



HAL
open science

Le palpeur acoustique : un nouvel outils d'investigation des tissus biologiques

Jean-Luc Gennisson

► **To cite this version:**

Jean-Luc Gennisson. Le palpeur acoustique : un nouvel outils d'investigation des tissus biologiques. Acoustique [physics.class-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2003. Français. NNT : . tel-00006100

HAL Id: tel-00006100

<https://pastel.hal.science/tel-00006100>

Submitted on 13 May 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE de DOCTORAT de l'UNIVERSITE PARIS 6

Spécialité :
Electronique et Instrumentation

Présentée par
M. Jean-Luc GENNISSON

Pour obtenir le grade de
DOCTEUR de l'UNIVERSITE PARIS 6

Sujet de la thèse :

**LE PALPEUR ACOUSTIQUE : UN NOUVEL OUTIL
D'INVESTIGATION DES TISSUS BIOLOGIQUES**

Soutenu le 11 septembre 2003

Devant le jury composé de :

MM. Pierre ALAIS	Président
Stefan CATHELIN	Examineur
Mathias FINK	Directeur de thèse
Gérard GIMENEZ	Rapporteur
Pascal LAUGIER	Examineur
Frédéric PATAT	Rapporteur
Bernard QUERLEUX	Invité

Remerciements

Mes premiers remerciements vont à **Stefan Catheline** et **Mathias Fink** sans qui ce travail n'aurait jamais vu le jour. Stefan est une personne très agréable et pleine d'enthousiasme. Il ne baisse jamais les bras face à votre désarroi lorsque les expériences ne marchent pas et il trouve toujours la solution aux 10^4 idées que Mathias nous soumet par semaine. J'ai énormément apprécié développer mes travaux de thèse en sa compagnie. Quant à Mathias, malgré la tornade qu'il génère lors de ces passages dans les bureaux du laboratoire, je le remercie de son soutien et de sa grande disponibilité.

Je suis vivement reconnaissant à **Pierre Alais**, **Gérard Gimenez**, **Pascal Laugier**, **Frédéric Patat** et **Bernard Querleux** qui ont accepté de faire partie de mon jury. Plus particulièrement je voudrais remercier Bernard pour ces conseils lors de nos entrevues concernant la collaboration mise en place avec l'Oréal pour la mesure d'élasticité de la peau. Ainsi que son équipe, **Thérèse Baldeweck** et **Céline Cornillon**. Je remercie également **Pierre Portero** et **Christophe Cornu** avec qui ce fut un plaisir de travailler sur le biceps à l'institut de myologie de l'hôpital « La Pitié Salpêtrière ». Pareillement, je remercie **Saïd Abouelkaram** et **Joseph Culioli** pour leur accueil à l'INRA de Clermont-Ferrand.

Je suis très reconnaissant aux différents permanents du laboratoire avec qui j'ai eu des discussions intéressantes pour l'élaboration de mon travail de thèse, en particulier : **Mickaël Tanter**, **Arnaud Derode**, **Didier Cassereau**, **Daniel Royer**, **Jean-Louis Thomas**, **Christophe Barrière**, **Ros Kiri Ing**. Je remercie aussi les différents cobayes qui ont bien voulu participer à nombre de mes expériences : **Julien Anfosso**, **Julien De la Gorgue de Rosny**, **Nicolas Quieffin**, **Xavier Jacob**, **Mathieu Pernot**, **Jérémy Bercoff**, **Delphine Palacio**, **Sana Chaffaï**, **Gabriel Montaldo**.

Je remercie aussi les autres permanents avec qui la vie de ce laboratoire est un plaisir : **Arnaud Tourin**, **François Wu**, **Vincent Gibiat**, **Dominique Clorennec**, **Jean-François Aubry**, **Claire Prada-Julia**, **Philippe Roux**, **Agnès Maurel**, **Christian Dorme**. De même, un grand merci à l'équipe ITA sans qui la logistique du laboratoire resterait à l'âge de pierre : **Arnaude Cariou**, **Patricia Daenens**, **Michel Parise**.

Je remercie les anciens thésards de ce laboratoire avec qui j'ai partagé de bons moments : **Estelle Kerbrat**, **Sébastien Maneville**, **Laurent Sandrin**, **Thomas Folegot**, **Etienne Bertaud**. De même, j'encourage vivement les nouveaux thésards de ce laboratoire à suivre mes traces : **François Van Der Biest**, **Samir Guerbaoui**, **Victor Mamou**, **François**

Vignon (et pas Pignon), **Jean-Gabriel Minonzo**, **Geoffroy Lerosey**. Je remercie également les stagiaires que j'ai pu encadrer ou dont j'ai pu suivre de loin les travaux au laboratoire : **Thomas Gaultier**, **Giles Delon**, **Marie Muller**, **Guillemette Ribay**.

Enfin je remercie ma famille, mes parents, **Marie-France** et **Gérard**, sans qui cette thèse n'aurait pas eu lieu, mes sœurs, **Sophie**, **Marie**, mon frère, **Jean-Mathieu**. Un merci particulier va à **Stéphanie**, qui a gentiment passé du temps à la relecture. Et en particulier, je remercie, **Laetitia** qui a su toujours me soutenir (surtout sur la fin) et à qui je ne pourrai jamais assez dire combien elle est importante à mes yeux.

TABLE DES MATIERES

Introduction.	1
Chapitre I - L'élastographie, un vaste domaine de recherche.	5
I. Elastographie statique.	7
II. Elastographie dynamique.	9
II.A. Sonoélastographie.	10
II.B. Elastographie par résonance magnétique.	13
II.C. Elastographie impulsionnelle.	15
II.C.1. Déplacements induits par une impulsion acoustique.	16
II.C.2. La palpeur acoustique.	18
II.C.3. L'imageur ultrasonore ultrarapide.	21
III. Conclusion.	25
Chapitre II - Anisotropie en élastographie impulsionnelle 1D.	29
I. Théorie des ondes élastiques en milieu transverse isotrope.	29
I.A. Cas général.	29
I.B. La polarisation des ondes de cisaillement.	32
II. Résultats expérimentaux.	36
II.A. Expérience <i>in vitro</i> .	36
II.B. Expérience <i>in vivo</i> .	39
III. Conclusion de ce chapitre.	41
Chapitre III – De l'anisotropie à la non linéarité.	43
I. Théorie de l'acoustoélasticité.	43
I.A. Formulation générale.	43
I.B. Validation de l'utilisation du palpeur acoustique.	48
II. Expérience sur un gel d'Agar-gélatine.	51
II.A. Montage expérimental.	51
II.B. Résultats et discussion.	51
III. Conclusion.	53

Chapitre IV – Onde transverse choquée.	57
I. Propagation non linéaire dans les solides : rappel théorique.	58
I.A. Ondes longitudinales d’amplitude finie.	58
I.B. Ondes transverse d’amplitude finie.	62
II. Observation expérimentale d’ondes transverses choquées.	66
II.A. Montage expérimental.	66
II.B. Résultats et discussion.	68
II.B.1. Evolution des harmoniques.	74
II.B.2. Un paramètre important : la viscosité.	77
III. Cas général : l’onde de cisaillement non plane.	79
IV. Conclusion de ce chapitre.	82
Chapitre V – Applications du palpeur acoustique.	85
I. Etude de l’élasticité du biceps durant la contraction musculaire.	85
I.A. Le protocole expérimental	87
I.A.1. Sujets et matériels.	87
I.A.2. Protocole.	89
I.A.3. Résultats bruts.	90
I.B. La problème inverse.	92
I.C. Résultats expérimentaux.	96
I.D. Discussion.	99
I.E. Conclusion.	100
II. Application à la mesure d’élasticité de la peau.	101
II.A. Transposition du problème.	103
II.A.1. Une nouvelle source de cisaillement l’anneau.	103
II.A.2. Un nouveau palpeur acoustique pour la peau.	105
II.A.3. Les limites de l’élastographie impulsionnelle.	106
II.A.4. Validation de la sonoélastographie par simulation.	107
II.B. Validation expérimentale du procédé.	111
II.B.1. Expérience sur des fantôme de peau.	111
II.B.2. Comparaison avec l’élastographie impulsionnelle.	113
II.B.3. Répétitivité et calcul d’erreur du paramètre d’élasticité.	113
II.B.4. Comparaison entre différents fantômes.	115

II.B.5. Expériences <i>in vivo</i> .	116
II.C. Etude <i>in vivo</i> en collaboration avec l'Oréal.	117
II.D. Conclusion.	119
III. Conclusion de ce chapitre.	120
Conclusion.	123
Annexes.	125
I. Mesure de déplacements par intercorrélation.	125
II. Expression des fonctions de Green en milieu isotrope pour une source ponctuelle en mode impulsionnelle.	129
III. Expressions des fonctions de Green en milieu hexagonal pour une source ponctuelle en mode impulsionnelle.	132
IV. Estimation de l'erreur sur la vitesse moyenne des ondes de cisaillement en sonoélastographie.	134
V. Inversion des équations de la vitesse et de l'atténuation du modèle de Voigt.	136

Introduction

Les tissus biologiques se comportent comme des milieux viscoélastiques, c'est-à-dire qu'ils possèdent à la fois les propriétés visqueuses d'un fluide et les propriétés d'élasticité d'un solide. La propagation des ondes acoustiques est directement liée à ces propriétés. Il est donc intéressant d'étudier ces ondes pour caractériser les tissus biologiques. Ces ondes se divisent en deux grandes familles : les ondes de compression (par exemple les ultrasons de l'ordre du MHz) et les ondes de cisaillement (par exemple les ondes transverses de basse fréquence de 20 à 500 Hz).

Dans la gamme des hautes fréquences, les milieux biologiques se comportent comme un fluide visqueux et seules les ondes de compression se propagent (les ondes de cisaillement étant fortement atténuées par la viscosité, leur propagation ne dépasse pas la longueur d'onde). L'imagerie échographique repose sur ce type d'onde. Cette technique permet d'interroger l'intérieur du corps humain en temps réel et de réaliser des images codées en niveaux de gris à partir des signaux ultrasonores rétrodiffusés par des organes, des amas de graisse ou encore des tissus conjonctifs. Cependant, ces images n'apportent qu'une partie des informations contenues dans le signal rétrodiffusé. Afin d'essayer de pallier à ce manque, des techniques complémentaires ont été développées. Par exemple, le « 2D color flow imaging » permettant de visualiser les écoulements sanguins et qui se révèle particulièrement utile pour le diagnostic des maladies cardio-vasculaires.

De même, dans le but d'apporter des informations supplémentaires à l'échographie, l'élastographie statique est apparue à la fin des années 1980. Cette technique permet d'estimer l'élasticité des tissus. Ce paramètre semble essentiel pour la caractérisation tissulaire. En effet, c'est l'élasticité que le médecin ressent par palpation lors de son examen. Il détecte ainsi la présence de tumeurs (ce sont en général des nodules plus durs).

Un autre moyen permettant d'estimer l'élasticité des tissus, est de s'intéresser à la deuxième grande famille d'ondes, les ondes de cisaillement. En effet, à basse fréquence, notre corps se comporte comme un solide élastique. La propagation d'onde de cisaillement est possible et leur vitesse est directement liée à l'élasticité du milieu. De ce fait, d'autres techniques dites dynamiques, étudiant la propagation de ces ondes, ont été développées comme la sonoélastographie ou l'élastographie par résonance magnétique. Ces techniques possèdent leurs propres limites et leurs avantages, mais elles ne permettent pas de suivre en temps réel la propagation des ondes de cisaillement. Or, ce point est essentiel pour remonter

aux paramètres locaux de l'élasticité des tissus biologiques. C'est avec cet objectif, que l'élastographie impulsionnelle fut développée au cours de deux thèses au Laboratoire Ondes et Acoustique, celle de S. Catheline et celle de L. Sandrin. A la suite de leur travaux deux nouveaux appareils d'élastographie ont vu le jour : le palpeur acoustique et l'imageur ultrasonore ultrarapide. Le palpeur acoustique, qui fait l'objet de cette thèse, permet de déterminer à une dimension, avec précision, l'élasticité globale des tissus. L'imageur ultrarapide ultrasonore, quant à lui, permet de reconstruire, à partir de la résolution d'un problème inverse, une carte d'élasticité locale des tissus biologiques. Ainsi, il est possible de détecter, par exemple, la présence de tumeurs dans un sein.

Néanmoins, l'élasticité ne semble pas être un paramètre suffisant pour déterminer le caractère bénin ou malin des tumeurs cancéreuses. C'est pourquoi, au cours de cette thèse nous avons tout d'abord, cherché à adapter le palpeur acoustique à la mesure de nouveaux paramètres, tels que l'anisotropie ou la non linéarité des milieux mous. Puis, nous nous sommes intéressés au développement du palpeur acoustique pour des applications *in vivo*. Ainsi, les considérations théoriques sur l'anisotropie ont été appliquées aux muscles et un nouveau palpeur fut développé pour la peau.

Cette thèse comporte cinq chapitres. Les techniques élastographiques existantes sont résumées au chapitre I. L'élastographie impulsionnelle y est détaillée et les principes du palpeur acoustique et de l'imagerie ultrasonore ultrarapide sont expliqués.

Dans le chapitre II, nous apportons une première modification au palpeur acoustique. Le piston habituellement utilisé pour générer le coup basse fréquence, est remplacé par une barre. Ceci permet de polariser le champ des déformations de l'onde de cisaillement. Cet effet est prouvé par simulation en utilisant les fonctions de Green en milieu isotrope semi-infini et en milieu anisotrope infini (hexagonal). L'orientation de la barre du palpeur lors de la génération du coup basse fréquence par rapport aux axes anisotropiques du milieu permet de déterminer différentes élasticités liées au caractère anisotrope des tissus étudiés, tel le muscle. Une collaboration avec l'INRA de Clermont-Ferrand a permis de montrer la capacité de ce système à déterminer l'anisotropie de muscle de bœuf *in vitro*.

Le palpeur acoustique adapté pour l'anisotropie est utilisé au chapitre III pour déterminer les paramètres de non linéarité d'un gel d'Agar-gélatine. En effet, un matériau sous contrainte unidirectionnelle statique, possède une anisotropie apparente, due aux

propriétés intrinsèques de non linéarité du milieu. En quantifiant l'anisotropie, il est alors possible de remonter aux paramètres non linéaires du matériau. Cette étude est connue sous le nom d'acoustoélasticité.

L'étude d'acoustoélasticité nous a conduit à essayer de mieux comprendre les phénomènes de non linéarité liés aux ondes de cisaillement en élastographie impulsionnelle. Au chapitre IV, nous étudions la génération d'harmoniques et le profil choqué d'une onde plane de cisaillement. L'imageur ultrasonore ultrarapide est utilisé pour suivre la propagation du front d'onde de cisaillement de forte amplitude et nous réalisons la première observation expérimentale de ce phénomène. L'appui d'une simulation fondée sur l'équation de Burgers modifiée vient confirmer les résultats obtenus.

Jusqu'à présent, l'aspect théorique et expérimental du palpeur acoustique a été abordé. Au chapitre V, nous démontrons le potentiel du palpeur acoustique dans le cadre de deux applications *in vivo*. La première dans le domaine de la biomécanique, mettant à profit les considérations théoriques sur l'anisotropie, est consacrée à l'étude de la contraction musculaire. Une collaboration avec l'hôpital « la Pitié Salpêtrière » a permis de montrer la relation linéaire existante entre le module élastique de cisaillement et l'activité électrique du biceps sur plusieurs sujets.

Dans un autre domaine, la deuxième application concerne l'étude de l'élasticité de la peau. Un nouveau palpeur acoustique spécialement adapté aux milieux de taille millimétrique a été mis au point. Par une approche phénoménologique sur des gels d'Agar-gélatine, cette technique a été validée. Ainsi nous avons pu réaliser une étude *in vivo* sur plusieurs sujets où pour la première fois en élastographie un paramètre d'élasticité local a été mesuré dans les différentes couches de la peau. Ainsi, nous avons montré expérimentalement que la vitesse des ondes de basse fréquence est beaucoup plus importante dans le derme que dans l'hypoderme.

Introduction

Chapitre I

L'élastographie, un vaste domaine de recherche.

Depuis les années 1970, l'échographie ultrasonore s'est imposée peu à peu comme une technique d'imagerie incontournable. Elle permet d'obtenir en temps réel, 20 à 50 fois par seconde, une image des organes du corps humain. Cette dernière, codée en niveau de gris, est créée à partir des ruptures d'impédance acoustique des tissus biologiques. Ainsi, il est possible de visualiser le contour de différents organes ou encore de suivre les écoulements sanguins par effet Doppler. Cet outil est donc très important pour le médecin car il permet d'obtenir une vision qualitative, quantitative et fonctionnelle de l'intérieur du corps humain. Mais ces observations ne permettent pas toujours de distinguer clairement certaines zones d'intérêt, comme par exemple un nodule cancéreux dans le sein. Or il est connu depuis très longtemps¹, que la présence de tumeurs peut être évaluée par la palpation du médecin. En effet, lors de son examen, le médecin ressent de manière intuitive l'élasticité des tissus. C'est pourquoi, au début des années 1980, plusieurs scientifiques ont cherché à compléter l'approche échographique par d'autres techniques. R. Dickinson² en 1981, a l'idée de quantifier les vibrations naturelles du corps. Il met au point une technique de corrélation des signaux ultrasonores afin de quantifier l'amplitude et la fréquence de ces mouvements. Il suggère alors une relation entre l'élasticité des organes étudiés et leurs déplacements naturels. Deux ans plus tard, A. Eisencher³ exploite le premier la propagation d'ondes élastiques. Son idée pionnière est de remplacer les vibrations naturelles du corps par des vibrations mécaniques contrôlées. Sa méthode, qu'il appelle échosismographie, consiste à combiner l'échographie classique avec l'utilisation d'un vibreur extérieur. De cette manière, il montre qu'il est possible d'interpréter qualitativement les images obtenues par cette technique pour déterminer des zones d'élasticités différentes. Sur la Fig. 1, nous présentons une des premières échosismographies du sein. Les vibrations appliquées sont distinguables sur l'échographie. L'analyse de leur amplitude permet avec une certaine expérience de déterminer la présence de lésions tumorales (indiquées par une flèche blanche sur la figure présentée). De ce fait, A. Eisencher montre qu'il est possible par cette technique de distinguer la présence de nodules durs des tissus sains environnants. C'est un précurseur dans le domaine de l'élastographie dynamique.

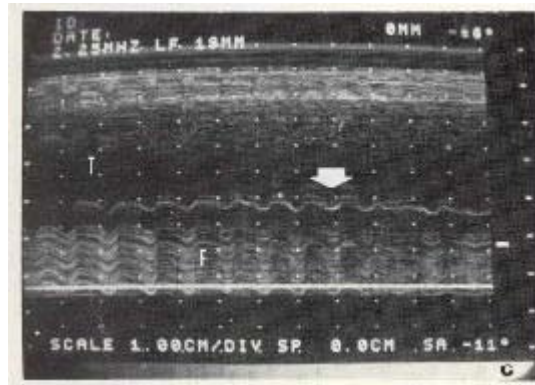


Fig. 1 : Echogramme du sein. L'analyse qualitative des vibrations obtenues permet de déterminer des zones de différentes élasticités³.

Un autre précurseur du domaine de l'élastographie est J. Ophir⁴. Dans les années 90, il suggère que l'utilisation d'un échographe seul est suffisante pour déterminer l'élasticité des tissus biologiques. Sa technique repose sur le simple fait de comparer plusieurs images échographiques avant et après l'application d'une contrainte statique sur le milieu étudié. Il remplace donc les vibrations extérieures par l'application d'une contrainte statique. C'est ce qui distingue l'élastographie dite dynamique de l'élastographie statique. Nous développerons son idée dans le paragraphe suivant.

C'est à partir de ces idées de base qu'est née l'élastographie sous toutes ses formes actuelles. Elle est devenue depuis quelques années de plus en plus importante dans la communauté scientifique et les équipes de recherche se sont multipliées à travers le monde. Il est possible d'en mesurer l'impact par les nombreux congrès qui s'organisent autour de ce sujet. Comme par exemple, le congrès organisé par M. Linzer près de Washington intitulé : *International Symposium on Ultrasonic Imaging and Tissue Characterization*. Ou encore, depuis Octobre 2002, le congrès organisé par J. Ophir et spécialement consacré à l'élastographie : *International Conference on the Ultrasonic Measurement and Imaging of Tissue Elasticity*. Au cours de ces congrès toutes les techniques de l'élastographie se côtoient. Ainsi, les avantages et désavantages de chaque méthode se confrontent. L'ensemble de ces méthodes peuvent être classées en deux grands groupes dépendant de la sollicitation mécanique utilisée : statique ou dynamique. Concernant les sollicitations dynamiques, nous distinguons les excitations monochromatiques et les excitations impulsionnelles ou transitoires. Ce travail de thèse vient s'inscrire dans cette dernière catégorie. Toutefois, établir un état de l'art complet de toutes ces techniques serait un véritable défi. C'est pourquoi dans la suite de ce chapitre, nous n'exposerons que brièvement les différents types d'élastographie, avant de nous consacrer plus particulièrement à l'élastographie impulsionnelle.

I. Elastographie statique.

Par palpation, le médecin détermine qualitativement l'élasticité du corps humain et détecte la présence de corps plus ou moins durs. Il ressent les déformations induites dans le milieu lorsqu'il applique une contrainte avec ses doigts à la surface du corps. La modélisation idéale de ce phénomène est exprimée à partir de la loi de Hooke reliant la contrainte unidirectionnelle T_{11} à la déformation S_{11} :

$$T_{11} = E.S_{11}, \quad (1.1)$$

E est connu sous le nom de module d'Young et caractérise la dureté des tissus.

J. Ophir a donc l'intuition d'utiliser cette relation pour déterminer l'élasticité des tissus biologiques. Son idée repose sur le fait que, lorsque la matière est faiblement comprimée, les zones molles se déforment davantage que les zones dures. La mesure des déformations permet de remonter à la cartographie du module d'Young du milieu.

Or, de manière plus générale la loi de Hooke s'exprime comme suit :

$$T_{ij} = c_{ijkl}.S_{kl}, \quad (1.2)$$

où c_{ijkl} est le tenseur des rigidités, caractérisé par le couple de modules indépendants (E module d'Young, ν coefficient de Poisson) dans le cas d'un solide isotrope.

Les rhéologues préfèrent exprimer la loi de Hooke sous la forme suivante :

$$S_{kl} = \frac{1+\nu}{E}T_{kl} - \frac{\nu}{E}T_{ii}\mathbf{d}_{kl}, \quad (1.3)$$

où \mathbf{d}_{kl} le symbole de Kronecker.

L'écriture sous toute ces formes de la loi de Hooke (Eq. 1.3) permet de montrer que si nous appliquons une contrainte unidirectionnelle T_{11} et nulle pour les autres composantes du tenseur des contraintes, nous obtenons finalement :

$$T_{11} = E.S_{11} = -\frac{E}{\nu}S_{22} = -\frac{E}{\nu}S_{33}. \quad (1.4)$$

Les autres composantes du tenseur des déformations sont nulles. De la relation 1.4, nous voyons que la contrainte unidirectionnelle est liée aux déformations dans la même direction par le module d'Young. Mais elle est aussi liée aux déformations sur les axes perpendiculaires à la contrainte par le rapport du module d'Young et du coefficient de Poisson. Donc tel que le définissent les rhéologues, les propriétés élastiques du milieu étudié

sont caractérisées en toute rigueur par deux coefficients indépendants, le coefficient de Poisson ν et le module d'Young E . Or, dans les tissus biologiques quasi-incompressibles, la valeur de ν est proche de 0,5 et la mesure des déformations ultrasonores n'atteint la précision requise pour quantifier le module E . En revanche, le module d'Young peut être mesuré directement par l'application d'une contrainte unidirectionnelle. C'est l'idée directrice de l'élastographie statique proposée par J. Ophir.

Sur ce principe il réalise *in vitro* les premières images qualitatives d'élasticité à partir d'un échographe⁴. La technique consiste à appliquer aux tissus une compression statique uniforme (1 à 2 %) et à utiliser l'image ultrasonore du milieu pré et post-compression afin d'estimer localement le déplacement axial induit dans les tissus. Le champ de déplacements est calculé à partir d'un algorithme d'intercorrélation entre les différents signaux ultrasonores. Cet algorithme est expliqué en annexe et est à la base des calculs des champs de déplacements présentés dans ce mémoire. A partir du champ de déplacements axial, il obtient le champ de déformations par dérivation par rapport à la profondeur. L'image codée en niveau de gris est appelée élastogramme. Rappelons que l'élastogramme obtenu n'est pas une image du module d'Young du milieu, car l'hypothèse de contrainte uniforme à l'intérieur du milieu n'est pas toujours vraie. Cependant il est possible de voir apparaître sur les élastogrammes des lésions dures ou molles invisibles en échographie classique. Nous représentons sur la figure suivante, une étude réalisée sur le sein *in vivo* par E. Konofagou^{5,6} de l'équipe de J. Ophir.

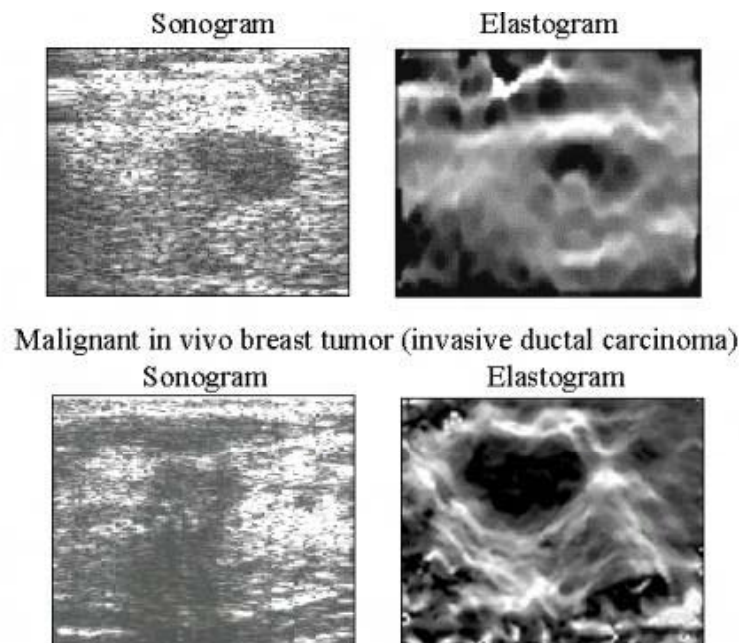


Fig. 2 : Comparaison entre des images échographiques et des élastogrammes dans le cas du sein en présence d'une tumeur cancéreuse et bénigne (www.elastography.com).

Sur la colonne de gauche sont représentées deux échographies ultrasonores de sein en présence d'un nodule cancéreux. Nous distinguons mal le contour des tumeurs et les élastogrammes ne révèlent pas mieux la position des tumeurs.

Les applications *in vivo* de cette technique sont limitées. Même dans le cas du sein sur lequel une contrainte unidirectionnelle peut être appliquée, les élastogrammes apparaissent bruités car, encore une fois, la contrainte statique appliquée n'est en réalité pas uniforme. Ce problème est encore plus important dans le cas d'organes internes, comme la prostate par exemple (Fig. 3). Sur la figure suivante apparaissent en rouge des zones de bruit qui viennent entacher la qualité des images⁷. Toutefois, les zones anatomiques principales sont distinctement visibles, comme l'urètre au centre de l'image (disque noir) ou l'os pubien au bas de l'image (en rouge car il n'y a pas de signal échographique dans l'os).

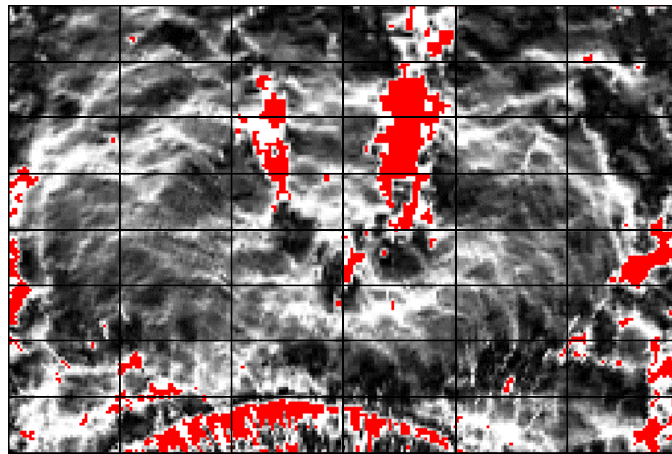


Fig. 3 : Elastogramme de la prostate *in vivo*. Des zones de bruit sont apparentes à plusieurs endroits en rouge⁷.

L'élastographie statique, malgré quelques difficultés d'applications *in vivo*, possède l'avantage d'être compatible avec le matériel échographique. Par contre dans le cas d'organes internes, son utilisation semble peu envisageable, car l'application d'une contrainte uniforme statique sur l'ensemble de la zone imagée est impossible à mettre en œuvre. C'est un inconvénient que l'élastographie dynamique ne présente pas.

II. Elastographie dynamique.

Parallèlement à l'élastographie statique, d'autres techniques de quantification de l'élasticité fondées sur la propagation mécanique d'ondes de cisaillement ont été développées. C'est T. Krouskop⁸ qui en 1987, effectue les premières mesures quantifiées de l'élasticité *in*

in vivo sur les moignons de personnes amputées de la jambe. Dans son expérience, un vibreur sollicite les muscles de la cuisse à la fréquence de 10 Hz. Les déplacements induits par la propagation d'ondes de cisaillement sont mesurés par effet Doppler à l'aide d'un transducteur ultrasonore. La technique se fonde sur le fait que le décalage fréquentiel obtenu par effet Doppler est proportionnel à l'amplitude des déplacements. Puis, en appliquant un modèle viscoélastique simple, il retrouve l'élasticité des tissus. C'est la première expérience *in vivo* de ce qui s'appellera plus tard la sonoélastographie.

II.A. Sonoélastographie.

Le terme « sonoélastographie » désigne la méthode qui couple à la fois les vibrations mécaniques et le système d'imagerie ultrasonore Doppler. La première approche de cette méthode est développée par R. Lerner et K. Parker^{9,10,11}. Selon eux l'élasticité du milieu est directement reliée à l'amplitude des déplacements. Ils émettent l'hypothèse que les zones dures se révèlent par une amplitude faible et les zones molles par une amplitude élevée. Ils publient la première image donnant l'amplitude des déplacements engendrés par une sollicitation mécanique (Fig. 4).

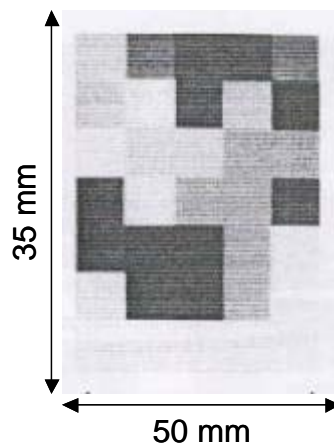


Fig. 4 : Image de l'amplitude des déplacements engendrés par une sollicitation mécanique basse fréquence (20 Hz) dans une éponge contenant des inclusions dures. Le niveau de gris correspond au shift Doppler (de 2,5 kHz à 300 Hz) proportionnel à l'amplitude des déplacements. L'inclusion sur la gauche apparaît en noir, sur 9 pixels, car l'amplitude des déplacements y est plus faible. La résolution reste cependant très faible⁹.

Cette image de faible résolution montre la présence d'inclusions dures à l'intérieur d'une éponge. En niveau de gris apparaissent des zones plus ou moins sombres qu'ils relient implicitement à l'élasticité du matériau. Plus la zone est sombre plus l'élasticité est élevée et

l'amplitude des vibrations faible. Cependant, dans leur approche simplifiée du problème, les phénomènes de propagation liés aux effets de diffraction, de dissipation ou encore d'ondes stationnaires ne sont pas pris en compte. Il est alors difficile de caractériser par cette technique l'élasticité de tissus biologiques, comme les muscles par exemple.

C'est pourquoi une deuxième approche plus sophistiquée a été développée par l'équipe de T. Sato^{12,13}. Dans le but de s'affranchir des biais précédents, ces chercheurs se sont intéressés à la vitesse de propagation des ondes de cisaillement. En effet, pour une source quelconque excitant la surface d'un milieu isotrope, deux types d'ondes de volume se propagent, une onde de cisaillement (S) et une onde de compression (P)^a. A Chacune de ces ondes correspond une vitesse qui lui est propre reliée aux coefficients de Lamé \mathbf{I} et μ :

$$V_S = \sqrt{\frac{\mu}{\mathbf{r}_0}} \text{ et } V_P = \sqrt{\frac{\mathbf{I} + 2\mu}{\mathbf{r}_0}}, \quad (1.5)$$

où \mathbf{r}_0 est la densité élémentaire, μ le module d'élasticité de cisaillement et $\mathbf{I} + 2\mu$ le module d'élasticité de compression.

Les vitesses des ondes sont reliées à un couple de coefficients indépendants (\mathbf{I}, μ) qui s'exprime en fonction du couple indépendant (E, \mathbf{n}) évoqué dans le paragraphe sur l'élastographie statique¹⁴ :

$$\mathbf{I} = \frac{E\mathbf{n}}{(1+\mathbf{n})(1-2\mathbf{n})} \text{ et } \mu = \frac{E}{2(1+\mathbf{n})}, \quad (1.6)$$

ou encore :

$$E = \frac{\mu(2\mu + 3\mathbf{I})}{\mathbf{I} + \mu} \text{ et } \mathbf{n} = \frac{\mathbf{I}}{2(\mathbf{I} + \mu)}. \quad (1.7)$$

Or, comme nous l'avons spécifié précédemment, les tissus biologiques sont quasi-incompressibles ($\mathbf{n} \approx 0,5$), donc la relation 1.6 donne :

$$E \approx 3\mu. \quad (1.8)$$

Le module d'Young du milieu étudié est directement relié à la vitesse de propagation des ondes de cisaillement. Notons de plus, avec la seconde relation 1.7 que, si $\mathbf{n} \approx 0,5$, le module de cisaillement μ est négligeable devant le coefficient de Lamé \mathbf{I} . En effet on trouve

^a Dans cette thèse, les ondes de compression sont notées P (premier) et les ondes de cisaillement S (second). En effet, les ondes de compression se propagent plus vite que les ondes de cisaillement.

expérimentalement que, la vitesse de ondes de compression ($V_P = 1500$ m/s) est alors beaucoup plus importante que celle des ondes de cisaillement ($V_S \approx 1$ m/s). C'est une des particularités des milieux mous.

Ainsi, c'est en étudiant la vitesse de propagation des ondes de cisaillement que S. Levinson publie une des premières études *in vivo*, concernant l'évolution de l'élasticité en fonction de la force délivrée par un groupe de muscles, le quadriceps¹⁵. Dans son expérience, le sujet est assis sur un siège spécifique et différents poids sont attachés à son pied. S. Levinson mesure la variation de vitesse de cisaillement en fonction de la charge soulevée. Sur la figure suivante nous représentons ces résultats pour dix sujets:

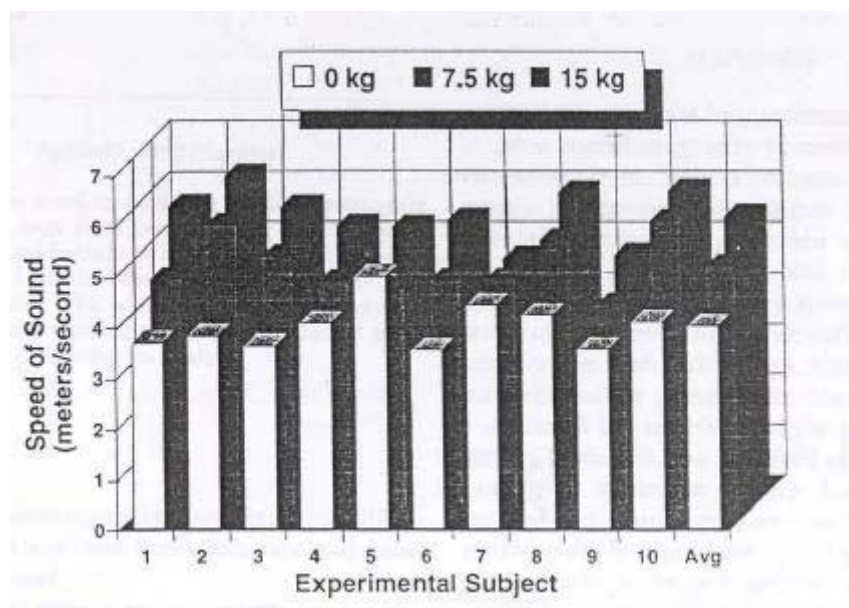


Fig. 5 : La vitesse de l'onde de cisaillement proportionnelle au module d'élasticité est représentée sous forme d'histogramme en fonction du sujet et de la charge soulevée. S. Levinson conclue que plus le muscle est contracté plus la vitesse des ondes de cisaillement est grande¹⁵.

L'ensemble des valeurs de vitesse présenté est une moyenne sur plusieurs fréquences d'excitation et différentes positions angulaires du genou. La vitesse des ondes de cisaillement augmente avec la charge pour 9 des sujets. S. Levinson conclut que plus le groupe musculaire est contracté, plus le module d'Young global est important.

Enfin, il faut signaler l'existence d'une littérature abondante sur la sonoélastographie. K. Fujii¹⁶ mesure la vitesse de propagation des ondes de cisaillement par une méthode d'interférométrie laser Doppler à plusieurs fréquences. V. Dutt et J. Greenleaf¹⁷, en utilisant

une méthode de quadrature de phase sur les signaux échographiques, ont eux-aussi mesuré la vitesse des ondes de cisaillement de 200 à 500 Hz, mais sans en déduire l'élasticité.

Toutefois les mesures s'effectuent en régime stationnaire. Cela signifie que dans le cas d'un milieu fini, il se crée un système de modes propres de vibrations qui tiennent compte à la fois des paramètres physiques du milieu et des conditions aux frontières. Ces modes propres rendent très difficiles toute mesure quantitative. Par conséquent la sensibilité de cette méthode aux conditions aux frontières pose le problème de l'interprétation des cartes de phase des ondes de cisaillement.

Malgré cela, l'utilisation d'excitations monochromatiques ou polychromatiques n'est pas propre à la sonoélastographie. L'élastographie par résonance magnétique utilise également ce principe. Le système d'excitation basse fréquence est identique, mais le système d'imagerie ultrasonore est remplacé par un appareil d'imagerie par résonance magnétique.

II.B. Elastographie par résonance magnétique.

J. Greenleaf¹⁸ en 1995 publie les premières images de phase et d'amplitude des déplacements obtenus par résonance magnétique (Fig. 6(a)). La technique consiste à utiliser un appareil d'imagerie par résonance magnétique (IRM) afin de mesurer les déplacements induits dans les tissus par un vibreur sollicitant le milieu de manière monochromatique (50 à 1000 Hz). Dans ce paragraphe, nous nous contentons de décrire brièvement le principe de l'IRM.

Les images sont réalisées à partir de la résonance magnétique nucléaire des noyaux d'hydrogène qui ont la particularité de posséder un moment magnétique (ou spin) non nul. Ces noyaux constituent les deux tiers du corps humain. Les protons peuvent ainsi être assimilés à des petits aimants qui, placés dans un champ magnétique permanent de forte intensité (de l'ordre du Tesla), s'alignent statistiquement dans la direction du champ appliqué. Une fois les spins alignés, un champ magnétique oscillant dans le plan perpendiculaire à leur pulsation de résonance ω_0 permet de faire basculer les spins qui, une fois l'excitation terminée, vont se rétablir de nouveau dans la direction du champ permanent.

Durant cette relaxation, les spins libèrent l'énergie fournie par le champ oscillant et c'est la mesure du signal émis (signal RMN) pendant la relaxation qui permet d'obtenir des paramètres tels que la densité de protons ou le temps de relaxation qui dépend de la structure chimique environnante. Ensuite le signal est codé spatialement à l'aide du gradient de champ magnétique en chaque point de la coupe d'imagerie. Puis, en imposant un gradient alternatif

de même fréquence que celle de l'excitation mécanique du milieu et en l'appliquant sur une durée multiple de la période mécanique, nous obtenons un déphasage proportionnel au produit scalaire du gradient de champ magnétique et du déplacement.

Cette technique bien que dépendante du nombre de cycle, qui doit être élevé, permet de mesurer les trois composantes du vecteur déplacement en choisissant une base de vecteurs de gradient appropriée. La précision sur la mesure des déplacements atteint 100 nm. Le temps d'acquisition dépend de la résolution et atteint facilement plusieurs minutes ce qui rend impossible l'application de l'élastographie par résonance magnétique à des organes en mouvement, tel le cœur ou le foie. De plus, l'excitation mécanique ne peut être que monochromatique puisque l'acquisition des déplacements n'est pas instantanée et requiert une synchronisation entre l'appareil d'IRM et l'excitation mécanique basse fréquence. Les ondes observées ne sont en conséquence que monochromatiques.

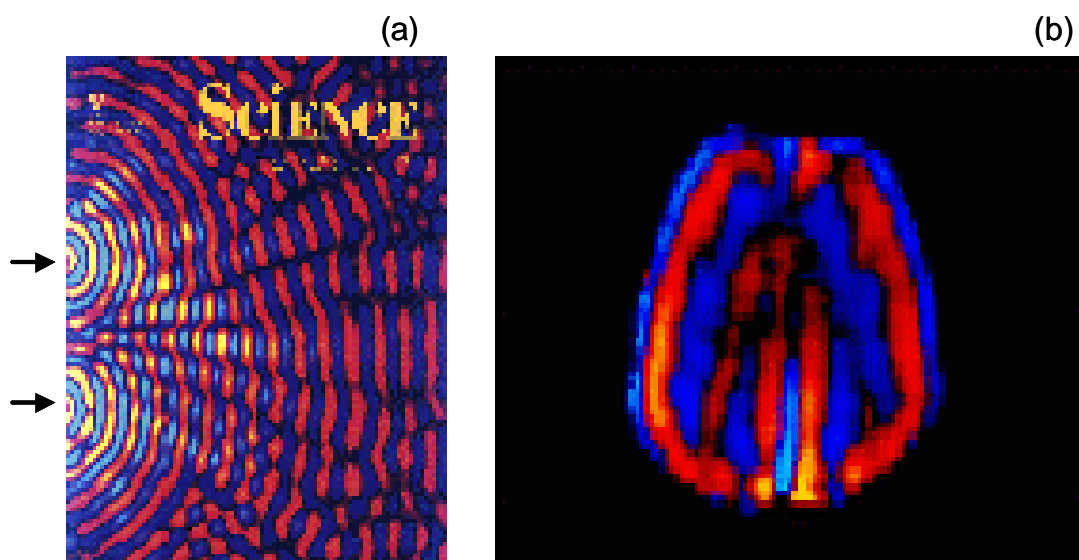


Fig. 6 : (a) Image des déplacements engendrés par la propagation d'ondes de cisaillement obtenue par résonance magnétique. Les flèches indiquent les points de contact de l'anneau vibreur oscillant à 500 Hz sur un gel de 20 cm. (b) Application de cette technique à l'imagerie du cerveau (www.mayo.edu/mri-lab/elastic4.html).

Ce système est ainsi particulièrement adapté à l'évaluation de l'élasticité des muscles des membres supérieurs et inférieurs, ou encore du cerveau parfaitement immobilisé dans la boîte crânienne. Par exemple, les expériences menées sur le cerveau d'un individu ont permis de mesurer l'amplitude et la phase du champ d'ondes de cisaillement stationnaires résultant (Fig. 6(b)). La fréquence d'excitation mécanique est de 100 Hz.

Pour retrouver l'élasticité, J. Greenleaf et ses collaborateurs développent une technique d'inversion des distributions d'amplitude et de phase de l'onde de cisaillement dans le milieu afin de trouver la distribution du module de cisaillement. La technique consiste à calculer la longueur d'onde de cisaillement en chaque point du milieu. Le module de cisaillement est obtenu avec la relation 1.5 en exprimant la vitesse en fonction de la fréquence d'excitation et de la longueur d'onde. Cette technique est connue sous le nom de problème inverse.

D'autres équipes travaillent en élastographie par IRM. Nous pouvons citer entre autres, R. Sinkus¹⁹. Il montre qu'il est possible de déterminer d'autres caractéristiques des tissus biologiques, telle l'anisotropie et que ce paramètre complémentaire à l'élasticité permet de déterminer l'état pathologique d'une tumeur. De même T. Oliphant²⁰ parvient à estimer le module de cisaillement complexe et montre que l'estimation du module de viscosité de cisaillement est réalisable. Plusieurs études sont aussi réalisées *in vivo*. Par exemple, D. Plewes²¹ visualise et quantifie les propriétés mécaniques du sein ou encore M. Dresner²² quantifie l'élasticité du biceps lors de l'évolution de la contraction musculaire.

Bien que l'élastographie par résonance magnétique permette de reconstituer des cartes d'élasticité en trois dimensions, elle possède deux inconvénients majeurs : le temps d'acquisition et l'immobilité forcée des sujets lors d'expérience *in vivo*. Cet obstacle est surmonté en utilisant des modes de vibrations pulsés et un système d'imagerie ultrasonore, comme en élastographie impulsionnelle.

II.C. Elastographie impulsionnelle.

C'est en 1994, que S. Catheline lors de sa thèse²³ permit à l'élastographie impulsionnelle ultrasonore de faire ses premiers pas. L'idée consiste à essayer de mesurer l'élasticité des tissus en sollicitant le milieu non plus de manière monochromatique comme en sonoélastographie ou en élastographie par résonance magnétique, mais de manière impulsionnelle. Cette technique permet de séparer l'onde de compression, qui se propage quasiment instantanément, de l'onde de cisaillement et de s'affranchir des conditions aux limites. Les déplacements de l'onde de cisaillement ne sont plus suivis par stroboscopie mais en temps réel. Le montage utilisé, dit « en transmission », est le suivant (Fig. 7) :

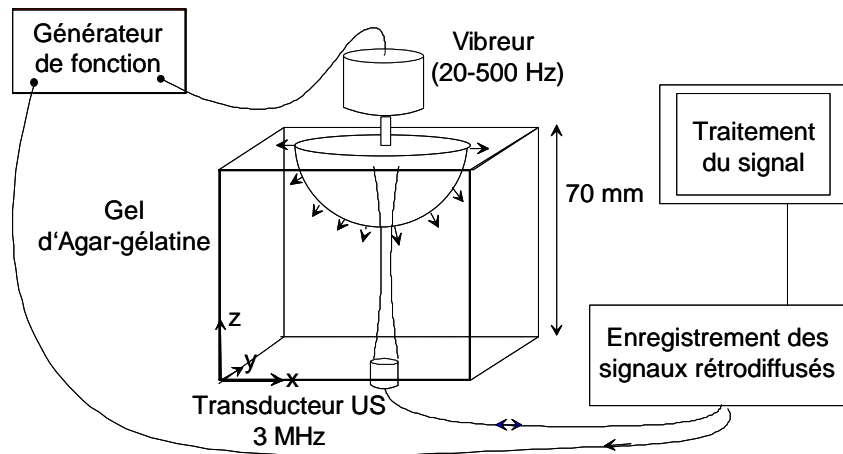


Fig. 7 : Montage expérimental en transmission en élastographie impulsivonne 1D. Un transducteur ultrasonore (3 MHz) illumine l'échantillon et dans le même temps, en vis à vis, les ondes de cisaillement basse fréquence (20-500 Hz) sont générées à l'aide d'un vibreur²³.

Un transducteur ultrasonore focalisé (3 MHz) illumine un échantillon pendant la propagation des ondes de cisaillement. Les signaux rétrodiffusés sont enregistrés à une cadence pouvant atteindre 1300 Hz. Les ondes de cisaillement sont générées par un piston circulaire (5 à 20 mm de diamètre) placé en vis-à-vis du transducteur ultrasonore (d'où la dénomination de « en transmission » pour un tel montage). Les signaux échographiques enregistrés permettent alors de remonter au déplacements induit dans le milieu par la propagation d'ondes de cisaillement.

Les échantillons étudiés sont des gels d'Agar-gélatine permettant de simuler les tissus biologiques. Dans la suite de cette thèse nous utiliserons les mêmes matériaux. Ces gels ont la propriété d'être homogènes, isotropes, diffusants, viscoélastiques et linéaires en première approximation. Par ailleurs, ils sont faciles à fabriquer et possèdent des propriétés viscoélastiques proches des tissus biologiques. Les gels sont obtenus en mélangeant dans de l'eau chauffée à 50 °C, typiquement 3 % d'Agar et 5 % de gélatine. Le contrôle de la concentration en gélatine permet de maîtriser plus ou moins l'élasticité du gel, tandis que l'Agar permet d'introduire dans le milieu des diffuseurs nécessaires à la rétrodiffusion ultrasonore.

II.C.1. Déplacements induits par une impulsion acoustique.

Lorsque le piston est appliqué à la surface d'un gel et qu'une impulsion basse fréquence (20 à 500 Hz) est générée, la propagation des ondes basse fréquence entraîne une

modification des signaux radiofréquences, appelés communément : « speckle acoustique ». Par un calcul d'intercorrélation ⁴ sur les différents signaux échographique enregistrés, nous pouvons alors remonter à la carte des déplacements expérimentaux induit par l'onde de cisaillement basse fréquence le long de l'axe ultrasonore. Les déplacements sont alors mesurés dans le milieu avec une précision allant jusqu'à 1 μm (Fig. 8).

