



HAL
open science

Comportement mécanique d'un milieu granulaire injecté par un coulis de ciment : étude expérimentale et modélisation micromécanique

Yamen Maalej

► To cite this version:

Yamen Maalej. Comportement mécanique d'un milieu granulaire injecté par un coulis de ciment : étude expérimentale et modélisation micromécanique. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2007. Français. NNT: . tel-00141156

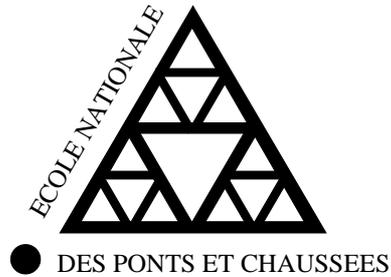
HAL Id: tel-00141156

<https://pastel.hal.science/tel-00141156>

Submitted on 11 Apr 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE
présentée pour l'obtention du diplôme de
DOCTEUR
DE
L'ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES
Spécialité : Structures et Matériaux

par

YAMEN MAALEJ

Sujet de la thèse :

**Comportement mécanique d'un milieu granulaire
injecté par un coulis de ciment :
Étude expérimentale et modélisation micromécanique**

soutenue à Champs-sur-Marne le 29 Janvier 2007
devant le jury composé de :

D. Kondo	<i>Rapporteur</i>
F. Skoczylas	<i>Rapporteur</i>
P.Y. Hicher	<i>Examineur</i>
A. Benhamida	<i>Examineur</i>
J.C. Dupla	<i>Examineur</i>
L. Dormieux	<i>Directeur de thèse</i>
J. Canou	<i>Invité</i>

THÈSE
présentée pour l'obtention du diplôme de
DOCTEUR
DE
L'ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES
Spécialité : Structures et Matériaux

par

YAMEN MAALEJ

Sujet de la thèse :

Comportement mécanique d'un milieu granulaire
injecté par un coulis de ciment :
Étude expérimentale et modélisation micromécanique

soutenue à Champs-sur-Marne le 29 Janvier 2007
devant le jury composé de :

D. Kondo	<i>Rapporteur</i>
F. Skoczylas	<i>Rapporteur</i>
P.Y. Hicher	<i>Examineur</i>
A. Benhamida	<i>Examineur</i>
J.C. Dupla	<i>Examineur</i>
L. Dormieux	<i>Directeur de thèse</i>
J. Canou	<i>Invité</i>

À mes parents

Remerciements

Je souhaite remercier Monsieur le Professeur Pierre-Yves Hicher, de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse ainsi que Messieurs les Professeurs Djimédo Kondo et Frédéric Skoczylas, d'avoir accepté la lourde tâche de rapporter mon mémoire de thèse et d'avoir suscité ma réflexion par leurs remarques constructives. Je remercie également Monsieur Abdelwahed Ben Hamida d'avoir participé à l'évaluation de ce travail.

Je tiens à remercier mes conseillers d'étude Messieurs Jean Canou et Jean-Claude Dupla qui m'ont encadré durant ce travail, je leurs suis reconnaissant pour leurs aides et leurs soutient.

Je voudrai adresser ma plus sincère gratitude à Monsieur Luc Dormieux pour m'avoir fait confiance et aidé tout au long de ces années tant sur le plan scientifique qu'humain. Ses connaissances et sa rigueur scientifique, dont j'ai bénéficié tout au long de mes recherches, m'ont permis de mener à bien les différents sujets abordés dans ce mémoire.

Cette thèse s'est déroulée au sein des laboratoires CERMES et LMSGC. Je tiens à remercier Patrick de Buhan, directeur du LMSGC, qui m'a accueilli au sein de son équipe dans laquelle rigueur scientifique et bonne humeur ont constitué des conditions de travail idéales pour la préparation de cette thèse. Je remercie également toute l'équipe du CERMES, tout particulièrement l'équipe technique pour leurs aides dans la conception et l'élaboration de mes essais.

Je réserve une pensée chaleureuse à ma très chère Samar qui a toujours été à mes côtés ces dernières années pour me soutenir et m'encourager. Mes pensées vont aussi à ma sœur Yomna et son fiancé Ali, mon frère Firas, mes grands parents, ma tante Raja et toute sa famille ainsi qu'à tous mes proches et mes amis.

Bien évidemment, je n'oublierai pas l'essentiel en rendant hommage à ceux à qui je dois tout, mon père et ma mère pour leur amour, leurs encouragements et leur soutien inconditionnel. Je leur dédie ce travail.

Table des matières

Introduction générale	1
1 Éléments bibliographiques	7
1.1 Généralités sur l'injection des sols	9
1.1.1 Définition	9
1.1.2 Historique	9
1.1.3 Les techniques d'injection	12
1.1.4 Déroulement d'un chantier d'injection	15
1.1.5 Les dispositifs d'injection en laboratoire	16
1.2 Éléments sur la rhéologie des sables	17
1.3 Comportement des sols "semblables" aux sols injecté	19
1.3.1 Le cas des grès et des sables naturellement cimentés	19
1.3.2 Le cas des mélanges bruts de sable et de ciment	22
1.4 Comportement des sables injectés	25
1.4.1 Aspects expérimentaux	25
1.4.2 Aspects de modélisation	31
1.5 Conclusions	36
2 Présentation des dispositifs expérimentaux et des procédures d'essais	39
2.1 Obtention du matériau injecté	41
2.1.1 Présentation du dispositif d'injection des colonnes	41

2.1.2	Matériel de fabrication, d'injection et de caractérisation du coulis	41
2.1.3	Dispositifs de réalisation des colonnes	45
2.1.4	Procédure expérimentale d'injection des colonnes	51
2.1.5	Découpage de la colonne	58
2.2	Essais mécaniques	60
2.2.1	Remarques sur les notations	60
2.2.2	Essais de compression uniaxiale	60
2.2.3	Essais triaxiaux	62
2.2.4	Essais de compression isotrope	74
2.3	Essais de porosimétrie à intrusion de mercure	76
2.3.1	Principe de l'essai de porosimétrie à intrusion de mercure	76
2.3.2	Limite de l'essai porosimétrique ordinaire et adaptation de la procédure	76
2.4	Conclusions	83
3	Comportement mécanique : résultats expérimentaux	85
3.1	Essais d'injection de colonne	87
3.1.1	Matériaux utilisés	87
3.1.2	Programme expérimental	90
3.1.3	Résultats typiques	92
3.1.4	Répétabilité des essais	95
3.1.5	Influence de la concentration en ciment du coulis injecté	96
3.2	Description du comportement type et comparaison avec le sable	98
3.2.1	Courbe de cisaillement	98
3.2.2	Courbe de déformation volumique	100
3.2.3	Mode de rupture de l'éprouvette	100
3.2.4	Analogie avec le comportement du sable	100

3.2.5	Influence de la position dans la colonne sur les comportements observés	103
3.3	Comportement en petites déformations	106
3.3.1	Comportement du sable pur sous chargement isotrope : gamme des déformations intermédiaires	107
3.3.2	Comportement du sable vierge sous chargement triaxial : gamme des petites déformations	111
3.3.3	Validation de la procédure expérimentale	116
3.3.4	Comportement du milieu injecté sous chargement isotrope : gamme des déformations intermédiaires	118
3.3.5	Chargement triaxial : gamme des petites déformations (de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-5})	123
3.4	Comportement irréversible du matériau injecté	128
3.4.1	Résistance à la compression simple	128
3.4.2	Essais triaxiaux : Construction de l'enveloppe de rupture	133
3.4.3	Relation entre la cohésion et la fraction de ciment	141
3.5	Conclusions	143
4	Caractérisation de la microstructure	145
4.1	Introduction et objectifs	147
4.2	Observations microstructurales au MEB	148
4.2.1	Technique de préparation et d'observation	148
4.2.2	Description de la microstructure	149
4.2.3	Evolution de la microstructure en fonction de la position par rapport à la source d'injection	152
4.2.4	Analyses élémentaires	154
4.2.5	Détermination de la porosité par analyse d'image	156
4.3	Etude de la porosité finale par porosimétrie au mercure	164

4.3.1	Description et interprétation d'un essai typique de porosimétrie au mercure	164
4.3.2	Mesure de la porosité finale	170
4.3.3	Variation de la porosité le long de la colonne	172
4.3.4	Influence de la concentration massique en ciment C/E du coulis injecté	176
4.3.5	Comparaison avec les résultats de traitement d'image	177
4.4	Modélisation de l'évolution de la porosité	178
4.4.1	Calcul de la fraction de ciment anhydre φ_c^{anh} : modèle de filtration	178
4.4.2	Modèle de Powers : passage à la fraction de ciment hydraté . . .	185
4.4.3	Confrontation avec les résultats expérimentaux	187
4.5	Conclusion	189
5	Modélisation micromécanique du comportement élastique	191
5.1	Introduction et objectifs	193
5.2	Méthode de résolution par homogénéisation non linéaire	193
5.2.1	Principe de résolution	194
5.2.2	Choix et calcul des invariants de la déformation effective	198
5.3	Concept de milieu fictif continu	201
5.3.1	Concept et réponse non linéaire du milieu fictif en l'absence de ciment	201
5.3.2	Calcul de l'élasticité non linéaire dans le cadre d'une formulation tangente	209
5.3.3	Identification du paramètre k_0^s	212
5.3.4	Commentaires	215
5.4	Concept basé sur une loi d'interface intergranulaire	216
5.4.1	Description du modèle	216
5.4.2	Réponse macroscopique dans le cadre de l'élasticité linéaire . . .	219

5.4.3	Moyenne des composantes T_n et T_t	227
5.4.4	Approximation de la fraction surfacique χ	231
5.4.5	Comportement non linéaire de l'interface	234
5.4.6	Détermination des modules d'élasticité non linéaire	237
5.4.7	Calcul dans le cadre d'un développement limité autour de $\rho = 0$	240
5.4.8	Calcul dans le cadre général $\rho \neq 0$	242
5.5	Comportement du milieu granulaire injecté	249
5.5.1	Description du milieu granulaire injecté	249
5.5.2	Réponse du milieu granulaire injecté	250
5.5.3	Confrontation modèle / expérience	256
5.6	Estimation de l'effet de l'injection	258
5.6.1	Rapport d'amélioration entre les sable vierge et injecté	258
5.6.2	Comparaison avec les résultats expérimentaux	258
5.6.3	Conclusions	262
5.7	Estimation des propriétés élastiques d'un milieu injecté	263
6	Comportement à la rupture de milieux granulaires vierge ou injecté	267
6.1	Introduction	269
6.2	Critère de rupture d'un milieu granulaire vierge	269
6.2.1	Critère de rupture d'un milieu granulaire : le modèle macroscopique	269
6.2.2	Résistance de l'interface intergranulaire	271
6.2.3	Calcul dans le cadre d'une rupture intragranulaire ductile	272
6.2.4	Calcul dans le cadre d'une rupture intergranulaire fragile	275
6.2.5	Commentaires	277
6.3	Apport de l'injection : résultat d'un calcul à la rupture	279
6.3.1	Calcul à la Rupture : approche cinématique	279
6.3.2	Commentaires à propos des résultats expérimentaux	281

6.3.3	Modèle géométrique adopté	282
6.3.4	Interprétation micromécanique	283
6.4	Conclusions	288
Conclusions et perspectives		289
Bibliographie		295
Table des figures		305
Liste des tableaux		315
Annexe		317

INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'injection est un procédé largement utilisé et relativement ancien de renforcement des sols granulaires. Le plus souvent, on met en œuvre des coulis de ciment formulés de façon à imprégner le réseau poreux. L'effet escompté de la prise des grains de ciment faisant corps avec la structure granulaire est une augmentation de raideur et un gain de cohésion.

En dépit de la diversité des situations où l'on recourt à l'injection, il semble que le comportement mécanique du sol injecté, à l'échelle locale ou celle de la structure, soit encore imparfaitement connu et que des efforts de recherche de nature expérimentale et théorique soient encore nécessaires pour optimiser l'utilisation de cette technique sur le terrain.

Dans ce contexte, une action de recherche a été lancée par le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées en collaboration avec l'École Nationale des Ponts et Chaussées dans le cadre d'une thèse de doctorat dont ce document constitue une synthèse. Les objectifs sont essentiellement l'étude expérimentale et la modélisation du comportement mécanique en petites et grandes déformations des milieux injectés.

Rappelons que cette recherche fait suite à une thèse consacrée à l'étude expérimentale et à la modélisation de l'écoulement d'un coulis de ciment en milieu granulaire (Saada, 2003 [78]).

Les travaux présentés comportent à la fois un volet théorique et un volet expérimental développés en lien étroit.

Divisé en six chapitres, ce mémoire commence par une présentation des techniques d'injection et l'utilité pratique de ce procédé suivies d'une brève revue de la littérature. La suite du mémoire se compose de trois parties principales, correspondant aux différents aspects abordés dans le cadre de ce travail.

- La partie I, qui comprend les chapitres 2 et 3, présente une étude expérimentale du comportement mécanique de sable injecté.

On présente, dans le chapitre 2, les différents dispositifs expérimentaux développés et utilisés dans le cadre de ce travail, ainsi que les procédures d'essais correspondantes.

Le chapitre 3 regroupe l'ensemble des résultats obtenus lors des essais mécaniques réalisés dans le cadre de ce travail. Une attention particulière est accordée à la non-linéarité du comportement élastique et à la variation du comportement en fonction de la distance à la source d'injection du matériau étudié.

- La partie II, qui correspond au chapitre 4, a pour but de décrire la microstructure et de déterminer les paramètres morphologiques du milieu granulaire après injection et prise du coulis de ciment. Cela permet d'affiner notre compréhension des mécanismes responsables du renforcement dû à l'injection du coulis et d'orienter nos choix dans l'étude micromécanique. On présente également, dans ce chapitre, une modélisation, basée sur une loi de filtration [79] et sur un modèle d'hydratation [75], de la réduction de porosité du milieu après injection et prise en fonction des paramètres d'injection et de la distance à la source d'injection.
- La partie III, composée des chapitres 5 et 6, est consacrée au développement d'approches micromécaniques permettant de caractériser le comportement mécanique des milieux granulaires vierge et injecté.

L'approche micromécanique a déjà apporté un grand nombre de solutions dans le domaine des matériaux hétérogènes [32]. Elle requiert une bonne connaissance microstructurale du matériau injecté. La microstructure complexe et désordonnée du milieu injecté rend délicate l'utilisation des méthodes d'homogénéisation périodique. Par ailleurs, les méthodes discrètes, séduisante *a priori*, restent lourdes à mettre en œuvre pour les milieux granulaires et la prise en compte de la phase ciment ajoute une difficulté spécifique. Cependant, la nature discrète par essence du milieu granulaire constitue un obstacle important dans la perspective de recourir aux méthodes classiques pour l'homogénéisation des milieux aléatoires. En effet, celles-ci considèrent un nombre fini de phases distinctes, toutes décrites de façon continue. Cette difficulté concerne le milieu injecté, mais aussi le milieu vierge lui-même.

Ceci nous amène à présenter dans le chapitre 5, deux modèles basés sur deux concepts différents. Le premier consiste à remplacer la phase solide du milieu granulaire par un milieu fictif continu présentant un comportement mécanique équivalent. Le deuxième concept est basé sur une tentative de modélisation d'un milieu granulaire comme un polycristal poreux. L'accent est mis sur la loi de contact intergranulaire. On introduit par la suite une troisième phase représentant le ciment hydraté et l'on détermine le comportement élastique du composite ainsi formé. Cette démarche permet de quantifier l'amélioration apportée au milieu granulaire vierge suite à l'opération d'injection en fonction des paramètres d'injection et de

la position relative par rapport à la source d'injection.

On présente enfin, dans le chapitre 6, une modélisation des propriétés de résistance. On s'intéresse, en premier lieu, à l'approche micromécanique du critère de rupture d'un assemblage granulaire. On modélise à nouveau ce dernier comme un polycristal poreux et on se donne deux types de critères de rupture pour l'interface intergranulaire. La rupture dans l'interface est successivement supposée ductile puis fragile. Pour finir, on présente une interprétation théorique de la relation linéaire entre la cohésion et la fraction volumique du ciment présente au sein du matériau.

Chapitre 1

Éléments bibliographiques

Sommaire

1.1	Généralités sur l'injection des sols	9
1.1.1	Définition	9
1.1.2	Historique	9
1.1.3	Les techniques d'injection	12
1.1.4	Déroulement d'un chantier d'injection	15
1.1.5	Les dispositifs d'injection en laboratoire	16
1.2	Éléments sur la rhéologie des sables	17
1.3	Comportement des sols "semblables" aux sols injecté . . .	19
1.3.1	Le cas des grès et des sables naturellement cimentés	19
1.3.2	Le cas des mélanges bruts de sable et de ciment	22
1.4	Comportement des sables injectés	25
1.4.1	Aspects expérimentaux	25
1.4.2	Aspects de modélisation	31
1.5	Conclusions	36

1.1 Généralités sur l'injection des sols

1.1.1 Définition

L'injection des sols est un procédé largement utilisé dans les travaux de traitement des terrains dont les caractéristiques mécaniques et/ou hydrauliques initiales sont médiocres ou insuffisantes, et ce, en vue de l'implantation d'ouvrages de génie civil. Le procédé consiste à injecter dans le sol, à l'aide d'une technique appropriée, en général à partir de forages, un coulis dont la composition et les caractéristiques sont bien déterminées, suffisamment fluide pour pénétrer dans le réseau poreux du sol. Son rôle va être de "faire prise" avec celui-ci, formant ainsi un matériau composite présentant des caractéristiques améliorées par rapport au sol initial. Le résultat en est une amélioration de l'étanchéité des terrains par diminution de la perméabilité (barrage (figure 1.1), barrière étanche contre la migration des polluants, ...) et de la résistance mécanique du sol (ouvrages souterrains (figure 1.2), fondations (figure 1.3), ...).

On peut distinguer généralement trois types d'injection :

- l'injection par imprégnation : le traitement s'effectue sans altération de la structure du sol par circulation du coulis dans les espaces interstitiels.
- l'injection par fracturation : elle consiste à remplir des vides et des fissures naturelles ou créées par le claquage dû à la pression d'injection. Elle s'accompagne donc d'une modification de la structure du terrain.
- l'injection de compactage : le coulis remplit une cavité artificielle qui se développe et entraîne un compactage du terrain. On ne peut pas parler de sol injecté dans ce cas.

Dans le cadre de cette étude, on ne traitera que le cas de l'injection par imprégnation d'un coulis de ciment dans un milieu granulaire.

1.1.2 Historique

Le procédé d'injection a été inventé par l'ingénieur français Charles Berigny en 1802. La technique a beaucoup progressé notamment grâce aux progrès réalisés dans le domaine des matériaux et des matériels du génie civil.

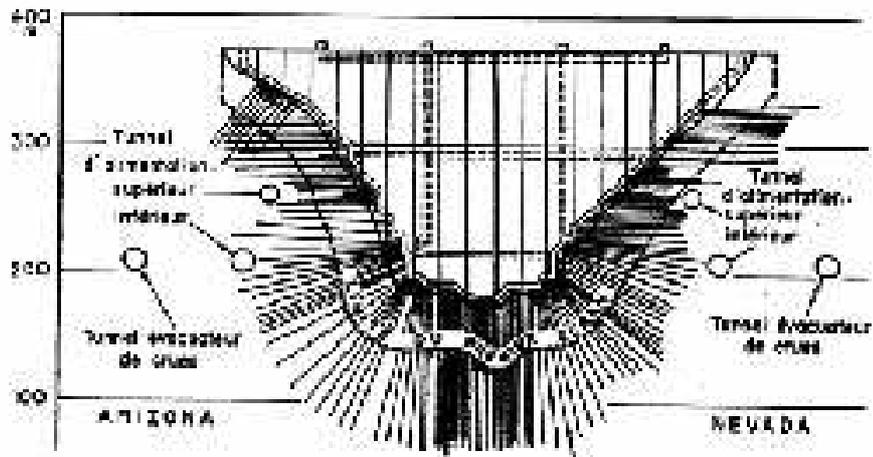


FIG. 1.1: Amélioration de l'étanchéité au dessous d'un barrage [59]

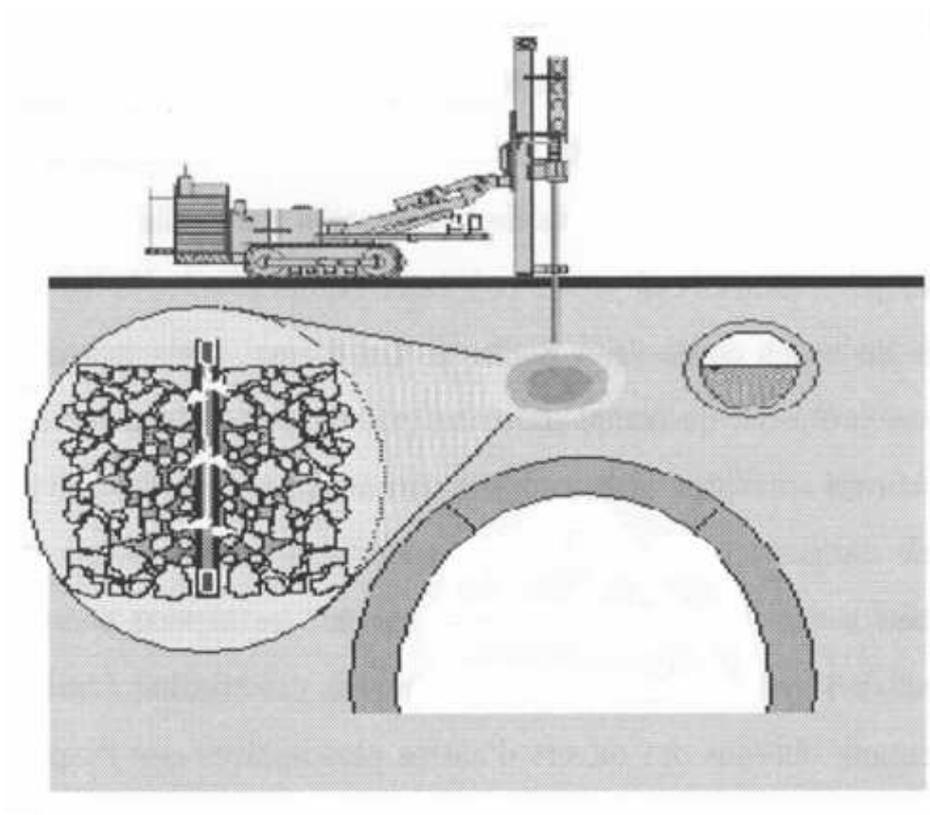


FIG. 1.2: Amélioration des caractéristiques mécaniques en vue de l'excavation d'un tunnel [19]

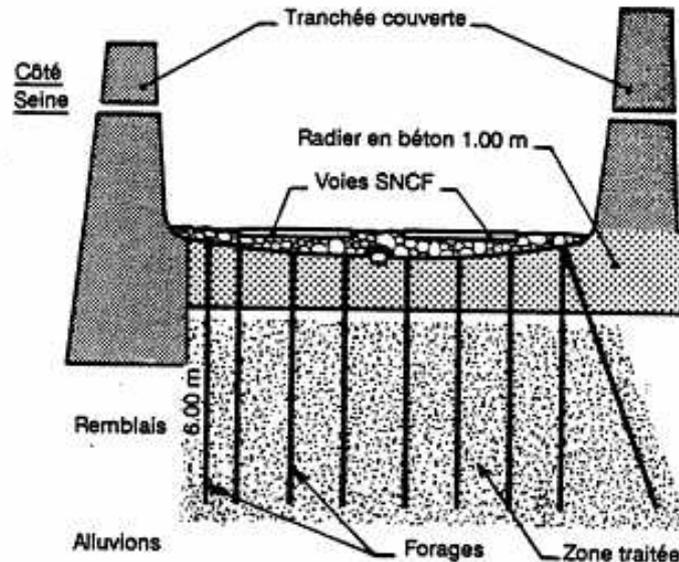


FIG. 1.3: *Injection d'une fondation avant la mise en place des voies ferrées [86]*

En ce qui concerne le coulis injecté, ce fut d'abord l'utilisation des liants hydrauliques, plus particulièrement le ciment Portland (1821), qui remplacèrent avantageusement les suspensions d'eau et de pouzzolanes. Leur emploi est alors principalement consacré au colmatage dans les roches et à l'amélioration des propriétés des sols grossiers.

Au début du vingtième siècle, l'injection profita du développement de matériels plus performants, notamment l'apparition des pompes en acier et à haute pression d'injection. L'emploi de l'injection s'est développé de manière significative dans les années 1920-1930 grâce à la construction des grands barrages. En utilisant cette technique, il était possible de supprimer les circulations d'eau qui contournaient le barrage, d'une façon très économique. On commença alors à injecter des terrains de plus en plus fins, en particulier les sables, ce qui conduisit au développement de nouveaux coulis d'injection. Les coulis chimiques en solution sont mis au point par Joosten en 1926. Des améliorations sur la composition et la fabrication de ces coulis sont apportées jusqu'à ce que leurs inconvénients soient mis en évidence. Le phénomène de synérèse est ainsi responsable de la pollution des nappes phréatiques et du manque de pérennité des terrains traités. L'utilisation des coulis chimiques est alors interdite. Dans les années 80, des coulis dits de nouvelle génération, à base de ciment fin, se sont substitués aux coulis chimiques. Depuis on développe des coulis à base de ciment de plus en plus fin, ce qui a permis d'injecter les terrains les moins poreux.

Les développements les plus récents portent sur la qualité de l'injection, avec l'enregistrement des paramètres de forage et d'injection, l'emploi de malaxeur à haute énergie et l'apparition de l'informatique sur les chantiers. Des études systématiques sont également entreprises sur l'injection proprement dite et sur le comportement mécanique des sols injectés. Des progrès importants ont été réalisés et maintenant l'injection commence à être intégrée dès la conception des ouvrages.

1.1.3 Les techniques d'injection [19]

Les techniques d'injection varient selon les conditions du site, les contraintes d'environnement et le champ d'application (étanchement ou renforcement, traitement provisoire ou permanent).

Diverses techniques peuvent être utilisées selon les caractéristiques du terrain à injecter. Trois procédés principaux peuvent être distingués :

- en remontant,
- avec des tubes à manchettes,
- à l'avancement en cours de perforation.

1.1.3.1. Injection en remontant

C'est le procédé le plus simple (figure 1.4). Il consiste à battre un tube dans le sol jusqu'à l'horizon le plus profond qui doit être injecté. On nettoie l'intérieur du tube puis on le raccorde à l'injecteur. On remonte alors le tube de 20 à 30 cm tout en injectant le coulis. Quand la quantité de coulis, prévue à l'avance, est passée dans le terrain, on soulève de nouveau le tube de 20 à 30 cm, et ainsi de suite.

Ce procédé présente trois majeurs inconvénients :

- Les résurgences qui peuvent se manifester autour du tube compliquent la conduite de l'injection, et cimentent quelquefois le tube au terrain.
- L'injection des couches profondes ne peut se faire qu'avec des forages télescopés. C'est une opération onéreuse et de plus le risque de cimentation des colonnes est augmenté.
- L'injection terminée, il n'est plus possible de la reprendre à moins de faire un nouveau forage. Le travail est donc conduit en aveugle.

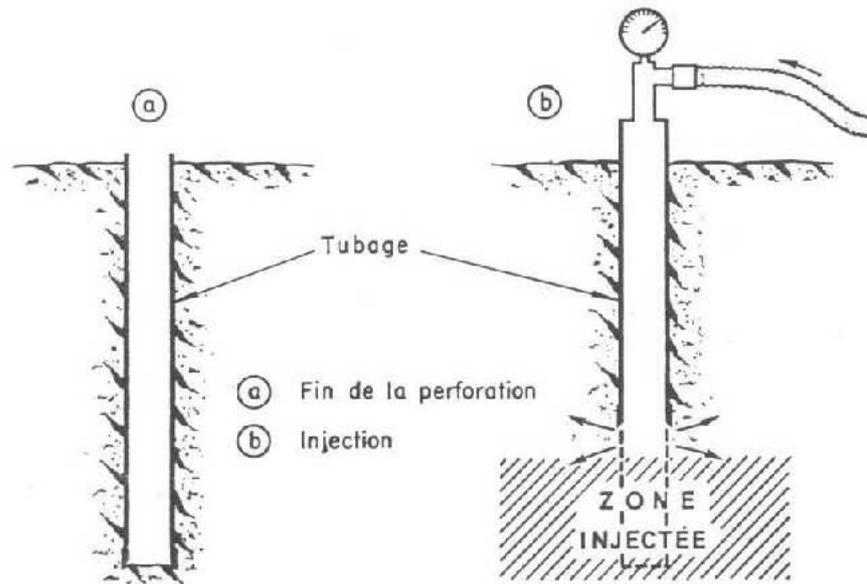


FIG. 1.4: *Injection en remontant* [19]

1.1.3.2. Injection avec les tubes à manchettes

Le tube à manchettes mis au point et breveté par la Société Solétanche constitue l'évolution normale et logique du vulgaire tube de revêtement de forage que l'on faisait éclater à l'explosif au droit de l'horizon que l'on voulait injecter (figur 1.5).

Après l'exécution du forage, un tube disposant d'orifices protégés par des manchettes (distants entre eux de 0,25 m à 0,5 m) est mis en place et est scellé au terrain par un coulis appelé "coulis de gaine". Ce coulis de gaine doit être bien choisi afin d'éviter les circulations préférentielles du coulis le long du tube tout en permettant son claquage au droit des manchettes. La mise en place de ce coulis se fait au cours du forage ou à partir du fond du forage au fur et à mesure de la remontée du tubage de soutènement. Le coulis est envoyé sous pression dans le tube à manchettes. Le coulis soulève la manchette (manchette cylindrique en caoutchouc) choisie afin de s'échapper vers l'extérieur puis la pression d'injection du coulis permet de claquer la gaine en ciment dans laquelle est scellé le train du tube à manchette.

Il faut noter que, sans cette gaine, le coulis remonterait le long du tube vers la surface sans imprégner le sol. Après avoir claqué la gaine, le coulis imprègne le sol. En fait, il va remplir les pores du sol en chassant l'eau interstitielle.

Enfin, l'utilisation de cette technique présente l'avantage de pouvoir injecter des zones très profondes et permet de revenir sur un point quelconque de la zone injectée pour parachever une injection locale qui paraît insuffisante.

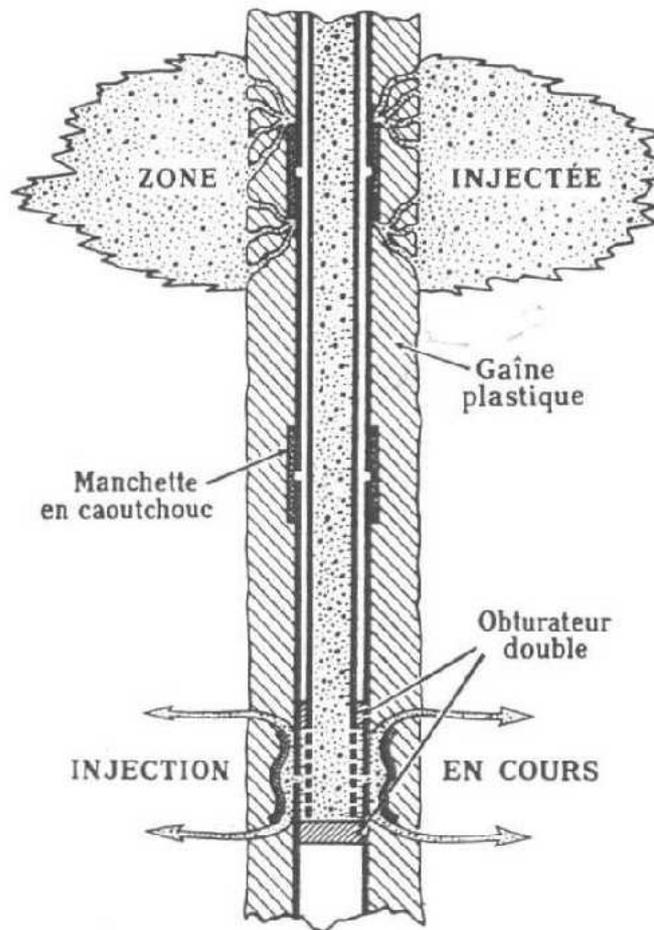
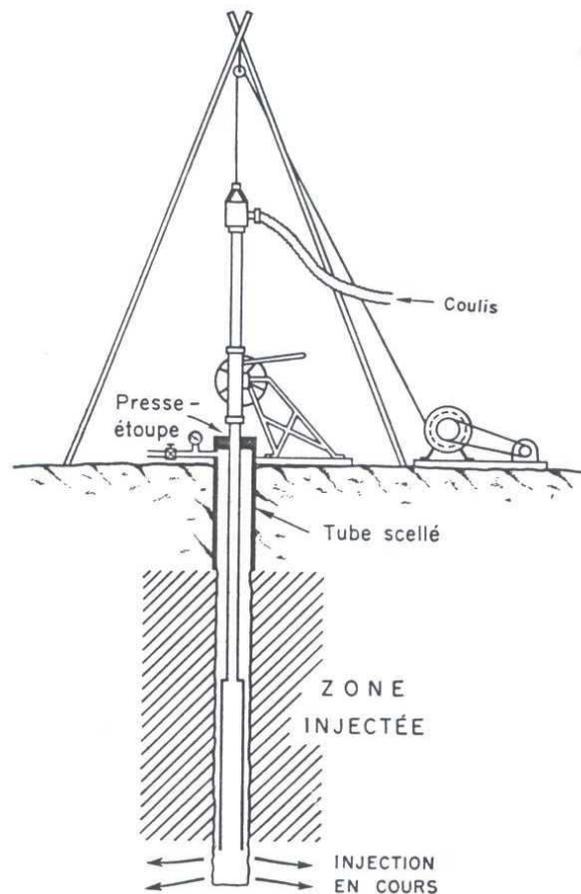


FIG. 1.5: *Injection avec tube à manchettes* [19]

1.1.3.3. Injection à l'avancement

Il s'agit d'une méthode qui consiste à forer la tranche la plus proche et à l'injecter. À la suite de la prise du coulis on procède au forage de la tranche suivante et on refait l'opération d'injection (figure 1.6).

Cette méthode présente l'avantage de créer un toit protecteur pour les tranches les plus profondes, ce qui permet leur injection sous haute pression mais il est alors nécessaire d'imbriquer des opérations de perforation et d'injection. Par contre, le contrôle de l'injection est pratiquement impossible. Il n'est plus question de commencer par l'injection des horizons les plus perméables, ni de choisir la nature du coulis pour l'adapter au terrain.

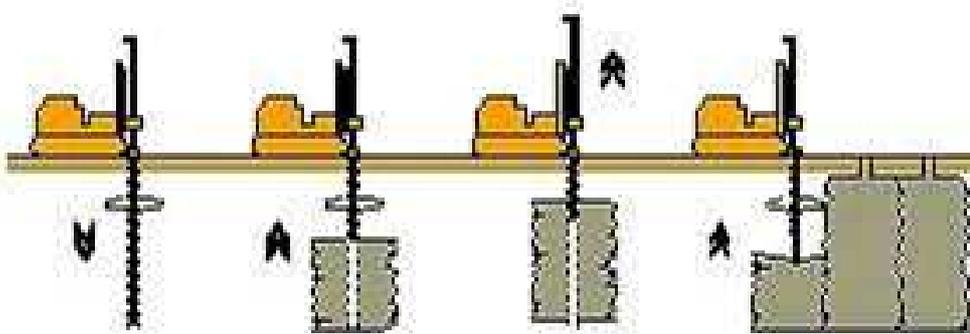
FIG. 1.6: *Injection à l'avancement* [19]

Le lecteur pourra trouver des descriptions plus détaillées sur les différents techniques d'injection dans Cambefort (1967) [19] ou Kutzner (1996) [59].

1.1.4 Déroulement d'un chantier d'injection

L'injection in situ comprend une succession d'opérations préalables dont :

- une phase de reconnaissance du massif à traiter à l'issue de laquelle sont déterminés les volumes et le type de coulis à injecter et le phasage des travaux;
- la réalisation d'un ensemble de forages distants de 1 à 3 mètres (maillage) en fonction de la nature du terrain, du traitement souhaité, de l'efficacité recherchée et du rayon d'action du coulis (figure 1.7) ;
- la mise en place des tubes à manchettes par le biais desquels s'effectue l'imprégnation.

FIG. 1.7: *Injection in situ*

Plusieurs travaux ont été menés pour étudier l'effet de l'injection sur les constructions et les ouvrages de génie civil. On cite par exemple l'étude de Nicolini et Nova [71] pour la modélisation de l'excavation d'un tunnel dans un sol non cohésif traité par injection de coulis de ciment ; ou encore l'étude de Varol et Dalgıç (2006) [92] pour l'application de l'injection à la construction du métro de Istanbul en Turquie.

1.1.5 Les dispositifs d'injection en laboratoire

Les essais d'injection en laboratoire ont pour but d'étudier la filtration des coulis dans le sol et de préparer ainsi des échantillons de sol injecté. De nombreux dispositifs d'injection ont été décrits dans la littérature. On cite par exemple Bennabi et Levacher (1995) [12], Ismail et al. (2000) [54] et la norme Française NF P 18-891 [48] pour la fabrication d'une unique éprouvette de sol injecté ; Benhamou (1994) [11], Schwarz et Krizek (1994) [85], Tailliez (1998) [90], Dano (2001) [25] (voir figure 1.8), Dupla et al. (2004) [38] et Bouchelaghem (2001) [17] pour la fabrication de colonnes injectées afin d'étudier les phénomènes de filtration et le comportement mécanique du sol injecté.

Tous ces dispositifs sont composés principalement d'une pompe d'injection qui envoie le coulis dans une colonne cylindrique, généralement transparente et remplie du matériau à injecter. Une gamme assez large de diamètres de colonne, depuis 22 mm jusqu'à 102 mm, a été utilisée. Mais il est reconnu que la paroi lisse du tube et les effets de paroi influencent la progression du coulis par l'existence de chemins préférentiels [4], [74]. Ainsi, il faut préférer les diamètres de colonne suffisamment grands pour limiter cet effet.

Le dispositif d'injection utilisé au cours de cette action de recherche, développé et

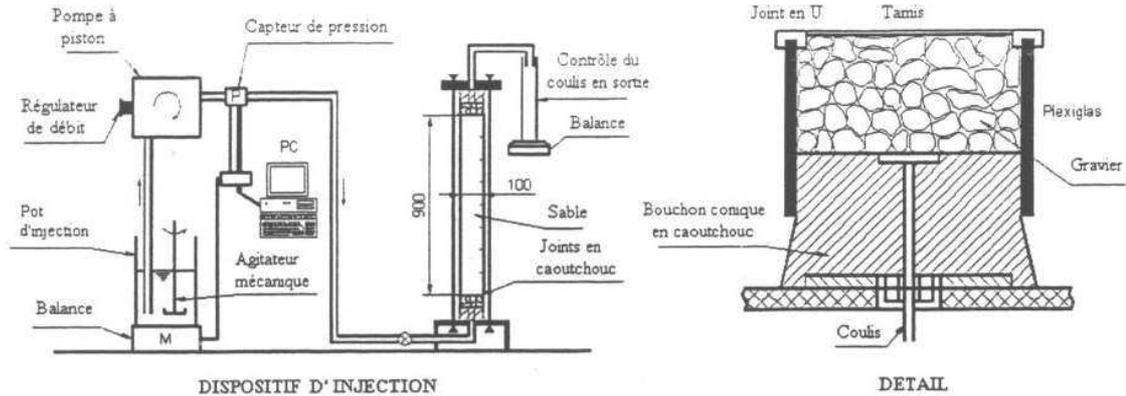


FIG. 1.8: *Shéma de principe du dispositif d'injection utilisé par Dano (2001) [25]*

installé au CERMES, permet l'injection d'une colonne en sable de 104 cm de hauteur et de 80 mm de diamètre contenue dans un tube en plexiglas (Voir section 2.1.1).

1.2 Éléments sur la rhéologie des sables

La rigidité d'un matériau granulaire est essentiellement due aux forces de contact directes entre les surfaces des différents grains composant le matériau. Ces interactions dépendent principalement de la compacité du matériau qui régit le nombre de contacts entre les grains, de leur forme et de leur état de surface. C'est pourquoi on simplifie généralement l'étude de ces matériaux en parlant de "grains sans colle" (Biarez et Hicher (1994) [15]).

Le comportement mécanique d'un "matériau granulaire sans colle" reste complexe, malgré la simplicité apparente de sa structure. Nous donnons ci-dessous les principaux aspects de ce comportement, dans la gamme des déformations élastiques et de rupture (figure 1.9).

- Les sables présentent, pour un indice de densité donné, et pour des déformations de l'ordre de 10^{-4} , une élasticité non linéaire dérivée de la loi de Hertz qui se met sous la forme suivante :

$$E = \alpha p'^n \quad \text{avec } n \text{ de l'ordre de } 0,5$$

où E désigne le module de Young tangent.

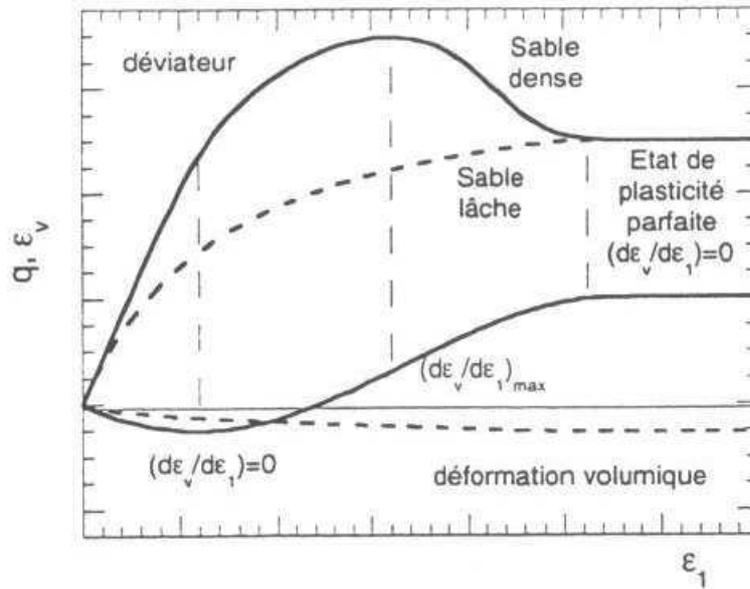


FIG. 1.9: Essai triaxial sur un sable, lâche ou dense [25]

La notion fondamentale qu'il faut en premier lieu retenir de cette formule est que le module d'élasticité d'un sable dépend de l'état de confinement appliqué lors de l'essai.

- Dans le plan du déviateur des contraintes q en fonction de la déformation axiale ϵ_a , la courbe représentative d'un essai triaxial sur du sable est croissante jusqu'à un pic pour lequel le déviateur est maximal. Ensuite, la courbe du déviateur décroît plus ou moins jusqu'à un palier final (état stable).
- Parallèlement, dans le plan de la déformation volumique ϵ_v en fonction de la déformation axiale, on observe d'abord une phase de densification du matériau, appelée phase de contractance, qui correspond à un enchevêtrement des grains. Puis on observe ensuite une seconde phase d'augmentation du volume, appelée phase de dilatance, qui correspond à un désenchevêtrement du squelette granulaire.
- Dans le plan de Mohr-Coulomb (figure 1.10), l'enveloppe de rupture, représentant le maximum de résistance obtenu lors d'un essai triaxial drainé sur un sable en fonction de la contrainte de confinement appliquée, est classiquement une droite passant par l'origine, faisant un angle φ'_{max} avec l'axe des abscisses. φ'_{max} est appelé l'angle de frottement interne du sable.

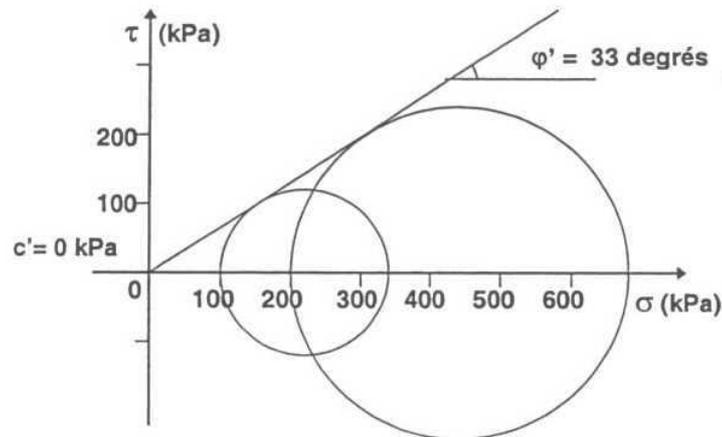


FIG. 1.10: Représentation de l'enveloppe de rupture dans le plan de Mohr-Coulomb [67]

Le comportement mécanique des milieux granulaires a été largement traité dans la littérature, à la fois sous l'angle expérimental [53], [20] et dans le cadre de modélisations. Ces derniers sont essentiellement des modèles élastoplastiques (voir par exemple [72], [93]) ou encore des modèles numériques prenant en compte la nature discrète de la microstructure (voir par exemple [24], [29]). On aborde, dans le cadre de ce travail de recherche, cette problématique dans le cadre d'une approche micromécanique continue.

1.3 Comportement des sols “semblables” aux sols injecté

1.3.1 Le cas des grès et des sables naturellement cimentés

1.3.1.1. Aspects expérimentaux

Une cimentation naturelle peut donner naissance à des sols mixtes, composés d'un squelette granulaire et d'un matériau formant des liaisons supplémentaires entre les grains, assurant ainsi une cohésion globale au matériau, cette dernière peut provenir du grain lui-même (cas des sables calcaires) ou du milieu extérieur (cas des grès). Il est alors intéressant de rapprocher ces matériaux des sables injectés.

Les sables naturellement cimentés sont, à l'origine, des sables calcaires, qui se cimentent naturellement sous l'effet du poids des terrains supérieurs : la surcharge due aux terrains supérieurs induit en effet des conditions favorables pour la cristallisation des liaisons du type carbonate de calcium aux points de contact entre grains.

- Clough (1981) [21] a étudié quelques aspects de cimentation naturelle sur des échantillons prélevés in situ. Ses conclusions, après une série d'essais triaxiaux drainés classiques, sont les suivantes (figure 1.11) :
 - Un sable faiblement cimenté présente, pour les faibles contraintes de confinement, un comportement fragile à la rupture, tandis que pour les contraintes de confinement plus importantes, le comportement à la rupture devient ductile.
 - Concernant la mobilisation de la résistance mécanique du sable cimenté, par rapport à un sable naturel, l'agent de cimentation induit une composante de cohésion, qui se traduit par l'apparition d'une cohésion c' dans le plan de Mohr-Coulomb.
 - L'angle de frottement interne du sable cimenté est peu différent de celui du sable naturel.
 - Le sable naturellement cimenté admet un comportement volumique contractant-dilatant typique d'un matériau granulaire dense.
 - L'introduction de l'agent de cimentation dans un sable augmente sa résistance, mais modifie peu la composante de frottement.

- Allman et Poulos (1988) [2] ont fait des recherches sur le comportement d'une calcarénite naturelle. Ils ont étudié l'influence de la teneur en ciment sur le comportement du matériau cimenté, et ils sont parvenus à des constatations similaires aux précédentes :
 - Leurs essais montrent une faible influence de la cimentation sur l'angle de frottement interne du matériau.
 - La cimentation artificielle ou naturelle du sable se traduit essentiellement par une augmentation de la cohésion dans le plan de Mohr-Coulomb, cette cohésion étant d'autant plus importante que la teneur en ciment est forte.
 - La résistance au pic du matériau cimenté est aussi naturellement une fonction croissante de la teneur en ciment.

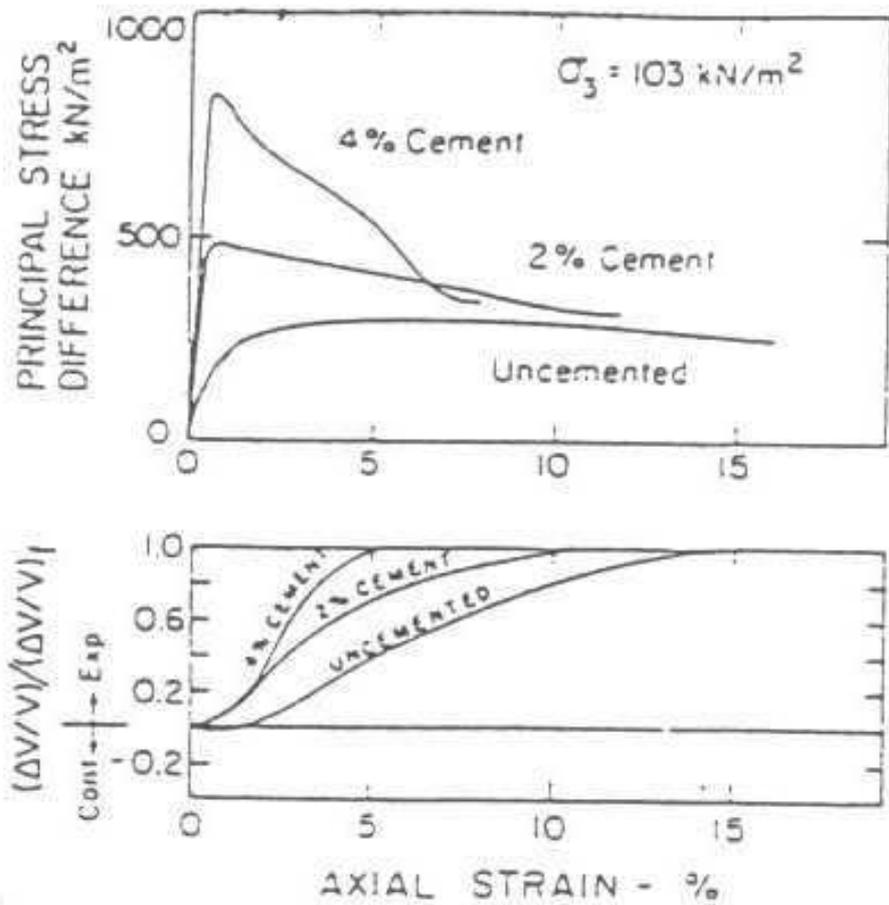


FIG. 1.11: *Essais triaxiaux drainés sur du sable pur puis cimenté artificiellement avec différentes teneurs en ciment, d’après [21]*

1.3.1.2. Travaux de modélisation

Sur le plan des travaux de modélisation des sables cimentés, Abdulla et Kioussis [1] ont développé un modèle élastoplastique basé sur la dépendance du comportement macroscopique par rapport au comportement de chacune des phases sable et ciment et de la pression interstitielle de l’eau dans les pores. Ces auteurs introduisent également l’effet d’un endommagement progressif de la phase ciment.

Dvorkin et al. (1991) [41] et (1994) [42], Dvorkin et Yale (1997) [43], Dvorkin (1996) [40] et Elata et Dvorkin (1996) [45] ont obtenu des équations analytiques pour les caractéristiques élastiques et élastoplastiques d’un milieu granulaire cimenté. Le milieu granulaire est modélisé comme un arrangement aléatoire de sphères identiques. En assumant que l’aire de contact cimenté est constant et indépendant de la pression,

Dvorkin et al. (1991) [41] et (1994) [42] montrent en particulier que la rigidité d'un matériau granulaire cimenté est nettement plus importante que celle d'un assemblage granulaire régit par la loi de contact de Hertz, et ne dépend pas de la contrainte de confinement pour les faibles valeurs de cette dernière.

Dans une étude plus récente, et dans l'objectif d'investir la dépendance de l'élasticité vis à vis du chargement de confinement, Elata et Dvorkin (1996) [45] autorisent la variation de l'épaisseur de la zone intergranulaire cimenté sous une pression de confinement.

Finalement, Dvorkin (1996) [40] et Dvorkin et Yale (1997) [43] introduisent le comportement plastique de la phase ciment afin de décrire le comportement en grande déformation d'un assemblage granulaire cimenté.

Tous ces modèles sont dédiés à des sables naturellement cimenté. Il s'agit d'assemblages granulaires à haute densité où la taille des contacts intergranulaires cimentés reste très faible devant la taille des grains. Plus précisément, ces modèles de milieux granulaires cimentés ne sont valables que pour les très faibles concentrations de ciment localisées aux points de contact, il sont donc incapables de modéliser les milieux granulaires injectés avec des coulis de ciment qui présentent des fractions de ciment significativement plus élevées.

1.3.2 Le cas des mélanges bruts de sable et de ciment

Il nous a semblé également naturel de confronter le comportement des mélanges bruts de sable et de ciment avec celui des sols granulaires traités par injection de ciment ultra-fin. Malgré des compositions voisines, il existe une différence structurelle fondamentale au niveau microscopique entre le mortier et le sol injecté par un coulis à base de ciment fin, qui est illustrée par la figure 1.12. En effet, dans le cas d'un mortier, les grains de sable sont enrobés par la pâte de ciment, ce qui fait qu'au niveau microstructurale, les contacts du type grain-ciment sont prédominants. En revanche, lors de l'injection par imprégnation, la structure granulaire varie peu, les contacts grains-grains sont alors prédominants.

Mitchell (1976) [68] a étudié le comportement de tels mortiers. Il a travaillé en laboratoire sur des mélanges de sable, de ciment et d'eau, compactés selon une procédure déterminée. La différence structurelle avec le sable injecté explique vraisemblablement le fait que Michell soit l'un des rares auteurs à constater une augmentation systéma-

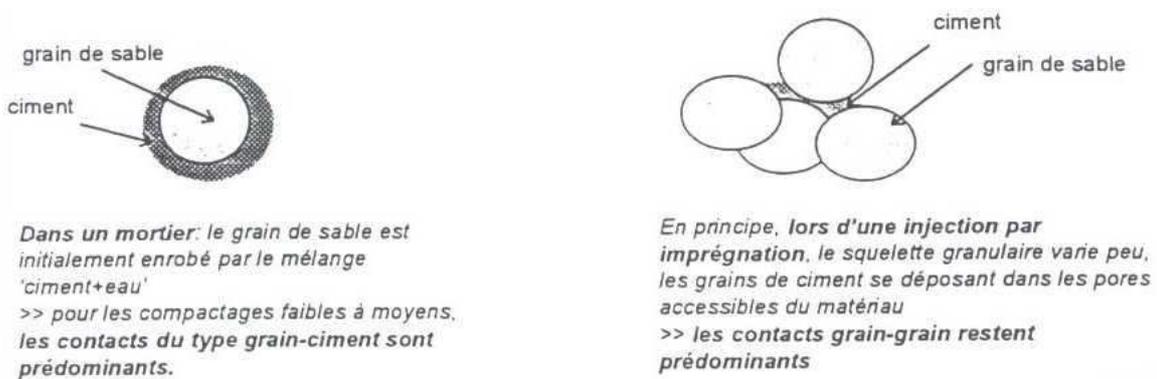


FIG. 1.12: Comparaison microstructurale entre un mortier et un sable injecté par du ciment, d'après [90]

tique de l'angle de frottement du matériau sous l'effet de la cimentation. Mis à part cette différence, on trouve un résultat intéressant vis à vis de notre propre étude. Mitchell a, en effet, mis en évidence une relation linéaire, entre la valeur de la résistance en compression simple et le pourcentage de cimentation initial du mortier.

Enfin Dupas et Pecker [36] ont étudié le comportement de plusieurs mortiers. Ils déterminent, à travers une série d'essais à différents états de confinement, la cohésion et l'angle de frottement du matériau analysé 1.13. Ils mettent en évidence que la cohésion est une fonction croissante avec la densité du mélange et avec la teneur en ciment.

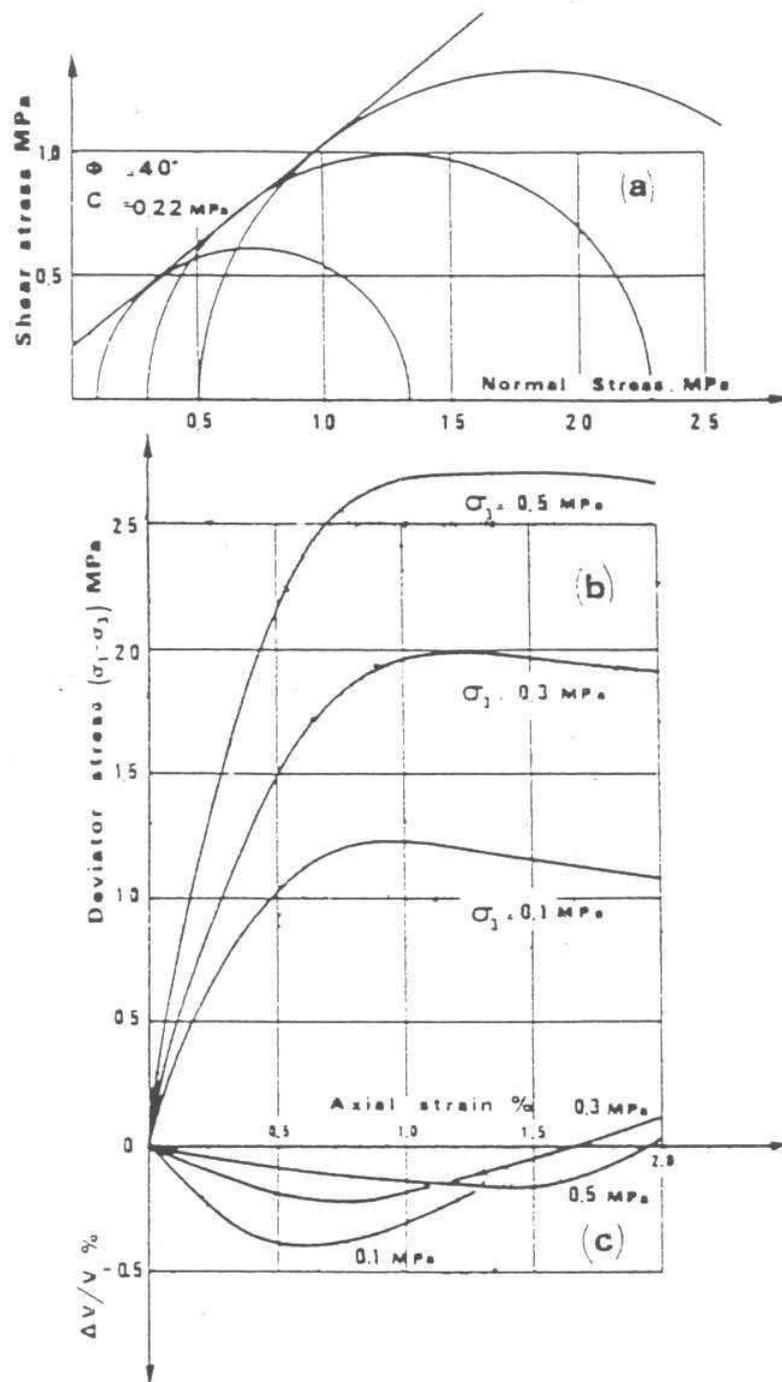


FIG. 1.13: Comportement d'un mortier lors d'essais triaxiaux drainés, d'après [36]

1.4 Comportement des sables injectés

On présente dans cette section les principaux résultats expérimentaux et de modélisation concernant les sables injectés avec des coulis de ciment.

1.4.1 Aspects expérimentaux

Dano (2001) [25] a étudié expérimentalement le comportement mécanique des sols injectés avec un coulis de ciment. Les sols utilisés sont le sable de Fontainebleau et des alluvions prélevés sur le chantier de la ligne 14 du métro. Ses principaux résultats sont les suivants :

- En mettant en œuvre des essais de compression simple, Dano a étudié l'évolution de la résistance en compression simple du sol injecté $R_{c,si}$ avec l'indice de densité I_D du sol et du rapport C/E du coulis injecté (figure 1.14). Il montre que dans la gamme des rapport C/E étudiés, $R_{c,si}$ évolue de manière approximativement linéaire avec l'indice de densité. Il constate également que la nature et/ou la granulométrie du sol ont une grande influence sur la résistance en compression simple. En général, les matériaux les plus fins sont aussi ceux qui présentent une résistance R_c la plus élevée.

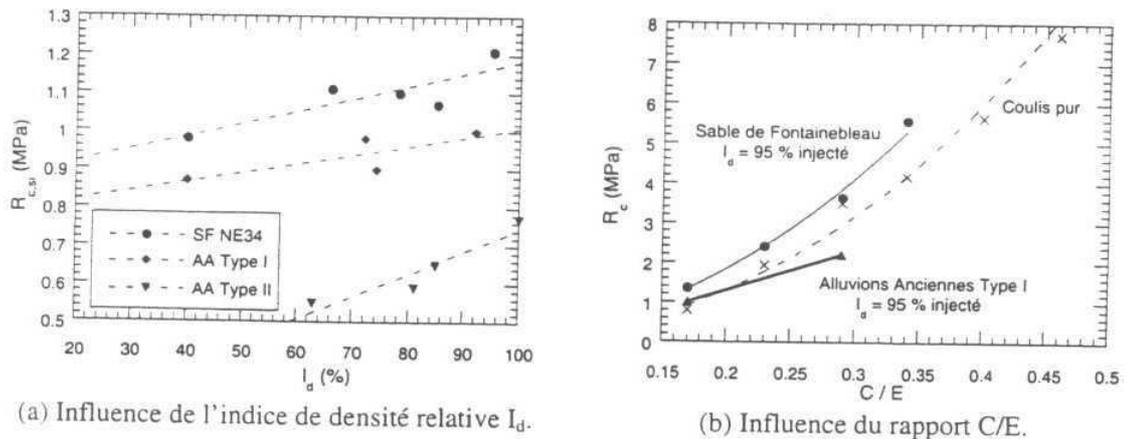


FIG. 1.14: Évolution de la résistance en compression simple avec l'indice de densité relatif I_D du sol et du rapport C/E , d'après [25]

Sur la base de ces résultats, Dano et al. [26] proposent ensuite une loi empirique de la variation de $R_{c,si}$ par rapport à C/E qui s'écrit :

$$R_{c,si} \approx 40 \left(\frac{C}{E}\right)^2 \quad (1.1)$$

L'auteur propose ensuite, sur la base de l'hypothèse que l'angle de frottement reste inchangé après injection, une estimation de la cohésion C_{si} , dans le plan de Mohr-Coulomb, du sol injecté :

$$C_{si} = \frac{1 - \sin \varphi'}{2 \cos \varphi'} R_{c,si} \quad (1.2)$$

- Dans la gamme des petites déformations, l'auteur a effectué des essais mécaniques par propagation d'ondes (bender elements) pour déterminer le coefficient de Poisson ν et le module de cisaillement G . À partir des essais sur des sables et des alluvions injectés avec des coulis de ciment à différentes concentrations, il montre essentiellement que :
 - La valeur du module de cisaillement augmente avec l'indice de densité relatif du sol et dépend de la nature du sol ;
 - La valeur du module de cisaillement augmente avec la teneur en ciment du coulis (figure 1.15) selon une corrélation, pour le sable de Fontainebleau :

$$G(\text{GPa}) = 26,8 \left(\frac{C}{E}\right)^{1,24} \quad (1.3)$$

- L'évolution du module de cisaillement avec la contrainte moyenne semble être contrôlée par la cimentation apportée par le coulis. Ainsi, Dano constate une faible dépendance du module de cisaillement avec la contrainte moyenne sur des chemins de compression isotrope et une diminution progressive de sa valeur pour des contraintes de cisaillement croissantes, ses résultats sont similaires à ceux de Baig et al. (1997) [5].
- L'auteur a également effectué des essais triaxiaux sur des éprouvettes de coulis pur. Il montre que la contrainte de confinement n'a aucun effet sur la valeur du module de cisaillement de ces éprouvettes, dans le domaine des petites déformations. Le module de cisaillement obtenu pour ces éprouvettes de coulis pur est de l'ordre de 600 MPa.

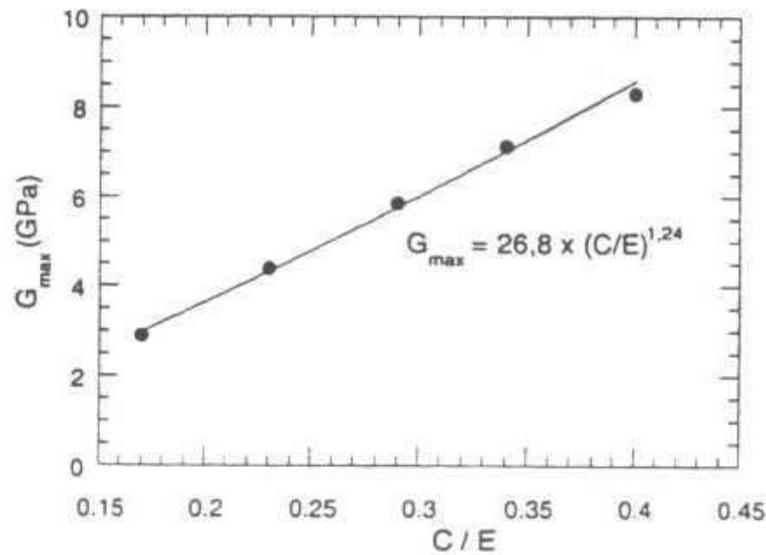


FIG. 1.15: Évolution du module de cisaillement en fonction du rapport C/E , d'après [25]

- À partir des essais triaxiaux, l'auteur met en évidence que la résistance des sols vierges ou injectés obéit au même critère : le critère de Mohr-Coulomb. L'angle de frottement du sol injecté est légèrement supérieur à celui du sol vierge. La principale différence provient de la cohésion apportée par le coulis. Elle est comprise entre 150 et 600 kPa en fonction de la nature et de la densité du sol et de la teneur en ciment du coulis.

Dans le cadre d'un programme de recherche commun entre Solétanche, la RATP et l'École Centrale de Paris, Biarez et al. (1998) [14] ont mené une étude sur le comportement mécanique des sols granulaires injectés par des coulis de ciment. Ils parviennent aux constatations suivantes, qui rejoignent également les résultats de Tailliez (1998) [90] :

- La résistance mécanique du sable est fortement améliorée par l'injection (figure 1.16) ;
- Ils distinguent une première phase de comportement classique pour le matériau injecté, avec une croissance quasi-linéaire du déviateur des contraintes q en fonction de la déformation axiale ϵ_a ;

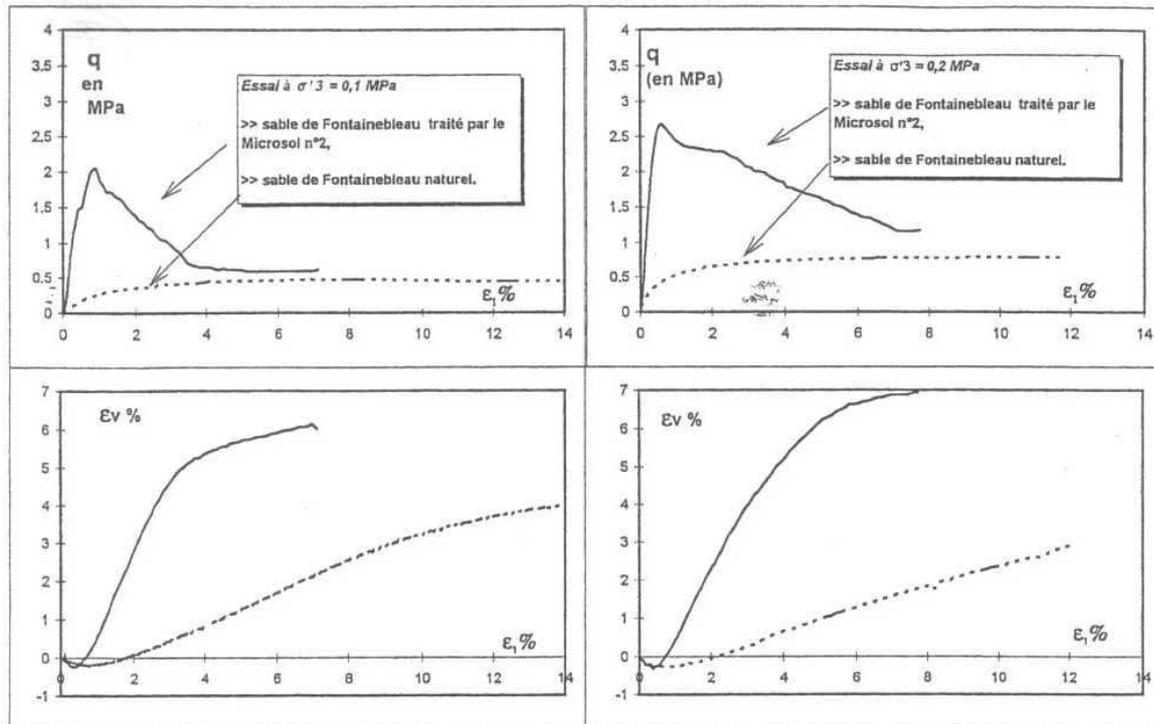


FIG. 1.16: Essai triaxiaux sur un sable de Fontainebleau naturel, puis traité par injection de coulis de ciment, d'après [90]

- Le matériau injecté entre ensuite dans une seconde phase de comportement où il y a endommagement progressif de la matrice en coulis (fissuration), et la courbe du déviateur des contraintes rejoint en grande déformation celle du sable non traité ;
- Dans le plan de Mohr-Coulomb, le matériau injecté peut être représenté par une enveloppe de rupture quasi linéaire qui donne la cohésion et l'angle de frottement du matériau injecté. Ils constatent alors une augmentation de quelques degrés de l'angle de frottement du sol injecté par rapport à celui obtenu sur le sol non traité, ce résultat correspond aux résultats de la littérature ([25], [56], [58]). Par ailleurs, l'injection apporte une cohésion qui illustre l'effet de colle dû au coulis (figure 1.17) ;
- Dans la première phase de comportement, l'injection améliore nettement les caractéristiques élastiques du sable. Les caractéristiques élastiques étant mesurées à partir du module sécant à une déformation axiale $\epsilon_a = 1\%$. Néanmoins, l'étreinte latérale semble avoir peu d'influence sur la pente de rigidité initiale du sable injecté ;

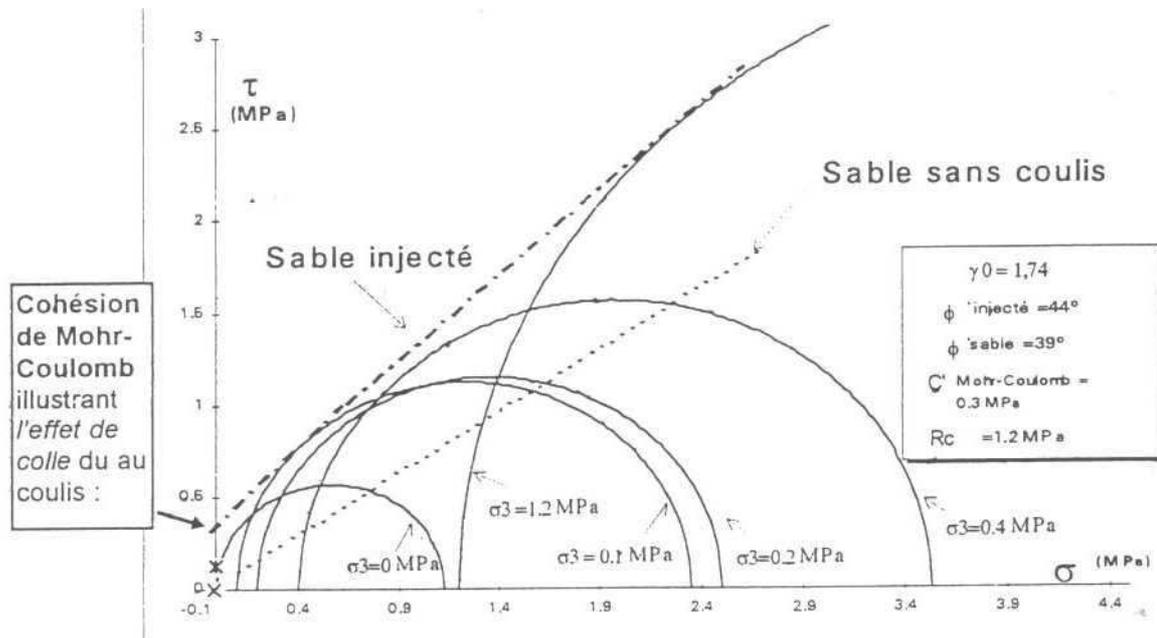


FIG. 1.17: Enveloppe de Mohr-Coulomb d'un sable injecté, d'après [90]

- Les sables injecté présentent un comportement contractant/dilatant typique de sable dense.
- Le comportement d'un sable injecté par du coulis à base de ciment fin est essentiellement du type fragile. Ce caractère fragile est d'autant plus prononcé que le rapport C/E est élevé (figure 1.18).

Dans une étude expérimentale utilisant la technique de la colonne résonnante, Delfosse-Ribay et al. [28] mettent en évidence une évolution croissante du module de cisaillement G en fonction de l'augmentation de la pression de confinement (figure 1.19). Ils représentent cette évolution par une loi empirique de la forme :

$$\frac{G}{G_{max}} = \frac{1}{[A + B\gamma(1 + 10^{C\gamma})]} \quad (1.4)$$

où G est module de cisaillement ; G^{max} le module de cisaillement maximum ; γ la déformation de cisaillement ; et A , B , C des constantes.

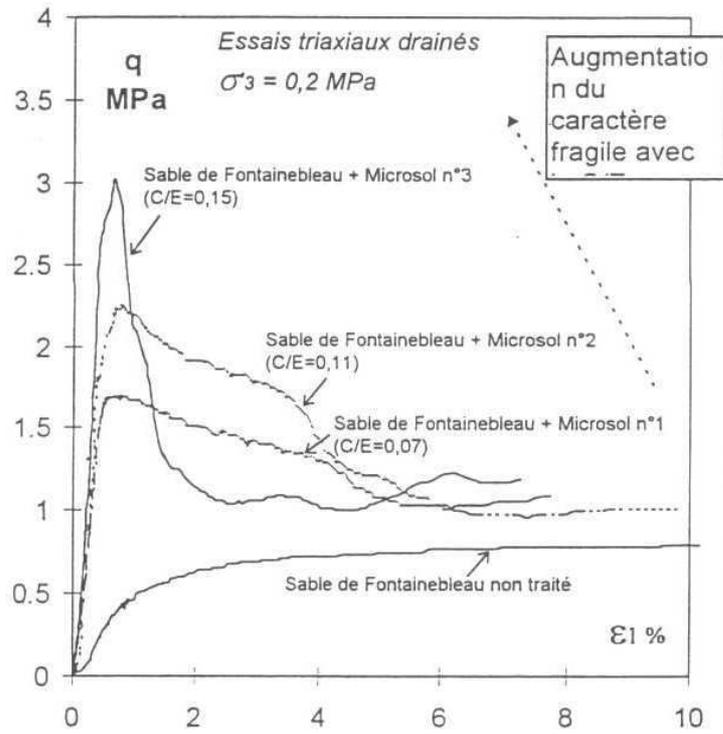


FIG. 1.18: Influence de C/E sur le caractère ductile/fragile du sable injecté par du Microsol, d'après [90]

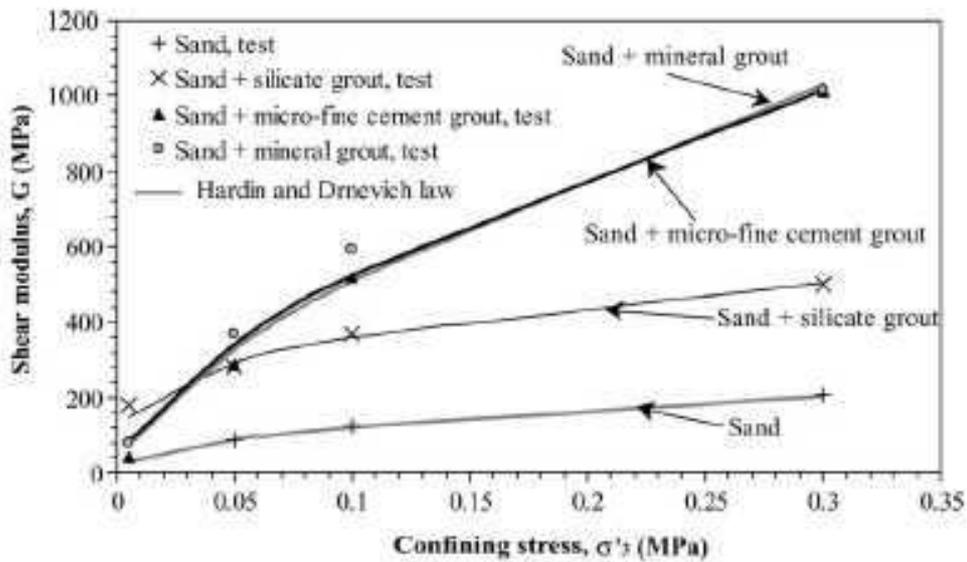


FIG. 1.19: Evolution du module de cisaillement en fonction de la contrainte de confinement, d'après [28]

À partir de cette revue de la littérature, on constate que le comportement mécanique des sols injectés, dans la gamme des petites et grandes déformations a été largement étudié. Cependant, peu de travaux ont porté sur :

- l’influence de la distance à la source d’injection, en liaison avec le phénomène de filtration, sur les caractéristiques élastiques et de rupture ;
- la non linéarité du comportement élastique du milieu injecté ;
- la description microstructurale précise du matériau injecté ;
- la porosité finale du matériau après injection et prise du ciment et son évolution par rapport à la distance à la source d’injection.

À ces différents points est consacrée une bonne partie de l’étude expérimentale, entreprise dans le cadre de cette étude.

1.4.2 Aspects de modélisation

Plusieurs travaux de modélisation ont traités le comportement mécanique des sols injecté [10], [25], [94], [96]. On retient principalement deux approches de modélisation différentes, une approche d’homogénéisation périodique et une approche basée sur un modèle élastoplastique.

1.4.2.1. Homogénéisation périodique

Benhamida et al. [10] proposent une approche multi-échelles périodique pour modéliser un assemblage granulaire en présence d’une pâte de ciment durcit. Il utilise deux microstructures représentant une cellule périodique constituée par un assemblage de sphères en suivant un arrangement du type cubique centré. Le ciment forme respectivement des ponts entre les sphères pour la première microstructure et enrobe avec une fine couche les sphères puis forme également des ponts entre ces derniers pour la deuxième microstructure (voir figure 1.20, d’après Maalej (2002) [62]).

Selon les auteurs, la microstructure 1 modélise le cas des sols naturellement cimentés, alors que la microstructure 2 modélise les sols injectés. Ces types de microstructures sont similaires à ceux utilisées dans [1], [40] et [45]. La procédure consiste ensuite à résoudre, numériquement en utilisant le logiciel Modulef, le problème dans la cellule de base. On obtient alors classiquement les modules d’élasticité homogénéisés, normalisés par ceux du grain solide.

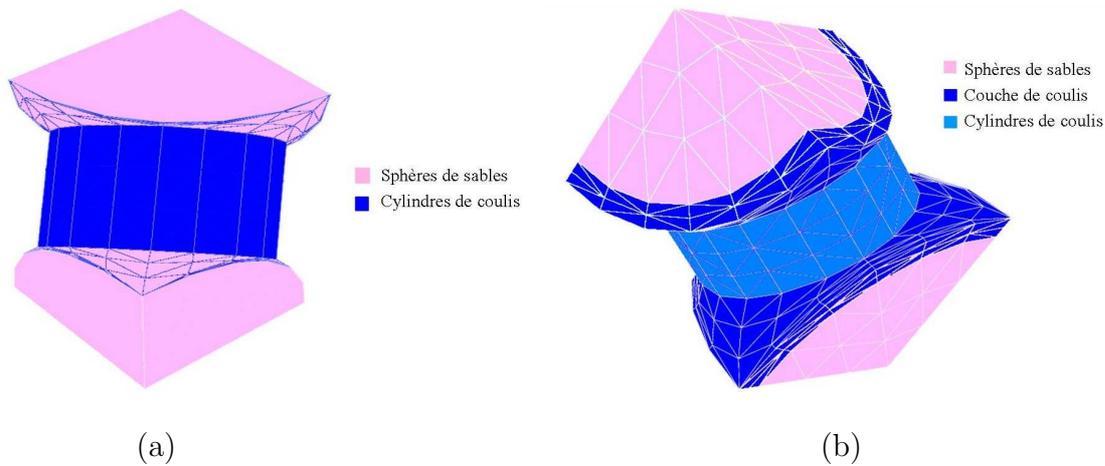


FIG. 1.20: Microstructures 1 (a) et 2 (b) représentant une cellule périodique, d'après [62]

Ces modules sont exprimés en fonction de la porosité finale du milieu. Pour la microstructure 1, une étude paramétrique a été effectuée sur le paramètre $m = \frac{E^c}{E^g}$ égal au module d'Young du ciment rapporté à celui du sable ($E^g = 80$ GPa) (figure 1.21). Concernant la microstructure 2, on rajoute au paramètre m le paramètre e caractérisant l'épaisseur de la couche de ciment qui enrobe le grain (figure 1.22).

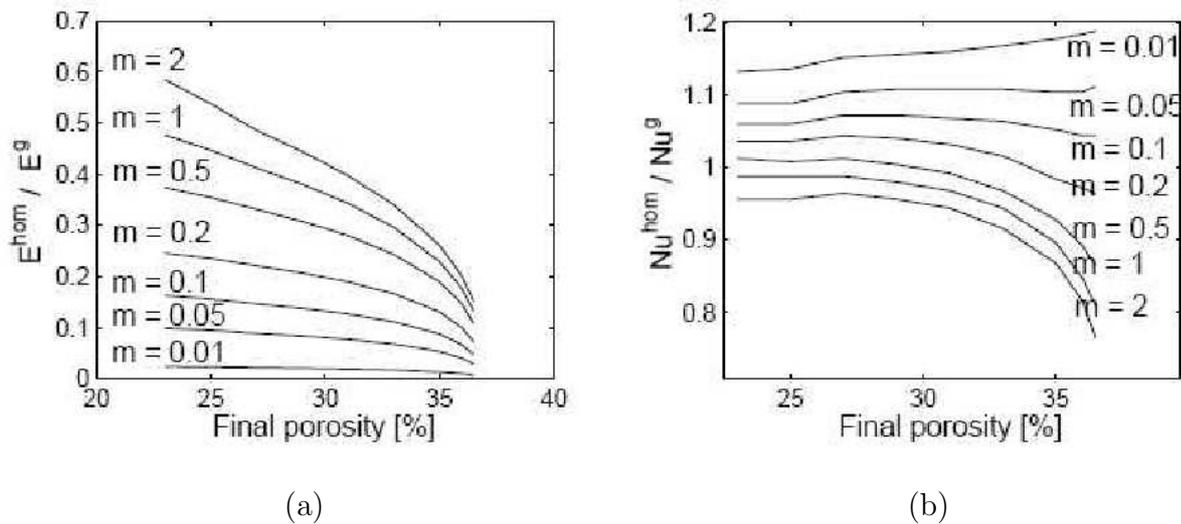


FIG. 1.21: Estimation du module d'Young (a) et du coefficient de Poisson (b) normalisés, microstructure 1, d'après [10]

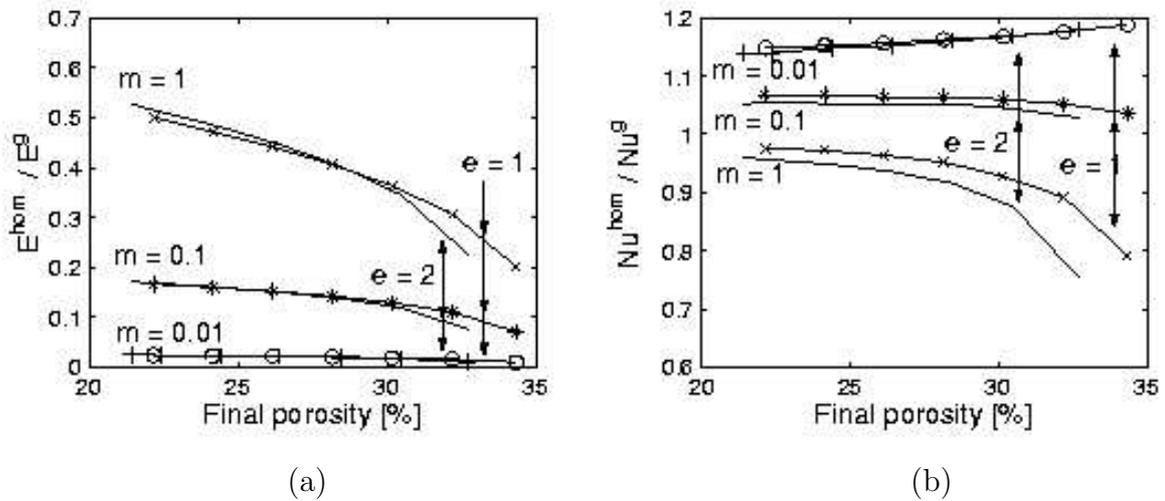


FIG. 1.22: Estimation du module d'Young (a) et du coefficient de Poisson (b) normalisés, microstructure 2, d'après [10]

Plus récemment, Vu et al. [94] ont introduit l'endommagement de la phase cimentaire pour modéliser le comportement non linéaire du matériau. Ils reproduisent alors, sous l'hypothèse que seule la phase cimentaire subit un endommagement lors de l'application d'une charge, la courbe de comportement sous sollicitation triaxiale d'une éprouvette de matériau granulaire injectée (figure 1.23).

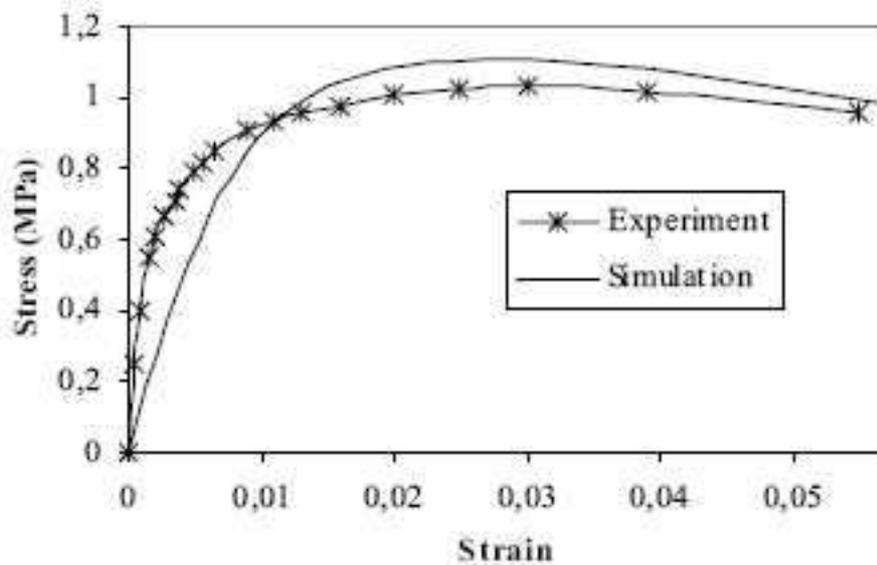


FIG. 1.23: Simulation d'un essai triaxial sur une éprouvette de matériau granulaire injecté, microstructure 2, d'après [94]

Certes, ces méthodes de calcul se basant sur la théorie de l'homogénéisation périodique, qui permet de ramener le problème posé sur la structure à un problème posé sur une cellule de base, facilite le traitement par calcul numérique aux éléments finis. Cependant, une critique de nature morphologique s'impose dans les démarches proposées par [10], [62] et [94]. En effet, la cellule périodique choisie ne tient pas compte des contacts intergranulaire, et suppose que l'opération d'injection par imprégnation modifie la microstructure en interposant une couche de ciment entre les grains. Cette dernière hypothèse semble être en désaccord avec les observations microstructurales effectuées dans le cadre de la présente étude.

1.4.2.2. Modèles élastoplastiques

Dano (2001) [25] développe à partir des observations expérimentales décrites dans sa thèse, un modèle réhologique apte à reproduire, dans ses grandes lignes, le comportement des sols injectés pour des sollicitations déviatoriques. Ce modèle est écrit dans le cadre de théorie de l'élastoplasticité. Il est caractérisé par 7 paramètres :

- deux paramètres caractérisent le domaine élastique initial ;
- deux paramètres définissent l'enveloppe de résistance maximale ;
- un paramètre définit l'état caractéristique ;
- deux paramètres permettent de décrire la non linéarité au travers de la loi d'écrouissage.

Ces paramètres sont identifiés à l'aide d'essais triaxiaux conventionnels. Après calage de ces paramètres, les simulations numériques réalisées montrent un bon accord avec l'expérience, aussi bien en termes d'évolution des contraintes que des déformations volumiques (figure 1.24).

Ce type de modèle basé sur une loi d'élastoplasticité est sans doute appréciable dans la mesure où il parvient à reproduire, numériquement, les essais effectués en laboratoire. Cependant, le nombre important de paramètres, qui nécessite la réalisation de plusieurs essais et la mise en œuvre numérique, parfois très complexe, limitent son utilisation pour des applications d'ingénierie.

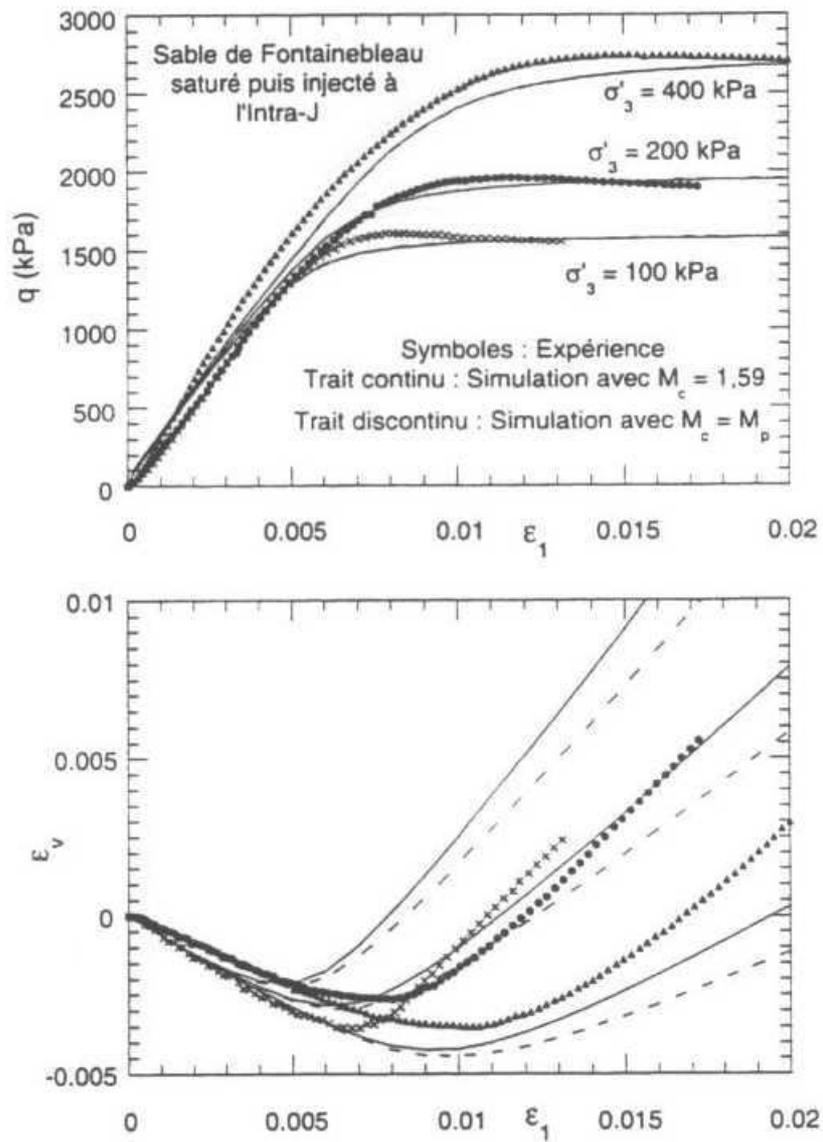


FIG. 1.24: Simulation des essais triaxiaux sur un sable de Fontainebleau saturé et injecté au coulis Intra-J de rapport $C/E = 0,172$, d'après [25]

1.5 Conclusions

Le comportement mécanique des sols injectés a fait l'objet d'un nombre relativement important de travaux de recherche. Ceux-ci ont déjà permis d'acquérir une bonne connaissance du comportement à la fois aux plans expérimental et modélisation. Néanmoins, plusieurs points restent à étudier et n'ont pas encore été abordés de manière approfondie dans la littérature.

