



**HAL**  
open science

# Morphologie Mathématique sur le Cercle Unité, avec applications aux teintes et aux textures orientées

Allan Hanbury

► **To cite this version:**

Allan Hanbury. Morphologie Mathématique sur le Cercle Unité, avec applications aux teintes et aux textures orientées. Interface homme-machine [cs.HC]. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2002. Français. NNT: . tel-00006487

**HAL Id: tel-00006487**

**<https://pastel.hal.science/tel-00006487>**

Submitted on 19 Jul 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Morphologie Mathématique sur le Cercle Unité

avec applications aux teintes  
et aux textures orientées

---

## THÈSE

présentée à  
l'École Nationale Supérieure des Mines de Paris  
par

**Allan Hanbury**

pour obtenir le titre de  
DOCTEUR en MORPHOLOGIE MATHÉMATIQUE

Soutenue le 25 mars 2002 à Fontainebleau, devant le jury composé de :

Antonio ALBIOL	<i>Rapporteur</i>	Université Polytechnique de Valence
Patrick LAMBERT	<i>Rapporteur</i>	Université de Savoie
Dmitry CHETVERIKOV	<i>Examineur</i>	Académie Hongroise des Sciences
Frédéric GARDEUX	<i>Examineur</i>	Scanwood System
Gerald ROBERTSON	<i>Examineur</i>	Université du Cap
Jean SERRA	<i>Directeur de thèse</i>	École des Mines de Paris



*À mes parents*

*Alice remained looking thoughtfully at the mushroom for a minute, trying to make out which were the two sides of it; and as it was perfectly round, she found this a very difficult question. However, at last she stretched her arms round it as far as they would go, and broke off a bit of the edge with each hand.*

*Lewis Carroll  
Alice's Adventures in Wonderland*



# Remerciements

La rédaction de la page de remerciements fait me rendre compte de l'énorme quantité de gens qui ont été impliqués dans le procédé de la réalisation (maintenant réussie) de cette thèse. La gamme commence par les gens du Centre de Morphologie Mathématique que j'ai vu presque tous les jours, passe par ceux que j'ai rencontré de temps en temps pour des raisons professionnelles ou personnelles, et se termine par ceux qui m'avaient rendu une seule service, par exemple, la dame qui, une fois dans un coin perdu de l'Europe, m'avait indiqué où se trouvait l'arrêt de bus, ce qui m'avait simplifier la tâche de retourner travailler sur ma thèse. Il est clair qu'un seuil est nécessaire afin d'éviter un texte trop volumineux.

Vu que la thèse est un document académique, je commence par remercier les personnes qui avaient le plus d'influence sur mon développement académique :

- Jean Serra, qui m'avait accueilli au Centre de Morphologie Mathématique, et ensuite m'a donné de bons conseils et beaucoup d'occasions pour faire connaître les résultats de mon travail de recherche aux autres.
- Gerald Robertson, mon directeur de thèse de Masters à l'Université du Cap, qui m'avait convaincu de venir poursuivre mes études en France, et qui avait su surmonter les difficultés administratives liées à cette décision.
- Dmitry Chetverikov, qui m'avait accueilli dans son laboratoire à Budapest pendant un mois, pour nos discussions et son soutien.
- Frédéric Gardeux, mon directeur en industrie, qui a empêché que je perd la notion de l'importance des applications pratiques de ma recherche.

Je remercie également Patrick Lambert et Antonio Albiol, qui ont gentiment accepté la lourde tâche de rapporteur pour cette thèse.

Passons ensuite à ceux qui avaient moins d'influence directe sur mon travail de recherche, mais qui ont contribué à rendre ma vie plus riche et plus intéressante :

- Justin Templemore-Finlayson, pour son amitié et son enthousiasme.
- Thomas Walter, pour son amitié et les longues discussions.
- Eva Dangendorf, qui avait eu la bonne idée de me demander l'heure à un arrêt de bus à Visegrad, pour ainsi commencer une correspondance fascinante et instructive.
- Kerry-Anne Hare, avec laquelle j'ai pris mes premiers pas dans l'exploration de l'Europe.
- Etienne Decencière et Valéry Risson, pour leur relecture de ma thèse et leurs bons critiques et suggestions là-dessous.
- Catherine Moysan, pour sa bonne humeur et sa disponibilité.

– Monsieur et Madame Denay, propriétaires de l’Hôtel des Portes d’Or, qui avaient rendu mes nombreuses déplacements à Nancy beaucoup plus agréables avec les «petites bières» dans la cuisine les soirs.

– Toute l’équipe de Scanwood System pour avoir rendu mes séjours «en industrie» agréables. Maintenant par manque d’espace, et pas par manque d’importance, je continue en forme d’une liste : Laura Andriamasinoro, Jesús Angulo, Marta Benito, Lothar Bergen, Christophe Bernard, Laurent Bertino, Serge Beucher, Michel Bilodeau, Mathilde Boehm, Mélanie Camenzind, Ted Chang, Eva Dejnozkova, Arnaud Delarue, Claire-Hélène Demarty, Petr Dokladal, Raffi Enfi-  
ciaud, Sergio Faria, Nicolas Flipo, Gabriel Fricout, Michel Gauthier, Cristina Gomila, Sarah Gorla, Jarrod Hart, Marcin Iwanowski, Nicolas Jeannée, Dominique Jeulin, Jean-Claude Klein, Laura Kovács, Dominique Lafon, Andres Lafuente, Guirau de Lame, Nicolas Laveau, Marc Le Guyader, Roberto Lotufo, Marek Majtyka, Beatriz Marcotegui, Fernand Meyer, Pau Montes, Catherine Noiriél, Eric de Oliveira, Delphine Patriarce, Liliane Pipault, Cecily Roos, Marc Waroquier, Ryan Weber, Shahram Zahirazami, Francisca Zanoquera, Rafal Zyto.

Cette section ne peut pas être complète sans remercier mes parents, qui m’avaient toujours soutenus, même de très loin.

# Résumé

Cette thèse porte principalement sur le traitement des images numériques dans lesquelles chaque pixel encode une valeur angulaire (une valeur qui peut être visualisée comme un point sur le cercle unité). Les deux applications spécifiques considérées sont le traitement des champs de directions qui décrivent une texture orientée, et le traitement de la composante de teinte dans les représentations des espaces couleur en coordonnées cylindriques.

Nous développons, dans la première partie, des opérateurs morphologiques adaptés au traitement de valeurs angulaires, opérateurs qui prennent en compte la périodicité de ces valeurs. Le niveau d'invariance par rotation de chaque opérateur introduit est également discuté. La première application de ces opérateurs est dans le cadre des textures orientées, textures qui sont caractérisées par un certain niveau de spécificité d'orientation à chaque point pouvant être décrit par un champ de directions. Le sujet principal traité est la détection de défauts associés à une anomalie dans ce champ de directions.

Nous considérons ensuite les espaces couleur qui sont représentées par un système de coordonnées cylindriques (coordonnées de teinte, clarté et saturation). Pour l'espace RVB, la multitude de représentations cylindriques disponibles est d'abord discutée. Nous proposons ensuite une telle représentation bien adaptée au traitement d'image, l'avantage principal étant le fait que la coordonnée de saturation est indépendante de la fonction utilisée pour calculer la clarté. Nous discutons également la représentation en coordonnées cylindriques de l'espace  $L^*a^*b^*$ . Nous terminons la première partie en discutant des ordres vectoriels ainsi que de l'application des opérateurs morphologiques aux espaces couleur qui contiennent une valeur angulaire de la teinte. Une méthode pour améliorer un ordre de vecteurs couleur selon leurs teintes par une pondération qui prend en compte la saturation est présentée, ainsi qu'une méthode pour ordonner les vecteurs dans l'espace  $L^*a^*b^*$  en utilisant la notion d'un potentiel électrostatique.

Dans la deuxième partie, nous présentons les résultats de l'étude d'un problème industriel concret : l'appariement automatique de planches de bois pour faire des panneaux qui sont visuellement esthétiques. Nous traitons d'abord deux aspects distincts de ce problème : l'appariement selon la couleur et l'appariement selon la texture. Enfin, un algorithme d'appariement qui prend ces deux aspects en compte simultanément est présenté. Quelques idées développées dans la première partie sont également appliquées à la solution de ce problème.



# Abstract

The principal theme of this thesis is the morphological processing of digital images in which each pixel encodes an angular value (a value which can be visualised as a point on the unit circle). Two specific applications are considered: the processing of a direction field used to summarise an oriented texture, and the processing of the hue component in cylindrical coordinate representations of colour spaces.

We develop, in the first part of the thesis, morphological operators which are designed to process angular values, operators which therefore take the periodicity of these values into account. The level of rotational invariance of each operator introduced is also discussed. The first application of these operators is in the domain of oriented textures, these textures being characterised by a certain level of orientation specificity at each point which can be described by a direction field. The detection of defects associated with anomalies in the direction field is discussed.

The next subject under consideration is that of the representation of colour spaces in a cylindrical coordinate system (hue, brightness and saturation coordinates). For the RGB space, the plethora of such representations available is initially discussed. We then propose a cylindrical coordinate representation well suited to image processing, its principal advantage being the fact that the saturation coordinate is independent of the function used to calculate the brightness. The cylindrical coordinate representation of the  $L^*a^*b^*$  space is also discussed. Lastly, we summarise methods for ordering vectors, leading to the related subject of the application of morphological operators in colour spaces containing an angular hue coordinate. A method of improving a colour vector order based on the hue values by weighting the hues by their associated saturations is presented, as well as a method for ordering the vectors in the  $L^*a^*b^*$  space making use of the notion of an electrostatic potential function.

In the second part of the thesis, we present the results of a study of an industrial problem: the automatic matching of planks of wood in order to construct wood panels which are aesthetically attractive. We begin by treating two distinct aspects of this problem: colour matching and texture matching. Finally, we present a combined matching algorithm which takes these two aspects into account. Some of the ideas developed in the first part of the thesis are applied to the solution of this problem.



# Table des matières

<b>1. Introduction</b>	<b>1</b>
1.1. Plan de la thèse . . . . .	2
1.2. Morphologie mathématique . . . . .	3
1.2.1. Érosion et dilatation . . . . .	3
1.2.2. Ouverture et fermeture . . . . .	4
1.2.3. Chapeau haut de forme . . . . .	4
1.2.4. Reconstruction . . . . .	4
1.2.5. Ouverture surfacique . . . . .	5
<b>I. Le cercle unité</b>	<b>7</b>
<b>2. Le cercle unité</b>	<b>9</b>
2.1. Les données circulaires et le cercle unité . . . . .	9
2.2. Statistiques circulaires . . . . .	11
2.3. La morphologie mathématique appliquée au cercle unité . . . . .	12
2.4. Morphologie avec le choix d'une origine . . . . .	12
2.5. Pseudo-dilatation et pseudo-érosion . . . . .	14
2.5.1. Centre morphologique . . . . .	14
2.5.2. Érosion et dilatation . . . . .	16
2.6. Morphologie circulaire centrée . . . . .	18
2.6.1. Gradient . . . . .	18
2.6.2. Chapeau haut de forme . . . . .	19
2.7. Partitions indexées . . . . .	21
2.7.1. Partitions connexes . . . . .	21
2.7.2. Partitions indexées . . . . .	23
2.7.3. Opérateurs cycliques . . . . .	23
2.7.4. Fermetures en série . . . . .	24
2.7.5. Ouvertures en parallèle . . . . .	26
2.7.6. Ouverture cyclique invariante par rotation . . . . .	27
2.8. Conclusion . . . . .	32

<b>3. Détection de défauts dans une texture orientée</b>	<b>35</b>
3.1. Propriétés principales des textures . . . . .	35
3.2. Défauts dans la texture . . . . .	38
3.3. Texture orientée . . . . .	39
3.3.1. L'algorithme de Rao et Schunck . . . . .	40
3.3.2. Autres algorithmes . . . . .	42
3.4. Détection de défauts avec le chapeau haut de forme . . . . .	43
3.5. Détection de défauts sur des textiles . . . . .	43
3.5.1. Défauts associés aux tâches claires ou sombres . . . . .	46
3.5.2. Défauts associés aux anomalies d'orientation . . . . .	47
3.6. Détection de défauts sur le bois . . . . .	49
3.6.1. Algorithmes . . . . .	50
3.6.2. Discussion . . . . .	54
3.7. Segmentation d'une texture orientée . . . . .	54
3.8. Conclusion . . . . .	57
<b>4. Les espaces couleur</b>	<b>59</b>
4.1. Les espaces couleur en coordonnées cylindriques . . . . .	60
4.1.1. Le modèle HSV . . . . .	61
4.1.2. Le modèle HLS . . . . .	61
4.1.3. Le modèle de teinte, clarté et saturation généralisé . . . . .	63
4.1.4. Caractéristiques des modèles TYS et TLC . . . . .	72
4.2. L'espace $L^*a^*b^*$ . . . . .	74
4.2.1. Différence de couleur . . . . .	75
4.2.2. Transformation entre les espaces RVB et $L^*a^*b^*$ . . . . .	76
4.2.3. Caractéristiques de l'espace $L^*a^*b^*$ . . . . .	76
4.2.4. Comparaison entre l'espace TLS et l'espace $L^*a^*b^*$ . . . . .	80
4.3. L'utilisation de ces espaces . . . . .	80
4.4. Résumé . . . . .	85
<b>5. Application aux espaces couleur</b>	<b>87</b>
5.1. Statistiques de la couleur . . . . .	88
5.2. Morphologie mathématique vectorielle . . . . .	89
5.2.1. Ordres vectoriels . . . . .	90
5.2.2. Propriétés pour «rester dans la famille» . . . . .	92
5.2.3. Opérateurs morphologiques . . . . .	93
5.3. Ordres lexicographiques dans l'espace TYS . . . . .	93
5.3.1. Luminance et saturation . . . . .	93
5.3.2. Teinte . . . . .	98
5.3.3. Teinte pondérée par saturation . . . . .	98
5.3.4. Résumé . . . . .	103
5.4. Fonction de pondération dans l'espace $L^*a^*b^*$ . . . . .	104
5.4.1. La fonction de pondération . . . . .	104

---

5.4.2. Opérateurs morphologiques de base . . . . .	110
5.4.3. Chapeau haut de forme . . . . .	113
5.5. Conclusion . . . . .	115
<b>6. Conclusion</b>	<b>117</b>
<b>II. SCANMATCH</b>	<b>121</b>
<b>7. Introduction</b>	<b>123</b>
7.1. Description du projet . . . . .	123
7.2. Bases de données . . . . .	126
7.3. Traitement initial des images de bois . . . . .	126
7.4. Classification automatique . . . . .	126
<b>8. Classification et appariement selon la couleur</b>	<b>129</b>
8.1. Propriétés de la couleur de bois . . . . .	129
8.2. Caractéristiques de la couleur . . . . .	133
8.2.1. L'espace couleur . . . . .	133
8.2.2. Le vecteur de description . . . . .	137
8.3. Expériences de classification selon la couleur . . . . .	137
8.3.1. Classification manuelle . . . . .	137
8.3.2. Classification automatique . . . . .	138
8.3.3. Appariement automatique . . . . .	139
8.4. Conclusion . . . . .	141
<b>9. Classification et appariement selon la texture</b>	<b>143</b>
9.1. Orientation des veines . . . . .	143
9.1.1. La taille du voisinage . . . . .	144
9.1.2. La taille du filtre gaussien . . . . .	147
9.1.3. Les paramètres utilisés . . . . .	147
9.2. Espacement des veines . . . . .	150
9.2.1. Algorithme . . . . .	150
9.2.2. Espacement global . . . . .	155
9.2.3. Résultats . . . . .	157
9.3. Caractéristiques de la texture . . . . .	162
9.3.1. Caractéristiques de l'histogramme de directions . . . . .	162
9.3.2. Caractéristiques spatiales des orientations . . . . .	163
9.3.3. Caractéristiques des espacements des veines . . . . .	165
9.3.4. Caractéristiques locales . . . . .	166
9.4. Expériences de classification selon la texture . . . . .	166
9.4.1. Classification manuelle . . . . .	166
9.4.2. Classification automatique . . . . .	166

9.4.3. Appariement automatique . . . . .	170
9.5. Conclusion . . . . .	173
<b>10. Appariement selon la couleur et la texture</b>	<b>175</b>
<b>11. Conclusion</b>	<b>179</b>
<b>A. Conversions entre les espaces couleur RVB et L*a*b*</b>	<b>181</b>
A.1. Démonstration de la conversion de RVB vers XYZ . . . . .	181
A.1.1. Couleurs primaires et référence de blanc . . . . .	181
A.1.2. Transformation entre deux systèmes de couleurs primaires . . . . .	183
A.2. RVB vers XYZ . . . . .	185
A.3. XYZ vers L*a*b* . . . . .	185
A.4. L*a*b* vers XYZ . . . . .	186
A.5. XYZ vers RVB . . . . .	186
<b>B. Annexe Mathématique</b>	<b>187</b>
B.1. Partitions connexes . . . . .	187
B.2. Fermetures cycliques sur des partitions . . . . .	187
B.3. Propriétés pour «rester dans la famille» . . . . .	188
B.4. Potentiel dû à une ligne chargée . . . . .	190
<b>Bibliographie</b>	<b>191</b>

# 1. Introduction

Les données correspondant à des angles ou des orientations bi-dimensionnelles, appelées *données circulaires*, se présentent souvent dans l'analyse du monde naturel, comme par exemple, les directions du vent, les directions de départ d'oiseaux ou d'animaux à partir d'un point de libération ou les orientations des plans de fracture dans des rochers. L'analyse statistique des données circulaires est un sujet déjà bien étudié [32, 66], mais dans le cadre du traitement d'image où on rencontre aussi ce genre de données, les méthodes visant à les traiter correctement ont reçu moins d'attention. Pour les images couleur, la composante de teinte des représentations en coordonnées cylindriques des espaces couleur est une valeur angulaire. Pour cette raison, cette composante a des propriétés complètement différentes des deux autres composantes, la saturation et la luminosité. Mais on ignore souvent ces différences, et l'on applique les mêmes algorithmes aux trois composantes. On voit aussi apparaître les champs bi-dimensionnels de directions, comme dans l'analyse des textures orientées, et les champs de vecteurs dans l'analyse de mouvement dans les séquences d'images. Une transformation de Fourier d'une image quelconque produit également un champ de vecteurs. Un spectrogramme, le résultat d'une série de transformations de Fourier de courte durée faite sur un signal uni-dimensionnel, peut aussi être visualisé comme un champ de vecteurs. Avec les résultats d'une transformation de Fourier, on a tendance à traiter seulement les amplitudes des vecteurs, laissant de côté leur direction (leur phase). Pourquoi tant de réticences à traiter des valeurs angulaires ? Pourquoi ignore-t-on la nature angulaire de certaines données en les traitant comme des données linéaires<sup>1</sup> ?

Les données circulaires peuvent être visualisées comme des points sur la circonférence du cercle unité, le cercle avec un rayon de longueur unité. Grâce à cette représentation, on voit directement les caractéristiques de ces données qui les rendent si difficile à traiter. Elles sont cycliques — si on ajoute  $2\pi$  ou un de ses multiples à une coordonnée, on retombe sur la position de départ. En plus, il y a un manque d'une origine évidente — chaque position sur le cercle est égale à une autre. C'est pour cela que le roi Arthur a choisi une table ronde pour ses chevaliers, et comme pour les chevaliers, on ne peut pas imposer un ordre de grandeur sur les données circulaires.

Mais est-ce que ces problèmes sont insurmontables ? Des solutions sont discutées dans cette thèse. Nous verrons en particulier comment appliquer les opérateurs de la morphologie mathématique à ce type de donnée.

---

<sup>1</sup>Les praticiens du traitement d'image ne sont pas les seuls à errer dans ce sens. À une époque, les statistiques de données des directions du vent ont été calculées avec une formulation pour des données linéaires, nécessitant le développement plus tardif de méthodes pour corriger ces erreurs [32].

La notion d'invariance par rotation est importante dans le cadre du traitement de données circulaires. Dans un ensemble de directions, la valeur numérique de la coordonnée de chaque direction dépend de la position choisie de l'origine. Si un opérateur quelconque agissant sur cet ensemble donne toujours pour résultat la même direction indépendamment de la position de l'origine (notons que ce n'est pas nécessairement la même valeur numérique), cet opérateur est appelé *invariant par rotation*. Pour les données sur le cercle unité, pour lequel une origine évidente n'existe pas, cette propriété est désirable, et parmi les opérateurs morphologiques que nous développons, ceux qui satisfont à cette propriété sont indiqués.

Nous continuons cette introduction avec un aperçu de la structure du document (section 1.1), et une brève introduction à la morphologie mathématique (section 1.2).

## 1.1. Plan de la thèse

Cette thèse est divisée en deux parties. Dans la première partie, nous considérons le traitement des données circulaires dans le cadre du traitement d'image. Un développement est donné dans le chapitre 2 de l'application des opérateurs morphologiques à ce type de donnée. Les premières applications de ces opérateurs sont présentées dans le chapitre 3, dans le cadre de l'analyse des textures orientées, un domaine dans lequel il est souvent possible de traiter les données circulaires en isolation. On passe ensuite à la considération du cas où une coordonnée angulaire fait partie d'un vecteur, le cas des images couleur représentées dans un système de coordonnées cylindriques. Pour essayer de simplifier le choix d'une représentation de vecteurs couleur parmi la multitude d'espaces de ce genre disponible, le chapitre 4 présente des discussions et des démonstrations pour aboutir à un espace couleur en coordonnées cylindriques bien adapté au traitement d'image. L'application des opérateurs morphologiques vectoriels dans cet espace, ainsi que dans l'espace  $L^*a^*b^*$ , est présentée dans le chapitre 5.

Dans la seconde partie, nous présentons les résultats de l'étude d'un problème industriel actuel : l'appariement automatique de planches de bois pour faire des panneaux qui sont visuellement esthétiques. Cette étude a été faite dans le cadre du projet européen SCANMATCH. Après une introduction (chapitre 7), nous présentons des algorithmes de traitement d'image pour extraire les caractéristiques d'une planche de bois importantes pour un bon appariement. Les caractéristiques liées à la couleur sont considérées dans le chapitre 8 et celles liées à la texture dans le chapitre 9. Enfin, la prise en compte de ces deux caractéristiques dans un seul algorithme d'appariement est discutée dans le chapitre 10. La couleur des planches est représentée dans le système de coordonnées cylindriques présenté dans le chapitre 4. La texture de bois est une texture orientée classique, ce qui implique que les algorithmes développés dans la première partie de cette thèse sont directement applicables dans cette problématique. La différence principale entre les traitements de texture discutés dans les deux parties de la thèse est qu'on s'occupe de la détection de défauts de texture dans la première partie, tandis que la définition de caractéristiques pour faire une classification de texture est considérée dans la deuxième. Les algorithmes de la deuxième partie sont aussi moins expérimentaux, ayant déjà été mis en pratique dans une machine prototype pour faire la classification et l'appariement de bois selon la couleur et la texture.

Les résultats de l'application de ces algorithmes aux bases d'images industrielles sont également présentés.

## 1.2. Morphologie mathématique

Dans cette thèse, nous parlons forcément de la morphologie mathématique dont nous présentons ici un bref résumé dans le cadre du traitement d'image. Des exposés plus détaillés sont disponibles dans les livres de Serra [95] et de Soille [105].

La morphologie mathématique comprend un ensemble d'opérateurs non-linéaires qui agissent sur des images en utilisant des éléments structurants. Nous nous limitons au cas spécifique d'une image  $f : Z \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$  définie sur une sous partie  $Z$  de l'espace euclidien bi-dimensionnel  $\mathbb{R}^2$ , où la notation  $\overline{\mathbb{R}}$  indique l'ensemble  $\mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$ . Autrement dit, la fonction donne une valeur de niveau de gris à chaque point  $x \in Z$  de l'image. En pratique, l'espace euclidien est remplacé par un espace discret  $\mathbb{Z}^2$ . Les valeurs prises par  $f(x)$  sont souvent limitées à des entiers pour une représentation numérique de l'image. Pour une représentation sur 8 bits

$$f : Z \rightarrow \{0, 1, 2, \dots, 255\}$$

et pour une image binaire

$$f : Z \rightarrow \{0, 1\}$$

Pour les images couleur,  $f(x)$  donne des valeurs vectorielles, dont le traitement morphologique est discuté dans le chapitre 5.

### 1.2.1. Érosion et dilatation

Ces opérateurs utilisent un *élément structurant* (ES)  $B$ , un ensemble de points avec une origine spécifiée. La notation  $B_x$  représente un élément structurant qui a été translaté pour que son origine soit à la position  $x$  dans  $Z$ . Une *érosion* de la fonction  $f$  par l'élément structurant  $B$  est l'opération

$$\varepsilon_B f(x) = \{\inf [f(y)], y \in B_x\}$$

appliquée à chaque point  $x \in Z$ , où  $\inf$  est l'opérateur qui donne l'infimum (ou le minimum) d'un ensemble. Une *dilatation* de  $f$  par  $B$  est l'opération

$$\delta_B f(x) = \{\sup [f(y)], y \in B_x\}$$

appliquée à chaque point  $x \in Z$ , où  $\sup$  est l'opérateur qui donne le supremum (ou le maximum) d'un ensemble. Une notation alternative pour l'érosion de  $f$  par  $B$  est  $f \ominus B$ , et pour la dilatation de  $f$  par  $B$  est  $f \oplus B$ .

Pour les images numériques, un élément structurant carré est souvent utilisé. Nous employons la notation  $S_i$  pour indiquer un élément structurant carré de taille  $i$  (de côtés de longueur  $2i + 1$  pixels). L'élément structurant  $S_1$  est ainsi un carré de taille  $3 \times 3$ ,  $S_2$  un carré de taille  $5 \times 5$ , etc.

### 1.2.2. Ouverture et fermeture

Une *ouverture* de  $f$  par  $B$  est

$$\gamma_B f = (f \ominus B) \oplus B$$

et une *fermeture* de  $f$  par  $B$  est

$$\varphi_B f = (f \oplus B) \ominus B$$

Ces opérateurs sont croissants et idempotents. En addition, l'ouverture est anti-extensive et la fermeture est extensive [95].

### 1.2.3. Chapeau haut de forme

Les chapeaux haut de forme sont utilisés pour localiser des structures dans l'image qui sont plus petites que l'élément structurant. Ils sont en général appliqués seulement aux images à niveaux de gris. Deux chapeaux haut de forme sont définis, le *chapeau haut de forme blanc* qui est la différence entre  $f$  et son ouverture

$$WTH_B(f) = f - \gamma_B f$$

et le *chapeau haut de forme noir* qui est la différence entre la fermeture de  $f$  et  $f$

$$BTH_B(f) = \varphi_B f - f$$

### 1.2.4. Reconstruction

La *reconstruction morphologique* est basée sur la *dilatation géodésique*. Une dilatation géodésique utilise deux images : une image marqueur  $f$  et une image masque  $g$ , les deux définies sur  $Z$ . La dilatation géodésique de  $f$  par rapport à l'image de masque  $g$  est

$$f \oplus_g B = (f \oplus B) \wedge g$$

pour ainsi dire le minimum point par point entre la dilatation de  $f$  et l'image de masque  $g$ .

Avec l'itération d'une dilatation géodésique sur une image finie, un point sera atteint au-delà duquel des changements dans l'image de marqueur sont empêchés par l'image de masque. La reconstruction géodésique  $R_g$  est basée sur ce principe. Elle est définie comme l'itération jusqu'à la convergence, de dilatations géodésiques de  $f$  par rapport à  $g$  par l'élément structurant élémentaire ( $S_1$ ). Soit la notation  $\delta_g^{(n)}(f)$  pour indiquer  $n$  itérations d'une dilatation géodésique de  $f$  par rapport à  $g$  avec l'élément structurant élémentaire, la reconstruction géodésique de  $f$  par rapport à  $g$  est

$$R_g(f) = \delta_g^{(m)}(f)$$

avec la valeur de  $m$  choisie pour que  $\delta_g^{(m)}(f) = \delta_g^{(m+1)}(f)$ . Pour des images binaires, cette opération fait une reconstruction complète des composantes connexes de l'image masque  $g$  qui sont représentées par au moins un pixel non-nul dans l'image marqueur  $f$ . Cette opération est

donc une ouverture sur l'image masque  $g$ . Quand l'image marqueur contient un seul pixel au point  $x$ , la reconstruction devient la composante connexe de l'image masque  $g$  qui contient le point  $x$ . Cette opération est appelée l'*ouverture connexe ponctuelle* et elle est notée  $\gamma_x(g)$ .

L'opérateur de reconstruction est souvent utilisé pour construire l'ouverture par reconstruction

$$\gamma_B^R f = R_f(f \ominus B)$$

Pour une image binaire, cet opérateur garde seulement les composantes connexes de  $f$  qui ne disparaissent pas quand  $f$  est érodé par l'élément structurant  $B$ .

### 1.2.5. Ouverture surfacique

Dans une image binaire avec une connexité spécifiée, une *ouverture surfacique*  $\gamma_\lambda$  supprime toutes les composantes connexes avec une superficie (nombre de pixels) inférieure à un seuil  $\lambda$  spécifié. Pour les images numériques définies sur une grille carrée, la connexité est soit 4 (les quatre pixels les plus proches d'un pixel donné), soit 8 (les huit pixels autour d'un pixel donné). Il peut être démontré que cette opération est égale à la réunion de toutes les ouvertures avec des éléments structurants connexes de superficie égale à  $\lambda$

$$\gamma_\lambda = \bigvee_i \{ \gamma_{B_i} \mid B_i \text{ est connexe et la superficie } (B_i) = \lambda \}$$

mais des formulations plus convenables aux algorithmes numériques existent.



**Première partie .**  
**Le cercle unité**



## 2. Le cercle unité

En traitement d'image, il est parfois nécessaire de traiter des images contenant des valeurs angulaires en chaque point. En particulier, les deux applications motivant cette étude sont : le traitement de la composante de teinte des images couleur et celui d'un champ de directions pour les textures orientées. D'autres applications sont envisageables, comme par exemple, les images de phase produites par une transformation de Fourier.

Les données angulaires peuvent être visualisées comme des points sur le cercle unité, une représentation discutée dans la section 2.1. Ce cercle n'a ni ordre d'importance, ni position dominante. En plus, les données sont cycliques — si l'on ajoute  $2\pi$  à une valeur sur le cercle, on se retrouve à la même position qu'au début. En général, pour ce genre de données, les traitements classiques ne sont pas valables. Dans le cas des mesures statistiques, on est gêné par la périodicité, et en plus pour la morphologie mathématique, par le manque d'une origine évidente à partir de laquelle on peut construire un treillis. Les statistiques des données angulaires sont un domaine de recherche déjà bien développé. Nous présentons un bref résumé dans la section 2.2 des mesures de statistiques circulaires [32, 66] qui nous seront utiles. Nous passons ensuite à la question qui nous intéresse : Peut-on contourner l'interdiction imposée par le manque d'une origine évidente et ainsi développer des opérateurs morphologiques invariants par rotation ? Dans les sections 2.3 à 2.7, nous considérons quatre approches pour la morphologie mathématique sur le cercle unité.

### 2.1. Les données circulaires et le cercle unité

Il existe deux types de données circulaires : les *données vectorielles* et les *données axiales* [32]. Les données vectorielles représentent les directions, par exemple la direction du vent, et elles ont la propriété d'être périodique de période  $2\pi$ . Les données axiales représentent des lignes sans direction, par exemple les orientations de fentes sur une surface. Elles ont la propriété d'être périodique de période  $\pi$ . Pour les exemples traités ici, les valeurs de teinte sont des données vectorielles, et les champs de direction sont des données axiales<sup>1</sup>. En général, les données axiales sont traitées en faisant d'abord une conversion en données vectorielles (par une multiplication par 2 suivie par un *modulo*  $2\pi$  si nécessaire), suivie par une application des techniques de don-

---

<sup>1</sup>Il existe aussi des données dites de type  $p$ -axiales, avec la propriété qu'une direction représentée par un angle  $\theta$  est la même que celles représentées par des angles  $\theta + k\frac{2\pi}{p}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  avec  $p \in \mathbb{N}$ ,  $p > 2$ . Par exemple, pour  $p = 6$ , les angles de  $10^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $130^\circ$ ,  $190^\circ$ ,  $250^\circ$ ,  $310^\circ$  correspondent à la même direction.

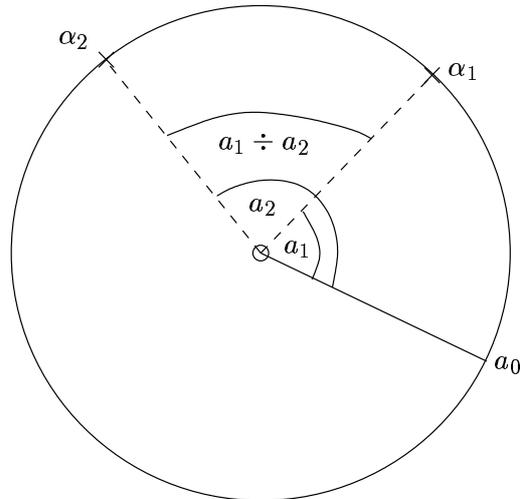


FIG. 2.1. – Le cercle unité.

nées vectorielles, et finalement, une conversion des résultats vers des valeurs axiales. Tous les algorithmes de ce chapitre sont présentés pour des données vectorielles.

Les données qui prennent des valeurs angulaires peuvent être représentées par des points sur le cercle unité, le cercle de centre  $o$  et rayon de longueur égale à 1 montré dans la figure 2.1. Les points sur ce cercle qui correspondent aux directions par rapport au centre  $o$  sont indiqués par la notation  $\alpha_i$  avec  $i \in \mathbb{N}$ . En choisissant une origine quelconque  $a_0$  sur le cercle unité, les positions des points  $\alpha_i$  peuvent être données par les angles  $a_i$  correspondants ; ces angles étant mesurés dans le sens inverse des aiguilles d’une montre à partir de l’origine  $a_0$ . Deux points  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont montrés dans la figure 2.1, avec leurs angles  $a_1$  et  $a_2$  correspondants mesurés à partir de l’origine  $a_0$  indiquée. On remarque que les points  $\alpha_i$  se trouvent toujours à la même position, indépendamment de la position de l’origine  $a_0$ , tandis que les valeurs des angles correspondants  $a_i$  changent en fonction de la position de l’origine.

Les angles ont la propriété d’avoir des valeurs  $a_i + 2k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  qui correspondent toujours au même point  $\alpha_i$ . Pour simplifier la comparaison des angles, leurs valeurs  $a_i$  sont contraintes d’être dans l’intervalle  $[0, 2\pi)$ . Nous définissons donc l’opérateur  $K(\theta)$  qui prend une valeur  $\theta \in (-\infty, \infty)$  et donne un résultat dans l’intervalle  $[0, 2\pi)$ . Cet opérateur peut être décrit par

$$K(\theta) = \theta + 2k\pi, \text{ avec } k \in \mathbb{Z} \text{ choisi tel que } K(\theta) \in [0, 2\pi) \quad (2.1)$$

Nous procédons à la définition des opérateurs d’addition et de soustraction de valeurs angulaires sur le cercle unité, en recherchant à obtenir des résultats compris dans l’intervalle  $[0, 2\pi)$ . L’addition de deux valeurs angulaires  $a_i$  et  $a_j$  est

$$a_i \overset{\circ}{+} a_j = K(a_i + a_j) \quad (2.2)$$

et la soustraction de deux valeurs angulaires  $a_i$  et  $a_j$  est

$$a_i \overset{\circ}{-} a_j = K(a_i - a_j) \quad (2.3)$$

Cette soustraction représente l'angle formé par les deux directions  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  dans le sens inverse des aiguilles d'une montre à partir de  $a_j$ .

Il existe une autre notion angulaire qui correspond à l'angle le plus petit formé par les deux directions indiquées par les points  $\alpha_i$  et  $\alpha_j$  et représenté par l'angle aigu entre les deux angles  $a_i$  et  $a_j$ , qu'on dénote par  $a_i \div a_j$ , avec

$$a_i \div a_j = \begin{cases} |a_i - a_j| & \text{si } |a_i - a_j| \leq \pi \\ 2\pi - |a_i - a_j| & \text{si } |a_i - a_j| \geq \pi \end{cases} \quad (2.4)$$

L'angle aigu  $a_1 \div a_2$  est donné comme exemple dans la figure 2.1.

Pour les images numériques, les valeurs de pixels sont en général limitées par le nombre de bits par pixel. Pour une image de 8 bits de profondeur, les angles entre 0 et  $2\pi$  sont représentés par des valeurs comprises entre 0 et 255. Pour les exemples présentés, nous utilisons des images qui prennent des valeurs flottantes pour plus de précision.

## 2.2. Statistiques circulaires

Avec des données distribuées sur le cercle unité, on ne peut pas utiliser les définitions des mesures statistiques classiques qui ont été conçues pour des données linéaires. Cette restriction est due à la périodicité des données sur le cercle. Des définitions de la moyenne et de la variance applicables à des données circulaires ainsi qu'aux images qui contiennent ce genre de données sont présentées. Ces définitions viennent des livres de Fisher [32] et de Mardia [66].

Commençons par la direction moyenne. Étant donné  $n$  valeurs angulaires  $\theta_i, i = 1, \dots, n$ , la *direction moyenne*  $\mu$  est la direction du vecteur résultant de la somme des vecteurs unitaires dans les  $n$  directions  $\theta_i$ . La direction du vecteur résultant est

$$\mu = \begin{cases} \arctan(B/A) & \text{si } B > 0, A > 0 \\ \arctan(B/A) + \pi & \text{si } A < 0 \\ \arctan(B/A) + 2\pi & \text{si } B < 0, A > 0 \\ \pi/2 & \text{si } A = 0, B > 0 \\ 3\pi/2 & \text{si } A = 0, B < 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

où

$$A = \sum_i \cos \theta_i, \quad B = \sum_i \sin \theta_i \quad (2.6)$$

La fonction arctan donne des valeurs angulaires dans l'intervalle  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ , et les trois premiers niveaux de l'équation 2.5 servent à donner une valeur de  $\mu$  dans l'intervalle  $[0, 2\pi)$ . Les deux derniers niveaux prennent en compte des cas spéciaux quand  $A = 0$ . La longueur du vecteur résultant est

$$R = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (2.7)$$

et la *longueur moyenne*

$$\bar{R} = \frac{R}{n} \quad (2.8)$$

La longueur moyenne a une valeur comprise entre 0 et 1 et peut être utilisée comme un indice de dispersion des données. Si  $\overline{R} = 1$ , toutes les  $\theta_i$  sont coïncidents. Par contre, une valeur égale à zéro n'indique pas forcément une distribution homogène des données, parce qu'il existe plusieurs distributions non-homogènes qui peuvent donner cette valeur. La *variance circulaire* d'un échantillon est définie comme

$$V = 1 - \overline{R} \quad (2.9)$$

Comme pour la variance linéaire, la concentration de la distribution est inversement proportionnelle à la valeur de  $V$  (Notez que  $V$  prend des valeurs entre 0 et 1). D'autres définitions de l'écart-type angulaire existent [32].

Pour calculer des mesures statistiques des données axiales, on commence par multiplier par deux chaque valeur angulaire, puis on procède au calcul de  $\mu$  et de  $\overline{R}$  ou de  $V$ . Après ces calculs, on divise  $\mu$  par deux.

### 2.3. La morphologie mathématique appliquée au cercle unité

La morphologie mathématique est, comme expliqué dans la section 1.2, habituellement appliquée aux images à niveaux de gris de la forme  $f : Z \rightarrow \mathbb{R}$  où  $Z \subseteq E$  est un sous-espace de l'espace euclidien  $E$ . La relation d'ordre de  $\mathbb{R}$  permet de construire un treillis et ainsi d'appliquer les opérations morphologiques. Dans cette section, on considère les images du type  $a : Z \rightarrow C$  où  $C$  est le cercle unité.

Dans les images de ce type, il n'existe pas un ordre pré-défini pour les valeurs angulaires. On est libre de prendre une origine  $a_0$  n'importe où sur le cercle, et l'ordre des valeurs dépend du choix de cette origine. L'application de la morphologie mathématique à des images de ce genre est discutée dans les sections qui suivent. Nous développons d'abord, dans la section 2.4, des opérateurs pour lesquels il est nécessaire de faire un choix préalable de l'origine, mais qui prennent en compte les valeurs cycliques. Ensuite, nous suggérons, dans les sections 2.5 à 2.7, certaines approches pour éviter d'avoir à choisir une origine permettant ainsi de créer des opérateurs morphologiques invariants par rotation [47].

### 2.4. Morphologie avec le choix d'une origine

Ayant choisi une origine  $a_0$  sur le cercle unité, on peut facilement bâtir un ordre de 0 à  $2\pi$ , avec infimum 0 et supremum  $2\pi$  [115, 117]. On se trouve donc dans la situation peu souhaitable où l'infimum et le supremum correspondent au même point du cercle, l'origine.

Une solution, pour échapper à ce paradoxe, consiste à ordonner les points en fonction de leur distance à l'origine choisie en utilisant l'angle aigu entre deux points donnés par l'équation 2.4. Un ordre basé sur ces distances ne sera pas complet, parce que deux points sur les côtés différents de l'origine peuvent avoir la même distance de l'origine. On peut néanmoins imposer un ordre

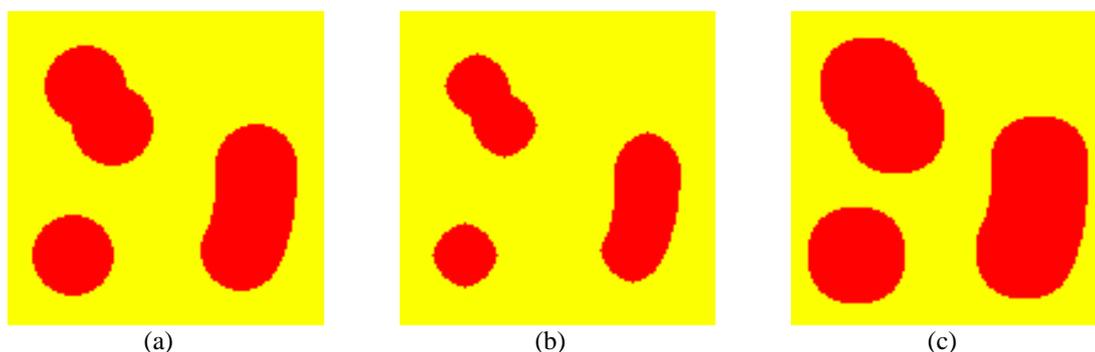


FIG. 2.2. – (a) Image bicolore contenant des grains rouges sur un fond jaune. (b) Dilatation de la teinte par la formulation de Peters. (c) Dilatation de la teinte en utilisant l'équation 2.13. L'origine de la teinte est  $a_0 = 0^\circ$  pour les deux opérations.

complet sur les points  $a_i$  du cercle en utilisant l'algorithme suivant :

$$a_i \succeq a_j \begin{cases} \text{si} & a_i \div a_0 \geq a_j \div a_0 \\ \text{ou si} & a_i \div a_0 = a_j \div a_0 \text{ et } a_i \overset{\circ}{-} a_0 \leq \pi \end{cases} \quad (2.10)$$

Une relation similaire à celle de 2.10 est utilisée par Peters [77] dans le cadre du traitement des images couleur pour appliquer les opérateurs morphologiques sur les différences de teintes, et par Zhang et Wang [119] dans le cadre d'une définition du point central d'un segment sur le cercle de teinte. Peters définit une érosion  $\varepsilon_B^P$  par un élément structurant  $B$  au point  $x$  comme suit

$$\varepsilon_B^P a(x) = \inf \{a(y), y \in B_x\} \quad (2.11)$$

dans lequel l'ordre donné par l'équation 2.10 avec une origine  $a_0$  est utilisé, c'est à dire l'infimum d'un ensemble de points sur le cercle unité est le point le plus proche de l'origine choisie  $a_0$ . Le supremum est donc le point le plus éloigné de l'origine.

Pourtant, dans le cadre de traitement des directions, cette définition n'est pas très intuitive. Si on est intéressé par une couleur quelconque de teinte  $T$  sur laquelle on veut faire une dilatation, il est nécessaire de choisir l'origine à  $T \overset{\circ}{+} 180^\circ$ . Pour simplifier ce choix d'origine, nous définissons les opérateurs de façon à permettre à l'utilisateur de choisir l'origine à la position de la teinte d'intérêt. Considérons un simple exemple à deux couleurs, montré dans la figure 2.2a : une image qui, dans l'espace HLS (voir chapitre 4), a une clarté  $L = \frac{1}{2}$  et une saturation  $S = 1$  constantes sur l'ensemble, une teinte  $T = 0^\circ$  dans les grains rouge, et  $T = 60^\circ$  sur le fond jaune. On choisit l'origine égale à la teinte des objets d'intérêt  $a_0 = 0^\circ$ . Si on fait une dilatation de la teinte en choisissant le supremum dans l'élément structurant selon la formulation de Peters, on arrive au résultat montré dans la figure 2.2b, où les grains ont été érodés.

Pour permettre à l'utilisateur de choisir l'origine plus intuitivement en la mettant à la position de la teinte des objets d'intérêt, on fait une inversion de la formulation de Peters pour ainsi définir l'érosion

$$\varepsilon_B a(x) = \sup \{a(y), y \in B_x\} \quad (2.12)$$

et la dilatation

$$\delta_B a(x) = \inf \{a(y), y \in B_x\} \quad (2.13)$$

où on utilise toujours l'ordre défini par l'équation 2.10 pour choisir le supremum et l'infimum dans l'élément structurant. Un exemple de résultat de dilatation par l'équation 2.13 est montré dans la figure 2.2c. Le comportement de cette dilatation se révèle être plus intuitif.

Le choix de l'origine peut être fait en fonction des besoins de l'utilisateur ou des connaissances sur les images à traiter. Par exemple, la couleur (teinte) moyenne d'une image ou l'information sur la couleur des objets d'intérêt peuvent être utilisées. L'application de ce type de morphologie de teinte à des images couleur plus complexes que celle de la figure 2.2, dans lesquelles il y a une interaction entre la composante de teinte et celle de saturation, est considérée dans le chapitre 5.

## 2.5. Pseudo-dilatation et pseudo-érosion

Pour éviter d'avoir à choisir une origine, nous développons maintenant des opérateurs basés sur l'idée de données circulaires groupées. À cause de la difficulté à déterminer le nombre de groupes dans un échantillon de données circulaires, nous introduisons une définition simple des données groupées à l'aide du centre morphologique, que nous utilisons ensuite pour définir une pseudo-érosion et une pseudo-dilatation morphologiques.

### 2.5.1. Centre morphologique

Le centre morphologique est une notion qui apparaît naturellement dans les filtres morphologiques auto-duaux [96]. Considérons  $n$  valeurs numériques  $t_i \in \mathbb{R}$  et un nombre supplémentaire  $t$  que l'on désire approcher aux  $t_i$ . L'opérateur «centre morphologique»  $\kappa$  agit comme suit

$$\kappa(t) = \begin{cases} \wedge t_i & \text{si } t \leq \wedge t_i \\ t & \text{si } \wedge t_i \leq t \leq \vee t_i \\ \vee t_i & \text{si } \vee t_i \leq t \end{cases} \quad (2.14)$$

Pour  $n = 2$  on retrouve en particulier la médiane entre les trois valeurs  $t_1$ ,  $t_2$ , et  $t$ .

Quand on veut transposer cette notion au cercle unité, on se heurte immédiatement à une première difficulté. Dans le cas linéaire, il est toujours possible de dire si une valeur est extérieure (supérieure ou inférieure) aux  $t_i$ . Sur le cercle, il est possible de donner un sens à cette définition seulement pour certaines distributions, comme celles des figures 2.3a, b et c, mais pas pour la figure 2.3d, où les données sont trop dispersées.

Une approche simple sera d'ignorer le groupement des données, et d'approcher  $a$  d'une façon inconditionnelle, en le mettant à la position du point  $a_i$  le plus proche

$$\kappa_0(a) = \{a_i \mid (a_i \div a) = \wedge (a_i \div a), i \in I\} \quad (2.15)$$

Alternativement, on peut construire des relations semblables à celles de la relation 2.14. Pour cette approche, il est nécessaire de définir formellement la notion d'un groupe de points, dont les figures 2.3a à 2.3c donnent une idée intuitive.

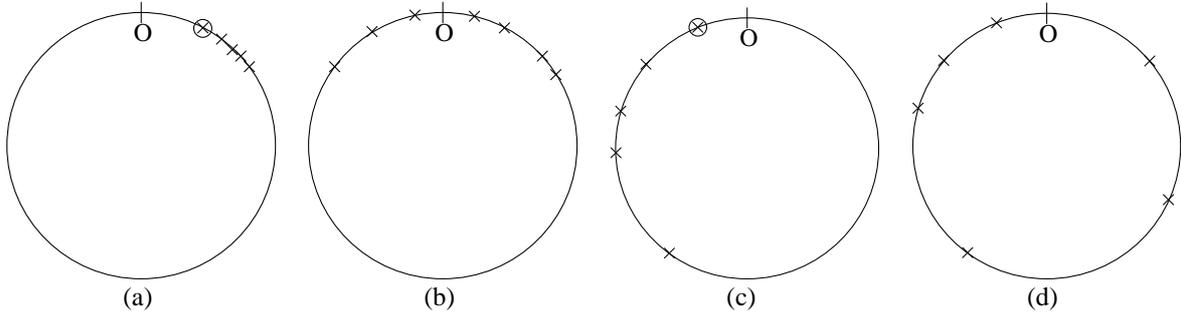


FIG. 2.3. – Quatre distributions de données circulaires. (a), (b) et (c) sont groupées, (d) ne l'est pas.

**Définition 2.5.1.** Une famille  $\{\alpha_i, i \in I\}$  de points sur le cercle unité forme un  $\omega$ -groupe quand il existe une origine quelconque  $a_0$  pour laquelle

$$\forall \{a_i, i \in I\} \overset{\circ}{-} \wedge \{a_i, i \in I\} \leq \omega \leq \pi \quad (2.16)$$

où  $\omega$  est un angle inférieur ou égal à  $\pi$ , et  $a_i$  est l'angle qui correspond au point  $\alpha_i$  mesuré par rapport à l'origine  $a_0$ .

La condition  $\omega \leq \pi$  supprime le cas de la figure 2.3d. En pratique, il est possible de décider s'il existe un  $\omega$ -groupe en regardant seulement une origine arbitraire, comme le démontre la proposition suivante.

**Proposition 2.5.2.** La famille  $\{\alpha_i, i \in I\}$  de points sur le cercle unité  $C$  forme un  $\omega$ -groupe si et seulement si on a

$$\forall \{a_i, i \in I\} \overset{\circ}{-} \wedge \{a_i, i \in I\} \leq \omega \quad (2.17)$$

pour une origine arbitraire  $a_0$ , ou pour l'origine  $a_0 + \pi$ .

*Démonstration.* Si les  $a_i$  sont  $\omega$ -groupés, il existe une partition de  $C$  en deux demi-cercles tels que tous les  $a_i$  se trouvent dans l'un des demi-cercles. Avec cette division du cercle, un point à la position de l'origine  $a_0$  se trouve dans un des demi-cercles, et le point à la position  $a_0 + \pi$  est forcément dans l'autre. Un de ces points est ainsi dans le demi-cercle opposé à celui qui contient la famille  $\{\alpha_i, i \in I\}$ , et pour cette origine, la relation 2.17 est vérifiée, car l'origine n'appartient pas à l'enveloppe du groupe des points (i.e. au plus petit secteur du cercle qui les contient tous). Inversement, si la relation 2.17 est vérifiée pour une origine  $a_0$ , on a la définition d'un  $\omega$ -groupe des  $a_i$ .  $\square$

Cette démonstration donne un algorithme simple pour décider si un  $\omega$ -groupe existe dans une famille de points. Étant donnée une famille de points  $\{\alpha_i, i \in I\}$ , une origine arbitraire  $a_0$  est choisie. Si l'équation 2.17 est vérifiée, un  $\omega$ -groupe existe. Sinon, l'origine est mise à la position  $a_0 + \pi$ . Si l'équation 2.17 est vérifiée pour cette origine, un  $\omega$ -groupe existe. Sinon, il n'y a pas de groupement. Si un  $\omega$ -groupe est trouvé, le supremum et l'infimum du groupe sont toujours calculés par rapport à l'origine pour laquelle le  $\omega$ -groupe existe.

L'algorithme définissant le centre morphologique circulaire utilise cette définition d'un  $\omega$ -groupe. Pour commencer, on prend comme origine le point  $\alpha$  qu'on désire rapprocher à la famille  $\{\alpha_i\}$ . Ensuite, on regarde la valeur de  $\beta = \vee a_i \overset{\circ}{-} \wedge a_i$ . Si  $\beta > \pi$ , soit les points  $\{\alpha_i\}$  ne forment pas un  $\omega$ -groupe, soit le point  $\alpha$  se trouve à l'intérieur du  $\omega$ -groupe, et on laisse  $\alpha$  à sa position initiale. Si  $\beta \leq \pi$ , les points  $\{\alpha_i\}$  forment un  $\omega$ -groupe, et  $\alpha$  est en dehors de ce groupe. Le centre morphologique est le point du groupe  $\{\alpha_i\}$  qui est le plus proche de  $\alpha$ , ce point étant toujours à une des extrémités du groupe. La définition suivante donne une méthode pour calculer la valeur angulaire du centre morphologique.

**Définition 2.5.3.** Étant donnée une famille  $\{\alpha_i, i \in I\}$  de points et un point  $\alpha$  sur le cercle unité qu'on désire rapprocher du groupe. Si on met l'origine des valeurs angulaires à la position de  $\alpha$ , la coordonnée du centre morphologique est :

$$\kappa(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{si } \beta > \pi \\ \wedge a_i & \text{si } \beta \leq \pi \text{ et } (0 \div \wedge \{a_i, i \in I\}) < (0 \div \vee \{a_i, i \in I\}) \\ \vee a_i & \text{si } \beta \leq \pi \text{ et } (0 \div \vee \{a_i, i \in I\}) < (0 \div \wedge \{a_i, i \in I\}) \end{cases} \quad (2.18)$$

où  $\beta = \vee a_i \overset{\circ}{-} \wedge a_i$ .

Les deux derniers niveaux de l'équation 2.18 servent à choisir l'extrémité du  $\omega$ -groupe le plus proche de  $\alpha$ . Pour les exemples montrés dans la figure 2.3, si l'on prend l'origine comme point à transformer, elle ne bouge pas pour les figures 2.3b et 2.3d, mais elle devient les points entourés pour les figures 2.3a et 2.3c.

## 2.5.2. Érosion et dilatation

La notion d'un  $\omega$ -groupe (équation 2.16) suggère l'introduction de deux opérateurs qui se rapprochent du supremum et de l'infimum. Considérons un  $\omega$ -groupe fini  $\{a_i, i \in I\}$ . Pour toutes les origines pour lesquelles l'équation 2.17 est valable, le point  $a_{\max} = \vee \{a_i, i \in I\}$ , même si sa valeur numérique dépend de la position de l'origine, correspond toujours au même point du groupe. Le même résultat s'applique à l'infimum  $\wedge \{a_i, i \in I\}$ . Ces deux extrémités ont donc une importance partiellement indépendante du choix de l'origine sur le cercle unité.

Cette observation mène à l'introduction d'un opérateur de «pseudo-dilatation». Considérons une fonction  $a : E \rightarrow C$ , et soit  $B$  un élément structurant, la pseudo-dilatation  $\delta : C \rightarrow C$  est définie comme suit :

$$\delta a(x) = \begin{cases} \vee \{a_i(y), y \in B_x\} & \text{si } \{a_i(y), y \in B(x)\} \text{ forme un } \omega\text{-groupe} \\ a(x) & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.19)$$

L'opérateur  $\delta$  dépend sans doute du choix de l'origine mais, par construction, il commute avec des rotations sur le cercle unité (i.e. avec les changements d'origine). Ce n'est pas une dilatation, car on ne peut pas trouver un ordre sous-jacent, et n'est pas, a fortiori, un treillis. Néanmoins, pour tout  $B$  symétrique, on peut définir, par dualisme, une «pseudo-érosion»

$$\epsilon a(x) = \begin{cases} \wedge \{a_i(y), y \in B_x\} & \text{si } \{a_i(y), y \in B(x)\} \text{ forme un } \omega\text{-groupe} \\ a(x) & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.20)$$

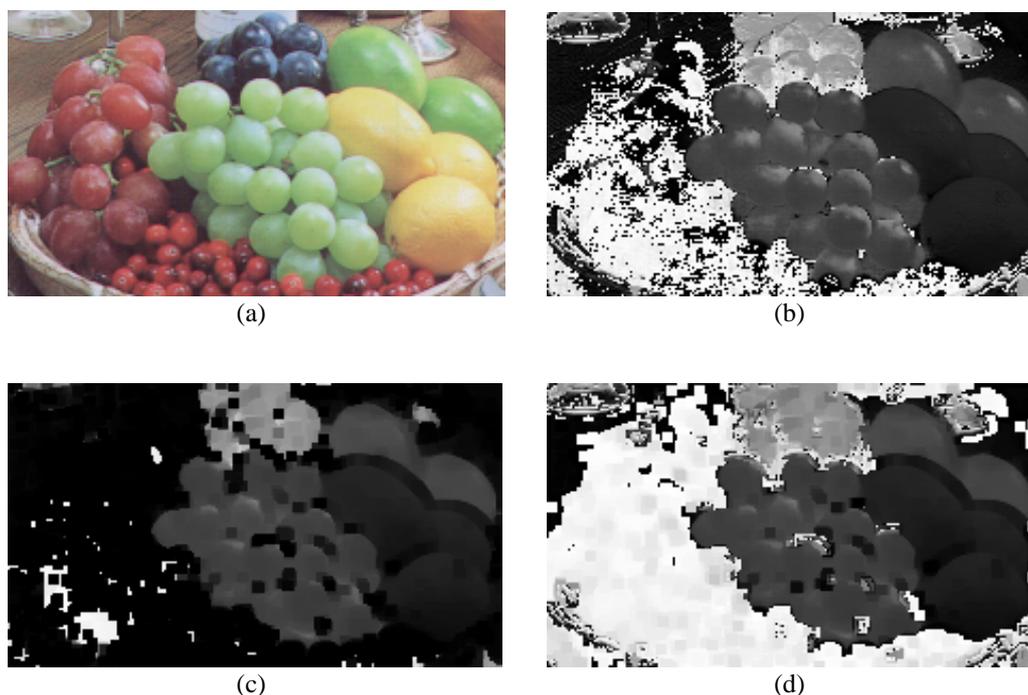


FIG. 2.4. – (a) Image couleur (taille de l'image  $231 \times 134$  pixels). (b) Teinte de l'image a. (c) Érosion classique de l'image b. (d) Pseudo-érosion de l'image b. Les deux érosions sont faites avec un élément structurant carré de taille 2.

Il suit que tous les opérateurs extensifs classiques de la morphologie mathématique, comme les ouvertures, les fermetures, les reconstructions, les nivellements, etc. ont une version «pseudo».

La figure 2.4 montre une comparaison entre une pseudo-érosion et une érosion classique. La figure 2.4a est une image couleur, et la figure 2.4b est sa teinte. Une érosion classique est montrée dans la figure 2.4c, et une pseudo-érosion dans la figure 2.4d. La région dans laquelle les différences sont les plus visibles correspond au fruit rouge à gauche. Les valeurs de la teinte pour le rouge se trouvent aux deux cotés de la discontinuité  $0^\circ/360^\circ$ , alors que l'érosion classique les réduit aux petites valeurs plus grandes que zéro. La pseudo-érosion, par contre, remplace les pixels avec l'infimum du groupe de valeurs autour de zéro. Il faut cependant faire attention à certaines régions, comme la base du verre de vin, où l'opération de pseudo-érosion n'a aucun effet parce que les pixels ne forment pas un  $\omega$ -groupe.

En introduisant ces pseudo-opérations pour éviter l'obligation de choisir une origine, on perd malheureusement quelques propriétés désirables des opérateurs morphologiques classiques. Par exemple, les opérateurs de pseudo-ouverture et de pseudo-fermeture ne sont pas idempotents (mais, en général, le deviennent après quelques itérations). Ce manque d'idempotence est dû au fait que ces opérateurs n'agissent pas sur chaque pixel de la même manière, mais laissent certains pixels dans leur état originel. La décision de changer ou de laisser un pixel dépend des valeurs des pixels dans l'élément structurant, ce qui change à chaque application de l'opérateur.

## 2.6. Morphologie circulaire centrée

Si l'ordre des pixels dépend du choix de l'origine  $a_0$ , l'ordre des différences entre les valeurs de deux pixels est indépendant de la position de  $a_0$ . Pour les opérateurs morphologiques qui agissent sur des accroissements, il est possible de les reformuler d'une façon qui ne nécessite aucun choix préalable. Dans cette section, les opérateurs de gradient morphologique et de chapeau haut de forme sont adaptés aux données circulaires.

### 2.6.1. Gradient

On définit ici le gradient basé sur des accroissements (équation 2.4) pour l'appliquer à des images angulaires. Soit  $f : E \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction numérique dérivable et  $B$  un élément structurant. Beucher [95] a introduit trois gradients morphologiques : le gradient par érosion

$$f - (f \ominus B) \quad (2.21)$$

le gradient par dilatation

$$(f \oplus B) - f \quad (2.22)$$

et le gradient symétrisé

$$(f \oplus B) - (f \ominus B) \quad (2.23)$$

Dans l'espace euclidien, si on utilise pour l'élément structurant  $B$  une petite sphère  $S(x, r)$  centrée en  $x$  et de rayon  $r$ , le gradient symétrisé s'écrit également

$$g(x) = \lim_{r \rightarrow 0} \{[f \oplus S(x, r)] - [f \ominus S(x, r)]\} / 2r \quad (2.24)$$

$$= \lim_{r \rightarrow 0} \{\vee [f(x) - f(y), y \in S(x, r)] - \wedge [f(x) - f(y), y \in S(x, r)]\} / 2r \quad (2.25)$$

Dans un espace discret  $\mathbb{Z}^d$ , le gradient symétrisé en termes d'érosions et de dilations (équation 2.23) s'écrit

$$g(x) = \vee [f(y), y \in B(x)] - \wedge [f(y), y \in B(x)] \quad (2.26)$$

En utilisant la relation suivante

$$\{f(x) - \wedge [f(y), y \in B(x)]\} = \vee \{f(x) - f(y), y \in B(x)\} \quad (2.27)$$

et la relation obtenue par inversion des suprema et des infima, on peut écrire équation 2.26 dans une forme analogue à celle de l'équation 2.25 qui ne contient que des accroissements

$$g(x) = \vee [f(x) - f(y), y \in B(x)] - \wedge [f(x) - f(y), y \in B(x)] \quad (2.28)$$

Pour les gradients par érosion et par dilatation, la relation 2.27 et son inversion donnent leurs formes. Le gradient par érosion est

$$g_e(x) = \vee [f(x) - f(y), y \in B(x)] \quad (2.29)$$

et le gradient par dilatation est

$$g_d(x) = - \wedge [f(x) - f(y), y \in B(x)] = \vee [f(y) - f(x), y \in B(x)] \quad (2.30)$$

Pour passer des fonctions numériques  $f(x)$  à des fonctions angulaires  $a(x)$ , il suffit de remplacer les accroissements  $[f(x) - f(y)]$  dans les équations 2.28, 2.29 et 2.30 par la différence angulaire définie par l'équation 2.4. Pour le cas où l'origine appartient à l'élément structurant, les trois équations se réduisent à une seule équation

$$g_a(x) = \vee [a(x) \div a(y), y \in B(x)] \quad (2.31)$$

Ceci est dû au fait que  $[f(x) - f(y)] \in (-\infty, \infty)$ , mais  $[a(x) \div a(y)] \in [0, \infty)$ , et par conséquent  $\wedge [a(x) \div a(y), y \in B(x)]$  dans l'équation 2.28 est toujours égal à zéro si l'origine appartient à l'élément structurant. Les équations 2.29 et 2.30 deviennent identiques parce que  $a(x) \div a(y) = a(y) \div a(x)$ . Pour le cas où l'origine n'appartient pas à l'élément structurant, l'équation 2.28 devient évidemment

$$g_a(x) = \vee [a(x) \div a(y), y \in B(x)] - \wedge [a(x) \div a(y), y \in B(x)] \quad (2.32)$$

Illustrons l'action de cet opérateur en considérant la composante de teinte de l'image de la vierge (figure 2.5b). Cette image a été choisie parce qu'elle est majoritairement rouge et pourpre, ce qui situe son histogramme (circulaire) des teintes autour de l'origine. Une discontinuité est donc visible dans la teinte, avec les pixels rouges qui se trouvent aux deux extrémités de l'histogramme déroulé (figure 2.5c). Un gradient morphologique classique sur la teinte (figure 2.5d) produit un grand nombre de pixels de forte valeur qui ne correspondent pas à des différences importantes de couleur dans l'image initiale. Le phénomène est particulièrement accusé dans la partie périphérique de l'aurole, qui a une apparence lisse dans l'image couleur initiale, mais qui provoque des forts gradients dans la figure 2.5d. Le gradient circulaire centré (équation 2.31), montré dans la figure 2.5e, résout ce problème. Notons que, pour cet exemple, si on fait tourner les valeurs de teinte de  $\pi$ , le gradient classique sera pareil au gradient circulaire centré. Par contre, le gradient circulaire centré reste invariant aux rotations des valeurs des pixels.

## 2.6.2. Chapeau haut de forme

La notion d'un chapeau haut de forme, au sens de F. Meyer [95], est le résidu entre une fonction numérique et sa transformée par ouverture. Elle ne met donc en jeu que des accroissements, et par conséquent se transpose en fonctions à valeurs sur le cercle unité. Nous explicitons ci-dessous l'algorithme auquel on aboutit dans le cas des ouvertures par adjonction (i.e. produits de composition d'une érosion par la dilatation adjointe). Rappelons d'abord la relation qui donne la valeur  $\gamma_B(x)$  de l'ouvert selon l'élément structurant  $B$ , au point  $x$ . Si l'on note par  $\{B_i, i \in I\}$  la famille des éléments structurants qui contiennent le point  $x$ ,

$$\gamma_B(x) = \sup \{ \inf [f(y), y \in B_i], i \in I \} \quad (2.33)$$

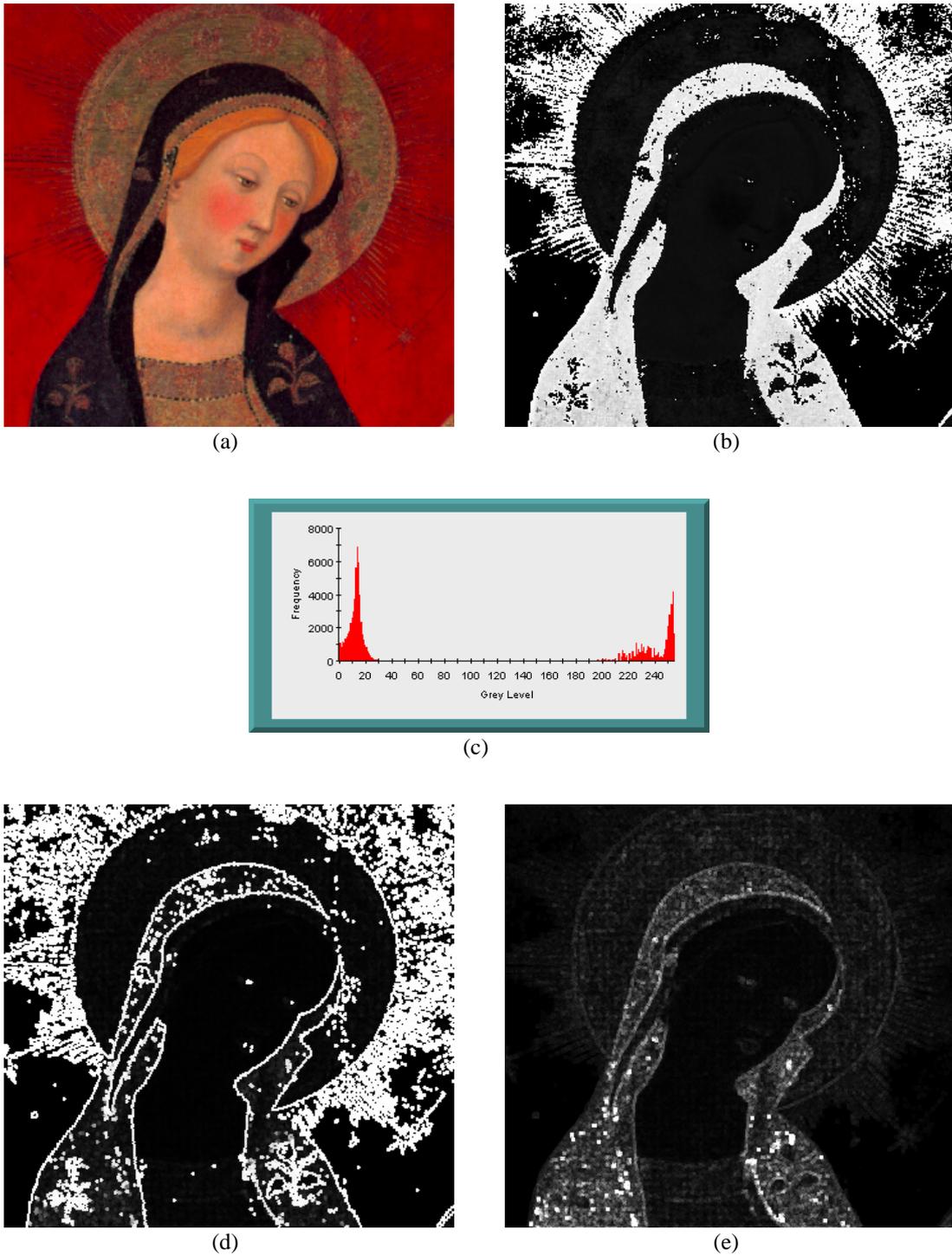


FIG. 2.5. – (a) «La Vierge» de P. Serra dans le monastère de St. Cugat à Barcelone (taille de l'image  $352 \times 334$  pixels). (b) Composante teinte de l'image a. (c) Histogramme de la composante teinte. (d) Gradient morphologique classique (équation 2.23) sur la teinte. (e) Gradient circulaire centré (équation 2.31) sur la teinte. Les gradients ont été calculés en utilisant un élément structurant carré de taille 1.

Considérons maintenant l'expression  $f(x) - \gamma_B(x)$  du chapeau haut de forme, que nous ré-écrivons de façon à mettre en évidence les accroissements de  $f$

$$\begin{aligned} f(x) - \gamma_B(x) &= f(x) - \sup \{ \inf [f(y), y \in B_i], i \in I \} \\ &= - \sup \{ \inf [f(y), y \in B_i] - f(x), i \in I \} \\ &= - \sup \{ \inf [f(y) - f(x), y \in B_i], i \in I \} \end{aligned}$$

D'une façon semblable à ce qui a été fait pour le gradient, on remplace alors  $[f(y) - f(x)]$  par  $[a(x) \div a(y)]$ . Pourtant, il est nécessaire de prendre en compte le fait qu'on remplace l'expression  $[f(y) - f(x), y \in B_i] \in (-\infty, \infty)$  par l'expression  $[a(x) \div a(y), y \in B_i] \in [0, \infty)$ , et en conséquence, si l'origine appartient à l'élément structurant, l'expression  $\inf [a(x) \div a(y), y \in B_i]$  est toujours égale à zéro. Pour éviter que le résultat de cet opérateur soit toujours égal à zéro, il faut passer par la forme duale, équivalente, mais qui ne met en jeu que des suprema, soit

$$\text{ATH}[a(x)] = - \sup \{ - \sup [a(x) \div a(y), y \in B_i], i \in I \} \quad (2.34)$$

Un exemple de ce genre de chapeau haut de forme est donné dans la figure 2.6. Dans la figure 2.6a, les régions rouge (les régions qui se trouvent sur la discontinuité de teinte) sont indiquées. L'effet de cette discontinuité est visible dans l'image de la teinte (figure 2.6b). Le chapeau haut de forme classique sur la teinte est montré dans la figure 2.6c, et son histogramme dans la figure 2.6e. Il est évident que même si la variation de couleur n'est pas grande dans les régions indiquées, beaucoup de pixels de valeurs importantes apparaissent dans le résultat du chapeau haut de forme, ce qui est aussi visible dans l'histogramme. Le résultat d'un chapeau haut de forme circulaire centré se trouve dans la figure 2.6d, et son histogramme dans la figure 2.6f. Dans cette image, les fortes valeurs fausses n'apparaissent plus.

## 2.7. Partitions indexées

Jusqu'ici, nous avons cherché à construire des treillis sur le cercle  $C$  en changeant la position de l'origine, éventuellement variable en chaque point  $x \in E$ . Dans cette section, nous considérons des treillis plus classiques d'ensembles ou de partitions, dans lesquels la direction sert seulement à labeliser les partitions. À partir de partitions connexes, on définit des opérateurs d'ouverture et de fermeture qui agissent sur ces partitions. Ensuite, l'ouverture est davantage développée pour produire une version invariante par rotation, ce qui conduit à une définition alternative d'un chapeau haut de forme.

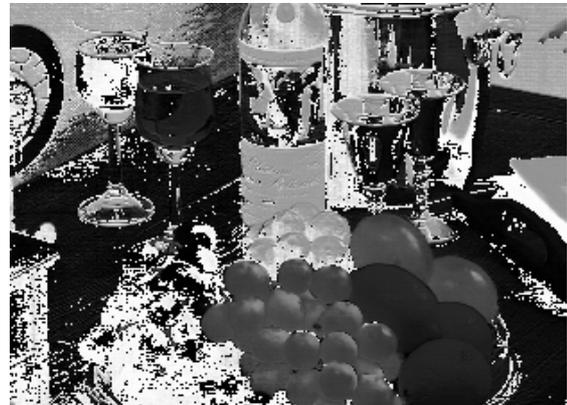
### 2.7.1. Partitions connexes

Une partition de l'espace de travail  $E$  pour laquelle chaque classe est connexe est une application  $D : E \rightarrow \mathcal{P}(E)$ , avec une connexité  $\mathcal{C}$  définie sur  $\mathcal{P}(E)$ , telle que pour tous les points  $x$  et  $y$  de  $E$  :

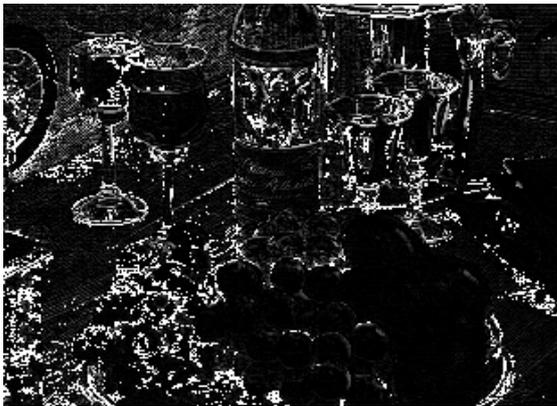
1.  $x \in D(x)$



(a)



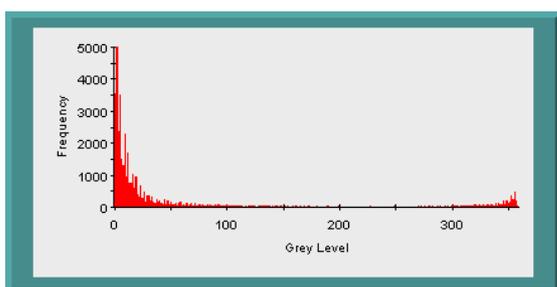
(b)



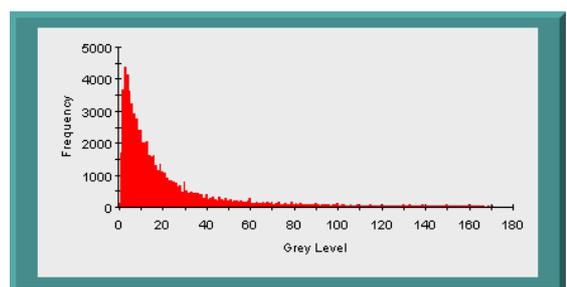
(c)



(d)



(e)



(f)

FIG. 2.6. – (a) Image avec les régions rouges indiquées (taille de l'image  $311 \times 227$  pixels). (b) Composante de teinte de l'image a. (c) Chapeau haut de forme classique par un ES carré de taille 1 sur l'image b. (d) Chapeau haut de forme circulaire centré par un ES carré de taille 1 sur l'image b. (e) Histogramme de l'image c. (f) Histogramme de l'image d.

2.  $x \neq y \Rightarrow D(x) = D(y)$  ou  $D(x) \cap D(y) = \emptyset$
3.  $D(x) \in \mathcal{C}$

Les deux premiers axiomes exigent que chaque  $x \in E$  fasse partie d'une classe de la partition, et qu'il n'y ait pas de recouvrement entre les classes. Ces deux axiomes définissent les partitions en général. Le troisième, plus spécifique à nos besoins, impose la connexité sur les classes. On appelle *partition connexe* chaque partition de  $E$  dont les classes sont connexes. Une démonstration qu'une famille de partitions connexes forme un treillis complet est donnée dans l'annexe B.1.