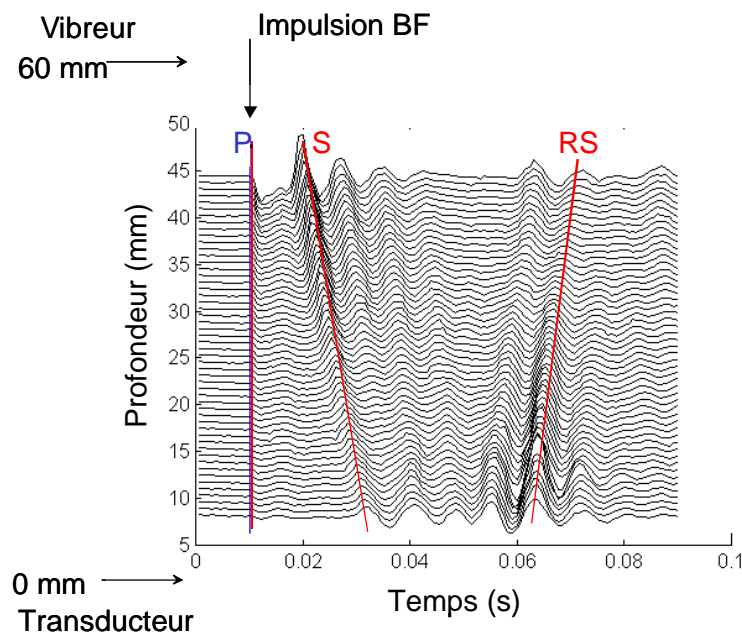


Fig. 8 : Visualisation sismique des déplacements expérimentaux obtenus dans un gel d'Agar-gélatine sur l'axe d'un piston de rayon 0,5 mm. L'impulsion basse fréquence (100 Hz) est générée à la surface au temps 10 ms. Chaque ligne représente l'évolution temporelle des déplacements d'une tranche d'épaisseur 1 mm entre les profondeurs 8 et 45 mm. On distingue les déplacements dus à une onde de compression (P), à une onde de cisaillement (S) et à une onde de cisaillement retour (RS) ²³.

L'impulsion basse fréquence (100 Hz) est générée à la surface au temps 10 ms. Nous observons la propagation d'une onde de compression rapide (P) instantanée ($V_P = 1500$ m/s) à toutes les profondeurs et d'une onde de cisaillement lente (S) mettant un certain temps pour arriver à chaque profondeur. La vitesse de l'onde de cisaillement est déduite d'une analyse spectrale des déplacements. Par régression linéaire sur la phase à la fréquence centrale de l'onde de cisaillement en fonction de la profondeur, nous obtenons une bonne évaluation de la vitesse de phase de l'onde (Fig. 9). L'erreur est donnée par l'écart type sur la pente estimée. Les valeurs mesurées sont $V_S = 3,78 \pm 0,05$ m/s et en utilisant l'équation 1.5, $\mu = 14,28 \pm 0,71$ kPa (la valeur de la densité est trouvée dans la littérature et supposée constante : $\rho = 1000$ kg/m³).

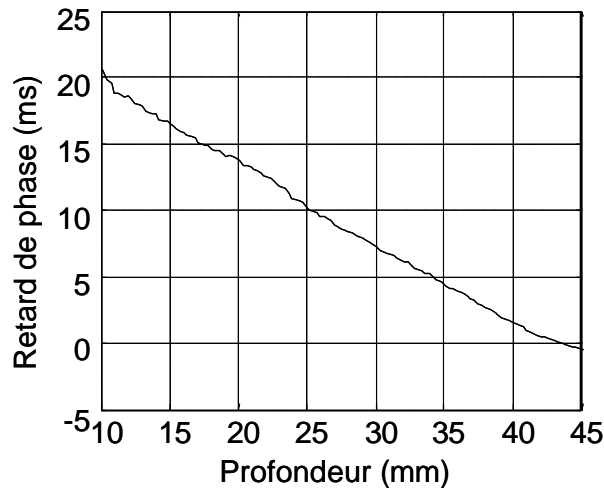


Fig. 9 : Retard de phase de l'onde de cisaillement à la fréquence centrale (100 Hz) en fonction de la profondeur. En estimant la pente par régression linéaire du retard de phase sur la profondeur nous obtenons la vitesse de l'onde de cisaillement : $V_s = 3,78 \pm 0,05$ m/s et le module de cisaillement correspondant : $\mu = 14,28 \pm 0,71$ kPa.

Par cette méthode S. Catheline montre qu'en champ proche, l'onde de cisaillement possède une composante longitudinale et la quantifie. Il montre aussi que la vitesse de l'onde augmente à mesure que la fréquence diminue. Il conclut que ces effets sont liés aux phénomènes de diffraction. Son travail permet de mettre en évidence les biais rencontrés par les autres techniques d'élastographie dynamique^{24,25}, comme les problèmes de mesure liés à l'apparition d'ondes stationnaires ou aux conditions aux frontières. Cependant, l'inconvénient majeur de cette méthode est lié à l'emplacement du transducteur ultrasonore et du vibreur, placés de part et d'autre du milieu. C'est au cours de sa thèse²⁶ que L. Sandrin développa un système permettant d'utiliser le transducteur ultrasonore comme piston²⁷. Ce système donna naissance à un appareil, le palpeur acoustique.

II.C.2. Le palpeur acoustique.

Le palpeur est constitué d'un pot vibrant (Brüel&Kjær type 4810) sur lequel est monté un transducteur ultrasonore de 5 MHz (Fig. 10). Ce dernier a un diamètre de 7 mm et est focalisé à la distance de 35 mm. Les ultrasons sont émis à une cadence de 2 kHz et échantillonnés à 50 MHz en utilisant une électronique mono-voie fabriquée par la société CORELEC. L'enregistrement se fait sur un numériseur 9 bits avec une profondeur mémoire de 2 Mo. Le coup basse fréquence (20 à 500 Hz) est obtenu à l'aide d'un générateur de fonction programmable. Ce dernier est inclus dans l'électronique mono-voie et est déclenché

pendant l'enregistrement des signaux ultrasonores. Le tout est piloté en temps réel par un ordinateur de bureau.



Fig. 10 : Le palpeur acoustique relié à son électronique d'acquisition.

Le palpeur est appliqué à la surface d'un gel et une impulsion basse fréquence est donnée avec la face avant du transducteur servant de piston. La propagation des ondes basse fréquence entraîne une modification des signaux radiofréquences. Les déplacements longitudinaux le long du faisceau ultrasonore sont mesurés par rapport au transducteur.

Lorsque le transducteur est immobile, les déplacements longitudinaux correspondent aux déplacements absolus dus uniquement à la propagation des ondes basse fréquence, comme dans le cas en transmission.

En revanche quand le transducteur est en mouvement, un problème de référentiel intervient. Les déplacements expérimentaux des signaux échographiques enregistrés ne sont alors plus les déplacements absolus dus uniquement à la propagation des ondes basse fréquence, car le transducteur est en mouvement. C'est pourquoi il est nécessaire de corriger le mouvement du vibreur. La technique la plus simple consiste à repérer dans le signal ultrasonore un écho fixe (Fig. 11), tel que l'interface gel-table ou un écho suffisamment profond et donc immobile. A partir des mouvements apparents de cet écho, le mouvement du vibreur est calculé. Une fois le déplacement du vibreur connu, un déplacement opposé est appliqué aux signaux ultrasonores. Les « speckles acoustiques » sont donc replacés dans un référentiel fixe.

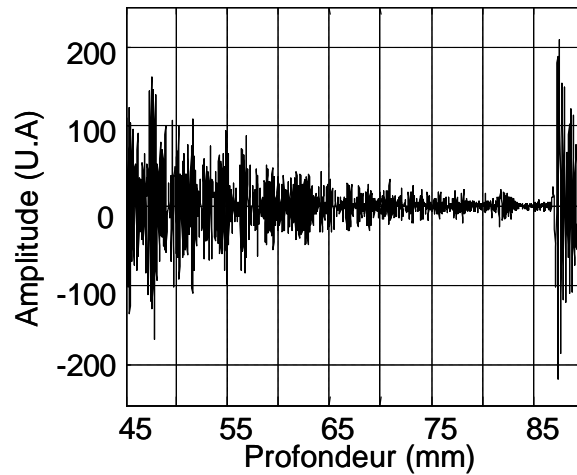


Fig. 11 : Signal ultrasonore acquis dans un gel. L'écho de fond correspondant à l'interface gel-table est parfaitement visible à la profondeur de 87 mm.

Par un calcul d'intercorrélation⁴ sur les différents signaux échographiques enregistrés et corrigés, nous pouvons alors remonter à la carte des déplacements expérimentaux dans le milieu le long de l'axe ultrasonore (Fig. 12). Nous observons la propagation d'une onde de compression rapide (P) et d'onde de cisaillement lente (S) mettant un certain temps pour arriver à chaque profondeur. Comme précédemment la vitesse de l'onde de cisaillement est déduite d'une analyse spectrale à la fréquence centrale des déplacements et $V_S = 2,88 \pm 0,03$ m/s.

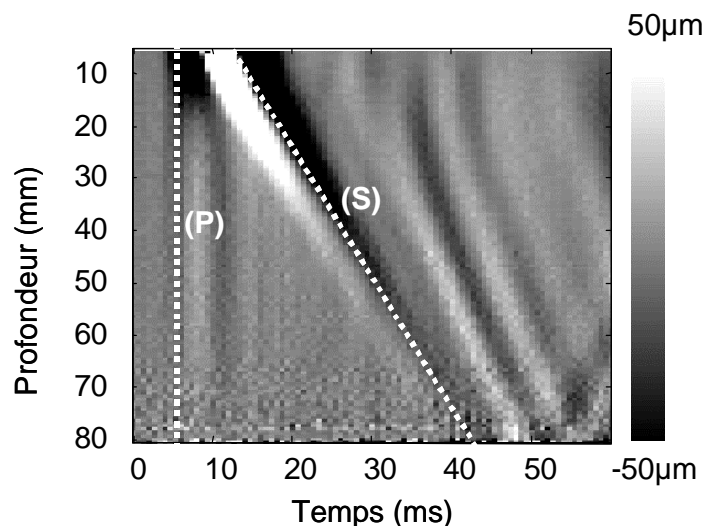


Fig. 12 : Déplacements expérimentaux en niveau de gris obtenus pour une impulsion donnée à 100 Hz sur un gel d'Agar-gélatine. Nous observons les déplacements dus à la propagation d'une onde de compression très rapide (P), $V_P = 1500$ m/s et d'une onde de cisaillement lente (S), $V_S = 2,88 \pm 0,03$ m/s.

Le palpeur acoustique permet donc de déterminer précisément le module d'Young de milieux isotropes le long de l'axe du faisceau ultrasonore. Cependant, si nous voulons établir une cartographie du module d'Young du milieu, il faut pouvoir suivre à deux dimensions la propagation du front d'onde de cisaillement en utilisant des barrettes médicales composées de 128 transducteurs ultrasonores. Il est alors nécessaire, comme avec le palpeur acoustique, d'avoir une cadence d'imagerie échographique suffisamment élevée pour que le front d'onde ne se déplace pas de plus d'un millimètre environ entre deux images. Les ondes de cisaillement se propageant à quelques mètres par seconde, il faut alors atteindre des cadences de l'ordre de quelques milliers d'images ultrasonores par seconde pour les suivre. Or, la cadence des échographes commerciaux est limitée à 50 images par seconde. Bien que suffisant pour l'œil humain, afin de donner au médecin l'impression d'un rafraîchissement continu, il n'est pas possible d'utiliser un échographe commercial pour suivre la propagation des ondes de cisaillement. C'est pourquoi, un appareil d'imagerie ultrasonore ultrarapide a été développé en parallèle du palpeur acoustique.

II.C.3. L'imageur ultrasonore ultrarapide.

Le système d'imagerie ultrasonore ultrarapide 2D est présenté Fig. 13²⁸.

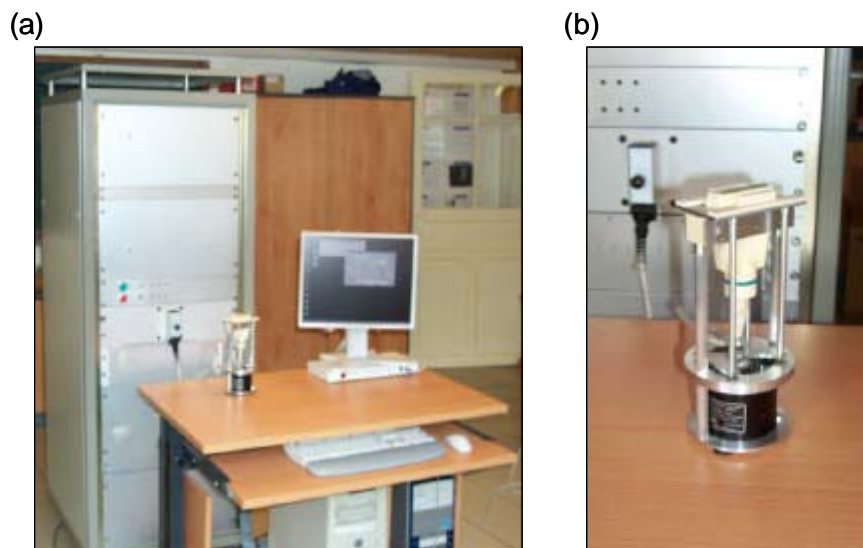


Fig. 13 : (a) Système d'imagerie ultrasonore ultrarapide. La baie électronique à gauche de l'image, comportant 128 électroniques indépendantes d'émission/réceptions, permet d'enregistrer les signaux ultrasonores rétrodiffusés de chacun des 128 éléments de la barrette de transducteurs posée sur la table. L'ensemble du système est piloté par un ordinateur de bureau. (b) La barrette ultrasonore est entourée de deux barres fixées sur un vibreur permettant la génération des ondes de cisaillement.

Ce système est constitué d'une baie électronique CORELEC, (à gauche de l'image Fig. 13(a)), contenant 128 voies électroniques indépendantes d'émission/réception, avec une profondeur mémoire de 2 Mo chacune. Sur chaque voie, un numériseur 9 bits logarithmique enregistre les signaux ultrasonores échantillonnés à 50 MHz. La barrette de transducteurs est fixée à un bâti portable (Fig. 13(b)). Elle est entourée de deux barres fixées au pot vibrant permettant de générer des ondes de cisaillement dans le milieu. L'ensemble du système est piloté par un ordinateur de bureau.

Une séquence d'imagerie ultrarapide se déroule alors comme suit. A la différence d'un échographe commercial, il n'y a pas de formation de voie effectuée à l'émission des ultrasons. L'image échographique n'est donc pas réalisée ligne par ligne en émettant successivement un ensemble de faisceaux focalisés (Fig. 14(a)).

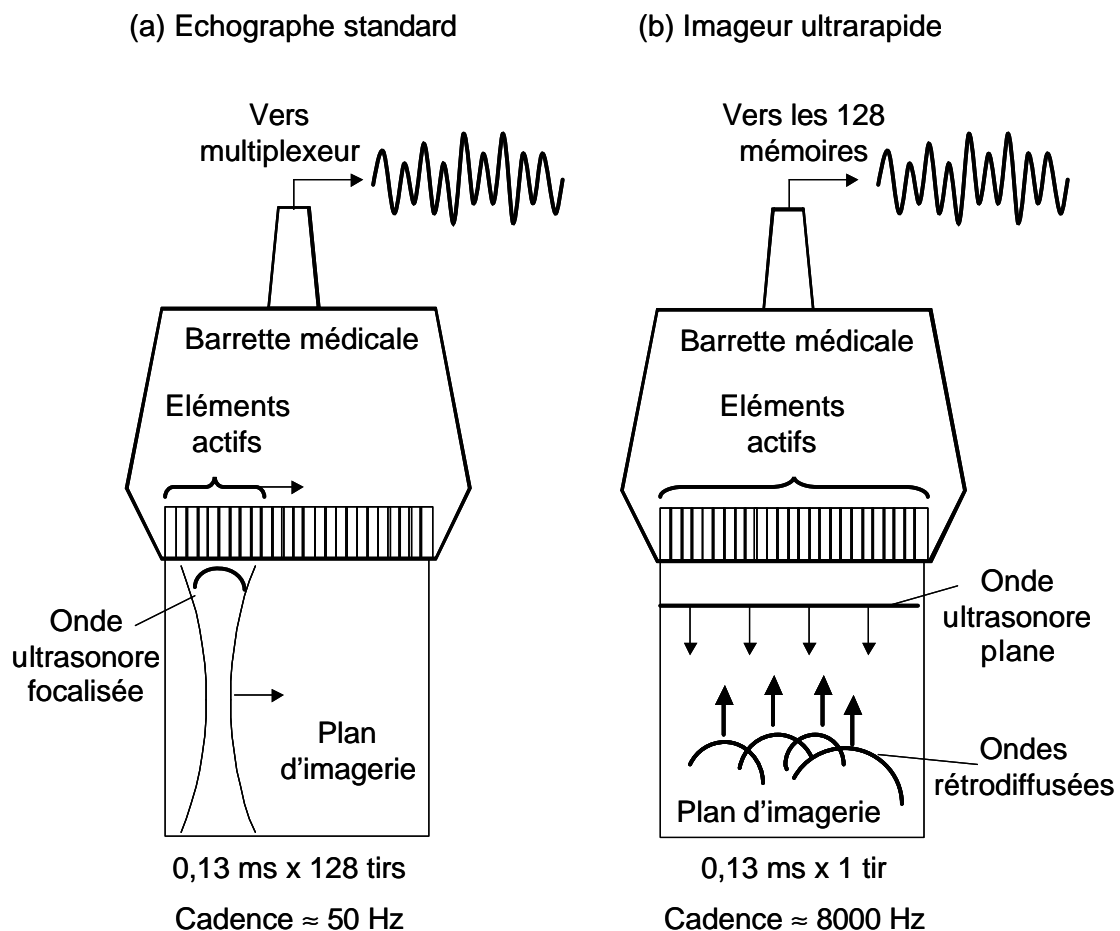


Fig. 14 : (a) Principe schématique d'un échographe standard. Les ondes ultrasonores sont focalisées à la réception et 128 tirs sont effectués à la suite toute les 0,13 ms environ. Un tel système permet d'obtenir une cadence d'imagerie de l'ordre de 50 Hz. (b) Principe de l'imageur ultrarapide. Le milieu est éclairé en un seul tir par une onde plane ultrasonore. La formation de voie est réalisée post-acquisition sur les 128 signaux échographiques enregistrés. Ce système permet d'obtenir une cadence d'imagerie pouvant atteindre 8000 Hz.

L'ensemble du milieu est éclairé en un seul tir en émettant une onde plane ultrasonore par le réseau de transducteurs. Les signaux rétrodiffusés sont enregistrés dans chacune des mémoires de l'électronique (Fig. 14(b)). La formation de voie est ensuite réalisée en post-acquisition sur les signaux enregistrés afin d'obtenir l'image ultrasonore du milieu. Ainsi un seul tir est nécessaire à la fabrication d'une image échographique. Ce principe permet d'obtenir une cadence d'imagerie pouvant atteindre 8000 images par seconde. Ensuite, comme à une dimension, le champ des déplacements induit par l'onde de cisaillement est calculé par intercorrélation des images échographiques successives. Sur la figure suivante, nous présentons le champ des déplacements à différents instants dans un gel d'Agar-gélatine contenant une inclusion dure.

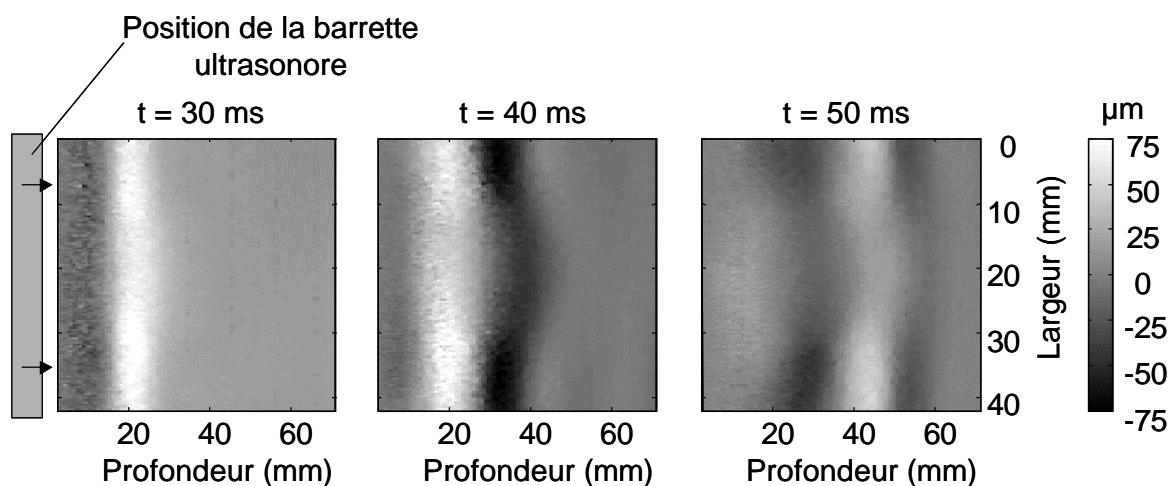


Fig. 15 : Champ des déplacements en niveau de gris induit par l'onde de cisaillement à différents instants. Le coup basse fréquence est généré à 100 Hz et la cadence d'imagerie est de 1 kHz. Le front d'onde se déforme et accélère lors du passage dans l'inclusion. L'application du problème inverse sur le film des déplacements permet de remonter à la carte d'élasticité du milieu.

La barrette ultrasonore et les deux barres générant l'onde de cisaillement sont placés sur le côté gauche de l'image. Le coup basse fréquence est donné à 100 Hz et la cadence d'imagerie est de 1 kHz. Le front d'onde de cisaillement se déforme et accélère lors de son passage dans l'inclusion.

Sur le film des déplacements, la résolution du problème inverse à deux dimensions de la propagation de l'onde de cisaillement permet de remonter à la carte de la vitesse locale de l'onde de cisaillement ou encore la carte d'élasticité du milieu. En inversant localement l'équation de propagation pour un milieu non dissipatif, L. Sandrin aboutit à l'équation du problème inverse suivante²⁶ :

$$\mu_{x,z} = \frac{\mathbf{r}}{N} \sum_{t=1}^N \frac{\Delta^T \Delta_{x,z,t}}{\Delta^S \Delta_{x,z,t}}. \quad (1.9)$$

où x,z sont les coordonnées spatiales, t le temps, Δ^T la dérivée seconde temporelle des déplacements, Δ^S le Laplacien spatial des déplacements, \mathbf{r} la densité et N le nombre d'échantillons temporel. Sur la figure suivante, nous représentons la carte d'élasticité obtenue pour le film des déplacements précédent :

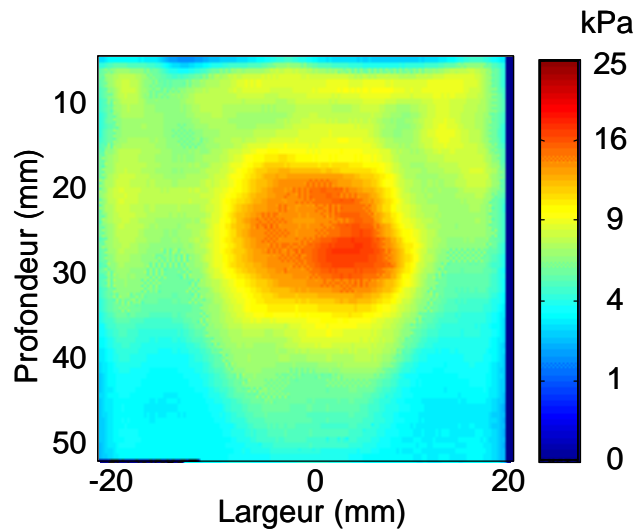


Fig. 16 : Carte d'élasticité d'un fantôme contenant une inclusion dure. L'élasticité est environ quatre fois plus importante dans l'inclusion.

Ce système a permis de mener une première étude *in vivo*, en collaboration avec l'institut Curie, concernant le cancer du sein. Nous avons ainsi montré que les images d'élasticité proposées par ce système permettaient de déceler de manière très précise les zones dures correspondant à certaines tumeurs. Sur plusieurs sujets il a été possible, avec un contraste très important sur l'image, de détecter la présence de nodules durs correspondant à des carcinomes²⁹.

Au delà du domaine de l'imagerie médicale, les applications de ce système d'imagerie ultrasonore ultrarapide sont nombreuses. Par exemple, S. Manneville a prouvé que cet outil se révèle très intéressant pour l'étude des flux hydrauliques³⁰. Ainsi, il étudie des vortex en mouvement et quantifie leur vitesse³¹. Actuellement, J. Bercoff poursuit sa thèse sur l'imagerie ultrarapide et ses applications.

III. Conclusion.

L'élastographie est un domaine de recherche en pleine expansion. Son essor remonte à la fin des années 80 selon deux approches différentes : statique ou dynamique. L'équipe de J. Ophir a contribué largement au développement de l'élastographie statique mais sa mise en œuvre *in vivo* se heurte au problème du contrôle du champ de contrainte imposé par les conditions aux limites.

Toujours dans le domaine des ultrasons, la sonoélastographie donna naissance à l'élastographie dynamique. Puis, fondée sur le même principe d'excitation, l'élastographie par résonance magnétique se développa. Néanmoins certains problèmes significatifs limitent ces deux techniques et leurs utilisations. Le principe de visualisation stroboscopique des déplacements ne permet pas de suivre des organes en mouvement, comme par exemple le foie et les temps d'acquisition restent souvent longs.

En revanche, l'élastographie impulsionnelle ne présente pas ces désavantages. Elle est instantanée, peu sensible aux conditions aux limites et elle permet de suivre en temps réel la propagation des ondes de cisaillement. Cette technique donna naissance à deux nouveaux appareils : un échographe ultrasonore ultrarapide et le palpeur acoustique. Cette thèse s'inscrit dans la continuité du développement du palpeur acoustique. Nous verrons en particulier dans la suite de ce travail de recherche que, hormis la vitesse des ondes de cisaillement, cet outil peut nous aider à déterminer d'autres paramètres mécaniques des tissus mous ou des milieux biologiques. Ainsi, nous montrerons qu'il est possible de déterminer l'anisotropie musculaire, ou la non linéarité des solides mous. De plus cet instrument se révèle être particulièrement utile pour l'étude *in vivo* du corps humain, comme par exemple sur les muscles ou la peau.

Références.

-
- ¹ C. Elsberg, « The edwin smith surgical papyrus and the diagnosis and treatment of injuries to the skull and spine 5000 years ago », *Ann. Med. Hist.*, **8**, pp. 271–279, 1981.
- ² R.J. Dickinson, C.R. Hill, « Measurement of soft tissue motion using correlation between A-Scans », *Ultr. Med. & Bio.*, **8**, No. 3, pp. 263-271, 1982.
- ³ A. Eisenscher, E. Schweg-Toffler, G. Pelletier, P. Jacquemard, « La palpation échographique rythmée : Echosisographie. Une nouvelle technique de différenciation des tumeurs bénignes et malignes par l'étude ultrasonore de l'élasticité tissulaire. », *J. Radiol.*, **64**, No. 4, pp. 255-261, 1983.
- ⁴ J. Ophir, E.I. Cespedes, H. Ponneanti, Y. Yazdi et X. Li, « Elastography : a quantitative method for imaging the elasticity of biological tissue », *Ultrasonic Imaging*, **13**, pp. 111-134, 1991.
- ⁵ E.E. Konofagou, J. Ophir, J. Kallel, F. Varghese, « Elastographic dynamic range expansion using variable applied strains », *Ultrasonic Imaging*, **19**, pp. 145-166, 1997.
- ⁶ E.E. Konofagou, J. Ophir, « A new elastographic method for estimation and imaging of lateral displacements, lateral strains, corrected axial strains and Poisson's ratios in tissues », *Ultr. Med. & Bio.*, **24**, No. 8, pp. 1183-1199, 1998.
- ⁷ R. Souchon, A. Gelet, O. Rouvière, J.-Y. Chapelon, F. Kallel, J. Ophir, « Elastographie de la prostate *in vivo*, et application aux ultrasons focalisés de haute intensité (HIFU) – Résultats initiaux », *Proc. 6^{ième} CFA*, Lille, pp. 30-33.
- ⁸ T.A. Krouskop, B.S. Dougherty, F.S. Vinson, « A pulsed Doppler ultrasonic system for making noninvasive measurements of the mechanical properties of soft tissue », *J. Rehabil. Res. Dev.*, **24**, pp. 1-8, 1987.
- ⁹ R.M. Lerner, K.J. Parker, J. Holen, R. Gramiak, R.C. Waag, « Sono-elasticity : Medical elasticity images derived from ultrasound signals in mechanically vibrated targets. », *Acoust. Imaging*, **16**, pp. 317-327, 1988.
- ¹⁰ S.R. Huang, R.M. Lerner, K.J. Parker, « Time domain Doppler estimators of the amplitude of vibrating targets », *J. Acoust. Soc. Am.*, **91**, No. 2, pp. 965-974, 1992.
- ¹¹ K.J. Parker, R.M. Lerner, « Sonoelasticity of organs : Shear waves ring a bell », *J. Ultrasound Med.*, **11**, pp. 387-392, 1992.
- ¹² Y. Yamakoshi, M. Suzuki, T. Sato, « Imaging the elastic properties using low frequency vibration and probing ultrasonic wave », *Japanese meeting of applied physics*, Tokyo, 1987.
- ¹³ Y. Yamakoshi, J. Sato, T. Sato, « Ultrasonic imaging of internal vibration of soft tissue under forced vibration », *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. Contr.*, **37**, No. 2, pp. 45-53, 1990.
- ¹⁴ L.M. Brekhovskikh, V. Goncharov, « Mechanics of continua and wave dynamics », *Ed. Springer-Verlag*, 1993.
- ¹⁵ S.F. Levinson, M. Shinagawa, T. Sato, « Sonoelastic determination of human skeletal muscle elasticity », *J. Biomech.*, **28**, No. 10, pp. 1145-1154, 1995.
- ¹⁶ K. Fujii, T. Sato, K. Kameyama, T. Inoue, K. Yokoyama, K. Kobayashi, « Imaging system of precise hardness distribution in soft tissue *in vivo* using forced vibration and ultrasonic detection », *Acoust. Imaging Proceedings*, Plenum, **21**, pp. 253-258, 1994.

-
- ¹⁷ V.Dutt, R.R. Kinnick, J.F. Greenleaf, « Acoustic shear wave displacement measurement using ultrasound », *IEEE Ultrasonic symposium*, **2**, pp. 1185-1188, 1996.
- ¹⁸ R. Muthupillai, D.J. Lomas, P.J. Rossman, J.F. Greenleaf, A.Manduca, R.L Ehman, « Magnetic resonance elastography by direct visualization of propagating acoustic strain waves. », *Science*, **269**, pp. 1854-1857, 1995.
- ¹⁹ R. Sinkus, J. Lorenzen, D. Schrader et al., « High resolution tensor MR-elastography for breast tumor detection. », *Phys. Med. Biol.*, **45**, pp. 1649-1660, 2000.
- ²⁰ T.E. Oliphant, A. Manduca, R.L. Ehman, J. Greenleaf, « Complex-valued stiffness reconstruction for magnetic resonance elastography by algebraic inversion of the differential equation », *Magnetic Res. Med.*, **45**, pp. 299-310, 2001.
- ²¹ D.B. Plewes, J. Bishopo, A. Samani, J. Sciarretta, « Visualization and quantification of breast cancer biomechanical properties with magnetic resonance elastography. » *Phys. Med. Biol.*, **45**, pp. 1591, 2000.
- ²² M.A. Dresner, G.H. Rose, P.J. Rossman, R. Muthupillai, A. Manduca, R.L. Ehman, « Magnetic resonance elastography of skeletal muscle », *J. Mag. Res. Imaging*, **13**, pp. 269-276, 2001.
- ²³ S. Catheline, « Interférométrie-speckle ultrasonore : Application à la mesure d'élasticité », thèse de l'université de Paris VII, Sp. Acoustique physique, 1998.
- ²⁴ S. Catheline, J.-L. Thomas, F. Wu, M. Fink, « Diffraction field of a low frequency vibrator in soft tissues using transient elastography », *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec., Freq. Contr.*, **46**, No. 4, pp. 1013-1020, 1999.
- ²⁵ S. Catheline, F. Wu, M. Fink, « A solution to diffraction biases in sonoelasticity : The acoustic impulse technique », *J. Acoust. Soc. Am.*, **105**, No. 5, pp. 2941-2950, 1999.
- ²⁶ L. Sandrin, « Elastographie impulsionnelle par ultrasons : du palpeur acoustique à l'imagerie ultrarapide », thèse de l'université de Paris VI, Sp. Electronique et applications de la physique, 2000.
- ²⁷ L. Sandrin, M. Tanter, J.-L.Gennisson, S. Catheline, M. Fink, « Shear elasticity probe for soft tissues using 1D transient elastography », *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. Contr.*, **49**, No. 4, pp. 436-446, 2002.
- ²⁸ L. Sandrin, M. Tanter, S. Catheline, M. Fink, « Shear modulus imaging using 2D transient elastography », *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. Contr.*, **49**, No. 4, pp. 426-435, 2002.
- ²⁹ J. Bercoff, S. Chaffai, M. Tanter, L. Sandrin, S. Catheline, J.-L. Gennisson, M. Fink, M. Meunier, « *In vivo* breast tumor detection using transient elastography », *Ultr. Med. & Bio.*, accepté pour publication, 2003.
- ³⁰ L. Sandrin, S. Manneville, M.Fink, « Ultrafast two-dimensional ultrasonic speckle velocimetry : A tool in flow imaging », *Appl. P. Let.*, **78**, No. 8, pp. 1155-1157, 2001.
- ³¹ S. Manneville, L. Sandrin, M. Fink, « Investigating a stretched vortex with ultrafast 2D ultrasonic speckle velocimetry. », *Phy. Fluids*, **13**, pp. 1683-1690, 2001.

Chapitre II

Anisotropie en élastographie impulsionnelle 1D.

L'étude de l'anisotropie élastique est un sujet bien connue dans le domaine de la sismologie ^{1,2} et il a été aussi abordé en contrôle non-destructif ^{3,4}. En revanche dans le domaine médical elle reste rarement étudiée *in vivo*. Néanmoins plusieurs études *ex vivo* ont été réalisées à l'aide de techniques ultrasonores. Par exemple S. Levinson ⁵ et J. Anderson ⁶ étudient le signal ultrasonore rétrodiffusé sur le muscle selon l'axe d'orientation des fibres de ce dernier. B. Hoffmeister ⁷ et P. Kuo ⁸ utilisent une technique similaire pour étudier le tendon. Toutefois, ces techniques d'investigation des propriétés anisotropiques des tissus biologiques sont difficiles à appliquer *in vivo*. C'est pourquoi le caractère anisotrope des tissus biologiques a souvent été ignoré. En élastographie dynamique, seul R. Sinkus a étudié l'anisotropie des tissus biologiques *in vivo* grâce à un système d'imagerie 3D par résonance magnétique. Quant aux techniques d'élastographie ultrasonores, elles supposent en général que le milieu est isotrope.

Dans ce chapitre nous proposons de modifier la géométrie du palpeur acoustique, tel qu'il est décrit au chapitre précédent, de manière à déterminer le caractère anisotrope d'un milieu aussi bien *in vitro*, qu'*in vivo*. En premier lieu, dans le cadre de la théorie des ondes élastiques, nous exposerons comment dans un système hexagonal, nous pouvons prévoir l'existence de deux ondes de cisaillement. Nous verrons alors qu'avec l'utilisation judicieuse d'une barre vibrante, il est possible de polariser le champ de déformations des ondes de cisaillement sur une profondeur de plusieurs centimètres afin de déterminer deux paramètres d'élasticité de cisaillement. Ces résultats s'appuient sur des simulations numériques des fonctions de Green en milieu isotrope et transverse isotrope. Enfin, seront explicités quelques résultats expérimentaux observés sur des muscles de bœuf *ex vivo*, lors d'une collaboration avec l'INRA de Clermont-Ferrand, et sur le biceps humain *in vivo*.

I. Théorie des ondes élastiques en milieu transverse isotrope.

I.A. Cas général.

En cristallographie, les matériaux peuvent être classés par leur type de symétrie. Chaque système est directement associé à un tenseur du quatrième ordre, appelé le tenseur des rigidités c_{ijkl} reliant les déformations S_{kl} aux contraintes T_{ij} . C'est la loi de Hooke :

$$T_{ij} = c_{ijkl} \cdot S_{kl}, \quad (2.1)$$

où,

$$S_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right). \quad (2.2)$$

avec u le champ de déplacement.

A partir de la relation fondamentale de la dynamique et en tenant compte de la loi de Hooke, l'équation du mouvement s'écrit :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k}. \quad (2.3)$$

En considérant les solutions en ondes planes progressives se propageant dans la direction définie par le vecteur unitaire, $\vec{n}(n_1, n_2, n_3)$ perpendiculaire au plan d'onde d'équation, $\vec{n} \cdot \vec{x} = cste$ du type :

$$u_i = p_i F\left(t - \frac{\vec{n} \cdot \vec{x}}{V}\right) = p_i F\left(t - \frac{n_j \cdot x_j}{V}\right), \quad (2.4)$$

où p est la direction du déplacement des particules et V la vitesse de phase de l'onde.

En combinant l'équation 2.3 et l'équation 2.4 nous obtenons l'équation de Christoffel :

$$(c_{ijkl} n_k n_j - \rho_0 V^2 \delta_{il}) p_l = 0, \quad (2.5)$$

où p_l est le vecteur propre du tenseur de Christoffel $\Gamma_{il} = c_{ijkl} n_k n_j$, associé à la valeur propre $\rho_0 V^2$. Les tenseurs T_{ij} et S_{kl} étant symétriques, les constantes élastiques définies par la relation 2.2 ne changent pas lors de la permutation des deux premiers ou deux derniers indices. Le tenseur des rigidités se réduit alors à une matrice de dimension 6, appelée matrice de Christoffel, possédant 36 constantes élastiques indépendantes⁹. Ensuite, les considérations sur la symétrie d'un matériau permettent de lui associer un système cristallographique (cubique, triclinique, *etc...*) dont le tenseur des rigidités possède un plus ou moins grand nombre de coefficients indépendants (de 36 pour un système triclinique à 2 pour un système isotrope).

Dans notre cas, nous avons porté notre attention sur l'étude de l'anisotropie musculaire. A quel modèle anisotrope pouvons nous l'associer ? Dans le cas du biceps, nous observons une distribution aléatoire de fibres orientées dans la même direction. Ainsi il est possible de définir un axe de symétrie le long des fibres (Fig. 1).

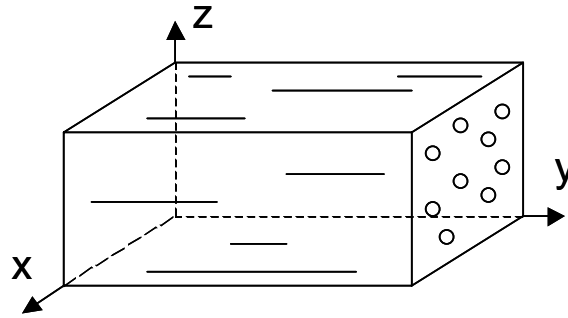


Fig. 1 : Modèle de muscle : Les fibres possèdent la même orientation selon l'axe y et sont aléatoirement distribuées sur le plan xy . Le modèle cristallographique équivalent est le système hexagonal.

Ce type de symétrie correspond à un modèle hexagonal ou transverse isotrope^a et la matrice de Christoffel c_{IJ} (Eq. 2.6) correspondante possède cinq coefficients élastiques indépendants caractérisant les propriétés mécaniques du matériau. Elle s'écrit comme suit :

$$c_{IJ} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{11} - c_{12}}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Nous noterons par la suite : $c_{66} = \frac{c_{11} - c_{12}}{2}$.

Dans notre cas nous nous intéressons seulement à la propagation des ondes le long de l'axe perpendiculaire aux fibres musculaires (le long de l'axe x ou z). Ceci se justifie par le fait que la direction parallèle aux fibres est difficilement accessible *in vivo* en mode échographique. En effet, lors d'expériences *in vitro*, le signal ultrasonore rétrodiffusé se révèle très faible lors d'une insonification le long de l'axe y . Comme notre méthode de détection des ondes de cisaillement repose sur l'amplitude du speckle acoustique, ceci limite nos études à la direction perpendiculaire aux fibres. De ce fait le tenseur de Christoffel Γ_{il}

^a En cristallographie le terme « transverse isotrope » s'applique à un cas particulier du modèle hexagonal. C'est l'ajout du tenseur piézoélectrique dans la définition de la symétrie qui différencie ces deux systèmes. En toute rigueur du point de vue élastique, le modèle hexagonal et le modèle transverse isotrope sont identiques. C'est pourquoi dans la suite de cette thèse nous emploierons principalement le terme hexagonal.

(Eq. 2.7) dans la direction de l'axe des contraintes z , que nous appellerons profondeur, est diagonal :

$$\Gamma_{ij} = \begin{vmatrix} c_{11} & 0 & 0 \\ 0 & c_{66} & 0 \\ 0 & 0 & c_{44} \end{vmatrix}. \quad (2.7)$$

De ce fait les vitesses et les polarisations des ondes planes se propageant suivant la direction de l'axe des profondeurs sont obtenues en cherchant respectivement les valeurs propres (réelles positives) et les vecteurs propres (orthogonaux deux à deux) du tenseur de Christoffel. Ainsi trois ondes se propagent dont les vitesses sont :

$$V_p = \sqrt{\frac{c_{11}}{\rho_0}}, \quad (2.8)$$

pour l'onde de compression,

$$V_s^\perp = \sqrt{\frac{c_{66}}{\rho_0}}, \quad (2.9)$$

pour l'onde de cisaillement avec une polarisation perpendiculaire aux fibres,

$$V_s^\parallel = \sqrt{\frac{c_{44}}{\rho_0}}, \quad (2.10)$$

pour l'onde de cisaillement avec une polarisation parallèle aux fibres.

De ces considérations théoriques, il apparaît clairement que nous pouvons mesurer les coefficients élastiques c_{44} et c_{66} seulement si nous pouvons estimer la vitesse des ondes de cisaillement polarisées perpendiculairement et parallèlement. Naturellement, nous sommes donc amenés à nous poser la question suivante : Comment, à partir du palpeur acoustique décrit dans le chapitre I, contrôler la polarisation des ondes de cisaillement sur l'axe de contrainte ?

I.B. La polarisation des ondes de cisaillement.

Si nous utilisons une source de cisaillement axisymétrique, comme le piston introduit dans la première partie, le champ de déformations de cisaillement est symétrique dans une rotation autour de l'axe z , puisque les déplacements gardent la symétrie des conditions aux limites initiales. L'idée est donc de casser la symétrie de la source de cisaillement en utilisant par exemple une barre. Ce genre de source permet de privilégier une direction de déformation

lors de la propagation de l'onde de cisaillement. L'onde de cisaillement induit alors un champ de déformation principalement perpendiculaire à la barre (Fig. 2(a)). Nous avons vérifié cette hypothèse par une simulation numérique des fonctions de Green établies par D. Gakenheimer et J. Miklowitz¹⁰ en milieu isotrope semi-infini (détaillées en annexe). Nous considérons alors une barre de dimension égale à celle utilisée en expérience (80x3 mm²), que nous divisons en un maillage de points sources voisins chacun de 1 mm. Nous obtenons ainsi la réponse impulsienne de la barre le long de l'axe de contrainte z en sommant les fonctions de Green de chaque source individuelle. Cette sommation est connue sous le nom d'intégration de Rayleigh-Sommerfeld. Finalement, par convolution de la réponse impulsienne avec l'excitation basse fréquence produite par la barre (une période de sinusoïde à la fréquence de 100 Hz), nous obtenons le champ de déplacements théorique u_z dans le milieu.

Les paramètres de simulation sont : $\rho_0 = 1100 \text{ kg/m}^3$, $V_P = 1500 \text{ m/s}$, $V_S = 5 \text{ m/s}$ et la fréquence d'échantillonnage est 2 kHz. Nous comparons alors l'amplitude du gradient des déplacements dus à l'onde de cisaillement, dans les directions perpendiculaire ($A_y = \left| \frac{\partial u_y}{\partial y} \right|$) et parallèle ($A_x = \left| \frac{\partial u_x}{\partial x} \right|$) à la barre. Nous traçons sur la figure suivante ces derniers le long de l'axe z dans le plan yz et xz respectivement.

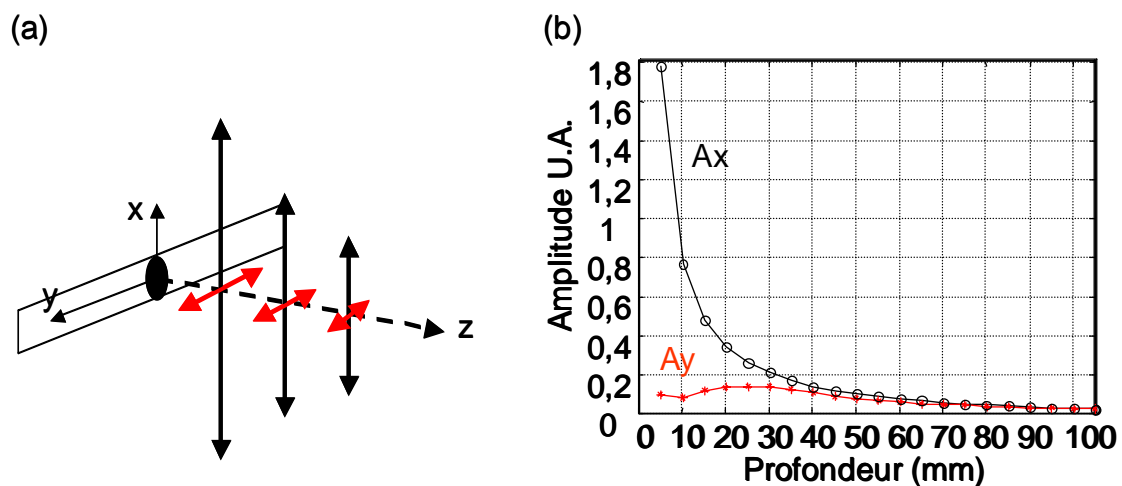


Fig. 2 : (a) Situation en trois dimensions le long de l'axe ultrasonore. Le champ des déformations induit par l'onde de cisaillement est représenté par les flèches noires selon l'axe x et rouges selon l'axe y . (b) Amplitude du gradient des déplacements de cisaillement dans la direction parallèle (A_y) et perpendiculaire (A_x) à la barre, le long de l'axe z en fonction de la profondeur. Cette simulation montre que la barre favorise les déformations de cisaillement perpendiculairement à elle-même au moins sur les premiers centimètres dans un milieu isotrope.

Selon les axes définis sur la Fig. 2(a), les déformations de cisaillement sont beaucoup plus faibles le long de l'axe y que sur l'axe x jusqu'à 40 mm de profondeur. Ce type de source permet donc de polariser le champ des déformations de cisaillement sur une certaine profondeur le long de l'axe de contrainte.

Il apparaît en conséquence que l'utilisation de la barre permet en milieu anisotrope, comme par exemple sur le muscle, d'orienter le champ des déformations de cisaillement par rapport aux fibres musculaires. Nous émettons alors l'hypothèse suivante : une mesure de vitesse sur une faible profondeur donne la vitesse de l'onde de cisaillement avec une polarisation perpendiculaire aux fibres (V_S^{\perp}) lorsque la barre est parallèle aux fibres. De même, si nous plaçons la barre perpendiculairement aux fibres, nous mesurons la vitesse de l'onde de cisaillement avec une polarisation parallèle aux fibres (V_S^{\parallel}).

Pour vérifier cette dernière hypothèse nous avons utilisé une autre simulation numérique, basée sur les fonctions de Green en milieu infini transverse isotrope établies par V. Vavryčuk¹¹ (détaillées en annexe). L. Sandrin¹² a montré que dans les calculs des fonctions de Green en milieu isotrope semi-infini ou infini, les conditions aux limites ne modifiaient pas de manière conséquente la réponse impulsionnelle calculée sur l'axe de contrainte. Ici nous faisons la même hypothèse en milieu anisotrope et nous considérons que ces dernières interviennent peu. Comme dans le cas du milieu isotrope, la réponse impulsionnelle est calculée pour un point source. Nous discrétisons la surface de la barre en points source voisins de 1 mm. Par sommation des fonctions de Green de chaque point source, nous obtenons la réponse impulsionnelle globale du milieu. Ainsi nous simulons la rotation d'une barre à la surface d'un milieu anisotrope (Fig. 3).

