'à  $10^4$  plus grand que  $SNR_{Bragg}$  pour un réseau hors cavité équivalent. La valeur optimisée de  $SNR_{norm.}$  est d'autant plus élevée que  $\nu$  est petit. Cet aspect du comportement du dispositif intracavité est très intéressant pour s'affranchir de problèmes de diaphonie entre différentes images stockées optiquement, ou obtenir des filtres très sélectifs et à fort rapport signal sur bruit.

## 2.2.4 Conclusion

Ces résultats sur les propriétés diffractives d'un réseau intracavité inscrit dans un milieu sans gain ni perte nous permettent d'ores-et déjà d'apprécier les améliorations apportées par l'utilisation d'un résonateur de Fabry-Perot. Nous avons

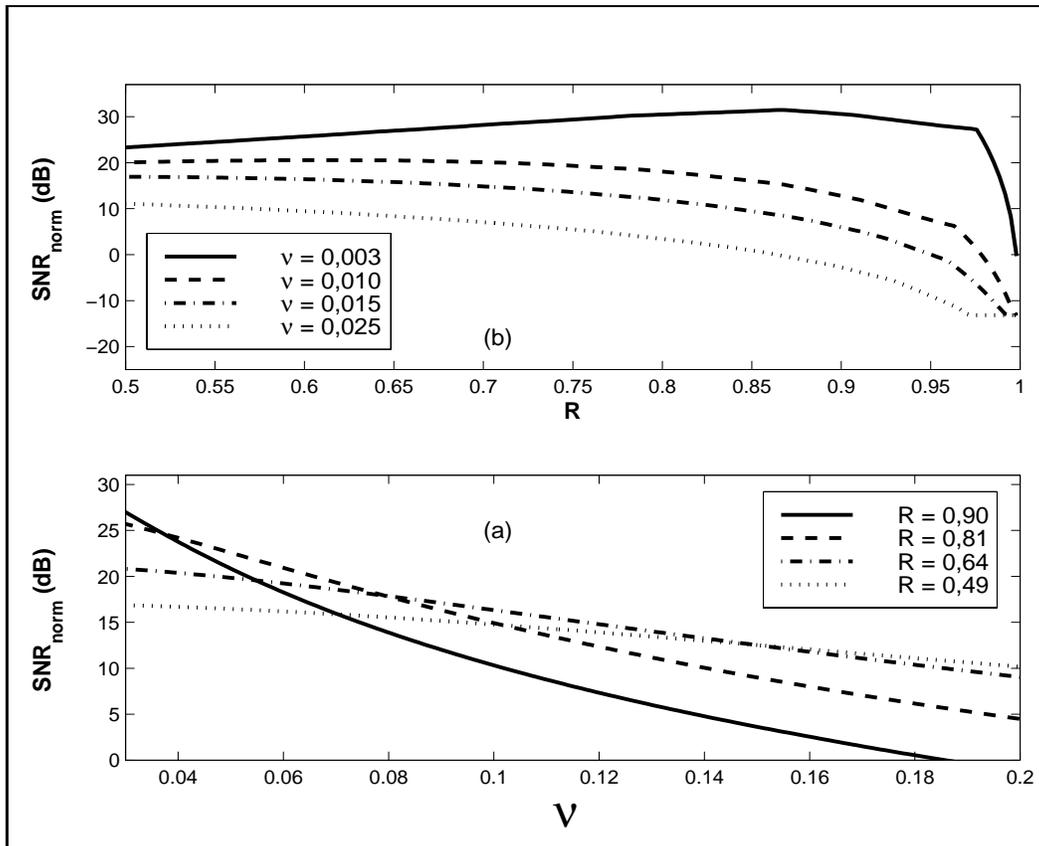


FIG. 2.13 — Variations de  $SNR_{norm}$  avec  $\nu$  paramétrées par  $R$  (a) et avec  $R$  paramétrées par  $\nu$  (b) pour une cavité asymétrique ( $R_1 = R$ ,  $R_2 = 1$ )

établi que le dispositif pouvait être **optimisé** pour obtenir une **efficacité de diffraction maximale égale à 1**, et accroître sensiblement la sélectivité et le rapport signal sur bruit. Le gain par rapport à un réseau d'indice de Bragg équivalent hors cavité est d'autant plus fort que les performances originelles de ce réseau sont médiocres. Ceci est particulièrement intéressant dans le cas de matériaux dont on ne peut fabriquer que des échantillons minces, ou au sein desquels on ne peut pas induire de grandes modulations d'indice. Dans les deux cas, le produit  $\Delta nl$  serait trop faible pour assurer des propriétés diffractives satisfaisantes et l'insertion dans une cavité de Fabry-Perot peut fortement les améliorer.

Nous allons maintenant prendre en compte le cas d'un milieu non linéaire présentant un certain taux d'absorption ou de gain.

## 2.3 Différentes configurations [Men01d]

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'influence de l'absorption de la lumière ou du gain dans le milieu intracavité. Nous traitons toujours le cas d'un réseau d'indice de réfraction inséré entre les deux miroirs d'un résonateur de Fabry-Perot. Le vecteur réseau  $\vec{K}$  est ici encore parallèle aux plans des miroirs et la modulation d'indice est supposée sinusoïdale.

### 2.3.1 Cas du réseau d'indice dans une cavité avec pertes

#### 2.3.1.1 Variations de l'efficacité de diffraction résonnante avec les différents paramètres

Nous considérons ici essentiellement les variations de l'efficacité de diffraction lorsque le milieu intracavité est facteur de pertes pour les ondes de lecture du réseau et diffractée. Les **paramètres** pris en compte dans cette discussion sont la **réflectivité  $R_1$  du miroir avant** du résonateur et la **modulation d'indice normalisée** ( $\nu = \pi \Delta nl / \lambda_0 \cos \theta$ ). Ainsi, les figure 2.14a et 2.14b présentent les variations de l'efficacité de diffraction résonnante avec l'absorption intégrée  $Abs = 2\alpha_0 l / \cos \theta$ , paramétrées par  $\nu$  à  $R_1$  fixe (a) et inversement (b). Notons que l'on peut aussi raisonner en terme de transmission intégrée sur un aller-retour dans le milieu intracavité, comme nous le ferons au paragraphe 2.3.1.2 :

$$Trans = \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta) \quad (2.105)$$

Sur la figure 2.14a, la réflectivité  $R_1$  est égale à 0.8 et les courbes d'efficacité sont tracées pour trois différentes valeurs de  $\nu$  :  $\nu = 0,1$  en pointillés,  $\nu = 0,0557$  en trait plein, valeur qui donne une efficacité de diffraction optimale de 1 pour un milieu non absorbant, et  $\nu = 0,03$  en trait tireté. L'efficacité de diffraction

décroît fortement avec l'absorption : on observe en effet une diminution d'un facteur 5 environ pour 10% de pertes dans la cavité de Fabry-Perot. Ceci signifie que l'absorption modifie significativement le mécanisme de diffraction de Bragg. Pour une valeur d'absorption donnée, on peut cependant obtenir des efficacités de diffraction plus élevées avec de plus fortes modulation d'indice, qui auraient été moins favorables dans un milieu sans perte (voir l'évolution relative des courbes en traits plein et pointillés sur la figure 2.14a).

La figure 2.14b montre l'évolution de  $\rho_{DR_{res}}$  avec  $\mathcal{A}bs$  pour  $\nu = 0,0557$  et pour trois différentes valeurs du coefficient  $R_1$ :  $R_1 = 0,7$  en pointillés,  $R_1 = 0,8$  en trait plein et  $R_1 = 0,9$  en trait tireté. De même que pour la figure 2.14a, la modulation d'indice a été choisie de façon à obtenir une conversion totale de l'énergie incidente dans le faisceau diffracté pour  $R_1 = 0,8$  et une absorption nulle dans le milieu intracavité. On voit ici que la valeur de  $R_1$  n'influe pas beaucoup sur l'évolution de la diffraction intracavité avec l'absorption, tant que l'on fait varier ce paramètre sur une plage raisonnablement limitée autour de  $R_{1opt} = 0,8$ .

Cette affirmation est renforcée par les figure 2.14c et 2.14d, qui présentent les variations de  $\rho_{DR_{res}}$  avec  $R_1$ , pour  $\nu = 0,0557$  paramétrées par l'absorption intégrée:  $\mathcal{A}bs = 0$  (pointillés), 0,025 (trait plein) et 0,05 (tirets). Ces trois courbes présentent un maximum pour des valeurs  $R_{1opt}$  très voisines, avec un léger décalage vers les plus faibles valeurs de  $R_1$  lorsque l'absorption est plus forte. Dans ce cas, l'énergie est plus aisément extraite de la cavité du fait d'un facteur de qualité moindre. Par ailleurs,  $R_1$  joue un rôle décisif dans l'optimisation du dispositif, à modulation d'indice variable, comme nous l'avons déjà constaté dans la partie 2.2 (une étude approfondie de cette optimisation en présence de pertes est menée au paragraphe 2.3.1.2). Ainsi, la figure 2.14d montre l'évolution de  $\rho_{DR_{res}}$  avec  $R_1$  pour différentes valeurs de modulation d'indice normalisée:  $\nu = 0,03$  (trait plein),  $\nu = 0,0557$  (pointillés) et  $\nu = 0,08$  (tirets-pointillés). La valeur de  $R_{1opt}$  pour laquelle l'efficacité est optimale décroît rapidement lorsque  $\nu$  augmente. La valeur maximale de  $\rho_{DR_{res}}$  correspondante, quant à elle, croît avec la modulation d'indice. Pour une réflectivité  $R_1$  donnée, la modulation d'indice normalisée  $\nu_0$  qui donnait une efficacité de diffraction résonante de 1 n'est pas celle qui optimise  $\rho_{DR_{opt}}$  en présence de pertes. En effet, on peut accéder à des efficacités plus élevées avec une valeur de  $\nu$  supérieure à  $\nu_0$  pour  $\mathcal{A}bs = 0,025$ , comme on peut le voir sur la figure 2.14d. Ce comportement est aussi visible sur la figure 2.14a, où les courbes relatives à  $\nu = 0,0557$  et  $\nu = 0,1$  se coupent pour  $2\alpha_0 l / \cos \theta \approx 0,4$ .

### 2.3.1.2 Optimisation du dispositif

Les résultats exposés dans le paragraphe précédent montrent la nécessité d'optimiser les paramètres caractéristiques du dispositif pour accéder à l'efficacité de diffraction la plus élevée possible. Suivant le pourcentage de pertes par absorption dans le milieu intracavité, cet objectif peut être atteint en **ajustant soit**

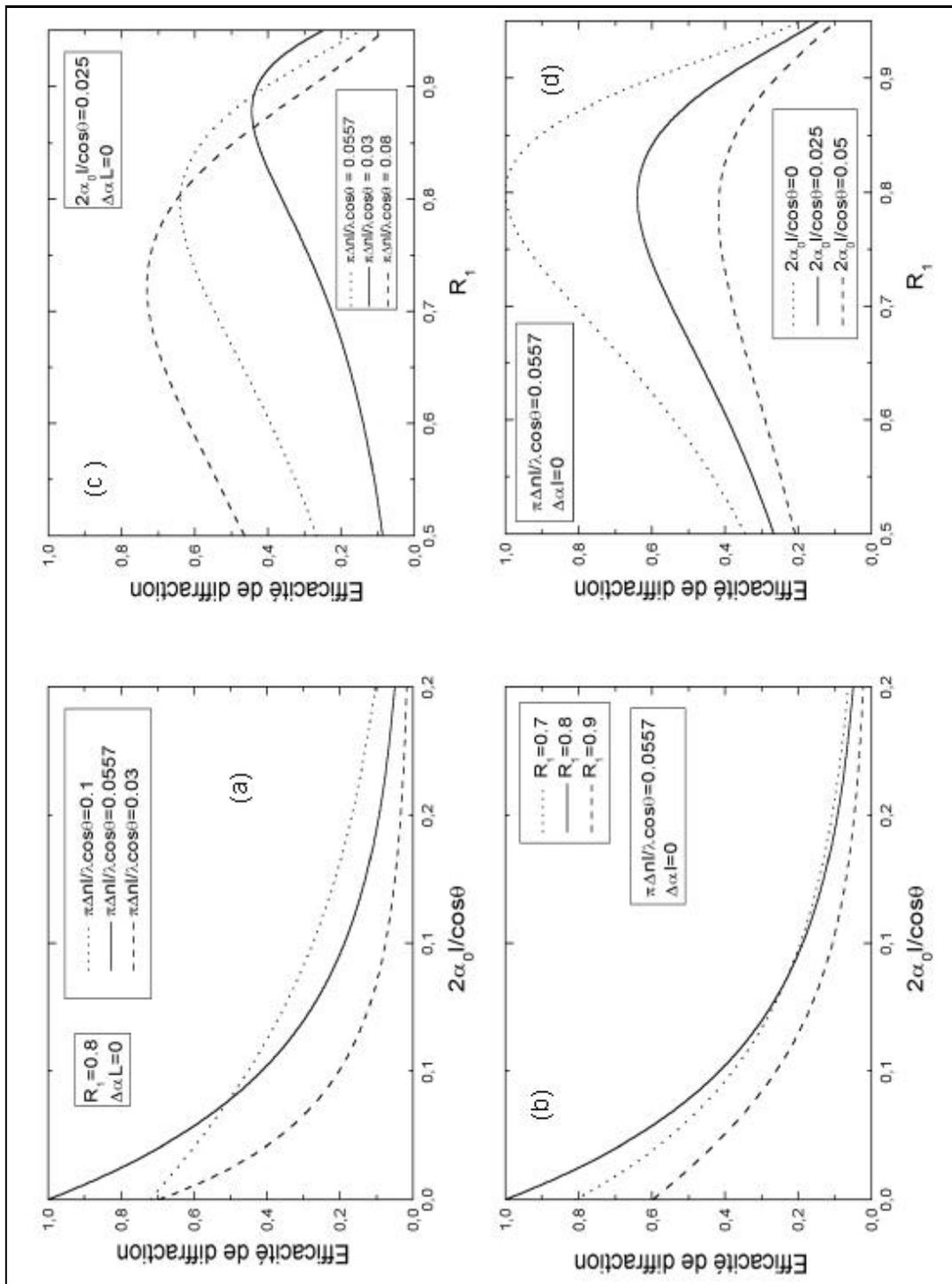


FIG. 2.14 — Courbes de variation de  $\rho_{DR_{res}}$ : avec Abs paramétrées par  $\nu$  à  $R_1 = 0,8$  fixe (a) et paramétrées par  $R_1$  à  $\nu = 0,0557$  fixe (b); avec  $R_1$ , paramétrées par Abs à  $\nu$  fixe (c) et paramétrées par  $\nu$  à Abs fixe (d).

la **réflectivité**  $R_1$  pour un réseau de modulation d'indice de réfraction donnée, **soit la modulation d'indice** pour une cavité donnée.

Dans le cas où les réflectivités  $R_1$  et  $R_2$  des miroirs du résonateur sont fixées (le miroir arrière  $M_2$  étant parfaitement réfléchissant), l'efficacité de diffraction est maximale pour :

$$\cos(2\nu) = \frac{2\sqrt{R_1 R'_2}}{1 + R_1 R'_2} \quad (2.106)$$

où  $R'_2 = R_2 \exp\left(\frac{-2\alpha_0 l}{\cos \theta}\right)$ , et vaut :

$$\rho_{DR_{max}} = \frac{(1 - R_1)^2 R'_2}{(1 - R_1 R'_2)^2} \quad (2.107)$$

Notons que cette **optimisation** à réflectivités données est **toujours possible** ( $\cos(2\nu) \leq 1$ ).

La figure 2.15 montre les variations avec la réflectivité  $R_1$  de la modulation d'indice normalisée optimale (a) et de l'efficacité de diffraction maximale en résultant, pour trois différentes valeurs de  $Trans$  (défini par l'équation 2.105):  $Trans = 1$  (trait plein),  $Trans = 0,95$  (pointillés) et  $Trans = 0,90$  (tirets). La modulation d'indice normalisée  $\nu_{opt}$  nécessaire pour maximiser  $\rho_{DR_{res}}$  décroît fortement avec  $R_1$ , comme on peut le voir sur la figure 2.15a. On remarque aussi que les pertes par absorption dans la cavité n'ont pas grande incidence sur  $\nu_{opt}$ , ce qui n'est pas le cas de l'efficacité de diffraction maximale (figure 2.15b). En l'absence de perte,  $\rho_{DR_{opt}} = 1$ , ce qui signifie que toute l'énergie incidente est transférée au faisceau diffracté ("courbe" en trait plein). En revanche, lorsque le milieu est absorbant à la longueur d'onde de lecture, l'efficacité optimisée est sensiblement diminuée, surtout pour un résonateur à facteur de qualité élevé (grandes valeurs de  $R_1$ ), la lumière étant alors piégée dans la cavité.

Pour une modulation d'indice normalisée et une absorption intégrée données, la cavité peut être optimisée en jouant sur la réflectivité  $R_1$  du miroir avant. La valeur  $R_{1opt}$  correspondante est alors donnée par l'équation 2.93 :

$$R_{1opt} = \left[ \frac{1 + R'_2 \pm \sqrt{(1 - R'_2)^2 + 4R'_2 \sin^2(2\nu)}}{2\sqrt{R'_2} \cos(2\nu)} \right]^2 \quad (2.108)$$

La figure 2.16 montre les variations de la réflectivité du miroir avant optimale  $R_{1opt}$  (a) et l'efficacité de diffraction optimale correspondante  $\rho_{DR_{opt}}$  (b) avec la modulation d'indice normalisée  $\nu = \pi \Delta n l / \lambda_0 \cos \theta$ , pour les trois valeurs de  $Trans$  considérées précédemment:  $Trans = 1$  (trait plein),  $Trans = 0,95$  (pointillés) et  $Trans = 0,90$  (tirets).

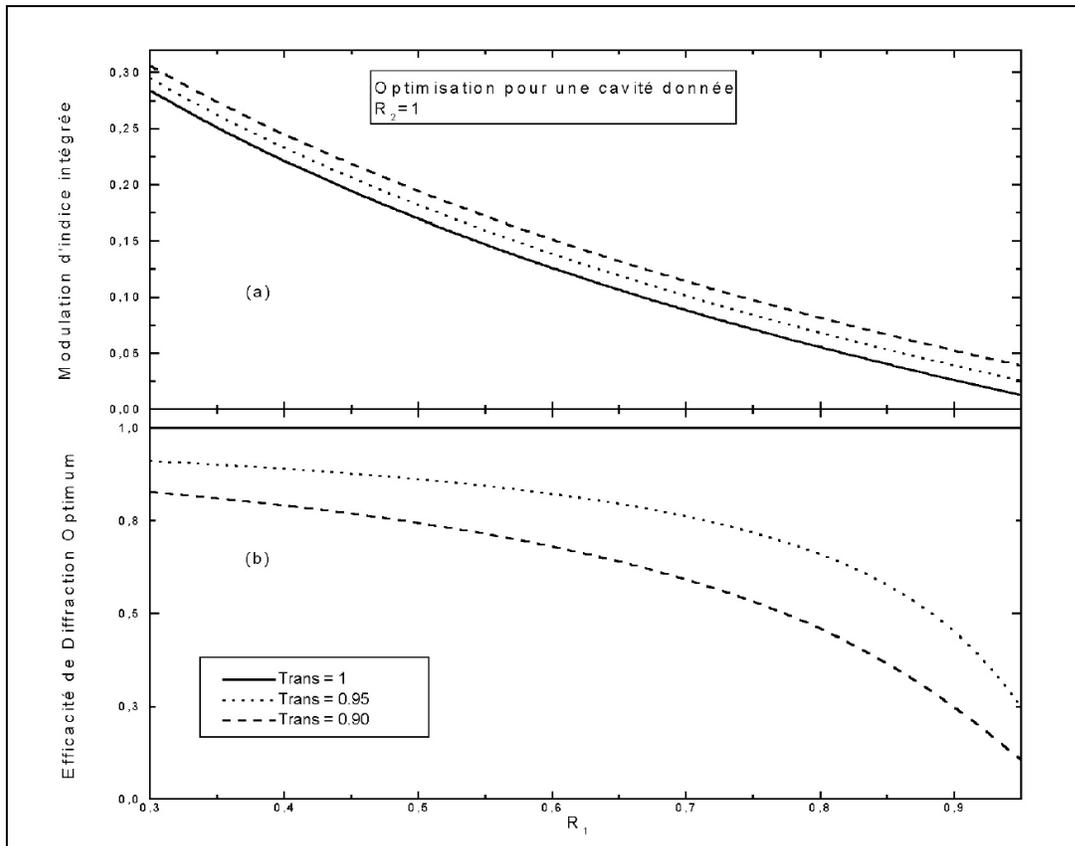


FIG. 2.15 —: Courbes de variation de  $\nu$  (a) et de  $\rho_{DR_{res}}$  (b) optimales avec  $R_1$ , paramétrées par la transmission aller-retour dans la cavité (Trans).

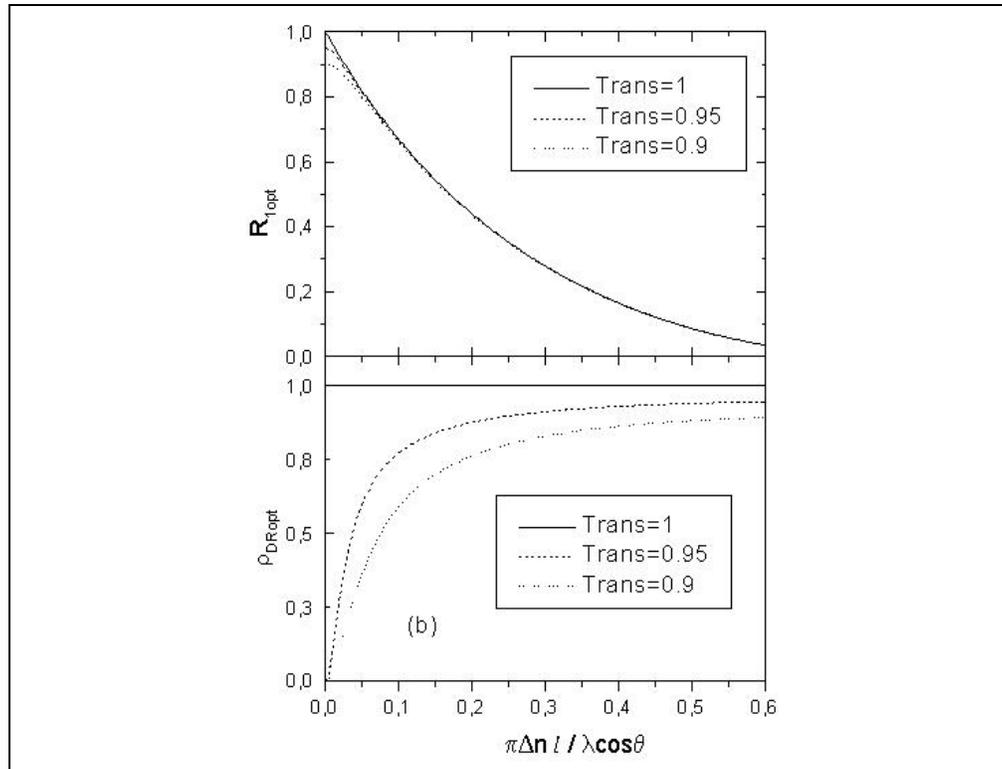


FIG. 2.16 –: Courbes de variation de la réflectivité du miroir avant  $R_1$  (a) et de l'efficacité de diffraction (b) optimales avec la modulation d'indice normalisée, paramétrées par la transmission aller-retour dans la cavité ( $\text{Trans}$ ).

Le coefficient de réflexion  $R_{1opt}$  fournissant l'efficacité de diffraction optimale ne dépend pratiquement pas des pertes par absorption dans la cavité, comme on peut l'observer sur la figure 2.16a. Par contre,  $R_{1opt}$  décroît fortement avec la modulation d'indice normalisée, comme nous l'avons déjà expliqué au paragraphe 2.2.1. En l'absence de pertes, l'efficacité de diffraction optimale est égale à 1 (voir la courbe en trait tireté sur la figure 2.16b), et  $\rho_{DR}$  augmente rapidement avec  $\nu$  lorsqu'on intègre des pertes, la longueur effective de la cavité étant plus élevée pour de forts  $R_1$ . On remarque enfin que  $\rho_{DRopt}$  tend vers une valeur de saturation égale à la transmission sur un aller-retour dans le matériau intracavité lorsque  $\nu$  augmente, en accord avec le faible facteur de qualité de la cavité ( $R_{1opt}$  faible).

### 2.3.1.3 Apport de la cavité

De même que nous avons considéré l'apport du résonateur de Fabry-Perot dans la partie 2.2, nous présentons ici l'évolution du gain en efficacité de diffraction  $G_{DR}$  (défini par l'équation 2.87) pour un dispositif intracavité optimisé en efficacité de diffraction. Ainsi la figure 2.17a montre les courbes de variation de  $G_{DR}$  avec le coefficient de réflexion  $R_1$  du miroir avant, paramétrées par la transmission sur un aller-retour dans le milieu intracavité, la valeur de  $\nu$  étant choisie pour maximiser  $\rho_{DR}$ .

On constate que le gain croît avec  $R_1$ , pour les trois valeurs de  $Trans$  considérées (la courbe en trait plain rappelle les résultats de la partie 2.2 dans le cas d'un milieu non absorbant). Les pertes par absorption réduisent légèrement ce gain (courbes en tirets pour  $Trans = 0,95$  et en pointillés pour  $Trans = 0,90$ ), d'autant plus que la cavité est surtendue (grandes valeurs de  $R_1$ ). Ainsi, une augmentation de 5% des pertes fait chuter le gain d'un facteur 10 environ pour  $R_1 = 0.9$ . Cette tendance reflète l'exaltation de l'absorption par le résonateur, que nous avons déjà observée dans les variations de  $\rho_{DRopt}$ .

La figure 2.17b montre les courbes de variations de  $G_{DR}$  avec  $\nu$  paramétrées par  $Trans$  (mêmes valeurs que pour la figure 2.17a), la valeur de  $R_1$  étant choisie pour optimiser  $\rho_{DR}$ . On observe une décroissance de  $G_{DR}$  avec  $\nu$  pour les trois valeurs de  $Trans$  représentées, qui montre que la structure intracavité est d'autant plus intéressante que le réseau hors cavité correspondant (mêmes modulation d'indice et épaisseur) est faiblement performant. Ces courbes sont à rapprocher de celles de la figure 2.16, qui présentent une saturation de  $\rho_{DRopt}$  vers une valeur maximale au-delà de  $\nu \approx 0,3$ . La décroissance de  $G_{DR}$  est donc due à la croissance de  $\rho_{Bragg}$  avec  $\nu$  du réseau hors cavité. La fenêtre encartée est un zoom de la figure sur l'intervalle  $\nu \in [0; 0,1]$ , pour lequel le gain montre des différences de variations plus marquées avec  $Trans$ . En effet, les courbes sont étagées par ordre de  $Trans$ , et on observe une diminution de près d'un facteur 100 pour 5% de pertes sur un aller-retour dans le milieu intracavité. Quoi qu'il en soit, le dispositif présente

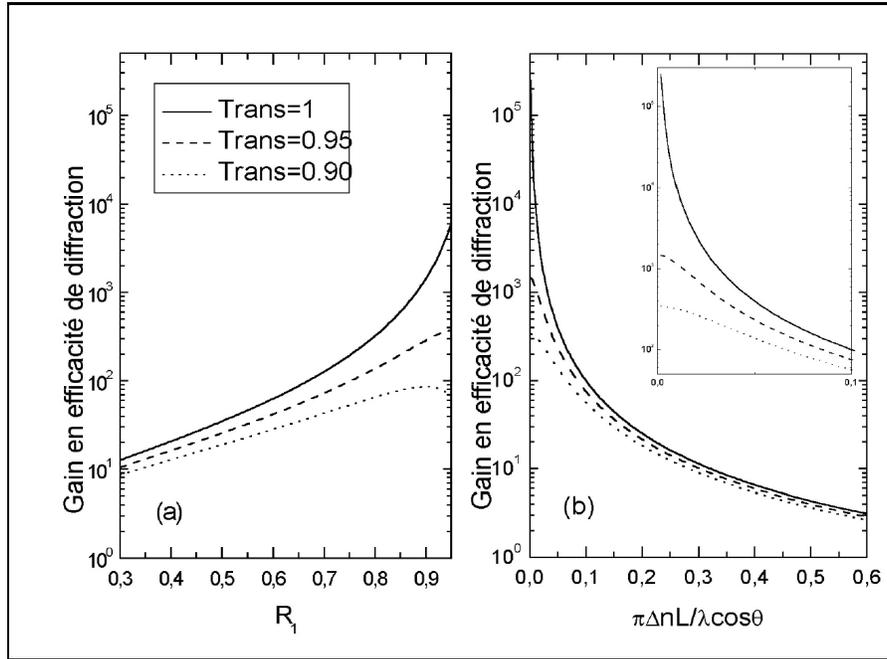


FIG. 2.17 –: Courbes de variations du gain en efficacité de diffraction avec  $R_1$  (a) pour  $\nu = \nu_{opt}$  qui optimise  $\rho_{DR}$ , et avec  $\nu$  (b) pour  $R_1 = R_{1opt}$  ( $R_2 = 1$  dans les deux cas), paramétrées par la transmission  $\text{Trans}$ .

toujours un avantage certain en matière d'efficacité de diffraction par rapport au réseau de Bragg équivalent hors cavité.

Nous pouvons déduire des résultats exposés ici que les **pertes** par absorption jouent un **rôle crucial dans le processus de diffraction intracavité**. Pour une modulation d'indice normalisée peu élevée, l'efficacité de diffraction résonnante optimale peut être fortement réduite avec un faible taux d'absorption. Les pertes dans le milieu sont alors exaltées par la forte surtension de la cavité.

### 2.3.2 Cas du réseau d'indice dans une cavité avec gain

De même que les pertes par absorption ont des conséquences plus prononcées sur l'efficacité de diffraction du dispositif intracavité qu'en l'absence de résonateur, on peut facilement imaginer une amplification exaltée par la cavité en présence d'un milieu de gain. Ainsi, pour la configuration asymétrique que nous étudions ici, les ondes réfléchie ( $\mathbf{E}_R$ ) et diffractée en réflexion ( $\mathbf{E}_{DR}$ ) peuvent voir leur intensité croître très fortement. En l'absence de pertes ou de gain, l'énergie lumineuse est totalement partagée entre les ondes diffractée et réfléchie. Nous ne pouvons pas généraliser cette répartition au cas d'un milieu à gain. Nous allons

donc maintenant étudier l'influence de l'amplification de la lumière dans le milieu intracavité sur l'efficacité de diffraction et la réflectivité du dispositif. Cette dernière est définie par le rapport des intensités des ondes réfléchie et incidente :

$$\mathcal{R} = \left( \frac{|\mathbf{E}_R(x, y, 0)|}{|\mathbf{E}_I(x, y, 0)|} \right)^2 \quad (2.109)$$

À la double résonance de Bragg et de Fabry-Perot, compte-tenu de l'expression du champ réfléchi (équation 2.74), la réflectivité devient :

$$\mathcal{R}_{res} = \left( \frac{\left| (1 + R_1) \exp\left(-\frac{\alpha_0 l}{\cos \theta}\right) \cos(2\nu) - \sqrt{R_1} \left(1 + \exp\left(-\frac{2\alpha_0 l}{\cos \theta}\right)\right) \right|}{\left| 1 - 2\sqrt{R_1} \exp\left(-\frac{\alpha_0 l}{\cos \theta}\right) \cos(2\nu) + R_1 \exp\left(-\frac{2\alpha_0 l}{\cos \theta}\right) \right|} \right)^2 \quad (2.110)$$

Nous verrons par la suite sous quelles conditions cette réflectivité  $\mathcal{R}_{res}$  peut s'annuler, de manière à concentrer toute l'énergie convertie de l'onde incidente dans celle de l'onde diffractée en réflexion. Ici encore nous considérons la dépendance vis-à-vis des **paramètres** que sont le coefficient de réflexion en intensité  $R_1$  du miroir avant, et l'amplitude de modulation d'indice normalisée  $\nu$ .

L'existence d'une amplification dans le milieu intracavité ( $\alpha_0 < 0$ ) se traduit par une décroissance du dénominateur dans les expressions établies dans la partie 2.1.3, qui peut même diverger. Ceci peut donc conduire à de très fortes efficacités de diffraction et réflectivités. Le fonctionnement du dispositif est toutefois limité par le seuil d'effet laser de la cavité de Fabry-Perot amplificatrice :  $R_1 R_2' = 1$ . Ainsi, les résultats présentés dans ce paragraphe sont obtenus pour  $R_1 R_2' < 0,95$ , parfois  $R_1 R_2' < 0,99$ , mais en aucun cas  $R_1 R_2' \geq 1$ .

### 2.3.2.1 Variations de l'efficacité de diffraction et de la réflectivité

La figure 2.18 montre les variations de  $\rho_{DR_{res}}$  et  $\mathcal{R}$  avec le coefficient de gain intégré  $|2\alpha_0 l / \cos \theta|$ , pour quatre différentes valeurs de  $\nu$  entre 0,005 et 0,05.

Ces valeurs de modulation d'indice normalisée sont assez faibles pour pouvoir être atteintes facilement avec de nombreux matériaux utilisés en pratique. Dans les calculs menés pour tracer ces courbes, nous avons considéré que le produit  $R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta)$  restait constant et valait 0,95 ( $R_2 = 1$  dans le cas étudié), de façon à s'affranchir de l'oscillation laser dans la cavité de Fabry-Perot. Sous cette condition, le coefficient de réflexion  $R_1$  décroît lorsque le gain  $\exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta)$  croît :  $R_1 = 0,95 \exp(2\alpha_0 l / \cos \theta)$ . Les courbes tracées sur la figure 2.18a montrent la croissance de l'efficacité de diffraction résonnante avec le gain dans le milieu intracavité, quelle que soit la modulation d'indice normalisée  $\nu$  qui paramètre la courbe, d'où l'intérêt de milieux à fort gain. On remarque également que  $\rho_{DR_{res}}$  ne varie pas de façon monotone avec  $\nu$ , puisque la courbe relative

à  $\nu = 0,005$  est intercalée entre celles paramétrées par  $\nu = 0,05$  (en-dessous) et  $\nu = 0,025$  (au-dessus), et ce pour tout gain.

De même, la réflectivité du dispositif croît lorsque le gain augmente et peut atteindre des valeurs très élevées (plusieurs milliers) pour de forts gains. Mais à l'inverse de l'efficacité de diffraction, son comportement avec la modulation d'indice, quant à lui, est monotone,  $\mathcal{R}$  restant plus forte pour les plus faibles valeurs de  $\nu$  et présentant des variations plus rapides avec le gain.

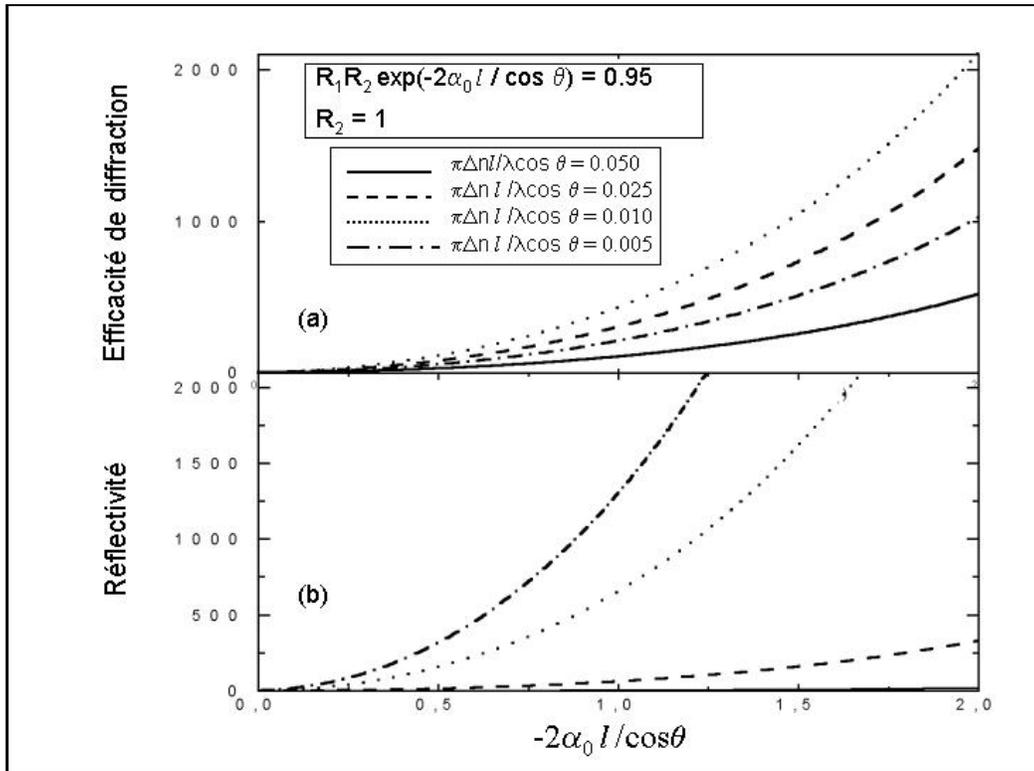


FIG. 2.18 –: Courbes de  $\rho_{DR_{res}}$  (a) et de  $\mathcal{R}$  (b) avec le gain sur un aller-retour ( $-\alpha_0 L / \cos \theta$ ), paramétrées par  $\nu$ , pour  $R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta) = 0,95$ .

Les figures 2.19a et 2.19b présentent les variations de l'efficacité de diffraction résonnante et de la réflectivité du dispositif intracavité avec le coefficient de réflexion  $R_1$  du miroir avant. Le gain est ajusté pour chaque valeur de  $R_1$  de façon à conserver le produit  $R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta)$  égal à 0.95. Comme pour la figure 2.18, l'efficacité de diffraction résonnante ne varie pas de façon monotone avec  $\nu$  et passe par un maximum pour une valeur  $\nu_{opt}$  (figure 2.19a). Les valeurs les plus élevées sont obtenues pour les faibles valeurs de  $R_1$ , l'énergie étant extraite plus efficacement pour une cavité peu surtendue. La réflectivité, dont les variations sont représentées sur la figure 2.19b, décroît rapidement quand  $R_1$  augmente, ce qui est aussi lié à la moindre extraction d'énergie pour un facteur de qualité du

résonateur plus fort. On remarque également que  $\mathcal{R}$  est fortement dépendante de la modulation d'indice normalisée, et décroît de façon monotone avec cette dernière. L'efficacité de diffraction peut donc dépasser la réflectivité du dispositif.

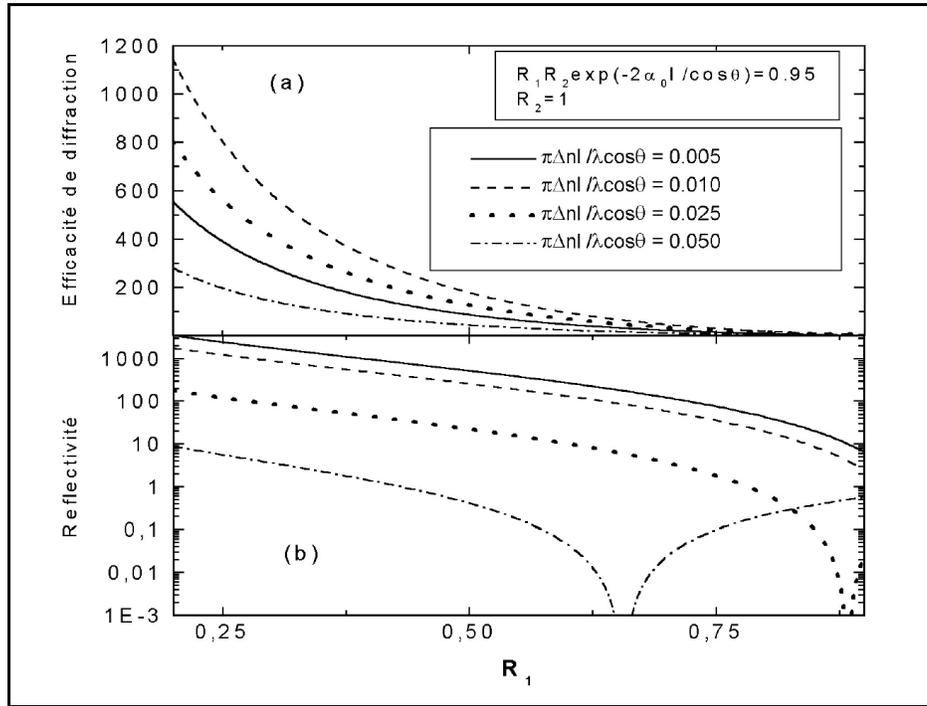


FIG. 2.19 —: Courbes de  $\rho_{DR_{res}}$  (a) et de  $\mathcal{R}$  (b) avec  $R_1$ , paramétrées par  $\nu$ , pour  $R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 L / \cos \theta) = 0,95$ .

La figure 2.20 montre les variations de l'efficacité de diffraction résonnante (a) et de la réflectivité du dispositif (b) avec la modulation d'indice normalisée ( $\nu$ ), pour quatre valeurs du coefficient de réflexion du miroir avant :  $R_1 = 0,2$  (trait tireté-pointillé),  $R_1 = 0,4$  (pointillés),  $R_1 = 0,6$  (tirets) et  $R_1 = 0,8$  (trait plein). Le produit  $R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta)$  est ici encore maintenu égal à 0,95. Comme on peut le déduire par recoupement des commentaires des figures 2.18 et 2.19, l'efficacité de diffraction présente un maximum pour  $\nu \approx 0,012$ , quelle que soit la valeur de  $R_1$  qui paramètre la courbe considérée sur la figure 2.20a. Ceci prouve que, pour une valeur donnée de  $R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta) = 0,95$ , la modulation d'indice normalisée doit être optimisée pour obtenir l'efficacité de diffraction la plus grande possible, qui peut alors être très élevée (l'intensité diffractée peut être plusieurs centaines de fois plus forte que celle de l'onde incidente). La réflectivité, au contraire, décroît continûment avec la modulation d'indice normalisée, comme le montre la figure 2.20b. Ainsi, pour des valeurs relativement élevées de  $\nu$  ( $\nu > 0,012$ ), l'efficacité de diffraction est plus grande que la réflectivité.

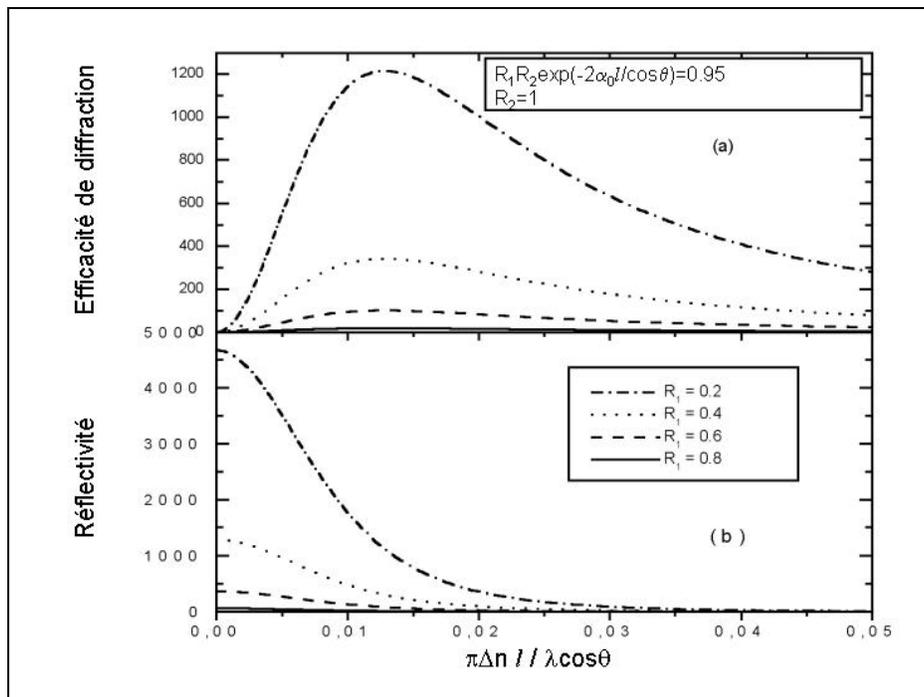


FIG. 2.20 –: Courbes de  $\rho_{DR_{res}}$  (a) et de  $\mathcal{R}$  (b) avec  $\nu$ , paramétrées par  $R_1$ , pour  $R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta) = 0,95$ .