### 2.7.2. Partitions indexées

On passe d'une partition connexe à une partition indexée par l'association d'un indice (par exemple, lié à la couleur ou à la direction) à chaque classe de la partition connexe.

**Définition 2.7.1.** Une *partition indexée* sur un espace  $E$ , indexée par un nombre fini  $N$ , est une application  $D : E \rightarrow \mathcal{P}(E)$  avec une fonction  $M : \mathcal{P}(E) \rightarrow [1, 2, \dots, N]$  qui associe un indice à chaque élément  $D(x)$  de la partition connexe. Pour simplifier la notation, on définit

$$D(x, i) = \begin{cases} D(x) & \text{si } M[D(x)] = i \\ \emptyset & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.35)$$

Les  $N$  ensembles associés au jeu d'indices (couleur, direction, ...) se nomment les *phases*, et la phase  $A_i$  est la réunion des classes associées à l'indice  $i$

$$A_i = \bigcup \{D(x, i), x \in E\} \quad (2.36)$$

Comme tout point  $x \in E$  doit être associé à un indice, il y a seulement  $N - 1$  valeurs d'indice indépendantes — si l'on connaît la position de  $N - 1$  phases, la position de la  $N^{\text{ème}}$  est forcément connue. L'annexe B.2 parle du treillis de partitions indexées ainsi que du comportement des opérateurs croissants sur ces partitions.

Ci-dessous nous considérons plus particulièrement des ouvertures et des fermetures agissant sur les partitions indexées.

### 2.7.3. Opérateurs cycliques

Les partitions indexées construites sur le cercle unité sont nommées *partitions cycliques*. Un opérateur agissant sur une telle partition est dit cyclique lorsqu'il ne met en jeu que des suites complètes d'indices (i.e. tous les indices associés à la partition).

Quand une fermeture cyclique est appliquée à une partition cyclique, il est clair que cette opération, étant extensive, mène à l'interaction des différentes phases. Pour pouvoir prendre ces interactions en compte, la fermeture est appliquée aux phases en série. L'ouverture, par contre, à cause de son anti-extensivité, peut être appliquée aux phases de façon parallèle.

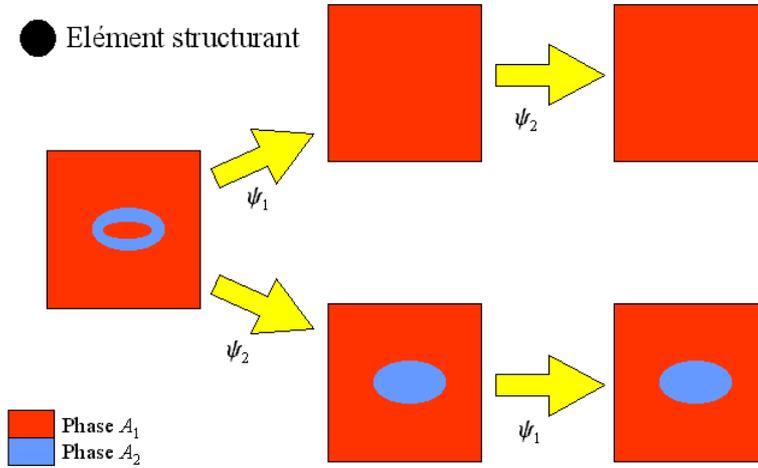


FIG. 2.7. – Exemple schématique d’une fermeture cyclique, démontrant que le résultat dépend de l’ordre des opérateurs.

#### 2.7.4. Fermetures en série

Supposons l’espace  $E$  équipé d’une connexion propre, i.e. d’une connexion pour laquelle tout grain de  $X$  est adjacent à au moins un pore, et tout pore à au moins un grain ( $X \subseteq E$ , sauf  $X = \emptyset$  et  $X = E$ ). Soit  $\varphi$  une fermeture connexe sur  $\mathcal{P}(E)$ . On introduit l’opération suivante

$$\psi_k(E) = \begin{cases} \gamma_x \varphi_B(A_k) & \text{si } k = l \\ A_l \setminus [\gamma_x \varphi_B(A_k)] & \text{si } k \neq l \end{cases} \quad \forall l = [1, 2, \dots, N] \quad (2.37)$$

où  $A_l$  est définie par l’équation 2.36 et où  $\gamma_x$  indique l’ouverture connexe ponctuelle. La première ligne de cette expression applique une fermeture connexe à la phase  $A_k$ , et la deuxième ligne enlève les parties ajoutées à la phase  $A_k$  des autres phases pour garder les propriétés d’une partition. Cette fermeture n’est évidemment pas cyclique.

Considérons maintenant le produit de composition

$$\psi = \psi_N \dots \psi_2 \psi_1 \quad (2.38)$$

appliqué aux  $N$  phases. L’effet de  $\psi$  sur la partition est le suivant :  $\psi_1$  bouche certains pores de  $A_1$  selon un critère croissant, ce qui signifie que si un pore n’est pas bouché, aucun pore plus grand que lui ne sera bouché. Les opérations  $\psi_2, \psi_3, \dots, \psi_N$  transforment ensuite certains grains de  $\gamma_x \varphi(A_1)$  en pores sans jamais y ajouter des grains. Comme la connexion sur  $E$  est propre, chaque grain de  $\gamma_x \varphi(A_1)$  ultérieurement transformé en pore ne fait que grossir les pores de  $\gamma_x \varphi(A_1)$  adjacents. Par conséquent,  $\psi_1 \psi = \psi$ , et par itération  $\psi \psi = \psi$ , c’est à dire que  $\psi$  est idempotent.

L’effet pratique de chaque opérateur  $\psi_i$  est d’assigner l’indice  $i$  aux composantes connexes de la partition qui sont plus petites que l’élément structurant et qui sont complètement entourées par la phase  $i$ . Le résultat de l’opérateur  $\psi$  n’est pas indépendant de l’ordre des fermetures  $\psi_i$ , ceci est démontré dans la figure 2.7.

Phase	limite inférieure	limite supérieure	teinte moyenne
1	0°	35°	22.3°
2	35°	48°	40.5°
3	48°	93°	60.1°
4	93°	138°	115.1°
5	138°	183°	163.2°
6	183°	211°	199.7°
7	211°	241°	218.2°
8	241°	286°	256.1°
9	286°	331°	311.7°
10	331°	360°	353.3°

TAB. 2.1. – Limites inférieures et supérieures des éléments de la partition indexée de la teinte utilisées dans la figure 2.8, et la teinte moyenne mesurée dans chaque phase.

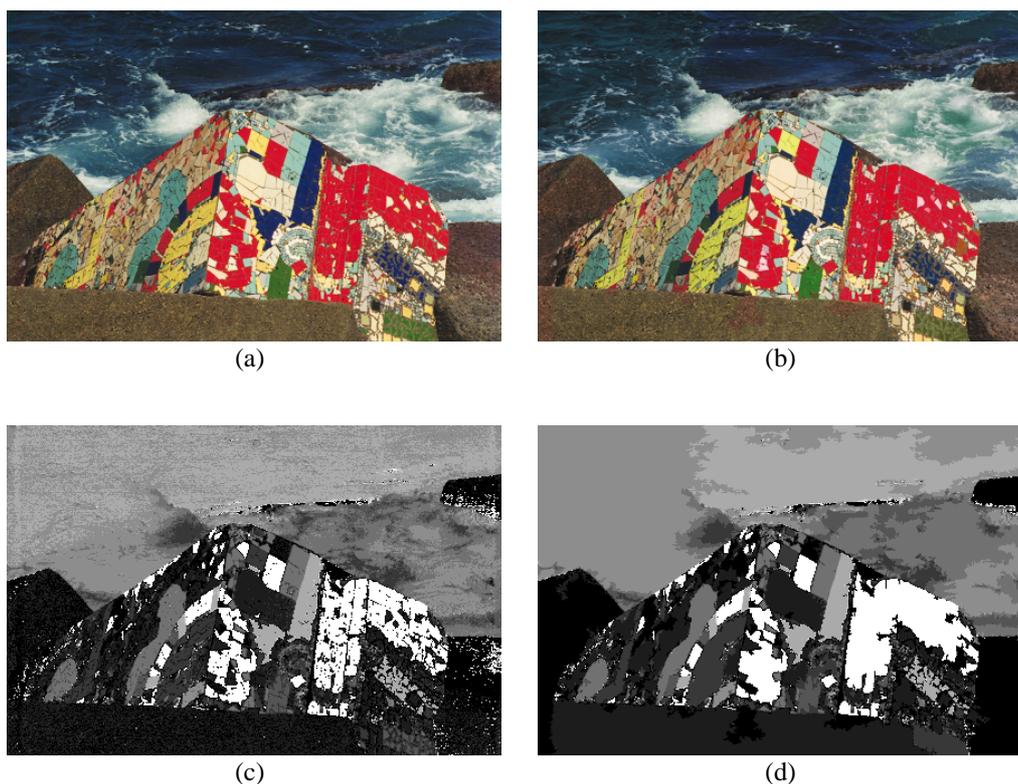


FIG. 2.8. – Exemple d'une fermeture cyclique. (a) Image couleur initiale (taille  $441 \times 297$ ). (b) L'image couleur finale après une fermeture cyclique de la teinte par un élément structurant carré de taille 10. (c) Partition indexée de la teinte de l'image a contenant 10 phases. (d) Teinte après la fermeture cyclique.

Un exemple de fermeture cyclique sur la teinte (figure 2.8b) d'une image couleur (figure 2.8a) est montré. Cette teinte est d'abord partitionnée en utilisant un algorithme simple pour choisir les limites des éléments de la partition. Cet algorithme construit des indices à partir de  $0^\circ$ , en imposant à une phase d'avoir soit un nombre maximum de pixels égal à un sixième du total dans l'image, soit une largeur maximum de  $45^\circ$ . Les dix phases générées par cet algorithme pour la figure 2.8a sont montrées dans le tableau 2.1. L'image de teinte contenant les phases labélisées est montrée dans la figure 2.8c. Une fermeture cyclique (équation 2.38) par un ES carré de taille 10 avec les phases traitées dans l'ordre de  $i$  est appliquée à la partition indexée pour donner l'image de la partition indexée fermée de la figure 2.8d. Pour reconstruire une image couleur, chaque phase est remplacée par sa teinte moyenne (tableau 2.1), puis elle est recombinaisonnée avec la luminance et la saturation initiales pour créer l'image de la figure 2.8d. Dans cette image, les effets de la fermeture sur la teinte sont visibles. Par exemple, on remarque que les éléments blancs de la mosaïque entourés par du rouge ont pris une légère teinte rose dans l'image finale.

En résumé, le but de cette approche est de remplacer des données spatiales pour lesquelles le choix d'une origine n'est pas évident par un traitement d'ensembles indexés. L'opérateur n'est toutefois pas invariant par rotation, car le résultat dépend de l'ordre dans lequel les indices sont traités. Nous avons donné un exemple de simplification de la teinte d'une image couleur ; un autre bon exemple de son utilisation sur des images de lames mines polarisées de silicates est donné par Mlynarczuk et al. [69].

### 2.7.5. Ouvertures en parallèle

Le résultat d'une fermeture en série est de réindexer quelques composantes connexes des phases avec des indices déjà existants. Une ouverture, par contre, enlève complètement certaines composantes connexes. Pour rester dans le cadre des partitions, on résout ce problème en commençant avec une partition de  $N - 1$  indices, et on attribue l'indice  $N$  aux composantes qui sont enlevées par l'ouverture. Il est clair qu'il n'y a pas d'interaction entre les composantes de la partition pour cette ouverture, contrairement à la fermeture cyclique qui change la forme de certaines composantes. Cette opération se réduit ainsi à une simple réindexation des composantes de la partition. On attribue l'indice  $N$  aux composantes qui sont éliminées par une ouverture connexe. Par contre, celles qui ne sont pas enlevées gardent leurs indices d'origine. Cette opération est cyclique parce qu'elle agit sur tous les indices. Symboliquement, cette réindexation peut être écrite

$$M [D(x)] := \begin{cases} M [D(x)] & \text{si } \gamma_B [D(x)] \neq \emptyset \\ N & \text{sinon} \end{cases} \quad \forall x \in E \quad (2.39)$$

où  $\gamma$  est une ouverture connexe et où le symbole  $:=$  indique que la valeur du terme à droite est assignée à celui de gauche. La phase d'indice  $N$  joue le rôle de résidu de l'ouverture.

On peut profiter du fait qu'il n'y a pas d'interaction entre les phases pendant une ouverture cyclique pour sortir du cadre de partitions indexées et pour reformuler cette ouverture pour les images angulaires labélisées. Ceci permet d'aboutir à une définition simple du chapeau haut de forme. Pour une image labélisée, il n'est pas nécessaire d'avoir un label en chaque point de l'image ; le résidu est ainsi représenté plus facilement par l'absence d'un label, comme dans le

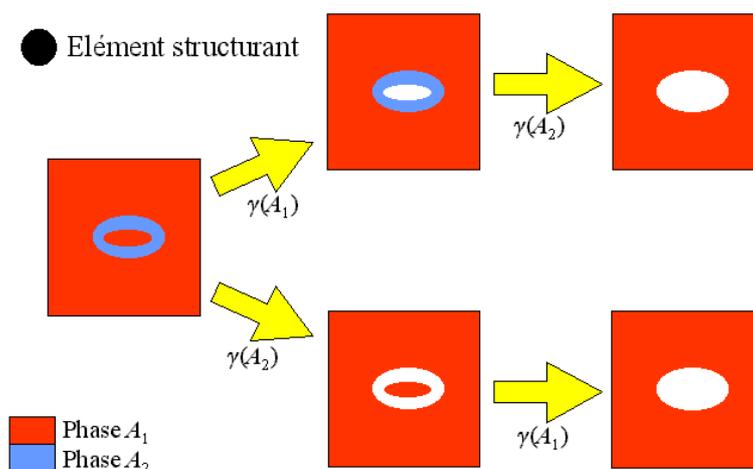


FIG. 2.9. – Exemple schématique d’une ouverture cyclique, démontrant que le résultat est indépendant de l’ordre des ouvertures élémentaires qui la composent.

cas ensembliste. Grâce à la formulation labélisée, l’utilisation des ouvertures connexes n’est plus obligatoire, parce qu’il n’est pas nécessaire de préserver les propriétés d’une partition.

On labélise une image angulaire en choisissant des points de découpage du cercle  $q_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  avec  $q_1 = q_N$ . Le label  $i$  (équivalent à la phase  $i$  dans la cadre des partitions) est donné par

$$A_i = \{x : x \in E, a(x) \in [q_i, q_{i+1})\} \quad (2.40)$$

L’ensemble des labels qui ne disparaissent pas pendant une ouverture par un élément structurant  $B$  est

$$\gamma_B^c A = \bigcup_{i=1}^{N-1} \gamma_B(A_i) \quad (2.41)$$

Le résultat de cette ouverture est indépendant de l’ordre des ouvertures élémentaires qui la composent (figure 2.9). De plus, à la différence des produits de composition, la réunion de l’équation 2.41 n’a pas besoin du cadre fini de  $N$  labels, ce qui permet d’exprimer de manière très simple la notion d’ouverture labélisée invariante par rotation.

### 2.7.6. Ouverture cyclique invariante par rotation

Une application d’une ouverture cyclique, définie dans la section précédente, à une image labélisée donne comme résultat une image dans laquelle quelques composantes connexes ont perdu leurs labels, mais dans laquelle aucune composante n’a changé de label (de label 1 à label 2, par exemple). Par conséquent, il n’est pas nécessaire de suivre soigneusement l’évolution des labels des composantes connexes, il suffit de regarder les intersections ou les réunions des résultats des ouvertures sur des labels qui se recouvrent. On peut donc transformer les images par extraction des pixels qui satisfont à certains critères, application d’une ouverture sur chaque ensemble, et la combinaison des résultats d’une manière isotrope.

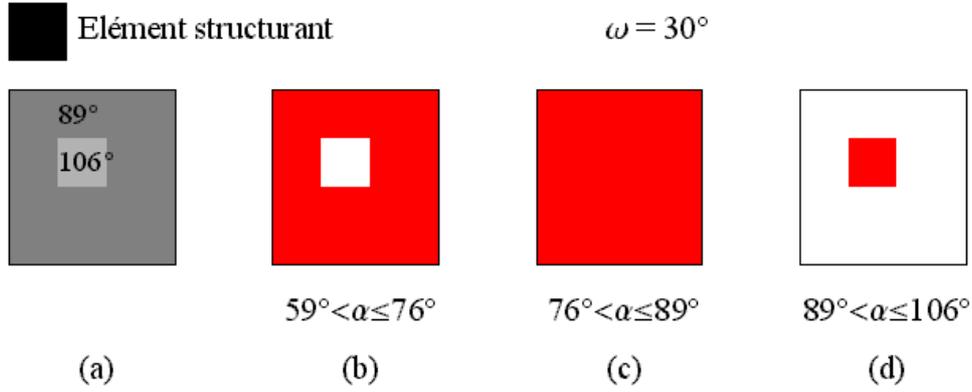


FIG. 2.10. – (a) Image schématique contenant deux valeurs angulaires représentées par deux niveaux de gris. (b), (c) et (d) Label  $A(\alpha, \omega)$  en rouge pour des valeurs de  $\alpha$  montrées en dessous de chaque image, et  $\omega = 30^\circ$ . L'élément structurant utilisé pour les ouvertures des labels est illustré en haut.

Soit  $A(\alpha, \omega)$  un ensemble de points  $x \in E$  dont la valeur angulaire  $a(x)$  se trouve dans le secteur aigu  $[\alpha, \alpha + \omega]$

$$A(\alpha, \omega) = \{x : x \in E, a(x) \in [\alpha, \alpha + \omega]\}$$

L'ouverture  $\gamma_B A(\alpha, \omega)$  se comporte comme une ouverture binaire, avec  $A(\alpha, \omega)$  en premier plan, et son inverse  $\bar{A}(\alpha, \omega)$  en fond. Pour rendre isotrope cette opération, on prend la réunion des transformés  $\gamma_B [A(\alpha, \omega)]$  quand  $\alpha$  parcourt le cercle unité, i.e.

$$\underline{\gamma}(B, \omega) = \bigcup \{\gamma_B [A(\alpha, \omega)], 0 \leq \alpha \leq 2\pi\} \quad (2.42)$$

On obtient une image binaire qui contient en premier plan tous les pixels qui ne sont pas supprimés par l'action de l'ouverture pour au moins une valeur des angles  $\alpha$ . On considère donc que tous les pixels qui sont supprimés par l'ouverture correspondent aux résidus de cet opérateur. De même que pour le chapeau haut de forme, ce résidu, dénoté  $\underline{R}_\gamma(B, \omega)$ , peut être obtenu par la différence ensembliste entre le résultat de l'ouverture  $\underline{\gamma}(B, \omega)$  et la réunion de tous les labels  $\bigcup \{A(\alpha, \omega), 0 \leq \alpha \leq 2\pi\}$ , qu'on écrit

$$\underline{R}_\gamma(B, \omega) = \bigcup \{A(\alpha, \omega), 0 \leq \alpha \leq 2\pi\} \setminus \underline{\gamma}(B, \omega) \quad (2.43)$$

Étant donné que la réunion de tous les labels couvre l'image entière, le résidu peut également être obtenu par inversion du résultat de l'ouverture

$$\underline{R}_\gamma(B, \omega) = \overline{\underline{\gamma}(B, \omega)} \quad (2.44)$$

Ce résidu contient tous les pixels qui sont éliminés par l'ouverture pour chaque angle  $\alpha$ .

En pratique, pour des raisons de rapidité de calcul, on fait souvent une approximation de la variation de l'angle  $\alpha$  dans l'équation 2.42 par quelques valeurs discrètes, par exemple, en variant

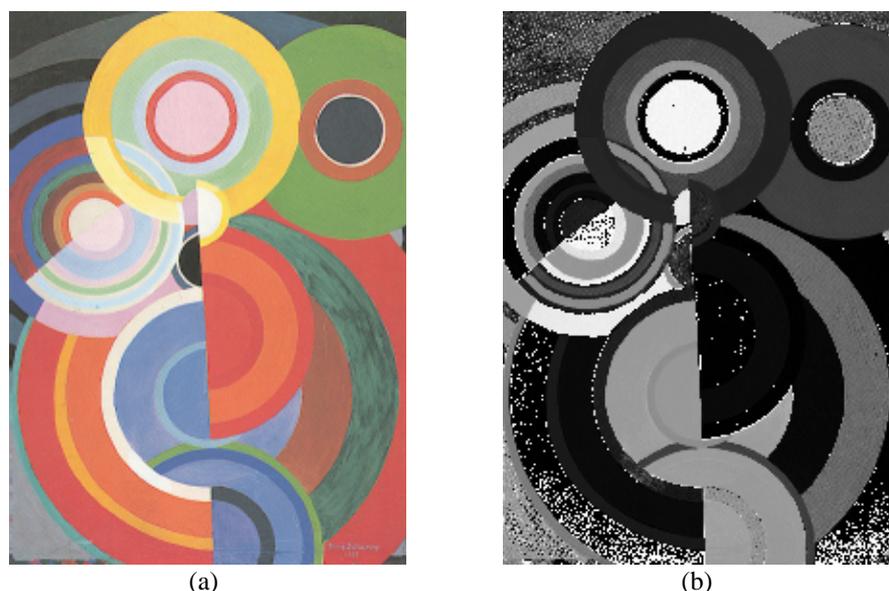


FIG. 2.11. – (a) «Composition» (1938) de Sonia Delaunay. (b) sa composante teinte.

$\alpha$  à partir d'une origine  $\alpha_0$  quelconque d'un pas de taille  $\Delta\alpha$ . Il est possible que l'utilisation de cette approximation ajoute quelques régions supplémentaires aux résidus. Ceci est démontré par le cas pathologique illustré dans la figure 2.10, dans laquelle l'image (a) contient deux valeurs angulaires représentées par deux niveaux de gris. Pour faire des ouvertures labélisées sur cette image, nous utilisons l'élément structurant illustré et une valeur de  $\omega = 30^\circ$ . La figure 2.10b montre en rouge le label  $A(\alpha, \omega)$  pour  $59^\circ < \alpha \leq 76^\circ$ , la figure 2.10c pour  $76^\circ < \alpha \leq 89^\circ$ , et la figure 2.10d pour  $89^\circ < \alpha \leq 106^\circ$ . Il est clair qu'une ouverture du label par l'élément structurant montré laisse les figures 2.10b et 2.10c dans leur état actuel, et supprime la région labélisée de la figure 2.10d. Si nous utilisons toutes les valeurs de  $\alpha \in [0^\circ, 360^\circ)$ , il est clair que la région centrale ne fera pas partie du résidu, parce qu'elle n'est pas éliminée pour toutes les valeurs de  $\alpha$ . Si l'on choisit une approximation avec  $\alpha_0 = 0^\circ$  et  $\Delta\alpha = 15^\circ$ ,  $\alpha$  prend seulement des valeurs de  $45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$  et  $105^\circ$  dans l'intervalle angulaire concernée, ce qui évite la configuration de la figure 2.10c. La région centrale fera ainsi partie du résidu pour cette approximation.

Nous présentons maintenant un exemple pour illustrer la démarche associée à une ouverture cyclique, appliquée à la composante teinte (figure 2.11b) de l'image couleur de la figure 2.11a. Effectuons une ouverture labélisée connexe (i.e. ouverture avec reconstruction) avec  $\omega = 90^\circ$  et un élément structurant carré de taille  $\lambda = 7$ . L'ouverture (équation 2.42) est faite en variant  $\alpha$  de  $\alpha_0 = 0^\circ$  à  $315^\circ$  par des pas de  $\Delta\alpha = 45^\circ$ . La définition des labels est montrée dans les figures 2.12a et 2.12b et les images labélisées se trouvent respectivement dans les figures 2.12c et 2.12d (deux images labélisées sont montrées à cause du recouvrement des labels). Les résultats des ouvertures sur chaque label dans les figures 2.12c et 2.12d sont indiqués sur les figures 2.12e et 2.12f, le résidu étant indiqué en jaune. On se rappelle que le résidu correspond aux labels qui ont été éliminés par l'ouverture.



FIG. 2.12. – (a) et (b) Définition des labels avec paramètres  $\omega = 90^\circ$ ,  $\alpha_0 = 0^\circ$  et  $\Delta\alpha = 45^\circ$ . (c) et (d) Teinte labelisée selon les définitions a et b. (e) et (f) Résultats des ouvertures labelisées, dans lesquels le résidu est indiquée en jaune.

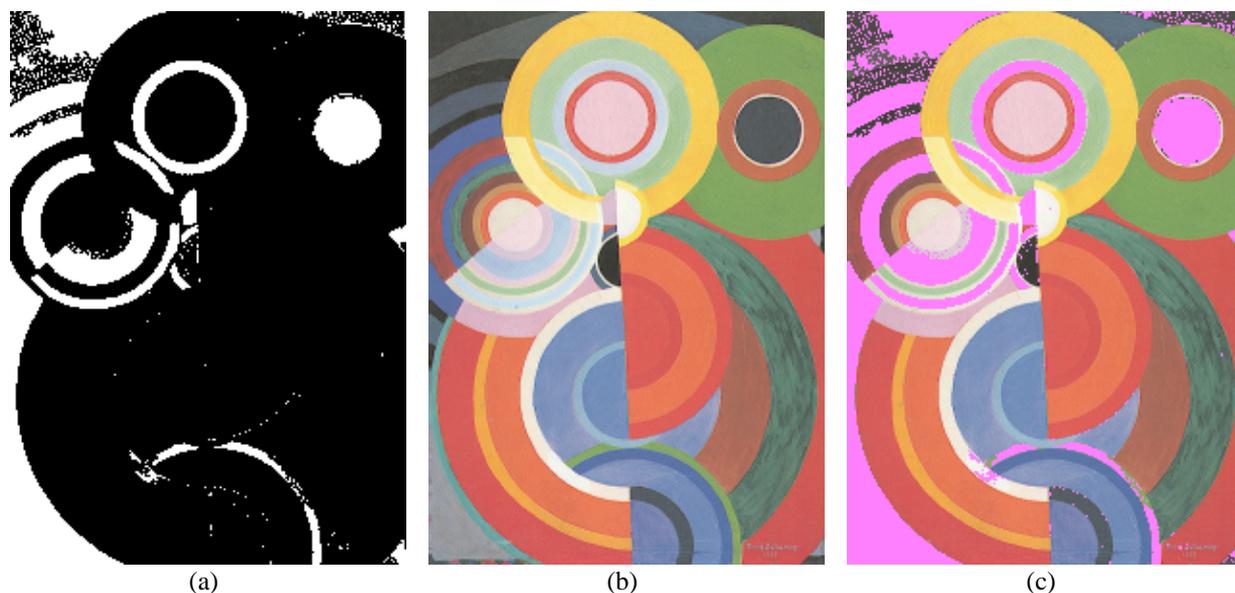


FIG. 2.13. – (a) Résidu de l'ouverture. (b) Image de départ. (c) Résidu (indiqué en pourpre) superposé sur l'image de départ.

Le résidu final (équation 2.44) qui est montré dans la figure 2.13a est superposé sur l'image de départ dans la figure 2.13c (il apparaît en pourpre). Pour faciliter la comparaison, l'image de départ est montrée dans la figure 2.13b. En regardant les résultats, il est clair que le résidu est formé par deux types de régions :

1. Celles qui se trouvent toujours avec un label différent de celui des régions voisines, et qui sont plus petites que l'élément structurant.
2. Celles dans lesquelles les pixels ont une variation de valeurs plus grande que la taille d'un label  $\omega$ . Dans le cas des images de teinte, les régions de faible saturation sont souvent dans cette catégorie.

Ces observations peuvent être décrites de façon plus rigoureuse : Quand l'angle  $\omega$  varie de 0 à  $\pi$ , il est clair que l'ouverture  $\underline{\gamma}$  est une fonction croissante de  $\omega$ . De plus, cette ouverture est aussi une fonction décroissante du paramètre de taille de l'élément structurant  $\lambda$ , d'où la proposition suivante :

**Proposition 2.7.2.** Soit  $a : E \rightarrow C$  une fonction à valeurs angulaires,  $\gamma_\lambda$  une granulométrie, et un ensemble de points avec des valeurs angulaires qui satisfait à la restriction

$$A(\alpha, \omega) = \{x : x \in E, a(x) \in [\alpha, \alpha + \omega)\}$$

Alors l'opérateur

$$\underline{\gamma}(\lambda, \omega) = \bigcup \{\gamma_\lambda[A(\alpha, \omega)], 0 \leq \alpha \leq 2\pi\}$$

est une ouverture isotrope. La famille  $\{\underline{\gamma}(\lambda, \pi - \omega), 0 \leq \omega \leq \pi, \lambda > 0\}$  engendre une double granulométrie par rapport aux deux paramètres  $\lambda$  et  $\pi - \omega$ .

En pratique,  $\omega$  exprime la quantité de variation permise dans les angles qui constituent une région. Les ouvertures labélisées agissent sur les données d'une façon parallèle (chaque  $\gamma_\lambda(\alpha, \omega)$  peut être calculé par un processeur indépendant).

Un exemple de cette double granulométrie est donné dans le tableau 2.2, dans lequel les résidus d'une ouverture labélisée appliquée sur la teinte de la figure 2.11a sont montrés. Les valeurs de  $\omega$  décroissent de gauche à droite, et la taille  $\lambda$  de l'élément structurant carré augmente de haut en bas. La superficie du résidu est donc la plus grande en bas à droite.

Une application de cet opérateur dans le cadre de la détection de défauts dans une texture orientée est présentée dans le chapitre 3.

## 2.8. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté quatre façons différentes d'appliquer la morphologie mathématique aux images qui contiennent des données circulaires. Le but principal était de développer des opérateurs qui

1. prennent en compte le fait que les valeurs sur le cercle unité sont cycliques (et ainsi la discontinuité des valeurs à  $0/2\pi$ ).
2. sont invariants par rotation, c'est à dire, indépendants du choix de l'origine.

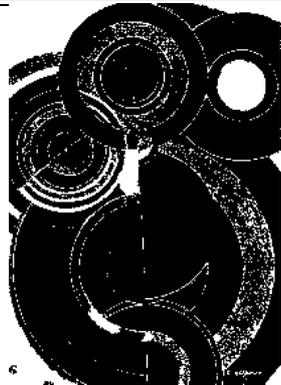
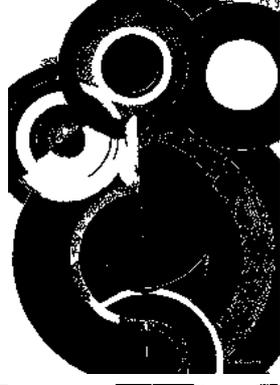
Ces objectifs sont réalisées à des niveaux différents pour les opérateurs développés car il n'existe malheureusement pas de solution générale qui satisfasse aux deux conditions préalables. En résumé, tous les opérateurs introduits prennent en compte la périodicité des valeurs, mais seulement quelques uns sont invariants par rotation : les pseudo-opérateurs, les opérateurs circulaires centrés et l'ouverture cyclique labélisée.

Souvent, pour éliminer la nécessité de devoir choisir une origine, et pour créer un opérateur invariant par rotation, d'autres choix préalables sont inévitables. Par exemple, pour les pseudo-opérateurs, on est obligé de choisir une définition de groupement des données, et pour les ouvertures labélisées, il faut une taille de secteur. Les seuls opérateurs pour lesquels les deux conditions sont satisfaites sans imposer un choix alternatif sont les opérateurs circulaires centrés. Cependant, leur domaine d'application est assez réduit.

En pratique, certains de ces opérateurs se montrent plus utiles ou commodes à utiliser que d'autres. L'approche par pseudo-opérateurs, par exemple, nous semble apporter plus d'inconvénients (pertes des propriétés de base) que d'avantages (isotropes). La fermeture cyclique, qui impose une définition préalable d'une labélisation, est aussi difficile à appliquer dans les cas où les limites des labels ne sont pas évidentes. Le fait qu'elle ne soit pas invariante par rotation limite aussi son application.

En définitive les opérateurs les plus utiles sont

- les deux chapeaux haut de forme (circulaire centré et cyclique labélisé) qui sont appliqués à la détection des défauts dans une texture orientée (sections 3.4 et 3.6)
- le gradient circulaire centré, utilisé pour la segmentation d'une texture orientée (section 3.7)
- les opérateurs nécessitant le choix d'une origine, ce qui sont les plus faciles à appliquer dans des espaces vectoriels (chapitre 5).

$\lambda \backslash \omega$	90°	45°	20°
1			
3			
5			
7			

TAB. 2.2. – Démonstration de la double-granulométrie. Les colonnes représentent les images obtenues pour des valeurs décroissantes de  $\omega$ , et les lignes les résultats obtenus pour une taille  $\lambda$  croissante d'un élément structurant carré.

En dehors des applications aux textures orientées et aux images couleur, on peut envisager des applications dans des domaines où le traitement des images de phase est nécessaire. Ces images de phase se trouvent partout où l'utilisation de la transformation de Fourier est courante, comme par exemple dans les spectrogrammes utilisés pour le traitement de son [57], ou en microscopie électronique.

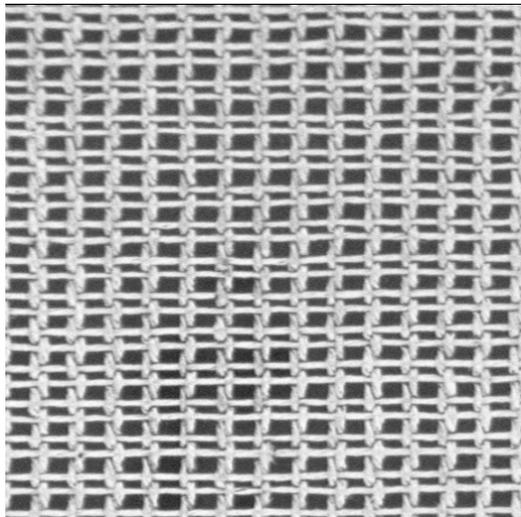
## 3. Détection de défauts dans une texture orientée

Après avoir développé des opérateurs morphologiques sur le cercle unité dans le chapitre précédent, nous procédons dans ce chapitre à une première application de ces opérateurs au problème de l'analyse des textures orientées. Une texture fait partie de la classe des textures orientées si elle est caractérisée par une orientation dominante en chacun de ses points. Ce genre de texture peut être résumée par un champ de directions qui encode les orientations dominantes. Les opérateurs morphologiques pour données circulaires développés dans le chapitre précédent sont évidemment bien adaptés au traitement des champs de directions. En particulier, les chapeaux haut de forme appliqués aux données circulaires sont utiles pour trouver les singularités d'un champ de directions, correspondant aux défauts d'une texture orientée.

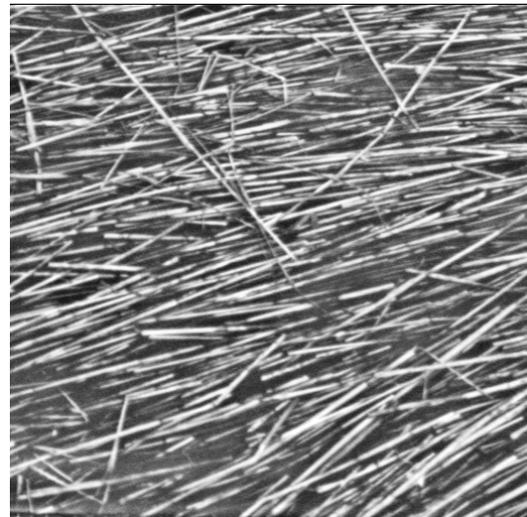
Dans ce chapitre, nous commençons par introduire les propriétés principales des textures (section 3.1), puis nous continuons par une discussion des caractéristiques générales des défauts rencontrés dans une texture (section 3.2). Le sujet spécifique des textures orientées est ensuite abordé (section 3.3), et nous introduisons un algorithme pour calculer les champs de directions qui décrivent les orientations d'une texture. La plus grande partie de ce chapitre est dédiée à la détection des défauts dans des textures orientées ; les résultats de trois études sont données : la détection sur quelques textures de l'album de Brodatz (section 3.4), sur les images de textile de la base TILDA (section 3.5), et sur les images de bois (section 3.6). Nous terminons en démontrant l'utilité du gradient circulaire centré comme première étape dans la segmentation d'une texture orientée par la ligne de partage des eaux (section 3.7).

### 3.1. Propriétés principales des textures

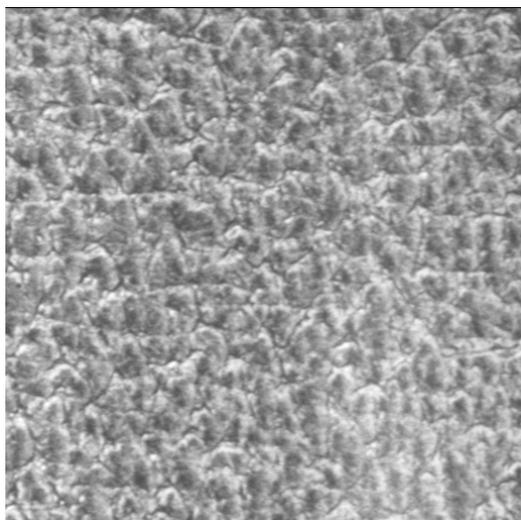
On considère dans ce chapitre des images bi-dimensionnelles de textures, c'est à dire des fonctions  $f : Z \rightarrow \mathbb{R}^n$  qui associent une caractéristique à chaque point  $x$  d'un espace bi-dimensionnel  $Z \subset E$ , où  $E$  est l'espace euclidien. Il peut s'agir d'une caractéristique de perception, c'est à dire un niveau de gris (pour  $n = 1$ ) ou une couleur (pour  $n = 3$ ), ou une mesure qui ne correspond pas à la vision humaine, par exemple une mesure multi-spectrale. Pour décrire la texture, on s'intéresse à des relations spatiales entre ces caractéristiques [48]. D'une façon générale, on peut dire qu'une texture est la réalisation d'une fonction aléatoire stationnaire dont la portée des moments est petite par rapport au champ d'observation. Dans ce chapitre, on se limite au cas où  $Z$  est un sous-ensemble de l'espace numérique bi-dimensionnel  $\mathbb{Z}^2$  et  $n = 1$ .



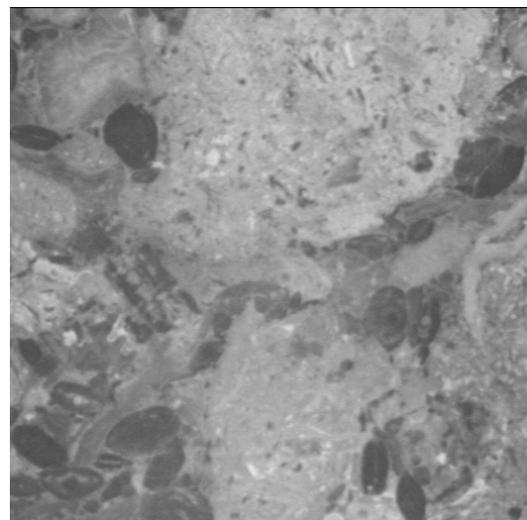
(a) d20



(b) d15



(c) d92



(d) d61

FIG. 3.1. – Exemples de quatre classes de texture : (a) fortement ordonnée. (b) faiblement ordonnée. (c) désordonnée. (d) compositionnelle. Le numéro de référence de chaque texture dans l'album de Brodatz [13] est donné en bas de chaque image.

Il existe deux façons principales d'approcher l'analyse d'une texture :

1. Un modèle mathématique de la relation spatiale peut être choisi, dont les paramètres sont calculés à partir des exemples d'une texture. Cette approche est surtout avantageuse quand on souhaite régénérer des textures synthétiques à partir de modèles [35, 102].
2. Les descripteurs de texture qui correspondent à ceux perçus par le système de vision humaine peuvent être calculés. Ces paramètres sont surtout utiles quand on cherche à simuler une tâche de classification ou de détection de défauts faite par un humain.

Pour aider dans le choix d'un modèle mathématique, Rao [89] a créé une taxinomie de textures basée sur les propriétés de la relation spatiale. Il définit quatre classes de textures, dont des spécimens sont montrés dans la figure 3.1 :

**Texture fortement ordonnée** : Ces textures sont composées d'un placement spécifique d'éléments primitifs, ou d'une distribution d'une classe d'éléments (figure 3.1a).

**Texture faiblement ordonnée** : Ces textures ont un certain niveau de spécificité d'orientation à chaque point de la texture (figure 3.1b).

**Texture désordonnée** : Ces textures ne sont ni répétitives, ni orientées, et peuvent être décrites en termes de rugosité (figure 3.1c).

**Texture compositionnelle** : Ces textures sont faites d'une composition des trois premières classes de texture (figure 3.1d). Un exemple classique est un mur de brique qui consiste en une texture fortement ordonnée d'éléments, les briques, dont chaque brique est caractérisée par une texture désordonnée.

Plusieurs méthodes sont utilisées pour quantifier la relation spatiale des textures, y compris les matrices de co-occurrence [48], les covariances [95], les champs aléatoires de Markov [87], les longueurs de plage [110] et les ondelettes [114].

Ayant introduit les textures en termes de relations spatiales, passons ensuite aux propriétés perceptuelles, c'est à dire les propriétés qu'on remarque en regardant une texture. Rao et Lohse [90] donnent les résultats d'une expérience faite pour trouver les caractéristiques de haut niveau qui sont importantes dans la perception de texture par les humains. Ils ont demandé à vingt personnes de classer indépendamment trente textures de l'album de Brodatz [13] dans un nombre de classes non-spécifié, et ensuite de regrouper les classes les plus similaires pour ainsi créer un arbre de similarité de texture. Par une analyse statistique, les auteurs ont déterminé les caractéristiques qui influencent ce groupement perceptuel. La caractéristique la plus importante s'est révélée être la répétitivité, suivie par l'orientation et éventuellement la complexité. Mojsilović et al. [70] donnent les résultats d'une expérience similaire avec des textures colorées. Ils ont demandé à vingt-huit personnes de spécifier numériquement sur un échelle de 0 à 100 les similarités entre chaque combinaison possible de vingt textures colorées extraites d'un catalogue de textiles. Avec une analyse statistique, ils ont identifié cinq caractéristiques perceptuelles importantes, dont deux qui sont spécifiques à la couleur : la couleur globale et la pureté de couleur, et trois qui correspondent aux caractéristiques trouvées par Rao et Lohse : directionnalité et orientation, régularité, et complexité et densité.

Chetverikov [20] discute ces caractéristiques perceptuelles dans le cadre de propriétés structurales fondamentales du monde naturel. Ce sont les propriétés qui sont souvent évidentes dans les lois de physique et de biologie, par exemple régularité, symétrie et auto-similarité. Il fait les liens suivants : répétitivité correspond à *régularité*, et orientation correspond à *anisotropie*. La hiérarchie de ces deux propriétés est visible parce qu'un motif périodique (régulier) est toujours anisotrope dans le sens où il aura des orientations caractéristiques définies par les directions de périodicité. La régularité correspond ainsi à un niveau de description plus élevé [23].

L'utilisation de ces deux caractéristiques de perception est soutenue par la découverte d'un type de cellule dans le cortex visuel des singes qui répond vigoureusement à une grille de barres d'une certaine orientation, position et périodicité, mais qui répond faiblement ou pas de tout à une barre qui ne fait pas partie d'une grille [116]. Kruizinga et Petkov présentent un modèle de cette cellule qui est appliqué à une étude de texture [56].

Pour les algorithmes de traitement de texture qui visent à copier une tâche faite par des humains, l'utilisation de ces caractéristiques de perception paraît logique. Parmi les méthodes de description de texture qui prennent en compte les propriétés perceptuelles se trouvent celles qui caractérisent la régularité proposée par Chetverikov [22] et Parkkinen et al. [76]; des méthodes de calcul d'orientation qui sont discutées dans la section 3.3; et une approche proposée par Liu et Picard [61] qui utilise l'autocorrélation pour quantifier la périodicité d'une texture avant de calculer des caractéristiques adaptées au genre de texture détectée. Pour contribuer à la réalisation de ce genre de traitement, nous développons des algorithmes qui utilisent des caractéristiques d'orientation pour détecter des défauts dans des textures.

## 3.2. Défauts dans la texture

La détection de défauts est une tâche importante dans l'inspection industrielle [72]. Le problème de l'automatisation de cette tâche par des méthodes de vision par ordinateur a déjà été profondément étudié, et plusieurs systèmes génériques capables d'exécuter des inspections automatiques sont déjà commercialisés. En règle générale, leur capacité se limite à des applications simples pour lesquelles les défauts sont bien marqués par un changement de couleur ou de forme. Les applications plus spécifiques, par exemple l'inspection de fruits [71] ou de carreaux de marbre [58], sont encore des sujets de recherche.

Les humains ont, en général, une capacité surprenante à trouver des imperfections dans un motif quelconque, même s'ils n'ont pas d'information sur le motif idéal ou sur les formes possibles de l'imperfection. Cette capacité humaine soutient l'utilisation des caractéristiques perceptuelles pour la détection automatique des défauts dans une texture, une tâche qui se révèle très difficile.

Citons quelques études sur les défauts dans une texture. Song, Petrou et Kittler considèrent la détection des fentes dans des motifs réguliers et irréguliers avec les filtres de Wigner [107], et la détection de défauts dans les textures aléatoires couleur [54]. Tsai et Hsiao [113] présentent une approche pour détecter les défauts dans des textures dont l'orientation principale est connue. Leur algorithme enlève la texture en faisant une décomposition de l'image en ondelettes, suivie par une reconstruction faite sans les sous-images qui correspondent à l'orientation principale de

la texture. Une comparaison entre la détection par des méthodes de régularité et d'orientation est donnée par Chetverikov et Hanbury [23].

Dans ce chapitre, on considère les méthodes de morphologie mathématique sur le cercle unité appliquées à la détection de défauts dans les textures orientées. L'étude la plus proche dans la littérature est celle de Branca et al. sur l'utilisation de l'orientation et de la cohérence de l'orientation pour la détection de défauts sur le cuir. Pour cette étude, ils appliquent une approche multi-échelle [10] dans laquelle l'échelle est choisie par la taille d'un filtre gaussien ; une projection des vecteurs sur une base de champs de vecteurs élémentaires [11, 108] ; et un réseau de neurones [12].

Il est important de différencier la détection de défauts dans une texture et la segmentation d'une texture [15]. Pour la détection de défauts, la texture forme une classe homogène et on essaie de trouver les observations aberrantes qui sont les défauts, mais qui n'appartiennent pas forcément tous à une seule classe. Pour la segmentation, on essaie de diviser une image en régions homogènes en texture, où chaque région appartient à une classe de texture. La segmentation des textures orientées est brièvement discutée dans la section 3.7.

Un autre aspect qui n'est pas considéré est la classification de défauts. Après la détection, les caractéristiques des défauts sont mesurées pour pouvoir les classer dans des classes spécifiques. Ceci dépend forcément du problème et de la matière considérés, par exemple la classification des nœuds de bois dans les classes de nœud sec, nœud tranché, etc. ou une classification qui dépend de l'origine technique du défaut. Il existe certainement une interaction entre les étapes de détection et de classification, car l'étape de classification peut aussi corriger les erreurs de l'étape de détection. Souvent, pour ne pas laisser passer un défaut, l'étape de détection utilise un seuil de détection très bas, et l'étape de classification différencie entre les vraies et les fausses détections. Dans ce chapitre, nous considérons seulement la détection de défauts à partir de leurs caractéristiques directionnelles. Les régions détectées par les algorithmes décrits peuvent éventuellement être mises ensembles avec des régions de défauts détectées par d'autres algorithmes, pour ensuite être traitées par un processus de classification de défauts spécifique au type de matériau traité.

### 3.3. Texture orientée

Une texture orientée est une texture anisotrope (faiblement ordonnée) caractérisée par une orientation principale locale à chaque point de la texture. Pour décrire quantitativement ce genre de texture, l'orientation principale est calculée dans un groupe de voisinages superposés sur l'image contenant la texture. Si l'on représente chaque voisinage par un pixel avec la valeur d'orientation dominante du voisinage, on crée ainsi une image qui résume la texture en forme d'un champ de directions. Dans chaque voisinage, on peut également calculer une mesure de cohérence ou de niveau d'anisotropie pour construire une deuxième image de résumé. Si les centres des voisinages sont séparés par plus d'un pixel de distance, les images de résumé sont plus petites que l'image de départ.

Pour calculer ces images résumées, on utilise un algorithme développé par Rao et Schunck [88, 89], basé sur une approche de Kass et Witkin [51]. Cet algorithme est décrit dans la sec-

tion 3.3.1, et quelques approches alternatives ou complémentaires sont résumées dans la section 3.3.2.

### 3.3.1. L'algorithme de Rao et Schunck

Cet algorithme est basé sur le gradient d'un filtre gaussien. En deux dimensions, la transformée de Fourier de la première dérivée d'une fonction gaussienne consiste en deux lobes orientés sur une ligne qui passe par l'origine de l'espace fréquentiel. Une texture orientée aura une composante de fréquence dominante, et la réponse du gradient du filtre gaussien peut être réglée à cette composante dominante [89]. Les étapes de calcul de l'algorithme sont les suivantes :

1. L'image initiale à niveaux de gris est traitée par un filtre gaussien de déviation  $\sigma_1$  pour choisir l'échelle des structures intéressantes.
2. Pour chaque pixel  $(k, l)$ , les gradients horizontaux et verticaux  $H_{kl}$  et  $V_{kl}$  sont calculés. Ceci est fait par convolution avec les noyaux de Prewitt ou de Sobel [36].
3. Pour chaque pixel  $(k, l)$ , le module  $R_{kl}$  et l'angle  $\theta_{kl}$  (entre  $0^\circ$  et  $360^\circ$ ) sont calculés à partir des valeurs de gradient.
4. Un voisinage  $W$  de largeur  $\sigma_{2h}$  et de hauteur  $\sigma_{2v}$  est déplacé sur l'image en pas de  $\Delta_h$  pixels horizontalement et de  $\Delta_v$  pixels verticalement. A chaque position  $(x, y)$ , l'orientation locale dominante  $\hat{\theta}_{xy}$  (entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$ ) et la cohérence angulaire  $\kappa_{xy}$  sont calculées :

$$\hat{\theta}_{xy} = \frac{1}{2} \arctan \frac{\sum_{(k,l) \in W} R_{kl}^2 \sin 2\theta_{kl}}{\sum_{(k,l) \in W} R_{kl}^2 \cos 2\theta_{kl}} \quad (3.1)$$

et

$$\kappa_{xy} = \frac{\sum_{(k,l) \in W} |R_{kl} \cos(\hat{\theta}_{xy} - \theta_{kl})|}{\sum_{(k,l) \in W} R_{kl}} \quad (3.2)$$

L'orientation dominante est essentiellement la moyenne des directions dans le voisinage, la relation entre les deux définitions étant discutée après la présentation de l'algorithme. La cohérence angulaire est la somme des longueurs des vecteurs unités dans les directions  $\theta_{kl}$  dans le voisinage projetés sur le vecteur unité dans la direction moyenne  $\hat{\theta}_{xy}$  du voisinage. Elle donne la proportion de directions qui sont proches de la direction moyenne.

5. On termine par la création de deux images de résumé  $\bar{\theta}$  et  $\bar{\kappa}$ , qui représentent respectivement la distribution d'orientations et de cohérences. Dans ces images, chaque pixel encode les valeurs calculées dans un voisinage. En forme symbolique,

$$\bar{\theta}_{kl} = \hat{\theta}_{(k \times \Delta_h)(l \times \Delta_v)} \quad \text{et} \quad \bar{\kappa}_{kl} = \kappa_{(k \times \Delta_h)(l \times \Delta_v)}$$

L'étape importante de cet algorithme est le calcul de la direction dominante donné par l'équation 3.1. La forme de cette équation est similaire à celle du calcul de la direction moyenne présentée dans la section 2.2 (on retrouve l'arc-tangente d'une somme de sinus divisée par une somme de cosinus). La direction moyenne donnée par l'équation 3.1 correspond en fait au deuxième

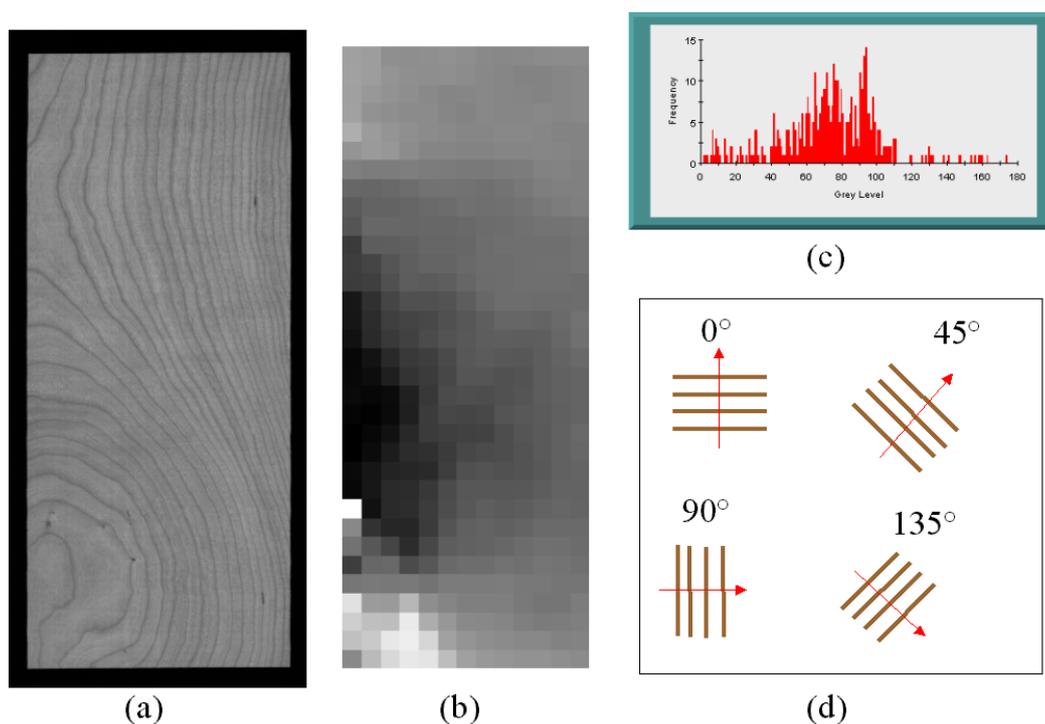


FIG. 3.2. – Calcul d’une image de directions. (a) Image de départ (taille  $272 \times 608$  pixels). (b) Image réduite de directions (taille  $13 \times 33$  pixels). (c) Histogramme de l’image b. (d) Schéma montrant le codage des angles dans l’image de directions.

moment trigonométrique [32]. Ce moment a été choisi pour que les vecteurs dans des directions opposées se renforcent<sup>1</sup>, comportement souhaité pour les données axiales. Les sommes sont enrichies par la prise en compte des modules des vecteurs, donnant ainsi plus de poids aux directions associées aux grands modules<sup>2</sup>. Finalement, le résultat de la fonction  $\arctan$  est divisé par 2 pour le ramener dans l’intervalle de valeurs de données axiales.

Un exemple de calcul d’une image réduite de directions pour une planche de bois (merisier) est montré dans la figure 3.2. La figure 3.2b est l’image de directions de la figure 3.2a, calculée avec des paramètres  $\sigma_1 = 1.4$ ,  $\sigma_{2h} = \sigma_{2v} = 32$  et  $\Delta_h = \Delta_v = 16$ . Dans cette image, le niveau de gris de chaque pixel représente une valeur angulaire entre  $0^\circ$  et  $179^\circ$ . L’histogramme de la distribution des orientations, c’est à dire l’histogramme de la figure 3.2b est montré dans la figure 3.2c, et un schéma montrant le codage des directions est donné dans la figure 3.2d. Ce codage est utilisé pour toutes les images de directions montrées dans ce document.

Les valeurs des paramètres  $\sigma_1$ ,  $\sigma_{2h}$ ,  $\sigma_{2v}$ ,  $\Delta_h$  et  $\Delta_v$  dépendent des données qu’on analyse. Le paramètre  $\sigma_1$ , la déviation du filtre gaussien, choisit l’échelle de la texture traitée. Les valeurs

<sup>1</sup>Considérons un vecteur avec une représentation  $Re^{i\theta}$  en coordonnées polaires. Le carré de ce vecteur est  $R^2e^{2i\theta}$ . Le vecteur de direction opposée à  $Re^{i\theta}$  est  $Re^{i(\theta+\pi)}$  et son carré est  $R^2e^{i(2\theta+2\pi)} = R^2e^{2i\theta}$ . Par conséquent, l’addition des carrés de ces deux vecteurs de directions opposées donne un vecteur de module  $2R^2$  (les vecteurs se renforcent).

<sup>2</sup>Dans le chapitre 5, nous faisons une pondération semblable à celle-ci dans le cadre des images couleur.

plus élevées de  $\sigma_1$  provoquent l'effacement des petits détails de l'image. Les paramètres  $\sigma_{2h}$  et  $\sigma_{2v}$ , qui spécifient la taille du voisinage dans lequel la moyenne est calculée, ont moins d'effet sur les résultats. Ils doivent être choisis pour qu'il y ait au moins une structure orientée dans chaque voisinage. Les paramètres  $\Delta_h$  et  $\Delta_v$  spécifient le sous-échantillonnage de l'image de départ. Pour prendre en compte tous les pixels dans cette image, il est nécessaire que  $\Delta_h \leq \sigma_{2h}$  et  $\Delta_v \leq \sigma_{2v}$ . Les résultats d'une étude sur l'effet des valeurs de ces paramètres sur les images de directions calculées à partir des images de bois sont donnés dans la section 9.1.

Pour une application pratique, une forme plus efficace de l'équation 3.1 est disponible. On y aboutit en utilisant les relations

$$R_{kl}^2 e^{i2\theta_{kl}} = R_{kl}^2 \cos 2\theta_{kl} + i R_{kl}^2 \sin 2\theta_{kl}$$

et

$$\begin{aligned} R_{kl}^2 e^{i2\theta_{kl}} &= (H_{kl} + iV_{kl})^2 \\ &= H_{kl}^2 - V_{kl}^2 + 2iH_{kl}V_{kl} \end{aligned}$$

d'où

$$R_{kl}^2 \sin 2\theta = 2H_{kl}V_{kl} \quad \text{et} \quad R_{kl}^2 \cos 2\theta = H_{kl}^2 - V_{kl}^2$$

qui sont substitués dans l'équation 3.1 pour produire une version qui contient moins de fonctions trigonométriques et qui utilise directement les valeurs des gradients

$$\hat{\theta}_{xy} = \frac{1}{2} \arctan \frac{\sum_{(k,l) \in W} 2H_{kl}V_{kl}}{\sum_{(k,l) \in W} H_{kl}^2 - V_{kl}^2}$$

### 3.3.2. Autres algorithmes

L'algorithme de Rao et Schunck est une méthode simple et rapide pour calculer les orientations principales d'une texture. Nous présentons d'abord quelques variations de cet algorithme décrites dans la littérature. Bigün et al. [6] donnent une dérivation alternative pour arriver au même algorithme, si ce n'est que la convolution avec une fonction gaussienne et le calcul du gradient sont combinés en une seule étape. Une alternative aux étapes 1 à 2, c'est à dire le choix de l'échelle et le calcul des gradients, est une transformation par ondelettes dyadiques [64] qui donne directement des gradients horizontaux et verticaux à plusieurs échelles. Pour trouver les orientations des structures linéaires, Davies [29] propose des masques de convolution pour remplacer les masques de détection de bords de l'étape 2.

Si une description détaillée des orientations n'est pas nécessaire, il est possible d'utiliser un banc de filtres, réglés pour répondre à des angles spécifiques [111]; ou à des angles et fréquences spécifiques comme les filtres de Gabor [65].

L'inconvénient principal de l'algorithme de Rao et Schunck est son incapacité de prendre en compte des situations où il existe plus d'une orientation principale dans un voisinage. Andersson et Knutsson [3] présentent une approche capable de séparer deux orientations, et Chetverikov [21] présente une approche qui peut détecter plusieurs orientations en utilisant une mesure d'anisotropie. Freeman et Adelson [34] introduisent la notion de filtres dirigeables, une généralisation

des bancs de filtres permettant la détermination d'une orientation et d'une cohérence à chaque point de l'image, et la prise en compte des orientations multiples dans un voisinage. Picard et Gorkani [79] donnent les résultats d'une expérience pour comparer les orientations principales trouvées dans les textures de Brodatz par l'algorithme de Freeman et Adelson à des orientations perçues par des humains.

### 3.4. Détection de défauts avec le chapeau haut de forme

Dans cette section, nous montrons l'application d'un des opérateurs développés dans le chapitre 2 à la détection de défauts dans des textures orientées. Les exemples sont extraits de l'article [23] dans lequel nous avons étudié l'apport et les limites de la détection de défauts en utilisant les deux premières propriétés perceptuelles de texture, la régularité et l'anisotropie. Ici, nous nous limitons à montrer quelques exemples qui utilisent une approche basée sur l'orientation pour illustrer l'application du chapeau haut de forme circulaire centré (section 2.6.2).

Pour les défauts de texture qui sont caractérisés par une anomalie d'orientation, le chapeau haut de forme circulaire centré (section 2.6) est un bon choix pour créer une image dans laquelle les défauts peuvent être détectés par un seuil. Pour montrer l'application de cet opérateur, cinq images de taille de  $256 \times 256$  avec un défaut de texture visible ont été choisies de l'album de Brodatz [13] (d050, d052, d053, d077, et d079).

Les images de directions sont calculées avec des paramètres  $\sigma_1 = 1.75$ ,  $\Delta_h = \Delta_v = 2$  et  $\sigma_{2h} = \sigma_{2v} = 16$ , sauf pour les images d052 et d079 pour lesquelles  $\sigma_{2h} = \sigma_{2v} = 32$  ont été utilisés. Le seuil pour isoler le défaut a été choisi à la main pour chaque image. Les résultats sur les cinq images sont donnés dans la figure 3.3. Dans chaque ligne, l'image de départ, l'image de directions, le résultat du chapeau haut de forme circulaire centré et les bords des régions seuillées superposées sur l'image de départ sont montrées. Dans les textures d052 et d053, les défauts sont des modifications de structure très subtils, mais elles perturbent assez le champ de directions pour être détectés. Le défaut de la texture d077 est facilement repérable et facilement détectable à partir du champ de directions. Dans les textures d050 et d079, les défauts provoquent des perturbations dans le champ de directions, mais les frontières de ces défauts ne sont pas évidentes, même à l'oeil nu. Parmi ces textures, la seule composée de lignes orientées est d050, mais les autres sont assez anisotropes pour qu'elles aient un champ de directions uniforme qui est perturbé par les défauts. Cette approche n'est pas applicable sur des textures qui ne manifestent pas d'anisotropie, dont quelques exemples sont montrées dans [23].

### 3.5. Détection de défauts sur des textiles

Deux applications des images de directions et de cohérence à la détection de défauts sur les images de textiles de la base TILDA [112] sont montrées. La détection de défauts dans cette base a déjà été étudiée [94], et l'intention dans cette section n'est pas de donner une solution définitive au problème de détection de défauts sur les textiles, mais de montrer quelques exemples dans

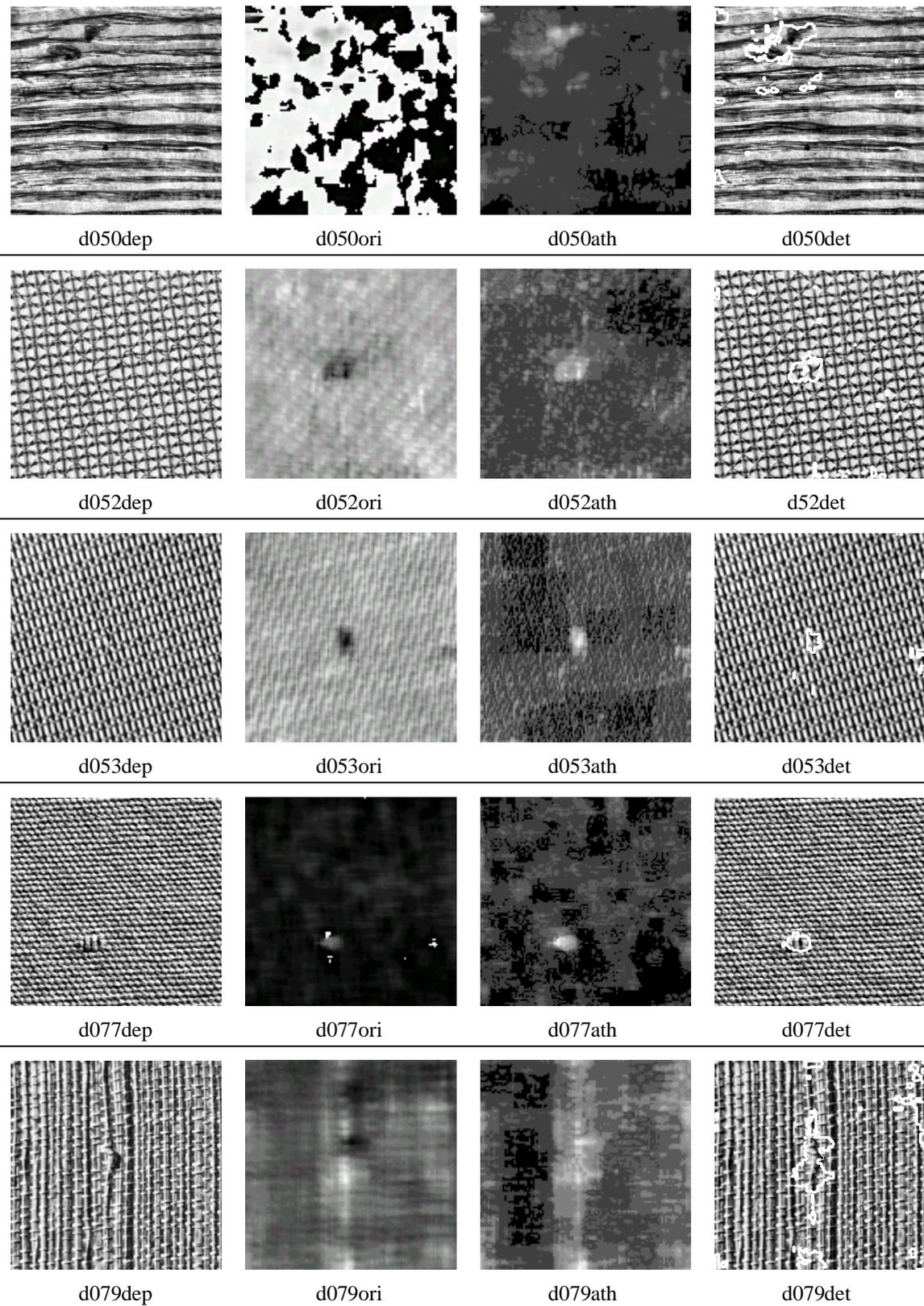


FIG. 3.3. – Les résultats de la détection de défauts par le chapeau haut de forme circulaire centré sur les textures de Brodatz. Les images «dep» sont les images de départ, «ori» sont les images de directions, «ath» sont les résultats du chapeau haut de forme et «det» sont les régions extraites par le seuil superposées sur l'image de départ.

lesquels la prise en compte de l'information directionnelle peut aider à localiser les défauts. Ces exemples démontrent que même dans les structures qui n'apparaissent pas directionnelles, il est souvent possible d'utiliser cette approche si l'on choisit une échelle assez grande. Ces exemples sont également extraits de l'article [23].

La base TILDA est composée d'images à niveaux de gris avec une taille de  $768 \times 512$  pixels. Les images sont divisées par classes de défauts, mais l'information sur la localisation exacte du défaut dans chaque image n'est pas fournie. Les paramètres utilisés pour le calcul des images de directions et de cohérence sont  $\sigma_1 = 4.75$ ,  $\sigma_{2h} = \sigma_{2v} = 16$  and  $\Delta_h = \Delta_v = 2$ . La valeur élevée du paramètre d'échelle s'explique par le fait que les images de textile traitées n'ont pas en général une texture orientée à petite échelle. Même à cette échelle, les images de textile ont en général un champ de directions très variable, ce qui empêche l'utilisation des singularités d'orientation comme caractéristique de défaut. Par contre, les défauts sont caractérisés par une différence de cohérence d'orientation qui est utilisée comme caractéristique indicative.

Du fait de l'approche morphologique, nous avons besoin d'une description claire des caractéristiques des défauts à localiser. Pour les textiles de faible cohérence globale, les régions de forte cohérence sont prises pour candidates de défauts, et vice versa pour les textiles de forte cohérence globale. Pour affiner la détection, les caractéristiques supplémentaires sont prises en compte. La méthode est conçue pour détecter deux types de défauts :

- Une région contiguë de forte/faible cohérence associée à une tâche claire ou sombre dans l'image de luminance (par exemple, figure 3.4a)
- Une région contiguë de forte/faible cohérence avec une orientation moyenne sensiblement différente à l'orientation globale moyenne, ou avec une forte variation d'orientation (par exemple, figure 3.6a).

Nous définissons empiriquement que les valeurs de cohérence au dessus de 0.9 sont fortes, et que les autres sont faibles.

Le traitement initial des images de cohérence est identique pour les deux types de défauts. Un exemple des étapes suivantes est donné dans la figure 3.4, dans laquelle l'image (a) montre un textile dont l'image (b) est la cohérence.

1. D'abord, en fonction de la cohérence globale de l'image, on trouve des régions de forte ou de faible cohérence. On applique un seuil à l'image de cohérence  $\bar{\kappa}$  pour aboutir à une image binaire  $\bar{\kappa}^b$  (figure 3.4c), dans laquelle, pour trouver des régions de forte cohérence, on applique à chaque pixel  $(i, j)$

$$\bar{\kappa}_{ij}^b = \begin{cases} 1 & \text{si } \bar{\kappa}_{ij} \geq 0.9 \\ 0 & \text{si } \bar{\kappa}_{ij} < 0.9 \end{cases}$$

et vice versa pour les régions de faible cohérence.

2. Une fermeture par l'élément structurant carré de taille 3 ( $S_3$ ) est appliqué à l'image  $\bar{\kappa}^b$

$$\bar{\kappa}^{bm} = \varphi_{S_3} \bar{\kappa}^b$$

pour connecter les régions voisines probablement associées au même défaut (figure 3.4d).

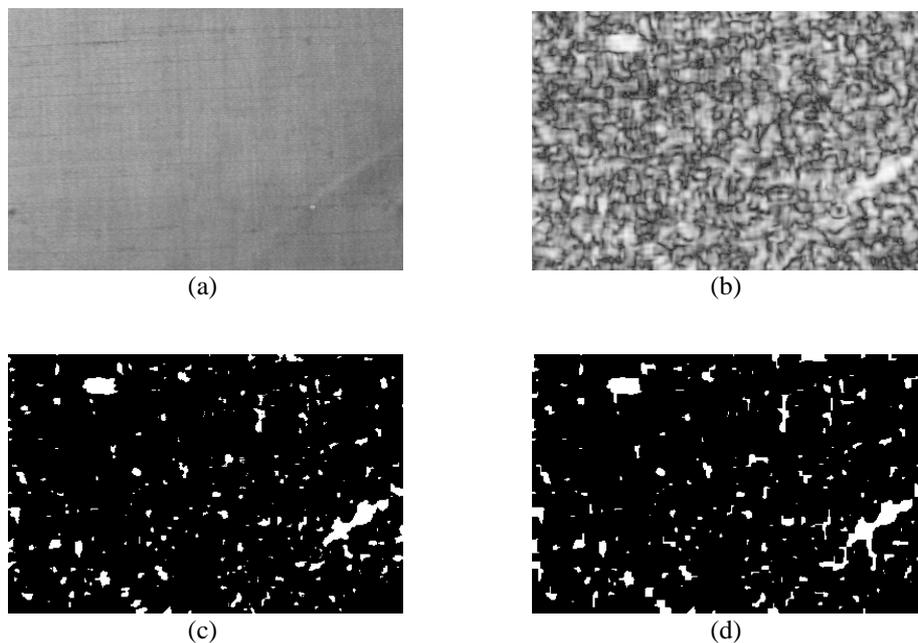


FIG. 3.4. – Le traitement de l’image de cohérence. (a) Image de départ  $I$ . (b) Image de cohérence  $\bar{\kappa}$ . (c) Image de cohérence seuillée  $\bar{\kappa}^b$ . (d) Image  $\bar{\kappa}^{bm}$ , l’image c après le traitement morphologique.

### 3.5.1. Défauts associés aux tâches claires ou sombres

On trouve des régions de forte/faible cohérence associées aux tâches lumineuses ou sombres sur l’image de départ  $I$ . Nous décrivons le procédé pour l’extraction des tâches claires, ce qui est illustré dans la figure 3.5. Pour adapter la méthode aux tâches sombres, il suffit de changer le seuil dans l’étape 2.

1. On corrige l’illumination variable de l’image de départ  $I$  en utilisant un chapeau haut de forme blanc avec un élément structurant de grande taille

$$I^l = WTH_{S_{30}}(I)$$

2. Un seuil automatique est appliqué à  $I^l$  (figure 3.5b). Le seuil  $t$  est le plus grand niveau de gris représenté par plus de 200 pixels dans  $I^l$ . Pour chaque pixel  $(i, j)$ ,

$$I_{ij}^{lb} = \begin{cases} 1 & \text{si } I_{ij}^l \geq t \\ 0 & \text{si } I_{ij}^l < t \end{cases}$$

La valeur de  $t$  n’est pas critique, mais elle doit être assez basse pour extraire la plupart des pixels qui appartiennent à une tâche claire. L’étape suivante sert à améliorer les résultats de ce seuil.

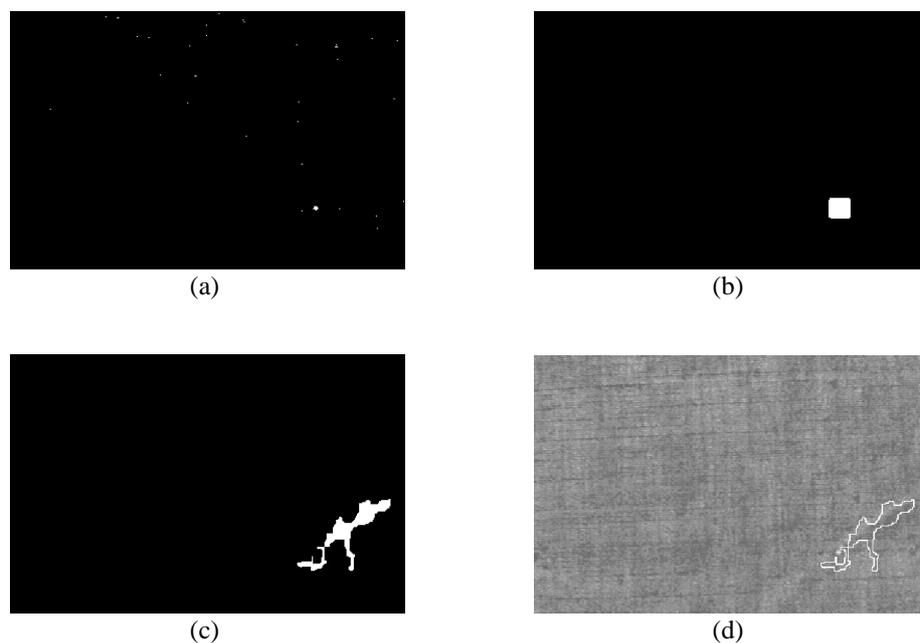


FIG. 3.5. – Le procédé pour l'extraction des régions de forte cohérence associées aux tâches claires. (a) Seuil  $I^{lb}$  de la figure 3.4a. (b) Résultat  $I^{lbm}$  du traitement morphologique d'image a. (c) Reconstruction  $\bar{\kappa}^{\text{défaut}}$  de la figure 3.4d à partir de l'image b. (d) Le défaut superposé sur l'image de textile.

3. L'image  $I^{lb}$  est dilatée par  $S_3$  pour fusionner les pixels qui appartiennent probablement à la même tâche. Une ouverture surfacique est ensuite appliquée pour supprimer les composantes connexes qui contiennent moins de 10 pixels.

$$I^{lbm} = \gamma_{10} (I^{lb} \oplus S_3)$$

4. L'étape finale consiste à trouver des régions de l'image binaire de cohérence  $\bar{\kappa}^{bm}$  qui sont associées à une tâche claire. Pour cela, on fait une reconstruction de l'image  $(I^{lbm} \oplus S_8)$  (image marqueur) dans l'image  $\bar{\kappa}^{bm}$  (image masque), montrée dans la figure 3.5c.

$$\bar{\kappa}^{\text{défaut}} = R_{\bar{\kappa}^{bm}} (I^{lbm} \oplus S_8)$$

ou  $\bar{\kappa}^{\text{défaut}}$  est l'image binaire qui contient seulement les défauts associés aux tâches claires. La dilatation de  $I^{lbm}$  par  $S_8$  assure un recouvrement entre la tâche claire et la région de forte cohérence.