Sur le plan expérimental, il est clair qu'une meilleure connaissance de la microstructure du matériau injecté (porosité finale après injection, mode de dépôt du ciment dans les interstices, structure de l'arrangement granulaire...) est indispensable, essentiellement si l'on s'intéresse à des modélisations avec passage micro-macro comme les modèles périodiques ou micromécaniques. Ces aspects morphologiques ne sont que peu abordés dans la littérature, nous essayerons donc de les aborder en réalisant des observations microstructurales au MEB et des essais de porosimétrie à intrusion de mercure.

Toujours dans les aspects microstructuraux, plusieurs travaux ont concerné les phénomènes de transport et de filtration des coulis de ciment au sein du réseau granulaire injecté et une bonne connaissance de ces lois est disponible dans la littérature. Ces lois nous permettent, en particulier, de connaître la quantité de ciment présente dans l'espace poreux après injection. En revanche, le lien entre cette information et le volume de ciment hydraté après la prise (donc le volume final de l'espace poreux après prise) n'a pas été abordé. Pourtant ce lien nous semble nécessaire en vue du développement d'un modèle permettant de prévoir la porosité finale après injection et prise du ciment. Il vient donc à l'esprit de s'investir dans ce thème, d'autant plus que le présent travail est la continuité d'un travail de recherche qui a concerné le transport de ciment lors de la phase d'injection.

Nous avons constaté que le comportement mécanique des sols injectés, dans la gamme des petites et grandes déformations, a été étudié dans la littérature. Cependant, peu de travaux ont porté sur la non linéarité du comportement élastique et l'influence de la distance à la source d'injection sur les caractéristiques élastique et de rupture du matériau injecté. On propose alors de s'intéresser à l'étude de ces différents points et à établir la relation entre le comportement mécanique et les différentes observations microstructurales.

Concernant les travaux de modélisation, l'étude du comportement mécanique a fait l'objet de plusieurs types de modélisations, essentiellement de nature macroscopique

et périodique. Il nous a donc semblé intéressant de proposer une approche micromécanique continue se basant sur une bonne connaissance de la microstructure du matériau injecté. Ce passage micro-macro nous permettra de prendre en compte les différentes interactions entre les phases et des comportements locaux observés expérimentalement, comme par exemple la loi de contact intergranulaire ou encore la manière dont le ciment hydraté se dépose dans l'espace poreux initial de l'assemblage granulaire.

Chapitre 2

Présentation des dispositifs expérimentaux et des procédures d'essais

Sommaire

2.1	Obtention du matériau injecté	41
2.1.1	Présentation du dispositif d'injection des colonnes	41
2.1.2	Matériel de fabrication, d'injection et de caractérisation du coulis	41
2.1.3	Dispositifs de réalisation des colonnes	45
2.1.4	Procédure expérimentale d'injection des colonnes	51
2.1.5	Découpage de la colonne	58
2.2	Essais mécaniques	60
2.2.1	Remarques sur les notations	60
2.2.2	Essais de compression uniaxiale	60
2.2.3	Essais triaxiaux	62
2.2.4	Essais de compression isotrope	74
2.3	Essais de porosimétrie à intrusion de mercure	76
2.3.1	Principe de l'essai de porosimétrie à intrusion de mercure . . .	76

40 **Présentation des dispositifs expérimentaux et des procédures d'essais**

2.3.2	Limite de l'essai porosimétrique ordinaire et adaptation de la procédure	76
2.4	Conclusions	83

On présente dans ce chapitre les dispositifs expérimentaux développés et utilisés dans le cadre de ce travail, ainsi que les procédures d'essais correspondantes. On commence par présenter la procédure d'injection des colonnes de sable et l'obtention des éprouvettes destinées aux essais mécaniques. On présente ensuite les procédures d'essais mécaniques et porosimétriques.

2.1 Obtention du matériau injecté

2.1.1 Présentation du dispositif d'injection des colonnes

Le dispositif d'injection de colonne utilisé dans le cadre de ce travail a été développé au CERMES (Dupla et al. (2004) [38]). Il se compose essentiellement d'un tube en plexiglas de 110 cm de haut et de 80 mm de diamètre, équipé d'embases, dans lequel le sable est mis en place par pluviation. Le tube, équipé de ses embases, est maintenu verticalement grâce à un bâti conçu également pour supporter le système de pluviation. Ce dernier constitue l'une des originalités du dispositif. Le bâti permet de dégager le réservoir à sable positionné sur la traverse supérieure à la fin de la pluviation. L'injection s'effectue grâce à une pompe à piston, développée peu avant le début des travaux présentés dans le cadre de cette étude, et ce pour remédier à des problèmes de fluctuations de la pression générée par l'ancienne pompe à membrane. Le dispositif comporte également un système d'acquisition de données géré par micro ordinateur. La figure 2.1 présente une vue d'ensemble du dispositif d'injection au cours d'un essai d'injection d'une colonne de sable.

2.1.2 Matériel de fabrication, d'injection et de caractérisation du coulis

Afin de préparer, de caractériser et d'injecter le coulis de ciment, on dispose des matériels suivants :

- un malaxeur à vitesse de rotation réglable entre 300 et 3300 tr/min, équipé d'une turbine défloculeuse de diamètre 80 mm qui permet de préparer, dans un bûcher approprié, jusqu'à 10 litres de coulis (figure 2.2 (a)).



FIG. 2.1: *Dispositif d'injection de colonne*

- Deux balances de précision : la première d'une capacité de 32 kg (d'une précision d'un gramme), est placée sous le réservoir contenant le coulis à injecter. Cette balance permet de suivre, au cours de l'injection, la quantité de fluide (eau ou coulis) injecté par la pompe dans la colonne. La deuxième balance, de capacité 60 kg (à la précision du gramme), est placée sous la colonne à injecter, et permet de suivre,

pendant les différentes phases de l'expérience, les variations de masse de la colonne.

- Un agitateur magnétique (figure 2.2 (b)), permettant de maintenir le coulis en agitation dans le réservoir lors de l'injection. Cet agitateur est indispensable car le coulis est dit instable : il décante lorsqu'il est au repos.
- Une pompe d'injection à piston (figure 2.2 (c)), à débit réglable entre 0 et 36 l/h (0 à 10 ml/s) avec une pression de refoulement maximale de 10 bars. Cette pompe permet d'assurer la phase de saturation de la colonne à l'eau désaérée et d'injecter le coulis de ciment à un débit constant.
- Un granulomètre laser (figure 2.2 (d)), utilisé pour contrôler les caractéristiques granulométriques du coulis afin de s'assurer qu'il est bien défloculé et qu'il ne contient pas d'agglomérats. L'existence de ces derniers peut bloquer la circulation du coulis dans les interstices du matériau lors de l'injection.



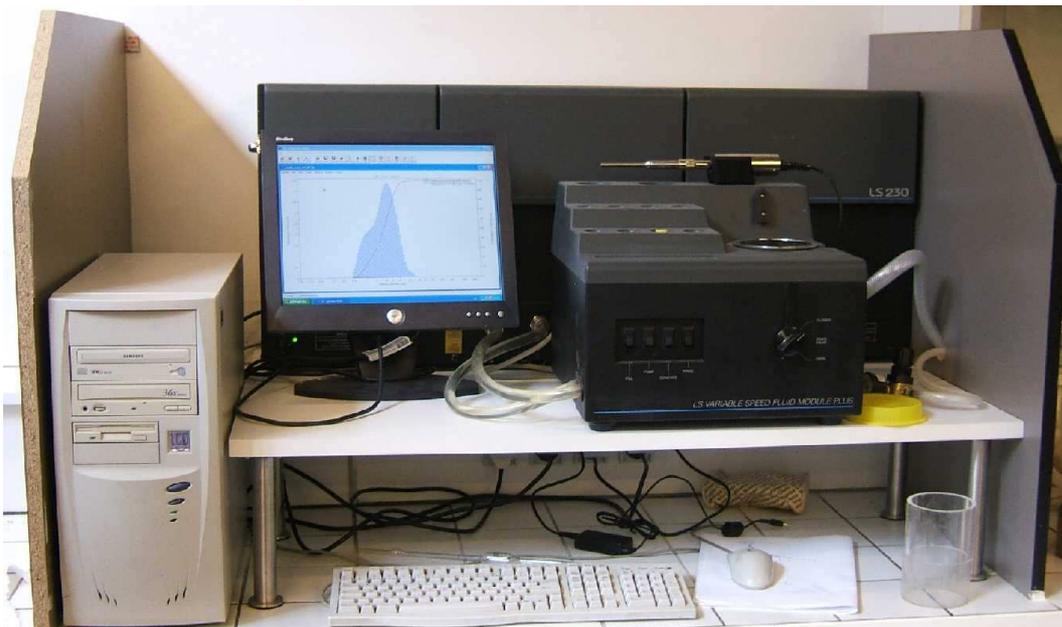
(a)



(b)



(c)



(d)

FIG. 2.2: Matériel utilisé pour le coulis de ciment : (a) malaxeur ; (b) réservoir de coulis au dessus de l'agitateur ; (c) pompe à piston ; (d) granulomètre laser

2.1.3 Dispositifs de réalisation des colonnes

2.1.3.1. Description de la colonne

La colonne est constituée d'un tube en plexiglas, de diamètre intérieur 8 cm, d'épaisseur 1 cm et de hauteur 113 cm. Le tube contient cinq perçages espacés de 20 cm qu'on utilise pour acquérir la pression du fluide à différents niveaux de la colonne lors de l'essai (figure 1.3). Le tube est équipé à ses extrémités de deux embases qui viennent

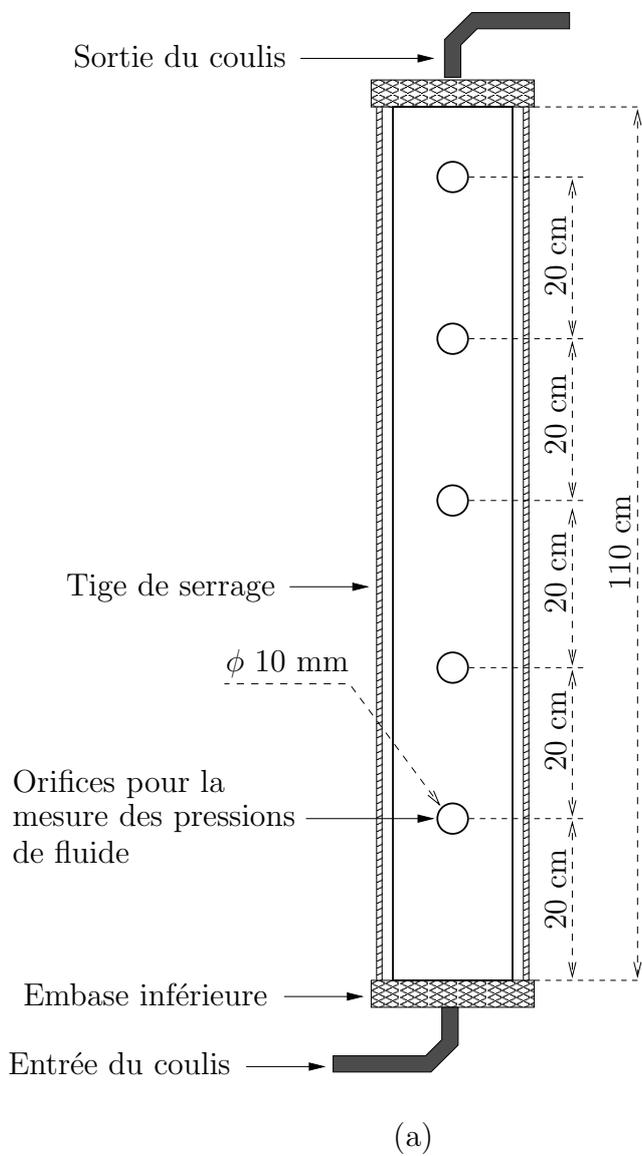


FIG. 2.3: (a) schéma de la colonne; (b) vue de la colonne avant injection

se serrer sur celui-ci grâce à trois tiges filetées. L'étanchéité avec le tube est assurée par des joints toriques. Les embases sont équipées de raccords connectés aux tuyaux d'entrée et de sortie du coulis à travers des robinets. Ces derniers permettent d'isoler la colonne à la fin de l'opération d'injection.

2.1.3.2. Description du bâti

Le bâti d'essai est un bâti deux colonnes équipé en sa partie supérieure d'une traverse à hauteur réglable que l'on peut déplacer en rotation à la fin de la pluviation pour dégager la partie supérieure de la colonne à injecter (figure 2.7 (a)). Le bâti a pour fonction de supporter le dispositif de pluviation fixé sur la traverse et d'assurer la stabilité d'ensemble du dispositif. Le bâti est équipé en partie basse d'un plateau sur lequel est positionné une balance de 60 kg. Cette dernière supporte un plateau équipé d'un adaptateur cylindrique destiné à recevoir la colonne. La figure 2.4 présente un schéma d'ensemble du dispositif d'essai.

2.1.3.3. Dispositif de pluviation

La pluviation est une technique de mise en place de matériaux granulaires qui permet d'obtenir une structure homogène du matériau, ne présentant pas de litage ni de singularité de densité lié, par exemple, à un compactage par couche.

L'état de compacité de la colonne est contrôlé grâce aux paramètres débit et hauteur de pluviation qui caractérisent le processus de pluviation. Le dispositif de pluviation est constitué par un réservoir contenant le matériau à mettre en place, équipé d'une grille à débit réglable qui peut être ouverte ou fermée, et d'un diffuseur formé de deux tamis. Le diffuseur peut remonter dans la colonne à vitesse contrôlée afin de maintenir une hauteur de pluviation constante. La figure 2.5 montre un schéma de principe du diffuseur.

Le débit massique et la hauteur de pluviation contrôlent la densité de la colonne de sable obtenue par pluviation. Pour un milieu granulaire de caractéristiques données, il est nécessaire de réaliser un étalonnage préalable du dispositif de pluviation. Cette opération permet de déterminer les paramètres débit et hauteur de pluviation nécessaires pour atteindre un indice de densité donné.

Le débit de pluviation est réglé en fonction de la configuration de la grille de sortie du réservoir à sable (nombre, position et diamètre des trous).

Le dispositif de relevage du diffuseur est constitué d'un moteur électrique à vitesse réglable, fixé sur le bâti et sur lequel vient s'enrouler le câble de relevage grâce à un

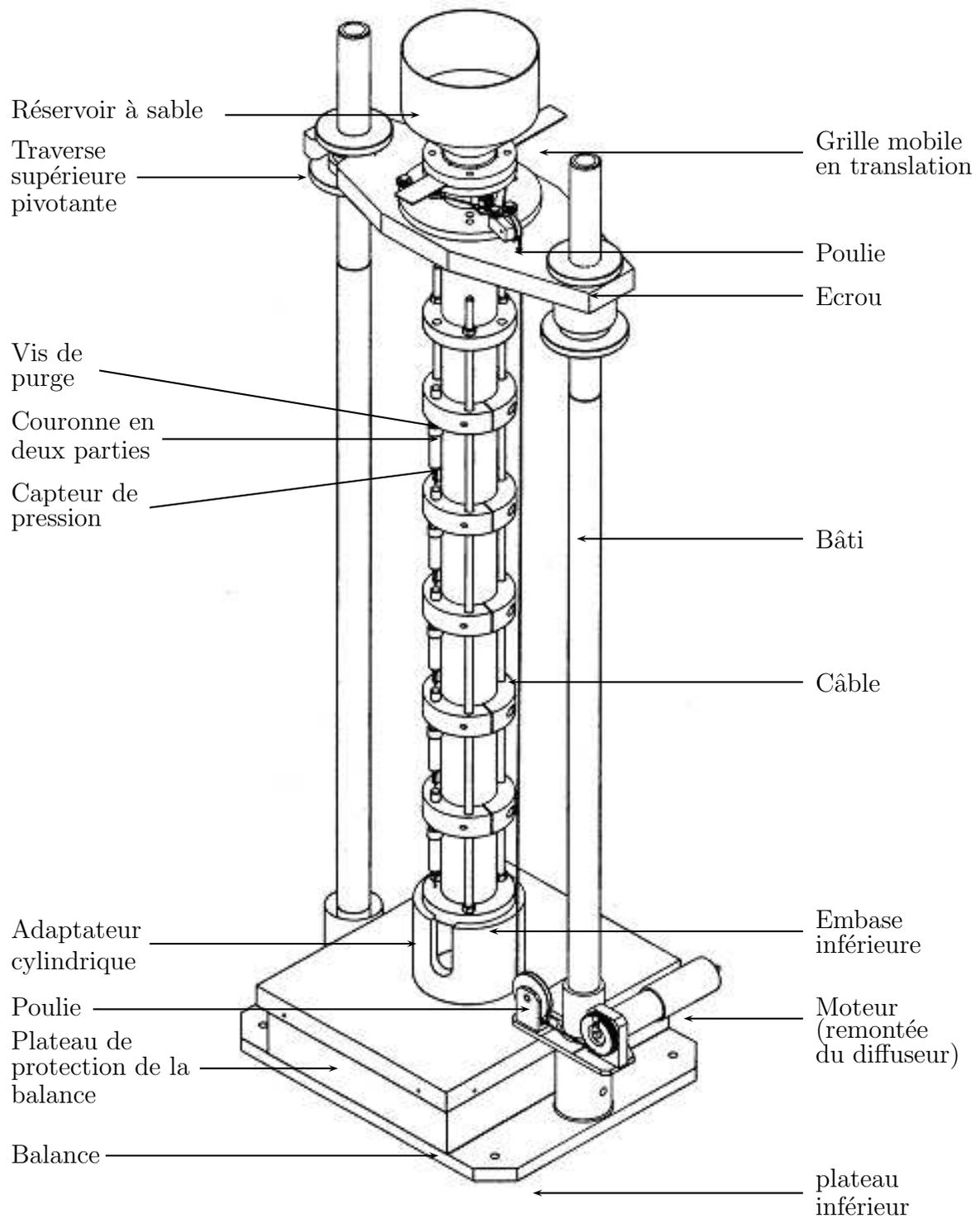


FIG. 2.4: Schéma du dispositif d'injection de colonnes (Dupla et al. (2000) [37])

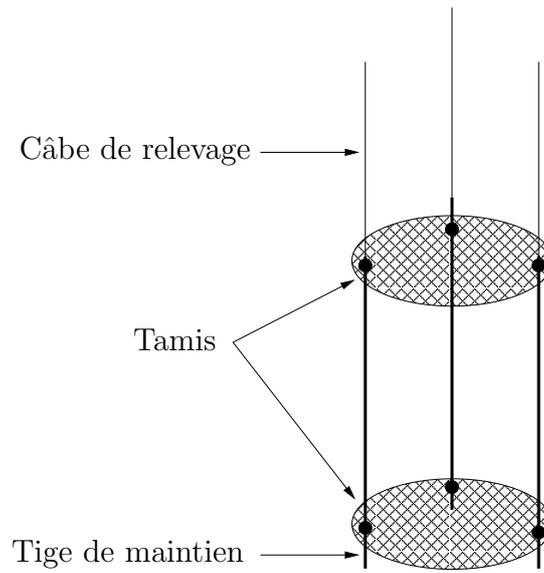


FIG. 2.5: Schéma de principe du diffuseur

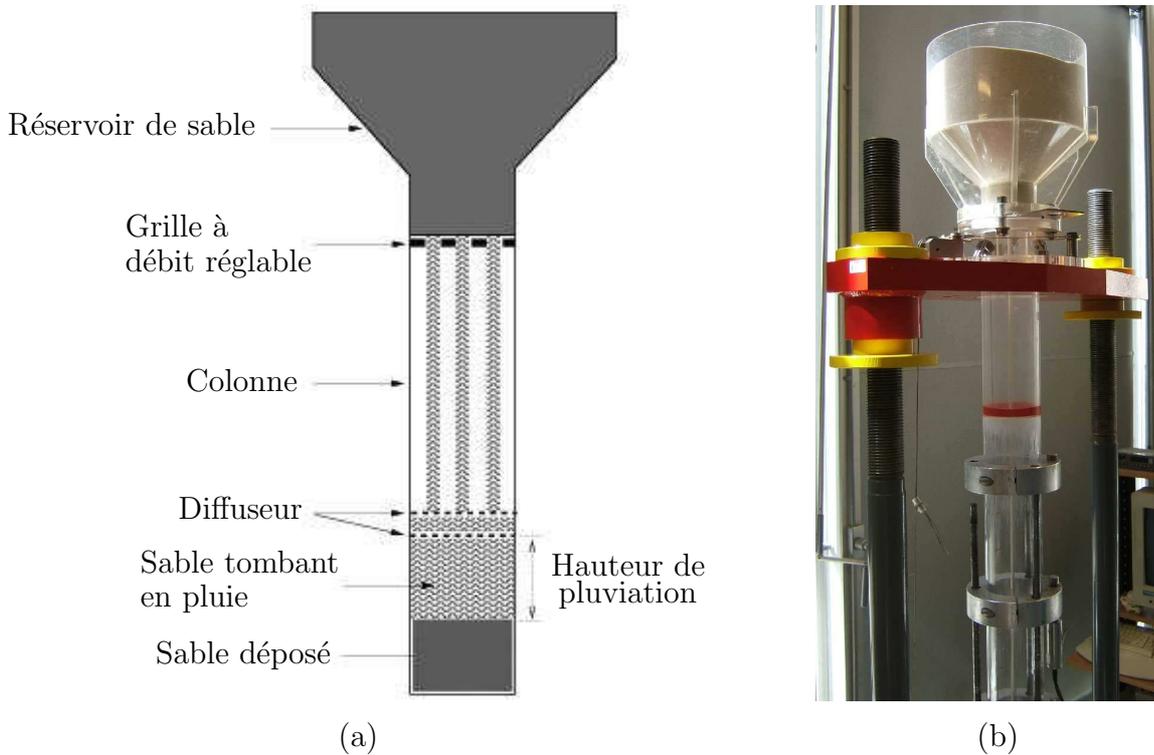


FIG. 2.6: (a) Schéma de principe du processus de pluviation avec diffuseur; (b) photo du système de pluviation

système de poulies. La maille des tamis est choisie en fonction de la granulométrie du sable à mettre en place.

La figure 2.6 présente un schéma de principe du processus de pluviation et la figure 2.7 présente les différentes phases de pluviation.

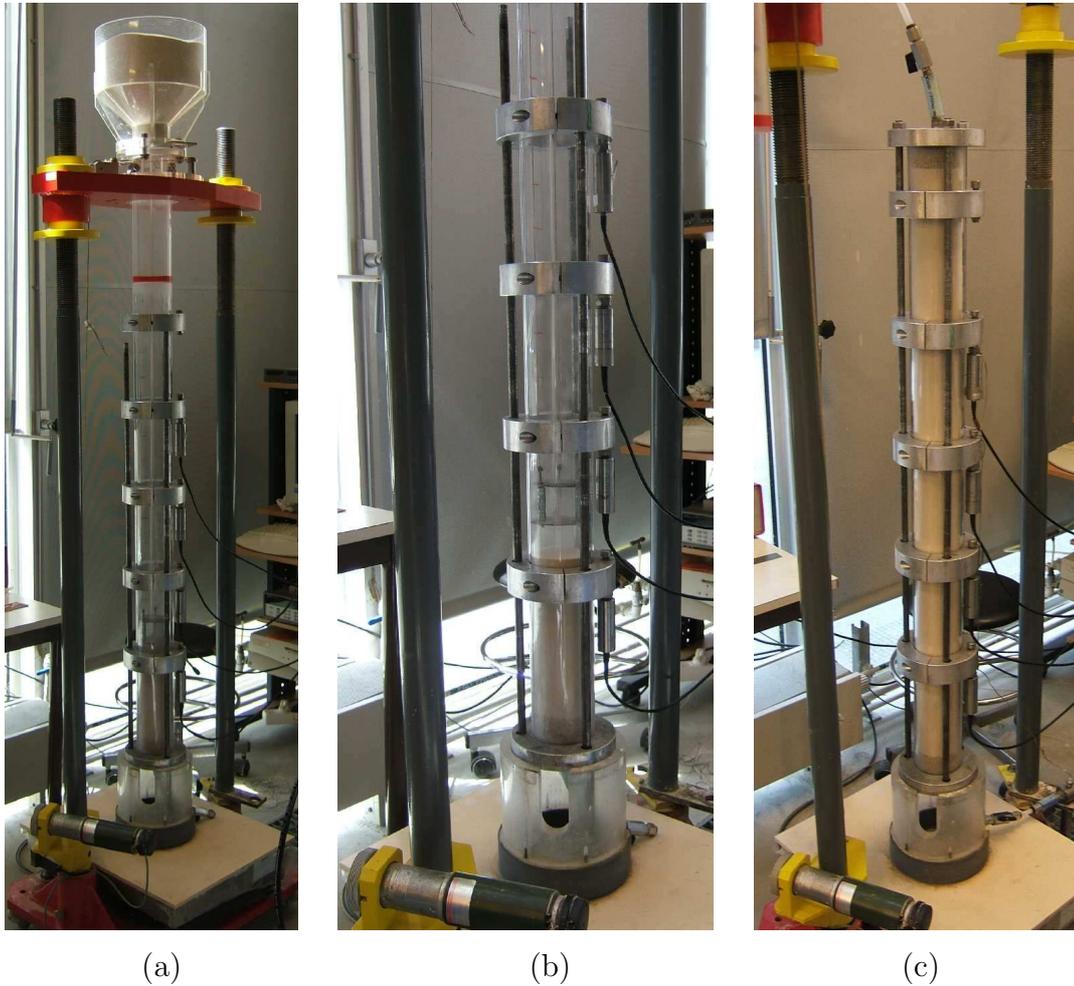


FIG. 2.7: *Différentes phases de l'opération de pluviation : (a) ensemble du dispositif avant pluviation ; (b) pluviation en cours de déroulement ; (c) colonne remplie de sable à la fin de l'opération de pluviation*

2.1.3.4. Mesure des pressions de fluide et des masses

On dispose de cinq capteurs de pression installés sur cinq niveaux de la colonne qui permettent de mesurer la pression de fluide pendant les phases de l'essai. On dispose également d'un sixième capteur permettant de mesurer la pression à l'entrée de la colonne.

50 Présentation des dispositifs expérimentaux et des procédures d'essais

Chacun des dispositifs de mesure de pression interstitielle installé sur la colonne est formé d'une couronne en deux parties qui vient se serrer sur le tube en plexiglas au niveau des perçages existant dans le tube. Dans ces perçages viennent se loger des pastilles, affleurant à l'intérieur du tube et permettant d'avoir une étanchéité avec la couronne. La pastille assure également la connexion avec la chambre de mesure de pression fluide située à l'intérieur de la couronne et connectée au capteur de pression. Cette chambre est équipée en sa partie supérieure d'une purge permettant de saturer la chambre de mesure (figure 2.8).

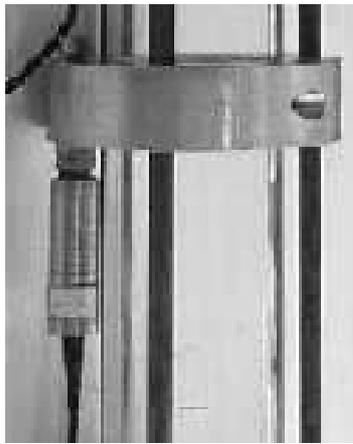


FIG. 2.8: *Ensemble couronne de fixation et capteur de pression interstitielle*

Les capteurs de pression sont des capteurs à jauge PM type 9081, pouvant mesurer des pressions allant de 0 à 1 MPa avec une bonne précision ($\pm 0,05\%$, de l'ordre de 0,5 kPa).

La configuration adoptée permet de placer le corps du capteur verticalement et de gagner en encombrement le long de la colonne. La figure 2.9 présente une vue de la colonne équipée des capteurs de mesure des pressions interstitielles.



FIG. 2.9: *Colonne équipée des capteurs de mesure des pressions interstitielles*

Pour les mesures de masse, on dispose d'une balance de capacité 60 kg et de 1 g de précision afin de mesurer la variation de masse de la colonne et d'une balance 32 kg, de 1 g de précision elle aussi pour la mesure de la masse du coulis à l'entrée de la colonne. La masse du coulis à la sortie de la colonne est mesurée en utilisant une balance de capacité 8 kg et de 0,01 g de précision.

2.1.3.5. Acquisition des données et éléments de contrôle de l'essai

Les éléments de métrologie constituant l'instrumentation complète de l'essai comprennent donc trois balances, un capteur de pression en sortie de la pompe et cinq capteurs de pression interstitielle positionnés le long de la colonne. L'acquisition des données est réalisée grâce à des cartes d'acquisition (pour les mesures de masses) et un multimètre HP connecté à un ordinateur. Un logiciel d'acquisition et de traitement de donnée (HP VEE) permet d'afficher en temps réel à l'écran les différentes grandeurs mesurées en fonction du temps au cours de l'essai.

On présente sur la figure 2.10 un schéma fonctionnel de l'essai d'injection de colonne avec la métrologie associée.

2.1.4 Procédure expérimentale d'injection des colonnes

La procédure expérimentale utilisée pour la réalisation d'un essai d'injection se décompose en quatre phases successives :

- préparation de la colonne et mise en place, par pluviation, du matériau à injecter ;
- saturation à l'eau de la colonne de sable ;
- préparation et injection du coulis ;
- démontage partiel de la colonne et conditionnement pour le stockage.

Les mesures réalisées pendant la phase de l'injection sont identiques à celles réalisées pendant la phase de la saturation de la colonne, à savoir l'évolution des masses sur les trois balances et la mesure de pression de fluide sur les six capteurs.

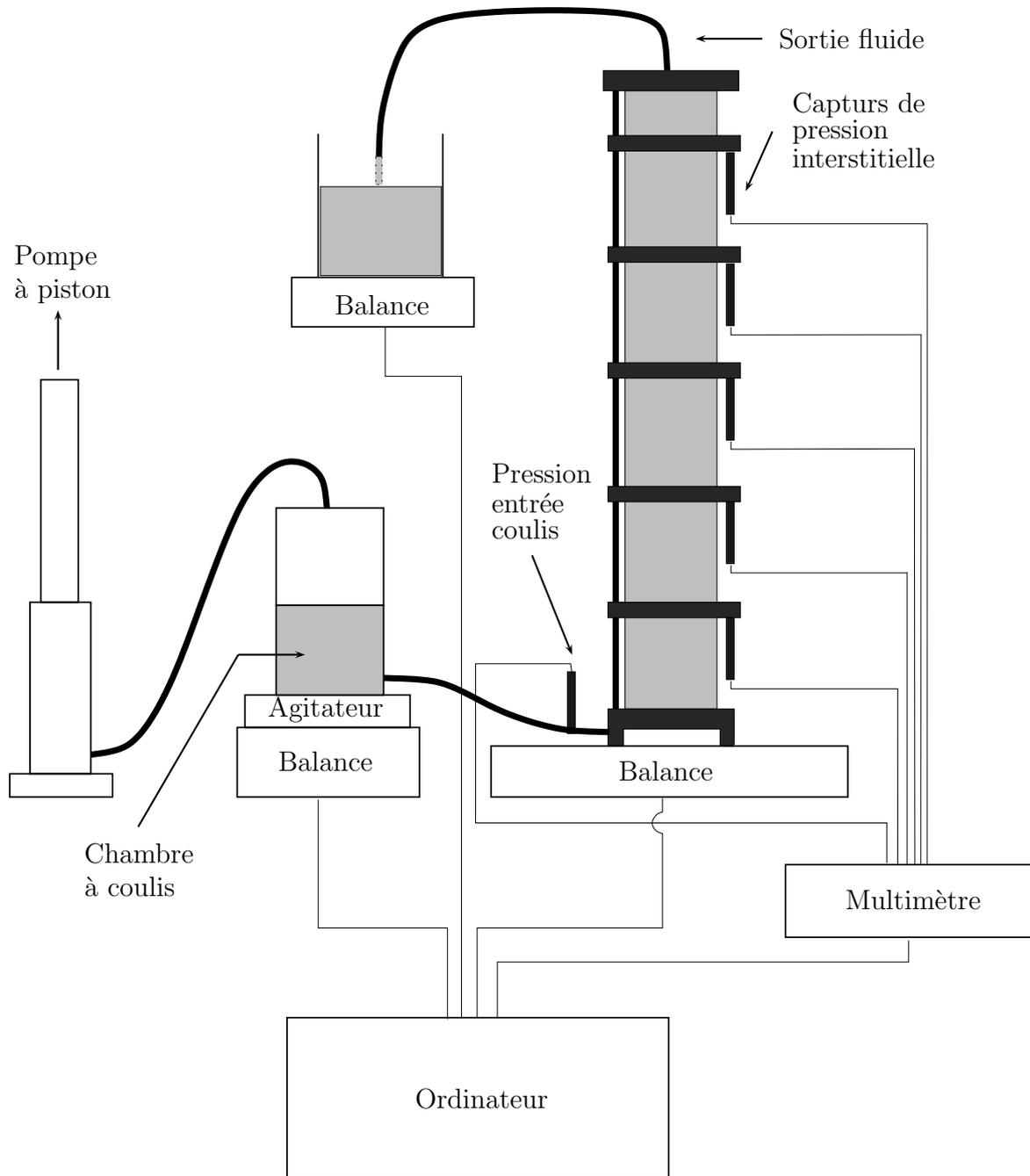


FIG. 2.10: Schéma fonctionnel de l'essai d'injection et métrologie associée

On note aussi que l'injection est poursuivie jusqu'à ce que l'un des deux critères d'arrêt soit atteint :

- volume de consigne à injecter atteint (il s'agit d'un volume égal au double du volume des vides du matériau contenu dans la colonne) ;
- pression limite est atteinte (cette pression d'arrêt est prise égale à 1 Mpa (10 bars)).

Ensuite vient, après 28 jours de cure, l'opération de tronçonnage des colonnes pour analyse physique et mécanique.

2.1.4.1. Préparation de la colonne et mise en place du matériau à injecter

On commence par positionner et serrer les couronnes destinées à la mesure des pressions de fluide sur le tube, au niveau des perçages, et l'on vient visser les capteurs de pression sur leur chambre de mesure respective.

L'ensemble tube et couronnes est alors positionné sur l'embase inférieure de la colonne et l'on réalise les connections des capteurs avec le dispositif d'acquisition des données. Afin d'éviter que des grains de sable ne viennent boucher l'orifice de l'embase, un tamis en toile est placé sur l'embase inférieure au niveau de l'orifice et vient protéger celui-ci. Après, une couche de 4 cm de gravier est placée sur la toile. Elle sert de diffuseur pour le coulis et empêche les grains les plus fins de venir boucher l'orifice d'arrivée du coulis. La balance de 60 kg est ensuite tarée afin de mesurer la masse du matériau constituant la colonne. Les prises de masses successives de la colonne au cours des phases de saturation et d'injection du coulis seront ensuite évaluées à partir de cette balance.

La mise en place du sable est ensuite réalisée par pluviation. Le réservoir à sable, préalablement rempli d'une quantité de sable approximativement égale à celle qui doit remplir le tube est ajusté, via la traverse réglable, au-dessus du tube dans lequel on a préalablement positionné le diffuseur (double tamis) en réglant la hauteur de pluviation désirée. La vitesse de remontée du diffuseur doit aussi être réglée sur le potentiomètre du moteur électrique. On ouvre alors la grille du réservoir à sable tout en démarrant le moteur et l'on remplit donc progressivement la colonne par pluviation tout en maintenant constante la hauteur de pluviation.

Lorsque le remplissage est terminé, on dégage la traverse supérieure et l'on arase le sable à la partie supérieure du tube, à la suite de quoi on réalise une pesée permettant d'obtenir la masse exacte de matériau mis en place dans la colonne.

Ensuite, on met une couche de gravier de 4 cm d'épaisseur et on place un tamis en toile

sur cette couche. Cette couche de gravier forme une zone à forte perméabilité facilitant l'évacuation du coulis en partie haute et empêchant les grains fins de venir colmater l'orifice de sortie situé dans l'embase supérieure.

On met finalement en place l'embase supérieure de la colonne que l'on vient serrer sur l'ensemble grâce à trois tiges filetées. Les différentes connexions sont ensuite réalisées entre la colonne et les arrivées, à la base de la colonne, ainsi qu'avec le flexible d'évacuation en partie haute.

2.1.4.2. Saturation de la colonne

À l'aide de la pompe d'injection, l'eau désaérée entre dans la colonne et la sature progressivement. Le débit utilisé est le même que celui qui sera utilisé pour la phase d'injection du coulis. On poursuit la circulation d'eau jusqu'à atteindre un volume total injecté d'eau égale à deux fois le volume des vides de la colonne. On doit s'assurer aussi que, pendant cette phase, on atteint un régime d'écoulement permanent qui doit se traduire par une stabilisation des pressions interstitielles lues sur les capteurs et par une stabilisation de la masse de la colonne ; c'est ainsi qu'on peut considérer que la colonne est correctement saturée. Les mesures effectuées sur les deux balances permettent de vérifier qu'il n'y a pas de fuite dans le circuit en s'assurant que la quantité d'eau aspirée par la pompe correspond bien à celle injectée dans la colonne.

2.1.4.3. Préparation et injection du coulis

Phase de préparation

Les opérations nécessaires à la fabrication des coulis sont les suivantes :

- Pesage des quantités d'eau, de ciment et de fluidifiant nécessaires à la réalisation du coulis. La masse d'eau est égale à 6 kg (8 litres). La masse du ciment est déterminée en fonction du rapport massique ciment/eau (C/E) visé. La masse du fluidifiant est généralement déterminée afin d'avoir un rapport massique fluidifiant/ciment (F/C) égale à 0,05. Ce rapport peut être légèrement modifié, en ajoutant encore du fluidifiant, si on arrive pas à décolmater les agrégats de ciment.
- Remplissage du bûcher de fabrication avec l'eau, positionnement du bûcher sous le malaxeur. La turbine est placée à environ 1 cm du fond et excentrée.

- Démarrage du malaxeur et adjonction progressive du ciment sous agitation modérée à 800 tr/min.
- On augmente la vitesse de la turbine à 1500 tr/min et on maintient l'agitation pendant 3 minutes.
- On ajoute le fluidifiant et on laisse encore mélanger pendant 3 minutes.
- On procède enfin à l'analyse granulométrique du coulis à l'aide du granulomètre laser (figure 2.2 (d)). La bonne granulométrie du coulis signifie l'absence d'agrégats de ciment, ce qui évite le blocage lors de l'injection. Ce contrôle nous permet également de vérifier la répétabilité au niveau de la procédure de préparation du coulis.
- Après cette vérification, le coulis est alors versé dans la cuve de la pompe et maintenu en agitation grâce à l'agitateur magnétique.

Phase de l'injection

Une fois que les opérations de saturation de la colonne et de préparation du coulis ont été réalisées, l'essai d'injection proprement dit peut démarrer.

On sature en coulis le circuit amont de la colonne (pompe, tubulures). On lance l'acquisition de données qui nous permet d'enregistrer et de visualiser en temps réel la pression d'injection, les pressions interstitielles, la prise de masse de la colonne, la masse du coulis à injecter et la masse du fluide à la sortie de la colonne. On démarre ensuite l'injection à débit constant, que l'on arrête si l'un des deux critères suivants soit atteint :

- volume de consigne à injecter atteint : ce volume est égal au double du volume des vides du matériau contenu dans la colonne ;
- pression limite atteinte (pression d'arrêt) égale à 1 MPa.

Lorsque le coulis de ciment commence à sortir du tuyau de sortie, la colonne continue à prendre de la masse. Cette variation est due à la filtration des particules de ciment par la colonne de sable.

En fin d'essai, l'acquisition de données est arrêtée.

2.1.4.4. Démontage de la colonne et conditionnement pour le stockage

À la fin de la phase d'injection, on isole la colonne à sa partie inférieure, par fermeture du robinet et on déconnecte le circuit amont (pompe, capteur de pompe, tubulures). On nettoie ensuite cette partie du circuit.

La colonne reste sur son support pendant une heure pour permettre une prise initiale du coulis. En même temps, on démonte les autres capteurs de pression situés sur la colonne pour les nettoyer et l'on obture les orifices correspondants sur la couronne.

Par la suite, on enlève les couronnes et les embases, puis on isole la colonne de l'extérieur à l'aide d'un film plastique.

2.1.4.5. Conservation de la colonne pendant la période de cure

À la fin de l'opération d'injection, la colonne est conservé horizontalement dans un milieu humide pour une période de cure de 28 jours. À l'issue des premiers essais réalisés dans le cadre de ce travail, nous avons remarqué que les éprouvettes de sable injecté présentaient une forte hétérogénéité dans la section. Cette hétérogénéité se manifeste par une forte concentration en ciment dans la partie inférieure de la section et une faible présence de ciment dans la partie supérieure (figure 2.11 (a)). Ceci est évidemment dû au mode de conservation qui favorise la décantation du ciment dans la partie basse de l'éprouvette.

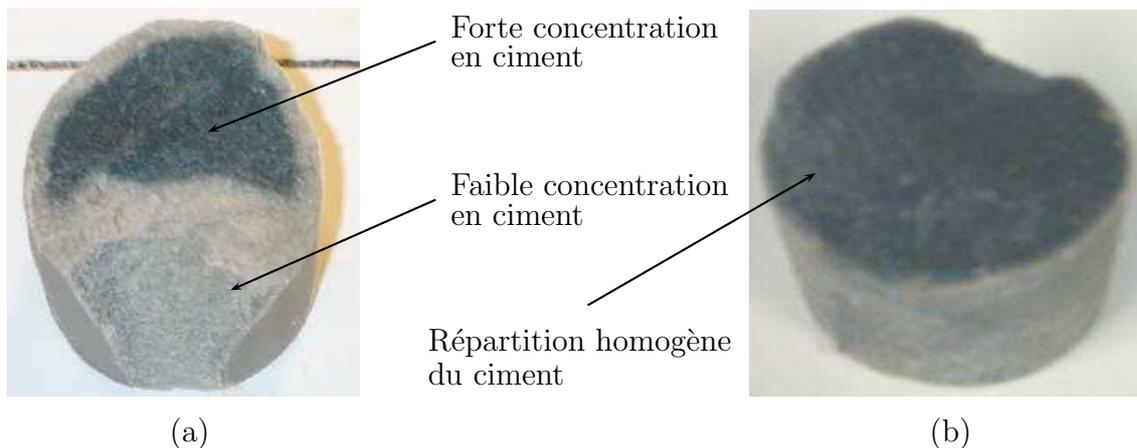


FIG. 2.11: (a) Section hétérogène d'une colonne de sable injecté; (b) section homogène suite à l'utilisation du "dispositif rotatif"

Pour des raisons de conformité avec les modèles micromécaniques développés par la suite, cette hétérogénéité est gênante dans la mesure où l'on aura un matériau présen-

tant des caractéristiques mécaniques différentes au sein de sa section.

Afin de résoudre ce problème, on a développé un système permettant la mise en rotation de la colonne pendant les premiers jours de cure. C'est justement pendant ces premiers jours que la prise de ciment aura lieu. Le dispositif conçu au CERMES et nommé "dispositif rotatif" est essentiellement composé d'une plateforme permettant de fixer la colonne sur un disque qui est mis en rotation en utilisant un moteur à vitesse réglable. La figure 2.12 présente le schéma de principe du "dispositif rotatif".

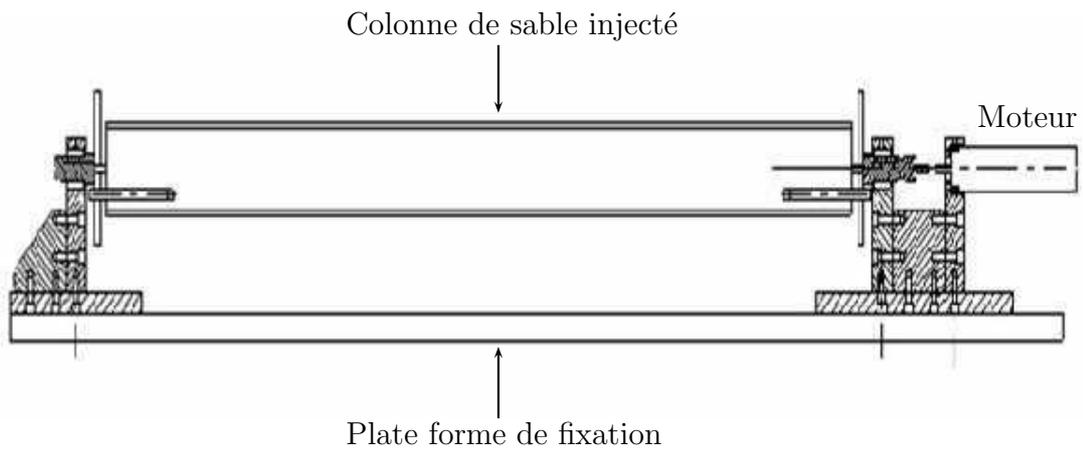


FIG. 2.12: Schéma de principe du "dispositif rotatif"

La figure 2.13 présente une photo du "dispositif rotatif" recevant une colonne.

Suite à l'utilisation de ce dispositif, on observe clairement que la section injecté est bien homogène (figure 2.11 (b)). Cette constatation sera également prouvée par des essais de porosimétrie au mercure qui seront présentés dans la section 4.3.



FIG. 2.13: Colonne de sable injecté montée sur le "dispositif rotatif"

2.1.5 Découpage de la colonne

Après la période de cure de 28 jours, on procède alors à l'opération de découpage. Cette dernière s'effectue conformément au schéma de découpage suivant (figure 2.14) :

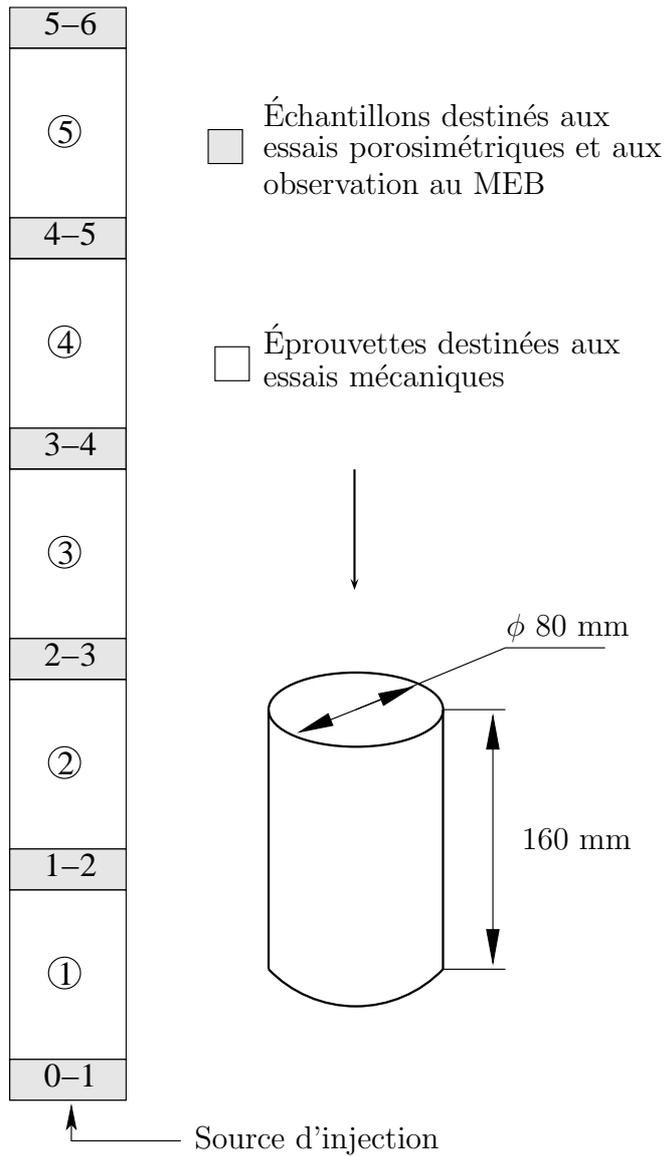


FIG. 2.14: Schéma de découpage d'une colonne

À l'issus du découpage, on constitue alors :

- cinq éprouvettes de dimensions 160 mm de long et 80 mm de diamètre. Ces éprouvettes sont numérotées de 1 à 5 en fonction de leur position dans la colonne. Le numéro 1 correspond à l'éprouvette la plus proche de la source d'injection (bas de la colonne), et le numéro 5 à celle correspondant au niveau le plus éloigné de la source d'injection (haut de la colonne). Ces éprouvettes sont destinées aux essais mécaniques (compression simple, compression isotrope et essai triaxial). Comme exemple, on désigne par la suite C22.3 l'éprouvette numéro 3 issus de la colonne C22.

- Six échantillons intermédiaires référencés : 0-1 pour le niveau situé entre la source d'injection et l'éprouvette N°1 ; 1-2, 2-3, 3-4 et 4-5 pour les niveaux situés entre les éprouvettes ; 5-6 pour le niveau situé entre l'éprouvette N°5 et le haut de la colonne. Ces échantillons ont un diamètre de 80 mm et une hauteur de 40 mm. Ils seront par la suite utilisés pour les différents essais de caractérisation microstructurale (essais de porosimétrie à intrusion de mercure et observations au microscope électronique à balayage MEB). Comme exemple, on désigne par la suite C22.3-4 l'échantillon numéro 3-4 (situé entre les éprouvettes 3 et 4) issus de la colonne C22.

Après avoir découpé la colonne, on dégage les éprouvettes de leurs gaines en plexiglas à l'aide d'une meule. On emballe ensuite les éprouvettes dans un film de plastique et on les conserve dans une chambre humide jusqu'au moment des essais.

2.2 Essais mécaniques

2.2.1 Remarques sur les notations

Afin d'éviter toute confusion entre les notations classiques de mécanique et celles des mécaniciens de sol, on propose d'utiliser deux systèmes de convention différents. Ainsi :

- le symbole ε (pour une déformation scalaire, en gras $\boldsymbol{\varepsilon}$ pour un tenseur d'ordre 2), désignera une déformation comptée positivement en compression.
- le symbole ϵ (pour une déformation scalaire, en gras $\boldsymbol{\epsilon}$ pour un tenseur d'ordre 2), désignera une déformation comptée positivement en traction.
- les contraintes (tenseur $\boldsymbol{\sigma}$ pour les contraintes microscopiques et tenseur $\boldsymbol{\Sigma}$ pour les contraintes macroscopiques) seront comptées positivement en traction. Aux chapitres 2 et 3, on utilisera les notations usuelles p et q pour la contrainte moyenne et le déviateur des contraintes dans le cadre de l'essai triaxial avec :

$$\begin{cases} q = \sigma_3 - \sigma_1 & (q > 0 \text{ pour une compression triaxiale}) \\ p = -\frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3} & (p > 0) \end{cases} \quad (2.1)$$

2.2.2 Essais de compression uniaxiale

2.2.2.1. Présentation

Les essais de compression uniaxiale sont les plus simples à réaliser et ont fait l'objet des premières expérimentations réalisées dans le cadre de ce travail. Ce type d'essai nous fournit une idée globale sur le comportement du matériau testé. Le paramètre essentiel que l'on peut déterminer à partir de cet essai est la résistance à la compression simple R_c . On peut alors étudier l'influence du processus d'injection sur ce paramètre que l'on considère nul dans le cas d'un assemblage granulaire vierge.

Ces essais nous ont permis également de remarquer la non linéarité du comportement élastique. Les modules élastiques sont obtenus à partir de cycles de charge-décharge à différents niveaux de chargement.

2.2.2.2. Matériel utilisé

On dispose pour ce type d'essai d'une presse électromécanique à déplacement contrôlé. L'effort de compression est mesuré à l'aide d'un capteur d'effort de 50 kN placé au-dessus de l'embase supérieure de l'éprouvette et solidaire du bâti de presse.

Afin de rectifier les surfaces des éprouvettes on dispose d'un système permettant de coller une couche de souffre sur ces deux surfaces de façon à ce qu'elles soient parfaitement planes et parallèles.

Les déformations verticales (axiales) de l'éprouvette sont calculées par mesure de déplacement à l'aide de trois capteurs LVDT (Linear Variable Differential Transformer) de précision $3 \mu\text{m}$ placés à 120° autour de l'éprouvette entre les embases supérieure et inférieure.

Ces capteurs sont reliés à une carte d'acquisition connectée à un micro ordinateur. On contrôle donc en temps réel l'évolution de la contrainte appliquée en fonction de la déformation imposée.

La figure 2.15 présente une vue d'ensemble du dispositif recevant une éprouvette de sable injecté au cours d'un essai de compression uniaxiale.



FIG. 2.15: *Vue du dispositif de compression uniaxiale*

2.2.2.3. Procédure d'essai

Les extrémités des éprouvettes n'étant pas parfaitement planes, on commence alors par y déposer du soufre fondu qui, après solidification, va permettre d'obtenir deux extrémités planes et parallèles.

L'éprouvette est ensuite mise en place sur l'embase inférieure de la presse. On installe l'embase supérieure et on met en place les capteurs LVDT pour la mesure des déplacements. On établit le contact et on règle à zéro les différents capteurs.

On met alors en marche l'acquisition des données et on démarre la presse à une vitesse de cisaillement constante égale à $100 \mu\text{m}/\text{min}$.

2.2.3 Essais triaxiaux

L'utilisation de l'appareil triaxial a été adoptée afin de pouvoir déterminer les modules élastiques du matériau injecté d'une façon précise ; et pour étudier l'effet de la contrainte de confinement et enregistrer la déformation volumique qui n'est pas accessible à partir de l'essai de compression uniaxiale. À l'aide des instruments de mesure de précision (capteurs à effet Hall), cet essai nous permet d'avoir accès aux modules d'élasticité dans la gamme des petites déformations (10^{-4} à 10^{-5} % de déformation). On va pouvoir également déterminer ces modules pour différents états de confinement initiaux, ce qui va nous permettre de bien caractériser la non linéarité du comportement.

L'essai triaxial nous permet également de définir les caractéristiques de rupture du matériau vierge et du matériau injecté.

Il s'agit donc d'un essai plus sophistiqué que l'essai de compression uniaxiale mais dont la mise en place a nécessité quelques développements spécifiques afin de pouvoir faire les essais sur les éprouvettes issues d'une colonne injectée.

2.2.3.1. Matériel utilisé

Le dispositif expérimental est constitué essentiellement d'une cellule triaxiale pouvant supporter une pression de confinement maximale de 2 MPa (20 bars) montée sur une presse électromécanique de 50 kN de capacité (5 tonnes). La figure 2.16 montre une vue de la cellule triaxiale équipée de ses différents dispositifs de mesure annexes. La figure 2.17 présente une vue d'ensemble du poste de travail de l'essai triaxial.

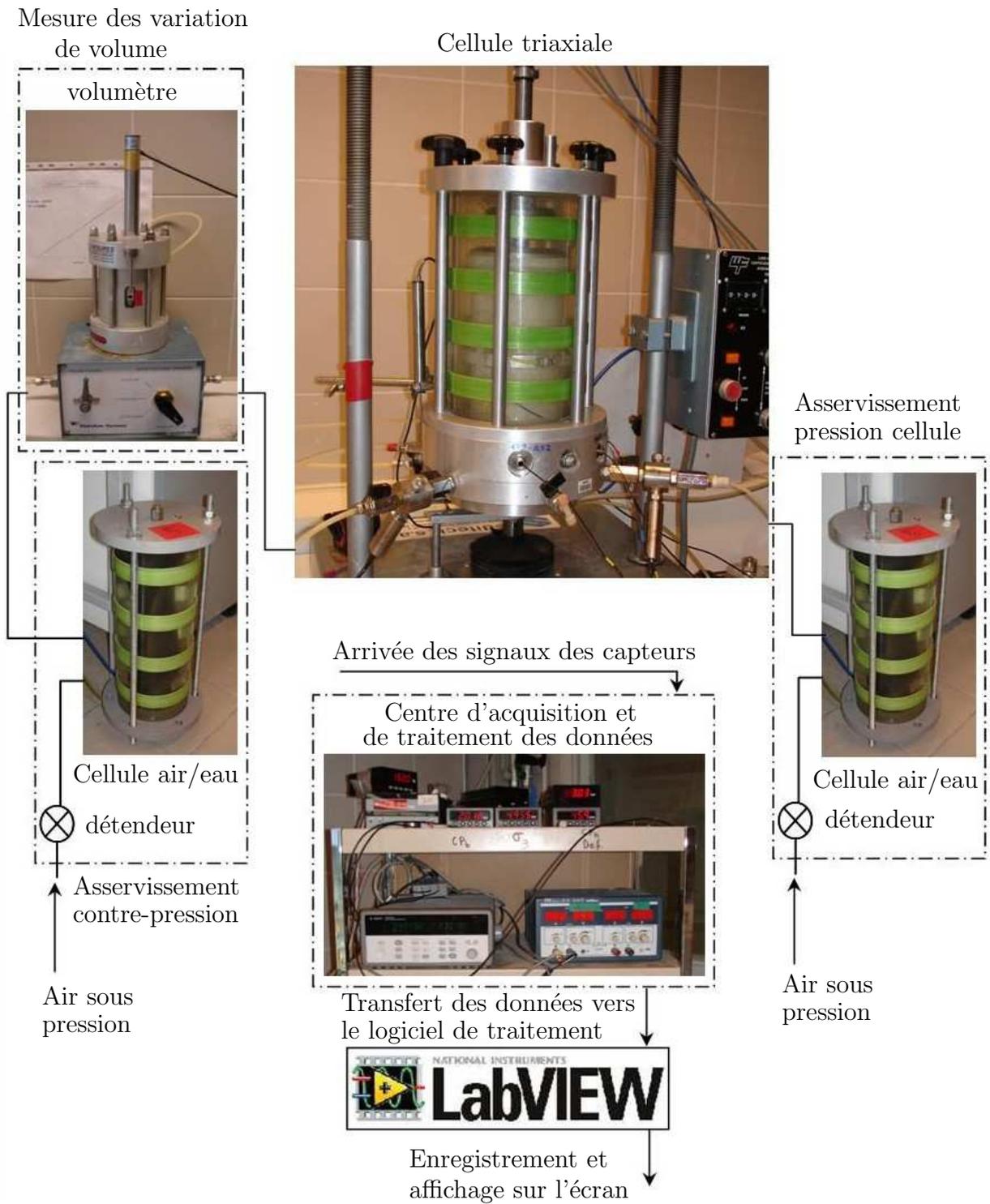


FIG. 2.16: Schéma de la cellule triaxiale équipée de ses dispositifs annexes



FIG. 2.17: *Vue du poste de travail de l'essai triaxial*

Les embases de la cellule permettent de tester des éprouvettes de 100 mm de diamètre et de 200 mm de hauteur. Un deuxième jeu d'embases a été spécialement usiné pour recevoir les éprouvettes issues des colonnes injectées. Ces embases permettent de tester des éprouvettes de 80 mm de diamètre et de 160 mm de hauteur.

L'appareil peut exercer sur ces éprouvettes un chargement isotrope (essai de compression isotrope) ou un chargement triaxial à vitesse de déformation axiale contrôlée. Ces essais ont pour but de déterminer le comportement à la rupture ou encore le comportement en petites déformations. Afin d'avoir accès à cette gamme de déformation, des systèmes spécifiques de mesure ont été utilisés. En effet, les essais triaxiaux conventionnels décrits par la norme NFP 94-074 [49] ne permettent pas de caractériser le comportement des sols dans le domaine des petites déformations car la mesure des efforts et des déformations de l'éprouvette par les moyens classiques, intègre de multiples sources d'erreurs (figure 2.18) (Scholey et al. (1995) [84]; Dufour-Laridan (2001) [35]).

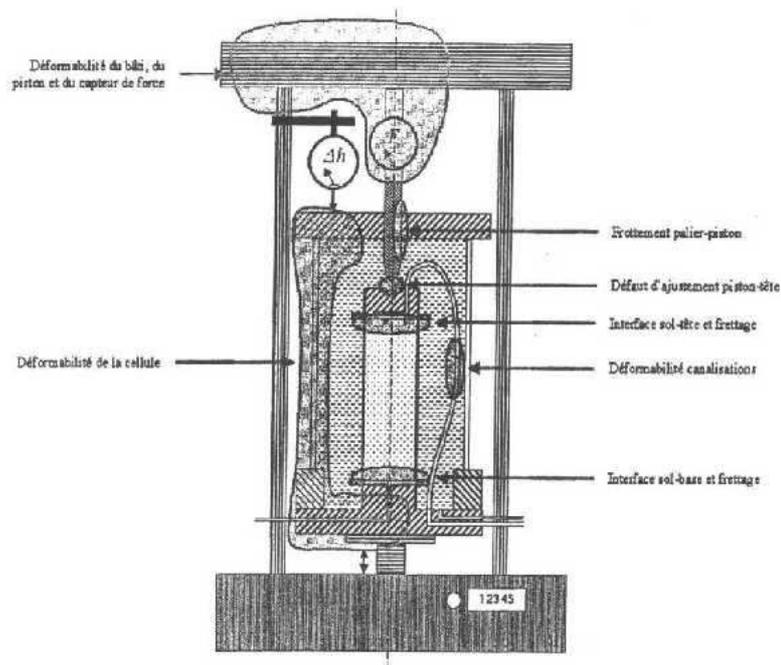


FIG. 2.18: Sources d'erreurs potentielles rendant un montage triaxial classique inapproprié pour des essais en petites déformations (Dufour-Laridan (2001) [35])

Les dispositifs de mesure utilisés dans ces essais sont les suivants :

- **Mesure de déformation axiale externe**

La mesure externe de la déformation axiale de l'éprouvette s'effectue en utilisant un capteur LVDT placé positionné sur le socle de la cellule qui mesure ainsi le déplacement vertical de celle-ci. Ce type de capteur a une précision de 0,1% (40 μm) et présente l'avantage d'avoir une étendue de mesure importante (40 mm). Néanmoins, la mesure externe engendre une perte de précision importante dans la mesure ou elle ne tient pas uniquement compte de la déformation du matériau, mais aussi de celle de la cellule. Elle intègre également des déformations dues au contact entre les surfaces de l'éprouvette et les embases de la cellule.

Ainsi, afin d'évaluer correctement les déformations de l'éprouvette dans la gamme des petites déformations on propose d'utiliser un système de mesures locales.

- **Mesure de déformation axiale locale**

Afin d'évaluer la déformation axiale de l'éprouvette avec davantage de précision, des capteurs de déplacement à effet Hall (Hall effect transducers) ont été fixés sur l'éprouvette comme le montre la figure 2.19. Le principe de la mesure consiste à

quantifier le rapprochement ou l'éloignement de deux points localisés sur l'éprouvette. Ces points sont situés sur une génératrice de l'éprouvette et sont localisés dans le tiers central de celle-ci afin que la mesure ne soit pas influencée par l'effet du frottement. Le dispositif de mesure est constitué de deux parties fixées par collage sur l'éprouvette. La première partie est composée d'un bras en aluminium au bout duquel se trouve un aimant. La seconde partie du dispositif est constituée d'un support sur lequel est fixé un capteur à effet Hall. Le capteur à effet Hall est un semi-conducteur dont la polarité (tension de Hall) dépend de la variation d'intensité du champ magnétique induite par le déplacement de la masse polaire.

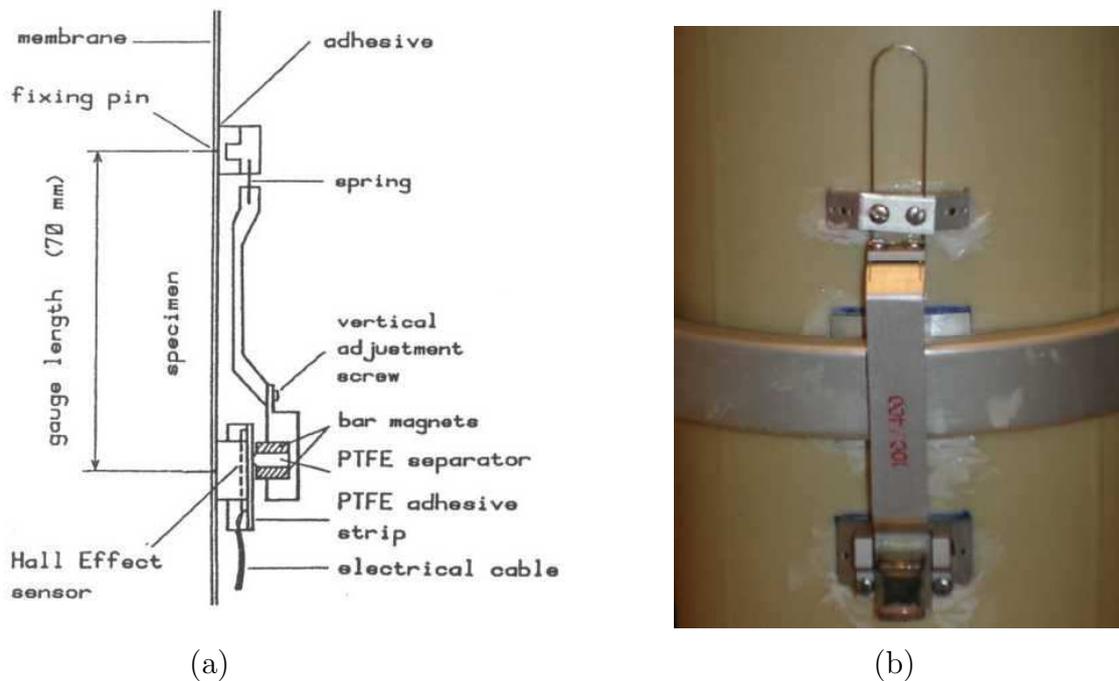


FIG. 2.19: Dispositif de mesure locale de déformation axiale : (a) schéma du dispositif (Dufour-Laridan (2001) [35]); (b) vue du dispositif

Nous avons utilisé des capteurs à effet Hall de marque GDS permettant une mesure de la déformation axiale avec une précision inférieure à $5,7 \mu\text{m}$ dans la gamme de mesure utilisée. La bonne exploitation des résultats de mesure issus de ces capteurs nécessite la prise en compte de la "dérive" qui peut être causée par le facteur environnemental qu'est la température (Dufour-Laridan (2001) [35]) ou encore de la présence de l'eau (Pedro (2004) [73]). Le coefficient de dérive (figure 2.20) est tiré des travaux de Pedro (2004) [73] (il s'agit des mêmes capteurs que ceux utilisés dans le cadre de cette étude).

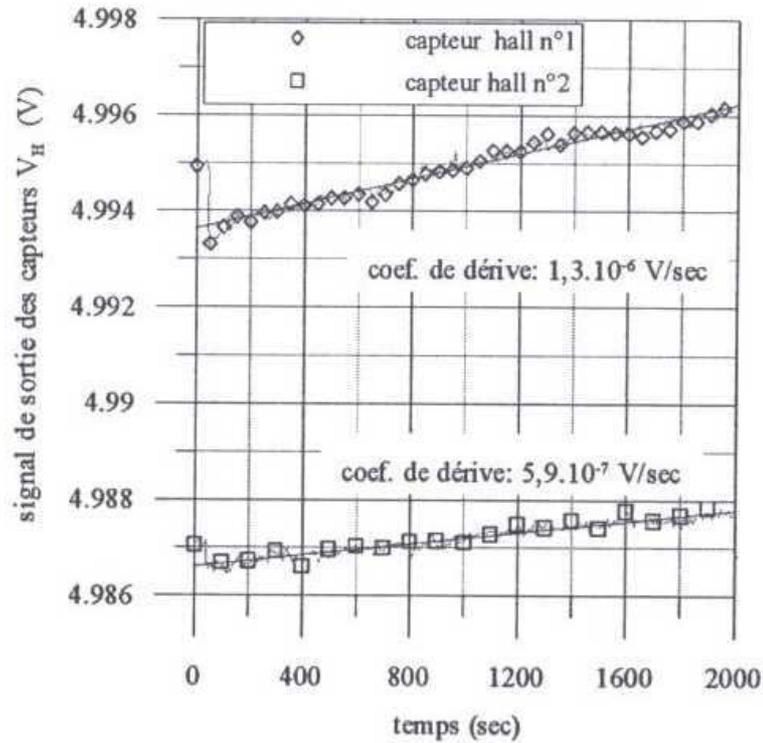


FIG. 2.20: Détermination de la dérive des capteurs à effet Hall (Pedro (2004) [73])

Pendant la durée d'un essai, nous faisons l'hypothèse que cette dérive évolue linéairement avec le temps et nous corrigeons les valeurs des tensions enregistrées tout au long de l'essai.

La déformation axiale correspond au rapport :

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (2.2)$$

où :

- Δl représente le rapprochement ou l'éloignement des deux points de fixation du système de mesure ;
- l_0 correspond à la distance entre ces deux points d'attache.

Afin que la déformation axiale mesurée localement soit plus représentative de la déformation globale de l'éprouvette, deux systèmes de mesure sont fixés en opposition diamétrale sur l'éprouvette (figure 2.21). La différence entre les deux déformations axiales $\varepsilon_{a,1}$ et $\varepsilon_{a,2}$ peut être attribuée à une hétérogénéité du matériau (constatée notamment sur les éprouvettes issus des colonnes n'ayant pas été mises en rotation sur le "dispositif rotatif") ou encore à une excentricité de l'effort vertical. La

déformation axiale globale ε_a est alors calculée en faisant la moyenne de ces deux déformations :

$$\varepsilon_a = \frac{(\varepsilon_{a,1} + \varepsilon_{a,2})}{2} \quad (2.3)$$



FIG. 2.21: *Fixation des capteurs axiaux et radial du système de mesure locale*

- **Mesure de la déformation radiale**

La mesure de la déformation radiale de l'éprouvette ε_r est réalisée en utilisant également des capteurs à effet Hall avec un dispositif de mesure spécialement adapté. Le bras aimanté et le capteur sont désormais fixés sur des arcs de cercles qui entourent l'éprouvette. Pour les éprouvettes issues des colonnes injectées un dispositif spécial a été usiné afin de s'adapter au diamètre 80 mm. La figure 2.21 montre une vue du dispositif (capteur radial plus deux capteurs axiaux) fixé sur une éprouvette et la figure 2.22 illustre la méthode de calcul de la déformation radiale de l'éprouvette qui consiste à évaluer la variation de diamètre de celle-ci sur sa section centrale. La déformation radiale ε_r est alors donnée par la relation suivante :

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta r}{r} \quad \text{avec} \quad \Delta r = r_0 - r \quad (2.4)$$

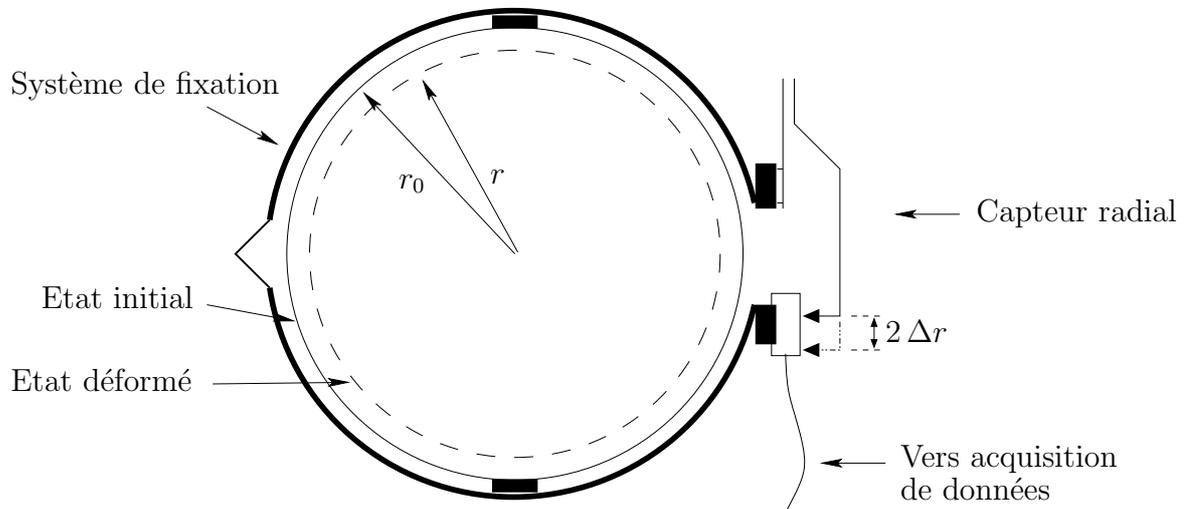


FIG. 2.22: Principe du système de mesure des déformations radiales

- **Mesure externe de la déformation volumique**

Lors de la phase de consolidation isotrope et de la réalisation des essais de compression triaxiale menés jusqu'à la rupture de l'éprouvette et lors de l'essai de compression isotrope, les variations de volume de l'échantillon sont mesurées en quantifiant le volume d'eau drainé par l'éprouvette.

Le dispositif de mesure utilisé est un volumètre de 100 cm³ de capacité. Cet appareil est placé en série entre le système d'asservissement de la contre-pression et la sortie de drainage de la cellule (voir figure 2.16). Le système est constitué d'une enceinte hermétique à l'intérieur de laquelle coulisse une membrane. Le déplacement de celle-ci sous l'effet du flux d'eau drainé par l'éprouvette testée, est mesuré par un capteur LVDT.

Selon le constructeur, ce dispositif de mesure a une précision de $\pm 0,05$ ml. Cette précision n'est valable que dans les conditions d'utilisation suivantes :

- l'éprouvette et le circuit d'asservissement de la contre-pression sont parfaitement saturés ;
- le fluide est incompressible (c'est le cas de l'eau désaéré) ;
- les éléments du circuit de drainage (tuyaux et raccords) sont indéformables.

La déformation volumique ε_v de l'éprouvette est alors donnée par la relation suivante :

$$\varepsilon_v = -\frac{\Delta V}{V} = -\text{tr } \epsilon \quad (2.5)$$

où :

- ΔV correspond au volume d'eau drainé par l'éprouvette et donc à la variation de volume de celle-ci (l'éprouvette étant parfaitement saturée en eau) ;
- V représente le volume de l'éprouvette.

- ***Mesure locale de la déformation volumique***

La seconde méthode dont nous disposons pour mesurer les variations de volume de l'éprouvette consiste à calculer sa déformation volumique ε_v à partir des déformations locales mesurées grâce aux capteurs à effet Hall. ε_v est déterminée de la façon suivante :

$$\varepsilon_v = \varepsilon_a + 2\varepsilon_r \quad (2.6)$$

Dans le cas des essais triaxiaux menés jusqu'à rupture de l'éprouvette et des essais de compression isotrope, les déformations volumiques sortent de la gamme des petites déformations. L'utilisation de cette technique n'est donc pas appropriée dans la mesure où elle est plutôt destinée aux mesures effectuées dans la gamme des petites déformations. On abandonne donc l'utilisation de cette technique au profit de la mesure externe présentée précédemment.

- ***Mesure de l'effort vertical***

Afin que la mesure de l'effort vertical n'intègre pas les efforts de frottement entre le piston et le couvercle de la cellule, le capteur d'effort est placé à l'intérieur de la cellule (capteur interne). Il s'agit d'un capteur de force immergeable, de marque GDS, son étendue de mesure est de 32 kN et sa précision est de l'ordre de 32 N (équivalent à une précision de 6 kPa sur le déviateur des contraintes pour une éprouvette de 80 mm de diamètre).

- ***Dispositifs de contrôle de la pression de confinement et de la contre-pression***

Le dispositif d'asservissement des pressions d'eau est constitué d'un détendeur permettant de régler la pression d'air provenant d'un compresseur. Cette pression d'air

est transformée en pression d'eau par le biais d'une cellule air-eau (voir figure 2.16).

La figure 2.23 présente le schéma de principe d'une cellule air-eau.

La pression de confinement et la pression interstitielle sont mesurées avec des capteurs de pression à membrane ayant une étendue de mesure de 10 MPa avec une précision de 0,05% (5 kPa). Ces capteurs sont connectés à un bloc désaérateur afin d'assurer la saturation des circuits de mesure.

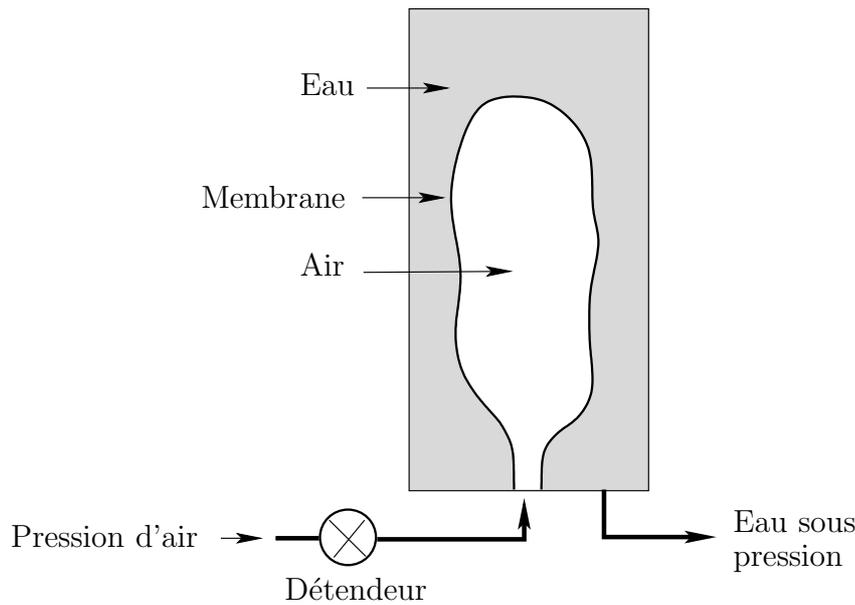


FIG. 2.23: *Cellule air-eau*

2.2.3.2. Procédure d'essai

Après le découpage de la colonne selon le procédé décrit dans la section 2.1.5 (voir figure 2.14), l'éprouvette de sable injecté est placée sur l'embase inférieure de la cellule triaxiale. On place l'éprouvette dans une membrane en latex et on positionne ensuite l'embase supérieure. Les systèmes de mesure locale sont collés sur l'éprouvette à des emplacements préalablement marqués sur la membrane. La figure 2.24 montre une vue de l'éprouvette de sable injecté équipée des capteurs à effet Hall.

Ensuite, la procédure classique de l'essai triaxial est suivie (norme NFP 94-074 [49]) : monter la cellule et la remplir d'eau, circulation de CO₂, saturation en eau désaérée, application d'une pression de confinement initiale p_{conf}^0 .



FIG. 2.24: *Vue d'une éprouvette de sable injecté équipée des capteurs à effet Hall et placée sur la base de la cellule triaxiale*

La pression de confinement p_{conf} est définie par :

$$p_{conf} = p_{cell} - u_0 \quad (2.7)$$

où p_{cell} est la pression de la cellule et u_0 est la contre-pression (pression de pore à l'intérieur de l'éprouvette).

Notons que pendant la phase de saturation, la circulation de l'eau était rapide ce qui confirme que le matériau injecté reste assez largement poreux après injection. Cette constatation est d'ailleurs confirmée par les essais de porosimétrie à intrusion de mercure ou encore par les observations au MEB réalisées dans le cadre de la caractérisation microstructurale décrite dans le chapitre 4.

L'essai triaxial se poursuit ensuite en deux phases :

- La première phase de l'essai a pour but la détermination des modules d'élasticité à faibles déformations pour différents états de confinement initiaux. Pour cela on applique un déviateur de contrainte q jusqu'à ce que l'éprouvette se déforme axialement d'environ $7 \cdot 10^{-5}$. Puis on décharge axialement en ramenant la valeur de q à 0. En faisant une approximation linéaire des points de mesures, on en déduit le module d'Young à cet état de confinement initial. Par la suite, on augmente par palier la pression de confinement p_{conf} et l'on répète la procédure de charge-décharge sur chaque palier de déformation. La figure 2.25 présente le chemin de chargement imposé à l'éprouvette lors de cette phase d'essai.

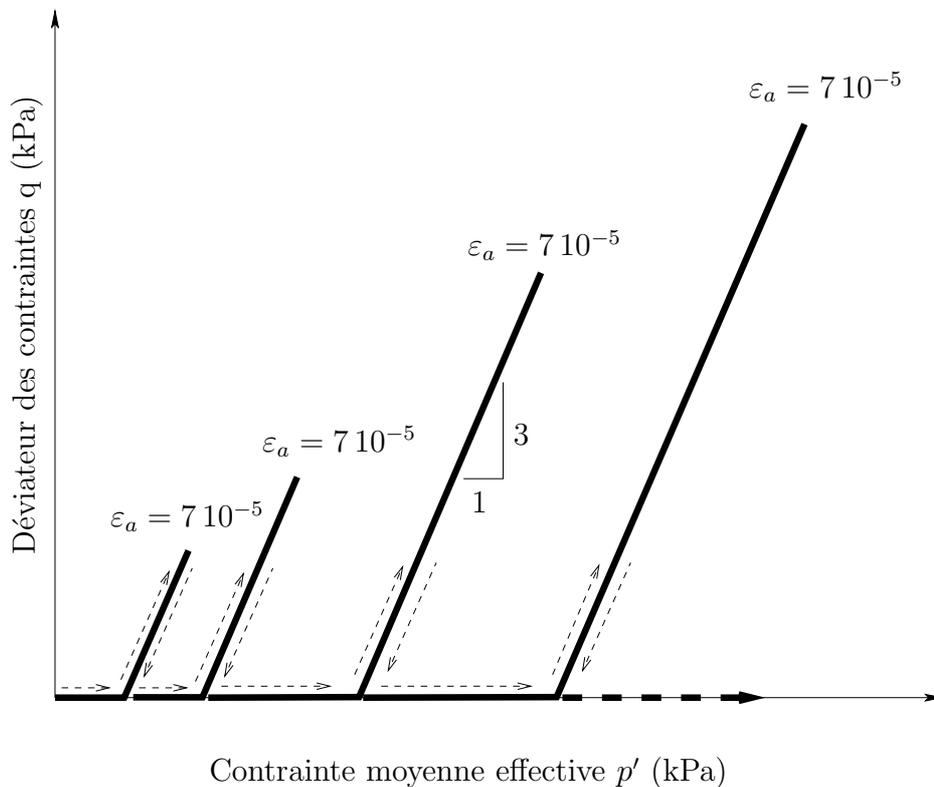


FIG. 2.25: *Chemin de chargement appliqué à l'éprouvette*

- La deuxième étape de l'essai consiste à mener l'éprouvette jusqu'à l'état de rupture. Cette étape permet alors de viser un autre paramètre de comportement, à savoir la résistance ultime du matériau pour un état de confinement donné. Cet essai nous donne alors un point dans l'enveloppe de rupture du matériau. Cette étape est alors répétée sur plusieurs éprouvettes de même nature et à différents

états initiaux de confinement afin d'en déduire les caractéristiques de rupture du matériau testé (cohésion, angle de frottement, ...).

2.2.4 Essais de compression isotrope

À partir de cet essai, on détermine le module de compression isotrope sécant k^{exp} . On utilise la même cellule et les mêmes dispositifs de mesure que ceux utilisés lors de l'essai triaxial. Après avoir atteint la pression de confinement initiale p_{conf}^0 qui assure le maintien de l'éprouvette, l'essai se poursuit en augmentant progressivement la pression de confinement p_{conf} . Simultanément, on mesure la variation de volume de l'éprouvette à l'aide du dispositif décrit dans la section 2.2.3.1. On trace alors la courbe représentative de l'évolution de la pression de confinement p_{conf} en fonction de la déformation volumique ε_v de l'éprouvette (voir figure 2.27).

La procédure d'essai peut être schématisée par la figure suivante (figure 2.26) :

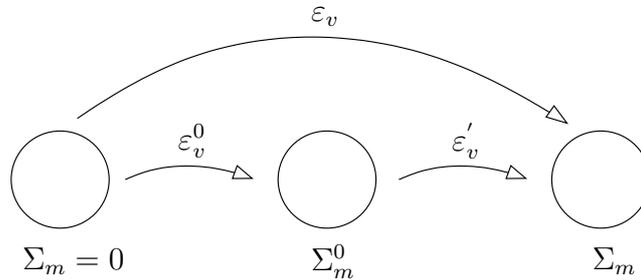


FIG. 2.26: Schéma de contrainte appliqué lors d'un essai de compression isotrope sur du sable

où Σ_m désigne la contrainte moyenne effective. Dans le cas d'un essai de compression isotrope on peut la relier à la pression de confinement par : $\Sigma_m = -p_{conf}$ où encore $|\Sigma_m| = p_{conf}$. ε_v^0 désigne la déformation volumique suite à l'application de la contrainte initiale de maintien $\Sigma_m^0 = -p_{conf}^0$. ε_v représente la déformation volumique totale de l'échantillon et ε'_v la déformation volumique effective : $\varepsilon'_v = \varepsilon_v - \varepsilon_v^0$.

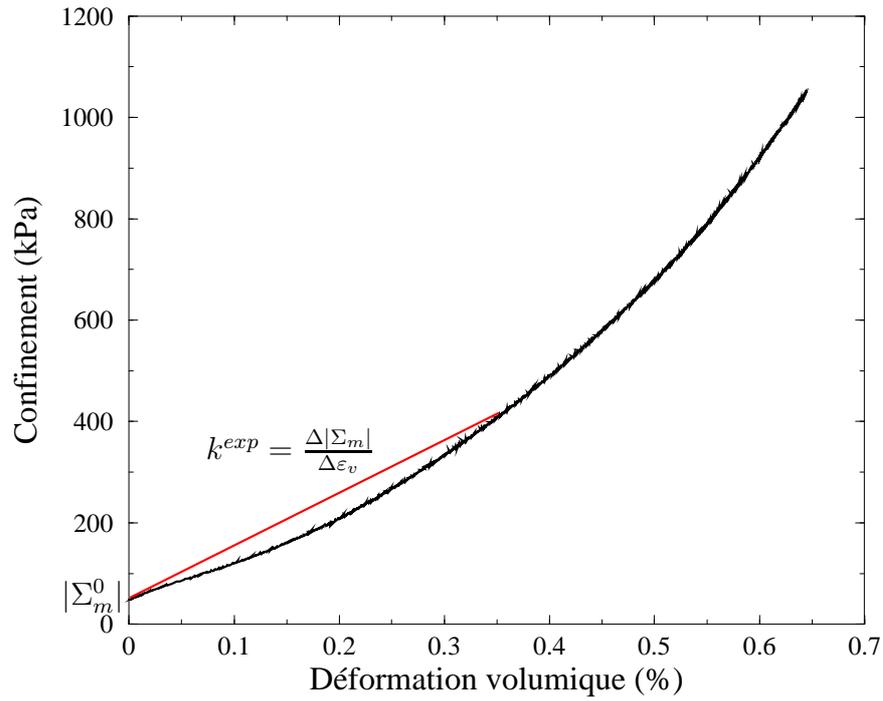


FIG. 2.27: *Essai de compression isotrope ; détermination du module de compression isotrope sécant*

Le module de compression isotrope sécant est ensuite calculé de la façon suivante (voir figure 2.27) :

$$k^{exp}(|\Sigma_m|) = \frac{\Delta p_{conf}}{\Delta \varepsilon_v} = \frac{\Delta |\Sigma_m|}{\Delta \varepsilon_v} = \frac{|\Sigma_m| - |\Sigma_m^0|}{\varepsilon_v - \varepsilon_v^0} \quad (2.8)$$

Notons que ces mesures ont été effectuées avec le volumètre, la gamme de déformation considérée est donc plus importante que celle obtenue par le dispositif de mesure locale. On parle alors de coefficient élastique dans la gamme des déformations intermédiaires (de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-3}).

2.3 Essais de porosimétrie à intrusion de mercure

2.3.1 Principe de l'essai de porosimétrie à intrusion de mercure

La porosimétrie au mercure (Lefebvre et Delage (1983) [60]) est une technique qui permet de déterminer la distribution des pores d'un échantillon de matériau présentant une phase poreuse. La porosimétrie au mercure permet également de déterminer le volume poreux de l'échantillon et d'en déduire, par la suite, sa porosité. Le principe de l'essai porosimétrique repose sur le fait qu'un fluide non mouillant, comme le mercure, n'entre pas au sein d'un milieu poreux à moins qu'une pression lui soit appliquée. En assimilant les pores à des tubes capillaires, la pression P appliquée au mercure est reliée au rayon d'entrée d'accès au pores par la loi de Laplace :

$$P = \frac{2\sigma \cos \theta}{r} \quad (2.9)$$

où $\sigma = 0.484N/m$ est la tension superficielle du mercure, et $\theta = 141^\circ$ est l'angle de contact entre la surface solide et le mercure.

Ainsi, au fur et à mesure que la pression P augmente, les pores de taille de plus en plus petite sont remplis par le mercure. Le résultat de l'essai donne l'allure du volume poreux cumulé en fonction du rayon d'accès des pores, on obtient ainsi la distribution de tailles des pores au sein de l'échantillon.

2.3.2 Limite de l'essai porosimétrique ordinaire et adaptation de la procédure

Au cours d'un essai porosimétrique ordinaire au mercure, la pression d'injection de mercure P débute à partir de la pression atmosphérique et peut monter jusqu'à 2000 bars. Cette plage de pression permet d'analyser une gamme de rayons d'accès au pores variant de $7,5 \cdot 10^{-6}m$ à $3,76 \cdot 10^{-9}m$. Ces essais sont donc adaptés à des matériaux dont la phase poreuse est constituée par des micropores ou des mésopores. À titre d'exemple on peut citer les argiles ou les pâtes de ciment hydraté. Par ailleurs, les observations microscopiques au MEB ont mis en évidence que les échantillons de sable injecté présentent une phase macroporeuse décrite par l'espace entre les grains de sable

et le ciment hydraté et une phase microporeuse décrivant la porosité de la phase de ciment hydraté. Les rayons d'accès de la phase macroporeuse sont de l'ordre de quelques dizaines de micromètres, aussi n'entrent-ils pas dans la gamme des rayons d'accès d'un essai porosimétrique classique. On a mis au point, à cet effet, une procédure d'essai adapté à ce type de matériau. La procédure développée comporte également une phase permettant de mesurer le volume de l'échantillon testé. Cette procédure peut être décrite en cinq étapes :

2.3.2.1. 1^{ère} étape : préparation et séchage de l'échantillon

Les échantillons utilisés pour la porosimétrie à intrusion de mercure sont prélevés à différents niveaux le long d'une colonne de sable injecté après la période de cure de 28 jours. Il s'agit des niveaux intermédiaires, conformément au découpage de la colonne décrit dans la section 2.1.5 et schématisé sur la figure 2.14. Ces échantillons sont découpés soigneusement sous forme de cubes de l'ordre de 5 mm de côté. La masse de l'échantillon humide varie entre 3 et 4 grammes. Ces échantillons sont ensuite séchés dans une étuve à 60 °C pendant 24 heures. On estime que cette durée permet l'évaporation de toute l'eau piégée dans le réseau poreux de l'échantillon. On estime également que cette méthode de séchage ne modifie pas la structure du matériau et n'induit pas de fissuration au sein de l'échantillon.

2.3.2.2. 2^{ème} étape : conditionnement et remplissage du dilatomètre au mercure

On introduit l'échantillon de sol injecté séché dans un dilatomètre (figure 2.28) et on mesure sa masse. On positionne le dilatomètre dans le système de remplissage du mercure et on applique le vide pendant 24 heures. Ce vide permet de pomper tout l'air présent dans le réseau poreux de l'échantillon. Le remplissage du mercure se fait par la suite, jusqu'à atteindre le niveau indiqué sur le tube capillaire du dilatomètre. Le remplissage s'effectue avec un faible débit de mercure afin de s'assurer d'un remplissage complet du dilatomètre. La figure 2.29 présente une vue d'ensemble du banc de remplissage d'un dilatomètre avec du mercure.