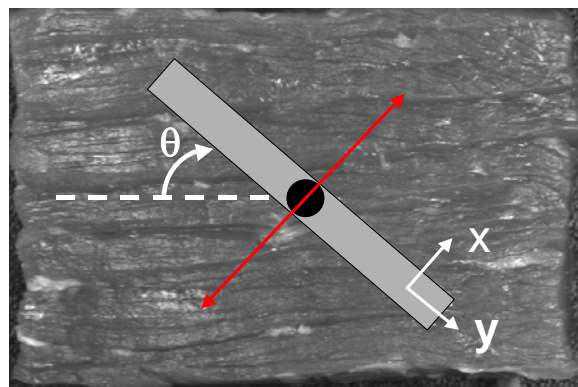


Fig. 3 : Vue supérieure de la configuration de simulation et d'expérience. La barre ($80 \times 3 \text{ mm}^2$) effectue une rotation de $\theta = 0^\circ$ à 180° par pas de 10° . Pour chaque position de la barre le champ de déplacement est calculé et la vitesse de cisaillement mesurée le long de l'axe de contrainte z . L'onde de cisaillement induit un champ de déformations principalement perpendiculaire à la barre symbolisé par une double flèche rouge.

Pour chaque position de la barre ($80 \times 3 \text{ mm}^2$) de $\theta = 0^\circ$ à 180° par pas de 10° , nous calculons le champ de déplacements théorique. A partir de l'analyse spectrale à la fréquence centrale (100 Hz) de chaque déplacements théoriques, la vitesse de l'onde de cisaillement est calculée le long de l'axe de contrainte z (l'axe de propagation ultrasonore en expérience). Les paramètres de simulation utilisés sont choisis de manière à être au plus proche des résultats obtenus en expérience : $V_p = 1500 \text{ m/s}$, $V_s^\perp = 10 \text{ m/s}$, $V_s^\parallel = 28 \text{ m/s}$. Pour chaque position de la barre nous calculons le champ de déplacements et nous déduisons la vitesse correspondante.

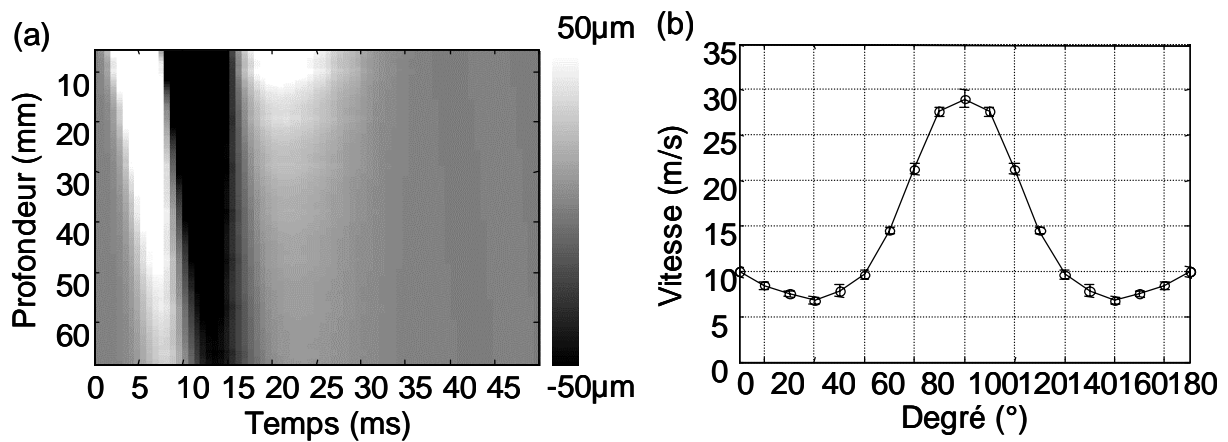


Fig. 4 : Un coup basse fréquence (100 Hz) est donné à la surface d'un milieu transverse isotrope en utilisant le modèle théorique de V. Vavryčuk. (a) Champ de déplacements théorique le long de la profondeur en fonction du temps pour $\theta = 90^\circ$. La barre est parfaitement perpendiculaire à l'alignement des fibres du milieu. (b) Vitesse de l'onde de cisaillement pour chaque angle de rotation de la barre θ .

Nous représentons sur la Fig. 4(a) le champ de déplacements de l'onde de cisaillement induit dans le milieu par un coup basse fréquence (100 Hz) pour une position de la barre ($\theta = 90^\circ$). La vitesse de l'onde de cisaillement est calculée sur les premiers 15 mm de profondeur, distance sur laquelle l'onde de déformation de cisaillement est correctement polarisée (Fig. 2(b)). Sur la Fig. 4(b) nous traçons l'évolution de cette dernière en fonction de la rotation de la barre par rapport à l'alignement des fibres du milieu. Nous trouvons lorsque la barre est parallèle aux fibres ($\theta = 0^\circ$) et perpendiculaire aux fibres ($\theta = 90^\circ$) respectivement: $V_s^\perp = 9,94 \pm 0,54 \text{ m/s}$ et $V_s^\parallel = 29,03 \pm 0,98 \text{ m/s}$. Les valeurs de vitesses intermédiaires, pour les angles compris entre 0° et 90° , correspondent à un mélange des deux élasticités de cisaillement. En effet, dans ce cas le champ de déformations de cisaillement n'est pas orienté parallèlement ou perpendiculairement à l'axe de symétrie du milieu.

Comme nous le constatons il existe un faible écart entre les vitesses injectées dans la simulation et les vitesses mesurées sur les déplacements théoriques. Si nous effectuons une nouvelle simulation avec une barre de longueur très importante ($1000 \times 3 \text{ mm}^2$) devant la profondeur de champ exploré, l'onde est parfaitement polarisée par rapport à la direction des fibres et nous retrouvons les valeurs de vitesses suivantes pour les deux positions extrêmes de la barre ($\theta = 0^\circ$ et $\theta = 90^\circ$) : $V_S^\perp = 10,16 \pm 0,26 \text{ m/s}$ et $V_S^\parallel = 27,99 \pm 0,45 \text{ m/s}$. Ces dernières sont en meilleur accord avec les vitesses de cisaillement injectées dans le calcul numérique. De ce fait, nous concluons que les ondes de bords provenant des extrémités de la barre viennent modifier légèrement le champ de déplacement. Nous surévaluons alors la mesure. Expérimentalement, pour éviter ce biais il faudrait utiliser une barre de taille très grande devant le milieu étudié, ce qui est inenvisageable.

Néanmoins ceci confirme que la mesure de vitesses à l'aide d'une barre comme source de cisaillement est très proche des valeurs de vitesses d'ondes planes polarisées. Le point important de ce paragraphe est que l'utilisation d'une barre favorise le champ des déformations de l'onde de cisaillement dans la direction perpendiculaire à elle-même (axe x). La polarisation de l'onde de cisaillement sur l'axe ultrasonore demeure longitudinale, le long de l'axe z . En conséquence, dans la suite de cette thèse nous ferons l'amalgame entre le champ des déformations de l'onde de cisaillement polarisé et l'onde de cisaillement polarisée.

II. Résultats expérimentaux.

II.A. Expérience *in vitro*.

Nous avons réalisé deux séries d'expériences *in vitro*, une sur un muscle de bœuf à l'INRA de Clermont-Ferrand et une sur un gel d'Agar-gélatine au laboratoire. Le montage expérimental est le même que dans le cas de milieux isotropes. Le piston initial servant de support au transducteur ultrasonore est maintenant remplacé par une barre de 80 mm de long et 3 mm de large. La fréquence centrale du transducteur est de 5 MHz (Fig. 5).

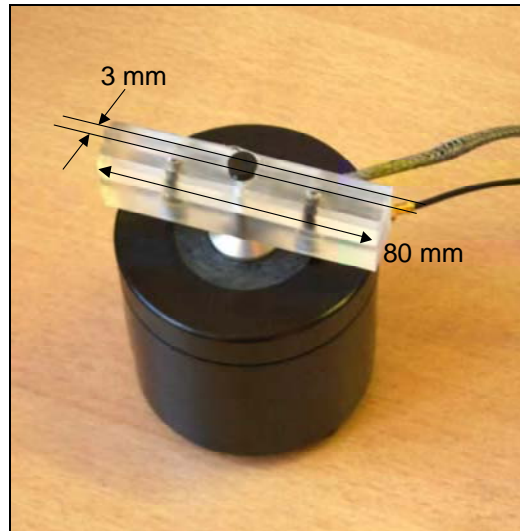


Fig. 5 : Modification du palpeur acoustique. L'ajout d'une barre de 80 mm de long par 3 mm de large à la place d'un piston permet de déterminer le caractère anisotrope d'un milieu.

Le palpeur est appliqué à la surface d'un muscle de bœuf (*biceps femoris semi-tendinosus*) dont les fibres, clairement visibles, sont parfaitement alignées (Fig. 3). Ceci est aussi vérifié en profondeur par échographie (Fig. 6). Cette dernière est réalisée avec un appareil commercial (Philips ATL HDI 1000).

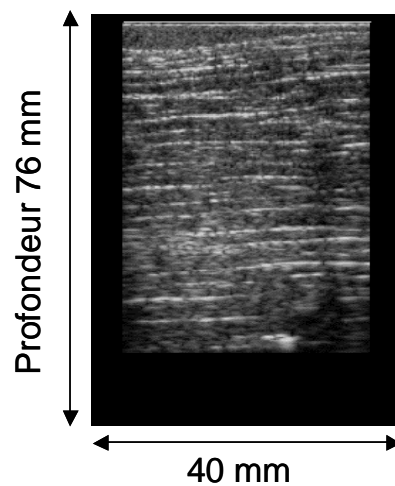


Fig. 6 : Image échographique d'un muscle de bœuf (*biceps femoris semi-tendinosus*). Nous voyons très clairement l'alignement des fibres musculaires sur toute la profondeur.

La position initiale de la barre est parallèle aux fibres et elle subit une rotation de 0° à 180° par pas de 10° .

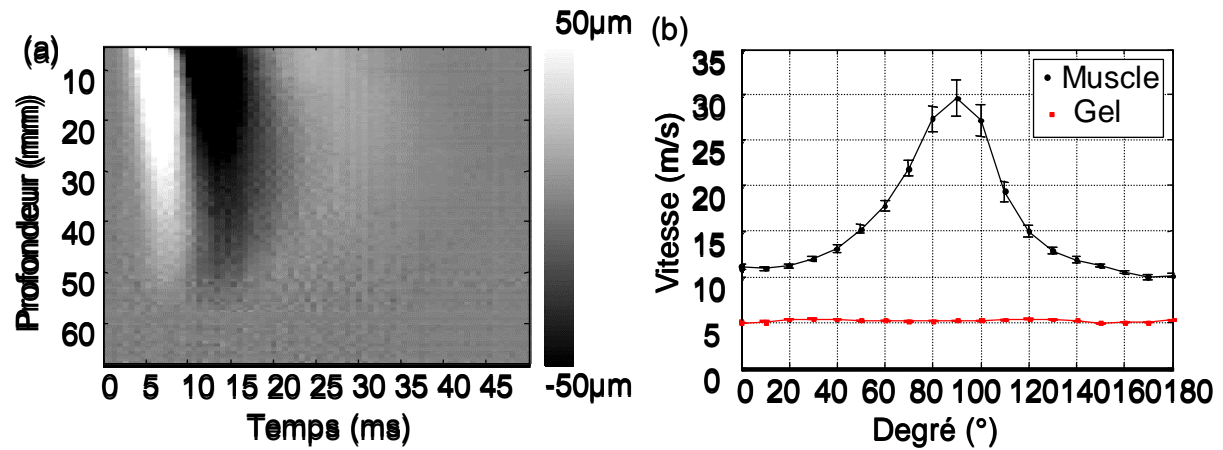


Fig. 7 : Un coup basse fréquence (100 Hz) est donné à la surface d'un muscle de bœuf (*biceps femoris semi-tendinosus*). (a) Champ de déplacements expérimentaux le long de la profondeur en fonction du temps pour $\theta = 90^\circ$. La barre est perpendiculaire par rapport à l'alignement des fibres musculaires. (b) Vitesse de l'onde de cisaillement pour chaque angle de rotation de la barre θ sur le muscle de bœuf (cercle noir) et sur le gel d'Agar-gélatine (carré rouge).

Pour chaque position de la barre une impulsion de fréquence centrale 100 Hz est donnée à la surface de l'échantillon et nous mesurons la vitesse de l'onde de cisaillement (comme en simulation). Le champ de déplacements représenté Fig. 7(a) est obtenu lorsque la barre est perpendiculaire aux fibres musculaires ($\theta = 90^\circ$). Les résultats Fig. 7(b) montrent que la vitesse de l'onde de cisaillement est maximale lorsque la barre est perpendiculaire aux fibres ($\theta = 90^\circ$) : $V_S^{\perp} = 29,63 \pm 2,03$ m/s, et minimum lorsque la barre est parallèle aux fibres ($\theta = 0^\circ$) : $V_S^{\parallel} = 9,94 \pm 0,23$ m/s. Les vitesses intermédiaires sont des mélanges des deux vitesses de cisaillement parallèle et perpendiculaire. Nous pouvons ainsi déterminer d'après les considérations théoriques de la première partie l'élasticité de cisaillement $c_{66} = 965,73 \pm 4,46$ kPa perpendiculaire aux fibres (Eq. 2.9) et l'élasticité de cisaillement $c_{44} = 108,68 \pm 0,11$ kPa parallèle aux fibres (Eq. 2.10).

Dans un deuxième temps, nous réalisons la même expérience sur un gel d'Agar-gélatine (3% d'Agar et 6% de gélatine), qui comme nous l'avons défini précédemment est parfaitement isotrope. Nous mesurons alors la vitesse de l'onde de cisaillement pour une impulsion de fréquence centrale 100 Hz (Fig. 7(b)). Quelle que soit la position de la barre la vitesse de l'onde de cisaillement reste constante : $V_S = 5,22 \pm 0,02$ m/s en moyenne. Ce résultat confirme bien que notre système est sensible au caractère anisotrope du milieu étudié.

Enfin, bien que la viscosité ne soit pas prise en compte dans le modèle théorique, les résultats sont qualitativement en bon accord avec les simulations numériques précédentes. De

plus ces derniers coïncident bien avec les résultats de J. Lepetit¹³ qui, par des études rhéologiques sur le même muscle à l'aide d'un INSTRON^b, trouve que l'élasticité de cisaillement perpendiculaire aux fibres est plus petite que l'élasticité de cisaillement parallèle aux fibres. Malgré une grande différence, dans la gamme des déformations appliquées par chacune des deux méthodes, nous avons un bon accord qualitatif.

II.B. Expérience *in vivo*.

Les résultats *in vivo* ont été réalisés sur le biceps humain. Ce muscle est couramment utilisé comme référence dans la littérature, car il possède une structure simple et ses fibres sont alignées dans la même direction.

Le matériel utilisé est le même que précédemment. Le volontaire porte une charge pour contracter son muscle. Le palpeur est appliqué directement à la surface du bras (Fig. 8). De la même manière que dans les expériences précédentes, la vitesse de l'onde de cisaillement est mesurée pour différents angles de rotation entre la barre et les fibres musculaires.



Fig. 8 : Montage expérimental *in vivo*. Le palpeur est appliqué directement à la surface du bras et la vitesse de l'onde de cisaillement est mesurée pour chaque position de la barre qui effectue une rotation de 0° à 180° par pas de 10° .

Les résultats suivants (Fig. 9) montrent l'estimation de deux vitesses extrêmes quand la barre est perpendiculaire aux fibres ($V_S^{\perp} = 12,23 \pm 0,64$ m/s) et parallèle aux fibres

^b INSTRON. Marque d'appareils qui permettent de mesurer l'élasticité d'un échantillon de matière en caractérisant sa résistance à une pression ou à un étirement donné.

($V_S^\perp = 3,05 \pm 0,08$ m/s). Ainsi, nous accédons à l'élasticité perpendiculaire et parallèle aux fibres.

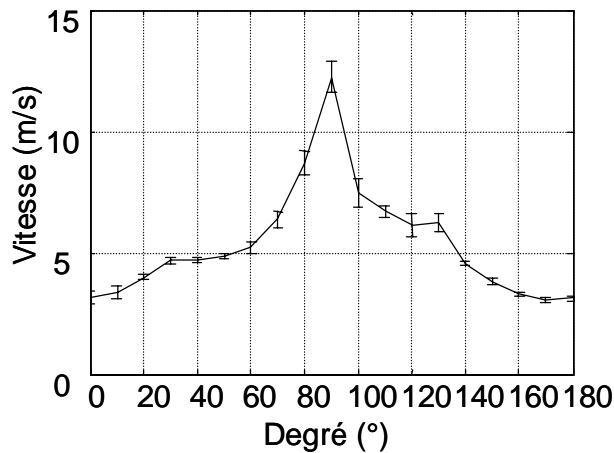


Fig. 9 : Evolution de la vitesse de cisaillement en fonction de la rotation de la barre par rapport aux fibres musculaires sur un biceps humain *in vivo*. Nous retrouvons deux vitesses extrêmes, $V_S^{\parallel} = 12,23 \pm 0,64$ m/s et $V_S^\perp = 3,05 \pm 0,08$ m/s, caractéristiques de ce type de milieu transverse isotrope.

Bien que ces résultats *in vivo* en termes de vitesse de cisaillement soient plus faibles, ils concordent avec les résultats de simulation et les expériences *in vitro*. Ceci confirme le caractère très anisotrope des tissus biologiques comme le muscle. En effet le rapport des vitesses des ondes de cisaillement, appelé coefficient d'anisotropie, est proche de 4. Par comparaison, dans les cristaux ou les roches⁹ celui-ci n'excède que rarement 2.

Notons aussi que la reproductibilité des résultats *in vivo* n'est pas aussi parfaite qu'*in vitro* sur le muscle de bœuf. Une des raisons est que nous ne pouvons pas nous affranchir des mouvements naturels pendant l'expérience. Le sujet peut, par exemple, être soumis à des tremblements dus à la fatigue de la contraction prolongée (environ 2 min).

De plus, en raison de la taille finie du muscle, la vitesse des ondes de cisaillement n'est pas mesurée sur une profondeur importante, typiquement 15 mm, ce qui augmente l'erreur expérimentale. Finalement, dans le cas où les dimensions du milieu de propagation sont comparables à la longueur d'onde de cisaillement, les conditions aux limites peuvent influencer les mesures. Il faut alors augmenter la fréquence de vibration dans une plage toutefois limitée par l'augmentation très importante de la viscosité de cisaillement avec la fréquence.

Ces travaux sur l'anisotropie ont permis d'envisager l'utilisation de cet outil dans le cadre d'études médicales sur le muscle. Par exemple, pour déterminer la valeur et l'évolution

des rigidités musculaires liées à différentes pathologies. C'est dans ce but que nous avons menée une collaboration avec l'institut de myologie de l'hôpital « la Pitié Salpêtrière ». Les travaux relatifs à cette collaboration sont présentés dans le dernier chapitre de cette thèse.

III. Conclusion de ce chapitre.

Les tissus biologiques ont souvent été étudiés en émettant l'hypothèse de milieux isotropes. Ce chapitre permet de mieux comprendre le caractère anisotrope de ces tissus. Nous avons en effet montré comment, avec l'utilisation judicieuse d'ondes de cisaillement polarisées, il était possible de déterminer le caractère anisotrope d'un milieu et de déterminer deux des modules élastiques de cisaillement, c_{44} et c_{66} .

Nous avons pu vérifier numériquement que l'utilisation d'une source non symétrique comme une barre pouvait polariser le champ de déformations des ondes de cisaillement aussi bien en milieu isotrope, qu'anisotrope. En conséquence nous avons pu prendre en compte expérimentalement la nature anisotrope du milieu étudié et ainsi déterminer deux élasticités sur le muscle *in vitro* et *in vivo*. Cette nouvelle adaptation du palpeur est un outil prometteur pour l'étude du caractère anisotrope des milieux mous comme les gels ou des tissus biologiques.

En outre, ces techniques de mesure de l'anisotropie peuvent se révéler un outil précieux pour accéder aux propriétés non linéaires des tissus. La plupart des matériaux isotropes deviennent anisotrope sous l'effet de contraintes unidirectionnelles¹⁴. Il est donc envisageable, à l'aide de ce système, de déterminer plusieurs vitesses de propagation dans de tels matériaux. Dans les matériaux que nous utilisons comme les gels d'Agar-gélatine, quelle est l'importance de ces phénomènes de non linéarités et quels paramètres supplémentaires pouvons nous en déduire ? Cette question sera examinée dans le chapitre suivant, consacré à l'anisotropie et à la non linéarité.

Références

- ¹ T. Mensh, P. Rasolofosaon, « Elastic wave velocities in anisotropic media of arbitrary symmetry generalization of Thomsen's parameters ϵ , δ and γ », *Geophys. J. Int.*, **128**, pp. 43-64, 1997.
- ² S. Crampin, S.C. Kirkwood, « Shear-wave singularities of wave propagation in anisotropic media », *J. Geoph.*, **49**, pp. 43-46, 1981.
- ³ T. Lhermitte, « Anisotropie des propriétés élastiques des composites Carbonne/Epoxy – Etude de la propagation et de la dispersion et de la rétrodiffusion ultrasonore », thèse de l'université de Paris VI, Sp. Sciences physiques pour l'ingénieur, 1991.
- ⁴ J.E. Zimmer, J.R. Cost, « Determination of the elastic constants of an unidirectional fiber composite using ultrasonic velocity measurement », *J. Acoust. Soc. Am.*, **47**, pp. 795-803, 1970.
- ⁵ S.F. Levinson, « Ultrasound propagation in anisotropic soft tissues: The application of linear elastic theory », *J. Biomechanics.*, **20**, No. 3, pp. 251-260, 1987.
- ⁶ J. Anderson, « Elasticité musculaire longitudinale et transversale : influence de l'absence de desmine », thèse de l'université de technologie de Compiègne, Sp. Génie biomédical, 2000.
- ⁷ B.K. Hoffmeister, S.M. Handley, S.A. Wickley, J.G. Miller, « Ultrasonic determination of the anisotropy of Young's modulus of fixed tendon and fixed myocardium », *J. Acoust. Soc. Am.*, **100**, No. 6, pp. 3933-3940, 1996.
- ⁸ P.L. Kuo, P.C. Li, M.L. Li, « Elastic properties of tendon measured by two different approaches », *Ultr. Med. & Bio.*, **27**, No. 9, pp. 1275-1284, 2001.
- ⁹ D. Royer, E. Dieulesaint, « Ondes élastiques dans les solides. Tome 1 : Propagation libre et guidée », *Ed. Masson*, 1996.
- ¹⁰ D.C. Gakenheimer, J. Miklowitz, « Transient excitation of an half space by a point load traveling on the surface », *J. Appl. Mech.*, **36**, pp. 505-514, 1969.
- ¹¹ V. Vavryčuk, « Exact elastodynamic Green's functions for simple types of anisotropy derived from higher-order ray theory », *Studia Geoph. et Geod.*, **45**, pp. 67-84, 2001.
- ¹² L. Sandrin, « Elastographie impulsionnelle par ultrasons : du palpeur acoustique à l'imagerie ultrarapide. », thèse de l'université de Paris VI, Sp. Electronique et applications de la physique, 2000.
- ¹³ J. Lepetit, « Deformation of collagenous, elastin and muscle fibers in raw meat in relation to anisotropy and length ratio », *Meat Science*, **26**, pp. 47-66, 1989.
- ¹⁴ P. Rasolofosaon, « Stress-induced seismic anisotropy revisited », *Revue de l'I.F.P.*, **53**, No. 5, pp. 679-690, 1998.

Chapitre III

De l'anisotropie à la non linéarité.

Le chapitre précédent a permis d'établir, qu'il est possible de quantifier l'anisotropie à partir du champ d'ondes de cisaillement polarisées. Dans ce chapitre cette technique est mise à profit afin d'évaluer l'anisotropie créée dans un milieu isotrope sous l'effet d'une contrainte unidirectionnelle. P. Johnson et P. Rasolofosaon¹ ont montré que le caractère anisotrope (transverse isotrope) apparent du milieu dû à la contrainte unidirectionnelle appliquée résulte des effets non linéaires. Ce sont donc ces paramètres non linéaires que nous avons voulu quantifier en estimant l'anisotropie induite dans le milieu. La technique permettant de retrouver ces propriétés est connue sous le nom d'acoustoélasticité. Dans le cas des milieux mous, de telles mesures n'ont jamais été effectuées, puisque ces derniers ont souvent été considérés comme des milieux fluides du point de vue ultrasonore. Par contre, cette technique est bien établie² pour la mesure expérimentale des constantes non linéaires du troisième ordre dans différents solides tels que les métaux³, les cristaux⁴ ou encore les roches⁵.

Dans la suite de ce chapitre, nous expliquerons tout d'abord de manière théorique pourquoi le fait de polariser les ondes de cisaillement est un point essentiel à notre expérience. Un système de trois équations dépendant de la contrainte appliquée est introduit. Ces trois relations sont liées à deux ondes de cisaillement avec une polarisation perpendiculaire et parallèle à l'axe des contraintes et à une onde de compression. Dans une deuxième partie, à l'aide des fonctions de Green anisotropes, la capacité de la technique d'élastographie impulsionnelle à mesurer de faibles variations de vitesse induites par les phénomènes non linéaires est démontrée. Finalement nous discuterons des résultats expérimentaux et de leur lien avec les coefficients non linéaires définis par L. Landau⁶ : A , B , C .

I. Théorie de l'acoustoélasticité.

I.A. Formulation générale.

F. Murnaghan⁷ a développé la théorie de l'acoustoélasticité au début des années 1930. Il explicite comment les changements des paramètres élastiques d'un milieu sous contrainte unidirectionnelle peuvent conduire aux coefficients non linéaires. D. Hugues et J. Kelly³ reprennent ces calculs et arrivent à un système de trois équations sur la célérité des ondes élastiques en fonction des coefficients du deuxième et du troisième ordre. Les différentes

étapes permettant d'arriver à ce résultat sont résumées ici. Dans la suite de cette démonstration, il est nécessaire en toute rigueur de distinguer les coefficients élastiques adiabatiques et isothermes. Ces derniers étant sensiblement égaux nous n'en ferons pas la distinction et $c_{ijkl}^T \approx c_{ijkl}^S$ sera noté c_{ijkl} .

L'équation du mouvement est la suivante :

$$\rho_0 \ddot{u}_i = \frac{\partial P_{ij}}{\partial x_j}, \quad (3.1)$$

où ρ_0 est la densité, P_{ij} le tenseur de Piola-Kirchhoff et \ddot{u}_i l'accélération particulaire. L'expression du tenseur de Piola-Kirchhoff en coordonnées Lagrangienne est donné par :

$$P_{ij} = \frac{\partial e}{\partial \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)}, \quad (3.2)$$

e désigne l'énergie élastique de déformation qui peut s'écrire sous la forme d'un développement au troisième ordre en fonction des déformations S_{kl} sous la forme :

$$e = \frac{1}{2} c_{ijkl} S_{ij} S_{kl} + \frac{1}{6} c_{ijklmn} S_{ij} S_{kl} S_{mn}, \quad (3.3)$$

c_{ijkl} et c_{ijklmn} désigne respectivement les modules élastiques du deuxième et du troisième ordre. Dans l'équation (3.3), les composantes du tenseur des déformations en coordonnées Lagrangienne sont données par :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right). \quad (3.4)$$

En introduisant l'expression du tenseur de Piola-Kirchhoff (3.2) et l'expression de l'énergie interne (3.3) dans l'équation du mouvement (3.1) et en tenant compte du tenseur des déformations (3.4), l'équation générale non linéaire élastique devient :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} \left[c_{ijkl} + \left(c_{ijklmn} + c_{ijln} \delta_{km} + c_{jnkl} \delta_{im} + c_{jlmn} \delta_{ik} \right) \frac{\partial u_m}{\partial x_n} \right], \quad (3.5)$$

Lors de l'application d'une contrainte statique au matériau, nous devons alors distinguer trois états : naturel (\vec{x}), relatif à la position au repos, contraint (\vec{X}) et courant (\vec{y}), lié à la propagation de l'onde. Pour simplifier, la contrainte initiale et les déformations sont supposées uniformes et définies par les déplacements statiques \vec{U}^S :

$$\vec{X} = \vec{x} + \vec{U}^S. \quad (3.6)$$

Soit \vec{U}^D le déplacement dynamique dû à la propagation d'une onde de faible amplitude dans le solide contraint statiquement :

$$\vec{y} = \vec{X} + \vec{U}^D = \vec{x} + \vec{U}^S + \vec{U}^D = \vec{x} + \vec{U}. \quad (3.7)$$

\vec{U} est alors le nouveau déplacement à introduire dans l'équation de mouvement. Sous l'hypothèse que le milieu est homogène, que les déformations statiques induites sont uniformes et que les déformations dynamiques sont faibles, l'équation du mouvement (3.5) devient :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 U_i^D}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial^2 U_k^D}{\partial x_j \partial x_l} + (c_{ijklmn} + c_{ijln} \delta_{km} + c_{jnkl} \delta_{im} + c_{jlmn} \delta_{ik}) \frac{\partial^2 U_k^D}{\partial x_j \partial x_l} \frac{\partial U_m^S}{\partial x_n}. \quad (3.8)$$

Maintenant, en procédant au changement de variables suivant : $\vec{x} \rightarrow \vec{X}$, l'équation de propagation portant sur \vec{U}^D peut être exprimée dans l'état contraint. Les coordonnées de ce dernier peuvent être assimilées au repère du laboratoire car la propagation de l'onde est de faible amplitude. L'équation (3.9) devient alors :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 U_i^D}{\partial t^2} = B_{ijkl} \frac{\partial^2 U_k^D}{\partial X_j \partial X_l}, \quad (3.9)$$

où,

$$B_{ijkl} = c_{ijkl} + \delta_{ik} c_{jlqr} \left(\frac{\partial U_q^S}{\partial X_r} \right) + c_{rjkl} \left(\frac{\partial U_i^S}{\partial X_r} \right) + c_{ijrl} \left(\frac{\partial U_k^S}{\partial X_r} \right) + c_{irkl} \left(\frac{\partial U_j^S}{\partial X_r} \right) + c_{ijkr} \left(\frac{\partial U_l^S}{\partial X_r} \right) + c_{ijklmn} \left(\frac{\partial U_m^S}{\partial X_n} \right). \quad (3.10)$$

Si nous considérons une onde plane se propageant à la vitesse V dans la direction du vecteur unitaire \vec{n} , $U^D = U^{D0} \sin(\omega(t - \frac{\vec{n} \cdot \vec{X}}{V}))$, nous obtenons alors l'équation de Christoffel modifiée :

$$\rho_0 V^2 U_i^{D0} = B_{ijkl} n_j n_l U_k^{D0}, \quad (3.11)$$

où U_i^{D0} est le vecteur propre du tenseur $B_{ijkl}n_jn_l$ ayant pour valeur propre ρ_0V^2 . Si le solide est considéré comme isotrope dans son état initial, l'équation aux valeurs propres prévoit une onde quasi-longitudinale (P) pour une direction donnée, et deux ondes quasi-transverse (S).

Les axes de coordonnées du laboratoire sont choisis de manière à ce qu'ils coïncident avec les

axes principaux des déformations statiques, $S_{ij}^S = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i^S}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j^S}{\partial X_i} \right)$ et des contraintes statiques,

$T_{ij}^S = c_{ijkl}S_{kl}^S$. Ensuite en choisissant une direction de propagation, par exemple $j = 1$, et en

exprimant le tenseur $B_{ijkl}n_jn_l = B_{i1kl} = \Gamma_{ik}$ sous toutes ses formes et en écrivant les tenseurs élastiques du deuxième et troisième ordre en notation contracté (c_{IJ}, c_{IJK}), nous obtenons trois modes purs, un mode longitudinal et deux modes transverse, dont les vitesses sont données par :

$$\rho_0V_P^2 = \Gamma_{11} = \lambda + 2\mu + T_{11}^S + (4(\lambda + 2\mu) + c_{111})S_{11}^S + c_{112}(S_{22}^S + S_{33}^S), \quad (3.12)$$

$$\rho_0V_{S2}^2 = \Gamma_{22} = \mu + T_{11}^S + (2\mu + c_{166})(S_{11}^S + S_{22}^S) + c_{144}S_{33}^S, \quad (3.13)$$

$$\rho_0V_{S3}^2 = \Gamma_{33} = \mu + T_{11}^S + (2\mu + c_{166})(S_{11}^S + S_{33}^S) + c_{144}S_{22}^S. \quad (3.14)$$

Dans le cas d'une contrainte unidirectionnelle $T_{11}^S = \sigma$, appliquée perpendiculairement à l'axe de propagation, et en exprimant les déformations en fonction des contraintes et du tenseur des flexibilités (inverse du tenseur élastique c_{ijkl}), $S_{ij}^S = s_{ijkl}T_{kl}^S$, nous obtenons des équations (3.13, 3.14, 3.15) les relations suivantes :

$$\rho_0V_P^2 = \lambda + 2\mu - \frac{\sigma}{3\lambda + 2\mu} \times [c_{112}(1 + \frac{\lambda}{2\mu}) - \frac{\lambda}{2\mu}c_{111} - \frac{2\lambda^2}{\mu} - 4\lambda], \quad (3.15)$$

pour l'onde de compression,

$$\rho_0V_{S//}^2 = \mu + \frac{\sigma}{3\lambda + 2\mu} [c_{166}(1 + \frac{\lambda}{2\mu}) - c_{144} \frac{\lambda}{2\mu} + \lambda + 2\mu], \quad (3.16)$$

pour l'onde de cisaillement avec une polarisation parallèle à l'axe de contrainte,

$$\rho_0V_{S\perp}^2 = \mu + \frac{\sigma}{3\lambda + 2\mu} [c_{166}(1 - \frac{\lambda + \mu}{\mu}) + c_{144} \frac{\lambda + \mu}{\mu} - 2\lambda], \quad (3.17)$$

pour l'onde cisaillement avec une polarisation perpendiculaire à l'axe de contrainte.

Dans la suite de cette thèse, nous exprimons les relations (3.16, 3.17, 3.18) en fonction des coefficients dits de Landau A , B , C . Ces derniers proviennent du développement des invariants de l'énergie interne élastique au troisième ordre d'un solide isotrope (Eq. 3.3), qui s'exprime également sous la forme :

$$e = \mu u_{ik}^2 + \frac{\lambda}{2} u_{ll}^2 + \frac{A}{3} u_{ik} u_{il} u_{kl} + B u_{ik}^2 u_{ll} + \frac{C}{3} u_{ll}^3. \quad (3.18)$$

A. Norris ⁸ a écrit les relations liant les coefficients élastiques c_{IJK} du troisième ordre écrit en notation de Voigt, aux coefficients A , B , C de Landau : $A = 4c_{456}$, $B = c_{144}$ et $C = c_{123}/2$. Par simple substitution dans les relations (3.16, 3.17, 3.18) nous obtenons :

$$\rho_0 V_p^2 = \lambda + 2\mu - \frac{\sigma}{3\lambda + 2\mu} \left[-\frac{\lambda}{\mu} A + 2B \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) + 2C - 4\lambda - \frac{2\lambda^2}{\mu} \right], \quad (3.19)$$

$$\rho_0 V_s^{//2} = \mu - \frac{\sigma}{3\lambda + 2\mu} \left[\frac{A}{2} \left(1 + \frac{\lambda}{2\mu}\right) + B + \lambda + 2\mu \right], \quad (3.20)$$

$$\rho_0 V_s^{\perp 2} = \mu - \frac{\sigma}{3\lambda + 2\mu} \left[\frac{A}{2} \left(1 - \frac{\lambda + \mu}{\mu}\right) + B - 2\lambda \right]. \quad (3.21)$$

Notons que dans ces trois équations (3.20, 3.21, 3.22), la vitesse de chaque onde est fonction de la contrainte appliquée σ . De plus, si la contrainte appliquée est nulle ($\sigma = 0$), nous retrouvons les expressions des vitesses de compression et de cisaillement dans un milieu élastique isotrope (Eq. 1.5). Ainsi, en mesurant la vitesse de chaque onde en fonction de la contrainte, il est possible de déterminer les coefficients non linéaires de Landau A , B et C .

Mais ce rappel théorique ne concerne que la propagation d'onde plane. Or, dans le chapitre précédent, nous avons montré que les vitesses des ondes mesurées à l'aide du palpeur acoustique muni d'une barre sont très proches de celle d'ondes planes polarisées. En utilisant ce dernier nous pouvons donc chercher à déterminer les faibles variations de vitesses induites par une contrainte unidirectionnelle. Nous vérifions tout d'abord par simulation numérique que le palpeur acoustique est assez précis pour réaliser cette expérience.

I.B. Validation de l'utilisation du palpeur acoustique.

L'application d'une contrainte unidirectionnelle modifie les constantes élastiques du milieu et ce dernier devient alors progressivement anisotrope (transverse isotrope). Numériquement, ce phénomène est simulé en utilisant les fonctions de Green anisotropes écrites par V. Vavryčuk et présentées au chapitre II. Rappelons que ces dernières permettent de calculer la réponse impulsionnelle d'une source ponctuelle en milieu infini transverse isotrope. Par convolution de cette réponse impulsionnelle avec un signal d'émission basse fréquence, les déplacements liés à la propagation dans le milieu d'une onde de compression et deux ondes de cisaillement, une lente et une rapide, sont obtenus. Notons de plus qu'en présence d'un milieu infini ou semi-infini les résultats sont quasiment identiques sur l'axe de propagation, l'axe colinéaire au vecteur d'onde \vec{k} . Pour clarifier la compréhension du problème et des différents axes de propagation nous présentons de suite la configuration expérimentale qui est identique à celle synthétisée :

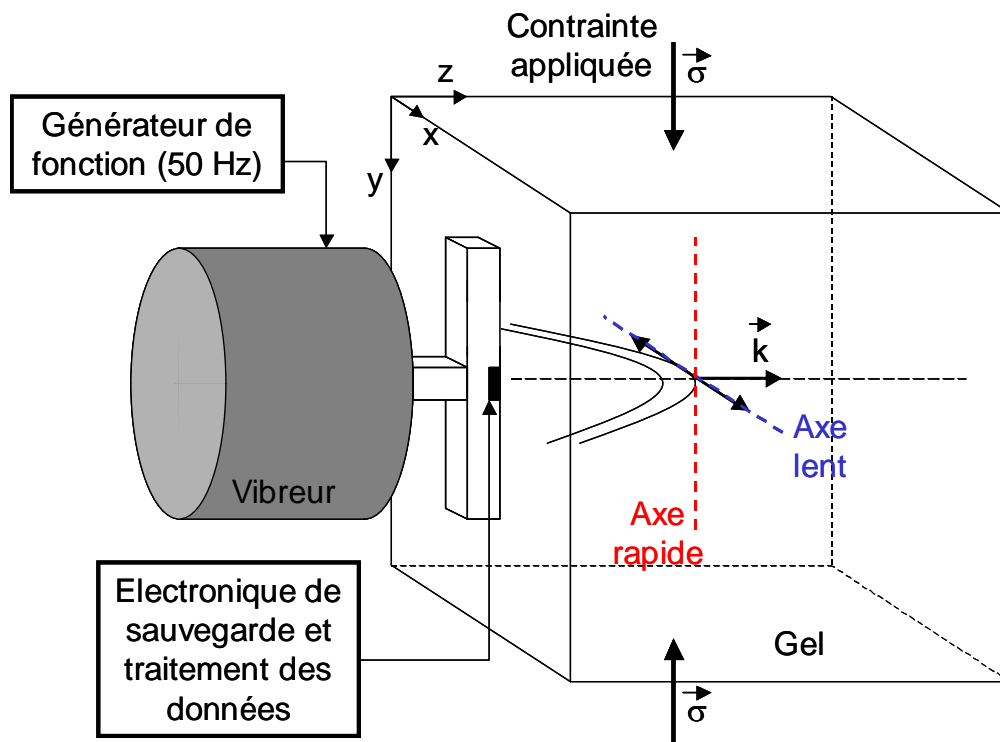


Fig. 1 : Le palpeur acoustique est posé à la surface d'un gel d'Agar-gélatine sur lequel une contrainte unidirectionnelle est appliquée. Une onde de cisaillement basse fréquence (50 Hz) se propage le long de l'axe ultrasonore. La vitesse de cette dernière est mesurée pour deux positions de la barre, lorsqu'elle est perpendiculaire ou parallèle à l'axe de contrainte.

L'axe rapide de cisaillement est défini colinéaire à l'axe de la contrainte appliquée σ et l'axe lent orthogonal à ce dernier et au vecteur \vec{k} . Sur ces deux axes, se propagent alors respectivement une onde de cisaillement polarisée parallèlement et une onde de cisaillement polarisée perpendiculairement. Dans la suite de cette thèse, nous définissons les modules élastiques parallèle et perpendiculaire comme les modules élastiques impliqués dans la propagation de ces deux ondes. L'application d'une contrainte unidirectionnelle sur le milieu est simulée en faisant varier les valeurs de vitesse des ondes de cisaillement parallèle et perpendiculaire de 2 à 2,45 m/s (4 à 6 kPa) et de 2 à 2,09 m/s (4 à 4,36 kPa) respectivement. Ces valeurs sont choisies de manière à être comparables avec les expériences. Les valeurs de la densité et la vitesse des ondes de compression sont fixées à 1000 kg/m³ et 1500 m/s. Pour chaque couple de vitesse, la réponse impulsionnelle d'une barre de 80x3 mm² est calculée deux fois, lorsque la barre est parallèle à l'axe de contrainte puis perpendiculaire. Ensuite par convolution avec une arche de sinusoïde à 50 Hz, nous obtenons les champs de déplacements synthétiques suivants :

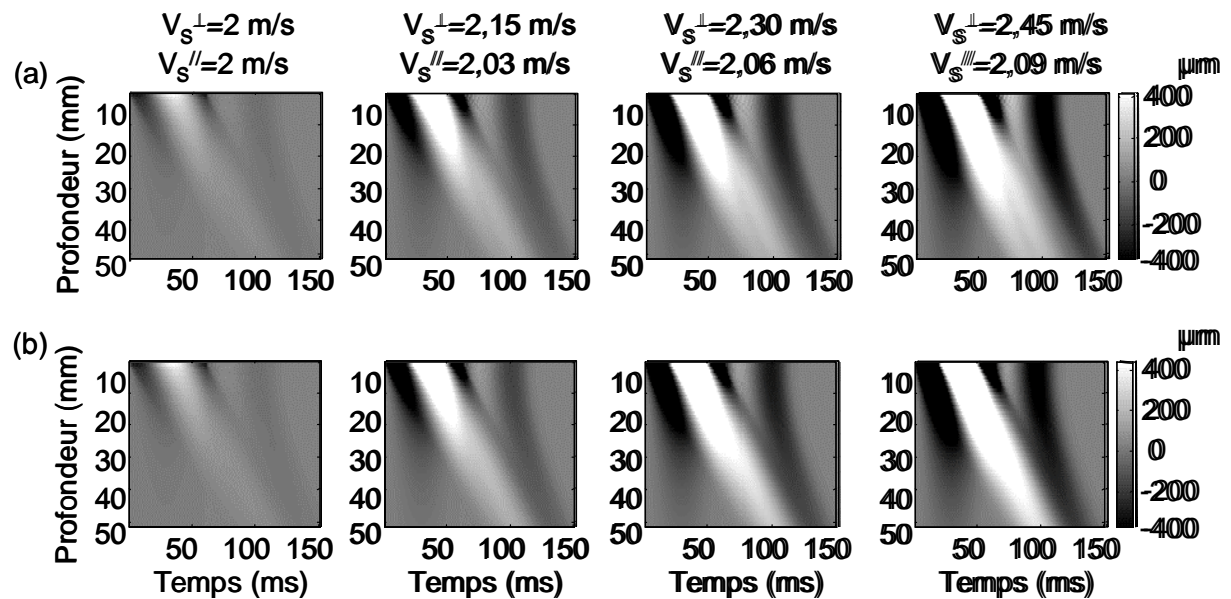


Fig. 2 : Champ des déplacements synthétiques obtenus à partir des fonctions de Green en milieu transverse isotrope. Pour chaque couple de vitesse, le champ des déplacements des ondes de cisaillement est calculé lorsque la barre est parallèle (a) et perpendiculaire (b) à l'axe de contrainte.

Pour chaque couple de vitesse nous favorisons l'onde de cisaillement lente lorsque la barre est parallèle à l'axe de contrainte (Fig. 2(a)) et l'onde de cisaillement rapide lorsque la barre est perpendiculaire à l'axe de contrainte (Fig. 2(b)). La vitesse de ces dernières est

ensuite déterminée sur les 20 premiers millimètres à la fréquence centrale de 50 Hz. Nous représentons sur la Fig. 3, les valeurs de module mesurées pour chaque simulation. Ces derniers varient de $6,25 \pm 0,16$ à $6,71 \pm 0,36$ kPa ($V_S^{\parallel} = 2,50 \pm 0,02$ à $2,59 \pm 0,04$ m/s) et de $6,25 \pm 0,16$ à $7,84 \pm 0,48$ kPa ($V_S^{\perp} = 2,50 \pm 0,02$ à $2,80 \pm 0,04$ m/s) sur les axes parallèle et perpendiculaire respectivement. Par rapport aux valeurs injectées dans la simulation, nous surestimons les modules de cisaillement. Ceci s'explique par les effets de diffraction et à cause de la taille finie de la barre (cf. chapitre II). En effet, nous distinguons sur les champs des déplacements (Fig. 2), à partir du temps 30 ms une onde en noir provenant des bords de la barre qui rejoint l'onde de cisaillement polarisée à la profondeur 25 mm environ. Cette onde rapide vient perturber la mesure. Cependant l'évolution des valeurs mesurées est en bon accord avec celle des valeurs utilisées dans la simulation. Les modules liés aux ondes de cisaillement parallèle et perpendiculaire utilisés dans la simulation varient au cours de la compression statique de 8 et 33 % et ceux mesurés de 7 et 20 % respectivement.

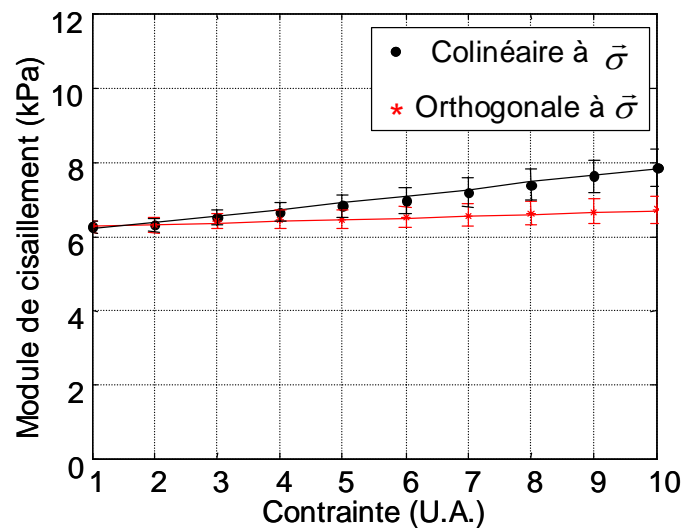


Fig. 3 : Evolution des modules de cisaillement parallèle et perpendiculaire théoriques en fonction de la contrainte arbitraire définie par la variation des vitesses de cisaillement injectées dans la simulation. Dans chaque simulation les coefficients élastiques des ondes de cisaillement rapides (cercle noir) et lentes (astérisque rouge) sont mesurés lorsque la barre est placée perpendiculairement et parallèlement à l'axe de contrainte respectivement. Ils évoluent de $6,25 \pm 0,16$ à $6,71 \pm 0,36$ kPa et de $6,25 \pm 0,16$ à $7,84 \pm 0,48$ kPa.

Bien qu'il y est un faible écart entre les valeurs injectées en simulation et les valeurs mesurées, nous considérons que le palpeur acoustique est adéquat pour étudier la non linéarité de milieux mous isotropes soumis à une contrainte unidirectionnelle.

II. Expérience sur un gel d'Agar-gélatine.

II.A. Montage expérimental.

Le palpeur est piloté par l'électronique décrite au chapitre précédent et est appliqué à la surface d'un gel d'Agar-gélatine. Une plaque rigide en Plexiglas est placée sur la face supérieure du gel. Pour contrôler la contrainte unidirectionnelle appliquée sur l'échantillon, différentes charges sont posées sur la plaque (Fig. 1). A chaque charge de 0 à 1 kg par pas de 40 g, une impulsion basse fréquence (50 Hz) est envoyée et le champ de déplacements est calculé pour les deux positions de la barre : parallèle et perpendiculaire à l'axe de contrainte.

II.B. Résultats et discussion.

Sur la figure suivante est représenté le champ de déplacements des ondes de cisaillement parallèle (Fig. 4(a)) et perpendiculaire (Fig. 4(b)) à l'axe de contrainte pour quatre états contraints successifs.