La figure 3.5d montre l'image  $I^l$  (corrigée pour l'illumination variable) avec le défaut superposé.

### 3.5.2. Défauts associés aux anomalies d'orientation

Pour détecter ce genre de défaut, on trouve des grandes régions de forte/faible cohérence, et on décide à partir de leurs statistiques angulaires si elles sont des défauts. Le procédé est illustré

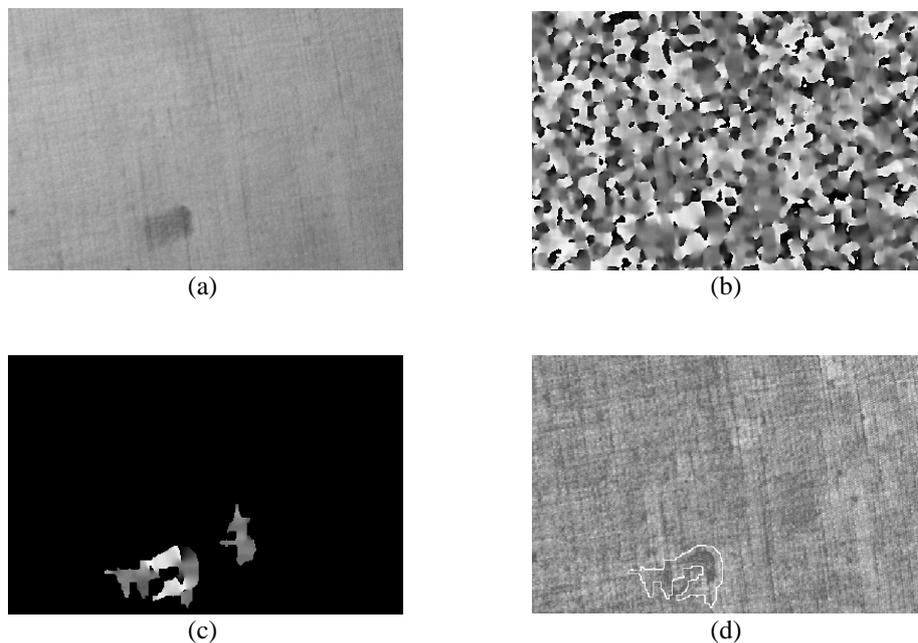


FIG. 3.6. – Extraction des régions de forte cohérence et d'orientation anormale. (a) Image de départ. (b) Image de directions. (c) Image de directions masquée par les régions de forte cohérence. (d) Le défaut trouvé superposé sur l'image de textile.

dans la figure 3.6, dans laquelle l'image (a) est l'image de départ, et l'image (b) est son image de directions  $\bar{\theta}$ .

1. Une ouverture surfacique de taille 500 est appliquée à l'image  $\bar{\kappa}^{bm}$  pour laisser seulement les grosses composantes connexes

$$\bar{\kappa}^{bma} = \gamma_{500}(\bar{\kappa}^{bm})$$

2. Pour chaque composante connexe  $M_l$  qui reste, la moyenne circulaire  $\mu_l$  et la variance circulaire  $V_l$  sont calculées en utilisant les équations 2.5 et 2.9.
3. La moyenne globale  $\bar{\mu}$  de l'image  $\bar{\theta}$  est calculée. Pour que ces mesures globales soient utiles, les défauts doivent être assez petits pour ne pas les perturber.
4. Une composante connexe est retenue comme défaut si l'un des deux critères suivants sont satisfaits :

$$[\mu_l \div \bar{\mu}] > 20^\circ \quad \text{et} \quad [\mu_l \div (\bar{\mu} + 90^\circ)] > 20^\circ$$

ou

$$V_l > \frac{1}{2}$$

Autrement dit, une composante connexe est un défaut si elle est oblique relativement à l'orientation principale du textile, ou si elle est de forte variance circulaire. Notons que

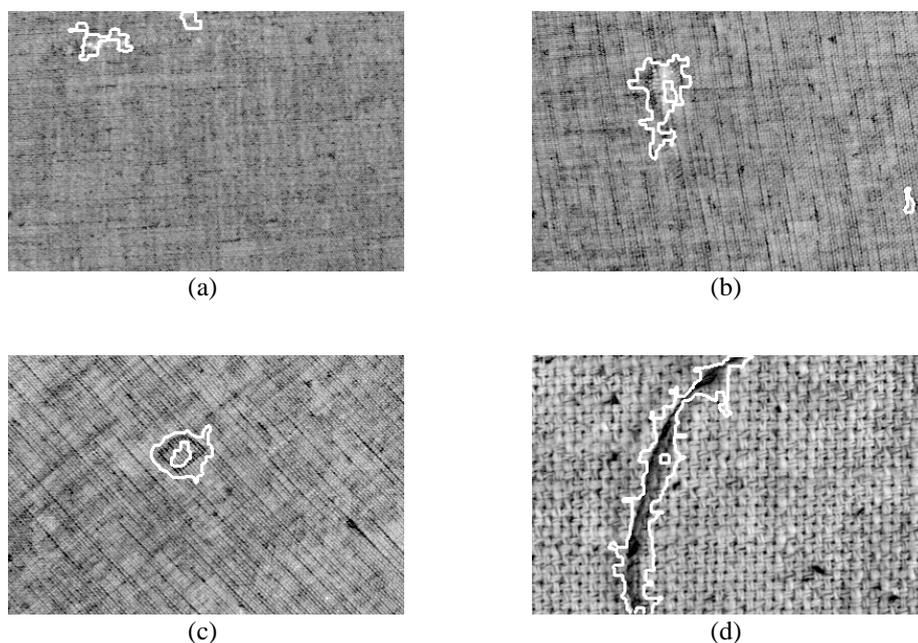


FIG. 3.7. – Quatre autres exemples de la détection réussie de défauts sur les textiles. Les images (a) et (b) montrent les cas de défauts associés avec des tâches claires, et les images (c) et (d) montrent des défauts d'orientation anormale.

l'expression  $(\bar{\mu} + 90^\circ)$  est calculée d'une façon circulaire, le résultat se trouve toujours dans l'intervalle  $[0^\circ, 180^\circ]$ .

Dans la figure 3.6c, l'image de directions  $\bar{\theta}$  masquée par les régions de forte cohérence est montrée. La région à droite a une orientation moyenne de  $90^\circ$  et une variance de 0.06, tandis que la région à gauche a une orientation moyenne de  $107^\circ$  et une variance de 0.71. Seule la région à gauche est considérée comme défaut à cause de sa forte variance. Ce défaut est superposé sur l'image corrigée pour les variations d'illumination dans la figure 3.6d.

Quatre autres images de textile sur lesquelles ces deux méthodes donnent de bons résultats sont montrées dans la figure 3.7.

### 3.6. Détection de défauts sur le bois

Les exemples précédents, extraits de bases de données académiques, ont servi à justifier la pertinence de notre démarche. L'exemple qui va suivre est d'une toute autre nature. Il s'agit maintenant d'un problème industriel réel, avec toutes ses contraintes et sa complexité. Et donc pour la méthode d'un test véritable de son efficacité (voir la deuxième partie de la thèse).

Un problème industriel important est la détection et la classification de défauts sur le bois [53, 74, 101], suivie par l'utilisation de cette information pour classer une planche automatiquement en termes de qualité [25, 78]. Dans la plupart des cas, les défauts sont détectés en utilisant

des caractéristiques de couleur. Par exemple, on détecte les nœuds en se basant sur l'hypothèse qu'ils constituent les composantes les plus sombres d'une planche. Dans cette section, on considère brièvement la possibilité de faire une détection préliminaire qui utilise le fait que certains types de défaut provoquent une perturbation dans l'orientation des veines dans leur voisinage. Cette approche peut permettre la détection de défauts de structure qui ne sont pas clairement discernables par leur couleur.

Pour le bois, les défauts de structure les plus importants sont les nœuds, dont quelques types n'ont pas une couleur très contrastée par rapport à celle du bois, mais qui produisent néanmoins une perturbation dans l'orientation des veines. Les défauts qui sont liés seulement à un changement de couleur ne sont évidemment pas détectables par ces méthodes directionnelles, de même que les défauts de structure dus aux influences externes, comme les piqûres d'insectes.

### 3.6.1. Algorithmes

Dans le cadre de l'inspection industrielle, la vitesse d'inspection est en général très importante. On examine ici les résultats de deux méthodes qui sont plus rapides que le chapeau haut de forme circulaire centré qu'on vient d'appliquer dans la section précédente, qui a l'inconvénient d'avoir un temps d'exécution proportionnel à la taille de l'élément structurant. La première méthode est basée sur la présence d'une augmentation de la valeur du gradient circulaire centré associée avec un changement de direction des veines. En faisant un simple seuil sur ce gradient calculé à partir de l'image de directions (section 2.6), on extrait les régions dans lesquelles les veines ont un détournement plus grand que le seuil choisi. La deuxième méthode présentée est le chapeau haut de forme par labélisation (section 2.7). Pour ces deux méthodes, la taille de l'élément structurant utilisé dépend de la superficie des défauts à détecter.

Des expériences avec ces deux approches ont été faites sur une base de données qui contient une soixantaine d'images de chêne avec une fréquence élevée de défauts (la base «chêne<sup>3</sup>» utilisée dans la deuxième partie de la thèse). Les résultats de la détection de défauts sur six images provenant de cette base sont montrés dans les figures 3.8 et 3.9. Pour accélérer la vitesse de calcul, nous avons choisi une distance de séparation assez importante entre les voisinages utilisés dans le calcul des images de directions (montrées dans la colonne 3 des figures 3.8 et 3.9). Les paramètres utilisés pour l'algorithme de calcul d'orientation sont  $\sigma_1 = 1.4$ ,  $\sigma_{2h} = \sigma_{2v} = 64$  et  $\Delta_h = \Delta_v = 16$ . Pour l'approche basée sur le gradient, le gradient circulaire centré est calculé avec un élément structurant carré de taille 2 (colonne 4 des figures 3.8 et 3.9). Ensuite, un seuil pour extraire les pixels ayant des valeurs entre 45 et 90 est appliqué sur l'image de gradient. Les résultats de ce seuil sont agrandis et superposés sur l'image de départ dans la première colonne des figures 3.8 et 3.9. Les traces noires sur ces images sont les positions des défauts indiquées par un expert (une image sans ces traces a toujours été utilisée dans l'algorithme de calcul des orientations). Les lignes rouges, par contre, sont des marquages en craie sur le bois, et elles ne donnent pas d'informations utiles sur les défauts.

Pour la deuxième approche, un chapeau haut de forme basé sur une ouverture labélisée est appliquée sur les images de directions. L'ouverture est faite avec une taille de secteur  $\omega = 45^\circ$ , et en variant  $\alpha$  de  $\alpha_0 = 0^\circ$  à  $157.5^\circ$  par pas de  $\Delta\alpha = 22.5^\circ$ . Un élément structurant carré de

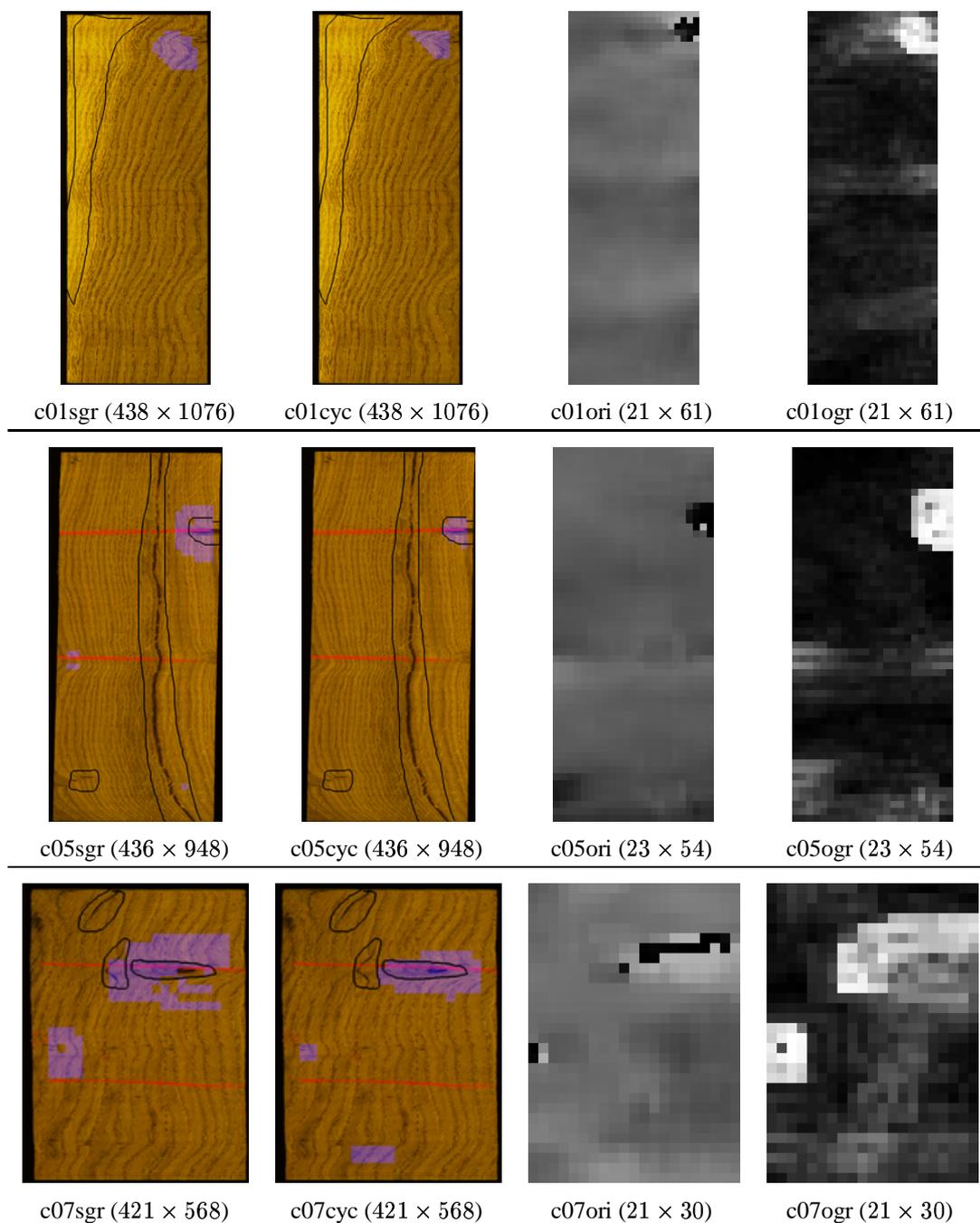


FIG. 3.8. – Résultats des détections des régions de perturbation dans l'orientation des veines avec deux méthodes. Les images «sgr» montrent le résultat d'un seuil sur le gradient circulaire centré projeté sur l'image de départ, et les images «cyc» montrent le résultat d'une ouverture cyclique (les régions détectées sont indiquées en bleu). Les lignes noires sur ces images sont les défauts indiqués par un expert (les lignes rouges sont des marquages en craie sur le bois, et n'ont pas d'importance). Les images «ori» et «ogr» sont respectivement les orientations et les gradients circulaires centrés de l'orientation (ces dernières avec un rehaussement de contraste). Les tailles des images en pixels sont données en dessous de chaque image.

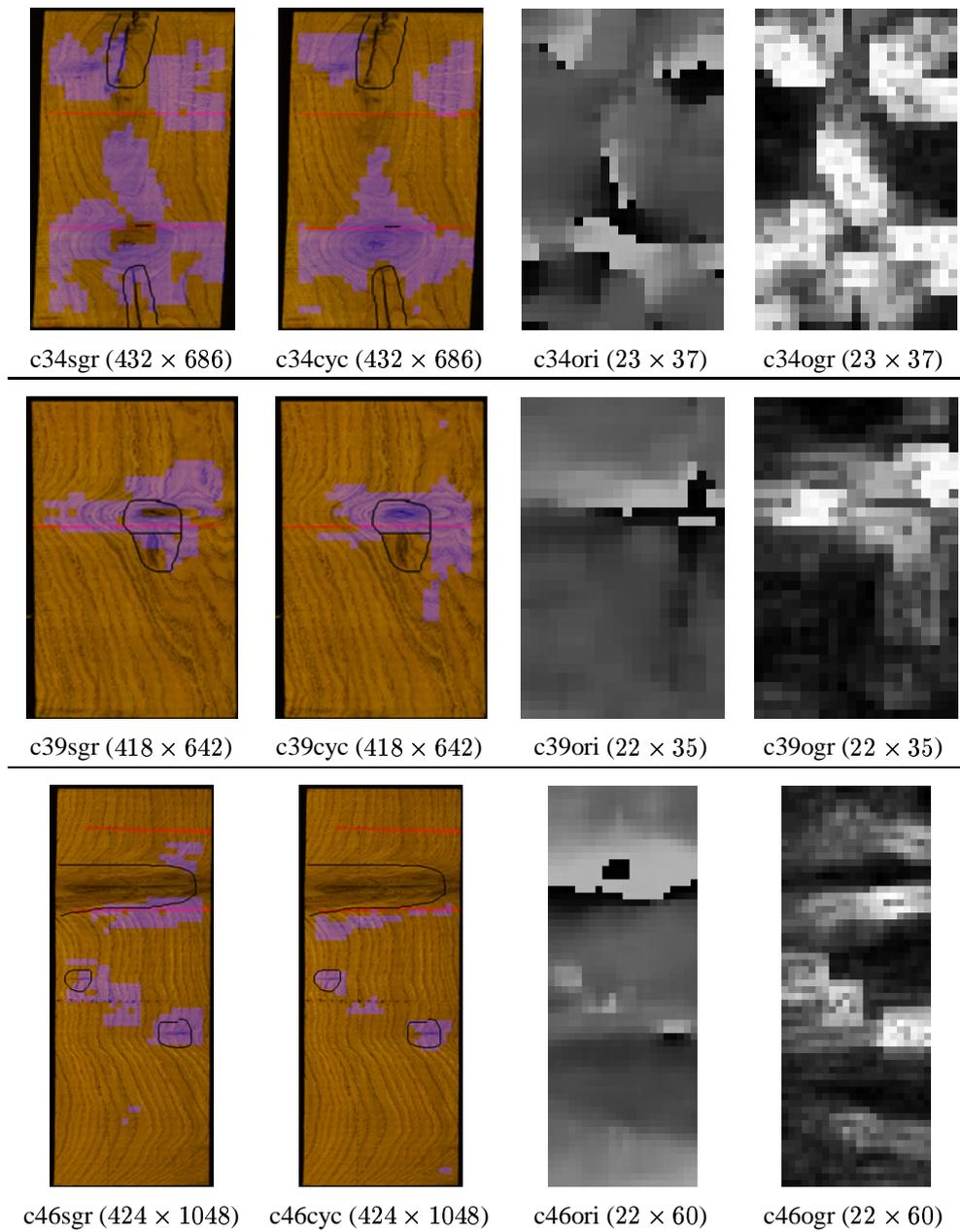


FIG. 3.9. – Résultats supplémentaires de détection des régions de perturbation d'orientation (voir figure 3.8).

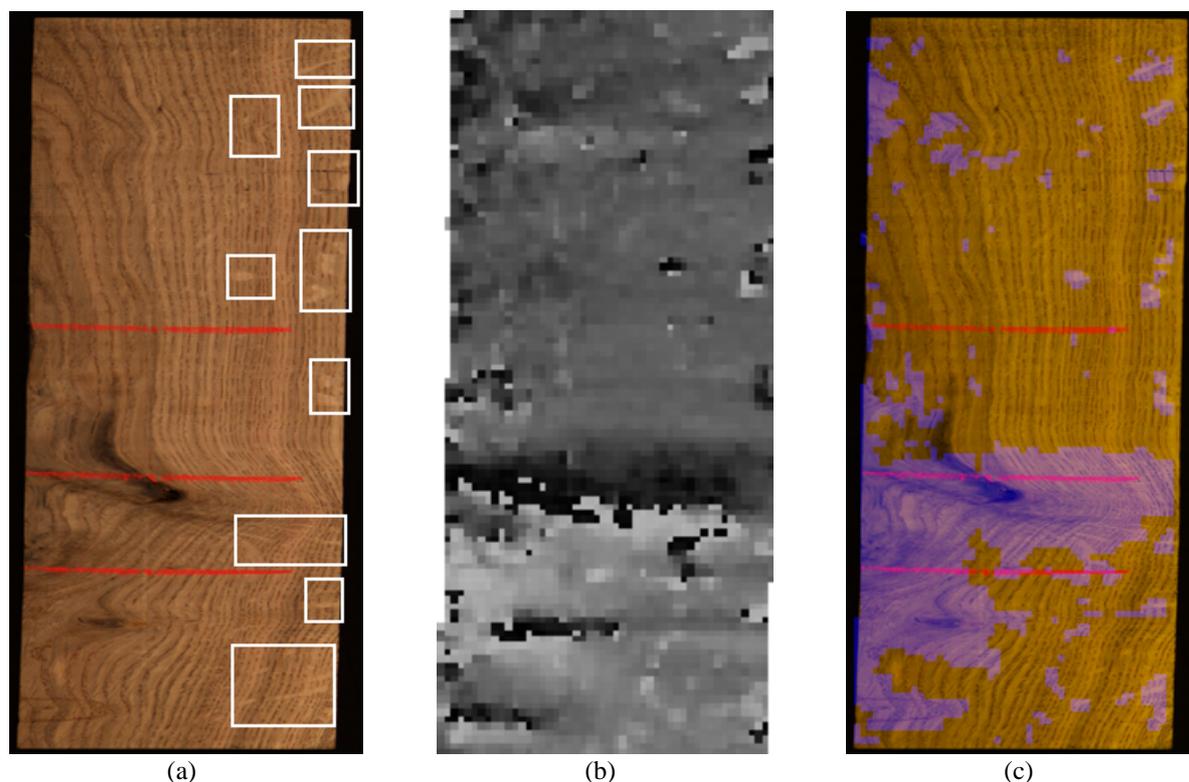


FIG. 3.10. – Détection des défauts à une plus petite échelle. (a) Une planche de chêne avec la maille indiquée (taille  $608 \times 955$  pixels). (b) Image de directions (taille  $50 \times 112$  pixels). (c) Résultat d'un chapeau haut de forme avec une ouverture labelisée (le résidu est indiqué en bleu).

taille 3 est utilisé. Les résultats de ce chapeau haut de forme agrandis et superposés sur l'image de départ sont montrés dans la deuxième colonne des figures 3.8 et 3.9.

Si l'on calcule l'image de directions à une échelle plus fine, la détection des perturbations dans le champ de directions peut aussi servir à localiser la maille. La maille, qui est trouvée sur le bois feuillu comme le chêne, consiste en des tâches claires, dont quelques-unes sont indiquées dans la figure 3.10a. Même si elle n'est pas classée comme un défaut, sa détection peut être importante pour les applications qui prennent en compte l'apparence esthétique du bois. La détection de la maille à partir de ses caractéristiques de couleur s'avère être difficile du fait de la similarité des couleurs des autres structures de la planche. En regardant le champ de directions, il est visible que la maille coupe les veines, et donne ainsi naissance à des perturbations qui peuvent être détectée par un chapeau haut de forme. L'image de directions de la figure 3.10a, calculée avec des paramètres  $\sigma_1 = 1.4$ ,  $\sigma_{2h} = \sigma_{2v} = 16$  et  $\Delta_h = \Delta_v = 8$ , est montrée dans la figure 3.10b. Le résultat d'un chapeau haut de forme basé sur une ouverture labelisée est montré dans la figure 3.10c. Les paramètres de cet opérateur sont  $\omega = 45^\circ$ ,  $\alpha_0 = 0^\circ$  et  $\Delta\alpha = 22.5^\circ$ , et un élément structurant carré de taille 9 a été utilisé.

### 3.6.2. Discussion

Commençons par quelques remarques sur les résultats de détection sur les images spécifiques :

- Pour l'image c01 (figure 3.8), la décoloration en haut à gauche n'est évidemment pas détectée, ayant la même orientation que les autres veines. Par contre, la perturbation de l'orientation des veines en haut à droite, éventuellement associée avec un nœud découpé, est détectée.
- Pour l'image c05 (figure 3.8), la veine noire n'est évidemment pas détectée. Le nœud en haut à droite est détecté, mais les petits nœuds en bas à gauche ne perturbent pas assez l'orientation des veines pour être détectés.
- Dans l'image c07 (figure 3.8), le gros nœud est détecté, mais les fentes, qui ont une orientation proche de celle des veines, ne sont pas détectées. Quelques fausses détections près des bords de l'image de directions sont aussi présentes.
- L'image c34 (figure 3.9) démontre que cette approche de détection est difficilement applicable aux planches qui contiennent naturellement les veines en forme d'ellipse (les pièces de dosse, voir le chapitre 7). La grande courbure des veines mène à beaucoup de fausses détections. La maille en haut à droite perturbe assez les orientations pour être détectée.
- Dans l'image c39 (figure 3.9) le nœud est entouré par une grosse perturbation de l'orientation, et il est facilement détectable.
- Le gros nœud en haut de l'image c46 (figure 3.9) est impossible à détecter avec les éléments structurants utilisés. En effet, il est trop gros pour provoquer un changement d'orientation assez abrupt pour être détecté à partir du gradient, et il est assez gros pour être considéré comme une région homogène par le chapeau haut de forme labelisé. Il y a une fausse détection due au trait noir horizontal au milieu de la planche.

En faisant une comparaison entre les résultats des deux algorithmes, on voit qu'en général les mêmes régions sont détectées par les deux. Pour le seuil sur les gradients, les régions détectées sont souvent plus grandes que les régions correspondantes trouvées par le chapeau haut de forme, ce qui peut être expliqué par le fait que les forts gradients se trouvent *autour* des régions contenant une perturbation d'orientation.

Globalement, on voit que les déviations des veines ne sont pas toujours associées à un défaut intéressant, et un défaut ne perturbe pas forcément les veines (de bons exemples sont la veine noire dans l'image p05 de la figure 3.8, et la partie supérieure du gros nœud de la figure 3.10c). Ces méthodes sont ainsi incapables de fonctionner comme un système complet de détection de défauts. Les résultats peuvent néanmoins être utilisés dans une étape de classification postérieure qui prend en compte les variations de couleur, de texture et d'orientation de veines pour calculer la probabilité de trouver un défaut quelconque en fonction de la position sur la planche.

## 3.7. Segmentation d'une texture orientée

Après la discussion de la détection de défauts, on passe à un sujet complémentaire, celui de la segmentation. Il est possible d'envisager la segmentation d'une texture orientée avec un

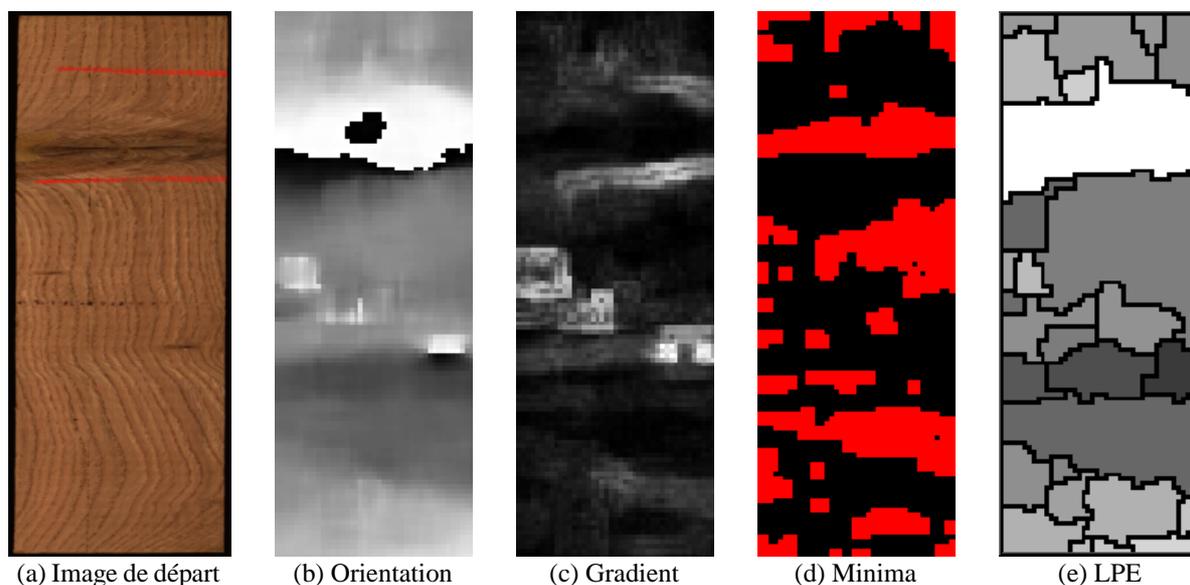


FIG. 3.11. – Étapes de la segmentation d'une texture orientée.

algorithme de ligne de partage des eaux (LPE) agissant sur le gradient circulaire centré de ses orientations. L'intention de ce type de segmentation est de créer des régions dans lesquelles les orientations sont homogènes. Quelques exemples sont donnés dans cette section.

Commençons par une explication des étapes de l'algorithme, dont une illustration est donnée dans la figure 3.11 pour l'image p46 :

1. L'image de directions (figure 3.11b) est calculée à partir de la luminance de la figure 3.11a avec les paramètres  $\sigma_1 = 1.4$ ,  $\sigma_{2h} = \sigma_{2v} = 64$  et  $\Delta_h = \Delta_v = 8$ .
2. Le gradient circulaire centré de l'image de directions est calculé en utilisant un élément structurant carré de taille 2 (figure 3.11c).
3. Après une fermeture du gradient avec un carré de taille 1, les  $h$ -minima<sup>3</sup> [105] d'une hauteur de 5 sont extraits (figure 3.11d). La hauteur de 5 a été choisie par expérience pour nous donner des segmentations qui semblent les plus naturelles.
4. La LPE est appliquée au gradient avec les minima extraits dans l'étape précédente utilisés comme marqueurs pour produire la figure 3.11e, dans laquelle les lignes de partage des eaux sont en noir, et le niveau de gris de chaque région correspond à l'orientation moyenne dans la région (avec le système de codage de la figure 3.2d).

La figure 3.11 est agrandie et superposée sur l'image de départ dans l'image c46 de la figure 3.12, dans laquelle le canal bleu encode l'orientation moyenne de chaque région.

Quelques autres résultats de cet algorithme sont montrés dans la figure 3.12. En général, l'objectif de départ est bien atteint, car les planches les plus homogènes en orientation (c01,

<sup>3</sup>L'image de départ est reconstruite à partir d'un marqueur qui est l'image de départ moins la constante  $h$ . Les minima du résultat sont les  $h$ -minima.

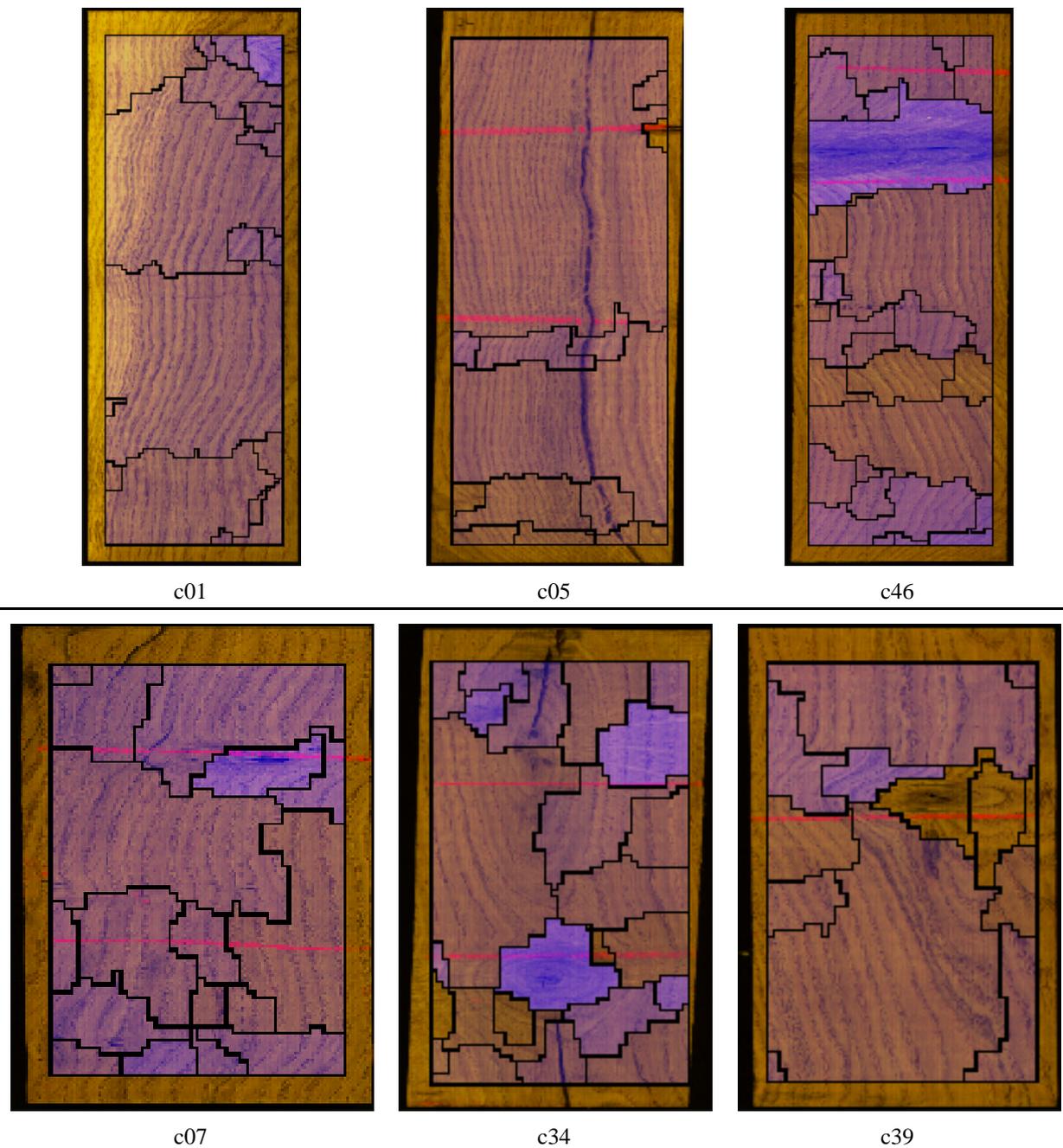


FIG. 3.12. – Résultats des segmentations de texture par la LPE sur six images de chêne. Le canal bleu est utilisé pour encoder l'orientation moyenne de chaque région.

c05) contiennent le plus faible nombre de régions. Quelques problèmes se présentent avec la formulation actuelle de l'algorithme : le premier est commun à presque toutes les segmentations faites par la LPE, et il s'agit du choix de marqueurs. Si l'on prend tous les minima du gradient comme marqueurs, une sur-segmentation est produite. Avec la petite fermeture et les  $h$ -minima, le nombre de régions est réduit, mais un changement du paramètre  $h$  peut impliquer une segmentation sensiblement modifiée. Pour la segmentation d'une texture orientée, la partition peut aussi être modifiée en changeant le paramètre d'échelle ( $\sigma_1$ ) dans le calcul de l'image de directions. Une dernière difficulté se produit quand la variation des orientations n'est pas assez localisée pour être détectée par l'élément structurant utilisé pour le calcul du gradient, ce qui peut mener à la présence de plusieurs orientations dans une seule région.

Plusieurs solutions pour ce genre de problème restent à étudier, par exemple la fusion des régions avec des orientations moyennes similaires avec un graphe de la partition [68] pour éliminer les régions sur-segmentées, ou la prise en compte de plusieurs partitions de la même texture pour trouver la partition la plus probable [73].

### 3.8. Conclusion

L'orientation ou l'anisotropie est une des principales caractéristiques perceptuelles de la texture. Dans ce chapitre, nous avons utilisé des opérateurs développés dans le chapitre 2 pour la détection de défauts dans certaines textures. Les exemples tirés de l'album de Brodatz, même s'ils ne contiennent pas tous des structures linéaires, sont assez anisotropes pour que les perturbations de la texture soient visibles dans le champ de directions, et ainsi détectables par un chapeau haut de forme circulaire centré. Le deuxième type de texture étudié, celui des textiles de la base TILDA, manifeste plutôt des défauts de cohérence des orientations. Dans ce cas, nous avons démontré comment d'autres caractéristiques des défauts, la taille ou le niveau de gris, peuvent être prises en compte pour supprimer les fausses détections. Le dernier cas de figure considéré est une texture orientée classique, celle des veines du bois. Des perturbations dans l'orientation des veines peuvent être détectées par un seuil du gradient circulaire centré, ou par un chapeau haut de forme labelisé. Les défauts sur le bois sont très variés, ce qui empêche l'approche par orientation de pouvoir détecter tout type de défaut. De plus, chaque perturbation dans l'orientation des veines n'est pas associée à un défaut, et chaque défaut ne perturbe pas l'orientation des veines. Il est donc impossible pour ce genre d'algorithme de fonctionner dans un système de détection de défauts sans information supplémentaire sur la couleur et la texture.

L'évaluation d'un système de détection de défauts implique une comparaison soigneuse entre les résultats de détection automatique par le système et les résultats d'un ou de plusieurs experts humains sur une base d'échantillons assez importante. Ceci n'a pas été fait pour les algorithmes décrits dans ce chapitre, car ils ont pour vocation plutôt une fonction de démonstration des capacités d'une approche directionnelle. Celle-ci a la capacité d'être ajoutée à des systèmes actuels pour prendre en compte plus d'informations pertinentes à la détection de défauts. Une application industrielle développée pour l'industrie du bois et destinée à faire une classification ou un assortiment de planches basés sur des caractéristiques de leur texture orientée est décrite dans la deuxième partie de ce document.



## 4. Les espaces couleur

Le nombre d'applications qui nécessitent le traitement des images couleur augmente continuellement, en particulier dans le domaine du Multimédia. Outre le problème de la reproduction des couleurs sur des appareils différents [52], il est indispensable de développer les algorithmes fiables pour traiter les images couleur [99]. Le développement de ces algorithmes est rendu plus difficile par la forme vectorielle des couleurs, ainsi que par le nombre presque infini de représentations possibles pour une seule couleur. Avant de passer au traitement d'images vectorielles contenant une coordonnée angulaire, nous allons étudier, dans ce chapitre, deux espaces de représentation de couleurs qui contiennent un codage angulaire de la teinte.

L'espace couleur le plus répandu est l'espace RVB, qui est utilisé, entre autres, par la plupart des caméras et des écrans vidéo. Cet espace tri-dimensionnel est construit à partir d'une base de trois stimuli couleurs primaires, les vecteurs

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

qui correspondent aux couleurs rouge, vert et bleu. Une couleur quelconque  $\mathbf{c}$  est spécifiée dans cette base selon une des lois de Grassman [118]

$$\mathbf{c} = R\mathbf{R} + V\mathbf{V} + B\mathbf{B}$$

où  $R, V, B \in [0, 1]$ , et le *cube RVB* est le cube  $[0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$  qui contient les vecteurs correspondant aux couleurs, où le vecteur de la couleur  $\mathbf{c}$  est  $\mathbf{c} = (R, V, B)$ . Pour les appareils digitaux,  $R, V$  et  $B$  sont souvent des entiers compris entre 0 et 255, mais il est facile de généraliser à partir de  $[0, 1]$  à n'importe quel champ de valeurs.

Dans la gamme d'espaces couleurs décrite dans la littérature [33, 100], il est possible de différencier deux grands groupes : le premier permet la représentation de l'espace RVB dans des systèmes de coordonnées différents, qui peuvent simplifier le codage ou l'accès à certaines caractéristiques ; et le deuxième déforme l'espace RVB complètement pour ajouter d'autres propriétés utiles. Parmi les représentations alternatives à l'espace RVB, beaucoup d'entre elles sont des transformations linéaires qui impliquent un changement de vecteurs de base, par exemple les systèmes YUV et YIQ qui sont utilisés dans le codage des signaux de télévision. Les transformations vers une représentation des couleurs en termes de teinte, saturation et clarté représentent les couleurs dans l'espace RVB par un système de coordonnées cylindriques, ce qui permet une description plus intuitive des couleurs. En général, la littérature est pleine d'espaces de ce type,

la raison pour laquelle nous essayons, dans la section 4.1, de mettre en ordre ce genre de transformation, essentiellement une conversion entre des représentations en coordonnées rectangulaires et cylindriques. Nous montrons que dans les définitions de ces espaces, les valeurs de saturation sont souvent étroitement liées aux valeurs de clarté, même si l'hypothèse d'indépendance est employée. Nous proposons une définition d'une mesure de saturation qui est complètement indépendante de la clarté, ce qui permet de choisir librement la fonction de clarté la plus convenable à une tâche spécifique. Nous traitons ensuite, dans la section 4.2, l'espace  $L^*a^*b^*$  qui est une transformation non-linéaire vers un espace doté de la propriété d'uniformité perceptuelle. Finalement, nous considérons quelques utilisations de ces espaces dans le traitement d'image.

Pour nous conformer avec le vocabulaire standard de la CIE (Commission Internationale de l'Éclairage), nous utilisons la terminologie suivante pour décrire l'intensité d'une couleur [85] :

**Clarté** : L'attribut de la sensation visuelle selon lequel une surface semble émettre plus ou moins de lumière. Cette définition est évidemment subjective. Cet attribut est appelé «brightness» en anglais.

**Luminance** : Luminance est l'intensité lumineuse par surface unitaire. L'intensité lumineuse est définie à partir de l'intensité radiante, qui est égale à la puissance radiante dans une direction spécifiée. Pour obtenir l'intensité lumineuse, l'intensité radiante est pondérée par une fonction de sensibilité spectrale de l'œil humain. Cette fonction décrit quantitativement le fait que si l'on regarde trois sources qui apparaissent rouge, vert et bleu, et qui ont la même intensité radiante dans le spectre visible, le vert apparaîtra le plus brillant, le rouge aura une apparence moins brillante et le bleu apparaîtra le plus sombre [84]. Cet attribut porte le même nom en anglais.

**Luminosité** : La mesure de luminosité prend en compte la réponse non-linéaire de l'œil humain à la luminance — Cette mesure quantifie le fait qu'une source avec une luminance de 18% d'une source de référence apparaît avec une clarté d'environ la moitié de la source de référence. L'attribut correspondant en anglais est «lightness».

## 4.1. Les espaces couleur en coordonnées cylindriques

Ces espaces sont effectivement des représentations en coordonnées cylindriques de l'espace RVB, ils sont donc profondément liés à cet espace. La première étape dans la construction d'une représentation en coordonnées cylindriques est de mettre un axe entre les points noir à  $(0, 0, 0)$  et blanc à  $(1, 1, 1)$  dans l'espace RVB. Cet axe, appelé l'*axe achromatique*, contient toutes les couleurs achromatiques (grises). A partir de cet axe, on peut définir un système de coordonnées cylindriques pour spécifier les couleurs de l'espace. Dans ce but, on définit trois coordonnées :

1. Clarté  $L \in [0, 1]$  : Cette coordonnée donne la position de la couleur sur l'axe achromatique.
2. Teinte  $T \in [0^\circ, 360^\circ)$  : Ce paramètre angulaire, qui spécifie si la couleur est rouge, vert, bleu, etc., est mesuré à partir du rouge.
3. Saturation  $S \in [0, 1]$  ou Chroma  $C \in [0, 1]$  : Une mesure de la distance de la couleur de l'axe achromatique. Les couleurs pures (saturées) se trouvent les plus éloignées de cet axe.

Des différences dans la définition de la clarté donnent naissance à différentes formes d'espaces de ce type, dont les modèles HSV (qui a la forme d'un cône) et HLS (avec la forme d'un double-cône) [100] sont les plus connus. Levkowitz et Herman [59] ont développé un modèle général de ce type d'espace, le modèle GLHS, dont les espaces HLS et HSV sont des cas spéciaux. En changeant les trois paramètres de ce modèle, on peut choisir entre un continuum d'espaces en coordonnées cylindriques.

L'approche générale pour le modèle GLHS est de choisir d'abord une équation de clarté, ce qui décide la forme des surfaces d'iso-clarté. Soit  $L(\mathbf{c})$  la fonction qui calcule la clarté associée à la couleur  $\mathbf{c} = (R, V, B)$ . La surface d'iso-clarté  $l$  contient tous les points qui satisfont la relation

$$\{\mathbf{c} = (R, V, B) : L(\mathbf{c}) = l\}$$

Ensuite, les points de ces surfaces sont projetés sur des plans perpendiculaires à l'axe achromatique, où le plan qui correspond à la surface d'iso-clarté  $l$  intercepte l'axe achromatique à la position  $l$ . Les coordonnées de teinte et de saturation sont définies dans ces plans. Pour construire le solide qui représente l'espace couleur, les plans correspondant à chaque valeur de  $l$  sont empilés. La forme du solide dépend de la fonction de clarté utilisé.

Nous continuons par examiner les espaces HSV et HLS dans le cadre de la formulation en termes de surfaces d'iso-clarté. Ensuite, à partir du modèle GLHS de Levkowitz et Herman [59], nous bâtissons une représentation en coordonnées cylindriques plus convenable au traitement d'image. En particulier, ce nouveau modèle :

- permet l'utilisation d'une définition de luminance plus psychovisuelle.
- ne souffre pas de problèmes dûs à la définition de saturation traditionnellement utilisée.

#### 4.1.1. Le modèle HSV

La valeur de la clarté pour ce modèle est

$$L(\mathbf{c}) = \max(R, V, B) \quad (4.1)$$

Pour visualiser les surfaces d'iso-clarté, on considère le cube avec une diagonale principale entre  $(0, 0, 0)$  et  $(l, l, l)$  [103]. La surface d'iso-clarté  $l$  consiste en trois faces de ce cube qui touchent le sommet  $(l, l, l)$ , dont un exemple est montré dans la figure 4.1. Si l'on projette cette surface sur un plan perpendiculaire à l'axe achromatique, un hexagone est le résultat, dont les six secteurs sont formés comme indiqué par les lignes qui commencent au sommet du cube le plus éloigné de l'origine dans la figure 4.1.

Il est clair que les superficies de ces hexagones sont proportionnelles à  $l$ , et par conséquent, le solide créé par l'empilement de ces hexagones est un hexcône.

#### 4.1.2. Le modèle HLS

La clarté pour ce modèle est

$$L(\mathbf{c}) = \frac{\max(R, V, B) + \min(R, V, B)}{2} \quad (4.2)$$

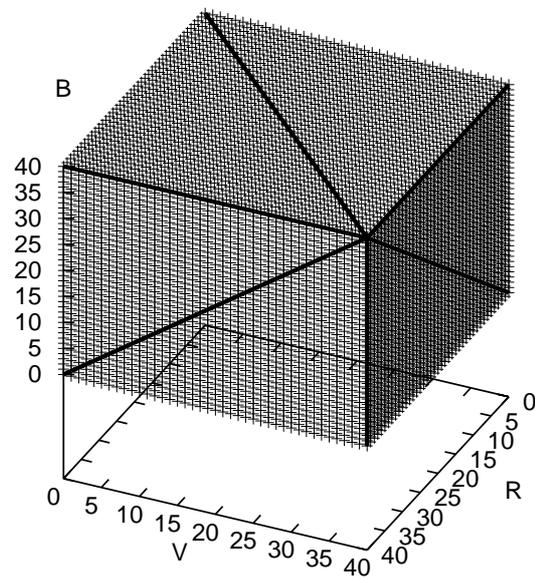


FIG. 4.1. – Une surface d'iso-clarté pour le modèle HSV. Pour les valeurs de  $R$ ,  $V$  et  $B$  codées sur 8 bits, la surface d'iso-clarté  $l = 40$  est dessinée.

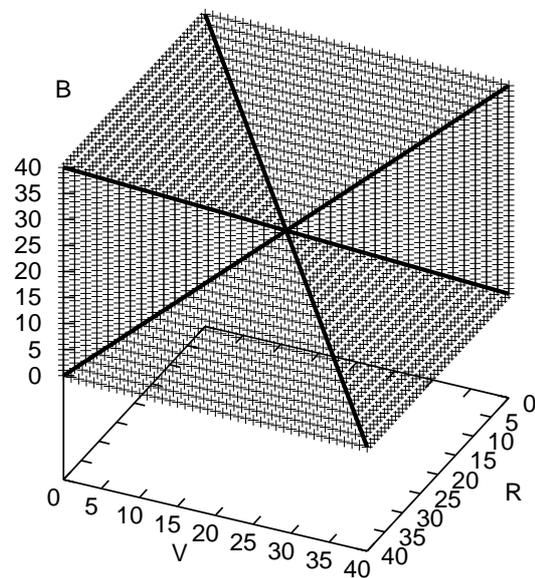


FIG. 4.2. – Une surface d'iso-clarté pour le modèle HLS. Pour les valeurs de  $R$ ,  $V$  et  $B$  codées sur 8 bits, la surface d'iso-clarté  $l = 20$  est dessinée.

Pour la clarté  $l$ , la surface d'iso-clarté est construite à partir du cube avec une diagonale principale entre  $(0, 0, 0)$  et  $(2l, 2l, 2l)$  si  $l \leq \frac{1}{2}$ , ou une diagonale principale entre  $(2l - 1, 2l - 1, 2l - 1)$  et  $(1, 1, 1)$  si  $l > \frac{1}{2}$ . Dans ce cube, la surface d'iso-clarté consiste en six triangles qui sont dessinés par les lignes entre le point  $(l, l, l)$  et les six sommets du cube qui ne sont pas sur l'axe achromatique, comme montré dans la figure 4.2.

La projection de cette surface sur un plan perpendiculaire à l'axe achromatique produit également un hexagone, mais ici, l'hexagone le plus grand se trouve à  $l = \frac{1}{2}$ . Le solide produit par l'empilement de ces hexagones est ainsi un double hexcône.

### 4.1.3. Le modèle de teinte, clarté et saturation généralisé

Il existe beaucoup de versions différentes des modèles de type teinte, clarté et saturation, dont le modèle HSI («Hue, Saturation, Intensity») de Gonzalez et Woods [36]; le modèle TLC («Teinte, Luminance, Chroma») de Carron [17]; et le modèle GLHS («Generalised Lightness, Hue and Saturation») proposé par Levkowitz et Herman [59], qui contient des espaces HLS et HSV comme des cas particuliers. Dans cette section, on examine la structure générale de ces modèles pour en tirer des meilleures caractéristiques pour bâtir un modèle convenable à l'utilisation dans le traitement d'image.

#### Clarté

Pour nous conformer avec la terminologie suggérée par la CIE, on appelle une mesure subjective de l'intensité de lumière la *clarté*. Les formules pour calculer une mesure d'intensité qui ne sont pas basées sur des bases physiques sont ainsi appelées des fonctions de clarté. La fonction de clarté du modèle GLHS est

$$L(\mathbf{c}) = w_{\min} \cdot \min(\mathbf{c}) + w_{\text{mid}} \cdot \text{mid}(\mathbf{c}) + w_{\max} \cdot \max(\mathbf{c}) \quad (4.3)$$

dans laquelle les fonctions  $\min(\mathbf{c})$ ,  $\text{mid}(\mathbf{c})$  et  $\max(\mathbf{c})$  donnent respectivement la composante minimum, médiane et maximum du vecteur  $\mathbf{c}$ , et  $w_{\min}$ ,  $w_{\text{mid}}$  et  $w_{\max}$  sont trois valeurs de pondération fixées par l'utilisateur, avec  $w_{\max} > 0$  et  $w_{\min} + w_{\text{mid}} + w_{\max} = 1$ .

Les trois valeurs de pondération décrivent la forme de la surface d'iso-clarté, et en les variant, il est possible de définir une série d'espaces couleur, dont le modèle HSV est donné par  $w_{\min} = 0$ ,  $w_{\text{mid}} = 0$  et  $w_{\max} = 1$ ; le modèle HLS par  $w_{\min} = \frac{1}{2}$ ,  $w_{\text{mid}} = 0$  et  $w_{\max} = \frac{1}{2}$ ; et le modèle HSI [36] par  $w_{\min} = \frac{1}{3}$ ,  $w_{\text{mid}} = \frac{1}{3}$  et  $w_{\max} = \frac{1}{3}$ .

Une bonne alternative à des fonctions de clarté est une mesure de luminance  $Y$  qui prend en compte la fonction de sensibilité spectrale de l'oeil humain. La fonction de luminance qui correspond aux écrans vidéos contemporains est standardisée dans la recommandation des paramètres standards pour la télévision de haute définition [14, 84]

$$Y(\mathbf{c}) = 0.2125R + 0.7154V + 0.0721B \quad (4.4)$$

qui représente un plan oblique par rapport à l'axe achromatique.

## Teinte

La teinte d'un vecteur couleur est traditionnellement mesurée comme l'angle entre le vecteur rouge et ce vecteur. La méthode la plus facile pour calculer la teinte d'un vecteur  $\mathbf{c}$  est de projeter ce vecteur sur le plan perpendiculaire à l'axe achromatique qui a une intersection avec cet axe à  $(0, 0, 0)$ . On indique par  $\mathbf{c}_p$  le vecteur  $\mathbf{c}$  projeté sur ce plan, dont les coordonnées sont

$$\mathbf{c}_p = \left[ \frac{(2R - V - B)}{3}, \frac{(2V - B - R)}{3}, \frac{(2B - R - V)}{3} \right] \quad (4.5)$$

Dans l'espace RVB, le vecteur rouge a des coordonnées  $\mathbf{r} = (1, 0, 0)$ , et son projection  $\mathbf{r}_p$  sur le plan qui contient  $\mathbf{c}_p$  a des coordonnées

$$\mathbf{r}_p = \left( \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3} \right)$$

Deux approches peuvent être appliquées pour calculer la teinte. La première est de calculer un angle de teinte exact en utilisant la trigonométrie [36], et la deuxième est d'utiliser une méthode d'approximation de l'angle, ce qui est plus rapide à calculer [59], mais qui est étroitement liée à la fonction de clarté de l'équation 4.3.

Pour l'approche trigonométrique, on utilise le fait que l'origine des vecteurs  $\mathbf{c}_p$  et  $\mathbf{r}_p$  est  $(0, 0, 0)$  pour arriver à l'expression suivante pour la teinte

$$T' = \arccos \left[ \frac{\mathbf{r}_p \cdot \mathbf{c}_p}{\|\mathbf{r}_p\| \|\mathbf{c}_p\|} \right] \quad (4.6)$$

$$= \arccos \left[ \frac{R - \frac{1}{2}V - \frac{1}{2}B}{(R^2 + V^2 + B^2 - RV - RB - BV)^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (4.7)$$

dans laquelle  $\mathbf{r}_p \cdot \mathbf{c}_p$  indique le produit scalaire et  $\|\cdot\|$  dénote la norme d'un vecteur. Les valeurs possibles pour  $T'$  sont entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$ , et il est donc nécessaire d'étendre cette plage de valeurs en utilisant

$$T = \begin{cases} 360^\circ - T' & \text{si } B > V \\ H' & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.8)$$

La méthode approximative détermine d'abord le secteur  $k(\mathbf{c}) \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  dans lequel  $\mathbf{c}$  se trouve

$$k(\mathbf{c}) = \begin{cases} 0 & \text{si } R > V \geq B \\ 1 & \text{si } V \geq R > B \\ 2 & \text{si } V > B \geq R \\ 3 & \text{si } B \geq V > R \\ 4 & \text{si } B > R \geq V \\ 5 & \text{si } R \geq B > V \end{cases} \quad (4.9)$$

et ensuite la fraction  $f(\mathbf{c}) \in [0, 1)$  de la teinte dans le secteur

$$f(\mathbf{c}) = \begin{cases} \frac{\text{mid}(\mathbf{c}) - \text{min}(\mathbf{c})}{\text{max}(\mathbf{c}) - \text{min}(\mathbf{c})} & \text{si } k(\mathbf{c}) \text{ est pair} \\ \frac{\text{max}(\mathbf{c}) - \text{mid}(\mathbf{c})}{\text{max}(\mathbf{c}) - \text{min}(\mathbf{c})} & \text{si } k(\mathbf{c}) \text{ est impair} \end{cases} \quad (4.10)$$

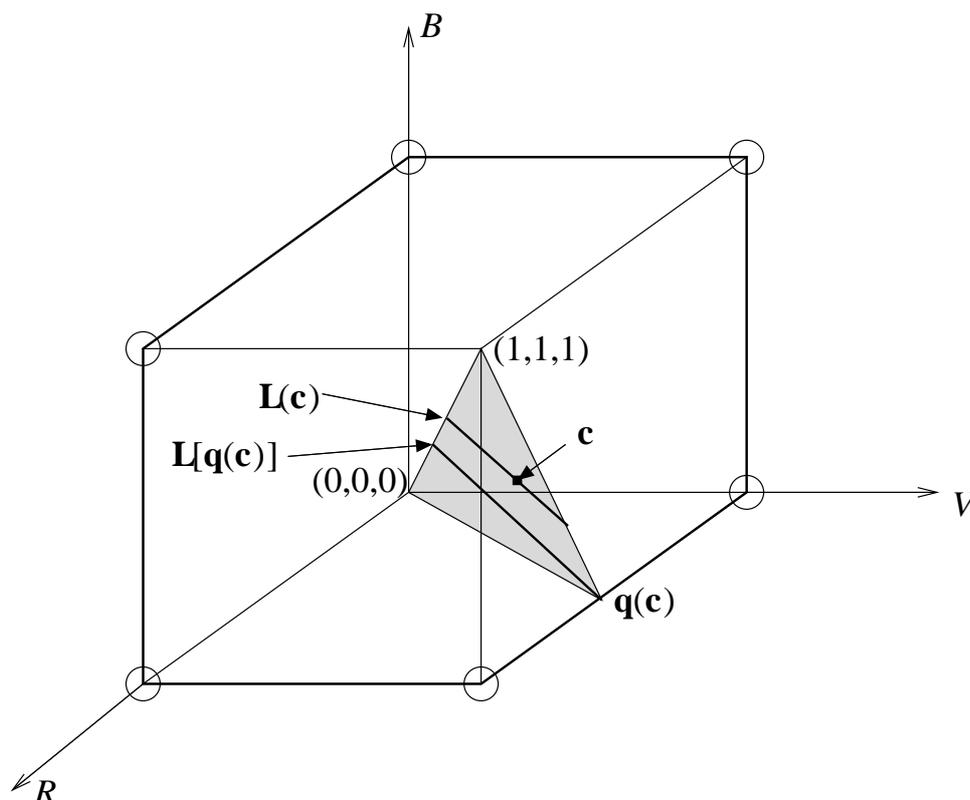


FIG. 4.3. – Le triangle qui contient tous les points avec la même teinte que  $\mathbf{c}$ . L'axe achromatique est montré entre les points  $(0, 0, 0)$  et  $(1, 1, 1)$ . Les sommets du cube entourés sont ceux qui deviennent les sommets de l'hexagone créé quand la surface d'iso-clarté qui à une intersection avec l'axe achromatique à  $\mathbf{L}[\mathbf{q}(\mathbf{c})]$  est projetée sur un plan perpendiculaire à cet axe.

La teinte approximative  $T_a$  est ainsi

$$T_a = [k(\mathbf{c}) + f(\mathbf{c})] \cdot 60^\circ \quad (4.11)$$

Il est démontré dans [59] que cette approximation ne diffère jamais de plus de  $1.12^\circ$  de la valeur trigonométrique de la teinte, mais on montre dans la section 4.1.4 que cette approximation a tendance à augmenter le nombre de vecteurs assigné à une teinte qui est un multiple de  $60^\circ$ . Ces deux définitions de la teinte sont indépendantes du choix de la fonction de clarté.

### Saturation

Pour aboutir à une expression pour la saturation d'une couleur représentée par le vecteur  $\mathbf{c}$ , nous commençons par regarder le triangle qui contient toutes les couleurs qui ont la même teinte que  $\mathbf{c}$ , montré dans la figure 4.3. Les intersections entre ce triangle et les surfaces d'iso-clarté sont des lignes parallèles à celle entre la couleur  $\mathbf{c}$  et sa clarté  $\mathbf{L}(\mathbf{c}) = [L(\mathbf{c}), L(\mathbf{c}), L(\mathbf{c})]$ .

Traditionnellement, la saturation est définie comme la fraction de la longueur du vecteur de  $\mathbf{L}(\mathbf{c})$  à  $\mathbf{c}$ , sur la longueur de l'extension de ce vecteur jusqu'à la surface du cube RVB. Cette

définition a pour résultat un espace en forme de cylindre, dans lequel la saturation peut prendre des valeurs entre 0 et 1 indépendamment de la valeur de clarté correspondante. Nous appelons ce type de saturation une *saturation cylindrique*. L'espace en forme de cylindre est très convenable pour une application dans laquelle un utilisateur définit ou choisit numériquement des couleurs, parce qu'il est facile d'éviter de spécifier des coordonnées en dehors de l'espace. Par contre, pour le traitement d'image, cet espace est moins adapté. Ceci est dû à l'expansion artificielle de certaines régions du cône pour former le cylindre. Pour voir les problèmes introduits par l'espace en forme de cylindre, considérons la saturation cylindrique de l'image dans la figure 4.4a, montrée dans les figures 4.4b pour l'espace HSV, 4.4c pour l'espace HLS, et 4.4d pour l'espace triangulaire.

L'image initiale consiste en des couleurs superposées sur un fond noir ou blanc. Les couleurs de fond ne sont pas complètement homogènes, mais contiennent une faible variation de valeurs dans les trois canaux R, V et B. Pour l'espace HSV, l'expansion du cône pour la partie de faible clarté (i.e. le noir) a pour résultat une saturation très bruitée. Certains pixels noirs reçoivent de faibles saturations, tandis que d'autres en reçoivent de fortes, même si ces grosses variations ne sont pas visibles sur l'image couleur correspondante. Pour les espaces HLS et triangulaire, qui ont une forme de double-cône, ces fortes variations de saturation sont présentes dans les régions de faible et de forte clarté.

Pour garder les formes coniques des espaces, il est nécessaire de changer la définition de la saturation. Si, dans la figure 4.3, au lieu de diviser la longueur du vecteur de  $\mathbf{L}(\mathbf{c})$  à  $\mathbf{c}$  par la longueur de l'extension de ce vecteur jusqu'à la surface du cube, on le divise par la longueur du vecteur entre  $\mathbf{L}[\mathbf{q}(\mathbf{c})]$  et  $\mathbf{q}(\mathbf{c})$ , c'est à dire le vecteur le plus long qui est parallèle à des lignes d'iso-clarté, et qui a forcément une intersection avec le troisième sommet  $\mathbf{q}(\mathbf{c})$  du triangle. On arrive ainsi à une mesure de saturation

$$S = \frac{\|\mathbf{L}(\mathbf{c}) - \mathbf{c}\|}{\|\mathbf{L}[\mathbf{q}(\mathbf{c})] - \mathbf{q}(\mathbf{c})\|} \quad (4.12)$$

qui donne la forme conique ou bi-conique de l'espace, et qui en plus est indépendant du choix de la fonction de clarté. Une saturation de ce type est montrée dans la figure 4.4e. On voit dans cette image que les régions de forte et de faible clarté (blanc et noir) sont représentées par de faibles valeurs de saturation. Le problème des grosses variations de la saturation dans ces régions est donc résolu avec cette définition de la saturation. Pour terminer la discussion du modèle GLHS, on présente des formules pour calculer cette saturation et une démonstration prouvant qu'elle est indépendante du choix de la fonction de clarté.

Nous présentons ensuite une démonstration de l'indépendance de la saturation et la clarté. Considérons le triangle indiqué dans la figure 4.3, qui contient tous les points avec la même teinte que  $\mathbf{c}$ . Le plan qui contient ce triangle est reproduit dans la figure 4.5 pour faciliter la démonstration de la proposition suivante.

**Proposition 4.1.1.** *La définition de saturation proposée*

$$S = \frac{\|\mathbf{L}(\mathbf{c}) - \mathbf{c}\|}{\|\mathbf{L}[\mathbf{q}(\mathbf{c})] - \mathbf{q}(\mathbf{c})\|}$$

*est indépendante du choix de la fonction de clarté.*



FIG. 4.4. – (a) «Le Chanteur» de Joan Mirò, avec la moitié inférieure inversée (par soustraction des valeurs dans les canaux  $R$ ,  $V$  et  $B$  de 255). La saturation cylindrique est montrée dans (b) pour l'espace HSV, (c) pour l'espace HLS et (d) pour l'espace triangulaire. Les mesures non-cylindriques sont montrées dans (e) la saturation non-cylindrique et (f) la chroma. L'image (g) est la différence entre les images (e) et (f) avec un rehaussement de contraste, dans lequel la valeur maximum des pixels est 0.107.

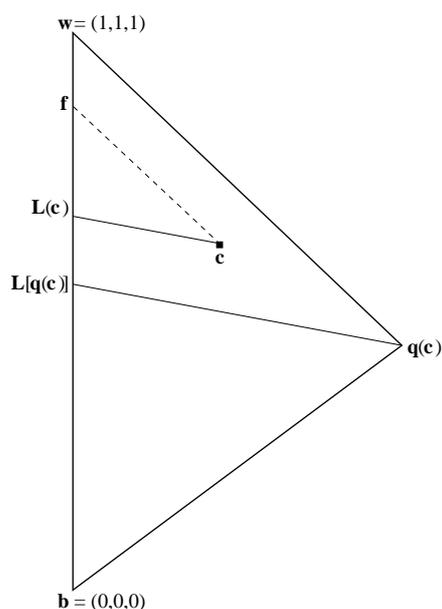


FIG. 4.5. – Le triangle de la figure 4.3 qui contient tous les points ayant la même teinte que  $c$ . L'axe achromatique est à gauche entre les points  $b$  et  $w$ .

*Démonstration.* Cette démonstration fait référence à la figure 4.5. Les lignes d'iso-clarté entre  $L[q(c)]$  et  $q(c)$  et entre  $L(c)$  et  $c$  sont par définition parallèles. En ajoutant la ligne entre  $f$  et  $c$  qui est parallèle à celle entre  $w$  et  $q(c)$ , on crée deux triangles similaires avec sommets  $f, c, L(c)$  et  $w, q(c), L[q(c)]$  respectivement. On a donc la relation

$$\frac{\|L(c) - c\|}{\|L[q(c)] - q(c)\|} = \frac{\|f - c\|}{\|w - q(c)\|} \quad (4.13)$$

Cette relation est respectée par n'importe quelle fonction de clarté, pourvue qu'elle produise des surfaces d'iso-clarté parallèles, et par conséquent, la définition de saturation proposée est indépendante de la fonction de clarté.  $\square$

L'expression pour le calcul de la saturation donnée par l'équation 4.12 n'est pas dans sa forme la plus simple. Nous procédons maintenant au développement d'une forme plus convenable et plus rapide à utiliser pour les conversions entre les espaces couleur. Pour trouver cette expression simplifiée, on est libre de travailler dans le plan utilisé pour calculer la teinte, c'est à dire le plan perpendiculaire à l'axe achromatique et qui a une intersection avec cet axe à  $(0, 0, 0)$ . Ceci est possible parce que la relation 4.13 est aussi valable pour des surfaces d'iso-clarté parallèles à ce plan.

Les points les plus éloignés de l'axe achromatique sont ceux qui se trouvent sur les arêtes du cube entre les sommets entourés dans la figure 4.3. Si on projette ces points, qui correspondent aux couleurs les plus saturées, sur un plan perpendiculaire à l'axe achromatique, ils forment les bords d'un hexagone, dont les sommets correspondent aux sommets entourés de la figure 4.3. Le secteur rouge-jaune de cet hexagone est reproduit dans la figure 4.6, dans lequel le sommet en

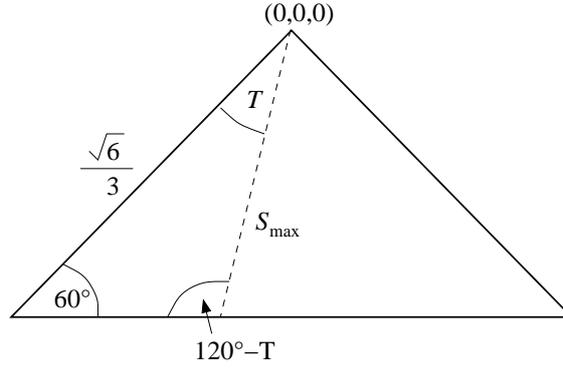


FIG. 4.6. – Le secteur rouge-jaune de l’hexagone obtenu par la projection de la plus grande surface d’iso-clarté sur le plan perpendiculaire à l’axe achromatique qui contient l’origine  $(0, 0, 0)$ . Les sommets en bas correspondent aux points rouge (à gauche) et jaune. L’angle  $T$  prend des valeurs entre  $0^\circ$  et  $60^\circ$ .

haut correspond à l’origine  $(0, 0, 0)$ , le sommet en bas à gauche correspond au rouge  $\mathbf{r} = (1, 0, 0)$  et le troisième sommet correspond au jaune  $\mathbf{j} = (1, 1, 0)$ . Les coordonnées de ces deux vecteurs  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{j}$  projetés sur le plan en utilisant l’équation 4.5 sont

$$\mathbf{r}_p = \left( \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3} \right) \text{ et } \mathbf{j}_p = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3} \right)$$

avec des normes  $\|\mathbf{r}_p\| = \|\mathbf{j}_p\| = \frac{\sqrt{6}}{3}$ . La distance  $S_{\max}$  représente la distance de l’origine jusqu’au bord de l’hexagone pour une teinte  $T$  donnée, c’est à dire la valeur maximale qui peut être prise par  $\|\mathbf{c}_p\|$  pour une teinte  $T$  donnée. Il est simple de constater en utilisant la figure 4.6 que

$$S_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{2 \sin(120^\circ - T)} \quad (4.14)$$

pour  $0^\circ \leq T < 60^\circ$ , et ainsi que la saturation

$$S = \frac{\|\mathbf{c}_p\|}{S_{\max}} \quad (4.15)$$

En termes de valeurs de  $R$ ,  $V$  et  $B$

$$\|\mathbf{c}_p\| = \left[ \frac{2}{3} (R^2 + V^2 + B^2 - RV - RB - BV) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.16)$$

Pour que l’équation 4.14 soit valable pour les valeurs de  $T \in [0^\circ, 360^\circ)$ , il suffit de remplacer le  $T$  dans l’équation par

$$T^* = T - k(\mathbf{c}) \cdot 60^\circ \quad (4.17)$$

où  $k(\mathbf{c})$  est donné par l’équation 4.9.

Cette définition de saturation donne une valeur de 1 à chaque couleur qui se trouve sur les arêtes du cube RVB qui ne contiennent ni le point  $(0, 0, 0)$ , ni le point  $(1, 1, 1)$ . En effet, la division de  $\|\mathbf{c}_p\|$  par  $S_{\max}$  déforme légèrement l’hexagone en cercle.

## Chroma

Carron [17] propose l'utilisation de la norme de  $\mathbf{c}_p$  multipliée par une constante pour une mesure de saturation non-normalisée qu'il appelle la chroma  $C$ , où

$$C = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\mathbf{c}_p\| \quad (4.18)$$

La constante assure que la valeur de la chroma est égale à 1 pour les six sommets du cube RVB qui ne se trouvent pas sur l'axe achromatique. Pour la chroma, l'hexagone n'est pas déformé en cercle, et la chroma est ainsi égale à 1 à seulement six points (les sommets du cube RVB), et prend les valeurs inférieures à 1 sur les arêtes du cube où la saturation est égale à 1. La chroma de l'image couleur de la figure 4.4a est montrée dans la figure 4.4f.

Évidemment, la valeur de la chroma qui correspond à un vecteur RVB quelconque est toujours inférieure ou égale à la valeur de saturation. La plus grande différence entre ces deux valeurs est produite quand  $T^*$  (équation 4.17) prend une valeur de  $30^\circ$ . En utilisant les équations 4.14 et 4.18, on peut montrer que cette différence maximale est égale à 0.134. Pour illustrer cette différence, la figure 4.4g montre la différence entre la saturation et la chroma de la figure 4.4a, avec un rehaussement de contraste pour rendre les différences plus visibles (la valeur maximale des pixels dans cette image est 0.107).

## Algorithme pour la transformation de l'espace RVB vers l'espace TYS

Pour résumer la discussion des représentations de couleur en coordonnées cylindriques, nous indiquons les équations qui sont utilisées pour calculer une transformation de l'espace RVB vers une représentation de ce type. Pour simplifier la notation, nous faisons désormais référence aux représentations en coordonnées cylindriques de l'espace RVB par un groupe de trois lettres. La première est toujours T pour teinte ; la deuxième est soit Y pour luminance, soit L pour clarté ; et la troisième est soit S pour saturation, soit C pour chroma. Les espaces TYS et TLC sont utilisés dans les chapitres qui suivent. Dorénavant, on n'utilise jamais la saturation cylindrique. Dans les rares cas où on y fait référence, cela sera indiquée par  $S_c$ .

**Clarté :** On est libre de choisir parmi beaucoup de définitions, dont une définition de type donné par l'équation 4.3 est traditionnellement utilisée dans les espaces GLHS. Il est aussi possible d'utiliser une définition de la luminance, donnée par l'équation 4.4.

**Teinte :** Équations 4.7 et 4.8 sont utilisées pour calculer une teinte trigonométrique avec de la trigonométrie. Une teinte approximative, mais plus rapide à calculer est donnée par les équations 4.9 à 4.11. Pour le traitement d'image, la teinte exacte est conseillée. Dans un algorithme de conversion entre l'espace RVB et une représentation en coordonnées cylindriques, il est nécessaire de prendre en compte que la teinte n'est pas définie pour les couleurs achromatiques (niveaux de gris), mais en pratique, la teinte est souvent mise à zéro pour les niveaux de gris.

**Saturation ou Chroma :** On a le choix entre l'utilisation de la saturation ou de la chroma. La saturation est donnée par les équations 4.14 à 4.17, pour lesquelles il est nécessaire d'avoir

calculé la teinte à l'avance. La chroma est donnée par l'équation 4.18. Une comparaison des caractéristiques de la saturation et de la chroma est donnée dans la section 4.1.4.

Carron [17] propose un algorithme simple et efficace pour passer de l'espace RVB vers l'espace TLC. Ici, nous le reproduisons légèrement modifié pour utiliser la luminance perceptuelle (équation 4.4) et pour calculer la saturation à partir de la chroma. Le calcul de la saturation n'est pas obligatoire, mais dépend des besoins de l'utilisateur.

La première étape est le calcul de la luminance  $Y$  et des deux coordonnées chromatiques  $C_1$  et  $C_2$

$$\begin{bmatrix} Y \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2125 & 0.7154 & 0.0721 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ V \\ B \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

suivi par le calcul de la chroma

$$C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \quad (4.20)$$

et de la teinte

$$T = \begin{cases} \text{non-défini} & \text{si } C = 0 \\ \arccos\left(\frac{C_1}{C}\right) & \text{si } C \neq 0 \text{ et } C_2 \leq 0 \\ 360^\circ - \arccos\left(\frac{C_1}{C}\right) & \text{si } C \neq 0 \text{ et } C_2 > 0 \end{cases} \quad (4.21)$$

dans laquelle, en pratique, une valeur de zéro est souvent substituée pour le cas  $C = 0$ . Éventuellement, la saturation peut aussi être calculée

$$S = \frac{2C \sin(120^\circ - T^*)}{\sqrt{3}} \quad (4.22)$$

où

$$T^* = T - k \times 60^\circ \text{ où } k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \text{ pour que } 0^\circ \leq T^* \leq 60^\circ \quad (4.23)$$

### Transformation inverse de l'espace TYS vers l'espace RVB

Si l'on a des valeurs de saturation, les valeurs de chroma correspondantes sont d'abord calculées

$$C = \frac{\sqrt{3}S}{2 \sin(120^\circ - T^*)} \quad (4.24)$$

où  $T^*$  est également donnée par l'équation 4.23.