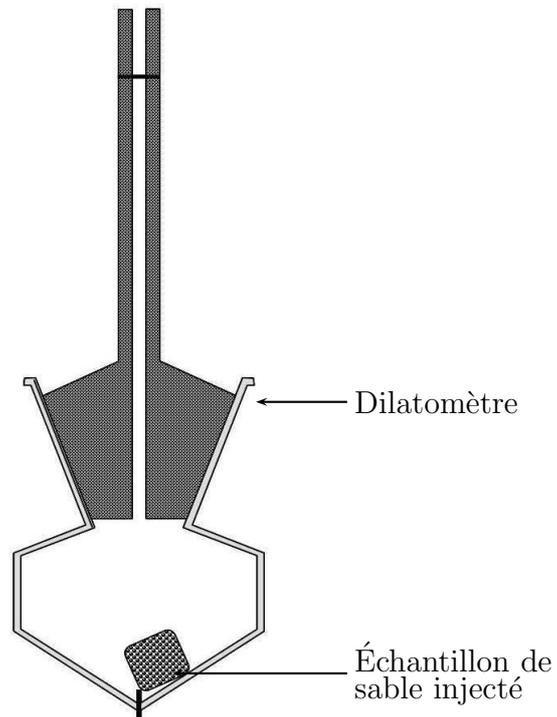


FIG. 2.28: Échantillon de sable injecté à l'intérieur d'un dilatomètre



FIG. 2.29: Vue du dispositif de remplissage du dilatomètre au mercure

2.3.2.3. 3^{ème} étape : caractérisation de la macroporosité

La pompe à vide utilisée permet d'atteindre une pression égale à $3 \cdot 10^{-5}$ bars ce qui correspond à un rayon d'accès égal à 0,25 m. La pression dans le dilatomètre est mesurée à partir d'un capteur de pression spécialement installé sur le banc de remplissage au mercure (figure 2.29). Le vide est ensuite diminué par paliers jusqu'à la pression atmosphérique, notée ici 1 bar. Cette pression correspond à un rayon d'accès égal à $7,5 \cdot 10^{-6}$ m. Le passage du vide à la pression atmosphérique nous permet donc d'investiguer une gamme de rayons d'accès aux pores variant de 0,25 m à $7,5 \cdot 10^{-6}$ m. C'est justement dans cette gamme qu'on retrouvera les macropores de l'échantillon, ceci se manifeste par une baisse du niveau de mercure dans le tube capillaire du dilatomètre. Cette diminution du niveau de mercure est mesurée à chaque niveau de pression par un dispositif optique permettant d'avoir une bonne précision de lecture (figure 2.30). Cette mesure nous permet donc de déterminer le volume de mercure qui a pénétré dans l'échantillon pour chaque niveau de pression. À ce dernier, on associe le rayon d'accès correspondant. À l'issue de cette étape, on peut alors tracer le début de la courbe porosimétrique représentant le volume de mercure introduit dans la structure en fonction du rayon d'accès aux pores, et ce, pour les rayons d'accès variant entre 0,25 m et $7,5 \cdot 10^{-6}$ m (voir figure 2.31).



FIG. 2.30: *Dispositif optique pour la lecture du niveau de mercure*

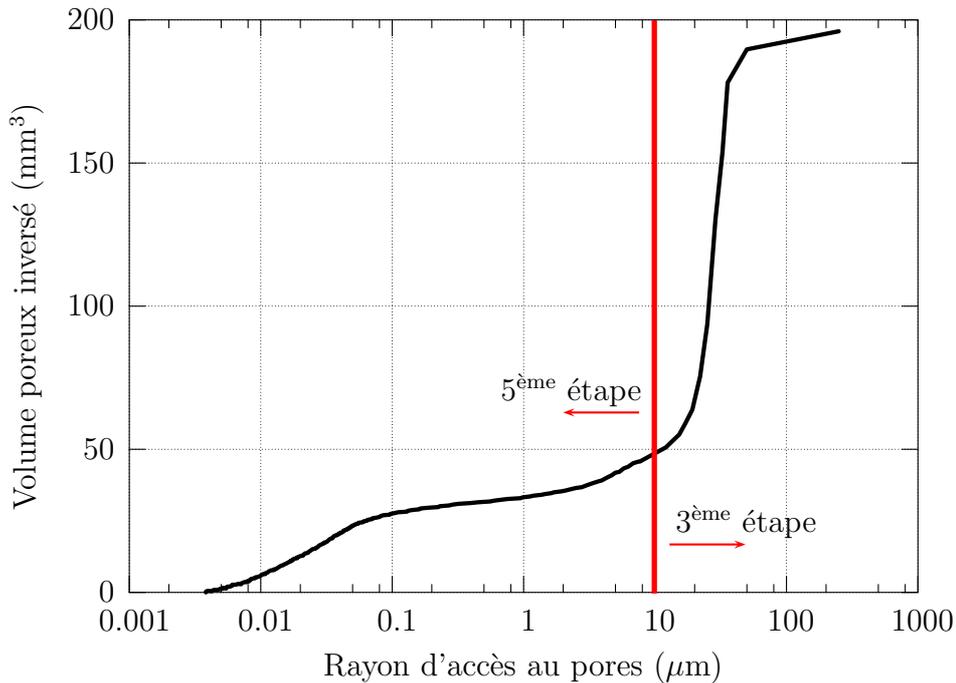


FIG. 2.31: Construction de la courbe porosimétrique à partir des étapes 3 et 5 de l'essai

2.3.2.4. 4^{ème} étape : mesure du volume de l'échantillon

Connaissant le volume des vides V_v (égale au volume de mercure qui a pénétré dans l'échantillon), la détermination de la porosité finale de l'échantillon φ_f nécessite la connaissance du volume total de l'échantillon V_t :

$$\varphi_f = \frac{V_v}{V_t} \quad (2.10)$$

Pour la mesure du volume V_t , une technique expérimentale a été mise au point, inspirée de l'essai au picnomètre. La figure 2.32 illustre les étapes expérimentales nécessaires pour la détermination du volume de l'échantillon.

Les étapes à suivre sont les suivantes :

- On note la masse du dilatomètre vide $M_{d,v}$;
- Le dilatomètre est ensuite rempli sous vide avec du mercure jusqu'à la marque

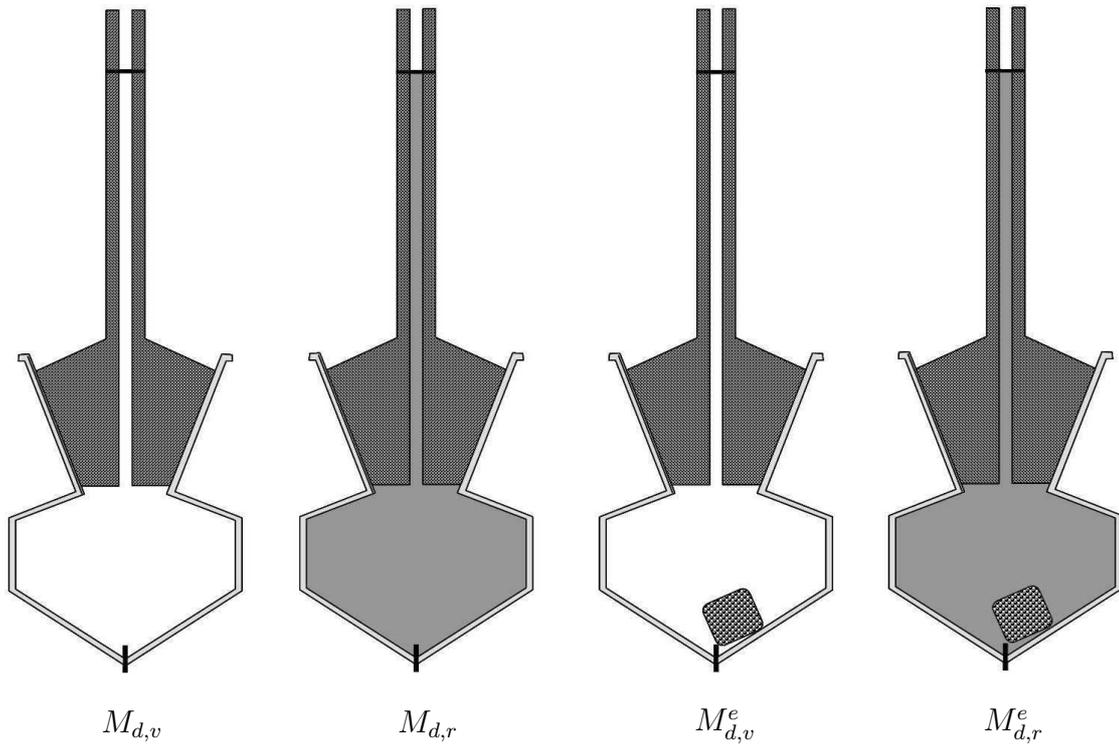


FIG. 2.32: *Étapes expérimentales nécessaires pour déterminer le volume de l'échantillon*

indiquée sur le tube capillaire. On détermine ainsi la masse totale du dilatomètre rempli de mercure, on la note $M_{d,r}$;

- On vide le dilatomètre et on met l'échantillon à tester. On note ainsi la masse du dilatomètre avec l'échantillon $M_{d,v}^e$;
- On remplit ensuite sous vide le dilatomètre contenant l'échantillon jusqu'à la même marque indiquée sur le tube capillaire. On note alors la masse du dilatomètre avec l'échantillon, rempli de mercure $M_{d,r}^e$.

Le volume de l'échantillon est par la suite calculé comme la masse de mercure correspondant au volume de l'échantillon divisée par la masse volumique du mercure $\rho_m = 13,6 \text{ g/cm}^3$:

$$V_t = \frac{(M_{d,r}^e - M_{d,v}^e) - (M_{d,r} - M_{d,v})}{\rho_m} \quad (2.11)$$

2.3.2.5. 5^{ème} étape : caractérisation de la microporosité

Le dilatomètre contenant l'échantillon et rempli de mercure est par la suite introduit dans l'autoclave du porosimètre. On remplit ensuite l'autoclave par de l'huile supportant les haute pressions. Le porosimètre est muni d'un capteur de volume permettant de mesurer le volume d'huile entrant ou sortant de l'autoclave. Un capteur de pression permet de donner la pression à l'intérieur de l'autoclave. Ces deux capteurs sont reliés à un système d'acquisition de données permettant d'afficher en temps réel le volume de mercure rentrant dans les pores de l'échantillon (égal au volume de l'huile rentrant dans l'autoclave), et ce, en fonction de la pression d'intrusion exercée par l'huile sur le mercure. La figure 2.33 présente une vue d'ensemble du porosimètre à intrusion de mercure et du système d'acquisition de données correspondant.



FIG. 2.33: *Vue du porosimètre à intrusion de mercure et du système d'acquisition correspondant*

L'essai consiste alors à augmenter la pression sur le mercure en partant de la pression atmosphérique, jusqu'à une pression égale à 2000 bars. Ceci permet d'avoir accès à une gamme de rayon d'accès aux pores allant de $7,5 \cdot 10^{-6}$ m jusqu'à $3,76 \cdot 10^{-6}$ m. Ces données permettent alors de compléter la courbe porosimétrique dont on a déterminé

la partie initiale dans l'étape 3. On présente, sur la figure 2.31 une allure typique de courbe porosimétrique obtenue pour un échantillon de sable injecté réalisé suite aux deux étapes 3 et 5.

2.4 Conclusions

On dispose d'un dispositif d'injection de colonne de sable par un coulis de ciment permettant de reproduire des éprouvettes qu'on utilise dans les différents essais de caractérisation du comportement mécanique et de la microstructure. Ce dispositif est doté d'une instrumentation bien développée. Il permet donc, de reproduire avec une bonne répétabilité, le matériau sable injecté.

On dispose également d'un dispositif triaxial, doté d'un système de mesure locale des faibles déformations, spécialement adapté pour recevoir nos éprouvettes issus du découpage des colonnes de sable injecté. Il permet d'étudier, avec une bonne précision, le comportement du matériau injecté sur une large gamme de déformations : cela va des petites déformations jusqu'aux déformations correspondant à la rupture. Nous avons décrit, dans ce chapitre, les procédures des différents essais mécaniques entrepris dans le cadre de cette étude. Il s'agit des essais de compression uniaxiale pour l'étude de la résistance en compression simple ; des essais de compression isotrope pour la détermination du comportement dans la gamme des déformations intermédiaire (de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-3}) ; et des essais de cisaillement triaxial pour l'étude du comportement dans la gamme des petites déformations (de l'ordre de 10^{-5} à 10^{-4}) et pour la détermination des caractéristiques de rupture.

Enfin, nous disposons d'un porosimètre à intrusion de mercure, capable de caractériser au mieux la microstructure poreuse du matériau étudié. Nous avons mis au point une procédure spéciale pour ce type de matériau qui présente une phase macroporeuse très importante. Nous avons également établi une technique précise de mesure du volume de l'échantillon dans le but de déterminer la porosité finale d'un sable après injection et prise du ciment.

Chapitre 3

Comportement mécanique : résultats expérimentaux

Sommaire

3.1	Essais d'injection de colonne	87
3.1.1	Matériaux utilisés	87
3.1.2	Programme expérimental	90
3.1.3	Résultats typiques	92
3.1.4	Répétabilité des essais	95
3.1.5	Influence de la concentration en ciment du coulis injecté . . .	96
3.2	Description du comportement type et comparaison avec le sable	98
3.2.1	Courbe de cisaillement	98
3.2.2	Courbe de déformation volumique	100
3.2.3	Mode de rupture de l'éprouvette	100
3.2.4	Analogie avec le comportement du sable	100
3.2.5	Influence de la position dans la colonne sur les comportements observés	103
3.3	Comportement en petites déformations	106
3.3.1	Comportement du sable pur sous chargement isotrope : gamme des déformations intermédiaires	107

3.3.2	Comportement du sable vierge sous chargement triaxial : gamme des petites déformations	111
3.3.3	Validation de la procédure expérimentale	116
3.3.4	Comportement du milieu injecté sous chargement isotrope : gamme des déformations intermédiaires	118
3.3.5	Chargement triaxial : gamme des petites déformations (de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-5})	123
3.4	Comportement irréversible du matériau injecté	128
3.4.1	Résistance à la compression simple	128
3.4.2	Essais triaxiaux : Construction de l'enveloppe de rupture	133
3.4.3	Relation entre la cohésion et la fraction de ciment	141
3.5	Conclusions	143

On présente, dans ce chapitre, l'ensemble des résultats obtenus lors des essais mécaniques réalisés dans le cadre de ce travail.

On présente en premier lieu les résultats des essais d'injection de colonne. Ces résultats nous permettront de vérifier la répétabilité de fabrication des colonnes, et par conséquent, celle des éprouvettes destinées aux essais mécaniques. Ensuite on décrit la réponse globale d'une éprouvette de matériau injecté. Dans la troisième partie on s'intéresse à la caractérisation du comportement réversible du matériau vierge et injecté. La dernière partie de ce chapitre est dédiée au comportement irréversible (comportement à la rupture) du matériau vierge et injecté.

On utilisera, dans ce chapitre, les notations classiques des mécaniciens de sol (cf. section 2.2.1).

Ces résultats expérimentaux serviront de support pour orienter et valider les modèles proposés à la fois pour les petites déformation (élasticité, voir chapitre 5) et en grande déformations (rupture, voir chapitre 6).

3.1 Essais d'injection de colonne

3.1.1 Matériaux utilisés

3.1.1.1. Le matériau vierge

Tout les essais ont été réalisés sur le sable de Fontainebleau (de la société SIFRACO) qui est un sable fin siliceux de forme sub-arrondie (figure 3.1). La courbe granulométrique de ce sable (figure 3.2) montre qu'il s'agit d'un sable fin et uniforme. Ses principales caractéristiques sont regroupées dans le tableau 3.1.

D_{50} (μm)	CU	e_{min}	e_{max}	ρ_s (g/cm^3)	$\rho_{d,min}$ (g/cm^3)	$\rho_{d,max}$ (g/cm^3)
242	1,52	0,54	0,94	2,65	1,37	1,72

TAB. 3.1: *Caractéristiques du sable de Fontainebleau*

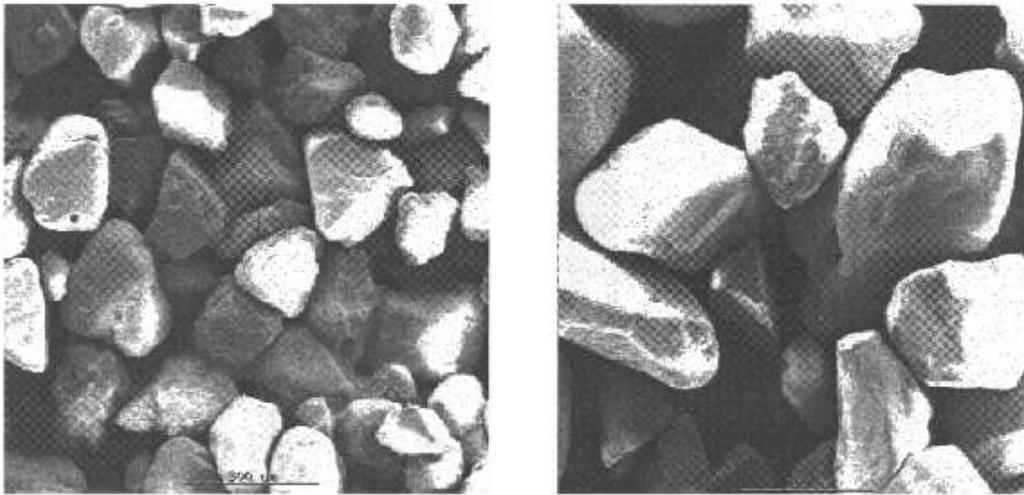


FIG. 3.1: Vue au MEB du sable de Fontainebleau (d'après Benhamed (2001) [9])

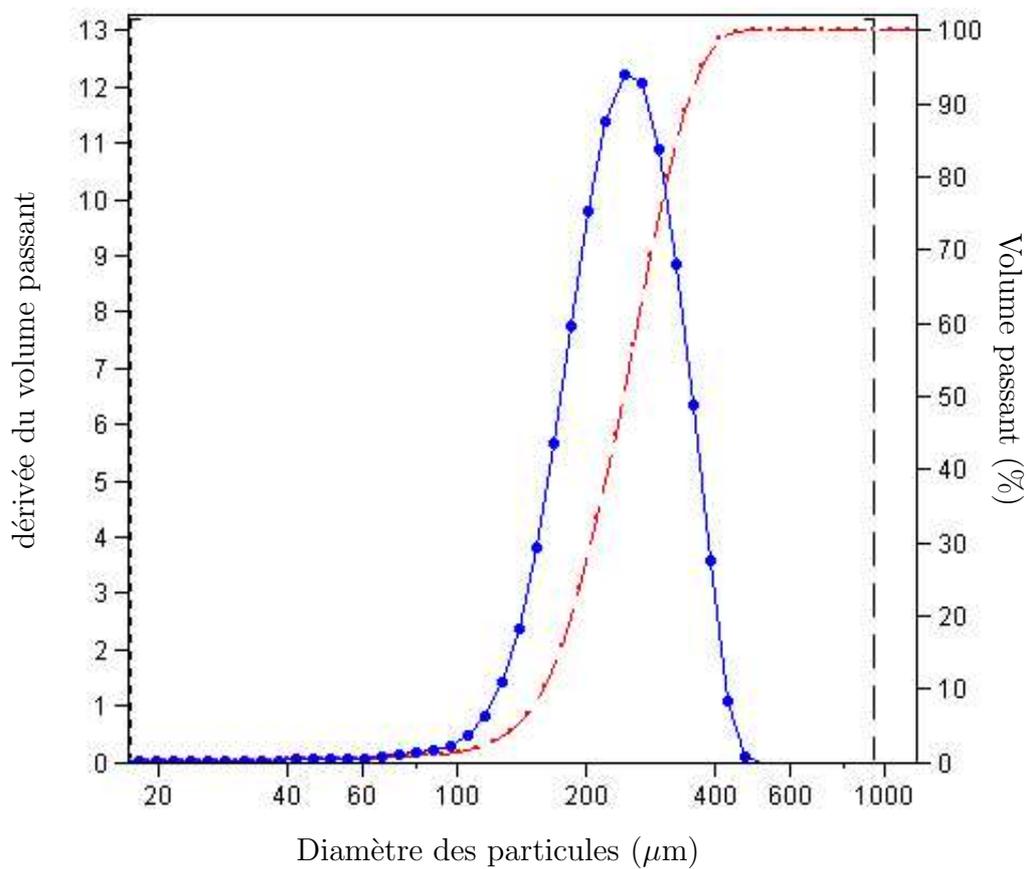


FIG. 3.2: Courbe granulométrique du sable de Fontainebleau, réalisée au granulomètre laser

3.1.1.2. Le coulis de ciment

Le coulis de ciment injecté dans les colonnes de sable est composé d'un mélange de ciment et d'eau avec une proportion massique C/E (ciment / eau) choisie au préalable. Le ciment utilisé est le Spinor A12 fabriqué par la société Holcim. Il s'agit d'un liant ultra fin de granulométrie inférieure à $12\ \mu\text{m}$, issu du broyage d'une composition à base de laitier et de clinker. Sa masse volumique est de $2,94\ \text{g}/\text{cm}^3$.

La figure 3.3 présente la courbe granulométrique du Spinor A12 sur laquelle on peut vérifier que toutes les particules ont bien un diamètre inférieur à $12\ \mu\text{m}$.

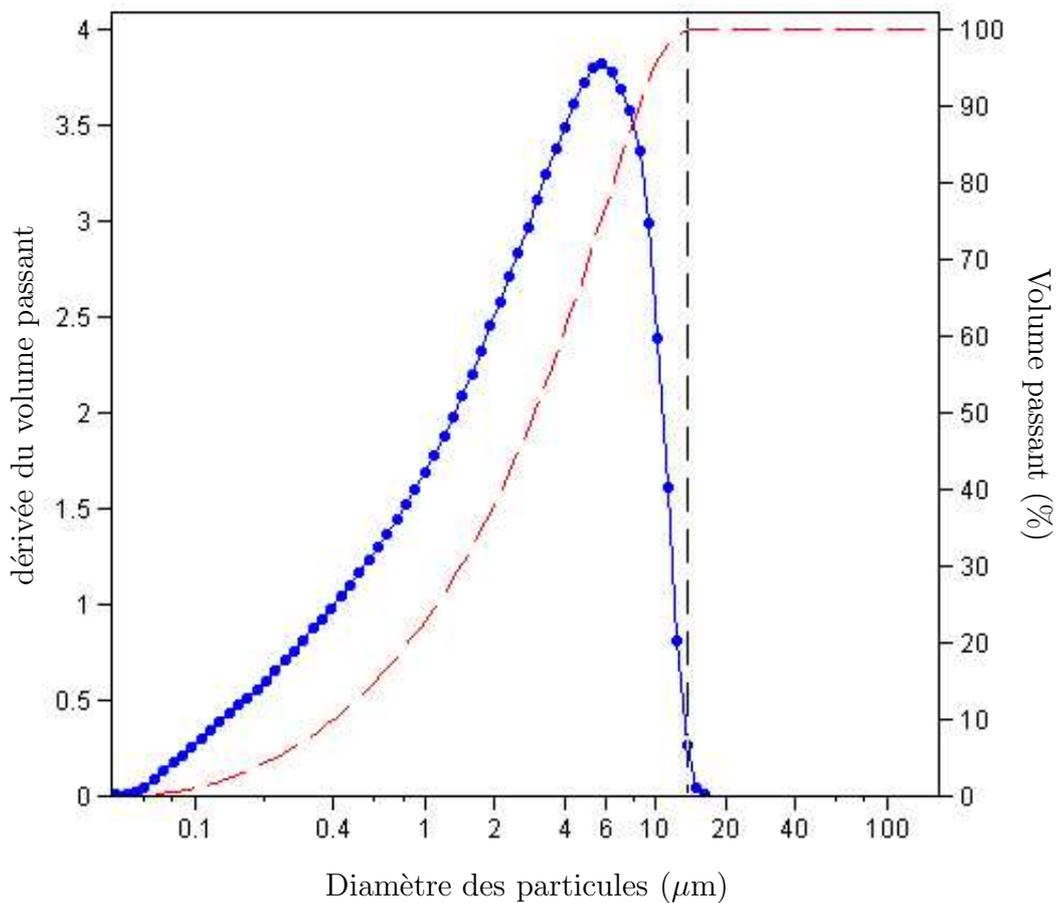


FIG. 3.3: Courbe granulométrique du ciment Spinor A12, réalisée au granulomètre laser

Le coulis ainsi constitué est très fluide et présente un pouvoir de pénétration nettement supérieur à ceux des coulis plus classiques (bentonite-ciment ; ciment-eau).

Afin d'obtenir une injectabilité optimale, les coulis de Spinor A12 nécessitent l'ajout

d'un superfluidifiant dispersant, qui permet la défloculation des particules du liant et évite la formation d'agrégats pouvant diminuer la pénétration du coulis dans le milieu à traiter.

3.1.2 Programme expérimental

Pour chaque couple de paramètre (indice de densité I_D et concentration en ciment C/E) considéré, le programme expérimental a été défini afin de fabriquer des colonnes parfaitement répétables. Les éprouvettes obtenues suite au découpage de ce lot de colonnes identiques vont servir à la caractérisation mécanique et microstructurale d'un matériau granulaire injecté par un coulis de ciment. Ces éprouvettes permettent également d'étudier l'influence de la position par rapport à la source d'injection sur les différents paramètres étudiés.

On s'intéresse également, dans le cadre de ce programme d'essais, à l'étude de l'influence de l'état de densité initiale de la matrice granulaire et de la concentration en ciment C/E du coulis de ciment injecté.

Le tableau 3.2 regroupe les caractéristiques des essais d'injection réalisés dans le cadre de ce travail. Toute les colonnes ont été injecté avec un débit d'injection de coulis de ciment contrôlé ($Q = 3 \text{ cm}^3/\text{s}$).

Référence colonne	I_D	C/E
C1	0,90	0,20
C2	0,90	0,20
C3	0,90	0,20
C4	0,90	0,20
C5	0,90	0,20
C6	0,90	0,20
C7	0,90	0,15
C8	0,90	0,15
C9	0,90	0,10
C10	0,90	0,10
C11	0,90	0,10
C12	0,90	0,15
C13	0,90	0,20
C14	0,90	0,20
C15	0,90	0,10
C16	0,90	0,10
C17	0,90	0,20
C18	0,90	0,20
C19	0,90	0,15
C20	0,90	0,15
C21	0,90	0,20
C22	0,90	0,20
C23	0,90	0,20
C24	0,90	0,20
C25	0,90	0,20
C26	0,50	0,20
C27	0,50	0,20
C28	0,90	0,10
C29	0,90	0,10
C30	0,90	0,10
C31	0,90	0,20
C32	0,90	0,20

TAB. 3.2: *Essais d'injection de colonnes réalisés*

3.1.3 Résultats typiques

3.1.3.1. Analyse des pressions de fluide mesurées

On présente, par exemple, les résultats obtenus pour la colonne C1 lors de la phase d'injection.

La figure 3.4 présente l'évolution de la pression d'injection en fonction du temps normalisé, à l'entrée et aux différents niveaux de la colonne. Le temps normalisé t_n étant un paramètre défini comme suit :

$$t_n = \frac{t}{t_{pc}} \quad (3.1)$$

où t est le temps de l'essai et t_{pc} est le temps de parcours nécessaire pour que le coulis traverse la totalité de la colonne à injecter.

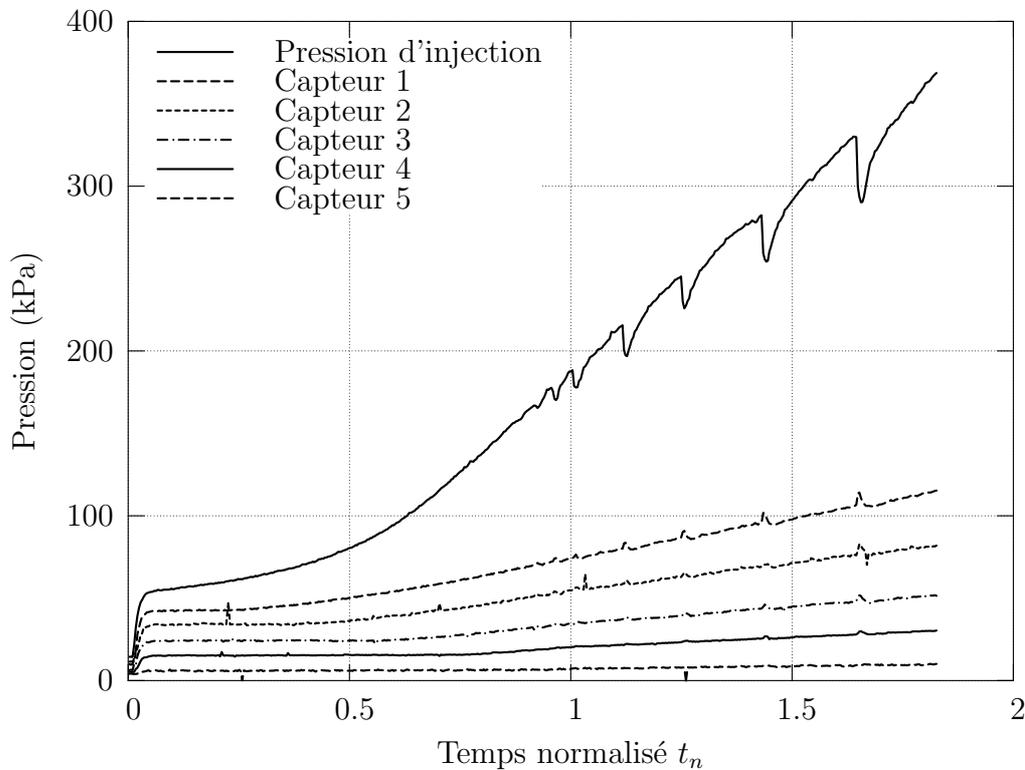


FIG. 3.4: Évolution des pressions à l'entrée et aux différents niveaux de la colonne en fonction du temps d'injection normalisé

On observe (figure 3.4) que la pression enregistrée par chaque capteur reste constante jusqu'à ce qu'il soit atteint par le front d'injection du coulis. À ce moment, la pression enregistrée par le capteur commence à augmenter plus ou moins linéairement.

Concernant la pression enregistrée à l'entrée de la colonne, on remarque une variation de la pression au fur et à mesure que le temps d'essai avance. Cette pression ne se stabilise pas lorsque le coulis de ciment commence à sortir de la colonne ($t_n = 1$). Cela confirme que les grains de ciment continuent à être filtrés par la matrice sableuse.

On remarque également que la pression à la sortie de la pompe est une pression stable. L'utilisation de la pompe à piston résout donc les problèmes d'impulsions produites par la pompe à membrane utilisée auparavant. On présente sur la figure 3.5 une comparaison de l'allure de la pression d'entrée pour deux essais d'injection réalisés respectivement avec la pompe à membrane et la pompe à piston. Les paramètres de la colonne et du coulis injecté étant les mêmes pour les deux essais.

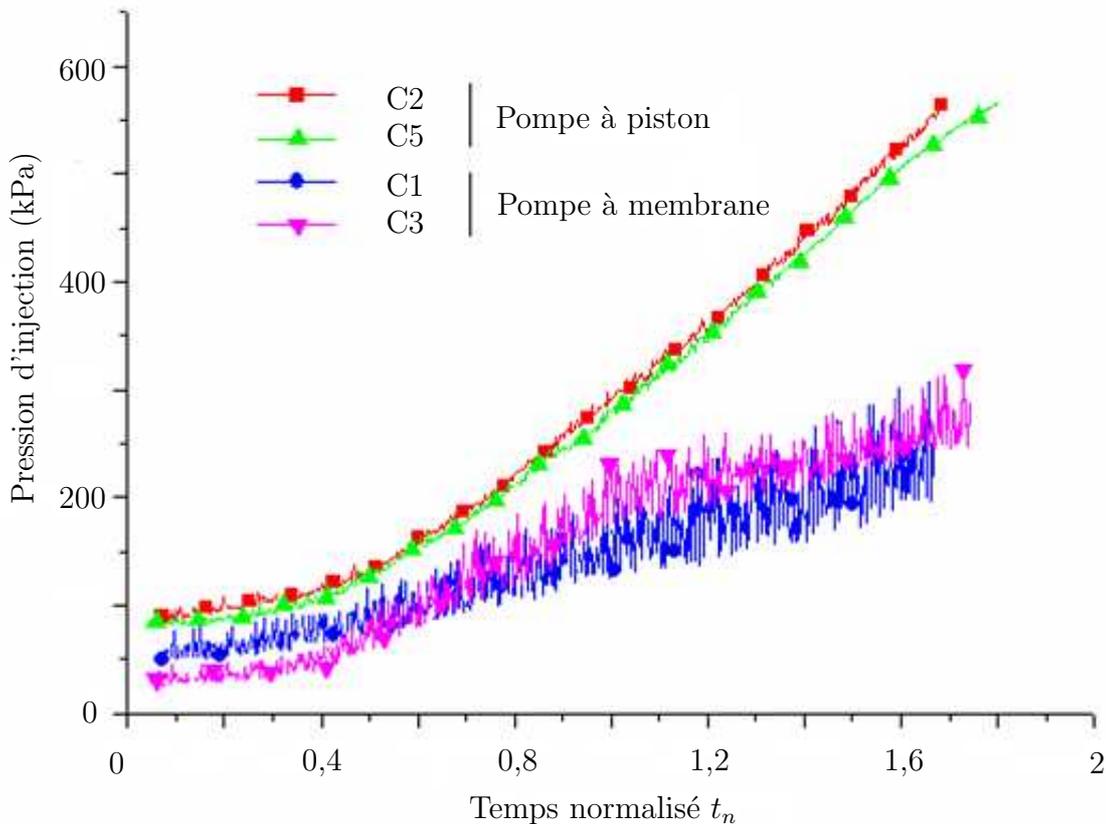


FIG. 3.5: *Pression d'injection : comparaison de la pompe à piston et la pompe à membrane*

On remarque également que l'utilisation de la pompe à piston engendre des pressions supérieures à celles avec la pompe à membrane. Cela peut être dû au fait que les impulsions provoquées par la pompe à membrane aident à débloquer les interstices du milieu et donc contribuent à diminuer l'obturation des pores, ce qui diminue la pression d'injection.

3.1.3.2. Prise de masse de la colonne

On présente maintenant la courbe de prise de masse de la colonne durant le cycle d'injection en fonction du temps d'injection normalisé (figure 3.6).

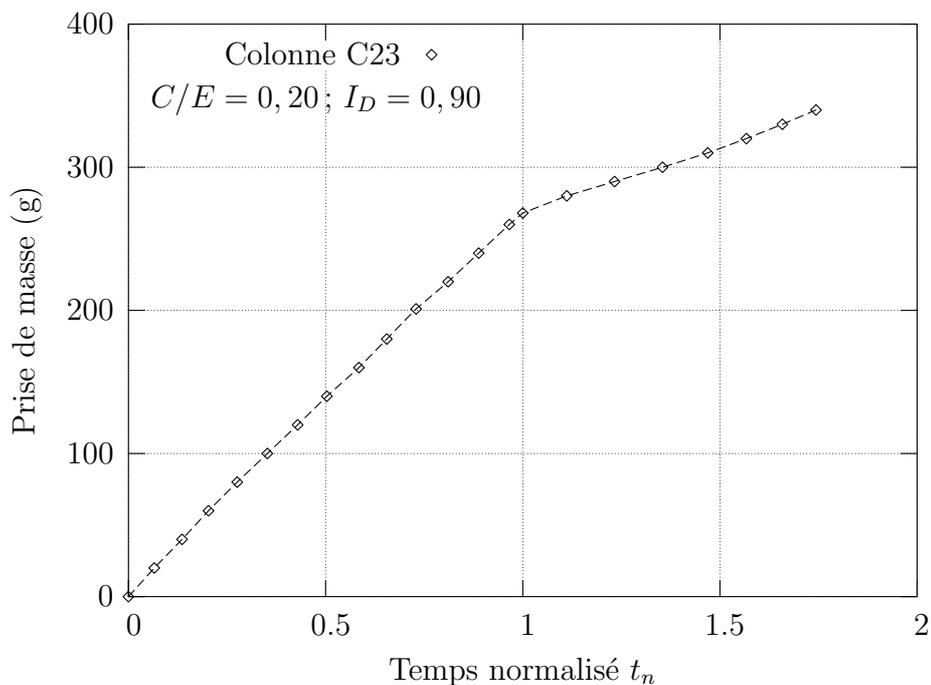


FIG. 3.6: *Prise de masse de la colonne lors de l'injection du coulis de ciment*

En analysant cette courbe (figure 3.6), on constate la présence d'une première phase de remplissage de la colonne jusqu'à la sortie du coulis ($t_n = 1$). À la fin de cette phase, la masse de la colonne continue à augmenter, avec une intensité moins importante, rendant compte d'une filtration des particules de ciment par la matrice de sable.

3.1.4 Répétabilité des essais

Après l'injection et la prise du ciment, les colonnes sont découpées suivant le schéma décrit dans la section 2.1.5 (voir figure 2.14). Ces éprouvettes feront l'objet d'une campagne d'essais mécaniques, il est donc nécessaire qu'elles soient réputées identiques. Ceci nécessite une parfaite répétabilité au niveau de la fabrication et de l'injection des colonnes. Comme exemple, on présente sur la figure 3.7 une comparaison de l'allure de la pression d'injection pour les colonnes C2, C5 et C14. Une bonne répétabilité a été obtenue comme le montre cette figure.

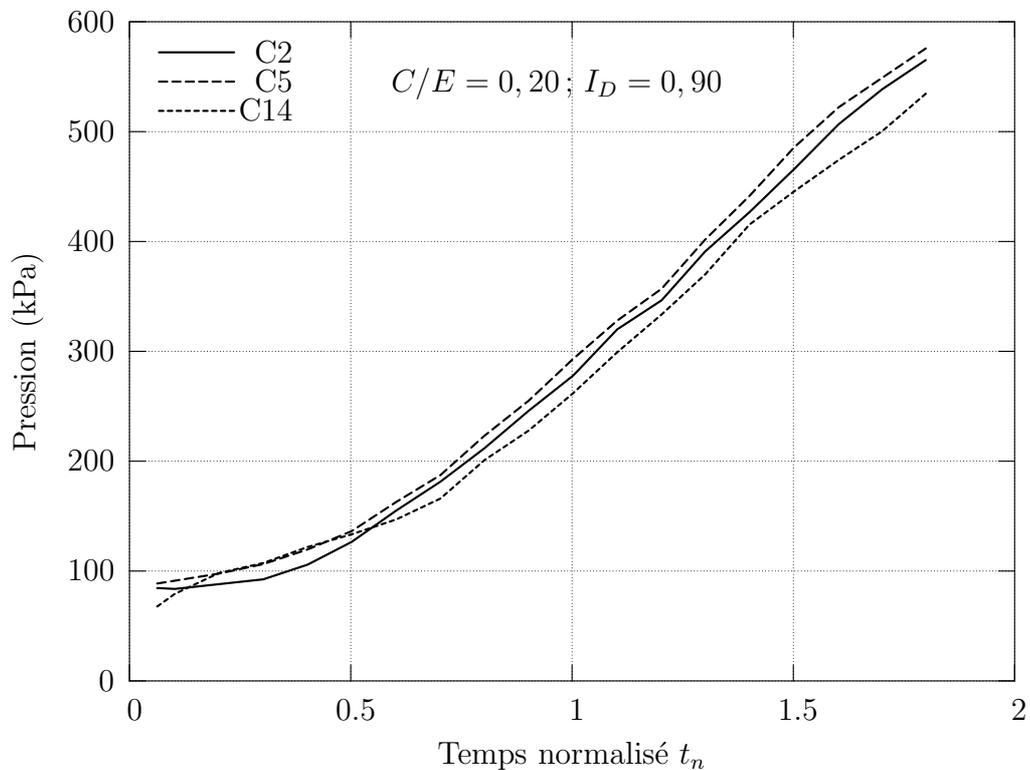


FIG. 3.7: Vérification de la répétabilité des essais vis-à-vis de la pression d'injection

On vérifie également la répétabilité de la prise de masse de la colonne. On présente sur la figure 3.8 une comparaison des prises de masses enregistrées sur les colonnes C22 et C23.

Un bon niveau de répétabilité est par la suite exigé, faute de quoi la colonne est rejetée avant d'entamer les essais mécaniques.

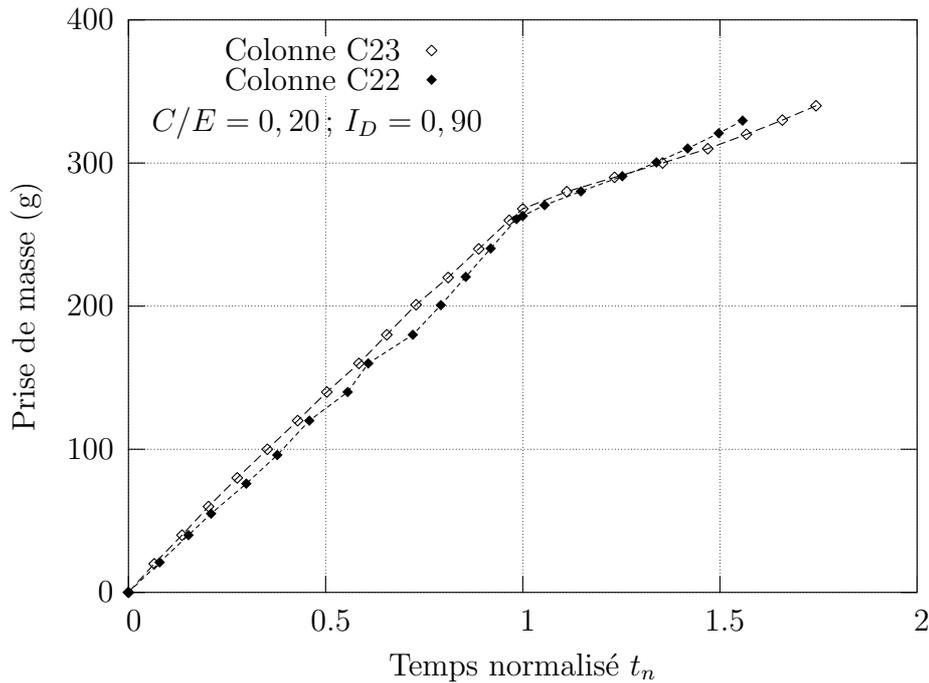


FIG. 3.8: Vérification de la répétabilité des essais d'injection vis-à-vis de la prise de masse des colonnes

3.1.5 Influence de la concentration en ciment du coulis injecté

La figure 3.9 montre l'effet de la concentration en ciment (rapport C/E) sur la pression d'injection mesurée à l'entrée de la colonne. On compare les pressions d'injections enregistrées sur les colonnes C2, C7 et C16 réalisées respectivement avec des rapports C/E de 0,20, 0,15 et 0,10. On remarque une diminution de la pression d'injection pour les coulis moins riches en ciment. Le coulis s'écoule plus facilement quand il est plus dilué.

On compare également les prises de masse enregistrées sur les colonnes C23, C19 et C29 réalisées respectivement avec des rapport C/E de 0,20, 0,15 et 0,10 (figure 3.10). On remarque que la colonne prend moins de masse quand le coulis est moins riche en ciment. La filtration est donc moins importante pour les faibles concentrations C/E .

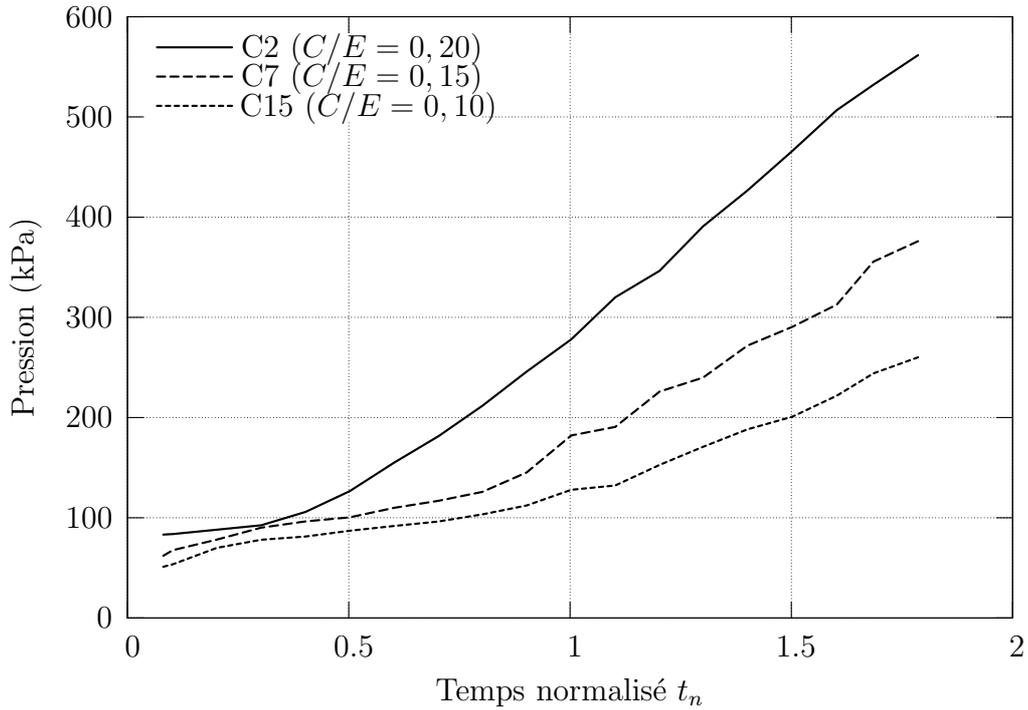


FIG. 3.9: Pression d'injection en fonction de la concentration en ciment du coulis injecté

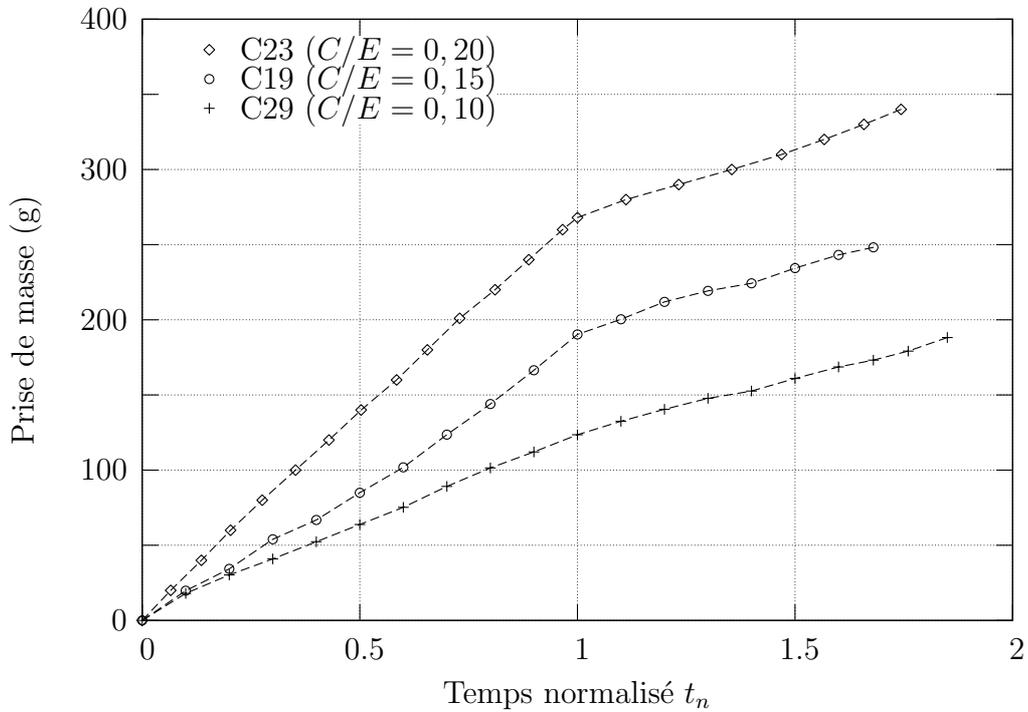


FIG. 3.10: Variation de la prise de masse de la colonne en fonction de la concentration en ciment du coulis injecté

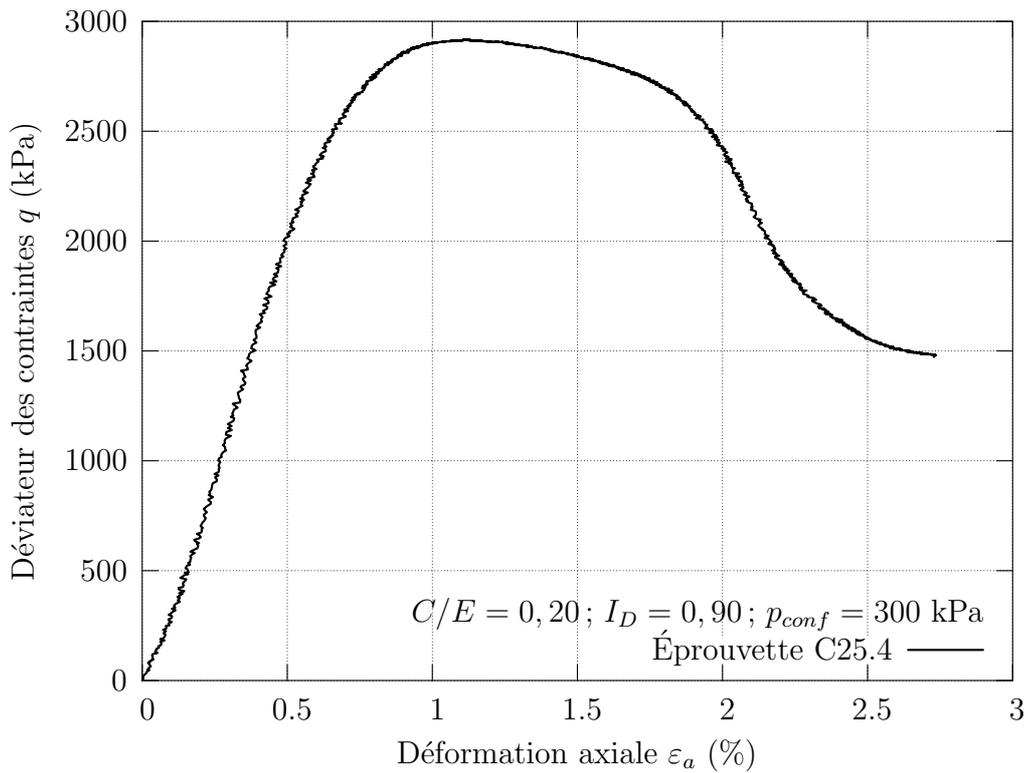
3.2 Description du comportement type sous un chargement triaxial et comparaison avec le sable pur

Après avoir injecté et découpé les colonnes de manière bien répétable, nous étudions, maintenant, le comportement des éprouvettes soumises à un chargement mécanique jusqu'à la rupture. Nous réalisons, pour ce faire, des essais triaxiaux en condition drainée, les éprouvettes étant soumises à un état de contrainte initial isotrope grâce à l'application d'une pression de confinement initiale p_{conf}^0 .

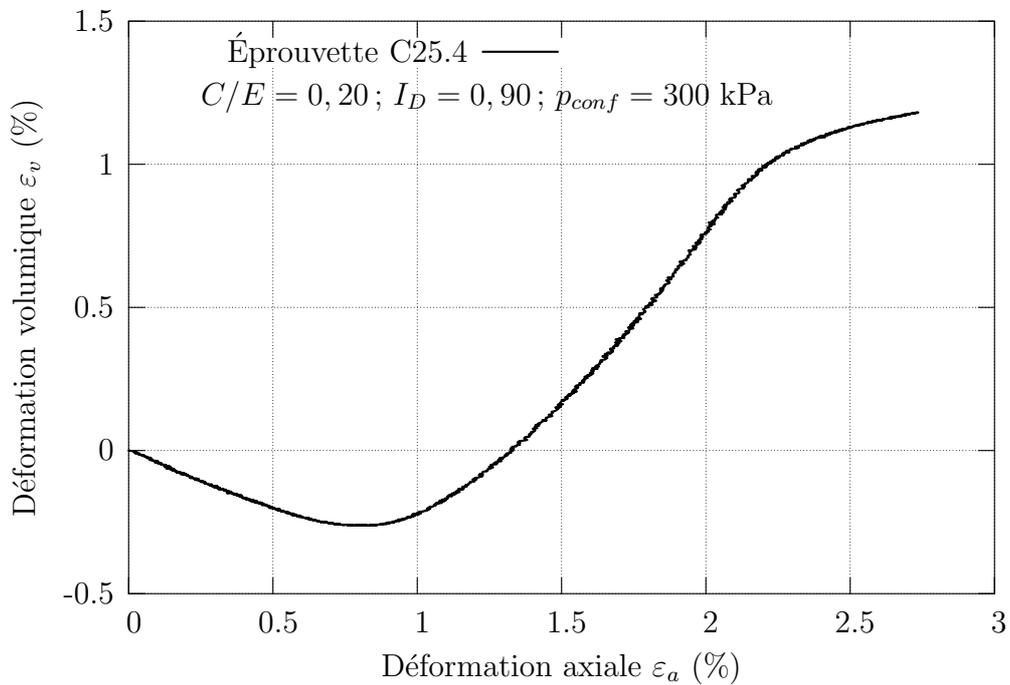
En guise d'illustration, on présente sur la figure 3.11 les résultats d'un essai triaxial typique mené jusqu'à la rupture sur une éprouvette de sable injecté. L'éprouvette est issue d'une colonne réalisée à partir d'un état dense de la matrice sableuse ($I_D = 0,90$) et injectée avec un coulis de concentration en ciment C/E égale à 0,20. La première courbe (figure 3.11(a)) présente l'évolution du déviateur des contraintes $q = \sigma_1 - \sigma_3$ en fonction de la déformation axiale ε_a , il s'agit de la courbe de cisaillement. La courbe de déformation volumique (figure 3.11(b)) présente l'allure de la déformation volumique ε_v en fonction de la déformation axiale ε_a . On présente par la suite une analyse de ces deux courbes et on établit ensuite l'analogie avec le comportement du sable vierge. On présente ensuite l'influence des différents paramètres d'essai sur l'allure de ces courbes.

3.2.1 Courbe de cisaillement

La courbe de cisaillement (figure 3.11(a)) présente une augmentation rapide et quasiment linéaire du déviateur des contraintes q . Ensuite vient une phase d'élastoplasticité où le déviateur des contraintes continue à augmenter moins rapidement jusqu'à un maximum de résistance q_{max} . La résistance maximale de l'éprouvette est ainsi atteinte. Le déviateur des contraintes commence alors à diminuer (phase de radoucissement) de manière significative jusqu'à la fin de l'essai. La phase de décroissance du déviateur correspond au fait que le champ de déformation au sein de l'éprouvette n'est plus homogène : ceci se traduit par le développement d'un plan préférentiel de rupture. On voit clairement ce plan de rupture sur les photos réalisées après essai (figure 3.12). On constate une rupture bien localisée sur un plan incliné de la section de l'éprouvette. On retient par la suite la valeur de la contrainte maximale du déviateur des contraintes q_{max} , cette valeur représente une des caractéristiques de rupture du matériau.



(a)



(b)

FIG. 3.11: Résultat d'un essai triaxial sur une éprouvette de sable injecté : (a) courbe de cisaillement; (b) courbe de déformation volumique

3.2.2 Courbe de déformation volumique

L'analyse de la courbe de déformation volumique (figure 3.11 (b)) permet d'identifier deux phases successives de comportement :

- Une phase de contractance qui correspond à une diminution du volume de l'éprouvette.
- Une phase de dilatance qui correspond à une augmentation du volume de l'éprouvette après inversion du sens d'évolution de la déformation volumique.

Le maximum de résistance se produit lorsque l'éprouvette est en phase de dilatance. Au delà de ce maximum, on note un changement de l'évolution de la déformation volumique avec une diminution du taux de dilatance. Ceci correspond à l'effet de la localisation des déformations et donc à l'apparition d'un plan de rupture. La déformation de l'éprouvette se traduit à ce moment, par un déplacement relatif de deux blocs suivant ce plan de rupture. Il est alors logique que les déformations volumiques tendent à se stabiliser alors que la déformation axiale se poursuit.

3.2.3 Mode de rupture de l'éprouvette

Après avoir dépassé la charge limite de résistance, l'éprouvette se rompt en suivant un plan de cisaillement incliné. La déformation axiale se transforme alors en un glissement de deux blocs le long du plan de rupture (figure 3.12).

3.2.4 Analogie avec le comportement du sable

On présente sur la figure 3.13 le résultat d'un essai de cisaillement triaxial réalisé sur le sable de Fontainebleau pur. L'éprouvette S11 de sable est reconstituée par pluviation avec un indice de densité I_D égal à 0,90. On place sur la même figure les résultats de l'essai réalisé sur l'éprouvette C25.4 de sable injecté. Cette éprouvette est issue de la colonne C25 réalisée également avec un indice de densité I_D égal à 0,90.



FIG. 3.12: *Éprouvette de sable injecté après un essai triaxial : illustration du plan de rupture*

Cette comparaison nous conduit aux constatations suivantes :

- Sur la courbe de cisaillement, on remarque que le sable injecté présente une résistance maximale q_{max} plus importante que le sable vierge. Par ailleurs, le sable injecté présente un comportement beaucoup plus fragile que celui du sable vierge. En effet, la déformation axiale correspondante au maximum de résistance du sable vierge est nettement plus importante que celle du matériau injecté.

- Sur la courbe de la variation du volume, on constate qu'on conserve la même allure de comportement avec une phase contractante et une phase dilatante, à la fois pour le sable vierge et le sable injecté.

Le domaine de contractance ne semble pas réduit par l'injection. Toutefois, les déformations volumiques du sable vierge sont plus importantes, ce qui confirme l'apport, en terme de résistance mécanique, résultant de l'injection.

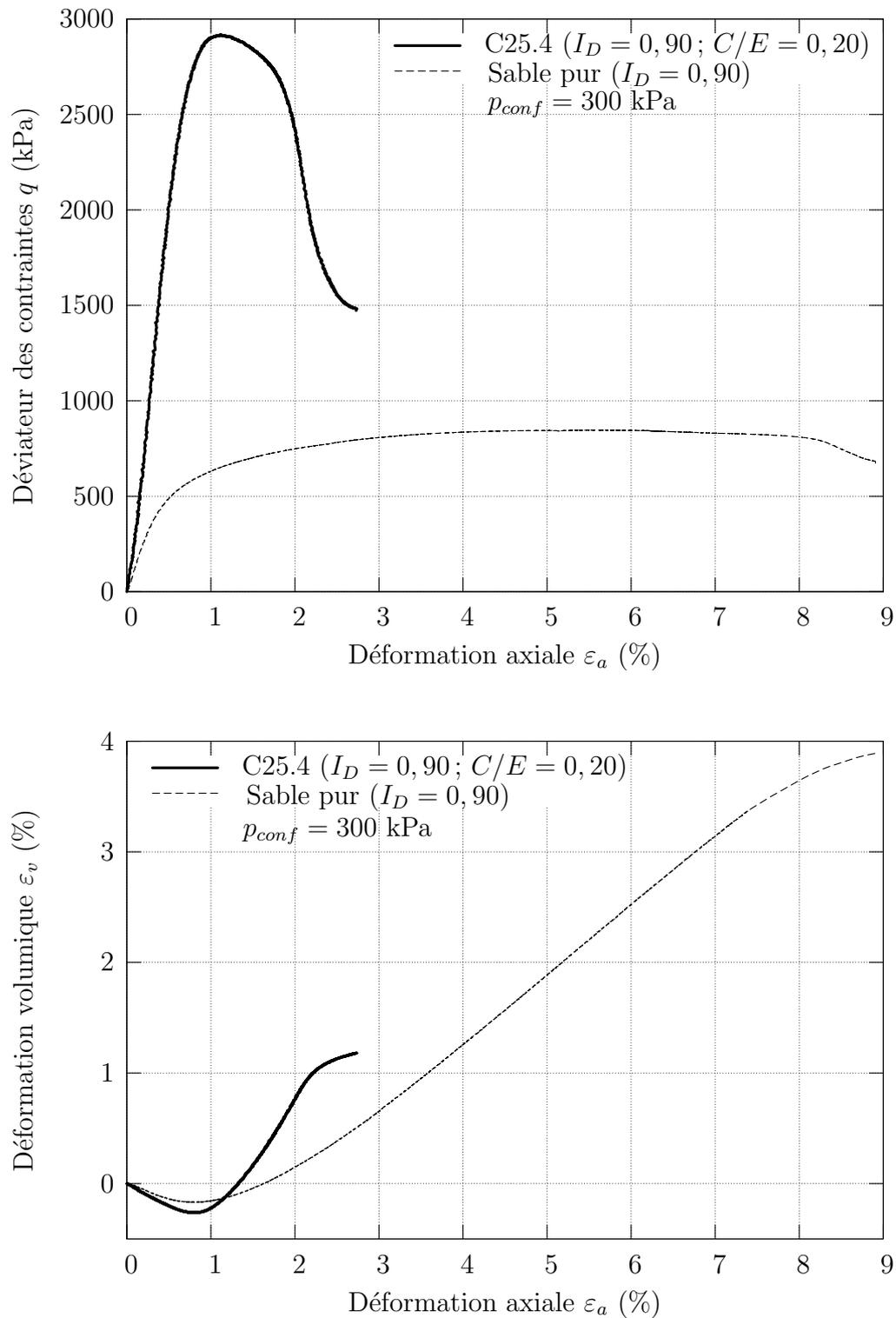


FIG. 3.13: Comparaison du comportement, sous chargement triaxial, entre le sable vierge et le sable injecté

3.2.5 Influence de la position dans la colonne sur les comportements observés

On présente sur la figure 3.14(a) cinq courbes de cisaillement correspondant à 5 essais triaxiaux réalisés sur les cinq éprouvettes issues du découpage de la colonne C23. Tous ces essais ont été effectués avec le même état de confinement $p_{conf} = 800$ kPa. Chaque courbe correspond à un niveau de la colonne plus ou moins éloigné de la source d'injection. On trace également, sur la même figure, la courbe de cisaillement correspondant au comportement de l'éprouvette S11 de sable pur.

L'analyse de ces courbes de cisaillement conduit aux constatations suivantes :

- L'injection apporte une amélioration nette du comportement mécanique par rapport à celui du sable vierge, et ce, pour les différents niveaux de la colonne.
- L'amélioration du comportement est d'autant plus importante que les éprouvettes sont proches de la source d'injection.
- Le caractère fragile du comportement des éprouvettes est d'autant plus marqué que les éprouvettes sont plus proches de la source d'injection. Si on s'éloigne de ce point, le comportement se rapproche du comportement du sable et devient alors plus ductile.
- La résistance maximale est atteinte pour des niveaux de déformations très faibles en comparaison avec le sable. Toutefois, la déformation correspondante au maximum de résistance est d'autant plus élevée que l'on s'éloigne de la source d'injection.

Ces observations expérimentales rejoignent les résultats issus de la littérature ([25], [26], [90]), présentés dans le chapitre 1.

La figure 3.14(b) présente les courbes de déformation volumique des éprouvettes dont les courbes de cisaillement sont présentées sur la figure 3.14-a. Pour les cinq éprouvettes injectées, on observe tout d'abord une phase de contractance, plus ou moins marquée, suivie d'une phase de dilatance. Le comportement dilatant est d'autant plus marqué que l'éprouvette est proche de la source d'injection, donc que le matériau est riche en ciment et le classement des courbes en fonction de ce paramètre est assez remarquable

et en cohérence avec le comportement mécanique plus ou moins fragile observé lors du cisaillement des éprouvettes : plus la réponse est du type " fragile " et plus le matériau est dilatant. On retrouve une très bonne analogie avec le comportement mécanique des sables pour lesquels on observe une tendance analogue en fonction de l'indice de densité initial du sable.

En ce qui concerne la comparaison avec le comportement du sable pur, il est intéressant de remarquer que le taux de dilatance maximum du sable injecté (qui peut être évalué comme la pente maximale de la courbe de déformation volumique en fonction de la déformation axiale) diminue avec l'éloignement de la source (et donc avec la diminution de la concentration du matériau en ciment), pour se rapprocher de celle du sable pur, ce qui est cohérent. En ce qui concerne la phase de contractance cependant, on met en évidence un phénomène assez surprenant : on constate que celle-ci est beaucoup plus accentuée pour le sable injecté que pour le sable pur, avec un passage de la contractance à la dilatance beaucoup plus tardif, en terme de déformation axiale et une valeur maximale de ϵ_v atteinte en contractance beaucoup plus forte pour le sable injecté que pour le sable pur. Ce phénomène doit s'expliquer par des mécanismes de déformation volumique différents pour le sable pur et pour le sable injecté dont la compréhension demanderai plus d'approfondissement.

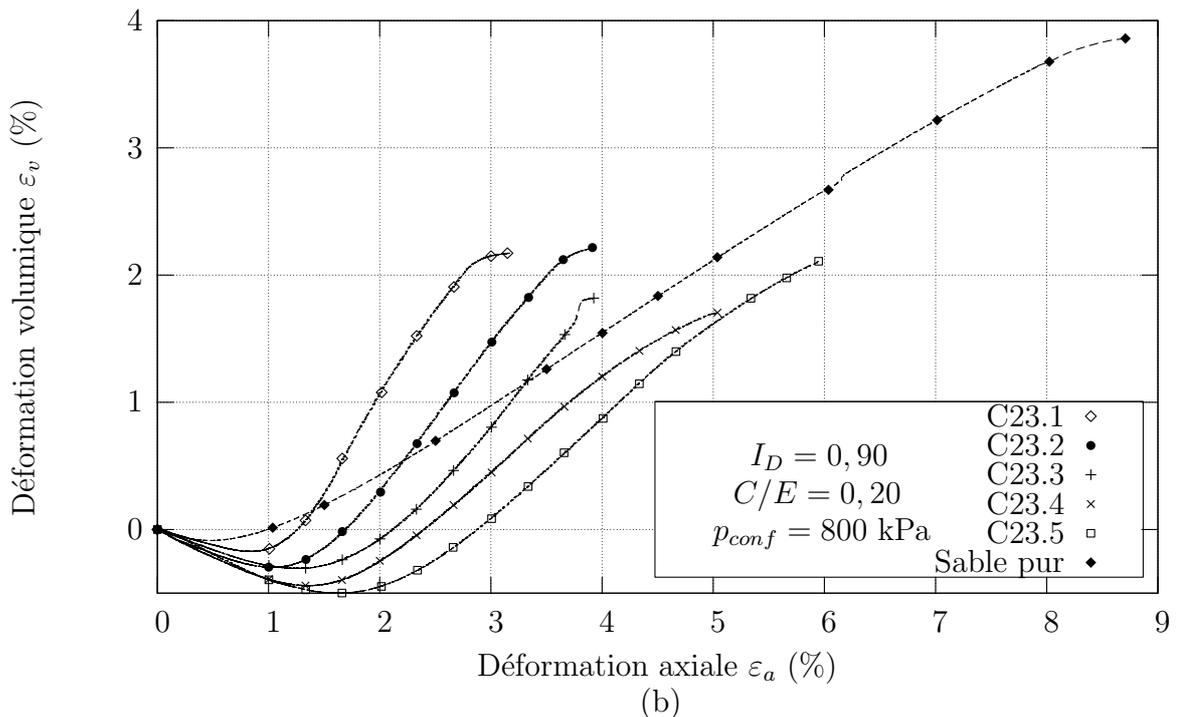
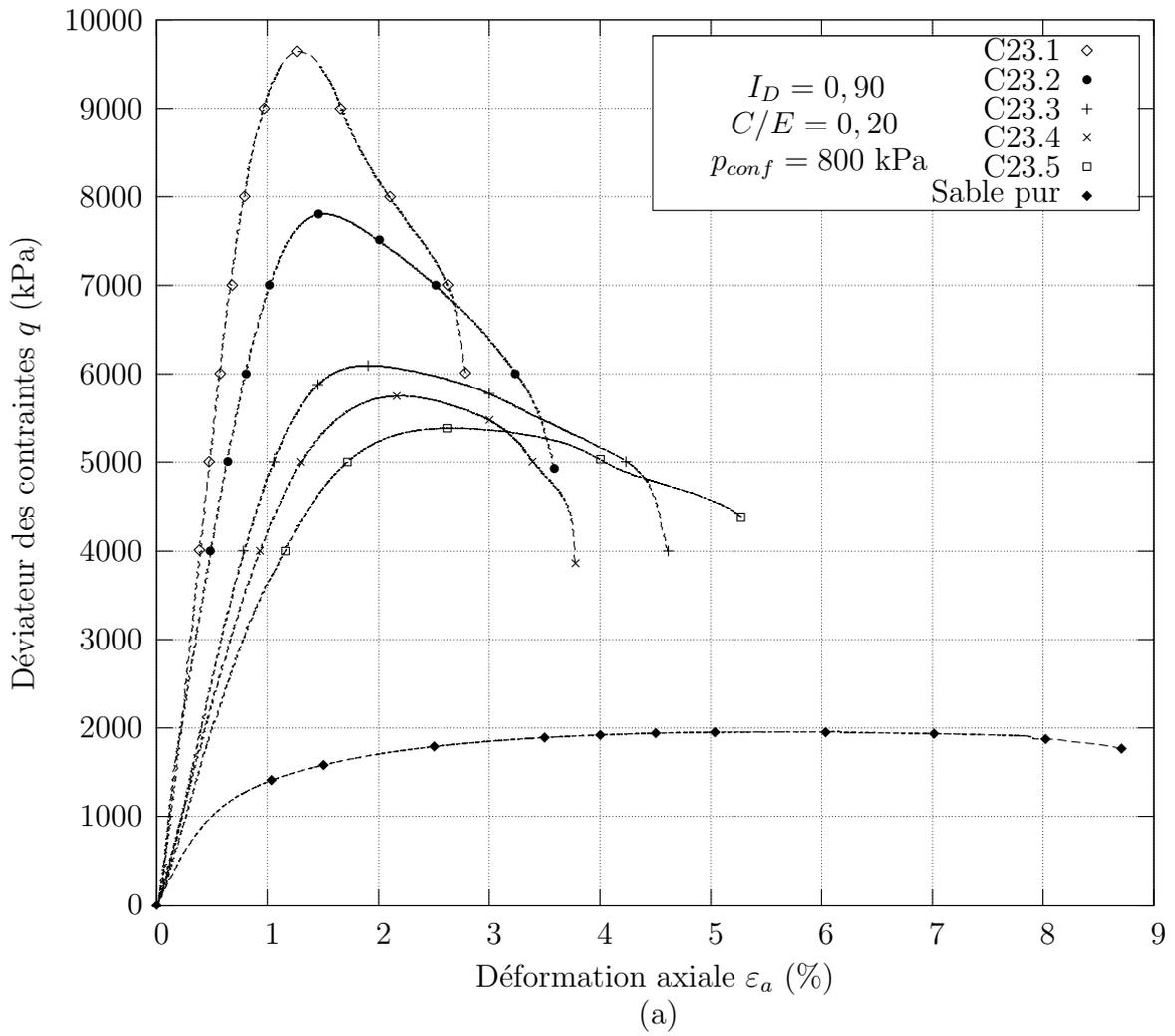


FIG. 3.14: Influence de la position dans la colonne sur les comportements observés

3.3 Comportement en petites déformations : non linéarité du comportement élastique

Le comportement dans le domaine réversible, ou dans les faibles déformations, est fréquemment sollicité dans le domaine de la géotechnique. On peut citer les exemples classiques des analyses dynamiques (tremblement de terre, vibration, ...), qui font intervenir de tels niveaux de déformation dans les sols. On peut également citer certaines sollicitations statiques. Par exemple, lors de l'élaboration d'ouvrages de génie civil (tunnel, fondation, ouvrage souterrain), il est souhaitable que le domaine des déformations dans le massif soit inférieur à 10^{-3} .

Il est donc utile d'avoir une bonne connaissance du comportement mécanique du matériau sol injecté, dans le domaine des petites déformations. La comparaison avec le comportement du matériau vierge (avant injection) nous permet d'évaluer l'amélioration apportée par le processus d'injection.

Classiquement, la frontière du domaine des petites déformations se situe aux alentours de 10^{-3} pour un chargement en compression isotrope (Biarez et al. (1999) [16], Tatsuoka et Shibuaya (1992) [91]) et de 10^{-5} pour un chargement déviatorique (Hicher (1996) [53]), déformations au-delà desquelles commencent les phénomènes de plasticité et d'endommagement du matériau.

Par ailleurs, les modules d'élasticité du sable varient en fonction de la gamme de déformation exploitée [53]. On utilise par la suite deux gammes de déformation :

- Gamme des déformations intermédiaires (de l'ordre de 10^{-3} à 10^{-4}). Dans cette gamme, on sous-estime les modules d'élasticité, mais on reste dans le domaine de l'élasticité dans le cas d'un chargement isotrope [16].
- Gamme des petites déformations (de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-5}), domaine dans lequel on s'approche du comportement élastique parfait du matériau. On récupère alors des modules d'élasticité plus précis au sens du comportement élastique réversible.

3.3.1 Comportement du sable pur sous chargement isotrope : gamme des déformations intermédiaires

On présente dans cette partie une caractérisation du comportement, sous chargement isotrope, du matériau vierge, avant l'injection du coulis de ciment. Cette étude expérimentale a pour but de mieux connaître le matériau initial afin de déduire, par la suite, l'amélioration du comportement, apportée grâce au processus d'injection.

La figure 3.15 représente l'allure du module de compression isotrope k_{sa}^{exp} déterminé à partir d'un essai de compression isotrope (conformément à la procédure décrite dans la section 2.2.4). L'éprouvette considérée est constituée par pluviation du sable de Fontainebleau avec un indice de densité I_D égale à 0,90.

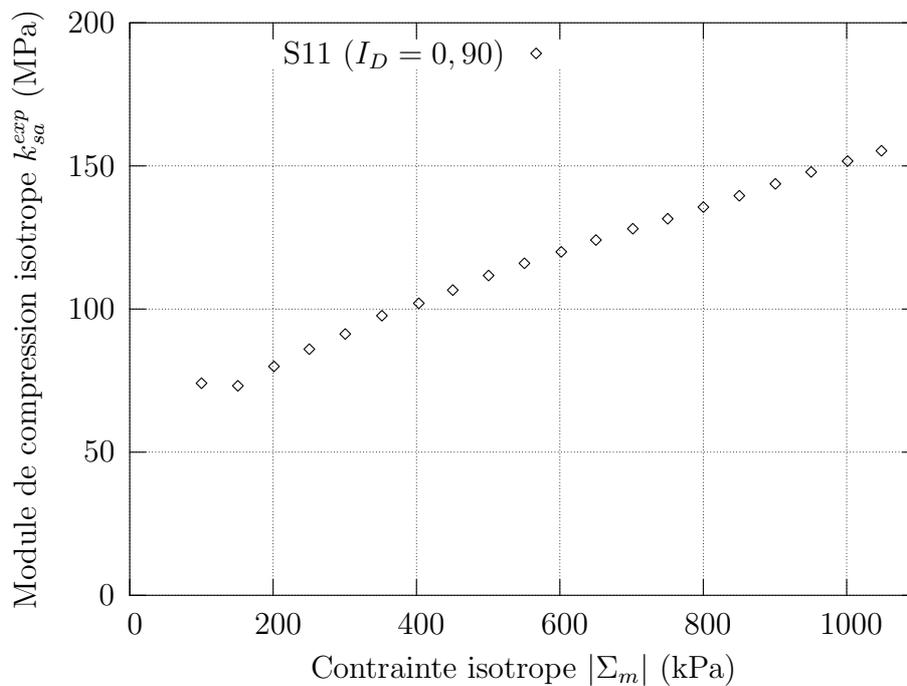


FIG. 3.15: Allure du module de compression isotrope k_{sa}^{exp} en fonction du niveau de confinement

On constate que le module de compression isotrope k_{sa}^{exp} , augmente de façon non linéaire avec la contrainte de confinement appliquée.

Par ailleurs, les études théoriques (voir par exemple [46]) et expérimentales (voir par exemple [73] ou [53]) antérieures, ainsi que l'étude micromécanique présentée dans le chapitre 5, montrent que l'évolution du module de compression isotrope sécant k suit

une relation non linéaire du type :

$$k = \alpha(|\Sigma_m|)^\beta \quad (3.2)$$

où α et β sont deux constantes. Le coefficient β est généralement pris égale à 0,5 dans le cas d'un sable. $|\Sigma_m|$ désigne la pression isotrope appliquée à l'éprouvette.

Cette non linéarité du comportement est essentiellement due à celle de la loi de contact intergranulaire. Ainsi, la théorie du contact de Hertz stipule que la surface de contact intergranulaire varie sous l'effet de la contrainte isotrope appliquée.

Afin de vérifier la forme de non linéarité constatée expérimentalement, il faut tout d'abord revenir sur la définition de la grandeur $k^{exp}(|\Sigma_m|)$ introduite dans la section 2.2.4 (voir figure 2.26) :

$$k^{exp}(|\Sigma_m|) = \frac{|\Sigma_m| - |\Sigma_m^0|}{\varepsilon_v - \varepsilon_v^0} \quad (3.3)$$

La grandeur $k^{exp}(|\Sigma_m|)$ ainsi définie ne se rapporte pas à l'état non contraint, mais à un état précontraint $|\Sigma_m^0|$. Elle est, pour cette raison, distincte du module de compression sécant défini classiquement par :

$$\Sigma_m = k(|\Sigma_m|)\varepsilon_v \quad \rightarrow \quad \Sigma_m = \alpha\sqrt{|\Sigma_m|}\varepsilon_v \quad (3.4)$$

Ainsi, dans le cas où l'on cherche à retrouver le coefficient α par une régression avec une loi de la forme $k_{sa}^{exp} = \alpha\sqrt{|\Sigma_m|}$, on fait référence à un état initial naturel. On néglige alors la pression initiale de maintien Σ_m^0 appliquée lors de la mise en place de l'éprouvette de sable (voir section 2.2.4). Pour illustrer ce propos, on représente sur la figure 3.16 l'allure d'une régression utilisant la forme de non linéarité en racine carrée $k_{sa}^{exp} = \alpha\sqrt{|\Sigma_m|}$. On voit clairement, sur cette figure qu'on sous-estime, dans ce cas, les modules de compression isotrope pour les faibles pressions de confinement.

Afin de résoudre ce problème, on prend alors en compte la forme réelle de $k^{exp}(|\Sigma_m|)$ (3.3). En introduisant (3.4), valable pour tout chargement partant de l'état naturel, dans (3.3) on en déduit la relation entre le module de compression isotrope mesuré expérimentalement et l'état de contrainte macroscopique Σ_m :

$$k^{exp}(|\Sigma_m|) = \alpha^{exp}(\sqrt{|\Sigma_m|} + \sqrt{|\Sigma_m^0|}) \quad (3.5)$$

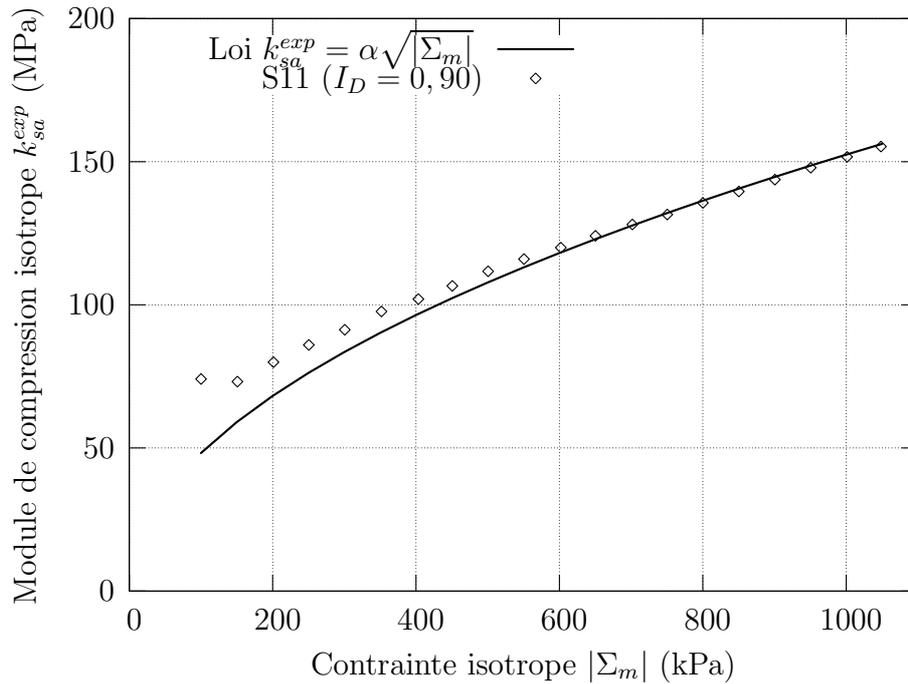


FIG. 3.16: Confrontation du module de compression isotrope k_{sa}^{exp} avec une loi en racine carrée $k_{sa}^{exp} = \alpha \sqrt{|\Sigma_m|}$

Le coefficient α_{sa}^{exp} est par la suite déterminé en minimisant l'erreur, au sens des moindres carrés, entre les résultats expérimentaux et la forme (3.5) :

$$\alpha_{sa}^{exp} = \min_x \left(\sum_i \left([k_{sa}^{exp}(|\Sigma_m^i|)]^2 - [x(\sqrt{|\Sigma_m^i|} + \sqrt{|\Sigma_m^0|})]^2 \right) \right)^{1/2} \quad (3.6)$$

où $k_{sa}^{exp}(|\Sigma_m^i|)$ est le coefficient de compression isotrope de l'éprouvette à l'état de confinement Σ_m^i considéré.

On présente alors sur la figure 3.17 les résultats expérimentaux d'un essai de compression isotrope comparés d'une part à la forme $k_{sa}^{exp} = \alpha \sqrt{|\Sigma_m|}$ et d'autre part à la forme (3.5) prenant en compte l'état précontraint de l'éprouvette de sable. On procède de la même façon, cette fois en prenant en compte l'état précontraint (3.6), pour déterminer le coefficient α_{sa}^{exp} correspondant à chacun des essais considérés. Le tableau 3.3 regroupe les paramètres α_{sa}^{exp} déterminés expérimentalement pour les différents essais réalisés dans le cadre de ce travail.

Les essais sont bien répétables dans la mesure où, pour une éprouvette de densité I_D donnée, on retrouve le coefficient α_{sa}^{exp} avec une incertitude maximale $\frac{\Delta \alpha_{sa}^{exp}}{\alpha_{sa}^{exp, moy}}$ de l'ordre 2 %.

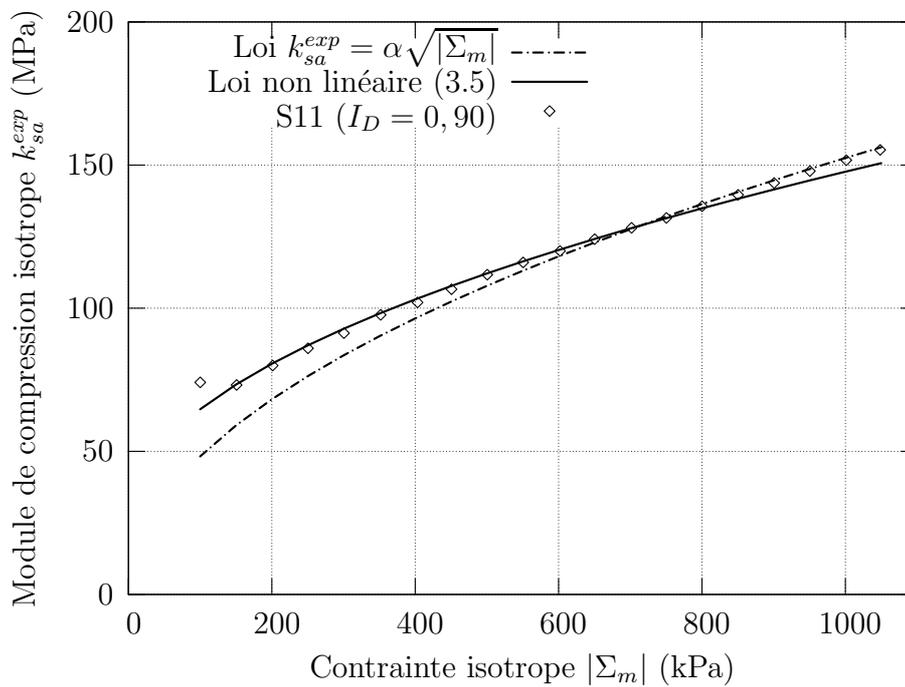


FIG. 3.17: Détermination du paramètre α^{exp} avec et sans prise en compte de l'état précontraint

I_D	φ (%)	Référence essai	α_{sa}^{exp} ($\sqrt{\text{MPa}}$)
0,90	37	S11	125,1
		S12	122,8
		S13	124,3
0,75	39,5	S21	103,9
		S22	105,4
0,57	42,5	S31	81,3
		S32	79,7

TAB. 3.3: Coefficient α_{sa}^{exp} identifié à partir des essais de compressions isotropes réalisés sur des éprouvettes de sable

Afin d'illustrer l'influence de la densité initiale du sable sur le comportement macroscopique, on présente sur la figure 3.18 l'allure du module de compression isotrope réalisé pour les trois indices de densité I_D considérés. On confirme alors la diminution des caractéristiques élastiques quand le sable devient plus lâche.

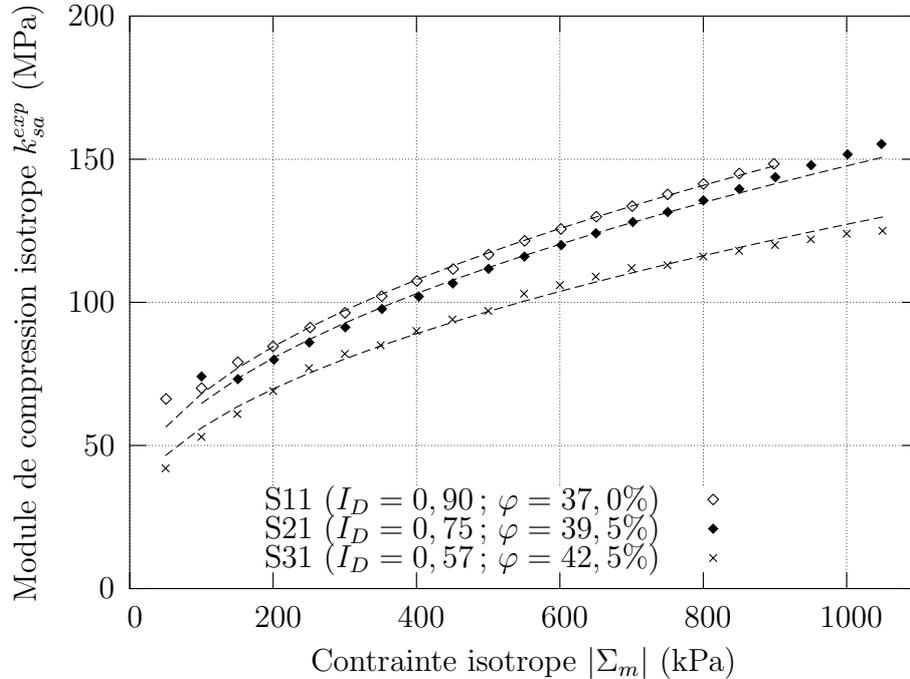


FIG. 3.18: Influence de la densité initiale du sable sur le comportement macroscopique en compression isotrope

3.3.2 Comportement du sable vierge sous chargement triaxial : gamme des petites déformations

Cette série d'expérience a pour but de caractériser le comportement réversible du sable vierge qui s'approche plus du comportement linéaire "parfait". On exploite alors la gamme des petites déformations (de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-5}) rendu accessible grâce à l'utilisation des capteurs à effet Hall.

Le dispositif et la procédure expérimentale des essais triaxiaux sont décrits à la section 2.2.3. On réalise une série d'essais sur le sable de Fontainebleau, reconstitué à un indice de densité I_D initial fixé. On présente sur la figure 3.19 l'allure du déviateur des contraintes en fonction de la déformation axiale, d'une éprouvette soumise à un cisaillement sous un état initial de compression isotrope $|\Sigma_m| = -p_{conf}$. Le paramètre

qu'on peut tirer de cet essai est le module d'Young E_{sa}^{exp} à l'état de compression isotrope appliqué $|\Sigma_m|$ constant. La valeur de ce paramètre correspond à la pente de la droite qui tangente la courbe de chargement (q, ε_a) . L'incertitude entre la pente de la courbe de charge et celle de décharge est égale à 2,6 %. Ce résultat confirme qu'on reste bien dans le domaine élastique dans cette gamme de déformations. Le module d'Young est, par la suite, calculé suivant la pente de la courbe de charge.

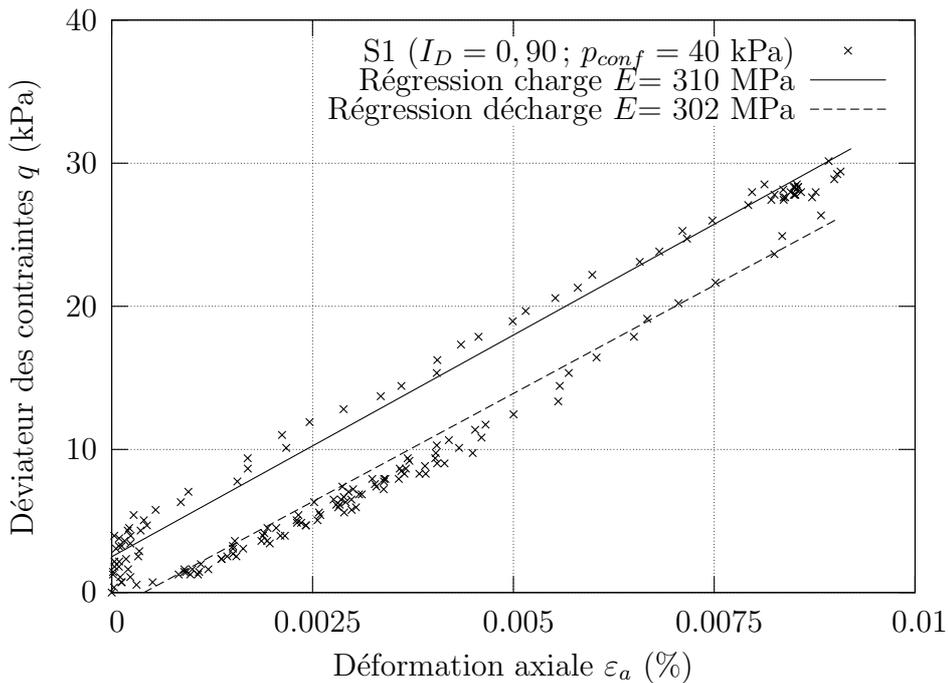


FIG. 3.19: Détermination du module d'Young E_{sa}^{exp} de l'éprouvette $S1$ de densité $I_D = 0,90$, confiné à $p_{conf} = 40$ kPa

Comme nous l'avons mentionné lors de la description de la procédure expérimentale, la suite de l'essai consiste à augmenter la pression de confinement p_{conf} , et refaire une phase de charge-décharge. On suit alors le chemin de contrainte détaillé dans la section 2.2.3 (voir figure 2.25). Chaque phase de charge-décharge définit alors le module d'Young E_{sa}^{exp} correspondant à l'état de contrainte isotrope $|\Sigma_m|$ appliqué. On dispose également des mesures de la déformation radiale ce qui nous permet d'en déduire le coefficient de Poisson ν_{sa}^{exp} , égale à la pente de la régression linéaire des points correspondant à la déformation radiale, en fonction de la déformation axiale. Le dépouillement des résultats nous permet alors de tracer l'allure du module d'Young E_{sa}^{exp} en fonction de la contrainte isotrope $|\Sigma_m|$ appliquée à l'éprouvette. La figure 3.20 représente le résultat d'un essai type réalisé sur une éprouvette de sable de densité I_D égale à 0,70.

On trace sur la même figure 3.20 la courbe de régression qui suit la forme :

$$E_{sa}^{exp} = \gamma_{sa}^{exp} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad (3.7)$$

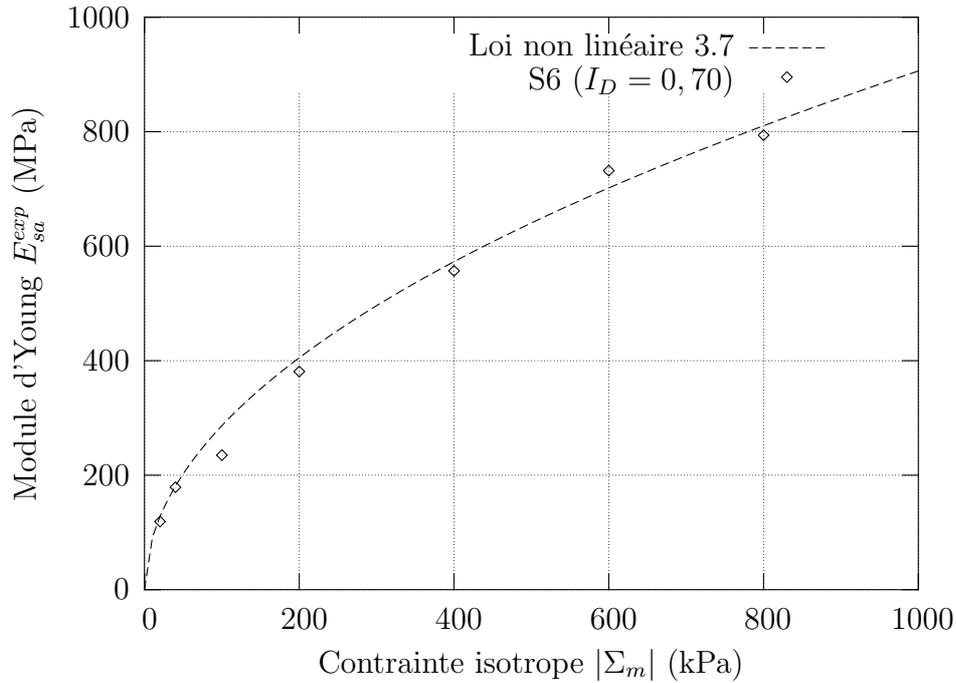


FIG. 3.20: Allure du module d'Young E_{sa}^{exp} en fonction de la contrainte isotrope $|\Sigma_m|$ réalisée sur l'éprouvette S6

On en déduit alors le coefficient γ_{sa}^{exp} qui caractérise le comportement élastique de l'éprouvette considérée.