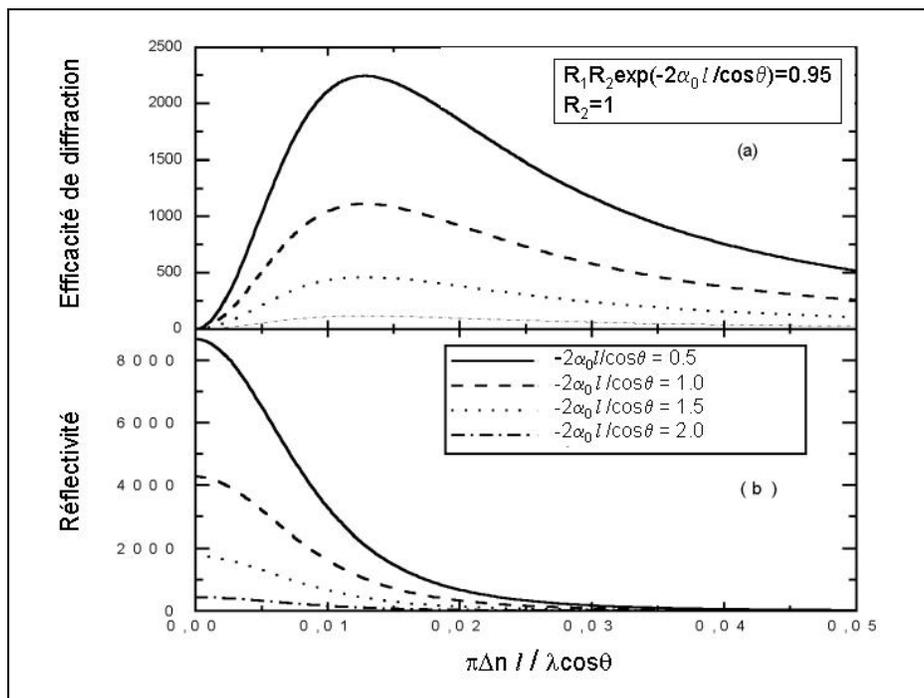


FIG. 2.21 –: Courbes de  $\rho_{DR_{res}}$  (a) et de  $\mathcal{R}$  (b) avec  $\nu$ , paramétrées par le gain  $(-2\alpha_0 L / \cos \theta)$ , pour  $R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta) = 0,95$ .

Les courbes présentées sur la figure 2.21a ont une allure similaire à celles de la figure 2.20a, ce qui est aisément explicable par les rôles symétriques que jouent  $R_1$  et  $\exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta)$  lorsqu'on maintient le produit  $R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta)$  constant, pour des valeurs réalistes de  $R_1$  et du gain. Ainsi l'efficacité de diffraction, qui ici encore est optimale pour  $\nu \approx 0,012$ , peut dépasser 2000 pour un milieu à fort gain ( $|2\alpha_0 l / \cos \theta| = 2$ ). La réflectivité, qui décroît lorsque  $\nu$  croît (figure 2.21b), devient inférieure à  $\rho_{DR_{res}}$  pour  $\nu > 0,012$ .

### 2.3.2.2 Optimisation du dispositif avec gain

Comme dans le cas d'un milieu absorbant, l'efficacité de diffraction résonnante peut être optimisée pour une cavité donnée ( $R_1$  et  $|2\alpha_0 l / \cos \theta|$  fixes) ou pour une modulation d'indice normalisée donnée. Nous allons maintenant détailler ces deux possibilités.

Pour un résonateur donné et un produit  $R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta) = RG$  constant, la modulation d'indice normalisée  $\nu$  qui optimise  $\rho_{DR_{res}}$  vaut :

$$\nu_{opt} = \frac{1}{2} \arccos \left[ \frac{2\sqrt{RG}}{1+RG} \right] \quad (2.111)$$

L'expression précédente est toujours définie, quel que soit  $RG$ . L'efficacité de diffraction du dispositif peut donc toujours être maximisée par ajustement de la modulation d'indice normalisée. Son expression et celle de la réflectivité sont alors :

$$\rho_{max} = \frac{(1-R_1)^2}{R_1} \times RG(1-RG)^2 \quad (2.112)$$

$$\mathcal{R} = R_1 \frac{(1-RG/R_1)^2}{(1-RG)^2} \quad (2.113)$$

La figure 2.22 représente les variations de ces deux grandeurs avec  $R_1$  pour différentes valeurs de  $RG$  :  $RG = 0,9$  (trait tireté-pointillé),  $RG = 0,95$  (pointillés),  $RG = 0,97$  (tirets) et  $RG = 0,99$  (trait plein). L'efficacité de diffraction maximisée (figure 2.22a) et la réflectivité (figure 2.22b) ont des comportements très semblables vis-à-vis des variations de  $R_1$  ou de  $RG$  : toutes deux diminuent lorsque  $R_1$  croît,  $\mathcal{R}$  variant un peu plus fortement avec  $R_1$  pour les valeurs de  $RG$  les plus faibles. On remarque également que  $\rho_{max}$  est croît avec  $RG$ , alors que  $\mathcal{R}$  n'est pas une fonction monotone de ce paramètre (courbe relative à  $RG = 0,9$  intercalées entre celles paramétrées par  $RG = 0,95$  et  $RG = 0,7$  sur la figure (figure 2.22b)). La figure 2.22a montre que  $\rho_{max}$  reste très élevée et dépend fortement de la valeur de  $RG$  qui paramètre la courbe considérée. Ainsi, lorsque  $RG$  passe de 0,9 à 0,99,  $\rho_{max}$  augmente de deux ordres de grandeur. Il n'est cependant pas très réaliste

d'utiliser une cavité si proche de la condition d'effet laser ( $RG = 1$ ). L'efficacité de diffraction est donc relativement limitée par cette condition, atteignant toutefois des valeurs très élevées de plusieurs milliers dans le cas d'un milieu à fort gain ( $R_1 = 0,2$  et  $|2\alpha_0 l / \cos \theta| \approx 1,6$ ) et des valeurs raisonnables voisines de la centaine pour un milieu à faible gain ( $R_1 = 0,5$  et  $|2\alpha_0 l / \cos \theta| \approx 0,8$ ).

Pour un réseau de modulation d'indice normalisée donnée, l'optimisation de l'ef-

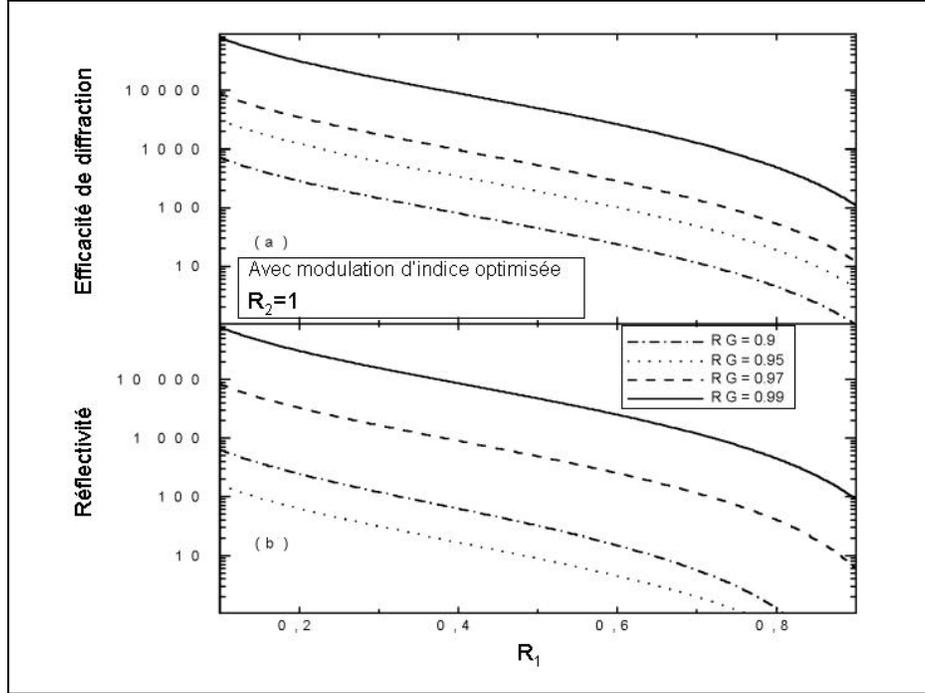


FIG. 2.22 –: Courbes de  $\rho_{max}$  (a) et de  $\mathcal{R}$  (b) avec  $R_1$ , paramétrées par  $RG = R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta)$ , avec  $R_2 = 1$ .

ficacité de diffraction en maintenant  $RG$  constant fait tendre le coefficient de réflexion  $R_1$  vers zéro, résultat conforme à l'intuition puisque l'énergie est d'autant mieux extraite pour une cavité à fort gain et faible facteur de qualité. Mais cette valeur optimale de  $R_1$  impose évidemment que le gain devienne infini, ce qui n'a aucune signification physique. On en conclut toutefois que, pour une modulation d'indice donnée, les meilleures efficacités de diffraction sont obtenues avec un milieu à fort gain, le produit  $R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta)$  étant maintenu constant.

### 2.3.2.3 Optimisation du dispositif pour avoir une réflectivité nulle

La cavité peut également être optimisée dans le but d'annuler la réflectivité du dispositif, pour une modulation d'indice donnée. Cette propriété est particulièrement intéressante pour des applications au traitement optique du signal à fort contraste. En effet, comme on peut le déduire de l'équation 2.110, pour

une cavité caractérisée par le produit  $RG = R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta)$ ,  $\mathcal{R}$  s'annule lorsque le coefficient de réflexion du miroir avant vaut :

$$(R_1)_{\mathcal{R}=0} = \frac{\sqrt{RG} \cos(2\nu) - RG}{1 - \sqrt{RG} \cos(2\nu)} \quad (2.114)$$

La figure 2.23b présente les variations de ce coefficient de réflexion  $(R_1)_{\mathcal{R}=0}$  avec la modulation d'indice normalisée  $\nu$ . Celles de l'efficacité de diffraction qui en résultent sont représentées sur la figure 2.23a. Ces deux séries de courbes sont tracées pour trois différentes valeurs de  $RG$ :  $RG = 0,9$  (trait tireté pointillé),  $RG = 0,95$  (pointillés) et  $RG = 0,98$  (tirets).

L'efficacité de diffraction croît avec la modulation d'indice normalisée et atteint rapidement des valeurs élevées (supérieures à 10) pour des valeurs de  $\nu$  raisonnables (inférieures à 0.1) et des cavités facilement réalisables ( $R_1 > 0.1$  et  $|2\alpha_0 l / \cos \theta| < 2$ ), au moins tant que  $RG$  reste inférieur à 0.95. Pour  $RG = 0,98$ , l'efficacité de diffraction peut même diverger quand  $\nu$  dépasse la valeur de 0.7. Le gain dans le milieu intracavité correspondant étant très élevé, le coefficient de réflexion  $R_1$  qui annule la réflectivité est très faible ( $R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta) = cste$ ). L'énergie diffractée, très fortement amplifiée, est alors facilement extraite de la cavité. Mais du fait de son instabilité potentielle, cette situation n'est probablement pas des plus intéressantes pour une réalisation pratique.

Le coefficient de réflexion  $(R_1)_{\mathcal{R}=0}$  décroît lorsque la modulation d'indice normalisée augmente, et ce d'autant plus vite que  $RG$  est grand. Notons que les différentes courbes de la figure 2.23b se coupent mutuellement, ce qui signifie que pour un réseau et des réflectivités de miroirs donnés, il existe plusieurs gains possibles qui confèrent au dispositif une réflectivité nulle. Il n'en est pas de même pour l'efficacité de diffraction correspondante, qui est d'autant plus élevée que le gain est fort (voir la figure 2.23a).

## 2.4 Conclusion

Parmi les nombreuses propriétés caractéristiques des dispositifs à réseau de Bragg intracavité, nous retiendrons d'abord que la configuration la plus intéressante est donnée pour une cavité asymétrique dont le miroir arrière est parfaitement réfléchissant à la longueur d'onde considérée ( $R_2 = 1$ ) [Men99b]. Nous avons établi par le calcul la forte augmentation de l'efficacité de diffraction résonnante par rapport à l'efficacité maximale d'un réseau de Bragg équivalent hors cavité. Suivant les pertes ou le gain dans le milieu intracavité, il est possible d'optimiser le dispositif pour maximiser  $\rho_{DR_{res}}$ , mais aussi d'annuler la réflectivité  $\mathcal{R}$ , ce qui est particulièrement intéressant dans le cas d'un milieu amplificateur. L'absorption ou le gain induits par le milieu sur la lumière incidente sont accentués

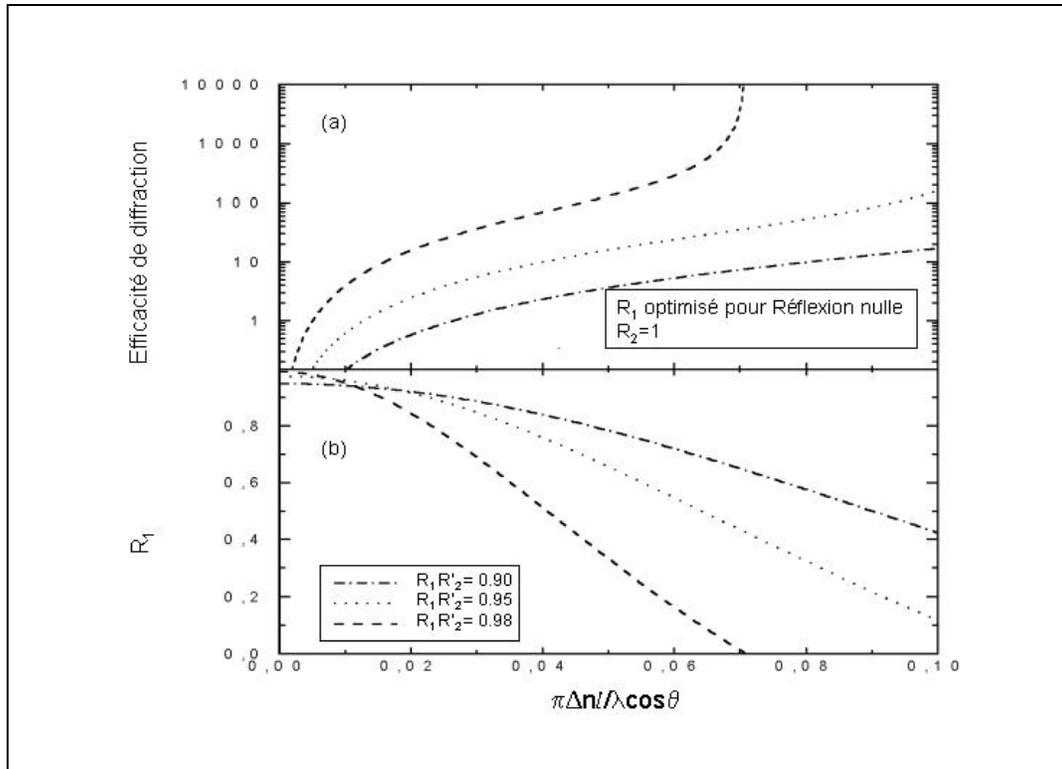


FIG. 2.23 –: Courbes de  $\rho_{DR_{res}}$  (a) et de  $R_1$  (b) avec  $R_1$  avec  $\nu$ , pour un dispositif de réflectivité  $\mathcal{R} = 0$ , paramétrées par  $RG = R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta)$  ( $R_2 = 1$ ).

par la résonance de Fabry-Perot, et des effets fortement prononcés peuvent se manifester pour de faibles niveaux de pertes ou d'amplification.

Les propriétés de sélectivité angulaire et de rapport signal sur bruit du réseau de Bragg sont également exaltées par le résonateur, permettant d'envisager des applications au traitement optique de l'information pour des dispositifs de filtrage ou de multiplexage (spatial ou spectral).

Ces multiples atouts sont des améliorations d'autant plus marquées que le réseau inséré dans le résonateur a une faible modulation d'indice normalisée  $\nu$ , et donc des propriétés diffractives médiocres hors cavité. Dans les deux chapitres suivants, nous présentons la mise en œuvre expérimentale d'un dispositif de réseau de Bragg intracavité et l'étude de ses caractéristiques. Nous utiliserons les résultats de ce chapitre comme base de réflexion et de comparaison.



## Chapitre 3

---

# Dispositif expérimental

L'approche expérimentale que nous avons effectuée de la diffraction sur un réseau de Bragg intracavité se rapproche autant que possible des conditions du modèle théorique établi au chapitre 2. Nous serons ainsi en mesure de comparer les résultats des mesures effectuées et les prédictions analytiques. La réalisation de cette étape essentielle dans notre démarche passe par le choix des différents composants utilisés et de leur disposition [Men01a]. Les instruments de mesure sont également déterminants dans la pertinence des résultats obtenus. Après avoir commenté le choix du matériau non linéaire support de réseau, nous décrirons la cavité de Fabry-Perot qui le renferme. Les caractéristiques des faisceaux d'écriture et de lecture du réseau seront ensuite exposées. Enfin, nous passerons en revue les différents éléments de la chaîne d'acquisition des données expérimentales.

### 3.1 Choix du matériau non linéaire intracavité

Pour cette expérience de validation du modèle, nous avons choisi d'inscrire optiquement le réseau d'indice dont nous étudierons les propriétés diffractives. Ceci nous offre la possibilité de modifier les caractéristiques du réseau, notamment son pas ou l'amplitude de modulation d'indice. Le matériau support doit répondre à certaines exigences inhérentes aux hypothèses du modèle théorique.

### 3.1.1 Nécessité de pouvoir modifier l'épaisseur du matériau

Afin de faire coïncider les résonances de Bragg et de Fabry-Perot pour l'onde de lecture du réseau intracavité (voir 2.1.2), il est nécessaire de pouvoir ajuster très finement, pour un pas de réseau et une longueur d'onde de lecture donnés, l'angle d'incidence de cette onde sur le réseau (égal à l'angle de Bragg), et l'épaisseur  $l$  du matériau non linéaire. Choisir un matériau solide (un cristal par exemple) fixerait cette dernière une fois pour toutes, à moins de réguler l'échantillon en température (faibles variations de  $l$ ), ou de le retailler et le retraiter (variation importante de  $l$ ), ce qui est peu pratique et coûteux. Nous devrions alors jouer sur les autres paramètres pour superposer les deux résonances de Bragg et de Fabry-Perot, à savoir le pas du réseau optiquement inscrit et la longueur d'onde du faisceau de lecture. Pour cette expérience de mise en évidence des effets, nous avons privilégié la souplesse et avons conservé un maximum de degrés de liberté pour les réglages. Nous avons donc recherché un milieu non linéaire **liquide**, qui présente l'avantage de combler parfaitement l'espace intracavité, conformément aux hypothèses du chapitre 2. Le résonateur devient alors le récipient du matériau, et l'on peut modifier son épaisseur optique à volonté en rendant l'un des deux miroirs mobile.

### 3.1.2 Le réseau d'indice

#### 3.1.2.1 Mécanisme d'écriture du réseau

L'écriture optique du réseau d'indice passe par l'utilisation de la figure d'interférence des faisceaux d'écriture. La répartition périodique d'énergie modifie localement les propriétés optiques du milieu et engendre le réseau. Parmi les mécanismes que nous avons présentés dans la partie 1.3, un des plus simples à mettre en œuvre est l'**inscription thermique** (voir 1.3.2.4). C'est le choix que nous avons fait. Le matériau non linéaire dans lequel on inscrira le réseau doit présenter un fort coefficient d'absorption à la longueur d'onde des faisceaux d'écriture, pour que le processus d'inscription du réseau soit efficace, et une très faible absorption à la longueur d'onde du faisceau de lecture, pour que le faisceau diffracté ait une intensité non négligeable.

Afin de pouvoir étudier les propriétés spectrales du réseau intracavité, nous avons choisi une source accordable en longueur d'onde pour la lecture: le laser Ti:saphir, pompé par un laser Argon, comporte une cavité en anneau accordable dans le rouge et le proche infra-rouge. Le spectre d'absorption du matériau doit donc permettre la transmission des grandes longueurs d'onde ( $\lambda > 700nm$ ). La longueur d'onde des faisceaux d'écriture doit être sensiblement différente de celle du faisceau de lecture. Ceci nous a conduit à choisir une source émettant dans le

vert (autour de  $500 - 550nm$ ), et à rechercher un matériau fortement absorbant dans cette gamme de longueur d'onde.

Il nous fallait trouver un matériau dont le spectre d'absorption réponde aux besoins énoncés ci-dessus (forte absorption dans le vert et transparence dans le rouge et le proche infra-rouge), et aux propriétés thermiques adéquates. Notamment son coefficient  $\partial n/\partial T$  doit être relativement élevé pour ne pas nécessiter des densités d'énergie excitatrices trop fortes. Nous nous sommes orientés vers des **colorants**, et avons fait appel à l'aide de M. Jacques Delaire, chef du Département de Chimie de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, que nous remercions pour le temps qu'il nous a consacré et les conseils avertis qu'il a su nous donner.

### 3.1.2.2 Choix du solvant et du colorant

Le solvant et le colorant qui constituent le milieu non linéaire remplissent des fonctions distinctes et complémentaires:

- le **colorant absorbe** l'énergie des faisceaux d'écriture et la transfère au solvant dans lequel il est dissout. Le coefficient d'absorption  $\alpha$  de la solution est fixé par la concentration du colorant;
- le **solvant**, constituant majoritaire de la solution, impose ses **propriétés thermiques et optiques**, et donc la variation d'indice induite par l'apport de chaleur.

Nous avons réduit notre champ de recherche à deux solvants, l'eau et l'éthanol, qu'il nous était particulièrement aisé de nous procurer et qui ne présentent pas de danger notoire à manipuler. Il se trouve qu'ils sont également solvants de très nombreux colorants. Leurs propriétés physiques respectives sont données dans le tableau 3.1:  $C_p$  désigne la capacité calorifique du solvant,  $D$  son coefficient de diffusion thermique et  $n_0$  son indice de réfraction moyen dans le visible.

Solvant	eau	éthanol
$C_p$ ( $J.cm^{-3}.K^{-1}$ )	4,18	1,9
$D$ ( $cm^{-2}.s^{-1}$ )	$1,4 \times 10^{-3}$	$0,9 \times 10^{-3}$
$\frac{\partial n}{\partial T}$ ( $K^{-1}$ )	$-1,04 \times 10^{-4}$	$-3,6 \times 10^{-4}$
$n_0$ (à $20^\circ C$ )	1,3333	1,3611

TAB. 3.1 –: *Propriétés physiques des solvants envisagés*

Examinons les données du tableau précédent: la capacité calorifique de l'éthanol est deux fois plus faible que celle de l'eau, et l'indice de réfraction du premier

varie environ trois fois plus avec la température. Pour une densité d'énergie absorbée donnée, l'éthanol permet donc d'obtenir des variations d'indice 6 à 7 fois plus élevées que l'eau. D'autre part, son coefficient de diffusion thermique est légèrement plus faible, ce qui confère aux réseaux thermiquement inscrits une plus grande durée de vie. L'éthanol offre donc un avantage certain par rapport à l'eau.

M. Delaire nous a proposé et fourni trois différents colorants répondant au cahier des charges pré-défini (et rappelé dans le tableau 3.2 ci-dessous) :

- la diméthyl-indoaniline (de formule brute  $C_{14}H_{14}N_2O$ );
- le "Disperse Red 1" (DR1 en abrégé, de formule brute  $C_{16}H_{18}N_4O_3$ );
- la 1-méthyl-4-[(4'-oxocyclohexa- 2',5'- diénylidène)-1,4 -Dihydroxypyridine (de formule brute  $C_{14}H_{13}NO$ ), ou MOED [Bur93, Min77], de la famille des mérocyanines.

Type de faisceau	Bande de longueur d'onde	Absorption par le milieu intracavité
lecture	700-850 nm	quasi-nulle
écriture	500-550 nm	forte

TAB. 3.2 –: *Rappel des propriétés absorbantes requises pour le milieu intracavité*

Nous avons mesuré le spectre d'absorption de chacun, à l'aide d'un spectromètre mis à notre disposition au Laboratoire d'Optique Quantique de l'Ecole Polytechnique. Pour l'indoaniline, comme montré ci-après, un seul spectre d'une solution de concentration  $2,1 \times 10^{-4}$  mol.L<sup>-1</sup>, entre 700 et 1000 nm a suffi pour conclure au rejet de ce candidat (figure 3.1). L'absorption résiduelle de la solution d'indoaniline entre 700 et 800 nm est trop forte et trop sensible aux variations de longueur d'onde pour l'étude que nous souhaitons mener. En revanche, pour le DR1 (figure 3.2) et le MOED (figure 3.3), deux enregistrements ont été réalisés, correspondant aux bandes de grandes longueurs d'onde (entre 700 et 1000 nm) pour l'absorption des faisceaux de lecture, et de courtes longueurs d'onde (entre 400 et 700 nm) pour celle du faisceau d'écriture.

Le coefficient d'absorption de la solution de DR1 varie significativement entre 700 et 800 nm. D'autre part, le spectre de cette même solution entre 400 et 700 nm présente un pic d'absorption centré sur  $\lambda \approx 480$  nm, et le coefficient d'absorption décroît assez rapidement entre 500 et 550 nm. Ceci ne correspond pas exactement à nos exigences.

En revanche, l'absorption de la solution de MOED est très faible et quasiment constante entre 700 et 850 nm, et présente un pic centré sur  $\lambda \approx 530$  nm. Notons que nous avons utilisé des solutions de concentrations différentes pour les enregistrements concernant le MOED, car les variations du coefficient d'absorption ne sont pas du même ordre de grandeur sur la plage [650-1000 nm] et sur

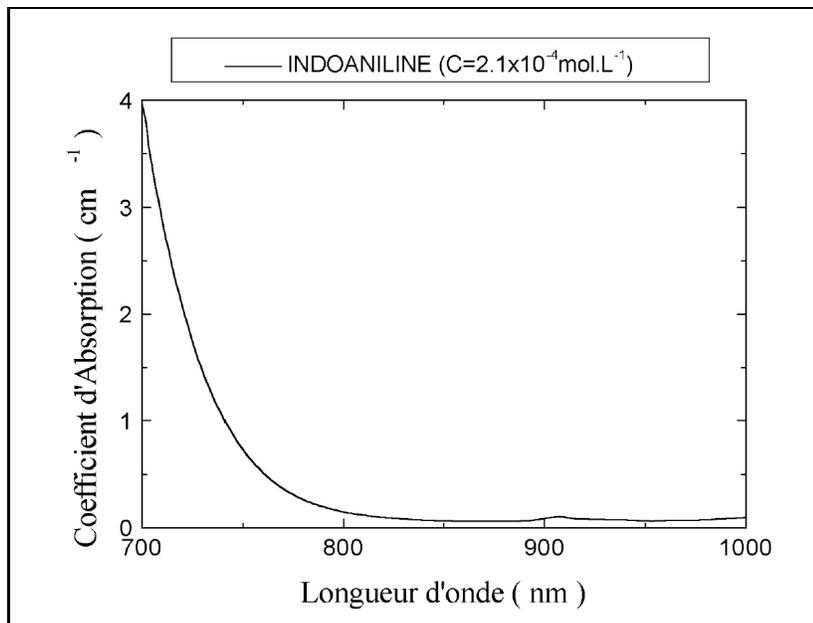


FIG. 3.1 –: Spectre d'absorption de la diméthyl-indoaniline entre 700 et 1000 nm, pour une concentration  $C = 2,1 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$

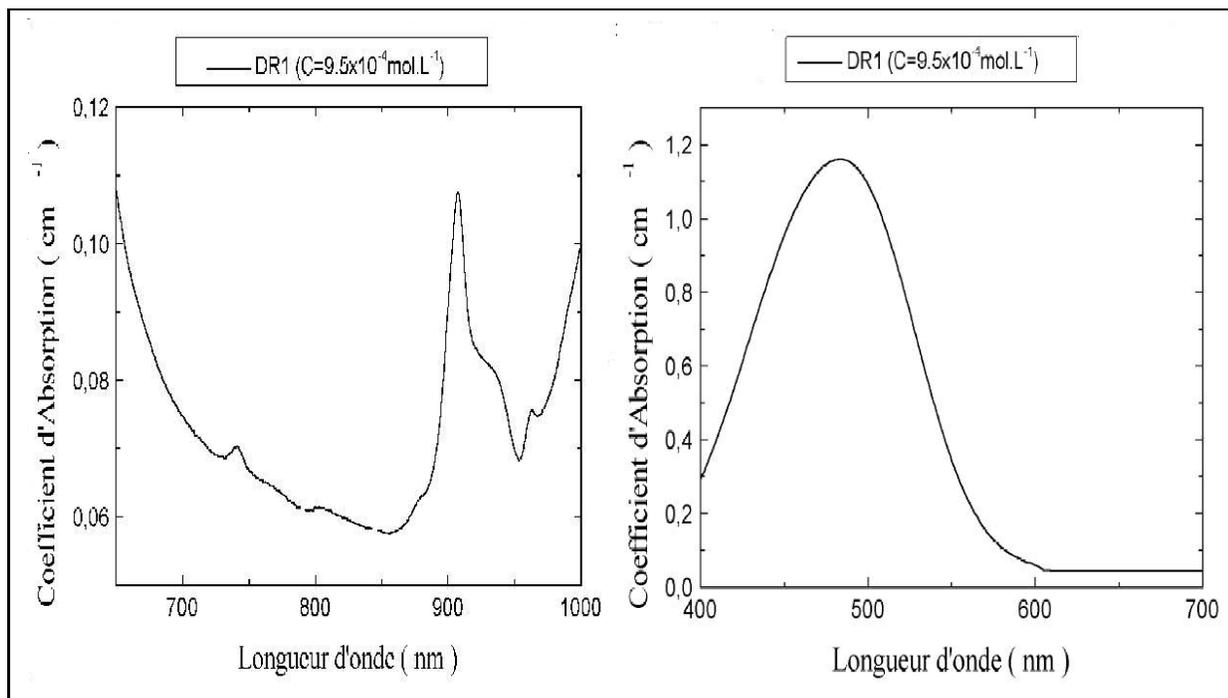


FIG. 3.2 –: Spectre d'absorption du Disperse Red 1 entre 650 et 1000 nm (à gauche) et entre 400 et 700 nm (à droite),  $C = 9,5 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$ .

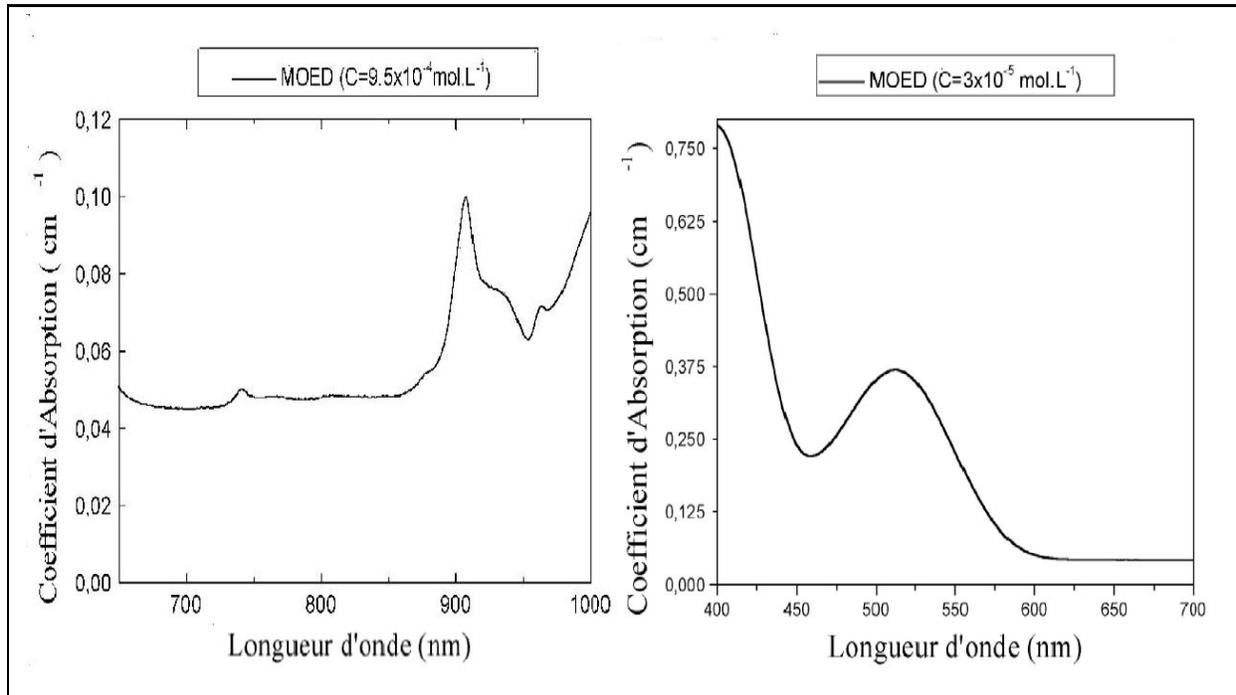


FIG. 3.3 – : Spectre d'absorption du MOED: à gauche, entre 650 et 1000 nm,  $C = 9,5 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$ ; à droite, entre 400 et 700 nm,  $C = 3 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$ .

[400-700 nm]. On retrouve par ailleurs le même pic d'absorption à 900 nm pour des solutions de DR1 et de MOED de même concentration. Cette absorption est celle de l'éthanol. On peut d'ailleurs observer une légère bosse à cette longueur d'onde sur le spectre de l'indoaniline.

Au vu de ces spectres, nous avons choisi le **MOED** pour la réalisation du dispositif expérimental, qui semble être le **meilleur** candidat. Il est absorbant pour les radiations de courtes longueurs d'onde ( $\lambda < 600\text{nm}$ ) et quasiment transparent pour les fortes longueurs d'onde. De plus, il présente l'avantage d'être soluble dans l'**éthanol**.

Nous avons pu mesurer son coefficient d'absorption pour plusieurs solutions de concentrations différentes. Nous avons opté pour une concentration d'environ  $2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$ , qui permet d'absorber 25% de l'énergie des faisceaux d'écriture ( $\lambda_E = 532 \text{ nm}$ ), sur une longueur de 0,7 mm, voisine de l'épaisseur moyenne de la cavité que nous utilisons. La densité d'énergie absorbée par unité de longueur est alors quasiment homogène sur toute la profondeur du milieu intracavité. Il en est de même pour l'amplitude de modulation d'indice qui en découle.

### 3.1.2.3 Evolution temporelle du réseau

Lorsque les faisceaux d'écriture interfèrent au sein du milieu intracavité, la répartition périodique d'énergie qui en découle est absorbée, grâce au fort coefficient d'absorption du colorant à 532 nm. Ceci induit thermiquement un réseau sinusoidal d'indice, comme nous l'avons décrit précédemment (voir le paragraphe 1.3). La répartition d'indice au sein du milieu s'écrit donc :

$$n(x, t) = n_1(t) + \Delta n(t) \cos(Kx) \quad (3.1)$$

Les propriétés physiques, et notamment thermiques, de la solution sont celles du solvant, en l'occurrence l'éthanol (voir le tableau 3.1). Nous avons établi au paragraphe 1.3.2.4 les expressions de  $n_1(t)$  et  $\Delta n(t)$  en fonction des capacité calorifique, coefficient de diffusion thermique,  $\partial n / \partial T$  et indice de réfraction moyen. Pour une température ambiante proche de 20°C :

$$n_1(t) = n_0 + \frac{dn}{dT} \frac{I_0}{C_p l} t \quad (3.2)$$

$$\Delta n(t) = \frac{dn}{dT} \frac{m I_0}{DK^2 C_p l} (1 - e^{-DK^2 t}) \quad (3.3)$$

où  $n_0$ ,  $\partial n / \partial T$ ,  $C_p$  et  $D$  prennent les valeurs données précédemment dans le tableau 3.1. Dans ces équations,  $m$  est l'amplitude de modulation de la figure d'interférence,  $I_0$  est l'intensité moyenne absorbée,  $K$  est le module du vecteur réseau et  $l$  l'épaisseur du milieu non linéaire. Le temps  $t = 0$  correspond à l'arrivée des faisceaux d'écriture dans le matériau. De plus, si ces faisceaux sont d'égales intensités, alors  $m = 1$ . Enfin,  $K$  est fonction de la longueur d'onde des faisceaux d'écriture et de leur écart angulaire :  $K = 2k_E \sin \theta_E$  (voir figure 1.6).

La modulation d'indice subit une décroissance exponentielle avec le temps, en raison de la diffusion thermique. On peut estimer la durée de vie du réseau au temps de décroissance à 1/e de la modulation, soit :

$$\tau = 1/DK^2 \approx 1.11 \times 10^3 \left( \frac{\lambda_E}{4\pi \sin \theta_E} \right)^2 \quad (3.4)$$

Pour des faisceaux d'écriture de longueur d'onde  $\lambda_E \approx 500$  nm et écartés angulairement de  $2\theta_E \approx 10^\circ$  (soit  $\theta_E = 87,3 \text{ mrad}$ ),  $\tau \approx 2,62 \mu\text{s}$ . Il faudra donc observer la diffraction du faisceau de lecture sur un intervalle de temps petit devant  $\tau$ , i.e de l'ordre de la microseconde.

Nous avons pu mesurer ce temps de relaxation pour un réseau inscrit par voie thermique dans une solution de MOED hors cavité. Nous avons enregistré l'évolution temporelle du signal diffracté à l'aide d'un détecteur à avalanche (temps

de réponse de l'ordre de 40 ns). Les enregistrements correspondant aux tirs successifs sont triés par valeur de l'énergie des faisceaux d'écriture, et placés dans des "boîtes" à l'aide d'un programme lors du dépouillement des données. La figure 3.4 montre la moyenne sur 12 tirs du laser YAG classés dans la même boîte d'énergie.

Sur cette figure, la droite horizontale en trait fin matérialise le niveau du signal diffracté diminué de  $1/e$  depuis son maximum. On peut mesurer un temps de montée du signal inférieur à 100 ns (environ 90 ns), et un temps de décroissance à  $1/e$  d'environ  $2 \mu s$ , qui n'est pas très différent de la valeur de  $\tau$  calculée ( $2,6 \mu s$ ). L'écart à la valeur calculée peut être dû au moyennage sur les 12 tirs qui ont servi pour reconstruire cette courbe et à l'incertitude sur l'évaluation de l'écart angulaire des faisceaux d'écriture (une erreur de 14% sur  $\theta_E$  suffirait à justifier la différence des valeurs calculée et expérimentale de  $\tau$ ).

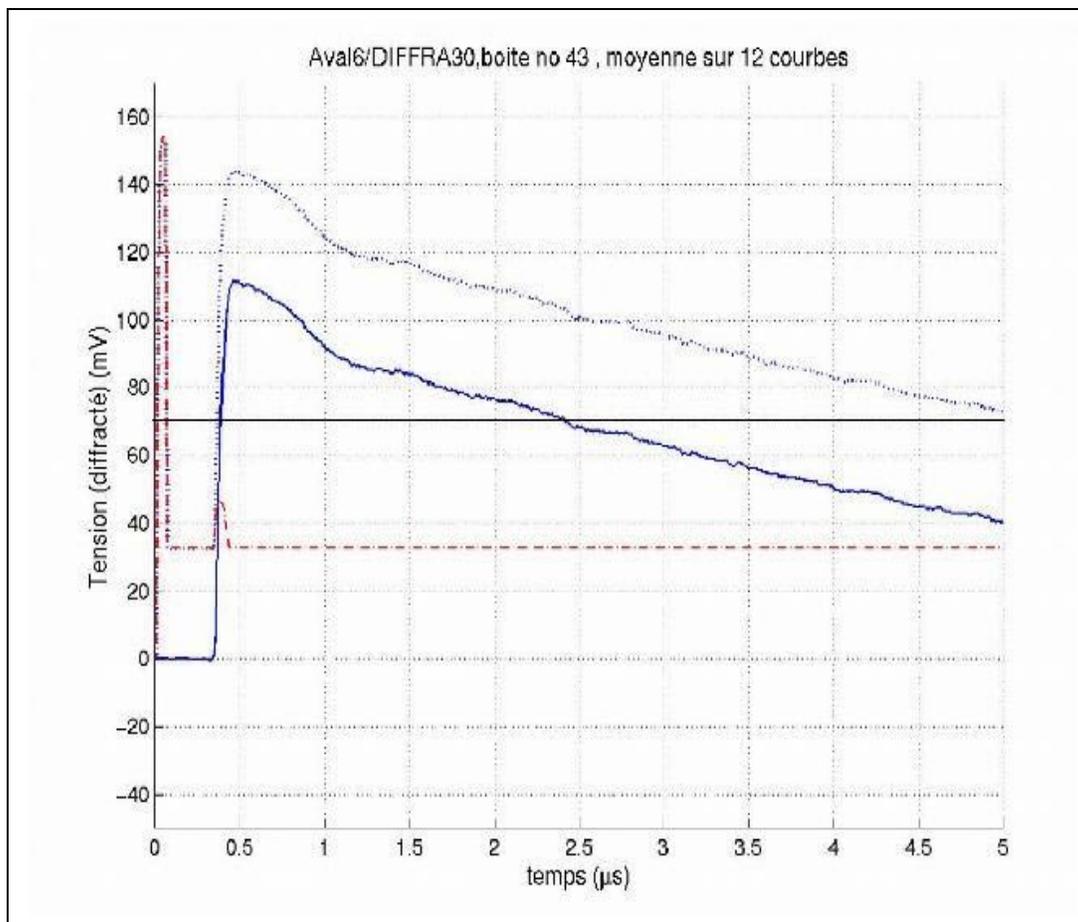


FIG. 3.4 – : Evolution temporelle du signal diffracté sur un réseau de Bragg inscrit thermiquement hors cavité (signal brut en pointillés, débruité en trait plein) et du bruit lumineux initial à la longueur d'onde de lecture (tiret-pointillé).

## 3.2 La cavité de Fabry-Perot

### 3.2.1 Configuration verticale

Etant donné que le milieu intracavité est liquide et que le résonateur lui sert de récipient, nous avons opté pour une configuration verticale. Nous utilisons un prisme taillé à  $45^\circ$  pour "replier" les faisceaux d'écriture et de lecture vers le milieu intracavité (voir figure 3.5).

