



HAL
open science

Du miroir au guide d'onde atomique : effets de rugosité

Jérôme Estève

► **To cite this version:**

Jérôme Estève. Du miroir au guide d'onde atomique : effets de rugosité. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2004. Français. NNT : . tel-00011309

HAL Id: tel-00011309

<https://pastel.hal.science/tel-00011309>

Submitted on 6 Jan 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**INSTITUT D'OPTIQUE THÉORIQUE ET APPLIQUÉE
LABORATOIRE CHARLES FABRY**

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI

Spécialité : Physique Quantique

présentée pour obtenir

le GRADE de DOCTEUR EN SCIENCES

DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI

par

Jérôme ESTÈVE

Sujet :

**DU MIROIR AU GUIDE D'ONDE ATOMIQUE :
EFFETS DE RUGOSITÉ**

Soutenue le 15 novembre 2004 devant le jury composé de :

M. C. SALOMON	Rapporteur
M. C. BLONDEL	Rapporteur
M. J.-M. GÉRARD	Examineur
M. C. HENKEL	Examineur
M. J.-M. RAIMOND	Président
M. A. ASPECT	Directeur de thèse
M. C. WESTBROOK	Membre invité
M. J.-Y. MARZIN	Membre invité

Table des matières

Introduction générale	7
I Rugosité d'un miroir atomique à onde évanescente	11
Introduction	13
1 Transitions Raman sélectives en vitesse	15
1.1 Transitions Raman : quelques rappels	16
1.1.1 Condition de résonance	16
1.1.2 Profil de la sélection en vitesse	18
1.2 Dispositif expérimental	20
1.2.1 Banc optique	20
1.2.2 Intensité et polarisation des faisceaux	22
1.2.3 Ajustement de l'intensité relative des faisceaux	23
1.3 Utilisation des transitions Raman sélectives en vitesse dans notre expérience	23
1.3.1 Mesure de la fonction d'appareil	23
1.3.2 Mesure de l'effet du miroir sur la distribution en vitesse . .	24
1.4 Conclusion	24
2 Étude à haute résolution de la diffraction atomique	25
2.1 Observation expérimentale des ordres de diffraction	26
2.1.1 Caractéristiques de l'onde incidente	26
2.1.2 Caractéristiques du réseau de diffraction	27
2.1.3 Distribution en vitesse des atomes diffractés	28
2.1.4 Difficultés expérimentales	30
2.2 Un modèle simple : diffraction scalaire dans l'approximation du réseau de phase mince	32
2.2.1 Régime de Raman-Nath	32
2.2.2 Approximation du réseau de phase mince	33
2.2.3 Comparaison avec l'expérience	35
2.3 Conclusion	36

Article : « Resolved diffraction patterns from a reflection grating for atoms »	37
3 Mesure interférométrique de la rugosité d'un miroir atomique	41
3.1 Rappel sur le miroir à onde évanescente et sa rugosité	42
3.1.1 Potentiel vu par les atomes	42
3.1.2 Mécanismes à l'origine de la rugosité du miroir	45
3.1.3 Mesure de l'élargissement de la distribution en vitesse après réflexion sur le miroir	46
3.2 Principe de la mesure interférométrique	48
3.2.1 Description de l'expérience	49
3.2.2 Interprétation dans l'espace des vitesses et dans l'espace réciproque	49
3.3 Calcul du contraste attendu en présence du miroir	52
3.3.1 Expression du contraste des franges	52
3.3.2 Calcul de la réponse percussionnelle du miroir dans l'approximation du réseau de phase mince	55
3.4 Observation expérimentale des franges d'interférences	56
3.4.1 Contraste mesuré en l'absence de miroir	56
3.4.2 Insertion du miroir : analyse de la chute rapide du contraste	56
3.4.3 Variation du contraste en fonction du désaccord de l'onde évanescente	60
3.5 Conclusion	62
Article : « Specular Reflection of Matter Waves from a Rough Mirror »	63
Article : « An atom interferometer for measuring loss of atoms from an atom mirror »	67

II Obtention d'un condensat de Bose-Einstein et étude de la rugosité du potentiel sur une puce atomique **73**

Introduction **75**

4 Principe et intérêt des puces atomiques **79**

4.1 Piégeage magnétique d'atomes neutres : techniques traditionnelles	81
4.1.1 Principe du piégeage magnétique	81
4.1.2 Piège de Ioffé-Pritchard	82
4.1.3 Ordre de grandeur du confinement obtenu avec des structures macroscopiques	84
4.2 Micro pièges magnétiques : lois d'échelle	85
4.2.1 Un fil dans un champ magnétique uniforme : un guide d'onde pour les atomes	85
4.2.2 Calcul du courant maximal dans un micro fil	87

4.2.3	Lois d'échelle et ordre de grandeur pour le confinement dans un micro piège	89
4.3	Pièges traditionnels et pièges exotiques sur une puce atomique . .	90
4.3.1	Micro piège quadrupolaire	91
4.3.2	Piège de Ioffe	92
4.3.3	Pièges « exotiques »	95
4.4	Une limite fondamentale à la miniaturisation : le couplage au rayonnement du substrat	98
4.4.1	Estimation du taux de perte	98
4.4.2	Estimation du taux de chauffage	102
4.4.3	Comparaison avec les taux dus au bruit technique	103
4.5	Conclusion	104
5	Condensat de Bose-Einstein sur une puce atomique	105
5.1	Description sommaire du dispositif expérimental	106
5.2	Chargement du micro piège magnétique	106
5.2.1	Piège magnéto-optique de surface	106
5.2.2	Nécessité de l'utilisation de deux pièges magnéto-optiques	108
5.2.3	Mélasse optique	111
5.2.4	Pompage optique	112
5.2.5	Chargement du piège magnétique	113
5.3	Obtention du condensat par refroidissement évaporatif	114
5.3.1	Condensation d'un gaz idéal de bosons dans un piège harmonique	115
5.3.2	Refroidissement évaporatif	117
5.3.3	Mise en oeuvre expérimentale	118
5.3.4	Mesure de la température critique	119
5.4	Caractérisation du condensat : écart au régime de Thomas-Fermi	120
5.4.1	Mesure de l'inversion d'ellipticité du condensat au cours du temps de vol	122
5.5	Outils de diagnostic	125
5.5.1	Imagerie par absorption	125
5.5.2	Mesure de la température du nuage	129
5.5.3	Mesure des fréquences d'oscillations	130
5.5.4	Compensation du champ magnétique résiduel par effet Hanle	132
5.6	Conclusion	135
6	Dispositif expérimental	137
6.1	Système à vide	138
6.1.1	Description de l'enceinte à vide	138
6.1.2	Choix du groupe de pompage	139
6.1.3	Support mécanique de la puce atomique	140

6.1.4	Utilisation du dispenser	142
6.2	Banc laser et schéma optique	142
6.2.1	Système maître/esclave sur la raie D2	143
6.2.2	Faisceau repompeur	146
6.2.3	Schéma optique général	148
6.2.4	Système d'imagerie	148
6.3	Contrôle du champ magnétique	149
6.4	Gestion temporelle de l'expérience et acquisition des données . . .	152
6.4.1	Description du « séquenceur »	152
6.4.2	Synchronisation des autres appareils avec le séquenceur . .	154
7	Microfabrication des puces atomiques	155
7.1	Première génération de puce atomique	155
7.1.1	Choix des matériaux	156
7.1.2	Processus de fabrication	158
7.1.3	Planarisation de la surface de la puce	160
7.2	Deuxième génération de puce atomique	161
7.2.1	Gravure du silicium	162
7.2.2	Processus de fabrication	163
7.2.3	Réalisation de la deuxième couche	164
8	Rugosité du potentiel sur une puce atomique	167
8.1	Mesure de la rugosité du potentiel à l'aide d'un nuage d'atomes froids	168
8.1.1	Obtention des profils de densité atomique	168
8.1.2	Obtention du potentiel longitudinal	171
8.1.3	Soustraction du potentiel attendu	172
8.1.4	Potentiers rugueux obtenus	173
8.2	Calcul de la rugosité due aux fluctuations géométriques des bords du fil	175
8.2.1	Expression générale du champ magnétique	176
8.2.2	Distribution de courant dans un fil rugueux	178
8.2.3	Calcul du champ magnétique rugueux attendu	180
8.2.4	Comparaison entre la rugosité attendue et la rugosité me- surée avec les atomes	184
8.3	Conclusion	184
	Article : « Role of wire imperfections in micromagnetic traps for atoms »	187
	Article : « Atom chips in the real world : the effects of wire corrugation »	191
9	Vers une jonction Josephson sur une puce atomique	201
9.1	Le modèle à deux modes	202
9.1.1	Estimation du couplage tunnel	202

9.1.2	Détermination de l'hamiltonien à N particules	204
9.1.3	Les différents régimes	207
9.2	Réalisation expérimentale approchée du modèle à deux modes . .	211
9.2.1	Peut-on réaliser expérimentalement le modèle à deux modes ?	211
9.2.2	Deux condensats très allongés couplés : le modèle à deux modes en deux dimensions	212
9.2.3	Réalisation d'un double-puits à deux dimensions invariant par translation	213
9.3	Conclusion	220
	Conclusion	223
	Bibliographie	225

Introduction générale

Les travaux présentés dans ce manuscrit s'inscrivent dans la thématique de l'optique atomique. Nous pouvons essayer de définir ce domaine d'étude très vaste comme l'ensemble des recherches visant à manipuler et à étudier les propriétés des ondes de matière atomique. L'appellation « d'optique atomique » est justifiée par la profonde analogie entre le comportement des ondes de matière et des ondes lumineuses. Rappelons en effet que l'équation de propagation d'une onde lumineuse monochromatique et d'une onde de matière d'énergie bien définie sont identiques et s'écrivent sous la forme d'une équation de Helmholtz [1]. Cette similitude permet d'appliquer des concepts bien connus en optique traditionnelle à l'étude des ondes de matière¹. Et une motivation importante en optique atomique est la réalisation et l'étude de dispositifs pour les atomes équivalents à ceux rencontrés en optique photonique. En particulier, les expériences inspirées de l'optique cohérente mettant en évidence les propriétés ondulatoires et quantiques des ondes de matière constituent un domaine de recherche particulièrement fascinant. Il faut pour cela se placer dans un régime où la longueur d'onde de de Broglie des atomes est du même ordre ou plus grande qu'une autre taille caractéristique du système étudié, comme par exemple l'échelle des variations spatiales d'un obstacle ou d'un potentiel appliqué aux atomes. Une fois cette condition remplie, ce qui constitue déjà un exploit expérimental², les résultats obtenus sont d'autant plus marquants que la cohérence de l'onde atomique utilisée est grande. Et donc tout comme en optique photonique, l'évolution des expériences en optique atomique cohérente est intimement liée au développement de nouvelles sources plus performantes notamment en terme de brillance et de cohérence.

L'obtention de jets atomiques bien collimatés et relativement monocinétiques a permis de réaliser les premières expériences d'interférométrie atomique [2, 3, 4, 5] et de diffraction atomique [6, 7]. Le développement des techniques de refroidissement laser [8, 9, 10] dans les années 80 a permis de gagner encore plusieurs ordres de grandeurs en densité dans l'espace des phases (l'équivalent de la luminance des sources lumineuses). Il a de plus été possible de réduire et même d'annuler la vitesse moyenne de l'échantillon atomique refroidi et donc d'augmen-

¹Nous en verrons un exemple avec l'application de l'approximation du réseau de phase mince à une onde atomique.

²Rappelons en effet que la longueur d'onde de de Broglie d'un atome de Rb particulièrement employé en optique atomique est de 10 pm dans une vapeur à température ambiante.

ter la longueur d'onde de de Broglie des atomes. L'emploi de ces sources obtenues par refroidissement laser a permis d'étudier la réflexion [11] et la diffraction [12] d'ondes de matière en incidence normale sur une barrière de potentiel constituant un miroir atomique, alors que les jets ne permettaient que l'étude en incidence rasante [13, 14, 15, 16] à cause de la faible hauteur de la barrière de potentiel qui réfléchit les atomes. Ces sources restaient pourtant des sources fondamentalement incohérentes, la population atomique restant diluée sur un grand nombre de cellules élémentaires de l'espace des phases. Certes le refroidissement laser concentre les atomes dans l'espace des phases, mais le nombre moyen d'atomes par cellule élémentaire (de taille \hbar^3) reste très petit devant 1 (typiquement 10^{-6}).

L'obtention en 1995 du premier condensat de Bose-Einstein gazeux [17, 18, 19] a représenté pour l'optique atomique l'équivalent de l'invention du laser, puisque le condensat est un système où un seul état quantique est peuplé macroscopiquement. Cependant les interactions entre atomes jouent un rôle majeur dans la compréhension de la physique des condensats, ces interactions sont équivalentes à des non-linéarités Kerr en optique dont on sait qu'elles sont à l'origine de phénomènes complexes et d'instabilités. Alors qu'en optique il est facile d'éviter ces non-linéarités, la tâche est plus difficile dans les condensats (encore que les résonances de Feshbach ouvrent des perspectives pour contrôler l'intensité des interactions entre atomes [20, 21]). Mais ces interactions sont intéressantes dans la mesure où elles sont moins intenses qu'en matière condensée et de plus contrôlables. La condensation de Bose-Einstein et la notion de fonction d'onde macroscopique qui lui est associée sous-tendent la compréhension de nombreux phénomènes en matière condensée comme la superfluidité de l'Helium liquide ou la supraconductivité. Les condensats d'atomes froids en régime dilué constituent donc un exemple unique de système à N corps, à la fois suffisamment simple pour permettre une approche théorique quantitative, et suffisamment riche pour capturer la physique pertinente des phénomènes complexes rencontrés dans les états solides ou liquides. L'étude des vortex quantifiés [22, 23, 24], de la superfluidité [25, 26, 27, 28], de la transition de Mott [29, 30] ou les recherches sur les gaz de fermions dégénérés en vue de l'observation de la transition BCS [31, 32, 33, 34] sont des exemples importants de cette démarche.

Les travaux présentés dans ce manuscrit reflètent, à une échelle très modeste, cette évolution du domaine de l'optique atomique puisque la première partie est consacrée à l'étude d'un interféromètre incluant un miroir atomique en utilisant une source incohérente (piège magnéto-optique) tandis que la deuxième partie présente les premiers résultats obtenus sur une nouvelle expérience nous permettant d'obtenir un condensat de Bose-Einstein sur une « puce atomique ».

L'étude portant sur le miroir atomique à onde évanescente présentée dans la première partie est dans la continuité de la thèse de V. Savalli [35]. Notre objectif principal a été de montrer qu'il est possible d'inclure un miroir dans un interféromètre atomique, et d'étudier la façon dont ce miroir affecte le contraste

des franges. L'idée de départ était que le pic de réflexion spéculaire observé par V. Savalli *et al.* [36] offrait la promesse d'un maintien de la cohérence. Mais il était clair aussi que la cohérence ne pouvait pas excéder l'inverse de la largeur éventuelle de ce pic, inobservable avec la méthode de V. Savalli. Une méthode interférométrique devait donc permettre, en mesurant cette cohérence, de résoudre ce pic de réflexion spéculaire. Cette méthode interférométrique est complémentaire de la méthode de V. Savalli puisqu'elle nous permet en principe de mesurer la partie du spectre de rugosité du miroir qui nous était auparavant inaccessible.

La deuxième partie expose les travaux effectués pour développer un nouveau dispositif expérimental appelé « puce atomique » dont les objectifs sont la réalisation d'expériences d'optique atomique intégrée cohérente. Intégrée car nous manipulons les atomes grâce à des structures de taille micrométrique réalisées au moyen de techniques de microfabrication. Et cohérente car nous avons réussi à obtenir un condensat de Bose-Einstein sur cette puce atomique ce qui offre la perspective d'une optique atomique guidée monomode. S'inspirant de l'analogie entre onde de matière et onde lumineuse, les objectifs à long terme de tels systèmes sont la réalisation d'interféromètres guidés intégrés comme ceux réalisés en optique photonique intégrée à l'aide de guides d'onde sur un substrat diélectrique. Nous mettrons en évidence un obstacle technologique important à franchir afin de pouvoir obtenir des guides d'onde de qualité suffisante sur une puce atomique pour pouvoir espérer réaliser un interféromètre. Cet obstacle est lié à la rugosité des fils microfabriqués sur la puce qui entraîne une rugosité du potentiel magnétique constituant le guide d'onde atomique. Enfin nous nous demanderons comment séparer de manière cohérente un condensat (expérience primordiale en vue de la réalisation d'un interféromètre intégré) en approchant deux guides d'onde atomique et en les couplant par effet tunnel. Le principe est analogue à celui utilisé en optique intégrée où il est possible d'obtenir une lame séparatrice en approchant deux fibres optiques et en les couplant par ondes évanescentes. Cependant nous verrons que les interactions entre atomes peuvent jouer un rôle important et que l'analogie avec l'optique est alors infructueuse. Nous sommes alors plus proches de la matière condensée et le système constitué de deux condensats parallèles couplés par effet tunnel est l'analogie d'une jonction Josephson entre deux supraconducteurs.

Première partie

Rugosité d'un miroir atomique à onde évanescente

Introduction

Notre groupe s'intéresse depuis presque dix ans à améliorer et à caractériser la qualité d'un miroir atomique à onde évanescente (pour une revue des travaux sur les miroirs à atomes dans notre groupe voir [37]). La motivation de ces travaux est de réaliser un miroir atomique de grande qualité pour qu'il puisse ensuite être utilisé comme composant de base d'un système d'optique atomique plus complexe, comme par exemple un interféromètre atomique. Nous entendons par qualité d'un miroir atomique sa faculté à conserver la cohérence de l'onde de matière incidente lors de la réflexion sur le miroir. La condition pour obtenir un bon miroir est que l'amplitude de rugosité de la surface du miroir soit petite devant la longueur d'onde du rayonnement incident. Cette propriété permet d'obtenir des miroirs presque parfaits en optique traditionnelle bien que leur surface soit rugueuse à l'échelle atomique. La difficulté en optique atomique est que la longueur d'onde de de Broglie des atomes est très petite (8 nm dans notre expérience). Par conséquent, une très faible modulation du potentiel optique qui réfléchit les atomes suffit à dégrader la qualité du miroir.

Durant sa thèse, V. Savalli a développé une méthode de mesure très performante du spectre de rugosité du miroir à onde évanescente [35]. Cette méthode utilise des transitions Raman sélectives en vitesse pour préparer une fine distribution en vitesse puis étudier son élargissement lors de la réflexion sur le miroir. La mesure de la distribution en vitesse après réflexion permet d'obtenir la réponse percussionnelle du miroir. La résolution en vitesse sur cette mesure est de $2,5 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$. Dans la première partie de ce manuscrit, nous présentons deux nouvelles expériences utilisant ces transitions Raman sélectives en vitesse et le miroir à onde évanescente. La première étudie la diffraction d'une onde atomique sur un réseau de diffraction en réflexion. Cette expérience illustre le gain en résolution apporté par les transitions Raman pour la mesure de la distribution en vitesse des atomes diffractés par rapport à la méthode de collimation par une fente que nous utilisons auparavant [12]. La deuxième expérience poursuit les travaux sur l'étude de la rugosité du miroir : nous avons modifié la méthode de mesure de V. Savalli en une méthode de mesure interférométrique pour essayer d'obtenir des informations sur la densité spectrale de rugosité du miroir dans la partie du spectre inaccessible à la méthode de V. Savalli.

Cette partie est organisée de la façon suivante :

- **Chapitre 1** : Nous rappelons quelques propriétés des transitions Raman

sélectives en vitesse. Nous expliquons pourquoi cette transition à deux photons permet de sélectionner une distribution en vitesse dont on peut choisir la largeur et le centre en fonction de la durée de l'impulsion Raman et du désaccord des faisceaux.

- **Chapitre 2** : Nous présentons les résultats obtenus en mesurant la distribution en vitesse d'atomes diffractés par une onde évanescente stationnaire. L'utilisation des transitions Raman nous permet d'observer des pics de diffraction bien résolus. Nous montrerons que les populations dans les ordres de diffraction peuvent être obtenus par un modèle simple de diffraction scalaire dans l'approximation du réseau de phase mince (résultat déjà obtenu par A. Landragin mais avec une moins bonne résolution [12, 38])
- **Chapitre 3** : Ce chapitre est consacré à l'exposé d'une méthode de mesure interférométrique de la rugosité du miroir à onde évanescente. Nous rappelons le principe de la mesure de la réponse percussionnelle du miroir et le résultat obtenu au cours de la thèse de V. Savalli. Nous montrons que cette méthode est limitée à la détermination des composantes de grande fréquence spatiale du spectre de rugosité du miroir. Nous présentons ensuite la méthode interférométrique qui permet en principe de mesurer directement la transformée de Fourier de la réponse percussionnelle du miroir. Cette méthode complémentaire de la mesure de V. Savalli permet en théorie d'accéder à la partie basse fréquence du spectre de rugosité du miroir.

Transitions Raman sélectives en vitesse

Ce chapitre rappelle quelques notions sur les transitions Raman sélectives en vitesse que nous utilisons dans les deux chapitres suivants. Pour une description plus exhaustive, nous renvoyons le lecteur à la thèse de V. Savalli [35] et aux références incluses sur les transitions Raman.

Nous appelons dans ce manuscrit transition Raman une transition à deux photons couplant les deux états hyperfins du niveau fondamental d'un atome alcalin. L'utilisation d'une transition Raman pour sélectionner une classe de vitesse dans un nuage atomique a été démontrée pour la première fois dans l'équipe de S. Chu en 1991 [39]. Les deux photons induisant la transition Raman sont issus de deux faisceaux décalés en fréquence de l'écart entre les deux niveaux hyperfins considérés. Si les deux faisceaux sont contrapropageants, seuls les atomes ayant une certaine composante de vitesse sur l'axe de propagation des faisceaux sont à résonance avec cette transition à cause de l'effet Doppler. Si l'on modifie le désaccord entre les faisceaux, la condition de résonance change et une autre classe de vitesse est sélectionnée. L'état initial et l'état final étant des états stables, la largeur de la transition peut être rendue quasiment aussi fine que l'on veut en ajustant la durée de l'impulsion lumineuse des faisceaux Raman.

Ces transitions ont été et sont toujours très utilisées en physique atomique. Elles ont permis par exemple la réalisation d'interféromètres atomiques (voir par exemple [40] et les références incluses), d'atteindre le régime sub-recul dans un nuage d'atomes froids suivant une dimension de l'espace [41, 42] ou bien encore de préparer un nombre macroscopique d'atomes dans le niveau fondamental vibrationnel d'un réseau optique unidimensionnel [43].

Au laboratoire, V. Savalli a utilisé durant sa thèse des transitions Raman sélectives en vitesse pour améliorer la résolution sur la mesure de la rugosité d'un miroir à onde évanescente. Nous allons rappeler la méthode utilisée pour cette mesure, c'est-à-dire comment préparer une fine distribution en vitesse dans un nuage d'atomes froids et observer la nouvelle distribution des atomes après leur rebond sur le miroir à onde évanescente. Nous présenterons ensuite brièvement le montage expérimental qui nous permet d'obtenir les faisceaux Raman.

1.1 Transitions Raman : quelques rappels

1.1.1 Condition de résonance

La transition Raman que nous considérons est une transition à deux photons optiques couplant les deux états hyperfins du fondamental de l'atome de ^{85}Rb . Les niveaux et les fréquences des faisceaux utilisés sont illustrés sur la figure 1.1. L'atome initialement dans l'état $|1\rangle$ peut passer dans l'état $|2\rangle$ en absorbant un photon du faisceau a (de vecteur d'onde \mathbf{k}_a) et en émettant de façon stimulée un photon dans le faisceau b (de vecteur d'onde \mathbf{k}_b). Les faisceaux sont supposés suffisamment désaccordés de la raie D2 pour que la probabilité d'émission spontanée soit faible.

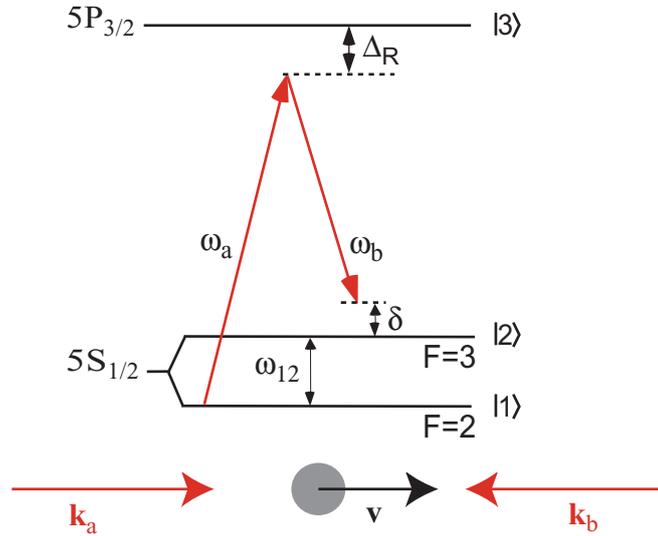


FIG. 1.1 – Illustration d'une transition Raman sur l'atome de ^{85}Rb . L'écart ω_{12} entre les deux niveaux hyperfins du fondamental est de 3,036 GHz. Les faisceaux a et b sont désaccordés de $\Delta_R \simeq 2$ GHz par rapport à la raie D2. Le petit désaccord δ permet de sélectionner la classe de vitesse à résonance.

La condition de résonance pour cette transition à deux photons est fixée par la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie lors du processus. Supposons un atome avec une quantité de mouvement initiale \mathbf{p}_i . La conservation de l'impulsion impose

$$\mathbf{p}_f = \mathbf{p}_i + \hbar \mathbf{k}_a - \hbar \mathbf{k}_b \quad (1.1)$$

où \mathbf{p}_f est la quantité de mouvement finale de l'atome. Nous avons supposé l'atome initialement dans l'état $|1\rangle$. La différence d'énergie entre l'état interne final de l'atome et son état interne initial s'écrit

$$\Delta E_{\text{int}} = \hbar \omega_{12} + \hbar \frac{\Omega_a^2}{4 \Delta_R} - \hbar \frac{\Omega_b^2}{4 \Delta_R}. \quad (1.2)$$

Nous avons tenu compte du déplacement lumineux des niveaux $|1\rangle$ et $|2\rangle$ sous l'effet des deux faisceaux a et b . Les fréquences Ω_a et Ω_b sont les fréquences de Rabi caractérisant le couplage entre les niveaux $|1\rangle$ et $|3\rangle$ par le faisceau a et le couplage entre les niveaux $|2\rangle$ et $|3\rangle$ par le faisceau b . En utilisant (1.1) la différence d'énergie cinétique de l'atome entre l'état final et l'état initial s'écrit

$$\Delta E_{\text{cin}} = \frac{\mathbf{p}_f^2 - \mathbf{p}_i^2}{2m} = \frac{\hbar^2(\mathbf{k}_a - \mathbf{k}_b)^2}{2m} + \hbar \mathbf{v} \cdot (\mathbf{k}_a - \mathbf{k}_b) \quad (1.3)$$

où \mathbf{v} est la vitesse initiale de l'atome et m sa masse. Finalement la conservation de l'énergie pour le système complet atome + champ s'écrit

$$\Delta E_{\text{cin}} + \Delta E_{\text{int}} - \hbar \omega_a + \hbar \omega_b = 0. \quad (1.4)$$

Nous obtenons donc la condition de résonance suivante

$$\delta - \frac{\Omega_a^2 - \Omega_b^2}{4\Delta_R} - (\mathbf{k}_a - \mathbf{k}_b) \cdot \mathbf{v} - \frac{\hbar(\mathbf{k}_a - \mathbf{k}_b)^2}{2m} = 0 \quad (1.5)$$

où le petit désaccord δ est donné par $\delta = \omega_a - \omega_b - \omega_{12}$.

Lorsque les deux faisceaux a et b vont dans la même direction ($\mathbf{k}_a \simeq \mathbf{k}_b$), les termes dus à l'effet Doppler pour chaque faisceau se compensent et la condition de résonance ne dépend pas de la vitesse initiale de l'atome. Lorsque les deux faisceaux vont dans des directions opposées ($\mathbf{k}_a \simeq -\mathbf{k}_b \simeq \mathbf{k}_R$), les effets Doppler s'ajoutent et la condition de résonance peut se réécrire

$$\delta - \frac{\Omega_a^2 - \Omega_b^2}{4\Delta_R} = 2k_R(v + v_{\text{rec}}) \quad (1.6)$$

où v est la projection de la vitesse \mathbf{v} de l'atome sur la direction \mathbf{k}_R des faisceaux Raman et v_{rec} est la vitesse de recul $\hbar k_R/m$. En supposant maintenant que les déplacements lumineux induits par chaque faisceau Ω_a et Ω_b sont égaux¹, nous pouvons simplifier l'équation précédente et la condition de résonance s'écrit alors

$$\delta = 2k_R(v + v_{\text{rec}}). \quad (1.7)$$

En ajustant le désaccord δ l'expérimentateur peut donc choisir la classe de vitesse en résonance avec la transition Raman. Seule la composante du vecteur vitesse parallèle à la direction de propagation des faisceaux intervient dans la condition de résonance, la sélection en vitesse réalisée est donc unidimensionnelle.

¹Nous expliquons au paragraphe 1.2.3 comment remplir cette condition expérimentalement.

1.1.2 Profil de la sélection en vitesse

Nous allons maintenant déterminer le profil de la distribution en vitesse sélectionnée par la transition Raman. Une étude plus détaillée de ce système à trois niveaux montre que l'on peut se ramener à un système effectif à deux niveaux en éliminant adiabatiquement le niveau excité $|3\rangle$ [35]. Cette approximation est possible lorsque le désaccord Δ_R est grand devant les fréquences de Rabi Ω_a et Ω_b . La fonction d'onde décrivant l'état interne de l'atome s'écrit alors $|\Psi(t)\rangle = c_1(t)|1\rangle + c_2(t)|2\rangle$. Et dans le référentiel tournant, l'évolution des amplitudes de probabilité de présence dans les états $|1\rangle$ et $|2\rangle$ est donnée par

$$\begin{cases} \frac{dc_1}{dt} &= \frac{i}{2}\Omega e^{i\delta_e t} c_2 \\ \frac{dc_2}{dt} &= \frac{i}{2}\Omega e^{-i\delta_e t} c_1 \end{cases} \quad (1.8)$$

où la fréquence de Rabi effective Ω et le désaccord effectif δ_e sont donnés par

$$\Omega = \frac{\Omega_a \Omega_b}{2\Delta_R}, \quad (1.9)$$

$$\delta_e = \delta - \frac{\Omega_a^2 - \Omega_b^2}{4\Delta_R} - (\mathbf{k}_a - \mathbf{k}_b) \cdot \mathbf{v} - \frac{\hbar(\mathbf{k}_a - \mathbf{k}_b)^2}{2m}. \quad (1.10)$$

Pour simplifier notre étude, nous supposons désormais que l'intensité relative de chaque faisceau est ajustée de sorte que les déplacements lumineux se compensent². Le désaccord δ_e ne dépend alors plus que du désaccord δ choisi par l'expérimentateur et de la vitesse de l'atome.

Supposons qu'initialement tous les atomes sont dans l'état $|1\rangle$. Les faisceaux a et b sont allumés pendant un temps fini, créant ainsi un profil temporel pour la fréquence de Rabi $\Omega(t)$. Dans la limite où la probabilité de transition vers $|2\rangle$ durant cette impulsion reste faible, celle-ci peut s'écrire en intégrant (1.8) avec $c_1(t) \simeq 1$

$$P(\delta_e) = |c_2(t = +\infty)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Omega(t')}{2} e^{i\delta_e t'} dt' \right|^2. \quad (1.11)$$

Nous retrouvons le résultat bien connu que la probabilité de transition en fonction du désaccord est le module au carré de la transformée de Fourier du profil temporel de l'excitation. En particulier la largeur de la sélection en vitesse est inversement proportionnelle à la durée de l'impulsion lumineuse. Dans la cas où la probabilité de transition devient de l'ordre de 1, une résolution numérique du système d'équations (1.8) est nécessaire, mais le résultat obtenu précédemment sur la largeur de la transition reste qualitativement valable.

²Nous expliquons au paragraphe 1.2.3 comment remplir cette condition expérimentalement.

Sans calcul numérique nous pouvons cependant obtenir la probabilité de transition à désaccord nul. Les équations d'évolution (1.8) se résolvent alors exactement et la probabilité de transition est donnée par

$$P(0) = \left| \sin \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Omega(t)}{2} dt \right) \right|^2. \quad (1.12)$$

Si l'impulsion $\Omega(t)$ est une courbe en cloche caractérisée par son amplitude Ω_0 et sa durée caractéristique τ , la probabilité de transition oscille entre 0 et 1 en fonction du produit $\Omega_0 \tau$. Nous retrouvons tout simplement le phénomène des oscillations de Rabi.

1.1.2.1 Impulsion π

Une impulsion π est une impulsion telle que les atomes à résonance effectuent une demi-oscillation de Rabi. Autrement dit, c'est l'impulsion de durée la plus courte (à une amplitude Ω_0 donnée) telle que la probabilité de transition à désaccord nul soit égale à un. Cette impulsion permet de sélectionner une fine distribution en vitesse en maximisant le nombre d'atomes dans cette distribution. Le profil d'impulsion que nous utilisons est une fonction Blackman qui permet de minimiser les ailes sur la sélection en vitesse [44]. La forme d'une impulsion Blackman de durée totale τ est donnée par

$$\Omega(t) = \Omega_0(0,42 + 0,08 \cos(4\pi t/\tau) - 0,5 \cos(2\pi t/\tau)) \text{ si } t \in [0, \tau], \quad (1.13)$$

$$\Omega(t) = 0 \text{ si } t \notin [0, \tau].$$

Un calcul numérique de la distribution en vitesse des atomes sélectionnés après une impulsion Blackman montre que celle-ci est très proche d'une gaussienne [35].

La figure 1.2 montre le nombre d'atomes sélectionnés par deux impulsions π successives de même durée τ en fonction du désaccord de la deuxième impulsion. La séquence expérimentale précise utilisée pour cette mesure est détaillée au paragraphe 1.3. Les atomes sélectionnés par la première impulsion ont une distribution en vitesse de largeur quadratique moyenne $\sigma/(2k_R)$. La deuxième impulsion convolue cette première distribution par une deuxième sélection en vitesse de même largeur. Nous attendons donc en variant le désaccord de la deuxième impulsion un signal gaussien de largeur quadratique moyenne $\sqrt{2}\sigma$.

La courbe obtenue est effectivement bien ajustée par une gaussienne. Nous avons répété l'expérience pour plusieurs durées τ des impulsions. Nous observons, comme attendu, que la largeur des sélections en vitesse est inversement proportionnelle à la durée de l'impulsion. Nous mesurons [35]

$$\sigma \tau = 4,04. \quad (1.14)$$

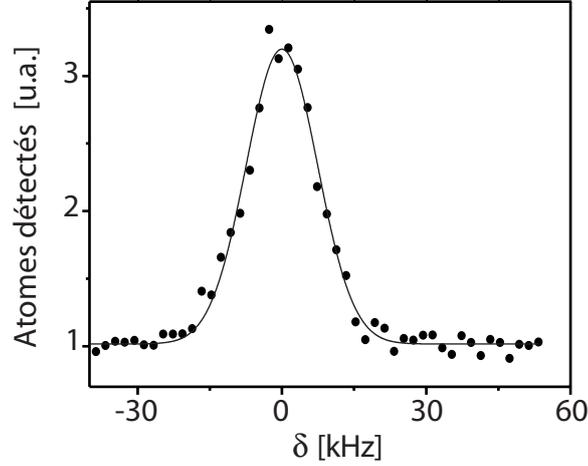


FIG. 1.2 – Signal mesuré après deux impulsions π de durée $150 \mu\text{s}$ en fonction du désaccord de la deuxième impulsion. La première impulsion réalise une sélection en vitesse fixe. La deuxième impulsion réalise une sélection en vitesse dont le centre bouge en fonction du désaccord. Nous analysons ainsi la distribution obtenue après la première impulsion. L’ajustement de la courbe expérimentale est une gaussienne de largeur quadratique moyenne $7,2 \text{ kHz}$. La distribution en vitesse sélectionnée après la première impulsion est $\sqrt{2}$ fois plus étroite, ce qui correspond à une largeur quadratique moyenne de $0,33 v_{\text{rec}}$.

Pour conserver un nombre suffisant d’atomes après les deux sélections lorsque nous mesurons l’élargissement de la distribution en vitesse après réflexion sur le miroir à onde évanescente, nous nous limitons à des impulsions d’une durée minimale de $150 \mu\text{s}$ ce qui correspond à une largeur quadratique moyenne de la sélection initiale en vitesse de $0,33 v_{\text{rec}} = 1,98 \text{ mm.s}^{-1}$.

1.2 Dispositif expérimental

1.2.1 Banc optique

La difficulté expérimentale pour obtenir un banc Raman est la réalisation de deux faisceaux cohérents en phase et séparés en fréquence du même écart que les deux niveaux hyperfins du fondamental de l’atome utilisé, soit dans notre cas $3,036 \text{ GHz}$. Les fluctuations de la différence de fréquence entre les deux faisceaux doivent être petites devant la largeur en fréquence de la sélection en vitesse que l’on veut effectuer. Sinon la largeur de la sélection n’est plus limitée par la durée de l’impulsion mais par les fluctuations de fréquence entre les faisceaux.

Il existe plusieurs techniques pour obtenir ces faisceaux. On peut citer par exemple l’emploi d’un modulateur acousto-optique [45], électro-optique [46, 47]

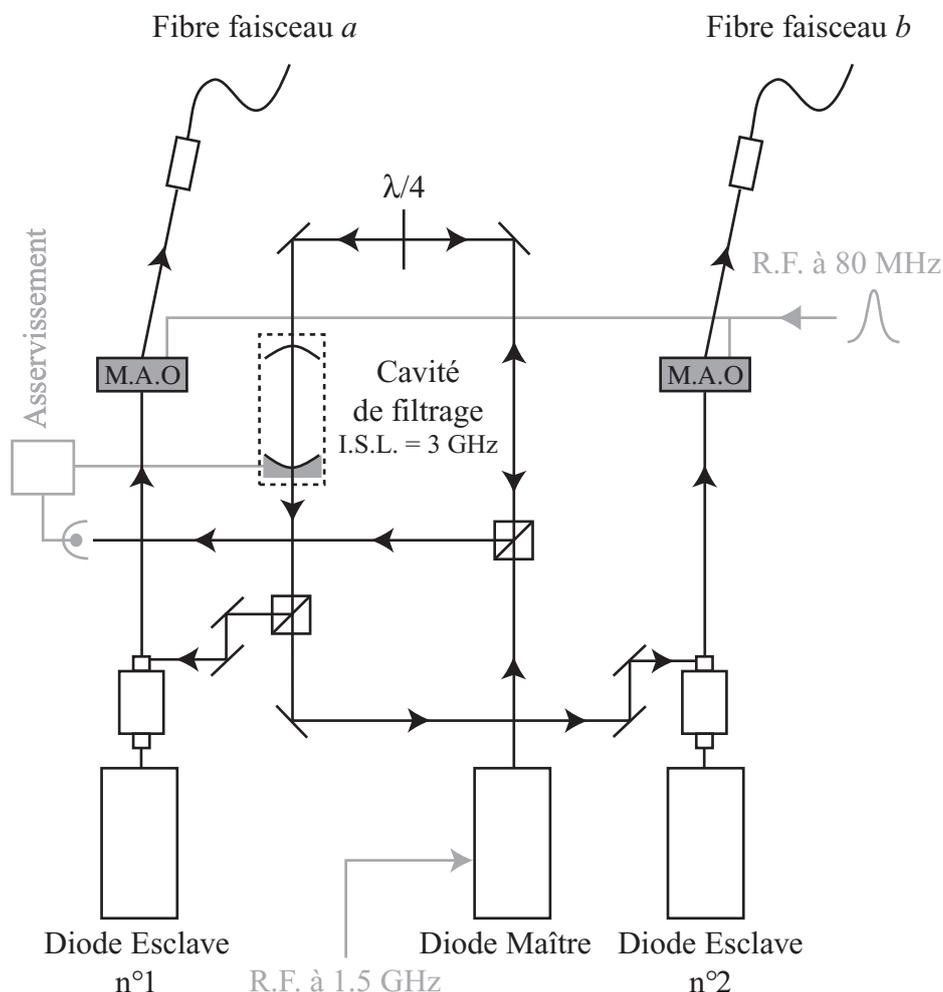


FIG. 1.3 – Schéma de principe du montage optique utilisé pour les faisceaux Raman. La diode maître est modulée et les bandes latérales ainsi obtenues sont filtrées par une cavité Fabry-Perot avant d’injecter deux diodes esclaves. La cavité Fabry-Perot est asservie sur le signal de réflexion de la porteuse par la cavité. Les modulateurs acousto-optiques permettent de générer des impulsions ayant le profil temporel voulu. Les faisceaux sont fibrés jusqu’à l’enceinte à vide.

ou l’asservissement d’un laser sur un autre laser en observant leur battement sur une photodiode rapide [48]. La méthode retenue au laboratoire est une méthode que l’on peut qualifier d’optique par opposition à la technique d’asservissement qui utilise de l’électronique haute fréquence. Le principe en est le suivant :

- une diode maître (diode libre) dont la fréquence est décalée par $\Delta_R \simeq 2$ GHz de la raie D2 est modulée à 1,5 GHz.
- Le faisceau de cette diode est filtré par une cavité Fabry-Perot dont l’intervalle spectral libre est de 3,036 GHz afin de ne conserver que les bandes

latérales. La longueur de la cavité est asservie sur le flanc du signal de réflexion de la porteuse par la cavité.

- Le faisceau filtré est utilisé pour injecter deux diodes esclaves. Les paramètres de courant et de température de chaque diode sont optimisés pour que chaque diode ne s'injecte que sur une seule des deux bandes latérales (méthode utilisée dans la référence [49] sans l'étape de filtrage optique).

Le schéma expérimental est présenté sur la figure 1.3 et est décrit en détail dans le thèse de V. Savalli [35]. Pour vérifier la cohérence en phase des faisceaux, nous observons le battement entre les deux diodes esclaves. Le signal typique que nous obtenons consiste en un pic de largeur inférieure à 10 Hz superposé à un piédestal de largeur 1 kHz [35]. Cette largeur de battement est tout à fait acceptable pour notre expérience puisque les sélections les plus fines que utilisons ont une largeur d'environ 10 kHz.

La mise en forme des impulsions se fait par deux modulateurs acousto-optiques. La même source radiofréquence alimente les deux modulateurs pour conserver la cohérence en phase entre les deux faisceaux. L'enveloppe de l'impulsion est générée par un générateur de fonction arbitraire (SRS DS 345). Nous avons pris en compte la non linéarité des modulateurs acousto-optiques lors de la programmation des impulsions dans le générateur.

1.2.2 Intensité et polarisation des faisceaux

Les faisceaux sont amenés jusqu'à l'enceinte à vide par deux fibres optiques. Chaque faisceau est ensuite collimaté, la largeur quadratique moyenne des faisceaux étant de 8 mm. La puissance dans chaque faisceau est d'environ 20 mW. Lors des sélections Raman nous appliquons un champ magnétique directeur parallèle à l'axe des faisceaux Raman d'environ 750 mG pour lever la dégénérescence entre les sous-niveaux Zeeman et ne sélectionner que les atomes dans $m_F = 0$. Nous avons choisi ce sous-niveau pour que la largeur de la sélection ne soit pas limitée par les fluctuations de champ magnétique.

Pour coupler les niveaux $|F = 2, m_F = 0\rangle$ et $|F = 3, m_F = 0\rangle$, la conservation du moment cinétique impose que les deux faisceaux aient la même polarisation. Comme l'état initial et l'état final ont même le moment cinétique, le photon absorbé et le photon émis doivent avoir la même polarisation. Les transitions π entre deux niveaux de même nombre quantique F sont interdites. Il n'est donc pas possible de coupler les deux niveaux du fondamental à un même niveau excité de nombre quantique $m'_F = 0$. La polarisation π n'est donc pas appropriée et les deux faisceaux doivent avoir la même polarisation circulaire (σ_+ ou σ_-).

1.2.3 Ajustement de l'intensité relative des faisceaux

Nous avons vu qu'il est important de compenser le déplacement lumineux des deux faisceaux Raman pour que le désaccord effectif reste constant pendant toute la durée de l'impulsion. Pour cela nous nous plaçons en configuration co-propagante, le désaccord effectif ne dépend alors plus de la vitesse des atomes et est donné par

$$\delta_e = \delta - \frac{\Omega_a^2 - \Omega_b^2}{4\Delta_R}. \quad (1.15)$$

En déterminant la position de la résonance pour différentes intensités dans les faisceaux et en extrapolant à intensité nulle ($\Omega_a = \Omega_b = 0$), nous obtenons la fréquence correspondant à $\delta = 0$ sur le synthétiseur R.F. qui fixe l'écart en fréquence entre les deux faisceaux. Il nous suffit ensuite d'ajuster à forte intensité l'intensité relative des deux faisceaux pour que la résonance se produise toujours pour $\delta = 0$. Nous devons faire ce réglage chaque jour.

Une fois les déplacements lumineux compensés, nous effectuons des oscillations de Rabi pour déterminer la durée d'une impulsion π à pleine puissance. Nous ajustons ensuite l'intensité maximale des deux faisceaux lors de l'impulsion pour obtenir une impulsion π ayant la durée voulue.

1.3 Utilisation des transitions Raman sélectives en vitesse dans notre expérience

Nous avons montré comment utiliser une impulsion Raman pour modifier l'état interne d'atomes ayant une vitesse bien déterminée suivant l'axe des faisceaux Raman. Nous allons maintenant expliquer comment utiliser deux impulsions Raman pour mesurer l'éventuelle modification de la distribution en vitesse d'atomes se réfléchissant sur un miroir à onde évanescente. Le principe en est le suivant : nous préparons une distribution en vitesse initiale par une première impulsion π . Puis nous analysons cette distribution avec ou sans réflexion sur le miroir à l'aide d'une deuxième impulsion π . Nous attribuons les modifications observées entre les deux courbes obtenues à un effet du miroir.

1.3.1 Mesure de la fonction d'appareil

Avant de mesurer l'effet du miroir, nous mesurons la fonction d'appareil de notre système en laissant les atomes se propager librement entre les deux impulsions π . Nous préparons les atomes initialement dans $F = 3$. la première transition Raman sélectionne une classe de vitesse en transférant les atomes dans $F = 2$. Un faisceau pousseur résonnant avec la transition $F = 3 \rightarrow F' = 3$

élimine les atomes qui n'ont pas fait la transition. Pour analyser la distribution en vitesse ainsi obtenue, une deuxième transition Raman sélectionne une classe de vitesse en transférant les atomes dans $F = 3$. Nous mesurons finalement le nombre d'atomes dans $F = 3$ avec un faisceau sonde sur la transition $F = 3 \rightarrow F' = 3$. Cette séquence nous permet d'obtenir la courbe présentée sur la figure 1.2 en variant le désaccord de la deuxième impulsion Raman. Nous rappelons que nous utilisons des impulsions de durée $\tau = 150 \mu\text{s}$. Nous mesurons alors une fonction d'appareil de largeur $0,47 v_{\text{rec}} = 2,82 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$.

1.3.2 Mesure de l'effet du miroir sur la distribution en vitesse

Dans le cas où les atomes rebondissent sur le miroir, nous préparons initialement les atomes dans $F = 2$. Une première transition Raman sélectionne une classe de vitesse en transférant les atomes dans $F = 3$. Nous utilisons ensuite le miroir à onde évanescente comme filtre : les atomes dans $F = 2$ sont aspirés par le miroir et seuls les atomes dans $F = 3$ rebondissent. En effet, nous choisissons le désaccord de l'onde évanescente pour que le potentiel soit attractif pour des atomes dans $F = 2$ et répulsif pour des atomes dans $F = 3$ (voir chapitre 3). Après rebond, une deuxième transition Raman sélectionne une classe de vitesse en transférant les atomes dans $F = 2$. Le faisceau pousseur permet d'éliminer les atomes non sélectionnés par cette deuxième transition. Nous mesurons finalement le nombre d'atomes dans $F = 2$ en utilisant le faisceau repompeur et le faisceau sonde. Nous varions le désaccord de la deuxième impulsion pour obtenir la distribution en vitesse des atomes après rebond.

1.4 Conclusion

Notre dispositif Raman nous permet de sélectionner à partir d'un piège magnéto-optique des atomes ayant une vitesse bien déterminée suivant l'axe des faisceaux Raman. Nous utilisons principalement des impulsions π . La forme de la sélection en vitesse associée est une gaussienne dont la largeur est inversement proportionnelle à la durée de l'impulsion. Typiquement nous utilisons des impulsions de $150 \mu\text{s}$ ce qui correspond à une largeur de la sélection en vitesse de $0,3 v_{\text{rec}}$.

Plus généralement, les transitions Raman peuvent être utilisées pour sélectionner une distribution en vitesse quelconque à l'intérieur d'une distribution initiale. Nous avons vu que le profil de la distribution sélectionnée était qualitativement donnée par le module de la transformée de Fourier du profil d'excitation. Cette approximation devient exacte lorsque la probabilité de transition reste petite devant un.

Étude à haute résolution de la diffraction atomique sur un réseau en réflexion

La diffraction d'une onde atomique par un potentiel périodique a été intensivement étudiée en optique atomique. Les premières expériences ont été réalisées avec un jet atomique diffracté sur une onde lumineuse stationnaire en 1986 [6]. Ce processus est aussi appelé effet Kapitza-Dirac [50] : l'atome absorbe un photon d'une des ondes progressives et émet un photon stimulé dans l'autre onde. Les atomes diffractés acquièrent donc une impulsion $2n\hbar k_x$ lorsqu'ils sont diffractés dans l'ordre n . Les différents régimes de diffraction ont été explorés : régime de Raman-Nath (réseau mince) où de nombreux ordres de diffraction sont peuplés [6, 7, 51] et régime de Bragg (réseau épais) où un seul ordre de diffraction est peuplé [52, 53, 54]. La diffraction d'un jet atomique par un réseau matériel a également été observée [55]. Ces expériences de diffraction en transmission sur jet se sont prolongées par la réalisation d'interféromètres atomiques [56, 57].

En 1989, Hajnal et Opat ont proposé d'utiliser une onde stationnaire évanescente pour créer un réseau de diffraction atomique en réflexion [58]. Les premières expériences avec ce type de réseau ont été réalisées avec un jet atomique. A cause de l'importante énergie cinétique des atomes, ces expériences étaient nécessairement en incidence rasante pour que les atomes puissent être réfléchis par l'onde évanescente [14, 15, 16]. Cette diffraction en incidence rasante fait intervenir un changement d'état interne de l'atome et n'est donc pas analogue à la diffraction scalaire de la lumière sur un réseau optique (pour une revue de ces effets voir [59]). Pour effectuer l'expérience en incidence normale, il est nécessaire d'utiliser des atomes froids. Les premières expériences de diffraction d'atomes froids ont été observées en transmission en 1996 [60, 61, 62]. Et la diffraction en incidence normale sur une onde stationnaire évanescente a été observée dans notre groupe par A. Landragin au cours de sa thèse [12]. Le remplacement du jet par une source d'atomes froids pose problème pour la cohérence transverse de l'onde atomique. En effet alors qu'un jet atomique peut être très bien collimaté, un piège magnéto-optique a une distribution en vitesse isotrope. L'expérience d'A. Landragin utilisait une fente pour filtrer la distribution en vitesse initiale et les ordres de diffraction observés n'étaient pas bien séparés.

Nous avons reproduit l'expérience d'A. Landragin en améliorant la résolution en vitesse par l'utilisation des transitions Raman sélectives en vitesse présentées au chapitre 1. Nous observons des ordres de diffraction bien séparés. Nous montrons qu'un modèle simple de diffraction scalaire dans l'approximation du réseau de phase mince permet de rendre compte de nos observations, comme cela avait déjà été démontré par A. Landragin [12]. Les résultats obtenus dans ce chapitre nous permettront de mieux comprendre les expériences portant sur la mesure de la rugosité du miroir à onde évanescente qui sont présentées dans le chapitre 3. En effet, la diffraction sur un réseau peut être considérée comme un cas particulier de rugosité du miroir à onde évanescente.

2.1 Observation expérimentale des ordres de diffraction

Le schéma de l'expérience est illustré sur la figure 2.1. Notre source est constituée d'un piège magnéto-optique d'atomes de ^{85}Rb à l'intérieur duquel nous sélectionnons une fine distribution en vitesse à l'aide d'une transition Raman. Les atomes sélectionnés tombent sous l'effet de la gravité et sont réfléchis sur l'onde évanescente créée à la surface d'un prisme par un faisceau Ti : Sa de forte puissance très désaccordé par rapport à la transition atomique. Cette onde évanescente est modulée spatialement en réfléchissant une partie du faisceau du Ti : Sa. L'onde stationnaire évanescente constitue un réseau en réflexion pour l'onde atomique incidente. La distribution en vitesse des atomes diffractés est ensuite analysée par une deuxième impulsion Raman. Le détail de la séquence Raman est indiqué au chapitre 1.

2.1.1 Caractéristiques de l'onde incidente

Une fraction des atomes initialement dans $F = 2$ après la coupure du piège magnéto-optique sont sélectionnés par la première impulsion Raman et constituent la source. Pour obtenir un rapport signal à bruit suffisant, nous avons choisi de limiter la durée de l'impulsion Raman à $120 \mu\text{s}$. La largeur de la distribution en vitesse ainsi sélectionnée est de $0,35 v_{\text{rec}}$ soit $2,1 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$. Après rebond sur le réseau, la distribution finale des atomes est analysée par une deuxième impulsion Raman de même durée, notre résolution en vitesse est donc de $\sqrt{2} \times 0,35 v_{\text{rec}} = 0,5 v_{\text{rec}}$ soit $3,0 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$.

Les atomes tombent sur le réseau d'une hauteur $h = 20,7 \text{ mm}$ avec une vitesse verticale initiale négligeable (de l'ordre de $10 v_{\text{rec}}$) par rapport à la vitesse verticale acquise au cours de la chute. Leur longueur d'onde de De Broglie est

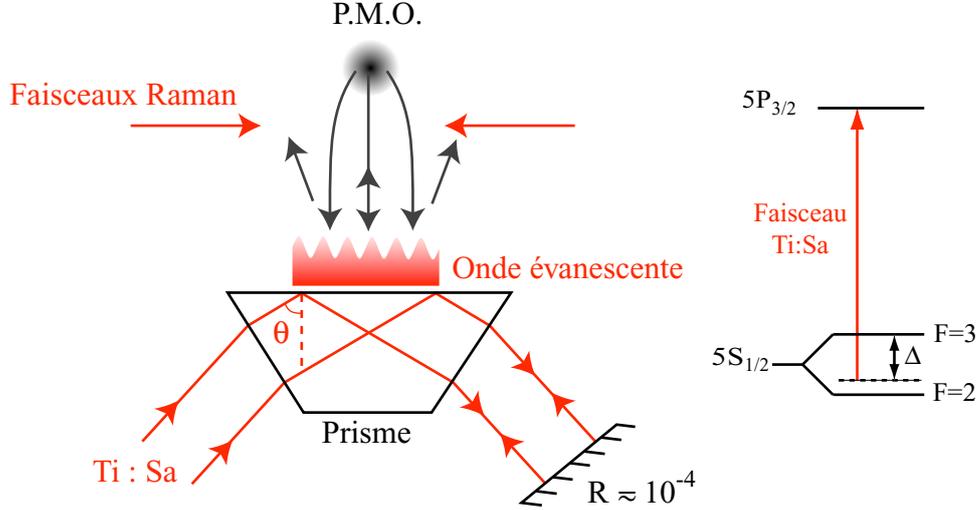


FIG. 2.1 – Le faisceau d'un laser Ti : Sa est utilisé pour créer une onde évanescente sur laquelle les atomes rebondissent. L'angle θ vaut 53° . Le faisceau est désaccordé pour que seuls les atomes dans $F = 3$ rebondissent, les atomes dans $F = 2$ étant attirés par le miroir. Une faible fraction du faisceau est rétro-réfléchiée pour créer un réseau de diffraction. Les faisceaux Raman nous permettent de sélectionner la distribution en vitesse initiale des atomes et de mesurer leur distribution après le rebond.

donc

$$\lambda_{dB} = \frac{2\pi\hbar}{m\sqrt{2g\hbar}} = 7,37 \text{ nm}. \quad (2.1)$$

La dispersion des vitesses longitudinales est faible, elle est fixée par la dispersion des hauteurs de chute. Nous la calculons en détail au chapitre 3, elle est de l'ordre de $25 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ soit 4% de la vitesse moyenne qui est de $640 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$.

2.1.2 Caractéristiques du réseau de diffraction

Le réseau sur lequel nous faisons diffracter les atomes est créé en réfléchissant une partie du faisceau donnant naissance à l'onde évanescente (voir figure 2.1). Estimons l'ordre de grandeur du facteur de réflexion nécessaire pour obtenir un signal de diffraction. L'interférence entre le faisceau et sa réflexion crée une modulation spatiale sinusoïdale de l'intensité de l'onde évanescente, le potentiel vu par les atomes s'écrit

$$V(x, z) = V_0(1 + \varepsilon \cos(2k_x x))e^{-2\kappa z}. \quad (2.2)$$

L'amplitude de modulation ε est fixé par la fraction R d'intensité qui est rétro-réfléchi

$$\varepsilon = \frac{2\sqrt{R}}{1+R}. \quad (2.3)$$

Les vecteurs d'onde k_x et κ valent respectivement $1,49 k_0$ et $1,12 k_0$ dans notre expérience [35]. En l'absence de modulation, les atomes rebondissent à une hauteur z_0 telle que l'énergie potentielle $V_0 e^{-2\kappa z_0}$ soit égale à l'énergie cinétique des atomes incidents. En présence de la modulation nous développons le potentiel V autour de $z = z_0$ et nous obtenons l'expression suivante pour la variation de hauteur du point de rebroussement des atomes dans l'onde évanescente

$$\delta z = \frac{\varepsilon}{2\kappa} \cos(2k_x x). \quad (2.4)$$

Cette modulation de la hauteur du rebond induit un déphasage du front d'onde réfléchi

$$\delta\phi = 2\pi \frac{2\delta z}{\lambda_{\text{dB}}} \simeq \varepsilon \frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{dB}}} \cos(2k_x x). \quad (2.5)$$

Ce déphasage doit être de l'ordre de 1 pour obtenir une efficacité de diffraction importante. La longueur d'onde de de Broglie des atomes est approximativement 100 fois plus petite que la longueur d'onde optique du Ti : Sa. L'ordre de grandeur de ε correspondant à une amplitude de $\delta\phi$ de 1 est donc de 10^{-2} soit R de l'ordre de 10^{-4} . On voit donc apparaître une des difficultés de cette expérience qui est de contrôler quantitativement un petit coefficient de réflexion.

2.1.3 Distribution en vitesse des atomes diffractés

Nous observons la distribution en vitesse des atomes diffractés à l'aide d'une deuxième impulsion Raman. La figure 2.2 présente le nombre d'atomes détectés en fonction du désaccord de la deuxième impulsion Raman. Le désaccord de la première impulsion est choisi pour qu'un maximum d'atomes rebondissent sur le miroir.

Les atomes diffractés dans l'ordre n acquièrent une impulsion $2n\hbar k_x \mathbf{e}_x$. Avec notre géométrie le vecteur d'onde k_x est égal à $1,49 k_0$. La direction de propagation des faisceaux Raman faisant un angle de 43° avec la direction du faisceau Ti : Sa, nous attendons une séparation entre les pics de diffraction dans l'espace des vecteurs d'onde de $2 \times \cos(43^\circ) \times 1,49 k_0 = 2,18 k_0$, ce qui correspond à un changement du désaccord des faisceaux Raman de 33 kHz. L'écart que nous mesurons sur les courbe expérimentales est de 38 kHz. Nous ne comprenons pas bien cette différence. Nous supposons que nous avons fait une erreur sur la mesure de l'angle entre les faisceaux Raman et le faisceau Ti : Sa et/ou un erreur sur l'angle d'incidence du Ti : Sa sur le prisme (angle θ sur la figure 2.1) ce qui entraîne une erreur sur l'estimation de k_x .

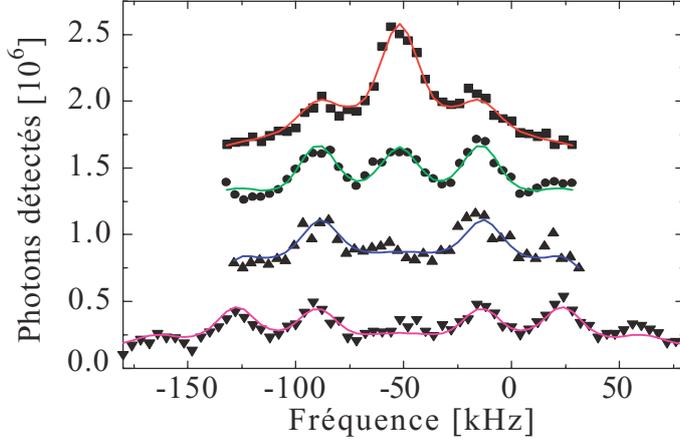


FIG. 2.2 – Distribution en vitesse des atomes diffractés. L’amplitude de modulation du réseau est augmentée de haut en bas ($R = 2,8 \times 10^{-4}$, $R = 5,7 \times 10^{-4}$, $R = 6,3 \times 10^{-4}$, $R = 1,5 \times 10^{-3}$). Nous pouvons observer trois ordres de diffraction bien séparés. L’ajustement des données est expliqué dans le texte.

2.1.3.1 Ajustement des courbes de diffraction

A la fin de la séquence expérimentale, nous détectons tous les atomes dans $F = 2$. Le signal obtenu provient de trois contributions différentes :

- Des atomes sélectionnés par la première impulsion Raman sont diffractés et sélectionnés par la deuxième impulsion Raman, c’est le signal utile que nous voulons mesurer.
- Des atomes non sélectionnés par la première sélection sont repompés vers $F = 3$ dans l’onde évanescence puis diffractés. La distribution en vitesse de ces atomes avant d’arriver sur le miroir est très large par rapport à la distribution initiale des atomes sélectionnés par la première impulsion. Cette distribution correspond à la distribution des atomes à l’intérieur du piège magnéto-optique ayant une vitesse suffisamment faible pour tomber sur le miroir. Nous notons $M(\delta)$ cette distribution. Ces atomes sont ensuite sélectionnés par la deuxième impulsion.
- Un fond correspondant à des atomes qui lors du rebond finissent dans $F = 2$. Nous supposons que la distribution en vitesse de ce fond est suffisamment large pour que la deuxième sélection Raman change très peu le nombre d’atomes présents dans ce fond.

Pour exploiter quantitativement les figures de diffraction nous avons donc ajusté les données expérimentales par la fonction suivante

$$a + b R(\delta) \times \sum_n [J_n^2(\phi) \delta_D(\delta - n \delta_0) * \{S(\delta) + c M(\delta)\}] \quad (2.6)$$

Les populations dans chaque ordre sont fixées par un seul paramètre ϕ et valent $J_n^2(\phi)$ où J_n est la fonction de Bessel d'ordre n . Comme nous le verrons au prochain paragraphe, c'est ce que nous attendons dans un modèle simple de diffraction scalaire dans l'approximation du réseau de phase mince. Chaque pic de diffraction est convolué par la fonction de résolution $S(\delta)$ à laquelle nous avons ajouté un fond $M(\delta)$ correspondant aux atomes non sélectionnés par la première impulsion mais qui rebondissent tout de même sur le miroir. Enfin nous prenons en compte l'extension spatiale finie des faisceaux Raman $R(\delta)$ qui limite l'efficacité de détection pour les atomes dans des ordres de diffraction élevés.

Les fonctions R , M et S sont calculées à partir des paramètres expérimentaux :

- La durée de l'impulsion Raman est $120 \mu\text{s}$ ce qui fixe S à être une gaussienne de largeur $7,7 \text{ kHz}$.
- La largeur de la distribution en vitesse $M(\delta)$ des atomes qui rebondissent sur le miroir est mesurée indépendamment et vaut 32 kHz .
- Le profil d'intensité des faisceaux Raman est supposé gaussien avec une taille quadratique moyenne de 8 mm . Nous obtenons donc pour R

$$R(\delta) = \sin \left[\frac{\pi}{2} \exp \left(-\frac{\delta^2}{2\sigma_R^2} \right) \right] \quad (2.7)$$

- L'écart entre les pics δ_0 est fixé à $2\pi \times 38 \text{ kHz}$.

Notre modèle comporte donc 4 paramètres indépendants a, b, c et ϕ . Seul ce dernier paramètre nous intéresse. Remarquons que l'ajustement des courbes sur la figure 2.2 est excellent. Ce seul paramètre est donc suffisant pour caractériser les amplitudes diffractées dans chacun des ordres.

2.1.4 Difficultés expérimentales

Une très faible fraction de l'intensité du faisceau du Ti : Sa doit être réfléchi. Une des difficultés de l'expérience est donc d'arriver à contrôler la fraction réfléchi et à la mesurer. La figure 2.3 présente le dispositif expérimental utilisé. Une première lame demi-onde placée entre deux cubes polariseurs permet de régler l'intensité maximale réfléchi. La lame quart-d'onde permet un réglage plus fin : en tournant cette lame l'intensité réfléchi peut varier entre une valeur proche de zéro et l'intensité maximale fixée par la lame demi-onde. La puissance réfléchi a pour expression

$$P_r = T_1^2 T_2 P_i. \quad (2.8)$$

Les notations pour les différents coefficients de transmission sont explicitées sur la figure 2.3. Le coefficient T_1 est fixé par l'angle de la lame demi-onde et le coefficient T_2 par celui de la lame quart-d'onde. Nous avons supposé que les deux cubes polariseurs ont un comportement identique. Nous avons également

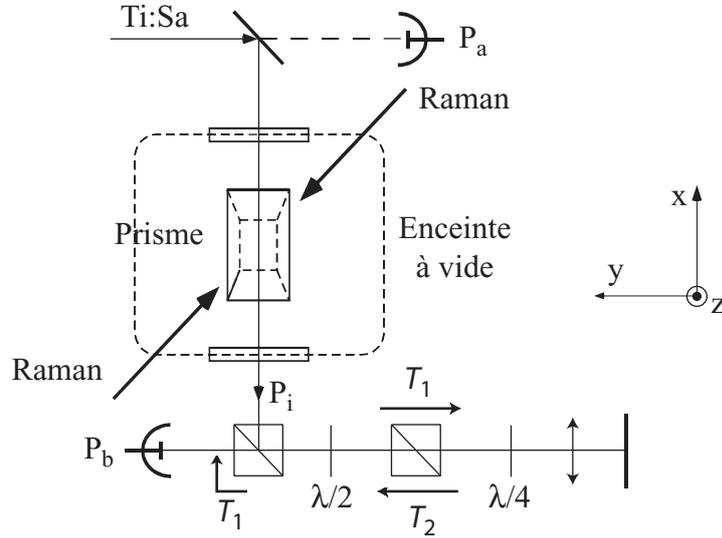


FIG. 2.3 – Le faisceau *Ti : Sa* crée au-dessus du prisme une onde évanescente sur laquelle les atomes rebondissent. Une faible fraction du faisceau est réfléchi pour créer un réseau de diffraction. Le contrôle de l'intensité réfléchi s'effectue à l'aide de deux lames à retard de phase et de deux cubes polariseurs. La mesure de P_a et P_b permet de déterminer le coefficient de réflexion. L'axe des faisceaux Raman est également indiqué.

négligé les pertes lors de la réflexion sur le premier cube, que nous avons mesurées inférieures à 1%. La réflexion sur le miroir n'introduit également pas de perte mesurable. Pour déterminer les valeurs de T_1 et T_2 nous utilisons une photodiode calibrée placée au point b . La puissance mesurée en ce point est

$$P_b = T_1(1 - T_1)T_2 P_i. \quad (2.9)$$

Pour une position donnée de la lame demi-onde, P_b atteint sa valeur maximale lorsque la lame quart-d'onde est réglée de sorte que¹ $T_2 = 1$. Nous pouvons alors déterminer la valeur du coefficient T_1

$$T_1 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{P_b^{\max}}{P_i}}. \quad (2.10)$$

¹Nous avons vérifié que la valeur maximale de T_2 était effectivement égale à 1 à mieux que 1%.

Nous pouvons ensuite déterminer le coefficient de réflexion pour une position quelconque de la lame quart-d'onde à partir de la mesure de P_b

$$R = \frac{P_b}{P_i} \frac{T_1}{1 - T_1}. \quad (2.11)$$

Nous mesurons P_i au début de l'expérience et nous vérifions ensuite que cette valeur reste stable à l'aide d'une deuxième photodiode placée derrière un miroir de renvoi du faisceau incident (point a sur la figure 2.3). La source d'incertitude principale pour la mesure de R est la détermination de P_i . Cette puissance est mesurée avec un bolomètre dont la précision est de l'ordre de 5%. Pour éviter une erreur systématique sur R la photodiode qui mesure P_b a été calibrée par rapport au même bolomètre. Nous estimons que l'erreur relative sur R est inférieure à 10%.

En fait l'incertitude sur le contraste de la modulation est dominée par l'incertitude sur le recouvrement du faisceau aller et du faisceau retour au niveau du prisme. Nous utilisons un montage optique en oeil de chat pour essayer d'optimiser ce recouvrement, mais nous n'avons pas de signal direct pour effectuer l'optimisation ce qui rend le réglage difficile.

2.2 Un modèle simple : diffraction scalaire dans l'approximation du réseau de phase mince

La diffraction atomique est un problème complexe et nous nous contenterons ici d'indiquer seulement quelques éléments qui nous permettent d'expliquer pourquoi les populations dans les ordres diffractés sont données par $J_n^2(\phi)$ où ϕ est l'amplitude de la modulation de phase du front d'onde de l'onde atomique réfléchi. Une description théorique détaillée de la diffraction atomique sur une onde stationnaire évanescence peut être trouvée dans la thèse de C. Henkel [63] et dans les références [64, 59].

2.2.1 Régime de Raman-Nath

Nous allons montrer que nos paramètres expérimentaux nous placent dans le régime de Raman-Nath, c'est-à-dire que le réseau de diffraction est mince et que de nombreux ordres de diffraction sont peuplés.

Supposons une onde atomique en incidence normale sur le réseau de diffraction, le vecteur d'onde incident est $-k_{\text{dB}} \mathbf{e}_z$. Après rebond sur l'onde évanescence, le potentiel étant conservatif la norme du vecteur d'onde réfléchi est identique à celle du vecteur d'onde incident. La composante transverse du vecteur d'onde est $2n k_x$, la composante normale du vecteur d'onde est donc diminuée approximativement de la quantité $\delta k_z = (2n k_x)^2 / k_{\text{dB}}$. Pour qu'un tel changement d'impulsion dans la direction perpendiculaire au réseau soit possible il faut que l'épaisseur

du réseau soit inférieure à $1/\delta k_z$. Dans notre cas, la longueur de décroissance du réseau est $1/\kappa$ et la condition de réseau mince s'écrit

$$\kappa \gg \frac{k_x^2}{k_{\text{dB}}} . \quad (2.12)$$

Comme κ et k_x sont de l'ordre du vecteur d'onde optique k_0 , cette condition se réécrit dans notre cas

$$k_{\text{dB}} \gg k_0 . \quad (2.13)$$

Dans notre expérience, le vecteur d'onde de de Broglie est approximativement 100 fois plus grand que le vecteur d'onde optique. Le réseau est donc suffisamment mince pour autoriser des changements de vecteur d'onde importants dans la direction normale au réseau et donc de nombreux ordres de diffraction peuvent être peuplés.

2.2.2 Approximation du réseau de phase mince

Dans le régime de Raman-Nath, plusieurs approximations sont possibles pour déterminer la fonction d'onde réfléchie. L'approximation du réseau de phase mince est une approximation puissante qui permet de prédire les populations dans les ordres diffractés même lorsque beaucoup d'ordres sont peuplés (contrairement par exemple à l'approximation de Born). Cette approximation consiste à prendre les trajectoires atomiques dans l'onde évanescente non perturbées par la présence du réseau et à intégrer sur ces trajectoires le déphasage accumulé en présence du réseau. Le front d'onde ainsi obtenu à la sortie de l'onde évanescente peut être propagé dans l'espace libre pour obtenir la figure de diffraction au-dessus du miroir.

Estimons la condition de validité d'une telle approximation. L'ordre de grandeur du déphasage accumulé sur une trajectoire non perturbée au cours du rebond sur le réseau entre un maximum et un minimum d'intensité est

$$\delta\phi = \frac{1}{\kappa} \times \varepsilon \times k_{\text{dB}} . \quad (2.14)$$

Les maxima et les minima du réseau sont séparés de $1/k_x$. Le déphasage induit donc une diffraction de l'onde atomique avec un angle $\delta\theta = \delta\phi \lambda_{\text{dB}} k_x$. L'écart entre la trajectoire non perturbée et la trajectoire que nous venons de calculer est égal à $\delta\theta/\kappa$ à la sortie du réseau et pour que l'approximation de trajectoire non perturbée soit valable il faut que ce déplacement soit très petit devant le pas du réseau

$$\delta\phi \lambda_{\text{dB}} \frac{k_x}{\kappa} \ll \frac{1}{k_x} . \quad (2.15)$$

En remplaçant $\delta\phi$ par sa valeur nous obtenons que l'approximation du réseau de phase mince est valable si la modulation de l'onde évanescente est très faible,

$\varepsilon \ll 1$. Nous avons vu auparavant que nous sommes effectivement toujours dans ce régime. Notons que l'approximation du réseau de phase mince fonctionne en réalité dans un domaine plus large que celui délimité par la condition précédente qui est un peu restrictive [64].

2.2.2.1 Calcul de l'onde diffractée

Calculons maintenant l'expression de l'onde réfléchie dans l'approximation du réseau de phase mince. L'onde incidente s'écrit (nous omettons la dépendance temporelle)

$$\phi_i(z) = \phi_0 e^{-i k_{\text{dB}} z}. \quad (2.16)$$

L'approximation du réseau de phase mince consiste à écrire l'onde réfléchie sous la forme

$$\phi_r(z) = \phi_0 e^{i k_{\text{dB}} z} e^{-i \phi(\mathbf{R})}. \quad (2.17)$$

Le déphasage de l'onde dépend de la position \mathbf{R} sur le miroir. Pour poursuivre simplement le calcul, nous modélisons le miroir par un mur dur d'altitude $z = s(\mathbf{R})$ qui correspond à la position du point de rebroussement de la trajectoire classique pour un atome incident avec un vecteur d'onde k_{dB} au point \mathbf{R} . La fonction d'onde totale $\phi_i + \phi_r$ doit s'annuler en $z = s(\mathbf{R})$, nous obtenons donc

$$\phi(\mathbf{R}) = 2 k_{\text{dB}} s(\mathbf{R}). \quad (2.18)$$

Cette approche simplifiée donne en fait le même résultat qu'un calcul plus rigoureux évaluant l'action dans le potentiel modulé sur la trajectoire obtenue avec le potentiel uniforme [64]. Finalement, l'onde réfléchie s'écrit

$$\phi_r(z) = \phi_0 e^{i k_{\text{dB}} z} e^{-2i k_{\text{dB}} s(\mathbf{R})}. \quad (2.19)$$

Cette expression de l'onde réfléchie est valable tant que l'amplitude de modulation $\varepsilon(\mathbf{R}) = \kappa s(\mathbf{R})$ reste petite devant $(\kappa l_s)^2$ où l_s est la longueur caractéristique des fluctuations de $s(\mathbf{R})$. Nous utiliserons cette expression de l'onde réfléchie dans le chapitre suivant pour prédire l'effet de la rugosité du miroir à onde évanescente sur l'onde atomique réfléchie.

Dans le cas du réseau qui nous intéresse ici, $s(\mathbf{R})$ est de la forme $s_0 \cos(2 k_x x)$. En utilisant le développement

$$\exp[-i u \cos(2 k_x x)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-i)^n J_n(u) \exp(2 i n k_x x), \quad (2.20)$$

nous obtenons que les populations dans les différents ordres diffractés sont données par le carré de la fonction de Bessel d'ordre n de l'amplitude de la modulation du réseau.

2.2.3 Comparaison avec l'expérience

Nous allons comparer l'indice de modulation obtenu expérimentalement avec la valeur attendue que nous pouvons calculer à partir du coefficient de réflexion. Le faisceau du Ti : Sa arrive sur le prisme avec une polarisation TM, l'amplitude de modulation est alors donnée par [38]

$$\varepsilon_{\text{TM}} = \varepsilon \frac{k_x^2 - \kappa^2}{k_x^2 + \kappa^2}. \quad (2.21)$$

L'indice de modulation peut donc s'écrire

$$\delta\phi = \varepsilon_{\text{TM}} \frac{2\pi}{\lambda_{\text{dB}} \kappa} = 55 \frac{\sqrt{R}}{1 + R}. \quad (2.22)$$

Un ajustement linéaire du $\delta\phi$ mesuré sur les courbes de diffraction en fonction du $\delta\phi$ attendu d'après l'expression précédente donne une pente de 1,27 (voir figure 2.4). Les indices de modulation mesurés sont donc environ 30% plus grand que ce que l'on attendrait. La différence est due au potentiel de van der Waals comme A. Landragin l'a montré dans sa thèse [38]. L'article en annexe au chapitre donne le résultat d'un calcul numérique réalisé par D. Stevens de l'indice de modulation en tenant compte du potentiel de van der Waals. L'accord avec les données expérimentales est alors bien meilleur.

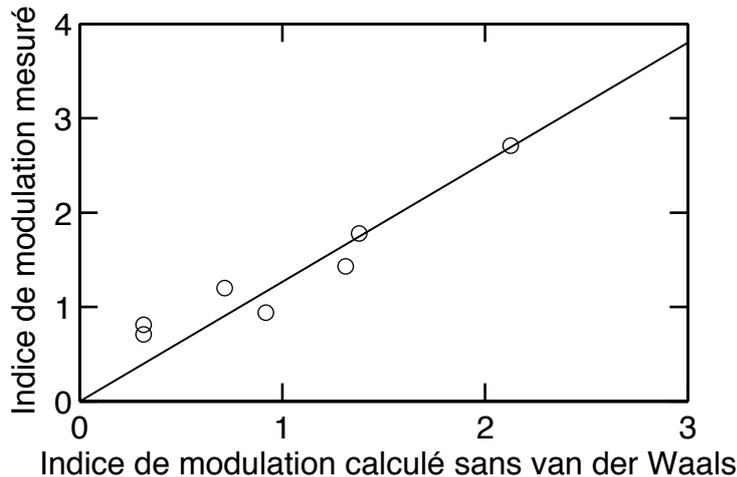


FIG. 2.4 – Indice de modulation mesuré avec les atomes en fonction de l'indice de modulation attendu sans tenir compte du potentiel de van der Waals. L'ajustement par une droite a une pente de 1,27. Le calcul de l'indice de modulation en tenant compte du potentiel de van der Waals permet un bien meilleur ajustement des données (voir l'article en annexe au chapitre)

2.3 Conclusion

Nous avons montré que les transitions Raman sélectives en vitesse sont un outil efficace pour l'étude du potentiel d'un miroir à onde évanescente. Dans le cas particulier d'un réseau de diffraction nous avons pu observer des ordres de diffraction bien séparés. Cette étude a confirmé les résultats déjà obtenus dans le groupe, c'est à dire que les populations dans les ordres diffractés sont décrites par un seul paramètre, l'indice de modulation. Cet indice de modulation atteint une valeur de l'ordre de l'unité lorsque la variation de hauteur du point de rebroussement de la trajectoire atomique est de l'ordre de la longueur d'onde des atomes incidents. Une très faible modulation du potentiel lumineux (10^{-4}) est suffisante pour diffracter efficacement les atomes. Les populations sont obtenues dans l'approximation du réseau de phase mince en calculant le déphasage du front d'onde réfléchi à partir de la forme du potentiel. La prise en compte du potentiel de van der Waals permet d'obtenir un meilleur ajustement entre l'indice de modulation calculé et l'indice de modulation mesuré. Nous généraliserons ce modèle à un potentiel contenant un large spectre de fréquences spatiales quand nous étudierons la rugosité du miroir.

Resolved diffraction patterns from a reflection grating for atoms

J Estève, D Stevens, V Savalli, N Westbrook, C I Westbrook and A Aspect

Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMR 8501 du CNRS,
91403 Orsay Cedex, France

E-mail: jerome.esteve@iota.u-psud.fr

Received 31 October 2002, in final form 16 January 2003

Published 2 April 2003

Online at stacks.iop.org/JOptB/5/S103

Abstract

We have studied atomic diffraction at normal incidence from an evanescent standing wave with high resolution using velocity-selective Raman transitions. We have observed up to three resolved orders of diffraction, which are well accounted for using scalar diffraction theory. In our experiment the transverse coherence length of the source is greater than the period of the diffraction grating.

Keywords: Atomic diffraction, atomic mirrors, Raman transitions, scalar diffraction

(Some figures in this article are in colour only in the electronic version)

The diffraction of atoms by periodic potentials has been a topic of study ever since the beginning of the field of atom optics. The majority of the work has been performed in a transmission geometry [1–11], but reflection gratings have also been demonstrated. Using evanescent wave mirrors, reflection gratings have been produced by retroreflecting the laser beam creating the evanescent wave [12–15] or by temporally modulating the intensity of the evanescent wave [16]. Magnetic mirrors have also been rendered periodic by adding an appropriate external magnetic field [17].

Many early experiments dealing with atomic reflection gratings were performed at grazing incidence, but this problem proved considerably more subtle than was first imagined (for a review see [18]). It turned out that atomic diffraction at grazing incidence cannot be considered to be analogous to the diffraction of light (or x-rays) on a reflection grating, because the reflection is not on a hard wall, but on a soft barrier, so that the atom averages out the grating modulation during the bounce. Alternatively, one can show that scalar (i.e. without internal state change) atomic diffraction at grazing incidence on a soft reflection grating would not allow energy and momentum conservation. This is why grazing incidence atomic diffraction must be a process with an internal state change. The change in internal energy allows the process to conserve energy. 'Straightforward' scalar diffraction which is due only to a periodic modulation of the atomic wavefront, can only be achieved at normal incidence, as implemented in [14].

This experiment suffered, however, from a resolution which was not quite high enough to separate the individual diffraction peaks. Although it was possible to deconvolve the experimental resolution, and make a quantitative comparison with a scalar diffraction theory, it was disappointing not to be able to directly observe the diffraction peaks. Here we discuss an improved version of this experiment in which we use velocity-selective Raman transitions to select and analyse a velocity class much narrower than was possible in the experiments of Landragin *et al* [14]. As a result, we are thus able to resolve the diffraction peaks.

Our results are also significant from the point of view of measurements of the roughness of atomic mirrors. These measurements have been performed for both magnetic and evanescent wave mirrors [19–23]. Some of the interpretation of these measurements relies on theoretical treatments developed in close analogy with the theory of atom diffraction [24], and it is clearly useful to make additional tests of the theory when possible.

Our velocity selection scheme is shown in figure 1. Two counterpropagating, phase-locked lasers induce transitions between the two hyperfine levels of ^{85}Rb . They are detuned from resonance by about 600 MHz (Δ in figure 1). The detuning δ for this two-photon transition depends on the Doppler shift $\delta = k_L(v \pm v_R)$ [25], where k_L is the magnitude of the laser wavevector and v_R the photon recoil velocity. Thus only atoms with a given velocity v such that $\delta = 0$ are resonant.

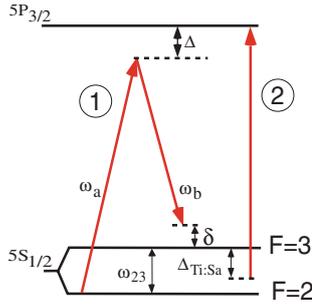


Figure 1. Level diagram for velocity selective Raman transitions and the evanescent wave atomic mirror. (1) Frequencies ω_a and ω_b of the two counterpropagating laser beams are separated by ^{85}Rb hyperfine frequency ω_{23} plus Raman detuning δ . (2) The Ti:Sa laser that creates the evanescent wave mirror is blue detuned for atoms in $F = 3$ and red detuned for atoms in $F = 2$, thus only atoms in $F = 3$ bounce on the atomic mirror.

The width of the velocity selection is proportional to $1/\tau$, where τ is the duration of the pulse, $120 \mu\text{s}$ in our experiment. This width can be much smaller than the photon recoil velocity. Figure 1 shows the various laser frequencies used for the Raman transitions and for the evanescent wave atomic mirror.

Our experiment closely follows the procedures of Savalli *et al* [23]. It consists of two distinct sequences, each using two Raman pulses. First, to measure the atomic velocity distribution after reflection, the following sequence is used. A sample of ^{85}Rb atoms are optically pumped into $F = 2$ after preparation in a magneto-optical trap and optical molasses, and released at time $t = 0$. A constant magnetic field of 750 mG is turned on to define the axis of quantization and split the m_F levels. A Raman π -pulse is applied at $t = 8 \text{ ms}$ with detuning δ_S (selection). This transfers atoms from $|2, 0, \delta_S/k_L - v_R\rangle$ into $|3, 0, \delta_S/k_L + v_R\rangle$. At $t = 47 \text{ ms}$, the Ti:Sa laser that forms the evanescent wave is turned on. Its detuning is chosen so that it reflects atoms in $F = 3$ (blue detuning), while being attractive for the state $F = 2$ (red detuning). This eliminates unselected atoms left in $F = 2$. The Ti:Sa laser is turned off at $t = 67 \text{ ms}$. At $t = 120 \text{ ms}$, a second π -pulse is applied, with detuning δ_A (analysis), returning atoms in $|3, 0, \delta_A/k_L + v_R\rangle$ to $|2, 0, \delta_A/k_L - v_R\rangle$. At $t = 124 \text{ ms}$ we switch on a pushing beam for 2 ms , resonant for $F = 3$, which accelerates $F = 3$ atoms away from the detection region. Finally, the measured signal is the fluorescence of the remaining atoms in $F = 2$, illuminated by a resonant probe beam with repumper and measured with a photomultiplier tube. To measure the number of atoms at the end of the sequence, we evaluate the area of a Gaussian fit of the fluorescence signal.

This first sequence is repeated fixing δ_S and scanning δ_A . In this way, we build up the velocity distribution of the reflected atoms. The frequencies δ_A are selected in a random order, and after each shot, a second shot is taken with $\delta_S = \delta_B$ (background) sufficiently detuned so that it does not transfer any atoms. Since we detect all atoms in $F = 2$, there is a small background of atoms that have not been selected, but instead scattered a photon, thereby finishing in the same state

¹ The basis is $|F, m_F, v\rangle$ where v is the atom velocity along the laser beam propagation.

² We choose the hyperfine sublevel $m_F = 0$ because it is insensitive (to first order) to magnetic fields.

as the atoms that have been selected. This can occur during the analysis pulse, and during interaction with the Ti:Sa laser. We estimate that around 10% of atoms undergo such processes in the evanescent wave, and 1% during each π pulse. Most of these atoms are accounted for by the background shot. The background shot is subtracted from the signal shot, and the difference is the data point. We average each data point five times, so that a diffraction pattern takes around 20 min to acquire.