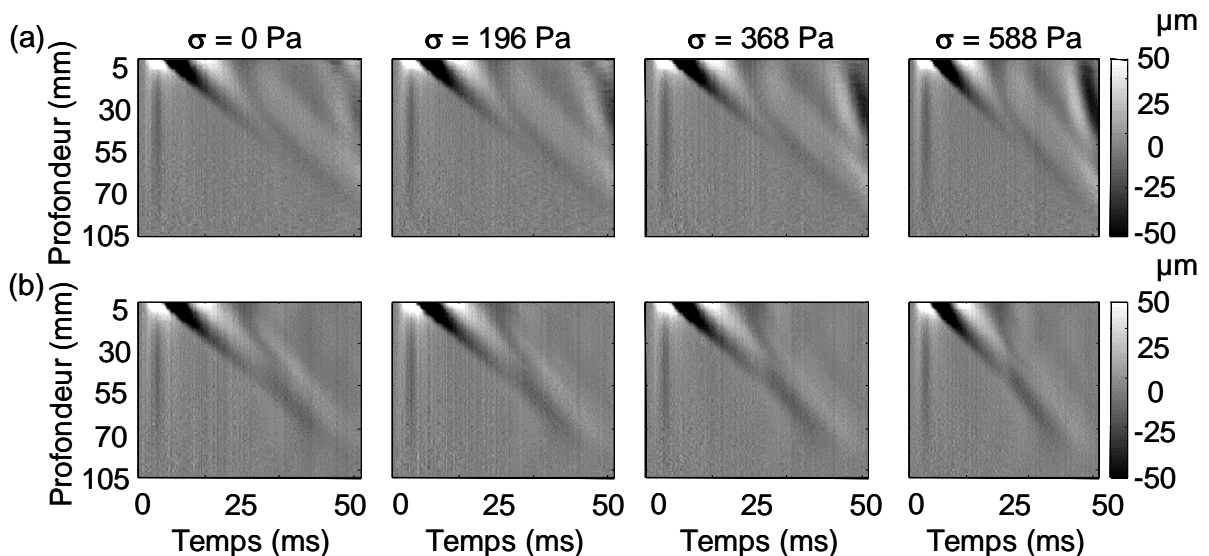


Fig. 4 : Champ des déplacements expérimentaux obtenus dans un gel d'Agar-gélatine pour quatre contraintes successives appliquées. Pour chacune de ces dernières, le champ des déplacements des ondes de cisaillement est calculé lorsque la barre est parallèle (a) et perpendiculaire (b) à l'axe de contrainte.

Par une analyse spectrale de la phase de l'onde de cisaillement à la fréquence centrale (50 Hz) nous mesurons la vitesse de cette dernière sur les 20 premiers millimètres. Puis, le

module de cisaillement correspondant est calculé. Sur la Fig. 5, sont présentés les modules de cisaillement parallèle et perpendiculaire en fonction de la contrainte appliquée. Lorsque le milieu est sans contrainte la vitesse des ondes de cisaillement est de $V_S = 2,52 \pm 0,02$ m/s, ce qui correspond à un module de cisaillement μ de $6,35 \pm 0,04$ kPa. La vitesse des ondes de compression est fixée à $V_P = 1500$ m/s et de la relation 1.5 : $\lambda = 2,25$ GPa. De plus dans l'expression 3.19, la variation du coefficient élastique de cisaillement est négligée. Avec l'augmentation de la contrainte statique appliquée les modules de cisaillement parallèle et perpendiculaire évoluent de manière monotone et croissante jusqu'à $6,60 \pm 0,04$ kPa et $8,29 \pm 0,06$ kPa respectivement, les variations correspondantes sont de 4 % et de 32 %.

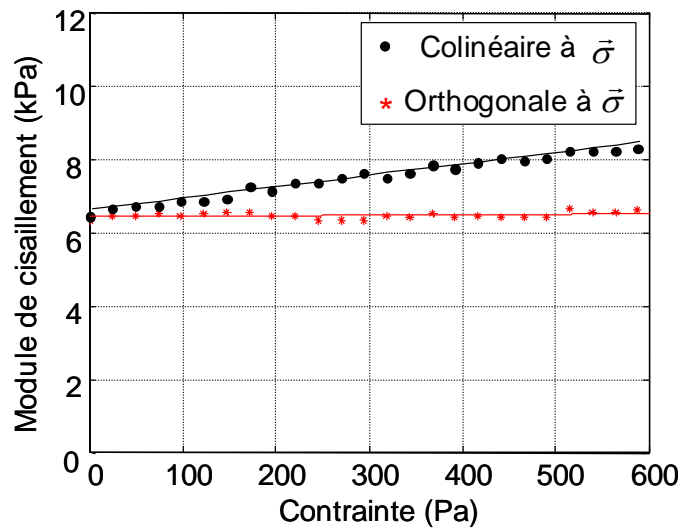


Fig. 5 : Modules de cisaillement expérimentaux parallèle (astérisque rouge) et perpendiculaire (cercles noirs) à l'axe de contrainte en fonction de la contrainte appliquée. Des deux pentes expérimentales sont déduits les coefficients de Landau A et B .

A partir des pentes de ces deux courbes et de l'utilisation du jeu d'équations (3.20, 3.21), nous calculons les coefficients de Landau A et B : $A = -101$ kPa et $B = -14$ GPa. L'écart entre ces derniers est frappant, car dans la littérature, il est commun de trouver dans les cristaux, les métaux ou les roches, les trois coefficients élastiques du troisième ordre du même ordre de grandeur⁹. Le dernier coefficient de Landau C est déduit de résultats de la littérature. En effet, E. Everbach a déterminé le coefficient non linéaire β d'un fantôme de gélatine¹⁰ à partir d'une expérience thermodynamique et vaut : $\beta = 3,64$. Ce coefficient est très proche de celui de l'eau (3,50) ce qui est intuitivement compréhensible car un gel d'Agar-gélatine est essentiellement constitué d'eau. De plus, le coefficient non linéaire d'un gel

d'Agar gélatine change très peu en fonction de la concentration de gélatine. Donc, il est tout à fait justifier de l'utiliser comme résultat pour nos expérience. Enfin, il s'exprime aussi en fonction des coefficients de Landau ⁸ :

$$\beta = -\frac{3}{2} - \frac{A + 3B + C}{\rho_0 V_P^2}. \quad (3.22)$$

Finalement, connaissant A , B , V_P et ρ_0 , nous obtenons : $C = 31$ GPa.

L'erreur expérimentale, provenant principalement des effets de diffractions possible cités plus tôt (l'onde de cisaillement mesurée n'est pas parfaitement plane), est évaluée à partir de l'écart maximum obtenu entre les valeurs mesurées et injectées en simulation. Nous considérons donc que nous faisons une erreur maximale de 13 % sur les mesures expérimentales. Nous récapitulons les modules élastiques du deuxième et du troisième ordre obtenus, ainsi que ceux mesurés pour deux autres expériences sur un gel différent, dans la table suivante :

Coefficients	Modules élastiques linéaires du deuxième ordre : Coefficients de Lamé.		Modules élastiques non linéaires du troisième ordre : Coefficients de Landau.		
	λ (GPa)	μ (kPa)	A (kPa)	B (GPa)	C (GPa)
Expérience 1	2,25	6,35 ± 0,04	-101 ± 13	-14 ± 1	31 ± 4
Expérience 2	2,25	9,61 ± 0,17	-53 ± 6	-10 ± 1	23 ± 3
Expérience 3	2,25	9,67 ± 0,26	-65 ± 8	-26 ± 3	66 ± 8

Tableau 1 : Modules élastiques du deuxième et troisième ordre mesurés dans trois gels d'Agar-gélatine différents.

Pour chaque expérience, l'écart important entre le premier coefficient A et les deux autres B et C peut s'expliquer par les considérations suivantes. Dans l'équation (3.19), le coefficient de cisaillement μ est 10^6 fois plus petit que le coefficient λ (propriété caractéristique des milieux mous). Ces derniers sont facteurs d'un invariant de l'énergie interne u_{ik}^2 et u_{ll}^2 , relatif à l'onde cisaillement et à l'onde de compression respectivement. De ce fait, il n'est pas surprenant d'avoir un coefficient du troisième ordre facteur de l'invariant lié à l'onde de cisaillement qui soit beaucoup plus petit que les coefficients facteurs des invariants liés à l'onde de compression. Nous pouvons donc affirmer qu'une des caractéristiques des milieux mous est un coefficient du second ordre très petit par rapport à

l'autre ($\mu \ll \lambda$), mais aussi un coefficient du troisième ordre, également très faible devant les deux autres ($A \ll B, C$).

III. Conclusion.

Dans ce chapitre nous avons utilisé le palpeur acoustique pour caractériser l'anisotropie induite par les propriétés non linéaires du milieu dans une expérience d'acoustoélasticité. Par le biais d'une simulation numérique, nous avons vérifié la capacité de notre montage à déterminer de faibles variations de vitesse. Ceci a permis de quantifier les paramètres non linéaires A , B , C , d'un gel d'Agar-gélatine. Ainsi, nous avons montré qu'une des spécificités des solides mous est d'avoir des modules élastiques du deuxième ordre, mais aussi du troisième ordre très différents.

Cette expérience nous a encouragé à aller plus avant dans l'étude de la non linéarité. En effet, la génération d'harmonique dans la propagation non linéaire d'ondes longitudinales dans les fluides ou les solides est bien connue. Toutefois qu'en est-il pour les ondes de cisaillement et pouvons-nous retrouver les paramètres non linéaires précédents ? De plus, si nous envisageons une étude *in vivo* de la non linéarité des tissus biologiques, il est difficile de mettre en place la technique d'acoustoélasticité basée sur l'application parfaitement maîtrisée d'une contrainte statique. Comment alors quantifier le caractère non linéaire des tissus biologiques ? L'étude de la propagation d'onde de cisaillement de fortes amplitudes peut nous permettre de répondre à cette interrogation.

Références.

- ¹ P. Johnson, P. Rasolofosaon, « Nonlinear elasticity and stress-induced anisotropy in rock », *J. Geoph. Research.*, **101**, pp. 3113-3124, 1996.
- ² F. Murnaghan, « Finite deformation of an elastic solid », *Am. J. Math.*, **49**, pp. 235-260, 1937.
- ³ D. Hugues, J. Kelly, « Second-order elastic deformation of solids », *Phys. Rev.*, **92**, pp. 1145-1149, 1953.
- ⁴ T. Bateman, W. Mason, H. McSkimin, « Third-order elastic moduli of Germanium », *J. Appl. Phys.*, **32**, pp. 928-936, 1961.
- ⁵ F. Birch, « Compressibility ; elastic constants », *Handbook of Physical Constants*, ed. S. P. Clark Jr., *Mem. Geol. Soc. Am.*, **97**, pp. 97-174, 1966.
- ⁶ L. Landau, E. Lifchitz, « Physique théorique : Théorie de l'élasticité », *Ed. librairie du globe*, Ed. mir, 1990.
- ⁷ F.D. Murnaghan, « Finite deformation of an elastic solid », *Ed. John Wiley*, New York, 1951.
- ⁸ A. Norris, « Non linear acoustics : Finite amplitude waves in solids », *Ed. Academic Press*, Ed. by M. Hamilton & D. Blackstock, 1998.
- ⁹ E. Bogardus, « Third-order elastic constants of Ge, MgO, and Fused SiO₂ », *J. Appl. Phys.*, **36**, No. 8, pp. 2504-2513, 1965.
- ¹⁰ E. Everbach, R. Apfel, « An interferometric technique for B/A measurement », *J. Acoust. Soc. Am.*, **98**, No. 6, pp. 3428-3438, 1995.

Chapitre IV

Onde transverse choquée.

Dans les fluides comme dans les gaz, les phénomènes non linéaires liés à la propagation des ondes acoustiques sont bien connus. En effet à la fin du 19^{ème} siècle, W. Rankine ¹ et H. Hugoniot ² ont étudié le phénomène de la formation d'une onde de choc, puis dans les années 1930, R. Fay ³ et E. Fubini ⁴ déterminent une solution de l'équation de propagation non linéaire que A. Thuras ⁵ vérifie expérimentalement. Pendant les années 1960, plusieurs auteurs ^{6,7,8} établissent les fondements théoriques de la propagation non linéaire des ondes de compression dans les solides et observent la génération d'harmoniques d'ordre supérieur ^{9,10}. D'un point de vue non linéaire, le comportement des ondes de compression est identique à celui des ondes acoustiques. Cependant, dans les solides, un deuxième type d'ondes de volume se propage, les ondes de cisaillement. La théorie leur prévoit alors un comportement totalement différent des ondes de compression ^{11,12}, mais aucune observation expérimentale directe n'a été réalisée. Une des raisons principales de cette absence expérimentale réside dans le fait que les effets non linéaires des ondes de cisaillement sont d'un ordre de grandeur plus petit que ceux des ondes de compression ¹³. Dans les milieux mous, la faible élasticité de cisaillement (de l'ordre du kPa) implique une faible célérité de l'onde de cisaillement. Ceci permet la propagation d'ondes de cisaillement ayant une vitesse particulière élevée comparée à leur célérité. Le nombre de Mach correspondant est alors de proche de l'unité. A titre de comparaison, le nombre de Mach est mille fois plus faible dans les cristaux, les métaux ou les roches. En effet, la rigidité élevée de ces derniers ne permet pas d'avoir une source de cisaillement générant des vitesses particulières du même ordre de grandeur que la célérité de l'onde. Les effets non linéaires de compression sont alors prédominants. Seuls les milieux mous permettent d'observer les effets non linéaires sur les ondes de cisaillement.

Le développement de ce chapitre procède en trois temps. Nous exposerons en premier lieu un rappel théorique sur l'équation de Burgers qui décrit bien la propagation non linéaire d'ondes longitudinales planes progressives dans les solides isotropes. Nous montrerons comment l'équation de Burgers est modifiée pour décrire la propagation d'ondes planes de cisaillement. Nous démontrerons qu'au cours de la propagation, seules les harmoniques impaires apparaissent dans le spectre de l'onde de cisaillement d'amplitude finie. Dans une deuxième partie, le montage expérimental permettant d'obtenir la propagation d'ondes planes

de cisaillement de fortes amplitudes sera présenté. L'évolution des ondes de cisaillement est suivie à l'aide de l'électronique d'élastographie impulsionnelle 2D dont nous rappellerons brièvement le fonctionnement. Les résultats expérimentaux obtenus sont originaux et en bon accord avec les prédictions théoriques. Dans une troisième partie nous appuierons nos résultats sur une simulation numérique qui repose sur l'équation de Burgers modifiée. Nous montrerons alors que la viscosité du milieu jusqu'à présent négligée doit être prise en compte pour assurer une bonne correspondance avec les résultats expérimentaux. En dernier lieu, nous étudierons qualitativement ce qui se produit si l'onde de cisaillement n'est plus plane et nous verrons que la génération d'harmoniques concernent alors l'ensemble des harmoniques et ne se réduit pas aux seules harmoniques impaires.

I. Propagation non linéaire dans les solides : rappel théorique.

Dans cette partie nous nous intéressons au cas isotrope sans viscosité et nous exposerons les considérations théoriques permettant d'écrire les équations de propagation non linéaire dans le cas d'ondes de compression et de cisaillement planes. Ces développements nous conduiront aux équations de Burgers, qui numériquement nous permettent de simuler la propagation non linéaire de chacune des deux ondes.

I.A. Ondes longitudinales d'amplitude finie.

Pour obtenir l'équation de propagation non linéaire dans un solide élastique il est nécessaire de tenir compte des termes d'ordre supérieur du tenseur des déformations (Eq. 3.4) dans l'expression de l'énergie interne (Eq. 3.18). En introduisant cette dernière dans l'expression du tenseur de Piola-Kirchhoff (Eq. 3.2) la relation suivante est obtenue :

$$\begin{aligned}
 P_{ij} = & \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + (\mathbf{I} + 2\mu) \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \mathbf{d}_{ij} \\
 & + \left(\mu + \frac{A}{4} \right) \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \\
 & + \frac{1}{2} (\mathbf{I} + \mu + B) \left[\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)^2 \mathbf{d}_{ij} + 2 \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right] + \frac{A}{4} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \\
 & + \frac{B}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \mathbf{d}_{ij} + 2 \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) + C \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)^2 \mathbf{d}_{ij}.
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

En introduisant la relation 4.1 dans l'équation du mouvement (Eq. 3.1), nous obtenons l'équation de propagation non linéaire¹⁴ :

$$\mathbf{r}_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} - (\mathbf{I} + \mathbf{m}) \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_k} = F_i, \quad (4.2)$$

où F_i regroupe tous les termes d'ordre cubique :

$$\begin{aligned} F_i = & (\mu + \frac{A}{4}) \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j^2} \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j^2} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + 2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) \\ & + (\mathbf{I} + \mu + \frac{A}{4} + B) \left(\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_k \partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \\ & - (\mathbf{I} + \frac{4\mu}{3} + B) \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \\ & + (\frac{A}{4} + B) \left(\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \\ & + (B + 2C) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_k}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Dans le cas de la propagation d'une onde plane longitudinale dans la direction de propagation x , c'est-à-dire : $u_y = u_z = 0$ et $\frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{\partial u_x}{\partial y} = 0$, alors l'équation 4.2 se réduit à :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c_p^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -2\mathbf{b}_p \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (4.4)$$

où $u = u_x$ et c_p est la vitesse de l'onde longitudinale et \mathbf{b}_p est le paramètre non linéaire pour les ondes longitudinales :

$$\mathbf{b}_p = \frac{3}{2} + \frac{A + 3B + C}{\mathbf{I} + 2\mu}, \quad (4.5)$$

Dans la relation 4.5, le terme $\frac{3}{2}$ désigne la non linéarité géométrique et le terme $\frac{A + 3B + C}{\mathbf{I} + 2\mu}$ la non linéarité physique.

Pour la suite de ce mémoire, il est plus aisé d'exprimer l'équation de propagation en terme de vitesse particulière. En dérivant l'équation 4.4 et en procédant au changement d'opérateur suivant, $\frac{\partial}{\partial x} = -\frac{1}{c_p} \frac{\partial}{\partial t}$, valable pour une onde plane progressive, nous obtenons :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{1}{c_p^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\frac{2\mathbf{b}_p}{c_p} \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (4.6)$$

En effectuant le changement de variables suivant, $y = t - \frac{x}{c_p}$ et $x' = x$, c'est à dire en se plaçant dans le référentiel se déplaçant avec l'onde et en supposant que le profil de l'onde dépendent de x varie lentement, nous obtenons l'équation de Burgers :

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\mathbf{b}_p}{2c_p^2} v \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (4.7)$$

La solution de Riemann¹⁵ de cette relation (Eq. 4.7) est alors pour une onde simple progressive de la forme :

$$v = f\left(y + \frac{\mathbf{b}_p}{2c_p^2} vx\right). \quad (4.8)$$

où f est définie par les conditions aux limites $v(0, t) = f(t)$. Ainsi l'expression locale de la vitesse c est donnée par :

$$c = c_p \left(1 + v \frac{\mathbf{b}_p}{2c_p}\right). \quad (4.9)$$

Cette expression (Eq. 4.9) nous permet d'interpréter qualitativement la formation du profil choqué des ondes longitudinales. La vitesse de propagation dépend alors d'un terme additionnel. L'onde accélère durant la phase de compression et ralentit durant la phase de détente. Lorsque les surpressions rattrapent les dépressions, la distance de choc est atteinte :

$$L_{CP} = \frac{I c_p}{2p \mathbf{b}_p v_0}. \quad (4.10)$$

L'équation de Burgers (Eq. 4.7) permet d'interpréter la formation du profil choqué des ondes longitudinales planes jusqu'à la distance de choc. Au-delà, les relations de Rankine-Hugoniot, doivent être prises en compte car les surpressions ne peuvent pas continuer à se propager plus rapidement que les dépressions : un signal représenté par une fonction multivaluée n'a plus de signification physique. Dans ce cas, la position du choc est donné par la « loi des aires égales » découlant des relations de Rankine-Hugoniot¹⁶.

Au cours de sa thèse, M. Tanter¹⁷ a développé une simulation numérique basée sur les travaux de B. MacDonald et J. Ambrosiano¹⁸ permettant de modéliser ce phénomène à une dimension en tenant compte des effets de dissipation dus au choc, connus sous le nom

d'extra-absorption. Elle correspond à un schéma aux différences finies décentré (« upwind ») traitant simplement l'équation de Burgers en milieu fluide sans viscosité avant la formation du choc. Après l'apparition du choc, le code de simulation est augmenté d'un module prenant en compte la loi des aires égales et connu sous le nom d'algorithme de capture de choc (« shock capturing algorithm »). Ainsi la propagation d'ondes planes non linéaires à une dimension est complètement modélisée. Le signal temporel reçu en différents points le long de l'axe de propagation est simulé à l'aide de cette simulation et est présenté sur la figure ci-dessous :

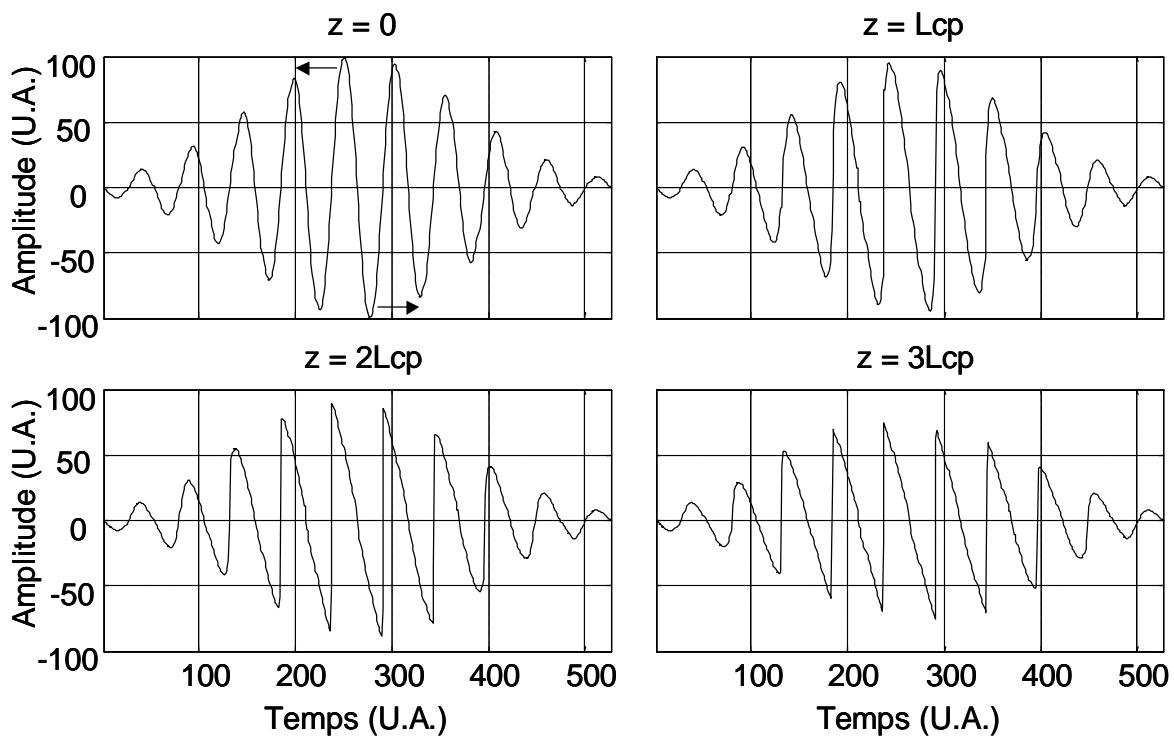


Fig. 1 : Forme temporelle d'une onde longitudinale plane d'amplitude finie simulée à différentes distances de la source (la distance est donnée en fonction de la distance de choc dans un milieu sans viscosité). Les surpressions se propagent plus rapidement que les dépressions, ce qui entraîne la formation du profil de l'onde dit en « dent de scie ».

Les surpressions se propagent plus rapidement que les dépressions (représenté subjectivement par les flèches à la distance $z = 0$ (Fig. 1)). De ce fait, nous observons la formation progressive du profil en « dent de scie » de l'onde longitudinale. Le profil choqué de l'onde apparaît alors au-delà de la distance de choc ($z = 2L_{CP}$, $z = 3L_{CP}$). De plus, à cause de la forte dissipation apparaissant au voisinage du choc, l'amplitude de l'onde diminue progressivement au cours de la propagation au-delà de la distance de choc. Dans le domaine de Fourier, ce phénomène se traduit aussi par une diminution de l'amplitude de la fréquence

fondamentale. De plus, la distorsion de l'onde dans le domaine temporel se traduit par l'apparition dans le domaine spectral d'harmoniques d'ordre supérieur (Fig. 2). Un processus de transfert de l'énergie du fondamental aux harmoniques supérieures vient s'ajouter aux effets de dissipation au choc. L'étude de l'évolution des amplitudes des harmoniques supérieures par rapport au fondamental doit permettre alors de remonter au paramètre de non linéarité du milieu.

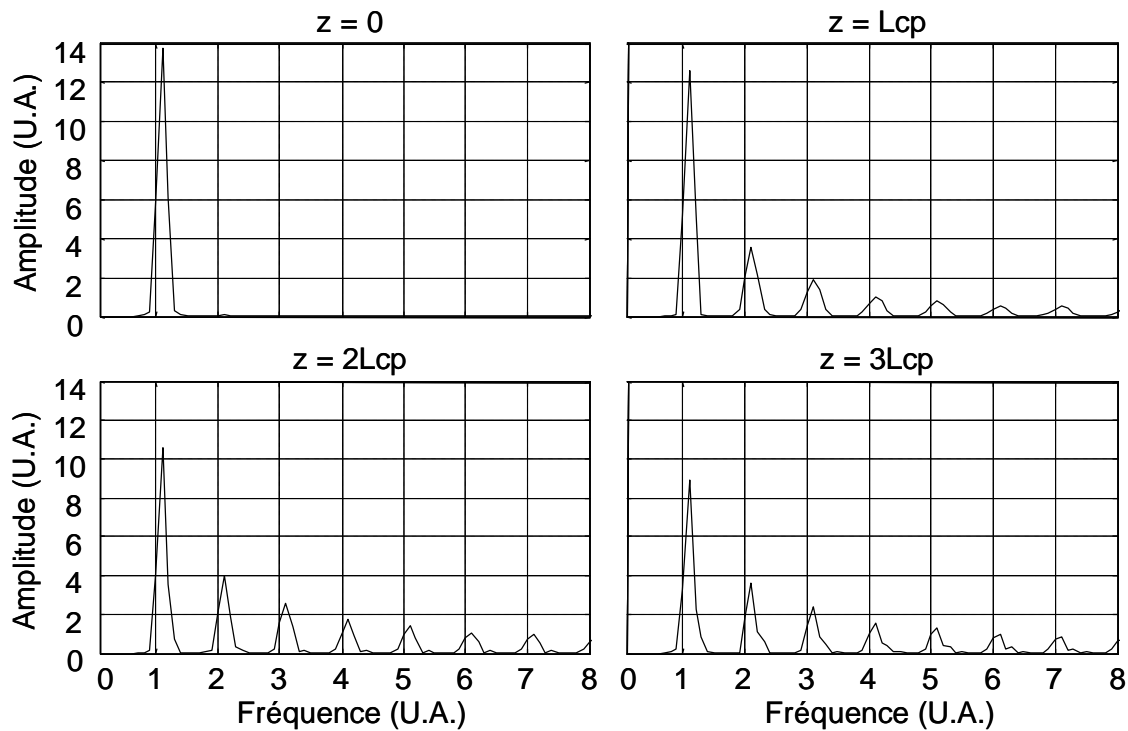


Fig. 2 : Contenu spectral de l'onde plane longitudinale au cours de sa propagation à différentes distances de la source. Toutes les harmoniques apparaissent. L'harmonique fondamentale décroît à cause des effets dissipatifs.

Maintenant une question simple se pose : si nous considérons les cas des ondes transverses planes, comment pouvons-nous décrire la propagation en régime non linéaire et l'équation de Burgers est-elle toujours valable dans ce cas ? C'est ce que nous détaillons dans le paragraphe suivant.

I.B. Ondes transverses d'amplitude finie.

Dans le cas de la propagation d'ondes transverses planes dans la direction de propagation x , c'est-à-dire : $u_x = u_z = 0$ et $\frac{\partial u_y}{\partial z} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0$, alors l'équation 4.2 se réduit à :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0. \quad (4.11)$$

L'équation de propagation linéaire est retrouvée. Dans ce cas il est impossible de décrire la propagation non linéaire d'ondes transverses. En effet, pour obtenir l'équation de propagation non linéaire pour les ondes transverses planes, nous devons considérer le développement de l'énergie interne au quatrième ordre¹² :

$$\begin{aligned} e = & \mu u_{ik}^2 + \frac{\mathbf{I}}{2} u_{ll}^2 \\ & + \frac{A}{3} u_{ik} u_{il} u_{kl} + B u_{ik}^2 u_{ll} + \frac{C}{3} u_{ll}^3 \\ & + D u_{ik} u_{kl} u_{lm} u_{mi} + E u_{ll} u_{ik} u_{km} u_{mi} + F u_{ll}^2 u_{ik}^2 + G (u_{ik} u_{kl})^2 + H u_{ll}^4. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Comme pour les ondes longitudinales, en utilisant l'expression du tenseur des déformations (Eq. 3.4) et l'expression de l'énergie interne (Eq. 4.12), dans l'expression de l'équation du tenseur de Piola-Kirchhoff (Eq. 3.2), puis en tenant compte des propriétés de symétrie des ondes transverses, les termes quadratiques s'annulent et l'équation du mouvement devient alors :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \frac{3\mathbf{b}_s}{2\mathbf{r}_0 c_s^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(u^2 \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad (4.13)$$

où c_s est la vitesse de l'onde de transverse et \mathbf{b}_s est le paramètre non linéaire pour les ondes transverses :

$$\mathbf{b}_s = \mu + \mathbf{I} / 2 + A / 2 + B + D / 2 + G. \quad (4.14)$$

De même, il est plus aisé d'exprimer l'équation de propagation en terme de vitesse particulaire. En dérivant l'équation 4.13 et en procédant au changement d'opérateur suivant,

$\frac{\partial}{\partial x} = - \frac{1}{c_s} \frac{\partial}{\partial t}$, nous obtenons :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = - \frac{3\mathbf{b}_s}{\mathbf{r}_0 c_s^4} \frac{\partial}{\partial x} \left(v^2 \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (4.15)$$

En effectuant le changement de variables suivant, $y = t - \frac{x}{c_s}$ et $x' = x$, c'est-à-dire en se plaçant dans le référentiel se déplaçant avec l'onde et en supposant que le profil de l'onde

dépendant de x varie lentement, nous obtenons l'équation de Burgers modifiée¹⁹ pour les ondes transverses :

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{3\mathbf{b}_s}{2\mathbf{r}_0 c_0^5} v^2 \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (4.16)$$

La solution de Riemann de cette relation (Eq. 4.16) est alors pour une onde simple de la forme :

$$v = f\left(y + \frac{3\mathbf{b}_s}{2\mathbf{r}_0 c_s^5} v^2 x\right). \quad (4.17)$$

où f est définie par les conditions aux limites $v(0, t) = f(t)$. Ainsi l'expression locale de la vitesse c est donnée par :

$$c = c_s \left(1 + v^2 \frac{3\mathbf{b}_s}{2\mathbf{r}_0 c_s^4}\right). \quad (4.18)$$

Cette expression (Eq. 4.18) nous permet d'interpréter qualitativement la formation du profil choqué des ondes transverses. La vitesse de propagation dépend alors d'un terme additionnel qui, étant quadratique, ne fait plus intervenir le signe de la vitesse particulière. De ce fait, les surpressions ainsi que les dépressions se propagent à la même vitesse. En utilisant les conditions aux limites nous retrouvons la distance de choc :

$$L_{CS} = \frac{2\mathbf{r}_0 c_s^5}{3w\mathbf{b}_s v^2}, \quad (4.19)$$

où w est la pulsation de l'onde de cisaillement.

Afin de visualiser la propagation non linéaire à une dimension d'une onde plane de cisaillement, le code de simulation numérique établi pour les ondes longitudinales d'amplitude finie a été modifié. Le code est alors réécrit à partir de l'équation de Burgers modifiée (Eq. 4.16), toujours en tenant compte de la loi des aires égales et de la dissipation due au choc^a.

^a Notons ici que l'équation de Burgers reste une équation de conservation de flux de type : $\frac{dv}{dt} - \frac{df(v)}{dx} = 0$ où $f(v) \propto v^3$ pour les ondes de cisaillement et $f(v) \propto v^2$ pour les ondes de compression.

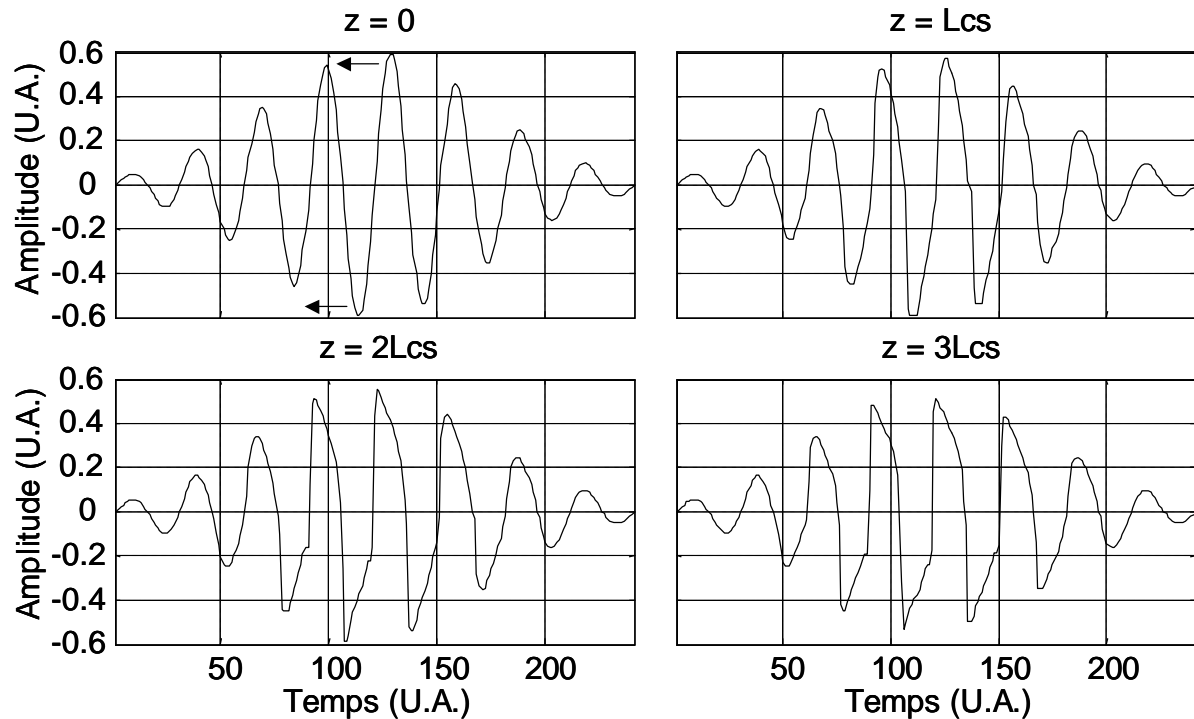


Fig. 3 : Forme temporelle d'une onde de cisaillement plane d'amplitude finie simulée à différentes distances de la source (la distance est exprimée en multiple de la distance de choc dans un milieu sans viscosité). Les surpressions aussi bien que les dépressions se propagent plus rapidement que la vitesse de cisaillement c_S en régime linéaire.

L'évolution de la forme temporelle de l'onde de cisaillement à différentes distances de la source proportionnelle à la distance de choc est représentée Fig. 3. A grande distance ($z = 3L_{CS}$), le profil choqué des ondes transverses est totalement différent du profil en dent de scie des ondes longitudinales. Ceci s'explique à partir de l'expression de la vitesse locale de l'onde (Eq. 4.18). Chaque point du profil de l'onde voyage avec une vitesse constante qui dépend du carré de la vitesse particulière, v^2 . Les fortes amplitudes se propagent plus rapidement que la célérité c_S quelle que soit le signe de la vitesse particulière. L'onde se raidit simultanément sur les demi-périodes négatives et positives. L'allure du signal n'est alors plus symétrique.

Dans le domaine de Fourier, nous notons seulement l'apparition d'harmoniques impaires (Fig. 4).

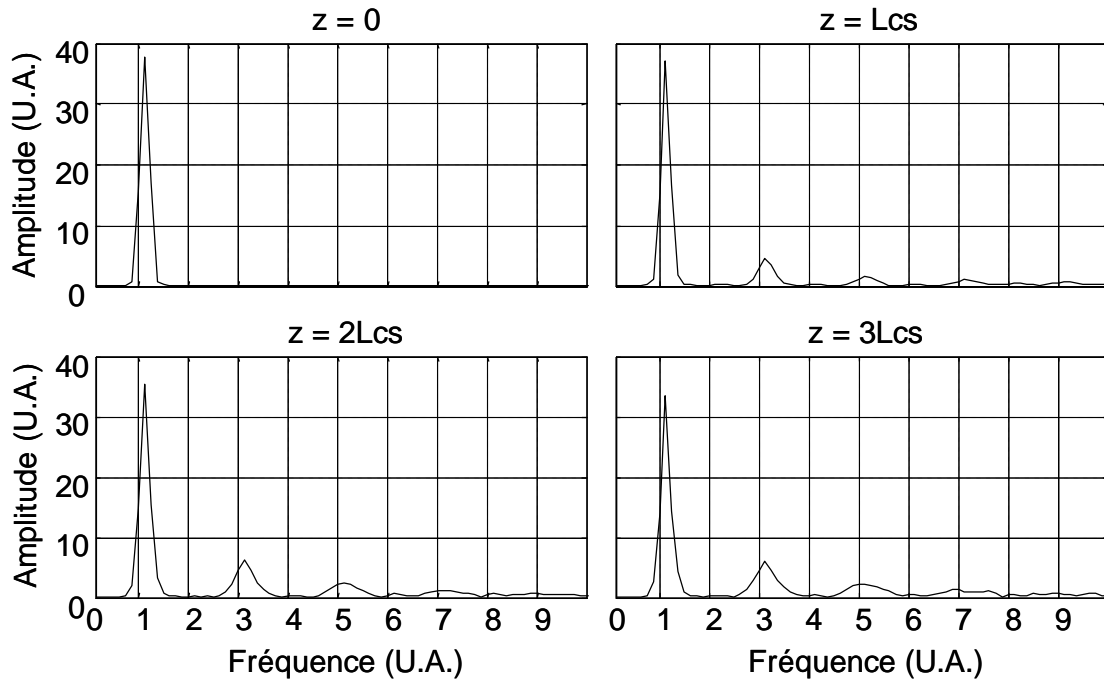


Fig. 4 : Contenu spectral de l'onde plane de cisaillement au cours de sa propagation à différentes distances de la source. Seules les harmoniques impaires apparaissent.

Cette apparition particulière peut être justifiée par une explication simple. Le terme source de l'équation de propagation (Eq. 4.15) est d'ordre trois en ce qui concerne la vitesse particulaire. En posant une solution particulière de cette dernière sous la forme, $v = v_1 \cos(\omega_1 t - k_1 z)$, nous retrouvons :

$$v^3 = \frac{v_1^3}{4} (\cos(3(\omega_1 t - k_1 z)) + \cos(\omega_1 t - k_1 z)), \quad (4.20)$$

où ω_1 et k_1 sont la fréquence angulaire et le nombre d'onde respectivement. Cette expression n'étant constituée que de termes impairs, il n'est donc pas choquant de ne pas voir d'harmoniques paires apparaître. Afin d'observer expérimentalement ce phénomène, le montage suivant est alors mis en place.

II. Observation expérimentale d'ondes transverses choquées.

II.A. Montage expérimental.

Contrairement aux chapitres précédents nous avons utilisé dans cette expérience l'électronique d'élastographie impulsionnelle 2D²⁰ développé au Laboratoire Ondes et

Acoustique au cours des dernières années (cf. chapitre I). Rappelons que, grâce à cette électronique, il est possible d'obtenir une cadence d'imagerie cent fois plus rapide qu'un échographe traditionnel et ainsi de suivre, millimètre par millimètre, la propagation des ondes de cisaillement dans un plan. Sur la figure suivante, un schéma du montage expérimental est représenté :

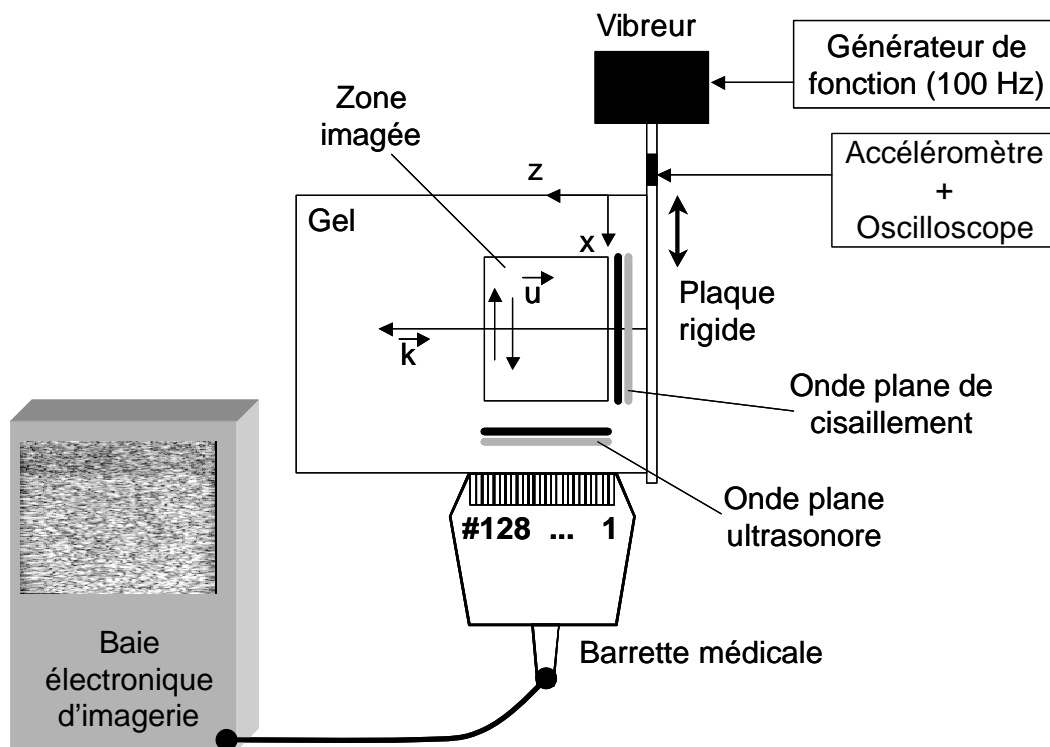


Fig. 5 : Montage expérimental : la barrette de transducteurs est connectée à la baie d'imagerie ultrarapide et insonifie un gel d'Agar-gélatine. Une onde de cisaillement plane basse fréquence (100 Hz) est générée par une plaque appliquée sur un côté du gel. Dans le même temps, 250 ondes planes ultrasonores sont émises et enregistrées avec une cadence de répétition de 3000 Hz.

La barrette est appliquée à la surface d'un gel d'Agar-gélatine. Dans le même temps, une onde de cisaillement plane basse fréquence (100 Hz) est générée. Les vibrations sont produites par l'intermédiaire d'un vibreur (Brüel&Kjær type 4809) relié à un générateur de fonction. Un accéléromètre est placé sur le vibreur afin de contrôler la qualité du mouvement de la source et de détecter d'éventuelles harmoniques émises par cette dernière. La source est une plaque d'aluminium de 110x170 mm². Le mouvement est transmis à la plaque sur laquelle le gel a été fondu. Par conséquent la plaque est solidaire du gel sur toute sa surface. Avec une cadence de 3000 Hz, 250 images ultrasonores sont enregistrées, ce qui correspond à

une durée totale de l'expérience de 83 ms. Le film des déplacements est obtenu toujours par intercorrélacion des images échographiques successives enregistrées.

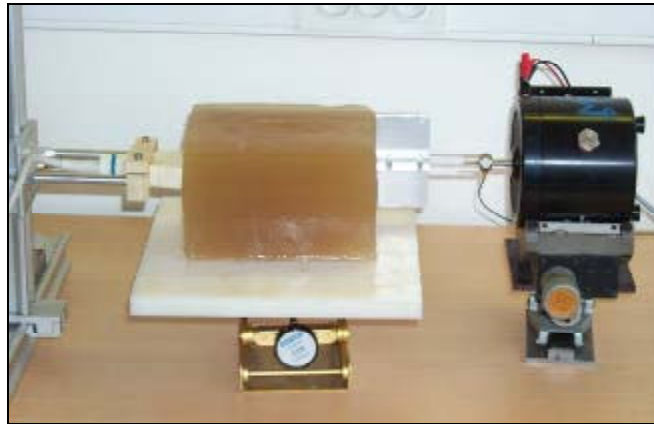


Fig. 6 : Montage expérimental : Le gel d'Agar-gélatine est cisailé par le côté, pendant que la barrette ultrasonore insonifie ce dernier.

A partir du film des déplacements, nous vérifions que le montage (Fig. 6) permet de générer une onde plane de cisaillement. Puis nous présentons les résultats obtenus pour deux régimes : petites et fortes amplitudes de vibration.

II.B. Résultats et discussion.

En premier lieu, nous effectuons l'expérience pour une vibration basse fréquence de faible amplitude. Une série d'arches de sinusoïde à la fréquence centrale de 100 Hz est générée. Grâce à l'accéléromètre fixé sur le vibreur, nous vérifions que le signal émis par le vibreur est conforme à celui programmé dans l'électronique (Fig. 7). En d'autres termes, nous nous assurons qu'il ne possède pas de caractère non linéaire.

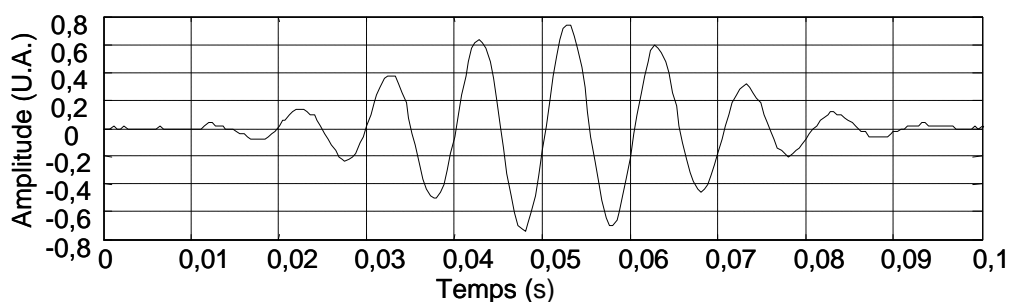


Fig. 7 : Signal basse fréquence (100 Hz) généré par la source dans le milieu. Ce dernier est mesuré grâce à un accéléromètre fixé sur le vibreur.

Le champ de déplacements transverses de l'onde de cisaillement est cartographié dans une région de 40 mm centré autour de l'axe de symétrie de la plaque (axe k sur le schéma Fig. 5). L'onde de cisaillement est effectivement plane autour de l'axe de propagation. Sur la figure suivante, nous observons la propagation de l'onde de cisaillement à différents instants sur un plan de 40x40 mm² situé au centre du gel. La légère inclinaison du front d'onde plan est dû à un mauvais alignement de la barrette par rapport à la source.

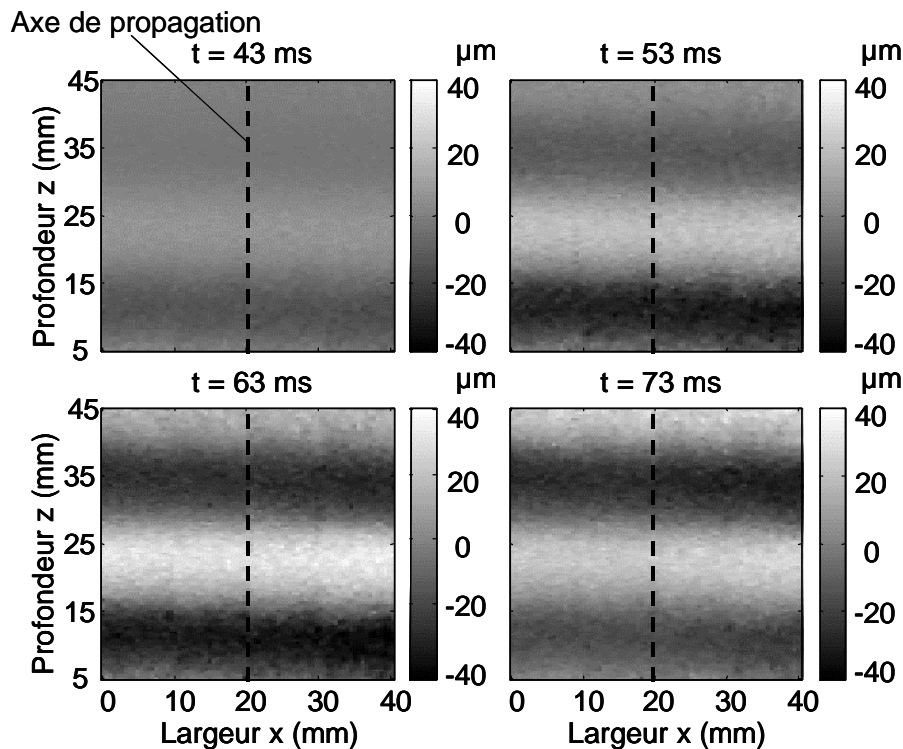


Fig. 8 : Image du champ de déplacement de l'onde de cisaillement à différents temps le long de l'axe de symétrie de la plaque (axe k). Dans une région de 40 mm située autour de cet axe l'onde de cisaillement est parfaitement plane. La légère inclinaison du front d'onde sur la droite est due à un alignement difficile de la barrette d'imagerie par rapport à la source.