Quant au coefficient de Poisson ν_{sa}^{exp} , la figure 3.21 montre que sa variation en fonction de la pression de confinement reste faible. Ce résultat rejoint les résultats expérimentaux et de modélisation de Emeriault et Cambou (1996) [46].

On étudie ensuite l'effet de la densité initiale du sable. On procède alors de la même façon sur des éprouvettes réalisées avec des densités différentes. On récupère sur chaque essai les coefficients γ_{sa}^{exp} et ν_{sa}^{exp} correspondant à l'éprouvette considérée.

Le tableau 3.4 regroupe les résultats expérimentaux obtenus pour le sable de Fontainebleau à différents états de densité I_D .

On trace ensuite la variation du paramètre γ_{sa}^{exp} (figure 3.22) et du coefficient de Poisson ν_{sa}^{exp} (figure 3.23), en fonction de la porosité du milieu.

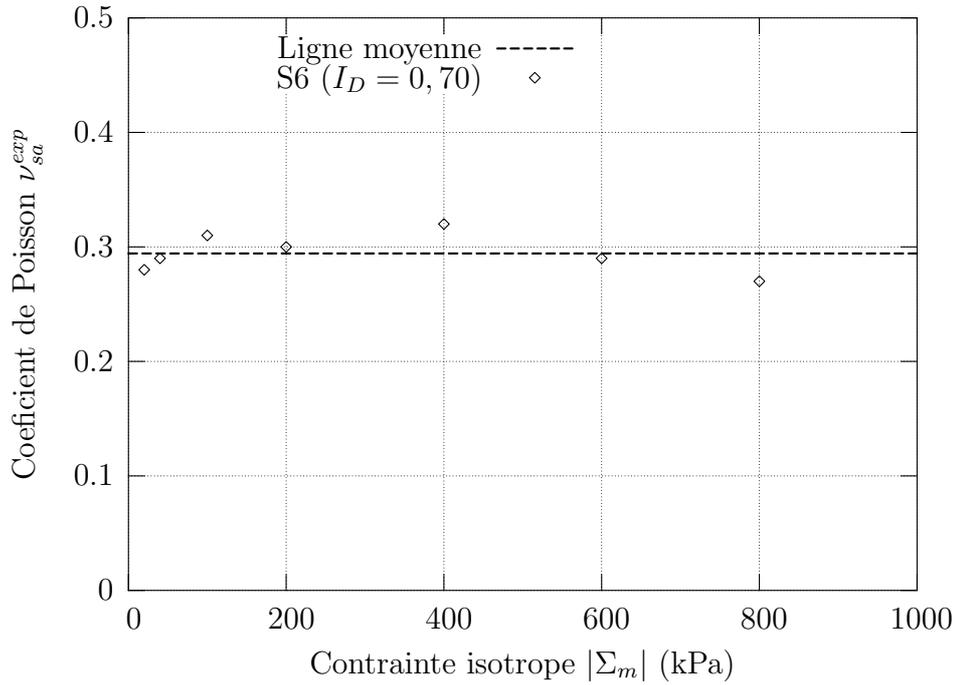


FIG. 3.21: Allure du coefficient de Poisson ν_{sa}^{exp} en fonction de la contrainte isotrope $|\Sigma_m|$ réalisée sur l'éprouvette S6

Ref. Essai	I_D	φ (%)	γ_{sa}^{exp} ($\sqrt{\text{MPa}}$)	ν_{sa}^{exp}
S1	1,04	34,3	1958	0,31
S2	0,99	35,2	1696	0,30
S3	0,94	36,2	1457	0,29
S4	0,90	37,0	1365	0,30
S5	0,83	38,3	1125	0,28
S6	0,70	40,4	992	0,29
Pedro (2004) [73]	0,70	40,4	950	0,30
Hicher (1996) [53]	0,69	40,8	810	*

TAB. 3.4: Paramètres γ_{sa}^{exp} et ν_{sa}^{exp} en fonction de l'état de densité du sable : identification dans la gamme des petites déformations

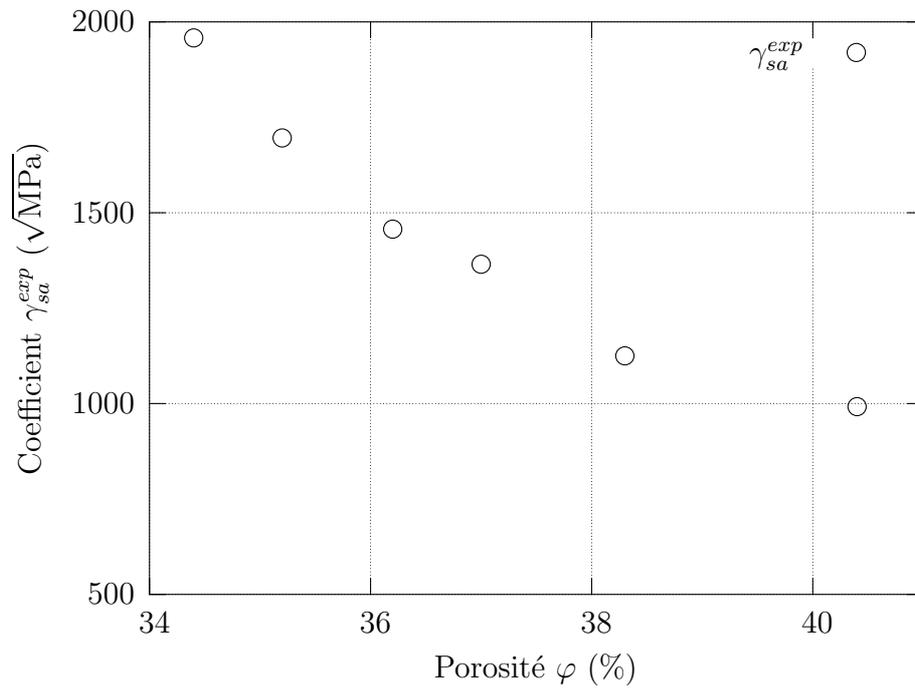


FIG. 3.22: Variation du paramètre γ_{sa}^{exp} en fonction de la porosité φ du milieu

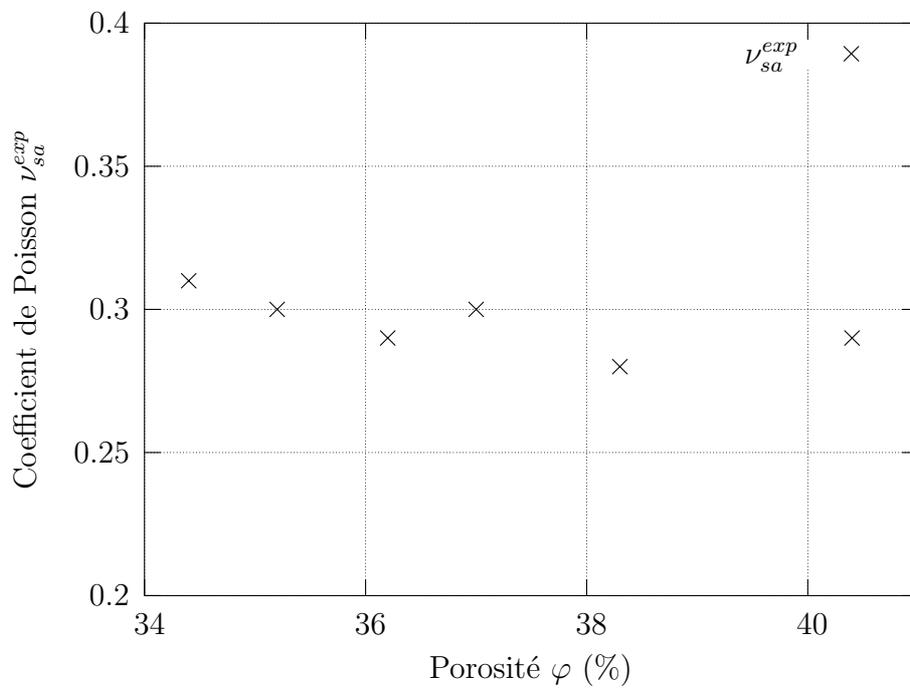


FIG. 3.23: Variation du coefficient de Poisson ν_{sa}^{exp} en fonction de la porosité φ du milieu

3.3.3 Validation de la procédure expérimentale

Pour l'ensemble des essais de cisaillement triaxial réalisés dans le cadre de cette étude expérimentale, nous avons utilisé le même dispositif et la même procédure d'essai décrits dans la section 2.2.3, à la fois pour le sable vierge et le sable injecté. On va pouvoir donc valider notre procédure sur les résultats de comportement du sable vierge. Le comportement du sable vierge a été, en effet, étudié à maintes reprises. Parmi la littérature abondante consacrée à cette question, on cite, en particulier, les travaux de Pedro (2004) [73] sur le sable de Fontainebleau, ou encore les travaux de Dufour Laridan (2001) [35], ceux de El Hosri (1984) [44] et ceux de Hicher (1996) [53] (voir figure 3.24) sur le comportement du sable d'Hostun. La granulométrie des deux sables (Hostun et Fontainebleau) étant relativement proches, on a réalisé une comparaison des résultats de nos essais avec ceux de la littérature, que résume le tableau 3.6.

Référence bibliographique	Matériau	p'_c (kPa)	e	φ (%)	E (MPa)
El Hosri (1984) [44]	Sable d'Hostun :	110	0,725	42,0	245
	$D_{50} = 0,29$ mm	160	0,725	42,0	295
	$e_{min} = 0,66$; $e_{max} = 0,99$	220	0,725	42,0	345
Dufour-Laridan (2001) [35]	Sable d'Hostun :				
	$D_{50} = 0,29$ mm $e_{min} = 0,66$; $e_{max} = 0,99$	98 201	0,69 0,70	40,8 41,2	265 349
Hicher (1996) [53]	Sable d'Hostun :	100	0,69	40,8	256
	$D_{50} = 0,29$ mm	200	0,69	40,8	362
	$e_{min} = 0,66$; $e_{max} = 0,99$	400	0,69	40,8	512
Pedro (2004) [73]	Sable de Fontainebleau :	100	0,68	40,4	315
	$D_{50} = 0,24$ mm	200	0,68	40,4	425
	$e_{min} = 0,54$; $e_{max} = 0,94$	400	0,68	40,4	570
Maalej (2007)	Sable de Fontainebleau :	100	0,68	40,4	255
	$D_{50} = 0,242$ mm	200	0,68	40,4	451
	$e_{min} = 0,54$; $e_{max} = 0,94$	400	0,68	40,4	602

TAB. 3.5: modules d'Young mesurés : comparaison avec les résultats de la littérature

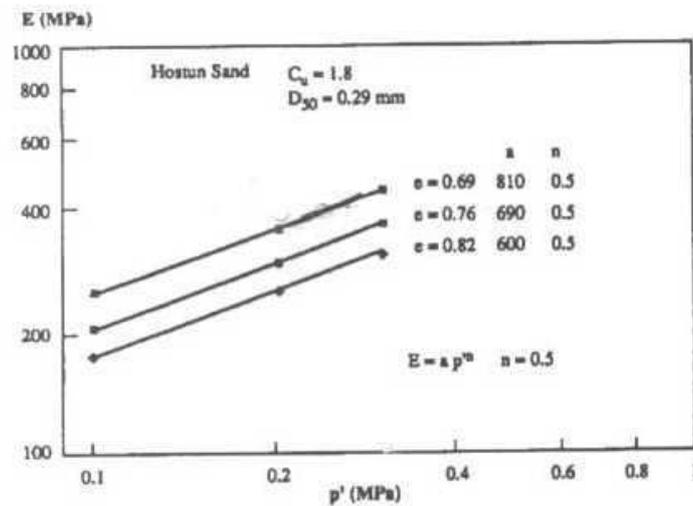


FIG. 3.24: Relation entre le Module d'Young et la contrainte moyenne effective pour un sable d'Hostun, d'après Hicher (1996) [53]

En ce qui concerne la comparaison avec les travaux de Pedro (2004) [73], on présente sur la figure 3.25 une superposition des résultats expérimentaux obtenus par Pedro et ceux obtenus dans le cadre du présent travail pour l'éprouvette S6.

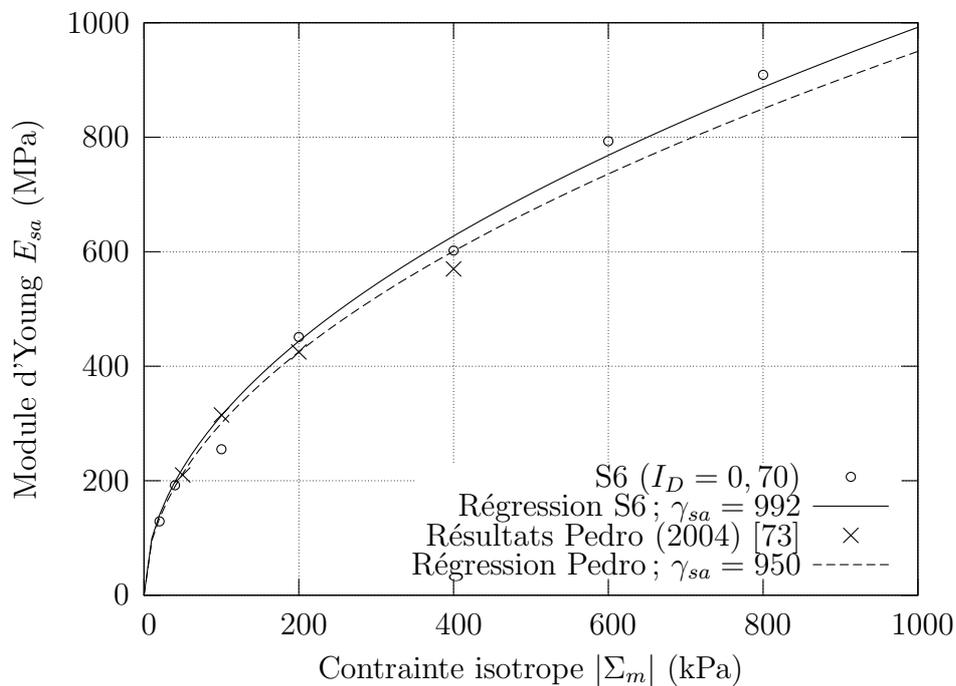


FIG. 3.25: Module d'Young du sable de Fontainebleau : Comparaison avec les résultats de Pedro (2004) [73]

L'erreur relative entre les deux coefficients de régression γ_{sa} est de l'ordre de 4,4 %. On constate que nos résultats et ceux de Pedro (2004) [73] sont très proches.

3.3.4 Comportement du milieu injecté sous chargement isotrope : gamme des déformations intermédiaires

On présente dans cette section le comportement du milieu injecté sous chargement isotrope, l'objectif étant d'évaluer l'amélioration apportée par l'opération d'injection sur le comportement du milieu sous chargement isotrope.

3.3.4.1. Présentation d'un essai type

La figure 3.26 présente les valeurs expérimentales des coefficients de compression isotrope k_{inj}^{exp} mesurés pour chacune des contraintes isotrope $|\Sigma_m|$ (kPa) considérées. Ces résultats sont issus du dépouillement des résultats d'un essai de compression isotrope réalisé, conformément à la procédure décrite dans la section 2.2.4, sur une éprouvette de sable injecté issue du niveau 1 de la colonne C17.

Comparées aux éprouvettes de sable vierge, les éprouvettes de sable injecté sont sensiblement plus rigides, on peut donc les maintenir sans l'application d'une précontrainte. L'essai est alors démarré à partir de l'état non contraint $p_{conf} = 0$. Le module sécant ne subit donc pas la correction effectuée pour le sable vierge. On effectue donc une régression sur les données expérimentale avec la forme (3.2), qui est également représentée sur la figure 3.26.

3.3.4.2. Comparaison avec le comportement du sable vierge

La figure 3.27 présente l'allure du module de compression isotrope k^{exp} pour une éprouvette de sable vierge S11 et une éprouvette de sable injecté C17.1.

On constate donc que l'opération d'injection apporte une amélioration très significative du comportement isotrope du milieu. Toutefois, la structure du comportement élastique non linéaire reste inchangée par l'injection. Cela est probablement dû au fait que la microstructure de l'assemblage granulaire de départ qui conditionne cette non linéarité reste inchangée après injection (voir les observations réalisées au MEB, figure 4.3). Cette observation expérimentale sera interprétée dans le cadre d'une approche micromécanique présentée dans le chapitre 5.

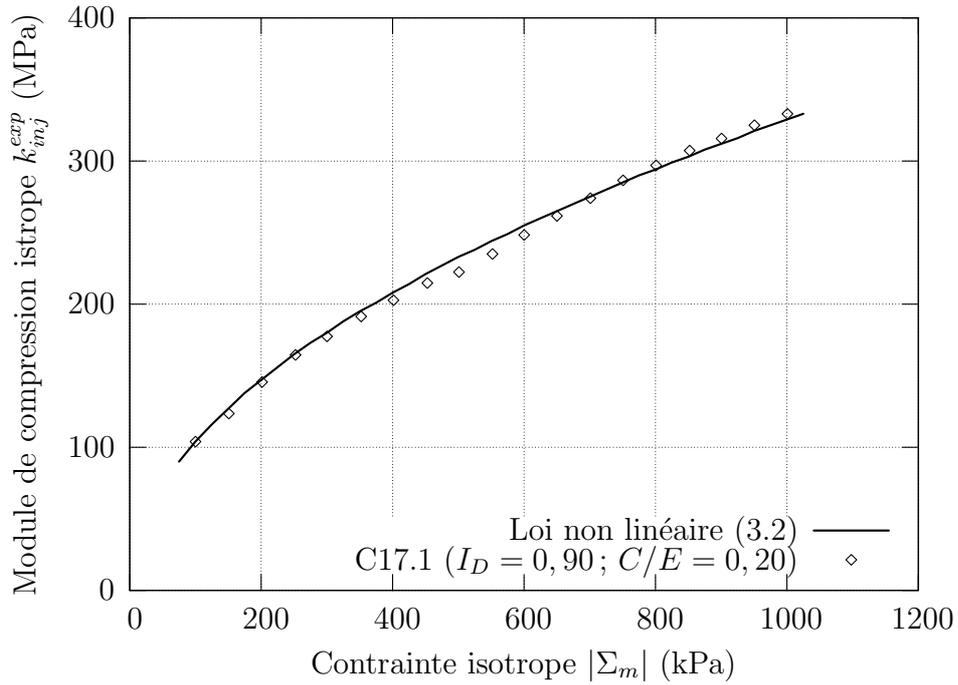


FIG. 3.26: Modules de compression istrope k_{inj}^{exp} pour l'éprouvette C17.1 de sable injecté

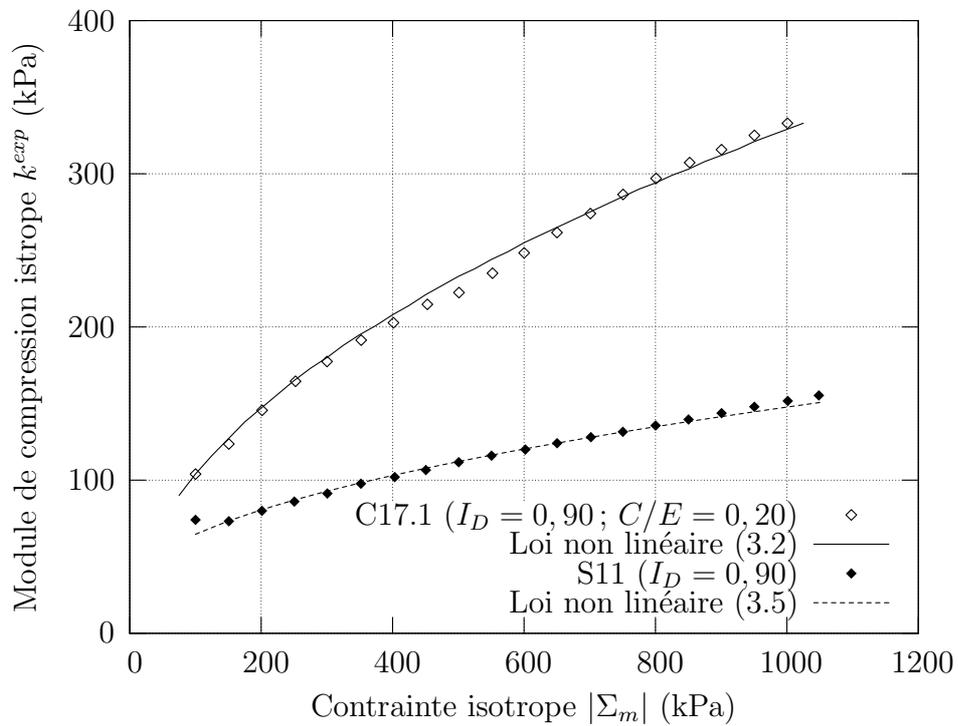


FIG. 3.27: Comparaison du module de compression istrope k^{exp} d'un sable vierge S11 et injecté C17.1

3.3.4.3. Influence de la position par rapport à la source d'injection et de la concentration en ciment du coulis injecté

En s'éloignant de la source d'injection, il est évident que la rigidité du milieu injecté va diminuer et tendre vers le comportement du matériau vierge. On présente, sur la figure 3.28, l'allure du module de compression isotrope en fonction de l'état de confinement pour différents niveaux de la colonne C17. Pour des raisons de clarté, seuls les niveaux 1, 2 et 5 sont représentés. On met clairement en évidence la diminution des propriétés élastiques du matériau en s'éloignant de la source d'injection. Cette constatation est cohérente avec l'analyse porosimétrique (voir section 4.3.3, figure 4.23 par exemple), qui fait apparaître une augmentation de la porosité associée à cette diminution des propriétés mécaniques, en s'éloignant du point d'injection.

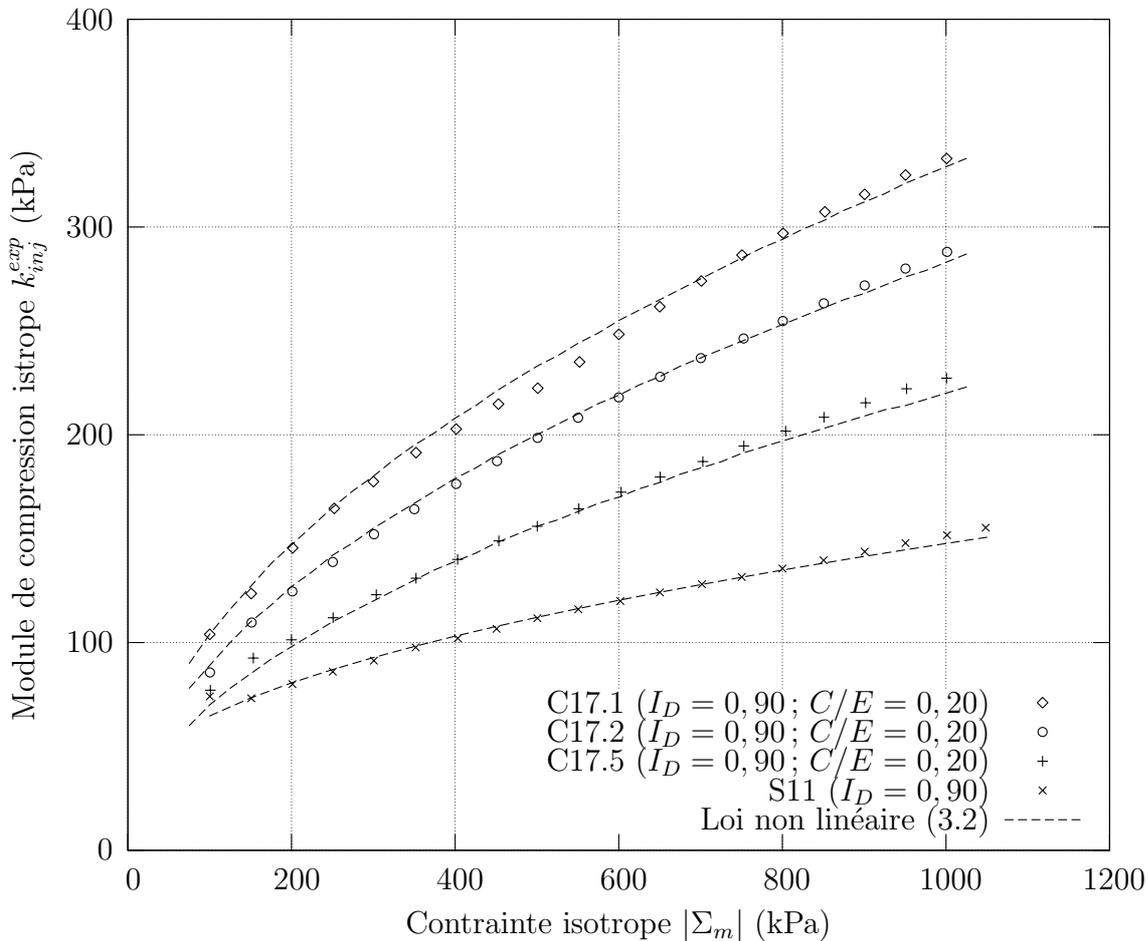


FIG. 3.28: Module de compression isotrope k_{inj}^{exp} d'un sable vierge et d'un sable injecté pour différents niveaux de la colonne C17

À partir de la courbe de régression, on en déduit le paramètre α_{inj}^{exp} ($k_{inj}^{exp} = \alpha_{inj}^{exp} \sqrt{|\Sigma_m|}$) correspondant à l'éprouvette considérée. On regroupe alors dans le tableau 3.6 les coefficients α_{inj}^{exp} obtenus sur les différentes colonnes considérées.

Réf. Colonne	Paramètres	Réf. éprouvette	Cote moyenne z (cm)	α_{inj}^{exp} ($\sqrt{\text{MPa}}$)
C17	$I_D = 0,90 ; C/E = 0,20$	C17.1	14	327
		C17.2	34	283
		C17.3	54	238
		C17.4	74	220
		C17.5	94	214
C21	$I_D = 0,90 ; C/E = 0,20$	C21.1	14	312
		C21.2	34	269
		C21.3	54	244
		C21.4	74	*
		C21.5	94	216
C23	$I_D = 0,90 ; C/E = 0,20$	C23.1	14	307
		C23.2	34	*
		C23.3	54	243
		C23.4	74	229
		C23.5	94	196
C19	$I_D = 0,90 ; C/E = 0,15$	C19.1	14	289
		C19.3	54	235
		C19.5	94	189
C20	$I_D = 0,90 ; C/E = 0,15$	C20.1	14	267
		C20.3	54	201
		C20.5	94	192
C28	$I_D = 0,90 ; C/E = 0,10$	C28.1	14	207
		C28.3	54	176
		C28.5	94	133
C30	$I_D = 0,90 ; C/E = 0,10$	C30.1	14	229
		C30.3	54	*
		C30.5	94	161

TAB. 3.6: Coefficient α_{inj}^{exp} obtenus sur les éprouvettes de sable injecté considérées

On constate une bonne répétabilité des essais. L'effet de la concentration en ciment sur les propriétés mécaniques après injection est également significatif. Afin d'illustrer cette dernière observation, on présente sur la figure 3.29 l'allure du coefficient α_{inj}^{exp} en fonction de la position dans la colonne, et ce, pour trois colonnes injectées avec des coulis de concentration en ciment différentes.

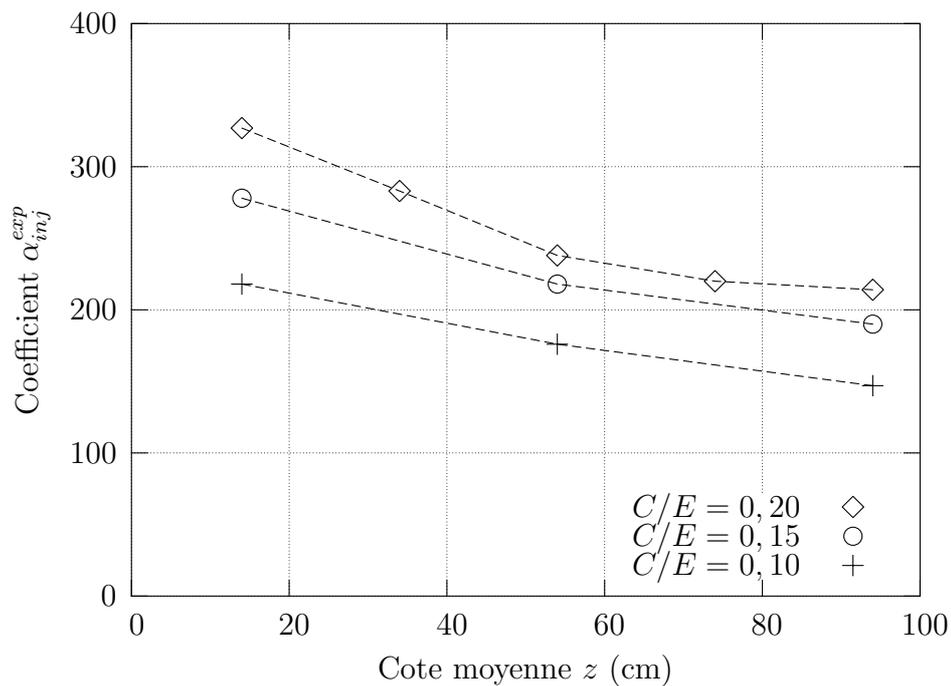


FIG. 3.29: Variation du coefficient α_{inj}^{exp} en fonction de la position z dans la colonne et de la concentration en ciment C/E du coulis injecté

3.3.5 Chargement triaxial : gamme des petites déformations (de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-5})

Le module d'Young du milieu injecté E_{inj}^{exp} est déterminé de la même façon que pour les éprouvettes de sable, en suivant la procédure décrite dans la section 2.2.3.2.

Dans un premier temps, nous avons réalisé trois essais de répétabilité sur des éprouvettes issues du niveau 1 de trois colonnes (C23, C24 et C31) de paramètres I_D et C/E identiques. Les courbes expérimentales correspondant à ces essais sont présentées sur la figure 3.30 et montrent que le module d'Young moyen $E_{inj, moy}^{exp}$ pour ce niveau de la colonne est égal à 1298 MPa avec une incertitude $\frac{\Delta E_{inj}^{exp}}{E_{inj, moy}^{exp}}$ égale à 5%.

3.3.5.1. Influence de l'état de contrainte isotrope : détermination du paramètre γ_{inj}^{exp}

Afin d'étudier l'influence de l'état de contrainte isotrope sur le module d'Young tangent E_{inj}^{exp} , on suit, lors du chargement correspondant à la gamme des petites déformations, le chemin de contrainte détaillé dans la section 2.2.3 (voir figure 2.25). Nous obtenons alors le module d'Young E_{inj}^{exp} correspondant à chaque état de contrainte isotrope $|\Sigma_m| = -p_{conf}$. On trace alors par la suite la courbe $(E_{inj}^{exp} ; |\Sigma_m|)$. La figure 3.31 représente le résultat de l'essai réalisé sur l'éprouvette C31.1.

Par régression sur les points expérimentaux à l'aide de la forme non linéaire (3.7), on constate que le module d'Young d'un milieu injecté suit également la même forme de non linéarité de comportement que celle correspondant au sable pur. On peut alors déterminer le coefficient γ_{inj}^{exp} relatif au comportement d'un milieu injecté décrit sous la forme : $E_{inj}^{exp} = \gamma_{inj}^{exp} \sqrt{|\Sigma_m|}$.

3.3.5.2. Comparaison avec le milieu vierge et influence de la position par rapport à la source d'injection

Afin de mettre en évidence l'effet de l'injection et de la position relative par rapport à la source d'injection, on réalise des essais sur des éprouvettes situées à différents niveaux le long de la colonne injectée. Pour étudier l'influence de ce paramètre sur le module d'Young tangent à l'origine ($q = 0$), nous avons réalisé des essais triaxiaux en suivant le chemin de contrainte détaillé dans la section 2.2.3 (voir figure 2.25). Le tableau 3.7 répertorie les essais triaxiaux en petites déformations et à différents états de confinement ($|\Sigma_m| = -p_{conf}$), réalisés sur la colonne C31, de paramètres $I_D = 0, 90$ et $C/E = 0, 20$. On reporte également le coefficient γ_{inj}^{exp} retrouvé pour chaque éprouvette.

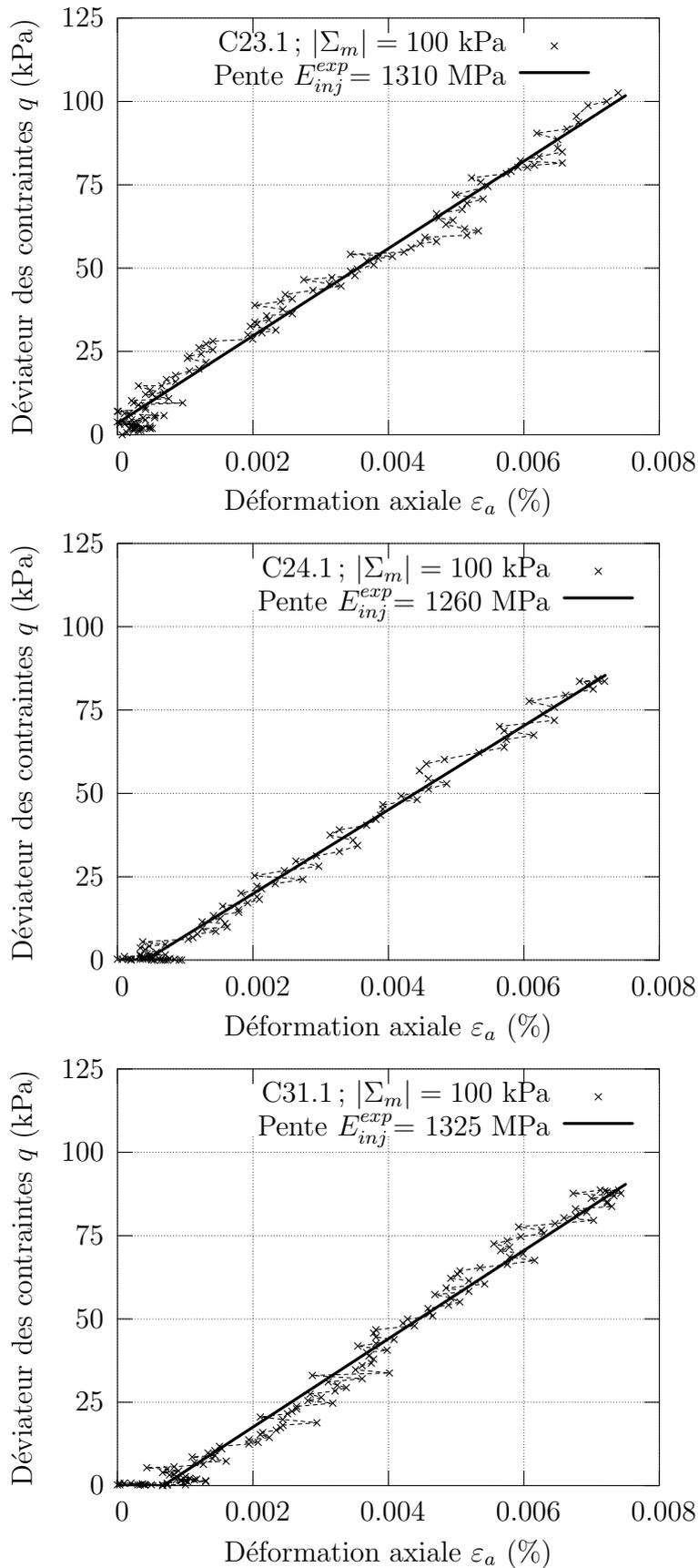


FIG. 3.30: Essais de répétabilité sur des éprouvettes de sable injecté soumises à un cisaillement triaxial en petites déformations

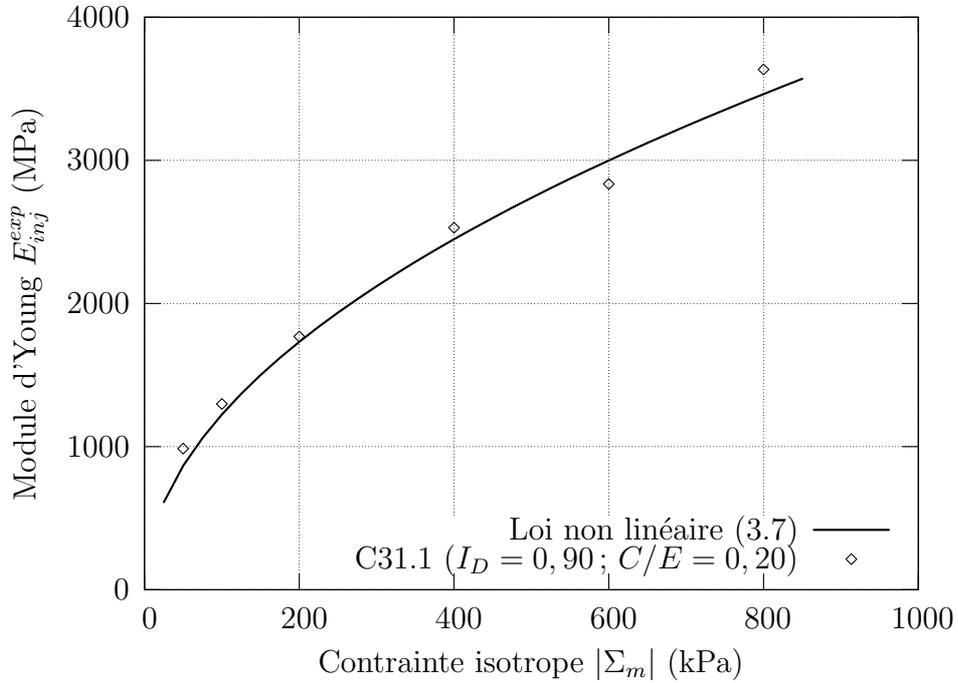


FIG. 3.31: Variation du module d'Young E_{inj}^{exp} avec l'état de contrainte isotrope $|\Sigma_m|$ pour l'éprouvette de sable injecté C31.1

Réf. Éprouvette	$ \Sigma_m =$ 50 kPa	$ \Sigma_m =$ 100 kPa	$ \Sigma_m =$ 200 kPa	$ \Sigma_m =$ 400 kPa	$ \Sigma_m =$ 600 kPa	$ \Sigma_m =$ 800 kPa	γ_{inj}^{exp}
C31.1	986	1298	1769	2529	2835	3635	3872
C31.2	786	938	1356	1864	2312	1812	3081
C31.3	523	912	1136	1623	1856	2376	2496
C31.4	479	746	1092	*	1903	2206	2427
C31.5	512	859	1050	1398	1912	2102	2383

TAB. 3.7: Module d'Young E_{inj}^{exp} et coefficient γ_{inj}^{exp} obtenus sur les éprouvettes de sable injecté considérées

On présente ensuite sur la figure 3.32 l'allure du module d'Young E_{inj}^{exp} en fonction de l'état de contrainte isotrope $|\Sigma_m|$ pour différents niveaux de la colonne C31. On place également sur la même figure l'allure du module d'Young enregistré pour une éprouvette de sable fabriquée avec la même densité que pour la colonne C31.

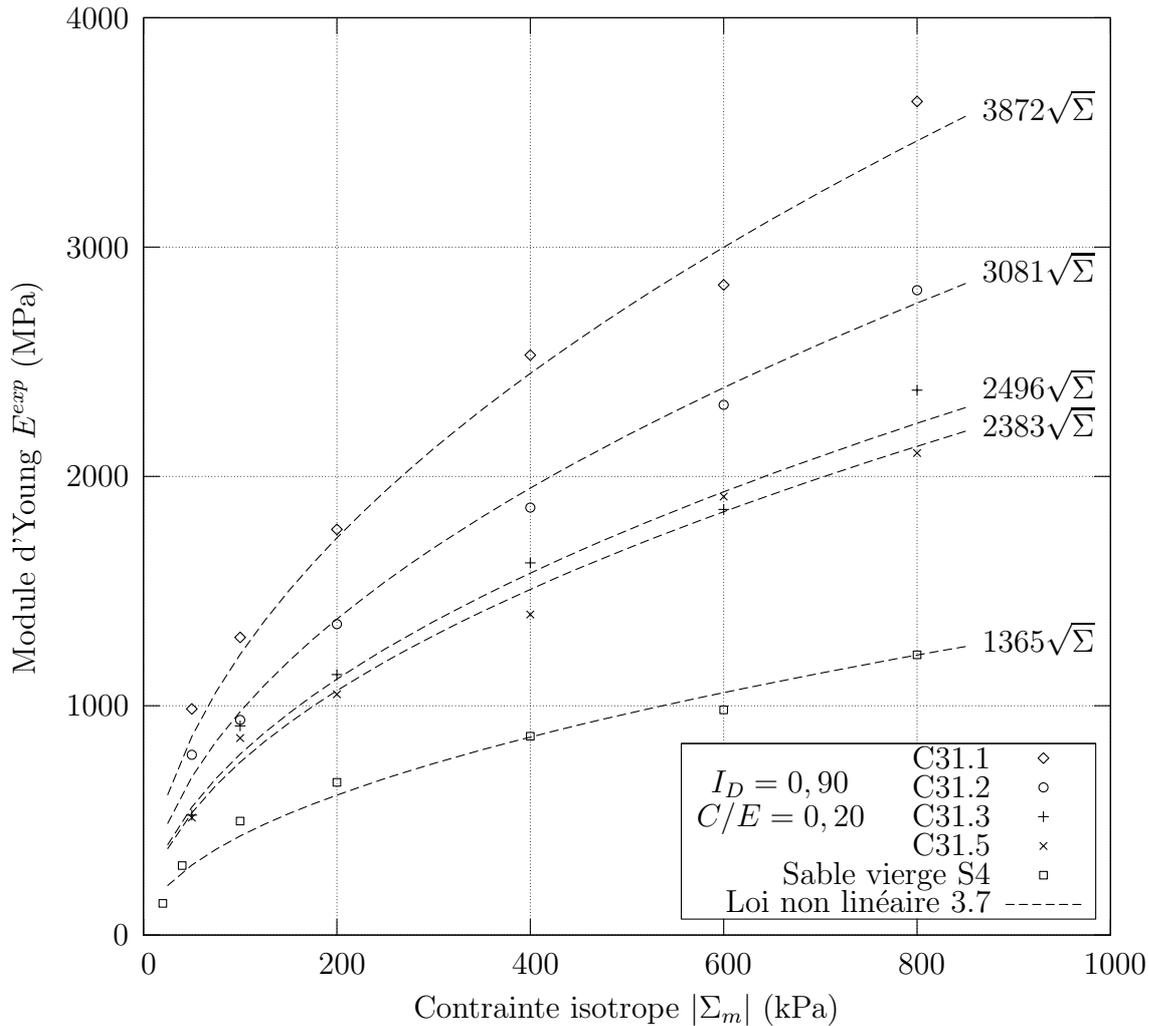


FIG. 3.32: Module d'Young E^{exp} du sable pur et du sable injecté pour différents niveaux de la colonne C31

On constate une amélioration considérable du comportement élastique du sable après injection. Les valeurs du module d'Young E_{inj}^{exp} sont d'autant plus importantes que l'on augmente l'état de confinement et que l'on se rapproche de la source d'injection.

En guise d'illustration, on trace sur la figure 3.33 l'allure du coefficient γ_{inj}^{exp} en fonction de la position dans la colonne C31. On note une diminution des caractéristiques élastiques du milieu au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la source d'injection. Cela est dû essentiellement au phénomène de filtration qui a lieu lors de la phase d'injection. Grâce à la filtration, les éprouvettes sont plus riches en ciment, donc plus rigides après prise, lorsqu'on est proche du point d'injection. Cette constatation est confirmée par les observations microstructurales et la porosimétrie au mercure présentées dans le chapitre 4.

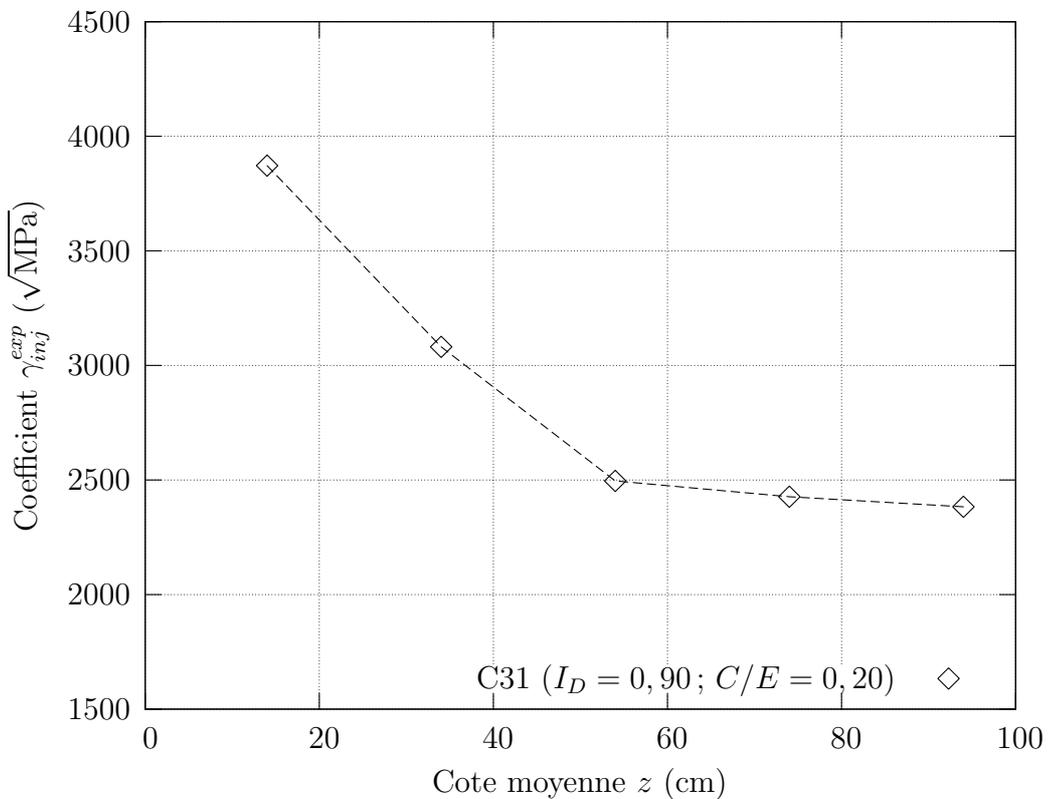


FIG. 3.33: Variation du coefficient γ_{inj}^{exp} en fonction de la position dans la colonne C31

3.4 Comportement irréversible du matériau injecté : Caractérisation des paramètres de rupture

Après avoir étudié le comportement en petites déformations du milieu injecté, nous étudions, maintenant, son comportement jusqu'à la rupture. L'objectif, ici, est de déterminer les caractéristiques de rupture du milieu granulaire après injection et prise. On réalise, pour cela, des essais de compression simple et des essais triaxiaux, sur des éprouvettes de sable injecté.

On présente, dans un premier temps, la résistance des éprouvettes à un essai de compression simple. On détermine alors l'évolution de la résistance à la compression simple R_c en fonction des paramètres d'injection et de la position par rapport à la source d'injection. On présente ensuite les résultats des essais triaxiaux drainés et consolidés à une pression p'_c . Cela permet de caractériser de façon plus précise l'enveloppe de rupture du milieu injecté. On approxime ensuite l'enveloppe de rupture à une droite dans le plan des contraintes principales. Nous déduisons alors les paramètres classiques de la droite de Mohr-Coulomb, à savoir, l'angle de frottement interne et la cohésion. On présente dans la dernière section une relation entre ce dernier paramètre et la fraction de ciment présente dans l'éprouvette.

3.4.1 Résistance à la compression simple

Des essais de compression uniaxiale ont été réalisés sur les éprouvettes de sable injecté conformément à la procédure décrite dans la section 2.2.2. La figure 3.34 présente un essai typique réalisé sur la colonne C2. Il s'agit des résultats des essais de compression simple sur les cinq éprouvettes prélevées sur la colonne C2.

Pour la plupart des essais de compression simple réalisés, on a observé des comportements similaires, avec des résistances relativement importante de l'ordre de 1500 à 8000 kPa. La résistance au cisaillement se mobilise très rapidement et l'on atteint un maximum de résistance pour des déformations axiales de l'ordre de 0,3 % sans que l'on constate d'altération visible de l'éprouvette. Au delà de ce maximum de déformation, on observe une phase radoucissante (figure 3.34).

On constate également que, plus l'éprouvette considérée est loin du point d'injection, et plus sa résistance maximale est faible. Cette évolution renvoie au phénomène de filtration et est déjà observée, de façon similaire, sur les caractéristiques élastiques.

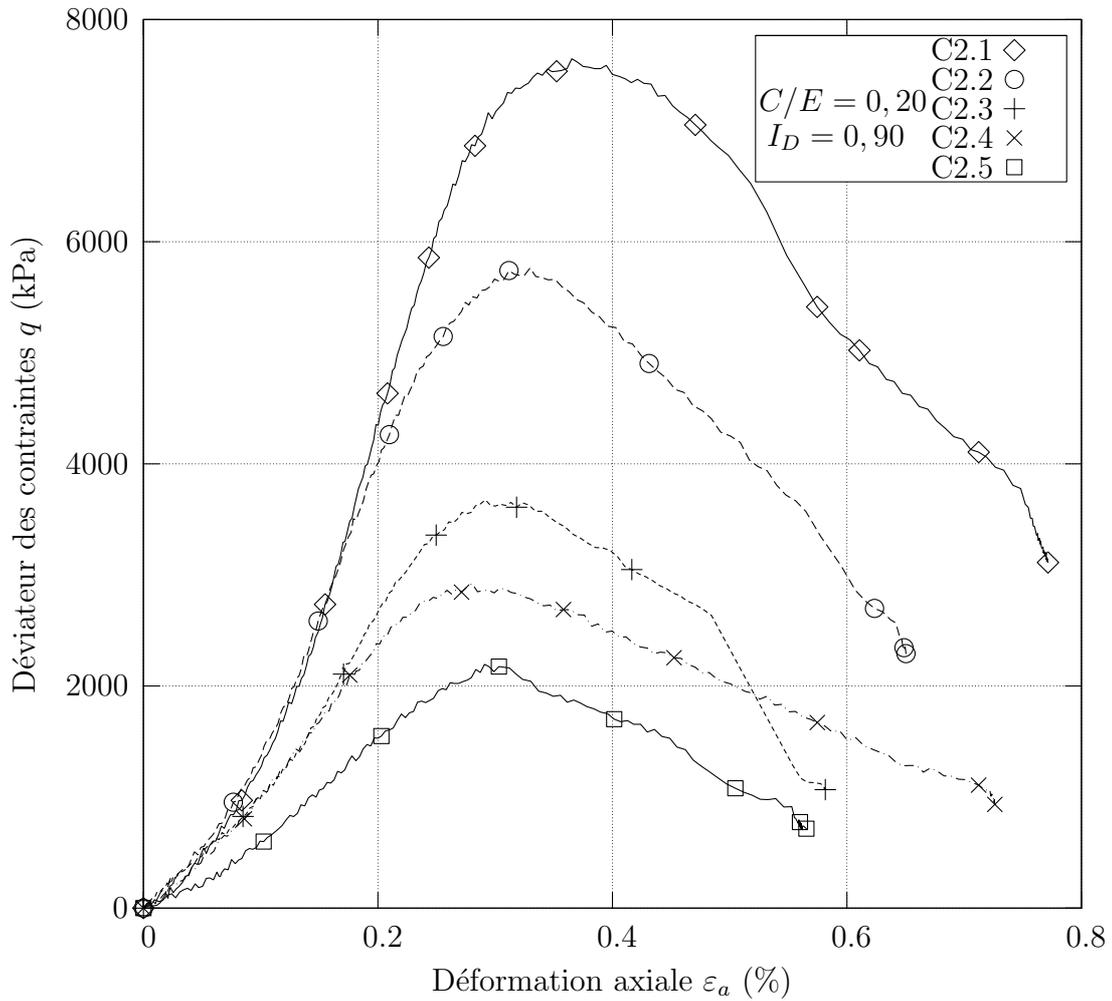


FIG. 3.34: Résultats des essais de compression simple sur les éprouvettes prélevées sur la colonne C2

Le tableau 3.8 présente l'ensemble des essais réalisés ainsi que la résistance à la compression simple atteinte pour chacune des éprouvettes considérées.

On constate une bonne répétabilité des essais réalisés sur les colonnes injectées avec une concentration en ciment $C/E = 0,20$. L'incertitude maximale sur la valeur de la résistance R_c , $\frac{\Delta R_c}{R_c}$, évaluée sur le niveau 2 de la colonne, vaut environ 5,5 %.

Réf. Colonne	Paramètres	Réf. essai	R_c
C2	$I_D = 0,90 ; C/E = 0,20$	CS_C2.1	7848
		CS_C2.2	5785
		CS_C2.3	3720
		CS_C2.4	2947
		CS_C2.5	2213
C5	$I_D = 0,90 ; C/E = 0,20$	CS_C5.1	7576
		CS_C5.2	5484
		CS_C5.3	3745
		CS_C5.4	2750
		CS_C5.5	2319
C6	$I_D = 0,90 ; C/E = 0,20$	CS_C6.1	7947
		CS_C6.2	5625
		CS_C6.3	3517
		CS_C6.4	2851
		CS_C6.5	2292
C12	$I_D = 0,90 ; C/E = 0,15$	CS_C12.1	5040
		CS_C12.2	3766
		CS_C12.3	2825
		CS_C12.4	2075
		CS_C12.5	1770
C11	$I_D = 0,90 ; C/E = 0,10$	CS_C11.1	3378
		CS_C11.2	2340
		CS_C11.3	1648
		CS_C11.4	1305
		CS_C11.5	1184

TAB. 3.8: Résistance en compression simple R_c obtenue sur les éprouvettes considérées

Ces résultats sont également proches de ceux réalisés par Dupla et al. (2004) [39] (voir tableau 3.9) sur des éprouvettes issues de colonnes de sable injecté et utilisant le même dispositif d'injection.

Niveau éprouvette	Cote éprouvette (cm)	Résultats Maalej (2007)	Dupla et al. (2004) [39]	Erreur (%)
1	14	7848	8300	5,8
2	34	5785	5800	0,3
3	54	3720	4050	8,9
4	74	2947	3700	25,6
5	94	2213	2500	12,9

TAB. 3.9: Comparaison de la résistance en compression simple R_c avec les résultats de Dupla et al. (2004) [39]

3.4.1.1. Synthèse des résultats

La figure 3.35 présente une synthèse des résistances maximales à la compression simple en fonction de la distance au point d'injection et de la concentration en ciment du coulis injecté.

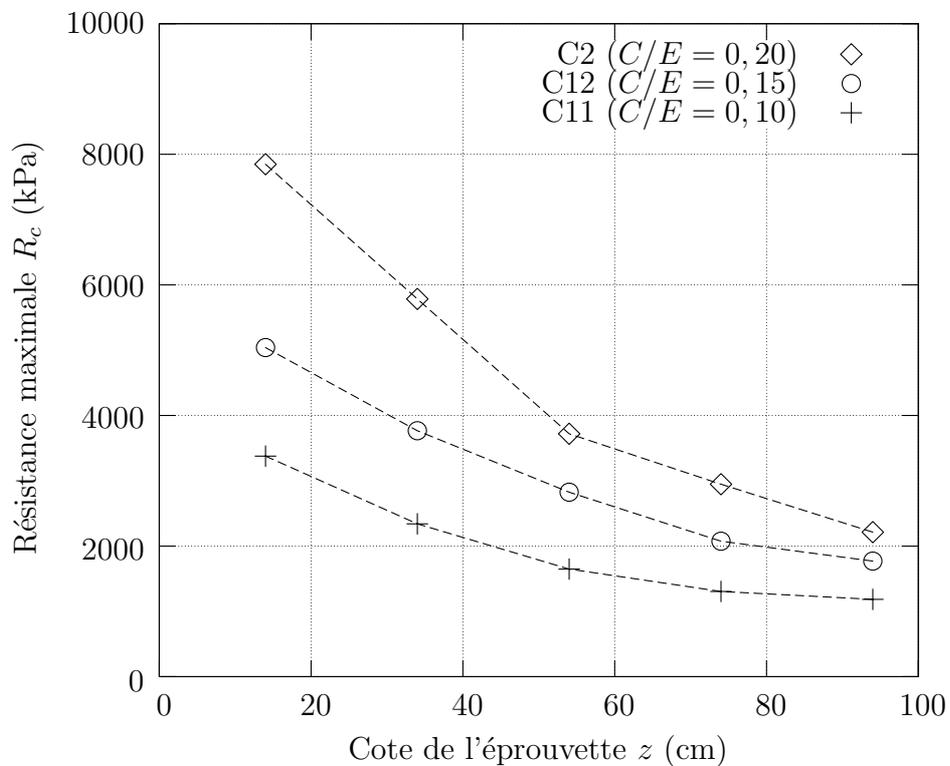


FIG. 3.35: Variation de la résistance en compression simple R_c par rapport à la cote z et au rapport C/E

On remarque que, plus on s'éloigne du point d'injection, plus la concentration du coulis en ciment est faible et plus le taux de décroissance de la résistance est important. Pour les coulis à faible concentration de ciment $C/E = 0,10$, l'évolution de la résistance maximale est plus réduite (passant de 3378 à 1184 kPa) comparée à celle obtenue pour $C/E = 0,20$. Ce taux de décroissance plus ou moins élevé peut rendre compte du type de filtration qui a eu lieu dans la colonne. Plus le coulis est riche en ciment et plus la filtration des particules est accentuée au sein des espaces intergranulaires.

On observe également que plus le rapport C/E est grand et plus la résistance maximale est élevée, le maximum de résistance étant atteint pour l'éprouvette la plus proche du point d'injection. Ce phénomène est lié au niveau de filtration du matériau auquel il faut ajouter la décantation des particules de ciment à la fin de l'opération d'injection de la colonne, et avant sa mise en place sur le "dispositif rotatif".

Une équation reliant la résistance à la compression simple R_c à la distance au point d'injection z et au rapport C/E a été proposée par Dupla et al. (2004) [39] :

$$R_c = \frac{a}{z} (C/E)^{1+\frac{b}{z}} \quad (3.8)$$

où a et b sont deux constantes liées aux caractéristiques de la matrice granulaire (granulométrie, indice de densité).

On détermine les paramètres a et b à partir des résultats expérimentaux obtenus pour les éprouvettes placées à $z = 0,14$ m. On obtient $a = 12,7$ et $b = 0,07$. La comparaison des résultats expérimentaux avec les simulations montre un bon accord pour les autres distances z (figure 3.36). Ce résultat constitue une validation de l'équation 3.8 proposée par Dupla et al. (2004) [39].

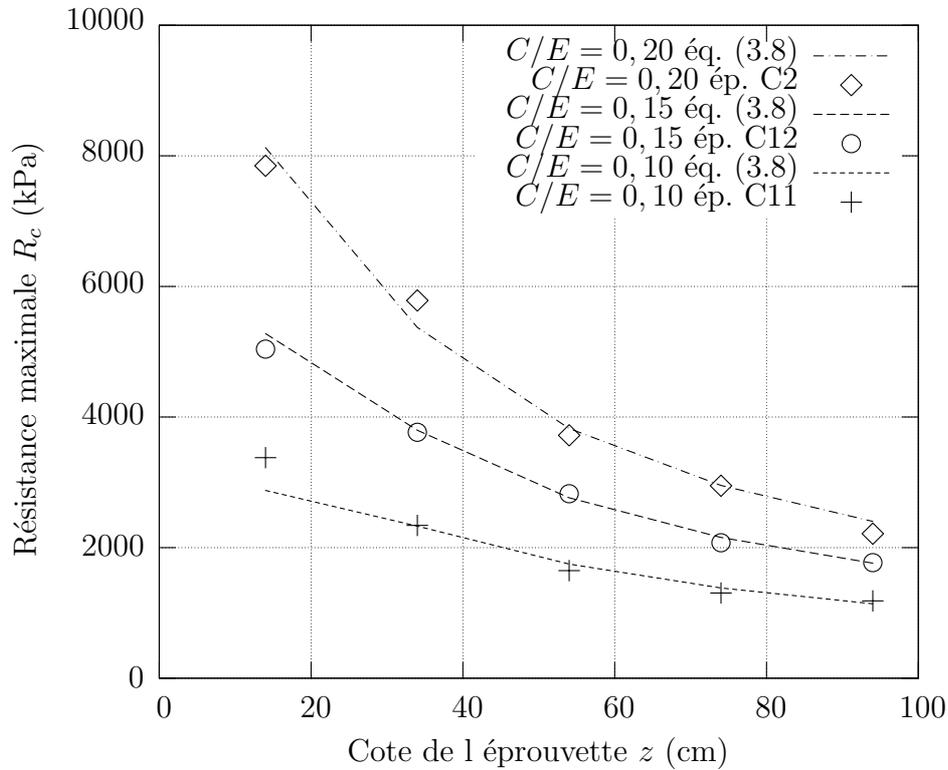


FIG. 3.36: Comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats obtenus à partir de la formule (3.8)

3.4.2 Essais triaxiaux : Construction de l'enveloppe de rupture

Le but de cette série d'essais est la détermination de l'enveloppe de rupture d'un milieu granulaire injecté. Pour ce faire, on a réalisé des essais triaxiaux conformément à la procédure décrite dans la section 2.2.3 sur des éprouvettes de sable injecté, et ce, en faisant varier le niveau de confinement. Chaque essai nous fournit alors la charge maximale admissible en fonction de l'état de confinement considéré. Afin d'obtenir une estimation raisonnable de l'enveloppe de rupture, il est donc nécessaire de reproduire, expérimentalement, plusieurs points de cette courbe. On a alors réalisé une série d'essais sur les différentes colonnes injectées. Le tableau 3.10 répertorie les références des éprouvettes testées en cisaillement triaxial et retenues pour la construction de l'enveloppe de rupture. On indique pour chaque éprouvette l'état de confinement isotrope p_{conf} appliqué.

C/E	cote	$p_{conf}=100$ kPa	$p_{conf}=200$ kPa	$p_{conf}=300$ kPa	$p_{conf}=400$ kPa	$p_{conf}=600$ kPa	$p_{conf}=800$ kPa	$p_{conf}=1000$ kPa
0,20	14	C13.1	*	C25.1	C14.1	C24.1	C23.1	C17.1
0,20	34	C13.2	*	*	C14.2	C24.2	C23.2	C17.2
0,20	54	C13.3	*	C25.3	C14.3	C24.3	C23.3	C17.3
0,20	74	C13.4	*	C25.4	C14.4	*	C23.4	C17.4
0,20	94	C13.5	*	C25.5	C14.5	C24.5	C23.5	C17.5
0,15	14	C07.1	C08.1	*	C20.1	*	C20.1	*
0,15	54	C07.3	C08.3	*	C20.3	*	C20.3	*
0,15	94	C07.5	C08.5	*	C20.5	*	C20.5	*
0,10	14	C09.1	C10.1	C29.1	*	C30.1	C16.1	*
0,10	54	C09.3	C10.3	C29.3	*	*	C16.3	*
0,10	94	C09.5	C10.5	C29.5	*	C30.5	C16.5	*

TAB. 3.10: Références des éprouvettes retenues pour les essais de cisaillement triaxial

3.4.2.1. Répétabilité des essais en terme de résistance maximale à la rupture

Afin de s'assurer du caractère significatif des résultats expérimentaux que nous obtiendrons, il est nécessaire de vérifier la répétabilité de comportement lors d'essais réputés identiques.

La répétabilité des essais passe tout d'abord par la reproduction à l'identique des éprouvettes à tester. La procédure d'injection des colonnes doit donc être bien respectée et la répétabilité des colonnes dans la phase d'injection est nécessaire. D'où l'utilité du suivi des essais d'injection décrit dans la section précédente (section 3.1). Ensuite les dispositifs de mesure doivent être bien étalonnés et la procédure d'essai bien respectée. Pour vérifier la répétabilité de nos essais, nous avons effectué trois séries de deux essais triaxiaux drainés consolidés sous une contrainte isotrope de 800 kPa. Chaque série d'essais correspond à un niveau donné de la colonne de sable injectée. Les éprouvettes sont issues des niveaux 1, 3 et 5 des colonnes C23 et C21 (figure 3.37). Ces dernières sont fabriquées sous les mêmes caractéristiques ($I_D = 0,90$, $C/E = 0,20$).

Les résultats de ces séries d'essais montrent une bonne répétabilité en terme de résistance au cisaillement mobilisée. L'incertitude maximale sur la valeur du déviateur au pic de résistance, $\frac{\Delta q}{q_{moy}}$, vaut environ 3,6%.

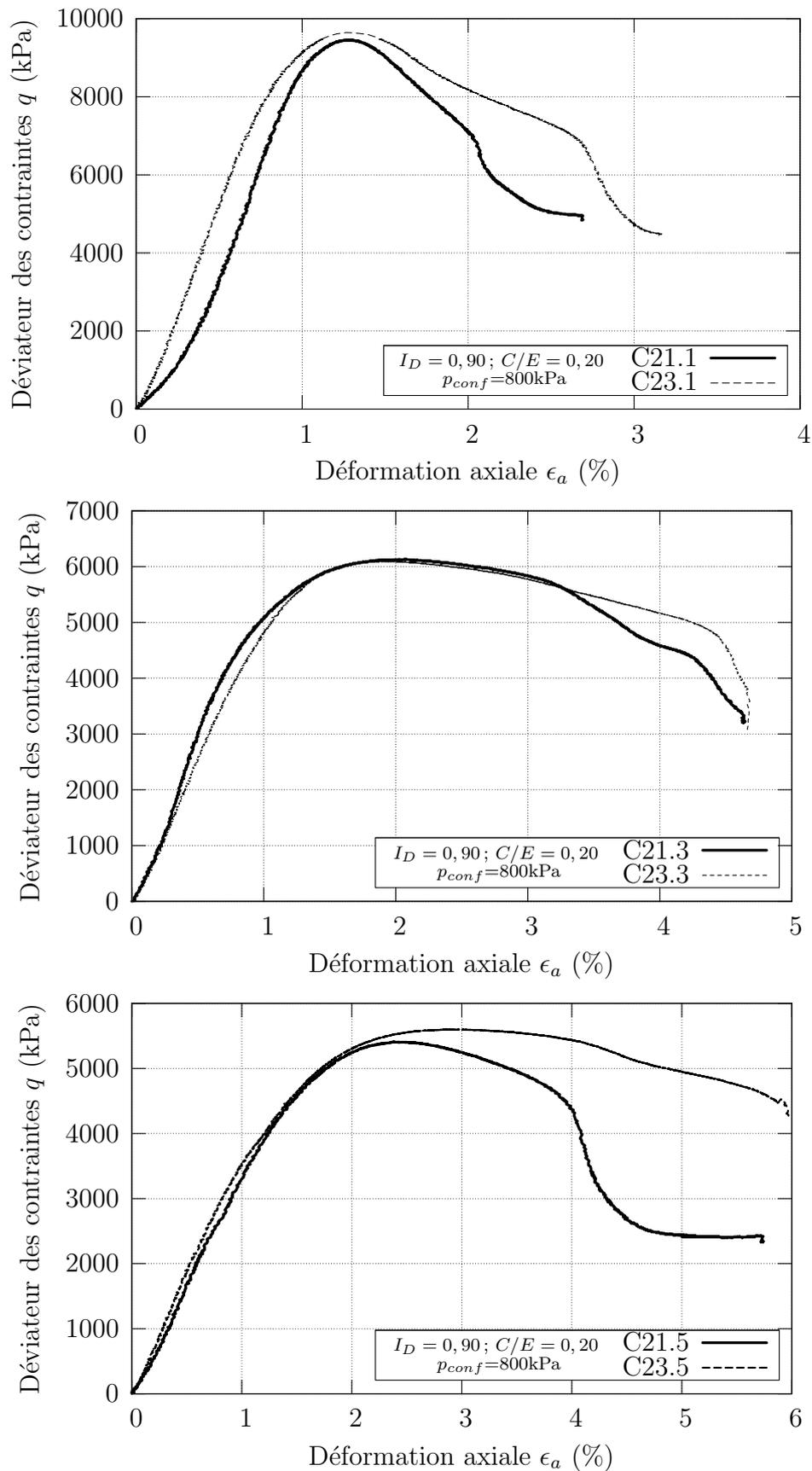


FIG. 3.37: Essais de répétabilité sur le niveau 1, 2 et 3 des colonnes C23 et C21

3.4.2.2. Détermination de l'enveloppe de rupture

Pour chaque essai, l'évolution du déviateur de contraintes est représentée sur deux graphes. Sur le premier, on représente la courbe de cisaillement dans le plan (q, ε_a) . Dans le deuxième plan, appelé plan de Cambridge, on représente le déviateur q en fonction de la contrainte moyenne effective p' calculée comme suit :

$$p' = \frac{q}{3} + p_{conf} \quad (3.9)$$

Ce type de représentation est appelé chemin de contrainte. Dans le cas non drainé, on définit le chemin des contraintes totales et le chemin des contraintes effectives.

À titre d'exemple, la figure 3.38 présente les résultats d'essais triaxiaux réalisés à cinq pressions de confinement différentes sur des échantillons issus du niveau 2 de cinq colonnes réalisées de manière bien répétable.

Par ailleurs, lorsque l'on représente, dans le plan de Mohr, l'état de contrainte de rupture correspondant au maximum de résistance pour des essais triaxiaux à contraintes de confinement différentes, il est possible de définir, dans un certain domaine de contraintes, une enveloppe linéaire tangente aux cercles de Mohr. Cette enveloppe correspond au critère de rupture de Mohr-Coulomb :

$$\tau = c' + \sigma' \tan \varphi' \quad (3.10)$$

avec τ la contrainte de cisaillement, c' la cohésion, φ' l'angle de frottement interne et σ' la composante normale de la contrainte.

On peut également représenter cet état dans le plan du chemin de contrainte (q, p) (figure 3.38 (b)). La ligne définie par la régression linéaire des sommets des chemins des contraintes est caractérisée par sa pente M_d et son ordonnée à l'origine C_d . Les valeurs de l'angle de frottement φ' et de la cohésion c' sont reliées avec M_d et C_d par :

$$\varphi' = \arcsin \left(\frac{3M_d}{6 + M_d} \right) \quad (3.11)$$

$$c' = \frac{3 - \sin \varphi'}{6 \cos \varphi'} C_d \quad (3.12)$$

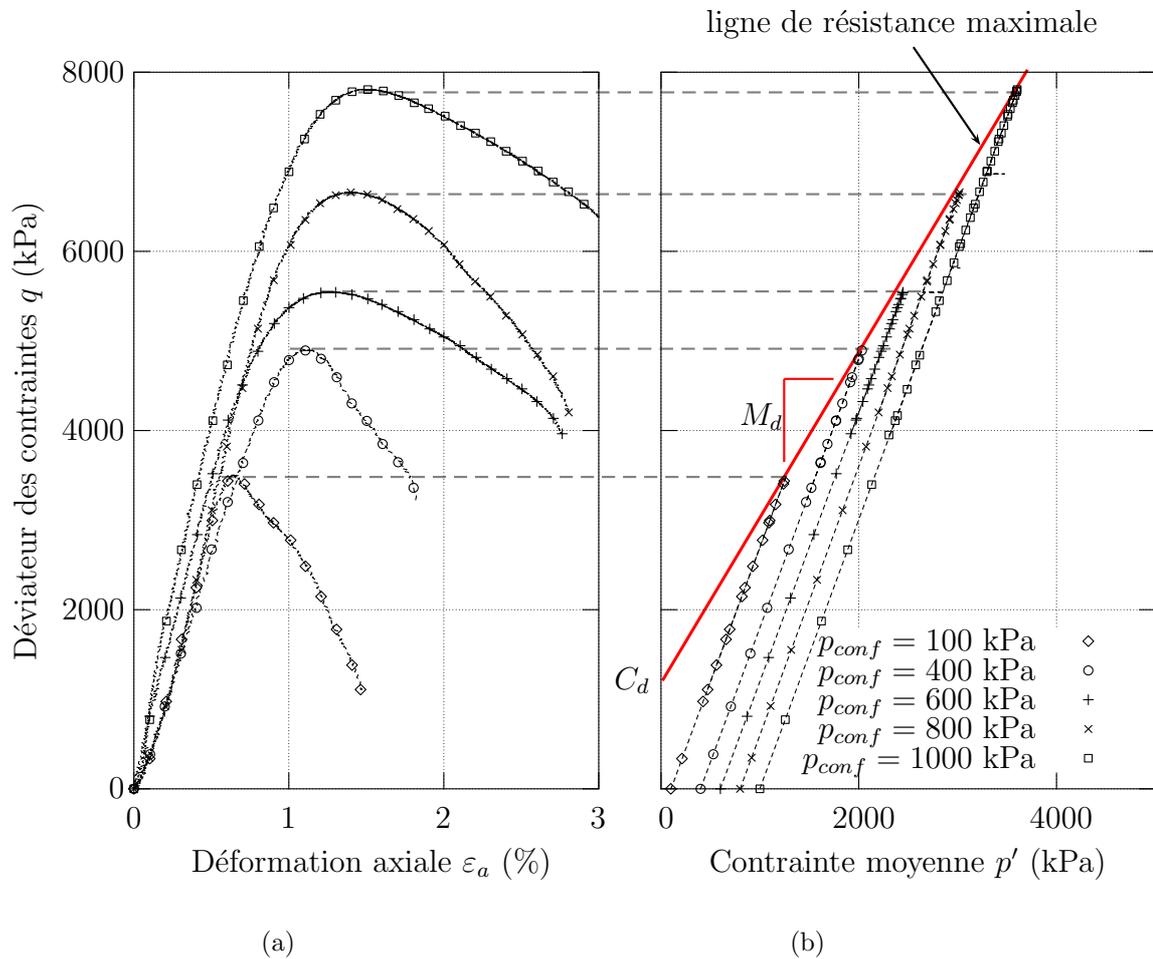


FIG. 3.38: *Essais triaxiaux et détermination de l'enveloppe de rupture, (a) courbes de cisaillement; (b) chemins de contrainte*

Les résultats expérimentaux présentés sur la figure 3.38 (b) montrent que l'enveloppe de rupture peut être considérée comme étant une droite, appelée par la suite "ligne de résistance maximale". Cela revient à supposer un critère de Mohr-Coulomb pour le sable injecté caractérisé par une cohésion c'_{inj} et un angle de frottement interne φ'_{inj} . On calcule ensuite la cohésion c'_{inj} et l'angle de frottement φ'_{inj} correspondant à chaque série d'essai considérée. On regroupe dans le tableau 3.11 une synthèse des résultats obtenus en fonction de la concentration en ciment du coulis injecté C/E et de la position z de l'éprouvette considérée par rapport à la source d'injection.

C/E	cote z (cm)	c'_{inj} (kPa)	φ'_{inj} (degré)
0,20	14	841	46,4
0,20	34	616	44,7
0,20	54	461	42,9
0,20	74	397	42,3
0,20	94	364	42,0
0,15	14	741	45,2
0,15	54	395	43,1
0,15	94	310	41,9
0,10	14	565	43,1
0,10	54	300	41,6
0,10	94	241	41,5

TAB. 3.11: Cohésion c'_{inj} et angle de frottement φ'_{inj} en fonction du rapport C/E et de la position dans la colonne z

3.4.2.3. Influence de la position dans la colonne sur la cohésion et l'angle de frottement interne

On présente sur la figure 3.39 l'allure de la cohésion c'_{inj} en fonction de la position z dans une colonne réalisée avec un indice de densité I_D égal à 0,90 et injecté avec un coulis de rapport C/E égal à 0,20.

On constate que l'amélioration due à l'opération d'injection se traduit par l'apparition d'une cohésion comprise entre 360 et 840 kPa qui dépend de la position relative de l'éprouvette par rapport à la source d'injection.

On présente ensuite l'évolution de l'angle de frottement interne φ'_{inj} en fonction de la position dans la colonne z (figure 3.40).

La valeur de l'angle de frottement interne est également augmentée par l'injection. L'angle de frottement interne du sable vierge à la même densité $I_D = 0,90$ étant de l'ordre de 41 degrés, des augmentations de l'angle de frottement interne de l'ordre de 1 à 5 degrés sont enregistrées pour le sable de Fontainebleau injecté avec un coulis de ciment de rapport C/E égal à 0,20. Ce dernier résultat rejoint les observations expérimentales présentées dans la littérature ([25], [26], [90]) qui indiquent que l'angle de frottement interne n'est que peu modifié par le processus d'injection de ciment.

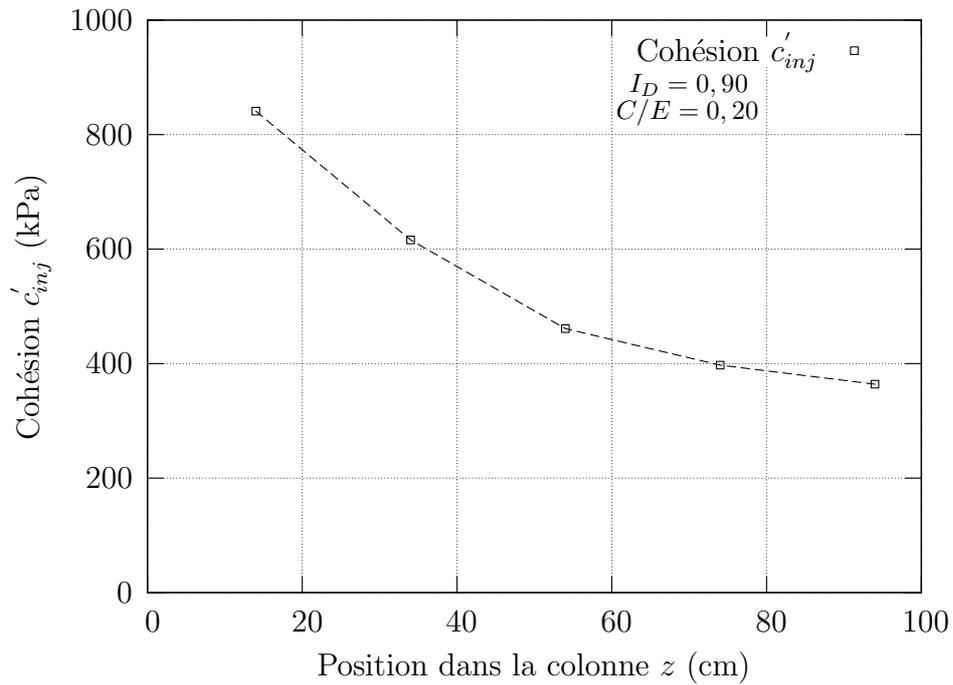


FIG. 3.39: Variation de la cohésion c'_{inj} d'une colonne de sable injecté en fonction de la position z dans la colonne

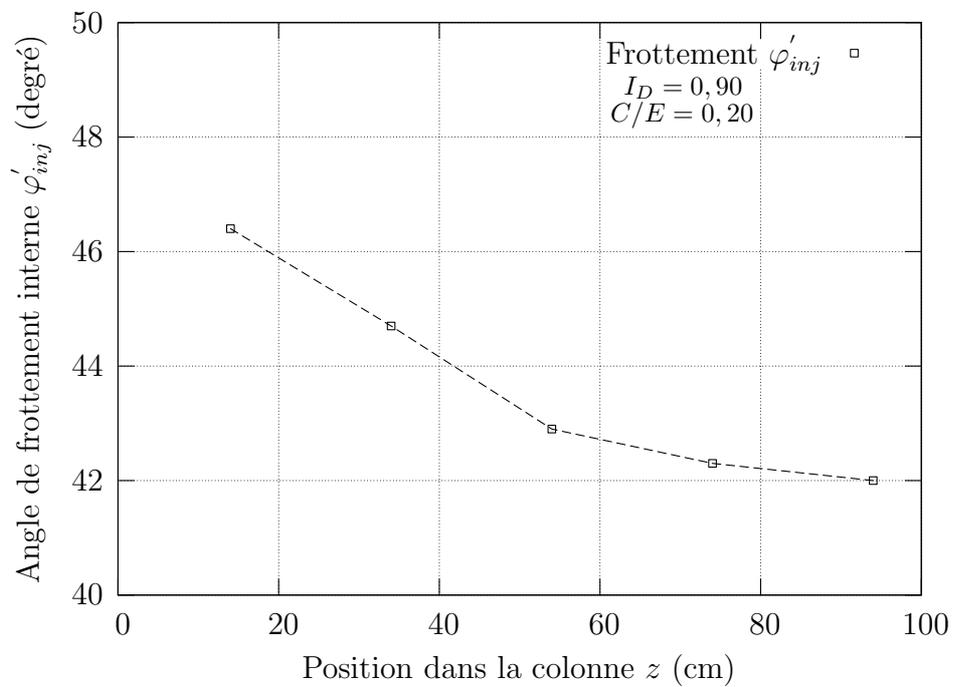


FIG. 3.40: Variation de l'angle de frottement interne φ'_{inj} d'une colonne de sable injecté en fonction de la position z dans la colonne

3.4.2.4. Influence de la concentration en ciment du coulis injecté

La figure 3.41 montre l'effet de la concentration en ciment (rapport C/E) sur la cohésion c'_{inj} du matériau injecté. On remarque donc une diminution de la cohésion pour les coulis les moins riches en ciment. Ceci rejoint les différentes constatations relatives aux caractéristiques élastiques ou encore à la résistance maximale en compression uniaxiale.

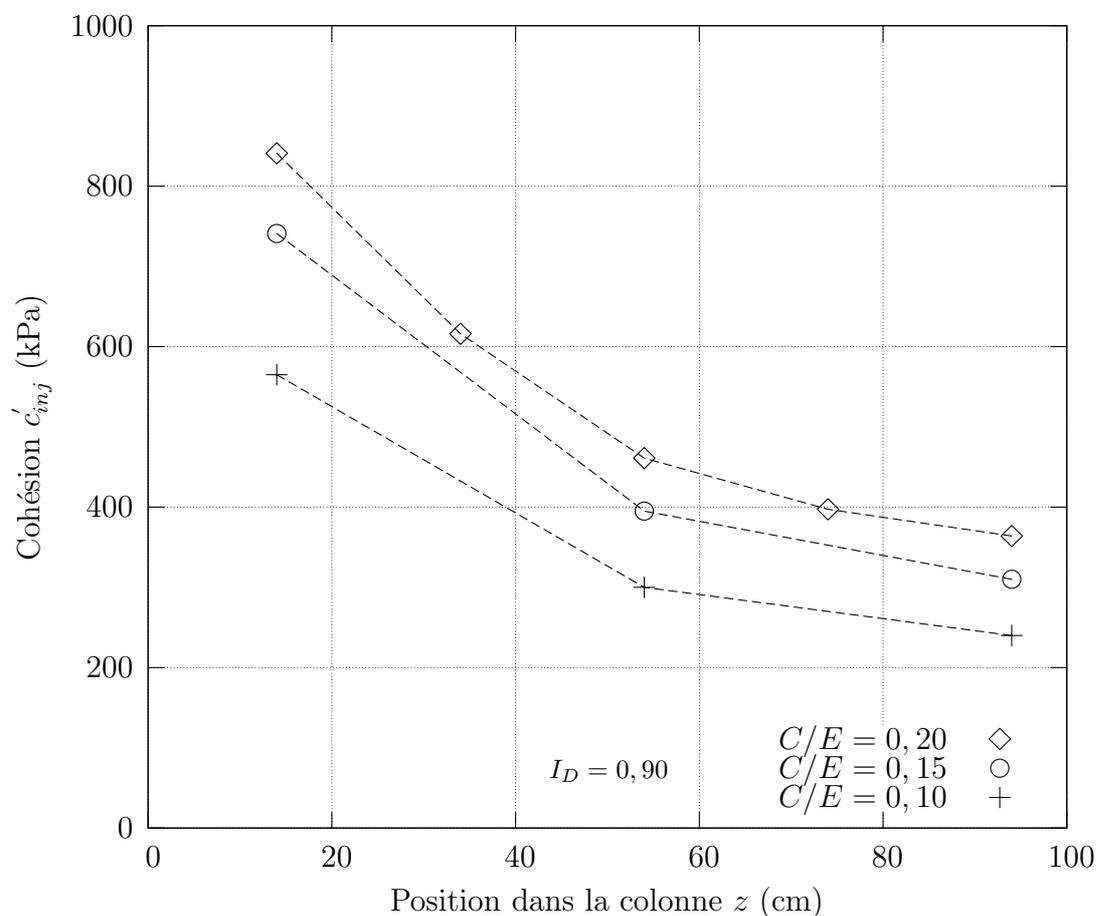


FIG. 3.41: Variation de la cohésion c'_{inj} en fonction de la position z dans la colonne et du rapport C/E du coulis de ciment injecté

3.4.3 Relation entre la cohésion et la fraction de ciment

L'objectif de cette partie est d'évaluer l'impact de la fraction volumique du ciment présent au sein des éprouvettes considérées sur leur résistance. On cherche alors une relation entre la cohésion c'_{inj} et la fraction volumique du ciment φ_c .

La fraction volumique du ciment φ_c n'est autre que la différence entre les fractions volumiques initiale φ_0 et finale φ_f de l'espace poreux :

$$\varphi_c = \varphi_0 - \varphi_f \quad (3.13)$$

La fraction volumique des pores résiduelle, notée porosité finale φ_f , est déterminée dans la section 4.3 par porosimétrie au mercure.

Le tableau 3.12 regroupe la fraction de ciment obtenue pour chacun des niveaux et en fonction de la concentration en ciment C/E du coulis injecté. On rajoute également une colonne pour la cohésion c'_{inj} obtenue.

C/E	cote	c'_{inj} (kPa)	φ_c (%)
0,20	14	841	17,7
0,20	34	616	12,6
0,20	54	461	10,1
0,20	74	397	8,4
0,20	94	364	7,1
0,15	14	741	16,1
0,15	54	395	8,6
0,15	94	310	5,9
0,10	14	565	11,6
0,10	54	300	5,8
0,10	94	241	4,2

TAB. 3.12: Cohésion c'_{inj} et fraction de ciment φ_c enregistrées

On trace maintenant l'allure de la cohésion c'_{inj} en fonction de la fraction de ciment φ_c , obtenue pour les cinq niveaux de la colonne fabriquée avec $C/E = 0,20$ (figure 3.42).

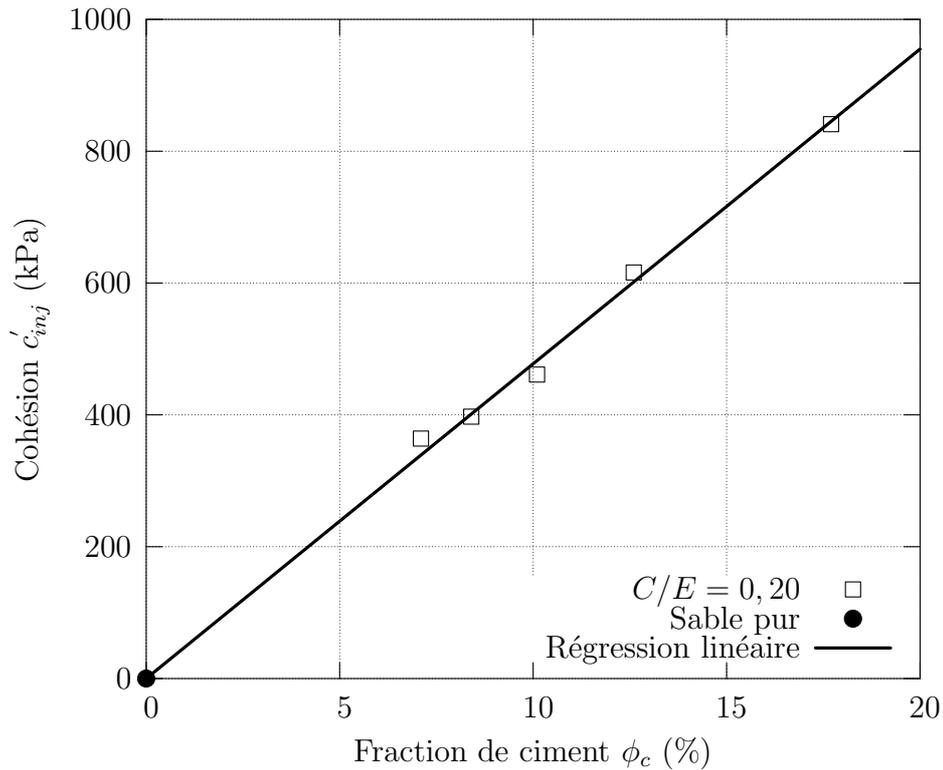


FIG. 3.42: Variation de la cohésion c'_{inj} en fonction de la fraction de ciment ϕ_c

On remarque qu'on obtient, expérimentalement, une relation linéaire entre c'_{inj} et ϕ_c :

$$c'_{inj} = 4775 \phi_c \quad (3.14)$$

où ϕ_c s'exprime en valeur réelle et c'_{inj} en kPa.

La droite de régression linéaire passe par l'origine. On retrouve alors la cohésion nulle du sable pur lorsque la fraction de ciment s'annule.

Cette relation de proportionnalité entre c'_{inj} et ϕ_c sera interprétée dans le cadre d'une approche de calcul à la rupture présentée dans le chapitre 6.

D'autre part, afin de vérifier l'impact du rapport C/E , on a représenté sur la figure 3.43 les points expérimentaux correspondant à la cohésion c'_{inj} en fonction de la fraction de ciment ϕ_c , obtenue pour les différents paramètres étudiés.

On obtient alors la même dépendance linéaire (3.14) de c'_{inj} en fonction de ϕ_c quel que soit le rapport C/E utilisé lors de l'injection.

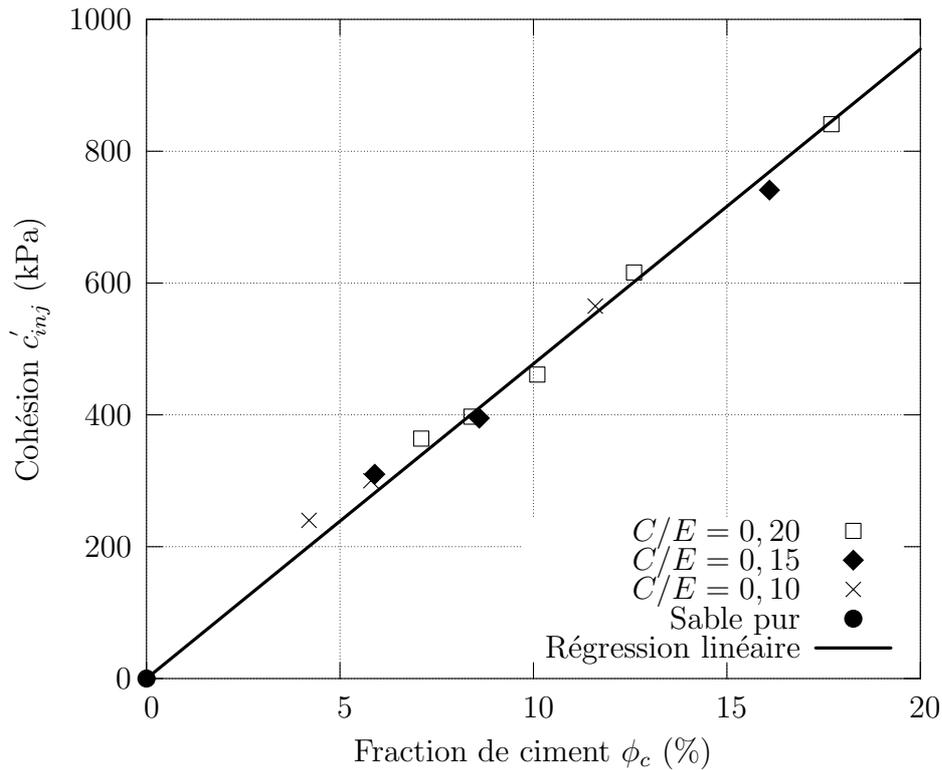


FIG. 3.43: Variation de la cohésion c'_{inj} en fonction de ϕ_c et du rapport C/E

3.5 Conclusions

Après avoir présenté, dans ce chapitre, les résultats et vérifié la répétabilité des essais d'injection de colonne, on a analysé l'effet du processus d'injection du coulis de ciment sur le comportement mécanique du sable vierge. On s'est intéressé plus particulièrement à l'effet de la concentration en ciment du coulis injecté et à la position relative par rapport à la source d'injection.