To complete the experiment, we need to know the velocity distribution of the atoms selected by the first pulse. To measure this we employ a second sequence, essentially the same as the first, but without the mirror. Atoms are prepared in $F = 3$ at the end of the optical molasses. At $t = 8 \text{ ms}$ the first Raman pulse transfers resonant atoms to $F = 2$, other atoms are removed with the pushing beam. At $t = 22 \text{ ms}$ the second Raman pulse transfers atoms back in $F = 3$ and we finally detect only atoms in $F = 3$. By scanning the detuning of the second Raman pulse we can measure the velocity width of the atoms selected by the first pulse. The observed velocity distribution is well fitted by a Gaussian function with a width given by $2k_L\sigma_v \approx 2\pi/\tau$. Because of the convolution of the selection and analysis pulses, the observed velocity distribution is approximately $\sqrt{2}$ times larger than that due to the selection pulse alone. For a pulse length of $\tau = 120 \mu\text{s}$, the measured rms width is $2k_L\sigma_v = 2\pi \times 7.7 \text{ kHz}$ or $\sigma_v = 0.50 v_R = 3.0 \text{ mm s}^{-1}$. We will use this Gaussian function as our resolution function $S(\delta)$. Any differences between the two measured velocity distributions are attributed to the action of the diffraction grating.

The reflection grating for atoms is created by retroreflecting a small proportion of light that makes the evanescent wave: a standing wave is created on the mirror and the potential seen by the atoms can be written as (neglecting the van der Waals interaction for the moment)

$$U(x, z) = U_0 e^{-2\kappa z} (1 + \epsilon \cos(2k_x x)), \quad (1)$$

where ϵ is the contrast of the interference pattern, $1/\kappa$ is the decay length of the electric field, and k_x is the propagation wavevector of the evanescent wave. The ratio between the peak separation in the diffraction pattern to the rms velocity width is thus $(2\hbar k_x/m)\sigma_v = 3.0$, and thus the peaks should be well resolved. For TM polarization, the contrast ϵ can be written as follows:

$$\epsilon = \frac{2\sqrt{R} k_x^2 - \kappa^2}{1 + R k_x^2 + \kappa^2}, \quad (2)$$

where $R = I_R/I_0$ is the intensity fraction of the laser beam that is retroreflected. To a good approximation, the grating behaves as a thin phase grating, producing a modulated de Broglie wave whose predicted phase modulation index is [26]

$$\varphi = \frac{2\pi \epsilon}{\lambda_{\text{dB}} \kappa}, \quad (3)$$

where λ_{dB} is the de Broglie wavelength of the atomic cloud incident on the mirror. The van der Waals force introduces a multiplicative correction that here increases the phase modulation index φ [14] by 12%. In the rest of this paper the predicted modulation index includes the van der Waals correction.

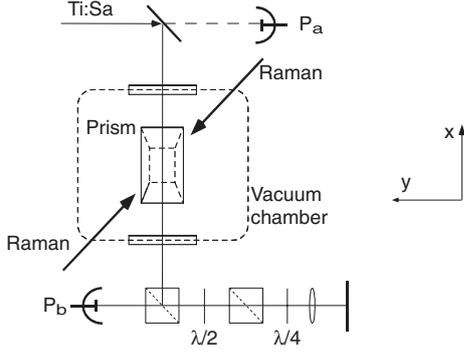


Figure 2. Experimental geometry as seen from above. The Ti:Sa strikes the prism from below, with an angle of incidence $\theta = 53^\circ$. The system of polarizers and wave plates allows us to reflect a small controlled amount of the Ti:Sa beam.

In our experiments, $\kappa = 1.14k_L$. When the contrast of the grating ϵ is of order λ_{dB}/λ_L , we have $\varphi \sim 1$ rad, and the diffraction is efficient. Here, $\lambda_{dB} = 7$ nm and $\lambda_L = 780$ nm. Thus we only need a very weak contrast $\epsilon \sim 10^{-2}$, corresponding to $R \sim 10^{-4}$. The n th diffraction order acquires a transverse momentum of $2n\hbar k_x$ and has an intensity of $J_n^2(\varphi)$, where J_n is the Bessel function of order n .

Figure 2 shows the experimental geometry. The mirror is 20.7 mm below the magneto-optical trap. It is a prism with an index of refraction of $n = 1.869$ and the angle of incidence of the Ti:Sa laser $\theta = 53^\circ$. The Ti:Sa polarization is TM. The prism is superpolished and has a roughness of about 0.07 nm deduced from measurements made using an atomic force microscope and a Zygo optical heterodyne profiler. After the first π pulse, the direction of the 750 mG magnetic bias field is rotated by 45° so that it lies along the y -direction, corresponding to the quantization axis of the evanescent wave. The change is carried out over 10 ms, so that the atoms adiabatically follow the field. The direction of the field is turned back after the bounce for the second π pulse.

Also shown in figure 2 is the set-up used for measuring and controlling the retroreflected power R . The two wave plates control the power, the half wave plate is used as a coarse and the quarter wave plate as a fine adjustment. A cat's eye arrangement is used to control the spatial superposition and the size of the return beam. The experimental set-up for the Raman beams has been described elsewhere [23].

To measure R , first the incident power is found from P_a and the (known) transmission T of the first mirror in figure 2. Then the quarter wave plate is turned to the position that maximizes the power P_b . Next, the position of the half wave plate is fixed so that $P_b/(P_a/T)$ is the maximum value of R desired. Finally, the quarter wave plate is adjusted to vary R over the desired range. The fraction of power reflected R is then deduced from the relationship

$$R = \frac{P_b^{\max}}{P_a/T} \frac{(P_b^{\max} - P_b)}{P_b^{\max}}. \quad (4)$$

Figure 3 presents the atomic experimental velocity distribution after reflection when $R = 2.8 \times 10^{-5}$, 5.7×10^{-5} , 1.7×10^{-4} , 1.5×10^{-3} of the incident laser intensity is retroreflected, for $\Delta_{\text{Ti:Sa}} = 2.5$ GHz. The diffraction orders are increasingly populated when the intensity of the retroreflected

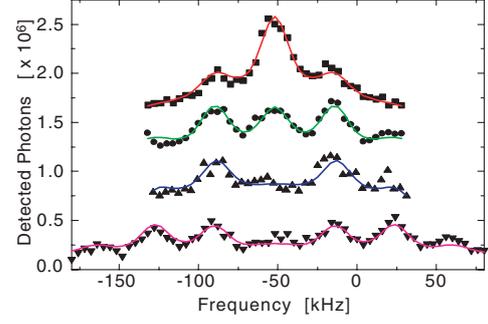


Figure 3. Velocity profile of diffracted atoms (curves have been offset for display purposes). The amplitude of the diffraction grating is increased from top to bottom ($R = 2.8 \times 10^{-5}$, 5.7×10^{-5} , 1.7×10^{-4} , 1.5×10^{-3}). We can observe up to three separated orders of diffraction. The solid curves correspond to the fit described in the text.

beam increases, and the different diffraction orders are well resolved. The expected separation between successive orders of diffraction is $4(\cos \alpha)k_x v_R = 2\pi \times 33$ kHz, where $\alpha = 43^\circ$ is the measured angle between the Raman beams and the evanescent wave propagation direction. The data are fitted by the following function:

$$a + bR(\delta) \sum_n [J_n^2(\phi) \delta_D(\delta - n\delta_0) * \{S(\delta) + cM(\delta)\}] \quad (5)$$

where δ_D refers to a Dirac delta function. Each diffraction order has a weight given by the value of the Bessel function $J_n^2(\phi)$ and is convolved by the resolution function $S(\delta)$, plus the function $M(\delta)$ that accounts for a background of atoms whose velocity distribution is imposed by the spatial extent of the mirror. The resolution function is a Gaussian profile with rms width 7.7 kHz. This entire function is then multiplied by the function $R(\delta)$ which takes into account the spatial variation of the Raman beams.

The widths of the functions R , S and M are calculated from measured values, so that there are only five adjustable parameters for the fitting procedure: an offset a , the amplitude of the curve b , the background term c , the separation between the diffraction orders δ_0 and the phase modulation index ϕ , which was corrected for the effect of the van der Waals interaction. For the peak separation, our fit gives $\delta_0 = 2\pi \times 38$ kHz. This value is in poor agreement with our expectation. This is surprising since the peak separation should depend only on the geometry and a few well calibrated quantities (the laser wavelength, the index of refraction of the prism and the calibration of the frequency synthesizer). Although it implies an error of approximately 10° in the sum of the two angles, we presume that the discrepancy is due to a miscalibration of the angles α and/or θ . Unfortunately the apparatus was disassembled before the discovery of this problem. A reanalysis of the data in [14], which used a very different method to observe diffraction using the same glass prism, indicates that the peak separations in that experiment are consistent with the expected value to within better than 5%. Thus we do not believe that the observed disagreement implies any fundamental problem with our understanding of the diffraction problem.

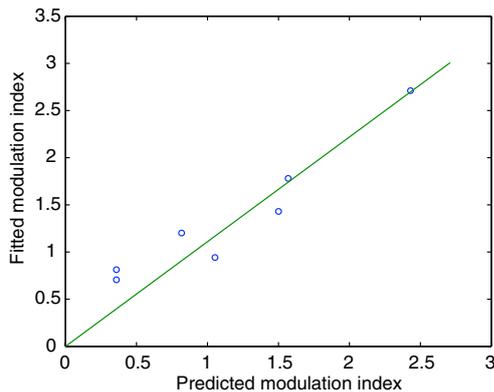


Figure 4. Fitted and predicted phase modulation index values. The fitted values are deduced from the velocity profile of the diffracted atoms and the predicted ones are calculated from the measurement of the amount of reflected power R (taking into account the van der Waals interaction). The straight line fit has gradient 1.11(8).

Figure 4 shows the fitted and predicted phase modulation indices. The slope of the line corresponds to the ratio of the measured and predicted values. The uncertainty in the slope is chiefly limited by the uncertainty in the superposition of the return beam and is estimated to be 0.08. Failure to include the van der Waals force would give a slope 12% higher, and thus we confirm the results of [14] which state that inclusion of van der Waals effects is necessary to satisfactorily account for the behaviour of the diffraction grating.

To conclude, the fact that the peak heights can be accounted for by a series of Bessel functions depending on a single parameter, the modulation index, is quite remarkable and constitutes the central result of this work. It shows that one can reach a regime in which the atomic diffraction on a corrugated mirror can be described simply as a reflection of a scalar matter wave, with a phase modulation of the reflected wavefront calculated within the straightforward thin phase grating approximation [26]. In this regime, we thus have a close analogy to light diffraction from a reflection grating.

Acknowledgments

We thank A Landragin for his reanalysis of the data presented by [14]. This work is supported by the European Union under grants IST-1999-11055 and HPRN-CT-2000-00125, and by the DGA grant 00.34.025.

References

[1] Gould P L, Ruff G A and Pritchard D E 1986 *Phys. Rev. Lett.* **56** 827

- [2] Martin P J, Gould P L, Oldaker B G, Miklich A H and Pritchard D E 1987 *Phys. Rev. A* **36** 2495
- [3] Martin P J, Oldaker B G, Miklich A H and Pritchard D E 1988 *Phys. Rev. Lett.* **60** 515
- [4] Gould P L, Martin P J, Ruff G A, Stoner R E, Picque J-L and Pritchard D E 1991 *Phys. Rev. A* **43** 585
- [5] Chapman M S, Ekstrom C R, Hammond T D, Schmiedmayer J, Tannian B E, Wehinger S and Pritchard D E 1995 *Phys. Rev. A* **51** R14
- [6] Giltner D M, McGowan R W and Lee S A 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 2638
- [7] Kunze S, Durr S and Rempe G 1996 *Europhys. Lett.* **34** 343
- [8] Kunze S, Dieckmann K and Rempe G 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 2038
- [9] Bernet S, Oberthaler M, Abfalterer R, Schmiedmayer J and Zeilinger A 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 5160
- [10] Kozuma M, Deng L, Hagley E W, Wen J, Lutwak R, Helmerson K, Rolston S L and Phillips W D 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 871
- [11] Kokorowski D A, Cronin A D, Roberts T D and Pritchard D E 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 2191
- [12] Christ M, Scholz A, Schiffer M, Deutschmann R and Ertmer W 1994 *Opt. Commun.* **107** 211
- [13] Brouri R, Asimov R, Gorlicki M, Feron S, Reinhardt J, Lorent V and Haberland H 1996 *Opt. Commun.* **124** 448
- [14] Landragin A, Cognet L, Horvath G Z K, Westbrook C I and Aspect A 1997 *Europhys. Lett.* **39** 485
- [15] Cognet L, Savalli V, Horvath G Z K, Holleville D, Marani R, Westbrook N, Westbrook C I and Aspect A 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 5044
- [16] Steane A, Szriftgiser P, Desbiolles P and Dalibard J 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 4972
- [17] Rosenbusch P, Hall B V, Hughes I G, Saba C V and Hinds E A 2000 *Phys. Rev. A* **61** 031404
- [18] Henkel C, Wallis H, Westbrook N, Westbrook C, Aspect A, Sengstock K and Ertmer W 1999 *Appl. Phys. B* **69** 277
- [19] Landragin A, Labeyrie G, Henkel C, Kaiser R, Vansteenkiste N, Westbrook C I and Aspect A 1996 *Opt. Lett.* **21** 1591
- [20] Voigt D, Wolschrijn B T, Jansen R, Bhattacharya N, Spreuw R J C and van Linden van den Heuvell H B 2000 *Phys. Rev. A* **61** 063412
- [21] Saba C V, Barton P A, Boshier M G, Hughes I G, Rosenbusch P, Sauer B E and Hinds E A 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 468
- [22] Cognet L, Savalli V, Featonby P D, Helmerson K, Westbrook N, Westbrook C I, Phillips W D, Aspect A, Zabow G, Drndic M, Lee C S, Westervelt R M and Prentiss M 1999 *Europhys. Lett.* **47** 538
- [23] Savalli V, Stevens D, Estève J, Featonby P D, Josse V, Westbrook N, Westbrook C I and Aspect A 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 250404
- [24] Henkel C, Moelmer K, Kaiser R, Vansteenkiste N, Westbrook C and Aspect A 1997 *Phys. Rev. A* **55** 1160
- [25] Kasevich M, Weiss D, Riis E, Moler K, Kasapi S and Chu S 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 2297
- [26] Henkel C, Courtois J Y and Aspect A 1994 *J. Physique II* **4** 1955

Insertion du miroir à onde évanescente dans un interféromètre atomique

En optique traditionnelle, un miroir est de bonne qualité lorsque sa rugosité σ est petite devant la longueur d'onde λ du rayonnement incident. Dans ce cas la réflexion est dite spéculaire et la cohérence de l'onde incidente est conservée au cours de la réflexion sur le miroir. En fait, on peut montrer de façon générale que tant que la rugosité n'est pas trop importante, l'onde réfléchie est constituée d'une composante spéculaire et d'une composante diffuse [65, 66]. Le poids de la composante spéculaire est donné par $\exp(-16\pi^2\sigma^2/\lambda^2)$ [66], facteur similaire au facteur de Debye-Waller pour la diffraction des rayons X sur un réseau cristallin, et qui est dû aux vibrations des atomes du cristal.

Les longueurs d'onde de de Broglie des atomes, généralement très petites, rendent difficile l'obtention de bons miroirs atomiques. Nous avons vu au chapitre précédent qu'une très faible modulation du potentiel de l'onde évanescente suffit pour diffracter efficacement les atomes. Durant sa thèse [35], V. Savalli a étudié avec une résolution jamais atteinte auparavant la rugosité du miroir à onde évanescente utilisé au laboratoire. Elle a montré que l'onde réfléchie est effectivement composée d'un pic spéculaire et d'un fond diffus. A très grand désaccord, le poids de cette composante diffuse tend vers zéro [36], ce que nous avons interprété comme étant dû à une diminution de l'émission spontanée dans l'onde évanescente et à une diminution de la rugosité du potentiel lumineux vu par les atomes. Pour le plus grand désaccord que nous pouvons réaliser, nous avons obtenu une borne supérieure sur l'amplitude rms de la déviation du miroir par rapport à un miroir plan égale à $\sigma_\theta = 0,5$ mrad. Les rugosités d'autres miroirs atomiques de moins bonne qualité avaient été étudiées auparavant avec une résolution inférieure. Dans notre groupe une étude précédente sur le miroir à onde évanescente [67] a permis d'obtenir une borne supérieure sur la rugosité égale à 5 mrad. Des mesures sur un miroir magnétique utilisant des fils microfabriqués ont donné une rugosité de 13 mrad [68, 69]. Le groupe de E. Hinds a obtenu une rugosité de 6 mrad avec un miroir magnétique fabriqué à partir d'une bande vidéo [70]. Citons également l'étude du rebond d'un condensat sur un miroir constitué d'une « feuille de lumière » [71] et l'observation de la réflexion d'un

laser à atome sur un miroir analogue [72] qui montrent que les miroirs réalisés avec des feuilles de lumière sont de très bonne qualité.

La méthode utilisée dans la thèse de V. Savalli est identique à celle que nous avons présentée lors de l'étude de la diffraction. Nous préparons une onde atomique incidente la plus cohérente possible, c'est à dire dont la distribution en vitesse transverse est très étroite, et étudions l'élargissement de cette distribution lors du rebond sur le miroir. La largeur de la sélection initiale est limitée par le rapport signal à bruit que l'on souhaite obtenir. En effet plus la sélection est fine plus le nombre d'atomes à mesurer au final est faible. La méthode est donc bien adaptée pour mesurer un élargissement important de la distribution en vitesse qui correspond à la partie haute fréquence du spectre de rugosité du miroir atomique. Pour accéder à la partie basse fréquence du spectre, il semble judicieux d'effectuer non plus la mesure dans l'espace des vitesses mais dans l'espace réciproque. Nous présenterons une méthode de mesure interférométrique de la rugosité du miroir s'appuyant sur cette idée. Notre méthode est analogue à la spectroscopie par transformée de Fourier qui permet d'obtenir une excellente résolution tout en conservant un bon rapport signal sur bruit.

Après avoir rappelé les résultats de la mesure de V. Savalli *et al.* [36], nous présenterons l'interféromètre et montrerons comment une mesure du contraste des franges permet d'obtenir des informations sur le spectre de rugosité du miroir. Nous montrerons que cette mesure est effectivement complémentaire de la mesure de l'élargissement de la distribution en vitesse et permet en principe d'accéder à la partie basse fréquence du spectre de rugosité. Nous montrerons enfin les résultats expérimentaux obtenus et analyserons le contraste des franges mesurées.

3.1 Rappel sur le miroir à onde évanescente et sa rugosité

Dans cette partie, nous donnons l'expression du potentiel vu par les atomes lorsqu'ils rebondissent sur le miroir à onde évanescente. Nous expliquons ensuite les différents mécanismes qui contribuent à la rugosité du miroir. Enfin nous présentons les résultats que nous avons obtenus sur la mesure de cette rugosité par la technique développée au chapitre 2 pour l'étude de la diffraction.

3.1.1 Potentiel vu par les atomes

La géométrie de l'expérience et les axes sont identiques à ceux de l'expérience de diffraction (voir figure 2.3 et figure 2.1). Le potentiel vu par les atomes lorsqu'ils s'approchent du prisme peut se séparer en deux contributions. La première est le potentiel répulsif créé par l'onde évanescente. Son amplitude décroît

exponentiellement suivant z sur une longueur caractéristique $1/(2\kappa)$ et il s'écrit

$$U_{\text{dip}}(x, y, z) = \hbar \Lambda_0 \exp(-2\kappa z) \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \quad (3.1)$$

où Λ_0 est le déplacement lumineux au centre de l'onde évanescente. La dépendance gaussienne en x et y résulte du profil gaussien du faisceau Ti : Sa qui crée l'onde évanescente. Dans nos expériences les atomes qui rebondissent sur le miroir sont dans l'état $|F = 3, m_F = 0\rangle$ et le faisceau Ti : Sa est polarisé TM. Le déplacement lumineux au centre est alors donné par [38]

$$\Lambda_0 = \frac{2}{3} \times \frac{\Omega_0^2}{4\Delta} \quad \text{avec} \quad \Omega_0 = \sqrt{\frac{I_0}{I_{\text{sat}}}} \frac{\Gamma}{2} \quad (3.2)$$

où I_0 est l'intensité au centre de l'onde évanescente et Δ est le désaccord par rapport à la transition atomique (voir figure 2.1). Le coefficient $2/3$ correspond à la somme appropriée des carrés des coefficients de Clebsch-Gordan. Nous rappelons que le désaccord est choisi pour que seuls les atomes dans $|F = 3\rangle$ rebondissent, les atomes dans $|F = 2\rangle$ sont attirés par le miroir.

La deuxième contribution est celle due au potentiel de Van der Waals entre le prisme et l'atome. Ce potentiel est attractif et le terme dominant décroît en $1/z^3$. A une distance du prisme grande devant la longueur d'onde optique, il faut tenir compte des effets de retard et la décroissance est en $1/z^4$. Cependant pour nos expériences il n'est pas nécessaire de tenir compte de ces corrections. Le potentiel s'écrit alors dans l'approximation de Lennard-Jones (approximation électrostatique) [38]

$$U_{\text{vdw}}(z) = \hbar \Gamma \frac{A}{(k_0 z)^3} \quad \text{avec} \quad A = -0,113. \quad (3.3)$$

Le potentiel de van der Waals diminue la hauteur de la barrière de potentiel. De plus les atomes qui arrivent avec une énergie incidente proche de la hauteur maximale de la barrière passent plus de temps dans l'onde évanescente qu'ils ne l'auraient fait en l'absence du potentiel de van der Waals. Le potentiel total est tracé sur la figure 3.1 pour des paramètres courants de notre expérience.

Un atome avec une énergie incidente E_{inc} inférieure à la hauteur de la barrière est réfléchi à une distance $s(\mathbf{R})$ de la surface du prisme, où \mathbf{R} est la position du point d'impact de l'atome dans le plan (xy) du miroir. La valeur de $s(\mathbf{R})$ est fixée par la relation suivante

$$U_{\text{dip}}[\mathbf{R}, s(\mathbf{R})] + U_{\text{vdw}}[s(\mathbf{R})] = E_{\text{inc}}. \quad (3.4)$$

En première approximation nous pouvons considérer que les atomes se réfléchissent sur un mur dur de profil $s(\mathbf{R})$. La forme de cette surface effective est tracée sur la figure 3.2. Nous remarquons que le profil gaussien du faisceau Ti : Sa rend la surface du miroir légèrement convexe. Le rayon de courbure au centre est de l'ordre de 3 m.

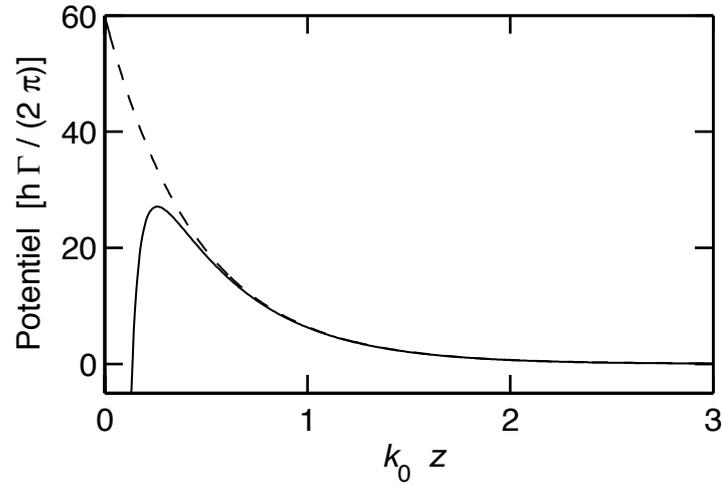


FIG. 3.1 – Potentiel vu par les atomes en fonction de la distance au prisme pour des paramètres typiques de l'expérience. En trait pointillé : potentiel dipolaire dû à l'onde évanescente. En trait plein : potentiel dipolaire et potentiel de van der Waals. La hauteur de la barrière est nettement diminuée.

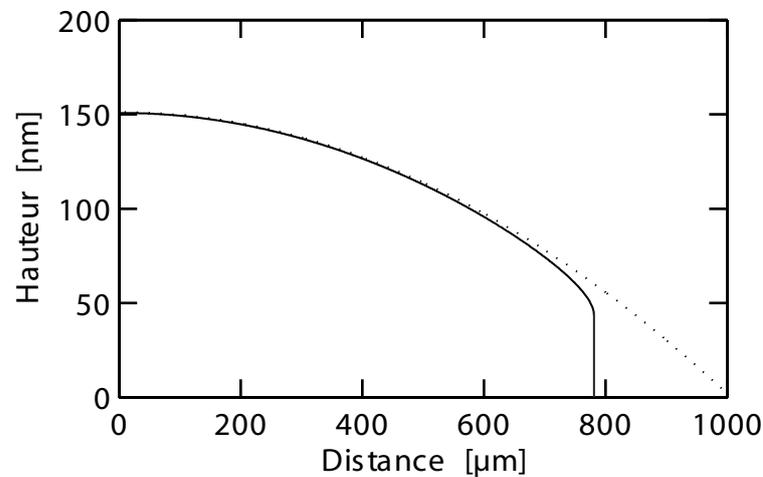


FIG. 3.2 – Position du point de rebroussement en fonction de la distance au centre du miroir pour des paramètres typiques. La courbe en trait plein est un calcul numérique prenant en compte l'effet de l'interaction de van der Waals, la courbe en pointillé est l'expression sans van der Waals. La surface effective est plus faible et la courbure légèrement différente.

3.1.1.1 Ordres de grandeur

Les atomes tombent d'une hauteur de 20,2 mm et leur énergie incidente est alors de $7,3 \hbar \Gamma$. Des paramètres typiques de l'expérience sont les suivants. Le

faisceau Ti : Sa a une puissance d'environ 2,4 W avec un waist de $430 \mu\text{m} \times 320 \mu\text{m}$. Le déplacement lumineux au centre est alors de $\Lambda_0 = 120 \Gamma$ pour un désaccord de $\Delta = 1,3 \text{ GHz}$. Le waist de l'onde évanescente sur le prisme est de $430 \mu\text{m} \times 530 \mu\text{m}$. La surface effective du miroir qui réfléchit les atomes est alors d'environ $0,3 \text{ mm}^2$.

3.1.2 Mécanismes à l'origine de la rugosité du miroir

Deux processus différents contribuent à la rugosité effective du miroir. Tout d'abord le potentiel du miroir sur lequel rebondissent les atomes présente une rugosité intrinsèque pour diverses raisons que nous allons énumérer au paragraphe suivant. Nous avons vu au chapitre précédent qu'une faible modulation d'amplitude (10^{-4}) du potentiel dipolaire suffit pour diffracter les atomes, ce qui se traduit par un élargissement de la distribution en vitesse. Ensuite l'émission spontanée dans l'onde évanescente [73] modifie la distribution en vitesse des atomes réfléchis et peut donc s'interpréter comme une rugosité effective qui s'ajoute à la précédente.

3.1.2.1 Rugosité du potentiel

Plusieurs phénomènes physiques peuvent *a priori* induire de la rugosité sur le potentiel qui réfléchit les atomes :

- la rugosité de la surface du prisme peut induire une fluctuation du potentiel de van der Waals. Dans notre expérience, les atomes rebondissent à une distance du prisme telle que le potentiel de van der Waals à cette distance est négligeable devant l'énergie incidente de l'atome. La contribution des fluctuations du potentiel de van der Waals à la rugosité totale du miroir est alors négligeable [74].
- La rugosité de la surface du prisme diffuse l'onde évanescente, les ondes diffusées interfèrent avec l'onde évanescente et créent un potentiel lumineux rugueux. L'amplitude de la rugosité du potentiel ainsi obtenue est du même ordre que celle de la surface du prisme comme l'a montré C. Henkel dans la référence [74]. Ce mécanisme est intrinsèque au miroir et détermine la rugosité minimale que nous attendons dans nos expériences. La rugosité du prisme a été mesurée par un microscope à force atomique et est de $0,07 \text{ nm}$ [63]. Cette amplitude de rugosité est beaucoup plus petite que la longueur d'onde de de Broglie des atomes. Ce phénomène est donc également *a priori* négligeable.
- Il peut exister dans l'enceinte de la lumière diffusée (au niveau des hublots ou sur les faces d'entrée du prisme par exemple) qui peut interférer avec l'onde évanescente et créer un potentiel rugueux. Ce phénomène n'est pas intrinsèque au miroir à onde évanescente mais est difficile à totalement éli-

miner. Nous ne pouvons pas évaluer *a priori* son importance. Nous nous attendons à ce que l'amplitude au carré de la rugosité associée à ce phénomène varie avec le désaccord de l'onde évanescente comme $1/\Delta$ [74].

- Le miroir peut présenter ce que l'on appelle en optique des « défauts de forme », c'est-à-dire des variations de hauteur ayant une longueur d'onde de l'ordre de la taille du miroir. La convexité du miroir due au profil gaussien du faisceau Ti : Sa rentre dans cette catégorie. Les contraintes mécaniques qui s'exercent sur le prisme peuvent déformer la surface du prisme et entraîner également des défauts de forme sur le miroir à onde évanescente.

3.1.2.2 Émission spontanée

Même si le potentiel du miroir est parfaitement lisse, la réflexion peut ne pas être spéculaire si l'atome effectue une émission spontanée au cours du rebond. Cet effet est de nature différente des effets précédents et n'est pas directement lié à une rugosité du prisme ou à des imperfections dans le faisceau. Cependant il perturbe la distribution en vitesse des atomes réfléchis et on peut donc lui associer une rugosité effective.

Le nombre moyen d'émissions spontanées par rebond et par atome varie avec le désaccord comme $1/\Delta$: en effet l'atome passe un temps dans l'onde évanescente proportionnel à Δ et le taux d'émission spontané varie en $1/\Delta^2$. Un calcul prenant en compte le potentiel de van der Waals pour l'estimation du temps de passage dans l'onde évanescente et la modification du taux d'émission spontanée par la présence du prisme [75] donne un nombre moyen d'émission spontané par atome et par rebond égal à $0,55 \text{ GHz} / \Delta$. Ce nombre varie donc entre 0,2 et 1 dans la gamme de désaccords que nous utilisons et nous nous attendons à voir un effet important de l'émission spontanée sur la distribution en vitesse des atomes réfléchis.

La présence de lumière parasite dans l'enceinte peut également provoquer de l'émission spontanée et modifier la distribution en vitesse des atomes avec une dépendance en fonction du désaccord en $1/\Delta^2$.

3.1.3 Mesure de l'élargissement de la distribution en vitesse après réflexion sur le miroir

Pour quantifier la rugosité du miroir et la contribution des différents phénomènes énumérés ci-dessus, nous avons mesuré la distribution en vitesse des atomes après rebond en utilisant la même séquence que celle présentée pour l'étude de la diffraction. Ces travaux sont présentés dans la thèse de V. Savalli et les derniers développements sont détaillés dans le premier article annexé à la fin du chapitre.

Nous utilisons une sélection en vitesse de largeur $0,3 v_{\text{rec}}$ correspondant à

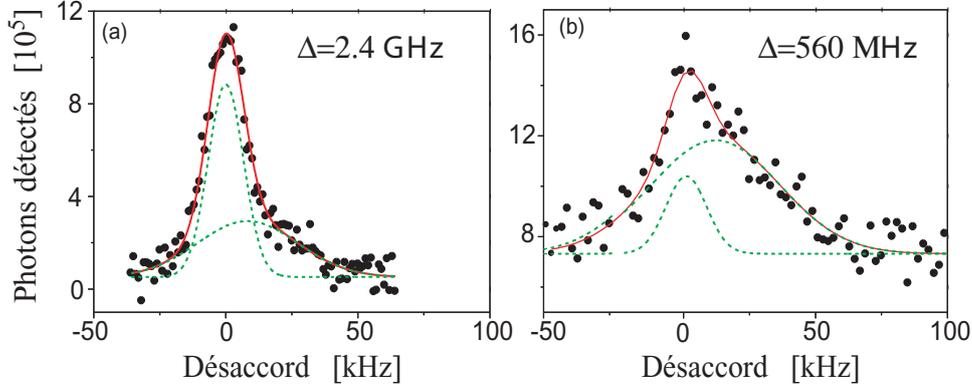


FIG. 3.3 – *Distribution en vitesse des atomes après le rebond. Nous observons une double structure. Le pic central a la même largeur que la fonction d'appareil ($0,47 v_{\text{rec}}$) et correspond à la composante spéculaire. Le deuxième pic est décalé dans le sens de la propagation de l'onde évanescente de $0,5 v_{\text{rec}}$ et a une largeur correspondant à la convolution de la fonction d'appareil par une gaussienne de largeur $1,1 v_{\text{rec}}$. Le poids de cette composante diffuse diminue lorsque le désaccord de l'onde évanescente augmente.*

une durée de l'impulsion Raman de $150 \mu\text{s}$. La largeur des structures que nous pouvons résoudre dans la distribution en vitesse des atomes réfléchis est du même ordre ou plus grande que la largeur de la sélection en vitesse. Nous sommes donc limités à la mesure de la partie haute fréquence du spectre de rugosité du miroir¹.

Deux courbes typiques de la distribution en vitesse des atomes après rebond sont présentées sur la figure 3.3 pour deux désaccords différents. Nous observons une double structure dans la distribution des atomes réfléchis : un pic spéculaire, c'est à dire qui a la même largeur que la fonction d'appareil et un second pic diffus, décalé et large que nous appelons épaulement. Pour déterminer le poids S de la composante spéculaire, nous avons ajusté les courbes expérimentales en fixant la largeur du pic spéculaire à la largeur de la fonction de résolution et en fixant les paramètres de l'épaulement à des valeurs moyennes observées. Le décalage de l'épaulement est de $0,5 v_{\text{rec}}$ dans le sens de propagation de l'onde évanescente, sa largeur correspond à la convolution de la fonction d'appareil par une gaussienne de largeur $1,1 v_{\text{rec}}$. Nous éliminons ainsi de nombreux paramètres ajustables, ce qui nous permet d'obtenir une estimation plus fiable de S . La variation de S est discutée en détail dans le premier article annexé en fin de chapitre. La dépendance observée correspond clairement à des mécanismes où l'amplitude de la rugosité effective au carré varie comme $1/\Delta$. La variation de S avec le désaccord Δ est en

¹Plus précisément on montre que nous mesurons la convolution du spectre de rugosité par notre fonction de résolution. Ce résultat n'est valable que si l'amplitude de la fonction d'autocorrélation $\langle s(\mathbf{R}_1)s(\mathbf{R}_2) \rangle$ reste petite devant λ_{dB}^2 (voir paragraphe 3.3.2 et [63]).

$\exp(-\alpha/\Delta)$ (facteur de Debye-Waller) et nous mesurons $\alpha = 1,1$ GHz. D'après nos calculs, l'émission spontanée contribue à α par 0,55 GHz. Nous attribuons le reste à une rugosité du potentiel dipolaire due aux interférences entre l'onde évanescente et de la lumière diffusée.

Dans un deuxième temps, nous avons laissé libre la largeur du pic spéculaire. Nous avons ainsi pu montrer que la différence entre la largeur quadratique moyenne du pic central après rebond et la la largeur quadratique moyenne de la fonction d'appareil est de $-0,13 v_{\text{rec}} \pm 0,08 v_{\text{rec}}$. C'est à dire que nous n'avons pas détecté d'élargissement dans la limite de notre résolution. La méthode interférométrique que nous allons maintenant présenter va nous permettre d'analyser ce pic spéculaire non résolu par la méthode précédente.

3.2 Principe de la mesure interférométrique

La résolution de la mesure présentée au paragraphe précédent est en fait limitée par le rapport signal sur bruit. Si nous diminuons davantage la largeur de la fonction d'appareil en augmentant la durée des impulsions Raman, le nombre final d'atomes à détecter devient trop faible pour être mesuré de manière fiable. Cette méthode ne peut mesurer un élargissement de la distribution en vitesse inférieur à environ $0,1 v_{\text{rec}}$. Elle est par contre tout à fait adaptée pour mesurer un élargissement important de la distribution en vitesse, comme par exemple l'élargissement dû à l'émission spontanée dans l'onde évanescente.

Pour pouvoir mesurer un très faible élargissement de la distribution en vitesse, il semble alors plus judicieux de réaliser la mesure non plus dans l'espace des vitesses mais dans l'espace réciproque et de mesurer la fonction d'autocorrélation de l'onde de matière réfléchi. On peut faire cette mesure grâce à un montage interférométrique. Le principe peut se présenter par l'analogie optique suivante. Supposons un interféromètre optique dont les deux bras se réfléchissent sur la surface rugueuse à analyser avant d'être recombinaés. Supposons également que l'on puisse introduire entre les deux bras de l'interféromètre un déphasage supplémentaire indépendant de la surface. En variant ce déphasage nous obtenons des franges d'interférences dont la phase dépend de la différence de marche introduite entre les deux bras de l'interféromètre par les variations de hauteur de la surface. Ainsi en moyennant les franges obtenues en différents points de la surface, le contraste final donne une mesure de la densité spectrale de rugosité à la fréquence spatiale égale à l'inverse de la distance entre les bras de l'interféromètre. Nous allons maintenant voir comment réaliser l'équivalent de cette mesure interférométrique avec des atomes.

3.2.1 Description de l'expérience

La séquence expérimentale est identique à celle utilisée pour l'étude de la diffraction. Cependant chaque impulsion Raman utilisée ne consiste plus en une impulsion π mais en deux impulsions (Blackman) $\pi/2$ de durée τ séparées par un temps T . La première série de deux impulsions se fait avec un désaccord δ_1 (préparation des atomes) et la deuxième avec un désaccord δ_2 (analyse après rebond). Pendant le temps T qui sépare deux impulsions, un atome sélectionné par la première impulsion parcourt une distance supplémentaire $2v_{\text{rec}}T$ dans la direction \mathbf{e}_R des faisceaux Raman par rapport à un atome qui est sélectionné par la deuxième impulsion (voir figure 3.4). Pour passer de l'état initial $F = 2$, à l'état $F = 3$, rebondir sur le miroir, puis revenir dans $F = 2$ pour être détecté, un atome peut emprunter quatre chemins différents (voir figure 3.4). Parmi ces chemins seulement les deux suivants peuvent donner lieu à des interférences :

- transfert dans $F = 3$ par la première impulsion, rebond en $s(\mathbf{R} + 2v_{\text{rec}}T\mathbf{e}_R)$ puis transfert vers $F = 2$ par la troisième impulsion
- transfert dans $F = 3$ par la deuxième impulsion, rebond en $s(\mathbf{R})$ puis transfert vers $F = 2$ par la quatrième impulsion.

Les autres chemins ne peuvent pas donner lieu à des interférences car ils ne se recouvrent pas en sortie de l'interféromètre, ils donnent un fond uniforme. Le contraste maximal des franges que l'on peut observer est donc de $1/2$. En première approximation, le déphasage entre les deux chemins qui interfèrent est fonction de la différence de hauteur de rebond entre ces deux chemins et des désaccords δ_i . Il s'écrit

$$\delta\phi = 2k_{\text{dB}} [s(\mathbf{R}) - s(\mathbf{R} + 2v_{\text{rec}}T\mathbf{e}_R)] + (\delta_2 - \delta_1)T. \quad (3.5)$$

Si le miroir est lisse, le déphasage est uniforme et on observe des franges de contraste $1/2$ en variant $\delta_2 - \delta_1$. Par contre si le miroir est rugueux, ce déphasage n'est pas homogène sur l'ensemble du miroir et les franges se brouillent. Le contraste des franges permet donc une mesure directe de la fonction d'autocorrélation de la rugosité du miroir $\langle s(\mathbf{R})s(\mathbf{R} + 2v_{\text{rec}}T\mathbf{e}_R) \rangle_{\text{miroir}}$. Nous démontrerons ce résultat quantitativement au prochain paragraphe. Une description détaillée de l'expérience en terme d'interféromètre atomique est donnée dans le deuxième article en annexe au chapitre.

3.2.2 Interprétation dans l'espace des vitesses et dans l'espace réciproque

Cette expérience peut également s'interpréter, comme les expériences précédentes, en considérant l'évolution d'une distribution en vitesses suivant l'axe des faisceaux Raman. La distribution en vitesse des atomes transférés dans $F = 3$ par les deux premières impulsions $\pi/2$ est un peigne centré en $-\delta_1/(2k_0) - v_{\text{rec}}$ dont

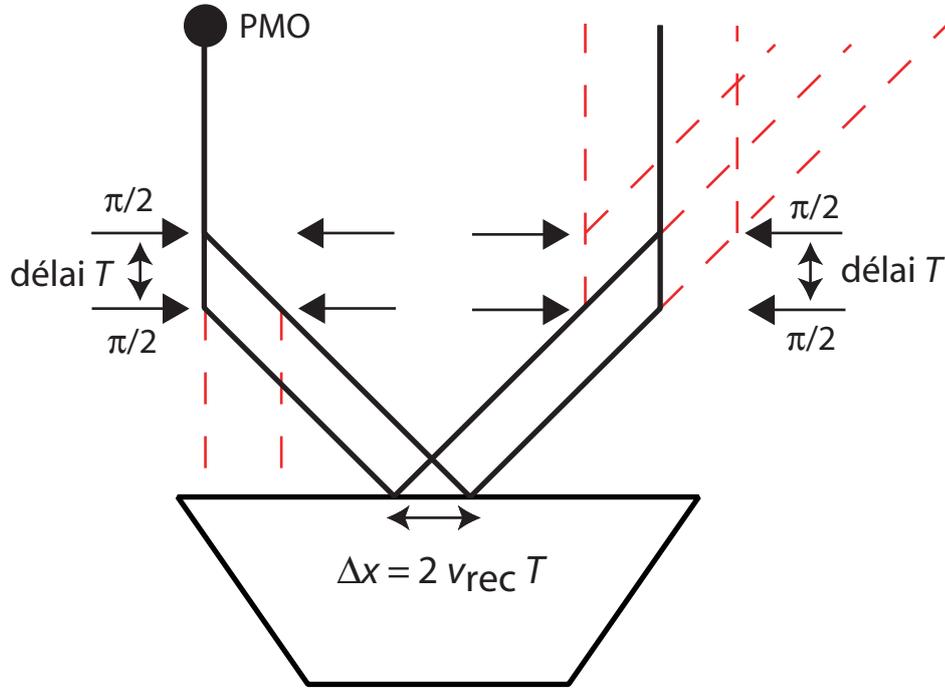


FIG. 3.4 – Schéma de principe de l'interféromètre utilisé pour mesurer la rugosité du miroir atomique. La distance entre les bras est fixée par le délai T entre les deux impulsions $\pi/2$. Seuls les deux chemins en trait plein interfèrent. Le contraste entre les franges diminue si la différence de hauteur de rebond entre les deux chemins n'est pas uniforme sur tout le miroir.

les dents sont séparées par $\lambda_0/(2T)$ et dont l'enveloppe a une largeur proportionnelle à $1/\tau$ (voir figure 3.5). Ce résultat découle du fait que le profil sélectionné est relié à la transformée de Fourier de l'impulsion Raman. On peut aussi établir ce résultat en raisonnant sur la sphère de Bloch. Supposons qu'initialement le spin fictif des atomes pointent vers le haut. Après la première impulsion $\pi/2$ les atomes sont dans le plan équatorial alignés avec l'axe x et tournent avec une fréquence angulaire $2k_0 v$. Les atomes qui ont une vitesse v telle qu'au bout d'un temps T leur vecteur sur la sphère de Bloch est revenu sur l'axe x sont transférés par la deuxième impulsion $\pi/2$ dans l'état de spin pointant vers la bas. On obtient bien une sélection périodique en fonction de v .

Après réflexion sur le miroir, la deuxième série de deux impulsions $\pi/2$ sélectionne les atomes dont la vitesse appartient au même peigne que celui décrit

précédemment mais dont le centre change en fonction du désaccord δ_2 . Le signal obtenu est donc proportionnel au recouvrement entre la distribution en peigne modifié par le rebond sur le miroir et le peigne d'analyse. En particulier si on balaye le désaccord de la deuxième série d'impulsions, le centre du peigne d'analyse se déplace et on observe des franges. La période de ces franges est donnée par l'écart entre les dents du peigne.

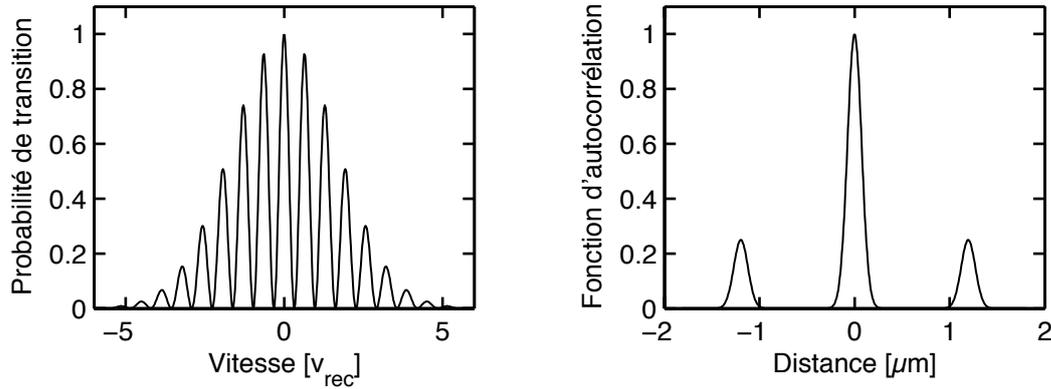


FIG. 3.5 – *A gauche : probabilité de transition pour un atome de passer de $F = 2$ dans $F = 3$ en fonction de sa vitesse lors d'une séquence Raman constituée de deux impulsions $\pi/2$ de durée τ séparées par un temps T ($\tau = 25 \mu\text{s}$, $T = 100 \mu\text{s}$). A droite : la fonction d'autocorrélation spatiale des atomes sélectionnés par la même séquence, les pics sont séparés de $2 v_{\text{rec}} T$ et ont une largeur proportionnelle à τ . Les deux fonctions sont transformées de Fourier l'une de l'autre (théorème de Wiener-Kintchine).*

Considérons maintenant la transformée de Fourier de la distribution en vitesse des atomes sélectionnés par les deux premières impulsions $\pi/2$. Cette fonction est paire et présente un pic en 0 et deux autres en $\pm 2 v_{\text{rec}} T$ (voir figure 3.5), la largeur des trois pics est identique et proportionnelle à τ . Cette fonction est à valeur complexe² et la phase des pics à $\pm 2 v_{\text{rec}} T$ est proportionnelle au désaccord δ_1 . D'après le théorème de Wiener-Kintchine, cette fonction coïncide avec la fonction d'autocorrélation spatiale de l'onde atomique incidente. La distribution de vitesse initiale en peigne correspond donc à des atomes corrélés à une distance $2 v_{\text{rec}} T$ dans l'espace réel. Remarquons que l'utilisation de notions statistiques comme le théorème de Wiener-Kintchine n'a un sens que si le nuage atomique a une taille très grande devant la distance $2 v_{\text{rec}} T$ (ce qui est bien toujours le cas dans nos expériences) afin que nous puissions considérer beaucoup d'échantillons séparés de $2 v_{\text{rec}} T$ pour faire une moyenne statistique.

²Pour tracer cette fonction d'autocorrélation sur la figure 3.5 nous nous sommes placés dans le cas particulier où la distribution en vitesse sélectionnée est centrée autour de $v = 0$, dans ce cas la fonction d'autocorrélation est réelle.

Dans cette image, après réflexion sur le miroir et sélection par les deux dernières impulsions, le signal mesuré est proportionnel au recouvrement entre la fonction d'autocorrélation des atomes après rebond et la fonction d'autocorrélation d'analyse qui est identique à la fonction d'autocorrélation initiale des atomes sauf pour ce qui est de la phase des pics à $\pm 2 v_{\text{rec}} T$ qui est proportionnelle à δ_2 . Nous retrouvons ainsi pourquoi nous observons des franges de contraste $1/2$ en variant δ_2 .

Si la réflexion sur le miroir n'est pas spéculaire, nous nous attendons à ce que le contraste diminue. Cette baisse de contraste s'interprète de la façon suivante suivant l'image choisie :

- dans l'espace des vitesses, la distribution en peigne est lissée lors de la réflexion et donc le recouvrement avec le peigne d'analyse donne un contraste inférieur à $1/2$.
- dans l'espace réciproque, la rugosité du miroir entraîne une perte de cohérence de l'onde atomique réfléchie. L'amplitude des pics latéraux à $\pm 2 v_{\text{rec}} T$ diminue lors de la réflexion et donc le recouvrement avec la fonction d'analyse diminue également, ce qui entraîne une baisse du contraste des franges.

3.3 Calcul du contraste attendu en présence du miroir

Nous allons maintenant calculer de manière quantitative le contraste des franges attendu en utilisant les deux images développées au paragraphe précédent.

3.3.1 Expression du contraste des franges

Nous appelons $m(\Delta k)$ la réponse percussive du miroir dans l'espace des vitesses. Nous nous plaçons à une dimension parallèlement à l'axe des faisceaux Raman. La fonction $m(\Delta k)$ inclut la rugosité éventuelle du potentiel de l'onde évanescente et les effets de l'émission spontanée. La distribution finale en vitesse des atomes après le rebond est reliée à la distribution initiale par

$$\rho_f(k) = \int \rho_i(k') m(k - k') dk'. \quad (3.6)$$

Le nombre d'atomes détectés après la dernière sélection Raman est donné par le recouvrement entre la distribution en vitesse finale ρ_f et la distribution d'analyse

ρ_a :

$$N(\delta_2 - \delta_1) \propto \int \rho_f(k) \rho_a(k) dk \quad (3.7)$$

$$\propto \iint \rho_i(k') m(k - k') \rho_a(k) dk dk' \quad (3.8)$$

$$\propto \iint \rho \left[k' + k_0 - \frac{\delta_1}{2v_{\text{rec}}} \right] m(k - k') \rho \left[k' + k_0 - \frac{\delta_2}{2v_{\text{rec}}} \right] dk dk'. \quad (3.9)$$

Nous avons utilisé le fait que les distributions $\rho_i(k)$ et $\rho_a(k)$ se déduisent de la même distribution $\rho(k)$ par une translation qui est fonction du désaccord pendant l'impulsion Raman, δ_1 étant le désaccord pendant l'impulsion initiale et δ_2 pendant l'impulsion d'analyse. Comme nous l'avons vu au paragraphe 3.2.2, $\rho(k)$ est une distribution en peigne et peut s'écrire

$$\rho(k) = \rho_0 \cos^2(v_{\text{rec}} k T) \exp \left[-\frac{(2 v_{\text{rec}} k)^2}{2 \sigma^2} \right] \quad (3.10)$$

où $\sigma = \alpha/\tau$ est proportionnel à la largeur de l'enveloppe. Le coefficient α dépend de la forme exacte de l'impulsion $\pi/2$, nous l'avons mesuré égal à 4,04 pour nos impulsions Blackman [35].

Introduisons les transformées de Fourier de $m(k)$ et de $\rho(k)$

$$\tilde{m}(x) = \int m(k) \exp(i k x) dk, \quad (3.11)$$

$$\Gamma(x) = \int \rho(k) \exp(i k x) dk. \quad (3.12)$$

L'expression du nombre d'atomes détectés s'écrit alors

$$N(\delta_2 - \delta_1) \propto \int \tilde{m}(x) |\Gamma(x)|^2 \exp \left(-i \frac{\delta_2 - \delta_1}{2 v_{\text{rec}}} x \right) dx. \quad (3.13)$$

La fonction $\Gamma(x)$ est la fonction d'autocorrélation spatiale d'atomes ayant une distribution en vitesse $\rho(k)$. Nous avons vu que cette fonction présente trois pics (voir figure 3.5). Nous supposons ici que ces trois pics sont bien séparés c'est-à-dire que T est suffisamment grand devant τ . En fait, c'est à cette condition que les deux chemins de l'interféromètre sont séparés de plus que la longueur de cohérence de l'onde atomique incidente sur le miroir. Dans ce cas nous pouvons négliger les termes croisés dans le développement de $|\Gamma(x)|^2$

$$|\Gamma(x)|^2 \simeq \exp \left[-\frac{x^2}{\lambda_c^2} \right] + \frac{1}{4} \exp \left[-\frac{(x - 2 v_{\text{rec}} T)^2}{\lambda_c^2} \right] + \frac{1}{4} \exp \left[-\frac{(x + 2 v_{\text{rec}} T)^2}{\lambda_c^2} \right]. \quad (3.14)$$

La longueur λ_c est fixée par la durée de l'impulsion $\pi/2$, $\lambda_c = 2 v_{\text{rec}}/\sigma \simeq 0,5 v_{\text{rec}} \tau$. Dans un dispositif idéal la durée d'une impulsion $\pi/2$ peut être infiniment courte et λ_c tend vers 0 de sorte que l'intégrale 3.13 donnant le nombre d'atomes détectés se calcule aisément

$$N(\delta_2 - \delta_1) \propto 1 + \frac{1}{2} |\tilde{m}(2 v_{\text{rec}} T)| \cos [(\delta_2 - \delta_1) T - \phi(T)] . \quad (3.15)$$

Nous avons utilisé le fait que par définition $\tilde{m}(0) = 1$. La phase $\phi(T)$ est donnée par l'argument de $\tilde{m}(2 v_{\text{rec}} T)$. Pour une séparation des bras donnée, le contraste des franges d'interférences obtenues en variant $\delta_2 - \delta_1$ est donc simplement donné par la transformée de Fourier de la fonction de réponse du miroir

$$C(T) = \frac{1}{2} |\tilde{m}(2 v_{\text{rec}} T)| . \quad (3.16)$$

Nous retrouvons bien qu'un miroir idéal ($\tilde{m}(x) = 1$) préserve le contraste des franges tandis qu'un miroir qui élargit la distribution en vitesse des atomes brouille les franges. Si la fonction de réponse du miroir $m(k)$ est une fonction de largeur σ_k , les franges se brouillent pour une séparation des bras supérieure à $1/\sigma_k$, ce qui correspond à un délai T supérieur à $1/(2 v_{\text{rec}} \sigma_k)$.

Dans notre expérience nous devons tenir compte de la durée finie τ des impulsions $\pi/2$. Cette durée limite notre résolution à λ_c sur la détermination de $\tilde{m}(x)$, la transformée de Fourier de la fonction de réponse. D'après 3.13 le nombre d'atomes détectés s'écrit

$$\begin{aligned} N(\delta_2 - \delta_1) \propto & \int \tilde{m}(x) \exp \left(-\frac{x^2}{\lambda_c^2} - i \frac{\delta_2 - \delta_1}{2 v_{\text{rec}}} x \right) dx \\ & + \frac{1}{2} \left| \int \tilde{m}(x + 2 v_{\text{rec}} T) \exp \left(-\frac{x^2}{\lambda_c^2} - i \frac{\delta_2 - \delta_1}{2 v_{\text{rec}}} x \right) dx \right| \cos [(\delta_2 - \delta_1) T - \phi(T)] . \end{aligned} \quad (3.17)$$

Pour comprendre cette expression, supposons dans un premier temps que le miroir est idéal ($\tilde{m}(x) = 1$). L'intégrale du terme oscillant avec une période $(2 v_{\text{rec}})/(\delta_2 - \delta_1)$ est nulle si la période est grande devant λ_c . Nous retrouvons le fait que les franges obtenues en variant $\delta_2 - \delta_1$ sont multipliées par une enveloppe de largeur $2 v_{\text{rec}}/\lambda_c \simeq 4,04/\tau$.

Pour obtenir le contraste des franges, nous nous plaçons au centre de l'enveloppe de sorte que $(\delta_2 - \delta_1)/(2 v_{\text{rec}}) \times \lambda_c \ll 1$. Dans ce cas nous pouvons définir le contraste des franges et nous obtenons l'expression suivante pour le contraste

$$C(T) = \frac{1}{2} \left| \frac{\langle \tilde{m}(2 v_{\text{rec}} T) \rangle_{\lambda_c}}{\langle \tilde{m}(0) \rangle_{\lambda_c}} \right| \quad (3.18)$$

$$\text{avec } \langle \tilde{m}(x) \rangle_{\lambda_c} = \frac{1}{\sqrt{\pi} \lambda_c^2} \int \tilde{m}(x - x') \exp \left(-\frac{x'^2}{\lambda_c^2} \right) dx' .$$

Le contraste n'est plus strictement proportionnel à $\tilde{m}(x)$ mais à sa convolution par une fonction de largeur λ_c . En particulier si la fonction de réponse du miroir en impulsion $m(k)$ comporte des termes de largeur supérieure à $1/\lambda_c$, nous ne pouvons pas les résoudre par cette mesure. Nous pouvons par contre mesurer les basses fréquences spatiales de la rugosité du miroir qui correspondent à des termes de largeur faible dans $m(k)$. Cette mesure est donc bien complémentaire de la mesure directe de l'élargissement de la distribution en vitesse.

3.3.2 Calcul de la réponse percussionnelle du miroir dans l'approximation du réseau de phase mince

Nous avons vu que le contraste des franges est déterminé par la transformée de Fourier de la réponse percussionnelle du miroir dans l'espace des vitesses. Nous allons montrer que cette fonction se calcule directement en considérant l'évolution de la fonction d'autocorrélation spatiale de l'onde atomique. En reprenant les notations du chapitre 2, nous pouvons écrire la fonction d'autocorrélation spatiale des atomes après rebond sous la forme suivante [63]

$$\Gamma_r(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \langle \psi_r^*(\mathbf{R}_1) \psi_r(\mathbf{R}_2) \rangle \quad (3.19)$$

$$= \langle \psi_i^*(\mathbf{R}_1) \psi_i(\mathbf{R}_2) \exp \{2 i k_{\text{dB}} [s(\mathbf{R}_1) - s(\mathbf{R}_2)]\} \rangle \quad (3.20)$$

$$= \Gamma_i(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \langle \exp \{2 i k_{\text{dB}} [s(\mathbf{R}_1) - s(\mathbf{R}_2)]\} \rangle \quad (3.21)$$

$$= \Gamma_i(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \exp \left\{ -4 k_{\text{dB}}^2 [\langle s(\mathbf{R}_1)^2 \rangle - \langle s(\mathbf{R}_1) s(\mathbf{R}_2) \rangle] \right\} . \quad (3.22)$$

La dernière égalité s'obtient en supposant que $s(\mathbf{R})$ est un processus aléatoire gaussien invariant par translation [76]. Nous retrouvons ainsi le facteur de Debye-Waller que nous avons présenté dans l'introduction. Ce calcul nous permet d'écrire la fonction $\tilde{m}(x)$ sous la forme suivante

$$\tilde{m}(x) = \exp \left\{ -4 k_{\text{dB}}^2 [\langle s(\mathbf{R})^2 \rangle - \langle s(\mathbf{R}) s(\mathbf{R} + x \mathbf{e}_R) \rangle] \right\} . \quad (3.23)$$

Les moyennes sont effectuées sur l'ensemble du miroir et nous rappelons que \mathbf{e}_R est parallèle à la direction des faisceaux Raman.

En conclusion, nous avons montré que le contraste de franges obtenu pour une séparation d entre les bras de l'interféromètre est donné par $\tilde{m}(d)/(2\tilde{m}(0))$. La fonction $\tilde{m}(x)$ est une mesure directe de la fonction d'autocorrélation spatiale de la rugosité du miroir suivant l'axe des faisceaux Raman. Pour tenir compte de la durée finie τ des impulsions Raman qui limite la résolution de notre mesure, cette fonction doit être convoluée par une fonction d'appareil de largeur proportionnelle à τ .

3.4 Observation expérimentale des franges d'interférences

3.4.1 Contraste mesuré en l'absence de miroir

Nous avons tout d'abord mesuré le contraste des franges en l'absence de miroir. Les atomes sont initialement préparés dans $F = 3$. A $t = 0$ la première série d'impulsions transfère les atomes sélectionnés vers $F = 2$, les atomes non sélectionnés sont éliminés par un faisceau pousseur. A $t = 22$ ms la deuxième série d'impulsions transfère les atomes sélectionnés de $F = 2$ vers $F = 3$, nous ne détectons à la fin de la séquence que les atomes dans $F = 3$.

Pour observer les franges nous avons fixé la différence des désaccords entre les deux séries d'impulsion à $\delta_2 - \delta_1 = 2\pi \times 3$ kHz. En augmentant T , la distance entre les bras de l'interféromètre augmente et le déphasage entre les deux bras de l'interféromètre $2\pi (\delta_2 - \delta_1) T$ augmente également. Les franges observées ont un contraste $(N_{\max} - N_{\min}) / (N_{\max} + N_{\min})$ qui décroît à partir de la valeur maximale attendue (1/2) lorsque T augmente (voir figure 3.6). Nous avons mesuré un temps caractéristique de décroissance pour le contraste égal à 2,5 ms. La distance entre les deux bras de l'interféromètre pour $T = 2,5$ ms est d'environ 30 μm . Nous pensons que cette baisse de contraste est due à la cohérence en phase des faisceaux Raman, mais nous n'avons pas de mesure du battement entre les faisceaux au niveau des atomes nous permettant de confirmer cette hypothèse.

3.4.2 Insertion du miroir : analyse de la chute rapide du contraste

Lorsque nous insérons le miroir dans l'interféromètre nous observons deux phénomènes sur l'évolution du contraste des franges (voir figure 3.6). Tout d'abord le contraste maximal observé pour la plus petite séparation que nous puissions réaliser est limité à 0,22 au lieu de 0,5. Ensuite nous observons une décroissance rapide du contraste lorsque T augmente. Pour $T = 0,4$ ms le contraste est quasiment nul.

Pour obtenir une mesure plus précise du contraste des franges pour chaque valeur de T , nous avons mesuré à T fixé le signal obtenu en variant le désaccord δ_2 . La figure 3.7 présente une courbe expérimentale des franges ainsi obtenues. Pour obtenir le contraste, nous ajustons le signal obtenu par une enveloppe gaussienne. Ensuite nous multiplions cette enveloppe par la fonction $1 + C \cos(\delta_2 T + \phi)$ et ajustons C pour que la courbe obtenue passe au mieux par les points expérimentaux. Le déphasage ϕ est fixé à la main pour assurer la convergence de l'ajustement. En répétant cette mesure pour différentes séparations $2 v_{\text{rec}} T$ entre les bras de l'interféromètre, nous obtenons une mesure très précise de l'évolution du contraste en fonction de la séparation entre les bras (voir figure 3.8).

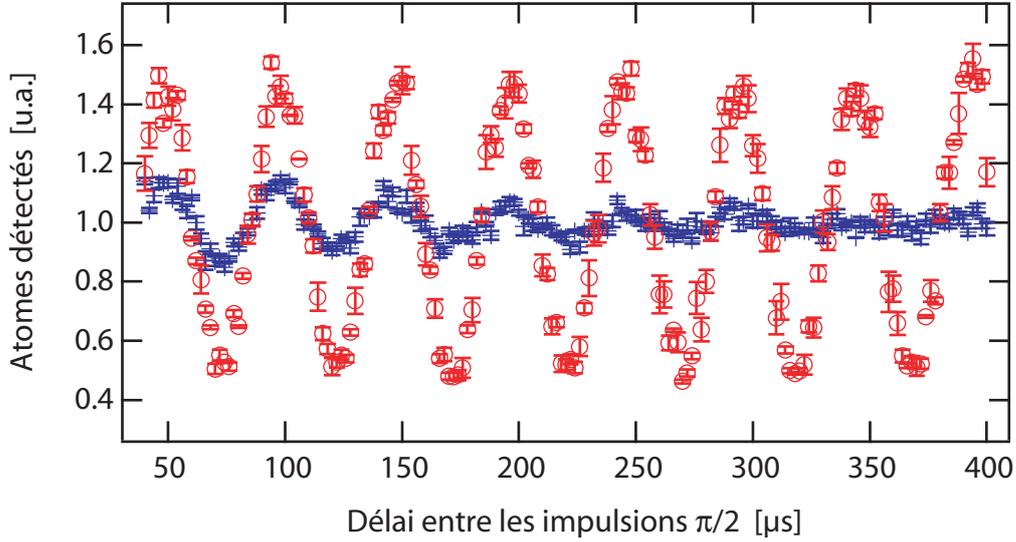


FIG. 3.6 – Franges d'interférences observées en l'absence de miroir (\circ) et avec le miroir ($+$) en variant le délai T entre les impulsions $\pi/2$. Lorsque le délai T augmente, la phase entre les deux bras de l'interféromètre augmente ainsi que la distance entre les bras. En l'absence de miroir, le contraste maximum attendu de $1/2$ est observé pour des temps T inférieurs à 2 ms. En présence du miroir, le contraste est toujours inférieur à $1/2$ et diminue rapidement avec T .

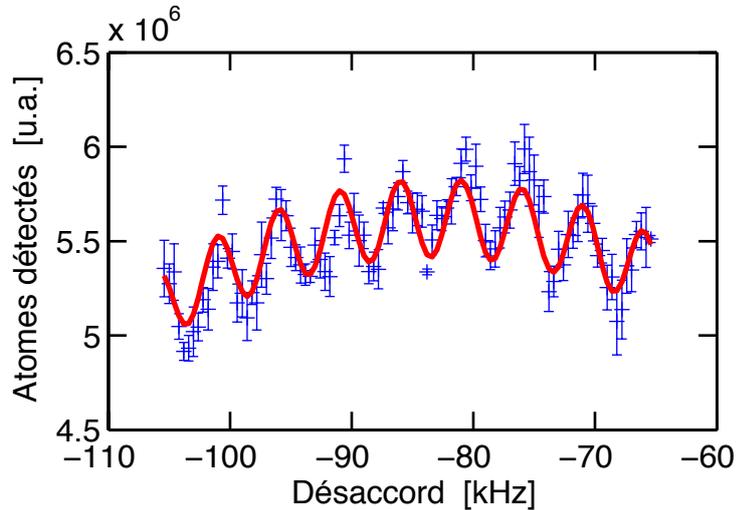


FIG. 3.7 – Franges observées après rebond sur le miroir en variant le désaccord δ_2 pour $T = 0,2$ ms. Le contraste C est obtenu en ajustant la courbe par une enveloppe gaussienne multipliée par la fonction $1 + C \cos(\delta_2 T + \phi)$.

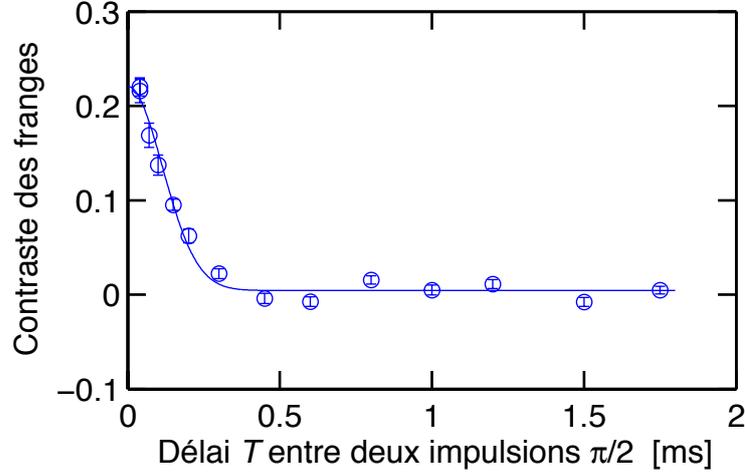


FIG. 3.8 – Évolution du contraste des franges en fonction du délai T entre les impulsions $\pi/2$. Chaque point est issu d'une mesure identique à celle présentée sur la figure 3.7. Nous pensons que les barres d'erreur sont légèrement sous-estimées par la procédure d'ajustement. La courbe ajustée est une gaussienne de largeur quadratique moyenne égale à 0,11 ms. Cette valeur correspond à ce que nous attendons en prenant en compte la taille initiale du piège magnéto-optique et l'angle que fait le miroir avec l'horizontale (voir texte).

3.4.2.1 Effet de la courbure du miroir

Nous avons été surpris par cette baisse rapide du contraste qui semble indiquer que le miroir est d'une qualité bien inférieure à ce que nous pensions à partir des mesures précédentes. Pour l'expliquer, nous avons d'abord cherché un phénomène pouvant expliquer une diminution de $\tilde{m}(x)$ sur une distance de l'ordre de $5 \mu\text{m}$. Nous avons vu en particulier que la surface du miroir était convexe à cause du profil gaussien du faisceau Ti : Sa qui crée l'onde évanescente. Nous allons calculer approximativement l'effet de cette courbure sur le contraste des franges. Pour cela il nous faut évaluer la quantité

$$C(x) = \frac{1}{2} \langle \exp \{2 i k_{\text{dB}} [s(\mathbf{R}) - s(\mathbf{R} + x \mathbf{e}_R)]\} \rangle. \quad (3.24)$$

Nous négligeons l'effet de l'interaction de van der Waals sur la position du point de rebroussement. Nous nous plaçons sur l'axe des faisceaux Raman, la hauteur du miroir s'écrit

$$s(x \mathbf{e}_R) = s_0 - \frac{x^2}{4 \kappa \sigma_u^2} \quad (3.25)$$

où σ_u est la largeur quadratique moyenne du faisceau Ti : Sa sur la direction des faisceaux Raman. La valeur moyenne sur l'axe des faisceaux Raman se calcule

facilement et donne

$$C(x) = \frac{1}{2} \operatorname{sinc} \left(\pi \frac{x}{d} \right) \quad \text{avec} \quad d = \pi \frac{\sigma_u}{2 k_{\text{dB}}} \sqrt{\frac{\kappa}{s_0}}. \quad (3.26)$$

Avec des paramètres typiques $\sigma_u = 430 \mu\text{m}$ et $s_0 = 140 \text{ nm}$, nous obtenons $d = 7 \mu\text{m}$, ce qui correspond à $T = 600 \mu\text{s}$. Un calcul numérique prenant en compte les interactions de van der Waals et moyennant sur toute la surface du miroir prédit que le contraste doit s'annuler pour $T = 1 \text{ ms}$. La baisse de contraste que nous observons expérimentalement est beaucoup plus rapide et n'est donc pas explicable par la courbure du miroir.

Nous voyons cependant que notre méthode de mesure est très sensible puisqu'en l'absence d'autres phénomènes, elle aurait pu nous permettre de mesurer une courbure très faible du miroir à onde évanescente (le rayon de courbure est de l'ordre de 3 m).

3.4.2.2 Prise en compte de la cohérence de la source

La baisse rapide du contraste semblant peu compatible avec une rugosité de la surface du miroir, nous avons cherché d'autres causes possibles à ce phénomène. Jusqu'à maintenant nous avons supposé l'onde atomique incidente monochromatique (tous les atomes ont la même vitesse verticale). Nous allons maintenant montrer que la faible dispersion de notre source permet en fait d'expliquer la chute de contraste. En effet si les atomes n'arrivent pas exactement en incidence normale sur l'onde évanescente, une fraction de leur vitesse normale est transférée sur la composante tangentielle. La vitesse normale des atomes étant très grande par rapport au changement de vitesse tangentielle que nous voulons mesurer, même une faible dispersion verticale des vitesses a un effet non négligeable.

Supposons que le miroir fait un angle θ par rapport à l'horizontale. Le transfert de moment dans le plan horizontal est $2 k_{\text{dB}} \theta$. Dans l'espace réel la fonction $\tilde{m}(x)$ est multipliée par $\exp(2 i k_{\text{dB}} \theta x)$. Si nous considérons un miroir idéal la différence de marche entre les deux bras de l'interféromètre est $\exp(4 i k_{\text{dB}} \theta v_{\text{rec}} T)$. Appelons σ_k la largeur de la distribution des vecteurs d'onde incident, le contraste des franges est alors donné par

$$C(T) = \frac{1}{2} \exp \left[-\frac{(2 v_{\text{rec}} T \theta \sigma_k)^2}{2} \right]. \quad (3.27)$$

Estimons les paramètres θ et σ_k pour notre expérience :

- en comparant le centre des distributions en vitesse avant et après rebond nous obtenons $\theta = 11 \text{ mrad}$.
- La vitesse d'un atome sur le miroir ne dépend pratiquement pas de sa vitesse initiale mais plutôt de son temps de chute $v = gt = \sqrt{2gh}$. C'est donc la dispersion des hauteurs de chute qui détermine la dispersion des

vitesse incidente sur le miroir. Supposons cette dispersion des hauteurs gaussienne avec une largeur σ_h , la distribution des vitesses sur le miroir est alors

$$\rho(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_h^2}} \exp\left[-\frac{(v^2 - v_0^2)}{8g^2\sigma_h^2}\right] \frac{v}{g} \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_v^2}} \exp\left[-\frac{(v - v_0)^2}{2\sigma_v^2}\right] \quad (3.28)$$

avec

$$v_0 = \sqrt{2gh_0} \quad \sigma_v = \frac{g\sigma_h}{v_0}. \quad (3.29)$$

Nous avons estimé d'après la distribution des temps d'arrivée des atomes après temps de vol que la dispersion des hauteurs σ_h est de l'ordre de 1 mm, ce qui donne $\sigma_v = 16 \text{ mm.s}^{-1}$

Le temps typique de décroissance du contraste des franges d'interférences est donc de $1/(4k_0\sigma_v\theta) = 0,18 \text{ ms}$. Un ajustement gaussien de la baisse du contraste donne une largeur quadratique moyenne de 0,11 ms (voir figure 3.8). L'accord entre les deux largeurs n'est pas excellent mais nous avons une grande incertitude sur la taille initiale du piège magnéto-optique. Nous pensons donc que l'inclinaison du miroir et la dispersion des vitesses verticales dans la source expliquent la baisse rapide du contraste que nous observons expérimentalement.

3.4.3 Variation du contraste en fonction du désaccord de l'onde évanescente

L'effet précédent brouille les franges pour les temps T supérieurs à 0,1 ms, mais le contraste obtenu à T petit ($40 \mu\text{s}$) est exploitable. Nous allons montrer que le contraste observé pour cette séparation des bras est compatible avec notre mesure précédente du poids du pic spéculaire par rapport à la composante non spéculaire (mesure rappelée au paragraphe 3.1.3 et décrite dans la référence [36]).

Les mesures de l'élargissement de la distribution en vitesse des atomes lors du rebond nous ont permis de caractériser la réponse du miroir avec une résolution dans l'espace des k de l'ordre de $0,3 k_0$. Pour interpréter les résultats obtenus nous avons modélisé la réponse percussive du miroir par l'expression suivante :

$$m(k) = S\delta(k) + (1 - S) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_e^2}} \exp\left[-\frac{(k - k_e)^2}{2\sigma_e^2}\right] \quad (3.30)$$

où S est le poids du pic spéculaire. Le terme non-spéculaire n'était pas résolu, nous avons fixé sa largeur à $\sigma_e = 2\pi \times 18 \text{ kHz}/(2v_{\text{rec}})$ et son décalage à $k_e = 2\pi \times 7,9 \text{ kHz}/(2v_{\text{rec}})$. La transformée de Fourier de cette fonction s'écrit

$$\tilde{m}(x) = S + (1 - S) \exp\left[-\frac{x^2\sigma_e^2}{2} + ik_e x\right] \quad (3.31)$$

Dans l'approximation $(\delta_2 - \delta_1)/(2v_{\text{rec}}) \times \lambda_c \ll 1$ nous obtenons à partir de l'équation (3.18) l'expression suivante pour le contraste des franges

$$C(T) \simeq \frac{S}{2} \quad (3.32)$$

Nous avons simplifié l'expression en faisant les hypothèses suivantes $(\lambda_c \sigma_e)^2/2 \ll 1$ et $\lambda_c k_e \ll 1$. La première condition n'est pas rigoureusement vérifiée dans l'expérience puisque $(\lambda_c \sigma_e)^2/2 = 0,25$. L'erreur sur le calcul du contraste est au plus de 10%, ce qui est du même ordre que l'incertitude sur la mesure. Nous avons également supposé que la plus petite distance entre les bras de l'interféromètre est telle que $2v_{\text{rec}} T \sigma_e \gg 1$, condition qui est effectivement vérifiée dans toutes les mesures.

Nous avons tracé sur la figure 3.9 le contraste des franges obtenues pour $T = 40 \mu\text{s}$. La courbe est bien ajustée par $1/2 \times \exp(-\alpha/\Delta)$ comme dans la mesure de V. Savalli *et al.* Cependant nous obtenons $\alpha = 1,60 \text{ GHz}$ au lieu de $\alpha = 1,1 \text{ GHz}$ pour la première mesure. Les barres d'erreur sur ces valeurs sont de l'ordre de 0,2 GHz et donc les valeurs obtenues ne sont pas tout à fait compatibles. Nous n'avons cependant pas trouvé le biais introduit dans l'une ou l'autre des procédures de traitement des données qui pourrait expliquer cette différence.

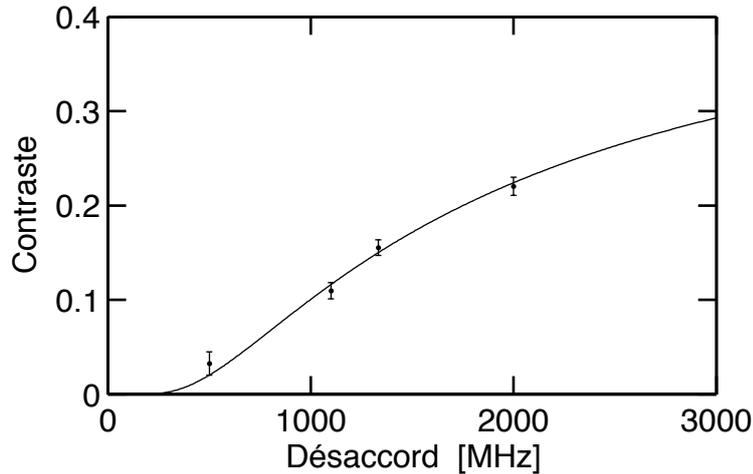


FIG. 3.9 – *Contraste des franges pour $T = 40 \mu\text{s}$ en fonction du désaccord du faisceau $Ti : Sa$. La courbe est bien ajustée par $1/2 \times \exp(-\alpha/\Delta)$, ce qui confirme les résultats de notre mesure précédente [36]. Cependant la valeur que nous obtenons pour α est de 1,6 GHz au lieu de 1,1 GHz précédemment.*

3.5 Conclusion

Nous avons présenté une méthode de mesure interférométrique de la fonction d'autocorrélation de l'onde de matière réfléchie par le miroir pour une onde plane incidente. En effet le contraste des franges observées en fonction de la distance entre les bras de l'interféromètre est donné par la transformée de Fourier de la réponse percussionnelle du miroir. En principe cette mesure permet de remonter au spectre de rugosité du miroir. Mais nous n'avons pas véritablement pu exploiter la variation de contraste mesuré car le contraste s'effondre rapidement à cause d'un effet systématique dont nous nous sommes rendus compte seulement après que l'expérience a été arrêtée.

Cette méthode permet théoriquement de mesurer avec une très bonne résolution la forme du pic spéculaire de la réponse percussionnelle du miroir et d'accéder à la partie basse fréquence du spectre de rugosité du miroir, ce que l'on appelle les défauts de forme en optique. Nous pourrions par exemple mettre en évidence la courbure du miroir due au profil gaussien du faisceau dans l'onde évanescente. Nous estimons la résolution théorique de la méthode à environ $0,01 v_{\text{rec}}$ sur la détermination de la réponse percussionnelle, soit environ dix fois mieux que la méthode de mesure directe de l'élargissement de la distribution en vitesse utilisée auparavant dans notre groupe.

Specular Reflection of Matter Waves from a Rough Mirror

V. Savalli, D. Stevens, J. Estève, P.D. Featonby, V. Josse, N. Westbrook, C. I. Westbrook, and A. Aspect

Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMR 8501 du CNRS, 91403 Orsay Cedex, France

(Received 18 February 2002; published 10 June 2002)

We present a high resolution study of the specularity of the atomic reflection from an evanescent wave mirror using velocity selective Raman transitions. We observed a double structure in the velocity distribution after reflection: a peak consistent with specular reflection and a diffuse reflection pedestal whose contribution decreases rapidly with increasing detuning. The diffuse reflection is due to two distinct effects: spontaneous emission in the evanescent wave and roughness in the evanescent wave potential whose amplitude is smaller than the de Broglie wavelength of the reflected atoms.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.88.250404

PACS numbers: 03.75.Be, 32.80.Lg, 42.25.Fx, 42.50.Vk

Atomic mirrors are key components in the growing field of atom optics and have been intensively studied by several groups in recent years [1–9]. For interferometric and lithographic applications, it is important to ensure that the reflection is specular, since diffuse scattering amounts to a loss of spatial coherence and hence reduces fringe visibility or focusing sharpness. Thus much interest has been devoted to measuring and improving the roughness of atomic mirrors, using static or time dependent magnetic fields [1–4], evanescent waves [5], or other techniques [7].

Most of those experiments prepared a narrow velocity distribution, transverse to the direction of incidence, and measured the broadening of this distribution due to the reflection. The effect of the mirror was characterized by a single quantity, the rms increase in the width of the velocity distribution. This increase was sometimes given in terms of an effective rms angular deviation from a perfectly flat surface. However, the resolution allowed only a measurement of the broadening of the atomic velocity distribution. Here we present an experiment using velocity selective Raman transitions to prepare a very narrow initial velocity distribution [10] and measure the distribution after reflection. For the first time we are able to resolve not just the rms broadening but more complex structure in the final velocity distribution.

In analogy with the reflection of light from an optical mirror, we observe a double structure, with a narrow peak and a broad pedestal. The narrow peak corresponds to specularly reflected atoms, the broad pedestal to diffuse atomic reflection from two origins: spontaneous emission and mirror roughness. Assuming that the roughness of the mirror can be viewed as a random process with variance σ^2 and a correlation length much shorter than the mirror itself, one finds [11,12] that the fraction S of specularly reflected atoms is given by $\exp -w$, reminiscent of the Debye-Waller factor, with $w = 16\pi^2\sigma^2/\lambda_{dB}^2$, where λ_{dB} is the de Broglie wavelength of the incident matter wave (8 nm). The presence of a significant specular peak implies that $\sigma \ll \lambda_{dB}$ [13].

We have studied the ratio of these two components as a function of various parameters and show that the diffuse

component rapidly decreases when the evanescent wave detuning Δ_{EW} increases. These observations allow us to examine different possible mechanisms for the diffuse reflection involving either mirror roughness or spontaneous emission.

The evanescent wave mirror was identical to the one described in Ref. [14]. We use a superpolished prism of TaFD30 glass [15] (refractive index $n_1 = 1.869$). The rms surface roughness given by the manufacturer is 0.07 nm. The input and output faces are coated with a broadband antireflection coating. A Ti:S laser of wavelength $\lambda_L = 2\pi/k_L = 780$ nm generates the evanescent wave with an incident angle $\theta_1 = 53^\circ$. The evanescent electric field thus has a decay constant of $\kappa = k_L\sqrt{n_1^2\sin^2\theta_1 - 1} = 1.11k_L$ and a propagation vector of magnitude $k_x = k_L n_1 \sin\theta_1 = 1.49k_L$. We have defined the x axis to be along the evanescent wave propagation direction. The Ti:S beam is TM (p) polarized with waists 0.9 mm along the x and z axes at the prism surface.

Our ^{85}Rb magneto-optical trap (MOT) is described in Ref. [14]. Every 1.5 s, we collect about 10^8 atoms in the trap. By turning off the repumping beam just before (after) the trapping beams, we prepare the atoms in $5S_{1/2}, F = 2$ ($5S_{1/2}, F = 3$). The MOT is situated 20 mm above the prism.

Velocity selective Raman transitions between $F = 2$ and $F = 3$ are induced by a pair of counterpropagating laser beams detuned by about 1 GHz (Δ in Fig. 1) [10]. Because of the Doppler effect, the resonance condition for a Raman transition depends on velocity and is given by $\delta = 2k(\mathbf{v} + \mathbf{v}_{\text{rec}})$, where $\delta = \omega_a - \omega_b - \omega_{23}$ is the detuning of the Raman beams from the hyperfine transition, $\mathbf{v} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{k}_a/k_a$ is the projected atomic velocity, and \mathbf{v}_{rec} is the recoil velocity (6 mm/s). By varying δ , we select the velocity class that experiences a transition.

The two Raman beams are orthogonally linearly polarized and drive the magnetic field-independent transition between $|5S_{1/2}F = 2, m_F = 0\rangle$ and $|5S_{1/2}F = 3, m_F = 0\rangle$ denoted $|2\rangle$ and $|3\rangle$. We will use Dirac notation to refer to these two states, while the notation $F = 2$ or 3 refers to the entire Zeeman manifold. A 750 mG magnetic field

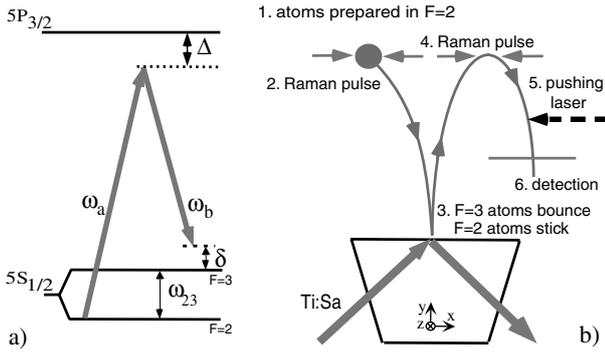


FIG. 1. (a) Level diagram for velocity selective Raman transitions. Frequencies ω_a and ω_b of the two counterpropagating laser beams are separated by ^{85}Rb hyperfine frequency ω_{23} plus Raman detuning δ . (b) Sequence used in our experiment to select and analyze the velocity. The selection pulse is applied as the atoms fall toward the mirror. The analysis pulse comes at the top of their trajectory after bouncing.

oriented along the beam propagation direction (at 43° to the x axis in the xz plane) lifts the degeneracy. Resonant transitions take place only between $|2\rangle$ and $|3\rangle$. To ensure that the atoms are in an eigenstate of the reflecting potential, we adiabatically rotate the magnetic field while they fall to be along the z axis, the quantization axis defined by the evanescent wave electric field [14]. After reflection the magnetic field is turned back.

To generate the Raman beams (separated by $\omega_{23}/2\pi = 3.036$ GHz), we modulate the injection current of a diode laser at 1.5 GHz and inject the ± 1 sidebands into two slave laser diodes. The carrier and ± 2 sidebands are removed with a Fabry-Perot cavity. Each Raman beam passes through an acousto-optic modulator modulated by an arbitrary function generator to produce Blackman pulses [16]. Beating the two slave laser beams indicates a relative frequency spread less than 20 Hz (the resolution bandwidth of the spectrum analyzer) narrow enough not to limit the Raman transition width.

To test our setup, we first make a velocity selection and immediately analyze it with a second Raman pulse. At $t = 0$, we prepare the atoms in $F = 3$. At $t = 8$ ms we apply a Raman “selection” π pulse with a detuning δ_S to transfer atoms to $|2\rangle$. Then comes a pushing beam resonant with the $5S_{1/2}F = 3 \rightarrow 5P_{3/2}F' = 4$ transition which removes all the atoms remaining in $F = 3$. At $t = 22$ ms we apply a second Raman “analysis” π pulse with a detuning δ_A to transfer atoms back to $|3\rangle$. Atoms in $F = 3$ are detected via the fluorescence induced by a retroreflected probe laser resonant with the $5S_{1/2}F = 3 \rightarrow 5P_{3/2}F' = 4$ transition and collected in a 0.1 sr solid angle on a photomultiplier tube. No repumper is present in order to avoid detection of $F = 2$.