Dans la suite de ce travail de recherche, nous ne présenterons le champ des déplacements transverses de l'onde de cisaillement que sur l'axe de symétrie de la plaque. La propagation de l'onde sera suivie sur 40 mm, distance équivalente à la taille de la barrette, à l'abscisse $x = 20$ mm (Fig. 8). Par la suite nous appellerons cet axe, « profondeur ». La vitesse particulière de l'onde de cisaillement de faible amplitude en fonction du temps est présentée à différentes positions de la source sur la figure suivante. Le profil de l'onde de cisaillement est identique au signal mesuré sur l'accéléromètre. A chaque profondeur le déphasage de l'onde de cisaillement à la fréquence centrale d'excitation est estimé. Ce dernier est relié à la vitesse

de l'onde et $c_S = 1,6$ m/s. De plus, l'amplitude de l'onde décroît à cause des effets de dissipation.

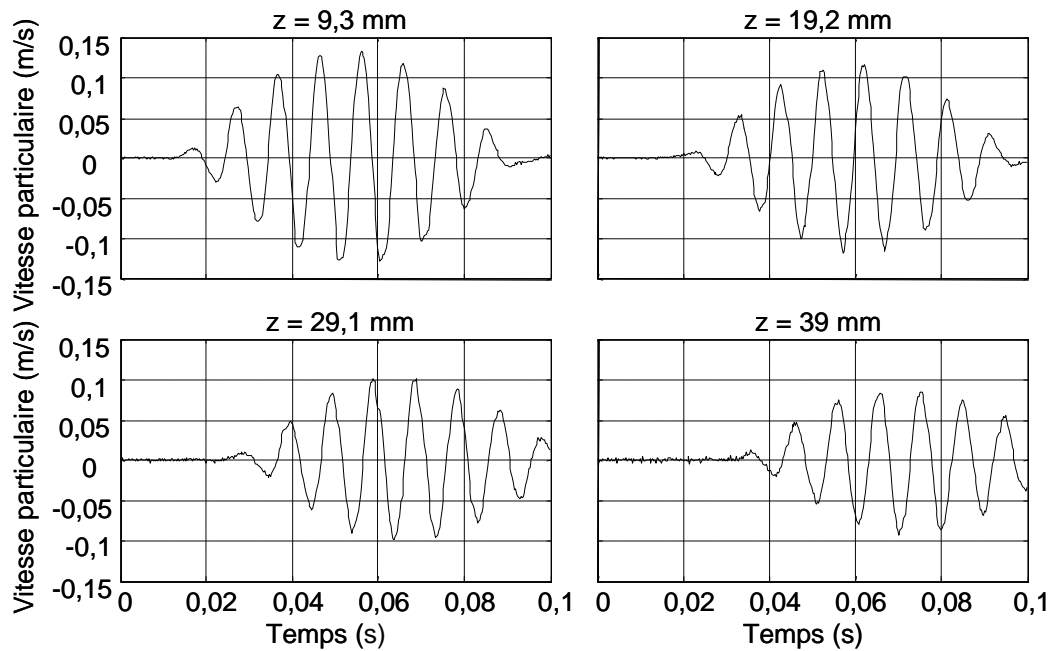


Fig. 9 : Résultats expérimentaux pour une onde de cisaillement de faible amplitude. Vitesse particulaire de cisaillement à différentes distances de la source. Le déphasage de l'onde au cours de la propagation permet de retrouver la vitesse de l'onde : $c_S = 1,6$ m/s.

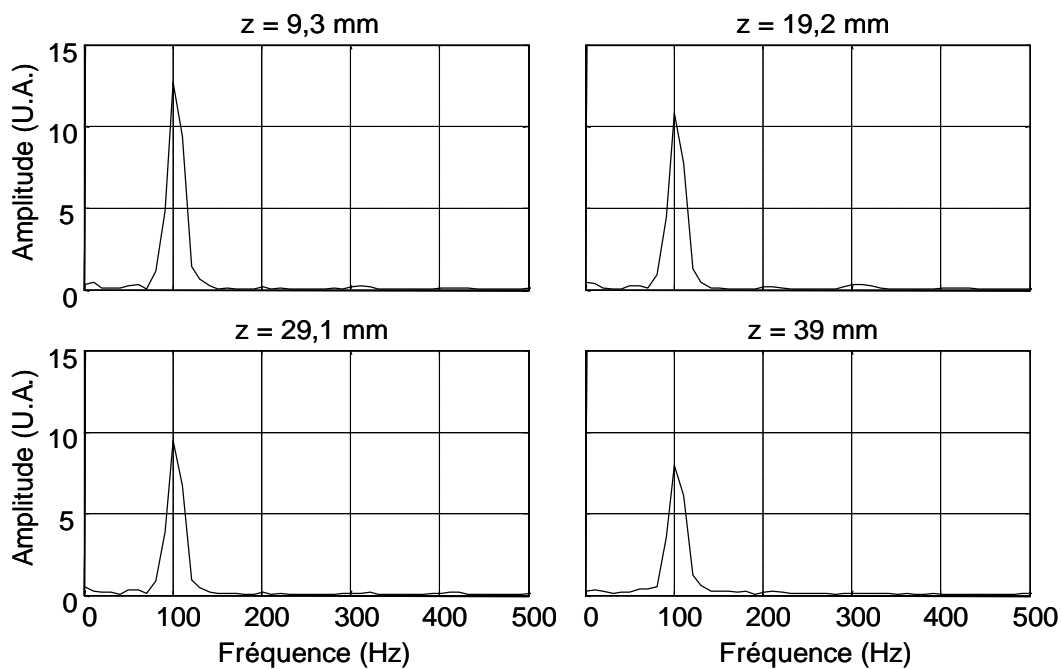


Fig. 10 : Spectre de la vitesse particulaire de cisaillement à différentes distances de la source. L'estimation de la décroissance en amplitude en fonction de la profondeur de l'harmonique fondamentale permet de retrouver le coefficient d'atténuation du milieu : $a_S = 17,4$ Neper/m.

Sur la Fig. 10, est représenté le spectre de la vitesse particulaire à chaque profondeur. Seule l'harmonique fondamentale est présente. De l'estimation de la variation d'amplitude en fonction de la profondeur, le coefficient d'atténuation du milieu est obtenu : $a_S = 17,4$ Neper/m.

Dans un deuxième temps, l'expérience est réalisée pour une onde de forte amplitude. L'évolution de cette dernière en fonction du temps est représentée à différentes profondeurs sur la figure suivante :

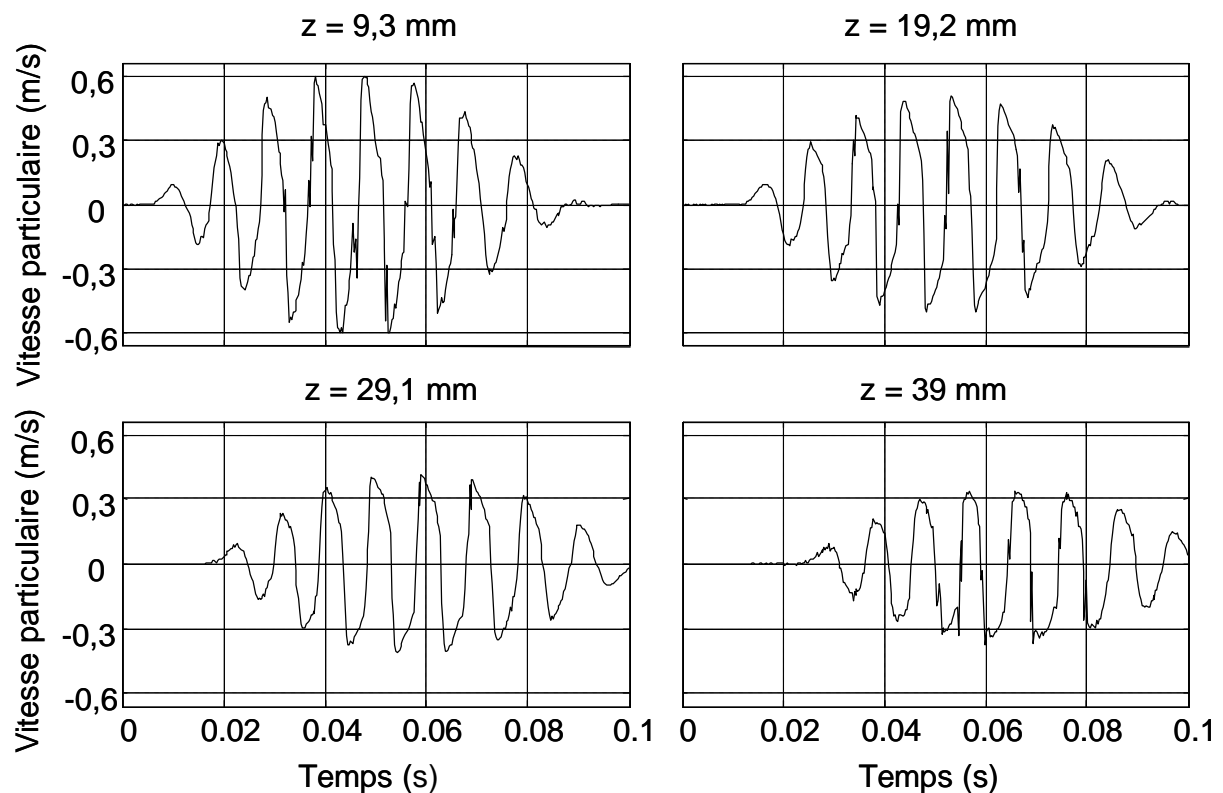


Fig. 11 : Résultats expérimentaux pour une onde de cisaillement de forte amplitude. Vitesse particulaire de cisaillement à différentes distances de la source. Le profil choqué prévu théoriquement est retrouvé à faible profondeur.

Le profil non symétrique prévu théoriquement est retrouvé à faible profondeur ($z = 19,2$ mm) (Fig. 11). En effet, le front d'onde se déforme dans le même sens que soit le signe de la vitesse particulaire. Cependant, lors de cette expérience il est ardu d'observer la formation du choc de l'onde de cisaillement due aux effets cumulatifs. Trois raisons principales justifient ce résultat :

Tout d'abord expérimentalement, le positionnement de la barrette de transducteurs près de la source est difficile à contrôler. C'est pourquoi le champ de déplacements de l'onde

de cisaillement est mesuré au plus près de la source à 5 mm, position estimée entre la source et le premier transducteur. L'erreur de positionnement est de l'ordre du millimètre.

Deuxièmement, en termes de nombre de Mach, nous constatons que celui-ci est élevé : $M = 0,37$. Ce dernier étant défini comme le rapport de la vitesse particulaire ($v_0 = 0,6$ m/s) sur la vitesse de l'onde ($c_S = 1,6$ m/s). La distance de choc est alors très proche de la source. En effet, cette dernière dépend de l'inverse du nombre de Mach :

$$L_{CS} = \frac{2r_0 c_S^2}{3w \mathbf{b}_S M^2}, \quad (4.21)$$

Par une application numérique simple, en prenant un coefficient non linéaire de cisaillement raisonnable, $\mathbf{b}_S \approx 5$ kPa, la distance de choc est de l'ordre de quelques millimètres. Notons, à titre de comparaison, qu'il est plus commun de trouver dans la littérature des nombres de Mach de l'ordre de 10^{-3} pour les cristaux ou les métaux, dans le cas d'ondes longitudinales. La formation du choc n'intervient alors, généralement, qu'après une propagation sur un nombre important de longueur d'onde.

Enfin, à cause des effets dissipatifs, la vitesse particulaire diminue au cours de la propagation. Le nombre de Mach décroît alors en proportion, et l'onde perd progressivement son profil choqué. La viscosité de cisaillement contrecarre la formation progressive du choc.

Dans le domaine de Fourier, nous ne voyons apparaître que les harmoniques impaires. L'évolution du contenu spectral de l'onde de cisaillement en fonction de la profondeur est présentée Fig. 12 :

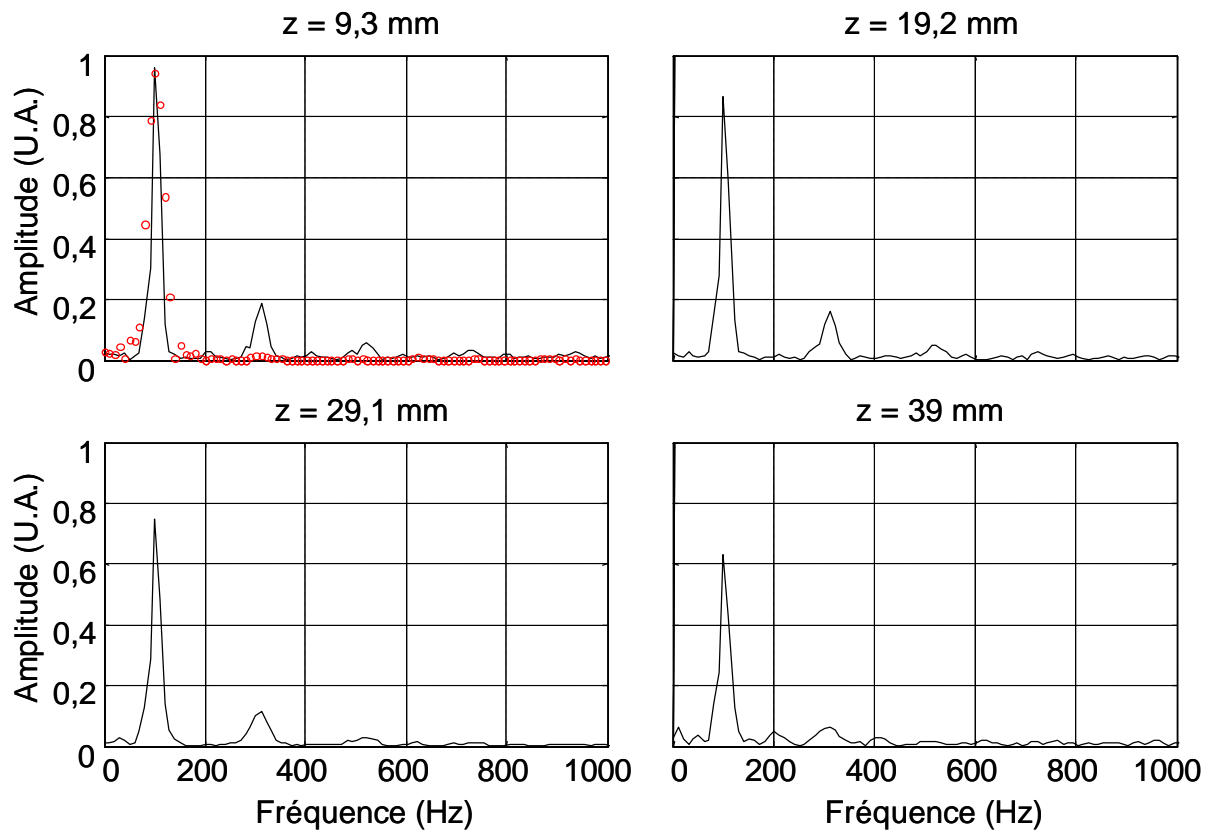


Fig. 12 : Contenu spectral de l'onde de cisaillement à différentes distances de la source. Seules les harmoniques impaires apparaissent. L'harmonique fondamentale décroît avec la profondeur, une partie de son énergie est transmise aux harmoniques supérieures et les effets dissipatifs sont importants. A la première profondeur ($z = 9,3$ mm), est superposé en pointillé rouge le spectre du signal enregistré sur l'accéléromètre.

En pointillés rouges, sur le contenu spectral de l'onde de cisaillement représenté à 9,3 mm, est tracé le spectre du signal enregistré par l'accéléromètre. Seule la composante fondamentale est présente. De ce fait la non linéarité observée ne provient pas de la source. L'apparition des harmoniques est donc bien due aux effets non linéaires de l'onde de cisaillement au cours de sa propagation.

A faible profondeur sont observées en plus de l'harmonique fondamentale, les harmoniques trois, cinq et sept. La fréquence centrale de 100 Hz de l'harmonique fondamentale est choisie de manière à pouvoir observer plus facilement les harmoniques supérieures. En effet, les deux dernières harmoniques sont difficilement visibles à cause du rapport signal sur bruit. Pour avoir une séparation nette entre les harmoniques, la fréquence d'échantillonnage des déplacements est fixée à 3000 Hz. Afin d'éliminer une partie du bruit, nous moyennons le champ des déplacements à la même profondeur sur trois points centrés autour de l'axe k (Fig. 5).

Au cours de la propagation, la composante fondamentale ainsi que les premières harmoniques décroissent en partie à cause de la cascade d'énergie vers les harmoniques supérieures, mais aussi à cause des effets dissipatifs qui deviennent de plus en plus importants à hautes fréquences. Il devient alors intéressant d'étudier l'évolution en amplitude des harmoniques au cours de la propagation.

II.B.1 Evolution des harmoniques.

Nous représentons l'évolution des amplitudes de chaque harmonique impaire en fonction de la distance de propagation (Fig. 13).

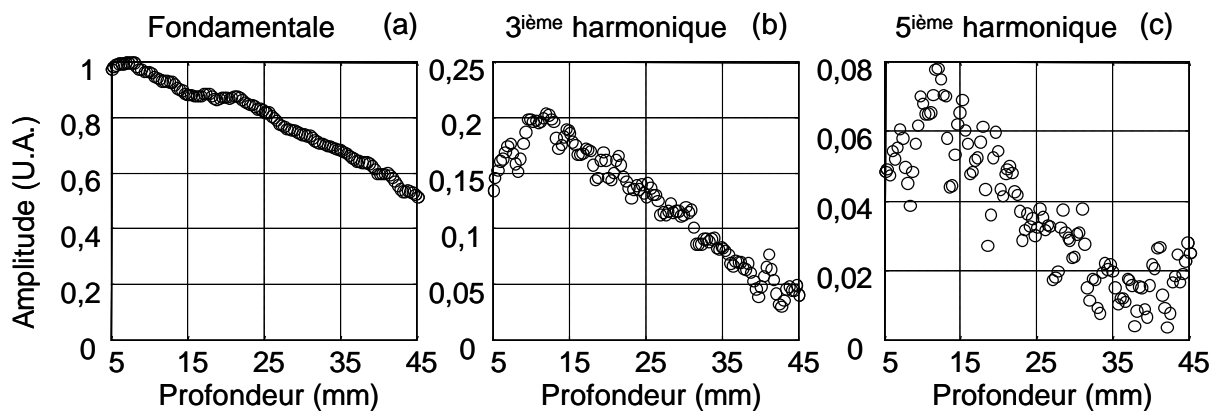


Fig. 13 : Amplitude expérimentale des harmoniques fondamentale (a), troisième (b) et cinquième (c) en fonction de la profondeur. L'énergie de la fondamentale est transmise aux harmoniques supérieures jusqu'à ce que les effets dissipatifs deviennent prédominants, à partir de 12,5 mm environ.

L'harmonique fondamentale décroît pour deux raisons principales : une partie de son énergie est transmise aux harmoniques supérieures à cause des effets non linéaires et une partie est dissipée. Les harmoniques suivantes, troisième et cinquième, augmentent en amplitude jusqu'à ce que les effets dissipatifs ne soient plus négligeables et deviennent prédominants. Ce phénomène apparaît à partir de la position du maximum de l'amplitude de la troisième harmonique. Cette position est déterminée à 12,5 mm environ par une régression avec un polynôme d'ordre trois des valeurs expérimentales.

Cependant, comment évolue la position de ce maximum en fonction de l'amplitude de l'onde émise ? De l'équation 4.19, la distance de choc varie en fonction de la vitesse particulaire v , dépendant de l'amplitude de l'onde émise. De ce fait la position du maximum de l'amplitude des harmoniques varie de façon similaire. Nous avons donc refait l'expérience

en faisant varier l'amplitude de l'onde émise arbitrairement de 1 à 0,7. La barrette de transducteurs est placée au plus près de la source de cisaillement, c'est-à-dire 5 mm. Nous traçons les résultats obtenus sur le figure suivante pour la troisième harmonique, car l'amplitude de la cinquième harmonique est trop faible pour une analyse quantitative.

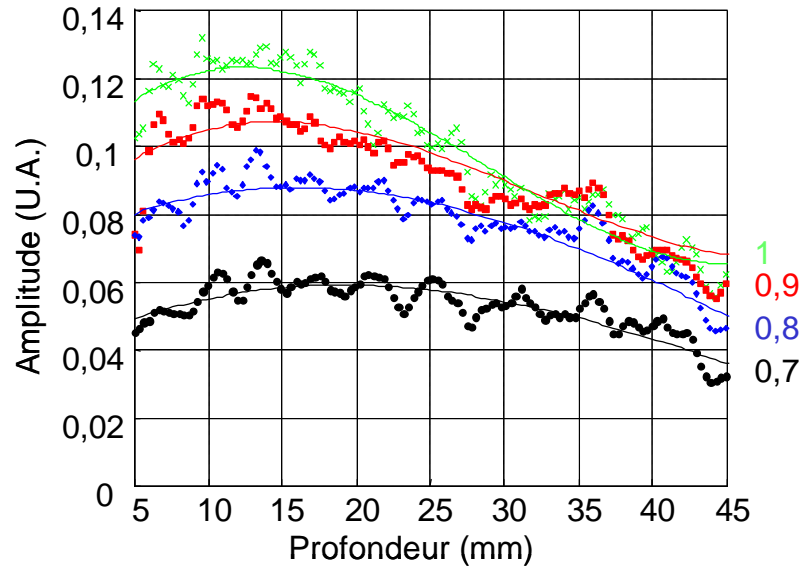


Fig. 14 : Amplitude de la troisième harmonique en fonction de la profondeur. Chaque courbe du haut vers le bas correspond à un signal émis avec une amplitude arbitraire décroissante de 1 à 0,7. Nous observons alors que le maximum d'amplitude, obtenu par une régression avec un polynôme d'ordre trois, s'éloigne de la source à mesure que l'amplitude diminue.

Par une régression avec un polynôme d'ordre trois, nous trouvons la position du maximum d'amplitude de la troisième harmonique de chaque série de données. Les positions sont successivement 12,5 mm, 14,2 mm, 16,9 mm et 20,1 mm respectivement. Ceci illustre bien qualitativement le résultat pour lequel la position du maximum augmente avec la décroissance en amplitude de l'onde émise.

Pour confirmer le résultat obtenu, nous avons modélisé ce phénomène avec la simulation numérique citée précédemment. Les paramètres utilisés pour la simulation sont : $F_{BF} = 100$ Hz, $V_S = 0,6$ m/s, $\rho_0 = 1100$ kg/m³, $c_S = 1,6$ m/s, $F_{ECH} = 3000$ Hz, $b_S = 5,1$ kPa, pour la fréquence de l'onde de cisaillement, la vitesse particulière de cisaillement, la densité, la célérité de l'onde de cisaillement, la fréquence d'échantillonnage des déplacements et le coefficient non linéaire de cisaillement respectivement. Ces valeurs sont prises de manière à être au plus près de l'expérience. Sur la figure suivante nous représentons les courbes

simulées et par un point seul la position des maxima des expériences. Les positions des maxima simulées ne sont pas en très bon accord avec l'expérience, sauf dans le cas de l'amplitude maximum. En effet ces dernières augmentent régulièrement à mesure que l'amplitude diminue mais sont beaucoup plus importantes. Ceci résulte de la non prise en compte de la viscosité du milieu dans la simulation effectuée.

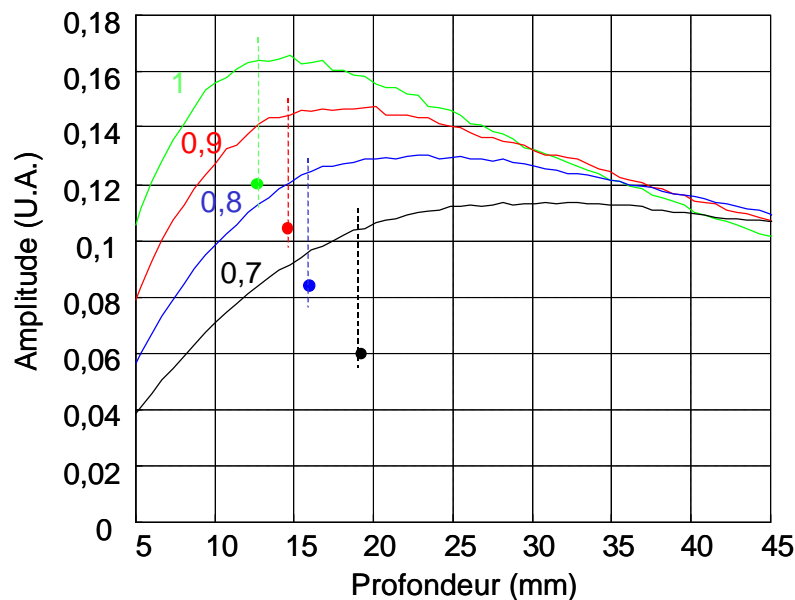


Fig. 15 : Simulation numérique de l'amplitude de la troisième harmonique en fonction de la profondeur. Les positions des maxima simulées ne correspondent pas avec celles des expériences représentées par des points seuls. La viscosité doit dès lors être prise en compte.

L'impact de la viscosité sur les phénomènes non linéaires est quantifié par le nombre de Gol'dberg sans dimension N_G . Ce dernier est défini comme le rapport de la longueur d'atténuation L_a , sur la distance de choc L_{CS} . La longueur d'atténuation ($L_a = 57,5$ mm) est déterminée à partir du coefficient d'atténuation α_s obtenu expérimentalement à partir de la loi de décroissance en amplitude d'une onde plane de faible amplitude. Les distances de chocs sont respectivement calculées pour chaque amplitude à partir de la relation 4.19 : 6,7 mm, 8,2 mm, 10,4 mm et 13,6 mm. Ainsi les nombres de Gol'dberg pour chaque amplitude décroissante sont respectivement : 8,6, 6,9, 5,5 et 4,2. Bien que ces derniers soient importants, les effets de la viscosité ne sont donc pas négligeables. Nous avons en conséquence cherché à introduire dans la simulation ce paramètre important afin de modéliser correctement le phénomène.

II.B.2 Un paramètre important : la viscosité.

Pour adapter la simulation à notre problème nous avons réécrit l'équation de Burgers modifiée en tenant compte du terme de viscosité. Nous retrouvons cette dernière en exprimant la loi de Hooke (Eq. 1.1) au troisième ordre. Comme nous l'avons expliqué au début de ce chapitre les termes d'ordre quadratique n'apparaissent pas pour des raisons de symétrie. Ainsi en tenant compte de la viscosité de cisaillement nous obtenons :

$$T = ES + \mathbf{b}_s S^3 - \mathbf{c} \frac{\partial S}{\partial t}, \quad (4.22)$$

où T , S sont respectivement la contrainte et les déformations, E et \mathbf{b}_s les coefficients élastiques linéaire et non linéaire de cisaillement et \mathbf{c} le coefficient de viscosité de cisaillement. En utilisant la relation 4.22 dans l'équation du mouvement (Eq. 3.1), nous retrouvons l'équation de propagation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{\mathbf{b}_s}{r_0 c_s^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^3 + \frac{\mathbf{c}}{r_0 c_s^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right). \quad (4.23)$$

En effectuant le changement d'opérateur suivant $\frac{\partial}{\partial x} = -\frac{1}{c_s} \frac{\partial}{\partial t}$, nous retrouvons l'équation de propagation à une dimension pour la vitesse particulière :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\frac{3\mathbf{b}_s}{r_0 c_s^4} \frac{\partial}{\partial x} \left(v^2 \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\mathbf{c}}{r_0 c_s^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right). \quad (4.24)$$

En effectuant le changement de variables suivant, $y = t - \frac{x}{c_s}$ et $x' = x$ et en supposant que x varie lentement, nous obtenons l'équation de Burgers modifiée avec viscosité :

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{3\mathbf{b}_s}{2r_0 c_s^5} v^2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\mathbf{c}}{2r_0 c_s^3} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0. \quad (4.25)$$

Ainsi nous avons élaboré une nouvelle simulation numérique à partir de la relation 4.25.

Dans cette modélisation le paramètre de viscosité est fixé à 0,4 Pa.s. Ce dernier est déterminé expérimentalement à partir de la mesure de la célérité de l'onde de cisaillement ($c_s = 1,6$ m/s) et du coefficient d'atténuation ($\mathbf{a}_s = 17,4$ Neper/m). La relation d'inversion des coefficients élastiques et visqueux en fonction de la célérité et du coefficient d'atténuation est donnée en annexe. Nous présentons les résultats obtenus sur le graphique suivant :

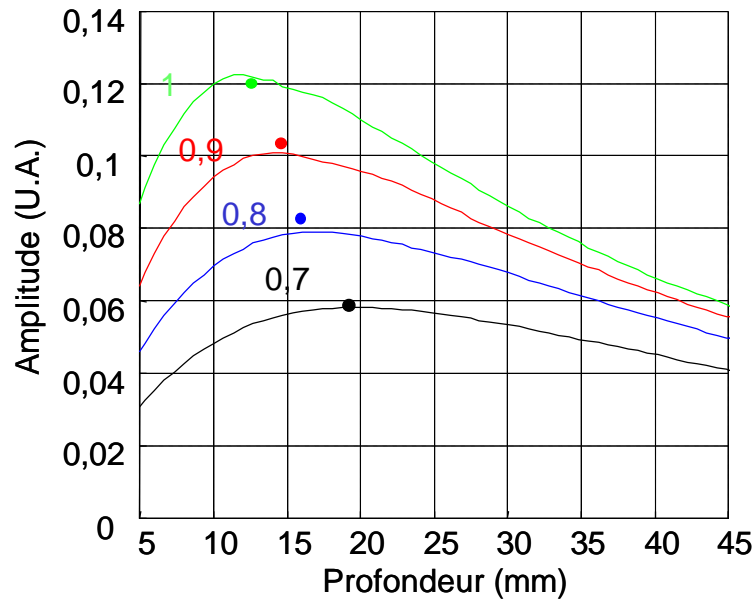


Fig. 16 : Simulation numérique de l'amplitude de la troisième harmonique de cisaillement en fonction de la profondeur avec viscosité. Les positions des maxima d'amplitude augmentent régulièrement au cours de la propagation à mesure que l'amplitude de l'onde décroît. Ces dernières coïncident parfaitement avec les résultats expérimentaux représentés par un point seul.

Nous constatons que la position des maxima augmente à mesure que l'amplitude de l'onde de cisaillement diminue. Pour chaque valeurs d'amplitude décroissante les positions des maxima sont 12,6 mm, 14,6 mm, 17,2 mm et 20,5 mm respectivement. Ces résultats sont en bon accord avec les positions des maxima expérimentaux représentées par un point seul (Fig. 16). L'erreur maximale effectuée est de 3 %. Cet écart peut s'expliquer par les différents problèmes expérimentaux suivants. Rappelons que nous ne contrôlons pas parfaitement l'espace entre la barrette ultrasonore permettant d'imager la propagation et la source de cisaillement. Or, cette distance est essentielle car elle nous permet de définir l'origine de mesure de la position du maximum. Dans le cas le moins précis, une erreur de l'ordre du millimètre est commise.

De plus les variations d'amplitudes expérimentales ne sont pas parfaitement contrôlées comme en simulation. En effet, la chaîne électronique d'amplification n'est pas parfaitement calibrée. Faire varier l'amplitude de 1 à 0,7 sur le potentiomètre ne signifie alors pas réellement la même variation au niveau de la source. Toutefois le comportement global des résultats expérimentaux et théoriques est cohérent. Le facteur de viscosité ne doit donc pas être négligé devant les effets non linéaires. Maintenant que se passe t-il si l'onde de cisaillement n'est plus plane ?

III. Cas général : l'onde de cisaillement non plane.

Pour répondre à cette question nous avons utilisé le palpeur acoustique présenté dans les chapitres précédents. Dans la suite de cette partie nous ne décrivons que qualitativement le phénomène. La simulation numérique n'étant pas adaptée à la propagation d'ondes non planes, nous ne présenterons ici que les résultats expérimentaux. Une étude numérique complète nécessiterait le développement d'un code de propagation beaucoup plus complexe prenant en compte les phénomènes de diffraction en régime fortement non linéaire. Le palpeur est alors appliqué à la surface d'un gel d'Agar-gélatine (Fig. 17).

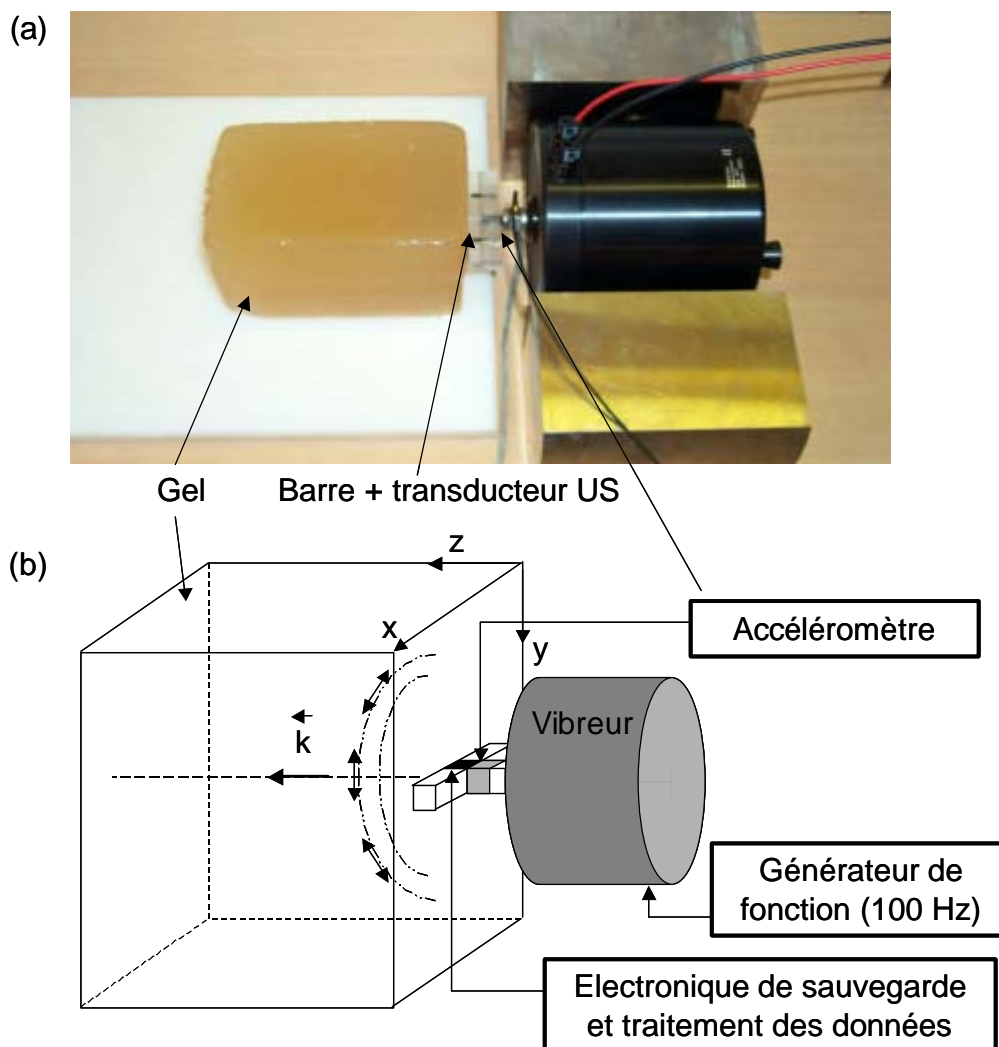


Fig. 17 : (a) Montage expérimental pour suivre la propagation à une dimension d'une onde de cisaillement d'amplitude finie. Le palpeur acoustique est appliqué à la surface d'un gel d'Agar-gélatine. (b) Une série d'arches de sinusoïde (100 Hz) de forte amplitude est générée dans le milieu. Les déplacements sont calculés le long de l'axe ultrasonore k .

Une série d'arches de sinusoïde de forte amplitude de fréquence centrale 100 Hz est générée. Sur le palpeur, est ajouté un accéléromètre de manière à vérifier la linéarité du signal basse fréquence émis. Les déplacements de l'onde de cisaillement sont mesurés le long de l'axe ultrasonore k . Avec une cadence de 3000 Hz, 200 images ultrasonores sont enregistrées. Le champ des déplacements est ensuite calculé par intercorrélation.

La vitesse particulière de l'onde de cisaillement de forte amplitude à différentes profondeurs en fonction du temps est représenté le long de l'axe du faisceau ultrasonore sur le graphique ci-dessous. D'un point de vue qualitatif, le profil de l'onde est différent de celui observé dans le cas d'une onde plane de forte amplitude. La vitesse particulière diminue au cours de la propagation à cause des effets dissipatifs.

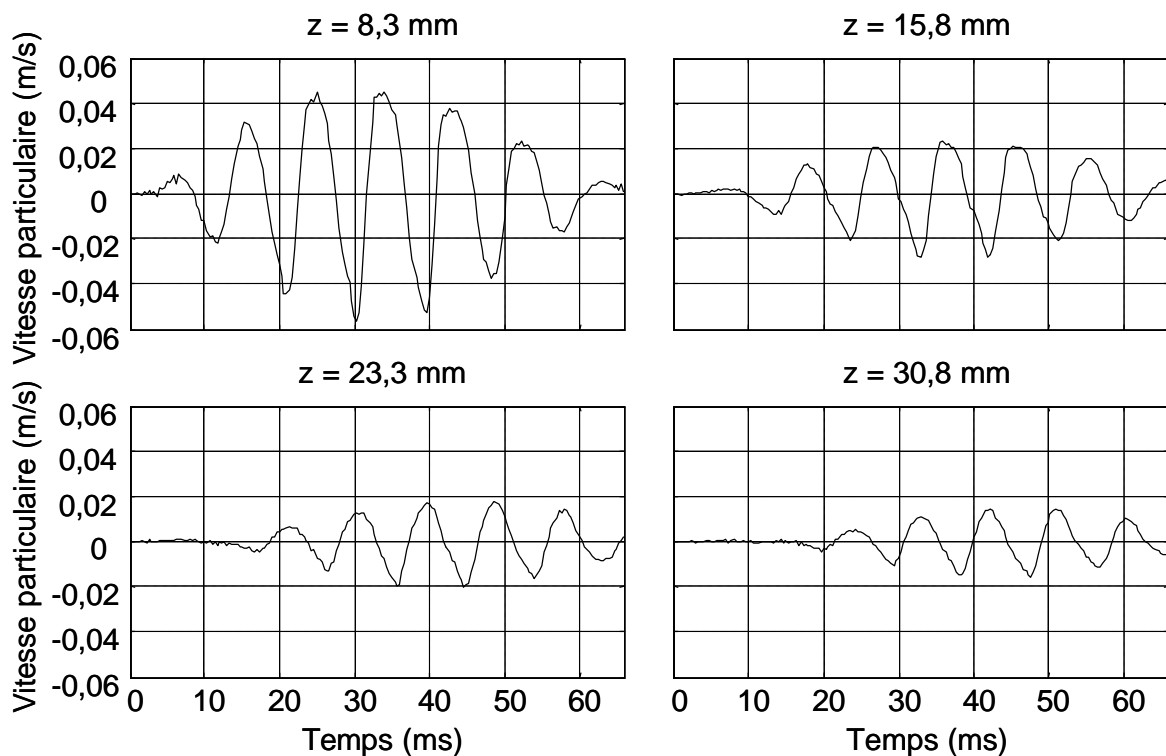


Fig. 18 : Résultats expérimentaux avec le palpeur acoustique. Vitesse particulière de l'onde de cisaillement à différentes distances de la source en fonction du temps. Le profil de l'onde est complètement différent de celui observé dans le cas d'une onde plane.

Dans la domaine spectral, les harmoniques paires et impaires apparaissent (Fig. 19). En pointillés rouges nous traçons le spectre du signal enregistré par l'accéléromètre. Ainsi nous vérifions que les phénomènes non linéaires observés ne proviennent pas de la source. Comme dans le cas de l'onde plane, il est très difficile d'observer l'augmentation de la composante fondamentale jusqu'à la formation du choc de l'onde car les effets de diffraction

et de dissipation ne sont pas négligeables. De plus, l'harmonique fondamentale décroît rapidement au cours de la propagation du fait de la dissipation et des phénomènes de transmission d'énergie aux harmoniques supérieures.

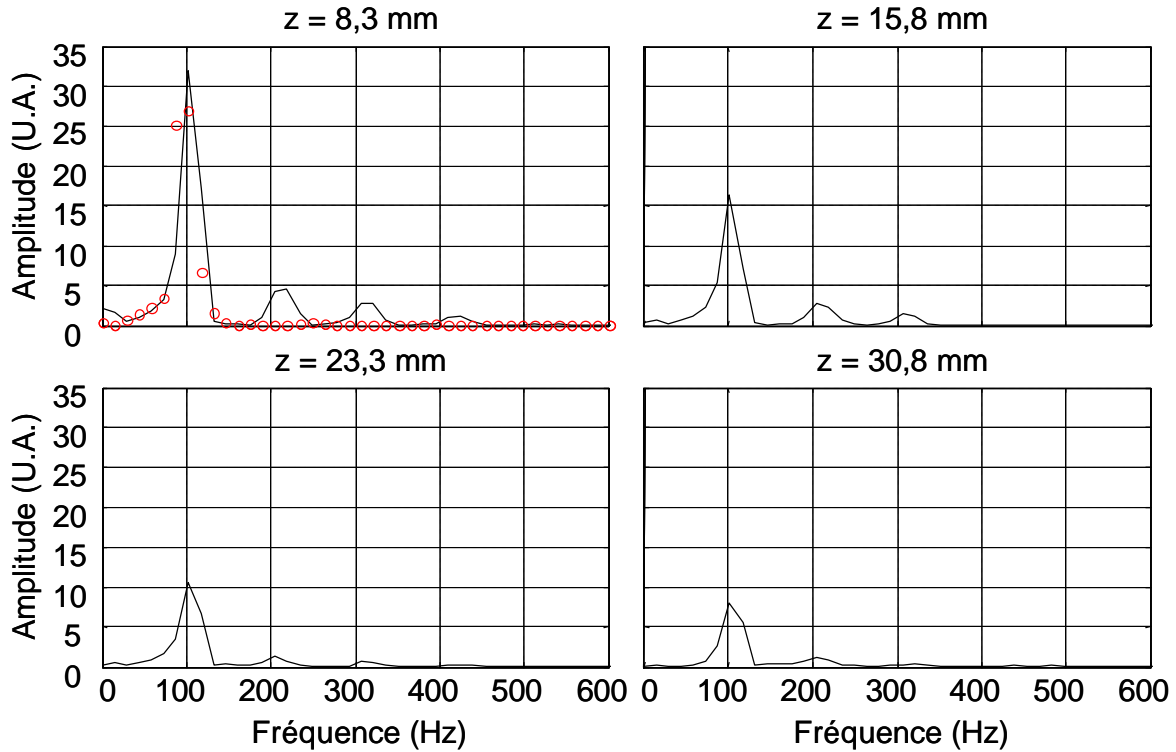


Fig. 19 : Contenu spectral de l'onde de cisaillement à différente profondeur. Les harmoniques paires et impaires apparaissent. A la première profondeur ($z = 8,3 \text{ mm}$) est tracé en pointillés rouges le spectre du signal enregistré par l'accéléromètre au niveau de la source.

D'un point de vue théorique, l'apparition des harmoniques paires dans le spectre de l'onde de cisaillement est prévue. En effet, Z. Zabolotskaya¹² explique que, dans le cas d'ondes planes polarisées linéairement, circulairement ou elliptiquement, la génération d'harmoniques paires est nulle. Par contre dans le cas d'un faisceau gaussien, pour une onde possédant une polarisation aléatoire, ou par interaction paramétrique entre l'harmonique fondamentale et troisième, la génération d'harmoniques secondes est possible. Dans notre cas nous sommes confrontés à la propagation d'ondes non planes et nos observations expérimentales corroborent ces considérations théoriques. Contrairement à la première expérience qui mettait en jeu des ondes planes transverses, nous avons bien ici apparition d'harmoniques paires. Une hypothèse probable est que les phénomènes de couplage entre les ondes de compression et de cisaillement interviennent dans l'apparition des harmoniques paires. Il semble donc intéressant à l'avenir de quantifier ces effets ainsi que les phénomènes

de diffraction afin de déterminer leur influence sur la non linéarité de cisaillement. Par ailleurs notons que pour une application *in vivo* du palpeur acoustique, la génération d'une onde plane transverse est inenvisageable et nous serions confrontés à ce type de résultats. Il faudra donc être capable de quantifier l'influence de la diffraction et des phénomènes de couplage sur la génération d'harmoniques à la fois paires et impaires.

IV. Conclusion de ce chapitre.

Dans ce chapitre nous avons vu qu'il est possible de générer et d'observer expérimentalement la propagation non linéaire d'ondes planes de cisaillement. Le profil choqué des ondes de cisaillement obtenu est alors différent du profil classique des ondes planes longitudinales. En effet, les considérations théoriques sur l'équation de Burgers modifiée posent que, chaque point du profil de l'onde voyage avec une vitesse qui dépend du carré de la vitesse particulière. Les dépressions se propagent à la même vitesse que les surpressions, au contraire du cas des ondes longitudinales. Ainsi, seules les harmoniques impaires apparaissent dans le spectre de l'onde de cisaillement. Ces résultats ont été confirmés par une simulation numérique qui nous a permis d'approfondir notre analyse par une étude de la position du maximum de l'amplitude de la troisième harmonique. De plus, nous avons montré que le paramètre de viscosité est alors très important et ne peut être négligé. Dans le cas des ondes planes de cisaillement, l'étude de l'évolution des harmoniques au cours de la propagation permet de remonter aux paramètres de non linéarité et de viscosité de cisaillement. En dernier lieu, nous avons observé la propagation non linéaire d'ondes non planes de cisaillement. Le profil choqué de l'onde est alors différent du cas de l'onde plane et dans le domaine de Fourier toutes les harmoniques apparaissent au cours de la propagation. L'étude approfondie des phénomènes de diffraction permettrait de mieux comprendre la formation de chaque harmonique et éventuellement de remonter au coefficient non linéaire de cisaillement. De ce fait il serait possible d'utiliser le palpeur acoustique pour l'étude des propriétés non linéaires des tissus biologiques *in vivo*. Nous pourrions ainsi compléter par la mesure d'un nouveau paramètre, les applications existantes du palpeur acoustique dont nous présentons deux applications dans le chapitre suivant.

Références.

-
- ¹ W.J.M. Rankine, « On the thermodynamic theory of waves of finite longitudinal disturbance. », *Phil. Trans. Roy. Soc.*, **160**, pp. 277-288, 1870.
- ² H. Hugoniot, « Mémoire sur la propagation du mouvement dans les corps et spécialement dans les gaz parfaits. », *J. de l'école Polytech.*, **57**, pp. 3-97, 1887.
- ³ R.D. Fay, « Plane sound waves of finite amplitude », *J. Acoust. Soc. Am.*, **3**, pp. 222-241, 1931.
- ⁴ E. Fubini, « Anomalie nella propagazione di onde acustiche di grande ampiezza », *Alta. Frequenza*, **4**, pp. 530-581, 1935.
- ⁵ A.L. Thuras, R.T. Jenkins, H.T. O'Neil, « Extraneous frequencies generated in air carrying intense sound waves. », *J. Acoust. Soc. Am.*, **6**, pp. 173-180, 1935.
- ⁶ A.C. Eringen *et al.*, « Nonlinear theory of continuous media », *McGraw-Hill*, New York, 1962.
- ⁷ R.N. Thurston, M.J. Shapiro, « Interpretation of ultrasonic experiments on finite-amplitude waves. », *J. Acoust. Soc. Am.*, **41**, pp. 1112-1125, 1967.
- ⁸ L.K. Zarembo, V.A. Krasil'nikov, « Nonlinear phenomena in the propagation of elastic waves. », *Sov. Phys. Usp.*, **13**, pp. 778-797, 1971.
- ⁹ M.A. Breazeale, D.O. Thompson, « Finite amplitude ultrasonics waves in aluminium », *Appl. Phys. Lett.*, **3**, No. 5, pp. 77, 1963.
- ¹⁰ A.A. Gedroits, V.A. Krasil'nikov, « Finite amplitude elastic waves in solids and deviations from Hooke's law. », *Sov. Phys. JEPT*, **16**, No. 5, pp. 1122, 1962.
- ¹¹ J. Engelbrecht, T. Peipman, U. Valdek, « Nonlinear effects in acoustics of solids », *Frontiers of nonlinear acoustics : Proceedings of 12th ISNA.*, 1990.
- ¹² E. Zabolotskaya, « Sound beams in a nonlinear isotropic solid », *Sov. Phys. Acoust.*, **32**, No. 4, pp.296-299, 1986.
- ¹³ R. Lardner, « Nonlinear effects on transverse shear waves in an elastic medium », *J. Elasticity*, **15**, pp. 53-57, 1985.
- ¹⁴ K. Naugolnykh, L. Ostrovsky, « Nonlinear wave processes in acoustics », *Ed. Cambridge university press*, Cambridge texts in applied mathematics, 1998.
- ¹⁵ M.F. Hamilton, D.T. Blackstock, « Nonlinear Acoustics », *Academic Press*, New York, 1998.
- ¹⁶ L. Landau, D. Lifschitz, « Physique théorique. Tome 6 : Mécanique des fluides », *Ed. Mir*, 1989.
- ¹⁷ M.Tanter, « Application du retournement temporel à l'hyperthermie ultrasonore du cerveau. », thèse de l'université de Paris VII, Sp. Acoustique Physique, 1999.
- ¹⁸ B. McDonald, J. Ambrosiano, « High-order upwind flux correction methods for hyperbolic conservation laws », *J. Comput. Physics*, **56**, pp. 449-460, 1984.
- ¹⁹ I. Lee-Bapty, D. Crighton, « Nonlinear wave motion governed by the modified burger's equation », *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A*, **323**, pp. 173-209, 1987.
- ²⁰ L. Sandrin, M. Tanter, S. Catheline, M. Fink, « Shear modulus imaging using 2D transient elastography », *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. Contr.*, **49**, No. 4, pp. 426-435, 2002.