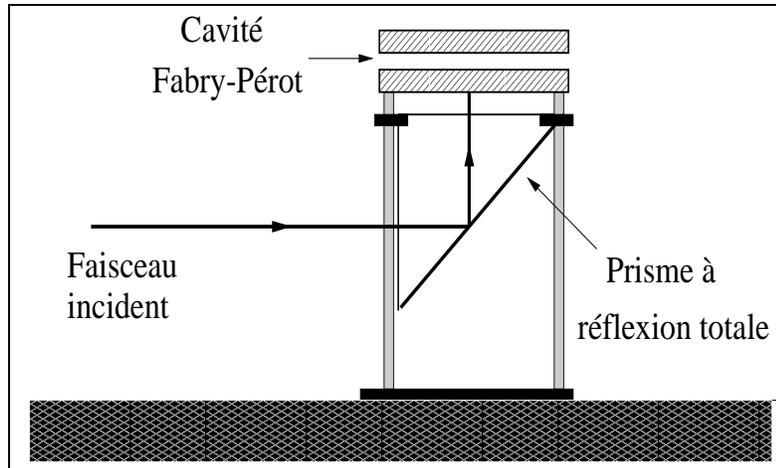


FIG. 3.5 –: Réflexion des faisceaux d'écriture et de lecture horizontaux vers la cavité verticale.

Le réglage de la cavité est obtenu par rotation et/ou translation verticale du miroir supérieur. Le faisceau diffracté en réflexion revient en contra-propagation du faisceau de lecture et subit la réflexion inverse sur le prisme. Il se propage ensuite dans le même plan horizontal que les faisceaux incidents. On place un miroir métallique de large diamètre au-dessus de la cavité pour intercepter la lumière transmise, et notamment le faisceau à la longueur d'onde de lecture dont on mesure l'intensité.

### 3.2.2 Le dispositif expérimental

La figure 3.6 représente une vue schématique en coupe du montage utilisé pour ces expériences. Le miroir arrière  $M_2$  surplombe le miroir  $M_1$ , celui-ci étant de plus grand diamètre. Le miroir  $M_1$  est fixe, encastré dans son support. Une bague permet de le maintenir en place. Le support du miroir  $M_2$  est composé d'une partie fixe, soutenue par trois cales d'épaisseur (dont deux sont représentées sur la figure ci-dessous), et d'une partie orientable, liée à la précédente par

trois ressorts notés  $R$ . Trois vis micrométriques  $V_1$  permettent le réglage du parallélisme des deux miroirs. Pour limiter l'évaporation de l'éthanol et isoler au mieux le milieu intracavité de l'extérieur, un soufflet en caoutchouc est comprimé entre les supports des deux miroirs. Enfin, un élément piézoélectrique (noté  $PZ$ ), branché sur une source de haute tension, est collé sur le miroir  $M_2$ . Il permet de régler finement la longueur de l'espace intracavité, afin de faire coïncider précisément les résonances de Bragg et de Fabry-Perot. On l'alimente en haute tension sinusoïdale ou continue. La précision de réglage est de l'ordre du dixième de micron. Le matériau piézoélectrique est un ferroélectrique. Il y a donc un phénomène d'hystérésis et on ne peut pas établir de relation bijective entre la tension appliquée à la cale et le déplacement induit. Nous pouvons annuler l'effet mémoire des précédentes utilisations en appliquant une tension sinusoïdale dont on fait décroître progressivement l'amplitude jusqu'à zéro. En alimentation sinusoïdale, le mouvement de la cale devient périodique et on peut le considérer comme pseudo-linéaire.

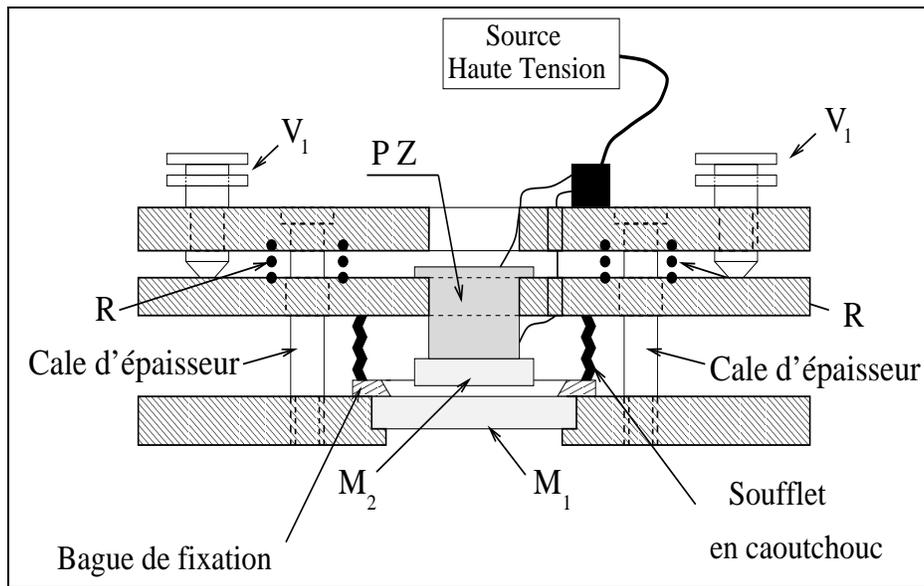


FIG. 3.6 — Schéma de la cavité de Fabry-Perot:  $PZ$  désigne la cale piézoélectrique; les vis micrométriques  $V_1$  permettent de régler l'orientation du miroir  $M_2$ ; les ressorts  $R$  solidarissent les supports des miroirs.

Lorsqu'on rapproche le miroir  $M_2$  du miroir  $M_1$ , le surplus de solution remonte entre la paroi torique de la bague fixant  $M_1$  et les bords de  $M_2$  (voir figure 3.7). La quantité de solution de colorant initialement introduite est calculée de façon que le liquide ne dépasse pas la partie supérieure de la bague lorsque la distance entre les deux miroirs diminue. On peut ainsi ajuster la longueur de la cavité de Fabry-Perot sans prélever ou ajouter de colorant.

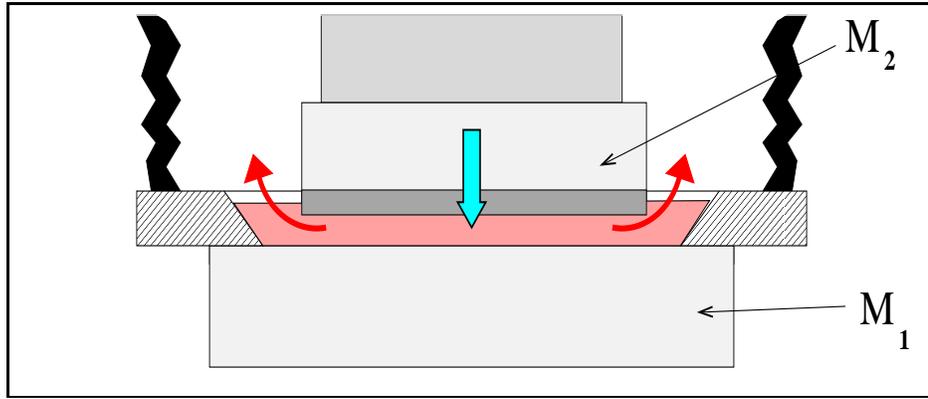


FIG. 3.7 –: Influence du déplacement du miroir mobile: la flèche verticale descendante indique le sens de translation de  $M_2$ ; les flèches incurvées indiquent le déplacement de liquide.

### 3.2.3 Miroirs du résonateur

Le résonateur est composé de deux miroirs  $M_1$  et  $M_2$  en vis-à-vis (représentés sur les figures 3.6 et 3.7), dont on règle le parallélisme à l'aide de vis micrométriques  $V_1$  placées sur le miroir arrière de la cavité ( $M_2$ ). Ces miroirs ont été choisis pour transmettre presque totalement dans le vert et réfléchir dans le rouge et le proche infra-rouge. La présence de la cavité est donc anodine pour le processus d'écriture du réseau et n'affecte que le faisceau de lecture. Les faisceaux d'écriture ne subissent qu'une légère perte sur les faces du miroir avant de la cavité avant de pénétrer dans le milieu non linéaire.

A la longueur d'onde du faisceau de lecture  $\lambda_E \approx 780\text{nm}$ , les réflectivités des miroirs avant et arrière en incidence quasi-normale sont respectivement  $R_1 = 0,790$  et  $R_2 = 0,991$  (valeurs déduites de la mesure des intensités des faisceaux transmis et réfléchi par ces miroirs). Ces réflectivités confèrent une finesse théorique de la cavité (à cette longueur d'onde et pour une onde incidente plane) :

$$\mathcal{F}_{\text{théo}} = \frac{\pi \sqrt[4]{R_1 R_2}}{1 - \sqrt{R_1 R_2}} \approx 25,6 \quad (3.5)$$

Nous comparerons cette valeur à celle mesurée expérimentalement lors du réglage de la cavité (voir paragraphe 3.2.4.1).

Les faces non traitées des miroirs constituent des dioptres air/verre, de réflectivité moyenne 4% en incidence normale. Ces réflexions parasites seront prises en compte pour évaluer les valeurs effectives des énergies et puissances entrant dans la cavité.

### 3.2.4 Comportement de la cavité

#### 3.2.4.1 Réglage du parallélisme

L'optimisation du parallélisme des miroirs du résonateur est réalisée en observant sur un oscilloscope numérique (modèle Tektronix 2430A) les variations de la transmission  $\mathcal{T}$  du faisceau de lecture par la cavité, lorsqu'une tension sinusoïdale est appliquée aux bornes de la cale piézoélectrique. La tension, de fréquence 50 Hz, est générée par un auto-transformateur branché sur le secteur ("Variac"). On peut faire varier continûment l'amplitude de la tension de sortie. Par mesure de sécurité, un second transformateur, dit d'isolement, sert d'intermédiaire entre le premier transformateur et la cale piézoélectrique, dont le circuit d'alimentation ne comporte pas de terre.

Le signal proportionnel à  $\mathcal{T}$  est visualisé sur une voie de l'oscilloscope et un signal  $V_{sin}$  proportionnel à la tension appliquée (sortie d'une sonde haute tension) sur l'autre voie. En mode "XY", l'oscilloscope restitue les variations de  $\mathcal{T}$  avec  $V_{sin}$ . L'intervalle de tension est choisi de sorte qu'on balaie plusieurs résonances de l'étalon de Fabry-Perot (tension maximale voisine de 180 V). Si l'on considère que le déplacement du miroir  $M_2$  varie linéairement avec la tension sur cette portion, la variation de  $\mathcal{T}$  avec  $V_{sin}$  sera affine de la variation avec l'épaisseur du résonateur, et donc avec son déphasage  $\phi_{FP}$  (voir le chapitre 2).

En tournant les vis micrométriques  $V_1$  montées sur le support du miroir  $M_2$  (voir figure 3.6), on le fait pivoter autour de deux axes horizontaux perpendiculaires. Les miroirs sont parallèles (au défauts de planéité près) lorsque les pics de résonance ainsi observés sont les plus étroits. On peut alors estimer la finesse effective de la cavité en faisant un enregistrement de l'intensité du faisceau transmis au cours du balayage de deux pics de résonance voisins de la cavité. En effet, on peut évaluer la finesse par :

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta V}{\delta V} \quad (3.6)$$

où  $\Delta V$  désigne l'écart en tension entre deux maxima de transmission ( $\Delta V$  correspond à une variation de  $2\pi$  pour  $\phi_{FP}$ ) et  $\delta V$  la largeur à mi-hauteur des pics de résonance.

En enregistrant simultanément les variations temporelles de  $V_{sin}$  et celles de  $\mathcal{T}$ , on peut reconstruire le graphe visualisé directement à l'aide de l'oscilloscope. On remarque que le signal  $V_{sin}$  en sortie de la sonde haute tension est déformé (voir graphe de gauche sur la figure 3.8): les extrema de la sinusoïde sont écrêtés et les parties intermédiaires s'assimilent à des segments de droite. Ceci n'a pas de conséquence sur la reconstruction de la courbe en XY, d'autant que les pics de transmission que nous étudions se situent sur la partie linéaire de la courbe  $V_{sin} = f(t)$  (repères verticaux numérotés de 1 à 3 sur la courbe de variation de  $V_{sin}$ ). La figure 3.9 est un exemple de courbe de transmission du Fabry-Perot

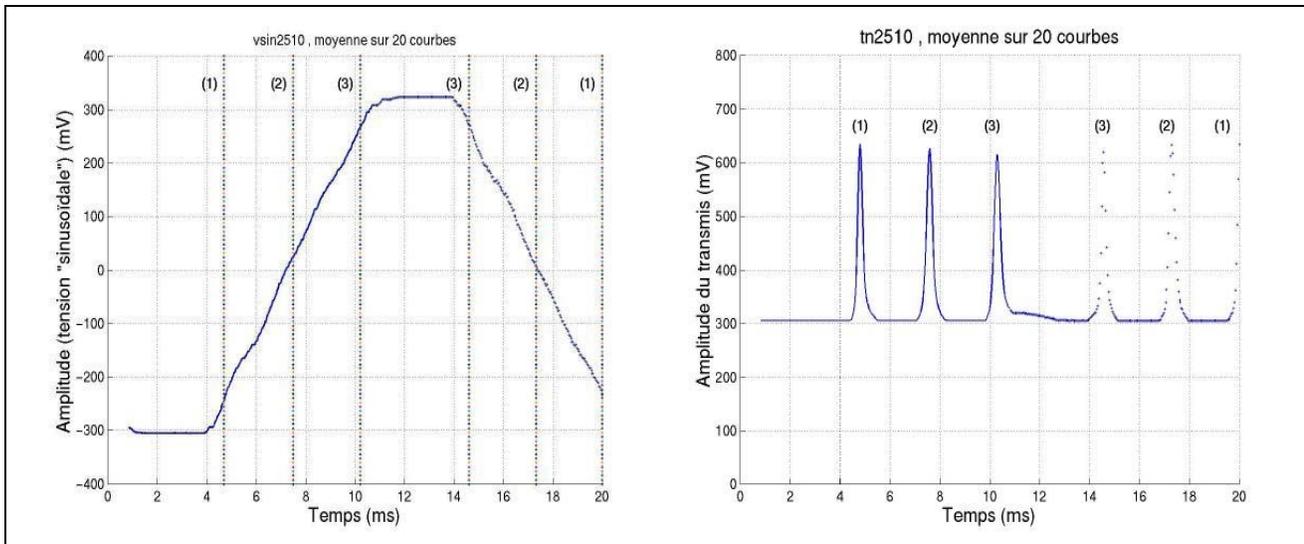


FIG. 3.8 –: Enregistrements des variations temporelles de  $V_{sin}$  (à gauche), et de l'amplitude du signal proportionnel à l'intensité transmise: les traits pleins correspondent à  $V_{sin}$  croissante, les pointillés à  $V_{sin}$  décroissante.

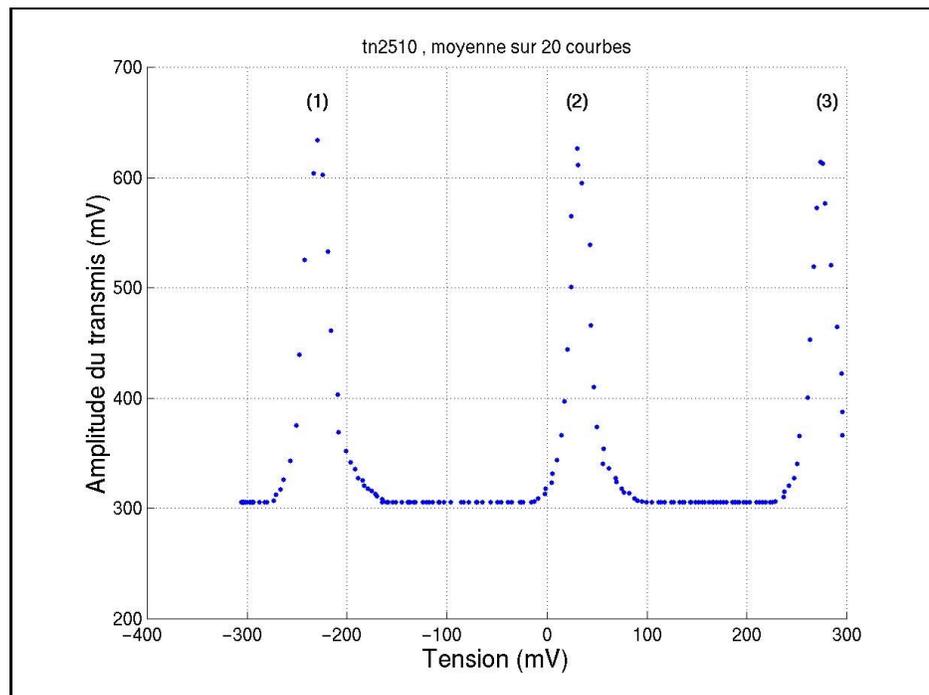


FIG. 3.9 –: Variations du signal proportionnel à l'intensité transmise à 780 nm avec la tension sinusoïdale  $V_{sin}$

établie de cette façon. De cette figure, on déduit :

$$\mathcal{F} = \frac{259,7}{29,1} \approx 8,9 \quad (3.7)$$

Cette valeur est très inférieure à celle calculée à partir des réflectivités des miroirs de la cavité ( $\mathcal{F}_{\text{théo}} \approx 25,6$ ). Nous expliquons cette différence par le défaut de planéité de l'onde de lecture à 780 nm, et surtout l'inclinaison  $\theta_L$  et l'extension finie du faisceau. En effet, le faisceau émis par le laser Ti:saphir est intrinsèquement gaussien et présente donc une légère divergence. Le faisceau s'écarte aussi légèrement de la normale lorsqu'il arrive sous incidence de Bragg. De plus, la nécessité d'une densité d'excitation relativement élevée impose d'utiliser des faisceaux de faible diamètre. Le recouvrement des aller et retours successifs du faisceau à 780 nm dans la cavité n'est donc pas parfait. Nous tiendrons compte de ces effets dans l'interprétation des résultats expérimentaux au paragraphe 4.2.1.

### 3.2.4.2 Ajustement de l'épaisseur en mesure de diffraction

La mesure des efficacités de diffraction du dispositif de Bragg intracavité résonnant nécessite un deuxième réglage: la superposition des résonances de Bragg et Fabry-Perot. Ainsi, pour chaque angle d'incidence du faisceau de lecture, on doit ajuster l'épaisseur du milieu intracavité afin que la transmission du faisceau soit maximale. Pour cela, on applique une haute tension continue aux bornes de la cale piézoélectrique. Au passage des impulsions d'écriture, l'échauffement de la solution modifie son indice de réfraction moyen. La figure 3.10 montre la variation de l'intensité du signal transmis sous l'effet des impulsions d'écriture, rendues incohérentes pour ces enregistrements.

Suivant l'écart initial à la résonance de Fabry-Perot, la variation d'indice moyen induite par les faisceaux d'écriture écarte le faisceau de lecture de la résonance avec la cavité (décroissance du transmis) ou l'y ramène (croissance). Il faut donc se décaler légèrement de la résonance de Fabry-Perot pour que la variation d'indice moyen ramène à la résonance au moment où le faisceau de lecture est diffracté sur le réseau.

Nous avons également observé une dérive progressive, sur une durée de plusieurs minutes, de la longueur du milieu intracavité (variation de  $\mathcal{T}$ ), même lorsque l'on ne modifie pas la tension appliquée. Ceci peut être dû à une instabilité mécanique, notamment au niveau des vis micrométriques. Le réglage doit donc être réajusté à intervalles réguliers. Mais nous avons aussi tiré profit de cette dérive pour mesurer les variations de l'efficacité de diffraction avec l'écart à la résonance de Fabry-Perot (voir dans le chapitre suivant le paragraphe 4.1.1.1).

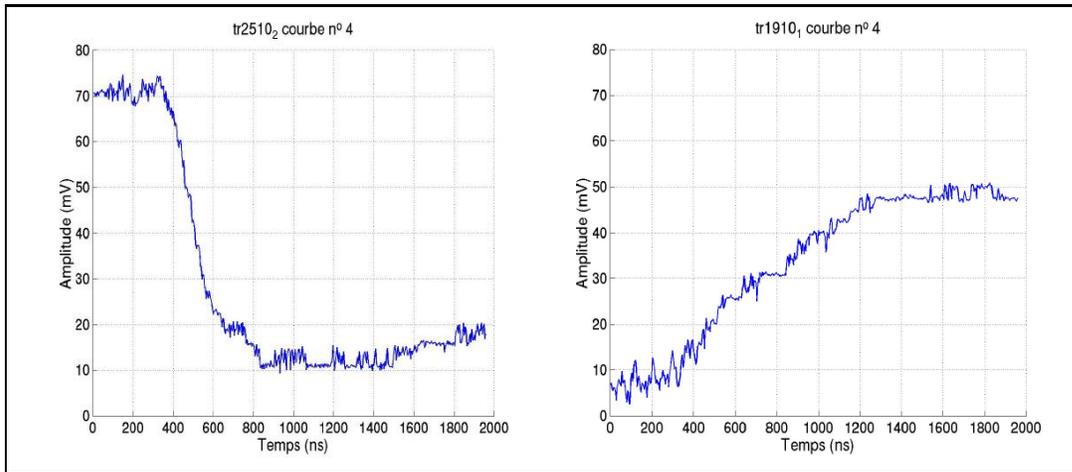


FIG. 3.10 – : Variations temporelles du signal transmis au passage des impulsions déécriture: à gauche, la cavité, initialement résonnante pour l’onde de lecture, devient non résonnante; à droite, on observe le phénomène inverse.

Les parties suivantes sont consacrées à la description des dispositifs d’écriture (partie 3.3) et de lecture (partie 3.4) du réseau intracavité. Les caractéristiques des différents faisceaux impliqués y sont exposées. Nous détaillerons le dispositif de mesure et contrôle dans la partie 3.5.

## 3.3 Inscription du réseau

### 3.3.1 Description du dispositif

La figure 3.11 présente un schéma de principe du dispositif qui génère les faisceaux d’écriture. Nous avons choisi d’utiliser un laser **Nd:YAG** (cristal de grenat d’aluminium et d’yttrium dopé néodyme) fonctionnant en mode déclenché, associé à un cristal de KDP (pour  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ , phosphate de dihydrogène et de potassium) qui double la fréquence de l’onde émise par le laser (nommé **cristal doubleur** sur le schéma). Ce cristal, taillé pour un accord de phase de type II, convertit les impulsions de longueur d’onde  $\lambda_{IR} = 1064 \text{ nm}$ , en impulsions visibles de longueur d’onde  $\lambda_E = 532 \text{ nm}$  (vert). Le rendement de la conversion est environ 25%. La lumière infrarouge résiduelle est extraite du faisceau émergent du cristal à l’aide d’un miroir très fortement réfléchissant dans l’infrarouge ( $R_{@1064 \text{ nm}} \approx 99\%$ ) et quasiment transparent pour le vert. La réflexion à 1064 nm est ensuite absorbée par un filtre. Le faisceau à 532 nm transmis par le miroir est divisé en deux bras d’égale intensité à l’aide d’une lame semi-réfléchissante. Les faisceaux transmis et réfléchi par cette lame constituent les deux bras d’écriture du réseau.

Le laser Nd:YAG émet des impulsions de 9 à 10 ns, à une cadence de 10 Hz (soit une impulsion toutes les 100 ms). Il peut également être déclenché par un générateur d'impulsions externe, pour accéder à d'autres cadences. Pour cette expérience, nous utilisons un générateur basse fréquence ("B.F." sur la figure 3.11) émettant une tension en "créneaux" à une fréquence réglée à environ 0,2 Hz pour déclencher l'émission des impulsions lumineuses. On obtient alors des **impulsions espacées d'environ 5 s**, durée bien supérieure au temps de relaxation du réseau optiquement inscrit ( $\tau \approx 0,2$  ms pour  $\theta_E \approx 5^\circ$ ) et au temps de disparition d'éventuels phénomènes parasites au sein du liquide (voir le paragraphe 3.6.2). Il n'y a donc pas d'effet "mémoire" au sein du milieu intracavité entre deux impulsions successives. Le réseau dont on étudie les propriétés diffractives résulte de l'interférence des faisceaux émis lors d'un tir unique.

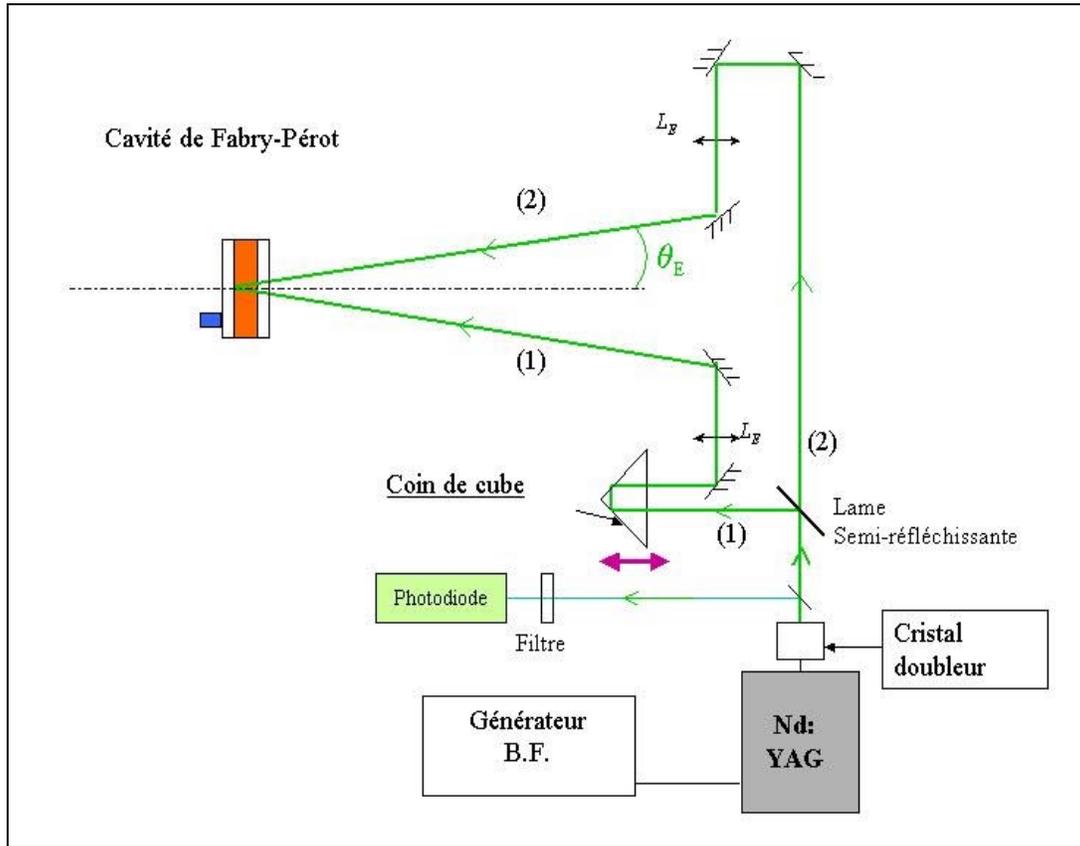


FIG. 3.11 –: Schéma du dispositif d'écriture du réseau intracavité.

Le laser Nd:YAG à cavité courte et sans sélection de fréquence produit des impulsions lumineuses de faible longueur de cohérence. Par un montage simple d'interférence à deux ondes, nous avons pu évaluer celle-ci à environ 6 mm. Par conséquent, il faut égaliser les chemins optiques des deux faisceaux d'écriture avec une précision inférieure à cette valeur (environ 1 mm de précision). Aussi avons-

nous placé un **coin de cube** en verre monté sur une platine de translation sur le chemin du faisceau réfléchi par la lame séparatrice (bras (1) sur la figure 3.11). Ce système joue le rôle de ligne à retard. Dans le repère des trois arêtes du coin,

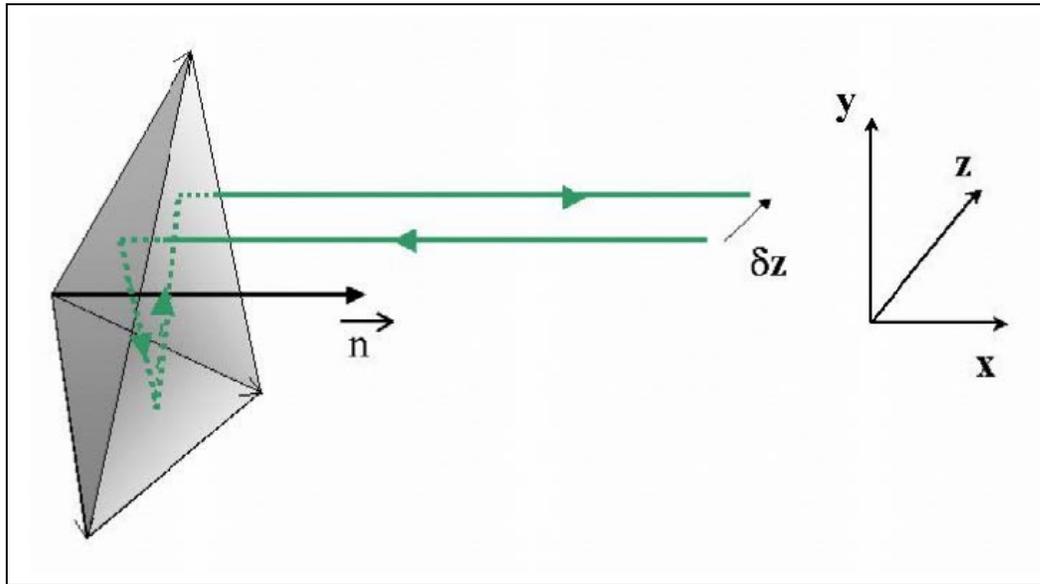


FIG. 3.12 –: Schéma de la propagation du faisceau d'écriture dans le coin de cube en verre

la normale à la face d'entrée a pour vecteur directeur  $\vec{n} = (1, 1, 1)$ . Le faisceau entre sous incidence normale dans le verre; il est ensuite réfléchi successivement sur les trois faces du coin avant de ressortir du verre parallèlement à sa direction originelle, mais en sens inverse et décalé transversalement. Dans notre cas, le coin de cube est positionné tel que le faisceau ressorte à la même hauteur  $y$  et décalé selon  $z$ . Une translation de  $x$  mm en arrière sur la platine augmente le chemin optique de ce faisceau de  $2x$  (voir schéma 3.12). Nous positionnons cette platine de façon que la cohérence des faisceaux soit optimale. Pour cela, nous faisons interférer ces faisceaux à l'intérieur d'un cristal de titanate de baryum ( $\text{BaTiO}_3$ ). Nous observons ensuite la diffraction d'un des deux faisceaux sur le réseau induit par effet photoréfractif (décrit au paragraphe 1.3.2.3), l'autre faisceau étant coupé. Pour un temps d'écriture fixé (proche du temps de saturation du mélange à deux ondes), nous maximisons la durée de vie du réseau sous exposition au faisceau de lecture, par translation du coin de cube sur sa platine. La superposition temporelle des deux trains d'onde interférant est alors optimale.

Le diamètre des faisceaux d'écriture croît légèrement au cours de leur propagation. Nous corrigeons cette divergence en focalisant chacun d'eux avec une lentille faiblement convergente  $L_E$  ( $1/f' = 1,25 \delta$ ), représentée sur le schéma expérimental 3.11. Enfin, deux miroirs diélectriques, montés chacun sur une platine de translation, réfléchissent les faisceaux en direction du centre de la cavité où ils

interfèrent. L'écart de ces miroirs fixe l'angle d'incidence  $\theta_E \approx 5^\circ$ , les faisceaux étant symétriques par rapport à la normale à la cavité. Cet angle détermine le pas du réseau optiquement inscrit ( $\Lambda = \lambda_E / 2 \sin \theta_E \approx 3 \mu\text{m}$ ).

### 3.3.2 Modulation d'indice photoinduite

Lors du doublement de fréquence, seule une partie de l'énergie du faisceau infra-rouge est convertie. En effet, le laser Nd:YAG émet des impulsions d'énergie 20 mJ à 1064 nm. Après doublement de fréquence, les impulsions à 532 nm ont une énergie qui ne dépasse pas 4 mJ. On mesure l'énergie totale des impulsions d'écriture, devant le prisme qui replie les faisceaux verticalement, avant leur entrée dans la cavité. Nous rétablissons l'équilibre des énergie sur les deux bras en atténuant légèrement le faisceau du bras (1) (verre absorbant à faces parallèles). On mesure alors devant la cavité (avec un wattmètre, le laser étant déclenché en interne à une cadence de 10 Hz) :

- sur le bras 1,  $E_1 = 1,30 \pm 0,05$  mJ;
- sur le bras 2,  $E_2 = 1,15 \pm 0,05$  mJ.

Nous avons évalué l'énergie absorbée sur chaque bras d'écriture en mesurant l'énergie transmise par la cavité avec et sans colorant, et en tenant compte des réflexions vitreuses sur les différentes interfaces air/verre:

- sur le bras 1:  $E_{abs1} = 3,0 \times 10^{-5}$  J;
- sur le bras 2:  $E_{abs2} = 2,7 \times 10^{-5}$  J.

Ainsi, les énergies des faisceaux qui interfèrent sont sensiblement égales, et le facteur de modulation  $m$  de la figure d'interférence est voisin de 1 ( $m = 0,9981$ ). Au total, une énergie moyenne de  $E_0 = 5,7 \times 10^{-5}$  J est donc absorbée par le milieu non linéaire à chaque impulsion.

Le diamètre des faisceaux au niveau de la cavité est  $\phi_E \approx 2$  mm; on en déduit une densité d'énergie absorbée par le colorant :

$$e_{abs} = \frac{E_0}{\pi(\phi_E/2)^2} = 7,2 \times 10^{-3} \text{ J.cm}^{-2} \quad (3.8)$$

La durée des impulsions étant très petite devant le temps caractéristique de décroissance du réseau  $\tau = 1/DK^2$ , on peut faire un développement limité en  $t$  dans l'équation 3.3. En considérant que l'intensité moyenne  $I_0$  est égale au rapport  $e_{abs}/\delta t$ , où  $\delta t$  est la durée de l'impulsion, la modulation d'indice initiale est :

$$\Delta n = -3,6 \times 10^{-4} \frac{m e_{abs}}{1,9 DK^2 l \delta t} DK^2 \delta t = -3,6 \times 10^{-4} \frac{m e_{abs}}{1,9 l} \quad (3.9)$$

En reprenant la valeur calculée grâce à l'équation 3.8 et celle de  $m$ , il vient:

$$\Delta n = -4,7 \times 10^{-6} \quad (3.10)$$

Nous reviendrons sur ce résultat au cours de la discussion menée au chapitre 4, et le confronterons à celui tiré des mesures d'efficacité de diffraction, notamment du maximum d'efficacité.

## 3.4 Lecture du réseau

### 3.4.1 Description du dispositif

Pour plus de commodité, nous avons choisi de lire le réseau intracavité avec un faisceau continu. Le schéma 3.14 montre le dispositif mis en place pour la phase de lecture. La source utilisée est un laser **Ti:saphir** à cavité en anneau, accordable en longueur d'onde. Un filtre biréfringent est inséré dans la cavité du laser et permet de faire varier la longueur d'onde d'émission. Nous utiliserons cette fonction pour étudier le spectre d'efficacité de diffraction du réseau intracavité (voir paragraphe 4.1.2.2). En changeant le miroir de sortie de la cavité, on peut aussi la régler pour que le laser émette dans le proche infra-rouge. Nous n'avons pas exploré cette gamme de longueur d'onde dans cette étude, les alignements étant plus aisés dans le visible. Le réglage de la longueur d'onde émise est réalisé en tournant une mollette solidaire du filtre biréfringent. Cette mollette comporte une vis micrométrique graduée. À l'aide d'un spectromètre à réseau, nous avons réalisé un étalonnage du laser, correspondance entre la valeur indiquée par le vernier et la longueur d'onde de sortie. En effet, les caractéristiques fournies par le constructeur ne sont pas assez précises pour les variations de longueur d'onde que nous souhaitons observer. La figure 3.13 montre les points expérimentaux de cette mesure, et la régression linéaire que nous en avons faite. Nous avons choisi d'utiliser un faisceau de lecture de longueur d'onde voisine de celle correspondant à la puissance optimale émise, soit  $\lambda_L \approx 780 \text{ nm}$ , puisque le colorant que nous utilisons est bien transparent dans le rouge et le proche infrarouge.

Le laser Ti:saphir est pompé par un laser à argon focalisé dans le cristal de Ti:saphir. L'absorption par le cristal est optimale pour la longueur d'onde 514 nm, mais l'atmosphère poussiéreuse de la pièce au moment des expériences limite la puissance maximale émise par le laser à argon en mode "monoraie" ( $P_{514 \text{ nm}} \approx 3 \text{ W}$  pour une intensité de courant de 50 A). Celle-ci n'est pas suffisamment élevée au-dessus du seuil pour assurer la stabilité de l'émission du laser Ti:saphir sur une durée suffisamment longue. Nous utilisons donc le laser à argon en mode "multiraies" pour lequel la puissance maximale est voisine de 6 W. La stabilité

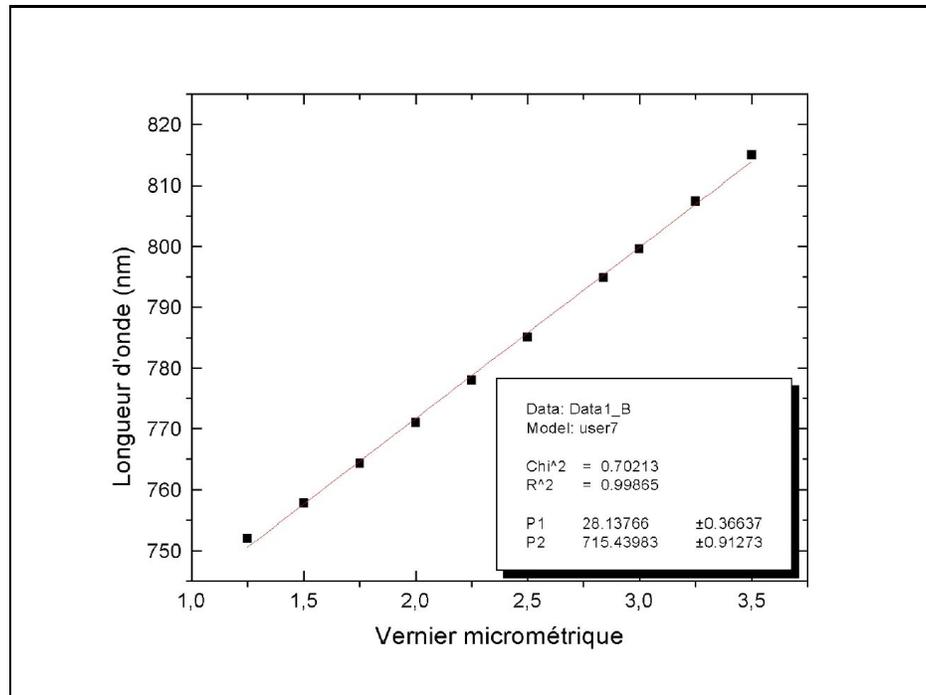


FIG. 3.13 –: *Etalonnage en longueur d'onde du vernier du laser Ti:saphir.*

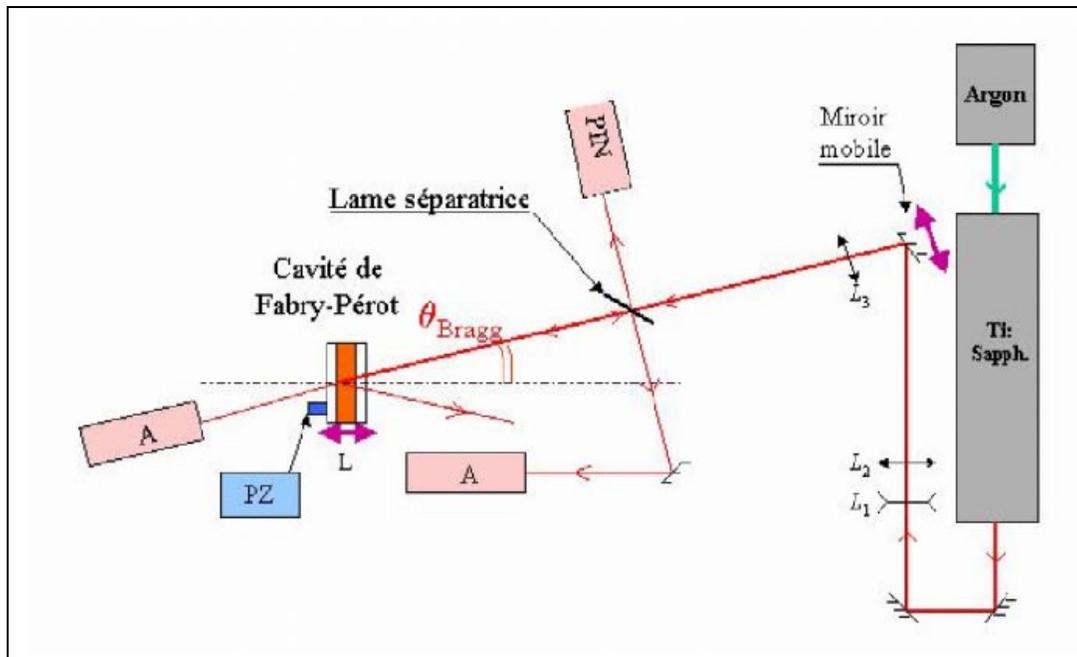


FIG. 3.14 –: *Schéma du dispositif de lecture du réseau.*

du faisceau émis à 780 nm est ainsi plus facilement assurée.

La puissance du faisceau de lecture que nous utilisons varie **entre 50 et 100 mW** à la sortie du laser, ce qui est suffisant pour repérer à l'oeil nu le faisceau transmis par la cavité et détecter le signal diffracté.

Avant de parvenir sur le réseau, les caractéristiques du faisceau émis par le laser Ti:saphir doivent subir quelques modifications: après réflexion sur deux miroirs diélectriques, il traverse deux systèmes optiques composites, l'un dioptrique (lentilles  $L_1$  et  $L_2$ ), l'autre catadioptrique (miroir mobile et lentille  $L_3$ ). Les fonctions de ces éléments sont exposées ci-après. A ce stade, le faisceau de lecture se propage vers la cavité de Fabry-Perot avec un angle d'incidence  $\theta_L$  voisin ou égal à l'angle de résonance de Bragg  $\theta_B$ .

L'élément **piézoélectrique (noté PZ)** permet, comme nous l'avons expliqué dans le paragraphe 3.2.4.2, d'ajuster l'épaisseur du milieu intracavité afin que  $\theta_L$  corresponde aussi à une résonance de Fabry-Perot à la longueur d'onde  $\lambda_L$ . Enfin, une lame semi-réfléchissante (nommée séparatrice sur la figure 3.14), inclinée à  $45^\circ$ , prélève 30% de la puissance du faisceau et la renvoie vers une photodiode PIN. Nous reviendrons plus tard (voir le paragraphe 3.5) sur la mesure des énergies des différents faisceaux. La lame séparatrice permet également d'extraire une partie de la puissance du faisceau diffracté en réflexion par le réseau intracavité. Sur le schéma expérimental 3.14 figurent également les détecteurs à avalanche (notés A) qui mesurent les intensités des ondes transmises et diffractées.