We repeat the sequence changing δ_A to acquire the transverse velocity distribution of incident atoms [Fig. 2(a)]. The rms width of the distribution is 7.3 kHz. This width is consistent with what is expected for a

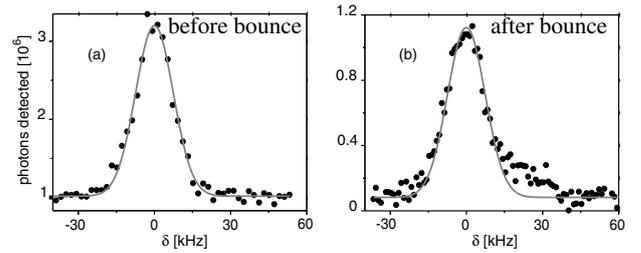


FIG. 2. Transverse atomic velocity distribution before (a) and after reflection (b) with $\Delta_{EW} = 2.4$ GHz. The solid line of (a) is a Gaussian fit to the data (rms width $0.47v_{rec}$). In (b), we have plotted the same Gaussian as in (a), normalized to the height of the data in (b) in order to emphasize the presence of a pedestal.

$150 \mu\text{s}$ Blackman pulse. The curve demonstrates a velocity selection rms width for a single pulse of $0.33v_{rec}$ along the propagation direction of the Raman beams. This is about 20 times narrower than the velocity width in the MOT. Because the analysis sequence has the same resolution as the selection sequence, our velocity resolution is $\sqrt{2}$ times larger, that is, $0.47v_{rec}$. This resolution is 3 times better than that used in Ref. [5].

To observe the effect of the reflection on the transverse velocity, we proceed in a manner analogous to that described above (Fig. 1). At $t = 0$ we prepare the atoms in $F = 2$. The Raman selection pulse transfers a narrow velocity class to $|3\rangle$ at $t = 8$ ms. The atoms then fall onto the mirror. The frequency of the evanescent wave is blue detuned for $F = 3$ and red detuned for $F = 2$. Atoms in $F = 2$ are not reflected from the mirror. After reflection ($t = 120$ ms), the analysis pulse transfers some atoms back into $|2\rangle$. Next, the pushing beam removes atoms remaining in $F = 3$ and finally we detect atoms in $|2\rangle$ with probe laser and repumper. Compared to the test sequence, the roles of $F = 2$ and $F = 3$ are reversed in order to take advantage of the state selective nature of the reflection, as well as the fact that atoms can scatter more probe photons in the presence of the repumper.

Atoms not selected by the first Raman selection pulse can contribute to a background if they are pumped into $|3\rangle$ (by the evanescent wave, for example) during their trajectory. We measure this background using the same sequence described above and δ_S tuned far from resonance. We alternate between normal and background measurements and subtract the background on each shot. The analysis detuning δ_A is scanned randomly over the desired values, and we acquire and average about three measurements for each δ_A to acquire a spectrum such as shown in Fig. 2(b). The peak value in Fig. 2(b) corresponds to about 10^4 atoms detected per bounce. Typically the background was about 3×10^3 atoms. Despite this subtraction, we observe a nonzero background in Figs. 2 and 3. This background appears to be due to atoms reflected from the mirror that are pumped into $F = 2$ after reflection.

With this system we acquired data such as that in Fig. 2(b) showing the velocity distribution (the number of

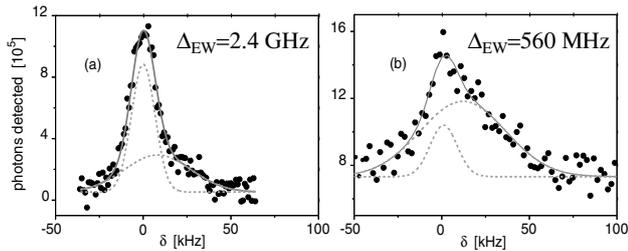


FIG. 3. Atomic velocity distribution for two Δ_{EW} values. The solid lines show a fit using two Gaussian curves as described in the text. Both the individual Gaussians as well as their sum are shown. Each atom results in about 100 detected photons.

atoms detected in $F = 2$ after the Raman analysis pulse) after the bounce. There is a narrow peak whose width appears identical to the initial one and a broad pedestal whose center is shifted by 7.9 kHz, an amount corresponding to a $0.5\hbar k_L$ momentum transfer with respect to the narrow one along the observation direction. This transfer is in the same direction as the evanescent wave propagation vector and remains so when the evanescent wave (Ti:S) laser direction is reversed (i.e., it also reverses).

To understand the origin of the pedestal, we acquired several reflected velocity distributions under differing conditions; two examples are shown in Fig. 3. Each distribution is fitted by a sum of two Gaussians plus a flat background. We first examined the parameters of the pedestal as a function of Δ_{EW} . We observed little variation of the width and the shift relative to the narrow peak. To simplify the study of the relative contribution of the two components, we fixed the width of the narrow peak at the measured width of the resolution function. We also fixed the width of the pedestal and the shift at the average values of our preliminary fits: the pedestal width was fixed to be that of the convolution of our resolution function and a Gaussian of 18 kHz rms and the shift to be 7.9 kHz. Using this analysis we can measure the fraction S of atoms detected in the narrow peak as a function of Δ_{EW} . (See Fig. 4.) The data are well fit by $S = \exp(-\alpha/\Delta_{EW})$ with $\alpha = 1.1$ GHz.

The above detuning dependence immediately suggests spontaneous emission within the evanescent wave which reduces the number of specularly reflected atoms by a factor of $\exp(-N_{SE})$. A simple estimate of N_{SE} , the average number of spontaneous emissions, is given by $N_{SE} = 2\pi/(\lambda_{dB}\kappa) \times \Gamma/\Delta_{EW}$, where $\Gamma/2\pi = 5.9$ MHz is the natural linewidth of the atomic transition [9,17]. A better estimate includes the modification of the potential due to the van der Waals interaction [18], the modification of the spontaneous emission rate close to the surface [19], and an average of these effects over the mirror surface. We find, in our range of detunings, that N_{SE} still varies as Δ_{EW}^{-1} to a good approximation but with a probability about 1.5 times higher than the simple estimate. To calculate S one must also take into account the fact that at

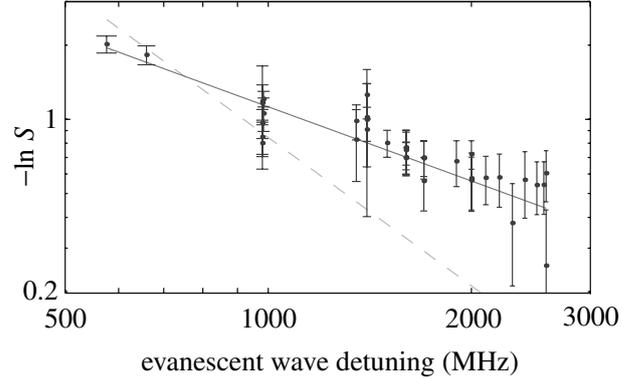


FIG. 4. Variation of S the fraction of atoms in the narrow peak as a function of Δ_{EW} . The solid line (slope -1) shows $S = \exp(-\alpha/\Delta_{EW})$; the dashed line (slope -2) shows $S = \exp(-\beta/\Delta_{EW}^2)$ with fitted α and β .

large detunings the branching ratio for falling back into $|3\rangle$, the only one which we detect, is $2/3$. This factor cancels the increase in N_{SE} due to the effects of the dielectric surface. One predicts therefore $S = \exp(-\alpha_{SE}/\Delta_{EW})$ with $\alpha_{SE} = 0.55$ GHz. There appears to be too little spontaneous emission (by a factor of 2) to entirely explain our results.

In addition, atoms undergoing spontaneous emission in the evanescent wave receive an average momentum transfer of $\hbar k_x$ along x , that is, a shift of the broad pedestal of $\hbar k_x \times \cos(43^\circ) = 1.1\hbar k_L$ along the Raman beam direction instead of the $0.5\hbar k_L$ that we observe. [The distribution of spontaneously emitted photons, even in the presence of the dielectric surface is unchanged under $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$ [19] and so only the absorption process contributes to the shift.] This observation confirms the above conclusion that spontaneous emission in the evanescent wave is only partly responsible for our observations. This is in contrast to the study of Ref. [9] which used a very small value of κ to get a large number of spontaneous emissions in the evanescent wave.

Another mechanism which causes diffuse reflection is discussed in Ref. [12]. It involves scattered Ti:S light which interferes with the evanescent wave. The interference produces a rough potential which diffusely scatters the atoms. This mechanism does *not* involve spontaneous emission. The scattered light could come either from the surface roughness, inhomogeneities in the bulk of the prism, or some other object such as a prism edge. Using the results in Ref. [12] one can show that the propagating modes of the scattered light would cause S to vary as $\exp(-\alpha_R/\Delta_{EW})$, where α_R depends on the amount of scattered light. The contribution to the pedestal due to this effect should exhibit no shift relative to the specular peak. Since spontaneous emission is responsible for about one-half of the pedestal, we expect a total pedestal shifted by about one-half of the shift due to spontaneous emission alone in good agreement with our observations. Since both

effects have the same Δ_{EW} dependence this explanation also accounts for the lack of detuning dependence in the observed shift.

Another possible explanation for the pedestal is spontaneous emission induced by the stray light above the prism while the atoms fall towards the mirror. Indeed, in experiments in which we left the evanescent wave laser on for 40 ms while the atoms fell towards the mirror, we observed an optical pumping of the atoms from their initial hyperfine level ($F = 3$) to the other hyperfine level ($F = 2$) (about 10% of the atoms were lost in this way at $\Delta_{EW} = 940$ MHz). This mechanism predicts that S should vary as $\exp -\beta/\Delta_{EW}^2$, where β is a constant which depends on the mean light intensity experienced by the atoms. As shown in Fig. 4 the data are not consistent with this dependence.

Thus we believe that we have identified the source of the diffuse reflection in our experiment as the sum of the effects of scattering of atoms from a potential induced by the random interference pattern of the evanescent wave and stray light, and spontaneous emission in the evanescent wave. According to this interpretation we have $1.1 \text{ GHz} = \alpha_R + \alpha_{SE}$, and we can work out the effective mirror roughness associated with α_R . We find $\sigma \approx 0.3 \text{ nm}$, a value much larger than the prism's measured surface roughness (0.07 nm). Since the effective mirror roughness due to light scattering by the prism surface is of the order of the surface roughness itself [12], we presume that most of the stray light is from other sources such as those mentioned above.

We turn now to an analysis of the narrow peak. Since the area under the broad peak can be reduced by increasing the detuning Δ_{EW} , the essential question is "How faithfully is the initial velocity distribution reproduced in the narrow peak?" To answer this question, we compare the width of the narrow peak to that of the resolution function (atomic experimental velocity distribution before the bounce) for 36 runs acquired at different values of Δ_{EW} . We now fit the experimental curves by a sum of two Gaussians with all parameters adjustable except for the width and center of the broad peak. Averaging over 36 measurements, we find $\sigma_{\text{meas}}^2 - \sigma_{\text{res}}^2 = -(0.13v_{\text{rec}})^2 \pm (0.08v_{\text{rec}})^2$, where σ_{res} and σ_{meas} are the rms widths of the two curves after the bounce, and the uncertainty is the standard deviation of the weighted mean of our 36 measurements. A negative sign in the result is not necessarily unphysical because it could be due, for example, to a slightly concave reflecting surface which collimates the atoms. We do not consider this deviation from zero to be statistically significant, however. We conclude that the observed reflection is consistent with

a specular reflection to within about $0.1v_{\text{rec}}$. Our limit is a factor of 10 better than our previous best result [5].

To compare our results with Refs. [1,3], we calculate the rms angular deviation of an effective reflecting surface from perfectly plane: $\sigma_\theta = \frac{1}{2} \frac{v_{\text{rms}}}{v_{\text{in}}}$, where v_{in} is the incident atomic velocity on the mirror and v_{rms} is the rms transverse velocity added by the mirror. Using the upper limit $v_{\text{rms}} < 0.1v_{\text{rec}}$, we find that the effective mirror surface is flat to within uncertainty of 0.5 mrad.

We conclude that at sufficiently large detunings, it is possible to produce a highly specular mirror for atomic de Broglie waves. By analogy with photon optics, the double structure we observe suggests that we are in the regime where the roughness of the atomic mirror is small compared to the wavelength of the reflected matter wave. In that regime, the specular peak corresponds to a "perfectly" coherent reflection, and it should be possible to test this property in an atom interferometer. Interferometric experimental studies are in progress.

We acknowledge the assistance of C. Aussibal and thank C. Henkel and J. Thywissen for useful discussions. This work was supported by the European Union under Grants No. IST-1999-11055 and No. HPRN-CT-2000-00125 and by DGA Grant No. 99.34.050.

-
- [1] C. V. Saba *et al.*, Phys. Rev. Lett. **82**, 468 (1999).
 - [2] L. Cagnet *et al.*, Europhys. Lett. **47**, 538 (1999).
 - [3] D. Lau *et al.*, Eur. Phys. J. D **5**, 193 (1999).
 - [4] A. Arnold, C. MacCormick, and M. Boshier, Phys. Rev. A **65**, 031601 (2002).
 - [5] A. Landragin *et al.*, Opt. Lett. **21**, 1591 (1996).
 - [6] K. Bongs *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83**, 3577 (1999).
 - [7] I. Bloch *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 030401 (2001).
 - [8] D. Kadio, O. Houde, and L. Pruvost, Europhys. Lett. **54**, 417 (2001).
 - [9] D. Voigt *et al.*, Phys. Rev. A **61**, 063412 (2000).
 - [10] M. Kasevich *et al.*, Phys. Rev. Lett. **66**, 2297 (1991).
 - [11] N. Garcia and M. Nieto-Vesperinas, Phys. Rev. Lett. **71**, 3645 (1993).
 - [12] C. Henkel *et al.*, Phys. Rev. A **55**, 1160 (1997).
 - [13] Calculations relating the effective mirror roughness to substrate roughness are given in Refs. [11,12].
 - [14] L. Cagnet *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81**, 5044 (1998).
 - [15] From General Optics, Moorpark, CA.
 - [16] M. Kasevich and S. Chu, Phys. Rev. Lett. **69**, 1741 (1992).
 - [17] M. Kasevich, D. Weiss, and S. Chu, Opt. Lett. **15**, 607 (1990).
 - [18] A. Landragin *et al.*, Phys. Rev. Lett. **77**, 1464 (1996).
 - [19] J. Y. Courtois, J. M. Courty, and J. Mertz, Phys. Rev. A **53**, 1862 (1996).

An atom interferometer for measuring loss of coherence from an atom mirror

J. Estève^a, D. Stevens, C. Aussibal, N. Westbrook, A. Aspect, and C.I. Westbrook

Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique^b, UMR8501 du CNRS, 91403 Orsay Cedex, France

Received 3 August 2004

Published online 26 October 2004 – © EDP Sciences, Società Italiana di Fisica, Springer-Verlag 2004

Abstract. We describe an atom interferometer to study the coherence of atoms reflected from an evanescent wave mirror. The interferometer is sensitive to the loss of phase coherence induced by the defects in the mirror. The results are consistent with and complementary to recent measurements of specular reflection.

PACS. 03.75.Be Atom and neutron optics – 03.75.Dg Atom and neutron interferometry – 39.20.+q Atom interferometry techniques

In the past 10 years, atom interferometry has found a number of applications. Notable examples are atom gyroscopes, gravimeters and accelerometers, measurements of forward scattering amplitudes for elastic collisions, and investigations of the Aharonov-Casher effect [1]. Here we demonstrate a new application: interferometric characterization of an atomic mirror.

Using either dipole forces or magnetic fields, it is not difficult to make a “mirror”, i.e. a steep reflecting barrier, strong enough to reflect atoms with velocities of order 1 m/s, the velocity acquired in ~ 5 cm of free fall. Both dipole and magnetic force mirrors can be coupled with a high quality substrate to guarantee a well defined overall flatness or curvature, thus giving rise to the evanescent wave mirror [2,3], or to the magnetic mirror [4]. It is now well-known however, that a fundamental difficulty of atomic mirrors is loss of coherence due to various sources of roughness in the reflecting potential [5–8]. The extremely small de Broglie wavelength associated with the typical velocities ($\lambda_{dB} \sim 5$ nm in the case of Rb at 1 m/s), imposes severe constraints on the small scale roughness of the substrate — it must be much better than $\lambda_{dB}/2\pi$ [9] before the reflection can be considered specular, and therefore coherent. In this experiment, we use an atomic mirror within an interferometer and thus give a true demonstration of its coherence.

In a previous paper [10], we reported measurements of the velocity distribution of atoms from an atom mirror and measured the fraction of specularly reflected atoms, as well as the transverse velocity profile of the diffusely reflected ones. The resolution of this measurement however,

was insufficient to study the lineshape of the specularly reflected distribution — a crucial aspect characterizing the effect of the mirror on the coherence. Here we discuss a related measurement which is able to focus in more detail on the shape of the specularly reflected fraction. We have developed an atom interferometer which gives information complementary to velocity distribution measurements. We observe fringes whose contrast as a function of path difference corresponds to the coherence function of the atomic mirror, in other words to the Fourier transform of the transverse velocity distribution induced by the mirror. This measurement is particularly sensitive to the long distance behavior of the coherence function or to the velocity distribution in the specular peak, where direct velocity distribution measurements are impractical. Narrower velocity selection implies fewer atoms and worse signal to noise. The signal to noise in the interferometric technique is practically independent of the velocity resolution. It is the analog of Fourier transform spectroscopy with de Broglie waves.

A diagram of the experiment is shown in Figure 1. Atoms from a MOT are subjected to two $\pi/2$ pulses which transfer 2 recoil momenta to the atoms. Their time separation is T . Only one of the internal atomic states is reflected by the mirror as shown by the solid line paths. After reflection the two paths are recombined by repeating the Raman pulse sequence with the same separation time. The result is an interferometer in which the two possible paths bounce off different parts of the mirror, separated by $l = 2v_R T$, where v_R is the recoil velocity. By detecting atoms in only one of the two internal states, interference fringes as a function of the time T are visible as shown in Figure 2. The actual atomic trajectories are parabolic, but we have suppressed this feature in the figure because

^a e-mail: jerome.esteve@iota.u-psud.fr

^b The Laboratoire Charles Fabry is part of the Federation LUMAT, FR2764 du CNRS.

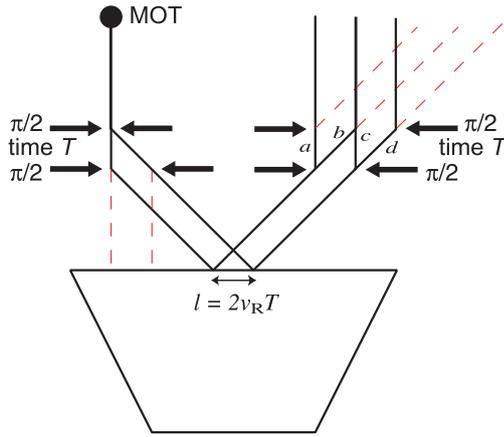


Fig. 1. Diagram of the interferometer. The arrows represent Raman $\pi/2$ pulses which create superpositions of different internal states and momenta. The atomic mirror is an evanescent wave at the surface of a glass prism represented by the trapezoid. The dashed lines correspond to paths which are eliminated, either during the bounce or during the detection. The letters *a*, *b*, *c* and *d*, label the 4 possible paths discussed in the text. The path lengths are not a realistic representation of the trajectory lengths.

the only role played by gravity is to determine the de Broglie wavelength of the atoms at the moment they hit the mirror.

The interferometer most resembles one first discussed in reference [11] and demonstrated in reference [12]. The differences here are that we use 2 photon Raman transitions rather than 1 photon transitions [13] and, more importantly, that we have placed an atomic mirror within the interferometer and use the fringes to study the influence of the mirror on the spatial coherence of the reflected atoms. We isolate the effect of the mirror by comparing these fringes to those obtained by applying all four pulses before the atoms hit the mirror. These fringes are also shown in Figure 2.

It is evident that the mirror strongly reduces the fringe contrast, and we will discuss the information this reduction gives us below. But first we will give some experimental details of our setup. The apparatus is the same as that used in reference [10], and the laser pulse sequence is very similar. We refer the reader to Figure 1 of that paper for the energy level scheme. A ^{85}Rb MOT is loaded with approximately 10^8 atoms in 2 s. The atoms are prepared in the $F = 2$ level by turning off the $2 \rightarrow 3$ repumping laser before the trapping beams. They fall under gravity towards a glass prism 20 mm below. Starting 8 ms after the atoms begin to fall, two counter-propagating Raman beams are pulsed on twice for $25 \mu\text{s}$, with a period T between the start of the two pulses. The two-photon detuning of the first pulse pair is $\delta_1 = \omega_a - \omega_b - \omega_{\text{HFS}}$ where ω_b and ω_a are the frequencies of the two Raman lasers, ω_{HFS} is the hyperfine splitting in ^{85}Rb , corrected for the atomic recoils involved in the transition. The laser parameters are such that the $\pi/2$ condition is fulfilled for $\delta_1 = 0$.

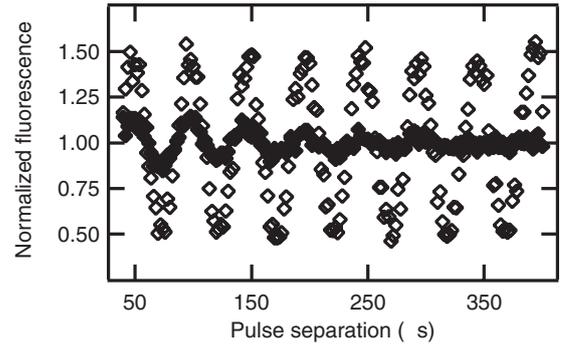


Fig. 2. Fringes obtained by scanning the pulse separation T with (filled symbols) and without mirror (open symbols) for fixed Raman detuning $(\delta_2 - \delta_1)/2\pi = 20$ kHz. The evanescent wave detuning was 2 GHz.

A homogeneous magnetic bias field (750 mG), in the propagation direction of the Raman beams, lifts the Zeeman degeneracy and ensures that only atoms in the hyperfine sublevel $|F = 2, m_F = 0\rangle$ are in Raman resonance (with $|F = 3, m_F = 0\rangle$). The evanescent wave laser is switched on for 20 ms, timed to coincide with the arrival of the atoms at the prism, and a second pair of Raman pulses, separated by the same period T , with two-photon detuning δ_2 , is applied. The time of flight of the atoms between the 2nd and 3rd Raman pulses is 112 ms. After the 4 pulse sequence, atoms that are not transferred to $F = 2$ are expelled by a 2 ms pulse of light resonant for $F = 3$. Finally a probe beam with repumper is switched on, and the resulting fluorescence signal is measured with a photomultiplier tube. The evanescent wave mirror is described in more detail in reference [14]. The evanescent wave is red-detuned from resonance for $F = 2$, but blue-detuned for $F = 3$. Thus, $F = 3$ atoms are reflected. As in reference [10], the evanescent wave detuning $\Delta_{\text{EW}}/2\pi$ is chosen between 500 and 2000 MHz. For more details on the Raman laser setup see [15,16].

Some atoms that do not undergo a transition stimulated by the first Raman pulse pair can still undergo a transition by spontaneous emission. These atoms make a background in our data that we measure with a second sequence this time with δ_1 detuned away from resonance. This measured background is subtracted from the original signal. To make observations without the mirror, we proceed in an analogous manner except that the atoms are initially prepared in the $F = 3$ state and a pushing laser which eliminates the atoms remaining in $F = 3$ is applied between the 2nd and 3rd pulses. Also, all four Raman pulses, as well as the detection take place before the atoms hit the mirror. The time of flight between the 2nd and 3rd pulses in this case is only 14 ms, thus when we attribute the loss of contrast to the action of the mirror, we are assuming that no other decoherence process takes place during the atoms' flight. Collisions between atoms constitute a potential process of this type. The density of our sample is very low however ($\sim 10^{10} \text{ cm}^{-3}$), and we

estimate the number of collisions per atom during the flight to be well below 10^{-2} .

To interpret the results, we will analyze the interferometer in terms of atom interferometry. An equivalent, velocity space interpretation is possible if one observes that the 1st two Raman pulses produce two interlaced combs in velocity space corresponding to the two different atomic internal states [17]. The velocity space analysis proceeds by examining the effect of the mirror on the velocity distribution. In the interferometric analysis below, we work in position space and treat the atoms quantum mechanically only along the x (horizontal) direction. The x -component of the momentum is denoted p . To treat the effect of the mirror, we use the thin phase grating approximation [9, 18], which supposes that the atomic trajectories are unperturbed by mirror roughness while within the reflecting potential, and that the mirror roughness simply adds a phase $\varphi(x) = (4\pi/\lambda_{\text{dB}})s(x)$ (this quantity is referred to as $\delta\varphi(x)$ in Ref. [9]) to the matter wavefront. The quantity s corresponds to the local vertical deviation of the mirror from a perfectly flat surface.

The atomic source has an rms velocity spread δv , or equivalently a coherence length $\xi = \hbar/(m\delta v)$. We will take the finite coherence length into account by analyzing what happens to an initial pure state $|i\rangle$ in the interferometer and then performing an appropriate, incoherent, average over the possible states $|i\rangle$. For example, the initial state could correspond to a plane wave, in which case the average is over the velocity distribution of the source, or it could be considered as a wave packet. The paths in Figure 1 can be interpreted as the trajectories of the center of mass of such a wavepacket. Taking into account the nonzero detuning of the Raman laser results in a relative phase $\delta_i T$ ($i = 1$ or 2) for each of the vertical sections of the trajectories between the 1st and 4th Raman pulses. At the output of the interferometer, after the fourth $\pi/2$ pulse, the part of the state vector corresponding to atoms in the $F = 2$ state is given by:

$$|\Psi\rangle = |a\rangle + |b\rangle + |c\rangle + |d\rangle, \quad (1)$$

where the letters label the 4 possible paths as in Figure 1. If the path separation in the interferometer is greater than the source coherence length ($l \gg \xi$), the paths a and d do not contribute to the interference pattern, only to a flat background.

The amplitudes corresponding to the paths b and c which do interfere can be written:

$$|b\rangle = e^{-i\delta_1 T} U e^{i\varphi(x)} U |i\rangle \quad (2)$$

$$|c\rangle = e^{-i\delta_2 T} U e^{i\varphi(x+l)} U |i\rangle. \quad (3)$$

Here $|i\rangle$ is the initial state of the atom and $U = \exp(-i(p^2/2m)(t/\hbar))$ is the unitary operator which describes the free evolution of a state during the time of flight t from the first $\pi/2$ pulse to the mirror, or from the mirror to the last $\pi/2$ pulse.

In the above analysis, we have made the approximation that the duration of the $\pi/2$ pulses can be neglected, compared to all other time scales in the problem. In our

experiment this duration is not negligible and results in an rms transverse velocity selection of the atoms by each pulse $\delta v_{\text{Sel}} = 4.04/(2k_{\text{Laser}}\tau)$, where τ is the duration of the Blackman pulse and the factor 4.04 converts the total duration of the Blackman pulse into an rms width (i.e. a $1/\sqrt{e}$ half width). For a 25 μs pulse, this selection corresponds to a 1 cm/s rms velocity width, or an “effective” coherence length of $\xi = 80$ nm. In this case the coherence requirement which permits one to neglect any interference of the paths a and d is that the path separation l be greater than this effective coherence length. Taking into account the finite duration of the pulses also modifies the contrast if the value of the pulse separation T is close to τ . This effect is very small but is taken into account in the fits described below. A more detailed calculation can be found in reference [16].

The interference pattern is given by the total probability of finding the atoms in the $F = 2$ state:

$$\langle\Psi|\Psi\rangle = \langle a|a\rangle + \langle b|b\rangle + \langle c|c\rangle + \langle d|d\rangle + \langle b|c\rangle + \langle c|b\rangle. \quad (4)$$

The interference terms (the last two) are proportional to the mirror coherence function defined in reference [9]:

$$\text{Re}[\langle b|c\rangle] = \text{Re}\left\langle e^{i\varphi(x+l)-i\varphi(x)} \right\rangle \cos(\delta_2 - \delta_1)T \quad (5)$$

where $\langle \dots \rangle$ refers to a statistical average over the mirror. The interference pattern is then given by

$$\langle\Psi|\Psi\rangle \propto 1 + \frac{1}{2}\text{Re}\left\langle e^{i\varphi(x+l)-i\varphi(x)} \right\rangle \cos(\delta_2 - \delta_1)T. \quad (6)$$

Fringes are observed either by varying T or $\delta_2 - \delta_1$ and the coherence function gives their contrast. A perfect mirror has a coherence function equal to unity and a fringe contrast of 1/2.

The experiment of reference [10], showed that the reflected velocity distribution from the mirror is bimodal, having both a broad (diffuse) and a narrow (specular) component. This reference identified both mirror roughness and spontaneous emission as the primary causes of diffuse reflection. We therefore also expect a bimodal coherence function, consisting of a narrow part (corresponding to specular reflection), and a wide part corresponding to diffuse reflection. In terms of the coherence lengths, reference [10] found a length of about 100 nm for the diffuse part of the coherence function, while only a lower limit of about 1000 nm ($0.1v_{\text{R}}$) could be given for the specular part. In the experiment reported here, the minimal time separation, $T = 40 \mu\text{s}$, corresponds to a path separation of 480 nm in the interferometer. Thus the shape of the diffusely reflected distribution is inaccessible in the present experiment. The only effect of diffuse reflection is a loss of contrast, even for $T = 40 \mu\text{s}$, approximately equal to the fraction S of specularly reflected atoms. According to reference [10], this fraction is well described by: $S = \exp(-\alpha/\Delta_{\text{EW}})$, where the value of α comes from a fit and is compared to a calculation.

In Figure 3, we plot the fringe visibility of several runs similar to those shown in Figure 2 as a function of the

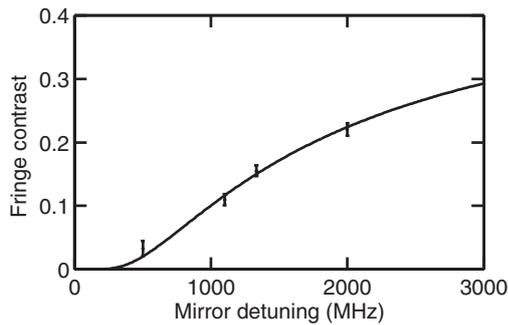


Fig. 3. Fringe visibility for $T = 40 \mu\text{s}$ as a function of the evanescent wave detuning $\Delta_{\text{EW}}/2\pi$. The solid curve shows the fitted function described in the text.

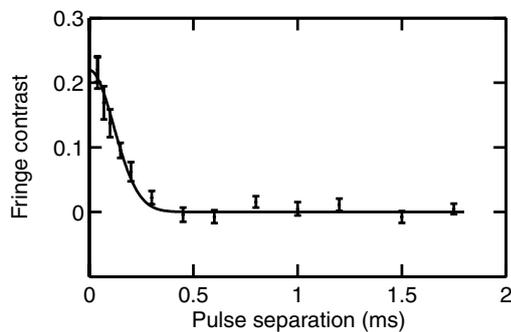


Fig. 4. Visibility of fringes as a function of pulse separation T for an evanescent wave detuning of 2 GHz. The fit is to a Gaussian with an rms width of $110 \mu\text{s}$.

evanescent wave mirror detuning Δ_{EW} . The data were obtained for fixed T ($40 \mu\text{s}$) and a varying $\delta_2 - \delta_1$. The fit shown in the figure corresponds to $\exp(-\alpha/\Delta_{\text{EW}})$ times a constant. The data confirm our model of the loss of contrast and the fit yields $\alpha = 1.5 \text{ GHz}$, in reasonable agreement with the value found in reference [10]. One of the advantages of the interferometry technique compared to the simple velocity spectroscopy approach is evident from the error bars and dispersion of the data in Figure 3. They are much smaller than in Figure 4 of reference [10], and indeed the value of α deduced here is probably more reliable.

We turn now to the long range behavior of the coherence function. Figure 4 shows the behavior of the fringe visibility as a function of the delay T for an evanescent wave detuning that was fixed at $\Delta_{\text{EW}} = 2 \text{ GHz}$. The results show that the contrast decreases rapidly to zero for delays above $100 \mu\text{s}$. A Gaussian fit to the data in Figure 4 gives a $1/\sqrt{e}$ half width of $110 \mu\text{s}$. In terms of the correlation length, this result corresponds to a length of $1.3 \mu\text{m}$, just barely longer than the upper limit established in reference [10]. This result was unexpected.

The loss of contrast can be most easily explained by a small tilt in the mirror relative to the vertical (Raman velocity measurements determined it to be 11 mrad). Because of the tilt, the vertical velocity distribution of the

atoms when they hit the mirror contributes to the horizontal velocity width after the bounce. The dominant contribution to the vertical velocity distribution comes from the vertical size of the MOT. An rms MOT size of 1.7 mm results in a 0.58 mm/s horizontal velocity spread, and this would account for our observation. The size of the MOT was not measured during the experiment, but 1.7 mm is plausible. We have considered other mechanisms for the loss of contrast such as curvature of the mirror surface, the shape of the waist of the bouncing laser beam, or diffraction of atoms from the edges. None of these is large enough to account for the observed loss of contrast. Note that even if the amount of spontaneous emission estimated in reference [10] is incorrect, it cannot account for the loss of contrast in Figure 4 because its intrinsic length scale $k_L^{-1} \sim 100 \text{ nm}$, (i.e. of order 1 recoil momentum is imparted to the atoms). The length scale we observe in Figure 4 for the loss of contrast is much larger.

The main conclusion of our work is that, as in traditional optics, interferometry constitutes an extremely sensitive test of mirror surface quality. The interferometer is very well compensated for many parasitic effects, such as the incoherence of the source, frequency fluctuations of the lasers etc., as shown by the essentially perfect contrast observed without the mirror. Defects in the mirror are readily apparent, and can be easily quantified as shown by the small error bars in Figures 3 and 4. The interferometer is sensitive to coherence lengths much larger than are accessible to straightforward velocity distribution measurements.

We thank M. Weitz for suggestions which led to this experiment. This work was supported by the DGA under grant 03.34.003 and by the European Union under grant IST-2001-38863 and HPRN-CT-2000-00125.

References

1. Several general discussions can be found in *Atom Interferometry*, edited by P. Berman (Academic Press, San Diego, 1997), the contributions of C. Bordé, of U. Sterr et al. and of B. Young et al. are particularly relevant to our work
2. J. Dowling, J. Gea-Banacloche, in *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics*, edited by B. Bederson, H. Walther (Academic Press HBJ, Boston, 1996), Vol. 37, pp. 1-94, and references therein
3. V. Balykin, in *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics*, edited by B. Bederson, H. Walther (Academic Press, Boston, 1998), Vol. 41, pp. 182-260, and references therein
4. E. Hinds, I. Hughes, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **32**, R119 (1999), and references therein
5. A. Landragin, G. Labeyrie, C. Henkel, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C.I. Westbrook, *A. Aspect, Opt. Lett.* **21**, 1591 (1996)
6. C.V. Saba, P.A. Barton, M.G. Boshier, I.G. Hughes, P. Rosenbusch, B.E. Sauer, E.A. Hinds, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 468 (1999)

7. L. Cognet, V. Savalli, P.D. Featonby, K. Helmerson, N. Westbrook, C.I. Westbrook, W.D. Phillips, A. Aspect, G. Zabow, M. Drndic, C.S. Lee, R.M. Westervelt, M. Prentiss, *Europhys. Lett.* **47**, 538 (1999)
8. D. Lau, A. Sidorov, G. Opat, R. McLean, W. Rowlands, P. Hannaford, *Eur. Phys. J. D* **5**, 193 (1999)
9. C. Henkel, K. Moelmer, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. Westbrook, A. Aspect, *Phys. Rev. A* **55**, 1160 (1997)
10. V. Savalli, D. Stevens, J. Estève, P.D. Featonby, V. Josse, N. Westbrook, C.I. Westbrook, A. Aspect, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 250404 (2002)
11. C. Bordé, in *Laser Spectroscopy*, edited by M. Ducloy, E. Giacobino, G. Camy (World Scientific, Singapore, 1992), p. 239
12. A. Morinaga, Y. Ohuchi, *Phys. Rev. A* **51**, 1746 (1995)
13. M. Kasevich, S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 181 (1991)
14. L. Cognet, V. Savalli, G. Horvath, D. Holleville, R. Marani, N. Westbrook, C. Westbrook, A. Aspect, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5044 (1998)
15. V. Savalli, Ph.D. thesis, Université de Paris-XI, 2002, available at <http://tel.ccsd.cnrs.fr/documents/archives0/00/00/67/17/>
16. J. Estève, Ph.D. thesis, Université de Paris-VI, in preparation
17. M. Kasevich, D. Weiss, E. Riis, K. Moler, S. Kasapi, S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2297 (1991)
18. C. Henkel, J.Y. Courtois, A. Aspect, *J. Phys. II France* **4**, 1955 (1994)

Deuxième partie

Obtention d'un condensat de
Bose-Einstein et étude de la
rugosité du potentiel sur une
puce atomique

Introduction

Les progrès scientifiques et technologiques, en physique des semi-conducteurs ou en optique intégrée par exemple, ont contribué à prouver que la miniaturisation et l'intégration permettent de concrétiser des résultats de physique fondamentale obtenus à l'échelle macroscopique mais également d'observer des phénomènes physiques inédits (*cf.* le développement de la physique mésoscopique par exemple [77]). Parvenir à miniaturiser les dispositifs de générations et de manipulations d'ondes de matière cohérente serait une avancée considérable en physique atomique. Les plus optimistes vont jusqu'à imaginer des applications concrètes allant des capteurs ultra-sensibles pour des mesures de temps [78] ou d'accélération jusqu'à des dispositifs de traitement de l'information quantique. Le chemin à parcourir pour aboutir à de tels résultats est encore long et difficile, mais l'engouement pour la miniaturisation des dispositifs de manipulation d'atomes froids est réel et les expériences en ce sens se multiplient. Les puces atomiques actuelles intègrent des fils³ qui créent un champ magnétique interagissant avec le moment magnétique des atomes. Ces puces permettent de piéger des atomes [81, 82, 83, 84], de les guider [85, 86] et de les transporter sur plusieurs centimètres [30]. Un « interrupteur à atomes » [87] et une lame séparatrice incohérente ont également été réalisés [88]. L'obtention d'un condensat de Bose-Einstein [89, 90, 91, 84] sur puce a ouvert les perspectives d'une optique atomique intégrée cohérente. Et un objectif majeur des expériences actuelles utilisant des puces atomiques est la réalisation d'un interféromètre atomique intégré [92, 93, 94]. L'une des difficultés principales dans la réalisation d'un tel interféromètre est l'obtention d'une lame séparatrice cohérente. Jusqu'à maintenant aucune expérience n'a réussi à séparer un condensat en deux condensats cohérents et à conserver cette cohérence pendant un temps suffisamment long ou sur une distance suffisante pour réaliser un interféromètre sensible à des effets inertiels⁴.

Ayant acquis une expérience dans l'utilisation de fils micro fabriqués pour réaliser un miroir atomique [68], notre groupe a entamé un programme de re-

³Notons que l'équipe de M. Prentiss utilise des structures ferromagnétiques pour réaliser des pièges près d'une surface [79, 80]. Ces structures ne sont pas à proprement parler des « puces » car la méthode de fabrication peu flexible ne permet pas d'intégrer avec facilité plusieurs structures sur le même support.

⁴Les expériences récentes des références [95, 96] présentent des premiers résultats encourageants de réalisations de la séparation cohérente de deux condensats.

cherche sur le thème des puces atomiques en septembre 2001. Notre objectif à long terme est de réaliser et d'étudier des éléments d'optique atomique intégrés sur une puce pour manipuler des ondes de matière (si possible cohérentes). Nous sommes particulièrement intéressés par la possibilité d'obtenir un interféromètre atomique intégré.

La deuxième partie de ce manuscrit présente les résultats obtenus sur cette expérience au cours des trois premières années d'existence de ce nouveau projet. Notre premier objectif a été d'obtenir un condensat de Bose-Einstein sur une puce atomique pour pouvoir l'utiliser comme source cohérente pour de futures expériences. En essayant d'obtenir le condensat dans le micro piège magnétique créé par notre puce, nous avons observé une rugosité du potentiel magnétique de piégeage. Ce problème n'est pas spécifique à notre expérience. La quasi totalité des équipes travaillant avec des puces atomiques observe le même phénomène [83, 97, 98, 99, 100] : le potentiel de piégeage créé par une puce atomique présente une rugosité importante du fait de la proximité du piège aux fils sur la puce qui créent le potentiel de piégeage. Cette rugosité n'existe pas dans les expériences traditionnelles de condensation de Bose-Einstein où les atomes sont piégés à quelques centimètres des bobines créant le champ magnétique de piégeage. Ce phénomène inattendu est un obstacle important pour la réalisation de structures intégrées telles que des guides d'onde ou des lames séparatrices. Nous avons donc décidé d'étudier quantitativement la rugosité dans notre micro piège et d'en déterminer l'origine avant de poursuivre nos travaux visant à réaliser un double-puits de potentiel permettant de séparer de manière cohérente un condensat de Bose-Einstein.

Cette deuxième partie est organisée de la façon suivante :

- **Chapitre 4** : Nous présentons le principe de fonctionnement d'une puce atomique et les intérêts de cette technique pour piéger et manipuler des atomes froids. Nous montrons pourquoi la miniaturisation des fils créant le potentiel de piégeage permet d'augmenter le confinement. Nous présentons quelques réalisations de potentiels exotiques illustrant la souplesse apportée par les puces dans le choix du potentiel de piégeage. Enfin nous rappelons les limites à la miniaturisation imposées par le couplage des atomes aux fluctuations thermiques du champ magnétique rayonné par la puce.
- **Chapitre 5** : Ce chapitre décrit la séquence expérimentale nous permettant d'obtenir un condensat de Bose-Einstein sur notre puce atomique. Ensuite, nous présentons quelques résultats de caractérisation du condensat : mesure de la température critique et évolution du profil du condensat lors du temps de vol.
- **Chapitre 6** : Nous décrivons les aspects techniques de notre montage expérimental : système à vide, banc optique, création des champs magnétiques et gestion temporelle de l'expérience.

- **Chapitre 7** : Ce chapitre est dédié à la description des techniques de microfabrication employées pour réaliser nos puces.
- **Chapitre 8** : Nous mesurons quantitativement la rugosité du potentiel magnétique créé par la puce en fonction de la distance à la surface de la puce. Nous montrons que la rugosité mesurée avec les atomes est due aux fluctuations en position des bords du fil qui créé le champ magnétique de piégeage.
- **Chapitre 9** : Nous discutons de la possibilité d’observer des oscillations de Rabi et/ou des oscillations Josephson entre deux condensats couplés par effet tunnel en vue de la réalisation d’un interféromètre sur une puce atomique. Nous décrivons une structure réalisée sur une puce permettant d’obtenir, en principe, un couplage tunnel spatialement homogène et temporellement stable entre deux condensats très allongés.

Principe et intérêt des puces atomiques

L'efficacité des champs magnétiques pour le piégeage et la manipulation d'atomes froids n'est aujourd'hui plus à démontrer. Depuis la première proposition en 1983 par Pritchard d'utiliser un minimum local non-nul de champ pour confiner des atomes paramagnétiques [101] afin d'en faire la spectroscopie à haute résolution, le nombre d'expériences utilisant un piège de ce type, appelé piège de Ioffe-Pritchard, a considérablement augmenté et avoisine aujourd'hui la centaine à travers le monde. Ce type de piège permet de confiner les atomes dans un potentiel conservatif localement harmonique avec des fréquences d'oscillation de l'ordre de la centaine de hertz. La profondeur du potentiel de piégeage est typiquement de quelques millikelvins ce qui est suffisant pour charger efficacement le piège à partir d'un piège magnéto-optique. Bien que les premiers condensats de Bose-Einstein de Cornell [17] et Ketterle [18] n'aient pas été obtenus dans un piège de Ioffe-Pritchard, ce type de piège s'est révélé par la suite un outil très efficace pour l'obtention et l'étude des condensats. En fait juste après l'obtention de son premier condensat et alors que son expérience fonctionnait, Ketterle décida de remplacer son piège magnétique avec bouchon optique quadrupolaire par un piège de Ioffe tellement il était convaincu de la supériorité de ce type de piège. Six mois plus tard il obtenait à nouveau un condensat [102] et était le premier à pouvoir observer le condensat *in situ* de manière non destructive [103]. Aujourd'hui une grande majorité des expériences de condensation utilise un piège de Ioffe-Pritchard.

Habituellement le champ magnétique à l'origine du potentiel de piégeage est créé par une distribution de courant de taille macroscopique, c'est-à-dire par des bobines ou de simples barres de cuivre dont la taille caractéristique est de l'ordre du centimètre. Le confinement du piège est proportionnel au gradient (ou à la courbure) du champ magnétique au centre du piège. Si nous appelons I le courant dans les bobines et a leur taille caractéristique, le gradient de champ magnétique obtenu est proportionnel à I/a . Comme nous le verrons au chapitre 5 un fort confinement favorise l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein car il permet d'obtenir un taux de collisions élastiques élevé dans le nuage atomique que l'on peut alors refroidir plus rapidement. Réduire la taille caractéristique a de la distribution de courant pour augmenter le gradient I/a est l'idée de

base des « puces atomiques », mais cette idée ne fonctionne que si le courant I maximal que l'on peut imposer dans les fils diminue moins vite que la taille caractéristique des fils. Après avoir rappelé le principe du piégeage magnétique et les principales caractéristiques d'un piège de Ioffe-Pritchard, nous verrons dans une deuxième partie que les lois d'échelle obtenues pour la variation du courant maximal en fonction de la taille du conducteur sont effectivement favorables à la miniaturisation. Nous montrerons que les confinements réalisables dans des micro pièges sont quelques ordres de grandeur plus importants que dans les pièges magnétiques traditionnels. Nous verrons ensuite comment réaliser sur une puce un piège quadrupolaire et un piège de Ioffe qui sont les deux types de pièges nécessaires à l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein.

Les puces ont maintenant prouvé leur efficacité pour l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein [89, 90]. Mais leur intérêt principal est sans doute la souplesse apportée dans le choix du potentiel. Les techniques de micro fabrication permettent en effet d'envisager la réalisation d'une grande variété de potentiels et de les intégrer côte à côte sur une même puce. Par exemple, l'équipe de J. Reichel a réussi à transporter un condensat de Bose sur une distance de quelques millimètres à l'aide des micro structures adéquates [104, 105]. Pour illustrer cette souplesse, nous passerons rapidement en revue quelques potentiels plus exotiques que le classique piège de Ioffe-Pritchard tels que des guides d'onde ou des coupleurs en Y. L'intégration de ces éléments est motivée par la perspective d'un interféromètre atomique intégré, au fonctionnement analogue à celui d'un interféromètre optique intégré sur un substrat diélectrique.

Enfin nous nous intéresserons aux limites fondamentales à la miniaturisation des micro pièges imposées par le couplage entre les atomes et les matériaux qui constituent la puce si la distance entre les atomes et la puce devient trop faible¹. Piéger des atomes à une température de quelques nanokelvins à une distance de quelques microns d'une surface à température ambiante semble en effet extraordinaire. Ceci est rendu possible par le fait que le couplage entre les atomes et la surface est très petit. Le calcul de l'effet des courants thermiquement excités dans le substrat de la puce sur les taux de perte, de chauffage et de décohérence des atomes a été fait par C. Henkel peu après les propositions des premières expériences de puce atomique [106, 107, 108, 109]. Nous rappellerons les grandes lignes du calcul et les principaux résultats qui effectivement mettent une borne sur la distance minimale entre atomes et substrat si l'on veut maintenir ces taux à des valeurs raisonnablement faibles.

¹Nous ne mentionnons pas dans ce chapitre la rugosité du potentiel magnétique sur les puces atomiques. Cette rugosité semble plutôt liée à une limite technologique que fondamentale comme nous le verrons au chapitre 8 qui lui est dédié.

4.1 Piégeage magnétique d'atomes neutres : techniques traditionnelles

Nous rappelons brièvement le principe du piégeage magnétique d'un atome neutre possédant un moment magnétique. Puis nous donnons la géométrie et les principales caractéristiques du piège de Ioffe-Pritchard qui est utilisé dans de très nombreuses expériences et que l'on retrouve dans les expériences de puce atomique.

4.1.1 Principe du piégeage magnétique

L'interaction d'un atome de spin total \mathbf{F} , ayant un moment magnétique associé $\mu = -g_F \mu_B \mathbf{F}/\hbar$, avec un champ magnétique \mathbf{B} est décrite par l'hamiltonien Zeeman $H_Z = -\mu \cdot \mathbf{B} = g_F \mu_B (\mathbf{F}/\hbar) \cdot \mathbf{B}$. Nous négligeons ici l'effet Zeeman quadratique en supposant les champs suffisamment faibles. Le facteur de Landé g_F dépend du niveau hyperfin F considéré et $\mu_B \simeq 9,274 \text{ J.T}^{-1}$ est le magnéton de Bohr. Si l'atome se déplace suffisamment lentement dans le champ magnétique pour que la vitesse de rotation du champ magnétique dans le référentiel de l'atome soit petite devant la fréquence de précession du spin atomique autour du champ magnétique, alors le spin de l'atome suit adiabatiquement la direction du champ magnétique. Dans ce cas l'énergie potentielle d'interaction de l'atome avec le champ magnétique ne dépend plus de la direction locale du champ magnétique et s'écrit

$$E_M = g_F m_F \mu_B |\mathbf{B}| \quad (4.1)$$

où m_F est le nombre quantique correspondant au sous-niveau Zeeman dans lequel se trouve l'atome.

Le comportement d'un atome est différent suivant le signe du produit $g_F m_F$. Si ce produit est positif, c'est à dire si le moment magnétique est anti-aligné avec le champ magnétique, l'atome est attiré vers les minima de champ. S'il est négatif l'atome est attiré vers les maxima de champ magnétique. Le théorème d'Earnshaw montre qu'il est impossible de créer un maximum local de champ magnétique dans l'espace libre [110], il n'est donc pas possible de piéger magnétiquement des atomes dont le moment magnétique est aligné avec le champ. Par contre, il est possible de créer un minimum local de champ magnétique et donc de piéger des atomes dont le moment magnétique est anti-aligné avec le champ magnétique. Notons que les atomes ainsi piégés ne sont donc pas dans le niveau interne de plus basse énergie, l'état piégeant est un état métastable. Deux atomes piégés peuvent par exemple s'échapper du piège par une collision inélastique où le spin de chaque atome bascule.

Prenons l'exemple de l'atome de ^{87}Rb que nous utilisons dans notre expérience. L'état fondamental est séparé en deux niveaux hyperfins $F = 1$ et $F = 2$.

Dans l'état $F = 1$, le facteur de Landé est $-1/2$, seul le sous-niveau $m_F = -1$ est piégeant. Dans l'état $F = 2$, le facteur de Landé est $1/2$, les sous-niveaux $m_F = 1$ et $m_F = 2$ peuvent être piégés, le premier avec un moment magnétique $\mu_B/2$ et le deuxième avec un moment magnétique μ_B . Pour donner un ordre de grandeur du confinement d'un piège magnétique, nous rappelons que l'énergie d'un magnéton de Bohr dans un champ de 1 G correspond à une énergie thermique $k_B T$ avec $T = 67 \mu\text{K}$. Il est facile d'obtenir des champs de quelques centaines de gauss et la profondeur du piège ainsi créé est de quelques millikelvins, ce qui est suffisant pour capturer efficacement des atomes refroidis dans un piège magnéto-optique.

4.1.2 Piège de Ioffe-Pritchard

Lorsque le module du champ magnétique est trop petit pour que la condition de suivi adiabatique du spin soit vérifiée, les atomes peuvent s'échapper du piège par des transitions de Majorana vers un état de spin qui n'est pas piégé [111]. En particulier si le minimum de champ magnétique dans le piège correspond à un zéro de champ magnétique, la condition d'adiabaticité n'est jamais vérifiée au centre du piège. Le taux de perte par transition Majorana augmente rapidement lorsque la vitesse moyenne des atomes diminue et qu'ils passent plus de temps au voisinage du zéro de champ (voir [112] pour une estimation du taux de perte). C'est pourquoi il n'est possible d'obtenir des échantillons d'atomes piégés très froids que dans des pièges où le minimum de champ est non nul.

La configuration de champ statique permettant d'obtenir un tel piège est appelée configuration Ioffe-Pritchard [101]. Il existe de nombreux montages expérimentaux permettant d'obtenir un tel champ. La proposition initiale de Pritchard en 1983 est d'utiliser la superposition d'un quadrupôle linéaire à deux dimensions et d'une bouteille magnétique. Son objectif était la réalisation d'un piège permettant de capturer et de refroidir des atomes neutres afin d'en faire la spectroscopie [101]. Cette configuration avait été utilisée auparavant par Ioffe pour confiner un plasma [113].

La configuration la plus simple pour obtenir un piège de Ioffe-Pritchard et en déduire des caractéristiques générales est la suivante. Le quadrupôle linéaire est obtenu en utilisant 4 fils parallèles disposés en carré et parcourus par des courants alternés (voir figure 4.1). Au voisinage du centre du carré, le champ magnétique s'écrit

$$\mathbf{B}_Q = \begin{bmatrix} b' x \\ -b' y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Ce champ confine les atomes dans le plan $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ et la raideur du confinement est caractérisée par le gradient du quadrupôle b' . La bouteille magnétique est constituée par une paire de bobines créant un champ suivant \mathbf{e}_z . Les bobines sont éloignées l'une de l'autre d'une distance plus grande que la configuration

Helmholtz. Sur l'axe des bobines, le champ suivant \mathbf{e}_z présente donc un minimum entre les deux bobines, ce qui assure le confinement des atomes suivant cet axe. Au voisinage de l'origine, le champ se développe de la manière suivante

$$\mathbf{B}_D = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -b'' x z \\ -b'' y z \\ 2 B_b + b''(z^2 - x^2/2 - y^2/2) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

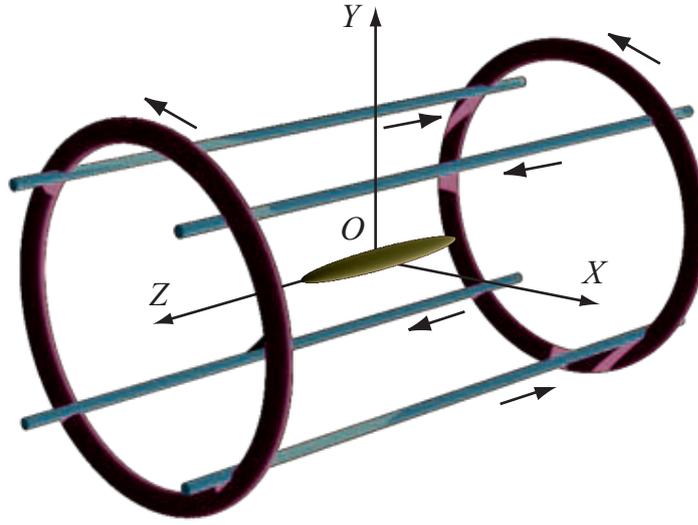


FIG. 4.1 – Un piège de Ioffe-Pritchard est constitué de l'addition d'un quadrupôle linéaire, ici créé par les quatre fils, et d'une bouteille magnétique d'axe Oz , ici créé par les deux bobines. Nous avons représenté au centre du piège une équipotentielle qui dans l'approximation harmonique est un ellipsoïde de révolution autour de l'axe (Oz).

La valeur du champ B_b correspond à la valeur du minimum de champ et est communément appelée biais. Le biais doit être suffisamment important pour éviter les pertes de Majorana [114]. Pour cela la fréquence de Larmor des atomes au fond du piège doit être grande comparée aux fréquences d'oscillations dans le piège. En pratique un biais de 0,1 G qui correspond à une fréquence de Larmor de 140 kHz pour un magnéton de Bohr est suffisant. La raideur du confinement longitudinal est donnée par la valeur de la courbure b'' . Autour de l'origine, c'est-à-dire pour $z \ll \sqrt{B_b/b''}$ et $x, y \ll B_b/b'$, nous obtenons le développement suivant à l'ordre 2 du module de champ magnétique

$$|\mathbf{B}| = B_b + \left(\frac{b'^2}{2 B_b} - \frac{b''}{4} \right) (x^2 + y^2) + \frac{b''}{2} z^2 \quad (4.4)$$

Le potentiel associé est un potentiel harmonique avec deux fréquences propres, une pour le mouvement longitudinal sur l'axe \mathbf{e}_z et une pour le mouvement

radial dans le plan $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$. En général le terme en b'' est négligeable devant le terme en b'^2/B_0 et les fréquences du piège pour un atome de masse m ayant un moment magnétique μ_B sont respectivement pour le mouvement radial et pour le mouvement longitudinal

$$\omega_r = \sqrt{\frac{\mu_B b'^2}{m B_b}} \quad \omega_l = \sqrt{\frac{\mu_B b''}{m}} \quad (4.5)$$

Pour l'atome de ^{87}Rb dans l'état $|F = 2, m_F = 2\rangle$ une courbure de 1 kG.cm^{-2} correspond à une fréquence d'oscillation de 40 Hz. En général ω_r est grand devant ω_l et le piège est allongé suivant l'axe longitudinal (voir figure 4.1).

Si les atomes ont suffisamment d'énergie pour s'éloigner de l'axe du piège à des distances supérieures à B_b/b' , l'approximation harmonique n'est plus valable pour le mouvement radial. Il faut alors tenir compte du terme linéaire dans le potentiel radial, le module du champ peut alors s'écrire sous la forme suivante [115]

$$|\mathbf{B}| = \sqrt{(B_b + \frac{b''}{2} z^2)^2 + (b'^2 - B_b \frac{b''}{2})(x^2 + y^2)} \quad (4.6)$$

Le potentiel associé est un potentiel semi-linéaire pour le mouvement radial et harmonique pour le mouvement longitudinal.

4.1.3 Ordre de grandeur du confinement obtenu avec des structures macroscopiques

Pour pouvoir obtenir un condensat de Bose-Einstein dans un piège magnétique, il est important que le confinement soit important pour que le taux de collisions élastiques soit suffisant lors de la phase de refroidissement évaporatif (voir chapitre 5). Typiquement une fréquence moyenne $(\omega_r^2 \omega_l)^{1/3}$ de l'ordre de $2\pi \times 100 \text{ Hz}$ est nécessaire. Par exemple, une telle fréquence moyenne peut être obtenue pour le rubidium avec un gradient radial d'environ 250 G.cm^{-1} , un biais de 1 G et une courbure axiale de 100 G.cm^{-2} . Les courants et les puissances électriques nécessaires pour obtenir un tel confinement dépendent beaucoup de la géométrie choisie pour créer le piège de Ioffe. La géométrie présentée précédemment est simple mais peu pratique : il faut tout de même faire passer un courant d'environ 300 A dans les fils (qui sont alors plutôt des barres) pour obtenir un gradient de 250 G.cm^{-1} si les fils sont situés à un centimètre de l'axe du piège.

Une géométrie très courante est celle du piège QUIC (Quadrupole Ioffe Configuration) qui utilise trois bobines [116]. La référence [116] montre qu'il est possible d'obtenir un gradient de 220 G.cm^{-1} et une courbure axiale de 260 G.cm^{-2} avec une puissance électrique de 600 W et un courant de 25 A. De nombreuses autres configurations existent (pour une revue voir [117]), mais l'ordre de grandeur de la puissance électrique nécessaire pour obtenir un confinement suffisant est toujours de l'ordre de quelques centaines de watts.

4.2 Micro pièges magnétiques : lois d'échelle

Nous allons maintenant voir que la miniaturisation de la structure créant le champ magnétique de piégeage permet d'obtenir un confinement important pour une faible puissance électrique. Et surtout, nous allons montrer que nous pouvons atteindre un régime d'intense confinement difficilement accessible avec un dispositif traditionnel.

4.2.1 Un fil dans un champ magnétique uniforme : un guide d'onde pour les atomes

Le potentiel de piégeage le plus simple à réaliser sur une puce atomique est un tube qui piège les atomes dans deux directions de l'espace. Ce guide d'onde résulte du champ magnétique créé par un fil parcouru par un courant et d'un champ magnétique externe uniforme. Cette géométrie est appelée « side wire guide » dans la littérature. La première réalisation expérimentale de ce piège a été obtenue avec un simple fil tendu [118] dans le vide avant d'être mis en œuvre sur une puce [81].

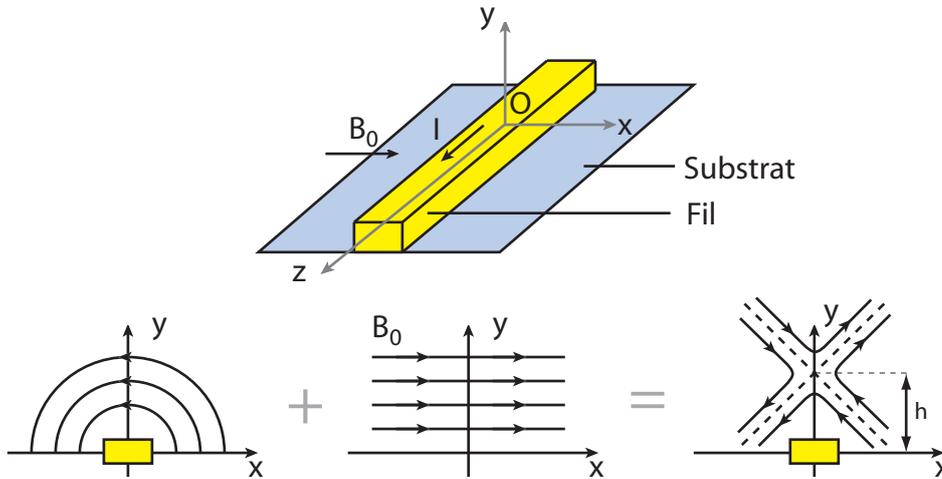


FIG. 4.2 – La somme du champ magnétique d'un fil parcouru par un courant I et d'un champ magnétique uniforme perpendiculaire au fil donne localement un champ quadrupolaire. Ce quadrupôle linéaire permet de piéger les atomes dans le plan perpendiculaire au fil à une hauteur h au-dessus du centre du fil.

Considérons un fil infini parcouru par un courant I plongé dans un champ magnétique uniforme \mathbf{B}_0 perpendiculaire au fil. Il existe une droite parallèle au fil située à une distance h du fil sur laquelle le champ magnétique total est nul (voir figure 4.2). Pour un fil infiniment fin, l'amplitude du champ créé par le fil décroît comme l'inverse de la distance au fil et nous obtenons $h = \mu_0 I / (2\pi B_0)$.

Autour de ce zéro, le champ se développe sous la forme d'un quadrupôle et avec les conventions de la figure 4.2 nous obtenons

$$\begin{cases} B_x = b'(y-h) \\ B_y = b'x \end{cases} \quad \text{avec } b' = \frac{B_0}{h} = \frac{2\pi B_0^2}{\mu_0 I}. \quad (4.7)$$

Le champ ainsi obtenu est identique à celui créé par les quatre fils du piège de Ioffe-Pritchard. Le potentiel associé permet de piéger les atomes dans le plan $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$. Le confinement augmente lorsque la distance h entre le piège et le fil diminue. Cependant lorsque cette distance est de l'ordre de la taille du fil, la loi de décroissance en $1/h$ du champ magnétique n'est plus valable et le gradient de champ b' sature à une valeur maximale. Nous allons maintenant calculer cet effet.

4.2.1.1 Prise en compte de la taille finie du fil

Pour un fil carré de largeur w et d'épaisseur e , nous obtenons par intégration de la loi de Biot et Savart le champ magnétique sur l'axe (O, \mathbf{e}_y) (à la verticale du fil). Le champ a une composante non nulle seulement suivant \mathbf{e}_x qui s'écrit

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi w e} \left[(e+2y) \arctan\left(\frac{w}{e+2y}\right) - (e-2y) \arctan\left(\frac{w}{e-2y}\right) + \frac{w}{2} \log\left(1 + \frac{8ey}{w^2 + (e-2y)^2}\right) \right]. \quad (4.8)$$

Dans la limite où le fil est plat ($w \gg e$) ce qui est souvent vérifié expérimentalement, l'expression précédente peut être développée au premier ordre en e/y . Nous obtenons alors

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{\pi w} \arctan\left(\frac{w}{2y}\right). \quad (4.9)$$

Un développement de cette expression au premier ordre en w/y redonne bien l'expression du fil infiniment fin. Ces trois expressions sont tracées sur la figure 4.3. Pour une distance de l'ordre de 2 fois la plus grande taille caractéristique du fil, les trois courbes se confondent. Lorsque h diminue, le champ atteint sa valeur maximale à la surface du fil. Cette valeur est importante car elle détermine la hauteur de la barrière de potentiel entre le fond du piège et la surface du fil. Nous obtenons l'expression suivante pour cette valeur B_S du champ

$$B_S = \frac{\mu_0 I}{2\pi w e} \left[2e \arctan\left(\frac{w}{2e}\right) + w \log\left(1 + \frac{4e^2}{w^2}\right) \right] \simeq \frac{\mu_0 I}{2w}. \quad (4.10)$$

La dernière expression est obtenue dans l'approximation du fil plat.

Nous voyons également sur la figure 4.3 que le gradient de champ sature lorsque h devient de l'ordre de la taille caractéristique du fil. Nous considérons

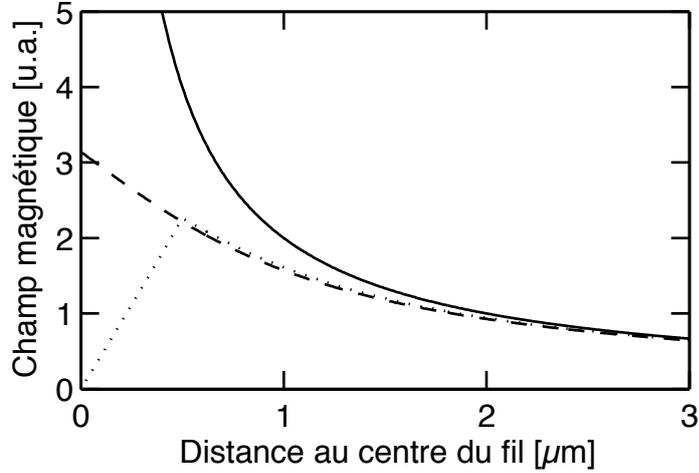


FIG. 4.3 – Calcul du champ magnétique pour un fil rectangulaire de $2 \mu\text{m}$ de large et $1 \mu\text{m}$ d'épaisseur en fonction de la distance au centre du fil. La courbe en trait plein est l'expression obtenue pour un fil infiniment fin, la courbe tiretée tient compte de la largeur finie du fil et la courbe en pointillés est le résultat du calcul exact.

un fil tel que $w > e$, ce qui est toujours le cas expérimentalement. Pour une hauteur $h \simeq w$ au-dessus du fil, nous obtenons l'expression suivante pour la valeur du gradient du quadrupôle

$$b'_{\max} \simeq \frac{\mu_0 I}{2 \pi w^2}. \quad (4.11)$$

Par la suite, nous prendrons cette valeur comme la valeur maximale de gradient que nous pouvons obtenir dans un guide constitué par un fil et un champ uniforme.

Nous avons donc montré que pour un fil de taille caractéristique a parcouru par un courant I , le gradient maximal varie comme I/a^2 . Pour déterminer la loi d'échelle de variation du gradient avec la taille du fil, nous allons maintenant déterminer comment varie le courant maximal que le fil peut supporter en fonction de sa taille.

4.2.2 Calcul du courant maximal dans un micro fil

Nous supposons maintenant que le fil est un élément d'une puce atomique et qu'il est micro fabriqué sur un substrat. Le courant maximal que nous pouvons envoyer dans le fil sans l'endommager est limité par la différence de température maximale qui est tolérable entre le fil et le substrat avant que le fil ne se décolle du substrat. Considérons le modèle simple développé dans la référence [119] (voir

figure 4.4) : la puissance dissipée dans le fil par effet Joule par unité de longueur du fil est évacuée vers le substrat avec une certaine conductance thermique par unité de surface. Nous supposons que le substrat reste à une température T_0 constante. L'élévation de température dans le fil dT par unité de temps dt est donnée par

$$C e w dT = \frac{\rho}{e w} (j e w)^2 dt - K w (T - T_0) dt \quad (4.12)$$

où C est la capacité calorifique volumique du fil ($2,5 \times 10^6 \text{ J.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$ pour l'or), w sa largeur, e son épaisseur, j la densité volumique de courant dans le fil et K la conductance thermique de l'interface entre le fil et le substrat. Nous incluons dans le modèle la variation de ρ avec la température $\rho = \rho_0(1 + \alpha(T - T_0))$. Pour l'or les valeurs de ρ_0 et α sont $\rho_0 = 2,2 \times 10^{-8} \text{ } \Omega.\text{m}^1$ et $\alpha = 3,76 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ à $T_0 = 293 \text{ K}$.

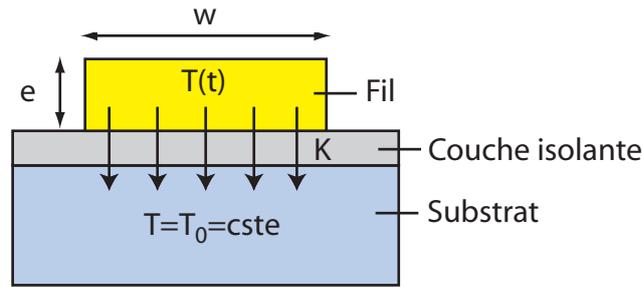


FIG. 4.4 – La chaleur produite par effet Joule dans le fil est évacuée vers le substrat à travers la couche isolante qui a une conductivité thermique K . La température du substrat est supposée constante, l'évolution de la température dans le fil en fonction du temps est calculée dans le texte.

Pour $t < 0$ le fil est à la température du substrat T_0 . A $t = 0$ un courant I est appliqué dans le fil, l'évolution de la température dans le fil est alors donnée par

$$T(t) = T_0 + \frac{j^2 \rho e}{K - \alpha \rho j^2 e} (1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{e C}{K - \alpha \rho_0 j^2 e} \quad (4.13)$$

Suivant le signe de τ , la température dans le fil diverge (ce qui détruit le fil) ou bien se stabilise à une certaine valeur au bout d'un temps τ . La condition pour que τ soit positif et que la température ne diverge pas est que la densité de courant dans le fil soit inférieure à la densité critique suivante

$$j_{\text{crit}} = \sqrt{\frac{K}{\alpha \rho_0 e}} \quad (4.14)$$

Dans ce cas l'écart de température entre le fil et le substrat se stabilise au bout d'un temps τ à la valeur

$$\Delta T = \frac{j^2 \rho_0 e}{K - \alpha \rho_0 j^2 e} \quad (4.15)$$

Cette élévation de température du fil a été mesurée dans la référence [119] pour un fil d'or déposé sur des substrats différents. Les auteurs en déduisent la valeur de la conductance K . En particulier, ils obtiennent que pour un fil d'or sur un substrat de Si avec une couche isolante intermédiaire de 500 nm de SiO_2 qui est le substrat que nous utilisons, $K = 3,5 \times 10^6 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$. Nous prendrons ce chiffre par la suite pour évaluer le courant critique.

Prenons par exemple un fil carré de $e = w = 1 \mu\text{m}$ de côté, nous obtenons alors la valeur suivante pour le courant critique

$$I_{\text{crit}} = \sqrt{\frac{K e w^2}{\alpha \rho_0}} = 200 \text{ mA} . \quad (4.16)$$

Cette valeur nous semble réaliste puisque nous avons pu faire passer un courant de 30 mA dans des fils carrés de 700 nm de côté sans les endommager alors que courant critique théorique est de 120 mA. Notons enfin que la constante de temps τ est très petite, pour un fil d'épaisseur $1 \mu\text{m}$, le rapport $e C/K$ est égal à $0,7 \mu\text{s}$.

Le modèle présenté ici ne tient pas compte de l'élévation de température du substrat et de l'évacuation de la chaleur du substrat vers le porte-échantillon. Nous négligeons ces effets car ils n'interviennent que sur des échelles de temps beaucoup plus longues (de l'ordre de plusieurs secondes) et ne limitent pas le courant maximal acceptable dans les conditions expérimentales habituelles [119].

4.2.3 Lois d'échelle et ordre de grandeur pour le confinement dans un micro piège

Nous allons maintenant reporter l'expression que nous avons obtenue pour le courant maximal dans un micro fil dans l'expression du gradient maximal (4.11). Nous obtenons alors la loi d'échelle suivante²

$$b'_{\text{max}} = \frac{\mu_0}{\pi} \sqrt{\frac{K}{\alpha \rho_0}} \frac{e^{1/2}}{w} \quad (4.17)$$

Pour un fil carré de taille $e = w = a$, le gradient varie comme $a^{-1/2}$ et donc augmente lorsque a diminue (voir courbe sur la figure 4.5). Le gradient attendu pour

²Notons que la valeur indiquée ici pour b' correspond au gradient attendu pour un courant égal au courant critique, pour obtenir une valeur réalisable expérimentalement il faut diviser l'expression suivante par un facteur numérique au moins égal à 2 pour être sûr de ne pas endommager le fil.

un fil de $1 \mu\text{m}$ est de l'ordre de 10^7 G.cm^{-1} , ce qui est quelques ordres de grandeur plus important que les gradients réalisables avec des structures macroscopiques. Nous voyons donc apparaître ici un avantage des micro pièges magnétiques par rapport aux pièges magnétiques macroscopiques : il est possible d'obtenir des confinements très importants et ce pour une puissance électrique négligeable.

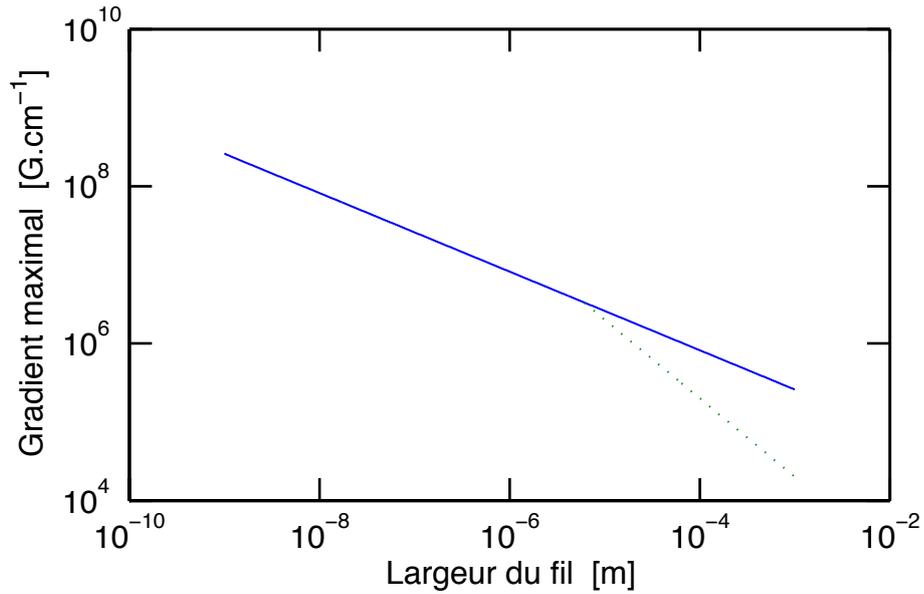


FIG. 4.5 – Loi d'échelle et ordre de grandeur du gradient maximal obtenu avec un fil en or déposé sur un substrat de Si avec une couche isolante de 500 nm de SiO_2 . La courbe en trait plein est pour un fil de section carrée, la courbe en pointillés correspond à un fil dont la hauteur est limitée à $6 \mu\text{m}$ comme c'est le cas pour notre technique de fabrication.

4.3 Pièges traditionnels et pièges exotiques sur une puce atomique

Nous avons vu comment piéger des atomes dans deux dimensions de l'espace au-dessus d'un fil micro fabriqué. Nous rappelons que le piège obtenu est un quadrupôle linéaire à deux dimensions dont le champ est donné par

$$\begin{cases} B_x = b'(y - h) \\ B_y = b'x \end{cases} \quad \text{avec } h = \frac{\mu_0 I}{2\pi B_0} \text{ et } b' = \frac{B_0}{h}. \quad (4.18)$$

où h est la position du zéro de champ au-dessus du fil et b' le gradient du quadrupôle. Nous allons maintenant voir quels éléments ajouter à ce guide d'onde

pour obtenir un confinement tridimensionnel. Nous décrirons la géométrie « en U » qui permet d'obtenir un piège quadrupolaire et la géométrie « en Z » qui permet d'obtenir un piège de type Ioffe-Pritchard. Enfin pour illustrer la flexibilité apportée par les techniques de micro fabrication dans le choix du potentiel magnétique, nous donnerons quelques exemples de potentiels plus exotiques simples à réaliser sur une puce atomique.

4.3.1 Micro piège quadrupolaire

Pour obtenir un confinement longitudinal dans le guide présenté précédemment nous ajoutons deux fils perpendiculaires au fil principal. Ces deux fils sont situés en $z = \pm L$ (voir figure 4.6). Suivant le sens du courant dans ces deux fils, il est possible d'obtenir soit un piège quadrupolaire soit un piège de Ioffe-Pritchard.

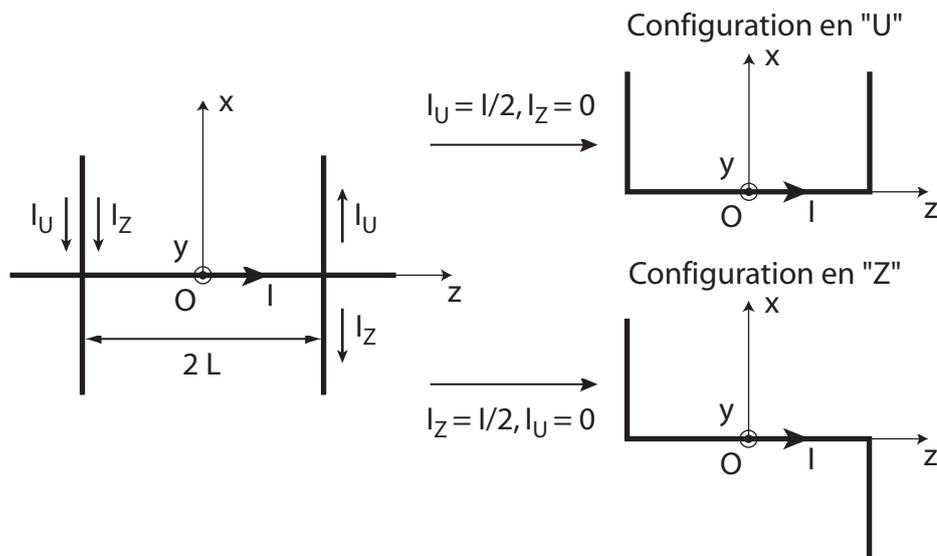


FIG. 4.6 – Le fil principal sur la droite $(0, \mathbf{e}_z)$ et le champ \mathbf{B}_0 assurent le confinement des atomes dans le plan transverse $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$. Les deux fils supplémentaires permettent de confiner les atomes longitudinalement. Si les deux fils sont parcourus par des courants de directions opposées, le piège obtenu est un piège quadrupolaire, cette configuration est qualitativement équivalente à un fil en forme de « U ». Si les deux fils sont parcourus par des courants de même direction, le piège obtenu est un piège de Ioffe-Pritchard et cette configuration est équivalente à un fil en forme de « Z ».

Nous commençons par le cas où les deux fils sont parcourus par des courants de directions opposées. Cette configuration est qualitativement équivalente à un fil en U parcouru par un courant (voir figure 4.6). Nous utilisons cette forme en U dans notre expérience car elle permet d'économiser des connexions sur la puce.

Cependant pour simplifier les calculs, nous allons continuer à raisonner avec trois fils infiniment longs. Pour être plus fidèle à la géométrie en U, nous supposons que les deux fils en $z = \pm L$ sont parcourus par des courants égaux à $I/2$ afin de compenser le fait que ces fils sont deux fois plus courts que dans la géométrie en U.

Les deux fils secondaires (en $z = \pm L$) créent un champ dans dont les composantes B_y et B_z sont en général non nulles. Cependant dans le plan $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ seule la composante B_y est non-nulle. Il est donc facile de se convaincre que le champ magnétique total s'annule dans ce plan. L'expression de la position exacte du zéro de champ n'est pas analytique. Cependant si nous supposons que les fils secondaires sont une perturbation au champ du fil principal, il est possible de faire un développement des différentes grandeurs qui nous intéressent en puissance de (h/L) , où h est la hauteur du zéro de champ au-dessus du fil principal en l'absence des fils secondaires. Au premier ordre non-nul la position du zéro de champ dans le plan $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ est alors

$$\begin{cases} x_{\min} &= -\left(\frac{h}{L}\right) h \\ y_{\min} &= h \end{cases} . \quad (4.19)$$

Autour de ce zéro, le champ magnétique a un développement quadrupolaire. Au premier ordre les axes et la valeur du gradient b' dans le plan transverse $(0, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ ne sont pas modifiés par rapport à ce que nous avons calculé précédemment [cf équation 4.18]. La valeur du gradient sur l'axe longitudinal $(0, \mathbf{e}_z)$ est au premier ordre non-nul

$$\frac{\partial B_z}{\partial z} \simeq 8(h/L)^3 b'. \quad (4.20)$$

Dans le domaine de validité de ces calculs ($h/L \ll 1$), le gradient longitudinal est donc beaucoup plus faible que le gradient transverse³. Nous verrons au chapitre 5 comment nous utilisons un tel micro piège quadrupolaire pour obtenir un piège magnéto-optique à quelques centaines de microns de la surface de la puce.

4.3.2 Piège de Ioffe

Nous considérons maintenant le cas où les deux fils qui assurent le confinement longitudinal sont parcourus par des courants de même direction (voir figure 4.6). Cette configuration peut être obtenue plus simplement avec un seul fil en forme de Z. Comme précédemment nous continuons à raisonner avec trois fils infiniment longs afin de simplifier les calculs. Nous supposons que les fils secondaires sont parcourus par un courant $I/2$ afin d'être plus proche de la configuration en Z. Avec cette géométrie, il est clair qu'il n'existe plus de zéro de champ magnétique.

³Notons qu'un calcul au même ordre en h/L tenant compte de la longueur finie des fils (c'est-à-dire avec la vraie géométrie en U) donne les mêmes résultats [120].

En effet les deux fils secondaires créent un champ magnétique non-nul suivant \mathbf{e}_z partout sauf sur la droite (O, \mathbf{e}_x) . Et sur cette droite la somme du champ créé par le fil principal et du champ uniforme B_0 est non-nulle.

Plaçons-nous sur l'axe du quadrupôle linéaire créé par le fil principal et le champ B_0 ($x = 0, y = h$). Au voisinage de l'origine ($z \ll L$) et dans la limite $h \ll L$, les deux fils secondaires créent un champ magnétique suivant \mathbf{e}_z dont la norme passe par un minimum non-nul. Les deux fils jouent donc un rôle identique aux deux bobines du piège de Ioffe-Pritchard. Nous obtenons donc ainsi un piège dans les trois directions de l'espace autour d'un minimum non-nul. Nous allons maintenant déterminer plus quantitativement les caractéristiques principales de ce piège. Le champ créé par les deux fils en $z = \pm L$ est nul sur la droite (O, \mathbf{e}_x) et peut se développer au premier ordre en y et z autour de cette position

$$\begin{cases} B_y &= b'_L z \\ B_z &= b'_L y \end{cases} \quad (4.21)$$

Il s'agit d'un quadrupôle linéaire à deux dimensions dans le plan $(O, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$. Les directions des axes propres dans le plan $(\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ sont $(\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z)/\sqrt{2}$ et $(\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z)/\sqrt{2}$. L'expression du gradient est $b'_L = \mu_0 I / (2\pi L^2)$. Ce gradient est en général beaucoup plus faible que le gradient b' du quadrupôle principal [cf équation (4.18)], ce qui équivaut à dire qu'en général la hauteur h du piège au-dessus de la surface est petite devant l'écartement $2L$ entre les deux fils secondaires.

Le champ magnétique total est donc la somme de deux quadrupôles linéaires dont les axes principaux sont respectivement $(x = 0, y = h)$ et $(y = 0, z = 0)$ et de gradient respectifs b' et b'_L . Le champ total s'écrit

$$\begin{cases} B_x &= b'(y - h) \\ B_y &= b'x + b'_L z \\ B_z &= b'_L y + B_{0,z} \end{cases} \quad (4.22)$$

Nous avons ajouté la possibilité d'ajouter un champ uniforme $B_{0,z} \mathbf{e}_z$. Il est clair que le module du champ est minimum sur l'axe (O, \mathbf{e}_y) . Le module du champ sur cet axe s'écrit

$$|\mathbf{B}|^2 = b'^2(y - h)^2 + (b'_L y + B_{0,z})^2. \quad (4.23)$$

Le premier terme est nul sur l'axe du premier quadrupôle en $y = h$. Et le deuxième terme est nul sur l'axe du deuxième quadrupôle qui est décalé par la présence du champ uniforme $B_{0,z}$ en $y = -B_{0,z}/b'_L$. La position du minimum se situe donc entre ces deux valeurs et est donnée par

$$y_{\min} = h - \frac{b'_L{}^2 h + b'_L B_{0,z}}{b'^2 + b'_L{}^2} \simeq h - \frac{B_{0,z}}{b'} \left(\frac{b'_L}{b'} \right) - h \left(\frac{b'_L}{b'} \right)^2 \quad (4.24)$$

Nous avons développé l'expression obtenue en puissance de b'/b'_L puisque en général le gradient b' est beaucoup plus important que b'_L . Nous voyons que le minimum de champ n'est donc plus rigoureusement en $y = h$ mais est légèrement

décalé vers la surface par la présence des fils secondaires, nous voyons également que la hauteur du minimum varie avec le champ uniforme $B_{0,z}$. Pour la suite des calculs, nous introduisons le petit paramètre ε donné par $\varepsilon = b'_L/b' = (h/L)^2$. La valeur obtenue ci-dessus pour y_{\min} n'est pas tout à fait exacte. Un calcul rigoureux à l'ordre 2 en ε (c'est-à-dire en considérant l'expression exacte des champs et non leur développements quadrupolaires) donne pour y_{\min}

$$y_{\min} = h \left\{ 1 - \frac{B_{0,z}}{B_0} \varepsilon - \left[1 - 3 \frac{B_{0,z}}{B_0} - 3 \left(\frac{B_{0,z}}{B_0} \right)^2 \right] \varepsilon^2 \right\} \quad (4.25)$$

Nous rappelons que \mathbf{B}_0 est le champ uniforme qui permet avec le fil principal d'obtenir le quadrupôle de gradient b' . Pour plus de simplicité dans l'exposé des calculs, nous prenons pour la suite la valeur à l'ordre 0 en ε pour y_{\min} . Un calcul rigoureux en gardant tous les ordres montre que les développements limités des résultats que nous obtenons sont tout de même exacts. Au voisinage du minimum, le module de champ magnétique s'écrit en fonction de x , $y' = y - y_{\min} = y - h$ et z

$$|\mathbf{B}|^2 = b'^2 y'^2 + (B_b + b'_L y')^2 + (b' x + b'_L z)^2 \quad (4.26)$$

où nous avons posé $B_b = B_{0,z} + B_0 \varepsilon$. Cette valeur correspond à la valeur du minimum du champ, c'est-à-dire au biais pour un piège de Ioffe-Pritchard traditionnel. En général la contribution des deux fils $B_0 \varepsilon$ est trop faible pour que le biais soit suffisant, c'est pourquoi nous ajoutons un champ homogène $B_{0,z}$.