À partir de la chroma, on procède ainsi

$$C_1 = C \cos(T) \quad (4.25)$$

$$C_2 = -C \sin(T) \quad (4.26)$$

Dans le cas où la teinte est non-définie,  $C_1 = C_2 = 0$ . Finalement, avec la matrice inverse de celle utilisée dans l'équation 4.19

$$\begin{bmatrix} R \\ V \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.7875 & 0.3714 \\ 1.0000 & -0.2125 & -0.2059 \\ 1.0000 & -0.2125 & 0.9488 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

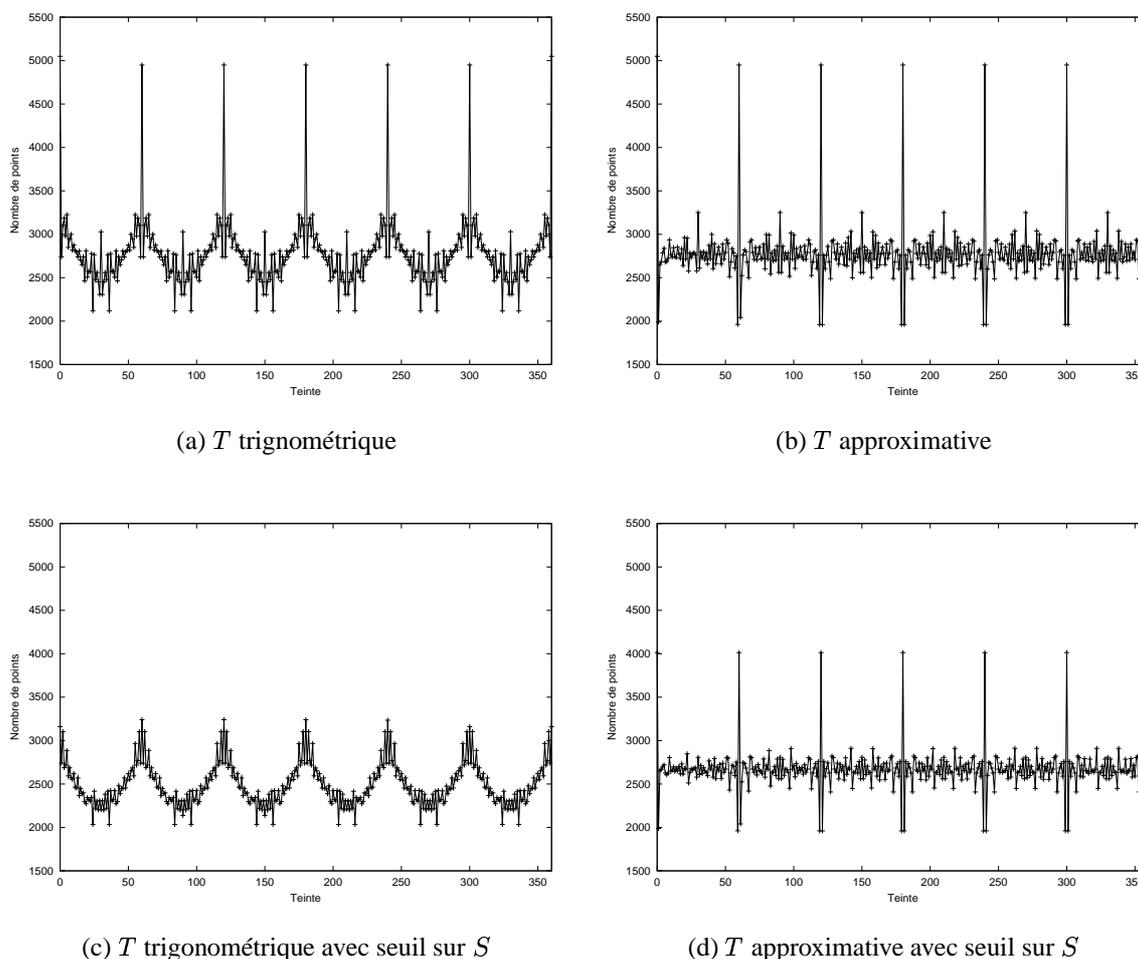


FIG. 4.7. – Distributions (histogrammes) de la composante de teinte  $T$  pour un cube RVB contenant une distribution uniforme de points : (a)  $T$  trigonométrique et (b)  $T$  approximative. Les images (c) et (d) contiennent les distributions pour les vecteurs qui ont une saturation  $S > 0.2$ .

#### 4.1.4. Caractéristiques des modèles TYS et TLC

Les distributions des composantes de clarté, de saturation et de teinte qui sont le résultat d'une transformation d'un cube RVB contenant une distribution uniforme de points ne sont pas uniformes. Cette non-uniformité peut biaiser des mesures statistiques calculées dans cet espace, et doit être prise en compte si des statistiques très précises sont désirées. Une démonstration est présentée ici en commençant par un cube RVB contenant des points uniformément séparés par une distance de 0.01 dans la région  $[0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$ . Pour chaque point du cube, les coordonnées correspondantes de teinte, luminance, clarté, saturation et chroma sont calculées, et des histogrammes des distributions de ces composantes sont tracés.

Nous commençons par une discussion de la composante de teinte. Deux façons de calculer la teinte ont été présentées, une méthode trigonométrique et une méthode approximative. Pour

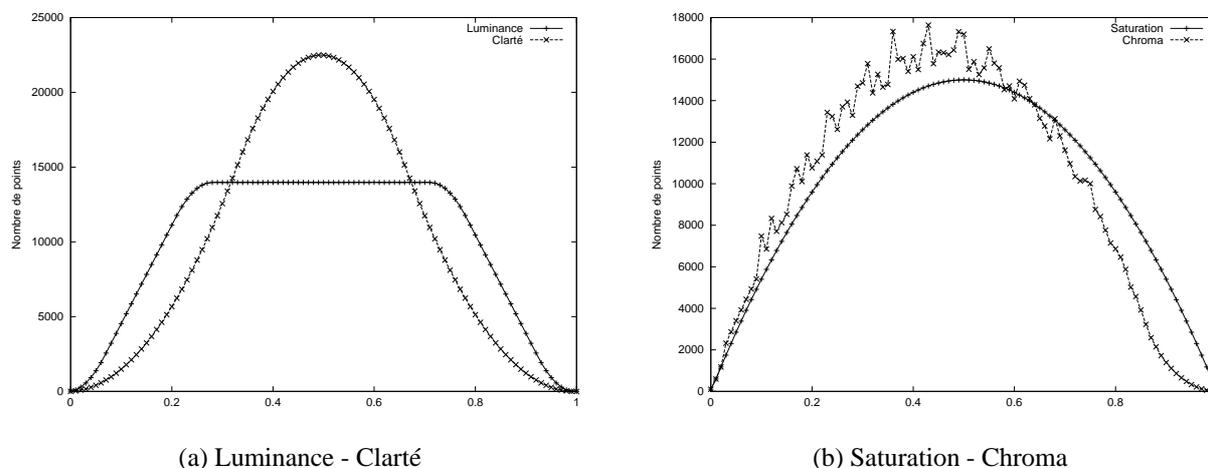


FIG. 4.8. – Distributions des composantes (a) luminance  $Y$  [+] et clarté  $I = \frac{1}{3}R + \frac{1}{3}V + \frac{1}{3}B$  [x] et (b) saturation  $S$  [+] et chroma  $C$  [x] pour un cube RVB contenant une distribution uniforme de points.

créer des histogrammes, les valeurs de teinte calculées par les deux méthodes ont été arrondies à l'entier le plus proche, donnant ainsi des histogrammes de 360 niveaux, avec la valeur au niveau 0 égale à la valeur au niveau 360. Les histogrammes pour le calcul trigonométrique et pour le calcul approximatif sont montrés dans les figures 4.7a et 4.7b respectivement. La caractéristique la plus frappante de ces deux histogrammes est la présence d'un fort pic à chaque multiple de  $60^\circ$ . Si l'on ignore les pics, il paraît que la méthode approximative donne une distribution plus plate que la méthode trigonométrique, pour laquelle la structure hexagonale des plans est clairement visible.

Mais à quoi correspondent les pics ? Leur distribution aux multiples de  $60^\circ$  suggère que la forme des coupes transversales est responsable. L'action d'empiler des hexagones pour bâtir l'espace couleur peut mener à un surplus de points dans ces six directions qui forme les pics d'une hauteur exagérée dans l'histogramme. Pour tester cette hypothèse, nous avons recalculé les histogrammes en utilisant seulement les points avec des saturations plus grandes que 0.2, ce qui donne les histogrammes des figures 4.7c (méthode trigonométrique) et 4.7d (méthode approximative). En enlevant la partie intérieure de l'espace, nous avons supprimé les pics dans la distribution de la teinte trigonométrique. Par contre, ils sont encore visibles dans la distribution de la teinte approximative, toujours accompagnés par une étroite dépression à chaque côté. Ceci démontre que la méthode approximative a tendance à gonfler le nombre de points assignés des teintes qui sont multiples de  $60^\circ$ .

Considérons ensuite des mesures de clarté. Deux mesures ont été calculées, la luminance (équation 4.4) et une valeur de clarté donnée par  $L = \frac{1}{3}R + \frac{1}{3}V + \frac{1}{3}B$ , pour lesquelles les histogrammes de 100 niveaux, montrés dans la figure 4.8a, ont été tracés. Les distributions n'ont rien de remarquable, sauf que la distribution de luminance est plus plate que la distribution de

clarté considérée. Le choix d'une fonction de clarté dépend de l'utilisateur et de l'application envisagée.

Passons finalement à la saturation et à la chroma, dont les deux histogrammes (également de 100 niveaux) sont montrés dans la figure 4.8b. La distribution de la saturation est régulière et symétrique autour de 0.5 à cause de son coefficient de normalisation, tandis que la distribution de la chroma ne manifeste pas ces deux caractéristiques, mais a une forme très irrégulière due à l'espace discret et à la forme hexagonale des plans.

Le choix entre l'utilisation du calcul approximatif ou le calcul trigonométrique de la teinte dépend de la puissance de calcul disponible<sup>1</sup>. Avec des ordinateurs contemporains, il n'existe pas vraiment une bonne raison pour utiliser la chroma ou la teinte approximative dans le traitement d'image quotidien. Le seul domaine dans lequel on peut considérer l'utilisation de ces approximations est l'inspection industrielle à haut débit, où l'utilisation de la saturation et de la teinte trigonométrique peut nécessiter l'utilisation d'un processeur DSP supplémentaire. Pour ce type d'application, une meilleure approximation de la teinte trigonométrique peut néanmoins être obtenue avec les tables indexées pour les fonctions trigonométriques. Une étude complémentaire sur l'effet du bruit dans les canaux RVB sur les composantes de teinte, luminance et chroma est décrite par Carron [17].

## 4.2. L'espace $L^*a^*b^*$

L'espace  $L^*a^*b^*$  est un des deux espaces couleur développés par la CIE pour être approximativement perceptuellement uniforme et indépendant de l'appareil, l'autre étant l'espace  $L^*u^*v^*$ . Dans un espace perceptuellement uniforme, les couleurs qui ont une apparence similaires pour un observateur sont proches dans le système de coordonnées de l'espace si la formule de différence de couleur correspondante est utilisée. L'espace est indépendant de l'appareil si les coordonnées des couleurs ne sont pas prescrites par les particularités d'un appareil quelconque. Les résultats des expériences sur l'uniformité perceptuelle et les formules de différence de couleur dans les espaces  $L^*a^*b^*$  et  $L^*u^*v^*$  sont décrits par Pointer [82] et Robertson [93], avec la conclusion que le niveau d'uniformité perceptuelle des deux espaces est plus ou moins équivalent. Ici, nous considérons l'espace  $L^*a^*b^*$ , qui est le plus souvent utilisé dans les applications industrielles.

Les trois coordonnées de l'espace  $L^*a^*b^*$  sont :

1. La luminosité  $L^*$ .
2. La sensation rouge-vert  $a^*$ , où une valeur positive indique une couleur rouge, et une valeur négative une couleur verte.
3. La sensation jaune-bleu  $b^*$ , où une valeur positive indique une couleur jaune, et une valeur négative une couleur bleue.

Les couleurs achromatiques (grises) se trouvent sur l'axe de luminosité ( $a^* = 0$ ,  $b^* = 0$ ), avec noir à  $L^* = 0$  et blanc à  $L^* = 100$ . Les caractéristiques de chrominance sont résumées

<sup>1</sup>La teinte approximative a été introduite pendant les années 70 pour éviter d'avoir trop de fonctions trigonométriques à évaluer par les ordinateurs de l'époque, pour ainsi accélérer le choix interactif des couleurs dans les programmes de dessin par ordinateur.

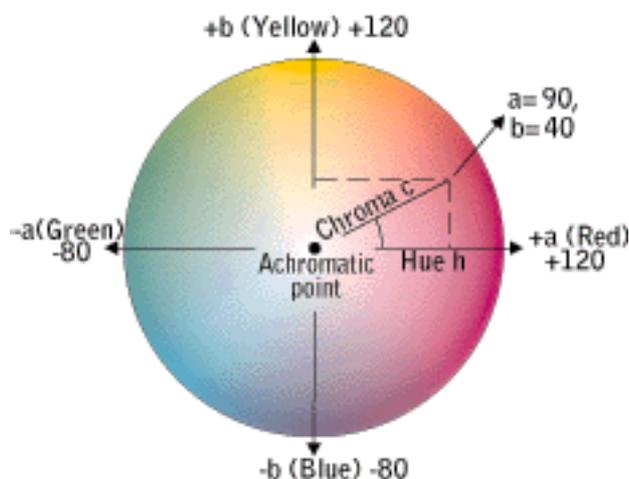


FIG. 4.9. – Diagramme schématisique des coordonnées de la chrominance dans l'espace L\*a\*b\* (source [1]).

schématiquement dans la figure 4.9. Il est clair qu'il est possible de définir une représentation polaire des coordonnées de chrominance. La chroma  $C^*$  et la teinte  $h^*$  sont

$$C^* = [(a^*)^2 + (b^*)^2]^{\frac{1}{2}}$$

et

$$h^* = \arctan\left(\frac{b^*}{a^*}\right)$$

En affinité avec la teinte  $T$  des représentations en coordonnées cylindriques de l'espace RVB, la teinte  $h^*$  se présente comme une valeur angulaire avec une périodicité de  $360^\circ$ . En combinant les coordonnées de chromaticité  $C^*$  et  $h^*$  avec la luminosité  $L^*$ , une représentation cylindrique de l'espace L\*a\*b\* est produite.

### 4.2.1. Différence de couleur

La différence perceptuelle entre deux couleurs, dont chacune est représentée par des coordonnées  $L^*$ ,  $a^*$  et  $b^*$  est donnée par la distance euclidienne

$$\Delta E_{ab}^* = [(\Delta L^*)^2 + (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (4.28)$$

Pour la représentation cylindrique, la distance euclidienne entre deux couleurs  $(L_1^*, h_1^*, C_1^*)$  et  $(L_2^*, h_2^*, C_2^*)$  est

$$\Delta E_{ab}^* = [(\Delta L^*)^2 + C_1^* + C_2^* - 2C_1^*C_2^* \cos(\Delta h^*)]^{\frac{1}{2}} \quad (4.29)$$

où  $\Delta h^* = (h_1^* - h_2^*)$ .

L'uniformité perceptuelle de l'espace L\*a\*b\* implique que si, pour deux couleurs, la distance  $\Delta E_{ab}^*$  est petite, les couleurs sont visuellement similaires. Une valeur de  $\Delta E_{ab}^*$  d'environ 2.3 correspond à une différence de couleur à peine visible [63].

### 4.2.2. Transformation entre les espaces RVB et L\*a\*b\*

La transformation de l'espace RVB vers l'espace L\*a\*b\* passe par l'espace CIE XYZ. Pour la transformation de RVB à XYZ, il est nécessaire de connaître les coordonnées dans l'espace XYZ des trois couleurs primaires de l'espace RVB et les coordonnées de la référence de blanc. Les coordonnées des couleurs primaires caractérisent l'appareil d'acquisition d'image (ou de visualisation pour une transformation inverse), et la référence de blanc caractérise l'éclairage de la scène. Si les caractéristiques de l'éclairage sont connues, la spécification de la référence de blanc est simple. Sinon, il est possible de faire une hypothèse, ou d'utiliser une technique pour estimer la référence de blanc à partir d'une image [16, 92]. Tous les détails de la transformation linéaire entre un espace RVB et l'espace XYZ sont donnés dans l'annexe A. Pour les transformations dans cette thèse, les couleurs primaires et la référence de blanc  $D_{65}$  de la CIE données dans la spécification Rec. 709 pour télévision de haute définition [84] sont utilisées.

La transformation non-linéaire pour passer de l'espace XYZ à l'espace L\*a\*b\* est reproduite ici. La luminance  $L^*$  est

$$L^* = 116 \left( \frac{Y}{Y_{wp}} \right)^{\frac{1}{3}} - 16 \quad \text{si } \frac{Y}{Y_{wp}} > 0.008856$$

et

$$L^* = 903.3 \frac{Y}{Y_{wp}} \quad \text{si } \frac{Y}{Y_{wp}} \leq 0.008856$$

Les coordonnées de chroma  $a^*$  et  $b^*$  sont

$$\begin{aligned} a^* &= 500 \left[ f \left( \frac{X}{X_{wp}} \right) - f \left( \frac{Y}{Y_{wp}} \right) \right] \\ b^* &= 200 \left[ f \left( \frac{Y}{Y_{wp}} \right) - f \left( \frac{Z}{Z_{wp}} \right) \right] \end{aligned}$$

où

$$f \left( \frac{\alpha}{\alpha_{wp}} \right) = \left( \frac{\alpha}{\alpha_{wp}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{si } \frac{\alpha}{\alpha_{wp}} > 0.008856$$

et

$$f \left( \frac{\alpha}{\alpha_{wp}} \right) = 7.787 \left( \frac{\alpha}{\alpha_{wp}} \right) + \frac{16}{116} \quad \text{si } \frac{\alpha}{\alpha_{wp}} \leq 0.008856$$

Le symbole  $\alpha$  représente  $X$ ,  $Y$  ou  $Z$ , et  $[X_{wp}, Y_{wp}, Z_{wp}]$  sont les coordonnées de la référence de blanc. La transformation inverse est donnée dans l'annexe A.

### 4.2.3. Caractéristiques de l'espace L\*a\*b\*

Les caractéristiques les plus intéressantes d'une transformation vers l'espace L\*a\*b\* sont l'effet de la quantisation des composantes sur les résultats, le niveau d'uniformité perceptuelle de l'espace, et la forme de la gamme de couleurs dans l'espace. Les deux premières caractéristiques sont discutées par Mahy et al [62]. Dans cette section, nous examinons, d'une façon similaire

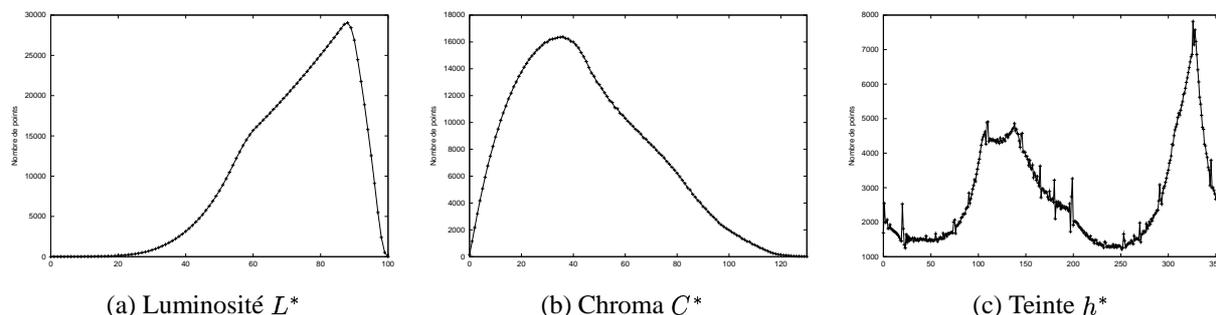


FIG. 4.10. – Histogrammes de la luminosité  $L^*$ , chroma  $C^*$  et teinte  $h^*$  après une transformation d'un cube dans l'espace RVB à l'espace  $L^*a^*b^*$ .

à celle utilisée pour les espaces TYS et TLC dans la section 4.1.4, la forme de la gamme de couleurs obtenue dans l'espace  $L^*a^*b^*$  en faisant une transformation d'un cube RVB avec des paramètres du standard Rec. 709. Cette transformation donne une gamme d'une forme complexe, la forme étant déterminée par les coordonnées des couleurs primaires et de la référence de blanc.

### Distributions des composantes

Commençons, comme précédemment, avec un cube dans l'espace RVB rempli de points uniformément séparés par une distance de 0.01 dans la région  $[0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$ . Les histogrammes des distributions des composantes de luminosité  $L^*$ , de chroma  $C^*$  et de teinte  $h^*$  sont montrés dans la figure 4.10.

Les histogrammes pour la luminosité et la chroma montrent respectivement que la plupart des couleurs ont une valeur de luminosité élevée, et que la distribution de chroma a une forme analogue à celle pour l'espace TYS (figure 4.8b). Une comparaison de la distribution de la teinte  $h^*$  avec celle de la teinte  $T$  des espaces TYS et TLC (figure 4.7c) révèle qu'il n'y a pas de pics périodiques pour  $h^*$ . Néanmoins, la distribution n'est pas plate, et il existe des régions qui donnent l'apparence d'avoir trop de pixels. Celle-ci est davantage étudiée en regardant un histogramme bi-dimensionnel des coordonnées de la chrominance.

Pour calculer cet histogramme de chrominance, nous avons transformé un cube dans l'espace RVB rempli de points séparés par une distance de  $1/256$  dans la région  $[0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$ . Pour chaque point  $(R, V, B)$ , après sa transformation vers l'espace  $L^*a^*b^*$ , les coordonnées résultantes  $a^*$  et  $b^*$  ont été arrondies à la valeur entière la plus proche, pour ensuite incrémenter la valeur de l'histogramme à la position  $(a^*, b^*)$ . L'histogramme produit est montré dans la figure 4.11. Dans cette image, le niveau de gris à chaque position  $(a^*, b^*)$  indique le nombre de couleurs du cube initial qui ont été transformées à cette position. Dans l'espace tri-dimensionnel entier, ces couleurs auraient eu des valeurs de luminosité différentes. Cet histogramme nous permet de faire quelques observations utiles :

1. La plus grande concentration de points est près de l'origine, la position de l'axe de luminosité.

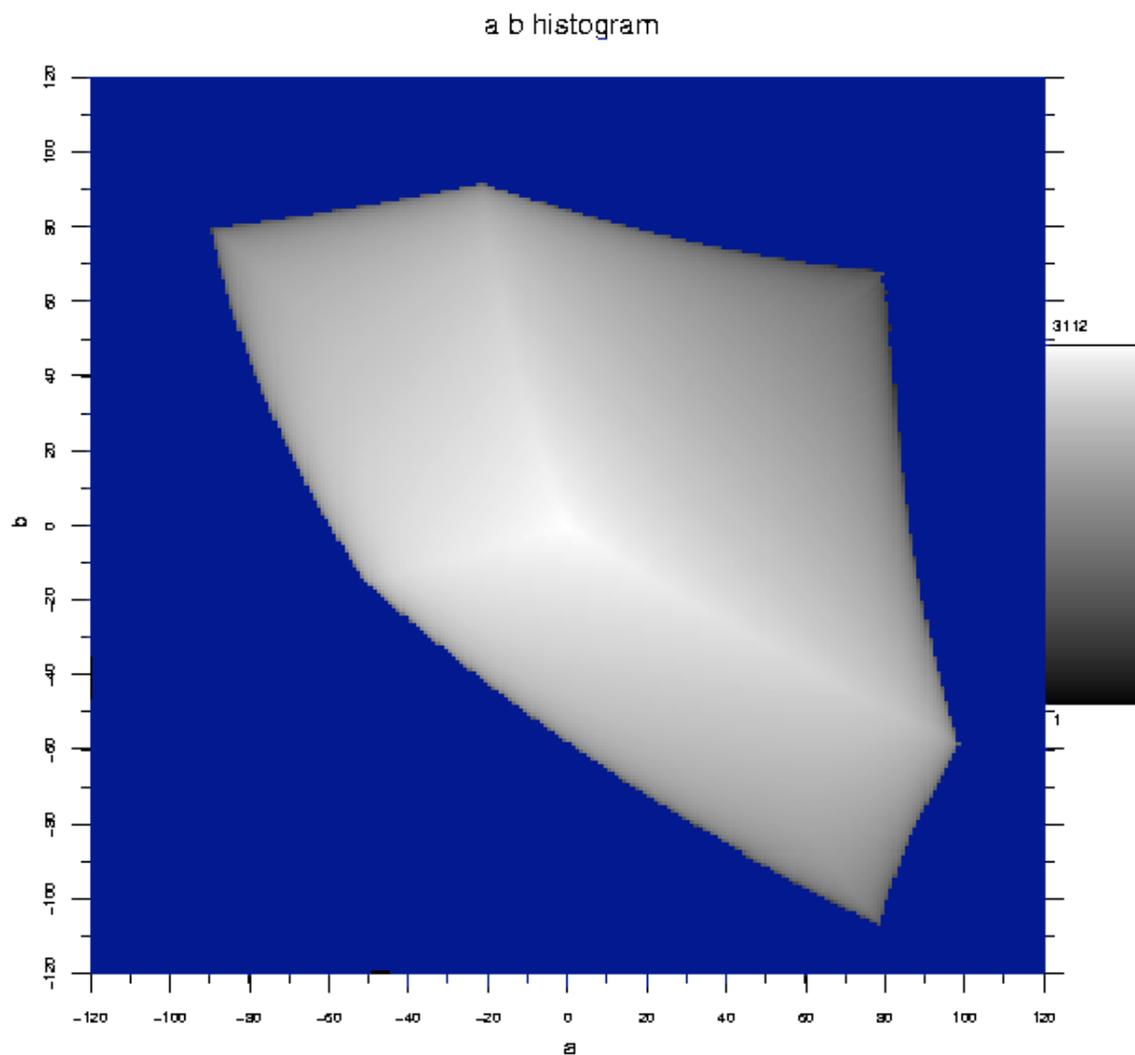


FIG. 4.11. – L’histogramme bi-dimensionnel des coordonnées de chrominance  $a^*$  et  $b^*$  produit par une transformation d’un cube dans l’espace RVB vers l’espace  $L^*a^*b^*$ . Le niveau de gris à chaque position  $(a^*, b^*)$  indique le nombre de points dans le cube RVB qui prend ces valeurs de chrominance. Les régions contenant des valeurs de zéro sont marquées en bleu.

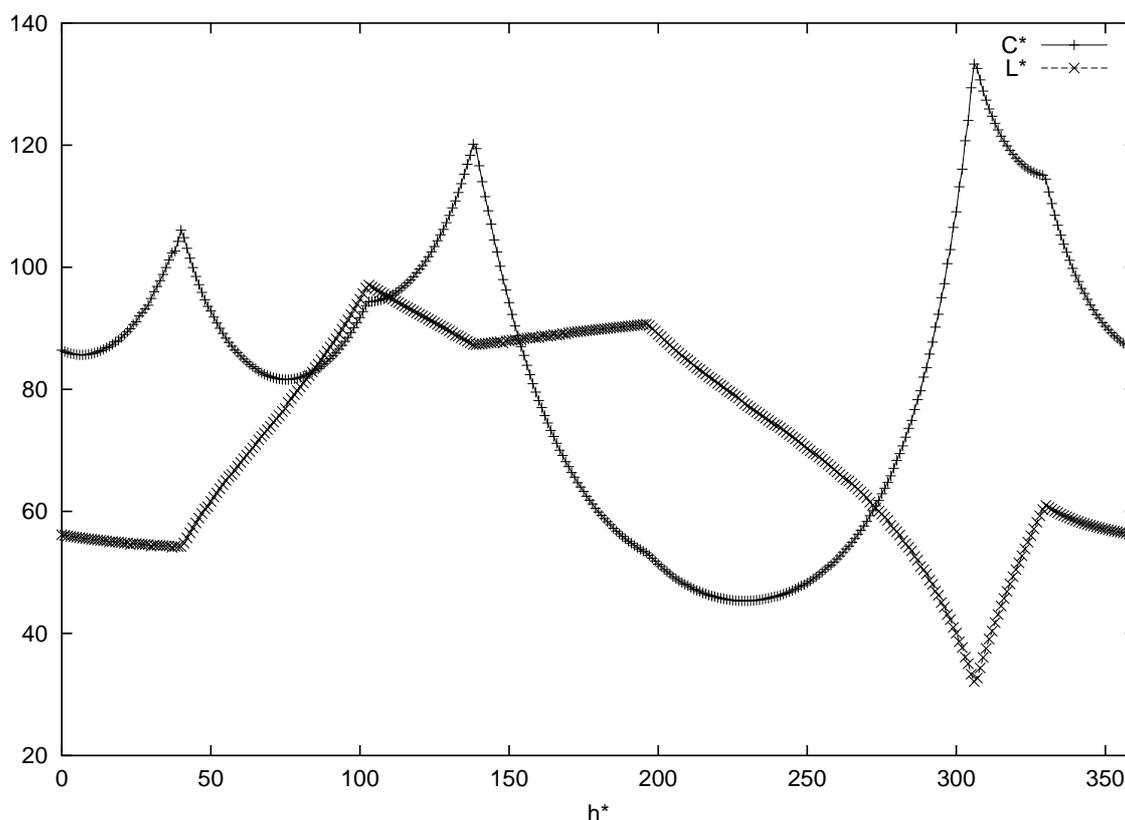


FIG. 4.12. – Valeurs de la chroma  $C^*$  [ + ] et de la luminosité  $L^*$  [ x ] pour les points extrêmes de l'espace  $L^*a^*b^*$  en fonction de la teinte  $h^*$ .

2. La distribution de couleurs n'est pas circulaire — la valeur maximale de  $C^*$  dépend de  $h^*$  (en conformité avec l'histogramme uni-dimensionnel de la teinte dans la figure 4.10c).

Pointer [81] donne les résultats d'une étude plus vaste visant à trouver la forme de cette gamme de couleur à partir de 4089 échantillons colorés.

### Points extrêmes

Les points extrêmes de la gamme de couleurs dans l'espace  $L^*a^*b^*$  sont ceux qui sont les plus éloignés de l'axe de luminosité, c'est à dire, les points avec les valeurs maximales de  $C^*$ . Ces points extrêmes sont visibles sur l'histogramme de la figure 4.11, mais il est intéressant de trouver la valeur de la luminosité qui correspond à chacun de ces points.

Pour la transformation du cube RVB, pour chaque valeur entière de  $h^*$ , le point avec la plus grande chroma  $C^*$  est trouvé. Dans la figure 4.12, la valeur de  $C^*$  est tracée pour les points extrêmes correspondant à chaque valeur entière de  $h^*$ , avec la valeur  $L^*$  correspondante. Ces fonctions sont désormais indiquées par  $C_{\text{ext}}(h)$  et  $L_{\text{ext}}(h)$ , pour lesquelles les valeurs peuvent être lues sur le graphe pour les valeurs entières de  $h$ , et interpolées pour les valeurs non-entières.

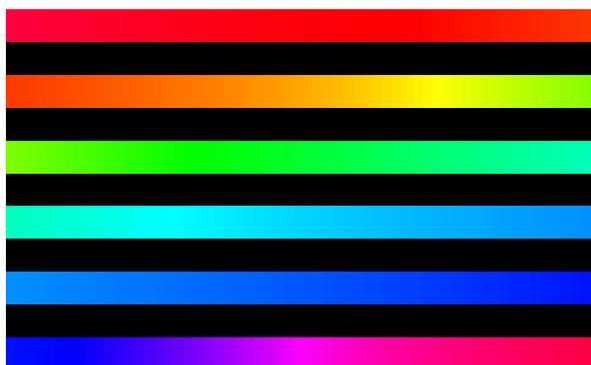


FIG. 4.13. – Les couleurs qui correspondent aux points extrêmes de l'espace  $L^*a^*b^*$ . La première ligne contient les valeurs de  $h^*$  de  $0^\circ$  à  $59^\circ$ , la deuxième de  $60^\circ$  à  $119^\circ$ , etc.

#### 4.2.4. Comparaison entre l'espace TLS et l'espace $L^*a^*b^*$

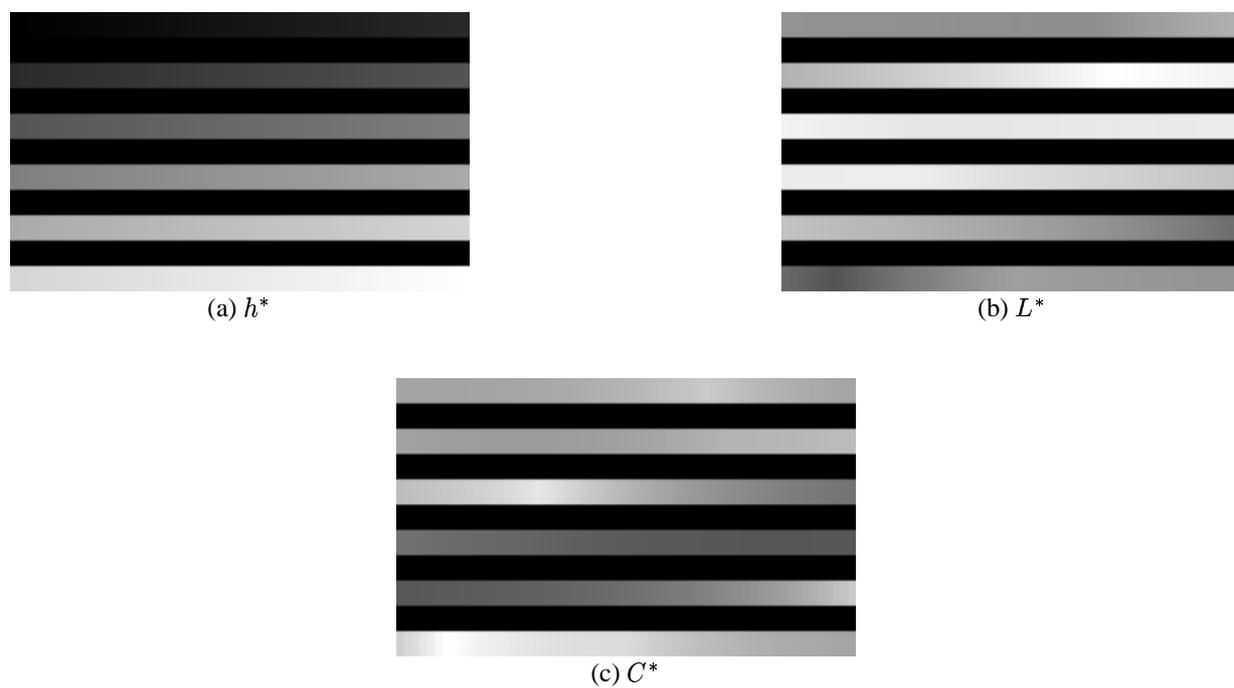
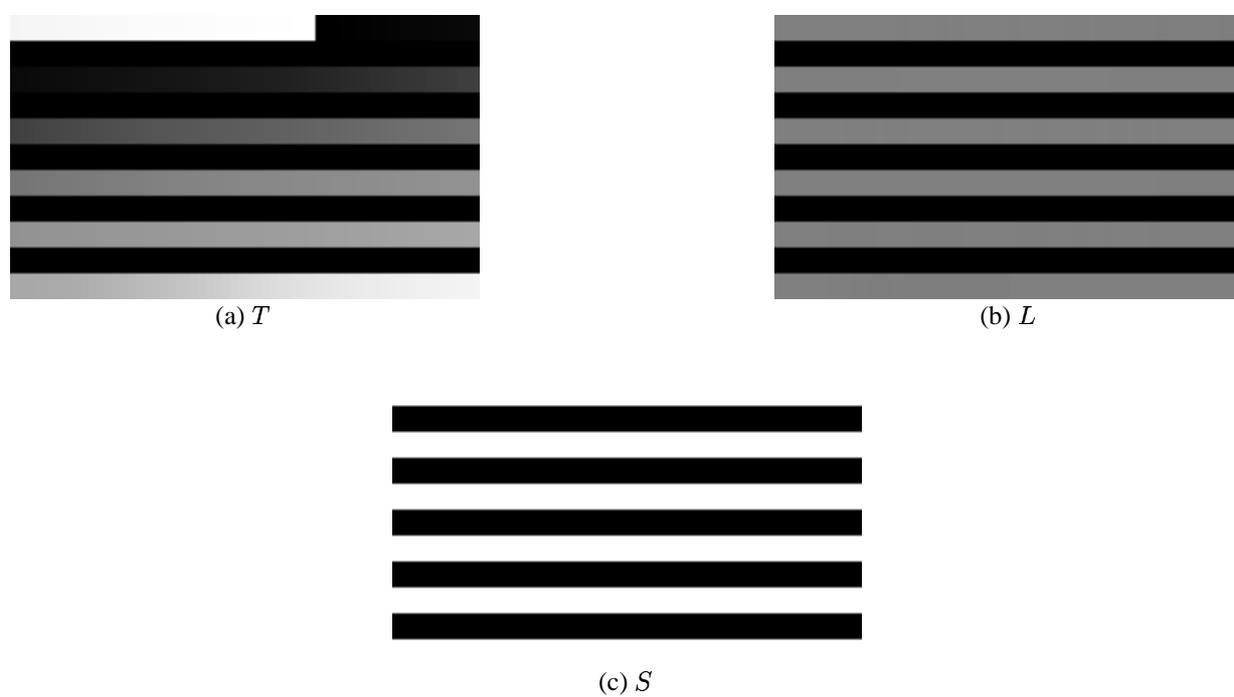
Les espaces TLS et  $L^*a^*b^*$  contiennent tous deux les points extrêmes, c'est à dire, les points les plus éloignés de l'axe de luminosité. Pour l'espace  $L^*a^*b^*$ , ces points se trouvent aux positions données dans le graphe de la figure 4.12 ; et pour l'espace TLS, par les points avec des valeurs de saturation maximales ( $S = 1$ ). Dans le cas où l'on a bien choisi les couleurs primaires et la référence de blanc adaptées à un écran d'ordinateur, il est intéressant de vérifier que les points extrêmes des deux espaces coïncident.

Pour démontrer cette coïncidence, nous créons d'abord une image contenant les couleurs qui correspondent aux points extrêmes de l'espace  $L^*a^*b^*$ , dont les coordonnées peuvent être lues sur le graphe de la figure 4.12. Ces couleurs, pour les valeurs entières de la teinte entre  $0^\circ$  et  $360^\circ$ , sont montrées dans la figure 4.13, dont les images des trois composantes sont montrées dans la figure 4.14. La figure 4.13 est ensuite transformée à l'espace TLS (via l'espace RVB), avec l'équation 4.2 utilisée pour la mesure de clarté. Les trois composantes de cet espace sont montrées dans la figure 4.15. Les valeurs de tous les pixels de la composante de clarté  $L$  sont  $\frac{1}{2}$  (figure 4.15b), ce qui correspond à la position des couleurs les plus saturées pour le modèle choisi ; et les valeurs de saturation  $S$  sont 1 partout (figure 4.15c). Malgré un petit déplacement de l'origine de la teinte entre les deux espaces, il est clair que les points extrêmes de l'espace  $L^*a^*b^*$  coïncident avec les points extrêmes de l'espace TLS, et ainsi avec toutes représentations en coordonnées cylindriques de l'espace RVB.

### 4.3. L'utilisation de ces espaces

Les espaces de type teinte, clarté et saturation sont en général utilisés pour la spécification des couleurs dans les logiciels, mais aussi dans le traitement d'image pour avoir accès à une description d'une image en termes de coordonnées plus intuitives.

Traditionnellement, l'utilisation de ces espaces comporte un certain niveau de mystère et de confusion. À cause de la multitude de versions de cette représentation en coordonnées cylindriques disponible, il y a souvent une incertitude par rapport à la version utilisée dans un

FIG. 4.14. – Composantes  $h^*$ ,  $L^*$  et  $C^*$  de l'image de la figure 4.13.FIG. 4.15. – Composantes  $T$ ,  $L$  et  $S$  de l'image de la figure 4.13. La composante  $L$  est calculée par l'équation 4.2.

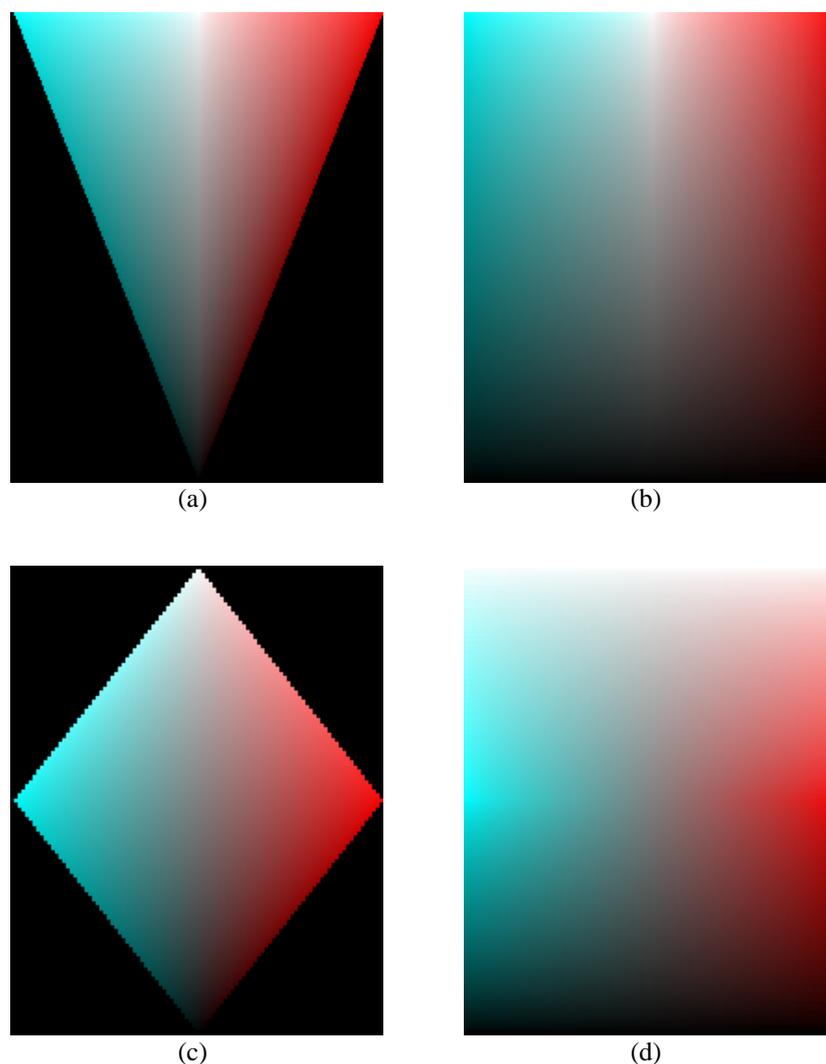


FIG. 4.16. – Coupes verticales des espaces (a) HSV, (b) HSV cylindrique, (c) HLS et (d) HLS cylindrique. Chaque coupe a l'axe achromatique au centre, les teintes de  $0^\circ$  à droite et des teintes de  $180^\circ$  à gauche.

algorithme ou dans un logiciel de traitement d'image. Les transformations aux versions en forme de cylindre de ces espaces, moins adaptées à l'analyse d'image, se trouvent actuellement dans presque toute la littérature, souvent accompagnées d'un diagramme d'un espace conique ou bi-conique. Un bon exemple de la confusion est un développement très pédagogique dans un texte de traitement d'image qui, à partir d'une fonction de luminance du modèle triangulaire, construit une représentation en forme d'un cylindre qui correspond à un cône pour la saturation, mais qui est accompagnée par un diagramme d'un double-cône. L'utilisation d'une saturation non-cylindrique, à cause de son indépendance de la fonction de clarté, mène à une réduction du nombre de représentations de l'espace RVB en coordonnées cylindriques disponible.

Des coupes verticales des espaces HSV et HLS sont montrées dans la figure 4.16, avec les espaces coniques à gauche et les espaces en formes de cylindre à droite. Dans une application qui demande à l'utilisateur de définir ou de choisir des couleurs, on n'est pas vraiment gêné par les représentations cylindriques. En revanche, cette représentation rend plus facile la détection des couleurs spécifiée en dehors de l'espace. Pour le traitement d'image, par contre, l'utilisation d'un espace cylindrique peut impliquer des erreurs de traitement. Par exemple, Demarty et Beucher [31] ont appliqué un seuil constant sur la saturation dans un espace HLS en forme de cylindre pour différencier entre les pixels colorés et non-colorés. Dans la figure 4.16d, ce seuil correspond à une ligne verticale de chaque côté de l'axe achromatique, ce qui clairement ne correspond pas à une saturation constante. Demarty [30] a ensuite amélioré le seuil en utilisant un hyperboloïde  $S_c V = \text{const}$  dans l'espace HSV en forme de cylindre (figure 4.16b), ce qui est équivalent à un seuil constant de la saturation dans l'espace HSV (figure 4.16a). Smith [104] fait l'hypothèse que l'espace HSV en forme de cylindre est perceptuellement uniforme avec l'utilisation d'une distance euclidienne, mais en regardant la figure 4.16b, on aperçoit qu'une distance quelconque dans la partie supérieure de l'espace correspond à un changement perceptuelle de couleur beaucoup plus marqué que la même distance dans la partie inférieure. Il est possible que les versions non-cylindriques de cet espace soient plus perceptuellement uniforme, mais ceci n'a pas encore été vérifié.

Une critique des espaces de type TYS est qu'ils sont trop liés à l'espace RVB, et que leurs fonctions de clarté ne correspondent pas à la perception de luminance par l'œil humain [85]. Effectivement, les fonctions de clarté de l'espace GLHS classique ont toutes une forme plus ou moins symétrique autour de l'axe achromatique. Par contre, avec la saturation non-cylindrique suggérée dans ce chapitre, la fonction de clarté choisie n'a pas d'effet sur la teinte et sur la saturation, et on est donc libre de choisir n'importe quelle fonction de clarté (pourvu que ses surfaces d'iso-clarté soient parallèles), y compris les fonctions de luminance de base psychovisuelle.

La seule situation dans laquelle les espaces coniques sont moins convenables est l'utilisation des opérateurs qui changent la valeur de la saturation indépendamment des deux autres coordonnées. Le meilleur exemple est la transformation qui met toutes les saturations au maximum. Dans un espace en forme de cylindre, il est facile de mettre la saturation cylindrique à la valeur maximale de 1 partout, mais dans un espace d'une forme plus compliquée, il est nécessaire de gérer la saturation maximale en fonction de la clarté. Pour les espaces HLS et HSV, qui ont une forme assez simple, il est facile de passer de la saturation cylindrique à la saturation (non-cylindrique). Pour l'espace HLS

$$S = S_c \left[ 1 - 2 \left| \frac{1}{2} - L \right| \right]$$

et pour l'espace HSV,

$$S = S_c L$$

Ce passage devient plus difficile dans l'espace TYS pour lequel une fonction de luminance psychovisuelle est utilisée, pour lequel les couleurs de saturation maximale n'ont pas toutes la même luminance.

En résumé, quand un espace de type teinte, clarté et saturation est utilisé, il est important de savoir si la version cylindrique ou conique est utilisée. Pour les applications qui nécessitent une

comparaison entre des valeurs de la saturation (la morphologie mathématique par exemple), il est indispensable que les valeurs de saturation ne soient pas des fractions des valeurs maximales en fonction de la clarté (c'est à dire des valeurs dans un espace en forme de cylindre), parce que la comparaison des fractions pour lesquelles le dénominateur est une valeur non-constante et inconnue n'a pas de sens. Il existe quand même des opérations pour lesquelles une représentation en forme de cylindre est convenable, surtout des opérateurs de style «augmentation de saturation», qui ne font pas de comparaison entre des valeurs.

L'espace  $L^*a^*b^*$  a de bonnes propriétés d'indépendance de l'appareil et d'uniformité perceptuelle. Avec des capteurs d'image et des appareils de visualisation bien calibrés, ces propriétés font de l'espace un puissant outil de travail. L'indépendance de l'appareil permet l'échange de mesures colorimétriques exactes entre personnes ou entre machines, ce qui suggère l'utilisation de cet espace dans les systèmes de gestion de couleurs qui gèrent le transfert d'informations couleur entre des périphériques d'acquisition et de visualisation d'image (par exemple, scanners, imprimantes et écrans vidéo) [49]. La propriété d'uniformité perceptuelle rend l'espace  $L^*a^*b^*$  utile pour les applications d'assortiment d'objets colorés, par exemple des carreaux céramiques [8, 9], ou la segmentation d'objets colorés, par exemple la segmentation d'images de granit [98] (dans lequel l'espace  $L^*u^*v^*$  est utilisé). Une critique de l'espace  $L^*a^*b^*$  est que la transformation de l'espace RVB est trop lente pour son utilisation dans des applications en temps réel, mais des méthodes existent pour accélérer le calcul, par exemple l'utilisation d'une approximation de la racine cubique [27].

La distance euclidienne dans l'espace  $L^*a^*b^*$  exprime bien la différence perceptuelle entre deux couleurs proches, mais pour les couleurs très différentes, cette mesure est moins significative. Demarty [30] donne comme exemple, dans le cadre d'une étude sur les gradients couleur dans plusieurs espaces, la distance euclidienne entre un vert et un magenta de 272.7, et entre noir et blanc de 100.4, distances qui ne correspondent pas aux différences aperçues visuellement.

Un aspect des images couleur qui est en général ignoré dans le traitement d'image, et qui a été également laissé à côté dans ce chapitre, c'est le sujet de codage linéaire ou non-linéaire des trois canaux d'une image couleur [83]. Si une correction de gamma est appliquée par une caméra vidéo, le codage des trois canaux est non-linéaire, ce qui rend la transformation  $L^*a^*b^*$  ainsi que la fonction de luminance (équation 4.4) non-valables.

En conclusion, deux espaces couleur sont présentés dans ce chapitre. L'espace  $L^*a^*b^*$  est un standard de la Commission Internationale de l'Éclairage (CIE) et a des propriétés d'une bonne uniformité perceptuelle et, avec la bonne calibration, une indépendance de l'appareil. L'espace TYS est une amélioration des espaces de type GLHS, qui permet l'utilisation d'une fonction de luminance psychovisuelle. Cet espace est fortement lié à l'espace RVB, mais permet le traitement d'image en termes de coordonnées plus intuitives. Surtout, l'espace TYS peut être utile dans le cas où on a besoin d'avoir accès à ces coordonnées intuitives, mais où on ne connaît pas les paramètres de l'appareil d'acquisition d'image ou de l'éclairage de la scène pour permettre une transformation vers l'espace  $L^*a^*b^*$ .

Coordonnée cylindrique	Teinte, saturation et clarté généralisée	L*a*b* cylindrique
$\theta$	$T$ - teinte	$h^*$ - teinte
$r$	$S$ - saturation normalisée $C$ - saturation non-normalisée (appelée chroma)	$C^*$ - chroma
$z$	$L$ - clarté $Y$ - luminance	$L^*$ - luminosité

TAB. 4.1. – Résumé des espaces couleur décrits par des coordonnées cylindriques.

## 4.4. Résumé

Deux espaces couleur sont décrits dans ce chapitre. Pour le premier, nous faisons une fusion des meilleures caractéristiques de divers espaces de type teinte, saturation et clarté pour proposer une représentation généralisée de l'espace RVB en coordonnées cylindriques. L'avantage de l'espace proposé est l'indépendance des mesures de saturation et de clarté, ce qui permet un grand choix de fonctions de clarté ou de luminance. Le deuxième espace décrit est l'espace L\*a\*b\*, un espace standardisé par la CIE. Des discussions des caractéristiques de ces espaces et une comparaison entre eux sont également présentées.

En résumé, le tableau 4.1 présente les mesures dans les deux espaces traités qui correspondent aux trois coordonnées d'un système de coordonnées cylindriques générales, où  $z$  donne la position sur l'axe central,  $r$  la distance de cet axe, et  $\theta$  l'angle. Notons que même si des mesures appelées «chroma» existent dans les deux espaces, elles ne sont pas pareilles.



## 5. Application aux espaces couleur

Nous avons déjà discuté de l'application de la morphologie mathématique aux valeurs sur le cercle unité, et nous avons donné quelques exemples du traitement morphologique des images de directions qui résument une texture orientée, un cas dans lequel on peut souvent se permettre de traiter les données angulaires séparément. Mais ce traitement séparé n'est pas toujours possible parce qu'il y a souvent des mesures supplémentaires étroitement associées à la valeur angulaire : l'amplitude associée à la phase d'une transformée de Fourier, ou les coordonnées de saturation et de luminance associées à la teinte.

Dans ce chapitre, nous traitons ce dernier cas, la morphologie mathématique appliquée aux images couleur représentées dans un système de coordonnées cylindriques. À chaque pixel de ce type d'image numérique, on a un vecteur qui contient une valeur angulaire, la teinte, et deux mesures linéaires, la saturation et la luminance. Le but de ce chapitre est de développer des opérateurs de traitement d'image morphologiques capables de prendre en compte ces deux types de données dans le même vecteur. Nous commençons par les statistiques circulaires appliquées à la teinte, pour lesquelles nous suggérons une méthode de pondération de la teinte par la saturation pour permettre la prise en compte de la saturation dans les mesures de la teinte moyenne et de sa variance (section 5.1).

L'application des opérateurs morphologiques à des images couleur est un cas spécial de la morphologie mathématique vectorielle. Quelques aspects de ce sujet, notamment les ordres vectoriels, sont discutés dans la section 5.2. La discussion de la morphologie mathématique appliquée aux images couleur est divisée en deux parties selon les espaces couleur utilisés. Nous traitons d'abord, dans la section 5.3, les ordres lexicographiques dans l'espace TYS (l'espace introduit dans le chapitre précédent). Dans cet espace, nous démontrons que pour obtenir des résultats utilisables avec un opérateur morphologique qui agit sur la teinte, il est nécessaire de pondérer la teinte par la saturation. La méthode de pondération introduite ici est néanmoins différente à celle suggérée dans le cadre des statistiques de la teinte. Finalement, nous considérons l'application de la morphologie mathématique dans la représentation en coordonnées cylindriques de l'espace  $L^*a^*b^*$  (section 5.4). Comme il est démontré dans le chapitre précédent, cet espace est caractérisé par une gamme de couleurs d'une forme très irrégulière. Pour pouvoir imposer un ordre sur les couleurs dans cette gamme, nous suggérons l'utilisation d'une fonction de pondération de vecteurs, la fonction étant basée sur la notion d'un potentiel électrostatique.

## 5.1. Statistiques de la couleur

Dans un espace couleur représenté en coordonnées cylindriques, l'espace TYS par exemple, si on traite les canaux séparément, les formules de la statistique classique peuvent être utilisées pour calculer les statistiques de la luminance et de la saturation. Pour la teinte, les formules de la statistique circulaire (section 2.2) doivent être utilisées.

Ce genre de traitement par canaux présente le désavantage d'ignorer la relation entre les deux canaux de chrominance, la saturation et la teinte, pour ainsi donner une importance égale aux teintes des couleurs saturées et non-saturées. Une moyenne de la teinte pondérée par la saturation permet la prise en compte simultanée des deux composantes de chrominance. Étant donné  $n$  paires de valeurs, la teinte  $T_i$  et la saturation associée  $S_i$ . Pour calculer la moyenne de la teinte pondérée par la saturation pour ces données, on procède, comme dans la section 2.2, par le calcul de la direction du vecteur résultant de la somme des vecteurs dans les directions  $T_i$ , sauf qu'au lieu de vecteurs unitaires, le vecteur avec la direction  $T_i$  a une longueur proportionnelle à la saturation  $S_i$ . Les teintes associées aux petites valeurs de saturation ont ainsi moins d'influence sur le résultat. Les changements aux équations de la section 2.2 pour calculer la teinte pondérée sont maintenant présentés. Les équations 2.6 et 2.7 sont remplacés par

$$A_S = \sum_{i=1}^n S_i \cos T_i, \quad B_S = \sum_{i=1}^n S_i \sin T_i, \quad R_S^2 = A_S^2 + B_S^2 \quad (5.1)$$

et on remplace  $A$  et  $B$  dans l'équation 2.5 par  $A_S$  et  $B_S$  pour donner

$$\bar{T}_S = \begin{cases} \arctan\left(\frac{B_S}{A_S}\right) & \text{si } B_S > 0, A_S > 0 \\ \arctan\left(\frac{B_S}{A_S}\right) + \pi & \text{si } A_S < 0 \\ \arctan\left(\frac{B_S}{A_S}\right) + 2\pi & \text{si } B_S < 0, A_S > 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{si } A_S = 0, B_S > 0 \\ \frac{3\pi}{2} & \text{si } A_S = 0, B_S < 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

où la moyenne de la teinte pondérée par la saturation est dénotée  $\bar{T}_S$ . La longueur moyenne (équation 2.8) devient

$$\bar{R}_S = \frac{R_S}{\sum_{i=1}^n S_i}$$

Cette expression reste un indice de la dispersion des valeurs de la teinte, et elle n'est pas liée à la moyenne classique de la saturation. La *direction* de la moyenne  $\bar{T}_S$  est indépendante du choix de l'origine de la teinte, même si sa *valeur* angulaire dépend de cette origine.

En pratique, pour les images qui contiennent des couleurs fortement saturées, on ne remarque pas de différence entre la moyenne de teinte pondérée et non-pondérée. La figure 5.1a est un exemple dans lequel la différence est importante. Pour cette image, la moyenne de teinte non-pondérée est  $\bar{T} = 326.9^\circ$ , et la moyenne de teinte pondérée est  $\bar{T}_S = 19.7^\circ$ . Pour démontrer la différence, les seuils sur les intervalles  $[\bar{T} - 20^\circ, \bar{T} + 20^\circ]$  et  $[\bar{T}_S - 20^\circ, \bar{T}_S + 20^\circ]$  sont montrés dans les figures 5.1b et 5.1c respectivement. Il est clair que la moyenne de teinte pondérée

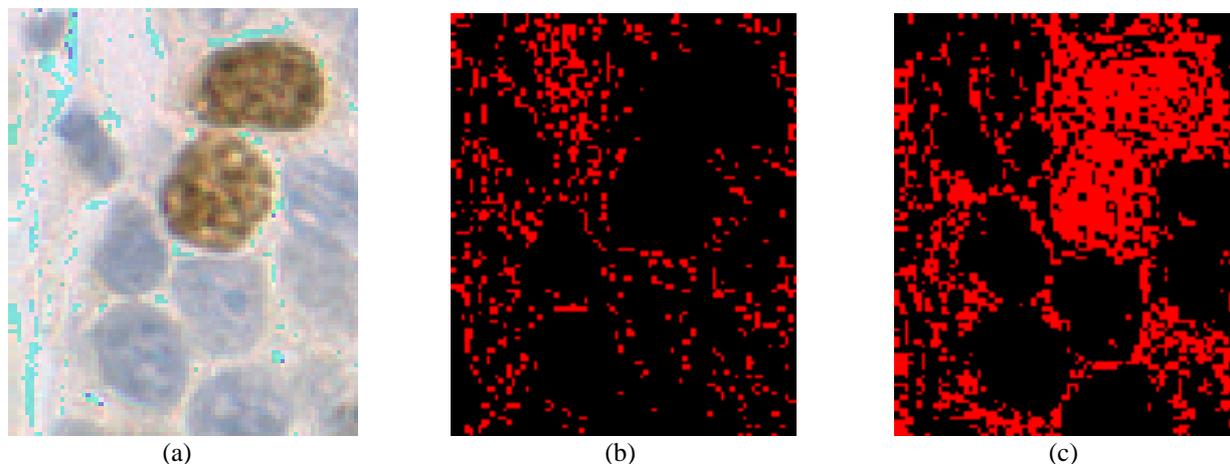


FIG. 5.1. – (a) Image de cellules. (b) Pixels de l’image a dont la teinte est comprise dans l’intervalle de  $20^\circ$  sur chaque côté de la moyenne de teinte non-pondérée  $[T - 20^\circ, T + 20^\circ]$ . (c) Pixels de l’image a dont la teinte est comprise dans l’intervalle  $[\overline{T}_S - 20^\circ, \overline{T}_S + 20^\circ]$  autour de la teinte pondérée par la saturation.

par la saturation correspond à la teinte des régions de l’image qui ont les plus grandes valeurs de saturation, les deux cellules marrons.

## 5.2. Morphologie mathématique vectorielle

La morphologie mathématique opère sur des treillis complets, qui reposent sur deux notions : la donnée d’un ordre, et celle d’un supremum et d’un infimum. Pour pouvoir appliquer la morphologie mathématique aux images couleur, il est nécessaire de pouvoir ordonner les couleurs, et de vérifier l’existence des suprema et infima pour ainsi construire un treillis complet sur lequel les opérations morphologiques peuvent être appliquées.

Le traitement d’images couleur est un cas spécial du traitement de données ou d’images vectorielles. Nous commençons, dans la section 5.2.1, en considérant la première exigence pour la construction d’un treillis, celle des ordres, et nous présentons une introduction générale aux ordres vectoriels. Nous discutons ensuite le fait que pour certains ordres vectoriels, le supremum et l’infimum d’un ensemble de vecteurs ne font pas toujours partie de cet ensemble. Dans le cas spécifique des images couleur, ce problème se manifeste par l’introduction de fausses couleurs par les opérateurs morphologiques [109]. Une fausse couleur est une couleur présente dans l’image après l’application d’un opérateur mais qui n’était pas présente dans l’image de départ. Pour les filtres de simplification d’image, l’apparence de ces nouvelles couleurs dans les résultats peut être gênant. Dans la section 5.2.2, on s’intéresse donc au supremum et au infimum avec la contrainte supplémentaire de «rester dans la famille». Cette contrainte exige que le supremum et l’infimum d’un ensemble fassent partie de l’ensemble.

### 5.2.1. Ordres vectoriels

Dans le cadre de la morphologie mathématique, les trois ordres vectoriels importants sont les *pré-ordres*, les *ordres partiels* et les *ordres totaux*. Avant de présenter les définitions de ces ordres, on donne des définitions des relations utiles pour caractériser une relation d'ordre.

**Définition 5.2.1.** Soit  $R$  une relation binaire sur un ensemble quelconque  $A$ .

1.  $R$  est *réflexive* ssi  $\forall x \in A, xRx$
2.  $R$  est *transitive* ssi  $\forall x, y, z \in A, xRy$  et  $yRz \Rightarrow xRz$
3.  $R$  est *anti-symétrique* ssi  $\forall x, y \in A, xRy$  et  $yRx \Rightarrow x = y$

Par exemple, pour les relations d'ordre sur  $\mathbb{R}$ , la relation binaire  $R$  est en général la relation « $\leq$ » ou « $<$ » (ou leurs inverses). Passons maintenant aux définitions des relations d'ordre :

**Définition 5.2.2.** Une relation binaire  $R$  sur un ensemble  $A$  est un *pré-ordre* ssi  $R$  est réflexive et transitive.

**Définition 5.2.3.** Une relation binaire  $R$  sur un ensemble  $A$  est un *ordre partiel* ssi  $R$  est réflexive, transitive et anti-symétrique.

**Définition 5.2.4.** Un ordre partiel est *totalelement ordonné* ssi  $\forall x, y \in A, xRy$  ou  $yRx$ .

Cette dernière définition implique un ordre pour lequel il n'existe pas de paire de membres de l'ensemble  $A$  non ordonnés. On appelle un ordre partiel qui est totalelement ordonné un *ordre total*. Avec ces définitions, le cadre mathématique dans lequel la morphologie mathématique opère, le treillis complet, peut être plus rigoureusement défini :

**Définition 5.2.5.** Un *treillis complet* est un ensemble  $\mathcal{L}$  tel que

1.  $\mathcal{L}$  est muni de l'ordre partiel.
2. Pour toute famille d'éléments  $\{X_i\} \in \mathcal{L}$ , il existe un supremum et un infimum.

Nous discutons ensuite les ordres vectoriels en termes de ces définitions. Barnett [5] décrit quatre méthodes pour ordonner les données vectorielles : l'*ordre marginal*, l'*ordre réduit*, l'*ordre partiel* et l'*ordre conditionnel* ou *lexicographique*. L'ordre partiel a une nature très géométrique qui le rend moins intéressant pour le traitement d'images vectorielles. Par contre, les ordres marginaux, réduits et lexicographiques sont souvent utilisés. Ils ont été appliqués pour définir des filtres médians [80] et des opérateurs morphologiques [24].

Les définitions des trois ordres trouvés dans le traitement d'image sont ensuite données. Soit  $V$  un ensemble de  $n$  vecteurs  $\mathbf{x}_i$  de dimension  $p$ , avec  $\mathbf{x}_i = (x_{1(i)}, x_{2(i)}, \dots, x_{p(i)})$ ,  $i = \{1, 2, \dots, n\}$ .

**Définition 5.2.6.** Pour l'*ordre marginal*, les composantes des vecteurs sont ordonnées pour chacune des  $p$  dimensions. Pour deux vecteurs  $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \in V$

$$\mathbf{x}_i \leq \mathbf{x}_j \Leftrightarrow x_{k(i)} \leq x_{k(j)} \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, p\}$$

Le supremum de l'ensemble  $V$  est ainsi

$$\mathbf{x}_{\text{sup}} = \left( \bigvee_i x_{1(i)}, \bigvee_i x_{2(i)}, \dots, \bigvee_i x_{p(i)} \right)$$

et l'infimum est

$$\mathbf{x}_{\text{inf}} = \left( \bigwedge_i x_{1(i)}, \bigwedge_i x_{2(i)}, \dots, \bigwedge_i x_{p(i)} \right)$$

L'ordre marginal est un ordre partiel — On ne peut pas ordonner les vecteurs  $(1, 2)$  et  $(2, 1)$ , par exemple. Il est clair que les vecteurs  $\mathbf{x}_{\text{sup}}$  et  $\mathbf{x}_{\text{inf}}$  ne font pas forcément partie de l'ensemble initial de vecteurs  $V$ .

**Définition 5.2.7.** L'ordre réduit utilise une fonction  $g : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$  pour ordonner les vecteurs. Pour deux vecteurs  $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \in V$

$$\mathbf{x}_i \leq \mathbf{x}_j \Leftrightarrow g(\mathbf{x}_i) \leq g(\mathbf{x}_j)$$

Le supremum de l'ensemble  $V$  est

$$\mathbf{x}_{\text{sup}} = \left\{ \mathbf{x}_i : g(\mathbf{x}_i) = \bigvee_{j=1,2,\dots,n} g(\mathbf{x}_j) \right\}$$

et l'infimum est

$$\mathbf{x}_{\text{inf}} = \left\{ \mathbf{x}_i : g(\mathbf{x}_i) = \bigwedge_{j=1,2,\dots,n} g(\mathbf{x}_j) \right\}$$

Pour l'ordre réduit, les vecteurs  $\mathbf{x}_{\text{sup}}$  et  $\mathbf{x}_{\text{inf}}$  sont membres de l'ensemble de vecteurs initial  $V$  parce qu'on ne traite pas les composantes des vecteurs séparément. L'ordre réduit est un pré-ordre si la fonction  $g$  n'est pas injective, mais totalement ordonné dans le cas contraire. Par exemple, dans un espace bi-dimensionnel, la fonction  $g[(x, y)] = x + y$  n'est pas injective. Par exemple,  $g[(1, 2)] = g[(2, 1)]$ , mais les vecteurs eux-mêmes ne sont pas identiques. Cet inconvénient peut être surmonté par l'utilisation d'une fonction  $g$  qui est injective, ou par l'utilisation d'un ordre lexicographique.

**Définition 5.2.8.** L'ordre conditionnel ou lexicographique est basé sur la relation d'ordre suivante pour deux vecteurs  $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \in V$

$$\mathbf{x}_i \leq \mathbf{x}_j \text{ si } \begin{cases} x_{1(i)} \leq x_{1(j)} \\ \text{ou} \\ x_{1(i)} = x_{1(j)} \text{ et } x_{2(i)} \leq x_{2(j)} \\ \text{ou} \\ \vdots \\ x_{1(i)} = x_{1(j)} \text{ et } x_{2(i)} = x_{2(j)} \text{ et } x_{3(i)} = x_{3(j)} \text{ et } \dots \text{ et } x_{p(i)} \leq x_{p(j)} \end{cases} \quad (5.3)$$

ou, écrite dans une façon plus compacte [18]

$$\mathbf{x}_i \leq \mathbf{x}_j \Leftrightarrow \exists k \in \{1, 2, \dots, p\} : x_{l(i)} = x_{l(j)} \forall l \in \{1, 2, \dots, k-1\} \text{ et } x_{k(i)} \leq x_{k(j)}$$

Le supremum et l'infimum de l'ensemble  $V$  sont définis à partir de cette relation d'ordre.

L'ordre lexicographique est un ordre vectoriel total, avec la propriété que le supremum et l'infimum sont toujours membres de l'ensemble de vecteurs initial  $V$ . L'utilisation de cet ordre implique forcément l'attribution d'une priorité aux composantes, parce que dans la plupart des cas, la relation d'ordre de deux vecteurs sera décidée par la première ligne de la relation 5.3 (et ainsi par la première composante de ces vecteurs). Il n'est évidemment pas nécessaire de toujours se limiter à une priorité des composantes décroissantes selon leurs positions dans le vecteur. Les composantes peuvent être mises dans la relation 5.3 dans un ordre de priorité défini à priori. Il est même possible de mettre une fonction non-injective de type  $g$  (en provenance de la définition de l'ordre réduit) au premier niveau de l'ordre lexicographique pour ainsi créer un ordre total.

Quelques ordres alternatifs sont suggérés dans la littérature. Un ordre total basé sur les courbes de remplissage de l'espace est suggéré par Chanussot et Lambert [18, 19]. Serra [97] suggère un ordre intermédiaire entre l'ordre marginal et l'ordre lexicographique. Comer et Delp [24] utilisent des ordres non-totaux avec la prise en compte d'un critère géométrique de position dans l'élément structurant pour pouvoir ordonner des paires de vecteurs pour lesquelles l'ordre n'est pas défini par la relation d'ordre choisie. Une utilisation de la morphologie mathématique floue [7] pour les images couleur est présentée, avec une application à l'inspection de textile, par Köppen et al. [55].

### 5.2.2. Propriétés pour «rester dans la famille»

Dans le traitement morphologique des images vectorielles, nous avons déjà remarqué que le supremum et l'infimum d'un ensemble de vecteurs ne font pas toujours partie de cet ensemble, ce qui est vrai surtout pour l'ordre marginal. Par exemple, dans un espace bi-dimensionnel, le supremum des deux vecteurs  $(1, 2)$  et  $(2, 1)$  ordonné avec l'ordre marginal est  $(2, 2)$ , qui est différent des deux vecteurs de départ. Serra [45] présente la proposition suivante, qui donne les conditions nécessaires pour que le supremum et l'infimum d'un ensemble appartiennent à cet ensemble, qu'ils «restent dans la famille». La proposition est formulée dans le cadre un peu général d'un treillis compact à ordre fermé, qui a l'avantage de modéliser tous les espaces couleur et aussi le fait qu'on peut se placer dans  $\mathbb{R}^n$  ou dans  $\mathbb{Z}^n$ . Une discussion plus détaillée et une démonstration de la proposition se trouvent dans l'annexe B.3.

**Proposition 5.2.9.** *Soit  $\mathcal{L}$  un treillis complet, et  $\{a_i, i \in I\}$  une famille quelconque d'éléments de  $\mathcal{L}$ , avec  $m_0 = \bigwedge a_i$  et  $m_1 = \bigvee a_i$ . Les éléments  $m_0$  et  $m_1$  appartiennent à la famille  $\{a_i\}$ , finie ou non, si et seulement si le treillis  $\mathcal{L}$  est totalement ordonné et que  $\{a_i\}$  est une partie fermée de  $\mathcal{L}$ .*

La proposition demande qu'on utilise un treillis complètement ordonné, sans imposer un treillis particulier. Par conséquent, n'importe quel treillis dérivé d'un treillis convenable par une bijection qui préserve l'ordre est aussi utilisable. Ceci est similaire à la méthode suggérée par Goutsias et al. [37], et permet un grand nombre de solutions.

Quand cette proposition est appliquée à un espace couleur,  $L^*h^*C^*$  par exemple, elle montre que pour éviter d'introduire de nouvelles couleurs, il est indispensable de construire une fonction scalaire  $w : (L^*, h^*, C^*) \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$  pour laquelle on peut construire les suprema et les infima. La proposition ne donne pas d'indication sur la forme ou la pertinence physique de  $w$ , mais

garantit que le procédé est suffisant pourvu que  $w$  soit injective. Comme ce ne sera en général pas le cas, il est nécessaire de compléter l'ordre par des cascades lexicographiques, par exemple. Cette approche est discutée en détail dans la section 5.4, où nous développons une fonction de pondération applicable dans l'espace couleur  $L^*a^*b^*$ .

### 5.2.3. Opérateurs morphologiques

Après avoir choisi ou défini un treillis pour les vecteurs couleur, permettant ainsi le choix d'un supremum et d'un infimum d'un ensemble de ces vecteurs, les opérateurs morphologiques de base peuvent être appliqués. L'érosion au point  $x$  par un élément structurant  $B$  est

$$\varepsilon_B f(x) = \{f(y) : f(y) = \inf [f(z)], z \in B_x\} \quad (5.4)$$

et la dilatation correspondante est

$$\delta_B f(x) = \{f(y) : f(y) = \sup [f(z)], z \in B_x\} \quad (5.5)$$

Ces opérateurs peuvent ensuite être utilisés pour bâtir les opérateurs comme les ouvertures  $\gamma_B$  et les fermetures  $\varphi_B$ .

## 5.3. Ordres lexicographiques dans l'espace TYS

Quand un ordre lexicographique est utilisé avec des opérateurs morphologiques dans un espace couleur quelconque, on trouve que la plupart des décisions sur l'ordre des vecteurs dans un élément structurant sont prises au premier niveau de la relation d'ordre [45]. L'application d'un ordre lexicographique à un espace couleur de type RVB entraîne alors forcément la promotion d'une des composantes rouge, verte ou bleue à la position dominante, ce qui donne des opérateurs qui ne sont pas homogènes dans leur traitement de l'espace.

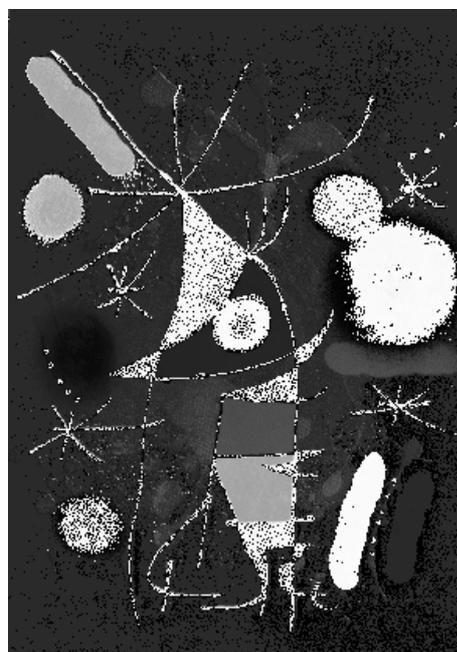
L'utilisation d'un espace cylindrique de type TYS permet la création de deux opérateurs qui utilisent les coordonnées homogènes de luminance et de saturation au premier niveau, ou d'un opérateur pour lequel n'importe quelle teinte peut être choisie pour jouer le rôle dominant [40, 44]. Dans cette section, nous présentons d'abord les formulations des ordres lexicographiques avec la luminance et la saturation au premier niveau. Ensuite, nous considérons un ordre avec la teinte au premier niveau. Après une démonstration des inconvénients de cet ordre liés à la relation étroite entre les deux composantes de chrominance, la teinte et la saturation, nous suggérons une solution en forme d'un ordre lexicographique avec teinte pondérée par saturation au premier niveau. L'image utilisée pour les exemples est montrée dans la figure 5.2, avec ses composantes de teinte, de luminance et de saturation.

### 5.3.1. Luminance et saturation

Les coordonnées de luminance et de saturation forment des treillis, et il est ainsi facile de les utiliser dans un ordre lexicographique. La coordonnée angulaire (la teinte), mise au troisième



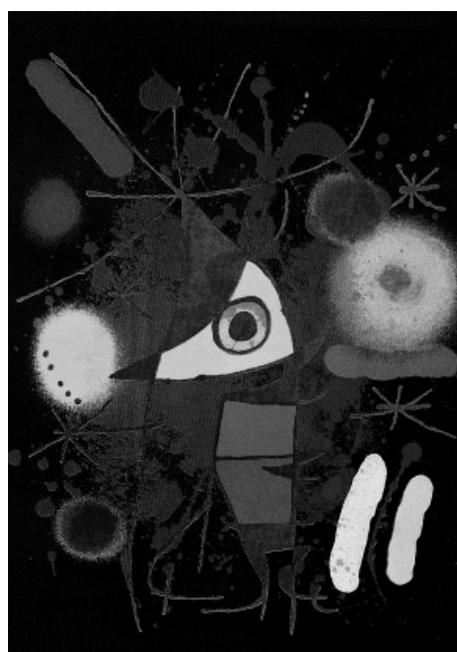
(a) Image couleur



(b) Teinte



(c) Luminance



(d) Saturation

FIG. 5.2. – (a) L'image utilisée pour les exemples, «Le Chanteur» de Joan Miró (taille  $293 \times 418$  pixels), avec ses composantes de (b) teinte, (c) luminance et (d) saturation.

niveau pour minimiser son importance, est ordonnée selon la distance à partir d'une origine (section 2.4). Il est donc nécessaire de choisir une origine pour les teintes, mais cette origine intervient seulement au troisième niveau de l'ordre lexicographique. Elle est ainsi utilisée seulement pour arbitrer dans les cas où deux vecteurs ont des valeurs de luminance et de saturation égales.

