

Thèse présentée pour l'obtention du grade de  
DOCTEUR de l'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Spécialité MÉCANIQUE

par

**Mohamed FERJANI**

---

**INTÉGRATION DES PHÉNOMÈNES DYNAMIQUES  
DANS L'ANALYSE EN FATIGUE  
DES GARNITURES DE FORAGE**

---

Soutenue publiquement le 21 Décembre 2006 devant le jury composé de

Rapporteur : M. Thierry Palin-Luc Maître de Conférences l'ENSAM de Bordeaux  
Rapporteur : M. Franck Morel Maître de Conférences l'ENSAM d'Angers  
Examineur : M. Guy Pluvinage Professeur à l'Université de Metz  
Examineur : M. Christian Rey Professeur à l'ENS de Cachan  
Invité : M. Bruno Lefèvre Ingénieur de Recherche chez Vallourec & Mannesmann Tubes  
Directeur : M. Andrei Constantinescu Directeur de Recherche CNRS à l'École Polytechnique  
Directeur : M. Daniel Averbuch Ingénieur de Recherche à l'Institut Français du Pétrole



# Remerciements

*Il me semble très difficile d'exprimer, en quelques lignes, toute ma gratitude envers les personnes qui m'ont aidé, d'une façon ou d'une autre, à traverser ces trois dernières années. J'espère que ce court texte réussira, en partie, à traduire ce que je ressens.*

*Cette thèse est le fruit d'une collaboration entre l'Institut Français du Pétrole et le Laboratoire de Mécanique des Solides de l'École Polytechnique. Ce cadre particulier m'a donc amené à côtoyer deux milieux différents : le premier étant un institut dévolu à la recherche et aux développements de produits et services liés au domaine pétrolier, et le deuxième étant un centre de recherche CNRS axé sur la recherche académique mais aussi très lié au monde industriel. J'ai donc pu profiter de leur spécificités pour développer grâce au LMS des connaissances et des compétences dans le domaine de la fatigue mais aussi en d'autres sujets introduits lors d'échanges d'idées par les séminaires et les longues conversations entre doctorants, et grâce à l'IFP une culture pétrolière au travers de séjours organisés par l'école doctorale de l'IFP afin de découvrir les autres champs d'applications de l'industrie pétrolière mais aussi les voyages des doctorants qui m'ont permis de visiter des installations pétrolière telle qu'une station pétrolière offshore à Abu Dhabi.*

*Je souhaiterai tout d'abord remercier mon directeur de thèse Pr. Andrei Constantinescu de m'avoir permis de faire partie de cette aventure. Je lui serai toujours reconnaissant de m'avoir accordé sa confiance ainsi que son amitié et de m'avoir guidé tout au long de ces trois dernières années. Ces remarques et conseils prodigués durant cette thèse passée au sein du Laboratoire de Mécanique des Solides de l'École Polytechnique ont enrichi mes réflexions scientifiques tant sur un plan théorique que sur l'approche industrielle de la thèse.*

*Ensuite, je tiens à remercier mon co-directeur de thèse Daniel Averbuch pour m'avoir fait confiance en me proposant ce sujet de thèse et de m'avoir accompagné au sein de l'Institut Français du Pétrole dans mes travaux de recherche. Nos nombreuses discussions ont apporté beaucoup plus de discernement quant à l'approche à adopter pour l'application industrielle des recherches.*

*Je voudrai aussi remercier toutes les personnes que j'ai pu rencontrer à l'Institut Français du Pétrole et au Laboratoire de Mécanique des Solides qui m'ont aidé, d'une façon ou d'une autre, à accomplir cette tâche : Olivier Vincké chef du projet " Fatigue des Garnitures de Forage " à l'IFP, pour ta relecture du manuscrit et tes utiles réflexions lors de nos réunions ; Florence Richard ingénieur de recherche à l'IFP, pour ton aide lors de mon arrivé à l'IFP ; Christiane Fisseux secrétaire du département de Mécaniques Appliquées de l'IFP, pour sa gentillesse quotidienne et son aide précieux concernant les documents administratifs ; Gilles Perrain et Michael Martinez ingénieurs de recherche à l'IFP, pour leurs conseils et leurs expériences qui m'ont été précieux ; Antony Wachs, Reda Bouamra, Pierre-Victor Cueille et Rida Sabri doctorants et ingénieurs de recherche à l'IFP, pour leur convivialité et leur bonne humeur partagée autour d'un café ou d'un déjeuner. Je souhaite aussi remercier Michel Chardin, Michel Bonnave et Alain Huges, qui m'ont beaucoup aidé pour la conception et la mise en place des essais expérimentaux.*

*Je souhaite tout particulièrement adresser mes remerciements aux Professeurs Ky Dang Van et Habibou Maitournam pour leur gentillesse et qui ont apporté leurs savoir-faire dans ce projet de recherche. Merci, aussi, à Graciela Bertolino, maître de conférence à l'École Polytechnique, pour nous avoir prêté son modèle éléments finis d'un agrégat de grains de métal et l'aide apportée à son implémentation, et merci à Félix Hofmann, stagiaire au LMS, pour ses précieux travaux concernant les aspects de fatigue en présence d'un gradient de contraintes.*

*Enfin, je remercie mes amis Joël Sarout, Émilie Dotte, Maxime Najda, Aurélien Lemaire, Emmanuel Max et Saran Koly avec qui j'ai pu, tout au long de ces années, décompresser. Et finalement, je tiens à remercier ceux sans qui rien de tout cela n'aurait été possible : ma famille ; à mon père, Mokthar, qui m'a toujours encouragé dans mes études et qui m'a appris que le travail paye toujours ; à ma mère, Fatma, qui s'est toujours montrée patiente et disponible ; et à mes frères, Makrem et Riad, qui m'ont supporté et épaulé durant tant d'années.*

*à Palaiseau, Janvier 2007.*

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Position du problème industriel . . . . .	1
1.2	Questions importantes et résultats existants . . . . .	3
1.3	Objectifs et organisation du travail . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Analyse Globale de la Connexion Vissée</b>	<b>11</b>
2.1	Les assemblages vissés . . . . .	11
2.2	Questions importantes et résultats existants . . . . .	13
2.3	Présentation du modèle Élément Finis . . . . .	17
2.4	Résultats pour un chargement en tension . . . . .	24
2.5	Résultats pour un chargement en flexion . . . . .	28
2.6	Conclusions . . . . .	31
<b>3</b>	<b>Analyse Locale de la Connexion Vissée</b>	<b>35</b>
3.1	Solution d'une barre entaillée (Filippi <i>et al.</i> 2004) . . . . .	36
3.2	Formulation locale de la solution d'un tube entaillé . . . . .	38
3.3	Formulation globale de la solution d'un tube entaillé . . . . .	39
3.4	Résultats et limitations de la solution . . . . .	42
3.5	Application de la solution pour des connexions vissées . . . . .	46
3.6	Étude du contact dans une connexion vissée . . . . .	52
3.7	Formulation du champ de contraintes et résultats . . . . .	57
3.8	Conclusions . . . . .	63
<b>4</b>	<b>Analyse en Fatigue de la Connexion Vissée</b>	<b>65</b>
4.1	La fatigue des garnitures de forage . . . . .	65
4.2	Questions importantes et résultats existants . . . . .	67
4.3	Présentation et application du critère de Dang Van . . . . .	75
4.4	Extension du critère de DVK en endurance limitée . . . . .	79
4.5	Application au calcul de la durée de vie des connexions . . . . .	82
4.6	Application de la méthode du point critique . . . . .	84
4.7	Application de la méthode contrainte-résistance . . . . .	88
4.8	Conclusions . . . . .	91
<b>5</b>	<b>Validations Expérimentales</b>	<b>95</b>
5.1	Questions importantes et résultats existants . . . . .	95
5.2	Dimensionnement de l'éprouvette . . . . .	98
5.3	Détermination du coefficient de frottement . . . . .	102
5.4	Résultats et Discussions . . . . .	104
5.5	Conclusions . . . . .	115

<b>6 Conclusions et perspectives</b>	<b>119</b>
<b>A Modèle de calcul "Torque &amp; Drag"</b>	<b>133</b>
<b>B Solution élastique d'une entaille</b>	<b>141</b>
<b>C Loi de passage macro-méso</b>	<b>145</b>
<b>D Effet du gradient de contraintes</b>	<b>147</b>
D.1 Comportement matériau . . . . .	147
D.2 Critères de fatigue . . . . .	148
D.3 Le chargement . . . . .	150
D.4 Résultats et discussions . . . . .	151
D.4.1 Éprouvette lisse - absence de gradient de contraintes . . . . .	151
D.4.2 Éprouvette entaillée- influence du gradient de contraintes . . . . .	152

# Table des figures

1.1	Vibrations induites par la dynamique de la garniture de forage. . . . .	1
1.2	Description des éléments formant une garniture de forage. . . . .	2
1.3	Reforage d'un puits après l'échec de l'opération de fishing. . . . .	3
1.4	Photographie d'une connexion vissée : a) géométrie du filetage ; b) empreintes laissées par les clefs de serrage. . . . .	4
1.5	Dysfonctionnements vibratoires : a) stick-slip et bit-bouncing ; b) whirling. . . . .	5
1.6	Schéma des différentes échelles intrinsèques au problème de rupture par fatigue des garnitures de forage. . . . .	8
2.1	Géométrie des différentes parties constituant une connexion vissée. . . . .	12
2.2	Schéma du procédé de galetage. . . . .	13
2.3	État asymptotique de la déformation plastique cumulée $\varepsilon_p^{eq}$ . . . . .	13
2.4	Localisation des contraintes maximales dans une connexion vissée. . . . .	14
2.5	Schéma de l'assemblage vissé. . . . .	16
2.6	Modélisation du couple de serrage $C_{up}$ : a) éléments joints ; b) éléments thermiques. . . . .	17
2.8	Analyse du maillage sur le facteur de concentration de contrainte axiale $K_{ZZ}$ pour une entaille. . . . .	18
2.7	Géométrie du modèle Éléments Finis d'une connexion vissée. . . . .	19
2.9	Description du maillage du modèle 2D axisymétrique. . . . .	20
2.10	Description du maillage du modèle 3D axisymétrique. . . . .	21
2.11	Essai cyclique de traction à $\pm 2\%$ de déformations élastoplastiques. . . . .	22
2.12	Schéma des cycles de chargement/déchargement en tension et en flexion. . . . .	22
2.13	Modélisation du couple de serrage $C_{up}$ . . . . .	23
2.14	Résultats des calculs du couple de serrage $C_{up}$ en fonction de la pénétration $\delta$ . . . . .	23
2.15	Zones fortement sollicitées : a) connexion vissée ; b) fond de filet de la pièce femelle ; c) fond de filet de la pièce mâle ; d) épaulement. . . . .	25
2.16	Influence de la contrainte appliquée $\Sigma_o$ sur la déformation plastique cumulée $\varepsilon_p^{eq}$ . . . . .	26
2.17	Régime de fonctionnement d'une connexion vissée <i>NC46</i> soumise à un chargement en tension. . . . .	27
2.18	Carte des pressions normales de contact maximales pour une contrainte appliquée $\Sigma_o = 50 MPa$ . . . . .	27
2.19	évolution de la contrainte axiale $\Sigma_{ZZ}$ en fonction de la contrainte appliquée $\Sigma_o$ pour une connexion <i>NC46</i> sous un chargement cyclique en tension au niveau du fond du filet du LET. . . . .	28
2.20	Influence du chargement appliqué $\Sigma_o$ et du couple de serrage sur les composantes du champ de contraintes macroscopiques $\underline{\Sigma}$ pour une connexion <i>NC40</i> . . . . .	29
2.21	Localisation des contraintes maximales dans une connexion vissée pour un chargement en flexion. . . . .	30
2.22	Carte des pressions normales de contact pour un chargement en flexion $M = 60 kNm$ et un couple de serrage $C_{up} = 22.2 kNm$ . . . . .	31

2.23	Influence du chargement en flexion $\Sigma_o$ et du couple de serrage $C_{up}$ sur les composantes du champ de contraintes macroscopiques $\underline{\underline{\Sigma}}$ pour une connexion <i>NC46</i> au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle. . . . .	32
3.1	Géométrie des éléments tubulaires, comportant une entaille interne (droite) et externe (gauche), et géométrie de l'entaille. . . . .	37
3.2	Schéma de la distribution de la composante axiale $\Sigma_{ZZ}$ le long de la bissectrice de l'entaille pour un chargement en tension. . . . .	40
3.3	Schéma de la distribution de la composante axiale $\Sigma_{ZZ}$ le long de la bissectrice de l'entaille pour un chargement en flexion. . . . .	42
3.4	Distribution des composantes du champ de contraintes $\underline{\underline{\Sigma}}$ le long du ligament du tube dans le cas d'une entaille externe : a) chargement en tension ; b) chargement en flexion. . . . .	43
3.5	Distribution des composantes du champ de contraintes $\underline{\underline{\Sigma}}$ le long du ligament du tube dans le cas d'une entaille interne : a) chargement en tension ; b) chargement en flexion. . . . .	44
3.6	Distribution des contraintes radiale et circonférentielle pour une fonction hyperbolique $h(r)$ pour un chargement en tension. . . . .	45
3.7	Concentration de contraintes maximum $K_{ZZ}^{\max}$ prédit avec la solution semi-analytique pour différentes géométries de tubes présentant une entaille externe : a) chargement en tension ; b) chargement en flexion. . . . .	47
3.8	Concentration de contraintes maximum $K_{ZZ}^{\max}$ prédit avec la solution semi-analytique pour différentes géométries de tubes présentant une entaille interne : a) chargement en tension ; b) chargement en flexion. . . . .	48
3.9	Équivalence mécanique pour les chargements en tension : a) au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle ; b) au niveau du fond de filet du FET de la partie femelle. . . . .	50
3.10	Équivalence mécanique pour les chargements en flexion : a) au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle ; b) au niveau du fond de filet du FET de la partie femelle. . . . .	51
3.11	Évolution de la résultante $Q$ en fonction de la contrainte appliquée $\Sigma_o$ et du couple de serrage $C_{up}$ : a) connexion <i>NC40</i> ; b) connexion <i>NC46</i> . . . . .	53
3.12	Schéma descriptif des dimensions pour le calcul des constantes $Q_{up}$ et $\Sigma_{up}$ . . . . .	54
3.13	Pressions normales maximales de contact au niveau de la dernière dent engagée de la pièce mâle pour un couple de serrage $C_{up} = 1.97 \text{ kNm}$ . . . . .	54
3.14	Résultantes des pressions de contact en pourcentage pour une contrainte axiale $\Sigma_o = 50 \text{ MPa}$ . . . . .	55
3.15	Distribution des résultantes $\mathcal{F}_i$ : a) connexion <i>NC40</i> ; b) connexion <i>NC46</i> . . . . .	56
3.16	Comparaison entre ( 3.66) et la méthode des Éléments Finis pour la connexion <i>NC46</i> au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle pour un chargement en traction. . . . .	59
3.17	Comparaison entre ( 3.66) et la méthode des Éléments Finis pour la connexion <i>NC40</i> au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle pour un chargement en traction . . . . .	60
3.18	Comparaison entre ( 3.69) et la méthode des Éléments Finis pour la connexion <i>NC40</i> au niveau du fond de filet du FET de la partie femelle pour un chargement en traction. . . . .	61
3.19	Comparaison entre ( 3.70) et la méthode des Éléments Finis pour la connexion <i>NC46</i> au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle pour un chargement en flexion. . . . .	62
4.1	Schématique de la durée de vie d'une structure mécanique : a) flèche de durée de vie ; b) courbe de Wöhler. . . . .	66



4.2	Variation du taux de dissipations d'énergie avec l'augmentation de la contrainte en flexion rotative pour l'acier XC55 (extrait de (Luong, 1995)). . . . .	70
4.3	Évolutions de la limite d'élasticité $\tau_y$ (haut) et de l'endommagement (bas). . . . .	71
4.4	Distribution de la variable d'endommagement $\omega_{n\sigma}$ dans un diagramme polaire (extrait de (Seweryn et Mróz, 1998)). . . . .	72
4.5	Fonctionnement d'une fissure de fatigue en fonction de la contrainte appliquée et du facteur de concentrations de contraintes. . . . .	73
4.6	Schéma de principe de la méthode de la distance critique. . . . .	73
4.7	Schéma des différentes règles de la méthode <i>rainflow</i> . . . . .	74
4.8	Schéma du trajet de chargement dans le diagramme $\{\tau, P\}$ . . . . .	76
4.9	Hypersphère de centre $\underline{C}$ circonscrite au trajet de chargement. . . . .	77
4.10	Schéma de principe d'application du critère de Dang Van. . . . .	77
4.11	Prédiction du phénomène de fatigue par le critère de Dang Van : a) zone critique pour un chargement appliqué $\Sigma_o = 110 MPa$ ; b) zone critique pour un chargement appliqué $\Sigma_o = 180 MPa$ . . . . .	78
4.12	Trajets de chargement les plus critiques dans le diagramme $\{\tau, P\}$ pour un couple de serrage $C_{up} = 22.2 kNm$ : a) chargement en traction répété; b) chargement en flexion alternée. . . . .	79
4.13	Adaptation du critère de Dang Van pour le calcul de la durée de vie $N$ . . . . .	80
4.14	Schéma des critères dans l'espace $\{\tau, P_a, P_m\}$ : a) critère de Dang Van; b) critère de Papadopoulos. . . . .	81
4.15	Courbe de Wöhler en flexion alternée pour l'acier <i>42CrMo4</i> . . . . .	82
4.16	Courbes de Wöhler pour un chargement en traction : a) connexion vissée <i>NC46</i> ; b) connexion vissée <i>NC40</i> . . . . .	83
4.17	Comparaisons entre la solution entaille et la solution FEM pour la connexion <i>NC40</i> pour un chargement en traction : a) fond de filet du LET; b) fond de filet du FET. . . . .	85
4.18	Influence de l'hypothèse d'un champ de contraintes uniaxial sur le calcul de la durée de vie $N$ . . . . .	86
4.19	Courbe de Wöhler en flexion alternée pour l'alliage <i>Ti6Al4V</i> . . . . .	86
4.20	Géométries de la plaque et de l'entaille et distribution des contraintes le long de la bissectrice de l'entaille. . . . .	87
4.21	Comparaisons entre les durées de vie expérimentales et les prédictions : a) méthode du "point chaud"; b) méthode de la distance critique. . . . .	89
4.22	Schéma de principe de la méthode contrainte-résistance : distributions des probabilités du chargement et de la résistance du matériau. . . . .	90
4.23	Identification des paramètres de la distribution de probabilité de la résistance du matériau correspondant à un objectif de dimensionnement défini pour une rupture à $N$ cycles. . . . .	91
4.24	Distributions des probabilités de chargement et de résistance. . . . .	92
5.1	Essais réalisés à l'IFP (Vaisberg <i>et al.</i> , 2003) : a) essais monotones; b) essais de fatigue. . . . .	97
5.2	Machine de traction INSTRON. . . . .	99
5.3	Dimensions en millimètre de la connexion à échelle réduite. . . . .	100
5.4	Trajet de chargement au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle dans l'espace $\{\tau, P\}$ pour $\Sigma_o = 151 MPa$ , $C_{up} = 433 Nm$ et $f = 0.2$ . . . . .	101
5.5	Photographies de la connexion à échelle réduite : a) connexion vissée assemblée; b) connexion vissée désassemblée. . . . .	102
5.6	Photographies de l'expérience de traction monotone. . . . .	103
5.7	Application du couple de serrage $C_{up}$ . . . . .	104
5.8	Évolution du déplacement au niveau de l'épaulement. . . . .	105

5.9	Prédictions des sites d'initiation d'une fissure de fatigue : a) $C_{up} = 133 Nm$ et $\Sigma_o = 70 MPa$ ; b) $C_{up} = 433 Nm$ et $\Sigma_o = 80 MPa$ . . . . .	106
5.10	Photographie d'une connexion à échelle réduite rompue au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle . . . . .	107
5.11	Comparaison entre les prédictions réalisées avec le critère de Dang Van étendu au domaine de l'endurance limitée et les durées de vie expérimentales en appliquant la méthode du "point chaud". . . . .	108
5.12	Essai cyclique de traction à $\pm 2\%$ de déformations élastoplastiques. . . . .	110
5.13	Influence de la loi de comportement sur le trajet de chargement dans l'espace $\{\tau, P\}$ : a) couple de serrage de $133 Nm$ et un effort de traction de $105 kN$ ; b) couple de serrage de $433 Nm$ et un effort de traction de $100 kN$ . . . . .	111
5.14	Influence de la loi de comportement sur les prédictions de la durée de vie . . . . .	112
5.15	Comparaison des durées de vie expérimentales avec les prédictions obtenues avec différents critères de fatigue. . . . .	114
5.16	a) Hypothèse de modélisation du passage macro-méso du critère de Dang Van; b) État de contraintes à proximité d'une entaille. . . . .	115
5.17	Comparaison dans l'espace $\{\tau, P\}$ des prédictions réalisées par le passage macro-méso du modèle de Lin-Taylor avec les prédictions réalisées avec un modèle Éléments Finis à l'échelle cristalline. . . . .	116
5.18	Comparaison entre les prédictions réalisées avec le critère de Dang Van étendu au domaine de l'endurance limitée et les durées de vie expérimentales en appliquant la méthode du "point chaud" avec 89 % des contraintes en fond de filet du LET de la partie mâle. . . . .	117
6.1	Schéma de principe des trois échelles intervenant dans le problème de fatigue des garniture de forage. . . . .	120
6.2	Passage entre l'échelle de la garniture de forage et l'échelle de la connexion. . . . .	121
6.3	Discretisation de la connexion vissée en tranche et équilibre des tranches. . . . .	123
6.4	Passage entre l'échelle de la connexion vissée et l'échelle du grain de métal. . . . .	124
6.5	Schéma des iso-droites. . . . .	126
A.1	Schéma du repère de Frénet $\mathcal{R}\{\underline{t}, \underline{n}, \underline{b}\}$ . . . . .	134
A.2	Schéma de l'équilibre quasi statique de l'élément $ds$ . . . . .	135
A.3	Description de la garniture de forage et de la géométrie du puits. . . . .	137
A.4	Évolution spatiale des efforts poutres s'exerçant sur une garniture de forage. . . . .	138
A.5	Évolution spatiale des composantes du champ de contraintes poutres $\underline{\underline{\Sigma}}^*$ . . . . .	139
B.1	Repère curviligne associé aux coordonnées $\{u, v\}$ . . . . .	142
B.2	Géométrie de l'entaille. . . . .	143
C.1	Grains défavorablement orientés. . . . .	145
D.1	Structure de la matrice granulaire. . . . .	147
D.2	Illustration des trois différents systèmes de chargement qui ont été étudiés. . . . .	150
D.3	Trois nuages d'instantanés critiques des grains représentés dans le diagramme de Dang Van pour trois différentes orientations du réseau cristallin (O1,O2,O3) dans le cas d'un chargement en torsion alternée. . . . .	151
D.4	Trois nuages d'instantanés critiques des grains représentés dans le diagramme de Dang Van pour trois différentes orientations du réseau cristallin (O1,O2,O3) dans le cas d'un chargement en tension répétée . . . . .	152

D.5	Deux nuages d'instant critiques des grains représentés dans le diagramme de Dang Van pour deux chargements différents en torsion alternée (T1, T2). . . . .	153
D.6	Deux nuages d'instant critiques des grains représentés dans le diagramme de Dang Van pour deux chargements différents en tension répétée (T1, T2). . . . .	154
D.7	Deux nuages d'instant critiques des grains représentés dans le diagramme de Dang Van pour le cas de chargement en tension répétée pour une éprouvette entaillée. Le premier nuage est déterminé en projetant les contraintes mésoscopiques sur le système de glissement le plus critique et le deuxième nuage est obtenu par application sur chaque grain le critère de Dang Van. . . . .	155
D.8	Trois nuages d'instant critiques des grains représentés dans le diagramme de Dang Van pour trois différentes orientations du réseau cristallin (O1,O2,O3) dans le cas d'un chargement en tension répétée pour une éprouvette entaillée. . . . .	156
D.9	Deux nuages d'instant critiques des grains représentés dans le diagramme de Dang Van pour deux chargements différents en tension répétée (T1, T2) pour une éprouvette entaillée. . . . .	157



# Liste des tableaux

2.1	Dimensions principales des connexions vissées. . . . .	18
2.2	Paramètre de la loi de comportement élastoplastique M1. . . . .	21
3.1	Paramètres de la solution semi-analytique pour le calcul au niveau du LET. . . . .	57
3.2	Paramètres de la solution semi-analytique pour le calcul au niveau du FET. . . . .	58
4.1	Caractéristiques mécaniques de l'alliageTi6Al4V. . . . .	84
5.1	Résultats des essais de fatigue pour un couple de serrage égale à 433 Nm . . . . .	105
5.2	Résultats des essais de fatigue pour un couple de serrage égale à 133 Nm. . . . .	108
5.3	Paramètre de la seconde loi de comportement élastoplastique M2. . . . .	109
5.4	Paramètre de la troisième loi de comportement élastoplastique M3. . . . .	109
5.5	Déformation plastique équivalente pour un couple de serrage égale à 433 Nm . . . .	110
5.6	Déformation plastique équivalente pour un couple de serrage égale à 133 Nm . . . .	113
A.1	Définition de la géometrie de la garniture de forage. . . . .	136
D.1	Les paramètres matériaux macroscopiques : $E$ module de Young, $\nu$ coefficient de Poisson, $\sigma_Y$ limite d'élasticité, $H$ module d'érouissage cinématique, $a$ , $b$ paramètres du critère de Fatigue de Dang Van . . . . .	148



# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Position du problème industriel

Dans les conditions optimales de forage, la garniture avance d'une manière continue et on ne remarque pas de grandes variations dans les paramètres de contrôle qui sont :

- la vitesse angulaire  $\Omega_o$  au niveau de la table de rotation ( $\approx 150$  tr/min),
- le poids au crochet  $WOH$  ( $\approx 100$  kN) et le couple de torsion au crochet  $TOH$  ( $\approx 50$  kNm),
- et l'avancement de l'outil  $ROP$  ( $\approx 10$  m/h).

Ceci semble indiquer que le poids à l'outil  $WOB$  et la vitesse angulaire au niveau de l'outil  $\Omega$  ont aussi une évolution continue et sans vibration. Le changement des couches lithologiques induit des variations dans le processus de coupe qui, sous certaines conditions, peuvent conduire à des instabilités au niveau des contacts *roche/outil* et *puits/garniture* (voir Fig. 1.1).

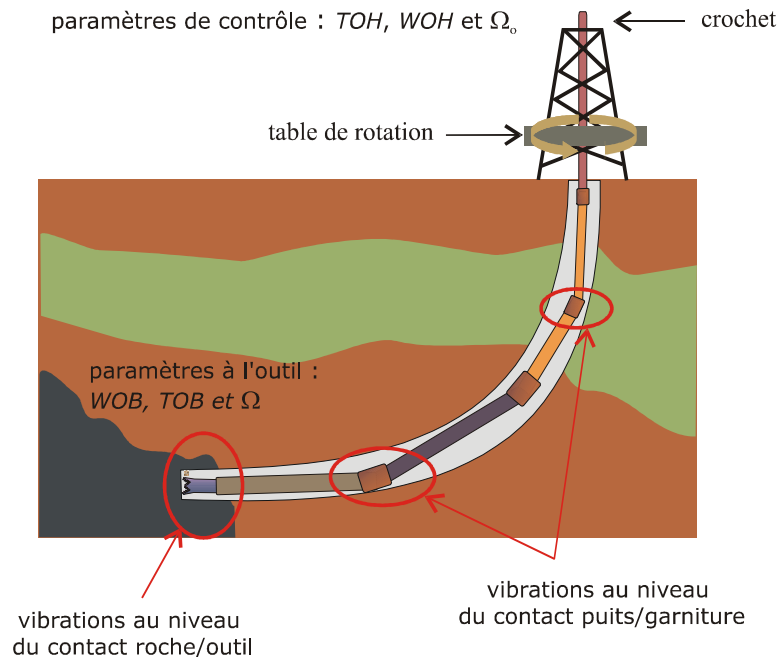


FIG. 1.1 – Vibrations induites par la dynamique de la garniture de forage.

La présence des vibrations peut rendre le forage naturellement moins efficace (diminution du  $ROP$ ) et accélère l'endommagement des éléments constitutifs du train de tiges, soit par fatigue, soit par abrasion et chocs répétés de la garniture sur les parois du puits.

La Fig. 1.2 illustre les différents éléments constituant une garniture de forage. Celle-ci se compose d'une succession d'éléments tubulaires dont les liaisons sont assurées par un assemblage vissé. Chaque connexion vissée est précontrainte à l'aide d'un couple de serrage  $C_{up}$ ; ce dernier permet de maintenir la liaison au niveau de l'épaulement de la connexion durant les opérations de forage.

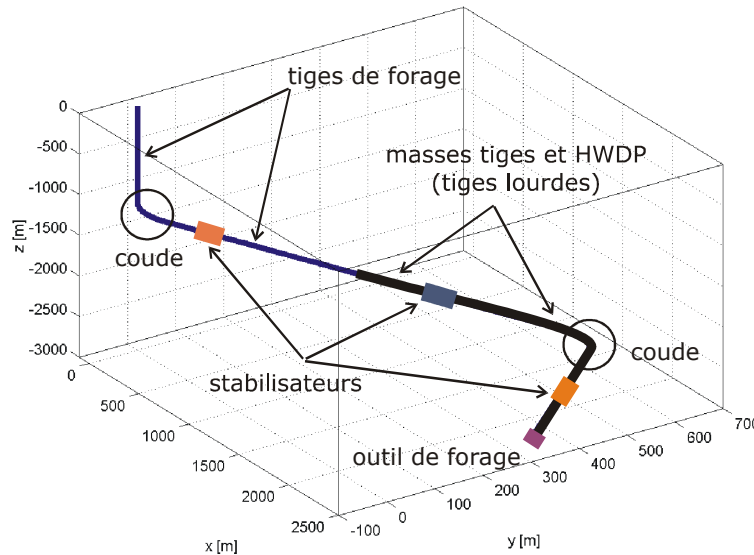


FIG. 1.2 – Description des éléments formant une garniture de forage.

Lorsqu'une rupture se produit (voir Fig. 1.3), l'opérateur doit mettre en place l'opération de "fishing" afin de dégager le train de tiges rompu du puits de forage; le cas échéant, il devra reforer une partie de celui-ci afin de continuer le forage du puits. À la perte de matériel, on associe donc une perte de temps et par conséquent une perte d'argent.

Ces ruptures apparaissent en moyenne dans 14% des puits forés et les pertes financières associées s'estiment à plusieurs \$100 000 par événement (Vaisberg *et al.*, 2002). (Hill, 1992) a recensé les causes de 76 ruptures intervenues durant 1987 et 1990. Il en ressort que :

- la *fatigue* est dans 65% la cause principale,
- 13% des cas sont dus aux chargements excessifs en traction et torsion,
- et les faibles caractéristiques mécaniques représentent 8% de ces ruptures.

Les méthodes de régulations des paramètres au crochet et la maîtrise des différentes conditions environnementales ont permis de réduire certaines ruptures. (Barishnikov *et al.*, 1995) ont analysé les ruptures survenues à *Po Valley* en *Italie*. Les sept puits concernés étaient tous des puits très profonds allant jusqu'à 6 à 7 km. Les 36 ruptures enregistrées entre 1983 et 1988 se répartissent de la façon suivante :

- 8 % dans les tiges de forage
- 44 % dans les masses tiges
- 14 % dans les HWDP (Heavy Weighted Drill Pipe)
- 14 % dans les stabilisateurs
- et 20 % dans les autres éléments de la garniture (JAR, S-Sub, PMD, XO).

Et les 56 ruptures enregistrées entre 1988 et 1994 se répartissent de la façon suivante :

- 27 % dans les tiges de forage
- 7 % dans les masses tiges
- 5 % dans les HWDP



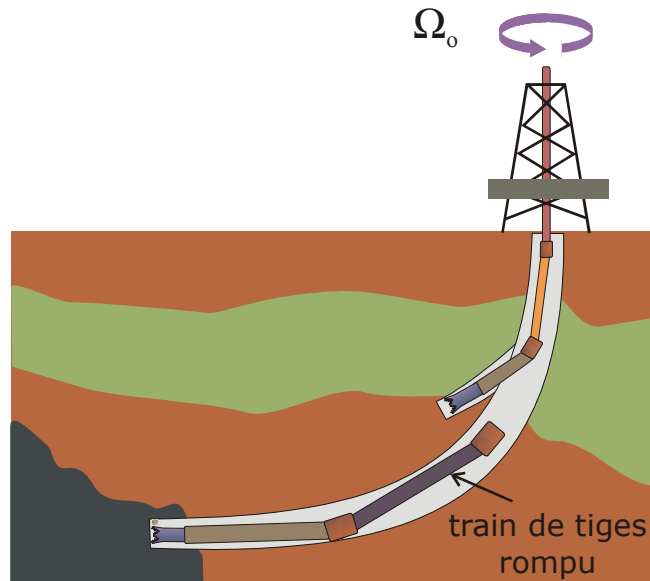


FIG. 1.3 – Reforage d’un puits après l’échec de l’opération de fishing.

- 13 % dans les stabilisateurs
- et 48 % dans les autres éléments du train de tiges (JAR, S-Sub, PMD, XO).

Entre ces deux périodes, on peut remarquer une décroissance des ruptures dans les éléments masses tiges et HWDP. Mais les tiges de forage et les autres éléments (PMD, JAR, ...) présentent toujours trop de ruptures.

Ces ruptures par fatigue sont souvent liées à des sollicitations dynamiques qui participent à l’endommagement des éléments constituant le train de tiges. Cet endommagement est principalement le fruit de deux phénomènes dynamiques (Spanos *et al.*, 2003) :

- les dysfonctionnements vibratoires qui peuvent générer des cycles d’efforts poutres généralisés en tension  $T$ , torsion  $C$  et flexion  $M$  le long de la garniture de forage,
- et les coudes rencontrés dans les tracés de puits de forage tels que les puits déviés ou horizontaux. Ces puits présentent des rayons de courbure  $R$  qui, associés à la rotation  $\Omega_o$  de la garniture de forage, induisent des moments fléchissant alternés.

Les ruptures causées par la fatigue sont souvent constatées au niveau des connexions vissées. Celles-ci sont sujettes à de fortes concentrations de contraintes dues à leurs géométries particulières (voir Fig. 1.4.a) et aux pressions de contact mécanique générées (filetages, épaulements) (Tafreshi et Dover, 1993). Cependant les empreintes laissées par les clefs de serrage induisent aussi des concentrations de contraintes au niveau du corps des éléments (Rahman *et al.*, 1999) augmentant ainsi l’endommagement induit par le chargement. La Fig. 1.4.b montre les empreintes laissées par les clefs de serrage servant à la manipulation des tiges de forage.

On peut aussi rappeler l’environnement agressif, d’un point de vue chimique, dans lequel la garniture se trouve durant l’opération de forage. En effet, les boues de forage, servant à évacuer les déblais au fond du puits, associées à la présence d’hydroxyde de soufre  $H_2S$  tendent à diminuer la résistance à la fatigue des trains de tiges par oxydation (Hendrickson et Holland, 1984).

## 1.2 Questions importantes et résultats existants

Cette partie traite différentes questions qui peuvent apparaître au cours de l’analyse dynamique et en fatigue de la garniture de forage. Ces questions sont les suivantes :

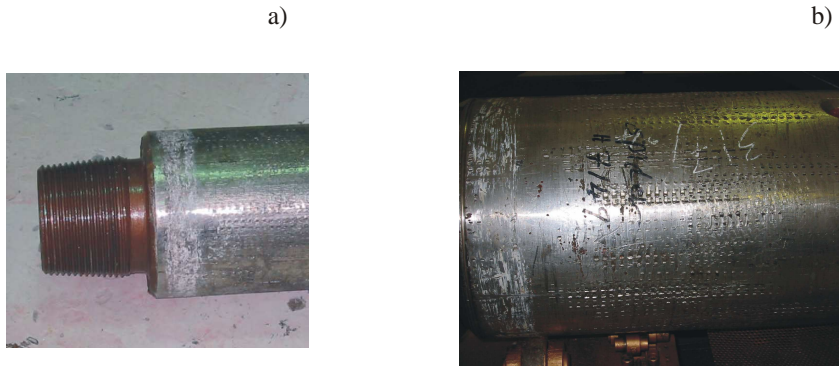


FIG. 1.4 – Photographie d’une connexion vissée : a) géométrie du filetage ; b) empreintes laissées par les clés de serrage.

### *Comment modéliser les dysfonctionnements vibratoires ?*

Le comportement de la dynamique de la garniture de forage est particulièrement complexe à modéliser. En effet, la modélisation élastodynamique doit tenir compte des couplages entre les dysfonctionnements vibratoires résultant du contact *roche/outil* (Challamel *et al.*, 2000; Richard, 2001; Girardot et Putot, 1997) et de ceux résultant du contact *puits/garniture* (Theron, 1996; Leine *et al.*, 2002; Dutreuil, 1997). Ces études sont souvent fondées sur des modèles mécaniques basés sur une description de la garniture à un ou deux degrés de liberté (une rotation axiale  $\phi$ , un mouvement axial  $u$  et un mouvement latéral  $v$ ).

Au fond du puits, le contact *roche/outil* est déterminé par le processus de coupe de la roche (frottement, *ROP*,...) et l'évacuation des déblais. Les interactions entre la roche et l'outil peuvent générer des vibrations caractérisées par l'angle de la rotation axiale  $\phi$ ; on est alors en présence du phénomène de *stick-slip* (voir Fig. 1.5.a). Le *stick-slip* consiste en des phases d'arrêt et de redémarrage de la rotation de l'outil; les redémarrages de l'outil s'effectuent avec une forte accélération et ceci de façon quasi périodique (Challamel *et al.*, 2000). Ce phénomène génère des cycles d'onde de torsion  $C$  qui remontent le long de la garniture de forage.

Le phénomène de *stick-slip* dépend du contact mécanique entre la roche et l'outil mais aussi de la rigidité de la garniture de forage. Le contact est généralement modélisé par une loi de Coulomb où  $\mu$  est le coefficient de frottement. Ce coefficient de frottement est souvent supposé dépendre de la vitesse de rotation à l'outil  $\Omega$  afin de générer des phases de *stick-slip*. (Richard, 2001) a montré que cette dépendance pouvait s'obtenir en couplant les degrés de liberté associés au mouvement axial  $u$  et à la rotation  $\phi$ .

Un phénomène apparaissant aussi au niveau de l'outil est le *bit-bouncing* (voir Fig. 1.5.a). Celui-ci caractérise les vibrations axiales  $u$  dues aux rebonds de l'outil sur le fond du puits créant des ondes de tension/compression  $T$ , qui remontent aussi vers la surface au travers de la garniture (Girardot et Putot, 1997; Germay, 2002).

Ce phénomène prend naissance dans les irrégularités de la surface de contact entre l'outil et la roche. Dans sa rotation, l'outil de forage suit toutes les irrégularités du fond du puits et il peut alors entrer dans une phase de résonance qui amplifiera les mouvements axiaux  $u$  créant ainsi des rebonds de l'outil sur le fond du puits (Theron, 1996).

Le deuxième type de contact générant des dysfonctionnements se produit au niveau du contact latéral entre la paroi du puits et la garniture de forage (voir Fig. 1.5.b). Des chocs peuvent se produire à ce niveau et induire une dynamique particulière caractérisée par des vibrations transversales  $v$  et des vibrations en rotation axiale  $\phi$  générant des cycles de flexion  $M$  et de torsion  $C$  (Theron, 1996; Leine *et al.*, 2002); ce phénomène est appelé *whirling*. Il résulte du phénomène de

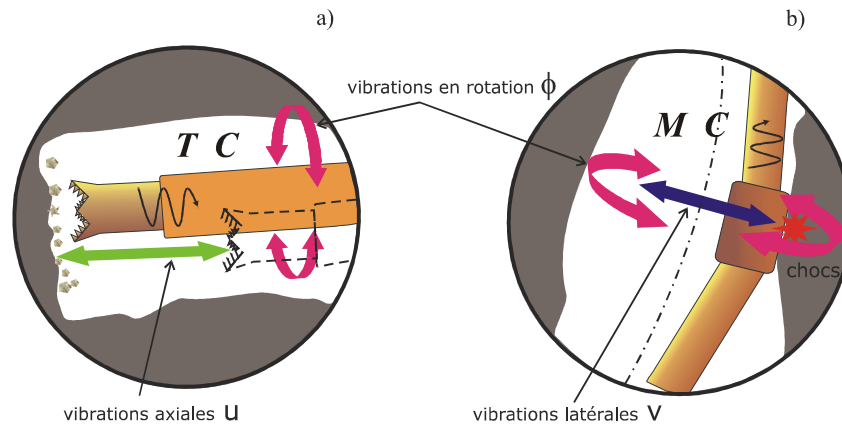


FIG. 1.5 – Dysfonctionnements vibratoires : a) stick-slip et bit-bouncing ; b) whirling.

flambement dans les éléments de la garniture de forage ; la compression nécessaire au processus de forage peut induire des déflexions latérales de la garniture à l'intérieur du puits. Le train de tiges est alors animé d'une rotation excentrée qui peut générer des chocs. Cette déflexion associée à la rotation induira de la flexion alternée supplémentaire.

Ces vibrations, influençant le contact entre la garniture de forage et les parois du puits, créent un couplage entre tous les phénomènes. La détermination des cycles d'efforts poutres  $T$ ,  $C$  et  $M$  devient alors très difficile. Toutefois, la nature de ces cycles de dysfonctionnements apparaît comme quasi périodique (Spanos *et al.*, 2003) et donc seule la connaissance des fréquences et des amplitudes de ces cycles d'efforts permettrait de caractériser le chargement particulier d'une opération de forage.

Ces dysfonctionnements sont souvent modélisés de façon indépendante. Cependant on peut trouver quelques travaux concernant les couplages entre le whirling et le stick-slip (Leine *et al.*, 2002) ou bien ceux de (Germa, 2002) qui a utilisé le modèle de (Richard, 2001), afin de coupler les dysfonctionnements de bit-bouncing et de stick-slip.

*Quelles sont les données expérimentales existantes ?*

Les relevés expérimentaux peuvent nous apporter quelques éléments de réponse concernant les phénomènes dynamiques mis en jeu lors d'une opération de forage. Beaucoup de ces relevés expérimentaux in situ, que possède notamment l'Institut Français du Pétrole dans sa base de données TRAFOR, concernent la dynamique des garnitures de forage avant la rupture et certaines incluent même des phénomènes de dysfonctionnements vibratoires.

Ces données contiennent les cycles des grandeurs telles que celles mesurées en fond de puits : l'accélération angulaire  $\dot{\Omega}$  et le poids à l'outil  $WOB$  (Weight On Bit), ou bien celles mesurées en tête du puits : le poids  $WOH$  et le couple  $TOH$  au crochet (de l'anglais Weight On Hook et Torque On Hook). Ces données nous permettront d'obtenir des informations sur les fréquences et les amplitudes des cycles de sollicitations poutres en tension  $T$ , en torsion  $C$  et en flexion  $M$ .

On remarque expérimentalement que, dans le cas où l'outil de forage est un outil tricône, la fréquence des ondes de traction/compression et de torsion est de l'ordre de 3 fois la fréquence de rotation  $\Omega_o$  imposée à la table de rotation lors de la présence de stick-slip et de bit-bouncing (Aarrestad *et al.*, 1986).

*Comment obtenir les cycles de sollicitations poutres  $T$ ,  $C$  et  $M$  s'exerçant sur la garniture ?*

La modélisation complète de la dynamique du train de tiges doit nous permettre par la suite d'obtenir les cycles des efforts poutres généralisés en tension, torsion et flexion. Compte tenu de la

complexité du problème liée aux contacts et aux dysfonctionnements qui amènent une non linéarité dans les équations, la méthode des Éléments Finis semble appropriée pour la résolution de ce problème. Bien qu'on trouve très peu de travaux utilisant cette méthode (Sathuvalli *et al.*, 2005), des méthodes analytiques ou semi-numériques existent et permettent de palier les difficultés de la modélisation dynamique.

Les travaux de (Patel et Vaz, 1995) se sont attachés à la dynamique du train de tiges dans un puits vertical en vue de comparer les sollicitations cycliques dues aux vibrations induites dans ce puits et les sollicitations cycliques dues à la courbure d'un puits dévié ou d'un puits horizontal. Leur modèle prend en compte les vibrations axiales, latérales et de torsion mais sans tenir compte du couplage entre elles. La garniture de forage est discrétisée en éléments masse/ressort et les équations de la dynamique obtenues par leur modélisation sont résolues grâce à des conditions limites imposées au niveau de l'outil et du crochet.

Les vibrations axiales sont obtenues en imposant une évolution cyclique du poids sur l'outil constatée expérimentalement. Leurs résultats tendent à montrer que la contrainte axiale est plus élevée au niveau des tiges de forage qu'au niveau des masses tiges mais que les masses tiges sont en compression et donc elles peuvent être sujettes à des phénomènes de flambement qui créeront de la flexion supplémentaire.

Le phénomène de stick-slip est aussi obtenu de façon artificielle en imposant une évolution cyclique de l'angle de rotation  $\phi$  au niveau de l'outil. Leurs calculs mettent en avant une contrainte de cisaillement élevée au niveau de l'outil de forage ce qui amène à penser que ce sont les masses tiges qui souffriront le plus des ondes de torsion provenant du stick-slip.

Les vibrations latérales sont obtenues en imposant un poids au crochet constant ou fluctuant. Il a été remarqué que les contraintes engendrées par ce mode de vibrations sont d'ordre négligeable devant les contraintes engendrées par les vibrations axiales et de torsion.

D'autres travaux, comme ceux de (Tucker et Wang, 1999), ont permis, d'obtenir une modélisation semi-analytique plus complète de la dynamique du train de tiges. Ils utilisent une formulation avec des poutres de type Cosserat (Antman, 1996). Cependant, les complexités de la modélisation rendent les équations extrêmement non linéaires et elles ne permettent pas de résoudre correctement le problème dans son ensemble.

La méthode des Éléments Finis peut nous aider à palier les inconvénients des modélisations de la dynamique du train de tiges. Cela nécessite en premiers lieux des conditions limites qui ont été discutées dans la section précédente. Une fois ces conditions limites obtenues, il est proposé de traiter ce problème avec l'aide du code Éléments Finis DeepLines. Ce logiciel a été élaboré dans le but de calculer la dynamique des risers reliant les gisements d'hydrocarbure sous-marin à la plate-forme pétrolière. Il permettra de prendre en compte les non linéarités du problème dues aux contacts entre la garniture et les parois du puits. Toutefois la dynamique du riser et celle du train de tiges diffèrent un peu. En effet le train de tiges est animé d'une rotation alors que le riser ne présente que des déplacements axiaux ou latéraux. DeepLines nécessite donc quelques modifications à l'intérieur de son code afin de prendre en compte cette rotation.

Dans l'Annexe A, nous présentons une méthode semi-analytique de calcul des efforts généralisés  $T$ ,  $C$  et  $M$  le long de la garniture de forage. Cette méthode est largement utilisée dans le domaine industriel et se base sur une formulation quasi-statique de la garniture. Bien qu'elle ne permette pas de traduire correctement la dynamique du forage, cette méthode nous permettra d'obtenir une estimation des efforts moyens s'exerçant sur la garniture. Mais aussi de calculer le moment fléchissant engendré dans les coudes du puits de forage.

*Comment prédire la durée de vie  $N$  d'une garniture de forage ?*

Dans le domaine du forage, deux principales techniques sont employées pour la prédiction de la durée de vie en fatigue du train de tiges ; l'une se basant sur une approche de propagation de

fissures (Brennan, 1995) et l'autre sur une approche accumulation d'endommagement (Lubinsky, 1961).

Ces deux approches ont des philosophies complètement différentes. La première s'appuie sur le fait qu'un défaut (micro-fissure) est déjà présent dans la structure, et que ce défaut évoluera en fonction du nombre de cycles subit par la structure. La seconde méthode fait l'hypothèse qu'une fissure s'initiera lorsque notre paramètre d'endommagement aura atteint une valeur critique.

Ces deux approches se basent généralement sur des grandeurs macroscopiques comme le champ de contraintes  $\underline{\underline{\Sigma}}$  (Sathuvalli *et al.*, 2005) ou bien le champ de déformations  $\underline{\underline{E}}$  (Placido *et al.*, 1994). Ces grandeurs sont souvent supposées uniaxiales et la prise en compte de la géométrie des tiges de forage se fait au travers de facteurs de concentrations de contraintes  $SCF$ . Puis le cumul de l'endommagement est effectué à l'aide de la règle de Miner. Cela donne généralement des prédictions conservatrices mais cette modélisation ne reflète ni le caractère multiaxial du chargement ni la complexité du champ de contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$ .

Dans des conditions de forage sans vibrations, les efforts cycliques se résument à un moment fléchissant  $M$  qui est généré dans les coudes des puits de forage. Les rayons de courbure  $R$  de ces coudes doivent être inférieurs à une certaine limite définie au travers du Dog-Leg Severity  $DLS$  (Lubinsky, 1961). Ces cycles de flexion alternée peuvent engendrer des contraintes axiales qui s'additionneront aux contraintes axiales dues à la tension  $T$ . Ces contraintes peuvent être suffisamment élevées pour créer de la fatigue au niveau du train de tiges (Hill *et al.*, 2004), spécialement au niveau des connexions vissées (Brennan, 1995) et au niveau des corps des éléments constituant la garniture de forage marqués par les manipulations (Rahman *et al.*, 1999).

Hill *et al.*, 2004 ont mis en place une méthodologie pour aider l'ingénieur à dimensionner la garniture de forage. Cette méthode se base sur la définition de deux indices  $CI$  et  $SI$  qui caractérisent les durées de vie  $N$  consommées des éléments de la garniture de forage dans un coude ; leurs calculs reprennent dans l'ensemble ceux exposés par (Lubinsky, 1961) dans la littérature.

Cependant la méthodologie semble intéressante. En effet, leurs travaux mettent en avant la difficulté d'estimer les durées de vie  $N$  des éléments de la garniture. Afin de contourner cette difficulté, les auteurs proposent une méthodologie comparative à l'aide des paramètres introduits. Cette méthode s'attache donc à quantifier la sévérité des chargements pour chaque tracé du puits. L'ingénieur aura alors les outils lui permettant de dimensionner sa garniture de forage.

### 1.3 Objectifs et organisation du travail

Cette thèse s'inscrit dans le cadre du projet "Fatigue des Garnitures de Forage" développé à l'Institut Français du Pétrole (Richard et Vaisberg, 2003; Vaisberg *et al.*, 2003). Ce projet, en partenariat avec Vallourec (fabricant de tiges de forage) et Cybernetix (fabricant de puce électronique), a pour but de développer une méthodologie de calcul de la durée de vie des trains de tiges en prenant en compte les divers phénomènes dynamiques introduits dans les sections précédentes.

L'idée originale du projet "Fatigue des Garnitures de Forage" consiste à équiper chaque élément de la garniture de forage d'une puce électronique afin d'y inscrire la durée de vie consommée après chaque phase de forage. Ainsi avant d'utiliser un élément de la garniture pour un autre forage, une lecture de sa puce électronique permettra de connaître sa durée de vie restante et donc assurera une meilleure maîtrise des risques de rupture par fatigue.

La mise en valeur des échelles et des grandeurs physiques va nous permettre de scinder le problème en trois parties (voir Fig. 1.6) :

- l'échelle de la garniture de forage associée aux efforts généralisés poutres de tension  $T$ , de torsion  $C$  et de flexion  $M$
- l'échelle de la connexion vissée associée au champ de contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$
- l'échelle des grains de métal associée au champ de contraintes mésoscopiques  $\underline{\underline{\sigma}}$

Ces grandeurs physiques caractérisent les phénomènes mis en jeu à chaque échelle et sont considérées pertinentes pour la résolution du problème dans son ensemble. L'échelle associée à la garniture est naturellement liée aux efforts généralisés poutres de tension  $T$ , de torsion  $C$  et de flexion  $M$ . En effet, l'élanement des trains de tiges nous permet de faire une modélisation 1D et d'appliquer la théorie des poutres.

Cette modélisation du train de tiges ne permet pas de prendre en compte la réelle géométrie de la garniture au niveau des connexions vissées. Dans le but d'obtenir les contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  d'une manière beaucoup plus fine, l'échelle de la connexion vissée est alors introduite. À cette échelle, on devra s'intéresser aux problèmes de contact et de plasticité dans les assemblages vissés.

Enfin, l'échelle pertinente qui caractérise le phénomène de fatigue est l'échelle mésoscopique associée aux contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$  dans le grain de métal. En effet, la fatigue est un phénomène qui débute dans les bandes de glissement localisées dans les grains défavorablement orientés (Dang Van, 1993). Le paramètre qui caractérise l'endommagement à cette échelle est la durée de vie  $N$ .

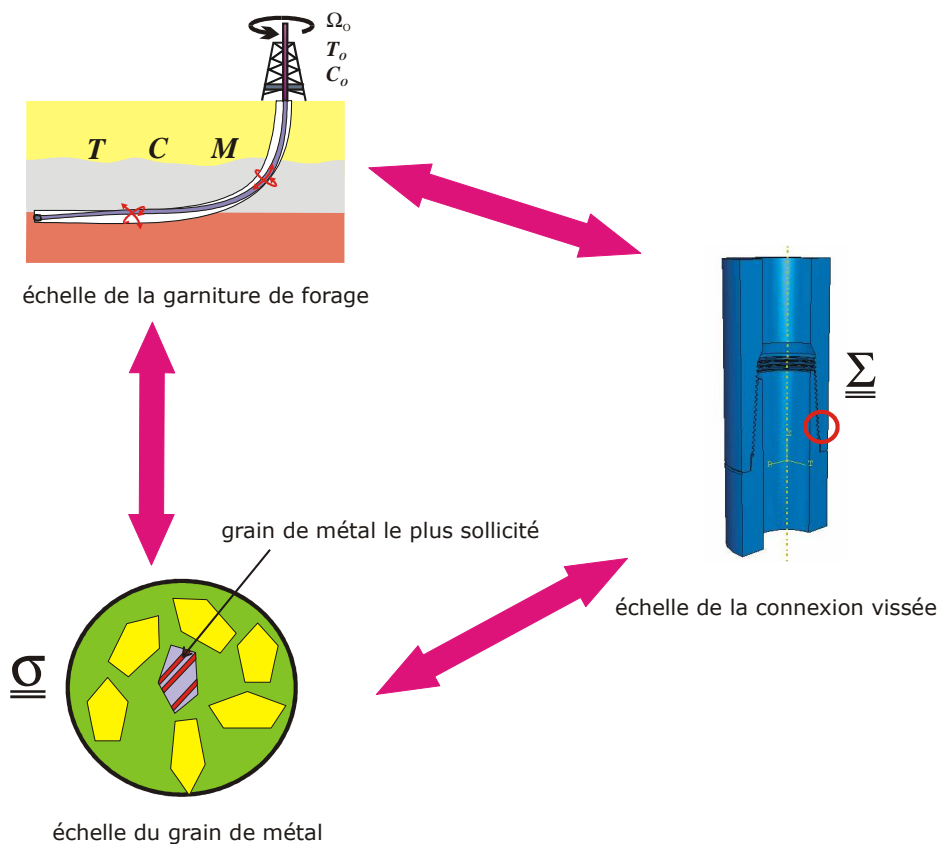


FIG. 1.6 – Schéma des différentes échelles intrinsèques au problème de rupture par fatigue des garnitures de forage.

La première échelle est celle de la garniture de forage. Le problème dynamique lié à cette échelle n'est pas traité dans cette thèse. Cependant une méthode quasi statique, présentée dans l'Annexe A, nous permet d'estimer ces efforts de type poutre qui nous serviront de conditions limites pour notre calcul des contraintes macroscopiques à l'échelle de la connexion vissée.

Deux méthodes de calculs ont été développées pour l'analyse à l'échelle de la connexion vissée. La première méthode est présentée dans le Chapitre 2. Elle se base sur la méthode des Éléments Finis et permet de calculer le champ de contraintes en tout point de la connexion vissée. Ce travail nous permettra de mettre en place une loi de passage entre les efforts de type poutres  $T$ ,  $C$  et  $M$  et les contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  engendrées au niveau des connexions des tiges de forage.

Ce chapitre débutera par une introduction sur les assemblages vissés rencontrés dans le domaine du forage pétrolier. Puis nous répondrons aux questions découlant des réflexions suivantes :

- *Comment traiter le calcul des contraintes macroscopiques  $\underline{\Sigma}$  dans une connexion vissée ?*
- *Comment traiter le calcul des contraintes macroscopiques plus efficacement ?*
- *Comment modéliser le couple de serrage  $C_{up}$  ?*

Enfin, nous présenterons les modèle Éléments Finis pour le calcul des cycles de contraintes multiaxiales macroscopiques dus à un effort de tension  $T$  et à un moment fléchissant  $M$  et quelques résultats concernant le champ de contraintes macroscopiques résultant, les pressions de contact dans une connexion vissée et l'influence du couple de serrage  $C_{up}$ . Enfin, on terminera ce chapitre par une synthèse des travaux effectués à cette échelle.

La seconde méthode pour le calcul du champ de contraintes macroscopiques est présentée dans le Chapitre 3. Cette méthode, qui se base sur une solution élastique du champ de contraintes à proximité d'une entaille (Filippi et Lazzarin, 2004), permet de palier les inconvénients liés au temps de calcul par la méthode des Éléments Finis. En effet, la détermination de l'endommagement subit par la garniture de forage doit être faite en temps réel durant l'opération de forage. Pour cela, une solution semi-analytique du champ de contraintes élastiques a été développée. Cette solution permet de déterminer les contraintes macroscopiques en des points spécifiques de la connexion vissée, i.e. fonds des filets, afin d'y appliquer directement notre critère de fatigue. Cette méthode peut être aussi utilisée comme outil de conception des connexions vissées.

Le Chapitre 3 débutera sur une présentation de la solution proposée par Filippi, dont plus amples détails sont fournis dans l'Annexe B. Cette solution a été développée pour une barre présentant une entaille, et donc elle doit être étendue à nos géométries tubulaires et elle devra aussi prendre en compte l'influence du couple de serrage.

Les cycles de contraintes macroscopiques  $\underline{\Sigma}$  étant obtenus, le passage à l'échelle suivante associée au problème de la fatigue se fera en les utilisant pour calculer la durée de vie  $N$  des tiges de forage.

Le Chapitre 4 sera donc entièrement dévolu au problème de la fatigue des garnitures de forage et développera la méthodologie du critère de Dang Van qui utilise les contraintes mésoscopiques  $\underline{\sigma}$ . Pour ce faire, ce chapitre débutera par une partie introduisant les phénomènes de fatigue, puis on tentera de répondre aux questions suivantes :

- *Quels sont les critères de fatigue multiaxiale polycyclique existant ?*
- *Comment effectuer le cumul de l'endommagement des tiges de forage ?*
- *Quels sont les effets sur le calcul de la durée de vie liés à la présence d'une entaille ?*

Par la suite, on présentera le critère de Dang Van et les résultats découlant de son utilisation afin de déterminer les sites d'amorçage de fissures. Puis nous verrons comment étendre le critère de Dang Van au domaine de l'endurance limitée afin d'estimer la durée de vie  $N$  des tiges de forage soumises à un effort cyclique de tension  $T$  et de flexion  $M$ .

Nous verrons par la suite comment adapter le critère d'endurance limité afin de l'utiliser dans les cas où la structure présente des discontinuités géométriques. Et finalement nous proposerons une méthode d'analyse de fatigue stochastique, la méthode Contrainte-Résistance, afin de prendre en compte la nature aléatoire du chargement encouru par la garniture lors d'une opération de forage.

La validation expérimentale de notre analyse en fatigue sera présentée dans le Chapitre 5. Celle-ci a été réalisée à l'aide d'essais de fatigue en traction répétée sur des connexions à échelle réduite. Ce chapitre débutera sur les réflexions préliminaires suivantes :

- *Quelles sont les différentes approches expérimentales pour valider une méthodologie de calcul en fatigue ?*
- *Quelles sont les causes susceptibles d'induire des erreurs sur les prédictions de la durée de vie ?*

Puis nous présenterons l'analyse effectuée lors du dimensionnement de la connexion à échelle réduite afin d'effectuer des essais dans le domaine de la fatigue polycyclique.

Avant de débuter les essais de fatigue, nous avons mis en place un essai de traction monotone afin

de pouvoir caractériser le coefficient de frottement entre les parties mâle et femelle de la connexion vissée. Une fois ce coefficient déterminé, nous passerons aux essais de fatigue et à leur comparaison avec les prédictions de durées de vie faites avec le critère de Dang Van. Puis nous verrons par la suite l'influence du comportement matériau sur ces prédictions.

Finalement nous finirons sur une discussion présentant les causes induisant une erreur sur les prédictions de la durée de vie des connexions vissées.



## Chapitre 2

# Analyse Globale de la Connexion Vissée

Le chapitre précédent était en partie dédié à l'analyse du problème au niveau de l'échelle de la garniture de forage. Ce problème élastodynamique est très compliqué à résoudre si l'on souhaite prendre en compte tous les phénomènes dynamiques tels que les dysfonctionnements vibratoires, le couplage entre la boue de forage et la garniture et le contact entre le puits de forage et la structure. Cependant une méthode quasi-statique, présentée dans l'Annexe A, nous a permis d'obtenir une estimation des cycles des efforts généralisés  $T$ ,  $C$  et  $M$  s'exerçant sur la structure durant une opération de forage. Ces efforts nous ont ainsi permis de calculer les cycles de contraintes de type poutre  $\underline{\underline{\Sigma}}^*$ .

Quelle que soit la méthode employée pour l'analyse à l'échelle de la garniture de forage, elle ne nous permettra pas de prendre en considération la complexité de la géométrie des garnitures de forage, l'influence du contact généré dans les connexions vissées et les phénomènes de plasticité cyclique. Afin de pouvoir en tenir compte dans notre analyse en fatigue, une étude beaucoup plus fine du champ de contraintes macroscopiques a été réalisée au niveau de l'échelle de la connexion vissée. Nous avons vu précédemment qu'elle était généralement le siège d'apparition de fissures de fatigue.

Ce chapitre est donc dédié au calcul du champ de contraintes macroscopiques dans les connexions vissées du train de tiges où les contraintes de type poutre  $\underline{\underline{\Sigma}}^*$  serviront en tant que conditions limites pour notre analyse mécanique par la méthode des Éléments Finis. Ce calcul nous permettra par la suite d'utiliser les cycles du trajet de chargement  $\underline{\underline{\Sigma}}(t)$  que subit la tige de forage pour effectuer le post-traitement en fatigue. De plus, il nous permettra aussi d'estimer l'influence du couple de serrage  $C_{up}$  sur le champ de contraintes macroscopiques et donc sur la durée de vie  $N$ .

Ce modèle réalisé nous servira par la suite à valider une seconde approche qui sera présentée dans le Chapitre 3.

Ce chapitre débute par une présentation des assemblages vissés rencontrés dans le domaine du forage. Puis une deuxième section répondra à quelques questions relatives aux calculs des contraintes macroscopiques dans ces assemblages vissés.

Nous présenterons ensuite notre modèle Éléments Finis dans la troisième section, et une quatrième présentera les divers résultats obtenus dans le cas d'un chargement cyclique en tension  $T$  et en flexion  $M$ . Finalement ce chapitre sera clôt par une conclusion sur les travaux effectués.

### 2.1 Les assemblages vissés

Une garniture de forage est constituée de différents éléments tubulaires liés entre eux par un assemblage vissé, comme le montre la figure 2.1. Aux extrémités du corps de la tige de forage se

trouvent la partie mâle, d'un côté, et la partie femelle, à l'autre extrémité, servant à la liaison entre les différents éléments de la garniture; ces deux parties présentent des géométries particulières et peuvent être le siège de fortes concentrations de contraintes et de fortes pressions de contact.

Ces extrémités sont donc les zones de la tige de forage où les fissures de fatigue sont susceptibles d'apparaître et provoquer ainsi la rupture du train de tiges (Spanos *et al.*, 2003).

Les principales spécificités des connexions vissées rencontrées dans le domaine du forage sont :

- un filetage conique d'un angle  $\beta$ ,
- un ou deux épaulements servant à appliquer une précontrainte au travers d'un couple de serrage  $C_{up}$ ,
- des géométries au niveau du filetage très complexes.

a)



b)

c)

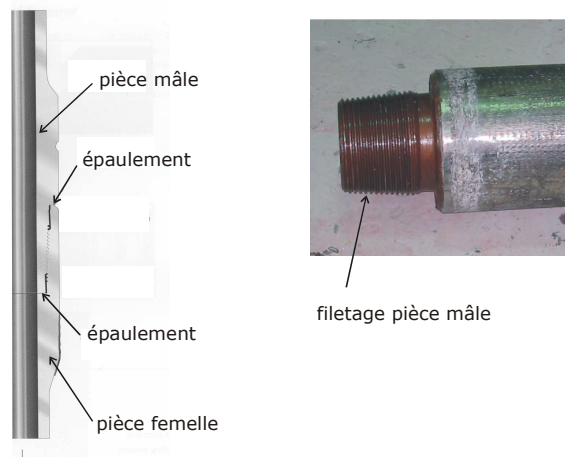


FIG. 2.1 – Géométrie des différentes parties constituant une connexion vissée.

En plus des difficultés de calcul des contraintes macroscopiques liées aux spécificités géométriques, d'autres paramètres sont à prendre en compte :

- le procédé de galetage (cold-rolling en anglais) (Knight *et al.*, 2003; Han *et al.*, 2003) qui consiste à comprimer la fibre de métal dans le fond de filet des connexions vissées (voir figure 2.2); cela permet une meilleure tenue en fatigue grâce au champ de contraintes résiduelles induit.

Ce procédé a déjà fait l'objet de nombreuses études, notamment au Laboratoire de Mécanique des Solides (Braham, 1991), et donc sa prise en compte dans les calculs ne pose aucune difficulté. Toutefois, dans la suite des travaux présentés dans ce document, ce procédé n'a pas

été pris en compte,

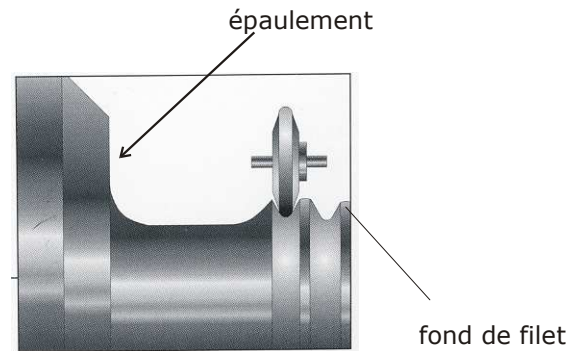


FIG. 2.2 – Schéma du procédé de galetage.

- la tolérance sur les dimensions de la connexion vissée (Beghini *et al.*, 1992) ; le contact entre les deux pièces de la connexion vissée dépendra fortement du jeu entre elles,
- le couple de serrage  $C_{up}$  appliqué (Tafreshi et Dover, 1993).

Le calcul devra aussi prendre en compte la nature cyclique du chargement. En effet, la modélisation des phénomènes de plasticité est très importante pour notre problème. Les cycles d'efforts s'exerçant sur la garniture peuvent induire, au niveau des fonds de filets, des déformations plastiques  $\varepsilon_p$  qui évolueront en fonction des amplitudes de ces efforts et du nombre de cycles  $N$ .

La structure peut donc présenter localement des déformations plastiques cumulées  $\varepsilon_p^{eq}$  pouvant se stabiliser ou, au contraire, augmenter jusqu'à la rupture de la structure : c'est le phénomène de rochet. Dans le cas de la stabilisation, on parlera de phénomène d'adaptation lorsque la déformation plastique cumulée  $\varepsilon_p^{eq}$  cesse d'évoluer au cours du temps et d'accommodation lorsque la déformation plastique cumulée est bornée (voir figure 2.3).

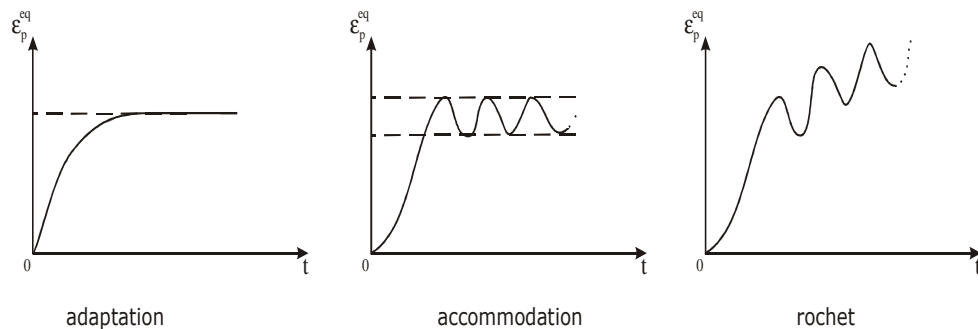


FIG. 2.3 – État asymptotique de la déformation plastique cumulée  $\varepsilon_p^{eq}$ .

## 2.2 Questions importantes et résultats existants

Dans la section précédente, nous avons répertorié les différentes difficultés liées aux calculs des contraintes macroscopiques dans une connexion vissée. Maintenant, nous nous attarderons sur des questions qui nous permettront de mettre au point un modèle élastoplastique pour le calcul du champ de contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$ . Ces questions sont les suivantes :

*Comment traiter le calcul des contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  dans la connexion vissée ?*

La méthode généralement utilisée pour le calcul des contraintes macroscopiques dans une connexion vissée est la méthode des Éléments Finis. Bien que cette méthode ait l'avantage de pouvoir traiter les non linéarités du problème dues au comportement du matériau et aux contacts dans la connexion, elle demande une grande puissance des stations de calcul afin de discrétiser correctement en Éléments Finis la connexion vissée. En effet, le contact nécessite une discrétisation relativement fine, ce qui a pour conséquence d'augmenter le nombre de degrés de liberté du modèle et donc les temps de calcul.

Mackerle, 2003 fournit une liste exhaustive des différents travaux concernant le calcul dans les assemblages vissés par la méthode des Éléments Finis. Cependant parmi tous ces travaux très peu discutent des cas de chargement en torsion.

Les travaux de Tafreshi et Dover, 1993 traitent des cas de chargements en tension, torsion et flexion sur différentes géométries de connexions vissées. Cette étude a mis en évidence les zones de contraintes élevées pour chaque cas de chargement. Le calcul prend en compte l'influence du couple de serrage mais le comportement du matériau est purement élastique ce qui induit une surestimation des contraintes macroscopiques.

L'hélice du filetage est négligée permettant ainsi une modélisation 2D axisymétrique dans le cas de la tension, et dans les cas de torsion et flexion la modélisation nécessitait un maillage 3D de la connexion vissée.

Le calcul de Tafreshi et Dover, 1993 a été élaboré à l'aide du code Éléments Finis Abaqus avec une discrétisation en 320 éléments paraboliques axisymétriques pour le cas de la tension, et respectivement 1280 et 1920 éléments paraboliques 3D pour les chargements en flexion et en torsion.