Intéressons-nous maintenant aux axes propres du piège harmonique obtenu autour du minimum. Il est clair d'après l'équation (4.26) que la direction \mathbf{e}_y est un axe propre mais que dans le plan $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z)$ les axes propres ne sont pas \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_z . Nous faisons donc le changement de variable suivant $x = x' - \theta z'$ et $z = z' + \theta x'$. Pour que ces nouveaux axes soient axes propres, θ doit vérifier

$$\frac{\partial^2 B}{\partial z' \partial x'} = \theta^2 \frac{\partial^2 B}{\partial z \partial x} + \theta \left(\frac{\partial^2 B}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2 B}{\partial z \partial x} = 0. \quad (4.27)$$

Toutes les dérivées sont prises au minimum du potentiel. Nous obtenons au premier ordre $\theta = \varepsilon$. Les axes propres du piège sont donc légèrement tournés d'un angle ε par rapport aux axes $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z)$ ⁴.

Calculons maintenant les courbures du potentiel suivant les axes propres que nous avons obtenus. Les résultats que nous donnons sont les résultats d'un calcul

⁴Notons que la présence de cet angle pouvait se prédire en étudiant les propriétés de symétrie de la distribution de courant. En effet le système est invariant par la transformation suivante : inverser les courants dans les fils et le champ \mathbf{B}_0 puis faire une rotation d'angle π et d'axe (O, \mathbf{e}_y) . Le potentiel magnétique est donc invariant par rotation d'un angle π autour de l'axe (O, \mathbf{e}_y) . Nous en déduisons que la direction \mathbf{e}_y est un axe propre et que les axes propres dans le plan $(\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ peuvent avoir n'importe quelle orientation.

à partir des expressions exactes des champs car leurs développements quadrupolaires ne sont pas suffisants. Nous obtenons les courbures suivantes pour le confinement transverse⁵

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x'^2} = \frac{b'^2}{B_{0,z}} \left[1 + \left(2 \frac{B_{0,z}}{B_0} - \frac{B_0}{B_{0,z}} \right) \varepsilon \right] \quad \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} = \frac{b'^2}{B_{0,z}} \left[1 + \left(6 \frac{B_{0,z}}{B_0} - \frac{B_0}{B_{0,z}} \right) \varepsilon \right]. \quad (4.28)$$

A l'ordre 0, les deux courbures radiales sont identiques et nous reconnaissons la formule usuelle obtenue pour un piège de Ioffe-Pritchard classique

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x'^2} = \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} = \frac{b'^2}{B_{0,z}} = \frac{4 \pi^2 B_0^4}{\mu_0^2 I^2 B_{0,z}} \quad (4.29)$$

Sur l'axe longitudinal, nous obtenons au premier ordre non nul⁵

$$\frac{\partial^2 B}{\partial z'^2} = 6 \frac{b'^2}{B_0} \varepsilon^2 = 6 \frac{b_L'^2}{B_0} = \frac{3 \mu_0^2 I^2}{2 \pi^2 B_0 L^4}. \quad (4.30)$$

La fréquence longitudinale est donc beaucoup plus faible que la fréquence transverse. Le rapport d'anisotropie entre la fréquence transverse et la fréquence longitudinale est égal à $\sqrt{B_0/(6 B_{0,z} \varepsilon^2)}$.

En conclusion nous retiendrons les caractéristiques suivantes pour un micro piège de Ioffe. La position du minimum est approximativement donnée par ($x = z = 0, y = h$) où h se calcule par la formule suivante $h/\text{mm} = (I/A)/(B_0/\text{G}) \times 2$. Le gradient dans le plan transverse est donné par $b' = B_0/h$. Dans la plupart des situations expérimentales où la hauteur h du piège est petite devant la distance $2L$ entre les fils secondaires, le confinement longitudinal est très faible comparé au confinement transverse. La courbure longitudinale b'' est approximativement donnée par $6 b'^2/B_0 \times (h/L)^2$. Des paramètres typiques pour notre expérience sont $I = 2 \text{ A}$, $L = 1,4 \text{ mm}$, $B_0 = 40 \text{ G}$ et $B_{0,z} = 3 \text{ G}$. Ils donnent $h = 100 \mu\text{m}$, $b' = 4000 \text{ G.cm}^{-1}$ et $b'' = 60 \text{ G.cm}^{-2}$, soit des fréquences d'oscillations égales à $\omega_r = 2\pi \times 3 \text{ kHz}$ et $\omega_l = 2\pi \times 10 \text{ Hz}$. Un calcul plus détaillé des fréquences de piégeage peut être trouvé dans la thèse de C. Aussibal [120]. Nous verrons au chapitre 5 comment mesurer expérimentalement les fréquences de piégeage.

4.3.3 Pièges « exotiques »

Nous allons maintenant passer rapidement en revue quelques pièges plus exotiques réalisables sur des puces atomiques pour illustrer la flexibilité des techniques de micro fabrication. Nous renvoyons le lecteur aux articles de revue [121, 122, 105] pour une présentation exhaustive des dispositifs envisageables.

⁵Notons comme précédemment qu'un calcul au même ordre en ε tenant compte de la longueur finie des fils (c'est-à-dire avec la vraie géométrie en Z) donne les mêmes résultats [120].

Intéressons-nous tout d'abord à la réalisation de guides d'onde. Le schéma simple que nous avons décrit jusqu'à maintenant est d'un usage limité car il nécessite l'utilisation d'un champ magnétique uniforme externe perpendiculaire au fil. Il est donc, par exemple, impossible d'effectuer un virage à angle droit avec un tel guide. La figure 4.7 présente quatre guides d'onde permettant de s'affranchir de cette contrainte et de réaliser des guides courbes. La configuration (a) a été utilisée dans le groupe de J. Schmiedmayer pour guider des atomes le long d'une spirale [123]. La configuration (b) a été utilisée dans l'équipe de E. Cornell pour permettre aux atomes guidés de contourner un obstacle [85].

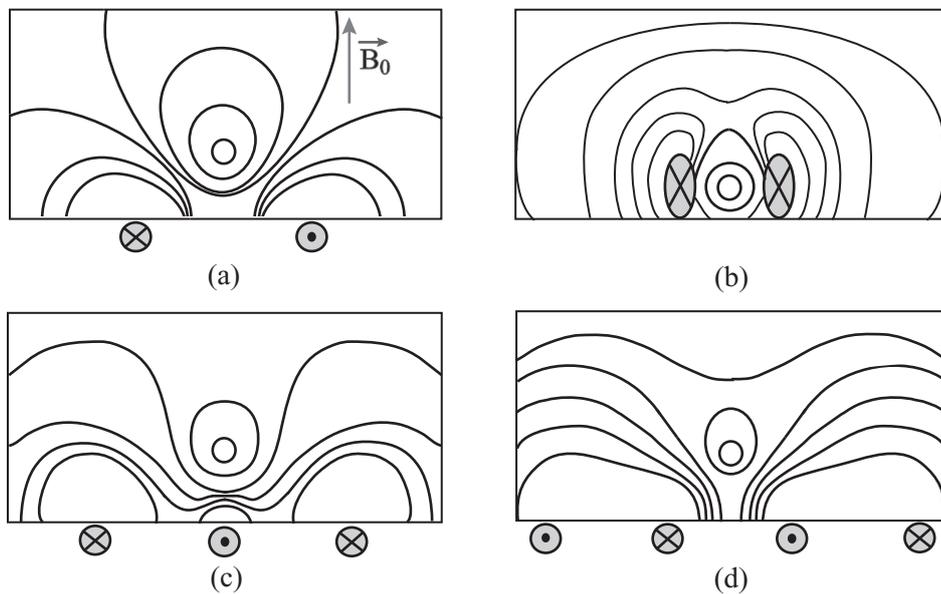


FIG. 4.7 – Différentes configurations permettant d'obtenir un guide d'onde. Contrairement au guide à un fil, ces configurations permettent de courber le guide dans n'importe quelle direction. La configuration (a) utilise un champ uniforme perpendiculaire à la surface tandis que les autres configurations ne nécessitent pas de champ externe. Les lignes tracées correspondent aux équipotentielles magnétiques.

Poursuivant l'analogie avec l'optique intégrée, il est envisageable de réaliser des coupleurs à trois ou quatre ports entre plusieurs guides d'onde. Cette perspective est particulièrement intéressante en vue de la réalisation d'un interféromètre atomique intégré. Le schéma de principe d'un tel coupleur et d'un interféromètre est illustré sur la figure 4.8. Plusieurs configurations sont envisageables, les références [92, 93, 94] discutent de diverses techniques possibles et de la faisabilité d'un interféromètre atomique sur une puce. L'équipe de J. Schmiedmayer a démontré expérimentalement la faisabilité d'un coupleur en Y avec une source incohérente en utilisant simplement un fil qui se sépare en deux [88]. L'équipe de

E. Cornell a également réalisé un coupleur en Y plus élaboré puisqu'il ne nécessite pas l'emploi d'un champ externe. Le coupleur est obtenu en joignant deux guides du type de celui représenté sur la figure 4.7 (b) [87].

Il est en fait à peu près clair que n'importe quelle combinaison bien choisie de deux guides se rapprochant permet d'obtenir un coupleur incohérent. La réalisation d'un coupleur cohérent est beaucoup plus délicate. Un des premiers problèmes à résoudre est de propager des atomes dans un guide monomode, ce qui n'a pas encore été réalisé. En effet bien qu'il soit possible d'obtenir un condensat, qui est un objet cohérent, dans un guide d'onde, les interactions compliquent énormément le problème. Les atomes sont dans le même état quantique mais cet état s'étale sur un grand nombre de modes transverses du guide, ce qui complique beaucoup la réalisation d'un coupleur. Nous reviendrons plus en détail sur le problème de la séparation en deux d'un condensat dans le chapitre 9. L'équipe d'E. Cornell a récemment contourné le problème du coupleur magnétique en utilisant une onde lumineuse stationnaire pour séparer un condensat en deux par diffraction de Bragg à l'intérieur d'un guide magnétique [95]. Cette équipe a ainsi pu démontrer pour la première fois la propagation cohérente d'un condensat dans un guide magnétique.

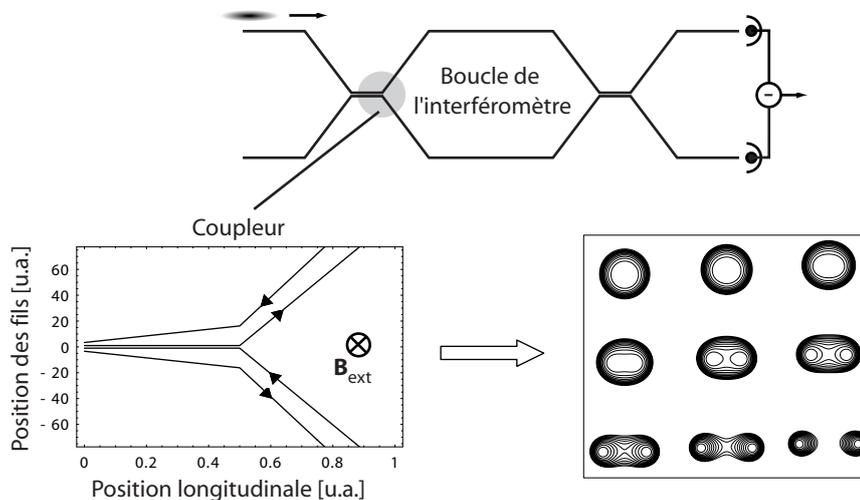


FIG. 4.8 – Schéma de principe d'un interféromètre atomique utilisant deux coupleurs à quatre ports. Les atomes injectés en haut à gauche sortent à droite dans le bras du haut ou du bas suivant la différence de phase entre les deux bras de l'interféromètre. Un tel interféromètre est intéressant pour la réalisation de capteurs inertiels intégrés de très grande sensibilité. Nous avons représenté en bas un exemple de coupleur utilisant un guide à quatre fils se séparant en deux guides à deux fils. L'évolution des équipotentielles au cours de la propagation dans le coupleur est montrée en bas à droite.

D'autres potentiels n'ayant pas d'analogues en optique intégrée sont également envisageables. L'équipe de J. Reichel a par exemple démontré la faisabilité d'un « tapis roulant » atomique [104, 105]. Ce dispositif permet de déplacer un nuage d'atomes froids et même un condensat sur une distance de plusieurs millimètres. Citons enfin les nombreuses propositions d'expériences consistant à combiner sur une puce des éléments d'optique intégrée et des pièges atomiques. Il devient alors possible d'intégrer le dispositif de détection des atomes sur la puce ou bien encore de coupler les atomes à une cavité optique de grande finesse. Cette ouverture sur le domaine de l'information quantique fait actuellement l'objet de nombreuses recherches [124]⁶.

4.4 Une limite fondamentale à la miniaturisation : le couplage au rayonnement du substrat

Nous allons finir ce chapitre général sur les puces atomiques en rappelant certaines limites à la miniaturisation imposées par le couplage entre les atomes et le substrat. Dans toutes les expériences menées jusqu'à présent, le substrat est à une température de l'ordre de 300 K. La puce rayonne donc un champ électromagnétique créé par les courants dus aux fluctuations thermiques dans les matériaux conducteurs qui constituent la puce. Les conséquences du couplage de ce champ fluctuant avec les atomes sont nombreuses : limitation de la durée de vie, chauffage, décohérence, ... Ces différents effets sont calculés par Carsten Henkel dans les références [109, 108, 106, 107]. Nous nous limiterons ici aux effets de pertes et de chauffage qui nous concernent plus particulièrement car ce sont des facteurs limitants pour l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein. Nous verrons que ces effets deviennent importants pour des distances de l'ordre du micron au-dessus de la surface de la puce.

4.4.1 Estimation du taux de perte

Un atome peut s'échapper du piège magnétique si son spin bascule vers un état anti-piégeant sous l'action d'un champ magnétique fluctuant $\mathbf{B}(t)$. Nous supposons l'atome initialement dans l'état piégeant $|m_i\rangle$. Nous supposons également que le mouvement de l'atome est de suffisamment faible amplitude pour négliger la variation spatiale du champ magnétique avec la position de l'atome. La probabilité pour basculer vers un état $|m_f\rangle$ au bout d'un temps T s'écrit au

⁶La description des projets qui n'ont pas encore fait l'objet de publications peut être obtenue sur le site web des partenaires du réseau ACQUIRE : <http://acqp.physi.uni-heidelberg.de/>

premier ordre en perturbation dépendant du temps :

$$P_{i \rightarrow f}(T) = \frac{1}{\hbar^2} \left\langle \left| \int_{-T/2}^{T/2} e^{-i\omega_{fi}t} \langle m_i | -\mu \cdot \mathbf{B}(\mathbf{t}) | m_f \rangle dt \right|^2 \right\rangle_B. \quad (4.31)$$

La pulsation ω_{fi} correspond à la différence des fréquences de Larmor entre les deux états $|m_i\rangle$ et $|m_f\rangle$. La moyenne $\langle \rangle_B$ est prise sur les diverses réalisations du champ fluctuant $\mathbf{B}(t)$. L'expression précédente se réécrit

$$P_{i \rightarrow f}(T) = \frac{1}{\hbar^2} \sum_{\alpha, \beta} \iint_{-T/2}^{T/2} e^{-i\omega_{fi}(t-t')} \langle B_\alpha(t) B_\beta(t') \rangle_B \langle m_i | \mu_\alpha | m_f \rangle \langle m_f | \mu_\beta | m_i \rangle dt dt'. \quad (4.32)$$

Lorsque T tend vers l'infini nous voyons apparaître la densité spectrale de bruit des fluctuations de champ magnétique

$$S_{\alpha, \beta}(\omega) = \int e^{-i\omega\tau} \langle B_\alpha(\tau) B_\beta(0) \rangle_B d\tau. \quad (4.33)$$

Finalement le taux de transition de l'état $|m_i\rangle$ vers l'état $|m_f\rangle$ est donné par

$$\Gamma_{i \rightarrow f} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} P_{i \rightarrow f}(T) \quad (4.34)$$

$$= \frac{1}{\hbar^2} \sum_{\alpha, \beta} \langle m_i | \mu_\alpha | m_f \rangle \langle m_f | \mu_\beta | m_i \rangle S_{\alpha, \beta}(\omega_{fi}). \quad (4.35)$$

Nous retrouvons ainsi l'expression obtenue dans la référence [106]. Nous voyons donc que le taux de perte est proportionnel à la densité spectrale de bruit des fluctuations de champ magnétique à la fréquence de Larmor. Le calcul de cette densité spectrale est complexe et est donné en détail dans la référence [106]. Ce calcul est une application directe du théorème fluctuation/dissipation. Pour un demi espace métallique (voir figure 4.9), l'expression obtenue est

$$S_{\alpha, \beta} = \frac{\mu_0^2}{16\pi} \frac{k_B T}{16\pi\rho h} \left(1 + \frac{2h^3}{3\delta^3} \right)^{-1} s_{\alpha, \beta} \quad (4.36)$$

où ρ est la résistivité du métal, T sa température et δ l'épaisseur de peau à la fréquence ω_{fi} qui est donnée par $\sqrt{2\rho/(\mu_0\omega_{fi})}$. Le tenseur s est diagonal, ces éléments sont donnés par $s_{x,x} = s_{z,z} = 1$, $s_{y,y} = 1/2$. Nous rappelons que l'axe y correspond à la normale à la surface. L'expression obtenue est valable dans la limite statique, c'est-à-dire que les effets de propagation sont négligés. La fréquence de Larmor des atomes est typiquement de l'ordre de quelques MHz, la longueur d'onde associée est donc très grande devant la distance entre les atomes et la surface et cette approximation est valide⁷.

⁷Il est en fait possible de retrouver à un facteur numérique près l'expression de la densité spectrale des fluctuations de champ magnétique dans la limite $h \ll \delta$ en supposant que le métal

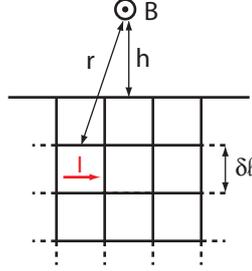


FIG. 4.9 – Calcul de l'ordre de grandeur de l'amplitude des fluctuations de champ magnétique au-dessus d'un demi espace métallique. Le métal est découpé en cellules élémentaires de côté δl . Chaque cellule est parcourue par un courant I dû aux fluctuations thermiques. L'amplitude des fluctuations de champ s'obtient en sommant de manière incohérente la contribution des courants présents dans chaque cellule.

Nous avons tracé la taux de perte attendu pour de l'or en fonction de la distance à la surface. Nous avons choisi un biais au fond du piège de 1 G, ce qui correspond à une fréquence de Larmor de 1,4 MHz et à une épaisseur de peau de $60 \mu\text{m}$. Pour des distances inférieures à l'épaisseur de peau, le taux de perte varie comme $1/h$, il ne dépend que de la température et de la résistivité du matériau. A température ambiante, le taux de perte est de 1 s^{-1} pour une distance de $45 \mu\text{m}$. Pour des distances plus grandes que l'épaisseur de peau, le taux de perte précédent est multiplié par δ^3/h^3 et diminue donc très rapidement.

Ce taux est relativement important, cependant la géométrie des puces est toujours plus favorable qu'un demi espace métallique, en effet la distance entre le piège et le micro fil est toujours grande ou du même ordre que la taille caractéristique du fil. La taille finie du fil ne peut donc être négligée et la courbe obtenue précédemment correspond à une borne maximale sur le taux de perte. Si la distance entre le piège et le fil est grande devant la taille caractéristique

est constitué de cellules élémentaires de volume $\delta V = \delta l^3$ parcourues par des courants fluctuants (voir figure 4.9). Chaque cellule peut être assimilée à une résistance $R = \rho/\delta l$ parcourue par un courant I dont la densité spectrale est donnée par le bruit Johnson $S_I = 2 k_B T/R$. Le courant dans chaque cellule crée un champ d'amplitude $(\mu_0/2\pi) I \delta l/r^2$ (Biot et Savart). Pour obtenir des fluctuations de champ il faut sommer de manière incohérente la contribution de chaque cellule

$$\langle B^2(r) \rangle = \sum_{\text{cellules}} \frac{\mu_0^2}{(2\pi)^2} \frac{I^2 \delta l^2}{r^4}. \quad (4.37)$$

Et nous obtenons pour la densité spectrale de champ magnétique

$$S_B = \sum_{\text{cellules}} \frac{\mu_0^2}{(2\pi)^2} \frac{S_I \delta l^2}{r^4} = \sum_{\text{cellules}} \frac{\mu_0^2}{(2\pi)^2} \frac{2 k_B T}{\rho r^4} \delta V = \iiint_{\text{Métal}} \frac{\mu_0^2}{(2\pi)^2} \frac{2 k_B T}{\rho r^4} d^3 r = \frac{\mu_0^2}{2\pi} \frac{k_B T}{\rho h}. \quad (4.38)$$

de la structure, il faut multiplier le taux de perte obtenu précédemment par des facteurs de réduction géométriques : la référence [108] donne un facteur de réduction de $e/(h + e)$ pour un film métallique d'épaisseur e et un facteur d'approximativement $2a/h$ pour un fil cylindrique de rayon a (valable dans la limite $h \gg a$). Nous avons tracé les taux de pertes attendus pour un film d'or d'épaisseur $5 \mu\text{m}$ qui correspond à l'épaisseur maximale de nos fils très larges et pour un fil de 350 nm de rayon qui correspond aux plus petits fils que nous utilisons. Les courbes sont tracées pour des hauteurs petites devant l'épaisseur de peau (en dehors de ce domaine les facteurs de réduction donnés ci-dessus ne sont pas valables). Les taux de perte pour ces géométries sont nettement diminués par rapport au demi-espace infini.

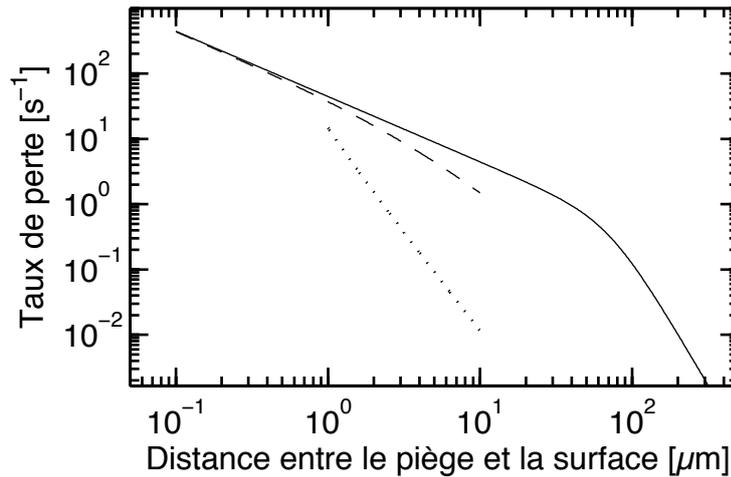


FIG. 4.10 – Taux de perte dû aux courants excités thermiquement dans le substrat de la puce. La ligne continue donne le résultat d'un calcul pour un demi-espace d'or. Le changement de pente a lieu lorsque la distance est égale à l'épaisseur de peau δ calculée à la fréquence de Larmor du piège (ici δ est égale à $65 \mu\text{m}$ ce qui correspond à une fréquence de Larmor de $1,4 \text{ MHz}$). Pour des distances inférieures à l'épaisseur de peau, il est possible de calculer les corrections due à la taille finie de la zone métallique. Nous avons tracé le taux de perte attendu pour un film d'or de $5 \mu\text{m}$ d'épaisseur (tirets) et pour un fil carré de 700 nm de côté (pointillés).

Le taux de perte en fonction de la distance à la puce a été mesuré expérimentalement au-dessus de différents matériaux dans les références [84, 125]. L'accord avec les prédictions théoriques de C. Henkel est très bon.

4.4.2 Estimation du taux de chauffage

Nous allons maintenant estimer le taux de chauffage dans un micro piège dû aux fluctuations de champ magnétique. Nous considérons que l'atome est initialement dans l'état fondamental du piège et nous cherchons le taux de transition vers le premier état vibrationnel, l'état interne de l'atome restant inchangé. Nous supposons que le champ longitudinal au fond du piège est suffisant pour que le spin atomique soit toujours aligné avec ce champ. Nous allons calculer les contributions des fluctuations du champ longitudinal et celles du champ transverse.

Les fluctuations spatiales du champ longitudinal le long du piège couplent les différents états vibrationnels entre eux. Le calcul du taux de couplage fait donc intervenir la fonction d'autocorrélation spatiale et temporelle du champ. Le calcul est analogue au calcul perturbatif développé précédemment pour le calcul du taux de pertes et nous obtenons [106]

$$\Gamma_{0 \rightarrow 1} = \frac{\mu_B^2}{\hbar^2} \int \psi_0(\mathbf{r}) \psi_1^*(\mathbf{r}) \psi_0^*(\mathbf{r}') \psi_1(\mathbf{r}') S_{z,z}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega_{\text{vib}}) d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \quad (4.39)$$

$$S_{z,z}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \int e^{-i\omega\tau} \langle B_z(\mathbf{r}, \tau) B_z(\mathbf{r}', 0) \rangle_B d\tau \quad (4.40)$$

où $\psi_0(\mathbf{r})$ est la fonction d'onde de l'atome dans l'état fondamental et $\psi_1(\mathbf{r})$ la fonction d'onde du premier état excité. La fonction d'autocorrélation est prise à la fréquence ω_{vib} qui correspond à la fréquence du piège selon l'axe sur lequel on souhaite calculer le chauffage. La référence [108] montre que la longueur de corrélation des fluctuations du champ est typiquement égale à h la distance du piège à la surface, c'est à dire beaucoup plus grande que la taille caractéristique a de l'état fondamental. Dans ce cas l'intégrale de recouvrement précédente donne

$$\Gamma_{0 \rightarrow 1} \simeq \frac{\mu_B^2}{\hbar^2} \frac{a}{l_c^2} S_{z,z}(\omega_{\text{vib}}) \quad (4.41)$$

Les fréquences pertinentes sont toujours faibles et l'épaisseur de peau associée est toujours grande devant h , nous pouvons donc négliger le terme en δ/h dans la densité spectrale $S_{z,z}(\omega_{\text{vib}})$. Le taux de chauffage exprimé en K.s^{-1} est donc donné par

$$\Gamma_c = \frac{\hbar \omega_{\text{vib}}}{k_B} \Gamma_{0 \rightarrow 1} \simeq \frac{\mu_B^2 \mu_0^2 T}{32 \pi \rho m \hbar^3} \quad (4.42)$$

Le résultat obtenu est indépendant de la fréquence d'oscillation et à une hauteur de $100 \mu\text{m}$ nous obtenons un chauffage de $0,1 \text{ pK.s}^{-1}$ ce qui est faible.

Une variation δB du champ magnétique transverse entraîne un déplacement $\delta x = \delta B/B_0 \times h$ de la hauteur du piège. Le taux de chauffage associé à ce déplacement est calculé dans la référence [126], avec nos notations nous obtenons

$$\Gamma_c = \frac{m \omega_{\text{vib}}^4}{2 k_B} \frac{h^2}{B_0^2} (S_{x,x}(\omega_{\text{vib}}) + S_{y,y}(\omega_{\text{vib}})) \simeq \frac{m \mu_0^2 T \omega_{\text{vib}}^4}{32 \pi \rho B_0^2} h \quad (4.43)$$

Ce taux de chauffage augmente rapidement avec la fréquence d'oscillation. Pour une fréquence de 1 kHz, une hauteur de 100 μm et un champ B_0 de 40 G (paramètres typiques de notre expérience), nous obtenons un taux de chauffage de $0,3\text{pK}\cdot\text{s}^{-1}$ ce qui est également très faible. Notons enfin que le taux de chauffage par chauffage paramétrique est complètement négligeable par rapport aux deux phénomènes que nous venons de calculer.

4.4.3 Comparaison avec les taux dus au bruit technique

Les expressions obtenues précédemment nous permettent de calculer les taux de chauffage et de perte pour n'importe quelle source de bruit électromagnétique. Il est donc intéressant de comparer l'intensité de la source de bruit intrinsèque dû aux fluctuations thermiques aux éventuelles sources de bruit d'origine techniques. Nous pouvons ainsi calculer quelle est la qualité à exiger des sources de courant qui alimentent les fils de la puce pour ne pas être limité par le bruit technique.

Nous supposons que le spectre de bruit en courant de l'alimentation est donné par S_I . Le spectre des fluctuations de champ est relié au spectre des fluctuations de courant par

$$S^B(\omega) = \frac{\mu_0^2}{4\pi^2 h^2} S^I(\omega) \quad (4.44)$$

Pour avoir un ordre de grandeur du bruit il est commode de comparer le bruit de l'alimentation au bruit de grenaille qui est égal à eI et vaut $0,16 \text{ nA}^2 \cdot \text{Hz}^{-1} \times I/A$. Pour un circuit continu (c'est-à-dire où les électrons ne se propagent que dans des fils et jamais dans l'espace libre), ce bruit n'a pas de signification physique particulière mais nous savons qu'une bonne alimentation de courant a un bruit inférieur ou du même ordre que le bruit de grenaille.

Pour une hauteur donnée, nous nous plaçons dans la situation de confinement maximum, c'est-à-dire que le courant dans le fil est donnée par l'expression du courant maximal que l'on peut faire passer dans un fil carré de taille caractéristique égale à la hauteur. Nous supposons ensuite que l'alimentation a un bruit égal au bruit de grenaille. Nous obtenons alors la courbe tracée sur la figure 4.11. Nous voyons que la densité spectrale due au bruit de l'alimentation croise la densité spectrale due aux fluctuations thermiques pour une hauteur de 100 μm . Pour des hauteurs inférieures, le bruit thermique domine tandis que pour des hauteurs plus grandes le bruit de de l'alimentation est plus important. Dans les régimes où nous travaillons habituellement, c'est-à-dire pour des hauteurs comprises entre quelques microns et quelques centaines de microns, il est donc possible que nous soyons limités par le bruit thermique.

La référence [84] a confirmé qu'il est possible de s'affranchir du bruit technique des alimentations et de le rendre négligeable devant les fluctuations thermiques du champ magnétique en faisant très attention à la qualité des alimentations et surtout au blindage des connexions à la puce qui semble particulièrement critique.

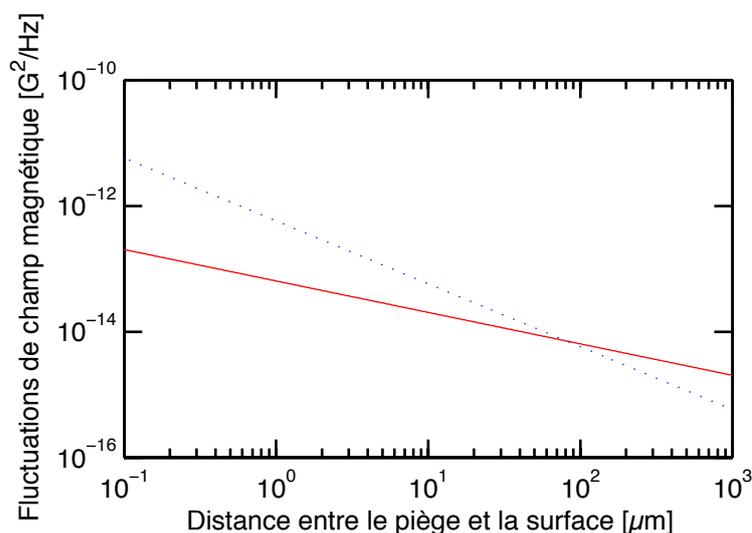


FIG. 4.11 – Comparaison des densités spectrales des fluctuations de champ magnétique dues au bruit thermique (pointillés) et au bruit de l'alimentation (trait plein). Pour fixer les idées, nous avons supposé que le bruit de l'alimentation est donné par le bruit de grenaille et que le courant utilisé est le courant maximal utilisable dans un fil de taille caractéristique égal à la hauteur du piège. Pour des distances à la surface inférieures à $100 \mu\text{m}$, le bruit thermique domine.

4.5 Conclusion

Nous avons montré dans ce chapitre l'intérêt d'explorer les possibilités offertes par les techniques de micro fabrication pour la réalisation de pièges atomiques. Nous avons vu que la miniaturisation des éléments constituant la puce permet d'augmenter le gradient de champ magnétique et donc le confinement dans le piège. Ce comportement n'était *a priori* pas évident puisque la longueur caractéristique de variation du champ magnétique mais également son amplitude diminuent lorsque la taille des fils est réduite.

Nous avons détaillé la réalisation d'un piège quadrupolaire et d'un piège de Ioffe sur une puce. Le piège de Ioffe se caractérise par sa forte anisotropie et son très fort confinement radial. Des fréquences de piégeage transverse de l'ordre de plusieurs kHz sont facilement accessibles avec des fils ayant une taille caractéristique de l'ordre de $10 \mu\text{m}$.

Enfin nous avons calculé les taux de perte et de chauffage induits par les fluctuations du champ électromagnétique rayonné par les éléments métalliques constituant la puce. Ces taux deviennent non négligeables lorsque le micro piège est situé à des distance de l'ordre du micromètre au-dessus de la surface. Ce résultat est bien sûr à tempérer suivant l'expérience que l'on souhaite réaliser.

Obtention d'un condensat de Bose-Einstein sur une puce atomique

L'obtention d'un condensat de Bose-Einstein sur une puce atomique représente la première étape vers la réalisation de systèmes intégrés permettant de manipuler une onde de matière cohérente. La condensation dans un micro piège a été observée pour la première fois par l'équipe de J. Reichel en 2001 [89] puis peu de temps après par l'équipe de C. Zimmermann [90]. Depuis de nombreuses autres équipes ont réussi à obtenir un condensat sur une puce soit en le produisant directement sur la puce soit en le transférant depuis un piège traditionnel [98, 91, 84, 127, 95]. Notre équipe a choisi de produire le condensat directement sur la puce et nous avons obtenu notre premier condensat en mars 2003. Les méthodes utilisées pour obtenir le condensat dans un micro piège sont tout à fait analogues à celles d'une expérience traditionnelle. Nous utilisons un piège magnéto-optique, puis une mélasse optique, et une étape de pompage optique pour obtenir un maximum d'atomes dans le micro piège magnétique. Le piège est ensuite comprimé pour permettre un refroidissement évaporatif efficace du nuage atomique. Cependant certaines de ces techniques doivent être adaptées du fait de l'utilisation d'une puce atomique.

Nous présenterons donc les différentes étapes d'obtention du condensat en mettant en avant les spécificités propres aux expériences utilisant un micro piège près d'une surface. Nous verrons en particulier comment adapter le schéma du piège magnéto-optique pour obtenir un piège magnéto-optique à la surface de la puce malgré l'accès optique réduit [81]. Nous montrerons également que l'important confinement dans le micro piège permet de diminuer la durée de la phase de refroidissement évaporatif à seulement quelques secondes. Notre montage nous permet ainsi d'obtenir un condensat avec certes un nombre d'atomes réduit (environ 3000) mais dans un temps relativement court (15 s). Nous présenterons quelques résultats de caractérisation du condensat et nous verrons en particulier que l'approximation de Thomas-Fermi utilisée habituellement n'est pas tout à fait valable. Nous verrons comment l'adapter pour obtenir correctement l'évolution du profil du condensat en temps de vol.

Enfin nous présenterons les techniques expérimentales que nous utilisons comme

outils de diagnostic sur l'expérience. Nous présenterons la technique d'imagerie par absorption du nuage atomique, deux méthodes de mesure des fréquences du piège magnétique et une technique de compensation des champs magnétiques par effet Hanle.

5.1 Description sommaire du dispositif expérimental

Pour faciliter la compréhension du contenu de ce chapitre, nous allons donner une brève description de notre montage expérimental. Une description plus complète incluant tous les aspects techniques du montage est donnée au chapitre suivant.

La puce est placée au centre d'une enceinte cubique en inox munie d'une ouverture CF35 sur chaque face (voir figure 5.1). La surface de la puce est orientée vers le bas et est inclinée à 45° par rapport à la verticale. Nous avons schématisé le fil en U et le fil en Z à la surface de la puce. Dans la réalité ces fils ne sont pas visibles car la puce est recouverte d'une couche isolante sur laquelle est déposée une couche d'or qui nous permet de réfléchir les faisceaux du piège magnéto-optique. L'accès optique se fait par quatre hublots, les chemins optiques des différents faisceaux utilisés au cours de l'expérience sont indiqués sur la figure 5.1. Nous avons également représenté la paire de bobines en configuration anti-Helmholtz que nous utilisons au début de la séquence expérimentale. Les diverses bobines qui nous permettent d'obtenir un champ uniforme au niveau de la puce ne sont pas dessinées pour plus de clarté. Nous appelons \mathbf{B}_0 le champ parallèle à la surface de la puce et nous désignons par B_x, B_y et B_z les composantes du champ qui peuvent s'ajouter au champ \mathbf{B}_0 . Enfin nous utilisons un filament chauffant placé juste au-dessus de la puce comme source de rubidium dans l'enceinte.

5.2 Chargement du micro piège magnétique

Nous allons décrire dans cette partie les différentes étapes nécessaires à l'obtention d'un nombre suffisant d'atomes dans le micro piège magnétique pour pouvoir ensuite atteindre la condensation de Bose-Einstein par refroidissement évaporatif.

5.2.1 Piège magnéto-optique de surface

Comme dans (presque) toute expérience de condensation de Bose-Einstein, nous commençons par collecter les atomes dans un piège magnéto-optique. Ce piège dissipatif permet d'obtenir à partir d'une vapeur un grand nombre d'atomes

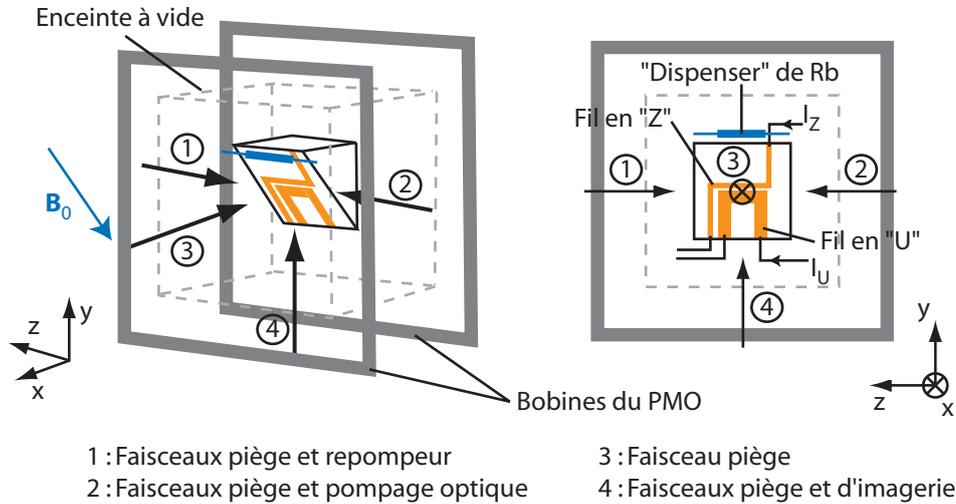


FIG. 5.1 – Schéma descriptif du système expérimental. La puce est située au centre d'une enceinte à vide cubique de 7 cm de côté. Les accès optiques sont au nombre de quatre, les passages des différents faisceaux sont indiqués. Nous voyons également la disposition des fils sur la puce, le filament (« dispenser ») qui permet d'augmenter la pression de rubidium dans l'enceinte et les bobines en anti-Helmholtz pour la première étape de piège magnéto-optique.

à une température correspondant à quelques énergies de recul. La géométrie des champs et des faisceaux utilisés pour obtenir le piège magnéto-optique (PMO) est indiquée sur la figure 5.2. La présence de la puce et de son support limite l'accès optique et nous ne pouvons pas utiliser la configuration habituelle de six faisceaux contrapropageants. Nous utilisons donc la surface de la puce pour réfléchir deux faisceaux à 45° [81] afin d'obtenir dans la zone d'intersection des faisceaux directs et réfléchis l'équivalent de six faisceaux contrapropageants.

Pour attirer les atomes vers le zéro de champ magnétique, la polarisation des faisceaux doit être bien choisie. Le faisceau doit être polarisé circulairement gauche (droit) si son vecteur d'onde est parallèle (antiparallèle) au champ magnétique dans la région située entre le hublot d'entrée du faisceau et le centre du piège. L'hélicité d'un faisceau s'inverse lors de sa réflexion sur la puce. On peut donc se convaincre que la seule configuration permettant d'obtenir trois paires de faisceaux contrapropageants avec des polarisations permettant d'obtenir un PMO est celle indiquée sur la figure 5.2. Cette configuration impose les axes du quadrupôle magnétique indiqués sur la figure.

Nous avons placé la puce sur un support incliné de 45° par rapport aux hublots afin que les faisceaux du PMO soient perpendiculaires aux hublots de l'enceinte à vide. Nous utilisons ainsi au mieux l'accès optique de notre enceinte.

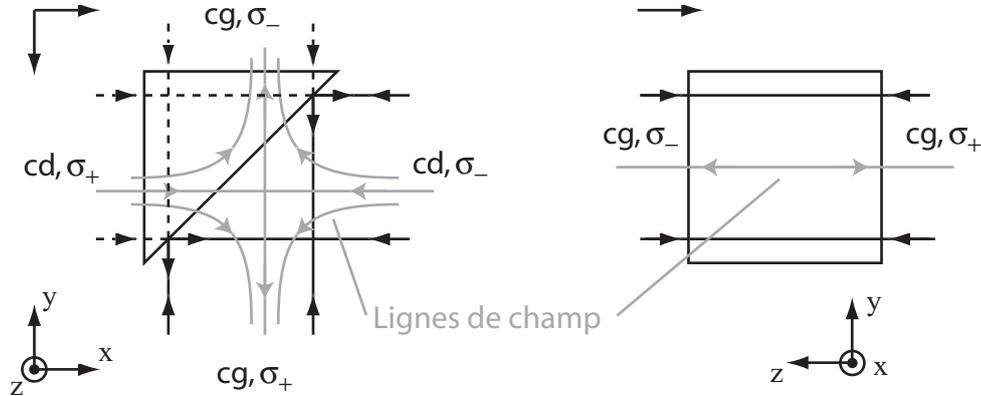


FIG. 5.2 – Principe du piège magnéto-optique de surface. Nous avons indiqué la direction des lignes de champ du quadrupôle ainsi que l'hélicité et la polarisation des faisceaux. Les axes de quantification pour chaque direction sont indiqués en haut à gauche de chaque figure. L'autre possibilité qui consisterait à réfléchir un seul faisceau en incidence normale sur la surface ne peut fonctionner car le faisceau réfléchi serait mal polarisé.

5.2.2 Nécessité de l'utilisation de deux pièges magnéto-optiques

Nous piégeons les atomes successivement dans deux PMO de surface avant de charger le piège magnétique. Le premier piège de fort volume est obtenu avec un gradient de champ magnétique créé par deux bobines en configuration anti-Helmholtz placées autour de la cellule (voir figure 5.1). Ce piège est transféré vers un deuxième PMO de surface plus petit. Dans ce deuxième piège le gradient de champ magnétique est créé par le fil en U sur la puce et le champ uniforme \mathbf{B}_0 . Cette technique de double piège a été utilisée pour la première fois sur une puce par J. Reichel [81]. Nous allons décrire ces deux pièges et montrer la nécessité de chacun d'eux.

5.2.2.1 Piège magnéto-optique externe, utilisation du « dispenser »

Le gradient de champ magnétique dans le premier PMO est créé par deux bobines en configuration anti-Helmholtz (voir figure 5.1). Nous utilisons un gradient d'environ 30 G.cm^{-1} sur l'axe des bobines. Pour charger le piège, nous augmentons au début de la séquence la pression de rubidium en chauffant un filament sur lequel est adsorbé du rubidium. Nous gardons ensuite les atomes dans ce premier PMO pour attendre que la pression de rubidium redescende avant de poursuivre l'expérience afin que les pertes dans le piège magnétique par collision avec le gaz résiduel ne soient pas trop importantes. L'évolution de la pression de rubidium au cours de l'expérience est schématisée sur la figure 5.3. Pendant le temps t_{ON}

où le filament chauffant est allumé la pression augmente dans l'enceinte jusqu'à une valeur P_i , elle diminue ensuite exponentiellement pendant un temps t_{OFF} jusqu'à une valeur $P_f = P_i \exp(-t_{\text{OFF}}/\tau)$ où τ est le temps caractéristique de décroissance de la pression. Nous estimons $\tau = 7$ s par des mesures de durée de vie dans le piège magnétique après différents temps d'attente dans le premier PMO. Nous cherchons à optimiser les valeurs de t_{ON} et du temps d'attente dans le PMO pour obtenir un nombre important d'atomes dans le PMO puis dans le piège magnétique avec une durée de vie satisfaisante dans le piège magnétique.

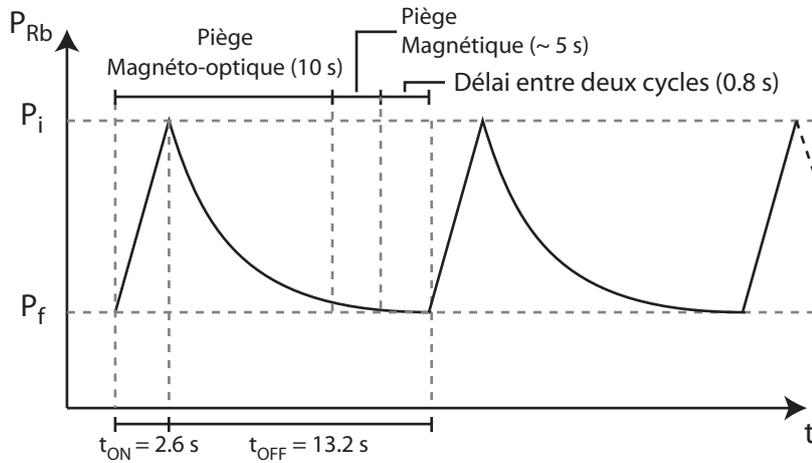


FIG. 5.3 – Évolution de la pression de rubidium au cours de l'expérience. La pression augmente pendant un temps t_{ON} puis diminue pendant un temps t_{OFF} avec une constante de temps d'environ 7 s.

Nous avons intérêt à ce que la pression initiale P_i ne dépasse pas la pression pour laquelle le nombre d'atomes dans le PMO sature. Nous rappelons en effet qu'en régime stationnaire le nombre d'atomes dans un PMO est donné par $AP_i/(BP_i + CP_0)$ où A, B et C sont des constantes et où P_0 est la pression résiduelle des autres gaz que le rubidium. La courbe qui donne le nombre d'atomes dans le PMO en fonction de t_{ON} est tracée sur la figure 5.4. Nous avons choisi de nous placer à $t_{\text{ON}} = 2,4$ s. Nous avons ensuite mesuré la durée de vie dans le piège magnétique pour différents temps d'attente dans le PMO. Nous avons choisi d'avoir une durée de vie d'environ 10 s, ce qui correspond à un temps d'attente dans le PMO d'environ 13 s, soit un temps total t_{OFF} égal à environ 19 s. Nous indiquons ici des temps typiques mais d'autres couples de paramètres t_{ON} et t_{OFF} permettent d'obtenir un condensat. Par exemple nous avons récemment rallongé t_{ON} à 3,6 s et t_{OFF} à 18,4 s et nous obtenons ainsi un peu plus d'atomes dans le condensat.

Il est crucial de s'assurer que les temps t_{ON} et t_{OFF} restent constants au cours des séquences qui se succèdent afin de se placer toujours dans les mêmes condi-

tions de pression pour obtenir des données expérimentales cohérentes en nombre d'atomes, durée de vie ... Si certaines durées sont modifiées dans la séquence, comme par exemple la durée du piège magnétique, le programme informatique de gestion de l'expérience ajuste un temps mort en fin de séquence pour garantir la stabilité du cycle. Entre deux acquisitions de séries de données nous continuons à allumer le dispenser avec le même rapport cyclique pour conserver la stabilité du cycle et ne pas fausser les premiers points de mesure de la série de données suivante. Il faut environ 10 cycles pour atteindre le régime stationnaire.

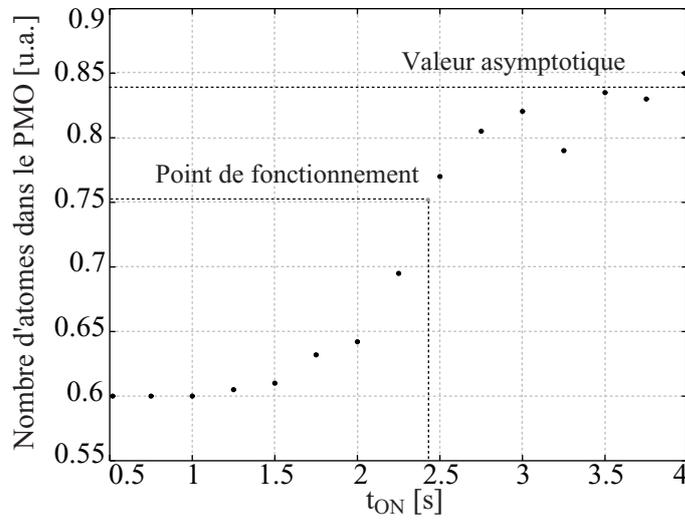


FIG. 5.4 – Nombre d'atomes dans le PMO en fonction de t_{on} . Nous choisissons un point de fonctionnement tel que le nombre d'atomes dans le PMO ne soit pas saturé afin de ne pas augmenter inutilement la pression de rubidium dans l'enceinte.

5.2.2.2 Piège magnéto-optique sur la puce

Le gradient de champ magnétique dans le deuxième PMO est créé par un courant dans le fil en U et le champ uniforme \mathbf{B}_0 (voir chapitre 4 et figure 5.1). Nous transférons le premier piège vers le deuxième en coupant le courant dans les bobines du premier PMO et en établissant brutalement le courant dans le fil en U et le champ \mathbf{B}_0 . Le nombre d'atomes dans le deuxième piège est optimisé par une coupure et un établissement brutal des champs magnétiques et non par un passage adiabatique. La position du premier piège est un paramètre important pour optimiser le transfert des atomes. Nous déplaçons le centre du premier PMO en ajoutant un champ uniforme au champ quadropolaire. Après optimisation, le centre du premier piège est situé à environ 1 mm de la surface de la puce. Une étude détaillée du transfert entre les deux pièges est réalisée dans la thèse de

C. Aussibal [120].

Ce deuxième piège est beaucoup moins efficace que le premier : son volume de capture est faible et la durée de vie dans ce piège est inférieure à 100 ms pour des raisons qui nous sont inconnues. Le volume de capture est faible car l'étendue spatiale sur laquelle le champ est quadrupolaire est au mieux de l'ordre de la taille du U soit 3 mm. C'est l'argument principal pour lequel il est nécessaire d'utiliser un premier piège magnéto-optique macroscopique. Il est également impossible d'utiliser le second piège pour attendre que la pression redescende à cause de la faible durée de vie dans ce piège.

Cependant malgré ses inconvénients, ce second piège nous est indispensable pour nous approcher de la surface et préparer le chargement du piège magnétique. Nous verrons par la suite que la hauteur maximale à laquelle il est possible de charger le micro piège magnétique est d'environ 500 μm . Or il est impossible d'approcher le premier piège à une telle distance de la surface sans perdre presque tous les atomes. L'avantage du fil en U est, comme nous allons le voir, que le gradient de champ peut être plus important que celui créé par les bobines externes. La taille transverse du PMO est donc plus petite et nous pouvons l'approcher plus près de la surface.

L'étape de PMO de surface est elle-même décomposée en deux étapes (voir figure 5.5). Nous utilisons au début les paramètres ($I = 4 \text{ A}$, $B_0 = 4,2 \text{ G}$) puis les paramètres ($I = 2 \text{ A}$, $B_0 = 4,2 \text{ G}$). Le premier jeu de paramètre optimise le transfert à partir du premier PMO. Le deuxième jeu nous permet d'obtenir un gradient transverse important de 80 G.cm^{-1} et de pouvoir rapprocher le piège de la surface pour ensuite charger le piège magnétique. Le transfert entre ces deux pièges est adiabatique (voir figure 5.5). Nous obtenons environ 2×10^7 atomes à une température de $140 \mu\text{K}$ dans le dernier PMO. Le nombre d'atomes à ce stade de l'expérience est faible par rapport à ce que l'on peut obtenir à partir d'un piège magnéto-optique traditionnel mais est comparable à ce qui est obtenu sur l'expérience similaire de J. Reichel [89]. Le piège magnéto-optique avec un fil en U est sans aucun doute peu performant. Nous pensons que la proximité de la surface est le facteur limitant. Une version améliorée est utilisée dans l'équipe de J. Schmiedmayer, le fil en U est remplacé par un ruban de cuivre placé sous la puce et parcouru par un très fort courant [128]. Cette technique leur permet d'obtenir environ 3×10^8 atomes dans le PMO.

5.2.3 Mélasse optique

Pour diminuer la température du nuage avant le chargement dans le piège magnétique nous utilisons une étape de mélasse optique [129]. Pour cela nous diminuons progressivement le gradient de champ magnétique tout en augmentant le désaccord des faisceaux pièges comme le montre le chronogramme de la figure 5.5. Pendant le même temps nous ajoutons un petit champ magnétique

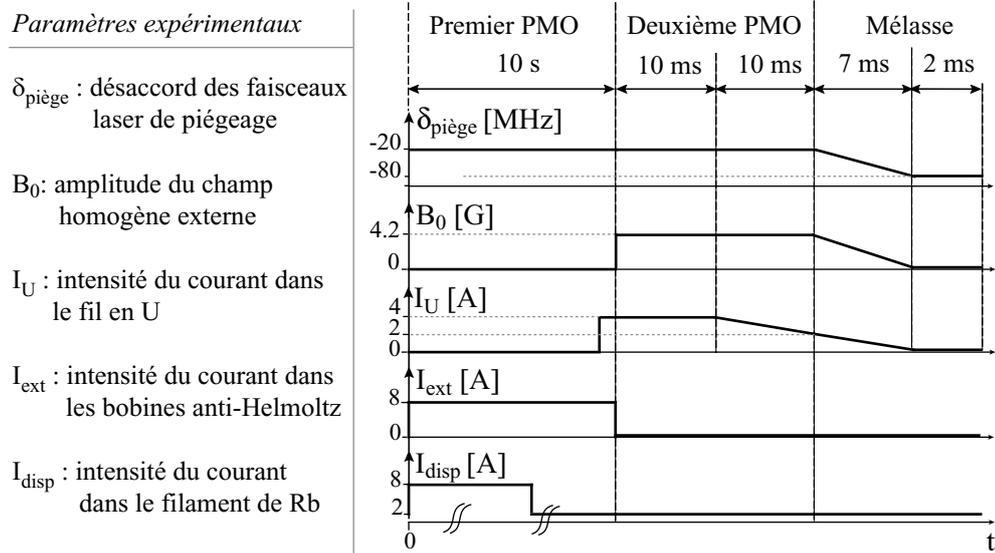


FIG. 5.5 – Déroulement de la phase de piège magnéto-optique. Les atomes sont capturés dans un premier PMO puis transférés dans un deuxième plus proche de la surface. Ce deuxième PMO est comprimé et rapproché de la surface en diminuant le courant dans le fil en U pour optimiser le chargement du piège magnétique. Cette phase se termine par une phase de mélasse optique, nous diminuons progressivement le gradient de champ magnétique tout en augmentant le désaccord des faisceaux pièges.

uniforme. En théorie, pour obtenir un refroidissement sub-Doppler efficace, le champ magnétique doit être aussi proche que possible de zéro [130, 131]. Cependant nous connaissons par une autre méthode (voir paragraphe 5.5.4) les courants à appliquer dans nos bobines pour compenser le champ magnétique, et cette configuration ne correspond pas à l'optimum du chargement dans le piège magnétique. Nous supposons que le champ résiduel que nous appliquons pendant la mélasse permet soit de compenser un déséquilibre de l'intensité des faisceaux (que nous avons pourtant réglé avec précaution) soit de donner une légère impulsion aux atomes qui est ensuite compensée lors de l'établissement du piège magnétique. Une étude détaillée de l'optimisation des paramètres de la mélasse se trouve dans la thèse de C. Aussibal [120]. La température du nuage après l'étape de mélasse est d'environ $40 \mu\text{K}$.

5.2.4 Pompage optique

Nous voulons piéger les atomes dans le sous-niveau $|F = 2, m_F = 2\rangle$ qui est l'état piégeant de plus fort moment magnétique. Pomper les atomes dans l'état $F = 2$ est facile, il suffit de laisser allumé le faisceau repompeur quelques centaines

de microsecondes après l’extinction des faisceaux pièges. Le pompage dans le sous-niveau Zeeman $m_F = 2$ est plus délicat et nécessite un faisceau spécifique. A la fin de la phase de mélasse optique, nous appliquons un champ directeur B_z puis nous allumons pendant un bref instant (typiquement $50 \mu\text{s}$) un faisceau de pompage optique polarisé σ_+ et résonnant avec la transition $F = 2 \rightarrow F' = 2$. Le principe du pompage optique est illustré sur la figure 5.6. Quelques photons par atome suffisent pour amener l’atome dans l’état noir $|F = 2, m_F = 2\rangle$. Pour que cet état soit noir, il faut que la polarisation du faisceau de pompage soit parfaitement circulaire et que le champ magnétique directeur soit suffisamment grand, nous reviendrons en détail sur cette condition au paragraphe 5.5.4.

L’optimisation des paramètres de pompage optique nous permet de gagner un facteur 2,3 en nombre d’atomes dans le piège magnétique par rapport à une séquence sans pompage optique. Nous sommes assez loin du facteur théorique de 5^1 , nous pensons que cette différence est principalement due à l’expansion du nuage pendant la durée de la phase de pompage optique. Nous devons en effet attendre un temps de 0,5 ms pour que le champ directeur s’établisse. Ce temps d’attente augmente la taille du nuage à transférer dans le piège magnétique et donc l’énergie potentielle des atomes transférés. La profondeur du potentiel de piégeage étant limitée, le nombre d’atomes transférés est réduit. La diffusion des photons lors du pompage augmente également l’énergie des atomes et accentue le phénomène.

5.2.5 Chargement du piège magnétique

Les atomes sont maintenant prêts à être transférés dans le piège magnétique créé par le fil en Z et le champ uniforme \mathbf{B}_0 . Pour que le chargement soit efficace, il faut que le rapport η entre la profondeur du piège et la température du nuage à charger soit suffisamment grand. Un rapport de l’ordre de 10 est suffisant [132]. La température du nuage à prendre en compte n’est pas la température initiale du nuage mais sa température après allumage du piège. En effet comme nous l’avons mentionné au paragraphe précédent, les atomes acquièrent de l’énergie potentielle lorsque le potentiel magnétique s’établit. Nous devons donc essayer de transférer les atomes dans un potentiel peu confinant, profond et dont le centre correspond à la position initiale du nuage. Nous avons également intérêt à ce que la position initiale du nuage et du piège soient le plus loin de la surface afin de maximiser le nombre d’atomes dans le deuxième PMO. Il est clair que ces conditions impliquent d’utiliser un courant dans le fil en Z le plus grand possible, soit 2 A pour notre fil. L’optimisation du chargement est ensuite obtenue par une itération pour obtenir le bon compromis entre profondeur du piège, confinement et distance à la surface. En effet un champ B_0 intense permet d’avoir un piège pro-

¹En l’absence de pompage optique, nous attendons une répartition uniforme des atomes dans les 5 sous-niveaux Zeeman du niveau $F = 2$.

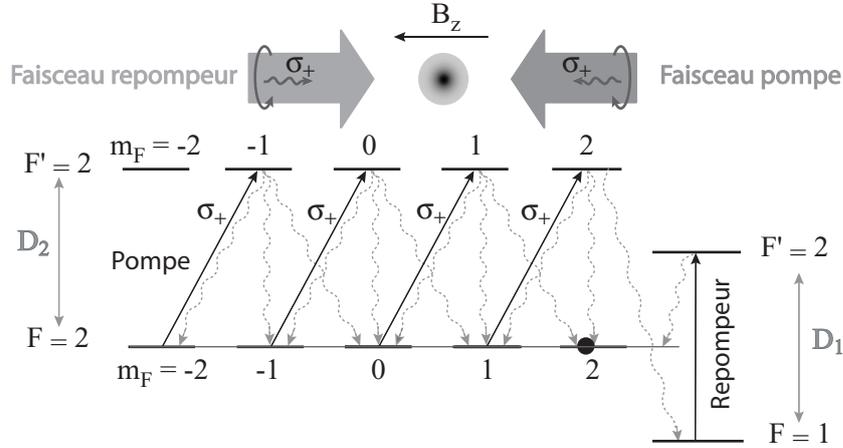


FIG. 5.6 – Principe du pompage optique vers l'état $|F = 2, m_F = 2\rangle$. Le champ directeur lève la dégénérescence entre les différents sous-niveaux Zeeman. Après absorption de quelques photons du faisceau pompe et du faisceau repompeur, les atomes sont pompés dans l'état final qui est un état noir pour les deux faisceaux. Les faisceaux sont contrapropageants pour minimiser l'effet de recul sur les atomes.

fond mais confiné et proche de la surface. Cette itération est fastidieuse puisque le choix d'une nouvelle valeur de B_0 exige une optimisation des paramètres du deuxième PMO afin d'ajuster sa position à la position du piège magnétique. Cette optimisation est discutée plus en détail dans la thèse de C. Aussibal [120]. Nous utilisons finalement un champ de 8 G qui permet d'avoir un piège à environ $500 \mu\text{m}$ de la surface avec un profondeur d'environ $500 \mu\text{K}$. Nous obtenons dans ce piège environ 4×10^6 atomes (soit 16% du nombre d'atomes dans le PMO) à une température de $40 \mu\text{K}$. La figure 5.7 présente une image du nuage dans le piège. Le nuage s'étale hors de la zone où le développement semi-linéaire du potentiel donné au chapitre précédent est valable ce qui explique sa forme particulière. Enfin notons qu'en allumant le piège magnétique, nous ajoutons un champ longitudinal B_z d'une valeur de 3 G pour éliminer les pertes par spin-flip (pertes de Majorana et pertes dues à un bruit technique à environ 2 MHz présent dans la piège).

5.3 Obtention du condensat par refroidissement évaporatif

Nous allons maintenant décrire comment nous obtenons un condensat de Bose-Einstein dans le piège magnétique par refroidissement évaporatif. Auparavant nous rappellerons rapidement quelques résultats élémentaires sur le phé-

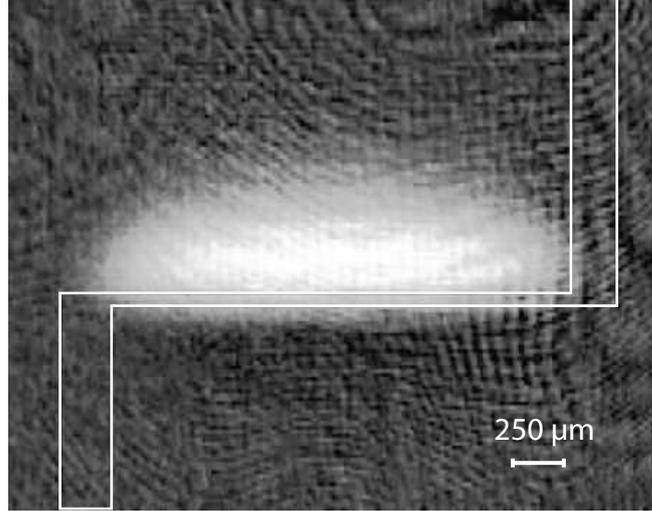


FIG. 5.7 – Image en absorption du nuage dans le piège magnétique initial après 0,1 ms de temps de vol. Nous voyons que le nuage s'étale hors de la zone où le potentiel est décrit par un potentiel semi-linéaire.

nomène de condensation de Bose-Einstein. Nous allons en particulier montrer que le paramètre important à optimiser pour l'expérimentateur est la densité dans l'espace des phases et que le condensat apparaît lorsque la densité dans l'espace des phases divisée par \hbar^3 est de l'ordre de l'unité. Pour une description plus détaillée des condensats nous renvoyons le lecteur aux articles de revue [133, 134] et aux cours [135, 136, 137].

5.3.1 Condensation d'un gaz idéal de bosons dans un piège harmonique

Considérons un gaz de bosons sans interaction dans un piège harmonique $V(\mathbf{r})$ caractérisé par les fréquences ω_x , ω_y et ω_z et sa fréquence moyenne $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$. Nous nous plaçons dans l'ensemble grand canonique. Le nombre d'occupation dans un état d'énergie E est donné par la statistique de Bose et le nombre d'atomes ayant une énergie comprise entre E et $E + dE$ s'écrit

$$n(E) dE = \frac{1}{e^{\beta(E-\mu)} - 1} \rho(E) dE \quad (5.1)$$

où μ est le potentiel chimique du gaz et $\rho(E)$ la densité d'états du piège. Pour un piège harmonique la densité d'états est donnée par $\rho(E) = E^2/(2\hbar^3 \bar{\omega}^3)$. Nous avons choisi comme référence l'énergie de l'état fondamental que nous posons égale à 0. Le nombre d'atomes dans les états excités est donné par

$$\int_0^\infty n(E) dE = \int_0^\infty \frac{1}{2(\hbar \bar{\omega})^3} \times \frac{E^2}{e^{\beta(E-\mu)} - 1} dE = \frac{(k_B T)^3}{(\hbar \bar{\omega})^3} g_3(e^{\beta \mu}) \quad (5.2)$$

où la fonction g_3 est la fonction de Bose définie par $g_\alpha(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^\alpha}$. L'expression précédente ne comptabilise pas les atomes dans l'état fondamental puisque la densité d'état s'annule en $E = 0$. Nous avons remplacé la somme sur les niveaux discrets du piège par une intégrale sur la densité d'états, cette approximation est valable pour une température suffisamment élevée $k_B T \gg \hbar \omega_i$.

Le potentiel chimique est nécessairement négatif, sinon la quantité $n(E)$ diverge ce qui n'est pas physique. Par conséquent la fugacité $\exp(\beta \mu)$ est comprise entre 0 et 1. Or sur l'intervalle $[0, 1]$, la fonction $g_3(z)$ est croissante et atteint une valeur maximale approximativement égale à 1,202 en $z=1$. Par conséquent, pour une température fixée lorsque le nombre d'atomes augmente, le potentiel chimique augmente et s'approche de zéro. La fugacité tend alors vers 1 et la population dans les états excités sature à la valeur $(k_B T)^3 / (\hbar \bar{\omega})^3 \times g_3(1)$. Les atomes surnuméraires s'accumulent dans l'état fondamental, c'est le phénomène de condensation de Bose-Einstein.

Si maintenant nous fixons le nombre d'atomes, nous voyons que cette transition se produit pour une température inférieure à la température critique définie par

$$N = \frac{(k_B T_c)^3}{(\hbar \bar{\omega})^3} g_3(1) \simeq \frac{(k_B T_c)^3}{(\hbar \bar{\omega})^3} \times 1,202 \quad (5.3)$$

Si N est grand, l'énergie $k_B T_c$ est grande devant l'écart entre les niveaux $\hbar \omega_i$ ce qui justifie l'hypothèse de calcul que nous avons faite précédemment pour calculer la population dans les états excités². Nous allons réécrire la condition précédente pour faire apparaître la densité dans l'espace des phases. La densité spatiale d'un gaz de Bose idéal est donnée par [136]

$$n(\mathbf{r}) = \frac{1}{\lambda_{\text{dB}}^3} g_{3/2} \left(e^{-\beta(V(\mathbf{r})-\mu)} \right) \quad (5.4)$$

où $\lambda_{\text{dB}} = \sqrt{2\pi \hbar^2 / (m k_B T)}$ est la longueur d'onde de de Broglie thermique des atomes. Lorsque le gaz approche le seuil de condensation, le potentiel chimique tend vers zéro et nous obtenons donc l'expression suivante pour la densité au centre du piège

$$n(0) = \frac{g_{3/2}(1)}{\lambda_{\text{dB}}^3} \quad (5.5)$$

Cette relation se réécrit $n(0) \lambda_{\text{dB}}^3 \simeq 2,612$ et montre que le seuil de condensation est atteint lorsque la densité dans l'espace des phases est de l'ordre de \hbar^3 ou bien, ce qui est équivalent, lorsque la distance entre particules est de l'ordre de la longueur d'onde de de Broglie.

²Il faut également rajouter l'hypothèse que le piège ne soit pas trop anisotrope, sinon la condition $k_B T_c \gg \hbar \bar{\omega}$ n'entraîne pas forcément $k_B T_c \gg \hbar \omega_i$ pour $i = x, y, z$. Nous verrons dans le dernier chapitre une situation où cette condition n'est pas vérifiée.

5.3.2 Refroidissement évaporatif

Expérimentalement l'augmentation de la densité dans l'espace des phases est obtenue par refroidissement évaporatif. Cette technique a été proposée en 1986 par Hess comme technique de refroidissement d'un échantillon d'atomes piégés dans un potentiel conservatif [138] et est utilisée dans toutes les expériences de condensation de Bose-Einstein. Elle consiste à tronquer le potentiel de piégeage à une énergie correspondant à quelques fois la température de l'échantillon afin d'éliminer les atomes les plus énergétiques. Pour tronquer le potentiel magnétique nous utilisons un champ magnétique oscillant qui bascule le spin des atomes à résonance vers un état anti-piégeant [139]. Les atomes restant rethermalisent par collision élastique à une température inférieure à la température initiale. On montre que, dans un piège harmonique, le rapport entre le nombre final et initial d'atomes est relié au rapport entre la température finale et initiale par

$$\frac{N_f}{N_i} = \left(\frac{T_f}{T_i} \right)^{(\eta-2)/3} \quad (5.6)$$

où η est le rapport entre l'énergie de troncature et l'énergie thermique $k_B T$. Nous voyons que plus ce rapport est grand et plus le processus est efficace, c'est-à-dire que le gain en température est important pour une faible perte d'atomes. Plus précisément on montre, toujours dans un piège harmonique, que le paramètre de dégénérescence $n(0) \lambda_{dB}^3$ augmente après la troncature du piège si η est supérieur à 3.

Pour poursuivre le refroidissement de l'échantillon il faut diminuer l'énergie de troncature. Le temps typique de retour à l'équilibre après troncature dépend du taux de collision élastique et de la valeur de η . Si η est grand devant 1, on montre qu'il est donné par $\Gamma_{ev} = \eta e^{-\eta} \Gamma_{el}$ où Γ_{el} est le taux de collision élastique [140]. Pour garder le rapport η constant et forcer l'évaporation, il faut diminuer l'énergie de troncature à un taux Γ_{ev} . Nous voyons donc que plus η est grand, plus le refroidissement va être efficace mais plus il va prendre de temps. Or la durée de vie τ des atomes dans le piège magnétique est limitée par les collisions avec le gaz résiduel dans l'enceinte à vide. Il faut donc faire un compromis entre efficacité du refroidissement évaporatif qui augmente la densité dans l'espace des phases et les pertes dues au gaz résiduel qui la diminuent. Nous voyons donc que le taux de collision élastique est un paramètre déterminant du refroidissement évaporatif. Pour une durée de vie donnée, plus celui-ci est élevé plus η peut être choisi grand et plus le refroidissement évaporatif est efficace. On montre que si le taux de collision élastique initial est supérieur à 300 fois le taux de perte dans le piège, il est possible en gardant η constant et à peu près égal à 7 d'obtenir une divergence du taux de collision élastique et du paramètre de dégénérescence. Ce régime appelé régime d'emballlement permet d'atteindre le seuil

de condensation³. Nous retiendrons que le phénomène de refroidissement évaporatif est gouverné par la valeur du paramètre $\Gamma_{e1}\tau$ et que c'est un phénomène fortement non-linéaire, une faible augmentation de ce paramètre peut permettre de basculer vers le régime d'emballement. Une étude détaillée de l'évolution des grandeurs thermodynamiques du gaz lors du refroidissement évaporatif peut être trouvée dans les références [140, 117].

5.3.3 Mise en oeuvre expérimentale

5.3.3.1 Compression du piège magnétique

Pour obtenir un taux de collision initial important nous comprimons le piège magnétique en augmentant la valeur du champ B_0 jusqu'à 40 G. Nous utilisons une rampe de 300 ms pour comprimer le piège adiabatiquement. Nous vérifions que la compression est adiabatique en comparant la température finale des atomes après un cycle de compression/décompression par rapport à la température initiale. Il nous est difficile de mesurer la température du nuage dans le piège comprimé (voir le paragraphe 5.5.1 consacré à l'imagerie). Pour estimer cette température nous supposons donc que la compression du piège est adiabatique et que le piège magnétique est décrit par un piège semi-linéaire. Le piège final ($B_0 = 40$ G, $I = 2$ A, $B_z = 3$ G) et le piège initial ($B_0 = 8$ G, $I = 2$ A, $B_z = 3$ G) diffèrent surtout par leur gradient, les variations du biais et de la courbure longitudinale sont négligeables. Le calcul de l'augmentation de température lors de la compression du piège dans l'approximation adiabatique est un peu technique et est donné en annexe. En ne considérant que la variation de gradient entre le piège initial et le piège final, nous obtenons la formule approchée suivante

$$\frac{T_f}{T_i} \simeq \frac{B_0^f}{B_0^i} \times 1,3 \quad (5.7)$$

La température initiale du piège est mesurée à 50 μ K par temps de vol. Nous en déduisons donc une température d'environ 325 μ K dans le piège comprimé. Nous en déduisons un taux de collision élastique de 50 s^{-1} . La durée de vie mesurée dans le piège magnétique est de 10 s, ces paramètres doivent donc nous permettre un refroidissement évaporatif efficace.

5.3.3.2 Rampe radio-fréquence

Nous tronquons le piège magnétique à l'aide d'un couteau radio-fréquence [139]. On montre que pour garder un rapport η constant, il faut diminuer la fréquence du couteau exponentiellement avec le temps au cours de l'évaporation. Nous

³Notons qu'il est possible d'obtenir un condensat sans pour autant être dans ce régime, mais le processus est beaucoup moins efficace.

utilisons donc initialement une rampe linéaire par morceau reproduisant une exponentielle. Puis nous optimisons la durée de chaque segment de rampe pour maximiser la densité dans l'espace des phases à la fin du segment [141]. La figure 5.8 présente l'évolution de la fréquence du couteau au cours du temps après optimisation.

La séquence est compliquée par le fait que nous devons décompresser le piège magnétique avant d'atteindre la fin de la rampe radio-fréquence. En effet lorsque la densité du nuage augmente au cours de l'évaporation, le taux de perte à trois corps devient important en fin de rampe (3000 s^{-1}) et empêche l'obtention d'un condensat. Ce phénomène a été remarqué par l'équipe de J. Reichel lors de la première obtention d'un condensat dans un micro-piège [89] et est discuté en détail pour notre expérience dans la thèse de C. Aussibal⁴. Nous maintenons la fréquence du couteau constante pendant cette décompression mais la profondeur du piège diminue tout de même car la valeur du biais augmente lorsque nous décompressons le piège (voir paragraphe 4.3.2). La pulsation radiale dans le piège final est de $\omega_r = 2\pi \times 453 \text{ Hz}$ et la pulsation longitudinale de $\omega_l = 2\pi \times 14 \text{ Hz}$.

5.3.4 Mesure de la température critique

Lorsque nous diminuons la fréquence finale de la rampe radio-fréquence en dessous d'une certaine valeur, la température du nuage passe sous la température critique et nous voyons apparaître un condensat au centre du nuage thermique après temps de vol (voir figure 5.9). En effet le nuage thermique s'étale avec une vitesse proportionnelle à $\sqrt{k_B T}$ et le condensat avec une vitesse proportionnelle à $\sqrt{\mu}$. Tant que la température du nuage thermique est telle que $k_B T \gg \mu$, ce qui est le cas au au voisinage de la température critique, le nuage thermique s'étale plus rapidement que le condensat.

Nous déterminons la température critique correspondant à l'apparition du condensat en ajustant le profil du nuage atomique intégré dans deux directions par une fonction de Bose $g_2\{\exp[-r^2/(2\sigma_r^2)]\}$ [142]. La largeur transverse σ_r du nuage nous permet de remonter à la température $T = m\sigma^2/(k_B\tau^2) \times [1 + 1/(\omega_r\tau)^2]^{-1}$ où τ est la durée du temps de vol (voir paragraphe 5.5.1). Lorsque cet ajustement n'est plus satisfaisant au centre du nuage, c'est-à-dire lorsqu'un condensat commence à apparaître, la température mesurée sur le nuage thermique correspond à la température critique. Ce critère est difficile à mettre en oeuvre, des mesures plus précises sont possibles (voir la référence [143] par exemple). Mais ici l'objectif est seulement de vérifier que la mesure obtenue est compatible avec la valeur attendue. Nous mesurons une température de $180 \pm 10 \text{ nK}$ pour un nombre d'atomes de $2,5 \times 10^4$. La valeur théorique de la tem-

⁴Dans une expérience traditionnelle, les fréquences de piégeage sont plus faibles et donc la densité spatiale moins importante, par conséquent le taux de perte à trois corps reste toujours faible et il n'est pas nécessaire de décompresser le piège.

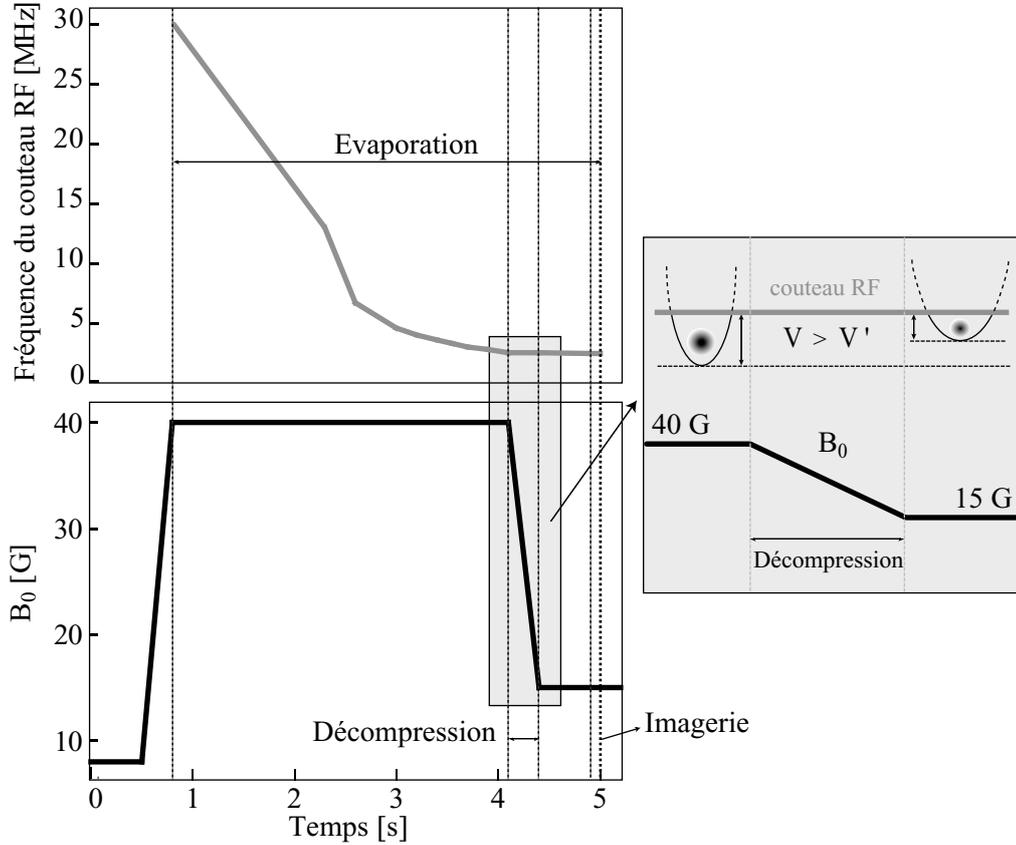


FIG. 5.8 – Évolution de la fréquence du couteau RF pendant le refroidissement évaporatif. Nous avons également représenté l'évolution du champ B_0 . Le champ augmente pour comprimer le piège et obtenir un taux de collisions élastiques suffisant. Nous le gardons constant puis le diminuons pour décompresser le piège juste avant d'obtenir le condensat afin de ne pas être gêné par les collisions à trois corps. En diminuant le champ, le fond du piège remonte légèrement et l'évaporation continue pendant la décompression.

pérature critique en négligeant les interactions est de $(N/1,202)^{1/3} \times (\hbar\bar{\omega}/k_B) = 189$ nK. Cette valeur se situe à la limite de l'intervalle de confiance mais reste compatible avec celui-ci.

5.4 Caractérisation du condensat : écart au régime de Thomas-Fermi

Jusqu'à maintenant nous avons négligé les interactions dans notre description du phénomène de condensation. Cette approche est justifiée jusqu'au voisinage de

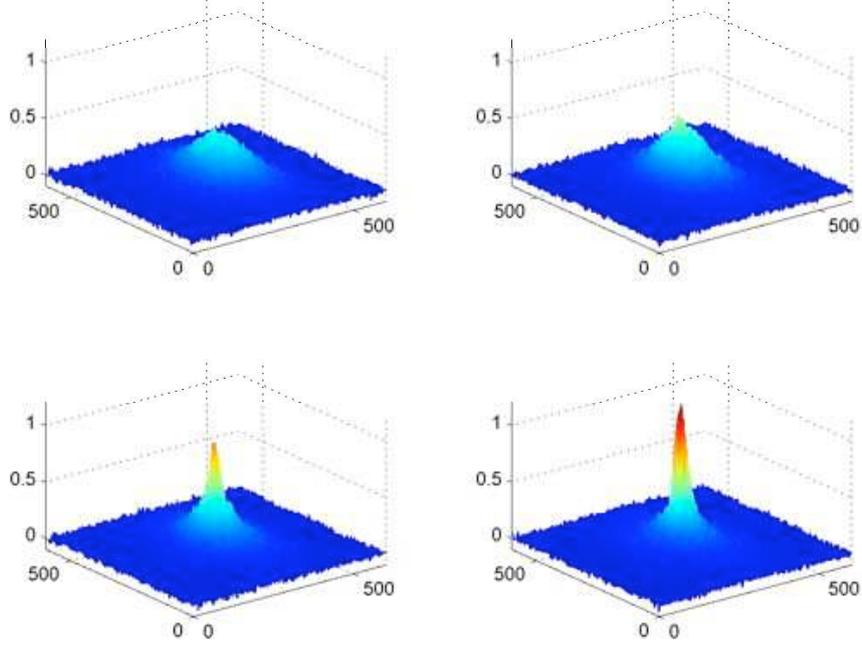


FIG. 5.9 – Observation du passage de la transition de Bose-Einstein en temps de vol. Le condensat s'étale moins rapidement que le nuage thermique en temps de vol. La passage de la transition se caractérise donc par l'apparition d'un pic de densité au centre du nuage thermique. Le temps de vol est de 15 ms. Les axes des abscisses sont gradués en microns et l'ordonnée en densité optique. La fréquence finale du couteau RF est diminuée de 10 kHz entre chaque image.

la température critique où la densité du nuage est suffisamment faible pour que l'énergie d'interaction soit négligeable devant l'énergie cinétique et potentielle des atomes. Il est par contre nécessaire de prendre en compte les interactions dans la description du condensat. Encore une fois nous renvoyons le lecteur aux références [133, 134, 135, 136, 137] pour une description plus complète du problème.

A très basse température, la longueur d'onde de de Broglie des atomes est grande devant la portée du potentiel d'interaction interatomique et seules les collisions en onde s donnent lieu à un terme d'interaction entre atomes. Le signe et la valeur du terme d'interaction sont complètement déterminés par la longueur de diffusion a [137]. Pour ensuite traiter le problème de N bosons en présence d'interaction, l'approche la plus simple est un traitement en champ moyen des interactions. Nous supposons que tous les atomes du condensat sont dans le même état quantique $|\Psi\rangle$. La fonction d'onde $\Psi(\mathbf{r})$ est solution de l'équation de Gross-Pitaevskii [133, 137] :

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) + g |\Psi(\mathbf{r})|^2 \right) \Psi(\mathbf{r}) = \mu \Psi(\mathbf{r}) \quad (5.8)$$

où $g = 4\pi\hbar^2 a/m$ caractérise les interactions. La norme de la fonction d'onde Ψ est égale au nombre d'atomes N dans le condensat. Le terme d'interaction $g|\Psi(\mathbf{r})|^2$ est égal à $gn(\mathbf{r})$ où $n(\mathbf{r})$ est la densité spatiale dans le condensat. Pour des interactions faibles, nous retrouvons bien que la fonction d'onde coïncide avec le fondamental du piège harmonique et que le potentiel chimique du condensat est égal à l'énergie du fondamental. La densité au centre est alors donnée par N/a_0^3 où a_0 est la taille caractéristique de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique définie par $\sqrt{\hbar/(m\bar{\omega})}$. L'énergie d'interaction est alors gN/a_0^3 . La condition pour que les interactions soient négligeables s'écrit donc $\hbar\omega_0 \gg gN/a_0^3$. Cette condition peut se réécrire $a_0 \gg Na$. La limite inverse $Na \gg a_0$ est appelée régime de Thomas-Fermi, la plupart des expériences de condensat sont dans ce régime où le terme d'interaction domine le terme d'énergie cinétique.

Dans le régime de Thomas-Fermi, le profil du condensat est obtenu à partir de l'équation (5.8) dans laquelle on néglige le terme d'énergie cinétique. Le profil de densité du condensat est donc donné par le profil du piège inversé, soit une parabole inversée pour un piège harmonique. Et le potentiel chimique est égal à l'énergie d'interaction $gn(0)$. Dans notre expérience, le condensat comporte environ 2000 atomes, nous obtenons donc $Na = 8500$ nm. La taille caractéristique de l'état fondamental de notre piège est de 900 nm. Nous sommes donc plutôt dans le régime où les interactions dominent le terme d'énergie cinétique mais nous ne sommes pas profondément dans le régime de Thomas-Fermi comme nous allons le voir au prochain paragraphe.

5.4.1 Mesure de l'inversion d'ellipticité du condensat au cours du temps de vol

Une deuxième signature caractéristique du passage de la transition de Bose-Einstein est l'observation de l'inversion d'ellipticité du nuage condensé au cours du temps de vol. Pour un nuage thermique la vitesse d'expansion est la même dans toutes les directions de l'espace, le nuage acquiert donc une forme sphérique pour des longs temps de vol. Le comportement du condensat est différent. Au bout d'un temps de l'ordre de la période d'oscillation dans le piège, l'énergie d'interaction est transformée en énergie cinétique. La force appliquée sur le condensat est proportionnelle à $\nabla(gn(\mathbf{r}))$, elle est donc plus importante dans la direction radiale où le nuage est plus confiné que dans la direction longitudinale. Par conséquent le condensat va s'étaler plus vite radialement que longitudinalement. Dans l'approximation de Thomas-Fermi et pour un piège très anisotrope comme le nôtre, l'ellipticité s'inverse au bout d'un temps de l'ordre de $1/\omega_l = 11$ ms [144]. Nous observons cette inversion d'ellipticité pour un temps de vol de 8 ms (voir figure 5.10). Comme nous pouvions nous y attendre, l'approximation de Thomas-Fermi ne donne pas un résultat satisfaisant.