L'ordre lexicographique avec la luminance au premier niveau est

$$\mathbf{c}_i > \mathbf{c}_j \quad \text{si} \quad \begin{cases} Y_i > Y_j \\ \text{ou} \\ Y_i = Y_j \quad \text{et} \quad S_i > S_j \\ \text{ou} \\ Y_i = Y_j \quad \text{et} \quad S_i = S_j \quad \text{et} \quad T_i \div T_0 < T_j \div T_0 \end{cases} \quad (5.6)$$

où  $T_0$  est l'origine de teinte choisie par l'utilisateur. Si les valeurs de luminance des deux vecteurs que l'on compare sont égales, le vecteur avec la saturation la plus élevée est pris comme étant le plus grand. Si les valeurs de luminance et de saturation sont égales, il est nécessaire d'utiliser les teintes. Les deux premiers niveaux de cette relation d'ordre sont invariants par rotation autour de l'axe achromatique. Un exemple des résultats obtenus avec l'application des opérateurs morphologiques de base avec cet ordre à l'image de la figure 5.2 sont montrés dans la figure 5.3 (nous avons mis  $T_0 = 0^\circ$ ).

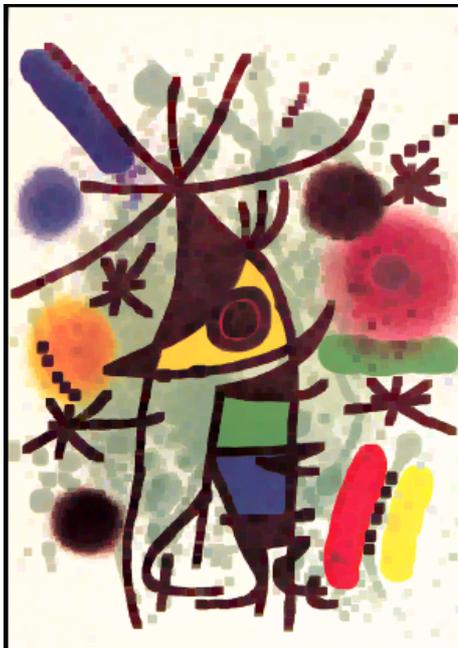
L'ordre lexicographique avec la saturation au premier niveau est construit en inversant les deux premiers niveaux de la relation 5.6 pour donner

$$\mathbf{c}_i > \mathbf{c}_j \quad \text{si} \quad \begin{cases} S_i > S_j \\ \text{ou} \\ S_i = S_j \quad \text{et} \quad Y_i > Y_j \\ \text{ou} \\ S_i = S_j \quad \text{et} \quad Y_i = Y_j \quad \text{et} \quad T_i \div T_0 < T_j \div T_0 \end{cases} \quad (5.7)$$

Un exemple des résultats des opérateurs morphologiques qui utilisent cet ordre est montré dans la figure 5.4.

Les ordres lexicographiques suggérés dans les équations 5.6 et 5.7 ne sont évidemment pas les seules ordres de ce type possibles. On peut facilement inverser les deuxième et troisième niveaux, ou les directions des opérateurs de comparaison dans ces deux niveaux, tout en gardant des ordres lexicographiques valides.

Le choix entre ces deux ordres dépend de si on s'intéresse à mettre en évidence des objets lumineux ou sombres, ou des objets colorés ou non-colorés. Par exemple, si on recherche à supprimer les points noirs de la boule orange à gauche de l'image de la figure 5.2a, il est clair qu'une fermeture avec la luminance au premier niveau le fasse. Cependant, elle enlèvera également toutes les lignes noires. S'il est important de garder ces lignes, il est nécessaire d'utiliser une fermeture avec la saturation au premier niveau. Cette fermeture ne préserve toutefois pas les contours des objets dans l'image aussi bien que les opérateurs avec luminance au premier niveau. Un bon exemple d'application d'un ordre lexicographique avec luminance au premier niveau est présenté par Iwanowski [50] dans le cadre de l'interpolation des images couleur. Il



(a) érosion



(b) dilatation



(c) ouverture

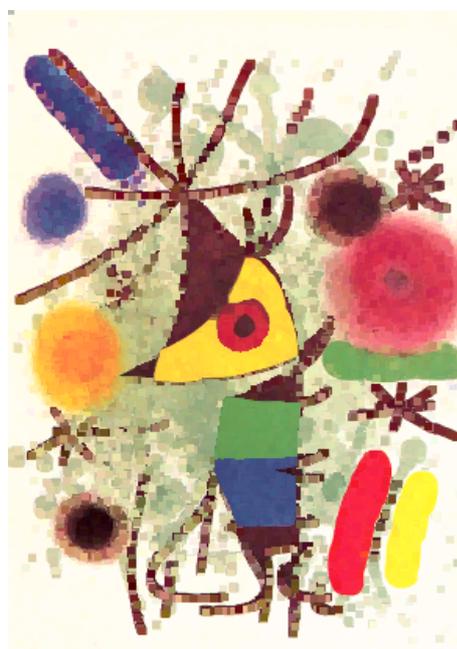


(d) fermeture

FIG. 5.3. – Une (a) érosion, (b) dilatation, (c) ouverture et (d) fermeture de la figure 5.2a par un élément structurant carré de taille 2. L'ordre lexicographique avec la luminance au premier niveau (équation 5.6) est utilisé.



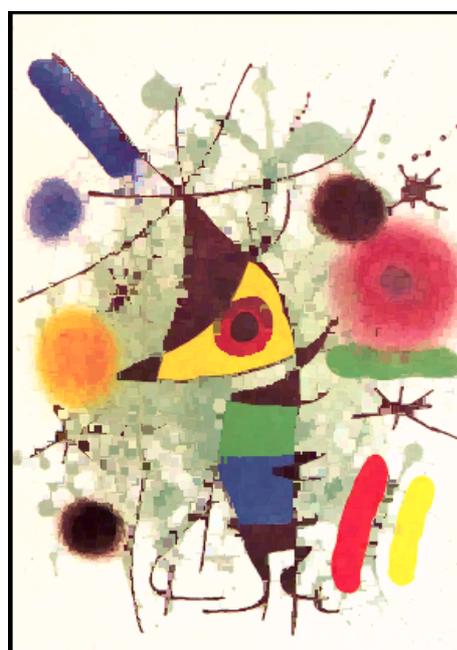
(a) érosion



(b) dilatation



(c) ouverture



(d) fermeture

FIG. 5.4. – Une (a) érosion, (b) dilatation, (c) ouverture et (d) fermeture de la figure 5.2a par un élément structurant carré de taille 2. L'ordre lexicographique avec la saturation au premier niveau (équation 5.7) est utilisé.

utilise un ordre lexicographique avec la luminance au premier niveau, la valeur de la composante verte dans l'espace RVB au deuxième et celle de la composante rouge au troisième.

### 5.3.2. Teinte

Pour la teinte, l'approche évidente est de construire un ordre lexicographique avec, au premier niveau, l'ordre de teinte basé sur la distance à partir d'une origine choisie. Une forme possible de cet ordre est

$$\mathbf{c}_i > \mathbf{c}_j \quad \text{si} \quad \begin{cases} T_i \div T_0 < T_j \div T_0 \\ \text{ou} \\ T_i \div T_0 = T_j \div T_0 \quad \text{et} \quad S_i > S_j \\ \text{ou} \\ T_i \div T_0 = T_j \div T_0 \quad \text{et} \quad S_i = S_j \quad \text{et} \quad Y_i > Y_j \end{cases} \quad (5.8)$$

où le symbole  $\div$  indique l'angle aigu entre les deux teintes (équation 2.4). En appliquant les opérateurs morphologiques avec cet ordre, on s'aperçoit que les résultats ne sont pas satisfaisants. Ceci est dû à la relation étroite entre les composantes de chrominance, la teinte et la saturation. Pour donner un exemple, nous appliquons cet ordre avec  $T_0 = 30^\circ$  (qui correspond à la couleur complètement saturée ) à la figure 5.2a. Avec ce choix d'origine, nous avons l'intention d'utiliser une dilatation pour agrandir les régions rouges et oranges et pour rétrécir les régions bleues et violettes, et une érosion pour faire l'inverse. Les résultats sont montrés dans les figures 5.6a (érosion), 5.6c (dilatation), 5.7a (ouverture) et 5.7c (fermeture). Il est clair, par exemple dans la dilatation du trait rouge en bas à droite de l'image (figure 5.6c) que les pixels blancs sont souvent choisis préférentiellement aux pixels rouges, ce qui ne correspond pas à nos besoins. La raison en est que quelques pixels rouges ont des valeurs de teinte autour de  $350^\circ$ , tandis que les pixels blancs voisins ont des valeurs de teinte autour de  $0^\circ$ , ce qui est plus proche de l'origine choisie. La composante importante pour séparer le rouge et le blanc est la saturation.

Cet inconvénient de l'ordre seulement par la teinte est illustré davantage dans la figure 5.5, dans laquelle l'image (a) montre quatre couleurs avec leurs coordonnées de teinte, luminance et saturation (dans cet ordre dans les vecteurs). Si l'on choisit la couleur la plus proche du rouge  $a = (0.0, 0.21, 1.00)$  dans cette image en utilisant seulement les valeurs de teinte, le résultat est le marron  $c = (9.3^\circ, 0.47, 0.20)$ , tandis que l'orange  $b = (18.9^\circ, 0.46, 0.90)$  est visuellement le plus similaire. Cette contradiction est due à la faible valeur de saturation de la couleur  $c$ , qui la rend plus grise que colorée, et ainsi très loin d'un rouge pure. La solution proposée est de pondérer les valeurs de teinte par les valeurs de saturation correspondantes avant d'ordonner la teinte.

### 5.3.3. Teinte pondérée par saturation

Demarty [30] a introduit une méthode pour diviser les pixels d'une image en deux classes, les pixels colorées (i.e. avec saturation élevée) et les pixels monochromes. Cette façon binaire de diviser les pixels n'est néanmoins pas assez flexible pour se prêter à une pondération des teintes par la saturation. Dans le cadre des statistiques de la teinte, nous avons présenté une méthode de pondération de teinte par la saturation dans la section 5.1. Cette méthode représente

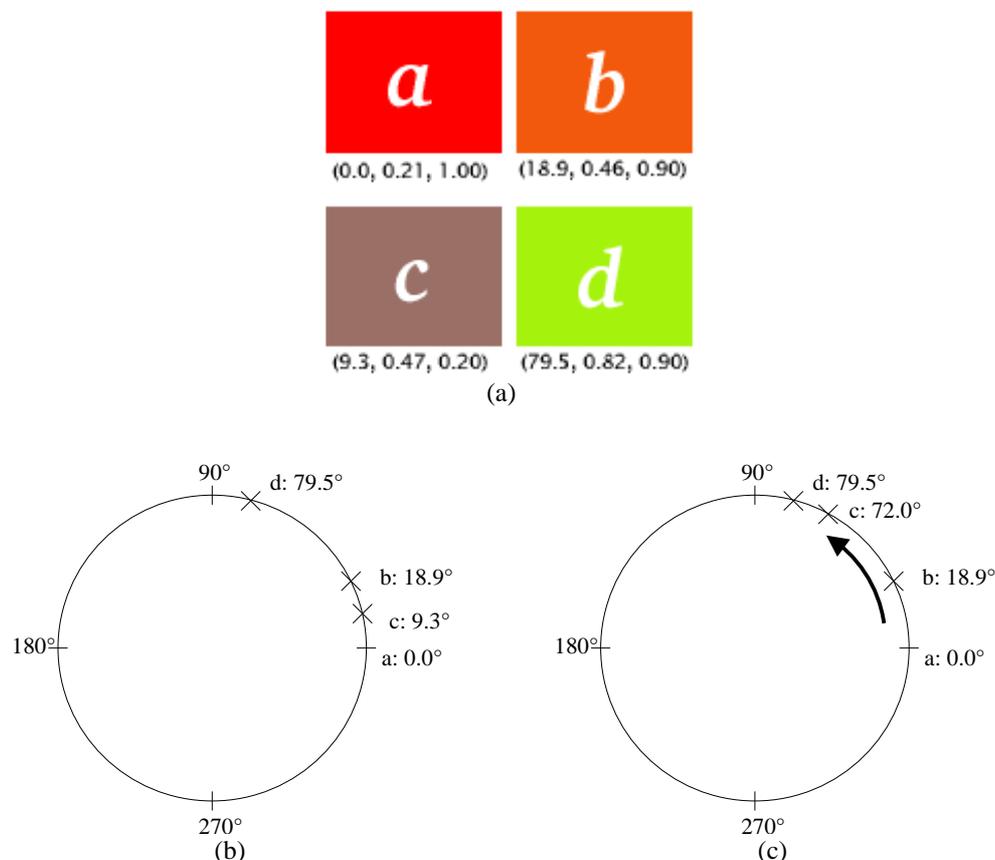


FIG. 5.5. – (a) Quatre couleurs et leurs valeurs de teinte, luminance et saturation. (b) Les positions de ces couleurs sur le cercle de teinte. (c) Les positions de ces couleurs sur le cercle de teinte après la pondération des teintes par les saturations correspondantes.

chaque valeur de teinte par un vecteur de longueur proportionnelle à la saturation associée. Si on considère les teintes comme des points sur le cercle unité, cette méthode représente les teintes pondérées par des points à l'intérieur de ce cercle. Cette représentation bi-dimensionnelle n'est pas convenable si on souhaite ordonner des teintes pondérées.

La méthode de pondération de teinte suggérée dans cette section change la position de la teinte sur le cercle unité en fonction de la saturation et d'une origine choisie. Le fait que ces teintes pondérées restent sur le cercle unité (et pas à l'intérieur du cercle) implique qu'elles peuvent être ordonnées en fonction de leurs valeurs angulaires, comme pour les teintes non-pondérées.

Étant donné un ensemble de vecteurs dans l'espace TYS dans lequel on souhaite trouver le supremum ou l'infimum par rapport à une origine de teinte  $T_0$  sélectionnée. Ces vecteurs sont ordonnés par la teinte pondérée en utilisant la méthode suivante :

1. Nous calculons d'abord pour chaque vecteur une teinte pondérée par la saturation  $T'$ .
2. On utilise  $T'$  pour ordonner les vecteurs en fonction de la distance angulaire à partir de l'origine  $T_0$  choisie.

3. Après le choix d'un supremum ou d'un infimum, les vecteurs reprennent leurs teintes initiales pour éviter l'introduction de fausses couleurs.

Les caractéristiques principales de la teinte pondérée par la saturation  $T'$  sont :

- Les vecteurs avec des valeurs de saturation élevées gardent leurs teintes initiales.
- Les vecteurs avec de faibles valeurs de saturation reçoivent des valeurs de teintes pondérées plus proches de  $T_0 + 90^\circ$  ou de  $T_0 - 90^\circ$  pour réduire la probabilité qu'ils soient choisis comme le supremum ou l'infimum.

Avant de donner une formulation générale pour la pondération des teintes, nous traitons l'exemple de la figure 5.5. Nous choisissons l'origine  $T_0 = 0^\circ$ , et nous calculons les valeurs de la teinte pondérée  $T'$  pour les quatre couleurs. Les positions de ces couleurs sur le cercle de teinte sont montrées dans la figure 5.5b. Pour les teintes entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ , nous définissons les valeurs de  $T'$  comme suit

$$T'_i = \sup [T_i, 90^\circ (1 - S_i)] \quad (5.9)$$

Le vecteur  $c$ , dont la valeur de teinte est  $T_c = 9.3^\circ$ , et dont la deuxième partie de l'équation 5.9 donne  $90^\circ - (0.2 \times 90^\circ) = 72^\circ$ , est assigné une valeur de teinte pondérée de  $T'_c = 72^\circ$ . Pour les vecteurs  $b$  et  $d$ , l'expression  $90^\circ - (0.9 \times 90^\circ) = 9^\circ$ , et pour le vecteur  $a$ , l'expression  $90^\circ - (1.0 \times 90^\circ) = 0^\circ$ . Par conséquent, les teintes pondérées pour ces vecteurs sont égales aux teintes initiales :  $T'_a = T_a$ ,  $T'_b = T_b$  et  $T'_d = T_d$ . Les positions des teintes pondérées sur le cercle de teinte sont montrées dans la figure 5.5c, d'où il est clair que le vecteur  $a$  reste le plus proche de l'origine, avec le vecteur  $b$  maintenant en deuxième position.

La formulation générale (pour les teintes entre  $0^\circ$  et  $360^\circ$ ) de la pondération des teintes par les saturations correspondantes est maintenant présentée. Pour chaque vecteur  $i$ , une valeur de  $T'_i$  est calculée à partir de  $T_i$  et de  $S_i$ . Pour simplifier la notation, on fait l'hypothèse que l'origine  $T_0$  est mise à  $0^\circ$ . Le valeur de  $T'_i$  est

$$T'_i = \begin{cases} \sup [T_i, 90^\circ (1 - S_i)] & \text{si } 0^\circ \leq T_i \leq 90^\circ \\ \inf [T_i, 90^\circ (1 + S_i)] & \text{si } 90^\circ < T_i \leq 180^\circ \\ \sup [T_i, 90^\circ (3 - S_i)] & \text{si } 180^\circ < T_i \leq 270^\circ \\ \inf [T_i, 90^\circ (3 + S_i)] & \text{si } 270^\circ < T_i < 360^\circ \end{cases} \quad (5.10)$$

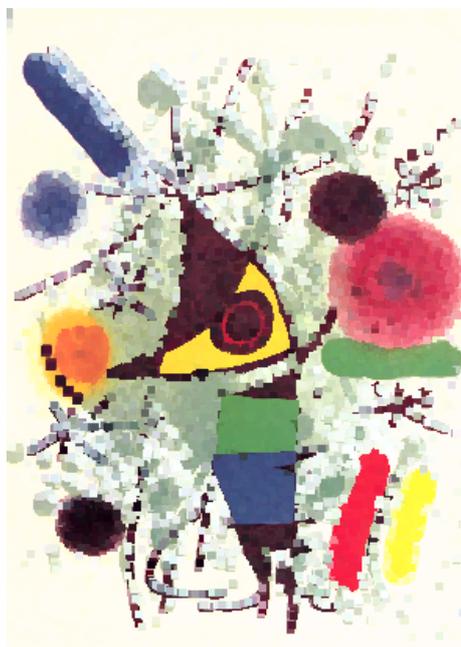
Pour utiliser n'importe quelle origine  $T_0$ , il suffit de remplacer les  $T_i$  dans l'équation 5.10 par

$$T_i \rightarrow \begin{cases} T_i - T_0 & \text{si } T_i - T_0 \geq 0 \\ 360^\circ + (T_i - T_0) & \text{si } T_i - T_0 < 0 \end{cases} \quad (5.11)$$

Un ordre lexicographique avec la teinte pondérée par la saturation au premier niveau est

$$\mathbf{c}_i > \mathbf{c}_j \text{ si } \begin{cases} (T'_i \div 0^\circ) < (T'_j \div 0^\circ) \\ \text{ou} \\ (T'_i \div 0^\circ) = (T'_j \div 0^\circ) \text{ et } S_i > S_j \\ \text{ou} \\ (T'_i \div 0^\circ) = (T'_j \div 0^\circ) \text{ et } S_i = S_j \text{ et } Y_i > Y_j \end{cases} \quad (5.12)$$

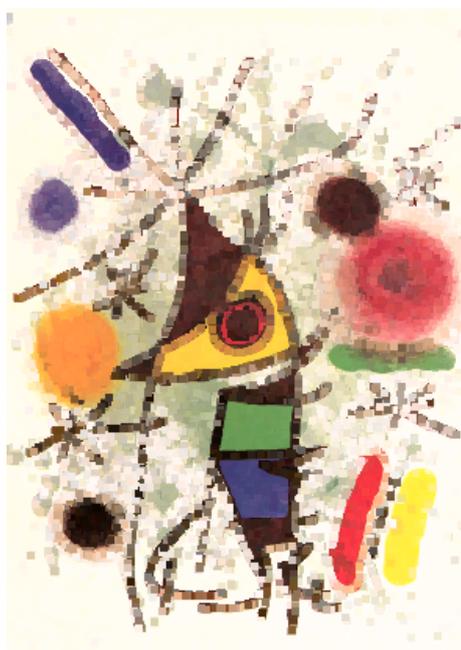
Notons qu'en mettant la teinte au premier niveau, nous créons un opérateur morphologique qui par conception n'est pas invariant par rotation.



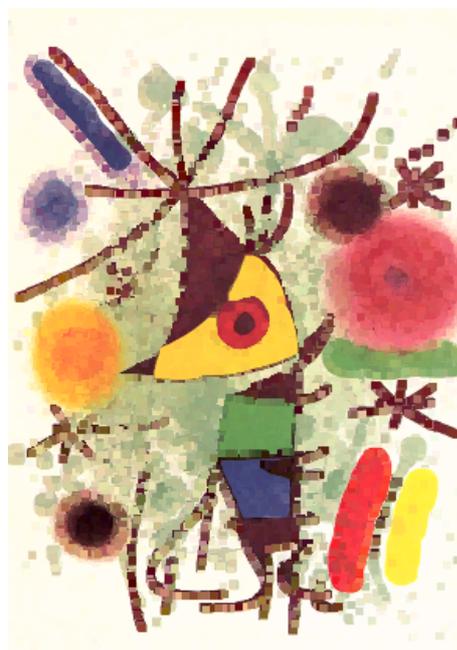
(a) érosion (seulement teinte)



(b) érosion (teinte pondérée)

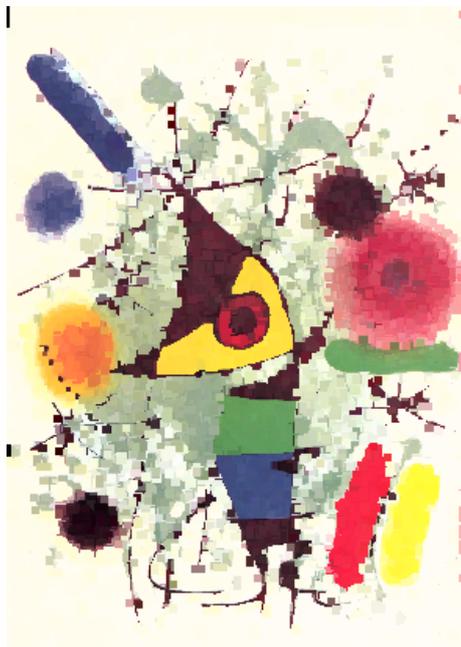


(c) dilatation (seulement teinte)



(d) dilatation (teinte pondérée)

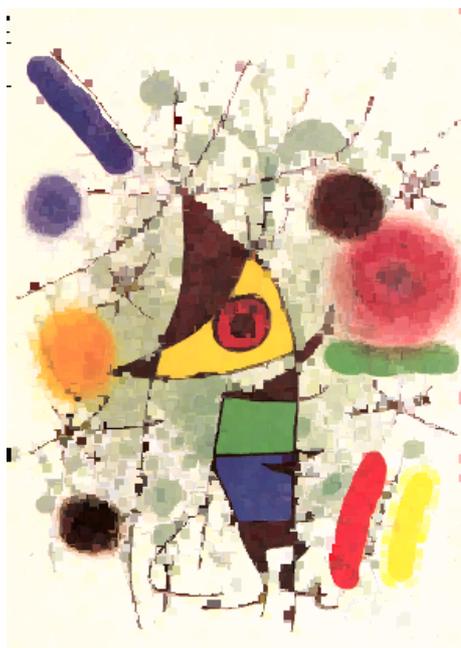
FIG. 5.6. – L'érosion et la dilatation de la figure 5.2a par un élément structurant carré de taille 2 et l'origine de teinte  $T_0 = 30^\circ$ . L'ordre lexicographique avec teinte au premier niveau (équation 5.8) est utilisé pour les images (a) et (c), et l'ordre avec teinte pondérée par saturation au premier niveau (équation 5.12) est utilisé pour les images (b) et (d).



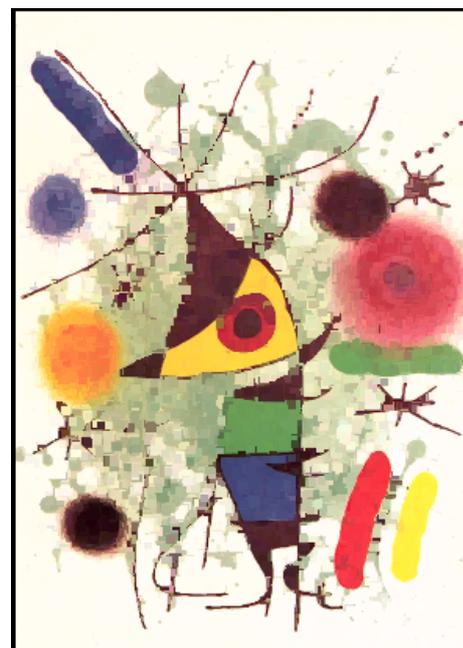
(a) ouverture (teinte seulement)



(b) ouverture (teinte pondérée)



(c) fermeture (seulement teinte)



(d) fermeture (teinte pondérée)

FIG. 5.7. – L'ouverture et la fermeture de la figure 5.2a par un élément structurant carré de taille 2 et l'origine de teinte  $T_0 = 30^\circ$ . L'ordre lexicographique avec teinte au premier niveau (équation 5.8) est utilisé pour les images (a) et (c), et l'ordre avec teinte pondérée par saturation au premier niveau (équation 5.12) est utilisé pour les images (b) et (d).

Les différences dans les résultats obtenus avec les opérateurs morphologiques utilisant l'ordre lexicographique avec la teinte au premier niveau (équation 5.8) et l'ordre lexicographique avec la teinte pondérée par la saturation au premier niveau (équation 5.12) sont montrées dans les figures 5.6 (érosion et dilatation) et 5.7 (ouverture et fermeture). L'origine a été choisie à  $30^\circ$ , pour que la dilatation agrandisse les régions rouges, oranges et jaunes, et rétrécisse les régions bleues et violettes. L'incapacité de la dilatation par les teintes seules à conduire à un tel résultat a déjà été signalée à propos du trait rouge en bas à droite de l'image (figure 5.6c). Il est clair qu'en utilisant l'ordre avec la teinte pondérée par la saturation au premier niveau, la transformation produit bien ce qu'on souhaite (figure 5.6d), car les pixels blancs ne sont plus pris en compte à cause de leur faible saturation.

Il est intéressant de comparer les résultats des opérateurs qui utilise la teinte pondérée par la saturation au premier niveau de l'ordre (figures 5.6 et 5.7) avec ceux qui utilise la saturation au premier niveau (5.4). On remarque que, hormis le traitement non-symétrique des régions colorées inhérent aux opérateurs qui utilise la teinte pondérée (ou non-pondérée), les résultats sont très similaires. On a donc deux types de fermetures qui conservent les traits sombres, ce que ne font pas les opérateurs qui utilisent la luminance au premier niveau de l'ordre. De plus, en faisant une comparaison des figures 5.7c et 5.7d, on voit que la teinte pondérée est manifestement meilleure que la teinte non-pondérée, parce que son utilisation a pour résultat des opérateurs qui sont moins sensibles aux légères variations dans les régions sombres.

Un inconvénient de l'utilisation de la saturation pondérée est évident dans les régions qui ne contiennent pas de pixels d'une couleur saturée près de l'origine choisie, pour lesquelles les résultats sont moins prévisibles. Ceci est visible, par exemple, pour les régions vertes dans les figures 5.6 et 5.7. Une solution possible à ce problème est de vérifier si tous les pixels dans l'élément structurant ont des valeurs de teinte pondérée  $T'$  dans un des intervalles

$$[T_0 + 90^\circ - \delta, T_0 + 90^\circ + \delta] \quad \text{ou} \quad [T_0 - 90^\circ - \delta, T_0 - 90^\circ + \delta]$$

et dans ce cas, d'utiliser plutôt la luminance pour ordonner les pixels. La valeur de  $\delta$ , choisie par l'utilisateur, donne la taille de l'intervalle.

#### 5.3.4. Résumé

Pour l'espace TYS, nous avons montré l'applicabilité des ordres lexicographiques pour créer des ordres de couleur totaux. Pour les applications dans lesquelles l'information pertinente se trouvent dans la luminance ou la saturation, les ordres lexicographiques classiques avec une de ces composantes au premier niveau sont utilisables. Pour une application dans laquelle on est intéressé par des objets d'une teinte spécifique, nous avons montré qu'un ordre lexicographique avec un ordre seulement par teinte à partir d'une origine choisie donne des résultats insatisfaisants à cause de la relation étroite entre les coordonnées de teinte et de saturation. Nous avons ensuite proposé une méthode pour pondérer la teinte par la saturation correspondante pour permettre l'utilisation des opérateurs morphologiques basés sur un ordre par la teinte. Les résultats de cette section montrent la flexibilité de la représentation des couleurs en termes de teinte, luminance et saturation dans le cadre de la morphologie mathématique appliquée aux images couleur.

## 5.4. Fonction de pondération dans l'espace $L^*a^*b^*$

La notion de saturation d'une couleur n'existe pas dans l'espace  $L^*a^*b^*$ , que nous avons introduit dans la section 4.2. On se rappelle que dans la représentation en coordonnées cylindriques de cet espace, les coordonnées sont la teinte  $h^*$ , la chroma  $C^*$  et la luminosité  $L^*$ . À cause de la forme irrégulière de la gamme de couleurs dans cet espace, on ne peut pas simplement utiliser la chroma  $C^*$  de la même façon que la saturation, car la valeur maximale de la chroma dépend de la teinte. Nous avons pourtant démontré dans la section 4.2.4 qu'avec les couleurs primaires et la référence de blanc choisies, les vecteurs de saturation maximale dans l'espace TLS correspondent aux points extrêmes de la gamme de couleurs de l'espace  $L^*a^*b^*$ . Dans cette section, nous utilisons cette information avec le fait que les couleurs les moins saturées sont représentées par des vecteurs sur l'axe de luminosité, pour développer un ordre dans l'espace  $L^*a^*b^*$  analogue à un ordre par saturation [45, 46].

### 5.4.1. La fonction de pondération

Dans l'annexe B.3, nous reproduisons une démonstration de J. Serra qui montre que l'utilisation d'une fonction de pondération avec un ordre lexicographique permet l'imposition d'un ordre complet sur des vecteurs d'un espace multi-dimensionnel, avec la propriété désirable que le supremum et l'infimum d'un ensemble de vecteurs fassent partie de l'ensemble. Dans le cadre des images couleur, cette propriété garantit que de fausses couleurs ne soient pas introduites par un opérateur morphologique. Dans cette section, nous considérons la définition d'une fonction de pondération de vecteurs dans l'espace  $L^*a^*b^*$  capable de simuler un ordre par saturation de couleur. La fonction de pondération  $w$  associe une valeur de pondération  $w_i$  avec chaque vecteur  $\mathbf{c}_i$

$$w : \mathbb{R}^3 \rightarrow \overline{\mathbb{R}} : \mathbf{c}_i = (L^*, h^*, C^*)_i \rightarrow w_i \quad (5.13)$$

La fonction de pondération est définie pour que les valeurs de pondération plus faibles impliquent une couleur plus proche des points extrêmes de la gamme de couleurs de l'espace  $L^*a^*b^*$  (une couleur plus saturée), et des valeurs plus élevées impliquent une couleur plus proche de l'axe de luminosité (moins saturée). Il est à noter que cette notion de pondération est différente des deux autres introduites dans ce chapitre. Les deux notions de pondération déjà introduites ont pour but d'influencer la valeur de teinte par la saturation associée pour permettre la prise en compte simultanément des deux composantes de chrominance. Cette troisième associe une valeur scalaire à un vecteur pour pouvoir ordonner les vecteurs, elle correspond ainsi à la fonction introduite dans le cadre des ordres réduits (section 5.2.1).

Nous considérons quatre méthodes de pondération de couleur. Les trois premières sont basées sur les fonctions de distance, et nous indiquons les défauts qui les rendent insuffisantes pour notre propos. La quatrième est modélisée sur un potentiel électrostatique.

### Méthodes de distance

Nous décrivons trois approches simples pour la définition de la fonction de pondération à partir des fonctions de distance, et nous démontrons leurs défauts. La première approche est de

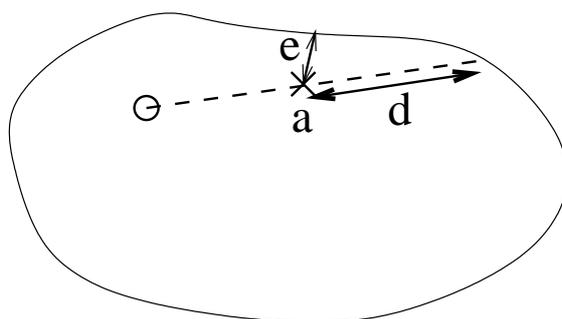


FIG. 5.8. – Démonstration du défaut principal de la première méthode de pondération par distance proposée.

mettre la valeur de pondération égale à la distance entre un vecteur dans l'espace  $L^*a^*b^*$  et le point extrême avec la même teinte, c'est à dire que la valeur  $w_i$  du vecteur  $(L^*, h^*, C^*)_i$  est

$$w_i = \{ [L_i^* - L_{\text{ext}}(h_i^*)]^2 + [C_i^* - C_{\text{ext}}(h_i^*)]^2 \}^{\frac{1}{2}} \quad (5.14)$$

où  $C_{\text{ext}}(h)$  et  $L_{\text{ext}}(h)$  sont les fonctions qui donnent les coordonnées de chroma et de luminosité des points extrêmes (voir section 4.2.3). Le problème avec cette définition est que la gamme de couleurs de l'espace  $L^*a^*b^*$  n'est pas sphérique. Une démonstration bi-dimensionnelle de ce problème est donnée dans la figure 5.8, dans laquelle une simple composante bi-dimensionnelle non-circulaire avec centre  $o$  est montrée. Avec l'utilisation d'une version bi-dimensionnelle de l'équation 5.14, le point  $a$  sera assignée une valeur de pondération  $w_a$  égale à la distance  $d$  indiquée, la distance du point extrême dans la même direction à partir du centre  $o$ . Mais la distance du point extrême le plus proche est en fait celle indiquée par  $e$ . Ceci montre que cette forme de pondération peut donner des valeurs de pondération trop élevées à certains vecteurs.

La deuxième approche basée sur la distance essaie de surmonter le problème principal de la première approche en mettant la valeur de pondération égale à la distance de vecteur  $i$  au point extrême le plus proche

$$w_i = \inf_{0^\circ \leq h \leq 360^\circ} \{ [L_i^* - L_{\text{ext}}(h)]^2 + [C_i^* - C_{\text{ext}}(h)]^2 \}^{\frac{1}{2}} \quad (5.15)$$

Avec cette version, on est gêné par le fait que l'axe de luminosité ne se trouve pas au centre géométrique de l'espace, et par conséquent les vecteurs avec les valeurs les plus élevées de pondération ne coïncident pas avec cet axe. Le résultat est que les vecteurs qui correspondent aux couleurs chromatiques se voient parfois assignés des valeurs de pondération plus élevées que ceux qui se trouvent sur l'axe de luminosité.

La troisième approche considérée est d'utiliser des fonctions homothétiques. Commençons par la définition d'une fonction homothétique : dans un espace bi-dimensionnel décrit par des coordonnées polaires, une fonction  $r(\theta)$  donne la distance de l'origine d'une courbe en fonction de l'angle  $\theta$ . Les fonctions homothétiques à cette fonction sont celles de type  $xr(\theta)$  où  $x \in \mathbb{R}, x \geq 0$ . Cette notion d'homothétie est difficile à réaliser dans un espace tri-dimensionnel,

surtout dans la situation actuelle où l'on connaît seulement les coordonnées des points centraux et une ligne de points extrêmes. Une solution est d'utiliser des fonctions homothétiques dans les plans perpendiculaires à l'axe de luminosité, mais ceci nécessite une information plus détaillée sur les coordonnées de l'enveloppe de points extérieurs de la gamme de couleurs. Avec cette approche, on risque aussi d'introduire des inconvénients similaires à ceux rencontrés dans le cas des espaces de teinte, clarté et saturation en forme de cylindre, avec la même valeur de saturation donnée à tous les vecteurs qui sont sur l'enveloppe de la gamme de couleur.

### Potentiel électrostatique

La meilleure forme trouvée pour la fonction de pondération est une fonction de potentiel  $1/r$  dans l'espace  $L^*a^*b^*$ . Nous choisissons comme modèle un potentiel électrostatique obtenu avec des «charges» placées à des positions bien choisies. Ce modèle a été choisi pour sa commodité. L'idée principale est d'utiliser un concept bien étudié pour simplifier le problème actuel. Nous n'essayons pas de modéliser une situation physique, et on n'utilise donc pas de constantes et d'unités de la théorie électrostatique. On peut aussi facilement visualiser ce modèle en termes d'un potentiel gravitationnel, mais avec des masses négatives permises. Les valeurs numériques du potentiel ne sont pas importantes, seulement l'ordre qu'elles imposent sur les couleurs. On est ainsi libre de choisir des magnitudes de charges pour donner des valeurs de potentiel dans une gamme convenable.

Pour bâtir le potentiel dans l'espace  $L^*a^*b^*$ , nous mettons une ligne de «charge» positive sur l'axe de luminosité pour donner une valeur de potentiel élevée aux couleurs achromatiques autour ; et nous mettons des «charges» négatives aux points extrêmes pour imposer des minima sur le potentiel. Cette configuration est illustrée dans la figure 5.9. Nous considérons maintenant la forme de la fonction de potentiel engendrée par elle.

### Les charges sur l'axe de luminosité

Le potentiel dû à une ligne de charge peut être déterminé analytiquement, comme montré dans l'annexe B.4. Étant donnée une ligne de charge positive de longueur  $l$ , et un point sur la ligne à une distance  $x$  du centre de la ligne, le potentiel  $V_+$  à une distance  $d$  (perpendiculaire à la ligne de charge) du point  $x$  est

$$V_+ = \lambda \ln \left[ b + \sqrt{b^2 + d^2} \right] - \lambda \ln \left[ -a + \sqrt{a^2 + d^2} \right] \quad (5.16)$$

où  $\lambda$  est la densité linéaire de la charge,  $a = \frac{l}{2} - x$  et  $b = \frac{l}{2} + x$ . Pour un calcul numérique de cette expression, il est déconseillé de combiner les deux termes en un seul argument pour un opérateur logarithmique, parce qu'on risque de provoquer des instabilités numériques.

Avec l'axe de luminosité, nous voulons donner une légère préférence aux gris clairs. Ceci est réalisé en utilisant une ligne de charge positive avec une longueur de 200 unités de luminosité. Le point  $L^* = 0$  de l'axe de luminosité est placé au centre de cette ligne. L'effet de cette ligne de charge peut être visualisé en regardant des coupes verticales de la gamme de couleurs avec l'axe de luminosité au centre, comme l'exemple dans la figure 5.10. Les lignes d'iso-potentiel dues à

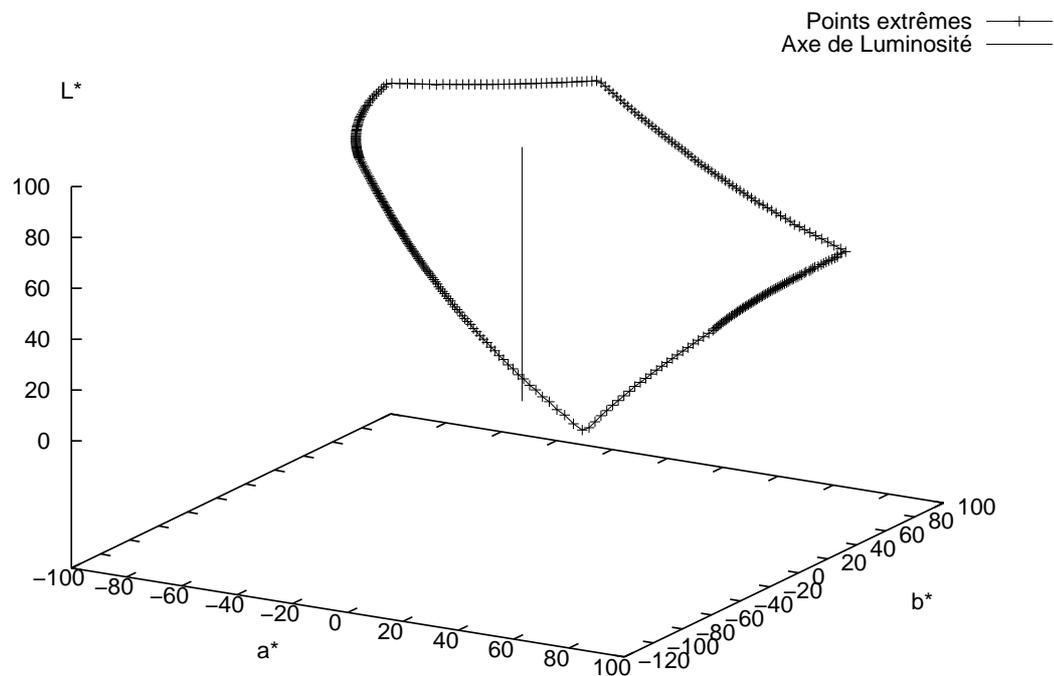


FIG. 5.9. – Distribution des «charges» dans l'espace  $L^*a^*b^*$ . La ligne au centre représente les charges positives sur l'axe de luminosité, et l'anneau qui l'entoure comprend les charges négatives aux points extrêmes.

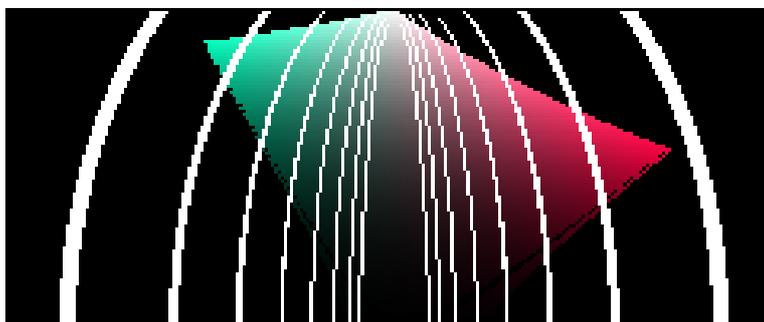


FIG. 5.10. – Lignes d'iso-potential dues seulement à la charge positive placée sur l'axe de luminosité.

la ligne de charge centrale sont superposées sur cette image (les valeurs du potentiel sous une de ces lignes sont égales). Les lignes d'iso-potential les plus proches du centre représentent les valeurs de potentiel les plus élevées. Les formes des lignes d'iso-potential montrent que les gris claires ont des valeurs de potentiel moins élevées que les gris sombres.

### Les charges sur les points extrêmes

On fait une approximation du potentiel dû aux charges négatives placées aux points extrêmes par un ensemble de points chargés placés sur la ligne de points extrêmes, décrites par les fonctions  $L_{\text{ext}}(h)$  et  $C_{\text{ext}}(h)$  de la section 4.2.3. Les charges ont chacune une valeur de  $q$ , et elles sont réparties pour qu'elles soient équi-distances les unes par rapport aux autres. À cause des variations dans les distances des points extrêmes à partir de l'axe de luminosité, il est nécessaire de considérer les distances spatiales entre les charges, on ne peut pas simplement utiliser les distances angulaires. En résumé, on fait une approximation de la ligne de charge qui correspond aux points extrêmes par un ensemble de  $n$  points chargés, dont les coordonnées sont  $[L_{\text{ext}}(\theta_i), \theta_i, C_{\text{ext}}(\theta_i)]$  avec  $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ . Les valeurs de  $\theta_i$  sont choisies pour avoir les points équi-distants, c'est à dire que la valeur de la distance entre chaque paire de points  $[L_{\text{ext}}(\theta_{j+1}), \theta_{j+1}, C_{\text{ext}}(\theta_{j+1})]$  et  $[L_{\text{ext}}(\theta_j), \theta_j, C_{\text{ext}}(\theta_j)]$  pour  $j = 0, 1, \dots, (n-1)$  est égale à une valeur constante  $d_{\text{ext}}$  choisie préalablement. Le potentiel  $V_-$  à une position quelconque dû à ces charges négatives est

$$V_- = - \sum_{j=0}^n \frac{q}{r_j} \quad (5.17)$$

où  $r_j$  est la distance euclidienne entre le point chargé  $j$  et le point où l'on calcule le potentiel. Pour un point quelconque  $(L^*, h^*, C^*)$ , cette distance est donnée par la distance euclidienne dans un système de coordonnées cylindriques

$$r_j = \{ [L_{\text{ext}}(\theta_j) - L^*]^2 + C^* + C_{\text{ext}}(\theta_j) - 2 \times C^* \times C_{\text{ext}}(\theta_j) \times \cos[h^* - \theta_j] \}^{\frac{1}{2}} \quad (5.18)$$

Pour aider la visualisation de la forme du potentiel, nous avons calculé un potentiel correspondant dans un espace bi-dimensionnel. Dans le système de coordonnées polaires  $(\rho, \theta)$ , nous calculons le potentiel pour une charge positive placée au centre et des charges négatives à des coordonnées  $[C_{\text{ext}}(\theta_i), \theta_i]$  pour  $d_{\text{ext}} = 2$ . Les lignes d'iso-potential sont montrées dans la figure 5.11. On voit clairement que cette distribution de charge impose un changement progressif dans la forme des lignes d'iso-potential — Elles sont circulaires près de l'origine, et elles prennent la forme de la distribution de la charge extrême pour les distances plus éloignées de l'origine. Elles ont donc un comportement qui est une bonne approximation de celui d'une mesure de saturation.

### La forme finale du potentiel dans l'espace $L^*a^*b^*$

Avec la prise en compte des charges positives et négatives, la valeur de pondération d'un vecteur  $i$  quelconque  $(L^*, h^*, C^*)_i$  est donnée par

$$w_i = V_+ + V_- \quad (5.19)$$

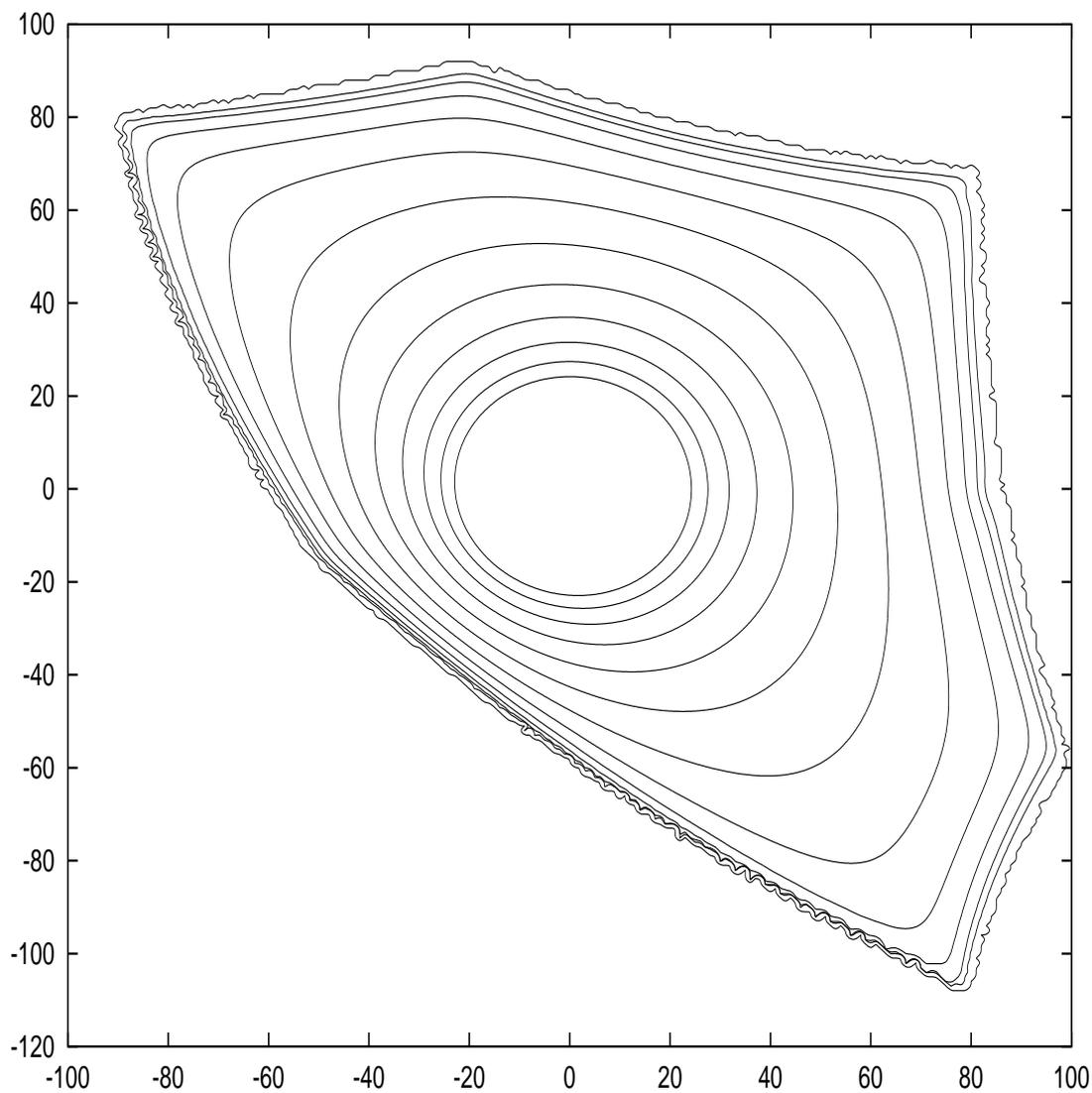


FIG. 5.11. – Lignes d'iso-potential générées par une charge positive placée à l'origine et des charges négatives placées aux points  $[C_{\text{ext}}(\theta_j), \theta_j]$  pour  $d_{\text{ext}} = 2$  dans un espace polaire bi-dimensionnel.

où  $V_+$  est donné par l'équation 5.16 avec  $\lambda = 1$ ,  $l = 200$ ,  $x = L_i^*$  et  $d = C_i^*$ ; et  $V_-$  est donné par les équations 5.17 et 5.18 avec  $d_{\text{ext}} = 2$  et  $q = 1$ . Ces paramètres ont été choisis parce qu'ils donnent des valeurs de pondération dans une intervalle convenable. Les valeurs de  $d_{\text{ext}}$  et de  $q$  donnent le niveau d'approximation de la ligne de charge extrême par des charges en forme de point. Des valeurs de  $d_{\text{ext}} = 1$  et  $q = 0.5$  donneront une approximation plus exacte, mais avec un temps de calcul plus élevé. Pour une application pratique, le temps de calcul des valeurs de pondération n'est pas critique — Après avoir choisi les points extrêmes, il est envisageable de calculer les valeurs de pondération pour toute la gamme de couleur dans l'espace  $L^*a^*b^*$  pour ensuite utiliser une table d'indexation pour trouver la valeur de pondération associée à chaque pixel d'une image.

Quelques diagrammes des lignes d'iso-potentiel dues à la distribution des charges positives et négatives suggérée dans la gamme de couleurs de l'espace  $L^*a^*b^*$  sont montrés dans la figure 5.12. Chaque image montre une coupe verticale de la gamme de couleurs avec l'axe de luminosité au centre, et des couleurs qui correspondent à deux teintes :  $\phi$  à droit de l'axe et  $\phi + 180^\circ$  à gauche.

### 5.4.2. Opérateurs morphologiques de base

Dans cette section, l'utilisation des opérateurs morphologiques de base avec la fonction de pondération de vecteurs basée sur un potentiel électrostatique est démontrée. Le supremum d'un ensemble de vecteurs correspond à celui avec la valeur de pondération minimum, et ainsi à la couleur la plus saturée. Inversement, l'infimum est le vecteur avec la valeur de pondération maximum. Dans une image couleur quelconque, on peut associer avec chaque couleur un poids, la valeur de la fonction de pondération. Une image de poids peut être créée en remplaçant chaque couleur par un niveau de gris qui correspond au poids, et dans laquelle un gris sombre correspond à une couleur proche des points extrêmes et un gris clair à une couleur proche de l'axe de luminosité. Deux exemples d'images couleur et de leurs images de poids correspondantes sont montrés dans la figure 5.13.

Avec l'utilisation d'une fonction de potentiel, nous avons créé un treillis de surfaces iso-potentiels, mais les vecteurs dans une surface iso-potentielle n'ont pas encore été ordonnés. Malheureusement, le meilleur ordre pour les vecteurs dans une surface n'est pas évident, nécessitant le choix des ordres plus ou moins arbitraires. Pour obtenir un ordre total, nous utilisons un ordre lexicographique, avec l'ordre des surfaces iso-potentiels au premier niveau suivi par un ordre des vecteurs dans chaque surface iso-potentielle. L'ordre suivant pour deux vecteurs  $\mathbf{c}_i$  et  $\mathbf{c}_j$  est utilisé

$$\mathbf{c}_i > \mathbf{c}_j \text{ si } \begin{cases} w_i < w_j \\ \text{ou} \\ w_i = w_j \text{ et } L_i^* > L_j^* \\ \text{ou} \\ w_i = w_j \text{ et } L_i^* = L_j^* \text{ et } (h_i^* \div h_0^*) < (h_j^* \div h_0^*) \end{cases} \quad (5.20)$$

où  $h_0^*$  est l'origine de la teinte choisie par l'utilisateur, et  $(h^* \div h_0^*)$  est la différence angulaire donnée par l'équation 2.4. Cet ordre consiste en deux niveaux qui sont invariant par rotation

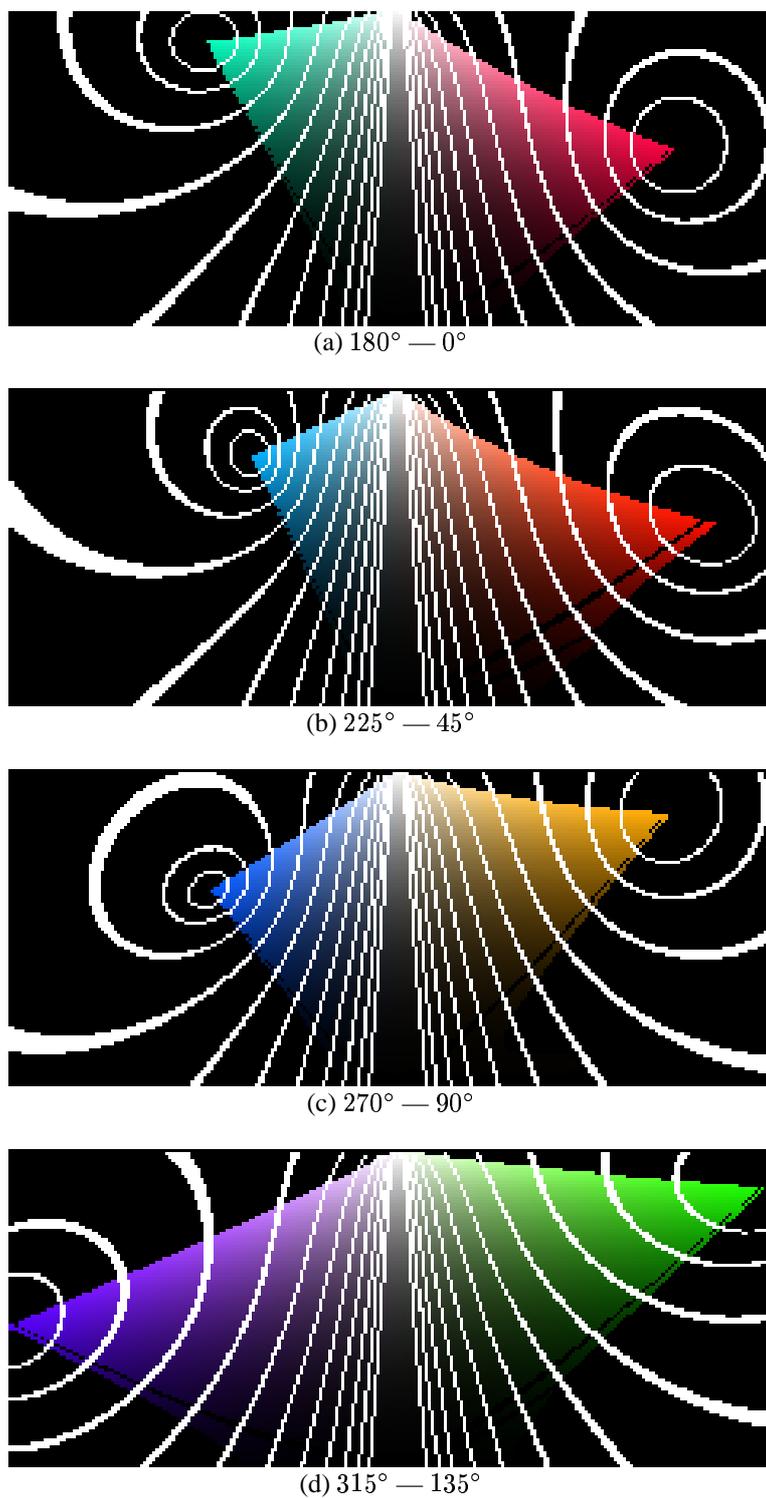
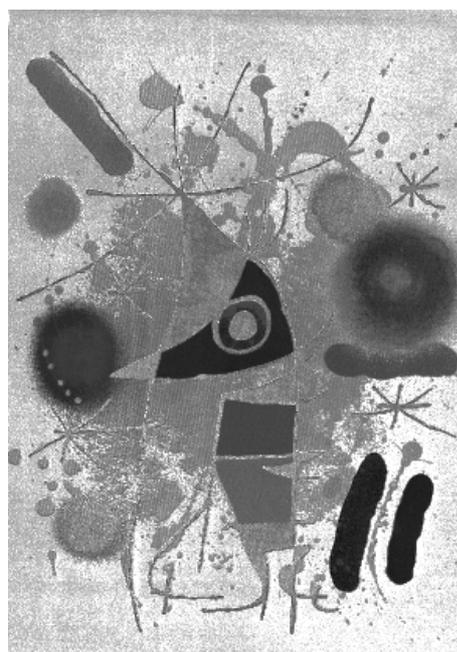


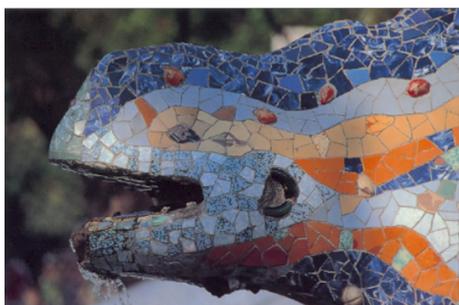
FIG. 5.12. – Lignes d'iso-potential pour quatre coupes verticales de la gamme de couleurs de l'espace  $L^*a^*b^*$ . Les valeurs de teinte à gauche et à droite de l'axe de luminosité sont données en dessous de chaque image.



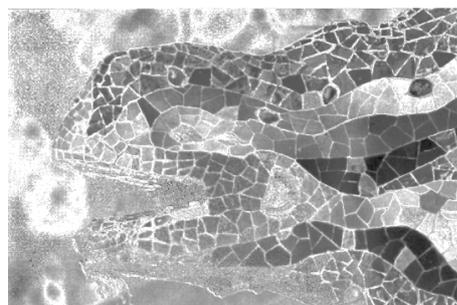
(a)



(b)



(c)



(d)

FIG. 5.13. – (a) et (c) Deux images couleur. (b) et (d) Leurs images de poids correspondantes. L'image a est l'image de Mirò déjà utilisée, et l'image c est un lézard d'Antoni Gaudí à Barcelone.

autour de l'axe de luminosité, et un troisième qui dépend de la teinte. Les niveaux peuvent être résumés comme suit :

1. Ordre de surfaces iso-potentielles (invariant par rotation).
2. Ordre de la luminance dans chaque surface iso-potentielle (invariant par rotation). Ce niveau est en fait l'ordre d'un ensemble d'anneaux qui tracent les lignes qui sont à la fois d'iso-potentiel et d'iso-luminance.
3. Ordre de la teinte dans chaque anneau d'iso-luminance et d'iso-potentiel (non-invariant par rotation).

Les deux niveaux supplémentaires dans la relation d'ordre sont suffisants pour ordonner totalement les vecteurs seulement s'il n'y a pas de surfaces d'iso-potentiel *sphériques* dans la gamme de couleurs. Si on utilise une configuration de charges qui donne naissance à des surfaces sphériques incluses dans la gamme de couleurs, il serait nécessaire d'ajouter un quatrième niveau en termes de  $C^*$  à la relation d'ordre pour garder l'ordre total.

Après la définition de l'ordre, celui-ci est utilisé dans les opérateurs d'érosion et de dilatation de base (équations 5.4 et 5.5). Des résultats de l'application d'une érosion, d'une dilatation, d'une ouverture et d'une fermeture à l'image de la figure 5.13a sont montrés dans la figure 5.14. En faisant une comparaison avec les résultats des opérateurs morphologiques qui utilisent l'ordre par saturation dans l'espace TYS (figure 5.4), il est clair que les résultats des deux approches sont similaires.

### 5.4.3. Chapeau haut de forme

Un opérateur analogue au chapeau haut de forme au niveau de gris [95] peut être créé pour une utilisation dans l'espace  $L^*a^*b^*$ . Nous profitons du fait que la distance euclidienne est définie dans l'espace  $L^*a^*b^*$  pour définir le chapeau haut de forme par ouverture

$$TH_{\gamma}(x) = \Delta E_{ab}^* \{f(x), \gamma_B f(x)\} \quad (5.21)$$

et le chapeau haut de forme par fermeture

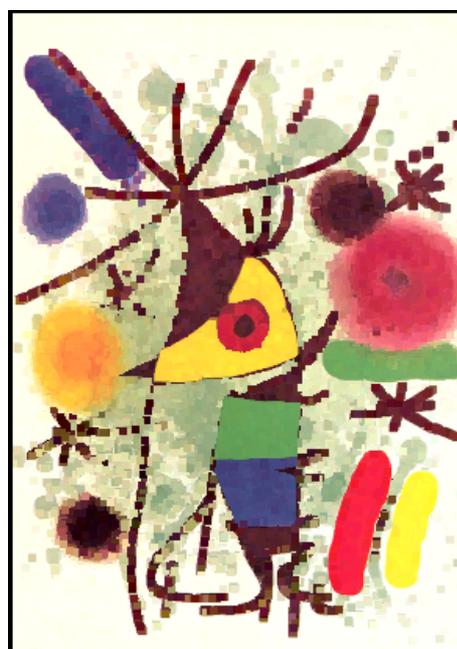
$$TH_{\varphi}(x) = \Delta E_{ab}^* \{f(x), \varphi_B f(x)\} \quad (5.22)$$

pour tous les points  $x$  d'une image  $f$ , où la notation  $\Delta E_{ab}^* \{c_i, c_j\}$  indique la distance euclidienne entre les vecteurs  $c_i$  et  $c_j$  (équations 4.28 et 4.29). Cette distance étant toujours positive, l'ordre des images dans ces opérateurs n'a aucun effet sur le résultat.

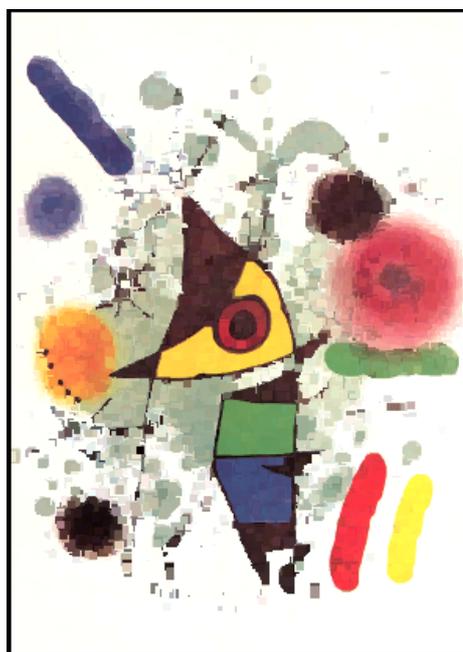
Un exemple de ce genre de chapeau haut de forme est donné dans la figure 5.15. La fermeture avec l'ordre lexicographique de l'équation 5.20 appliquée à la figure 5.13a est montrée dans la figure 5.15a. Comme prévu, cette fermeture remplace les parties grises (de faible saturation) entre la mosaïque par des couleurs. La différence euclidienne entre l'image de départ et sa fermeture, une image aux niveaux de gris montrée dans la figure 5.15b, réussit à mettre en évidence les lignes grises. L'intensité des pixels dans cette image correspond à la différence visible entre une composante de la mosaïque et le gris autour d'elle. Une opération similaire après une fermeture par saturation dans l'espace TYS est aussi envisageable [42], mais dans ce cas, l'utilisation de la distance euclidienne est théoriquement moins solide.



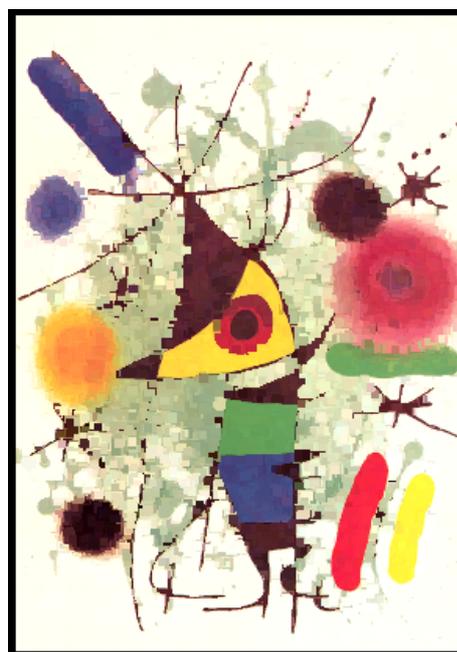
(a) érosion



(b) dilatation



(c) ouverture



(d) fermeture

FIG. 5.14. – Les résultats des opérateurs morphologiques qui utilisent un ordre lexicographique avec les valeurs de pondération basées sur les valeurs de potentiel d'une fonction électrostatique au premier niveau. Les opérateurs sont appliqués à la figure 5.13a.

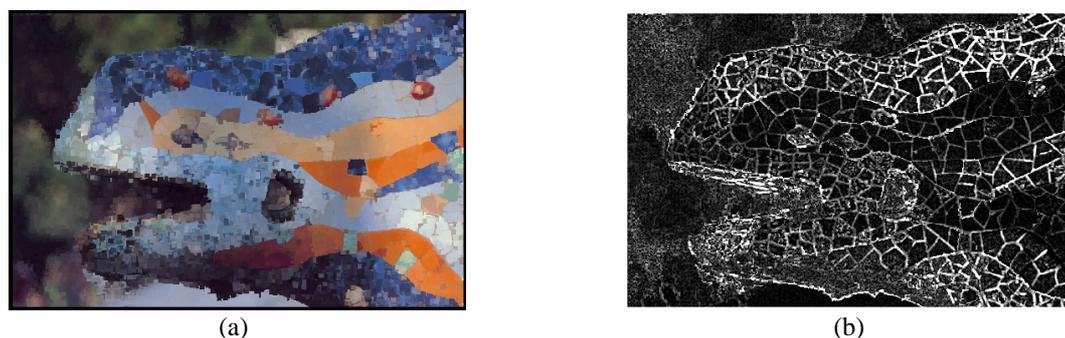


FIG. 5.15. – (a) Fermeture dans l'espace  $L^*a^*b^*$  de la figure 5.13c. (b) Chapeau haut de forme par fermeture (la différence euclidienne entre l'image couleur de départ et sa fermeture).

## 5.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons traité la morphologie mathématique vectorielle dans le cas où une des composantes des vecteurs est une valeur directionnelle. Nous avons considéré l'application spécifique de la morphologie mathématique appliquée aux images couleur décrites dans un espace qui comprend une mesure de teinte angulaire, mais des applications dans d'autres domaines sont envisageables.

Il est difficile de prendre en compte les valeurs supplémentaires associées à la teinte avec la plupart des opérateurs morphologiques sur le cercle unité développés dans le chapitre 2. L'approche adoptée consiste à créer des opérateurs qui sont largement invariants par rotation en mettant la considération de la valeur angulaire avec son choix d'origine inévitable au troisième niveau d'un ordre lexicographique pour ainsi minimiser son rôle. L'ordre lexicographique a été choisi parce qu'il impose un ordre total sur les vecteurs, pour ainsi éviter la situation gênante dans laquelle le supremum ou l'infimum d'un ensemble de vecteurs ne fait pas partie de l'ensemble, ce qui peut se produire avec un treillis reposant sur un ordre partiel. Pour l'imposition d'un ordre sur tous les vecteurs dans un espace couleur quelconque, le troisième niveau de la relation d'ordre lexicographique est bien sûr pris en compte, mais pour l'ensemble très réduit de vecteurs qui se trouvent normalement dans un élément structurant pendant l'application d'un opérateur morphologique, le processus de choisir un minimum ou un maximum de l'ensemble n'arrive presque jamais à utiliser le troisième niveau de la relation d'ordre (sauf dans des cas pathologiques). Les opérateurs introduits dans ce chapitre et qui sont basés sur cette minimisation du rôle de la valeur angulaire sont ceux qui utilisent l'ordre lexicographique avec la luminance ou la saturation au premier niveau dans l'espace TYS, et ceux qui utilisent l'ordre avec la valeur de pondération de vecteurs au premier niveau dans l'espace  $L^*a^*b^*$ .

L'autre extrême est de créer des ordres qui par conception ne sont pas invariants par rotation, comme l'ordre lexicographique avec la teinte pondérée par la saturation au premier niveau dans l'espace TYS, pour lequel l'effet de l'origine de la teinte choisie par l'utilisateur est immédiatement apparent, ce qui n'est pas forcément désagréable si l'utilisateur s'intéresse à une seule

teinte ou groupe de teintes, ou si l'image possède une teinte dominante, objective ou subjective. Une teinte dominante objective peut être déterminée, par exemple, par la moyenne circulaire.

Une objection à l'utilisation de l'ordre lexicographique est due à sa propension à élever une des composantes des vecteurs à un rôle beaucoup plus important que ceux des autres. Dans une représentation en coordonnées cylindriques, cette caractéristique de l'ordre est pourtant moins contraignante que dans un espace rectangulaire (de type RVB ou XYZ), dans lequel on est limité à un choix entre les trois vecteurs primaires de l'espace. Il est néanmoins possible d'augmenter l'importance des rôles joués par les niveaux plus bas de la relation d'ordre lexicographique en faisant une représentation en moins de niveaux des composantes plus hautes dans la relation. Par exemple, dans la relation d'ordre avec luminance au premier niveau, si la luminance est représentée par 10 niveaux au lieu de 255, la saturation au deuxième niveau jouera un rôle forcément plus grand. Une approche similaire est celle de Ortiz et al. [75], qui utilisent un paramètre de pondération au première niveau de l'ordre lexicographique pour augmenter ou diminuer son importance.

Passons à quelques remarques sur les fonctions de pondération de vecteurs. Nous avons choisi d'utiliser l'ordre engendré par la fonction de potentiel électrostatique créé par l'emplacement de «charges» à des positions pertinentes dans l'espace  $L^*a^*b^*$ . Cette formulation à l'avantage de prendre en compte les positions de l'axe de luminosité et des couleurs extrêmes de la gamme de couleurs utilisée. L'approximation à un ordre par saturation introduite par la fonction de pondération est utile en ce qu'elle évite la nécessité de transformer à un autre espace couleur si un ordre par saturation est souhaité, ce changement d'espace pouvant provoquer une perte d'information. L'utilité de la fonction de pondération est bien démontrée par l'exemple du chapeau haut de forme, dans lequel on ignore d'abord les propriétés de l'espace  $L^*a^*b^*$  en imposant un ordre par saturation, suivi par l'utilisation intensive de la propriété d'uniformité perceptuelle pendant la soustraction.

L'adaptation de la fonction de pondération suggérée à d'autres gammes de couleurs dans l'espace  $L^*a^*b^*$  (ou  $L^*u^*v^*$ ) est possible en suivant les étapes présentées. On commence avec la transformation d'un cube RVB rempli de points à l'espace  $L^*a^*b^*$ , suivi par l'extraction des positions des points extrêmes de la gamme de couleurs obtenue. Les charges négatives sont ensuite placées à ces points extrêmes. Avec la prise en compte de la charge positive sur l'axe de luminosité, la valeur de pondération de chaque couleur peut être déterminée.

Nous finissons par la suggestion de deux pistes de recherche intéressantes à suivre. La première est l'étude des opérateurs morphologiques de reconstruction appliqués aux images couleur. Pour l'approche par fonction de pondération de vecteurs, il est possible que les opérateurs de reconstruction aient besoin d'une meilleure approximation de la ligne de charge négative aux points extrêmes que l'ensemble de points chargés utilisé actuellement. La deuxième piste est une étude sur la modification de la fonction de potentiel par l'addition de charges supplémentaires. Par exemple, si on est intéressé par une couleur spécifique, une charge négative peut être placée à la position de cette couleur pour imposer un minimum supplémentaire à la fonction de potentiel, tout en gardant la forme de base de la fonction engendrée par les charges sur l'axe de luminosité et sur les points extrêmes.

## 6. Conclusion

Le thème central de la première partie de cette thèse est le traitement de données circulaires et des images qui contiennent ce type de données. Ces données représentent le plus souvent un ensemble de directions qui peuvent être visualisées comme des points sur le cercle unité.

La théorie des statistiques des données circulaires est bien développée ; nous nous limitons à l'utilisation de mesures statistiques simples comme la moyenne et la variance, dont nous faisons une extension au cas vectoriel pour définir les mesures de la teinte pondérée par la saturation pour les images couleur.

L'apport principal de cette thèse est le développement d'opérateurs morphologiques agissant sur le cercle unité. Ces opérateurs essaient de surmonter les deux désavantages principaux liés aux données sur le cercle unité : le manque d'origine évidente et la nature cyclique des données. Nous considérons quatre formulations d'opérateurs :

1. Opérateurs qui exigent le choix d'une origine.
2. Les pseudo-opérateurs qui utilisent la notion de groupement des données.
3. Les opérateurs circulaires centrés qui agissent sur les incréments.
4. Les opérateurs qui commence par une labelisation de l'image.

Pour les opérateurs sur le cercle unité, la notion d'invariance par rotation est très importante. On est libre de choisir l'origine du système de coordonnées angulaires à n'importe quelle position, mais il est souhaitable que les résultats des opérateurs morphologiques ne soient pas changés par un changement d'origine. Même si les *valeurs* des résultats changent, les *directions* doivent rester les mêmes. La définition des opérateurs invariants par rotation s'est révélée difficile, car l'imposition de cette invariance peut

- entraîner la perte d'autres propriétés utiles, par exemple la perte de l'idempotence des pseudo-ouvertures et pseudo-fermetures.
- se limiter à un ensemble très réduit d'opérateurs, par exemple les opérateurs circulaires centrés.

L'utilité de ces opérateurs est démontrée dans deux contextes. Dans le premier, on est libre de traiter les données angulaires en isolation, un cas illustré par le traitement de champs de directions qui décrivent des textures orientées ; dans le deuxième, nous considérons les données vectorielles pour lesquelles chaque vecteur contient au moins une valeur angulaire. Ce dernier est illustré par le traitement d'images couleur représentées dans un système de coordonnées cylindriques.

Une texture orientée est un type de texture qui montre un certain niveau de spécificité d'orientation à chaque point qui peut être décrit par un champ de directions. Nous utilisons les deux

opérateurs de chapeau haut de forme adaptés aux données circulaires pour détecter des défauts associés à une singularité d'orientation dominante. Des exemples sont donnés pour les images de bois et pour quelques images venant de l'album de Brodatz. Nous développons également deux algorithmes qui utilisent des mesures de cohérence de direction et des statistiques circulaires pour détecter quelques types de défauts sur des images de textiles. Finalement, l'utilité du gradient circulaire centré pour la segmentation d'une texture orientée est démontrée.

Passons au cas d'images couleur. Une représentation plus isotrope de l'espace RVB est celle en coordonnées cylindriques, pour laquelle chaque coordonnée ne correspond pas à une direction fixe. Ces coordonnées de clarté, de saturation et de teinte, cette dernière étant une coordonnée angulaire, sont aussi plus intuitives à utiliser. Avant d'aborder l'application de la morphologie mathématique aux images couleur, nous examinons la multitude de méthodes disponibles dans la littérature pour faire le simple changement de système de coordonnées, la transformation des coordonnées rectangulaires aux coordonnées cylindriques. Nous démontrons que la raison principale pour la prolifération d'algorithmes de changement de coordonnées est la définition, souvent implicite, de la saturation en termes de la fonction de clarté choisie. Nous suggérons une représentation en coordonnées cylindriques de l'espace RVB avec les coordonnées de saturation et de clarté complètement indépendantes. Cette représentation permet aussi le remplacement de la mesure de clarté par une mesure de luminance psycho-visuelle. Nous présentons également une brève revue de l'espace couleur  $L^*a^*b^*$  et de ses liens avec la représentation cylindrique de l'espace RVB.