### 3.4.2 Ajustement de la taille du faisceau

A la sortie du laser, le faisceau à 780 nm présente une certaine divergence. Le diamètre du faisceau devient rapidement supérieur à celui des faisceaux d'écriture. Nous compensons cette divergence à l'aide d'un système afocal  $\{L_1; L_2\}$  placé en sortie du laser Ti:saphir (voir figure 3.14). Le faisceau traverse successivement une lentille divergente  $L_1$  ( $1/f'_1 = -6\delta$ ) et une lentille convergente  $L_2$  ( $1/f'_2 = 4,5\delta$ ). Le grandissement correspondant est:

$$G = \frac{f'_2}{f'_1} = \frac{6}{4,5} \approx 1,33 \quad (3.11)$$

Une lentille convergente  $L_3$  ( $1/f' = 1\delta$ ), dont le rôle est détaillé ci-après, focalise le faisceau de lecture à l'intérieur de la cavité, dans le volume de recouvrement des faisceaux d'écriture. Comme le schématise la figure 3.15, son diamètre au cœur de la cavité est alors nettement inférieur à celui des faisceaux d'écriture (environ 1 mm) et le faisceau "voit" un réseau homogène sur toute sa section. De plus, le pas du réseau optiquement inscrit ( $\Lambda \approx 3\mu m$ ) est suffisamment petit devant ce diamètre pour que le faisceau de lecture illumine un grand nombre de périodes de la modulation d'indice ( $N > 300$ ). Cette condition est nécessaire à la validité de

la notion de réseau dans cette approche expérimentale. On se rapproche donc des hypothèses de l'étude théorique menée au chapitre 2. Bien entendu, la différence de diamètre des faisceaux est exagérée sur le schéma 3.15. Dans la pratique, le recouvrement des faisceaux d'écriture et de lecture est meilleur, mais le faible diamètre du faisceau de lecture limite quand même la finesse effective de la cavité, ainsi que nous l'avons constaté précédemment (paragraphe 3.2.4.1).

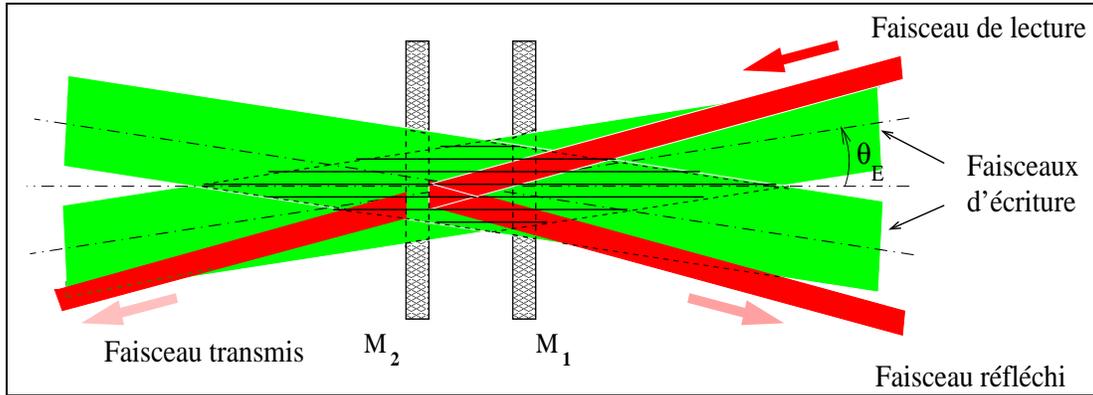


FIG. 3.15 – : Schéma de superposition des faisceaux d'écriture et du faisceau de lecture: le domaine d'interférence des faisceaux d'écriture est hachuré horizontalement.

### 3.4.3 Ajustement de l'angle de lecture

Une fois la longueur d'onde du faisceau de lecture fixée, il existe un seul angle d'incidence  $\theta_B$  sur le réseau intracavité qui vérifie la condition de résonance de Bragg ( $\lambda_L = 2n_0\Lambda\sin\theta_B$ ). Nous pouvons ajuster finement  $\theta_L$  à cette valeur par une simple translation du miroir placé devant la lentille convergente mentionnée au paragraphe précédent (voir figure 3.14). En effet, au niveau de ce miroir, le faisceau est parallèle. Au préalable, on a grossièrement orienté le miroir mobile pour que l'angle d'incidence  $\theta_L$  soit voisin de  $\theta_B$ . La lentille étant centrée sur cette direction de telle manière que son foyer image soit au centre de la cavité, une translation du miroir perpendiculairement à l'axe de la lentille induit une variation de l'angle d'incidence  $\delta\theta_L$  (voir figure 3.16) sans changer le point de focalisation du faisceau. On utilise la propriété bien connue des lentilles convergentes: tout faisceau parallèle à l'axe d'une lentille convergente est focalisé en son foyer image. Bien entendu, cela limite l'amplitude de la translation au diamètre de la monture de la lentille.

Le miroir est monté sur une platine de translation à vis micrométrique offrant une précision de 0,02 mm, soit un écart angulaire de  $2 \times 10^{-2}$  mrad. La course de la platine est de 17 mm, ce qui permet de balayer en angle la totalité du pic de résonance (voir les résultats expérimentaux dans la partie 4.1.2.1). Par contre, une

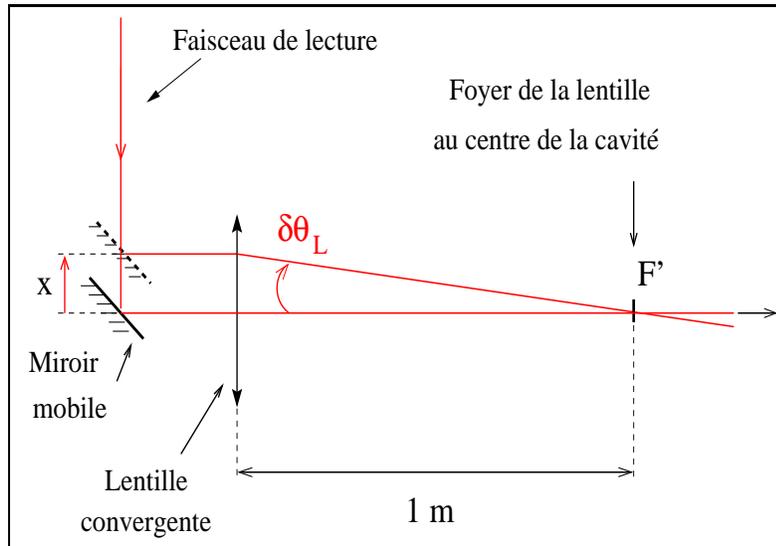


FIG. 3.16 –: Schéma du dispositif permettant de faire varier l'angle d'incidence  $\theta_L$  du faisceau de lecture sans changer son point de convergence

translation globale du système {miroir + platine} est nécessaire pour explorer des incidences correspondant à des résonances secondaires de Bragg. Il faut alors repositionner la lentille sur la direction moyenne du faisceau de lecture. Nous aborderons ce point au paragraphe 4.3.1.

## 3.5 Détection et traitement

L'inscription du réseau se faisant sur une durée de l'ordre de 100 ns, il est nécessaire d'utiliser des détecteurs suffisamment rapides pour suivre en temps réel l'évolution des différents signaux. La figure 3.17 récapitule l'ensemble du dispositif expérimental et montre où interviennent les divers instruments de mesure des signaux étudiés.

### 3.5.1 Mesure des énergies et puissances des faisceaux

Le type de détecteur utilisé pour mesurer un signal doit être approprié à sa nature, tant en intensité qu'en temps caractéristique de variation. Ainsi :

- Nous utilisons deux **détecteurs à avalanche amplifiés** (notés **A**) pour mesurer l'intensité des faisceaux **transmis** et **diffraqué** à 780 nm. Ces détecteurs ont une très forte sensibilité et un temps de réponse de l'ordre de 40 ns. Des atténuateurs protègent la partie sensible de façon à ne pas saturer les détecteurs et à les utiliser en régime linéaire. Des verres colorés absorbent l'énergie des fais-

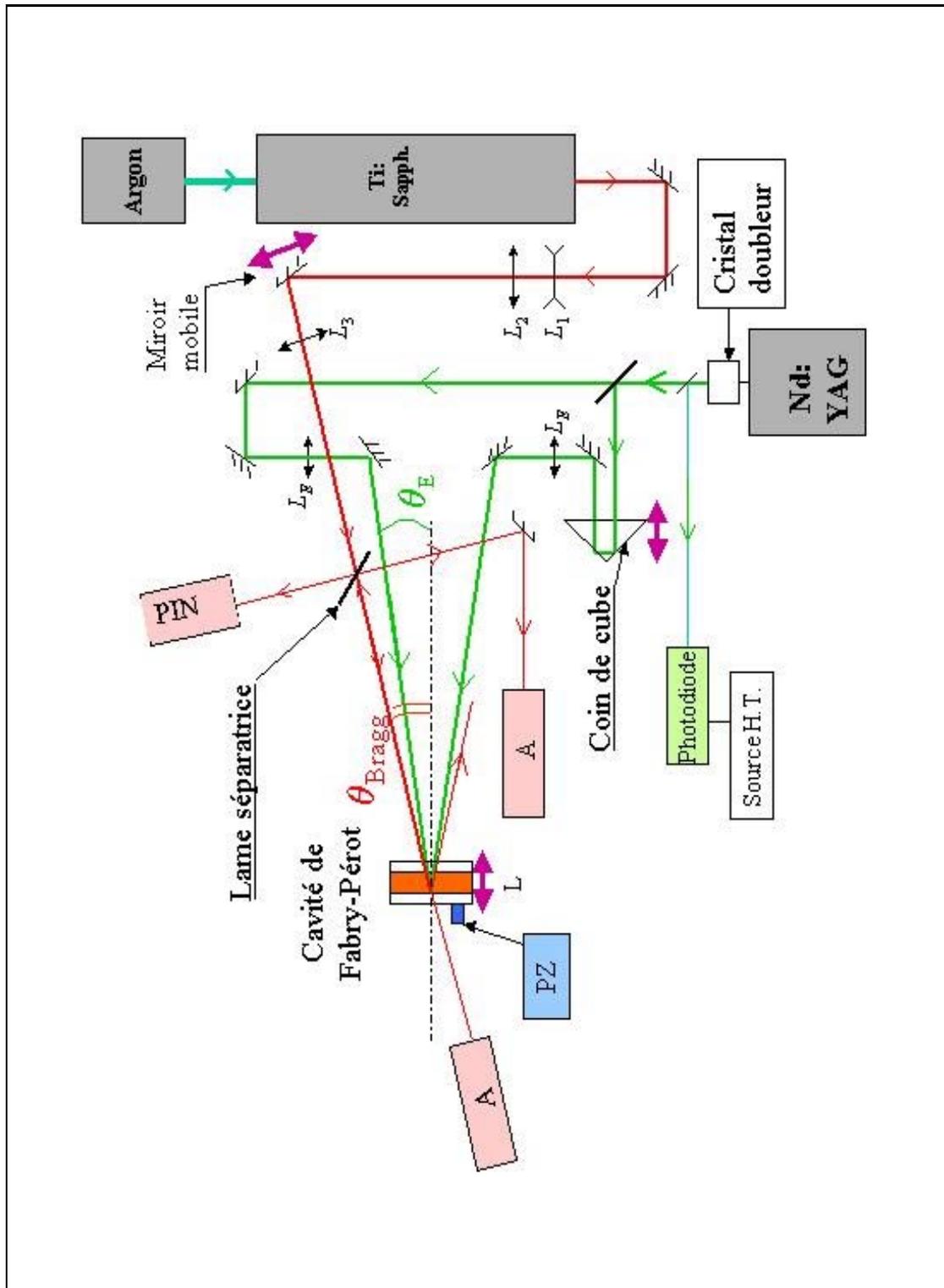


FIG. 3.17 –: Schéma du dispositif expérimental: PZ désigne la cale piézo-électrique et les détecteurs à avalanche sont repérés par la lettre A

ceaux de longueur d'onde inférieure à 680 nm, de sorte qu'ils éliminent la lumière parasite provenant des faisceaux d'écriture.

Nous étalonnons les détecteurs, avec atténuateurs et verres colorés, en mesurant avec un watt-mètre les intensités du faisceau transmis (cavité résonnante) et d'un faisceau diffracté "simulé" par réflexion sur un miroir et fortement atténué. Nous supposons alors que la sensibilité des détecteurs à faible fluence est sensiblement la même en régimes continu et impulsionnel.

Deux **oscilloscopes numériques**, modèles Tektronik 2430A (déjà mentionné au paragraphe 3.2.4.1) et Hewlett Packard 54502A, nous permettent également de visualiser simultanément l'évolution temporelle de ces intensités, sur une base de temps de 100 ns. Un port HP-IB permet de transférer les données affichées sur l'écran de l'oscilloscope Hewlett Packard vers un ordinateur.

L'onde diffractée en réflexion revient en contra-propagation de l'onde incidente. Nous en prélevons une partie avec une lame semi-réfléchissante pour les longueurs d'onde voisines de 780 nm. Sous une incidence proche de  $45^\circ$ , 30% de la puissance du faisceau diffracté sont réfléchis. Cette réflexion est dirigée vers un détecteur à avalanche par réflexion sur un miroir. Une lentille convergente réduit la taille du faisceau de façon à l'adapter à la surface sensible du détecteur (par souci de clarté, nous n'avons pas fait figurer cette lentille sur la figure 3.17). Les polarisations des ondes incidente et diffractée étant identiques, une réflexion partielle du faisceau de lecture sur cette lame est inévitable. Nous l'utilisons comme signal de référence de sa puissance.

- La mesure de la référence de l'énergie des faisceaux d'**écriture** est réalisée à l'aide d'une **photodiode à cathode de Césium** alimentée en haute tension. Nous mesurons l'énergie de la réflexion parasite à 532 nm sur le miroir réfléchissant l'infra-rouge résiduel. Ce signal est aussi utilisé pour déclencher la chaîne d'acquisition et permettre une détection synchrone. Nous étalonnons ce détecteur en mesurant par ailleurs l'énergie moyenne d'un faisceau d'écriture avec un watt-mètre.

- Le faisceau de **lecture** étant stable en intensité à l'échelle de temps où nous observons sa diffraction, une simple **photodiode** en régime photovoltaïque nous permet de mesurer une référence de son intensité. Comme nous l'avons dit plus haut, cette référence est obtenue par réflexion parasite sur la lame séparatrice qui renvoie une portion du faisceau diffracté. Nous étalonnons cette photodiode en mesurant simultanément la puissance du faisceau de lecture devant la cavité à l'aide d'un watt-mètre.

### 3.5.2 Chaîne d'acquisition

Les différents détecteurs énoncés ci-dessus délivrent des signaux qu'il est nécessaire de traiter pour en extraire l'information utile. La première étape de ce traitement est l'acquisition des données, qui est réalisée à l'aide de trois éléments (voir la figure 3.20):

- un “**boxcar**” (modèle SR 250) : intégrateur rapide à porte dont les entrées sont les signaux délivrés par les détecteurs. On obtient en sortie du boxcar les intégrations de ces signaux sur la durée de la porte;
- une **carte d'acquisition** : elle permet la numérisation des signaux générés par le boxcar;
- un **programme** en Turbo Pascal qui permet de stocker et traiter sur **ordinateur** les données numérisées, qu'elles proviennent de la carte d'acquisition ou de l'oscilloscope numérique Hewlett Packard.

Le signal de référence en énergie des impulsions à 532 nm déclenche le boxcar. Il est cependant trop bref (environ 10 ns) pour déclencher la carte d'acquisition. On l'envoie donc sur l'entrée “trigger” (déclenchement) d'un générateur intermédiaire de tension (modèle PG 508) qui émet des impulsions synchrones d'environ  $1\mu\text{s}$  adaptées au déclenchement de la carte d'acquisition.

On enregistre alors pour chaque tir les signaux proportionnels à :

- l'intensité du faisceau diffracté en réflexion (voie 3 du boxcar et de la carte d'acquisition);
- l'intensité du faisceau de lecture transmis (voie 4);
- l'énergie des faisceaux d'écriture (voie 2);
- l'intensité du faisceau de lecture (voie 1);
- un “cliché” de la fenêtre de l'oscilloscope visualisant le signal diffracté (grâce au port HP-IB).

La figure 3.18 montre un exemple d'enregistrement des variations temporelles du signal diffracté: le temps de montée du signal est de l'ordre de 100 ns (quasi instantané compte-tenu du temps de réponse du détecteur). La décroissance est beaucoup plus rapide que pour un réseau hors cavité (la durée de vie mesurée était alors  $\tau \approx 2\mu\text{s}$ ). Ceci est dû à la variation notable de l'écart à la résonance de Fabry-Perot sur l'échelle de temps où l'on observe la diffraction. L'enregistrement de l'évolution temporelle de la transmission sur cette plage, lorsque les faisceaux d'écriture sont cohérents, le montre bien (voir figure 3.19).

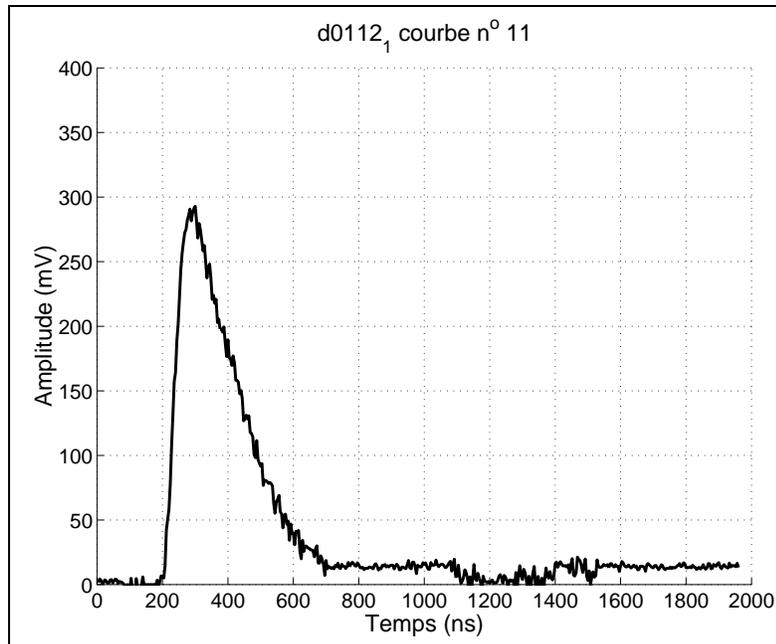


FIG. 3.18 –: Evolution temporelle de la tension délivrée par le détecteur à avalanche mesurant l'intensité du faisceau diffracté en réflexion

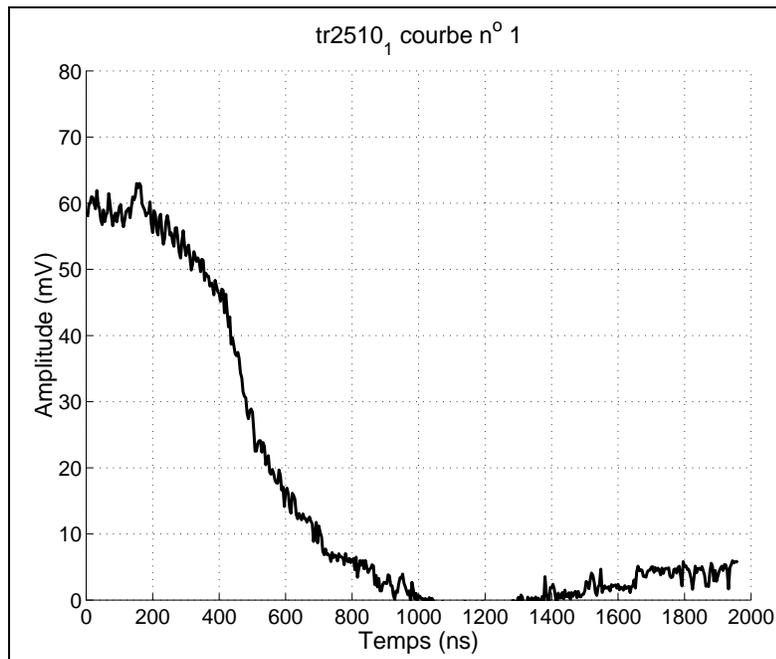


FIG. 3.19 –: Evolution temporelle de la tension délivrée par le détecteur à avalanche mesurant l'intensité du faisceau transmis, les faisceaux d'écriture étant cohérents

Lors du dépouillement des données, on calcule l'efficacité de diffraction en rapportant l'intensité diffractée à celle du faisceau de lecture. L'intensité du faisceau transmis nous renseigne sur la valeur de l'écart à la résonance de Fabry-Perot: on se réfère à l'enregistrement des variations de  $\mathcal{T}$  avec la tension sinusoïdale établi lors du réglage du parallélisme des miroirs (voir les figures du paragraphe 3.2.4.1, notamment l'étalonnage de la cavité 3.9). Pour de faibles écarts à la résonance, à chaque valeur d'intensité transmise correspond une valeur absolue de déphasage  $\phi$  de la cavité. Lorsqu'on s'éloigne davantage d'un mode de Fabry-Perot, cette relation n'est plus bijective, l'intensité transmise étant quasiment constante et nulle entre deux résonances.

## 3.6 Problèmes liés à l'utilisation d'un liquide

### 3.6.1 Diffusion thermique

La durée de vie limitée du réseau, déterminée par le coefficient de diffusion thermique du solvant, impose l'utilisation de faisceaux d'écriture pulsés. Il aurait été plus simple de travailler en régime continu, afin de nous affranchir de problèmes de détection et de cohérence. Mais cela s'est avéré impossible pour l'écriture par voie thermique: dans ce cas, le réseau s'efface en même temps qu'il s'écrit, et la modulation d'indice n'est pas assez contrastée pour observer quoi que ce soit. Cela nous oblige donc à utiliser des impulsions dont la durée doit être négligeable devant le temps de décroissance  $\tau$  du réseau ( $\tau \approx 0,2\mu s$  pour un angle  $\theta_E$  voisin de  $5^\circ$ ).

### 3.6.2 “Onde de choc”

Au cours des expériences préliminaires de caractérisation du milieu intracavité, nous avons observé une variation significative de la transmission d'un faisceau sonde continu par la cavité, après le passage des impulsions d'écriture. Ce phénomène persiste lorsque les impulsions sont incohérentes, preuve que la variation d'intensité du faisceau sonde transmis n'est pas due à la diffraction sur un réseau induit par les faisceaux d'écriture.

La figure 3.21 montre un enregistrement type de l'évolution temporelle du faisceau transmis au passage des impulsions d'écriture, rendues incohérentes à l'aide d'une lame de verre de 2 cm d'épaisseur interposée sur le bras (2). Initialement, la cavité est légèrement hors résonance. L'échauffement moyen produit par absorption de l'énergie des impulsions accentue cet écart: la transmission  $\mathcal{T}$  du faisceau de lecture décroît à partir de  $t_0=1000$  ns, qui date l'entrée des impulsions dans la cavité. La décroissance de  $\mathcal{T}$  se poursuit jusqu'au temps  $t_1 \approx 1650$  ns, où le

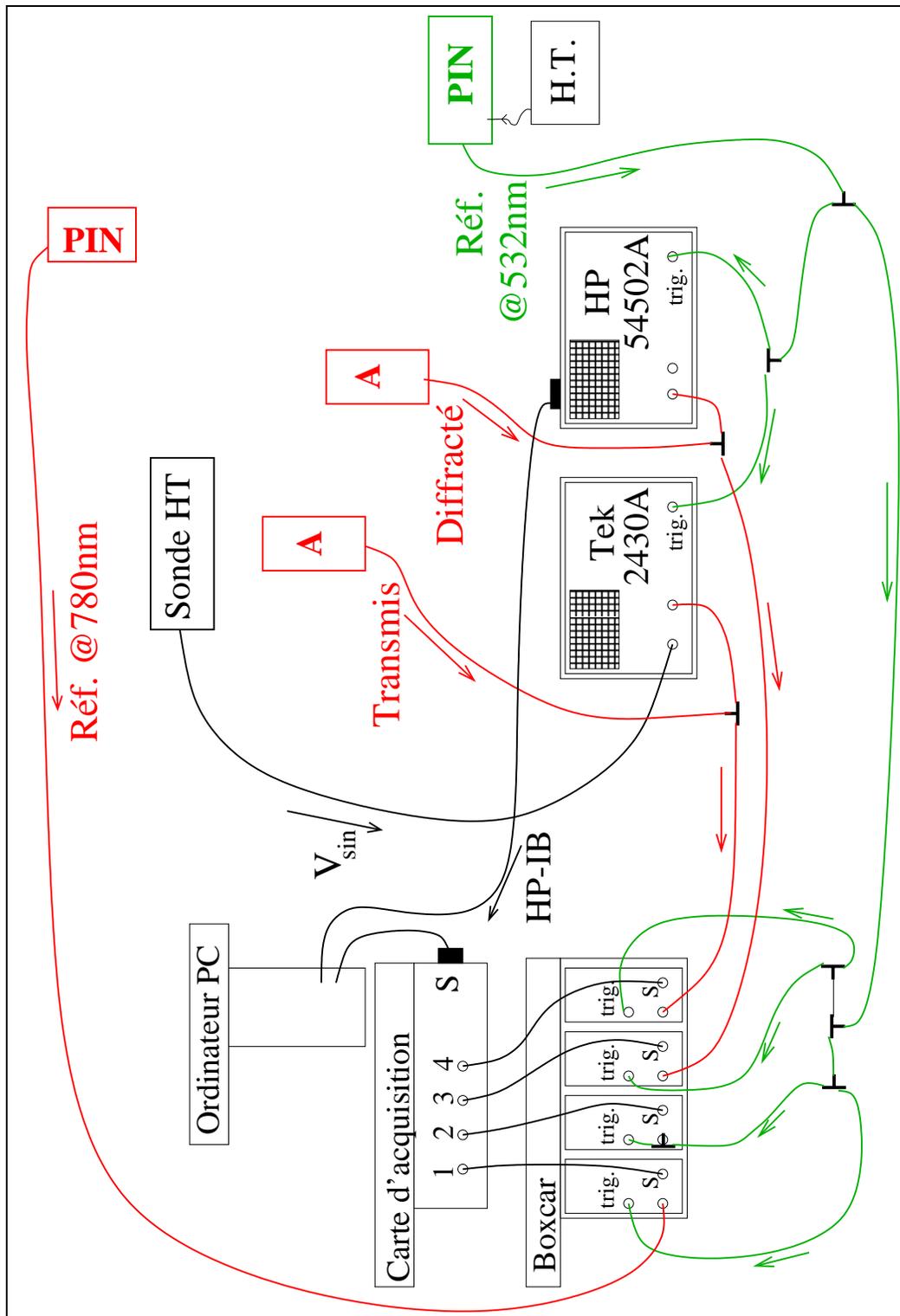


FIG. 3.20 –: Schéma du dispositif de détection et d'acquisition des données

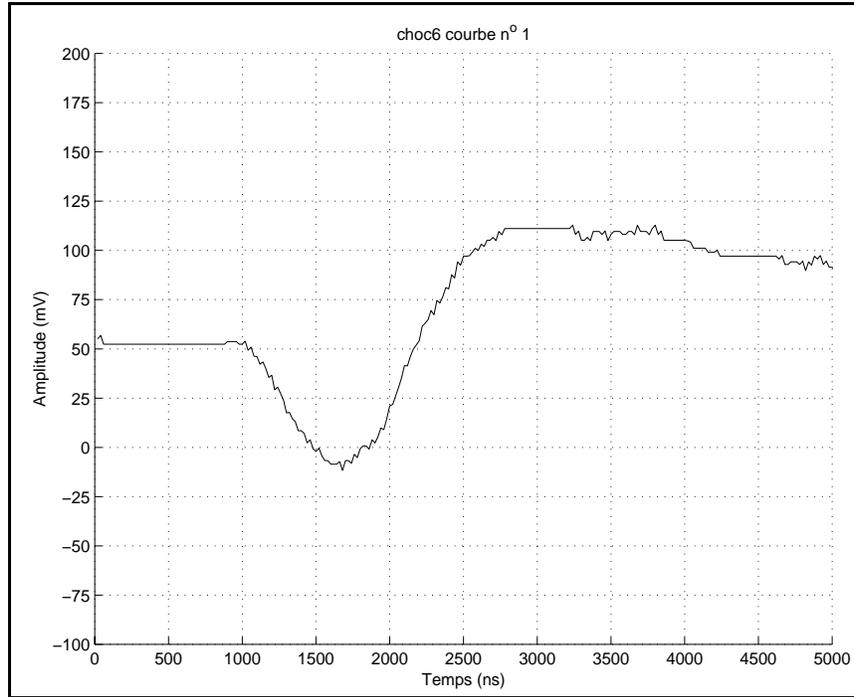


FIG. 3.21 –: *Evolution temporelle de la transmission de la cavité à 780 nm soumise à des impulsions lumineuses non cohérentes*

sens de variation de la transmission s'inverse. Cette inversion intervient avec un retard de l'ordre du temps de propagation d'une onde de pression sur l'épaisseur de la solution intracavité. En effet, connaissant la vitesse du son dans l'éthanol à  $20^\circ\text{C}$  ( $c_s = 1150 \text{ m.s}^{-1}$ ), on peut aisément calculer le temps de propagation de cette variation de pression induite par le passage des impulsions, pour une cavité d'épaisseur 0,7 mm :

$$\Delta t_{\text{choc}} = \frac{l}{c_s} \approx 600 \text{ ns} \quad (3.12)$$

Cette valeur est voisine de celle mesurée expérimentalement ( $t_1 - t_0 = 650 \text{ ns}$ ). Ceci nous amène à penser que l'arrivée des impulsions génère une onde de choc qui se propage au sein du liquide et vient heurter le miroir de fond du résonateur ( $M_2$ ). La longueur de la cavité augmente alors légèrement. Dans le cas correspondant à la figure 3.21, ceci ramène la cavité à la résonance. Inversement, si elle est réglée pour que le faisceau sonde soit en résonance avec le Fabry-Perot (maximum de transmission), l'intensité du faisceau transmis chute brutalement. A des temps ultérieurs ( $t_3 \approx 3500 \text{ ns}$ ), on observe une nouvelle inversion du sens de variation de  $\mathcal{T}$ , qui traduit un mouvement de relaxation de  $M_2$  après le passage de l'onde de choc.

Le temps nécessaire aux échanges thermiques locaux et à l'apparition du réseau

(de l'ordre de la nanoseconde) étant très inférieur à  $\Delta t_{choc}$ , on caractérisera correctement le signal diffracté avant l'arrivée de l'onde de choc. Mais l'observation de la décroissance du réseau risque d'être perturbée par ce phénomène.

### 3.6.3 Evaporation de l'éthanol

La nécessité de modifier l'épaisseur du résonateur de Fabry-Perot impose la mobilité d'un des deux miroirs. Les parois latérales autour de la cavité doivent donc pouvoir être allongées ou rétrécies en même temps que le miroir mobile avance ou recule. L'élément que nous avons choisi d'utiliser (voir description de la cavité au paragraphe suivant) est un soufflet en caoutchouc (voir figure 3.6), qui présente une certaine porosité. Le volume d'air qu'il renferme au-dessus de la solution est aussi bien supérieur à celui de l'espace intracavité. Par suite, à température ambiante voisine de  $20^{\circ}\text{C}$ , l'éthanol dans lequel est dissout le colorant s'évapore après quelques heures. Nous sommes donc contraints de renouveler le contenu de la cavité au moins une fois par jour, afin que la concentration, et donc le coefficient d'absorption de la solution ne varient pas significativement pendant la durée des mesures. Cette opération nous oblige à ouvrir le Fabry-Perot pour le vider de son contenu et remplacer la solution de colorant, puis régler à nouveau le parallélisme des miroirs. Cette manipulation modifie légèrement le réglage du parallélisme des miroirs de la cavité et nuit légèrement à la reproductibilité des résultats.



# Chapitre 4

---

## Etude du signal diffracté

Nous allons maintenant exposer le détail des résultats expérimentaux obtenus avec le dispositif décrit au chapitre 3. Nous nous sommes intéressés à l'efficacité de diffraction maximale du réseau inscrit thermiquement (voir le paragraphe 1.1.2), et aux variations induites par un écart aux résonances de Bragg et de Fabry-Perot. Ces mesures mettent en évidence l'apport de la configuration intracavité comparée à un réseau de Bragg hors cavité, conformément aux prédictions théoriques. Le modèle en ondes planes développé précédemment doit toutefois être légèrement modifié pour décrire correctement le comportement du dispositif expérimental, comme nous l'expliquons dans la suite.

### 4.1 Analyse qualitative de l'apport de la cavité

#### 4.1.1 Efficacité de diffraction maximale et résonance de Fabry-Perot

Nous avons établi au chapitre 2 que l'efficacité de diffraction du dispositif était maximale lorsque l'onde de lecture vérifie simultanément les conditions de résonance de Bragg et de Fabry-Perot. Nous avons donc recherché cet angle d'incidence particulier du faisceau de lecture. Après positionnement et orientation grossiers du miroir mobile renvoyant le faisceau de lecture sur la cavité, nous translatons ce miroir devant la lentille convergente (voir la figure 3.14) de façon à balayer la plage de valeurs de  $\theta_L$  au voisinage de la résonance de Bragg. Pour

chaque  $\theta_L$ , nous faisons varier l'épaisseur de la cavité (protocole décrit au paragraphe 3.2.2) pour que le faisceau de lecture soit en résonance de Fabry-Perot, et ainsi optimiser l'intensité diffractée en réflexion. La valeur de  $\theta_L$  correspondant au maximum de cette intensité est l'angle de Bragg  $\theta_B$ .

#### 4.1.1.1 Variation de l'efficacité de diffraction avec l'écart à la résonance de Fabry-Perot

La mesure des variations de la transmission du résonateur  $\mathcal{T}_{FP}$  avec la tension appliquée à la cale piézoélectrique, présentée dans la partie 3.2.2, nous sert d'étalonnage. A chaque valeur de  $\mathcal{T}_{FP}$  est associée une valeur de déphasage à la résonance de Fabry-Perot  $\phi_{FP}$ . Ceci nous permet d'étudier les variations de  $\rho_{DR}$  avec  $\phi_{FP}$ , lorsque le faisceau de lecture est en résonance de Bragg avec le réseau intracavité. La figure 4.1 montre les valeurs expérimentales de l'efficacité de diffraction et de la transmission du dispositif, mesurées simultanément, en fonction de  $\phi_{FP}$ . Ces grandeurs sont normalisées à leur maximum de façon à pouvoir comparer les variations de ces deux grandeurs :

$$\rho_{DRnorm} = \frac{\rho_{DR}}{\max(\rho_{DR})} \quad (4.1)$$

$$\mathcal{T}_{FPnorm} = \frac{\mathcal{T}_{FP}}{\max(\mathcal{T}_{FP})} \quad (4.2)$$

Cette figure nous permet de constater le comportement similaire de la transmission de Fabry-Perot et de l'efficacité de diffraction intracavité lorsqu'on s'écarte de la résonance de la cavité. Le résonateur influence fortement la diffraction sur le réseau de Bragg, et semble lui imposer sa finesse. Ce constat conforte l'intuition qui a motivé l'étude de ce dispositif intracavité.

#### 4.1.1.2 Gain en efficacité de diffraction

En prenant le rapport de l'intensité maximale du signal diffracté et de celle du faisceau de lecture, on obtient la valeur expérimentale de  $\rho_{DR_{res}}$  (définie au paragraphe 2.2.1) du réseau intracavité optiquement inscrit :

$$\rho_{DR_{res}} = \frac{I_{DRmax}}{I_i} \quad (4.3)$$

Pour les énergies des faisceaux d'écriture et l'absorption du milieu intracavité à la longueur d'onde  $\lambda_L$  donnés au chapitre 3, nous avons ainsi mesuré une **efficacité de diffraction maximale voisine de 4%**. Ce résultat quantitatif nous permet de comparer les performances du dispositif intracavité expérimental à celles d'un

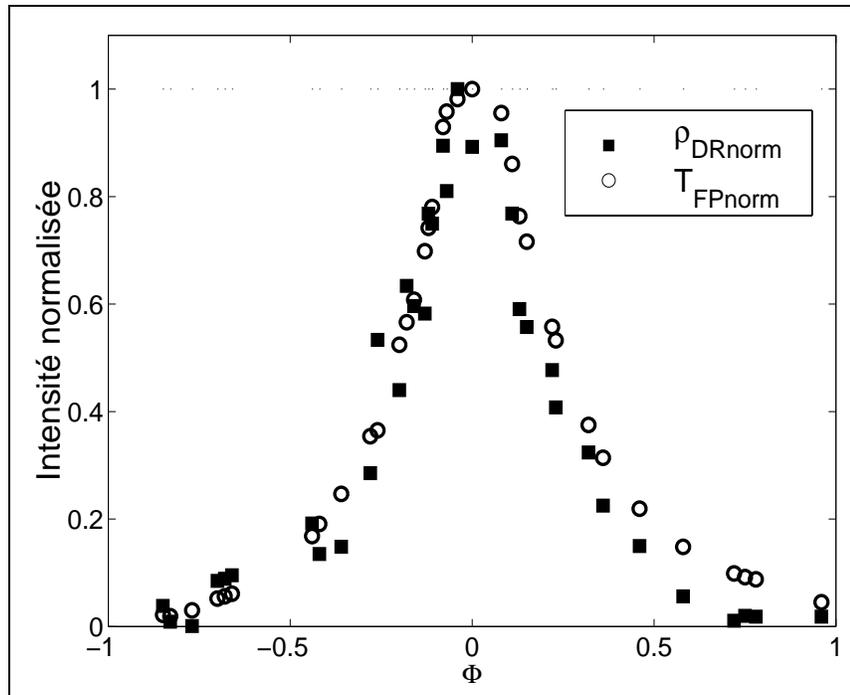


FIG. 4.1 —: Valeurs expérimentales des variations normalisées à 1 de la transmission de la cavité et de l'efficacité de diffraction intracavité avec le déphasage à la résonance de de Fabry-Perot.

réseau de Bragg de mêmes modulation d'indice et épaisseur hors cavité. Pour mener à bien cette comparaison, nous devons connaître ces deux paramètres. L'épaisseur du milieu où est inscrit le réseau d'indice est mesurée en illuminant la cavité de Fabry-Perot avec le faisceau de lecture à  $\lambda_L \approx 787nm$  (émis par le laser Ti:Saphir) et en faisant varier l'angle d'incidence  $\theta_L$ . Les maxima de transmission correspondent à des incidences telles que :

$$2n_0l\cos\theta_L = m\lambda_L \quad m \text{ entier} \quad (4.4)$$

Ainsi, en repérant la position de deux résonances successives, on peut évaluer l'épaisseur  $l$  de la cavité. En pratique, nous avons balayé trois résonances de Fabry-Perot avec la platine de translation solidaire du miroir mobile (représenté sur la figure 3.14). Ceci nous a permis de mesurer une épaisseur de cavité  **$l = 730 \pm 6\mu m$** .

L'amplitude de modulation d'indice est également évaluée expérimentalement. Connaissant les propriétés absorbantes et thermiques de la solution utilisée comme milieu non linéaire, nous avons déduit de la mesure de l'énergie des faisceaux d'écriture la valeur du  $\Delta n$  induit :  **$\Delta n \approx -4.7 \times 10^{-6}$**  (voir le paragraphe 3.3.2).

La première propriété que nous avons étudiée est l'augmentation de l'efficacité de diffraction intracavité résonnante, telle que nous l'avons définie par l'équation 2.91. En supposant, dans un premier temps, l'absorption résiduelle de l'onde de lecture négligeable ( $\alpha_0 = 0$ ), nous pouvons calculer l'efficacité résonnante en transmission du réseau de Bragg correspondant (dont l'expression est donnée par l'équation 2.84). En reprenant les notations du chapitre 2, la modulation d'indice intégrée vaut :

$$\nu = \frac{\pi\Delta n l}{\lambda_L \cos\theta_L} = 1,35 \times 10^{-2} \quad (4.5)$$

L'efficacité du réseau de Bragg hors cavité est donnée par :

$$(\rho_{Dmax})_{Bragg} = \sin^2(\nu) = 1,8 \times 10^{-4} \quad (4.6)$$

Le gain en efficacité de diffraction est donc :

$$G_{Bragg \text{ rés.}} \approx 220 \quad (4.7)$$

Ainsi, l'insertion dans la cavité de Fabry-Perot améliore l'intensité diffractée de plus de deux ordres de grandeur, et donne accès à des efficacités considérables alors que celles du réseau hors cavité sont très faibles. Ce résultat est très proche des prévisions de la figure 2.17a, qui présente les variations de  $G_{Bragg \text{ rés.}}$  avec

$R_1$  pour une modulation d'indice intégrée optimisée, suivant un modèle en ondes planes. D'après cette figure, pour  $R_1 = 0,79$ , la valeur de  $\nu$  qui optimise  $\rho_{DR}$  est voisine de 0,06 et le gain optimum en efficacité attendu est légèrement supérieur à 220.

La différence avec le résultat expérimental est essentiellement due à la limitation transversale du faisceau de lecture et à son inclinaison. Le couplage avec la cavité est donc moins performant, puisque le faisceau se décale de l'axe  $z$  après quelques réflexions dans la cavité. Nous avons défini au paragraphe 1.2.2 l'incidence de Bragg  $\theta_B$  pour laquelle  $K - 2k' \sin \theta_B = 0$ . Compte-tenu de la légère divergence du faisceau de lecture, seule la direction moyenne de propagation est en résonance parfaite avec le réseau. De même, la cavité n'est pas en résonance pour la totalité des incidences représentées dans le faisceau. Mais ces écarts à la résonance ont toutefois une influence négligeable, comme nous le verrons au paragraphe 4.2.2 et l'apport du résonateur en terme d'efficacité de diffraction maximale est considérable.

Nous avons aussi étudié la sélectivité du dispositif intracavité, et comparé les résultats à ceux du réseau de Bragg hors cavité. Le paragraphe suivant est consacré à l'étude des variations angulaires et spectrales de l'efficacité de diffraction.

## 4.1.2 Gain en sélectivité

L'efficacité de diffraction du dispositif intracavité utilisé en réflexion est maximale lorsque l'onde de lecture vérifie simultanément les conditions des deux résonances de Bragg et de Fabry-Perot (voir les équations 2.29 et 2.30). Pour un réseau donné (pas fixe), la longueur d'onde de lecture  $\lambda_L$  impose l'angle d'incidence résonnant  $\theta_B$ , et inversement. La résonance de Fabry-Perot est obtenue en faisant varier l'épaisseur du milieu intracavité. Nous allons maintenant étudier l'influence d'un désaccord de phase de Bragg ( $\Delta k \neq 0$ ) sur l'efficacité de diffraction du réseau intracavité, qu'il soit d'origine angulaire (paragraphe 4.1.2.1) ou spectrale (paragraphe 4.1.2.2).

### 4.1.2.1 Ecart angulaire à la résonance de Bragg (à $\lambda_L$ fixée)

Le montage expérimental est ainsi fait que l'on peut modifier l'angle d'incidence moyen du faisceau de lecture ( $\theta_L$ ) sur le réseau intracavité par simple translation d'un miroir mobile (voir la description au paragraphe 3.4). En jouant sur la haute tension appliquée à la cale piézoélectrique, on peut retrouver la résonance de Fabry-Perot pour tout  $\theta_L$ . La cavité est résonnante lorsque l'intensité du faisceau transmis est maximale. On mesure alors l'efficacité de diffraction correspondante.

La figure 4.2 montre les variations de l'efficacité de diffraction normalisée avec

$\Delta\theta = \theta_L - \theta_B$ : les carrés représentent le maximum mesuré d'efficacité de diffraction, sans tenir compte de la valeur de  $\phi_{FP}$ , et les ronds l'efficacité mesurée pour une cavité de Fabry-Perot résonnante ( $\phi_{FP} = 0$ ), i.e. de transmission maximale.