Leurs travaux ont mis en évidence les différents points :

- pour chaque cas de chargement appliqué, les contraintes sont maximums au niveau des fonds de filet et spécialement celui de la dernière dent engagée de la pièce mâle (voir figure 2.4),

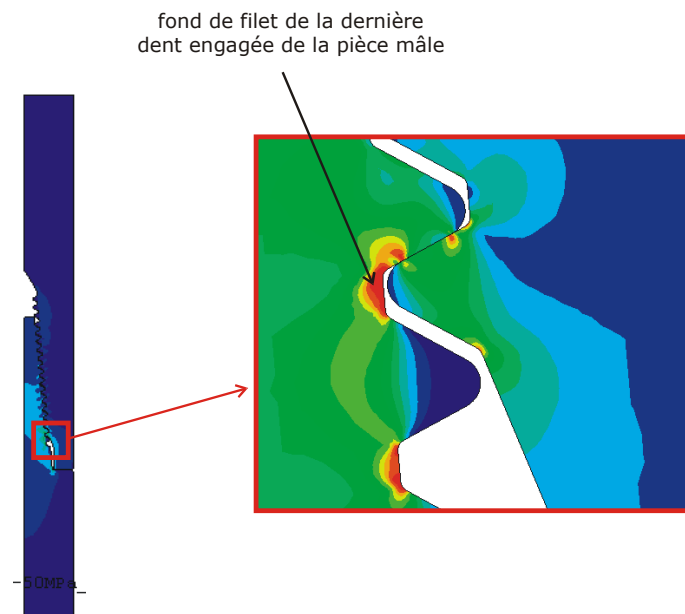


FIG. 2.4 – Localisation des contraintes maximales dans une connexion vissée.

- les facteurs de concentrations de contraintes  $SCF$  dus à la tension peuvent atteindre des valeurs de 16 sans précontrainte et de 8 avec un couple de serrage. Les  $SCF$  dus à la flexion peuvent atteindre des valeurs allant jusqu'à 4 et ceux de torsion sont de l'ordre de 1. Bien que ces  $SCF$  ne soient pas clairement définis dans leur papier, ces ordres de grandeurs nous permettent de saisir la sévérité du chargement en tension par rapport à celles en flexion ou torsion,

– la géométrie des fonds de filet influence beaucoup la valeur maximale du champ de contraintes. D'autres travaux obtiennent les mêmes conclusions que celles citées précédemment (Macdonald et Deans, 1995; Han *et al.*, 2003).

Dans le cadre du projet IFP "Fatigue des Garnitures de Forages", Vaisberg *et al.*, 2003 ont élaboré un modèle Éléments Finis avec le code Abaqus. Ce modèle devait servir à modéliser la flexion alternée que subit le train de tiges dans les coudes des puits déviés. La modélisation de la connexion vissée s'effectue par une discrétisation 3D de la structure. Leurs travaux ont permis de répondre à ces différentes questions :

- le comportement élastoplastique du matériau *4145H* sous chargements cycliques peut être correctement modélisé par un écrouissage cinématique non linéaire et isotrope de type Lemaître-Chaboche et une loi d'écrouissage cinématique linéaire. Cependant, afin de limiter les temps de calcul, seule la partie de l'écrouissage non linéaire et isotrope de type Chaboche a été retenue,
- le choix des éléments *CAX4R* (élément quadrilatère axisymétrique à 4 nœuds à intégration réduite), *CAXA4R2* et *CAXA4R4* (élément quadrilatère asymétrique à 4 nœuds à intégration réduite) avait une influence minimale sur le calcul des contraintes (moins de 1 %).

Ces travaux mettent en évidence la difficulté d'effectuer le calcul du champ de contraintes par la méthode des Éléments Finis. En effet, elle demande une discrétisation de la structure étudiée importante et ce qui a pour conséquence d'augmenter le temps de calculs. Suite à ces remarques, d'autres approches ont permis de développer des méthodes alternatives aux calculs Éléments Finis. Elles sont présentées ci-après.

#### *Comment traiter le calcul des contraintes macroscopiques plus efficacement ?*

Le problème du calcul des contraintes dans une connexion vissée peut être traité suivant différentes méthodes alternatives. La première est liée à l'élaboration d'un modèle qui permet l'évaluation de la distribution spatiale du champ de contraintes macroscopiques dans une connexion vissée (Andrieux et Leger, 1993). La seconde repose sur la détermination du champ de contraintes macroscopiques localement au niveau des zones les plus sollicitées de la connexion vissée (Glinka et Newport, 1987).

Andrieux et Leger, 1993 ont décomposé le calcul des contraintes dans un assemblage vissé en deux problèmes distincts : un problème global et un problème local comme il est illustré dans la figure 2.5. Cette approche consiste à modéliser l'interface, jonction entre la partie mâle et la partie femelle de la connexion vissée, par une interface ne travaillant qu'en cisaillement  $q(z)$ . Cette loi, qui est à construire, permettra de modéliser le couplage entre le déplacement relatif mâle/femelle et les pressions de contact résultantes. La résolution du problème local peut être faite de différentes manières, les auteurs ayant opté pour une résolution par la méthode des Éléments Finis.

Ayant obtenu l'expression de la loi d'interface  $q(z)$ , la seconde partie du travail s'attache à la résolution du problème global. Le choix des champs de déplacements permet d'écrire les énergies potentielles élastiques relatives à la pièce mâle et femelle en fonction du cisaillement  $q(z)$  que transmet l'interface. La résolution du système est obtenue en minimisant ces énergies potentielles sur un ensemble de champs de déplacements virtuels cinématiquement admissibles.

Ces résultats confortent ceux cités précédemment et indiquent que la dernière dent engagée de la pièce mâle est la plus sollicitée.

L'avantage de cette méthode réside dans la réduction considérable du temps de calcul. La formulation finale du problème global se résume en un système d'équations différentielles unidimensionnelles, alors que le problème était à l'origine un problème tridimensionnel. Malheureusement cette méthode se limite simplement au cas de chargement en tension.

Glinka et Newport, 1987 ont mis en place une méthode permettant le calcul du champ de contraintes à proximité d'une entaille. En effet, les entailles sont le siège de fortes concentrations de

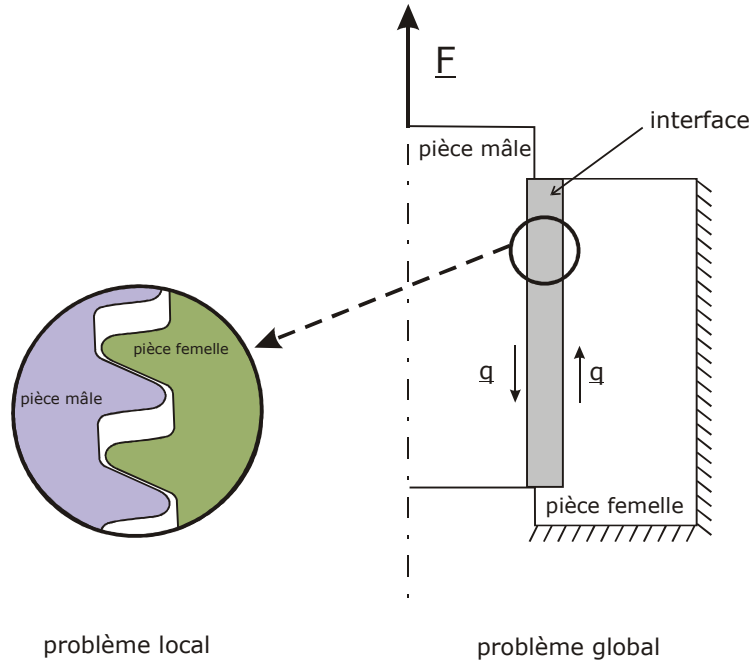


FIG. 2.5 – Schéma de l'assemblage vissé.

contraintes comme le sont les fonds de filets d'une connexion vissée. Leurs travaux sont donc essentiellement basés sur une analogie entre les concentrations de contraintes dues à un trou circulaire ou elliptique à celles dues aux filetages des connexions vissées. Utilisant les équations reportées par Timoshenko et Goodier, 1951 qui sont obtenues dans les cas d'un trou circulaire dans une plaque infinie soumise à une tension uniforme, il est alors possible d'obtenir une formule approchée du champ de contraintes macroscopiques à proximité des fonds de filets. Ces solutions sont généralement valides aux alentours du fond de filet pour des distances inférieures à  $3r$ , où  $r$  est le rayon du fond de filet. La comparaison de cette méthode avec celle des Éléments Finis a montré un bon accord ; notamment l'erreur maximale sur la contrainte axiale n'est que de 5 % à une distance de  $3r$ . Ces travaux permettent par la suite d'utiliser ces formules pour le calcul des facteurs d'intensité de contrainte  $SIF$  (Brennan et Dover, 1995) afin d'étudier la propagation de fissures dans les connexions vissées.

*Comment modéliser le couple de serrage  $C_{up}$  ?*

Différentes techniques peuvent être employées pour la modélisation du couple de serrage. Dans les travaux de Tafreshi et Dover, 1993, des éléments de type "joint" permet de modéliser le contact généré entre les deux pièces de la connexion vissée (voir figure 2.6a). Ces éléments ont une certaine épaisseur qui peut être spécifiée initialement. Suivant le choix de l'épaisseur initiale, des pressions normales de contact vont être générées au niveau des filets et au niveau de l'épaulement. La loi de Coulomb permet de déterminer les cisaillements résultants et le couple de serrage induit est alors égal au moment résultant de ces cisaillements au niveau de l'axe de symétrie de la connexion

$$C_{up} = f \iint_S \{ \underline{x} \wedge (\underline{\sigma} \cdot \underline{n}) \} \cdot \underline{e}_z dS \quad (2.1)$$

où  $\underline{\sigma}$ ,  $\underline{x}$ ,  $\underline{n}$  et  $f$  sont respectivement le champ de contraintes, les coordonnées spatiales, le vecteur normal à la surface de contact et le coefficient de frottement.

Une seconde technique pour modéliser le couple de serrage est utilisée dans les travaux de Baragetti, 2002. Des éléments thermiques sont introduits au niveau de la pièce femelle (voir figure 2.6b). Ces éléments sont ensuite soumis à une température constante ayant pour conséquence de les dilater générant ainsi des pressions de contact au niveau des filets et de l'épaulement. Enfin le couple de serrage est calculé comme précédemment.

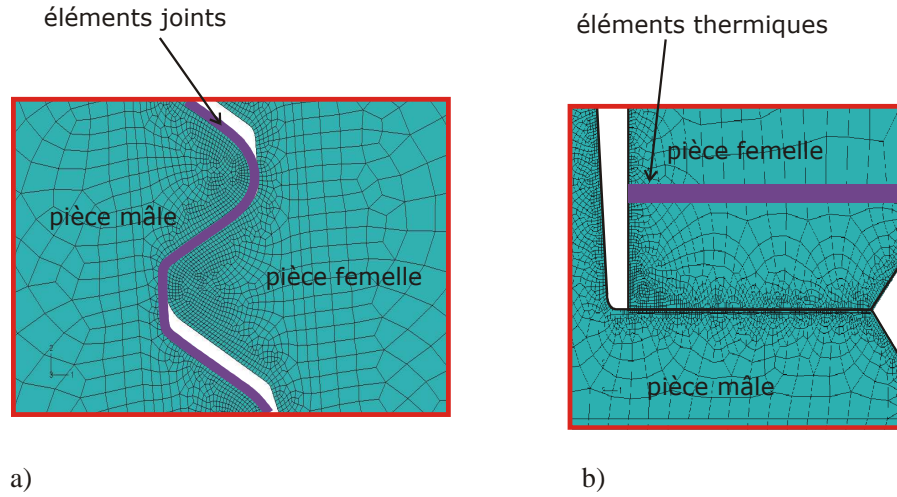


FIG. 2.6 – Modélisation du couple de serrage  $C_{up}$  : a) éléments joints ; b) éléments thermiques.

## 2.3 Présentation du modèle Élément Finis

Le modèle utilise le code Élément Finis Abaqus version 6.4. La principale spécificité de la modélisation est une géométrie purement axisymétrique réduisant ainsi le problème à deux dimensions pour le mode de chargement en tension. Cette modélisation n'est possible que si l'effet de l'hélice du filetage est négligeable et que le chargement est axisymétrique, ce qui est le cas pour les chargements en tension. Les travaux de Chen et Shih, 1999 ont mis en évidence cette hypothèse en comparant une modélisation 3D comportant une hélice avec une modélisation axisymétrique d'un assemblage vissée. Bien que leur comparaison ne porte que sur la distribution des résultantes des pressions de contact au niveau des filets, ils ont démontré une faible différence entre les deux modélisations.

Le champ de contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  est donc égal dans ce cas, dans le repère global cylindrique  $\mathfrak{R}\{\underline{e}_R, \underline{e}_\theta, \underline{e}_Z\}$ , à

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \begin{bmatrix} \Sigma_{RR} & 0 & \Sigma_{RZ} \\ 0 & \Sigma_{\theta\theta} & 0 \\ \Sigma_{RZ} & 0 & \Sigma_{ZZ} \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

Pour les modes de chargement en flexion, une géométrie purement axisymétrique ne suffit plus du fait de l'anti-symétrie de ce mode de chargement. Cependant une réduction non négligeable du nombre d'éléments est permise en ne prenant en compte qu'une moitié de la connexion vissée. Le champ de contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  est, pour ce mode de chargement, égale dans le repère global cylindrique  $\mathfrak{R}\{\underline{e}_R, \underline{e}_\theta, \underline{e}_Z\}$ , à

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \begin{bmatrix} \Sigma_{RR} & \Sigma_{R\theta} & \Sigma_{RZ} \\ \Sigma_{R\theta} & \Sigma_{\theta\theta} & \Sigma_{Z\theta} \\ \Sigma_{RZ} & \Sigma_{Z\theta} & \Sigma_{ZZ} \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Deux géométries de connexion vissée, dont les désignations *API Spec 7* sont *NC46* et *NC40*, ont été développées. La connexion *NC46* est étudiée pour les modes de chargement en tension

et flexion, alors que la connexion *NC40* n'est étudiée seulement qu'en mode de chargement en tension. Pour ces deux connexions, le filetage est identique avec une forme trapézoïdale *V-0.038R* (voir figure 2.7b).

Les dimensions principales des connexions vissées sont extraites de (Gabolde et Nguyen, 1999) et sont données en millimètres dans le tableau suivant :

TAB. 2.1 – Dimensions principales des connexions vissées.

	$L$	$d$	$R_I$	$R_E$	$R_p$	$p$	$h$	$r_1$	$r_2$
<i>NC46</i>	114,3	15,9	41,3	76,2	61,4	6,8	2,91	1	0,38
<i>NC40</i>	114,3	15,9	34,1	66,7	66,7	6,8	2,91	1	0,38

La connexion présente un angle de conicité  $\beta$  égal à  $4.8^\circ$  et les flancs du filetage sont inclinés d'un angle  $\alpha$  de  $30^\circ$  par rapport à l'horizontale.

Le choix de la taille de maillage est très important dans notre étude. En effet, la géométrie de la connexion vissée étant très complexe (épaulement, filetage), elle induit donc de fortes concentrations de contraintes qui, sans un maillage fin à ces niveaux, seront sous estimées. Une étude sur la taille minimale du maillage en fond d'entaille a été menée dont les résultats sont présentés dans la figure 2.8. On choisira donc pour le modèle 2D dédié au calcul en tension un rapport entre la taille du maillage en fond de filet  $\varepsilon$  et le rayon du rayon de filet  $\rho$  égale à 0.01.

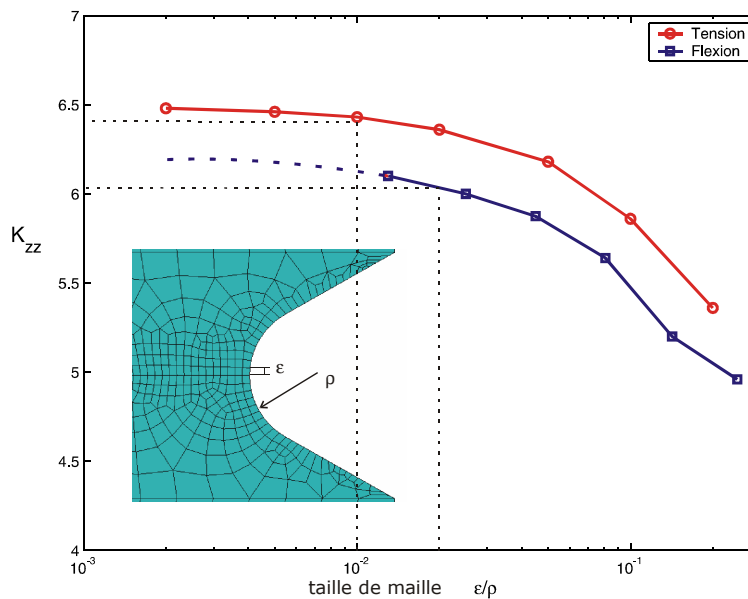


FIG. 2.8 – Analyse du maillage sur le facteur de concentration de contrainte axiale  $K_{ZZ}$  pour une entaille.

Pour le modèle 3D dédié au calcul en flexion, on choisira le rapport  $\frac{\varepsilon}{\rho}$  égale à 0.02. Cependant, dans la direction circonférentielle, une discrétisation angulaire de  $15^\circ$ , a été choisie limitant ainsi considérablement le nombre d'éléments. Cette discrétisation a été comparée avec une autre de  $5^\circ$  afin de vérifier la précision des résultats, et on a pu constater que le champ de contraintes ne subit qu'une faible variation ( $< 3\%$ ).

Le maillage de la connexion est présenté dans la figure 2.9 pour le mode de chargement en tension et dans la figure 2.10 pour le mode de chargement en flexion. Ces maillages ont été réalisés



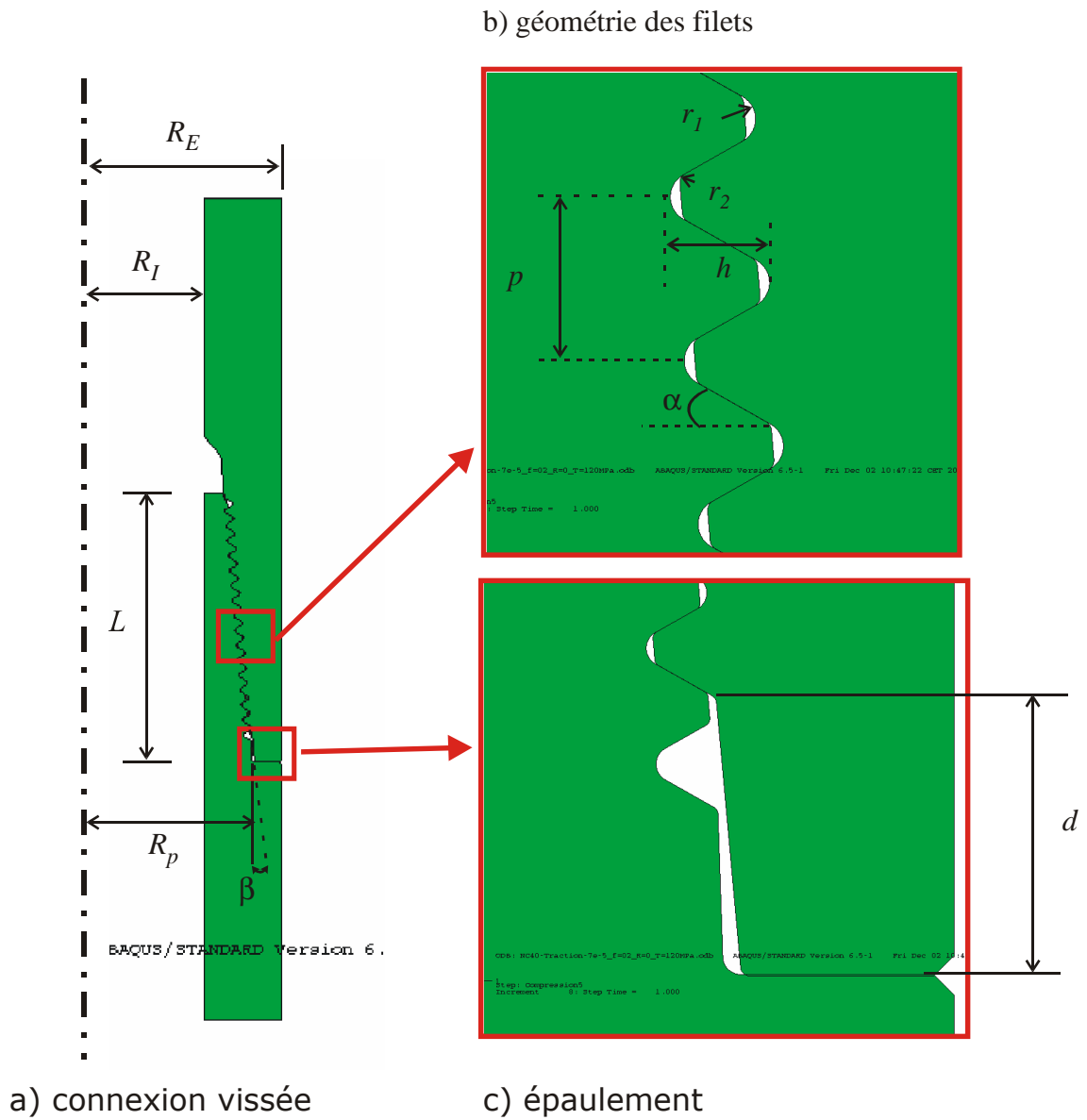


FIG. 2.7 – Géométrie du modèle Éléments Finis d'une connexion vissée.

dans l'optique d'optimiser d'une part la précision des résultats et d'autre part le temps de calcul lié au nombre de degrés de liberté créés.

Une taille minimale de  $0.1 \text{ mm}$  a été choisie pour discrétiser la connexion vissée au niveau du contact à l'épaulement et aux filets. Chaque filet est discrétisé à l'aide de 75 éléments dont 23 servent pour le calcul du contact (voir figure 2.9b). Le modèle 2D axisymétrique ainsi réalisé contient 41 000 éléments *CAX4R* à 4 noeuds d'intégration dont 1 800 servent aux contacts aux niveaux de l'épaulement et des filets.

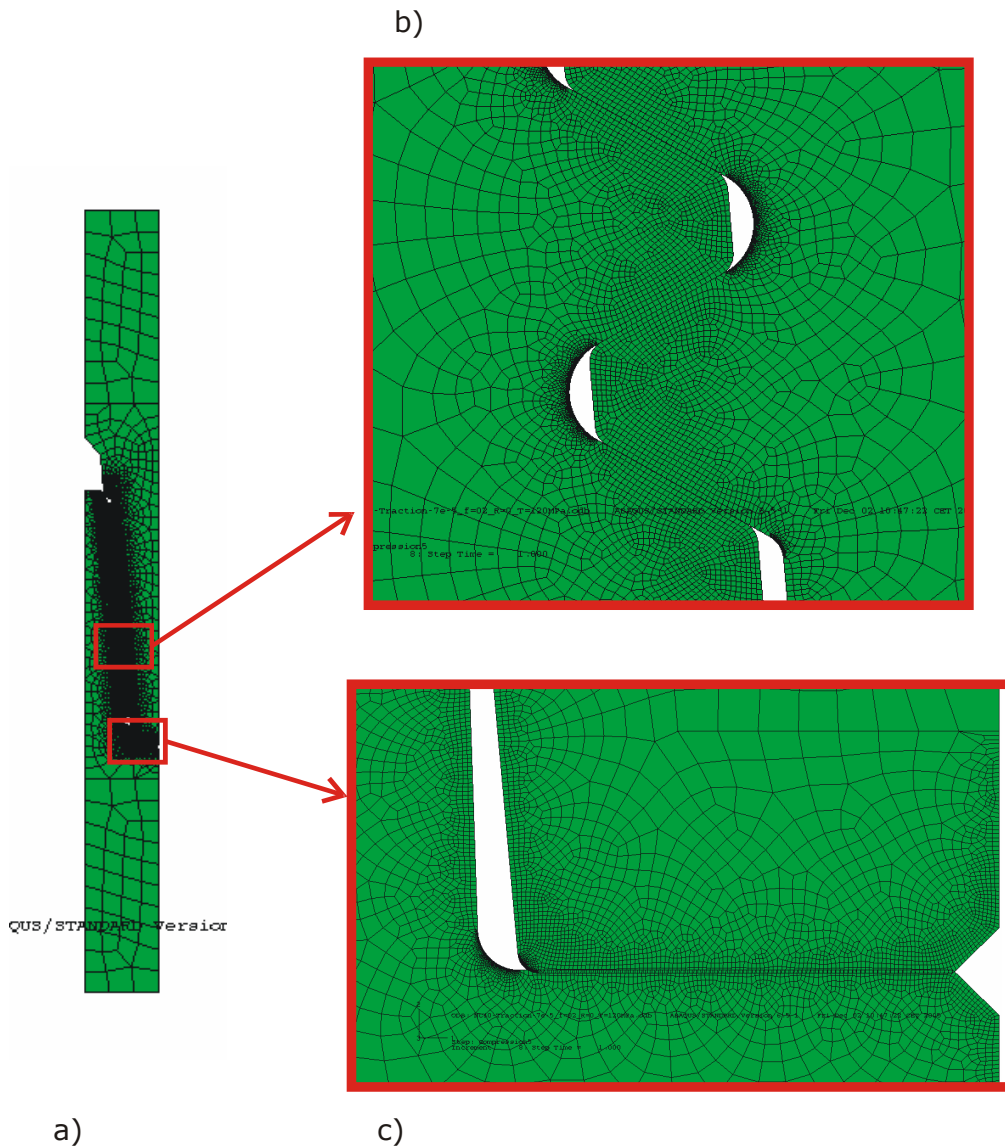


FIG. 2.9 – Description du maillage du modèle 2D axisymétrique.

Une taille minimale de  $0.5 \text{ mm}$  a été choisie pour discrétiser la connexion vissée au niveau du contact à l'épaulement et de  $0.2 \text{ mm}$  pour discrétiser la connexion vissée au niveau du contact aux filets. Le modèle 3D axisymétrique ainsi réalisé contient 58 907 éléments *C3D8R* à 8 noeuds d'intégration dont 6 132 servent aux contacts aux niveaux de l'épaulement et des filets.

Une loi de comportement élastoplastique avec un écrouissage cinématique linéaire a été choisie pour modéliser l'acier *4145H* (ou *42CrMo4*) constituant les connexions vissées des garnitures de forage. Cette loi de comportement plus simple que celle utilisée dans les travaux de Vaisberg *et al.*,

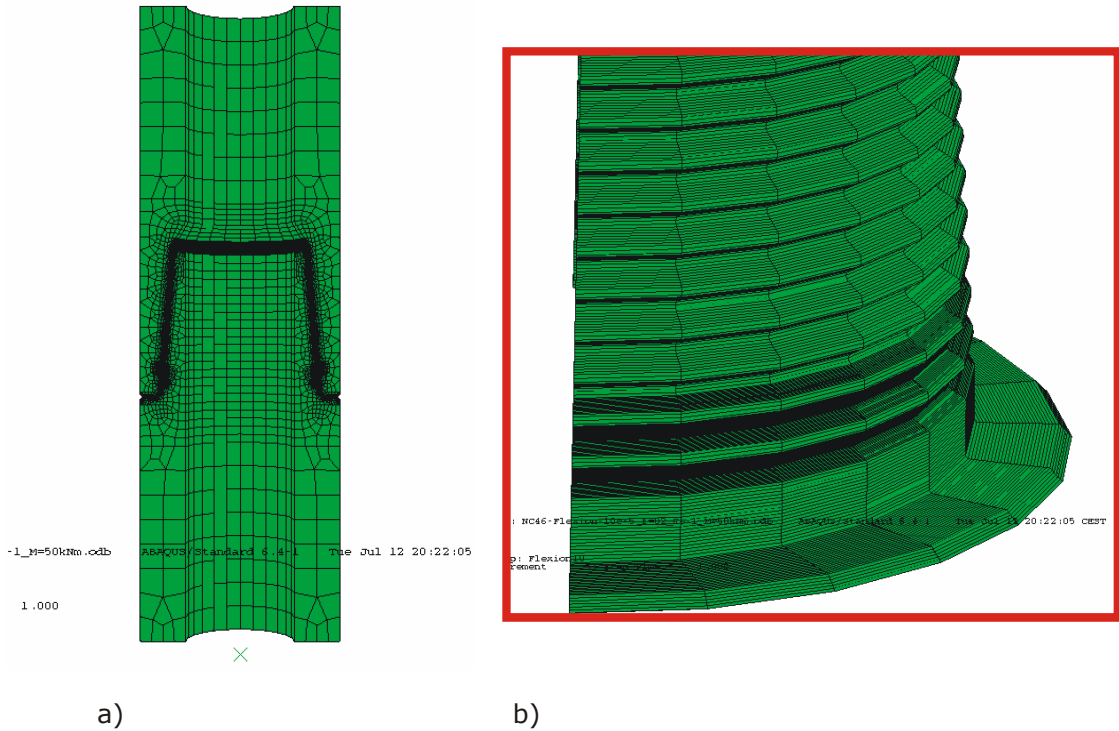


FIG. 2.10 – Description du maillage du modèle 3D axisymétrique.

2003 permet de diminuer les temps de calculs.

Les paramètres de cette loi de comportement M1 sont donnés dans le tableau 2.2 :

TAB. 2.2 – Paramètre de la loi de comportement élastoplastique M1.

$E$ [MPa]	$\nu$	$\sigma_y$ [MPa]	$C$ [MPa]
210000	0.3	936	1340

avec  $E$ ,  $\nu$ ,  $\sigma_y$  et  $C$  étant respectivement le module de Young, le coefficient de Poisson, la limite d'élasticité et le module d'érouissage cinématique.

La figure 2.11 montre les résultats d'un essai de cyclage en traction à  $\pm 2\%$  de déformations élastoplastiques. Cet essai est comparé avec la loi de comportement décrite ci-dessus et on peut constater que la loi est adéquate pour prédire les extremums du cycle, représentés par les points A et B sur la figure. Sur le reste du cycle, une erreur relative est faite avec l'expérience.

Les conditions limites appliquées au modèle doivent simuler des cycles de traction répétée et de flexion alternée. Le chargement en tension  $T$  est modélisé au travers d'une contrainte axiale uniforme  $\Sigma_o$  appliquée à l'extrémité inférieure de la connexion (voir figure 2.12). Cette contrainte est égale à

$$\Sigma_o = \frac{T}{\pi (R_E^2 - R_I^2)}. \quad (2.4)$$

Quant au chargement en flexion, celui-ci est modélisé au travers d'un moment fléchissant  $M$  appliqué en un point de référence (voir figure 2.12). Ce point de référence est connecté à l'extrémité inférieure de la connexion par une liaison de corps rigide transmettant ainsi le moment fléchissant du point de référence à la connexion. Les résultats en flexion seront représentés en fonction de la contrainte axiale maximale  $\Sigma_o$  induite par le moment fléchissant  $M$  au niveau du rayon extérieur de la connexion  $R_E$ . De cette façon, nous pourrons comparer les résultats des chargements en flexion

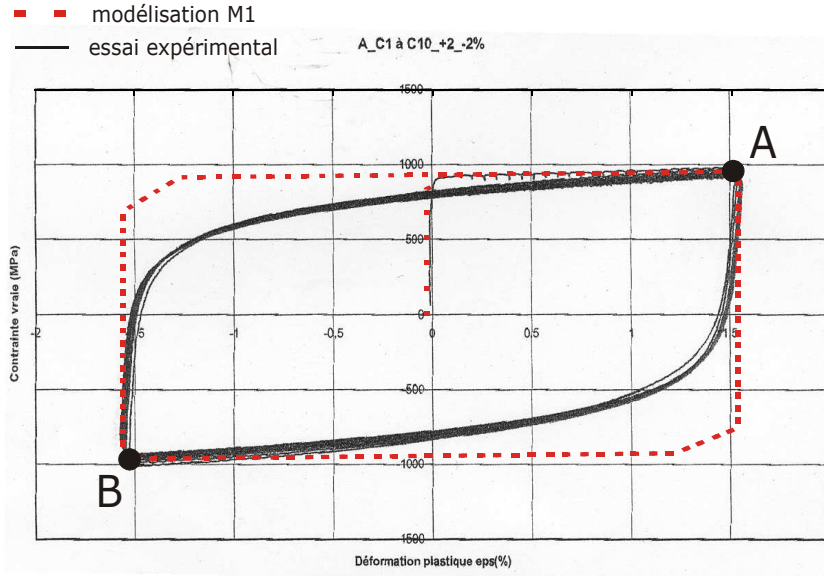


FIG. 2.11 – Essai cyclique de traction à  $\pm 2\%$  de déformations élastoplastiques.

avec ceux en tension. Cette contrainte axiale maximale est égale à

$$\Sigma_o = \frac{4R_E}{\pi} \frac{M}{R_E^4 - R_I^4} \tag{2.5}$$

Le chargement est représenté par des cycles de chargement en tension et en flexion (voir figure 2.12). On applique d’abord le couple de serrage  $C_{up}$ , puis la pièce femelle est bloquée en déplacement et on charge sur la pièce mâle jusqu’à une contrainte axiale  $\Sigma_o$ ; ensuite on décharge la connexion et ainsi de suite durant 5 cycles.

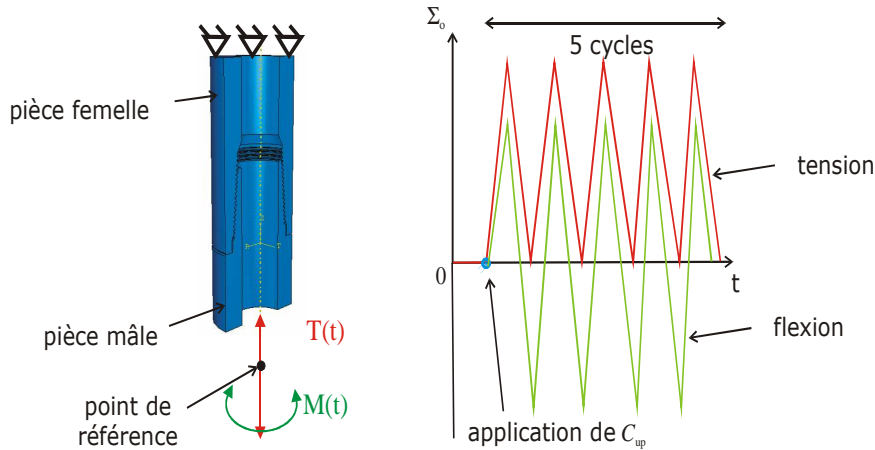
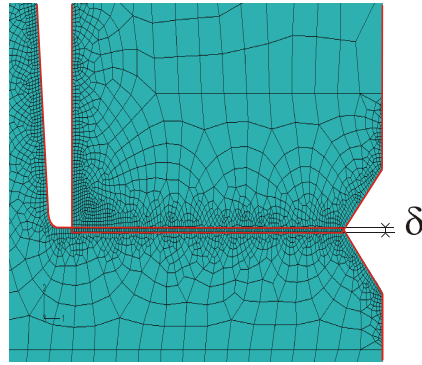


FIG. 2.12 – Schéma des cycles de chargement/déchargement en tension et en flexion.

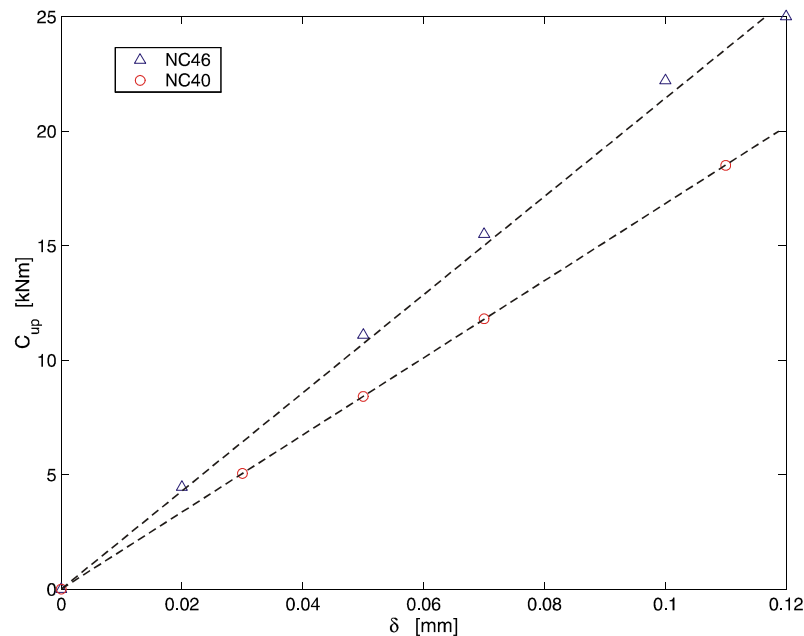
Avant d’appliquer nos cycles de chargement en tension et en flexion, un couple de serrage  $C_{up}$  est donc appliqué à la connexion vissée. Ce couple est obtenu en dimensionnant la pièce femelle de façon à ce qu’elle pénètre d’une distance  $\delta$  dans la pièce mâle au niveau de l’épaulement (voir figure 2.13). Le contact ainsi généré est déduit par l’algorithme de calcul qui force les surfaces des deux parties, mâle et femelle, à se juxtaposer créant ainsi des pressions de contact aux niveaux des filets et de l’épaulement ; le couple de serrage est ensuite déduit de ces pressions à l’aide de (2.1).

FIG. 2.13 – Modélisation du couple de serrage  $C_{up}$ .

La réglementation API (American Petroleum Institute) recommande un couple de serrage  $C_{up}$  de  $22.8 \text{ kNm}$  pour les connexions vissées  $NC46$  et de  $17.5 \text{ kNm}$  pour une connexion  $NC40$ . Ces valeurs ont été établies de façon que le couple de serrage induise une contrainte axiale de l'ordre de 60 % de la limite d'élasticité du matériau au niveau de filet de la dernière dent engagée de la pièce mâle de la connexion vissée (voir figure 2.4). Elle doit aussi être suffisante afin d'éviter le décollement au niveau de l'épaulement dû aux sollicitations appliquées.

Le contact au niveau des filets et de l'épaulement se modélisera par une loi de type Coulomb avec un coefficient de friction égale à 0.2 pour tous les résultats présentés dans ce chapitre.

Les résultats de la modélisation sont présentés sur la figure 2.14. On remarque une linéarité entre la pénétration  $\delta$  et le couple de serrage  $C_{up}$  :  $C_{up} \simeq 2.2 \cdot 10^5 \times \delta \text{ kNm}$  pour la connexion  $NC46$  et  $C_{up} \simeq 1.7 \cdot 10^5 \times \delta \text{ kNm}$  pour la connexion  $NC40$ .

FIG. 2.14 – Résultats des calculs du couple de serrage  $C_{up}$  en fonction de la pénétration  $\delta$ .

Les calculs Éléments Finis ont été menés sur une machine Silicon 2GHz avec une RAM de 1 Go, les temps de calcul afin de réaliser 5 cycles de chargement/déchargement en tension étant d'une heure approximativement et de dix heures pour les chargements en flexion.

## 2.4 Résultats pour un chargement en tension

Cette partie présente plusieurs résultats concernant l'étude du champ de contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  et des pressions de contact générées aux niveaux des filets et de l'épaulement ; ces résultats concernent les modes de chargement en tension  $T$  et sont tous relatifs à la fin du cinquième cycle. Dans tous les cas, l'état asymptotique (adaptation, accommodation, rochet) est atteint.

- (i) Les premiers résultats ont permis de constater les endroits où le champ de contraintes macroscopiques est maximal. Il a été remarqué que ces endroits dépendent fortement du sens de la sollicitation axiale appliquée mais pas de leur magnitude :
- les fonds de filet sont les plus sollicités lorsque le chargement appliqué est de la traction, et ce pour des valeurs de la contrainte  $\Sigma_o$  allant de 0 à 150 MPa et pour chaque couple de serrage appliqué. Le fond de filet le plus chargé se situe au niveau de la dernière dent engagée de la pièce mâle (LET : Last Engaged Thread) comme l'illustre la figure 2.15.c.
  - en compression le contact au niveau des filets peut se perdre, laissant l'épaulement transmettre la totalité de l'effort de compression  $T$ . De fortes concentrations de contraintes se créent alors au niveau des extrémités de la surface de contact (voir figure 2.15.d) mais aussi au niveau du fond de filet de la première dent engagée de la pièce femelle (FET : First Engaged Thread) (voir figure 2.15.c). Une application d'un couple de serrage  $C_{up}$  plus élevé accentue ces effets.
- (ii) Ces zones sont donc le siège de fortes contraintes. Ces contraintes peuvent induire des déformations plastiques  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$  qui vont s'accumuler au cours des cycles du chargement. On définit la déformation plastique cumulée équivalente  $\varepsilon_p^{eq}$  par la relation suivante

$$\varepsilon_p^{eq} = \int p dt \quad (2.6)$$

$$\text{avec } p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p}. \quad (2.7)$$

La géométrie initiale de la connexion vissée *NC46* ne permettait pas d'induire suffisamment de plasticité en fond de filet du LET de la partie mâle à cause de problèmes liés à la convergence du contact pour des chargements trop élevés ; les phénomènes plastiques d'accommodation et de rochet ne pouvant être atteints. Afin de remédier à cela, nous avons changé la géométrie des fonds de filet en réduisant le rayon des fonds de filet  $r_1$  pour augmenter les concentrations de contraintes à ces niveaux ; les autres dimensions restant inchangées. Globalement la connexion répond de la même manière, mais localement, au niveau des fonds de filet, les phénomènes plastiques seront accrus.

Les déformations plastiques dépendent de la contrainte axiale  $\Sigma_o$  et du couple de serrage  $C_{up}$  appliqués. La figure 2.16 illustre ces influences à la fin du cinquième cycle du chargement. Ces déformations plastiques sont données au niveau du fond de filet de la dernière dent engagée de la pièce mâle LET.

Cette figure montre les différentes zones de comportement asymptotique du matériau. Pour des valeurs de contraintes  $\Sigma_o$  inférieures à 190 MPa, la structure atteint un régime asymptotique élastique, on a alors le phénomène d'adaptation. Pour des valeurs supérieures à 220 MPa, la structure accumulera des déformations plastiques jusqu'à la ruine. Entre ces deux valeurs, la connexion vissée est dans le régime d'accommodation.

Pour un couple de serrage  $C_{up} = 19.5 \text{ kNm}$ , ces déformations plastiques apparaissent lorsque la contrainte axiale appliquée  $\Sigma_o$  est égale à 70 MPa, alors que pour les couples de serrage de 1.97 kNm et 9.8 kNm, les déformations plastiques apparaissent lorsque  $\Sigma_o$  est égale à 80 MPa.

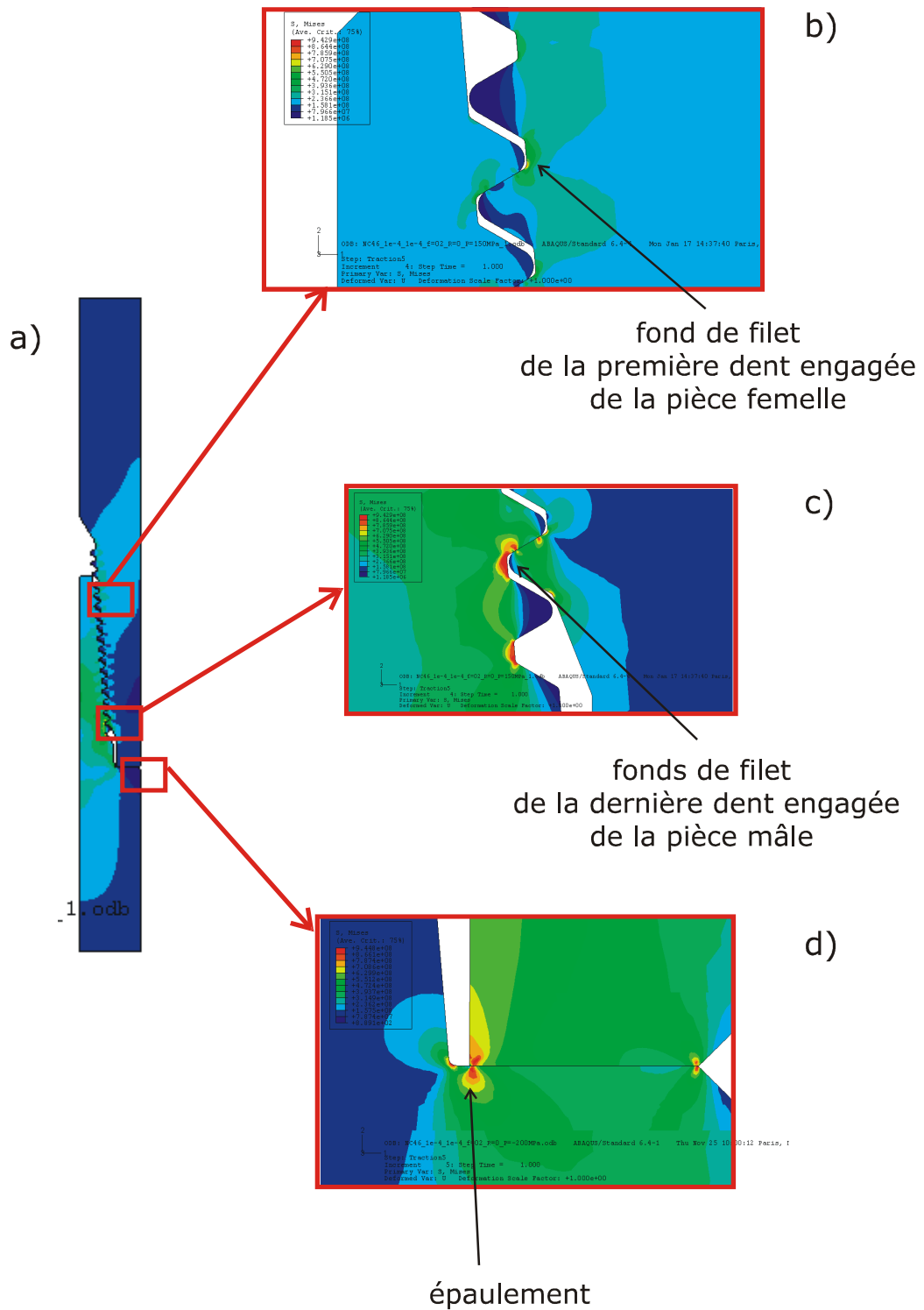


FIG. 2.15 – Zones fortement sollicitées : a) connexion vissée ; b) fond de filet de la pièce femelle ; c) fond de filet de la pièce mâle ; d) épaulement.

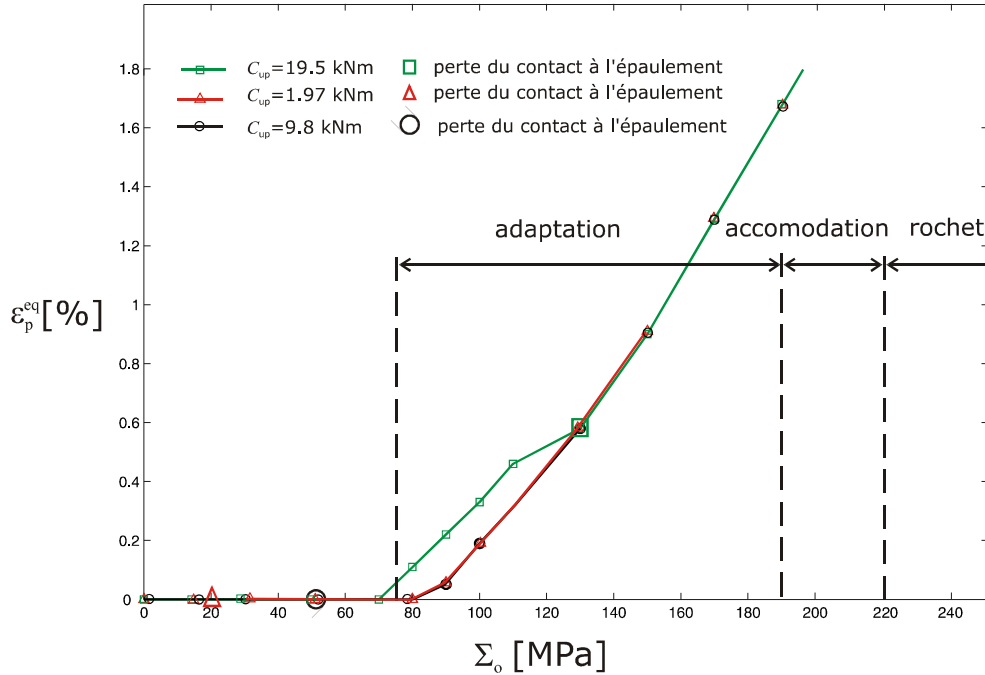


FIG. 2.16 – Influence de la contrainte appliquée  $\Sigma_o$  sur la déformation plastique cumulée  $\varepsilon_p^{eq}$ .

Le décollement à l'épaulement dépend fortement du couple de serrage. Pour celui proche de la réglementation *API*, i.e.  $19.5 \text{ kNm}$ , le décollement se produit lorsque  $\Sigma_o = 110 \text{ MPa}$ . Pour les valeurs de couple de serrage  $C_{up}$  égales  $1.97 \text{ kNm}$ , la perte du contact à l'épaulement se produit à  $\Sigma_o = 30 \text{ MPa}$ .

- (iii) Un des intérêts de ce travail réside dans la mise au point de graphiques tel que celui présenté dans la figure 2.17. Cette figure présente les différents régimes de fonctionnement d'une connexion vissée en fonction de la tension cyclique appliquée  $T$  et du couple de serrage  $C_{up}$ . Ces régimes de fonctionnement caractérisent l'état mécanique du fond de filet du LET de la pièce mâle (adaptation, accommodation,...) et définissent aussi le contact au niveau de l'épaulement. On se retrouve ainsi avec six domaines différents dont on sait sans analyse en fatigue que certains auront une incidence majeure sur l'intégrité de la connexion vissée comme par exemple le domaine de rochet.

Ce type de graphique aiderait donc l'opérateur à réduire les risques d'initiation d'une fissure de fatigue. En effet, grâce à un modèle élastodynamique couplé avec l'instrumentation de la garniture, l'opérateur pourra à chaque instant du forage connaître dans quels régimes de fonctionnement se trouvent chaque connexion vissée de la garniture. Ainsi l'opérateur agira sur les paramètres de contrôle (vitesse de rotation, poids au crochet,...) afin de minimiser les phases endommageante pour l'intégrité de la garniture de forage.

- (iv) La distribution des pressions normales maximales sur chaque filet de la connexion, pour une valeur de contrainte appliquée  $\Sigma_o = 50 \text{ MPa}$ , est montrée dans la figure 2.18. Cette figure illustre la disproportion entre la pression normale de contact maximale au niveau de la dernière dent de la pièce mâle et celles au niveau des autres dents. De plus, le couple de serrage influence beaucoup ces pressions de contact, notamment à l'épaulement où pour le plus faible couple de serrage,  $C_{up} = 1.97 \text{ kNm}$ , le contact entre les pièces mâle et femelle est perdu.
- (v) L'évolution de la contrainte axiale  $\Sigma_{ZZ}$  au niveau du fond de filet du LET, en fonction de la contrainte appliquée  $\Sigma_o$  et du couple de serrage  $C_{up}$  est présentée dans la figure 2.19. Cette figure met en avant les trois régimes asymptotiques de la connexion vissée *NC46* soumise à



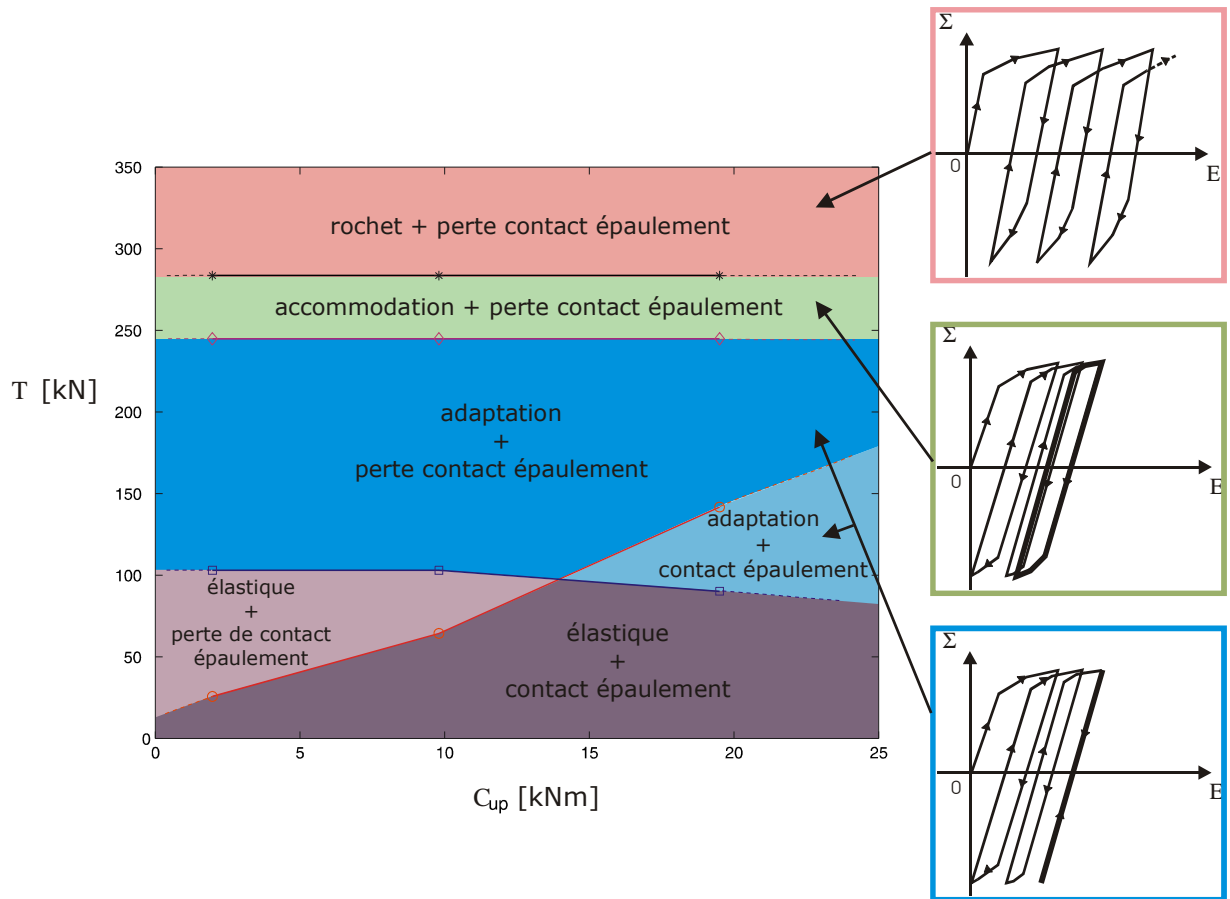


FIG. 2.17 – Régime de fonctionnement d’une connexion vissée  $NC46$  soumise à un chargement en tension.

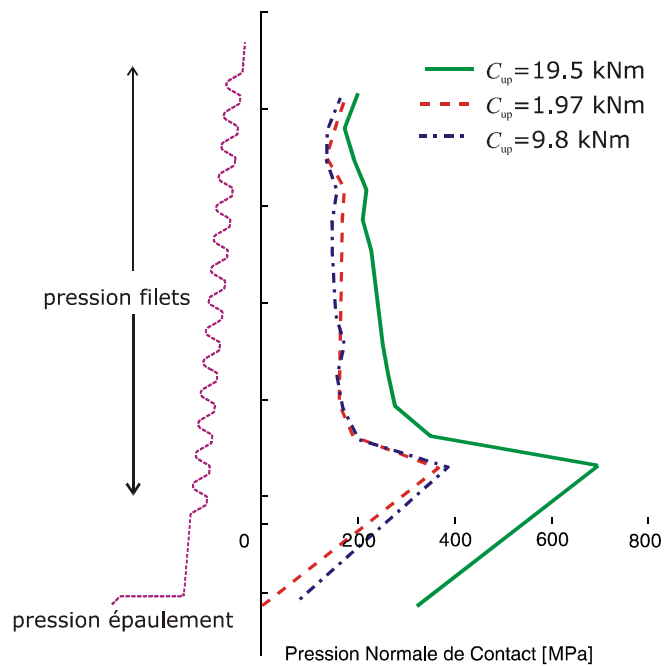


FIG. 2.18 – Carte des pressions normales de contact maximales pour une contrainte appliquée  $\Sigma_o = 50$  MPa.

des sollicitations cycliques en tension.

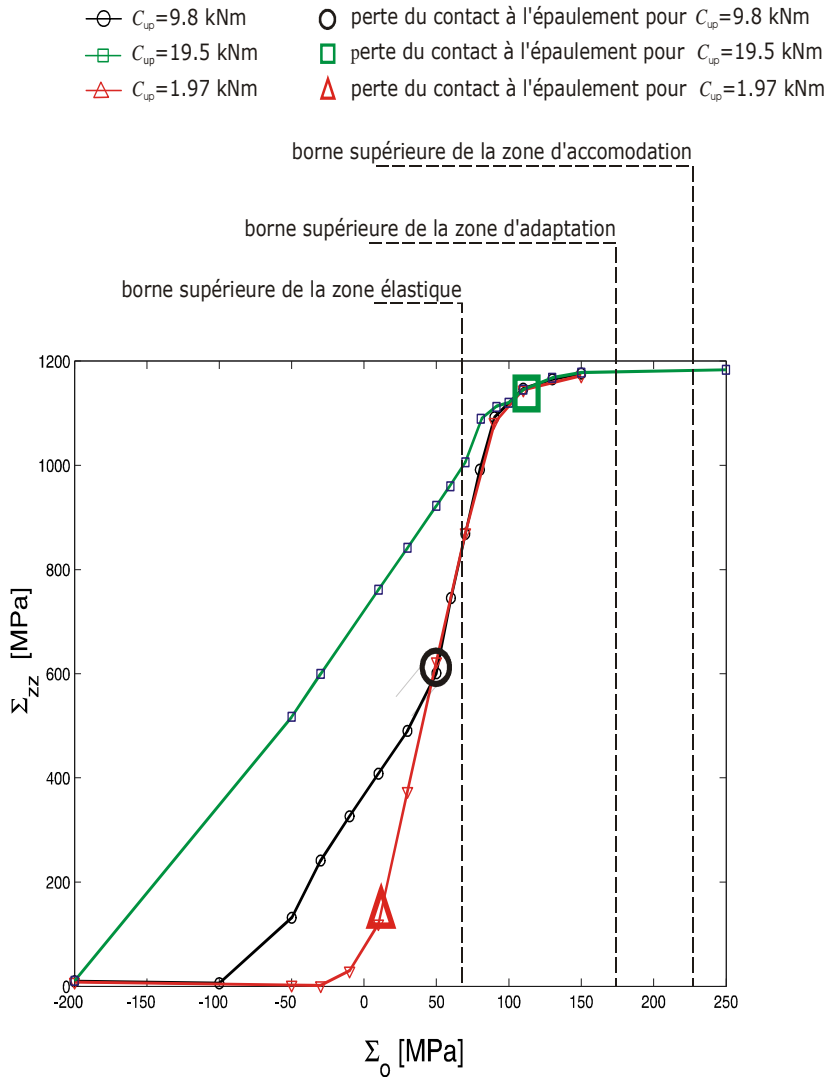


FIG. 2.19 – évolution de la contrainte axiale  $\Sigma_{ZZ}$  en fonction de la contrainte appliquée  $\Sigma_o$  pour une connexion *NC46* sous un chargement cyclique en tension au niveau du fond du filet du LET.

La figure 2.20 montre les variations du champ de contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  en fonction du couple de serrage  $C_{up}$  et de la contrainte appliquée  $\Sigma_o$  pour une connexion vissée *NC40* au niveau du fond de filet de la dernière dent engagée de la pièce mâle LET. On remarque sur cette figure deux régimes différents ; un premier régime où le couple de serrage  $C_{up}$  influence le champ de contraintes et un second où toutes les courbes rejoignent la courbe correspondant au couple de serrage nul. Le premier régime correspond au fait que le contact au niveau de l'épaule est maintenu, et à l'opposé le second régime correspond au fait que le contact à l'épaule est perdu.

## 2.5 Résultats pour un chargement en flexion

Cette partie présente les résultats concernant l'étude du champ de contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  ; ces résultats concernent les modes de chargement en flexion  $M$  et seule la géométrie *NC46* a été modélisée.

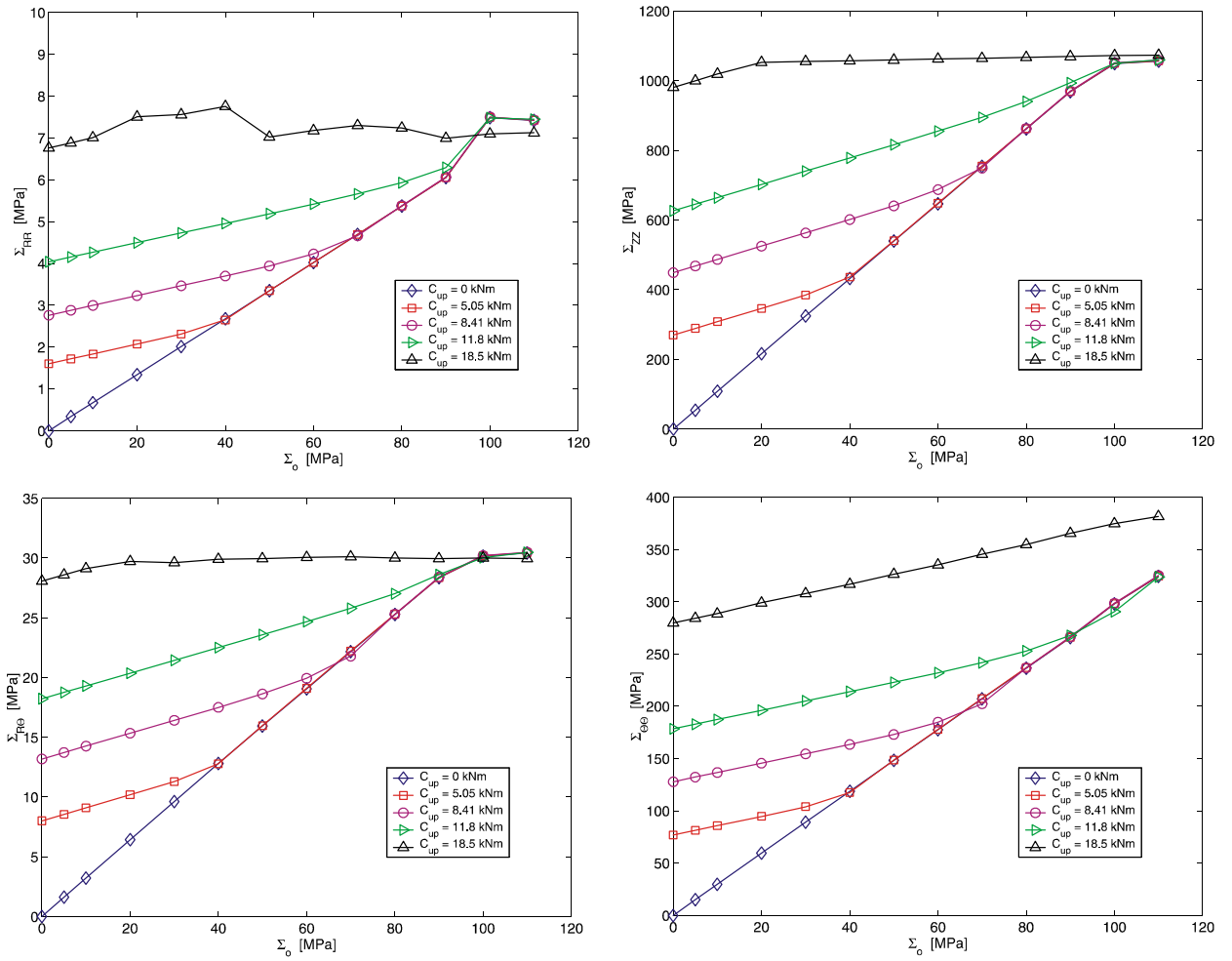


FIG. 2.20 – Influence du chargement appliqué  $\Sigma_0$  et du couple de serrage sur les composantes du champ de contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  pour une connexion *NC40*.

- (i) Le premier résultat concerne la localisation des contraintes maximales (voir figure 2.21) qui se situe au niveau du fond de filet du LET de la pièce mâle. Comme pour les chargements en tension, le champ de contraintes maximales est toujours situé au même endroit quelles que soient les valeurs du couple de serrage  $C_{up}$  et du moment fléchissant  $M$ .

Dans le cas d'un chargement en flexion + traction, le fond du filet du LET de la partie mâle sera d'autant plus chargé ; ce cas de figure se rencontre par exemple dans la partie supérieure de la garniture de forage qui se trouverait dans un coude.

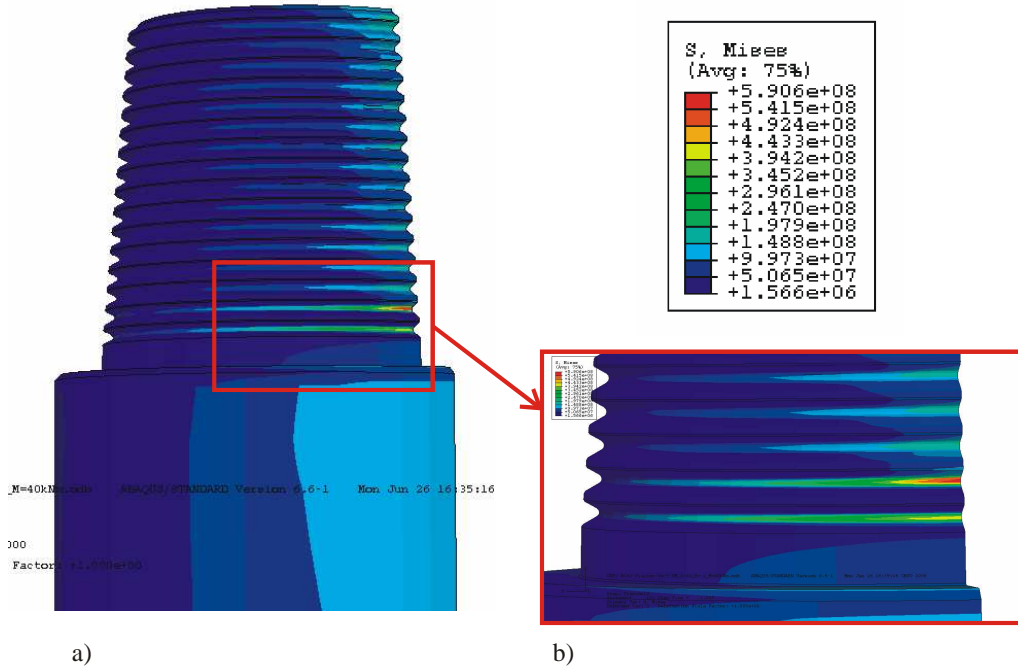


FIG. 2.21 – Localisation des contraintes maximales dans une connexion vissée pour un chargement en flexion.

- (ii) La cartographie des pressions normales de contact pour une connexion  $NC46$  est présentée sur la figure 2.22. On remarque que comme pour le chargement en traction, les pressions normales de contact sont maximales au niveau du LET de la partie mâle et femelle et au niveau de l'épaulement aussi.

Le glissement relatif maximal entre les deux pièces de la connexion se situe au niveau du FET de la partie mâle et femelle, et ce glissement est de  $0.2 \text{ mm}$  pour un chargement en flexion  $M = 60 \text{ kNm}$  et pour un couple de serrage  $C_{up} = 22.2 \text{ kNm}$ .

- (iii) La figure 2.23 montre les variations du champ de contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  en fonction du couple de serrage  $C_{up}$  et de la contrainte appliquée  $\Sigma_o$  pour une connexion vissée  $NC46$ . On remarque sur cette figure nos deux régimes différents explicités pour les cas de chargement en tension.

Finalement, la figure 2.23 montre aussi que le champ de contraintes macroscopiques est quasiment biaxial au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_{ZZ} \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

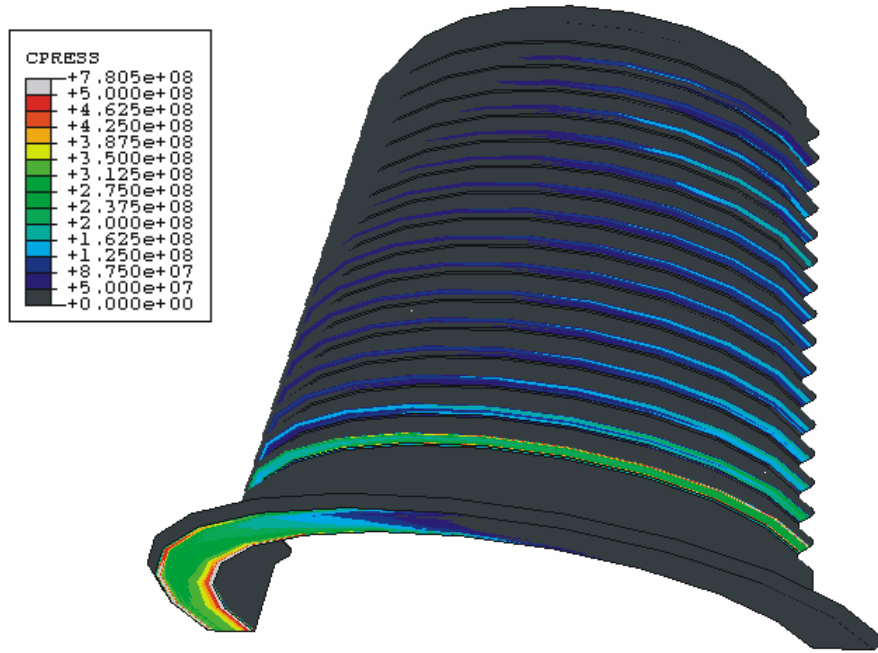


FIG. 2.22 – Carte des pressions normales de contact pour un chargement en flexion  $M = 60 \text{ kNm}$  et un couple de serrage  $C_{up} = 22.2 \text{ kNm}$ .

On notera que les calculs de contact pour les cas présentant des couples de serrage peu élevés ont des difficultés de convergence lorsque le moment fléchissant appliqué est grand. C'est la raison pour laquelle certaines courbes présentées dans la figure 2.23 ne sont pas complètes.

On remarque que, comme pour le chargement en tension, les différentes courbes présentent deux régimes différents. Le premier régime où le couple de serrage influence l'état de contrainte au fond de filet du LET de la partie mâle et un second régime où la précontrainte n'influence plus le champ de contraintes et donc où chaque courbe rejoint celle pour un couple de serrage nul.

## 2.6 Conclusions

L'objectif principal du travail effectué dans ce chapitre est de permettre le passage entre l'analyse élastodynamique permettant de calculer les efforts généralisés poutres  $T$ ,  $C$  et  $M$  et l'analyse en fatigue de la garniture de forage. Pour cela, nous avons vu que les connexions vissées des garnitures de forage sont les sites privilégiés d'initiation de fissures de fatigue. Nous avons donc développé une analyse mécanique plus fine du champ de contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  au niveau de ces connexions vissées.