Chapitre V

Applications du palpeur acoustique.

Dans les chapitres précédents nous avons montré que le palpeur acoustique est un outil capable de déterminer de nouveaux paramètres (facteur d'anisotropie, coefficients non linéaires) dans les tissus biologiques et les milieux mous. Nous avons aussi en parallèle cherché à développer le palpeur pour des applications concrètes, en incluant lorsque c'était possible, la détermination de ces nouveaux paramètres. Dans ce chapitre nous explicitons deux études *in vivo* de mise en œuvre du palpeur acoustique :

La première concerne l'étude de la contraction musculaire en collaboration avec l'institut de myologie de l'hôpital « La Pitié Salpêtrière » de Paris. Dans cette partie nous exposons le protocole expérimental et présentons les résultats spécifiques obtenus. Puis nous développons la nouvelle méthode de calcul de l'élasticité mise en œuvre : le problème inverse. L'exploitation des résultats montre un résultat surprenant, une relation linéaire entre l'activité électrique musculaire et le module d'élasticité de cisaillement transverse.

La deuxième étude concerne l'application à la mesure de l'élasticité de la peau en collaboration avec l'Oréal. Nous présentons le nouveau palpeur acoustique créé spécialement pour cette application et nous expliquons pourquoi son fonctionnement, fondé sur la technique de sonoélastographie, a été modifié par rapport à l'application précédente. Le procédé est testé en simulation et validé par des résultats préliminaires sur différents fantômes de peau. Puis nous terminerons par une étude *in vivo* montrant que la vitesse des ondes de cisaillement est plus rapide dans le derme que dans l'hypoderme et qu'elle varie en fonction des zones du corps explorées.

I. Etude de l'élasticité du biceps durant la contraction musculaire.

L'étude des propriétés viscoélastiques du squelette musculaire est très intéressante pour comprendre les mécanismes de contraction des muscles^{1,2}. En effet, l'élasticité des muscles et des structures tendineuses d'une articulation sont des paramètres importants pour le contrôle du mouvement, car ils déterminent la résistance aux perturbations extérieures³. De plus, il semble que les mécanismes responsables des changements d'état du muscle (pathologie ou entraînement) sont liés aux propriétés élastiques de ce dernier. En fait, il est

bien connu que par palpation le muscle devient plus ou moins dur selon les conditions physiologiques, par exemple lors de contractions involontaires dues à des pathologies comme les spasmes, les crampes, les œdèmes ou les nécroses. La caractérisation de ces comportements musculaires est d'un grand intérêt dans les domaines scientifiques ou médicaux. Actuellement, les propriétés élastiques de complexes musculo-tendineux ^a humains sont étudiés par une méthode de « quick release » (détente rapide) ^{4,5,6}. Cette technique permet de quantifier l'élasticité de différents groupes musculaires en faisant appel à un modèle classique du muscle strié squelettique sur des sujets sains ou atteint de pathologies neuromusculaires ⁷. Au cours des tests de « quick-release », le sujet exerce un effort constant sur un ergomètre ^b qui, brusquement relâché, provoque la détente rapide des éléments élastiques du muscle préactivé. D'un autre point de vue, des tests en perturbations sinusoïdales, à l'aide d'un vibreur posé sur les tissus, sont utilisés pour déterminer la raideur musculo-articulaire. Ils consistent à imposer au muscle des perturbations de faible amplitude et de fréquence variable ^{8,9,10}. Ces perturbations sinusoïdales mécaniques sont également appliquées sans participation active du sujet pour renseigner sur les propriétés mécaniques des structures passives tendineuses et articulaires. Toujours dans l'idée d'appliquer des perturbations sinusoïdales, la sonoélastographie dont le principe a été exposé au chapitre I, permet de caractériser la variation d'élasticité musculaire selon différents niveaux de contraction ^{11,12}. Mais ces méthodes ne permettent de comprendre et de décrire que le comportement global d'un ensemble musculaire. D'autres méthodes locales utilisant aussi des techniques échographiques proposent de caractériser l'élasticité des tendons ^{13,14}. Cependant, elles se résument à l'exploration de structures superficielles. De plus, la plupart de ces études ne concernent que l'estimation de l'élasticité longitudinale (dans le sens des fibres musculaires ou tendineuses). C'est pourquoi il serait intéressant de pouvoir caractériser localement l'élasticité transverse des muscles (perpendiculairement aux fibres musculaires). Le palpeur acoustique que nous avons présenté dans le chapitre II, nous permet cette approche. Nous avons alors engagé une collaboration avec l'institut de myologie de l'hôpital « La Pitié Salpêtrière » de Paris pour en valider la faisabilité.

En première partie nous exposons le protocole expérimental, consistant à mettre en relation l'élasticité du biceps avec l'activité électrique musculaire et la force exercée. C'est

^a Un complexe musculo-tendineux est un ensemble de muscles et de tendons permettant d'effectuer un mouvement précis.

^b Appareil permettant de mesurer le travail fourni par certain muscle ou par l'organisme en général.

pourquoi, d'autres appareils complémentaires sont utilisés et nous présentons alors les résultats obtenus. Dans une deuxième partie, nous expliquons l'algorithme d'inversion que nous avons utilisé pour calculer le module de cisaillement transverse du biceps. Cet algorithme, le problème inverse, permet de remonter au module élastique et est réalisé afin de faciliter le traitement des résultats. Finalement nous présentons les résultats expérimentaux et discutons des relations observées entre l'élasticité et l'activité électrique du biceps.

I.A. Le protocole expérimental.

I.A.1 Sujets et matériels.

L'étude présentée concerne 10 sujets sains volontaires dont les caractéristiques physiques sont présentées dans le Tableau 1. Tous les sujets ont été informés de la nature de l'expérience et ont signé un consentement.

Caractéristiques	Age (années)	Taille (cm)	Poids (kg)
Valeur moyenne	$26,8 \pm 3,2$	$175,7 \pm 6,2$	$69,5 \pm 9,0$

Tableau 1 : Caractéristiques physiques moyennes de tous les sujets.



Fig. 1 : Le sujet est assis sur un siège amovible et est sanglé afin d'éviter tout mouvement non conforme au protocole expérimental. Le dynamomètre sur lequel le bras du sujet est attaché permet de contrôler le couple de force exercé.

L'objectif de cette étude est de caractériser l'élasticité transversale du biceps (*biceps brachii*). Pour ce faire, le module de cisaillement est comparé à deux autres paramètres, la force exercée et l'activité électrique en état de contraction isométrique contrôlée. C'est pourquoi, deux appareils supplémentaires sont utilisés.

Le premier est un dynamomètre (Biodex) (Fig. 1) composé de trois parties : un cerveau-moteur, une unité de contrôle (ordinateur et logiciel de commande) et un siège amovible. Cet appareil nous permet de contrôler le couple exercé par le complexe musculo-tendineux de la partie antérieure du bras. Ce complexe dont nous présentons une vue anatomique sur la figure suivante (encadré) comprend principalement trois muscles : le biceps brachial, le brachial et le triceps brachial. L'ensemble de ces muscles intervient lors d'un effort. De ce fait, il est difficile de contrôler la production de force du biceps seul.

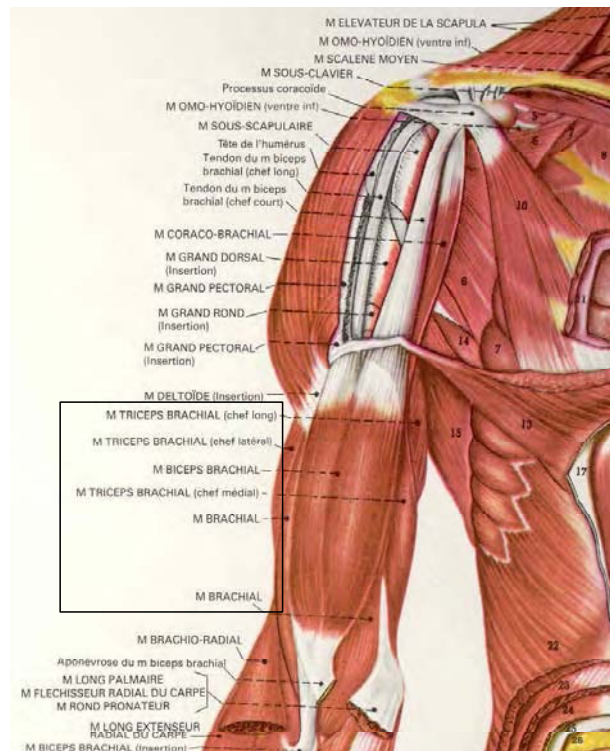


Fig. 2 : Vue anatomique de la musculature de la partie antérieure du bras. Le complexe musculo-tendineux nous intéressant est encadré.

Pour estimer l'action du biceps isolé, nous réalisons une mesure d'électromyographie (EMG). Nous avons donc accès à l'activité électrique locale d'un muscle en surface. Le paramètre estimé est appelé RMS (Root Mean Square) et est directement relié au niveau d'activation musculaire. Enfin, un logiciel spécifique (PROTAGS) est utilisé pour recueillir

les données expérimentales mécaniques (couple, vitesse, angle), les signaux EMG et le signal de déclenchement du palpeur acoustique.

I.A.2 Protocole.

Le protocole de l'expérience est le suivant. En premier lieu, les électrodes de surface en chlorure d'argent de 4 mm de diamètre sont placées sur le biceps et sur le muscle antagoniste, le triceps (Fig. 3(a)). Une impédance électrique faible ($Z < 2 \text{ k}\Omega$) est nécessaire à l'interface peau-électrode pour avoir un bon rapport signal sur bruit. Nous l'obtenons en abrasant la peau en surface et en la nettoyant avec de l'alcool. La position des électrodes correspond aux recommandations du projet SENIAM[°] et elles sont espacées de 11 mm (centre à centre). Le sujet est assis sur le Biodex. Le bras est posé sur un support et bloqué à 90 ° par rapport au corps. L'angle entre le bras et l'avant-bras est de 90 ° dans le plan parasagittal. L'avant-bras est attaché par un velcro au niveau du poignet au bras de levier du dynamomètre et placé en position semi-prone.

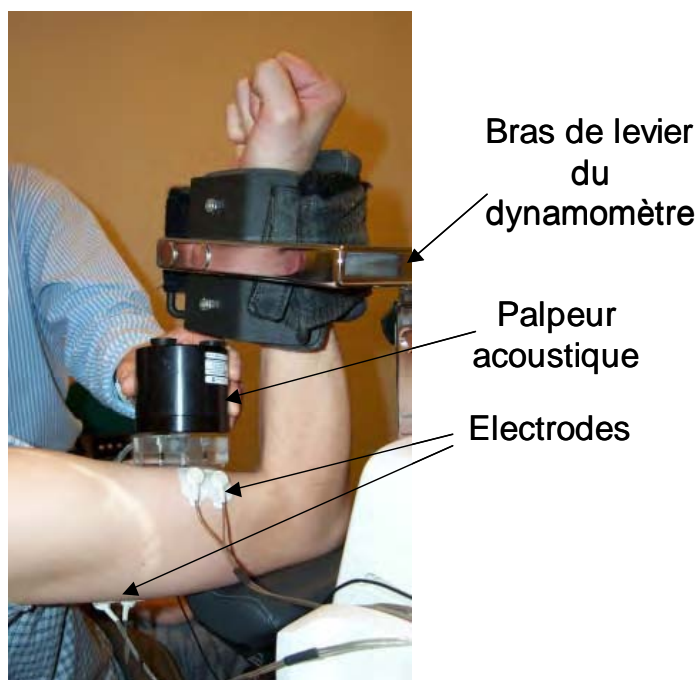


Fig. 3 : Le patient est assis sur le Biodex et son bras est fixé au dynamomètre en position semi-prone. Deux paires d'électrodes sont placées sur le biceps et le triceps pour contrôler l'activité électrique de ces derniers. Le palpeur acoustique est appliqué à la surface du muscle et toutes les 5 s une impulsion basse fréquence est générée.

[°] SENIAM : Protocole comportant 20 recommandations d'application des électrodes à la surface de la peau.

L'axe de rotation du coude est aligné avec l'axe de rotation du dynamomètre. De plus, le sujet est attaché au niveau de la poitrine pour éviter tout mouvement de rotation durant l'effort. Dans le même temps le palpeur acoustique est appliqué à la surface du biceps. La barre du palpeur est orientée parallèlement à l'axe coude-épaule.

Avant le début de l'expérience, le sujet effectue une suite d'exercices spécifiques. Trois essais de contraction volontaire maximale (MVC) sont effectués de manière isométrique. La contraction la plus forte est retenue comme la MVC de référence du jour. L'activité électrique maximale du biceps est calculée sur cette base. Ensuite pour augmenter linéairement la contraction musculaire, nous demandons au sujet de suivre une rampe de EMG-RMS pendant 120 s de manière isométrique. Cette rampe est linéaire et évolue de 0 à 50 % de la valeur maximale d'EMG-RMS déterminée précédemment. Le sujet visualise en temps réel l'activité électrique de son biceps sur un moniteur et peut en jouant sur la contraction de son muscle faire varier la EMG-RMS. En préalable à l'exercice, il exécute une rampe incomplète pour s'habituer au contrôle en temps réel de la EMG-RMS. Durant les 15 premières secondes de l'expérience le sujet reste au repos puis il effectue deux rampes de 2 min. Un intervalle de temps de repos de 2 min est maintenu entre chaque rampe. Au cours de chaque exercice, le couple exercé par le sujet et l'activité électrique du biceps sont enregistrés en continu. Pendant le suivi de la rampe de consigne, un coup basse fréquence de 150 Hz est généré toutes les 5 s. Chaque impulsion génère un signal de déclenchement enregistré par le logiciel PROTAGS. Ceci nous permet de retrouver le couple et la EMG-RMS correspondants. Nous obtenons ainsi trois paramètres instantanés permettant de décrire l'évolution du biceps au cours de la contraction : Couple – EMG-RMS – Module élastique.

I.A.3 Résultats bruts.

Dans ce paragraphe nous présentons les résultats bruts typiques obtenus pour un sujet. L'évolution du couple exercé par le complexe musculo-tendineux de la partie antérieure du bras est représenté (Fig. 4(a)), la relation au cours du temps est non linéaire pour chaque sujet. L'activité électrique du biceps varie linéairement au cours du temps (Fig. 4(b)). La consigne d'évolution de la EMG-RMS est respectée. En contrepartie celle du triceps reste constante, il n'y a pas de co-contraction associée à l'augmentation du couple. La relation couple - EMG-RMS est non linéaire, l'estimation du couple n'est donc pas liée au biceps uniquement car la EMG-RMS est directement reliée au niveau d'activation musculaire. Dans la mesure de

couple interviennent alors plusieurs muscles qui constituent le complexe musculo-tendineux de la partie antérieure du bras.

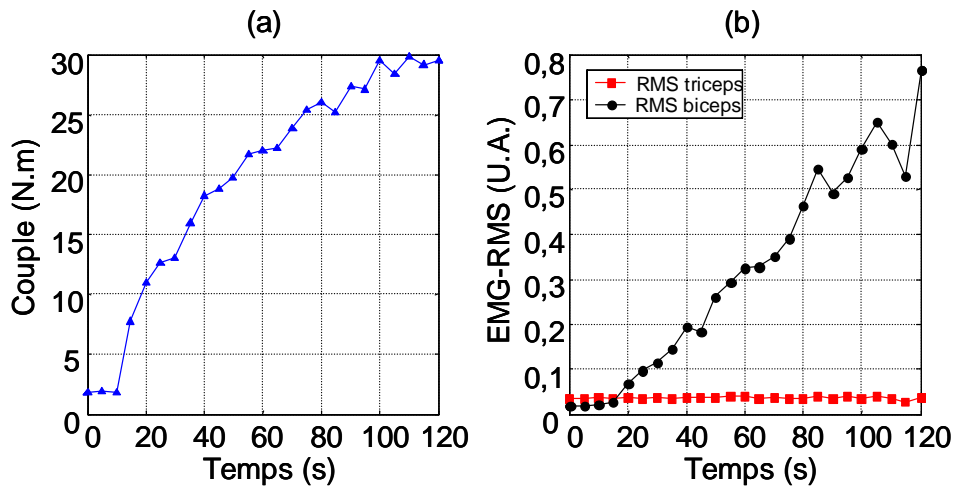


Fig. 4 : (a) Couple exercé par le complexe musculo-tendineux de la partie antérieure du bras en fonction du temps. (b) Activité électrique du biceps (cercle noir) et du triceps (carré rouge) en fonction du temps. Le sujet augmente linéairement la EMG-RMS de son biceps. L'activité du muscle antagoniste reste nulle, il n'interagit pas dans la mesure du couple.

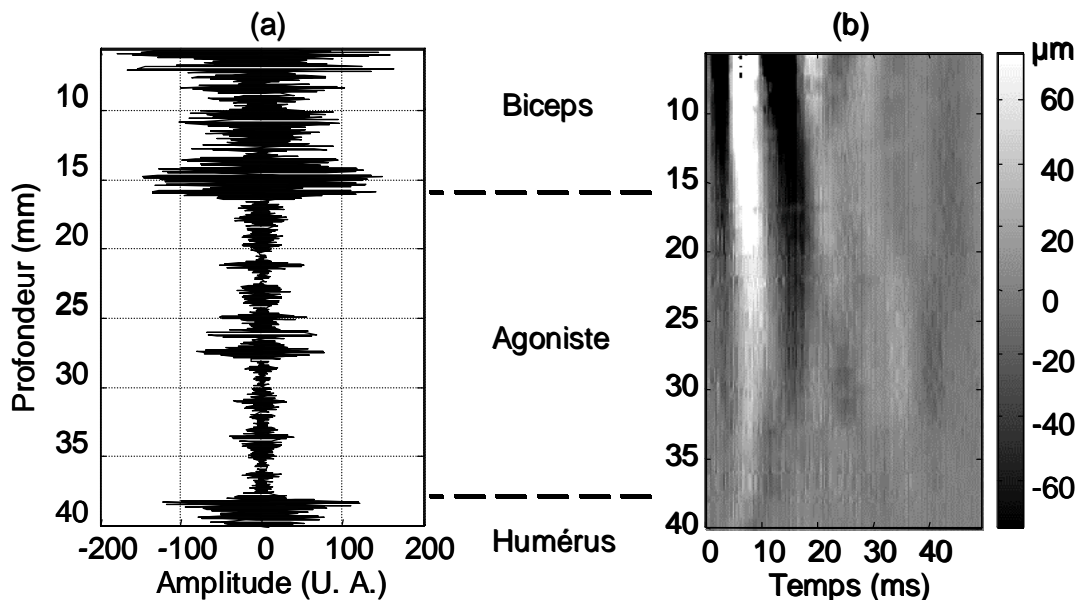


Fig. 5 : (a) Un signal ultrasonore du complexe brachial en fonction de la profondeur. Trois zones se distinguent : le biceps, le biceps agoniste et l'humérus. (b) Champ de déplacements de l'onde de cisaillement le long du faisceau ultrasonore en fonction du temps. A partir de ce fichier type, le problème inverse est appliqué pour calculer le module de cisaillement du biceps sur les 15 premiers millimètres.

En parallèle, nous mesurons le module élastique de cisaillement du biceps. Sur la figure suivante nous représentons à un instant donné ($t = 50$ s) une ligne ultrasonore correspondant à la partie antérieure du bras (Fig. 5(a)). Nous pouvons visualiser distinctement les trois zones principales du bras : le biceps, le biceps agoniste et l'humérus. Le champ des déplacements de l'onde de cisaillement mesuré le long de l'axe ultrasonore est représenté en niveau de gris sur la figure (Fig. 5(b)). Ce dernier est calculé pour chaque acquisition toute les 5 s. A partir du champ de déplacements, le module d'élasticité de cisaillement transverse du biceps est calculé en résolvant le problème inverse.

I.B. Le problème inverse.

Jusqu'à présent nous avons quantifié la vitesse des ondes de cisaillement par une mesure de phase. Ici nous présentons une nouvelle approche : le problème inverse. L'avantage de cette technique est d'être moins dépendante de l'opérateur. Nous décrivons ici les étapes essentielles à la construction de ce dernier.

L'algorithme de résolution du problème inverse est basé sur l'approche simplifiée du problème direct. Pour bâtir cet algorithme nous partons de l'équation de propagation la plus générale en milieu élastique linéaire inhomogène issue de la relation fondamentale de la dynamique ¹⁵ :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x_j} (c_{ijkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k}) = S(\vec{r}, t), \quad (5.1)$$

où u_i est la composante des déplacements, ρ_0 la densité élémentaire, c_{ijkl} la matrice de Christoffel possédant 81 composantes et $S(\vec{r}, t)$ le terme source. Le champs des déplacements étant mesuré à 5 mm de la source, nous considérons qu'il n'y a pas de source présente dans le volume observé, ainsi $S(\vec{r}, t) = 0$.

Dans le cas des muscles, la longueur d'onde peut être considérée comme très grande (de l'ordre du centimètre pour l'onde de cisaillement et de l'ordre du mètre pour l'onde de compression) devant les dimensions caractéristiques des fibres musculaires (quelques centaines de microns). Le milieu est alors considéré comme homogène. Les composantes de la matrice de Christoffel peuvent donc être placées à l'extérieur des dérivées spatiales et l'équation 5.1 devient :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} = 0. \quad (5.2)$$

Puisque l'anisotropie du muscle est correctement décrite par le système hexagonal (cf. chapitre II) le tenseur de Christoffel est alors diagonal¹⁶ selon un axe de propagation perpendiculaire aux fibres musculaires.

$$\Gamma_{ij} = \begin{vmatrix} c_{11} & 0 & 0 \\ 0 & c_{66} & 0 \\ 0 & 0 & c_{44} \end{vmatrix}. \quad (5.3)$$

Chacune des valeurs propres c_{11} , c_{66} , c_{44} du tenseur de Christoffel est reliée à la propagation d'une onde de compression et de deux ondes de cisaillement respectivement.

Expérimentalement, la barre du palpeur acoustique est placée parallèlement aux fibres musculaires. En considérant la taille du biceps comme petite devant la longueur de la barre, nous pouvons réduire le problème à un plan isotrope perpendiculaire aux fibres musculaires placé le long de l'axe ultrasonore. En effet, comme nous l'avons spécifié dans le chapitre II, pour des raisons de symétrie l'utilisation de la barre nous permet de privilégier la propagation des ondes de cisaillement dans ce plan. L'équation de propagation suivante est alors obtenue :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = (c_{11} - c_{66}) \vec{\nabla} \vec{\nabla} \vec{u} + c_{66} \nabla^2 \vec{u}, \quad (5.4)$$

où $\vec{\nabla} = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$ est l'opérateur nabla.

Dans ce système différentiel, les trois composantes du vecteur déplacement sont liées. Pour obtenir des solutions de l'équation de propagation 5.4 découplées, nous introduisons le potentiel scalaire ϕ et le potentiel vecteur $\vec{\psi}$:

$$\vec{u} = \vec{\nabla} \phi + \vec{\nabla} \wedge \vec{\psi}. \quad (5.5)$$

Etant donné les relations, $\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \phi) = 0$ et $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{\psi}) = 0$ et en substituant Eq. 5.5 dans Eq. 5.4, l'équation de propagation se scinde en une partie scalaire et une partie vectorielle :

$$\begin{cases} \rho_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - c_{11} \nabla^2 \phi = 0 \\ \rho_0 \frac{\partial^2 \vec{\psi}}{\partial t^2} - c_{66} \nabla^2 \vec{\psi} = 0 \end{cases}. \quad (5.6)$$

Les deux potentiels se propagent indépendamment l'un de l'autre à des vitesses respectives de $(c_{11}/\rho_0)^{1/2}$ et $(c_{66}/\rho_0)^{1/2}$. Ces derniers correspondent respectivement à des propagations de type irrotationnelle et incompressible. Le déplacement correspondant peut être écrit comme la somme des déplacements liés aux potentiels :

$$\vec{u} = \vec{u}_p + \vec{u}_s. \quad (5.7)$$

Le déplacement lié au potentiel scalaire vérifie $\vec{\nabla} \wedge \vec{u}_p = 0$, il s'agit du déplacement engendré par l'onde de compression. Le déplacement engendré par l'onde de cisaillement est lié au potentiel vecteur $\vec{\psi}$ et vérifie $\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_s = 0$.

Par contre, dans le cas d'une excitation impulsionnelle, l'onde de compression se propage instantanément vis-à-vis de l'onde de cisaillement. Donc en se plaçant après le passage de l'onde de compression, l'équation de propagation se simplifie et se résume à :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \vec{u}_s}{\partial t^2} = c_{66} \nabla^2 \vec{u}_s. \quad (5.8)$$

Les composantes du vecteur déplacements sont à présent découplées.

Dans notre application, l'estimation des déplacements est basée sur un algorithme de corrélation à une dimension. Ainsi en reprenant les axes définis dans le chapitre II (Fig. 2.5), seuls les déplacements le long de l'axe ultrasonore peuvent être mesurés. Seule la composante u_z des déplacements est alors prise en compte et l'équation à inverser devient :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = c_{66} \Delta u_z. \quad (5.9)$$

où Δ est l'opérateur Laplacien défini dans le plan transverse isotrope d'ordonnée $y = 0$ par :

$$\Delta u_z = \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}. \quad (5.10)$$

Toutefois, pour inverser la relation 5.9, il nous faut connaître la dérivée seconde spatiale de l'opérateur Laplacien dans la direction de l'axe x . En utilisant les fonctions de Green, nous montrons alors que la dérivée seconde des déplacements selon l'axe z domine celle selon x . Nous simulons l'action d'une barre de taille identique à celle utilisée expérimentalement. Sur la figure suivante nous traçons les dérivées secondes spatiales de l'onde de cisaillement selon les axes x et z à différentes profondeurs en fonction de la fréquence. La dérivée seconde des déplacements selon l'axe ultrasonore est environ 10 fois plus importante que sur l'axe perpendiculaire à la barre. Ainsi nous pouvons négliger la dérivée seconde sur l'axe x .

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}. \quad (5.11)$$

Le module d'élasticité de cisaillement vérifie alors :

$$c_{66}(z, t) = \rho_0 \frac{\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}}{\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}}. \quad (5.12)$$

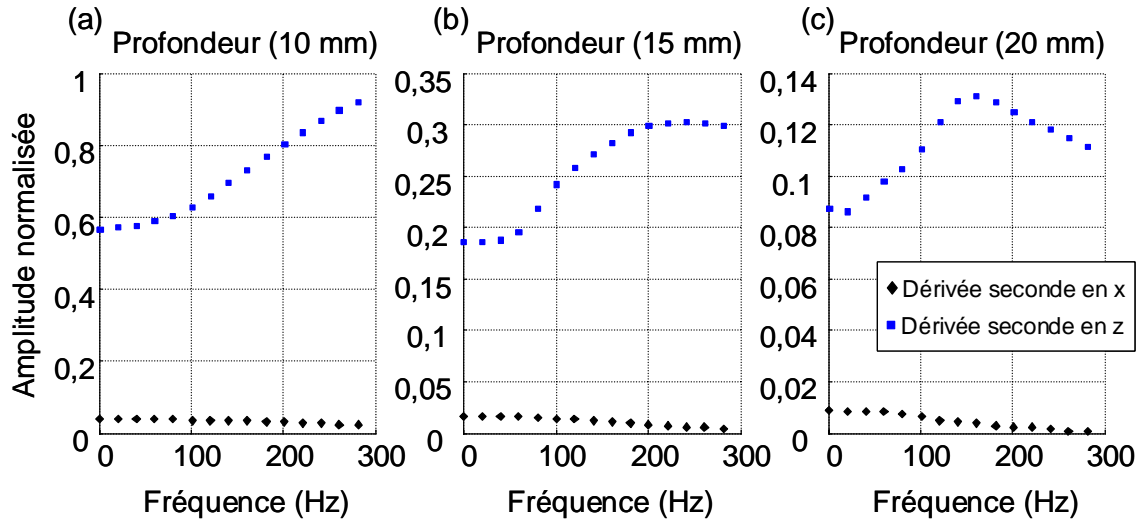


Fig. 6 : Calcul des dérivées secondes spatiales de l'opérateur Laplacien à l'aide des fonctions de Green. L'Amplitude normalisée de chaque composante est représentée en fonction de la fréquence à différentes profondeurs sur l'axe de propagation. La dérivée seconde de la composante u_z des déplacements selon l'axe z est environ 10 fois plus importante que celle sur l'axe x .

Ensuite selon une approche plus numérique, la relation 5.12 est discrétisée spatialement et temporellement en posant $z = m \times \delta_z$ et $t = n \times \delta_t$:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \approx \frac{u_{m+1,n} + u_{m-1,n} - 2u_{m,n}}{\delta z^2} \\ \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \approx \frac{u_{m,n+1} + u_{m,n-1} - 2u_{m,n}}{\delta t^2} \end{cases}, \quad (5.13)$$

où, δ_z et δ_t sont respectivement les pas correspondant à l'échantillonnage spatial et temporel.

Ces valeurs sont calculables à partir de l'image des déplacements donnant l'évolution temporelle de la composante z du vecteur déplacement. Finalement pour obtenir un bon rapport signal sur bruit, nous exprimons la relation 5.12 dans le domaine de Fourier (TF). Ceci est réalisé en choisissant une plage de fréquence fixée autour de la fréquence centrale de l'onde de cisaillement. Ensuite une moyenne sur ces fréquences et sur la profondeur explorée est réalisée pour obtenir l'expression du module d'élasticité du biceps :

$$c_{66} \approx \frac{\rho_0}{N_z N_\omega} \sum_{i=1}^{N_\omega} \sum_{j=1}^{N_z} \frac{|\omega^2 TF(u_z(z_j, t))|}{TF\left(\frac{\partial^2 u_z(z_j, t)}{\partial z^2}\right)}, \quad (5.14)$$

où N_ω est le nombre de fréquences discrètes considérées et N_z le nombre de pas spatial sur la profondeur du biceps. Cette relation est alors appliquée à chaque champ de déplacements enregistré.

I.C. Résultats expérimentaux.

En définissant une plage de fréquence (50-150 Hz) et une profondeur d'exploration de la taille du biceps (15 mm), nous calculons le module de cisaillement transverse du biceps pour chaque acquisition. Nous représentons sur la figure (Fig. 6) l'évolution du module de cisaillement en fonction du temps pour un sujet. L'évolution du module de cisaillement est en première approximation linéaire au cours du temps ($R = 0,74$). Le sujet ne contractant son muscle qu'à partir du temps $t = 10$ s, nous éliminerons dans la suite des résultats les deux premiers points de mesure.

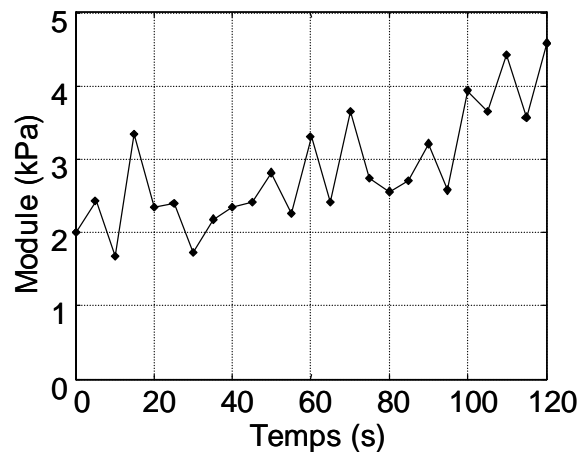


Fig. 7 : Evolution du module de cisaillement transverse du biceps en fonction du temps. Ce dernier calculé à l'aide du problème inverse croît en première approximation linéairement au cours de l'effort ($R = 0,74$).

Sur la figure suivante nous traçons l'évolution du module de cisaillement en fonction de l'activité électrique du muscle. L'axe des ordonnées est normalisé par rapport au module de cisaillement au repos et l'axe des abscisses par rapport à la valeur maximale de EMG-RMS. Cette normalisation permet d'obtenir une relation indépendante du niveau de contraction et du module au repos de chaque individu. Le comportement de cette relation est caractérisé par la pente de la droite estimée par régression linéaire : $\tau = 1,35 \pm 0,22$. Le coefficient de corrélation de cette relation est de 0,73, ce qui est significatif pour un intervalle de confiance de 95 % ($P < 0,05$). Cette pente que nous appellerons « index d'élasticité », bien

qu'elle ne représente en réalité qu'une variation d'élasticité, est alors prise comme référence pour caractériser l'évolution d'élasticité du biceps du sujet.

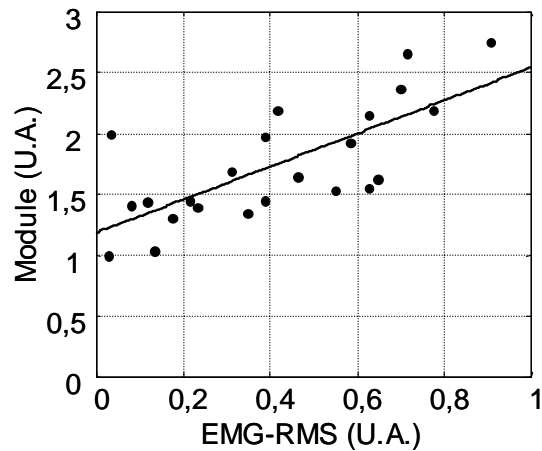


Fig. 8 : Module de cisaillement du biceps en fonction de l'activité électrique de celui-ci. Le module de cisaillement est normalisé par rapport au module au repos et la EMG-RMS par rapport à sa valeur maximale. L'évolution linéaire entre les deux paramètres est caractérisée par la pente de la droite : $\tau = 1,35 \pm 0,22$ ($R = 0,73$, $P < 0,05$).

L'expérience est ensuite répétée pour chaque sujet. Chaque relation obtenue présente systématiquement le même caractère linéaire. Nous traçons sur la Fig. 9, les relations de quatre sujets et en rouge la pente correspondant à l'index d'élasticité global des dix sujets:

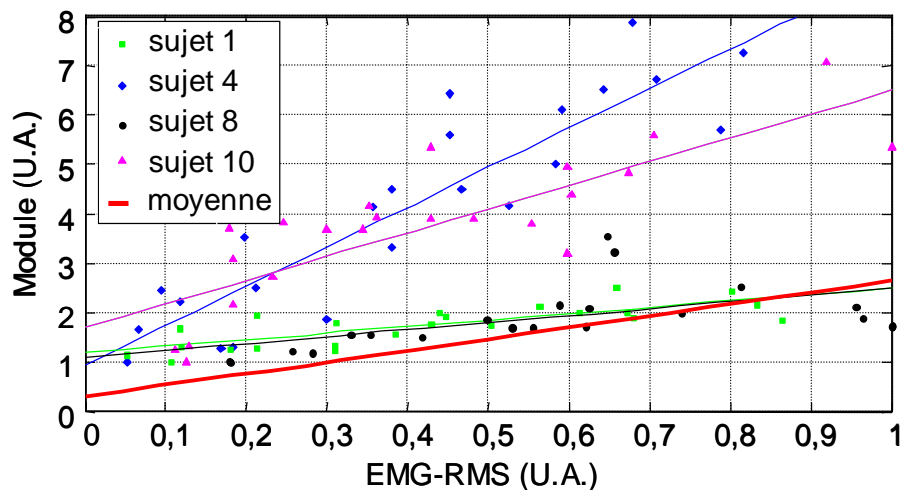


Fig. 9 : Ensemble des relations de quatre sujets entre le module de cisaillement normalisé par rapport à sa valeur au repos et la EMG-RMS normalisée par rapport à sa valeur maximale. L'index d'élasticité global, calculé pour les dix sujets, représenté par la pente rouge est de $\tau_G = 2,34 \pm 0,30$ ($R=0,41$, $P<0,05$).

L'index d'élasticité global est de $\tau_G = 2,34 \pm 0,30$ ($R = 0,41$, $P < 0,05$). Nous constatons une grande dispersion des résultats. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'aucune distinction d'âge ou de sexe n'est prise en compte. L'ensemble des résultats est récapitulé dans le tableau suivant :

Sujet	Index d'élasticité Pente τ	Coefficient de corrélation R ($P < 0,05$)	Module de cisaillement au repos (kPa)
1	$1,31 \pm 0,22$	0,78	1,20
2	$1,83 \pm 0,49$	0,62	0,75
3	$1,35 \pm 0,27$	0,73	1,67
4	$8,01 \pm 0,83$	0,90	0,33
5	$2,89 \pm 0,84$	0,59	0,36
6	$4,54 \pm 1,38$	0,70	0,42
7	$1,22 \pm 0,55$	0,43	1,30
8	$1,45 \pm 0,50$	0,55	1,65
9	$3,41 \pm 0,92$	0,64	1,22
10	$4,81 \pm 0,71$	0,82	0,31

Tableau 2 : Ensemble des résultats expérimentaux relatifs au module de cisaillement.

La valeur moyenne de l'index d'élasticité et du module de cisaillement au repos sont de $\bar{\tau} = 3,08 \pm 2,20$ et de $\bar{c}_{66} = 0,92 \pm 0,55$ kPa respectivement. Sur la figure suivante nous traçons la relation entre le module de cisaillement au repos et l'index d'élasticité de chaque sujet ($R = 0,80$, $P < 0,05$) :

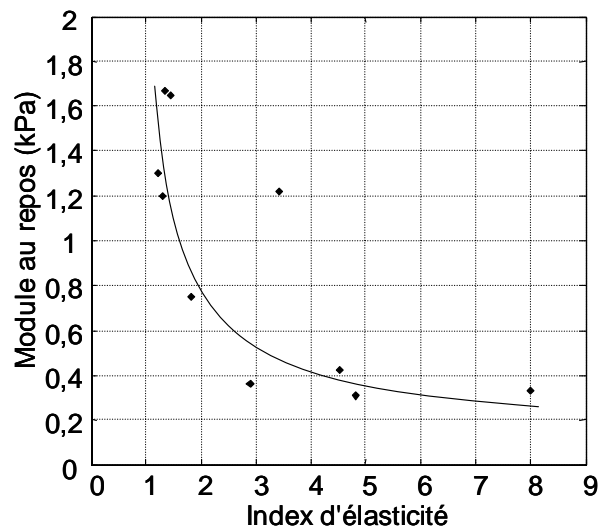


Fig. 10 : Evolution du module de cisaillement au repos en fonction de l'index d'élasticité déterminé à partir de la relation module - EMG-RMS de chaque sujet ($R = 0,80$, $P < 0,05$).

Plus le module de cisaillement au repos est faible plus l'index d'élasticité est élevé. Ceci signifie que plus la plage de variation en élasticité du muscle est importante, plus l'élasticité au repos est faible. Ainsi un sujet dont l'élasticité musculaire peut varier dans de fortes proportions, a un muscle particulièrement mou au repos.

I.D. Discussion.

L'expérience décrite a été mise en place afin de déterminer l'élasticité transverse du muscle *in vivo* en état de contraction isométrique. Elle a été réalisée en utilisant le palpeur acoustique et un protocole original employant un appareil d'électromyographie permettant de contrôler l'activation progressive du muscle durant la flexion isométrique du coude. Ceci nous a permis de corréler deux paramètres locaux, l'activité électrique du biceps et son module d'élasticité transverse, au lieu d'un paramètre global, la force. En effet la production de force ne fait pas intervenir seul le muscle du biceps mais bien le complexe musculo-tendineux de la partie antérieure du bras. C'est pourquoi nous obtenons une relation non linéaire entre la production de force et l'activité électrique du biceps lors de la flexion isométrique du coude. Dans ce cas il est difficile d'interpréter les résultats.

L'estimation du module de cisaillement correspond aux résultats de la littérature bien que certaines améliorations du protocole d'élastographie peuvent être prises en compte. En effet, la longueur d'onde de cisaillement est de l'ordre de la taille du biceps, ainsi les conditions aux limites changeantes pendant l'exercice peuvent influencer les mesures du module de cisaillement. Une solution est d'utiliser un vibreur plus robuste, afin de générer avec la même amplitude des ondes de cisaillement plus haute fréquence qui sont fortement atténuées. Une autre difficulté vient du positionnement de la sonde sur le biceps. L'utilisation d'un bras mécanique contrôlé par un capteur de pression entre la sonde et le biceps permettrait d'augmenter la reproductibilité des résultats.

Toutefois, dans la littérature, le module de cisaillement au repos évolue de 12 kPa en sonoélastographie^{11,12} à 24 kPa en élastographie par résonance magnétique¹⁷. Ces valeurs sont plus importantes que la moyenne du module de cisaillement au repos tracé Fig. 10, $\bar{c}_{66} = 0,92$ kPa. Deux raisons principales expliquent cette différence. Premièrement, les expériences de S. Levinson et K. Fujii sont obtenus sur un autre muscle : le quadriceps. Deuxièmement, M. Dresner étudie la propagation des ondes de cisaillement le long des fibres du biceps ce qui signifie qu'il mesure le module de cisaillement longitudinal c_{44} au lieu du module de cisaillement transverse c_{66} . De plus, tous les auteurs trouvent un module de

cisaillement augmentant avec la sollicitation d'un complexe musculo-tendineux, ce qui confirme nos résultats.

I.E. Conclusion.

Lors de cette collaboration avec l'institut de myologie de l'hôpital « La Pitié Salpêtrière », nous avons pu mettre en relation l'activité électrique et le module de cisaillement d'un muscle, le biceps. Grâce à l'utilisation complémentaire d'un dynamomètre et d'un appareil d'électromyographie, nous avons pu contrôler la contraction et l'activation musculaire de chaque patient selon un protocole précis et simple, de manière totalement non invasive. Ainsi, pendant l'effort du sujet, nous mesurons à intervalle régulier, le couple, l'activité électrique et le module de cisaillement transverse du biceps. De ce fait nous avons établi une relation linéaire entre le niveau d'activation et le module élastique transverse du muscle. L'ensemble des résultats indique que cette relation change d'un sujet à l'autre. Cependant les mesures d'élasticité sont cohérentes avec les données de la littérature et l'expérience est reproductible. Grâce à ces résultats de nouvelles collaborations vont voir le jour.

Cette étude est la première dans le domaine de l'élastographie impulsionnelle sur le muscle. Elle a prouvé la capacité du palpeur acoustique à donner de manière simple, instantanée et non invasive, une mesure de l'élasticité transverse. Son intérêt a été complètement démontré, puisqu'il a permis de comprendre plusieurs mécanismes liés à la contraction musculaire. En particulier, elle a montré, la dépendance linéaire entre l'activité électrique d'un muscle et son élasticité et l'impact de la rigidité musculaire au repos sur l'évolution de l'élasticité au cours de la contraction.

L'utilisation du palpeur acoustique semble donc prometteuse pour l'étude des comportements d'autres muscles. Par exemple, il est difficile d'obtenir une mesure de l'activité électrique de manière non intrusive des muscles ne se trouvant pas en surface comme le biceps. Le palpeur acoustique pourrait permettre de mesurer le module élastique en profondeur et par une table prédéfinie, de déterminer l'activité électrique du muscle considéré. L'objectif ultime serait de pouvoir quantifier certaines pathologies, comme la myopathie de Duchenne pour pouvoir ensuite suivre leur évolution pendant un traitement. Par ailleurs, le palpeur acoustique peut aussi s'avérer utile pour plusieurs autres applications concernant l'étude du corps humain *in vivo*, comme la mesure de l'élasticité de la peau.

II. Application à la mesure d'élasticité de la peau.

Actuellement, il existe plusieurs techniques d'analyse de l'élasticité de la peau permettant une estimation plus ou moins non intrusive et globale du module d'Young. Faire une liste exhaustive de toutes les techniques existantes serait un véritable challenge, cependant nous pouvons citer les plus répandus qui sont : la friction¹⁸, la torsion¹⁹, la succion²⁰, la tonométrie²¹ ou encore la propagation d'ondes²². Ces méthodes ne fournissent qu'une estimation moyenne de l'élasticité des différentes couches de la peau. Ici nous proposons donc une nouvelle méthode fondée sur le principe de l'élastographie dynamique par ultrasons et capable de déterminer un paramètre local d'élasticité de manière totalement non intrusive.

Une des techniques les plus proches de l'élastographie dynamique est la propagation d'onde. Elle consiste à appliquer perpendiculairement à la surface de la peau un excitateur électromagnétique pouvant générer des ondes élastiques basse fréquence (0-2 kHz). Les ondes ainsi générées sont détectées par un autre capteur électromagnétique à une distance de quelques millimètres. A partir de cette technique, P. Dorogi²³ propose de caractériser les paramètres viscoélastiques de cisaillement de la peau. R. Dahlgreen²⁴ montre que la vitesse des ondes varie en fonction de la région explorée du corps ou encore, comme le suggèrent R. Potts²⁵ et B. Davis²⁶, en fonction l'âge des sujets. Ces analyses sont très intéressantes, car la vitesse de propagation des ondes de surface dépend du module d'Young, de la densité et l'épaisseur de la peau^{27,28}. Toutefois, des relations entre ces paramètres et la vitesse ou l'atténuation des ondes de cisaillement, il est très difficile de déterminer les propriétés mécaniques locales de chaque couche de la peau. En effet, la peau est constituée de trois couches principales de faible épaisseur : l'épiderme, le derme et l'hypoderme. Sur l'image échographique de peau réalisée à 50 MHz présenté Fig. 11, ces trois zones sont facilement distinguables.

Actuellement, les techniques de propagation d'ondes n'utilisent que des ondes de surfaces sollicitant un volume de peau défini par la taille de la longueur d'onde utilisée. Ainsi l'interprétation des résultats est reliée à des hypothèses plus ou moins justifiées de délimitation de volume et de comportement des différentes structures de peau. Cette technique donne accès à une élasticité moyenne, bien que le derme soit plus rigide que l'hypoderme. Il est donc difficile de déterminer l'élasticité propre de chaque couche de la peau. Dans notre cas, le palpeur acoustique est repose sur la propagation d'onde de cisaillement de volume. Avec ce dernier, il est possible d'envisager de suivre la propagation des ondes de cisaillement

à travers les différentes couches de la peau. C'est pourquoi, par une approche phénoménologique du système, nous avons, lors d'une collaboration avec l'Oréal, cherché à mettre au point une nouvelle sonde ultrasonore permettant de mesurer localement et *in vivo* l'élasticité de la peau.

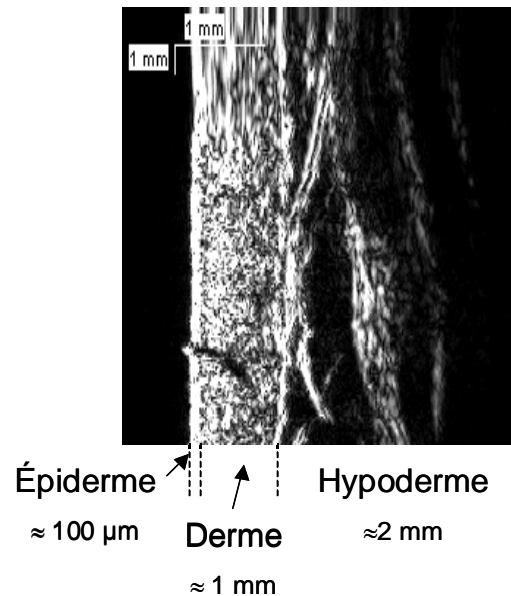


Fig. 11 : Image échographique de la peau (50 MHz) réalisé sur l'avant-bras. Les trois couches principales de la peau sont parfaitement distinctes : l'épiderme ($\approx 100 \mu\text{m}$), le derme ($\approx 1 \text{ mm}$) et l'hypoderme ($\approx 2 \text{ mm}$).