Dans le domaine des petites déformations, on a montré que le module de compression isotrope et le module d'Young suivent, de la même façon que pour un sable vierge, une loi en puissance $\frac{1}{2}$ de la contrainte isotrope. On a caractérisé alors l'évolution du coefficient directeur de cette loi en fonction de la concentration en ciment du coulis injecté et de la distance au point d'injection.

En grande déformation, on a mis en évidence que la résistance maximale du sable vierge ou du sable injecté obéit au même critère, celui de Mohr-Coulomb. L'angle de frottement interne du sable injecté est légèrement supérieur à celui du sable pur. La principale différence provient de la cohésion apportée par le coulis de ciment (cimentation). On montre que cette dernière évolue de façon linéaire avec la fraction de ciment présente au sein du matériau injecté.

Chapitre 4

Caractérisation de la microstructure

Sommaire

4.1	Introduction et objectifs	147
4.2	Observations microstructurales au MEB	148
4.2.1	Technique de préparation et d'observation	148
4.2.2	Description de la microstructure	149
4.2.3	Evolution de la microstructure en fonction de la position par rapport à la source d'injection	152
4.2.4	Analyses élémentaires	154
4.2.5	Détermination de la porosité par analyse d'image	156
4.3	Etude de la porosité finale par porosimétrie au mercure	164
4.3.1	Description et interprétation d'un essai typique de porosimétrie au mercure	164
4.3.2	Mesure de la porosité finale	170
4.3.3	Variation de la porosité le long de la colonne	172
4.3.4	Influence de la concentration massique en ciment C/E du coulis injecté	176
4.3.5	Comparaison avec les résultats de traitement d'image	177
4.4	Modélisation de l'évolution de la porosité	178

4.4.1	Calcul de la fraction de ciment anhydre φ_c^{anh} : modèle de filtration	178
4.4.2	Modèle de Powers : passage à la fraction de ciment hydraté .	185
4.4.3	Confrontation avec les résultats expérimentaux	187
4.5	Conclusion	189

4.1 Introduction et objectifs

Pour les besoins de notre étude, et pour affiner notre compréhension du renforcement dû à l'injection du coulis, il est important de pouvoir caractériser, de la façon la plus exacte possible, la structure poreuse du matériau injecté après prise. Dans ce but, différents paramètres doivent être mesurés, dont les principaux sont les suivants :

- porosité finale après injection et prise ;
- évolution de la porosité en fonction de la position dans la colonne (distance par rapport au point d'injection) ;
- distribution de l'espace poreux : répartition du volume des pores en fonction de leur rayon ;
- description de la microstructure obtenue ;
- évolution de l'assemblage granulaire suite à l'injection.

Pour déterminer ces différents paramètres, on présente dans ce chapitre une étude microstructurale du matériau injecté après prise. Cette caractérisation comporte deux volets : l'observation microstructurale au microscope électronique à balayage (MEB) et la caractérisation de la porosité (porosimétrie au mercure et analyse d'image).

Basé sur une loi de filtration et sur le modèle de Powers (1946) [75] (voir également Powers (1961) [76]), un modèle d'évolution de la porosité est ensuite proposé. On présente, par la suite, une validation expérimentale du modèle.

4.2 Observations microstructurales au MEB

L'objectif de cette étude est la caractérisation microstructurale du sol après injection et prise du ciment. La microstructure initiale est composée d'un assemblage de grains de sable de Fontainebleau. Ce sable possède une granulométrie uniforme et des grains sub-arrondis (figure 3.1). Cet assemblage granulaire comprend un espace poreux plus ou moins important en fonction de l'état de densité initiale du sable. On s'intéresse donc dans ces observations à la manière dont le ciment hydraté va occuper l'espace poreux initial.

La deuxième partie de cette étude étudie la porosité du milieu injecté et son évolution en s'éloignant de la source d'injection, et ceci, en utilisant la technique d'analyse d'images.

4.2.1 Technique de préparation et d'observation

On utilise pour les observations au MEB les éprouvettes issues des niveaux intermédiaires de la colonne (conformément au découpage décrit sur la figure 2.14, voir section 2.1.5). Ces éprouvettes sont conservées dans leur tube en Plexiglass et découpées afin d'obtenir des disques de 5 mm d'épaisseur et de 80 mm de diamètre. Compte tenu de la fragilité de ces disques et afin de pouvoir les polir, on les imprègne avec une résine thermodurcissable. L'imprégnation s'effectue sous vide pour permettre à la résine de s'introduire dans l'espace poreux et de figer la structure. L'espace poreux résiduel est désormais remplacé par la résine.

La microstructure observée au MEB comporte alors trois phases : les grains de sable, le ciment hydraté et la résine.

La surface de l'échantillon imprégné est ensuite polie avec des abrasifs de rugosité progressivement décroissante puis avec une pâte de diamant jusqu'à l'obtention d'une surface miroir. La surface polie est par la suite métallisée à l'or par pulvérisation sous vide. La métallisation est nécessaire pour rendre conductrice la surface de l'échantillon. Cette opération permet également de répartir au mieux la charge des électrons lors des observations au MEB.

Pour les échantillons destinés aux observations tridimensionnelles, seule la dernière étape correspondant à la métallisation est effectuée. L'échantillon garde ainsi sa structure et sa forme d'origine. Ceci permet d'obtenir la répartition du ciment dans l'espace poreux initial.

Les observations ont été réalisées au sein de l'unité MSRGI du LCPC à l'aide d'un microscope Philips XL 30 équipé de deux types de détecteurs :

- un détecteur d'électrons secondaires qui permet la restitution d'une image soulignant les contrastes topographiques,
- un détecteur d'électrons rétro-diffusés qui permet d'obtenir une image en contraste de numéros atomiques.

Ce microscope est associé à une microsonde EDAX (à dispersion d'énergie) qui permet d'obtenir une analyse élémentaire de la zone bombardée.

4.2.2 Description de la microstructure

On présente une photo, réalisée au MEB, de la zone injectée avec un agrandissement de 100 (figure 4.1). Le contraste observé est relié à la composition atomique de chaque zone.

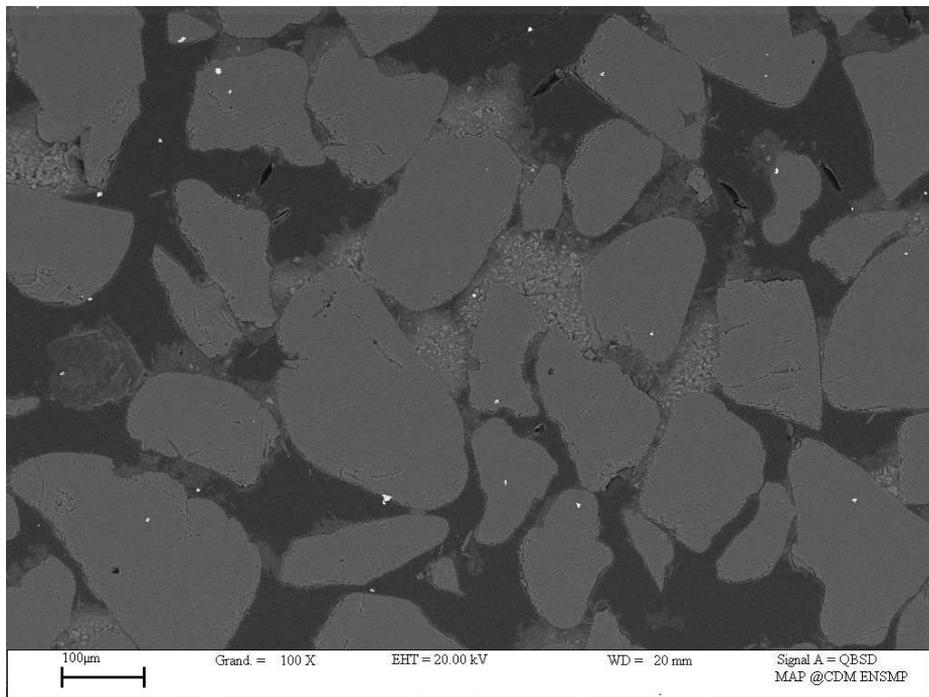


FIG. 4.1: *Photo en plan du matériau injecté*

On observe clairement l'existence de trois nuances de gris qui reflètent donc les trois phases constituant la microstructure. Il s'agit donc, *a priori*, de :

- grains de sable que l'on peut distinguer clairement par leur forme ;
- ciment hydraté, qui se présente avec une couleur gris clair et qui occupe une partie de l'espace poreux située entre les grains ;
- résine (ou espace poreux final) qui se présente en gris foncé.

Ces observations préliminaires seront confirmées par la suite en réalisant des analyses élémentaires sur les zones concernées. Ces analyses permettront de caractériser, par leurs compositions chimiques, les trois composantes de la microstructure.

On présente maintenant une photo tridimensionnelle du matériau injecté réalisée avec un agrandissement de 150 (figure 4.2). Le contraste observé est un contraste topographique dépendant donc de la position de chaque point par rapport au détecteur du MEB.

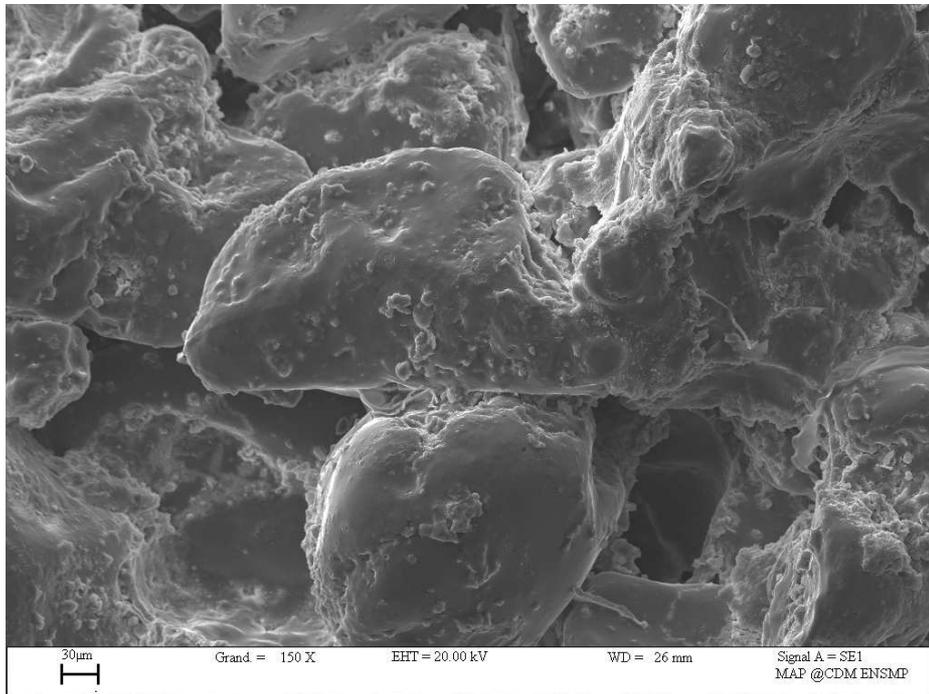


FIG. 4.2: Photo en relief du matériau injecté

Cette photo en relief (figure 4.2) confirme l'existence de trois phases bien séparées :

- Une phase “grain de sable” ; on reconnaît la taille caractéristique des grains de sable de Fontainebleau qui est de l'ordre de $200 \mu\text{m}$;
- Une phase ciment dont une partie forme des ponts entre les grains de sable et le reste semble regroupé en dépôts sur les grains ;
- La troisième phase représente la porosité macroscopique du matériau, dont la taille caractéristique est de l'ordre de quelques dizaines de micromètres.

Les visualisations en plan ou en relief montrent bien que le matériau reste très poreux après injection et qu'on est loin de remplir la totalité des pores avec l'opération d'injection.

D'autre part, et en faisant des agrandissements autour des points de contact intergranulaire, on observe que ceux-ci n'ont pas été modifiés par l'opération d'injection (figure 4.3).

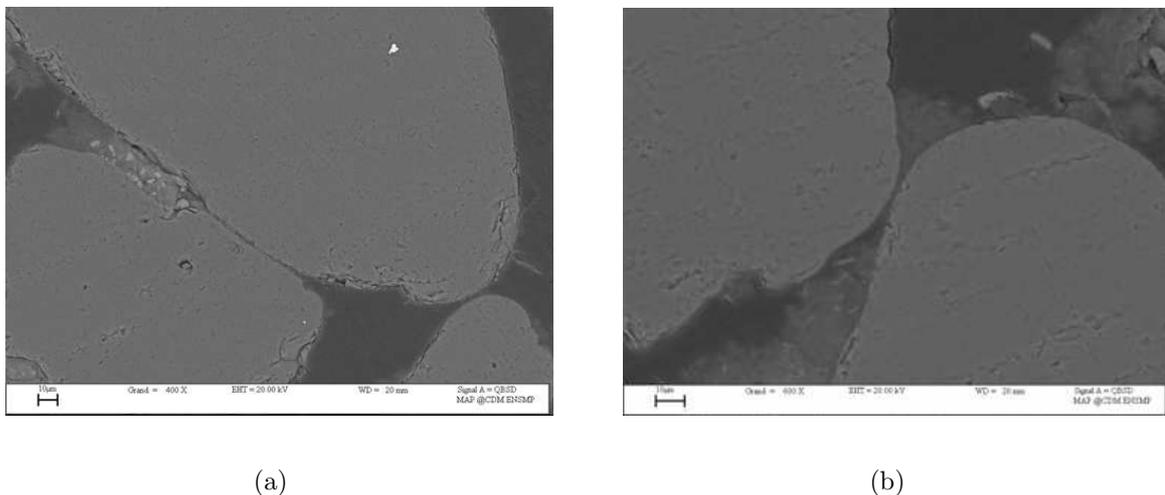


FIG. 4.3: *Agrandissement autour des zones de contact intergranulaire*

L'assemblage granulaire de départ ne semble pas être altéré par l'injection. Le ciment s'introduit donc dans le réseau poreux initial puis se dépose par filtration sur les grains de sable et forme ainsi des ponts de liaison entre eux.

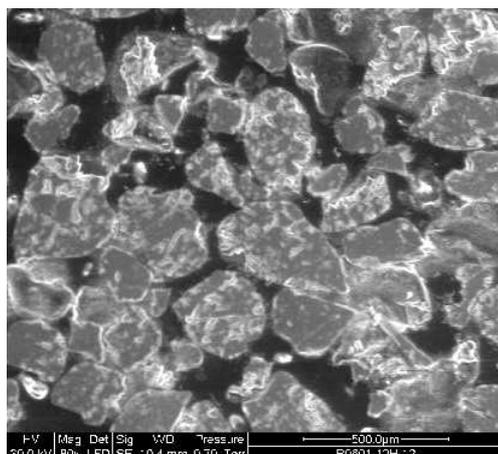
Ce résultat d'observation est en étroite relation avec le comportement constaté expérimentalement (voir chapitre 3), et va définir le choix des modèles micromécaniques développés dans le chapitre 5 d'un sable injecté avec un coulis de ciment. Le comportement élastique réversible d'un tel matériau est en effet un comportement non linéaire. Cette non linéarité est constatée dans les variations des modules d'élasticité. On a vu au chapitre 2 qu'elles suivent une loi de la forme $\alpha\sqrt{\Sigma_m}$ où α est une constante et $\Sigma_m = \frac{1}{3}\text{tr}(-p_{conf}\mathbf{1}) = -p_{conf}$ avec p_{conf} la pression de confinement appliquée. Cette non linéarité est la même que celle observée sur un sable vierge (Pedro (2004) [73]). Elle est en effet conditionnée par l'évolution des surfaces de contacts intergranulaires avec la pression appliquée (Biarez (1962) [13]; Di Renzo (2005) [29]). Le fait que ceux-ci ne soient pas modifiés (figure 4.3) explique pourquoi l'on observe la même forme de non linéarité de comportement avant et après injection.

4.2.3 Evolution de la microstructure en fonction de la position par rapport à la source d'injection

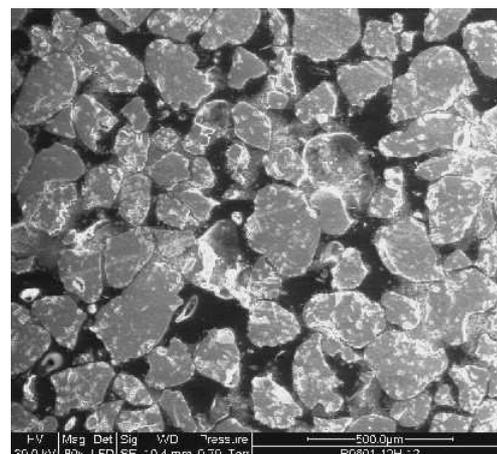
Des observations complémentaires ont été réalisées sur différents niveaux pris en compte le long de la colonne C31 (figure 4.4).

En observant les photos obtenues, en allant du bas vers le haut de la colonne C31 (0-1, 1-2, 2-3, 3-4, 4-5 et 5-6), on peut s'apercevoir visuellement de la diminution progressive de la quantité de ciment. Cette diminution sera quantitativement décrite par l'analyse d'image dans la section 4.2.5. On observe également une dispersion plus marquée du ciment hydraté sur les niveaux 4-5 (figure 4.4(e)) et 5-6 (figure 4.4(f)), ceci étant essentiellement dû à la faible concentration en ciment sur ces niveaux qui sont relativement éloignés de la source d'injection.

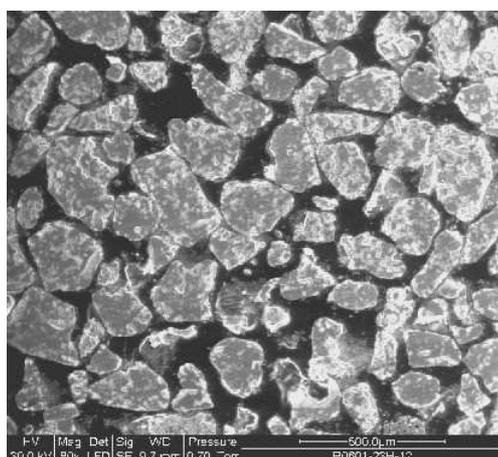
On conclut donc que, quelle que soit la position le long de la colonne, l'injection n'a pas modifié la structure initiale de l'assemblage granulaire. Le ciment occupe une partie, plus ou moins importante de l'espace poreux initial, décroissante en fonction de la distance par rapport à la source de l'injection.



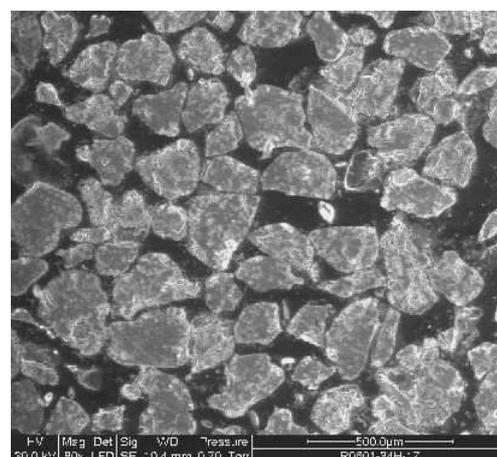
(a)



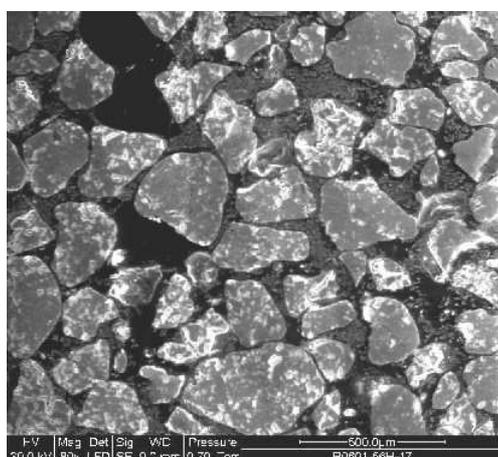
(b)



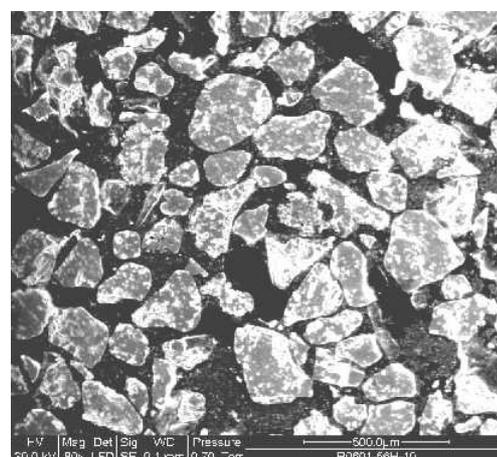
(c)



(d)



(e)



(f)

FIG. 4.4: Photos issues des différents niveaux le long de la colonne C31 : (a) Niveau 0-1 ; (b) Niveau 1-2 ; (c) Niveau 2-3 ; (d) Niveau 3-4 ; (e) Niveau 4-5 ; (f) Niveau 5-6.

4.2.4 Analyses élémentaires

Afin de confirmer les observations réalisées, des analyses élémentaires sur les différentes phases de la microstructure ont été réalisées. Il s'agit d'identifier, sur une zone très restreinte, la composition chimique de la zone analysée. L'analyse s'effectue suite à un bombardement par des électrons d'une zone et l'enregistrement des électrons réfléchis par une microsonde EDAX à dispersion d'énergie. Les analyses ont été effectuées sur les trois nuances de gris qui apparaissent sur les photos en plan (figure 4.5).

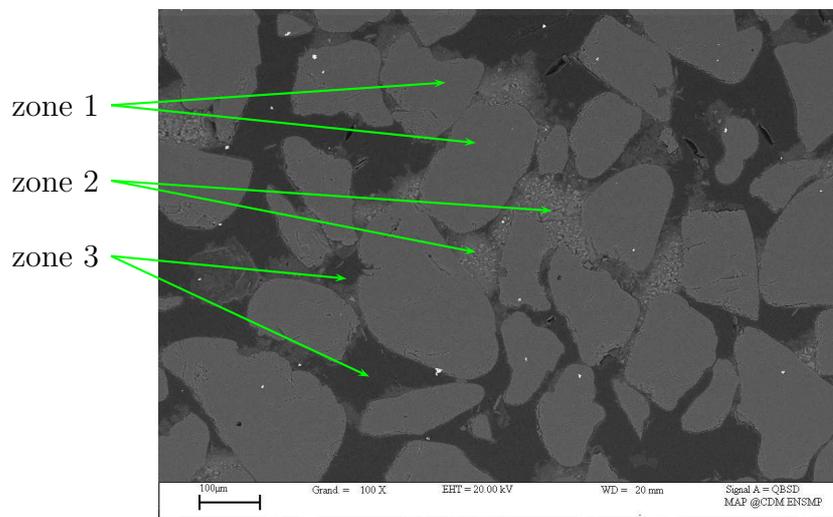


FIG. 4.5: Zones analysées

- Sur la zone 1 (figure 4.6) on observe un pic bien marqué de silice Si avec un faible pourcentage de molécules d'oxygène O_2 et C, probablement du CO_2 . Ce résultat confirme qu'il s'agit bien de silice, principal constituant du sable.
- Sur la zone 2 (figure 4.7), on note l'existence de plusieurs éléments dont les plus marqués sont la silice Si, le calcium Ca, l'aluminium Al, le magnésium Mg, le carbone C et l'oxygène O_2 . On calcule ensuite le pourcentage de chaque élément, ce qui nous donne la répartition suivante (tableau 4.1) :

Constituants	C	O_2	Si	Ca	Al	Mg
Fraction	42 %	33,2 %	13,3 %	7,4 %	1,5 %	1 %

TAB. 4.1: Répartition élémentaire dans la zone 2

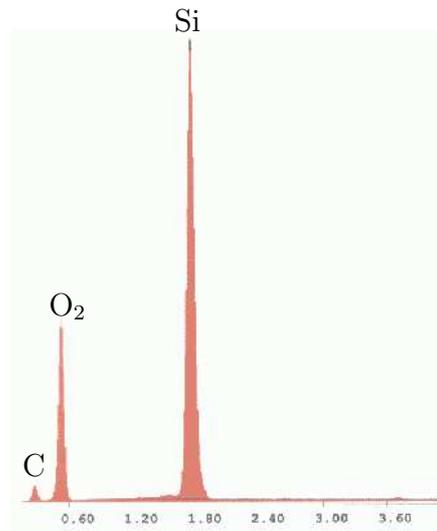


FIG. 4.6: Analyse élémentaire de la zone 1

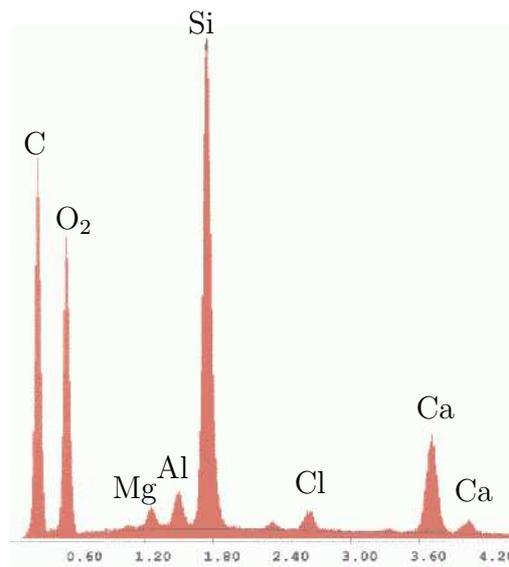


FIG. 4.7: Analyse élémentaire de la zone 2

On compare ensuite cette composition avec la composition chimique du ciment Spinor A12 utilisé lors de l'injection (tableau 4.2) :

Composants	CaO	SiO ₂	Al ₂ O ₃	MgO	Fe ₂ O ₃
Fraction	44 %	31 %	9,5 %	6,5 %	1,3 %

TAB. 4.2: Composition du Spinor A12

On remarque donc que tous les éléments détectés sont présents dans la composition du ciment hydraté. Ce résultat confirme que la zone 2 correspond au ciment hydraté, on peut donc lui attribuer par la suite cette nuance de gris.

- La zone 3 correspond à la résine injectée dans le matériau pour remplacer le vide. En effet, sur cette zone (figure 4.8) la présence de la silice Si est moins marquée au profil du carbone C et de l'oxygène O₂. La résine est essentiellement composée de polymères dont les éléments chimiques prépondérants sont le carbone C et l'oxygène O₂. La présence des particules de silice Si peut être due à l'opération de polissage effectuée sur les échantillons avant observation.

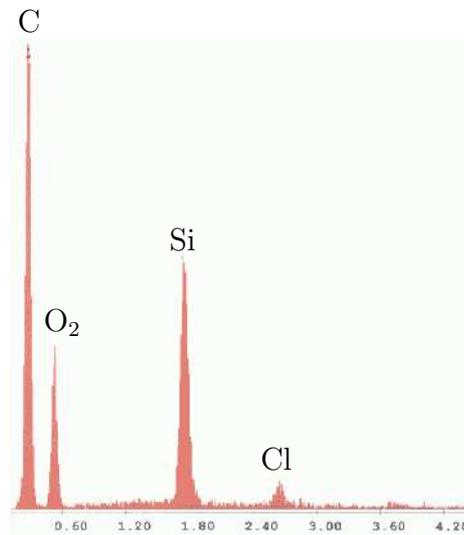


FIG. 4.8: Analyse élémentaire de la zone 3

4.2.5 Détermination de la porosité par analyse d'image

Dans une première étape et avant de calculer la porosité finale des échantillons, on procède à la vérification de la porosité initiale. Cette porosité représente la fraction surfacique des grains de sables par rapport à la surface de l'image. Cette fraction est *a priori* connue grâce à la mesure de la densité initiale, réalisée lors de la mise en place par pluviation du sable dans la colonne. L'indice de densité I_D est relié à l'indice des vides e par la relation suivante :

$$I_D = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} \quad (4.1)$$

où e_{max} et e_{min} désignent respectivement l'indice de densité maximal et minimal que peut atteindre le sable dans la configuration la plus lâche et la plus dense possible dans le cadre d'une procédure normalisée. On rappelle que l'indice des vides e est égal à la fraction du volume des vides par rapport au volume du solide. La porosité initiale du matériau avant injection φ_0 peut donc être exprimée en fonction de e :

$$\varphi_0 = \frac{e}{1 + e} \quad (4.2)$$

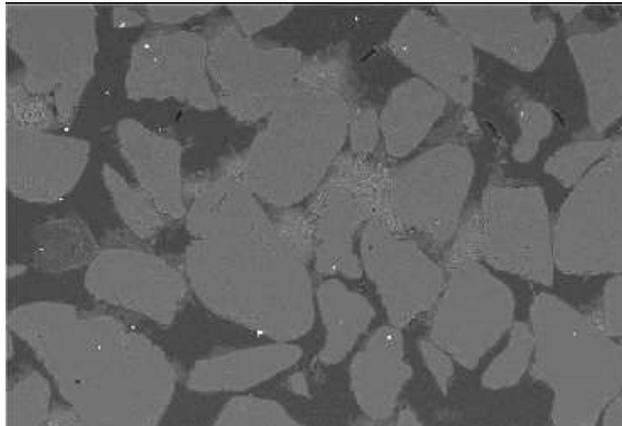
On va maintenant comparer cette valeur à la fraction surfacique initiale des pores (résine plus ciment), calculée par analyse d'image. L'opération consiste à entourer les grains de sable (figure 4.9(b)) et à calculer leur surface en pixel (coloré en noir sur la figure 4.9(c)) puis à la diviser par le nombre total de pixels dans l'image.

Le tableau 4.3 regroupe les résultats issus de différentes images prises sur les sections de deux colonnes réalisées avec deux indices de densité initiaux I_D différents.

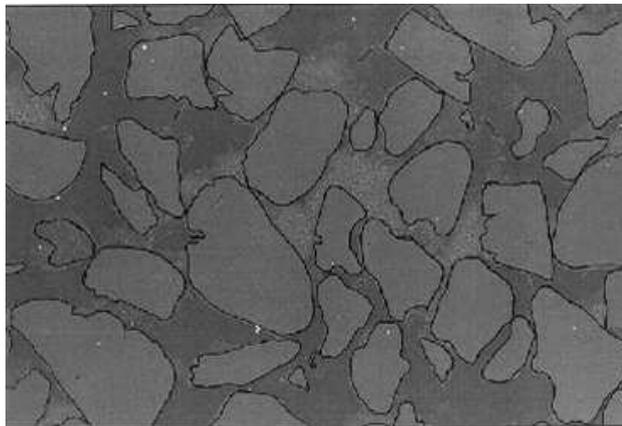
Référence échantillon	Position dans la colonne (cm)	I_D	φ_0 mesuré (pluviation)	φ_0 par analyse d'image	erreur
C31.1-2	24	0,90	37 %	34,3 %	7,4 %
C31.3-4	64	0,90	37 %	34,6 %	6,5 %
C31.5-6	104	0,90	37 %	35,2 %	4,9 %
C27.1-2	24	0,50	43 %	40,8 %	5,1 %
C27.3-4	64	0,50	43 %	41,1 %	4,0 %
C27.5-6	104	0,50	43 %	42,0 %	2,3 %

TAB. 4.3: Porosité initiale φ_0 par analyse d'images

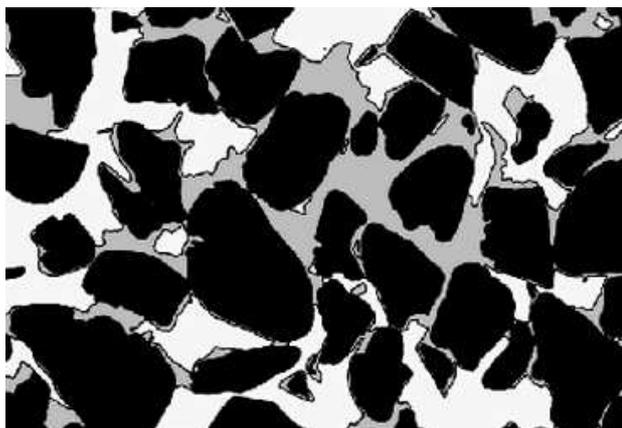
De cette confrontation, il ressort un bon accord entre la mesure de la porosité initiale mesurée par la technique usuelle (macroscopique) et l'estimation par analyse d'image.



(a)



(b)



(c)

FIG. 4.9: Détermination de la porosité initiale φ_0 par analyse d'image : (a) photo d'origine ; (b) contour des grains ; (c) photo numérisée

On s'intéresse maintenant à la quantification, par analyse d'image, de la porosité finale surfacique de chaque image prise au MEB. La porosité surfacique est égale à la fraction de la résine (représentant les pores) par rapport à la surface totale de l'image. On supposera par la suite que cette fraction est égale à la porosité réelle (c'est-à-dire tridimensionnelle) du milieu après injection.

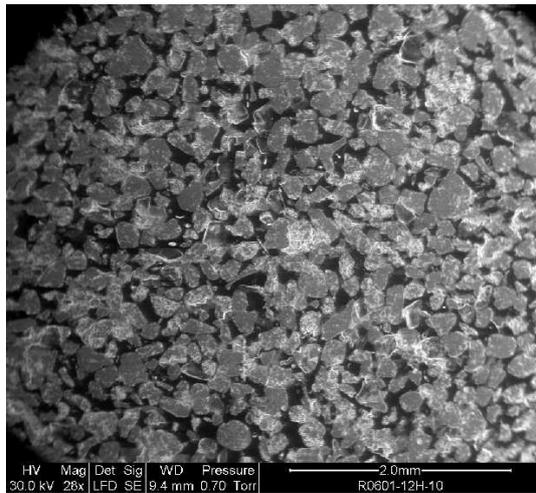
Des prises de vue à différents grossissements ont été réalisées afin d'identifier la taille optimale des images de façon à être à la fois représentatif et à faciliter le traitement par analyse d'image. Un agrandissement deux fois plus important nécessitera quatre fois plus d'images à analyser pour aboutir à la même fraction moyenne. Un agrandissement très faible entraînera une perte de précision. On présente ci-dessous (figure 4.10) une série de photos prises au même endroit avec différents agrandissements.

Les agrandissements $26\times$ (figure 4.10(a)) et $40\times$ (figure 4.10(b)) sont trop faibles car on a du mal à distinguer les grains de la matrice cimentaire et de la résine. L'agrandissement $160\times$ (figure 4.10(d)) est trop important : en effet dans la zone de prise, on ne compte que 10 grains, la zone n'est donc pas représentative du milieu étudié. L'agrandissement $80\times$ (figure 4.10(c)) nous paraît bien représentatif, car on peut facilement distinguer les trois phases. On adoptera donc par la suite cet agrandissement pour les images à analyser.

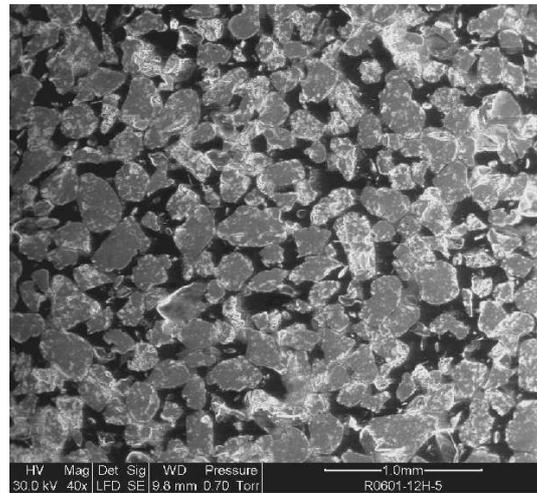
L'analyse adoptée pour toutes les images est la suivante (figure 4.11) :

- On commence par modifier le contraste et la luminosité de l'image initiale (figure 4.11(a)) de façon à avoir une répartition uniforme de ces deux paramètres sur la totalité de l'image (figure 4.11(b)). Cette étape est indispensable pour pouvoir discerner, par la suite, la résine des autres composantes (grains et ciment).
- L'image obtenue est, en fait, une matrice de pixels prenant chacun une valeur comprise entre 0 et 255 correspondant au niveau du gris du pixel concerné. On digitalise ensuite l'image obtenue en deux couleurs, noir et blanc. Le noir représentera la résine et le blanc les grains de sable et le ciment hydraté.

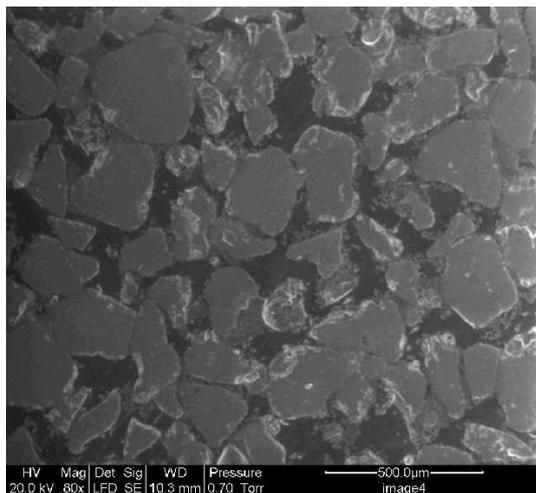
L'opération consiste à remplacer les pixels qui ont une valeur correspondant à un gris plus clair qu'un seuil prédéfini par des pixels blancs, correspondant ainsi aux grains de sable et au ciment hydraté (figure 4.11(c)). Cette étape est la plus délicate du processus car il faut s'assurer visuellement que toute la résine est remplacée par la couleur noire.



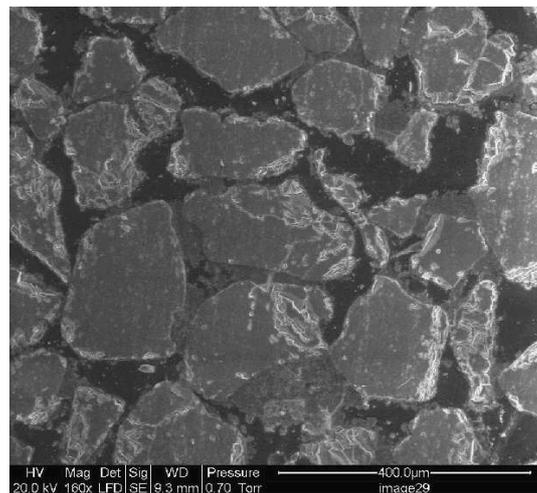
(a)



(b)



(c)



(d)

FIG. 4.10: Série d'agrandissements réalisée sur un échantillon de sable injecté : (a) agrandissement 26× ; (b) agrandissement 40× ; (c) agrandissement 80× ; (d) agrandissement 160×.

- La dernière étape consiste à compter le nombre de pixels noirs et à le diviser par le nombre total de pixels de l'image. Cette fraction nous donne ainsi la porosité dans le plan de l'image étudiée.

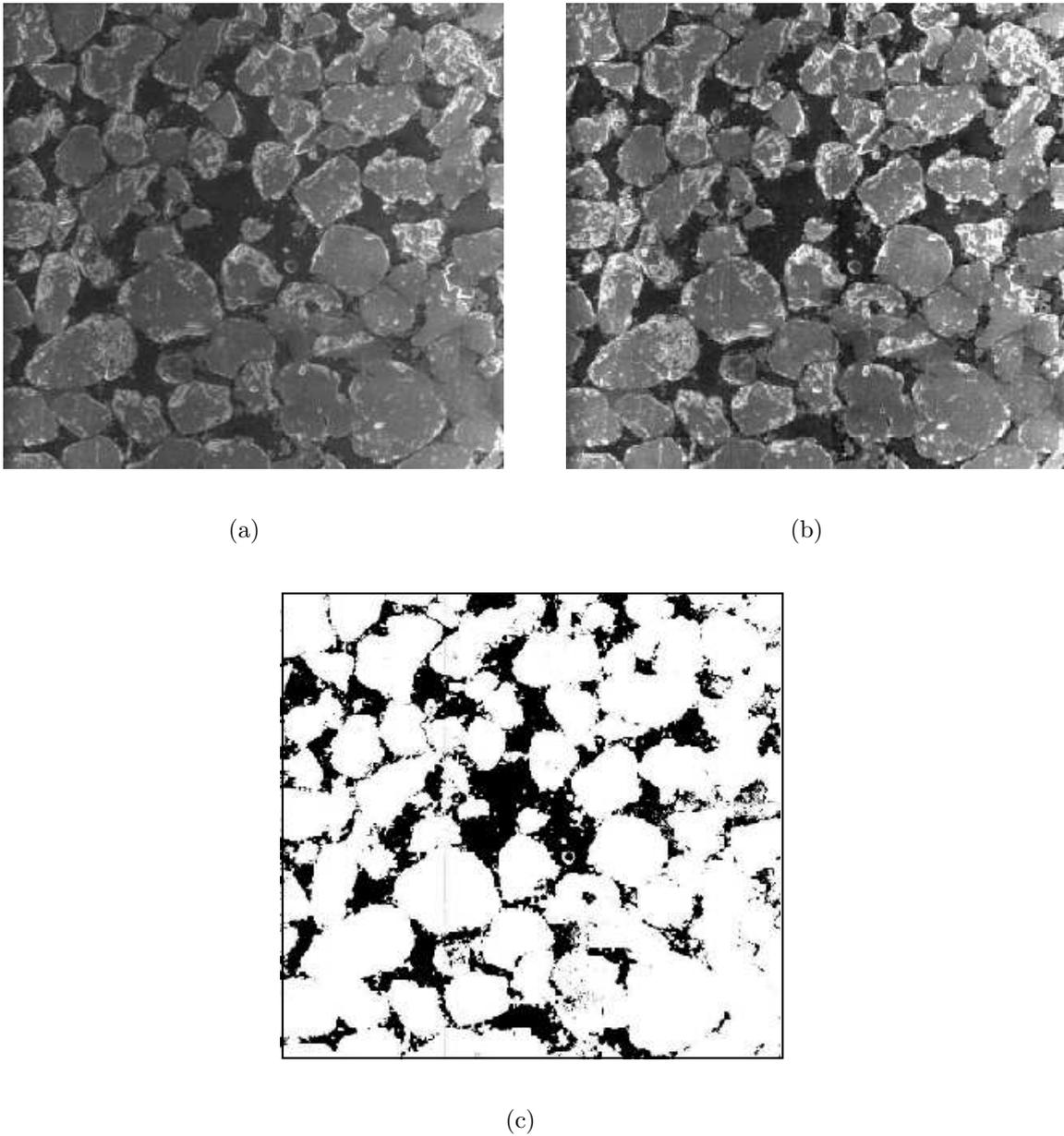


FIG. 4.11: *Détermination de la porosité finale φ_f par analyse d'image : (a) image d'origine ; (b) image traitée ; (c) image numérisée*

Afin d'être représentatif et d'avoir une porosité moyenne de la section injectée, on effectue l'opération précédemment décrite sur neuf images réparties sur la section de colonne étudiée (figure 4.12).

La moyenne des porosités issues de chacune des neuf images nous donne ainsi la porosité finale de la section étudiée. Pour illustration, on présente dans le tableau 4.4 les résultats

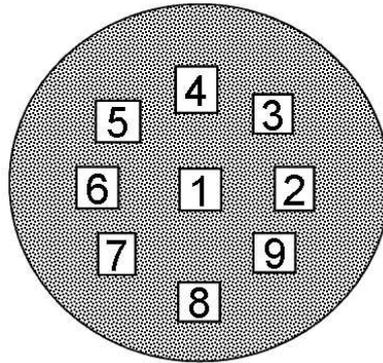


FIG. 4.12: *Disposition des images traitées sur la section*

d'analyse de neuf images issues de la section 1-2 de la colonne C31. La moyenne issue de cette section est égale à $\varphi_f = 21,4\%$ avec un écart type égal à $0,44\%$.

Position de l'échantillon dans la section (figure 4.12)	Nombre de pixel noir (grain plus ciment)	Nombre de pixel blanc (porosité finale)	Porosité finale φ_f de l'échantillon
1	188303	684697	21,6 %
2	183756	689244	21,0 %
3	194006	705634	21,6 %
4	195902	703738	21,8 %
5	185670	709560	20,7 %
6	197187	698041	22,0 %
7	194967	692953	22,0 %
8	188683	699237	21,2 %
9	189524	709096	21,1 %
Moyenne			21,4 %
Écart type			0,44 %

TAB. 4.4: *Détermination de la porosité finale φ_f par analyse d'image pour la section 1-2 de la colonne C31*

On procède de la même façon pour les autres niveaux de la colonne. On présente dans le tableau 4.5 les résultats des porosités moyennes et l'écart type mesurés sur chacun des

6 niveaux de la colonne C31. La colonne analysée correspond à un indice de densité de fabrication I_D de 0,90 ce qui donne une porosité initiale $\varphi_0 = 37\%$. Elle a été injectée avec un coulis de concentration en ciment $C/E = 0,20$.

Référence échantillon	Cote de l'échantillon (cm)	Moyenne de φ_f par analyse d'image
C31.0-1	4	14,9 %
C31.1-2	24	21,4 %
C31.2-3	44	27,1 %
C31.3-4	64	29,1 %
C31.4-5	84	30,0 %
C31.5-6	104	30,5 %

TAB. 4.5: Porosité finale φ_f par analyse d'image

La cote de l'échantillon est la distance entre le bas de la colonne (source d'injection) et l'échantillon considéré.

On déduit la porosité moyenne des éprouvettes issues de la colonne C31 et destinées aux essais mécaniques (tableau 4.6) en calculant la moyenne de la porosité des échantillons du haut et du bas de l'éprouvette.

Référence de l'éprouvette	φ_f par analyse d'image
C31.1	20,3 %
C31.2	25,1 %
C31.3	27,5 %
C31.4	29,1 %
C31.5	30,3 %

TAB. 4.6: Porosité finale φ_f , par analyse d'image, des éprouvettes destinées aux essais mécaniques

Ces résultats feront l'objet d'une comparaison avec ceux trouvés par porosimétrie au mercure, qu'on présente dans la section suivante.

4.3 Etude de la porosité finale par porosimétrie au mercure

On s'intéresse dans cette section à la caractérisation, par porosimétrie au mercure, de la distribution de la taille des pores dans le milieu injecté. On présente tout d'abord l'analyse d'un essai typique de porosimétrie au mercure réalisé sur un échantillon de sable injecté. On vérifie ensuite la répétabilité des essais et l'homogénéité de la section de l'éprouvette. La détermination de la porosité finale des échantillons est présentée en troisième partie, et l'on étudie également la variation de ce paramètre en fonction de l'éloignement par rapport à la source d'injection.

4.3.1 Description et interprétation d'un essai typique de porosimétrie au mercure

Le dépouillement des mesures est basé sur deux diagrammes avec en abscisse le logarithme du rayon d'accès des pores r_p relié à la pression d'intrusion du mercure P_{Hg} par la relation suivante :

$$r_p = -\frac{2 \sigma_{Hg} \cos \theta}{P_{Hg}} \quad (4.3)$$

avec θ : angle de contact entre la surface solide et le mercure $\theta = 141.3^\circ$;

σ_{Hg} : tension superficielle du mercure $\sigma_{Hg} = 0.474 \text{ N.m}^{-1}$, entre $T = 20^\circ\text{C}$ et $T = 25^\circ\text{C}$.

Pour le premier diagramme, on reporte en ordonnée le volume poreux inversé pour une pression d'intrusion de mercure donnée, rapporté à la masse de l'échantillon. Le volume total de l'échantillon V_{ech} étant calculé conformément à la procédure décrite dans la section 2.3.2, le volume poreux inversé $V_p^{inv}(r_p)$ de l'échantillon est obtenu de la façon suivante :

- On mesure le volume total envahi par le mercure pour la pression d'intrusion maximale atteinte V_p^{tot} . Cette pression correspond au plus petit rayon d'accès qu'on peut atteindre avec le dispositif utilisé.

- On retranche ensuite le volume V_p envahi pour chaque pression d'intrusion de mercure :

$$V_p^{inv}(r_p) = V_p^{tot} - V_p \quad (4.4)$$

$V_p^{inv}(r_p^0)$ représente donc le volume des pores dont le rayon d'accès est inférieur à r_p^0 .

La dilatation propre du dilatomètre en verre est retranchée du volume de mercure mesuré afin de ne prendre en compte que le mercure envahissant les pores. Pour cela, nous avons procédé à un étalonnage régulier des dilatomètres après chaque série de 3 essais. L'étalonnage s'effectue par la mesure du gonflement du dilatomètre rempli de mercure suite à l'application de la pression.

Pour le deuxième diagramme, on reporte en ordonnées la distribution du volume poreux, afin de mettre en évidence les différents modes poreux caractéristiques de la microstructure du matériau testé. La distribution du volume poreux est obtenue par dérivation du premier diagramme $\frac{\Delta V_p^{inv}(r_p)}{\Delta r_p}$.

La figure 4.13 présente le résultat d'un essai typique réalisé sur l'échantillon C22.2-3 (conformément au découpage décrit dans la figure 2.14) de la colonne C22 réalisé avec $I_D = 0.90$ et $C/E = 0.20$.

4.3.1.1. Interprétation

Il s'agit maintenant d'interpréter l'allure du volume poreux et les pics observés sur la distribution poreuse de notre matériau. Examinons à cet effet, le premier diagramme qui représente l'allure du volume poreux inversé en fonction du rayon d'accès au pore. On observe une courbe croissante du volume de mercure qui envahit les pores à partir d'un rayon égal à 40 \AA , ce qui correspond à la plus haute pression appliquée sur le mercure. Le mercure continue à remplir les pores jusqu'à un rayon égal à 1000 \AA puis se stabilise sur un palier presque constant jusqu'à 10 \mu m . Le volume de mercure remonte ensuite avec une forte pente jusqu'à une valeur de 100 \mu m . Ceci traduit le fait qu'à des faibles pressions d'intrusion (correspondant à ces rayons), le mercure envahit une partie très importante des pores de grande taille.

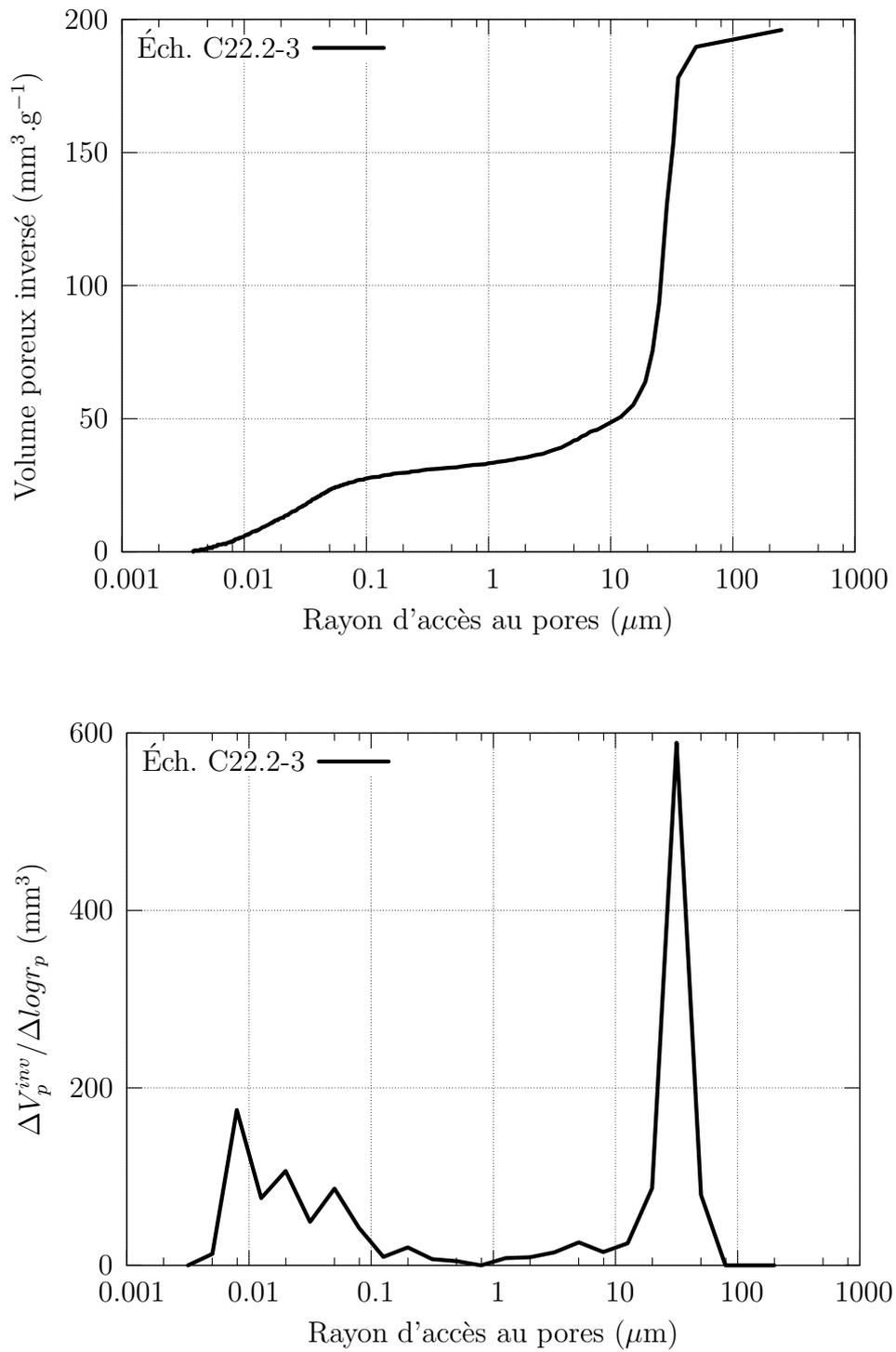


FIG. 4.13: Allure du volume poreux inversé $V_p^{\text{inv}}(r_p)$ et de sa variation en fonction du rayon d'accès aux pores

Considérons maintenant l'évolution de la distribution du volume poreux. D'après la courbe de la figure 4.13, nous pouvons d'ores et déjà mettre en évidence deux modes poreux, décrits ci-dessous.

- **Premier mode poreux** : pic à un rayon d'accès de l'ordre de $30 \mu m$.

Il correspond à l'espace poral situé entre les grains de sable et le ciment hydraté. Il est dû à la présence de la phase liquide (coulis) qui occupe l'espace poreux initial et qui s'évapore suite au séchage du matériau en laissant ces macropores.

Par ailleurs, l'adaptation du dispositif expérimental décrit dans la section 2.3.2 nous a permis de déterminer la taille caractéristique de ce mode poreux, qui est de l'ordre de $30 \mu m$. Cette taille correspond bien à la taille des pores observés au MEB. Ce résultat constitue une validation de l'expérience de porosimétrie au mercure.

D'autre part, le fait que l'on envahisse la quasi-totalité des pores pour de faibles pressions d'intrusion de mercure peut également signifier que les macropores de l'échantillon sont connectés et qu'il n'y'a quasiment pas de pores piégés au sein de l'assemblage granulaire. La connexion des pores est visible sur les photos prises au MEB (figure 4.1) et est également constatée lors des essais triaxiaux au moment de la saturation des éprouvettes injectées. En effet, ces éprouvettes se saturent très bien avec un simple écoulement gravitaire de l'eau, ce qui montre qu'on récupère un matériau poreux avec des pores connectés après injection.

- **Second mode poreux** : pic à un rayon d'accès de l'ordre de 1000 \AA .

Ce mode poreux est atteint pour des rayons d'accès très faibles ce qui l'exclut de la gamme des macropores situés entre les grains de sable et le ciment hydraté. La comparaison de ce spectre poreux avec celui correspondant à une pâte de ciment pure (figure 4.14) montre que les allures de porosité obtenues dans les deux matériaux coïncident dans la gamme $10^{-3} \mu m - 0,1 \mu m$. Ceci nous permet d'attribuer ce mode poreux à la porosité propre de la pâte de ciment.

En effet, la porosité de la pâte de ciment comporte d'une part les pores capillaires et d'autre part les pores d'hydrate formés dans la matrice cimentaire lors de l'hydratation. Les travaux antérieurs (Baroghel-Bouny (1994) [6]) ont également montré que les pores d'une pâte de ciment sont atteints pour des rayons d'accès inférieurs à 1000 \AA et qu'ils sont répartis en pores capillaires (rayon d'accès de

l'ordre de 1000 \AA) et des pores d'hydrate (rayon d'accès compris entre 100 \AA et 200 \AA).

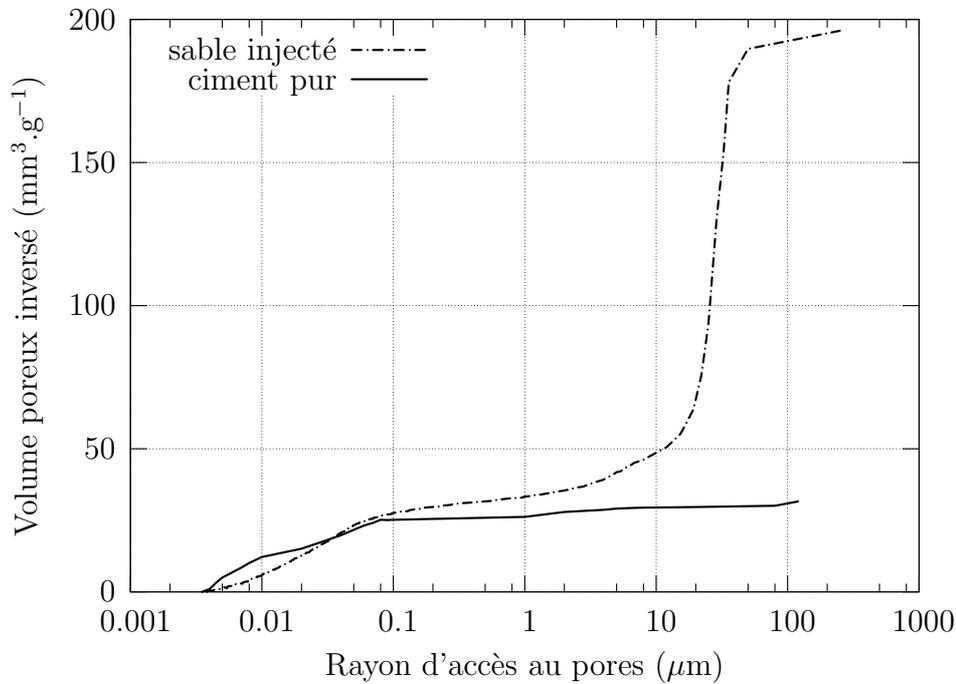


FIG. 4.14: Allure du volume poreux inversé : comparaison avec le ciment pur

4.3.1.2. Prise en compte des hypothèses de modélisation

Lors de la modélisation micromécanique (chapitre 5), la pâte de ciment hydraté sera considérée comme une phase homogène. Cette phase englobe donc les particules solides de ciment hydraté ainsi que les pores d'hydrate et les pores capillaires. La microstructure du sable injecté sera considérée comme l'assemblage de trois phases :

- Les grains de sable dont on connaît la fraction volumique (reliée à l'indice de densité initiale de mise en place du sable) ;
- La pâte de ciment durci, traitée comme une phase homogène comportant le ciment hydraté, les pores capillaires et les pores d'hydrate ;
- Les macropores caractérisés par la porosité finale φ_f qu'on cherche à caractériser par la porosimétrie au mercure.

En résumé, dans le cadre de ce modèle, le volume poreux final correspond uniquement aux macropores, c'est-à-dire au premier mode poreux. Le second mode poreux qui est relatif à la porosité propre de la pâte de ciment ne sera pas pris en compte. On se fixe par la suite le rayon de 1000 Å comme séparation entre le volume poreux propre à la pâte de ciment (pores capillaires et pores d'hydrates) et le volume poreux macroscopique, encore appelé volume poreux "résiduel", situé entre les grains de sable et la pâte de ciment hydraté (figure 4.15).

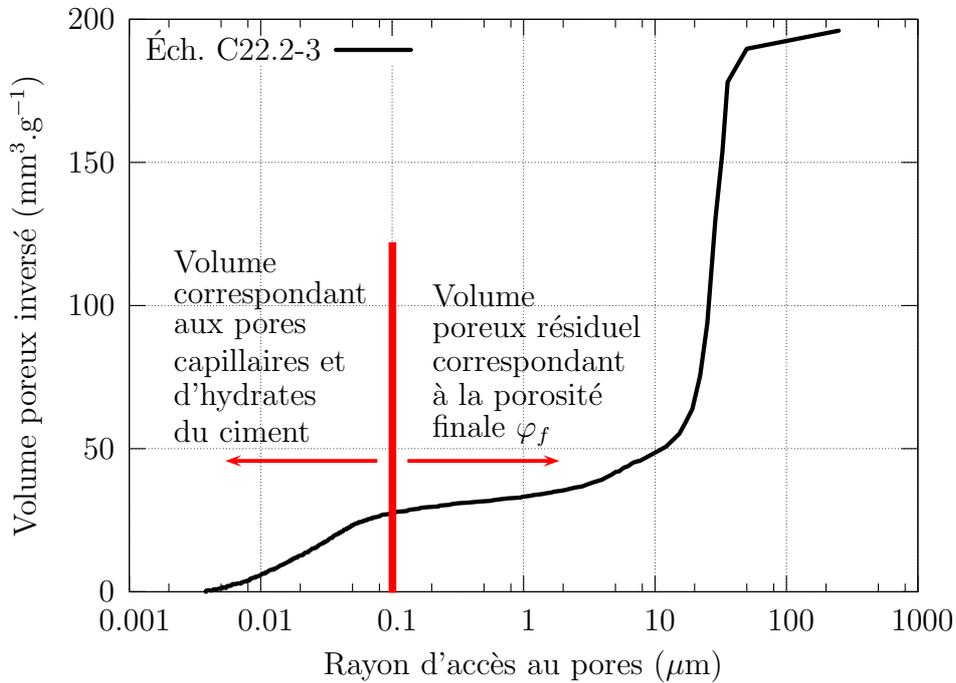


FIG. 4.15: Répartition du volume poreux au sein du matériau injecté

On représente maintenant le diagramme du volume poreux inverse en enlevant la porosité propre à la pâte de ciment (figure 4.16). On remarque alors que la porosité finale est constituée des pores macroscopiques (rayon d'accès de l'ordre de 200 μm), qui forme la quasi-totalité du volume poreux, auquel on doit rajouter un volume relativement petit situé entre les rayons d'accès 0.1 μm et 10 μm . Ce dernier est probablement constitué de pores partiellement piégés ou encore de l'espace poreux situé à proximité des contacts granulaires et qui aura nécessairement un rayon d'accès relativement petit (ces pores peuvent également être observés sur les photos obtenues au MEB (figure 4.1)).

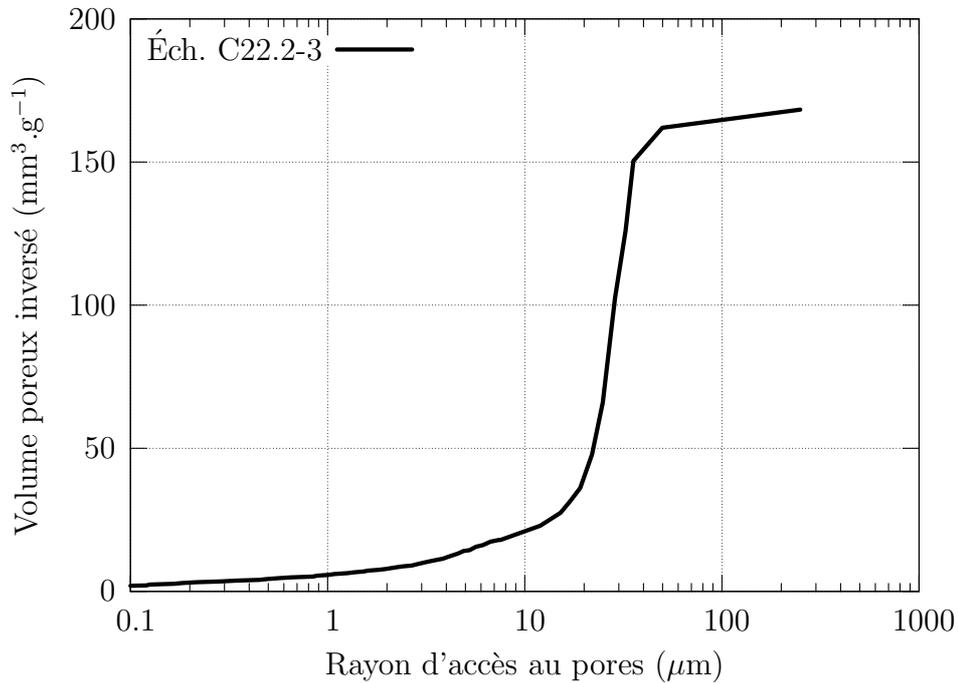


FIG. 4.16: *Volume poreux relatif aux macropores "mode 1"*

4.3.2 Mesure de la porosité finale

Conformément à la définition précisée dans le paragraphe précédent, la porosité finale est maintenant déterminée de la manière suivante :

- On mesure le volume de mercure introduit dans l'échantillon jusqu'à un rayon d'accès aux pores égal à 1000 \AA (pression d'intrusion correspondante égale à 7,492 MPa). Ce volume sera noté V_m^f .
- On calcule ensuite le volume de l'échantillon testé V_{ech} par la méthode décrite dans la section 2.3.2.
- La porosité finale de l'échantillon est donnée par :

$$\varphi_f = \frac{V_m^f}{V_{ech}} \quad (4.5)$$

Dans la mesure où l'on s'intéresse essentiellement à la porosité finale φ_f , on va dorénavant reporter les résultats sur un diagramme avec, en abscisses, le logarithme des rayons d'accès au pores. En ordonnées, on reporte la porosité envahie correspondante, égale au volume de mercure qui est rentré dans l'échantillon, normalisée par le volume total de l'échantillon (figure 4.17). Cette normalisation permet notamment la comparaison (figure 4.18) entre les différents essais.

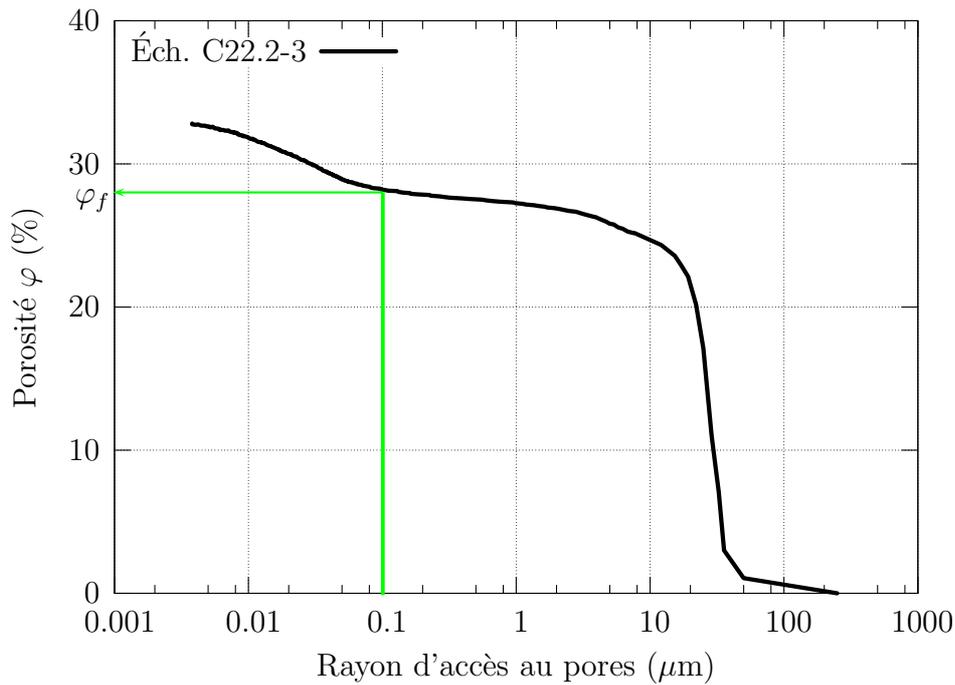


FIG. 4.17: Détermination de la porosité finale φ_f

4.3.2.1. Répétabilité

Afin de vérifier la répétabilité des essais, on reporte sur la figure 4.18 l'allure de la porosité envahie en fonction du rayon d'accès aux pores pour deux échantillons pris au même endroit de la colonne C22 (même distance au point d'injection). Ce diagramme illustre clairement la répétabilité des essais, puisque les deux essais réalisés sur le même type d'échantillon produisent des résultats similaires en terme de porosité finale φ_f . Plus précisément, la porosité finale φ_f atteinte au seuil de 1000 \AA est égale à 28.1% pour l'échantillon 1 et 27.4% pour l'échantillon 2 ce qui donne une erreur relative de 2.6%.

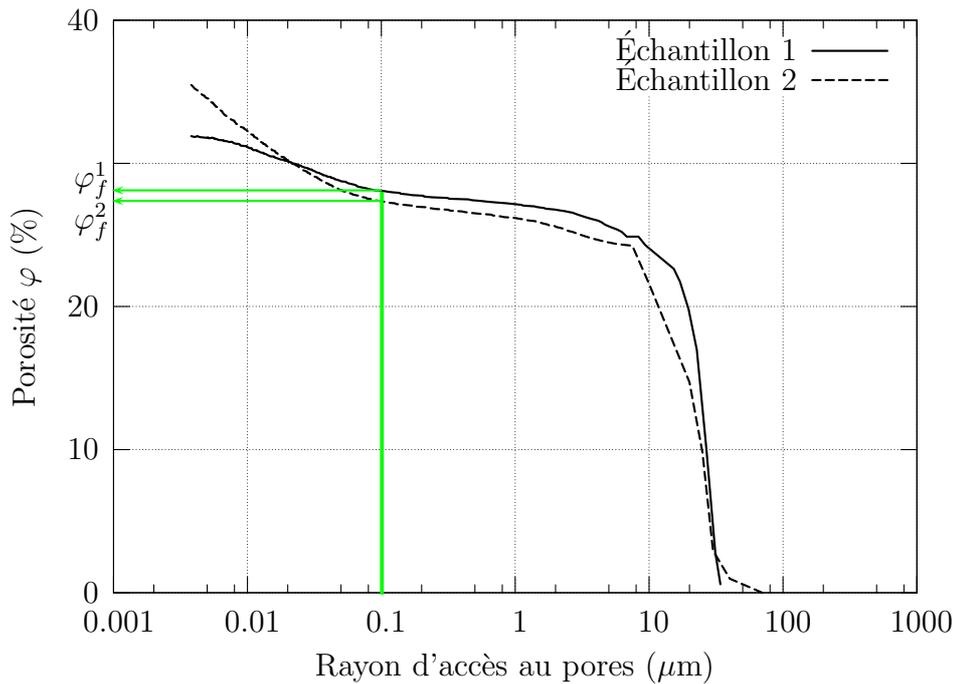


FIG. 4.18: Porosité finale φ_f : répétabilité des essais

4.3.2.2. Homogénéité de la section injectée

On présente sur la figure 4.20 l'allure de la porosité envahie en fonction du rayon d'accès aux pores pour trois échantillons pris à des endroits différents de la section injectée (figure 4.19). On observe clairement qu'on atteint la même porosité pour chacun des trois échantillons. Ce résultat permet de confirmer l'homogénéité, en terme de porosité finale φ_f , de la section injectée. Ceci nous permet par la suite de décrire la microstructure par l'unique paramètre porosité finale φ_f . Ce paramètre sera, bien entendu, variable le long de la colonne en fonction de la présence plus ou moins importante du ciment.

Cette section homogène est obtenue grâce à l'utilisation du dispositif de rotation décrit dans la section 2.1.4.5. Il est à noter que les colonnes n'ayant pas subi la phase de prise du ciment dans le dispositif rotatif présentent une hétérogénéité marquée en section droite.

4.3.3 Variation de la porosité le long de la colonne

Afin de quantifier la variation de la porosité finale φ_f en fonction de la position z dans la colonne (distance à la source d'injection), l'étude s'oriente maintenant vers la mesure de la porosité réalisée sur chacun des six niveaux de la colonne destinés aux

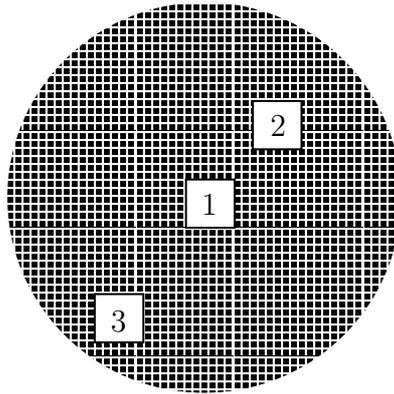
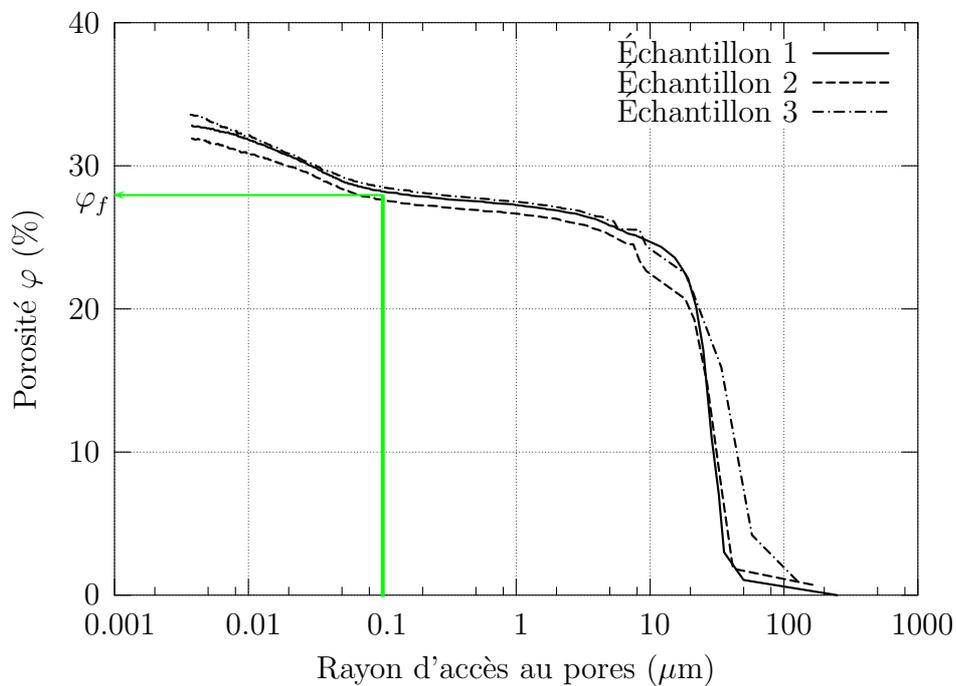


FIG. 4.19: Dispersion des échantillons sur la section

FIG. 4.20: Porosité finale φ_f : mise en évidence de l'homogénéité dans la section

essais porosimétriques (conformément au découpage décrit sur la figure 2.14).

Pour illustrer cette variation, on présente sur la figure 4.21 les résultats de six essais réalisés sur les différents niveaux de la colonne C22.

La procédure consiste à prendre à chaque niveau de la colonne la moyenne de trois essais réalisés sur des échantillons pris à des endroits dispersés de la section. Le tableau 4.7 regroupe les essais réalisés sur la colonne C22. Cette colonne a été réalisée avec un indice de densité initial I_D de 0,90, ce qui correspond à une porosité initiale égale à $\varphi_0 = 37\%$. La colonne est injectée avec un coulis correspondant à une valeur de C/E de 0,20.

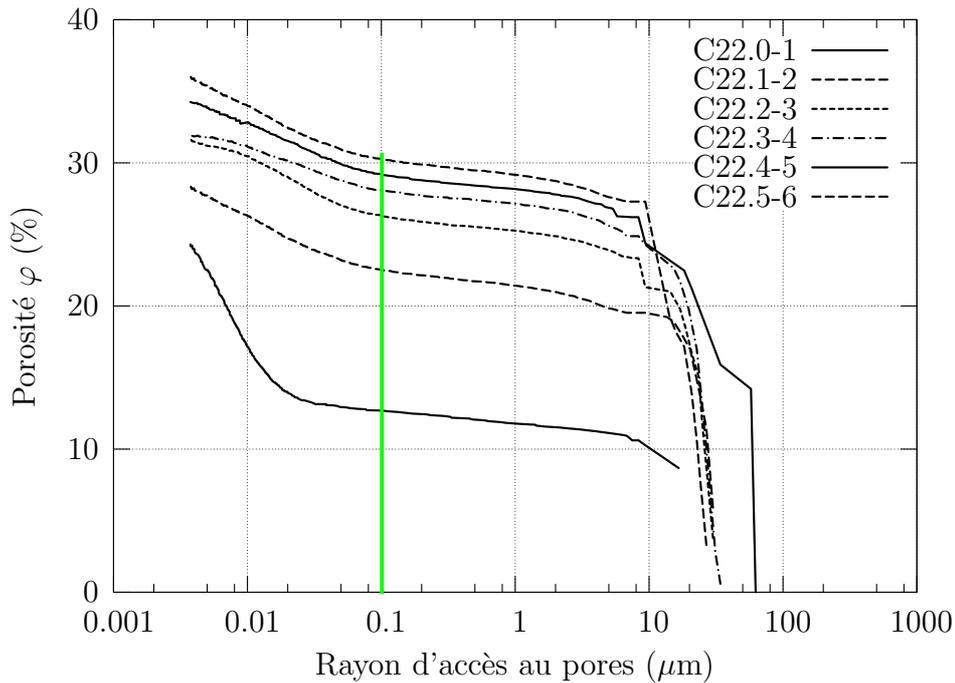


FIG. 4.21: Porosité finale φ_f atteinte pour les différents niveaux de la colonne

On observe donc qu'au seuil de 1000 \AA , on a une porosité croissante en s'éloignant de la source d'injection. On reporte ensuite les résultats de ces essais sur un diagramme présentant en abscisse la cote de l'échantillon testé dans la colonne par rapport à la source d'injection et en ordonnée la porosité finale φ_f correspondante (figure 4.22). On détermine ensuite, par une opération de moyenne, la porosité estimée pour chacune des cinq éprouvettes de la colonne destinée aux essais mécaniques.

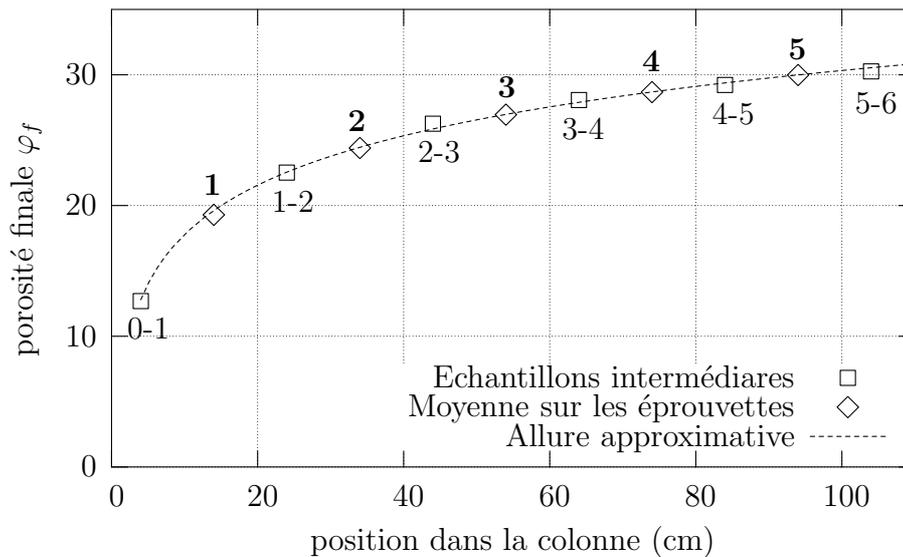


FIG. 4.22: Variation de la porosité finale φ_f en fonction de la position le long de la colonne C22 ($I_D = 0,90$, $C/E = 0,20$)

Position dans la colonne (cm)	Référence échantillon	φ_f	φ_f moyenne
4	C22.0-1.1	12,6 %	12,7 %
	C22.0-1.2	13,0 %	
	C22.0-1.3	12,5 %	
24	C22.1-2.1	22,5 %	22,5 %
	C22.1-2.2	22,1 %	
	C22.1-2.3	23,0 %	
44	C22.2-3.1	26,7 %	26,3 %
	C22.2-3.2	26,1 %	
	C22.2-3.3	26,0 %	
64	C22.3-4.1	27,8 %	28,1 %
	C22.3-4.2	28,0 %	
	C22.3-4.3	28,4 %	
84	C22.4-5.1	29,4 %	29,2 %
	C22.4-5.2	29,4 %	
	C22.4-5.3	28,9 %	
104	C22.5-6.1	30,1 %	30,3 %
	C22.5-6.2	30,5 %	
	C22.5-6.3	30,2 %	

TAB. 4.7: Porosité finale φ_f obtenue en porosimétrie au mercure

Afin de s'assurer de la répétabilité des colonnes réalisées dans les mêmes conditions, on présente sur le tableau 4.8 une comparaison des porosités finales obtenues sur deux colonnes différentes.

Numéro éprouvette	Colonne 1 (C22)	Colonne 2 (C23)	Erreur
1	19,3 %	19,5 %	1,6 %
2	24,4 %	24,7 %	1,2 %
3	26,9 %	27,1 %	0,7 %
4	28,7 %	29,0 %	1,1 %
5	30,0 %	30,3 %	1,0 %

TAB. 4.8: Porosité finale φ_f : étude de répétabilité

4.3.4 Influence de la concentration massique en ciment C/E du coulis injecté

Des essais de porosimétrie à intrusion de mercure ont été également réalisés sur des colonnes injectées avec des concentrations en ciment C/E différentes et en gardant constant l'indice de densité du sable $I_d = 0,90$. On détermine de la même façon que pour les colonnes à $C/E = 0,20$ (colonnes C22 et C23), la porosité estimée pour chacune des cinq éprouvettes des colonnes destinées aux essais mécaniques.

Le tableau 4.9 regroupe les porosités finales φ_f obtenues pour les différentes éprouvettes issues des colonnes testées (colonne C29 pour $C/E = 0,10$; C19 pour $C/E = 0,15$; C22 pour $C/E = 0,20$).

I_D	C/E	φ_0	N° éprouvette	φ_f
0,90	0,20	37 %	C22.1	19,3 %
			C22.2	24,4 %
			C22.3	26,9 %
			C22.4	28,7 %
			C22.5	30,0 %
0,90	0,15	37 %	C19.1	20,9 %
			C19.2	25,8 %
			C19.3	28,4 %
			C19.4	29,9 %
			C19.5	31,1 %
0,90	0,10	37 %	C29.1	25,4 %
			C29.2	28,9 %
			C29.3	31,2 %
			C29.4	32,3 %
			C29.5	32,8 %

TAB. 4.9: Porosité finale φ_f : Variation en fonction des paramètres de la colonne (I_D , C/E)

On présente sur la figure 4.23 une synthèse des résultats de porosité finale en fonction de la concentration en ciment du coulis injecté.

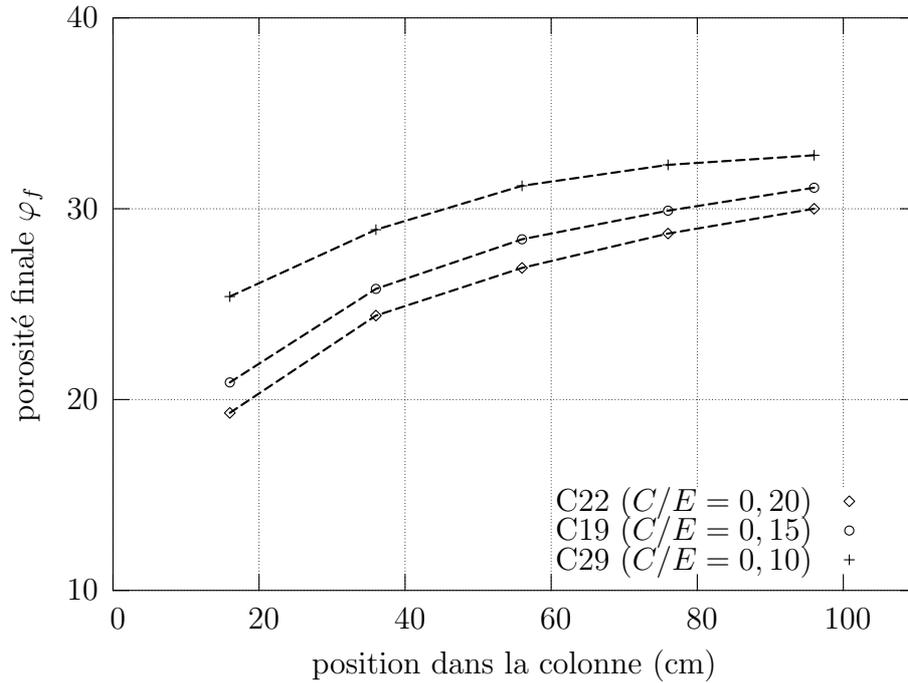


FIG. 4.23: Porosité finale φ_f en fonction de la position le long de la colonne et du rapport C/E

La porosité finale φ_f est une fonction croissante de la position par rapport à la source d'injection. Elle est également plus importante pour les éprouvettes injectées avec un coulis moins riche en ciment. À la section 4.4, on verra qu'il est possible de relier cette dépendance au phénomène de filtration qui apparaît lors de l'opération d'injection et de développer un modèle permettant de reproduire la variation de la porosité (figure 4.23) constatée expérimentalement.

4.3.5 Comparaison avec les résultats de traitement d'image

Pour finir, le tableau 4.10 présente une comparaison des résultats issus de la porosimétrie au mercure avec ceux de l'analyse d'image, tels que présentés dans la section 4.2.5. Il s'agit des résultats obtenus sur la même colonne C31, correspondant à $I_D = 0.90$ et $C/E = 0.20$.

L'erreur relative maximale entre les deux techniques de mesure, analyse d'image et porosimétrie mercure, est de l'ordre de 6%. On constate la cohérence entre les deux approches.

Numéro éprouvette	φ_f par porosimétrie au mercure	φ_f par analyse d'image MEB	Erreur
C31.1	19,1 %	20,3 %	6,3 %
C31.2	24,0 %	25,1 %	4,6 %
C31.3	26,7 %	27,5 %	3,0 %
C31.4	28,6 %	29,1 %	1,7 %
C31.5	29,8 %	30,3 %	1,7 %

TAB. 4.10: Porosité finale φ_f : Comparaison avec les résultats d'analyse d'image

4.4 Modélisation de l'évolution de la porosité

On présente maintenant un modèle permettant de déterminer la porosité finale après injection à partir des paramètres du sable vierge et du coulis injecté et en fonction de la position z du point considéré par rapport à la source d'injection. L'idée consiste à déterminer, grâce à une loi de filtration, la fraction volumique de ciment anhydre présent dans la colonne une fois l'injection terminée et d'en déduire, ensuite, grâce à un modèle d'hydratation, la fraction volumique de ciment hydraté. La fraction volumique du ciment anhydre φ_c^{anh} est calculée grâce au modèle de filtration développé par Saada (2005) [79]. Ce modèle est décrit ci-après et repris dans le cadre de ce travail.

4.4.1 Calcul de la fraction de ciment anhydre φ_c^{anh} : modèle de filtration

Le modèle macroscopique développé par Saada (2003) [78] permet de simuler l'écoulement d'un coulis de ciment dans une colonne de sable, en présence de filtration des grains de ciment par le sable. Ce modèle est basé sur les équations de conservation de la masse des constituants eau et ciment et de la phase solide formée par les grains de sable.

Le volume élémentaire représentatif (VER) est constitué par deux phases (figure 4.24) :

- une phase fluide en écoulement constituée par l'eau et les grains de ciment anhydre en suspension dans l'eau ;
- une phase solide constituée par les grains de sable et les particules de ciment filtrées par la structure granulaire.

Il se présente, à l'échelle macroscopique, comme la superposition de trois particules représentant respectivement l'eau, le ciment en suspension et le solide.

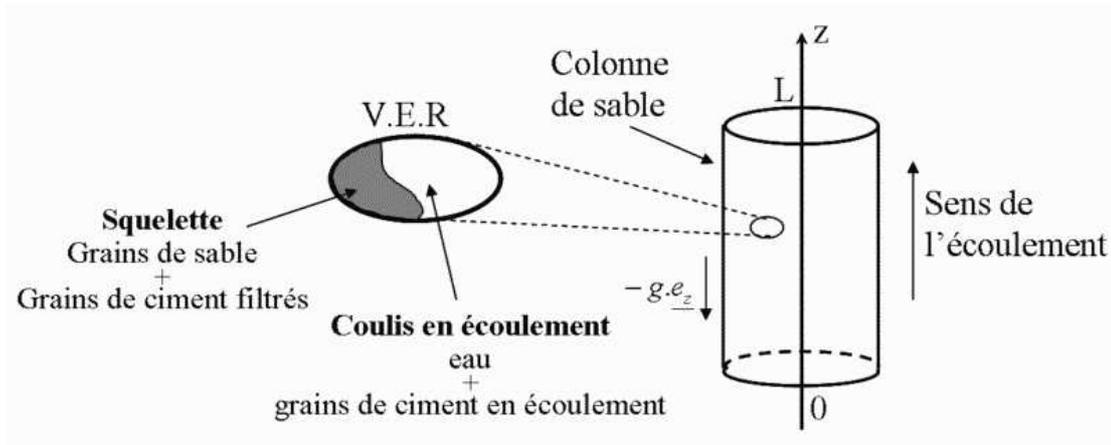


FIG. 4.24: Description du modèle de filtration

4.4.1.1. Désignations et hypothèses

On désigne par φ_e , φ_c , φ_s les fractions volumiques respectives de l'eau, du ciment en suspension et du solide. Soit φ la porosité apparente du milieu lors de l'injection. Il s'agit de la fraction volumique de la partie fluide en écoulement :

$$\varphi = \varphi_c + \varphi_e \quad \text{ou encore} \quad \varphi = 1 - \varphi_s \quad (4.6)$$

Tous ces paramètres dépendent de la coordonnée z dans la colonne et du temps écoulé en injection t .

On désigne par v^+ la vitesse initiale d'écoulement du coulis au sein du milieu poreux à l'abscisse $z = 0^+$ (base de la colonne). En vertu de la conservation de la masse fluide à la traversée de la surface $z = 0^+$, et en l'absence de filtration surfacique, il vient :

$$v^+ = \frac{Q}{S\varphi} \quad (4.7)$$

Où Q est le débit volumique d'injection et S est la section de la colonne.

Dans le cadre de cette modélisation, le phénomène de filtration (volumique) est pris en compte par un terme de filtration linéaire par rapport à la fraction volumique du ciment dans le coulis δ :

$$\delta = \frac{\varphi_c}{\varphi} \quad (4.8)$$

Il s'agit d'une approximation qui revient à faire un développement limité au premier ordre de la masse filtrée par rapport à δ . Explicitement, la masse filtrée par unités de volume et de temps, μ , est donc écrite de la façon suivante :

$$\mu = -a \rho_c \delta \quad (4.9)$$

Où a est un paramètre de filtration (homogène à l'inverse d'un temps) et ρ_c est la masse volumique du ciment anhydre. On notera de la même façon ρ_e et ρ_s la masse volumique respective de l'eau et de la squelette.

4.4.1.2. Équations du problème

Les équations du problème sont les lois de conservation de masse des constituants eau (4.10), ciment (4.11) et de la phase squelette (4.12) :

$$\frac{\partial(\rho_e \varphi_e)}{\partial t} + \text{div}(\rho_e \varphi_e \underline{v}) = 0 \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial(\rho_c \varphi_c)}{\partial t} + \text{div}(\rho_c \varphi_c \underline{v}) = \mu = -a \rho_c \delta \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial(\rho_s \varphi_s)}{\partial t} = -\mu = a \rho_c \delta \quad (4.12)$$

où \underline{v} désigne la vitesse (apparente) d'écoulement du coulis. La même vitesse est adoptée pour les deux constituants (eau et ciment) de ce dernier.