Un modèle Éléments Finis servant à la modélisation d'une connexion vissée sous des chargements en tension (2D axisymétrique) et en flexion (3D axisymétrique) a été présenté. Ce modèle prend en compte les phénomènes de contact et de plasticité cyclique, et incorpore aussi l'influence du couple de serrage  $C_{up}$ .

Ce modèle nous a permis de définir des cartes de régimes de fonctionnement d'une connexion vissée en fonction d'un couple de serrage et du chargement appliqué. Ces cartes définissent les zones des différents états stabilisés (adaptation, accommodation et rochet) et peuvent donc servir

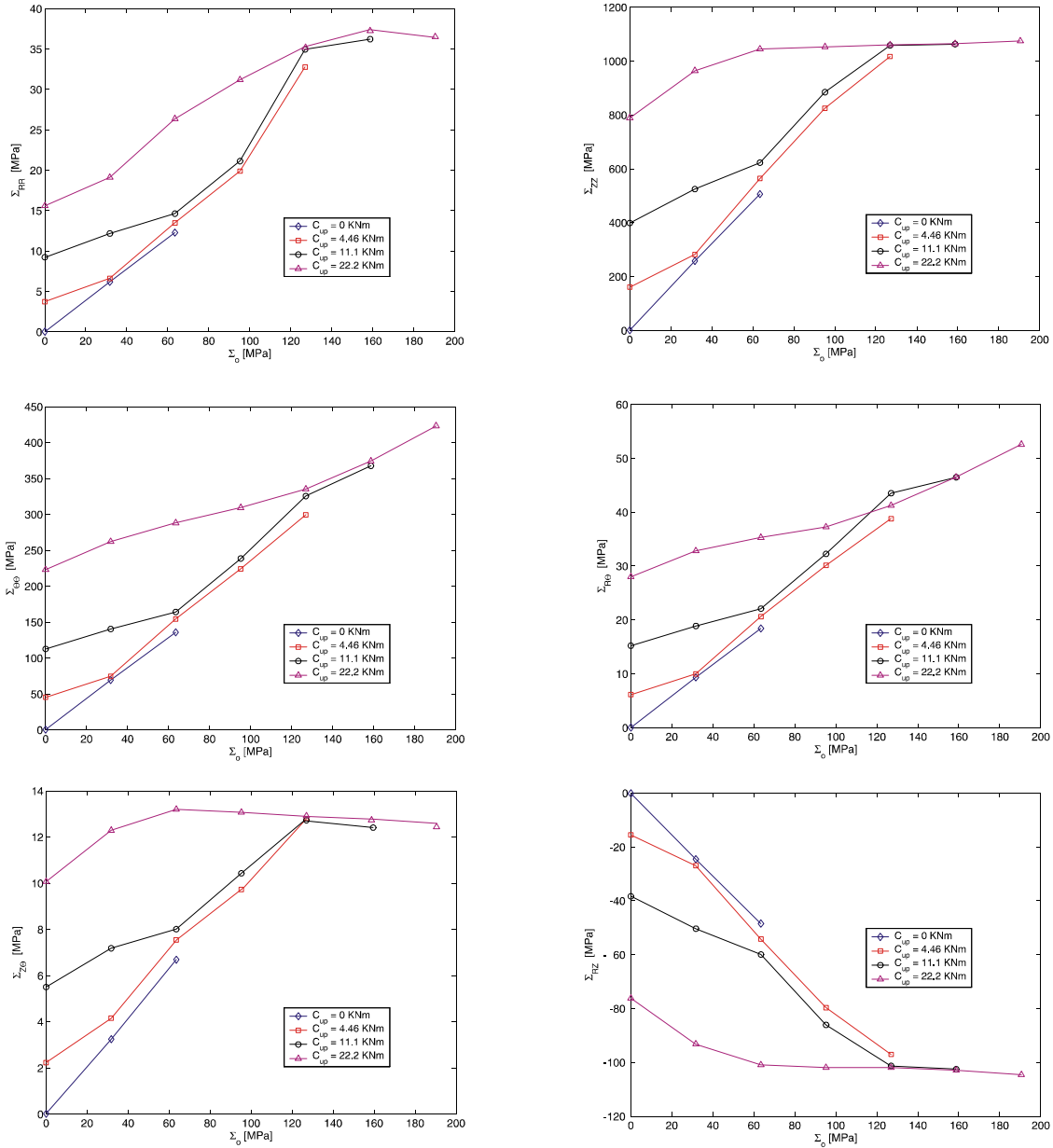


FIG. 2.23 – Influence du chargement en flexion  $\Sigma_o$  et du couple de serrage  $C_{up}$  sur les composantes du champ de contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  pour une connexion NC46 au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle.

au prédimensionnement d'une garniture de forage afin de prévenir les problèmes liés à la fatigue.

Ensuite, nous avons vu que les localisations de concentrations de contraintes se trouvent au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle pour les chargements en traction et flexion, et soit au niveau des extrémités de la surface de contact de l'épaulement soit au fond de filet du FET de la partie femelle pour les chargements en compression. Cette constatation s'applique quelle que soit la magnitude du chargement et du couple de serrage.

Finalement, le champ de contraintes en fond de filet a été investigué et il en ressort que ce champ peut être supposé biaxial pour les chargements de tension et flexion au niveau des fonds de filet de la connexion.

Les cycles du champ de contraintes macroscopiques étant obtenus, nous pouvons maintenant passer à l'échelle associée au problème de fatigue des garnitures de forage présentée dans le Chapitre 4.

L'analyse élastoplastique menée dans ce chapitre, nous a permis de quantifier les cycles du champ de contraintes macroscopiques en tout point de la connexion vissée. Cependant cette méthode est très coûteuse en temps de calcul et donc serait difficilement applicable dans le cadre d'un outil de calcul en fatigue visant à estimer quasi instantanément l'endommagement subit par les différents éléments de la garniture durant l'opération de forage.

Cette remarque nous a donc amené à développer une seconde méthode de calcul des cycles de contraintes macroscopiques en des points spécifiques de la connexion vissée ; au niveau des fonds de filet du LET et FET puisque c'est en ces points que le champ de contraintes est maximal. L'analyse menée dans ce chapitre nous servira donc en tant que résultats de référence afin de valider la seconde approche développée dans le chapitre suivant.





## Chapitre 3

# Analyse Locale de la Connexion Vissée

Le chapitre précédent était dédié au calcul des cycles de contraintes macroscopiques dans une connexion vissée par la méthode des Éléments Finis soumis à un chargement périodique. Le travail présenté dans ce chapitre a mis en évidence les points de la connexion où le champ de contraintes est maximum. Pour les chargements en tension et en flexion, nous avons vu que les fonds de filet de la dernière dent engagée de la pièce mâle (LET) et de la première dent engagée de la pièce femelle (FET) sont les plus chargés. De plus, ces localisations de contraintes sont indépendantes de la magnitude du chargement imposé.

L'avantage de la méthode des Éléments Finis réside principalement dans la facilité de mise en oeuvre des calculs prenant en compte toutes les non linéarités induites par la plasticité cyclique, le contact mécanique entre les deux pièces constituant la connexion et la géométrie particulière des assemblages vissés (filetage, épaulement,...). Cependant cette méthode nécessite une grande puissance des stations de calculs et un temps de calcul important.

Cette méthode ne semble donc pas être appropriée pour des applications industrielles qui demanderaient les résultats en temps "réel" (durant l'opération de forage) du calcul du champ de contraintes. Cette réflexion faite, associée aux résultats exposés ci-dessus, nous a amené à développer une méthode locale de calcul des contraintes inspirée des travaux de (Filippi et Lazzarin, 2004; Atzori *et al.*, 2005). Ces derniers ont développé une solution élastique semi-analytique d'une barre présentant une entaille circonférentielle soumis à un effort de tension et un moment de flexion.

En développant l'idée proposée par Glinka et Newport, 1987, on peut faire une équivalence mécanique entre le champ de contraintes en fond d'entaille d'une barre et celui en fond de filet d'une connexion vissée. Cette approche n'est utile que si l'influence du couple de serrage  $C_{up}$  peut être prise en compte, car comme illustré dans le Chapitre 2, ce paramètre est très important. Cette méthode nous permettrait de calculer localement, i.e. LET ou FET, les cycles du champ de contraintes macroscopiques quasi instantanément et donc de pouvoir évaluer la durée de vie des connexions vissées plus rapidement.

Ce chapitre débutera sur une introduction des travaux de (Filippi et Lazzarin, 2004; Atzori *et al.*, 2005) et puis sur une adaptation de leur solution à une géométrie tubulaire. Puis nous discuterons des limitations de la solution proposée dues aux différentes hypothèses formulées.

Ensuite, nous verrons quelques résultats relatifs aux calculs des pressions de contact pour un chargement en traction. Cela nous permettra de proposer des formules approchées afin de prendre en compte le couple de serrage dans le calcul du champ de contraintes. Finalement nous verrons la comparaison entre cette solution semi-analytique et la solution Éléments Finis présentée dans le Chapitre 2.

### 3.1 Solution d'une barre entaillée (Filippi *et al.* 2004)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la formulation d'une solution approchée du champ de contraintes élastiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  au voisinage d'une entaille dans le cas d'un tube soumis à un chargement en tension et en flexion.

La géométrie des tubes est présentée dans la figure 3.1. Pour ce problème, nous devons introduire deux repères de coordonnées, le premier est un système de coordonnées globales  $\{\underline{e}_R, \underline{e}_\Theta, \underline{e}_Z\}$  dont le vecteur  $\underline{e}_Z$  se confond avec l'axe de symétrie du tube, et le second est un système de coordonnées locales  $\{\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z\}$  au voisinage de l'entaille. Le tube est défini par un rayon interne et externe, respectivement  $R_i$  et  $R_e$ . Le fond de l'entaille est à une distance  $R_o$  de l'axe du tube et une profondeur  $p$  égale à

$$p = \begin{cases} R_e - R_o & \text{pour une entaille externe} \\ R_o - R_i & \text{pour une entaille interne} \end{cases} . \quad (3.1)$$

L'entaille a une géométrie en forme de V arrondi définie par un angle d'ouverture  $2\alpha$  et un rayon de fond d'entaille  $\rho$ .

En raison des symétries du problème, on peut supposer que le champ de contrainte  $\underline{\underline{\Sigma}}$  a la forme tensorielle suivante le long de la bissectrice de l'entaille, dans le système de coordonnées globales  $\{\underline{e}_R, \underline{e}_\Theta, \underline{e}_Z\}$  et pour les cas de chargements en tension et en flexion,

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \begin{bmatrix} \Sigma_{RR} & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_{\Theta\Theta} & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_{ZZ} \end{bmatrix} . \quad (3.2)$$

Sur la même bissectrice, nous pouvons introduire  $\underline{\underline{\sigma}}$  qui est le champ de contraintes associé exprimé dans le système de coordonnées locales  $\{\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z\}$ . Dans notre cas, ces composantes sont définies par

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_{RR} & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_{ZZ} & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_{\Theta\Theta} \end{bmatrix} . \quad (3.3)$$

On peut noter que la composante de cisaillement  $\sigma_{xy}$  est égale à zéro partout le long de la bissectrice de l'entaille, i.e.  $0 > r - r_o > R_e - R_o$ , en raison des symétries du problème.

Récemment, Filippi et Lazzarin, 2004 ont développé une solution semi-analytique du champ de contrainte élastique pour une barre, i.e.  $R_i = 0$ , présentant une entaille et soumise à des chargements en Mode I (tension et flexion).

Le champ local de contrainte élastique  $\underline{\underline{\sigma}}$  a été obtenu en utilisant les fonctions potentielles complexes de Mushkelishvili, 1953 et la transformation conforme proposée par Neuber, 1958. Cette solution a été obtenue sous l'hypothèse de déformations planes par rapport au système de coordonnées locales, ce qui se vérifie pour des barres présentant des rayons  $R$  suffisamment grands par rapport à la géométrie de l'entaille.

La solution proposée par Filippi et Lazzarin, 2004 pour le champ de contrainte  $\underline{\underline{\sigma}}$  le long de la bissectrice de l'entaille, i.e.  $y = 0$  ou  $\theta = 0$ , pour une barre cylindrique exprimée dans le repère de coordonnées locales  $\{\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z\}$  (voir figure 3.1) est

$$\sigma_y = \frac{\sigma_{\max}}{4(q-1) + q\omega_1} g(r) \left[ 4(q-1) f(r)^{\lambda_1-1} + q\omega_1 \left(\frac{r}{r_o}\right)^{\mu_1-1} \right], \quad (3.4a)$$

$$\sigma_x = \frac{\sigma_{\max}}{\eta_1 [4(q-1) + q\omega_1]} \left[ 4(q-1) \left(\frac{r}{r_o}\right)^{\lambda_1-1} + q\delta_1 \left(\frac{r}{r_o}\right)^{\mu_1-1} \right], \quad (3.4b)$$

où  $\sigma_{\max}$  est la contrainte axiale maximale. Les autres constantes  $q$ ,  $r_o$ ,  $\lambda_1$ ,  $\mu_1$ ,  $\omega_1$ ,  $\delta_1$  et  $\eta_1$  intervenant dans les équations (3.4a) et (3.4b) sont définies dans l'Annexe B.

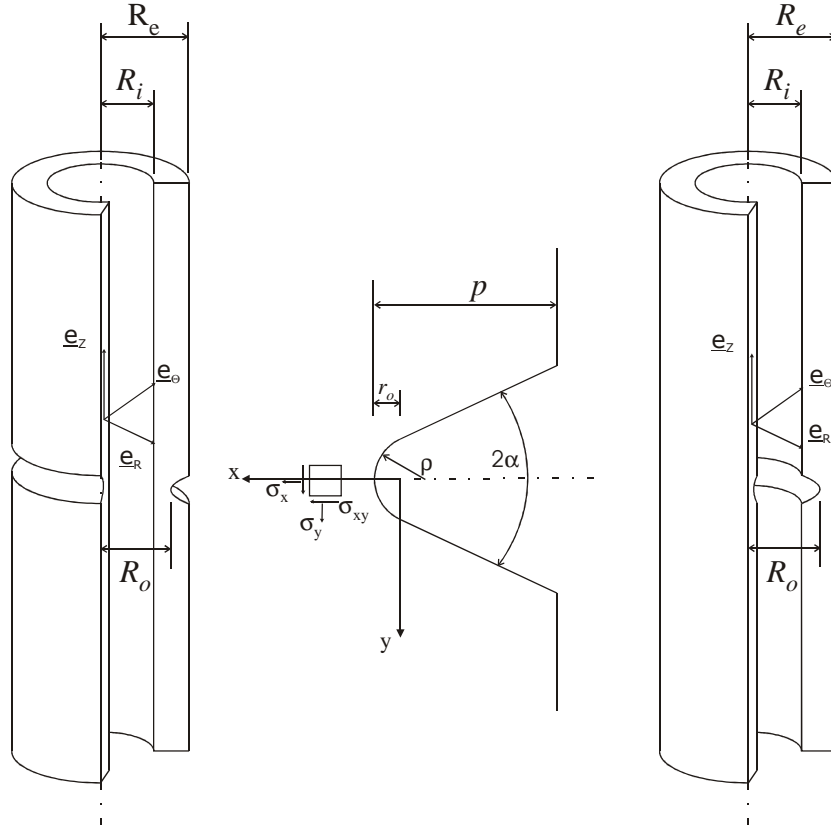


FIG. 3.1 – Géométrie des éléments tubulaires, comportant une entaille interne (droite) et externe (gauche), et géométrie de l'entaille.

Le champ de contrainte défini avec les équations (3.4a) et (3.4b) est une solution approchée, dans le sens où la condition limite de surface libre n'est imposée qu'au niveau du fond de l'entaille et à l'infini sur les flancs de l'entaille.

Initialement la fonction  $f(r)$  était supposée linéaire (Filippi et Lazzarin, 2004) ( $f(r) = \frac{r}{r_o}$ ). Cette solution donne de bons résultats à proximité de l'entaille mais devient moins précise lorsqu'on s'en éloigne. Ainsi, pour améliorer la solution tout le long de la bissectrice de l'entaille, la fonction  $f(r)$  a été remplacée par

$$f(r) = 1 + \frac{\arctan[m(r - r_o)]}{mr_o}, \quad (3.5)$$

où le paramètre  $m$  sera défini plus tard. Cette solution a donné de bons résultats en comparaison des calculs Éléments Finis (Atzori *et al.*, 2005).

Concernant la fonction  $g(r)$  introduite dans (3.4a), cette dernière est liée au mode de chargement, tension ou flexion, et est égale à

$$g(r) = \begin{cases} 1 - \frac{r - r_o}{\kappa} & \text{flexion} \\ 1 & \text{tension} \end{cases}, \quad (3.6)$$

où  $\kappa$  est la distance entre l'axe neutre et le fond de l'entaille et est égale à  $R_o$ .

À cette étape de la modélisation, seule la composante circumférentielle,  $\Sigma_{\Theta\Theta}$  dans le repère global  $\{\underline{e}_R, \underline{e}_\Theta, \underline{e}_Z\}$  ou  $\sigma_z$  dans le repère local  $\{\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z\}$ , du champ de contraintes reste à être déterminé. Dans les travaux de Filippi et Lazzarin, 2004, la contrainte circumférentielle est obtenue directement

à l'aide des équations constitutives de l'élasticité qui sont

$$\Sigma_{RR} = \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{du_R}{dR} + \nu \frac{u_R}{R} \right) + \Sigma_{ZZ} \frac{\nu}{1-\nu}, \quad (3.7)$$

$$\Sigma_{\Theta\Theta} = \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{u_R}{R} + \nu \frac{du_R}{dR} \right) + \Sigma_{ZZ} \frac{\nu}{1-\nu}, \quad (3.8)$$

où  $E$  et  $\nu$  sont respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson, et  $u_R$  est la composante radiale du champ de déplacements. La première des équations nous permet par intégration, avec une condition limite  $u_R = 0$  à  $R = 0$ , d'obtenir la distribution de  $u_R$ . Ensuite la distribution radiale de la composante circonférentielle  $\Sigma_{\Theta\Theta}$  est obtenue en substituant la solution  $u_R$  dans la seconde équation.

### 3.2 Formulation locale de la solution d'un tube entaillé

Afin d'étendre la solution présentée dans la section précédente pour des géométries tubulaires soumises à des chargements en tension et en flexion, la composante  $\sigma_x$  doit satisfaire la condition de surface libre, i.e.  $\sigma_x = 0$  respectivement à  $R = R_i$  et  $R = R_e$  pour une entaille externe et interne.

Pour cette raison, une nouvelle fonction  $h(r)$  est introduite dans (3.4b). Ainsi la composante du champ de contraintes  $\sigma_x$  devient

$$\sigma_x = \frac{\sigma_{\max}}{\eta_1 [4(q-1) + q\omega_1]} \left[ 4(q-1) \left( \frac{r}{r_o} \right)^{\lambda_1-1} + q\delta_1 \left( \frac{r}{r_o} \right)^{\mu_1-1} - h(r) \Gamma \right], \quad (3.9)$$

où la fonction  $h(r)$  satisfait les deux conditions limites

$$h(r_o) = 0 \quad \text{et} \quad h(r_o + l) = 1, \quad (3.10)$$

et où les coefficients  $\Gamma$  dans (3.9) et  $l$  dans (3.10), étant l'épaisseur du tube mesurée au niveau du fond de l'entaille, sont donnés par

$$\Gamma = 4(q-1) \left( 1 + \frac{l}{r_o} \right)^{\lambda_1-1} + q\delta_1 \left( 1 + \frac{l}{r_o} \right)^{\mu_1-1}, \quad (3.11)$$

$$l = \begin{cases} R_o - R_i & \text{ext} \\ R_e - R_o & \text{int} \end{cases}. \quad (3.12)$$

La fonction la plus simple vérifiant les conditions (3.10) est une fonction linéaire, soit

$$h(r) = \frac{r - r_o}{l}. \quad (3.13)$$

Pour la composante  $\sigma_y$ , son expression est la suivante

$$\sigma_y = \frac{\sigma_{\max}}{4(q-1) + q\omega_1} g(r) \left[ 4(q-1) f(r)^{\lambda_1-1} + q\omega_1 \left( \frac{r}{r_o} \right)^{\mu_1-1} \right]. \quad (3.14)$$

avec la fonction  $g(r)$  modifiée

$$g(r) = \begin{cases} \begin{cases} 1 - \frac{r - r_o}{\kappa} & \text{ext} \\ 1 + \frac{r - r_o}{\kappa} & \text{int} \end{cases} & \text{flexion} \\ 1 & \text{tension} \end{cases}, \quad (3.15)$$

où *ext* et *int* représente la géométrie du tube entaillé, i.e. *ext* pour une entaille externe et *int* pour une entaille interne.

Ainsi les composantes axiale  $\Sigma_{ZZ}$  et radiale  $\Sigma_{RR}$  du champ de contraintes  $\underline{\Sigma}$  le long du ligament sont égales à

$$\Sigma_{ZZ} = \frac{\sigma_{\max}}{4(q-1) + q\omega_1} g(r) \left[ 4(q-1) f(r)^{\lambda_1-1} + q\omega_1 \left( \frac{r}{r_o} \right)^{\mu_1-1} \right], \quad (3.16)$$

$$\Sigma_{RR} = \frac{\sigma_{\max}}{\eta_1 [4(q-1) + q\omega_1]} \left[ 4(q-1) \left( \frac{r}{r_o} \right)^{\lambda_1-1} + q\delta_1 \left( \frac{r}{r_o} \right)^{\mu_1-1} - h(r) \Gamma \right]. \quad (3.17)$$

La contrainte circonférentielle est déterminée comme précédemment avec les équations constitutives

$$\Sigma_{RR} = \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{du_R}{dR} + \nu \frac{u_R}{R} \right) + \Sigma_{ZZ} \frac{\nu}{1-\nu}, \quad (3.18)$$

$$\Sigma_{\Theta\Theta} = \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{u_R}{R} + \nu \frac{du_R}{dR} \right) + \Sigma_{ZZ} \frac{\nu}{1-\nu}. \quad (3.19)$$

Cependant, la condition limite utilisée dans le cas d'une barre entaillée,  $u_R = 0$  à  $R = 0$ , doit être adaptée pour une géométrie tubulaire. Pour cette raison, nous ferons l'hypothèse que, à une certaine distance du fond de l'entaille, les champs mécaniques sont les mêmes que dans le cas d'un tube non-entaillé. En d'autres termes, nous assumerons que  $\Sigma_{\Theta\Theta} = 0$  à  $R = R_i$  dans le cas d'une entaille externe et  $\Sigma_{\Theta\Theta} = 0$  à  $R = R_e$  pour une entaille interne. Ainsi en résolvant le système d'équations localement (3.18) et (3.19), on obtient

$$u_R|_{R=R_i} = -\frac{\nu R_i}{E} \Sigma_{ZZ}|_{R=R_i} \quad ext, \quad (3.20)$$

$$u_R|_{R=R_e} = -\frac{\nu R_e}{E} \Sigma_{ZZ}|_{R=R_e} \quad int. \quad (3.21)$$

La distribution du déplacement radial  $u_R$  est donc obtenue en utilisant ces conditions limites et en intégrant l'équation (3.18). Et finalement, la composante circonférentielle  $\Sigma_{\Theta\Theta}$  est déterminée numériquement en injectant la solution  $u_R$  obtenue et  $\Sigma_{ZZ}$  définie par (3.16) dans (3.19).

### 3.3 Formulation globale de la solution d'un tube entaillé

La dernière étape afin de compléter la solution réside dans la détermination du paramètre  $m$  introduit dans (3.5). Ce dernier est positif et dépend de la géométrie de l'entaille et des dimensions relatives de l'élément tubulaire. La détermination du paramètre  $m$  se fait au travers du facteur de concentration de contrainte axiale  $K_{ZZ}$  qu'on égalise avec le facteur de concentration de contrainte  $K_t$  calculé par la méthode des Éléments Finis

$$K_t = K_{ZZ} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{nom}}, \quad (3.22)$$

où  $\sigma_{nom}$  est la contrainte nominale et  $\sigma_{\max}$  est la contrainte axiale maximale (voir figure 3.2).

À l'aide de la condition d'équilibre globale pour les chargements en tension et en flexion, on peut obtenir une équation pour le facteur de concentration  $K_{ZZ}$  qui ne dépendra que du paramètre  $m$ . Finalement on résout numériquement l'équation obtenue.

La condition d'équilibre globale s'écrit sous la forme suivante

$$T = \begin{cases} \int_{R_i}^{R_o} \Sigma_{ZZ}(R) 2\pi R dR & ext \\ \int_{R_o}^{R_e} \Sigma_{ZZ}(R) 2\pi R dR & int \end{cases}, \quad (3.23)$$

$$R = \begin{cases} R_o - r + r_o & ext \\ R_o + r - r_o & int \end{cases}, \quad (3.24)$$

où  $T$  représente le chargement en tension et il est rattaché à la contrainte nominale  $\sigma_{nom}$  par

$$T = \pi (R_e^2 - R_i^2) \sigma_{nom}. \quad (3.25)$$

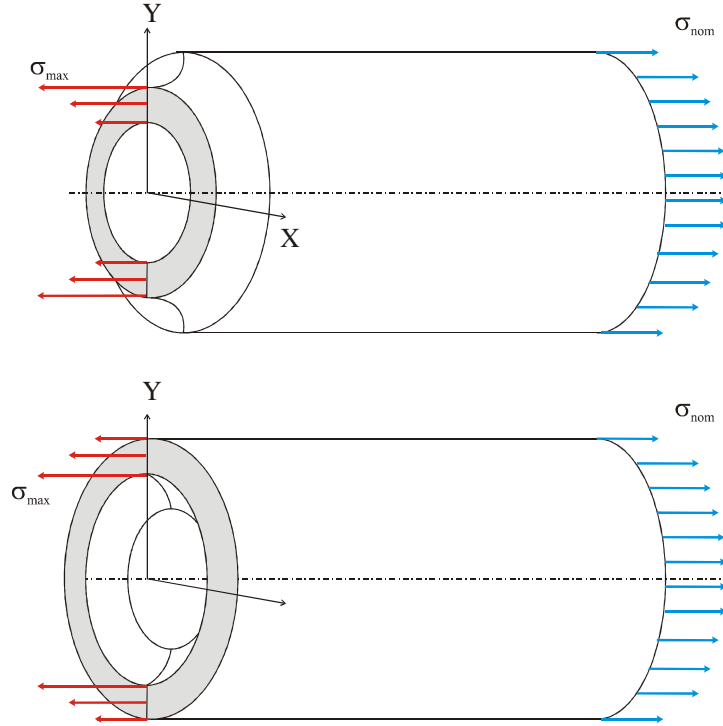


FIG. 3.2 – Schéma de la distribution de la composante axiale  $\Sigma_{ZZ}$  le long de la bissectrice de l'entaille pour un chargement en tension.

En substituant (3.16) dans (3.23) et en réarrangeant l'équation obtenue, le facteur de concentration  $K_{ZZ}$  pour un chargement en tension est égal à

$$K_{ZZ} = \frac{(R_e^2 - R_i^2) [4(q-1) + q\omega_1]}{2(A_m + B)}, \quad (3.26)$$

avec

$$A_m = 4(q-1) \int_0^l \left\{ 1 + \frac{\arctan(mx)}{mr_o} \right\}^{\lambda_1-1} (R_o \pm x) dx, \quad (3.27)$$

$$B = q\omega_1 \left[ r_o (R_o \pm r_o) \frac{\left(1 + \frac{l}{r_o}\right)^{\mu_1} - 1}{\mu_1} \pm r_o^2 \frac{\left(1 + \frac{l}{r_o}\right)^{\mu_1+1} - 1}{\mu_1 + 1} \right], \quad (3.28)$$

où les signes + et – dans (3.27) et (3.28) sont respectivement pour une entaille interne ou externe.

Pour le cas de chargements en flexion, la condition d'équilibre globale est invoquée avec quelques hypothèses simplificatrices vis-à-vis de la contrainte axiale maximale  $\sigma_{\max}$  dans (3.7) et de la distance  $\kappa$  introduite dans (3.6). Afin de mener le calcul dans le cas d'une barre, Atzori *et al.*, 2005 ont fait l'hypothèse que la contrainte  $\sigma_{\max}$  et la distance  $\kappa$  ne dépendent que de la coordonnée cartésienne  $X$

$$\sigma_{\max}(X) = \sigma'_{\max} \sqrt{1 - \left(\frac{X}{R_o}\right)^2}, \quad (3.29)$$

et

$$\kappa(X) = R_o \sqrt{1 - \left(\frac{X}{R_o}\right)^2}. \quad (3.30)$$

De plus, dans le cas d'une entaille interne, le champ de contraintes  $\underline{\Sigma}$  défini par les équations (3.16) et (3.17) n'est plus valide pour des valeurs de  $X$  comprises entre  $\bar{R}_e \geq X \geq R_o$ . Donc, nous ferons l'hypothèse que, dans cette région, le champ de contrainte est équivalent à celui d'un tube ne présentant pas d'entaille

$$\Sigma_{ZZ}^* = \frac{Y}{R_e} \sigma_{nom}, \quad (3.31)$$

où, dans le cas d'un chargement en flexion  $M$ ,  $\sigma_{nom}$  est égale à

$$M = \frac{I}{R_e} \sigma_{nom}, \quad (3.32)$$

$$I = \frac{\pi}{4} (R_e^4 - R_i^4). \quad (3.33)$$

Ainsi, avec ces hypothèses, l'équation d'équilibre globale devient

$$\frac{M}{4} = \begin{cases} \int_0^{R_i} \int_{\sqrt{R_i^2 - X^2}}^{\sqrt{R_o^2 - X^2}} \Sigma_{ZZ} Y dY dX + \int_{R_i}^{R_o} \int_0^{\sqrt{R_o^2 - X^2}} \Sigma_{ZZ} Y dY dX & ext \\ \int_0^{R_o} \int_{\sqrt{R_o^2 - X^2}}^{\sqrt{R_e^2 - X^2}} \Sigma_{ZZ} Y dY dX + \int_{R_o}^{R_e} \int_0^{\sqrt{R_e^2 - X^2}} \Sigma_{ZZ}^* Y dY dX & int \end{cases}, \quad (3.34)$$

$$Y = \begin{cases} \sqrt{R_o^2 - X^2} + r_o - r & ext \\ \sqrt{R_o^2 - X^2} - r_o + r & int \end{cases} \quad pour \quad X \leq R_o. \quad (3.35)$$

En substituant (3.16) dans (3.34), on obtient l'expression pour le facteur de concentration axiale pour un chargement en flexion

$$K_{ZZ} = R_o \left( \frac{I}{4R_e} - G \right) \frac{4(q-1) + q\omega_1}{C_m}, \quad (3.36)$$

avec

$$C_m = \begin{cases} \left\{ \int_0^{R_i} \int_{\sqrt{R_i^2 - X^2}}^{\sqrt{R_o^2 - X^2}} \cdot + \int_{R_i}^{R_o} \int_0^{\sqrt{R_o^2 - X^2}} \cdot \right\} \mathcal{G}_m(Y, X) Y^2 dY dX & ext \\ \int_0^{R_o} \int_{\sqrt{R_o^2 - X^2}}^{\sqrt{R_e^2 - X^2}} \mathcal{G}_m(Y, X) Y^2 dY dX & int \end{cases}, \quad (3.37)$$

$$G = \begin{cases} 0 & ext \\ \int_{R_o}^{R_e} \int_0^{\sqrt{R_e^2 - X^2}} \Sigma_{ZZ}^* Y dY dX & int \end{cases}, \quad (3.38)$$

$$\mathcal{G}_m(Y, X) = 4(q-1) \left\{ 1 \pm \frac{\arctan\left[m(Y - \sqrt{R_o^2 - X^2})\right]}{mr_o} \right\}^{\lambda_1 - 1} + q\omega_1 \left( 1 \pm \frac{Y - \sqrt{R_o^2 - X^2}}{r_o} \right)^{\mu_1 - 1}, \quad (3.39)$$

et où les signes + and – dans (3.39) sont respectivement pour une entaille interne ou externe.

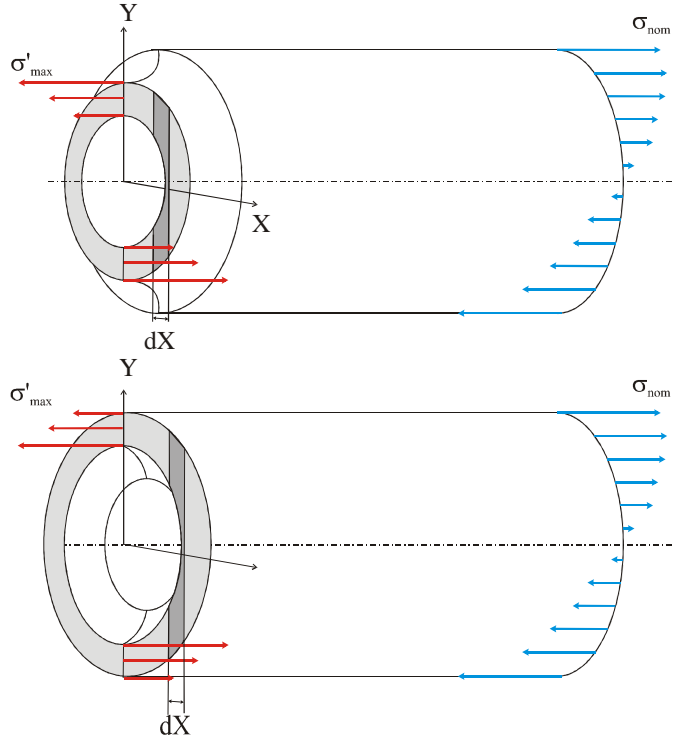


FIG. 3.3 – Schéma de la distribution de la composante axiale  $\Sigma_{ZZ}$  le long de la bissectrice de l'entaille pour un chargement en flexion.

### 3.4 Résultats et limitations de la solution

Dans cette section, nous allons comparer les résultats de notre solution semi-analytique avec ceux obtenue par la méthode des Éléments Finis tout le long de la bissectrice de l'entaille. Tous les résultats présentés ici ont été obtenus pour une géométrie de l'entaille présentant un angle d'ouverture  $2\alpha$  de  $60^\circ$  et un rayon de fond d'entaille  $\rho$  de  $1mm$ .

Les figures 3.4 et 3.5 illustrent des exemples de la distribution du champ de contraintes dans les cas d'un tube présentant une entaille externe ou une entaille interne et soumis à un chargement en tension et en flexion. La solution semble satisfaisante concernant la composante axiale  $\Sigma_{ZZ}$  sur tout le ligament du tube. Quant à la composante radiale  $\Sigma_{RR}$ , la solution devient moins précise au fur et à mesure que l'on s'éloigne du fond de l'entaille. Cette erreur faite sur  $\Sigma_{RR}$  se reflète légèrement sur la distribution de la contrainte circonférentielle  $\Sigma_{\Theta\Theta}$  via (3.19) dans le cas d'une entaille externe mais d'une façon plus importante dans le cas d'une entaille interne. Cette erreur est plus accentuée pour les chargements en flexion qu'en tension.

Une façon de corriger cette erreur réside dans le choix de la fonction  $h(r)$  introduite dans (3.9). À la place de la fonction linéaire (3.13), on a donc choisi la fonction hyperbolique suivante

$$h(r) = \frac{\tanh\left(\frac{r-r_o}{\rho}\right)}{\tanh\left(\frac{l}{\rho}\right)}. \quad (3.40)$$

Dans ce cas, une amélioration est remarquée sur la distribution de la contrainte circonférentielle  $\Sigma_{\Theta\Theta}$  pour les chargements en tension, comme le montre la figure 3.6. Pour les chargements en flexion, ce choix de fonction n'apporte guère d'amélioration.



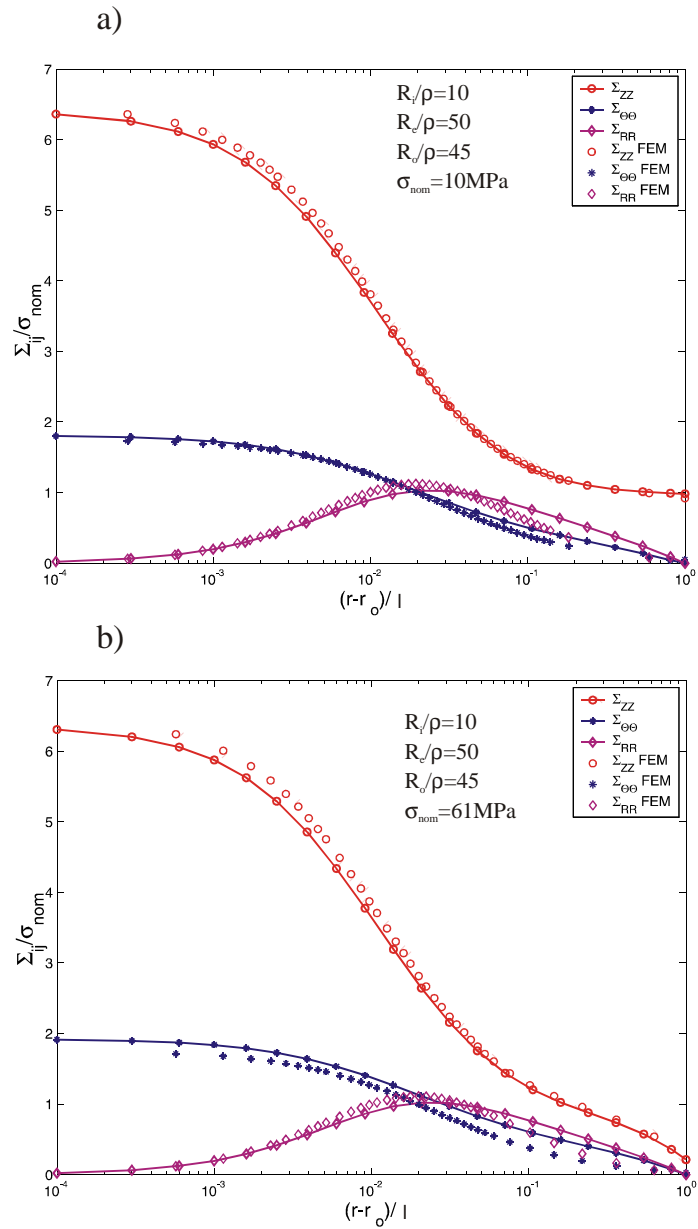


FIG. 3.4 – Distribution des composantes du champ de contraintes  $\underline{\underline{\Sigma}}$  le long du ligament du tube dans le cas d'une entaille externe : a) chargement en tension ; b) chargement en flexion.

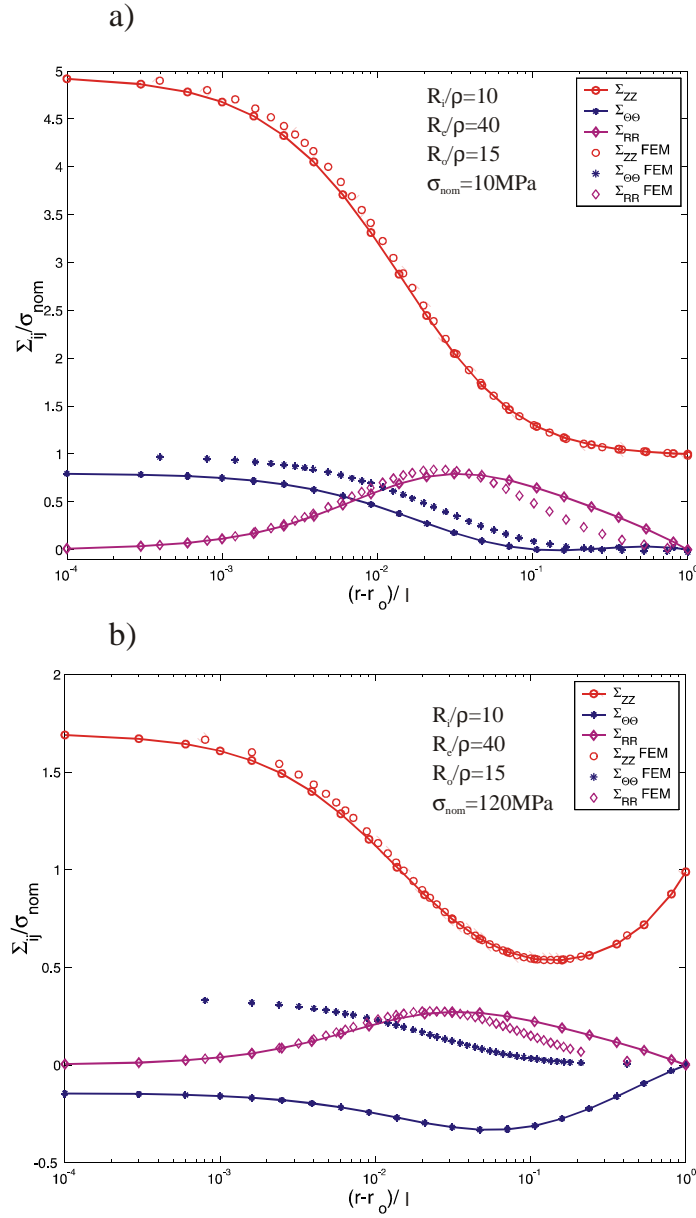


FIG. 3.5 – Distribution des composantes du champ de contraintes  $\underline{\underline{\Sigma}}$  le long du ligament du tube dans le cas d’une entaille interne : a) chargement en tension ; b) chargement en flexion.

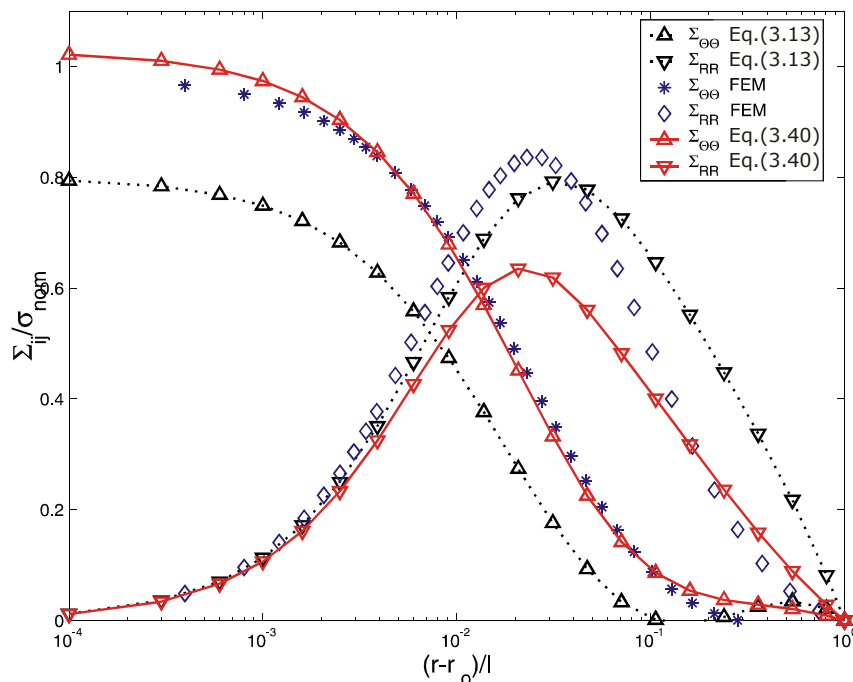


FIG. 3.6 – Distribution des contraintes radiale et circonférentielle pour une fonction hyperbolique  $h(r)$  pour un chargement en tension.

Nous allons maintenant discuter les limitations de notre solution par rapport aux dimensions de l'élément tubulaire entaillé. Cette discussion est très importante dans les cas où le rayon du fond de l'entaille  $\rho$  est du même ordre de grandeur que le ligament du tube  $l$ . En effet, la solution a été construite sous quelques hypothèses concernant les dimensions du tube, et donc la méthode présentée ici ne sera pas applicable pour n'importe quelle géométrie de tube. Cette section est donc dédiée à la définition du domaine d'application de notre solution.

Comme il a été mentionné précédemment, le paramètre  $m$  est contenu dans l'intervalle  $[0, +\infty[$ . Pour ces deux limites, la fonction  $f(r)$  introduite dans (3.16) est égale à

$$\lim_{m \rightarrow 0} f(r) = \frac{r}{r_o}, \quad (3.41)$$

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} f(r) = 1. \quad (3.42)$$

En injectant ces deux fonctions dans (3.26), on obtient une expression analytique des deux limites du facteur de concentration de contrainte axiale  $K_{ZZ}$  dans le cas d'un chargement en tension

$$K_{ZZ}^{\max} = \frac{(R_e^2 - R_i^2) [4(q-1) + q\omega_1]}{2(A_o + B)}, \quad (3.43)$$

$$K_{ZZ}^{\min} = \frac{(R_e^2 - R_i^2) [4(q-1) + q\omega_1]}{2(A_\infty + B)}, \quad (3.44)$$

où le coefficient  $B$  est donné par (3.28) et les coefficients  $A_o$  et  $A_\infty$  sont donnés par

$$A_o = 4(q-1) \left[ r_o (R_o \pm r_o) \frac{\left(1 + \frac{l}{r_o}\right)^{\lambda_1} - 1}{\lambda_1} \pm r_o^2 \frac{\left(1 + \frac{l}{r_o}\right)^{\lambda_1+1} - 1}{\lambda_1 + 1} \right], \quad (3.45)$$

$$A_\infty = 4(q-1) \left\{ (R_o \pm r_o) l \pm \frac{r_o^2}{2} \left[ \left(1 + \frac{l}{r_o}\right)^2 - 1 \right] \right\}. \quad (3.46)$$

Pour les cas de chargements en flexion, les limites du facteur de concentration  $K_{ZZ}$  sont obtenues numériquement

$$K_{ZZ}^{\max} = \left( \frac{I}{4R_e} - G \right) \frac{4(q-1) + q\omega_1}{C_o}, \quad (3.47)$$

$$K_{ZZ}^{\min} = \left( \frac{I}{4R_e} - G \right) \frac{4(q-1) + q\omega_1}{C_\infty}, \quad (3.48)$$

où les coefficients  $G$ ,  $C_\infty$  et  $C_o$  sont donnés respectivement par (3.37) et (3.38).

Afin de déterminer le domaine d'application de notre solution semi-analytique, nous introduisons un paramètre  $\xi$  caractérisant la géométrie de l'élément tubulaire entaillé

$$\xi = \frac{R_i}{R_e} \times \frac{p}{e}, \quad (3.49)$$

où  $p$  est la profondeur de l'entaille définie par (3.1) et  $e$  est l'épaisseur du tube

$$e = R_e - R_i. \quad (3.50)$$

Les figures 3.7 et 3.8 présentent les résultats. Elle montre les comparaisons entre les facteurs de concentrations de contrainte  $K_{ZZ}$  calculés par la méthode des Éléments Finis et par la solution semi-analytique calculés à l'aide des équations (3.43) et (3.47). Ces résultats sont obtenus pour différentes valeurs du paramètre  $\xi$  et pour des tubes présentant des entailles externes et internes soumis à des chargements en tension et en flexion. On remarque que notre solution n'est plus valide pour des valeurs de  $\xi$  supérieures à une valeur  $\xi^*$  satisfaisant

$$0.21 \leq \xi^* \leq 0.27 \quad (3.51)$$

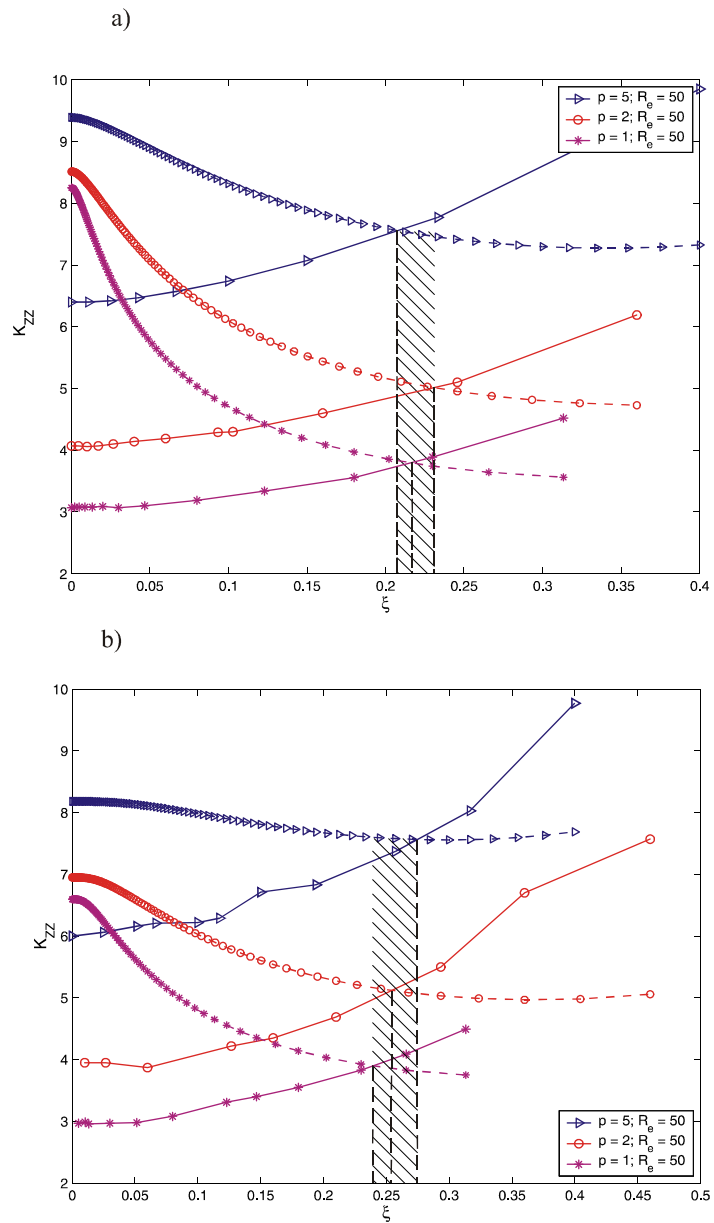
On peut noter que cette condition est toujours satisfaite pour les géométries rencontrées dans le domaine du forage pétrolier. Par exemple pour la connexion *NC46*, le paramètre  $\xi$  est égal à 0.19 pour le fond de filet du LET de la pièce mâle et 0.1 pour le fond de filet du FET de la pièce femelle.

### 3.5 Application de la solution pour des connexions vissées

Dans cette section, nous présentons une solution approchée du champ de contraintes élastiques à des endroits spécifiques d'une connexion vissée, i.e. au niveau du LET de la partie mâle et du FET de la partie femelle. Avec cette solution, nous pourrions calculer plus rapidement la durée de vie en fatigue des connexions vissées qu'avec la méthode des Éléments Finis présentée dans le Chapitre 2.

La solution semi-analytique présentée précédemment doit être adaptée pour prendre en compte l'influence du couple de serrage  $C_{up}$  sur le champ de contraintes  $\underline{\underline{\Sigma}}$ .

Du point de vue de la fatigue, on ne s'intéresse qu'au champ de contraintes proche des fonds de filets puisque c'est à ces endroits que le champ de contraintes est maximum. Compte tenu de



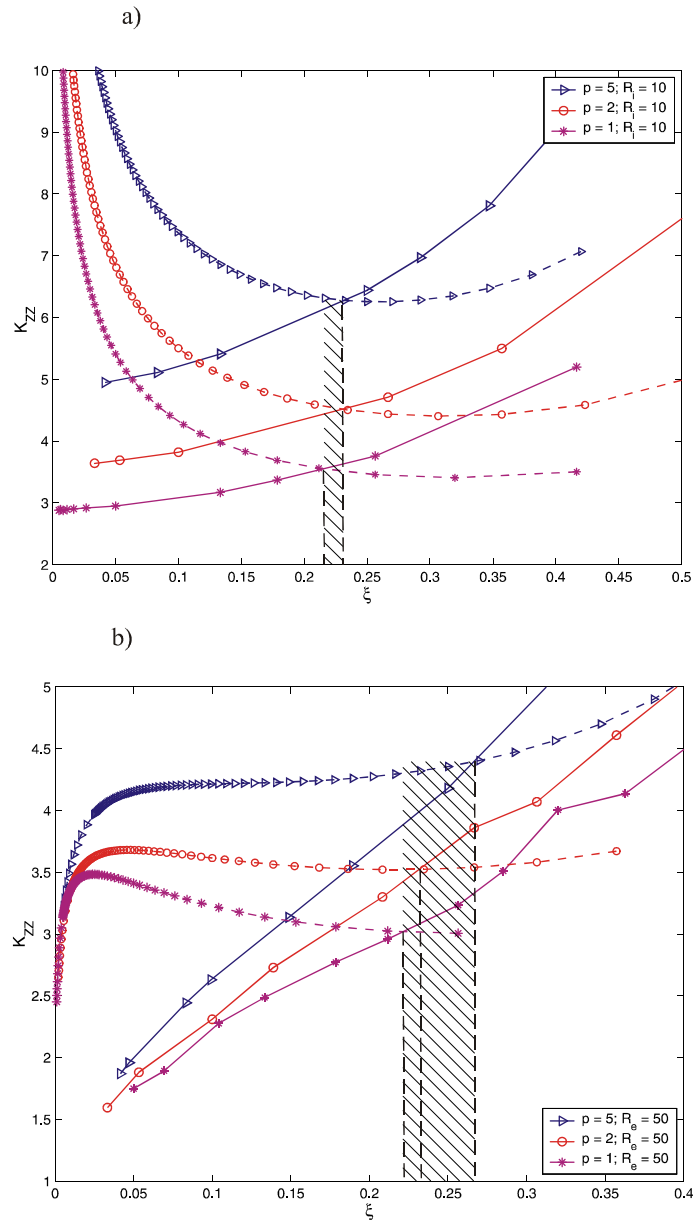


FIG. 3.8 – Concentration de contraintes maximum  $K_{ZZ}^{\max}$  prédit avec la solution semi-analytique pour différentes géométries de tubes présentant une entaille interne : a) chargement en tension ; b) chargement en flexion.

cette remarque, une bonne approximation du champ de contraintes  $\underline{\Sigma}$  peut être obtenue en faisant une équivalence mécanique entre le champ de contraintes locales d'une connexion vissée, calculé au niveau du LET et du FET, et le champ de contraintes locales au niveau du fond de l'entaille du tube.

La géométrie des tubes entaillés est directement liée aux dimensions de la connexion vissée. Dans le cas d'un tube avec une entaille circonférentielle externe, dédié aux calculs des contraintes au fond de filet du LET de la partie mâle, les rayons intérieur  $R_i$  et extérieur  $R_e$  du tube sont respectivement égaux aux rayons intérieur  $R_I$  et  $R_p$  de la connexion (voir figure 2.7). Et la distance  $R_o$  du fond de l'entaille à l'axe du tube est égale à la distance du fond de filet du LET avec l'axe de la connexion.

Pour le cas d'un tube avec une entaille interne, dédié aux calculs des contraintes au fond de filet du FET de la pièce femelle, les rayons intérieur  $R_i$  et extérieur  $R_e$  du tube sont respectivement égaux aux rayons  $R_b$  et extérieur  $R_E$  de la connexion (voir figure 2.7). Et la distance  $R_o$  du fond de l'entaille à l'axe du tube est égale à la distance du fond de filet du LET avec l'axe de la connexion.

La figure 3.9 illustre le principe d'équivalence mécanique pour des chargements en tension. Les forces contrôlant le champ de contraintes au niveau du fond de filet du LET sont l'effort de tension  $T$ , la résultante axiale des pressions de contact au niveau de l'épaulement  $Q$  et la résultante axiale des pressions de contact au niveau du LET  $F_1$ .

Similairement, le champ de contraintes au niveau du FET est contrôlé par la tension  $T$  et la résultante axiale des pressions de contact au niveau du FET  $F_n$ ,  $n$  étant le nombre de filet engagé de la connexion. Dans ce cas de figure, la résultante  $Q$  n'influence que faiblement le champ de contrainte au niveau du FET du fait de son éloignement.

Ainsi, en faisant l'équivalence mécanique et en invoquant l'équation d'équilibre globale (3.23), on obtient les deux équations suivantes

$$T + Q + F_1 = \int_{R_i}^{R_o} \Sigma_{ZZ}(R) 2\pi R dR \quad LET, \quad (3.52)$$

$$T + F_n = \int_{R_o}^{R_e} \Sigma_{ZZ}(R) 2\pi R dR \quad FET, \quad (3.53)$$

où l'expression de  $\Sigma_{ZZ}(R)$  est donnée par (3.16).

L'équivalence mécanique pour des chargements en flexion est illustrée dans la figure 3.10. Le champ de contrainte en fond de filet est égal à la somme de deux champs de contraintes. Le premier est induit par le moment de flexion appliqué sur la connexion et le second est dû aux efforts des pressions de contact au niveau de l'épaulement  $Q$  et des filets  $F_i$ .

Ainsi, en faisant l'équivalence mécanique et en invoquant les équations d'équilibre globales (3.23) et (3.34), on obtient les deux équations suivantes

$$Q + F_1 = \int_{R_i}^{R_o} \Sigma_{ZZ}(R) 2\pi R dR \quad LET, \quad (3.54)$$

$$F_n = \int_{R_o}^{R_e} \Sigma_{ZZ}(R) 2\pi R dR \quad FET, \quad (3.55)$$

et

$$\frac{M}{4} = \begin{cases} \int_0^{R_i} \int_{\sqrt{R_i^2-X^2}}^{\sqrt{R_o^2-X^2}} \Sigma_{ZZ} Y dY dX + \int_{R_i}^{R_o} \int_0^{\sqrt{R_o^2-X^2}} \Sigma_{ZZ} Y dY dX & LET, \\ \int_0^{R_o} \int_{\sqrt{R_o^2-X^2}}^{\sqrt{R_e^2-X^2}} \Sigma_{ZZ} Y dY dX + \int_{R_o}^{R_e} \int_0^{\sqrt{R_e^2-X^2}} \Sigma_{ZZ}^* Y dY dX & FET, \end{cases} \quad (3.56)$$

où la contrainte axiale  $\Sigma_{ZZ}$  est la somme de deux composantes, l'une due aux efforts de tension  $Q$  et  $F_i$  et l'autre au moment fléchissant  $M$ ; leur expression est donnée par (3.16) où la fonction  $g(r)$  définit le mode de chargement.

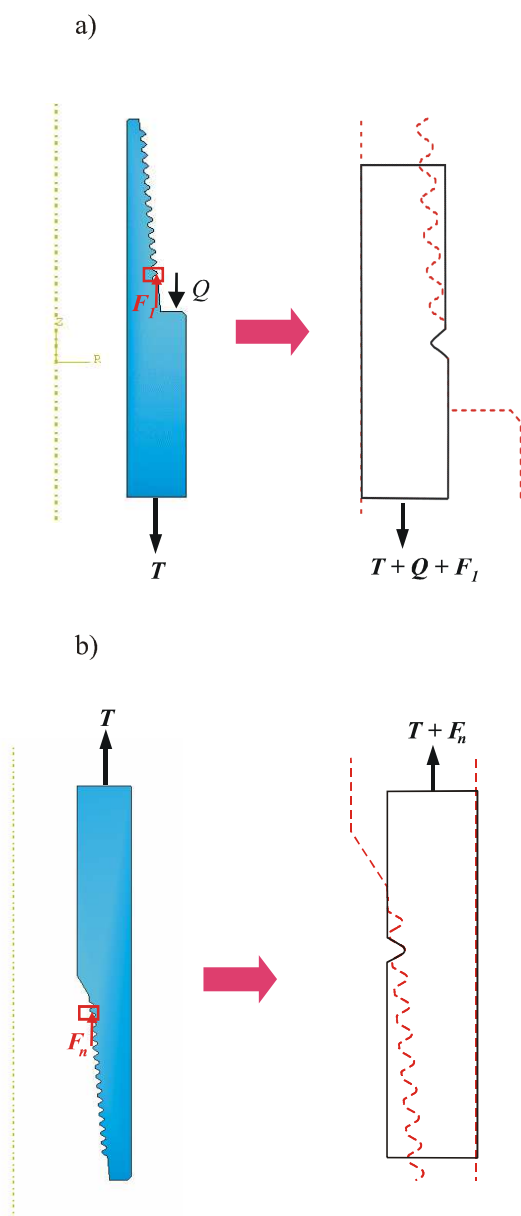


FIG. 3.9 – Équivalence mécanique pour les chargements en tension : a) au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle ; b) au niveau du fond de filet du FET de la partie femelle.



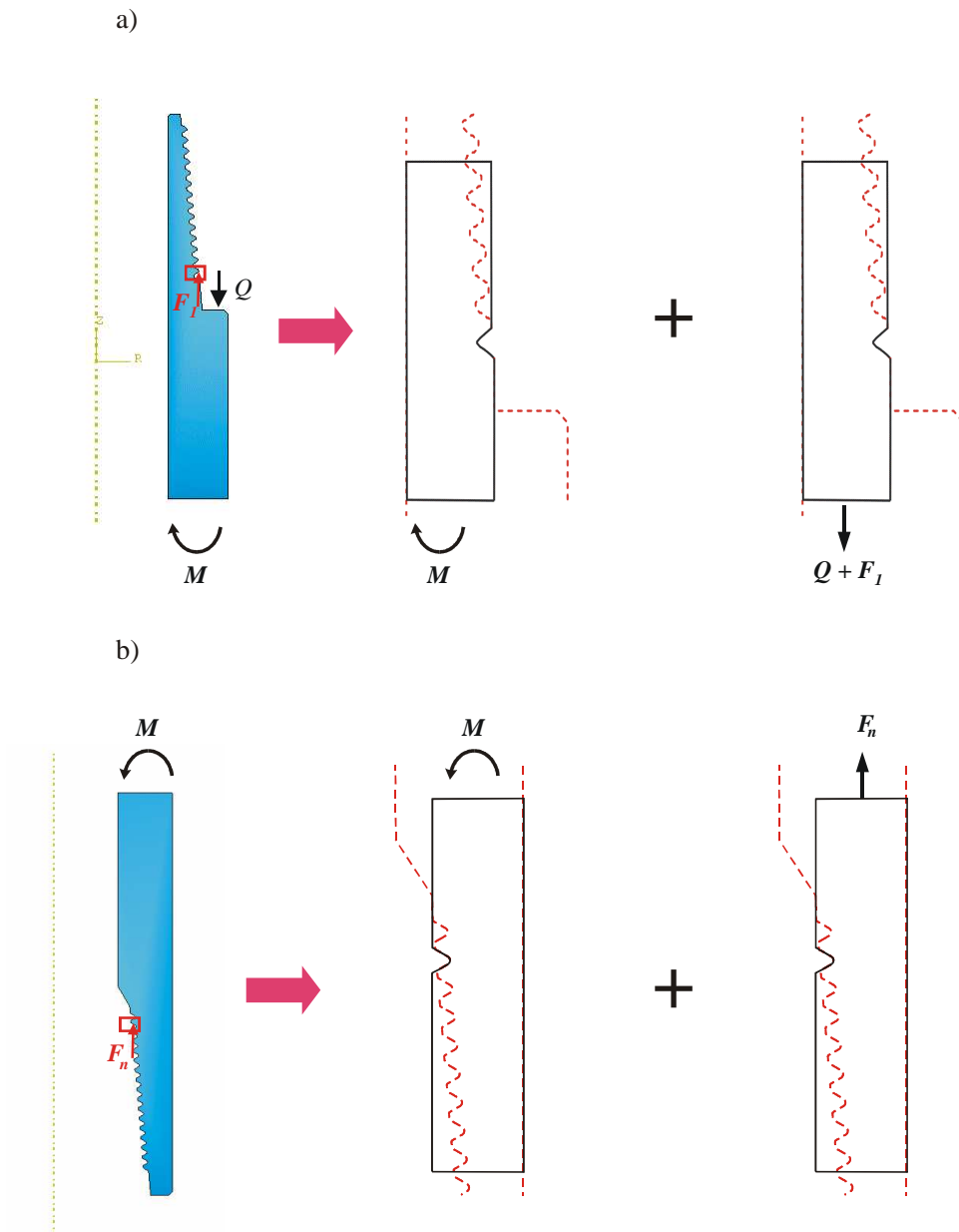


FIG. 3.10 – Équivalence mécanique pour les chargements en flexion : a) au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle ; b) au niveau du fond de filet du FET de la partie femelle.

Afin de résoudre complètement le problème, il ne nous reste plus qu'à obtenir une expression pour les résultantes des pressions de contact au niveau des filets  $F_i$  et de l'épaule  $Q$  en fonction des efforts de tension  $T$  et des moments fléchissant  $M$ .

### 3.6 Étude du contact dans une connexion vissée

À l'aide du modèle Élément Finis présenté dans le Chapitre 2, une étude du contact dans une connexion vissée a été menée. Cette dernière a permis de mettre en avant plusieurs résultats intéressants concernant les chargements en tension  $T$ .

Le premier résultat concerne l'influence du couple de serrage  $C_{up}$  sur la résultante axiale des pressions de contact au niveau de l'épaule  $Q$ . Les résultats sont montrés sur la figure 3.11. On remarque que la résultante  $Q$  suit une loi approximativement linéaire par morceau de la forme

$$Q = \begin{cases} Q_{up} \left(1 - \frac{\Sigma_o}{\Sigma_{up}}\right) & \Sigma_o < \Sigma_{up} \\ 0 & \Sigma_o > \Sigma_{up} \end{cases}, \quad (3.57)$$

où  $\Sigma_{up}$  est la contrainte appliquée pour laquelle on a décollé au niveau de l'épaule et  $Q_{up}$  est la résultante axiale des pressions de contact due au couple de serrage  $C_{up}$ .

Une bonne approximation des constantes  $Q_{up}$  et  $\Sigma_{up}$  est obtenue par les formules suivantes

$$Q_{up} = \frac{C_{up}}{fR_{up}}, \quad (3.58)$$

$$\Sigma_{up} = \frac{Q_{up}}{S}, \quad (3.59)$$

où le rayon  $R_{up}$  est égal à

$$R_{up} = R_1 + R_2, \quad (3.60)$$

avec  $R_1$  et  $R_2$  étant, respectivement, le rayon moyen de la surface de contact de la partie mâle de la connexion au niveau des filets et le rayon moyen de la surface de contact au niveau de l'épaule,  $S$  est la surface transversale au niveau de la partie mâle (voir figure 3.12)

$$S = \pi (R_e^2 - R_i^2), \quad (3.61)$$

et  $f$  est le coefficient de frottement.

L'équation (3.58) est obtenue en égalant le moment induit par les résultantes des pressions de contact au niveau des filets et celui de l'épaule au couple de serrage  $C_{up}$ . Les droites représentées dans la figure 3.11 correspondent aux prédictions de la résultante  $Q$  calculée à l'aide des formules approchées (3.58) et (3.59).

L'approximation proposée par (3.58) est formulée sans prendre en compte l'hélice du filetage. Elle est obtenue en écrivant l'équilibre de la pièce mâle sous le couple de serrage  $C_{up}$  qui induit une résultante des pressions de contact  $Q_{up}$  au niveau des filets et une autre résultante  $Q_{up}$  au niveau de l'épaule. Pour une formulation complète, le lecteur peut aller se référer aux différents travaux de Juvinal et Marshek, 1991 et de Baragetti, 2002

La figure 3.13 montre la répartition spatiale des pressions normales de contact au niveau des dernières dents engagées de la pièce mâle et femelle en fonction de la contrainte appliquée  $\Sigma_o$ . Ces pressions sont données pour un couple de serrage égal à 1.97  $kNm$ .

La distribution des pressions normales de contact ressemble à celle obtenue dans le problème mécanique d'un indenteur plat (Johnson, 1985). Comme attendu, ces pressions de contact sont maximales aux extrémités de la surface de contact.

La distribution des efforts transmis par les filets a longuement été étudiée. L'un des pionniers dans ce domaine est Sopwith, 1948 qui développa une méthode analytique pour calculer les

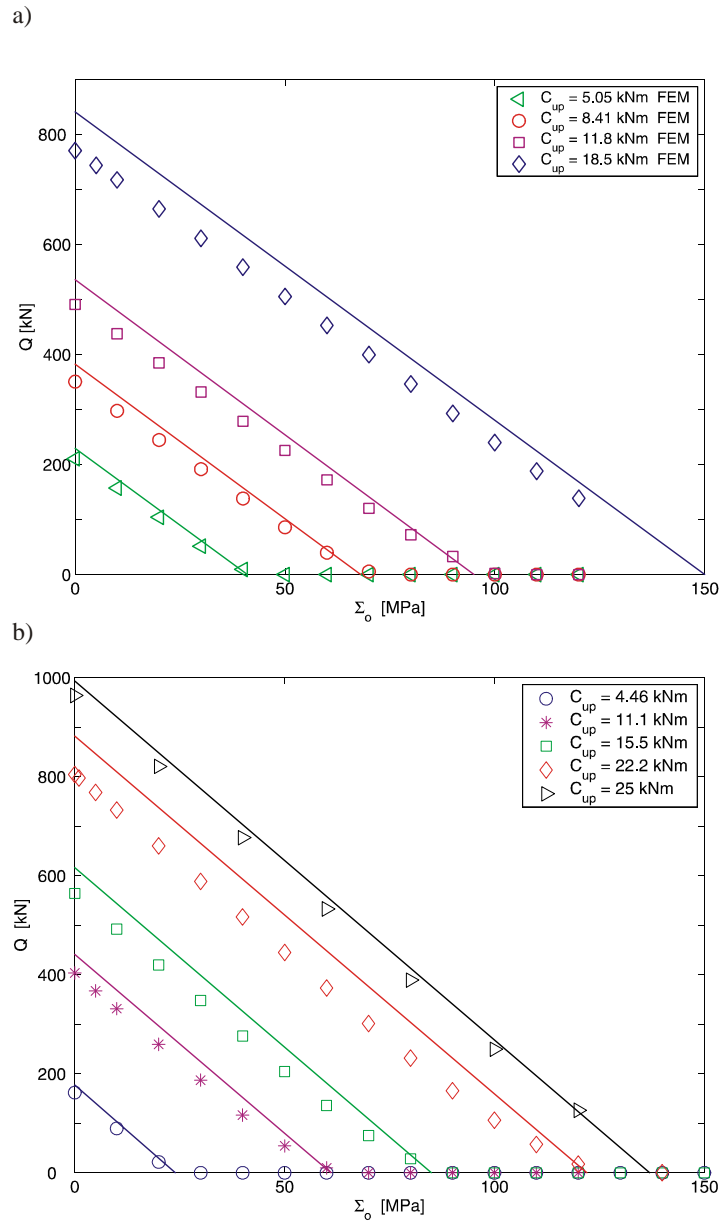


FIG. 3.11 – Évolution de la résultante  $Q$  en fonction de la contrainte appliquée  $\Sigma_o$  et du couple de serrage  $C_{up}$  : a) connexion  $NC40$  ; b) connexion  $NC46$ .

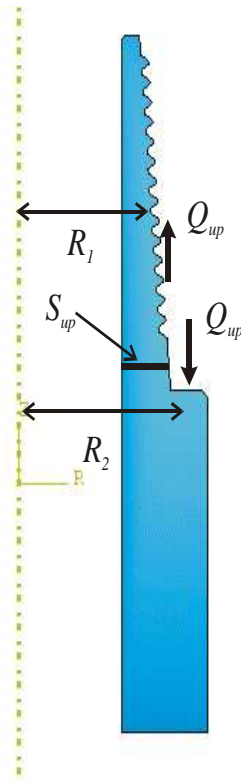


FIG. 3.12 – Schéma descriptif des dimensions pour le calcul des constantes  $Q_{up}$  et  $\Sigma_{up}$ .