La référence [145] présente un calcul variationnel permettant d'obtenir une ex-

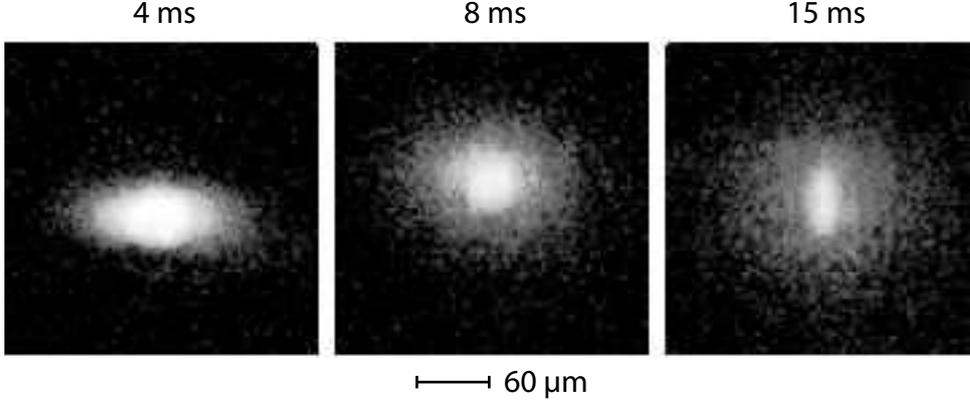


FIG. 5.10 – *Inversion d'ellipticité du condensat au cours du temps de vol.*

pression approchée pour le profil du condensat hors du régime de Thomas-Fermi. Dans l'approximation de Thomas-Fermi, l'énergie par particule est sous-estimée puisque le terme d'énergie cinétique est négligé. L'auteur essaye de trouver une meilleure estimation de l'énergie par particule en introduisant la fonction suivante :

$$f(\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z) = \sum_{i=x,y,z} \frac{\hbar \omega_i}{2} \sqrt{\gamma_i} + \frac{5}{14} \left(\frac{15}{4\pi} \tilde{\omega}_x \tilde{\omega}_y \tilde{\omega}_z m^{3/2} g N \right)^{2/5} \quad (5.9)$$

$$\text{avec } \tilde{\omega}_i = \omega_i \times \sqrt{1 - \gamma_i} \text{ et } \gamma_i \in [0, 1]. \quad (5.10)$$

Nous reconnaissons dans le deuxième terme de f l'expression de l'énergie par particule dans l'approximation de Thomas-Fermi pour un condensat dans un piège dont les fréquences sont égales aux fréquences modifiées $\tilde{\omega}_i$. Lorsque les coefficients γ_i valent 0, la valeur de f coïncide avec l'énergie par particule obtenue dans l'approximation de Thomas-Fermi. L'auteur montre que f passe par un maximum dans le domaine $(\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z) \in [0, 1]^3$ et que ce maximum est inférieur à l'énergie par particule obtenue à partir de la solution exacte de l'équation de Gross-Pitaevskii.

Pour obtenir une meilleure estimation de l'énergie par particule que celle donnée par l'approximation de Thomas-Fermi, il nous faut donc trouver les valeurs des coefficients γ_i qui maximisent f . Dans notre cas, le calcul est simplifié par le fait que nous sommes dans le régime de Thomas-Fermi pour le mouvement longitudinal. Le coefficient γ_l est donc très proche de 0. En le supposant nul, nous n'avons donc plus qu'à maximiser l'expression suivante en fonction de $\gamma_r = \gamma_x = \gamma_y$

$$f(\gamma_r, \gamma_r, 0) = \hbar \omega_r \sqrt{\gamma_r} + \frac{5}{14} \left(\frac{15}{4\pi} \omega_r^2 \omega_l m^{3/2} g N \right)^{2/5} (1 - \gamma_r)^{2/5} \quad (5.11)$$

Typiquement pour un condensat de 2600 atomes dans le piège final ($\omega_r = 2\pi \times 453$ Hz, $\omega_l = 2\pi \times 14$ Hz), nous obtenons numériquement un paramètre γ_r égal à 0,51. La correction apportée sur l'énergie par particule est loin d'être négligeable, nous sommes donc effectivement loin du régime de Thomas-Fermi.

Une fois les coefficients γ_i déterminés, la référence [145] obtient, en adaptant le calcul de la référence [144], l'expression suivante pour l'ellipticité⁵ du condensat en fonction du temps de vol t dans un piège très anisotrope

$$\varepsilon = \frac{\omega_l}{\sqrt{1-\gamma_r}} \frac{\sqrt{1+\omega_r t^2}}{\omega_r} \simeq \frac{\omega_l}{\sqrt{1-\gamma_r}} t \quad (5.12)$$

où l'expression finale est valable aux temps longs ($t \gg 1/\omega_r$).

Nous avons tracé l'expression précédente, l'expression dans le régime de Thomas-Fermi et les données expérimentales sur la figure 5.11. Nous voyons que les données s'ajustent beaucoup mieux avec la prédiction de l'équation 5.12. Cependant l'accord pour les temps de vol courts (inférieurs à 6 ms) n'est pas bon. Nous ne comprenons pas l'origine de cette différence. Nous avons vérifié qu'elle ne provient pas de la limite de résolution du système d'imagerie.

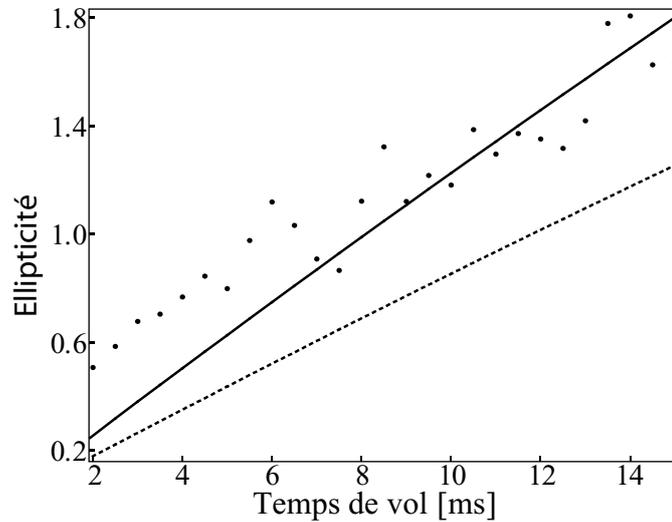


FIG. 5.11 – Inversion d'ellipticité du condensat au cours du temps de vol. La courbe en trait pointillé correspond à l'approximation de Thomas-Fermi. La courbe en trait plein correspond au calcul détaillé dans le texte, nous voyons qu'elle s'ajuste relativement bien aux données sauf pour les temps des vols inférieurs à 6 ms.

⁵L'ellipticité est définie comme le rapport de la taille transverse par la taille longitudinale du condensat.

5.5 Outils de diagnostic

Nous allons maintenant détailler les méthodes de mesure expérimentales qui nous ont permis d'obtenir les données présentées dans ce chapitre. Nous expliquerons comment nous déterminons le nombre d'atomes par imagerie par absorption et comment nous obtenons les fréquences d'oscillation dans le piège par deux méthodes de mesure différentes. Enfin nous présenterons une méthode de compensation du champ magnétique résiduel dans l'enceinte par effet Hanle.

5.5.1 Imagerie par absorption

L'imagerie par absorption est un outil classique de caractérisation d'un nuage atomique [146]. Le principe est illustré sur la figure 5.12 : un faisceau à résonance éclaire les atomes et est absorbé en traversant le nuage. Un système optique image le profil d'intensité du faisceau juste à la sortie du nuage. En divisant le profil du faisceau mesuré avec atomes par celui mesuré sans atome, nous obtenons une image de la densité optique du nuage intégrée dans la direction de propagation du faisceau sonde.

La présence de la puce ajoute une particularité au montage par rapport à un montage traditionnel. En effet nous utilisons la surface de la puce comme miroir pour le faisceau sonde. Nous disposons ainsi de deux images du nuage sur la caméra. La distance entre les deux images nous permet de connaître la distance entre les atomes et la surface réfléchissante de la puce⁶. Avec ces deux images nous obtenons le profil intégré du nuage dans deux directions différentes. Nous pouvons ainsi voir une éventuelle anisotropie du nuage dans le plan transverse.

Si nous considérons une transition fermée à deux niveaux, le profil d'intensité du faisceau après absorption par le nuage est donné par la loi de Beer-Lambert

$$I = I_0 \exp\left(-\int \frac{\sigma_0}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2} n(\mathbf{r}) du\right) \quad (5.13)$$

où $n(\mathbf{r})$ est la densité atomique, u est la direction de propagation du faisceau, σ_0 la section efficace d'absorption à résonance et δ le désaccord du faisceau sonde. Nous avons supposé que la transition atomique n'est pas saturée, sinon la section efficace d'absorption dépend de l'intensité et l'expression précédente n'est plus valable. En pratique nous prenons une intensité de faisceau sonde égale à $I_{\text{sat}}/8$ pour ne pas saturer la transition. Nous nous plaçons à résonance pour éliminer l'effet de dispersion et pour maximiser l'absorption. Nous voyons qu'il suffit alors de prendre le logarithme du rapport des profils d'intensité avec et sans atomes

⁶Cette distance n'est pas égale à la distance entre les atomes et le fil de la puce. Il faut en effet tenir compte de l'épaisseur de la couche d'isolant entre les fils et la surface réfléchissante qui est d'environ 14 μm .

puis de le diviser par la section efficace σ_0 pour obtenir le profil de densité atomique intégré. Nous allons maintenant montrer que nous pouvons nous ramener à un système effectif à deux niveaux et calculer la section efficace d'absorption.

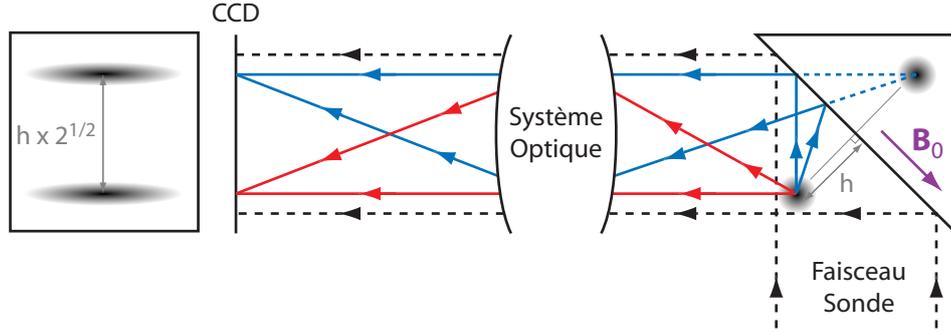


FIG. 5.12 – *Imagerie par absorption.* La particularité de notre montage est d'utiliser la surface de la puce comme miroir pour le faisceau sonde. Nous obtenons ainsi deux images du nuage qui correspondent au profil de densité optique intégré suivant deux directions orthogonales. Nous déduisons de la distance entre les deux images la distance entre les atomes et la surface de la puce.

5.5.1.1 Évaluation de la section efficace

Pour faire un temps de vol et prendre une image du nuage, nous coupons uniquement le courant dans le fil sur la puce. En effet nous pouvons le couper très rapidement ($\simeq 10 \mu\text{s}$) alors que la coupure du champ magnétique \mathbf{B}_0 est beaucoup plus lente ($\simeq 3 \text{ ms}$) à cause des courants de Foucault induits dans l'enceinte en inox. Nous prenons donc l'image en présence du champ uniforme \mathbf{B}_0 .

La coupure du champ du fil est suffisamment lente par rapport à la fréquence de Larmor pour que nous puissions considérer que les atomes restent polarisés. Nous prenons donc comme axe de quantification la direction du champ \mathbf{B}_0 (voir figure 5.12) et nous supposons que les atomes sont initialement dans $|F = 2, m_F = 2\rangle$. La présence du champ déplace les sous-niveaux Zeeman comme le montre la figure 5.13. Le faisceau sonde est polarisé circulairement gauche ou droit. Nous allons faire les calculs pour une polarisation circulaire gauche. Un changement de base montre que par rapport à l'axe de quantification les intensités relatives pour chaque polarisation sont données par $I_{\sigma_+} = 0,73 I_{\text{tot}}$, $I_{\sigma_\pi} = 0,25 I_{\text{tot}}$ et $I_{\sigma_-} = 0,02 I_{\text{tot}}$ [120]. Le faisceau réfléchi est polarisé circulairement droit et nous obtenons pour ce faisceau $I_{\sigma_-} = 0,73 I_{\text{tot}}$, $I_{\sigma_\pi} = 0,25 I_{\text{tot}}$ et $I_{\sigma_+} = 0,02 I_{\text{tot}}$. En multipliant ces intensités par les coefficients de Clebsch-Gordan au carré, nous obtenons les intensités relatives de chaque transition sans tenir compte du désaccord. Les résultats sont regroupés sur la figure 5.13. Nous

voyons que la transition $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m'_F = 3\rangle$ domine largement les autres. Ceci est d'autant plus vrai en présence d'un champ magnétique \mathbf{B}_0 élevé. En effet nous accordons la sonde sur la transition $|F' = 3, m'_F = 3\rangle$ et le poids relatif des autres transitions est diminué car elles ne sont pas à résonance avec la sonde.

Nous avons donc montré que le faisceau sonde excite la transition fermée $|F = 2, m_F = 2\rangle$ vers $|F' = 3, m'_F = 3\rangle$. Seul le faisceau direct est absorbé, l'absorption du faisceau réfléchi est négligeable. Nous ne voyons donc que l'image du nuage qui correspond à sa réflexion sur la surface de la puce. Le coefficient de Clebsch-Gordan de la transition est égal à 1, mais seulement 73% de l'intensité du faisceau est polarisée σ_+ . La section efficace effective est donc donnée par

$$\sigma \simeq \frac{I_{\sigma_+}}{I_{\text{tot}}} \sigma_0 \simeq 0,73 \sigma_0 \quad (5.14)$$

où $\sigma_0 = 3\lambda^2/(2\pi)$. Pour être à résonance, la sonde doit être désaccordée de $\mu_B B_0/\hbar$ vers le bleu par rapport à la fréquence de la transition à champ nul. Dans la pratique cette contrainte nous limite à ne pouvoir imager que des pièges où le champ B_0 est inférieur à 20 G.

Les mêmes résultats s'obtiennent si la polarisation de la sonde est circulaire droite. Dans ce cas nous ne voyons que l'image du nuage correspondant à son image directe par le système optique. La section efficace est identique et le signe du désaccord de la sonde pour être à résonance doit être inversé.

5.5.1.2 Paramètres expérimentaux

Les différents paramètres expérimentaux que nous pouvons modifier sont l'intensité du faisceau sonde, le temps d'exposition et le grandissement du système d'imagerie. Nous avons déjà expliqué que nous choisissons une intensité au centre du faisceau égale à $I_{\text{sat}}/8$ pour ne pas saturer la transition atomique.

La résolution de notre système d'imagerie est limitée par diffraction à $3 \mu\text{m}$ (voir chapitre suivant). La taille d'un pixel de la caméra étant de $9 \mu\text{m} \times 9 \mu\text{m}$, nous utilisons habituellement un grandissement de 3 pour ne pas être limités en résolution par la taille des pixels. Notons que nous utilisons parfois un grandissement inférieur pour augmenter la taille du champ observé (en particulier pour obtenir des images du piège magnéto-optique).

Le temps d'exposition, c'est-à-dire la durée de l'impulsion lumineuse du faisceau sonde détermine le nombre de photons absorbés par atome. Ce temps τ ne doit pas être trop grand pour ne pas dégrader la résolution de l'image et pour que les atomes restent à résonance avec le faisceau sonde.

Le nombre de photons absorbés par les atomes est donné par $N = \Gamma/2 \times (I_{\sigma_+}/I_{\text{sat}}) \times \tau$. Si ce nombre est grand devant 1, les atomes ont acquis une vitesse $N \hbar k/m$ dans la direction du faisceau sonde. Le décalage Doppler associé à cette

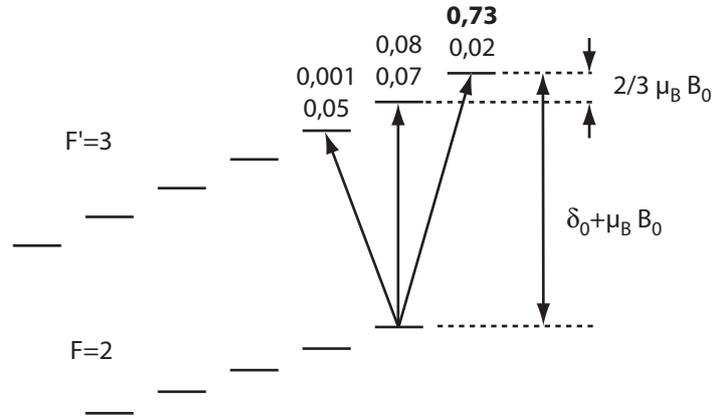


FIG. 5.13 – Transition utilisée pour l'imagerie entre les niveaux $F = 2$ et $F = 3$. Les atomes sont initialement polarisés dans le sous-niveau Zeeman $m_F = 2$. Les chiffres en haut (bas) indiquent l'intensité de la transition (pondérée par le carré du coefficient de Clebsch-Gordan) vers les différents sous-niveaux de $F = 3$ pour le faisceau sonde incident (réfléchi). Nous voyons qu'une des transitions est beaucoup plus importante que les autres. Nous avons également indiqué le déplacement des sous-niveaux Zeeman sous l'effet du champ \mathbf{B}_0 . L'énergie δ_0 correspond à l'écart en énergie entre les niveaux $F = 2$ et $F' = 3$ en champ nul.

vitesse est égal à la largeur naturelle Γ pour $N \simeq 800$ photons. Le nombre de photons diffusés doit être inférieur à cette valeur pour que l'on puisse considérer la sonde toujours à résonance avec la transition. Au centre du faisceau, ce nombre de photons correspond à une impulsion de $470 \mu\text{s}$.

Dans la direction orthogonale au faisceau, la vitesse des atomes résulte d'une marche au hasard. Après absorption de N photons, la vitesse quadratique moyenne d'un atome est $\sqrt{N} \hbar k/m$. La distance parcourue par l'atome pendant la durée de l'impulsion est donc approximativement $\tau \times \sqrt{N} \hbar k/m$. Cette distance doit être petite devant la résolution du système d'imagerie. Nous utilisons couramment une résolution de $3 \mu\text{m}$, cela limite la durée τ de l'impulsion à $50 \mu\text{s}$. Les atomes acquièrent également une vitesse sous l'effet de la gravité, la même condition que précédemment sur la résolution de l'image limite le produit $t \times \tau$ à $0,3 \text{ ms}^2$ où t est la durée du temps de vol. Pour un temps de vol de 10 ms la durée de l'impulsion doit être inférieure à $30 \mu\text{s}$. Notons qu'une durée supérieure aux valeurs limites données ci-dessus dégrade la résolution sur l'image par rapport à la résolution ultime de notre système, mais que de nombreuses mesures n'exigent pas une telle résolution.

En général nous utilisons donc une durée d'impulsion qui varie entre $20 \mu\text{s}$ et $100 \mu\text{s}$ suivant la résolution voulue. Augmenter la durée de l'impulsion permet d'augmenter le rapport signal à bruit sur la mesure de l'absorption. En effet une durée de $50 \mu\text{s}$ avec une résolution de $3 \mu\text{m}$ correspond à seulement 3500 photons

par pixel. La dynamique de la caméra est de 12 bits pour 2×10^5 photons soit environ une centaine de photons par bit (en tenant compte de l'efficacité quantique de détection). Dans ces conditions l'épaisseur optique minimale que nous pouvons mesurer est d'environ 0,03. Nous pouvons également augmenter le signal à bruit sur la mesure d'absorption en dégradant la résolution sans modifier le montage optique en sommant le signal obtenu sur des pixels adjacents (« binning »).

5.5.2 Mesure de la température du nuage

La mesure de la vitesse d'expansion du nuage en temps de vol nous permet de remonter à la température du nuage dans le piège. Après un temps de vol long, c'est-à-dire tel que la taille du nuage après temps de vol soit grande devant sa taille initiale, le profil de densité est déterminé par la distribution initiale des vitesses dans le piège. Si la température du nuage est bien supérieure à la température critique de condensation, la distribution en vitesse dans le nuage est donnée par la distribution de Maxwell-Boltzmann. Nous obtenons donc un profil de densité gaussien dont la taille quadratique moyenne varie comme

$$\sigma(\tau) \simeq \sqrt{\frac{k_B T}{m}} \tau \quad (5.15)$$

avec la durée du temps de vol τ . Pour pouvoir nous placer dans ces conditions, nous mesurons toujours la température à partir de la taille transverse du nuage.

Si la température du nuage est suffisamment faible pour que le nuage explore seulement la zone harmonique du potentiel de piègeage, la distribution spatiale initiale du nuage est également gaussienne et nous pouvons alors écrire

$$\sigma^2(\tau) = \sigma_0^2 + \frac{k_B T}{m} \tau^2 \quad (5.16)$$

qui est valable même pour les faibles valeurs de τ . La taille initiale σ_0 est donnée par $\sqrt{\frac{k_B T}{m \omega_r^2}}$ où ω_r est la fréquence d'oscillation transverse du piège. Nous obtenons

$$\sigma^2(\tau) = \frac{k_B T}{m} \left(\frac{1}{\omega_r^2} + \tau^2 \right). \quad (5.17)$$

La connaissance de la fréquence d'oscillation et de la taille transverse pour un temps de vol permet donc d'obtenir la température.

Dans le cas où le nuage explore la zone anharmonique du piège, la formule 5.16 n'est pas exacte mais permet tout de même d'obtenir correctement la température en mesurant la taille du nuage pour plusieurs temps de vol (si possibles suffisamment grands pour être dans le régime de l'équation 5.15 qui est asymptotiquement exacte). Nous ajustons la taille du nuage au carré en fonction du temps de vol au carré par une droite et la pente nous donne la température.

Si le nuage est trop proche de la puce et trop chaud, il nous est difficile de mesurer la température du gaz. En effet une partie des atomes les plus chauds s'écrase sur la surface et les modèles précédents ne s'appliquent plus. Supposons que le centre du nuage est initialement à une distance h de la surface de la puce. Pendant le temps de vol un atome avec une vitesse verticale initiale v dirigée vers le haut touche la surface de la puce seulement si $v > \sqrt{2^{3/2} g h}$. La condition sur la température pour pouvoir appliquer les méthodes de temps de vol décrites ci-dessus est donc $(k_B T)/m \ll g h$, soit $T \ll 0,1 \mu\text{K} \times h/(1 \mu\text{m})$. Nous essayons autant que possible de nous placer dans ce domaine pour mesurer la température du nuage. Nous avons cependant développé une technique pour estimer la température lorsque cette condition n'est pas remplie en tenant compte de la troncature de la distribution spatiale du nuage par la surface. Cette méthode est expliquée en détail dans le thèse de C. Aussibal.

5.5.3 Mesure des fréquences d'oscillations

Pour caractériser les fréquences d'oscillation des différents pièges magnétiques utilisés au cours de la séquence expérimentale nous avons recours à deux techniques expérimentales différentes : le chauffage paramétrique et l'observation directe des oscillations du centre de masse du nuage atomique.

5.5.3.1 Chauffage paramétrique

Considérons une particule piégée dans un potentiel harmonique de fréquence ω . Il est bien connu que si l'on module légèrement la fréquence du potentiel de manière sinusoïdale à une fréquence Ω , il existe des fréquences de résonance données par $\Omega = 2\omega/n$ avec $n \in \mathbb{N}^*$ pour lesquelles l'énergie de la particule piégée augmente exponentiellement avec le temps [147]. Plus le nombre entier n est grand, plus la résonance est fine et moins l'énergie augmente rapidement [147].

Expérimentalement nous modulons la fréquence du piège en modulant le courant dans le fil en Z avec une amplitude correspondant à environ 1% de la valeur nominale du courant. Nous appliquons cette modulation pendant un temps grand devant la période des oscillations puis mesurons la température du nuage par temps de vol. Lorsque la fréquence de la modulation remplit la condition de résonance nous observons un chauffage du nuage.

La courbe présentée sur la figure 5.14 montre la résonance centrée autour du tiers de la fréquence transverse du piège ($n = 6$). Nous avons également observé les résonances correspondant aux valeurs inférieures de n . La largeur à mi-hauteur de la courbe présentée sur le figure 5.14 est de 16 Hz, nous en déduisons la valeur de la fréquence de piégeage avec une précision de l'ordre de quelques hertz. Nous avons mesuré la fréquence transverse pour différents pièges obtenus avec un courant $I = 2 \text{ A}$, un champ longitudinal $B_z = 3 \text{ G}$ et différentes

valeurs du champ B_0 . Nous obtenons les valeurs suivantes

B_0 (G)	Fréquence mesurée (Hz)	Fréquence attendue (Hz)
20	784	737
25	1221	1151
30	1737	1657
35	2350	2256
40	3022	2946

Les fréquences attendues sont calculées à partir des équations (4.29) et (4.5)⁷. Les mesures obtenues sont supérieures aux valeurs attendues par environ 3%. Nous pensons que cet écart systématique est dû à une erreur de calibration des bobines créant le champ B_0 . Une comparaison plus détaillée entre fréquences mesurées et fréquences attendues peut être trouvée dans la thèse de C. Aussibal. Pour des raisons que nous n'avons pas déterminées, cette méthode ne donne pas de résultat satisfaisant pour la mesure de la fréquence longitudinale. Nous n'observons pas un signal clair de chauffage du nuage autour des fréquences de résonance attendues.

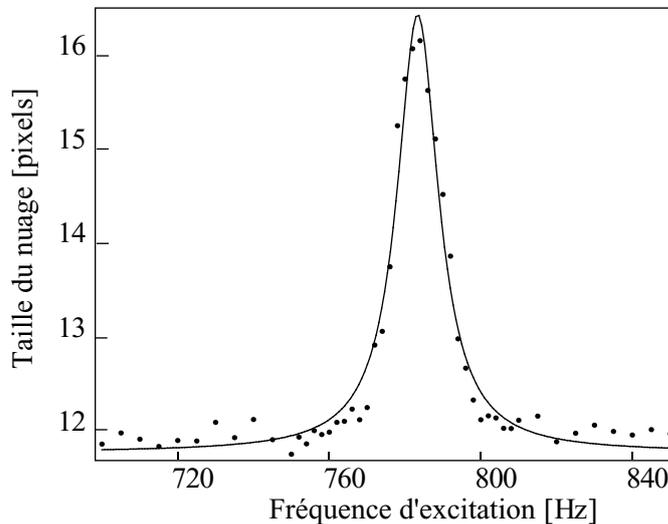


FIG. 5.14 – Courbe de résonance de chauffage paramétrique dans le piège comprimé ($B_0 = 35$ G, $I = 2$ A, $B_z = 3$ G). Nous avons tracé la largeur du nuage après temps de vol en fonction de la fréquence d'excitation. La résonance est ici observée lorsque cette fréquence est égale à la fréquence de piégeage divisée par trois.

⁷Dans ce chapitre $B_{0,z}$ est noté B_z .

5.5.3.2 Oscillations du centre de masse

Une méthode plus directe de mesure des fréquences d'oscillation consiste à déplacer le nuage de sa position d'équilibre puis à observer les oscillations du centre de masse dans le potentiel de piégeage. Supposons que nous éloignons le nuage de sa position de repos et le relâchons à $t = 0$, le mouvement du centre de masse dans la direction qui nous intéresse est donné par $x(t) = x_0 \cos(\omega t)$ et sa vitesse par $v(t) = \omega x_0 \sin(\omega t)$. Si nous coupons le potentiel de piégeage à l'instant t , la position du centre de masse après un temps de vol de durée τ est donnée par

$$x = x_0[\cos(\omega t) + \omega \tau \sin(\omega t)]. \quad (5.18)$$

L'amplitude des oscillations observées après temps de vol est donc $x_0\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}$. Nous avons vu précédemment que la taille du nuage en temps de vol est donné par $k_B T / (m \omega_0) \times \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}$. Le signal à bruit est donc correct à la condition que $x_0 \gg (k_B T) / (m \omega_0)$, autrement dit que le déplacement initial soit grand devant la taille initiale du nuage.

Cette méthode a l'avantage de donner rapidement une valeur de la fréquence d'oscillation en particulier lorsque celle-ci n'est pas bien connue. Pour utiliser le chauffage paramétrique il faut en effet connaître approximativement la zone dans laquelle chercher une résonance. La figure 5.15 présente les oscillations du nuage dans la direction transverse et dans la direction longitudinale. Nous obtenons les fréquences avec une précision de l'ordre de 0,2% pour le mouvement transverse et de 2% pour le mouvement longitudinal. Les valeurs obtenues pour le piège ($B_0 = 15$ G, $I = 2$ A, $B_z = 3$ G) dans lequel nous étudions le condensat sont déterminées par cette méthode, nous obtenons

$$\omega_r = 2\pi \times 453 \text{ Hz} \quad \omega_l = 2\pi \times 14 \text{ Hz} \quad (5.19)$$

Notons que les équations (4.30) et (4.5) donnent une fréquence longitudinale de 16 Hz, ce qui est assez proche de la valeur mesurée.

5.5.4 Compensation du champ magnétique résiduel par effet Hanle

Nous allons reprendre dans ce paragraphe une description plus détaillée du phénomène de pompage optique. En particulier nous allons voir que la mesure du nombre de photons absorbés par l'atome dans l'état noir (qui est alors plutôt gris) en fonction du champ magnétique dans l'enceinte nous permet d'annuler très précisément ce champ. Expérimentalement le nombre de photons absorbés est mesuré en observant le déplacement des atomes après temps de vol sous l'effet du recul des photons absorbés.

Pour simplifier notre analyse nous supposons que l'atome peut être décrit par un système à trois niveaux comme illustré sur la figure 5.16. Dans notre cas

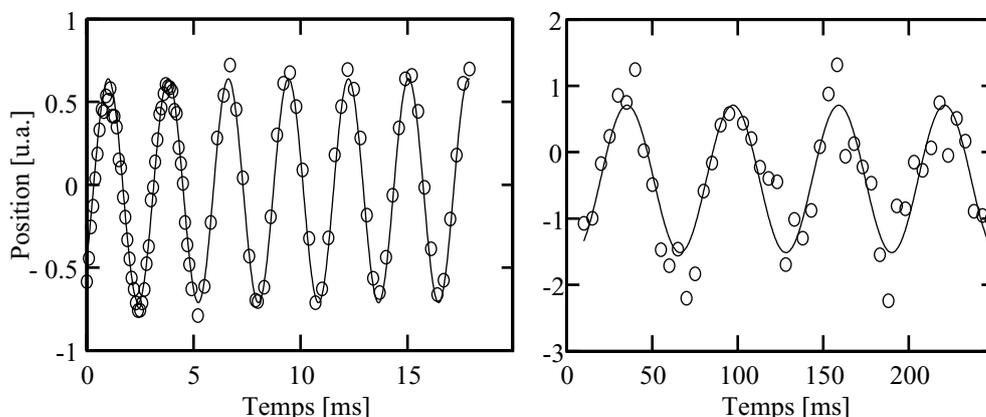


FIG. 5.15 – Oscillations du centre de masse dans le piège magnétique décomprimé ($B_0 = 12$ G, $I = 2$ A, $B_z = 3$ G). A gauche les oscillations dans le plan transverse, l'ajustement donne une fréquence de $356 \pm 0,7$ Hz. A droite les oscillations sur l'axe longitudinal, l'ajustement donne une fréquence de $16 \pm 0,3$ Hz.

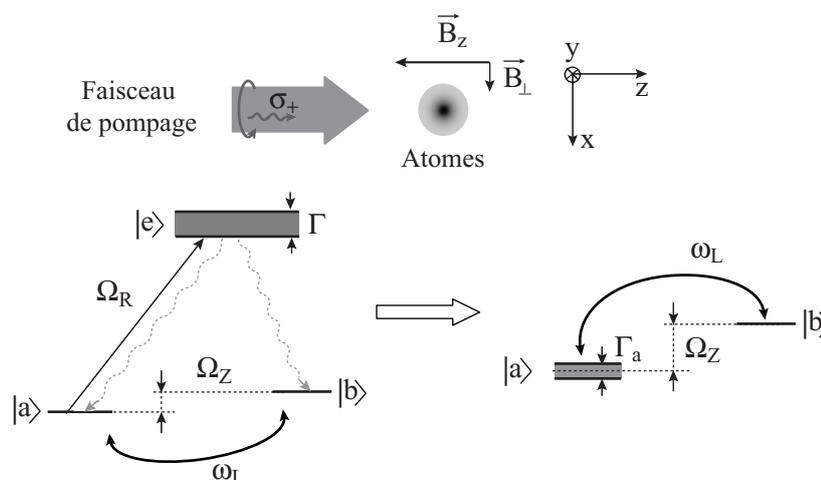


FIG. 5.16 – Nous supposons que l'atome est décrit par un système à trois niveaux. L'axe de quantification est choisi parallèle au faisceau de pompage et au champ magnétique directeur \mathbf{B}_z . Ce champ décale en énergie les deux niveaux du fondamental. Ces deux niveaux sont couplés par le champ magnétique perpendiculaire à l'axe de quantification. Le faisceau est polarisé σ_+ et donc seule la transition de $|a\rangle$ vers $|e\rangle$ est autorisée. Si le faisceau est suffisamment peu intense ($\Omega_R \ll \Gamma$), le système peut être remplacé par un système à deux niveaux où l'état $|a\rangle$ est élargi par le couplage au niveau excité par le faisceau de pompage.

les niveaux $|a\rangle$ et $|b\rangle$ sont les deux sous niveaux Zeeman $|F = 2, m_F = 1\rangle$ et $|F = 2, m_F = 2\rangle$. Le niveau excité $|e\rangle$ correspond à l'état $|F' = 2, m_{F'} = 2\rangle$. Ce

modèle est très simpliste et néglige la présence des autres sous-niveaux Zeeman ainsi que la possibilité de désexcitation vers $F = 1$. Il permet cependant de saisir l'essentiel des phénomènes observés, la validité de cette approximation est discutée en détail dans la référence [148].

Nous choisissons comme axe de quantification l'axe du faisceau et du champ directeur \mathbf{B}_z . Les deux niveaux de l'état fondamental sont décalés en énergie par effet Zeeman d'une énergie $\hbar\Omega_Z$. La présence du champ perpendiculaire B_\perp couple ces états avec une fréquence de Rabi ω_L . Le faisceau de pompage couple l'état $|a\rangle$ à l'état excité avec une fréquence de Rabi Ω_R . Nous supposons que le faisceau est à résonance. La durée de vie de l'état excité est $1/\Gamma$.

Dans la limite $\Omega_R \ll \Gamma$, la population dans l'état excité est négligeable. Nous pouvons alors éliminer cet état et nous ramener ainsi à un système à deux niveaux. Les états $|a\rangle$ et $|b\rangle$ sont couplés par le champ perpendiculaire avec une fréquence de Rabi ω_L et le niveau $|a\rangle$ peut se désexciter vers le niveau $|b\rangle$ par un cycle d'absorption/émission d'un photon du faisceau de pompage.

La largeur Γ_a de l'état $|a\rangle$ est donnée par Ω_R^2/Γ . Pour un système à deux niveaux la population dans l'état $|a\rangle$ est simplement égale à $s/(1+s)$ où le paramètre de saturation s s'écrit⁸

$$s = \frac{\omega_L^2/2}{\Omega_Z^2 + \Gamma_a^2/4}. \quad (5.20)$$

Le taux de photons absorbé est donc donné par $\Gamma_a/2 \times s/(1+s)$ soit

$$\frac{\Gamma_a}{2} \frac{\omega_L^2/2}{\Gamma_a^2/4 + \omega_L^2/2 + \Omega_Z^2}. \quad (5.21)$$

A partir de cette expression, nous déduisons les comportements suivants pour le taux de photons absorbés :

- ce taux s'annule lorsque le champ perpendiculaire est nul. L'atome est pompé dans l'état $|b\rangle$ qui est totalement noir. En variant Ω_Z le taux de photons absorbés s'annule sur une largeur caractéristique $\sqrt{\Gamma_a^2/4 + \omega_L^2/2}$.
- Ce taux passe par un maximum lorsque le champ longitudinal s'annule. En variant ω_L la largeur caractéristique de ce maximum est donnée par $\sqrt{\Gamma_a^2/4 + \Omega_Z^2}$.

Pour annuler le champ magnétique dans l'enceinte à vide grâce aux bobines de compensation, nous commençons par varier les deux composantes perpendiculaires du champ magnétique et cherchons le minimum d'absorption en présence

⁸L'élimination adiabatique de l'état excité à partir des équations de Bloch optiques ne redonne pas exactement les équations obtenues pour un système à deux niveaux. On montre en effet que la population entre de l'état $|a\rangle$ ne décroît pas exactement comme attendu avec un système à deux niveaux de largeur Γ_a . La valeur obtenue par la suite pour le taux de photons absorbés n'est donc pas rigoureusement exact. Mais cela n'a pas d'importance pour la suite du raisonnement.

d'un champ longitudinal non négligeable. Puis nous nous plaçons près du minimum obtenu et nous cherchons le maximum d'absorption en variant le champ longitudinal. Ainsi par itérations successives nous pouvons annuler le champ magnétique dans les trois directions de l'espace. A chaque itération nous diminuons les valeurs de ω_L et Ω_z et affinons ainsi la précision sur l'obtention du zéro de champ magnétique. Il faut veiller à rester dans le régime $\Gamma_a \leq \omega_L, \Omega_z$ pour que la largeur de la courbe ne soit pas dominée par Γ_a . Nous présentons un jeu de courbes obtenues sur chaque axe de champ magnétique sur la figure 5.17. Les largeurs à mi-hauteur des courbes présentées sont à peu près toutes égales à 800 mG. La largeur ultime que nous obtenons après itérations successives est de 30 mG. Cette valeur est raisonnable pour des fluctuations de champ magnétique résiduelles en l'absence de blindage magnétique.

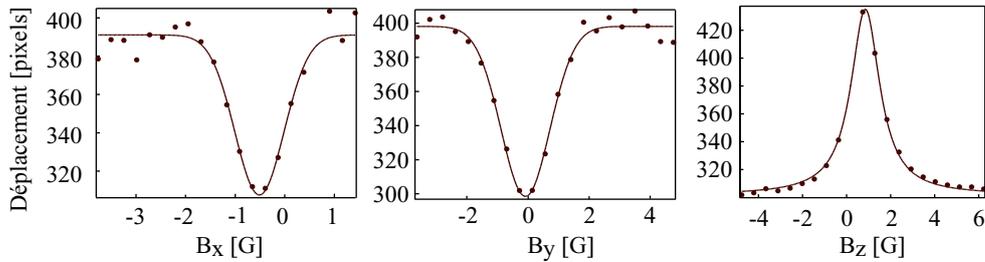


FIG. 5.17 – Déplacement du nuage en fonction du champ magnétique imposé par les bobines de compensation pendant l'impulsion de pompage optique. Les deux courbes de gauche sont obtenues en variant les composantes perpendiculaires du champ magnétique, le nombre de photons absorbés passe par un minimum lorsque la composante du champ s'annule. La courbe de droite est obtenue en variant la composante longitudinale du champ, le nombre de photons absorbés passe par un maximum lorsque le champ longitudinal s'annule.

5.6 Conclusion

Nous avons présenté la séquence expérimentale nous permettant d'obtenir un condensat de Bose-Einstein sur une puce atomique. Par rapport à une expérience traditionnelle, le chargement du piège magnétique est rendu plus compliqué car la présence de la puce ne nous permet pas d'utiliser un piège magnéto-optique conventionnel. Nous retiendrons qu'il est nécessaire d'utiliser deux pièges magnéto-optiques de surface, le premier loin de la surface avec un grand volume de capture et le deuxième plus proche de la surface pour permettre un chargement efficace du micro piège magnétique. Nous utilisons ensuite une mélasse optique pour refroidir le nuage et une étape de pompage optique avant de charger le piège magnétique. L'optimisation des nombreux paramètres au cours de

cette phase est complexe et il est difficile d'obtenir le jeu de paramètres optimum par des arguments physiques simples. Une optimisation systématique de l'ensemble des paramètres est possible grâce au contrôle informatique de l'expérience. Bien que peu satisfaisante cette méthode nous a permis d'obtenir un nombre d'atomes suffisant dans le piège magnétique pour ensuite atteindre la condensation de Bose-Einstein.

Le refroidissement évaporatif se fait en un temps très court du fait de l'important confinement du piège magnétique. Nous pouvons ainsi obtenir un condensat toutes les 15 s. Nous obtenons un condensat pur contenant environ 3000 atomes. Nous avons montré que le condensat n'était pas dans le régime de Thomas-Fermi. Le modèle de la référence [145] permet d'apporter les corrections nécessaires pour calculer quantitativement le profil du condensat et son évolution au cours du temps de vol.

Dispositif expérimental

Nous décrivons dans ce chapitre les différentes techniques expérimentales utilisées, autres que celles relatives à la fabrication de la puce elle-même, pour pouvoir piéger les atomes au voisinage de la puce et les observer. Une vue d'ensemble du dispositif est présentée sur la figure 6.1. Nous pouvons y voir l'enceinte à vide, le banc d'optique et les nombreuses bobines nécessaires à la création des différents champs magnétiques utilisés au cours de l'expérience. Nous aborderons les différentes techniques expérimentales utilisées dans l'ordre suivant :

- système à vide
- banc laser, système optique
- création des champs magnétiques
- gestion temporelle de l'expérience et acquisition des données.

Nous essaierons autant que possible de motiver les différents choix effectués tout au long du montage de l'expérience. Le lecteur pourra trouver de nombreuses précisions notamment sur le montage optique dans la thèse de C. Aussibal [120].

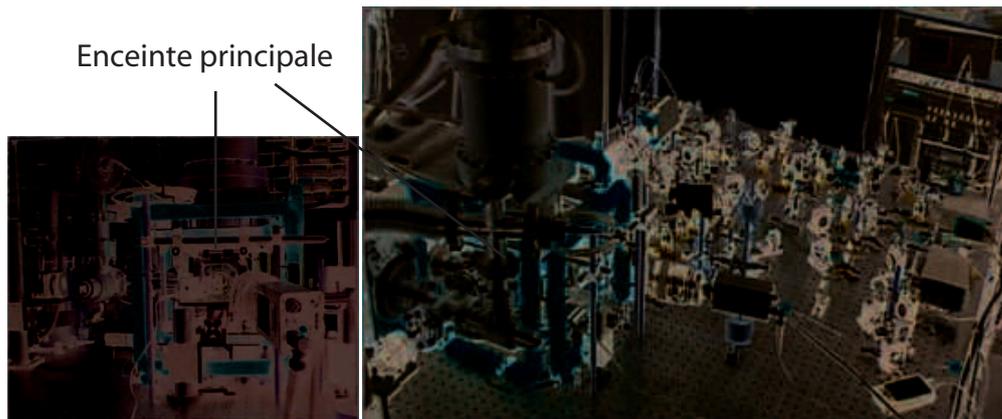


FIG. 6.1 – Photographies du dispositif expérimental. Nous voyons le système à vide dont l'élément central est un cube en inox. L'enceinte est entourée de nombreuses bobines (12 au total). L'ensemble du dispositif optique occupe environ la moitié de la table optique.

6.1 Système à vide

Le schéma de l'enceinte à vide est présenté sur la figure 6.2. Nous avons opté pour un montage à cellule unique avec comme source de rubidium un filament chauffant (communément appelé « dispenser »). En faisant passer un fort courant dans le dispenser, le filament s'échauffe et désorbe du rubidium. Nous augmentons la pression de rubidium au début de la séquence expérimentale afin de charger efficacement le piège magnéto-optique, puis nous attendons que la pression diminue avant de continuer l'expérience. La qualité du vide dans notre système est inférieure à celle obtenue avec des systèmes plus complexes utilisant un jet ralenti ou un montage à double-cellule. Mais comme nous l'avons vu au chapitre 5, le fort confinement du piège magnétique créé par la puce permet de diminuer la contrainte sur la qualité du vide nécessaire à l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein. Nous pouvons donc nous permettre de choisir cette solution technique simple et compacte que constitue une enceinte à vide unique.

6.1.1 Description de l'enceinte à vide

Tous les éléments du système à vide sont des éléments standards commerciaux de type CF. La cellule principale est un cube de 7 cm de côté avec un raccord CF35 sur chacune de ses faces. Trois faces sont fermées par des hublots traités anti-reflet à 780 nm. La face supérieure (voir figure 6.2) est connectée à une pompe à getter¹ via un raccord CF35-CF150. Une vanne à tiroir² permet d'isoler cette pompe lors de la remise à l'air de l'enceinte. La face arrière soutient la monture de la puce et le passage électrique qui permet d'alimenter la puce et le dispenser de rubidium. Enfin la face de gauche est connectée au reste du système à vide qui comprend une pompe ionique³, une jauge magnétron inverse et une vanne tout métal permettant la remise à l'air et la connection à un groupe de pompage turbomoléculaire.

Nous avons choisi une enceinte en inox par rapport à une enceinte en verre afin de faciliter le passage des connexions électriques qui alimentent la puce ainsi que la fixation du support de la puce sur l'enceinte à vide. L'inconvénient de ce choix est évidemment un faible accès optique et la présence de courants de Foucault lors de l'établissement et de la coupure des champs magnétiques autour de l'enceinte.

¹Le matériau adsorbant est un alliage de Zr,V et Fe commercialisé sous le nom de ST 707 par SAES Getters.

²Vanne VAT V10

³Varian VacIon Plus 40 Diode

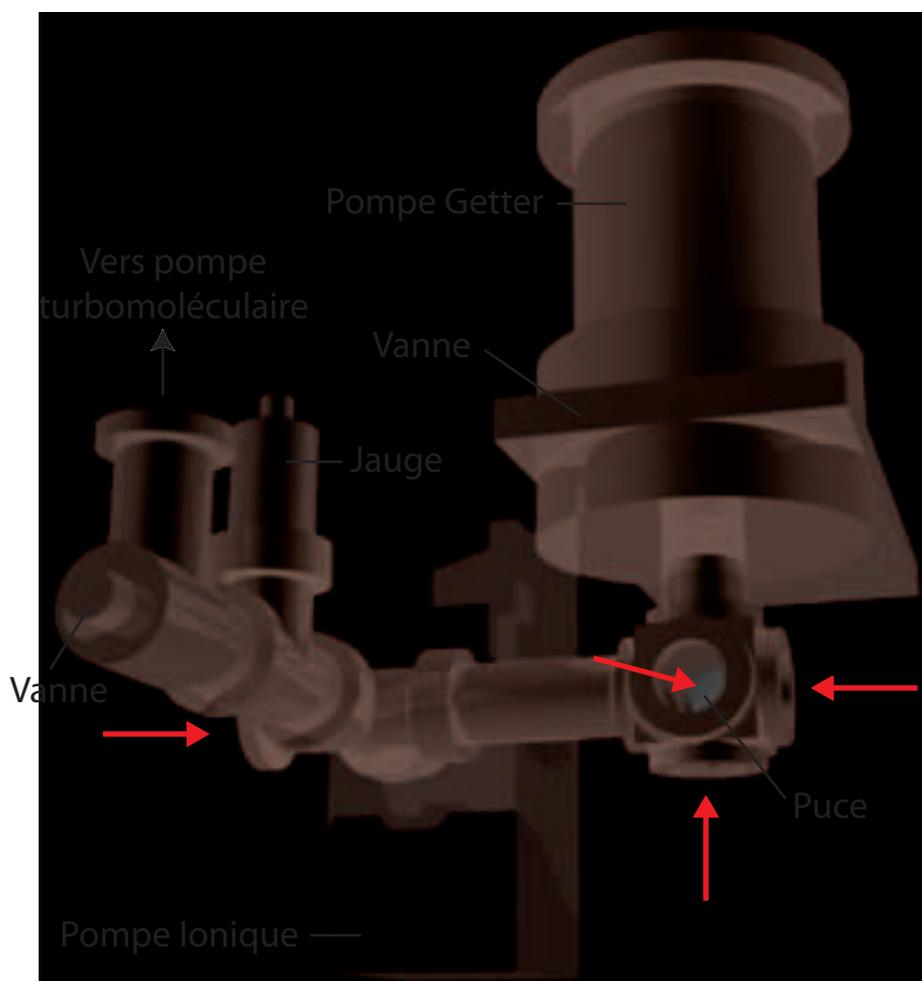


FIG. 6.2 – Vue en perspective de l'enceinte à vide, les éléments sont dessinés à l'échelle. L'enceinte principale est un cube de 7 cm de côté, le pompage est assuré par une pompe ionique et un getter. Une vanne permet d'isoler le getter lors de la remise à l'air de l'enceinte, une deuxième vanne permet la remise à l'air et la connection vers une pompe turbomoléculaire. Une jauge à cathode froide de type magnétron inverse nous permet de connaître la pression jusqu'à 10^{-11} mbar.

6.1.2 Choix du groupe de pompage

En fonctionnement normal, la pression dans l'enceinte doit être comprise entre 10^{-11} mbar et 10^{-10} mbar. Nous avons donc choisi un groupe de pompage adapté pour atteindre ces très faibles pressions : une pompe ionique et une pompe à getter. La pompe ionique permet de pomper presque tous les gaz et en particulier les gaz rares, la pompe à getter permet de pomper presque tous les gaz et en particulier le dihydrogène. En fonctionnement normal, nous n'avons donc aucune pompe mécanique en fonctionnement ce qui permet d'éviter les vibrations et les

problèmes de remise à l'air en cas de coupure de courant.

La pompe à getter est surdimensionnée par rapport à l'enceinte à vide mais était disponible au laboratoire. La vitesse de pompage de cette pompe est limitée par la conductance⁴ du raccord qui la connecte à l'enceinte à une vitesse d'environ 80 L.s^{-1} . La vitesse de pompage de la pompe ionique est d'environ 20 L.s^{-1} pour des pressions inférieures ou de l'ordre de 10^{-10} mbar. Le volume total de l'enceinte est approximativement de 1 L (sans compter le volume des pompes). La vitesse de pompage semble donc adaptée. Nous avons mesuré sur la jauge un temps caractéristique de 1,8 s pour la décroissance de la pression après avoir augmenté la pression de rubidium dans l'enceinte en chauffant le dispenser, la pression d'équilibre étant d'environ 10^{-10} mbar. Ce temps caractéristique est bien de l'ordre de grandeur attendu étant donné le volume de l'enceinte et la vitesse de pompage.

6.1.2.1 Vide limite

L'estimation *a priori* du vide limite est difficile car elle dépend essentiellement de la qualité de l'étuvage. Nous avons étuvé l'ensemble de l'enceinte à environ 120° C , nous sommes limités en température par la présence de bobines solidaires du système à vide. Nous descendons jusqu'à environ 10^{-6} mbar avec la pompe turbomoléculaire, nous fermons ensuite la vanne principale et continuons l'étuvage avec la pompe ionique et la pompe à getter, après quelques journées la pression se stabilise à environ 2×10^{-8} mbar. A température ambiante nous obtenons une pression de quelques 10^{-11} mbar, ce qui correspond à la limite de mesure de la jauge.

6.1.3 Support mécanique de la puce atomique

Nous avons conçu une monture en cuivre pour soutenir la puce à l'intérieur de l'enceinte. Le schéma est donné sur la figure 6.3. Nous avons choisi le cuivre pour son excellente conductivité thermique, sa compatibilité avec l'ultra-vide (cuivre OFHC) et la relative facilité avec lequel il peut être usiné. La puce est fixée sur un demi cube en cuivre qui est relié à la bride du système à vide par deux épaisses tiges en cuivre. La puissance dissipée par la puce est d'environ 20 W. Nous avons donc dessiné les tiges en cuivre pour obtenir une conductivité d'environ $C = 1 \text{ W.K}^{-1}$, ainsi l'échauffement de la monture reste inférieur à la valeur raisonnable de 20 K si la puce est alimentée en continu.

Dans la pratique nous ne nous plaçons jamais en régime continu, la puce dissipe de la puissance pendant environ 5 s toutes les 15 s. La capacité calorifique du bloc de la monture est d'environ 30 J.K^{-1} . Le temps de mise à l'équilibre du

⁴Les conductances et les vitesses de pompage sont données pour de l'azote à 20° C .

bloc est donc de l'ordre de 30 s, l'échauffement maximal de la monture reste donc toujours bien inférieur à la valeur maximale de 20 K.

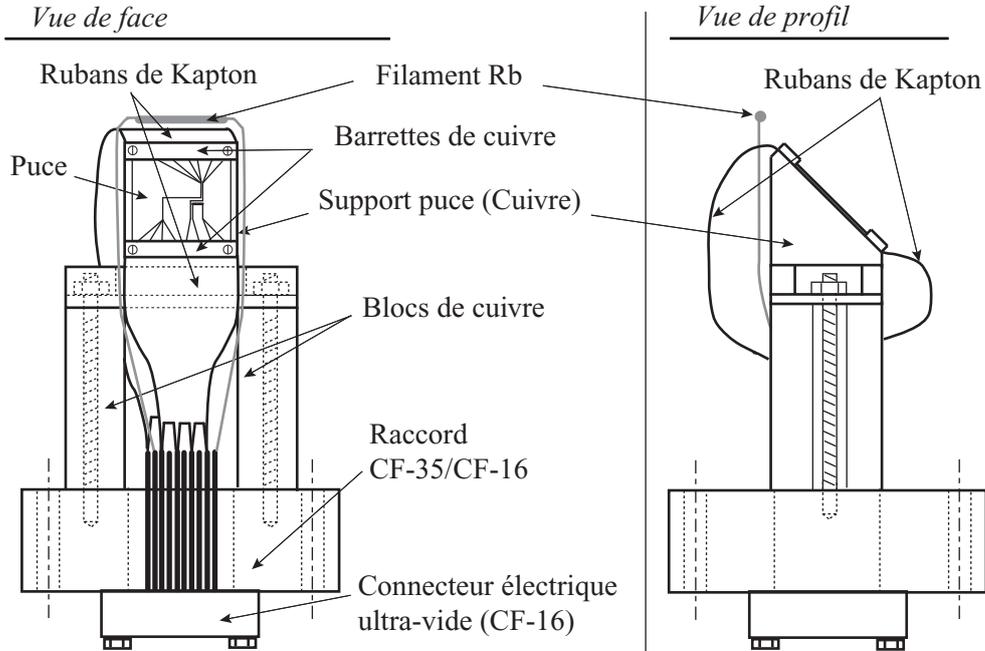


FIG. 6.3 – Schéma du support de la puce atomique. Le support principal est un demi cube en cuivre. Il est relié à la bride par deux tiges de cuivre qui assurent une bonne conduction thermique. Les connexions électriques de la puce qui sont des pistes en cuivre sur du Kapton passent entre ces deux tiges.

6.1.3.1 Connexions électriques

La bride sur laquelle est fixée la monture de la puce est un passage CF35-CF16. Le passage électrique CF16 est fixé sur cette bride. Nous avons choisi un passage 10 conducteurs, le passage doit pouvoir supporter des courants de plusieurs ampères. La connexion entre la puce et le passage se fait par l'intermédiaire de deux nappes de pistes de cuivre sur une bande en Kapton. Chaque nappe est pressée sur les contacts de la puce par une pièce en cuivre, nous replions les bouts de la nappe pour assurer un meilleur contact électrique. De l'autre côté, chaque fil de la nappe est serti sur un connecteur du passage électrique. La nappe de cuivre est réalisée en utilisant une technique standard de réalisation de circuit imprimé électronique. Nous avons choisi cette technique pour sa robustesse. Nous avons essayé auparavant une technique standard de micro-électronique qui consiste à contacter la puce à l'aide de fils métalliques fins soudés par ultrasons (wire-bonding), mais les fils ne résistaient pas aux forts courants que nous utilisons.

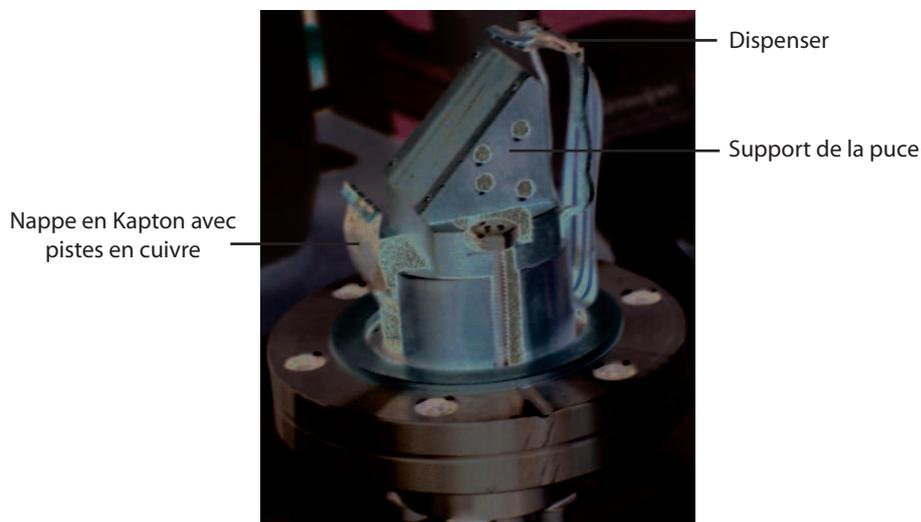


FIG. 6.4 – Pour connecter la puce au passage électrique nous utilisons deux bandes en Kapton sur lesquelles sont déposées quatre pistes en cuivre. Le contact électrique sur la puce est assuré par simple pression, de l'autre côté les bandes sont serties sur le passage électrique.

6.1.4 Utilisation du dispenser

Comme nous l'avons déjà mentionné le dispenser est constitué d'un matériau adsorbant qui lorsqu'il est traversé par un courant s'échauffe par effet Joule et désorbe du rubidium. La réaction de désorption s'effectue au-dessus d'une température d'activation qui est de l'ordre de $450\text{ }^{\circ}\text{C}$ et qui correspond à un courant d'environ $2,4\text{ A}$. En fonctionnement normal, nous passons un courant de 2 A dans le filament afin de le maintenir à une température juste inférieure à la température d'activation. Pour augmenter le pression de rubidium, nous augmentons le courant à 8 A . Lorsque le courant repasse à 2 A , le dispenser refroidit très rapidement ($\simeq 100\text{ ms}$) [149].

Le dispenser est connecté par deux tiges en cuivre au passage électrique, ces deux tiges le maintiennent en position juste au-dessus de la puce (voir figure 6.3).

6.2 Banc laser et schéma optique

Nous avons essayé de développer un système optique relativement compact, l'ensemble du montage occupe une surface d'environ 1 m^2 . Nous utilisons un schéma standard pour la réalisation des différents faisceaux nécessaires au refroidissement et à l'observation des atomes de ^{87}Rb , c'est-à-dire :

- deux diodes en configuration maître/esclave pour obtenir un faisceau puissant, de faible largeur spectrale ($\lesssim 1\text{ MHz}$) et résonnant sur la transition

$F = 2 \rightarrow F' = 3$ de la raie D2 du ^{87}Rb . Le faisceau de la diode esclave est utilisé pour les faisceaux du piège magnéto-optique, le faisceau de pompage optique et le faisceau d'imagerie.

- Une diode libre pour obtenir le faisceau repompeur qui n'a pas besoin d'être très puissant, ni très fin et qui est résonnant sur la transition $F = 1 \rightarrow F' = 2$ de la raie D1.

6.2.1 Système maître/esclave sur la raie D2

La diode maître ainsi que la diode esclave sont des diodes Sanyo DL-7140-201. Ces diodes sont monomodes avec une largeur d'environ 10 MHz et une puissance de sortie d'environ 70 mW pour un courant égal à $I_{\text{op}} = 100$ mA. La largeur de cette diode est trop grande par rapport à la durée de vie de l'état excité du ^{87}Rb pour que nous puissions l'utiliser directement pour les faisceaux du piège magnéto-optique et le faisceau d'imagerie. Nous utilisons donc une diode maître sur réseau en configuration Littrow afin de diminuer la largeur du laser avant d'injecter une diode esclave pour obtenir la puissance suffisante. Le laser maître est asservi sur une transition de la raie D2 du ^{87}Rb , puis décalé en fréquence par un modulateur acousto-optique monté dans un oeil de chat avant d'injecter la diode esclave.

6.2.1.1 Diode sur réseau

Le schéma de notre cavité Littrow (voir figure 6.5) est directement inspiré de la référence [150]. Nous avons choisi ce schéma pour la simplicité des pièces mécaniques à fabriquer, en effet le positionnement du réseau est assuré par une monture de miroir commerciale.

L'adjonction du réseau permet d'affiner la largeur de raie du laser : une partie du faisceau issu de la diode est renvoyé dans la diode par diffraction dans l'ordre -1 du réseau créant ainsi une cavité externe. L'efficacité de diffraction dans l'ordre -1 est d'environ 40%. L'ordre 0 correspond au faisceau utile de sortie, la puissance de sortie est d'environ 20 mW. Cette puissance correspond à un courant dans la diode à peu près égal à $I_{\text{op}}/2$, l'utilisation d'un courant plus important endommage rapidement la diode car l'intensité lumineuse dans la zone de gain devient trop importante. L'ensemble du système (diode et mécanique) est asservi en température et isolé mécaniquement de la table optique par une couche de sorbotane.

Le point de fonctionnement du laser est déterminé par les courbes de gain de la diode, du réseau et de la cavité externe. En pratique, nous ajustons la température et le courant de la diode pour que celle-ci soit proche de la fréquence voulue en l'absence de réseau. Nous réglons ensuite l'orientation du réseau pour renvoyer l'ordre -1 dans la diode. Ce réglage est obtenu en minimisant le courant

de seuil de la diode. Ensuite nous retouchons légèrement l'orientation du réseau pour amener le laser à une longueur d'onde proche de la longueur d'onde voulue. Nous avons ainsi centré les courbes de gain de la diode et du réseau sur la fréquence désirée. Finalement nous ajustons la longueur de la cavité externe à l'aide d'un élément piézo-électrique basse tension (15 V) sur lequel est collé le réseau. Ce dernier ajustement permet de balayer la fréquence du laser sur une plage d'environ 5 GHz sans saut de mode.

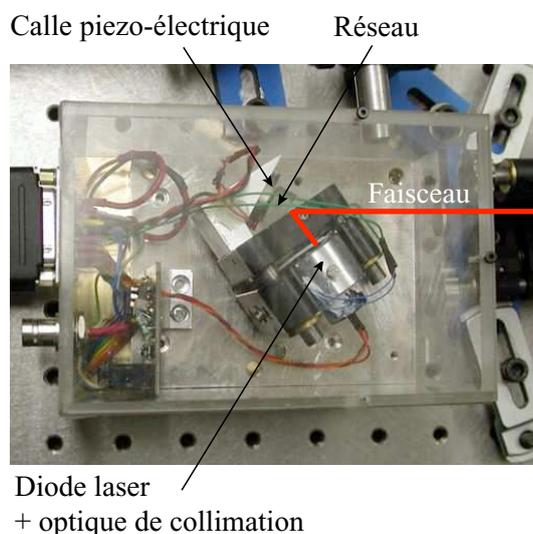


FIG. 6.5 – Photographie du montage de la diode sur réseau. Le réseau est utilisé dans la configuration Littrow. La monture de miroir permet de régler l'orientation du réseau pour que l'ordre -1 soit renvoyé dans la diode. Le piézo permet d'ajuster la longueur de la cavité.

6.2.1.2 Asservissement sur la résonance atomique

Le laser maître est asservi sur la résonance de croisement entre les transitions $F = 2 \rightarrow F' = 2$ et $F = 2 \rightarrow F' = 3$ de la raie D2. Pour cela nous utilisons un montage traditionnel d'absorption saturée (voir figure 6.6). Deux faisceaux sondes parallèles, séparés d'environ 5 mm, traversent une cellule de rubidium. Le faisceau pompe traverse la cellule dans la direction opposée aux faisceaux sondes et est superposé à un seul des deux faisceaux. Ainsi en faisant la différence entre l'intensité transmise à travers la cellule des deux faisceaux sondes nous obtenons le spectre d'absorption saturée soustrait du fond Doppler. Pour obtenir un signal d'erreur nous permettant d'asservir le laser, nous modulons la fréquence de résonance atomique dans la cellule de rubidium à l'aide d'un champ magnétique oscillant. En démodulant le signal avec une détection synchrone nous obtenons un signal d'erreur. Avant d'utiliser cette méthode pour l'asservissement du laser,

nous avons essayé une méthode de spectroscopie de polarisation [151] qui présente l'avantage de ne pas nécessiter l'emploi d'une détection synchrone. Mais nous n'avons jamais réussi à obtenir une stabilité à long terme de la fréquence du laser.

Le signal d'erreur passe dans un intégrateur puis est séparé en deux, les deux signaux passent dans des étages de gains réglables, l'un est envoyé sur la commande de piézo et l'autre sur la commande de courant de la diode. La bande passante de l'asservissement est limitée à 10 kHz par la détection synchrone (nous utilisons une modulation à 60 kHz). Nous réglons les paramètres de l'asservissement en n'utilisant que la rétroaction sur la tension de l'élément piézo-électrique, sa bande passante est limitée à environ 1 kHz. Nous réglons ensuite le gain de la boucle de rétroaction sur le courant de la diode pour diminuer le bruit aux fréquences supérieures au kHz. En mesurant le battement entre deux diodes sur réseau de fabrication identique asservies en fréquence, nous avons estimé la largeur à mi-hauteur de nos diodes à 600 kHz.

6.2.1.3 Injection de l'esclave

Les 20 mW de la diode sur réseau ne sont pas suffisants pour les faisceaux du piège magnéto-optique. Nous utilisons donc une diode esclave pour obtenir plus de puissance. La fréquence d'émission de la diode maître est décalée de 134 MHz vers le rouge par rapport à la transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$. Le schéma des niveaux du ^{87}Rb et les différents décalages de fréquence sont indiqués sur la figure 6.7. Avant d'injecter la diode esclave, le faisceau maître passe deux fois dans un modulateur acousto-optique 80 MHz qui est inséré dans un montage en oeil de chat (voir figure 6.6). Le faisceau est ainsi décalé en fréquence d'une valeur comprise entre +138 et +232 MHz. Le montage en oeil de chat doit être soigné pour qu'une modification de la fréquence du modulateur acousto-optique ne déplace pas le faisceau qui injecte la diode esclave. Pour améliorer l'injection nous contrôlons l'amplitude de la radiofréquence envoyée dans le modulateur acousto-optique en fonction de la fréquence pour obtenir une intensité constante du faisceau qui injecte l'esclave. Nous arrivons ainsi à obtenir une plage d'injection de presque 100 MHz.

Le faisceau issu de la diode esclave passe dans un modulateur acousto-optique qui décale sa fréquence de -73 MHz. Finalement, nous pouvons ajuster le désaccord entre l'esclave et la transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$ entre -69 MHz et +25 MHz. Ce dernier modulateur nous permet de couper rapidement le faisceau. La puissance finale dans le faisceau est d'environ 60 mW. Cette puissance est juste suffisante pour notre piège magnéto-optique, en effet nous avons besoin de quatre faisceaux d'environ 2 cm² (la taille de nos faisceaux est limitée par la taille de la puce) dont l'intensité moyenne est d'environ 5 fois l'intensité de saturation de la raie D2, soit une puissance totale de 64 mW.

6.2.3 Schéma optique général

Le schéma optique simplifié de l'expérience est présenté sur la figure 6.8. Le faisceau de la diode esclave est divisé en trois pour obtenir les faisceaux du piège magnéto-optique, le faisceau d'imagerie et le faisceau de pompage optique. A cause du faible accès optique de notre enceinte, les faisceaux sont recombinaés avant d'entrer dans l'enceinte.

Faisceaux du piège magnéto-optique Les quatre faisceaux nécessaires pour le piège magnéto-optique de surface ont un waist d'environ 18 mm. Chaque faisceau a une puissance de 15 mW.

Faisceau de pompage optique Un modulateur acousto-optique permet de décaler la fréquence du faisceau de pompage de -224 MHz, le faisceau est alors résonnant avec la transition $F = 2 \rightarrow F' = 2$ lorsque le faisceau esclave est décalé de -44 MHz par rapport à la transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$ (voir figure 6.7).

Faisceau d'imagerie Nous réglons l'intensité au centre du faisceau d'imagerie à environ $I_{\text{sat}}/8$. Le faisceau a un waist d'environ 10 mm.

6.2.4 Système d'imagerie

Notre système d'imagerie est constitué de trois lentilles. Deux clairauts confocaux réalisent un transport d'image, puis une troisième lentille permet d'obtenir l'image des atomes sur la caméra CCD (voir figure 6.8). Les deux clairauts ont une focale de 63 mm. Le premier clairaut est positionné pour que son foyer soit au niveau des atomes, son ouverture numérique est d'environ 0,3. Ce système optique de transport d'image nous permet de ramener l'image dans une zone moins dense de la table optique où il est ensuite plus facile d'en refaire l'image sur la caméra avec le grandissement de notre choix. Le choix des clairauts confocaux permet de minimiser les aberrations sphériques. Nous avons mesuré que la résolution du système de transport est limité par la diffraction à $3\mu\text{m}$.

La troisième lentille est une simple lentille plan convexe de 60 mm de focale. Nous ajustons le grandissement du système en variant la distance entre cette lentille et le deuxième clairaut. Cette lentille est montée sur une translation micrométrique pour pouvoir faire la mise au point de l'image sur la caméra.

Nous utilisons une caméra Princeton ST138 avec un circuit CCD Kodak de 512×768 pixels. Les pixels ont une taille de $9 \times 9 \mu\text{m}^2$. L'efficacité quantique à 780 nm est de l'ordre de 45%. Chaque puits de la CCD a une profondeur de 85000 électrons. Le convertisseur analogique/digital code le signal sur 12 bits avec un bruit de lecture de l'ordre de 10 électrons. Nous avons enlevé la vitre de protection de la CCD afin d'éliminer des franges sur les images, en contrepartie

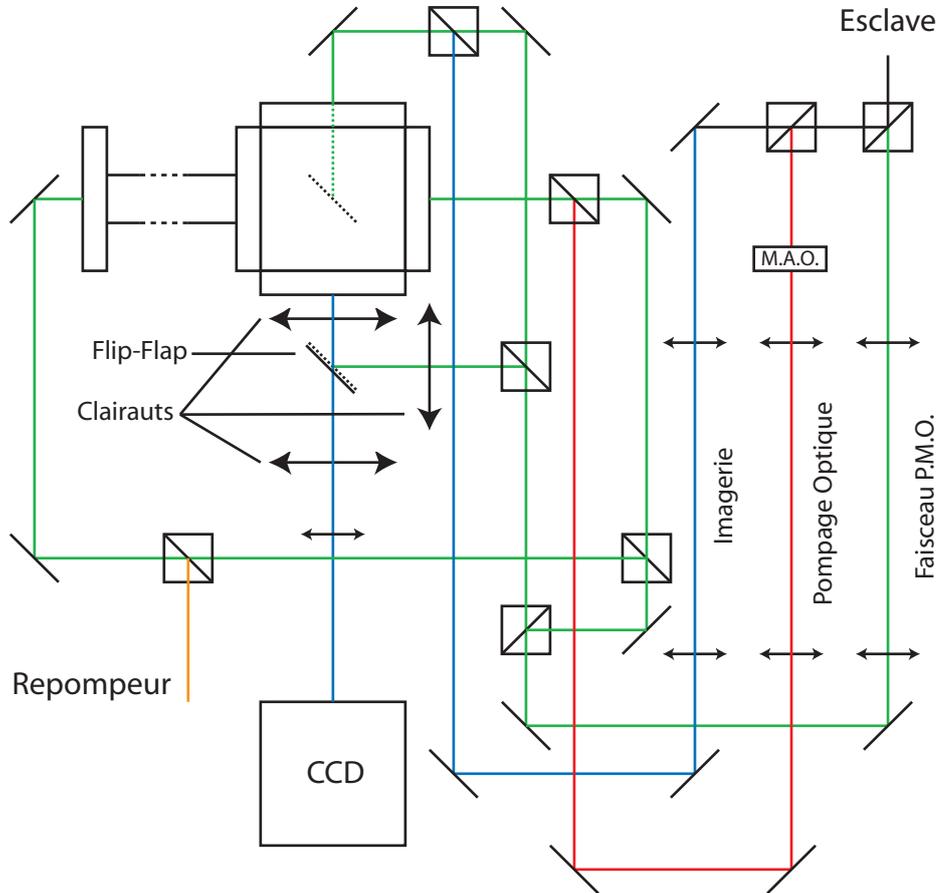


FIG. 6.8 – Schéma d'ensemble du système optique.

nous ne pouvons plus refroidir la caméra. Ceci n'est pas très grave puisque nous ne sommes pas limités par le bruit de fond thermique car nous intégrons le flux de photons sur un temps très court.

6.3 Contrôle du champ magnétique

Le contrôle du champ magnétique au centre de l'enceinte est un point déterminant de notre système expérimental, les différentes phases de l'expérience nécessitent des configurations de champ différentes. Il faut être capable de passer rapidement de l'une à l'autre tout en conservant la stabilité nécessaire pour éviter le chauffage et/ou la perte des atomes dans le piège magnétique. La configuration des bobines autour de l'enceinte est présentée sur la figure 6.9. Nous utilisons six paires de bobines :

- Deux paires de bobines pyramidales permettent de créer un champ uniforme dans le plan (xOy) . Ce champ correspond au champ B_0 , utilisé en

combinaison avec un fil de la puce, il permet de créer un micro piège magnétique.

- Une paire de bobines en configuration anti-Helmholtz permet d'obtenir un champ quadrupolaire pendant la première phase du piège magnéto-optique. Ces bobines ne sont pas représentées sur la figure pour plus de clarté. Elles sont carrées d'axe (Ox) et viennent se placer autour des bobines pyramidales.
- Trois paires de bobines carrées permettent d'obtenir un petit champ uniforme dans n'importe quelle direction. Ces bobines sont carrées de côté environ 30 cm. Chaque paire crée approximativement au centre de l'enceinte un champ de 4 G pour un courant de 1 A.

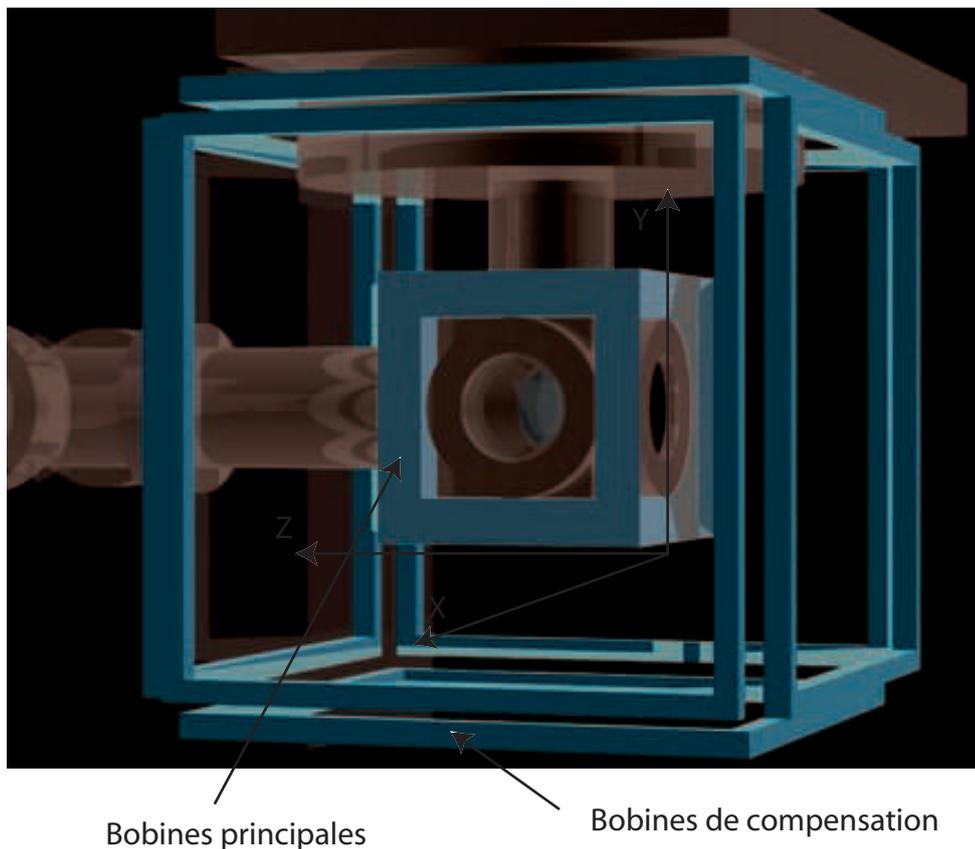


FIG. 6.9 – *Disposition des différentes bobines en configuration Helmholtz autour de l'enceinte à vide. Nous utilisons trois paires de bobines de compensation pour créer un champ de module inférieur à environ 4 G dans n'importe quelle direction. Nous utilisons deux paires de bobines proches de l'enceinte pour créer le champ nécessaire au piège magnétique dans le plan (xOy) , son module peut être au maximum d'environ 40 G.*

Il est intéressant de noter que pour une puissance dissipée donnée et un matériau donné, le champ magnétique maximal que l'on peut obtenir avec une bobine ne dépend que du volume de métal utilisé. Il est équivalent de bobiner N tours de fil de section σ parcourus par un courant I qu'un tour de fil de section $N\sigma$ parcouru par un courant NI . Si dans le premier cas la résistance de la bobine est égale à R et son inductance à L , dans le deuxième cas la résistance est égale à R/N et l'inductance à L/N^2 . Le temps caractéristique d'établissement du courant est donc N fois plus petit dans le deuxième cas. Il est donc plus intéressant de minimiser le nombre de tours et de maximiser la section du fil. Cependant le bobinage d'un fil de forte section est difficile. Il est également difficile de réaliser (ou d'acheter) des alimentations stables capables de fournir des courants très importants dans des résistances faibles. Le compromis entre ces différents critères nous a conduit à faire les choix suivants pour nos bobines.

Bobines pyramidales Nous voulons que ces bobines créent un champ d'environ 50 G pour pouvoir obtenir un micro piège magnétique suffisamment comprimé. La stabilité de ce champ est critique pour éviter tout chauffage dans le piège magnétique final. Nous avons donc choisi d'alimenter les bobines avec une alimentation très stable. Nous avons calculé que pour que les bobines n'occupent pas un volume trop important, une puissance de l'ordre de 10 W est suffisante. Nous avons donc choisi une alimentation 3 A/12 V extrêmement stable⁵. Ce courant maximal impose le nombre de tours sur chaque bobine qui est de 136 et le diamètre du fil à 1 mm. La géométrie des bobines est un peu particulière pour que les quatre bobines identiques puissent se placer de la même manière autour de l'enceinte cubique (voir figure 6.10). La résistance de chaque bobine est 1 Ω et l'inductance de 1 mH.

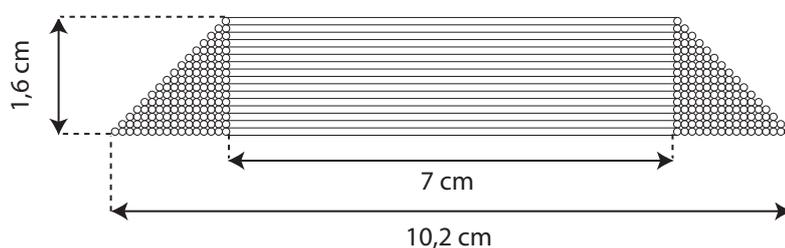


FIG. 6.10 – Vue en coupe d'une des bobines pyramidales (voir texte). La base est un carré de 10,2 cm de côté. La bobine comprend 136 spires. Le fil a un diamètre de 1 mm. Cette géométrie particulière permet d'accoler les quatre bobines autour de l'enceinte cubique de 7 cm de côté.

⁵Alimentation UCS 3/12 de chez HighFinesse.

Bobines du piège magnéto-optique Nous voulons obtenir un gradient de l'ordre de 15 G.cm^{-1} , le volume que peuvent occuper ces bobines est relativement restreint par la position des éléments de l'enceinte à vide. Nous avons calculé que la puissance électrique nécessaire est d'environ 100 W. Chaque bobine est constituée d'environ 200 tours de fil de 2 mm de diamètre, le bobinage est carré de côté environ égal à 12 cm. La stabilité de ce champ n'étant pas très critique, nous utilisons une alimentation à découpage pour fournir le courant.

6.4 Gestion temporelle de l'expérience et acquisition des données

Notre expérience comme toutes les expériences actuelles d'atomes froids nécessitent une gestion temporelle précise des nombreux événements qui s'enchaînent au cours des différentes phases de l'expérience. Certains événements sont très courts, comme par exemple la durée de l'impulsion lumineuse pour imager les atomes qui est d'environ $50 \mu\text{s}$, tandis que d'autres événements sont beaucoup plus longs, comme par exemple la phase de refroidissement évaporatif qui dure environ 5 s dans notre expérience. Le système doit donc être capable de gérer des durées qui diffèrent par plusieurs ordres de grandeur. Pour répondre à cette exigence, André Viling a développé au laboratoire un « séquenceur », ensemble de modules électroniques programmables par ordinateur. Nous avons mis en place ce système sur notre expérience et développé l'outil informatique pour le contrôler.

6.4.1 Description du « séquenceur »

Le séquenceur comprend un module maître qui est relié à l'ordinateur de contrôle, qui pilote tous les autres modules et fournit la base de temps à l'ensemble du système (horloge à 8 MHz). Le module principal peut piloter jusqu'à huit modules secondaires. Chaque module secondaire comporte un certain nombre de sorties indépendantes TTL ou analogiques, nous pouvons programmer jusqu'à 32 pas pour chaque sortie. Nous choisissons pour chaque pas la valeur de sortie ainsi que sa durée. La durée d'un pas est un nombre compris entre 0 et 1023 que multiplie $1 \mu\text{s}$ ou 1 ms. Il existe à l'heure actuelle trois types de modules secondaires :

- un module numérique avec huit sorties TTL.
- un module analogique avec quatre sorties analogiques, la tension de sortie peut varier entre $\pm 5 \text{ V}$ ou $\pm 10 \text{ V}$ et est codée sur 10 bits.
- un module générateur de rampe avec quatre sorties analogiques : au lieu de changer brusquement de valeur entre deux pas comme précédemment, nous programmons pour chaque pas une pente que le séquenceur applique à la tension de sortie pendant la durée du pas.

La description du fonctionnement du séquenceur est un peu fastidieuse mais importante car son architecture (durée des pas, nombre de pas, etc ...) détermine si une expérience est facile ou non à mettre en œuvre et à programmer.

Tous les modules sont synchronisés sur la même horloge, ainsi toutes les voies sont synchrones à mieux que 5 ns et le jitter sur chaque voie est également du même ordre. La résolution temporelle est de 1 μ s. Ces performances sont difficiles à obtenir avec des cartes pilotées en temps réel par un ordinateur. L'intérêt du séquenceur est de dissocier complètement la gestion temporelle de l'ordinateur, les données sont chargées dans les modules par l'ordinateur avant le début de la séquence et l'ordinateur donne ensuite un signal de départ. A partir de cet instant tout est géré par le séquenceur et l'ordinateur est libre pour acquérir ou traiter les données.

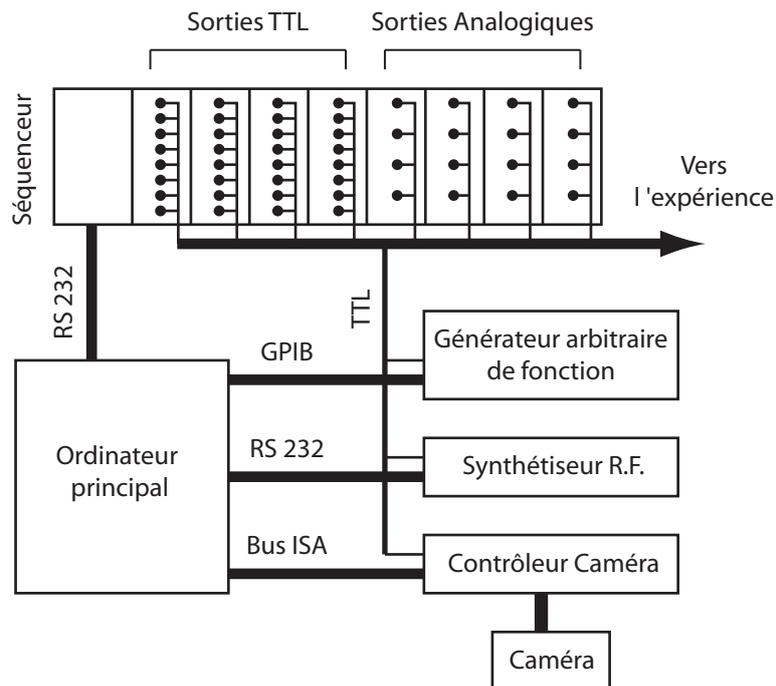


FIG. 6.11 – L'ordinateur principal programme tous les appareils et le séquenceur. Le déroulement de l'expérience est ensuite entièrement contrôlé par le séquenceur qui gère des modules TTL et analogiques et déclenche les autres appareils. A la fin de la séquence le séquenceur prévient l'ordinateur qui récupère alors les données fournies par le contrôleur de caméra.

6.4.2 Synchronisation des autres appareils avec le séquenceur

Pour synchroniser les autres appareils utilisés lors de l'expérience il est nécessaire que ces appareils puissent être préprogrammés puis déclenchés par un niveau TTL issu du séquenceur afin d'être synchrones avec tous les événements gérés par le séquenceur (voir figure 6.11). Nous utilisons habituellement les appareils suivants qui possèdent tous cette fonction :

- des générateurs de fonctions arbitraires SRS DS345 que nous programmons via une liaison GPIB.
- Un contrôleur de caméra Princeton. La prise d'image est déclenchée par un front TTL issu du séquenceur. Les images sont récupérées par l'ordinateur à la fin de la séquence.
- Un générateur de rampe radiofréquence développé au laboratoire. Notre générateur utilise un circuit de type DDS⁶ (Direct Digital Synthesis). Un ordinateur dédié est programmé au début de la séquence par l'ordinateur principal puis est déclenché par le séquenceur. Il envoie alors au DDS les fréquences à synthétiser avec un taux de rafraîchissement fixé par l'ordinateur principal. La rampe peut compter au maximum 15000 fréquences différentes. Le délai entre deux changements de fréquence peut varier entre 60 μ s et 1,7 ms.

⁶Circuit AD9851 de chez Analog Devices.

Techniques de microfabrication des puces atomiques

Nous décrivons dans ce chapitre les techniques de fabrication de nos puces. La première génération de puces, utilisée pour les résultats présentés dans cette thèse, ne comporte que des structures de grande taille ($\gtrsim 10 \mu\text{m}$). Pour les réaliser, nous avons utilisé les techniques de lithographie optique et de croissance électrolytique. La deuxième génération de puce est beaucoup plus complexe, en effet nous voulons intégrer sur une même puce les mêmes structures que précédemment mais également des fils de très petite taille ($\lesssim 1 \mu\text{m}$) réalisés en lithographie électronique. Nous verrons comment intégrer ces deux structures de taille très différentes. Toute la fabrication a été réalisée au LPN (anciennement L2M) à Bagnex puis à Marcoussis. Nous avons travaillé en collaboration avec Dominique Mailly et Gian-Carlo Faini.