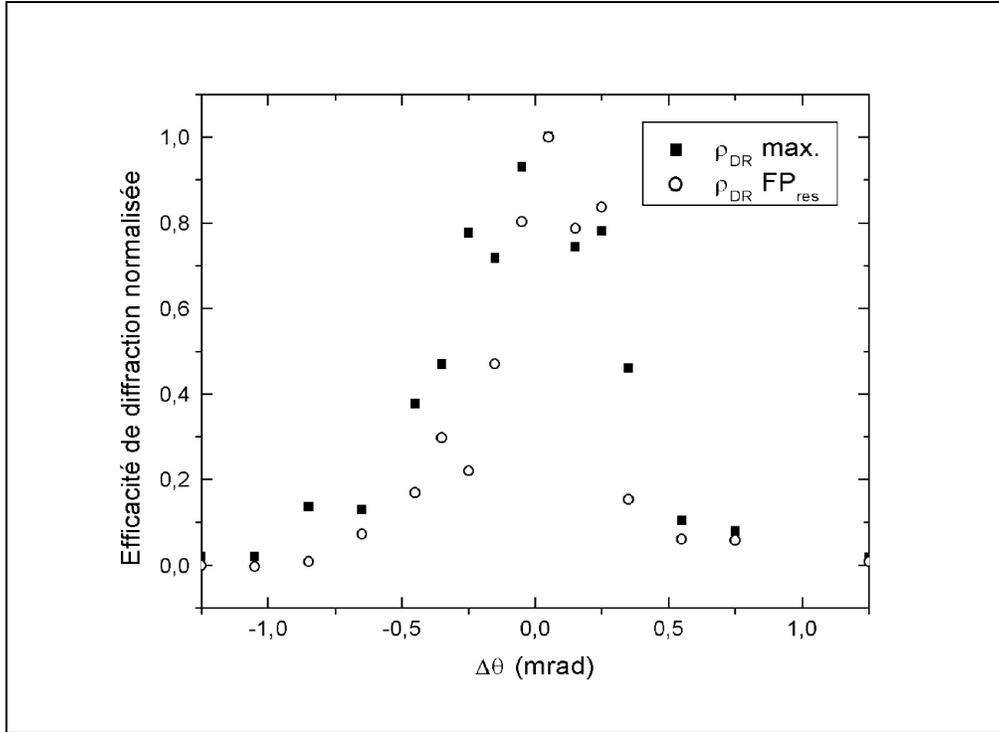


FIG. 4.2 –: Valeurs expérimentales de l'efficacité de diffraction intracavité normalisée en fonction de l'écart angulaire à la résonance de Bragg  $\Delta\theta$ : efficacité maximale mesurée (carrés) et efficacité à la résonance de Fabry-Perot (cercles).

Les deux mesures à l'origine de ce graphique ne donnent pas exactement le même maximum d'efficacité de diffraction (6% et 4% respectivement). Cette légère différence peut être due à une compensation des effets de l'inclinaison du faisceau par un déphasage  $\phi_{FP}$  non nul, qui permet d'atteindre une efficacité plus élevée qu'à la résonance de Fabry-Perot. Nous avons normalisé ces deux enregistrements à leur valeur maximale, afin de comparer leurs largeurs angulaires :

$$\rho_{DRnorm} = \frac{\rho_{DR}}{\max(\rho_{DR})} \quad (4.8)$$

Nous constatons un léger écart entre ces deux séries de points lorsqu'on s'écarte de la résonance de Bragg, ce qui confère une plus grande largeur à mi-hauteur à  $\rho_{DR}$  maximale. Suivant l'optimisation de la cavité, la sélectivité angulaire du dispositif sera donc plus ou moins élevée. Dans le cas le plus défavorable ( $\rho_{DR}$

maximale), on mesure une largeur à mi-hauteur du pic de diffraction :

$$(\Delta\theta_{1/2})_{intracav.} \approx 0,6 \text{ mrad} \quad (4.9)$$

Afin de juger ce résultat en termes de performances, nous évaluons l'apport de la cavité. Si l'on trace la courbe des variations de  $\rho_{Bragg}$  avec  $\Delta\theta$  (représentée sur la figure 4.3) du réseau de Bragg hors cavité de mêmes épaisseur et modulation d'indice, on mesure une largeur angulaire :

$$(\Delta\theta_{1/2})_{Bragg} \approx 4,3 \text{ mrad} \quad (4.10)$$

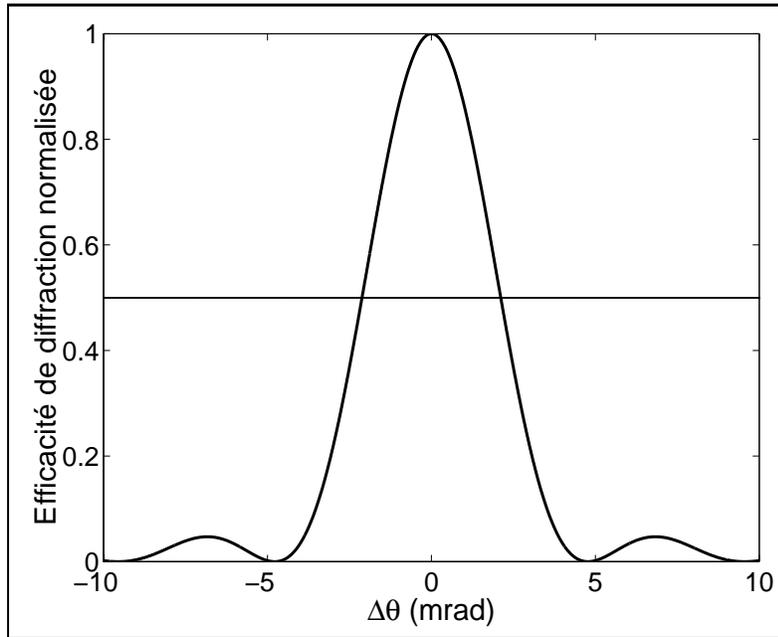


FIG. 4.3 –: Courbe de variations de l'efficacité de diffraction normalisée avec l'écart à la résonance  $\Delta\theta$ , pour le réseau hors cavité ( $l = 730\mu\text{m}$ ,  $\Delta n = 4,6 \times 10^{-6}$ ,  $\Lambda \approx 3,5\mu\text{m}$  et  $\alpha_0 = 0$ ).

La cavité de Fabry-Perot induit un **rétrécissement angulaire du pic de résonance d'un facteur 7 environ**. La sélectivité angulaire du réseau de Bragg est donc fortement accrue dans le dispositif intracavité, ce qui corrobore les prévisions du chapitre 2.

Au cours de l'étude analytique menée au chapitre 2, nous avons aussi évoqué les propriétés de rapport signal sur bruit des réseaux. Expérimentalement, nous avons essayé d'évaluer ce rapport pour le dispositif intracavité, en réglant l'angle d'incidence du faisceau de lecture voisin de la direction d'un lobe secondaire (voir

le paragraphe 2.2.3). Malheureusement, nous n'avons pas pu mesurer d'intensité significative correspondant à cette direction, le signal potentiel se noyant dans le "bruit" optique (ou électronique). Sur la figure 4.3, on peut estimer l'intensité des lobes secondaires à environ 5% de l'efficacité de diffraction maximale pour le réseau de Bragg hors cavité. Par ailleurs, nous avons évalué la modulation d'indice normalisée du réseau à  $\nu = 1,35 \times 10^{-2}$ . En se reportant à la figure 2.13, on voit que pour les valeurs de  $\nu$  entre 0,010 et 0,015 et un produit  $R_1 R_2 \approx 0,8$ , le rapport signal sur bruit du dispositif intracavité est au moins 15 dB plus grand que celui du réseau de Bragg hors cavité correspondant. L'intensité des lobes secondaires que nous cherchons à mesurer est donc inférieure à 1% du maximum diffracté, ce qui est bien de l'ordre de l'intensité du bruit optique. Nous ne pouvons donc pas quantifier précisément l'amélioration apportée par la cavité, mais pouvons en donner une estimation minorante: **le rapport signal sur bruit du dispositif intracavité est au moins 5 fois plus élevé que celui du réseau hors cavité.**

#### 4.1.2.2 Ecart spectral à la résonance de Bragg (à $\theta_L$ fixé)

Une seconde façon de s'écarter de la résonance de Bragg est de modifier la longueur d'onde du faisceau de lecture, ce pourquoi, entre autres, nous avons choisi une source accordable en fréquence pour lire le réseau intracavité. Pour un angle d'incidence constant, la résonance de Fabry-Perot est également affectée par cette variation de  $\lambda_L$  et nous devons modifier légèrement l'épaisseur de la cavité pour que la condition 4.4 soit à nouveau vérifiée (ajustement de la haute tension appliquée à la cale piézoélectrique). Nous avons effectué une série de mesures d'efficacité de diffraction, en faisant varier  $\lambda_L$ . Nous avons exploré une plage de 30 nm centrée sur  $\lambda_L = 787$  nm, en tournant la vis du filtre biréfringent par pas de 0,05 mm. Pour chaque position du vernier, nous faisons varier l'épaisseur de la cavité de façon à maximiser l'intensité du faisceau transmis (résonance de la cavité). Nous utilisons l'étalonnage du laser Ti:saphir (voir la figure 3.13), pour déterminer la valeur de  $\lambda_L$  correspondant à l'indication du vernier. La figure 4.4 montre les valeurs d'efficacité de diffraction en réflexion correspondantes tracées en fonction de l'écart spectral à la longueur d'onde de résonance de Bragg :

$$\Delta\lambda = \lambda_L - (\lambda_L)_{\text{Bragg}}. \quad (4.11)$$

Ici encore nous avons normalisé les valeurs mesurées à leur maximum, puisque nous nous intéressons aux variations relatives de l'efficacité de diffraction. Sur cette figure, on peut évaluer la largeur à mi-hauteur du pic d'efficacité mesurée (qui est très proche de celle calculée) :

$$(\Delta\lambda_{1/2})_{\text{intracav.}} \approx 10 \text{ nm} \quad (4.12)$$

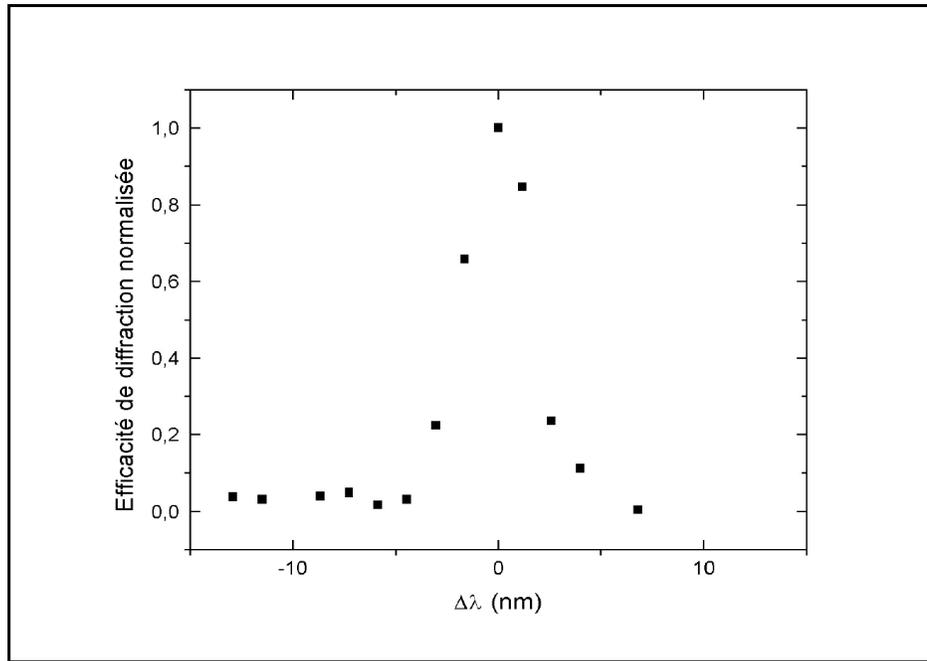


FIG. 4.4 – : Variations expérimentales de l'efficacité de diffraction intracavité normalisée avec l'écart en longueur d'onde à la résonance de Bragg  $\Delta\lambda$ , pour une cavité résonnante.

Comme pour les variations angulaires, nous comparons les résultats obtenus pour le dispositif intracavité avec ceux du réseau de Bragg hors cavité.

La figure 4.5 montre la courbe de variations de l'efficacité de diffraction de ce réseau avec l'écart en longueur d'onde  $\Delta\lambda$ .

Cette courbe présente une largeur à mi-hauteur :

$$(\Delta\lambda_{1/2})_{Bragg} \approx 40 \text{ nm} \quad (4.13)$$

On observe donc une **augmentation d'un facteur 4 de la sélectivité spectrale du réseau** en configuration intracavité asymétrique. Cet affinement du pic de résonance dans le domaine spectral est assez médiocre, comparé aux performances dans le domaine spatial. Il est plus avantageux de combiner le dispositif intracavité à un système dispersif en amont, qui modifie l'angle d'incidence en fonction de la longueur d'onde. Ceci pourrait être mis en œuvre pour des applications au filtrage (sources laser par exemple) ou au multiplexage en longueur d'onde (dispositifs pour les Télécommunications). Pour ces dernières applications, les longueurs d'onde utilisées sont voisines de  $1,53\mu\text{m}$ , domaine que nous n'avons pas exploré expérimentalement. Les exigences en matière de spectre d'efficacité sont d'ailleurs plus orientées vers un peigne de pics quasiment rectangulaires, pré-

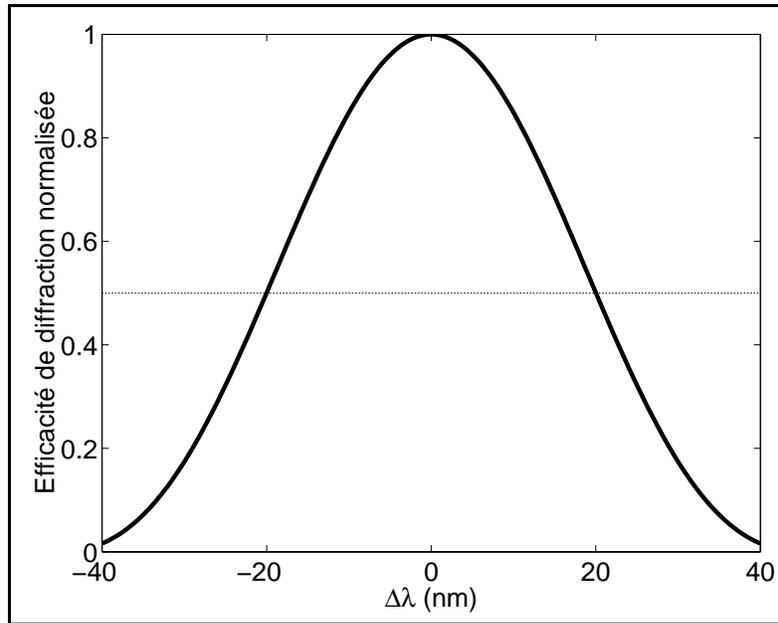


FIG. 4.5 –: Courbe de variation de l'efficacité de diffraction normalisée avec l'écart à la résonance  $\Delta\lambda$ , pour le réseau hors cavité ( $l = 730\mu\text{m}$ ,  $\Delta n = 4,6 \times 10^{-6}$ ,  $\Lambda \approx 3,5\mu\text{m}$  et  $\alpha_0 = 0$ ).

sentant un maximum très "plat" et un très bon rapport signal sur bruit, i.e. une efficacité de diffraction normalisée inférieure à -40 dB entre deux modes successifs.

Cette première analyse qualitative des résultats expérimentaux met en évidence l'amélioration significative par le résonateur de Fabry-Perot des propriétés diffractives du réseau de Bragg. Nous allons maintenant comparer les valeurs mesurées aux valeurs calculées à partir du modèle théorique.

## 4.2 Comparaison avec les résultats théoriques

Au cours de l'étude théorique menée au chapitre 2, nous avons établi l'expression analytique de l'efficacité de diffraction d'une onde plane sur un réseau de Bragg intracavité, en fonction des réflectivités des miroirs de la cavité, de  $\nu = \pi\Delta n l / \lambda_L \cos \theta_L$  et de l'absorption intégrée  $\mathcal{A}bs = 2\alpha_0 l / \cos \theta_L$ . Le faisceau de lecture utilisé dans cette étude expérimentale a bien entendu une extension transversale finie et une certaine divergence. Cela se traduit par exemple par une finesse effective de la cavité moins élevée que celle calculée pour une illumination en onde plane (voir le paragraphe 3.2.4.1). Nous devons tenir compte de cet écart au modèle établi au chapitre 2.

### 4.2.1 Prise en compte de la divergence et de l'extension finie du faisceau de lecture

Afin de décrire le plus fidèlement possible la propagation des ondes dans l'espace intracavité, nous considérons que le **faisceau incident** est **gaussien** et décomposons en ondes planes l'amplitude des ondes incidente, intracavité transmise et réfléchi. La figure 4.6 montre les orientations des vecteurs d'onde moyens  $\underline{k}'_{RF}$ ,  $\underline{k}'_{RB}$ ,  $\underline{k}'_{SF}$  et  $\underline{k}'_{SB}$ , ainsi que la décomposition sur les axes  $x_{RF}$ ,  $y$  et  $z_{RF}$  de la variation de  $\underline{k}'_{RF_i}$  autour du vecteur d'onde moyen  $\underline{k}'_{RF}$ .

Soient  $z_{RF}$  la coordonnée suivant la direction de propagation de l'onde de lecture, et  $x_{RF}$  celle suivant l'axe directement orthogonal dans le plan  $XZ$  :

$$x_{RF} = x \cos \theta_L - z \sin \theta_L \quad (4.14)$$

$$z_{RF} = x \sin \theta_L + z \cos \theta_L \quad (4.15)$$

et le vecteur d'onde  $\underline{k}'_{RF_i}$  d'une des ondes planes composant le champ de lecture intracavité qui se propage vers l'avant s'écrit :

$$\underline{k}'_{RF_i} = k' \hat{z}_{RF} + \delta k_{x_{RF}} \hat{x}_{RF} + \delta k_y \hat{y} + \delta k_{z_{RF}} \hat{z}_{RF} \quad (4.16)$$

La norme du vecteur d'onde reste égale à  $k'$  et on peut exprimer  $\delta k_{x_{RF}}$  et  $\delta k_{z_{RF}}$  en fonction des écarts  $\delta k_x$  et  $\delta k_y$  à la direction moyenne de propagation dans le repère  $XY$  lié au réseau :

$$\delta k_{x_{RF}} = \frac{\delta k_x}{\cos \theta_L} \quad (4.17)$$

$$\delta k_{z_{RF}} = -\frac{\delta k_x^2 / \cos^2 \theta_L + \delta k_y^2}{2k'} \quad (4.18)$$

Pour simplifier les écritures, notons cette dernière quantité  $\delta k_Z$  :

$$\delta k_Z = -\frac{\delta k_x^2 / \cos^2 \theta_L + \delta k_y^2}{2k'} \quad (4.19)$$

Il vient alors, dans le repère  $XOZ$  :

$$\underline{k}'_{RF_i} = [(k' + \delta k_Z) \sin \theta_L + \delta k_x] \hat{x} + \delta k_y \hat{y} + [(k' + \delta k_Z) \cos \theta_L - \delta k_x \tan \theta_L] \hat{z} \quad (4.20)$$

De même, les vecteurs d'onde associées aux ondes planes résultant de la décomposition de  $R_B$ ,  $S_F$  et  $S_B$  s'écrivent respectivement :

$$\underline{k}'_{RB_i} = [(k' + \delta k_Z) \sin \theta_L + \delta k_x] \hat{x} + \delta k_y \hat{y} - [(k' + \delta k_Z) \cos \theta_L - \delta k_x \tan \theta_L] \hat{z} \quad (4.21)$$

$$\underline{k}'_{SF_i} = -[(k' + \delta k_Z) \sin \theta_L + \delta k_x] \hat{x} + \delta k_y \hat{y} + [(k' + \delta k_Z) \cos \theta_L - \delta k_x \tan \theta_L] \hat{z} \quad (4.22)$$

$$\underline{k}'_{SB_i} = -[(k' + \delta k_Z) \sin \theta_L + \delta k_x] \hat{x} + \delta k_y \hat{y} - [(k' + \delta k_Z) \cos \theta_L - \delta k_x \tan \theta_L] \hat{z} \quad (4.23)$$

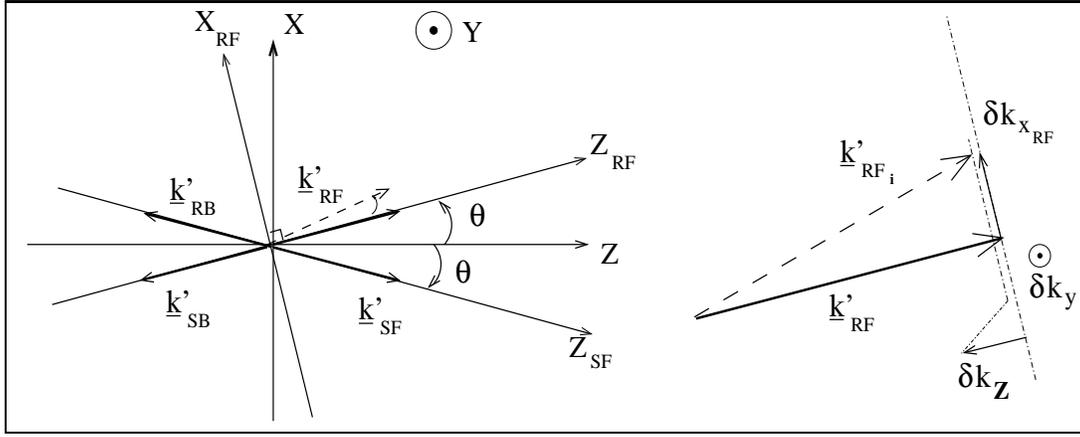


FIG. 4.6 –: Schéma des vecteurs d'onde dans le plan  $XZ$ ; en gros plan: schéma de la variation de  $\underline{k}'_{RF_i}$  autour de  $\underline{k}'_{RF}$ .

où les conditions de réflexion sur les miroirs de la cavité des ondes planes de vecteurs d'onde  $\underline{k}'_{RF}$  et  $\underline{k}'_{RB}$  d'une part, et  $\underline{k}'_{SF}$  et  $\underline{k}'_{SB}$  d'autre part ont été prises en compte.

En utilisant les notations précédentes, le champ électrique incident s'écrit :

$$\mathbf{E}_I(x, y, 0) = E_I \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\delta k_x}{\cos \theta_L} d\delta k_y \exp \left[ -\omega_0^2 \left( \frac{\delta k_x^2}{\cos^2 \theta_L} + \delta k_y^2 \right) \right] \exp(j\delta k_z \sin \theta_L x) \times \exp j(\delta k_x x + \delta k_y y) \quad (4.24)$$

La figure 4.7 montre la répartition dans le plan  $(X_{RF} Y_{RF})$  de l'intensité du faisceau incident, en coordonnée polaire:  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

Comme décrit précédemment, nous recherchons maintenant les amplitudes des différentes composantes des champs intracavité sous la forme d'une superposition continue d'ondes planes. En reprenant les notations du chapitre 2, nous posons donc :

$$R_F(x, y, z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\delta k_x}{\cos \theta_L} d\delta k_y \tilde{R}_F(z \cos \theta_L + x \sin \theta_L) \exp(j\phi_F) \quad (4.25)$$

$$S_F(x, y, z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{-d\delta k_x}{\cos \theta_L} d\delta k_y \tilde{S}_F(z \cos \theta_L - x \sin \theta_L) \exp(-j\Delta k x) \exp(j\phi_F) \quad (4.26)$$

$$R_B(x, y, z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{-d\delta k_x}{\cos \theta_L} d\delta k_y \tilde{R}_B(z \cos \theta_L - x \sin \theta_L) \exp(j\phi_B) \quad (4.27)$$

$$S_B(x, y, z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\delta k_x}{\cos \theta_L} d\delta k_y \tilde{S}_B(z \cos \theta_L + x \sin \theta_L) \exp(-j\Delta k x) \exp(j\phi_B) \quad (4.28)$$

où les amplitudes  $\tilde{R}_F$ ,  $\tilde{S}_F$ ,  $\tilde{R}_B$  et  $\tilde{S}_B$  des ondes planes de vecteurs d'onde  $\underline{k}'_{RF}$ ,  $\underline{k}'_{SF}$ ,  $\underline{k}'_{RB}$  et  $\underline{k}'_{SB}$  sont des fonctions implicites de  $\delta k_x$  et  $\delta k_y$ .

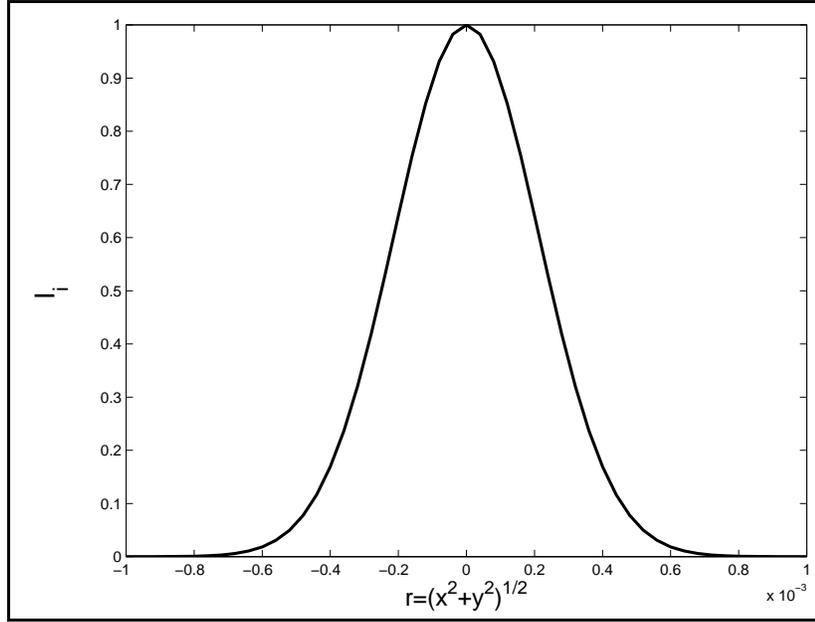


FIG. 4.7 — Répartition d'intensité lumineuse gaussienne dans le plan orthogonal à la direction de propagation, avec une largeur à  $1/e$  égale à  $\omega_0 = 3 \times 10^{-4} \text{ m}$ .

Dans les équations 4.25 et 4.26, la phase

$$\phi_F = (\underline{k}'_{RF_i} - \underline{k}'_{RF}) \cdot \underline{r} = (\delta k_x + \delta k_z \sin \theta_L)x + \delta k_y y + (-\delta k_x \tan \theta_L + \delta k_z \cos \theta_L)z \quad (4.29)$$

est utilisée pour décrire à la fois l'onde de lecture et l'onde diffractée se propageant vers l'avant. Le déphasage entre les deux ondes ne dépend alors que de  $x$  et

$$\Delta k x = [K - 2k' \sin \theta_L - 2\delta k_x + 2\delta k_z \sin \theta_L]x \quad (4.30)$$

est le désaccord en vecteur d'onde des ondes planes d'amplitudes  $\tilde{R}_F$  et  $\tilde{S}_F$  couplées au réseau d'indice de vecteur d'onde  $K\hat{x}$ .

De même, dans les équations 4.27 et 4.28, la phase

$$\phi_B = (\underline{k}'_{RB_i} - \underline{k}'_{RB}) \cdot \underline{r} = (\delta k_x + \delta k_z \sin \theta_L)x + \delta k_y y + (\delta k_x \tan \theta_L - \delta k_z \cos \theta_L)z \quad (4.31)$$

est utilisée pour décrire à la fois l'onde de lecture et l'onde diffractée se propageant vers l'arrière. Là encore, le déphasage entre les deux ondes ne dépend que de  $x$  et le même désaccord de phase  $\Delta k x$  existe entre les ondes planes d'amplitude  $\tilde{R}_B$  et  $\tilde{S}_B$ . En fait, ce désaccord de phase a la même forme que celui introduit dans le chapitre 2 (en remplaçant les vecteurs d'onde  $\underline{k}'_{RF}$  et  $\underline{k}'_{SF}$  par  $\underline{k}'_{RF_i}$  et  $\underline{k}'_{SF_i}$ ).

En remplaçant  $R_F$ ,  $S_F$ ,  $R_B$  et  $S_B$  par leur développement dans l'espace de Fourier dans les équations de propagation 2.41 à 2.44 et en ne gardant que les

termes résonnants, on établit les équations différentielles vérifiées par les composantes  $\tilde{R}_F$ ,  $\tilde{S}_F$ ,  $\tilde{R}_B$  et  $\tilde{S}_B$ . Au premier ordre en  $k''$  et en dérivées partielles par rapport aux coordonnées de l'espace, ces équations s'écrivent :

$$\cos\theta_L \frac{\partial \tilde{R}_F}{\partial z} + k'' \tilde{R}_F = \frac{j\pi\Delta n}{\lambda_L} \tilde{S}_F \quad (4.32)$$

$$\cos\theta_L \frac{\partial \tilde{S}_F}{\partial z} + (k'' + j\Delta k \sin\theta_L) \tilde{S}_F = \frac{j\pi\Delta n}{\lambda_L} \tilde{R}_F \quad (4.33)$$

$$-\cos\theta_L \frac{\partial \tilde{R}_B}{\partial z} + k'' \tilde{R}_B = \frac{j\pi\Delta n}{\lambda_L} \tilde{S}_B \quad (4.34)$$

$$-\cos\theta_L \frac{\partial \tilde{S}_B}{\partial z} + (k'' + j\Delta k \sin\theta_L) \tilde{S}_B = \frac{j\pi\Delta n}{\lambda_L} \tilde{R}_B \quad (4.35)$$

Comme dans le chapitre 2, les équations 4.32 à 4.35 ont été obtenues en supprimant les dérivées partielles en  $x$  et  $y$  en raison de l'invariance par translation des champs  $\tilde{R}_F$ ,  $\tilde{S}_F$ ,  $\tilde{R}_B$  et  $\tilde{S}_B$  pour le choix de phase décomposition de  $R_F$ ,  $S_F$ ,  $R_B$  et  $S_B$ .

Les équations 4.32 et 4.33 couplent les composantes de lecture et diffractées se propageant suivant les  $z$  croissants. La résolution de ce sous-système conduit aux expressions de  $\tilde{R}_F$  et  $\tilde{S}_F$  :

$$\tilde{R}_F(x, y, z) = \tilde{R}_{F+} \exp(\tilde{r}_{F+} z) + \tilde{R}_{F-} \exp(\tilde{r}_{F-} z) \quad (4.36)$$

$$\tilde{S}_F(x, y, z) = \frac{\lambda_L}{\pi\Delta n} \exp(2j\delta k_Z \sin\theta_L x) \left[ \sqrt{\Delta'} (\tilde{R}_{F+} \exp(\tilde{r}_{F+} z) - \tilde{R}_{F-} \exp(\tilde{r}_{F-} z)) - \frac{\Delta k \sin\theta_L}{2} (\tilde{R}_{F+} \exp(\tilde{r}_{F+} z) + \tilde{R}_{F-} \exp(\tilde{r}_{F-} z)) \right] \quad (4.37)$$

avec :

$$\Delta' = \left( \frac{\pi\Delta n}{\lambda} \right)^2 + \left( \frac{\Delta k \sin\theta_L}{2} \right)^2 \quad (4.38)$$

$$\tilde{r}_{F\pm} = - \left( \frac{k''}{\cos\theta_L} + \frac{j\Delta k \sin\theta_L}{2} \right) \pm \frac{j}{\cos\theta_L} \sqrt{\Delta'} \quad (4.39)$$

De même, les équations 4.34 et 4.35 couplent les composantes se propageant suivant les  $z$  décroissants. Leur résolution conduit à des expressions de  $\tilde{R}_B$  et  $\tilde{S}_B$  analogues aux précédentes :

$$\tilde{R}_B(x, y, z) = \tilde{R}_{B+} \exp(-\tilde{r}_{F+} z) + \tilde{R}_{B-} \exp(-\tilde{r}_{F-} z) \quad (4.40)$$

$$\tilde{S}_B(x, y, z) = \frac{\lambda_L}{\pi\Delta n} \exp(2j\delta k_Z \sin\theta_L x) \left[ \sqrt{\Delta'} (\tilde{R}_{B-} \exp(-\tilde{r}_{F+} z) - \tilde{R}_{B+} \exp(-\tilde{r}_{F-} z)) - \frac{\Delta k \sin\theta_L}{2} (\tilde{R}_{B-} \exp(-\tilde{r}_{F+} z) + \tilde{R}_{B+} \exp(-\tilde{r}_{F-} z)) \right] \quad (4.41)$$

Les coefficients  $\tilde{R}_{F\pm}$  et  $\tilde{R}_{B\pm}$  sont déterminés grâce aux conditions aux limites sur les miroirs de la cavité (équations 2.56 à 2.59 et 2.62 à 2.65) pour les ondes planes de vecteurs d'onde  $\underline{k}'_{RF_i}$  et  $\underline{k}'_{RB_i}$  des ondes de lecture intracavité d'une part, et pour celles de vecteurs d'onde  $\underline{k}'_{SF_i}$  et  $\underline{k}'_{SB_i}$  des ondes diffractés intracavité d'autre part. Il vient alors :

$$\tilde{R}_{F+} + \tilde{R}_{F-} = t_1 E_I \exp \left[ -\omega_0^2 \left( \frac{\delta k_x^2}{\cos^2 \theta_L} + \delta k_y^2 \right) \right] + r_1 (\tilde{R}_{B+} + \tilde{R}_{B-}) \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\Delta'} (\tilde{R}_{F+} - \tilde{R}_{F-}) - \frac{\Delta k \sin \theta_L}{2} (\tilde{R}_{F+} + \tilde{R}_{F-}) \\ = r_1 \left[ \sqrt{\Delta'} (\tilde{R}_{B-} - \tilde{R}_{B+}) - \frac{\Delta k \sin \theta_L}{2} (\tilde{R}_{B-} + \tilde{R}_{B+}) \right] \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{B+} \exp(-\tilde{r}_{F-} l) + \tilde{R}_{B-} \exp(-\tilde{r}_{F+} l) \\ = r_2 \exp 2jl [(k' + \delta k_Z) \cos \theta_L - \delta k_x \tan \theta_L] \times [\tilde{R}_{F+} \exp(\tilde{r}_{F+} l) + \tilde{R}_{F-} \exp(\tilde{r}_{F-} l)] \end{aligned} \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\Delta'} [\tilde{R}_{B-} \exp(-\tilde{r}_{F+} l) - \tilde{R}_{B+} \exp(-\tilde{r}_{F-} l)] - \frac{\Delta k \sin \theta_L}{2} [\tilde{R}_{B-} \exp(-\tilde{r}_{F+} l) - \tilde{R}_{B+} \exp(-\tilde{r}_{F-} l)] \\ = r_2 \exp 2jl [(k' + \delta k_Z) \cos \theta_L - \delta k_x \tan \theta_L] \\ \times \left\{ \sqrt{\Delta'} [\tilde{R}_{F+} \exp(\tilde{r}_{F+} l) - \tilde{R}_{F-} \exp(\tilde{r}_{F-} l)] - \frac{\Delta k \sin \theta_L}{2} [\tilde{R}_{F+} \exp(\tilde{r}_{F+} l) + \tilde{R}_{F-} \exp(\tilde{r}_{F-} l)] \right\} \end{aligned} \quad (4.45)$$

Ce système couple d'une part  $\tilde{R}_{F+}$  et  $\tilde{R}_{B-}$ , et  $\tilde{R}_{F-}$  et  $\tilde{R}_{B+}$  d'autre part. La résolution par combinaisons linéaires simples de ces équations permet d'établir les expressions suivantes:

$$\tilde{R}_{F+} = \frac{t_1}{2} \frac{\sqrt{\Delta'} + (\Delta k \sin \theta_L)/2}{\sqrt{\Delta'}} E_I \exp \left[ -\omega_0^2 \left( \frac{\delta k_x^2}{\cos^2 \theta_L} + \delta k_y^2 \right) \right] \times \frac{1}{\gamma_+} \quad (4.46)$$

$$\tilde{R}_{B-} = \frac{t_1}{2r_1} \frac{\sqrt{\Delta'} + (\Delta k \sin \theta_L)/2}{\sqrt{\Delta'}} E_I \exp \left[ -\omega_0^2 \left( \frac{\delta k_x^2}{\cos^2 \theta_L} + \delta k_y^2 \right) \right] \times \frac{1 - \gamma_+}{\gamma_+} \quad (4.47)$$

$$\tilde{R}_{F-} = \frac{t_1}{2} \frac{\sqrt{\Delta'} - (\Delta k \sin \theta_L)/2}{\sqrt{\Delta'}} E_I \exp \left[ -\omega_0^2 \left( \frac{\delta k_x^2}{\cos^2 \theta_L} + \delta k_y^2 \right) \right] \times \frac{1}{\gamma_-} \quad (4.48)$$

$$\tilde{R}_{B+} = \frac{t_1}{2r_1} \frac{\sqrt{\Delta'} - (\Delta k \sin \theta_L)/2}{\sqrt{\Delta'}} E_I \exp \left[ -\omega_0^2 \left( \frac{\delta k_x^2}{\cos^2 \theta_L} + \delta k_y^2 \right) \right] \times \frac{1 - \gamma_-}{\gamma_-} \quad (4.49)$$

avec :

$$\gamma_{\pm} = 1 - r_1 r_2 \exp \left( \frac{-2k''}{\cos \theta_L} \right) \exp 2jl \left[ (k' + \delta k_Z) \cos \theta_L - (\delta k_x + \frac{\Delta k}{2}) \tan \theta_L \pm \frac{\sqrt{\Delta'}}{2} \right] \quad (4.50)$$

On peut alors reconstituer les ondes  $R_F$ ,  $S_F$ ,  $R_B$  et  $S_B$  en intégrant sur  $k_x$  et  $k_y$ , puis l'intensité totale des faisceaux respectifs en intégrant sur  $x$  et  $y$ . On en déduit ainsi l'efficacité de diffraction en réflexion, définie par l'équation 2.78 :

$$\begin{aligned} \rho_{DR} = & \frac{T_1^2 R_2 \omega_0^4}{8\pi^3} \left( \frac{\pi \Delta n}{\lambda_L} \right)^2 \exp \left( \frac{-2\alpha l}{\cos \theta_L} \right) \iint_{-\infty}^{+\infty} dx dy \cos \theta_L \\ & \left| \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\delta k_x}{\cos \theta_L} d\delta k_y \frac{\exp \left[ -\omega_0^2 \left( \frac{\delta k_x^2}{\cos^2 \theta_L} + \delta k_y^2 \right) \right]}{\sqrt{\Delta'}} \exp j(\delta k_x x + \delta k_y y + 2\delta k_z \cos \theta_L l) \right. \\ & \left. \times \left[ \frac{\exp(2jl\sqrt{\Delta'}/\cos \theta_L)}{\gamma_+} - \frac{\exp(-2jl\sqrt{\Delta'}/\cos \theta_L)}{\gamma_-} \right] \right|^2 \end{aligned} \quad (4.51)$$

où  $\alpha = 2k''$  est le coefficient d'absorption du milieu intracavité.

Cette expression fait apparaître trois paramètres caractéristiques du dispositif : l'amplitude de modulation d'indice ( $\Delta n$ ), la largeur à  $1/e$  du faisceau de lecture ( $\omega_0$ ) et le coefficient d'absorption  $\alpha$  du milieu. Nous pouvons aisément déterminer les deux derniers en étudiant le résonateur de Fabry-Perot avec un milieu intracavité d'indice homogène (faisceaux d'écriture incohérents). Dans ce cas,  $\Delta n = 0$ , et on peut établir les expressions de la transmission et de la réflectivité du Fabry-Perot pour un faisceau de lecture caractérisé par une largeur  $\omega_0$  et un angle d'incidence  $\theta_L$ , et un milieu d'absorption  $\alpha$  :

$$\mathcal{R}_{FP} = \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} dx dy |E_R(x, y, 0)|^2 \cos \theta_L}{\iint_{-\infty}^{+\infty} dx dy |E_I(x, y, 0)|^2 \cos \theta_L} \quad (4.52)$$

$$\mathcal{T}_{FP} = \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} dx dy |E_T(x, y, 0)|^2 \cos \theta_L}{\iint_{-\infty}^{+\infty} dx dy |E_I(x, y, 0)|^2 \cos \theta_L} \quad (4.53)$$

soit, en passant à des variables normalisées  $\left( u = \frac{x \cos \theta_L}{\omega_0}; v = \frac{y}{\omega_0} \right)$ , et  $\left( k_u = \frac{\omega_0 \delta k_x}{\cos \theta_L}; k_v = \omega_0 \delta k_y \right)$  :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{FP} = & \frac{1}{2\pi^3} \iint_{-\infty}^{+\infty} dudv \\ & \left| \iint_{-\infty}^{+\infty} dk_u dk_v \exp -(k_u^2 + k_v^2) \exp j(k_u u + k_v v) \times \frac{1 - \gamma_0}{r_1} - r_1 \right|^2 \quad (4.54) \\ \mathcal{T}_{FP} = & \frac{T_1 T_2}{2\pi^3} \iint_{-\infty}^{+\infty} dudv \end{aligned}$$

$$\left| \iint_{-\infty}^{+\infty} dk_u dk_v \exp -(k_u^2 + k_v^2) \exp j(k_u u + k_v v) \times \frac{\sqrt{\frac{1-\gamma_0}{r_1 r_2}}}{\gamma_0} \right|^2 \quad (4.55)$$

avec :

$$\gamma_0 = 1 - r_1 r_2 \exp \left( \frac{-\alpha l}{\cos \theta_L} \right) \exp 2j l \left[ (k' + \delta k_Z) \cos \theta_L - \frac{k_u \sin \theta_L}{\omega_0} \right] \quad (4.56)$$

$$\text{et } \delta k_Z = -\frac{k_u^2 + k_v^2}{2k' \omega_0^2} \quad (4.57)$$

Afin de comparer théorie et expérience, nous devons connaître précisément les valeurs des paramètres qui caractérisent le faisceau gaussien ( $\omega_0$ ) et le milieu intracavité ( $\alpha_0$ ) et le réseau d'indice ( $\Delta n$ ). Le paragraphe suivant est consacré à la détermination de ces valeurs.

### 4.2.2 Estimation des paramètres

L'enregistrement de l'intensité transmise par le résonateur lorsque la tension appliquée à la cale piézoélectrique varie nous permet de reconstruire les variations de  $\mathcal{T}_{FP}$  avec le déphasage  $\phi_{FP}$  par rapport à la résonance de la cavité, le faisceau de lecture étant sous incidence de Bragg. Nous pouvons également mesurer le minimum de  $\mathcal{R}_{FP}$  et le maximum de  $\mathcal{T}_{FP}$  :

$$(\mathcal{R}_{FP})_{min} = 0,73 \pm 0,06 \quad (4.58)$$

$$(\mathcal{T}_{FP})_{max} = 0,060 \pm 0,001 \quad (4.59)$$

Nous déterminons ensuite les valeurs de  $\omega_0$  et  $\mathcal{A}bs$  qui fournissent les valeurs de  $(\mathcal{R}_{FP})_{min}$  et  $(\mathcal{T}_{FP})_{max}$  et la courbe théorique  $\mathcal{T}_{FP} = f(\phi)$  les plus proches de l'expérience.

La figure 4.8 montre les résultats de l'expérience et du calcul numérique qui se base sur les expressions analytiques 4.54 et 4.55.

Les valeurs absolues des résultats expérimentaux et théoriques y sont représentés. Nous utilisons une méthode de Gauss [Ang82] pour calculer numériquement les intégrales doubles (en  $(k_x, k_y)$  et en  $(x, y)$ ) qui interviennent dans les expressions de  $\mathcal{T}_{FP}$  et  $\mathcal{R}_{FP}$ . La courbe en pointillés est légèrement plus large que l'enveloppe des points expérimentaux. En effet, nous avons privilégié l'ajustement des valeurs de  $(\mathcal{R}_{FP})_{min}$  et  $(\mathcal{T}_{FP})_{max}$ , qui sont les grandeurs les plus sensibles aux variations des paramètres. Ce choix engendre un faible écart entre les valeurs de  $\mathcal{T}_{FP}$  calculées et mesurées lorsqu'on s'écarte de la résonance de Fabry-Perot.