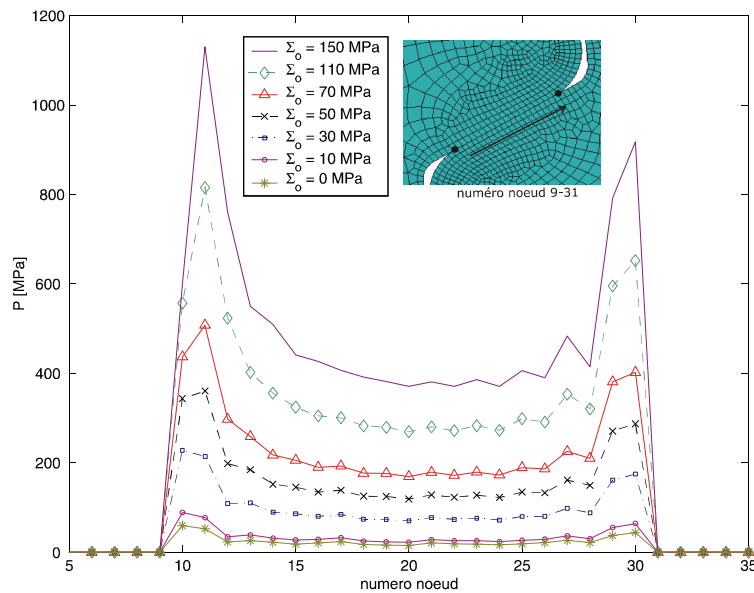


FIG. 3.13 – Pressions normales maximales de contact au niveau de la dernière dent engagée de la pièce mâle pour un couple de serrage  $C_{up} = 1.97 \text{ kNm}$ .

résultantes des pressions de contact au niveau de chaque filet. Puis différentes méthodes ont successivement été mises en place pour effectuer ces mêmes types de calculs telles que Wang et Marshek, 1996 et Yamamoto, 1980

La figure 3.14 montre la distribution des résultantes en pourcentage des pressions de contact s'exerçant sur l'épaulement et sur chaque filet. On voit nettement que le transfert de l'effort  $T$  appliqué sur la connexion vissée se fait principalement par la dernière dent engagée de la pièce mâle référencée par le numéro 2 sur la figure. Compte tenu du sens opposé de l'effort au niveau de l'épaulement, les efforts au niveau de chaque filet seront plus élevés pour des couples de serrage  $C_{up}$  plus important.

On remarque aussi que la répartition des résultantes ne dépend plus du tout du couple de serrage  $C_{up}$ , lorsque ce dernier n'est plus suffisant pour empêcher le décollement au niveau de l'épaulement sous l'action de l'effort de traction.

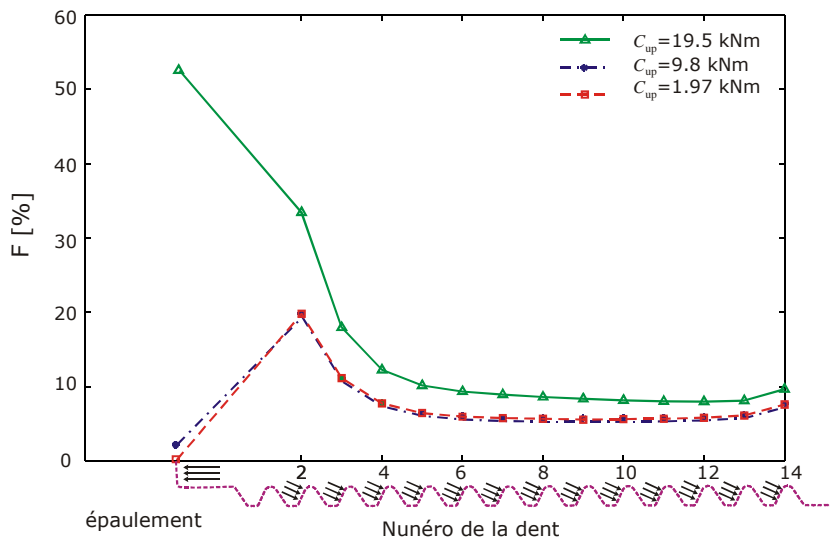


FIG. 3.14 – Résultantes des pressions de contact en pourcentage pour une contrainte axiale  $\Sigma_o = 50$  MPa.

La figure 3.15 montre la distribution des résultantes adimensionnelles  $\mathcal{F}_i$  et  $\mathcal{F}_i^{up}$  définie par les équations suivantes

$$\mathcal{F}_i = \frac{F^i}{T} - \mathcal{F}_i^{up} \frac{Q}{T}, \quad (3.62)$$

$$\mathcal{F}_i^{up} = \frac{F_{up}^i}{Q_{up}}, \quad (3.63)$$

où  $F_{up}^i$  et  $F^i$  sont respectivement les résultantes des pressions de contact dues au couple de serrage  $C_{up}$  seul et au couple de serrage et à l'effort de tension  $T$ .

On remarque que toutes ces distributions se confondent en une seule, et donc la distribution, formulée par (3.62), ne dépend ni du couple de serrage ni de l'effort appliqué mais seulement de la géométrie de la connexion vissée. Cette remarque est importante car elle nous indique qu'avec un seul calcul Éléments Finis ou bien avec les méthodes analytique ou semi-analytique de (Sopwith, 1948; Yamamoto, 1980), on est capable de calculer les résultantes au niveau de chaque filet pour n'importe quel autre couple de serrage ou effort de tension.

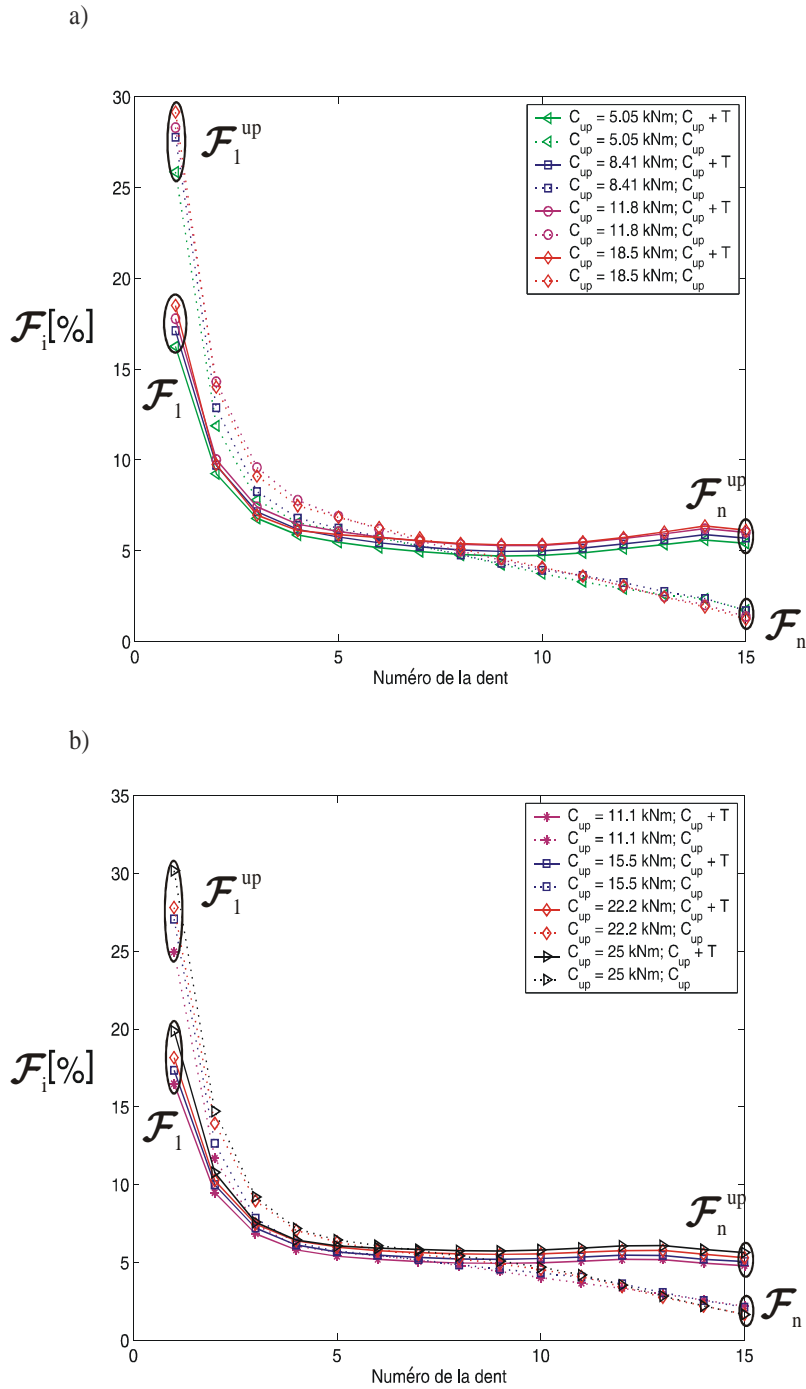


FIG. 3.15 – Distribution des résultantes  $\mathcal{F}_i$  : a) connexion  $NC40$  ; b) connexion  $NC46$ .

### 3.7 Formulation du champ de contraintes et résultats

Grâce à la section précédente, nous pouvons maintenant écrire les relations entre les résultantes des pressions normales de contact et la contrainte appliquée  $\Sigma_o$ , qui sont

$$Q = \begin{cases} Q_{up} \left(1 - \frac{\Sigma_o}{\Sigma_{up}}\right) & \Sigma_o < \Sigma_{up} \\ 0 & \Sigma_o > \Sigma_{up} \end{cases}, \quad (3.64)$$

$$F_i = \mathcal{F}_i T + \mathcal{F}_i^{up} Q. \quad (3.65)$$

On rappelle que ces formulations ont été développées pour les chargements en tension. Pour les chargements en flexion, nous proposons de réaliser une équivalence entre les chargements en tension et ceux en flexion. Cette équivalence se conforte dans le fait que le décollement survient pour des moments  $M$  induisant des contraintes axiales  $\Sigma_o$ , données par (3.52), égales à la contrainte de décollement en traction  $\Sigma_{up}$ . Cette équivalence nous permettra de calculer l'influence des résultantes des pressions de contact,  $Q$  et  $F_i$ , sur les contraintes en fond de filet.

En reprenant les équations d'équilibre global définies par (3.57) et en introduisant le facteur de concentration axial  $K_{ZZ}$  définis par (3.26), on obtient l'expression de la contrainte axiale au fond de filet du LET de la partie mâle pour les chargements en tension

$$\Sigma_{ZZ}^{\max} = \begin{cases} K_{ZZ} \left[1 + \mathcal{F}_1 - \frac{S}{S_{TJ}} (1 + \mathcal{F}_1^{up})\right] \frac{S_{TJ}}{S} \Sigma_o + K_{ZZ} \Sigma_{up} (1 + \mathcal{F}_1^{up}) & \Sigma_o < \Sigma_{up} \\ K_{ZZ} [1 + \mathcal{F}_1] \frac{S_{TJ}}{S} \Sigma_o & \Sigma_o > \Sigma_{up} \end{cases} \quad (3.66)$$

avec  $S_{TJ}$  étant égale à

$$S_{TJ} = \pi (R_E^2 - R_I^2), \quad (3.67)$$

et  $\Sigma_o$  est égale à

$$\Sigma_o = \frac{T}{S_{TJ}}. \quad (3.68)$$

De la même manière, l'expression de la contrainte axiale en fond de filet du FET de la partie femelle est donnée par

$$\Sigma_{ZZ}^{\max} = \begin{cases} K_{ZZ} \left[1 + \mathcal{F}_n - \frac{S}{S_{TJ}} \mathcal{F}_1^{up}\right] \frac{S_{TJ}}{S_{up}} \Sigma_o + K_{ZZ} \Sigma_{up} \mathcal{F}_n^{up} & \Sigma_o < \Sigma_{up} \\ K_{ZZ} [1 + \mathcal{F}_n] \frac{S_{TJ}}{S_{up}} \Sigma_o & \Sigma_o > \Sigma_{up} \end{cases}. \quad (3.69)$$

La comparaison entre le champ de contraintes  $\underline{\Sigma}$  obtenu par la méthode des Éléments Finis et par notre solution semi-analytique, (3.66) et (3.69), est donnée sur les figures 3.15, 3.17 et 3.18. Les contraintes axiale et circonférentielle au fond de filet du LET de la partie mâle d'une connexion *NC46* sont présentées sur la figure 3.15 et celles d'une connexion *NC40* sur la figure 3.17.

Les tableaux 3.1 et 3.2 présentent les valeurs des paramètres pris pour effectuer les calculs des contraintes en fond de filet du LET et du FET.

TAB. 3.1 – Paramètres de la solution semi-analytique pour le calcul au niveau du LET.

	$R_e$	$R_i$	$R_o$	$\rho$	$\alpha$	$\mathcal{F}_1$	$\mathcal{F}_1^{up}$
<i>NC46</i>	63.4	41.3	57.1	1	30°	0.172	0.265
<i>NC40</i>	54.4	34.2	50.15	1	30°	0.17	0.272

TAB. 3.2 – Paramètres de la solution semi-analytique pour le calcul au niveau du FET.

	$R_e$	$R_i$	$R_o$	$\rho$	$\alpha$	$\mathcal{F}_n$	$\mathcal{F}_n^{up}$
NC40	54.4	34.2	50.15	1	30°	0.17	0.272

Les résultats obtenus par la méthode des Éléments Finis ont été réalisés avec une loi de comportement élastoplastique. Évidemment, la solution présentée dans ce chapitre peut être étendue à des comportements élastoplastiques à l'aide des méthodes de calculs simplifiés telles que celle de Neuber, 1961 ou bien Molski et Glinka, 1981. Dans notre cas, notre loi de comportement matériau est similaire à un comportement élastique parfaitement plastique avec une limite d'élasticité  $\sigma_y$  égale à 935 MPa.

On remarque que la solution semi-analytique donne de très bonnes estimations du champ de contraintes. La solution donne de meilleures estimations pour le calcul de la contrainte axiale que pour celui de la contrainte circonférentielle. Cependant, la contrainte axiale étant la plus importante dans les calculs de fatigue, cette erreur reste admissible, surtout si cette solution est utilisée comme outil de pré-dimensionnement.

En reprenant les équations d'équilibre global définies par (3.57) et en introduisant les facteurs de concentrations de contraintes axiales  $K_{ZZ}^t$  relatif aux chargements en tension (3.26), et  $K_{ZZ}^f$  relatif aux chargements en flexion (3.36), on obtient l'expression de la contrainte axiale au fond du filet du LET de la partie mâle pour les chargements en flexion

$$\Sigma_{ZZ}^{\max} = \begin{cases} K_{ZZ}^t \left[ \frac{K_{ZZ}^f R_e I_{TJ}}{K_{ZZ}^t R_{EI}} + \frac{S_{TJ}}{S} \mathcal{F}_1 - 1 - \mathcal{F}_1^{up} \right] \Sigma_o + K_{ZZ}^t \Sigma_{up} (1 + \mathcal{F}_1^{up}) & \Sigma_o < \Sigma_{up} \\ K_{ZZ}^t \left[ \frac{K_{ZZ}^f R_e I_{TJ}}{K_{ZZ}^t R_{EI}} + \frac{S_{TJ}}{S} \mathcal{F}_1 \right] \Sigma_o & \Sigma_o > \Sigma_{up} \end{cases}, \quad (3.70)$$

avec  $I_{TJ}$  étant égale à

$$I_{TJ} = \frac{\pi}{4} (R_E^4 - R_I^4), \quad (3.71)$$

et  $\Sigma_o$  est égale à

$$\Sigma_o = \frac{MR_E}{I_{TJ}}. \quad (3.72)$$

De la même manière, l'expression de la contrainte axiale en fond de filet du FET de la partie femelle pour les chargements en flexion est donnée par

$$\Sigma_{ZZ}^{\max} = \begin{cases} K_{ZZ}^t \left[ \frac{K_{ZZ}^f R_e I_{TJ}}{K_{ZZ}^t R_{EI}} + \frac{S_{TJ}}{S} \mathcal{F}_n - \mathcal{F}_n^{up} \right] \Sigma_o + K_{ZZ}^t \Sigma_{up} \mathcal{F}_n^{up} & \Sigma_o < \Sigma_{up} \\ K_{ZZ}^t \left[ \frac{K_{ZZ}^f R_e I_{TJ}}{K_{ZZ}^t R_{EI}} + \frac{S_{TJ}}{S} \mathcal{F}_n \right] \Sigma_o & \Sigma_o > \Sigma_{up} \end{cases}. \quad (3.73)$$

Les résultats de la comparaison entre le modèle Éléments Finis et la solution semi-analytique, pour un chargement en flexion, sont présentés sur la figure 3.19. Les valeurs des paramètres utilisés pour ces résultats sont données dans le tableau 3.1. On remarque que la solution donne des résultats satisfaisant pour la contrainte axiale  $\Sigma_{ZZ}$  et une erreur de l'ordre de 40 % est faite sur les prédictions de la contrainte circonférentielle  $\Sigma_{\Theta\Theta}$ . Encore une fois, cette erreur est acceptable puisque la contrainte axiale est prédominante pour les calculs en fatigue.



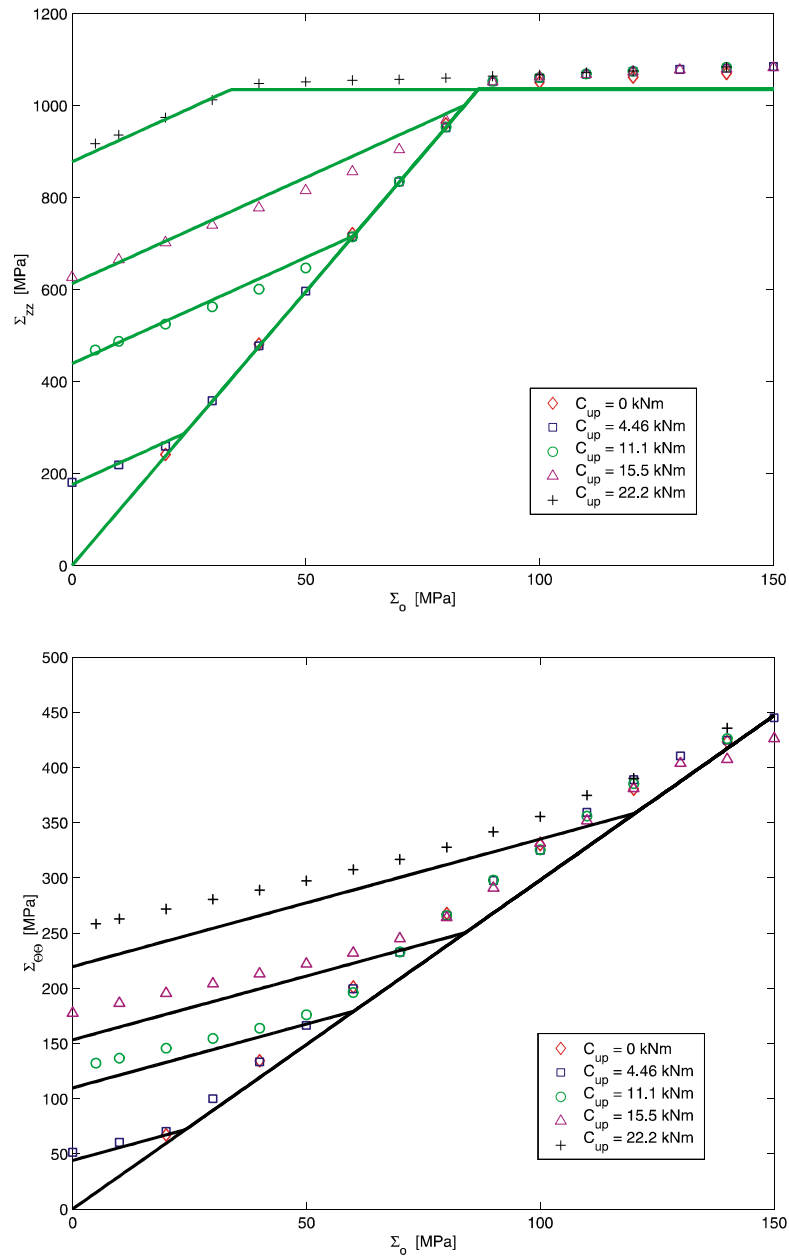


FIG. 3.16 – Comparaison entre ( 3.66) et la méthode des Éléments Finis pour la connexion  $NC_{46}$  au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle pour un chargement en traction.

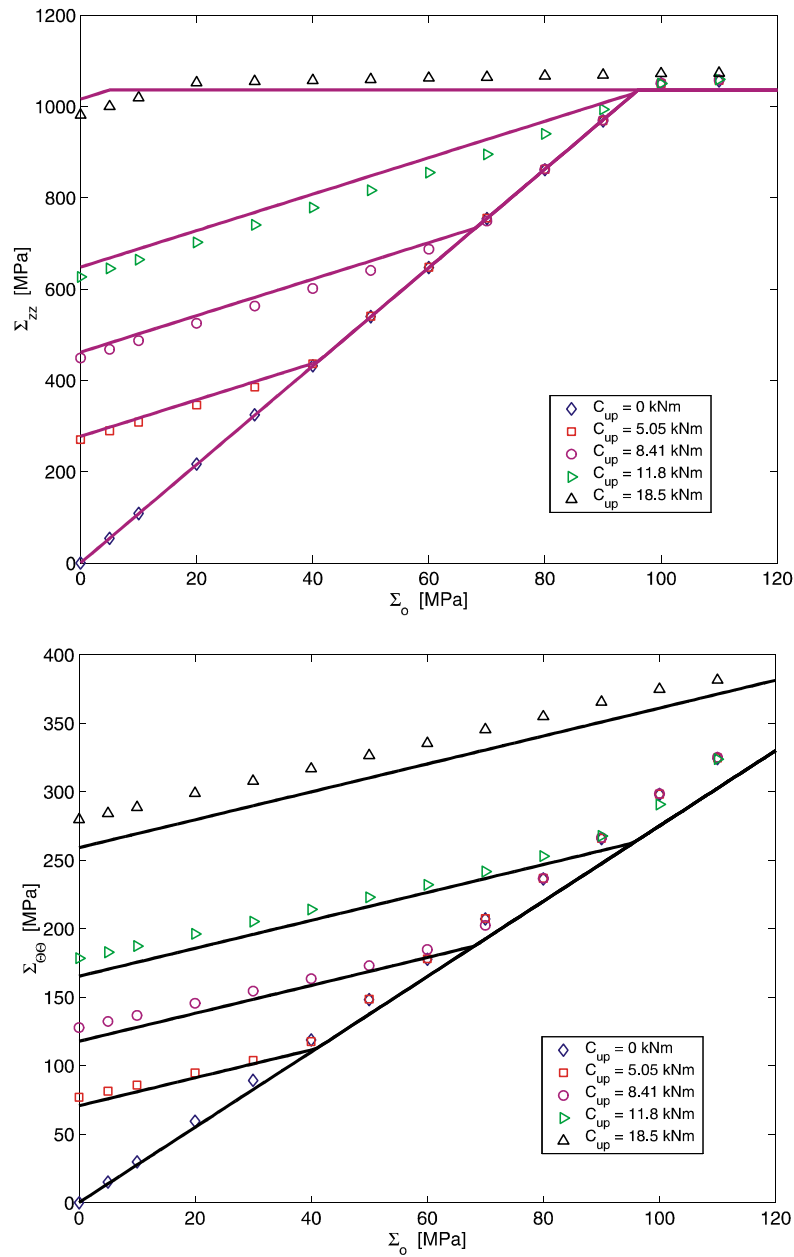


FIG. 3.17 – Comparaison entre ( 3.66) et la méthode des Éléments Finis pour la connexion  $NC_{40}$  au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle pour un chargement en traction

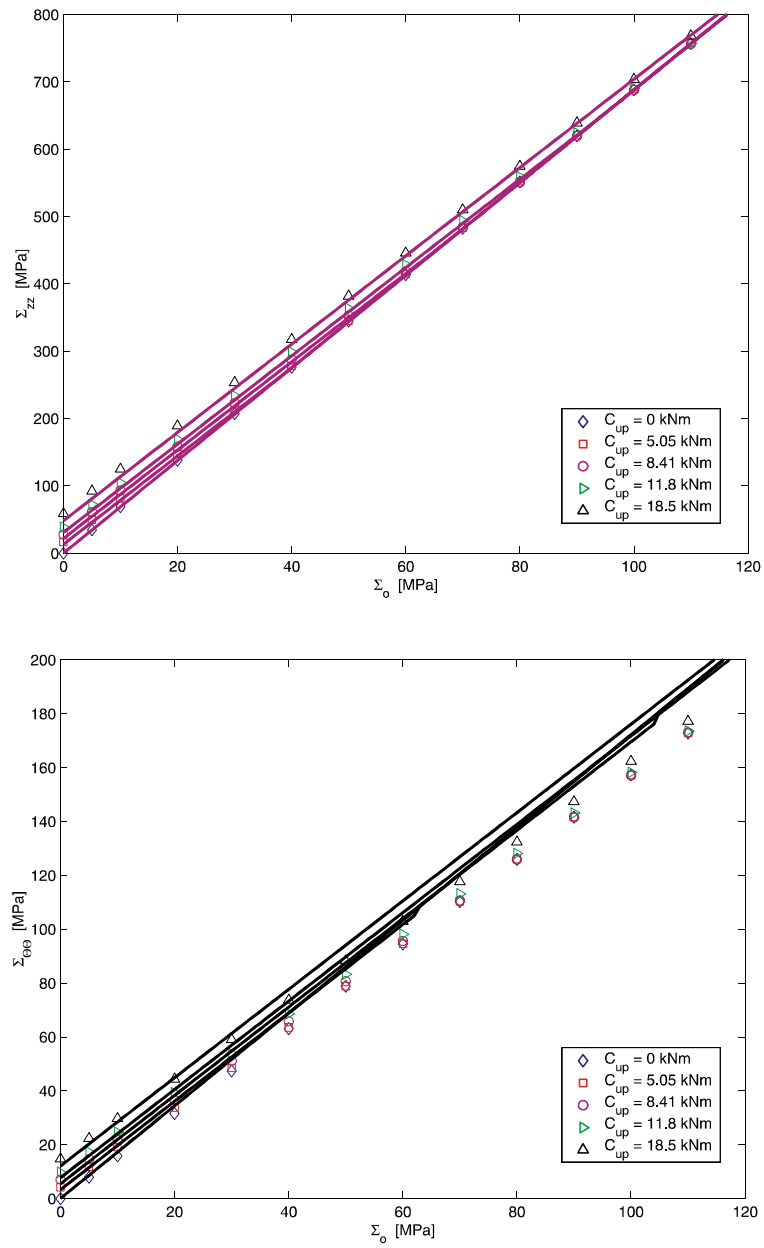


FIG. 3.18 – Comparaison entre ( 3.69) et la méthode des Éléments Finis pour la connexion  $NC_{40}$  au niveau du fond de filet du FET de la partie femelle pour un chargement en traction.

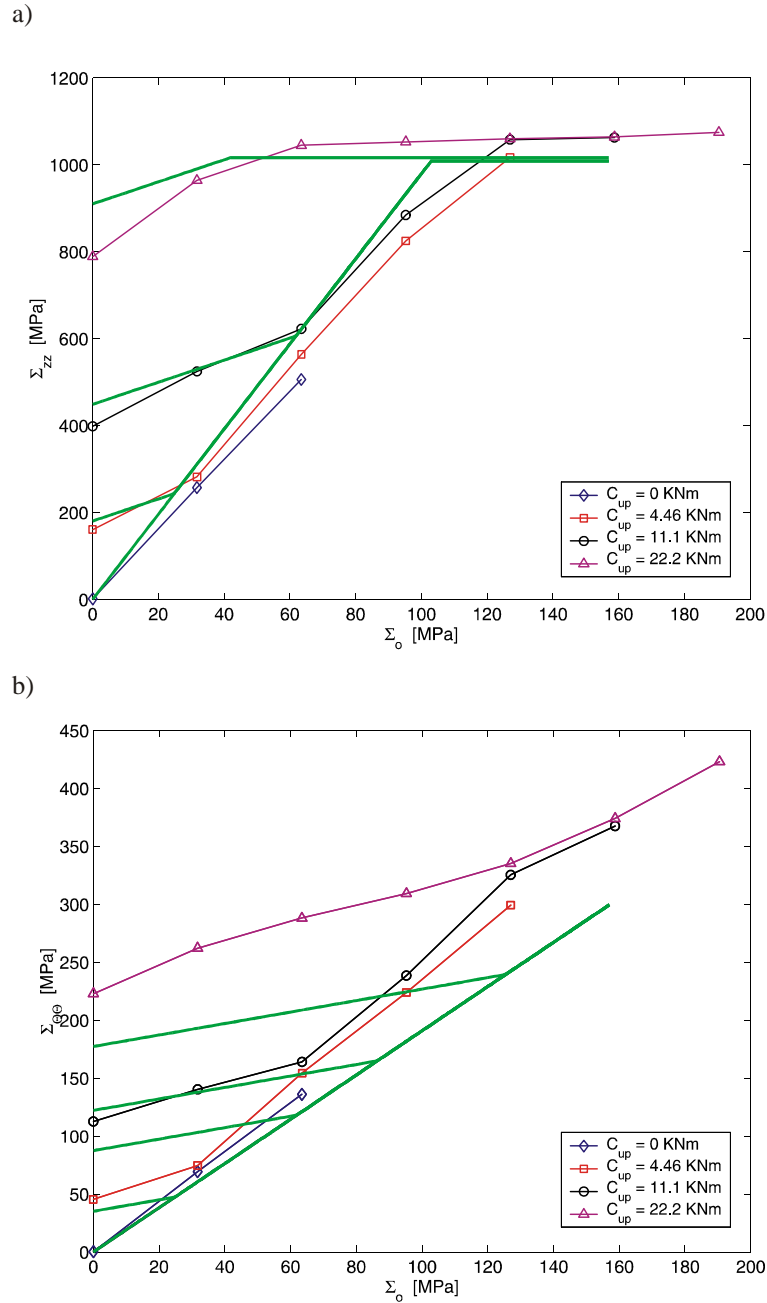


FIG. 3.19 – Comparaison entre ( 3.70) et la méthode des Éléments Finis pour la connexion *NC46* au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle pour un chargement en flexion.

### 3.8 Conclusions

Afin de palier le problème lié au temps de calcul imposé par la méthode des Éléments Finis, une solution approchée du champ de contraintes locales au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle et du FET de la partie femelle a été présentée.

Cette méthode se base sur la solution d'entaille proposée par (Filippi et Lazzarin, 2004; Atzori *et al.*, 2005) qui permet de calculer le champ de contraintes le long de la bissectrice d'une entaille circonférentielle dans le cas d'une barre cylindrique soumise à des chargements en Mode I.

La solution a tout d'abord été modifiée pour prendre en compte des géométries tubulaires. Ceci a été fait en ajoutant un nouveau terme dans l'expression de la contrainte radiale  $\Sigma_{RR}$  de telle sorte que cette contrainte s'annule au niveau du rayon intérieur  $R_i$  dans le cas d'une entaille externe et au niveau du rayon externe  $R_e$  dans le cas d'une entaille interne.

Cette solution proposée donne d'excellent résultats concernant la contrainte axiale  $\Sigma_{ZZ}$  dans le cas d'une entaille externe et pour les chargements en tension et flexion. Cependant elle est moins précise pour des géométries de tube présentant une entaille interne et soumis à des modes de chargement en flexion.

Une fonction hyperbolique a été ajoutée à la place du terme linéaire introduit précédemment dans l'expression de la contrainte radiale et une nette amélioration des prédictions a été constatée pour les modes de chargements en tension mais pas pour ceux en flexion.

Puis nous avons défini les limites de validations de la solution présentée. Ces limites sont dues au fait que la solution a été initialement développée avec une hypothèse de domaine semi-infini, et donc, suivant les dimensions du tube et de l'entaille, cette hypothèse peut être inadaptée. Ceci a pour conséquence que la solution ne permet pas de modéliser des facteurs de concentrations de contraintes trop élevés.

Nous avons donc défini un paramètre  $\xi$  qui caractérise la géométrie du tube entaillé. Ce paramètre doit être supérieur à une certaine valeur  $\xi^*$ , comprise entre 0.21 et 0.27, afin que la solution semi-analytique soit applicable.

Afin d'utiliser cette solution dans notre domaine d'application, cette dernière a été modifiée pour prendre en compte l'influence du couple de serrage  $C_{up}$ . Pour cela une équivalence mécanique du champ de contraintes en fond d'entaille, entre le tube et la connexion vissée, a été proposée.

L'analyse mécanique de la connexion sous un chargement en tension, développée dans le Chapitre 2, nous a permis de modéliser la réaction des pressions normales de contact au niveau de l'épaulement  $Q$ . De plus, nous avons vu qu'il est possible de déterminer une unique courbe de distribution des résultantes des pressions normales de contact  $\mathcal{F}_i$  au niveau de chaque filet.

Ainsi grâce à un seul calcul numérique, nous pouvons déterminer le coefficient  $\mathcal{F}_i$  qui nous permet de calculer les résultantes des pressions normales de contact au niveau de chaque filet pour n'importe quelles valeurs de tension  $T$  et de couple de serrage  $C_{up}$ .

Grâce à tout ceci, nous avons été capables d'effectuer une équivalence mécanique entre les fonds de filet de la connexion vissée et les fonds d'entaille d'un tube.

Pour les cas de chargement en flexion, une équivalence avec le mode de chargement en tension a été présentée. Ceci nous a permis de calculer les résultantes des pressions de contact au niveau des filets et au niveau de l'épaulement.

Finalement, une comparaison entre la solution développée dans ce chapitre et les résultats issus du modèle Éléments Finis, a montré que la solution semi-analytique donne des prédictions satisfaisantes.



## Chapitre 4

# Analyse en Fatigue de la Connexion Vissée

Les deux chapitres précédents s'attachaient à la détermination des cycles stabilisés du champ de contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}(t)$  au niveau des connexions vissées des éléments de la garniture de forage. Pour cela, deux méthodes de calcul ont été présentées ; un calcul global et un autre local.

La première méthode, qui se base sur la méthode des Éléments Finis, permet le calcul du champ de contraintes en tout point de la connexion sous un chargement en tension  $T$  et en flexion  $M$ . Les non linéarités introduites par la plasticité et le contact sont pris en compte par une loi matériau élastoplastique avec un écrouissage cinématique linéaire, et par l'algorithme de calcul de contact d'Abaqus.

La seconde méthode se base sur une solution élastique semi-analytique. Elle a été étendue aux calculs des contraintes en des points spécifiques de la connexion vissée, au niveau des fonds de filet du LET de la partie mâle et du FET de la partie femelle, sous un chargement en tension.

La dernière partie de la modélisation va donc maintenant s'intéresser au problème de la fatigue des garnitures de forage. Cette dernière est un phénomène qui se produit à l'échelle du grain de métal dont les grandeurs physiques conduisant le problème sont les contraintes mésoscopiques  $\underline{\underline{\sigma}}$ . Le problème de fatigue sera donc traité avec le critère de Dang Van qui permet le passage entre l'échelle macroscopique et l'échelle mésoscopique.

Ce chapitre débutera avec une présentation des causes de phénomènes de fatigue dans le domaine pétrolier. Puis nous répondrons à quelques questions relatives à l'analyse en fatigue de la garniture de forage. Après avoir introduit le critère de Dang Van, nous verrons une extension de ce dernier pour le domaine de l'endurance limitée et nous discuterons des résultats découlant de l'application de la méthode de prédiction de la durée de vie des garnitures.

Nous confronterons ensuite le critère de Dang Van étendu au domaine de l'endurance limitée dans le cas d'une plaque présentant une entaille et nous verrons comment améliorer les prédictions des durées de vie.

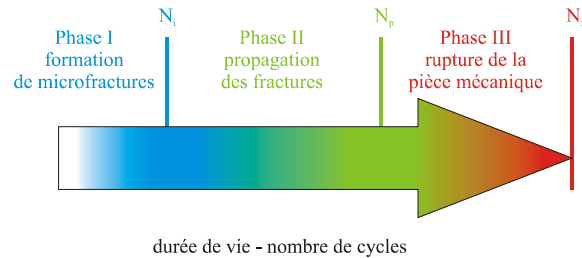
Nous verrons finalement comment traiter l'aspect aléatoire du chargement dans le domaine du forage pétrolier et nous finirons par quelques conclusions relatives aux travaux reportés dans ce chapitre.

### 4.1 La fatigue des garnitures de forage

La fatigue est un phénomène à plus ou moins long terme. Dépendant de l'amplitude des cycles de chargement que subit la structure, la rupture apparaîtra plus ou moins tôt durant sa vie. La figure 4.1.a représente la schématique de la durée de vie d'une structure soumise à des sollicitations d'amplitudes variables.

La phase I consiste en l'amorçage des micro-fissures, puis suit la phase II qui voit les micro-fissures se développer formant ainsi des macro-fissures. Enfin la phase III est la propagation de ces macro-fissures jusqu'à perte totale de l'intégrité de la structure.

a)



b)

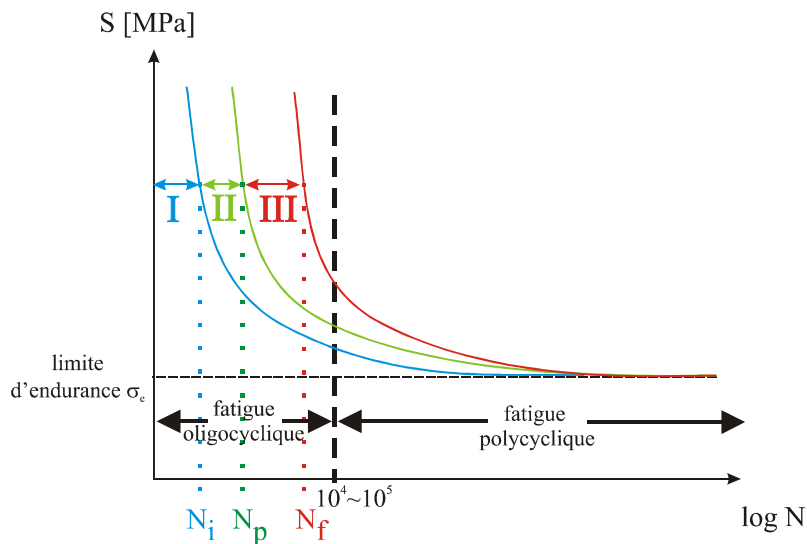


FIG. 4.1 – Schématique de la durée de vie d'une structure mécanique : a) flèche de durée de vie ; b) courbe de Wöhler.

La figure 4.1.b est une représentation schématique de ces phases dans le graphique  $S - N$  obtenu à l'aide d'essais expérimentaux de fatigue. Ces courbes représentent donc les nombres de cycles  $N$  nécessaires pour amener une structure à l'amorçage d'une micro-fissure (phase I), l'apparition de la première macro-fissure (phase II) et la rupture (phase III) pour des valeurs d'amplitude de chargements cycliques  $S$ . Ces essais mettent en évidence la limite d'endurance  $\sigma_e$ , sous laquelle la structure ne présentera jamais de phénomène de fatigue. En général cette limite est égale à 75 % de la limite élastique  $\sigma_y$ .

Le domaine de fatigue est souvent divisé en deux catégories : la fatigue oligocyclique et la fatigue polycyclique.

On estime généralement que la limite entre ces deux domaines se situe autour de  $N = 10^4 \sim 10^5$  cycles, mais une meilleure définition consiste à dire qu'en fatigue polycyclique la structure ne présente pas ou très peu de déformations plastiques macroscopiques à l'inverse de la fatigue oligocyclique (Constantinescu *et al.*, 2003).

En effet, la fatigue oligocyclique se caractérise par de fortes amplitudes de chargement et donc



la structure présentera des phénomènes de fatigue plus rapidement, les critères développés pour ce domaine de fatigue se basant principalement par les amplitudes des déformations plastiques accumulées  $\varepsilon_p^{eq}$ .

Dans le domaine de la fatigue polycyclique, les amplitudes de chargement sont relativement faibles et donc les durées de vie des structures peuvent atteindre des durées de vie égales à  $10^7$  cycles. Les déformations plastiques induites peuvent être très faibles et donc les critères se basent généralement sur les contraintes macroscopiques.

L'échelle pertinente pour le traitement de la fatigue est l'échelle du grain. Ainsi, le critère de Dang Van se base sur le calcul des contraintes mésoscopiques  $\underline{\sigma}$ . La modélisation du problème de fatigue utilisera ce critère pour déterminer la durée de vie  $N$  d'une garniture de forage soumise à des sollicitations d'amplitudes variables.

Le phénomène de fatigue peut apparaître pour des raisons diverses (Suresh, 1998). Dans le domaine du forage, les principales causes peuvent être dues à :

- les concentrations de contraintes dues aux géométries des tiges de forage (Tafreshi et Dover, 1993) ou bien aux marques laissées par les clefs de serrage sur les tiges de forage (Rahman *et al.*, 1999)
- la corrosion due à l'environnement spécifique lié au forage, en particulier la présence de dioxyde de carbone  $CO_2$  et de sulfure d'hydrogène  $H_2S$  qu'on retrouve dans les gisements d'hydrocarbure (Grondin et Kulak, 1991)
- la fatigue de contact liée au petit débattement entre deux pièces, mâle et femelle, en contact. Celle-ci engendre des contraintes élevées au niveau des surfaces de contact
- l'abrasion due au frottement de la garniture sur la paroi du puits de forage. On rencontre principalement ce phénomène dans les coudes des puits déviés ou horizontaux et par le flambement de la garniture.

Une des causes principalement citées dans la littérature, est la fatigue due au facteur de concentration de contraintes (Brennan, 1995). Cette dernière prend siège dans les connexions vissées au niveau des congés des filets de la partie mâle et de la partie femelle comme nous l'avons vu dans le Chapitre 2.

Cependant l'environnement agressif ( $H_2S$  principalement) dans lequel la garniture de forage se trouve peut accélérer l'amorçage d'une fissure dans les éléments de la garniture de forage (Vaisberg *et al.*, 2002).

## 4.2 Questions importantes et résultats existants

Cette partie tente de répondre à quelques questions relatives au problème de fatigue rencontré dans le domaine du forage :

*Quels sont les critères de fatigue multiaxiale polycyclique existant ?*

Une grande diversité de critères multiaxiaux de fatigue polycyclique est à disposition de l'ingénieur. La majeure partie de ces critères utilise les quantités physiques associées à l'échelle macroscopique. Ces critères ont été développés suivant différents points de vue tels que les critères empiriques (Gough et Pollard, 1935; Cough *et al.*, 1951), les critères basés sur les invariants du tenseur de contraintes (Crossland, 1956; Sines, 1959), les critères de plan critique (Findley, 1959; Mataka, 1977) et les critères énergétiques (Leis, 1977; Garud, 1979; Skelton, 1991).

Les critères empiriques sont généralement basés sur des modifications des critères de von Mises ou de Tresca dédiés à la plasticité et ont été élaborés suite à une grande campagne d'essais de fatigue. En 1935, Gough et Pollard, 1935 ont proposé deux différentes formules empiriques elliptiques pour chaque type de matériaux testés, aciers ductiles et fragiles, qui utilisent les amplitudes des

contraintes pour prédire la fatigue en endurance illimitée en flexion et torsion

$$\frac{t_a^2}{t_\infty^2} + \frac{f_a^2}{f_\infty^2} = 1 \quad \text{fragiles,} \quad (4.1)$$

$$\frac{t_a^2}{t_\infty^2} + \left( \frac{f_\infty}{t_\infty} - 1 \right) \frac{f_a^2}{f_\infty^2} + \left( 2 - \frac{f_\infty}{t_\infty} \right) \frac{f_a}{f_\infty} = 1 \quad \text{ductiles,} \quad (4.2)$$

avec  $t_a$ ,  $f_a$ ,  $t_\infty$  et  $f_\infty$  étant respectivement les amplitudes de torsion et de flexion et les limites de fatigue en endurance illimitée en torsion et flexion alternée.

Par la suite, plusieurs auteurs ont proposé de réviser la formule ci-dessus pour prendre en compte l'influence du déphasage entre les chargements appliqués.

Ces types de critères peuvent donner de très bonnes prédictions dans la gamme de sollicitations étudiées durant la campagne d'essais. Mais en dehors de cette gamme ou pour des chargements plus complexes, ces critères sont généralement inexploitable. Par ailleurs, ces types de travaux ne permettent pas de donner une explication aux phénomènes mis en jeu durant le processus de fatigue.

Les critères basés sur les invariants du tenseur de contraintes tels que celui de Sines, 1959 ou de Crossland, 1956 se fondent sur le choix du plan octaédral comme plan de cisaillement maximal. En effet, les différents essais de fatigue ont permis de mettre en évidence qu'après l'amorçage de la fissure, celle-ci se propage suivant un plan de cisaillement. Cette remarque met en avant l'importance du cisaillement dans l'amorçage d'une fissure.

Ainsi, Sines et Crossland ont choisi l'amplitude du second invariant du tenseur de contrainte  $J_a$  comme paramètre majeur contrôlant l'amorçage d'une fissure. D'autres essais expérimentaux ont montré aussi l'importance de la pression hydrostatique  $P$  dans le processus de fatigue.

Les critères de Sines et de Crossland s'écrivent

$$J_a + \alpha P_m \leq \beta \quad \text{Sines,} \quad (4.3)$$

$$J_a + \alpha' P_{\max} \leq \beta' \quad \text{Crossland,} \quad (4.4)$$

avec  $P_m$  et  $P_{\max}$  étant respectivement la pression hydrostatique moyenne et maximale durant le chargement et les constantes  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\alpha'$  et  $\beta'$  sont calculées en fonction de deux limites de fatigue.

Les critères basés sur le concept du plan critique s'appliquent en deux étapes. Premièrement, le plan critique est théoriquement calculé en maximisant les amplitudes et/ou les valeurs de certaines composantes du tenseur de contraintes. Dans le cas des critères utilisant le second invariant du tenseur des contraintes, le plan critique correspond au plan octaédral. Deuxièmement, la limite en fatigue illimitée est déterminée en utilisant les contraintes agissantes sur le plan critique calculées dans la première étape.

Findley, 1959 a proposé de déterminer ce plan critique en maximisant une combinaison linéaire de l'amplitude du cisaillement  $C_a$  et de la contrainte normale maximale  $N_{\max}$ . L'orientation de ce plan est décrit par les coordonnées sphériques  $\{\varphi_c, \vartheta_c\}$  du vecteur unité normal au plan  $w_c$  tel que

$$\{\varphi_c, \vartheta_c\} : \max \{C_a(\varphi, \vartheta) + A N_{\max}(\varphi, \vartheta)\}. \quad (4.5)$$

L'endurance illimitée de la structure est obtenue en appliquant l'expression suivante

$$C_a(\varphi_c, \vartheta_c) + B N_{\max}(\varphi_c, \vartheta_c) \leq D, \quad (4.6)$$

où les constantes  $B$  et  $D$  sont déterminées en fonction de deux limites de fatigue.

Zouain et Cruz, 2002 ont développé un critère multiaxial de fatigue inspiré de la théorie d'adaptation élastique à l'échelle macroscopique, et font intervenir des variables internes  $\mathcal{A}$  qui permettent de caractériser l'état mécanique à l'échelle mésoscopique.

On rappelle que la théorie d'adaptation permet de prévoir l'évolution d'une structure anélastique vers un état limite élastique subissant un chargement variable au cours du temps :

**Théorème de Q. S. Nguyen :** *L'adaptation élastique apparaît, pour toutes conditions initiales de la structure, s'il existe un champ de paramètres internes  $\{E_p^*, \beta^*\}$  et un coefficient de sécurité  $m > 1$  tels que le champ associé aux efforts généralisés  $m\mathcal{A}^*(t)$ , obtenu pour les paramètres internes  $\{E_p^*, \beta^*\}$ , est plastiquement admissible pour tout  $t > T$*

$$g(\underline{\underline{\Sigma}}, m\mathcal{A}^*) < 0 \quad (4.7)$$

où la fonction  $g$  représente le domaine élastique.

Ce théorème s'appuie sur la normalité de loi associative de l'écoulement plastique par rapport au domaine de plasticité et induit, de par ses conséquences, une limite finie sur l'énergie de dissipation et la différence entre les contraintes réelles de la structure et les contraintes purement élastiques.

Le critère de fatigue de Zouain et Cruz, 2002 s'inspire de ces travaux pour l'étendre au cas de fatigue en endurance illimitée. Au lieu de la fonction  $g$  qui représente le domaine élastique, le théorème est appliqué avec une fonction  $f$  qui définit le domaine en endurance illimitée. Ce critère revient donc à optimiser une fonction coût qui dépend du tenseur de contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  et des variables internes  $\mathcal{A}$ . Cette méthode permet en quelque sorte de s'affranchir des techniques d'homogénéisation comme celle développée dans le cadre du critère de Dang Van et présentée dans l'Annexe C.

La fonction  $f$  associée au domaine de l'endurance illimitée a été choisie comme une interaction quadratique entre le second invariant du tenseur des contraintes et la pression hydrostatique moyenne, et cette fonction répond à quelques observations expérimentales telle que l'indépendance de la limite de fatigue en torsion en fonction d'un cisaillement moyen (Davoli *et al.*, 2003).

Les critères énergétiques ont aussi été développés pour prédire la fatigue polycyclique tel que celui de Banvillet *et al.*, 2003. Ces critères n'ont pas pour but de prédire la direction de propagations de la fissure mais de prédire l'amorçage de cette dernière. L'approche énergétique se base sur le fait que l'énergie apportée au système est emmagasinée d'une part sous forme d'énergie élastique et que le reste de cette énergie est dissipé sous diverses formes telles que les déformations plastiques ou bien les dissipations thermiques.

Ces critères sont généralement utilisés dans le domaine de la fatigue oligocyclique ou bien dans des problèmes thermomécaniques (Charkaluk *et al.*, 2001; Constantinescu *et al.*, 2004; Amiable *et al.*, 2005). La principale raison est que, dans ces types de problème, la dissipation énergétique est plus facilement quantifiable à l'échelle macroscopique alors que, dans le domaine polycyclique, la dissipation d'énergie est principalement due aux mouvements de dislocations à l'échelle microscopique qui se traduit par des déformations plastiques dans quelques grains de métal isolés et rend donc l'estimation de ses dissipations plus délicates.

La preuve expérimentale de ce phénomène de dissipations d'énergie a été montrée par les travaux de (Luong et Van, 1992; Luong, 1995). Une caméra thermographique à infrarouge a permis de définir la limite de fatigue en endurance illimitée en mesurant l'instant où une soudaine augmentation du taux d'énergie dissipée par effet thermique apparaît comme il est présenté dans la figure 4.2.

*Comment effectuer le cumul de l'endommagement des tiges de forage ?*

Une des grandes difficultés du problème de fatigue réside dans le cumul de l'endommagement provoqué par la répétition de sollicitations. Dans notre problème précisément, les tiges de forage seront utilisées dans plusieurs opérations et donc les paramètres de forage (vitesse de rotation, poids au crochet, ...) seront différents suivant la nature des couches géologiques à forer, la longueur totale de la garniture de forage, etc... Tout ceci engendrera des sollicitations de types poutres en tension  $T$ , en torsion  $C$  et en flexion  $M$  d'amplitudes variables. De plus les dysfonctionnements vibratoires peuvent aussi induire des amplitudes variables dans ces sollicitations poutres.

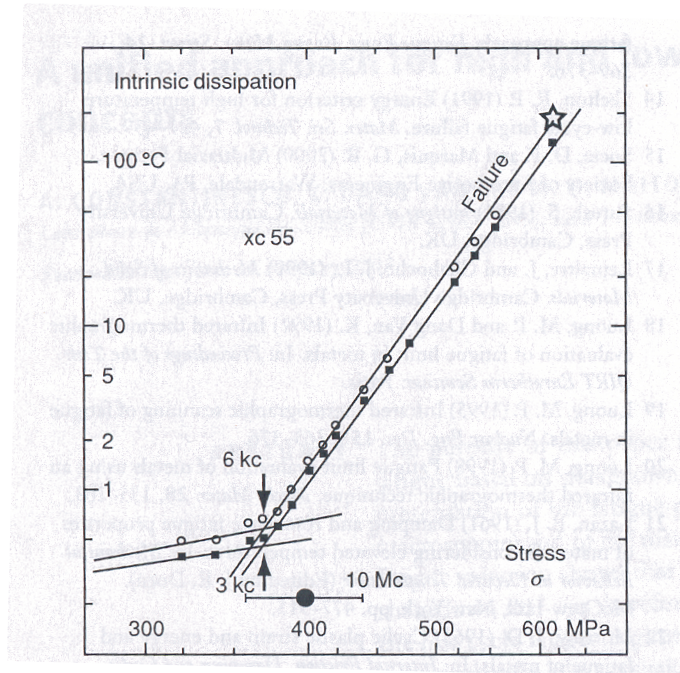


FIG. 4.2 – Variation du taux de dissipations d'énergie avec l'augmentation de la contrainte en flexion rotative pour l'acier XC55 (extrait de Luong, 1995).

La mise en place d'une méthodologie de cumul de l'endommagement est donc nécessaire afin d'éviter les risques d'utiliser une tige de forage fortement endommagée pouvant nuire à l'intégrité de la garniture toute entière.

Dans le domaine industriel et plus particulièrement du forage pétrolier, la règle de cumul de l'endommagement induite par la fatigue est généralement réalisée à l'aide de la loi de Miner. Cette méthode se base sur une modélisation énergétique de l'endommagement au travers du rapport  $\frac{n}{N}$  où  $n$  est le nombre de cycles de chargement encouru par la structure et  $N$  est la durée de vie totale de la structure exprimée en nombre de cycles de chargement. Cependant cette loi n'est efficace que dans les cas où le chargement que subit la structure est uniaxial et les variations d'amplitudes du chargement sont très faibles.

En poursuivant les travaux de Papadopoulos, 1996, Morel, 2000 a développé une méthodologie de calcul de la durée de vie des structures soumises à des chargements multiaxiaux d'amplitudes variables dans le domaine de la fatigue polycyclique. Dans ce modèle, la déformation plastique au niveau de l'échelle mésoscopique est la variable d'endommagement. L'écoulement plastique du cristal suit la loi de Schmid

$$f(\underline{\tau}, \underline{b}, \underline{\tau}_y) = (\underline{\tau} - \underline{b}) \cdot (\underline{\tau} - \underline{b}) - \underline{\tau}_y^2, \quad (4.8)$$

où  $\underline{\tau}$ ,  $\underline{b}$ ,  $\underline{\tau}_y$  sont respectivement le cisaillement mésoscopique, l'écroutissage cinématique et la limite d'élasticité mésoscopique.

Le comportement mécanique du cristal est décrit par trois différentes phases (voir figure 4.3) : le durcissement, la saturation et l'adoucissement. Le calcul de l'endommagement se fait donc au travers du cumul des déformations plastiques mésoscopiques. Ces déformations plastiques mésoscopiques s'obtiennent au travers d'un critère de fatigue comme celui proposé par Dang Van. L'amorçage d'une fissure est prédite aussitôt que la déformation plastique accumulée atteint une valeur critique.

Une autre approche pour la prédiction d'amorçage de fissures a été initiée par Kachanov, 1958, puis développée par (Chaboche, 1992; Lemaitre, 1992). L'approche est phénoménologique et l'en-

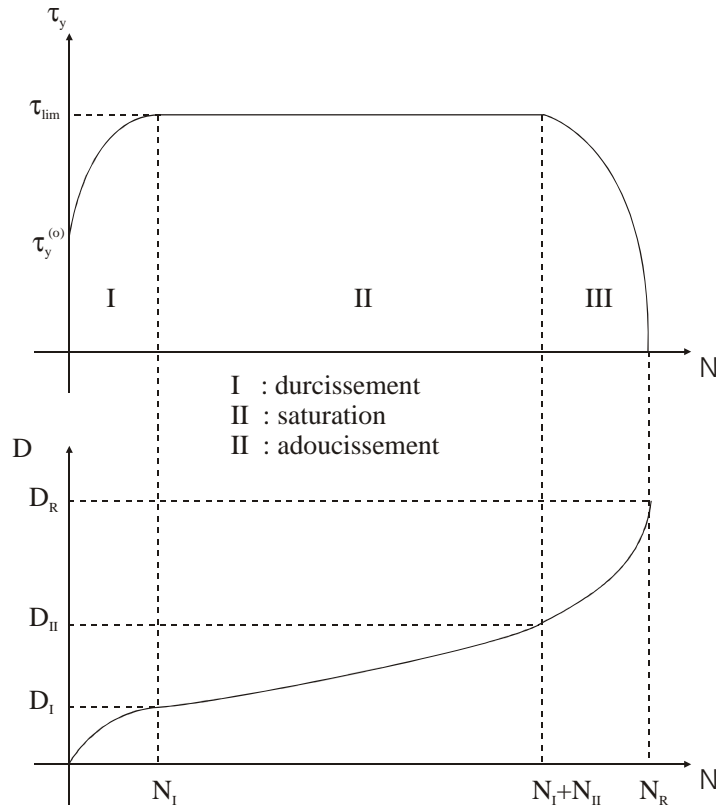


FIG. 4.3 – Évolutions de la limite d'élasticité  $\tau_y$  (haut) et de l'endommagement (bas).

dommagement est généralement représenté par un scalaire, un vecteur ou un tenseur caractérisant la densité moyenne de fissures et leur orientation principale. L'énergie spécifique élastique est alors supposée dépendre du tenseur de déformations et des variables d'endommagement, générant ainsi un cadre théorique pour une modélisation constitutive donnant accès aux lois d'évolution du module élastique et de l'endommagement. L'amorçage d'une fissure est prédite aussitôt que la variable d'endommagement a atteint sa valeur critique.

Dans les travaux de Seweryn et Mróz, 1998, la variable d'endommagement est un scalaire  $\omega_{n\sigma}$ , compris entre 0 et 1, qui affecte les contraintes limites de rupture en mode I  $\sigma_c$  et en mode II  $\tau_c$  au travers de formules empiriques.

Ce critère de rupture est donné sous la forme suivante

$$R_\sigma = \sqrt{\left(\frac{\langle\sigma_n\rangle}{\sigma_c}\right)^2 + \left(\frac{\tau_n}{\tau_c}\right)^2}, \quad (4.9)$$

où  $\sigma_n$  et  $\tau_n$  sont les contraintes normale et tangentielle agissant sur une facette, et l'opérateur  $\langle \rangle$  permet de différencier les états en compression et en traction, i.e.  $\langle\sigma_n\rangle = 0$  en compression et  $\langle\sigma_n\rangle = \sigma_n$  en traction. Le choix de l'expression du critère de rupture n'est pas arrêté et un autre type de critère peut se subtiliser à (4.9) tel que le critère de Coulomb.

L'évolution de la variable d'endommagement  $\omega_{n\sigma}$  est ensuite reliée au critère de rupture  $R_\sigma$  au travers d'une fonction empirique. Finalement, le critère de rupture est appliqué pour toutes les facettes afin de trouver la direction de l'endommagement maximal (voir figure 4.4).

Cette méthode a l'avantage d'avoir un cadre théorique correctement formulé s'inspirant de la théorie de la plasticité mais elle s'applique principalement aux matériaux fragiles.

*Quels sont les effets sur le calcul de la durée de vie liés à la présence d'une entaille ?*

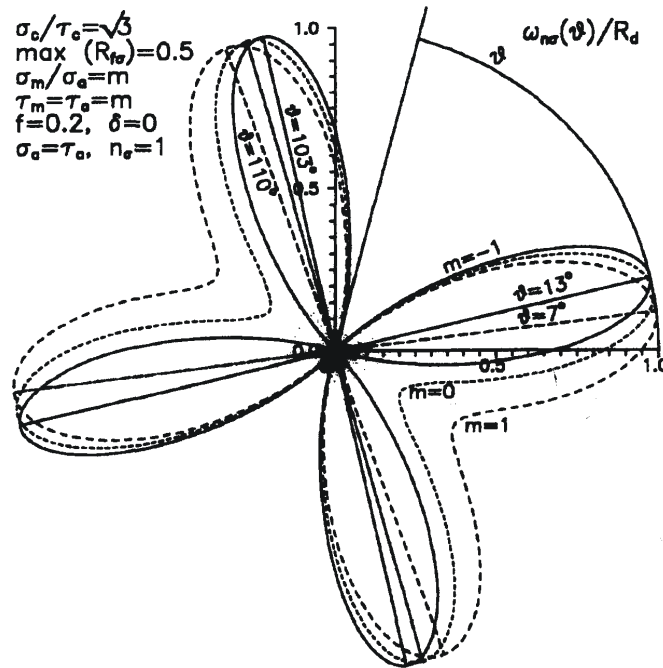


FIG. 4.4 – Distribution de la variable d'endommagement  $\omega_{n\sigma}$  dans un diagramme polaire (extrait de Seweryn et Mróz, 1998).

Parmi toutes les causes induisant une erreur sur le calcul de la durée de vie, une attention particulière a été portée sur celle due à l'effet d'échelle au niveau des discontinuités géométriques d'une structure telles qu'un congé ou bien une soudure. Ces discontinuités géométriques vont entraîner une augmentation des contraintes locales qui se définit au travers d'un facteur de concentration de contraintes  $K_t$ . De plus, il entraîne aussi une réduction du seuil d'endurance illimitée  $\sigma_p$  qui se définit au travers d'un facteur de réduction de fatigue  $K_f$  égale au ratio entre la limite d'endurance illimitée pour une éprouvette lisse  $\sigma_o$  et celle d'une éprouvette entaillée. Généralement on constate expérimentalement que  $K_f \leq K_t$ .

Il a été admis dans la communauté scientifique que cette réduction du seuil d'endurance illimitée est due à l'existence de micro-fissure non-propageante au niveau de la surface libre de la discontinuité géométrique (Quesnay *et al.*, 1988). Frost (Frost, 1955; Frost, 1957) a réalisé des essais de fatigue sur des éprouvettes entaillées sur des alliages d'aluminium et des aciers doux qui permirent de mettre en évidence que pour des entailles présentant de grands facteurs de concentration, le seuil d'endurance illimitée  $\sigma_p$  est plus grand que la contrainte nécessaire pour initier une fissure  $\sigma_i$ . Pour des contraintes comprises entre  $\sigma_i$  et  $\sigma_p$ , des fissures se forment mais ne se propagent pas (voir figure 4.5). De plus, Frost a montré que des fissures non-propageantes se formeront pour des entailles ayant un rayon en fond d'entaille inférieur à un rayon critique, et que la contrainte nécessaire à l'amorçage d'une fissure est approximativement égale au seuil d'endurance illimité pour une éprouvette lisse  $\sigma_e$  divisé par le facteur de concentration de contraintes  $K_t$ . Toutefois, Frost précise que ces calculs ne sont pas tout à fait exacts à cause des effets du gradient de contraintes ou bien de la plasticité locale.

Les critères de fatigue classiques tels que celui de Crossland ou bien celui de Dang Van surestiment donc généralement les durées de vie car les paramètres de ces critères sont déduits à partir d'essais de fatigue effectués sur des éprouvettes lisses.

Afin de tenir compte de l'effet de l'entaille sur la fatigue, certaines méthodes s'attachent à diminuer les contraintes utilisées dans le critère de fatigue. Parmi toutes ces méthodes, nous pou-

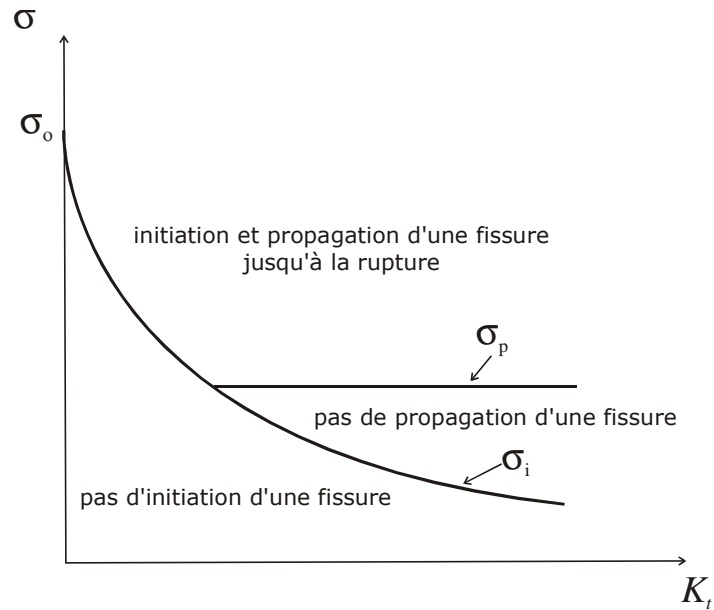


FIG. 4.5 – Fonctionnement d’une fissure de fatigue en fonction de la contrainte appliquée et du facteur de concentrations de contraintes.

vons citer celle du point critique (Susmel et Taylor, 2006; Naik *et al.*, 2005) ou bien l’approche volumétrique (Adib et Pluvinage, 2003; Banvillet *et al.*, 2003).

La méthode du point critique a été proposée par Taylor, 1999 et consiste simplement à utiliser non pas les contraintes au niveau du fond de l’entaille mais celles calculées à une certaine distance  $\zeta$  comme il est illustré dans la figure 4.6. En effet, le gradient de contraintes est très élevé pour des structures présentant une entaille et donc les contraintes calculées à une certaine distance, de l’ordre de la taille des grains du matériau (entre  $10\ \mu m$  et  $100\ \mu m$ ) constituant la structure, peuvent diminuer de 20 % par rapport aux contraintes maximales calculées en fond d’entaille.

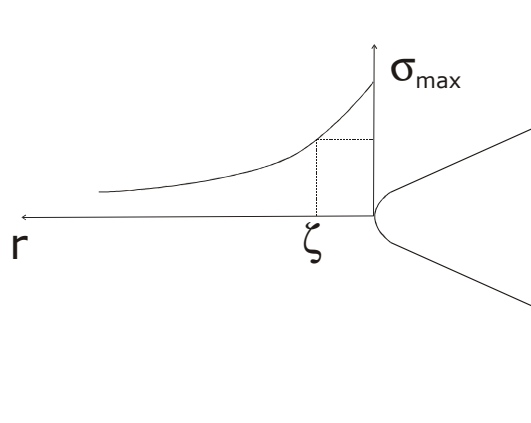


FIG. 4.6 – Schéma de principe de la méthode de la distance critique.

*Comment prendre en compte la nature quasi-aléatoire du chargement ?*

La majeure partie des critères de fatigue proposés ont été développés pour des cas de chargements cycliques. Dans le cas du forage pétrolier, les dysfonctionnements vibratoires peuvent

apparaître et disparaître aussitôt donnant lieu à des sollicitations de nature quasi-aléatoire. Donc la difficulté réside dans l'analyse temporelle des sollicitations afin d'extraire un chargement simplifié équivalent en terme d'endommagement par fatigue.

Différentes techniques ont été développées afin de prendre en compte la nature aléatoire d'un chargement tel que la méthode *rainflow*, l'approche spectrale ou bien l'approche fiabiliste comme la méthode contrainte-résistance.

La méthode *rainflow*, initiée par Endo, 1974, consiste à extraire des cycles de chargements simplifiés à partir d'un signal aléatoire. Des gouttes d'eau séquentiellement lâchées depuis chacun des extrémas du signal de la sollicitation sont suivies durant leurs parcours. Les règles d'écoulement sont les suivantes :

- si la chute commence à partir d'un pic
  - la goutte s'arrêtera si elle rencontre un pic opposé plus grand que celui de départ (voir figure 4.7a),
  - elle s'arrêtera aussi si elle rencontre le chemin parcouru par une autre goutte (voir figure 4.7b),
  - la goutte peut tomber sur un autre toit et continuer à glisser selon les deux règles précédentes.
- si la chute commence à partir d'une vallée
  - la goutte s'arrêtera si elle rencontre une vallée plus profonde que celle de départ (voir figure 4.7.c),
  - elle s'arrêtera aussi si elle rencontre le trajet d'une goutte venant d'une vallée précédente (voir figure 4.7.d),
  - la goutte peut tomber sur un autre toit et continuer à glisser selon les deux règles précédentes.

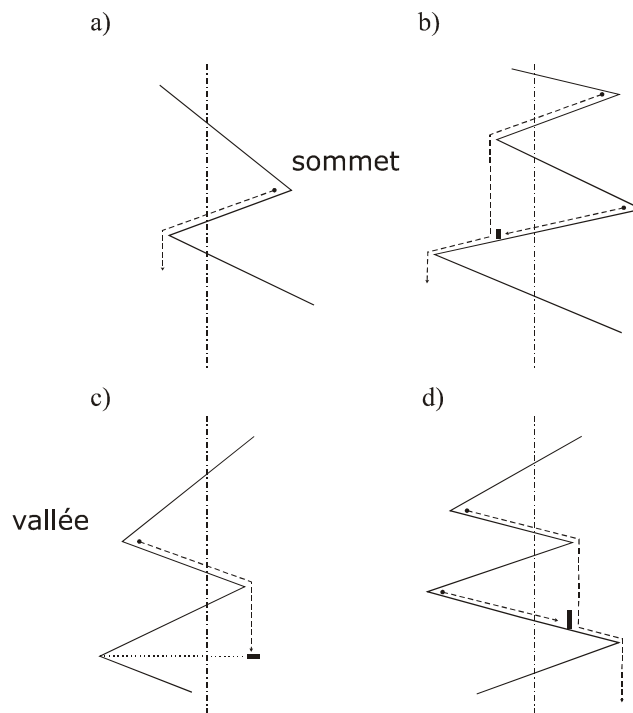


FIG. 4.7 – Schéma des différentes règles de la méthode *rainflow*.

Cette méthode a l'avantage d'être facile à mettre en oeuvre mais l'inconvénient principal réside dans le fait qu'elle donne les mêmes résultats sur le plan de l'endommagement accumulé quel que



soit l'ordre des blocs de cycles, ce qui ne reflète pas les observations expérimentales.

Une autre méthode pour prendre en compte la nature aléatoire d'un chargement est l'approche spectrale (Pitoiset *et al.*, 1999). Cette approche est basée sur une nouvelle définition de la contrainte de von Mises comme processus aléatoire. Cette contrainte variable uniaxiale équivalente est construite dans le domaine fréquentiel en combinant, pour chaque fréquence, les densités spectrales de puissance des contraintes de von Mises. La densité spectrale de puissance du processus équivalent est ainsi obtenue et il est possible de calculer ses moments spectraux et d'appliquer les formules de prédictions de fatigue uniaxiale comme l'approximation de *Rayleigh* (Crandall et Mark, 1963) ou bien la méthode du *Single Moment* (Larsen et Lutes, 1991).