7.1 Première génération de puce atomique

L'objectif fixé pour la première génération de puce était la réalisation d'un condensat de Bose-Einstein. Il fallait donc au moins intégrer sur la puce les fils nécessaires à la réalisation d'un piège magnéto-optique et d'un piège magnétique¹. La figure 7.1 présente une photographie d'une puce de première génération où l'on distingue le fil en U pour le piège quadrupolaire et le fil en Z pour le piège de Ioffe-Pritchard. Pour obtenir un piège magnéto-optique avec un volume de capture important et un piège magnétique initial peu confiné et suffisamment profond, il est nécessaire que les fils puissent supporter des courants de plusieurs ampères. La section des fils doit donc être relativement grande ($\simeq 10^4 \mu\text{m}^2$). Faire des fils larges ne pose aucun problème particulier, mais comme nous allons le voir il est plus difficile de faire des fils très épais. Avant de décrire le processus de fabrication de ces fils, nous justifierons le choix des matériaux utilisés.

¹Nous avons également intégré sur les puces diverses structures, telles que des guides d'ondes ou des séparatrices que nous n'avons jamais utilisés...

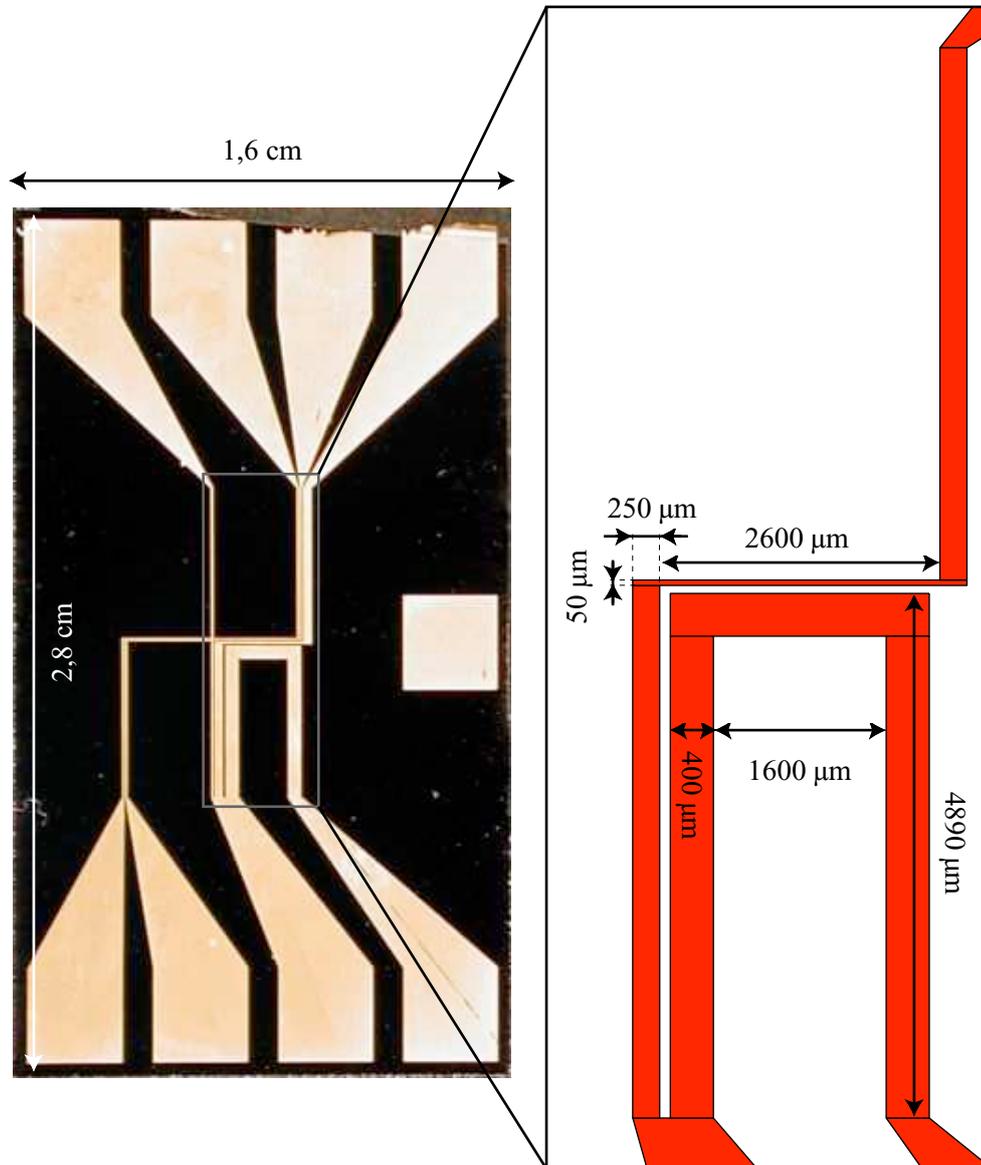


FIG. 7.1 – Photographie et schéma d'une puce de première génération. Nous n'avons dessiné à droite que les fils en U et en Z qui sont utilisés pour le piège magnéto-optique et pour le piège magnétique.

7.1.1 Choix des matériaux

Notre objectif est de pouvoir faire passer le plus de courant possible dans un fil de section la plus petite possible afin de pouvoir maximiser le confinement dans le piège magnétique créé sur la puce. Deux approches sont possibles pour répondre à ce problème. L'une est d'utiliser des fils métalliques (ohmiques) où le courant maximal est limité par la dissipation thermique vers le substrat de la

chaleur produite par effet Joule. L'autre est d'utiliser des fils supraconducteurs qui ne dissipent pas de chaleur, mais où le courant maximal est également limité. La limite de courant est fixée par le champ critique pour les supraconducteurs de type I et par le « flux pinning » pour les supraconducteurs de type II. La référence [152] évalue la densité maximale que l'on peut passer dans un fil supraconducteur à 10^7 A.cm⁻². Nous avons vu que la densité de courant n'était pas le bon paramètre à considérer pour un fil ohmique puisque la densité maximale de courant acceptable varie avec la taille du fil. Cependant des fils d'or carrés de dimension inférieure à 1 μ m supportent une densité de courant équivalente ou supérieure.

Mais la raison principale pour ne pas utiliser des fils supraconducteurs est sans aucun doute la difficulté de mise en oeuvre du système cryogénique. De plus il est techniquement plus simple de réaliser des fils métalliques que des fils supraconducteurs. Nous avons donc choisi d'utiliser des fils en or, matériau facile à déposer par évaporation et par croissance électrolytique et dont la conductivité électrique est excellente.

Différents substrats sont possibles pour servir de support aux fils d'or. Les meilleurs candidats sont le saphir et le silicium qui ont chacun une grande conductivité thermique. Pour utiliser un substrat en silicium, il faut l'oxyder en surface pour obtenir une bonne isolation électrique des fils. Le saphir est un excellent isolant électrique. Les conductivités thermiques de ces éléments sont

Matériau	Conductivité à 293 K (W.K ⁻¹ .cm ⁻¹)
Silicium	1,46
Oxyde de silicium (amorphe)	~ 0,01
Saphir	0,35

Comme nous l'avons vu au chapitre 4, le paramètre pertinent pour notre expérience est plutôt la conductivité thermique entre le fil et le substrat. Peu de données sont disponibles sur cette conductivité. Nous avons finalement choisi d'utiliser un substrat de silicium qui est beaucoup moins coûteux et pour lequel les techniques de micro fabrication sont bien connues. Des mesures récentes ont montré que les conductivités thermiques de l'interface entre l'or et ces différents substrats sont

Matériau	Conductivité (10 ⁸ W.K ⁻¹ .m ⁻²)
Si avec 20 nm d'oxyde	6,5
Si avec 500 nm d'oxyde	2,6
Saphir	3,5

Ces chiffres sont relativement équivalents et confirment que le choix du silicium oxydé semble judicieux pour sa facilité de mise en oeuvre et ses performances équivalentes au saphir.

7.1.2 Processus de fabrication

Nous n'avons pas besoin de structure de très petite taille pour la première génération de puces. Nous avons donc utilisé une technique de lithographie optique pour la réalisation de nos fils. De plus la surface du dessin à réaliser est grande et donc l'utilisation de la lithographie optique (une fois le masque réalisé) permet un gain de temps important par rapport à la lithographie électronique.

L'ensemble du processus de fabrication des fils à partir du masque est présenté sur la figure 7.2. Le substrat est préparé, puis nous imprimons le dessin à réaliser dans la résine par lithographie optique et enfin nous faisons croître les fils d'or par électrodéposition. Nous détaillons maintenant ces différentes étapes.

7.1.2.1 Réalisation du masque optique

Le masque optique consiste en une plaque de verre sur laquelle est déposé une couche de chrome reproduisant le dessin à réaliser. Nous avons utilisé le masqueur JEOL² du L.P.N. pour la réalisation du masque par lithographie électronique. Le masqueur permet d'avoir l'excellente résolution apportée par le faisceau d'électrons sur une très grande surface. Le masque est insolé par champ de $20 \mu\text{m} \times 20 \mu\text{m}$ et le déplacement entre deux champs est contrôlé par interférométrie.

7.1.2.2 Préparation du substrat

Nous commençons par oxyder le silicium en surface afin que les différents fils ne soient pas connectés par l'intermédiaire du substrat. Cette oxydation se fait dans un four à 950°C sous flux d' H_2 et d' O_2 . Nous obtenons une couche d'environ 200 nm en 1 h. Nous déposons ensuite une couche de titane (20 nm) et une couche d'or (200 nm) qui servira de base à la croissance électrolytique des fils. La couche de titane permet à l'or d'adhérer. Ces couches sont déposées sous vide par évaporation du métal à déposer. Pour une bonne adhésion des couches métalliques, il est important que la couche d'oxyde de silicium soit sèche (nous étuvons le substrat à 200°C).

7.1.2.3 Lithographie optique

Nous utilisons une résine photosensible de type AZ4562. Déposée à $4000 \text{ tours} \cdot \text{min}^{-1}$ cette résine a une épaisseur de $6,2 \mu\text{m}$. Après recuit (3 min à 120°C) nous exposons

²Masqueur JEOL JBX 5D2U

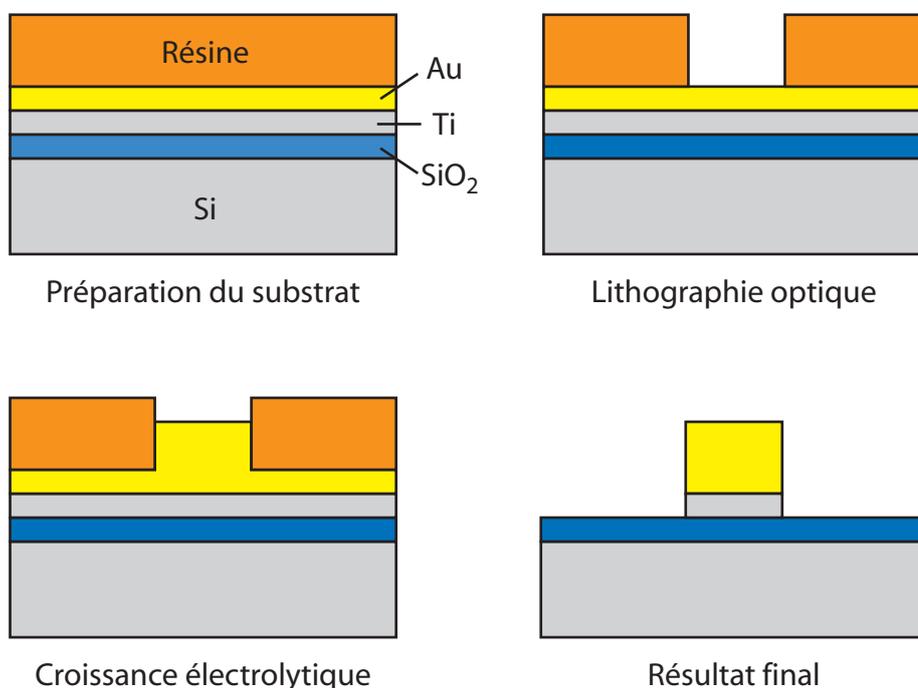


FIG. 7.2 – *Processus de fabrication des fils d'or.* La première étape consiste à préparer le substrat de silicium en l'oxydant en surface puis en déposant une couche de titane et une couche d'or. Nous déposons ensuite une résine photo-sensible épaisse qui est exposée à travers le masque portant le dessin à réaliser. Après développement, nous faisons croître l'or dans les tranchées creusées dans la résine. Enfin nous enlevons la résine et les premières couches d'or et de titane.

la résine (2 min) à travers le masque avec une lampe UV. Après développement (bain AZ400K dilué 3 : 1, 1 min) nous obtenons des tranchées dans la résine laissant apparaître la couche d'or. La forme des flancs dépend des temps d'exposition et de développement. Ce paramètre n'étant pas très critique dans notre processus de fabrication nous n'avons pas cherché à l'optimiser (en effet nous ne nous servons pas de la résine pour « lifter » une couche située sur la résine). Nous avons pu obtenir sans difficulté avec cette résine des fils faisant $10 \mu\text{m}$ de large. Obtenir des fils plus étroits et de même hauteur est difficile, il est alors préférable de prendre une résine moins épaisse.

7.1.2.4 Croissance électrolytique

La croissance électrolytique se fait dans un bain composé d'aurocyanure de potassium dissous dans de l'eau (PurAGold 402, composition $\text{K}(\text{Au})(\text{CN})_2$). Le bain est asservi en température à 40°C et est agité. L'anode est constituée d'une

grille métallique faisant face au porte échantillon. La puce est fixée sur le porte échantillon et constitue la cathode. La densité de courant doit être la plus uniforme possible sur l'échantillon afin d'obtenir une croissance homogène. Il faut donc bien placer la puce par rapport à l'anode pour que les lignes de courant entre anode et cathode soient les plus parallèles possibles. Des études préliminaires au L.P.N ont montré que la qualité optimale du dépôt était obtenue pour des densités de courant de l'ordre de $2,5 \text{ mA.cm}^{-2}$. La puce ayant une taille typique de $1,5 \text{ cm}^2$ nous utilisons un courant de 4 mA . L'épaisseur d'or déposée est donnée pour la loi de Faraday qui pour l'or s'écrit $h = (j t)/0,95$ où h est l'épaisseur en nm, j la densité de courant en mA.cm^{-2} et t la durée du dépôt en s. Il nous faut donc à peu près 40 min pour combler les tranchées de $6 \mu\text{m}$ de profondeur (voir figure 7.3). Si nous continuons la croissance pendant un temps plus long, l'or « déborde » de la tranchée et nous obtenons une forme de fil en champignon. Le bain électrolytique doit être régénéré régulièrement pour maintenir une concentration en or et un pH constants. Cette technique de fabrication limite l'épaisseur des fils que nous pouvons faire croître à l'épaisseur de la résine (qui est elle-même limitée $6 \mu\text{m}$).

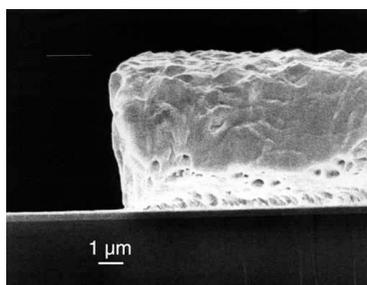


FIG. 7.3 – Observation au microscope électronique du profil d'un fil obtenu par croissance électrolytique dans une tranchée creusée dans la résine.

7.1.2.5 Attaque des couches métalliques

Après la croissance électrolytique nous enlevons la résine à l'acétone puis nous plongeons l'échantillon dans une solution de KI pendant 1 min pour enlever la couche d'or initiale. Enfin nous enlevons la couche de titane par gravure ionique réactive.

7.1.3 Planarisation de la surface de la puce

Nous employons la surface de la puce comme miroir optique pour réfléchir les faisceaux du piège magnéto-optique et le faisceau sonde. Pour avoir un miroir de qualité il nous faut planariser la surface de la puce avant de déposer la

couche d'or qui sert de miroir³. La rugosité de la surface présente deux tailles caractéristiques très différentes. Une rugosité de faible longueur de corrélation et de faible amplitude est présente sur la surface supérieure des fils. Ensuite les fils eux-mêmes créent un relief d'une hauteur de $6\ \mu\text{m}$ avec une largeur variant de $10\ \mu\text{m}$ à $400\ \mu\text{m}$.

Pour planariser la surface nous utilisons une résine planarisante à base de benzocyclobutène (BCB)⁴. Correctement recuit sous flux d'azote à 400°C , le BCB est (d'après le fabricant) compatible avec un système ultra vide. Le BCB permet facilement d'éliminer la rugosité à petite échelle présente sur le dessus des fils, mais il est beaucoup plus difficile de gommer le relief du fil. Avec plusieurs couches de BCB nous arrivons à réduire la forme du fil à une bosse d'environ $2\ \mu\text{m}$ d'amplitude et qui varie sur une taille caractéristique d'environ $1,5\ \text{mm}$ (voir figure 7.4).

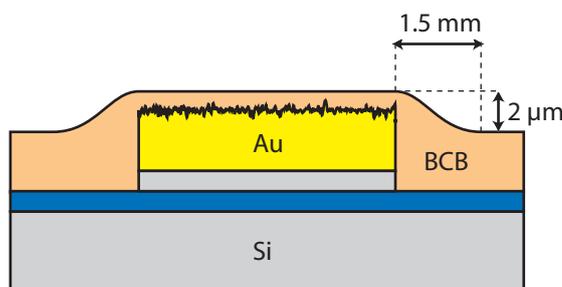


FIG. 7.4 – Qualité de la planarisation de la surface de la puce par le BCB. Le BCB permet d'éliminer facilement la rugosité sur le dessus du fil, mais la rugosité à grande échelle due à la forme carrée du fil ne peut pas être complètement éliminée. Typiquement le bord abrupt de $6\ \mu\text{m}$ du fil est remplacé par une variation lente de la hauteur de BCB avec une amplitude de $2\ \mu\text{m}$ sur une taille typique de $1,5\ \text{mm}$.

7.2 Deuxième génération de puce atomique

L'objectif de la deuxième génération de puce est principalement d'améliorer la qualité de surface des puces. En effet nous voulons intégrer sur la puce une deuxième couche de fils beaucoup plus petits ($\simeq 1\ \mu\text{m}$) et ceci ne peut se faire que sur une surface parfaitement plane. L'amélioration de la qualité de surface optique de la puce nous permet également d'avoir moins d'instabilité dans le piège magnéto-optique et d'améliorer la qualité des images en absorption. Nous

³La couche planarisante sert aussi à isoler électriquement les fils de la puce de la couche d'or qui sert de miroir.

⁴Référence cyclotene 3022 chez The Dow Chemical Company

avons pour cela décidé d'enterrer les fils dans le silicium puis de faire la croissance électrolytique jusqu'à ce que le dessus des fils affleure à la surface du silicium afin que la planarisation avec le BCB soit plus facile.

7.2.1 Gravure du silicium

Pour enterrer les fils dans le silicium, nous avons utilisé deux techniques différentes de gravure du silicium : une gravure humide qui permet d'obtenir une gravure anisotrope et une gravure ionique qui permet d'obtenir une gravure isotrope. La photographie au microscope électronique visible sur la figure 7.5 montre le résultat de ces deux techniques.

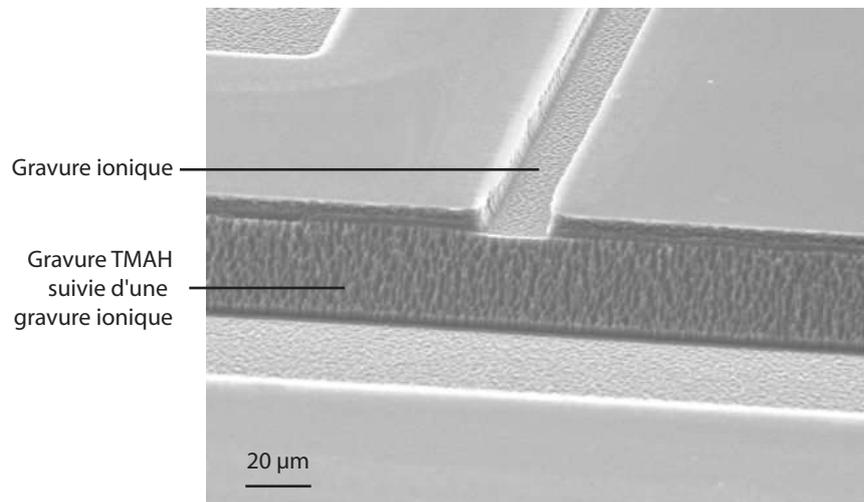


FIG. 7.5 – Image au MEB d'un wafer de silicium gravé. Une tranche profonde est gravée par une attaque chimique au TMAH, les flancs font un angle de avec la surface du wafer. Cette tranche ainsi que la tranche moins profonde sont ensuite gravées par attaque ionique. Les flancs de la tranche gravée par attaque ionique sont verticaux mais relativement rugueux.

7.2.1.1 Gravure anisotrope

Une solution de tétra-méthyl ammonium hydroxyle (TMAH) attaque le silicium avec une efficacité différente suivant l'orientation du plan cristallin qui est exposé à l'attaque (voir figure 7.6). Nous utilisons habituellement des wafers dont la face supérieure correspond à un plan cristallin $\{1, 0, 0\}$, ce plan est attaqué rapidement puis la gravure s'arrête sur le plan $\{1, 1, 0\}$. Les tranchées obtenues avec cette méthode ont des flancs qui font un angle de 55° avec la surface du wafer. La vitesse de gravure verticale pour des paramètres typiques est de $500 \text{ nm} \cdot \text{min}^{-1}$.

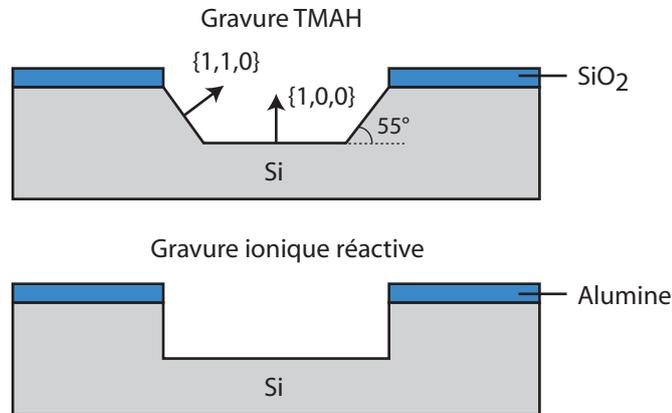


FIG. 7.6 – Nous utilisons deux techniques pour la gravure du silicium. La gravure par une solution de TMAH permet d'avoir une vitesse de gravure importante, cette gravure est anisotrope et l'état de surface après gravure est bon. La gravure ionique réactive permet d'obtenir des flancs droits mais la vitesse de gravure est faible et le fond de la tranchée obtenue est rugueux.

7.2.1.2 Gravure ionique réactive

La gravure ionique réactive grave le silicium plus lentement que la gravure par le TMAH mais permet d'obtenir des flancs verticaux. La vitesse de gravure pour des paramètres typiques est de $10 \text{ nm} \cdot \text{min}^{-1}$. Le masque utilisé est un masque d'alumine. L'inconvénient de cette méthode est la mauvaise qualité de la surface obtenue après gravure, les flancs et le fond de la tranchée gravée sont rugueux (voir figure 7.5). Nous avons donc décidé de ne pas utiliser cette méthode.

7.2.2 Processus de fabrication

La fabrication des fils enterrés est nettement plus complexe que la fabrication des fils pour la première génération et nécessite de nombreuses étapes (voir figure 7.7).

- Oxydation du substrat
- Lithographie optique avec un premier masque pour l'étape de gravure
- Gravure des tranchées dans le silicium par attaque dans le TMAH.
- Oxydation du substrat.
- Lithographie optique avec un deuxième masque pour déposer une couche de titane/or au fond des tranchées. Cette étape de lithographie demande un alignement du masque sur les tranchées obtenues par gravure.
- Croissance électrolytique au fond des tranchées.
- Planarisation par un dépôt de BCB et par polissage mécanique. Nous polis-

sons la surface de BCB avec une solution de billes d'alumine de $0,3 \mu\text{m}$ de diamètre sur un plateau tournant à une vitesse de $1000 \text{ tours}\cdot\text{min}^{-1}$. Nous arrivons par cette méthode à obtenir un état de surface correct. Sur les meilleurs échantillons nous arrivons à obtenir un miroir optique de qualité « correcte », c'est-à-dire qui semble lisse à l'oeil, ce qui n'était pas le cas avec la première génération de puce. Nous observons cependant une courbure du miroir à grande échelle qui est due au processus de polissage mécanique.

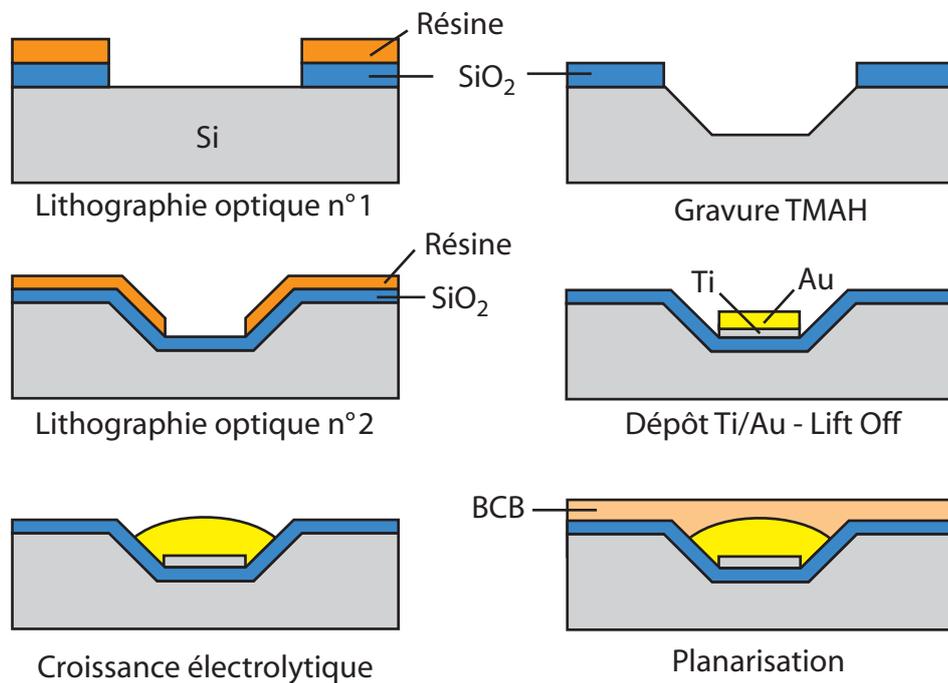


FIG. 7.7 – *Processus de fabrication des gros fils pour la deuxième génération de puces. L'objectif est d'obtenir une surface de meilleure qualité que la première génération afin de pouvoir déposer une deuxième couche de fils de très petite taille. Les étapes de la fabrication sont détaillées dans le texte.*

7.2.3 Réalisation de la deuxième couche

La deuxième couche que nous souhaitons réaliser est constituée de cinq fils parallèles ayant une section $700 \text{ nm} \times 700 \text{ nm}$ et une longueur de $800 \mu\text{m}$. Les fils sont espacés d'environ $2,5 \mu\text{m}$ (voir chapitre 9 pour l'explication de ce dessin). Étant donné leur petite taille, ces fils sont réalisés en lithographie électronique.

Dans un premier temps nous avons essayé de fabriquer ces fils directement sur la couche de BCB. Après de nombreux essais infructueux, nous avons décidé

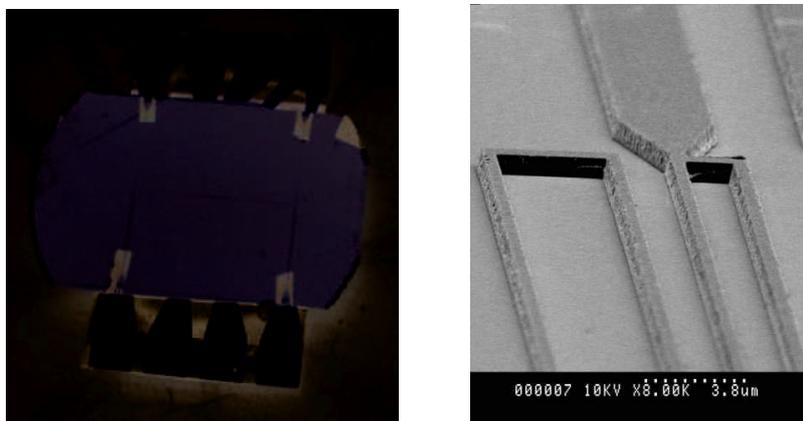


FIG. 7.8 – A gauche : photographie d'une puce de deuxième génération. Les fils de petite taille sont fabriqués sur un wafer qui est collé sur la puce sur laquelle les fils de grande taille sont enterrés. A droite : image au microscope électronique des fils de de petite taille ($700 \text{ nm} \times 700 \text{ nm}$). Nous distinguons quatre des cinq fils qui constituent la structure totale et un fil de contact.

d'abandonner le BCB comme substrat. En effet l'adhésion de la couche de titane/or sur le BCB est mauvaise et nous n'obtenons environ qu'un fil sur dix qui soit continu sur toute sa longueur. De plus la conductivité thermique du BCB est très mauvaise et les fils obtenus s'échauffent très rapidement. Le courant maximal que nous avons pu faire passer dans un fil est d'environ 5 mA.

Nous avons donc décidé de fabriquer les petits fils sur un wafer de silicium très fin que nous collons sur le BCB avec une colle époxy compatible ultra-vide. La technique de fabrication de fils d'or par lithographie électronique sur un substrat de silicium est bien connue et ne pose pas de problème particulier. Nous avons ainsi pu obtenir une puce avec une première couche de « gros fils » enterrés dans un premier substrat en silicium surmonté d'un deuxième substrat sur lequel sont déposés les petits fils. La description des techniques employées pour la réalisation de cette deuxième couche sera détaillée dans la thèse de T. Schumm. La figure 7.8 montre l'ensemble de la puce et une image au microscope électronique des fils réalisés en lithographie électronique.

Rugosité du potentiel magnétique créé par un microfil

La fragmentation d'un nuage d'atomes froids piégés sur une puce atomique a été observée pour la première fois dans l'équipe de Zimmermann [83] en 2002. Ces travaux ont montré que cette fragmentation, observée aussi bien avec un nuage froid qu'un condensat, est due à une inhomogénéité spatiale du champ magnétique créé par le micro fil qui piège les atomes [153]. Le champ du micro fil n'est pas exactement perpendiculaire au fil comme attendu pour un fil idéal. La composante longitudinale du champ, c'est-à-dire parallèle au fil, est non-nulle. Les fluctuations spatiales de cette composante « anormale » entraîne une rugosité du potentiel longitudinal de piégeage. A une distance du fil de l'ordre de sa largeur, C. Zimmermann a montré que la composante anormale du champ magnétique ne varie pas dans le temps et que son amplitude est très faible, environ 10^{-4} de la composante normale du champ magnétique. L'amplitude de la rugosité diminue lorsque la distance au fil augmente. Ce phénomène a ensuite été observé par toutes les équipes travaillant avec des puces atomiques au-dessus de fils constitués de différents matériaux (cuivre, or, argent, aluminium) et fabriqués par des méthodes différentes [83, 97, 98, 99, 100]. Ces fluctuations de champ magnétique ne sont donc pas spécifiques à une technologie particulière et sont un sérieux obstacle au développement des puces atomiques, notamment en ce qui concerne la réalisation d'un guide monomode cohérent. Nous avons donc décidé d'étudier quantitativement ce phénomène sur notre puce.

La figure 8.1 montre le profil fragmenté d'un nuage d'atomes froids au-dessus de notre micro fil en or. Pour étudier les caractéristiques de cette fragmentation, nous avons mesuré les profils de densité de nuages atomiques ayant une température correspondant à l'amplitude des fluctuations de champ magnétique. Nous avons répété cette mesure pour différentes hauteurs au-dessus du fil. Dans une première partie nous présenterons en détail cette méthode de mesure et les résultats obtenus.

Avant de commencer cette étude, il était clair dans la communauté que les fluctuations de champ magnétique au-dessus du fil étaient dues à des inhomogénéités dans la distribution de courant à l'intérieur du fil. En effet, l'équipe de Zimmermann avait montré que l'amplitude des fluctuations était proportionnelle au courant dans le fil. Notons également que l'équipe de Hinds avait montré que

la décroissance des fluctuations avec la distance au fil était compatible avec la décroissance attendue pour une distribution de courant ondulant sinusoidalement à l'intérieur du fil [99]. Cependant l'origine des fluctuations de courant dans les fils était inconnue. Lukin et son équipe ont proposé que les fluctuations géométriques de la position des bords du fil pourraient expliquer les fluctuations de champ magnétique [154]. En effet si les flancs du fil ne sont pas parfaitement lisses, la distribution de courant a des composantes transverses non nulles qui créent un champ magnétique longitudinal et donc une rugosité du potentiel. Les fluctuations de potentiel observées avec les atomes sont très faibles, et donc une très faible rugosité du bord du fil est suffisante pour expliquer le phénomène. Nous avons donc décidé de comparer le potentiel obtenu à partir des mesures effectuées avec les atomes aux mesures des fluctuations de position des bords du fil obtenues au microscope électronique. Les résultats de ces mesures sont présentés dans la deuxième partie de ce chapitre. Nous présenterons tout d'abord une méthode générale de calcul des fluctuations de champ magnétique au-dessus d'un fil en fonction des inhomogénéités de la distribution de courant puis nous appliquerons les résultats à la distribution attendue pour un fil aux bords rugueux. Nous montrerons que nous obtenons un bon accord entre la rugosité mesurée avec les atomes et la rugosité attendue. Pour la première fois, nous pouvons expliquer l'origine de la rugosité du potentiel sur une puce atomique. Bien sûr, ce résultat est spécifique à notre échantillon et même pour un fil aux flancs peu rugueux des phénomènes encore inconnus peuvent créer des inhomogénéités dans la distribution de courant. Cependant il est certain que la rugosité due aux fluctuations des bords du fil peut être importante et peut limiter l'utilisation des puces atomiques. Nous concluons ce chapitre par un calcul de la tolérance qu'il faut exiger des méthodes de fabrication quant à la rugosité des bords et de la surface du fil pour obtenir une rugosité du potentiel inférieure à une valeur maximale donnée.

8.1 Mesure de la rugosité du potentiel à l'aide d'un nuage d'atomes froids

A partir d'images analogues à celle de la figure 8.1, nous allons reconstruire le potentiel longitudinal vu par les atomes. Nos mesures couvrent une étendue de 1,6 mm au-dessus du fil, pour des hauteurs comprises entre $33 \mu\text{m}$ et $180 \mu\text{m}$ au-dessus du fil. Nous verrons ensuite comment traiter les données obtenues pour extraire la composante rugueuse du potentiel longitudinal.

8.1.1 Obtention des profils de densité atomique

Pour pouvoir déduire de manière fiable l'amplitude de la rugosité à partir du profil de densité, nous devons préparer un nuage d'atomes froids à l'équi-

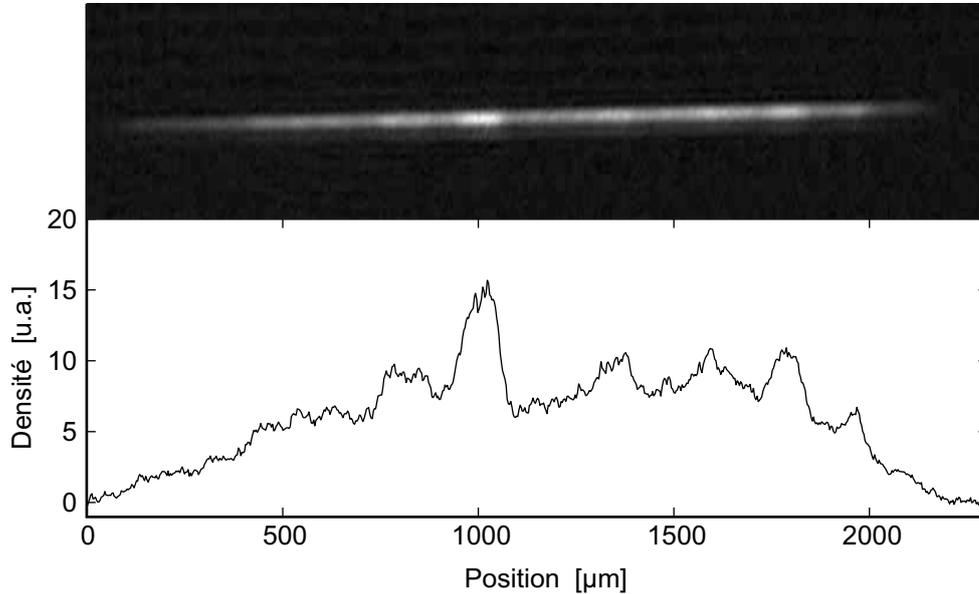


FIG. 8.1 – Image en absorption et profil longitudinal de densité d'un nuage d'atomes froids au-dessus du fil principal de notre puce atomique. Les atomes sont piégés à une distance de $40 \mu\text{m}$ du fil, la température du nuage est de $1,6 \mu\text{K}$ et le courant dans le fil est de 300 mA . Les variations longitudinales de densité sont la signature d'une rugosité du potentiel. La température du nuage étant de $1,6 \mu\text{K}$, cette rugosité a une amplitude de l'ordre du μK .

libre thermodynamique dans le potentiel à mesurer. De plus, la température de l'échantillon doit être du même ordre que l'amplitude des fluctuations de potentiel. Si la température est trop faible, le nuage s'étale peu et la zone sur laquelle nous pouvons mesurer le potentiel est petite. Nous ne voulons pas non plus que le nuage se sépare en fragments indépendants piégés dans les creux de potentiel. Si la température est trop élevée, le rapport signal à bruit se dégrade. Typiquement nous utilisons des températures de l'ordre de quelques microkelvins.

Nous utilisons la séquence expérimentale illustrée sur la figure 8.2. Nous préparons le nuage à la température adéquate par refroidissement évaporatif dans le piège comprimé (identique à celui utilisé pour l'obtention du condensat). Puis nous modifions les valeurs du courant I dans le fil en Z et du champ uniforme B_0 pour transférer les atomes dans le piège dont nous voulons étudier la rugosité. La rampe pour transférer les atomes dans ce piège est suffisamment lente (600 ms) pour que les atomes soient à l'équilibre thermodynamique dans le piège final. Nous observons le profil de densité en coupant le courant dans le fil en Z et en prenant une image après un court temps de vol ($0,5 \text{ ms}$) qui nous permet de diminuer la densité optique du nuage sans dégrader la résolution de l'image ($3 \mu\text{m}$ dans le plan objet). Pour déterminer la température de l'échantillon, nous

faisons des temps de vols plus longs et nous mesurons la vitesse d'expansion transverse du nuage.

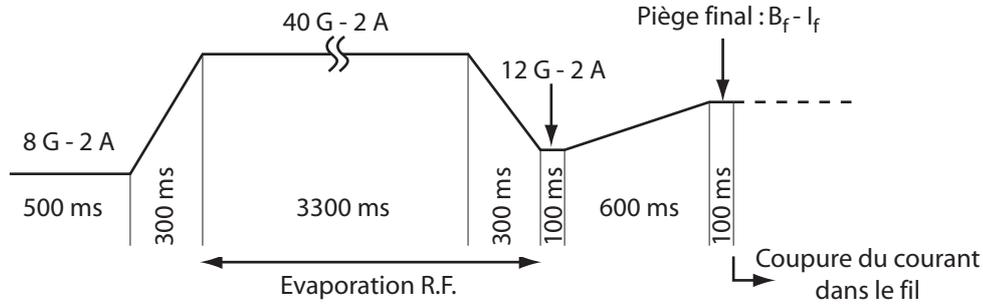


FIG. 8.2 – Séquence temporelle pour la mesure de la rugosité du potentiel magnétique. Les atomes sont chargés dans le piège magnétique initial, puis le piège est comprimé pour permettre un refroidissement évaporatif efficace. Nous décomprimons le piège avant la fin du refroidissement évaporatif pour éviter un taux de perte à trois corps trop important. Finalement nous ajustons les valeurs du champ et du courant pour obtenir les paramètres de hauteur et de fréquence désirés pour étudier la rugosité du potentiel magnétique.

Le choix des paramètres du piège final est fixé par plusieurs contraintes. Nous choisissons la hauteur du piège, ce qui fixe le rapport B_0/I . Nous imposons ensuite que le gradient transverse proportionnel à B_0^2/I ne soit pas trop important pour que le piège soit suffisamment décomprimé et que la température du nuage reste faible. Les paramètres des différents pièges que nous avons utilisés sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Hauteur (μm)	Courant (mA)	Champ (G)	Températures (μK)
33	299	14	1,49 - 2,25
46	253	10	1,02 - 1,49
54	226	8	0,96 - 1,31
69	196	6	0,38 - 0,88
80	179	5	0,34 - 0,61
107	200	4,5	0,33 - 0,52
176	200	3	0,38 - 0,41

Nous utilisons des températures plus faibles pour les mesures les plus éloignées de la surface car l'amplitude de la rugosité diminue avec la hauteur et avec le courant. La hauteur au-dessus du centre du fil est obtenue à partir de la mesure de la distance entre l'image directe du nuage et son image par réflexion sur la surface

de la puce. Nous ajoutons à cette mesure l'épaisseur de BCB et la demi hauteur du fil, soit un total de $11 \mu\text{m}$. Ces deux paramètres ont été mesurés directement sur la puce après l'avoir sortie de l'enceinte à vide. Les températures indiquées correspondent à la gamme qui a été utilisée pour la mesure. Nous disposons pour chaque hauteur d'environ quatre ou cinq profils de nuages ayant des températures étalées dans la gamme indiquée. Chacun de ces profils est obtenu en moyennant 20 images.

Pour explorer le potentiel sur une grande distance au-dessus du fil, nous avons ajouté un gradient de champ magnétique longitudinal afin de déplacer le nuage. Ce gradient est créé par une bobine d'axe (Oz). Pour chaque hauteur, nous utilisons trois gradients différents, nous pouvons ainsi mesurer le potentiel sur une distance d'environ $1,6 \text{ mm}$. Les gradients utilisés sont de l'ordre du G.cm^{-1} . Trois profils de densité pris à une même hauteur pour trois gradients différents sont présentés sur la figure 8.3.

8.1.2 Obtention du potentiel longitudinal

La température du nuage atomique que nous préparons est bien au-dessus de la température critique de condensation, la densité du nuage est donc donnée par la loi de Boltzmann

$$n(x, y, z) = n_0 \exp[-\beta V(x, y, z)] \quad (8.1)$$

où n_0 est la densité au centre du piège. Pour simplifier l'exploitation des données nous faisons l'hypothèse que le potentiel transverse et le potentiel longitudinal sont séparables

$$V(x, y, z) = V_l(z) + V_r(x, y). \quad (8.2)$$

Nous pouvons alors intégrer la densité atomique dans la direction radiale et obtenir la densité longitudinale $n_1(z)$

$$n_1(z) = n_{1,0} \exp[-\beta V_l(z)] \quad \text{avec} \quad n_{1,0} = \int n_0 \exp[-\beta V_r(x, y)] dx dy. \quad (8.3)$$

En inversant cette relation, nous obtenons le potentiel longitudinal en fonction de la densité longitudinale

$$V_l(z) = -k_B T \ln(n_1(z)) + V_0. \quad (8.4)$$

L'offset V_0 dépend du nombre d'atomes dans le piège et peut varier d'une image à l'autre. Si l'hypothèse de séparabilité des potentiels n'est pas vérifiée, V_0 dépend de z , ce qui introduit une erreur sur la détermination de V_l .

Pour vérifier la validité de l'hypothèse de séparabilité des potentiels, nous avons mesuré la variation de la taille transverse du nuage en fonction de la position longitudinale dans le nuage. A une hauteur de $33 \mu\text{m}$, nous ne mesurons

aucune variation significative de la taille transverse du nuage. A une hauteur de $176 \mu\text{m}$, la taille transverse du nuage est 10% plus faible sur les bords du nuage qu'au centre. Une variation relative de 10% de la taille transverse correspond à une variation absolue de $2 k_B T \times 10\%$ sur le potentiel longitudinal. Cette variation n'est pas négligeable. Cependant il faut remarquer que cette variation a lieu sur une taille caractéristique de l'ordre de 2 mm. Cela correspond à ajouter une courbure au potentiel mesuré. Nous verrons par la suite que notre procédure de traitement des données élimine cette courbure en l'incluant dans le potentiel de piégeage attendu pour un fil idéal.

Pour chaque hauteur, nous disposons de trois profils obtenus pour trois valeurs différentes de gradient longitudinal de champ magnétique. Nous en déduisons trois courbes de potentiel. Pour reconstruire le potentiel correspondant à un gradient nul sur la totalité de la zone mesurée, nous ajoutons aux potentiels mesurés avec un gradient non nul un gradient de signe opposé. Nous ajustons la valeur de ce gradient pour minimiser la différence entre les potentiels dans leur zone de recouvrement.¹ Cette procédure de « recollement » est illustrée sur la figure 8.3.

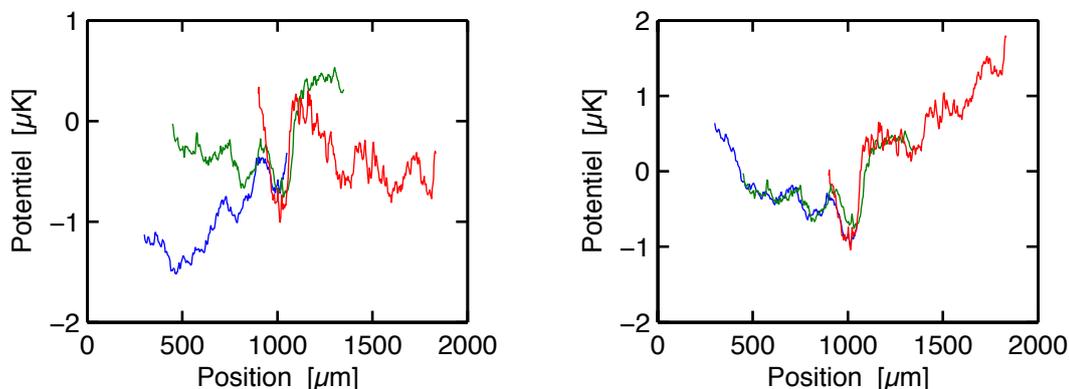


FIG. 8.3 – A gauche : potentiels mesurés à partir des profils de densité pour trois gradients longitudinaux différents. A droite : nous avons soustrait un gradient aux potentiels mesurés sur les bords du fil pour obtenir le potentiel sur la quasi totalité de la longueur du fil.

8.1.3 Soustraction du potentiel attendu

L'ensemble des potentiels obtenus pour différentes hauteurs par la procédure expliquée au paragraphe précédent est tracé sur la figure 8.4. Il est clair qu'il faut

¹Nous avons essayé d'ajouter un gradient simplement proportionnel au courant utilisé dans la bobine de gradient, mais cette procédure ne donnait pas un résultat satisfaisant.

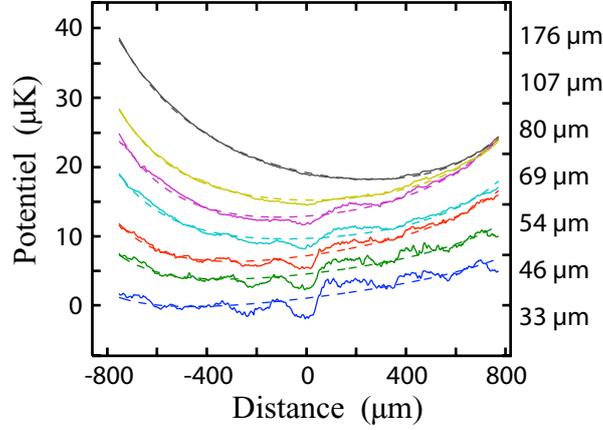


FIG. 8.4 – Potentiels de piégeage mesurés pour différentes hauteurs au-dessus du fil. Nous voyons qu'il nous faut soustraire le potentiel de piégeage attendu pour pouvoir extraire la composante rugueuse du potentiel et la caractériser.

maintenant soustraire le potentiel de piégeage longitudinal attendu pour n'obtenir que la composante rugueuse du potentiel. Pour cela nous ajustons chaque potentiel par le potentiel longitudinal calculé en tenant compte de la largeur finie des bras du Z. Nous utilisons comme paramètres ajustables la hauteur et la distance entre les bras du Z. Cette procédure nous permet d'ajuster correctement les courbes expérimentales, ce qui n'est plus possible si nous fixons un des deux paramètres à la valeur attendue. Nous pensons que le fait de laisser ces paramètres libres nous permet de corriger des erreurs introduites par la procédure de soustraction des gradients et par l'hypothèse de séparabilité des potentiels. Cette procédure d'analyse ne peut que sous-estimer la rugosité du potentiel mesuré. Les paramètres obtenus lors de l'ajustement sont très proches des valeurs attendues. Les hauteurs obtenues par l'ajustement sont égales aux hauteurs mesurées optiquement auxquelles il faut ajouter un offset de $14 \pm 1 \mu\text{m}$. Nous rappelons que l'offset mesuré directement sur la puce est de $11 \mu\text{m}$. Les distances entre les bras du Z que nous obtenons par l'ajustement sont comprises dans une fourchette de $\pm 4\%$ autour de la valeur attendue.

8.1.4 Potentiels rugueux obtenus

Les courbes que nous obtenons finalement sont tracées sur la figure 8.5. Pour pouvoir comparer les mesures à différentes hauteurs, nous avons normalisé les fluctuations mesurées par le courant dans le fil et nous avons converti le potentiel exprimé auparavant en microkelvins en gauss ². Nous voyons que l'amplitude

²Nous avons vérifié que l'amplitude des fluctuations est effectivement proportionnelle au courant dans le fil pour le point de mesure le plus proche du fil.

des fluctuations diminue avec la hauteur au-dessus du fil. La densité spectrale des fluctuations pour les différentes hauteurs est tracée sur la figure 8.6. Pour obtenir une estimation de la densité spectrale avec un signal à bruit de $1/\sqrt{3}$, nous utilisons l'algorithme de Welch [155]. Cet algorithme divise la fenêtre de mesure en trois fenêtres qui se recouvrent et moyenne le carré des transformées de Fourier obtenues sur chaque fenêtre.

Les spectres obtenus décroissent avec le vecteur d'onde jusqu'à atteindre un plateau. Nous ne voyons pas apparaître de fréquence caractéristique dans la densité spectrale comme mentionnée dans la référence [99]. Le plateau aux grands vecteurs d'onde correspond au bruit de mesure. Nous avons vérifié que les spectres du même potentiel obtenus à des températures différentes coïncident pour des vecteurs d'onde inférieurs au vecteur d'onde marquant le début du plateau. Les spectres ne correspondent plus pour des vecteurs d'onde plus grands, ce qui signifie bien que le signal mesuré ne correspond pas à un potentiel vu par les atomes. Supposons que nous ayons un bruit relatif sur la mesure de l'intensité optique du faisceau sonde. Cela correspond à un bruit absolu δn sur la détermination de la densité atomique. Le bruit sur le potentiel est donc donné par $(k_B T/I) \times \delta n/n_1$. Il dépend donc de la température, de la densité du nuage et du courant. Nous pensons que cette dépendance explique les variations de la valeur du plateau pour les différentes hauteurs de mesure.

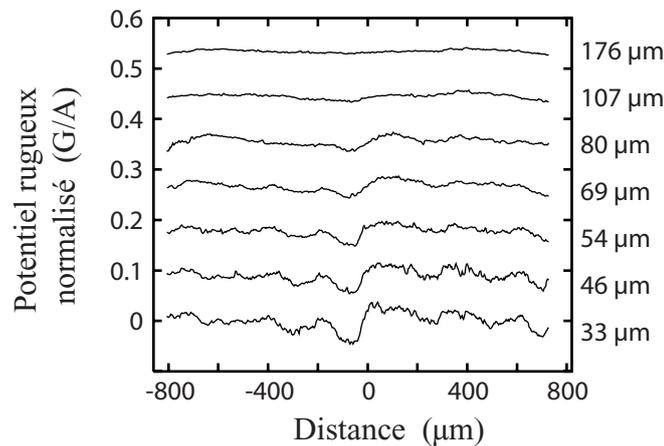


FIG. 8.5 – Composante rugueuse du potentiel en fonction de la position longitudinale pour différentes hauteurs au-dessus du micro fil. L'amplitude du champ est normalisée par le courant I dans le fil. La rugosité diminue lorsque la hauteur augmente et devient négligeable pour une hauteur d'environ $200 \mu\text{m}$.

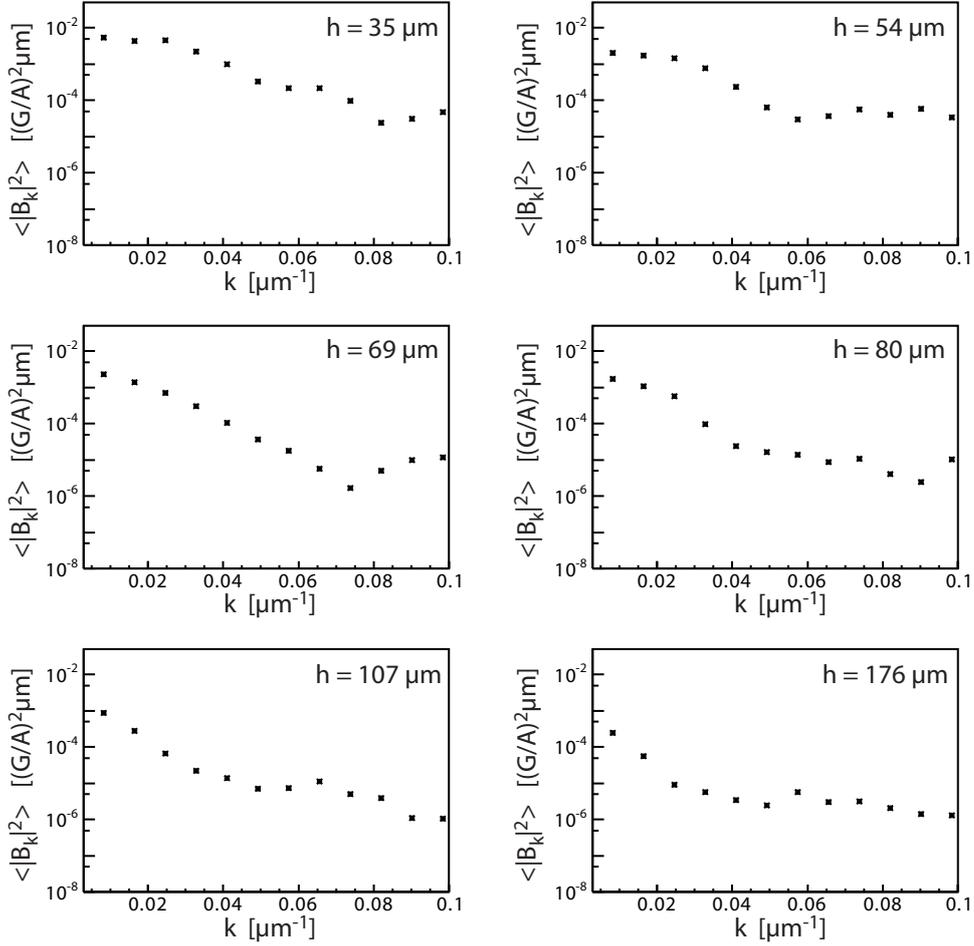


FIG. 8.6 – Densité spectrale de la rugosité du potentiel magnétique pour différentes hauteurs au-dessus du fil. Nous observons une décroissance de la densité spectrale. Puis pour des vecteurs d'onde supérieurs à $0,06 \mu m^{-1}$, nous observons un plateau qui correspond au bruit de mesure.

8.2 Calcul de la rugosité due aux fluctuations géométriques des bords du fil

Nous allons maintenant calculer la rugosité du potentiel magnétique due aux fluctuations géométriques des bords du fil pour la comparer aux mesures que nous venons de présenter. Nous présentons d'abord un développement général du champ magnétique associé à une distribution de courant quelconque inhomogène dans un fil. Ensuite nous calculons les inhomogénéités de la distribution de courant associée à la rugosité des bords du fil et nous en déduisons le champ magnétique. Nous nous limitons ici à l'effet de la rugosité des bords du fil, c'est-

à-dire aux deux faces du fil perpendiculaires au substrat. L'effet de la rugosité de la face supérieure est discuté dans le deuxième article annexé au chapitre. Ce calcul a été effectué pour la première fois dans la référence [154] mais avec une approche totalement différente.

Nous nous limitons par la suite au calcul de la composante longitudinale du champ magnétique (*i.e.* B_z). En effet nous voulons déterminer les fluctuations du potentiel longitudinal. Il nous faut donc calculer pour un z donné la valeur du module de champ magnétique là où le potentiel transverse est minimal. Un calcul numérique montre que, pour nos paramètres expérimentaux, le champ magnétique au minimum de potentiel transverse est parallèle à l'axe \mathbf{e}_z à mieux que 1 mrad. Il est donc suffisant de calculer les fluctuations de B_z pour obtenir les fluctuations du potentiel mesuré avec les atomes.

8.2.1 Expression générale du champ magnétique

La définition du système de coordonnées par rapport au fil est indiquée sur la figure 8.8. Nous notons \mathbf{j} la distribution de courant correspondant aux inhomogénéités dans le fil, cette distribution est identiquement nulle pour un fil parfaitement rectangulaire. Le potentiel vecteur créé par cette distribution de courant est donné par l'équation de Poisson $\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{j}$. Nous développons le potentiel vecteur en composante de Fourier suivant l'axe z

$$\mathbf{A}_k(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi L}} \int \mathbf{A}(x, y, z) e^{-ikz} dz. \quad (8.5)$$

Chaque composante de Fourier vérifie alors l'équation suivante

$$\left(\frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} \right) \mathbf{A}_k - k^2 \mathbf{A}_k = -\mu_0 \mathbf{j}_k. \quad (8.6)$$

Cette équation est analogue à une équation de diffusion en régime stationnaire. Nous nous plaçons maintenant en coordonnées polaires (r, θ) telles que $x = r \cos(\theta)$ et $y = r \sin(\theta)$. Nous développons le potentiel vecteur et la distribution de courant sur les composantes de moment cinétique bien défini

$$\mathbf{A}_k(r, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{A}_{k,n}(r) e^{in\theta}. \quad (8.7)$$

Chaque composante $\mathbf{A}_{k,n}(r)$ vérifie l'équation de Bessel modifiée suivante

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \left(k^2 + \frac{n^2}{r^2} \right) \right] \mathbf{A}_{k,n}(r) = -\mu_0 \mathbf{j}_{k,n}(r). \quad (8.8)$$

Pour $r > W_0/2$, le terme source $\mathbf{j}_{k,n}$ est nul et la solution de l'équation précédente est une combinaison linéaire des fonctions de Bessel modifiées $I_n(kr)$ et $K_n(kr)$.

Comme le potentiel vecteur tend vers zéro quand r tend vers l'infini, le coefficient devant $I_n(kr)$ est nécessairement nul. Par conséquent $\mathbf{A}_{k,n}(r)$ s'écrit

$$\mathbf{A}_{k,n}(r) = \mathbf{c}_{k,n} K_n(kr). \quad (8.9)$$

Pour obtenir la valeur du coefficient $\mathbf{c}_{k,n}$ nous utilisons la fonction de Green de l'équation de Poisson

$$G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -\frac{1}{4\pi|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}. \quad (8.10)$$

Cette fonction de Green peut se réécrire dans le système de coordonnées cylindrique sous la forme suivante [156]

$$G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} I_n(kr_<) K_n(kr_>) e^{in(\theta_1 - \theta_2)} \cos[k(z_1 - z_2)] dz \quad (8.11)$$

où $r_< = \min(r_1, r_2)$ et $r_> = \max(r_1, r_2)$. Le potentiel vecteur est donné par

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}_2) = -\mu_0 \int G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \mathbf{j}(\mathbf{r}_1) d^3\mathbf{r}_1. \quad (8.12)$$

En substituant \mathbf{j} par son développement en composantes $\mathbf{j}_{k,n}$ et en utilisant l'expression 8.11 nous obtenons

$$\mathbf{c}_{k,n} = \mu_0 \int_0^{W_0/2} r I_n(kr) \mathbf{j}_{k,n} dr. \quad (8.13)$$

Le champ magnétique est donné par le rotationnel du potentiel vecteur. Nous avons vu précédemment que la rugosité du potentiel ne dépend que de la composante B_z du champ magnétique. Nous nous limitons donc au calcul de cette composante. Pour simplifier l'expression obtenue nous utilisons les relations $K'_n = -(K_{n-1} + K_{n+1})/2$ et $2n K_n(u)/u = -K_{n+1}(u) + K_{n-1}(u)$. Nous obtenons alors

$$B_{z_k} = -\frac{k}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [c_{y_{k,n-1}} + c_{y_{k,n+1}}] K_n(kr) e^{in\theta} - i\frac{k}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [c_{x_{k,n-1}} - c_{x_{k,n+1}}] K_n(kr) e^{in\theta}. \quad (8.14)$$

A une distance h du fil, nous nous attendons à ce que les composantes de Fourier de vecteur d'onde inférieur à $1/h$ dominant. En effet les composantes de longueur d'onde supérieure à h doivent se moyennner à zéro. Par conséquent si la distance h est grande devant l'extension du fil W_0 , l'argument de la fonction de Bessel $I_n(kr)$ est petit dans le domaine d'intégration lors du calcul du coefficient $\mathbf{c}_{k,n}$ pour les composantes de Fourier qui dominant. Nous pouvons alors faire l'approximation $I_n(kr) \simeq (kr)^n / (2^n n!)$, ce qui montre que les coefficients $\mathbf{c}_{k,n}$ décroissent rapidement avec n . En gardant seulement le terme dominant dans le

développement de B_{z_k} nous obtenons alors l'expression suivante pour le champ à une distance h au-dessus du fil ($\theta = 0$)³

$$B_{z_k}(h) \simeq -\frac{c_{y_{k,0}}}{k} \times k^2 K_1(kh). \quad (8.15)$$

Nous verrons au paragraphe suivant que le premier terme $c_{y_{k,0}}/k$ caractérise l'amplitude des fluctuations du bord du fil au vecteur d'onde k . Pour une longueur d'onde donnée, la décroissance du champ magnétique en fonction de la hauteur est donc en $K_1(kh) \sim \sqrt{\pi/2} \exp(-kh)/\sqrt{kh}$. Lorsque h se rapproche de $W_0/2$, il faut sommer de plus en plus de termes dans le développement du champ magnétique pour en obtenir une bonne approximation.

8.2.2 Distribution de courant dans un fil rugueux

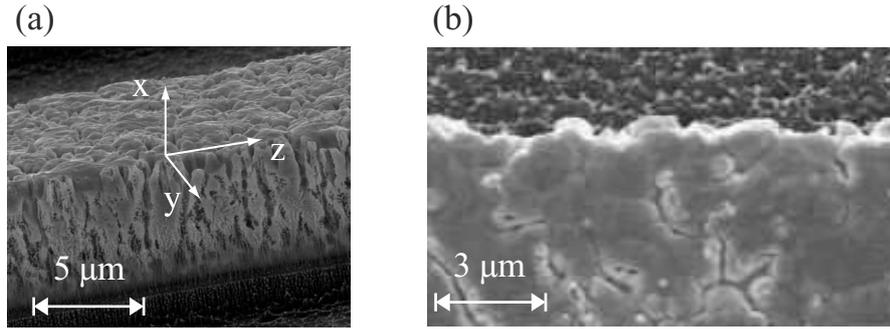


FIG. 8.7 – Images au microscope électronique à balayage de fils micro fabriqués. Les images (a) et (b) correspondent au fil central du Z utilisé pour piéger les atomes. Les fluctuations géométriques du bord sont presque invariantes par translation suivant x .

Nous allons maintenant calculer les fluctuations dans la densité de courant introduites par les inhomogénéités du bord du fil et en déduire les coefficients $\mathbf{c}_{n,k}$ associés. Nous appelons $f_l(z)$ et $f_r(z)$ les fluctuations de position des bords gauche et droits du fil par rapport à leur valeur moyenne (voir figure 8.8). Nous supposons que les fluctuations du bord ne dépendent pas de x . Cette approximation est justifiée par les observations que nous avons faites au microscope électronique des bords du fil (voir figure 8.7).

Pour un fil idéal, la densité de courant est $j_0 \mathbf{e}_z$. Nous notons \mathbf{J} la densité de courant totale qui est égale à $j_0 \mathbf{e}_z + \mathbf{j}$. La densité de courant vérifie la loi d'Ohm $\mathbf{J} = -\sigma \nabla V$ et l'équation de conservation de la charge $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$. Nous supposons que la conductivité σ du fil est uniforme, le potentiel électrique satisfait alors

³La somme des deux termes en $c_{x_{k,0}}$ est nulle puisque $K_{-n} = K_n$.

l'équation de Laplace $\Delta V = 0$. Nous introduisons $v = V - j_0 z/\sigma$ le potentiel électrique associé aux fluctuations \mathbf{j} de la densité de courant. Comme les fluctuations du bord du fil sont invariantes par translation suivant \mathbf{e}_x , v ne dépend que de y et z et vérifie l'équation de Laplace à deux dimensions.

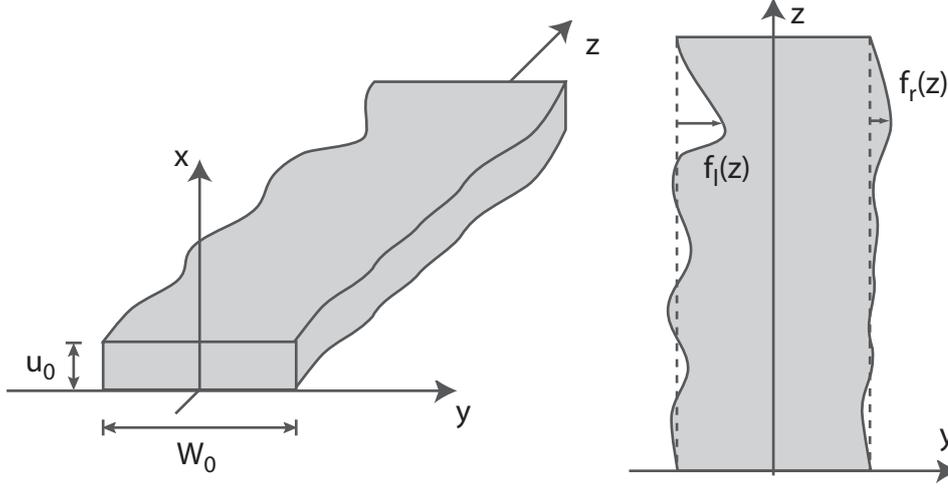


FIG. 8.8 – Définition des conventions utilisées dans le calcul de la rugosité du potentiel magnétique créé par les fluctuations des bords du fil. Le fil a une largeur moyenne W_0 , l'écart entre la position du bord gauche (droit) par rapport à $W_0/2$ ($-W_0/2$) est noté $f_l(z)$ ($f_r(z)$)

La densité de courant totale doit être tangente à la surface du fil. Le potentiel v doit donc satisfaire les conditions aux limites suivantes

$$\frac{df_{r/l}}{dz}(z) \times \left[j_0 - \sigma \frac{\partial v}{\partial z}(y = \pm W_0/2 + f_{r/l}, z) \right] = \frac{\partial v}{\partial y}(y = \pm W_0/2 + f_{r/l}, z). \quad (8.16)$$

Nous supposons que les déviations du bord sont suffisamment faibles pour que nous puissions faire un développement au premier ordre en $f_{r/l}$ de l'équation précédente. Nous obtenons alors une relation linéaire entre $v(\pm W_0/2, z)$ et $f_{r/l}(z)$. Dans l'espace réciproque, cette relation s'écrit

$$i k j_0 f_{r/l,k} = -\sigma \frac{\partial v_k}{\partial y}(y = \pm W_0/2). \quad (8.17)$$

Comme v satisfait l'équation de Laplace à deux dimensions, la composante de Fourier $v_k(y)$ est nécessairement une combinaison linéaire de $\exp(ky)$ et $\exp(-ky)$. Les coefficients de cette combinaison sont imposés par les deux conditions aux limites (8.16). Le calcul des coefficients fait apparaître la composante symétrique

des fluctuations des bords $f^+ = (f_r + f_l)/2$ et la composante antisymétrique $f^- = (f_r - f_l)/2$. Finalement la composante de Fourier de la distribution de courant j s'écrit

$$j_{y,k} = i k j_0 \left(\frac{\cosh(k y)}{\cosh(k W_0/2)} f_k^+ + \frac{\sinh(k y)}{\sinh(k W_0/2)} f_k^- \right). \quad (8.18)$$

Comme nous pouvions nous y attendre, le courant est étalé dans tout le fil pour les petits vecteurs d'onde ($k \ll 1/W_0$) et localisé sur les bords du fil pour les grands vecteurs d'onde.

8.2.3 Calcul du champ magnétique rugueux attendu

Nous passons maintenant au calcul des coefficients $\mathbf{c}_{k,n}$ associés à cette distribution de courant. Nous allons tout d'abord simplifier l'expression des coefficients dans le cas où le fil est plat ($W_0 \gg u_0$). Si le fil est plat, la distribution de courant \mathbf{j} doit être remplacée par une distribution surfacique $\mathbf{j}_S = \int \mathbf{j} dx$. Dans ce cas l'intégrale (8.13) devient

$$\mathbf{c}_{n,k} = -\frac{\mu_0}{2\pi} (-i)^n \int_0^{W_0/2} dy I_n(ky) [\mathbf{j}_{S_k}(y) + (-1)^n \mathbf{j}_{S_k}(-y)]. \quad (8.19)$$

La distribution de courant \mathbf{j}_S n'a pas de composante selon x , de plus d'après l'équation précédente nous remarquons que $c_{y_{n,k}} = (-1)^n c_{y_{n,k}}$. L'expression du champ magnétique (8.14) peut alors se réécrire à une hauteur h au-dessus du fil ($\theta = 0$)

$$B_{z,k} = -k \sum_{n=0}^{\infty} (c_{y_{2n,k}} + c_{y_{2n+2,k}}) K_{2n+1}(k h) \quad (8.20)$$

Seuls les coefficients $c_{y_{2n,k}}$ avec n pair contribuent au champ magnétique. D'après l'équation (8.19), nous voyons que seule la partie paire de la distribution de courant $\mathbf{j}_{S_k}(y)$ contribue. Par conséquent, seule la composante symétrique des fluctuations du bord dont l'amplitude est proportionnelle à f_k^+ contribue aux fluctuations de champ magnétique (cf équation 8.18). Ce résultat se retrouve facilement par un simple argument de symétrie et reste valable même si le fil n'est pas plat.

En injectant l'expression obtenue pour la distribution de courant (8.18) dans l'expression (8.19) nous obtenons l'expression suivante pour les coefficients pairs $c_{y_{2n,k}}$

$$c_{y_{2n,k}} = (-1)^{n+1} \frac{\mu_0 I}{\pi W_0} i k f_k^+ \times \int_0^{W_0/2} I_{2n}(k y) \frac{\cosh(k y)}{\cosh(k W_0/2)} dy. \quad (8.21)$$

Pour des hauteurs grandes devant la taille du fil, nous avons montré précédemment que les composantes de Fourier k qui contribuent sont telles que $k \simeq 1/h$.

Nous pouvons alors calculer une valeur approchée de l'intégrale précédente en remplaçant l'intégrand par son développement limité au premier ordre non-nul en k . Nous obtenons alors

$$c_{y_{2n,k}} = (-1)^{n+1} \frac{\mu_0 I}{\pi W_0} i f_k^+ \times \frac{1}{2^{2n}(2n+1)!} \left(\frac{k W_0}{2} \right)^{n+1}. \quad (8.22)$$

En nous restreignant au terme dominant proportionnel à $c_{y_{0,k}}$ dans le développement du champ magnétique, nous obtenons l'expression suivante pour l'amplitude de la composante de Fourier k du champ magnétique

$$|B_{z_k}| \simeq \frac{\mu_0 I}{2\pi h^2} f_k^+ (k h)^2 K_1(k h) \quad (8.23)$$

$$\simeq B_0 \frac{f_k^+}{h} (k h)^2 K_1(k h) \quad (8.24)$$

où B_0 est la valeur de la composante normale du champ magnétique. Cette expression est tracée sur la figure 8.9. Pour une hauteur donnée cette fonction augmente depuis zéro proportionnellement à k^2 puis atteint son maximum pour $k \simeq 1,3/h$ et enfin décroît exponentiellement vers zéro quand k tend vers l'infini. Ce comportement s'explique de la manière suivante. Pour les faibles vecteurs d'onde, l'angle entre la direction de la ligne de courant et l'axe z tend vers zéro et donc la contribution de ces composantes tend également vers zéro. Pour les grands vecteurs d'onde, les fluctuations de courant ont une longueur d'onde plus petite que la distance au fil et se moyennent à zéro.

En supposant que le spectre des fluctuations de bord est un bruit blanc de densité spectrale J_e , nous obtenons que l'amplitude quadratique moyenne des fluctuations de champ magnétique est donnée par

$$\langle B_z^2 \rangle = J_e \frac{(\mu_0 I)^2}{h^5} \times 0,088. \quad (8.25)$$

Dans le cas d'un bruit blanc, l'amplitude de la rugosité diminue donc comme $1/h^{5/2}$ avec la distance au fil. Nous avons supposé que les fluctuations de chaque bord sont indépendantes et donc que la densité spectrale associée à f^+ est égale à deux fois la densité spectrale J_e associée à un seul bord⁴. Nous allons maintenant mesurer J_e pour pouvoir estimer l'amplitude des fluctuations de champ magnétique.

⁴Nous définissons la densité spectrale $J_e(k)$ de la fonction $f(z)$ avec la convention suivante

$$J_e(k) = \frac{1}{2\pi} \int \langle f(0) f(z) \rangle e^{-i k z} dz.$$

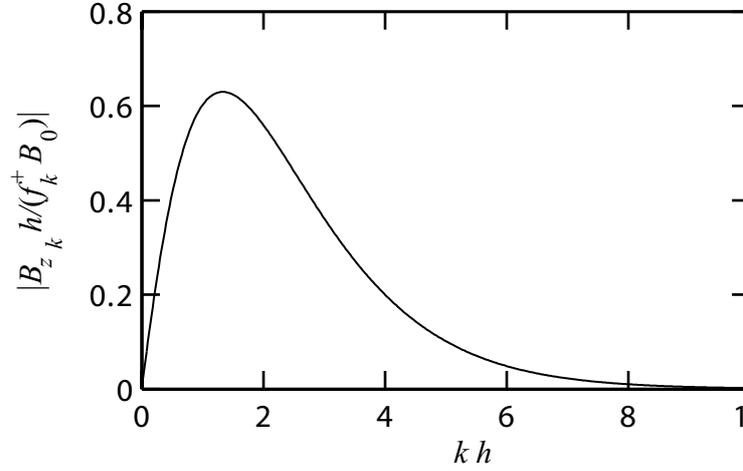


FIG. 8.9 – Amplitude de la composante de Fourier k du champ magnétique rugueux en fonction de la distance h au fil. L'amplitude du champ magnétique est proportionnelle à la partie symétrique des fluctuations du bord du fil f_k^+ . Cette fonction atteint un maximum en $h \simeq 1,3/k$.

8.2.3.1 Mesure des fluctuations du bord du fil

Pour mesurer les fluctuations du fil, nous utilisons des images obtenues à partir d'un microscope à balayage électronique. Pour avoir une résolution suffisante, le champ utilisé est de $50 \mu\text{m} \times 50 \mu\text{m}$. Or nous avons vu que les longueurs d'onde qui contribuent à la rugosité sont de l'ordre de 2π fois la hauteur au-dessus du fil, soit quelques centaines de microns. Pour obtenir une information sur cette partie du spectre, nous utilisons 66 images du bord du fil qui se chevauchent sur une zone d'environ $5 \mu\text{m}$. Ces images sont recollées pour obtenir le profil du fil sur sa totalité. La procédure de recollement consiste à traduire les images les unes par rapport aux autres pour maximiser leur recouvrement. Ensuite nous extrayons les fonctions $f_l(z)$ et $f_r(z)$ de l'image finale en utilisant un algorithme de recherche du bord du fil (voir figure 8.10). Cette procédure fastidieuse est absolument nécessaire pour pouvoir obtenir la densité spectrale des fluctuations du bord du fil avec suffisamment de précision dans la gamme des fréquences spatiales auxquelles sont sensibles les atomes.

La densité spectrale de la fonction $f^+(z)$ ainsi mesurée est tracée sur la figure 8.11. Nous observons une fréquence de coupure égale à $10 \mu\text{m}^{-1}$. Pour des fréquences inférieures à cette fréquence de coupure, la densité spectrale est bien ajustée par la fonction suivante

$$J_e^+(k)/\mu\text{m}^3 = 3,2 \cdot 10^{-6} (k/\mu\text{m})^{-2,15} + 8,2 \cdot 10^{-4}. \quad (8.26)$$

Le plateau d'amplitude $8,2 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}^3$ pour les vecteurs d'onde compris entre

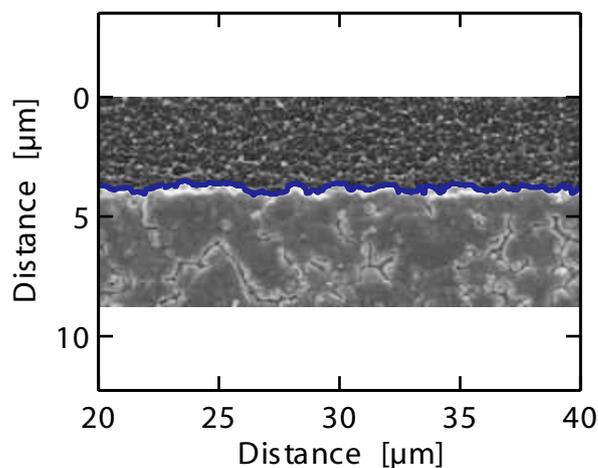


FIG. 8.10 – Image au microscope électronique à balayage du fil vu de dessus. Nous extrayons de l'image la position du bord en fonction de z (trait foncé) pour ensuite calculer la distribution de courant dans le fil et le champ magnétique associé

$0,1 \mu\text{m}^{-1}$ et $10 \mu\text{m}^{-1}$ correspond à la rugosité visible sur une seule image (voir figure 8.10). Cette rugosité est due au processus d'électrodéposition que nous utilisons pour fabriquer nos fils. Nous n'avons pas d'explication pour l'augmentation du spectre de rugosité à basse fréquence.

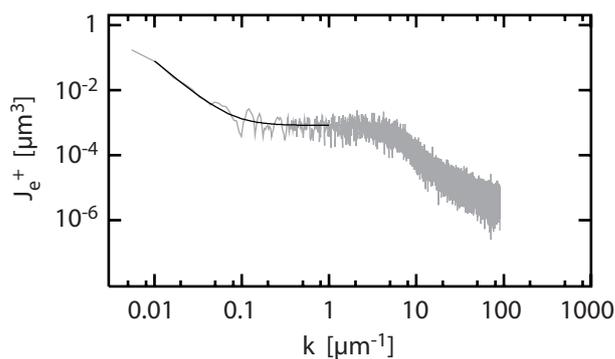


FIG. 8.11 – Densité spectrale mesurée de la partie paire des fluctuations des bords du fil. Nous avons tracé en noir l'ajustement (8.26) que nous utilisons ensuite pour calculer la densité spectrale des fluctuations de champ magnétique.

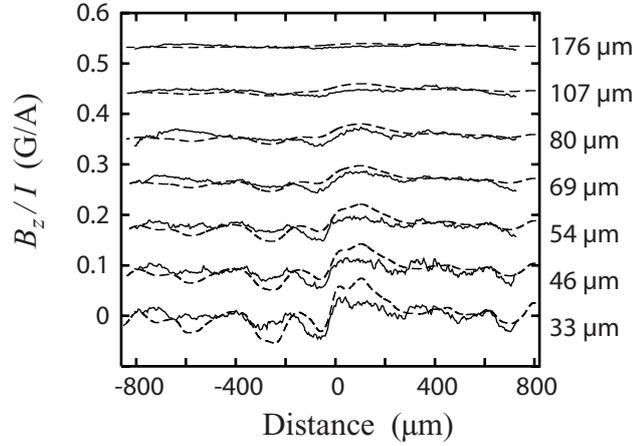


FIG. 8.12 – Comparaison entre la rugosité de champ magnétique mesurée avec les atomes (traits pleins) et les prédictions obtenues à partir des mesures des fluctuations du bord du fil (traits pointillés). L'accord entre les courbes est satisfaisant. Nous concluons que la rugosité de champ magnétique observée au-dessus de notre fil est dominée par l'effet des fluctuations des bords du fil sur la distribution de courant à l'intérieur du fil.

8.2.4 Comparaison entre la rugosité attendue et la rugosité mesurée avec les atomes

Connaissant la fonction $f^+(z)$ sur toute la longueur du fil, nous pouvons calculer le champ magnétique rugueux dans toute la zone mesurée avec les atomes. La comparaison avec le potentiel mesuré par les atomes est présentée sur la figure 8.12. Nous n'utilisons aucun paramètre ajustable. Nous voyons que les courbes sont en bon accord et que nous retrouvons la position des bosses et des creux de potentiel observés avec les atomes.

Nous avons également tracé les densités spectrales de rugosité calculées à partir de l'expression (8.26) de la densité spectrale mesurée pour les fluctuations du bord des fils. Nous les avons comparées aux densités spectrales mesurées avec les atomes (voir figure 8.13). Nous voyons que les courbes sont en bon accord tant que la mesure avec les atomes est au-dessus du niveau de bruit.

8.3 Conclusion

Le bon accord entre la rugosité mesurée avec les atomes et la rugosité calculée à partir de la mesure des fluctuations en position des bords du fil nous amène à conclure que nous avons identifié l'effet dominant à l'origine de la rugosité pour notre système. Cependant nous n'excluons pas que d'autres effets, telle que la

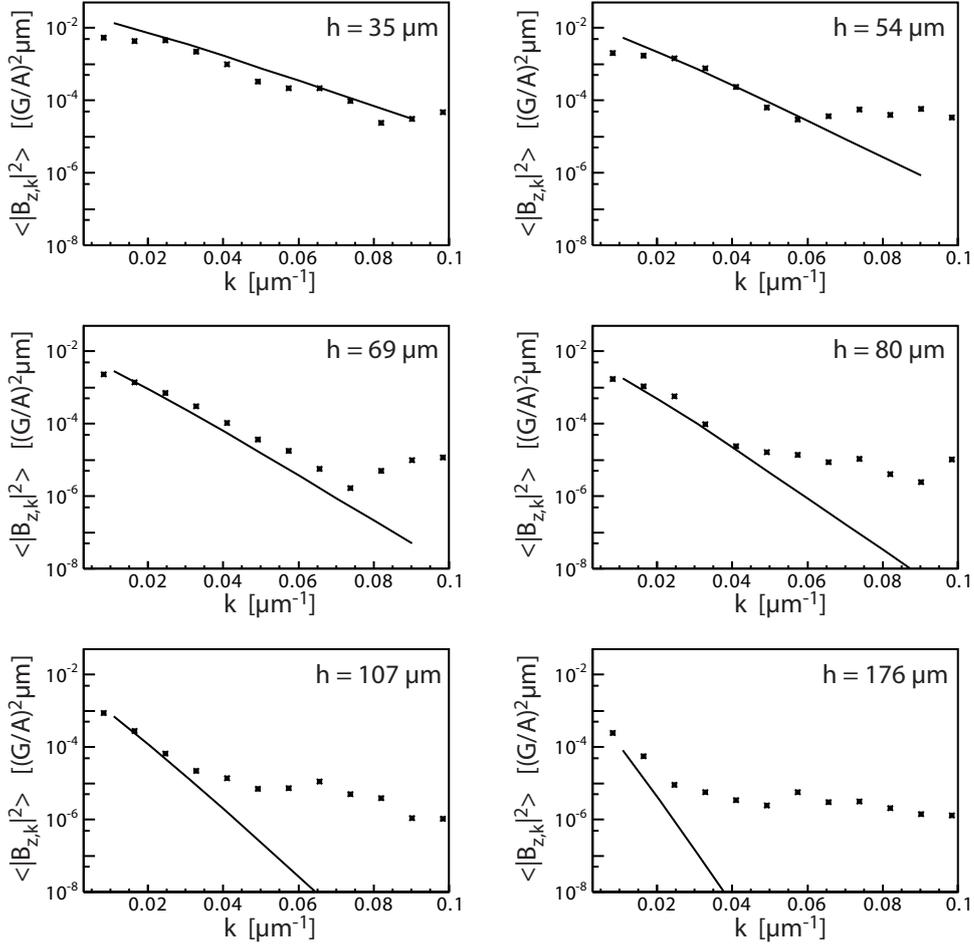


FIG. 8.13 – Densité spectrale de la rugosité du champ magnétique pour différentes hauteurs au-dessus du fil. Les points correspondent à la rugosité mesurée avec les atomes. Les courbes en trait plein correspondent aux densités spectrales calculées à partir de la mesure de la densité spectrale des fluctuations des bords du fil. Les courbes sont en bon accord jusqu'à ce que la mesure avec les atomes soit limitée par le bruit à grand vecteur d'onde.

rugosité de la surface du fil, puissent contribuer à la rugosité du potentiel (voir le deuxième article en annexe pour une discussion détaillée de ce point).

Insistons sur le fait que la détermination du spectre des fluctuations du bord du fil exige d'employer des méthodes de mesure spécifiques. Nous avons vu en effet que les fluctuations qui contribuent majoritairement à la rugosité du potentiel vu par les atomes sont des fluctuations d'amplitude très petite par rapport à leur longueur d'onde. Nous avons montré comment utiliser un grand nombre d'images prises au microscope électronique (qu'il faut ensuite « recoller ») pour pouvoir

accéder avec suffisamment de précision à l'amplitude de ces fluctuations.

Pour une technologie de fabrication donnée, nous pouvons penser que le spectre de rugosité des bords du fil varie peu avec la taille du fil réalisé. Si nous supposons que la densité spectrale des fluctuations des bords du fil est un bruit blanc, nous avons montré que l'amplitude des fluctuations de potentiel varie alors comme $I/h^{5/2}$ en fonction du courant dans le fil et de la hauteur au-dessus du fil [équation 8.25]. Si nous diminuons la taille du fil a et la distance au fil dans le même rapport pour profiter de l'augmentation du confinement exposée au chapitre 4, la rugosité augmente comme $I/a^{5/2}$. En prenant la loi d'échelle pour le courant $I \propto a^{3/2}$, nous obtenons une augmentation de l'amplitude de la rugosité du potentiel en $1/a$. Pour fixer les idées, indiquons qu'un bruit blanc de densité spectrale $10^{-2} \mu\text{m}^3$ donne une rugosité d'amplitude quadratique moyenne de 10 mG à une distance de 10 μm pour un courant de 10 mA. L'amélioration de la qualité des bords du fil est donc déterminante pour pouvoir tirer parti des avantages de la miniaturisation des fils sur les puces atomiques. Nous travaillons actuellement dans cette direction en remplaçant notre première technologie de fabrication utilisant la lithographie optique et l'électrodéposition d'or par une technologie utilisant la lithographie électronique et le dépôt d'or par évaporation (voir chapitre 7).