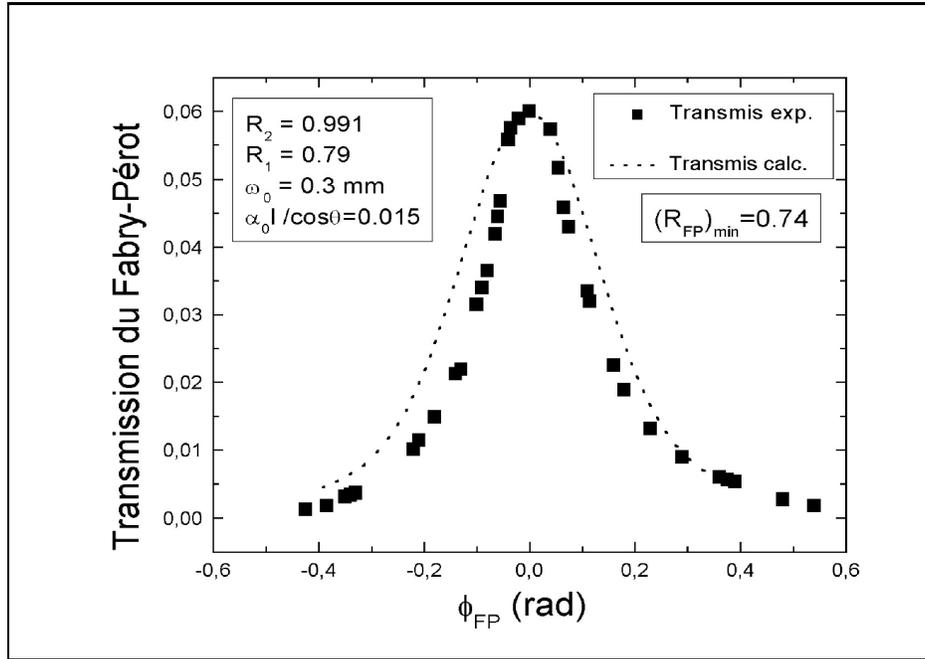


FIG. 4.8 –: Valeurs expérimentales et calculées de  $\mathcal{T}_{FP}$  en fonction du déphasage à la résonance de Fabry-Perot, et valeurs calculées correspondantes de  $(\mathcal{R}_{FP})_{min}$ .

Les paramètres utilisés dans le programme de calcul sont :

$$\omega_0 = 3 \times 10^{-4} m \quad (4.60)$$

$$\mathcal{Abs} = \frac{2\alpha_0 l}{\cos\theta_L} = 0,015 \quad (4.61)$$

Ces valeurs de  $\omega_0$  et  $\mathcal{Abs}$  sont tout-à-fait pertinentes pour le type de laser et le milieu non linéaire utilisés. Nous remarquons la très faible absorption résiduelle du faisceau de lecture par le milieu, qui justifie a posteriori l'approximation que nous avons faite dans la partie 4.1.1. Ceci cautionne par suite notre comparaison des performances du réseau intracavité et de son pendant hors cavité. Si nous tenons compte de la valeur non nulle de  $\mathcal{Abs}$  dans l'expression 4.6, les valeurs des gains en efficacité de diffraction et en sélectivité sont légèrement revues à la hausse, mais l'écart relatif avec les valeurs données au paragraphe 4.1 est de l'ordre du pourcent, et donc négligeable. Nos conclusions sur l'apport de la cavité de Fabry-Perot restent par conséquent inchangées.

L'amplitude de la modulation d'indice  $\Delta n$  est également déterminée en ajustant le paramètre correspondant dans l'expression 4.51, de façon à obtenir une valeur calculée de  $(\rho_{DR})_{max}$  la plus proche de la valeur mesurée. La figure 4.9 présente les variations théoriques et expérimentales de  $\rho_{DR}$  avec  $\phi_{FP}$ . Ce "fit" théorique a été obtenu en prenant pour paramètre de modulation d'in-

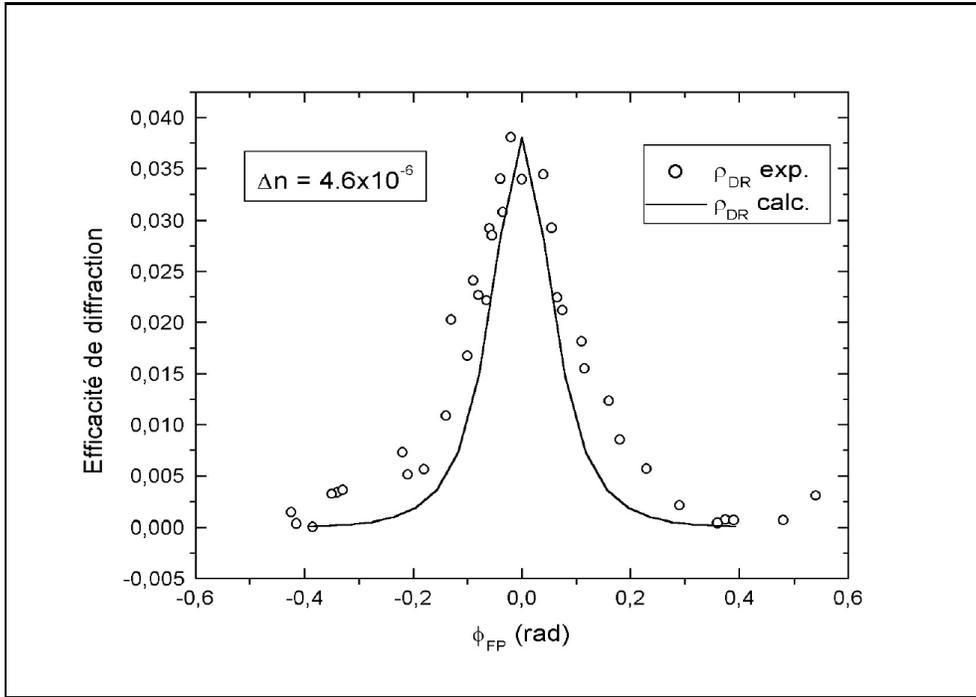


FIG. 4.9 —: Valeurs expérimentales et calculées de  $\rho_{DR}$  en fonction du déphasage à la résonance de Fabry-Perot.

dice:

$$|\Delta n| = 4,6 \times 10^{-6} \quad (4.62)$$

La valeur de  $\Delta n$  ainsi déterminée est **très proche de la valeur calculée** au paragraphe 3.3.2 et rappelée précédemment ( $\Delta n \approx -4,7 \times 10^{-6}$ ), ce qui nous conforte dans la **validité du modèle** décrit au chapitre 2 et complété dans celui-ci. On observe une bonne concordance entre les valeurs maximales expérimentales et simulées, qui correspondent à la résonance simultanée de la diffraction de Bragg et de la cavité de Fabry-Perot. Lorsqu'on s'écarte de cette dernière ( $\phi_{FP} \neq 0$ ), les valeurs de  $\mathcal{T}_{FP}$  mesurées sont légèrement plus faibles que celles calculées (voir la figure 4.8). En revanche, celles de  $\rho_{DR}$  sont un peu supérieures aux valeurs théoriques. Les paramètres choisis donnent le meilleur compromis pour se rapprocher numériquement des variations expérimentales de ces deux grandeurs, et en particulier pour minimiser l'erreur à la résonance ( $\phi_{FP} = 0$ ).

Nous allons maintenant comparer les valeurs théoriques et expérimentales des variations de l'efficacité de diffraction intracavité avec l'écart à la résonance de Bragg, pour une cavité de Fabry-Perot résonnante.

### 4.2.3 Variations de l'efficacité de diffraction avec l'écart à la résonance de Bragg

L'expression 4.51 établie au paragraphe 4.2.1 nous permet de tracer les courbes théoriques de variation de  $\rho_{DR}$  avec les écarts angulaire  $\Delta\theta = \theta_L - \theta_B$  et en longueur d'onde  $\Delta\lambda = \lambda_L - (\lambda_L)_{Bragg}$ . Sur la figure 4.10, nous avons superposé aux points expérimentaux présentés sur la figure 4.3 la courbe issue du calcul numérique de  $\rho_{DR} = f(\Delta\theta)$ , utilisant l'expression 4.51 à la résonance de Fabry-Perot.

Cette courbe présente un sommet anguleux, en raison du faible nombre de points y figurant, le temps nécessaire au calcul d'une valeur avec une précision satisfaisante étant relativement élevé (environ 2 heures et demi). Ce "fit" utilise les valeurs des paramètres déterminés au paragraphe 4.2.2. Les valeurs mesurées de  $\rho_{DRnorm}$  en cavité résonnante sont très proches des valeurs calculées. Le **modèle** que nous avons établi décrit donc **assez fidèlement le comportement du dispositif intracavité réel** et donne notamment une bonne estimation de la largeur à mi-hauteur de la courbe,  $\Delta\theta_{1/2}$ .

Les points expérimentaux d'efficacité de diffraction maximale, quant à eux, demeurent légèrement au-dessus de la courbe théorique, qui est donc un peu plus étroite. On peut interpréter ce résultat en observant l'expression 4.51. Les déphasages  $\phi_{FP}$  et  $\Delta kl$ , dus aux écarts à la résonance de Fabry-Perot et de Bragg respectivement, peuvent se compenser.

En effet, le déphasage total qui intervient dans l'expression de  $\rho_{DR}$  (via  $\gamma_{\pm}$ ) est :

$$\phi_{tot} = 2jl \left[ (k' + \delta k_Z) \cos\theta_L - (\delta k_x + \frac{\Delta k}{2}) \tan\theta_L \pm \frac{\sqrt{\Delta'}}{2} \right] \quad (4.63)$$

$$\text{soit } \phi_{tot} = j \left[ \phi_{FP} - \Delta kl \tan\theta_L \pm l \sqrt{(\pi \Delta n / \lambda_L)^2 + (\Delta k \sin\theta_L / 2)^2} \right] \quad (4.64)$$

On identifie dans cette expression la différence  $\phi_{FP} - \Delta kl$ , et un troisième terme qui se rapproche de la modulation d'indice intégrée  $(\sqrt{(\pi \Delta n / \lambda_L)^2 + (\Delta k \sin\theta_L / 2)^2})$ .

On peut donc observer **hors résonance de Bragg des efficacités de diffraction plus fortes avec une cavité un peu désaccordée qu'en résonance de Fabry-Perot**.

Nous devons aussi vérifier que l'expression théorique de l'efficacité de diffraction permet de restituer le comportement du réseau intracavité lorsque la longueur d'onde de lecture change. De même que pour les variations angulaires, nous reprenons les résultats expérimentaux exposés au paragraphe 4.1.2.2 et les comparons aux valeurs calculées numériquement.

La figure 4.11 montre la courbe théorique de  $(\rho_{DR})_{norm} = f(\Delta\lambda)$ , pour une cavité

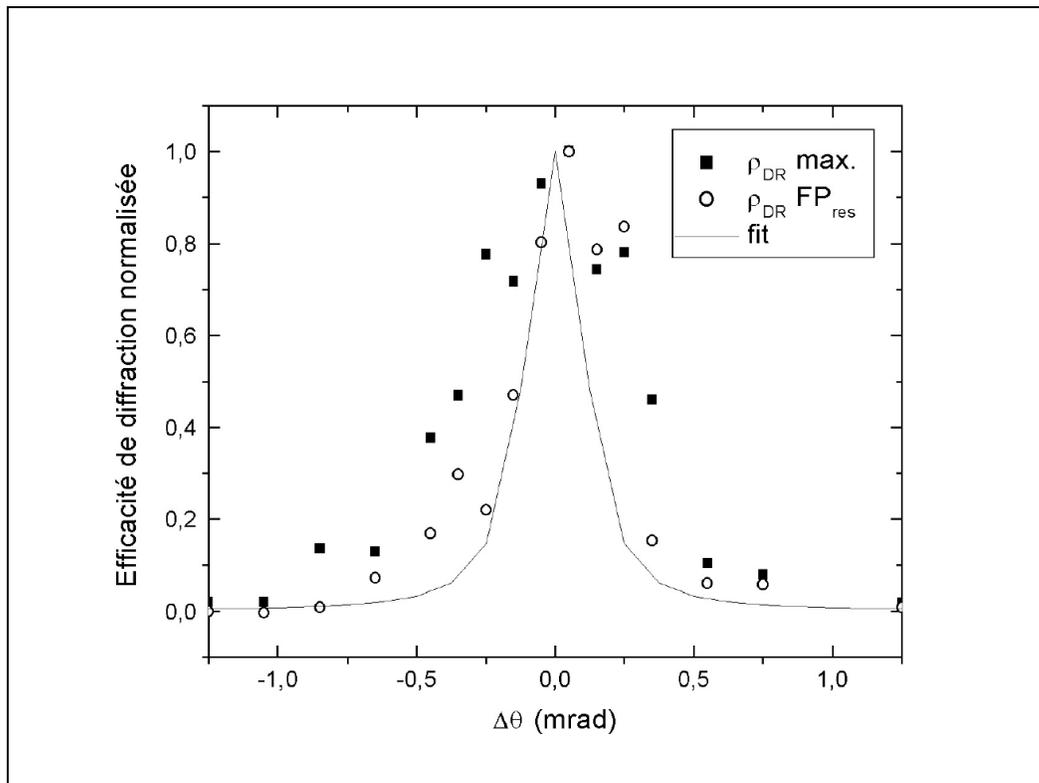


FIG. 4.10 –: Valeurs expérimentales de  $(\rho_{DR})_{norm}$  avec l'écart angulaire à la résonance de Bragg  $\Delta\theta_L$ : efficacité maximale mesurée (carrés) et efficacité à la résonance de Fabry-Perot (cercles); courbe correspondante des variations de  $\rho_{DRnorm}$  calculées pour une cavité résonnante.

résonnante, et les mesures correspondantes. L'accord de ces résultats théoriques avec les points expérimentaux est plutôt satisfaisant, compte tenu de la précision de nos mesures et de la dispersion des points qui s'ensuit, et du faible nombre de points sur la courbe théorique (temps de calcul très élevé). Ici encore, le calcul donne une estimation correcte de la largeur à mi-hauteur  $\Delta\lambda$ , caractéristique de la sélectivité spectrale du dispositif.

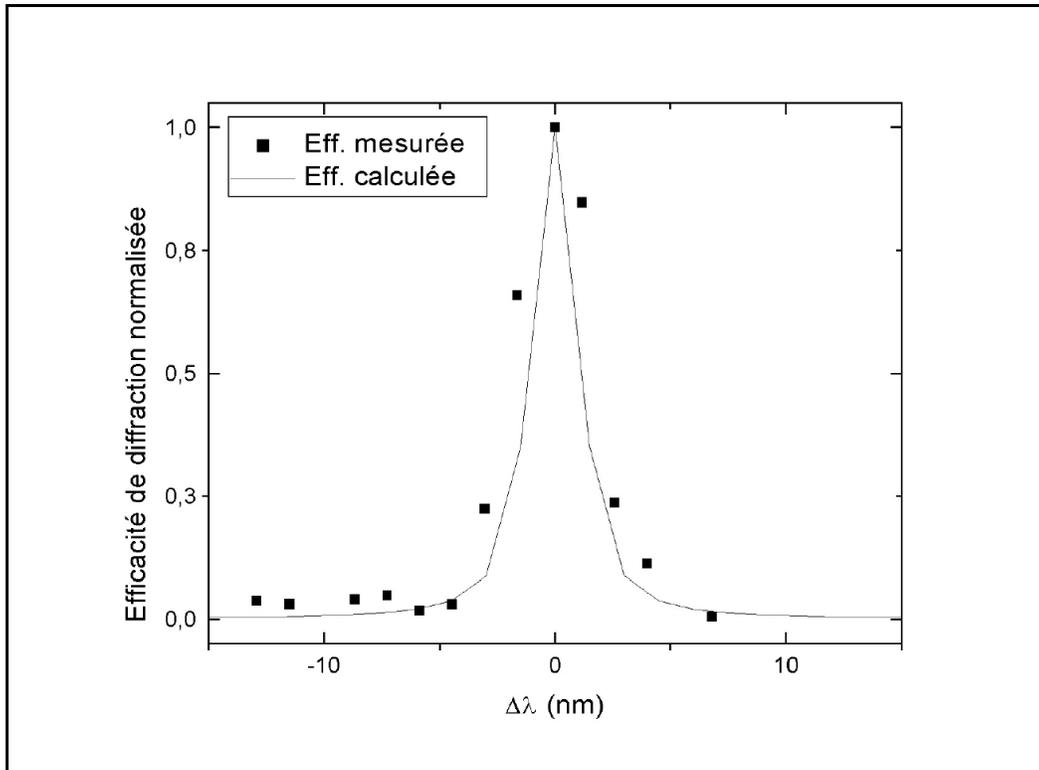


FIG. 4.11 –: Variations expérimentales et courbe théorique de l'efficacité de diffraction intracavité normalisée avec l'écart en longueur d'onde à la résonance de Bragg  $\Delta\lambda$ , pour une cavité résonnante.

Au total, les prévisions du modèle théorique décrivant le réseau de Bragg intracavité s'avèrent très proches des observations expérimentales. Cette adéquation nous conforte dans la validité du modèle, et cautionne les mesures effectuées sur le dispositif de principe que nous avons conçu et réalisé. Ceci ouvre la porte à de futures investigations, pour approfondir notre connaissance de l'holographie intracavité.

## 4.3 Conclusions

Le bilan de cette étude expérimentale met en évidence une nette amélioration des propriétés diffractives du réseau de Bragg par insertion dans la cavité de Fabry-Perot. Nous allons maintenant passer en revue les différents points abordés dans ce chapitre et conclure sur les perspectives envisagées.

### 4.3.1 Amélioration des performances

Les travaux expérimentaux que nous relatons ici visaient à quantifier le gain effectif de la structure intracavité en termes d'efficacité de diffraction, de sélectivité et de rapport signal sur bruit :

– Efficacité de diffraction résonnante:

Nous avons étudié l'efficacité de diffraction par le réseau intracavité d'un faisceau gaussien d'incidence moyenne l'angle de Bragg, et qui correspond aussi à un mode de résonance de Fabry-Perot. Connaissant la divergence du faisceau et les pertes par absorption dans le milieu, cette efficacité résonnante n'est fonction que de la modulation d'indice normalisée  $\nu$  induite thermiquement. Pour  $\nu \approx 1,35 \times 10^{-2}$ , nous avons mesuré une efficacité maximale de 4%, ce qui représente un gain de 220 par rapport à l'efficacité du même réseau de Bragg pris hors cavité. Cet accroissement est d'autant plus fort que  $\nu$  est faible, i.e. le résonateur de Fabry-Perot est particulièrement utile dans ce cas où les performances du réseau de Bragg isolé sont très médiocres.

– Largeur à mi-hauteur:

La deuxième propriété caractéristique des performances d'un réseau est sa sélectivité. Nous nous sommes d'abord intéressés aux variations angulaires de l'efficacité de diffraction. Nous avons ainsi mesuré une largeur à mi-hauteur du pic de Bragg en cavité résonnante de 0,6 mrad, soit 7 fois plus étroit que sans cavité. En revanche, la largeur à mi-hauteur des variations en longueur d'onde est de 10 nm, ce qui ne constitue qu'une réduction d'un facteur 4. Il vaut donc mieux exploiter la sélectivité angulaire que la sélectivité spectrale pour des applications au filtrage ou au multiplexage.

– Rapport signal sur bruit: La faible valeur de  $\nu$  caractérisant le réseau procure une efficacité de diffraction maximale de l'ordre du pourcent. Ceci ne nous permet pas de mesurer les intensités diffractées dans les directions des maxima secondaires, qui devraient être environ vingt fois plus faibles que celle du pic de résonance. Nous pouvons néanmoins conclure à un accroissement d'un facteur supérieur à 5 du rapport signal sur bruit, par insertion

en cavité de Fabry-Perot, cette estimation étant limitée par les conditions de l'expérience.

### 4.3.2 Adéquation avec les prévisions théoriques

Le complément théorique que nous avons apporté dans la deuxième partie de ce chapitre constitue une correction du modèle en ondes planes décrit au chapitre 2, en vue de se rapprocher davantage de la réalité expérimentale. Nous avons ainsi introduit un profil gaussien pour l'onde incidente, description commune des lasers qui rend compte de l'extension transversale finie et de la légère divergence du faisceau. Pour chaque mesure que nous avons effectuée, nous avons calculé numériquement les valeurs théoriques correspondantes. Ceci nous a permis de déterminer la valeur de l'amplitude de la modulation d'indice du réseau, et de la comparer à l'estimation que nous en avons faite au paragraphe 3.3.2 : les deux évaluations se recoupent remarquablement bien. La concordance des résultats expérimentaux et théoriques, tant à la résonance que lorsqu'on s'en écarte, est une preuve de fiabilité du modèle, mais aussi une preuve de faisabilité du dispositif intracavité. Nous pouvons dès lors envisager d'autres réalisations de réseau de Bragg en cavité de Fabry-Perot.

### 4.3.3 Perspectives: étude expérimentale avec d'autres réseaux

Pour des raisons de simplicité, nous nous sommes limités dans cette première étude expérimentale au cas d'un réseau d'indice pur inscrit dans un milieu faiblement absorbant. Le mode d'inscription du réseau (effet thermique dans un milieu liquide) impose certaines restrictions sur la durée de vie du réseau et la stabilité du dispositif. L'utilisation d'un support solide serait plus avantageuse en la matière, mais le réglage serait moins souple. Il faudrait alors trouver un autre moyen pour faire coïncider les résonances de Bragg et de Fabry-Perot, comme l'utilisation de l'effet électro-optique par exemple, dans les matériaux où il est suffisamment prononcé, ou l'orientation de la cavité perpendiculairement à la direction de diffraction.

## Chapitre 5

---

# Etablissement d'un critère pour les réseaux épais intracavité

L'étude de la diffraction de la lumière sur des hologrammes a suscité beaucoup d'intérêt, tant sur le plan fondamental que pour des applications au traitement optique de l'information [Col71, Din98]. Bien que la diffraction en régime de Raman-Nath puisse être très utile, la diffraction en régime de Bragg sur des réseaux minces est un sujet sans doute plus intéressant encore. La transition entre les régimes de Raman-Nath et Bragg a fait l'objet d'études extensives [Mag77, Moh80a, Moh80b, Gay81, Mal90]. Ainsi, il a été montré qu'au-delà d'un certain seuil d'épaisseur (voir le paragraphe 1.2.3), fonction du pas du réseau et de la longueur d'onde de lecture, le réseau peut être considéré comme épais. La diffraction de la lumière se fait alors en régime de Bragg, pour lequel les ordres supérieurs sont très fortement atténués. Mais les propriétés diffractives d'un réseau fonctionnant en régime de Bragg sont quand même souvent limitées par les faibles modulations d'indice inductibles, ou par la moindre épaisseur des matériaux non linéaires utilisés. Nous avons montré théoriquement [Men99a, Men99b, Men99c] (voir le chapitre 2) et expérimentalement [Men01c] (voir les chapitres 3 et 4) que ces limitations pouvaient largement être réduites en insérant le réseau en question à l'intérieur d'un résonateur de Fabry-Perot. Nous avons alors supposé que la totalité de l'énergie diffractée était concentrée dans l'ordre principal de diffraction, correspondant à la condition de résonance de Bragg. Il est donc pertinent de s'interroger sur le régime de diffraction mis en jeu et d'établir un **critère d'épaisseur pour les réseaux intracavité** [Men01b].

Dans ce chapitre, nous calculons les intensités des modes supérieurs de diffraction intracavité, et montrons qu'il existe aussi un seuil d'épaisseur minimale au-delà

duquel ces intensités sont négligeables devant celle de l'ordre principal [Men01b]. La partie 5.1 présente le modèle utilisé pour décrire la diffraction sur un réseau intracavité, et prendre en compte les différents ordres, bien que l'on n'envisage que le cas d'un faisceau de lecture sous incidence de Bragg. Le critère de transition Raman-Nath/Bragg (encore appelé "critère de Bragg") est discuté dans la partie 5.2. Le réseau hors cavité y est traité comme cas limite de réseau intracavité où les coefficients de réflexion des miroirs sont nuls. Enfin, la situation particulière de "double résonance" est examinée dans la partie 5.3, pour laquelle l'ordre principal, mais aussi les premiers ordres supérieurs de diffraction satisfont la condition de résonance de Fabry-Perot.

## 5.1 Prise en compte des ordres supérieurs de diffraction

Le modèle utilisé pour l'établissement du critère d'épaisseur est directement dérivé de celui établi dans la partie 2 pour calculer l'efficacité de diffraction d'un réseau intracavité. Nous considérons ici un réseau d'indice de réfraction sans perte placé à l'intérieur d'un résonateur de Fabry-Perot. Les franges du réseau sont perpendiculaires aux miroirs de la cavité (voir la figure 5.1), et le réseau est supposé sinusoidal. Nous étudions la diffraction d'une onde incidente par cette structure, en supposant a priori l'existence de plusieurs ordres de diffraction.

### 5.1.1 Equation de propagation et accord de phase

On considère une onde incidente plane monochromatique  $E_I$  caractérisée par sa longueur d'onde  $\lambda_0$  dans le vide et un angle d'incidence  $\theta_B$  pour lequel la condition de résonance de Bragg est vérifiée. La propagation de cette onde dans la modulation d'indice intracavité génère des ondes transmises et réfléchies ( $E_T$  et  $E_R$  respectivement) et diffractées en transmission et en réflexion ( $E_{TDp}$  et  $E_{RDp}$  respectivement) où  $p$  est l'ordre de diffraction ( $p$  entier relatif). Les amplitudes des ondes de lecture et diffractées intracavité se propageant dans le sens des  $z$  croissants (sens de propagation de  $E_I$ ) sont  $R_F$  et  $S_F$  respectivement, et leurs vecteurs d'onde sont notés  $\underline{\mathbf{k}}'_{RF}$  et  $\underline{\mathbf{k}}'_{SFp}$  sur la figure 5.1. De même, les ondes intracavité se propageant dans le sens des  $z$  décroissants (dues aux réflexions des ondes précédentes sur le miroir de fond  $M_2$ ) ont pour amplitudes  $R_B$  et  $S_B$  et pour vecteurs d'onde  $\underline{\mathbf{k}}'_{RB}$  et  $\underline{\mathbf{k}}'_{SBp}$  respectivement. La direction de propagation des ondes diffractées dans l'ordre  $p$  est repérée par un angle  $\theta_p$  par rapport à l'axe  $z$ , défini par la relation de Raman-Nath 1.14, que nous rappelons ici :

$$k'(\sin\theta_p - \sin\theta) = pK \quad (5.1)$$

où  $k' = 2\pi n_0/\lambda_0$  est toujours le module des vecteurs d'ondes.

L'ordre de diffraction le plus élevé  $p_{max}$  est limité par l'inégalité donnée dans l'équation 1.15. Par définition de l'angle de résonance de Bragg  $\theta_B$  (équation 1.43), nous en déduisons une définition de  $\theta_p$ :

$$\sin\theta_p = \frac{p}{2}\sin\theta_B \quad \text{et} \quad |(2p_{max} + 1)\sin\theta_B| \leq 1 \quad (5.2)$$

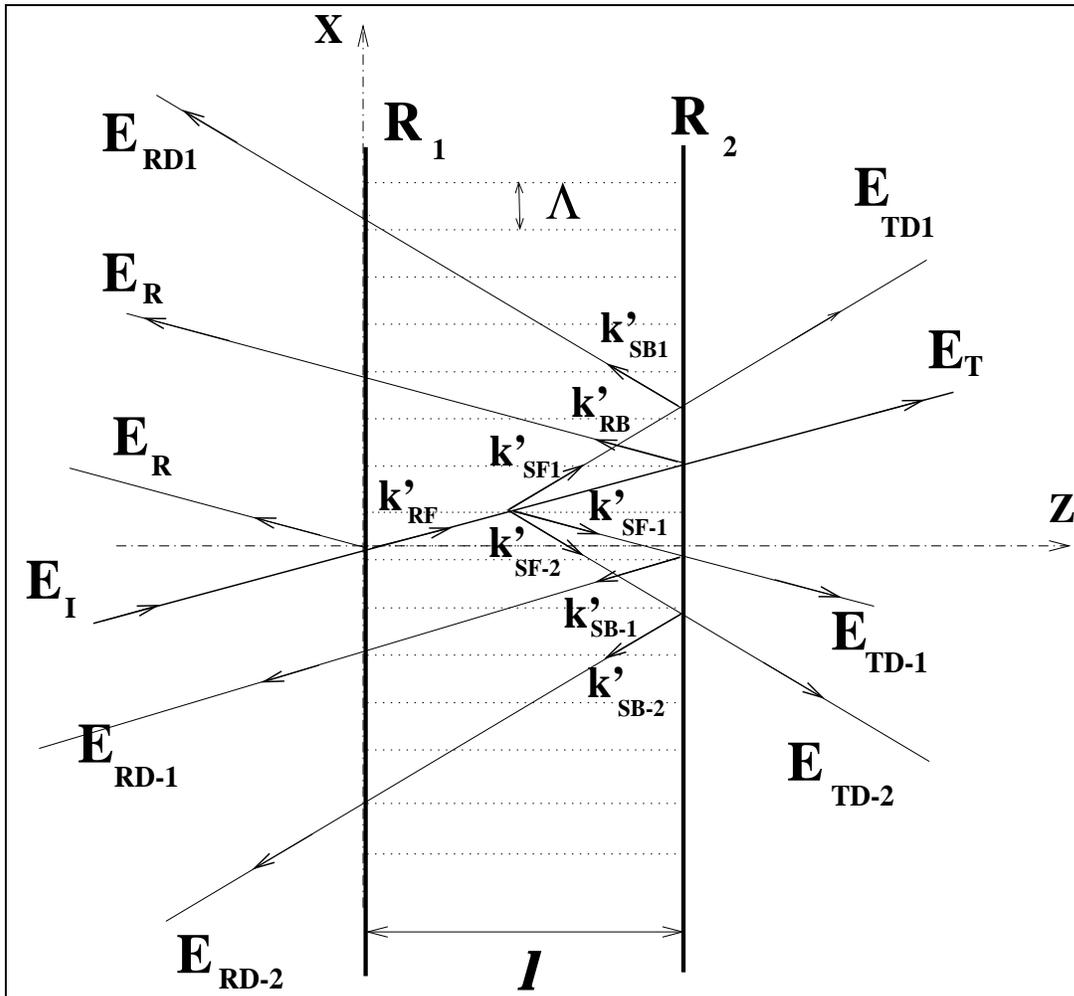


FIG. 5.1 –: Schéma du réseau de Bragg intracavité et des différentes ondes en jeu:  $E_I$  est le champ incident,  $E_T$  et  $E_R$  les champs transmis et réfléchi resp.,  $E_{TD_p}$  et  $E_{RD_p}$  les champs diffractés en transmission et en réflexion dans l'ordre  $p$ ,  $p = 1, -1$  ou  $-2$ .

Ceci implique par exemple que les ordres 1 et  $-2$  ne peuvent exister que pour des angles d'incidence inférieurs à  $\arcsin(1/3)$ . De plus, lorsque l'onde incidente

se rapproche de l'axe  $z$ , le nombre d'ordres supérieurs de diffraction croît.

La propagation des ondes dans le milieu non linéaire est décrite par l'équation :

$$\begin{aligned}
 & \underline{\nabla} R_F \cdot \hat{k}'_{RF} \exp(j \underline{k}'_{RF} \cdot \underline{r}) + \underline{\nabla} R_B \cdot \hat{k}'_{RB} \exp(j \underline{k}'_{RB} \cdot \underline{r}) + \sum_{\substack{p=-p_{max} \\ p \neq 0}}^{p_{max}} \left[ \underline{\nabla} S_{Fp} \cdot \hat{k}'_{SFp} \exp(j \underline{k}'_{SFp} \cdot \underline{r}) \right. \\
 & \left. + \underline{\nabla} S_{Bp} \cdot \hat{k}'_{SBp} \exp(j \underline{k}'_{SBp} \cdot \underline{r}) \right] = \frac{j\pi}{\lambda} \left\{ n_0 + \frac{\Delta n}{2j} [\exp(j \underline{K} \cdot \underline{r}) + \exp(-j \underline{K} \cdot \underline{r})] \right\} \\
 & \times \left\{ \underline{\nabla} R_F \cdot \hat{k}'_{RF} \exp(j \underline{k}'_{RF} \cdot \underline{r}) + \sum_{\substack{p=-p_{max} \\ p \neq 0}}^{p_{max}} \left[ \underline{\nabla} S_{Fp} \cdot \hat{k}'_{SFp} \exp(j \underline{k}'_{SFp} \cdot \underline{r}) \right. \right. \\
 & \left. \left. + \underline{\nabla} S_{Bp} \cdot \hat{k}'_{SBp} \exp(j \underline{k}'_{SBp} \cdot \underline{r}) \right] \right\} \quad (5.3)
 \end{aligned}$$

où  $\hat{k}'_{\alpha}$  ( $\alpha = RF, SFp, RB, SBp$ ) est le vecteur unitaire colinéaire et de même sens que le vecteur d'onde  $\underline{k}'_{\alpha}$ .

Cette équation est équivalente à un système de  $2 \times (2p_{max} + 1)$  équations couplées, correspondant chacune à un vecteur d'onde distinct. Le réseau sinusoïdal est caractérisé par ses composantes de Fourier  $\underline{K}$  et  $-\underline{K}$ , ce qui signifie que la diffraction sur le réseau peut coupler n'importe quel ordre  $p$  avec l'un des deux modes voisins  $(p - 1)$  et  $(p + 1)$ , et seulement ces deux modes. Dans ces conditions, seuls les ordres  $-1$  et  $1$  peuvent être couplés à l'onde de lecture (ordre  $0$ ) et ainsi donner lieu à des efficacités de diffraction élevées. Les modes d'ordre supérieur, couplés aux ondes diffractées, seront nécessairement de moindre intensité. Pour chaque équation du système, nous devons choisir correctement les termes significatifs, i.e ceux vérifiant les conditions d'accord de phase.

La figure 5.2 montre les différents vecteurs d'onde des ordres de diffraction de Raman-Nath. Le diamètre du cercle est  $k'$ . La relation de Raman-Nath (équation 5.1) impose un **accord de phase le long de l'axe  $x$** , toutes les projections des vecteurs d'onde sur cet axe différant l'une de l'autre d'un nombre entier de  $K$ . Notons aussi que, pour les mêmes motivations que dans la partie 2.1.3, nous n'avons pas tenu compte d'une éventuelle dépendance en  $x$  dans l'amplitude des champs, de sorte que  $R_F$  et  $S_{Fp}$  ne sont fonction que de  $z$ . Un désaccord de phase selon  $z$  entraîne directement l'atténuation de l'onde correspondante et n'est toléré que dans le cas d'échantillons très minces. Le seuil en épaisseur est l'objet même de cette étude. On remarque que seul l'ordre de diffraction  $-1$  est en accord de

phase avec l'onde incidente ( $\theta_{-1} = -\theta$ ), alors que l'ordre 1 est en accord de phase avec l'ordre  $-2$  ( $\theta_{-2} = -\theta_1$ ). Le désaccord de phase  $\Delta k(p)$ , défini par :

$$\Delta k(p) = k'(\cos\theta_p - \cos\theta_{p+1}) \quad (5.4)$$

croît avec  $|p|$ , ce qui constitue un élément supplémentaire dans le choix des termes résonnants.

Si l'on prend en compte les deux premiers ordres supérieurs de diffraction, on aboutit à deux jeux de quatre équations de propagation couplées, reliant les amplitudes des ordres 0 (faisceau transmis),  $-1$  (ordre principal), 1 et  $-2$ . De

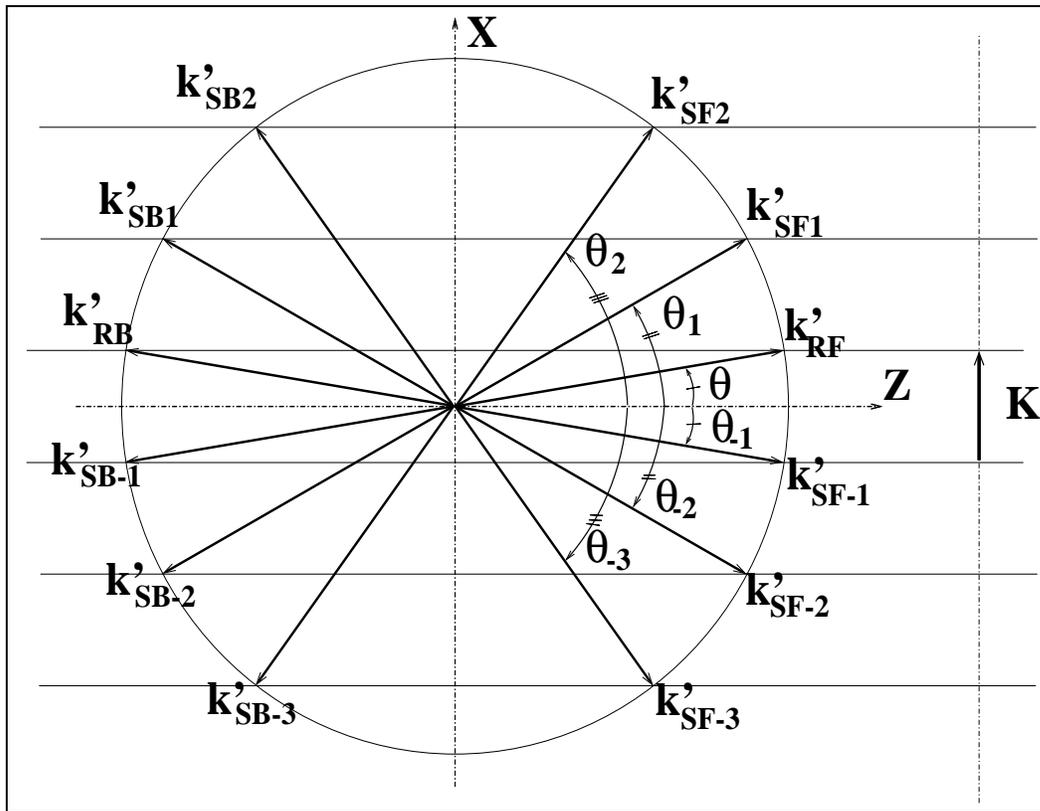


FIG. 5.2 —: Schéma des différents vecteurs d'onde des ordres de diffraction de Raman-Nath.

plus, dans chaque équation, nous ne conservons que les termes de plus petit désaccord de phase :

$$\Delta k = k'(\cos\theta - \cos\theta_1) = k'(\cos\theta - \cos\theta_{-2}) \quad (5.5)$$

Le système d'équations résultant s'écrit :

$$\cos \theta \frac{dR_F}{dz} = \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0} \{S_{F-1} - S_{F1} \exp(-j \Delta k z)\} \quad (5.6)$$

$$\cos \theta \frac{dS_{F-1}}{dz} = \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0} \{-R_F + S_{F-2} \exp(-j \Delta k z)\} \quad (5.7)$$

$$\cos \theta_1 \frac{dS_{F1}}{dz} = \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0} \{R_F \exp(j \Delta k z)\} \quad (5.8)$$

$$\cos \theta_1 \frac{dS_{F-2}}{dz} = \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0} \{-S_{F-1} \exp(j \Delta k z)\} \quad (5.9)$$

$$-\cos \theta \frac{dR_B}{dz} = \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0} \{S_{B-1} - S_{B1} \exp(j \Delta k z)\} \quad (5.10)$$

$$-\cos \theta \frac{dS_{B-1}}{dz} = \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0} \{-R_B + S_{B-2} \exp(j \Delta k z)\} \quad (5.11)$$

$$-\cos \theta_1 \frac{dS_{F1}}{dz} = \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0} \{R_B \exp(-j \Delta k z)\} \quad (5.12)$$

$$-\cos \theta_1 \frac{dS_{B-2}}{dz} = \frac{\pi \Delta n}{\lambda_0} \{-S_{B-1} \exp(-j \Delta k z)\} \quad (5.13)$$

La dernière étape qui précède la résolution des deux systèmes ci-dessus est l'écriture des conditions aux limites dans le milieu non linéaire, qui couplent les ondes "F" ( $R_F$  et  $S_{Fp}$ ) et les ondes "B" ( $R_B$  et  $S_{Fp}$ ) au niveau des miroirs du résonateur :

$$S_{F1}(z=0) = r_1 S_{B1}(z=0) \quad (5.14)$$

$$S_{F-2}(z=0) = r_1 S_{B-2}(z=0) \quad (5.15)$$

$$r_1 S_{F1}(z=l) = S_{B1}(z=l) \exp(-2jk'l \cos \theta_1) \quad (5.16)$$

$$r_2 S_{F-2}(z=l) = S_{B-2}(z=l) \exp(-2jk'l \cos \theta_1) \quad (5.17)$$

### 5.1.2 Résolution des équations

Bien que les équations couplées ne puissent pas être résolues analytiquement de façon simple, nous avons calculé les amplitudes des modes supérieurs mis en jeu de deux manières différentes. La première traite le problème sous forme d'un **système différentiel matriciel** : la variable inconnue est un vecteur dont les composantes sont les quatre ondes impliquées dans les systèmes d'équations [5.6-5.9] et [5.10-5.13]. Le premier de ces systèmes devient :

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} S_{F1} \\ R_F \\ S_{F-1} \\ S_{F-2} \end{pmatrix} = [u] \begin{pmatrix} S_{F1} \\ R_F \\ S_{F-1} \\ S_{F-2} \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

où  $[u]$  est une matrice  $4 \times 4$ . L'équation différentielle matricielle 5.18 s'intègre par la méthode de Peano-Baker [Pip58] et les amplitudes des quatre modes considérés sont calculées simultanément.

La seconde résolution utilise la “**méthode des approximations successives**” [Bor70b]. Nous reprenons alors les expressions analytiques des ondes de lecture et de l'ordre  $-1$  de diffraction [Men99b], pour calculer les amplitudes des ordres supérieurs, introduits dans les équations de propagation a posteriori. A ce jour, nous n'avons pas encore rencontré de cas où les deux méthodes de résolution donnent des résultats différents.

## 5.2 Critères d'épaisseur

Dans cette partie, nous analysons l'influence de l'épaisseur du réseau sur l'intensité des différents ordres supérieurs de diffraction pour le dispositif intracavité décrit précédemment. Nous le comparons à nouveau au réseau de Bragg hors cavité de mêmes modulation d'indice et épaisseur et définissons un nouveau critère de Bragg.