Une autre méthode qui a été développée au sein de PSA Peugeot Citroën (Bignonnet, 2001; Thomas *et al.*, 2001) se base sur une approche fiabiliste. Cette approche met en avant une distribution de probabilité sur le chargement que subit la structure et sur la résistance en fatigue du matériau constituant cette structure. Cette technique permet de garantir une fiabilité en chargement, traduite par un risque acceptable. La fiabilité visée est atteinte grâce à la maîtrise du recouvrement de la distribution de résistance des pièces et de la distribution de sévérité du chargement. L'approche fiabiliste permet de ne pas avoir à garantir que la pièce la plus faible résiste au chargement le plus sévère car ce cas de figure a une probabilité très faible d'arriver et conduirait à un surdimensionnement des pièces. Nous verrons à la fin de ce chapitre une application de cette méthode au domaine du forage pétrolier.

### 4.3 Présentation et application du critère de Dang Van

Dans cette partie, on se propose de mettre en place le critère de Dang Van afin de prédire le risque de rupture par fatigue des garnitures de forage. Le critère de Dang Van utilise le concept du plan critique pour déterminer le trajet de chargement induisant le maximum d'endommagement. Pour ce faire, Dang Van considère que l'amorçage d'une fissure est un phénomène qui se produit à l'échelle des grains de métal. En effet, il suppose que la fissure s'initiera au niveau d'un grain défavorablement orienté, si ce dernier ne s'est pas adapté durant le chargement répété.

Le critère de Dang Van utilise le cisaillement mésoscopique  $\tau$  et la pression hydrostatique mésoscopique  $p$ , qui est égale à la pression hydrostatique macroscopique  $P$ . La méthode de passage entre les échelles macroscopique et mésoscopique est faite en utilisant l'hypothèse de Lyn-Taylor et est présentée dans l'Annexe C.

Le critère de Dang Van s'exprime de la manière suivante : la structure présentera une durée de vie infinie si

$$\max \{ \tau + a_{\infty} P \} \leq b_{\infty} \quad (4.10)$$

avec

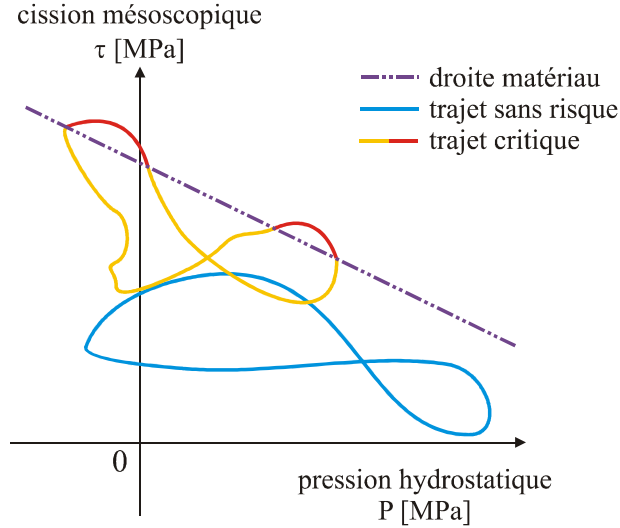
$$b_{\infty} = t_{\infty}, \quad (4.11)$$

$$a_{\infty} = \frac{t_{\infty} - f_{\infty}/2}{f/3} \quad (4.12)$$

où  $t_{\infty}$  et  $f_{\infty}$  représentent respectivement les limites d'essais de fatigue alternée en torsion et en flexion. Pour l'acier constituant les connexions vissées, acier *42CrMo4*, ces limites de fatigue sont égales à 260 MPa en torsion alternée et à 400 MPa en flexion alternée (Zenner *et al.*, 1985).

Ce critère de fatigue permet de déterminer si la structure présentera de la fatigue ou non, mais en aucun cas il ne donne une information concernant la durée de vie  $N$  de la structure.

La figure 4.8 illustre ce critère dans l'espace  $\{\tau, P\}$ ; les trajets de chargement sans risque de fatigue sont ceux restant en dessous de la droite matériau et les trajets de chargement comportant un risque de fatigue sont ceux qui croisent ou restent au-dessus de cette droite.

FIG. 4.8 – Schéma du trajet de chargement dans le diagramme  $\{\tau, P\}$ .

Dans la pratique, la méthodologie d'application du critère de Dang Van est illustrée par la figure 4.10. Les différentes étapes sont :

- la détermination des cycles des contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  s'appliquant en tout point de la structure,
- le calcul de la partie déviatorique  $\underline{\underline{S}}$  et de la partie hydrostatique  $P$ ,
- la détermination du centre  $\underline{\underline{C}}$  de la plus petite hypersphère circonscrite au trajet de chargement dans l'espace des déviateurs de contraintes (voir figure 4.9). Comme il est présenté dans l'Annexe C, ce centre  $\underline{\underline{C}}$  représente le champ de contraintes autorésiduelles à l'échelle du cristal. Ce calcul demande une minimisation des hypersphères circonscrites au trajet de chargement qui a été réalisée à l'aide d'un code d'optimisation Matlab SDPT3 (Tütüncü *et al.*, 2001). Une comparaison des différentes méthodes pour le calcul du centre est présentée dans les travaux de (Bernasconi, 2002; Bernasconi et Papadopoulos, 2005).

L'inconvénient de la recherche du centre de l'hypersphère est que ce calcul doit être fait pour tous les points de la structure étudiée, ce qui coûte un temps de calcul non négligeable. Toutefois si la structure répond de façon linéaire aux sollicitations imposées (voir Chapitre 2), c'est-à-dire que le trajet de chargement est d'une nature affine dans l'espace des déviateurs de contraintes, on peut calculer les composantes de ce centre  $\underline{\underline{C}}$  comme la moyenne des deux extremums du champ de déviateur de contraintes  $\underline{\underline{S}}$

$$\underline{\underline{C}} = \frac{1}{2} (\underline{\underline{S}}^{\max} + \underline{\underline{S}}^{\min}). \quad (4.13)$$

- le calcul des cycles de contraintes mésoscopiques  $\underline{\underline{\sigma}}(t)$

$$\underline{\underline{\sigma}}(t) = \underline{\underline{\Sigma}}(t) - \underline{\underline{C}}, \quad (4.14)$$

- la détermination du cisaillement maximal  $\tau$  suivant le critère de Tresca

$$\tau = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2}, \quad (4.15)$$

où  $\sigma_I$  et  $\sigma_{III}$  sont les contraintes principales mésoscopiques avec  $\sigma_I > \sigma_{III}$

- et l'application du critère donnée par (4.10).

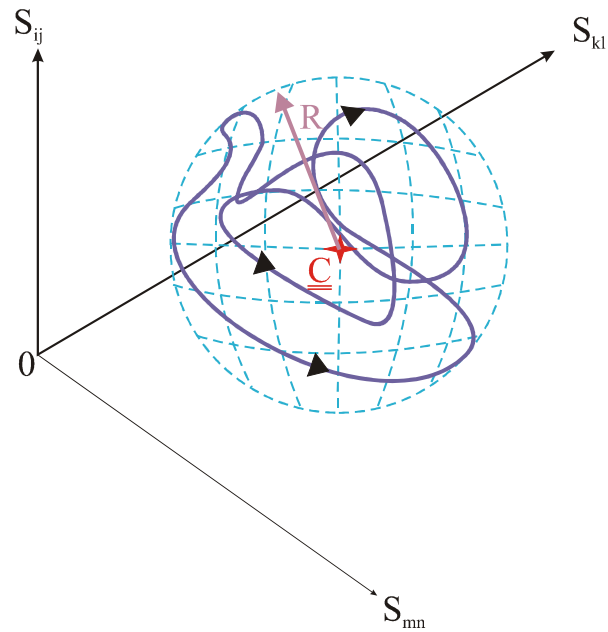


FIG. 4.9 – Hypersphère de centre  $\underline{\underline{C}}$  circonscrite au trajet de chargement.

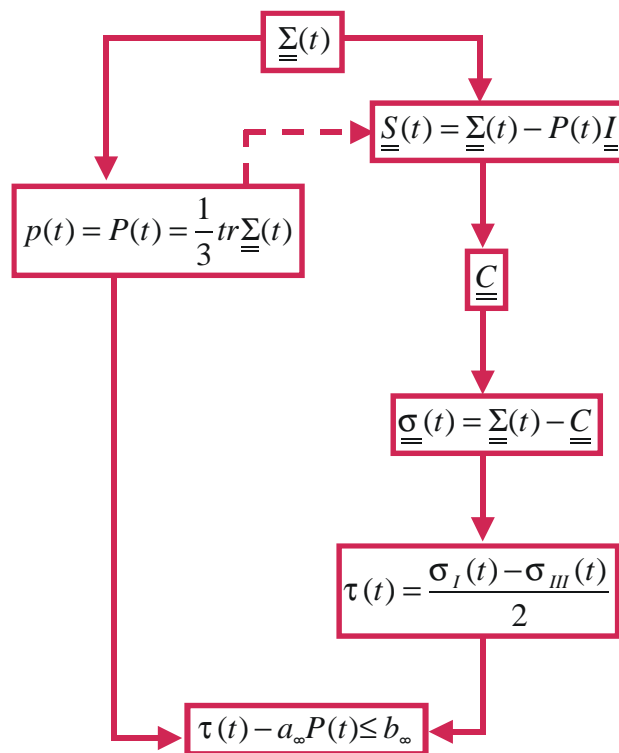


FIG. 4.10 – Schéma de principe d'application du critère de Dang Van.

À l'aide du modèle Éléments Finis présenté dans le Chapitre 2, on peut extraire les champs de contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  en tout point de la connexion vissée. À l'aide d'un code utilisant le langage *Python*, le critère de Dang Van a été implémenté dans le logiciel Abaqus pour les chargements en tension.

La figure 4.11 montre les endroits où le critère prédit de la fatigue pour les cas de chargement  $\Sigma_o$  égale à  $110 \text{ MPa}$  et  $180 \text{ MPa}$  et pour un couple de serrage  $C_{up}$  égale à  $22.2 \text{ kNm}$ .

L'endroit le plus critique se situe au niveau du fond de filet du LET de la pièce mâle et ce quelle que soit la valeur du chargement appliqué. Cela nous indique que la fatigue est principalement due aux concentrations de contraintes et que nous pouvons négliger les phénomènes de frettage dans la connexion pour les cas de chargement en tension  $T$ .

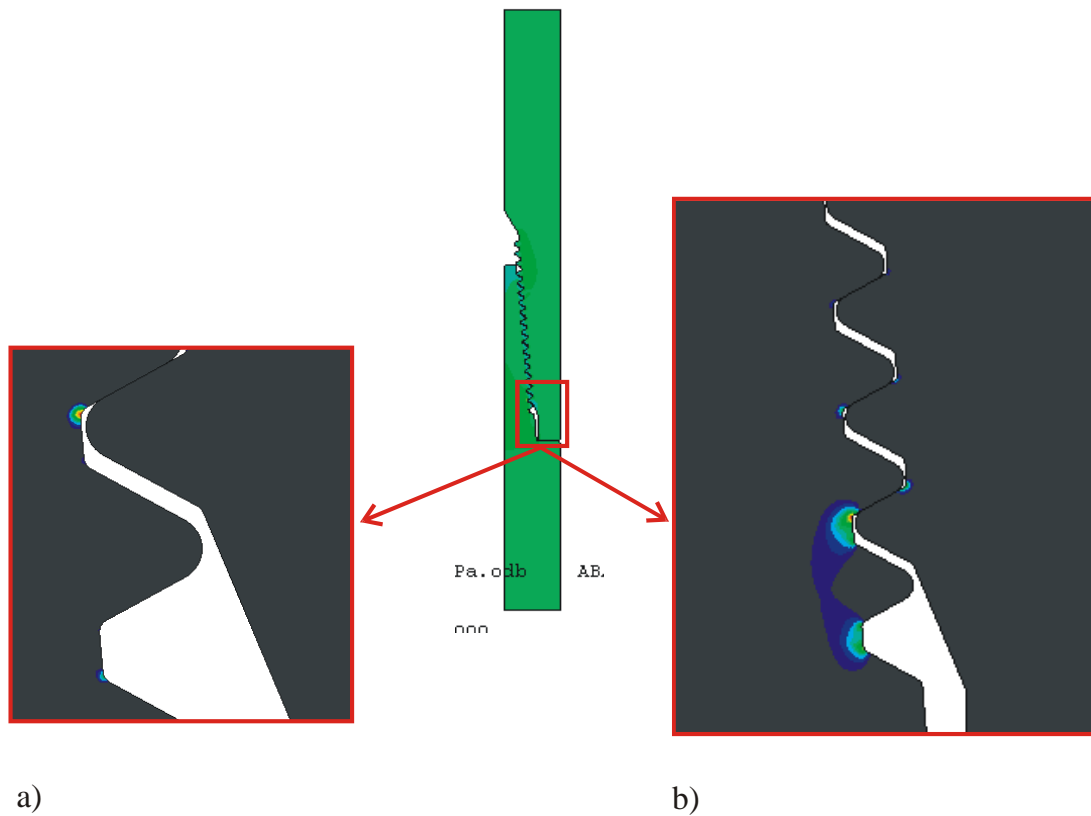


FIG. 4.11 – Prédiction du phénomène de fatigue par le critère de Dang Van : a) zone critique pour un chargement appliqué  $\Sigma_o = 110 \text{ MPa}$ ; b) zone critique pour un chargement appliqué  $\Sigma_o = 180 \text{ MPa}$ .

L'application du critère de Dang Van pour les chargements en flexion a aussi montré que l'endroit le plus critique se situe au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle.

La figure 4.12 illustre les trajets de chargement dans l'espace  $\{\tau, P\}$ , dit diagramme de Dang Van, au niveau du LET de la pièce mâle pour les chargements en traction répétée et en flexion alternée pour un couple de serrage de  $22.2 \text{ kNm}$ .

On peut noter que ces trajets de chargement ont la même allure que ceux obtenus pour une poutre soumise à de la flexion alternée et à un effort de traction constant. Ceci provient du fait qu'en chargeant la connexion, on augmente les pressions de contact au niveau des filets et les fibres situées au congé de la dernière dent engagée de la partie mâle, se retrouvent alors en tension, puis lors de la décharge les fibres se relâchent.

Par ailleurs, on remarque qu'en augmentant la valeur de la sollicitation cyclique, le trajet de chargement se déplace vers la gauche du diagramme de Dang Van. Ceci est dû à la plasticité induite en fond de filet. En effet, cette plasticité va induire un champ de contraintes résiduelles de compression, ce qui aura tendance à diminuer la moyenne de la pression hydrostatatique  $P$ .

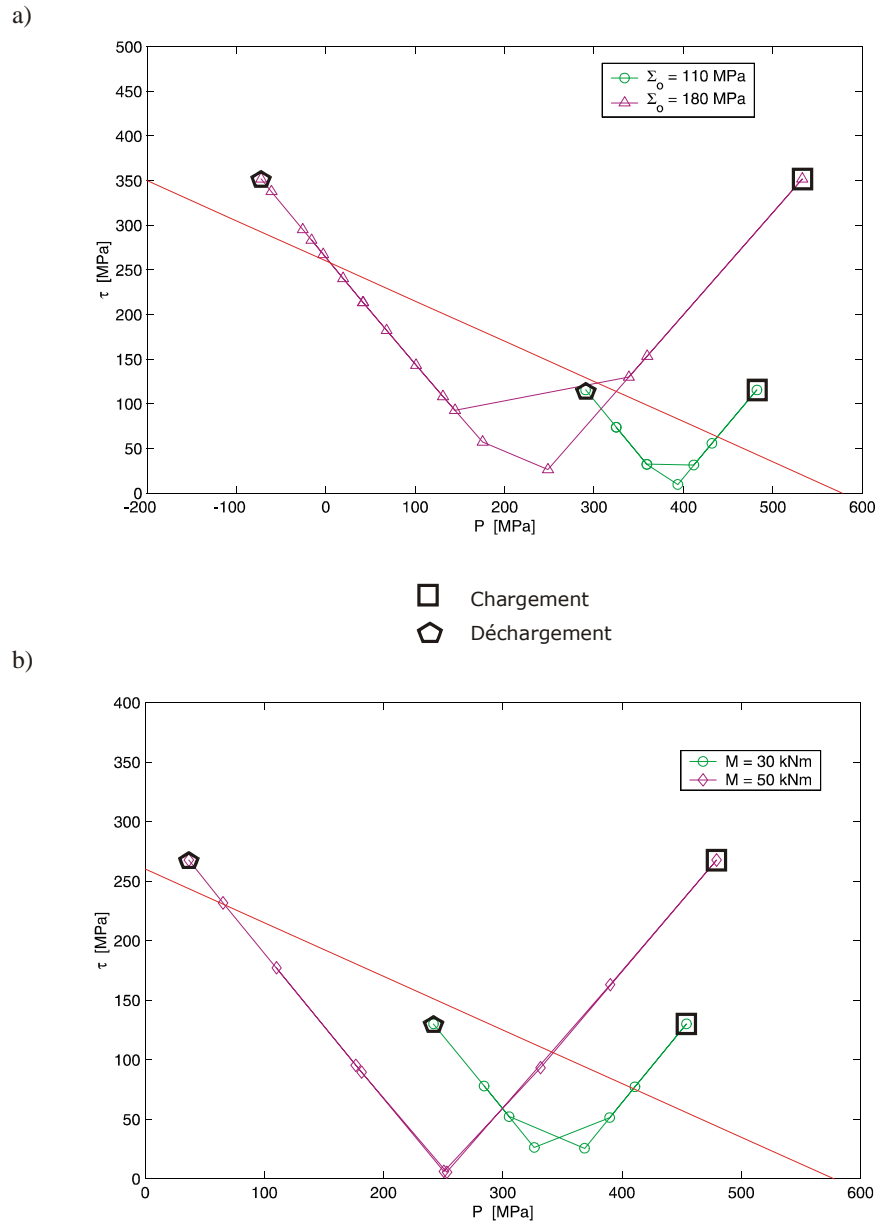


FIG. 4.12 – Trajets de chargement les plus critiques dans le diagramme  $\{\tau, P\}$  pour un couple de serrage  $C_{up} = 22.2 \text{ kNm}$  : a) chargement en traction répété ; b) chargement en flexion alternée.

#### 4.4 Extension du critère de DVK en endurance limitée

La difficulté qui se pose à ce stade est de pouvoir cumuler, à l'échelle du grain, les dommages engendrés par les cycles de contraintes macroscopiques calculés à l'échelle de la connexion vissée. Le critère de Dang Van ne permet que de déterminer si la structure étudiée fatiguera sous le chargement répété ; en d'autre terme, le critère de Dang Van ne donne aucune information quant à

la durée de vie de la structure sous le chargement cyclique imposé. Aussi une adaptation du critère de Dang Van a été mise au point.

La droite matériau de Dang Van s'obtient par des essais de fatigue. Celle-ci utilise les limites de fatigue extraites des courbes de Wöhler : contrainte de fatigue en endurance illimitée  $S_\infty$ . La droite matériau se construit ainsi à l'aide de deux essais de fatigue. Généralement on utilise les essais de torsion alternée  $t_\infty$  et de flexion alternée  $f_\infty$ . Il est donc possible d'utiliser aussi les autres points de la courbe de Wöhler  $\{t_N, f_N\}$  afin de déterminer les droites équivalentes à celle de Dang Van associées aux durées de vie  $N$  définies par

$$b_N = t_N, \quad (4.16)$$

$$a_N = \frac{t_N - f_N/2}{f_N/3}. \quad (4.17)$$

Le critère ainsi défini s'exprime de la façon suivante : la structure aura une durée de vie au moins égale à  $N$  si

$$\max\{\tau + a_N P\} \leq b_N. \quad (4.18)$$

Donc, à l'aide de deux courbes de Wöhler, on repère les limites de fatigues  $S_N$  associées à chaque durée de vie  $N$ . Il est alors possible de tracer un réseau de droite dans l'espace  $\{\tau, P\}$  qui sera coupé par les trajets de chargement. Le nombre de cycles à l'amorçage d'une fissure sera donné par la droite passant par le point maximal du trajet de chargement.

D'un point de vue pratique, on peut considérer en première approximation que toutes les droites de Dang Van sont parallèles. Ainsi les pentes des droites de Dang Van  $a_N$  peuvent être supposées constantes, en d'autres termes on suppose que

$$a_N \simeq a_\infty. \quad (4.19)$$

Cette approximation nous permet aussi d'appliquer ce critère à l'aide de deux limites de fatigue et d'une courbe de Wöhler en torsion alternée. La figure 4.13 illustre ce réseau de droites obtenues.

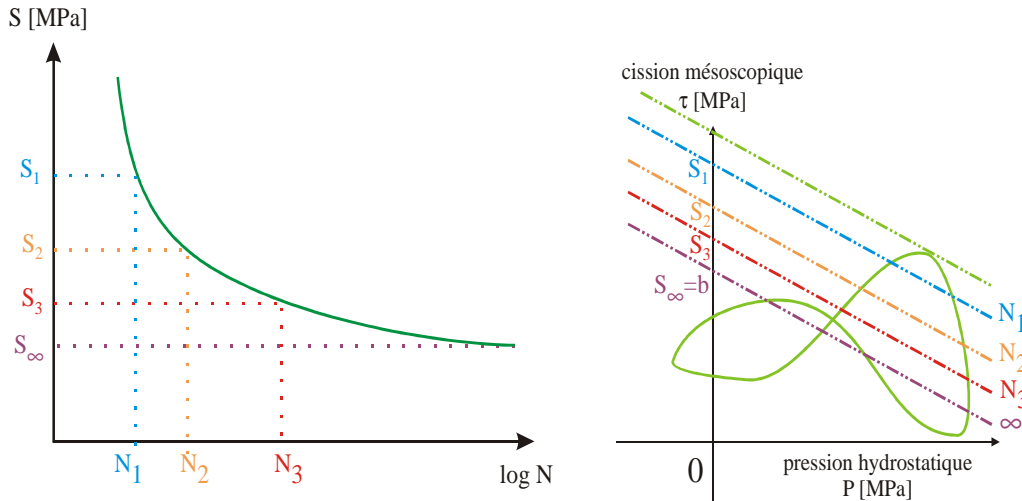


FIG. 4.13 – Adaptation du critère de Dang Van pour le calcul de la durée de vie  $N$ .

Il est reconnu que le phénomène de fatigue est principalement induit par le cisaillement. Cependant la pression hydrostatique joue aussi un rôle dans ce phénomène mais celui-ci est encore mal défini. D'où l'introduction du terme de la pression hydrostatique dans les critères de fatigue comme celui de Sines, avec la moyenne de la pression hydrostatique, ou bien de Dang Van avec la pression hydrostatique maximale.

Récemment Papadopoulos, 2001 a proposé une extension similaire du critère de Dang Van, basée sur une analyse plus fine des contraintes fixant la durée de vie. Le critère proposé se base sur un découplage de l'influence de la pression hydrostatique moyenne  $P_m$  et de l'amplitude de la pression hydrostatique  $P_a$ . Ainsi son critère se représente dans un espace à trois dimensions  $\{\tau, P_a, P_m\}$ . Plusieurs hypothèses ont été formulées pour construire ce critère :

- toutes les iso-durée de vie sont des plans dans l'espace  $\{\tau, P_a, P_m\}$
- l'intersection de ces iso-plan avec l'axe  $P_m$  se situe au point  $P_m = \frac{b_\infty}{a_\infty}$
- l'intersection de ces iso-plan avec le plan  $\{\tau, P_a\}$  sont des droites parallèles à celle définie pour l'endurance illimitée.

Ainsi le critère proposé par Papadopoulos s'écrit sous la forme suivante

$$\max \left\{ \tau + a_\infty \frac{b_N}{b_\infty} P_m + a_\infty P_a \right\} \leq b_N. \quad (4.20)$$

La figure 4.14.a illustre le critère de Dang Van dans l'espace  $\{\tau, P_a, P_m\}$  et la figure 4.14.b montre celui proposé par Papadopoulos.

Dans le plan  $\{\tau, P_a\}$ , ces deux critères se confondent et donc donnent les mêmes prédictions, cependant, hors de ce plan, ces critères diffèrent. En effet, l'iso-plan de Dang Van est au-dessus de l'iso-plan de Papadopoulos pour une durée de vie  $N$  et pour des pressions moyennes positives (traction). Donc les prédictions de durées de vie effectuées avec le critère de Dang Van seront moins conservatives qu'avec celles effectuées avec le critère de Papadopoulos.

Alors que pour des pressions moyennes négatives (compression) et une même durée de vie  $N$ , l'iso-plan de Dang Van sera en dessous de l'iso-plan de Papadopoulos. Ainsi les prédictions de Dang Van seront plus conservatives.

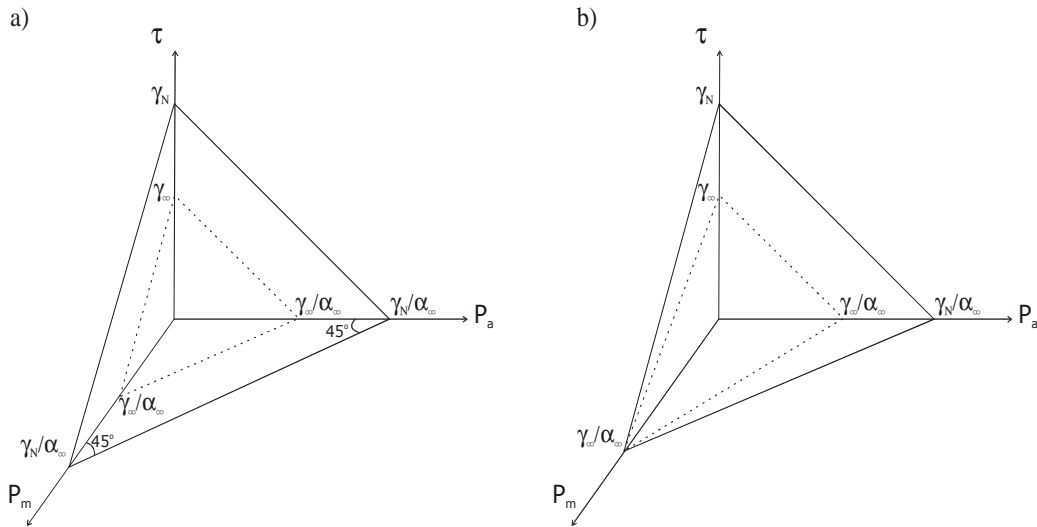


FIG. 4.14 – Schéma des critères dans l'espace  $\{\tau, P_a, P_m\}$  : a) critère de Dang Van ; b) critère de Papadopoulos.

Le paramètre  $b_N$  correspond à l'amplitude de cisaillement  $t_N$  nécessaire pour atteindre une durée de vie  $N$  pour un essai de torsion alternée. Papadopoulos a proposé de décrire la courbe S-N en torsion alternée par la loi suivante

$$t_N = \delta N^{-\lambda} + t_\infty \quad (4.21)$$

où les paramètres  $\delta$  et  $\lambda$  sont des constantes. Cette loi est similaire à celle de Basquin exceptée

qu'elle incorpore une endurance illimitée. Ainsi nous disposons de tous les outils nécessaires pour calculer les prédictions de durées de vie.

Cependant, dans notre cas, nous ne disposons pas de courbe de Wöhler en torsion mais une courbe de Wöhler en flexion. Donc, nous supposons que la courbe S-N en flexion alternée peut aussi s'écrire sous la forme suivante

$$f_N = \delta' N^{-\lambda'} + f_\infty \quad (4.22)$$

où les paramètres  $\delta'$  et  $\lambda'$  sont d'autres constantes. Ainsi grâce à l'hypothèse du réseau de droites parallèles, nous pouvons écrire

$$t_N = \left( \frac{a_\infty}{3} + \frac{1}{2} \right) f_N. \quad (4.23)$$

La figure 4.15 montre l'application de la loi définie par (4.22) pour un essai de flexion alternée sur l'acier *42CrMo4* (Boller, 1987). On remarque que ces essais de fatigue balaient la plage  $[10^4; 2.10^5]$  en nombre de cycles, ce qui laisse quelques incertitudes concernant la validation de l'équation proposée dans le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles.

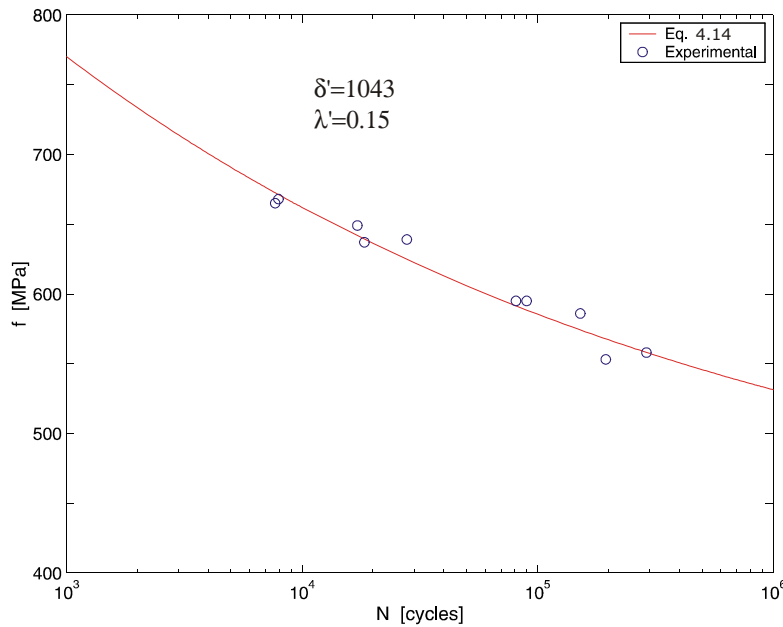


FIG. 4.15 – Courbe de Wöhler en flexion alternée pour l'acier *42CrMo4*.

## 4.5 Application au calcul de la durée de vie des connexions

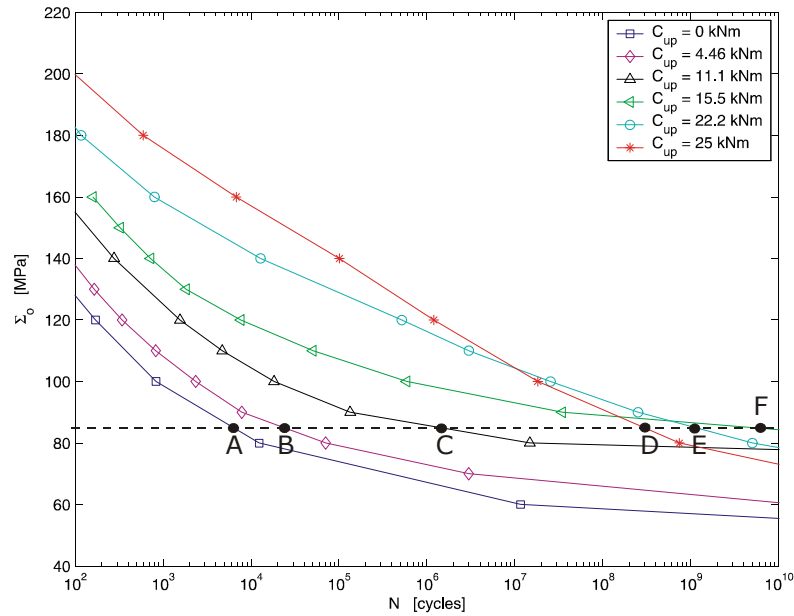
L'application de la méthodologie de calcul de la durée de vie des connexions vissées est présentée dans la figure 4.16 pour des chargements répétés en traction.

La figure 4.16a présente les prédictions de la courbe de Wöhler pour la connexion *NC46* pour plusieurs couples de serrage  $C_{up}$  différents. Ces résultats sont calculés au niveau du fond de filet du LET de la pièce mâle. On remarque que dans un premier temps l'augmentation du couple de serrage s'accompagne d'une augmentation du nombre de cycles à la rupture (points A, B et C) pour la même sollicitation. Mais au-delà d'une valeur critique du couple de serrage, l'augmentation de ce dernier induira une diminution de la durée de vie de la connexion vissée (points D, E et F).

Cette remarque met en évidence l'existence d'un couple de serrage optimum pour lequel la connexion vissée aura la plus grande durée de vie possible pour un chargement donné.



a)



b)

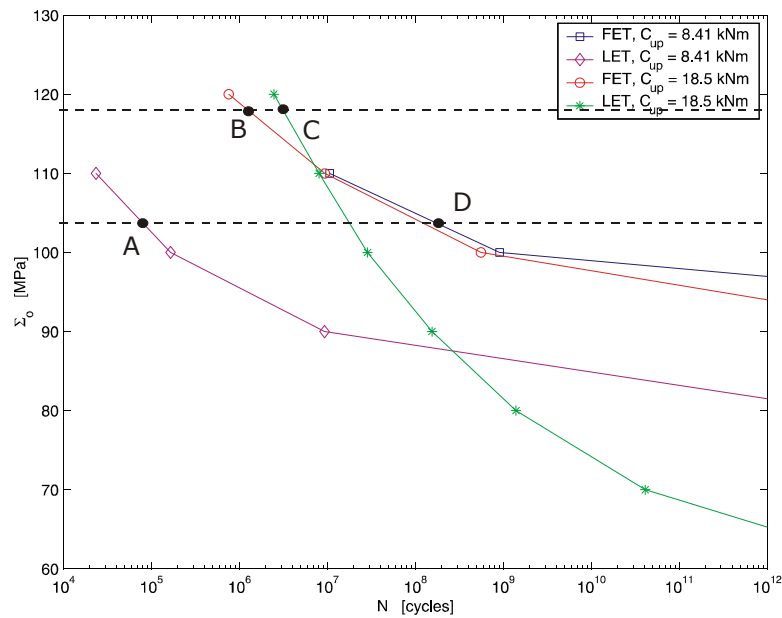


FIG. 4.16 – Courbes de Wöhler pour un chargement en traction : a) connexion vissée *NC46* ; b) connexion vissée *NC40*.

La figure 4.16b montre aussi une courbe S-N réalisée pour la connexion  $NC40$  pour différents couples de serrage. Ces résultats ont été calculés au niveau des fonds de filet de LET de la pièce mâle et du FET de la pièce femelle. On remarque que pour un couple de serrage égal à  $8.41 \text{ kNm}$ , l'amorçage de la première fissure aura lieu au niveau du fond de filet du LET de la pièce mâle (point A). Cependant, pour un couple de serrage de  $18.5 \text{ kNm}$ , l'amorçage de la première fissure peut avoir lieu au niveau du fond de filet du FET de la pièce femelle (point B).

La comparaison, pour des chargements en traction, entre les prédictions de durée de vie réalisées avec la méthode des Éléments Finis, étudiée dans le Chapitre 2, et la solution semi-analytique, étudiée dans le Chapitre 3, est présentée dans la figure 4.19.

Dans un souci de clarté, ces résultats ne sont pas présentés en fonction de la durée de vie mais en fonction du cisaillement  $b_N$  correspondant au cisaillement en torsion alternée conduisant à un endommagement équivalent.

L'erreur maximale faite sur les prédictions au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle est comprise entre  $[-10\%, +10\%]$  et entre  $[-20\%, 0\%]$  sur les prédictions faites au niveau du fond de filet du FET de la partie femelle.

Dans un but pratique, on peut s'intéresser à comparer les calculs de la durée de vie  $N$  sous l'hypothèse d'un champ de contraintes uniaxiales

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

La figure 4.18 montre les résultats. Cette hypothèse diminue la pression hydrostatique et donc translate le trajet de sollicitations vers le côté sécuritaire du domaine (à gauche). Ainsi l'hypothèse d'un champ de contraintes uniaxial diminue la sévérité du chargement subi par les éléments de la garniture de forage et amènerait donc des prédictions non conservatives.

## 4.6 Application de la méthode du point critique

Dans les sections précédentes nous avons vu que la fatigue des connexions vissées est induite par les facteurs de concentrations de contraintes. Il est maintenant reconnu que dans ces cas de figure, l'application classique des critères de fatigue entraîne une sous-estimation des durées de vie.

Dans cette section, nous appliquerons le critère de Dang Van étendu au domaine de l'endurance limitée dans le cas d'une plaque présentant une entaille soumise à un effort de traction. Ces données expérimentales sont extraites des travaux de Naik *et al.*, 2005.

Le matériau constituant cette plaque est l'alliage  $Ti6Al4V$  dont les caractéristiques mécaniques ainsi que les paramètres de la loi de fatigue donnée par (4.22) sont présentés dans le tableau 5.1.

TAB. 4.1 – Caractéristiques mécaniques de l'alliage  $Ti6Al4V$ .

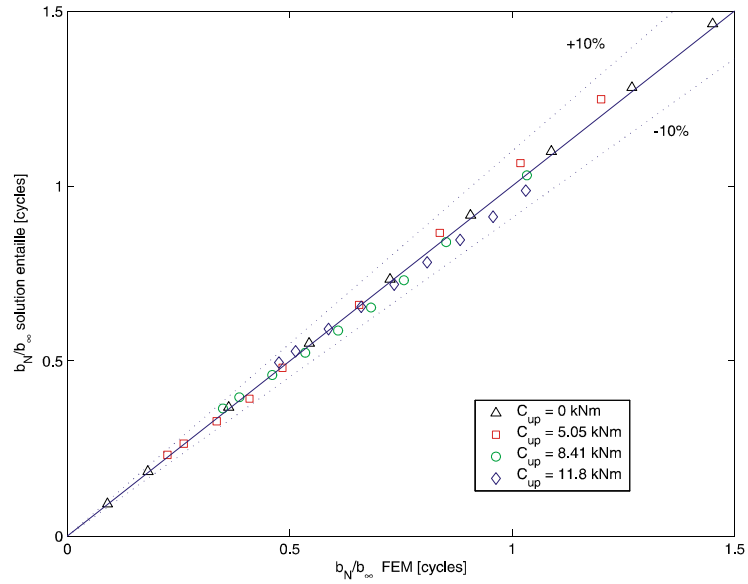
$E$ [GPa]	$\sigma_y$ [MPa]	$f_\infty$ [MPa]	$t_\infty$ [MPa]	$\delta'$	$\lambda'$
119	930	301	205	5324	0.294

La figure 4.19 illustre la modélisation de l'équation (4.22) sur un essai de fatigue en flexion alternée faite sur des éprouvettes lisses.

Les géométries de la plaque et de l'entaille sont illustrées dans la figure 4.20 et le facteur de concentration de contraintes axiales résultant  $K_t$  est de 2.68.

La détermination du champ de contraintes le long de la bissectrice de l'entaille a été réalisée à l'aide de la solution semi-analytique exposée dans le Chapitre 3 étendue pour des géométries planes qui a été développée par Filippi et Lazzarin, 2004. Les distributions des contraintes le long de la bissectrice de l'entaille sont présentées dans la figure 4.20.

a)



b)

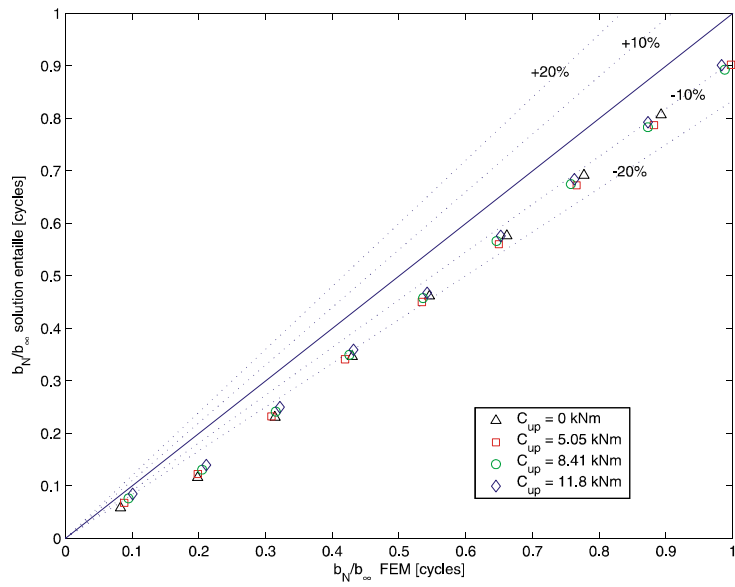


FIG. 4.17 – Comparaisons entre la solution entaille et la solution FEM pour la connexion  $NC40$  pour un chargement en traction : a) fond de filet du LET ; b) fond de filet du FET.

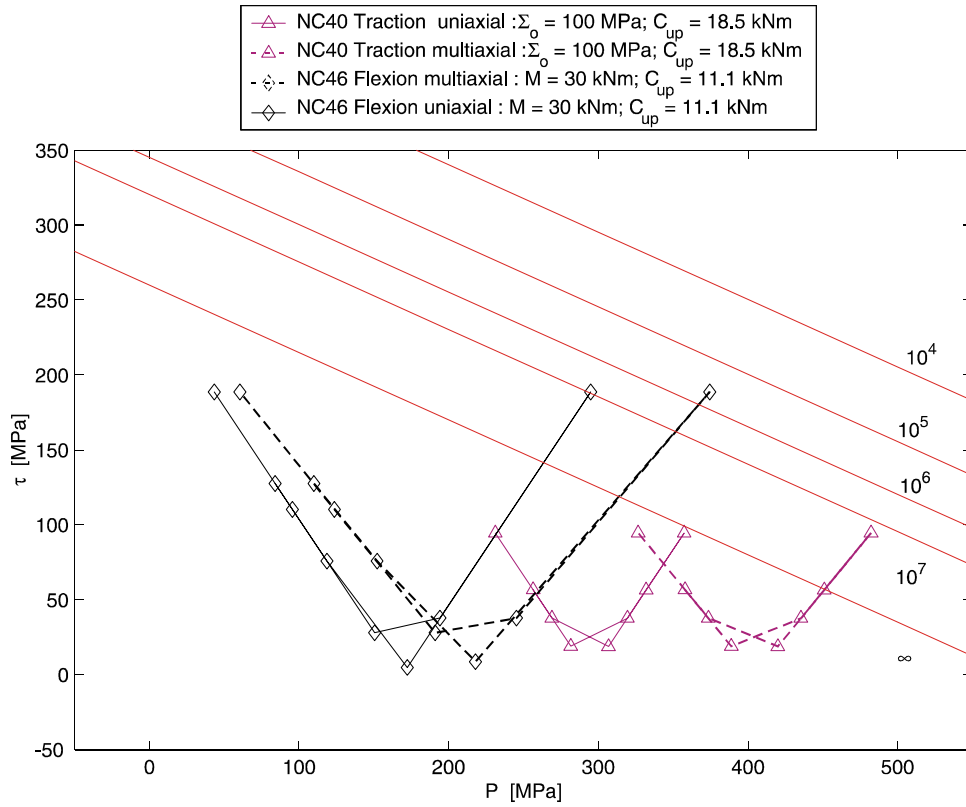


FIG. 4.18 – Influence de l’hypothèse d’un champ de contraintes uniaxial sur le calcul de la durée de vie  $N$ .

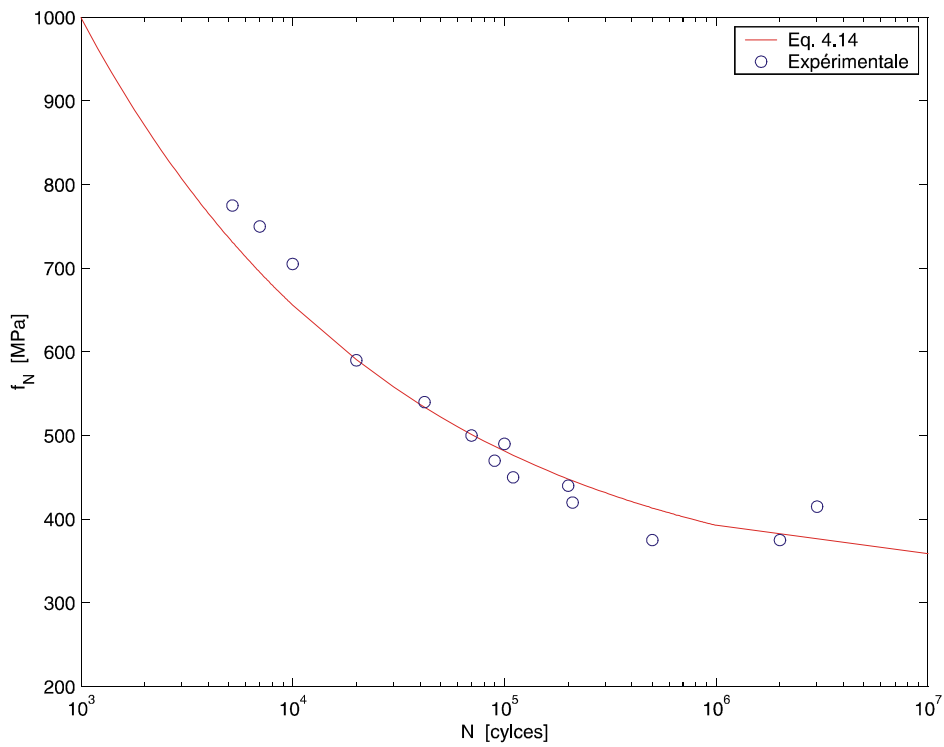


FIG. 4.19 – Courbe de Wöhler en flexion alternée pour l’alliage *Ti6Al4V*.

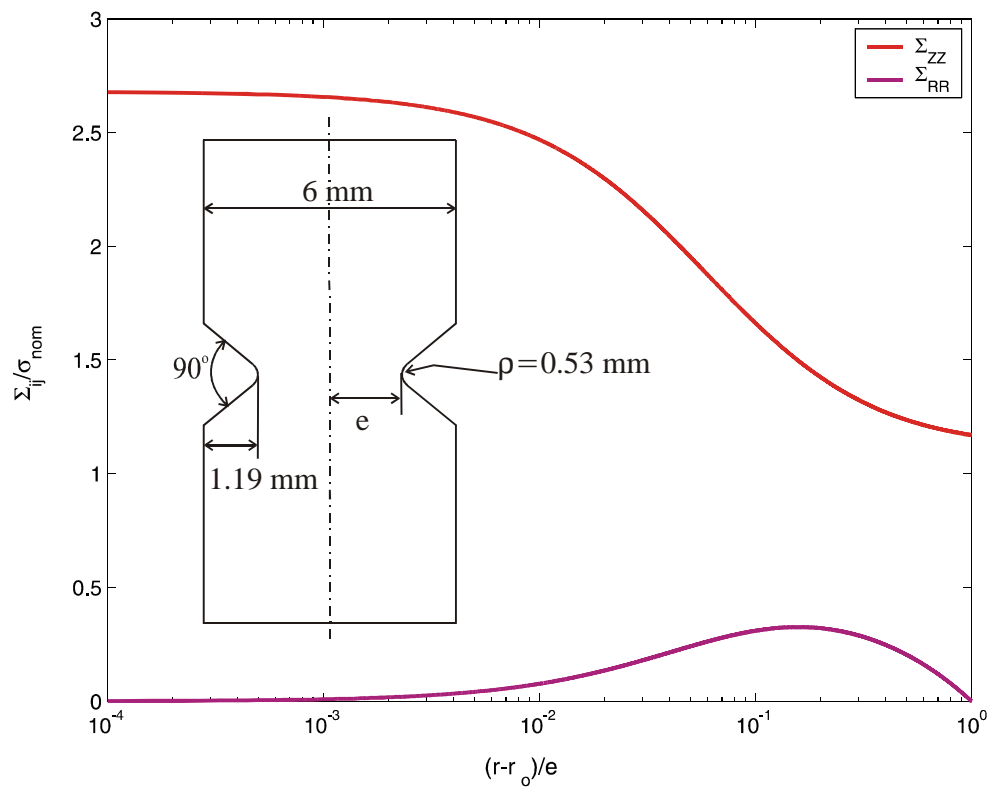


FIG. 4.20 – Géométries de la plaque et de l'entaille et distribution des contraintes le long de la bissectrice de l'entaille.

L'application de la méthodologie de calcul en fatigue présentée dans ce chapitre est illustrée dans la figure 4.21a. Cette approche est aussi appelée la méthode du "point chaud" car elle utilise les contraintes maximales pour les prédictions des durées de vie. Comme il a été reporté dans la littérature, l'utilisation de la méthode du point chaud nous amène vers des prédictions conservatives comparées aux valeurs expérimentales.

La méthode du point critique est présentée dans la figure 4.21b. On remarque une nette amélioration des prédictions des durées de vie pour une valeur de la distance critique égale à  $40 \mu m$ . À cette distance, les contraintes sont égales à 85 % des contraintes au niveau du fond de l'entaille.

Certains travaux reportent que la valeur de la distance critique est une donnée matériau (Taylor, 1999). Dans ces travaux, Taylor propose d'utiliser la même distance critique  $\zeta$  que celle introduite par Haddad *et al.*, 1980 pour l'analyse des fissures de fatigue courtes. Cependant il s'avère que cette distance critique dépend du ratio de chargement  $R$  (Naik *et al.*, 2005; Atzori *et al.*, 2004) et du mode de chargement (Susmel et Taylor, 2006).

Dans la figure 4.21b, on constate que la distance critique de  $40 \mu m$  donne de meilleures prédictions pour le ratio de chargement  $R = -1$ . Mais du point de vue de l'ingénieur, on se satisfera des prédictions faites avec la même distance critique  $\zeta$ .

## 4.7 Application de la méthode contrainte-résistance

La difficulté liée à la modélisation dynamique du train de tiges nous empêche d'accéder à un historique précis du chargement que rencontrera la garniture dans le puits de forage. Ceci nous a amené à utiliser une méthode fiabiliste qui permet de contourner ce problème.

La méthode contrainte-résistance a été développée par A Bignonnet et J.J. Thomas chez PSA (Bignonnet, 2001; Thomas *et al.*, 2001). Cette méthode se base sur le fait que la résistance à la fatigue du matériau  $\mathcal{R}$  et le chargement que subira la structure  $\mathcal{C}$  sont des variables aléatoires représentées par leur moyenne  $\mu_R$  et  $\mu_C$ , et leur écarts-type  $\sigma_R$  et  $\sigma_C$ .

Par souci de simplicité, les distributions de ces variables aléatoires seront supposées gaussiennes. Cependant la méthode peut être aussi appliquée pour des distributions plus réalistes, mais cela demandera des outils numériques pour résoudre le problème.

Le principe de la méthode est de définir un risque de défaillance maximum acceptable  $\mathcal{P}_f$ . Pour être respecté, ce risque requiert la connaissance de la distribution de sévérité du chargement  $\mathcal{C}$  et la distribution de résistance du matériau  $\mathcal{R}$ .

La distribution de sévérité du chargement permet de définir un chargement objectif  $F_n$  égale à

$$F_n = \mu_C + \eta\sigma_C \quad (4.25)$$

avec  $\eta$  étant une constante qui dépendra du risque de rupture recherché  $\mathcal{P}_f$ .

On peut définir une nouvelle variable aléatoire  $\mathcal{Z}$  tel que

$$\mathcal{Z} = \mathcal{R} - \mathcal{C}. \quad (4.26)$$

La figure 4.22 illustre la représentation schématique des distributions des probabilités du chargement et de la résistance ainsi que le chargement objectif.

Cette variable suit aussi une loi gaussienne dont la moyenne  $\mu_Z$  et la déviation standard  $\sigma_Z$  sont égales à

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_C, \quad (4.27)$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_C^2}. \quad (4.28)$$

La probabilité de rupture  $\mathcal{P}_f$ , définie comme la probabilité que le chargement objectif soit supérieur à la résistance de la structure, est égale à

$$\mathcal{P}_f = \mathcal{P}(Z < 0). \quad (4.29)$$

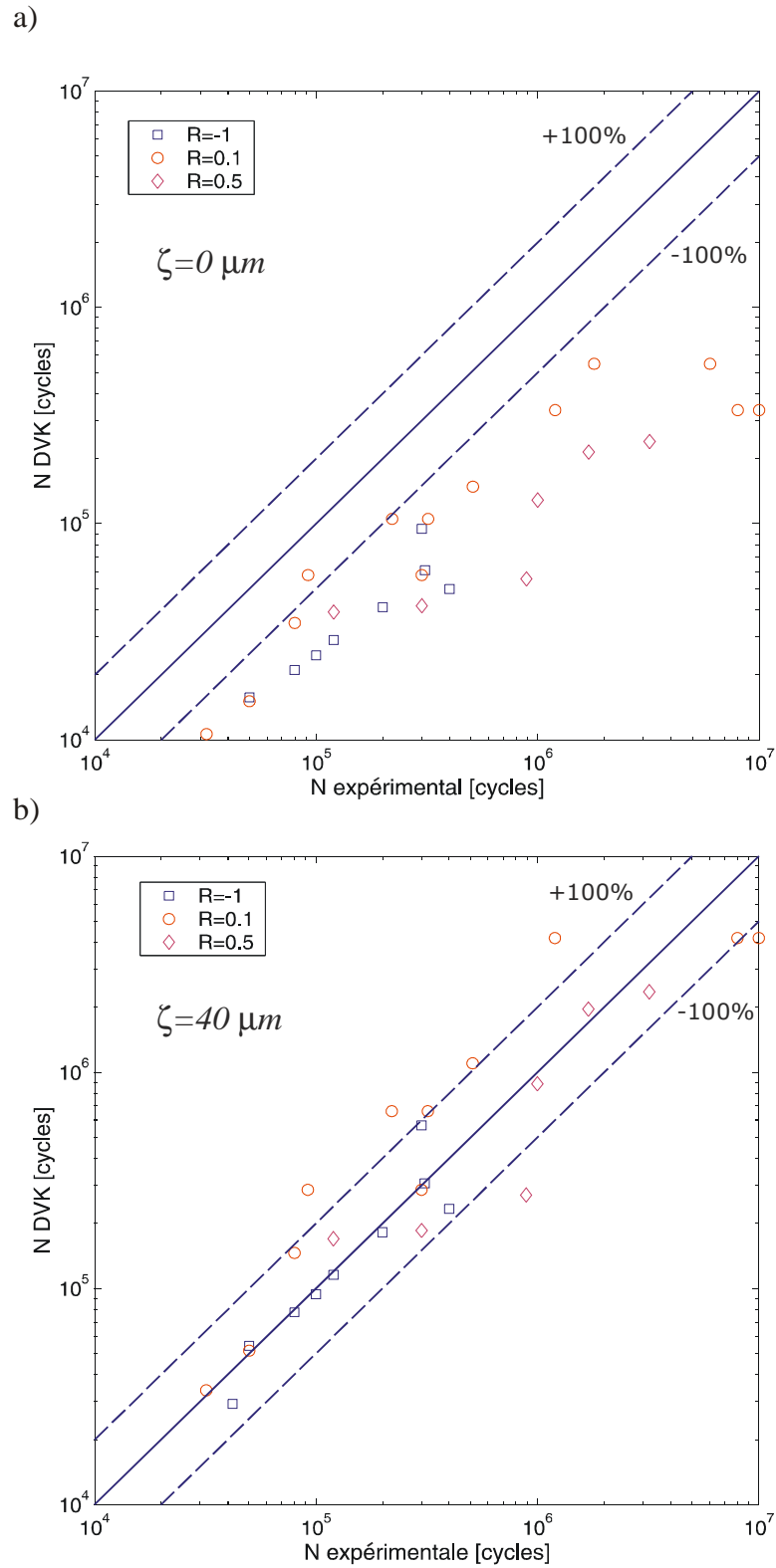


FIG. 4.21 – Comparaisons entre les durées de vie expérimentales et les prédictions : a) méthode du "point chaud" ; b) méthode de la distance critique.

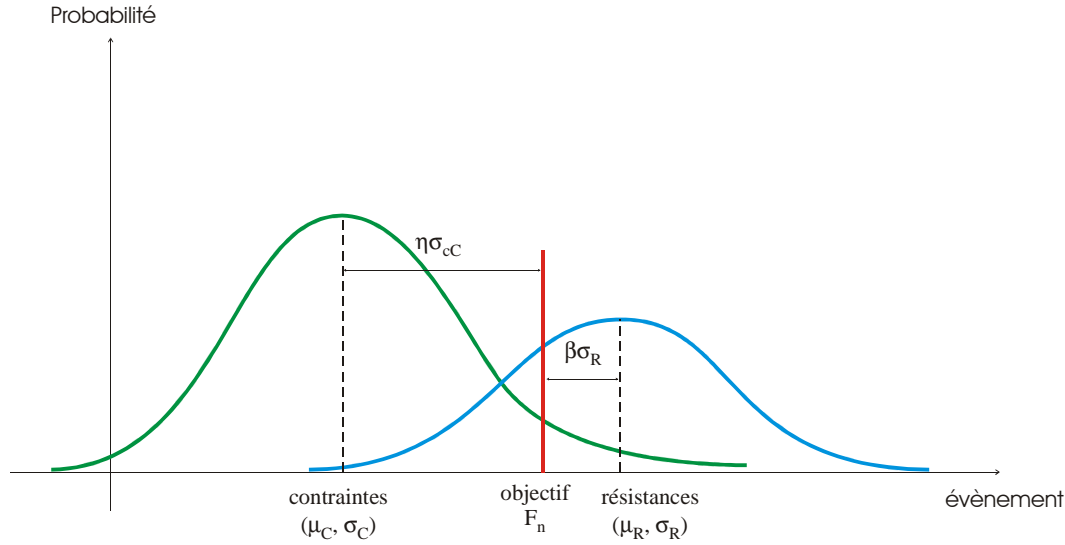


FIG. 4.22 – Schéma de principe de la méthode contrainte-résistance : distributions des probabilités du chargement et de la résistance du matériau.

En introduisant la variable centrée réduite  $z$

$$z = Z - \frac{\mu_Z}{\sigma_Z}, \quad (4.30)$$

la probabilité de rupture est alors égale à

$$\mathcal{P}_f = \mathcal{P} \left( z < -\frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \right). \quad (4.31)$$

En utilisant les propriétés des distributions normales, la probabilité de rupture est égale à

$$\mathcal{P}_f = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{-\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \quad (4.32)$$

et peut être facilement calculée une fois que les valeurs moyennes,  $\mu_R$  et  $\mu_C$ , et les déviations standards,  $\sigma_R$  et  $\sigma_C$ , seront déterminées.

La distribution du chargement de service  $\mathcal{C}$  peut être déterminée soit à l'aide de mesures effectuées lors des opérations de forage ou bien soit à l'aide d'une modélisation élastodynamique de la garniture de forage.

La distribution de la résistance du matériau  $\mathcal{R}$  se détermine à l'aide d'essais de fatigue effectués sur des éprouvettes. Imaginons que l'objectif du dimensionnement est que la structure ait une durée de vie minimale  $N_R$ . Il est expérimentalement impossible d'effectuer des essais de fatigue de telle sorte que les ruptures se produisent toujours à la même durée de vie  $N_R$  et donc de déterminer la moyenne  $\mu_R$  et l'écart type  $\sigma_R$  de la résistance du matériau.

Cependant Thomas *et al.*, 2001 ont proposé d'utiliser les essais expérimentaux effectués pour une même valeur de chargement  $S_R$ , ce qui, dans un premier temps, nous permettra de déterminer la moyenne de la résistance du matériau  $\mu_R$ .

La détermination de l'écart type de la résistance du matériau  $\sigma_R$  s'obtient en faisant l'hypothèse que le rapport  $\frac{\mu_R}{\sigma_R}$  est une constante. Il est alors possible de tracer les isoprobabilités de rupture comme il est présenté dans la figure 4.23 et donc de déterminer l'écart type de la résistance du matériau  $\sigma_R$ .



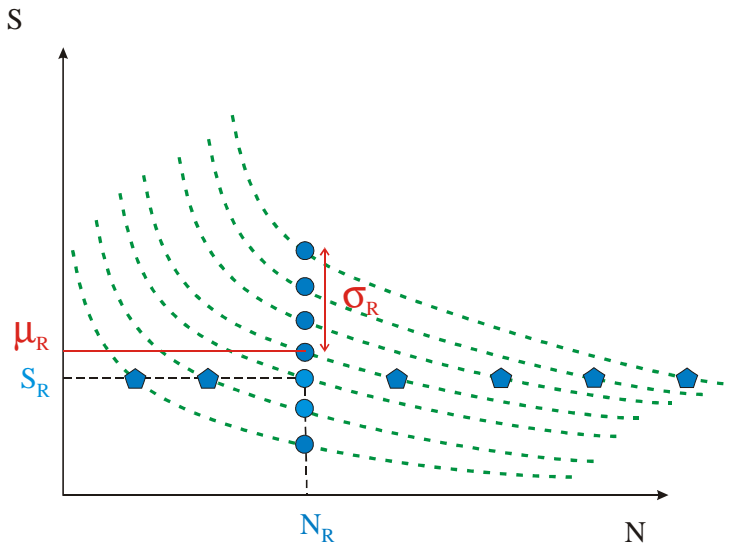


FIG. 4.23 – Identification des paramètres de la distribution de probabilité de la résistance du matériau correspondant à un objectif de dimensionnement défini pour une rupture à  $N$  cycles.

La méthode présentée dans cette section peut s'utiliser de plusieurs façons différentes. Une première consiste à imposer un risque de rupture  $\mathcal{P}_f$ , et d'utiliser la méthode contrainte-résistance afin de déterminer la résistance du matériau pour satisfaire le risque de rupture. Dans le cas du domaine du forage pétrolier, cela permettra aux constructeurs de tiges de forage de garantir une fiabilité sur ses produits.

Une deuxième façon d'utiliser la méthode contrainte-résistance est simplement de calculer la probabilité de rupture de la structure sous le chargement objectif  $F_n$ .

La figure 4.24 illustre l'application la méthode contrainte-résistance. On remarque que pour les valeurs des paramètres choisis et notamment une résistance moyenne de  $260 \text{ MPa}$ , la structure ne pourra pas satisfaire la fiabilité désirée de  $10^{-4}$  sauf si la résistance moyenne est supérieure à  $283 \text{ MPa}$ .

Dans le cas où la résistance moyenne ne peut être changée, l'utilisation de la méthode contrainte-résistance nous permet de calculer le risque de rupture qui dans ce cas est égale à  $4.67 \times 10^{-3}$ .

## 4.8 Conclusions

Le problème de fatigue a été traité dans ce chapitre. Le critère de Dang Van a été mis en place et a permis dans un premier temps de dégager les endroits critiques où l'amorçage de fissures de fatigue risque d'apparaître dans une connexion vissée pour des chargements en tension et en flexion :

- au niveau du fond de filet de la partie mâle
- au niveau du fond de filet de la partie femelle.

Ces résultats montrent que les phénomènes de fatigue sont induits par les concentrations de contraintes.

Afin de calculer les durées de vie, nous avons étendu le critère de Dang Van au domaine de l'endurance limitée en considérant des iso-droites parallèles à la droite matériau de Dang Van ; chaque iso-droite est alors associée à une durée de vie. L'avantage de cette méthode est qu'elle demande seulement une courbe de Wöhler et deux essais de fatigue en endurance illimitée et qu'elle est très simple à mettre en œuvre.

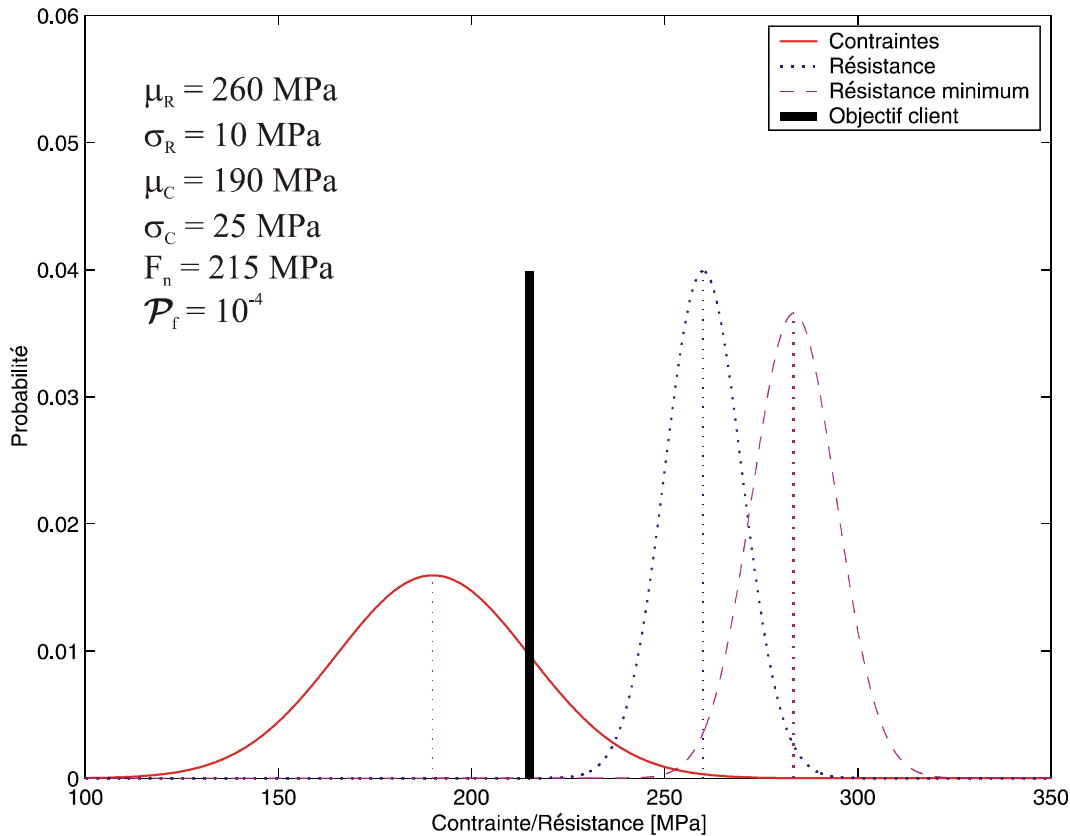


FIG. 4.24 – Distributions des probabilités de chargement et de résistance.

Cette méthode peut être étendue aux chargements à amplitudes variables en utilisant la règle de sommation de l'endommagement de Palmgren-Miner. Toutefois il convient d'utiliser cette règle avec précautions car cette dernière devient moins fiable pour des chargements présentant des changements d'amplitudes très variables.

Cette méthode de calcul de la durée de vie nous a permis par la suite de clarifier l'influence du couple de serrage  $C_{up}$  sur la tenue en fatigue des connexions vissées. Dans un premier temps, plus le couple de serrage est élevé et plus la tenue en fatigue est améliorée. Mais à partir d'une certaine valeur du couple de serrage, la connexion vissée voit sa durée de vie diminuer. Il nous est donc possible de déterminer le couple de serrage optimum pour lequel la connexion aura la durée de vie la plus grande possible.

De plus, nous avons aussi vu qu'il existe une compétition pour l'endroit où l'amorçage d'une fissure se produira : soit au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle ou bien soit au niveau du fond de filet du FET de la partie femelle. La localisation de l'amorçage de la fissure dépendra du couple de serrage appliqué, de la valeur du chargement appliqué et aussi de l'endommagement accumulé au niveau des fonds de filet au cours des précédents forages.

Le travail présenté dans ce chapitre ne s'est pas attaché à déterminer explicitement les influences de ces différents paramètres sur la durée de vie de la connexion, cependant nous disposons de tous les outils nécessaires (solution Éléments Finis, solution semi-analytique,...) afin de quantifier, pour chaque opération de forage, l'endommagement qu'a subi la connexion vissée.

Jusque là, la méthodologie de calcul de durée de vie n'a pas tenu compte des difficultés liées aux géométries présentant des concentrations de contraintes. Pour cela, nous avons appliqué la méthode de la distance critique et comparé les prédictions avec des données expérimentales. Les prédictions

de durées de vie sont satisfaisantes et ce pour différents ratios de chargement.

Enfin, dans le but de tenir compte de la nature quasi-aléatoire du chargement encouru par la garniture durant une opération de forage, une méthode fiabiliste a été utilisée. La méthode contrainte-résistance permet de traiter le chargement et la résistance mécanique comme des données aléatoires et ainsi nous avons pu l'utiliser pour déterminer la probabilité de rupture de la garniture de forage.



## Chapitre 5

# Validations Expérimentales

Ce chapitre s'attache à valider la méthodologie de prédiction de la durée de vie des connexions vissées. Dans le chapitre précédent dédié à l'analyse en fatigue de la connexion, nous avons vu que le critère de Dang Van prédit l'amorçage d'une fissure soit au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle, soit au niveau du fond de filet du FET de la partie femelle pour les chargements en flexion et en traction ; ceci dépendant du couple de serrage appliqué  $C_{up}$  ainsi que de la magnitude du chargement appliquée.

Cette validation expérimentale doit permettre de vérifier deux points :

- s'assurer que le critère de fatigue en endurance limitée prédit correctement le site de l'amorçage d'une fissure,
- s'assurer que les prédictions de durée de vie sont satisfaisantes.

Pour réaliser cela, une connexion vissée à échelle réduite a été dimensionnée pour réaliser des essais de fatigue en traction répétée ( $R = 0$ ).

Ce chapitre débutera sur les réflexions faites avant la mise en place des essais de fatigue telles que les causes susceptibles d'induire des erreurs sur les prédictions de durée de vie ou bien les différents types d'essais expérimentaux permettant une validation d'une méthodologie de prédictions de durée de vie. Puis nous verrons le dimensionnement de la connexion à échelle réduite et les différentes contraintes associées à cette tâche.

Après avoir estimé le coefficient de frottement  $f$  à l'aide d'essais de traction monotone, nous présenterons les résultats des essais de fatigue, et après les avoir confronté aux prédictions de durées de vie, nous discuterons des raisons introduisant une erreur sur ces calculs de fatigue et nous proposerons quelques solutions alternatives afin d'améliorer ces prédictions.

### 5.1 Questions importantes et résultats existants

Cette partie présente les réponses aux questions que l'on pourrait se poser lors de la validation de la méthodologie par des essais expérimentaux :

*Quelles sont les différentes approches expérimentales pour valider une méthodologie de calcul en fatigue ?*

Afin de valider une méthodologie de calcul de la durée de vie des tiges de forage, trois approches peuvent être employées. La première consiste à réaliser des essais de fatigue sur la structure proprement dite. On peut trouver des résultats sur ces essais dans la littérature : essais en traction répétée (Brennan, 1995) et en flexion alternée (Baryshnikov *et al.*, 1997; Baryshnikov *et al.*, 1994; Han *et al.*, 2003). Très peu de ces travaux discutent d'essais de fatigue en torsion sur des tiges de forage.

Ces essais permettent de valider la méthodologie de calcul mise en place pour déterminer la durée de vie des tiges de forage. Mais elle oblige à refaire les tests de fatigue si les géométries des tiges de forage sont différentes. En effet, la fatigue étant le fruit des concentrations de contraintes dans les connexions vissées, les résultats sont donc dépendant de la géométrie de celles-ci.

Les essais de fatigue reportés par (Veidt et Berezovski, 2004; Brennan, 1995; Placido *et al.*, 1994) indiquent que le site d'amorçage des fissures est principalement au niveau de la partie femelle. Ces résultats sont principalement induits par le fait que les connexions vissées ont été préalablement précontraintes avec un couple de serrage supérieur à celui appliqué lors de l'essai de fatigue. Ceci a pour effet d'induire localement plus de plasticité au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle et, comme nous l'avons expliqué dans le Chapitre 4, cela avantage l'amorçage de la fissure au niveau du FET de la partie femelle.

La deuxième approche consiste à réaliser les essais sur la structure à échelle réduite. Cette méthode permet de palier le manque de moyens expérimentaux. En effet, les essais sur structures réelles demandent des bancs d'essais pouvant délivrer des puissances importantes afin de fatiguer la structure dans un nombre de cycles raisonnables.