Après l'exposition du problème en première partie, seront explicités les changements d'échelle nécessaire pour adapter le système à la mesure de milieux de taille millimétrique. Le palpeur est complètement reconçu et la fréquence des ultrasons augmentée de 5 à 50 MHz. Ensuite, nous verrons les limites de l'élastographie impulsionnelle qui ont conduit à s'inspirer de la technique de sonoélastographie pour finaliser le système. Puis par simulation numérique nous montrons que ce système est assez précis pour déterminer un paramètre local d'élasticité. En deuxième partie, les résultats expérimentaux sur des fantôme de peau (gels d'Agar-gélatine) et les premières données *in vivo* sur l'avant-bras humain sont présentés. La vitesse des ondes de basse fréquence est alors trouvée plus rapide dans le derme que dans l'hypoderme. Ce résultat est confirmé en dernière partie par une étude *in vivo* sur plusieurs sujets où il est montré que la vitesse des ondes de basse fréquence dépend aussi de la zone du corps explorée.

II.A. Transposition du problème.

Le palpeur acoustique décrit au chapitre I a été développé pour l'exploration de milieux de taille centimétrique. Le défi fut donc de l'adapter à la peau de taille millimétrique. C'est pourquoi la fréquence du transducteur ultrasonore a été augmentée de 5 à 50 MHz. De la fréquence du transducteur dépend la résolution spatiale. Ce changement permet d'obtenir une précision de 30 μm contre 300 μm initialement. Un transducteur de fréquence centrale 50 MHz et possédant une distance focale de 12 mm est utilisé. Ce capteur est choisi pour sa grande sensibilité ce qui donne un très bon rapport signal sur bruit. La résolution axiale de ce transducteur est de 30 μm , la résolution latérale de 65 μm et la bande passante à -3 dB est de 10 MHz.

Cependant l'utilisation de transducteur focalisé nous oblige à modifier physiquement le palpeur acoustique. La distance focale est de 12 mm et la profondeur de la tache focale de 3 mm, ce qui délimite la zone de mesure, il est alors impossible d'utiliser le transducteur comme piston de la même manière que sur les muscles. Avec un tel système, obtenir un écho ultrasonore assez profond, considéré comme fixe, pour compenser le mouvement du vibreur n'est pas envisageable. Il faut donc laisser le transducteur ultrasonore fixe. Une source en vis-à-vis de la zone étudiée n'est pas envisageable. En conséquence, nous avons pensé utiliser un anneau entourant le capteur ultrasonore pour générer les ondes de cisaillement. Nous étudions alors l'action de cette nouvelle source de cisaillement.

II.A.1. Une nouvelle source de cisaillement : l'anneau.

Comme nouvelle source de cisaillement nous utilisons un anneau placé autour du transducteur ultrasonore. Complètement dissocié du capteur, ce dernier permet de générer des ondes de cisaillement sur l'axe ultrasonore. Les lobes de directivité des ondes de cisaillement étant d'environ 35 ° pour une source ponctuelle²⁹, la projection du vecteur des déplacements de l'onde de cisaillement est alors aligné avec le faisceau ultrasonore (Fig. 12(b)). Par simulation en utilisant les fonctions de Green en milieu semi-infini isotrope, le diagramme de directivité d'une source ponctuelle (Fig. 12(a)) est calculé à la distance focale du transducteur ultrasonore, c'est-à-dire à de 12 mm de la source. Les paramètres de simulation sont 1100 kg/m³, 1500 m/s et 3 m/s, pour la densité, la vitesse de l'onde de compression et la vitesse de l'onde de cisaillement respectivement.

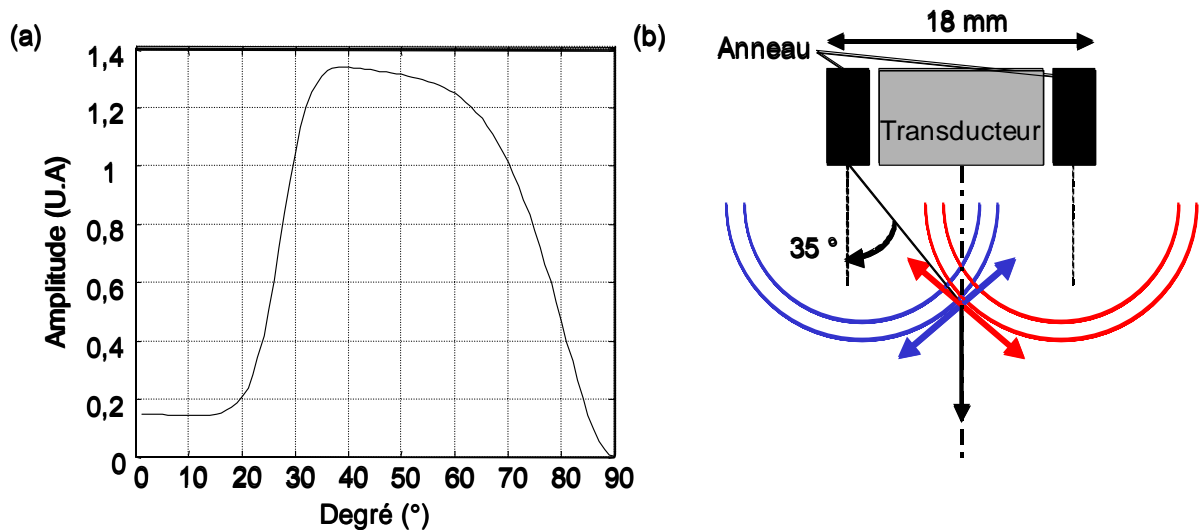


Fig. 12 : (a) Lobe de directivité de l'onde de cisaillement simulé à l'aide des fonctions de Green en milieu semi-infini isotrope à 12 mm d'une source ponctuelle. Le maximum de directivité est situé aux environs de 35°. (b) Coupe schématique de l'anneau. Le vecteur d'onde de cisaillement est aligné avec l'axe ultrasonore du capteur.

Sur la Fig. 12(b) est présenté un plan de coupe schématique des lobes de directivité de l'onde de cisaillement générés par un anneau. Dans ce plan à cause de la symétrie du système, en considérant une coupe de l'anneau comme ponctuelle, ce qui est justifié par la taille de l'anneau par rapport à la longueur d'onde de cisaillement, deux sources en vis-à-vis permettent d'obtenir une superposition des lobes de directivité et donc une projection du vecteur de déplacements des ondes de cisaillement sur l'axe ultrasonore. Ainsi les ondes de cisaillement sont focalisées le long de ce dernier. Ceci se manifeste par une augmentation de l'énergie de cisaillement sur l'axe de symétrie. Cet effet, fonction de la taille de l'anneau, peut être justifié en simulation. Dans un milieu homogène, grâce au logiciel Simulpa^d, nous comparons l'action en énergie d'un anneau de 18 mm de diamètre et de 1 mm de couronne par rapport à un piston de même surface (Fig. 13(c)). Les paramètres de simulation sont identiques à ceux utilisés avec les fonctions de Green précédentes. Un gain supplémentaire de 3 dB est obtenu sur l'axe ultrasonore à la profondeur de 12 mm, position de la tache focale ultrasonore.

^d Simulpa : Simulation numérique basée sur la théorie des rayons écrite et adaptée à la propagation dans les milieux mous par D. Cassereau au Laboratoire Ondes et Acoustique.

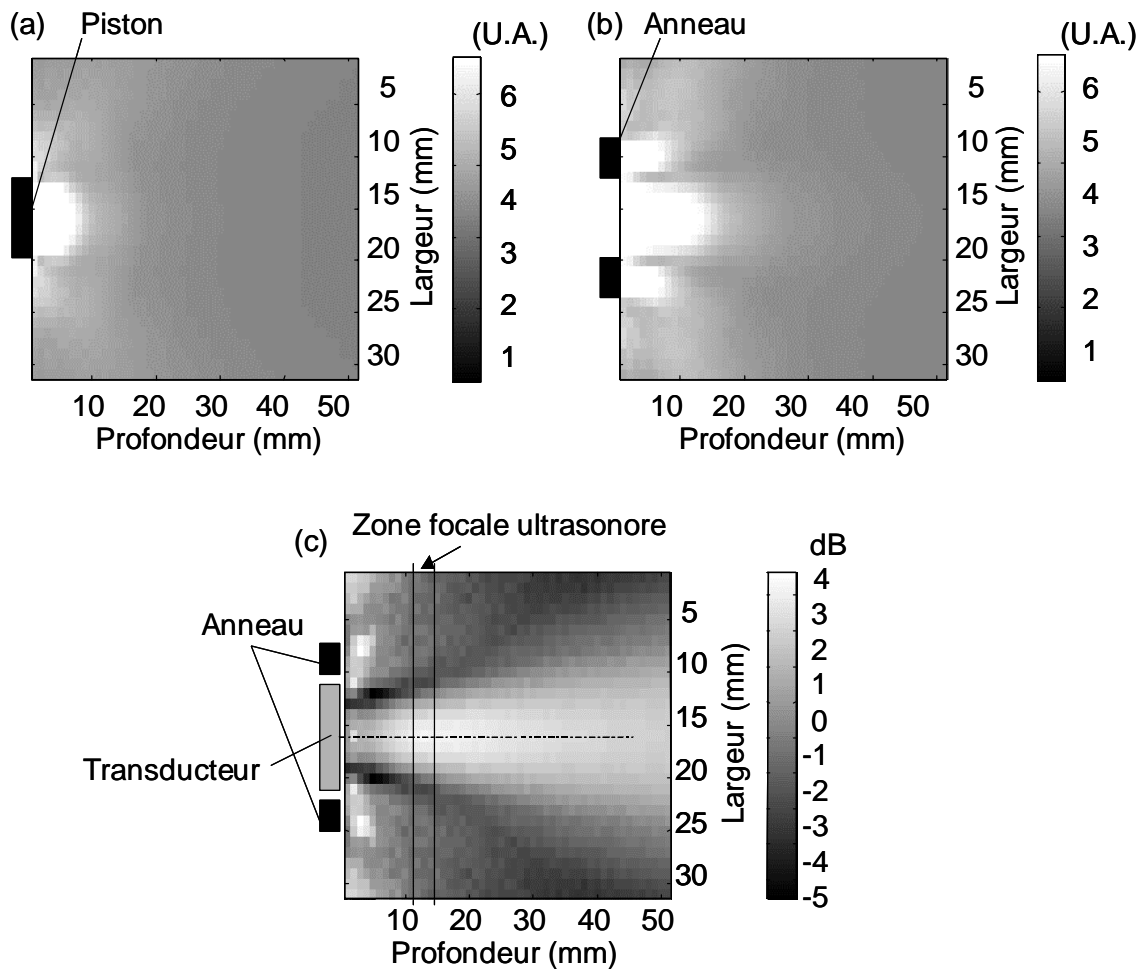


Fig. 13 : (a, b) Champ de déplacement de l'onde de cisaillement dans le domaine de Fourier, dans le cas d'un piston et d'un anneau de même surface à la fréquence centrale. (c) Gain en décibel entre l'action d'un anneau de 18 mm de diamètre extérieur et d'un piston de surface équivalente. L'anneau permet d'augmenter l'énergie des ondes de cisaillement sur l'axe ultrasonore en pointillés.

L'utilisation de cette nouvelle source de cisaillement nous a donc amenés à repenser la conception du palpeur acoustique pour la peau.

II.A.2. Un nouveau palpeur acoustique pour la peau.

Pour garder le transducteur fixe, nous avons dû désolidariser le capteur ultrasonore du vibreur. Un bâti enveloppant le vibreur et permettant de maintenir le transducteur ultrasonore au centre de l'anneau a été réalisé. Le montage est tel, qu'aucune vibration n'est transmise au capteur ultrasonore par l'intermédiaire du bâti (Fig. 14). L'anneau de 18 mm de diamètre est fixé au vibreur (Brüel&Kjær type 4810) et repose sur un disque de gélatine de 12 mm d'épaisseur encastré dans un autre anneau de Plexiglas fixé au bâti.

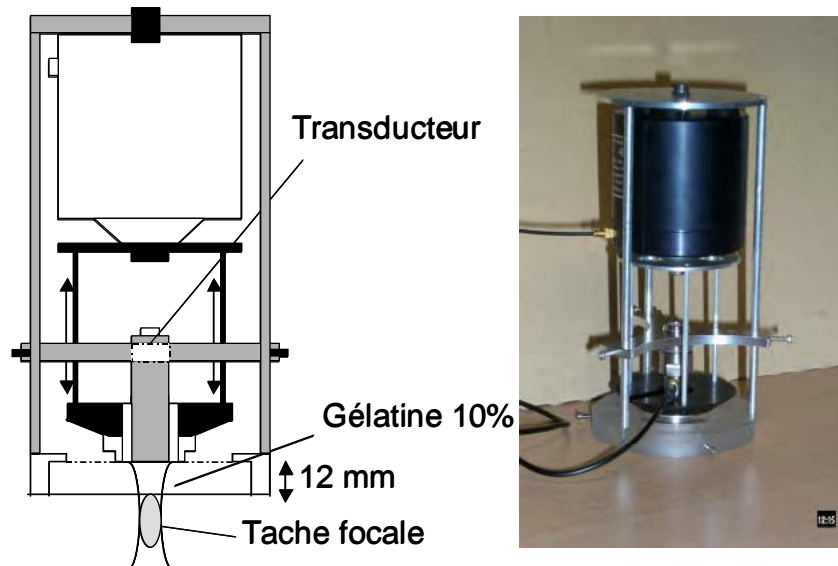


Fig. 14 : Nouveau palpeur acoustique pour la peau. Le transducteur ultrasonore est fixé sur un bâti solide du vibreur. L'anneau est complètement dissocié du capteur et vibre à la surface d'un disque de gélatine. Ce dernier permettant de positionner le transducteur à sa distance focale. La partie mobile est dessinée en noir et la partie fixe en gris, incluant le transducteur.

Le disque de gélatine permet de positionner le capteur à sa distance focale par rapport au milieu à étudier. De plus sa concentration en gélatine (10 %) permet d'obtenir une bonne transmission des ondes de cisaillement. L'ensemble du montage est alors portable et facile d'emploi.

A ce nouveau palpeur vient se joindre une nouvelle électronique d'acquisition. Le transducteur ultrasonore est excité par une émetteur-récepteur (Panametrics 5900PR) et chaque signal ultrasonore rétrodiffusé par le milieu est échantillonné à la fréquence de 500 MHz par l'intermédiaire d'une carte d'acquisition de type PCI (Acquiris DP210). L'ensemble des données est enregistré sur un ordinateur de bureau.

Toutefois, par une approche expérimentale, nous avons vu avec ce nouveau palpeur, qu'il est difficile de mettre en oeuvre la technique d'élastographie impulsionnelle dans le cas de la peau. C'est ce que nous expliquons dans le paragraphe suivant.

II.A.3 Les limites de l'élastographie impulsionnelle.

Dans la littérature, le module d'Young de la peau est de l'ordre de 1 MPa. Ceci correspond en utilisant l'équation 1.5, à une vitesse des ondes de cisaillement proche de 30 m/s. Pour pouvoir suivre la propagation d'onde de cisaillement si rapide dans 1 à 2 mm de

peau, il est nécessaire d'augmenter la récurrence des tirs ultrasonores à environ 200 kHz. Avec une telle cadence nous pourrions imager des déplacements de l'ordre 0,1 μm . De plus la profondeur mémoire de l'électronique doit être augmentée en conséquence pour l'enregistrement des données (> 80 Mo). Or, l'électronique actuelle commercialisée ne permet pas de pouvoir réaliser ce cahier des charges. Il n'est donc pas envisageable de réaliser de telles acquisitions en mode impulsif.

Donc comment estimer la vitesse des ondes de cisaillement ? Une solution est de changer le mode de génération des ondes en s'inspirant de la technique de sonoélastographie. Le milieu est alors excité de manière monochromatique à la fréquence de 300 Hz. A cette fréquence, choisie expérimentalement, l'onde de cisaillement est suffisamment atténuée pour ne pas perturber la mesure avec d'éventuels rebonds sur les couches profondes de l'avant-bras. Le mode monochromatique permet de mesurer avec précision le léger décalage en phase de l'onde de cisaillement sur la profondeur au cours de sa propagation. Ceci est permis grâce au grand nombre d'arches de sinusoïde générées. Ainsi, même en conservant une cadence de tirs ultrasonores faible de 2 kHz, en d'autres termes une fréquence d'échantillonnage des ondes basse fréquence faible, nous obtenons une grande précision sur la mesure du retard de phase de l'onde de cisaillement.

Toutefois, comme nous l'avons exposé au chapitre I, la sonoélastographie est soumise à différents biais. Par ailleurs, notre système concerne la propagation des ondes de cisaillement dans un milieu tri-couches. Des phénomènes de rebonds, des problèmes de transmission aux interfaces ou d'ondes stationnaires peuvent intervenir. C'est pourquoi nous vérifions par simulation numérique avec quelle précision nous obtenons notre mesure.

II.A.4 Validation de la sonoélastographie par simulation.

En utilisant la simulation aux différences finies Acel[°], nous modélisons la propagation des ondes de cisaillement à travers trois couches successives. Ces couches sont : le disque de gélatine de 12 mm (permettant d'être à la focale du transducteur), le derme d'environ 2 mm et l'hypoderme de 6 mm. Pour chacune de ces zones, les valeurs de vitesse des ondes de cisaillement sont fixées arbitrairement à : 3 m/s, 30 m/s et 3 m/s respectivement. La valeur de vitesse correspondante à la zone de l'hypoderme est choisie par rapport à celle des tissus

[°] Acel : Simulation numérique aux différences finies développée par M. Tanter au Laboratoire Ondes et Acoustique.

graisseux trouvée dans la littérature. Sur la figure suivante nous schématisons ces paramètres de simulation.

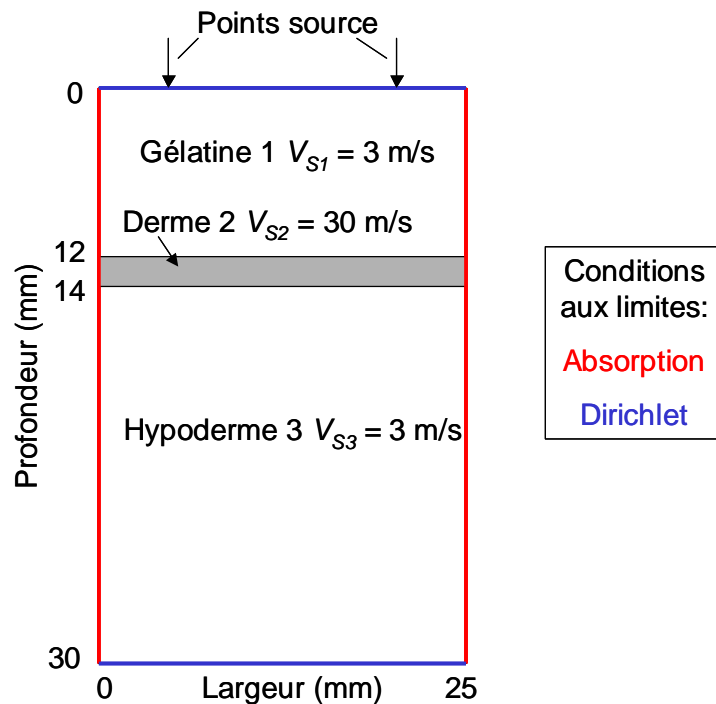


Fig. 15 : Paramètres de simulation utilisés dans le code numérique Acel. La vitesse de cisaillement V_S varie dans les trois couche simulées, et la vitesse des ondes de compression V_P est uniforme dans tout le milieu.

L'action de l'anneau est simulée dans un plan, par deux sources ponctuelles éloignées de 18 mm placées à la profondeur 0 mm. Le code de simulation est construit à deux dimensions, de ce fait nous n'observons pas exactement la propagation d'ondes basse fréquence générées par un anneau mais par deux barres. Les bords du plan sont régis par les conditions suivantes : absorption sur les côtés et conditions de Dirichlet à la profondeur 0 et 30 mm. Les conditions de Dirichlet correspondent à des conditions aux limites fixes. Les paramètres de simulation sont 300 m/s pour la vitesse de l'onde de compression, et 1000 kg/m^3 pour la densité.

Nous représentons sur la Fig. 16 le champ des déplacements de l'onde de cisaillement à différents intervalles de temps au cours de la propagation. La propagation des ondes de cisaillement est ensuite suivie sur l'axe de profondeur situé à égale distance des deux sources. Cet axe correspond à l'axe ultrasonore du montage expérimental.

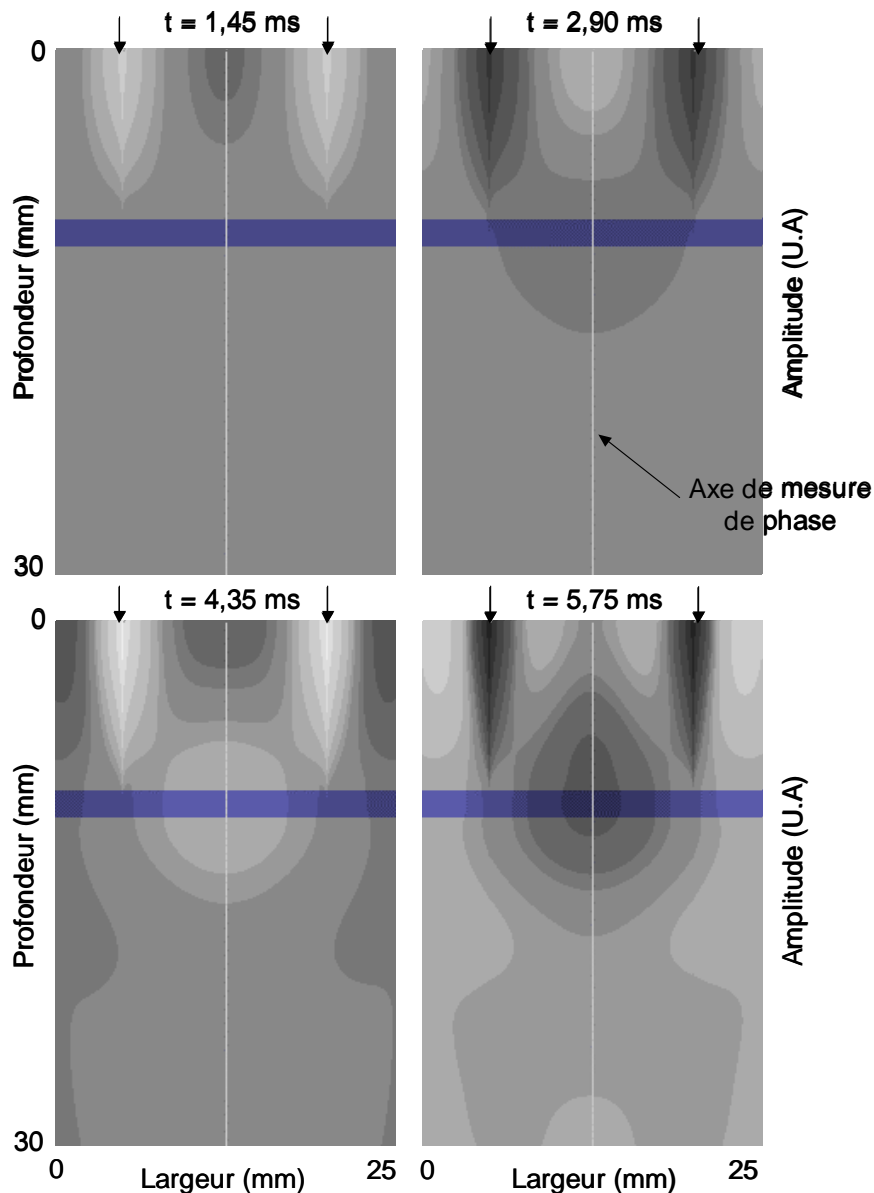


Fig. 16 : Champ de déplacements de l'onde de cisaillement simulé à différents temps dans le plan de coupe de l'anneau. Les sources de cisaillement sont symbolisées par deux flèches. Les bords du plan sont régis par les conditions suivantes : absorption sur les côtés et conditions de Dirichlet à la profondeur 0 et 20 mm. La mesure de phase est ensuite effectuée le long de l'axe des profondeurs en gris à l'abscisse 12,5 mm.

Sur la figure ci-dessous est tracé le retard de phase de l'onde de cisaillement sur l'axe de mesure précédent en fonction de la profondeur. Les trois couches modélisées sont parfaitement visibles. Dans chaque zone la vitesse de l'onde de cisaillement est mesurée par régression linéaire : $V_{BF1} = 3,98 \pm 0,15$ m/s de 8 à 11 mm, $V_{BF2} = 56,97 \pm 2,22$ m/s de 12 à 13,8 mm et $V_{BF3} = 13,46 \pm 0,15$ m/s de 13,8 à 20 mm de profondeur.

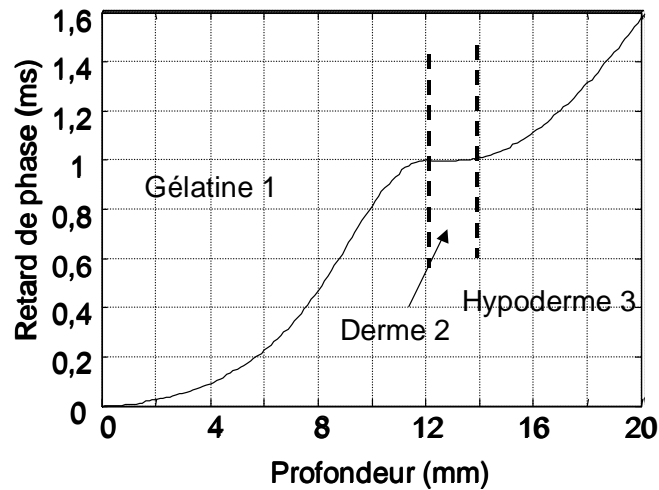


Fig. 17 : Retard de phase de l'onde basse fréquence en fonction de la profondeur obtenue par simulation aux différences finies. Les trois couches modélisées sont parfaitement visibles. Dans chacune d'elles la vitesse de l'onde basse fréquence est mesurée en évaluant la pente de la phase dans la zone considérée.

Rappelons que, lorsque le mode d'excitation est monochromatique, et à la différence du mode impulsionnel, il est impossible de dissocier les déplacements liés à chacune des deux ondes. Des rebonds sur la courbe dermique peuvent aussi modifier l'estimation de la vitesse des ondes et la présence d'ondes stationnaires est non négligeable. Dans la première couche représentant le disque de gélatine, la phase de l'onde de cisaillement ne devient linéaire qu'à partir d'environ 8 mm. Nous pensons que ces phénomènes sont dus aux effets de diffraction en champ ultra-proche. La vitesse de l'onde de cisaillement est alors surestimée.

Dans la seconde zone équivalente au derme, nous surestimons à nouveau la mesure de vitesse de l'onde de cisaillement. A l'interface entre la gélatine et le derme, la longueur d'onde de cisaillement augmente et nous sommes à nouveau dans une zone de champ proche. D'un autre point de vue, l'onde de cisaillement incidente, à cause des phénomènes de conversion de mode, agit comme une nouvelle source à la surface du derme, ce qui peut entraîner la génération d'une nouvelle onde de compression. En ce qui concerne la zone représentant l'hypoderme, les mêmes phénomènes se produisent.

Toutefois, ces résultats coïncident avec les valeurs de vitesse introduites dans la simulation. En effet, dans le derme nous mesurons bien une vitesse très supérieure à celles dans la gélatine et dans le derme. D'un point de vue qualitatif, nous ne pouvons pas négliger l'importance de l'onde de compression. En revanche, si nous changeons les paramètres de simulation, par exemple $V_{S1} = 3$ m/s, $V_{S2} = 15$ m/s, $V_{S3} = 1,5$ m/s ou $V_{S1} = 3$ m/s, $V_{S2} = 60$ m/s, $V_{S3} = 6$ m/s, dans la gélatine, dans le derme et dans l'hypoderme respectivement, nous

constatons des variations de vitesses du même ordre de grandeur : $V_{BF1} = 2,27 \pm 0,16$ m/s, $V_{BF2} = 33,60 \pm 1,11$ m/s, $V_{BF3} = 9,56 \pm 0,11$ m/s et $V_{BF1} = 7,92 \pm 0,02$ m/s, $V_{BF2} = 101,38 \pm 5,63$ m/s, $V_{BF3} = 21,80 \pm 0,39$ m/s sur les mêmes profondeurs.

La surestimation de vitesse intervient quels que soient les paramètres de vitesses injectés dans la simulation. Néanmoins, l'allure de la courbe possédant trois pentes successives est conservée. La vitesse des ondes basse fréquence mesurée n'est donc pas celle des ondes de cisaillement, mais elle varie proportionnellement à cette dernière. Il serait donc possible de déterminer un paramètre local lié à l'élasticité du milieu, même si nous ne pouvons mesurer une grandeur physique. Nous vérifions cette hypothèse par une étude expérimentale sur différents gels.

II.B. Validation expérimentale du procédé.

II.B.1. Expérience sur des fantômes de peau.

Afin de vérifier la validité de cette technique, nous avons réalisé nos premières expériences sur des fantômes de peau constitués de gel d'Agar-gélatine (15 % de gélatine, 5 % d'Agar) de faible épaisseur (1-6 mm). Le gel est posé sur un gros bloc de gélatine pour éviter les rebonds de l'onde de cisaillement. Le palpeur est appliqué à la surface du gel et 200 lignes ultrasonores sont enregistrées. Sur le A-scan présenté (Fig. 18(a)), correspondant à un signal ultrasonore, les interfaces entre les trois zones, gélatine du palpeur, gel de peau et support sont parfaitement discernables. Dans le même temps, le vibreur excite l'anneau à la fréquence de 300 Hz. Ainsi 30 arches basse fréquence sont enregistrées. Ces dernières sont parfaitement visibles sur la carte du champ de déplacements de l'onde de basse fréquence obtenue par intercorrélation des signaux ultrasonores successifs (Fig. 18(b)).

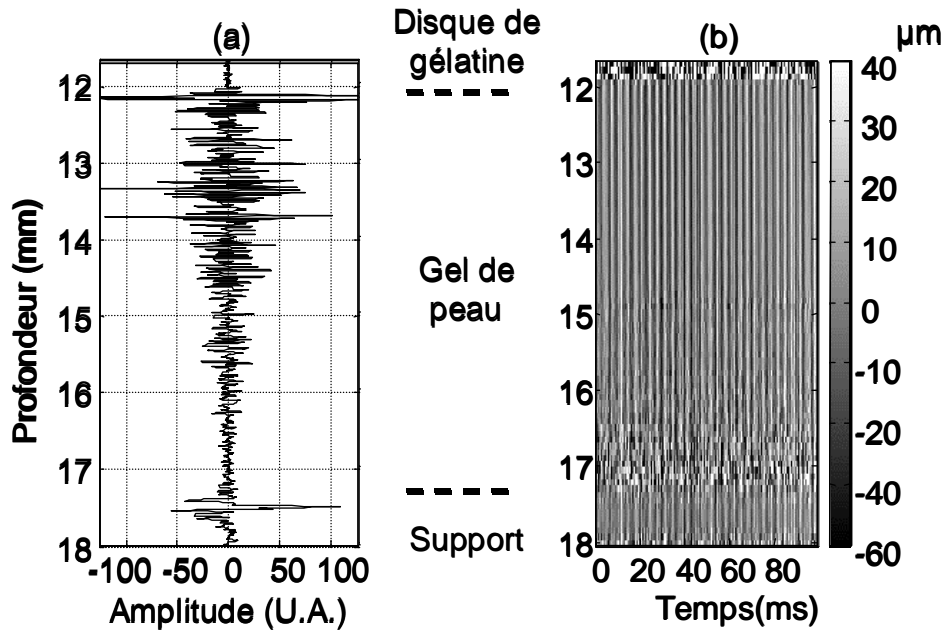


Fig. 18 : (a) Un des 200 signaux ultrasonores enregistrés en mémoire correspondant au fantôme de peau en fonction de la profondeur. (b) Champ de déplacements en niveau de gris dans le fantôme le long de l'axe du faisceau ultrasonore en fonction du temps. Le grand nombre d'arches de sinusoïde basse fréquence (30) est visible.

Sur la figure suivante (Fig. 19) nous traçons le retard de phase de l'onde de cisaillement à la fréquence centrale. Par régression linéaire sur les trois premiers millimètres, la vitesse de l'onde de basse fréquence est estimée dans le gel de peau : $V_{BF} = 6,00 \pm 0,73$ m/s. L'erreur est déduite de l'écart à la pente de la régression linéaire.

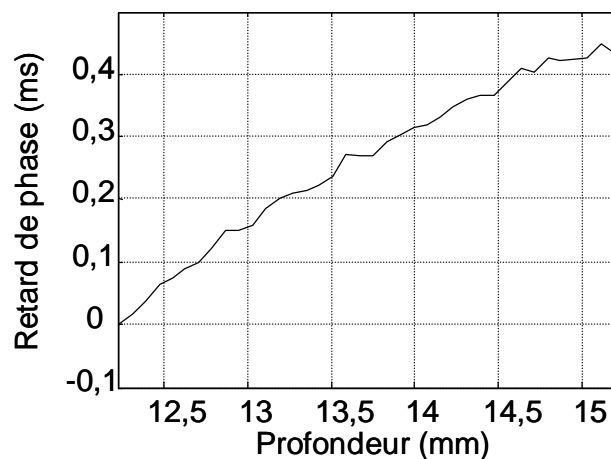


Fig. 19 : Retard de phase de l'onde de basse fréquence dans le fantôme de peau en fonction de la profondeur. Par régression linéaire nous trouvons la vitesse de l'onde de basse fréquence : $V_{BF} = 6,00 \pm 0,73$ m/s.

Toutefois cette mesure de vitesse est-elle cohérente avec les résultats obtenus par élastographie impulsionnelle?

II.B.2. Comparaison avec l'élastographie impulsionnelle.

Pour comparer notre nouvelle technique avec l'élastographie impulsionnelle, nous avons utilisé le palpeur acoustique élaboré pour les muscles sur un gel de 80 mm d'épaisseur. Ce gel provient du même mélange originel d'Agar et de gélatine que le gel de peau et donc possède la même élasticité. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

Technique	Epaisseur (mm)	Fréquence US (MHz)	Vitesse (m/s)
E. impulsionnelle	40	5	4,53 ± 0,03
Sonoélastographie	3	50	6,00 ± 0,73

Tableau 3 : Estimation de la vitesse des ondes de cisaillement dans deux fantômes de même élasticité avec deux techniques différentes : l'élastographie impulsionnelle et la sonoélastographie.

L'écart entre les mesures de vitesses obtenues par élastographie impulsionnelle ou sonoélastographie conforte les hypothèses que nous avons évoquées dans la cas de la simulation. La vitesse de l'onde de basse fréquence en mode monochromatique est surévaluée. Cependant nous estimons que cette mesure est révélatrice d'un paramètre local de l'élasticité du milieu étudié. Pour confirmer cette hypothèse, nous avons réalisé l'expérience de manière répétitive afin de quantifier l'erreur réalisée sur le paramètre d'élasticité.

II.B.3. Répétitivité et calcul d'erreur du paramètre d'élasticité.

Afin d'évaluer la répétitivité de notre système, il est intéressant de regarder l'évolution de la vitesse de l'onde de basse fréquence au cours du temps. Pour ce faire le palpeur est appliqué à la surface du gel de peau et 25 acquisitions successives sont réalisées sans déplacer l'appareil. Le nombre d'acquisitions est choisi de manière à avoir un temps d'expérimentation raisonnable pour des applications *in vivo* (0,5 s par acquisition). Pour chaque acquisition, le champ des déplacements est calculé et 25 phases indépendantes sont obtenues, soit 25 mesures de vitesse. L'évolution de la vitesse au cours du temps reste constante qualitativement et est représentée sur la figure suivante.

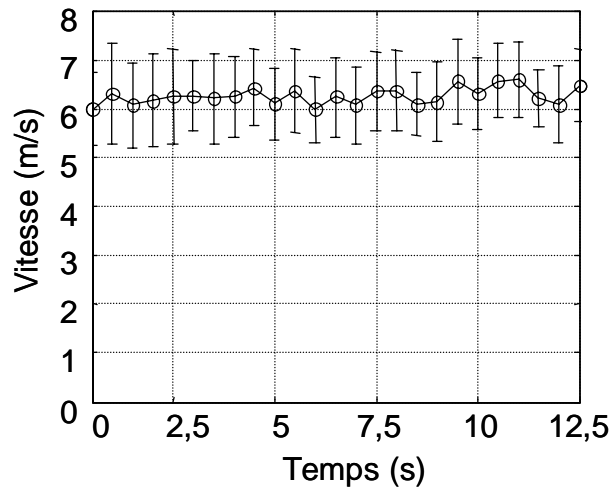


Fig. 20 : Test de répétitivité de l'estimation de la vitesse des ondes basse fréquence en fonction du temps. Le palpeur est appliqué à la surface d'un gel sans être déplacé. Chaque point correspond à une mesure de phase. Chaque barre d'erreur est déduite de l'écart à la pente de la régression linéaire de la phase.

La valeur moyenne de la vitesse est alors calculée. Pour ce faire nous avons deux possibilités : soit nous calculons la valeur moyenne de la vitesse de l'onde de basse fréquence et son écart-type sur les 25 valeurs de vitesses individuelles estimées à partir des 25 mesures de phase indépendantes. Soit nous calculons la phase moyenne des 25 phases indépendantes et nous évaluons la vitesse de l'onde de basse fréquence et son erreur par régression linéaire. Une question se pose alors : quelle est la signification physique des erreurs calculées par chacune des méthodes?

Dans le premier cas, la valeur moyenne de la vitesse est : $\bar{V}_{BF1} = 6,30 \pm 0,19$ m/s. L'écart type ΔV_{BF1} estimé sur ces valeurs individuelles est un estimateur de la dispersion des acquisitions. Malgré la surestimation de vitesse de l'onde basse fréquence, le calcul de cette erreur prouve la répétitivité de notre mesure.

Dans le deuxième cas, la vitesse moyenne est alors : $\bar{V}_{BF2} = 6,29 \pm 0,13$ m/s. Ici le calcul de l'erreur ΔV_{BF2} par régression linéaire sur la phase moyenne, représente l'erreur relative sur la vitesse de l'onde de basse fréquence. Le calcul précis de cette erreur est développé en annexe. Dans la suite de ce chapitre, nous utiliserons ce principe pour calculer la vitesse moyenne de l'onde de basse fréquence et l'erreur relative correspondante.

II.B.4. Comparaison entre différents fantômes.

Quatre gels d'Agar-gélatine de 5 mm d'épaisseur et d'élasticité différentes sont confectionnés. Pour faire varier l'élasticité de chaque gel la concentration de gélatine entre chaque mélange est modifiée et la même proportion d'Agar est conservée (3 %). Les concentrations de gélatine sont de 10 %, 15 %, 20 % et 25 %. Sur chaque gel une série de 25 acquisitions est réalisée (Fig. 21). Pour mémoire, chaque acquisition comprend 200 tirs ultrasonores à la fréquence de récurrence de 2 kHz. Nous constatons qualitativement une bonne répétitivité sur chaque série de mesure et la différence de vitesse entre chaque fantôme est nette.

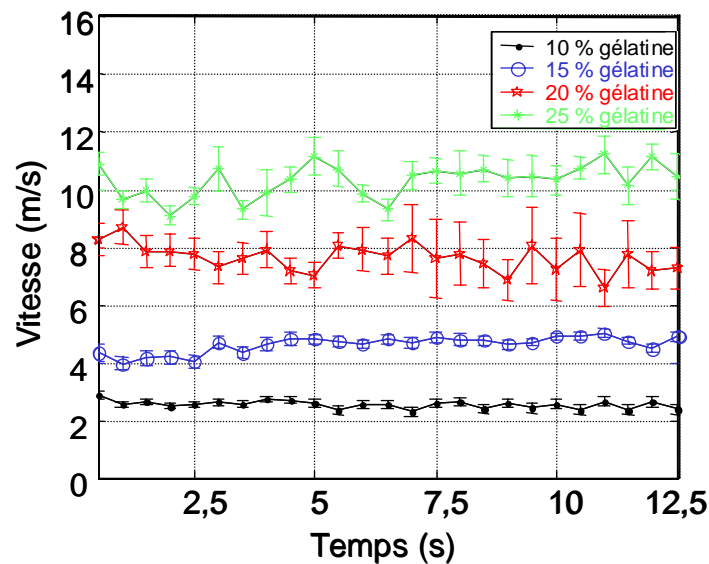


Fig. 21 : Vitesse de l'onde de basse fréquence mesurée sur quatre fantômes de peau différents en fonction du temps. Pour chaque série de mesure la vitesse moyenne de l'onde de basse fréquence est de $2,51 \pm 0,11$ m/s, $4,58 \pm 0,09$ m/s, $7,58 \pm 0,56$ m/s et $10,20 \pm 0,35$ m/s pour les gels de concentrations 10 %, 15 %, 20 % et 25 % respectivement.

Les valeurs moyennes de vitesse sont : $2,51 \pm 0,11$ m/s, $4,58 \pm 0,09$ m/s, $7,58 \pm 0,56$ m/s et $10,20 \pm 0,35$ m/s pour les gels de concentrations 10 %, 15 %, 20 % et 25 % respectivement. Qualitativement, nous observons que la vitesse des ondes basse fréquence varie linéairement avec la concentration de gélatine. Ces mesures réalisées sur ces fantômes de peau ont montré la robustesse de la technique proposée sur une gamme d'élasticités relativement grande, de 6,30 à 104,04 kPa. Ces résultats pertinents nous ont encouragé à réaliser des expériences *in vivo*.

II.B.5. Expériences *in vivo*.

Lors des expériences *in vivo*, le palpeur pour la peau est appliqué sur la face interne de l'avant bras d'un sujet et une série de mesure est réalisée. Rappelons qu'une série de mesures représente 25 acquisitions successives.

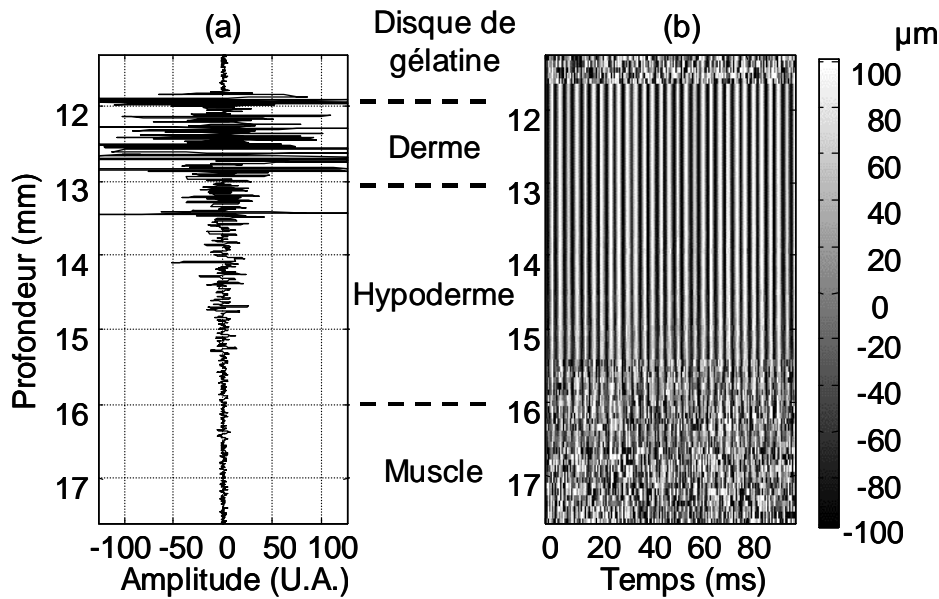


Fig. 22 : (a) Un des 200 signaux ultrasonores enregistrés en mémoire sur la peau de l'avant-bras en fonction de la profondeur. Trois zones sont discernables : la gélatine, le derme, l'hypoderme. (b) Champs de déplacements en niveau de gris dans la peau le long de l'axe du faisceau ultrasonore en fonction du temps.

Sur la figure précédente, nous présentons une ligne ultrasonore de la peau (Fig. 22(a)) et le champ de déplacements de l'onde de basse fréquence au cours du temps (Fig. 22(b)). Le signal ultrasonore présente trois zones discernables : la première commençant de la profondeur la plus faible à 11,8 mm correspond au disque de gélatine du palpeur, la seconde de 11,8 mm à 13,1 mm correspond au derme, la troisième jusqu'à environ 16 mm correspond à l'hypoderme. En dernier lieu se trouve le muscle, mais il est très difficile de définir la position de son interface car le rapport signal sur bruit devient trop faible, la zone insonifiée ne se trouve plus dans la tache focale du transducteur. Le champ de déplacements est peu bruité, ceci nous permet d'estimer avec précision le retard de phase de l'onde de cisaillement. Sur la figure suivante, le retard de phase moyen en fonction de la profondeur pour une série est présenté.

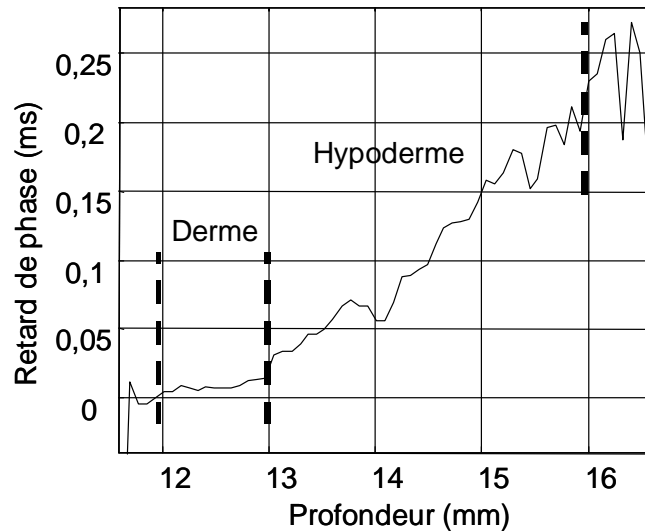


Fig. 23 : Retard de phase de l'onde de basse fréquence dans la peau en fonction de la profondeur. Deux zones correspondant au derme et à l'hypoderme sont clairement visibles. Les vitesses respectives sont de $V_D = 85,04 \pm 11,13$ m/s et $V_H = 14,84 \pm 0,41$ m/s.

La rupture de pente entre les deux zones que sont le derme et l'hypoderme est nette. Nous mesurons ainsi deux vitesses, $V_D = 85,04 \pm 11,13$ m/s et $V_H = 14,84 \pm 0,41$ m/s sur les 1,05 mm du derme et les 2,86 mm de l'hypoderme respectivement. Bien que, d'après la simulation présentée précédemment nous surestimions les valeurs de vitesses d'environ un facteur 3, ces résultats coïncident avec les données trouvées dans la littérature^{23,25}. Ce nouveau palpeur pour la peau permet donc d'obtenir une mesure locale d'un paramètre relié à l'élasticité dans le derme, mais aussi dans l'hypoderme. Ces résultats nous ont conduit à mener une première étude *in vivo* sur 14 sujets.

II.C. Etude *in vivo* en collaboration avec l'Oréal.

Dans le cadre de notre collaboration avec l'Oréal, une étude *in vivo* a été menée sur 14 femmes informées de la nature de l'expérience et ayant signé un consentement. Les critères de sélection des sujets sont les suivants :

- Peau caucasienne.
- Indice de Quételet compris entre 20 et 25.
- Pas de traitement hormonal de substitution.
- Age compris entre 19 et 25 ans.

Le protocole expérimental est établi autour de trois points principaux :

- La reproductibilité des mesures.
- L'écart de vitesse entre le derme et l'hypoderme.
- L'effet d'une précontrainte sur l'élasticité de la peau.

L'expérience est réalisée sur 3 zones du corps humain :

- L'avant-bras (face interne).
- Le bras (face externe sur le triceps).
- La cuisse (face interne).

L'effet éventuel d'une précontrainte est vérifié seulement sur deux zones :

- Le bras, celui-ci plié ou tendu de manière à avoir respectivement la peau tendue ou relâchée, pour créer une contrainte parallèle à la surface de la peau.
- La cuisse sur laquelle l'appareil est posé à la surface ou appuyé fortement pour appliquer une contrainte normale à la surface de la peau.

Sur chaque zone, 5 séries de mesures sont réalisées (une série représentant 25 acquisitions). Pour chaque série de mesure la vitesse moyenne est calculée dans le derme et l'hypoderme. L'épaisseur de ces derniers varie fortement d'un sujet à l'autre, en moyenne elle est de 1,5 mm et 2 mm respectivement. Dans le tableau suivant, nous présentons une analyse statistique des valeurs moyennes de vitesse en fonction des zones de mesure explorées et des deux couches principales de la peau, le derme et l'hypoderme. Le coefficient de variation présenté correspond à la variation de vitesse globale de toutes les zones et de l'ensemble des acquisitions pour chaque couche de la peau.

Zone explorée	Avant bras (m/s)	Bras tendu (m/s)	Bras relâché (m/s)	Cuisse non comprimée (m/s)	Cuisse comprimée (m/s)	Coefficient de variation (%)
Derme	82	52	64	65	68	36
Hypoderme	11,9	13,2	15,5	14,2	11,6	41

Tableau 4 : Analyse statistique des mesures effectuées sur la peau en fonction de la zone d'exploration et de la couche considérée.