Role of wire imperfections in micromagnetic traps for atoms

J. Estève,¹ C. Aussibal,¹ T. Schumm,¹ C. Figl,^{1,*} D. Mailly,² I. Bouchoule,¹ C. I. Westbrook,¹ and A. Aspect¹

¹Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMR 8501 du CNRS, 91403 Orsay, France

²Laboratoire de Photonique et de Nanostructures, UPR 20 du CNRS, 91460 Marcoussis, France

(Received 8 March 2004; published 29 October 2004)

We present a quantitative study of roughness in the magnitude of the magnetic field produced by a current carrying microwire, i.e., in the trapping potential for paramagnetic atoms. We show that this potential roughness arises from deviations in the wire current flow due to geometric fluctuations of the edges of the wire: a measurement of the potential using cold trapped atoms agrees with the potential computed from the measurement of the wire edge roughness by a scanning electron microscope.

DOI: 10.1103/PhysRevA.70.043629

PACS number(s): 03.75.Be, 39.25.+k

The use of micro or even nanofabricated electrical devices to trap and manipulate cold atoms has attracted substantial interest, especially since the demonstration of Bose-Einstein condensation using such structures [1,2]. Compact and robust systems for producing BEC's, single mode waveguides and possibly atom interferometers can now be envisaged. The small size of the trapping elements, usually current-carrying wires producing magnetic traps, and the proximity of the atoms to these elements (typically tens of microns), means that many complex and rapidly varying potentials can be designed [3]. This approach has some disadvantages however. On the one hand it has been shown that atoms are sensitive to the magnetic fields generated by thermally fluctuating currents in a metal when they are very close [3–7]. On the other hand, a time independent fragmentation of a cold atomic cloud has been observed when atoms are brought close to a current carrying microwire [4,8,10].

This fragmentation has been shown to be due to a potential roughness arising from distortions of the current flow in the wire [9,11]. It has also been demonstrated experimentally that the effect of these distortions decreases with increasing distance from the wire [10,11]. In an attempt to account for the observations, a theoretical suggestion has been made that the current distortions may be simply due to geometrical deformations, more specifically meanders, of the wire [12]. In this paper we show that for at least one realization of a microfabricated magnetic trap, using electroplating of gold, this suggestion is substantially correct. We have measured the longitudinal density variation of a fragmented thermal cloud of atoms trapped above a wire, and inferred the rough magnetic potential. We have also made scanning electron microscope images of the same wire and measured the profile of the wire edges over the region explored by the atoms. The magnetic potential as a function of position deduced from the edge measurements is in good quantitative agreement with that inferred from the atomic density. We suspect that this result is not unique to our sample or fabrication process and we emphasize the quantitative criterion for the necessary wire quality to be used for atom manipulation.

The wires we use are produced using standard microelectronic techniques. A silicon wafer is first covered by a 200 nm silicon dioxide layer. Next, layers of titanium (20 nm) and gold (200 nm) are evaporated. The wire pattern is imprinted on a 6 μm thick photoresist using optical lithography. Gold is electroplated between the resist walls using the first gold layer as an electrode. After removing the photoresist and the first gold and titanium layers, we obtain electroplated wires of thickness $w_0=4.5 \mu\text{m}$ with a rectangular transverse profile (see Fig. 1). A planarizing dielectric layer (BCB, a benzocyclobutene-based polymer) is deposited to cover the central region of the chip. On top of the BCB, a 200 nm gold layer is evaporated to be used as an optical mirror for light at 780 nm. The distance between the center of the wire and the mirror layer has been measured to be 14(1) μm .

The magnetic trap is produced by a current I flowing through a Z-shaped microwire [13] together with an external uniform magnetic field \mathbf{B}_0 (along the y axis; see Fig. 1) parallel to the chip surface and perpendicular to the central part of the wire. The central part of the Z-wire is 50 μm wide and 2800 μm long. Cold ^{87}Rb atoms, collected in a surface magneto-optical trap, are loaded into the magnetic trap after a stage of optical molasses and optical pumping to the $|F=2, m=2\rangle$ hyperfine state. The trap is then compressed so that efficient forced evaporative cooling can be applied. Finally, the trap is decompressed. Final values of I and B_0 vary from 200 mA to 300 mA and from 3 G to 14 G, respectively, so that the height of the magnetic trap above the wire ranges from 33 μm to 170 μm . An external longitudinal

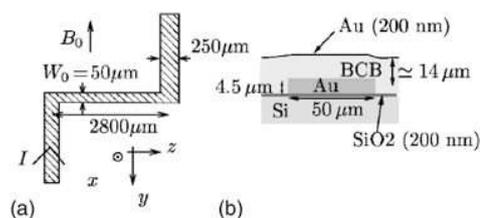


FIG. 1. (a) Z-wire used to produce the magnetic trap. (b) Cross section of the wire in the (xy) plane. The wire is covered with a layer of BCB polymer, and a thin gold layer acting as a mirror. The origin of the coordinate system is taken at the center of the wire.

*Permanent address: Universität Hannover, D 30167 Hannover, Germany.

magnetic field of a few G aligned along z is added to limit the strength of the transverse confinement and to avoid spin flip losses induced by technical noise. For these parameters, the trap is highly elongated along the z axis. The transverse oscillation frequency is typically $\omega_{\perp}/(2\pi)=3.5$ kHz and 120 Hz for traps at $33 \mu\text{m}$ and $170 \mu\text{m}$ from the wire, respectively.

The potential roughness is deduced from measurements of the longitudinal density distribution of cold trapped atoms. The atomic density is probed using absorption imaging after the atoms have been released from the final trap by switching off the current in the Z-wire (switching time smaller than $100 \mu\text{s}$). The probe beam is reflected by the chip at 45° allowing us to have two images of the cloud on the same picture. From images taken just after ($500 \mu\text{s}$) switching off the Z-wire current we infer the longitudinal density $n(z) = \iint dx dy n(x, y, z)$. We also deduce the height of the atoms above the mirror layer from the distance between the two images. The temperature of the atoms is determined by measuring the expansion of the cloud in the transverse direction after longer times of flight (1 to 5 ms).

To infer the longitudinal potential experienced by the atoms, we assume the potential is given by

$$V(x, y, z) = V_z(z) + V_{\text{harm}}(x, y), \quad (1)$$

where $V_{\text{harm}}(x, y)$ is a transverse harmonic potential. Under this separability assumption, the longitudinal potential is directly obtained from the measured longitudinal density of a cloud at thermal equilibrium using the Boltzmann law $V_z(z) = -k_B T \ln[n(z)]$. To maximize the sensitivity to the longitudinal potential variations, we choose a temperature of the same order as the variations ($T \approx 0.4 \mu\text{K}$ for traps at $170 \mu\text{m}$ from the wire and $T \approx 2.2 \mu\text{K}$ for traps at $33 \mu\text{m}$ from the wire). The separability assumption has been checked experimentally by deducing a z -dependent oscillation frequency from the rms width of the transverse atomic density at different positions. At $33 \mu\text{m}$ from the wire, there is no evidence of a varying oscillation frequency. At a height of $170 \mu\text{m}$ above the chip, over a longitudinal extent of $450 \mu\text{m}$, we deduce a variation of the transverse oscillation frequency of about 13%. In this case, the assumption of separability introduces an error of $0.2k_B T$ in the deduced potential.

The potential experienced by the atoms is $V = \mu_B |\vec{B}|$. To a very good approximation, the magnetic field at the minimum of V_{harm} is along the z axis (for our parameters, the deviation from the z axis is computed to be always smaller than 1 mrad) so that the longitudinal potential is given by $V_z(z) = \mu_B B_z(z)$. For a perfect Z-wire, the longitudinal potential is solely due to the arms of the wire and has a smooth shape. However, we observe a rough potential which is a signature for the presence of an additional spatially fluctuating longitudinal magnetic field. A spatially fluctuating transverse magnetic field of similar amplitude would give rise to transverse displacement of the potential which is undetectable with our imaging resolution and small enough to leave our analysis unchanged.

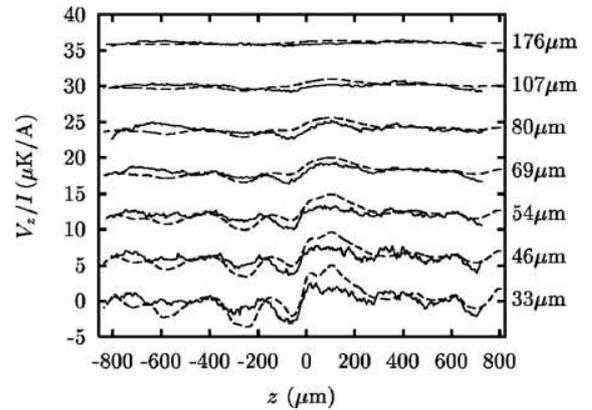


FIG. 2. Rough potentials normalized to the current in the Z-shaped wire for different heights from the wire. Solid lines: potentials measured using cold atomic clouds. Dashed lines: potentials calculated from the measured geometric roughness of the edges of the wire. The different curves have been shifted by $6 \mu\text{K}/\text{A}$ from each other.

In the following, we present the data analysis which enables us to extract the longitudinal potential roughness. In order to have a large statistical sample and to gain access to low spatial frequencies, one must measure the potential roughness over a large fraction of the central wire. In our experiment, however, the longitudinal confinement produced by the arms of the Z-wire itself is too strong to enable the atomic cloud to spread over the full extent of the central wire. To circumvent this difficulty, we add an adjustable longitudinal gradient of B_z which shifts the atomic cloud along the central wire. We then measure the potential above different zones of the central wire. We typically use four different spatial zones which overlap each other by about $200 \mu\text{m}$. We then reconstruct the potential over the total explored region by subtracting gradients from the potentials obtained in the different zones. Those gradients are chosen in order to minimize the difference between the potentials in the regions where they overlap.

We are interested in those potential variations which differ from the smooth confining potential due to the arms of the wire. We thus subtract the expected confining potential of an ideal wire from the reconstructed potential. To find the expected potential, we model the arms of the Z by two infinitesimally thin, semi-infinite wires of width $250 \mu\text{m}$, separated by a distance l and assume a uniform current distribution. We fit each reconstructed potential to the sum of the result of the model and a gradient, using the gradient, l and the distance h above the wire as fitting parameters. The fitted values of l differ by a few percent from the nominal value 2.8 mm , while we find $h = 13(1) \mu\text{m} + d$ where d is the distance from the mirror as measured in the trap images. This result is consistent with the measured $14 \mu\text{m}$ thickness of the BCB layer.

The potential which remains after the above subtraction procedure is plotted for different heights in Fig. 2. For a fixed trap height h (fixed ratio l/B_0), we have checked that the potential is proportional to the current in the wire; therefore we normalize all measurements to the wire current.

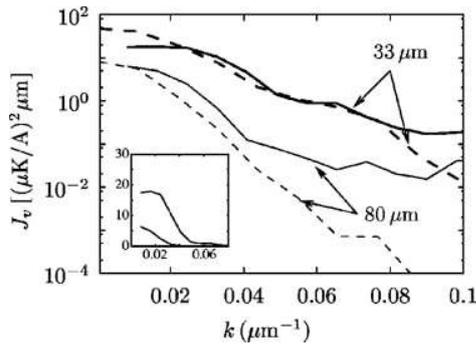


FIG. 3. Potential spectral density $J_v = 1/(2\pi f^2) \int_{-\infty}^{\infty} \langle V_z(z) V_z(z+u) \rangle e^{iku} du$ at $33 \mu\text{m}$ from the wire (fat lines) and at $80 \mu\text{m}$ from the wire (thin lines). Solid lines: potential measured using cold atomic clouds; the inset shows the curves on a linear scale. Dashed lines: potentials calculated from the measured geometric fluctuations of the edges of the wire. These estimations of the spectral density are made with the Welch algorithm [14] using windows half the size of the total explored region (1.6 mm)

The most obvious observation is that the amplitude of the roughness decreases as one gets further away from the wire. The spectral density of the potential roughness is shown in Fig. 3 for two different heights above the wire. We observe that the spectrum gets narrower as the distance from the wire increases (see inset in Fig. 3). This is expected since fluctuations of wavelength much smaller than the height above the wire are averaged to zero. At high wave vectors ($k > 0.07 \mu\text{m}^{-1}$ at $33 \mu\text{m}$ and $k > 0.04 \mu\text{m}^{-1}$ at $80 \mu\text{m}$) the spectrum exhibits plateaus which we interpret as instrumental noise. We expect this noise level to depend on our experimental parameters such as temperature, current and atomic density. Qualitatively, smaller atom-wire distances, which are analyzed with higher temperatures should result in higher plateaus. This is consistent with the observation.

In the following we evaluate the rough potential due to edge fluctuations of the central wire. For this purpose, the edges of the wire are imaged using a scanning electron microscope (SEM), after removal of the BCB layer by reactive ion etching. Figure 4(a) indicates that the function f , which gives the deviation of the position of the wire edge from the mean position $y = \pm W_0/2$, is roughly independent of x . We make the approximation that f depends only on z . We deduce f from SEM images taken from above the wire [see Fig. 4(b)]. To resolve f , whose rms amplitude is only $0.2 \mu\text{m}$, we use fields of view as small as $50 \mu\text{m}$. The function f is reconstructed over the entire length of the central wire using many images having about $18 \mu\text{m}$ overlaps. As shown in Fig. 4(c), several length scales appear in the spectrum. There are small fluctuations of correlation length of about 100 nm and, more importantly, fluctuations of a larger wavelength (60 to $1000 \mu\text{m}$).

The geometric fluctuations of the edges of the wire induce a distortion of the current flow which produces a longitudinal magnetic field roughness responsible for a potential roughness. To compute the current density in the wire, we assume a uniform resistivity inside the wire. We also assume that

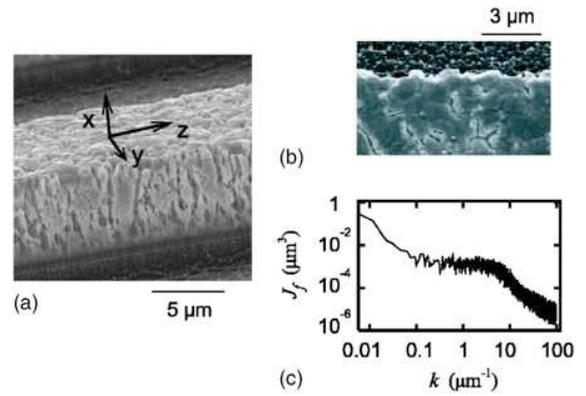


FIG. 4. Imperfections of the edges of the wire. In the SEM image of the wire taken from the side (a), one can see that the edge deviation function f is roughly independent of x . (c) Spectral density of f extracted from SEM images taken from the top as in (b).

fluctuations are small enough to make the current density distortion linear in $f_{L/R}$, where $f_{L/R}$ are the fluctuations of the left and right edge of the wire respectively. The current density is in the yz plane and, because the rough potential is proportional to the longitudinal magnetic field, we are only interested in its y component, j_y . Because of symmetry, only the part of $j_y(z, y)$ which is even in y contributes to B_z in the xz plane. Thus, only the symmetric component $f^+ = 1/2(f_L + f_R)$ is considered. The Fourier component $f^+(k)$ of f^+ induces a transverse current density [12]

$$j_y^+(k, y) = ikf^+(k) \frac{I}{W_0 u_0} \frac{\cosh(ky)}{\cosh(kW_0/2)}. \quad (2)$$

As the distances from the wire we consider (33 to $176 \mu\text{m}$) are much larger than the thickness of the wire $u_0 = 4.5 \mu\text{m}$ we will in the following assume an infinitely flat wire. To efficiently compute the longitudinal magnetic field produced by these current distortions, we use the expansion on the modified Bessel functions of second kind $K_n(kx)$, which is valid for $x > W_0/2$. This expansion is, in the xz plane,

$$B_z(k, x) = - \sum_{n \geq 0} k [c_{2n}(k) + c_{2n+2}(k)] K_{2n+1}(kx), \quad (3)$$

where

$$c_{2n}(k) = (-1)^n \frac{\mu_0}{\pi} u_0 \int_0^{W_0/2} I_{2n}(ky) j_y^+(k, y) dy, \quad (4)$$

I_n being the modified Bessel function of the first kind. For small wave numbers k such that $kW_0 \ll 1$, one expects the c_n coefficients to decrease rapidly with n . Indeed, for $kr \ll 1$, $I_n(kr) \approx (kr)^n / (2^n n!)$. In our data analysis, only k wave vectors smaller than $0.07 \mu\text{m}^{-1}$ are considered for which $kW_0/2 < 0.8$ so we expect the c_n coefficients to decrease rapidly with n . In the calculations, only the terms up to $n=20$ are used.

Equations (2), (4), and (3) then allow us to compute the fluctuating potential from the measured function f . In Fig. 3, we plot the spectral density of the potential roughness calculated from f for two different heights above the wire (33 and

80 μm) and compare it with those obtained from the potential measured with the atoms. For both heights, and for wave vectors small enough so that the measurements made with the atoms are not limited by experimental noise, the two curves are in good agreement. As we have measured the f function on the whole region explored by the atoms, we can compute directly the expected potential roughness. In Fig. 2, this calculated potential roughness is compared with the roughness measured with the atoms for different heights above the wire. Remarkably the potential computed from the wire edges and the one deduced from the atomic distributions have not only consistent spectra but present well correlated profiles. We thus conclude that the potential roughness is due to the geometric fluctuations of the edges of the wire. The good agreement between the curves also validates the assumption of uniform conductivity inside the wire used to compute the current distortion flow.

In conclusion, we have shown that the potential roughness we observe can be attributed to the geometric fluctuations of the wire edges. Fluctuations at low wave vectors, responsible for most of the potential roughness, correspond to wire edge fluctuations of very small amplitude compared to their correlation length. We emphasize that a quantitative evaluation of these wire roughness components demands dedicated measurement methods.

Furthermore, wire edge fluctuations put a lower limit on the possibility of down-scaling atom chips. For a given fabrication technology the wire edge fluctuations are expected to be independent of the wire width W_0 . Thus assuming a white noise spectrum, the normalized potential roughness V_{rms}/I varies as $1/W_0^{5/2}$ for fixed ratio h/W_0 , h being the distance to the wire [12]. In order to reduce the potential roughness, one must pay careful attention to edge fluctuations when choosing a fabrication process. For example, we are currently investigating electron beam lithography followed by gold evaporation. Preliminary measurements indicate a reduction of the spectral density of the wire edge fluctuations by at least two orders of magnitude for wave vectors ranging from $0.1 \mu\text{m}^{-1}$ to $10 \mu\text{m}^{-1}$. This should allow us to reduce the spectral density of the potential roughness by the same factor unless a new as yet unobserved phenomenon such as bulk inhomogeneity sets a new limit on atom chip down-scaling [15].

We thank C. Henkel and H. Nguyen for helpful discussions. This work was supported by the EU (IST-2001-38863, MRTN-CT-2003-505032), by DGA (03.34.033), and by the French Ministry of Research (Action Concertée “Nanosciences-Nanotechnologies”).

-
- [1] W. Hänsel, P. Hommelhoff, T. W. Hänsch, and J. Reichel, *Nature (London)* **413**, 498 (2001).
 [2] H. Ott, J. Fortágh, G. Schlotterbeck, A. Grossmann, and C. Zimmermann, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 230401 (2001).
 [3] R. Folman *et al.*, *Adv. At., Mol., Opt. Phys.* **48**, 263 (2002), and references therein.
 [4] J. Fortágh, H. Ott, S. Kraft, A. Gunther, and C. Zimmermann, *Phys. Rev. A* **66**, 041604 (2002).
 [5] M. P. A. Jones *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 080401 (2003).
 [6] Y. J. Lin, I. Teper, C. Chin, and V. Vuletic, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 050404 (2004).
 [7] D. Harber, J. McGuirk, J. Obrecht, and E. Cornell, *J. Low Temp. Phys.* **133**, 229 (2003).
 [8] A. E. Leanhardt *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 040401 (2002).
 [9] A. E. Leanhardt *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 100404 (2003).
 [10] M. P. A. Jones *et al.*, *J. Phys. B* **37**, L15 (2004).
 [11] S. Kraft *et al.*, *J. Phys. B* **35**, L469 (2002).
 [12] D. Wang, M. Lukin, and E. Demler, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 076802 (2004).
 [13] J. Reichel, W. Hänsel, and T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3398 (1999).
 [14] P. D. Welch, *IEEE Trans. Audio Electroacoust.* **AU-15**, 70 (1967).
 [15] Measurements by the Heidelberg group of an atom chip produced by photolithography and gold evaporation indicates reduced potential roughness compared to other observations. J. Schmiedmayer (private communication); S. Groth *et al.*, e-print cond-mat/0404141.

Atom chips in the real world: the effects of wire corrugation

T. Schumm¹, J. Estève¹, C. Figl^{1a}, J.-B. Trebbia¹, C. Aussibal¹, H. Nguyen¹, D. Maily², I. Bouchoule¹, C. I. Westbrook¹ and A. Aspect¹

¹ Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, UMR 8501 du CNRS, 91403 Orsay Cedex, France

² Laboratoire de Photonique et de Nanostructures, UPR 20 du CNRS, 91460 Marcoussis, France

the date of receipt and acceptance should be inserted later

Abstract. We present a detailed model describing the effects of wire corrugation on the trapping potential experienced by a cloud of atoms above a current carrying micro wire. We calculate the distortion of the current distribution due to corrugation and then derive the corresponding roughness in the magnetic field above the wire. Scaling laws are derived for the roughness as a function of height above a ribbon shaped wire. We also present experimental data on micro wire traps using cold atoms which complement some previously published measurements and which demonstrate that wire corrugation can satisfactorily explain our observations of atom cloud fragmentation above electroplated gold wires. Finally, we present measurements of the corrugation of new wires fabricated by electron beam lithography and evaporation of gold. These wires appear to be substantially smoother than electroplated wires.

PACS. 39.25.+k Atom manipulation (scanning probe microscopy, laser cooling, etc.) – 03.75.Be Atom and neutron optics

1 Introduction

Magnetic traps created by current carrying micro wires have proven to be a powerful alternative to standard trapping schemes in experiments with cold atoms and Bose-Einstein condensates [1,2,3,4,5,6,7]. These so-called "atom chips" combine robustness, simplicity and low power consumption with strong confinement and high flexibility in the design of the trapping geometry. Integrated atom optics elements such as waveguides and atom interferometers have been proposed [8] and could possibly be integrated on a single chip using fabrication techniques known from microelectronics. Quantum information processing with a single atom in a micro trap has also been proposed [9].

Real world limitations of atom chip performance are thus of great interest. Losses and heating of atoms due to thermally excited currents inside conducting materials composing the chip were predicted theoretically [10,11] and observed experimentally soon after the first experimental realizations of atomic micro traps [12,13].

An unexpected problem in the use of atom chips was the observation of a fragmentation of cold atomic clouds in magnetic micro traps [14,5]. Experiments have shown that this fragmentation is due to a time independent roughness in the magnetic trapping potential created by a distortion of the current flow inside the micro wire [15]. It has also been demonstrated that the amplitude of this roughness

increases as the trap center is moved closer to the micro wire [16]. Fragmentation has been observed on atom chips built by different micro fabrication processes using gold [17] and copper wires [14,5], and on more macroscopic systems based on cylindrical copper wires covered with aluminum [16] and micro machined silver foil [18]. The origin of the current distortion inside the wires causing the potential roughness is still not known for every system.

In a recent letter [17], we experimentally demonstrated that wire edge corrugation explains the observed potential roughness (as theoretically proposed in [19]) in at least one particular realization of a micro trap. In this paper, we will expand on our previous work giving a more detailed description of the necessary calculations as well as presenting a more complete set of experimental observations. We emphasize that extreme care has to be taken when fabricating atom chips, and that high quality measurements are necessary to evaluate their flatness in the frequency range of interest. We will discuss the influence of corrugations both on the edges as well as on the surface of the wire and give scaling laws for the important geometrical quantities like atom wire separation and wire dimensions. We will also present preliminary measurements on wires using improved fabrication techniques.

The paper is organized as follows. In section 2, we give a brief introduction to magnetic wire traps and emphasize that the potential roughness is created by a spatially fluctuating magnetic field component parallel to the wire. In section 3, we give a general framework to calculate the

^a Present address: Universität Hannover, D 30167 Hannover, Germany

rough potential created by any current distortion in the wire. A detailed calculation of the current flow distortion due to edge and surface corrugations on a rectangular wire is presented in section 4. In section 5, we apply these calculations to the geometry of a flat wire, widely used in experiments. Edge and surface effects are compared for different heights above the wire and we present important scaling laws that determine the optimal wire size for a given fabrication quality. In section 6 and 7, we show measurements of the spectra of edge and surface fluctuations for two types of wires produced by different micro fabrication methods: optical lithography followed by gold electroplating and direct electron beam lithography followed by gold evaporation. We also present measurements of the rough potential created by a wire of the first type using cold trapped Rubidium atoms.

2 Magnetic micro traps

The building block of atom chip setups is the so-called side wire guide [8]. The magnetic field created by a straight current carrying conductor along the z axis combined with an homogeneous bias field B_0 perpendicular to the wire creates a two-dimensional trapping potential along the wire (see figure (1)). The total magnetic field cancels on a line located at a distance x from the wire and atoms in a low field seeking state are trapped around this minimum. For an infinitely long and thin wire, the trap is located at a distance $x = \mu_0 I / (2\pi B_0)$. To first order, the magnetic field is a linear quadrupole around its minimum. If the atomic spin follows adiabatically the direction of the magnetic field, the magnetic potential seen by the atoms is proportional to the magnitude of the magnetic field. Consequently, the potential of the side wire guide grows linearly from zero with a gradient B_0/x as the distance from the position of the minimum increases.

For a straight wire along z , all magnetic field vectors are in the (x, y) plane. Three dimensional trapping can be obtained by adding a spatially varying magnetic field component B_z along the wire. This can be done by bending the wire, so that a magnetic field component along the central part of the wire is created using the same current. Alternatively, separate chip wires or even macroscopic coils can be used to provide trapping in the third dimension.

For a realistic description of the potential created by a micro wire, its finite size has to be taken into account. Because of finite size effects, the magnetic field does not diverge but reaches a finite value at the wire surface. For a square shaped wire of height and width a carrying a current I , the magnetic field saturates at a value proportional to I/a , the gradient reaches a value proportional to I/a^2 . Assuming a simple model of heat dissipation, where one of the wire surfaces is in contact with a heat reservoir at constant temperature, one finds the maximal applicable current to be proportional to $a^{3/2}$ [20]. Therefore, the maximal gradient that can be achieved is proportional to $1/\sqrt{a}$. This shows that bringing atoms closer to smaller wires carrying smaller currents still increases the magnetic

confinement, which is the main motivation for miniaturizing the trapping structures. However the magnetic field roughness arising from inhomogeneities in the current density inside the wire also increases as atoms get closer to the wire. This increase of potential roughness may prevent the achievement of high confinement since the trap may become too corrugated.

Before turning to the calculations of the rough magnetic field, we emphasize that only the z component of the magnetic field is relevant to the potential roughness. A variation of the magnetic field in the (x, y) plane will cause a negligible displacement of the trap center, whereas a varying magnetic field component B_z modifies the longitudinal trapping potential, creating local minima in the overall potential [17].

3 Calculation of the rough magnetic field created by a distorted current flow in a wire

In this section, we present a general calculation of the extra magnetic field due to distortions in the current flow creating the trapping potential. By \mathbf{j} we denote the current density that characterizes the distortion in the current flow. The total current density \mathbf{J} is equal to the sum of \mathbf{j} and the undisturbed flow $j_0 \mathbf{e}_z$. As the longitudinal potential seen by the atoms is proportional to the z component of the magnetic field, we restrict our calculation to this component. We thus have to determine the x and y component of the vector potential \mathbf{A} from which the magnetic field derives. In the following, we consider the Fourier transform of all the quantities of interest along the z axis which we define by

$$A_{l,k}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi L}} \int A_l(x, y, z) e^{-ikz} dz, \quad (1)$$

where we have used the vector potential as an example and l stands for x or y , L being the length of the wire. We choose this definition so that the power spectral density of a quantity coincides with the mean square of its Fourier transform :

$$\frac{1}{2\pi} \int e^{ikz} \langle A_l(z) A_l(0) \rangle dz = \langle |A_{l,k}|^2 \rangle. \quad (2)$$

The vector potential satisfies a Poisson equation with a source term being proportional to the current density in the wire. Thus the Fourier component $A_{l,k}$ satisfies the following time independent heat equation

$$\left(\frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} \right) A_{l,k} - k^2 A_{l,k} = -\mu_0 j_{l,k}. \quad (3)$$

where j_l is one component of the current density \mathbf{j} . In the following, we use cylindrical coordinates defined by $x = r \cos(\varphi)$ and $y = r \sin(\varphi)$. Outside the wire, the right hand side of equation (3) is zero. The solution of this 2D heat equation without source term can be expanded in a basis of functions with a given "angular momentum"

n , the radial dependence of the solution being therefore a linear combination of modified Bessel functions of the first kind I_n and of the second kind K_n . Thus expanding $A_{l,k}$ on this basis, we obtain the following linear combination for the vector potential

$$A_{l,k}(r, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} c_{l,n}(k) e^{i n \varphi} K_n(k r) . \quad (4)$$

We retain only the modified Bessel functions of the second kind, since the potential has to go to zero as r goes to infinity. The $c_{l,n}(k)$ coefficients are imposed by equation (3), and can be determined using the Green function of the 2D heat equation [21]. We obtain

$$c_{l,n}(k) = -\frac{\mu_0}{2\pi} \iint I_n(k r) e^{-i n \varphi} j_{l,k}(\varphi, r) r dr d\varphi . \quad (5)$$

Taking the curl of the vector potential and using the relations $K'_n = -(K_{n-1} + K_{n+1})/2$ and $2n K_n(u)/u = -K_{n-1} + K_{n+1}$, we obtain the z component of the magnetic field from equation (4)

$$B_{z,k} = -\frac{k}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [c_{y_{n-1}}(k) + c_{y_{n+1}}(k)] K_n(k r) e^{i n \varphi} - i \frac{k}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [c_{x_{n-1}}(k) - c_{x_{n+1}}(k)] K_n(k r) e^{i n \varphi} . \quad (6)$$

This expression is valid only for r larger than r_0 , the radius of the cylinder that just encloses the wire. At a given distance x from the wire, we expect that only fluctuations with wavelengths larger or comparable to x contribute to the magnetic field, since fluctuations with shorter wavelengths average to zero. Therefore we can simplify expression (6) assuming we calculate the magnetic field above the center of the wire ($\varphi = 0$) for x much larger than r_0 . The argument of I_n in equation (5) is very small in the domain of integration and we can make the approximation $I_n(k r) \simeq (k r)^n / (2^n n!)$. This shows that the $c_{l,n}$ coefficients decrease rapidly with n . Keeping only the dominant term of the series in equation (6), we obtain

$$B_{z,k}(x) \simeq -\frac{c_{y_0}(k)}{k} \times [k^2 K_1(k x)] . \quad (7)$$

We will see in the next section that the first factor of this expression, characterizing the distortion flow, is proportional to the power spectral density of the wire corrugation. The second factor peaks at $k \simeq 1.3/x$ justifying the expansion. Fluctuations with a frequency much smaller or much larger than $1/x$ are filtered out and do not contribute. As we approach the wire, more and more terms have to be added in the series of equation (6) to compute the magnetic field. We emphasize that the expressions derived in equations (6) and (7) are general for any distorted current flow that may arise from bulk inhomogeneities or edge and surface corrugations.

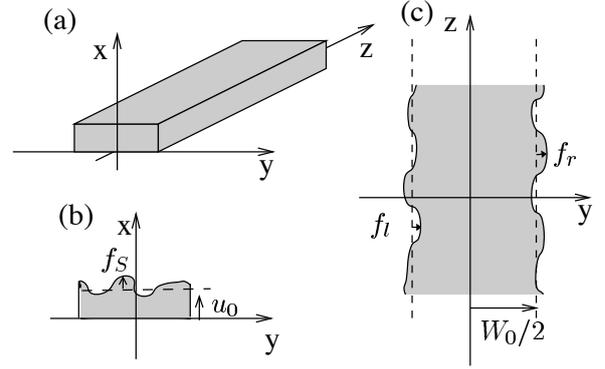


Fig. 1. Rectangular wire considered in this paper. The edge roughness and the top surface roughness are illustrated in (c) and (b) respectively.

4 Calculation of the distorted current flow in a corrugated wire

We now turn to the calculation of the distortion in the current flow due to wire edge and surface corrugations in order to determine the associated $c_{l,n}$ coefficients. We suppose the wire has a rectangular cross section of width W_0 and height u_0 as shown on figure (1). Let us first concentrate on the effect of corrugations of the wire edges, which denote the borders perpendicular to the substrate. Figure (2) shows that, in our samples, these fluctuations are almost independent of the direction x both for wires deposited by electrodeposition and by evaporation. We believe this result to be general for wires fabricated by a lithographic process, since any defect in the mask or in the photoresist is projected all along the height of the wire during the fabrication process. Thus, in the following, the function $f_{r/l}$ that describes the deviation of the right (respectively left) wire edge from $\pm W_0/2$ is assumed to depend only on z .

Conservation of charge and Ohm's law give $\nabla \mathbf{J} = 0$ and $\mathbf{J} = -\chi \nabla V$ where χ is the electrical conductivity and V the electrostatic potential. We will make the approximation that χ is uniform inside the wire. In this case V satisfies the Laplace equation $\Delta V = 0$. As we are interested in deviations from the mean current density $j_0 = I/(u_0 W_0)$, we introduce the electric potential $v = V - j_0 z / \chi$ which is equal to zero in the absence of deviations. From what we have said above, v only depends on y and z and satisfies the 2D Laplace equation. The boundary conditions for the current density on the wire edge impose the current to be parallel to the wire edge. Thus v satisfies

$$\frac{df_{r/l}}{dz}(z) \times \left[j_0 - \chi \frac{\partial v}{\partial z}(y = \pm W_0/2 + f_{r/l}, z) \right] = -\chi \frac{\partial v}{\partial y}(y = \pm W_0/2 + f_{r/l}, z) . \quad (8)$$

In the following we assume the amplitude of $f_{r/l}$ to be small enough so we can make an expansion to first order in $f_{r/l}$ of both terms. We then obtain a linear relation

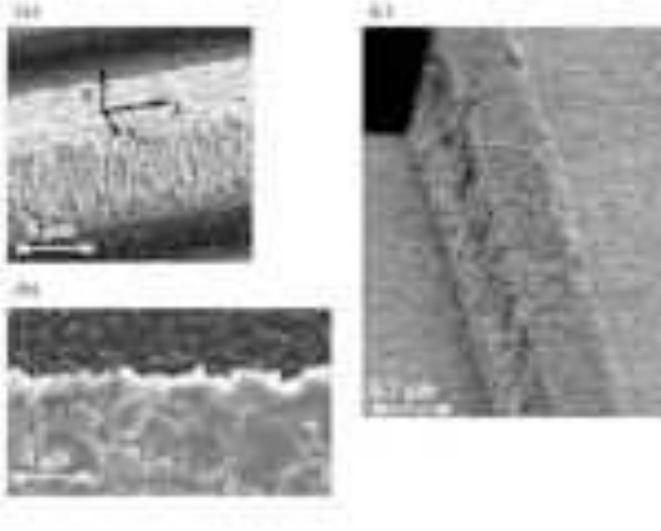


Fig. 2. Scanning electron microscope images of micro fabricated wires. Side view (a) and top view (b): electroplated gold wire of width $50 \mu\text{m}$ and height $4.5 \mu\text{m}$ fabricated using optical lithography. Side view (c): evaporated gold wire of width and height $0.7 \mu\text{m}$ fabricated using electron beam lithography.

between $v(\pm W_0/2, z)$ and $f_{r/l}(z)$ which in Fourier space can be written as

$$i k j_0 f_{r/l,k} = -\chi \frac{\partial v_k}{\partial y}(y = \pm W_0/2). \quad (9)$$

The potential v satisfies the 2D Laplace equation, so the k component $v_k(y)$ is a linear combination of e^{+ky} and e^{-ky} . The two coefficients are imposed by the two boundary conditions of equation (9). To complete the calculation of these two coefficients, we introduce the symmetric component $f^+ = (f_r + f_l)/2$ and antisymmetric component $f^- = (f_r - f_l)/2$ of the wire edge fluctuations. Going back to the current density, we obtain

$$j_{y,k} = i k j_0 \left(\frac{\cosh(ky)}{\cosh(kW_0/2)} f_k^+ + \frac{\sinh(ky)}{\sinh(kW_0/2)} f_k^- \right). \quad (10)$$

We note that the symmetric part (first term) of the current deviation is maximal near the wire edges for components with a wave vector large compared to $1/W_0$. On the other hand, the components with a small wave vector are constant over the width of the wire.

We now turn to the calculation of the current distortions due to surface corrugation. We assume the bottom surface to be flat, since the wire is supposed to be fabricated on a flat substrate. We denote by f_S the fluctuations of the height of the wire from its mean value u_0 (see figure (1)). We follow the same procedure as for the calculation of the effect of the wire edge fluctuations. Now v is the electrical potential associated with the current density j due to the surface corrugation. It depends on x , y and z and satisfies the 3D Laplace equation. To first order in f_S , the boundary conditions of a current tangent to the

surface of the wire are

$$\begin{cases} \chi \frac{\partial v}{\partial x}(x = u_0, y, z) + j_0 \frac{\partial f_S}{\partial z}(z) = 0 \\ \chi \frac{\partial v}{\partial x}(x = 0, y, z) = 0. \end{cases} \quad (11)$$

and

$$\frac{\partial v}{\partial y}(x, y = \pm W_0/2, z) = 0. \quad (12)$$

Symmetry arguments show that only the part of $f_S(y, z)$ which is odd in y contributes to the magnetic field along z in the plane $y = 0$. An even component of f_S produces currents which are symmetric under inversion with respect to the plane $y = 0$. Therefore, they cannot contribute to B_z in this plane. Thus, only the Fourier components

$$f_{S_{k,m}}(x) = \iint \frac{dy dz}{\pi \sqrt{2L W_0}} e^{-ikz} \sin(2m\pi y/W_0) f(y, z) \quad (13)$$

contribute. We choose this definition of the Fourier component $f_{S_{k,m}}$ so that $\langle |f_{S_{k,m}}|^2 \rangle$ is equal to the 2-dimensional spectral density of f_S . To obtain the electric potential produced by a given component $f_{S_{k,m}}$ we use the expansion

$$\sin(2m\pi y/W_0) = \sum_{p=0}^{\infty} \gamma_{m,p} \sin((2p+1)\pi y/W_0), \quad (14)$$

where

$$\gamma_{m,p} = \frac{-8m}{\pi} \frac{(-1)^{m+p}}{(2(m+p)+1)(2(p-m)+1)}, \quad (15)$$

valid for $y \in [-W_0/2, W_0/2]$. Each p Fourier component induces an electrical potential $v_{k,m,p}$ and, since v satisfies the Laplace equation, $v_{k,m,p}(x)$ is a linear combination of $e^{+\nu_p x}$ and $e^{-\nu_p x}$ where $\nu_p = \sqrt{k^2 + ((2p+1)\pi/W_0)^2}$. The boundary conditions on the surfaces $x = 0$ and $x = u_0$ determine the coefficients and we obtain

$$-\chi v_{k,m,p} = i k j_0 f_{S_{k,m}} \gamma_{m,p} \frac{\cosh(\nu_p x)}{\sinh(\nu_p u_0)} \frac{1}{\nu_p} \sin((2p+1)\pi y/W_0). \quad (16)$$

With the choice of the expansion (14), the boundary conditions on $y = \pm W_0/2$ are satisfied by each term. Finally, we obtain the current density distribution

$$\begin{cases} j_{x_{k,m}}(x, y) = 2ik f_{S_{k,m}} j_0 \sqrt{\frac{\pi}{W_0}} \\ \quad \sum_{p=0}^{\infty} \left(\gamma_{m,p} \frac{\sinh(\nu_p x)}{\sinh(\nu_p u_0)} \sin((2p+1)\pi y/W_0) \right) \\ j_{y_{k,m}}(x, y) = 2ik f_{S_{k,m}} j_0 \sqrt{\frac{\pi}{W_0}} \\ \quad \sum_{p=0}^{\infty} \left(\gamma_{m,p} \frac{\cosh(\nu_p x)}{\sinh(\nu_p u_0)} \frac{(2p+1)\pi}{\nu_p W_0} \cos((2p+1)\pi y/W_0) \right) \end{cases} \quad (17)$$

The Fourier component j_{l_k} is obtained by summing the previous expressions for $m = 1, \dots, \infty$.

5 Rough potential of a ribbon shaped wire

In this section, we combine the results of the two previous sections to compute the z component of the rough magnetic field in the specific case of a flat rectangular wire ($u_0 \ll W_0$). This simplification enables us to obtain analytical results for a system that is widely used in experiments [1,2,3,5,7,18].

We do the calculation on the x axis for $x > W_0/2$. Since the wire is considered as flat, we replace the volume current density \mathbf{j} by a surface current density $\sigma = \int \mathbf{j} dx$. Then we can rewrite the c_{l_n} coefficients as

$$c_{l_n}(k) = -\frac{\mu_0}{2\pi} (-i)^n \int_0^{W_0/2} dy I_n(ky) [\sigma_{l,k}(y) + (-1)^n \sigma_{l,k}(-y)]. \quad (18)$$

We will first study the effect of wire edge fluctuations and give universal behaviors for the magnetic field roughness. We will then concentrate on the effect of the top surface roughness. We will compare the relative importance of the two effects and point out important consequences for the design of micro wires.

5.1 Effect of wire edge roughness

Let us first study the effect of wire edge fluctuations. Here we derive the same results as [19] in a different way. The distorted current flow has no component along the x axis. The expression of the rough magnetic field is then given by the first sum of equation (6). Taking $\varphi = 0$, we can rearrange this sum using the equalities $K_n(kr) = K_{-n}(kr)$ and $c_{y_{-n}} = (-1)^n c_{y_n}$ (see equation (18)), we then obtain

$$B_{z,k} = -k \sum_{n=0}^{\infty} (c_{y_{2n}}(k) + c_{y_{2n+2}}(k)) K_{2n+1}(kr). \quad (19)$$

Since only the c_{y_n} with even n contribute, we see from equation (18) that only the symmetric part of the current density participates to the magnetic field. This is what we expect from a simple symmetry argument. For the $c_{y_{2n}}$ coefficients we obtain

$$c_{y_{2n}} = (-1)^{n+1} \frac{\mu_0 I}{\pi W_0} i k f_k^+ \times \int_0^{W_0/2} I_{2n}(ky) \frac{\cosh(ky)}{\cosh(kW_0/2)} dy \quad (20)$$

As pointed out in the previous section, the sum over the angular momenta n in equation (19) converges rapidly with n if $x \gg W_0$. More precisely, the dominant term proportional to $K_1(kx)$ gives the correct result within 10% as soon as $x > 1.5 W_0$. As x approaches 0, more and more terms contribute, and for $x = W_0/2$, 20 terms have to be taken into account to reach the same accuracy.

We now derive the response function of the magnetic field to the wire edge fluctuation which we define as $R(k, x) = |B_{z,k}/f_k^+|^2$. As we already noticed in the previous section, far away from the wire ($x \gg W_0$), only wave

vectors $k \ll 1/W_0$ are relevant. Then we can approximate the integral in equation (20) by expanding the integrand to zeroth order in ky . Keeping the dominant term in the series that defines the magnetic field, we obtain the following expression for the response function

$$R(k, x) \simeq \frac{(\mu_0 I)^2}{4\pi^2 x^4} (kx)^4 K_1^2(kx). \quad (21)$$

For a given height x , as k increases, this function increases from zero as k^2 , peaks at $k = 1.3/x$ and finally tends exponentially to zero. This behavior can be understood as follows. At low wave vectors, the angle between the direction of the distorted current flow and the z axis tends to zero, thus the contribution of these components becomes negligible. At high wave vectors, fluctuations with a wavelength shorter than the distance to the wire average to zero.

To check the validity of equation (21), we plot the dimensionless function $R(k, x)/[(\mu_0 I)^2/(4\pi^2 x^4)]$ for different ratios x/W_0 in figure (3). The limit function corresponds to a configuration where the distorted current flow is concentrated on the line $x = y = 0$. For a smaller distance from the wire, the finite width of the wire becomes important and $R(k, x)$ differs from the expression (21). The amplitude is smaller and the peak is shifted to a lower frequency. These effects are due to the fact that as x decreases, the distance to the borders of the wire decreases less rapidly than the distance to the central part of the wire because of the finite width of the wire. Furthermore, because corrugations of high wave vector produce a current density localized near the wire border, their decrease in amplitude is more pronounced.

Assuming a white power spectrum of the wire edge corrugations with a spectral density J_e^+ , we can integrate the equation (21) over the whole spectral range. We then find the following scaling law for the rms fluctuations of B_z with the atom-wire distance x :

$$\langle B_z^2 \rangle = J_e^+ \frac{(\mu_0 I)^2}{x^5} \times 0.044. \quad (22)$$

This expression is valid for $x \gg W_0$, the numerical factor has been found by a numerical integration of equation (21). Figure (4) shows that this expression is valid within 10% as soon as $x > 2W_0$. For smaller distances x , the fluctuations of magnetic field increase more slowly and tends to a constant. Note that here J_e^+ is the spectral density of f^+ . For edges with independent fluctuations, $J_e^+ = J_e/2$ where J_e is the spectral density of each wire edge. The asymptotic behavior of $\langle B_z^2 \rangle$ was first derived in [19].

5.2 Effect of top surface corrugation

We now consider the effect of corrugations of the top surface of the wire. As shown in equation (17), it induces both a current along the x and y direction. The surface current densities obtained by integration over x have remarkably simple forms. We find

$$\sigma_{y_{k,m}} = \sigma_{y_{k,m}}^{(1)} + \sigma_{y_{k,m}}^{(2)} \quad (23)$$

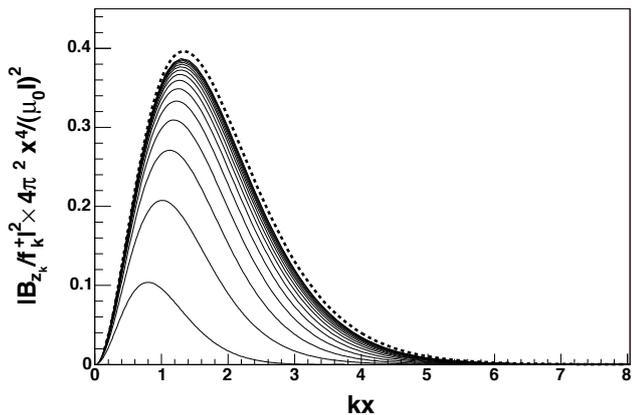


Fig. 3. Response function relating the magnetic field roughness $|B_{z_k}|^2$ to the wire edge fluctuations $|f_k^+|^2$ (see equation (21)). Plotted is the dimensionless quantity $|B_{z_k}/f_k^+|^2 \times 4\pi^2 x^4 / (\mu_0 I)^2$ as a function of kx where x is the height above the wire. The different curves correspond to different ratios x/W_0 going from 0.5 to 4.7 in steps of 0.3. Small values of x/W_0 correspond to lower curves. The curve corresponding to the limit given by equation (21) is also shown (dashed line).

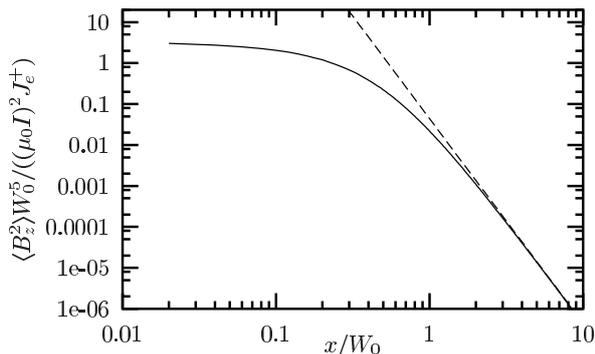


Fig. 4. Magnetic field fluctuations $\langle B_z^2 \rangle$ as a function of the height above the wire. Plotted is the dimensionless quantity $\langle B_z^2 \rangle W_0^5 / ((\mu_0 I)^2 J_e^+)$, where $\langle B_z^2 \rangle$ is the magnetic field roughness and J_e is the spectral density of the wire edges assumed to be white, as a function of x/W_0 where x is the height above the the wire. Dashed line: $1/x^5$ law given by equation (22).

where

$$\begin{cases} \sigma_{y_{k,m}}^{(1)} = 2ik f_{S_{k,m}} j_0 \sqrt{\frac{\pi}{W_0} \frac{2\pi m}{\kappa^2 W_0}} \cos\left(\frac{2\pi m y}{W_0}\right) \\ \sigma_{y_{k,m}}^{(2)} = -2ik f_{S_{k,m}} j_0 \sqrt{\frac{\pi}{W_0} \frac{2\pi m}{\kappa^2 W_0}} (-1)^m \frac{\cosh(ky)}{\cosh(kW_0/2)} \end{cases} \quad (24)$$

and $\kappa = \sqrt{k^2 + (2m\pi/W_0)^2}$. In the calculation of $\sigma_{x_{k,m}}$ the summation over p is not analytical. However, as we consider wires with $u_0 \ll W_0$, one can make the approximation $(\cosh(\nu_p u_0) - 1)/\sinh(\nu_p u_0) \simeq \nu_p u_0$. We then obtain

$$\sigma_{x_{k,m}} = ik f_{S_{k,m}} j_0 \sqrt{\frac{\pi}{W_0}} u_0 \sin(2m\pi y/W_0). \quad (25)$$

Comparing equation (25) and equation (24), we see that the current density along x is much smaller than the current density along y as long as Fourier components $\kappa \ll 1/u_0$ are considered. Within our flat wire approximation, where only distances from the wire $x \gg u_0$ are considered, this is always the case. In the following we therefore only consider the effect of the current density along y . For $x \geq W_0/2$, the rough magnetic field is then given by equation (19).

Assuming a white power spectrum for the surface corrugation of spectral density J_S , we now derive some properties of the rough magnetic field. For distances above the wire $x \gg W_0$, only k components much smaller than $1/W_0$ are relevant. Then, as we have already shown, the c_{l_n} coefficients decrease rapidly with n and the dominant contribution is given by c_{y_0} . To lowest order in ky , c_{y_0} is proportional to the total current $\int_{-W_0/2}^{W_0/2} \sigma_y(y) dy$. Thus, the only contribution comes from $\sigma_{y_{k,m}}^{(2)}$. Then, calculations similar to those presented in the previous section show that the contribution to $\langle B_z^2 \rangle$ of the Fourier component m of f_{S_k} is

$$\langle B_{z,m}^2 \rangle = J_s \frac{W_0}{\pi u_0^2} \frac{1}{m^2} \frac{(\mu_0 I)^2}{x^5} \times 0.044 \quad (26)$$

where J_s is the 2-dimensional spectral density of f_s . As expected it decreases with m as the contribution of rapidly oscillating terms averages to zero for large distances $x \gg W_0$. Computing the sum over $m > 0$ gives the scaling law for the rms fluctuation of B_z due to surface corrugation with atom-wire distance x :

$$\langle B_z^2 \rangle = J_s \frac{W_0}{u_0^2} \frac{\pi}{6} \frac{(\mu_0 I)^2}{x^5} \times 0.044 \quad (27)$$

In figure (5) this expression is compared to numerical calculations based on equation (24). The terms $\sigma_{y_{k,m}}^{(2)}$ contribute at least 90% of $\langle B_z^2 \rangle$ as soon as $x > W_0$.

Comparing edge and surface corrugation, we see that for large distances, both effects scale in the same way (see equations (22) and (27)). However, at short distances from the wire, the amplitude of the magnetic field roughness produced by surface corrugation does not saturate. Indeed, although the contribution of $\sigma_{y_{k,m}}^{(2)}$ saturates in the same way as the effect of wire edge fluctuations, the contribution of $\sigma_{y_{k,m}}^{(1)}$ to the current density diverges as one gets closer to the wire. Thus at small distances from the wire, we expect surface roughness to become the dominant source of magnetic field fluctuations.

5.3 Consequences for micro wire traps

The scaling laws (22) and (27) are of major importance as they impose strong constraints in the use of micro traps. As mentioned in section 2, high magnetic field gradients are achieved with small wires and short distances. But as the distance to the wire decreases, the roughness in the magnetic trapping potential increases. Imposing a maximal roughness ΔB_{\max} tolerable in an experiment there-

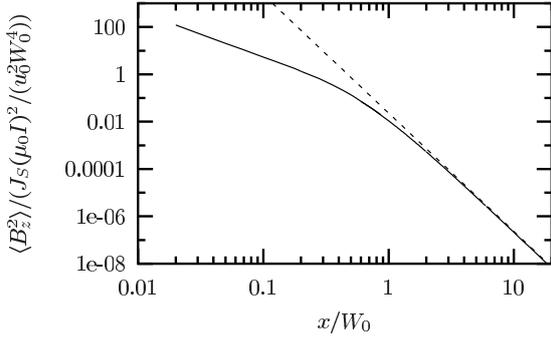


Fig. 5. Longitudinal magnetic field fluctuations $\langle B_z^2 \rangle$ produced by white noise top surface wire roughness as a function of x/W_0 . Plotted is the dimensionless quantity $\langle B_z^2 \rangle / (J_S (\mu_0 I)^2 / (u_0^2 W_0^4))$. The dashed lines represents equation (27).

fore directly determines the maximal transverse gradient accessible with a given realization of a micro wire.

More precisely, as mentioned in section 2, the maximal current in a micro wire is limited by heat dissipation: $I_{\max} = \kappa W_0 u_0^{1/2}$ [20]. To analyze the scaling of the system, we consider the trap center at a distance comparable to the wire width $x \simeq W_0$ and a wire height u_0 small and constant. For a given fabrication technology, we expect the wire roughness to be independent of the wire dimensions W_0 and u_0 and we assume white noise spectral densities J_e and J_S for the edge and top surface corrugations. Using the above expressions for x and I and equations (22) and (27), we obtain the following scaling laws

$$\begin{aligned} \langle B_{\text{edge}}^2 \rangle &= \frac{J_e \mu_0^2 \kappa^2 u_0}{W_0^3} \\ \langle B_{\text{surf}}^2 \rangle &= \frac{\pi}{6} \frac{J_S \mu_0^2 \kappa^2}{W_0^2 u_0} \end{aligned} \quad (28)$$

for the magnetic field fluctuations induced by the edge and the surface roughness respectively. Imposing magnetic field fluctuations smaller than ΔB_{\max} determines a minimal wire width $W_{0,\min}$ and the maximal transverse gradient ∇B_{\max} . If the potential roughness is dominated by effects due to wire edge corrugation, we find:

$$\begin{aligned} W_{0,\min} &= \left(\frac{J_e \mu_0^2 \kappa^2 u_0 \times 0.044}{\Delta B_{\max}^2} \right)^{1/3} \\ \nabla B_{\max} &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\mu_0 \kappa \sqrt{u_0} \Delta B_{\max}^2}{J_e \times 0.044} \right)^{1/3}. \end{aligned} \quad (29)$$

For a potential roughness dominated by effects due to wire top surface corrugation, we find:

$$\begin{aligned} W_{0,\min} &= \left(\frac{\pi}{6} \frac{J_S \mu_0^2 \kappa^2 \times 0.044}{\Delta B_{\max}^2 u_0} \right)^{1/2} \\ \nabla B_{\max} &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{u_0 \Delta B_{\max}}{J_S \frac{\pi}{6} \times 0.044} \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (30)$$

As will be described in the following section, a micro wire fabricated by electroplating presents an edge roughness of $J_e \simeq 0.1 \mu\text{m}^3$. Assuming a wire without top surface

roughness, a wire height of $u_0 = 5 \mu\text{m}$, a typical $\kappa = 3 \times 10^7 \text{ A}\cdot\text{m}^{-3/2}$ and imposing a maximal potential roughness of $\Delta B_{\max} = 100 \text{ mG}$, the wire width is limited to $W_{0,\min} \simeq 70 \mu\text{m}$, the maximal gradient will be $\Delta B_{\max} \simeq 2 \text{ T/cm}$.

6 Probing the rough magnetic potential with cold atoms

In a previous letter [17], we described measurements of the magnetic field roughness produced by a current carrying micro fabricated wire. The basic idea is to use the fact that the longitudinal density $n(z)$ of atoms along the wire, is related to the longitudinal potential seen by the atoms through a Boltzmann factor:

$$n(z) \propto e^{-V(z)/k_B T}. \quad (31)$$

As discussed in section 2, the potential $V(z)$ is proportional to the z -component of the magnetic field at the center of the trapping potential. Our typical thermal energy, $1 \mu\text{K}$, corresponds to a magnetic field of $15 \mu\text{G}$ for a ^{87}Rb atom in the $F = 2, m_F = 2$ state. Since longitudinal density variations of order 10% are easily visible in our experiment, we are sensitive to variations in the magnetic field at the mG level.

The micro wire we used to create the magnetic potential is a $50 \mu\text{m}$ wide electroplated gold wire of $4.5 \mu\text{m}$ height. The process of micro fabrication is the following: a silicon wafer is first covered by a 200 nm silicon dioxide layer using thermal oxidation. Next, seed layers of titanium (20 nm) and gold (200 nm) are evaporated. The wire pattern is imprinted on a $6 \mu\text{m}$ thick photoresist using optical UV lithography. Gold is electroplated between the resist walls using the first gold layer as an electrode. The photoresist is then removed, as well as the first gold and titanium layers. Finally the wire is covered with a $10 \mu\text{m}$ layer of BCB resin and a 200 nm thick layer of evaporated gold. The gold surface acts as a mirror for a magneto-optical trap. The procedure for deducing the potential roughness from images of the atomic cloud is complex and we refer the reader to [17].

Figure (6) shows the measured longitudinal potential for various distances above the wire. We also show the power spectral density of these potentials in figure (7). A region of 1.6 mm along the wire is explored by the atoms. To estimate the power spectral density of the potential roughness we divide the total window in three smaller windows overlapping by 50% [22]. In each window, the fourier transform of the potential is computed after multiplication with a Hamming window and the estimate of the spectral density is the average of the square of the Fourier transforms.

In figure (7), a flat plateau is visible at the highest wave vectors (*e.g.* $k > 0.07 \mu\text{m}^{-1}$ at $46 \mu\text{m}$ and $k > 0.04 \mu\text{m}^{-1}$ at $80 \mu\text{m}$). The level of this plateau depends on experimental parameters such as the temperature and density of the atom cloud. On the other hand the spectral density at low wave vectors, *i.e.* in the region where it rises above the

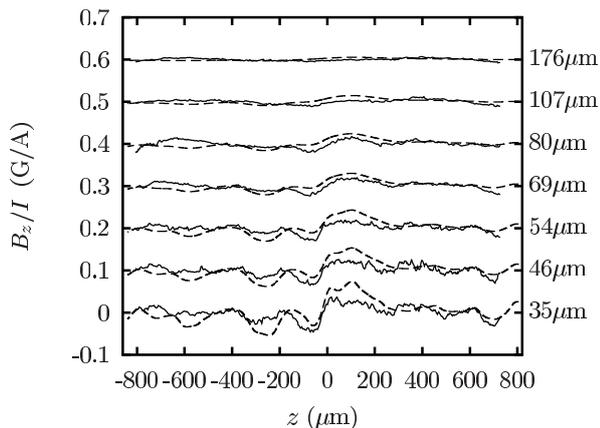


Fig. 6. Rough magnetic field $B_z(z)$ normalized to the current in the micro wire. Solid lines: magnetic field measured using cold atomic clouds. Dashed lines: magnetic field calculated from the measured corrugation of the edges of the wire. The different curves have been vertically shifted by 0.1 G/A from each other and heights above the wire are indicated on the right.

plateau, is independent of these parameters. This observation leads us to conclude that while the low wave vector part of the spectrum corresponds to a potential seen by the atoms, the plateau at high wave vectors is due to instrumental noise in our imaging system, such as fringes. We expect it to vary in a complex way with temperature and atom density. Qualitatively, smaller atom-wire distances, which are analyzed with higher temperature clouds, should result in higher plateaus. This tendency is indeed observed in figure (7).

To measure the wire corrugations, we removed the atom chip from vacuum and etched off the gold mirror and the BCB layer. We analyzed the bare wire with scanning electron microscopy (SEM) and with atomic force microscopy (AFM) techniques. The function f describing the edge corrugation is extracted from SEM images such as (2b). Rms deviations of the edges are as small as 200 nm, and we use a $50 \mu\text{m} \times 50 \mu\text{m}$ field of view in order to have a sufficient resolution. We use 66 overlapping images to reconstruct both wire edges over the whole wire length of 2.8 mm. We identify no correlation between the two edges. The spectral density obtained for $f^+ = (f_l + f_r)/2$ is plotted in figure (8). We see two structures in the spectrum: first, we observe fluctuations with a correlation length of $0.2 \mu\text{m}$ and 100 nm rms amplitude. It corresponds to the fluctuations seen on figure (2b) which are probably due to the electrodeposition process. Second, roughness with low wave vectors is present and raises significantly the power spectral density in the 0.01 - $0.1 \mu\text{m}^{-1}$ range. For the spectral range 0.01 - $1 \mu\text{m}^{-1}$, the wire border fluctuations are well fitted by a power law $J = 3.2 \times 10^{-6} k^{-2.15} + 8.2 \times 10^{-4} \mu\text{m}^3$ as seen in figure (8). We use this expression to compute the spectra shown in figure (7). As we measured f over the whole region explored by the atoms, we can not only compare the

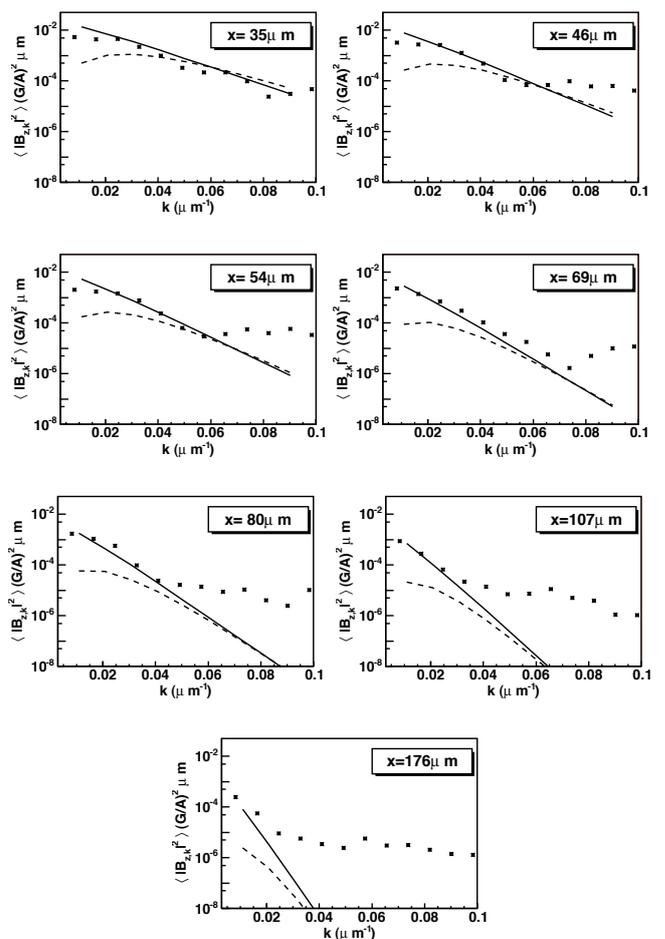


Fig. 7. Spectral density of the magnetic field roughness for different heights above the wire. The points represent experimental data. The curves result from the calculations detailed in the text. Solid curves: expected noise due to wire edge roughness. We used the power law fit to the spectral density of the wire border fluctuations. Dashed curves: expected noise due to top surface roughness.

spectral densities of the magnetic field roughness but we also can compare the direct shape of the magnetic field $B_z(z)$. This is done in figure (6) where the magnetic field, computed from f as described in the previous sections, is shown by dashed lines. We note that no adjustment has been applied to superimpose the two curves, the absolute position of the atoms with respect to the wire is known to the $3 \mu\text{m}$ resolution of our imaging system.

The corrugation of the top surface of the wire is measured using an AFM and the observed power spectral density is plotted in figure (9). The spectrum is flat for wave vectors smaller than $1 \mu\text{m}^{-1}$ with a value $J_S = 1.6 \times 10^{-3} \mu\text{m}^4$. Unfortunately, we were not able to obtain the spectrum for very long wave vectors. For purposes of calculation, we shall simply assume that the spectral density below $0.1 \mu\text{m}^{-1}$ has the same value as between 0.1 and $1 \mu\text{m}^{-1}$. The results of this calculation is plotted figure (7) (dashed lines).

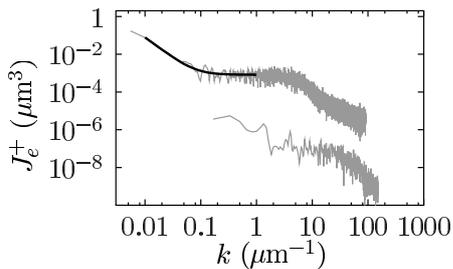


Fig. 8. Measured spectral density of the edge roughness of the electroplated wire (upper curve) and of the evaporated wire (lower curve). For the electroplated wire, the spectral density of $f^+ = (f_l + f_r)/2$ is plotted. For the electroplated wire, $J_f/2$ is plotted, where J_f is the spectral density of a single border of the wire, as expected for the spectral density of f^+ for independent wire border fluctuations. The thick line on the upper curve is a power law fit $J = ax^{-b} + c$ which gives $b = 2.19$.

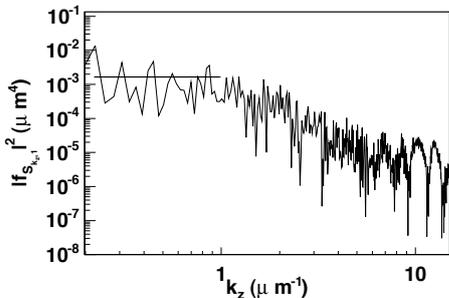


Fig. 9. Power spectral density of the wire top surface roughness measured with an AFM. We plot the spectral density corresponding to the transverse mode $m = 1$ ($k_y = 2\pi/W_0$) which is the first one to contribute to magnetic field roughness. The horizontal line indicates the mean value for k_z ranging from $0.2 \mu\text{m}^{-1}$ to $0.1 \mu\text{m}^{-1}$.

Our results indicate that the magnetic field roughness measured with cold atoms is explained by wire corrugation. At low wave vectors ($k < 0.04 \mu\text{m}^{-1}$), it seems that the magnetic field roughness is primarily due to edge corrugations. The good agreement between the observed field and the calculation shown in figure (6) are the strongest evidence for this conclusion. For wave vectors larger than about $0.5 \mu\text{m}^{-1}$, the corrugations of the top surface are expected to contribute as strongly as those of the edges. This wave vector regime however, is not being stringently tested by our data. Since we have no data on surface corrugation at wave vectors below $0.1 \mu\text{m}^{-1}$, it is possible that the contribution from this effect is larger than shown in figure (7). The atom data in the figure however, indicate that the surface effect is not the dominant one although given our signal-to-noise it could be of comparable magnitude.

7 Improved fabrication process for micro wires

The fabrication technology described above limits us to atom wire separations greater than several tens of microns if we want to obtain a reasonably smooth potential. In order to improve the quality of our wire, we turn to a different micro fabrication process: the wire structures are patterned onto an oxidized silicon wafer using electron beam lithography. We use gold evaporation and a standard lift-off technique to obtain 700 nm square cross section wires as shown in figure (2c).

We extract the wire border roughness from SEM images and the obtained power spectral density is plotted in figure (8) (lower curve). In the spectral range studied, the roughness is greatly reduced compared to the first fabrication process. This was expected as the grain size of evaporated gold is much smaller than of electroplated gold. Unfortunately, we do not have a quantitative measurement of the power spectral density in the $0.01\text{-}0.1 \mu\text{m}^{-1}$ range. Indeed, as we had to reduce the field of view to increase the resolution, it becomes very difficult to overlap hundreds of SEM pictures without adding spectral components due to stitching errors.

Gold evaporation produces surfaces of optical quality at visible light. Thus the roughness of the top surface of the evaporated wire is expected to be much smaller than that of an electroplated wire.

8 Conclusion

Our goal in this paper has been to give a more detailed description of the work which led to our conclusion that wire corrugations can account for the magnetic field roughness typically observed in atom chip experiments. We wish to emphasize in this paper that great care must be taken to characterize the roughness of a micro fabricated wire. The ratio of the rms roughness to the wavelength of the imperfections is below 10^{-4} . Thus a single microscope image cannot reveal the imperfections.

The model we use has already been suggested in reference [19]. Here we have given more details of the calculation as well as some physical arguments explaining the results. We have also extended the calculation to include the effects of corrugations of the top surface of the wire. The top surface corrugations become increasingly important as the distance to the wire decreases, while the effect due to wire edge roughness saturates.

The equations (22) and (27), giving the behavior of the magnetic field roughness due to edge and surface corrugation as a function of height, are important scaling laws that one should keep in mind in the design of atom chips. The requirements of small roughness and high transverse confinement impose a tradeoff in choosing a wire size for a given fabrication quality. We do not believe however that we are at the end of our progress in improving the fabrication technology [20]. Thus sub-micron scale atom chips continue to hold out much promise for the manipulation of ultra cold atoms.

We thank David Hermann for help in calculations. This work was supported by The E.U. under grant (IST-2001-38863 and MRTN-CT-2003-505032), as well as by the DGA (03.34.033).

References

1. W. Hänsel, P. Hommelhoff, T. W. Hänsch, and J. Reichel, *Nature* **413**, 498 (2001).
2. D. Cassettari *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 5483 (2000).
3. H. Ott *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 230401 (2001).
4. E.A. Hinds, C.J. Lukin, and M.G. Boshier, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1462 (2001).
5. A. E. Leanhardt *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 040401 (2002).
6. D. Müller *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5194 (1999).
7. Y. Lin, I. Teper, C. Chin, and V. Vuletic, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 050404 (2004).
8. R. Folman *et al.*, *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **48**, 263 (2002), and references therein.
9. T. Calarco *et al.*, *Phys. Rev. A* **61**, 022304 (2000).
10. C. Henkel, S. Pötting, and M. Wilkens, *Appl. Phys. B* **69**, 379 (1999).
11. C. Henkel and M. Wilkens, *Europhys. Lett.* **47**, 414 (1999).
12. M. P. A. Jones *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 80401 (2003).
13. D. Harber, J. McGuirk, J. Obrecht, and E. Cornell, *J. Low Temp. Phys.* **133**, 229 (2003).
14. J. Fortàgh *et al.*, *Phys. Rev. A* **66**, 41604 (2002).
15. S. Kraft *et al.*, *J. Phys. B* **35**, L469 (2002).
16. M. P. A. Jones *et al.*, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **37**, L15 (2004).
17. J. Estève *et al.*, physics/0403020 (2004).
18. C. Vale *et al.*, cond-mat/0406015 (2004).
19. D.-W. Wang, M. Lukin, and E. Demler, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 076802 (2004).
20. S. Groth *et al.*, cond-mat/0404141 (2004).
21. G. B. Arfken and H. J. Weber, *Mathematical methods for physicists (fourth edition)* (Academic Press, San Diego, California, 1995), p. 519.
22. P. D. Welch, *IEEE Trans. Audio and Electroacoustics* **AU-15**, 70 (1967).

Vers la réalisation d'une jonction Josephson sur une puce atomique

En 1962, Josephson étudie le système de deux supraconducteurs couplés par effet tunnel et prédit l'existence d'un courant oscillant à travers la barrière tunnel lorsque l'on applique une tension continue entre les deux supraconducteurs [157]. Il comprend que la description d'un supraconducteur par une fonction d'onde macroscopique ayant une phase bien définie entraîne l'existence d'un courant à travers la barrière tunnel proportionnel au sinus de la différence de phase entre les deux supraconducteurs. Il prédit également que la dérivée temporelle de la différence de phase est proportionnelle à la différence de potentiel chimique (*i.e.* de tension) entre les deux supraconducteurs. L'effet Josephson observé pour la première fois dans les supraconducteurs en 1963 [158] est ensuite observé beaucoup plus tard dans l'hélium superfluide [159, 160]. Les condensats de Bose-Einstein pouvant être décrits par une fonction d'onde macroscopique, l'effet Josephson devrait pouvoir y être observé. Pour l'instant, aucune expérience n'a réussi à mettre en évidence des oscillations Josephson entre deux condensats couplés par effet tunnel.

Dans ce chapitre, nous présentons le cadre théorique du modèle à deux modes utilisé habituellement pour décrire deux condensats couplés par effet tunnel. En particulier, nous ferons le lien entre oscillations de Rabi qui est le nom donné aux oscillations dans un double-puits lorsque les interactions sont négligeables, et les oscillations de Josephson qui sont observées lorsque les interactions sont importantes. Nous discuterons ensuite les difficultés à surmonter pour pouvoir observer expérimentalement des oscillations Josephson entre deux condensats dans un double-puits de potentiel magnétique. Enfin, nous présenterons un dispositif utilisant une puce atomique qui devrait nous permettre, en principe, d'observer les oscillations d'un condensat entre deux puits de potentiel couplés par effet tunnel. Nous espérons pouvoir explorer à la fois le régime Josephson et le régime Rabi qui est particulièrement intéressant en vue de la réalisation d'un interféromètre atomique intégré.

9.1 Condensat de Bose-Einstein dans un double-puits : le modèle à deux modes

Nous commençons par décrire le comportement d'un condensat de Bose-Einstein dans un double-puits de potentiel. Considérons un potentiel en double-puits comme celui illustré sur la figure 9.1. Si la hauteur de la barrière entre les puits est très grande, les deux puits ne sont pas couplés. Et si nous supposons que les deux puits sont identiques, le spectre des niveaux d'énergie est alors le même dans chaque puits. Nous notons ΔE l'écart en énergie entre le niveau fondamental et le premier état excité dans chaque puits. Si nous diminuons la hauteur de la barrière tunnel, les puits se couplent par effet tunnel. Tant que le couplage tunnel $\hbar \delta$ entre les deux états fondamentaux reste petit devant ΔE , il est légitime de se restreindre à ces deux états pour étudier la dynamique d'un condensat dans un tel système. Ce modèle à deux modes a été largement discuté dans la littérature [161, 162, 163, 164, 165, 166]. Nous nous contenterons dans cette partie d'identifier les différents régimes qui peuvent être observés suivant l'intensité relative des interactions dans le condensat par rapport au couplage tunnel. En régime d'interaction faible, nous retrouvons le phénomène d'oscillations de Rabi entre les deux puits. En régime d'interaction forte, nous obtenons des oscillations entre puits analogues aux oscillations Josephson observées en matière condensée.

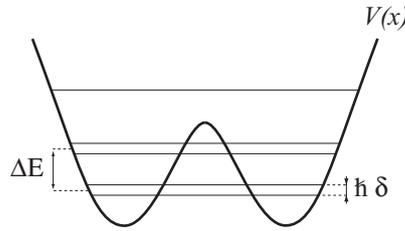


FIG. 9.1 – Spectre des niveaux d'énergie d'un double-puits de potentiel. Les niveaux sous la barrière sont quasi-dégénérés. Le couplage tunnel $\hbar \delta$ est donné par l'écart entre les deux premiers niveaux d'énergie. Nous nous plaçons dans le régime où le couplage tunnel est petit devant l'écart en énergie ΔE .

9.1.1 Estimation du couplage tunnel

Intéresserons nous d'abord à la détermination du couplage tunnel pour un potentiel particulier. Nous nous plaçons à une dimension et considérons le double-puits de potentiel $V(x)$ donné par

$$V(x) = \frac{m \omega^2}{8 x_0^2} (x^2 - x_0^2)^2. \quad (9.1)$$

Les minima de chaque puits sont localisés en $x = \pm x_0$. La fréquence d'oscillation au fond de chaque puits est ω_0 et la hauteur en énergie de la barrière entre les puits est donnée par $m\omega_0^2 x_0^2/8$. Par la suite, nous fixons la fréquence d'oscillation ω_0 et gardons x_0 comme paramètre ajustable pour varier la hauteur de la barrière. Nous introduisons $a_0 = \sqrt{\hbar/(m\omega_0)}$ la taille de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique de fréquence ω_0 .

L'hamiltonien décrivant le mouvement d'un atome dans le double-puits est $H_0 = p^2/(2m) + V(x)$. Le spectre de H_0 est constitué de niveaux d'énergie qui sont groupés par deux tant que leur énergie est inférieure à la hauteur de la barrière. L'écart en énergie entre deux niveaux presque dégénérés tend vers zéro lorsque les deux puits sont bien séparés ($x_0 \gg a_0$) et augmente lorsque les deux puits se rapprochent. Intéressons nous plus particulièrement aux deux niveaux de plus basse énergie. Le niveau fondamental $|\Phi_s\rangle$ est symétrique et le premier niveau excité $|\Phi_a\rangle$ est antisymétrique. Nous définissons à partir de ces états un état localisé à gauche $|\Phi_g\rangle$ et un état localisé à droite $|\Phi_d\rangle$

$$\begin{cases} |\Phi_g\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Phi_s\rangle + |\Phi_a\rangle) \\ |\Phi_d\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Phi_s\rangle - |\Phi_a\rangle) \end{cases} . \quad (9.2)$$

L'écart en énergie $\hbar\delta$ entre les états propres $|\Phi_s\rangle$ et $|\Phi_a\rangle$ définit le couplage tunnel. Si nous préparons l'atome dans l'état $|\Phi_g\rangle$, il oscille ensuite entre le puits de gauche et le puits de droite à la pulsation δ . La valeur du couplage tunnel est donnée par

$$\hbar\delta = \langle \Phi_a | H_0 | \Phi_a \rangle - \langle \Phi_s | H_0 | \Phi_s \rangle = -2\langle \Phi_g | H_0 | \Phi_d \rangle . \quad (9.3)$$

Une méthode très simple pour calculer la valeur de δ consiste à supposer que les états $|\Phi_g\rangle$ et $|\Phi_d\rangle$ coïncident avec les états fondamentaux des puits de gauche et de droite en l'absence de couplage tunnel. Il est alors facile d'estimer l'élément de matrice $\langle \Phi_g | H_0 | \Phi_d \rangle$ et nous obtenons [161]

$$\delta \simeq \frac{x_0^2 \omega_0}{a_0^2} \exp\left(-\frac{x_0^2}{a_0^2}\right) . \quad (9.4)$$

Pour obtenir un couplage tunnel appréciable, il faut que la distance entre les puits soit de l'ordre de quelques a_0 (la taille de l'état fondamental dans chaque puits). Le couplage tunnel décroît exponentiellement avec la distance entre les puits.

Une approche plus rigoureuse (mais plus complexe) de type WKB appliquée au potentiel (9.1) permet d'obtenir une meilleure approximation du couplage tunnel [167]

$$\delta \simeq \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{x_0 \omega_0}{a_0} \exp\left(-\frac{2x_0^2}{3a_0^2}\right) . \quad (9.5)$$

Nous retrouvons la dépendance exponentielle du couplage tunnel mais avec une longueur caractéristique de décroissance légèrement différente. Le préfacteur devant l'exponentielle est également différent. La référence [167] montre que l'expression (9.5) est une meilleure approximation du couplage tunnel que l'expression (9.4). A partir de (9.5), nous obtenons qu'une séparation entre les puits $2x_0$ égale à $5a_0$ donne un couplage tunnel $\delta \simeq \omega_0/10$.

9.1.2 Détermination de l'hamiltonien à N particules

Nous allons maintenant déterminer l'hamiltonien d'un ensemble de N atomes (bosons) dans un double-puits en présence d'interactions dans l'approximation du modèle à deux modes. Nous nous plaçons en trois dimensions. Le double-puits de potentiel est donné par $V(\mathbf{x})$. L'hamiltonien à une particule est donné par

$$H_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V(\mathbf{x}). \quad (9.6)$$

Pour simplifier le problème nous supposons comme précédemment que le double-puits est symétrique. En l'absence de couplage tunnel entre les puits, nous considérons que chaque puits est un oscillateur harmonique de fréquence moyenne $\bar{\omega}_0$. Nous notons comme précédemment $|\Phi_s\rangle$ et $|\Phi_a\rangle$ les deux premiers états propres de H_0 . Nous définissons les états à une particule $|\Phi_g\rangle$ et $|\Phi_d\rangle$ à partir de l'équation (9.2) et le couplage tunnel à partir de l'équation (9.3).

Nous supposons que le couplage tunnel $\hbar\delta$ est petit devant l'écart en énergie entre les états quasi dégénérés $|\Phi_s\rangle$ et $|\Phi_a\rangle$ et le premier état excité suivant. Même si le calcul précédent à une dimension n'est plus valable, la condition pour être dans ce régime est toujours que l'écart entre les puits soit de l'ordre de la taille de l'état fondamental au fond de chaque puits.

En seconde quantification l'hamiltonien qui décrit le comportement des atomes du condensat dans le double-puits s'écrit

$$H = \int \frac{\hbar^2}{2m} \nabla \Psi^\dagger(\mathbf{x}) \cdot \nabla \Psi(\mathbf{x}) + \Psi^\dagger(\mathbf{x}) V(\mathbf{x}) \Psi(\mathbf{x}) + \frac{g}{2} \Psi^\dagger(\mathbf{x}) \Psi^\dagger(\mathbf{x}) \Psi(\mathbf{x}) \Psi(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x}. \quad (9.7)$$

Nous rappelons que la constante g caractérise l'intensité des interactions entre atomes et s'écrit en fonction de la longueur de diffusion a comme $g = 4\pi\hbar^2 a/m$. L'énergie d'interaction dans les états $|\Phi_g\rangle$ et $|\Phi_d\rangle$ localisés à gauche et à droite est caractérisée par la constante κ définie par

$$\hbar\kappa = \frac{g}{2} \int |\Phi_g(\mathbf{x})|^4 d^3\mathbf{x} = \frac{g}{2} \int |\Phi_d(\mathbf{x})|^4 d^3\mathbf{x}. \quad (9.8)$$

Nous supposons que l'énergie d'interaction $N\hbar\kappa$ est négligeable devant l'énergie de l'état fondamental $\hbar\bar{\omega}_0$ dans chaque double-puits en l'absence de couplage

tunnel. Ainsi les interactions ne modifient pas la forme de la fonction d'onde à N particules dans chaque puits par rapport à la fonction d'onde à une particule (régime opposé au régime de Thomas-Fermi).

Pour que l'approximation du modèle à deux modes soit valable, il faut que l'énergie du premier état excité au-dessus des deux niveaux $|\Phi_g\rangle$ et $|\Phi_d\rangle$ soit grande devant les deux énergies caractéristiques du problème : le couplage tunnel $\hbar\delta$ et l'énergie d'interaction $N\hbar\kappa$. Dans cette approximation, nous pouvons développer l'opérateur champ seulement sur les états gauche et droit

$$\Psi^\dagger(\mathbf{x}) = \Phi_g^*(\mathbf{x}) a_g^\dagger + \Phi_d^*(\mathbf{x}) a_d^\dagger \quad (9.9)$$

où a_g^\dagger et a_d^\dagger sont les opérateurs création d'une particule dans les états $|\Phi_g\rangle$ et $|\Phi_d\rangle$. En négligeant les termes proportionnels à $\int |\Phi_g(\mathbf{x})|^2 |\Phi_d(\mathbf{x})|^2 d^3\mathbf{x}$ dans le développement de H nous obtenons [161]

$$H = E_0(a_g^\dagger a_g + a_d^\dagger a_d) - \frac{\hbar\delta}{2}(a_g a_d^\dagger + a_d a_g^\dagger) + \hbar\kappa[(a_g^\dagger)^2 a_g^2 + (a_d^\dagger)^2 a_d^2]. \quad (9.10)$$

où $E_0 = \langle \Phi_g | H_0 | \Phi_g \rangle = \langle \Phi_d | H_0 | \Phi_d \rangle$. Le premier terme correspond à l'énergie cinétique et potentielle des atomes dans chaque puits. Le deuxième terme correspond au couplage tunnel qui permet d'échanger des particules entre le puits de gauche et le puits de droite. Et enfin le dernier terme correspond à l'énergie d'interaction entre atomes dans chaque puits.

Nous allons réécrire l'hamiltonien en introduisant l'opérateur ΔN qui correspond à la moitié de la différence des nombres d'atomes entre le puits de gauche et le puits de droite. Nous introduisons également l'opérateur N qui correspond au nombre total d'atomes dans les deux puits

$$\Delta N = \frac{1}{2}(a_g^\dagger a_g - a_d^\dagger a_d) \quad N = a_g^\dagger a_g + a_d^\dagger a_d. \quad (9.11)$$

Nous pouvons réécrire le terme correspondant aux interactions sous la forme

$$\kappa[(a_g^\dagger)^2 a_g^2 + (a_d^\dagger)^2 a_d^2] = \frac{\kappa}{2}(N^2 + 4\Delta N^2 - 2N). \quad (9.12)$$

Nous nous intéressons au problème où le nombre d'atomes dans le système est constant au cours du temps. La somme des termes proportionnels à N dans l'hamiltonien est une constante que nous pouvons fixer égale à 0 sans perte de généralité. L'hamiltonien H s'écrit alors

$$H = -\frac{\hbar\delta}{2}(a_g a_d^\dagger + a_d a_g^\dagger) + 2\hbar\kappa\Delta N^2. \quad (9.13)$$

Nous allons maintenant réécrire le terme de couplage tunnel en introduisant un opérateur $\Delta\theta$ « différence de phase entre les deux puits ». Nous définissons

cet opérateur comme étant conjugué de l'opérateur ΔN . Nous pouvons utiliser comme base les états de Fock obtenus avec n_g particules dans le puits de gauche et n_d particules dans le puits de droite où n_g et n_d vérifient $n_g + n_d = N$. Nous pouvons indiquer ces états par la différence de population entre les puits et les écrire sous la forme suivante

$$|n\rangle = \left| \frac{N}{2} - n \right\rangle_g \left| \frac{N}{2} + n \right\rangle_d = \frac{1}{\sqrt{(N/2 - n)!(N/2 + n)!}} (a_g^\dagger)^{N/2-n} (a_d^\dagger)^{N/2+n} |0\rangle. \quad (9.14)$$

Ces états sont états propres de l'opérateur ΔN avec la valeur propre n . La valeur de n peut varier entre $-N/2$ et $N/2$. Nous sommes dans un espace de dimension finie et donc en toute rigueur il n'existe pas d'opérateur conjugué à l'opérateur ΔN . Supposons cependant que la différence de nombre d'atomes entre les deux puits puisse prendre toutes les valeurs entre $-\infty$ et $+\infty$, l'opérateur ΔN a alors le même spectre que l'opérateur moment cinétique J_z d'un pendule pesant. En effet les états propres de J_z sont les états de moment cinétique bien définis et les valeurs possibles du moment cinétique sont données par $m\hbar$ où m est un entier. L'opérateur conjugué de J_z est l'angle θ que fait le pendule avec la verticale, nous pouvons donc définir pour notre système un opérateur différence de phase $\Delta\theta$ entre les deux puits tel que $[\Delta\theta, \Delta N] = i$. Toujours par analogie avec le pendule pesant nous savons que l'opérateur $e^{i\theta}$ augmente d'une unité la valeur du moment cinétique et nous obtenons

$$e^{i\Delta\theta} = \sum_n |n+1\rangle\langle n|. \quad (9.15)$$

Cet opérateur transfère un atome du puits de droite vers le puits de gauche. Réécrivons cet opérateur en fonction des opérateurs création et annihilation dans chaque puits. Pour cela nous remarquons que

$$a_g^\dagger a_d |n\rangle = \sqrt{(N/2 + n + 1)(N/2 - n)} |n+1\rangle \quad (9.16)$$

$$= \sqrt{(N/2 + 1/2)^2 - (n + 1/2)^2} |n+1\rangle \quad (9.17)$$

$$\simeq \sqrt{(N/2 + 1/2)^2 - \Delta N^2} e^{i\Delta\theta} |n\rangle. \quad (9.18)$$

Nous avons approché la valeur propre n de l'opérateur ΔN par $n - 1/2$. Nous pouvons donc finalement écrire le terme de couplage par effet tunnel sous la forme suivante

$$-\frac{\hbar\delta}{2}(a_g a_d^\dagger + a_d a_g^\dagger) \simeq -\frac{\hbar\delta}{2} \sqrt{(N/2 + 1/2)^2 - \Delta N^2} (e^{i\Delta\theta} + e^{-i\Delta\theta}) \quad (9.19)$$

$$\simeq -\frac{\hbar\delta(N+1)}{2} \sqrt{1 - (2\Delta N/N)^2} \cos(\Delta\theta). \quad (9.20)$$

Finalement en remplaçant dans la dernière expression $(N+1)\delta$ par $N\delta$, nous

obtenons l'hamiltonien H sous la forme suivante

$$H = -\frac{\hbar \delta N}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{2 \Delta N}{N}\right)^2} \cos(\Delta\theta) + 2 \hbar \kappa \Delta N^2. \quad (9.21)$$

Nous retrouvons ainsi l'hamiltonien qui est obtenu à partir de l'équation de Gross-Pitaevskii dans une théorie de champ moyen. En effet, en écrivant la fonction d'onde du condensat sous la forme $|\Phi\rangle = c_g e^{i\Delta\theta/2} |\Phi_g\rangle + c_d e^{-i\Delta\theta/2} |\Phi_d\rangle$ avec $\Delta N = (|c_g|^2 - |c_d|^2)/2$, on obtient à partir de l'équation de Gross-Pitaevskii dépendant du temps deux équations d'évolution pour $\Delta\theta$ et ΔN . Les équations obtenues correspondent à l'évolution de deux variables classiques conjuguées dont l'hamiltonien est celui que nous venons d'obtenir. L'obtention du même hamiltonien dans une théorie de champ moyen justifie la dénomination d'opérateur différence de phase que nous avons donné à l'opérateur $\Delta\theta$.