Cependant les essais sur structure à échelle réduite peuvent amener des erreurs dues à des effets d'échelle sur la limite de fatigue comme il est reporté dans les travaux de (Atzori *et al.*, 2003; Ciavarella et Meneghetti, 2004) et donc de fausser la validation expérimentale du critère de fatigue si celui-ci n'en tient pas compte.

La troisième approche se base sur des mesures expérimentales effectuées durant des opérations de forage. La base de données TRAFOR que dispose l'IFP contient des mesures expérimentales des efforts s'exerçant en des points spécifiques de la garniture de forage, par exemple au niveau de l'outil. Il est alors possible avec un modèle dynamique adéquat d'extrapoler sur l'ensemble de la garniture de forage les efforts généralisés en tension, flexion et torsion. Une fois l'historique de chargement obtenu, nous pouvons alors appliquer le critère de fatigue et calculer l'endommagement encouru par chaque élément du train de tiges.

Cette méthode présente quelques difficultés. La première concerne l'historique de chargement antérieur de chaque élément de la garniture. En effet, il est pour le moment presque impossible de connaître précisément l'endommagement des tiges de forage induit par les opérations de forage antérieures. Et donc il serait difficile d'établir avec exactitude les raisons de la rupture du train de tiges.

La deuxième difficulté réside dans les erreurs faites lors de la modélisation dynamique dédiée à la détermination du chargement. L'incertitude sur le chargement s'ajoutera avec celui induit par le calcul de l'endommagement, ce qui pourrait donner lieux à des erreurs élevées sur la détermination de la durée de vie de la garniture de forage.

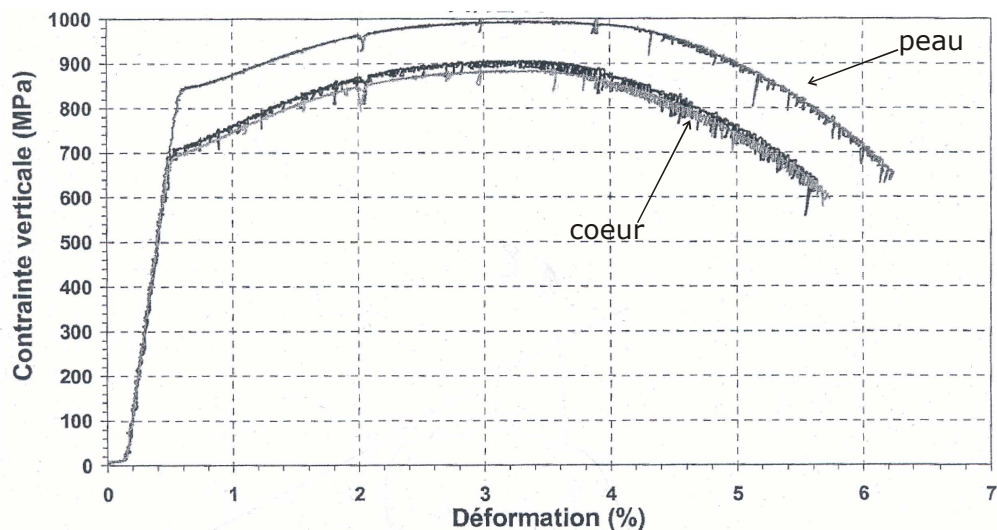
*Quelles sont les causes susceptibles d'induire des erreurs sur les prédictions de la durée de vie ?*

Lors de la validation expérimentale d'une méthode de calcul en fatigue, on peut constater une importante erreur sur les prédictions de durées de vie. Ces erreurs peuvent être le fruit de différentes causes.

Une première cause peut être mise en avant en réalisant des essais expérimentaux effectués sur des éprouvettes du matériau constituant la structure sous étude. Ces essais permettent de définir les propriétés mécaniques en fatigue intrinsèques au matériau. Cependant, il a été constaté que ces résultats d'essais de fatigue dépendent fortement de la profondeur sous la peau à laquelle l'échantillon de matériau a été prélevé comme il est illustré dans la figure 5.1. Vaisberg *et al.*, 2003 ont réalisé des essais de fatigue en traction pour des échantillons de matériau 4145H prélevés à 2.54 cm et à 5.08 cm sous la peau. Les résultats donnent respectivement une limite d'endurance  $\sigma_e$  de 525 MPa et de 498 MPa pour une durée de vie équivalente égale à  $10^7$  cycles. Cet écart dans la limite d'endurance  $\sigma_e$  est principalement dû à la différence du traitement thermique entre

les deux échantillons. En effet, le procédé de trempe, qui consiste à augmenter la température de l'acier puis à le refroidir très rapidement, permet d'augmenter les caractéristiques mécaniques du matériau tels que sa limite d'élasticité ou son seuil d'endurance illimitée. Cependant ce procédé fait intervenir des phénomènes qui amènent une hétérogénéité spatiale des caractéristiques mécaniques de l'acier.

a)



b)

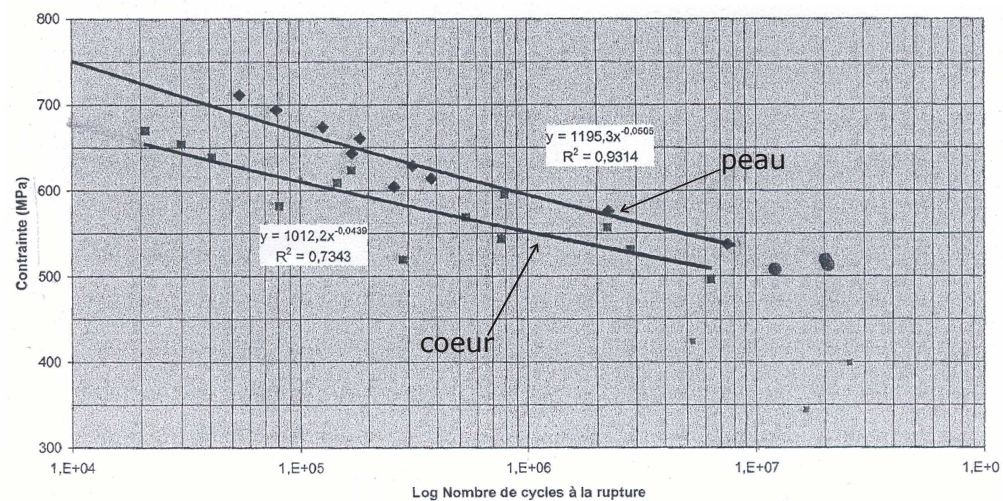


FIG. 5.1 – Essais réalisés à l'IFP (Vaisberg *et al.*, 2003) : a) essais monotones ; b) essais de fatigue.

Une deuxième cause pouvant induire des erreurs sur le calcul de fatigue peut être attribuée à la nature stochastique du phénomène d'amorçage de fissures. L'amorçage d'une fissure est dépendant de plusieurs paramètres tels que la présence de défauts dans le matériau ou bien le procédé de fabrication de celui-ci ; tout ceci fait que les résultats d'essais de fatigue présentent une dispersion.

Afin de tenir compte de la présence de défauts dans les calculs de fatigue, Weibull, 1939 a proposé une approche statistique appelée "*weakest-link*". Cette approche a été développée pour les matériaux fragiles ; dans le domaine de la fatigue polycyclique, l'amorçage d'une fissure est

principalement induit par la présence de défauts pour ce type de matériau.

Sa théorie permet de transposer les résultats d'essais de fatigue obtenus sur éprouvettes sur des structures présentant des volumes plus importants.

D'autres causes induisant une erreur sur les prédictions de durée de vie peuvent être liées à la méthode de calcul des quantités mécaniques (contraintes, déformations) utilisées pour l'analyse de fatigue et le critère de fatigue lui-même employé.

Les travaux de Amiable, 2006 ont permis de clarifier ce point très important pour les problèmes de fatigue : doit-on privilégier le choix du critère de fatigue ou bien le choix de la méthode de calcul des quantités mécaniques ?

Ces travaux concernaient les prédictions de durée de vie de structures sous chargement thermique. Pour ce faire, différentes méthodes de calcul du champ de contraintes et de déformations ont été développées, telles qu'une solution Éléments Finis avec différentes lois de comportement matériau ou bien des méthodes approchées semi-analytique. Ces différentes méthodes de calcul des contraintes ont été couplées avec différents critères de fatigue oligocyclique tel qu'un critère basé sur la dissipation d'énergie par cycle ou bien le critère de Manson-Coffin basé sur les déformations plastiques.

Les résultats ont montré que les prédictions de durée de vie dépendent beaucoup plus du choix du critère de fatigue que du choix de la méthode de calcul des contraintes.

## 5.2 Dimensionnement de l'éprouvette

Dans cette partie, on se propose de mettre en place des essais expérimentaux de fatigue permettant ainsi de valider la méthodologie de calcul de la durée de vie  $N$  des connexions vissées. Dans la partie précédente, nous avons vu qu'il existe différentes façons de réaliser ces essais de fatigue.

Dans notre cas, nous avons choisi de réaliser ces essais sur des connexions vissées à échelle réduite. Ces éprouvettes nous permettront dans un premier temps de valider la méthode de calcul de la durée de vie, mais aussi d'effectuer des mesures expérimentales sur les déformations engendrées dans la connexion vissée dues au couple de serrage et à l'application d'un chargement en traction.

La réalisation de ce type d'essais comprend certains avantages comparés aux essais sur structures à échelle réelle, ces avantages sont :

- une mise en oeuvre beaucoup plus facile
- des moyens expérimentaux nécessitant moins de puissance
- un coût de revient raisonnable par pièce rompue

La grande difficulté du travail réside donc dans la conception de la connexion vissée à l'échelle réduite. On rappelle que le but de ces essais est de valider la méthode de calcul et donc cela induit que les essais de fatigue qui vont être mis en place, puissent balayer une large gamme d'efforts appliqués tout en restant dans le domaine de la fatigue polycyclique. Par conséquent, les durées de chaque essai de fatigue varieront et afin d'obtenir des durées de vie  $N$  raisonnables, une étude est donc nécessaire. Par ailleurs les dimensions de la connexion vissée à l'échelle réduite doivent être adaptées au banc d'essais de fatigue utilisé.

Les durées de vie doivent correspondre à des nombres de cycle de chargement entre  $10^4$  et  $10^6$  cycles, ces limites correspondent à la zone de fatigue polycyclique. La machine qui nous permettra d'effectuer ces essais de fatigue, est une machine *INSTRON* qui peut délivrer une sollicitation maximale en traction de  $250\text{ kN}$  à une fréquence maximale de  $20\text{ Hz}$  (voir figure 5.2). Cette machine nous permettra donc d'effectuer  $10^6$  cycles de chargements en environ quatorze heures.

Le dimensionnement de la connexion vissée à échelle réduite a été réalisé de telle sorte que les facteurs de concentrations de contraintes en fond de filet soient du même ordre de grandeur que ceux d'une connexion à échelle réelle. Pour ce faire nous nous basons sur les calculs Éléments Finis réalisés dans le Chapitre 2, dont les facteurs de concentrations de contraintes axiales au niveau du





FIG. 5.2 – Machine de traction INSTRON.

fond de filet du LET de la partie mâle sont égaux à 5.74 pour la connexion *NC46* et 5.02 pour la connexion *NC40*.

Les dimensions de la connexion à échelle réduite sont présentées dans la figure 5.3. Les dimensions principales de cette connexion, les rayons interne et externe, la longueur du filetage et le rayon des fonds de filet, sont approximativement égales au quart des dimensions d'une connexion *NC46*.

Le filetage réalisé pour la connexion réduite est identique à ceux des connexions coniques rencontrées dans les canalisations de gaz.

Un calcul Éléments Finis de cette connexion à échelle réduite a été réalisé sous Abaqus avec le même comportement matériau M1 que celui introduit dans le Chapitre 2 et nous confirme que la géométrie choisie induit un facteur de concentrations de contraintes axial en fond de filet du LET de la partie mâle égal à 5.57.

La connexion vissée à échelle réduite ainsi dimensionnée doit aussi vérifier qu'elle puisse se rompre dans un délai raisonnable,  $10^4$  cycles par exemple, lorsque l'on applique la charge maximale, i.e.  $250\text{ kN}$ , du banc d'essai *INSTRON*. Ainsi nous pourrions balayer toute la gamme du domaine de la fatigue polycyclique en diminuant le chargement.

Nous avons calculé la durée de vie de la connexion vissée à échelle réduite sous un chargement en traction répétée de  $138\text{ kN}$  ce qui est équivalent à appliquer une contrainte uniforme  $\Sigma_o$  égale à  $151\text{ MPa}$ ; nous n'avons pas utilisé la charge maximale de  $250\text{ kN}$  afin de garder une marge de manœuvres dans le cas où le critère d'endurance limitée s'avèrerait trop conservatif.

acier 42 Cr Mo 4

conicité 6.25 %

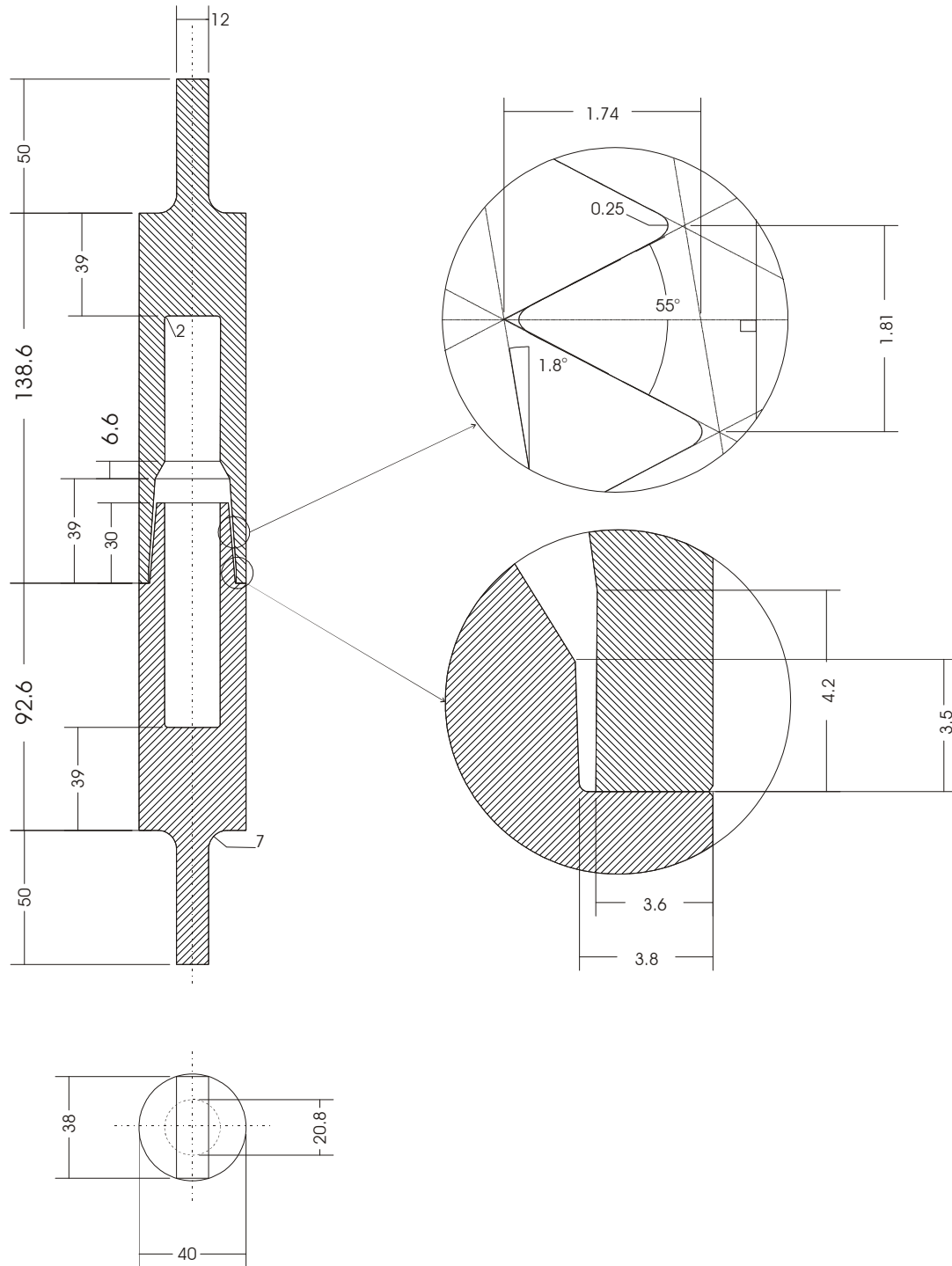


FIG. 5.3 – Dimensions en millimètre de la connexion à échelle réduite.

Le couple de serrage appliqué a été choisit le plus élevé possible puisque l'on sait qu'en diminuant ce dernier, la durée de vie de la connexion augmentera. Les calculs ont été réalisés avec un couple de serrage égal à  $433 \text{ Nm}$  et un coefficient de frottement de 0.2.

Les déformations plastiques sont localisées au niveau des fonds de filet. L'état adapté est atteint au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle où la déformation plastique équivalente est égale à 0.826 %.

La figure 5.4 illustre le trajet de chargement au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle dans le diagramme de Dang Van. En appliquant la méthode du "point chaud", c'est-à-dire en utilisant les contraintes maximales, la durée de vie correspondante est de 3854 cycles.

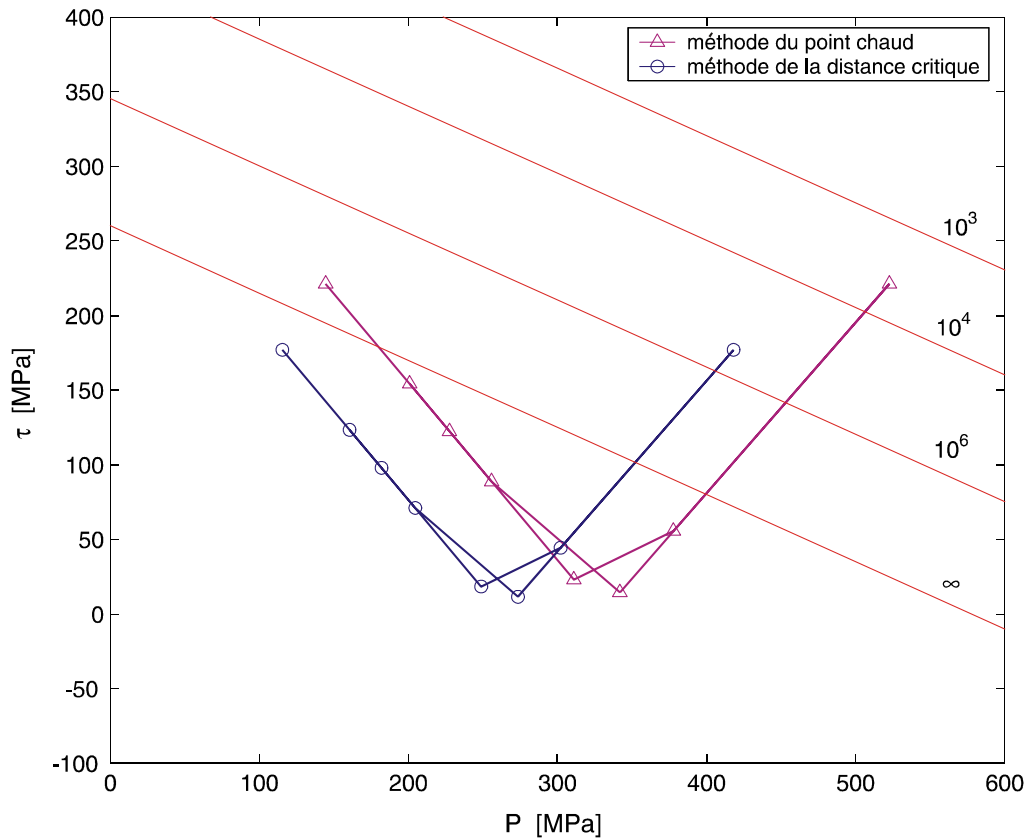


FIG. 5.4 – Trajet de chargement au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle dans l'espace  $\{\tau, P\}$  pour  $\Sigma_o = 151 \text{ MPa}$ ,  $C_{up} = 433 \text{ Nm}$  et  $f = 0.2$ .

Afin de tenir compte de l'effet d'entaille sur la durée de vie de la connexion, nous avons diminué de 20 % les contraintes en fond de filet du LET. Cette valeur de 20 % s'inspire du calcul sur la distance critique présenté dans le Chapitre 4 pour l'alliage *Ti6Al4V*. La durée de vie correspondante est de 248230 cycles. Ces durées de vie nous semblent raisonnables pour lancer la fabrication de la connexion. Cette dernière est présentée dans la figure 5.5.

Ces résultats montrent à quel point la durée de vie dans le domaine polycyclique est extrêmement dépendante du calcul du champ de contraintes ; une réduction de 20 % sur ce dernier induit une augmentation de 6300 % de la durée de vie. Contrairement au travaux de Amiable, 2006, on note que dans le domaine de la fatigue polycyclique les estimations de durée de vie sont très dépendant de la méthode de calcul des contraintes. Ceci peut s'expliquer par le fait que la courbe de Wöhler tend vers une asymptote représentée par l'endurance illimitée dans le domaine de la fatigue polycyclique. Et donc dans cette région, une petite variation en contrainte induira une grande variation en nombre de cycles.

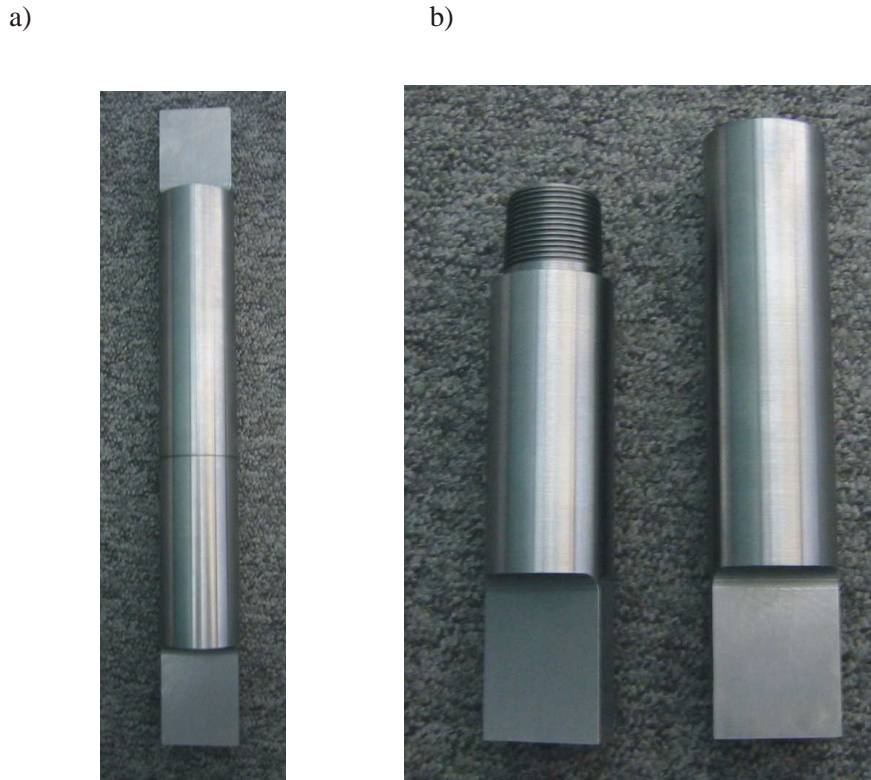


FIG. 5.5 – Photographies de la connexion à échelle réduite : a) connexion vissée assemblée; b) connexion vissée désassemblée.

Le dimensionnement de la connexion à échelle réduite étant terminé, nous allons maintenant passer à la détermination du coefficient de frottement entre les parties mâle et femelle de la connexion vissée.

### 5.3 Détermination du coefficient de frottement

Outre le comportement matériau qui est très important pour le calcul du champ de contraintes, le coefficient de frottement  $f$  influence aussi ce dernier. Dans le Chapitre 2, ce coefficient de frottement était égal à 0.2. Cependant Baragetti, 2002 a mis en place des essais permettant de mesurer ce coefficient de frottement induit par un agent lubrifiant utilisé dans le domaine du forage. Il en a déduit que ce coefficient de frottement est égal à 0.08.

Dans le but d'obtenir une estimation du coefficient de frottement, un essai monotone a été réalisé. Cet essai consiste à appliquer un effort de traction sur la connexion à échelle réduite et à mesurer le déplacement au niveau de l'épaulement à l'aide d'un capteur LVDT (Linear Variable Displacement Transducer) comme il est illustré dans la figure 5.6.

La connexion a été préalablement graissée puis précontrainte avec un couple de serrage  $C_{up}$  égale à 150 Nm. Ce dernier a été appliqué à l'aide d'un bras de levier  $L_c$  égale à 0.96 m et d'une masse  $M$  (voir figure 5.7). La masse  $M$  se calcul grâce à la formule suivante

$$M = \frac{C_{up} - C_c}{L_c g} \quad (5.1)$$

où  $C_c$  est le couple induit par le poids du bras de levier et est égal à 18 Nm, et  $g$  est la pesanteur. Ainsi pour induire un couple de serrage de 150 Nm, nous devons appliquer une masse  $M$  de 14 kg.

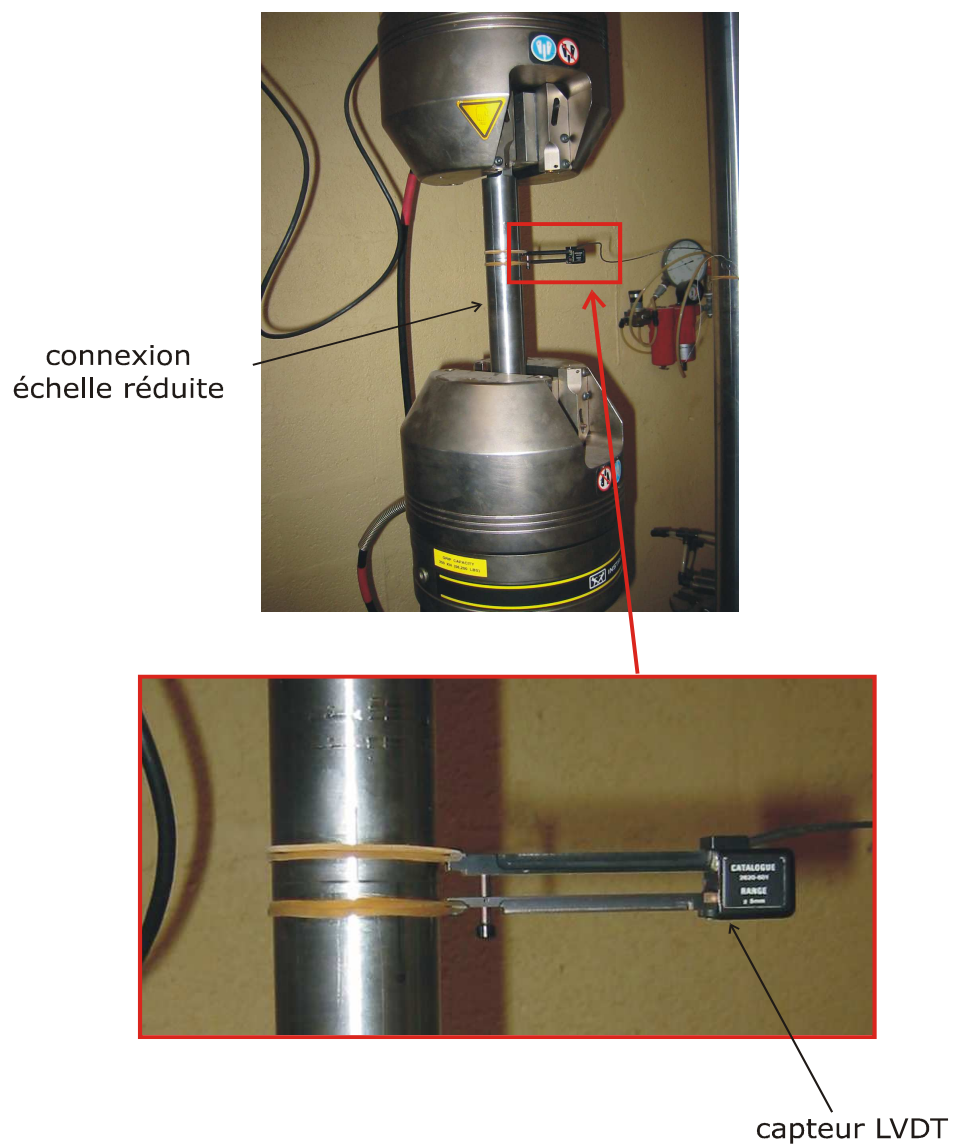


FIG. 5.6 – Photographies de l'expérience de traction monotone.

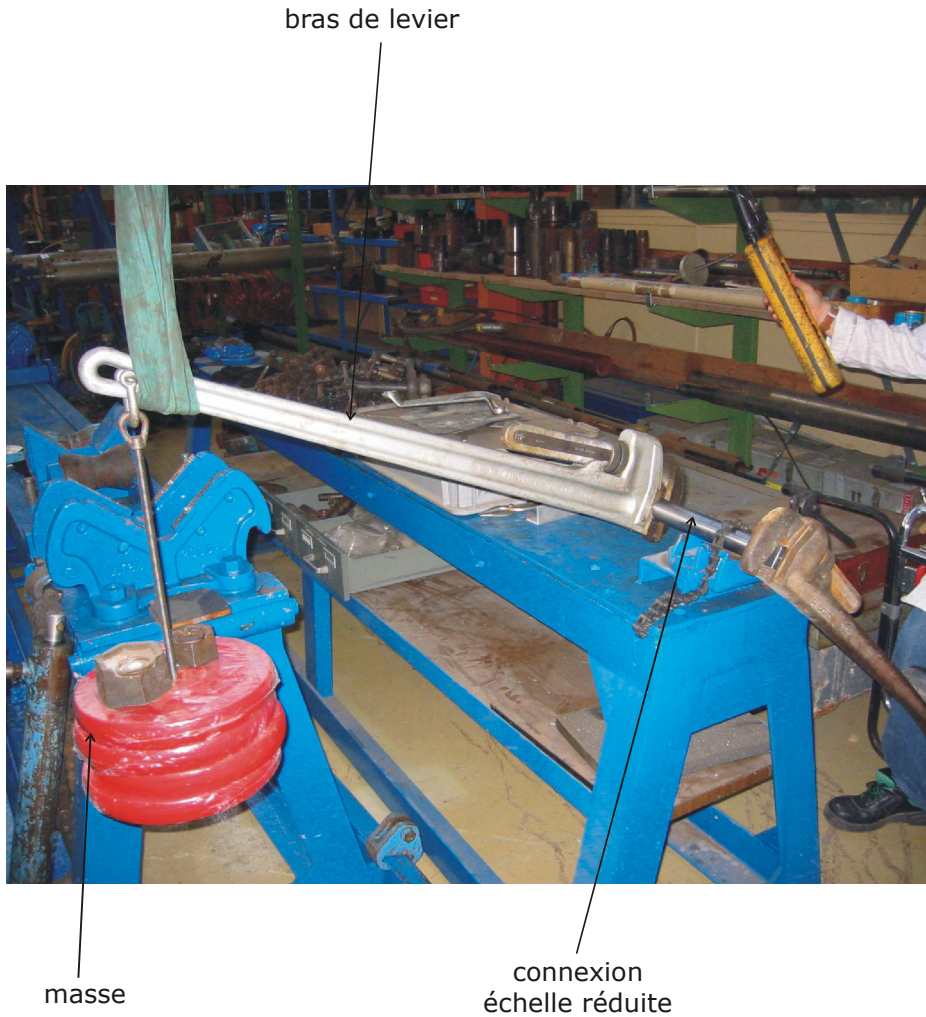


FIG. 5.7 – Application du couple de serrage  $C_{up}$ .

Les résultats de l'essai monotone ainsi que ceux obtenus avec le modèle Éléments Finis pour deux coefficients de frottement, 0.2 et 0.1, sont présentés dans la figure 5.8. On remarque que le calcul Éléments Finis effectué pour un coefficient de frottement égale à 0.2 prédit un décollement au niveau de l'épaule pour une contrainte appliquée égale à  $90 \text{ MPa}$  alors que celui pour un coefficient de frottement égale à 0.1 prédit un décollement au-delà de  $130 \text{ MPa}$ .

Malheureusement, l'essai monotone n'a pas été poussé jusqu'au décollement afin d'éviter d'induire de la plasticité au niveau des fonds de filet de la connexion pour pouvoir l'utiliser pour nos essais de fatigue. Toutefois nous pouvons conclure que le coefficient de frottement est inférieur à 0.2. Dans la suite de l'analyse, nous utiliserons un coefficient de frottement égale à 0.1.

Nous pouvons maintenant passer aux essais expérimentaux de fatigue.

## 5.4 Résultats et Discussions

Les essais de fatigue ont été menés jusqu'à ce qu'une fissure macroscopique apparaisse. Cependant il était impossible de pouvoir visualiser cette macro fissure durant l'essai de fatigue puisqu'elle s'initie au niveau du fond de filet de la pièce mâle. Il a donc été décidé qu'une macro-fissure est apparue lorsque la connexion vissée présente une elongation supérieure à  $0.1 \text{ mm}$ .

Cette définition aura très peu d'importance sur nos résultats expérimentaux puisque le nombre

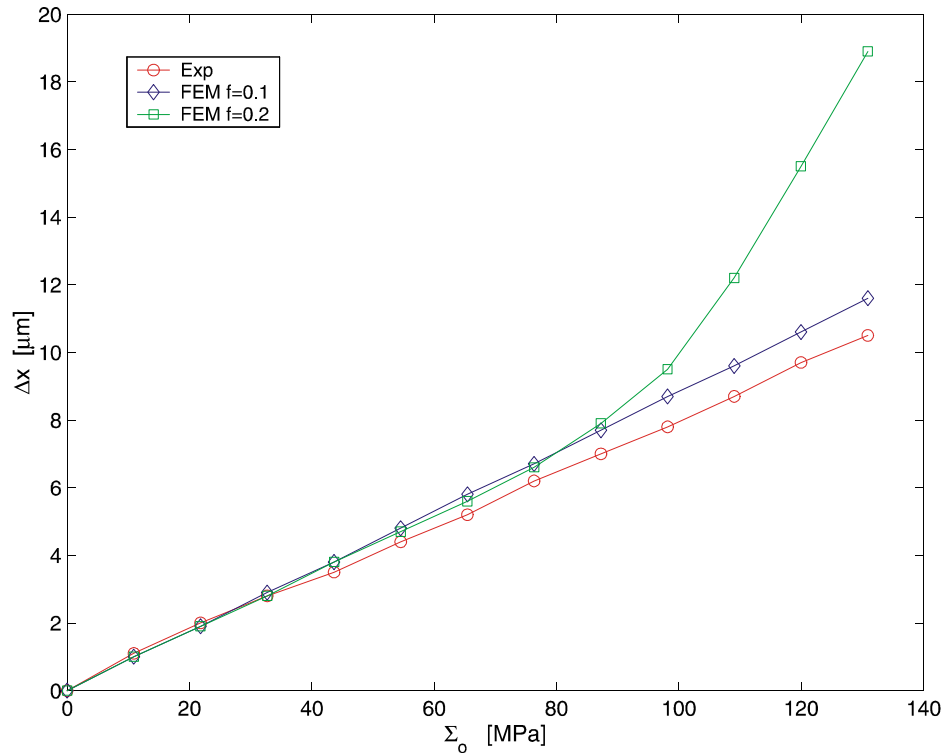


FIG. 5.8 – Évolution du déplacement au niveau de l'épaulement.

de cycles nécessaires pour la propagation de la fissure jusqu'à la rupture de la connexion est très faible comparé au nombre de cycles nécessaires pour l'amorcer. Expérimentalement, nous avons constaté que seulement 200 à 300 cycles supplémentaires permettaient d'aller jusqu'à la rupture complète de la connexion en deux parties distinctes.

L'un des objectifs de la validation expérimentale concernait la prédiction du site d'amorçage de la fissure. Le critère de Dang Van prédit que, pour tous les cas de chargement réalisés, les fissures s'initieraient au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle (voir figure 5.9). Les résultats expérimentaux sont complètement en accord avec ces prédictions. La figure 5.10 montre une des connexions vissées à échelle réduite rompue au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle.

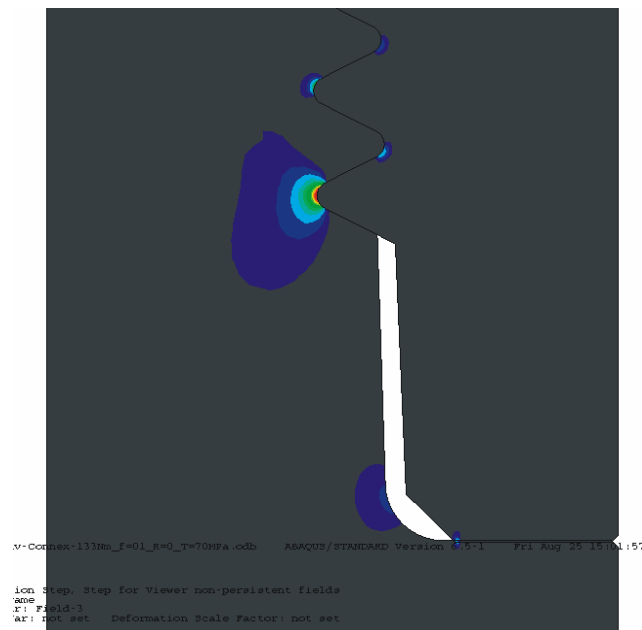
Les résultats des essais de fatigue sont présentés dans les tableaux 5.1 et 5.2. Les essais effectués pour un couple de serrage égal à 433 Nm ont été répétés deux fois afin d'estimer la dispersion des mesures expérimentales. La dispersion relative des données expérimentales de fatigue est comprise entre 20.8 %, obtenue pour l'effort de traction de 138 kN, et 4.9 % obtenue pour l'effort de traction de 120 kN. On peut donc constater que ces essais de fatigue ont une dispersion relativement faible. Donc, pour le couple de serrage de 133 Nm, nous n'avons effectué qu'un seul essai pour chaque effort de traction.

TAB. 5.1 – Résultats des essais de fatigue pour un couple de serrage égale à 433 Nm .

$T$ [kN]	138	120	113	100	88
$N$	113677	271328	454372	718460	1516831
[cycles]	90066	258030	409882	855261	1759682

La comparaison entre les prédictions de la durée de vie réalisées avec le critère de Dang Van

a)



b)

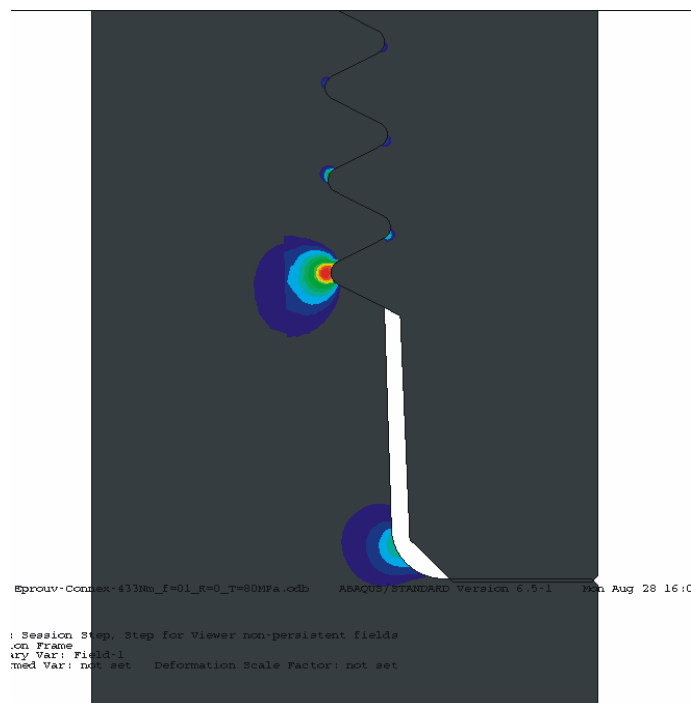
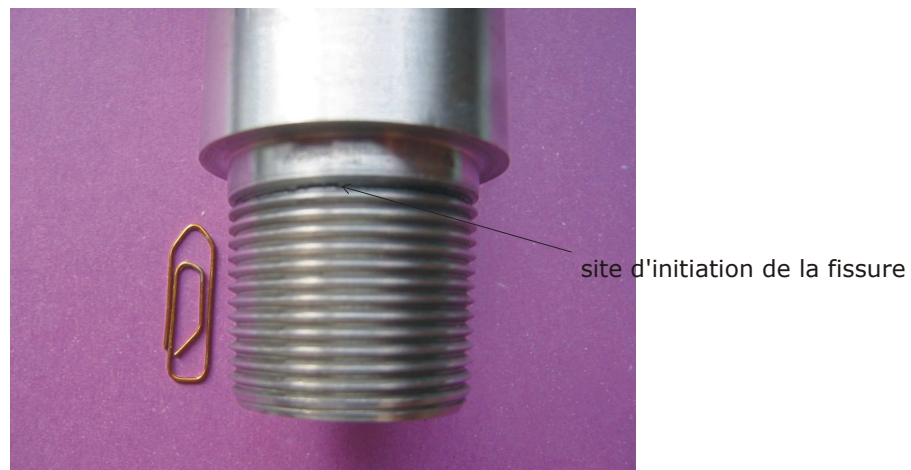


FIG. 5.9 – Prédiction des sites d'initiation d'une fissure de fatigue : a)  $C_{up} = 133 Nm$  et  $\Sigma_o = 70 MPa$ ; b)  $C_{up} = 433 Nm$  et  $\Sigma_o = 80 MPa$ .



a)



b)



c)



FIG. 5.10 – Photographie d'une connexion à échelle réduite rompue au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle

TAB. 5.2 – Résultats des essais de fatigue pour un couple de serrage égale à 133 Nm.

$T$ [kN]	105	97	94	88
$N$ [cycles]	91492	199827	981140	1801615

étendu au domaine de l'endurance limitée et les résultats expérimentaux est présentée dans la figure 5.11. Ces prédictions ont été obtenues avec la loi de comportement M1 introduite dans le Chapitre 2 et en utilisant la méthode du "point chaud" au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle.

Les prédictions ont aussi été réalisées dans les cas où le champ de contraintes a été augmenté ou diminué de 10 % ce qui est représenté par les segments verticaux dans la figure 5.11. Le critère de Dang Van étendu au domaine de l'endurance limitée donne des prédictions trop conservatives. Le rapport moyen entre les durées de vie expérimentales et les prédictions est de 45 pour le couple de serrage de 433 Nm et de 28 pour le couple de serrage de 133 Nm. Dans le cas d'une minoration de 10 % des contraintes, le rapport moyen n'est plus que de 7 pour le couple de serrage de 433 Nm et de 4 pour le couple de serrage de 133 Nm.

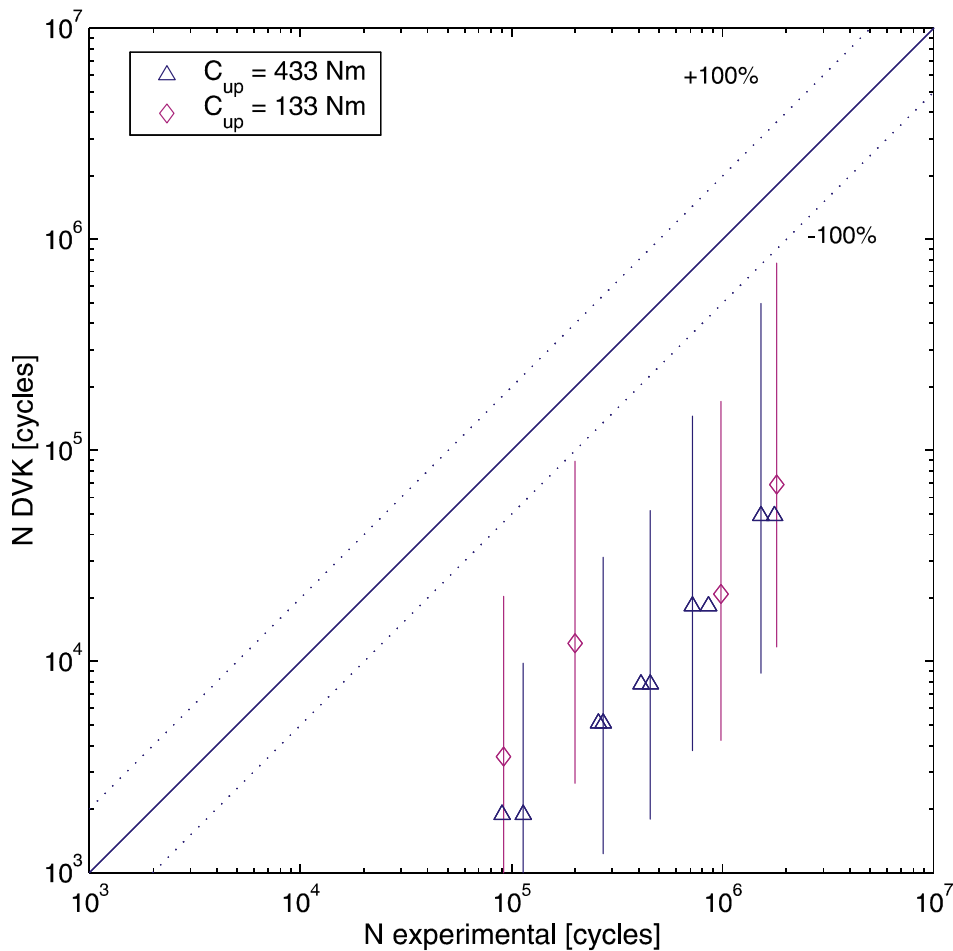


FIG. 5.11 – Comparaison entre les prédictions réalisées avec le critère de Dang Van étendu au domaine de l'endurance limitée et les durées de vie expérimentales en appliquant la méthode du "point chaud".

On peut donc conclure que les prédictions de durées de vie sont très sensibles au calcul des

contraintes en fond de filet. Dans notre analyse élastoplastique, une erreur de 10 % peut être induite par le choix du comportement matériau ou bien par l'hypothèse de la modélisation axisymétrique de la connexion vissée.

Dans le Chapitre 2, nous avons vu que la loi de comportement M1 surestime les contraintes macroscopiques donc afin d'améliorer les prédictions de la durée de vie, nous avons changé la loi de comportement matériau. Deux lois différentes ont été utilisées, une loi M2 modélisant un comportement élastoplastique avec un écrouissage cinématique linéaire et une autre loi élastoplastique M3 avec un écrouissage cinématique non-linéaire et un écrouissage isotrope.

Les lois d'écrouissage cinématique non-linéaire et d'écrouissage isotrope sont respectivement données par les expressions suivantes

$$\dot{\underline{\underline{\alpha}}} = \frac{C}{\sigma_y} (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\alpha}}) \dot{\varepsilon}_p^{eq} - \gamma \underline{\underline{\alpha}} \dot{\varepsilon}_p^{eq} \quad (5.2)$$

$$\sigma_y = \sigma_y^o + Q_\infty \left(1 - e^{-h\varepsilon_p^{eq}}\right) \quad (5.3)$$

où  $\sigma_y$  est la limite d'élasticité initialement égale à  $\sigma_y^o$ ,  $\underline{\underline{\alpha}}$  est le champ de contraintes plastiques résiduelles et  $\varepsilon_p^{eq}$  est la déformation plastique équivalente qui a déjà été introduite dans le Chapitre 2.

Les valeurs des paramètres de ces lois de comportement sont données dans les tableaux 5.3 et 5.4

TAB. 5.3 – Paramètre de la seconde loi de comportement élastoplastique M2.

$E$ [MPa]	$\nu$	$\sigma_y$ [MPa]	$C$ [MPa]
210000	0.3	835	8333

TAB. 5.4 – Paramètre de la troisième loi de comportement élastoplastique M3.

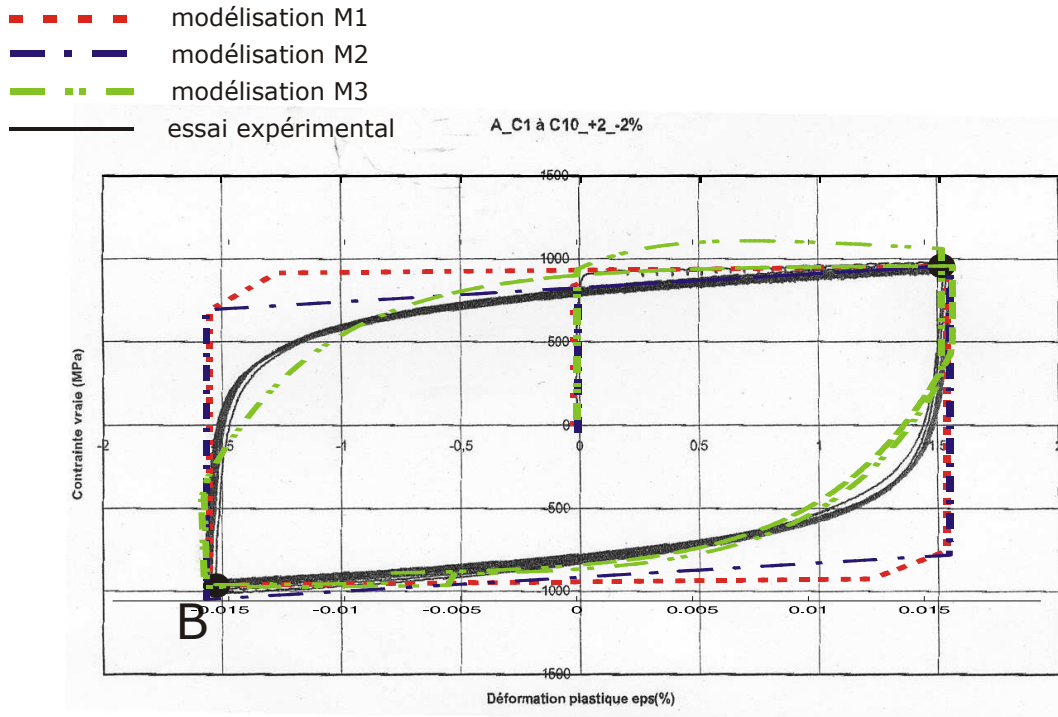
$E$ [MPa]	$\nu$	$\sigma_y^o$ [MPa]	$C$ [MPa]	$\gamma$	$Q_\infty$ [MPa]	$h$
210000	0.3	835	120000	193	-600	100

La comparaison des lois M1, M2 et M3 avec l'essai cyclique est illustrée dans la figure 5.12. On peut constater que les lois M2 et M3 sont plus appropriées pour modéliser le comportement cyclique du matériau *42CrMo4* que la loi de comportement M1.

La comparaison entre les différentes lois de comportement sur le calcul de la déformation plastique équivalente  $\varepsilon_p^{eq}$  au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle est présentée dans les tableaux 5.5 et 5.6. On remarque que les calculs réalisés avec les lois de comportement M2 et M1 surestiment les déformations plastiques par rapport à ceux réalisés avec la loi de comportement M3 pour le couple de serrage égal à 133 Nm. Alors que pour le couple de serrage de 433 Nm, les déformations plastiques sont sous-estimées avec les lois de comportement M1 et M2.

Par ailleurs, pour le couple de serrage égal à 433 Nm et pour les efforts de chargement de 113 kN, 120 kN et de 138 kN, les calculs réalisés avec la loi M3 prédit que le fond de filet du LET de la partie mâle subira le phénomène de rochet et donc les déformations plastiques augmentent sans cesse jusqu'à la rupture de la connexion. Donc pour ces trois chargements, le critère de Dang Van n'est pas applicable.

L'influence du choix de la loi de comportement sur le trajet de chargement dans l'espace  $\{\tau, P\}$  au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle est présenté dans la figure 5.13. Pour le couple de serrage de 133 Nm et un effort de traction de 94 kN, les trajets de chargement obtenus avec les lois de comportement M1 et M3 sont presque identiques et donc ces trajets de chargement induisent les mêmes prédictions de durée de vie. Quant au trajet de chargement obtenu avec la loi

FIG. 5.12 – Essai cyclique de traction à  $\pm 2\%$  de déformations élastoplastiques.

TAB. 5.5 – Déformation plastique équivalente pour un couple de serrage égale à 433 Nm .

$T$ [kN]	138	120	113	100	88
$M1 : \varepsilon_p^{eq}$ [%]	2.17	2.02	1.95	1.82	1.68
$M2 : \varepsilon_p^{eq}$ [%]	1.75	1.62	1.58	1.5	1.42
$M3 : \varepsilon_p^{eq}$ [%]	×	×	×	2.65	2.99

de comportement M2, on peut noter que ce dernier se présente sur la gauche des autres trajets de chargement ; la moyenne de la pression hydrostatique est plus faible que pour les trajets de chargement réalisés avec les lois de comportement M1 et M3.

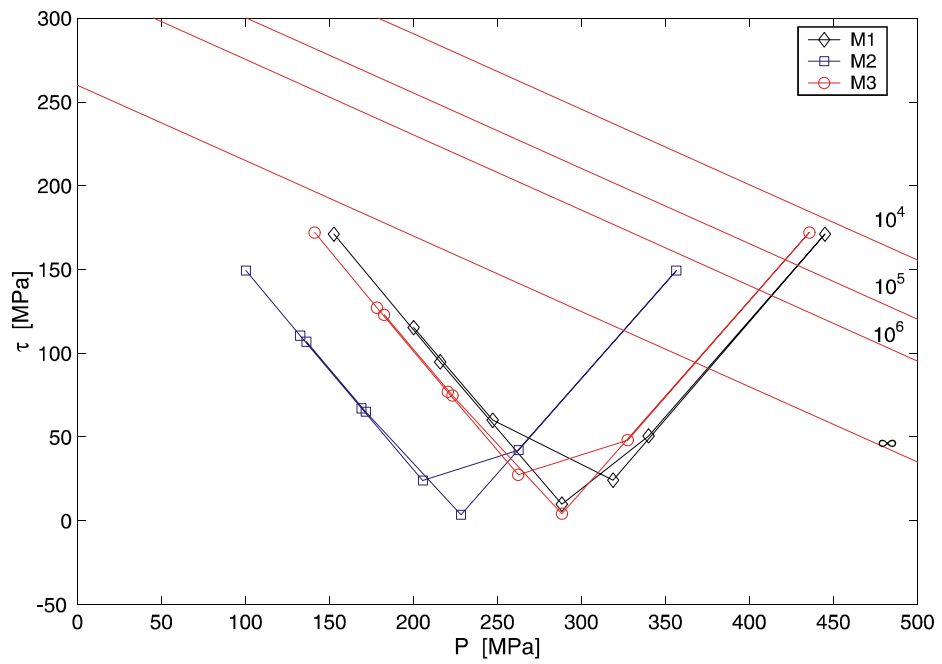
Ceci s'explique par le fait que les déformations plastiques sont plus petites avec la loi de comportement M2 et donc les contraintes résiduelles sont aussi plus faibles ce qui nous donne des pressions hydrostatiques plus petites. Ces remarques ont aussi été vérifiées pour les autres valeurs de chargement.

Pour le couple de serrage de 433 Nm et un effort de traction de 100 kN, les trajets de chargement présentent tous la même pression hydrostatique moyenne. Quant à l'amplitude du cisaillement, il est identique pour les lois de comportement M2 et M3 et il est supérieur pour la loi de comportement M1. Ainsi, les lois M2 et M3 nous donneront des prédictions de durée de vie identiques et la loi M1 nous donnera des prédictions plus conservatives.

L'impact de la loi de comportement sur le calcul de la durée de vie est présenté dans la figure 5.14. On peut constater que les prédictions de durée de vie sont meilleures avec la loi de comportement M2 et ce pour les deux couples de serrage. Avec la loi de comportement M2, le rapport moyen entre les durées de vie expérimentales et les prédictions n'est plus que de 17 pour le couple de serrage de 433 Nm et de 14 pour celui de 133 Nm.

Dans le but d'estimer l'impact du critère de fatigue sur les prédictions de durées de vies, le

a)



b)

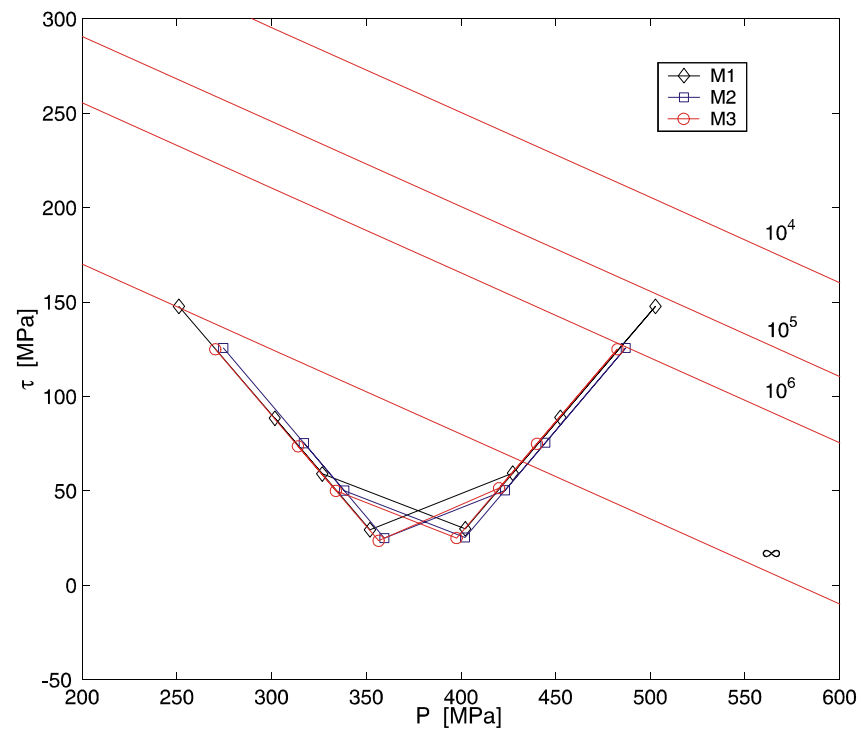


FIG. 5.13 – Influence de la loi de comportement sur le trajet de chargement dans l'espace  $\{\tau, P\}$  : a) couple de serrage de  $133 \text{ Nm}$  et un effort de traction de  $105 \text{ kN}$  ; b) couple de serrage de  $433 \text{ Nm}$  et un effort de traction de  $100 \text{ kN}$ .

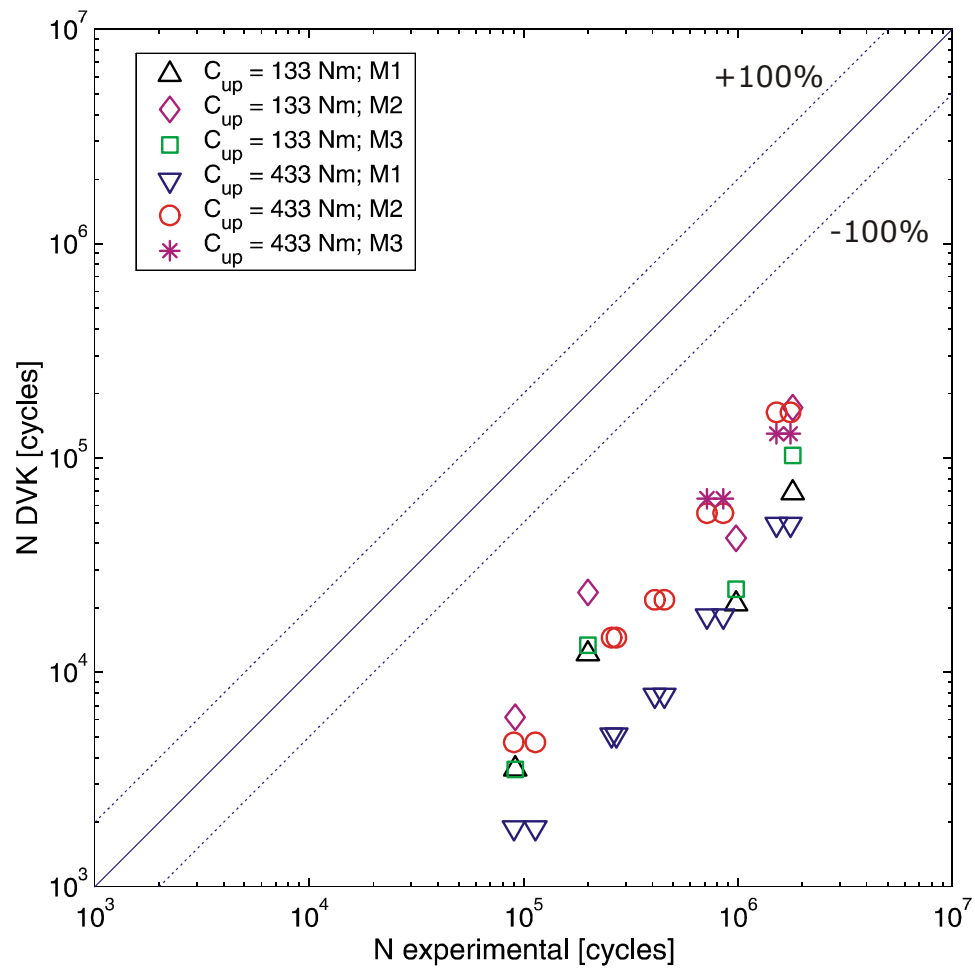


FIG. 5.14 – Influence de la loi de comportement sur les prédictions de la durée de vie

TAB. 5.6 – Déformation plastique équivalente pour un couple de serrage égale à 133 Nm .

$T$ [kN]	105	97	94	88
$M1 : \varepsilon_p^{eq}$ [%]	0.423	0.31	0.269	0.184
$M2 : \varepsilon_p^{eq}$ [%]	0.416	0.321	0.288	0.227
$M3 : \varepsilon_p^{eq}$ [%]	0.313	0.237	0.21	0.16

critère de Crossland a été étendu au domaine de l'endurance limitée de la même manière que le critère de Dang Van. Les résultats sont présentés dans la figure 5.15. On remarque que le critère de Crossland prédit des durées de vie non-conservatives. Le rapport moyen entre les durées de vie prédites et les durées de vie expérimentales est de 56 pour le couple de serrage de 133 Nm et de 224 pour celui de 433 Nm.

Dans le Chapitre 4, nous avons vu que le formalisme du critère de Papadopoulos permet de diminuer les prédictions de durée vie, donc nous avons appliqué ce formalisme au critère de Crossland (voir figure 5.15). Les prédictions sont alors améliorées mais elles restent toujours non-conservatives. Le rapport moyen entre les durées de vie prédites et les durées de vie expérimentales est de 36 pour le couple de serrage de 133 Nm et de 15 pour celui de 433 Nm.

À ce stade de l'analyse, nous pouvons conclure que le critère de Dang Van étendu au domaine de l'endurance limitée prédira toujours des durées de vie trop conservatives quelle que soit la précision des calculs élastoplastiques du champ de contraintes. Les raisons de ce fait ont déjà été abordées dans le Chapitre 4 comme l'effet d'échelle ou bien l'effet du gradient de contraintes. Cependant une étude à l'échelle cristalline réalisée par F. Hoffmann *et al.* (2006) et présentée dans l'annexe D nous permet de mieux comprendre le rôle du gradient de contraintes dans l'analyse en fatigue.

Le critère de Dang Van se base sur les contraintes à l'échelle du grain et donc le passage entre l'échelle macroscopique et l'échelle mésoscopique est primordial dans l'analyse en fatigue. Ce passage macro-méso n'est possible que si certaines hypothèses soient vérifiées telle qu'un chargement uniforme imposé sur la matrice dans lequel le grain défavorablement orienté se trouve (voir figure 5.16.a). Cette hypothèse n'est plus valide lorsque la structure présente des concentrations de contraintes à cause du gradient de contraintes engendré par la géométrie comme il est illustré dans la figure 5.16.b ; sur une très courte distance de l'ordre de la taille des grains de métal, la contrainte chute rapidement.

Cette étude consistait à appliquer le critère de Dang Van dans le cas d'une barre entaillée circonférentiellement en utilisant deux méthodes pour déterminer les contraintes mésoscopiques : l'une utilisant le passage macro-méso du modèle de Lin-Taylor et une autre méthode utilisant un calcul Éléments Finis à l'échelle cristalline (Manonukul et Dunne, 2004; Dunne *et al.*, 2006). Le modèle Éléments Finis à l'échelle cristalline a été réalisé avec trois différentes géométries de maillage.

Le comportement cristallin a été modélisé avec une loi élastoplastique avec un écrouissage cinématique linéaire dont les coefficients ont été calés de telle sorte qu'en homogénéisant la cellule cristalline nous retrouvons le même comportement macroscopique que celui utilisé pour la méthode utilisant le passage macro-méso du modèle de Lin-Taylor. De plus les déformations plastiques cristallines sont préférentiellement localisées suivant les plans de glissement du grain de métal qui sont au nombre de 12 maximum pour un cristal fcc.

Les résultats de ces calculs sont présentés dans la figure 5.17. Les conditions limites ont été appliquées en déplacement avec une déformation axiale imposée de 0.15 %. Sur la figure, on peut y voir un nuage de points qui représente le point critique du trajet de chargement de chaque grain.

Le calcul de fatigue réalisé avec le passage macro-méso du modèle de Lin-Taylor prédit une durée de vie conservative par rapport aux prédictions réalisées avec le modèle Éléments Finis à l'échelle cristalline ; en d'autres termes, le passage macro-méso du modèle de Lin-Taylor surestime

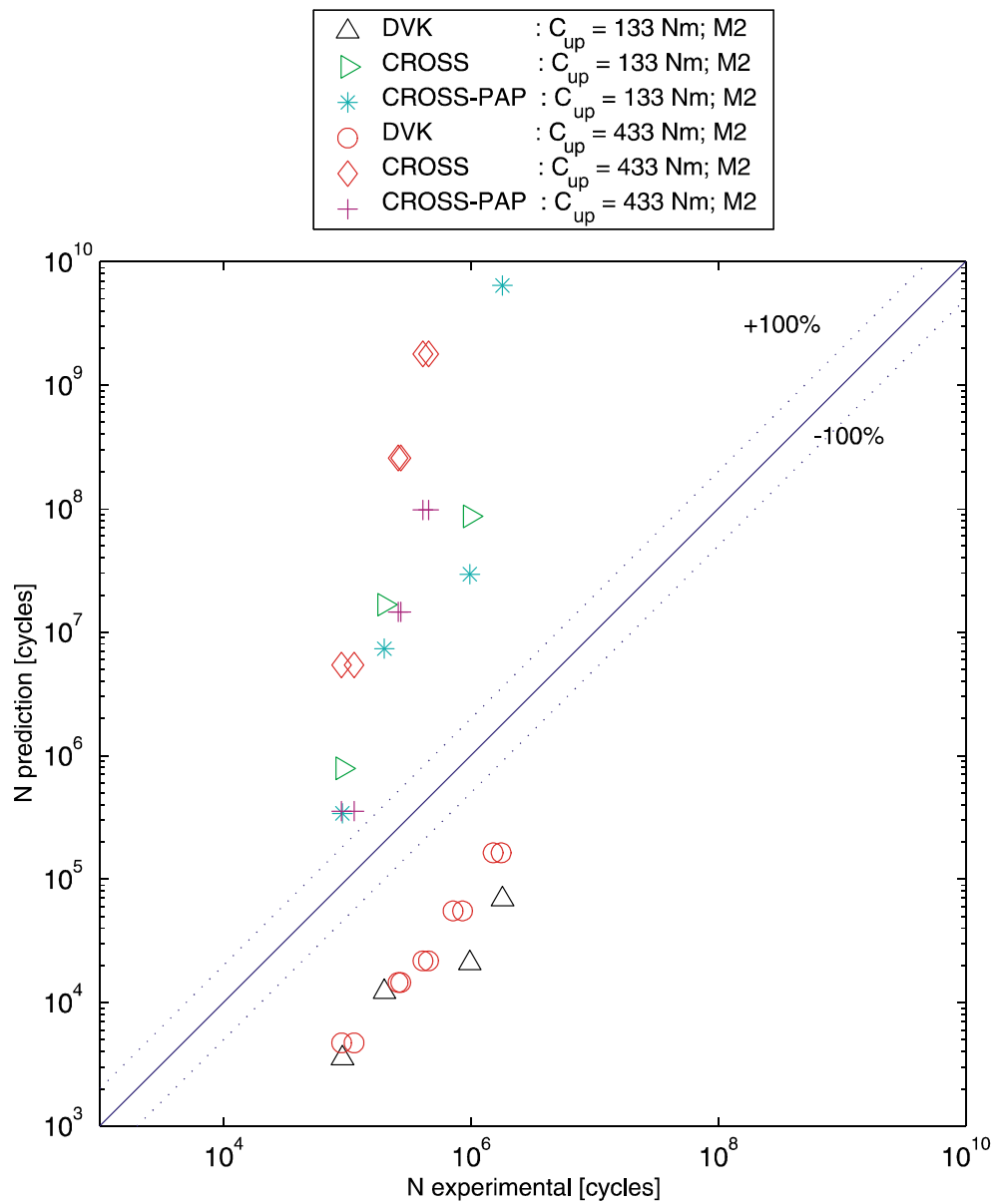


FIG. 5.15 – Comparaison des durées de vie expérimentales avec les prédictions obtenues avec différents critères de fatigue.



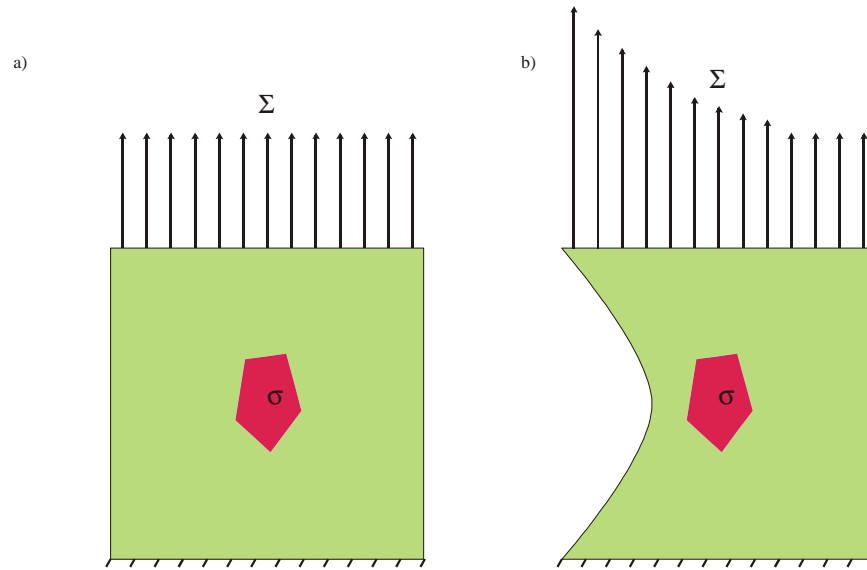


FIG. 5.16 – a) Hypothèse de modélisation du passage macro-méso du critère de Dang Van ; b) État de contraintes à proximité d'une entaille.

les contraintes mésoscopiques lorsque la structure présente des discontinuités géométriques.