4.4.1.3. Résolution

La résolution des équations de conservation de masse (4.10), (4.11) et (4.12) couplée avec la loi de filtration adoptée (4.9) conduit à une expression analytique de la fraction volumique du ciment dans le coulis $\delta(z, t)$ en fonction du temps écoulé en injection et de la position dans la colonne :

$$\delta(z, t) = \begin{cases} \frac{1}{1 + (\frac{1}{f} - 1)e^{\frac{-az}{\varphi_0 v^+}}} & \text{Si } z \leq v^+ t \\ 0 & \text{Si } z > v^+ t \end{cases} \quad (4.13)$$

Où f est le rapport volumique du ciment par rapport à l'eau dans le coulis avant injection :

$$f = \frac{V_c}{V_c + V_e} = \frac{1}{1 + \frac{1}{E} \rho_c} \quad (4.14)$$

On en déduit par la suite la porosité apparente du milieu lors de l'injection $\varphi(z, t)$:

$$\varphi(z, t) = \varphi_0 - a \left(t - \frac{z}{v^+} \right) \delta(z, t) \quad (4.15)$$

4.4.1.4. Prise de masse de la colonne et détermination du paramètre de filtration a

La prise de masse de la colonne durant l'essai d'injection est le résultat du cumul de deux phénomènes : la propagation du coulis dans la colonne et la filtration des particules de ciment par les grains de sable.

- Au cours de sa propagation dans la colonne de longueur L , le coulis de ciment remplace progressivement l'eau et la variation de masse résultant de la différence entre leurs poids volumiques peut être exprimée de la façon suivante :

$$\Delta_{m1}(t) = S \int_0^L \left[\rho_{coulis}(z, t) \cdot \varphi(z, t) - \int_0^L \rho_e \cdot \varphi_0 \right] dz \quad (4.16)$$

où la masse volumique du coulis ρ_{coulis} peut être exprimée en fonction de ρ_e et ρ_c :

$$\rho_{coulis}(z, t) = \rho_e + (\rho_c - \rho_e) \delta(z, t) \quad (4.17)$$

On substitue (4.17) et (4.15) dans (4.16) puis on néglige les termes de second ordre en δ :

$$\Delta_{m1}(t) = S \int_0^L [(\rho_c - \rho_e) \varphi_0 - \rho_e a (t - \frac{z}{v^+})] \delta(z, t) dz \quad (4.18)$$

- La filtration du ciment par les grains de sable est caractérisée par le coefficient $\mu(z, t) = -a \rho_c \delta(z, t)$:

$$\Delta_{m2}(t) = -S \int_0^t \int_0^L \mu(z, \tau) dz d\tau = S a \rho_c \int_0^t \int_0^L \delta(z, \tau) dz d\tau \quad (4.19)$$

La somme de (4.18) et (4.19) nous donne ainsi la variation de masse de la colonne durant le cycle d'injection :

$$\Delta_m(t) = S \int_0^L [(\rho_c - \rho_e) \varphi_0 - \rho_e a (t - \frac{z}{v^+})] \delta(z, t) dz + S a \rho_c \int_0^t \int_0^L \delta(z, \tau) dz d\tau \quad (4.20)$$

Le paramètre de filtration a est déterminé de façon à approcher au mieux, au sens des moindres carrés, la courbe de variation de masse de la colonne. Cette courbe est obtenue lors de l'essai d'injection par la mesure de la prise de masse de la colonne durant l'essai. Le paramètre a minimise ainsi la fonction suivante :

$$a = \min(F(a)) = \min \left[\left(\int_0^{t_f} (\Delta_m(t) - \Delta_m^{exp}(t))^2 dt \right)^{0,5} \right] \quad (4.21)$$

Les paramètres retenus dans le cadre de cette étude pour réaliser les colonnes de sable injecté sont les suivantes : $\varphi_0 = 0,37$, $\frac{C}{E} = 0,20$, $\rho_c = 2,94 \text{ g/cm}^3$, $\rho_w = 1 \text{ g/cm}^3$, $S = 50,2655 \text{ cm}^2$, $L = 104 \text{ cm}$, $Q = 3 \text{ cm}^3/\text{s}$.

Par minimisation, on trouve ainsi le paramètre de filtration $a = 0,802 \cdot 10^{-3} s^{-1}$ (figure 4.25).

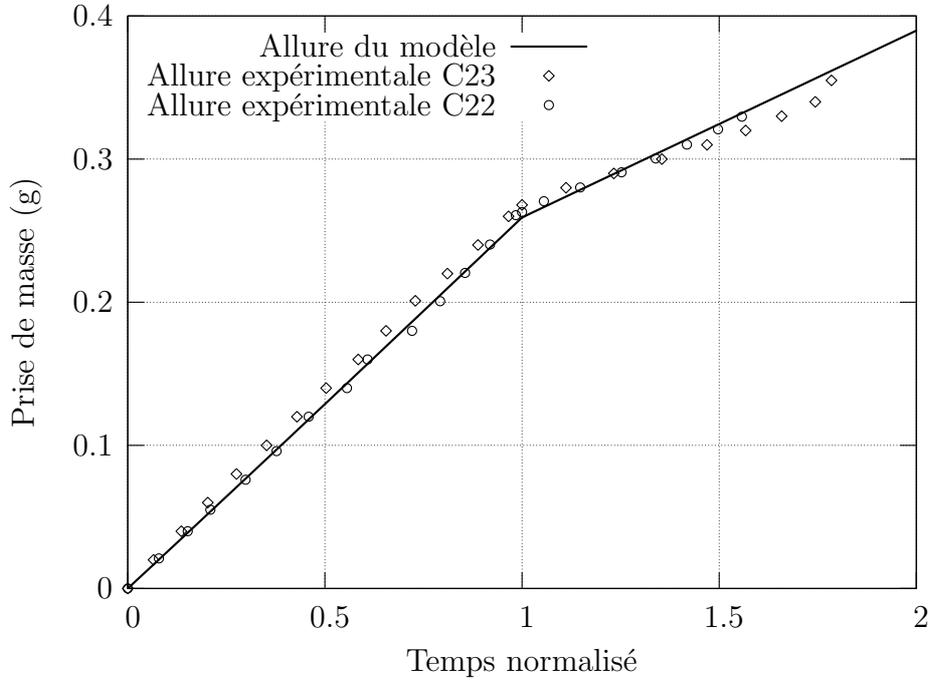


FIG. 4.25: *Prise de masse de la colonne durant le processus d'injection : ($I_D = 0,90$, $C/E = 0,20$)*

On procède de la même façon pour identifier le paramètre a pour les différentes concentrations C/E étudiées dans le cadre de ce travail (figure 4.26 et figure 4.27).

Les valeurs de a en fonction des paramètres d'injection sont regroupées dans le tableau 4.11), qui semblent confirmer l'indépendance de a vis-à-vis du rapport C/E (dans la gamme explorée).

I_D	C/E	a
0,90	0,20	$0,802 \cdot 10^{-3}$
0,90	0,15	$0,798 \cdot 10^{-3}$
0,90	0,10	$0,805 \cdot 10^{-3}$

TAB. 4.11: *Paramètre de filtration a*

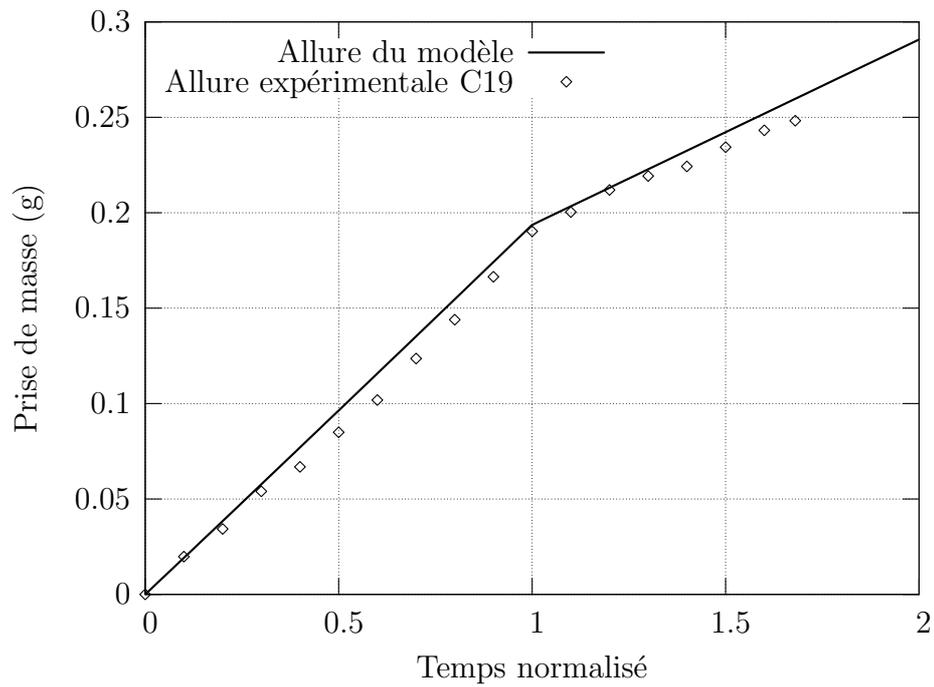


FIG. 4.26: *Prise de masse de la colonne durant l'opération d'injection : ($I_D = 0,90$, $C/E = 0,15$)*

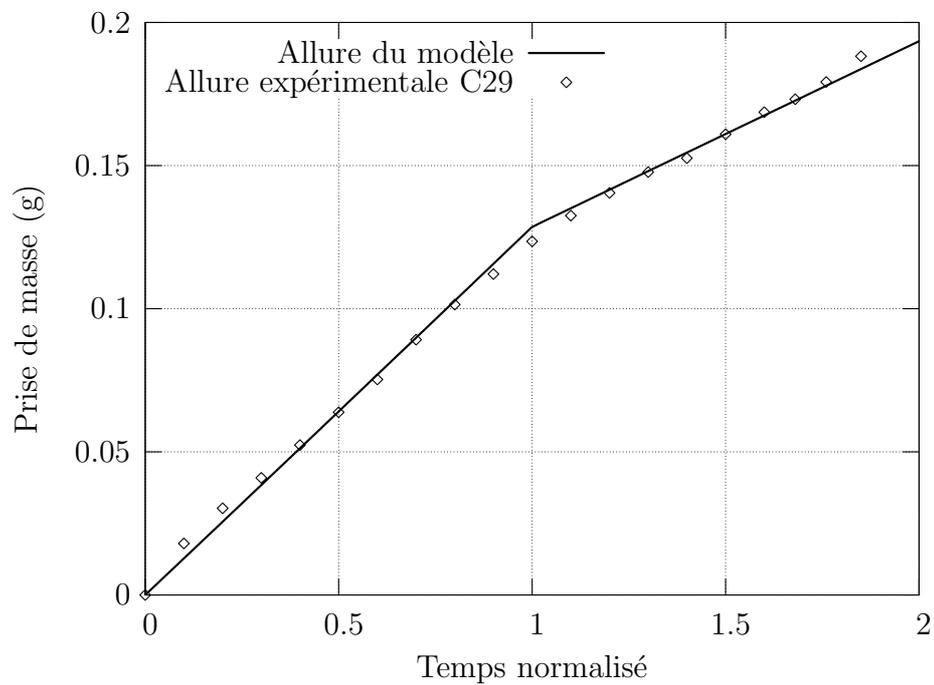


FIG. 4.27: *Prise de masse de la colonne durant l'opération d'injection : ($I_D = 0,90$, $C/E = 0,10$)*

4.4.1.5. Détermination de la fraction de ciment anhydre φ_c^{anh} à la fin de l'injection

L'opération d'injection est arrêtée lorsque la quantité de coulis qui est sortie de l'échantillon est à peu près égale au volume des vides initial. La quantité de coulis injecté est alors le double du volume des vides initial. Le temps correspondant est égal à deux fois le temps nécessaire pour que le ciment envahisse la totalité de la colonne ($t_f = 2 \frac{L}{v^+}$).

À la fin de l'opération d'injection ($t = t_f$), le front de ciment a déjà parcouru la totalité de la colonne ($t > \frac{L}{v^+}$). Ainsi, pour toute position z le long de la colonne, on peut déterminer :

- La fraction de ciment filtrée $\varphi_{c,f}(z, t_f) = \varphi_0 - \varphi(z, t_f)$;
- La fraction de ciment en suspension dans le coulis $\varphi_{c,s}(z, t_f) = \delta(z, t_f) \varphi(z, t_f)$.

La fraction totale du ciment anhydre présent dans la colonne à la fin de l'essai ($t = t_f$) et à la cote z est donc la somme de la fraction de ciment en suspension et de la fraction de ciment filtrée :

$$\varphi_c^{anh}(z) = \varphi_0 - \varphi(z, t_f) + \delta(z, t_f) \varphi(z, t_f) \quad (4.22)$$

En utilisant (4.15) et en ne gardant que le premier ordre en δ , (4.22) devient :

$$\varphi_c^{anh}(z) \simeq \left(\varphi_0 + a \left(t_f - \frac{z}{v^+} \right) \right) \delta(z, t_f) \quad (4.23)$$

4.4.2 Modèle de Powers : passage à la fraction de ciment hydraté

Au cours des 28 jours de cure, la fraction de ciment anhydre (4.23) aura fait prise en s'hydratant. L'objectif de cette section est donc de quantifier la fraction volumique d'hydrates φ_c^{hyd} au terme de la réaction de l'hydratation. On recourt à cet effet à un modèle d'hydratation. Le modèle de Powers (1946) [75] est retenu grâce à sa simplicité

et sa pertinence. Ce modèle est basé sur la connaissance du volume des hydrates créés et du volume d'eau consommé pour l'hydratation d'un volume unitaire de ciment anhydre. Ces deux ratios notés respectivement κ_h et κ_e , sont des caractéristiques de la réaction d'hydratation. Au cours de la réaction d'hydratation, le modèle permet, en particulier, d'exprimer la fraction volumique du ciment hydraté φ_c^{hyd} et celle de l'eau φ_e comme simple fonction du rapport massique eau/ciment (E/C) et du degrés d'hydratation m (rapport du volume de ciment hydraté par le volume initiale de ciment) :

$$\varphi_c^{hyd} = \frac{\kappa_h m}{1 + \rho_c \frac{E}{C}} \quad \text{et} \quad \varphi_e = \frac{\rho_c \frac{E}{C} - \kappa_e m}{1 + \rho_c \frac{E}{C}} \quad (4.24)$$

où ρ_c désigne la masse volumique du ciment.

Dans le cadre du modèle de Powers, on utilise $\kappa_h = 2,13$ et $\kappa_e = 1,31$.

Par ailleurs, dans le cas des sols injectés, les coulis de ciment utilisés sont très fluides afin de pénétrer dans le réseau intergranulaire du sable. L'eau étant en quantité importante au sein du coulis, une partie de cette eau servira donc à l'hydratation, qui sera complète ($m = 1$), du ciment et le reste de l'eau, appelée eau de gâchage, va remplir les pores qui subsistent dans le matériau après hydratation.

Ce dont on a besoin, dans le cadre de ce travail, est de connaître le rapport d'augmentation du volume généré par l'opération d'hydratation, il s'agit donc du coefficient κ_h du modèle de Powers. On en déduit alors :

$$\kappa_h = \frac{\varphi_c^{hyd}}{\varphi_c^{anh}} = 2.13 \quad (4.25)$$

L'hydratation du ciment étant complète $m = 1$, la totalité du volume de ciment anhydre présente sur la colonne se transforme alors en ciment hydraté. La porosité finale φ_f est alors calculée en retranchant de la porosité initiale φ_0 la fraction volumique occupée par le ciment hydraté :

$$\varphi_f(z) = \varphi_0 - 2.13 \varphi_c^{anh}(z) \quad (4.26)$$

4.4.3 Confrontation avec les résultats expérimentaux

On présente sur la figure 4.28 l'allure de la porosité finale φ_f obtenue à partir du modèle (4.26) en fonction de la position du point considéré le long de la colonne. La fraction de ciment anhydre $\varphi_c^{anh}(z)$ est donnée par le modèle de Saada (4.23). On a également représenté sur la figure les cinq points expérimentaux correspondant à la porosité des cinq éprouvettes de sable injecté rapportés à leur position dans la colonne C22. La colonne C22 a été réalisée avec un indice de densité I_D de 0,90, ce qui correspond à une porosité initiale φ_0 de 37% et elle a été injectée avec un coulis préparé avec une concentration en ciment C/E égale à 0,20.

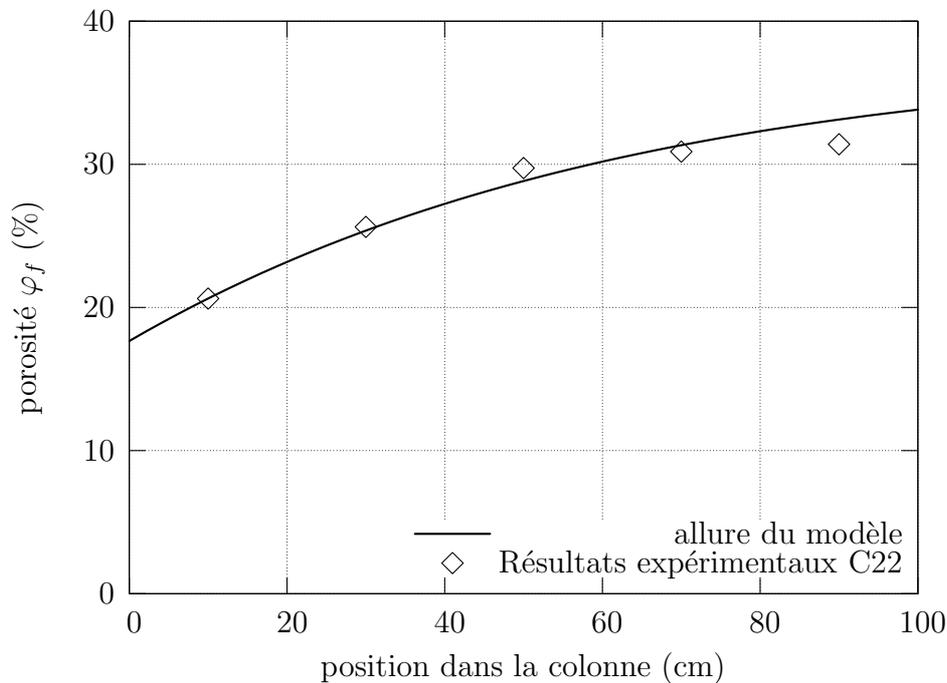


FIG. 4.28: Porosité finale φ_f : comparaison modèle expérience ($I_D = 0,90$, $C/E = 0,20$)

On présente également sur les figures 4.29 et 4.30 les prévisions du modèle développé. On compare l'allure du modèle développé avec la porosité des cinq éprouvettes de sable injecté issues de colonnes injectées avec des concentrations en ciment C/E différentes (C19 avec $C/E = 0,15$ et C29 avec $C/E = 0,10$).

On observe un bon accord entre les prévisions du modèle et les résultats expérimentaux, ce qui constitue également une validation *a posteriori* du modèle de filtration développé par Saada (2003) [78]. On est donc capable grâce à ce modèle, de prévoir la porosité φ_f du milieu injecté après prise connaissant les caractéristiques initiales du sable et celles du coulis.

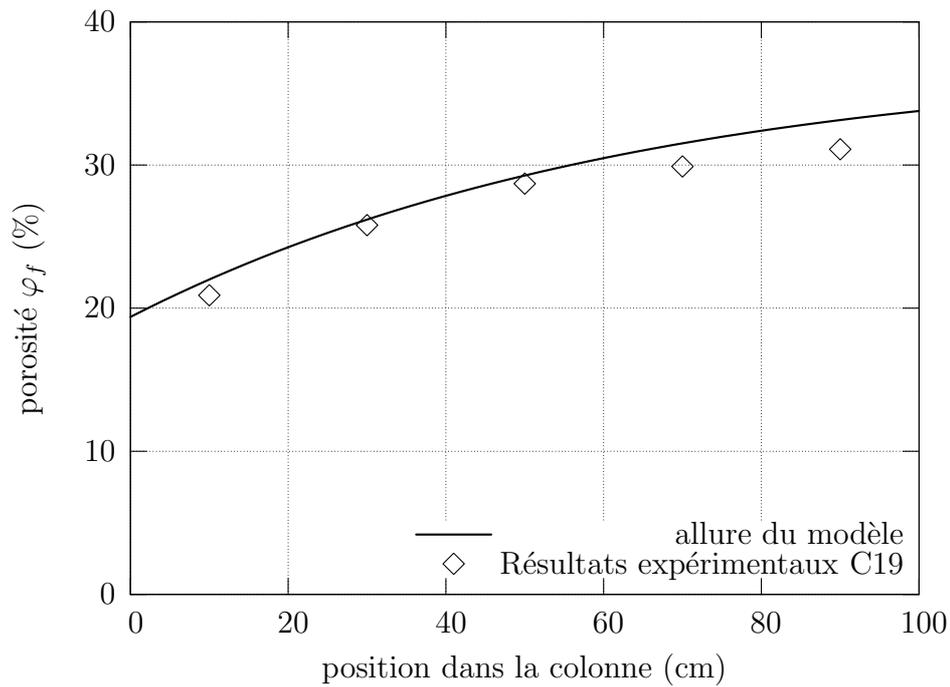


FIG. 4.29: Porosité finale φ_f : comparaison modèle expérience ($I_D = 0,90$, $C/E = 0,15$)

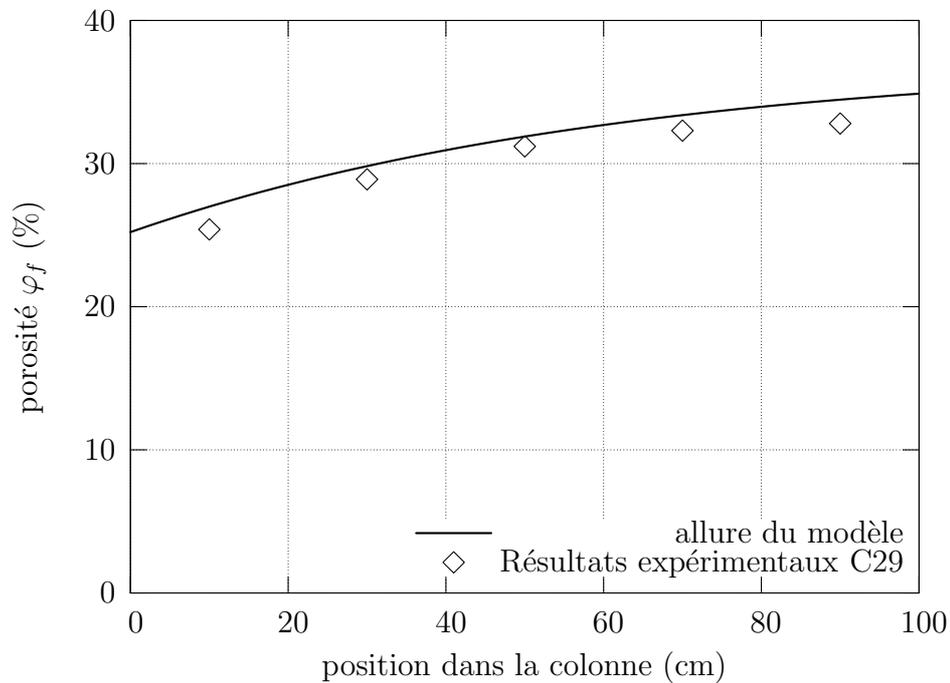


FIG. 4.30: Porosité finale φ_f : comparaison modèle expérience ($I_D = 0,90$, $C/E = 0,10$)

4.5 Conclusion

Il ressort de cette étude de caractérisation microstructurale, que l'injection par imprégnation d'un coulis de ciment diminue la porosité du sable sans changer sa disposition microstructurale.

On a montré, grâce aux observations microstructurale au MEB, que le ciment vient s'infiltrer dans le réseau poreux et se déposer autour des contacts intergranulaires sans altérer leurs configuration initiale. On montre également que le matériau reste très poreux après injection, on quantifie par analyse d'image, la porosité finale φ_f après injection et prise.

Une campagne expérimentale utilisant la porosimétrie à intrusion de mercure a été réalisée pour l'étude de la porosité finale φ_f . On a mis en évidence la diminution de la porosité après injection et prise. On a constaté également une augmentation de φ_f lorsqu'on s'éloigne du point d'injection et lorsqu'on utilise des coulis moins concentré en ciment.

Cette collecte de données expérimentales nous a permis de valider un modèle proposé pour estimer la porosité finale φ_f en fonction des paramètres de sable, du coulis injecté et de la position par rapport au point d'injection. Ce modèle est basé sur une loi de filtration repris à partir des travaux de Saada (2003) [78] et sur le modèle d'hydratation de Powers.

Chapitre 5

Modélisation micromécanique du comportement élastique

Sommaire

5.1	Introduction et objectifs	193
5.2	Méthode de résolution par homogénéisation non linéaire	193
5.2.1	Principe de résolution	194
5.2.2	Choix et calcul des invariants de la déformation effective	198
5.3	Concept de milieu fictif continu	201
5.3.1	Concept et réponse non linéaire du milieu fictif en l'absence de ciment	201
5.3.2	Calcul de l'élasticité non linéaire dans le cadre d'une formulation tangente	209
5.3.3	Identification du paramètre k_0^s	212
5.3.4	Commentaires	215
5.4	Concept basé sur une loi d'interface intergranulaire	216
5.4.1	Description du modèle	216
5.4.2	Réponse macroscopique dans le cadre de l'élasticité linéaire	219
5.4.3	Moyenne des composantes T_n et T_t	227
5.4.4	Approximation de la fraction surfacique χ	231
5.4.5	Comportement non linéaire de l'interface	234

5.4.6	Détermination des modules d'élasticité non linéaire	237
5.4.7	Calcul dans le cadre d'un développement limité autour de $\rho = 0$	240
5.4.8	Calcul dans le cadre général $\rho \neq 0$	242
5.5	Comportement du milieu granulaire injecté	249
5.5.1	Description du milieu granulaire injecté	249
5.5.2	Réponse du milieu granulaire injecté	250
5.5.3	Confrontation modèle / expérience	256
5.6	Estimation de l'effet de l'injection	258
5.6.1	Rapport d'amélioration entre les sable vierge et injecté	258
5.6.2	Comparaison avec les résultats expérimentaux	258
5.6.3	Conclusions	262
5.7	Estimation des propriétés élastiques d'un milieu injecté .	263

5.1 Introduction et objectifs

Fort de la caractérisation microstructurale et des résultats expérimentaux du comportement mécanique, on met en œuvre les techniques d'homogénéisations micro-mécaniques afin de modéliser le comportement élastique d'un milieu granulaire vierge et injecté.

Le comportement des matériaux granulaire vierge et injecté, constaté expérimentalement, est de nature non linéaire (Maalej et al. (2005) [66]; Pedro (2004) [73]; Hicher (1996) [53]). On présente alors en première partie la technique d'homogénéisation non linéaire qui sera utilisée dans les modèles proposés.

La difficulté constatée réside dans l'homogénéisation du milieu granulaire par les techniques classiques d'homogénéisation. On développe à cet effet deux modèles basés sur deux concepts différents. Le premier consiste à remplacer la phase solide du milieu granulaire par un milieu fictif continu présentant un comportement mécanique équivalent. Le deuxième concept s'inspire des travaux réalisés dans le cadre de l'homogénéisation des milieux poreux polycristallins à interfaces intergranulaires imparfaites (Dormieux et al. (2006a) [34]; Kreher (1990) [57]; Zhong (1997) [98]).

Par la suite on détermine le comportement du milieu injecté et l'on quantifie l'amélioration apportée par l'opération d'injection sur les propriétés élastiques du sable vierge. Les choix morphologiques sont appuyés par les observations microstructurales présentées dans la section 4.2.

On présentera également une validation expérimentale des modèles développés. On proposera par la suite une procédure pratique pour appréhender l'amélioration apportée au sol vierge suite à l'opération d'injection et ceci à partir du comportement du matériau vierge, des paramètres d'injection et de la position relative par rapport à la source d'injection.

5.2 Méthode de résolution par homogénéisation non linéaire

On introduit dans cette section la méthode d'homogénéisation non linéaire permettant d'estimer le comportement macroscopique d'une structure dont les constituants ont un comportement non linéaire. La non linéarité du comportement est ici caractérisée par la variation des propriétés élastiques avec le niveau de chargement. Ce type de comportement est identifié expérimentalement dans le cadre de cette étude (voir

section 3.3) et a également fait l'objet de plusieurs travaux (Biarez (1962) [13]; Pedro (2004) [73]; Johnson et al. (2000) [55]; Hicher (1996) [53]; Emeriault et Cambon (1996) [46]).

Les méthodes d'homogénéisation non linéaire consistent à ramener le problème non linéaire à un problème d'élasticité linéaire pour lequel on utilise un schéma classique d'homogénéisation. L'idée consiste à introduire un niveau de chargement moyen par phases, qui permet d'évaluer, en moyenne, les propriétés élastiques de la phase en question. Reste alors la difficulté d'obtenir une relation entre le niveau de chargement local et le chargement macroscopique.

5.2.1 Principe de résolution

5.2.1.1. Équations du problème

Considérons un volume élémentaire représentatif (v.e.r.) Ω d'un matériau constitué d'une phase solide élastique non linéaire et d'une phase poreuse.

La loi de comportement envisagée relie la contrainte $\boldsymbol{\sigma}$ dans le solide à la déformation $\boldsymbol{\epsilon}$. Elle fait intervenir le tenseur d'élasticité sécant $\mathbb{C}^s(\boldsymbol{\epsilon})$:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}^s(\boldsymbol{\epsilon}) : \boldsymbol{\epsilon} \quad (5.1)$$

Ω est soumis à un chargement macroscopique défini par le tenseur des contraintes macroscopiques $\boldsymbol{\Sigma}$. Les champs de contrainte $\boldsymbol{\sigma}$, de déformation $\boldsymbol{\epsilon}$ et de déplacement $\boldsymbol{\xi}$ sont solutions du problème non linéaire suivant :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{div} \boldsymbol{\sigma} = 0 & (\Omega) \quad (a) \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) = \mathbb{C}(\mathbf{x}) : \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{x}) & (\Omega) \quad (b) \\ \boldsymbol{\epsilon} = \frac{1}{2} (\text{grad} \boldsymbol{\xi} + {}^t \text{grad} \boldsymbol{\xi}) & (\Omega) \quad (c) \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{n} & (\partial\Omega) \quad (d) \end{array} \right. \quad (5.2)$$

Avec

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mathbb{C}(\mathbf{x}) = \mathbb{C}^s(\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{x})) & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega^s \\ \mathbb{C}(\mathbf{x}) = 0 & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega^p \end{array} \right.$$

\mathbb{C}^s est le tenseur de rigidité sécant de la phase solide, Ω^s et Ω^p désignent respectivement la partie solide et poreuse du v.e.r..

Le tenseur de déformation peut se décomposer sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon}_d + \frac{1}{3} \epsilon_v \mathbf{1} \quad (5.3)$$

$\mathbf{1}$ est le tenseur identité. ϵ_v désigne la déformation volumique, c'est par ailleurs le premier invariant du tenseur $\boldsymbol{\epsilon}$:

$$\epsilon_v = \text{tr } \boldsymbol{\epsilon} \quad (5.4)$$

$\boldsymbol{\epsilon}_d$ désigne la partie déviatorique du tenseur $\boldsymbol{\epsilon}$. On définit par la suite le deuxième invariant du tenseur de déformation $\boldsymbol{\epsilon}$, encore appelé déformation déviatorique équivalente et noté ϵ_d :

$$\epsilon_d = \sqrt{\frac{1}{2} \boldsymbol{\epsilon}_d : \boldsymbol{\epsilon}_d} \quad (5.5)$$

Considérons par la suite un comportement de la phase solide \mathbb{C}^s décrit sous une forme isotrope et dépendant uniquement des deux premiers invariants de $\boldsymbol{\epsilon}$, à savoir la déformation volumique ϵ_v et la déformation déviatorique ϵ_d :

$$\mathbb{C}^s = 3 k^s(\epsilon_v, \epsilon_d) \mathbb{J} + 2 \mu^s(\epsilon_v, \epsilon_d) \mathbb{K} \quad (5.6)$$

\mathbb{J} et \mathbb{K} sont deux projecteurs reliés à la partie sphérique et déviatorique du tenseur identité \mathbb{I} dans l'espace des tenseurs symétriques d'ordre quatre :

$$\mathbb{J} = \frac{1}{3} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} \quad \text{et} \quad \mathbb{K} = \mathbb{I} - \mathbb{J} \quad (5.7)$$

Les modules élastiques $k^s(\epsilon_v, \epsilon_d)$ et $\mu^s(\epsilon_v, \epsilon_d)$ représentent, respectivement, le module de compression isotrope et le module de cisaillement.

D'autre part, l'approche énergétique montre que $\boldsymbol{\sigma}$ dérive d'un potentiel $\psi^s(\boldsymbol{\epsilon})$ (Salençon (2000) [81]; Coussy (2004) [23]). L'équation d'état de la phase solide s'écrit alors :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \psi^s(\boldsymbol{\epsilon})}{\partial \boldsymbol{\epsilon}} \quad (5.8)$$

En supposant que $\psi^s(\boldsymbol{\epsilon})$ dépend de $\boldsymbol{\epsilon}$ à travers ses invariants ϵ_v et ϵ_d définies par (5.4) et (5.5), l'équation (5.8) peut se mettre sous la forme :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \psi^s}{\partial \epsilon_v} \mathbf{1} + \frac{1}{2\epsilon_d} \frac{\partial \psi^s}{\partial \epsilon_d} \boldsymbol{\epsilon}_d \quad (5.9)$$

Où ψ^s est une fonction de ϵ_v et ϵ_d : $\psi^s = \psi^s(\epsilon_v, \epsilon_d)$.

En prenant le cas isotrope (5.6) dans (5.1) et en comparant avec (5.9), on déduit les modules d'élasticité k^s et μ^s en fonction du potentiel ψ^s :

$$\begin{cases} k^s(\epsilon_v, \epsilon_d) = \frac{1}{\epsilon_v} \frac{\partial \psi^s}{\partial \epsilon_v} \\ \mu^s(\epsilon_v, \epsilon_d) = \frac{1}{4\epsilon_d} \frac{\partial \psi^s}{\partial \epsilon_d} \boldsymbol{\epsilon}_d \end{cases} \quad (5.10)$$

En couplant les dérivées croisées des deux termes de l'équation (5.10) on montre que les modules k^s et μ^s définissent un comportement élastique non linéaire s'ils satisfont la loi suivante :

$$\epsilon_v \frac{\partial k^s}{\partial \epsilon_d} = 4 \epsilon_d \frac{\partial \mu^s}{\partial \epsilon_v} \quad (5.11)$$

La différence essentielle entre ce problème et celui de l'élasticité linéaire réside dans la dépendance du tenseur de rigidité \mathbb{C}^s en fonction du champ de déformation $\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{x})$ qui est hétérogène et dépend du niveau de chargement macroscopique $\boldsymbol{\Sigma}$. Le problème (5.2) n'est donc pas classique et les méthodes usuelles d'homogénéisation linéaire ne sont pas directement applicables. Il est donc nécessaire de simplifier le problème en posant un problème approché.

L'idée consiste à supposer qu'il est possible de définir un tenseur de déformation effective (noté $\boldsymbol{\epsilon}^{ef}$) qui rend compte en moyenne des déformations locales. On approche par

la suite le tenseur de rigidité fonction de la déformation locale par un tenseur dépendant de ϵ^{ef} :

$$\mathbb{C}^s(\epsilon(\mathbf{x})) \approx \mathbb{C}^s(\epsilon^{ef}) \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega^s \quad (5.12)$$

Par cette approximation, la phase solide du v.e.r. est désormais remplacée par un matériau linéaire équivalent. La déformation effective ϵ^{ef} est déterminée de façon à bien représenter le niveau de chargement dans la phase solide. ϵ^{ef} dépend formellement du chargement macroscopique Σ .

5.2.1.2. Homogénéisation non linéaire

La méthode d'homogénéisation non linéaire utilisée par la suite est basée sur le concept de la déformation effective (Suquet (1997) [89]). Elle a été reprise par de nombreux auteurs pour diverses applications (dans le domaine des milieux poreux, voir Dormieux et al. (2002) [33] ; Barthélémy et Dormieux (2004) [8] ; Dormieux et Bougeois (2002) [31]). Cette méthode peut se résumer en trois étapes :

1. La première étape consiste à étudier le cas où la phase solide est linéaire élastique. On choisit à ce stade un schéma d'homogénéisation linéaire, c'est-à-dire un outil de calcul de l'élasticité macroscopique (tenseur \mathbb{C}^{hom}) en fonction de l'élasticité de la phase solide supposée linéaire (tenseur \mathbb{C}^s). Le choix du schéma requiert une bonne connaissance de la microstructure du matériau étudié (voir chapitre 4). On utilisera dans la suite le schéma de Mori-Tanaka et le schéma auto-cohérent, ce dernier semblant mieux adapté à la morphologie du milieu granulaire étudié. Le comportement macroscopique est déterminé de façon à relier la contrainte et la déformation macroscopique ($\Sigma = \langle \sigma \rangle$; $\mathbf{E} = \langle \epsilon \rangle$) :

$$\Sigma = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} \quad (5.13)$$

À l'issue de cette première étape d'homogénéisation linéaire on dispose de la relation entre le comportement macroscopique \mathbb{C}^{hom} et le comportement de la phase solide \mathbb{C}^s :

$$\mathbb{C}^{hom} = \mathbb{C}^{hom}(\mathbb{C}^s) \quad (5.14)$$

2. Toujours dans le domaine linéaire, la deuxième étape consiste à choisir et à déterminer la déformation effective ϵ^{ef} . Cependant, dans la perspective d'étudier un comportement non linéaire dans lequel \mathbb{C}^s ne dépend que des deux premiers invariants de ϵ (5.6), on cherche ici les deux invariants effectifs ϵ_v^{ef} et ϵ_d^{ef} en fonction du chargement macroscopique Σ et de l'élasticité de la phase solide :

$$\epsilon_v^{ef} = \mathcal{F}_v(\Sigma, \mathbb{C}^s) \quad ; \quad \epsilon_d^{ef} = \mathcal{F}_d(\Sigma, \mathbb{C}^s) \quad (5.15)$$

On présente à la section 5.2.2 les choix possibles pour la déformation effective, définis en envisageant différentes moyennes des champs de déformation dans la phase solide.

3. La dernière étape du processus traite la non linéarité du problème (5.13). On prend en compte dans cette étape la dépendance du tenseur de rigidité de la phase solide \mathbb{C}^s avec les invariants du tenseur de déformation effective : $\mathbb{C}^s = \mathbb{C}^s(\epsilon_v^{ef}, \epsilon_d^{ef})$. La relation (5.14) implique que \mathbb{C}^{hom} dépend également des invariants du tenseur de déformation effective :

$$\mathbb{C}^{hom} = \mathbb{C}^{hom}(\epsilon_v^{ef}, \epsilon_d^{ef}) \quad (5.16)$$

Les deux invariants de la déformation effective apparaissent comme solution du problème non linéaire suivant :

$$\epsilon_v^{ef} = \mathcal{F}_v(\Sigma, \mathbb{C}^s(\epsilon_v^{ef}, \epsilon_d^{ef})) \quad ; \quad \epsilon_d^{ef} = \mathcal{F}_d(\Sigma, \mathbb{C}^s(\epsilon_v^{ef}, \epsilon_d^{ef})) \quad (5.17)$$

La résolution de (5.17) conduit à ϵ_v^{ef} et ϵ_d^{ef} fonction du chargement macroscopique Σ . En introduisant cette relation dans (5.16), nous obtenons finalement une relation macroscopique de la forme :

$$\Sigma = \mathbb{C}^{hom}(\Sigma) : \mathbf{E} \quad (5.18)$$

5.2.2 Choix et calcul des invariants de la déformation effective

Lors de la deuxième étape du processus d'homogénéisation non linéaire, il s'agit de déterminer les invariants ϵ_v^{ef} et ϵ_d^{ef} de la déformation effective. Ces derniers sont choisis

de façon à prendre en compte au mieux le niveau de déformation dans la phase solide induit par le chargement Σ , on choisit alors de les représenter par des moyennes sur la phase solide des champs de déformations. Trois méthodes basées sur trois choix différents des déformations effectives sont utilisées : la méthode sécante "classique", la méthode sécante modifiée (Suquet (1995) [88] ; Suquet (1997) [89]) et la méthode mixte (Dormieux et al. (2002) [33] ; Lemarchand et al. (2002) [61]).

5.2.2.1. Méthode sécante "classique"

Les invariants de la déformation effective sont choisis comme une moyenne directe des déformations dans la phase solide :

$$\begin{cases} \epsilon_v^{ef} = \bar{\epsilon}_v = \langle \epsilon_v \rangle_{\Omega^s} \\ \epsilon_d^{ef} = \bar{\epsilon}_d = \sqrt{\frac{1}{2} \langle \epsilon_d \rangle_{\Omega^s} : \langle \epsilon_d \rangle_{\Omega^s}} \end{cases} \quad (5.19)$$

où l'on définit l'opérateur moyenne $\langle . \rangle_{\Omega^s}$ sur la phase solide d'un champ microscopique d'une grandeur physique e par la formule suivante :

$$\langle e \rangle_{\Omega^s} = \frac{1}{|\Omega^s|} \int_{\Omega^s} e \, dV \quad (5.20)$$

Lorsque la phase solide est homogène, le calcul de ces déformations effectives s'effectue sans faire appel à un schéma d'homogénéisation linéaire. Dans le cas d'un comportement isotrope de la phase solide, ϵ_v^{ef} et ϵ_d^{ef} sont fournis par :

$$\begin{cases} (1 - \varphi) \epsilon_v^{ef} = \frac{1}{k^s} \Sigma_m \quad \text{avec} \quad \Sigma_m = \frac{1}{3} \text{tr} \Sigma \\ (1 - \varphi)^2 \epsilon_d^{ef2} = \frac{1}{4\mu^s2} \Sigma_d^2 \quad \text{avec} \quad \Sigma_d = \sqrt{\frac{1}{2} \Sigma_d : \Sigma_d} \quad \text{et} \quad \Sigma_d = \Sigma - \Sigma_m \mathbf{1} \end{cases} \quad (5.21)$$

Dans la mesure où le tenseur ϵ_d n'a pas une orientation fixe, le choix d'une moyenne directe de la déformation déviatorique est contestable si on cherche à être représentatif du niveau de la déformation de la phase solide. En effet, dans le cas d'un comportement isotrope avec un chargement isotrope $\Sigma = \Sigma_m \mathbf{1}$, la moyenne de premier ordre de ϵ_d est nulle alors que des déformations déviatoriques importantes apparaissent dans la phase solide (Qiu (1992) [77]). Il est donc important de développer une autre moyenne

qui surmonte cette difficulté. C'est ce qui motive l'utilisation de la méthode sécante modifiée.

5.2.2.2. Méthode sécante modifiée

Cette méthode a été proposée par Suquet (1997) [89]. Le principe est de choisir un moment d'ordre 2 pour déterminer la moyenne des invariants de la déformation effective :

$$\epsilon_v^{ef} = \bar{\epsilon}_v = \sqrt{\langle \epsilon_v^2 \rangle_{\Omega^s}} \quad ; \quad \epsilon_d^{ef} = \bar{\epsilon}_d = \sqrt{\frac{1}{2} \langle \epsilon_d : \epsilon_d \rangle_{\Omega^s}} \quad (5.22)$$

Le calcul de ces déformations effectives s'effectue en faisant appel au calcul linéaire abordé dans la première étape de l'homogénéisation. Dans le cas d'un comportement isotrope de la phase solide, ϵ_v^{ef} et ϵ_d^{ef} sont fournis par :

$$\begin{cases} (1 - \varphi) \epsilon_v^{ef2} = -\frac{\partial}{\partial k^s} \left(\frac{1}{k^{hom}} \right) \Sigma_m^2 - \frac{\partial}{\partial k^s} \left(\frac{1}{\mu^{hom}} \right) \Sigma_d^2 \\ 4(1 - \varphi) \epsilon_d^{ef2} = -\frac{\partial}{\partial \mu^s} \left(\frac{1}{k^{hom}} \right) \Sigma_m^2 - \frac{\partial}{\partial \mu^s} \left(\frac{1}{\mu^{hom}} \right) \Sigma_d^2 \end{cases} \quad (5.23)$$

5.2.2.3. Méthode mixte

La méthode mixte utilise l'avantage de chacune des deux méthodes précédentes (Barthélémy (2005) [7]). On choisit la moyenne directe issue de la méthode sécante pour la déformation volumique ϵ_v^{ef} et la moyenne quadratique issue de la méthode sécante modifiée pour la déformation déviatorique ϵ_d^{ef} :

$$\epsilon_v^{ef} = \bar{\epsilon}_v = \langle \epsilon_v \rangle_{\Omega^s} \quad ; \quad \epsilon_d^{ef} = \bar{\epsilon}_d = \sqrt{\frac{1}{2} \langle \epsilon_d : \epsilon_d \rangle_{\Omega^s}} \quad (5.24)$$

Dans le cas d'un comportement isotrope de la phase solide, ϵ_v^{ef} et ϵ_d^{ef} sont donnés par :

$$\begin{cases} (1 - \varphi) \epsilon_v^{ef} = \frac{1}{k^s} \Sigma_m \\ 4(1 - \varphi) \epsilon_d^{ef2} = -\frac{\partial}{\partial \mu^s} \left(\frac{1}{k^{hom}} \right) \Sigma_m^2 - \frac{\partial}{\partial \mu^s} \left(\frac{1}{\mu^{hom}} \right) \Sigma_d^2 \end{cases} \quad (5.25)$$

Le calcul de la déformation déviatorique équivalente est identique à celui effectué dans le cadre de la méthode sécante modifiée.

5.3 Concept de milieu fictif continu équivalent mécaniquement au milieu granulaire

Les méthodes d'homogénéisation classiques sont dédiées à des matériaux hétérogènes dont la microstructure est décrite de façon continue. Les milieux granulaires, dont la phase solide est constituée d'un assemblage discret de grains. Aussi n'entrent-ils pas directement dans ce cadre. Leur comportement est très largement conditionné par les contacts entre grains.

Pour se ramener au cadre classique, on introduit un milieu poreux fictif de même porosité et de mêmes caractéristiques élastiques que le milieu réel avant injection, mais possédant une phase solide continue homogène. Les caractéristiques mécaniques de cette phase solide sont choisies de façon à ce que le poreux fictif et le milieu réel exhibent le même comportement macroscopique.

Le milieu fictif équivalent au milieu granulaire est donc un biphasé constitué de la phase solide fictive et des pores. Après injection, la présence de la pâte de ciment introduit une troisième phase [63].

5.3.1 Concept et réponse non linéaire du milieu fictif en l'absence de ciment

Les résultats expérimentaux présentés dans la section 3.3 ainsi que des études antérieures (Biarez (1962) [13]; Pedro (2004) [73]; Johnson et al. (2000) [55]; Hicher (1996) [53]; Emeriault et Cambon (1996) [46]) montrent la non linéarité du comportement élastique d'un milieu granulaire. Cette non linéarité est caractérisée par la dépendance des propriétés élastiques vis à vis de l'état de confinement appliqué. Par ailleurs, cette dépendance est essentiellement due à l'évolution de la surface de contact intergranulaire en fonction de la contrainte appliquée (Biarez (1962) [13]; Di Renzo et Di Mario (2005) [29]; Cundall et Strack (1979) [24]).

On se propose d'utiliser par la suite la technique d'homogénéisation non linéaire décrite dans la section 5.2 et qui traite des milieux présentant une microstructure décrite de façon continue pour appréhender le comportement non linéaire des sables. A cet effet, on a recours au concept de matériau fictif introduit ci-dessus (Figure 5.1). Ce matériau est choisi de façon à ce que le milieu poreux fictif dont il constitue la phase solide et de même porosité φ_0 que le sable non injecté possède les mêmes caractéristiques élas-

tiques que ce dernier, représentées par le tenseur $\mathbb{C}^{sa}(\Sigma)$, Σ représentant la contrainte à l'échelle macroscopique.

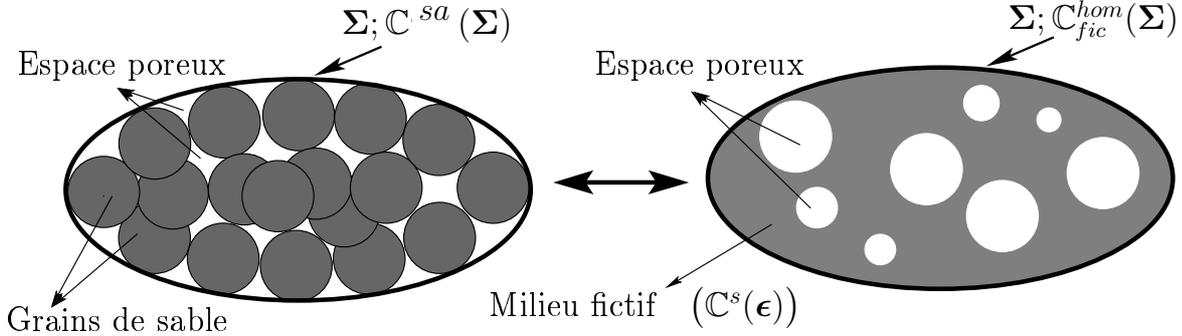


FIG. 5.1: *Equivalence entre le milieu granulaire et le milieu fictif* : $\mathbb{C}^{sa}(\Sigma) = \mathbb{C}_{fic}^{hom}(\mathbb{C}_{fic}^s(\epsilon))$

En résumé, il s'agit de trouver le comportement du milieu fictif $\mathbb{C}_{fic}^s(\epsilon)$ tel que le comportement du poreux fictif coïncide avec celui du sable :

$$\mathbb{C}^{sa}(\Sigma) = \mathbb{C}_{fic}^{hom}(\mathbb{C}_{fic}^s(\epsilon)) \quad (5.26)$$

la donnée du problème étant le comportement macroscopique du sable $\mathbb{C}^{sa}(\Sigma)$.

Dans la suite, pour alléger les équations, l'indice (*fic*) est enlevé dans \mathbb{C}_{fic}^s . On remplace alors la notation \mathbb{C}_{fic}^s par \mathbb{C}^s .

Pour simplifier la résolution et vu les caractéristiques granulométriques du sable de Fontainebleau (voir figure 3.2), composé de grains sub-arrondis de forme régulière (voir figure 3.1), on suppose, en première approche que l'anisotropie créée par le mode de mise en place du sable par pluviation est négligeable.

La phase solide fictive est par la suite caractérisée par son tenseur de rigidité $\mathbb{C}^s(\epsilon)$ qui dépend de la déformation locale ϵ . Suite à la remarque formulée précédemment on recherche ce dernier sous la forme isotrope (5.6).

Le coefficient de Poisson ν^s est relié aux modules de compression k^s et de cisaillement μ^s par :

$$\frac{\mu^s}{k^s} = \ell = \frac{3(1 - 2\nu^s)}{2(1 + \nu^s)} \quad (5.27)$$

On suppose, pour simplifier, que le coefficient de Poisson ν^s du matériau fictif reste constant durant le cycle de chargement. Cette hypothèse s'appuie sur des résultats expérimentaux et de modélisation dus à Emeriault et Cambon (1996) [46] dans le cadre d'une étude sur l'élasticité non linéaire des milieux granulaires. Dans ce cas, les quantités $k^s(\epsilon_v, \epsilon_d)$ et $\mu^s(\epsilon_v, \epsilon_d)$ introduites dans (5.6) peuvent alors être reliés par l'intermédiaire du coefficient ℓ :

$$\mu^s(\epsilon_v, \epsilon_d) = \ell k^s(\epsilon_v, \epsilon_d) \quad (5.28)$$

Le problème étudié se réduit donc à la détermination du coefficient de compression isotrope : $k^s(\epsilon_v, \epsilon_d)$.

On revient en premier lieu sur la condition d'existence d'un potentiel exprimée par (5.11). On démontre alors en remplaçant $\mu^s(\epsilon_v, \epsilon_d)$ par $\ell k^s(\epsilon_v, \epsilon_d)$ (5.28) dans (5.11) que $k^s(\epsilon_v, \epsilon_d)$ doit satisfaire l'équation différentielle suivante :

$$\frac{1}{\epsilon_d} \frac{\partial k^s}{\partial \epsilon_d} = \ell \frac{1}{\epsilon_v} \frac{\partial k^s}{\partial \epsilon_v} \quad (5.29)$$

La résolution de l'équation (5.29) conduit à un module de compression isotrope qui s'écrit sous cette forme :

$$k^s(\epsilon_v, \epsilon_d) = \mathfrak{F}(\epsilon_v^2 + 4\ell\epsilon_d^2) \quad (5.30)$$

En association de (5.30) avec les résultats expérimentaux présentés dans la section 3.3.1, k^s et μ^s sont ensuite choisis sous la forme :

$$\begin{cases} k^s(\epsilon_v, \epsilon_d) = k_0^s \epsilon^{eq} \\ \mu^s(\epsilon_v, \epsilon_d) = \ell k_0^s \epsilon^{eq} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \epsilon^{eq} = \sqrt{\epsilon_v^2 + 4\ell\epsilon_d^2} \quad (5.31)$$

où k_0^s est un paramètre qui sera identifié par comparaison avec les résultats expérimentaux (section 5.3.3). ϵ^{eq} définit une déformation équivalente. Ce choix sera justifié ultérieurement (section 5.3.1.3).

On applique par la suite la méthode d'homogénéisation non linéaire décrite dans la section 5.2 :

5.3.1.1. 1^{ère} étape : choix du schéma d'homogénéisation linéaire

La première étape consiste à étudier le cas où la phase solide est linéaire élastique. En associant une distribution aléatoire de pores sphériques avec la phase solide décrite de façon isotrope (5.6), le comportement macroscopique homogénéisé \mathbb{C}_{fic}^{hom} est par la suite recherché sous une forme isotrope :

$$\mathbb{C}_{fic}^{hom} = 3k_{fic}^{hom} \mathbb{J} + 2\mu_{fic}^{hom} \mathbb{K} \quad (5.32)$$

k_{fic}^{hom} et μ_{fic}^{hom} représentent respectivement le module de compression isotrope et le module de cisaillement sécants du milieu poreux fictif homogénéisé.

La dépendance de k_{fic}^{hom} et de μ_{fic}^{hom} par rapport aux modules k^s et μ^s de la phase solide est déterminée en faisant appel à un schéma d'homogénéisation linéaire.

D'une façon générale, grâce à l'analyse dimensionnelle, il est facile de voir que pour n'importe quel schéma d'homogénéisation, on peut écrire les modules homogénéisés sous la forme :

$$\begin{cases} k_{fic}^{hom} = \frac{1}{\mathcal{K}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0)} \mu^s \\ \mu_{fic}^{hom} = \frac{1}{\mathcal{M}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0)} \mu^s \end{cases} \quad (5.33)$$

où $\mathcal{K}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0)$ et $\mathcal{M}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0)$ sont deux fonctions des variables sans dimension du problème d'homogénéisation : la porosité φ_0 du milieu granulaire et le rapport $\frac{\mu^s}{k^s}$ des modules élastiques de la phase solide.

On peut en déduire par la suite le module d'Young sécant E_{fic}^{hom} :

$$E_{fic}^{hom} = \frac{1}{\mathcal{E}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0)} \mu^s \quad \text{avec} \quad \mathcal{E}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0) = \frac{3\mathcal{M}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0) + \mathcal{K}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0)}{9} \quad (5.34)$$

et le coefficient de Poisson ν_{fic}^{hom} :

$$\nu_{fic}^{hom}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0) = \frac{3\mathcal{K}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0) - 2\mathcal{M}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0)}{2(3\mathcal{K}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0) + \mathcal{M}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0))} \quad (5.35)$$

En particulier, deux schémas sont examinés dans la suite :

- Le schéma de Mori-Tanaka (Mori et Tanaka (1973) [69]) dans lequel on suppose que la microstructure est constituée de pores distribués d'une manière aléatoire au sein d'une matrice solide connectée. Les estimations suivantes des modules homogénéisés k_{fic}^{hom} et de μ_{fic}^{hom} sont d'usage courant :

$$\begin{cases} k_{fic}^{hom} = \frac{4k^s\mu^s(1-\varphi_0)}{3k^s\varphi_0+4\mu^s} \\ \mu_{fic}^{hom} = \mu^s \frac{(1-\varphi_0)(9k^s+8\mu^s)}{9k^s(1+\frac{2}{3}\varphi_0)+8\mu^s(1+\frac{3}{2}\varphi_0)} \end{cases} \quad (5.36)$$

Les estimations de Mori-Tanaka (5.36) peuvent également s'écrire sous la forme d'une fonction adimensionnelle multipliée par le module de cisaillement de la phase solide μ^s :

$$\begin{cases} k_{fic}^{hom} = \frac{1}{\mathcal{K}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0)} \mu^s & \text{avec} & \mathcal{K}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0) = \frac{3\varphi_0+4\frac{\mu^s}{k^s}}{4(1-\varphi_0)} \\ \mu_{fic}^{hom} = \frac{1}{\mathcal{M}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0)} \mu^s & \text{avec} & \mathcal{M}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0) = \frac{9(1+\frac{2}{3}\varphi_0)+8\frac{\mu^s}{k^s}(1+\frac{3}{2}\varphi_0)}{(1-\varphi_0)(9+8\frac{\mu^s}{k^s})} \end{cases} \quad (5.37)$$

- Le schéma auto-cohérent qui considère que chaque phase est plongée dans le milieu homogénéisé qu'on cherche à déterminer. Ce schéma crée donc une symétrie entre les phases, contrairement aux modèles inclusionnaires comme celui de Mori-Tanaka. Dans le cas d'un milieu bi-phasique constitué d'une phase solide caractérisé par son tenseur de rigidité \mathbb{C}^s et de pores de fraction volumique φ_0 , le schéma auto-cohérent donne les estimations suivantes (voir par exemple Dormieux et al. (2006b) [32]) :

$$\begin{cases} k_{fic}^{hom} = (1-\varphi_0) \frac{k^s}{1+\alpha^{sa} \frac{k^s - k_{fic}^{hom}}{k_{fic}^{hom}}} & \text{avec} & \alpha^{sa} = \frac{3k_{fic}^{hom}}{3k_{fic}^{hom}+4\mu_{fic}^{hom}} \\ \mu_{fic}^{hom} = (1-\varphi_0) \frac{\mu^s}{1+\beta^{sa} \frac{\mu^s - \mu_{fic}^{hom}}{\mu_{fic}^{hom}}} & \text{avec} & \beta^{sa} = \frac{6}{5} \frac{k_{fic}^{hom}+2\mu_{fic}^{hom}}{3k_{fic}^{hom}+4\mu_{fic}^{hom}} \end{cases} \quad (5.38)$$

Pour $\mu_{fic}^{hom} > 0$, en posant $X(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0) = \frac{\mu_{fic}^{hom}}{\mu^s}$, la résolution de (5.38) conduit à :

$$\begin{cases} k_{fic}^{hom} = \frac{1}{\mathcal{K}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0)} \mu^s & \text{avec} & \mathcal{K}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0) = \frac{3\varphi_0 + 4\frac{\mu^s}{k^s} X(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0)}{4(1-\varphi_0)X(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0)} \\ \mu_{fic}^{hom} = \frac{1}{\mathcal{M}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0)} \mu^s & \text{avec} & \mathcal{M}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0) = \frac{1}{X(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0)} \end{cases} \quad (5.39)$$

où $X(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0)$ est la solution de l'équation du second ordre suivante :

$$aX^2 + bX + c = 0 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} a = \frac{16}{9} \frac{\mu^s}{k^s} \\ b = 2(1 - \frac{\varphi_0}{3}) + \frac{8}{9}(5\varphi_0 - 2) \frac{\mu^s}{k^s} \\ c = 2(2\varphi_0 - 1) \end{cases} \quad (5.40)$$

5.3.1.2. 2^{ème} étape : choix de la déformation effective

La deuxième étape du processus d'homogénéisation non linéaire consiste à choisir une déformation effective ϵ^{ef} . Cette dernière représente une moyenne des déformations locales au sein de la phase solide. En tenant compte de (5.31), ϵ^{ef} est choisie comme suit :

$$\epsilon^{ef} = \sqrt{\bar{\epsilon}_v^2 + 4\ell \bar{\epsilon}_d^2} \quad (5.41)$$

$\bar{\epsilon}_v$ et $\bar{\epsilon}_d$ sont issus de la méthode mixte (5.24).

Considérons dans la suite un chargement macroscopique de la forme :

$$\Sigma = \Sigma_m \mathbf{1} + \Sigma_d \quad (5.42)$$

La moyenne directe $\bar{\epsilon}_v$ de la déformation volumique ne nécessite pas un calcul d'homogénéisation linéaire. Elle est directement donnée par (5.25) :

$$(1 - \varphi_0) \bar{\epsilon}_v = \frac{1}{k^s} \Sigma_m \quad (5.43)$$

Le calcul de $\bar{\epsilon}_d$ nécessite l'estimation du module macroscopique fournie par le schéma d'homogénéisation dans la première étape.

À partir de (5.33), l'application de (5.25) fournit une estimation de la déformation déviatorique effective $\bar{\epsilon}_d$:

$$4(1 - \varphi_0)\mu^{s^2}\bar{\epsilon}_d^2 = \frac{\Sigma_m^2}{\kappa(\ell, \varphi_0)} + \frac{\Sigma_d^2}{m(\ell, \varphi_0)} \quad (5.44)$$

$\kappa(\ell, \varphi_0)$ et $m(\ell, \varphi_0)$ sont reliés aux fonctions $\mathcal{K}(\ell, \varphi_0)$ et $\mathcal{M}(\ell, \varphi_0)$ (où l'on a remplacé le rapport $\frac{\mu^s}{k^s}$ par ℓ) du problème d'homogénéisation linéaire (5.33) par :

$$\begin{cases} \frac{1}{\kappa(\ell, \varphi_0)} = \mathcal{K}(\ell, \varphi_0) - \ell \frac{\partial \mathcal{K}(\ell, \varphi_0)}{\partial \ell} \\ \frac{1}{m(\ell, \varphi_0)} = \mathcal{M}(\ell, \varphi_0) - \ell \frac{\partial \mathcal{M}(\ell, \varphi_0)}{\partial \ell} \end{cases} \quad (5.45)$$

On substitue ensuite (5.43) et (5.44) dans (5.41). On obtient ainsi la déformation effective en fonction du chargement macroscopique et de l'élasticité de la phase solide sous la forme $\epsilon^{ef} = \mathcal{F}(\Sigma, \mathbb{C}^s)$:

$$\epsilon^{ef} = \frac{1}{k^s(1 - \varphi_0)} \left[\frac{\Sigma_m^2}{\mathcal{K}^*(\ell, \varphi_0)} + \frac{\Sigma_d^2}{\mathcal{M}^*(\ell, \varphi_0)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.46)$$

avec $\mathcal{K}^*(\ell, \varphi_0)$ et $\mathcal{M}^*(\ell, \varphi_0)$ sont reliés aux fonctions $\mathcal{K}(\ell, \varphi_0)$ et $\mathcal{M}(\ell, \varphi_0)$ du problème d'homogénéisation linéaire (5.33) par :

$$\begin{cases} \frac{1}{\mathcal{K}^*(\ell, \varphi_0)} = 1 + \frac{(1-\varphi_0)}{\ell} (\mathcal{K}(\ell, \varphi_0) - \ell \frac{\partial \mathcal{K}(\ell, \varphi_0)}{\partial \ell}) \\ \frac{1}{\mathcal{M}^*(\ell, \varphi_0)} = \frac{(1-\varphi_0)}{\ell} (\mathcal{M}(\ell, \varphi_0) - \ell \frac{\partial \mathcal{M}(\ell, \varphi_0)}{\partial \ell}) \end{cases} \quad (5.47)$$

5.3.1.3. 3^{ème} étape : Résolution

La dernière étape du processus d'homogénéisation non linéaire traite la non linéarité du problème posé par (5.46). On tient compte du fait que le module de compression de la phase solide dépend de la déformation par l'intermédiaire de la déformation effective : $k^s(\epsilon) \approx k^s(\epsilon^{ef})$. Conformément à (5.31), ce dernier est choisi sous une forme linéaire en fonction de la déformation effective ϵ^{ef} :

$$k^s(\epsilon_v, \epsilon_d) = k_0^s \epsilon^{ef} \quad (5.48)$$

En introduisant (5.48) dans (5.46), on obtient alors la valeur de la déformation effective en fonction du niveau de chargement :

$$\epsilon^{ef} = \frac{1}{\sqrt{k_0^s(1-\varphi_0)}} \left[\frac{\Sigma_m^2}{\mathcal{K}^*(\ell, \varphi_0)} + \frac{\Sigma_d^2}{\mathcal{M}^*(\ell, \varphi_0)} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.49)$$

Finalement, en couplant les équations (5.49), (5.48) et (5.33) on aboutit à la structure non linéaire complète, pour tout type de chargement macroscopique, des modules d'élasticité du milieu granulaire homogénéisé :

$$k_{fic}^{hom} = \frac{\ell \sqrt{k_0^s}}{\mathcal{K}(\ell, \varphi_0) \sqrt{1-\varphi_0}} \left[\frac{\Sigma_m^2}{\mathcal{K}^*(\ell, \varphi_0)} + \frac{\Sigma_d^2}{\mathcal{M}^*(\ell, \varphi_0)} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.50)$$

$$\mu_{fic}^{hom} = \frac{\ell \sqrt{k_0^s}}{\mathcal{M}(\ell, \varphi_0) \sqrt{1-\varphi_0}} \left[\frac{\Sigma_m^2}{\mathcal{K}^*(\ell, \varphi_0)} + \frac{\Sigma_d^2}{\mathcal{M}^*(\ell, \varphi_0)} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.51)$$

$$E_{fic}^{hom} = \frac{9\ell \sqrt{k_0^s}}{(3\mathcal{M}(\ell, \varphi_0) + \mathcal{K}(\ell, \varphi_0)) \sqrt{1-\varphi_0}} \left[\frac{\Sigma_m^2}{\mathcal{K}^*(\ell, \varphi_0)} + \frac{\Sigma_d^2}{\mathcal{M}^*(\ell, \varphi_0)} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.52)$$

Soulignons que le calcul des modules d'élasticité non linéaire sous la forme (5.50 ; 5.51 ; 5.52) ne nécessite qu'une estimation du comportement macroscopique linéaire. On s'intéresse, dans le cadre de ce travail, à l'application du schéma de Mori-Tanaka et du schéma auto-cohérent. Les paramètres des modèles sont k_0^s , ℓ et la porosité φ_0 .

On s'intéresse plus particulièrement à un essai de compression isotrope dans lequel $\Sigma = \Sigma_m \mathbf{1}$. Dans ce cas, le module de compression isotrope (5.50) peut s'écrire sous la forme :

$$k_{fic}^{hom} = \mathfrak{K}(\ell, \varphi_0) \sqrt{k_0^s} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad (5.53)$$

$$\text{avec} \quad \mathfrak{K}(\ell, \varphi_0) = \frac{\ell}{\mathcal{K}(\ell, \varphi_0) \sqrt{1-\varphi_0}} \left(\frac{1}{\mathcal{K}^*(\ell, \varphi_0)} \right)^{\frac{1}{4}}$$

On récupère bien la non linéarité du comportement élastique constatée expérimentalement (voir section 3.3.1). Ceci justifie a posteriori le choix (5.31). Le modèle développé est paramétré par les deux inconnues k_0^s et ℓ . On présentera dans la section suivante une procédure d'identification de celles-ci.

En guise d'illustration, on présente le résultat de calcul dans le cadre du schéma d'homogénéisation linéaire de Mori-Tanaka :

$$\mathfrak{K}(\ell, \varphi_0) = \sqrt{1 - \varphi_0} \left(\frac{4\ell}{3\varphi_0 + 4\ell} \right)^{3/4} \quad (5.54)$$

Pour le cas particulier d'un incrément de chargement déviatorique à partir de l'état déviatorique nul et pour une contrainte sphérique Σ_m donnée, on note que le module d'Young homogénéisé sécant (5.52) s'écrit :

$$E_{fic}^{hom} = \mathfrak{E}(\ell, \varphi_0) \sqrt{k_0^s} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad (5.55)$$

avec
$$\mathfrak{E}(\ell, \varphi_0) = \frac{9\ell}{(3\mathcal{M}(\ell, \varphi_0) + \mathcal{K}(\ell, \varphi_0))\sqrt{1 - \varphi_0}} \left(\frac{1}{\mathcal{K}^*(\ell, \varphi_0)} \right)^{\frac{1}{4}}$$

5.3.2 Calcul de l'élasticité non linéaire dans le cadre d'une formulation tangente

Dans la suite, l'indice *tan* (resp. *sec*) désigne la formulation tangente (resp. sécante). Les données expérimentales dans la gamme des petites déformations (voir section 3.3.2) ont concerné l'évolution du module d'Young tangent en fonction de la contrainte de confinement $|\Sigma_m|$ calculé à partir d'un état déviatorique nul $\Sigma_d = 0$ (cf. figure 2.25). En vue d'une comparaison avec ces résultats expérimentaux, il est nécessaire de faire le lien entre les modules d'élasticité sécants, déterminés par le modèle décrit dans la section précédente, et les modules tangents définis classiquement par :

$$\mathbb{C}_{tan} = \frac{\partial \Sigma}{\partial \mathbf{E}} \quad (5.56)$$

Cette expression indique que le tenseur d'élasticité tangent n'est pas, *a priori*, isotrope. Cependant, considérons un chargement macroscopique en utilisant la formulation sécante isotrope :

$$\Sigma = k_{sec} E_v \mathbf{1} + 2\mu_{sec} \mathbf{E}_d \quad (5.57)$$

qui s'écrit après dérivation :

$$d\boldsymbol{\Sigma} = (dk_{sec}E_v + k_{sec}dE_v)\mathbf{1} + 2(d\mu_{sec}\mathbf{E}_d + \mu_{sec}d\mathbf{E}_d) \quad (5.58)$$

Au voisinage d'un état non déviatorique $\boldsymbol{\Sigma}_d = \mathbf{E}_d = 0$, il vient :

$$d\boldsymbol{\Sigma} = (dk_{sec}E_v + k_{sec}dE_v)\mathbf{1} + 2\mu_{sec}d\mathbf{E}_d \quad (5.59)$$

où le terme dk_{sec} peut s'écrire :

$$dk_{sec} = \frac{\partial k_{sec}}{\partial \Sigma_m} d\Sigma_m + \frac{\partial k_{sec}}{\partial \Sigma_d} : d\boldsymbol{\Sigma}_d$$

Remarquant que $\frac{\partial k_{sec}}{\partial \boldsymbol{\Sigma}_d} /_{\Sigma_d=0}$ s'annule à cause de (5.50), l'équation (5.59) devient alors :

$$d\boldsymbol{\Sigma} = \left(\frac{\partial k_{sec}}{\partial \Sigma_m} d\Sigma_m E_v + k_{sec}dE_v \right) \mathbf{1} + 2\mu_{sec}d\mathbf{E}_d \quad (5.60)$$

et finalement en identifiant, terme à terme, (5.60) avec $d\boldsymbol{\Sigma} = d\Sigma_m \mathbf{1} + d\boldsymbol{\Sigma}_d$ on obtient :

$$d\boldsymbol{\Sigma}_d = 2\mu_{sec}d\mathbf{E}_d \quad (5.61)$$

$$d\Sigma_m = k_{tan} dE_v \quad \text{avec} \quad k_{tan} = \frac{k_{sec}}{1 - E_v \frac{\partial k_{sec}}{\partial \Sigma_m}} \quad (5.62)$$

Les équations (5.61) et (5.62) montrent, contrairement à notre supposition de départ, que le tenseur d'élasticité tangent \mathbb{C}_{tan} (5.56) est un tenseur isotrope.

Par ailleurs, l'équation (5.61) montre que les modules de cisaillement sécant et tangent sont égaux :

$$\mu_{tan} = \frac{1}{2} \frac{\partial \Sigma_d}{\partial \mathbf{E}} = \mu_{sec} \quad (5.63)$$

En utilisant maintenant $E_v = \frac{\Sigma_m}{k_{sec}}$, le module de compression isotrope tangent k_{tan} (5.62) peut s'écrire :

$$k_{tan} = \frac{k_{sec}}{1 - \frac{\Sigma_m}{k_{sec}} \frac{\partial k_{sec}}{\partial \Sigma_m}} \quad (5.64)$$

En utilisant la forme générale du comportement non linéaire (5.53) pour un état non déviatorique, $\frac{\partial k_{sec}}{\partial \Sigma_m}$ prend la forme :

$$\frac{\partial k_{sec}}{\partial \Sigma_m} \Big|_{\Sigma_d=0} = \frac{1}{2} \frac{\ell \sqrt{k_0^s}}{\mathcal{K}(\ell, \varphi_0) \sqrt{1 - \varphi_0}} \left(\frac{1}{\mathcal{K}^*(\ell, \varphi_0)} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{|\Sigma_m|}}$$

ce qui donne :

$$\frac{1}{k_{sec}} \frac{\partial k_{sec}}{\partial \Sigma_m} = \frac{1}{2 \Sigma_m} \quad (5.65)$$

et en introduisant (5.65) dans (5.64), on obtient la relation entre le module de compression isotrope tangent k_{tan} et sécant k_{sec} :

$$k_{tan} = 2k_{sec} \quad (5.66)$$

Finalement, le module d'Young tangent est déduit de la relation :

$$E_{tan} = \frac{9k_{tan}\mu_{tan}}{3k_{tan} + \mu_{tan}} \quad (5.67)$$

soit compte tenu de (5.63), (5.66) et de la relation $\nu_{sec} = \frac{3k_{sec} - 2\mu_{sec}}{2(3k_{sec} + \mu_{sec})}$:

$$E_{tan} = \frac{6}{5 + 2\nu_{sec}} E_{sec} \quad (5.68)$$

Pour des valeurs usuelles du coefficient de Poisson (typiquement $\nu_{sec} \simeq 0,3$), il est clair que le module d'Young tangent est très proche du module d'Young sécant, (typiquement $E_{tan} \simeq 1,07E_{sec}$). Dans le cas particulier d'un solide incompressible ($\nu_{sec} = \frac{1}{2}$), les deux modules d'Young sécant et tangent coïncident : $E_{tan} = E_{sec}$.

Il est donc raisonnable de comparer les résultats expérimentaux donnant le module d'Young tangent, directement avec le modèle (5.52).

Le module tangent prévu par (5.68) (où l'on utilise le module sécant donné par (5.55)) possède donc la même non linéarité que le module de compression (proportionnalité à $\sqrt{|\Sigma_m|}$), conforme à l'expérience.

5.3.3 Identification du paramètre k_0^s

On s'intéresse dans cette section à l'identification de l'unique paramètre k_0^s du modèle développé (ℓ étant calculé, à partir de (5.27), en fixant le coefficient de Poisson de la phase solide ν^s à 0,3). L'identification va être menée pour deux gammes de déformations différentes. La première concerne la gamme des déformations intermédiaires mesurées lors d'un essai de compression isotrope (de l'ordre de 10^{-3} à 10^{-4}). La deuxième concerne la gamme des petites déformations accessibles grâce à l'utilisation de moyens de mesures locaux du type capteurs à effet Hall lors des essais de cisaillement triaxial (de l'ordre de 10^{-5} à 10^{-4}).

5.3.3.1. Cas d'un essai de compression isotrope : gamme des déformations intermédiaires

Nous avons vu que le modèle micromécanique développé est paramétré par la seule variable k_0^s . La détermination de cette dernière s'effectue sur la base des résultats expérimentaux. Ces derniers sont ceux présentés à la section 3.3.1 et sont issus des essais de compression isotrope sur des sables réalisés à différentes densités. Ces essais nous fournissent l'allure du module de compression isotrope sécant k^{exp} en fonction de la pression de confinement Σ_m appliquée et ce pour chaque densité de sable réalisée. Compte tenu de la précontrainte appliquée aux éprouvettes avant l'essai, la structure de non linéarité du comportement observée expérimentalement a été exprimée sous la forme (3.5). Le coefficient α^{exp} est déterminé de façon à minimiser l'erreur au sens du moindre carré entre le modèle (3.5) et les résultats expérimentaux.

Le paramètre k_0^s est par la suite obtenu de façon à assurer l'égalité :

$$\mathfrak{K}(\ell, \varphi_0) \sqrt{k_0^s} = \alpha^{exp}$$

Suite à (5.53), k_0^s est donné par :

$$k_0^s = \frac{\alpha^{exp^2}}{\ell^2} (1 - \varphi_0) \mathcal{K}^2(\ell, \varphi_0) \sqrt{\mathcal{K}^*(\ell, \varphi_0)} \quad (5.69)$$

Comme exemple illustratif, dans le cadre de l'utilisation du modèle basé sur l'estimation de Mori-Tanaka (5.54), le paramètre k_0^s vaut :

$$k_0^s = \frac{\alpha^{exp^2}}{1 - \varphi_0} \left(\frac{3\varphi_0 + 4\ell}{4\ell} \right)^{3/2} \quad (5.70)$$

Le tableau 5.1 regroupe les paramètres k_0^s retrouvés, en utilisant le schéma de Mori-Tanaka et le schéma auto-cohérent, pour les différents essais réalisés dans le cadre de cette étude.

φ_0 (%)	Référence essai	α^{exp}	k_0^s (kPa) Mori-Tanaka	k_0^s (kPa) auto-cohérent
37	S11	125,1	50,3	147,0
	S12	122,8	48,5	141,6
	S13	124,3	49,7	145,1
39,5	S21	103,9	37,5	142,6
	S22	105,4	38,6	146,7
42,5	S31	81,3	25,3	148,5
	S32	79,7	24,3	142,7

TAB. 5.1: Paramètre k_0^s en fonction de l'état de densité du sable identifié à partir des essais de compressions isotropes

Le schéma de Mori-Tanaka conduit à une valeur variable, nettement décroissante, de k_0^s avec φ_0 . Le schéma auto-cohérent fournit en revanche une valeur stable, indépendante de φ_0 (pour la gamme de porosité investiguée), qui peut donc prétendre être intrinsèque. Ce résultat souligne la supériorité du schéma auto-cohérent vis-à-vis de celui de Mori-Tanaka pour l'application envisagée, mais devra être tempéré par l'essai triaxial.

5.3.3.2. Cas d'un essai de cisaillement triaxial : gamme des petites déformations

On s'intéresse à présent à une autre gamme de déformation, plus petite (de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-5}). On présente la confrontation du modèle développé avec les résultats expérimentaux donnant l'évolution du module d'Young en fonction de la pression de confinement.

On s'intéresse dans cette section au cas d'un essai de compression triaxial avec mesure

des petites déformations conformément à la procédure décrite dans la section 2.2.3. L'utilisation des capteurs à effet Hall nous permet de déduire les caractéristiques élastiques dans la gamme des petites déformations. L'essai consiste à effectuer des cycles de charge-décharge (incrément de déviateur) à partir d'une contrainte déviatorique nulle et à des pressions de confinements différentes. On mesure donc un module d'Young tangent pour chaque état de confinement appliqué. L'investigation de cette gamme de déformation est probablement mieux adaptée que celle correspondant aux essais de compression isotrope si on veut cibler la partie purement élastique du comportement. Néanmoins, l'exploration de cette gamme de déformation nécessite l'utilisation de capteurs appropriés et la manipulation d'essais spécifiques, chose qui n'est pas toujours évidente pour des applications classiques.

Les résultats expérimentaux montrent que le module d'Young tangent d'un assemblage granulaire s'écrit sous la forme : $E^{exp} = \gamma^{exp} \sqrt{|\Sigma_m|}$ (voir section 3.3.2). Compte tenu de (5.68 - 5.55) le paramètre k_0^s de notre modèle est donc obtenu de façon à assurer l'égalité :

$$\frac{6}{5 + 2\nu_{sec}} \mathfrak{E}(\ell, \varphi_0) \sqrt{k_0^s} = \gamma^{exp}$$

qui conduit à :

$$k_0^s = \frac{\gamma^{exp^2} (5 + 2\nu_{sec})^2}{54^2 \ell^2} (1 - \varphi_0) (3\mathcal{M}(\ell, \varphi_0) + \mathcal{K}(\ell, \varphi_0))^2 \sqrt{\mathcal{K}^*(\ell, \varphi_0)} \quad (5.71)$$

Le tableau 5.2 récapitule les paramètres k_0^s identifiés, en utilisant le schéma de Mori-Tanaka et le schéma auto-cohérent, sur les différents essais de cisaillement réalisés.

On constate une variabilité très forte du paramètre k_0^s dans le cas du schéma de Mori-Tanaka, plus faible mais néanmoins décevante dans le cas du schéma auto-cohérent. Cependant, le caractère fictif de la phase solide, sur laquelle le modèle développé est basé, peut justifier la variation de k_0^s quand le milieu granulaire de départ change de densité.

φ_0 (%)	Ref. Essai	γ^{exp}	k_0^s (kPa) Mori-Tanaka	k_0^s (kPa) auto-cohérent
34,3	S1	1958	6700	11148
35,2	S2	1696	5087	9057
36,2	S3	1457	3805	7350
37,0	S4	1365	3378	6999
38,3	S5	1125	2337	5495
40,4	S6	992	1874	5625
40,4	[73]	950	1719	5159

TAB. 5.2: Paramètre k_0^s en fonction de l'état de densité du sable : Identification dans la gamme des petites déformations

5.3.4 Commentaires

La capacité du modèle à rendre compte de la structure de la non linéarité du comportement élastique dans la gamme des déformations intermédiaires et des petites déformations (respectivement sur les modules de compression isotrope et d'Young) constitue une validation partielle du modèle. Néanmoins, le paramètre k_0^s est variable d'une densité à l'autre et d'une gamme de déformation à une autre. Le matériau fictif est donc tributaire de la densité de l'assemblage granulaire et de la gamme de déformation explorée. La dépendance en fonction de la porosité constitue une limite du modèle proposé dans la mesure où il fait appel à des paramètres qui ne sont pas intrinsèques au matériau solide.

Ce problème sera surmonté dans la section suivante où l'on présentera un modèle basé sur une loi de contact intergranulaire.

Néanmoins, le modèle développé repose sur une méthode de résolution relativement simple et parvient à remplacer le milieu granulaire par un milieu fictif qui a l'avantage d'être décrit de manière continue. Ce dernier peut par la suite être utilisé aisément en utilisant les méthodes classiques d'homogénéisation pour modéliser les effets de l'introduction de la troisième phase qui représente le ciment hydraté.

5.4 Concept basé sur une loi d'interface intergranulaire

On s'intéresse dans cette section à la détermination du comportement non linéaire d'un assemblage granulaire à partir de la loi de contact intergranulaire qui régit les discontinuités de déplacement dans les interfaces lors de l'application d'une charge. Le principe consiste à établir une analogie entre un assemblage granulaire et un arrangement de type polycristallin.

Reprenant les travaux de Dormieux et al. (2006a) [34], on se place d'abord dans le cadre de l'élasticité linéaire. On met ensuite en œuvre la méthode d'homogénéisation non linéaire décrite en 5.2 afin d'appréhender de façon plus satisfaisante le comportement macroscopique réel d'un assemblage granulaire.

5.4.1 Description du modèle

On considère un volume élémentaire représentatif (VER) Ω , de volume $|\Omega|$, constitué par un assemblage de grains \mathcal{G}_i . À l'échelle microscopique le VER est composé de deux phases : une phase rigide discrète représentant les grains de sable Ω^s et une phase poreuse Ω^p (figure 5.2). Le contour des grains est libre quand il se trouve en face des pores et en interaction avec d'autres grains sur les surfaces de contacts intergranulaires. Sur ces joints, on adopte une loi d'interface qui définit la relation entre le vecteur-contrainte \underline{T} et les discontinuités de déplacement $[[\underline{\xi}]]$ sous la forme d'une relation vectorielle entre le vecteur-contrainte \underline{T} appliqué à l'interface entre deux grains et la discontinuité de déplacement $[[\underline{\xi}]]$ au niveau de cette interface :

$$\underline{T} = \mathbf{K} \cdot [[\underline{\xi}]] \quad \text{avec} \quad \mathbf{K} = K_n \underline{n} \otimes \underline{n} + K_t (\mathbf{1} - \underline{n} \otimes \underline{n}) \quad (5.72)$$

dans laquelle $\mathbf{1}$ désigne le tenseur identité d'ordre 2. K_n et K_t sont les rigidités normale et tangentielle du contact intergranulaire.

Avant de s'attaquer au problème non linéaire, on recherche une estimation du comportement macroscopique du milieu dans le cadre de l'élasticité linéaire. On propose à cet effet de mettre en œuvre un schéma auto-cohérent qui va nous permettre de déterminer le comportement homogénéisé d'un milieu biphasique constitué par deux motifs morphologiques (figure 5.3) :

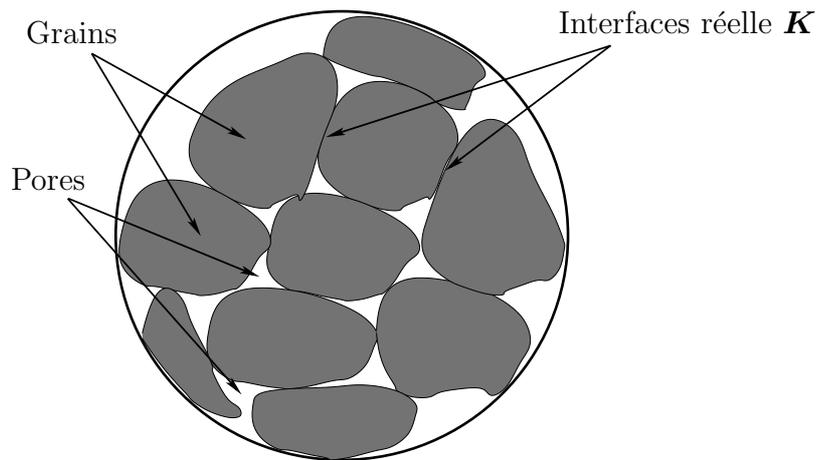


FIG. 5.2: VER d'un assemblage granulaire

- Le premier motif modélise les grains de sables en interaction. Ce motif est constitué d'un noyau rigide sphérique ($r < a$) entouré d'une interface fictive ($r = a$) de rigidité normale K'_n et tangentielle K'_t , où a désigne le rayon caractéristique des grains. Le noyau rigide, entouré par l'interface fictive (K'_n, K'_t), est plongé dans le milieu infini dont les propriétés élastiques sont celles du milieu que l'on cherche à déterminer.
- Le deuxième motif modélise les pores. Il est constitué par une cavité sphérique plongée dans le milieu infini dont les propriétés élastiques sont celles du milieu que l'on cherche à déterminer.

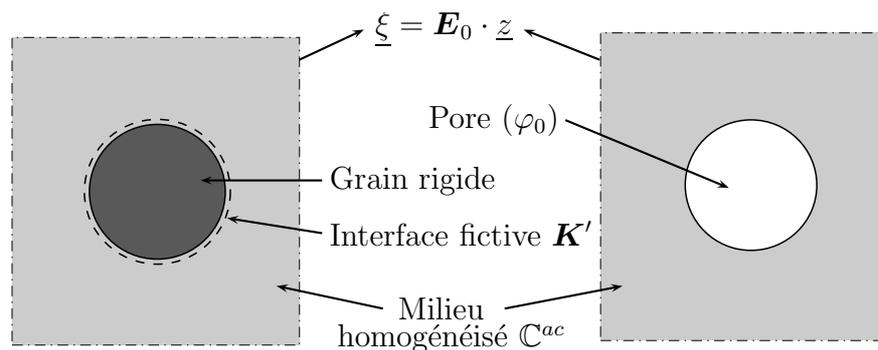


FIG. 5.3: Motifs géométriques représentant l'ensemble grain+interface et le pore sphérique, tous deux plongés dans le milieu recherché

Le comportement de l'interface fictive est caractérisé par une relation entre le vecteur-contrainte \underline{T} et la discontinuité de déplacement intergranulaire $[\underline{\xi}]$ dont elle est le siège

(figure 5.4(b)). Observant que l'interface en question prend en compte la moitié de la différence de déplacement intergranulaire $[[\underline{\xi}]]$, on a donc $[\underline{\xi}] = [[\underline{\xi}]]/2$, de sorte que l'on déduit de (5.72) la relation $\underline{T}([\underline{\xi}])$ sous la forme :

$$\underline{T} = \mathbf{K}' \cdot [\underline{\xi}] \quad \text{avec} \quad \mathbf{K}' = 2\mathbf{K} \quad (5.73)$$

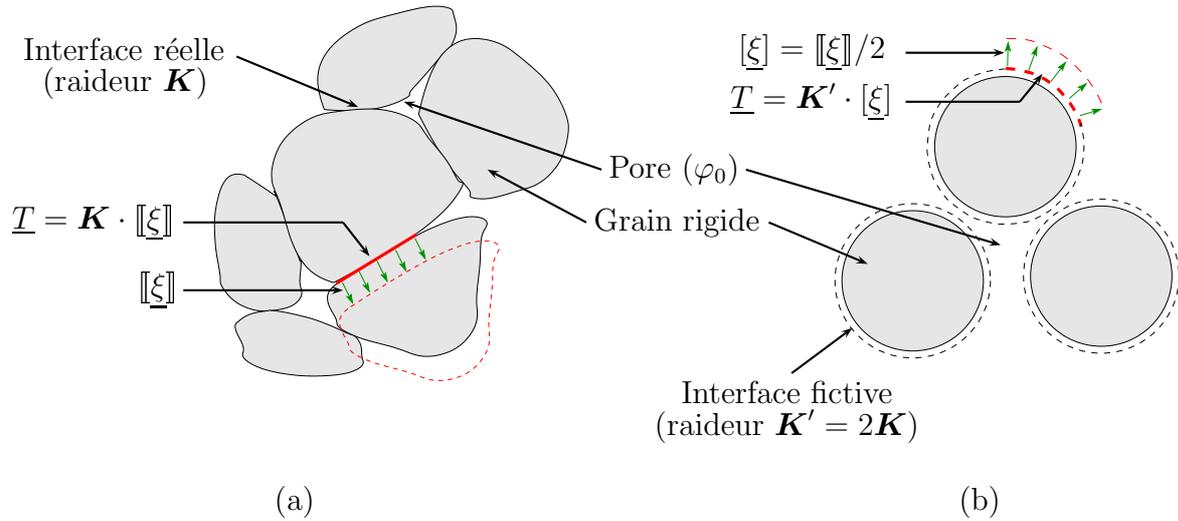


FIG. 5.4: Équivalence entre l'interface réelle (a) et l'interface fictive (b)

L'égalité (5.73) peut être retrouvée en adoptant un point de vue énergétique. Pour cela, prenant d'une part l'assemblage granulaire avec les interfaces réelles (figure 5.4(a)), il est facile de voir que l'énergie élastique W de ce dernier s'exprime par :

$$W = \frac{1}{2|\Omega|} \sum_{\{i,j\}} \int_{\mathcal{I}_{ij}} \underline{T} \cdot [[\underline{\xi}]] \, dS = \frac{1}{2|\Omega|} \sum_i \left(\sum_{j \neq i} \frac{1}{2} \int_{\mathcal{I}_{ij}} \underline{T} \cdot [[\underline{\xi}]] \, dS \right) \quad (5.74)$$

où \mathcal{I}_{ij} désigne l'interface d'un grain \mathcal{G}_i en contact avec un grain \mathcal{G}_j .

Le vecteur contrainte \underline{T} s'annule sur la partie de la frontière d'un grain en contact avec des pores. On désigne par $\partial\mathcal{G}_i^s$ la partie de la frontière du grain \mathcal{G}_i en contact avec d'autres grains. Il vient alors :

$$W = \frac{1}{2|\Omega|} \sum_i \frac{1}{2} \int_{\partial\mathcal{G}_i^s} \underline{T} \cdot [[\underline{\xi}]] \, dS \quad (5.75)$$

Soit en considérant (5.72) :

$$W = \frac{1}{4|\Omega|} \sum_i \int_{\partial\mathcal{G}_i^s} \underline{T} \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \underline{T} \, dS \quad (5.76)$$

D'autre part, l'assemblée des motifs dotés de leurs interfaces fictives (figure 5.4(b)), développe une énergie élastique W' qui s'écrit :

$$W' = \frac{1}{2|\Omega|} \sum_i \int_{\partial\mathcal{G}_i^s} \underline{T} \cdot [\underline{\xi}] \, dS \quad (5.77)$$

où encore en utilisant (5.73) :

$$W' = \frac{1}{2|\Omega|} \sum_i \int_{\partial\mathcal{G}_i^s} \underline{T} \cdot \mathbf{K}'^{-1} \cdot \underline{T} \, dS \quad (5.78)$$

Il apparaît alors que l'équivalence, au sens de l'énergie élastique, entre les deux modèles est conditionnée par l'égalité de W (5.76) et W' (5.78) qui est assurée pour $\mathbf{K}' = 2\mathbf{K}$.