Il nous semblait intéressant de montrer que cet hamiltonien pouvait être obtenu en dehors de l'approximation de champ moyen. Nous pouvons donc l'utiliser pour étudier les effets au-delà du champ moyen dans des cas où la différence de phase (ou la différence de population) n'est pas bien définie et où il n'est pas légitime de remplacer les opérateurs $\Delta\theta$ et ΔN par des variables classiques¹.

9.1.3 Les différents régimes

Nous allons maintenant donner quelques propriétés du système à deux modes suivant la valeur relative de $E_C = 4 \hbar \kappa$, l'intensité des interactions, par rapport à $E_J = N \hbar \delta/2$, la valeur du couplage tunnel. L'état fondamental du système est très différent suivant les valeurs relatives de ces deux paramètres. Dans le régime d'interaction forte, l'expression de l'hamiltonien (9.21) montre que l'état fondamental est un état où la différence des nombres d'atomes entre les puits est bien définie et égale à zéro. Par contre, lorsque le couplage tunnel est dominant, l'état fondamental est un état de différence de phase bien définie et égale à zéro. Entre ces deux extrêmes, il existe un régime où la différence de phase et la différence de nombre d'atomes sont bien définis dans l'état fondamental ($\langle \Delta\theta^2 \rangle \ll 1$, $\langle \Delta N^2 \rangle \ll N$). Ce régime est appelé régime Josephson.

Pour déterminer les valeurs des paramètres E_c et E_J conduisant à ces différents régimes, nous développons l'hamiltonien au voisinage de $\Delta\theta = 0$ et $\Delta N = 0$. En effet l'état fondamental du système correspond toujours à un état tel que $\langle \Delta\theta \rangle = \langle \Delta N \rangle = 0$. Nous obtenons alors l'hamiltonien d'un oscillateur harmo-

¹Nous ne prétendons pas avoir donné une dérivation rigoureuse de cet hamiltonien, notamment en ce qui concerne la définition de l'opérateur phase. Une calcul plus rigoureux est donné dans la référence [134]. Les références [162, 168, 163, 169] et les références incluses dans ces articles discutent en détail du problème lié à la définition d'un opérateur phase entre les deux puits.

nique

$$H = \frac{E_C}{2} \Delta N^2 + \frac{E_J}{2} \Delta \theta^2. \quad (9.22)$$

La pulsation de cet oscillateur est la pulsation Josephson $\sqrt{E_C E_J}/\hbar$. Les fluctuations quantiques dans l'état fondamental de $\Delta \theta$ et ΔN sont données par :

$$\langle \Delta \theta^2 \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E_C}{E_J}} \quad \langle \Delta N^2 \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E_J}{E_C}} \quad (9.23)$$

Nous retrouvons les trois régimes évoqués au début du paragraphe [134] :

- $E_J/N^2 \gg E_C$, *i.e.* $\langle \Delta \theta^2 \rangle \ll 1/N$ et $\langle \Delta N^2 \rangle \gg N$. Ce régime est appelé régime de Rabi. Les interactions sont négligeables et la physique du système à N particules est identique à la physique du système à une particule.
- $E_J \gg E_C \gg E_J/N^2$, *i.e.* $\langle \Delta \theta^2 \rangle \ll 1$ et $\langle \Delta N^2 \rangle \ll N$. Ce régime est appelé régime Josephson. La différence de phase et la différence de nombre d'atomes entre les deux puits sont bien définis. Une description du système par une théorie de champ moyen est légitime.
- $E_C \gg E_J$, *i.e.* $\langle \Delta \theta^2 \rangle \gg 1$ et $\langle \Delta N^2 \rangle \ll 1$. Ce régime est appelé régime de Fock. Les interactions dominent et les fluctuations quantiques de la phase sont importantes. L'état fondamental est l'état de Fock avec $N/2$ particules à gauche et $N/2$ particules à droite. Il n'est plus possible de décrire le système par une théorie de champ moyen.

La référence [162] discute en détail les fluctuations de ΔN dans l'état fondamental. Nous allons maintenant nous intéresser plus précisément au régime de Rabi et au régime Josephson.

9.1.3.1 Régime de Rabi et régime Josephson : $E_J \gg E_C$

Dans ce régime le terme de couplage tunnel domine le terme dû aux interactions et le système est bien décrit par une théorie de champ moyen. Nous supposons que tous les atomes sont dans la fonction d'onde

$$|\Phi\rangle = c_g e^{i\Delta\theta/2} |\Phi_g\rangle + c_d e^{-i\Delta\theta/2} |\Phi_d\rangle \quad (9.24)$$

Comme nous l'avons mentionné précédemment l'évolution de $\Delta \theta$ et de $\Delta N = (|c_g|^2 - |c_d|^2)/2$ est donnée par l'hamiltonien d'un pendule pesant dont la longueur varie avec le moment cinétique. La variable ΔN correspond à la quantité de mouvement du pendule et $\Delta \theta$ à l'angle entre le pendule et la verticale :

$$\begin{aligned} \Delta \dot{N} &= -\frac{1}{\hbar} \frac{\partial H}{\partial \Delta \theta} & \Delta \dot{\theta} &= \frac{1}{\hbar} \frac{\partial H}{\partial \Delta N} \\ H &= \frac{E_C}{2} \Delta N^2 - E_J \sqrt{1 - \left(\frac{2 \Delta N}{N}\right)^2} \cos(\Delta \theta) \end{aligned} \quad (9.25)$$

Dans la limite $E_C = 0$ nous retrouvons l'équation de Schrödinger d'une particule dans un double-puits. L'analogie avec le pendule pesant n'est plus très pertinente et la dynamique du système correspond simplement à des oscillations de Rabi à la pulsation δ entre les états $|\Phi_g\rangle$ et $|\Phi_d\rangle$.

Lorsque E_C n'est pas nul la dynamique de ce pendule est différente suivant le rapport E_C/E_J . Pour identifier les différents régimes nous avons tracé dans l'espace des phases les trajectoires d'égale énergie pour différentes valeurs du rapport $N^2 E_C/E_J$ (voir figure 9.2).

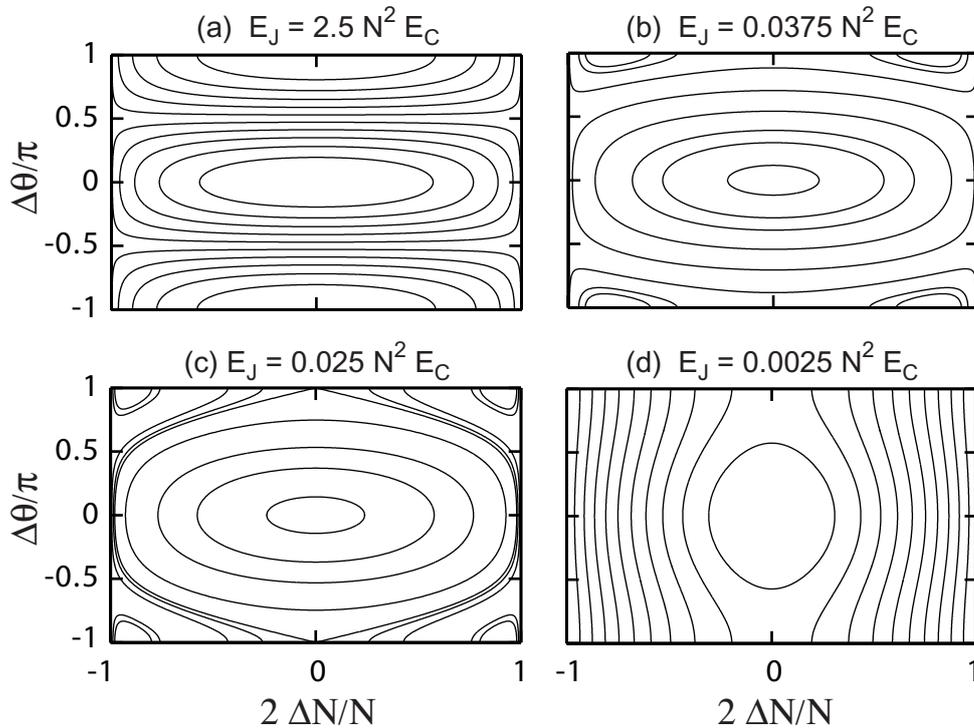


FIG. 9.2 – Trajectoire dans l'espace des variables $2 \Delta N$ (différence de population entre les deux puits) et $\Delta \theta$ (différence de phase) pour différentes valeurs du couplage tunnel par rapport à l'intensité des interactions. Les différents régimes observés sont décrits dans le texte.

- $E_J \gg N^2 E_C$: nous observons des oscillations de Rabi de pulsation $E_J/N = \delta$. L'amplitude des oscillations en ΔN est égale à N (voir figure 9.2.a). Les points fixes sont $(\Delta N, \Delta \Phi) = (0, 0)$ et $(\Delta N, \Delta \Phi) = (0, \pi)$ et correspondent à l'état symétrique $|\Phi_s\rangle$ et à l'état antisymétrique $|\Phi_a\rangle$ du double-puits.
- $N^2 E_C/16 > E_J > N^2 E_C/32$: lorsque E_J devient inférieur à $N^2 E_C/16$, le point fixe $(0, \pi)$ se dédouble. Les deux nouveaux points fixes qui en résultent sont situés en $(\pm \Delta N_\pi, \pi)$ (voir figure 9.2.b). Autour de ces points, il existe des trajectoires où ΔN oscille autour d'une valeur moyenne non nulle et où $\Delta \theta$ oscille autour de π . La présence de ces états est due au terme non

linéaire en $\sqrt{1 - (2\Delta N/N)^2}$ dans le couplage tunnel.

- $N^2 E_C/32 > E_J$: lorsque E_J est inférieur $N^2 E_C/32$, il devient possible d'observer des trajectoires où ΔN oscille autour d'une valeur moyenne non nulle et où $\Delta\theta$ augmente continûment (voir figure 9.2.c). Ces trajectoires correspondent à un mouvement circulaire du pendule autour de son axe. Les points fixes sont toujours au nombre de 3 et la valeur de ΔN_π se déplace vers $N/2$.
- $N^2 E_C \gg E_J$: nous sommes dans le régime de Josephson. L'amplitude des oscillations en ΔN est fortement réduite sur toutes les trajectoires. Pour $\Delta N \ll 1$, le terme en $\sqrt{1 - (2\Delta N/N)^2}$ est négligeable et l'hamiltonien qui donne l'évolution des variables ΔN et $\Delta\theta$ est l'hamiltonien Josephson

$$H_J = \frac{E_C}{2} \Delta N^2 - E_J \cos(\Delta\theta). \quad (9.26)$$

Nous retrouvons l'hamiltonien d'un pendule de longueur fixe dont nous reconnaissons les trajectoires dans l'espace des phases sur la figure 9.2.d. Les trajectoires possibles sont des oscillations du pendule autour de sa position d'équilibre ou bien des trajectoires sur lesquelles le pendule fait des tours complets autour de son axe. La fréquence d'oscillation du pendule autour de la position d'équilibre $(\Delta N, \Delta\theta) = (0, 0)$ est donnée par la fréquence Josephson $\sqrt{E_J E_C}/(2\pi\hbar)$. L'amplitude des oscillations de la différence de phase peut être de π , mais l'amplitude maximale des oscillations en différence de nombre d'atomes est limitée à $\sqrt{E_J/E_C} \ll N$.

Les références [164, 165, 170] traitent en détail les oscillations autour des points $(\pm\Delta N_\pi, \pi)$ et évoquent les autres régimes présentés ci-dessus.

9.1.3.2 Intérêt du régime de Rabi

Le régime de Rabi est le plus approprié pour réaliser un interféromètre atomique car les interactions sont alors négligeables. Si initialement les deux puits sont bien séparés ($\delta = 0$), nous pouvons préparer, par exemple, tous les atomes dans l'état fondamental du puits de gauche, c'est-à-dire dans la superposition $(|\Phi_s\rangle + |\Phi_a\rangle)/\sqrt{2}$. Puis en branchant le couplage tunnel (*i.e* en approchant les puits), cette superposition évolue à la pulsation δ . Au bout d'un temps correspondant à un quart de période, les atomes sont dans l'état $(|\Phi_s\rangle - i|\Phi_a\rangle)/\sqrt{2}$. En séparant à nouveau les puits, cet état correspond à la superposition $\alpha|\Phi_g\rangle + \alpha^*|\Phi_d\rangle$ avec $\alpha = (1 - i)/2$. Cet état est délocalisé sur les deux puits. Nous avons ainsi réalisé l'équivalent temporel d'une lame séparatrice qui est l'élément de base d'un interféromètre. Une deuxième impulsion $\pi/2$ permet de mesurer la différence de déphasage accumulée entre les deux puits pendant le temps où les deux puits sont bien séparés. Si cette différence est nulle, les atomes finissent tous dans le puits de droite après la deuxième séquence, sinon la différence de population entre les deux puits permet de connaître le déphasage accumulé entre les deux puits.

Les interactions limitent la durée pendant laquelle les puits peuvent rester séparés et limitent le temps de mesure du déphasage que l'on cherche à déterminer. En effet les atomes sont dans une superposition d'états $|n\rangle$ et chacun de ces états évolue proportionnellement à $\exp(i E_C n^2 t)$ à cause du terme d'interaction $4 \hbar \kappa \Delta N^2$. Au bout d'un temps $T_{\text{diffusion}}$ la superposition initiale est brouillée et l'information sur le déphasage accumulé est perdue. Le temps de diffusion de la phase $T_{\text{diffusion}}$ est donné par [171, 172]

$$T_{\text{diffusion}} = \frac{1}{E_C \sqrt{N}} \quad (9.27)$$

Néanmoins après un temps égal à $2\pi/E_C$ tous les états sont à nouveau en phase et l'interféromètre permet à nouveau d'observer des franges. Ce phénomène de résurgence (« revival ») quantique est dû au caractère discret et fini du spectre de l'hamiltonien.

9.2 Réalisation expérimentale approchée du modèle à deux modes

Les oscillations Josephson n'ont jamais été observées expérimentalement dans un condensat de Bose-Einstein. Nous allons montrer qu'il est en fait très difficile de se placer dans une situation expérimentale où les conditions du modèle à deux modes sont vérifiées et où les régimes de Rabi et de Josephson peuvent être explorés. Cette difficulté est due à la trop grande importance des interactions. Pour contourner ce problème nous proposons de réaliser le modèle à deux modes non pas dans les trois directions de l'espace mais dans seulement deux dimensions afin de pouvoir utiliser la troisième dimension pour diluer le condensat et réduire l'importance des interactions. Nous verrons cependant que les interactions peuvent coupler les oscillations Josephson au mouvement sur la troisième direction, compliquant notablement la dynamique du système par rapport au modèle à deux modes. Enfin nous décrivons la puce atomique que nous avons conçue afin de réaliser cette expérience.

9.2.1 Peut-on réaliser expérimentalement le modèle à deux modes ?

Considérons deux pièges sphériques de pulsation ω suffisamment proches l'un de l'autre afin d'obtenir un couplage tunnel non négligeable entre les pièges. Nous allons déterminer les paramètres du piège et le nombre d'atomes pour pouvoir être dans les conditions de validité du modèle à deux modes soit dans le régime de Rabi, soit dans le régime Josephson.

9.2.1.1 Conditions pour atteindre le régime de Rabi

Pour atteindre le régime de Rabi il faut que le couplage tunnel soit supérieur au potentiel chimique, c'est la condition que nous avons trouvée précédemment $E_J/N > N E_C$ soit $\delta > \mu$. De plus, pour que le modèle à deux modes soit valide il faut que la fréquence d'oscillation au fond des pièges soit grande devant le couplage tunnel. Il faut donc être dans la situation où le potentiel chimique est petit devant la fréquence d'oscillation, c'est à dire loin du régime de Thomas-Fermi où les condensats sont obtenus habituellement. Supposons que nous voulons réaliser l'expérience avec $N = 1000$ atomes, la condition pour que l'énergie d'interaction soit petite devant l'énergie du fondamental est donnée par $N a \ll a_0$. Pour vérifier cette condition le piège doit avoir une fréquence de l'ordre de 1 Hz, ce qui autorise un couplage tunnel de l'ordre de 0,1 Hz. Les échelles de temps de l'expérience deviennent grandes et difficilement compatibles avec notre durée de vie dans le piège magnétique qui est de l'ordre de la dizaine de secondes.

9.2.1.2 Conditions pour atteindre le régime Josephson

Si nous relâchons la contrainte sur la possibilité d'atteindre le régime de Rabi, nous pouvons envisager la situation $\mu \gg \omega \gg \delta$. Le condensat est dans le régime de Thomas-Fermi et la deuxième inégalité garantit la validité du modèle à deux modes. Comme nous sommes dans le régime Josephson, l'amplitude des oscillations de la différence des nombres d'atomes est très faible. Pour observer les oscillations, il faut donc pouvoir mesurer la différence de phase entre les deux condensats dont l'amplitude des oscillations peut être égale à π . Ce domaine semble donc accessible mais plus difficile à observer que le régime de Rabi, car il faut pouvoir mesurer la phase relative entre les deux condensats. On peut par exemple utiliser la spectroscopie par diffraction de Bragg pour obtenir la distribution en impulsion dans le condensat qui contient l'information sur la valeur de la phase relative entre les deux condensats [169].

9.2.2 Deux condensats très allongés couplés : le modèle à deux modes en deux dimensions

Étant donné les difficultés expérimentales pour atteindre le régime à deux modes dans un système à trois dimensions, nous proposons de réaliser le modèle à deux modes en deux dimensions. L'idée est d'obtenir un système invariant par translation suivant une direction de l'espace et d'avoir un double-puits dans les deux autres directions. En modifiant la densité dans la troisième direction, nous pouvons ajuster l'importance des interactions par rapport au couplage tunnel.

Nous proposons donc de réaliser le potentiel suivant

$$V(x, y, z) = \frac{m \omega^2}{8x_0^2}(x^2 - x_0^2)^2 + \frac{1}{2}m \omega^2 y^2 + V_l(z) \quad (9.28)$$

où le potentiel $V_l(z)$ est le potentiel de piégeage longitudinal.

Régime Thomas-Fermi 1D Nous voulons que la fonction d'onde transverse du condensat ne soit pas modifiée par les interactions. Ce régime est appelé régime Thomas-Fermi 1D [173]. Il est obtenu lorsque l'énergie d'interaction $gn = (4\pi\hbar^2/m)an$ est petite devant l'énergie de l'état fondamental transverse $\hbar\omega_0$. Si nous supposons que nous sommes dans cette situation, la densité du condensat est n_{1D}/a_0^2 où n_{1D} est la densité longitudinale du condensat et $a_0 = \sqrt{\hbar/(m\omega_0)}$ la taille de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique transverse. La condition $gn \ll \hbar\omega_0$ s'écrit alors $n_{1D}a \ll 1$. Il faut donc que la densité longitudinale soit petite devant l'inverse de la longueur de diffusion a . Si nous considérons un condensat de 3000 atomes dans un potentiel longitudinal en forme de boîte, le condensat doit être allongé sur une longueur d'environ 200 μm . Nous nous fixons donc comme objectif d'obtenir un couplage tunnel homogène sur une longueur de 200 μm et stable dans le temps à mieux que 10%. Nous espérons ainsi pouvoir nous placer dans les conditions adéquates pour observer des oscillations de Rabi du condensat entre les deux puits.

9.2.3 Réalisation d'un double-puits à deux dimensions invariant par translation

Les difficultés expérimentales pour réaliser un potentiel permettant d'obtenir un double-puits avec ces propriétés sont les suivantes :

- Il faut découpler totalement le potentiel longitudinal et le potentiel transverse pour que le couplage tunnel soit spatialement homogène sur toute la longueur du condensat.
- Il faut réaliser un potentiel suffisamment robuste vis-à-vis des fluctuations résiduelles de champ magnétique pour que la valeur du couplage tunnel fluctue peu dans le temps.

Nous allons dans un premier temps traiter le schéma le plus simple permettant d'obtenir un double-puits magnétique sur une puce. Il consiste à rapprocher deux guides à un fil. Ce schéma a été proposé dans la référence [92]. Ce dispositif modèle nous permettra d'obtenir l'expression du champ magnétique au voisinage du point où les deux guides se touchent et les caractéristiques du double-puits obtenu (fréquence ω_0 et couplage tunnel δ). Nous déterminerons la stabilité du couplage tunnel vis à vis des fluctuations résiduelles de champ magnétique. Nous expliquerons pourquoi ce schéma est très difficile à mettre en œuvre expérimentalement. Enfin nous présenterons un schéma plus complexe utilisant cinq fils

coplanaires qui permettent d'obtenir un champ analogue au champ obtenu avec le premier système. Nous montrerons que ce nouveau schéma est suffisamment robuste pour pouvoir produire un couplage tunnel homogène sur une grande longueur et peu sensible aux fluctuations de champ externe.

9.2.3.1 Un modèle simple : deux fils et un champ uniforme

Le système modèle que nous allons commencer par étudier est présenté sur la figure 9.3. Deux fils infinis séparés par une distance $2d$ sont parcourus par un même courant I . Un champ uniforme \mathbf{B}_0 perpendiculaire aux fils permet d'ajuster la distance entre les guides. Nous ajoutons un champ longitudinal B_z pour que le champ magnétique ne soit pas nul au fond des puits afin d'éviter les pertes de Majorana. Si le champ uniforme B_0 est suffisamment grand pour que la hauteur h du minimum de potentiel obtenu en présence d'un seul fil soit petite devant la distance entre les fils, nous obtenons deux guides bien séparés situés au-dessus de chaque fil. Lorsque B_0 diminue, les deux minima se rapprochent en décrivant un arc de cercle (voir figure 9.3). Pour $B_0 = \mu_0 I / (2\pi d)$, les deux minima se confondent à une hauteur d au-dessus de la surface de la puce. Autour de ce « point de coalescence », nous obtenons le développement hexapolaire suivant du champ magnétique

$$\begin{cases} B_x = A(y^2 - x^2) \\ B_y = 2Axy \end{cases} \quad \text{avec } A = \frac{\mu_0 I}{4\pi d^3}. \quad (9.29)$$

Nous avons pris la position du point de coalescence comme origine des axes du repère.

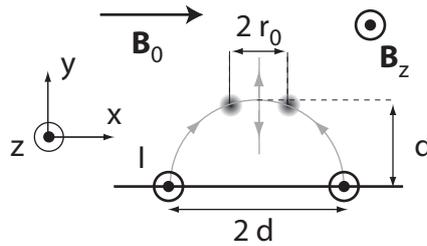


FIG. 9.3 – Système modèle pour obtenir un double-puits. Deux fils séparés par une distance $2d$ sont parcourus par le même courant I . La distance entre les deux puits est ajustée par l'amplitude du champ \mathbf{B}_0 . Les lignes grises représentent la trajectoire des deux minima lorsque la valeur de B_0 diminue. Les deux minima se rapprochent en décrivant un arc de cercle, se confondent à une hauteur d au-dessus de la surface puis s'éloignent à nouveau sur une droite verticale.

En passant en coordonnées polaires $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, nous obtenons

$$\begin{cases} B_x = -Ar^2 \cos 2\theta \\ B_y = Ar^2 \sin 2\theta \end{cases} \quad (9.30)$$

Plaçons nous au point de coalescence ($B_0 = \mu_0 I / (2\pi d)$) et ajoutons un petit champ $\mathbf{b} = b(\cos\theta_b \mathbf{e}_x + \sin\theta_b \mathbf{e}_y)$ dans le plan $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$. Ce petit champ permet d'obtenir à nouveau deux minima séparés. A partir du développement (9.30), nous obtenons que la distance entre les minima est donnée par $2r_0 = 2\sqrt{b/A}$. Les deux minima sont situés sur la droite passant par l'origine faisant un angle $\theta = -\theta_b/2$ avec l'axe (O, \mathbf{e}_x) . Plaçons nous sur cette droite, le module au carré de champ magnétique s'écrit

$$|\mathbf{B}|^2 = (b - Ar^2)^2 + B_z^2. \quad (9.31)$$

Dans la limite $B_z \gg b$ (nous verrons par la suite qu'il est effectivement intéressant de se placer dans cette limite), nous pouvons développer le module du champ sous la forme

$$|\mathbf{B}| = \frac{b^2}{2B_z r_0^4} (r^2 - r_0^2)^2 + B_z \quad \text{avec} \quad r_0 = \sqrt{\frac{b}{A}}. \quad (9.32)$$

Nous reconnaissons le potentiel en double-puits discuté dans la première partie. La fréquence d'oscillation au fond de chaque puits est donnée par $\omega_0 = \sqrt{4\mu_B A b / (m B_z)}$.

Pour être dans l'approximation du modèle à deux modes, il faut que le couplage tunnel soit petit devant la fréquence d'oscillation entre puits. Nous voulons réaliser $\delta = \eta\omega_0$ avec η de l'ordre de 0,1. Cette condition fixe le rapport $\alpha = r_0/a_0$ où a_0 est la taille du fondamental de l'oscillateur harmonique de fréquence ω_0 . Nous avons vu dans la première partie qu'à une dimension, un rapport α de 2,5 permet d'obtenir ε de l'ordre de 0,1. Nous considérerons α égal à cette valeur pour les applications numériques par la suite. Les paramètres r_0 et ω_0 sont donc liés. Nous choisissons de garder la séparation entre les puits comme paramètre libre. Les formules précédentes permettent d'obtenir la valeur de B_z qu'il faut choisir pour que la condition $r_0/a_0 = \alpha$ soit remplie.

9.2.3.2 Effet des fluctuations de champ magnétique

Nous allons maintenant étudier la stabilité relative du couplage tunnel vis à vis des fluctuations de champ magnétique. Nous allons essayer de déterminer le meilleur jeu de paramètres I, d , et r_0 pour minimiser la sensibilité du couplage tunnel aux fluctuations de champ.

Éliminons immédiatement le courant I comme paramètre ajustable. En effet, nous avons intérêt à utiliser le courant maximal tolérable par les fils pour que les champs magnétiques créés soient les plus intenses possibles afin d'être grands devant les fluctuations de champ magnétique. Nous supposons donc que le courant est donné par $I = I_0 (d/d_0)^{3/2}$ d'après la loi d'échelle que nous avons obtenue au chapitre 4. En supposant que les fils sont carrés avec une taille égale au cinquième de la distance d , ce qui semble raisonnable pour pouvoir négliger les effets de taille finie, nous obtenons un courant maximal $I_0 = 20$ mA pour

une distance² $d_0 = 2,5 \mu\text{m}$. En injectant cette loi d'échelle pour le courant dans l'expression de A nous obtenons

$$A = \gamma d^{-3/2} \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi d_0^{3/2}}. \quad (9.33)$$

Il ne nous reste désormais plus que deux paramètres libres d et r_0 .

Variations du couplage tunnel Nous supposons une variation δb du champ dans le plan transverse. Cette variation entraîne un déplacement δr_0 de la distance entre les puits et une variation du couplage tunnel. A partir des équations (9.32) et (9.29) nous obtenons

$$\frac{\delta r_0}{r_0} = \frac{1}{2} \frac{\delta b}{b} = \frac{d^{3/2}}{2\gamma r_0^2} \delta b. \quad (9.34)$$

Nous exigeons $\delta r_0/r_0 \lesssim \varepsilon$ avec ε de l'ordre de 0,1. Nous avons tracé sur la figure 9.4 le domaine délimité par cette condition dans l'espace des paramètres r_0 et d pour une fluctuation de champ $\delta b = 1 \text{ mG}$ (courbe en trait plein). Cette valeur de δb est faible mais facilement accessible avec un blindage magnétique autour de l'expérience. Nous verrons au paragraphe suivant que nous ne pouvons pas tolérer une valeur beaucoup plus grande.

Les variations du champ longitudinal induisent également une variation du couplage tunnel qui est complètement négligeable par rapport aux variations induites par les fluctuations du champ perpendiculaire. Nous n'en tiendrons donc pas compte dans la suite.

Effet de la gravité Nous avons jusqu'à maintenant négligé la gravité. Or si les deux puits ne sont pas à la même hauteur la différence d'énergie potentielle de pesanteur déséquilibre les deux puits. Il faut donc que cette différence d'énergie potentielle reste négligeable devant la valeur du couplage tunnel. Une fluctuation δb du champ magnétique transverse induit un déplacement vertical δy entre les deux puits donné par

$$\delta y = \frac{\delta b}{2A r_0}. \quad (9.35)$$

Nous voulons que le rapport $(m g \delta y)/(\hbar \delta)$ soit petit. Ce rapport s'écrit

$$\frac{m g \delta y}{\hbar \delta} = \frac{m^2 g r_0 \delta b}{2A \hbar^2 \alpha \varepsilon} = \frac{m^2 g r_0 d^{3/2} \delta b}{2\gamma \hbar^2 \alpha \varepsilon}. \quad (9.36)$$

²Nous avons effectivement pu fabriquer des fils de $500 \text{ nm} \times 500 \text{ nm}$ pouvant supporter un tel courant.

Si nous exigeons que ce rapport soit inférieur comme précédemment à ε pour une fluctuation de champ $\delta b = 1$ mG, nous obtenons le domaine tracé sur la figure 9.4 (courbe en pointillés). L'intersection des deux domaines que nous venons de déterminer limite la distance d à une valeur maximale de seulement $10 \mu\text{m}$. Cette valeur diminue si nous augmentons la valeur de δb . Pour ne pas avoir à trop rapprocher les fils, ce qui est techniquement difficile, il semble nécessaire de placer l'expérience dans un blindage magnétique. Et même avec un blindage, il faut pouvoir fabriquer des fils très rapprochés. Les puces atomiques se prêtent donc particulièrement bien à la réalisation d'un tel système.

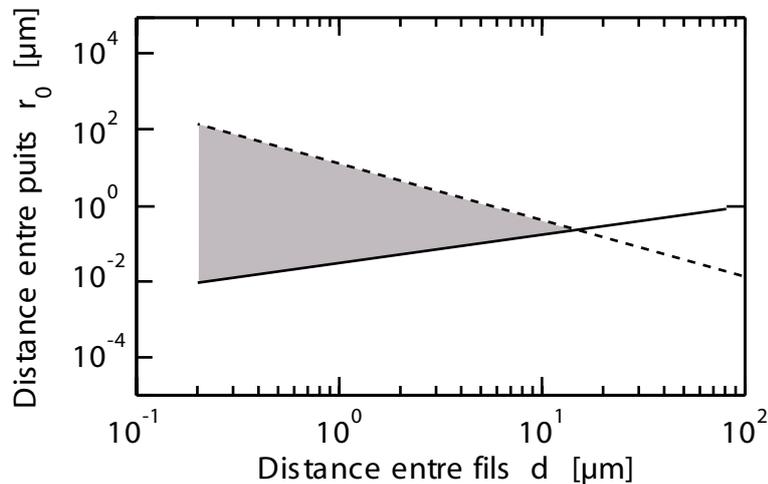


FIG. 9.4 – Le domaine grisé représente le domaine où une fluctuation de champ externe de 1 mG ne perturbe pas trop le couplage tunnel. L'axe des abscisses est la distance typique d qui caractérise l'écart entre fils sur la puce. L'axe des ordonnées représente la demi distance r_0 entre les deux puits. Nous voyons qu'il est indispensable d'utiliser des structures de très petites tailles. Les puces atomiques sont donc de bons candidats pour réaliser cette expérience.

Pourquoi ce schéma simple est-il irréalisable ? Si nous choisissons une distance d de $2,5 \mu\text{m}$, le champ B_0 à appliquer est de 16 G. Or nous avons vu qu'une fluctuation δb de l'ordre du mG est tolérable. Il faut donc pouvoir réaliser un champ magnétique uniforme sur une distance de l'ordre $200 \mu\text{m}$ et stable temporellement à 10^{-4} près³. La réalisation d'un tel champ avec des bobines externes nous apparaît comme extrêmement difficile. Ce schéma simple nous semble donc irréalisable. Il nous a cependant permis de montrer qu'un champ

³Plus précisément il faut que le rapport B/I soit stable à 10^{-4} près. Ici, nous avons supposé que le courant I était parfaitement stable.

hexapolaire permet d'obtenir un double-puits magnétique et nous avons obtenu les conditions nécessaires pour garantir un couplage tunnel stable.

9.2.3.3 Utilisation de cinq fils coplanaires

Pour contourner le problème de la stabilité relative du rapport B_0/I rencontré dans le schéma précédent, il semble judicieux de n'utiliser que des fils sur la puce pour créer le potentiel hexapolaire. Ainsi le champ B_0 est créé par les fils et si nous nous arrangeons pour que tous les fils soient parcourus par le même courant (*i.e* fourni par la même alimentation), il y a réjection du bruit de l'alimentation et le rapport I/B_0 est intrinsèquement stable. De plus pour obtenir un couplage tunnel homogène sur une longueur de $200 \mu\text{m}$, il suffit de faire des fils beaucoup plus longs.

On peut montrer que le nombre minimal de fils coplanaires⁴ pour obtenir un champ hexapolaire sans champ externe est égal à cinq. Nous n'allons pas démontrer ce résultat rigoureusement mais nous pouvons le comprendre de la façon suivante. Le guide le plus simple sans champ externe est un guide à trois fils avec des courants alternés (voir chapitre 4). En rapprochant deux guides à trois fils identiques et en remplaçant les deux fils du centre (parcourus par un courant dans le même sens) par un seul fil nous obtenons la géométrie de la figure 9.5 : cinq fils parcourus par des courants alternés.

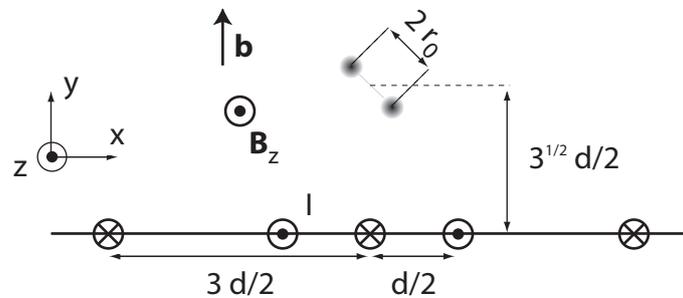


FIG. 9.5 – Réalisation d'un champ hexapolaire avec cinq fils coplanaires. Les fils sont parcourus par le même courant, nous obtenons ainsi une réjection du bruit de l'alimentation. La séparation entre les puits est obtenue en ajoutant un petit champ \mathbf{b} . L'angle entre la droite joignant les minima et l'axe \mathbf{e}_x est la moitié de l'angle entre le champ \mathbf{b} et l'axe \mathbf{e}_x .

Pour se placer au point de coalescence avec le même courant dans chaque fil, il faut que les fils extérieurs soient séparés d'une distance $3d$ si les fils centraux sont séparés d'une distance $d/2$ (voir figure 9.5). Dans ces conditions la hauteur

⁴Notons qu'un fil enterré sous les deux fils qui constituent les guides permet de créer le champ B_0 , mais nous ne retenons pas cette solution car l'alignement des deux couches de lithographie est trop critique.

du point de coalescence est $h = \sqrt{3}d/2$. Autour de ce minimum nous obtenons le développement hexapolaire suivant du champ

$$\begin{cases} B_x &= A(y^2 - x^2) \\ B_y &= 2Axy \end{cases} \quad \text{avec } A = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{\mu_0 I}{4\pi d^3}. \quad (9.37)$$

Choix des paramètres La valeur de A est identique à la valeur précédente à un facteur numérique près qui est proche de l'unité. Le domaine des paramètres possibles d et r_0 obtenu sur la figure 9.4 est donc toujours valable. Nous avons choisi une distance entre fils $d = 5 \mu\text{m}$ ce qui fixe la taille des fils à environ 500 nm. Nous allons maintenant présenter les résultats obtenus à partir d'une simulation numérique avec cette distance entre les fils et un courant de 20 mA dans chaque fil.

Notre géométrie n'est pas exactement celle de la figure 9.5. En effet la puce est inclinée à 45° par rapport à la verticale. Il faut donc trouver l'angle à donner au champ \mathbf{b} pour équilibrer le double-puits. Nous avons résolu numériquement l'équation de Schrödinger à deux dimensions pour obtenir les états propres du potentiel. Nous avons cherché pour un champ B_z donné la valeur et la direction de \mathbf{b} pour obtenir un double-puits tel que⁵ :

- L'écart en énergie entre les deux premiers niveaux soit égal au dixième de l'écart entre le premier et le troisième niveau du potentiel.
- La fonction d'onde dans l'état fondamental soit symétrique par rapport à la ligne médiane entre les deux puits.

Nous avons ensuite testé la stabilité du couplage tunnel vis-à-vis d'une variation de champ perpendiculaire. Comme nous l'avons vu précédemment, les conditions de stabilité sont vérifiées pour une certaine plage de paramètres. La condition sur la stabilité du couplage tunnel impose que le champ B_z soit supérieur à 50 mG. La condition de stabilité liée à la gravité impose un champ inférieur à 300 mG. Enfin pour que les pertes de Majorana soient négligeables ($\mu_B B_z \gtrsim 10\hbar\omega_0$) le champ B_z doit être supérieur à 100 mG. Nous choisissons donc de nous placer à $B_z = 200$ mG. Il faut alors un champ perpendiculaire $b = 43$ mG faisant un angle de 91° avec l'axe \mathbf{e}_x . La fréquence tunnel obtenue est de 420 Hz et l'écart entre le niveau fondamental et le troisième état excité est de 4,2 kHz. La fréquence d'oscillation au fond de chaque puits est d'environ 13 kHz. L'angle obtenu est très proche de la valeur attendue puisque dans l'approximation hexapolaire nous avons vu qu'un angle de 90° sur le champ correspond à un angle de 45° pour les minima, c'est-à-dire l'horizontale étant donné l'orientation de la puce. La valeur obtenue pour le module du champ est assez différente de la valeur prédite par le modèle simple de couplage tunnel à une dimension. Ces simulations numériques

⁵Maintenant que nous avons fixé d , il ne nous reste plus que r_0 comme paramètre libre. Pour les commodités du calcul numérique nous choisissons B_z comme paramètre libre et nous cherchons ensuite la valeur de b qui permet d'obtenir le bon couplage tunnel.

nous ont semblé concluantes et nous avons donc réalisé cette structure à cinq fils (voir chapitre 7) sur notre dernière puce et nous essayons actuellement de charger un condensat dans le double-puits.

9.3 Conclusion

Nous avons proposé de réaliser une expérience où deux condensats très allongés sont couplés par effet tunnel. Nous avons montré que cette géométrie permet de réaliser le modèle à deux modes dans deux dimensions de l'espace. Les deux condensats sont dans le régime de Thomas-Fermi 1D ($n_{1D} a \ll 1$). Dans ce régime le couplage tunnel local entre les condensats est donné par l'écart entre les niveaux d'énergie de l'hamiltonien à une particule du mouvement transverse. Nous avons montré que l'utilisation de structures de très petite taille ($\lesssim 1 \mu\text{m}$) permet d'envisager la réalisation d'un couplage tunnel stable et homogène sur toute la longueur des deux condensats.

Nous avons fabriqué la puce permettant d'obtenir ce double-puits de potentiel en utilisant des fils de très petite taille réalisés par lithographie électronique. Il reste de nombreuses inconnues quant à la possibilité d'observer des oscillations Josephson avec ce dispositif. Tout d'abord nous ne connaissons pas les fluctuations de potentiel au-dessus des fils fabriqués par lithographie électronique. Nous savons que la qualité des bords est bien supérieure à celle du fil que nous avons mesuré au chapitre précédent mais elle n'est peut être pas suffisante. Si le potentiel longitudinal est trop rugueux, le condensat se fragmente et sort du régime Thomas-Fermi 1D. Dans ce cas le couplage tunnel est modifié par les interactions et n'est plus homogène sur toute la longueur du condensat. De plus, nous ne pouvons plus atteindre le régime de Rabi.

Si nous arrivons en améliorant la technique de fabrication à obtenir un potentiel longitudinal suffisamment lisse pour être dans le régime Thomas-Fermi 1D avec un condensat contenant 3000 atomes étalé sur $200 \mu\text{m}$, les interactions restent importantes par rapport au couplage tunnel et nous ne sommes pas profondément dans le régime de Rabi. Nous avons décrit dans l'approximation du modèle à deux modes la dynamique des oscillations dans ce régime. Nous avons toujours supposé que le mouvement longitudinal était découplé du mouvement transverse. En fait, ceci est une approximation car les interactions entre atomes introduisent un couplage entre les oscillations Josephson et des variations longitudinales de la différence de phase entre condensats. Les opérateurs $\Delta\theta$ et ΔN dépendent alors de z . Et dans le régime de Josephson, l'évolution du système est donnée par l'hamiltonien de Sine-Gordon

$$H_{\text{SG}} = \int \left(\frac{\hbar^2 n_{1D}}{2m} \left[\frac{\partial \Delta\theta(z)}{\partial z} \right]^2 + 2 \hbar \omega_0 a n_{1D}^2 \Delta N^2(z) - \hbar \delta n_{1D} \cos[\Delta\theta(z)] \right) dz. \quad (9.38)$$

Des calculs numériques préliminaires montrent que le mode que nous voulons observer où les deux condensats oscillent « en bloc » d'un puits à l'autre avec une différence de phase uniforme sur toute la longueur des condensats est instable. En fait, la zoologie des instabilités de l'hamiltonien de Sine-Gordon est bien connue [174]. Par exemple un soliton de différence de phase peut se propager le long des condensats et se réfléchir au bout. Cet effet a été observé dans des jonctions Josephson très longues entre deux supraconducteurs [175] (et références incluses). La physique de deux condensats très allongés couplés par effet tunnel est donc plus riche que celle décrite par le modèle à deux modes et ce système nous ouvre de nouvelles perspectives d'expériences.

Conclusion et perspectives

Dans la première partie de ce manuscrit, nous avons présenté les derniers développements de l'expérience portant sur l'étude de la rugosité d'un miroir à onde évanescente. En particulier, nous avons exposé une méthode interférométrique de mesure de la fonction de cohérence d'une onde atomique. Cette méthode utilise des transitions Raman sélectives en vitesse et permet de mesurer la diminution de la cohérence induite par un élément d'optique atomique sur une onde plane incidente parfaitement cohérente. En effet, nous avons montré que le contraste des franges obtenues avec l'interféromètre est proportionnel à la fonction d'autocorrélation de l'onde atomique après son passage par l'élément optique étudié. Notre dispositif expérimental nous permet de mesurer cette fonction d'autocorrélation pour des distances comprises entre $0,5 \mu\text{m}$ et $30 \mu\text{m}$ avec une résolution de 80 nm . Un biais expérimental ne nous a pas permis d'utiliser toute la puissance de cette méthode pour l'étude du miroir atomique à onde évanescente. Mais nous avons montré que cette technique est utilisable pour de futures caractérisations d'éléments d'optique atomique.

Dans la deuxième partie, nous avons présenté le dispositif expérimental compact que nous avons développé afin d'obtenir un condensat de Bose-Einstein de ^{87}Rb sur une puce atomique. Nous avons ensuite présenté une étude quantitative de la rugosité du potentiel magnétique créé par notre puce. Nous avons mesuré cette rugosité pour différentes hauteurs au-dessus de la surface de la puce en analysant les profils de densité des atomes piégés. Nous avons montré que les fluctuations de champ magnétique mesurées avec les atomes sont en bon accord avec les fluctuations de champ magnétique déduites de la mesure des variations de position du bord du fil. Cette étude est la première où la « fragmentation » d'un nuage atomique, qui est un phénomène observé sur toutes les expériences de puce atomique, est expliquée quantitativement.

Les perspectives pour l'expérience de puce atomique sont nombreuses. Actuellement, nous essayons de réduire la rugosité du potentiel créé par la puce en explorant de nouvelles techniques de microfabrication (lithographie électronique) pour diminuer la rugosité des bords du fil. L'amélioration de la qualité des fils est nécessaire pour que nous puissions utiliser des fils de petite taille et exploiter toutes les possibilités des puces atomiques. Des résultats préliminaires sur des fils de $700 \text{ nm} \times 700 \text{ nm}$ de section sont encourageants. Dans un futur proche, nous pensons caractériser précisément la rugosité du potentiel créé par ces fils.

Nous espérons que ces fils seront de qualité suffisante pour pouvoir produire le double puits de potentiel magnétique décrit au chapitre 9. Notre objectif sera ensuite d'étudier la dynamique du condensat dans ce double-puits. Nous essaierons d'observer des oscillations de la différence des nombres d'atomes dans chaque puits. Il serait ensuite intéressant de pouvoir mesurer l'évolution de la différence de phase entre les puits. Cette information est contenue dans la distribution en vitesse des atomes dans le double-puits. Pour mesurer cette distribution, plusieurs méthodes sont envisageables : nous pouvons observer l'évolution de la figure d'interférence entre les condensats dans chaque puits après temps de vol ou bien nous pouvons mesurer directement la distribution en vitesse en utilisant la spectroscopie de Bragg [169] ou des transitions Raman sélectives en vitesse.

Le prolongement de l'expérience de double-puits est, comme nous l'avons déjà mentionné, la réalisation d'un interféromètre intégré sur puce. Mais d'autres axes de recherche mettant à profit les spécificités des puces atomiques sont également envisageables. Nous pensons par exemple étudier la physique d'un condensat de Bose-Einstein dans le potentiel rugueux créé par un micro-fil. Si l'amplitude de la rugosité est grande, l'état fondamental est une phase de Mott où le nombre d'atomes dans chaque creux de potentiel est bien déterminé. A l'opposé, en l'absence de désordre, l'état fondamental est une phase superfluide (*i.e.* un condensat). Entre ces deux extrêmes, il est prédit l'existence d'une phase intermédiaire appelée « verre de Bose » [176]. Cette phase n'est pas superfluide mais est compressible (contrairement à la phase de Mott). La référence [154] présente une expérience possible pour mettre en évidence cette phase particulière.

Dans une perspective différente, nous envisageons d'ajouter des éléments optiques sur nos puces atomiques en combinaison avec les fils créant le potentiel magnétique. En particulier, il semble très intéressant d'intégrer une micro cavité optique sur une puce. Cette cavité pourrait être utilisée en combinaison avec un interféromètre intégré pour détecter par quelle voie de l'interféromètre sortent les atomes [124]. Enfin si nous arrivons à fabriquer une cavité de finesse suffisante, il est possible d'atteindre le régime de couplage fort entre un atome piégé sur la puce et le champ de la cavité. Dans ce régime, la cavité peut être utilisée pour intriquer plusieurs atomes présents dans la cavité [177] (et références incluses). Ces puces atomiques hybrides optiques et magnétiques constitueraient alors un nouveau type de dispositif expérimental pour le traitement quantique de l'information.

Bibliographie

- [1] M. BORN ET E. WOLF, *Principle of Optics*, 4th éd. (Pergamon, Oxford, 1970), p. 738 (Appendix II).
- [2] C. J. BORDÉ, “Atomic interferometry with internal state labelling”, *Phys. Lett. A* **140**, 10 (1989).
- [3] D. W. KEITH, C. R. EKSTROM, Q. A. TURCHETTE, ET D. E. PRITCHARD, “An interferometer for atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2693 (1991).
- [4] O. CARNAL ET J. MLYNEK, “Young’s double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer”, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2689 (1991).
- [5] M. KASEVICH ET S. CHU, “Atomic interferometry using stimulated Raman transitions”, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 181 (1991).
- [6] P. L. GOULD, G. A. RUFF, ET D. E. PRITCHARD, “Diffraction of atoms by light : the near-resonant Kapitza-Dirac effect”, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 827 (1986).
- [7] P. J. MARTIN, P. L. GOULD, B. G. OLDAKER, A. H. MIKLICH, ET D. E. PRITCHARD, “Diffraction of atoms moving through a standing light wave”, *Phys. Rev. A* **36**, 2495 (1987).
- [8] C. COHEN-TANNOUJDI, “Manipulating atoms with photons”, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 707 (1998).
- [9] W. D. PHILIPS, “Laser cooling and trapping of neutral atoms”, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 721 (1998).
- [10] S. CHU, “The manipulations of neutral particules”, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 685 (1998).
- [11] M. KASEVICH, D. WEISS, ET S. CHU, “Normal incidence reflection of atoms from an optical evanescent wave”, *Opt. Lett.* **15**, 607 (1990).
- [12] A. LANDRAGIN, L. COGNET, G. Z. K. HORVATH, C. I. WESTBROOK, ET A. ASPECT, “A reflection grating for atoms at normal incidence”, *Europhys. Lett.* **39**, 485 (1997).
- [13] V. I. BALYKIN, V. S. LETOKHOV, Y. B. OVCHINNIKOV, ET A. I. SIDOROV, “Quantum-state-selective mirror reflection of atoms by laser light”, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2137 (1988).

- [14] M. CHRIST, A. SCHOLZ, M. SCHIFFER, R. DEUTCHMANN, ET W. ERTMER, "Diffraction and reflection of a slow metastable neon beam by an evanescent light grating", *Opt. Comm.* **107**, 211 (1994).
- [15] R. BROURI, R. ASIMOV, M. GORLICKI, S. FERON, J. REINHARDT, V. LORENT, ET H. HABERLAND, "Thermal atom beam splitting by an evanescent standing wave", *Opt. Comm.* **124**, 448 (1996).
- [16] L. COGNET, V. SAVALLI, G. Z. K. HORVATH, D. HOLLEVILLE, R. MARANI, N. WESTBROOK, C. I. WESTBROOK, ET A. ASPECT, "Atomic interference in grazing incidence diffraction from an evanescent wave mirror", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5044 (1998).
- [17] M. ANDERSON, J. ENSHER, M. MATTHEWS, C. WIENMAN, ET E. CORNELL, "Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor", *Science* **269**, 198 (1995).
- [18] K. B. DAVIS, M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN, ET W. KETTERLE, "Bose-Einstein Condensation in a gaz of sodium atoms", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [19] C. C. BRADLEY, C. A. SACKETT, J. J. TOLLET, ET R. G. HULET, "Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gaz with attractive interactions", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
- [20] S. INOUE, M. R. ANDREWS, J. STENGER, H. J. MIESNER, D. M. STAMPER-KURN, ET W. KETTERLE, "Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate", *Nature* **392**, 6672 (1998).
- [21] S. L. CORNISH, N. R. CLAUSSEN, J. L. ROBERTS, E. A. CORNELL, ET C. E. WIEMAN, "Stable ^{85}Rb Bose-Einstein Condensates with Widely Tunable Interactions", *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1795 (2000).
- [22] M. R. MATTHEWS, B. P. ANDERSON, P. C. HALJAN, D. S. HALL, C. E. WIEMAN, ET E. A. CORNELL, "Vortices in a Bose-Einstein Condensate", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2498 (1999).
- [23] K. W. MADISON, F. CHEVY, W. WOHLLEBEN, ET J. DALIBARD, "Vortex Formation in a Stirred Bose-Einstein Condensate", *Phys. Rev. Lett.* **84**, 806 (2000).
- [24] V. BRETIN, P. ROSENBUSCH, F. CHEVY, G. V. SHLYAPNIKOV, ET J. DALIBARD, "Quadrupole Oscillation of a Single-Vortex Bose-Einstein Condensate : Evidence for Kelvin Modes", *Phys. Rev. Lett.* **90**, 100403 (2003).
- [25] O. M. MARAGO, S. A. HOPKINS, J. ARLT, E. HODBY, G. HECHENBLAIKNER, ET C. J. FOOT, "Observation of the Scissors Mode and Evidence for Superfluidity of a Trapped Bose-Einstein Condensed Gas", *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2056 (2000).

- [26] A. P. CHIKKATUR, A. GORLITZ, D. M. STAMPER-KURN, S. INOUE, S. GUPTA, ET W. KETTERLE, “Suppression and Enhancement of Impurity Scattering in a Bose-Einstein Condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 483 (2000).
- [27] R. ONOFRIO, C. RAMAN, J. M. VOGELS, J. R. ABO-SHAER, A. P. CHIKKATUR, ET W. KETTERLE, “Observation of Superfluid Flow in a Bose-Einstein Condensed Gas”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2228 (2000).
- [28] S. BURGER, F. S. CATALIOTTI, C. FORT, F. MINARDI, M. INGUSCIO, M. L. CHIOFALO, ET M. P. TOSI, “Superfluid and Dissipative Dynamics of a Bose-Einstein Condensate in a Periodic Optical Potential”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4447 (2001).
- [29] C. ORZEL, A. K. TUCHMAN, M. L. FENSELAU, M. YASUDA, ET M. A. KASEVICH, “Squeezed states in a Bose-Einstein condensate”, *Science* **291**, 2386 (2001).
- [30] M. GREINER, I. BLOCH, T. W. HÄNSCH, ET T. ESSINGLER, “Magnetic transport of trapped cold atoms over a large distance”, *Phys. Rev. A* **63**, 031401 (2001).
- [31] S. JOCHIM, M. BARTENSTEIN, A. ALTMAYER, G. HENDL, S. RIEDL, C. CHIN, J. H. DENSCHLAG, ET R. GRIMM, “Bose-Einstein condensation of molecules”, *Science* **302**, 5653 (2003).
- [32] M. GREINER, C. A. REGAL, ET D. S. JIN, “Emergence of a molecular Bose-Einstein condensate from a Fermi gas”, *Nature* **426**, 537 (2003).
- [33] M. W. ZWIERLEIN, C. A. STAN, C. H. SCHUNCK, S. M. F. RAUPACH, S. GUPTA, Z. HADZIBABIC, ET W. KETTERLE, “Observation of Bose-Einstein Condensation of Molecules”, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 250401 (2003).
- [34] T. BOURDEL *et al.*, “Experimental Study of the BEC-BCS Crossover Region in Lithium 6”, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 050401 (2004).
- [35] V. SAVALLI, *Étude à haute résolution de la spécularité d’un miroir atomique à onde évanescente*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l’Institut d’Optique, Université Paris VI, 2000.
- [36] V. SAVALLI, D. STEVENS, J. ESTÈVE, P. D. FEATONBY, V. JOSSE, N. WESTBROOK, C. I. WESTBROOK, ET A. ASPECT, “Specular reflection of matter waves from a rough mirror”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 250404 (2002).
- [37] N. WESTBROOK, *Les miroirs à atomes*, Mémoire d’habilitation à diriger des recherches, Laboratoire Charles Fabry de l’Institut d’Optique, Université Paris XI, 2000.
- [38] A. LANDRAGIN, *Réflexion d’atomes sur un miroir à onde évanescente : mesure de la force de van der Waals et diffraction atomique*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l’Institut d’Optique, Université Paris XI, 1997.

- [39] M. KASEVICH, D. WEISS, E. RIIS, K. MOLER, S. KASAPI, ET S. CHU, "Atomic velocity selection using stimulated Raman transitions", *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2297 (1991).
- [40] A. PETERS, K. Y. CHUNG, B. C. YOUNG, J. M. HENSLEY, ET S. CHU, "Precision Atom Interferometry", *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **355**, 2223 (1997).
- [41] M. KASEVICH ET S. CHU, "Laser cooling below a photon recoil with 3-level atoms", *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992).
- [42] J. REICHEL, F. BARDOU, M. B. DAHAN, E. PEIK, S. RAND, C. SALOMON, ET C. COHEN-TANNOUJDI, "Raman cooling of Cesium below 3 nK : new approach inspired by Lévy flight statistics", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4575 (1995).
- [43] M. MORINAGA, I. BOUCHOULE, J. C. KARAM, ET C. SALOMON, "Manipulation of motional quantum states of neutral atoms", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4037 (1999).
- [44] F. J. HARRIS, "On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform", *Proceedings of the IEEE* **66**, 51 (1978).
- [45] P. BOUYER, T. L. GUSTAVSON, K. G. HARITOS, ET M. A. KASEVICH, "Microwave signal generation with optical injection locking", *Opt. Commun.* **21**, 1502 (1996).
- [46] K. SZYMANIEC, S. GHEZALI, L. COGNET, ET A. CLAIRON, "Injection locking of diode lasers to frequency modulated source", *Opt. Commun.* **144**, 50 (1997).
- [47] I. DOTSENKO *et al.*, "Application of electro-optically generated light fields for Raman spectroscopy of trapped cesium atoms", *Appl. Phys. B* **78**, 711 (2004).
- [48] G. SANTARELLI, A. CLAIRON, S. N. LEA, ET G. M. TINO, "Heterodyne optical phase-locking of extended-cavity semiconductor lasers at 9 GHz", *Opt. Commun.* **104**, 339 (1994).
- [49] J. RINGOT, Y. LECOQ, J. C. GARREAU, ET P. SZRIFTGISER, "Generation of phase-coherent laser beams for Raman spectroscopy and cooling by direct current modulation of a diode laser", *Eur. Phys. J. D.* **65**, 285 (1999).
- [50] P. L. KAPITZA ET P. A. M. DIRAC, "The reflection of electrons from standing light waves", *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **29**, 297 (1933).
- [51] P. L. GOULD, P. J. MARTIN, G. A. RUFF, R. E. STONER, J.-L. PICQUE, ET D. E. PRITCHARD, "Momentum transfer to atoms by a standing light wave : transition from diffraction to diffusion", *Phys. Rev. A* **43**, 585 (1991).

- [52] P. J. MARTIN, B. G. OLDAKER, A. H. MIKLICH, ET D. E. PRITCHARD, "Bragg scattering of atoms from a standing light wave", *Phys. Rev. Lett.* **60**, 515 (1988).
- [53] D. M. GILTNER, R. W. MCGOWAN, ET S. A. LEE, "Theoretical and experimental study of Bragg scattering of atoms from a standing light wave", *Phys. Rev. A* **52**, 3966 (1995).
- [54] S. BERNET, M. OBERTHALER, R. ABFALTERER, J. SCHMIEDMAYER, ET A. ZEILINGER, "Coherent frequency shift of atomic matter waves", *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5160 (1996).
- [55] M. S. CHAPMAN, C. R. EKSTROM, T. D. HAMMOND, J. SCHMIEDMAYER, B. E. TANNIAN, S. WEHINGER, ET D. E. PRITCHARD, "Near-field imaging of atom diffraction gratings : the atomic Talbot effect", *Phys. Rev. A* **51**, R14 (1995).
- [56] D. M. GILTNER, R. W. MCGOWAN, ET S. A. LEE, "Atom interferometer based on Bragg scattering from standing light waves", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2638 (1995).
- [57] E. M. RASEL, M. K. OBERTHALER, H. BATELAAN, J. SCHMIEDMAYER, ET A. ZEILINGER, "Atom wave interferometry with diffraction gratings of light", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2633 (1995).
- [58] J. V. HAJNAL ET G. I. OPAT, "Diffraction of atoms by a standing evanescent light wave - a reflection grating for atoms", *Opt. Comm.* **71**, 119 (1989).
- [59] C. HENKEL, H. WALLIS, N. WESTBROOK, C. WESTBROOK, A. ASPECT, K. SENGSTOCK, ET W. ERTMER, "Theory of atomic diffraction from evanescent waves", *Appl. Phys. B* **69**, 277 (1999).
- [60] S. KUNZE, S. DURR, ET G. REMPE, "Bragg scattering of slow atoms from a standing light wave", *Europhys. Lett.* **34**, 343 (1996).
- [61] S. KUNZE, K. DIECKMANN, ET G. REMPE, "Diffraction of atoms from a measurement induced grating", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2038 (1997).
- [62] M. KOZUMA, L. DENG, E. W. HAGLEY, J. WEN, R. LUTWAK, K. HELMERSON, S. L. ROLSTON, ET W. D. PHILIPS, "Coherent splitting of Bose-Einstein condensed atoms with optically-induced Bragg diffraction", *Phys. Rev. Lett.* **82**, 871 (1999).
- [63] C. HENKEL, *Réflexion et diffraction d'atomes lents par un miroir à onde évanescente*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris XI, 1996.
- [64] C. HENKEL, J.-Y. COURTOIS, ET A. ASPECT, "Atomic diffraction by a thin phase grating", *J. Phys. II France* **4**, 1955 (1994).

- [65] J. SHEN ET A. MARADUDIN, “Multiple scattering of waves from random rough surfaces”, *Phys. Rev. B* **22**, 4234 (1980).
- [66] N. GARCIA ET M. NIETO-VESPERINAS, “Rough surface retrieval from the specular intensity of multiply scattered waves”, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3645 (1993).
- [67] A. LANDRAGIN, G. LABEYRIE, C. HENKEL, R. KAISER, N. VANSTEENKISTE, C. I. WESTBROOK, ET A. ASPECT, “Specular versus diffuse reflection of atoms from an evanescent-wave mirror”, *Opt. Lett.* **21**, 1591 (1996).
- [68] L. COGNET *et al.*, “Smoothing a current-carrying atomic mirror”, *Europhys. Lett.* **47**, 538 (1999).
- [69] D. LAU, A. SIDOROV, G. OPAT, R. M. LEAN, W. ROWLANDS, ET P. HANNAFORD, “Reflection of cold atoms from an array of current-carrying wires”, *Eur. Phys. J. D.* **5**, 193 (1999).
- [70] C. V. SABA, P. A. BARTON, M. G. BOSHER, I. G. HUGHES, P. ROSENBUSCH, B. E. SAUER, ET E. A. HINDS, “Reconstruction of a cold atom cloud by magnetic focusing”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 468 (1999).
- [71] K. BONGS, S. BURGER, G. BIRKL, K. SENGSTOCK, W. ERTMER, K. RZAZEWSKI, A. SANPERA, ET M. LEWENSTEIN, “Coherent evolution of bouncing Bose-Einstein condensates”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3577 (1999).
- [72] I. BLOCH, M. KÖHL, M. GREINER, T. HÄNCH, ET T. ESSLINGER, “Optics with an atom laser beam”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 030401 (2001).
- [73] D. VOIGT, B. T. WOLSCHRIJN, R. JANSEN, N. BHATTACHARYA, R. J. C. SPREEUW, ET H. B. VAN LINDEN VAN DEN HEUVELL, “Observation of radiation pressure exerted by evanescent waves”, *Phys. Rev. A* **61**, 063412 (2000).
- [74] C. HENKEL, K. MOELMER, R. KAISER, N. VANSTEENKISTE, C. WESTBROOK, ET A. ASPECT, “Diffuse atomic reflection at a rough mirror”, *Phys. Rev. A* **55**, 1160 (1997).
- [75] J. Y. COURTOIS, J. M. COURTY, ET J. MERTZ, “Internal dynamics of multi-level atoms near a vacuum-dielectric interface.”, *Phys. Rev. A* **53**, 1862 (1996).
- [76] M. NIETO-VESPERINAS, *Scattering and Diffraction in Physical Optics* (Wiley John & Sons, Inc., New York, 1991).
- [77] L. I. GLAZMAN, “Resource Letter : MesP-1 : Mesoscopic physics”, *Am. J. Phys.* **70**, 376 (2002).
- [78] P. T., P. HOMMELHOFF, T. STEINMETZ, T. W. HANSCH, ET J. REICHEL, “Coherence in Microchip Traps”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 203005 (2004).
- [79] M. VENGALATORRE, W. ROOIJAKKERS, ET M. PRENTISS, “Ferromagnetic atom guide with in situ loading”, *Phys. Rev. A* **66**, 053403 (2002).

- [80] M. VENGALATTORE, R. S. CONROY, W. ROOIJAKKERS, ET M. PRENTISS, “Ferromagnets for integrated atom optics”, *Jap. J. App. Phys.* **95**, 4404 (2004).
- [81] W. H. J. REICHEL ET T. W. HÄNSCH, “Atomic micromanipulation with magnetic surface traps”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3398 (1999).
- [82] A. HAASE, D. CASSETTARI, B. HESSMO, ET J. SCHMIEDMAYER, “Trapping neutral atoms with a wire”, *Phys. Rev. A* **64**, 043405 (2001).
- [83] J. FORTÁGH, H. OTT, S. KRAFT, A. GÜNTHER, ET C. ZIMMERMANN, “Surface effects in magnetic microtraps”, *Phys. Rev. A* **66**, 041604(R) (2002).
- [84] M. P. A. JONES, C. J. VALE, B. V. HALL, ET E. A. HINDS, “Spin coupling between cold atoms and the thermal fluctuations of a metal surface”, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 080401 (2003).
- [85] D. MÜLLER, D. Z. ANDERSON, R. J. GROW, P. D. D. SCHWINDT, ET E. A. CORNELL, “Guiding neutral atoms around curves with lithographically patterned current-carrying wires”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5194 (1999).
- [86] N. H. DEKKER, C. S. LEE, V. LORENT, J. H. THYWISSENA, S. P. SMITH, M. DRNDIĆ, R. M. WESTERVELT, ET M. PRENTISS, “Guiding neutral atoms on a chip”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1124 (2000).
- [87] D. MÜLLER, E. A. CORNELL, M. PREVEDELLI, P. D. D. SCHWINDT, Y.-J. WANG, ET D. Z. ANDERSON, “Magnetic switch for integrated atom optics”, *Phys. Rev. A* **63**, 041602 (2001).
- [88] D. CASSETTARI, B. HESSMO, R. FOLMANN, T. MAIER, ET J. SCHMIEDMAYER, “Beam splitter for guided atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 5483 (2000).
- [89] W. HÄNSEL, P. HOMMELHOFF, T. W. HÄNSCH, ET J. REICHEL, “Bose-Einstein condensation on a microelectronic chip”, *Nature* **413**, 498 (2001).
- [90] H. OTT, J. FORTÁGH, G. SCHLOTTERBECK, A. GROSSMANN, ET C. ZIMMERMANN, “Bose-Einstein condensation in a surface microtrap”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 230401 (2001).
- [91] S. SCHNEIDER *et al.*, “Bose-Einstein condensation in a simple microtrap”, *Phys. Rev. A* **67**, 023612 (2003).
- [92] E. A. HINDS, C. J. VALE, ET M. G. BOSHIER, “Two-wire waveguide and interferometer for cold atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1462 (2001).
- [93] W. HÄNSEL, J. REICHEL, P. HOMMELHOFF, ET T. W. HÄNSCH, “Trapped atom interferometer in a magnetic microtrap”, *Phys. Rev. A* **64**, 063607 (2001).
- [94] E. ANDERSSON, T. CALARCO, R. FOLMAN, M. ANDERSSON, B. HESSMO, ET J. SCHMIEDMAYER, “Multimode interferometer for guided matter waves”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 100401 (2002).

- [95] Y.-J. WANG *et al.*, “An Atom Michelson Interferometer on a Chip Using a Bose-Einstein Condensate”, *cond-mat/0407689* (2004).
- [96] Y. SHIN, M. SABA, T. A. PASQUINI, W. KETTERLE, D. A. PRITCHARD, ET A. E. LEANHARDT, “Atom interferometry with Bose-Einstein condensates in a double-well potential”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 050405 (2004).
- [97] J. FORTÁGH, H. OTT, G. SCHLOTTERBECK, C. ZIMMERMANN, B. HERZOG, ET D. WHARAM, “Microelectromagnets for trapping and manipulating ultracold atomic quantum gases”, *Appl. Phys. Lett.* **81**, 1146 (2002).
- [98] A. E. LEANHARDT, A. P. CHIKKATUR, D. KIELPINSKI, Y. SHIN, T. L. GUSTAVSON, W. KETTERLE, ET D. E. PRITCHARD, “Propagation of Bose-Einstein condensates in a magnetic waveguide”, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 040401 (2002).
- [99] M. P. A. JONES *et al.*, “Cold atoms probe the magnetic field near a wire”, *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **37**, L15 (2004).
- [100] C. J. VALE, B. UPCROFT, M. J. DAVIS, N. R. HECKENBERG, ET H. RUBINZSTEIN-DUNLOP, “Foil-based atom chip for Bose-Einstein condensates”, *cond-mat/0406015* (2004).
- [101] D. E. PRITCHARD, “Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy”, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1336 (1983).
- [102] M.-O. MEWES, M. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. M. KURN, D. S. SURFEE, ET W. KETTERLE, “Bose-Einstein condensation in a tightly confining dc magnetic trap”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 416 (1996).
- [103] M. R. ANDREWS, M. O. MEWES, N. VAN DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN, ET W. KETTERLE, “Direct, non-destructive observation of a bose condensate”, *Science* **273**, 84 (1996).
- [104] W. HÄNSEL, J. REICHEL, P. HOMMELHOFF, ET T. W. HÄNSCH, “Magnetic conveyor belt for transporting and merging trapped atom clouds”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 608 (2001).
- [105] J. REICHEL, “Microchip traps and Bose-Einstein condensation”, *Appl. Phys. B* **75**, 469 (2002).
- [106] C. HENKEL, S. PÖTTING, ET M. WILKENS, “Loss and heating of particles in small and noisy traps”, *Appl. Phys. B* **69**, 379 (1999).
- [107] C. HENKEL ET M. WILKENS, “Heating of trapped atoms near thermal surfaces”, *Europhys. Lett.* **47**, 414 (1999).
- [108] C. HENKEL ET S. PÖTTING, “Coherent transport of matter waves”, *Appl. Phys. B* **72**, 73 (2001).
- [109] C. HENKEL, P. KRÜGER, R. FOLMAN, ET J. SCHMIEDMAYER, “Fundamental limits for coherent manipulation on atom chips”, *Appl. Phys. B* **76**, 173 (2003).

- [110] W. H. WING, “On neutral particle trapping in quasistatic electromagnetic field”, *Prog. Quant. Electr.* **8**, 181 (1984).
- [111] J. SCHWINGER, “On nonadiabatic processes in inhomogeneous fields”, *Phys. Rev.* **51**, 648 (1937).
- [112] W. PETRICH, M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, ET E. A. CORNELL, “Stable, tightly confining magnetic trap for evaporative cooling of neutral atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3352 (1995).
- [113] Y. GOTT, M. IOFFÉ, ET V. TEL’KOVSKII, “Some new results on confining of plasmas in a magnetic trap”, *Nucl. Fusion, 1962 Suppl.* **Pt. 3**, 1045 (1962).
- [114] C. V. SUKUMAR ET D. M. BRINK, “Spin-flip transitions in a magnetic trap”, *Phys. Rev. A* **56**, 2451 (1997).
- [115] T. BERGEMAN, P. MCNICHOLL, J. KYCIA, H. METCALF, ET N. BALAZS, “Quantized motion of atoms in a quadrupole magnetostatic trap”, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2249 (1989).
- [116] T. ESSLINGER, I. BLOCH, ET T. W. HÄNSCH, “Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe configuration trap”, *Phys. Rev. A* **58**, R2664 (1998).
- [117] C. Cohen-Tannoudji, Cours au Collège de France, 1996-97, disponible sur <http://www.lkb.ens.fr/cours/college-de-france>.
- [118] J. FORTÁGH, A. GROSSMANN, C. ZIMMERMANN, ET T. W. HÄNSCH, “Miniaturized wire trap for neutral atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5310 (1998).
- [119] S. GROTH, P. KRÖGER, S. WILDERMUTH, R. FOLMAN, T. FERNHOLZ, D. MAHALU, I. BAR-JOSEPHA, ET J. SCHMIEDMAYER, “Atom Chips : Fabrication and Thermal Properties”, *cond-mat/0404141* (2004).
- [120] C. AUSSIBAL, *Réalisation d’un condensat de Bose-Einstein sur une microstructure*, Thèse de doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l’Institut d’Optique, Université Paris XI, 2003.
- [121] E. A. HINDS ET I. G. HUGHES, “Magnetic atom optics : mirrors, guides, traps and chips for atoms”, *J. Phys. D Appl. Phys.* **32**, R119 (1999).
- [122] R. FOLMAN, P. KRÜGER, J. SCHMIEDMAYER, J. DENSCHLAG, ET C. HENKEL, “Microscopic atom optics : from wires to an atom chip”, *Adv. At. Mol. Phys.* **48**, 263 (2002).
- [123] X. LUO *et al.*, “An atom fiber for guiding cold neutral atoms”, *quant-ph/0311174* (2003).
- [124] P. HORAK, B. G. KLAPPAUF, A. HAASE, R. FOLMAN, J. SCHMIEDMAYER, P. DOMOKOS, ET E. A. HINDS, “Possibility of single-atom detection on a chip”, *Phys. Rev. A* **67**, 043806 (2003).

- [125] D. M. HARBER, J. M. MCGUIRK, J. M. OBRECHT, ET E. A. CORNELL, “Thermally induced losses in ultra-cold atoms magnetically trapped near room-temperature surfaces”, *J. Low. Temp. Phys.* **133**, 229 (2003).
- [126] M. E. GEHM, K. M. OŠHARA, T. A. SAVARD, ET J. E. THOMAS, “Dynamics of noise-induced heating in atom traps”, *Phys. Rev. A* **58**, 3914 (1998).
- [127] Y.-J. LIN, I. TEPER, C. CHIN, ET V. VULETIC, “Impact of the Casimir-Polder Potential and Johnson Noise on Bose-Einstein Condensate Stability Near Surfaces”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 050404 (2004).
- [128] S. WILDERMUTH, P. KRÜGER, C. BECKER, M. BRAJDIC, S. HAUPT, A. KASPER, R. FOLMAN, ET J. SCHMIEDMAYER, “Optimized magneto-optical trap for experiments with ultracold atoms near surfaces”, *Phys. Rev. A* **69**, 30901 (2004).
- [129] S. CHU, L. HOLLBERG, J. E. BJORKHOLM, A. CABLE, ET A. ASHKIN, “Three dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure”, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 48 (1985).
- [130] J. DALIBARD ET C. COHEN-TANNOUDJI, “Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models”, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989).
- [131] P. D. LETT, R. N. WATTS, C. I. WESTBROOK, ET W. D. PHILIPS, “Observation of atoms laser cooled below the Doppler Limit”, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 169 (1988).
- [132] A. ROBERT, *Réalisation d’un condensat de Bose-Einstein d’atomes d’hélium métastable*, Thèse de doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l’Institut d’Optique, Université Paris XI, 2001.
- [133] F. DALFOVO, S. GIORGINI, L. PITAEVSKII, ET S. STRINGARI, “Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases”, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999).
- [134] A. J. LEGGET, “Bose-Einstein condensation in the alkali gases”, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 307 (2001).
- [135] Y. CASTIN, dans *Coherent atomic matter waves, Lecture Notes of Les Houches Summer School*, ÉDITÉ PAR R. KAISER, C. WESTBROOK, ET F. DAVID (EDP Sciences and Springer-Verlag, Les Ulis, 2000), p. 1, e-print cond-mat/0105058.
- [136] C. Cohen-Tannoudji, Cours au Collège de France, 1997-98, disponible sur <http://www.lkb.ens.fr/cours/college-de-france>.
- [137] C. Cohen-Tannoudji, Cours au Collège de France, 1998-99, disponible sur <http://www.lkb.ens.fr/cours/college-de-france>.

- [138] H. F. HESS, “Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen”, *Phys. Rev. B* **34**, 3476 (1986).
- [139] K. B. DAVIS, M.-O. MEWES, M. A. JOFFE, M. R. ANDREWS, ET W. KETTERLE, “Evaporative cooling of sodium atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 5202 (1995).
- [140] O. J. LUITEN, M. W. REYNOLDS, ET J. T. M. WALRAVEN, “Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas”, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996).
- [141] C. A. SACKETT, C. C. BRADLEY, ET R. G. HULET, “Optimization of evaporative cooling”, *Phys. Rev. A* **55**, 3797 (1997).
- [142] F. GERBIER, *Condensats de Bose-Einstein dans un piège anisotrope*, Thèse de doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l’Institut d’Optique, Université Paris VI, 2002.
- [143] F. GERBIER, J. H. THYWISSEN, S. RICHARD, M. HUGBART, P. BOUYER, ET A. ASPECT, “Critical Temperature of a Trapped, Weakly Interacting Bose Gas”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 030405 (2004).
- [144] Y. CASTIN ET R. DUM, “Bose-Einstein condensates in time dependent traps”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).
- [145] A. L. ZUBAREV ET Y. E. KIM, “Approximation for nonlinear dynamics of trapped Bose-Einstein condensates”, *Phys. Rev. A* **65**, 035601 (2002).
- [146] W. KETTERLE, D. S. DURFEE, ET D. M. STAMPER-KURN, dans *Proceedings of the International School of Physics - Enrico Fermi*, ÉDITÉ PAR M. INGUSCIO, S. STRINGARI, ET C. E. WIEMAN (IOS Press, Amsterdam, 1999), p. 67.
- [147] M. A. N. RAZVI, X. Z. CHU, R. ALHEIT, G. WERTH, ET R. BLÜMEL, “Fractional frequency collective parametric resonances of an ion cloud in a Paul trap”, *Phys. Rev. A* **58**, R34 (1998).
- [148] R. KAISER, *Manipulation par laser d’hélium métastable : effet Hanle mécanique, refroidissement sous le recul d’un photon*, Thèse de doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l’Institut d’Optique, Université Paris VI, 1990.
- [149] U. D. RAPOL, A. WASAN, ET V. NATARAJAN, “Loading of a Rb magneto-optic trap from a getter source”, *Phys. Rev. A* **64**, 023402 (2001).
- [150] A. S. ARNOLD, J. S. WILSON, ET M. G. BOSHIER, “A simple extended-cavity diode laser”, *Rev. Sci. Inst.* **69**, 1236 (1998).
- [151] K. L. CORWIN, Z.-T. LU, C. F. HAND, R. J. EPSTAIN, ET C. E. WIEMAN, “Frequency-stabilized diode laser with the Zeeman shift in an atomic vapor”, *Appl. Opt.* **37**, 3295 (1998).
- [152] M. DRNDIĆ, K. S. JOHNSON, J. H. THYWISSEN, M. PRENTISS, ET R. M. WESTERVELT, “Micro-electromagnets for atom manipulations”, *Appl. Phys. Lett.* **72**, 2906 (1998).

- [153] S. KRAFT, A. GÜNTHER, H. OTT, D. WHARAM, C. ZIMMERMANN, ET J. FORTÁGH, “Anomalous longitudinal magnetic field near the surface of copper conductors”, *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **35**, L469 (2002).
- [154] D.-W. WANG, M. D. LUKIN, ET E. DEMLER, “Disordered Bose-Einstein Condensates in Quasi-One-Dimensional Magnetic Microtraps”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 076802 (2004).
- [155] P. D. WELCH, “The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra : A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms”, *IEEE Trans. Audio and Electroacoustics* **AU-15**, 70 (1967).
- [156] G. B. ARFKEN ET H. J. WEBER, *Mathematical methods for physicists (fourth edition)* (Academic Press, San Diego, CA, 1995), p. 519.
- [157] B. D. JOSEPHSON, “Possible new effects in superconductive tunnelling”, *Phys. Lett.* **1**, 251 (1962).
- [158] P. W. ANDERSON ET J. M. ROWELL, “Probable Observation of the Josephson Superconducting Tunneling Effect”, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 230 (1963).
- [159] O. AVENEL ET E. VAROQUAUX, “Observation of Singly Quantized Dissipation Events Obeying the Josephson Frequency Relation in the Critical Flow of Superfluid ^4He through an Aperture”, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2704 (1985).
- [160] S. BACKHAUS, S. V. PEREVERZEV, A. LOSHAK, J. C. DAVIS, ET R. E. PACKARD, “Direct Measurement of the Current-Phase Relation of a Superfluid $^3\text{He-B}$ Weak Link”, *Science* **278**, 1435 (1997).
- [161] G. J. MILBURN, J. CORNEY, E. M. WRIGHT, ET D. F. WALLS, “Quantum dynamics of an atomic Bose-Einstein condensate in a double-well potential”, *Phys. Rev. A* **55**, 4318 (1997).
- [162] J. JAVANAINEN ET M. Y. IVANOV, “Splitting a trap containing a Bose-Einstein condensate : Atom number fluctuations”, *Phys. Rev. A* **60**, 2351 (1999).
- [163] J. R. ANGLIN, P. DRUMMOND, ET A. SMERZI, “Exact quantum phase model for mesoscopic Josephson junctions”, *Phys. Rev. A* **64**, 063605 (2001).
- [164] A. SMERZI, S. FANTONI, S. GIOVANAZZI, ET S. R. SHENOY, “Quantum Coherent Atomic Tunneling between Two Trapped Bose-Einstein Condensates”, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 4950 (1997).
- [165] S. RAGHAVAN, A. SMERZI, ET V. M. KENKRE, “Coherent oscillations between two weakly coupled Bose-Einstein condensates : Josephson effects, pi oscillations, and macroscopic quantum self-trapping”, *Phys. Rev. A* **59**, 620 (1999).

-
- [166] S. RAGHAVAN, A. SMERZI, ET V. M. KENKRE, “Transitions in coherent oscillations between two trapped Bose-Einstein condensates”, *Phys. Rev. A* **60**, R1787 (1999).
- [167] Y. B. ZHANG ET H. J. W. MÜLLER-KIRSTEN, “Instanton approach to Josephson tunneling between trapped condensates”, *Eur. Phys. J. D.* **17**, 351 (2001).
- [168] A. SMERZI ET S. RAGHAVAN, “Macroscopic quantum fluctuations in the Josephson dynamics of two weakly linked Bose-Einstein condensates”, *Phys. Rev. A* **61**, 063601 (2000).
- [169] L. PITAEVSKII ET S. STRINGARI, “Thermal vs Quantum Decoherence in Double-Well Trapped Bose-Einstein Condensates”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 180402 (2001).
- [170] I. MARINO, S. RAGHAVAN, S. FANTONI, S. R. SHENOY, ET A. SMERZI, “Bose-condensate tunneling dynamics : Momentum-shortened pendulum with damping”, *Phys. Rev. A* **60**, 487 (1999).
- [171] J. JAVANAINEN ET M. WILKENS, “Phase and Phase Diffusion of a Split Bose-Einstein Condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4675 (1997).
- [172] C. MENOTTI, J. R. ANGLIN, J. I. CIRAC, ET P. ZOLLER, “Dynamic splitting of a Bose-Einstein condensate”, *Phys. Rev. A* **63**, 023601 (2001).
- [173] C. MENOTTI ET S. STRINGARI, “Collective oscillations of a one-dimensional trapped Bose-Einstein gas”, *Phys. Rev. A* **66**, 043610 (2002).
- [174] G. COSTABILE, R. D. PARMENTIER, B. SAVO, D. W. McLAUGHLIN, ET A. C. SCOTT, “Exact solutions of the sine-Gordon equation describing oscillations in a long (but finite) Josephson junction”, *Appl. Phys. Lett.* **32**, 587 (1978).
- [175] A. V. USTINOV, “Solitons in Josephson junctions”, *Physica D* **123**, 315 (1998).
- [176] M. P. A. FISHER, P. B. WEICHMAN, G. GRINSTEIN, ET D. S. FISHER, “Boson localization and the superfluid-insulator transition”, *Phys. Rev. B* **40**, 546 (1989).
- [177] A. S. SORENSEN ET K. MOLMER, “Measurement Induced Entanglement and Quantum Computation with Atoms in Optical Cavities”, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 097905 (2003).

RÉSUMÉ

Ce manuscrit regroupe les résultats obtenus sur deux expériences d'optique atomique. La première partie du mémoire est consacrée à l'étude de la rugosité d'un miroir atomique. Le potentiel lumineux d'une onde évanescente à la surface d'un prisme est utilisé pour réfléchir les atomes tombant d'un piège magnéto-optique. Nous présentons une méthode de mesure interférométrique du maintien de la cohérence de l'onde atomique incidente lors de sa réflexion sur le miroir. La deuxième partie du manuscrit s'intéresse à une expérience de puce atomique. Le champ magnétique rayonné par les fils microfabriqués qui constituent la puce nous permet de piéger et de manipuler des atomes froids. Nous avons obtenu un condensat de Bose-Einstein dans le piège créé par la puce. Ce piège s'avère être rugueux, nous mesurons et déterminons l'origine de cette rugosité. Enfin nous envisageons la réalisation d'éléments d'optique atomique intégrée, tel qu'un interféromètre, sur une puce atomique.

ABSTRACT

This thesis presents the results obtained from two atom-optic experiments. The first part of this thesis is devoted to the study of the roughness of an atomic mirror. The light shift in an evanescent wave at the surface of a prism is used to reflect atoms falling from a magneto-optical trap. We present a method using interferometry to measure the evolution of the atomic coherence upon reflection on the mirror. The second part of the manuscript deals with an atom chip experiment. The magnetic field created by microfabricated wires, which constitute the chip, allows us to trap and manipulate cold atoms. We have obtained a Bose-Einstein condensate in the trap created by the chip. This trap shows significant roughness which we measure and explain the origin. Finally, we investigate the realization of integrated atom-optic elements, such as an interferometer, on an atom chip.

MOTS-CLÉS

ATOMES FROIDS – OPTIQUE ATOMIQUE – CONDENSATS DE BOSE-EINSTEIN – PUCES ATOMIQUES – MIROIRS À ATOMES – DIFFRACTION ATOMIQUE – TRANSITIONS RAMAN – EFFET JOSEPHSON