Nous terminons la première partie de cette thèse en considérant la morphologie mathématique appliquée aux images couleur. Nous commençons par une discussion d'ordres des composantes dans un espace vectoriel. La propriété la plus importante pour la morphologie mathématique appliquée aux images couleur est que le supremum et l'infimum d'un ensemble fassent partie de l'ensemble, pour ainsi éviter l'introduction de fausses couleurs. Pour avoir cette propriété, nous employons un ordre total, l'ordre lexicographique. Cet ordre demande l'élévation d'une des composantes des vecteurs à une fonction dominante. Pour éviter d'avoir à élever une seule direction à la position dominante, nous employons une représentation plus isotrope de l'espace RVB : une représentation en coordonnées cylindriques. Due à la forme vectorielle des données, les opérateurs morphologiques invariant par rotation développés précédemment ne sont pas facilement applicables. Nous faisons donc le compromis de développer des opérateurs qui sont le plus invariant par rotation possible en mettant la relation d'ordre de la teinte en troisième niveau d'une relation d'ordre lexicographique. La possibilité d'élever les teintes au premier rang d'importance pour ainsi créer des opérateurs qui sont par définition non-invariant par rotation est aussi considérée. Il est démontré que la mise au premier niveau d'une fonction de teinte pondérée par la saturation donne de meilleurs résultats que la teinte seule, à cause de la relation étroite entre ces deux caractéristiques de chrominance. Finalement, nous considérons l'utilisation d'une fonction de pondération de vecteurs au premier niveau d'une relation d'ordre lexicographique, qui calcule une valeur de pondération à partir des composantes d'un vecteur. Nous développons une fonction qui s'applique à la représentation en coordonnées cylindriques de l'espace  $L^*a^*b^*$  pour prendre en compte la forme compliquée de la gamme de couleurs dans cet espace. Elle est basée sur la notion de fonction de potentiel électrostatique.

---

Dans ce travail, notre contribution principale à l'état de l'art du traitement d'image est le développement des opérateurs morphologiques pour les données circulaires et la démonstration des affinités existantes entre les traitements de textures orientées et d'images couleur. Il reste certainement des extensions à faire, dont quelques unes ont été suggérées dans les conclusions des chapitres. On peut envisager des extensions théoriques, y compris le développement des méthodes pour appliquer des opérateurs invariant par rotation aux images vectorielles et la réalisation des opérateurs de reconstruction pour les images couleur. Des éventuels domaines d'application supplémentaires sont le traitement du son représenté sous la forme de spectrogrammes ou d'images prises en microscopie électronique.



**Deuxième partie .**  
**SCANMATCH**



# 7. Introduction

La deuxième partie de cette thèse concerne des traitements relatifs à la couleur et à la texture. Les résultats présentés ici ont été obtenus dans le cadre d'un projet Européen : SCANMATCH. Il s'agit d'assembler des pièces de bois selon des critères esthétiques sur un processus entièrement automatisé de production de panneaux pour l'ameublement.

## 7.1. Description du projet

Le tronc d'un arbre est débité en plot (tranche). Ces plots sont délimités pour produire des avivés (planches). Les avivés utilisés par l'industrie de l'ameublement sont ensuite débités afin de purger le bois des défauts principaux. Ces opérations sont réalisées sous deux types de contraintes :

- Dimensionnelles : le système doit produire des pièces selon des dimensions prédéfinies.
- Qualitatives : des classes de qualités sont également prédéfinies. Elles peuvent tolérer la présence de certains types de défauts selon l'usage final de la pièce.

Ces pièces sont ensuite assemblées par collage pour constituer des panneaux. Dans le cadre de ce travail nous ne nous sommes intéressés qu'aux pièces constituant des panneaux visibles sur un meuble (face avant, portes, panneaux de côté).

Cependant, les planches n'ont pas toutes la même apparence — elles exhibent des variations de couleur et de texture qui doivent être prises en compte pendant leur appariement pour arriver à des combinaisons de couleurs et de textures qui soient esthétiques. Cet appariement de panneaux est actuellement fait à la main. Le but du projet SCANMATCH était de développer une machine pour l'automatiser, pour ainsi améliorer la qualité des panneaux et la vitesse du processus. Il est souhaité que la machine puisse traiter au moins six mètres linéaire de bois par minute.

Les aspects les plus importants dans l'apparence d'une planche de bois sont la couleur et la texture. Pour la couleur, les deux caractéristiques importantes sont la couleur globale de la planche et le contraste des veines. Les formes des veines, leurs orientations et leurs espacements, sont les plus importantes caractéristiques de la texture. Les veines forment une texture orientée classique, bien adaptée à un traitement de texture orientée décrit dans le chapitre 3.

Les variations de couleur des planches dépendent de l'essence, mais les couleurs peuvent aussi varier en fonction de la position du débit (proximité ou non du cœur). La forme des veines dépend du mode de débit, c'est à dire de l'intersection du plan de coupe avec les anneaux de croissance de l'arbre (un tronc peut être vu comme une imbrication de cônes). La figure 7.1 montre une coupe transversale d'un tronc sur laquelle les cernes sont visibles. Les positions d'une petite face des planches coupées longitudinalement montrent l'origine des trois classes

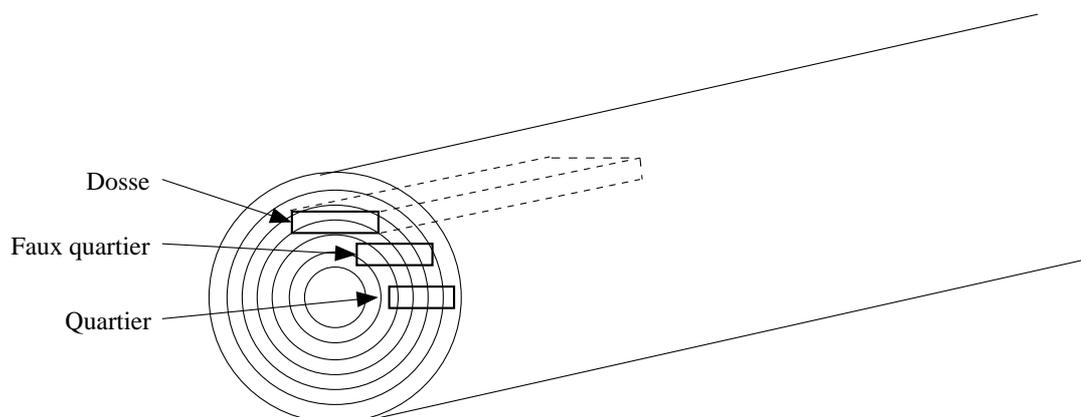


FIG. 7.1. – Positions dans le tronc des planches montrant les trois types principaux de texture.

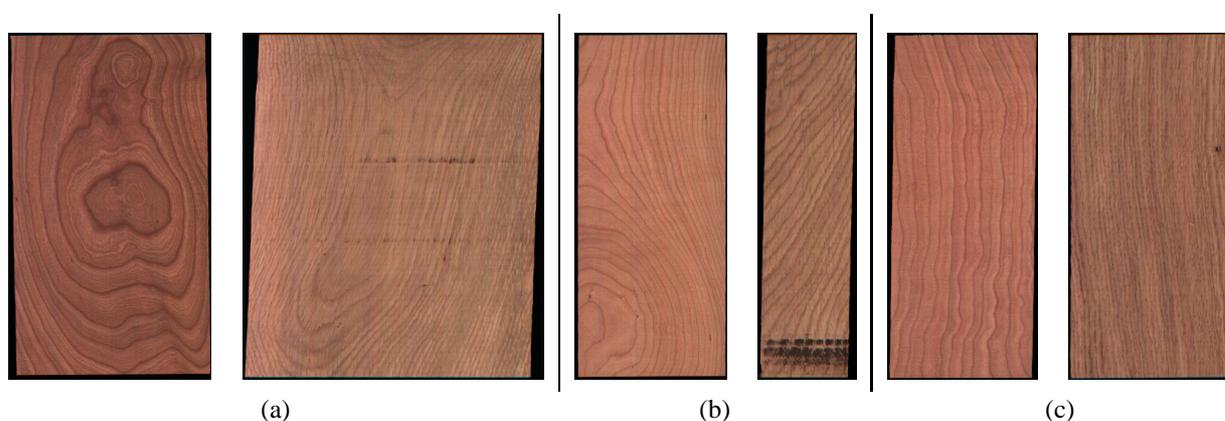


FIG. 7.2. – Les classes de texture : (a) Dosse, (b) Faux-quartier et (c) Quartier. Pour chaque classe, une planche de merisier est montrée à gauche, et une planche de chêne à droite.

principales de texture. Les pièces de *dosse* sont taillées de façon perpendiculaire au rayon. Ces pièces présentent des veines en forme d'ellipse ou de flamme comme l'exemple de la figure 7.2a. Les pièces de *quartier* sont taillées parallèles au rayon, et les veines sont ainsi droites et parallèles, comme l'exemple de la figure 7.2c. Les pièces de *faux-quartier* (figure 7.2b) ont un aspect entre les deux autres coupes, les veines sont parallèles mais courbées.

La société SCANWOOD SYSTEM (Pont-à-Mousson, France) s'est occupée de l'intégration du scanner dans le processus de production de panneaux, de l'éclairage et de l'acquisition d'image. Dans cette thèse, les algorithmes de traitement d'image que nous avons développés sont présentés. La machine prototype construite dans le cadre du projet est montrée dans la figure 7.3. Les planches sont convoyées à plat sur un tapis et des images sont capturées par une caméra à balayage de ligne. Cette approche permet l'acquisition rapide d'images, mais avec une résolution horizontale plus élevée que la résolution verticale. Chaque image acquise est traitée par un logiciel dans lequel nous utilisons les algorithmes d'analyse de couleur et de texture décrits dans les chapitres 8 et 9 respectivement.



FIG. 7.3. – La machine prototype du projet SCANMATCH.

Après le calcul des caractéristiques de couleur et de texture, deux approches possibles sont considérées. La première est un classement absolu de chaque planche dans un nombre fini de classes de couleur et de texture pour aider l'appariement manuel. En pratique, pour  $m$  classes de couleur et  $n$  de texture, cette approche peut être réalisée par  $m \times n$  boîtes de sortie de la machine. La seconde approche consiste en une approche relative. Il s'agit de trouver la pièce la plus proche d'une pièce choisie comme référence. Nous avons dans un premier temps choisi, dans le cadre de cette seconde approche, de travailler de la façon suivante :

1. On sélectionne un échantillon dans la base de données d'images d'une espèce de bois.
2. On recherche, sur toute la base de données, les pièces semblables à cet échantillon selon des critères prédéfinis.

Cette approche est plus difficile à mettre en œuvre qu'une approche de tri absolu. La difficulté principale provient de la gestion des cases ou boîtes de sortie. En effet, celles-ci sont gérées dynamiquement. Il se peut qu'au cours du fonctionnement du système, les cases de sortie présentent une configuration telle que les pièces à classer ne peuvent pas être appareillées avec aucun des panneaux en construction générant ainsi un taux de recyclage inacceptable (le taux de recyclage fait référence aux planches qui doivent passer dans la machine plusieurs fois avant de trouver une place dans une boîte de sortie). Il se peut également que certaines des boîtes de sortie

soient bloquées par une configuration de panneau nécessitant un complément par une pièce peu représentative et générant ainsi des cas de recyclage fréquent.

Les résultats présentés dans ce mémoire, concernant l'appariement, ont été obtenus selon le mode décrit précédemment, à savoir l'extraction d'un échantillon suivie par la recherche des pièces les plus semblables sur toute la base. Les algorithmes développés sont utilisables dans le cadre d'un processus temps réel, mais une étude approfondie est cependant nécessaire afin de définir un mode d'exploitation industriel (gestion dynamique des boîtes de sortie).

## 7.2. Bases de données

Pour les expériences de classification et d'appariement, nous avons utilisé deux bases de données constituées par la société NOVESTYLE (Les Herbiers, France). La première contient 152 pièces de merisier et la deuxième contient 146 pièces de chêne. Toutes les pièces dans ces bases sont sans défaut. Les planches ont été appareillées à la main pour donner des exemples de panneaux acceptables, mais cet appariement ne correspond pas à l'appariement optimal. D'autres bases plus petites de pin et de chêne (appelée «chêne<sup>2</sup>» pour la différencier de la base principale de chêne) étaient disponibles, et sont utilisées pour les expériences initiales sur la couleur. Une base de 65 pièces de chêne avec défauts appelée «chêne<sup>3</sup>» est aussi utilisée dans certaines expériences.

## 7.3. Traitement initial des images de bois

Toutes les images ont un fond noir, facilitant la segmentation du bois par un seuil fixe sur l'image de clarté. Ensuite, pour éviter que les caractéristiques soient contaminées par le fond, le calcul des caractéristiques de couleur est fait seulement dans la partie seuillée (correspondant au bois), et le calcul des caractéristiques de texture dans le plus petit rectangle qui contient la partie seuillée. Connors et al. [26] remarquent qu'on peut profiter de l'information couleur pour améliorer le seuil. Si la couleur du tapis roulant est choisie astucieusement, une table indexée peut être utilisée pour classer rapidement les pixels qui font partie de la planche et du fond. Ils suggèrent bleu comme couleur de fond, et ils utilisent seulement les canaux rouge et bleu avec une table indexée de taille  $256 \times 256$  pour la segmentation.

## 7.4. Classification automatique

Après avoir calculé les caractéristiques pertinentes de la couleur et de la texture d'une planche, un algorithme de classification (classificateur automatique) est nécessaire pour pouvoir mettre la planche dans la bonne classe. Une définition simple d'un classificateur automatique, mais qui est suffisante à notre propos, est

**Définition 7.4.1.** Un *classificateur automatique* est une fonction  $g : \mathbb{R}^d \rightarrow \{0, 1, 2, \dots, N - 1\}$  qui prend comme entrée un vecteur  $d$ -dimensionnel de caractéristiques pour ensuite donner le numéro de la classe à laquelle le vecteur appartient.

Les algorithmes de classification sont en général développés dans un cadre statistique ; ils donnent la probabilité qu'un vecteur appartienne à chacune des classes. L'utilisation d'un classificateur automatique est divisé en deux étapes : une étape d'apprentissage pendant laquelle les paramètres de la fonction  $g$  sont estimés à partir d'un ensemble de vecteurs dont les classes sont connues (dite la *base d'apprentissage*), suivie par l'étape d'utilisation, où le classificateur est utilisé pour classer des vecteurs dont les classes sont inconnues.

La fonction  $g$  peut prendre beaucoup de formes, par exemple les classificateurs linéaires ou quadratiques ; la méthode des  $k$  voisins les plus proches ; ou les réseaux de neurones [91]. Le choix du meilleur type de classificateur est difficile, car en général chaque classificateur requiert le choix d'un jeu de paramètres dont l'estimation n'est pas possible par l'étape d'apprentissage. Pour les classificateurs quadratiques, on peut choisir quelques simplifications de la matrice de covariance et pour la méthode des  $k$  voisins les plus proches, il est obligatoire de choisir une valeur de  $k$ . Les réseaux de neurones sont exceptionnellement difficiles à régler à cause de leur grand nombre de paramètres : le nombre de neurones dans chaque couche, les paramètres de l'algorithme de minimisation utilisé pour l'apprentissage, et éventuellement des paramètres de régularisation pour empêcher la situation dans laquelle le classificateur est capable de classer parfaitement les échantillons de la base d'apprentissage, mais est incapable de généraliser.

Quelques algorithmes ont été essayés pour les tâches de classification de couleur et de texture décrites dans cette thèse, en utilisant le logiciel LNKNET [60]. Nous n'avons pas remarqué de grandes différences entre les résultats donnés par les classificateurs que nous avons essayés, et nous avons choisi d'utiliser un classificateur de distance de Mahalanobis, ce qui est très rapide dans les phases d'apprentissage et d'utilisation.

La phase d'apprentissage de ce classificateur consiste en un calcul des vecteurs moyens et les matrices de covariance de chaque classe. Soit  $\mathbf{X}_l$ ,  $l = 1, 2, \dots, m$  les  $m$  vecteurs d'une base d'apprentissage avec  $N$  classes. Pour chaque classe  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ , on calcule le vecteur moyen

$$\hat{\mu}_k = \frac{1}{\mathcal{N}(\text{classe } k)} \sum_{\mathbf{X}_l \in (\text{classe } k)} \mathbf{X}_l \quad (7.1)$$

où  $\mathcal{N}(\text{classe } k)$  est le nombre de vecteurs qui appartiennent à la classe  $k$ . La matrice de covariance pour chaque classe est ensuite calculée

$$\hat{\Sigma}_k = \frac{1}{\mathcal{N}(\text{classe } k)} \sum_{\mathbf{X}_l \in (\text{classe } k)} [\mathbf{X}_l - \hat{\mu}_k][\mathbf{X}_l - \hat{\mu}_k]^T \quad (7.2)$$

Pendant l'utilisation du classificateur, un vecteur  $\mathbf{X}$  dont la classe est inconnue est mis dans la classe  $k$  avec la valeur la plus petite de la distance de Mahalanobis

$$\Delta_k^2 = [\mathbf{X} - \hat{\mu}_k]^T \hat{\Sigma}_k^{-1} [\mathbf{X} - \hat{\mu}_k] \quad (7.3)$$

Dans les cas où le nombre d'exemples dans la base d'apprentissage n'est pas très élevé, on fait souvent une hypothèse sur la forme de la matrice de covariance pour réduire le nombre de paramètres à estimer pendant la phase d'apprentissage. On peut soit supposer la même forme de la matrice pour toutes les classes dans l'espace des caractéristiques, ce qui se traduit en pratique

par l'utilisation d'une matrice de covariance globale (la même matrice pour toutes les classes) ; soit supposer que les caractéristiques n'ont pas de corrélation entre elles, et ainsi mettre les éléments non-diagonaux de la matrice à zéro. Les deux hypothèses peuvent aussi être combinées pour avoir une matrice de covariance globale et diagonale.

Pour quantifier l'efficacité d'un classificateur quelconque, on donne en général l'erreur de classification, c'est à dire le pourcentage de vecteurs qui sont malclassés par le classificateur dans une base de test. On évite d'utiliser la base d'apprentissage pour base de test parce que ceci a tendance à biaiser les résultats. Pour les petites bases de données pour lesquelles on aimerait faire une utilisation optimale de chaque échantillon, les méthodes de *validation croisée* sont souvent utilisées. La base est d'abord divisée en  $V$  sous-parties. Ensuite, le classificateur est entraîné  $V$  fois, chaque fois en utilisant  $(V - 1)$  sous-parties pour l'apprentissage et la sous-partie qui reste pour le test. La moyenne des  $V$  erreurs est prise pour l'erreur globale. La version extrême de la validation croisée se produit quand  $V$  est égal au nombre d'échantillons dans la base, la méthode de validation croisée par «*leave-one-out*».

## 8. Classification et appariement selon la couleur

Dans le cadre de l'appariement de bois demandé par le projet SCANMATCH, l'objectif premier est de trouver des planches dont la couleur se ressemble. Pour la construction d'un panneau, une couleur uniforme pour les planches qui le composent est importante, car les transitions abruptes de couleur sont très frappantes à l'œil, et rendent le panneau esthétiquement peu séduisant.

Pour le processus industriel envisagé, toutes les images de bois sont acquises par le même appareil dans les mêmes conditions d'éclairage, ce qui évite la nécessité d'une stricte calibration colorimétrique. Pourvu qu'on choisisse des conditions d'éclairage qui ne sont pas trop extraordinaires (i.e. une bonne approximation de la lumière du jour), une correspondance de couleur dans ces conditions d'éclairage implique une correspondance acceptable. Pour pouvoir faire cet appariement selon la couleur, il suffit de trouver un espace couleur permettant une description compacte des caractéristiques importantes de couleur. Cette description permet de quantifier la différence de couleur entre différentes planches.

Nous commençons par discuter les propriétés de la couleur de bois et la possibilité de reconstruire une image couleur de bois à partir de sa luminance (section 8.1). Nous passons ensuite à la considération de la tâche de SCANMATCH : la description de la couleur (section 8.2) et la classification et l'appariement selon la couleur (section 8.3).

### 8.1. Propriétés de la couleur de bois

En regardant des échantillons d'une espèce de bois, on peut constater que la couleur ne varie pas significativement parmi les planches d'une seule espèce. Par contre, il est possible que la différence de couleur entre deux pièces d'espèces différentes soit très grande. Ces deux observations peuvent être vérifiées en utilisant une méthode de reconstruction de la chrominance d'une image couleur à partir de sa luminance. Cette méthode a été proposée par Albiol [2] dans le cadre de la restauration des peintures anciennes à partir de vieilles photos monochromes et de fragments colorés d'œuvres du même artiste. Pour la restauration de la couleur d'une peinture à partir de sa luminance, il est d'abord nécessaire de faire une segmentation de la peinture à la main pour séparer les *catégories de couleur*, par exemple le ciel (bleu), la pelouse (vert) et la peau humaine (rose). Une image de bois, à cause de sa faible variation de couleur, appartient à une seule catégorie de couleur, ce qui permet l'application de la méthode à l'image entière.

Base	$a_r$	$c_r$	$a_v$	$c_v$	$a_b$	$c_b$
Merisier	4.856	0.738	0.329	1.201	0.346	1.144
Chêne	2.187	0.892	0.608	1.082	0.722	0.994
Pin	4.857	0.727	0.470	1.142	0.069	1.420
Chêne <sup>2</sup>	3.230	0.792	0.689	1.071	0.090	1.410

TAB. 8.1. – Valeurs des paramètres des courbes approximatives (équation 8.1) pour les quatre graphes de la figure 8.1.

Dans cette section, nous démontrons que toutes les pièces d'une espèce appartiennent à la même catégorie de couleur, pourvu que les images soient prises dans les mêmes conditions d'éclairage.

L'adaptation de la méthode de reconstruction de chrominance pour le bois se résume ainsi. Dans une base de données d'une seule espèce de bois, nous faisons des échantillons de pixels, dont on garde les valeurs  $R$ ,  $V$  et  $B$  et dont on calcule la luminance  $Y$ . Ensuite, nous faisons l'hypothèse que les relations entre les composantes de couleur et la luminance ont la forme

$$R = a_r Y^{c_r} \quad V = a_v Y^{c_v} \quad B = a_b Y^{c_b} \quad (8.1)$$

et on fait une estimation des paramètres  $a_r$ ,  $c_r$ ,  $a_v$ ,  $c_v$ ,  $a_b$ ,  $c_b$  à partir des échantillons avec la méthode de Levenburg-Marquardt [86]. Pour le procédé inverse, la reconstruction à partir d'une image de luminance, il suffit d'utiliser les paramètres estimés dans l'équation 8.1 pour calculer les valeurs de  $R$ ,  $V$  et  $B$  qui correspondent à chaque valeur de luminance.

Nous avons testé l'utilisation de cette approche sur plusieurs planches de la même espèce pour quatre bases d'images : les bases principales de merisier et de chêne qui sont utilisées pour les expériences de couleur et des bases plus petites de pin et de chêne<sup>2</sup>. Les images des bases de merisier et de chêne sont acquises dans les mêmes conditions d'éclairage, ainsi que les bases de pin et de chêne<sup>2</sup>. Nous avons choisi six images de chaque base utilisée, avec 200 échantillons par image, donnant ainsi 1200 échantillons de  $R$ ,  $V$ ,  $B$  et  $Y$  pour chaque base. Les quatre graphes de la figure 8.1 montrent les relations de  $R$ ,  $V$  et  $B$  en fonction de  $Y$  pour chacune des bases. Les courbes d'approximation des distributions sont aussi dessinées sur les graphes, et les valeurs des paramètres des courbes pour les quatre bases sont données dans le tableau 8.1. Quelques reconstructions des couleurs à partir de la luminance sont montrées dans la figure 8.2. Finalement, l'effet de la reconstruction d'une planche de bois avec les paramètres d'une autre espèce est montré dans la figure 8.3, dans laquelle la couleur d'une planche de la base de chêne<sup>2</sup> est reconstruite avec des paramètres calculés à partir des bases de chêne<sup>2</sup>, de pin et de merisier.

En regardant les quatre graphes de la figure 8.1, on s'aperçoit des fortes corrélations entre les composantes  $R$ ,  $V$  et  $B$  et la luminance, ainsi que la faible variance dans les valeurs de chaque composante à chaque valeur de luminance. Étant donné que chaque graphe représente des échantillons de six planches, on peut constater que la couleur d'une espèce de bois n'est pas caractérisée par de fortes variations, autrement dit, les couleurs d'une espèce de bois forment une seule catégorie de couleur. La forme de courbe choisie est en général une bonne approximation de la distribution et les images reconstruites sont très proches des images couleur de départ. Avec cette approximation, on perd néanmoins la petite variance qui existe dans les valeurs en fonction

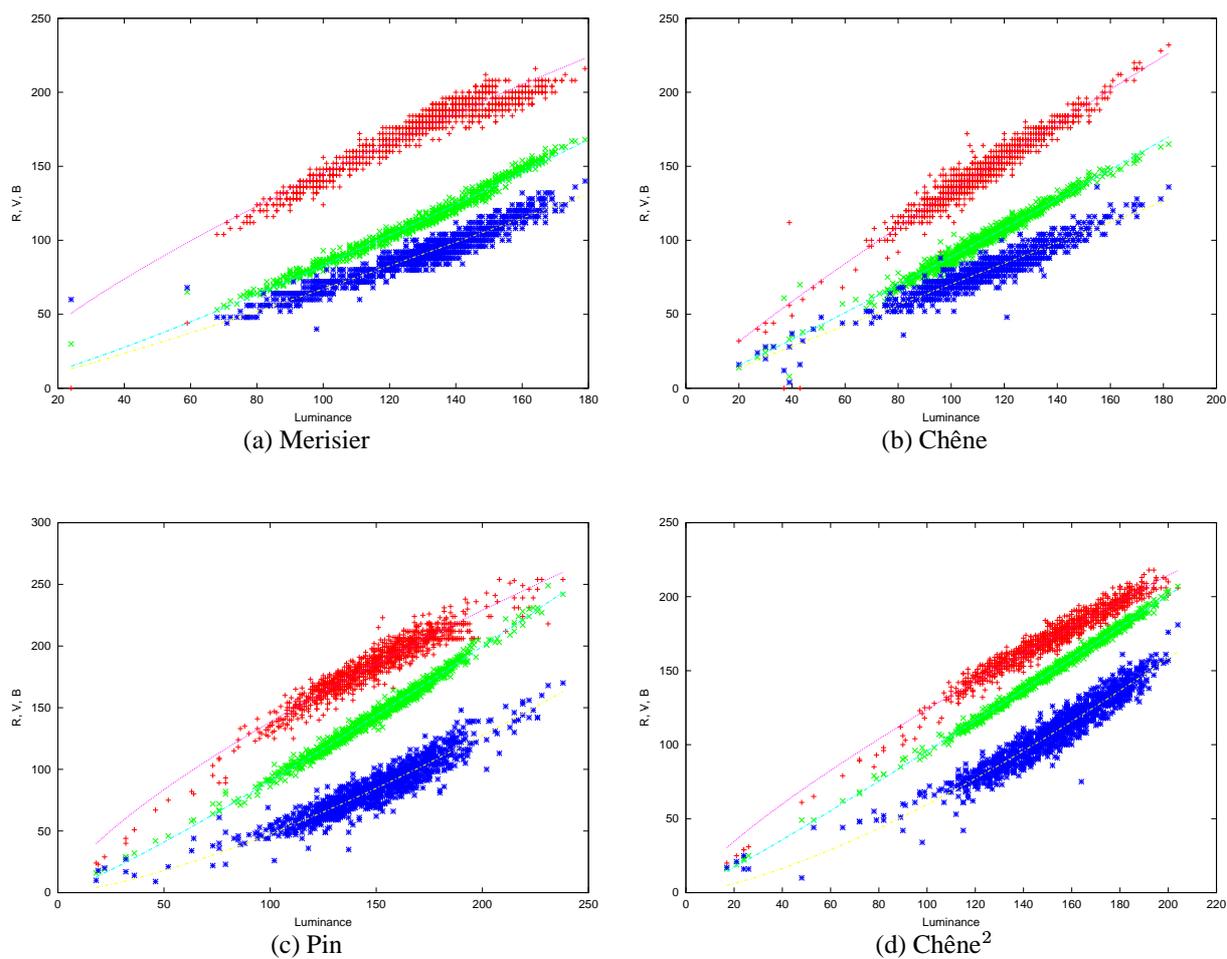


FIG. 8.1. – Graphes des valeurs de  $R$ ,  $V$  et  $B$  contre la luminance  $Y$  pour des échantillons de pixels dans quatre bases de données de bois (six images de chaque base sont utilisées). Les séries sont dessinées dans leur couleur correspondante, et la courbe d'approximation est montrée pour chaque série.



FIG. 8.2. – Quatre reconstructions de la couleur des planches de bois à partir de leur luminance. L'image couleur de départ est montrée à gauche, et l'image couleur reconstruite à partir de la luminance avec les paramètres calculés de la base correspondante est montrée à droite.

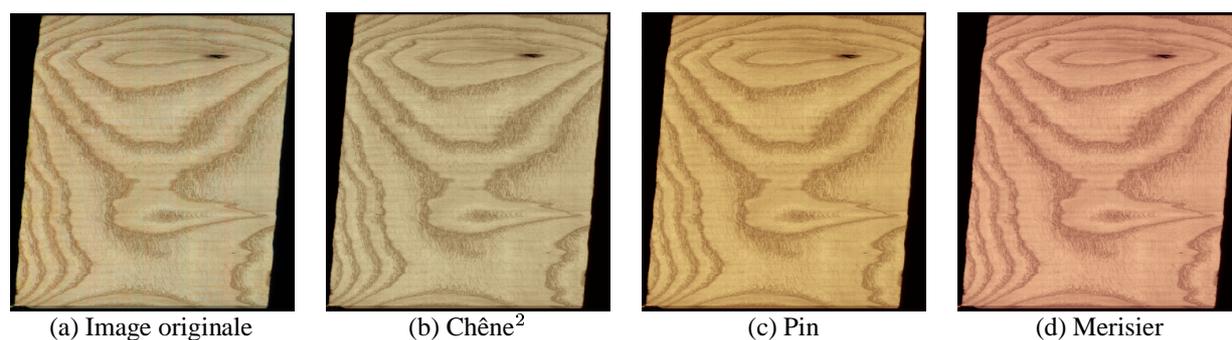


FIG. 8.3. – Reconstruction d'une planche de la base chêne<sup>2</sup> en utilisant les paramètres calculés à partir des bases différentes. L'image (a) est l'image couleur originale, et les images (b), (c) et (d) sont les reconstructions. La base à laquelle les paramètres utilisés correspondent est indiquée en dessous de chaque image.

de la luminance. Cette perte est surtout visible sur le pin pour lequel la reconstruction n'est pas capable de représenter toutes les variations de couleur : ceci est visible pour la région très rouge de la figure 8.2c, et les variations de couleur de la figure 8.2d. Les paramètres de reconstruction ne sont évidemment pas indépendants de l'éclairage, comme le montrent les différences entre les valeurs des paramètres obtenus sur les deux bases de chêne, dont les images ont été prises dans des conditions d'éclairage différentes. Les reconstructions avec des paramètres venant d'autres bases montrent que les résultats restent cohérents, même si les paramètres utilisés sont calculés à partir de bases étrangères.

Nous considérons finalement quelques applications de cette méthode. Il est clair qu'elle n'est pas assez sensible pour pouvoir caractériser des différences de couleur entre deux planches de la même espèce, mais sa capacité à modéliser la couleur globale d'une espèce peut être utile. On peut envisager de l'employer pour faire une classification des planches de bois par espèce en faisant une comparaison entre les paramètres mesurés et ceux d'une bibliothèque de paramètres (pourvu que les images soient toujours prises dans les mêmes conditions d'éclairage). Cette classification peut être utile dans un processus automatique pour lequel il est nécessaire d'appliquer des traitements spécifiques à certaines espèces. La détection de défauts caractérisés par une couleur très marquée, par exemple le bleuissement, peut aussi être faite avec une comparaison entre l'image initiale et la reconstruction de la chrominance à partir de la luminance de cette image qui ne contiendra pas de couleur hors de la gamme modélisée.

## 8.2. Caractéristiques de la couleur

Pour pouvoir appliquer les algorithmes de classification ou d'appariement, nous avons besoin d'un vecteur de description de la couleur globale d'une planche. Il est donc nécessaire de choisir l'espace couleur dans lequel ces caractéristiques sont calculées, et ensuite de définir des caractéristiques qui contiennent toute l'information nécessaire sur la couleur.

### 8.2.1. L'espace couleur

Les images capturées par la caméra sont représentées par des coordonnées dans l'espace RVB. L'inconvénient de cet espace est la forte corrélation entre les valeurs des trois canaux. Dans cette section, nous montrons que le passage à l'espace TLC a pour effet de décorrélérer ces valeurs et de simplifier ainsi le calcul d'une mesure de distance entre les couleurs.

Pour démontrer la corrélation entre les valeurs de  $R$ ,  $V$  et  $B$ , nous avons calculé les moyennes de chaque canal pour les 152 images de la base de merisier. La figure 8.4 contient quatre graphes dans lesquels chaque point représente les valeurs moyennes pour une image. Dans la figure 8.4a, les valeurs moyennes de  $R$ ,  $V$  et  $B$  sont dessinées en trois dimensions. Pour rendre les données plus faciles à interpréter, les figures 8.4b, c et d montrent respectivement  $R$  contre  $V$ ,  $R$  contre  $B$  et  $V$  contre  $B$ . Un résultat de cette corrélation est que la distribution des points dans l'espace RVB a la forme d'un ellipsoïde allongé.

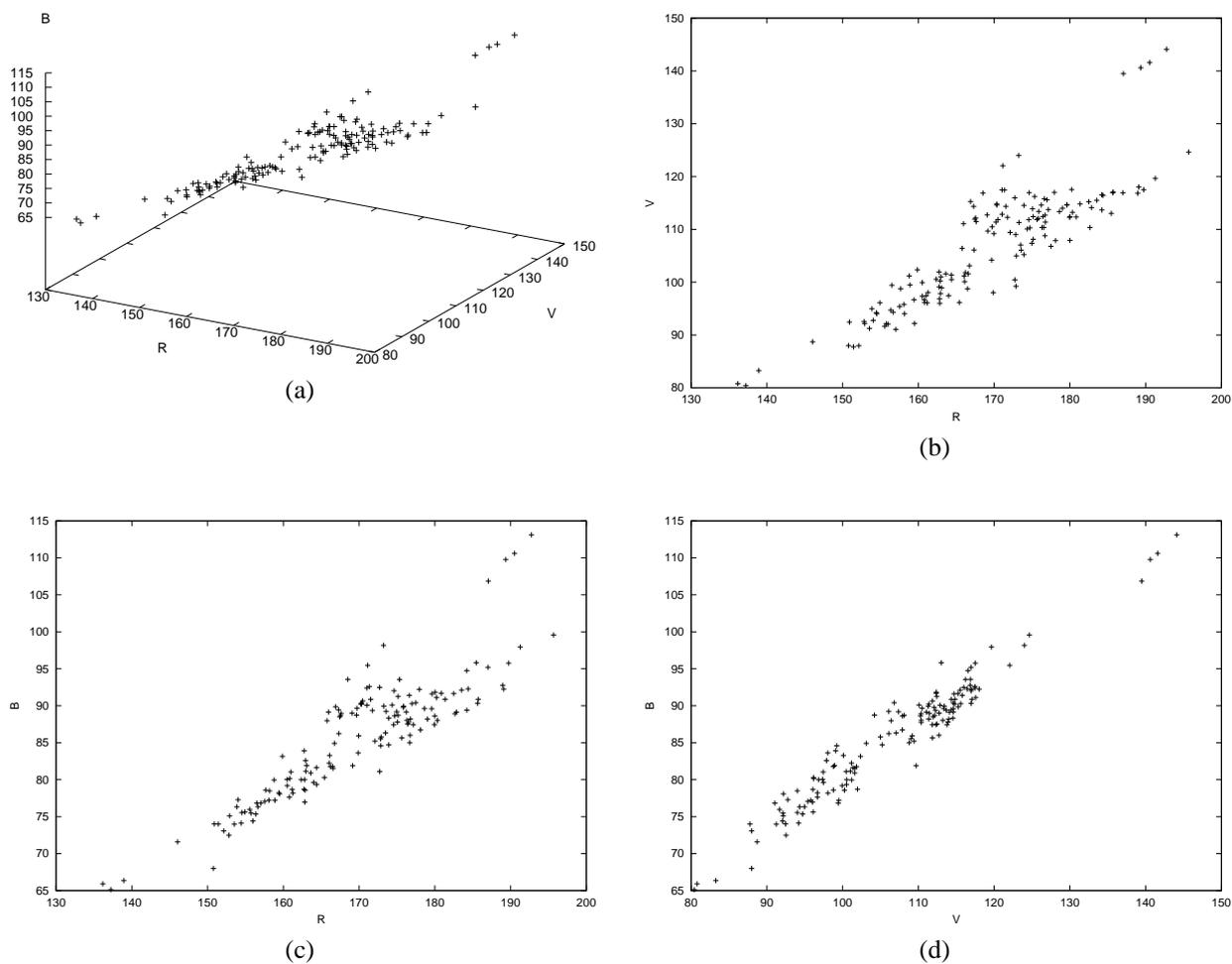


FIG. 8.4. – Graphes montrant les moyennes des canaux RVB pour les 152 images de la base de merisier. Chaque point représente une image. (a)  $R$ ,  $V$  et  $B$  en trois dimensions, (b)  $R$  contre  $V$ , (c)  $R$  contre  $B$  et (d)  $V$  contre  $B$ .

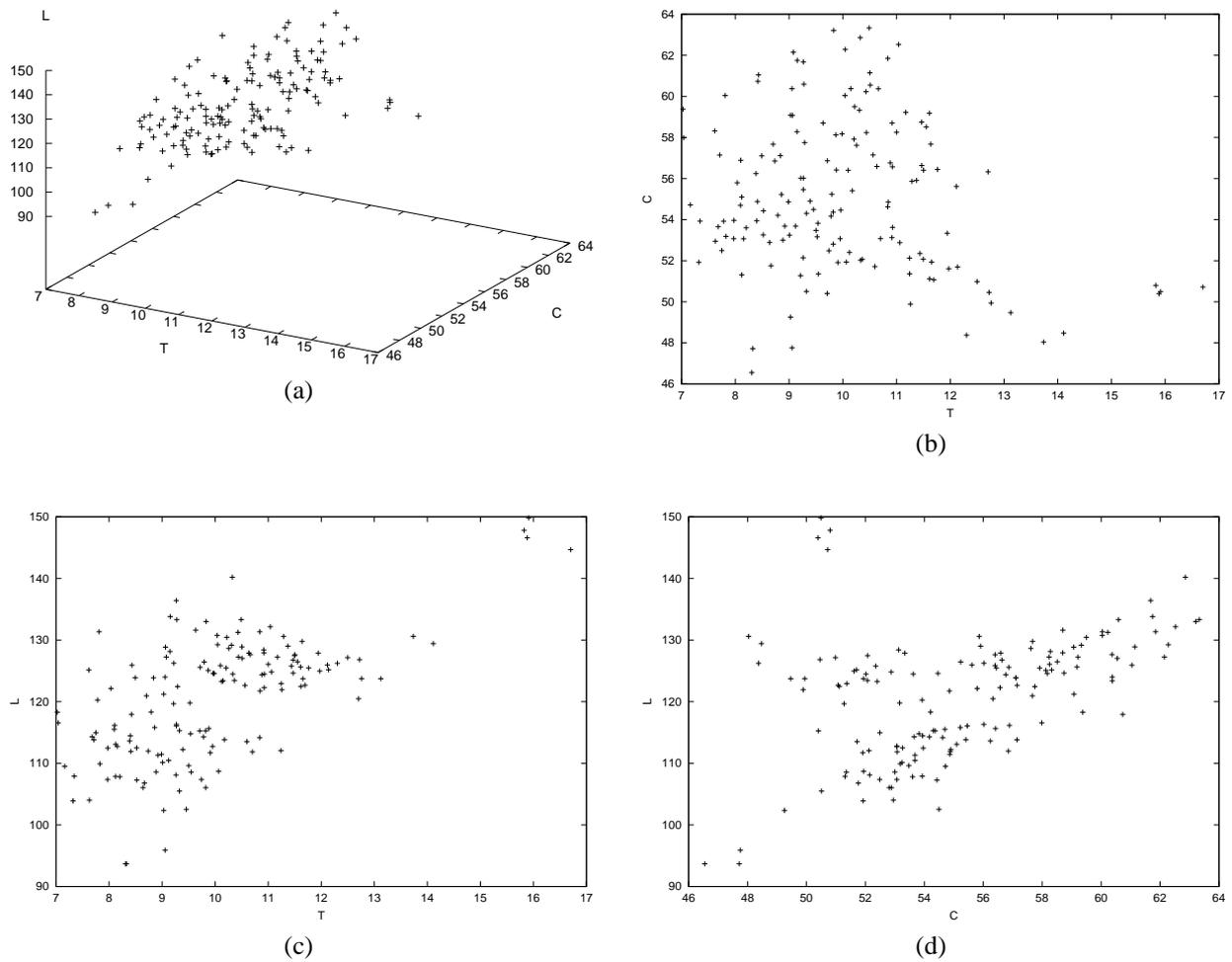


FIG. 8.5. – Graphes montrant les moyennes des canaux TLC pour les 152 images de la base de merisier. Chaque point représente une image. (a)  $T$ ,  $C$  et  $L$  en trois dimensions, (b)  $T$  contre  $C$ , (c)  $T$  contre  $L$ , (d)  $C$  contre  $L$ .

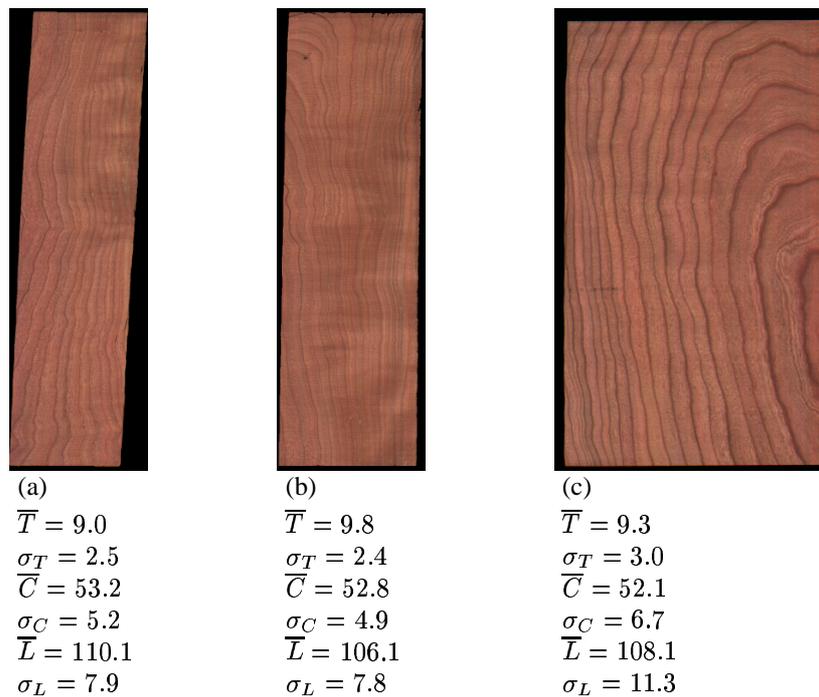


FIG. 8.6. – Trois planches de merisier, avec les valeurs moyennes pour chaque composante  $\bar{T}$ ,  $\bar{C}$  et  $\bar{L}$ , et les écarts-types pour chaque composante  $\sigma_T$ ,  $\sigma_C$ , et  $\sigma_L$ .

Pour des raisons de rapidité de calcul, nous avons choisi d'utiliser un espace de type TLC (section 4.1) avec la mesure de clarté

$$L = \frac{1}{3}R + \frac{1}{3}V + \frac{1}{3}B \quad (8.2)$$

et la chroma utilisée au lieu de la saturation. À cause de la faible variation dans la teinte de bois, il est facile de vérifier que les teintes ne se trouvent pas des deux côtés de la discontinuité à l'origine des valeurs angulaires. Pour une distribution de valeurs angulaires sur un petit secteur du cercle qui ne se trouve pas sur la discontinuité, il est possible d'utiliser les statistiques linéaires sans inconvénients, et ainsi d'accélérer les calculs. Les graphes des moyennes de chaque canal de l'espace TLC pour la base de merisier sont montrées dans la figure 8.5 pour comparaison avec ceux de la figure 8.4. On voit qu'il y a moins de corrélation et que la distribution des points est plus homogène. Cette réduction de la corrélation a l'avantage de permettre la simplification du calcul de la distance de Mahalanobis dans l'espace, en prenant pour hypothèse que les caractéristiques ne sont pas corrélées (i.e. la matrice de covariance est diagonale). Outre l'accélération du calcul, cette hypothèse améliore souvent le comportement d'un classificateur Mahalanobis si le nombre d'exemplaires d'apprentissage est petit.

A&F	A&O	F&O	A&F&O
86	85	79	75

TAB. 8.2. – Les pourcentages d’images dans la base de données du merisier classées selon la couleur dans la même classe par trois personnes A, F et O. La notation « $x&y$ » indique le pourcentage de pièces mises dans la même classe par la personne  $x$  et la personne  $y$ .

### 8.2.2. Le vecteur de description

Une première approche pour la description de la couleur d’une planche serait de la représenter par un vecteur contenant les moyennes des trois composantes de couleur dans la région de l’image qui contient la planche. Cette description n’est pourtant pas suffisante parce que le contraste des veines n’est pas pris en compte. Ce problème est démontré par les trois planches de la figure 8.6 qui ont des moyennes similaires pour les trois canaux  $T$ ,  $C$  et  $L$ . La planche de droite a pourtant des veines plus sombres que les autres, cette différence étant seulement mesurable par les écarts-types des trois canaux, qui sont plus grands pour la planche de droite. Pour prendre en compte la couleur globale et le contraste des veines, la couleur d’une planche est décrite par un vecteur de six composantes, les moyennes des trois canaux et les écarts-types correspondants.

Daul et al. [28] utilisent une approche similaire dans l’espace HSI (décrit par Ballard et Brown [4]) pour la classification de bois selon la couleur, mais ils ajoutent des caractéristiques supplémentaires de texture calculées à partir d’une pyramide Laplacienne sur la clarté (la composante  $I$ ). Notre traitement de texture, optimisé pour la forme orientée de la texture de bois, est présenté dans le chapitre 9. Daul et al. donnent également beaucoup d’informations sur la calibration de la caméra utilisée pour une telle application.

## 8.3. Expériences de classification selon la couleur

Nous considérons trois approches pour la classification selon la couleur. La première est une classification manuelle par plusieurs personnes pour déterminer leur niveau d’accord sur les classes. Ce niveau nous indique une limite applicable à l’interprétation des résultats d’un classificateur automatique qui est entraîné sur des exemples classés manuellement, et dont le niveau d’accord avec une classification manuelle est utilisé comme mesure de performance. Ensuite, les deux approches du projet SCANMATCH sont présentées : une classification en plusieurs classes et un appariement des planches qui ont la meilleure ressemblance en couleur.

### 8.3.1. Classification manuelle

Nous présentons d’abord les résultats d’une expérience qui montre la fiabilité d’une classification selon la couleur faite à la main, avec l’intention de déterminer la fiabilité de la base de référence de classement des pièces, et ainsi une limite pour la mesure de la performance d’un classificateur automatique.

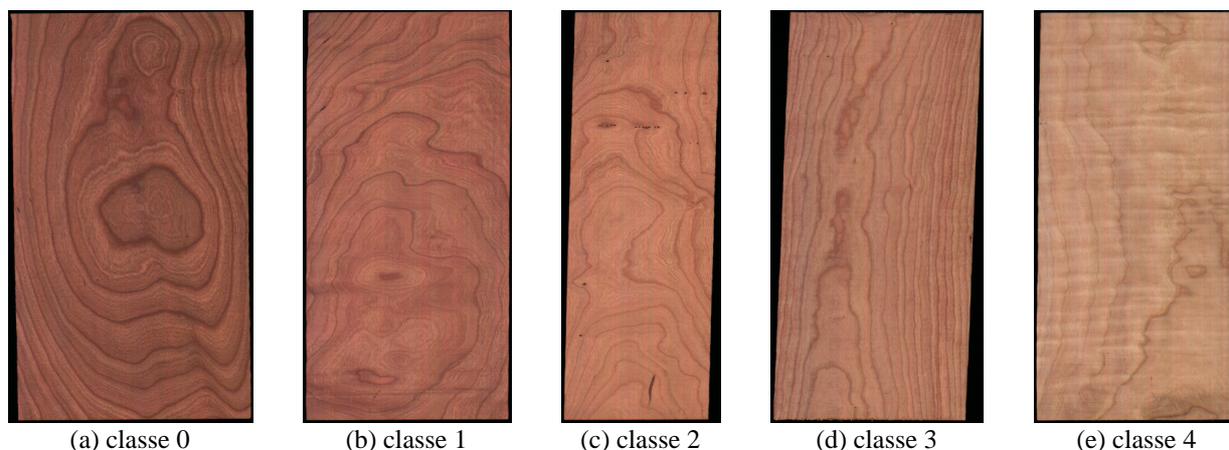


FIG. 8.7. – Les prototypes des cinq classes de couleur définies pour la base de merisier. Le numéro de classe est indiqué en dessous de chaque image.

L'expérience a été faite sur la base de données de merisier. Nous avons d'abord extrait cinq prototypes de classes de couleur qui sont montrés dans la figure 8.7. Ensuite, trois personnes (A, F et O) ont classé indépendamment chacune des 152 images de la base de données dans une de ces cinq classes. Les pourcentages de pièces mises dans la même classe par des groupes de deux personnes (A&F, A&O et F&O) et par les trois personnes (A&F&O) sont donnés dans le tableau 8.2.

Les résultats montrent que même la considération d'une unique caractéristique simple comme la couleur globale induit une variabilité assez importante dans une classification manuelle, avec seulement 75% des pièces placées dans la même classe de couleur par les trois personnes.

### 8.3.2. Classification automatique

Pour cette approche, nous commençons avec une classification manuelle de chaque pièce dans la base de données, et nous essayons de faire la même classification avec un classificateur automatique. Pour le merisier, nous utilisons les cinq classes de figure 8.7, avec une appartenance déterminée par la classe majoritaire choisie dans l'expérience de classification manuelle. Pour le chêne, seulement quatre classes sont utilisées à cause d'une variabilité de couleur plus faible. Pour la base de chêne, une classification manuelle pour définir les classes d'appartenance a été faite par une seule personne.

Un classificateur par distance de Mahalanobis a été utilisé, avec la méthode de validation croisée par «leave-one-out» pour éviter d'avoir la même planche dans les groupes d'apprentissage et de test. Du fait de la petite taille des bases de données, nous faisons l'hypothèse que les matrices de covariance sont égales pour chaque classe (i.e. une matrice de covariance globale). Le classificateur a placé une planche dans la même classe que le classement manuel dans 89% des cas pour le merisier, et dans 79% des cas pour le chêne. Ces niveaux d'accord sont similaires à ceux obtenus pendant l'expérience de classification manuelle, ce qui démontre le bon compor-

MERISIER

M\A	0	1	2	3	4
0	23	1	0	0	0
1	4	38	7	0	0
2	0	0	32	0	0
3	0	1	3	35	0
4	0	0	0	1	7

CHÊNE

M\A	0	1	2	3
0	5	2	0	0
1	1	36	5	0
2	2	10	67	6
3	0	0	4	8

TAB. 8.3. – Les matrices de confusion pour la classification du merisier dans cinq classes et du chêne dans quatre classes. Dans ces matrices, le numéro à la ligne  $i$  et la colonne  $j$  indique le nombre de planches qui ont été mises dans la classe  $i$  à la main, et dans la classe  $j$  par l'algorithme de classification.

tement du classificateur automatique. Les matrices de confusion pour le merisier et le chêne sont données dans le tableau 8.3. Dans ces matrices, le numéro à la ligne  $i$  et la colonne  $j$  indique le nombre de planches qui ont été mises dans la classe  $i$  à la main, et dans la classe  $j$  par l'algorithme de classification. Les chiffres sur la diagonale représentent ainsi le nombre de planches qui ont été mises dans la même classe par les deux méthodes.

### 8.3.3. Appariement automatique

Pour caractériser la différence de couleur entre deux pièces de bois, nous utilisons simplement la distance de Mahalanobis entre les deux vecteurs de caractéristiques. La détermination de la matrice de covariance est plus difficile pour cette approche car il n'existe pas de classes pré-définies. Nous avons trouvé qu'une matrice diagonale avec les variances (éléments sur la diagonale) calculées à partir de la base entière donne de bons résultats. Quelques résultats de l'appariement selon la couleur sont montrés dans la figure 8.8. Pour ces résultats, nous avons recherché les trois pièces dans la base de données qui sont les plus proches de celle de gauche sélectionnée par l'utilisateur. L'algorithme cherche d'abord la pièce de la base la plus proche (i.e. avec la distance de Mahalanobis la plus petite) de celle sélectionnée par l'utilisateur, suivie par la pièce la plus proche de celle qui vient d'être trouvée, etc. Autrement dit, l'algorithme cherche toujours la pièce la plus proche en couleur de celle de droite du groupe (mais il est impossible d'utiliser une pièce plus d'une fois). La quantification de la performance de cet algorithme est difficile car nous n'avons pas de mesure indépendante de la différence de couleur entre chaque

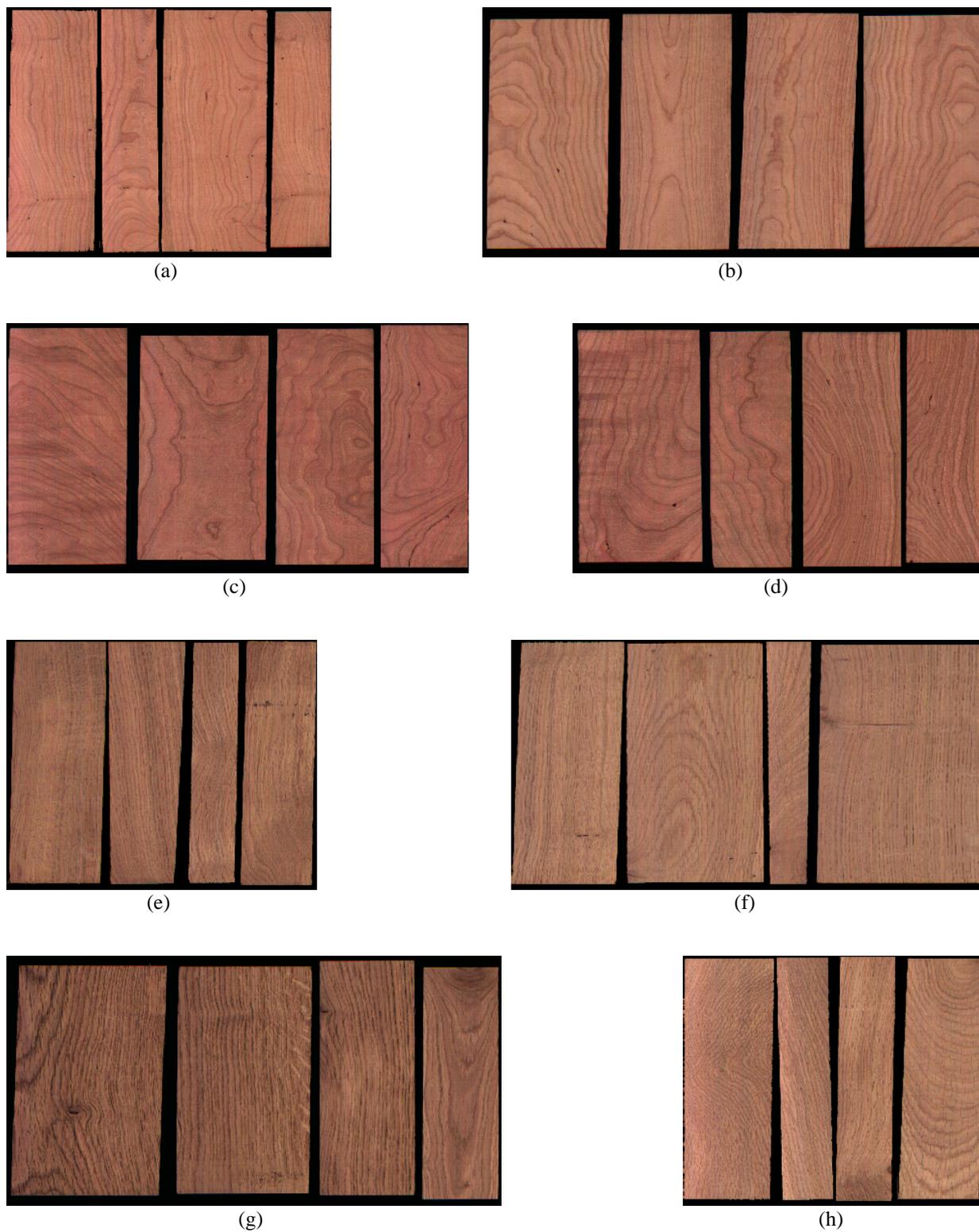


FIG. 8.8. – Résultats de la recherche des trois planches les plus proches en couleur de celle de gauche. Les images (a)–(d) sont des résultats dans la base de merisier, et les images (e)–(h) dans la base de chêne.

paire de pièces dans les bases. Pour le moment, nous devons nous contenter avec des résultats qui ont une bonne apparence à l'œil.

Finissons par deux brefs commentaires sur l'adaptation de cette approche à un système industriel, comme l'appariement en temps-réel décrite dans la section 7.1. Pour ce genre de processus, il est nécessaire de choisir un seuil de distance au dessus duquel les pièces sont considérées comme étant différentes en couleur. Une bonne méthode pour choisir ce seuil sera de présenter un échantillonnage de paires de pièces à l'utilisateur en lui demandant si elles peuvent être mises ensemble ou non. Un seuil optimal peut ensuite être calculé en utilisant ses réponses. Pour déterminer la matrice de covariance à utiliser dans le calcul de la distance de Mahalanobis, une phase d'apprentissage est nécessaire en cours de laquelle l'utilisateur fait une présentation d'une sélection de pièces représentant toute la gamme de couleurs possibles pour une espèce du bois.

## 8.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode pour décrire la couleur d'une planche de bois, qui permet ensuite sa classification ou son appariement selon sa couleur. Une méthode de reconstruction de la chrominance à partir de la luminance est d'abord utilisée pour démontrer la gamme limitée de couleurs d'une espèce de bois. Après avoir choisi d'utiliser l'espace TLC au lieu de l'espace RVB pour réduire la corrélation entre les trois canaux, nous définissons des caractéristiques qui résument la couleur globale d'une planche de bois. Ces caractéristiques sont les moyennes et les écarts-types de chaque composante de couleur dans l'espace TLC, l'écart-type étant nécessaire pour caractériser le contraste des veines. Des expériences de classification et d'appariement qui utilisent un vecteur contenant ces caractéristiques comme description globale de couleur d'une planche donnent de bons résultats.

On peut se demander pourquoi nous avons choisi l'espace TLC au lieu de l'espace  $L^*a^*b^*$  ou  $L^*u^*v^*$ , l'utilisation de ces derniers étant les plus communs dans les problèmes industriels d'appariement selon la couleur. Pour une application en temps-réel, la simplicité du calcul de la transformation à l'espace TLC est attirante. Nous nous permettons de profiter de cette simplicité parce que les images de toutes les planches sont capturées par le même appareil sous les mêmes conditions d'éclairage. Par conséquent, nous n'avons pas besoin d'une représentation indépendante de l'appareil. En ce qui concerne l'uniformité perceptuelle de l'espace, il est clair en regardant les résultats de l'appariement que la perte de cette uniformité n'entraîne pas de graves inconvénients. Le fait qu'on prenne également en compte des mesures de contraste de couleur implique que la formule standard de différence de couleur dans l'espace  $L^*a^*b^*$  ou l'espace  $L^*u^*v^*$  n'est pas totalement adaptée au problème actuel.



## 9. Classification et appariement selon la texture

Dans ce chapitre, nous considérons la texture du bois, dont les caractéristiques les plus importantes sont les veines. Comme nous expliquons dans le chapitre 7, une planche de bois est traditionnellement classée selon sa texture dans une des trois grandes classes de dosse, faux-quartier et quartier selon la distribution des orientations des veines. Dans le chapitre 3, nous présentons un algorithme pour créer une image de résumé de directions d'une texture orientée, ce qui est facilement applicable au bois, une texture orientée classique. Nous utilisons, dans ce chapitre, les caractéristiques de directions (dont les détails de calcul sont données dans la section 9.1) pour classer les pièces de bois dans six classes de texture : trois classes de dosse, deux de faux-quartier et une de quartier. Les schémas montrant la forme des veines caractéristique de chaque classe sont dessinés dans la figure 9.1. Les classes de dosse sont toutes caractérisées par des veines de forme elliptique, mais elles diffèrent selon le pourcentage d'ellipses visible sur une pièce. Les deux classes de faux-quartier prennent en compte les deux principales orientations possibles des veines sur ces pièces.

Une autre caractéristique de la texture à considérer est l'espacement des veines. Cette caractéristique n'est pas très importante dans le cadre de la classification en dosse, faux-quartier et quartier, cependant, dans le cadre de l'appariement de panneaux, elle entre en jeu dans la recherche de pièces de caractéristiques de texture presque identiques. Nous présentons ainsi un algorithme pour déterminer cet espacement dans la section 9.2.

Les caractéristiques extraites des images de résumé de directions et d'espacements, utilisées pour décrire de façon compacte la texture d'une planche, sont présentées dans la section 9.3. Enfin, les résultats des expériences de classification et d'appariement avec ces caractéristiques sont donnés dans la section 9.4.

### 9.1. Orientation des veines

Les veines du bois forment une texture orientée classique. Par conséquent, la première étape de la description quantitative de cette texture est le calcul de l'image de résumé de directions. Pour cela, nous utilisons l'algorithme de calcul d'orientation de Rao et Schunck, décrit dans la section 3.3. Cet algorithme prend en entrée quelques paramètres dont nous allons ici discuter l'effet. Les informations données dans cette section seront utiles pour le réglage des paramètres de l'algorithme dans le cadre d'une mise en pratique industrielle, ainsi que pour le développe-

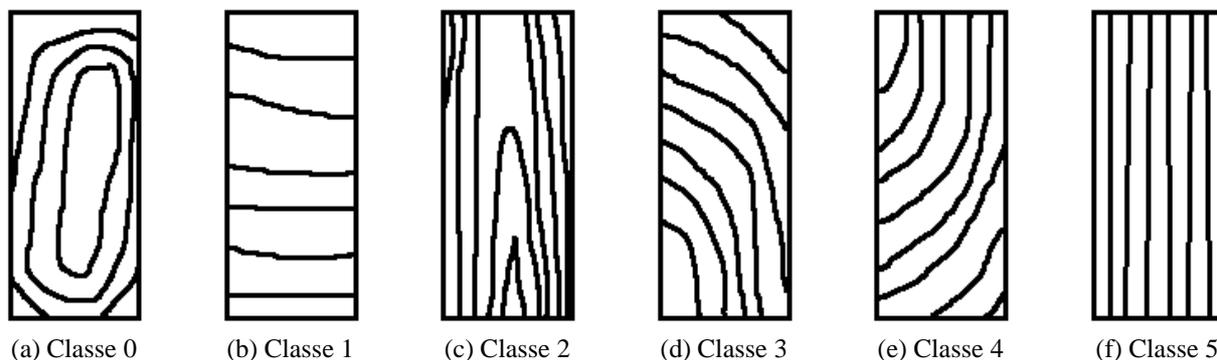


FIG. 9.1. – Schémas montrant les caractéristiques principales des six classes de texture. (a) *Dosse* caractérisée par des lignes de veines en forme d'ellipse. (b) *Dosse* caractérisée par des lignes de veines horizontales. (c) *Dosse* caractérisée par des lignes de veines verticales (comme du quartier sur les bords) et demi-elliptiques. (d) *Faux-quartier* caractérisé par des lignes de veines majoritairement orientées à  $45^\circ$ . (e) *Faux-quartier* caractérisé par des lignes de veines majoritairement orientées à  $135^\circ$ . (f) *Quartier* caractérisé par des lignes de veines verticales.

ment éventuel d'un algorithme de réglage automatique de ces paramètres. Les paramètres de l'algorithme sont :

1. L'échelle de la texture prise en compte par l'algorithme, choisie par la variance  $\sigma_1$  du filtre gaussien. Pour des images numériques, la variance est associée à un paramètre  $w$  qui donne la taille  $(2w + 1) \times (2w + 1)$  en pixels du noyau carré du filtre
2. La taille du voisinage rectangulaire dans lequel les orientations dominantes sont calculées. La valeur de  $\sigma_{2h}$  donne sa largeur et celle de  $\sigma_{2v}$  sa hauteur.
3. La taille des pas de déplacement du voisinage dans les directions horizontale  $\Delta_h$  et verticale  $\Delta_v$ .

Nous présentons ici une étude des effets de la variation de ces paramètres sur l'image de résumé de directions. Dans la section 9.1.1, la taille du voisinage ( $\sigma_{2h}$  et  $\sigma_{2v}$ ) est étudiée, et dans la section 9.1.2, la variation du paramètre d'échelle ( $\sigma_1$ ) est considérée. Les expériences sont faites sur trois images de la base de chêne<sup>3</sup>. Des résultats sur quelques images supplémentaires sont disponibles dans le rapport [41].

### 9.1.1. La taille du voisinage

L'effet sur les images de résumé de directions de l'utilisation de cinq tailles de voisinage différentes dans l'algorithme de Rao et Schunck est examiné. Les voisinages carrés de côté 16, 32, 64, 96 et 128 pixels sont utilisés. Ces voisinages sont dessinés dans la figure 9.2 pour donner une idée de leur superficie par rapport à celle d'une image typique. Pour les paramètres non-concernés par cette étude, nous avons utilisé, pour tous les calculs, les valeurs de  $\sigma_1 = 1.4$ ,  $w = 2$  et  $\Delta_h = \Delta_v = 16$ . Dans la figure 9.3 nous montrons, pour cinq tailles de voisinage

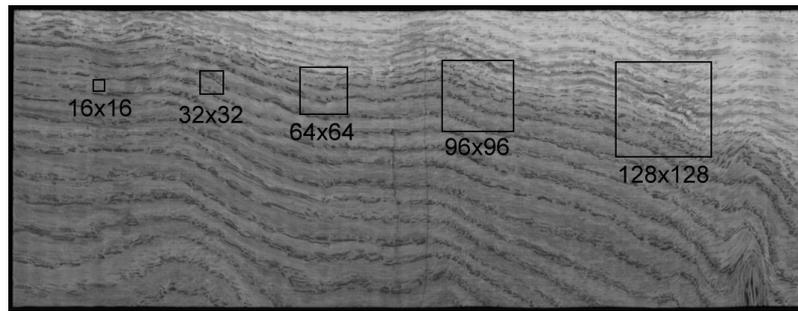


FIG. 9.2. – Tailles des cinq voisinages utilisés dans les expériences par rapport à la taille d'une image typique de la base de chêne<sup>3</sup>.

utilisées sur trois images de test, l'image de résumé de directions, l'histogramme de cette image, et deux statistiques circulaires<sup>1</sup> de cette image : la moyenne circulaire  $\mu$  et la longueur moyenne  $\bar{R}$ .

En regardant les résultats, il est clair que la taille de  $16 \times 16$  est trop petite pour donner une bonne description de l'orientation des veines, parce qu'il n'est pas certain qu'une veine se trouve toujours à l'intérieur de ce voisinage. Les images de résumé de directions montrent par conséquent une grande variabilité dans les valeurs des orientations. Le voisinage de taille  $32 \times 32$  améliore les résultats, sauf pour quelques régions dans lesquelles les veines sont très écartées. Les images de résumé pour le voisinage de taille  $64 \times 64$  (et ceux qui sont plus grands) sont lisses, ce qui montre qu'en général on extrait l'orientation des objets d'intérêt (les veines).

En ce qui concerne les mesures statistiques globales, on voit que la moyenne ne dépend pas significativement de la taille du voisinage. La valeur de la longueur moyenne est proportionnelle à la taille du voisinage, mais ceci est simplement une indication que les images de résumé deviennent plus lisses. Il reste une remarque à faire pour l'image «chêne<sup>341</sup>», pour laquelle on voit que la maille en bas à droite perturbe le résultat du calcul de l'orientation indépendamment de la taille du voisinage.

En général, le choix d'une taille de voisinage dépend de l'utilisation prévue pour les images de résumé de directions. Si l'on calcule simplement une orientation moyenne globale, la taille du voisinage n'a pas beaucoup d'importance. Par contre, pour un calcul des caractéristiques spatiales locales de l'orientation des veines, il est nécessaire de s'assurer que le voisinage soit assez grand pour recouvrir au moins une veine à chaque position, pour ainsi éviter d'avoir des mesures d'orientation d'objets qui ne sont pas intéressants.

Les tailles des pas de déplacement du voisinage  $\Delta_h$  et  $\Delta_v$  peuvent être réglées pour donner la taille d'image de résumé souhaitée, mais pour utiliser toute l'information disponible (i.e. tous les pixels) dans l'image de départ, il faut que  $\Delta_h \leq \sigma_{2h}$  et  $\Delta_v \leq \sigma_{2v}$ .

Pour les images de bois traitées, la résolution horizontale est supérieure à la résolution verticale. Pour prendre cette différence en compte, on peut envisager l'utilisation des voisinages non-carrés avec  $\sigma_{2v} < \sigma_{2h}$ . Cependant, pour les expériences décrites dans ce chapitre, nous gardons les voisinages carrés car ils sont plus commodes à utiliser.

<sup>1</sup>Les définitions des mesures statistiques circulaires sont données dans la section 2.2.

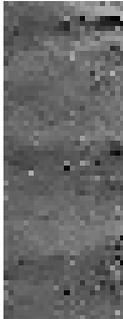
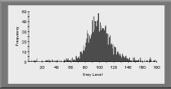
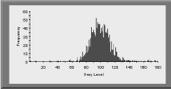
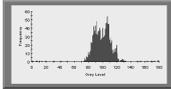
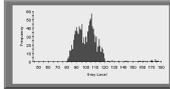
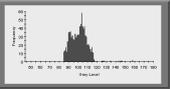
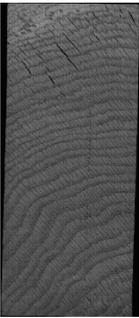
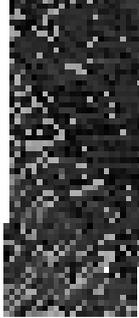
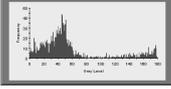
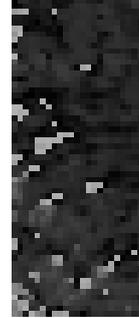
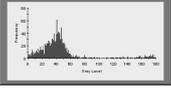
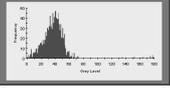
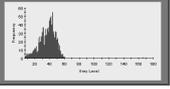
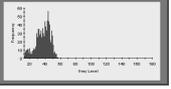
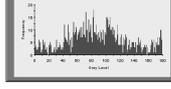
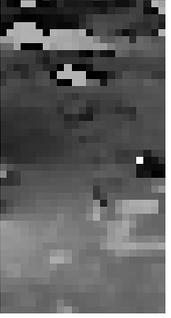
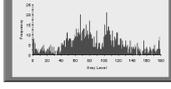
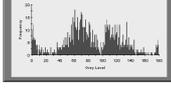
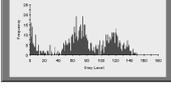
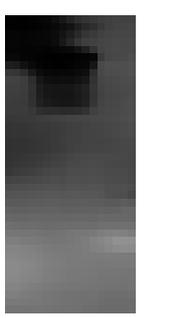
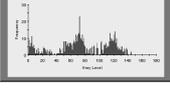
Planche	16 × 16	32 × 32	64 × 64	96 × 96	128 × 128
 <p>chêne<sup>3</sup>01 taille 282 × 750</p>	  <p><math>\mu = 100.2^\circ</math> <math>\bar{R} = 0.80</math></p>	  <p><math>\mu = 99.8^\circ</math> <math>\bar{R} = 0.87</math></p>	  <p><math>\mu = 100.0^\circ</math> <math>\bar{R} = 0.90</math></p>	  <p><math>\mu = 100.6^\circ</math> <math>\bar{R} = 0.93</math></p>	  <p><math>\mu = 101.0^\circ</math> <math>\bar{R} = 0.95</math></p>
 <p>chêne<sup>3</sup>16 taille 326 × 750</p>	  <p><math>\mu = 33.3^\circ</math> <math>\bar{R} = 0.62</math></p>	  <p><math>\mu = 35.1^\circ</math> <math>\bar{R} = 0.78</math></p>	  <p><math>\mu = 36.6^\circ</math> <math>\bar{R} = 0.90</math></p>	  <p><math>\mu = 37.2^\circ</math> <math>\bar{R} = 0.93</math></p>	  <p><math>\mu = 37.5^\circ</math> <math>\bar{R} = 0.95</math></p>
 <p>chêne<sup>3</sup>41 taille 396 × 740</p>	  <p><math>\mu = 85.4^\circ</math> <math>\bar{R} = 0.29</math></p>	  <p><math>\mu = 84.4^\circ</math> <math>\bar{R} = 0.33</math></p>	  <p><math>\mu = 84.9^\circ</math> <math>\bar{R} = 0.36</math></p>	  <p><math>\mu = 84.5^\circ</math> <math>\bar{R} = 0.38</math></p>	  <p><math>\mu = 82.7^\circ</math> <math>\bar{R} = 0.38</math></p>

FIG. 9.3. – Effet de la taille du voisinage sur l'image de résumé de directions.

### 9.1.2. La taille du filtre gaussien

Dans l'algorithme de Rao et Schunck, avant de calculer l'image de résumé de directions, un filtre gaussien de variance  $\sigma_1$  est appliqué afin de choisir l'échelle des objets pour lesquels les orientations sont calculées. Le filtre gaussien discret est représenté par un carré de taille  $(2w + 1) \times (2w + 1)$ , avec en général  $\sigma_1 < w$ . Nous examinons l'effet de la taille du filtre gaussien dans l'algorithme de Rao et Schunck sur les images de résumé de l'orientation pour quatre valeurs de variance : 1.4, 2.8, 5.0 et 10.0 pixels. Dans les figures 9.4 et 9.5 nous montrons, pour les quatre tailles de filtre gaussien utilisées sur les trois images de test, la convolution de l'image de départ avec le filtre gaussien, l'image de résumé de directions, l'histogramme de cette image, et deux statistiques circulaires : la moyenne circulaire  $\mu$  et la longueur moyenne  $\bar{R}$ . Afin de permettre la répétition des expériences effectuées, la valeur de  $w$  est précisée en haut de chaque colonne. Pour chaque calcul, nous avons utilisé  $\sigma_{2h} = \sigma_{2v} = 64$  et  $\Delta_h = \Delta_v = 16$ .

En regardant les résultats, on voit que la largeur des objets détectés est proportionnelle à la variance du filtre gaussien  $\sigma_1$ . Ceci est particulièrement clair pour l'image «chêne<sup>3</sup>16» : sur cette image on remarque que pour les petites valeurs de  $\sigma_1$ , l'orientation des traces minérales (les traits plus étroits que les veines ayant une orientation d'environ  $40^\circ$ ) est détectée, tandis que pour les valeurs plus grandes, c'est l'orientation des veines (environ  $160^\circ$ ) qui est détectée. Pour cette image, il y a en fait deux valeurs maximales pour la longueur moyenne  $\bar{R}$  : la première quand l'orientation des traces minérales est bien détectée (pour  $\sigma_1 = 1.4$ ) et la deuxième quand l'orientation des veines est bien détectée (pour  $\sigma_1 = 5.0$ ).

Malheureusement, pour les planches caractérisées par des veines étroites et très serrées, l'image «chêne<sup>3</sup>41» par exemple, l'utilisation d'une variance du filtre gaussien plus grande rend les veines floues et accentue la maille, qui est plus épaisse que les veines (cet effet visible en bas à droite de l'image «chêne<sup>3</sup>41»). Ainsi, si on choisit une taille trop grosse pour le filtre gaussien, on perd trop d'informations sur les veines, ce qui est visible pour le filtre avec  $\sigma_1 = 10.0$ , pour lequel les histogrammes ont de forts pics seulement à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$ .