### 5.2.1 Cas d'un réseau hors cavité

Les ordres  $1$  et  $-1$  sont tous deux couplés à l'onde incidente, la seule distinction entre eux étant la condition d'accord de phase avec l'onde incidente, qui est vérifiée pour l'ordre  $-1$  et ne l'est pas pour l'ordre  $1$ . Ceci explique pourquoi le rapport des intensités des ordres  $1$  et  $-1$  peut tendre vers  $1$  pour un échantillon infiniment mince et décroît lorsque l'épaisseur du réseau croît. Dans la partie 1.2.3, nous avons distingué deux régimes de diffraction pour les réseaux d'indice hors cavité : le régime de Raman-Nath se réfère à la diffraction sur des réseaux minces et met en jeu des ordres de diffraction multiples, tandis que le régime de Bragg décrit le comportement de réseaux épais, qui ne génèrent qu'un seul faisceau diffracté [Moh80b]. La distinction entre ces régimes se fonde généralement sur un paramètre adimensionné :

$$Q_{R-N/B} = \frac{2\pi \lambda_0 l}{n_0 \Lambda^2} \quad (5.19)$$

Le régime de Raman-Nath correspond aux valeurs  $Q < 1$ , et celui de Bragg à  $Q > 10$ . Néanmoins, on considère parfois un réseau en régime de Bragg pour  $Q > 1$  [Yar84c], et même pour des valeurs  $Q > 10$ , les amplitudes des ordres supérieurs de diffraction peuvent être considérables pour des réseaux à forte modulation d'indice ( $\Delta n \approx 10^{-3}$  à  $10^{-1}$ ) [Mag77]. Il est donc nécessaire de préciser à quel critère nous nous référons. Celui que nous avons choisi, et déjà cité dans la

partie 1.2.3, a été établi par Mallick [Mal90], et le paramètre adimensionné qu'il considère est donné par :

$$Q = \frac{\pi \lambda_0 l}{n_0 \Lambda^2} \quad (5.20)$$

que nous avons introduit au chapitre 1. Mallick part de l'hypothèse que l'amplitude diffractée par unité de longueur (suivant  $z$ ) est constante. Nous ne pouvons pas reprendre cette hypothèse dans le cas d'un réseau intracavité, ni utiliser directement les résultats du calcul de Mallick, par voie de conséquence. En revanche, nous étudions dans quelle limite ce critère est valable en s'affranchissant de cette hypothèse, le réseau de Bragg étant traité comme un cas particulier du dispositif intracavité, en annulant les coefficients de réflexion des miroirs. Il est cependant intéressant de rappeler brièvement les grandes lignes du raisonnement de Mallick, à des fins de comparaison avec le critère que nous établissons. Pour aboutir à un critère, Mallick n'a pas pris en considération les oscillations de la fonction sinus cardinal dans l'expression de l'intensité relative ( $I_1/I_{-1}$ ) (voir l'équation 1.51), qui donnent lieu à un minimum local, mais la décroissance globale des maxima (enveloppe de la courbe). Ceci lui a permis de définir un critère absolu sur l'épaisseur du réseau : si  $Q$  est supérieur à 10, l'intensité relative des ordres supérieurs (rapportée à celle de l'ordre  $-1$ ) est inférieure à 1%, et on peut considérer que le réseau est "épais".

La figure 5.3 présente les résultats de nos calculs. Les variations de l'intensité diffractée dans l'ordre 1, rapportée à celle de l'ordre  $-1$ , sont tracées en fonction de  $Q$ , pour une cavité de Fabry-Perot à miroirs non réfléchissants à la longueur d'onde considérée ( $\lambda_0 = 787nm$ ) (réseau de Bragg "brut"). Cette courbe a l'allure d'un sinus cardinal, comme l'expression établie par Mallick. Ce comportement est indépendant de la valeur de la modulation d'indice, du moins sur la plage  $\Delta n \in [10^{-6}; 10^{-2}]$ . La borne supérieure de cet intervalle ( $\Delta n = 10^{-2}$ ) nous mène à la limite de validité du modèle que nous utilisons. Il faut alors prendre en compte la modulation d'indice normalisée [Mag77]  $\nu = \pi \Delta n l / \lambda \cos \theta$ , encore appelés "force du réseau" [Moh80a]. Mais même dans ce cas, les expressions établies ont encore une signification physique pour des réseaux d'épaisseur de l'ordre de la dizaine de microns. L'accord avec les résultats de Mallick est très bon sur la totalité de l'intervalle de  $\Delta n$  donné ci-dessus.

L'intérêt d'un dispositif intracavité est d'améliorer les performances diffractives de réseaux caractérisés par de faibles valeurs de  $\nu$  (voir le paragraphe 2.4). Ces réseaux ne peuvent avoir de fortes efficacités de diffraction, du fait d'une faible modulation d'indice ou d'une épaisseur limitée. C'est le cas des puits quantiques multiples, malgré de fortes valeurs de  $\Delta n$  [Nol90, Wan92]. Nous nous limitons donc ici aux cas de réseaux à faibles valeurs de  $\nu$ , pour lesquels la formulation de Mallick du critère de Bragg est valable.

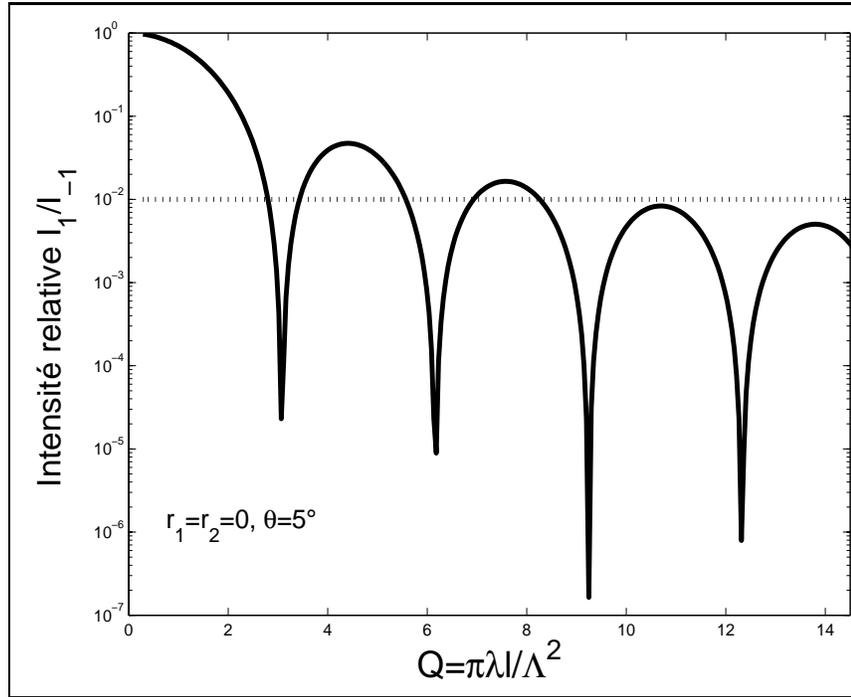


FIG. 5.3 — : Courbe de variation de l'intensité relative de l'ordre 1 par rapport à l'ordre -1 avec  $Q = \pi\lambda l/\Lambda^2$  pour un réseau de Bragg hors cavité.

### 5.2.2 Intensité diffractée dans l'ordre -1

Le principe à la base de cette étude d'un critère de Bragg intracavité est d'utiliser une cavité de Fabry-Perot asymétrique ( $r_2 = 1$ ) tel que l'ordre -1 de diffraction entre en résonance avec l'un de ses modes. C'est la configuration "résonnante" pour laquelle nous avons défini le gain en efficacité de diffraction du dispositif intracavité (voir les parties 2.2.1 et 4.1.1). Pour un angle d'incidence  $\theta$  et une longueur d'onde  $\lambda$  fixes, la longueur du milieu intracavité  $l_m$  est donc une variable discrète liée à l'ordre du mode résonnant de Fabry-Perot par l'équation :

$$2n_0 l_m \cos\theta = m\lambda_0 \quad (5.21)$$

Nous utilisons par la suite  $m$  comme paramètre adimensionné, de sorte que les résultats obtenus ne dépendent ni de l'angle d'incidence, ni de la longueur d'onde incidente.

La figure 5.4 montre les variations de l'efficacité de diffraction dans l'ordre -1 ( $\rho_{DR-1}$ ) (intensité diffractée  $I_{-1}$  normalisée à celle de l'onde incidente) avec  $m$ , pour deux valeurs du coefficient de réflexion en amplitude  $r_1$ .  $\rho_{DR-1}$  présente un maximum très proche de 1, pour lequel la quasi-totalité de l'intensité incidente est convertie en intensité diffractée en réflexion. La longueur optimale de la cavité correspondante  $l_{opt}$  est une fonction décroissante de  $r_1$  et de la modulation d'indice

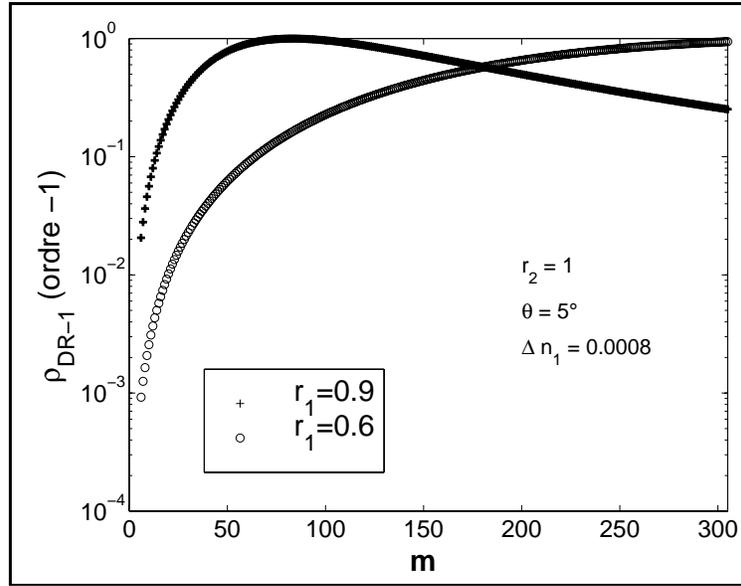


FIG. 5.4 – Variations de l’efficacité de diffraction dans l’ordre  $-1$  avec  $m$  (valeurs discrètes) paramétrées par  $r_1$  :  $r_1 = 0.9$  (croix) et  $r_1 = 0.6$  (cercles).

$\Delta n$  :

$$l_{opt} = \frac{\lambda_0 \cos \theta}{\pi \Delta n} \text{Arccos} \left( \frac{2r_1}{1+r_1^2} \right) \quad (5.22)$$

Nous nous intéressons tout particulièrement au domaine d’épaisseurs  $[0; l_{opt}]$ , pour lequel l’intensité dans l’ordre  $-1$  augmente de plusieurs ordres de grandeur. Nous allons maintenant examiner l’apport de la cavité en termes d’intensité diffractée dans les ordres 1 et  $-2$ .

### 5.2.3 Intensité diffractée dans les ordres 1 et $-2$

L’idée intuitive que l’on peut se faire de l’influence du résonateur sur les ordres 1 et  $-2$  est que leur intensité doit être fortement atténuée, excepté le cas où les directions correspondantes sont des modes de Fabry-Perot. Il est donc pertinent de déterminer si ces deux ordres peuvent correspondre à des résonances de la cavité, en même temps que l’ordre  $-1$ . Nous désignerons cette situation par “**double résonance**”, bien qu’il s’agisse en fait d’une résonance quadruple puisque les ondes concernées sont l’onde de lecture et les ondes diffractées dans les ordres 1,  $-1$  et  $-2$  :

$$\cos \theta = \cos \theta_{-1} \quad (5.23)$$

$$\text{et } \cos \theta_{-2} = \cos \theta_1 \quad (5.24)$$

Nous développerons ce point dans la partie 5.3, où nous verrons que cela peut entraîner l'extinction ou l'exaltation de l'ordre 1, suivant l'épaisseur du réseau.

L'intensité diffractée dans l'ordre  $-2$  provient de la diffraction de l'ordre  $-1$  sur le réseau, qui reste négligeable par rapport à celle de l'ordre 1 dans le cas d'un réseau de Bragg hors cavité. C'est pourquoi Mallick n'en n'a pas tenu compte pour établir son critère. Cette étude analytique étend ce résultat au cas du dispositif intracavité. En effet, l'intensité relative de l'ordre  $-2$  comparé à l'ordre  $-1$  reste très faible et ne semble pas dépendre de l'épaisseur de l'échantillon considéré, ni de la valeur de  $r_1$ , abstraction faite des oscillations autour de la valeur moyenne (voir la figure 5.5). Lorsqu'on fait croître la modulation d'indice, cette intensité relative augmente, mais reste largement inférieure à  $10^{-2}$  tant que  $\Delta n < 10^{-2}$ , valeur rarement atteinte en pratique. Nous pouvons donc **négliger l'ordre de diffraction -2** dans notre recherche de critère sur l'épaisseur du réseau de Bragg intracavité.

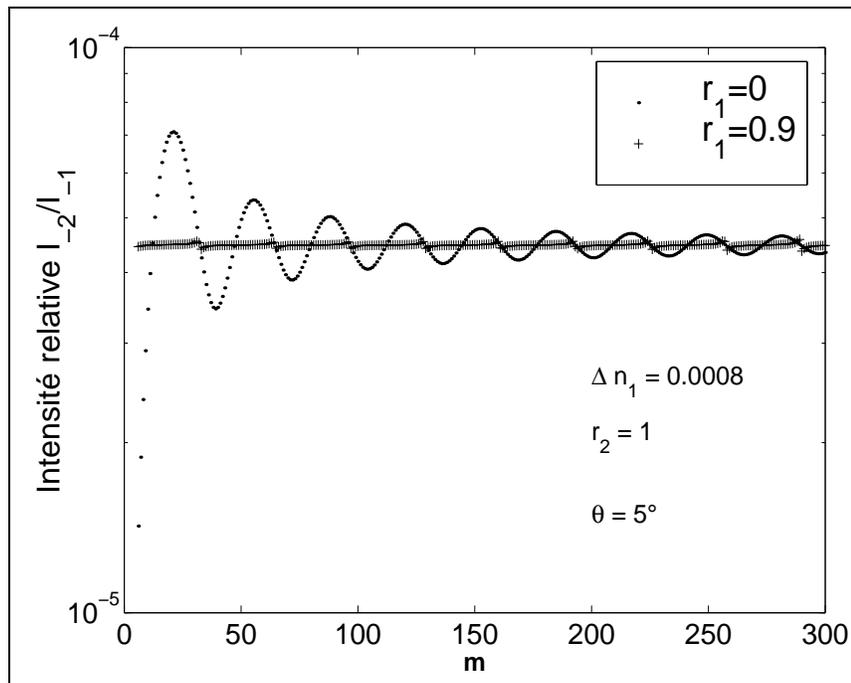


FIG. 5.5 — : Variations de l'intensité relative des ordres  $-2$  et  $-1$  avec  $m$ , paramétrées par  $r_1$  :  $r_1 = 0$  (points) et  $r_1 = 0.9$  (croix) ( $r_2 = 1$ ).

A l'inverse, l'ordre 1 est couplé au faisceau de lecture, comme l'ordre  $-1$ , mais n'est pas en accord de phase avec l'onde incidente, contrairement à l'ordre  $-1$ . Dans un premier temps, nous comparons l'intensité absolue diffractée dans l'ordre 1 par le dispositif intracavité et celle diffractée par le même réseau hors cavité (réflectivités des miroirs nulles). Sur la figure 5.6, on voit que l'efficacité de dif-

fraction dans l'ordre 1 est une fonction oscillante de l'ordre de Fabry-Perot  $m$ . L'enveloppe de ses maxima reste du même ordre de grandeur et ne dépend que faiblement de la valeur des coefficients de réflexion des miroirs, même dans la limite de coefficients nuls (réseau de Bragg sans cavité). Notons toutefois que la période des oscillations pour le dispositif intracavité est le double de celle du réseau hors cavité. En effet, le premier est utilisé en réflexion, le deuxième en transmission, ce qui correspond à une longueur optique du réseau deux fois plus courte, donc des résonances du sinus cardinal deux fois plus espacées.

Dans le cas d'un réseau intracavité, les variations de l'efficacité de diffraction dans l'ordre 1 semblent lissées en comparaison avec celles du réseau hors cavité, mis à part les pics étroits relatifs aux minima d'efficacité de Bragg dans l'ordre 1. Ces pics correspondent à une double résonance, comme nous l'expliquerons dans la partie 5.3. En moyenne, on peut conclure des calculs représentés sur la figure 5.6 que le résonateur de Fabry-Perot atténue globalement l'efficacité de diffraction dans l'ordre 1 (d'un facteur proche de 100 pour les valeurs élevées de  $m$ ), abstraction faite des maxima très piqués autour des modes de Fabry-Perot. Toutefois, ces derniers ne dépassent jamais les maxima de l'ordre 1 pour un réseau de Bragg hors cavité. L'efficacité de diffraction de Bragg hors cavité dans l'ordre 1, ou en tout cas l'enveloppe de ses maxima, est donc une majoration de celle obtenue avec un dispositif intracavité. Nous l'utilisons comme telle par la suite pour établir le critère de Bragg intracavité.

Forts de cette étude approfondie des efficacités de diffraction intracavité dans les ordres 1,  $-1$  et  $-2$ , nous allons maintenant déterminer à partir de quelle épaisseur de réseau intracavité on peut négliger les ordres 1 et  $-2$  devant l'ordre principal  $-1$ .

#### 5.2.4 Critère de Bragg intracavité

Nous faisons ici l'hypothèse que l'ordre  $-2$  de diffraction reste toujours moins intense que l'ordre 1, comme nous l'avons montré au paragraphe 5.2.3. Nous recentrons donc cette étude sur l'évolution de l'ordre 1 par rapport à l'ordre  $-1$ . La figure 5.7 représente les variations avec  $m$  de l'intensité relative diffractée dans l'ordre 1 par rapport à l'ordre  $-1$ . D'après les résultats précédents concernant l'évolution de l'ordre 1 (voir le paragraphe 5.2.3), nous pouvons rapidement établir que la décroissance rapide du rapport des intensités diffractées dans ces deux ordres ( $I_1/I_{-1}$ ) avec  $m$  est principalement due à l'augmentation concomitante de l'intensité  $I_{-1}$ . En effet, les maxima de diffraction dans l'ordre 1 ne présentent pas de décroissance significative avec  $m$ . Si l'on suppose que l'enveloppe de ces maxima est quasiment identique pour un dispositif intracavité asymétrique (uti-

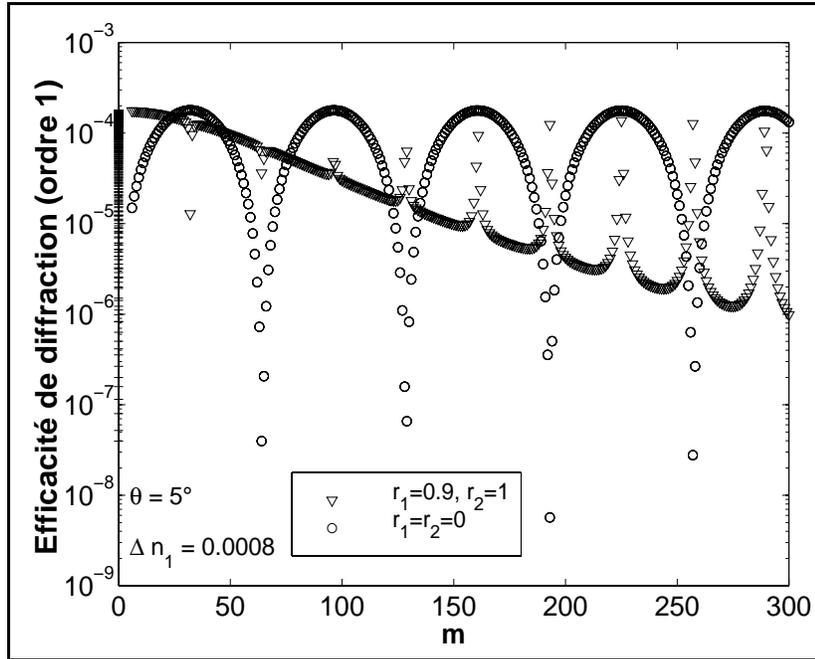


FIG. 5.6 –: Variations de l'efficacité de diffraction dans l'ordre 1 avec  $m$  pour un dispositif intracavité asymétrique ( $r_1 = 0.9, r_2 = 1$ ) et un réseau de Bragg identique au précédent hors cavité ( $r_1 = r_2 = 0$ ).

lisé en réflexion) et le réseau de Bragg correspondant hors cavité (en transmission), on peut en déduire une première version de critère de Bragg intracavité. Pour cela, nous prenons en considération les seules variations de l'intensité dans l'ordre  $-1$  ( $I_{-1}$ ).

Pour un dispositif intracavité asymétrique ( $r_2 = 1$ ) de longueur  $l_m$  à la résonance de Fabry-Perot d'ordre  $m$ , l'intensité  $(I_{-1})_{intracavite}$  s'exprime analytiquement sous la forme :

$$(I_{-1})_{intracavite} = \left[ (1 - r_1^2) \frac{2\cos(\nu)}{1 - 2r_1\cos(2\nu) + r_1^2} \right]^2 (I_{-1})_{Bragg} \quad (5.25)$$

où  $\nu = \frac{\pi\Delta n l_m}{\lambda_0 \cos\theta}$  est la modulation d'indice normalisée à la résonance de Fabry-Perot et  $(I_{-1})_{Bragg}$  est l'intensité diffractée dans l'ordre  $-1$  par le réseau de Bragg de mêmes  $\Delta n_1$  et d'épaisseur  $l_m$  hors cavité.

Un développement limité au premier ordre en  $\nu$  de cette expression (valable pour les faibles valeurs de  $\nu$ ) s'écrit :

$$(I_{-1})_{intracavite} = \frac{4(1 - r_1^2)^2}{(1 - r_1)^2} (I_{-1})_{Bragg} \quad (5.26)$$

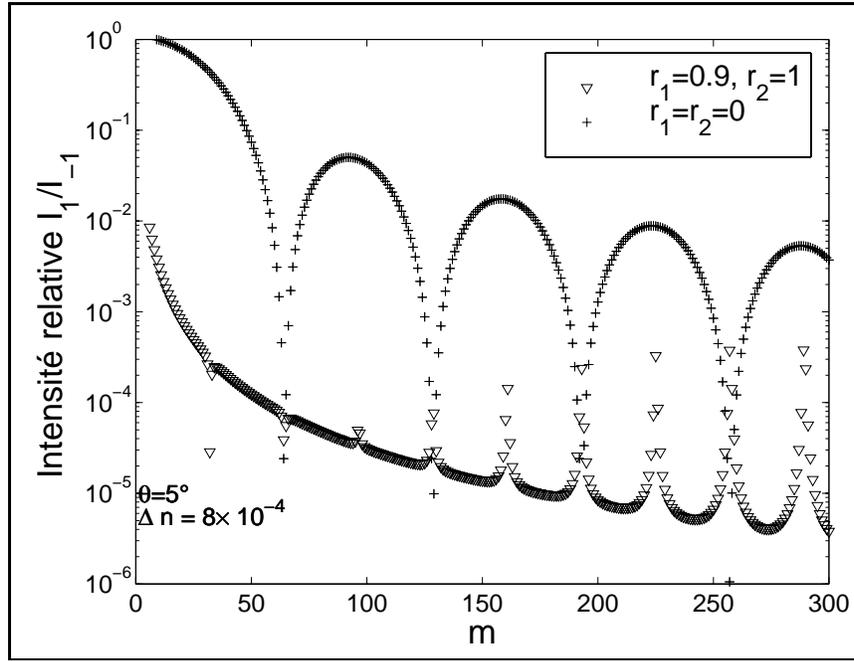


FIG. 5.7 –: Variations de l'intensité relative de l'ordre 1 par rapport à l'ordre  $-1$  avec  $m$ , pour un dispositif intracavité asymétrique (triangles) et un réseau de Bragg identique hors cavité (croix).

La validité de ce développement à l'ordre 1 sur la plage d'épaisseur de cavité qui nous intéresse ( $[0; l_{opt}]$ ) dépend de la valeur de  $r_1$ . Ainsi, les termes d'ordres supérieurs à 1 représentent moins d'1% de la valeur approchée pour  $r_1 > 0.82$ . Le critère de Mallick indique que l'intensité diffractée dans l'ordre 1 est inférieure à 1% de celle diffractée dans l'ordre  $-1$  pour les valeurs de  $Q$  supérieures à 10. En termes d'épaisseur ( $l = Qn_0\Lambda^2/\pi\lambda_0$ ), cela s'écrit :

$$\text{Si } l > \frac{10n_0\Lambda^2}{\pi\lambda_0} = L_c \quad \text{alors} \quad \left(\frac{I_1}{I_{-1}}\right)_{Bragg} < 0,01 \quad (5.27)$$

Nous allons élargir ce résultat au cas d'un réseau intracavité, sachant que pour tout  $r_1$  :

$$\left(\frac{I_1}{I_{-1}}\right)_{intracavite} < \frac{(I_1)_{Bragg}}{(I_{-1})_{intracavite}} = \frac{(1-r_1)^2}{4(1+r_1)^2} \left(\frac{I_1}{I_{-1}}\right)_{Bragg} \quad (5.28)$$

En utilisant les inégalités 5.27 et 5.28, il vient :

$$\text{Si } l > L_c \quad \text{alors} \quad \left(\frac{I_1}{I_{-1}}\right)_{intracavite} < 0,01 \frac{(1-r_1)^2}{4(1+r_1)^2} \quad (5.29)$$

Pour aller plus loin dans la définition du nouveau critère, nous utilisons les résultats établis auparavant sur la dépendance de  $(I_{-1})_{intracavité}$  vis-à-vis de l'épaisseur  $l = m\lambda/2n\cos\theta$ . En développant  $(I_{-1})_{Bragg} = I_0\sin^2(\nu)$  au premier ordre en  $\nu$  et en utilisant l'équation 5.26, on constate que  $(I_{-1})_{intracavité}$  est proportionnelle à  $l^2$ , pour les valeurs de  $\nu$  où le développement est valable. En reprenant l'inégalité 5.29 et en négligeant la dépendance de  $(I_1)_{intracavité}$  vis-à-vis de  $l$ , on en déduit :

$$\text{Si } l > \frac{1-r_1}{1+r_1} \frac{L_c}{2} \quad \text{alors } \left( \frac{I_1}{I_{-1}} \right)_{intracavité} < 0,01 \quad (5.30)$$

Pour un miroir avant de réflectivité nulle ( $r_1 = 0$ ), le seuil en épaisseur est  $l = L_c/2$ , ce qui concorde avec le critère de Mallick puisque le miroir arrière, parfaitement réfléchissant ( $r_2 = 1$ ) double la longueur optique effective parcourue par la lumière dans le réseau de Bragg. Afin de comparer ce nouveau critère (donné par l'inégalité 5.30) à celui connu pour un réseau hors cavité (inégalité 5.27), nous avons calculé les variations de l'intensité relative  $I_1/I_{-1}$  avec le paramètre modifié  $Q_{intraFP} = \frac{2(1+r_1)}{1-r_1}Q$ . Les résultats de ce calcul sont représentés sur la figure 5.8, pour trois valeurs du coefficient  $r_1$  :  $r_1 = 0,9$  (cercles pleins),  $r_1 = 0,5$  (triangles) et  $r_1 = 0$  (croix). Le résonateur de Fabry-Perot permet une atténuation rapide de l'ordre 1 de diffraction avec l'épaisseur du réseau. Comme on pouvait le prévoir, la longueur critique au-delà de laquelle la totalité de l'énergie diffractée est concentrée dans l'ordre  $-1$  est d'autant plus faible que  $r_1$  est élevé, et donc la cavité surtendue.

Nous devons maintenant nous assurer que nous n'avons oublié aucun cas où la diffraction dans l'ordre 1 pourrait être conséquente et non négligeable. La partie 5.3 est consacrée à l'étude de la situation de double résonance, évoquée au paragraphe 5.2.3, dans laquelle l'intensité  $I_{-1}$  pourrait atteindre des valeurs très élevées.

### 5.3 Double résonance

Il est raisonnable de penser que les ordres 1 et  $-2$  de diffraction doivent être atténués par la cavité de Fabry-Perot, sauf lorsqu'ils sont en résonance avec l'un des modes de Fabry-Perot. Les figures 5.5 et 5.6 viennent renforcer cette idée. En effet l'atténuation de l'intensité diffractée dans l'ordre 1 croît lorsque l'épaisseur de la cavité augmente, à l'exception de pics étroits qui correspondent aux minima de diffraction du réseau de Bragg hors cavité. Ce fait nécessite une interprétation, et justifie l'importance d'étudier le cas où les ordres 1 et  $-2$ , en plus de l'ordre principal  $-1$ , peuvent être en résonance avec la cavité de Fabry-Perot. Ainsi que nous l'avons définie au paragraphe 5.2.3, nous désignons cette situation par le

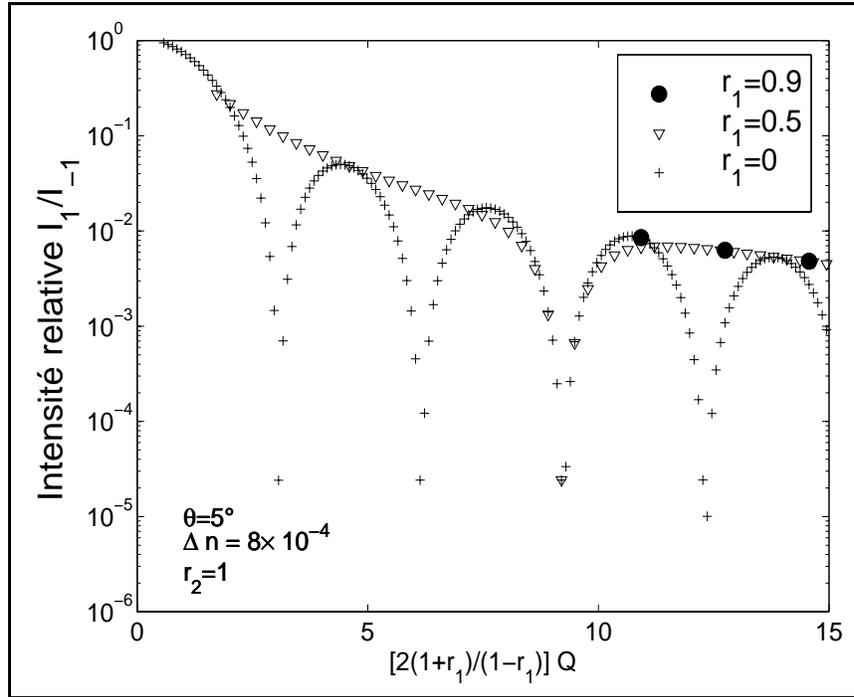


FIG. 5.8 – : Variations de l'intensité relative diffractée dans l'ordre 1 ar rapport à celle dans l'ordre  $-1$ .

terme **double résonance**. Dans cette partie, nous montrons comment ce cas particulier peut entraîner l'extinction ou l'exaltation de l'efficacité de diffraction dans l'ordre 1, suivant l'épaisseur du réseau considéré.

Pour observer une double résonance, en considérant toujours que l'onde de lecture est sous incidence de Bragg, trois relations doivent être vérifiées simultanément :

- la condition de Raman-Nath pour l'ordre 1 :

$$\sin\theta_1 = 3\sin\theta \quad (5.31)$$

- la condition de résonance de Fabry-Perot pour les ondes de lecture et diffractée dans l'ordre  $-1$  :

$$2n_0l_{DR}\cos\theta = m\lambda_0, \quad m \text{ entier} \quad (5.32)$$

(l'indice  $DR$  se réfère à "double résonance")

- la condition de résonance de Fabry-Perot pour les ondes diffractées dans les ordres 1 et  $-2$  :

$$2n_0l_{DR}\cos\theta_1 = (m - \Delta m)\lambda_0, \quad \Delta m \text{ entier} \quad (5.33)$$

Seules certaines valeurs de  $m$  satisfont à ces exigences. Elles sont définies par la relation :

$$\frac{1}{\cos\theta} = \sqrt{1 + \frac{\Delta m}{4m} - \frac{\Delta m^2}{8m^2}} \quad (5.34)$$

L'angle  $\theta$  peut s'exprimer comme une fonction du rapport  $q = \frac{\Delta m}{m}$  ( $0 < q < 1$ ). La figure 5.9 représente les variations de cette fonction.

Pour toutes les valeurs de  $\theta$  compatibles avec l'existence de l'ordre 1 de diffrac-

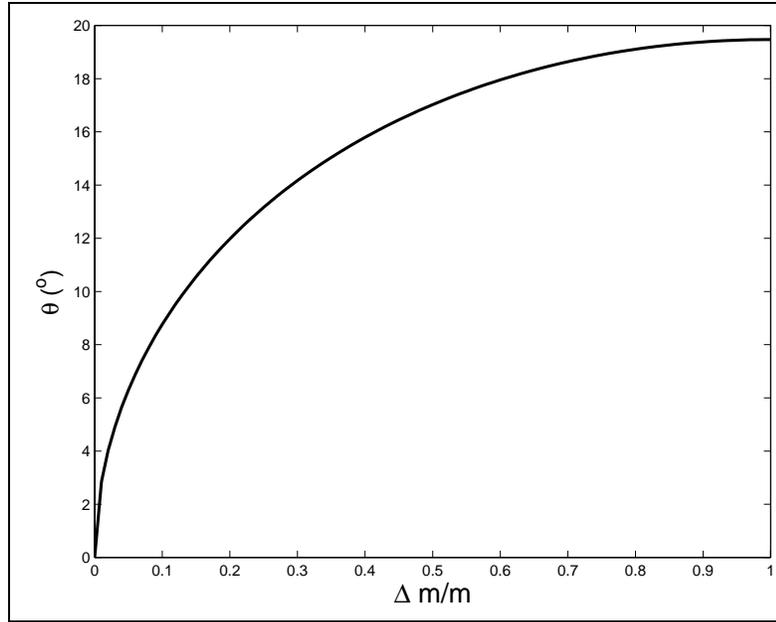


FIG. 5.9 —: Courbe de variations de l'angle d'incidence  $\theta$  correspondant à une double résonance avec le paramètre  $q = \Delta m/m$ .

tion, il existe au moins un couple  $(m, \Delta m)$ , et donc une longueur de cavité telle que les ordres 1 et  $-1$  soient en double résonance. Tous les multiples de cette longueur satisfont alors à cette condition. Une autre conséquence importante de la double résonance de la cavité est le **déphasage** multiple de  $\pi$  imposé entre le **faisceau de lecture et l'ordre 1 de diffraction** :

$$\Delta kl_{DR} = \Delta m\pi \quad (5.35)$$

Par conséquent, les extrema d'efficacité de diffraction dans l'ordre 1 coïncident avec les minima de Bragg pour une cavité asymétrique de finesse nulle ( $r_1 = 0$ ,  $r_2 = 1$ ), comme on peut le voir sur la figure 5.10. Cette dernière configuration est en fait équivalente à un réseau de Bragg hors cavité d'épaisseur double.

Pour les faibles valeurs de  $m$ , les pics étroits de double résonance de l'ordre 1

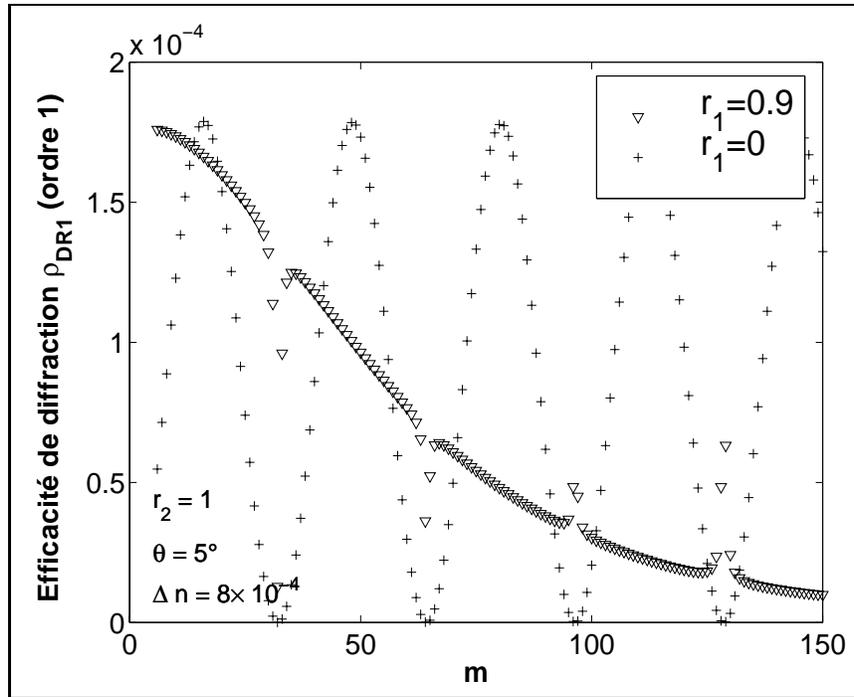


FIG. 5.10 —: Variations de l'efficacité de diffraction dans l'ordre 1 avec  $m$  : pour un dispositif intracavité asymétrique ( $r_1 = 0.9, r_2 = 1$ ) et le même dispositif dans la limite  $r_1 = 0$ , i.e cavité de finesse nulle (réseau de Bragg d'épaisseur double).

sont des minima locaux d'efficacité de diffraction, tandis qu'ils deviennent des maxima locaux pour les valeurs plus élevées de  $m$ . Plus précisément, pour une cavité d'épaisseur  $l \in [0; l_{opt}]$ , où l'intensité diffractée dans l'ordre  $-1$  augmente quand  $l$ , donc  $m$ , croît, la double résonance donne lieu à un minimum d'intensité dans l'ordre 1, et un maximum local pour une épaisseur  $l > l_{opt}$  ( $I_{-1}$  décroissant quand  $m$  croît). La figure 5.11, qui montre les variations avec  $m$  des intensités diffractées dans ces deux ordres, illustre cette distinction entre les différents types de double résonance dans l'ordre 1.

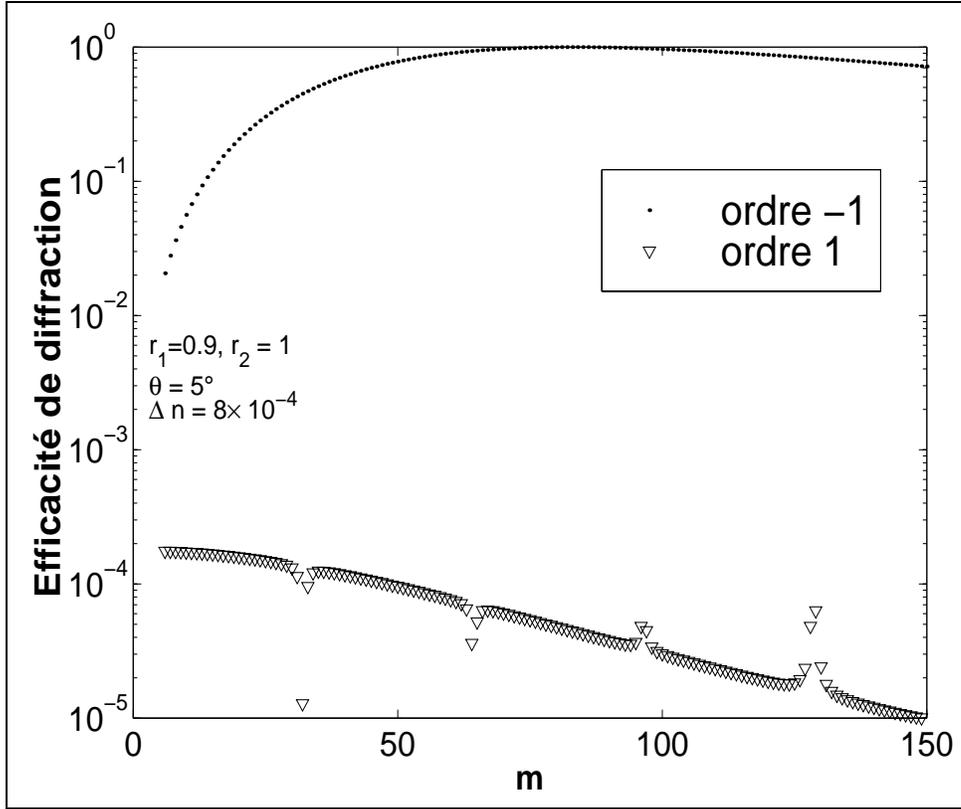


FIG. 5.11 – : Variations des efficacités de diffraction dans les ordres 1 (triangles) et  $-1$  (pointillés) avec  $m$ , pour un dispositif intracavité asymétrique ( $r_1 = 0.9$ ,  $r_2 = 1$ ).

La comparaison des expressions analytiques des amplitudes des ordres 1 et  $-1$  ( $S_{B1}$  et  $S_{B-1}$  respectivement), établies par la méthode des approximations successives (voir le paragraphe 5.1.2), confirme ce résultat. Ces expressions font apparaître les dépendances de  $S_{B1}$  et  $S_{B-1}$  vis-à-vis de l'épaisseur  $l$ , de la modulation d'indice intégrée  $\nu$  et du coefficient de réflexion  $r_1$  :

$$S_{B1}(z = 0) \propto \frac{-ir_{F+} \sin(2\nu) + \Delta k [\cos(\nu) - r_1]}{1 - 2r_1 \cos(2\nu) + r_1^2} - \frac{\exp(2ik'l \cos \theta_1) \Delta k}{1 - r_1 \exp(2ik'l \cos \theta_1)} \quad (5.36)$$

$$S_{B-1}(z = 0) \propto \frac{\sin(2\nu)}{1 - 2r_1 \cos(2\nu) + r_1^2} \quad (5.37)$$

avec  $r_{F+} = i\pi\Delta n/\lambda_0 \cos\theta$  (notation déjà utilisée au chapitre 2). On déduit de l'équation 5.37 l'expression de la dérivée de l'amplitude diffractée dans l'ordre  $-1$  par rapport à l'épaisseur  $l$  du réseau intracavité :

$$\frac{\partial S_{B-1}}{\partial l} \propto \frac{(1 + r_1^2) \cos(2\nu) - 2r_1}{[1 - 2r_1 \cos(2\nu) + r_1^2]^2} \quad (5.38)$$

L'amplitude  $S_{B1}$  est la somme de deux termes (voir l'équation 5.36) : le premier se rapproche la dérivée de l'amplitude de l'ordre  $-1$  par rapport à  $l$ , surtout quand  $r_1$  est grand. Ce terme devrait donc changer de signe pour  $l = l_{opt}$ . Le second engendre un pic de double résonance dans l'ordre 1 quand la condition 5.33 est vérifiée :  $2n_0 l \cos\theta_1 = (m - \Delta m)\lambda_0$ . Sa valeur à la résonance est une fonction décroissante de  $l_{DR}$  :  $\Delta m\pi/[(1 - r_1)l_{DR}]$ . Les minima et maxima d'efficacité de diffraction dans cet ordre sont dus aux **interférences destructives et constructives respectivement des deux termes d'amplitude** précédents. Il existe donc des valeurs particulières de  $l_{DR}$  (et donc  $m$ ) qui entraînent l'extinction de l'ordre 1. On peut également observer un accroissement relatif de cet ordre par le résonateur pour une longueur  $l_{DR} > l_{opt}$ , où l'intensité de l'ordre  $-1$  décroît avec  $l$ .

## 5.4 Conclusion

Cette étude des variations relatives d'efficacité de diffraction dans les différents ordres de Raman-Nath nous permet de conclure à un abaissement significatif, dans la structure intracavité résonnante, du seuil d'épaisseur définissant la limite entre réseaux minces et réseaux épais. Le facteur de réduction du seuil est une fonction croissante du coefficient de réflexion  $r_1$ , pour un dispositif asymétrique ( $2(1 + r_1)/(1 - r_1)$ ). Au-delà de ce seuil, l'intensité diffractée est concentrée dans l'ordre  $-1$ , ou ordre de Bragg, et croît avec l'épaisseur du réseau tant que celle-ci reste inférieure à  $l_{opt}$  qui s'écrit, pour le dispositif intracavité asymétrique ( $r_2 = 1$ ) :

$$l_{opt} = \frac{\lambda_0 \cos\theta}{\pi \Delta n_1} \arccos \frac{2r_1}{1 + r_1^2} \quad (5.39)$$

Lorsque l'ordre 1 de diffraction entre également en résonance avec la cavité de Fabry-Perot, son intensité est très fortement atténuée sur toute la plage  $l_{DR} \in [0; l_{opt}]$ , en raison de l'interférence destructive des résonances de Fabry-Perot et des anti-résonances de diffraction. En conséquence, ce cas particulier

de double résonance est encore plus favorable à l'établissement d'un régime de diffraction de Bragg.