Cette étude nous permet de conclure que le critère de Dang Van n'est pas adapté pour l'analyse en fatigue de structures présentant des concentrations de contraintes. Cette remarque a déjà été relevée dans différents travaux menés au sein du LMS tels que ceux de Fayard, 1996 sur le dimensionnement à la fatigue polycyclique de structures soudées. Ces travaux ont aussi montré que l'application du critère de Dang Van ne permettait pas d'obtenir des prédictions satisfaisantes ; comme dans notre cas la méthode du "point chaud" surestime les contraintes mésoscopiques.

Afin de palier cet inconvénient, il a proposé une règle de maillage de la soudure afin de caler les résultats expérimentaux avec les simulations numériques. Dans notre cas, cela reviendrait à augmenter la taille du maillage en fond de filet afin de diminuer les contraintes macroscopiques localement. En effet, on remarque qu'en appliquant seulement 89 % des contraintes en fond de filet du LET de la partie mâle avec la loi de comportement M2, les prédictions de durée de vie obtenues avec le critère de Dang Van sont améliorées significativement comme l'illustre la figure 5.18.

## 5.5 Conclusions

Ce chapitre était dédié à la validation expérimentale de la méthodologie du calcul de fatigue présentée dans cette thèse. Cette validation a été réalisée à l'aide d'essais de fatigue sur des connexions à échelle réduite. Cette méthode nous a permis de réaliser des essais de fatigue à moindre coût.

De plus, la mise en place des essais n'a nécessité l'intervention que d'un seul technicien alors que si les essais avaient été réalisés sur des tiges de forage réelles, cela aurait requis plusieurs techniciens pour leur manipulation.

La connexion vissée à l'échelle réduite a ainsi été dimensionnée afin de pouvoir réaliser nos essais dans le domaine de la fatigue polycyclique. Le dimensionnement a été fait de telle sorte que l'on ai le même état de contraintes que dans une vraie connexion de tige de forage. Ceci a été obtenu en imposant un même facteur de concentrations de contraintes axiales.

Puis nous avons effectué un essai de traction monotone sur la connexion à échelle réduite afin d'identifier la valeur du coefficient de frottement que nous avons pris égal à 0.1.

Par la suite, nous avons réalisé des essais de fatigue en traction répétée pour deux valeurs de

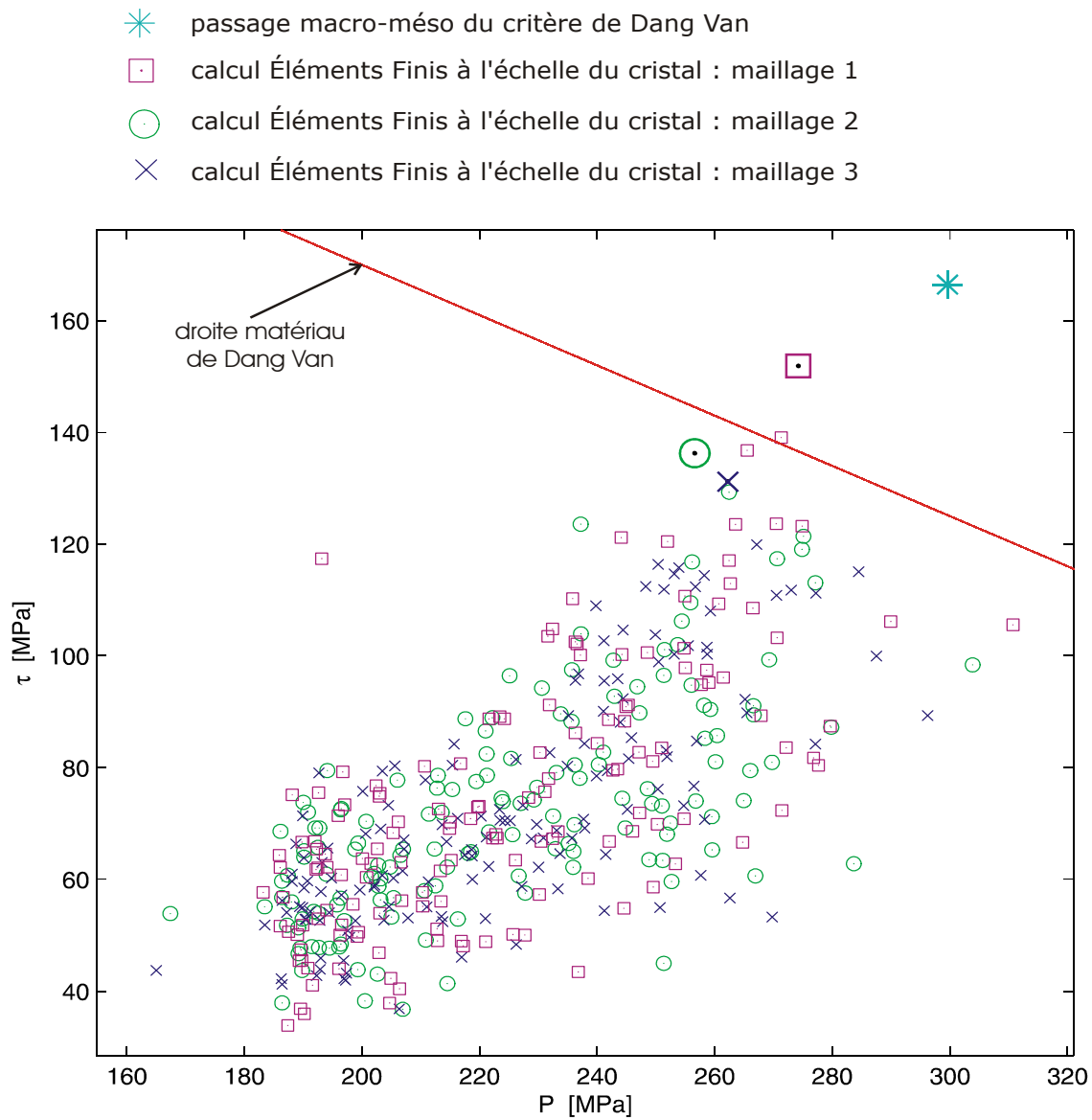


FIG. 5.17 – Comparaison dans l'espace  $\{\tau, P\}$  des prédictions réalisées par le passage macro-méso du modèle de Lin-Taylor avec les prédictions réalisées avec un modèle Éléments Finis à l'échelle cristalline.

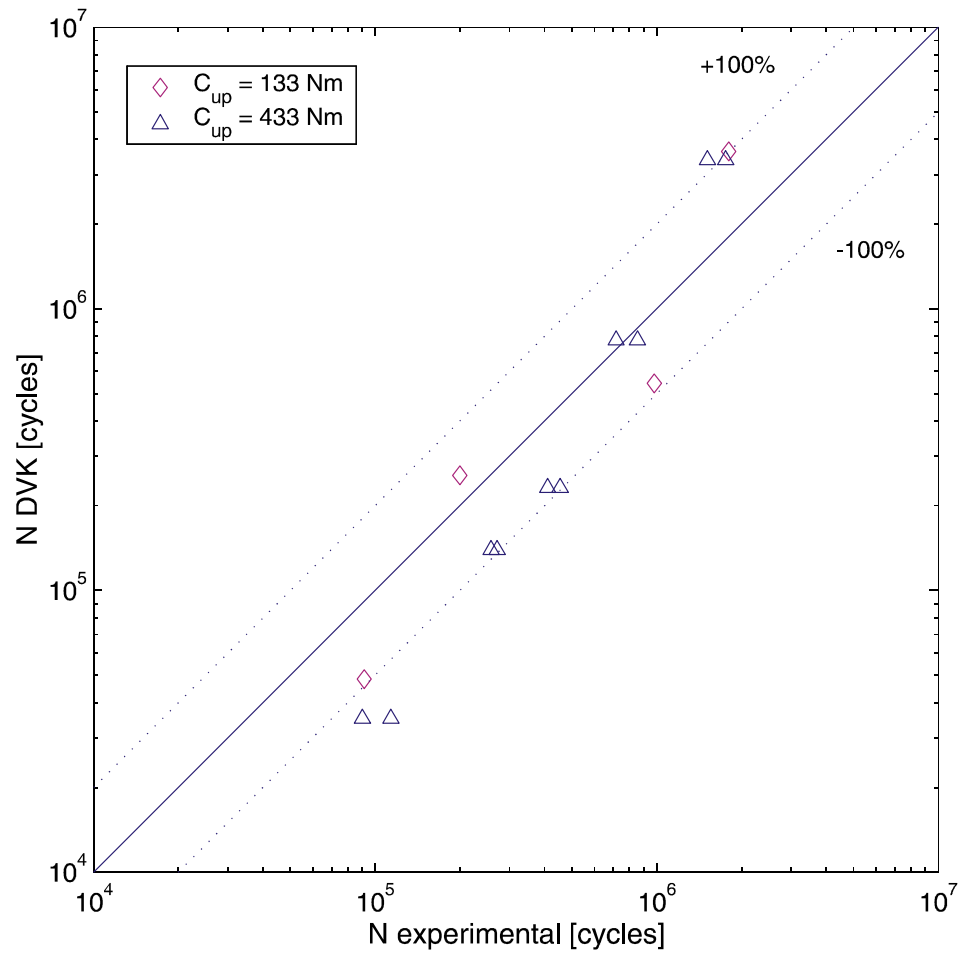


FIG. 5.18 – Comparaison entre les prédictions réalisées avec le critère de Dang Van étendu au domaine de l'endurance limitée et les durées de vie expérimentales en appliquant la méthode du "point chaud" avec 89 % des contraintes en fond de filet du LET de la partie mâle.

couple de serrage différents. Pour le couple de serrage de 433  $Nm$ , nous avons répété deux fois chaque essai de fatigue et nous avons remarqué que la dispersion est de l'ordre de 20 % maximum ce qui est raisonnable pour des essais de fatigue dans le domaine polycyclique.

Le premier résultat obtenu concerne le site d'amorçage de la fissure. Pour tous les essais de fatigue effectués, la fissure s'amorçait au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle et l'application du critère de Dang Van nous prédit les mêmes sites d'amorçage de fissure.

Par la suite, nous avons comparé ces résultats expérimentaux de durée de vie avec nos prédictions réalisées avec le critère de DangVan étendu au domaine de l'endurance limitée en utilisant la méthode du "point chaud". Les prédictions obtenues sont toutes trop conservatives avec un rapport moyen expérimental/prédiction de l'ordre de 35. Nous avons aussi remarqué que les calculs de fatigue sont très sensibles au calcul des contraintes. Donc dans un premier temps afin d'améliorer les prédictions, différentes lois de comportement ont été implémentées afin d'évaluer leur impact sur les durées de vie. Ainsi, les prédictions ont été améliorées de façon que le rapport moyen expérimental/prédiction n'est plus que de l'ordre de 15.

Cette erreur sur les prédictions est principalement due à l'effet du gradient de contraintes au niveau des concentrations de contraintes. En effet, le passage macro-méso du modèle de Lin-Taylor n'est plus valide lorsque la structure présente de fortes concentrations de contraintes. Cette remarque a été validée en comparant les prédictions obtenues en faisant le passage macro-méso de Lin-Taylor et les prédictions obtenues à l'aide d'un modèle Éléments Finis à l'échelle cristalline.

Finalement, pour en tenir compte dans les calculs de fatigue, nous avons remarqué qu'une diminution de 10 % des contraintes en fond de filet permet d'obtenir des prédictions de durée de vie comprises entre  $\pm 100$  % des durées de vie expérimentales. Cette solution n'a aucune base physique mais néanmoins elle permet d'un point de vue de l'ingénieur d'appliquer le critère de Dang Van sur des structures présentant des discontinuités géométriques et d'obtenir des résultats satisfaisant.

## Chapitre 6

# Conclusions et perspectives

Le travail mis en place dans le cadre de la thèse montre qu'il est possible d'effectuer le calcul de la durée de vie de la garniture de forage en partant des paramètres de contrôle d'une opération de forage. Pour cela, le problème a été divisé en trois parties comme il est présenté sur la figure 6.1. L'objectif principal des travaux consiste à la mise en place des lois de passage entre chaque échelle du problème de fatigue des garnitures de forage.

La première partie concerne l'échelle de la garniture de forage qui n'a pas été traitée dans cette thèse. L'objectif principal est de pouvoir calculer les efforts généralisés en tension, torsion et flexion en tout point de la garniture de forage en présence de phénomènes vibratoires tel que le stick-slip.

Le problème commence donc avec les données concernant la géométrie du puits de forage (le rayon de courbure  $R$ ) et les paramètres de contrôle au crochet (la vitesse angulaire  $\Omega_o$ , le poids  $WOH$  et le couple de torsion  $TOH$ ). À l'aide du modèle Torque & Drag, nous avons vu qu'il est possible d'obtenir les cycles des efforts généralisés s'exerçant sur la garniture de forage. Cette méthode ne prend pas en compte les phénomènes vibratoires mais nous a permis d'estimer les contraintes de type poutre  $\underline{\underline{\Sigma}}^*$  essentielles au passage à l'échelle suivante.

Dans la suite des travaux, ces résultats nous serviront pour le calcul des contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  engendrées au niveau des liaisons entre les différents éléments constituant le train de tiges ; nous avons vu que les connexions vissées des garnitures de forage sont les sites privilégiés d'amorçage de fissures de fatigue. Nous avons donc développé une analyse mécanique plus fine du champ de contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  au niveau de ces connexions.

Afin d'obtenir les cycles des efforts généralisés de type poutre en présence des phénomènes vibratoires, les recherches devront s'orienter vers un modèle Éléments Finis de la dynamique du train de tiges. Pour cela, les travaux porteront sur :

- le choix des lois pertinentes permettant de simuler les dysfonctionnements vibratoires (stick-slip, bit-bouncing et whirling),
- l'implémentation de ces lois comme conditions limites dans le code Éléments Finis tel que DeepLines (IFP) afin d'obtenir les cycles des efforts généralisés en tension  $T$ , torsion  $C$  et flexion  $M$
- s'aider de la base de donnée TRAFOR afin de comparer les résultats éléments finis avec des mesures expérimentales in-situ

La deuxième partie du problème vise la mise en place du passage des contraintes de type poutre  $\underline{\underline{\Sigma}}^*$  vers les contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  (voir figure 6.2). Ce travail a été traité de deux manières différentes : une méthode Éléments Finis qui permet de calculer les contraintes élastoplastiques en tout point de la connexion vissée et une méthode semi-analytique qui permet de calculer le champ de contraintes élastique en des points spécifiques de la connexion.

L'objectif principal du travail effectué dans le Chapitre 2 est de calculer les cycles des contraintes induits par les efforts généralisés poutres  $T$ ,  $C$  et  $M$  par la méthode des Éléments Finis.

Un modèle Éléments Finis servant à la modélisation d'une connexion vissée sous des chargements

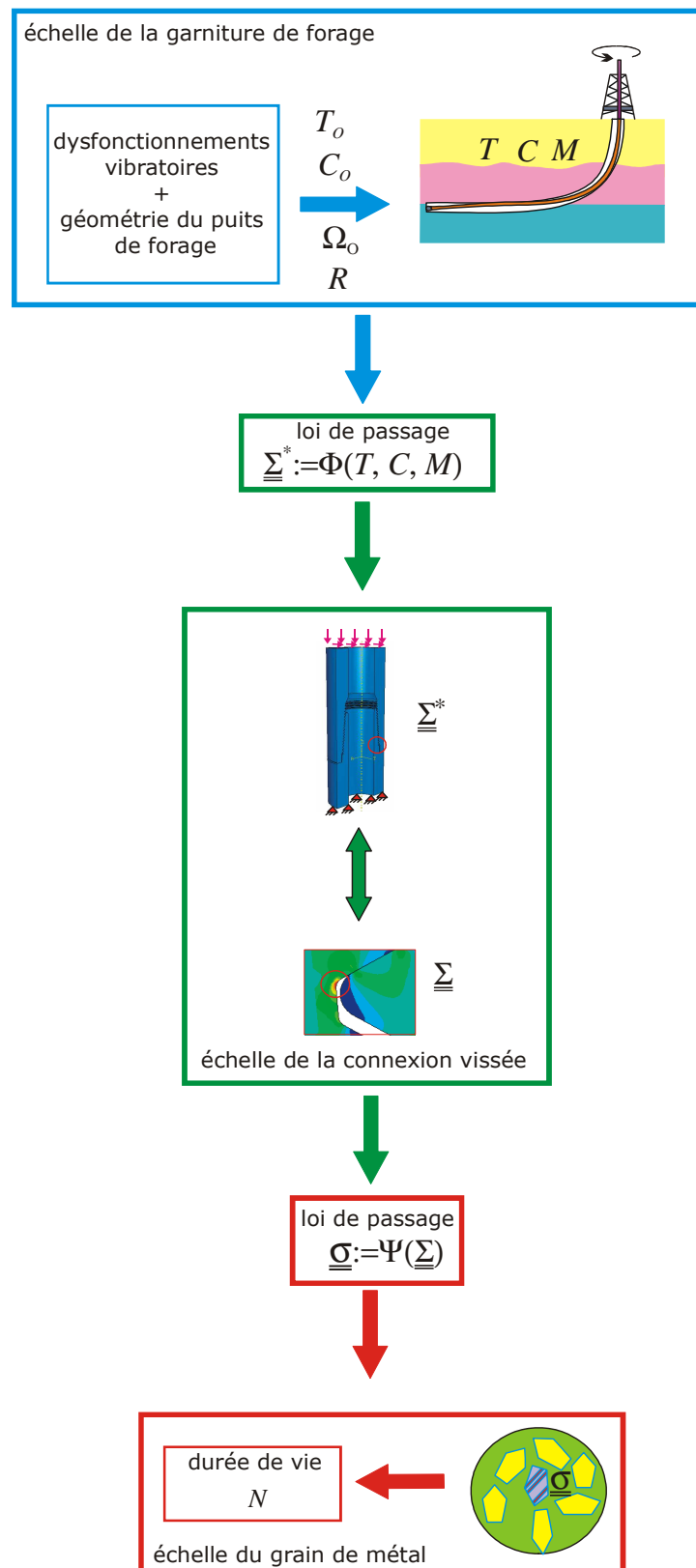


FIG. 6.1 – Schéma de principe des trois échelles intervenant dans le problème de fatigue des garniture de forage.

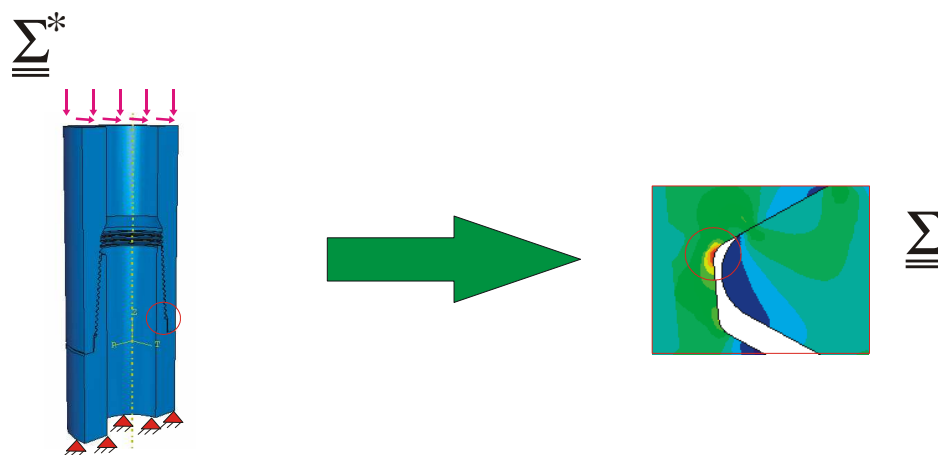


FIG. 6.2 – Passage entre l'échelle de la garniture de forage et l'échelle de la connexion.

en tension (2D axisymétrique) et en flexion (3D axisymétrique) a été présenté. Ce modèle prend en compte les phénomènes de contact et de plasticité cyclique, et incorpore aussi l'influence du couple de serrage  $C_{up}$ .

Ce modèle nous a permis de définir des cartes de régimes de fonctionnement d'une connexion vissée en fonction d'un couple de serrage et du chargement appliqué. Ces cartes définissent les zones des différents états stabilisés (adaptation, accommodation et rochet) et peuvent donc servir au prédimensionnement d'une garniture de forage afin de prévenir les problèmes liés à la fatigue.

Puis nous avons vu que les localisations de concentrations de contraintes se situent au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle pour les chargements en traction et flexion, et soit au niveau des extrémités de la surface de contact de l'épaule soit au fond de filet du FET de la partie femelle pour les chargements en compression. De plus, le champ de contraintes en fond de filet peut être supposé biaxial pour les chargements de tension et flexion au niveau des fonds de filet de la connexion.

Afin de compléter le travail effectué, une étude du chargement en torsion devra être menée. Cette dernière demandera une modélisation Éléments Finis 3D avec la prise en compte de l'hélice du filetage. Cette étude est très importante dans le cadre de l'analyse en fatigue des garnitures car les phénomènes de stick-slip sont très endommageant pour l'intégrité du train de tiges.

L'analyse élastoplastique menée dans le Chapitre 2, nous a permis de quantifier les cycles du champ de contraintes macroscopiques en tout point de la connexion vissée. Cependant cette méthode est très coûteuse en temps de calcul et donc serait difficilement applicable dans le cadre d'un outil de calcul en fatigue visant à estimer quasi instantanément l'endommagement subi par les différents éléments de la garniture durant l'opération de forage.

Cette remarque nous a donc amené à développer une seconde méthode de calcul des cycles de contraintes macroscopiques en des points spécifiques de la connexion vissée ; au niveau des fonds de filet du LET et FET puisque c'est en ces points que le champ de contraintes est maximal. L'analyse menée dans ce chapitre nous servira donc en tant que résultats de référence afin de valider la seconde approche développée dans le Chapitre 3.

Afin de palier au problème lié au temps de calcul imposé par la méthode des Éléments Finis, une solution élastique approchée du champ de contraintes locales au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle et du FET de la partie femelle a été présentée.

Cette méthode se base sur la solution d'entaille proposée par (Filippi et Lazzarin, 2004; Atzori *et al.*, 2005) qui permet de calculer le champ de contraintes le long de la bissectrice d'une entaille circulaire dans le cas d'une barre cylindrique soumis à des chargements en Mode I.

La solution a tout d'abord été modifiée pour tenir compte des géométries tubulaires. Ceci a été fait en ajoutant un nouveau terme dans l'expression de la contrainte radiale  $\Sigma_{RR}$  de telle sorte que cette contrainte s'annule au niveau du rayon intérieur  $R_i$  dans le cas d'une entaille externe et au niveau du rayon externe  $R_e$  dans le cas d'une entaille interne.

Cette solution proposée donne d'excellents résultats concernant la contrainte axiale  $\Sigma_{ZZ}$  dans le cas d'une entaille externe et interne et pour les chargements en tension et flexion. Cependant elle est moins précise pour des géométries de tube présentant une entaille interne surtout pour les modes de chargement en flexion.

Puis nous avons défini les limites de validité de la solution présentée. Ces limites sont dues au fait que la solution a été initialement développée avec une hypothèse de domaine semi-infinie, et donc, suivant les dimensions du tube et de l'entaille, cette hypothèse peut être violée. Ceci a pour conséquence que la solution ne permet pas de modéliser des facteurs de concentrations de contraintes trop élevés.

Nous avons donc défini un paramètre  $\xi$  qui caractérise la géométrie du tube entaillé. Ce paramètre apparaît devoir être supérieur à une certaine valeur  $\xi^*$  comprise entre (0.21~0.27) afin que la solution semi-analytique soit applicable. Pour les géométries de tiges de forage, cette condition est cependant toujours respectée.

Afin d'utiliser cette solution dans notre domaine d'application, cette dernière a été modifiée pour prendre en compte l'influence du couple de serrage  $C_{up}$ . Pour cela une équivalence mécanique du champ de contraintes en fond d'entaille, entre le tube et la connexion vissée, a été proposée.

L'analyse mécanique de la connexion sous un chargement en tension, développée dans le Chapitre 2, nous a permis de modéliser la réaction des pressions normales de contact au niveau de l'épaulement  $Q$ . De plus, nous avons vu qu'il est possible de déterminer une unique courbe de distribution des résultantes des pressions normales de contact  $\mathcal{F}_i$  au niveau de chaque filet.

Ainsi grâce à un seul calcul numérique, nous pouvons déterminer le coefficient  $\mathcal{F}_i$  qui nous permet de calculer les résultantes des pressions normales de contact au niveau de chaque filet pour n'importe quelles valeurs de tension  $T$  et de couple de serrage  $C_{up}$ .

Grâce à ces résultats, nous avons été capables d'effectuer une équivalence mécanique entre les fonds de filet de la connexion vissée et les fonds d'entaille d'un tube.

Pour les cas de chargement en flexion, une équivalence avec le mode de chargement en tension a été présentée. Ceci nous a permis de calculer les résultantes des pressions de contact au niveau des filets et au niveau de l'épaulement.

Finalement, une comparaison entre la solution développée dans ce chapitre et les résultats issus du modèle Éléments Finis, a montré que la solution semi-analytique donne des prédictions satisfaisantes.

La solution proposée est une solution approchée et élastique. Afin de la rendre plus complète, les futurs travaux devront s'attacher à l'étendre au domaine plastique en utilisant par exemple des méthodes approchées comme celle de Zarka *et al.*, 1990. Il est aussi possible d'effectuer un calcul Éléments Finis du tube entaillé avec une loi élastoplastique. Ce calcul ne prendrait pas beaucoup plus de temps que la solution semi-analytique mais permettrait d'obtenir une meilleure estimation des déformations plastiques.

On pourrait aussi envisager d'utiliser cette solution afin de déterminer le champ de contraintes au niveau de tous les fonds de filet. L'approche consisterait à discrétiser chaque partie de la connexion en tranche, comme il est montré dans la figure 6.3, et d'écrire l'équilibre des forces sur chaque tranche. On obtiendrait alors un système d'équations couplées qui pourrait se résoudre sans difficulté apparente si le problème est correctement posé.

La troisième et dernière partie du problème de fatigue des garnitures de forage a été traitée dans le Chapitre 4. Ce chapitre s'est attaché au passage entre l'échelle macroscopique et l'échelle mésoscopique associée aux grains de métal (voir figure 6.4) afin d'effectuer l'analyse en fatigue.

Le critère de Dang Van a été mis en place et il a permis dans un premier temps de dégager



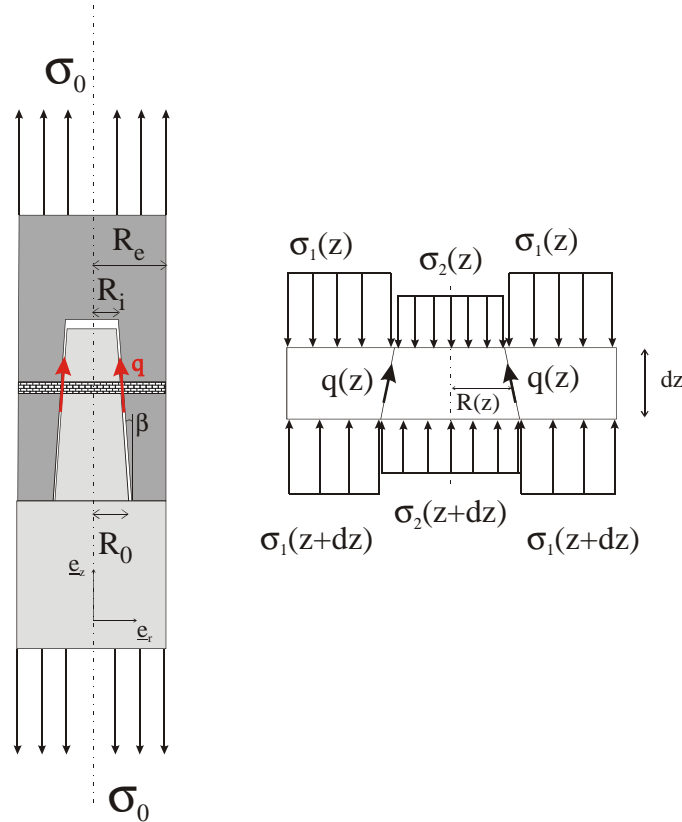


FIG. 6.3 – Discrétisation de la connexion vissée en tranche et équilibre des tranches.

les endroits critiques où l'initiation de fissures de fatigue risque d'apparaître dans une connexion vissée pour des chargements en tension et en flexion :

- au niveau du fond de filet de la partie mâle,
- au niveau du fond de filet de la partie femelle.

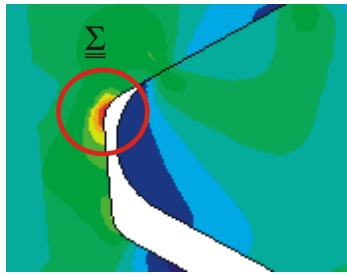
Ces résultats montrent que les phénomènes de fatigue sont induits par les concentrations de contraintes.

Afin de calculer les durées de vie, nous avons étendu le critère de Dang Van au domaine de l'endurance limitée en considérant des iso-droites parallèles à la droite matériau de Dang Van ; chaque iso-droite est alors associée à une durée de vie. L'avantage de cette méthode est qu'elle demande seulement une courbe de Wöhler et deux essais de fatigue en endurance illimitée et qu'elle est très simple à mettre en œuvre.

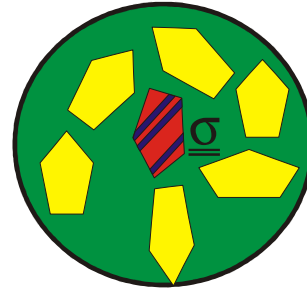
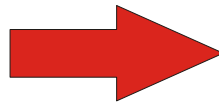
Cette méthode peut être étendue aux chargements à amplitudes variables en utilisant la règle de sommation de l'endommagement de Palmgren-Miner. Toutefois il convient d'utiliser cette règle avec précautions car cette dernière devient moins fiable pour des chargements présentant des changements d'amplitudes très variables.

Cette méthode de calcul de la durée de vie nous a permis par la suite de clarifier l'influence du couple de serrage  $C_{up}$  sur la tenue en fatigue des connexions vissées. Dans un premier temps, plus le couple de serrage est élevé et plus la tenue en fatigue est améliorée. Mais à partir d'une certaine valeur du couple de serrage, la connexion vissée voit sa durée de vie diminuer. Il nous est donc possible de déterminer le couple de serrage optimum pour lequel la connexion aura la durée de vie la plus grande possible.

De plus, nous avons aussi vu qu'il existe une compétition pour l'endroit où l'amorçage d'une fissure se produira : soit au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle ou bien soit au niveau



échelle du VER, contraintes macroscopiques



échelle du grain, contraintes mésoscopiques

FIG. 6.4 – Passage entre l'échelle de la connexion vissée et l'échelle du grain de métal.

du fond de filet du FET de la partie femelle. La localisation de l'amorçage de la fissure dépendra du couple de serrage appliqué, de la valeur du chargement appliqué et aussi de l'endommagement accumulé au niveau des fonds de filet au cours des précédents forages.

Le travail présenté dans ce chapitre ne s'est pas attaché à déterminer explicitement les influences de ces différents paramètres sur la durée de vie de la connexion, cependant nous disposons de tout les outils nécessaires (solution Éléments Finis, solution semi-analytique,...) afin de quantifier, pour chaque opération de forage, l'endommagement qu'a subit la connexion vissée.

Jusque là, la méthodologie de calcul de durée de vie n'a pas tenu compte des difficultés liées aux géométries présentant des concentrations de contraintes. Pour cela, nous avons appliqué la méthode de la distance critique et comparé les prédictions avec des données expérimentales. Les prédictions de durées de vie sont satisfaisantes et ce pour différents ratios de chargement.

Enfin, dans le but de tenir compte de la nature quasi-aléatoire du chargement encouru par la garniture durant une opération de forage, une méthode fiabiliste a été proposée. La méthode contrainte-résistance permet de traiter le chargement et la résistance mécanique comme des données aléatoires et ainsi nous avons pu l'utiliser pour déterminer la probabilité de rupture de la garniture de forage.

Les perspectives de travail concernant l'analyse en fatigue des garnitures de forage pourraient d'une part s'attacher à la validation de la méthode contrainte-résistance. Cela nécessitera d'effectuer des essais de fatigue sur les tiges de forage ou bien sur des éprouvettes lisses afin d'estimer les paramètres de la loi de probabilité de la résistance du matériau. Ensuite à l'aide la base de données TRAFOR, il sera alors possible d'estimer les risques de rupture du train de tiges.

Le dernier chapitre de ce document est dédié à la validation expérimentale de la méthodologie du calcul de fatigue. Cette validation a été réalisée à l'aide d'essais de fatigue sur des connexions à échelle réduite. Cette méthode nous a permis de réaliser des essais de fatigue à moindre coût.

De plus, la mise en place des essais n'a nécessité l'intervention que d'un seul technicien alors que si les essais avaient été réalisés sur des tiges de forage réelles, cela aurait demandé plusieurs techniciens pour leurs manipulations.

La connexion vissée à l'échelle réduite a ainsi été dimensionnée afin de pouvoir réaliser nos essais dans le domaine de la fatigue polycyclique. Le dimensionnement a été fait de telle sorte que l'on ai le même état de contraintes que dans une vraie connexion de tige de forage. Ceci a été obtenu en imposant un même facteur de concentrations de contraintes axiales.

Puis nous avons effectué un essai de traction monotone sur la connexion à échelle réduite afin d'identifier la valeur du coefficient de frottement que nous avons pris égal à 0.1.

Par la suite, nous avons réalisé des essais de fatigue en traction répétée pour deux valeurs de couple de serrage différents. Pour le couple de serrage de 433 Nm, nous avons répété deux fois

chaque essai de fatigue et nous avons remarqué que la dispersion est de l'ordre de 20 % maximum ce qui est raisonnable pour des essais de fatigue dans le domaine polycyclique.

Le premier résultat obtenu concerne le site d'amorçage de la fissure. Pour tous les essais de fatigue effectués, la fissure s'amorçait au niveau du fond de filet du LET de la partie mâle et l'application du critère de Dang Van nous prédit les mêmes sites d'amorçage de fissure.

Par la suite, nous avons comparé ces résultats expérimentaux de durée de vie avec nos prédictions réalisées avec le critère de DangVan étendu au domaine de l'endurance limitée en utilisant la méthode du "point chaud". Les prédictions obtenues sont toutes trop conservatives avec un rapport moyen expérimental/prédiction de l'ordre de 35. Nous avons aussi remarqué que les calculs de fatigue sont très sensibles au calcul des contraintes. Donc dans un premier temps afin d'améliorer les prédictions, différentes lois de comportement ont été implémentées afin d'évaluer leur impact sur les durées de vie. Ainsi, les prédictions ont été améliorées de façon que le rapport moyen expérimental/prédiction n'est plus que de l'ordre de 15.

Cette erreur sur les prédictions est principalement due à l'effet du gradient de contraintes au niveau des concentrations de contraintes. En effet, le passage macro-méso du modèle de Lin-Taylor n'est plus valide lorsque la structure présente de fortes concentrations de contraintes. Cette remarque a été validée en comparant les prédictions obtenues en faisant le passage macro-méso de Lin-Taylor et les prédictions obtenues à l'aide d'un modèle Éléments Finis à l'échelle cristallin. En effet, cette comparaison a été effectuée sur une géométrie lisse et les résultats ont montré que les prédictions dans les deux cas sont pratiquement similaires alors que, dans le cas d'une géométrie présentant un gradient de contraintes, les prédictions réalisées avec le passage macro-méso de Lin-Taylor surestime les contraintes mésoscopiques entraînant une durée de vie inférieure à celle obtenue avec le modèle Éléments Finis à l'échelle cristalline.

De plus cette différence entre les prédictions est accentuée par le fait que le plan critique obtenu avec le critère de Dang Van ne coïncide pas avec les plans de glissement privilégié du cristal.

Finalement, pour en tenir compte dans les calculs de fatigue, nous avons remarqué qu'une diminution de 10 % des contraintes en fond de filet permet d'obtenir des prédictions de durée de vie comprises entre  $\pm 100$  % des durées de vie expérimentales. Cette solution n'a aucune base théorique mais néanmoins elle permet d'un point de vue de l'ingénieur d'appliquer le critère de Dang Van sur des structures présentant des discontinuités géométriques et d'obtenir des résultats satisfaisant.

Une autre solution à envisager serait de redéterminer la pente de la droite de Dang Van par des essais de fatigue sous forte pression hydrostatique. En effet, les essais de fatigue permettant de déterminer les coefficients  $a_\infty$  et  $b_\infty$  du critère de Dang Van sont réalisés sous des pressions hydrostatiques moyennes comme l'illustre la figure 6.5. Or on constate que les trajets de chargement dans l'espace  $\{\tau, P\}$  présentent de fortes pressions hydrostatiques, et il se pourrait que dans cette région l'hypothèse de droites parallèles n'est plus valide. Ce problème a déjà été rencontré dans les travaux de Comte, 2005 qui s'attachait aux calculs de la durée de vie des culasses de moteur. Cette étude a montré que, comme dans notre cas, les trajets de chargements des culasses de moteur présentent de fortes pressions hydrostatiques et ces prédictions de durées de vie sont aussi très conservatives. Malheureusement la caractérisation des paramètres  $a_\infty$  et  $b_\infty$  sous forte pression hydrostatique n'a toujours pas été réalisée.

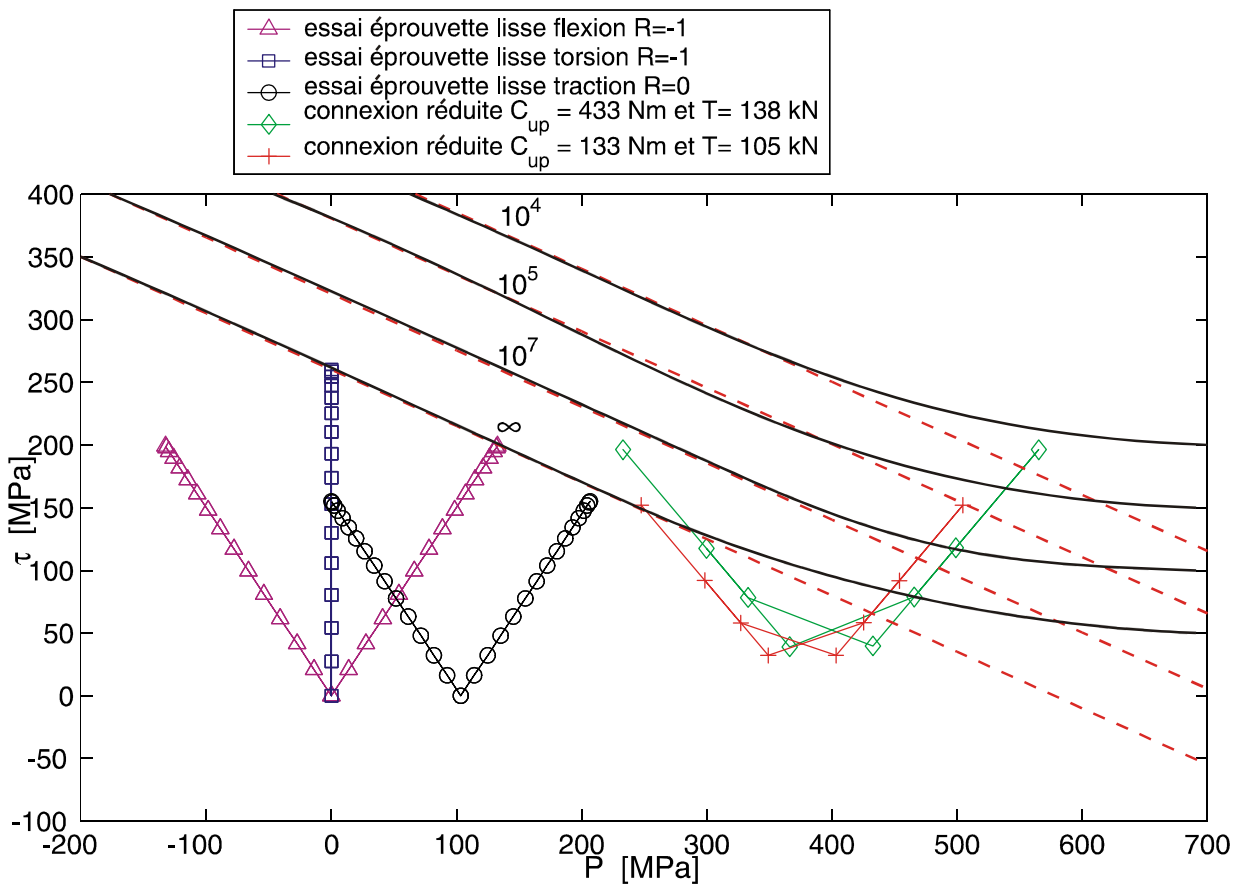


FIG. 6.5 – Schéma des iso-droites.

# Références

- AARRESTAD, T. V., TONNESEN, H. A. et KYLLINGSTAD, A. (1986). Drillstring vibrations : Comparaison between theory and experiments on a full-scale research drilling rig. *In IADC/SPE 14760*, Dallas, Texas. IADC/SPE Drilling Conference.
- ACADEMY, R., éditeur (1939). *Theory of the Fatigue of Metals*, London.
- ADIB, H. et PLUVINAGE, G. (2003). Theoretical and numerical aspects of the volumetric approach for the fatigue life in notched components. *Int. J. Fatigue*, 25:67–76.
- AMIABLE, S. (2006). *Prédiction de Durée de Vie de Structures Sous Chargement de Fatigue Thermique*. Thèse de Doctorat, Université de Versailles.
- AMIABLE, S., CHAPULIOT, S., CONSTANTINESCU, A. et FISSOLO, A. (2005). A comparison of lifetime prediction methods for a thermal fatigue experiment. *Int. J. Fatigue*, 28:692–706.
- ANDRIEUX, S. et LEGER, A. (1993). Multiple scaling method for the calculation of threaded assemblies. *Computer Meth. Appl. Mech. Eng*, 102:293–317.
- ANTMAN, S. (1996). *Nonlinear Problems of Elasticity*. Springer Verlag.
- ATZORI, B., FILIPPI, S., LAZZARIN, P. et BERTO, F. (2005). Stress distribution in notched structural components under pure bending and combined traction and bending. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 28:13–23.
- ATZORI, B., LAZZARIN, P. et MENGHETTI, G. (2003). Fracture mechanics and notch sensitivity. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 26:257–267.
- ATZORI, B., MENEGHETTI, G. et SUSMEL, L. (2004). Material fatigue properties for assessing mechanical components weakened by notches and defects. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 28:83–97.
- BANVILLET, A., PALIN-LUC, T. et LASSERRE, S. (2003). A volumetric energy based high cycle multiaxial fatigue criterion. *Int. J. Fatigue*, 25:755–769.
- BARAGETTI, S. (2002). Effects of taper variation on conical threaded connections load distribution. *J. Mech. Design, Trans. ASME*, 124:320–329.
- BARISHNIKOV, A., CALDERONI, A., LIRONE, A. et FERRARA, P. (1995). A new approach to the analysis of drillstring fatigue behaviour. *In of PETROLEUM ENGINEERING*, S., éditeur : *SPE30525*, Dallas, USA. SPE Annual Technical Conferences and Exhibition, Society of Petroleum Engineering.
- BARYSHNIKOV, A., POLI, S., STEWART, F. et FERRARA, P. (1997). Downhole Tool Serviability Under Dynamic Loads. Amsterdam, Netherlands. SPE/IADC Drilling Conference.
- BARYSHNIKOV, A., SCHENATO, A., LIGRONE, A. et FERRARA, P. (1994). Optimization of Rotary-Shouldered Connection Reliability. *In IADC/SPE*, numéro 27535, pages 935–945.
- BEGHINI, M., BERTINI, L. et VITALE, E. (1992). Shrink stress density function in conical threaded connections as a function of dimensional tolerances. *Materials Engineering ASME*, III-B.
- BERNASCONI, A. (2002). Efficient algorithms for calculation of shear stress amplitude and amplitude of the second invariant of the stress deviator in fatigue criteria applications. *Int. J. Fatigue*, 24:649–657.

- BERNASCONI, A. et PAPADOPOULOS, I. V. (2005). Efficiency of algorithms for shear stress amplitude calculation in critical plane class fatigue criteria. *Computational Materials Science*, 34:355–368.
- BIGNONNET, A. (2001). Approche globale d'allégement des véhicules. *Mécanique et Industrie*, 2:173–180.
- BOLLER, C. (1987). *Material Data for Cyclic Loading, Part C : High-Alloy Steels*. Elsevier.
- BRAHAM, S. (1991). *Modélisation Du Galetage Des Vilebrequins : Évolution Des Contraintes Résiduelles Sous Chargement de Service*. Thèse de Doctorat, École Polytechnique.
- BRENNAN, F. P. (1995). Fatigue of Drill String Connections. *J. Offshore Mechanics and Artic Engineering*, 117:126–132.
- BRENNAN, F. P. et DOVER, W. D. (1995). Stress intensity factor for threaded connections. *Engineering Fracture Mechanics*, 50(4):545–567.
- BUL, H. D. et OUESLATI, A. (2004). Solutions exactes de fissure d'interface sous contact frottant avec un milieu indéformable. *C. R. Mécanique*, 332:709–716.
- CANO, F., CONSTANTINESCU, A. et MAITOURNAM, H. (2004). Critère de fatigue polycyclique pour des matériaux anisotropes : Application aux monocristaux. *C. R. Mécanique*, 332:115–121.
- CHABOCHE, J. L. (1992). Damage induced anisotropy : On the difficulties associated with the Active/Passive unilateral condition. *Int. J. Damage Mech.*, 1:148–171.
- CHALLAMEL, N., SELLAMI, H., CHENEVEZ, E. et GOSSUIN, L. (2000). A Stick-slip Analysis Based on Rock/Bit Interaction : Theoretical and Experimental Contribution. New Orleans, Louisiana. IADCE/SPE Drilling Conference.
- CHARKALUK, E., BIGNONNET, A., CONSTANTINESCU, A. et VAN, K. D. (2001). Fatigue design of structures under thermomechanical loadings. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 25:1199–1206.
- CHEN, J. et SHIH, Y. (1999). A study of the helical effect on the thread connection by three dimensional finite element analysis. *Nuclear Engineering and Design*, 191:109–116.
- CIAVARELLA, M. et MENEGHETTI, G. (2004). On fatigue limit in the presence of notches : Classical vs. recent unified formulations. *Int. J. Fatigue*, 26:289–298.
- COMTE, F. (2005). *Prise En Compte de la Trempe Dans Le Calcul de la Durée de Vie Des Culasses*. Thèse de Doctorat, École Polytechnique.
- CONSTANTINESCU, A., CHARKALUK, E., LEDERER, G. et VERGER, L. (2004). A computational approach to thermomechanical fatigue. *Int. J. Fatigue*, 26:805–818.
- CONSTANTINESCU, A., VAN, K. D. et MAITOURNAM, H. (2003). A unified approach for high and low cycle fatigue based on shakedown concepts. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 26:561–568.
- COUGH, H. J., POLLARD, H. V. et CLENSHAW, W. J. (1951). Some experiments on the resistance of metals to fatigue under combined stress.
- CRANDALL, S. H. et MARK, W. D. (1963). *Random Vibration in Mechanical Systems*. Academic Press, New-York.
- CROSSLAND, B. (1956). Effect of large hydrostatique pressures on torsional fatigue strength of an alloy steel. In *Proc. Int. Conf. Fatigue of Metals*, pages 138–149, London. Institution of Mechanical Engineering.
- DANG VAN, K. (1993). Macro-micro approach in high-cycle multiaxial fatigue. *American Society for Testing and Materials*, pages 120–130.
- DANG VAN, K. et PAPADOPOULOS, Y. V. (1999). High cycle metal fatigue, from theory to applications. In *CISM Courses and Lectures No. 392*. Springer-Verlag.

- DAVOLI, P., BERNASCONI, A., FILIPPINI, M., FOLETTI, S. et PAPADOPOULOS, I. (2003). Independence of the torsional fatigue limit upon a mean shear stress. *Int. J. Fatigue*, 25:471–480.
- DUNNE, F. P. E., WILKINSON, A. J. et ALLEN, R. (2006). Experimental and computational studies of low cycle fatigue nucleation in a polycrystal. *Int. J. Plasticity*.
- DUTREUIL, J. (1997). Détection de la précession à partir de signaux de mesures en surface et génération d’alarmes en temps réel. Rapport technique, Institut Français du Pétrole.
- ENDO, T. (1974). Damage evaluation of metals for random and varying loading - three aspects of the rainflow method. In *Symposium on Mechanical Behavior of Materials*, pages 372–380, Japan. Society of Material Science.
- FAYARD, J. L. (1996). *Dimensionnement À la Fatigue Polycyclique de Structures Soudées*. Thèse de Doctorat, École Polytechnique-Laboratoire de Mécanique des Solides.
- FILIPPI, S. et LAZZARIN, P. (2004). Distributions of the elastic principal stress due to notches in finite size plates and rounded bars uniaxially loaded. *Int. J. Fatigue*, 26(377-391).
- FINDLEY, W. N. (1959). A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending. *J. Engng Industry, Trans. ASME*, 81:301–306.
- FROST, N. E. (1955). Crack formation and stress concentration effects in direct stress fatigue. *The engineer*, 200:464–467.
- FROST, N. E. (1957). Non-propagating cracks in vee-notched specimens subject to fatigue loading. *The Aeronautical Quarterly*, 8:1–20.
- GABOLDE, G. et NGUYEN, J. P. (1999). *Drilling Data Handbook*. Editions Technip. Paris.
- GARUD, Y. S. (1979). A new approach to the evaluation of fatigue under multi-axial loading. In *Proc. Symp. On Methods for Predicting Material Life in Fatigue*, pages 247–264, New-York. ASME Eds Ostergren W.J. Whitehead J.R.
- GERMAY, C. (2002). Self-Excited Oscillations of Drags Bits. Mémoire de Master, Minnesota University, Minneapolis, USA.
- GIRARDOT, D. et PUTOT, C. (1997). Lois de forabilité et dynamique en torsion du système de forage. Rapport technique, Institut Français du Pétrole.
- GLINKA, G. et NEWPORT, A. (1987). Universal feature of elastic notch-tip stress field. *Int. J. Fatigue*, 9(3):143–150.
- GOUGH, H. J. et POLLARD, H. V. (1935). The strengths of metal under combined alternating stresses. In *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, pages 3–54.
- GRONDIN, G. Y. et KULAK, G. L. (1991). Evaluation of API Guidelines for Fatigue of Drillpipe. Rapport technique, SPE.
- HADDAD, M. H. E., DOWLING, N. E., TOPPER, T. H. et SMITH, K. N. (1980). J integral applications for short fatigue cracks at notches. *Int. J. Fracture*, 16(1):15–30.
- HAN, S., KNIGHT, M., BRENNAN, F. P. et DOVER, D. (2003). Fatigue analysis of drillstring threaded connections. Honolulu, Hawaii. The International Society of Offshore and Polar Engineers.
- HENDRICKSON, J. et HOLLAND, M. (1984). Drillpipe failures in hydrogen sulfide. In *Drilling Technology Conference Transactions*.
- HILL, R. (1967). The essential structure of constitutive laws for metal composites and polycrystals. *J. Mech. Phys. Solids*, 15.
- HILL, T. H. (1992). A Unified Approach to Drillstem Failure Prevention. *SPE Drilling Engineering*.
- HILL, T. H., ELLIS, S., KANG, L., REYNOLDS, N. et ZHENG, N. (2004). An Innovative Design Approach to Reduce Drill String Fatigue. In SPE, éditeur : *IADC/SPE 87188*, Dallas, Texas. IADC/SPE, IADC/SPE.

- JÄGER, J. (1997). Half-planes without coupling under contact loading. *ASME J. Appl. Mech.*, 67:247–259.
- JOHANSČIK, C. A., FRIESEN, D. B. et DAWSON, R. (1983). Torque and Drag in Directional Wells - Prediction and Measurement. New Orleans, Louisiana. SPE/IADC Drilling Conference.
- JOHNSON, K. L. (1985). *Contacts Mechanics*. Cambridge Univ. Press.
- JUVINALL, R. C. et MARSHEK, K. M. (1991). *Fundamentals of Machine Component Design*. John Wiley Sons, New York.
- KACHANOV, L. M. (1958). On the creep rupture time. *Izv. A. N. SSSR, Otd. Techn. Nauk.*, 8:26–31.
- KNIGHT, M. J., BRENNAN, F. P. et DOVER, W. D. (2003). Effect of residual stress on ACFM crack measurements in drill collar threaded connections. *NDT E international*, 37:337–343.
- KOWALCZYK, K. et GAMBIN, W. (2004). Model of plastic anisotropy evolution with texture-dependent yield surface. *Int. J. Plasticity*, 20:19–54.
- LARSEN, C. E. et LUTES, L. D. (1991). Predicting the fatigue life of offshore structures by the single moment spectral method. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 6(2).
- LEINE, R. I., CAMPEN, D. H. V. et KEULTJES, W. J. G. (2002). Stick-slip Whirl Interaction in Drillstring Dynamics. *J. of Vibration and Acoustics*, 124:209–220.
- LEIS, B. N. (1977). An energy-based fatigue and creep-fatigue damage parameter. *J. Pressure Vessel Tech., Trans ASME*, 99:524–530.
- LEMAITRE, J. (1992). *A Course on Damage Mechanics*. Springer, Berlin.
- LUBINSKY, A. (1961). Maximum Permissible Dog-Legs in Rotary Boreholes. *J. Pet. Tech.*, 13.
- LUONG, M. P. (1995). Infrared thermographic scanning of fatigue in metals. *Nuclear Eng. Design*, 158:363–376.
- LUONG, M. P. et VAN, K. D. (1992). Infrared thermographic evaluation of fatigue limit in metals. *In Proc. of the 27th QIRT Eurotherm Seminar*, Paris.
- MACDONALD, K. A. et DEANS, W. F. (1995). Stress analysis of drillstring threaded connections using the finite element method. *Engineering Failure Analysis*, 2(1):1–30.
- MACKERLE, J. (2003). Finite element analysis of fastening and joining : A bibliography (1990–2002). *Int. J. of Pressure Vessels and Piping*, 80:253–271.
- MANDEL, J. (1971). Plasticité classique et viscoplasticité. *In Course and Lectures of CISM*. Springer-Verlag, Wien, New-York.
- MANONUKUL, A. et DUNNE, F. P. E. (2004). High and low-cycle fatigue crack initiation using polycrystal plasticity. *In Proc. Roy. Soc.*, pages 1881–1903, London.
- MATAKE, T. (1977). An explanation on fatigue limit under combined stress. *Bull. JSME*, 20:257–263.
- MILYAYEV, A. S. (2002). The action of a concentrated force inside an elastic half-plane with a step. *J. Appl. Math. Mech.*, 66:93–100.
- MOLSKI, K. et GLINKA, G. (1981). A method of elastic-plastic stress and strain calculation at a notch root. *Mat. Sci. Eng.*, 50(1):93–100.
- MOREL, F. (2000). A critical plane approach for life prediction of high cycle fatigue under multiaxial variable amplitude loading. *Int. J. Fatigue*, 22:101–119.
- MUSHKELISHVILI, N. (1953). *Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity*. Noordhoff Leyden.
- NAIK, R. A., LANNING, D. B., NICHOLAS, T. et KALLMEYER, A. R. (2005). A critical plane gradient approach for the prediction of notched HCF life. *Int. J. Fatigue*, 27:481–492.
- NEUBER, H. (1958). Theory of notch stresses : Principles for exact stress calculation. Translation of Kerbspannungslehre : Grundlagen Fuer Genaue Spannungsgrechnung.



- NEUBER, H. (1961). Theory of stress concentration for shear-strained prismatical bodies with arbitrary non-linear stress-strain law. *ASME J. Appl. Mech.*, 28:544–550.
- PAPADOPOULOS, I. (2001). Long life fatigue under multiaxial loading. *Int. J. Fatigue*, 23:839–849.
- PAPADOPOULOS, I. V. (1996). Exploring the High-Cycle Fatigue Behavior of Metals from the Mesoscopic Scale. *J. of the Mechanical Behavior of Materials*, 6(2):93–118.
- PAPADOPOULOS, Y. V. (1995). A high cycle fatigue criterion applied in biaxial and triaxial out-of-phase stress condition. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 18(1):79–91.
- PASLAY, P. R. (1994). Stress Analysis of Drillstring. In SPE, éditeur : *SPE 27976*, Tulsa, Oklahoma. SPE.
- PATEL, M. H. et VAZ, M. A. (1995). Comparisons of drill string cyclic loading due to vibration and dog-legs. *I. Mech. Eng.*, 209:17–25.
- PITOISET, X., PREUMONT, A. et KERNILIS, A. (1999). Tools for multiaxial fatigue analysis of structures submitted to random vibrations. In *European Conference on Spacecraft Structures Materials and Mechanical Testing Braunschweig*, Germany.
- PLACIDO, J., AZAR, J. et TIPTON, S. (1994). Predictive drillpipe fatigue model. In *5th Congresso Brasileiro de Petroleo e Conerpo Arpel*.
- QUESNAY, D. D., YU, M. et TOPPER, T. (1988). An analysis of notch-size effects at the fatigue limit. *J. Testing & Mat*, 16(4):375–385.
- RAHMAN, M. K., HOSSAIN, M. et RAHMAN, S. S. (1999). Survival assessment of die-marked drill-pipes : Integrated static and fatigue analysis. *Engineering Failure Analysis*, 6:227–299.
- RICHARD, F. et VAISBERG, O. (2003). Fatigue des garnitures de forage : Description du modèle analytique pour la réalisation d'un module de fatigue des garnitures de forage. Rapport technique, Institut Français du Pétrole, Rueil-Malmaison, France.
- RICHARD, T. (2001). *Self Excited Stick-Slip of Drag Bits*. Thèse de Doctorat, Minnesota University, Minneapolis, USA.
- SALENÇON, J. (1988). *Mécanique Des Milieux Continus, II Élasticité - Milieux Curvilignes*. École Polytechnique.
- SATHUVALLI, U., PAYNE, M., PATTILLO, P. et LIVESAY, R. (2005). Advanced assessment of drill-pipe fatigue and application to critical well engineering. In *SPE/IADC Drilling Conference*.
- SEWERYN, A. et MRÓZ, Z. (1998). On the criterion of damage evolution under variable multiaxial stress states. *Int. J. Solids & Structures*, 35(14):1589–1616.
- SINES, G. (1959). Behavior of metals under complex static and alternating stresses. In *Metal Fatigue*, pages 145–169, New-York. Eds McGraw Hill.
- SKELTON, R. P. (1991). Energy criterion for high temperature low cycle fatigue failure. *Mat. Sci. Technol.*, 7:427–439.
- SOPWITH, D. G. (1948). The distribution of load in screw threads. In *Inst. Mechanical Eng. Appl. Mechanics Proc. 159*, pages 373–383.
- SPANOS, P. D., CHEVALLIER, A. M., POLITIS, N. P. et PAYNE, M. L. (2003). Oil Well Drilling : A Vibrations Perspective. *The Shock and Vibration Digest.*, 35(2):81–99.
- SURESH, S. (1998). *Fatigue of Materials*. Cambridge Univ. Press.
- SUSMEL, L. et TAYLOR, D. (2006). A simplified approach to apply the theory of critical distances to notched components under torsional fatigue loading. *Int. J. Fatigue*, 28:417–430.
- TAFRESHI, A. et DOVER, W. (1993). Stress analysis of drillstring threaded connections using the finite element method. *Int. J. Fatigue*, 15(5):429–438.
- TAYLOR, D. (1999). Geometrical effects in fatigue : A unified theoretical model. *Int. J. Fatigue*, 21:413–420.

- TERRAS, Y. (1997). Prise en compte de la rigidité dans les modèles de frottement : Application au puits à grand déport. Rapport technique, Institut Français du Pétrole, Rueil-Malmaison, France.
- THERON, A. (1996). *Modélisation des Effets Non-Linéaires de Contact dans le Processus de Forage*. Thèse de Doctorat, Université d'Evry.
- THOMAS, J. J., JOHANNESSON, P. et BOGNONNET, A. (2001). Conception et fiabilité dans l'industrie automobile. In *In XVème Congrès Français de Mécanique*, Nancy, France.
- TIMOSHENKO, S. et GOODIER, J. N. (1951). *Theory of Elasticity*. McGraw Hill, New York, USA.
- TUCKER, R. W. et WANG, C. (1999). An integrated model for drill-string dynamics. *Journal of Sound and Vibration*, 224(1):123–165.
- TÜTÜNCÜ, R. H., TOH, K. C. et TODD, J. (2001). SDPT3 - a matlab software package for semi-definite-quadratic-linear programming, version 3.0.
- VAISBERG, O., AVERBUCH, D. et PERRIN, G. (2003). Projet "fatigue des garnitures de forage" calcul d'une connexion vissée par la méthode des éléments finis et estimation de la durée de vie. Rapport technique, Institut Français du Pétrole, Division Mécanique Appliquée.
- VAISBERG, O., VINCKÉ, O., PERRIN, G., SARDA, J. P. et FAÏ, J. B. (2002). Fatigue of Drillsrtring : State of the Art. *Oil & Gaz Sci. and Tech - Rev. IFP*, 57(1):7–37.
- VEIDT, M. et BEREZOVSKI, A. (2004). Design and application of a drill pipe fatigue test facility. In *Strutural Integrity and Fracture*. SIF2004.
- WANG, W. et MARSHEK, K. M. (1996). Determination of load distribution in a threaded connector with yielding threads. *Mech. Mach. Theory*, 31(2):229–244.
- WEIBULL, W. (1939). A statistical theory of the strength of materials. *Royal Swed. Inst. Engng. Res.*, 151.
- WENG, G. J. (1983). A micromechanical theory of grain size dependence in metal plasticity. *J. Mech. Phys. Solids*, 31(3):193–203.
- YAMAMOTO, A. (1980). The theory and computation of threaded connection. pages 39–54, Tokyo. Youkendo.
- ZARKA, J., FRELAT, J., INGLEBERT, G. et KASMAI-NAVIDI, P. (1990). A new approach in inelastic analysis of structures. Rapport technique, Ecole Polytechnique.
- ZENNER, H., HEIDENREICH, R. et RICHTER, I. (1985). Dauerschwingfestigkeit bei nichtsynchrone mehrachsiger beanspruchung. *Z. Werkofftech.*, 16:101–112.
- ZOUAIN, N. et CRUZ, I. (2002). A high-cycle fatigue criterion with internal variables. *Eur. J. Mech., A/Solids*, 21:597–614.

## Annexe A

# Modèle de calcul "Torque & Drag"

Dans cette annexe, on se propose de discuter un modèle quasi statique de la garniture de forage. Ce modèle nous permettra d'estimer les cycles de chargements  $T$ ,  $C$  et  $M$  et donc le champ de contraintes de types poutres  $\underline{\Sigma}^*$  qui nous servira comme conditions limites pour notre analyse à l'échelle de la connexion vissée.

La modélisation se base sur les travaux initiaux de (Johanscik *et al.*, 1983) et ont été repris par (Paslay, 1994) et améliorés par (Terras, 1997) et (Richard et Vaisberg, 2003). Le modèle Torque & Drag a été développé dans le cadre du projet "Fatigue des Garnitures de Forage", il permet de déterminer la tension  $T$ , le moment fléchissant  $M$  et le couple de torsion  $C$ , le long de l'abscisse curviligne  $s$  de la garniture de forage en l'absence de dysfonctionnements vibratoires et de chocs.

Toutefois le modèle permet de traiter les cas de géométries de puits induisant de la flexion alternée dans les coudes. Les grandes hypothèses amenant la formulation du modèle sont :

- la garniture de forage est modélisée de manière quasi-statique par un fil pesant suivant le tracé géométrique du puits
- le contact puits/garniture s'effectue de façon privilégiée au niveau des connexions vissées, et est modélisé avec une loi de frottement de type Coulomb
- on ne considère pas les phénomènes de flambement et de chocs

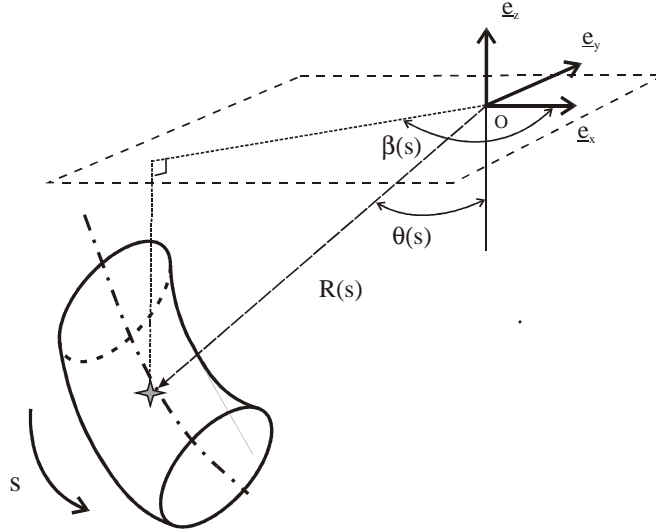
La formulation poutre de la garniture de forage induit qu'elle suit le tracé géométrique du puits dans le repère  $\mathfrak{R}\{\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z\}$  associé aux coordonnées  $\{x, y, z\}$ . Ce tracé est donné dans le repère  $\mathfrak{R}\{\underline{t}, \underline{n}, \underline{b}\}$  associé aux coordonnées  $\{s, \theta, \beta\}$  où  $s$  est l'abscisse curviligne,  $\beta$  est l'azimut et  $\theta$  est l'inclinaison du point considéré (voir figure A.1). Ainsi dans ce même repère, le rayon de courbure du puits  $R$  est égal à

$$R = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 + \left(\frac{d\beta}{ds} \sin \theta\right)^2}}. \quad (\text{A.1})$$

On suppose que la garniture suit la ligne moyenne du puits de forage et donc les déformations de la poutre sont complètement déterminées. La loi de comportement élastique linéaire nous impose que le moment fléchissant s'écrit sous la forme suivante

$$M = \frac{EI}{R}, \quad (\text{A.2})$$

où  $E$  et  $I$  sont respectivement le module de Young et le moment d'inertie de la tige de forage constituant la garniture. Le rayon de courbure  $R$  est donné dans l'équation (A.1). En conséquence, la valeur du moment fléchissant  $M$  est complètement déterminée par la géométrie du puits et les propriétés mécaniques de la garniture. Compte-tenu de la rotation de la tige  $\Omega_o$ , les points matériels de la garniture subiront des cycles de flexion alternée.

FIG. A.1 – Schéma du repère de Frénet  $\mathfrak{R}\{\underline{t}, \underline{n}, \underline{b}\}$ .

Pour obtenir le reste des sollicitations  $T$  et  $C$ , on considère l'équilibre des efforts agissant sur les éléments de tiges de longueur  $ds$ . La figure A.2 illustre les forces régissant cet équilibre statique. Plus précisément, ces efforts sont :

- (i) son poids linéique  $W_B$  corrigé des pressions interne  $P_i$  et externe  $P_e$  des boues de forage

$$W_B = W_{air} + S_i P_i - S_e P_e \quad (\text{A.3})$$

avec

$$P_e = -\rho_e g z \quad (\text{A.4})$$

$$P_i = -\rho_e g z_{\max} - \rho_i g (z_{\max} - z) \quad (\text{A.5})$$

où  $\rho_e$  et  $\rho_i$  sont les densités des boues intérieure et extérieure,  $g$  est l'accélération de la pesanteur,  $z_{\max}$  ( $< 0$ ) est la profondeur maximale du puits, et  $S_e$  et  $S_i$  sont respectivement les sections intérieure et extérieure de la tige de forage.

- (ii) la réaction de contact dont  $N$  est la composante normale

$$N = \sqrt{\left(T_{eff} \frac{d\theta}{ds} - W_B \sin \theta\right)^2 + \left(T_{eff} \frac{d\beta}{ds} \sin \theta\right)^2}, \quad (\text{A.6})$$

$$T_{eff} = T - S_i P_i + S_e P_e, \quad (\text{A.7})$$

où  $T_{eff}$  est la tension effective et représente la tension associée à l'influence des pressions des boues de forage  $P_i$  et  $P_e$ .

Les sollicitations  $T$ ,  $C$  et  $M$  sont donc obtenues par la résolution du système d'équations découlant de l'équilibre statique de l'élément  $ds$  de la tige

$$\frac{dT_{eff}}{ds} = -\frac{1}{R} \frac{dM}{ds} \pm \mu_t N - W_B \cos \theta, \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{dC}{ds} = -\mu_r N D_{TJ}, \quad (\text{A.9})$$

où les paramètres  $D_{TJ}$ ,  $\mu_t$  et  $\mu_r$  représentent respectivement le diamètre des éléments constituant la garniture de forage au niveau des connexions vissées, et les coefficients de friction dus aux

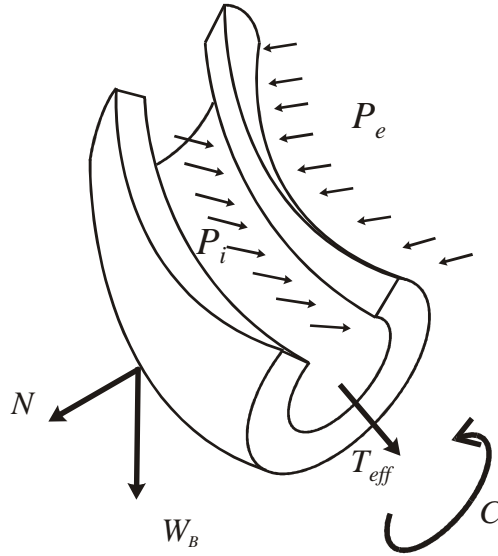


FIG. A.2 – Schéma de l'équilibre quasi statique de l'élément  $ds$ .

mouvements de translation et de rotation. Le signe de  $\mu_t$  dans l'équation (A.8) indique le sens du mouvement dont la tige est animée, le signe + pour un mouvement de montée et le signe – pour celui de la descente.

Pour résoudre ces équations, il ne manque plus que les conditions limites qui sont données au niveau du crochet

$$T(s=0) = T_o = WOH, \quad (\text{A.10})$$

$$C(s=0) = C_o = TOH. \quad (\text{A.11})$$

La tension  $T$  est obtenue par l'équation (A.7) où la tension efficace  $T_{eff}$  est donnée par la résolution simultanée des équations (A.2), (A.7) et (A.8). Finalement, le couple de torsion  $C$  se déduit par l'équation (A.9).

Les efforts  $T$  et  $M$  engendreront des contraintes axiales  $\Sigma_{zz}$  qui sont maximales au niveau du diamètre extérieur  $D_e$  de la poutre

$$\Sigma_{zz}^* = \frac{T}{A} \pm \frac{MD_e}{2I}, \quad (\text{A.12})$$

$$A = \pi(D_e^2 - D_i^2), \quad (\text{A.13})$$

$$I = \pi(D_e^4 - D_i^4), \quad (\text{A.14})$$

où  $D_i$  est le diamètre intérieur de la poutre.