Le choix d'une valeur optimale pour  $\sigma_1$  est difficile pour les espèces comme le chêne qui exhibent de grosses variations dans la forme et dans le contraste des veines, mais aussi d'autres objets orientés, comme la maille et les traces minérales. Une valeur moyenne comme  $\sigma_1 = 2.8$  est un bon compromis, mais l'investigation d'un algorithme qui peut adapter la valeur de  $\sigma_1$  selon les caractéristiques d'une planche serait intéressante. Pour le merisier, pour lequel les veines sont en général bien marquées et sont en plus les seuls objets orientés, la valeur de  $\sigma_1$  a moins d'effet sur les résultats.

### 9.1.3. Les paramètres utilisés

Les images dans les bases de chêne et de merisier utilisées pour les expériences de classification et d'appariement ont été prises à une résolution d'environ la moitié de celle des images de la base chêne<sup>3</sup>. Pour calculer leurs images de résumé de directions, nous utilisons donc des paramètres égaux à la moitié de ceux qui donnent de bons résultats pour la base chêne<sup>3</sup>, c'est à dire les valeurs suivantes :  $\sigma_1 = 1.4$  (avec  $w = 2$ ),  $\sigma_{2h} = \sigma_{2v} = 32$  et  $\Delta_h = \Delta_v = 16$ .

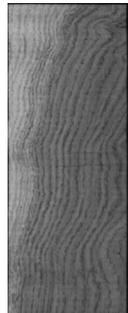
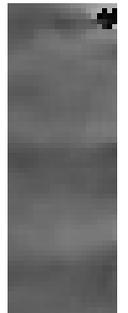
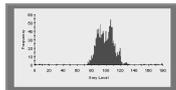
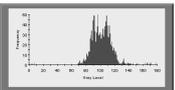
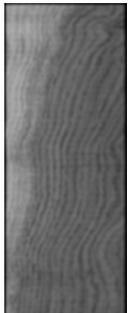
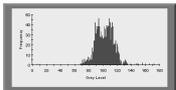
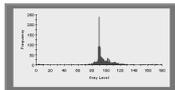
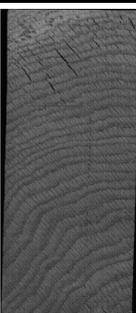
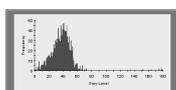
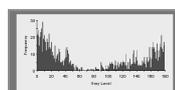
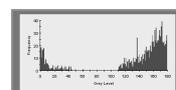
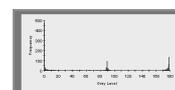
Planche	$\sigma_1 = 1.4, w = 2$	$\sigma_1 = 2.8, w = 4$	$\sigma_1 = 5.0, w = 7$	$\sigma_1 = 10.0, w = 13$
 <p>chêne<sup>301</sup> taille 282 × 750</p>	   $\mu = 100.0^\circ$ $\bar{R} = 0.90$	   $\mu = 101.8^\circ$ $\bar{R} = 0.89$	   $\mu = 102.5^\circ$ $\bar{R} = 0.90$	   $\mu = 95.7^\circ$ $\bar{R} = 0.85$
 <p>chêne<sup>316</sup> taille 326 × 750</p>	   $\mu = 36.6^\circ$ $\bar{R} = 0.90$	   $\mu = 1.4^\circ$ $\bar{R} = 0.51$	   $\mu = 162.3^\circ$ $\bar{R} = 0.76$	   $\mu = 1.3^\circ$ $\bar{R} = 0.56$

FIG. 9.4. – Effet de la taille du filtre gaussien sur l'image de résumé de directions.

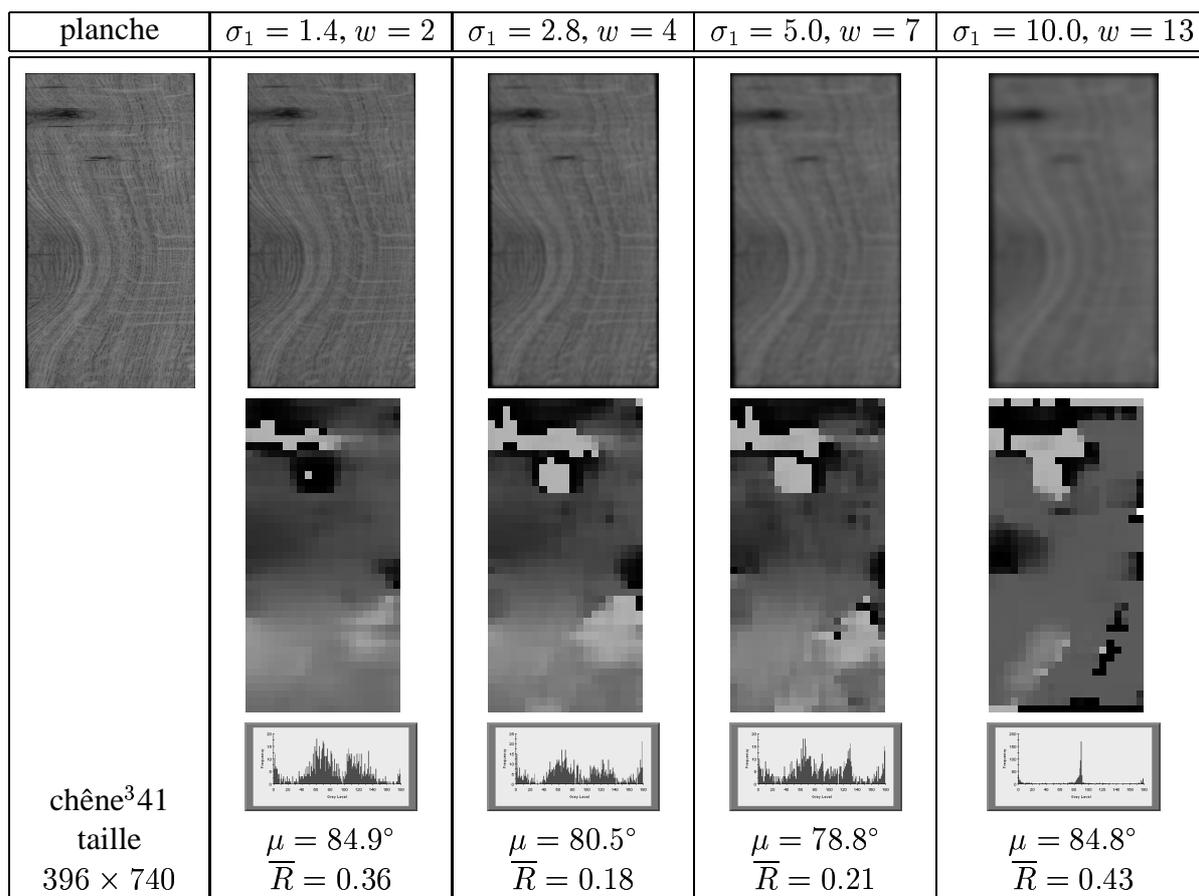


FIG. 9.5. – Effet de la taille du filtre gaussien sur l'image de résumé de directions (troisième exemple).

## 9.2. Espacement des veines

L'espacement des veines est une caractéristique de la texture de bois moins importante que l'orientation. Elle n'est pas prise en compte dans la définition des classes de dosse, faux-quartier et quartier, mais son utilisation peut néanmoins donner quelques indications d'appartenance (par exemple, les planches de dosse ont souvent des veines très écartées). Pour l'appariement de planches, dans lequel il est parfois nécessaire de trouver des planches qui ont le même écartement de veines, cette caractéristique est plus utile.

L'espacement des veines s'est révélé être une caractéristique difficile à mesurer. Le contraste entre le bois et les veines peut varier significativement selon les planches, qui, de plus, manifestent souvent une grande variation dans les niveaux de gris de bois, ce qui mène à une difficulté supplémentaire pour les algorithmes visant une segmentation des veines du bois. Des résultats encourageants pour cette segmentation ont été obtenus dans quelques essais d'une méthode développée par Gurov [38] pour l'extraction des franges de lumière projetés sur une surface, mais elle est actuellement trop lente pour une application en temps réel.

Nous avons essayé quatre approches pour la quantification de l'espacement des veines sans la nécessité d'une segmentation préalable, qui sont décrites dans le rapport [39]. Ce sont des approches basées sur une transformation de Fourier locale, la mesure de la cohérence dans l'algorithme de calcul d'orientation modifiée pour donner une idée de la fréquence des veines, des variogrammes [95] et des matrices de co-occurrence [48]. Un algorithme basé sur les matrices de co-occurrence donne les meilleurs résultats [43]. Cet algorithme a l'avantage par rapport aux variogrammes de permettre la distinction entre les pixels sombres et clairs, pour ainsi séparer l'espacement des veines de l'espacement des régions claires entre les veines.

### 9.2.1. Algorithme

Nous présentons dans cette section l'algorithme basé sur les matrices de co-occurrence. Pour cet algorithme, nous faisons deux hypothèses :

1. Toutes les veines dans un voisinage quelconque ont la même gamme de niveau de gris.
2. Les veines sont les caractéristiques les plus sombres.

L'algorithme contient deux étapes : d'abord le calcul de la matrice de co-occurrence et l'extraction d'un profil qui représente l'espacement, puis l'analyse de ce profil pour extraire une valeur numérique de l'espacement.

#### Calcul de la matrice de co-occurrence

À chaque position  $(x, y)$  du voisinage  $W$  utilisé pour le calcul de directions (section 3.3.1), nous avons une mesure de l'orientation moyenne  $\hat{\theta}_{xy}$ . Le multiple de  $45^\circ$  le plus proche est déterminé, et une matrice de co-occurrence (dont la définition est légèrement modifiée) est calculée dans cette direction. Le multiple de  $45^\circ$  est choisi pour simplifier le balayage du voisinage pendant la construction de la matrice. Si une mesure plus précise de l'espacement est nécessaire,

une matrice peut alors être calculée pour les directions arbitraires en utilisant soit l'interpolation entre des pixels [21], soit les lignes de balayage de Bresenham [106].

La matrice de co-occurrence que nous utilisons a les caractéristiques suivantes : les colonnes de la matrice représentent la distance, et les lignes représentent le niveau de gris. Pour être plus précis, l'élément de la matrice à la ligne  $g$  et la colonne  $d$  donne le nombre de paires de pixels  $(i_1, j_1)$  et  $(i_2, j_2)$  dans le voisinage qui satisfont les critères suivants :

1.  $g = g_{i_1 j_1}$  ( $g_{ij}$  est le niveau de gris du pixel  $(i, j)$  dans le voisinage).
2.  $d = \|(i_1, j_1) - (i_2, j_2)\|$  ( $\|\cdot\|$  indique la distance entre deux pixels, toujours mesurée par le nombre de pixels entre eux —  $d$  prend toujours une valeur entière).
3.  $|g_{i_1 j_1} - g_{i_2 j_2}| \leq \delta_g$  ( $\delta_g$  est un paramètre choisi par l'utilisateur).

Les deux premiers critères spécifient la position dans la matrice des chiffres qui correspondent aux paires de pixels qui satisfont le troisième critère. Le paramètre  $\delta_g$  dans ce troisième critère existe seulement pour pouvoir spécifier la plus grande différence permise entre deux niveaux de gris considérés comme égaux. Avec  $\delta_g = 1$ , seulement deux niveaux de gris identiques seront considérés comme tels. Une valeur de  $\delta_g$  plus élevée sert à empêcher que la matrice soit trop peu dense. On peut obtenir un effet similaire en réduisant le nombre de niveaux de gris dans l'image de départ.

Dans l'image, les objets d'intérêt sont les veines, qui ont les niveaux de gris les plus sombres. Par conséquent, la somme des  $n_p$  premiers profils non nuls (i.e. les lignes horizontales de la matrice correspondant aux plus faibles niveaux de gris) est extraite de la matrice de co-occurrence pour créer un profil uni-dimensionnel. Un exemple du calcul de ce profil est montré dans la figure 9.6, dans laquelle l'image (a) est un voisinage de taille  $32 \times 32$  d'une planche de merisier, et l'image (b) est une image d'une partie de la matrice de co-occurrence calculée dans la direction horizontale avec  $\delta_g = 4$ . Dans cette dernière image, les niveaux de gris représentés par les lignes augmentent de bas en haut de l'image ; et les distances inter-pixels, représentées par les colonnes, augmentent de gauche à droite de l'image. La ligne  $j$  à partir du haut de l'image ( $j = 1, 2, \dots$ ) est la somme des lignes  $[100 + (2j - 1)]$  et  $[100 + 2j]$  de la matrice de co-occurrence. Le niveau de gris de chaque pixel dans l'image de la matrice est proportionnel à la valeur dans la position correspondante de la matrice de co-occurrence. La figure 9.6c montre le profil calculé par la somme des dix premières lignes non nulles ( $n_p = 10$ ) de la matrice de co-occurrence, c'est à dire les cinq premières lignes non nulles de la figure 9.6b.

La valeur de  $n_p$  est un paramètre à régler par l'utilisateur. Il donne le nombre de lignes de la matrice de co-occurrence qui représente les veines. Dans la figure 9.6b, il est visible que pour les lignes situées près du bord supérieur de l'image (représentant les niveaux de gris bas dans l'image de départ), deux pics distincts qui correspondent aux deux veines du voisinage sont visibles. Pour les lignes qui représentent les niveaux de gris plus clairs dans l'image de départ, une seule structure est visible. La valeur de  $n_p$  doit être réglée pour extraire seulement l'information pertinente des veines. On peut envisager de régler la valeur de  $n_p$  adaptativement par l'algorithme en fonction de la forme des matrices, ou choisir une valeur globale se basant sur quelques images représentatives. Pour les expériences présentées ici, nous avons adopté cette dernière approche.

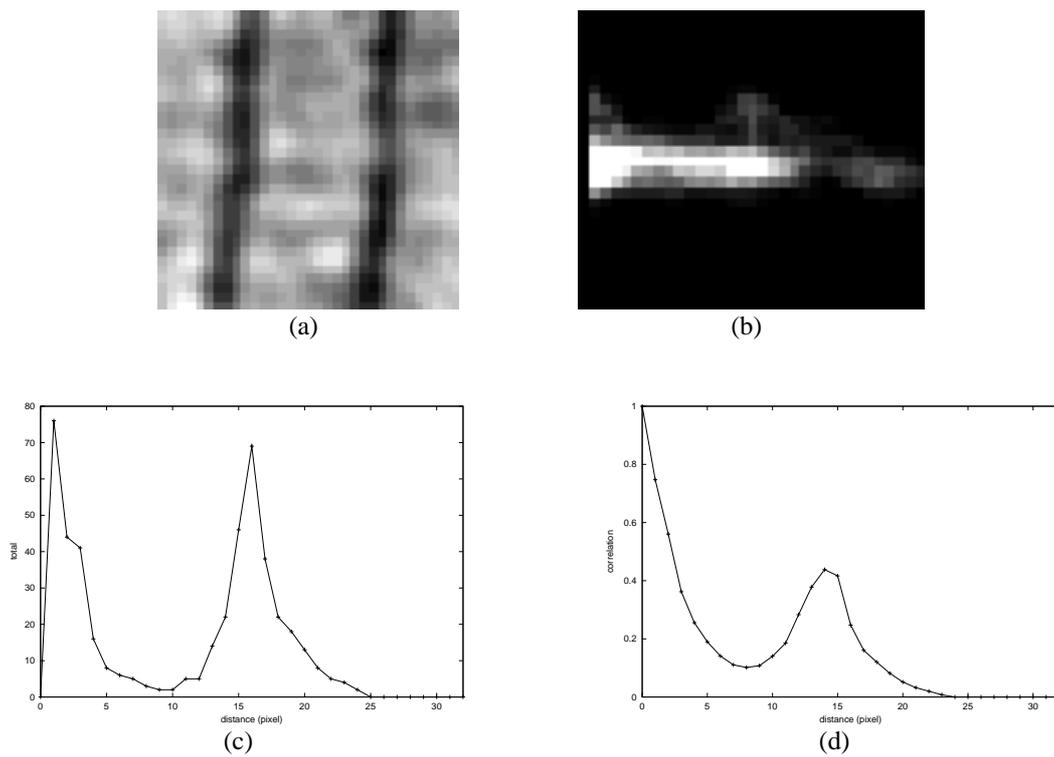


FIG. 9.6. – Exemple du calcul d'un profil uni-dimensionnel dans un voisinage. (a) Voisinage de taille  $32 \times 32$  pixels. (b) Image d'une sous-partie de la matrice de co-occurrence de l'image a, dans laquelle les niveaux de gris sont proportionnels aux valeurs dans la matrice de co-occurrence. (c) Profil obtenu par l'addition des cinq premières lignes non-nulles de l'image b. (d) Fonction d'autocorrélation du profil c.

### Calcul de la distance entre les pics

Cette deuxième étape de l'algorithme traite le profil uni-dimensionnel extrait par la première étape. L'interprétation automatique du profil est compliquée par la présence de faux minima et maxima, qui ont en général une amplitude plus petite que les vrais. Pour réduire le nombre de petits minima et maxima, une autocorrélation du profil est calculée (avec la FFT pour plus de rapidité). Le but de cette opération n'est pas seulement de supprimer les pics insignifiants, mais aussi de renforcer la structure périodique, ce qui suggère l'utilisation de l'autocorrélation au lieu d'un filtre de lissage ou d'un filtre morphologique. L'autocorrélation du profil de la figure 9.6c est montrée dans la figure 9.6d.

Les positions des minima et des maxima de la courbe d'autocorrélation sont ensuite localisées (l'origine étant toujours considérée comme un maximum). Enfin, la fonction d'autocorrélation est classée dans un des quatre cas, et une mesure de l'espace entre les veines  $S_{xy}$  est calculée. Les quatre cas, illustrés dans la figure 9.7, sont :

1. La courbe d'autocorrélation contient seulement un pic fort à l'origine — L'espacement des veines est plus grand que la taille du voisinage. Pour le signaler, on met  $S_{xy} = (\sigma_2 + 1)$ .
2. Il n'y a pas de forte structure de pics — L'espacement des veines ne peut pas être déterminé, ce qui est signalé en mettant  $S_{xy} = 0$ . Cette situation peut se présenter si la valeur de  $n_p$  est trop grande pendant l'extraction du profil.
3. Deux pics forts sont visibles —  $S_{xy}$  est égal à la distance entre eux.
4. Plus de deux pics sont visibles —  $S_{xy}$  est égal à la distance moyenne entre les pics successifs.

Finalement, une correction pour les différences d'espacement entre les pixels de la grille carrée d'une image numérique est faite. Pour les matrices de co-occurrence calculées dans les directions de  $45^\circ$  ou de  $135^\circ$ , la distance  $S_{xy}$  est multipliée par  $\sqrt{2}$ .

L'image de résumé d'espacements des veines  $\bar{S}_{kl}$  est construite de la même façon que l'image de résumé de directions, c'est à dire  $\bar{S}_{kl} = S_{(k \times \Delta_h)(l \times \Delta_v)}$ .

### Résumé de l'algorithme

Après la présentation de l'algorithme, nous procédons ici à un résumé des étapes principales dans le calcul de l'espacement des veines. Comme dans l'algorithme pour déterminer l'orientation des veines, nous utilisons un voisinage  $W$  de taille  $\sigma_{2h} \times \sigma_{2v}$ , déplacé par distances de  $\Delta_h$  horizontalement et de  $\Delta_v$  verticalement. Notons que les matrices de co-occurrence sont calculées sur l'image de départ et non pas sur l'image filtrée par le filtre gaussien. À chaque position du voisinage  $(x, y)$  :

1. L'orientation  $\hat{\theta}_{xy}$  est calculée (algorithme de la section 3.3.1).
2. Le multiple de  $45^\circ$  le plus proche de l'orientation principale déterminée est trouvé, et une matrice de co-occurrence est calculée dans cette direction. Les lignes de cette matrice correspondent aux niveaux de gris, et les colonnes aux distances entre les pixels ayant des niveaux de gris équivalents (c'est à dire, de différence inférieure à  $\delta_g$ ).

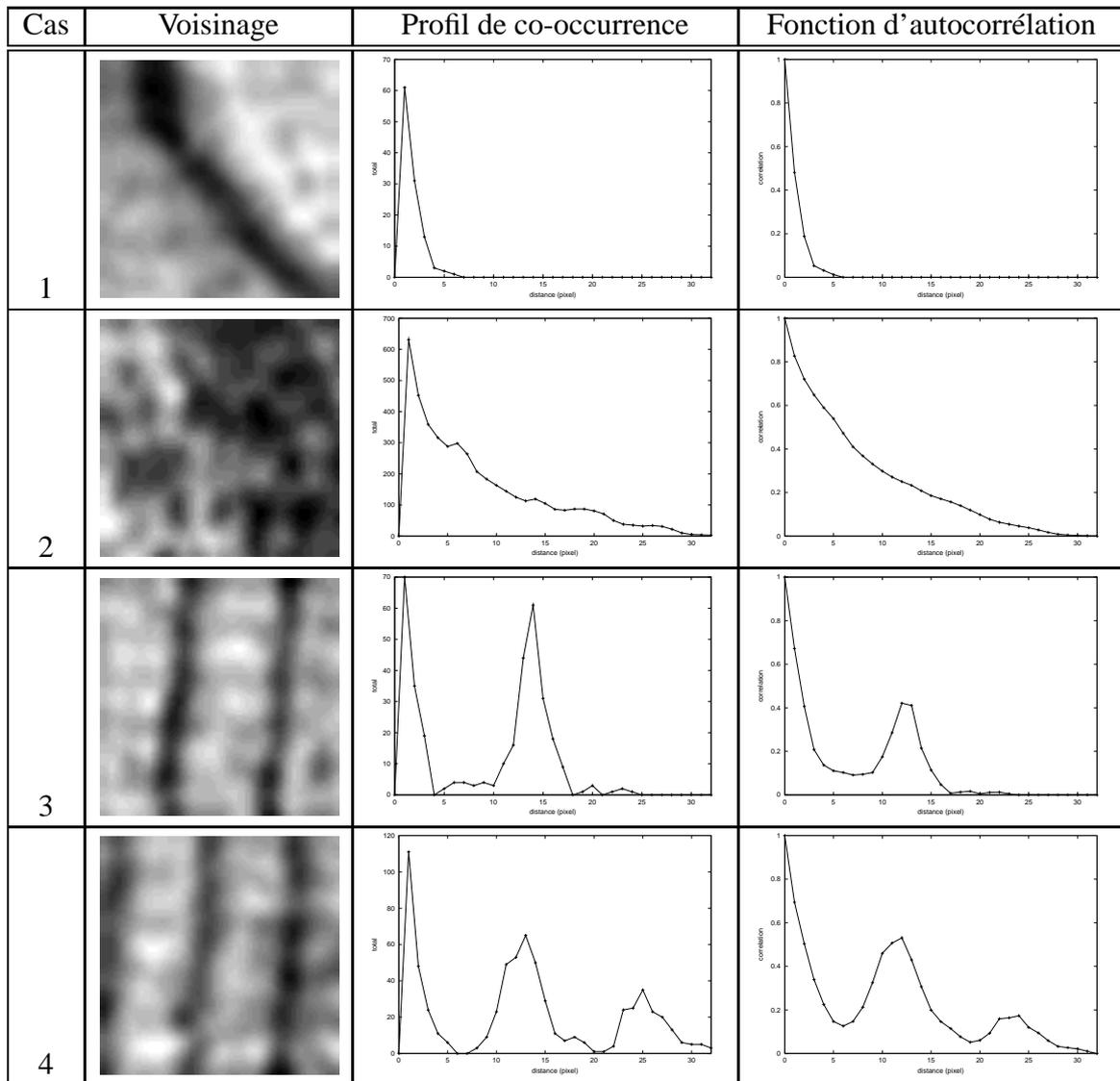


FIG. 9.7. – Les quatre cas de classement des profils de co-occurrence. Pour chaque cas y figure : le voisinage de l'image, le profil de co-occurrence et la fonction d'autocorrélation.

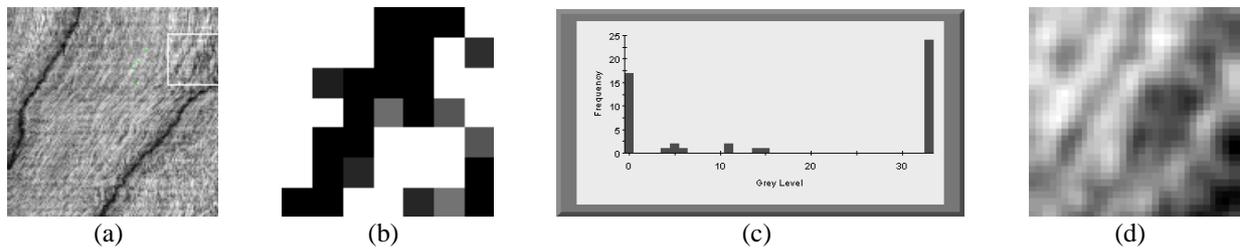


FIG. 9.8. – Exemple montrant que la moyenne n'est pas la mesure idéale pour l'espacement global des veines. (a) Sous-section d'une planche de merisier (taille  $128 \times 128$  pixels). (b) Image de résumé d'espacements de l'image a. (c) Histogramme de l'image b. (d) Agrandissement du voisinage de taille  $32 \times 32$  indiqué en blanc sur l'image a.

3. Un profil uni-dimensionnel est calculé par l'addition des  $n_p$  premières lignes non nulles de la matrice.
4. L'autocorrélation de ce profil est analysée pour déterminer l'espacement des veines.

Après ce calcul à toutes les positions du voisinage, deux images de résumé de la planche sont construites : l'image de directions  $\bar{\theta}$  et l'image d'espacements  $\bar{S}$ .

### 9.2.2. Espacement global

Il est utile de pouvoir décrire une planche par quelques caractéristiques globales. Pour l'orientation, il est facile de calculer, par exemple, les statistiques circulaires (section 2.2) de l'image de résumé de l'orientation.

Pour l'espacement, on peut envisager d'utiliser la moyenne des valeurs des pixels de l'image de résumé  $\bar{S}$ . Mais on tombe sur un problème dû à l'existence d'une limite de l'espacement qui peut être calculée à cause de la taille du voisinage. Une valeur d'espacement  $S_{xy}$  égale à la taille du voisinage implique qu'il est possible que l'espacement soit plus grand que la taille du voisinage. L'utilisation de la moyenne peut alors biaiser les résultats, comme montré dans l'exemple suivant. La figure 9.8a montre une sous-section d'une planche de merisier, pour laquelle l'espacement des veines a été mesuré à la main pour donner  $77.5 \pm 8.5$  pixels (pour arriver à cette mesure, nous avons calculé la longueur moyenne de quelques lignes dessinées à la main entre des veines adjacentes, voir section 9.2.3). L'image de résumé d'espacements et son histogramme sont montrés dans les figures 9.8b et 9.8c respectivement (l'image d'espacements est calculée avec les paramètres suivants :  $\sigma_{2h} = \sigma_{2v} = 32$  et  $\Delta_h = \Delta_v = 16$ ). Il est visible sur l'histogramme que l'algorithme a calculé une valeur de 33 pour l'espacement des veines dans la majorité des voisinages, ce qui implique un espacement plus grand que le voisinage. Quelques valeurs erronées sont néanmoins présentes. Elles sont dues, par exemple, aux voisinages comme celui entouré en blanc dans la figure 9.8a et agrandi dans la figure 9.8d. Ce voisinage contient des caractéristiques sombres qui ne sont pas des veines, mais ceci ne peut pas être détecté au moment du calcul, et l'espacement déterminé par l'algorithme pour ce voisinage est de 6 pixels. L'espacement moyen sur l'image d'espacements (si l'on ignore les espacements de valeur zéro) est de 26 pixels, ce qui

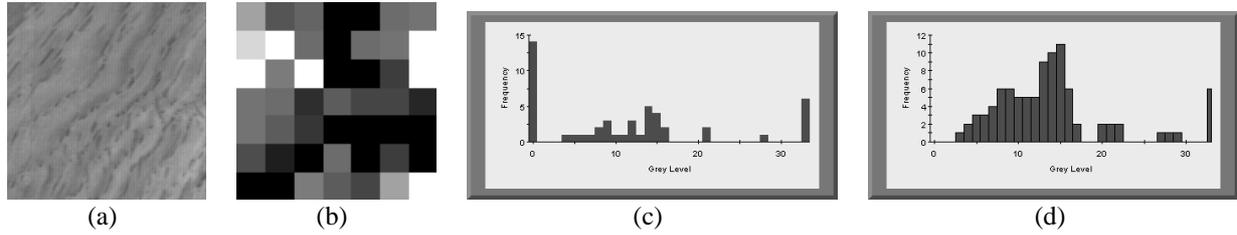


FIG. 9.9. – Démonstration de la nécessité de combiner des niveaux voisins de l'histogramme avant de calculer le mode. (a) Sous-section d'une image de chêne (taille  $128 \times 128$  pixels). (b) Image de résumé d'espacements de l'image a. (c) Histogramme de l'image b. (d) Histogramme c après le traitement décrit dans le texte.

n'est évidemment pas un bon indicateur de l'espacement global. Pour indiquer que la plupart des voisinages ont un espacement plus grand que la taille du voisinage, le mode, égal à 33 pour cet exemple, est la mesure la plus appropriée.

L'utilisation du mode au lieu de la moyenne introduit un autre inconvénient dû au fait que le niveau maximum de l'histogramme contient de l'information sur tous les espacements qui sont plus grands que la taille du voisinage, tandis que les autres niveaux contiennent de l'information sur une seule valeur d'espacement. C'est donc souvent que l'espacement actuel est représenté par des valeurs étendues sur des niveaux voisins de l'histogramme, et par conséquent ne présente pas un pic plus haut que celui du niveau le plus élevé. Un exemple est présenté dans la figure 9.9, dans laquelle la figure 9.9b est l'image de résumé d'espacements de la figure 9.9a. La figure 9.9c est l'histogramme de la figure 9.9b, dans lequel on voit que le mode est 33 (si l'on ignore le niveau zéro). Par contre, la plupart des valeurs sont groupées entre les niveaux 4 et 16, la région dans laquelle se trouve la mesure de l'espacement faite à la main :  $16.2 \pm 5.2$  pixels.

Pour mettre en évidence les pics potentiels dont les valeurs sont trop étendues dans l'histogramme, nous combinons les niveaux adjacents de l'histogramme. Soit  $s_i$  le nombre de pixels au niveau  $i$  de l'histogramme de l'image de résumé d'espacements. Le nouvel histogramme aux niveaux groupés  $t$  est construit pour toute valeur  $j = 0, 1, \dots, s_{\max}$ , où  $s_{\max}$  est le niveau maximum de l'histogramme  $s$ , comme suit :

$$t_j = \begin{cases} 0 & \text{si } j = 0 \\ s_1 + s_2 & \text{si } j = 1 \\ s_{j-1} + s_j + s_{j+1} & \text{si } j \geq 2 \text{ et } j \leq (s_{\max} - 2) \\ s_{(s_{\max}-2)} + s_{(s_{\max}-1)} & \text{si } j = s_{\max} - 1 \\ s_{(s_{\max})} & \text{si } j = s_{\max} \end{cases} \quad (9.1)$$

La figure 9.9d montre l'histogramme avec niveaux combinés construit à partir de l'histogramme de la figure 9.9c. Le mode de cet histogramme est 15, et se trouve dans l'écart-type de la mesure faite à la main.

Le dernier cas spécial à considérer est un histogramme avec plusieurs pics maximums de la même hauteur, pour lequel nous définissons l'espacement comme la moyenne des positions de ces pics.

### 9.2.3. Résultats

Deux bases de données ont été créées pour tester l'algorithme de calcul de l'espacement des veines. Nous avons extrait 30 sous-images de nature diverse de la base de merisier, et 40 sous-images de la base chêne<sup>3</sup>. Chaque sous-image a une taille de  $128 \times 128$  pixels. Les paramètres suivants ont été utilisés pour calculer les images de résumé d'espacements :  $\sigma_1 = 1.4$ ,  $\sigma_{2h} = \sigma_{2v} = 32$ ,  $\Delta_h = \Delta_v = 16$ ,  $\delta_g = 2$  et  $n_p = 10$ . L'espacement modal  $S_m$  de chaque image a ensuite été calculé par la méthode décrite dans la section 9.2.2. Les images de chaque base, ordonnées par valeur de  $S_m$  croissante, sont montrées dans les figures 9.10 (merisier) et 9.11 (chêne<sup>3</sup>). En dessous de chaque image se trouvent à gauche, le numéro de l'image dans la base de données, et à droite, la valeur de  $S_m$  calculée. Les images dans les deux dernières lignes de chaque figure sont celles auxquelles il a été attribué une valeur de  $S_m = 33$ , c'est à dire que les veines sont plus écartées que la taille du voisinage. Il est clair que l'ordre de ces images correspond bien à l'écart visible entre les veines, sauf pour quelques cas isolés. Par exemple, l'erreur la plus frappante pour la base de merisier est l'image numérotée 29 qui a reçu une valeur de  $S_m = 33$ , ce qui est dû vraisemblablement à la présence de quelques veines plus foncées que le reste.

Un test supplémentaire a été fait pour comparer les valeurs d'espacement des veines obtenues par l'algorithme à celles obtenues à la main. Pour chaque image, une mesure de l'espacement global a été fait en dessinant quelques lignes à la main entre les veines voisines, suivie par un calcul de leur longueur moyenne  $\bar{l}$  et de l'écart-type  $\sigma_l$ . Quelques exemples de ce procédé sont montrés dans la figure 9.12. Les valeurs d'espacement mesurées à la main sont données avec celles déterminées par l'algorithme dans les tableaux 9.1 pour le merisier et 9.2 pour le chêne. Les numéros qui suivent les noms dans les premières colonnes de ces tableaux correspondent aux numéros en dessous à gauche des images dans les figures 9.10 et 9.11. Il n'est pas possible de mesurer un espacement manuel pour toutes les images, les veines n'étant pas assez marquées sur quelques unes d'entre elles. Les images pour lesquels les espacements manuels ne sont pas disponibles sont indiquées par un point d'interrogation dans la deuxième colonne des tableaux.

Pour quantifier le niveau d'accord entre les deux méthodes, nous avons compté le nombre d'images dans chaque base qui satisfont à un des deux critères suivants :

1.  $\bar{l} - 1.5\sigma_l \leq S_m \leq \bar{l} + 1.5\sigma_l$  si  $\bar{l} \leq 32$
2.  $S_m = 33$  si  $\bar{l} > 32$

Pour le premier critère, nous avons choisi des limites de  $1.5\sigma_l$  pour prendre en compte le fait que l'algorithme a tendance à sous-estimer la valeur de l'espacement global des veines pour le chêne (vraisemblablement parce que les veines de chêne sont en général plus épaisses que celles de merisier). Le deuxième critère prend en compte la limite supérieure imposée par la taille du voisinage. Pour la base de merisier, l'espacement a pu être mesuré à la main pour 27 images, et l'espacement déterminé par l'algorithme satisfait un des deux critères pour 22 images, soit 81%. Pour les 35 images de la base chêne<sup>3</sup> pour lesquelles un espacement a pu être déterminé à la main, un des deux critères est satisfait pour 28 images, soit 80%.

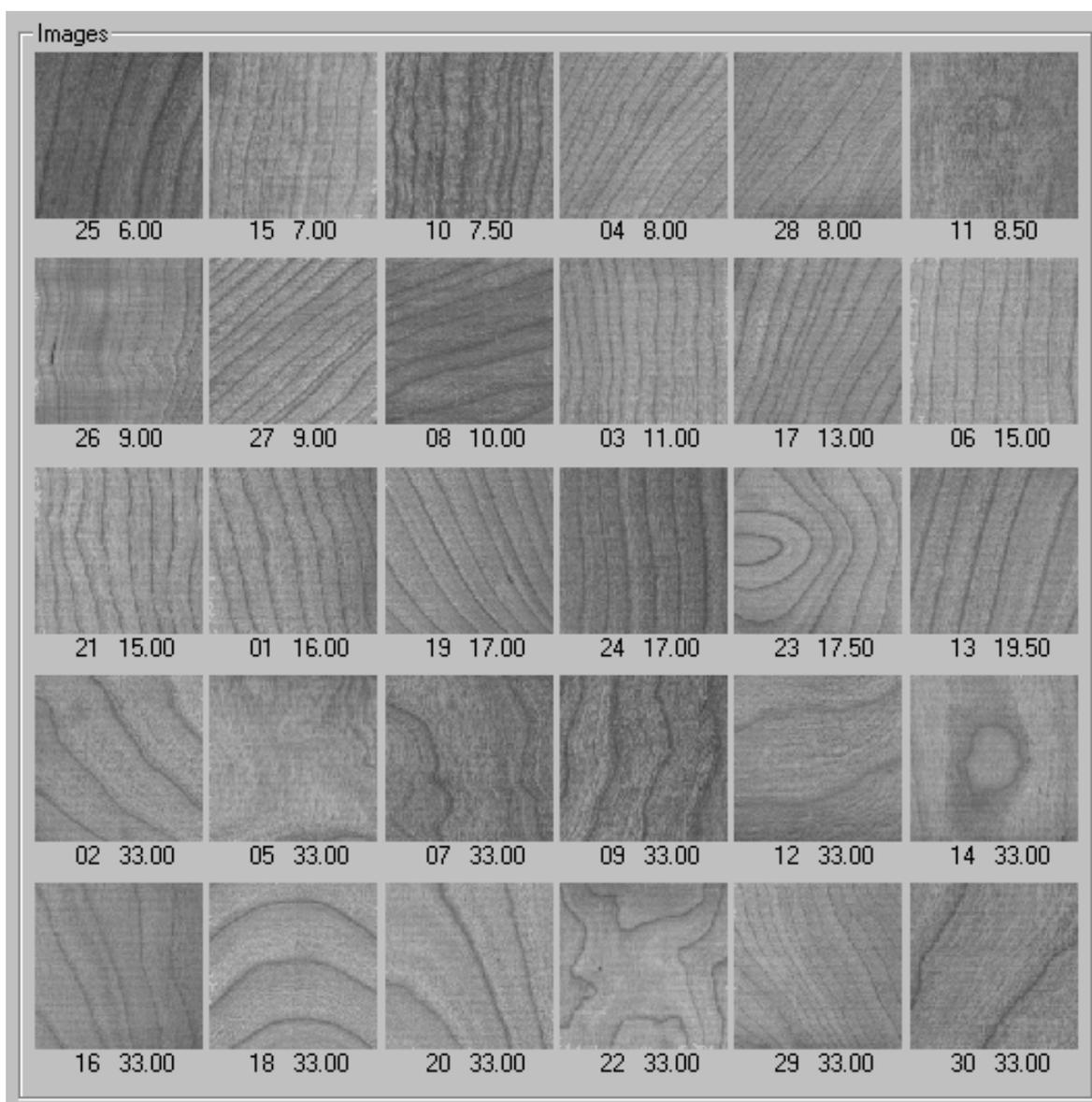


FIG. 9.10. – Les sous-images de la base de merisier triées de la plus petite jusqu'à la plus grande valeur d'espacement global des veines. En dessous de chaque image se trouvent le numéro de l'image dans la base et la valeur d'espacement déterminée par l'algorithme.

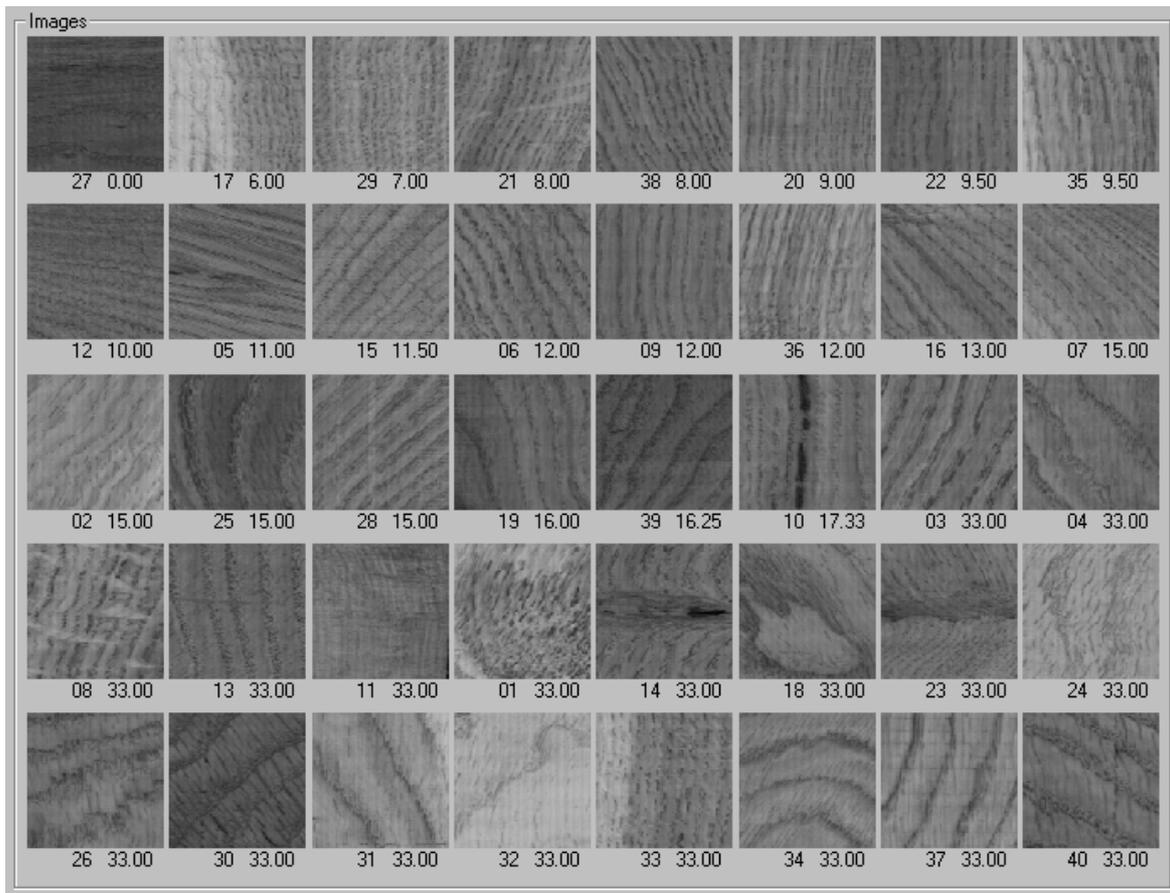


FIG. 9.11. – Les sous-images de la base de chêne<sup>3</sup> triées de la plus petite jusqu'à la plus grande valeur d'espacement global des veines. En dessous de chaque image se trouvent le numéro de l'image dans la base et la valeur d'espacement déterminée par l'algorithme.

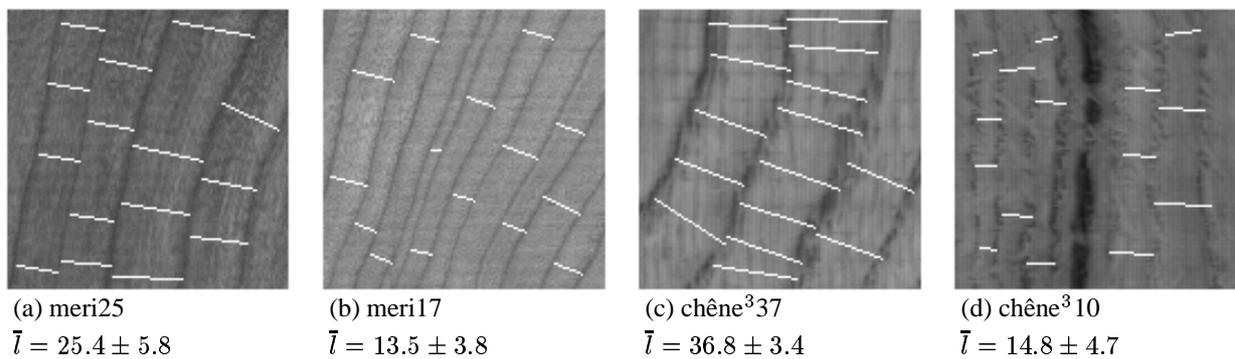


FIG. 9.12. – Quatre exemples de la détermination de l'espacement entre les veines à la main. Les images ont une taille de  $128 \times 128$  pixels, et la longueur moyenne  $\bar{l}$  des lignes (en pixels) est donnée en dessous de chaque image.

Nom	Espacement manuel	Espacement automatique
meri25	25.4 ± 5.8	6.0
meri15	12.9 ± 3.2	7.0
meri10	14.5 ± 4.9	7.5
meri04	10.1 ± 2.7	8.0
meri28	11.2 ± 4.1	8.0
meri11	?	8.5
meri26	8.6 ± 4.0	9.0
meri27	11.4 ± 3.7	9.0
meri08	15.6 ± 6.2	10.0
meri03	12.1 ± 3.3	11.0
meri17	13.5 ± 3.8	13.0
meri06	15.7 ± 2.8	15.0
meri21	14.0 ± 3.5	15.0
meri01	15.7 ± 3.7	16.0
meri19	16.5 ± 4.1	17.0
meri24	18.6 ± 2.3	17.0
meri23	19.2 ± 3.5	17.5
meri13	23.0 ± 5.2	19.5
meri02	38.9 ± 5.1	33.0
meri05	?	33.0
meri07	70.6 ± 8.2	33.0
meri09	34.9 ± 5.0	33.0
meri12	62.9 ± 9.4	33.0
meri14	?	33.0
meri16	27.1 ± 5.8	33.0
meri18	41.2 ± 3.6	33.0
meri20	42.7 ± 14.6	33.0
meri22	40.3 ± 25.2	33.0
meri29	9.5 ± 2.9	33.0
meri30	77.5 ± 8.4	33.0

TAB. 9.1. – Les mesures de l’espacement des veines (en pixels) faites à la main et par l’algorithme pour la base de merisier. Les cas pour lesquels les veines ne sont pas assez marquées pour mesurer à la main leur espacement sont indiquées par un point d’interrogation. Les entrées sont dans le même ordre que les images de la figure 9.10.

Nom	Espacement manuel	Espacement automatique
chêne <sup>3</sup> 27	?	0
chêne <sup>3</sup> 17	9.8 ± 3.8	6.0
chêne <sup>3</sup> 29	10.0 ± 2.0	7.0
chêne <sup>3</sup> 21	8.3 ± 2.1	8.0
chêne <sup>3</sup> 38	9.9 ± 3.2	8.0
chêne <sup>3</sup> 20	8.9 ± 2.1	9.0
chêne <sup>3</sup> 22	13.5 ± 3.4	9.5
chêne <sup>3</sup> 35	14.9 ± 3.9	9.5
chêne <sup>3</sup> 12	10.3 ± 2.5	10.0
chêne <sup>3</sup> 05	13.5 ± 2.4	11.0
chêne <sup>3</sup> 15	15.6 ± 3.4	11.5
chêne <sup>3</sup> 06	16.8 ± 3.0	12.0
chêne <sup>3</sup> 09	15.5 ± 2.4	12.0
chêne <sup>3</sup> 36	10.2 ± 2.8	12.0
chêne <sup>3</sup> 16	17.7 ± 6.5	13.0
chêne <sup>3</sup> 02	16.2 ± 5.2	15.0
chêne <sup>3</sup> 07	12.9 ± 4.9	15.0
chêne <sup>3</sup> 25	46.6 ± 7.9	15.0
chêne <sup>3</sup> 28	18.2 ± 3.6	15.0
chêne <sup>3</sup> 19	20.2 ± 7.4	16.0
chêne <sup>3</sup> 39	21.8 ± 4.5	16.3
chêne <sup>3</sup> 10	14.8 ± 4.7	17.3
chêne <sup>3</sup> 01	?	33.0
chêne <sup>3</sup> 03	24.0 ± 4.4	33.0
chêne <sup>3</sup> 04	45.1 ± 8.6	33.0
chêne <sup>3</sup> 08	14.0 ± 2.6	33.0
chêne <sup>3</sup> 11	7.6 ± 1.9	33.0
chêne <sup>3</sup> 13	28.4 ± 4.6	33.0
chêne <sup>3</sup> 14	19.1 ± 4.8	33.0
chêne <sup>3</sup> 18	?	33.0
chêne <sup>3</sup> 23	?	33.0
chêne <sup>3</sup> 24	51.5 ± 7.9	33.0
chêne <sup>3</sup> 26	34.3 ± 9.5	33.0
chêne <sup>3</sup> 30	36.3 ± 8.8	33.0
chêne <sup>3</sup> 31	50.4 ± 8.6	33.0
chêne <sup>3</sup> 32	?	33.0
chêne <sup>3</sup> 33	10.5 ± 3.7	33.0
chêne <sup>3</sup> 34	36.0 ± 3.9	33.0
chêne <sup>3</sup> 37	36.8 ± 3.4	33.0
chêne <sup>3</sup> 40	39.9 ± 9.7	33.0

TAB. 9.2. – Les mesures de l’espacement des veines (en pixels) faites à la main et par l’algorithme pour la base chêne<sup>3</sup>. Les cas pour lesquels les veines ne sont pas assez marquées pour mesurer à la main leur espacement sont indiquées par un point d’interrogation. Les entrées sont dans le même ordre que les images de la figure 9.11.

### 9.3. Caractéristiques de la texture

Nous disposons maintenant de deux images de résumé de la texture en termes de la distribution spatiale des orientations et des espacements des veines. Il est cependant difficile d'utiliser ces images directement dans un classificateur automatique, et il faut qu'on trouve des façons de résumer davantage l'information. La méthode évidente pour réduire l'information est d'utiliser seulement les histogrammes des images de résumé, mais on élimine ainsi toute information sur la relation spatiale entre les valeurs. Notre approche est donc de résumer davantage les images de directions et d'espacements par la définition de caractéristiques calculées à partir de ces images. Ces caractéristiques répondent à nos besoins spécifiques à certaines tâches, et elles peuvent prendre en compte les relations spatiales si nécessaire. Nous avons défini douze caractéristiques de texture, dont les dix premières sont déterminées à partir de l'image de directions, et les deux autres à partir de l'image d'espacements. Parmi celles qui sont calculées à partir de l'image de directions, les six premières prennent en compte seulement l'histogramme de directions, et les quatre autres contiennent de l'information sur la distribution spatiale des orientations. Les deux dernières caractéristiques sont calculées à partir de l'image d'espacements.

La liste des caractéristiques définies est loin d'être exhaustive. Elle est simplement composée de celles qui ont été définies pour répondre à nos besoins spécifiques à notre travail. Il est envisageable que des caractéristiques supplémentaires puissent être définies pour une utilisation dans d'autres tâches.

#### 9.3.1. Caractéristiques de l'histogramme de directions

Les caractéristiques de l'histogramme de directions ont été définies principalement afin de pouvoir discriminer entre les trois principales classes de texture : dosse, faux-quartier et quartier. La plupart des veines sur des pièces de quartier ont une orientation verticale ( $90^\circ$ ), les pièces de faux-quartier sont caractérisées par une grande proportion des veines avec des orientations autour de  $45^\circ$  ou de  $135^\circ$ , tandis que les pièces de dosse ont une distribution de valeurs d'orientation à peu près homogène.

Nous calculons six caractéristiques de l'histogramme de directions (l'histogramme de l'image de résumé de directions). Soit  $h_\phi$  l'histogramme de directions, dans lequel  $\phi$  prend une valeur entière entre  $0^\circ$  et  $179^\circ$  ( $\phi \in \mathbb{Z}$ ,  $0^\circ \leq \phi \leq 179^\circ$ ), et où  $h_\phi$  est le nombre de pixels dans l'image de directions telle que  $(\phi - \frac{1}{2}) < \bar{\theta}(x, y) \leq (\phi + \frac{1}{2})$ . Il est évidemment nécessaire de prendre en compte la périodicité de  $180^\circ$  de l'histogramme pour  $\phi = 0^\circ$ . L'histogramme est ensuite normalisé par la division de chaque composante par  $\sum_{j=0^\circ}^{179^\circ} h_j$ .

Les caractéristiques de l'histogramme de directions sont :

$\bar{R}, \mu$  : Ces deux caractéristiques sont les statistiques circulaires décrites dans la section 2.2, la moyenne  $\mu$  et la longueur moyenne  $\bar{R}$ , calculées pour tous les pixels dans l'image de résumé de directions (ou à partir de son histogramme). Qualitativement, on prévoit que pour les pièces de quartier,  $\bar{R}$  approche 1 (ce qui implique que la variance circulaire  $V$  approche 0), et  $\mu$  est environ  $90^\circ$ ; pour les pièces de faux-quartier,  $\mu$  a une valeur plus ou

moins grande par rapport à  $90^\circ$  ; et pour les pièces de dosse la grande variation dans les orientations locales des veines en forme d'ellipse implique que la valeur de  $\bar{R}$  est petite.

$\Sigma c$ ,  $\Sigma m$ ,  $\Sigma p$ ,  $\Sigma mp$  : Ces caractéristiques sont essentiellement les sommes de différentes parties de l'histogramme de directions  $h_\phi$ . Elles ont l'avantage d'éviter le calcul d'une caractéristique angulaire, les rendant ainsi plus adaptées à une utilisation dans un classificateur automatique. Elles sont définies comme suit :

$$\Sigma c = \sum_{\phi=90^\circ-a}^{90^\circ+a} h_\phi \quad (9.2)$$

$$\Sigma m = \sum_{\phi=b}^{90^\circ-a} h_\phi \quad (9.3)$$

$$\Sigma p = \sum_{\phi=90^\circ+a}^{180^\circ-b} h_\phi \quad (9.4)$$

$$\Sigma mp = \Sigma m + \Sigma p \quad (9.5)$$

Les valeurs de  $a$  et de  $b$  sont choisies par l'utilisateur en fonction de sa définition des limites entre les orientations des veines pour les classes de quartier et de faux-quartier. Dans ce travail, nous prenons  $a = 22^\circ$  et  $b = 8^\circ$ . Ces caractéristiques quantifient la classification des planches selon l'orientation des veines déjà décrite. Pour les pièces du quartier,  $\Sigma c$  est maximum ; pour les pièces de faux-quartier,  $\Sigma m$  est maximum et est beaucoup plus grande que  $\Sigma p$ , ou vice versa ; et enfin pour les pièces de dosse,  $\Sigma c$ ,  $\Sigma m$ , et  $\Sigma p$  ont des valeurs similaires. En pratique, les divisions ne sont pas aussi nettes, ce qui nécessite l'utilisation d'un classificateur statistique. Nous avons trouvé que la quatrième caractéristique  $\Sigma mp$  peut parfois aider à la discrimination dans un classificateur, surtout lorsque les deux orientations possibles de faux-quartier appartiennent à la même classe.

### 9.3.2. Caractéristiques spatiales des orientations

**Rugosité angulaire**  $rug$  : Cette caractéristique prend en compte la variabilité entre des pixels voisins dans l'image de résumé de directions. Elle est définie comme suit :

$$rug = \frac{\sum_{x=0}^{L_x} \sum_{y=0}^{L_y} g_\theta(x, y)}{L_x \times L_y} \quad (9.6)$$

où  $g_\theta$  est le gradient angulaire (équation 2.31) sur l'image de résumé de directions  $\bar{\theta}(x, y)$  de taille  $L_x \times L_y$ , le dénominateur étant donc la superficie de cette image. Nous utilisons une connexité de quatre et l'élément structurant carré de taille 1 pour le calcul du gradient. Qualitativement, il est évident que cette caractéristique a une valeur plus petite pour une pièce du quartier, dans laquelle toutes les veines ont plus ou moins les mêmes orientations, et une valeur plus élevée pour une pièce de dosse.

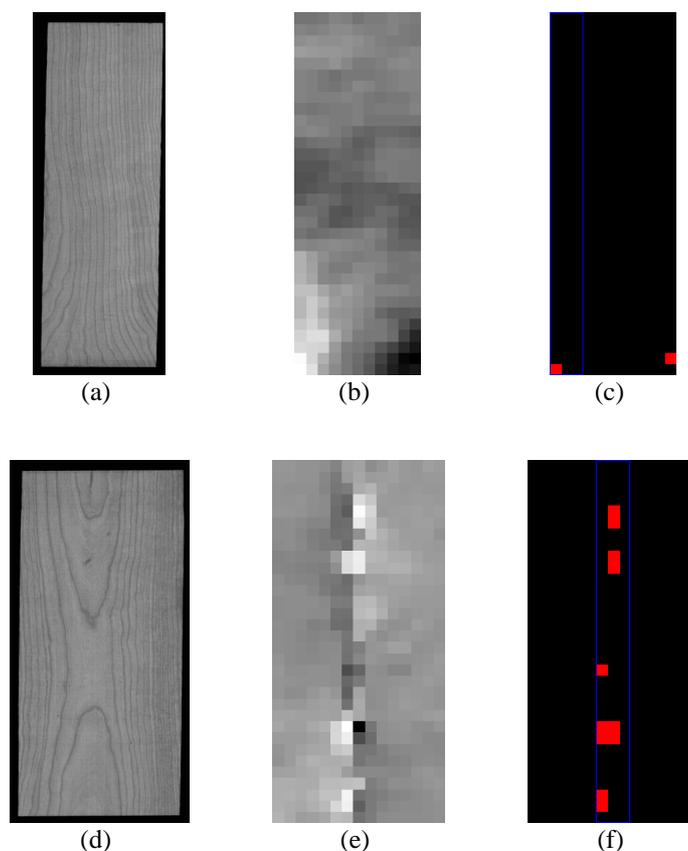


FIG. 9.13. – Calcul de la position du centre de la dosse pour (a) une pièce de quartier, et (d) une pièce de dosse. Les images (b) et (e) sont des images de résumé de directions correspondantes. La position des trois colonnes est indiquée sur les images binaires (c) et (f) par le cadre bleu. Pour l'image e,  $vcd = 1$  et pour l'image f,  $vcd = 11$ .

**Position du centre de la dosse  $vcd$  et  $pcd$**  : Deux caractéristiques ont été définies pour aider à distinguer la classe 2 de la classe 5 (figure 9.1). Si l'on regarde seulement les statistiques des histogrammes de directions, on trouve que la proportion des veines horizontales sur les pièces de la classe 2 n'est pas assez grande pour avoir un effet important sur ces mesures plutôt globales. Les veines horizontales ont, par contre, la propriété d'être groupées dans une région étroite, et les caractéristiques  $vcd$  et  $pcd$  prennent en compte cette propriété.

Le procédé de calcul de ces caractéristiques est illustré dans la figure 9.13, dans laquelle les images (a) et (d) sont les images de départ appartenant aux classes 5 et 2 respectivement, et les images (b) et (e) sont des images de résumé de directions correspondant aux images (a) et (d). On seuille d'abord l'image de directions pour en extraire les régions composées de veines principalement horizontales. Les pixels choisis par ce seuil sont ceux qui satisfont

les relations  $130^\circ < \bar{\theta}(x, y) \leq 180^\circ$  ou  $0^\circ \leq \bar{\theta}(x, y) < 50^\circ$ . Les figures 9.13c et 9.13f sont les résultats binaires de ce seuil.

Ensuite, sur les images binaires, on trouve la position des trois colonnes voisines qui contiennent le plus grand nombre de pixels de valeur 1. Ces colonnes sont indiquées sur les figures 9.13e et 9.13f par un cadre bleu. La première caractéristique  $vcd$  prend la valeur du nombre de pixels inclus dans les trois colonnes, et la deuxième,  $pcd$ , représente leur position. Cette position est calculée comme la distance horizontale (en pixels) entre le bord gauche de l'image et la deuxième colonne des trois, divisée par la largeur  $L_x$  de l'image de directions.

**Pourcentage de faux-quartier  $f_{qz}$**  : Pour certaines applications, il est nécessaire de déterminer si une planche contient des veines majoritairement verticales (quartier), mais avec une fraction  $z$  spécifiée de faux-quartier en haut ou en bas. Par exemple,  $z = 0.3$  implique qu'on cherche à avoir des caractéristiques de faux-quartier dans 30% de la hauteur de la planche, en haut ou en bas. La caractéristique conçue pour indiquer ce cas est calculée d'une façon similaire à celle utilisée pour trouver le centre de la dosse. On seuille d'abord l'image de directions pour créer une image binaire, qui indique les positions des pixels dans l'image de directions satisfaisant  $8^\circ \leq \bar{\theta}(x, y) \leq 67^\circ$  ou  $114^\circ \leq \bar{\theta}(x, y) \leq 172^\circ$ . On compte ensuite le nombre de pixels de valeur 1 dans la fraction spécifiée en haut et en bas de l'image binaire, et on divise le supremum de ces deux valeurs par le nombre de pixels de valeur 1 dans toute l'image binaire. Cette caractéristique s'écrit également

$$f_{qz} = \frac{\sup \left\{ \left[ \sum_{x=0}^{L_x} \sum_{y=0}^{zL_y} b(x, y) \right], \left[ \sum_{x=0}^{L_x} \sum_{y=(1-z)L_y}^{L_y} b(x, y) \right] \right\}}{\sum_{x=0}^{L_x} \sum_{y=0}^{L_y} b(x, y)} \quad (9.7)$$

où  $b(x, y)$  est la valeur du pixel à la position  $(x, y)$  de l'image binaire de taille  $L_x \times L_y$ . Pour être utile, cette caractéristique doit être utilisée avec la caractéristique  $\Sigma mp$ . Cette dernière indique s'il existe assez de voisinages de type faux-quartier, et  $f_{qz}$  en donne la proportion qui se trouve dans la région spécifiée en haut ou en bas de la planche.

### 9.3.3. Caractéristiques des espacements des veines

**L'espacement principal entre les veines  $epv$**  : C'est le mode de l'histogramme de l'image de résumé d'espacements. Il est calculé comme décrit dans la section 9.2.2.

**La proportion des grands aux petits espacements  $pgp$**  : Le mode ne donne pas de l'information sur la distribution des valeurs d'espacement des veines. La caractéristique  $pgp$  est un simple indice de la dominance des espacements grands ou petits. Soit  $d$  égal au nombre de pixels, dans l'image de résumé d'espacements, de valeurs supérieures à zéro et inférieure à la moitié de la taille du voisinage, et soit  $t$  le nombre total de pixels de valeurs supérieures à zéro dans cette image. Cette caractéristique est alors définie comme  $\frac{d}{t}$ . Les pixels de valeur zéro sont ignorés parce qu'ils représentent les voisinages dans lesquels l'espacement n'est pas calculable. Cette caractéristique donne, en effet, la proportion de voisinages qui contient de petits espacements des veines.

A&F	A&O	A&R	F&O	F&R	O&R	A&F&O&R
77	70	75	68	81	76	57

TAB. 9.3. – Les pourcentages de pièces dans la base de données du merisier classées selon la texture dans la même classe par quatre personnes A, F, O et R. La notation « $x&y$ » indique le pourcentage de pièces mises dans la même classe par la personne  $x$  et la personne  $y$ .

### 9.3.4. Caractéristiques locales

Les caractéristiques décrites précédemment peuvent aussi être calculées dans des sous-régions des images de résumé. Par exemple, si on souhaite trouver des pièces qui se ressemblent uniquement dans les régions proches des bords qui se toucheront après l'assemblage d'un panneau, il suffit de calculer ces caractéristiques uniquement dans les zones de bord. Nous avons défini quatre zones de bord (haute, basse, gauche et droite), chacune ayant une épaisseur de cinq pixels dans les images de résumé. Il est à noter que toutes les caractéristiques n'ont pas forcément un sens si elles sont calculées dans une sous-région, par exemple la position du centre de la dosse *pcd* ne peut pas fonctionner comme prévu si elle est contrainte à être calculée dans des zones à gauche ou à droite de la pièce.

## 9.4. Expériences de classification selon la texture

Comme pour les expériences de classification par couleur de la section 8.3, nous considérons d'abord une classification manuelle pour pouvoir ensuite juger de la performance d'un classificateur automatique. Ensuite, les résultats des expériences de classification et d'appariement sont donnés.

### 9.4.1. Classification manuelle

Pour déterminer les limites de la classification automatique des pièces selon la texture, une expérience de classification manuelle, semblable à celle de la section 8.3.1, a été faite sur la base de merisier. Quatre personnes (A, F, O et R) ont effectué une classification des planches selon les six classes définies par les schémas de la figure 9.1. Les résultats, montrés dans le tableau 9.3, indiquent qu'il y a même moins d'accord entre les personnes que pour la classification par couleur (seulement 57% des pièces ont été classées identiquement par les quatre personnes). Ces résultats démontrent que la classification par texture est encore plus subjective que la classification par couleur, la texture étant une caractéristique plus complexe que la couleur.

### 9.4.2. Classification automatique

Dans cette section, la classification automatique des planches selon leur texture (en utilisant les caractéristiques définies précédemment) est examinée. Avant de regarder les résultats des ex-

périences de classification, nous examinons la capacité de certaines des caractéristiques à séparer les différentes classes de texture.

### Capacité des caractéristiques

Les caractéristiques qui ont été initialement prévues pour la tâche de classification selon la texture sont  $\bar{R}$ ,  $\mu$ ,  $rug$  et  $vcd$ . Nous considérons graphiquement la capacité de  $\bar{R}$  et de  $\mu$  à séparer les pièces en cinq classes de texture, celles de la figure 9.1 (la classe 1 est exclue à cause d'un manque d'exemples dans les bases de données). La classification de référence du merisier a été faite en regardant les résultats de la classification manuelle décrite précédemment, avec l'appartenance déterminée par la décision majoritaire pendant cette classification. La classification de chêne a été faite par une seule personne. La figure 9.14a montre le graphe de  $\mu$  par rapport à  $\bar{R}$  pour le merisier, et la figure 9.14b le graphe correspondant pour le chêne.

Sur le graphe de  $\mu$  par rapport à  $\bar{R}$  pour le merisier, une progression de  $\bar{R}$  de 0 à 1 est visible pour les classes 0, 2 et 5. La plupart des valeurs de  $\mu$  pour les classes 2 et 5 sont entre  $80^\circ$  et  $100^\circ$ . De plus, les valeurs de  $\mu$  pour la classe 3 se trouvent en-dessous de  $90^\circ$ , et celles de la classe 4 au-dessus de  $90^\circ$ . Cette distribution est ainsi bien en accord avec les définitions des classes.

Pour le chêne, on voit encore la même structure de classes, mais le recouvrement entre les classes est pire. Ceci peut être attribué au fait que la texture de chêne est plus bruitée, et que les veines sont moins bien marquées que celles de merisier.

Il est instructif d'examiner quelques pièces de bois pour lesquelles les valeurs de ces deux caractéristiques ne sont pas en accord avec la classification manuelle. Commençons par le merisier, pour lequel quatre pièces, correspondant à des points particulièrement atypiques dans leurs classes dans la figure 9.14a, sont exhibés dans la figure 9.15. L'image de la figure 9.15a a été classée manuellement dans la classe 2 à cause des veines en forme de flamme. La plupart des veines ont néanmoins une orientation de moins de  $90^\circ$ , et celle-ci combinée avec la grande variation dans l'orientation des veines arrive à écarter cette planche des autres de son groupe dans la figure 9.14a. La figure 9.15b contient des veines avec des orientations plus grandes et plus petites que  $90^\circ$ . Un humain, après avoir vu le schéma de la classe (figure 9.1d), a tendance à classer cette pièce dans la classe 3 à cause de la direction de la courbure des veines. La moyenne de l'orientation  $\mu$ , qui ne prend évidemment pas en compte la courbure, montre que la plupart des orientations sont plus grandes que  $90^\circ$ , mais la faible valeur de  $\bar{R}$  indique qu'il y en a une grande variation. Les figures 9.15c et 9.15d montrent des cas où les pièces exhibent de grands écarts entre les veines. Un humain n'a pas de problème à distinguer les veines, et fait ainsi son classement basé sur les veines visibles. Selon la taille de voisinage utilisée, par contre, il peut n'y avoir aucune intersection avec une veine, les orientations trouvées dans ces cas étant plus ou moins aléatoires.

La figure 9.16 montre quatre pièces de chêne pour lesquelles les caractéristiques ne correspondent pas au classement manuel. L'image de la figure 9.16a montre des veines qui ont évidemment des formes d'ellipse, mais les traces minérales superposées sont détectées pour donner une structure fortement verticale à la pièce selon les statistiques calculées. La figure 9.16b contient des structures de flamme associées avec la classe 2, mais elles ne contiennent pas assez de veines horizontales pour être détectées par les statistiques globales. La figure 9.16c montre des pro-

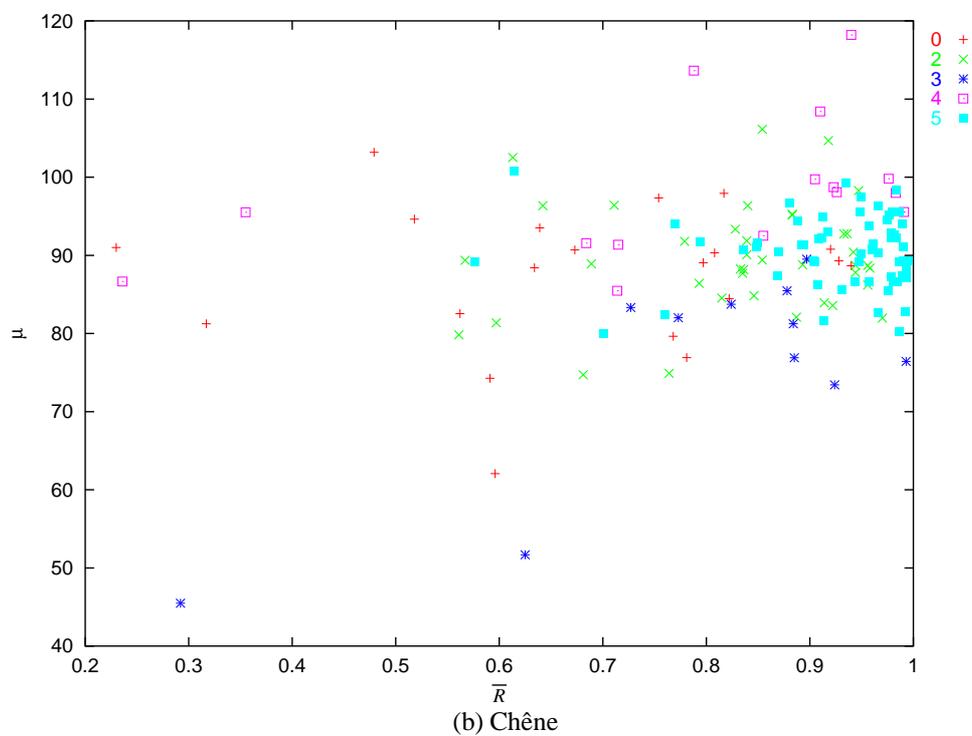
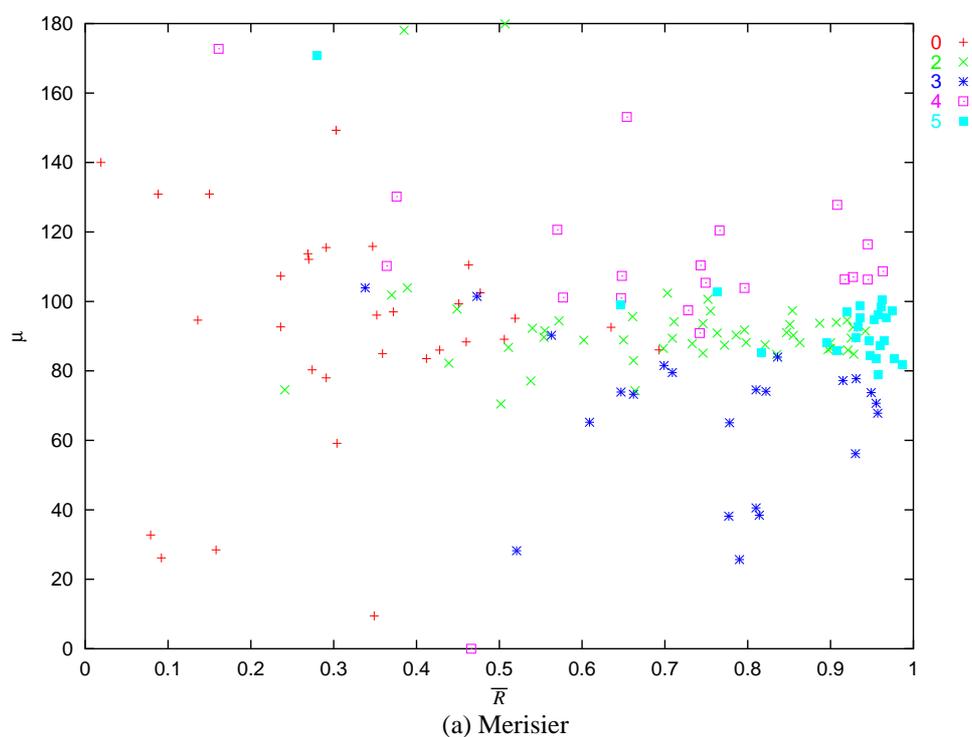


FIG. 9.14. – Graphes de  $\mu$  par rapport à  $\bar{R}$  pour les bases de (a) merisier et (b) chêne divisées en cinq classes. La forme et couleur de chaque point indiquent la classe.

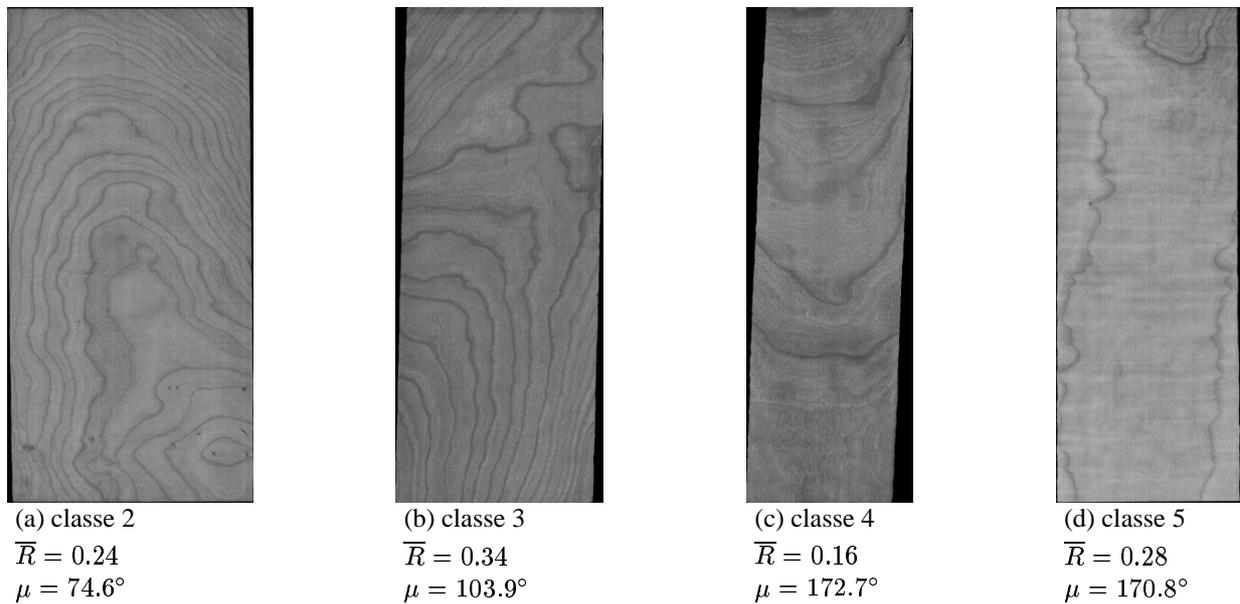


FIG. 9.15. – Quatre pièces de merisier avec des valeurs de  $\bar{R}$  et de  $\mu$  qui ne correspondent pas à la classe choisie à la main. La classe et les valeurs de  $\bar{R}$  et de  $\mu$  sont données en dessous de chaque image.

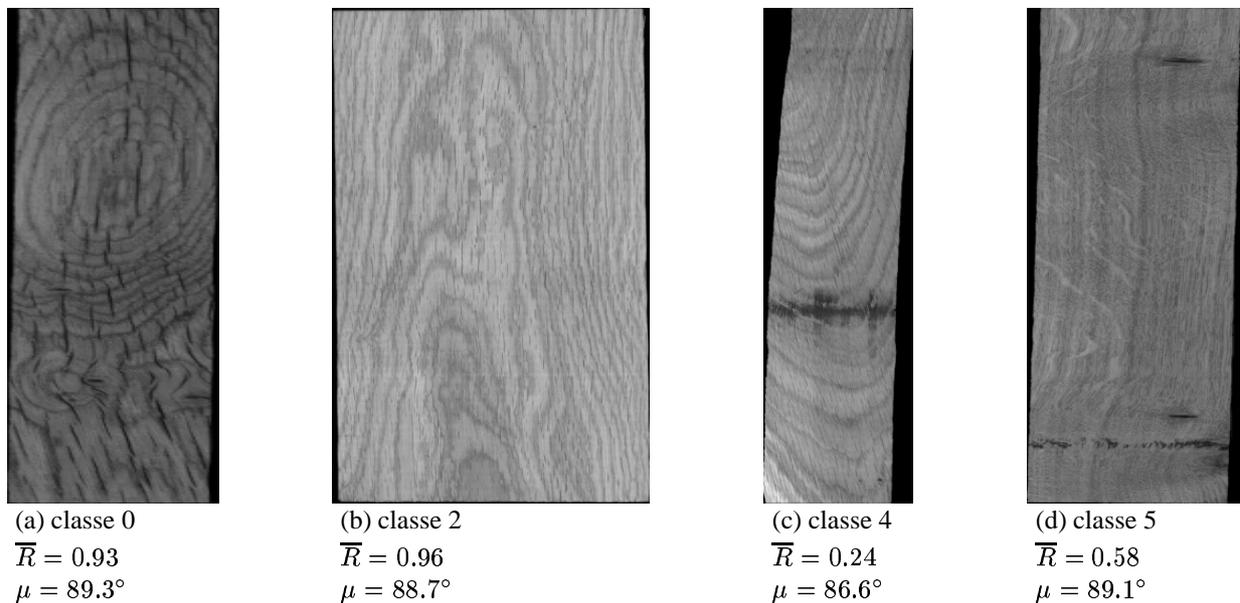


FIG. 9.16. – Quatre pièces de chêne avec des valeurs de  $\bar{R}$  et de  $\mu$  qui ne correspondent pas à la classe choisie à la main. La classe et les valeurs de  $\bar{R}$  et de  $\mu$  sont données en dessous de chaque image.

blèmes dûs à la courbure des veines similaires à ceux décrits pour la figure 9.15b. Dernièrement, la figure 9.16d, qui montre un veinage fortement vertical, contient des structures plutôt horizontales, comme la maille, qui ont pour résultat une valeur de  $\bar{R}$  plus petite que les autres pièces de la même classe. Pour le chêne, il n'est pas rare que les statistiques soient perturbées par des structures supplémentaires visibles sur le bois.