Remarque importante :

Dans tout ce qui suit, on n'utilisera plus que le motif avec interface fictive de raideur \mathbf{K}' (figure 5.3). Pour alléger les notations, on supprime désormais les "primes", c'est-à-dire que l'on remplace la notation \mathbf{K}' (resp. K'_t et K'_n) par \mathbf{K} (resp. K_t et K_n).

5.4.2 Réponse macroscopique dans le cadre de l'élasticité linéaire

On cherche à déterminer dans le cadre d'un schéma auto-cohérent le comportement effectif du milieu décrit en 5.4.1 (figure 5.4(b)).

Il s'agit donc de relier la contrainte macroscopique $\underline{\Sigma}$ à la déformation macroscopique $\underline{\mathbf{E}}$ appliquée. On se place dans l'hypothèse d'une géométrie isotrope de la microstructure, le comportement macroscopique attendu fait ainsi intervenir les coefficients d'élasticité de compression isotrope k^{ac} et de cisaillement μ^{ac} tels que :

$$\underline{\Sigma} = \mathbb{C}^{ac} : \underline{\mathbf{E}} \quad \text{avec} \quad \mathbb{C}^{ac} = 3k^{ac}\mathbb{J} + 2\mu^{ac}\mathbb{K} \quad (5.79)$$

La détermination de k^{ac} et μ^{ac} passe par la résolution du problème d'élasticité qui consiste à estimer la contrainte moyenne dans un grain, et les déformations moyennes dans le grain et le pore.

Tout d'abord, le tenseur des contraintes Σ est relié au champ de contraintes dans Ω par la règle de moyenne usuelle qui s'écrit dans ce cas (champ de contraintes égal à 0 dans les pores) :

$$\Sigma = (1 - \varphi)\bar{\sigma}^s = \sum_i f_i \bar{\sigma}^{\mathcal{G}_i} \quad \text{avec} \quad (5.80)$$

$$\bar{\sigma}^s = \frac{1}{|\Omega^s|} \int_{\Omega^s} \sigma \, dV \quad \text{et} \quad \bar{\sigma}^{\mathcal{G}_i} = \frac{1}{|\mathcal{G}_i|} \int_{\mathcal{G}_i} \sigma \, dV$$

φ désigne la fraction volumique des pores et f_i celle du grain \mathcal{G}_i dans le VER Ω ($\sum_i f_i = 1 - \varphi$).

Le champ de déformation macroscopique \mathbf{E} comporte la contribution des interfaces entre grains et celle des pores. Notons \mathcal{P}_k le pore n° k , il vient :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{|\Omega|} \left(\sum_{\{i,j\}} \int_{\mathcal{I}_{ij}} \llbracket \underline{\xi} \rrbracket \otimes \underline{n} \, dS + \sum_k \int_{\mathcal{P}_k} \epsilon \, dV \right) \quad (5.81)$$

où ϵ désigne le champ de déformation dans l'espace poreux. Dans la première intégrale de (5.81), la sommation a lieu sur les interfaces, c'est-à-dire sur les paires $\{i,j\}$ de grains. D'une façon équivalente, on peut sommer sur les grains, quitte à répartir la discontinuité $\llbracket \underline{\xi} \rrbracket$ en deux moitiés. À cet effet, il est commode d'introduire le vecteur déplacement moyen de l'interface \mathcal{I}_{ij} défini par $\bar{\underline{\xi}} = (\underline{\xi}_i + \underline{\xi}_j)/2$. On remarque que $\bar{\underline{\xi}} = \underline{\xi}_i + \llbracket \underline{\xi} \rrbracket / 2 = \underline{\xi}_j - \llbracket \underline{\xi} \rrbracket / 2$. On pose par ailleurs $\bar{\underline{\xi}} = \underline{\xi}_i$ sur la frontière de \mathcal{G}_i en contact avec la porosité. Il vient :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{|\Omega|} \left(\sum_i \int_{\mathcal{G}_i} \bar{\underline{\xi}} \otimes \underline{n} \, dS + \sum_k \int_{\mathcal{P}_k} \epsilon \, dV \right) = \sum_i f_i \bar{\epsilon}^{\mathcal{G}_i} + \sum_k \varphi_k \bar{\epsilon}^{\mathcal{P}_k} \quad (5.82)$$

où l'on a introduit la déformation moyenne respectivement dans le pore \mathcal{P}_k (de fraction volumique φ_k) et dans le grain \mathcal{G}_i entouré des interfaces avec ses voisins :

$$\bar{\epsilon}^{\mathcal{G}_i} = \frac{1}{|\mathcal{G}_i|} \int_{\partial\mathcal{G}_i} \bar{\xi}^s \otimes \underline{n} dS \quad (5.83)$$

$$\bar{\epsilon}^{\mathcal{P}_k} = \frac{1}{|\mathcal{P}_k|} \int_{\mathcal{P}_k} \epsilon dV \quad (5.84)$$

La détermination des deux variables k^{ac} et μ^{ac} du tenseur \mathbb{C}^{ac} passe par une estimation de la contrainte moyenne $\bar{\sigma}^{\mathcal{G}_i}$ dans un grain, et des déformations moyennes $\bar{\epsilon}^{\mathcal{G}_i}$ et $\bar{\epsilon}^{\mathcal{P}_k}$. On met en œuvre dans la suite un schéma auto-cohérent.

Nous avons d'une part un problème classique d'Eshelby où l'on considère une cavité sphérique plongée dans un milieu infini dont les propriétés élastiques sont celles du milieu que l'on cherche à déterminer.

D'autre part nous avons un problème d'Eshelby généralisé (Zaoui (1997) [97]; Dormieux et al. (2006a) [34]) où l'on représente le grain doté d'une interface par un noyau sphérique rigide de rayon a entouré d'une interface. L'ensemble est plongé dans un milieu infini dont les propriétés élastiques sont celles du milieu que l'on cherche à déterminer.

On est ainsi ramené à résoudre un problème d'Eshelby généralisé ayant la structure suivante :

$$\left\{ \begin{array}{ll} r < a & \boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}^s : \boldsymbol{\epsilon} \\ r = a & \boldsymbol{\sigma} \cdot \underline{n} = \mathbf{K} \cdot [\underline{\xi}] \\ r > a & \boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}^{ac} : \boldsymbol{\epsilon} \\ r \rightarrow \infty & \underline{\xi} \rightarrow \mathbf{E}_0 \cdot \underline{z} \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \mathbb{C}^s = 3k^s \mathbb{J} + 2\mu^s \mathbb{K} \quad (5.85)$$

avec $\mathbb{C}^s \rightarrow \infty$.

La résolution de ce problème est exposée de deux manières différentes dans [98] et [52]. On applique par la suite deux chargements macroscopiques \mathbf{E}_0 respectivement du type purement sphérique (5.86) et purement déviatorique (5.87) :

$$\mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{1} \quad (5.86)$$

$$\mathbf{E}_0 = E_0(e_1 \otimes e_1 - e_3 \otimes e_3) \quad (5.87)$$

Le premier cas de chargement (5.86) nous fournit k^{ac} en fonction de μ^{ac} , a , K_n et φ :

$$k^{ac} = \frac{4(1 - \varphi)aK_n\mu^{ac}}{3(4\mu^{ac} + \varphi aK_n)} \quad (5.88)$$

En s'inspirant de Herve et Zaoui (1993) [52], le deuxième cas de chargement (5.87) nous fournit une équation de troisième degré en μ^{ac} paramétrée par k^{ac} , a , K_n , K_t et φ :

$$\begin{aligned} &128\mu^{ac3} + 16(K_n a(4\varphi - 1) + 2aK_t(3\varphi - 1) + 9k^{ac})\mu^{ac2} \\ &+ 2a(3k^{ac}(K_n(8\varphi - 9) + 6K_t(2\varphi - 1)) + 2aK_nK_t(5\varphi - 2))\mu^{ac} \\ &+ 3a^2K_tK_nk^{ac}(5\varphi - 3) = 0 \end{aligned} \quad (5.89)$$

En introduisant le rapport $\rho = K_t/K_n$ et en substituant l'équation (5.88) dans (5.89) on obtient une équation de troisième degré en μ^{ac} qui ne dépend pas de k^{ac} :

$$\begin{aligned} &128\mu^{ac3} + 16aK_n(3\varphi + 2 + 2\rho(3\varphi - 1))\mu^{ac2} \\ &+ 2a^2K_n^2(3(3\varphi - 1) + 2\rho(12\varphi - 5))\mu^{ac} \\ &+ 3a^3\rho K_n^3(2\varphi - 1) = 0 \end{aligned} \quad (5.90)$$

En divisant (5.90) par $(aK_n)^3$, on peut normaliser μ^{ac} par aK_n en posant $X = \frac{\mu^{ac}}{aK_n}$. On en déduit alors une équation de 3^{ème} degré paramétrée par ρ et φ :

$$\begin{aligned} &128X^3 + 16(3\varphi + 2 + 2\rho(3\varphi - 1))X^2 \\ &+ 2(3(3\varphi - 1) + 2\rho(12\varphi - 5))X + 3\rho(2\varphi - 1) = 0 \end{aligned} \quad (5.91)$$

La résolution de l'équation (5.91) nous fournit donc $X = \mathcal{F}(\rho, \varphi)$ et par la suite μ^{ac} sous la forme :

$$\mu^{ac} = aK_n\mathcal{F}(\rho, \varphi) \quad (5.92)$$

où $\mathcal{F}(\rho, \varphi)$ est une fonction sans dimension, solution de (5.91).

En injectant (5.92) dans (5.88) on obtient k^{ac} sous la forme :

$$k^{ac} = aK_n\mathcal{G}(\rho, \varphi) \quad (5.93)$$

avec

$$\mathcal{G} = \frac{4(1-\varphi)\mathcal{F}}{3(4\mathcal{F} + \varphi)} \quad (5.94)$$

On propose dans la suite de résoudre l'équation (5.91), en premier lieu dans le cadre d'un développement limité autour de $\rho = 0$, puis l'on recherche une solution numérique.

5.4.2.1. Solution dans le cadre d'un développement limité autour de $\rho = 0$

Dans une première étape, et afin de donner des expressions analytiques des fonctions $\mathcal{F}(\rho, \varphi)$ et $\mathcal{G}(\rho, \varphi)$ on adopte l'hypothèse suivante :

$$\frac{K_t}{K_n} \ll 1 \quad \text{c'est-à-dire} \quad \rho \ll 1 \quad (5.95)$$

Cette hypothèse revient à dire que la rigidité tangentielle du contact est infinitésimale devant la rigidité normale. Elle sera confirmée ultérieurement par les résultats expérimentaux.

En effectuant un développement limité à l'ordre 2 au voisinage de $\rho = 0$ de la solution de l'équation (5.91) on aboutit aux solutions analytiques suivantes pour les estimations des fonctions $\mathcal{F}(\rho, \varphi)$ (5.92) et $\mathcal{G}(\rho, \varphi)$ (5.94). Deux cas se présentent suivant la porosité φ du milieu :

$$\varphi < \frac{1}{3} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F}(\rho, \varphi) = \frac{3}{8}(\frac{1}{3} - \varphi) + \frac{3(1-\varphi)(\varphi - \frac{2}{3})^2}{4(\varphi - \frac{4}{3})(\varphi - \frac{1}{3})} \rho + \mathcal{O}(\rho^2) \\ \mathcal{G}(\rho, \varphi) = (\frac{1}{3} - \varphi) + \frac{4\varphi(\varphi - \frac{2}{3})^2}{(\varphi - \frac{4}{3})(\varphi - \frac{1}{3})} \rho + \mathcal{O}(\rho^2) \end{array} \right. \quad (5.96)$$

$$\varphi > \frac{1}{3} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F}(\rho, \varphi) = \frac{1-2\varphi}{6(\varphi - \frac{1}{3})} \rho + \mathcal{O}(\rho^2) \\ \mathcal{G}(\rho, \varphi) = \frac{2(1-\varphi)(1-2\varphi)}{9\varphi(\varphi - \frac{1}{3})} \rho + \mathcal{O}(\rho^2) \end{array} \right. \quad (5.97)$$

Pour $\varphi < \frac{1}{3}$, l'analyse de la solution (5.96) révèle que le second ordre du développement limité autour de $\rho = 0$, admet une branche infinie en $\varphi \rightarrow \frac{1}{3}^-$. L'usage de ce développement limité requiert que ρ soit de la forme $(\frac{1}{3} - \varphi)\rho'$, avec $\rho' \ll 1$. l'emploi de ce développement limité est donc délicat.

Pour $\varphi > \frac{1}{3}$, en se limitant au terme du premier ordre, la solution (5.97) admet une branche infinie pour φ proche de $\frac{1}{3}$. Cela revient à dire qu'on récupère une élasticité infinie pour les assemblages granulaires présentant une porosité critique φ proche de $\frac{1}{3}$. Cela semble être en contradiction avec les résultats expérimentaux puisque les assemblages granulaires, dont la porosité s'approche de $\frac{1}{3}$, présentent tout de même un comportement non infiniment rigide. Il s'agit à nouveau d'un problème mathématique lié à l'emploi du développement limité.

En conclusion malgré sa simplicité apparente, l'usage du développement limité (5.96-5.97) est à proscrire pour des valeurs de φ au voisinage de $\frac{1}{3}$.

Concernant le cas particulier $\rho = 0$ (interface lisse), la solution (5.96) montre que pour $\varphi < \frac{1}{3}$ on récupère une élasticité macroscopique non nulle, plus précisément :

$$(\varphi < \frac{1}{3}; \rho = 0) \quad \begin{cases} \mu^{ac} = \frac{3}{8}(\frac{1}{3} - \varphi)aK_n \\ k^{ac} = (\frac{1}{3} - \varphi)aK_n \end{cases} \quad (5.98)$$

Alors que pour des valeurs de porosité $\varphi > \frac{1}{3}$ (5.97), on récupère une élasticité macroscopique nulle. Le seuil de percolation, classiquement égal à $\varphi = \frac{1}{2}$ dans le cas d'une phase solide continue, est abaissé à $\varphi = \frac{1}{3}$. Ceci s'explique intuitivement par le fait que les efforts intergranulaires ne peuvent plus être transmis que selon la normale.

5.4.2.2. Solution numérique

Dans cette partie on renonce au développement limité autour de $\rho = 0$ de la solution de l'équation (5.91) et l'on s'intéresse à la détermination de la solution numérique. On présente sur la figure 5.5 l'allure de la fonction $\mathcal{F}(\rho, \varphi)$ en fonction de la porosité φ pour différentes valeurs de ρ suite à la résolution numérique de l'équation (5.91).

Dès que $\rho \neq 0$, on remarque que l'on récupère une élasticité dans le domaine $\varphi \in [\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$. Lorsqu'on se rapproche de $\rho = 0$ on tend vers la solution analytique (5.98) développée dans la section précédente.

Dans la perspective d'utilisation des techniques d'homogénéisation non linéaire, on aura par la suite besoin de la dérivée de la fonction $\mathcal{G}(\rho, \varphi)$ (5.94) par rapport à ρ . Il est donc utile de disposer d'une forme approchée simple de cette quantité.

Numériquement, la procédure consiste à tracer l'allure de $\mathcal{G}(\rho, \varphi)$ en fonction de ρ pour chaque valeur de φ (figure 5.6) et à approcher cette courbe par une fonction de ρ facile

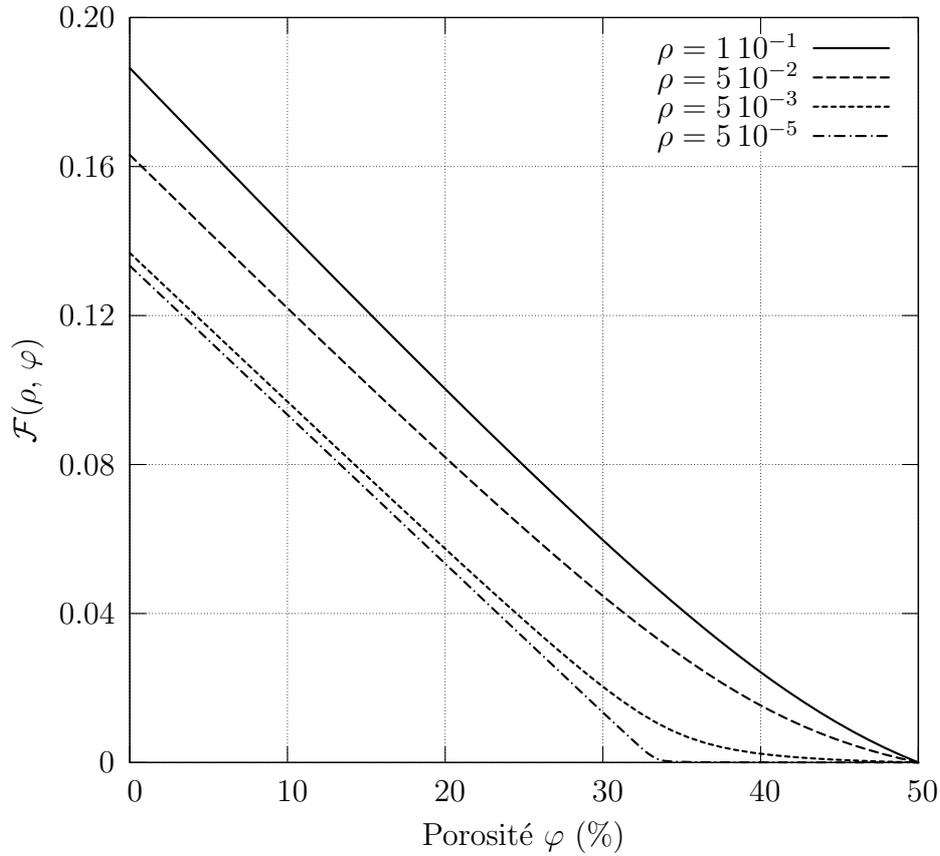


FIG. 5.5: Allure de $\mathcal{F}(\rho, \varphi)$ en fonction de la porosité φ pour différentes valeurs de ρ

à dériver. On adopte pour cela une fonction rationnelle qui s'écrit de la façon suivante :

$$\mathcal{G}(\rho, \varphi) \approx \frac{B(\varphi) + C(\varphi)\rho}{1 + A(\varphi)\rho} \quad (5.99)$$

Où $A(\varphi)$, $B(\varphi)$ et $C(\varphi)$ sont des fonctions de φ . Les allures de ces fonctions sont présentées respectivement sur les figures 5.7, 5.8 et 5.9.

Ces fonctions sont ensuite approchées par des polynômes de troisième degré en φ :

$$\begin{cases} A(\varphi) = 23102\varphi^3 - 26959\varphi^2 + 10213\varphi - 1236 \\ B(\varphi) = -24,273\varphi^3 + 30.503\varphi^2 - 12.779\varphi + 1.785 \\ C(\varphi) = 829.89\varphi^3 - 849.167\varphi^2 + 259.53\varphi - 20.17 \end{cases} \quad (5.100)$$

On note ces fonctions par la suite simplement par A , B et C pour alléger les équations.

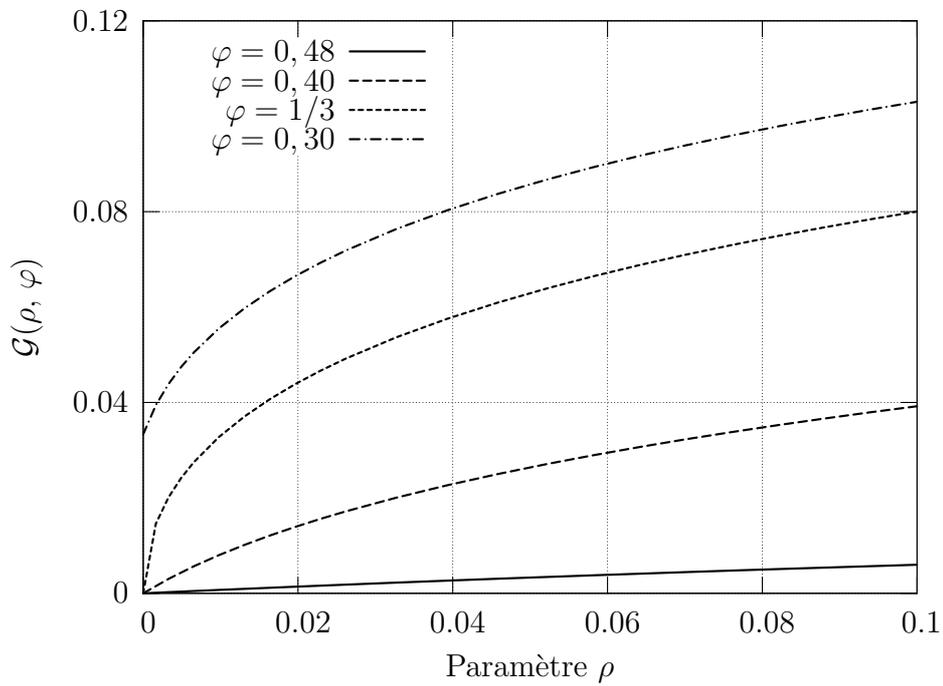


FIG. 5.6: Allure de $\mathcal{G}(\rho, \varphi)$ en fonction de ρ pour différentes valeurs de la porosité φ

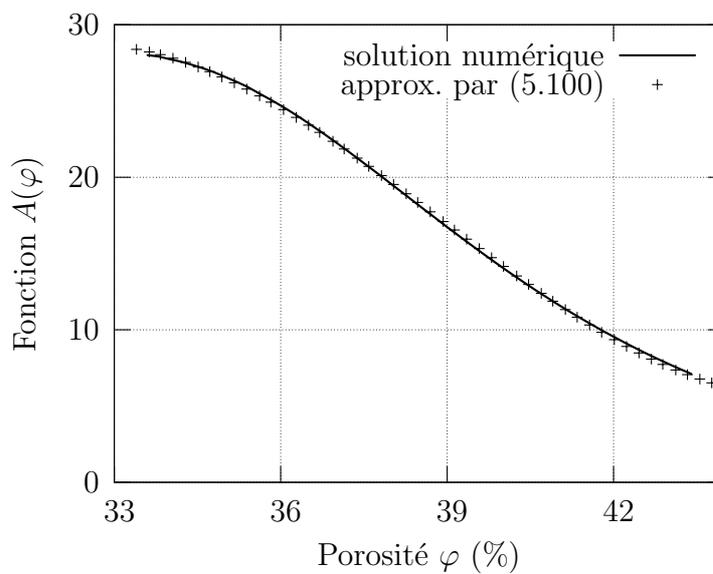
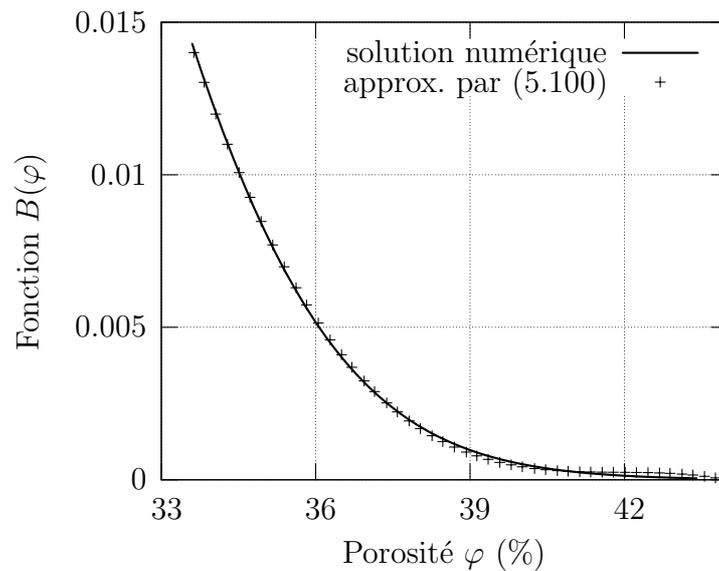
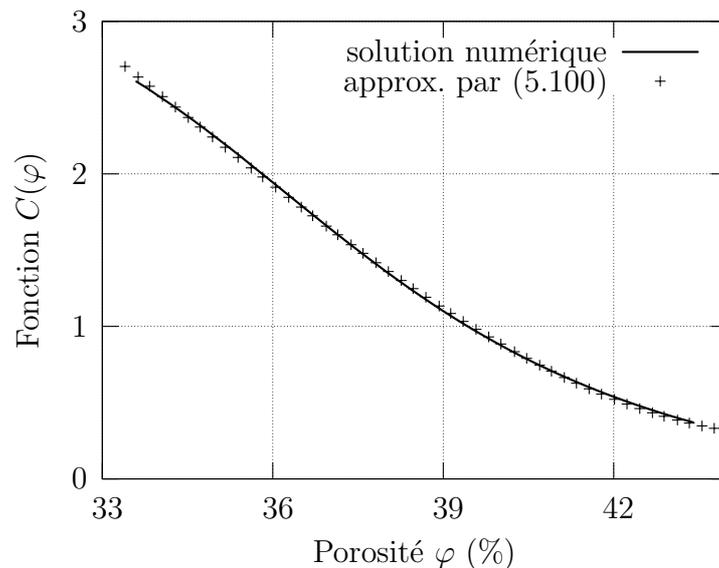


FIG. 5.7: Allure de la fonction $A(\varphi)$

FIG. 5.8: Allure de la fonction $B(\varphi)$ FIG. 5.9: Allure de la fonction $C(\varphi)$

5.4.3 Moyenne des composantes T_n et T_t

En vue de l'utilisation de la technique d'homogénéisation non linéaire, on s'intéresse dans cette section à l'estimation des moyennes des composantes T_n et T_t du vecteur-contrainte agissant à la périphérie d'une inclusion grain + interface, en fonction du chargement macroscopique. On se penche à cet effet sur la moyenne directe de la composante normale $\overline{T_n}$ et la moyenne quadratique de la composante tangentielle $\sqrt{\overline{T_t^2}}$ (on s'inspire pour cela de la méthode mixte décrite dans la section 5.2.2).

5.4.3.1. Calcul de \overline{T}_n

Par définition, la moyenne directe \overline{T}_n sur la frontière du grain en contact avec d'autres grains s'écrit :

$$\overline{T}_n = \frac{1}{|\partial\mathcal{G}_i^s|} \int_{\partial\mathcal{G}_i^s} T_n \, dS = \frac{|\partial\mathcal{G}_i|}{|\partial\mathcal{G}_i^s|} \frac{1}{|\partial\mathcal{G}_i|} \int_{\partial\mathcal{G}_i} T_n \, dS \quad (5.101)$$

On introduit la proportion χ de la surface de contact $|\partial\mathcal{G}_i^s|$ par rapport à la surface totale du grain $|\partial\mathcal{G}_i|$:

$$\chi = \frac{|\partial\mathcal{G}_i^s|}{|\partial\mathcal{G}_i|} \quad (5.102)$$

En réalité, \overline{T}_n peut être évalué directement en fonction de Σ_m à l'aide de la remarque suivante :

$$\frac{1}{|\partial\mathcal{G}_i|} \int_{\partial\mathcal{G}_i} T_n \, dS = \frac{1}{|\partial\mathcal{G}_i|} \int_{\partial\mathcal{G}_i} \sigma_{rr} \, dS = \frac{\Sigma_m}{1 - \varphi} \quad \text{avec} \quad \Sigma_m = \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{\Sigma}) \quad (5.103)$$

Afin d'établir une démonstration de (5.103), on commence par écrire l'égalité suivante, qui découle du théorème de Green (v désignant un volume fermé) :

$$\int_v (z_j \sigma_{ik}),_k \, dV = \int_{\partial v} z_j \sigma_{ik} n_k \, dS \quad (5.104)$$

Compte tenu de

$$(z_j \sigma_{ik}),_k = \delta_{jk} \sigma_{ik} = \sigma_{ij}$$

l'équation (5.104) peut s'écrire :

$$\int_v \sigma_{ij} \, dV = \int_{\partial v} z_j \sigma_{ik} n_k \, dS$$

soit sous une forme tensorielle (compte tenu de la symétrie de $\boldsymbol{\sigma}$) :

$$\int_v \boldsymbol{\sigma} dV = \int_{\partial v} \underline{z} \otimes (\boldsymbol{\sigma} \cdot \underline{n}) dS \quad (5.105)$$

On adopte à présent un modèle de sphère (de rayon a) pour les grains du milieu. La contrainte moyenne $\overline{\boldsymbol{\sigma}}^{\mathcal{G}}$ s'écrit alors :

$$\overline{\boldsymbol{\sigma}}^{\mathcal{G}} = \frac{1}{|\mathcal{G}|} \int_{\mathcal{G}} \boldsymbol{\sigma} dV = \frac{1}{|\mathcal{G}|} \int_{\partial \mathcal{G}} a \underline{e}_r \otimes (\boldsymbol{\sigma} \cdot \underline{e}_r) dS \quad (5.106)$$

Conformément à (5.80), la contrainte macroscopique $\boldsymbol{\Sigma}$ est calculée comme une moyenne de la contrainte $\overline{\boldsymbol{\sigma}}^{\mathcal{G}}$ dans la phase solide de fraction $1 - \varphi$ et de la contrainte $\boldsymbol{\sigma}^p = 0$ dans la phase poreuse de fraction φ :

$$\boldsymbol{\Sigma} = (1 - \varphi) \overline{\boldsymbol{\sigma}}^{\mathcal{G}} \quad (5.107)$$

ou encore, d'après (5.106) :

$$\text{tr } \boldsymbol{\Sigma} = (1 - \varphi) \text{tr } \overline{\boldsymbol{\sigma}}^{\mathcal{G}} = (1 - \varphi) \frac{a}{\frac{4}{3}\pi a^3} \int_{\partial \mathcal{G}} \sigma_{rr} dS \quad (5.108)$$

Finalement, en considérant $\Sigma_m = \frac{1}{3} \text{tr } \boldsymbol{\Sigma}$ et $|\partial \mathcal{G}| = 4\pi a^2$, l'équation (5.108) se met sous la forme :

$$\frac{\Sigma_m}{1 - \varphi} = \frac{1}{|\partial \mathcal{G}|} \int_{\partial \mathcal{G}} \sigma_{rr} dS \quad (5.109)$$

En injectant (5.101) dans (5.103), on obtient ainsi l'expression de \overline{T}_n sous la forme :

$$\overline{T}_n = \frac{\Sigma_m}{\chi(1 - \varphi)} \quad (5.110)$$

On notera que cette relation est valable pour un état de contrainte macroscopique quelconque. Néanmoins, son utilisation nécessite la connaissance du paramètre χ qui sera étudié à la section 5.4.4.

5.4.3.2. Calcul de $\sqrt{\overline{T_t^2}}$

Considérons à présent la moyenne quadratique $\sqrt{\overline{T_t^2}}$ des contraintes tangentielles à la frontière d'un grain \mathcal{G}_i :

$$\overline{T_t^2} = \frac{1}{|\partial\mathcal{G}_i^s|} \int_{\partial\mathcal{G}_i^s} T_t^2 \, dS \quad (5.111)$$

Nous allons voir que cette moyenne quadratique peut être obtenue à partir de l'énergie macroscopique obtenue lors d'un chargement quelconque, écrit sous la forme :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \Sigma_m \mathbf{1} + \boldsymbol{\Sigma}_d.$$

$$W = \frac{\Sigma_m^2}{2k^{ac}} + \frac{\Sigma_d^2}{2\mu^{ac}} = \frac{1}{2|\Omega|} \sum_i \int_{\partial\mathcal{G}_i} \underline{T} \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \underline{T} \, dS \quad (5.112)$$

On dérive ensuite cette énergie par rapport à K_t^{-1} , il vient

$$\frac{\partial W}{\partial K_t^{-1}} = \frac{\Sigma_m^2}{2} \frac{\partial k^{ac-1}}{\partial K_t^{-1}} + \frac{\Sigma_d^2}{2} \frac{\partial \mu^{ac-1}}{\partial K_t^{-1}} = \frac{1}{2|\Omega|} \sum_i \left[\int_{\partial\mathcal{G}_i} T_t^2 \, dS + 2 \int_{\partial\mathcal{G}_i} \frac{\partial \underline{T}}{\partial K_t^{-1}} \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \underline{T} \, dS \right] \quad (5.113)$$

Le second terme de la deuxième partie de l'équation (5.113) disparaît en utilisant le lemme de Hill :

$$\frac{\Sigma_m^2}{2} \frac{\partial k^{ac-1}}{\partial K_t^{-1}} + \frac{\Sigma_d^2}{2} \frac{\partial \mu^{ac-1}}{\partial K_t^{-1}} = \frac{1}{2|\Omega|} \sum_i \left(\int_{\partial\mathcal{G}_i^s} T_t^2 \, dS \right) \quad (5.114)$$

On suppose que les contributions de tous les grains sont identiques (modèle de grain sphérique). En tenant en compte de la nullité de T_t sur la surface libre du grain, et en utilisant (5.102) et (5.111), (5.114) devient :

$$\frac{\Sigma_m^2}{2} \frac{\partial k^{ac-1}}{\partial K_t^{-1}} + \frac{\Sigma_d^2}{2} \frac{\partial \mu^{ac-1}}{\partial K_t^{-1}} = \frac{N|\mathcal{G}_i^s|}{2|\Omega|} \overline{T_t^2} = \frac{N}{2} \frac{4\pi a^2 \chi}{N \frac{4}{3} \pi a^3 \frac{1}{1-\varphi}} \overline{T_t^2} = \frac{3\chi(1-\varphi)}{2a} \overline{T_t^2} \quad (5.115)$$

où N désigne le nombre de grains dans le VER Ω .

L'équation (5.115) nous donne ainsi $\sqrt{T_t^2}$ sous la forme :

$$\sqrt{T_t^2} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3(1-\varphi)\chi}} \left[\frac{\partial k^{ac-1}}{\partial K_t^{-1}} \Sigma_m^2 + \frac{\partial \mu^{ac-1}}{\partial K_t^{-1}} \Sigma_d^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.116)$$

L'obtention de la moyenne quadratique $\sqrt{T_t^2}$ nécessite le calcul des dérivées $\frac{\partial k^{ac-1}}{\partial K_t^{-1}}$ et $\frac{\partial \mu^{ac-1}}{\partial K_t^{-1}}$, qui font appel au comportement linéaire homogénéisé (5.92 - 5.93).

En reprenant l'hypothèse de départ $K_t = \rho K_n$ et en considérant ρ variable et K_n constant, on peut ramener la dérivation par rapport à K_t^{-1} à une dérivation par rapport à ρ . Puis en rappelant la solution de k^{ac} (resp. μ^{ac}) en élasticité linéaire (5.93) (resp. (5.92)), on obtient :

$$\frac{\partial k^{ac-1}}{\partial K_t^{-1}} = -\rho^2 K_n \frac{\partial k^{ac-1}}{\partial \rho} = \frac{1}{a} \frac{\rho^2}{\mathcal{G}^2(\rho, \varphi)} \frac{\partial \mathcal{G}(\rho, \varphi)}{\partial \rho} \quad (5.117)$$

$$\frac{\partial \mu^{ac-1}}{\partial K_t^{-1}} = -\rho^2 K_n \frac{\partial \mu^{ac-1}}{\partial \rho} = \frac{1}{a} \frac{\rho^2}{\mathcal{F}^2(\rho, \varphi)} \frac{\partial \mathcal{F}(\rho, \varphi)}{\partial \rho} \quad (5.118)$$

Afin de simplifier l'écriture des équations par la suite, on note $\mathcal{G}(\rho, \varphi)$ (resp. $\mathcal{F}(\rho, \varphi)$) simplement par \mathcal{G} (resp. \mathcal{F}).

Suite à (5.117 - 5.118), la moyenne quadratique $\sqrt{T_t^2}$ (5.116) se met finalement sous la forme :

$$\sqrt{T_t^2} = \rho \frac{1}{\sqrt{3(1-\varphi)\chi}} \left[\frac{1}{\mathcal{G}^2} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \rho} \Sigma_m^2 + \frac{1}{\mathcal{F}^2} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \rho} \Sigma_d^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.119)$$

5.4.4 Approximation de la fraction surfacique χ

L'objectif de cette section est de donner une estimation de la fraction surfacique χ définie dans (5.102), en fonction de la porosité φ de l'assemblage granulaire. Il s'agit bien évidemment de diminuer le nombre de paramètres du modèle.

On propose pour cela d'utiliser les travaux de Fleck (1995) [47] sur la compaction des poudres. S'inspirant des travaux de Helle et al. (1985) [51], l'auteur présente dans ce

travail une estimation de l'aire de contact A_c entre deux grains au sein d'un assemblage granulaire de densité D :

$$A_c = \frac{\pi}{3} \left(\frac{D - D_0}{1 - D_0} \right) a^2 \quad (5.120)$$

où

- a désigne le rayon des grains ;
- D est la fraction volumique du solide reliée à la fraction du vide, égale à la porosité φ du milieu

$$D = 1 - \varphi$$

- D_0 désigne la densité minimale que peut prendre un assemblage de grains de même taille. La configuration la plus simple à concevoir est l'assemblage cubique. Il est facile d'établir dans ce cas la densité du milieu

$$D_0 = \frac{\pi}{6} \approx \frac{1}{2}$$

(5.120) peut alors s'écrire

$$A_c = \frac{\pi}{3} (1 - 2\varphi) a^2 \quad (5.121)$$

Par ailleurs, selon Artz (1982) [3], le nombre de contacts Z par grain est approché par :

$$Z = 12D = 12(1 - \varphi) \quad (5.122)$$

Remarquons au passage que pour la densité minimale $D = D_0 \approx \frac{1}{2}$ (assemblage cubique) Z est égale à 6, ce qui correspond bien au nombre de contact par grain dans un assemblage cubique.

L'aire totale du contact intergranulaire au sein d'un grain est égale à $Z A_c$. On peut alors calculer la fraction surfacique χ définie dans (5.102) qui s'écrit :

$$\chi = \frac{Z A_c}{4\pi a^2} = (1 - 2\varphi)(1 - \varphi) \quad (5.123)$$

On propose maintenant une deuxième approche qui consiste à utiliser une cellule de base d'un assemblage granulaire constitué de sphères de rayon r arrangées selon un réseau cubique. En tronquant les sphères, on a la possibilité de former une surface de contact circulaire croissante.

La cellule de base constituée par un assemblage de huit huitièmes de sphères de rayon r ayant pour centre les huit sommets d'un cube d'arête $2a$ est représentée à la figure 5.10.

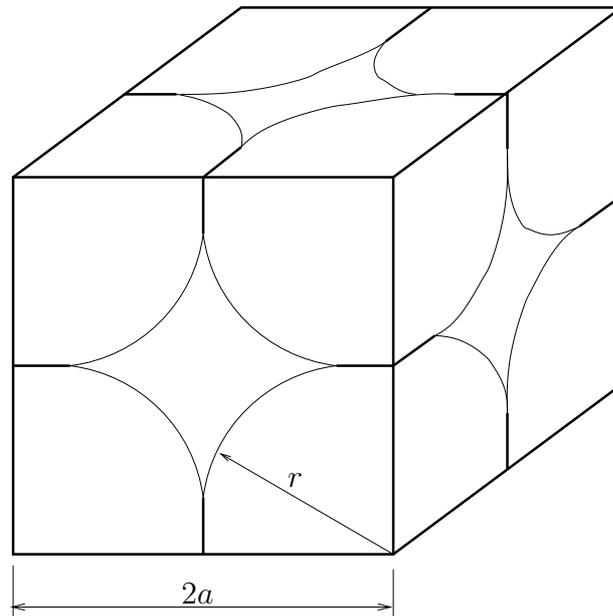


FIG. 5.10: Assemblage de huit huitièmes de sphères tronquées de rayon r dans un cube d'arête $2a$

La configuration correspondant à un contact ponctuel entre les sphères conduit à une fraction surfacique χ nulle et à une porosité $\varphi = 1 - \frac{\pi}{6} \approx 0,5$. La densification de l'assemblage revient à augmenter le rayon r de façon à former des surfaces de contacts (voir figure 5.10), dont l'aire varie avec l'état de densité. Le cas extrême correspond au cas où la totalité du cube est remplie. Dans ce cas la porosité est nulle ($\varphi = 0$) et la fraction surfacique $\chi = 1$.

On trace sur la figure 5.11 le résultats d'un calcul géométrique donnant la fraction surfacique de contact χ obtenue par ce procédé pour chaque état de densité en considérant le modèle de la figure 5.10 [82]. La figure 5.11 montre la cohérence entre l'approximation (5.123) et le calcul géométrique basé sur un assemblage cubique.

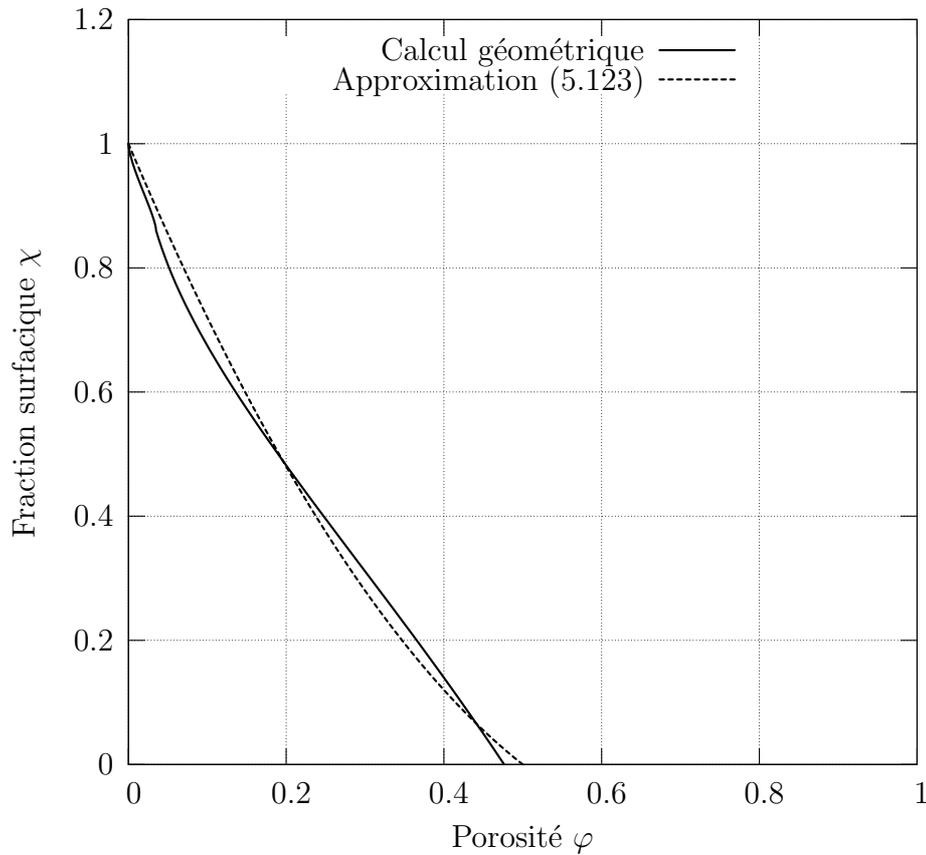


FIG. 5.11: Allure de la fraction surfacique χ en fonction de la porosité φ

On adopte dans la suite l'approximation (5.123) comme expression de la fraction surfacique χ .

5.4.5 Comportement non linéaire de l'interface

On s'intéresse à présent au comportement non linéaire. Il est caractérisé par la non linéarité de la raideur de l'interface qui dépend désormais de la discontinuité de déplacement entre grains :

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}([\xi])$$

Par analogie avec le comportement élastique classique type (5.8) et dans le cadre de l'élasticité réversible, la nullité de la dissipation s'écrit :

$$\dot{\psi} = \underline{\mathbf{T}} \cdot [\dot{\xi}] = \frac{\partial \psi}{\partial [\xi]} \cdot [\dot{\xi}] \quad (5.124)$$

où ψ désigne l'énergie de l'interface par unité de surface. Puisque cette égalité a lieu pour tout choix de $[\underline{\xi}]$, on en tire

$$\underline{T} = \frac{\partial \psi}{\partial [\underline{\xi}]} \quad (5.125)$$

Décomposons le saut de déplacement $[\underline{\xi}]$ sur une interface de normale \underline{n} en une partie normale et une partie tangentielle (figure 5.12) :

$$[\underline{\xi}] = [\xi_n]\underline{n} + [\xi_t]\underline{t} \quad (5.126)$$

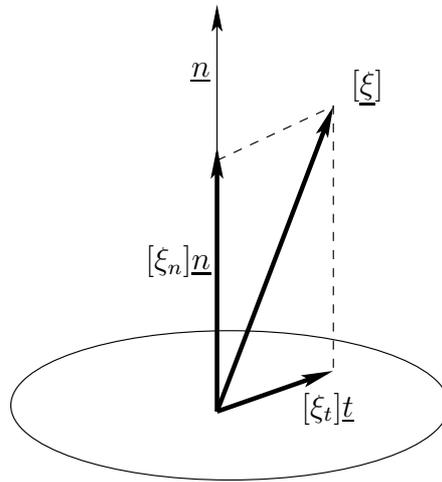


FIG. 5.12: Décomposition du saut de déplacement à l'interface

En utilisant la relation (5.73) et en projetant (5.125) sur la normale et sur la tangente de l'interface on obtient :

$$\begin{cases} T_n = \frac{\partial \psi}{\partial [\xi_n]} = K_n([\underline{\xi}])[\xi_n] \\ T_t = \frac{\partial \psi}{\partial [\xi_t]} = K_t([\underline{\xi}])[\xi_t] \end{cases} \quad (5.127)$$

En combinant les deux équations de (5.127) on en déduit l'équation différentielle conditionnant l'existence d'un potentiel ψ :

$$[\xi_n] \frac{\partial K_n([\underline{\xi}])}{\partial [\xi_t]} = [\xi_t] \frac{\partial K_t([\underline{\xi}])}{\partial [\xi_n]} \quad (5.128)$$

En utilisant $K_t = \rho K_n$ où ρ est une constante, l'équation (5.128) devient alors :

$$[\xi_n] \frac{\partial K_n([\xi])}{\partial [\xi_t]} = \rho [\xi_t] \frac{\partial K_n([\xi])}{\partial [\xi_n]} \quad (5.129)$$

Afin de simplifier l'écriture des équations, on pose $\xi_n = [\xi_n]$ et $\xi_t = [\xi_t]$.

La résolution de (5.129) montre que $K_n([\xi])$ s'écrit sous la forme :

$$K_n([\xi]) = \mathfrak{F}(\xi_n^2 + \rho \xi_t^2) \quad (5.130)$$

On notera par la suite $\xi^e = \sqrt{\xi_n^2 + \rho \xi_t^2}$ où ξ^e est appelée discontinuité de déplacement équivalente.

5.4.5.1. Moyenne de la discontinuité de déplacement équivalente

En considérant (5.130), on est conduit à introduire une discontinuité de déplacement effective de la forme :

$$\bar{\xi}^e = \sqrt{\bar{\xi}_n^2 + \rho \bar{\xi}_t^2} \quad (5.131)$$

Le lien entre les moyennes de discontinuité de déplacement ($\bar{\xi}_n$, et $\bar{\xi}_t$) et les moyennes de T_n et T_t s'obtient en combinant (5.110) et (5.119) avec (5.127) :

$$\begin{cases} \bar{T}_n = \frac{\Sigma_m}{\chi(1-\varphi)} = K_n(\bar{\xi}^e) \bar{\xi}_n \\ \sqrt{\bar{T}_t} = \rho \frac{1}{\sqrt{3(1-\varphi)\chi}} \left[\frac{1}{\mathcal{G}^2} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \rho} \Sigma_m^2 + \frac{1}{\mathcal{F}^2} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \rho} \Sigma_d^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \rho K_n(\bar{\xi}^e) \sqrt{\bar{\xi}_t^2} \end{cases} \quad (5.132)$$

En substituant (5.132) dans (5.131) on obtient ainsi $\bar{\xi}^e$ en fonction du chargement macroscopique Σ_m et des propriétés de l'interface des grains $K_n(\bar{\xi}^e)$ (χ étant exprimé en fonction de φ par suite de l'estimation (5.123)) :

$$\bar{\xi}^e = \frac{1}{K_n(\bar{\xi}^e)(1-2\varphi)(1-\varphi)^2} \left[\frac{\Sigma_m^2}{\mathcal{G}^*} + \frac{\Sigma_d^2}{\mathcal{F}^*} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.133)$$

avec :

$$\begin{cases} \frac{1}{\mathcal{F}^*} = \frac{(1-2\varphi)(1-\varphi)^2}{3} \frac{\rho}{\mathcal{F}^2} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \rho} \\ \frac{1}{\mathcal{G}^*} = 1 + \frac{(1-2\varphi)(1-\varphi)^2}{3} \frac{\rho}{\mathcal{G}^2} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \rho} \end{cases} \quad (5.134)$$

5.4.6 Détermination des modules d'élasticité non linéaire

5.4.6.1. Structure complète du comportement non linéaire

En vue de parvenir à un comportement macroscopique du polycristal modélisant celui du sable vierge pour lequel le module d'Young tangent trouvé expérimentalement E^{exp} est proportionnel à $\sqrt{|\Sigma_m|}$ (voir sections 3.3.2), on propose de considérer une variation linéaire de $K_n(\xi^e)$ en fonction de ξ^e :

$$K_n(\xi^e) = K_n^0 \frac{\xi^e}{a} \quad (5.135)$$

K_n^0 est un paramètre qui sera déterminé expérimentalement. On substitue (5.135) dans (5.133) et on obtient ainsi $\bar{\xi}^e$ et par la suite K_n en fonction du chargement macroscopique Σ :

$$\bar{\xi}^e(\Sigma) = \sqrt{\frac{a}{K_n^0}} \frac{1}{(1-\varphi)\sqrt{1-2\varphi}} \left[\frac{\Sigma_m^2}{\mathcal{G}^*} + \frac{\Sigma_d^2}{\mathcal{F}^*} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.136)$$

$$K_n(\Sigma) = \sqrt{\frac{K_n^0}{a}} \frac{1}{(1-\varphi)\sqrt{1-2\varphi}} \left[\frac{\Sigma_m^2}{\mathcal{G}^*} + \frac{\Sigma_d^2}{\mathcal{F}^*} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.137)$$

On fait ensuite appel à l'estimation de μ^{ac} (5.92) donnée par le schéma d'homogénéisation dans le cadre de l'élasticité linéaire. En substituant (5.137) dans (5.92), on

obtient l'expression du module de cisaillement homogénéisé sécant $\mu^{ac}(\Sigma)$ du polycristal poreux en fonction du chargement macroscopique :

$$\mu^{ac}(\Sigma) = \frac{\sqrt{aK_n^0} \mathcal{F}}{(1-\varphi)\sqrt{1-2\varphi}} \left[\frac{\Sigma_m^2}{\mathcal{G}^*} + \frac{\Sigma_d^2}{\mathcal{F}^*} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.138)$$

De la même façon, le module de compression sécant k^{ac} est déduit de (5.93) :

$$k^{ac}(\Sigma) = \frac{\sqrt{aK_n^0} \mathcal{G}}{(1-\varphi)\sqrt{1-2\varphi}} \left[\frac{\Sigma_m^2}{\mathcal{G}^*} + \frac{\Sigma_d^2}{\mathcal{F}^*} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.139)$$

On en déduit encore le module d'Young sécant E^{ac} et le coefficient de Poisson ν^{ac} , obtenus pour un chargement macroscopique Σ :

$$E^{ac}(\Sigma) = \frac{9\mathcal{G} \mathcal{F}}{3\mathcal{G} + \mathcal{F}} \frac{\sqrt{aK_n^0}}{(1-\varphi)\sqrt{1-2\varphi}} \left[\frac{\Sigma_m^2}{\mathcal{G}^*} + \frac{\Sigma_d^2}{\mathcal{F}^*} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.140)$$

$$\nu^{ac} = \frac{3\mathcal{G} - 2\mathcal{F}}{2(3\mathcal{G} + \mathcal{F})} \quad (5.141)$$

On remarque, dans ce cas de comportement non linéaire, que le coefficient de Poisson reste indépendant de la contrainte macroscopique appliquée. Ce résultat est cohérent avec les résultats expérimentaux présentés dans la section 3.3.2 (voir figure 3.21) et avec les résultats issus du travail de Emeriault et Cambon (1996) [46].

5.4.6.2. Cas d'un chargement triaxial en petites déformations à partir d'un état déviatorique nul

On s'intéresse plus particulièrement à la validation du modèle développé dans le cadre d'un essai triaxial en petites déformations. Ce type d'essai, dont la procédure complète est présentée à la section 2.2.3, fournit l'évolution du module d'Young tangent en fonction de la contrainte de confinement $|\Sigma_m|$. Le module d'Young E^{exp} est calculé en exerçant, sur une éprouvette de sable réalisé à une densité donnée (porosité φ), un incrément de chargement déviatorique $d\Sigma_d$ à partir de l'état déviatorique nul $\Sigma_d = 0$ et pour une contrainte sphérique Σ_m donnée (voir figure 2.25). Pour ce cas particulier

de chargement, les modules de cisaillement μ^{ac} (5.138) et de compression isotrope k^{ac} (5.139) sécants s'écrivent :

$$\begin{cases} \mu^{ac}(\Sigma) = \mathcal{M}^{ac}(\rho, \varphi) \sqrt{aK_n^0} \sqrt{|\Sigma_m|} \\ k^{ac}(\Sigma) = \mathcal{K}^{ac}(\rho, \varphi) \sqrt{aK_n^0} \sqrt{|\Sigma_m|} \end{cases} \quad (5.142)$$

avec

$$\begin{cases} \mathcal{M}^{ac}(\rho, \varphi) = \frac{\mathcal{F}}{(1-\varphi)\sqrt{1-2\varphi}} \left(1 + \frac{(1-\varphi)^2(1-2\varphi)}{3} \frac{\rho}{\mathcal{G}^2} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \rho} \right)^{\frac{1}{4}} \\ \mathcal{K}^{ac}(\rho, \varphi) = \frac{\mathcal{G}}{(1-\varphi)\sqrt{1-2\varphi}} \left(1 + \frac{(1-\varphi)^2(1-2\varphi)}{3} \frac{\rho}{\mathcal{G}^2} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \rho} \right)^{\frac{1}{4}} \end{cases} \quad (5.143)$$

Les modules de cisaillement μ^{ac} et de compression isotrope k^{ac} varient de façon proportionnelle à $\sqrt{|\Sigma_m|}$. Les coefficients de proportionnalité $\mathcal{K}^{ac}(\rho, \varphi) \sqrt{aK_n^0}$ et $\mathcal{M}^{ac}(\rho, \varphi) \sqrt{aK_n^0}$ dépendent des paramètres intrinsèques de l'assemblage granulaire (φ , ρ et aK_n^0).

On en déduit ensuite le module d'Young sécant, réalisé pour ce cas particulier de chargement macroscopique :

$$\begin{aligned} E^{ac}(\Sigma) &= \mathcal{E}^{ac}(\rho, \varphi) \sqrt{aK_n^0} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad \text{avec} \\ \mathcal{E}^{ac}(\rho, \varphi) &= \frac{9\mathcal{G}\mathcal{F}}{3\mathcal{G} + \mathcal{F}} \frac{1}{(1-\varphi)\sqrt{1-2\varphi}} \left(1 + \frac{(1-\varphi)^2(1-2\varphi)}{3} \frac{\rho}{\mathcal{G}^2} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \rho} \right)^{\frac{1}{4}} \end{aligned} \quad (5.144)$$

La structure de la non linéarité dans (5.138) et (5.139) est du même type qu'en (5.50) et (5.51). Cela autorise de reproduire le raisonnement de la section 5.3.2. Finalement, le module d'Young tangent est donc déduit à partir de la formule (5.68) :

$$E_{tan}^{ac}(\Sigma) = \mathcal{E}_{tan}^{ac}(\rho, \varphi) \sqrt{aK_n^0} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad \text{avec} \quad \mathcal{E}_{tan}^{ac}(\rho, \varphi) = \frac{6}{5 + 2\nu^{ac}} \mathcal{E}^{ac}(\rho, \varphi) \quad (5.145)$$

On récupère ainsi un module d'Young tangent macroscopique E_{tan}^{ac} variant de façon proportionnelle par rapport à $\sqrt{|\Sigma_m|}$. Ce résultat est conforme aux observations expérimentales, ce qui constitue une validation partielle du modèle développé. Le coefficient de proportionnalité $\mathcal{E}_{tan}^{ac}(\rho, \varphi) \sqrt{aK_n^0}$ est une fonction qui dépend uniquement des

paramètres intrinsèques de l'assemblage granulaire, à savoir la porosité φ et les caractéristiques de l'interface ρ et aK_n^0 . Le calcul de $\mathcal{E}_{tan}^{ac}(\rho, \varphi)$ (5.145) nécessite d'explicitier la fonction \mathcal{F} solution de l'équation (5.91) (\mathcal{G} étant reliée à \mathcal{F} par (5.94)).

Pour aller plus loin, on utilise d'abord le développement limité de \mathcal{F} pour ρ proche de 0. Dans une deuxième approche, on travaille dans le cas général avec la solution numérique (5.99) de (5.91). Ces deux approches sont décrites successivement dans les deux sections suivantes.

5.4.7 Calcul dans le cadre d'un développement limité autour de $\rho = 0$

Dans une première approche, et afin de donner des expressions analytiques simples des fonctions \mathcal{K}^{ac} , \mathcal{M}^{ac} et \mathcal{E}_{tan}^{ac} , on se place dans le cadre de l'hypothèse (5.95). Sous cette hypothèse, les fonctions \mathcal{F} et \mathcal{G} sont données par (5.96) et (5.97) pour le cas d'une porosité φ respectivement inférieure et supérieure à $\frac{1}{3}$.

Même pour les milieux granulaires de type sable réalisés avec une densité maximale, la porosité est systématiquement supérieure à $\frac{1}{3}$. On s'intéresse donc par la suite au cas où $\varphi > \frac{1}{3}$. En considérant (5.97), la dérivée $\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \rho}$ est ainsi écrite sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \rho} = \frac{2(1-\varphi)(1-2\varphi)}{9\varphi(\varphi - \frac{1}{3})} + \mathcal{O}(\rho) \quad (5.146)$$

En introduisant (5.146) dans (5.143) et en utilisant l'estimation donnée par le schéma auto-cohérent (5.138) dans le cadre du développement limité autour de $\rho = 0$ (5.97), on peut ainsi déterminer les modules de cisaillement μ^{ac} et de compression isotrope k^{ac} sécants, au premier ordre de ρ , en fonction du chargement macroscopique Σ_m sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \mu^{ac} &= \mathcal{M}^{ac}(\rho, \varphi) \sqrt{aK_n^0} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad \text{avec} \\ \mathcal{M}^{ac}(\rho, \varphi) &= \frac{\sqrt{1-2\varphi}}{(\varphi - \frac{1}{3})^{\frac{3}{4}}} \frac{\varphi^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{3}{4}} 2^{\frac{5}{4}} (1-\varphi)^{\frac{3}{4}}} \rho^{\frac{3}{4}} \end{aligned} \quad (5.147)$$

et

$$k^{ac} = \mathcal{K}^{ac}(\rho, \varphi) \sqrt{aK_n^0} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad \text{avec} \quad (5.148)$$

$$\mathcal{K}^{ac}(\rho, \varphi) = \frac{\sqrt{1-2\varphi}}{(\varphi - \frac{1}{3})^{\frac{3}{4}}} \frac{2^{\frac{3}{4}}(1-\varphi)^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{7}{4}}\varphi^{\frac{3}{4}}} \rho^{\frac{3}{4}}$$

On en déduit également le module d'Young sécant E^{ac} à partir de (5.144) et le coefficient de Poisson à partir de (5.141) :

$$E^{ac} = \mathcal{E}^{ac}(\rho, \varphi) \sqrt{aK_n^0} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad \text{avec} \quad (5.149)$$

$$\mathcal{E}^{ac}(\rho, \varphi) = \frac{\sqrt{1-2\varphi}}{(\varphi - \frac{1}{3})^{\frac{3}{4}}} \frac{3^{\frac{1}{4}}\varphi^{\frac{1}{4}}(1-\varphi)^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{5}{4}}(1 - \frac{3}{4}\varphi)} \rho^{\frac{3}{4}}$$

et

$$\nu^{ac} = \frac{\frac{2}{3} - \varphi}{\frac{4}{3} - \varphi} \quad (5.150)$$

Le module d'Young tangent est déduit en combinant les équations (5.145), (5.149) et (5.150), sous la forme :

$$E_{tan}^{ac} = \mathcal{E}_{tan}^{ac}(\rho, \varphi) \sqrt{aK_n^0} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad \text{avec} \quad (5.151)$$

$$\mathcal{E}_{tan}^{ac}(\rho, \varphi) = \frac{8-6\varphi}{8-7\varphi} \frac{\sqrt{1-2\varphi}}{(\varphi - \frac{1}{3})^{\frac{3}{4}}} \frac{3^{\frac{1}{4}}\varphi^{\frac{1}{4}}(1-\varphi)^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{5}{4}}(1 - \frac{3}{4}\varphi)} \rho^{\frac{3}{4}}$$

5.4.7.1. Confrontation modèle / expérience

Expérimentalement, aK_n^0 est un paramètre homogène à une contrainte (N/mm^2) et peut être déterminé à partir de la confrontation avec les résultats expérimentaux. S'ils correspondent bien à des grandeurs intrinsèques à l'interface, aK_n^0 et ρ doivent pouvoir être déterminés de façon à bien suivre les résultats expérimentaux d'un sable à différents états de densité (différentes valeurs de φ). On dispose pour cela des résultats d'essais triaxiaux de cisaillement avec mesure de déformation par capteur à effet Hall.

Ces mesures permettent d'avoir accès à une gamme de déformation de l'ordre de $10^{-4} \sim 10^{-5}$ ce qui cible bien la partie élastique réversible du comportement. Ces essais nous fournissent le module d'Young tangent E^{exp} en fonction du chargement Σ_m (pression de confinement) pour différents états de porosité :

$$E^{exp} = \gamma^{exp} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad (5.152)$$

Le tableau 5.3 regroupe les résultats expérimentaux obtenus (voir section 3.3.2) :

i	1	2	3	4	5	6
φ_i (%)	34,3	35,2	36,2	37,0	38,3	40,4
γ_i^{exp} ($\sqrt{\text{MPa}}$)	1958	1696	1457	1365	1125	992
ν_i^{exp}	0,31	0,30	0,29	0,30	0,28	0,29

TAB. 5.3: Résultats expérimentaux de γ^{exp} et ν^{exp} en fonction de la porosité φ

On présente par la suite l'allure de $\mathcal{E}_{tan}^{ac}(\rho, \varphi) \sqrt{aK_n^0}$ caractérisant le module d'Young tangent (5.151) en fonction de la porosité φ du milieu en choisissant ρ et aK_n^0 de façon à suivre au mieux l'évolution expérimentale (figure 5.13) :

Il est manifeste que l'accord entre les valeurs expérimentales et l'approche adoptée n'est pas satisfaisant. Ceci est lié au terme $(\varphi - \frac{1}{3})$ qui apparaît au dénominateur de \mathcal{E}_{tan}^{ac} (5.151) et qui donne donc une branche infinie du module d'Young dès qu'on s'approche de la porosité $\varphi = \frac{1}{3}$.

L'approximation obtenue à l'aide du développement limité (5.97) n'est donc jamais bonne quelles que soient les valeurs de aK_n^0 et ρ , puisque le modèle prévoit une augmentation très rapide du module d'Young à l'approche de la porosité critique $\varphi = \frac{1}{3}$.

5.4.8 Calcul dans le cadre général $\rho \neq 0$

Dans cette deuxième approche on renonce au développement limité autour de $\rho = 0$ de la solution de l'équation (5.91) et l'on s'intéresse à la solution numérique exacte. On utilise comme fonction \mathcal{G} la forme approchée (5.99).

La dérivée $\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \rho}$ est alors déduite de (5.99) en fonction de A , B et C (5.100) sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \mathcal{G}(\rho, \varphi)}{\partial \rho} = \frac{C(1 + A\rho) - A(B + C\rho)}{(1 + A\rho)^2} \quad (5.153)$$

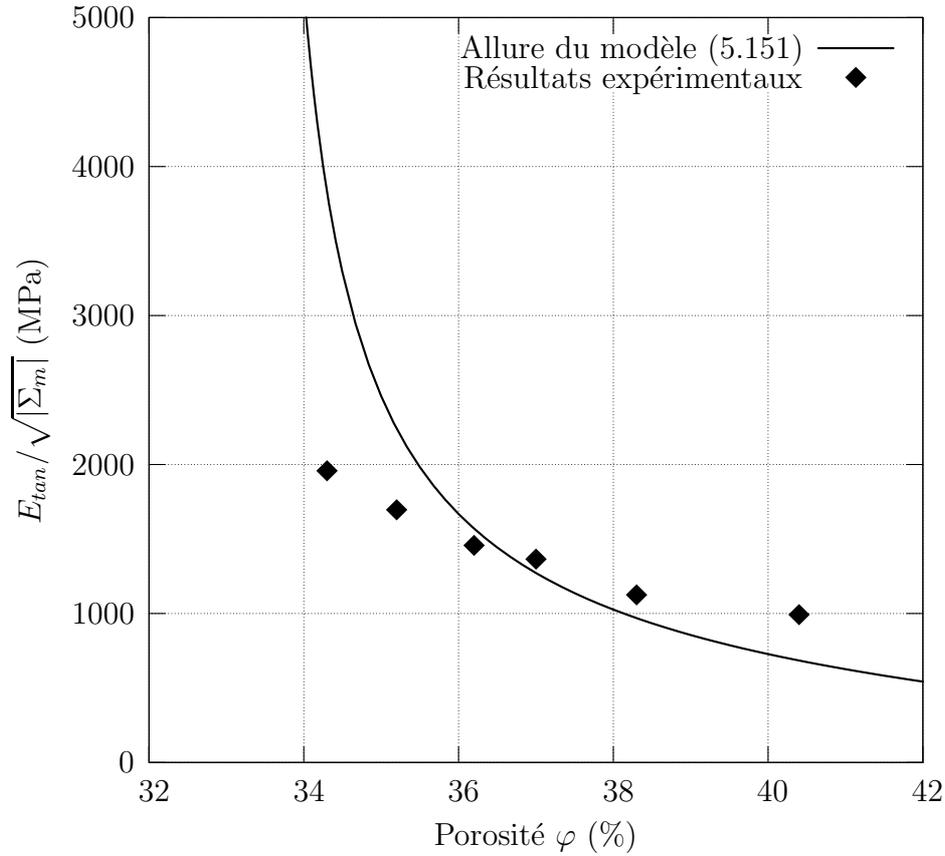


FIG. 5.13: Confrontation modèle / expérience dans le cadre d'un développement limité autour de $\rho = 0$

Substituant (5.153) dans (5.137) on peut ainsi déterminer K_n en fonction du chargement macroscopique Σ_m :

$$K_n(\Sigma_m) = \sqrt{\frac{K_n^0}{a} \frac{1}{(1-\varphi)\sqrt{1-2\varphi}}} \left(1 + \frac{(1-\varphi)^2(1-2\varphi)\rho}{3} \frac{C(1+A\rho) - A(B+C\rho)}{(B+C\rho)^2}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad (5.154)$$

On refait appel à l'estimation de k^{ac} donnée par le schéma auto-cohérent (5.93), dans laquelle la fonction \mathcal{G} est approchée par la fonction rationnelle (5.99). On obtient ainsi le module de compression isotrope homogénéisé du milieu granulaire qui s'écrit donc sous la forme suivante :

$$k^{ac} = \mathcal{K}^{ac}(\rho, \varphi) \sqrt{aK_n^0} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad \text{avec} \quad (5.155)$$

$$\mathcal{K}^{ac}(\rho, \varphi) = \frac{1}{(1-\varphi)\sqrt{1-2\varphi}} \frac{B+C\rho}{1+A\rho} \left(1 + \frac{(1-\varphi)^2(1-2\varphi)\rho}{3} \frac{C(1+A\rho) - A(B+C\rho)}{(B+C\rho)^2}\right)^{\frac{1}{4}}$$

L'expression du module de cisaillement homogénéisé μ^{ac} peut être déduite de la combinaison des équations (5.92), (5.94), (5.99) et (5.154) :

$$\mu^{ac} = \mathcal{M}^{ac}(\rho, \varphi) \sqrt{aK_n^0} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad \text{avec} \quad (5.156)$$

$$\mathcal{M}^{ac}(\rho, \varphi) = \frac{1}{(1-\varphi)\sqrt{1-2\varphi}} \frac{3\varphi(B+C\rho)}{4(1-\varphi)(1+A\rho) - 12(B+C\rho)} \left(1 + \frac{(1-\varphi)^2(1-2\varphi)\rho}{3} \frac{C(1+A\rho) - A(B+C\rho)}{(B+C\rho)^2}\right)^{\frac{1}{4}}$$

On en déduit par la suite le module d'Young sécant E^{ac} à partir de (5.144).

$$E^{ac} = \mathcal{E}^{ac}(\rho, \varphi) \sqrt{aK_n^0} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad \text{avec} \quad (5.157)$$

$$\mathcal{E}^{ac}(\rho, \varphi) = \frac{1}{(1-\varphi)\sqrt{1-2\varphi}} \frac{9\varphi(B+C\rho)}{(4-3\varphi)(1+A\rho) - 12(B+C\rho)} \left(1 + \frac{(1-\varphi)^2(1-2\varphi)\rho}{3} \frac{C(1+A\rho) - A(B+C\rho)}{(B+C\rho)^2}\right)^{\frac{1}{4}}$$

et le coefficient de Poisson ν^{ac} à partir de (5.141) :

$$\nu^{ac} = \frac{(2-3\varphi)(1+A\rho) - 6(B+C\rho)}{2(2-5\varphi)(1+A\rho) - 12(B+C\rho)} \quad (5.158)$$

Finalement, le module d'Young tangent s'écrit :

$$E_{tan}^{ac} = \mathcal{E}_{tan}^{ac}(\rho, \varphi) \sqrt{aK_n^0} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad \text{avec} \quad \mathcal{E}_{tan}^{ac}(\rho, \varphi) = \frac{6}{5+2\nu^{ac}} \mathcal{E}^{ac}(\rho, \varphi) \quad (5.159)$$

où ν^{ac} est donnée par (5.158) et $\mathcal{E}^{ac}(\rho, \varphi)$ par (5.157).

5.4.8.1. Confrontation modèle / expérience

On présente maintenant une confrontation du modèle développé avec les résultats expérimentaux (essais de compression triaxiale). Le modèle est caractérisé par les deux paramètres de la loi d'interface aK_n^0 et ρ . On cherche donc à déterminer ces paramètres de façon à ce que $\mathcal{E}_{tan}^{ac}(\rho, \varphi)\sqrt{aK_n^0}$ se rapproche au mieux des résultats expérimentaux γ^{exp} présentés dans le tableau 5.3.

Les paramètres aK_n^0 et ρ sont évalués afin de minimiser la fonction $\mathfrak{A}(aK_n^0, \rho)$ qui désigne l'erreur au sens du moindre carré entre le modèle développé et les résultats expérimentaux issus de (5.152) (voir tableau 5.3) :

$$\mathfrak{A}(aK_n^0, \rho) = \left[\sum_{i=1}^6 \left(\mathcal{E}_{tan}^{ac}(\rho, \varphi = \varphi_i) \sqrt{aK_n^0} - \gamma_i^{exp} \right)^2 \right]^{0.5} \quad (5.160)$$

La représentation graphique en trois dimensions de cette fonction (figure 5.14) suggère l'existence d'un couple (ρ, aK_n^0) réalisant le minimum de l'erreur.

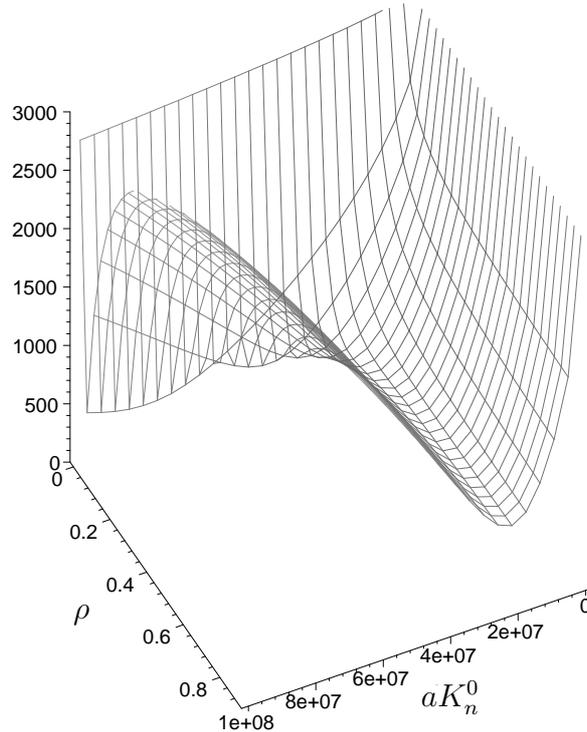


FIG. 5.14: Représentation de la fonction erreur $\mathfrak{A}(aK_n^0, \rho)$ en fonction de aK_n^0 et de ρ

La minimisation de $\mathfrak{A}(aK_n^0, \rho)$ s'effectue à l'aide d'un algorithme itératif qui converge en vertu de l'existence d'un optimum. L'opération consiste à choisir une valeur de ρ et

trouver le minimum en aK_n^0 correspondant. On prend ensuite cette dernière valeur et l'on cherche le minimum correspondant en ρ , et ainsi de suite jusqu'à l'obtention du couple optimum. L'algorithme ainsi développé converge en quelques itérations. L'erreur minimale est réalisée pour le couple ($\rho = 0,0058$; $aK_n^0 = 605,7 \cdot 10^6 \text{ N/mm}^2$).

On trace l'allure de la fonction erreur \mathfrak{A} , respectivement en fonction de ρ pour $aK_n^0 = 605,7 \cdot 10^6 \text{ N/mm}^2$ (figure 5.15), et en fonction de aK_n^0 pour $\rho = 0,0058$ (figure 5.16).

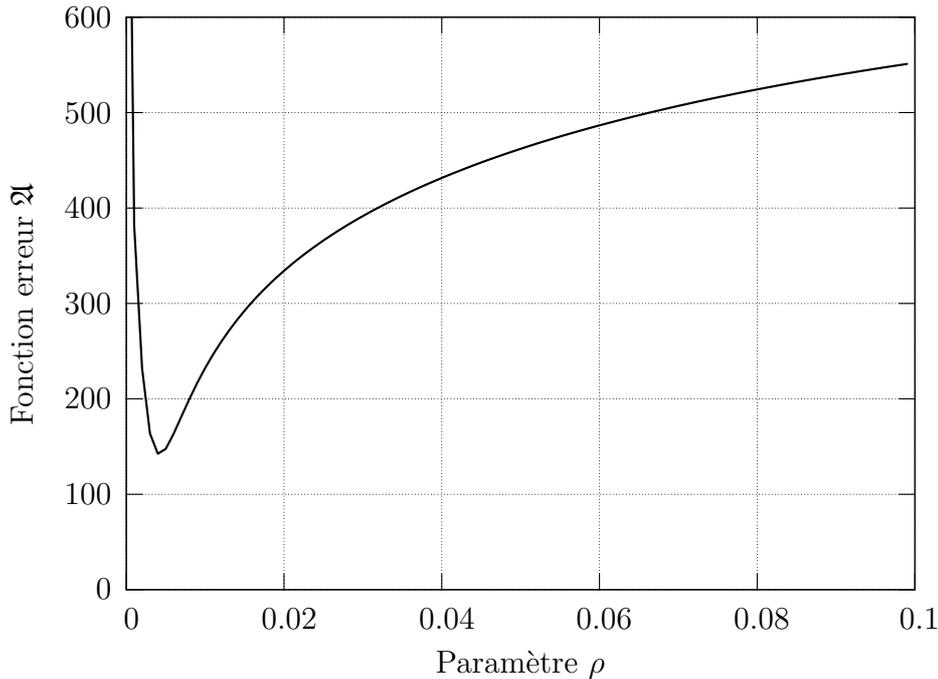


FIG. 5.15: Erreur minimale en fonction de ρ pour $aK_n^0 = 605,7 \cdot 10^6 \text{ N/mm}^2$

Commentaires

La valeur de ρ correspond, comme on l'attendait, à une interface dont la rigidité tangentielle est faible par rapport à la rigidité normale : $\rho = \frac{K_t}{K_n} = 0,0058$.

En ce qui concerne la valeur numérique de aK_n^0 , elle semble à première vue exorbitante. Il est bon d'en rappeler la signification physique.

Commençons par écrire, à l'aide de (5.135), la contrainte normale (5.127) s'exerçant sur l'interface granulaire :

$$T_n = K_n(\xi^e)\xi^e = aK_n^0\left(\frac{\xi^e}{a}\right)^2 \quad (5.161)$$

T_n apparaît alors sous une forme proportionnelle au carré de la déformation de l'interface en question $\frac{\xi^e}{a}$. Le coefficient de proportionnalité n'est autre que aK_n^0 .

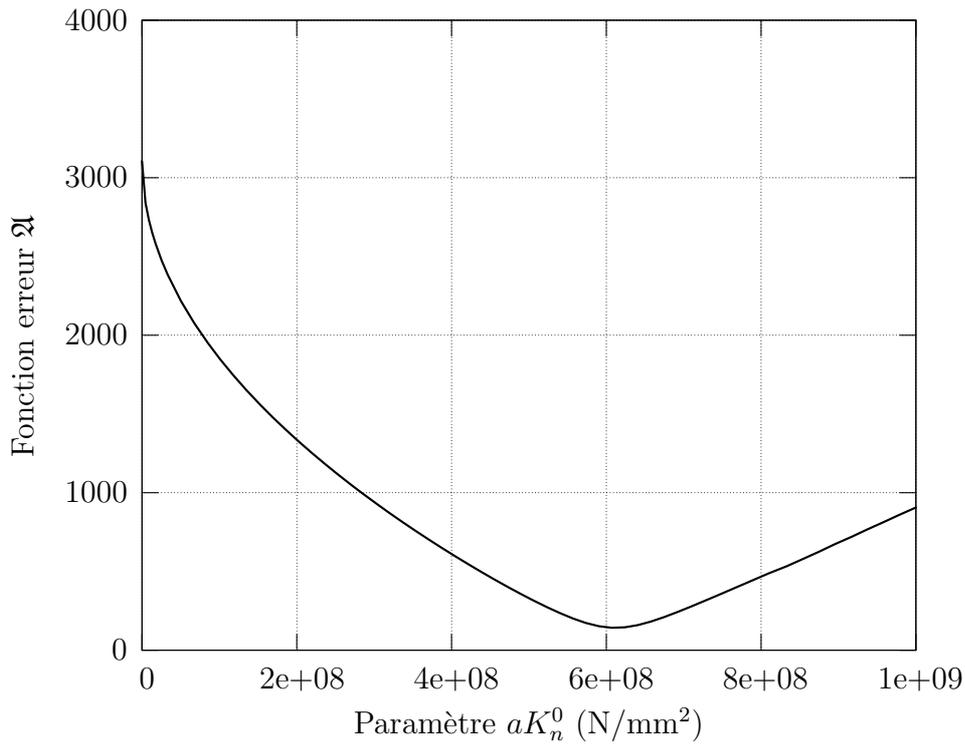


FIG. 5.16: Erreur minimale en fonction de aK_n^0 pour $\rho = 0,0058$

Considérons à titre d'exemple un chargement de type isotrope sous des faibles déformations macroscopiques (de l'ordre de 10^{-4}). On peut penser que la déformation de l'interface aura également le même ordre de grandeur $\frac{\xi^e}{a} \propto 10^{-4}$. En multipliant le carré de cette déformation par la valeur numérique de aK_n^0 , on trouve une contrainte T_n dans l'interface de l'ordre de quelques MPa ce qui est tout à fait envisageable compte tenu de la raideur en compression dans cette gamme de déformation.

On introduit maintenant les valeurs de aK_n^0 et ρ ainsi déterminées dans $\mathcal{E}_{tan}^{ac}(\rho, \varphi) \sqrt{aK_n^0}$ (5.159) et on trace l'allure de cette dernière quantité par rapport à la porosité φ (figure 5.17). On place sur le même graphe les valeurs expérimentales issues du tableau 5.3. On constate un très bon accord entre le modèle développé et les résultats expérimentaux. On trace finalement l'allure du coefficient de Poisson ν^{ac} en fonction de la porosité φ (figure 5.18). Ce coefficient est obtenu en remplaçant ρ par sa valeur $\rho = 0,0058$ dans (5.158). On place sur le même graphe les valeurs obtenues expérimentalement et rassemblées dans le tableau 5.3.

On obtient donc un coefficient de Poisson qui varie entre 0,31 et 0,27 pour la gamme de porosité analysée. Les valeurs expérimentales ne sont pas éloignées des estimations du modèle ce qui constitue une deuxième confirmation expérimentale du modèle développé dans le cadre d'un concept basé sur une loi de contact intergranulaire.

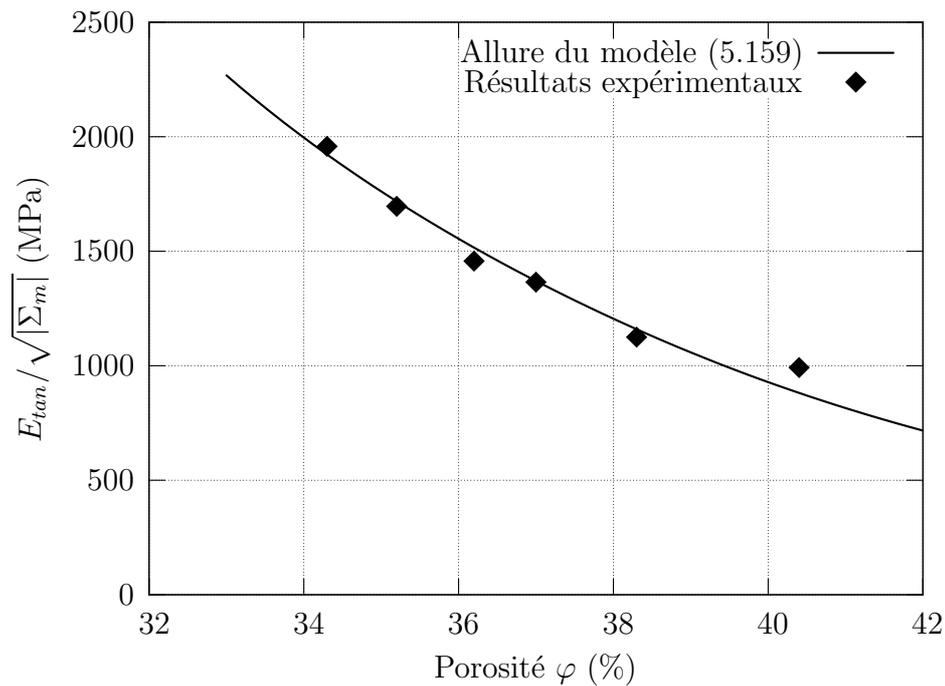
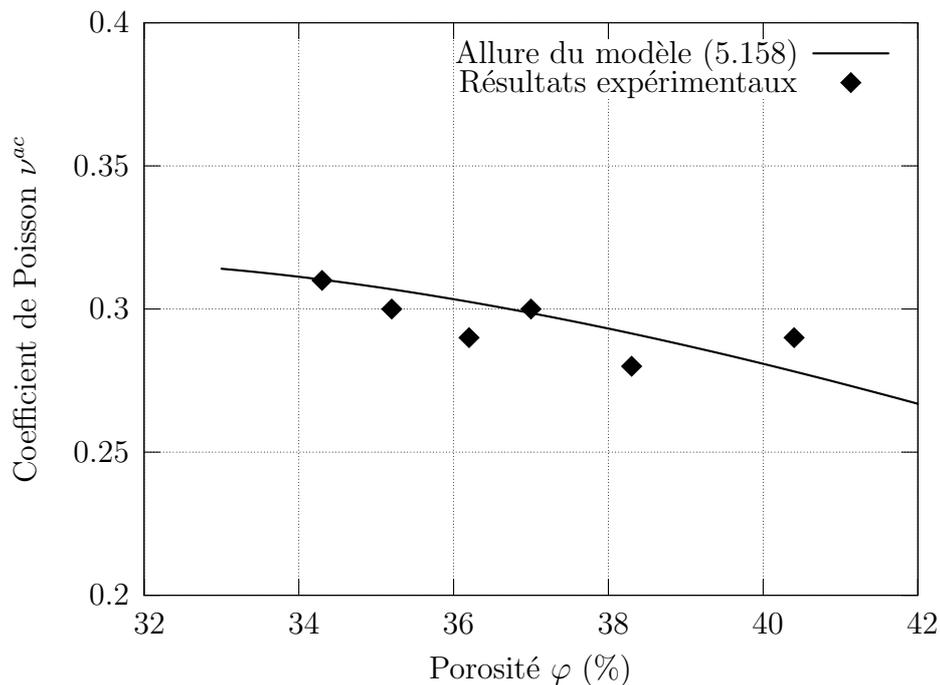


FIG. 5.17: Confrontation modèle (5.159) / expérience

FIG. 5.18: Coefficient de poisson ν^{ac} en fonction de la porosité φ

Soulignons que les paramètres aK_n^0 et ρ sont intrinsèques au sable. Ce résultat est important en soit dans la mesure où l'on peut, à partir de quelques essais sur un sable réalisé à différentes densités, estimer la réponse de ce sable à n'importe quelle autre densité.

5.5 Comportement du milieu granulaire injecté

Après avoir modélisé le comportement de l'assemblage granulaire, on se propose dans cette section d'étudier le comportement du milieu après injection et prise du ciment. On se limite dans la suite au modèle basé sur le concept du milieu fictif en introduisant une troisième phase représentant le ciment hydraté après prise.

Il s'agit donc d'étudier un problème d'homogénéisation de nature non linéaire d'un composite constitué de trois phases : le solide fictif représentant les grains de sable, le ciment hydraté et les pores résiduels. On utilise la procédure d'homogénéisation non linéaire décrite en 5.2.

Le comportement non linéaire du matériau injecté sera confronté aux résultats expérimentaux.

5.5.1 Description du milieu granulaire injecté

Le point de départ de cette approche est le concept du milieu fictif se substituant au milieu granulaire vierge. Avant injection, le milieu est donc constitué par le solide fictif et des pores. Après injection et prise du ciment, l'espace poreux initial est partiellement rempli par la pâte de ciment durcie. L'analyse microstructurale décrite dans la section 4.2 justifie ce choix : on a en effet observé sur les photos du MEB l'existence de ces trois phases avec une proportion de ciment et de pores variable suivant la position dans la colonne et la concentration en ciment du coulis injecté.

Le milieu granulaire injecté est donc considéré comme un matériau composite constitué de trois phases (figure 5.19) :

- le matériau fictif : caractérisé par son tenseur d'élasticité $\mathbb{C}^s = \mathbb{C}^s(\epsilon^{eq})$ déterminé dans la section 5.3. Sa fraction volumique est $1 - \varphi_0$.
- le ciment hydraté : cette phase est considérée comme une phase infiniment rigide ($k^c \sim \infty ; \mu^c \sim \infty$). En effet, le module d'Young d'une pâte de ciment durcie peut atteindre quelque dizaines de GPa (Constantinides et Ulm (2004) [22] ; Wang et al. (1988) [95]) ce qui est très largement supérieur aux modules constatés sur le milieu fictif qui sont de l'ordre de quelques centaines de MPa. Sa fraction volumique est $\varphi_0 - \varphi_f$.
- les pores résiduels : comme on l'a constaté sur les photos du MEB ou encore sur les

essais de porosimétrie au mercure, le milieu injecté reste un milieu poreux après injection et prise. Cette phase est caractérisée par la fraction volumique des pores résiduels (porosité finale φ_f) déterminé dans le chapitre 4 soit par les essais de porosimétrie au mercure (voir section 4.3), par analyse d'images (voir section 4.2.5) ou encore en utilisant le modèle (4.26) développé à travers la loi de filtration (voir section 4.4).

Le comportement macroscopique de ce matériau composite est ensuite recherché en fonction de la contrainte appliquée $\mathbb{C}^{inj}(\Sigma)$. La notation "inj" désigne désormais le milieu injecté.

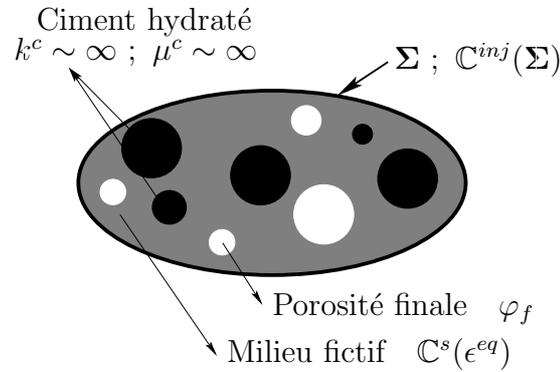


FIG. 5.19: *Modèle micromécanique pour le milieu granulaire injecté*

5.5.2 Réponse du milieu granulaire injecté

Dans le but de déterminer le comportement non linéaire du milieu injecté on utilise la procédure d'homogénéisation non linéaire décrite dans la section 5.2. Afin de simplifier la résolution et du fait que le matériau fictif a un comportement isotrope et que les phases ciment et pores sont distribuées de manière aléatoire, on suppose par la suite que le comportement du milieu injecté est également isotrope :

$$\mathbb{C}^{inj} = 3k^{inj}\mathbb{J} + 2\mu^{inj}\mathbb{K} \quad (5.162)$$

Où k^{inj} et μ^{inj} représentent respectivement le module de compression isotrope et le module de cisaillement sécants du milieu injecté.

5.5.2.1. 1^{ère} étape : Choix du schéma d'homogénéisation linéaire

On cherche dans un premier temps, conformément à la première étape d'homogénéisation non linéaire, à estimer à travers un schéma d'homogénéisation linéaire l'élasticité du composite en fonction de l'élasticité du matériau fictif et de la fraction volumique de chacun des trois constituants de la microstructure. On utilise pour cela l'estimation donnée par les schémas d'homogénéisation linéaire utilisés pour le milieu fictif et généralisés pour des microstructures à trois phases.

D'une manière générale, et par analogie avec (5.33) (analyse dimensionnelle), il est facile de voir que pour n'importe quel schéma d'homogénéisation, on peut écrire les modules homogénéisés sous la forme :

$$\begin{cases} k^{inj} = \frac{1}{\mathcal{K}^{inj}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0, \varphi_f)} \mu^s \\ \mu^{inj} = \frac{1}{\mathcal{M}^{inj}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0, \varphi_f)} \mu^s \end{cases} \quad (5.163)$$

où $\mathcal{K}^{inj}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0, \varphi_f)$ et $\mathcal{M}^{inj}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0, \varphi_f)$ sont deux fonctions des variables sans dimension du problème d'homogénéisation du milieu injecté : la porosité initiale φ_0 et finale φ_f du milieu granulaire avant et après injection, et le rapport $\frac{\mu^s}{k^s}$ des modules élastiques de la phase solide fictive.

On peut en déduire par la suite le module d'Young E^{inj} :

$$E^{inj} = \frac{1}{\mathcal{E}^{inj}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0, \varphi_f)} \mu^s \quad \text{avec} \quad (5.164)$$

$$\mathcal{E}^{inj}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0, \varphi_f) = \frac{3\mathcal{M}^{inj}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0, \varphi_f) + \mathcal{K}^{inj}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0, \varphi_f)}{9}$$

Pour simplifier l'écriture des équations, les fonctions $\mathcal{K}^{inj}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0, \varphi_f)$, $\mathcal{M}^{inj}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0, \varphi_f)$ et $\mathcal{E}^{inj}(\frac{\mu^s}{k^s}, \varphi_0, \varphi_f)$ seront désormais remplacé par \mathcal{K}^{inj} , \mathcal{M}^{inj} et \mathcal{E}^{inj} .