De cette analyse, nous constatons en premier lieu, la différence importante de vitesse entre le derme et l'hypoderme. Ceci confirme la différence d'élasticité des deux couches et la capacité du système à mesurer une élasticité locale. De plus, ces valeurs sont cohérentes avec

celles trouvées dans la littérature si nous prenons en compte la surestimation de vitesse, d'environ un facteur 3, due aux effets de diffraction. Ensuite trois effets distincts sont observés :

Premièrement la vitesse change en fonction de la zone de peau explorée. En effet sur le derme nous obtenons 82 m/s sur l'avant-bras contre 65 m/s sur la cuisse ou 52 m/s sur le bras. Ceci peut s'expliquer intuitivement par le fait que chaque zone du corps n'est pas exposé aux mêmes contraintes extérieures. En effet, si nous nous palpons l'avant-bras, nous sentons bien la différence de « toucher » avec la face dorsale de la main par exemple. A contrario, dans l'hypoderme la vitesse n'évolue pas autant entre les différentes zones, 11,9 m/s sur l'avant-bras et 14,2 m/s sur la cuisse. L'hypoderme semble être identique quelle que soit la région du corps humain.

Deuxièmement, l'effet d'une précontrainte sur la peau entraîne des modifications de la vitesse. Une contrainte parallèle à la surface de la peau augmente la rigidité du derme, 52 m/s sur le bras tendu (peau relâchée) et 64 m/s sur le bras plié (peau tendue). En revanche, elle n'entraîne pas de variation significative de la vitesse dans l'hypoderme, 13,2 m/s et 15,5 m/s sur les même positions respectives. Une contrainte normale à la surface de la peau ne modifie pas de manière flagrante la vitesse dans le derme, 65 m/s sur la cuisse sans contrainte appliquée contre sur la cuisse 68 m/s comprimée. Par contre, la vitesse dans l'hypoderme change de 14,2 m/s à 11,6 m/s. Les couches inférieures de la peau semblent être plus sensibles à ce type de contrainte.

En dernier lieu, nous observons dans chaque couche de la peau un coefficient de variation de la mesure assez important, 36 % dans le derme et 41 % dans l'hypoderme. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'étude se déroule *in vivo*. D'autres paramètres peuvent aussi intervenir, par exemple la distance sur laquelle la vitesse est estimée liée à la détermination de la jonction derme-hypoderme. Actuellement d'autres études sont en cours afin de mieux comprendre ces variations et d'améliorer la qualité de la mesure.

II.D. Conclusion.

Le défi de la coopération avec l'Oréal était d'adapter le palpeur acoustique à la mesure d'élasticité de la peau. Ce dernier a été modifié en conséquence afin d'estimer l'élasticité de milieux de tailles millimétriques. A cause de l'électronique actuelle ne permettant pas de suivre la grande vitesse de propagation des ondes de basse fréquence dans la peau, nous avons préféré utiliser une autre technique de mesure, la sonoélastographie. La capacité de cette

technique à estimer différentes élasticités dans des milieux fins comme les gels de peau a été vérifiée. *In vivo*, l'application du système a permis d'estimer non seulement l'élasticité du derme mais aussi celle de l'hypoderme. Le caractère local de la mesure dans les deux couches principales de la peau est saisissant. En raison de ces résultats encourageants une première étude sur plusieurs sujets a été menée *in vivo*, et valide le nouveau palpeur acoustique pour l'estimation *in vivo* de l'élasticité locale de la peau. En effet, une variation de l'élasticité de la peau en fonction de la région du corps explorée et l'effet d'une précontrainte sur la mesure a été observée et quantifiée. Cependant, un fort coefficient de variation sur ces mesures reste présent, mais les études en cours cherchent à améliorer l'estimation de l'élasticité. Les résultats de cette première étude étant pertinents, d'autres études sont envisagées, notamment pour mieux comprendre l'évolution de la vitesse en fonction de l'âge du sujet et éventuellement vérifier l'action de produits cosmétiques sur les différentes couches de la peau.

III. Conclusion de ce chapitre.

Dans ce chapitre nous avons présenté deux applications *in vivo* du palpeur acoustique. L'utilisation de cet outil pour l'étude des comportements musculaires s'est révélée extrêmement prometteuse. La capacité du système à pouvoir explorer localement le comportement élastique d'un muscle est cruciale pour pouvoir suivre l'évolution de certaines pathologies. Dans un deuxième temps nous avons aussi vu qu'il est possible de modifier cet appareil pour l'adapter à l'exploration d'autres milieux, comme la peau. Nous pouvons ainsi étendre le champ d'applications du palpeur acoustique aux milieux de taille millimétrique. Cette nouvelle technique sur la peau a donné lieu au dépôt d'un brevet en Avril 2003.

Nous n'avons exposé ici que deux modes d'utilisation du palpeur acoustique, mais celui-ci possède un champ d'applications très large. Dans plusieurs domaines son utilisation peut s'avérer intéressante, il est possible d'imaginer un grand nombre d'applications. Par exemple dans le domaine médical, d'autres organes peuvent être étudiés, comme le foie dans le cadre de maladies telles que la cirrhose ou l'hépatite C. En agroalimentaire, l'utilisation du système sur la viande est envisageable (cf. chapitre II).

Références.

- ¹ Y.C. Fung, « Biomechanics: Motion, Flow, Stress, and Growth », *Ed. Springer*, 1990.
- ² Y.C. Fung, « Biomechanics: Mechanical properties of living tissues », *Ed. Springer*, 1981.
- ³ W.H. Akeson, D. Amiel, M.F. Abel, S.R. Garfin, S. L. Woo, « Effects of immobilization on joints », *Clin Orthop.*, **219**, pp. 28-37, 1987.
- ⁴ M. Pousson, J. Van Hoecke, F. Goubel, « Changes in elastic characteristics of human muscle induced by eccentric exercise », *J. Biomechanics*, **23**, pp. 343-348, 1990.
- ⁵ F. Goubel, E. Pertuzon, « Evaluation de l'élasticité du muscle *in situ* par une méthode de quick-release », *Arch. Int. Physiol. Biochim. Biophys.*, **81**, pp. 697-707, 1973.
- ⁶ A.L. Hof, « *In vivo* measurement of the series elasticity release curve of human triceps surae muscle », *J. Biomechanics*, **31**, pp. 793-800, 1998.
- ⁷ C. Cornu, F. Goubel, M. Fardeau, « Muscle and joint elastic properties during elbow flexion in Duchenne muscular dystrophy », *J. Physiology*, **533**, No. 2, pp. 605-616, 2001.
- ⁸ G.C. Joyce, P.M. Rack, H.F. Ross, « The forces generated at the human elbow joint in response to imposed sinusoidal movements of the forearm », *J. Physiology*, **240**, pp. 341-374, 1974.
- ⁹ C. Cornu, F. Goubel, « Musculo-tendinous and joint elastic characteristics during elbow flexion in children », *Clin. Biomech*, **16**, pp. 758-764, 2001.
- ¹⁰ G. I. Zahalak, S.J. Heyman, « A quantitative evaluation of the frequency-response characteristics of active human skeletal muscle *in vivo* », *J. Bio. Eng.*, **101**, pp. 28-37, 1979.
- ¹¹ S.F. Levinson, M. Shinagawa, T. Sato, « Sonoelastic determination of human skeletal muscle elasticity », *J. Biomechanics*, **20**, pp. 251-260, 1995.
- ¹² K. Fujii, T. Sato, K. Kameyama, T. Inoue, K. Yokoyama, K. Kobayashi, « Imaging system of precise hardness distribution in soft tissue *in vivo* using forced vibration and ultrasonic detection », *Proc. Acoustical Imaging*, Plenum, **21**, pp. 253-258, 1994.
- ¹³ K. Kubo, Y. Kawakami, T. Fukunaga, « Influence of elastic properties of tendon structures on jump performance in humans », *J. Appl. Physio.*, **87**, No. 6, pp. 2090-2096, 1999.
- ¹⁴ K. Kubo, H. Kanehisa, Y. Kawakami, T. Fukunaga, « Elastic properties of muscle-tendon complex in long-distance runners », *Eur. J. Appl. Physio.*, **81**, pp. 181-187, 2000.
- ¹⁵ L.M. Brekhovskikh, O.A. Godin, « Acoustics of layered media I: Plane and quasi-plane waves », *Ed. Springer-Verlag*, 1990.
- ¹⁶ D. Royer, E. Dieulesaint, « Ondes élastiques dans les solides I: Propagation libre et guidée », *Ed. Masson*, 1996.
- ¹⁷ M.A. Dresner, G.H. Rose, P.J. Rossman, R.J. Muthupillai, A. Manduca, R.L. Ehman, « Magnetic resonance elastography of skeletal muscle », *J. Mag. Res. Imaging*, **13**, pp. 269-276, 2001.
- ¹⁸ J.S. Comaish, P.R.H. Harborow, D.A. Hofman, « A hand held friction meter », *Brit. J. Dermatol.*, **89**, pp. 33-50, 1973.
- ¹⁹ P.G. Agache, C. Monneur, J.L. Levaque, J. De Rigal, « Mechanical properties and Young's modulus of human skin », *Arch. Dermatol.*, **269**, pp. 221-232, 1980.

-
- ²⁰ A.O. Barel, W. Courage, P. Clarys, « Suction method for measurement of skin mechanical properties : the cutometer », Serup J, Jemec G, editors, *Handbook of non-invasive methods and the skin*, London : CRC Press, pp. 335-339, 1995.
- ²¹ G.E. Piérard, Ch.M. Lapière, « Physiopathological variations in the mechanical properties of skin », *Arch. Derm. Res.*, **260**, pp. 313-329, 1977.
- ²² H. Tronnier, H.H. Wagener, « Ueber die frequenz leitfähigkeit des menschlichen haut », *Dermatologica*, **104**, pp. 135-142, 1952.
- ²³ P.L. Dorogi, G.M. Dewitt, B.R. Stone, E.M. Buras, « Viscoelastometry of skin *in vivo* using shear wave propagation », *Bioeng. Skin*, **2**, pp. 59-70, 1986.
- ²⁴ R.M. Dahlgreen, W.H. Elsna, « Measurement of skin condition by sonic velocity », *J. Soc. Cosmet. Chem.*, **35**, pp. 1-19, 1984.
- ²⁵ R.O. Potts, D.A. Chrisman, E.M. Buras, « The dynamic mechanical properties of human skin *in vivo* », *J. Biomechanics*, **16**, pp. 365-372, 1983.
- ²⁶ B.R. Davis, E. Bahniuk, J.K. Young, C.M. Barnard, J.M. Mansour, « Age dependent change in the shear wave propagation through human skin », *J. Expr. Geon.*, **24**, pp. 201-210, 1989.
- ²⁷ J. Pereira, J.M. Mansour, B.R. Davis, « Analysis of shear wave propagation in skin ; application to an experimental procedure », *J. Biomechanics*, **23**, pp. 745-751, 1990.
- ²⁸ J. Pereira, J.M. Mansour, B.R. Davis, « The effect of layer properties on shear disturbance propagation in skin », *J. Bio. Eng.*, **113**, pp. 30-35, 1991.
- ²⁹ S. Catheline, J.-L. Thomas, F. Wu, M. Fink, « Diffraction field of a low frequency vibrator in soft tissues using transient elastography », *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.*, **46**, No. 4, pp.1013-1020, 1999.

Conclusion

Cette thèse retrace les progrès réalisés au Laboratoire Ondes et Acoustiques au cours de ces trois dernières années en élastographie impulsionnelle 1D. Nous nous sommes efforcés de développer l'élastographie impulsionnelle par le biais du palpeur acoustique selon deux grands axes de recherche, fondamentale et appliquée, à la fois complémentaires et indissociables.

D'un point de vue fondamental, les connaissances accumulées au laboratoire sur les ondes de cisaillement dans les solides mous, de la génération à la détection, en passant par la dispersion et la diffraction, ont permis de mener à bien l'élaboration d'un appareil de mesure de l'élasticité de la peau pour lequel un brevet a été déposé. Une étude à grande échelle *in vivo* a confirmé la capacité de ce système à déterminer les élasticités de chaque couche de la peau.

L'anisotropie des tissus biologiques étant une règle plutôt qu'une exception, nous nous sommes naturellement intéressé au cas simple des muscles de bœuf *in vitro* dont les fibres ont toutes la même orientation (*biceps femoris semi-tendinosus*) en collaboration avec l'INRA de Clermont-Ferrand. Les prédictions du modèle cristallographique hexagonal (transverse isotrope) coïncident très bien avec les résultats expérimentaux obtenus avec le palpeur acoustique modifié. Cette modification consiste en l'utilisation d'une barre comme piston pour polariser le champ des déformations des ondes de cisaillement. Fort de ce succès, des expériences *in vivo* ont été menées avec l'institut de myologie de l'hôpital « La Pitié Salpêtrière ». Cette application clinique a permis de démontrer la dépendance linéaire entre l'activité électrique du biceps et son élasticité. L'utilisation à l'avenir d'un tel outil pour mesurer l'élasticité de muscles profonds, inaccessible par des électrodes non intrusives, ou pour suivre des pathologies neuromusculaires en vue d'un traitement, est prometteuse et cruciale.

En dernier lieu, toujours en partant d'une recherche fondamentale, nous avons réalisé les premières expériences quantitatives sur les propriétés non linéaires des solides mous. En utilisant à nouveau le palpeur acoustique adapté pour les milieux anisotropes dans un expérience d'acoustoélasticité, les deux coefficients de Lamé et les trois coefficients de Landau d'un fantôme d'Agar-gélatine ont été mesurés. Ces résultats numériques, étonnants et encore imparfaitement compris, montrent que les coefficients du second ordre sont du même ordre de grandeur que leur équivalents du troisième ordre : μ et A de l'ordre du kPa sont

beaucoup plus petit que λ , B et C de l'ordre du GPa. Dans un deuxième temps, en utilisant l'imageur ultrarapide ultrasonore, nous avons observé expérimentalement une onde transverse choquée. Là encore, les prédictions théoriques de l'équation de Burgers modifiée ont été vérifiées précisément. Nous retrouvons, par cette observation, le coefficient de non linéarité β_S des ondes transverses de l'ordre de grandeur de μ et A , ce qui confirme les résultats d'acoustoélasticité.

Quantité de travaux sont encore à poursuivre et certains sont déjà en cours. Par exemple, la viscosité reste à quantifier plus précisément dans les tissus mous. Une première approche de ce paramètre dans la prise en compte de la modélisation de l'équation de Burgers modifiée montre son importance. D'autre part, une étude de l'interaction paramétrique d'ondes de cisaillement a débuté. Cette expérience permettrait, d'une autre manière, en mesurant les amplitudes des harmoniques générées, de retrouver le coefficient non linéaire de cisaillement et de confirmer les résultats déjà obtenus par acoustoélasticité et par l'étude des ondes choquées.

A l'avenir, il sera intéressant de mesurer en plus du module élastique de cisaillement μ , le module de viscosité et les différents coefficients non linéaires A , B , C , sur différents organes et plusieurs matériaux. La mesure de ces nouveaux paramètres devra être adaptée au palpeur acoustique. Les collaborations avec l'institut de myologie seront poursuivies et d'autres avec l'INRA seront envisagées.

Annexes.

I. Mesure de déplacements par intercorrélation.

L'intercorrélation des signaux ultrasonores se constitue de trois étapes. La première étape consiste à calculer le déplacement subi par un volume élémentaire entre deux tirs ultrasonores. Pour y parvenir, nous prélevons sur le premier tir ultrasonore S_1 une fenêtre temporelle représentant la signature acoustique du milieu entre t_1 et $t_1 + \Delta t$ (Fig. 1). La pratique de cette méthode montre que, pour obtenir une signature acoustique unique, la taille de la fenêtre doit être au moins de trois longueurs d'onde ultrasonore. Une grande largeur de fenêtre diminue l'erreur sur la mesure mais aussi la résolution du système. Ensuite, sur le deuxième tir ultrasonore S_2 , N fenêtres temporelles sont sélectionnées autour de la position t_1 , entre t_2 et $t_2 + \Delta t$ et pour chaque couple de fenêtres (S_1, S_2) nous calculons le coefficient de corrélation. Ce couple (S_1, S_2) est ensuite normalisé de façon à obtenir un degré de ressemblance adimensionné $R(t_d)$ fonction du déplacement temporel $t_d = |t_2 - t_1|$ entre les fenêtres corrélées. Ce coefficient tend vers 1 lorsque les deux fenêtres possèdent la même signature acoustique.

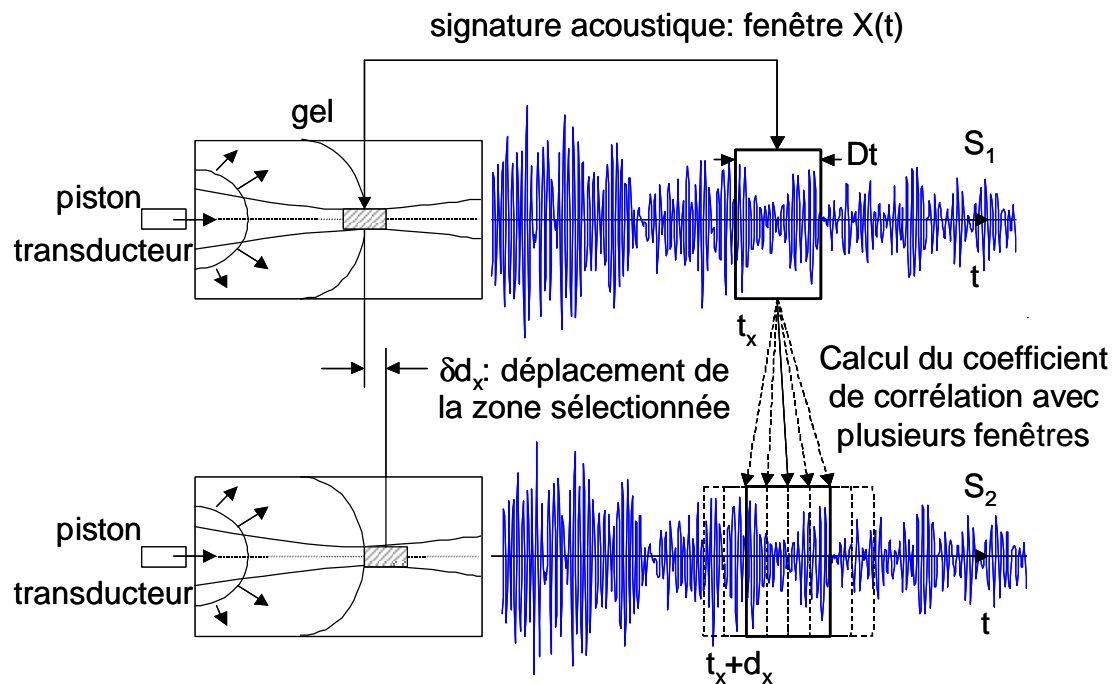


Fig. 1 : Intercorrélation d'une fenêtre de largeur Dt du signal S_1 avec plusieurs fenêtres de largeur identique du signal S_2 .

La position du maximum d'intercorrélation permet alors de calculer le glissement temporel dt_x de la tranche de milieu étudié entre le premier et le second tir, elle nous donne la position de la fenêtre parmi l'ensemble de celles de S_2 qui a la signature acoustique la plus ressemblante à celle de S_1 . Ce glissement temporel peut être alors converti en un déplacement spatial de la tranche de milieu étudié. Cette méthode nous permet donc de calculer par intercorrélation entre deux tirs ultrasonores le déplacement temporel dt_x d'une fenêtre S , puis le déplacement spatial dd_x qui lui est associé.

Pour améliorer la précision de cette mesure, nous utilisons une technique de calcul complémentaire : l'interpolation du coefficient de corrélation. La précision sur la mesure du déplacement est évaluée sur la capacité à trouver la position du maximum de $R(t_d)$. Du fait de la fréquence d'échantillonnage des signaux (50 MHz), la précision sur le déplacement ne peut donc pas excéder un pas de 20 ns, soit 15 μm (1/20 de la longueur d'onde ultrasonore). En interpolant le coefficient de ressemblance, nous pouvons gagner un facteur 20 sur la mesure et arriver à une précision de l'ordre du micron. Pour ce faire, nous utilisons la technique suivante, qui consiste à faire passer par les trois points entourant le maximum du coefficient de ressemblance une parabole. Cette parabole étant unique, nous pouvons en calculer son maximum, ce qui nous permet de définir le nouveau glissement temporel dt_x' (Fig. 2).

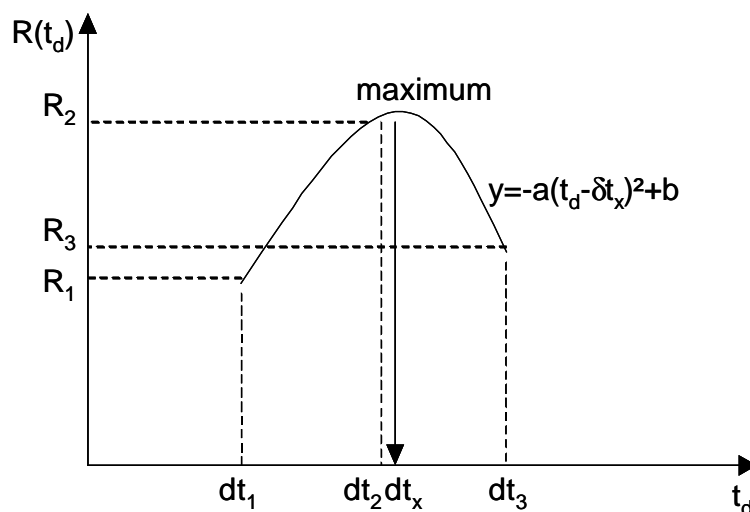


Fig. 2 : Interpolation parabolique du maximum de déplacement.

Nous avons calculé le déplacement d'une couche de milieu à un instant donné pour une profondeur. La seconde étape du calcul des déplacements est d'itérer le procédé précédent et de calculer les déplacements à toutes les profondeurs (Fig. 3). Le signal S_1 est divisé en N fenêtres identiques de largeur Δt . Chaque fenêtre est soumise au calcul de corrélation interpolée décrite précédemment. Un taux de recouvrement entre les fenêtres est pris en compte et est défini par l'utilisateur. Les résultats obtenus sont stockés dans un tableau, ce qui constitue une mesure précise des déplacements entre deux signaux ultrasonores rétrodiffusés aux temps t_0 et t_1 .

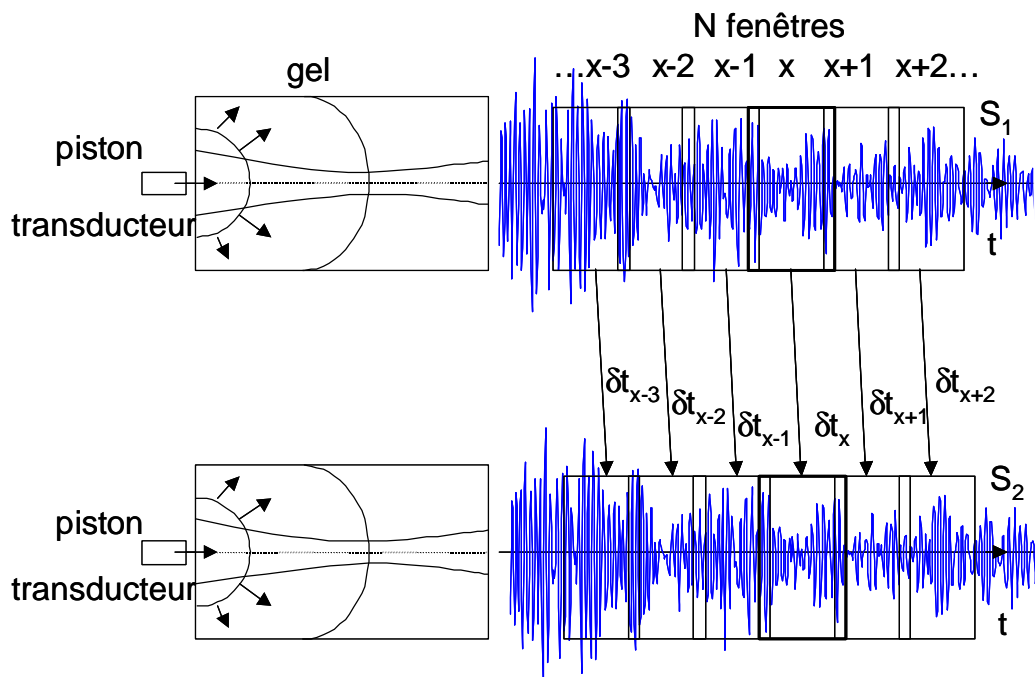


Fig. 3 : Intercorrélation de N fenêtres identiques.

Nous avons donc calculé les déplacements induits dans tout le milieu à un instant donné (c'est-à-dire entre deux images du speckle acoustique). Maintenant, la troisième étape consiste à étendre le procédé aux M signaux ultrasonores rétrodiffusés deux à deux pour remonter aux déplacements à tous les temps de l'acquisition (Fig. 4). Le signal S_2 est traité avec le signal S_3 de la même manière et ceci sur les M tirs ultrasonores. On obtient alors une matrice $(M-1, N)$, contenant les déplacements entre deux instants de N fenêtres élémentaires, par les déplacements élémentaires entre M tirs consécutifs. La cadence des tirs étant constante (1000 Hz), nous pouvons donc assimiler ces déplacements à une mesure de vitesse particulière en fonction de la profondeur et du temps.

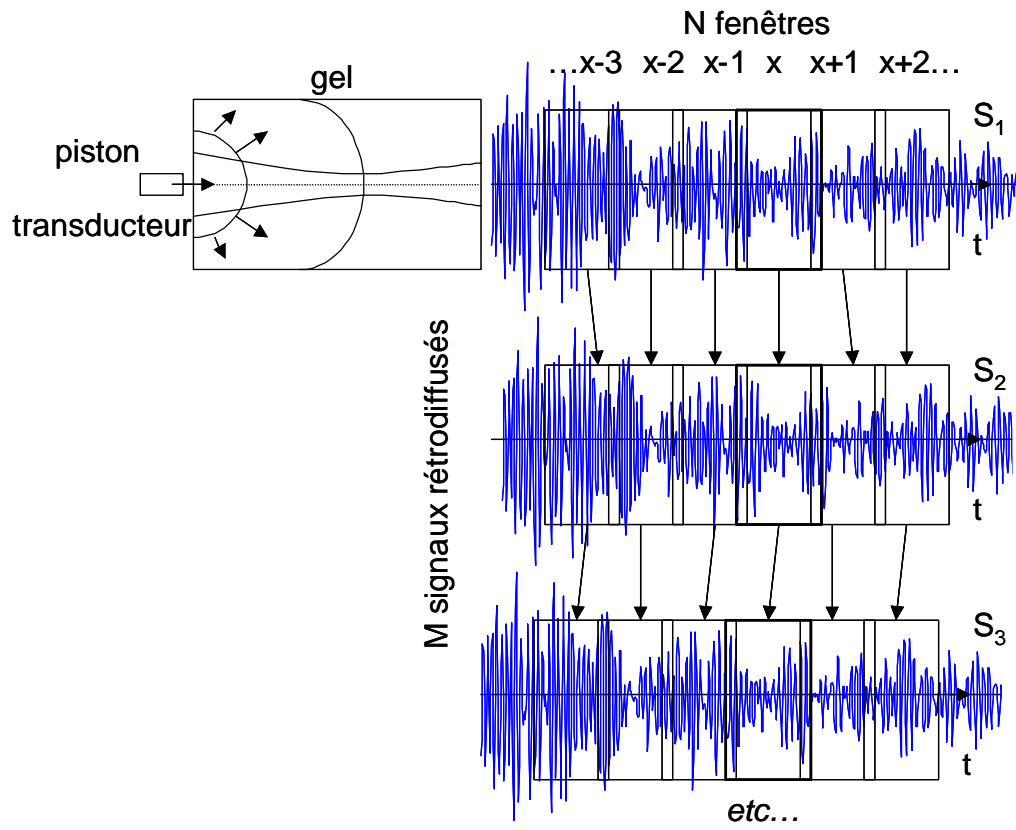


Fig. 4 : Itération du procédé d'intercorrélation aux M signaux rétrodiffusés.

II. Expressions des fonctions de Green en milieu isotrope pour une source ponctuelle en mode impulsionnelle.

Les fonctions de Green écrites par D. Gakenheimer et J. Miklowitz décrivent la propagation transitoire d'ondes dans un milieu homogène, isotrope, linéaire, élastique dans un milieu semi-infini. Ces dernières décrivent la réponse impulsionnelle d'une source ponctuelle de force normale générée à la surface d'un solide remplissant les conditions précédentes. Elles sont obtenues à partir de la dérivation des déplacements $H_{iz}(i=r,z)$ générés par un échelon de Heaviside $Y(t)$ de contrainte normale. Pour un point d'observation au milieu du solide, le point source étant l'origine, l'expression des fonctions de Green en coordonnées cylindriques est alors :

$$G_{rz}(r, z, t) = G_{rz}^P + G_{rz}^S + G_{rz}^{PS} \quad (A.1)$$

$$G_{zz}(r, z, t) = G_{zz}^P + G_{zz}^S + G_{zz}^{PS} \quad (A.2)$$

Cette décomposition en trois termes est liée au trois types d'ondes de volume se propageant dans le milieu, une onde de compression P, une ondes de cisaillement S et une onde de couplage PS. Leurs expressions sont les suivantes :

$$G_{iz}^P(r, z, t) = \frac{\partial}{\partial t} [H_{iz}^P(r, z, t)], \quad (A.3)$$

$$G_{iz}^S(r, z, t) = \frac{\partial}{\partial t} [H_{iz}^S(r, z, t)], \quad (A.4)$$

$$G_{iz}^{PS}(r, z, t) = \frac{\partial}{\partial t} [H_{iz}^{PS}(r, z, t)], \quad (A.5)$$

où,

$$H_{iz}^P(r, z, t) = Y(t - t_p) \cdot \int_0^{T_p} \text{Re} \left[K_i^P(q^P, \mathbf{h}) \frac{\partial q^P}{\partial t} \right] d\mathbf{h}, \quad (A.6)$$

$$H_{iz}^S(r, z, t) = Y(t - t_S) \cdot \int_0^{T_S} \operatorname{Re} \left[K_i^S(q^S, \mathbf{h}) \frac{\partial q^S}{\partial t} \right] d\mathbf{h}, \quad (A.7)$$

$$H_{iz}^{PS}(r, z, t) = Y(t - t_{PS}) Y(t_B - t) Y\left(\frac{r}{R} - \mathbf{g}^{-1}\right) \times \int_{A_{PS}}^{T_{PS}} \operatorname{Re} \left[K_i^P(q^{PS}, \mathbf{h}) \frac{\partial q^{PS}}{\partial t} \right] d\mathbf{h}. \quad (A.8)$$

$\operatorname{Re}(Z)$ est la partie réelle du nombre complexe Z , \mathbf{g} est le rapport de la vitesse de l'onde de compression sur la vitesse de l'onde de cisaillement, $Y(t)$ est la fonction de Heaviside et $i=r, z$. Les temps d'arrivée t_P , t_S , t_{PS} et t_B suivent les expressions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} t_P = \frac{R}{C_P} \\ t_S = \frac{R}{C_S} \\ t_{PS} = \frac{R}{C_S} (\cos(\mathbf{q} - \mathbf{q}_c)) \text{ avec } \mathbf{q}_c = \arcsin(\mathbf{g}^{-1}) \\ t_B = \frac{R}{C_P} \cdot \frac{R}{z} \sqrt{\mathbf{g}^2 - 1} \end{array} \right. \quad (A.9)$$

Les bornes d'intégrations sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_P = \sqrt{\frac{t^2}{t_P^2} - 1} \\ T_S = \mathbf{g} \sqrt{\frac{t^2}{t_S^2} - 1} \\ T_{PS} = \sqrt{\left(\frac{C_P}{R}(t - t_{PS}) + 1\right)^2 - 1} \\ A_{PS} = \begin{cases} T_S & \text{si } t > t_S \\ 0 & \text{si } t \leq t_S \end{cases} \end{array} \right. \quad (A.10)$$

Les fonctions complexe K_P et K_S s'écrivent comme suit où j est le nombre imaginaire unité :

$$\left\{ \begin{array}{l} K_r^P(q, \mathbf{h}) = \frac{-1}{\mathbf{p}^2 C_P \mathbf{m}} \frac{jqk_1}{k_5} \\ K_r^S(q, \mathbf{h}) = \frac{2}{\mathbf{p}^2 C_P \mathbf{m}} \frac{jqk_3 k_4}{k_5} \\ K_z^P(q, \mathbf{h}) = \frac{1}{\mathbf{p}^2 C_P \mathbf{m}} \frac{k_1 k_3}{k_5} \\ K_z^S(q, \mathbf{h}) = \frac{-2}{\mathbf{p}^2 C_P \mathbf{m}} \frac{k_2 k_3}{k_5} \end{array} \right. \quad (A.11)$$

où :

$$\left\{ \begin{array}{l} k_1(q, \mathbf{h}) = 2(q^2 + \mathbf{h}^2) + \mathbf{g}^2 \\ k_2(q, \mathbf{h}) = q^2 + \mathbf{h}^2 \\ k_3(q, \mathbf{h}) = \sqrt{q^2 + \mathbf{h}^2 + 1} \\ k_4(q, \mathbf{h}) = \sqrt{q^2 + \mathbf{h}^2 + \mathbf{g}^2} \\ k_5(q, \mathbf{h}) = k_1^2 - 4k_2 k_3 k_4 \end{array} \right. \quad (A.12)$$

Les fonctions q^P , q^S et q^{PS} , dépendent des variables d'intégration \mathbf{h} et du temps t .

Pour $t > t_P$

$$q^P(t, \mathbf{h}) = \begin{cases} \frac{C_P}{R^2} \left[jtr + zt_P \sqrt{T_P^2 - \mathbf{h}^2} \right] & \text{si } \mathbf{h} \leq T_P \\ 0 & \text{si } \mathbf{h} > T_P \end{cases} \quad (A.13)$$

Pour $t > t_S$

$$q^S(t, \mathbf{h}) = \begin{cases} \frac{C_P}{R^2} \left[jtr + zt_P \sqrt{T_S^2 - \mathbf{h}^2} \right] & \text{si } \mathbf{h} \leq T_S \\ 0 & \text{si } \mathbf{h} > T_S \end{cases} \quad (A.14)$$

Pour $t > t_{PS}$ et $t < t_B$

$$q^{PS}(t, \mathbf{h}) = \begin{cases} j \frac{C_P}{R^2} \left[tr - zt_P \sqrt{\mathbf{h}^2 - T_S^2} \right] & \text{si } A_{PS} \leq \mathbf{h} \leq T_{PS} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (A.15)$$

III. Expressions des fonctions de Green en milieu hexagonal pour une source ponctuelle en mode impulsionnelle.

Dans un solide élastique infini, anisotrope hexagonal et homogène, la réponse impulsionnelle d'un point source, les fonctions de Green, sont déduites de la théorie des rayons d'ordre supérieur écrite par V. Vavryuk. La solution de ces dernières est donnée en coordonnées cartésiennes $\bar{x} = (x, y, z)$ et satisfait l'équation suivante:

$$G_{kl}(\bar{x}, t) = \frac{1}{4\mathbf{pr}} \left\{ \begin{array}{l} G_1(\bar{x}, t) + G_2(\bar{x}, t) + G_3(\bar{x}, t) \\ + G_4(\bar{x}, t) + G_5(\bar{x}, t) \end{array} \right\}. \quad (A.16)$$

où, k et l sont les index de directivité des déplacements et de la source respectivement. Les autres termes sont définis par :

$$\left\{ \begin{array}{l} G_1(\bar{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{c_{11}^3}} \frac{g_{1k} g_{1l}}{\mathbf{t}_1} \mathbf{d}(t - \mathbf{t}_1) \\ G_2(\bar{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{c_{44}^3}} \frac{g_{2k} g_{2l}}{\mathbf{t}_2} \mathbf{d}(t - \mathbf{t}_2) \\ G_3(\bar{x}, t) = \frac{1}{c_{66} \sqrt{c_{44}}} \frac{g_{3k} g_{3l}}{\mathbf{t}_3} \mathbf{d}(t - \mathbf{t}_3) \\ G_4(\bar{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{c_{44}}} \frac{g_{3k}^\perp g_{3l}^\perp - g_{3k} g_{3l}}{R^2} \int_{\mathbf{t}_2}^{\mathbf{t}_3} \mathbf{d}(t - \mathbf{t}) d\mathbf{t} \\ G_5(\bar{x}, t) = \frac{3 g_{1k} g_{1l} - \mathbf{d}_{kl}}{r^3} \int_{\mathbf{t}_1}^{\mathbf{t}_2} r \mathbf{d}(t - \mathbf{t}) d\mathbf{t} \end{array} \right. \quad (A.17)$$

Les temps \mathbf{t}_1 , \mathbf{t}_2 et \mathbf{t}_3 sont les temps de propagation respectivement de l'onde de compression, de l'onde de cisaillement lente et de l'onde de cisaillement rapide.

$$\mathbf{t}_1 = \frac{r}{\sqrt{c_{11}}}, \quad (A.18)$$

$$\mathbf{t}_2 = \frac{r}{\sqrt{c_{44}}}, \quad (A.19)$$

$$\mathbf{t}_3 = \frac{r}{\sqrt{c_{66}}} \sqrt{N_1^2 + N_2^2 + \frac{c_{66}}{c_{44}} N_3^2}. \quad (A.20)$$

$R = \sqrt{x^2 + y^2}$ est la distance entre le point d'observation et l'axe de propagation z ,
 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ est la distance du point source au point d'observation. Les vecteurs de polarisation sont donnés par les expressions suivantes:

$$\mathbf{g}_1 = [N_1, N_2, N_3]. \quad (A.21)$$

$$\mathbf{g}_2 = \frac{1}{\sqrt{N_1^2 + N_2^2}} [-N_1 N_3, -N_2 N_3, N_1^2 + N_2^2]. \quad (A.22)$$

$$\mathbf{g}_3 = \frac{1}{\sqrt{N_1^2 + N_2^2}} [N_2, -N_1, 0]. \quad (A.23)$$

$$\mathbf{g}_3^\perp = \frac{1}{\sqrt{N_1^2 + N_2^2}} [N_1, N_2, 0]. \quad (A.24)$$

où $N_k = \frac{x_k}{r}$ est le vecteur unitaire dans la direction du point d'observation.

IV. Estimation de l'erreur sur la vitesse moyenne des ondes de cisaillement en sonoélastographie.

Si nous supposons que le couple de point (t_i, x_i) (retard de phase, profondeur) est réparti autour d'une droite de pente a , à, des écarts aléatoires e_i près, alors:

$$t_i = ax_i + b + e_i \quad (A.25)$$

Supposons que les écarts e_i peuvent être traités comme des variables aléatoires de moyenne nulle, deux à deux décorrélées, et d'écart type σ_e . Notons les grandeurs moyennées selon i comme suit :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i, \quad \bar{e} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i \quad (A.26)$$

La méthode des moindres carrés fournit un estimateur \hat{a} pour la pente a :

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(t_i - \bar{t})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (A.27)$$

Cet estimateur \hat{a} fluctue donc aléatoirement, et le problème est d'étudier sa valeur moyenne et sa variance. Dans l'expression (A.27) seul les t_i (retard de phase) sont aléatoires, les profondeurs x_i étant parfaitement déterministes. Ainsi la valeur moyenne $\langle \hat{a} \rangle$ est :

$$\langle \hat{a} \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \langle (t_i - \bar{t}) \rangle}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (A.28)$$

où,

$$\langle (t_i - \bar{t}) \rangle = a(x_i - \bar{x}) + \langle e_i \rangle - \langle \bar{e} \rangle = a(x_i - \bar{x}) \quad (A.29)$$

puisque tous les e_i sont à moyenne nulle. $\langle \hat{a} \rangle = a$ et l'estimateur de la pente est sans biais.

Pour obtenir la variance de \hat{a} , réécrivons \hat{a} sous la forme :

$$\hat{a} = a + \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(e_i - \bar{e})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = a + T \quad (A.30)$$

Donc la variance de \hat{a} est la variance de T et cette dernière s'écrit comme suit :

$$Var(T) = \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})(e_i - \bar{e})(e_j - \bar{e})}{\left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^2} \quad (A.31)$$

or

$$\langle (e_i - \bar{e})(e_j - \bar{e}) \rangle = \mathbf{s}_e^2 \mathbf{d}_{ij} - \frac{1}{n} \mathbf{s}_e^2 \quad (A.32)$$

Ce qui simplifie l'expression (A.31) et :

$$Var(T) = \frac{\mathbf{s}_e^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} - \frac{1}{n} \mathbf{s}_e^2 \frac{\left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \right]^2}{\left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^2} \quad (A.33)$$

Comme les x_i sont connus et régulièrement répartis ($x_i = i \mathbf{d}x$), alors :

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0 \quad (A.34)$$

et

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{\mathbf{d}x^2}{12} n(n+1)(n-1) \quad (A.35)$$

Ainsi la variance de \hat{a} :

$$Var(\hat{a}) = \frac{12 \mathbf{s}_e^2}{\mathbf{d}x^2 n(n+1)(n-1)} \quad (A.36)$$

avec

$$\mathbf{s}_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - ax_i - b)^2}{n}} \quad (A.37)$$

Mais nous ne connaissons pas \mathbf{s}_e^2 . Cependant nous pouvons l'estimer, puisque e_i représente l'écart entre le $i^{\text{ième}}$ point et la droite, la moyenne des carrés des e_i observés permet d'estimer \mathbf{s}_e^2 . Nous obtenons alors l'expression de l'erreur sur la lenteur Δa suivante :

$$\Delta a = \sqrt{\text{var}(\hat{a})} = \frac{2\sqrt{3}}{\mathbf{d}x \sqrt{n(n+1)(n-1)}} \mathbf{s}_e \quad (A.38)$$

Pour avoir l'erreur sur la vitesse, si $\Delta a \ll a$, $\Delta v/v = \Delta a/a =$ erreur relative.

V. Inversion des équations de la vitesse et de l'atténuation du modèle de Voigt.

Pour caractériser la réponse d'un matériau à des sollicitations mécaniques, des modèles rhéologiques sont utilisés. Ils combinent des éléments élastiques (ressort) et des éléments dissipatifs (patin visqueux). Ces éléments peuvent être assemblés en une infinité de combinaisons. Le modèle de Voigt figure parmi les modèles rhéologiques les plus simples. Il est habituellement utilisé pour caractériser les milieux biologiques comme les tissus mous. Pour une onde de cisaillement se propageant dans un milieu obéissant à la rhéologie de ce modèle, il est possible de calculer théoriquement sa vitesse et son atténuation. Le jeu d'équations, donne la vitesse c_S et l'atténuation \mathbf{a}_S en fonction de la densité \mathbf{r} du milieu de propagation, de la fréquence angulaire \mathbf{w} de l'onde de cisaillement et des coefficients d'élasticité μ_1 et de viscosité μ_2 de cisaillement. Il s'agit d'un système de deux équations à deux inconnues ; la densité est connue ($\mathbf{r} = 1100 \text{ kg/m}^3$) et la fréquence angulaire \mathbf{w} est fixée expérimentalement. Les deux inconnues sont μ_1 et μ_2 en fonction de la vitesse et de l'atténuation de l'onde de cisaillement. Ces deux inconnues feront l'objet des calculs suivant :

$$\begin{cases} c_S = \sqrt{\frac{2(\mu_1^2 + \mathbf{w}^2 \mu_2^2)}{\mathbf{r}(\mu_1 + \sqrt{\mu_1^2 + \mathbf{w}^2 \mu_2^2})}} \\ \mathbf{a}_S = \sqrt{\frac{\mathbf{r}\mathbf{w}^2(\sqrt{\mu_1^2 + \mathbf{w}^2 \mu_2^2} - \mu_1)}{2(\mu_1^2 + \mathbf{w}^2 \mu_2^2)}} \end{cases} \quad (A.39)$$

En élevant au carré A.39, il vient :

$$\begin{cases} c_S^2 = \frac{2(\mu_1^2 + \mathbf{w}^2 \mu_2^2)}{\mathbf{r}(\mu_1 + \sqrt{\mu_1^2 + \mathbf{w}^2 \mu_2^2})} \\ \mathbf{a}_S^2 = \frac{\mathbf{r}\mathbf{w}^2(\sqrt{\mu_1^2 + \mathbf{w}^2 \mu_2^2} - \mu_1)}{2(\mu_1^2 + \mathbf{w}^2 \mu_2^2)} \end{cases} \quad (A.40)$$

Si nous posons, $X^2 = \mu_1^2 + \mathbf{w}^2 \mu_2^2$, nous obtenons :

$$\begin{cases} \mathbf{r}(\mu_1 + |X|)c_S^2 = 2X^2 \\ 2X^2 \mathbf{a}_S^2 = \mathbf{r}\mathbf{w}^2(|X| - \mu_1) \end{cases} \quad (A.41)$$

Ceci peut se réécrire :

$$\begin{cases} \frac{2X^2}{c_s^2} - \mathbf{r} \mu_1 = \mathbf{r}|X| \\ \frac{2X^2 \mathbf{a}_s^2}{\mathbf{w}^2} + \mathbf{r} \mu_1 = \mathbf{r}|X| \end{cases} \quad (A.42)$$

La sommation de ces deux équations donne :

$$X^2 = \frac{\mathbf{r} \mu_1}{\left(\frac{1}{c_s}\right)^2 - \left(\frac{\mathbf{a}_s}{\mathbf{w}}\right)^2} \quad (A.43)$$

En injectant cette expression dans une des deux équations de la relation A.42 (par exemple la première), nous obtenons :

$$\mu_1 = \frac{\mathbf{r} c_s^2}{\left|1 - \left(\frac{\mathbf{a}_s^2 c_s}{\mathbf{w}}\right)^2\right| \left(\frac{2}{1 - \left(\frac{\mathbf{a}_s^2 c_s}{\mathbf{w}}\right)^2} - 1\right)^2} \quad (A.44)$$

Sachant que X^2 vérifie à la fois A.43 et $X^2 = \mu_1^2 + \mathbf{w}^2 \mu_2^2$, nous aboutissons à :

$$\mu_2 = \frac{1}{\mathbf{w}} \sqrt{\frac{\mathbf{r} \mu_1 c_s^2}{1 - \left(\frac{\mathbf{a}_s^2 c_s}{\mathbf{w}}\right)^2} - \mu_1^2} \quad (A.45)$$

Finalement, en remplaçant μ_1 par son expression A.43 :

$$\mu_2 = \frac{\mathbf{r} c_s^2}{\mathbf{w}} \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{1 - \left(\frac{\mathbf{a}_s^2 c_s}{\mathbf{w}}\right)^2} - 1\right)}{\left|1 - \left(\frac{\mathbf{a}_s^2 c_s}{\mathbf{w}}\right)^2\right| \left(\frac{2}{1 - \left(\frac{\mathbf{a}_s^2 c_s}{\mathbf{w}}\right)^2} - 1\right)^2}} \quad (A.46)$$

Les équations A.44 et A.46 donnent donc les coefficients de Lamé μ_1 et μ_2 en fonction de la vitesse et de l'atténuation de l'onde de cisaillement que l'on peut calculer expérimentalement.

Le palpeur acoustique : un nouvel outils d'investigation des tissus biologiques.

Résumé

L'objectif de ce travail est de développer les applications du palpeur acoustique, dédié à la mesure d'élasticité des tissus biologiques. La validation de cet outil dans des matériaux d'études étant établie, deux applications in vivo de cet outil sont présentées. Tout d'abord sur les muscles, où la relation linéaire entre l'activité électrique du biceps et son module élastique est démontré. Puis sur la peau, où la grande différence d'élasticité entre le derme et l'hypoderme est observée. Ensuite, cette méthode, connue sous le nom « d'élastographie impulsionnelle », est adaptée selon une approche théorique et expérimentale, à l'estimation de nouveaux paramètres tels, l'anisotropie ou la non linéarité. Ainsi nous montrons que le coefficient d'anisotropie peut atteindre un facteur 16 sur les muscles in vivo et que la grande différence d'ordre de grandeur observée entre les coefficients élastiques du second ordre ($\mathbf{m} \ll \mathbf{1}$) est retrouvée entre les coefficients du troisième ordre ($A \ll B, C$).

The shear elasticity probe : a new tool for biological soft tissues investigation.

Abstract

The purpose of this thesis is to develop the shear elasticity probe applications, dedicated to the study of soft tissues elasticity. The probe reliability is well establish in phantoms, so two in vivo applications are presented. First, on muscles, where a linear relationship between the biceps electrical activity and the biceps shear modulus is shown. Second, on skin, where the elasticity of the dermis was found to be higher than in the hypodermis. Afterwards, this technique, known as "transient elastography", is adapted regarding both approach, theoretical and experimental, to the assessment of new parameters, as anisotropy or non linearity. Thus, one can shown two important results: the anisotropy coefficient is very strong on muscle in vivo (about 16) and the huge difference between the second elastic coefficients ($\mathbf{m} \ll \mathbf{1}$, Lamé coefficients) is found to be the same on the third order elastic coefficients ($A \ll B, C$, Landau moduli).