On voit qu'une séparation de classes est possible avec les caractéristiques statistiques globales, mais vu les limitations indiquées dans cette section, nous utilisons aussi les caractéristiques plus locales de *rug* et de *vcd* pour améliorer la séparation.

## Classification

Une classification automatique des bases de merisier et de chêne en cinq classes a été faite par un classificateur de distance Mahalanobis. Quelques essais du classificateur ont montrés que les caractéristiques  $\sum c$ ,  $\sum m$  et  $\sum p$  donnent de meilleurs résultats que  $\bar{R}$  et  $\mu$ , et enlèvent également la nécessité de traiter des valeurs angulaires. En bref, un vecteur de cinq caractéristiques est entré dans le classificateur, les caractéristiques étant  $\sum c$ ,  $\sum m$ ,  $\sum p$ , *rug* et *vcd*. La méthode de validation croisée par «leave-one-out» est utilisée pour éviter d'avoir la même planche dans les bases d'apprentissage et d'analyse. Du fait de la petite taille des bases de données, on fait l'hypothèse d'une matrice de covariance globale. Le classificateur a placé une planche dans la même classe que le classement de référence dans 71% des cas pour le merisier, et dans 64% des cas pour le chêne. Les matrices de confusion pour la classification des bases de merisier et de chêne sont données dans le tableau 9.4. Ces niveaux d'accord sont similaires à ceux obtenus dans l'expérience de classification manuelle.

Le grand recouvrement entre les caractéristiques des différentes classes de chêne, rendu visible dans le graphe de la figure 9.14b, est aussi évident dans les résultats de cette classification automatique. Pour le chêne, les planches attribuées manuellement à la classe 0 sont distribuées parmi les autres classes, et une grande proportion de membres des autres classes est placée automatiquement dans la classe 0. Ceci montre que cette classe n'est pas bien délimitée pour le chêne. Pour les deux espèces de bois, l'erreur la plus grande est due aux pièces de la classe 2 qui sont automatiquement mises dans la classe 5, même avec l'utilisation de la caractéristique *vcd* pour améliorer la séparation entre ces deux classes. Ceci montre peut-être que l'existence d'une classe de transition entre les classes 0 et 5 n'est pas justifiée. Si on fusionne les classes 2 et 5 dans les matrices de confusion de texture, le pourcentage d'accord entre les classifications manuelles et automatiques monte à 81% pour le merisier, et à 74% pour le chêne.

### 9.4.3. Appariement automatique

Deux méthodes ont été essayées pour l'appariement automatique, la première étant similaire à celle utilisée pour l'appariement selon la couleur (appariement par distance), et la deuxième est basée sur la définition de règles d'appariement par l'utilisateur (appariement par règles).

MÉRISIER

M\A	0	2	3	4	5
0	25	3	0	3	0
2	9	28	0	1	14
3	1	2	18	1	1
4	1	1	1	16	2
5	1	1	0	2	21

CHÊNE

M\A	0	2	3	4	5
0	7	4	3	1	5
2	3	14	4	5	13
3	1	0	9	0	1
4	2	1	0	10	2
5	5	1	0	1	54

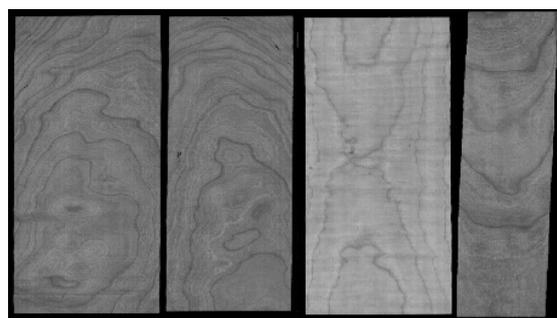
TAB. 9.4. – Les matrices de confusion pour la classification automatique en cinq classes de texture pour le merisier et le chêne. Dans ces matrices, le numéro à la ligne  $i$  et la colonne  $j$  indique le nombre de planches qui ont été mises dans la classe  $i$  à la main, et dans la classe  $j$  par l’algorithme de classification.

### Appariement par distance

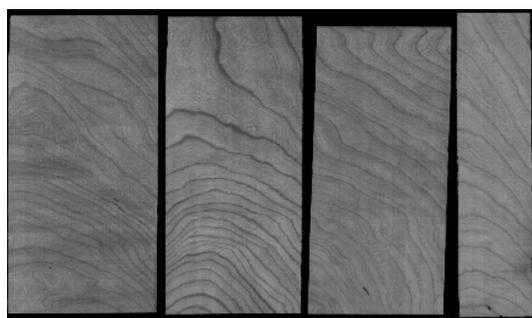
Pour cette méthode, nous utilisons les douze caractéristiques de texture définies dans la section 9.3. Une distance de Mahalanobis est utilisée pour quantifier la distance entre les deux vecteurs de caractéristiques. La détermination de la matrice de covariance est faite de la même façon que pour l’appariement selon la couleur, avec l’utilisation d’une matrice diagonale de variances calculées à partir de la base entière. Pour trouver les pièces de la base les plus semblables à une pièce sélectionnée, elles sont triées selon la distance de Mahalanobis. Quelques résultats de cet appariement sont montrés dans la figure 9.17a, b, e et f (les images sont en niveau de gris pour éviter que l’œil ne soit distrait par les couleurs). Notons qu’on cherche toujours la pièce la plus proche de celle de droite du groupe (après avoir trouvé la deuxième pièce, on cherche la pièce qui est la plus proche d’elle, etc).

### Appariement par règles

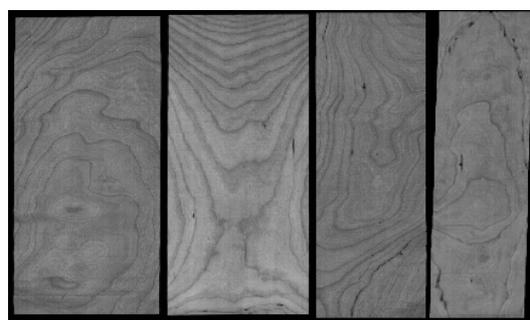
Avec cette approche, on est libre de créer autant de règles souhaitées pour définir un bon appariement de deux pièces. Nous avons défini deux règles sur les caractéristiques locales calculées sur les bords gauches et droites d’une pièce (voir section 9.3.4). Les règles sont basées seulement sur les caractéristiques de statistiques circulaires  $\bar{R}$  et  $\mu$  et sur la proportion des grands à petits espacements de veines  $pgp$ . Nous utilisons la notation  $\bar{R}_g, \mu_g$  et  $pgp_g$  pour indiquer les caractéristiques calculées sur le bord gauche, et  $\bar{R}_d, \mu_d$  et  $pgp_d$  pour celles sur le bord droit. Étant



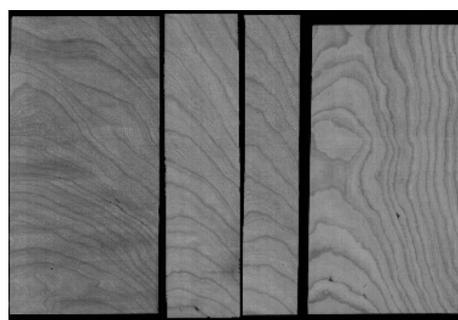
(a) Distance



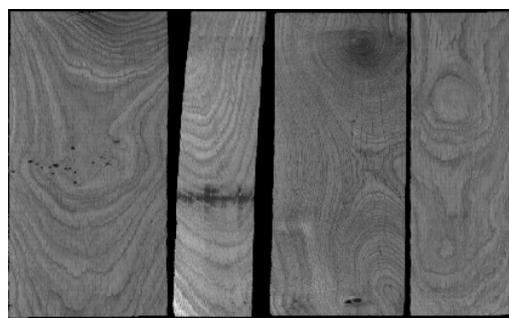
(b) Distance



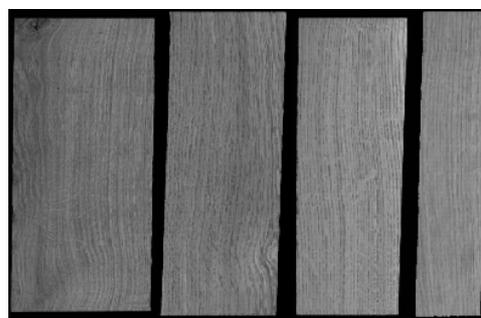
(c) Règles



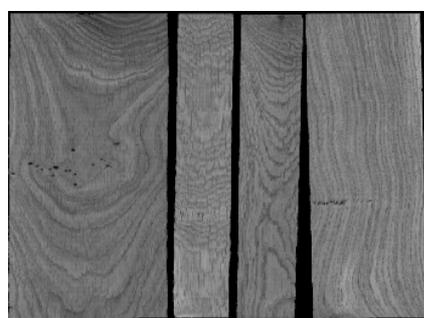
(d) Règles



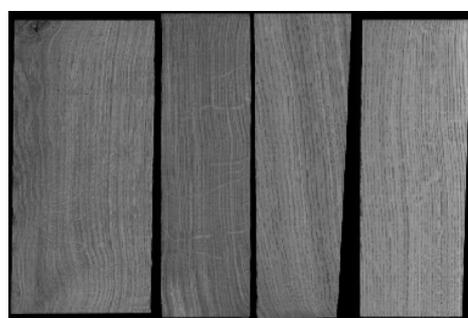
(e) Distance



(f) Distance



(g) Règles



(h) Règles

FIG. 9.17. – Résultats d'un appariement selon la texture. Les images (a)–(d) sont du merisier, et les images (e)–(h) sont du chêne. La méthode utilisée pour l'appariement est indiquée en dessous de chaque image, et une explication plus détaillée de chaque méthode se trouve dans le texte.

donné une planche  $x$  de caractéristiques  $\overline{R}_d^x$ ,  $\mu_d^x$  et  $pgp_d^x$ , une autre planche  $y$  peut être mise à droite de la planche  $x$  si les deux critères heuristiques suivants sont satisfaits :

1.  $|pgp_d^x - pgp_d^y| \leq 0.3$
2.  $\mu_d^x \div \mu_d^y \leq 90.0 - 85.0 \left( \frac{\overline{R}_d^x + \overline{R}_d^y}{2} \right)$  si  $|\overline{R}_d^x - \overline{R}_d^y| \leq 0.3$

Le symbole  $\div$  dans le deuxième critère indique l'angle aigu entre les deux valeurs angulaires (équation 2.4). Le premier critère assure que les espacements entre les veines sont plus ou moins similaires, et le deuxième que les pièces ayant une faible variabilité d'orientation ont des orientations similaires. La différence d'orientation permise est calculée en fonction de la moyenne des deux valeurs de  $\overline{R}$ . Si cette moyenne est petite, il existe déjà de grandes différences d'orientation sur une pièce, et de grandes différences d'orientation entre les pièces sont permises.

Les résultats d'un appariement par règles sont exhibés dans la figure 9.17c, d, g et h (on cherche également à chaque fois la pièce la plus proche de celle de droite du groupe). Cette méthode ne donne pas une indication de la meilleure combinaison possible, et nous prenons donc toujours la première pièce trouvée dans la base qui ressemble à la pièce de gauche selon les règles utilisées. Si cette méthode est utilisée seule, ce manque de mesure de compatibilité peut apparaître limitant, mais ce genre de mesure binaire est facile à combiner avec un appariement selon la couleur — il suffit de chercher parmi toutes les pièces qui satisfont aux règles d'appariement de texture pour trouver celle ayant la couleur la plus proche. Des résultats de ce type d'appariement selon la couleur et par texture sont montrés dans le chapitre 10.

Notons que, pour les deux algorithmes présentés, l'algorithme d'appariement par distance prend en compte la texture globale, tandis que l'algorithme d'appariement par règles considère seulement les zones près des bords qui se touchent. Cette configuration n'est d'ailleurs pas obligatoire, et d'autres caractéristiques locales ou globales peuvent être prises en compte par ces algorithmes.

## 9.5. Conclusion

Il est clair, même si on juge seulement par le nombre de pages consacré à chacun des deux derniers chapitres, que la classification automatique et l'appariement automatique selon la texture sont des tâches plus complexes que les mêmes tâches appliquées à la couleur. Pour la couleur, il existe des méthodes rigoureuses pour déterminer la similarité de deux couleurs, mais pour la texture, sa définition est beaucoup plus subjective.

Le premier problème avec la description d'une texture est de choisir une méthode parmi les nombreuses décrites dans la littérature. Pour le bois, ce choix est légèrement simplifié par le fait qu'il est caractérisé par une texture orientée classique, ce qui a guidé notre choix vers un algorithme de description. Les définitions des classes traditionnelles de texture (la dosse, le faux-quartier et le quartier) sont basées sur la distribution des orientations des veines, ce qui implique que le calcul des caractéristiques de l'orientation est suffisant pour ce genre d'application. Pour l'appariement, par contre, il est souhaitable de pouvoir quantifier en plus l'espacement des veines, pour lequel un nouvel algorithme a été développé, et dont le bon comportement a été vérifié par quelques expériences. Un inconvénient de cet algorithme est la limite sur l'espacement

mesurable imposée par la taille du voisinage, même si l'algorithme indique clairement quand cette limite est dépassée. Si des mesures plus précises des grands espacements des veines sont désirées, une approche simple sera d'agrandir le voisinage. Cet agrandissement peut cependant entraîner une augmentation de la probabilité d'avoir des orientations non uniformes dans un voisinage. Une suggestion pour surmonter ce problème est d'employer un algorithme de propagation de régions pour grouper des voisinages adjacents qui ont des orientations proches, et ensuite d'appliquer l'algorithme de détermination de l'espacement du groupe. Dans le cadre de l'assemblage de panneaux, l'algorithme d'appariement n'est pas trop gêné par le manque d'information précise sur les grands espacements des veines, car une égalité précise entre les espacements de deux planches voisines n'est pas nécessaire, surtout quand les veines sont très écartées.

Les algorithmes de description de la texture présentés dans ce chapitre sont destinés à être utilisés dans des processus industriels pour lesquels la vitesse d'exécution est importante, et nous considérons brièvement cet aspect. L'algorithme de calcul d'orientations est assez simple, et une version qui évite l'utilisation de beaucoup d'opérateurs trigonométriques est donnée dans la section 3.3.1. Dans les cas où des voisinages qui se recouvrent sont utilisés, il est possible de programmer l'algorithme pour calculer les sommes seulement une fois dans chaque sous-région qui fait partie de plusieurs voisinages. La méthode pour déterminer l'espacement des veines est basée sur les matrices de co-occurrence. Pour une application dans laquelle la vitesse d'exécution est importante, il existe quelques simplifications. Le premier avantage inhérent à la formulation de l'algorithme est que la matrice est calculée pour une seule orientation. Deuxièmement, il n'est pas obligatoire de calculer la matrice entière si une valeur globale du nombre de lignes de matrice  $n_p$  est utilisée. Dans ce cas, il est possible de construire le profil uni-dimensionnel directement à partir des pixels du voisinage.

En résumé, nous avons présenté une méthode très flexible pour la description de la texture du bois. À partir des images de résumé de l'orientation et d'espacements des veines, on peut définir des caractéristiques adaptées à plusieurs applications. Nous avons présenté des caractéristiques destinées à distinguer les classes traditionnelles de texture de bois, avec des résultats de classification automatique comparables au niveau d'accord obtenu entre des classificateurs humains. Avec ces caractéristiques, il est aussi possible de définir des règles d'appariement de panneaux qui peuvent répondre à beaucoup de goûts subjectifs.

Il reste pourtant des extensions à faire à ce travail. La description actuelle de la texture est incapable de quantifier la courbure des veines, caractéristique qui pourtant peut aider dans la distinction entre la dosse et le quartier<sup>2</sup>. Finalement, le développement des méthodes pour minimiser l'influence sur les images de résumé des structures de chêne ne faisant pas partie du veinage, est important afin d'améliorer les résultats de la classification. Un bon algorithme pour la détection de la maille serait intéressant, non pas uniquement pour supprimer l'effet de la maille sur les images de directions, mais aussi pour profiter du fait que la maille se trouve seulement sur les pièces de quartier (pour ainsi améliorer la classification automatique). Il est d'ailleurs possible que les méthodes directionnelles de détection de défauts décrites dans le chapitre 3 puissent contribuer à la solution de ce problème.

---

<sup>2</sup>La méthode de calcul de courbure proposée par Serra [95, page 370] a été essayée sans succès.

# 10. Appariement selon la couleur et la texture

Dans la deuxième partie de cette thèse, nous avons traité séparément l'appariement de pièces de bois selon leur couleur ou leur texture. Pour un système industriel d'appariement de planches, il est évidemment nécessaire d'utiliser ces deux caractéristiques ensemble. Pour cette raison, nous présentons finalement un algorithme d'appariement qui prend en compte la couleur et la texture, ainsi que quelques résultats.

L'algorithme d'appariement selon la couleur des planches est discuté dans le chapitre 8. Nous décrivons les caractéristiques colorimétriques dans l'espace couleur TLC présenté dans le chapitre 4. Cet espace est utilisé à la place d'un espace calibré (l'espace  $L^*a^*b^*$ , par exemple) parce que toutes les images sont prises dans les mêmes conditions d'éclairage avec la même caméra. Pour mesurer la différence de couleur entre deux planches dans cet espace, nous avons suggéré l'utilisation d'une distance de Mahalanobis entre les vecteurs de caractéristiques de chaque planche, où chaque vecteur contient les moyennes et les écart-types des trois composantes de l'espace TLC. Les écart-types servent à caractériser le contraste des veines sur une planche.

La texture des planches, une caractéristique plus difficile à décrire quantitativement, est introduite dans le chapitre 9. Nous avons choisi de décrire la texture en fonction des caractéristiques des veines, de leurs orientations et de leurs espacements. Les veines de bois forment une texture orientée classique dont les orientations sont faciles à calculer avec les algorithmes de description de ce genre de texture (section 3.3). Les espacements des veines sont plus difficiles à déterminer, et nous avons présenté un nouvel algorithme pour réaliser cette tâche (section 9.2).

Deux méthodes destinées à quantifier la similarité des textures de deux planches ont été présentées. La première est analogue à la mesure de différence de couleur, c'est la distance de Mahalanobis entre les vecteurs contenant chacun douze caractéristiques de texture. La deuxième est une simple mesure binaire qui indique si deux planches peuvent être mises ensemble à l'aide de règles de compatibilité de texture pré-définies.

Pour pouvoir faire un appariement selon la couleur et la texture, il est nécessaire d'associer une mesure de différence de couleur avec une mesure de différence de texture. La combinaison de deux mesures de distance de Mahalanobis est difficile car il est nécessaire de spécifier deux seuils de distance en dessous desquels les planches sont considérées comme étant compatibles. La multitude de différences visuelles de texture possibles entre deux planches de bois est d'ailleurs difficile à quantifier intuitivement par une seule mesure de distance. L'approche par règles d'appariement de texture a l'avantage d'être plus facile à visualiser et plus facile à associer avec l'appariement des couleurs. Dans la base de données, après la sélection de la première

planche, il suffit de trouver toutes les pièces qui lui sont compatibles selon les règles de texture définies, et de choisir parmi ces possibilités la pièce qui présente une couleur la plus proche à la planche sélectionnée.

L'algorithme d'appariement selon la couleur et la texture est présenté en détail dans l'algorithme 1. Quelques résultats de cet algorithme sur les bases de merisier et de chêne sont montrés dans la figure 10.1. Comme pour les autres exemples de ce type, l'algorithme choisit toujours la pièce dans la base qui est la plus proche à celle du droite du groupe. Les règles d'appariement de texture utilisées sont celles décrites dans la section 9.4.3.

---

**Algorithme 1** Algorithme d'appariement selon la couleur et la texture dans une base de données d'images de bois.

---

**Entrée :**

1. Base de données d'images de bois.
2. Jeu de règles d'appariement de texture.
3. Une planche  $P_1$  choisie par l'utilisateur dans la base de données (cette planche est enlevée de la base).
4. Le nombre de planches  $n$  dans un panneau.

**Sortie :** Un panneau composé de  $n$  planches.

**Début :**

1. Pour chaque planche dans la base :
  - a) Calcul des caractéristiques de couleur (section 8.2).
  - b) Calcul des caractéristiques de texture (section 9.3).
2.  $i := 1$
3. Répétition jusqu'à ce que  $i = n$ 
  - a) Recherche de toutes les planches dans la base qui sont compatibles avec la planche  $P_i$  selon les règles d'appariement de texture (9.4.3).
  - b) Parmi les planches compatibles en texture, la planche avec la couleur la plus proche de  $P_i$  est sélectionnée (section 8.3.3).
  - c) Cette planche est enlevée de la base et devient la planche  $P_{i+1}$ .
  - d)  $i := i + 1$
4. Le panneau est formé des planches  $P_1, P_2, \dots, P_n$  dans cet ordre.

**Fin**

---

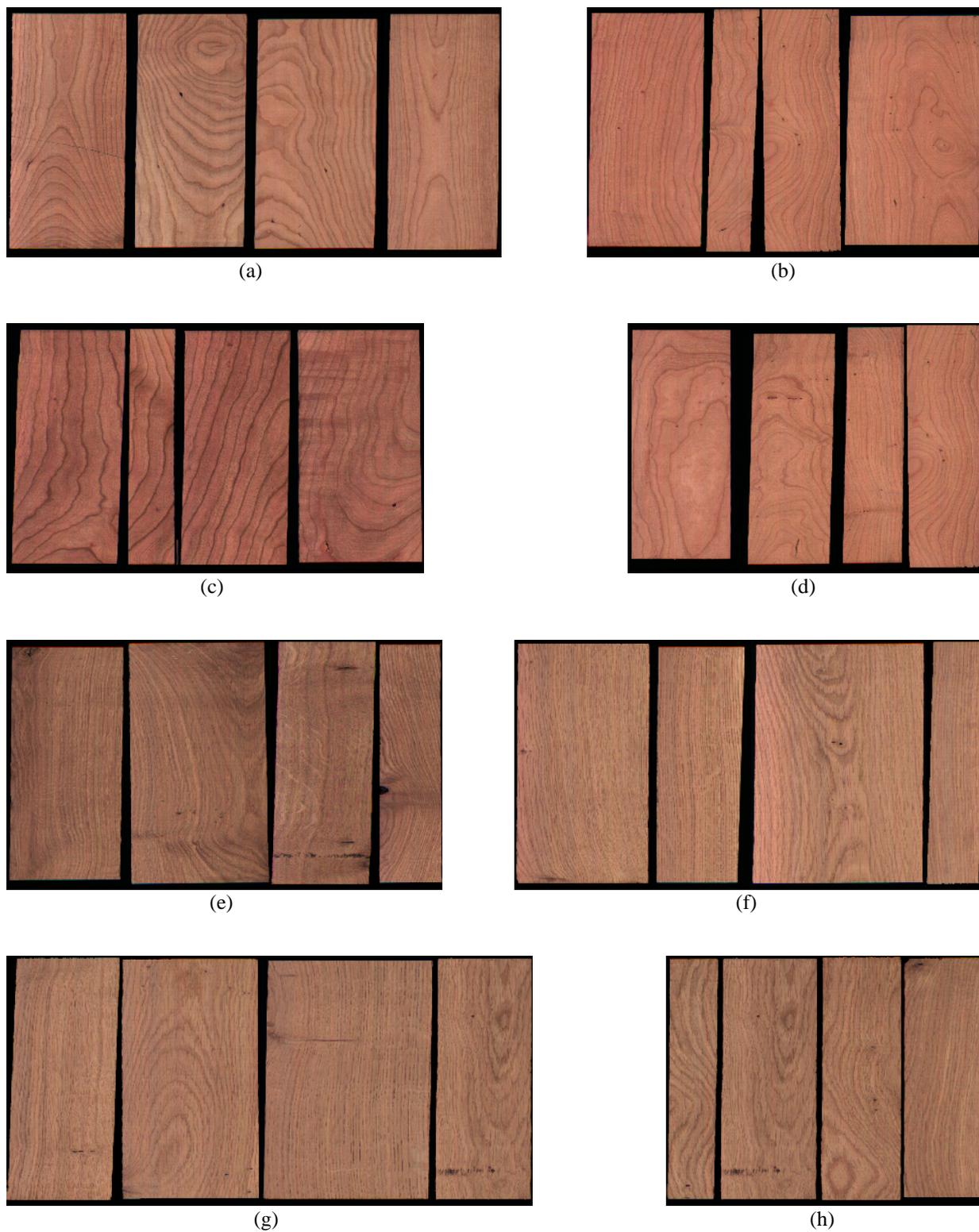


FIG. 10.1. – Résultats d'un appariement selon la couleur et la texture. Les images (a)–(d) sont du merisier, et les images (e)–(h) sont du chêne.



# 11. Conclusion

Nous présentons, dans la deuxième partie de cette thèse, une approche pour résoudre un problème industriel concret, celui de l'appariement automatique de planches de bois selon la couleur et la texture pour assembler des panneaux. L'approche basée sur la couleur est similaire à d'autres méthodes déjà présentées dans la littérature, mais l'approche basée sur la texture est la première qui est développée à partir des caractéristiques de base de la texture de bois, comme l'orientation et l'espacement des veines. Les méthodes développées présentent en plus l'avantage d'être très flexibles, car l'algorithme de calcul de caractéristiques est divisé en quelques étapes indépendantes. La première est le calcul des images de résumé de directions et d'espacements des veines. Ces images permettent, dans une deuxième étape, de définir un jeu de caractéristiques de texture qui peut être adapté selon la tâche de classification ou d'appariement à accomplir. Dans la dernière étape, nous définissons des règles d'appariement basées sur ces caractéristiques qui permettent l'adaptation de l'algorithme d'appariement aux besoins et aux goûts esthétiques d'une grande gamme d'utilisateurs.

Pour les résultats présentés, nous considérons uniquement la construction de panneaux avec une largeur de plusieurs planches, mais avec seulement une planche de hauteur. L'algorithme est néanmoins facilement extensible pour faire l'appariement de planches en hauteur et en largeur.

Une machine prototype qui utilise les caractéristiques de couleur et de texture pour faire une classification de planches a été construite. Cependant, une machine d'appariement automatique est plus complexe à mettre en œuvre, le processus d'appariement étant plus difficile à gérer. Par exemple, on ne sait jamais si la prochaine planche qui passe dans la machine sera compatible avec un des panneaux en cours de construction dans un nombre fini de boîtes de sortie. Ce genre de processus de construction dynamique de panneaux et sa relation à des paramètres de compatibilité de couleur et de texture des planches reste à être étudié plus en détail.



# A. Conversions entre les espaces couleur RVB et L\*a\*b\*

La transformation de l'espace RVB vers l'espace L\*a\*b\* nécessite un passage par l'espace XYZ. C'est pendant la transformation de RVB vers XYZ que les caractéristiques de l'appareil d'acquisition d'image ou l'appareil de visualisation ainsi que les conditions d'éclairage sont prises en compte. Une démonstration de la transformation de l'espace RVB vers l'espace XYZ est donnée dans la section A.1. Elle montre comment on prend en compte n'importe quel ensemble de couleurs primaires et référence de blanc. Pour les lecteurs pressés, une matrice pour la transformation de l'espace RVB vers l'espace XYZ pour un ensemble de primaires et référence de blanc souvent utilisé est donnée dans la section A.2. Les autres transformations nécessaires sont XYZ vers L\*a\*b\* (section A.3) et les transformations inverses, L\*a\*b\* vers XYZ (section A.4) et XYZ vers RVB (section A.5). Le contenu de cette annexe vient principalement de Poynton [84] et de Wyszecki et Stiles [118].

## A.1. Démonstration de la conversion de RVB vers XYZ

### A.1.1. Couleurs primaires et référence de blanc

Nous travaillons dans un espace RVB trichromatique de *stimuli primaires*

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

pour qu'un stimulus couleur arbitraire  $\mathbf{Q}$  soit

$$\mathbf{Q} = R_Q \mathbf{R} + V_Q \mathbf{V} + B_Q \mathbf{B}$$

où  $R_Q$ ,  $V_Q$  et  $B_Q$  sont des *valeurs de tristimulus*.

Dans le cadre de la colorimétrie, une représentation bi-dimensionnelle est souvent utilisée, dans laquelle les coordonnées des couleurs sont données dans le plan  $R + V + B = 1$ . Ces

	$x$	$y$	$z$
CIE-R	0.73467	0.26533	0.00000
CIE-V	0.27376	0.71741	0.00883
CIE-B	0.16658	0.00886	0.82456
Rec.709-R	0.640	0.330	0.030
Rec.709-V	0.300	0.600	0.100
Rec.709-B	0.150	0.060	0.790

TAB. A.1. – La CIE [118] et Rec. 709 [84] coordonnées de chromaticité primaires.

coordonnées de chromaticité sont définies comme

$$r = \frac{R}{R + V + B}$$

$$v = \frac{V}{R + V + B}$$

$$b = \frac{B}{R + V + B}$$

d'où

$$r + v + b = 1$$

En 1931, pour surmonter les insuffisances du système RVB, la CIE a introduit un nouveau système de coordonnées trichromatique, le système XYZ, avec des coordonnées de chromaticité correspondantes

$$x = \frac{X}{X + Y + Z}$$

$$y = \frac{Y}{X + Y + Z}$$

$$z = \frac{Z}{X + Y + Z}$$

d'où

$$x + y + z = 1$$

Les coordonnées de chromaticité des trois CIE-RVB stimuli primaires et les stimuli primaires standards (Rec. 709 [14]) pour la télévision à haute définition (HDTV), qui sont proches de ceux des écrans d'ordinateurs, sont données dans le tableau A.1.

Pour spécifier complètement un système de coordonnées XYZ, les coordonnées des trois stimuli primaires et la référence de blanc doivent être connus. La référence de blanc correspond à la couleur obtenue quand les valeurs de  $R$ ,  $V$  et  $B$  sont à leurs maxima. Les coordonnées de quelques illuminants standards de la CIE, et les coordonnées de la référence de blanc du standard Rec. 709 sont données dans le tableau A.2. Si la référence de blanc d'une image est inconnue, il existe des méthodes qui peuvent être utilisées pour faire une estimation [16, 92].

	$x$	$y$	$z$
CIE-Illuminant A (lampe à filament de tungsten)	0.44757	0.40745	0.14498
CIE-Illuminant B (lumière de soleil directe)	0.34842	0.35161	0.29997
CIE-Illuminant C (lumière de jour)	0.31006	0.31616	0.37378
Rec.709 D <sub>65</sub>	0.3127	0.3290	0.3582

TAB. A.2. – Les coordonnées de chromaticité de quelques illuminants standards de la CIE [118] et la référence de blanc du standard Rec. 709 [84].

Les coordonnées de chromaticité ( $x_D, y_D$ ) des illuminants CIE D (lumière du jour) avec une température de couleur  $T_c$  peuvent être calculées en utilisant les formules suivantes [118]. Pour des températures de couleurs de 4000K à 7000K (approximativement) :

$$x_D = -4.6070 \frac{10^9}{T_c^3} + 2.9678 \frac{10^6}{T_c^2} + 0.09911 \frac{10^3}{T_c} + 0.244063$$

Pour des températures de couleurs de 7000K à 25000K (approximativement) :

$$x_D = -2.0064 \frac{10^9}{T_c^3} + 1.9018 \frac{10^6}{T_c^2} + 0.24748 \frac{10^3}{T_c} + 0.237040$$

La coordonnée  $y_D$  est déterminée par

$$y_D = -3.000x_D^2 + 2.870x_D - 0.275$$

L'illuminant de lumière du jour D<sub>65</sub> de la CIE a une température de couleur d'approximativement 6504K.

### A.1.2. Transformation entre deux systèmes de couleurs primaires

Une transformation entre deux systèmes de couleurs primaires est linéaire. La relation entre une couleur mesurée dans le système XYZ et dans le système RVB est

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} R \\ V \\ B \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

où  $A$  est une matrice  $3 \times 3$  avec des colonnes qui donnent des valeurs de tristimulus des primaires RVB dans le système de coordonnées XYZ

$$A = \begin{bmatrix} X_R & X_V & X_B \\ Y_R & Y_V & Y_B \\ Z_R & Z_V & Z_B \end{bmatrix}$$

La transformation inverse est

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

Nous connaissons les coordonnées de chromaticité des primaires. Les valeurs de tristimulus sont écrites en termes des coordonnées chromatique comme suit

$$\begin{bmatrix} X_R \\ Y_R \\ Z_R \end{bmatrix} = \rho_R \begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z_G \end{bmatrix} = \rho_G \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} = \rho_B \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix}$$

et la matrice  $A$  devient ainsi

$$A = \begin{bmatrix} x_R & x_G & x_B \\ y_R & y_G & y_B \\ z_R & z_G & z_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_R & 0 & 0 \\ 0 & \rho_G & 0 \\ 0 & 0 & \rho_B \end{bmatrix}$$

Il suit de l'équation A.1 que

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_R & x_G & x_B \\ y_R & y_G & y_B \\ z_R & z_G & z_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_R & 0 & 0 \\ 0 & \rho_G & 0 \\ 0 & 0 & \rho_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

À la référence de blanc,  $R = V = B = 1$ , et la luminance prend sa valeur maximum de 1. Les valeurs de tristimulus de la référence de blanc peuvent être écrites [118, Tableau 1(3.3.3)]

$$X_{\text{wp}} = \frac{x_{\text{wp}}}{y_{\text{wp}}}, \quad Y_{\text{wp}} = 1, \quad Z_{\text{wp}} = \frac{z_{\text{wp}}}{y_{\text{wp}}}$$

Celles-ci sont mises dans l'équation A.2 pour calculer les valeurs de  $\rho_R$ ,  $\rho_V$  et  $\rho_B$ , et ainsi la matrice de transformation,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_R & x_V & x_B \\ y_R & y_V & y_B \\ z_R & z_V & z_B \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{x_{\text{wp}}}{y_{\text{wp}}} \\ 1 \\ \frac{z_{\text{wp}}}{y_{\text{wp}}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \rho_R & 0 & 0 \\ 0 & \rho_V & 0 \\ 0 & 0 & \rho_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} \rho_R \\ \rho_V \\ \rho_B \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_R & x_V & x_B \\ y_R & y_V & y_B \\ z_R & z_V & z_B \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{x_{\text{wp}}}{y_{\text{wp}}} \\ 1 \\ \frac{z_{\text{wp}}}{y_{\text{wp}}} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Avec les valeurs spécifiques du standard Rec. 709 des tableaux A.1 et A.2,

$$\begin{bmatrix} \rho_R \\ \rho_V \\ \rho_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.640 & 0.300 & 0.150 \\ 0.330 & 0.600 & 0.060 \\ 0.030 & 0.100 & 0.790 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{0.3127}{0.3290} \\ 1 \\ \frac{0.3582}{0.3290} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.64446 \\ 1.19193 \\ 1.20282 \end{bmatrix}$$

d'où la matrice de transformation

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0.640 & 0.300 & 0.150 \\ 0.330 & 0.600 & 0.060 \\ 0.030 & 0.100 & 0.790 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.64446 & 0 & 0 \\ 0 & 1.19193 & 0 \\ 0 & 0 & 1.20282 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0.412453 & 0.357580 & 0.180423 \\ 0.212671 & 0.715160 & 0.072169 \\ 0.019334 & 0.119193 & 0.950227 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Pour démontrer l'effet de la référence de blanc sur la matrice de transformation, la matrice obtenue avec les primaires du Rec. 709 et l'illuminant CIE-A est donnée ici

$$A_{\text{CIE-A}} = \begin{bmatrix} 0.760983 & 0.295391 & 0.042093 \\ 0.392383 & 0.590781 & 0.016837 \\ 0.035671 & 0.098464 & 0.221688 \end{bmatrix}$$

## A.2. RVB vers XYZ

La transformation de RVB vers XYZ avec les primaires et la référence de blanc  $D_{65}$  du standard Rec. 709 [84] est

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.412453 & 0.357580 & 0.180423 \\ 0.212671 & 0.715160 & 0.072169 \\ 0.019334 & 0.119193 & 0.950227 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

## A.3. XYZ vers $L^*a^*b^*$

Cette transformation a déjà été donné au chapitre 4, mais elle est redonnée ici pour que cette annexe soit complète.

La luminance  $L^*$  est

$$L^* = 116 \left( \frac{Y}{Y_{\text{wp}}} \right)^{\frac{1}{3}} - 16 \quad \text{si } \frac{Y}{Y_{\text{wp}}} > 0.008856$$

et

$$L^* = 903.3 \frac{Y}{Y_{\text{wp}}} \quad \text{si } \frac{Y}{Y_{\text{wp}}} \leq 0.008856$$

Les coordonnées de chroma  $a^*$  et  $b^*$  sont

$$\begin{aligned} a^* &= 500 \left[ f \left( \frac{X}{X_{\text{wp}}} \right) - f \left( \frac{Y}{Y_{\text{wp}}} \right) \right] \\ b^* &= 200 \left[ f \left( \frac{Y}{Y_{\text{wp}}} \right) - f \left( \frac{Z}{Z_{\text{wp}}} \right) \right] \end{aligned}$$

où

$$f \left( \frac{\alpha}{\alpha_{\text{wp}}} \right) = \left( \frac{\alpha}{\alpha_{\text{wp}}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{si } \frac{\alpha}{\alpha_{\text{wp}}} > 0.008856$$

et

$$f \left( \frac{\alpha}{\alpha_{\text{wp}}} \right) = 7.787 \left( \frac{\alpha}{\alpha_{\text{wp}}} \right) + \frac{16}{116} \quad \text{si } \frac{\alpha}{\alpha_{\text{wp}}} \leq 0.008856$$

Le symbole  $\alpha$  représente  $X$ ,  $Y$  ou  $Z$ , et  $[X_{\text{wp}}, Y_{\text{wp}}, Z_{\text{wp}}]$  sont les coordonnées de la référence de blanc, qui peuvent être obtenues en mettant le point  $[R, V, B] = [1, 1, 1]$  dans l'équation A.3. Les valeurs obtenues sont  $X_{\text{wp}} = 0.950456$ ,  $Y_{\text{wp}} = 1.0$  et  $Z_{\text{wp}} = 1.088754$ .

## A.4. L\*a\*b\* vers XYZ

Notons que la conversion de l'espace L\*a\*b\* vers l'espace XYZ est destinée à être utilisée pour la visualisation des images, parce qu'il est possible que de l'information soit perdue dans cette conversion. Ceci peut se produire parce qu'on ne peut pas dire si les valeurs initiales de  $\frac{X}{X_{wp}}$  et de  $\frac{Z}{Z_{wp}}$  sont plus grandes ou plus petites que le seuil 0.008856, et ainsi quelle formule a été utilisée pour la conversion à l'espace L\*a\*b\*. Dans cette conversion, nous utilisons le fait qu'une valeur de  $\frac{Y}{Y_{wp}} = 0.008856$  implique  $L^* = 7.9996$ .

Si  $L^* > 7.9996$ , on a

$$Y = Y_{wp} \left[ \frac{L^* + 16}{116} \right]^3$$

sinon

$$Y = Y_{wp} \frac{L^*}{903.3}$$

Les coordonnées  $X$  et  $Z$  sont

$$X = X_{wp} \left[ \left( \frac{Y}{Y_{wp}} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{a^*}{500} \right]^3$$

et

$$Z = Z_{wp} \left[ \left( \frac{X}{X_{wp}} \right)^{\frac{1}{3}} - \frac{b^*}{200} \right]^3$$

## A.5. XYZ vers RVB

La transformation de XYZ vers RVB pour les mêmes primaires et référence de blanc que pour la section A.3 est

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.240479 & -1.537150 & -0.498535 \\ -0.969256 & 1.875992 & 0.041556 \\ 0.055648 & -0.204043 & 1.057311 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

## B. Annexe Mathématique

Dans cette annexe, nous présentons des discussions plus profondes des concepts mathématiques qui ont été introduits dans le texte, mais dont un exposé détaillé aurait interrompu la continuité.

### B.1. Partitions connexes

Dans la section 2.7, la définition d'une partition connexe est présentée. Ici, on redonne la définition, suivie d'une considération du treillis engendré par la famille de partitions connexes.

Une partition de l'espace de travail  $E$  pour laquelle chaque classe est connexe est une application  $D : E \rightarrow \mathcal{P}(E)$ , avec une connexité  $\mathcal{C}$  définie sur  $\mathcal{P}(E)$ , telle que pour tout les points  $x$  et  $y$  de  $E$  :

1.  $x \in D(x)$
2.  $x \neq y \Rightarrow D(x) = D(y)$  ou  $D(x) \cap D(y) = \emptyset$
3.  $D(x) \in \mathcal{C}$

On sait qu'étant données deux partitions  $D$  et  $D'$  (à classes non nécessairement connexes), la relation

$$D(x) \subseteq D'(x) \quad \text{pour tout } x \in E$$

définit un ordre sur les partitions, d'où on dérive un treillis. Lorsqu'on se limite à la famille  $\mathcal{D}_0$  des partitions à classes connexes, cette relation d'ordre reste valide, mais engendre un treillis différent. Ainsi toute famille  $\{D_i, i \in I\}$  de partitions connexes admet dans  $\mathcal{D}_0$  une plus grande minorante  $D$  dont la classe au point  $x$  s'écrit

$$D(x) = \gamma_x [\cap D_i(x), i \in I]$$

$D(x)$  n'est autre que la composante connexe de l'intersection des  $D_i(x)$  qui contient le point  $x$ . De même, la classe au point  $x$  du supremum des  $D_i$  est la composante connexe en  $x$  du plus petit ensemble qui soit réunion de classes de  $D_1$ , et aussi de  $D_2$ , etc., et qui contienne le point  $x$ .

### B.2. Fermetures cycliques sur des partitions

Dans la section 2.7, la notion de partition indexée est introduite. La définition est reproduite ici, suivie d'une exposition de la relation d'ordre et de l'action des opérateurs croissants sur ces partitions.

**Définition B.2.1.** Une *partition indexée* sur un espace  $E$ , indexée par un nombre fini  $N$ , est une application  $D : E \rightarrow \mathcal{P}(E)$  avec une fonction  $M : \mathcal{P}(E) \rightarrow [1, 2, \dots, N]$  qui associe un indice à chaque élément  $D(x)$  de la partition connexe. Pour simplifier la notation, on définit

$$D(x, i) = \begin{cases} D(x) & \text{si } M[D(x)] = i \\ \emptyset & \text{sinon} \end{cases}$$

Les  $N$  ensembles associés au jeu d'indices (couleur, direction, ...) se nomment les *phases*, et la phase  $A_i$  est la réunion des classes associées à l'indice  $i$

$$A_i = \bigcup \{D(x, i), x \in E\} \quad (\text{B.1})$$

Comme tout point  $x \in E$  doit être associé à un indice, il y a seulement  $N - 1$  valeurs d'indice indépendantes — si l'on connaît la position de  $N - 1$  phases, l'implantation de la  $N^{\text{ème}}$  est forcément connue. Limitons nous alors aux  $N - 1$  premiers indices, et considérons la relation  $\preceq$  entre les deux partitions indexées  $D$  et  $D'$ , définie par

$$D \preceq D' \Leftrightarrow \begin{cases} D \leq D' & \text{au sens des partitions connexes} \\ A_i \subseteq A'_i & i \in [1, 2, \dots, N - 1] \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

L'ensemble  $\mathcal{D}$  des partitions à  $N$  indices est le treillis produit des  $N$  treillis associés aux ordres de la relation B.2. Ce treillis est loin d'être unique puisque la  $N^{\text{ème}}$  phase y joue un rôle particulier, pour lequel on aurait pu aussi bien prendre l'une quelconque des autres phases.

Les ordres sont-ils vraiment tous différents les uns des autres, du point de vue qui nous préoccupe, à savoir celui des transformations, et en premier lieu des transformations croissantes ? Soit  $\psi : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{D}$  une application croissante, qui respecte donc les  $N$  inégalités du système B.2. On a manifestement

$$\{A_i \subseteq A'_i \Rightarrow \psi(A_i) \subseteq \psi(A'_i)\} \Leftrightarrow \{A_i \supseteq A'_i \Rightarrow \psi(A_i) \supseteq \psi(A'_i)\}$$

et

$$A_i \subseteq A'_i \text{ pour } i \in [1, 2, \dots, N - 1] \Leftrightarrow A_N \supseteq A'_N \Rightarrow \psi(A_N) \supseteq \psi(A'_N)$$

Par conséquent, si l'application  $\psi$  est croissante pour l'un des treillis  $\mathcal{D}$  elle est alors croissante pour les autres, qui en définitive jouent tous le même rôle. D'où la proposition

**Proposition B.2.2.** *Étant donné un espace arbitraire  $E$  et une famille finie  $N$  d'indices, l'ensemble  $\mathcal{D}$  des partitions indexées de  $E$  se structure en treillis complet pour chaque ordre défini par le système B.2 et pour tous ceux qui s'en déduisent par permutation des indices ou changement de sens des inégalités. Toute application  $\psi : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{D}$  croissante pour l'un de ces ordres l'est pour tous les autres.*

### B.3. Propriétés pour «rester dans la famille»

Dans la section 5.2, nous introduisons une proposition sur les propriétés d'un treillis pour que le supremum et l'infimum d'une famille d'éléments de ce treillis fassent partie de la famille. Cette proposition (de J. Serra [45]) est discutée en plus de détail et une démonstration est donnée.

On sait que les opérations morphologiques s'expriment comme produits de suprema et d'infima d'éléments du treillis d'étude. Quand il s'agit des fonctions numériques de  $\mathbb{R}^n$  ou  $\mathbb{Z}^n$ , qui forment un espace vectoriel, on y adjoint l'addition et la multiplication. En pratique on est donc toujours ramené à prendre la plus grande ou la plus petite valeur d'une famille finie de nombre, valeur qui appartiennent, bien sûr, à la famille.

Or dès que l'on prend pour treillis  $\mathcal{L}$  le produit de deux treillis numériques, disons  $R$  et  $V$  pour rouge et vert, la propriété cesse d'être vraie. Le supremum de  $(r_1 = 10, v_1 = 1)$  et  $(r_2 = 1, v_2 = 10)$  est  $(10, 10)$ , différent des deux opérands. La proposition suivante indique sous quelles conditions se vérifie la bonne propriété de «rester dans la famille». Nous la formulons dans le cadre un peu général d'un treillis compact à ordre fermé, qui à l'avantage de modéliser tous les espaces couleur et aussi le fait qu'on peut se placer dans  $\mathbb{R}^n$  ou dans  $\mathbb{Z}^n$ . Un treillis  $\mathcal{L}$  est dit topologique lorsqu'on l'a équipé d'une topologie, et son ordre est fermé si deux familles  $\{x_i, y_i, i \in I\}$  vérifient  $x_i \leq y_i$ ,  $x_i \rightarrow x$ ,  $y_i \rightarrow y$  dans  $\mathcal{L}$ , alors  $x \leq y$ .

Une famille  $\{x_i, i \in I\}$  dans un treillis  $\mathcal{L}$  est filtrante croissante (resp. décroissante) si l'ensemble des indices  $I$  ont une relation d'ordre qui vérifie les deux propriétés suivantes :

1.  $i > j \Rightarrow x_i > x_j$  (resp.  $x_i < x_j$ )
2. Pour tout  $i, j \in I$ , il existe un  $k \in I$  plus grand que  $i$  et  $j$ .

Rappelons d'autre part que dans un treillis complet  $\mathcal{L}$ , la notion de limite monotone d'une famille filtrante croissante (resp. décroissante)  $\{a_i, i \in I\}$ ,

$$m_1 = \vee a_i \quad (\text{resp. } m_0 = \wedge a_i) \quad (\text{B.3})$$

purement algébrique, ne met en jeu aucune topologie [67, page 16].

Enfin, Matheron a montré que lorsque le treillis complet  $\mathcal{L}$  est totalement ordonné, il admet une unique topologie qui le rende compact et à ordre fermé (C.O.F.) [67, critère 6-1]. Cette topologie vérifie les deux propriétés équivalents suivantes [67, théorème 5-2]

1. Les limites monotones et topologiques coïncident (i.e. l'équation B.3 équivaut à  $a_i \rightarrow m$ ).
2. Quand la famille  $\{a_i\}$  est fermée dans  $\mathcal{L}$ , les opérations  $\{a_i\} \rightarrow \vee a_i$  et  $\{a_i\} \rightarrow \wedge a_i$  sont continues.

Ces préalables nous conduisent à la propriété que nous avons en vue ici, à savoir

**Proposition B.3.1.** *Soit  $\mathcal{L}$  un treillis complet, et  $\{a_i, i \in I\}$  une famille quelconque d'éléments de  $\mathcal{L}$ , avec  $m_0 = \wedge a_i$  et  $m_1 = \vee a_i$ . Les éléments  $m_0$  et  $m_1$  appartiennent à la famille  $\{a_i\}$ , finie ou non, si et seulement si le treillis  $\mathcal{L}$  est totalement ordonné et que  $\{a_i\}$  est une partie fermée de  $\mathcal{L}$ .*

*Démonstration.* Supposons  $\mathcal{L}$  totalement ordonné. Toute famille filtrante  $\{a_i, i \in I\}$  d'éléments s'y ordonne par valeurs décroissantes, soit  $\{a_i^0\}$ , et par valeurs croissantes, soit  $\{a_i^1\}$ . Pour l'unique topologie C.O.F. induite sur  $\mathcal{L}$  par son ordre total, on a alors d'après le théorème 5-2 de Matheron,

$$a_i^0 \rightarrow m_0 = \wedge a_i \quad \text{et} \quad a_i^1 \rightarrow m_1 = \vee a_i$$

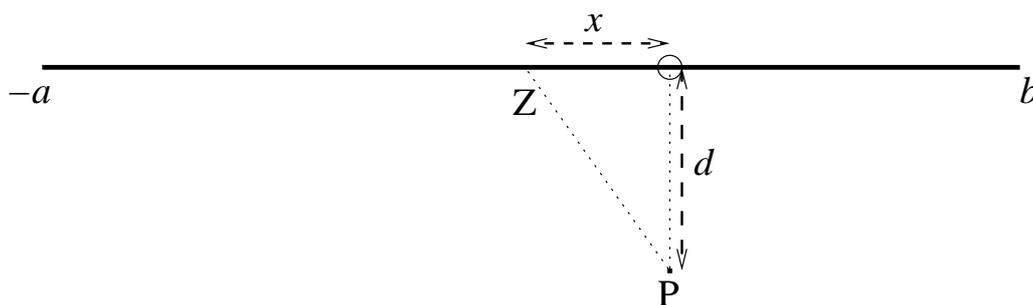


FIG. B.1. – Une ligne chargée.

si l'on suppose fermée la famille  $\{a_i\}$ , donc qu'elle contient ses valeurs d'adhérence, alors  $m_0 \in \{a_i\}$  et  $m_1 \in \{a_i\}$ .

Inversement, supposons maintenant qu'il existe dans  $\mathcal{L}$  une classe de familles  $\mathcal{F}$  qui contienne ses éléments extrémaux. Comme cette classe contient les familles finies, par hypothèse, elle contient tous les couples d'éléments, qui sont donc tous comparables. Il s'en suit que le treillis  $\mathcal{L}$  est totalement ordonné, et d'après la proposition directe que la classe des familles  $\mathcal{F}$  est celle des ensembles fermés de  $\mathcal{L}$ .  $\square$

## B.4. Potentiel dû à une ligne chargée

Cette dérivation du potentiel dû à une ligne chargée est applicable dans la construction d'une fonction de pondération dans l'espace  $L^*a*b^*$  dans la section 5.4.

La figure B.1 montre une ligne chargée avec une densité de charge  $\lambda$  entre les points  $-a$  et  $b$ . La charge par unité de longueur est  $dq = \lambda dx$ . Les unités électrostatiques sont ignorées dans cette dérivation. Le point P est à une distance  $d$  de l'origine O perpendiculaire à la ligne chargée. Le potentiel au point P dû à la charge sur la ligne au point Z à une distance de  $x$  de l'origine est

$$V_Z = \frac{dq}{\sqrt{x^2 + d^2}}$$

Le potentiel  $V$  au point P dû à la charge sur toute la ligne est obtenu par l'intégration de cette expression

$$\begin{aligned} V &= \int_{-a}^b \frac{\lambda}{\sqrt{x^2 + d^2}} dx \\ &= \lambda \ln \left( x + \sqrt{x^2 + d^2} \right) \Big|_{-a}^b \\ &= \lambda \left[ \ln \left( b + \sqrt{b^2 + d^2} \right) - \ln \left( -a + \sqrt{a^2 + d^2} \right) \right] \end{aligned}$$

où la deuxième ligne est obtenue à partir d'un tableau d'intégraux.

# Bibliographie

- [1] Heidelberger Druckmaschinen AG. « Color manager manual ». URL : [http://www.linocolor.com/colorman/sp\\_ciela\\_2.htm](http://www.linocolor.com/colorman/sp_ciela_2.htm), 2000.
- [2] Antonio ALBIOL. « Chrominance restoration from luminance by statistics matching ». Dans *Proceedings of the 1997 IEE Conference on Image Processing and its Applications*, juillet 1997.
- [3] Mats T. ANDERSSON et Hans KNUTSSON. « Orientation estimation in ambiguous neighbourhoods ». Dans *Proceedings of the Scandinavian Symposium on Image Analysis*, août 1991.
- [4] Dana H. BALLARD et Christopher M. BROWN. *Computer Vision*. Prentice-Hall, 1982.
- [5] V. BARNETT. « The ordering of multivariate data ». *Journal of the Statistical Society of America A*, 139(3) :318–354, 1976.
- [6] Josef BIGÜN, Gösta H. GRANLUND, et Johan WIKLUND. « Multidimensional orientation estimation with applications to texture analysis and optical flow ». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(8) :775–790, août 1991.
- [7] I. BLOCH et H. MAÎTRE. « Fuzzy mathematical morphologies : A comparative study ». *Pattern Recognition*, 28(9) :1341–1387, 1995.
- [8] C. BOUKOUVALAS et M. PETROU. « Perceptual correction for colour grading of random textures ». *Machine Vision and Applications*, 12 :129–136, 2000.
- [9] Y. BOURADA, D. LAFON, et O. ETERRADOSSI. « Characterization of color texture – color texture based sorting of tiles ». Dans *Proceedings of the EUROPTO Conference on Electronic Imaging*, volume 3409, pages 343–351. SPIE, mai 1998.
- [10] A. BRANCA, G. ATTOLICO, et A. DISTANTE. « Multiscale data analysis for leather defect detection ». Dans *Machine Vision Applications, Architectures and Systems Integration V*, pages 97–108. SPIE, novembre 1996.
- [11] A. BRANCA, F. P. LOVERGINE, G. ATTOLICO, et A. DISTANTE. « Defect detection on leather by oriented singularities ». Dans *Seventh International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns*, pages 223–230, septembre 1997.
- [12] A. BRANCA, M. TAFURI, G. ATTOLICO, et A. DISTANTE. « Directionality detection in compositional textures ». Dans *Proceedings of ICPR'96*, pages 830–834. IEEE, 1996.
- [13] P. BRODATZ. *Textures : a photographic album for artists and designers*. Dover, New York, 1966.

- [14] ITU-R Recommendation BT.709. « Basic parameter values for the HDTV standard for the studio and for international programme exchange ». Geneva : ITU, 1990.
- [15] J. M. H. Du BUF, M. KARDAN, et M. SPANN. « Texture feature performance for image segmentation ». *Pattern Recognition*, 23(3/4) :291–309, 1990.
- [16] Vlad C. CARDEI, Brian FUNT, et Kobus BARNARD. « White point estimation for uncalibrated images ». Dans *Proceedings of the Seventh Color Imaging Conference (CIC'99)*. Imaging Science and Technology Society, novembre 1999.
- [17] Thierry CARRON. « Segmentations d'images couleur dans la base Teinte-Luminance-Saturation : approche numérique et symbolique ». Thèse doctorale, Université de Savoie, 1995.
- [18] J. CHANUSSOT et P. LAMBERT. « Total ordering based on space filling curves for multivalued morphology ». Dans *Proceedings of the International Symposium on Mathematical Morphology (ISMM '98)*, pages 51–58, 1998.
- [19] Jocelyn CHANUSSOT. « Approches vectorielles ou marginales pour le traitement d'images multi-composantes ». Thèse doctorale, Université de Savoie, 1998.
- [20] Dmitry CHETVERIKOV. « Fundamental structural features in the visual world ». Dans *Proceedings of the International Workshop on Fundamental Structural Properties in Image and Pattern Analysis*, pages 47–58, 1999.
- [21] Dmitry CHETVERIKOV. « Texture analysis using feature-based pairwise interaction maps ». *Pattern Recognition*, 32 :487–502, 1999.
- [22] Dmitry CHETVERIKOV. « Pattern regularity as a visual key ». *Image and Vision Computing*, 18 :975–985, 2000.
- [23] Dmitry CHETVERIKOV et Allan HANBURY. « Finding defects in texture using regularity and local orientation ». Accepté pour être publié par *Pattern Recognition*.
- [24] Mary L. COMER et Edward J. DELP. « Morphological operations for colour image processing ». *Journal of Electronic Imaging*, 8(3) :279–289, 1999.
- [25] Richard W. CONNERS, Tai-Hoon CHO, Chong T. NG, Thomas H. DRAYER, Philip A. ARAMAN, et Robert L. BRISBIN. « A machine vision system for automatically grading hardwood lumber ». *Industrial Metrology*, 2 :317–342, 1992.
- [26] Richard W. CONNERS, Chong T. NG, Tai-Hoon CHO, et Charles W. MCMILLIN. « A system for identifying defects in hardwood lumber that uses AI methods ». Dans *Proceedings of IEEE Southeastcon 89*, pages 1080–1084, 1989.
- [27] Christine CONNOLLY et Thomas FLIESS. « A study of efficiency and accuracy in the transformation from RGB to CIELAB color space ». *IEEE Transactions on Image Processing*, 6(7) :1046–1048, juillet 1997.
- [28] Christian DAUL, Ronald RÖSCH, et Bernhard CLAUS. « Building a color classification system for textured and hue homogeneous surfaces : system calibration and algorithm ». *Machine Vision and Applications*, 12 :137–148, 2000.

- [29] E. R. DAVIES. « Vectorial strategy for designing line segment detectors with high orientation accuracy ». *Electronics Letters*, 33(21) :1775–1777, octobre 1997.
- [30] Claire-Hélène DEMARTY. « *Segmentation et Structuration d'un Document Vidéo pour la Caractérisation et l'Indexation de son Contenu Sémantique* ». Thèse doctorale, CMM, Ecole des Mines de Paris, 2000.
- [31] Claire-Hélène DEMARTY et Serge BEUCHER. « Color segmentation algorithm using an HLS transformation ». Dans *Proceedings of the International Symposium on Mathematical Morphology (ISMM '98)*, pages 231–238, 1998.
- [32] N. I. FISHER. *Statistical Analysis of Circular Data*. Cambridge University Press, 1993.
- [33] Adrian FORD et Alan ROBERTS. « Colour space conversions ». URL : <http://www.inforamp.net/~poynton/PDFs/coloreq.pdf>, 1998.
- [34] William T. FREEMAN et Edward H. ADELSON. « The design and use of steerable filters ». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(9) :891–906, septembre 1991.
- [35] André GAGALOWICZ et Song De MA. « Sequential synthesis of natural textures ». *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 30 :289–315, 1985.
- [36] R. C. GONZALEZ et R. E. WOODS. *Digital Image Processing*. Prentice Hall, 1992.
- [37] John GOUTSIAS, Henk J. A. M. HEIJMANS, et K. SIVAKUMAR. « Morphological operators for image sequences ». *Computer Vision and Image Understanding*, 62(3) :326–346, novembre 1995.
- [38] I. GUROV et J. VOZNIUK. « Rough surface shape retrieval in a fringe projection technique by the image enhancement and fringe tracing method ». Dans *Proceedings of the International Conference on Quality Control by Artificial Vision (QCAV'2001)*, pages 79–83. Cépaduès-Editions, mai 2001.
- [39] Allan HANBURY. « Comparison of methods for determining the distance between wood veins ». Etude CTBA N-36/00/MM, ARMINES - Centre de Morphologie Mathématique / ENSMP, 2000.
- [40] Allan HANBURY. « Lexicographical order in the HLS colour space ». Rapport Technique N-04/01/MM, Centre de Morphologie Mathématique, Ecole des Mines de Paris, 2001.
- [41] Allan HANBURY. « Progress report for SCANMATCH ». Rapport Technique N-37/01MM, CMM, Ecole des Mines de Paris, août 2001.
- [42] Allan HANBURY. « The taming of the hue, saturation and brightness colour space ». Dans *Proceeding of the Seventh Computer Vision Winter Workshop, Bad Aussee, Austria*, 2002.
- [43] Allan HANBURY et Frédéric GARDEUX. « A quantitative description of wood texture ». Dans *Proceedings of the International Conference on Quality Control by Artificial Vision (QCAV'2001)*, pages 200–205. Cépaduès-Editions, mai 2001.
- [44] Allan HANBURY et Jean SERRA. « Mathematical morphology in the HLS colour space ». Dans Tim COOTES et Chris TAYLOR, éditeurs, *Proceedings of the British Machine Vision Conference 2001*, pages 451–460. BMVA, 2001.

- [45] Allan HANBURY et Jean SERRA. « Mathematical morphology in the  $L^*a^*b^*$  colour space ». Rapport Technique N-36/01/MM, Centre de Morphologie Mathématique, Ecole des Mines de Paris, 2001.
- [46] Allan HANBURY et Jean SERRA. « Mathematical morphology in the  $L^*a^*b^*$  space ». Dans *Proceedings of the 8th European Congress for Stereology and Image Analysis*, 2001.
- [47] Allan HANBURY et Jean SERRA. « Morphological operators on the unit circle ». *IEEE Transactions on Image Processing*, 10(12) :1842–1850, décembre 2001.
- [48] Robert M. HARALICK. « Statistical and structural approaches to texture ». *Proceedings of the IEEE*, 67(5) :786–804, mai 1979.
- [49] J. Y. HARDEBERG et F. SCHMITT. « Colour management : Why and how ». Dans *Proceedings of the Oslo International Colour Conference, Colour between Art and Science*, octobre 1998.
- [50] Marcin IWANOWSKI. « *Application de la Morphologie Mathématique pour l'Interpolation d'Images Numériques* ». Thèse doctorale, CMM, Ecole des Mines de Paris, 2000.
- [51] Michael KASS et Andrew WITKIN. « Analyzing oriented patterns ». *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 37 :362–385, 1987.
- [52] James M. KASSON et Wil PLOUFFE. « An analysis of selected computer interchange color spaces ». *ACM Transactions on Graphics*, 11(4) :373–405, octobre 1992.
- [53] Choon-Woo KIM et A. J. KOIVO. « Hierarchical classification of surface defects on dusty wood boards ». *Pattern Recognition Letters*, 15 :713–721, juillet 1994.
- [54] J. KITTLER, R. MARIK, M. MIRMEHDI, M. PETROU, et J. SONG. « Detection of defects in colour texture surfaces ». Dans *IAPR Proc. of Machine Vision Applications 94*, pages 558–567, 1994.
- [55] M. KÖPPEN, Ch. NOWACK, et G. RÖSEL. « Pareto-morphology for color image processing ». Dans *Proceedings of the 11th Scandinavian Conference on Image Analysis*, volume 1, pages 195–202, 1999.
- [56] Peter KRUIZINGA et Nikolay PETKOV. « Nonlinear operator for oriented texture ». *IEEE Transactions on Image Processing*, 8(10) :1395–1407, octobre 1999.
- [57] Andrés LAFUENTE FERNÁNDEZ. « Study of discriminating speech / music : Features using linear and morphological operators ». Rapport Technique S-01/00/MM, CMM, Ecole des Mines de Paris, août 2000.
- [58] Vincent LEBRUN et Ludovic MACAIRE. « Aspect inspection of marble tiles by colour line scan cameras ». Dans *Proceedings of the International Conference on Quality Control by Artificial Vision (QCAV'2001)*, pages 403–408, mai 2001.
- [59] Haim LEVKOWITZ et Gabor T. HERMAN. « GLHS : A generalised lightness, hue and saturation color model ». *CVGIP : Graphical Models and Image Processing*, 55(4) :271–285, juillet 1993.
- [60] R. P. LIPPMANN, L. KUKOLICH, et E. SINGER. « LNKnet : Neural network, machine-learning, and statistical software for pattern classification ». *Lincoln Laboratory Journal*, 6(2) :249–268, 1993.

- [61] F. LIU et R. W. PICARD. « Periodicity, directionality, and randomness : Wold features for image modelling and retrieval ». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(7) :722–733, juillet 1996.
- [62] M. MAHY, B. Van MELLAERT, L. Van EYCKEN, et A. OOSTERLINCK. « The influence of uniform color spaces on color image processing : A comparative study of cielab, cieluv, and atd ». *Journal of Imaging Technology*, 17 :232–243, 1991.
- [63] M. MAHY, L. van EYCKDEN, et A. OOSTERLINCK. « Evaluation of uniform color spaces developed after the adoption of CIELAB and CIELUV ». *Color Res. Appl.*, 19(2) :105–121, avril 1994.
- [64] Stéphane MALLAT. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic Press, 1998.
- [65] B. S. MANJUNATH, P. WU, S. NEWSAM, et H. D. SHIN. « A texture descriptor for browsing and similarity retrieval ». *Journal of Signal Processing : Image Communication*, 16(1–2) :33–43, septembre 2000.
- [66] K. V. MARDIA. *Statistics of Directional Data*. Academic Press, 1972.
- [67] Georges MATHERON. « Treillis compacts et treillis coprimaires ». Rapport Technique N-5/96G, Centre de Geostatistique, Ecole des Mines de Paris, 1996.
- [68] Fernand MEYER. « Graph based morphological segmentation ». Dans *Proceedings of the second IAPR-TC-15 Workshop on Graph-based Representations*, pages 51–60, 1999.
- [69] Mariusz MLYNARCZUK, Jean SERRA, F. BAILLY, et S. BOUCHET. « Segmentation de lames minces polarisées ». Rapport Technique N-48/98/MM, Centre de Morphologie Mathématique / ENSMP, décembre 1998.
- [70] Aleksandra MOJSILOVIĆ, Jelena KOVAČEVIĆ, Darren KALL, Robert J. SAFRANEK, et S. Kicha GANAPATHY. « The vocabulary and grammar of color patterns ». *IEEE Transactions on Image Processing*, 9(3) :417–431, mars 2000.
- [71] Michael NESTLER, Harald GANSTER, Axel PINZ, et Georg BRASSEUR. « Multispectral spatially registered unwrapping of 3D surfaces applied to industrial inspection of fruits ». Dans *Proceedings of the International Conference on Quality Control by Artificial Vision (QCAV'2001)*, pages 153–157, mai 2001.
- [72] Timothy S. NEWMAN et Anil K. JAIN. « A survey of automated visual inspection ». *Computer Vision and Image Understanding*, 61(2) :231–262, mars 1995.
- [73] Kevin M. NICKELS et Seth HUTCHINSON. « Textured image segmentation : Returning multiple solutions ». *Image and Vision Computing*, 15 :781–795, 1997.
- [74] Matti NISKANEN, Olli SILVÉN, et Hannu KAUPPINEN. « Experiments with SOM based inspection of wood ». Dans *Proceedings of the International Conference on Quality Control by Artificial Vision (QCAV'2001)*, pages 311–316, mai 2001.
- [75] Francisco ORTIZ, Fernando TORRES, Jesús ANGULO, et Santiago PUENTE. « Comparative study of vectorial morphological operations in different color spaces ». Dans *Proc. SPIE on Intelligent Robots and Computer Vision (IRCv) XX : Algorithms, Techniques and Active Vision*, volume 4572, pages 259–268, 2001.

- [76] J. PARKKINEN, K. SELKÄINAHO, et E. OJA. « Detecting texture periodicity from the cooccurrence matrix ». *Pattern Recognition Letters*, 11 :43–50, janvier 1990.
- [77] R. A. PETERS II. « Mathematical morphology for angle-valued images ». Dans *Non-Linear Image Processing VIII*, volume 3026. SPIE, février 1997.
- [78] Duc Truong PHAM et Robert J. ALCOCK. « Automated grading and defect detection : A review ». *Forest Products Journal*, 48(4) :34–42, avril 1998.
- [79] Rosalind W. PICARD et Monika GORKANI. « Finding perceptually dominant orientations in natural textures ». *Spatial Vision*, 8(2) :221–253, 1994.
- [80] Ioannis PITAS et Panagiotis TSAKALIDES. « Multivariate ordering in color image filtering ». *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 1(3) :247–259, 1991.
- [81] M. R. POINTER. « The gamut of real surface colours ». *COLOR research and application*, 5(3) :145–155, 1980.
- [82] M. R. POINTER. « A comparison of the CIE 1976 colour spaces ». *COLOR research and application*, 6(2) :108–118, 1981.
- [83] Charles POYNTON. *A Technical Introduction to Digital Video*. Wiley, New York, 1996.
- [84] Charles POYNTON. « Frequently asked questions about color ». URL : <http://www.inforamp.net/~poynton/PDFs/ColorFAQ.pdf>, 1999.
- [85] Charles POYNTON. « Frequently asked questions about gamma ». URL : <http://www.inforamp.net/~poynton/PDFs/GammaFAQ.pdf>, 1999.
- [86] William H. PRESS, Saul A. TEUKOLSKY, William T. VETTERLING, et Brian P. FLANNERY. *Numerical Recipes in C : The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, deuxième édition, 1992.
- [87] A. RANGARAJAN et R. CHELLAPPA. Markov random field models in image processing. Dans M.A. ARBIB, éditeur, *The Handbook of Brain Theory and Neural Networks*, pages 564–567. MIT Press, 1995.
- [88] A. R. RAO et B. G. SCHUNCK. « Computing oriented texture fields ». *CVGIP : Graphical Models and Image Processing*, 53(2) :157–185, mars 1991.
- [89] A. Ravishankar RAO. *A taxonomy for texture description and identification*. Springer-Verlag, 1990.
- [90] A. Ravishankar RAO et Gerald L. LOHSE. « Identifying high level features of texture perception ». *CVGIP : Graphical Models and Image Processing*, 55(3) :218–233, 1993.
- [91] B. D. RIPLEY. *Pattern Recognition and Neural Networks*. Cambridge University Press, 1996.
- [92] Valéry RISSON. « Application de la morphologie mathématique à l'analyse des conditions d'éclairage des images couleur ». Thèse doctorale, CMM, Ecole des Mines de Paris, 2001.
- [93] Alan R. ROBERTSON. « The CIE 1976 color-difference formulae ». *COLOR research and application*, 2(1) :7–11, 1977.

- [94] M. SCHAEEL et H. BURKHARDT. « Automatic detection of errors on textures using invariant grey scale features and polynomial classifiers ». Dans M. K. PIETIKÄINEN, éditeur, *Texture Analysis in Machine Vision*, volume 40 de *Series in Machine Perception and Artificial Intelligence*, pages 219–229. World Scientific, 2000.
- [95] J. SERRA. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. Academic Press, London, 1982.
- [96] J. SERRA. *Image Analysis and Mathematical Morphology Volume 2 : Theoretical Advances*. Academic Press, London, 1988.
- [97] Jean SERRA. Anamorphosis and function lattices (multivalued morphology). Dans Edward R. DOUGHERTY, éditeur, *Mathematical Morphology in Image Processing*, Chapitre 13, pages 483–523. Marcel Dekker, Inc., 1992.
- [98] Leila SHAFARENKO, Maria PETROU, et Josef KITTLER. « Automatic watershed segmentation of randomly textured color images ». *IEEE Transactions on Image Processing*, 6(11) :1530–1544, novembre 1997.
- [99] Gaurav SHARMA et H. Joel TRUSSEL. « Digital color imaging ». *IEEE Transactions on Image Processing*, 6(7) :901–932, juillet 1997.
- [100] Tian-Yuan SHIH. « The reversibility of six geometric color spaces ». *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 61(10) :1223–1232, octobre 1995.
- [101] Olli SILVÉN et Hannu KAUPINEN. « Recent developments in wood inspection ». *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 10(1) :83–95, 1996.
- [102] Krishnamoorthy SIVAKUMAR et John GOUTSIAS. « Morphologically constrained GRFs : Applications to texture synthesis and analysis ». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(2) :99–113, février 1999.
- [103] A. R. SMITH. « Color gamut transform pairs ». *Computer Graphics*, 12(3) :12–19, 1978.
- [104] J. R. SMITH. « *Integrated Spatial and Feature Image Systems : Retrieval, Compression and Analysis* ». Thèse doctorale, Columbia University, 1997.
- [105] Pierre SOILLE. *Morphological Image Analysis : Principles and Applications*. Springer-Verlag, 1999.
- [106] Pierre SOILLE, Edmond J. BREEN, et Ronald JONES. « Recursive implementation of erosions and dilations along discrete lines at arbitrary angles ». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(5) :562–567, mai 1996.
- [107] Keng Yew SONG, Maria PETROU, et Josef KITTLER. « Texture crack detection ». *Machine Vision and Applications*, 8 :63–76, 1995.
- [108] M. TAFURI, A. BRANCA, G. ATTOLICO, A. DISTANTE, et B. DELANEY. « Automatic leather inspection of defected patterns ». Dans *Machine Vision Applications in Industrial Inspection IV*, pages 108–119. SPIE, 1996.
- [109] H. TALBOT, C. EVANS, et R. JONES. « Complete ordering and multivariate mathematical morphology : Algorithms and applications ». Dans *Proceedings of the International Symposium on Mathematical Morphology (ISMM '98)*, pages 27–34, 1998.

- [110] Xiaou TANG. « Texture information in run-length matrices ». *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(11) :1602–1609, novembre 1998.
- [111] Duncan TELFER. « Angular texture discrimination of woodgrain imagery using a directionally selective local feature statistics operator ». Dans M. K. PIETIKÄINEN, éditeur, *Texture Analysis in Machine Vision*, volume 40 de *Series in Machine Perception and Artificial Intelligence*, pages 239–252. World Scientific, 2000.
- [112] « Tilda textile texture database ». 2 CD-ROM, 1996. Disponible à l’Albert-Ludwigs-Universität Freiburg.
- [113] Du-Ming TSAI et Bo HSIAO. « Automatic surface inspection using wavelet reconstruction ». *Pattern Recognition*, 34 :1285–1305, 2001.
- [114] Michael UNSER. « Texture classification and segmentation using wavelet frames ». *IEEE Transactions on Image Processing*, 4(11) :1549–1560, novembre 1995.
- [115] M. I. VARDAVOULIA, I. ANDREADIS, et Ph. TSALIDES. « A new vector median filter for colour image processing ». *Pattern Recognition Letters*, 22(6–7) :675–689, mai 2001.
- [116] R. von der HEYDT, E. PETERHANS, et M. R. DÜRSTELER. « Periodic-pattern-selective cells in monkey visual cortex ». *Journal of Neuroscience*, 12 :1416–1434, 1992.
- [117] A. R. WEEKS et L. J. SARTOR. « Color morphological operators using conditional and reduced ordering ». Dans *Proceedings of the SPIE Conference on Applications of Digital Image Processing XXII*, volume 3808, pages 358–366. SPIE, juillet 1999.
- [118] Günter WYSZECKI et W. S. STILES. *Color Science : Concepts and Methods, Quantitative Data and Formulae*. John Wiley and Sons, deuxième édition, 1982.
- [119] Chi ZHANG et P. WANG. « A new method of color image segmentation based on intensity and hue clustering ». Dans *Proceedings of the 15th ICPR, Barcelona*, volume 3, pages 617–620, 2000.