Cette étude complète la définition d'un réseau de Bragg intracavité, dont nous avons par ailleurs étudié les propriétés diffractives dans les chapitres précédents. Elle permet d'étendre les résultats obtenus aux cas de milieux intracavité minces, tels que les puits quantiques multiples, par exemple.



## Conclusion

La motivation initiale de notre étude de l'holographie intracavité était de pouvoir améliorer les propriétés diffractives d'un réseau de Bragg, en l'insérant dans une cavité de Fabry-Perot. Nous avons donc développé un modèle théorique de propagation d'une onde de lecture dans une telle structure. Les conclusions de cette étude analytique approfondie sont très encourageantes, puisqu'elles indiquent que l'efficacité de diffraction maximale et la sélectivité du réseau peuvent être fortement accrues par le résonateur de Fabry-Perot, tandis que la diaphonie est considérablement atténuée. Nous avons montré que la configuration la plus favorable est l'insertion dans une cavité asymétrique, dont le miroir arrière est parfaitement réfléchissant. L'énergie incidente se répartit alors entre les deux ondes réfléchie et diffractée en réflexion. En l'absence de pertes, il est possible d'optimiser les paramètres du résonateur de façon à obtenir une conversion totale de l'énergie incidente en énergie diffractée.

Nous avons aussi examiné l'influence des pertes par absorption ou du gain subis par l'onde de lecture dans le milieu intracavité : l'atténuation ou l'amplification de l'onde diffractée sont exacerbées par le résonateur, donnant lieu à de très fortes variations de l'intensité diffractée. Le dispositif peut ici encore être optimisé de façon à maximiser l'efficacité de diffraction résonnante. On peut aussi adapter la cavité afin qu'elle annule la réflectivité du dispositif. Ceci est particulièrement intéressant dans le cas d'un milieu à gain, et peut donner lieu à des applications au traitement optique de l'information à fort contraste.

Dans tous les cas, le bénéfice de la structure intracavité est d'autant plus grand que le réseau hors cavité offre des performances très médiocres, en raison d'une épaisseur ou d'une modulation d'indice faibles.

En complément de cette étude théorique, nous avons réalisé un dispositif pour l'observation expérimentale du comportement d'un réseau d'indice intracavité. Nous avons choisi comme milieu non linéaire une solution de colorant organique (le MOED) dans l'éthanol. Le réseau d'indice  $\gamma$  est induit thermiquement par l'interférence de deux faisceaux d'écriture. Ce choix nous a permis d'obtenir facilement les conditions de résonance de la diffraction sur le réseau de Bragg et de la cavité de Fabry-Perot. Nous sommes toutefois conscients des aléas liés à

l'utilisation d'un milieu liquide et envisageons celle de supports solides pour des études expérimentales futures (verres dopés par exemple).

Les mesures réalisées avec ce dispositif ont mis en évidence une réelle amélioration en cavité des performances du réseau de Bragg. Ainsi, nous avons enregistré :

- un gain en efficacité de diffraction  $G_{Bragg\ rés.} \approx 220$ , correspondant à une valeur maximale d'efficacité voisine de 4%;
- une augmentation de la sélectivité angulaire d'un facteur 7;
- une amélioration de la sélectivité spectrale d'un facteur 4;
- un accroissement du rapport signal sur bruit d'un facteur au moins égal à 5.

Ces premiers résultats prouvent la faisabilité d'un dispositif intracavité réel, et nous confortent dans l'idée de continuer dans cette voie.

Dans le cadre de l'étude du signal diffracté, nous avons enrichi le modèle théorique en ondes planes pour rendre compte des effets dus à l'inclinaison du faisceau de lecture et à son profil gaussien. Les calculs numériques issus de cette étude analytique sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux. La validité du modèle est donc prouvée et nous pouvons l'utiliser à des fins prospectives pour des réalisations futures.

Enfin, nous nous sommes penchés sur le critère d'épaisseur qui caractérise les réseaux de Bragg en cavité de Fabry-Perot. Une étude analytique, inspirée des travaux existants sur les réseaux hors cavité, a abouti à un nouveau critère de transition entre régimes de Raman-Nath et de Bragg, dans la configuration d'un résonateur asymétrique. Le seuil en épaisseur au-delà duquel un réseau intracavité peut être considéré comme "épais" est considérablement plus bas que sans cavité. Ceci est aisément compréhensible, puisque les réflexions sur les miroirs du résonateur augmentent l'épaisseur optique du réseau. Compte-tenu de ces résultats, nous pouvons élargir notre étude aux cas de réseaux très peu épais, comme les puits quantiques multiples, ou même les réseaux plans.

A l'issue de ces travaux théoriques et expérimentaux, les propriétés diffractives des réseaux d'indice intracavité apparaissent très avantageuses, comparées à celles de réseaux de Bragg hors cavité. Nous avons observé des efficacités de diffraction élevées et une sélectivité angulaire considérablement accrue. Celle-ci peut être mise à profit dans des applications au filtrage optique. Ainsi, en associant le dispositif intracavité à un système dispersif en amont, on peut réaliser un filtre en longueur d'onde très sélectif et reconfigurable en temps réel. Ce filtre pourrait s'avérer très utile pour l'analyse spectrale rapide. Il pourrait également s'insérer

dans de nouveaux lasers accordables, ou encore dans des dispositifs d'insertion-extraction de longueur d'onde en télécommunications optiques.

Une autre perspective intéressante est l'utilisation d'un milieu non-linéaire amplificateur. Au cours de la discussion menée dans la partie 2.3, nous avons montré que les pertes ou le gain dans le milieu intracavité sur les ondes de lecture et diffractée étaient exaltés par le résonateur de Fabry-Perot. En particulier, pour un gain modéré, le dispositif peut rapidement présenter une efficacité de diffraction résonante très élevée, avec de surcroît la possibilité d'annuler la réflectivité du dispositif. Ce développement est envisagé, offrant la possibilité de réaliser un dispositif amplificateur et très sélectif.



# Bibliographie

---

- [Ain96] P. Aing. *Interconnexions holographiques reconfigurables dans un cristal photoréfractif et applications aux réseaux de neurones*, Thèse de doctorat, Université de Paris-Sud, 1996.
- [Ain97] P. Aing, G. Pauliat, G. Roosen. Inscription and noise issues in holographic photorefractive interconnections : application to neural networks, *Optics Com.*, 143:87-94, 1997.
- [Aki00] K. Akimoto, Y. Katagiri. A. Takada, S. Nagaoka. Micromechanically controlled GT interferometer for optical-pulse narrowing, *Sensors and Actuators*, 82:79-82, 2000.
- [Alv94] C. Alves, P. Aing, G. Pauliat, A. Villing, G. Roosen. Prospects of photorefractive memories for optical processing, *International J. of Opt. Memories and Neural Network*, 3:167-190, 1994.
- [Alt82] M. Altarelli et F. Bassani. Impurity States: Theoretical. *Handbook on semiconductors, volume 1, chapter 5:298*, North-Holland Publishing Company, 1982.
- [Ang82] A. Angot. *Compléments de Mathématiques à l'usage des Ingénieurs de l'Electrotechnique et des Télécommunications, chapitre 10.5:798*, Masson, 1982.
- [Ash66] A. Ashkin, G.O. Boyd, J.M. Dziedzic, R.G. Smith, A.A. Ballmann, H.J. Levinstein, K. Nassau. *Appl. Phys. Lett.* 9(72), 1966.
- [Bar-J82] I. Bar-Joseph et Y.Silderberg. Real time holography through triplet state absorption in organic dyes, *Optics Com.*, 41(6):455-458, mai 1982.
- [Bar86] D.U. Bartholomew, J.K. Furdyna et A.K.Ramdas. Interband Faraday rotation in diluted magnetic semiconductors:  $Zn_{1-x}Mn_xTe$  and  $Cd_{1-x}Mn_xTe$ , *Phys. Rev. B*, 34(10):6943, 1986.

- [Bor70a] M. Born and E. Wolf. *Principles of Optics, chapitre VIII (398)*, Pergamon Press, 1970
- [Bor70b] M. Born and E. Wolf. *Principles of Optics, chapitre XII (604)*, Pergamon Press, 1970
- [Bou00] J. Bourderionnet, N. Huot, A. Brignon et J.-P. Huignard. Intracavity spatial mode control of a diode-pumped Nd:YAG laser with an hologram, Actes de CLEO Europe 2000, p.289, septembre 2000.
- [Bri98] A. Brignon, G. Feugnet, J.-P. Huignard et J.-P. Pocholle. Compact Nd:YAG and Nd:YVO/sub 4/ amplifiers end-pumped by a high-brightness stacked array, *IEEE J. Quant. Electron.*, 34(3):577-585, mars 1998.
- [Bur93] Ch. Bureau, M. Defranceschi. *Des teintures égyptiennes aux micro-ondes*, 30-38, Ellipses, avril 93.
- [Col71] R.J. Collier, C.B. Burckhardt, L.H. Lin. Optical Holography, *Academic Press*, 1971
- [Dai97] F. Dai, C. Gu. Statistical analysis on extended reference method for volume holographic data storage, *Opt. Eng.*, 36(6):1691-1699, juin 1997.
- [Dan95] O. Daniel, A. Stelmach, J.M.C. Jonathan, G. Roosen. Whole beam method analysis of photorefractive effect in correlators, *Optics Com.* 113:559-567, 1995.
- [Del96] Ph. Delaye, J.M.C-Jonathan, G. Pauliat et G. Roosen. Photorefractive materials: specifications relevant to applications, *Pure Appl. Opt.*, 5:541-559, 1996.
- [DeLo89] K.W. DeLong, A. Gabel, C.T. Seaton et G.I. Stegeman. Nonlinear transmission, degenerate four-wave mixing, photodarkening and the effects of carrier-density-dependent nonlinearities in semiconductor-doped glasses, *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(7):1306, juillet 89.
- [DeM99] C. De Matos, H. L'Haridon, A. Le Corre, R.Lever, J.C. Keromnes, G.Ropars, C. Vaudry, B. Lambert et M. Pugno. Epitaxial lift-off microcavities for 1.55  $\mu\text{m}$  quantum well spatial light modulators, *IEEE Photonics Technology Letters*, 11(1):57, janvier 1999.
- [Din98] Y. Ding, D.D. Nolte, M.R. Melloch et A.M. Weiner. Time-Domain Image Processing Using Dynamic Holography, *IEEE Journ. Sel. Top. Quantum Electronics*, 4(2):332, mars-avril 1998

- [Due94] M. Duelli, G. Montemezzani, C. Keller, F. Lehr et P. Günter. Colorant doped polymethylmetacrylate used as a holographic recording medium and as an intensity tunable saturable absorber, *Pure Appl. Opt.*, 3:215-220, 1994.
- [Eic77] H.J. Eichler. Laser-induced grating phenomena, *Optica Acta*, 24(6):631, 1977.
- [Fei89] J. Feinberg et K.R. MacDonald. *Photorefractive materials and their applications II, chapitre 5*, Springer-Verlag, 1989.
- [Fen00] W. Feng, Y. Yan, G. Jin, M. Wu et Q. He. Invariant performance of a volume holographic wavelet correlation processor, *Opt. Com.*, 177:141-148, février 2000.
- [Fis89] B. Fischer, S. Sternklar, et S. Weiss. Photorefractive oscillators, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 25(3):550-569, mars 1989.
- [Föl00] I. Földvári, C. denz, Á. Péter, J. Petter et F. Visinka. Bismuth tellurite - a new material for holographic memory, *Opt. Com.*, 177:105-109, avril 2000.
- [Fra97] Y. Frauel, T. Galstyan, G. Pauliat, A. Villing, G. Roosen. Topological map from a photorefractive self-organizing neural network, *Optics Com.*, 135:179-188, 1997.
- [Fra99] Y. Frauel. *Réalisation d'une carte topologique à partir d'un cristal photoréfractif*, Thèse de doctorat, Université de Paris-Sud, 1999.
- [Fre92] R. Frey. *Cours du DEA Lasers et Matière : Optique non-linéaire*, 1992.
- [Gar98] S. Garreau. *Holographie dynamique:Théorie et Applications*, Rapport de stage d'option scientifique, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, juillet 1998.
- [Gay81] T.K. Gaylord et M.G. Moharam. Thin and thick gratings: terminology classification, *Applied Optics*, 20(19):3271-3273, octobre 1981.
- [Gir64] F. Gires, P. Tournois. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 258:6112, 1964.
- [Gün88] P. Günter et J.P. Huignard. *Photorefractive materials and their applications I, chap. 2, p. 10*, Springer-Verlag, 1988.
- [Ham01] J.P. Hamaide et al. Linear and nonlinear effects in lightwave transmission: dispersion management in terrestrial and submarine systems, *CLEO 2001*, Tutorial Book, mai 2001.

- [He92] Q. B. He, Pochi Yeh, C. Gu. Analysis of photorefractive Fabry-Pérot etalons: a novel device, *Optics Letters*, 17(9):664-666, mai 1992.
- [He94] Q.B. He, H.K. Liu, P. Yeh. Asymmetric photorefractive Fabry-Pérot etalons, *Appl.Phys. B*, 59:467-460, 1994.
- [Hsu99] K.Y. Hsu, S.-H. Lin, W.T. Whang et W.Z. Chen. Holographic data storage using photopolymers, *Proc. SPIE "Photorefractive Fiber and Crystal Devices: Materials, Optical Properties, and Applications V"*, 3801:66-74, 1999.
- [HB94] S. Hugonnard-Bruyere. *Effet Faraday photo-induit dans les semi-conducteurs semi-magnétiques*, Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, Juillet 1994.
- [HB95] S. Hugonnard-Bruyère, C. Buss, R. Frey, et C. Flytzanis. Free carrier induced saturation of the faraday rotation in semimagnetic semiconductors, *Applied Physics Letters*, 66:2043, 1995.
- [Huo98] N. Huot. *Etude de BaTiO<sub>3</sub> : Rh à 1.06μm et application à la conjugaison de phase pour la correction de fronts d'onde*, Thèse de doctorat, Université de Paris-Sud, janvier 1998.
- [Ist01] E. Istrate, P. Sindile, E.H. Sargent, R. Stockermans, P. Rochon et A. Nantsohn. Direct Photoinscription of Planar Integrable Polymer Waveguide Gratings, *Actes de CLEO 2001*, p. 86, 2001.
- [Kid00] B. Kidyarov, Y. Makukha, V. Semenov. Interrelation into microstructural, refractive and acoustooptical properties of oxide materials use in optoelectronics, *Proceedings of the 4th Korea-Russia Int' Symp. on Science and Tech.*,139-144,2000
- [Kog69] H. Kogelnik. Coupled wave theory for thick hologram gratings, *The Bell System Techn. Journal*, 48(9):2909-2847, novembre 1969.
- [Kul89] M. Kull, J.L. Coutaz, G. Manneberg et V. Grivickas. Absorption saturation and photodarkening in semi-conductor-doped glasses, *Appl. Phys. Lett.*, 54(19):1830, mai 1989.
- [Kul90] M. Kull et J.L. Coutaz. Intensity-dependent absorption and luminescence in semiconductor-doped glasses, *J. Opt. Soc. Am. B*, 7(8):1463, août 1990.
- [Kwo95] K.M. Kwolek, M.R. Melloch, D.D. Nolte. Photorefractive asymmetric Fabry-Pérot quantum wells: Transverse-field geometry, *Appl. Phys. Lett.*, 67(6):736-738, août 1995.

- [Lau96] M. Laurette. Les communications optiques, *l'écho des RECHERCHES*, Avant-propos, 166(1):3-4, 4<sup>ème</sup> trimestre 1996.
- [Li94] Hsin-Yu Sidney Li et Demetri Psaltis. Three-dimensional holographic disks, *Applied Optics*, 33(17):3764-3774, juin 1994.
- [Lud97] J. E. Ludman et al.. Very thick holographic nonspatial filtering of laser beams, *Opt. Eng.*, 36(6):1700-1705, juin 1997.
- [Mag77] R. Magnusson et T.K. Gaylord. Analysis of multiwave diffraction of thick gratings, *J. Opt. Soc. Am.*, 67(9):1165-1170, 1977.
- [Mal90] M. Mallick. Effets d'épaisseur dans les réseaux, *Ecole d'été d'Optoélectronique*, Les éditions de Physique, 95-111, 1990.
- [Mar94] S. Martin, P. Leclere, Y. Renotte, V. Toal et Y. Lion. Characterization of an acrylamide-based dry photopolymer holographic recording material, *Opt. Eng.* 33:3942, 1994.
- [Men99a] L. Menez, I. Zaquine, A. Maruani et R. Frey. Diffraction efficiency of an index grating in a Fabry-Pérot resonator, *CLEO'99*, 280, mai 1999.
- [Men99b] L. Menez, I. Zaquine, A. Maruani et R. Frey. Intracavity Bragg grating, *J. Opt. Soc. Am. B*, 16(11):1849-1855, novembre 1999.
- [Men99c] L. Menez, I. Zaquine, A. Maruani et R. Frey. Diffraction de réseaux d'indice en cavité Fabry-Pérot, *Journal de Physique IV*, 10:251, septembre 1999.
- [Men00] L. Menez, I. Zaquine, A. Maruani et R. Frey. Diffraction Properties of Intracavity Bragg Gratings, *2000 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe*, 42, septembre 2000.
- [Men01a] L. Menez, I. Zaquine, A. Maruani et R. Frey. Experimental Investigation of Intracavity Bragg Diffraction, *CLEO2001*, mai 2001.
- [Men01b] L. Menez, I. Zaquine, A. Maruani et R. Frey. Bragg thickness criterion for intracavity diffraction gratings, *accepté pour publication dans JOSA B*
- [Men01c] L. Menez, I. Zaquine, A. Maruani et R. Frey. Experimental Investigation of Intracavity Bragg Gratings, *soumis à publication dans Optics Letters*
- [Men01d] L. Menez, I. Zaquine, A. Maruani et R. Frey. Intracavity refractive index Bragg gratings in absorbing and amplifying media, *soumis à publication dans Optics Com.*

- [Min77] M.J. Minch, S.S. Shah. *Journal of Chemical Education*, 54:709, 1977.
- [Mok93] F.H. Mok. Angle-multiplexed storage of 5000 holograms in lithium niobate, *Opt. Lett.*, 18(11):915, juin 1993.
- [Mok94] F.H. Mok, W.G. Burr et D. Psaltis. Angle and Space Multiplexed Holographic Random Access Memory (HRAM), *Optical Memory and Neural Networks*, 3(2):119, juin 1994.
- [Moh80a] M.G. Moharam, T.K. Gaylord et R. Magnusson. Criteria for Bragg Regime Diffraction by Phase Gratings, *Optics Communications*, 32:14-18, 1980.
- [Moh80b] M.G. Moharam, T.K. Gaylord et R. Magnusson. Criteria for Bragg Regime Diffraction by Phase Gratings, *Optics Communications*, 32:19-23, 1980.
- [Mou98a] C. Moussu, I. Zaquine, A. Maruani, et R. Frey. Réseaux d'indice photoinduits dans les semi-conducteurs semi-magnétiques, *Annales de physique*, 23:C1-165, 1998.
- [Mou98b] C. Moussu. *Etude des propriétés holographiques des semi-conducteurs semi-magnétiques*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, décembre 1998.
- [Nei95] M. A. Neifeld, L.Zhang. Limits on the bitwise information density of spectral storage, *Optics Communications*, 177:171-179, avril 2000.
- [Nol90] D.D. Nolte, D.H. Olson, G.E. Doran, W.H. Knox et A.M. Glass. Resonant photodiffractive effect in semi-insulating multiple quantum wells, *J. Opt. Soc. Am. B*, 7:2217-2225, 1990
- [Nol95] D.D. Nolte, K.M. Kwolek. Diffraction from a short-cavity Fabry-Pérot : application to photorefractive quantum wells, *Optics Communications*, 115:606-616, 1995.
- [Par93] A. Partovi, A.M. Glass, D.H. Olson, G.J. Zydzik, H.M. O'Bryan, T.H. Chiu, J.F. Ferguson et W.H. Knox. Semi-insulating Multiple Quantum Well Devices for Image Processing Applications, *LEOS Summer Topical Meeting Digest*, 55-56, 1992.
- [Pau98] G. Pauliat, G. Roosen. Volume holographic memories for data storage and processing, *Optics in Computing*, Bruges, juin 1998.
- [Pau00] G. Pauliat. *Du matériau photoréfractif au traitement de l'information par holographie dynamique*, Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Paris Sud, janvier 2000.

- [Pet91] M.P. Petrov, S.I. Stepanov et A.V. Khomenko. *Photorefractive Crystals in Coherent Optical Systems*, Springer Series in Optical Sciences, 59, Berlin, 1991
- [Pey89] N. Peyghambarian, B. Fluegel, D. Hulin, A. Migus, M. Joffre, A. Antonetti, S.W. Koch et M. Lindberg. Femtosecond Optical Nonlinearities of CdSe Quantum Dots, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 25(12):2516, décembre 1989
- [Pip58] Louis A. PIPES. *Applied Mathematics for Engineers and Physicists, chapitre 4 (102)*, McGraw-Hill Book Company, Inc. 1958
- [Pop95] S.V. Popov, Yu.P. Svirko, et N.I. Zheludev. *Susceptibility tensors for nonlinear optics*, Institute of Physics Publishing, 1995.
- [Psa96] D. Psaltis et M. Fai. Les mémoires holographiques, *Pour la Science*, (219):64, janvier 1996.
- [Qua] QuantaImage, Burlington MA 01803, Etats-Unis.
- [Ras93] Kasra Rastani. Storage capacity and cross talk in angularly multiplexed holograms: two case studied, *Applied Optics*, 32(20):3772-3778, juillet 1993.
- [Rob99] A. Robertson, U. Ernst, R. Knappe, R. Wallenstein, V. Scheuer, T. Tschudi, D. Burns, M.D. Dawson, A.I. Ferguson. Prismless diode-pumped mode-locked femtosecond Cr:LiSAF laser, *Optics Com.*, 163:38-43, mai 1999.
- [Roo98] G. Roosen, N. Huot, G. Pauliat, J.-M. Jonathan, P. Georges et A. Brun. *Filtres auto-adaptés pour l'affinement de l'émission laser*, Brevet Déposé par le CNRS, n°98/13525.
- [Sche01] R. Shechter, E. Millul, Y. Amitai, A.A. Friesem et V. Weiss. Hybrid polymer-on-glass integrated optical diffractive structures for wavelength discrimination, *Optical Materials* 17:165-167, 2001.
- [She84a] Y.R. Shen. *The principles of Nonlinear Optics, chapitre 14*, Wiley, 1984.
- [She84b] Y.R. Shen. *The principles of Nonlinear Optics, chapitre 4, p. 53*, Wiley, 1984.
- [She84c] Y.R. Shen. *The principles of Nonlinear Optics, chapitre 4, p. 54*, Wiley, 1984.

- [Ste87] S. Sternkair et B. Fischer. Double-color-pumped photorefractive oscillators and image color conversion, *Opt. Lett.*, 12:711-713, 1987.
- [Sto99] R. Stockermans et P. Rochon. Narrow-band resonant grating waveguide filters constructed with azobenzene polymers, *Appl. Opt.*, 38, 1999.
- [VDH56] J. van den Handel. *Encyclopedia of Physics, vol. 15, p. 15*, Springer-Verlag, Berlin, 1956.
- [VP95] Vanhauenderde-Péoc'h, A.. *L'effet mémoire dans les verres dopés au semi-conducteur : Rôle du champ statique photo-induit dans le processus de photo-noircissement*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, novembre 1995.
- [VP96] A. Vanhauenderde-Péoc'h, C. Moussu et R.Frey. Giant static electric field in photo-darkened  $CdS_xSe_{1-x}$  semiconductor doped glasses, *Journal of Cristal Growth*, 159:871, 1996.
- [Voo80] M. Voos, R.F. Leheny, et Jagdeep Shah. *Handbook on semiconductors, volume 2, chap. 6*, North-Holland Publishing Company, 1980.
- [Vyu96] N.N. Vyukhina, I.S. Gibin, V.A. Dombrovsky, S.A. Dombrovsky, B.N. Pankov, E.F. Pen, A.N. Potapov, A.M. Sinyukov, P.E. Tverdokhlebo et V.V. Shelkovnikov. A review of aspects relating to the improvements of holographic memory technology, *Optics and Lasers Technology*, 28(4):269-276, 1996.
- [Wan92] Q. Wang, R.M. Brubaker, D.D. Nolte et M.R. Melloch. Photorefractive quantum wells : transverse Franz-Keldysh geometry, *J. Opt. Soc. Am. B*, 9:1626-1641, 1992.
- [Woe69] J.P. Woerdman et B. Bolger. Diffraction of light by a laser induced grating in Si, *Physics Letters A*, 30:164, 1969.
- [Woe70] J.P. Woerdman. Diffraction of light by laser generated free carriers in Si: dispersion or absorption?, *Physics Letters A*, 32:305, 1970.
- [Yar84a] A. Yariv et P. Yeh. *Optical Waves in Crystals, chap. 7:223-238*, John Wiley & Sons, NY, 1984.
- [Yar84b] A. Yariv et P. Yeh. *Optical Waves in Crystals, chap. 9:318-332*, John Wiley & Sons, NY, 1984.
- [Yar84c] A. Yariv et P. Yeh. *Optical Waves in Crystals, chap. 9:354-358*, John Wiley & Sons, NY, 1984.

- 
- [Yar78] A. Yariv. Phase conjugate optics and real time holography, *IEEE J. Quantum Electron.*, 14:650-660, 1978.
- [Zaj01] A.K. Zajtsev, S.H. Lin et K.Y. Hsu. Sidelobe suppression of spectral response in holographic optical filter, *Opt. Com.* 190:103-108, avril 2001.



# Liste des Figures

---

1.1	Schéma de principe de l'holographie classique . . . . .	13
1.2	Schéma de l'interférence entre les faisceaux d'écriture . . . . .	16
1.3	Schéma de la diffraction sur un réseau de traits plan . . . . .	18
1.4	Diffraction de deux rayons sur la même strate du réseau à des profondeurs différentes . . . . .	19
1.5	Schéma de la diffraction d'un faisceau de lecture sur un réseau d'indice épais . . . . .	21
1.6	Représentation vectorielle de la résonance de Bragg . . . . .	23
1.7	Variation de l'efficacité de diffraction autour de l'angle de Bragg ( $\Delta\theta = \theta - \theta_B$ ) ( $n_0 = 3,2$ , $l = 4mm$ , $\Delta n = 4 \times 10^{-6}$ , $\Lambda \approx 1\mu m$ , $\lambda_0 = 514nm$ , $\alpha_0 = 1cm^{-1}$ ) . . . . .	25
1.8	Variation de l'efficacité de diffraction avec la longueur d'onde du faisceau de lecture ( $n_0 = 1,8$ , $l = 22,7mm$ , $\Delta n = 1,65 \times 10^{-5}$ , $\Lambda = 13\mu m$ , $\lambda_0 = 1,545\mu m$ , $\alpha_0 = 0$ , $\phi = 13,2^\circ$ ) . . . . .	26
1.9	Variation de l'efficacité de diffraction autour de l'angle de Bragg ( $\Delta\theta = \theta - \theta_B$ ) ( $n_0 = 3,2$ , $l = 4mm$ , $\Delta n = 4 \times 10^{-6}$ , $\Lambda \approx 1\mu m$ , $\lambda_0 = 514nm$ , $\alpha_0 = 0cm^{-1}$ ) . . . . .	28
1.10	Variation de l'efficacité de diffraction avec la longueur d'onde du faisceau de lecture ( $n_0 = 1,8$ , $l = 22,7mm$ , $\Delta n = 1,65 \times 10^{-5}$ , $\Lambda = 13\mu m$ , $\lambda_0 = 1,545\mu m$ , $\alpha_0 = 0$ , $\phi = 13,2^\circ$ ) . . . . .	28
1.11	schéma des différentes étapes de l'effet photoréfractif (d'après [Gün88]) . . . . .	40
1.12	Conjugaison de phase par mélange à quatre ondes . . . . .	52
1.13	Transmission d'information sans aberration par fibre optique . . . . .	53
1.14	Schéma de principe du corrélateur à Transformée de Fourier Conjointes (JTC) . . . . .	55

1.15	Obtention du signal de corrélation . . . . .	56
1.16	Schéma de principe du corrélateur de Van der Lugt . . . . .	57
2.1	Schéma du dispositif intracavité: les traits horizontaux parallèles et équidistants matérialisent les plans d'égal indice complexe du réseau; l'onde de lecture incidente ( $E_I$ ) est caractérisée par son vecteur d'onde dans le vide $k'_I$ . . . . .	60
2.2	Schéma des différentes ondes se propageant dans le milieu intracavité	63
2.3	Variations de l'efficacité de diffraction normalisée en transmission d'un réseau d'indice épais ( $l = 730\mu m$ , $\Delta n = 4 \times 10^{-6}$ , $\Lambda \approx 5\mu m$ , $\lambda_0 = 787$ nm) sans obliquité (traits pleins) et de la transmission d'une cavité de Fabry-Perot de même épaisseur de finesse $\mathcal{F} = 25,5$ ( $R_1 = 0,79$ , $R_2 = 0,99$ ) (traits pointillés) avec l'écart angulaire à la résonance $\Delta\theta$ , pour une onde incidente plane monochromatique et un milieu d'indice de réfraction moyen $n' = 1,3611$ . . . . .	65
2.4	Schéma des champs électriques couplés par les conditions aux limites au niveau des miroirs . . . . .	69
2.5	Courbes de variation du gain en efficacité de diffraction résonnante de Bragg, paramétrées par $R_1$ : $R_1=0,7$ (pointillés), $R_1=0,8$ (trait plein) et $R_1=0,9$ (tirets). . . . .	75
2.6	Courbes de variation de $\rho_{DR_{rés}}$ avec $R_2$ , paramétrées par la finesse de la cavité: $\mathcal{F}=0,7$ (pointillés), $\mathcal{F}=0,8$ (trait plein) et $\mathcal{F}=0,9$ (tirets). . . . .	77
2.7	Courbes de variation d'efficacité de diffraction résonnante avec $R_1$ , paramétrées par $\Delta nl$ : $\Delta nl=3,6 \times 10^{-2}\mu m$ (tirets-pointillés), $\Delta nl=4,4 \times 10^{-3}\mu m$ (pointillés), $\Delta nl=7,3 \times 10^{-3}\mu m$ (trait plein) et $\Delta nl=7,3 \times 10^{-4}\mu m$ (tirets). . . . .	77
2.8	Evolution de la réflectivité optimale avec $\nu$ , pour une cavité asymétrique ( $R_2 = 1$ ) et un milieu non absorbant ( $\alpha_0 = 0$ ). . . . .	78
2.9	Courbes de variation de $FWHM_{norm}$ avec $\nu$ , paramétrées par $R$ : (a) $R_1 = R_2 = \sqrt{R}$ (cavité symétrique); (b) $R_1 = R$ , $R_2 = 1$ (cavité asymétrique). . . . .	80
2.10	Courbes de variation de $FWHM_{norm}$ avec $R = R_1 R_2$ , paramétrées par $\nu$ : pour une cavité symétrique (a) $R_1 = R_2 = \sqrt{R}$ ; pour une cavité asymétrique (b) $R_1 = R$ , $R_2 = 1$ . . . . .	81
2.11	Courbes de variation de l'efficacité de diffraction normalisée $\rho_{Bragg norm}$ avec l'angle de lecture $\theta_I$ pour trois réseaux de Bragg de pas correspondant aux angles de résonance $\theta_0$ , $\theta_1$ et $\theta_2$ à la longueur d'onde $\lambda_I = 787nm$ . . . . .	82

2.12	Variations des intensités normalisées transmise par la cavité de Fabry-Perot (pointillés), diffractée par le réseau de Bragg hors cavité (tirets) et diffractée réfléchie par le réseau intracavité (trait plein) en fonction de la variation $\Delta m$ de l'ordre de Fabry-Perot généralisé. . . . .	83
2.13	Variations de $SNR_{norm}$ avec $\nu$ paramétrées par $R$ (a) et avec $R$ paramétrées par $\nu$ (b) pour une cavité asymétrique ( $R_1 = R$ , $R_2 = 1$ ) . . . . .	86
2.14	Courbes de variation de $\rho_{DR_{res}}$ : avec $\mathcal{A}bs$ paramétrées par $\nu$ à $R_1 = 0,8$ fixe (a) et paramétrées par $R_1$ à $\nu = 0,0557$ fixe (b); avec $R_1$ , paramétrées par $\mathcal{A}bs$ à $\nu$ fixe (c) et paramétrées par $\nu$ à $\mathcal{A}bs$ fixe(d). . . . .	89
2.15	Courbes de variation de $\nu$ (a) et de $\rho_{DR_{res}}$ (b) optimales avec $R_1$ , paramétrées par la transmission aller-retour dans la cavité ( $Trans$ ). . . . .	91
2.16	Courbes de variation de la réflectivité du miroir avant $R_1$ (a) et de l'efficacité de diffraction (b) optimales avec la modulation d'indice normalisée, paramétrées par la transmission aller-retour dans la cavité ( $Trans$ ). . . . .	92
2.17	Courbes de variations du gain en efficacité de diffraction avec $R_1$ (a) pour $\nu = \nu_{opt}$ qui optimise $\rho_{DR}$ , et avec $\nu$ (b) pour $R_1 = R_{1opt}$ ( $R_2 = 1$ dans les deux cas), paramétrées par la transmission $Trans$ . . . . .	94
2.18	Courbes de $\rho_{DR_{res}}$ (a) et de $\mathcal{R}$ (b) avec le gain sur un aller-retour ( $-\alpha_0 L / \cos \theta$ ), paramétrées par $\nu$ , pour $R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta) = 0,95$ . . . . .	96
2.19	Courbes de $\rho_{DR_{res}}$ (a) et de $\mathcal{R}$ (b) avec $R_1$ , paramétrées par $\nu$ , pour $R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 L / \cos \theta) = 0,95$ . . . . .	97
2.20	Courbes de $\rho_{DR_{res}}$ (a) et de $\mathcal{R}$ (b) avec $\nu$ , paramétrées par $R_1$ , pour $R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta) = 0,95$ . . . . .	98
2.21	Courbes de $\rho_{DR_{res}}$ (a) et de $\mathcal{R}$ (b) avec $\nu$ , paramétrées par le gain ( $-2\alpha_0 L / \cos \theta$ ), pour $R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta) = 0,95$ . . . . .	98
2.22	Courbes de $\rho_{max}$ (a) et de $\mathcal{R}$ (b) avec $R_1$ , paramétrées par $RG = R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta)$ , avec $R_2 = 1$ . . . . .	100
2.23	Courbes de $\rho_{DR_{res}}$ (a) et de $R_1$ (b) avec $R_1$ avec $\nu$ , pour un dispositif de réflectivité $\mathcal{R} = 0$ , paramétrées par $RG = R_1 R_2 \exp(-2\alpha_0 l / \cos \theta)$ ( $R_2 = 1$ ). . . . .	102
3.1	Spectre d'absorption de la diméthyl-indoaniline entre 700 et 1000 nm, pour une concentration $C=2,1 \times 10^{-4}$ mol.L <sup>-1</sup> . . . . .	109

3.2	Spectre d'absorption du Disperse Red 1 entre 650 et 1000 nm (à gauche) et entre 400 et 700 nm (à droite), $C = 9,5 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$ .	109
3.3	Spectre d'absorption du MOED: à gauche, entre 650 et 1000 nm, $C = 9,5 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$ ; à droite, entre 400 et 700 nm, $C = 3 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$ .	110
3.4	Evolution temporelle du signal diffracté sur un réseau de Bragg inscrit thermiquement hors cavité (signal brut en pointillés, débrouillé en trait plein) et du bruit lumineux initial à la longueur d'onde de lecture (tiret-pointillé).	112
3.5	Réflexion des faisceaux d'écriture et de lecture horizontaux vers la cavité verticale.	113
3.6	Schéma de la cavité de Fabry-Perot: PZ désigne la cale piézoélectrique; les vis micrométriques $V_1$ permettent de régler l'orientation du miroir $M_2$ ; les ressorts $R$ solidarisent les supports des miroirs.	114
3.7	Influence du déplacement du miroir mobile: la flèche verticale descendante indique le sens de translation de $M_2$ ; les flèches incurvées indiquent le déplacement de liquide.	115
3.8	Enregistrements des variations temporelles de $V_{sin}$ (à gauche), et de l'amplitude du signal proportionnel à l'intensité transmise: les traits pleins correspondent à $V_{sin}$ croissante, les pointillés à $V_{sin}$ décroissante.	117
3.9	Variations du signal proportionnel à l'intensité transmise à 780 nm avec la tension sinusoïdale $V_{sin}$	117
3.10	Variations temporelles du signal transmis au passage des impulsions d'écriture: à gauche, la cavité, initialement résonnante pour l'onde de lecture, devient non résonnante; à droite, on observe le phénomène inverse.	119
3.11	Schéma du dispositif d'écriture du réseau intracavité.	120
3.12	Schéma de la propagation du faisceau d'écriture dans le coin de cube en verre	121
3.13	Etalonnage en longueur d'onde du vernier du laser Ti:saphir.	124
3.14	Schéma du dispositif de lecture du réseau.	124
3.15	Schéma de superposition des faisceaux d'écriture et du faisceau de lecture: le domaine d'interférence des faisceaux d'écriture est hachuré horizontalement.	126
3.16	Schéma du dispositif permettant de faire varier l'angle d'incidence $\theta_L$ du faisceau de lecture sans changer son point de convergence	127

3.17	Schéma du dispositif expérimental: PZ désigne la cale piézo-électrique et les détecteurs à avalanche sont repérés par la lettre A . . . . .	128
3.18	Evolution temporelle de la tension délivrée par le détecteur à avalanche mesurant l'intensité du faisceau diffracté en réflexion . . .	131
3.19	Evolution temporelle de la tension délivrée par le détecteur à avalanche mesurant l'intensité du faisceau transmis, les faisceaux d'écriture étant cohérents . . . . .	131
3.20	Schéma du dispositif de détection et d'acquisition des données . .	133
3.21	Evolution temporelle de la transmission de la cavité à 780 nm soumise à des impulsions lumineuses non cohérentes . . . . .	134
4.1	Valeurs expérimentales des variations normalisées à 1 de la transmission de la cavité et de l'efficacité de diffraction intracavité avec le déphasage à la résonance de de Fabry-Perot. . . . .	139
4.2	Valeurs expérimentales de l'efficacité de diffraction intracavité normalisée en fonction de l'écart angulaire à la résonance de Bragg $\Delta\theta$ : efficacité maximale mesurée (carrés) et efficacité à la résonance de Fabry-Perot (cercles). . . . .	142
4.3	Courbe de variations de l'efficacité de diffraction normalisée avec l'écart à la résonance $\Delta\theta$ , pour le réseau hors cavité ( $l = 730\mu m$ , $\Delta n = 4,6 \times 10^{-6}$ , $\Lambda \approx 3,5\mu m$ et $\alpha_0 = 0$ ). . . . .	143
4.4	Variations expérimentales de l'efficacité de diffraction intracavité normalisée avec l'écart en longueur d'onde à la résonance de Bragg $\Delta\lambda$ , pour une cavité résonnante. . . . .	145
4.5	Courbe de variation de l'efficacité de diffraction normalisée avec l'écart à la résonance $\Delta\lambda$ , pour le réseau hors cavité ( $l = 730\mu m$ , $\Delta n = 4,6 \times 10^{-6}$ , $\Lambda \approx 3,5\mu m$ et $\alpha_0 = 0$ ). . . . .	146
4.6	Schéma des vecteurs d'onde dans le plan XZ; en gros plan: schéma de la variation de $\underline{k}'_{RF_i}$ autour de $\underline{k}'_{RF}$ . . . . .	148
4.7	Répartition d'intensité lumineuse gaussienne dans le plan orthogonal à la direction de propagation, avec une largeur à $1/e$ égale à $\omega_0 = 3 \times 10^{-4} m$ . . . . .	149
4.8	Valeurs expérimentales et calculées de $\mathcal{T}_{FP}$ en fonction du déphasage à la résonance de Fabry-Perot, et valeurs calculées correspondantes de $(\mathcal{R}_{FP})_{min}$ . . . . .	154
4.9	Valeurs expérimentales et calculées de $\rho_{DR}$ en fonction du déphasage à la résonance de Fabry-Perot. . . . .	155

4.10	Valeurs expérimentales de $(\rho_{DR})_{norm}$ avec l'écart angulaire à la résonance de Bragg $\Delta\theta_L$ : efficacité maximale mesurée (carrés) et efficacité à la résonance de Fabry-Perot (cercles); courbe correspondante des variations de $\rho_{DRnorm}$ calculées pour une cavité résonnante. . . . .	157
4.11	Variations expérimentales et courbe théorique de l'efficacité de diffraction intracavité normalisée avec l'écart en longueur d'onde à la résonance de Bragg $\Delta\lambda$ , pour une cavité résonnante. . . . .	158
5.1	Schéma du réseau de Bragg intracavité et des différentes ondes en jeu: $E_I$ est le champ incident, $E_T$ et $E_R$ les champs transmis et réfléchi resp., $E_{TDp}$ et $E_{RDp}$ les champs diffractés en transmission et en réflexion dans l'ordre $p$ , $p = 1, -1$ ou $-2$ . . . . .	163
5.2	Schéma des différents vecteurs d'onde des ordres de diffraction de Raman-Nath. . . . .	165
5.3	Courbe de variation de l'intensité relative de l'ordre 1 par rapport à l'ordre -1 avec $Q = \pi\lambda l/\Lambda^2$ pour un réseau de Bragg hors cavité. . . . .	169
5.4	Variations de l'efficacité de diffraction dans l'ordre $-1$ avec $m$ (valeurs discrètes) paramétrées par $r_1$ : $r_1 = 0.9$ (croix) et $r_1 = 0.6$ (cercles). . . . .	170
5.5	Variations de l'intensité relative des ordres $-2$ et $-1$ avec $m$ , paramétrées par $r_1$ : $r_1 = 0$ (points) et $r_1 = 0.9$ (croix) ( $r_2 = 1$ ). . . . .	171
5.6	Variations de l'efficacité de diffraction dans l'ordre 1 avec $m$ pour un dispositif intracavité asymétrique ( $r_1 = 0.9, r_2 = 1$ ) et un réseau de Bragg identique au précédent hors cavité ( $r_1 = r_2 = 0$ ). . . . .	173
5.7	Variations de l'intensité relative de l'ordre 1 par rapport à l'ordre $-1$ avec $m$ , pour un dispositif intracavité asymétrique (triangles) et un réseau de Bragg identique hors cavité (croix). . . . .	174
5.8	Variations de l'intensité relative diffractée dans l'ordre 1 ar rapport à celle dans l'ordre $-1$ . . . . .	176
5.9	Courbe de variations de l'angle d'incidence $\theta$ correspondant à une double résonance avec le paramètre $q = \Delta m/m$ . . . . .	177
5.10	Variations de l'efficacité de diffraction dans l'ordre 1 avec $m$ : pour un dispositif intracavité asymétrique ( $r_1 = 0.9, r_2 = 1$ ) et le même dispositif dans la limite $r_1 = 0$ , i.e cavité de finesse nulle (réseau de Bragg d'épaisseur double). . . . .	178
5.11	Variations des efficacités de diffraction dans les ordres 1 (triangles) et $-1$ (pointillés) avec $m$ , pour un dispositif intracavité asymétrique ( $r_1 = 0.9, r_2 = 1$ ). . . . .	179