Et le couple de torsion  $C$  induira des contraintes de cisaillements

$$\Sigma_{rz}^* = \frac{CD_e}{4I}. \quad (\text{A.15})$$

Les pressions de boues  $P_i$  et  $P_e$  induiront des contraintes radiales  $\Sigma_{rr}^*$  et circonférentielles  $\Sigma_{\theta\theta}^*$  égales à (Salençon, 1988)

$$\Sigma_{rr}^* = \frac{D_i^2 D_e^2}{D_e^2 - D_i^2} \frac{P_e - P_i}{D_e^2} + \frac{D_e^2 P_e - D_i^2 P_i}{D_e^2 - D_i^2}, \quad (\text{A.16})$$

$$\Sigma_{\theta\theta}^* = -\frac{D_i^2 D_e^2}{D_e^2 - D_i^2} \frac{P_e - P_i}{D_e^2} + \frac{D_e^2 P_e - D_i^2 P_i}{D_e^2 - D_i^2}. \quad (\text{A.17})$$

Compte tenu que les rayons de courbure  $R$  qu'imposent le puits de forage à la garniture, sont très grands, on peut faire l'hypothèse que le repère cylindrique se confond localement avec celui de Frénet. Dans ce cas, le champ de contraintes multiaxiales est égal à

$$\underline{\underline{\Sigma}}^* = \begin{bmatrix} \Sigma_{rr}^* & 0 & \Sigma_{rz}^* \\ 0 & \Sigma_{\theta\theta}^* & 0 \\ \Sigma_{rz}^* & 0 & \Sigma_{zz}^* \end{bmatrix}. \quad (\text{A.18})$$

Avec le modèle présenté ci-dessus, nous allons passer à une application numérique, en vue d'obtenir un ordre de grandeur des sollicitations poutres.

Une vue 3D de la géométrie d'un puits dévié est présentée dans la figure A.3. Ce puits présente deux coudes de même rayon de courbure  $R$  égale à 268 m et a une profondeur maximale  $z_{\max}$  de 2695 m. Son trajet présente une descente verticale jusqu'au coude zone A puis une trajectoire rectiligne jusqu'au coude zone B et enfin un tracé horizontal. Les débuts des coudes de la zone A et B sont respectivement à des profondeurs  $z_A=1200$  m et  $z_B=2695$  m. Notons que le rayon  $R$  minimum admissible dans un puits de forage est de l'ordre de 40 m et ce qui permet d'éviter des flexions cycliques trop élevées dans ces zones.

La définition de la garniture de forage est

TAB. A.1 – Définition de la géométrie de la garniture de forage.

éléments de la garniture	$l$ [m]	$D_e$ [mm]	$D_i$ [mm]	$D_{TJ}$ [mm]
tiges de forage : $DP$	2900	88.9	70.2	120.7
masses tiges : $BHA$	1447	88.9	52.4	120.7
$L_{tot} = 4347$ m	$E = 211$ GPa		$\rho_a = 7850$ kg/m <sup>3</sup>	
$M_{tot} = 122$ tonnes	$\rho_e = 1330$ kg/m <sup>3</sup>		$\rho_i = 1150$ kg/m <sup>3</sup>	

Finalement, les conditions limites à imposer au niveau du crochet, à  $s = 0$ , sont

$$T_o = WOH_{nom} = 426 \text{ kN} = 42,6 \text{ tonnes}, \quad (\text{A.19})$$

$$C_o = TOH = 14,66 \text{ kNm}. \quad (\text{A.20})$$

Considérons le cas où la tige est seulement animée d'un mouvement de rotation, ceci induira que le frottement longitudinal est nul,  $\mu_t = 0$ , et que seul le frottement dû à la rotation est à prendre en compte  $\mu_r = 0.2$ .

L'évolution des efforts résultant  $T$ ,  $C$  et  $M$  le long de la garniture de forage est donnée par la figure A.4. On remarque que la garniture de forage subit de la traction en haut du puits dans les éléments DP puis décroît le long de l'abscisse  $s$  jusqu'à atteindre le premier coude dans la zone A avec une valeur voisine de zéro. A la sortie de ce coude, la garniture est soumise à de la compression qui augmente jusqu'à atteindre le deuxième coude dans la zone B avec une valeur égale à 509 kN, et ensuite cette compression reste constante dans les éléments BHA jusqu'au fond du puits. Cette compression au niveau de l'outil est nécessaire pour que ce dernier puisse vaincre les efforts de frottement au niveau du contact roche/outil, ce qui explique que la garniture est constituée d'éléments plus lourds au fond du puits comme les masses tiges ou les HWDP.

La garniture présente donc une discontinuité à l'endroit où celle-ci change de géométrie d'éléments constitutifs, de tiges de forage DP à masse tiges BHA, provoquant ainsi une augmentation de la compression de 90 kN.

Le couple de torsion  $C$  reste positif tout du long de la garniture de forage. Le couple au crochet doit être suffisant pour compenser les dissipations dues aux frottements avec le puits. Le couple de torsion est donc maximal en haut du puits avec  $C = 14,6 \text{ kNm}$  et décroît le long de la garniture jusqu'à 2 kNm.

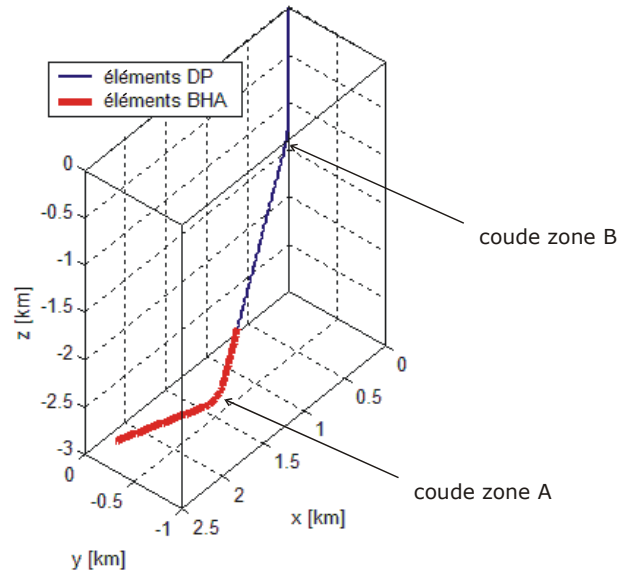


FIG. A.3 – Description de la garniture de forage et de la géométrie du puits.

Quant à la flexion  $M$ , on peut remarquer qu'elle est nulle partout ailleurs sauf dans les zones A et B. Le moment de flexion est égal à  $1.9 \text{ kNm}$  dans la zone B et à  $1.3 \text{ kNm}$  dans la zone A. Ceci découle des hypothèses de la modélisation qui suppose que le train de tiges suit la ligne moyenne du puits et qu'il n'y a pas de phénomène de bifurcation comme le flambement de la garniture.

La formulation de type poutre du problème nous permet ainsi d'obtenir les efforts  $T$ ,  $C$  et  $M$  s'exerçant sur la garniture de forage durant une opération. Ces efforts généralisés associées aux pressions des boues de forage engendreront un champ de contraintes multiaxiales  $\underline{\underline{\Sigma}}^*$  dans la poutre.

Comme attendu, les valeurs maximales de  $\underline{\underline{\Sigma}}^*$  sont au diamètre extérieur  $D_e$  de la poutre. L'évolution de ces contraintes est présentée dans la figure A.5.

On constate que la composante radiale  $\Sigma_{rr}^*$  est très faible par rapport aux autres composantes. La flexion alternée dans les coudes crée une contrainte axiale qui s'additionne avec celle due la tension. La contrainte axiale totale  $\Sigma_{zz}^*$  est donc de nature cyclique dans les coudes et peut s'écrire comme suit

$$\Sigma_{zz}^*(t, s) = \Sigma_{zz}^m(s) + \Sigma_{zz}^a(s) \sin \Omega_o t, \quad (\text{A.21})$$

où  $\Omega_o$  est la vitesse de rotation de la garniture de forage imposée à la table de rotation.

Celle-ci a une valeur moyenne  $\Sigma_{zz}^m$  égale à  $25 \text{ MPa}$  en entrant dans le coude de la zone A et de  $-1 \text{ MPa}$  en sortant de la zone A. L'amplitude des variations de la contrainte axiale  $\Sigma_{zz}^a$  est de  $32 \text{ MPa}$ .

Dans le coude de la zone B, cette contrainte est purement en compression et présente une valeur moyenne en entrée dans ce coude de  $-127 \text{ MPa}$  et de  $-159 \text{ MPa}$  à la sortie de ce coude. L'amplitude des oscillations de la contrainte axiale dans le coude B est égale à  $32 \text{ MPa}$ . Les valeurs des amplitudes sont égales dans les deux coudes A et B car celles-ci présentent les mêmes rayons de courbure  $R$  et que leur diamètres extérieurs sont aussi égaux.

Au niveau du changement d'éléments de la garniture, la contrainte axiale diminue de  $28 \text{ MPa}$ . Cela vient du fait que les sections sont plus grandes dans les masses tiges que dans les tiges de forage.

La contrainte de cisaillement suit une évolution similaire au couple de torsion. Elle est maximale au niveau du crochet avec une valeur de  $170 \text{ MPa}$ , et termine au fond du puits avec une valeur égale à  $24 \text{ MPa}$ .

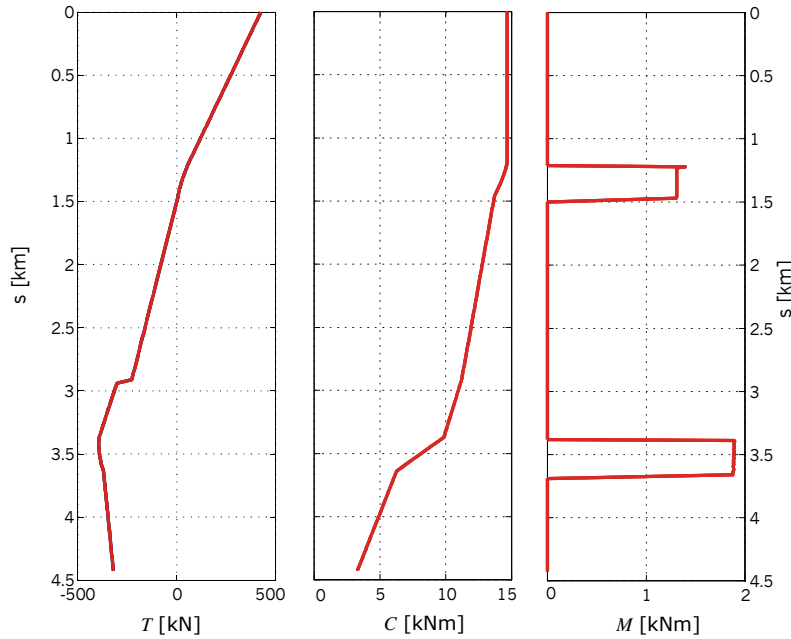


FIG. A.4 – Évolution spatiale des efforts poutres s'exerçant sur une garniture de forage.

L'étude quasi statique au travers du modèle Torque & Drag, nous permet d'extraire des estimations des efforts de type poutres s'exerçant sur la garniture de forage. Dans les conditions de forage décrites précédemment, le train de tiges doit être capable de supporter les chargements statiques suivant :

- en tension  $426 \text{ kN}$ , ce qui correspond à une contrainte axiale égale à  $182 \text{ MPa}$ ,
- en torsion  $14.6 \text{ kNm}$ , ce qui correspond à une contrainte de cisaillement égale à  $174 \text{ MPa}$ ,
- en flexion  $1.3 \text{ kNm}$ , ce qui correspond à une contrainte axiale maximale égale à  $32 \text{ MPa}$ .

On constate donc que ces valeurs sont assez éloignées des limites élastiques des aciers (supérieure à  $800 \text{ MPa}$ ) utilisés dans la fabrication des tiges de forage.

Quant aux chargements répétés, ceux-ci se résument à de la flexion alternée  $M$  dans les coudes. Sachant que ces chargements sont plus préjudiciables en traction qu'en compression, on en conclut que le coude de la zone A est l'endroit où le risque de fatiguer les éléments constituant la garniture de forage. Dans cette zone, la contrainte axiale maximale est égale à  $57 \text{ MPa}$  et la contrainte axiale minimale est égale à  $-33 \text{ MPa}$ .

Ses contraintes macroscopiques ne reflètent pas la géométrie complexe de la garniture et les contacts générés dans les connexions vissées. Pour prendre en compte ces phénomènes, une méthode est d'utiliser des facteurs de concentrations de contraintes  $K_t$ . Ces derniers peuvent être égales à 4 pour des chargements en flexion alternée dans une connexion vissée *NC26* (Han *et al.*, 2003).

Les contraintes axiales maximales sont donc égales à  $228 \text{ MPa}$  dans le coude A et  $-636 \text{ MPa}$  en compression dans le coude B. Ces contraintes peuvent à terme conduire à la rupture de la garniture de forage.



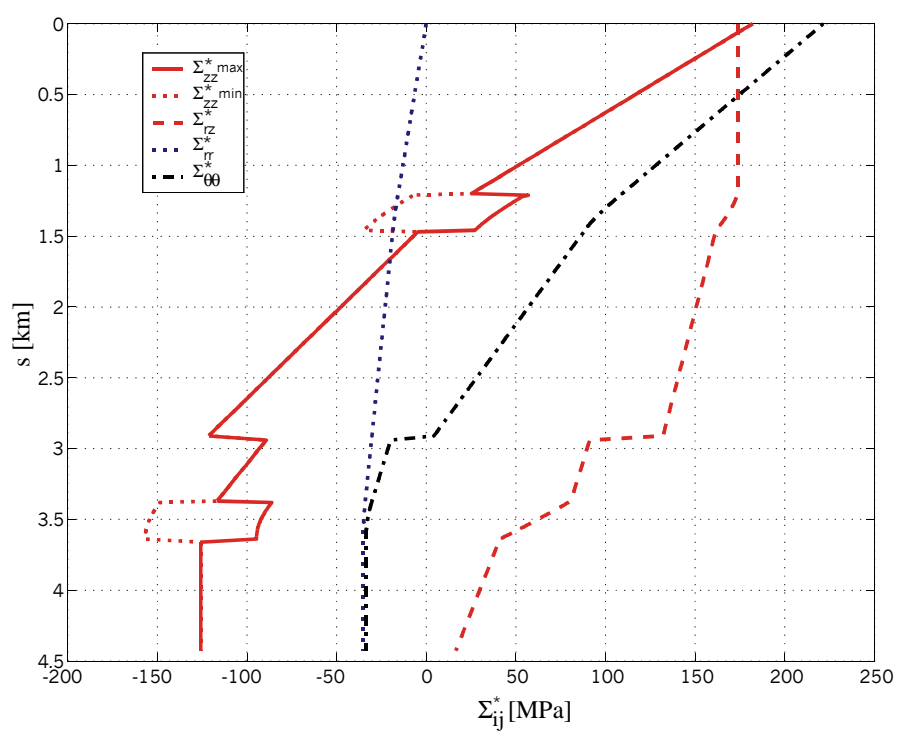


FIG. A.5 – Évolution spatiale des composantes du champ de contraintes poutres  $\underline{\underline{\Sigma}}^*$ .



## Annexe B

# Solution élastique d'une entaille

Parmi les nombreuses méthodes analytiques de résolution de problèmes élastiques, la théorie des fonctions potentielles complexes apporte quelques avantages notamment pour des problèmes faisant intervenir des géométries compliquées. Plusieurs travaux ont utilisé cette méthode pour résoudre des problèmes de contact (Jäger, 1997), de stabilités de pente (Milyayev, 2002) ou bien de fissures (Bui et Oueslati, 2004).

Récemment, une solution bidimensionnelle élastique a été proposée par (Filippi et Lazzarin, 2004) pour la résolution d'une entaille dans un domaine semi-infini soumis à un chargement en Mode I. Le champ de contraintes a été obtenu à l'aide

- des fonctions potentielles complexes de type Kolosoff-Mushkelishvili (Mushkelishvili, 1953)

$$\varphi(z) = az^\lambda + dz^\mu, \quad (\text{B.1})$$

$$\psi(z) = bz^\lambda + cz^\mu, \quad (\text{B.2})$$

où les coefficients  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont des nombres complexes, et les exposants  $\lambda$  et  $\mu$  sont des réels avec  $\lambda > \mu$ ,

- et de la transformation conforme suivante introduite par Neuber, 1958

$$z = x + iy = (u + iv)^q = \xi^q, \quad (\text{B.3})$$

où  $z$  est la représentation complexe des coordonnées cartésiennes  $\{x, y\}$ , et  $\{u, v\}$  sont les coordonnées du repère curviligne (voir figure B.1).

Le paramètre  $q$  introduit dans (B.3) se relie à l'angle d'ouverture de l'entaille  $\alpha$  par la relation suivante

$$q = 2 \left(1 - \frac{\alpha}{\pi}\right). \quad (\text{B.4})$$

L'origine du repère cartésien est à une distance  $r_o$  du fond de l'entaille (voir figure B.2). Ce dernier est lié au rayon du fond de l'entaille  $\rho$  et au paramètre  $q$  par

$$r_o = \rho \frac{q-1}{q}. \quad (\text{B.5})$$

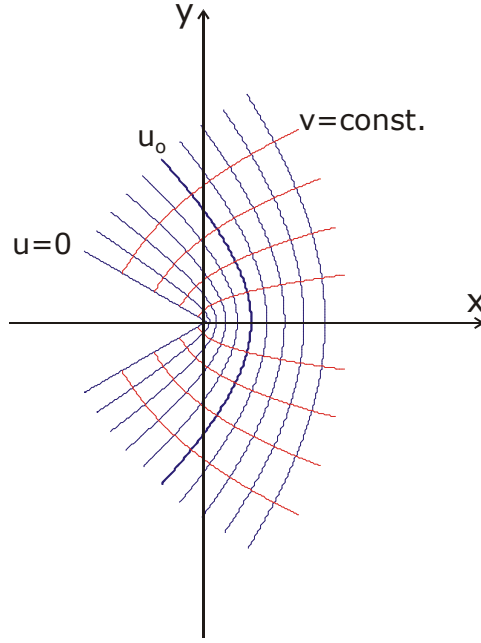
Le nombre réduit de paramètres libres ne permet pas de satisfaire toutes les conditions limites ; la méthode proposée par Filippi est une solution approchée. Les conditions limites ont donc été imposées seulement à proximité du fond de l'entaille et sur ses flancs à l'infinie, i.e.  $\theta = \pm q \frac{\pi}{2}$  et  $r = \pm \infty$

$$\sigma_r|_{r=r_o; \theta=0} = 0, \quad (\text{B.6})$$

$$\tau_{r\theta}|_{r=r_o; \theta=0} = 0, \quad (\text{B.7})$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty; \theta \rightarrow q \frac{\pi}{2}} r^{1-\mu} \sigma_\theta + \lim_{r \rightarrow \infty; \theta \rightarrow -q \frac{\pi}{2}} r^{1-\mu} \sigma_\theta = 0, \quad (\text{B.8})$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty; \theta \rightarrow q \frac{\pi}{2}} r^{1-\mu} \tau_{r\theta} - \lim_{r \rightarrow \infty; \theta \rightarrow -q \frac{\pi}{2}} r^{1-\mu} \tau_{r\theta} = 0. \quad (\text{B.9})$$

FIG. B.1 – Repère curviligne associé aux coordonnées  $\{u, v\}$ .

En appliquant ces conditions limites, on obtient

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} \sigma_\theta \\ \sigma_r \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} &= \lambda_1 r^{\lambda_1-1} a_1 \left[ \begin{Bmatrix} (1 + \lambda_1) \cos(1 - \lambda_1) \theta \\ (3 - \lambda_1) \cos(1 - \lambda_1) \theta \\ (1 - \lambda_1) \sin(1 - \lambda_1) \theta \end{Bmatrix} + \chi_{b_1} (1 - \lambda_1) \begin{Bmatrix} \cos(1 + \lambda_1) \theta \\ -\cos(1 + \lambda_1) \theta \\ \sin(1 + \lambda_1) \theta \end{Bmatrix} \right. \\
 &+ \frac{q}{4(q-1)} \left( \frac{r}{r_o} \right)^{\mu_1 - \lambda_1} \left( \chi_{d_1} \begin{Bmatrix} (1 + \mu_1) \cos(1 - \mu_1) \theta \\ (3 - \mu_1) \cos(1 - \mu_1) \theta \\ (1 - \mu_1) \sin(1 - \mu_1) \theta \end{Bmatrix} \right. \\
 &\left. \left. + \chi_{c_1} \begin{Bmatrix} \cos(1 + \mu_1) \theta \\ -\cos(1 + \mu_1) \theta \\ \sin(1 + \mu_1) \theta \end{Bmatrix} \right) \right]. \tag{B.10}
 \end{aligned}$$

Le champ de contraintes le long de la bissectrice de l'entaille, i.e.  $\theta = 0$ , est égal à

$$\sigma_\theta|_{\theta=0} = \sigma_y = \frac{\sigma_{\max}}{4(q-1) + q\omega_1} \left[ 4(q-1) \left\{ 1 + \frac{\arctan[m(r-r_o)]}{mr_o} \right\}^{\lambda_1-1} + q\omega_1 \left( \frac{r}{r_o} \right)^{\mu_1-1} \right], \tag{B.11}$$

$$\sigma_r|_{\theta=0} = \sigma_x = \frac{\sigma_{\max}}{\eta_1 [4(q-1) + q\omega_1]} \left[ 4(q-1) \left( \frac{r}{r_o} \right)^{\lambda_1-1} + q\delta_1 \left( \frac{r}{r_o} \right)^{\mu_1-1} \right], \tag{B.12}$$

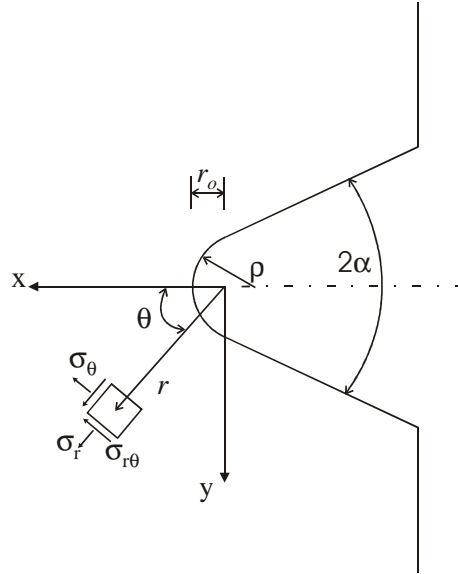


FIG. B.2 – Géométrie de l'entaille.

où

$$\omega_1 = \frac{\chi_{d_1}(1 + \mu_1) + \chi_{c_1}}{1 + \lambda_1 + \chi_{b_1}(1 - \lambda_1)}, \quad (\text{B.13})$$

$$\eta_1 = [3 - \lambda_1 - \chi_{b_1}(1 - \lambda_1)] [1 + \lambda_1 + \chi_{b_1}(1 - \lambda_1)], \quad (\text{B.14})$$

$$\delta_1 = \frac{\chi_{d_1}(3 - \mu_1) - \chi_{c_1}}{3 - \lambda_1 - \chi_{b_1}(1 - \lambda_1)}, \quad (\text{B.15})$$

$$\chi_{b_1} = \frac{\sin[(1 - \lambda_1)q\pi/2]}{\sin[(1 + \lambda_1)q\pi/2]}, \quad (\text{B.16})$$

$$\chi_{c_1} = \left[ (1 - \mu_1)^2 - \frac{1 + \mu_1}{q} \right] [3 - \lambda_1 - \chi_{b_1}(1 - \lambda_1)] - (3 - \mu_1)\varepsilon_1, \quad (\text{B.17})$$

$$\chi_{d_1} = \left[ \frac{1 - q(1 + \mu_1)}{q} \right] [3 - \lambda_1 - \chi_{b_1}(1 - \lambda_1)] - \varepsilon_1, \quad (\text{B.18})$$

$$\varepsilon_1 = (1 - \lambda_1)^2 + \chi_{b_1}(1 - \lambda_1^2) - \frac{1 + \lambda_1 - \chi_{b_1}(1 - \lambda_1)}{q}, \quad (\text{B.19})$$

et les constantes  $\lambda_1$  et  $\mu_1$  satisfont les équations suivantes

$$\sin(\lambda_1 q \pi) + \lambda_1 \sin(q \pi) = 0, \quad (\text{B.20})$$

$$\left\{ \frac{1 - q(1 + \mu_1)}{q} [3 - \lambda_1 - \chi_{b_1}(1 - \lambda_1)] - \varepsilon_1 \right\} (1 + \mu_1) \varepsilon_1 \cos \left[ (1 - \mu_1) q \frac{\pi}{2} \right] + \left\{ \left[ (1 - \mu_1)^2 - \frac{1 + \mu_1}{q} \right] [3 - \lambda_1 - \chi_{b_1}(1 - \lambda_1)] - (3 - \mu_1) \varepsilon_1 \right\} \cos \left[ (1 + \mu_1) q \frac{\pi}{2} \right] = 0. \quad (\text{B.21})$$



## Annexe C

# Loi de passage macro-méso

Parmi les différents critères de fatigue, celui de Dang Van se base sur le calcul des contraintes mésoscopiques  $\underline{\underline{\sigma}}$ . Cette approche, initiée dans les années 30 par (Academy, 1939), s'appuie sur le fait que la fatigue est un phénomène débutant à l'échelle des grains de métal. En effet, l'amorçage d'une micro fissure résulte d'une accumulation de déformations plastiques dans les bandes de glissement.

À la limite de l'endurance illimitée, le matériau répond de manière purement élastique à l'échelle macroscopique. Cependant, à l'échelle mésoscopique, certains grains de métal défavorablement orientés peuvent subir des déformations plastiques (voir figure C.1). Si le grain atteint un état adapté alors la structure aura une durée de vie infinie. À l'inverse, si le grain atteint un état accommodé ou de rochet alors la structure aura une durée de vie finie.

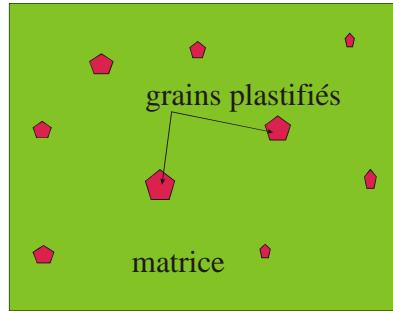


FIG. C.1 – Grains défavorablement orientés.

La difficulté de cette théorie réside dans le passage entre l'échelle macroscopique et l'échelle mésoscopique. Cette difficulté a été contournée par Dang Van en utilisant l'hypothèse de macro-homogénéité proposée par (Hill, 1967; Mandel, 1971). Cette hypothèse permet de faire une moyenne directe à partir des champs mécaniques mésoscopiques pour calculer les champs mécaniques macroscopiques

$$\underline{\underline{E}}(\underline{\underline{X}}) = \frac{1}{V} \int_V \underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{\underline{x}}) dV_m, \quad (\text{C.1})$$

$$\underline{\underline{\Sigma}}(\underline{\underline{X}}) = \frac{1}{V} \int_V \underline{\underline{\sigma}}(\underline{\underline{x}}) dV_m, \quad (\text{C.2})$$

où  $\underline{\underline{\Sigma}}$ ,  $\underline{\underline{E}}$ ,  $\underline{\underline{\sigma}}$  et  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  sont respectivement les champs de contraintes et de déformations à l'échelle macroscopique et mésoscopique, et  $\underline{\underline{X}}$  et  $\underline{\underline{x}}$  sont respectivement les coordonnées associées à l'échelle de la matrice et à celle du cristal.

Mandel a réécrit le passage macro-méso pour les parties plastiques  $\underline{\underline{E}}^p$  et élastiques  $\underline{\underline{E}}^e$  du champ de déformations macroscopiques au travers d'un tenseur de localisation  $\underline{\underline{A}}$ . Ce tenseur permet de

calculer le champ de contrainte mésoscopique fictif  $\underline{\underline{\sigma}}^e$  dans le cas où le cristal répondrait de manière purement élastique. Ainsi, on obtient

$$\underline{\underline{E}}(\underline{\underline{X}}) = \frac{1}{V} \int_V \underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{\underline{x}}) : \underline{\underline{A}}(\underline{\underline{x}}, \underline{\underline{X}}) dV_m, \quad (\text{C.3})$$

et

$$\underline{\underline{E}}^e(\underline{\underline{X}}) = \frac{1}{V} \int_V \underline{\underline{\varepsilon}}^e(\underline{\underline{x}}) : \underline{\underline{A}}(\underline{\underline{x}}, \underline{\underline{X}}) dV_m. \quad (\text{C.4})$$

En soustrayant (C.3) par (C.4), on obtient l'expression pour les déformations plastiques

$$\underline{\underline{E}}^p(\underline{\underline{X}}) = \frac{1}{V} \int_V \underline{\underline{\varepsilon}}^p(\underline{\underline{x}}) : \underline{\underline{A}}(\underline{\underline{x}}, \underline{\underline{X}}) dV_m. \quad (\text{C.5})$$

En décomposant le champ de contraintes mésoscopiques  $\underline{\underline{\sigma}}$  en une partie élastique  $\underline{\underline{\sigma}}^e$  et une autre plastique  $\underline{\underline{\rho}}$  et en utilisant le tenseur de localisation, la relation qui permet le passage entre les deux différentes échelles, macroscopique et mésoscopique, est la suivante

$$\underline{\underline{\sigma}}(\underline{\underline{x}}, t) = \underline{\underline{A}}(\underline{\underline{x}}, \underline{\underline{X}}) : \underline{\underline{\Sigma}}(\underline{\underline{X}}, t) + \underline{\underline{\rho}}(\underline{\underline{x}}, t). \quad (\text{C.6})$$

Le champ  $\underline{\underline{\rho}}$  représente le champ de contraintes mésoscopiques induit par les déformations plastiques mésoscopiques lorsque la structure n'est plus sollicitée (chargement ramené à zéro).

On peut voir dans (C.6) que cette loi de passage nécessite la connaissance du tenseur de localisation  $\underline{\underline{A}}$  et du champ de contraintes résiduelles mésoscopiques  $\underline{\underline{\rho}}$ . Grâce aux hypothèses simplificatrices du modèle de Lin-Taylor, on pourra les calculer.

La première hypothèse concerne le comportement in situ du cristal qui est assimilé à une inclusion (le grain) inscrit dans une matrice (le VER). On suppose aussi que les déformations totales de la matrice  $\underline{\underline{E}}$  sont égales aux déformations totales du cristal  $\underline{\underline{\varepsilon}}$

$$\underline{\underline{E}} = \underline{\underline{\varepsilon}} \Rightarrow \underline{\underline{E}}^e + \underline{\underline{E}}^p = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p, \quad (\text{C.7})$$

où  $\underline{\underline{E}}^e$ ,  $\underline{\underline{E}}^p$ ,  $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$  et  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$  sont respectivement les parties élastiques et plastiques des champs de déformations macroscopiques et mésoscopiques.

Comme on s'intéresse principalement à l'endurance illimitée, on sait que la structure ne présentera pas de déformations plastiques macroscopiques, ainsi (C.7) devient

$$\underline{\underline{E}} = \underline{\underline{E}}^e = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p. \quad (\text{C.8})$$

Afin d'évaluer le tenseur de localisation  $\underline{\underline{A}}$ , nous admettrons que le cristal et la matrice élastique sont isotropes et possèdent les mêmes propriétés élastiques, ainsi nous obtenons

$$\underline{\underline{L}} = \underline{\underline{l}}, \quad (\text{C.9})$$

où  $\underline{\underline{L}}$  et  $\underline{\underline{l}}$  sont respectivement les tenseurs, mésoscopique et macroscopique, élastiques.

Cette dernière hypothèse permet de simplifier grandement (C.6), car le tenseur de localisation devient simplement le tenseur identité  $\underline{\underline{I}}$ . On obtient alors

$$\underline{\underline{\sigma}}(\underline{\underline{x}}, t) = \underline{\underline{\Sigma}}(\underline{\underline{X}}, t) + \underline{\underline{\rho}}(\underline{\underline{x}}, t), \quad (\text{C.10})$$

avec

$$\underline{\underline{\rho}}(\underline{\underline{x}}, t) = -2\mu \underline{\underline{\varepsilon}}^p(\underline{\underline{x}}, t), \quad (\text{C.11})$$

où  $\mu$  est l'un des coefficients de Lamé commun à la matrice et au grain de métal.



## Annexe D

# Effet du gradient de contraintes

Cette annexe présente une analyse numérique d'essais de fatigue réalisés sur des éprouvettes contenant un maillage cristallin inclus dans une matrice macroscopique pour comprendre le rôle de l'effet du gradient de contraintes sur la tenue en fatigue des structures.

### D.1 Comportement matériau

Le matériau considéré dans cette étude correspond à un acier austénitique standard. Le comportement macroscopique de l'acier est le même que celui présenté dans le Chapitre 2 et est modélisé avec une loi élastoplastique avec un écrouissage cinématique linéaire.

À l'échelle mésoscopique, le matériau a été modélisé en se basant sur une cartographie des grains et de leurs orientations cristallines obtenues par observation au microscope. Les frontières des grains sont directement obtenues par microscope électronique et traitement d'images. L'orientation cristalline est déduite par Orientation Imaging Microscopy en utilisant EBSD (Electron Back Scattering Diffraction) et est assignée pour chaque grain sous la forme d'angles d'Euler.

Dans cette étude, une carte de 156 grains a été utilisée (voir figure D.1). Chaque grain est ensuite discrétisé en deux dimensions en utilisant des éléments linéaires à trois noeuds d'intégration.

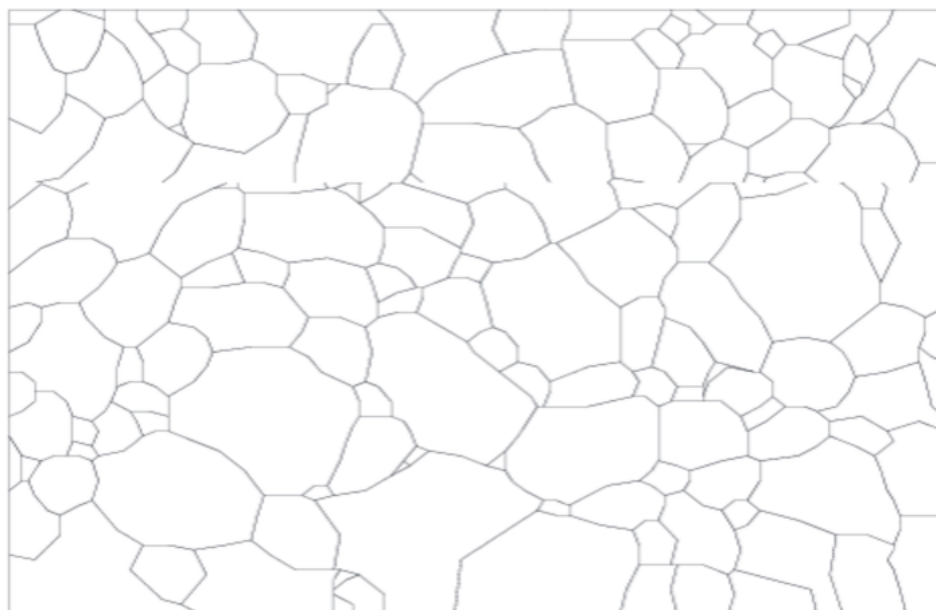


FIG. D.1 – Structure de la matrice granulaire.

$E$ [GPa]	$\nu$	$\sigma_Y$ [MPa]	$H$ [MPa]	$a$	$b$ [MPa]
210	0.3	670	9500	0.45	260

TAB. D.1 – Les paramètres matériaux macroscopiques :  $E$  module de Young,  $\nu$  coefficient de Poisson,  $\sigma_Y$  limite d'élasticité,  $H$  module d'écrouissage cinématique,  $a$ ,  $b$  paramètres du critère de Fatigue de Dang Van

Le comportement matériau de chaque grain est capturé par une équation constitutive phénoménologique simplifiée. Il est fait l'hypothèse que les déformations plastiques sont principalement causées par les glissements cristallins; cette hypothèse s'applique pour la plupart des cristaux cubiques et de quelques cristaux hexagonaux compacts (Weng, 1983). De plus nous faisons l'hypothèse que le cisaillement mésoscopique déterminé au niveau des plans de glissement initie et contrôle l'évolution des déformations plastiques.

L'écoulement plastique commence dans un système de plan de glissement donné lorsque le cisaillement mésoscopique  $y$  atteint une valeur critique  $\sigma_g^c$ . La plasticité est donc indépendante de la contrainte de tension ou bien des contraintes normales au plan de glissement; pour des réseaux cristallins moins symétriques, la pression hydrostatique peut jouer un rôle dans la plasticité.

Ainsi, pour chaque grain  $g$ , le critère d'écoulement plastique local  $f_g(\sigma_g)$  est obtenu par la loi de Schmid. Chaque limite d'élasticité  $\sigma_g^c$  dépend du système de glissement activé  $s$

$$\sigma_g^c = \min_s \frac{\tau_0}{F_g^s}, \quad (\text{D.1})$$

où  $\tau_0$  et  $F_g^s$  représentent respectivement le cisaillement critique (un paramètre matériau) et le facteur de Schmid qui a été déterminé en utilisant l'orientation du réseau cristallin de chaque grain. Les douze systèmes de glissement  $s$  de la structure cristalline cubique à face centrée ont été considérés pour la détermination de  $\sigma_g^c$ .

Cette loi de comportement a été implémentée dans le logiciel Éléments Finis **Cast3M** en suivant le comportement des polycristaux proposé par (Kowalczyk et Gambin, 2004).

Le cisaillement critique  $\tau_0$ , le module de Young et le coefficient d'écrouissage cinématique macroscopique ont été identifiés à l'aide d'un essai cyclique en tension. L'identification a été réalisée en utilisant le maillage cristallin (voir figure D.1) inclus dans une matrice élastoplastique comme il est illustré dans la figure D.2. Les données complètes des paramètres matériau sont présentées dans Tab. D.1

Il est important de noter que l'identification des paramètres matériaux a été faite dans le domaine plastique mais que les simulations présentées ici ont été réalisées de telle sorte que la matrice entourant le maillage cristallin reste dans le régime purement élastique.

## D.2 Critères de fatigue

L'analyse de fatigue présentée ici est basé sur le critère de Dang Van (Dang Van, 1993; Papadopoulos, 1995; Dang Van et Papadopoulos, 1999).

Dans le contexte d'une inclusion plastique dans une matrice élastique, les relations entre les champs mésoscopiques et macroscopiques peut être obtenues, par exemple, en utilisant une des hypothèses d'homogénéisation suivante (voir par exemple (Cano *et al.*, 2004)) :

- *Lin-Taylor* fait l'hypothèse de l'égalité des déformations macro- et mésoscopiques :  $\varepsilon = E$ . Cette formulation est adoptée dans les critères de Dang Van et de Papadopoulos,
- *Sachs* fait l'hypothèse de l'égalité des contraintes macro- et mésoscopiques :  $\sigma = \Sigma$ ,

– Kröner fait l'hypothèse suivante :

$$\sigma = \Sigma - \mathbb{C} : (\mathbb{I} - \mathbb{P} : \mathbb{C}) : \varepsilon^p,$$

où  $\mathbb{C}$  et  $\mathbb{P}$  sont respectivement le tenseur des modules élastiques de rang quatre et le tenseur de Hill. Dans le cas particulier d'une inclusion sphérique,  $\mathbb{P}$  est égal à

$$\mathbb{P} = \frac{A}{3K} \mathbb{J} + \frac{B}{2\mu} \mathbb{K} \quad \text{avec :} \quad A = \frac{3K}{3K + 4\mu} \quad \text{et} \quad B = \frac{6}{5} \frac{K + 2\mu}{3K + 4\mu},$$

où  $\mathbb{J} = \frac{1}{3} I \otimes I$  et  $\mathbb{K} = \mathbb{I} - \mathbb{J}$  avec  $\mathbb{I}$  le tenseur d'identité de rang quatre.

Pour tous les cas, le même comportement élastique est appliqué à l'échelle mésoscopique et à l'échelle macroscopique. Ainsi, la relation entre les champs macroscopique et mésoscopique peut s'écrire sous la forme générale

$$\sigma = \Sigma - \mathbb{C}^* : \varepsilon^p = \Sigma + \rho^*, \quad (\text{D.2})$$

où  $\rho^*$  doit être interprété comme le champ de contraintes résiduelles.

Les cas particuliers de chaque modèle sont obtenus pour les formes suivantes de  $\mathbb{C}^*$

- pour le modèle de Lin-Taylor,  $\mathbb{C}^* = \mathbb{C}$ ,
- pour le modèle de Sachs,  $\mathbb{C}^* = 0$ ,
- et pour le modèle de Kröner,  $\mathbb{C}^* = \mathbb{C} : (\mathbb{I} - \mathbb{P} : \mathbb{C})$ .

En faisant l'hypothèse d'un seul système de glissement actif, la déformation plastique est donnée par

$$\varepsilon^p = \frac{1}{2} \sum_s \gamma^s (m^s \otimes n^s + n^s \otimes m^s) = \sum_s \gamma^s \alpha^s. \quad (\text{D.3})$$

Le cisaillement mésoscopique et la contrainte normale au plan de glissement  $s$  sont donnés par

$$\sigma_n^s = (\sigma : n^s \otimes n^s) \quad \tau^s = \sigma : m^s \otimes n^s. \quad (\text{D.4})$$

En utilisant les définitions précédentes, il est alors possible de définir une série de critère de fatigue.

Pour un grain individuel, lorsque l'on considère les *systèmes de glissement*  
*Durée de vie infinie si et seulement si*

$$\max_s \max_t \left( (\alpha^s : B : \alpha^s)^{\frac{1}{2}} \tau^s(t) + a \sigma_n^s(t) \right) < b, \quad (\text{D.5})$$

où  $a$  et  $b$  sont des constantes matériaux et  $s$  dénote le plan de glissement.

Il est alors possible de déterminer le grain le plus défavorablement orienté

$$\max_g \max_s \max_t \left( (\alpha^s : B : \alpha^s)^{\frac{1}{2}} \tau^s(t) + a \sigma_n^s(t) \right) < b. \quad (\text{D.6})$$

Sous l'hypothèse que les grains et les systèmes de glissement couvrent statistiquement toutes les directions, on retrouve la formulation classique du critère de Dang Van

$$\max_t (\tau(t) + a p(t)) < b. \quad (\text{D.7})$$

Ici  $\tau$  est la norme de Tresca du cisaillement mésoscopique et  $p = \frac{1}{3} \text{tr} \sigma$  est la pression hydrostatique.

Dans la suite de cette étude, on pourra appliquer deux critères de fatigue

- un en projetant les contraintes mésoscopiques sur les systèmes de glissement de chaque grain, i.e. en utilisant (??),
- ou en appliquant directement le critère de Dang Van, i.e. en utilisant (??).

### D.3 Le chargement

La discussion se basera sur trois différents chargements appliqués (voir figure D.2)

(a) un essai de traction répétée (déformations planes)

$$\sigma = \sigma_{max} \frac{1 + \sin(t)}{2} (e_y \otimes e_y + \nu e_z \otimes e_z) \quad t \in \mathbb{R},$$

(b) un essai de torsion alternée (déformations planes)

$$\sigma = \tau_{max} \sin(t) (e_x \otimes e_y + e_y \otimes e_x) \quad t \in \mathbb{R},$$

(c) un essai de traction répétée (déformations planes) sur une éprouvette entaillée

$$\sigma = \sigma_{max} \frac{1 + \sin(t)}{2} (e_y \otimes e_y + \nu e_z \otimes e_z) \quad t \in \mathbb{R}.$$

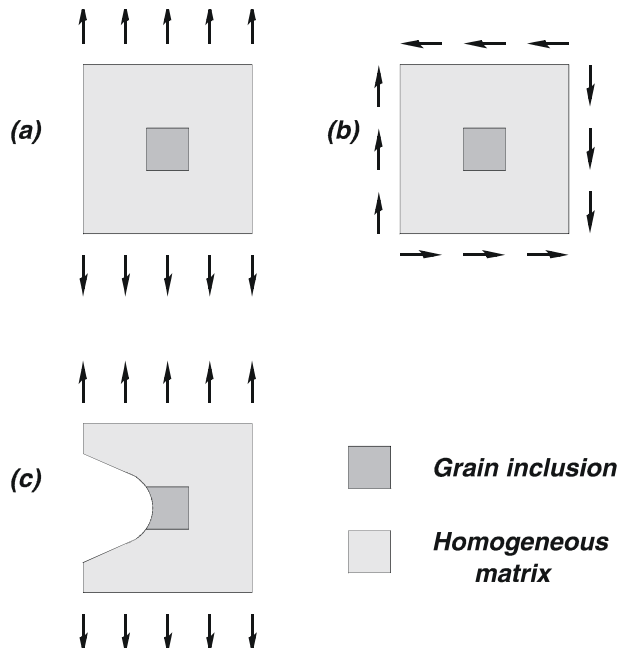


FIG. D.2 – Illustration des trois différents systèmes de chargement qui ont été étudiés.

Pour l'essai en torsion, le chargement a été choisi alterné plutôt que répété parce que le chargement requière un nombre de cycles excessif avant d'atteindre le régime d'adaptation élastique. Ceci peut être simplement expliqué en considérant que la fatigue apparaît lorsque le cisaillement mésoscopique  $\tau \approx 0.75\tau_Y$  où  $\tau_Y$  est la limite d'élasticité en cisaillement (Dang Van et Papadopoulos, 1999). Donc le cisaillement macroscopique maximal en torsion répétée est  $\tau_{max} = 2\tau \approx 1.5\tau_Y \gg \tau_Y$ .

Tous ces essais ont été modélisés en utilisant une éprouvette homogène et une éprouvette avec le maillage cristallin comme il est illustré dans la figure D.2.

Pour des raisons de simplicité, les simulations ont été limitées à deux dimensions avec une condition de déformations planes et le chargement est imposé en déplacement.

Les simulations ont été réalisées avec le souci de rester constamment dans le régime élastique à l'échelle macroscopique. Toutefois à l'échelle mésoscopique, quelques grains peuvent expérimenter des phénomènes de plasticité et atteindre un état d'accommodation ou d'adaptation après quelques cycles.

## D.4 Résultats et discussions

### D.4.1 Éprouvette lisse - absence de gradient de contraintes

La première étape consiste à vérifier que, pour les chargements en tension et en torsion sur l'éprouvette lisse, la projection du cisaillement mésoscopique sur les systèmes de glissement cristallin nous donne des résultats similaires que ceux obtenus par l'application directe du critère de Dang Van.

Deux autres maillages cristallins avec des orientations du réseau cristallin générées aléatoirement ont été réalisés. Les figures D.3 et D.4 illustrent les instants critiques du cisaillement et de la pression hydrostatique pour les trois distributions de l'orientation du réseau cristallin (O1,O2,O3) soumis à un chargement en torsion et en tension respectivement.

L'éprouvette lisse a été soumise à cinq cycles et les résultats présentés sont pour le dernier cycle. Pour chaque cas, la solution élastique homogène est représentée. On peut remarquer que le nuage d'instant critiques des grains (voir figures D.3 et D.4) se trouve juste en dessous de l'instant critique de la solution homogène et que le grain le plus critique coïncide approximativement avec la solution homogène.

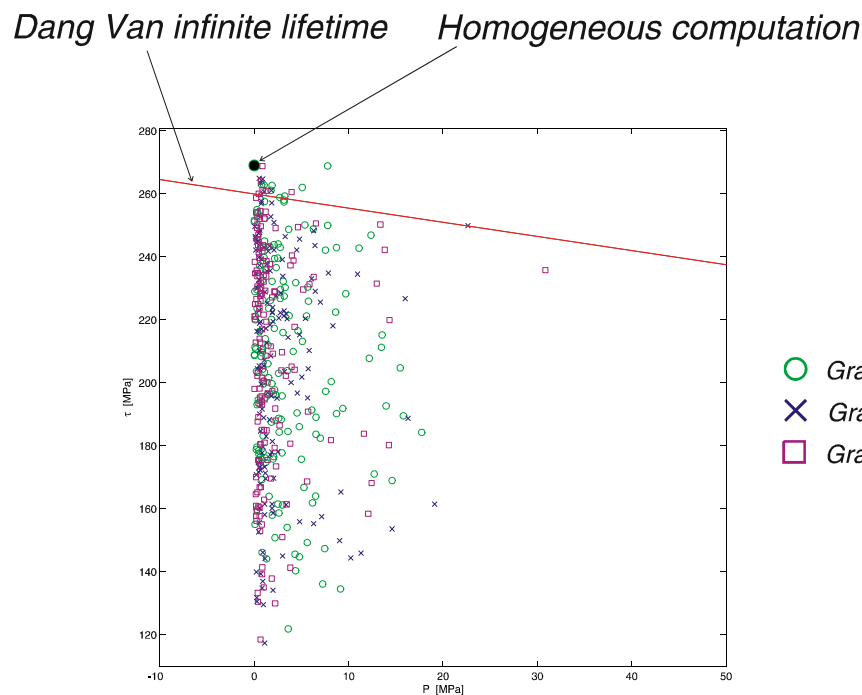


FIG. D.3 – Trois nuages d'instant critiques des grains représentés dans le diagramme de Dang Van pour trois différentes orientations du réseau cristallin (O1,O2,O3) dans le cas d'un chargement en torsion alternée.

Si le chargement appliqué est inférieur à la limite de fatigue, on peut remarquer que les nuages d'instant critiques sont compacts avec une petite variation de la pression hydrostatique. Lorsque le chargement augmente, les nuages se dispersent et la variation de pression augmente significativement. Ceci est une conséquence directe de l'augmentation de la plasticité avec l'augmentation du chargement. La variation de pression hydrostatique est directement liée à la distribution des contraintes résiduelles dans chaque grain. Toutefois, les contraintes résiduelles moyennées sur tous les grains sont proches de zéro comme on pouvait le deviner. Tout cela confirme que nous pouvons

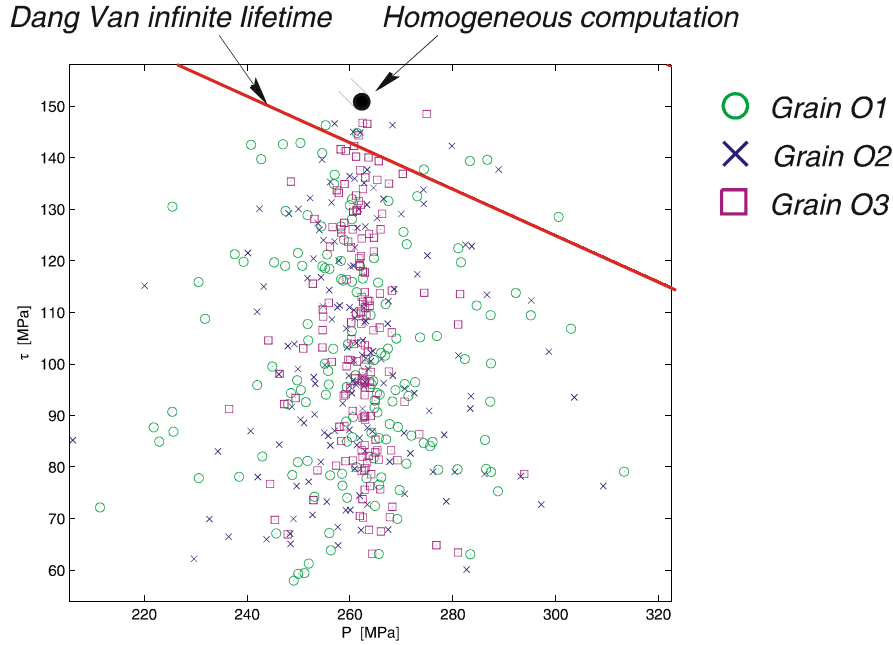


FIG. D.4 – Trois nuages d’instants critiques des grains représentés dans le diagramme de Dang Van pour trois différentes orientations du réseau cristallin (O1,O2,O3) dans le cas d’un chargement en tension répétée

utiliser la solution homogène comme référence.

Lorsque le chargement est augmenté, on peut remarquer que les nuages d’instant critique suivent la solution homogène élastique.

Ceci peut être vérifié sur les figures D.5 et D.6 pour un chargement en torsion alternée et en tension répétée respectivement. Le cas de chargement en torsion présente une distribution d’instant critique intéressant lorsqu’il n’y a presque pas de plasticité induite. Ceci explique la raison de la pression hydrostatique nulle qui est cohérente avec un chargement en torsion. Cependant, en augmentant le chargement, la pression hydrostatique augmente et les instants critiques des grains se dispersent résultant de l’augmentation de la plasticité dans les grains.

#### D.4.2 Éprouvette entaillée- influence du gradient de contraintes

La seconde étape de l’analyse doit nous permettre de comprendre le comportement de l’inclusion cristalline en présence d’un gradient de contraintes. Le gradient de contraintes est introduit dans cette étude en utilisant une éprouvette entaillée avec un facteur de concentrations de contraintes de 5.

On peut s’attendre à ce que les distributions des déformations et des contraintes soient différentes pour le cas homogène et pour le cas de l’inclusion cristalline. Cependant, ces distributions sont quasiment identiques du fait que les simulations sont toujours réalisées dans le régime élastique et donc seulement quelques grains présenteront des déformations plastiques

La figure D.7 présente dans le diagramme de Dang Van une simulation d’un essai en tension répétée dans le cas d’une éprouvette entaillée. Pour les simulations avec le maillage cristallin, deux différents nuages d’instant critique ont été calculés :

- un en projetant les contraintes mésoscopiques sur les systèmes de glissement de chaque grain, et
- un en appliquant directement le critère de Dang Van pour chaque grain

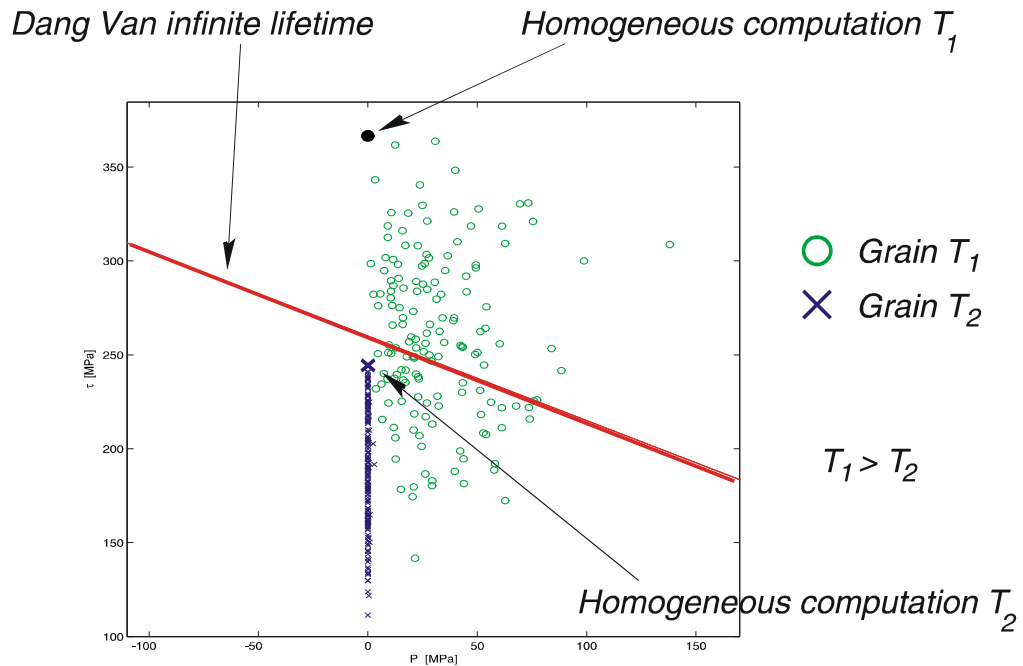


FIG. D.5 – Deux nuages d’instants critiques des grains représentés dans le diagramme de Dang Van pour deux chargements différents en torsion alternée ( $T_1$ ,  $T_2$ ).

Le nuage d’instants critiques obtenu avec le critère de Dang Van est proche de l’instant critique obtenu avec la solution homogène. Cela veut dire que le grain le plus défavorablement orienté présente le même endommagement que le fond de l’entaille, puisqu’ils subissent le même trajet de chargement.

On rappelle que le critère de Dang Van recherche le cisaillement mésoscopique sur le plan le plus critique. Mais, en réalité, il y a très peu de chance qu’un système de glissement du cristal puisse coïncider avec le plan le plus critique obtenu par le critère de Dang Van. Donc le cristal présentera une amplitude de cisaillement plus petite sur son système de glissement actif. Par conséquent, le second nuage d’instants critiques obtenu sur le système de glissement le plus critique de chaque grain largement en dessous de l’instant critique de la solution homogène.

Il est important de comprendre l’effet du gradient de contraintes dans ces simulations. À cause du fort gradient de contraintes, seulement quelques grains localisés en fond de l’entaille subiront de fortes contraintes, réduisant ainsi le risque d’alignement d’un système de glissement avec le plan le plus critique. La majorité des grains subiront une contrainte moyenne appliquée sur le volume élémentaire représentatif qui est inférieure à la contrainte au niveau du fond d’entaille.

Si le gradient de contraintes est faible, comme dans le cas de l’éprouvette lisse, alors tous les grains subiront un même état de contraintes et la probabilité qu’un système de glissement d’un grain puisse coïncider avec le plan le plus critique obtenu avec le critère de Dang Van est plus élevée.

La figure D.8 illustre l’influence de l’orientation des grains sur le calcul des instants critiques. On remarque que pour les trois maillages cristallins testés, les instants critiques couvrent la même région et que les instants critiques les plus défavorables sont relativement proches. Une étude plus quantitative de la distribution de l’orientation des grains et la distance à l’instant critique de la solution homogène pourrait permettre de définir un facteur de fatigue d’entaille ou bien une distance critique déjà utilisés pour les analyses en fatigue (Taylor, 1999).

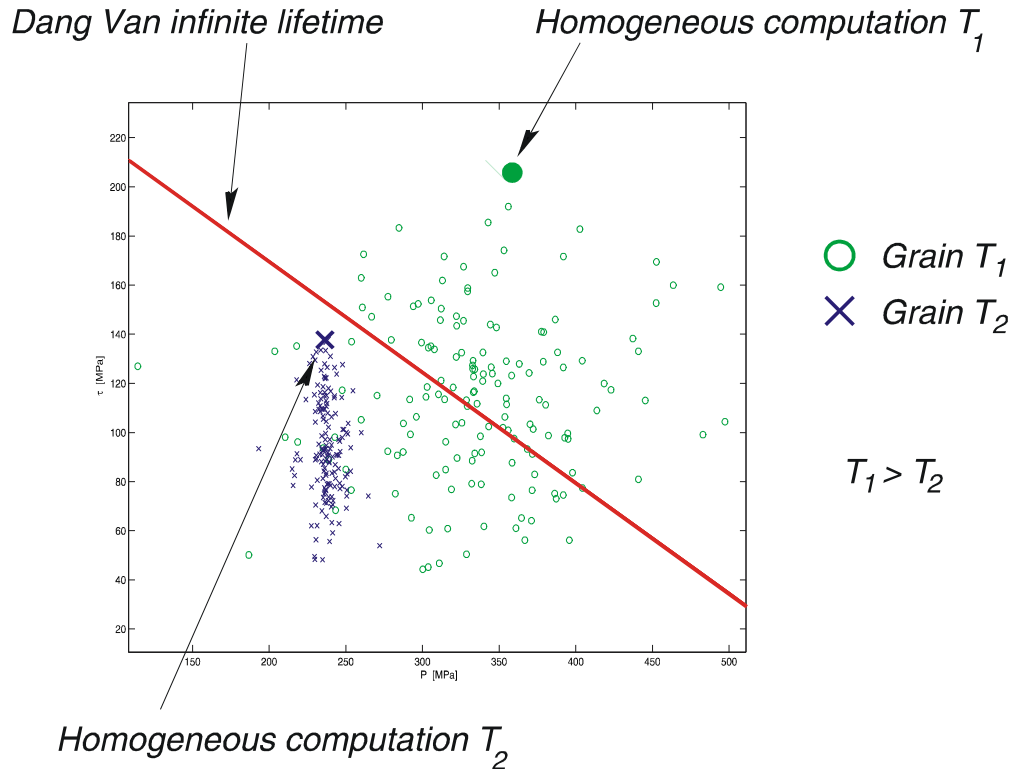


FIG. D.6 – Deux nuages d’instant critiques des grains représentés dans le diagramme de Dang Van pour deux chargements différents en tension répétée ( $T_1$ ,  $T_2$ ).

Lorsque le chargement appliqué augmente, les nuages de points obtenus sur les systèmes de glissement critiques de chaque grain suivent l’instant critique de la solution homogène (voir figure D.9). Toutefois, nous remarquons que la densité du nuage de point proche de la solution homogène est plus petite que pour la simulation pour une entaille lisse. Ceci est une conséquence directe du gradient de contraintes qui met l’accent sur un petit nombre de grains indépendamment de la magnitude du chargement appliqué.



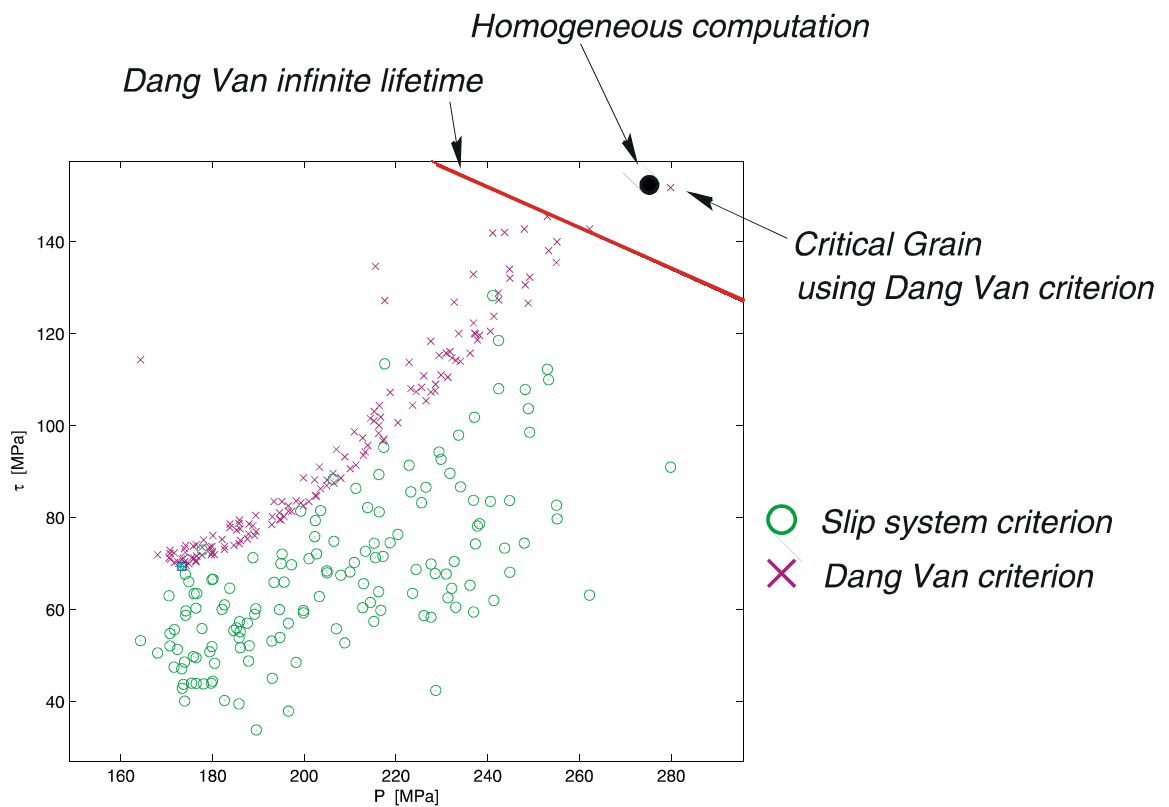


FIG. D.7 – Deux nuages d’instant critiques des grains représentés dans le diagramme de Dang Van pour le cas de chargement en tension répétée pour une éprouvette entaillée. Le premier nuage est déterminé en projetant les contraintes mésoscopiques sur le système de glissement le plus critique et le deuxième nuage est obtenu par application sur chaque grain le critère de Dang Van.

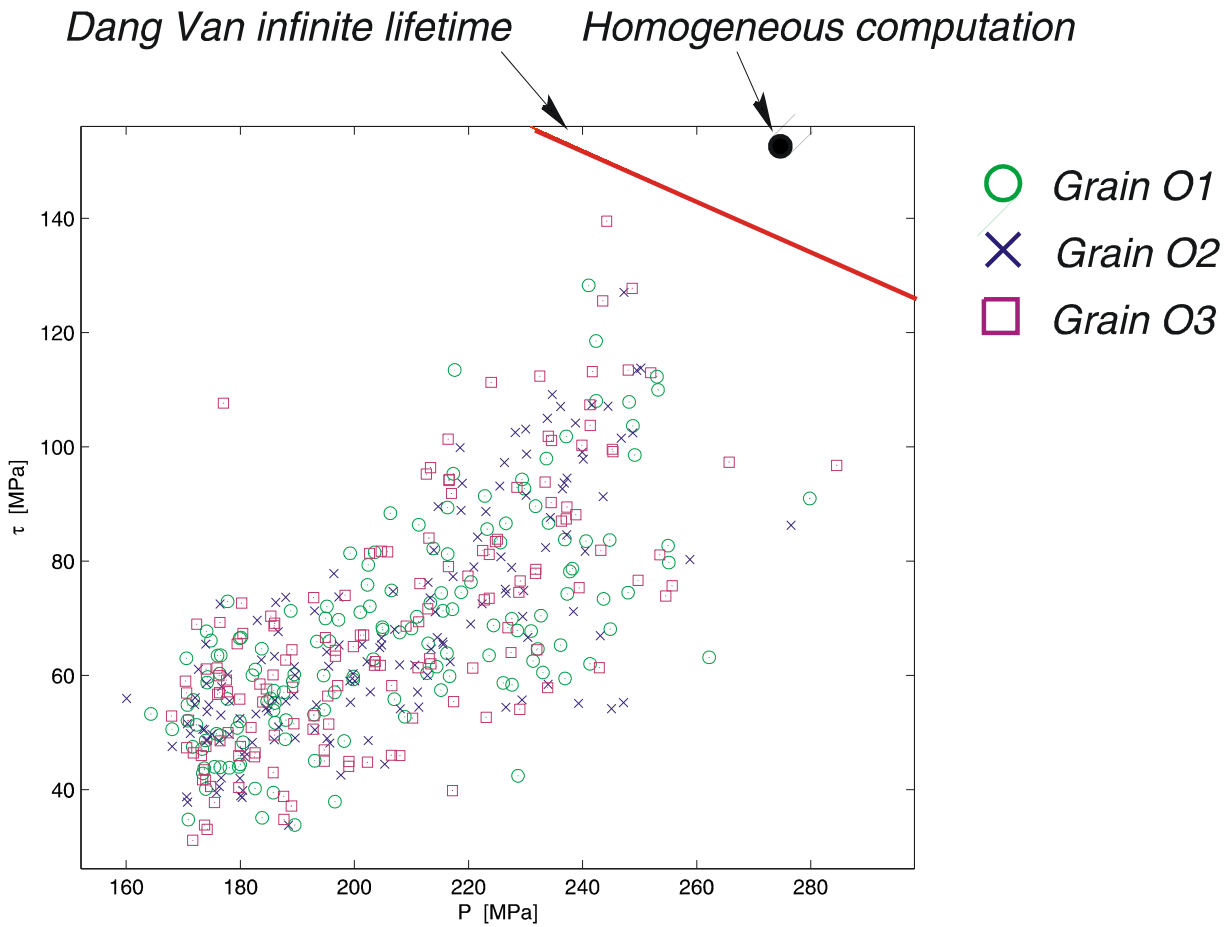


FIG. D.8 – Trois nuages d’instantanés critiques des grains représentés dans le diagramme de Dang Van pour trois différentes orientations du réseau cristallin (O1,O2,O3) dans le cas d’un chargement en tension répétée pour une éprouvette entaillée.

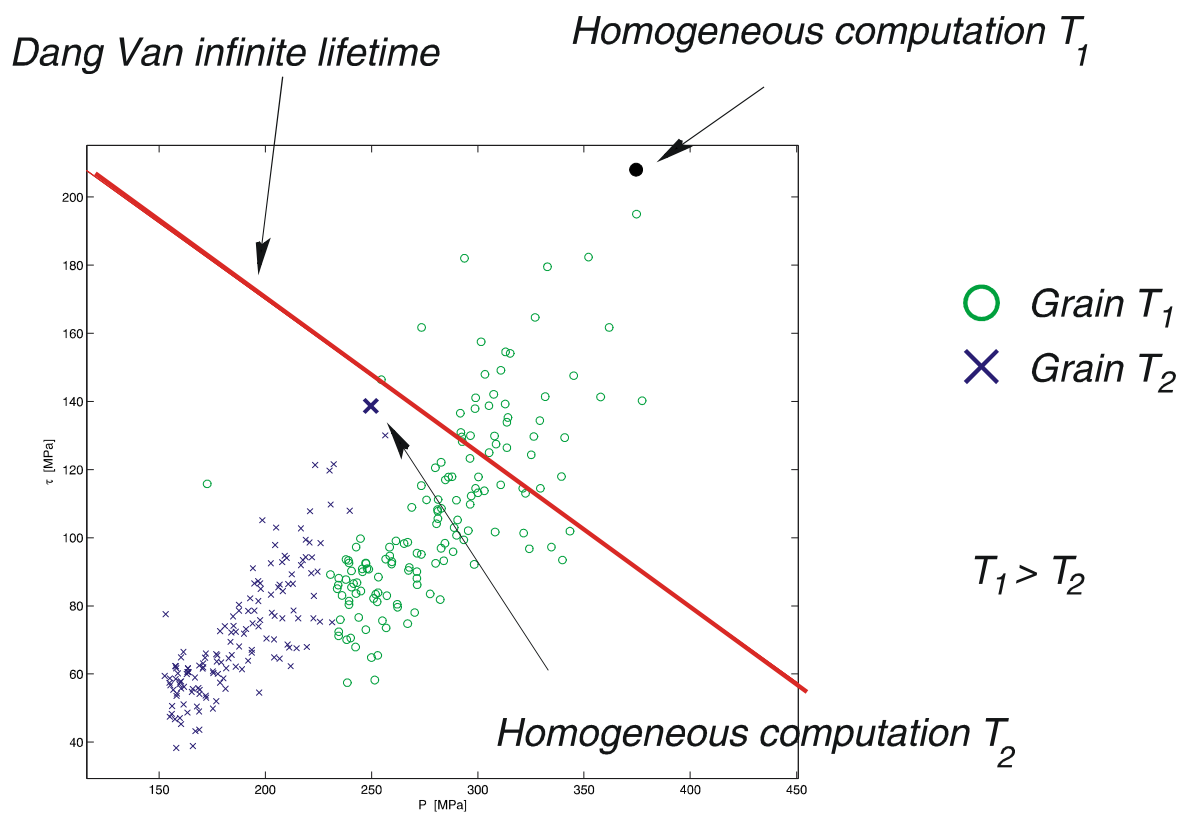


FIG. D.9 – Deux nuages d’instantanés critiques des grains représentés dans le diagramme de Dang Van pour deux chargements différents en tension répétée ( $T_1$ ,  $T_2$ ) pour une éprouvette entaillée.