De la même façon que pour le milieu fictif, on propose d'utiliser le schéma de Mori-Tanaka et le schéma auto-cohérent :

- Le schéma de Mori-Tanaka (Mori et Tanaka (1973) [69]) mis en œuvre sur une microstructure à trois phases : la phase matrice correspondant au matériau fictif, les deux autres phases pores et ciment hydraté sont distribuées de manière aléatoire dans la matrice. L'application de ce schéma fournit alors les estimations suivantes

pour le module de compression isotrope et le module de cisaillement :

$$\left\{ \begin{array}{l} k^{inj} = \frac{1}{\mathcal{K}^{inj}} \mu^s \quad \text{avec} \quad \mathcal{K}^{inj} = \frac{3}{4} \frac{3\varphi_f + 4(1-\varphi_0 + \varphi_f) \frac{\mu^s}{k^s}}{3(1-\varphi_f) + 4(\varphi_0 - \varphi_f) \frac{\mu^s}{k^s}} \\ \mu^{inj} = \frac{1}{\mathcal{M}^{inj}} \mu^s \quad \text{avec} \quad \mathcal{M}^{inj} = 6 \frac{1 + 2 \frac{\mu^s}{k^s} \frac{4(2-2\varphi_0 + 5\varphi_f) \frac{\mu^s}{k^s} + 3(3-3\varphi_0 + 5\varphi_f)}{9 + 8 \frac{\mu^s}{k^s} \frac{4(3+2\varphi_0 - 5\varphi_f) \frac{\mu^s}{k^s} + 3(3+3\varphi_0 - 5\varphi_f)}}{4(3+2\varphi_0 - 5\varphi_f) \frac{\mu^s}{k^s} + 3(3+3\varphi_0 - 5\varphi_f)} \end{array} \right. \quad (5.165)$$

- Le schéma auto-cohérent fait jouer un rôle symétrique aux trois phases constituant la microstructure. Celles-ci sont donc simultanément plongées dans le milieu homogénéisé à déterminer. L'estimation donnée par ce schéma passe par la résolution d'un système d'équations à deux inconnus, le module de compression isotrope k^{inj} et le module de cisaillement μ^{inj} :

$$\left\{ \begin{array}{l} k^{inj} = \frac{(1-\varphi_0) k^s}{1 + \frac{\alpha^{inj}}{k^{inj}} (k^s - k^{inj})} + \frac{(\varphi_0 - \varphi_f) k^{inj}}{\alpha^{inj}} \quad \text{avec} \quad \alpha^{inj} = \frac{3k^{inj}}{3k^{inj} + 4\mu^{inj}} \\ \mu^{inj} = \frac{(1-\varphi_0) \mu^s}{1 + \frac{\beta^{inj}}{\mu^{inj}} (\mu^s - \mu^{inj})} + \frac{(\varphi_0 - \varphi_f) \mu^{inj}}{\beta^{inj}} \quad \text{avec} \quad \beta^{inj} = \frac{6}{5} \frac{k^{inj} + 2\mu^{inj}}{3k^{inj} + 4\mu^{inj}} \end{array} \right. \quad (5.166)$$

Pour $\mu^{inj} > 0$, en considérant la relation (5.28), et en posant $X^{inj} = \frac{\mu^{inj}}{\mu^s}$, la résolution de (5.166) donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} k^{inj} = \frac{1}{\mathcal{K}^{inj}} \mu^s \quad \text{avec} \quad \mathcal{K}^{inj} = \frac{3}{4} \frac{4X^{inj}(1-\varphi_0 + \varphi_f) \frac{\mu^s}{k^s} + 3\varphi_f}{4X^{inj}(\varphi_0 - \varphi_f) \frac{\mu^s}{k^s} + 3(1-\varphi_f)} \\ \mu^{inj} = \frac{1}{\mathcal{M}^{inj}} \mu^s \quad \text{avec} \quad \mathcal{M}^{inj} = \frac{1}{X^{inj}} \end{array} \right. \quad (5.167)$$

où X^{inj} est solution de l'équation de troisième degré :

$$a X^{inj3} + b X^{inj2} + c X^{inj} + d = 0 \quad (5.168)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 48f_1\left(\frac{\mu^s}{k^s}\right)^2 \\ b = 12f_2\frac{\mu^s}{k^s} - 16f_3\left(\frac{\mu^s}{k^s}\right)^2 \\ c = 9f_4 - 12f_5\frac{\mu^s}{k^s} \\ d = 27f_6 \end{array} \right. \quad (5.169)$$

les f_i sont des fonctions polynomiales qui s'expriment en fonction des porosités initiale et finale du matériau (respectivement φ_0 et φ_f) :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1 = (\varphi_0 - \varphi_f + 2)(2\varphi_0 - 2\varphi_f - 1) \\ f_2 = (\varphi_0 - \varphi_f)(5\varphi_0 - 12\varphi_f) + 26\varphi_0 - 25\varphi_f - 13 \\ f_3 = (\varphi_0 - \varphi_f - 3)(\varphi_0 - 6\varphi_f + 2) \\ f_4 = (5\varphi_0 - 6\varphi_f - 2)(3 - \varphi_f) \\ f_5 = \varphi_0 - \varphi_f(7\varphi_0 - 12\varphi_f - 25) - 13 \\ f_6 = (\varphi_f + 2)(1 - 2\varphi_f) \end{array} \right. \quad (5.170)$$

5.5.2.2. 2^{ème} étape : Choix de la déformation effective

La déformation effective ϵ^{ef} représente la moyenne des déformations locales au sein de la phase solide. Elle sera par la suite estimée en fonction du chargement macroscopique. ϵ^{ef} est choisie sous la forme suivante :

$$\epsilon^{ef} = \sqrt{\bar{\epsilon}_v^2 + 4\ell\bar{\epsilon}_d^2} \quad (5.171)$$

où $\bar{\epsilon}_v$ et $\bar{\epsilon}_d$ désignent respectivement les moyennes quadratiques de la déformation

volumique et de la déformation déviatorique au sein de phase solide fictive. Elles seront exprimées en fonction du chargement macroscopique Σ . On adopte pour cela la méthode sécante modifiée (5.23) (voir section 5.2.2.2). Considérant un chargement macroscopique de la forme (5.42), les déformations moyennes $\bar{\epsilon}_v$ et $\bar{\epsilon}_d$ sont solutions de :

$$\begin{cases} (1 - \varphi_0)\bar{\epsilon}_v^2 = -\frac{\partial}{\partial k^s} \left(\frac{1}{k^{inj}} \right) \Sigma_m^2 - \frac{\partial}{\partial k^s} \left(\frac{1}{\mu^{inj}} \right) \Sigma_d^2 \\ 4(1 - \varphi_0)\bar{\epsilon}_d^2 = -\frac{\partial}{\partial \mu^s} \left(\frac{1}{k^{inj}} \right) \Sigma_m^2 - \frac{\partial}{\partial \mu^s} \left(\frac{1}{\mu^{inj}} \right) \Sigma_d^2 \end{cases} \quad (5.172)$$

En utilisant l'estimation des modules élastiques (5.163) (où l'on remplace le rapport $\frac{\mu^s}{k^s}$ par ℓ), (5.172) s'écrit :

$$\begin{cases} (1 - \varphi_0)\bar{\epsilon}_v^2 = \frac{1}{k^{s^2}} \left[\left(\frac{\partial \mathcal{K}^{inj}}{\partial \ell} \right) \Sigma_m^2 + \left(\frac{\partial \mathcal{M}^{inj}}{\partial \ell} \right) \Sigma_d^2 \right] \\ 4(1 - \varphi_0)\bar{\epsilon}_d^2 = \frac{1}{\ell^2 k^{s^2}} \left[\left(\mathcal{K}^{inj} - \ell \frac{\partial \mathcal{K}^{inj}}{\partial \ell} \right) \Sigma_m^2 + \left(\mathcal{M}^{inj} - \ell \frac{\partial \mathcal{M}^{inj}}{\partial \ell} \right) \Sigma_d^2 \right] \end{cases} \quad (5.173)$$

Finalement, en introduisant (5.173) dans (5.171), la déformation effective ϵ^{ef} prend la forme simplifiée :

$$\epsilon^{ef} = \frac{1}{k^s \sqrt{\ell} \sqrt{1 - \varphi_0}} \left[\mathcal{K}^{inj} \Sigma_m^2 + \mathcal{M}^{inj} \Sigma_d^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.174)$$

Dans le cas particulier académique où le ciment hydraté remplit la totalité de l'espace poreux ($\varphi_f = 0$), on a affaire à un milieu biphasique constitué du milieu fictif et de ciment hydraté. Les estimations données pour le milieu à trois phases, obtenues par le schéma de Mori-Tanaka ou par le schéma auto-cohérent ne sont pas détaillées dans ce manuscrit mais la procédure reste la même. On ne présentera dans ce cas que les résultats des calculs qui sont pour la plupart semi-analytiques.

Dans le cas où le ciment remplit la totalité de l'espace poreux, on utilise l'estimation du module de compression isotrope homogénéisé k^{inj} donnée par le schéma de Mori-Tanaka (5.165). La déformation moyenne effective ϵ^{ef} (5.174), pour un cas de chargement purement isotrope, s'écrit alors :

$$\epsilon^{ef} = \frac{\Sigma_m}{k^s} \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{4}{3}\ell\varphi_0}} \quad (5.175)$$

5.5.2.3. 3^{me} étape : Résolution

On incorpore à présent la dépendance de k^s par rapport à ϵ^{ef} (5.48) dans (5.174), on obtient ainsi la forme de la déformation effective en fonction du paramètre k_0^s qui caractérise le comportement de l'assemblage granulaire avant injection (milieu fictif) et en fonction du chargement macroscopique :

$$\epsilon^{ef} = \frac{1}{\sqrt{k_0^s}} \left(\frac{1}{\ell(1-\varphi_0)} \right)^{\frac{1}{4}} \left[\mathcal{K}^{inj} \Sigma_m^2 + \mathcal{M}^{inj} \Sigma_d^2 \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.176)$$

Finalement, on en déduit, en utilisant (5.163), (5.176) et (5.48), la structure non linéaire des modules d'élasticité du milieu granulaire après injection :

$$k^{inj} = \frac{\ell^{\frac{3}{4}} \sqrt{k_0^s}}{\mathcal{K}^{inj} (1-\varphi_0)^{\frac{1}{4}}} \left[\mathcal{K}^{inj} \Sigma_m^2 + \mathcal{M}^{inj} \Sigma_d^2 \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.177)$$

$$\mu^{inj} = \frac{\ell^{\frac{3}{4}} \sqrt{k_0^s}}{\mathcal{M}^{inj} (1-\varphi_0)^{\frac{1}{4}}} \left[\mathcal{K}^{inj} \Sigma_m^2 + \mathcal{M}^{inj} \Sigma_d^2 \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.178)$$

$$E^{inj} = \frac{\ell^{\frac{3}{4}} \sqrt{k_0^s}}{(3\mathcal{M}^{inj} + \mathcal{K}^{inj}) (1-\varphi_0)^{\frac{1}{4}}} \left[\mathcal{K}^{inj} \Sigma_m^2 + \mathcal{M}^{inj} \Sigma_d^2 \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.179)$$

De la même façon que pour le milieu granulaire vierge, le calcul des modules d'élasticité en régime non linéaire du milieu granulaire injecté ne nécessite qu'une estimation du comportement macroscopique dans le cas linéaire.

Si l'on s'intéresse maintenant à un essai de compression isotrope ($\Sigma = \Sigma_m \mathbf{1}$) avec une mesure sécante du module de compression isotrope, celui-ci (5.177) peut se mettre sous la forme :

$$k^{inj} = \mathfrak{K}^{inj} \sqrt{k_0^s} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad (5.180)$$

$$\text{avec} \quad \mathfrak{K}^{inj} = \left(\frac{\ell}{\mathcal{K}^{inj}} \right)^{\frac{3}{4}} \left(\frac{1}{1-\varphi_0} \right)^{\frac{1}{4}}$$

On récupère, comme attendu (conformément aux résultats expérimentaux présenté

dans la section 3.3.1), la même non linéarité de comportement que pour le milieu granulaire vierge. Ce résultat constitue une validation partielle du modèle développé. Dans le cas où le ciment hydraté remplit la totalité de l'espace poreux initial ($\varphi_f = 0$), on obtient l'expression analytique suivante du module de compression isotrope k^{inj} du milieu granulaire après injection :

$$k^{inj} = \mathfrak{K}^{inj} \sqrt{k_0^s} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad (5.181)$$

$$\text{avec} \quad \mathfrak{K}^{inj} = \frac{1}{(1-\varphi_0)} \left(1 + \frac{4}{3} \ell \varphi_0\right)^{\frac{3}{4}}$$

D'autre part, si l'on s'intéresse au cas particulier d'un incrément de chargement déviatorique à partir d'un état déviatorique nul et pour une contrainte sphérique Σ_m donnée, le module d'Young homogénéisé sécant du milieu granulaire injecté (5.179) s'écrit :

$$E^{inj} = \mathfrak{E}^{inj}(\ell, \varphi_0, \varphi_f) \sqrt{k_0^s} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad (5.182)$$

$$\text{avec} \quad \mathfrak{E}^{inj} = \frac{\ell^{\frac{3}{4}} (\mathcal{K}^{inj})^{\frac{1}{4}}}{(3\mathcal{M}^{inj} + \mathcal{K}^{inj})(1-\varphi_0)^{\frac{1}{4}}}$$

Le module d'Young tangent est retrouvé à partir du module sécant (5.182) par la relation (5.68).

5.5.3 Confrontation modèle / expérience

On présente sur la figure 5.20 un essai typique de compression isotrope réalisé sur le niveau N°1 d'une colonne de sable injecté. L'essai montre clairement la bonne concordance entre les résultats expérimentaux et l'allure proportionnelle à la racine carrée de la contrainte de confinement appliquée prévue par le modèle développé (5.180).

Les résultats d'un essai triaxial typique (figure 5.21) montrent également la bonne cohérence entre le modèle développé (5.182) et les résultats expérimentaux.

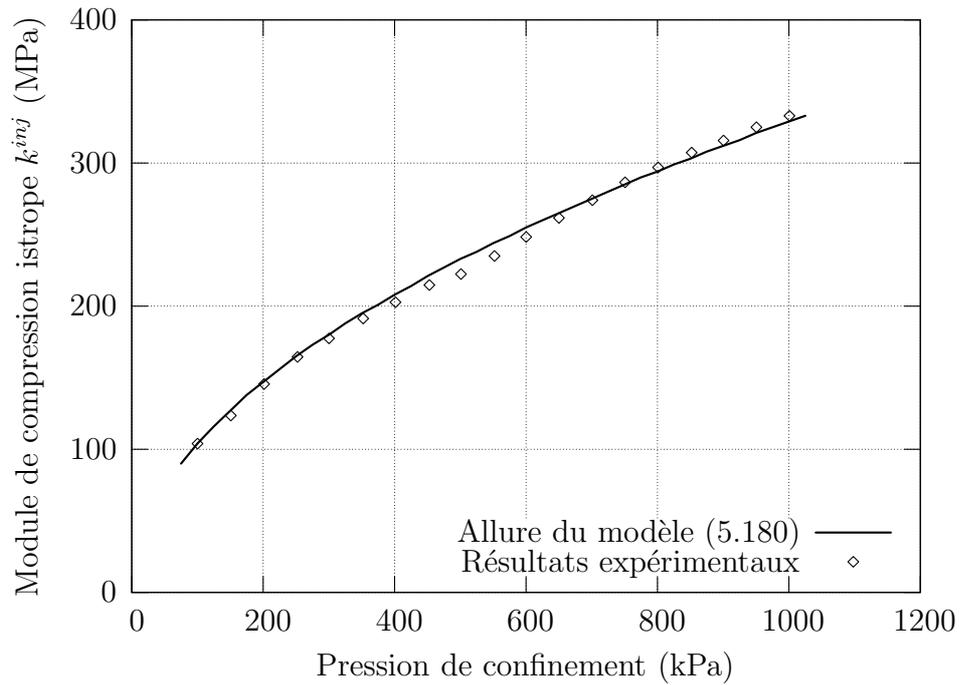


FIG. 5.20: Module de compression isotrope k^{inj} (5.180) d'une éprouvette de sable injecté : confrontation modèle/expérience

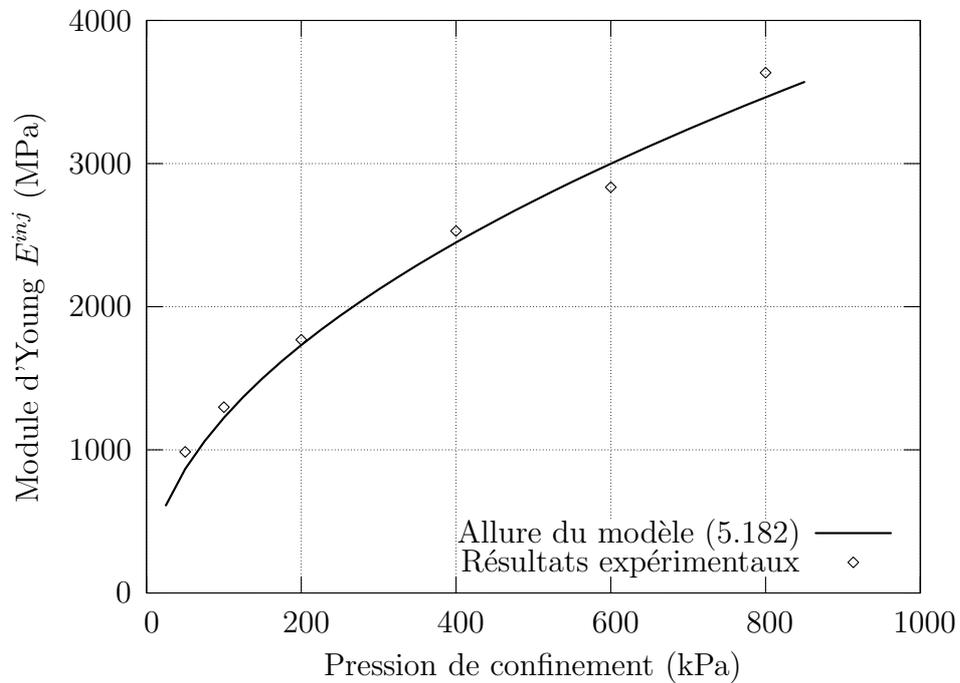


FIG. 5.21: Module d'Young E^{inj} d'une éprouvette de sable injecté : confrontation modèle/expérience

5.6 Estimation de l'effet de l'injection

L'objectif de cette section est de quantifier l'apport de l'opération d'injection sur les caractéristiques élastiques du milieu granulaire vierge.

5.6.1 Rapport d'amélioration entre les sable vierge et injecté

En comparant les modules de compression isotrope (resp. d'Young) homogénéisés de l'assemblage granulaire vierge (5.53) (resp. (5.55)) et celui du milieu injecté après prise (5.180) (resp. (5.182)), il apparaît clairement que le milieu granulaire injecté conserve la même non linéarité du comportement : les deux modules sont des fonctions linéaires de $\sqrt{|\Sigma_m|}$. L'injection apporte un raidissement du comportement qu'il est possible de caractériser par le rapport d'amélioration \mathcal{R}_k pour le module de compression isotrope et le rapport d'amélioration \mathcal{R}_Y pour le module d'Young :

$$\mathcal{R}_k = \frac{k^{inj}}{k_{fic}^{hom}} = \left(\frac{1 - \varphi_0}{\ell} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{\mathcal{K}}{\mathcal{K}^{inj}} (\mathcal{K}^* \mathcal{K}^{inj})^{\frac{1}{4}} \quad (5.183)$$

$$\mathcal{R}_Y = \frac{E^{inj}}{E_{fic}^{hom}} = \left(\frac{1 - \varphi_0}{\ell} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{3\mathcal{M} + \mathcal{K}}{3\mathcal{M}^{inj} + \mathcal{K}^{inj}} (\mathcal{K}^* \mathcal{K}^{inj})^{\frac{1}{4}} \quad (5.184)$$

À titre d'exemple, en utilisant le schéma de Mori-Tanaka et en considérant que le ciment remplit la totalité de l'espace poreux initial du milieu granulaire, on aboutit à l'expression analytique suivante du rapport d'amélioration \mathcal{R}_k :

$$\mathcal{R}_k = \frac{1}{(1 - \varphi_0)^{3/2}} \left(1 + \frac{4}{3} \ell \varphi_0 \right)^{3/4} \left(1 + \frac{3}{4} \frac{\varphi_0}{\ell} \right)^{3/4} \quad (5.185)$$

Dans le cas d'un milieu à trois phases : le milieu granulaire, le ciment hydraté et les pores résiduels, \mathcal{R}_k est calculé de manière semi-analytique. On présente sur la figure 5.22 les résultats de ces calculs. Ils ont été effectués pour un milieu granulaire vierge de porosité initiale $\varphi_0 = 37\%$.

5.6.2 Comparaison avec les résultats expérimentaux

Dans l'objectif de valider le modèle micromécanique proposé, l'estimation du rapport d'amélioration \mathcal{R} a été comparée avec les résultats issus des essais de compression isotrope et des essais triaxiaux.

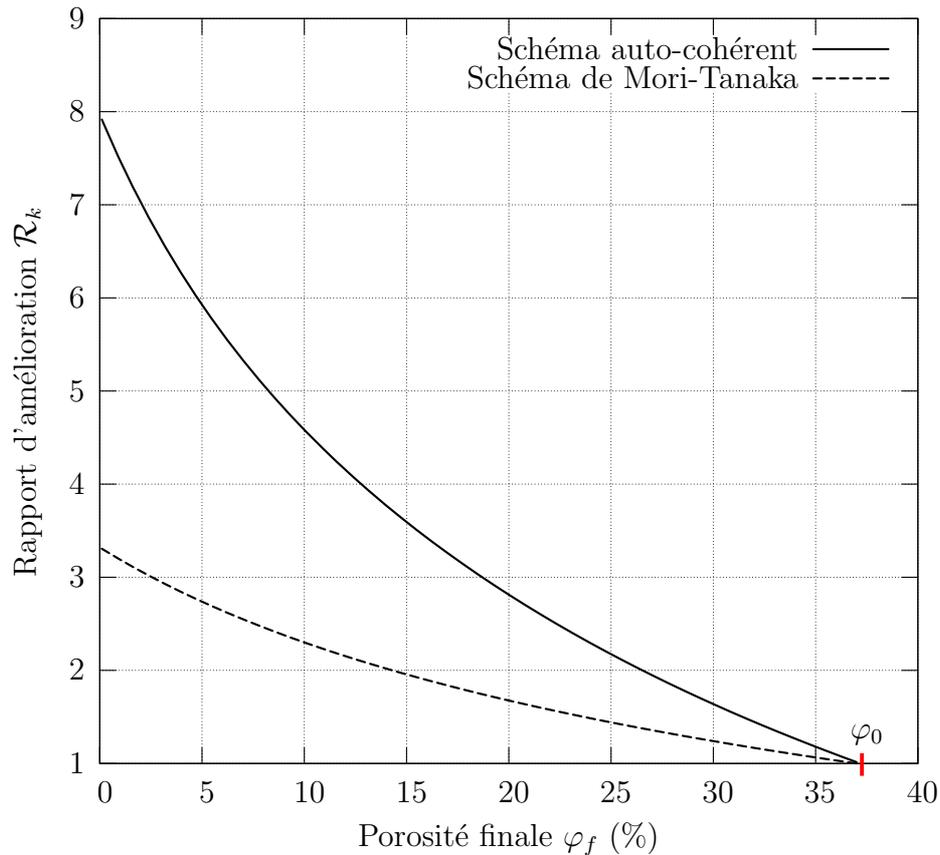


FIG. 5.22: Rapport d'amélioration \mathcal{R}_k (5.183) en fonction de porosité finale φ_f établi en utilisant le schéma de Mori-Tanaka et le schéma auto-cohérent

5.6.2.1. Cas d'un chargement de compression isotrope

La figure 5.23 regroupe les essais de compression isotrope réalisés sur un sable vierge de densité initiale $I_D = 0,90$ ($\varphi_0 = 37\%$) et sur les éprouvettes issues de différents niveaux d'une colonne de sable injecté. Cette dernière est remplie par du sable avec $I_D = 0,90$ et injectée avec un coulis de concentration en ciment $C/E = 0,20$. Pour des raisons de clarté, seuls les niveaux des éprouvettes injectées 1, 2 et 5 sont représentés. Toutes les courbes expérimentales peuvent être approchées par une fonction de la forme $\alpha\sqrt{|\Sigma_m|}$. Le comportement des éprouvettes injectées présente donc le même type de non linéarité que celui du sable de référence et ce, quel que soit le niveau de l'éprouvette. On a déjà vu que le modèle micromécanique permet de rendre en compte, de façon remarquable, de cette non linéarité en $\alpha\sqrt{|\Sigma_m|}$, aussi bien pour le sable de référence que pour le sable injecté. On présente également sur le même graphe les rapports d'améliorations \mathcal{R}_k réalisés sur les éprouvettes testées.

On représente maintenant sur la figure 5.24, l'évolution du rapport d'amélioration \mathcal{R}_k en fonction de la porosité finale φ_f (5.183). Les résultats expérimentaux sont reportés,

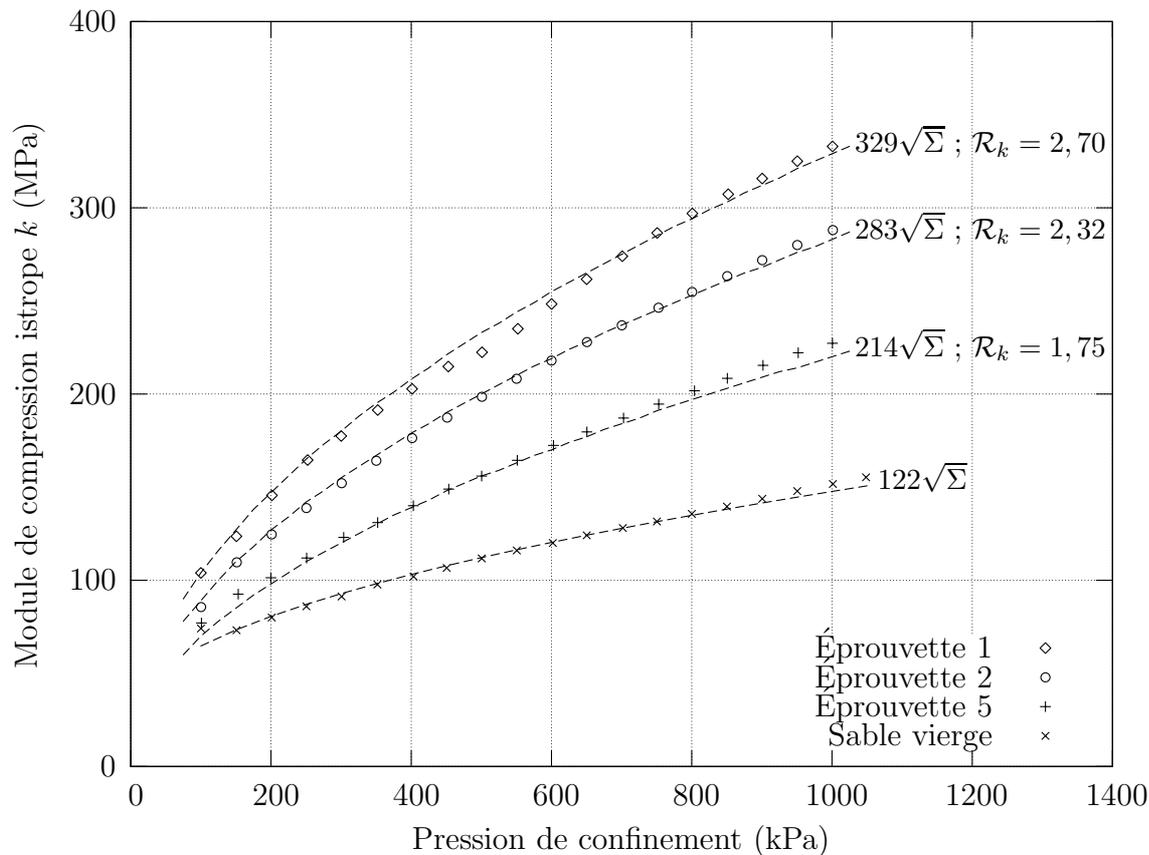


FIG. 5.23: Module de compression isotrope k d'un sable vierge et injecté pour différents niveaux de la colonne

ainsi que les prédictions correspondant aux schémas de Mori-Tanaka et auto-cohérent. La figure 5.24 indique clairement que le schéma auto-cohérent est morphologiquement mieux adapté à la structure granulaire étudiée.

5.6.2.2. Cas d'un chargement triaxial

La figure 5.25 représente la réponse élastique à un chargement de type triaxial, réalisé à partir d'un état déviatorique nul et à différents niveaux de contrainte de confinement, sur un sable vierge et sur les niveaux 1, 2, 3 et 5 d'une colonne injecté. La colonne a été réalisée avec une densité de sable $I_D = 0,90$ ($\varphi_0 = 37\%$) et injecté avec une concentration en ciment $C/E = 0,20$. On constate, de la même façon que pour les essais de compression isotrope, qu'on récupère la même structure de la non linéarité du comportement à la fois pour le sable vierge et le sable injecté à différents niveaux de la colonne. On détermine pour chaque essai le rapport d'amélioration \mathcal{R}_Y du comportement par rapport au sable vierge (figure 5.25).

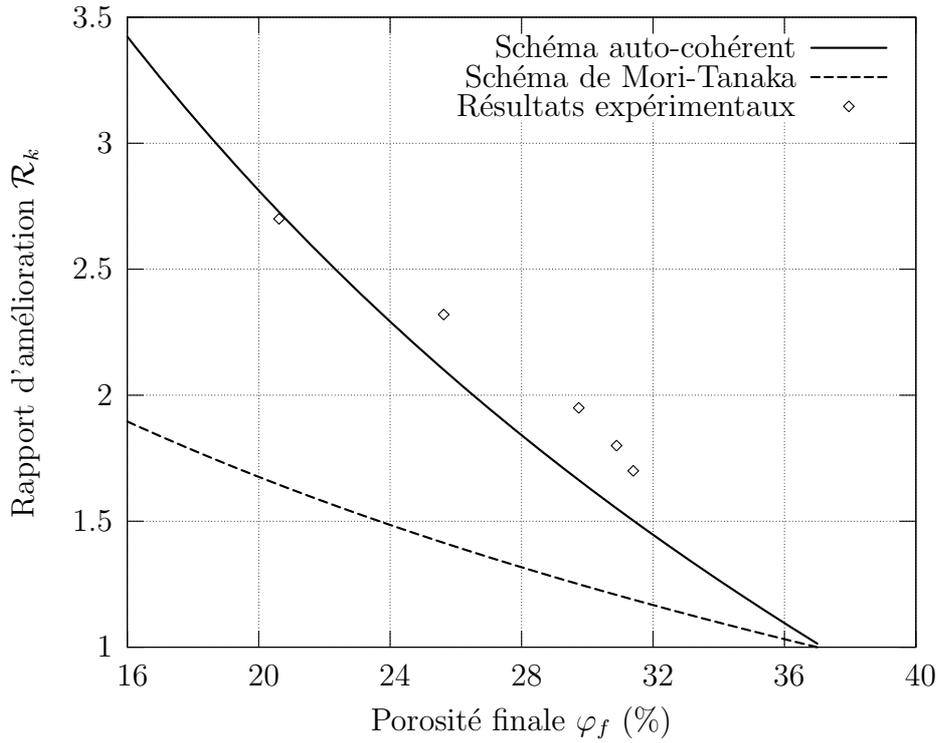


FIG. 5.24: Rapport d'amélioration \mathcal{R}_k (5.183) : confrontation avec les essais de compression isotrope

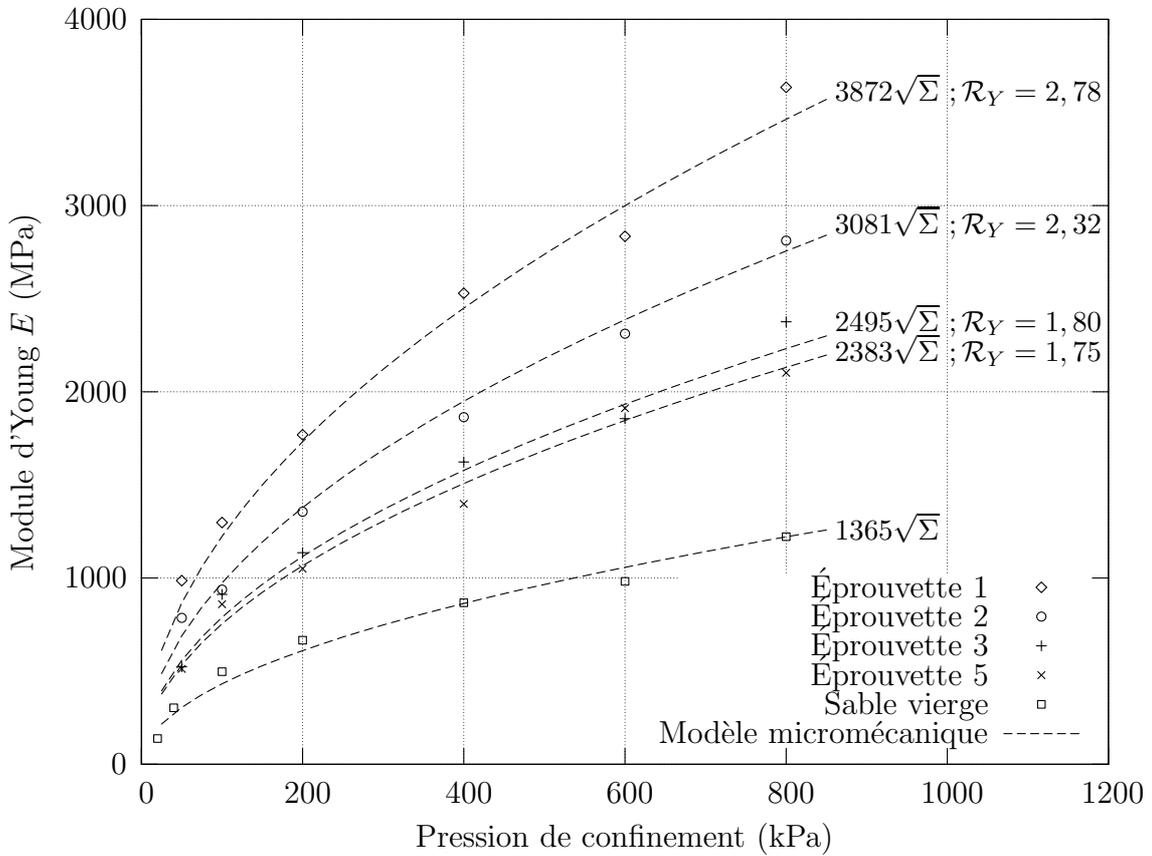


FIG. 5.25: Module d'Young E d'un sable vierge et injecté pour différents niveaux de la colonne

On trace maintenant sur la figure 5.26 l'allure du rapport d'amélioration \mathcal{R}_Y obtenu par le modèle (5.184) appliqué au schéma auto-cohérent. On place sur la même figure les points correspondant aux cinq niveaux de la colonne rapportés à leurs porosités finales respectives. On constate à nouveau un bon accord avec l'estimation donnée par le schéma auto-cohérent.

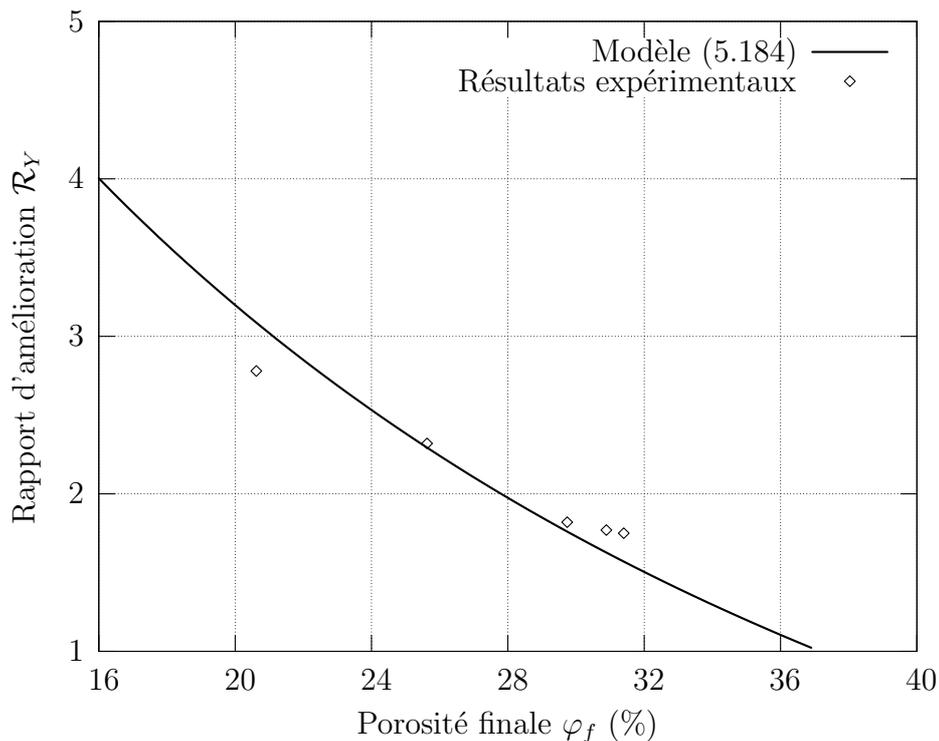


FIG. 5.26: Rapport d'amélioration \mathcal{R}_Y (5.184) : confrontation avec les essais triaxiaux

5.6.3 Conclusions

Dans les deux cas de chargement, le schéma de Mori-Tanaka, attrayant par sa simplicité, sous-estime clairement le comportement du milieu injecté. Les résultats du schéma auto-cohérent, certes plus lourd à mettre en œuvre, sont au contraire, en bon accord avec les résultats expérimentaux.

L'échec du schéma de Mori-Tanaka est imputable au fait qu'il renvoie à une morphologie de la microstructure dans laquelle le ciment est une phase inclusionnaire. L'absence de contact entre les particules de ciment réduit considérablement leur effet renforçant, vis-à-vis d'une structure désordonnée dans laquelle la "percolation" de la phase ciment joue un rôle rigidifiant. Ce type de désordre, bien confirmé par les observations réalisées au MEB, est bien pris en compte par le schéma auto-cohérent qui est manifestement

nettement plus performant.

Cependant, à cause du caractère fictif de la phase solide, ces remarques sur la morphologie, en lien avec la morphologie réelle, doivent être formulées avec la plus grande prudence.

5.7 Estimation des propriétés élastiques d'un milieu injecté : résumé de la procédure

On regroupe dans cette section la démarche théorique proposée pour estimer la porosité finale après injection et prise du ciment (modèle basé sur la loi de filtration, section 4.4) et le rapport d'amélioration \mathcal{R} (modèle présenté à la section 5.6), afin de proposer une méthode simple pour la détermination des caractéristiques élastiques d'un milieu granulaire traité par injection.

La procédure qu'on propose comporte 3 étapes :

– 1^{ère} Étape : Détermination du comportement du milieu granulaire vierge

Le comportement du sable vierge peut être déterminé par des expériences appropriées ou encore en utilisant l'un des deux modèles proposés. Il s'agit du modèle basé sur le concept du milieu fictif (section 5.3) et du modèle basé sur la loi d'interface intergranulaire (section 5.4). Ce dernier permet notamment d'exploiter les résultats expérimentaux de cette étude sur un sable de Fontainebleau. À partir des paramètres ρ et aK_n^0 déterminés dans la section 5.4, on peut prévoir le comportement d'un sable de Fontainebleau en connaissant simplement sa densité (figure 5.17).

À l'issue de cette 1^{ère} étape on est alors capable de donner la valeur des coefficients α^{sa} (ou γ^{sa}) caractérisant le comportement élastique non linéaire du milieu granulaire vierge :

$$k^{sa} = \alpha^{sa} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad ; \quad E^{sa} = \gamma^{sa} \sqrt{|\Sigma_m|}$$

– 2^{ème} Étape : Estimation de la porosité finale φ_f après injection et prise

On utilise dans cette étape le modèle (4.26) basé sur une loi de filtration décrit en détail dans la section 4.4. Ce modèle nous permet d'estimer la porosité finale φ_f à partir de la porosité du milieu granulaire vierge φ_0 , de la concentration en ciment du coulis de ciment injecté (rapport C/E) et de la position z par rapport à la source d'injection (figure 5.27).

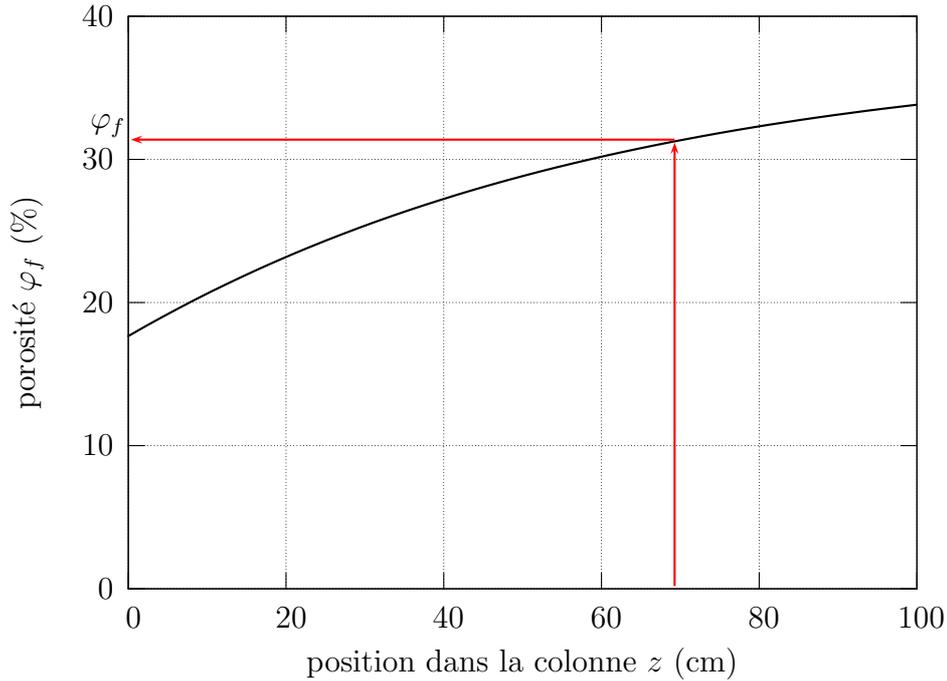


FIG. 5.27: Étape 2 : détermination de la porosité après injection et prise φ_f

– 3^{ème} Étape : Estimation du rapport d'amélioration \mathcal{R}

Connaissant la porosité finale φ_f on peut estimer le rapport d'amélioration \mathcal{R} entre les milieux granulaires vierge et injecté à travers le modèle détaillé dans la section 5.6. Conformément à la conclusion formulée dans la section 5.6.3 on utilise les résultats issus de l'utilisation du schéma auto-cohérent (figure 5.28).

Le comportement élastique non linéaire du milieu injecté est finalement décrit par la loi :

$$k^{inj} = \alpha^{inj} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad \text{avec} \quad \alpha^{inj} = \mathcal{R}_k \alpha^{sa} \quad (5.186)$$

$$E^{inj} = \gamma^{inj} \sqrt{|\Sigma_m|} \quad \text{avec} \quad \gamma^{inj} = \mathcal{R}_E \alpha^{sa} \quad (5.187)$$

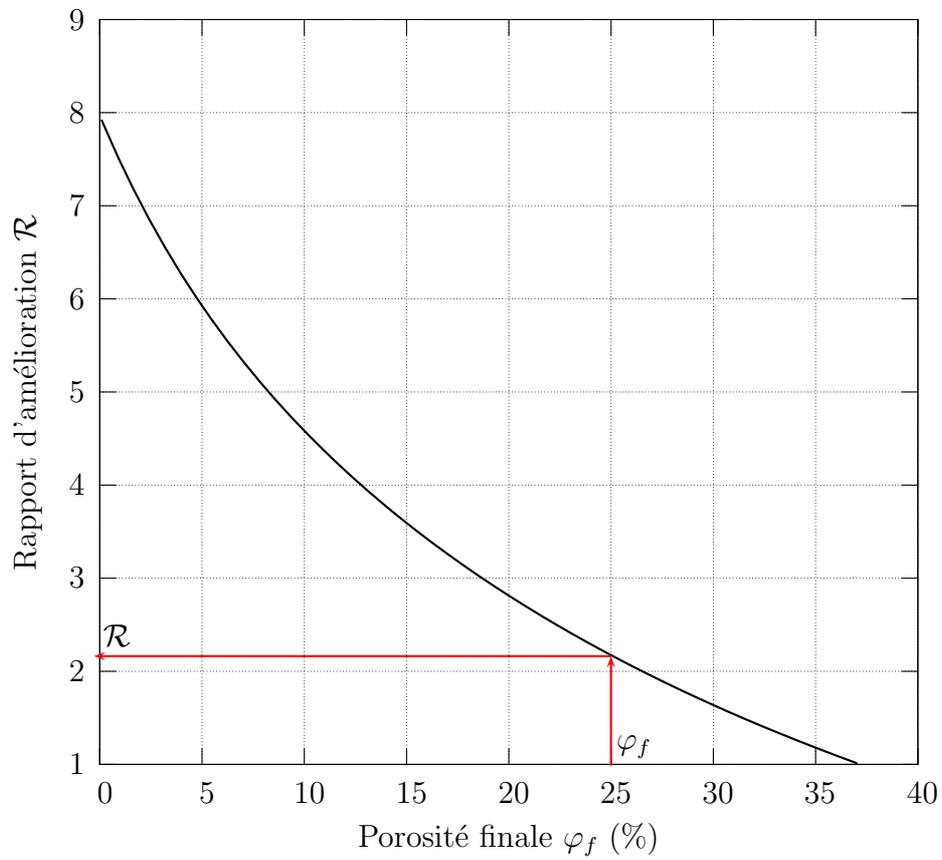


FIG. 5.28: *Étape 3 : détermination du rapport d'amélioration \mathcal{R}*

Chapitre 6

Comportement à la rupture de milieux granulaires vierge ou injecté

Sommaire

6.1	Introduction	269
6.2	Critère de rupture d'un milieu granulaire vierge	269
6.2.1	Critère de rupture d'un milieu granulaire : le modèle macroscopique	269
6.2.2	Résistance de l'interface intergranulaire	271
6.2.3	Calcul dans le cadre d'une rupture intragranulaire ductile . . .	272
6.2.4	Calcul dans le cadre d'une rupture intergranulaire fragile . . .	275
6.2.5	Commentaires	277
6.3	Apport de l'injection : résultat d'un calcul à la rupture . . .	279
6.3.1	Calcul à la Rupture : approche cinématique	279
6.3.2	Commentaires à propos des résultats expérimentaux	281
6.3.3	Modèle géométrique adopté	282
6.3.4	Interprétation micromécanique	283
6.4	Conclusions	288

6.1 Introduction

Après avoir modélisé le comportement élastique non linéaire d'un assemblage granulaire à l'état vierge et après injection, on se propose dans ce chapitre d'étudier les propriétés de résistance.

Dans une première partie, on s'intéresse au critère de rupture d'un assemblage granulaire. On modélise ce dernier comme un polycristal poreux. Dans un premier temps, on se donne un critère de rupture (ductile) pour les interfaces. On propose pour cela de mettre en œuvre une méthode introduisant un comportement non linéaire fictif de l'interface intergranulaire, saturant le critère de rupture pour les grands sauts de déplacement. Puis on développe une deuxième approche où l'on utilise un concept de rupture fragile.

Dans la deuxième partie, on présente une modélisation de la relation linéaire entre la cohésion et la fraction volumique du ciment obtenue expérimentalement (voir section 3.4.3). On utilise à cet effet une technique d'homogénéisation périodique en théorie du calcul à la rupture.

6.2 Critère de rupture d'un milieu granulaire vierge : approche micromécanique

6.2.1 Critère de rupture d'un milieu granulaire : le modèle macroscopique

Partant du modèle de Mohr-Coulomb pour décrire la résistance (macroscopique) d'un sable, Caquot et Kerisel (1956) [20] ont étudié la loi de variation de l'angle de frottement interne ϕ^{exp} avec l'indice des vides e . Ils ont rassemblé les résultats de divers auteurs sur le comportement de différents types de sables. Ils établissent que $\tan \phi^{exp}$ est sensiblement proportionnel à $\frac{1}{e}$. Dans le cas des milieux granulaires sans cohésion, à grains rugueux assez uniformes, on peut adopter la relation :

$$\tan \phi^{exp} = \frac{0,55}{e} \quad (6.1)$$

où l'indice des vides e est relié à la porosité φ du milieu par :

$$e = \frac{\varphi}{1 - \varphi} \quad (6.2)$$

La notion d'angle de frottement interne est introduite classiquement dans le cadre du critère de Mohr-Coulomb (figure 6.1(a)). Cependant, nous lui préférons, par commodité, le critère de Drucker-Prager (figure 6.1(b)), parce que ce dernier est régulier et se prête mieux aux techniques micromécaniques :

$$\Sigma_d + \mathcal{T}\Sigma_m \leq 0 \tag{6.3}$$

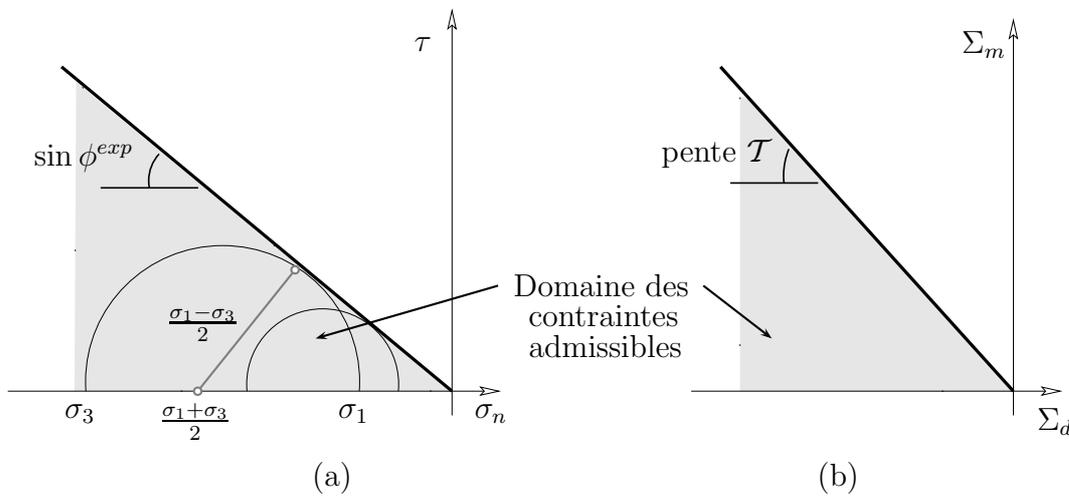


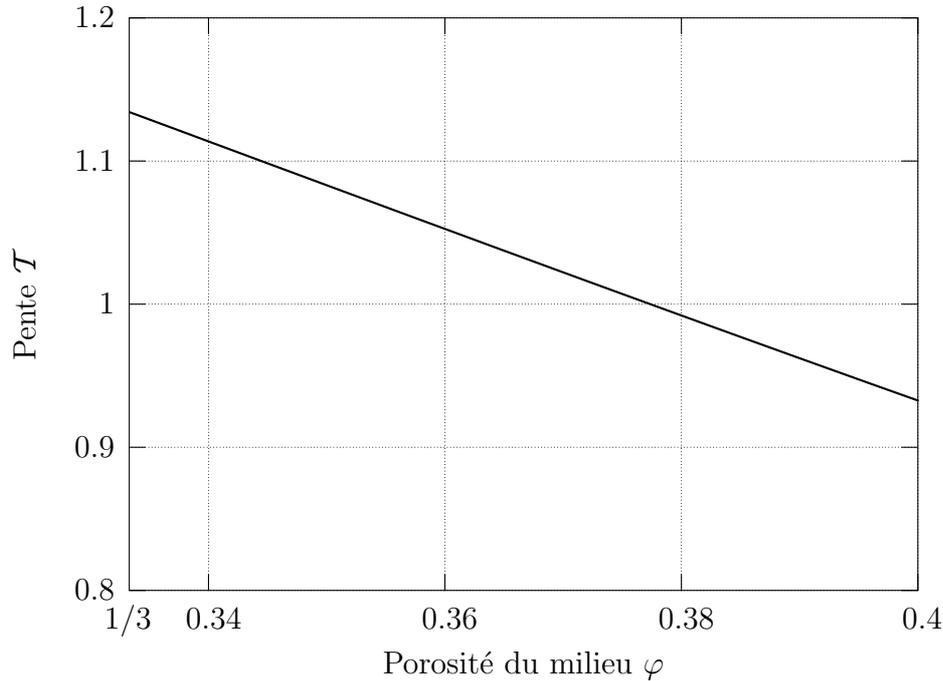
FIG. 6.1: Relation entre (a) angle de frottement ϕ^{exp} dans le plan de Mohr-Coulomb et (b) pente \mathcal{T} dans le plan de Drucker-Prager

On a donc besoin d'une relation entre \mathcal{T} et ϕ . En calibrant les deux critères sur un chargement de compression triaxiale, on obtient la relation bien connue [70] :

$$\mathcal{T} = \frac{2\sqrt{3} \sin \phi^{exp}}{3 - \sin \phi^{exp}} \tag{6.4}$$

La combinaison des équations (6.1), (6.4) et (6.2) nous permet de tracer l'allure de la pente \mathcal{T} en fonction de la porosité φ (figure 6.2).

L'enjeu de cette section est de justifier (6.4) dans le cadre d'un modèle micromécanique.

FIG. 6.2: *Pente \mathcal{T} : résultats expérimentaux*

6.2.2 Résistance de l'interface intergranulaire

Nous considérons un V.E.R. Ω du milieu granulaire tel qu'il a été modélisé à la section 5.4 (voir figure 5.2). Le V.E.R. Ω est constitué d'un assemblage de grains rigides, dont les interfaces sont gérées par la loi (5.73).

La rupture a lieu par glissement au niveau des interfaces intergranulaires. On suppose que la résistance de l'interface est caractérisée par un critère de type Mohr-Coulomb sans cohésion :

$$|\underline{T}_t| \leq -\alpha T_n \quad (6.5)$$

où \underline{T}_t désigne la composante tangentielle du vecteur-contrainte (figure 6.3) et T_n la composante normale. α représente l'angle de frottement intergranulaire.

Deux points de vue sont envisagés respectivement aux section 6.2.3 et 6.2.4.

Le premier, celui de la rupture ductile, consiste à introduire un comportement élastique non linéaire fictif saturant asymptotiquement (aux grandes déformations) le critère de rupture des joints (6.5). Il s'agit d'une transposition au plan d'une loi d'interface du procédé utilisé pour rendre compte d'un critère de rupture portant sur le tenseur des contraintes (voir par exemple [32]).

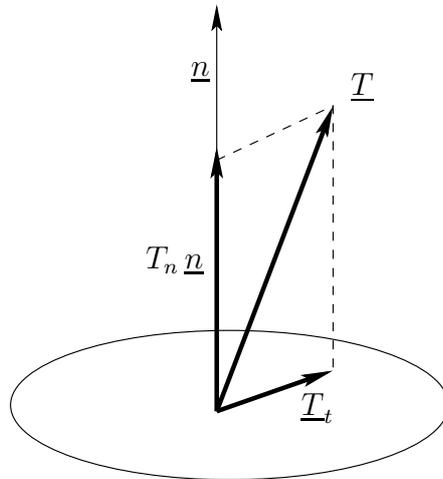


FIG. 6.3: Décomposition du vecteur contrainte à l'interface

Le deuxième suppose que le comportement de l'interface reste élastique jusqu'au seuil de rupture (6.5). À l'échelle de l'interface intergranulaire, la rupture s'effectue alors de manière fragile.

6.2.3 Calcul dans le cadre d'une rupture intragranulaire ductile

On introduit un comportement élastique non linéaire fictif pour l'interface, tel que, la saturation du critère (6.5) soit réalisée asymptotiquement lorsque le saut de déplacement tangentiel est suffisamment grand :

$$|K_t(\underline{\xi}) \underline{\xi}_t| = -\alpha K_n(\underline{\xi}) \xi_n \quad (6.6)$$

On a donc :

$$K_t(\underline{\xi}) \approx \frac{-\alpha K_n \xi_n}{|\underline{\xi}_t|} \quad \text{lorsque} \quad |\underline{\xi}_t| \rightarrow \infty \quad (6.7)$$

et l'on fixe K_n constant. Dans ce cas, on note que $K_t \ll K_n$ ($\rho \rightarrow 0$) lorsque $|\underline{\xi}_t| \rightarrow \infty$.

Le comportement effectif du V.E.R. est caractérisé par le module de compression isotope $k^{ac}(\mathbf{E})$ et le module de cisaillement $\mu^{ac}(\mathbf{E})$ qui peuvent être estimés par la méthode sécante modifiée [89] (voir section 5.2.2) à l'aide de (5.93) et (5.92). A cet effet, on choisit la moyenne quadratique $\sqrt{\overline{\xi_t^2}}$ de la discontinuité de déplacement tangentielle et la moyenne simple $\overline{\xi_n}$ de la discontinuité de déplacement normale (5.132) comme grandeurs de référence.

On considère ensuite des trajets de chargement macroscopiques radiaux $\mathbf{E} = \lambda \mathbf{e}$ (\mathbf{e} définit la direction du trajet, λ détermine la position sur le trajet), et on détermine la contrainte macroscopique $\Sigma = \mathbb{C}^{hom}(\mathbf{E}) : \mathbf{E}$ atteinte asymptotiquement sur ces derniers : ils constituent la frontière ∂G^{hom} du domaine des contraintes admissibles :

$$\lim_{|\mathbf{E}| \rightarrow \infty} \Sigma \in \partial G^{hom} \quad (6.8)$$

Pour la mise en œuvre, on adopte un modèle autocohérent du polycristal poreux (voir section 5.4). La notation *hom* est alors remplacée par *ac*.

Compte tenu de la rigidité infinie des grains constituant le V.E.R., une rupture de ce dernier implique alors un glissement aux joints entre grains. Le mécanisme de joint est activé si

$$|T_t| = K_t(\underline{\xi})\xi_t \rightarrow -\alpha T_n \quad (6.9)$$

De façon similaire à (5.115), on obtient en dérivant l'énergie élastique macroscopique par rapport à K_t^{-1} :

$$\frac{\partial k^{ac-1}}{\partial K_t^{-1}} \Sigma_m^2 + \frac{\partial \mu^{ac-1}}{\partial K_t^{-1}} \Sigma_d^2 = \frac{3\chi(1-\varphi)}{a} \overline{T_t^2} \quad (6.10)$$

En utilisant (5.117), (6.10) peut s'écrire, en déployant les fonctions adimensionnées $\mathcal{F}(\rho, \varphi)$ (5.92) et $\mathcal{G}(\rho, \varphi)$ (5.93), sous la forme :

$$\frac{\rho^2}{\mathcal{G}^2} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \rho} \Sigma_m^2 + \frac{\rho^2}{\mathcal{F}^2} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \rho} \Sigma_d^2 = 3\chi(1-\varphi) \overline{T_t^2} \quad (6.11)$$

Compte tenu de (6.11), le critère de glissement des grains (6.9) fait alors apparaître l'équation du critère de rupture macroscopique qui s'écrit :

$$\frac{\rho^2}{\mathcal{G}^2} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \rho} \Sigma_m^2 + \frac{\rho^2}{\mathcal{F}^2} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \rho} \Sigma_d^2 \leq \frac{3\alpha^2}{\chi(1-\varphi)} \Sigma_m^2 \quad (6.12)$$

ou encore, en utilisant (5.94) et (5.123) :

$$\Sigma_d \leq \mathcal{T} |\Sigma_m| \quad \text{avec} \quad (6.13)$$

$$\mathcal{T} = \sqrt{\frac{3\alpha^2}{(1-\varphi)^2(1-2\varphi)} \frac{\mathcal{F}^2}{\rho^2} \frac{1}{\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \rho}} - \frac{3\varphi}{4(1-\varphi)}}$$

On aboutit donc à un critère macroscopique du type Drucker-Prager sans cohésion, dont la pente \mathcal{T} dépend de la porosité du milieu φ et de l'angle de frottement intergranulaire ($\arctan(\alpha)$). On dispose ainsi d'un modèle micromécanique du frottement macroscopique.

Dans le cas d'une saturation du critère pour les grandes déformations (6.7), on a $\rho \rightarrow 0$. Par la suite (6.13) peut être calculée à partir de l'ordre 0 du développement limité de la fonction $\mathcal{F}(\rho, \varphi)$ autour de ρ égale à 0, donné par (5.97). L'angle de frottement macroscopique s'écrit finalement :

$$\mathcal{T} = \sqrt{\frac{\alpha^2}{2(1-\varphi)^2(\varphi - \frac{1}{3})} - \frac{3\varphi}{4(1-\varphi)}} \quad (6.14)$$

On constate une singularité de \mathcal{T} pour φ proche de $1/3$ ($\varphi \rightarrow 1/3^+$). La pente macroscopique \mathcal{T} tend donc vers l'infini pour les sables présentant une faible porosité. Dans ce cas, le domaine des contraintes admissibles (figure 6.1(b)) est un demi plan d'équation $\Sigma_m \leq 0$. Nous avons alors un milieu parfaitement rigide dans le domaine de compression. (6.14) ne permet donc pas de rendre compte des résultats expérimentaux. On présente sur la figure 6.4 l'allure de la pente macroscopique \mathcal{T} (6.14) en fonction de la porosité φ du milieu, ainsi que l'allure expérimentale.

En conclusion, on constate alors que ce modèle, basé sur une rupture ductile de l'interface intergranulaire, n'est pas compatible avec les observations expérimentales pour les sables présentant une faible porosité (sable dense). En revanche, le modèle semble être bien adapté pour les sables lâches (porosité $\varphi > 42\%$).

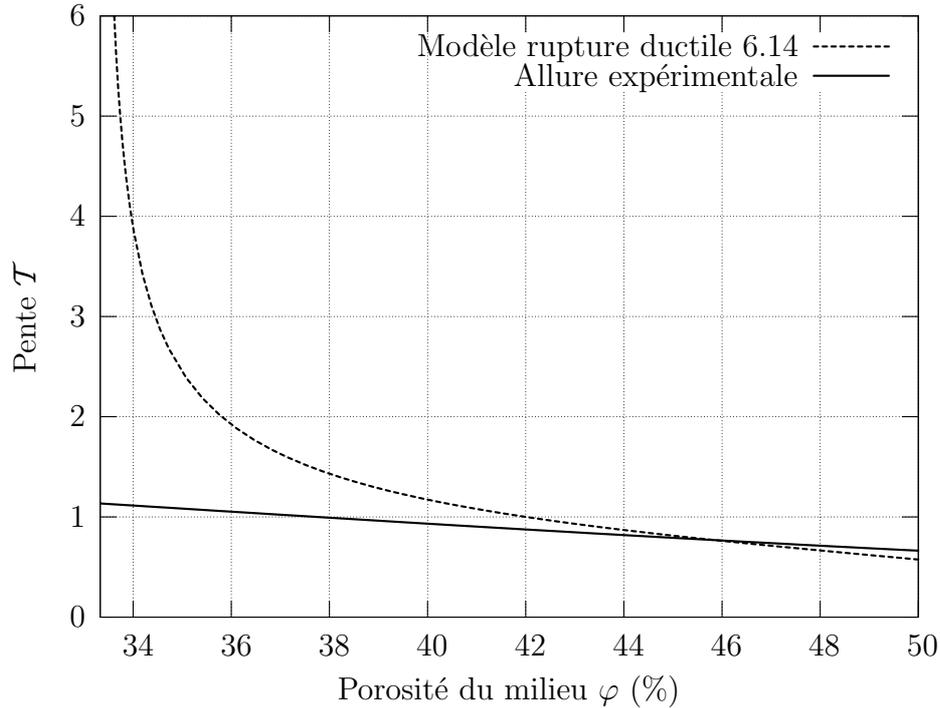


FIG. 6.4: Pente macroscopique \mathcal{T} : Cas d'une rupture intergranulaire ductile

On propose dans la section suivante une deuxième approche basée sur un principe de rupture fragile de l'interface intergranulaire afin de tenir en compte du caractère fragile des sables denses.

6.2.4 Calcul dans le cadre d'une rupture intergranulaire fragile

Dans cette section, on fait l'hypothèse que le comportement de l'interface $K_t(\underline{\xi})$ reste élastique linéaire jusqu'à un seuil représentant une limite d'élasticité. Au delà de ce seuil, l'interface est rompue et on considère que l'assemblage granulaire atteint la résistance à la rupture. Plus généralement, on définit l'enveloppe de rupture comme l'ensemble des états de contrainte amenant l'interface à sa limite d'élasticité. Il s'agit donc d'une rupture intergranulaire fragile.

Le mécanisme de rupture des joints est désormais activé si :

$$|T_t| = K_t(\underline{\xi})|\xi_t| = -\alpha T_n \quad (6.15)$$

où $K_t(\underline{\xi})$ reste élastique linéaire ce qui entraîne que le rapport $\rho = \frac{K_t}{K_n}$ reste constant et ne tend plus vers 0. C'est là une différence essentielle avec l'étude précédente basée sur une hypothèse de ductilité.

La pente macroscopique \mathcal{T} est toujours donnée par (6.13). En utilisant d'abord la relation (5.94), il vient

$$\frac{\mathcal{F}^2}{\rho^2} \frac{1}{\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \rho}} = \frac{3\varphi}{4(1-\varphi)} \frac{\mathcal{G}^2}{\rho^2} \frac{1}{\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \rho}} \quad (6.16)$$

de sorte que (6.13) devient :

$$\mathcal{T} = \sqrt{\frac{9\alpha^2\varphi}{4(1-\varphi)^3(1-2\varphi)} \frac{\mathcal{G}^2}{\rho^2} \frac{1}{\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \rho}} - \frac{3\varphi}{4(1-\varphi)}} \quad (6.17)$$

puis en utilisant (5.99), \mathcal{T} (6.17) s'écrit alors :

$$\mathcal{T} = \sqrt{\frac{9\alpha^2\varphi}{4\rho^2(1-\varphi)^3(1-2\varphi)} \frac{(B+C\rho)^2}{C(1+A\rho) - A(B+C\rho)} - \frac{3\varphi}{4(1-\varphi)}} \quad (6.18)$$

où A , B et C sont des fonctions de la porosité φ (5.100).

Il reste à ajuster les paramètres ρ et α de façon à ce que \mathcal{T} donnée par (6.18) approche au mieux l'allure expérimentale de α^{exp} . On retient les valeurs $\rho = 0,1$ et $\alpha = 0,254$, puis on trace sur la figure 6.5 l'allure de l'angle de frottement macroscopique obtenu expérimentalement (6.4) et par le modèle (6.18).

Dans le domaine des matériaux denses (φ proche de $1/3$), on constate une bonne concordance entre le modèle (6.18) basée sur une rupture fragile de l'interface intergranulaire et l'allure expérimentale (l'erreur relative maximale est de l'ordre de 8%. Elle est atteinte pour la porosité $\varphi = 40\%$). En particulier, la difficulté rencontrée précédemment dans le cadre de l'hypothèse de ductilité (branche infinie en $\varphi = 1/3$) semble résolue. Néanmoins, pour des porosités importantes (sables lâches), ce modèle sous-estime de façon considérable le critère de rupture et la concavité de la courbe théorique n'est pas conforme aux données expérimentales.

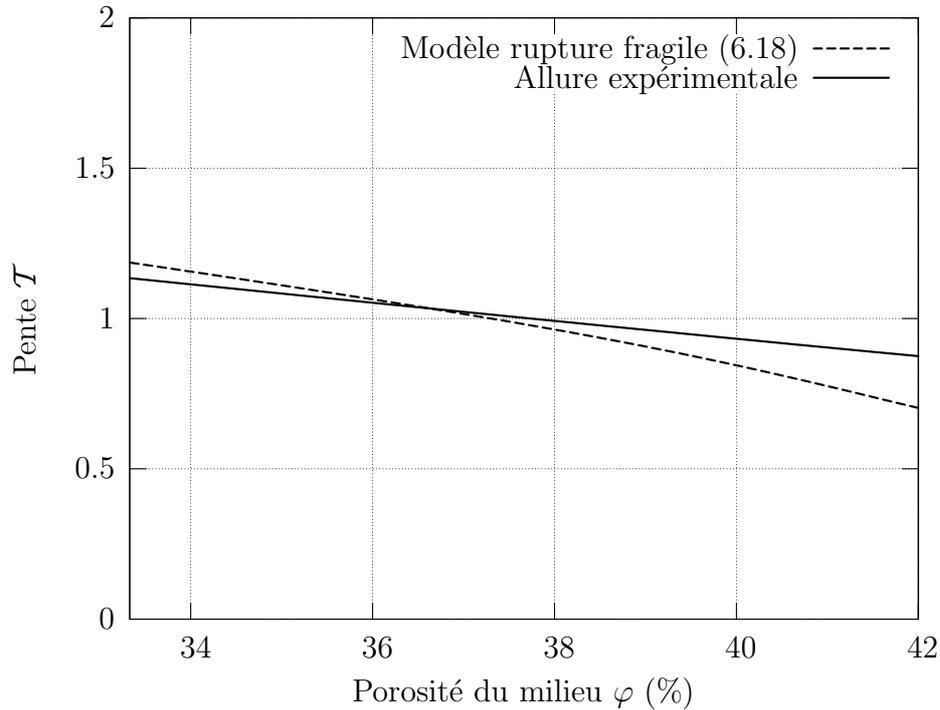


FIG. 6.5: Pente macroscopique \mathcal{T} : Cas d'une rupture intergranulaire fragile

6.2.5 Commentaires

On superpose sur la figure 6.6, les résultats expérimentaux avec l'allure des deux modèles, basés respectivement sur une rupture ductile (6.14) et fragile (6.18) de l'interface intergranulaire.

Cette comparaison nous conduit à conclure que ces deux modèles sont complémentaires et rendent compte du critère fragile (resp. ductile) d'un sable dense (resp. lâche) (voir figure 6.7).

En effet pour les sables denses ($\varphi < 42\%$), à l'échelle macroscopique, on évoque classiquement une rupture fragile (figure 6.7) avec un pic dans le diagramme contrainte-déformation. Le modèle qui représente mieux ce type de sable est le modèle (6.18) basé sur un critère de rupture fragile de l'interface intergranulaire.

Pour les sables lâches ($\varphi > 42\%$), à l'échelle macroscopique, on parle en général d'une rupture ductile (figure 6.7) (diagramme contrainte-déformation dépourvu de pic). Il est alors logique qu'au niveau microscopique (interface), la rupture se fasse également de manière ductile, d'où la bonne concordance du modèle (6.14) pour les sables lâches (forte porosité).

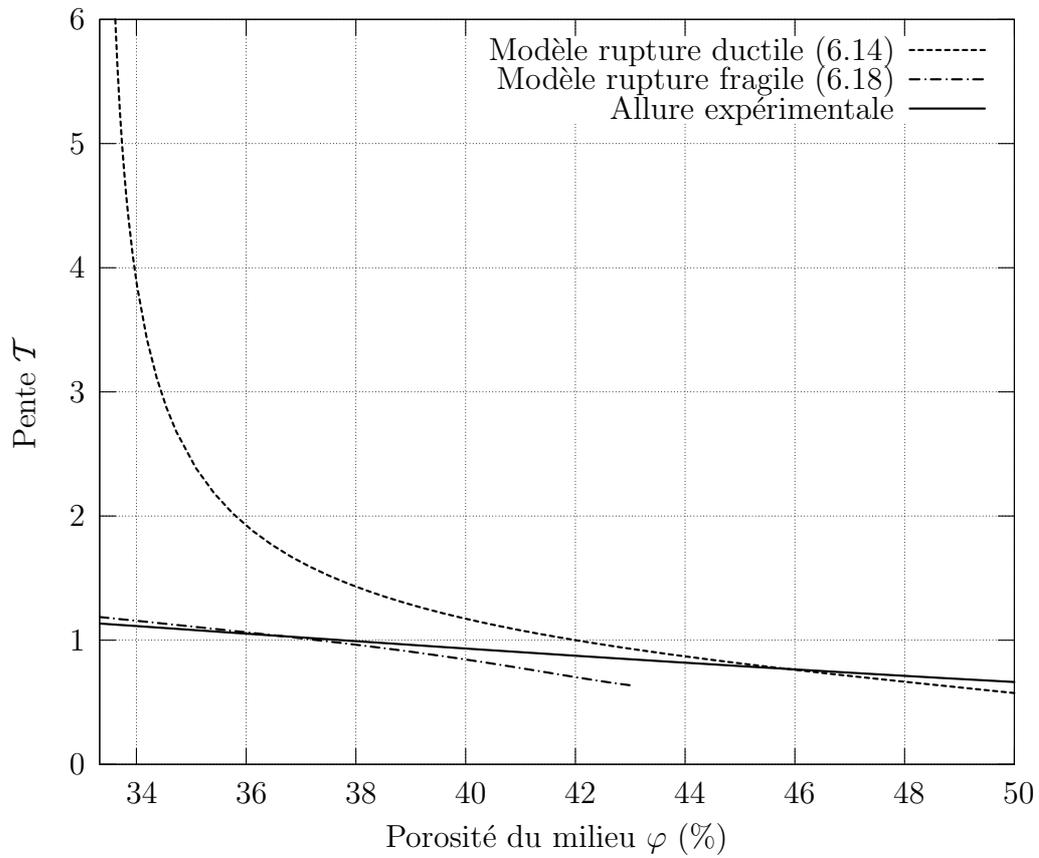


FIG. 6.6: *Pente macroscopique T : Comparaison des deux modèles proposés avec les résultats expérimentaux*

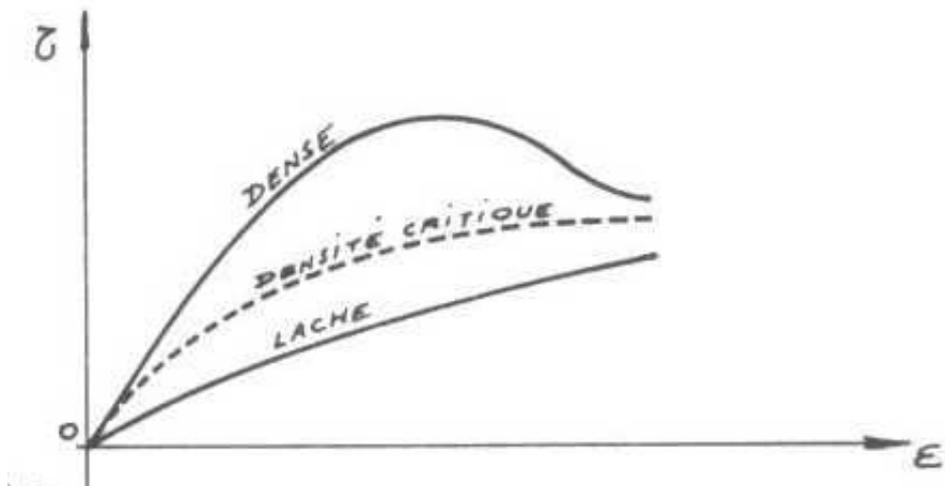


FIG. 6.7: *Comparaison du comportement à la rupture d'un sable dense et lâche, d'après [83]*

6.3 Apport de l'injection : résultat d'un calcul à la rupture

Cette section fournit une interprétation micromécanique de la proportionalité observée entre la cohésion C^{inj} du sable injecté et la fraction volumique φ_c de ciment réalisé dans ce dernier (voir section 3.4.3) (Maalej et al. (2006) [65]). On considère à cet effet un modèle périodique de la microstructure, caractérisé par une cellule de base \mathcal{E} et, à la suite de ([27], [87]), on met en œuvre un raisonnement d'homogénéisation en Calcul à la Rupture.

6.3.1 Calcul à la Rupture : approche cinématique

La théorie d'homogénéisation en calcul à la rupture, proposée par Suquet (1983) [87] et par de Buhan (1986) [27], offre deux approches complémentaires pour la détermination du critère de rupture homogénéisé d'un matériau hétérogène dont la morphologie est de type périodique. Il s'agit de l'approche statique (ou par l'intérieur) et l'approche cinématique (ou par l'extérieur).

Soit G^{hom} le domaine convexe représentant tous les états de contraintes admissibles pour le milieu homogénéisé. L'approche statique fournit un ensemble G_{st}^{hom} inscrit dans G^{hom} ($G_{st}^{hom} \subset G^{hom}$) alors que l'approche cinématique donne un sur-ensemble G_{cin}^{hom} de G^{hom} ($G_{cin}^{hom} \supset G^{hom}$).

Lorsque les deux approches conduisent au même résultat, le domaine G^{hom} est déterminé de façon exacte.

6.3.1.1. Définitions

L'hypothèse de périodicité consiste à supposer que le matériau hétérogène est obtenu par répétition d'un motif appelé cellule de base \mathcal{E} . Dans le cas d'un milieu granulaire, il est facile de voir qu'on peut choisir une cellule de base plus ou moins complexe selon la variabilité de la microstructure.

La construction du domaine G^{hom} s'effectue en résolvant un problème de calcul à la rupture sur la cellule de base \mathcal{E} .

On définit ensuite dans cette cellule de base les champs de vitesses et de contraintes, dits respectivement, cinématiquement et statiquement admissibles :

- Champs de vitesse cinématiquement admissibles
 \underline{u} défini sur la cellule de base \mathcal{E} est dit cinématiquement admissible avec le tenseur taux de déformation macroscopique \mathbf{D} si

$$\underline{u} = \mathbf{D} \cdot \underline{x} + \underline{v} \quad (6.19)$$

où \underline{v} est un champ périodique, continu par morceau. On notera \mathbf{d} le taux de déformation associé à \underline{u} sur \mathcal{E} :

$$\mathbf{d} = \mathbf{D} + \frac{1}{2}(\text{grad}\underline{v} + {}^t\text{grad}\underline{v}) \quad (6.20)$$

- Champs de contrainte statiquement admissibles
 $\boldsymbol{\sigma}$ un champ de contrainte microscopique défini sur la cellule de base \mathcal{E} est dit statiquement admissible avec le tenseur des contraintes macroscopique $\boldsymbol{\Sigma}$ si :

$$\begin{cases} \text{div} = 0 \\ \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_{\mathcal{E}} = \boldsymbol{\Sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \underline{n} \text{ est anti-périodique} \end{cases} \quad (6.21)$$

où \underline{n} désigne la normale extérieure à la frontière de la cellule de base \mathcal{E} .

6.3.1.2. Approche cinématique : fonction d'appui

L'approche statique consiste à chercher des solutions de (6.21) qui satisfassent de plus la condition de compatibilité avec le critère de résistance local. Elle n'est pas utilisée dans la suite.

L'approche cinématique de G^{hom} consiste à déterminer la fonction d'appui de ce dernier, notée par π^{hom} et définie par :

$$\pi^{hom}(\mathbf{D}) = \sup(\boldsymbol{\Sigma} : \mathbf{D}, \boldsymbol{\Sigma} \in G^{hom}) \quad (6.22)$$

On définit de même la fonction d'appui π^{micro} à l'échelle microscopique par :

$$\pi^{micro}(\mathbf{d}) = \sup(\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d}, \boldsymbol{\sigma} \in G^{micro}) \quad (6.23)$$

On montre que :

$$\pi^{hom}(\mathbf{D}) = \inf\left(\frac{1}{|\mathcal{E}|} \int_{\mathcal{E}} \pi^{micro}(\mathbf{d}) \, d\mathcal{E}, \underline{v} \text{ périodique}\right) \quad (6.24)$$

où $|\mathcal{E}|$ désigne le volume de la cellule de base.

Pour chaque valeur de \mathbf{D} , la méthode cinématique fournit ensuite une condition nécessaire, mais non suffisante, pour qu'un état de contrainte macroscopique Σ soit supportable. Étant donné un tenseur symétrique \mathbf{D} , elle s'écrit :

$$\Sigma \in G^{hom} \quad : \quad \Sigma : \mathbf{D} \leq \pi^{hom}(\mathbf{D}) \quad (6.25)$$

6.3.2 Commentaires à propos des résultats expérimentaux

Les résultats d'essais triaxiaux de cisaillement à différents états de confinement initial (voir figure 3.38) montrent que, dans le domaine des contraintes de compression, le critère peut être approché par une droite de Mohr-Coulomb, définissant ainsi une cohésion apparente C^{inj} et un angle de frottement interne ϕ^{inj} . Cependant, et bien que la résistance en traction du matériau injecté n'ait pas été étudiée en détail dans le cadre de ce travail, il semble raisonnable de la négliger en comparaison avec la cohésion C^{inj} . En conséquence, nous admettons que le matériau injecté est un matériau de Mohr-Coulomb sans résistance à la traction.

On présente sur la figure 6.3.2 un rappel des résultats expérimentaux qui nous ont permis de montrer expérimentalement la dépendance linéaire entre la cohésion C^{inj} et la fraction de ciment φ_c présente dans une éprouvette de sable injecté.

Le résultat essentiel réside dans la linéarité de la relation entre C^{inj} et φ_c et l'ordre de grandeur considérable des valeurs de C^{inj} réalisées (plusieurs centaines de kPa).

Par ailleurs, les expériences montrent aussi une légère variation de l'angle de frottement ϕ^{inj} , de l'ordre de 5 degrés, entre le sable vierge ($\phi^s = 41^\circ$) et le bas de la colonne. Cette variation est moins importante quand on s'éloigne de la source d'injection (figure 6.8(b)). L'influence de cette variation sur les propriétés de résistance est cependant d'un ordre inférieur à celle de la cohésion. En effet, pour l'ordre de grandeur usuel de

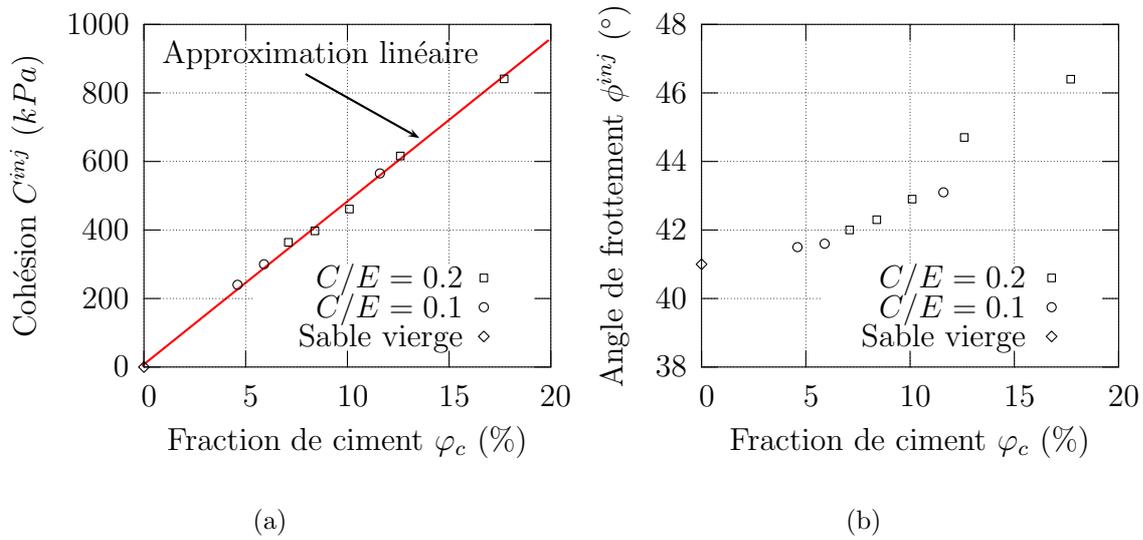


FIG. 6.8: (a) Variation de la cohésion C^{inj} et de; (b) l'angle de frottement ϕ^{inj} en fonction de la fraction de ciment φ_c

la contrainte moyenne p (typiquement 100 kPa), le déviateur des contraintes correspondant $q = p M_{pq}$ passe de $q = 168$ kPa pour $\phi^s = 41^\circ$ à $q = 189$ kPa pour $\phi^{inj} = 46^\circ$ ce qui donne une augmentation de 21 kPa. Cette augmentation est négligeable devant l'augmentation induite par la cohésion qui peut grimper jusqu'à 900 kPa.

6.3.3 Modèle géométrique adopté

Sur le plan géométrique, on modélise le sable non injecté comme une assemblée de billes sphériques de rayon identique a , en contact ponctuel. Cette simplification est raisonnable dans le cas présent d'un sable de *Fontainebleau*. On admettra que le ciment constitue une couche d'épaisseur uniforme $e \ll a$ tapissant la totalité de la surface du grain (figure 6.9).

Au second ordre près en e/a , il est alors facile de voir que

$$\varphi_c = 3 \frac{e}{a} (1 - \varphi_0) \quad (6.26)$$

Il est à souligner que le raisonnement qui va être présenté peut être mis en œuvre pour toute géométrie d'un assemblage de grains sphériques constituant la cellule élémentaire périodique \mathcal{E} , quelque soit sa complexité. On précise donc que la figure 6.9 décrit

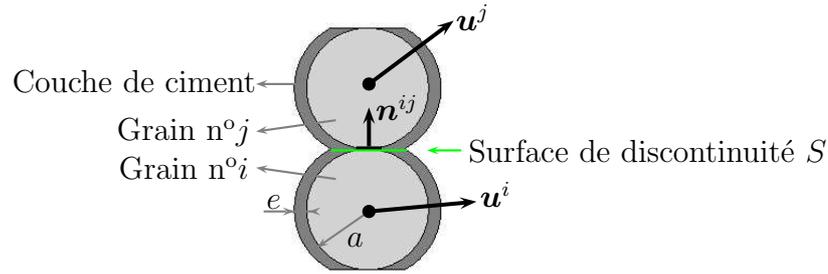


FIG. 6.9: Géométrie adoptée et mécanismes de rupture

uniquement le modèle adopté pour le contact entre deux grains sphériques enrobés d'une couche de ciment, et ne représente pas, par elle-même, une cellule de base.

6.3.4 Interprétation micromécanique

Conformément à la remarque formulée à la fin de la section 6.3.2, on néglige pour la suite les variations de l'angle de frottement interne induites par la présence de ciment dans la microstructure. ϕ^{inj} est donc égal à l'angle de frottement ϕ^s du sable non injecté.

Etant donné un taux de déformation macroscopique \mathbf{D} , on calcule de deux façons la fonction d'appui $\pi^{hom}(\mathbf{D})$ du critère homogénéisé. Tout d'abord, la section 6.3.2 indiquant que ce dernier est du type Mohr-Coulomb sans résistance à la traction (figure 6.10), on a donc [80] :

$$\pi^{hom}(\mathbf{D}) = C^{inj} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi^{inj}}{2}\right) \left(\sum_i |D_i| - \text{tr } \mathbf{D}\right) \quad (6.27)$$

sous réserve que

$$\text{tr } \mathbf{D} \geq \left(\sum_i |D_i|\right) \sin \phi^{inj} \quad (6.28)$$

où les D_i sont les valeurs principales de \mathbf{D} .

Il s'agit à présent de donner l'interprétation micromécanique de $\pi^{hom}(\mathbf{D})$. Dans cette perspective, il convient de préciser les capacités de résistance des constituants de la microstructure. On suppose que les grains sont infiniment résistants et que la loi de contact sur les forces intergranulaires est du type Mohr-Coulomb sans cohésion, d'angle

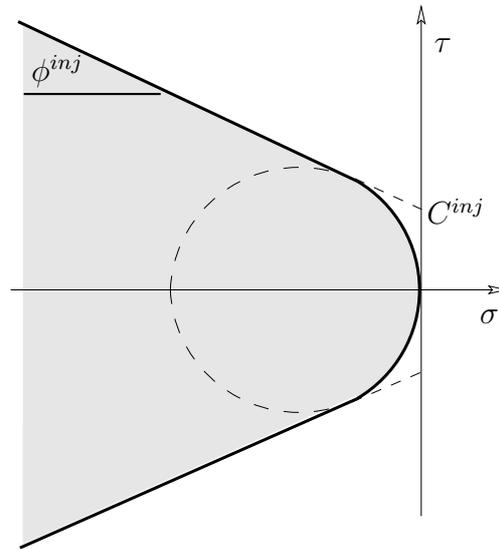


FIG. 6.10: Critère de Mohr-Coulomb sans résistance à la traction

de frottement ϕ^{int} (figure 6.11).

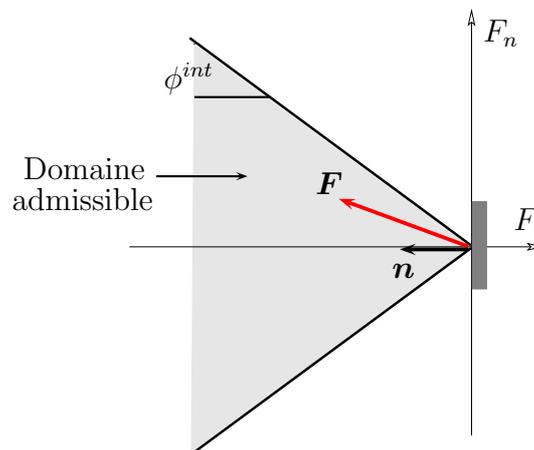


FIG. 6.11: Contact de type Mohr-Coulomb sans cohésion

Plus précisément, au point de contact P^{ij} entre les grains n^oi et n^oj , on introduit la normale unitaire \mathbf{n}^{ij} orientée du grain n^oi vers le grain n^oj . Les composantes normale

et tangentielle de la force exercée par le grain $n^{\circ j}$ sur le grain $n^{\circ i}$

$$F_n^{ij} = \mathbf{F}^{ij} \cdot \mathbf{n}^{ij} \quad ; \quad F_t^{ij} = |\mathbf{F}^{ij} - F_n^{ij} \mathbf{n}^{ij}| \quad (6.29)$$

sont soumises à la condition

$$F_t^{ij} + \tan \phi^{int} F_n^{ij} \leq 0 \quad (6.30)$$

Il est clair que la prise en compte d'une résistance en traction non nulle pour le ciment se traduirait par une résistance à la traction du matériau injecté à l'échelle macroscopique. Cependant, celle-ci a déjà été supposée négligeable (voir section 6.3.2). On retient de ce fait, pour le ciment, un critère de Tresca sans résistance à la traction (figure 6.12), de cohésion C^c .

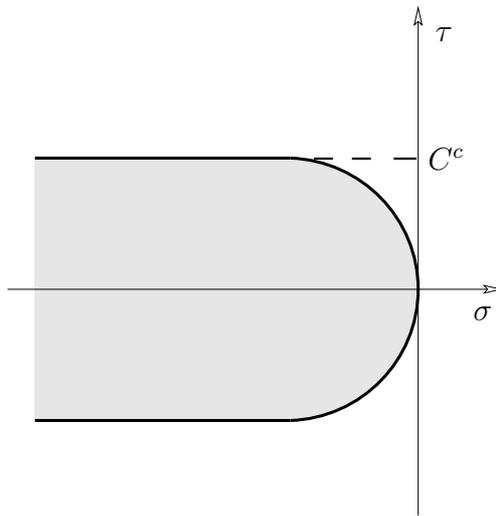


FIG. 6.12: Critère de Tresca sans résistance à la traction

Soit alors \mathcal{K} l'ensemble des champs de vitesse définis à l'échelle microscopique sur \mathcal{E} , cinématiquement admissibles avec \mathbf{D} , et pertinents du point de vue des capacités de résistance, c'est-à-dire développant une puissance résistante maximale finie. Les grains étant infiniment résistants, la restriction d'un élément \mathbf{u} de \mathcal{K} à un grain est nécessairement un mouvement rigidifiant. On montre [18] qu'il est toujours possible de fixer à

0 la vitesse de rotation des grains, qui sont donc animés de translation. On note alors \mathbf{u}^{ij} la discontinuité de vitesse $\mathbf{u}^j - \mathbf{u}^i$ au point de contact P^{ij} entre les grains n° i et n° j . Les composantes normale et tangentielle de \mathbf{u}^{ij} sont :

$$u_n^{ij} = \mathbf{u}^{ij} \cdot \mathbf{n}^{ij} \quad ; \quad u_t^{ij} = |\mathbf{u}^{ij} - u_n^{ij} \mathbf{n}^{ij}| \quad (6.31)$$

Compte tenu de la loi de contact (6.30), la pertinence du champ \mathbf{u} s'écrit :

$$(\forall \{i, j\}) \quad u_n^{ij} \geq u_t^{ij} \tan \phi^{int} \quad (6.32)$$

Le champ de vitesse \mathbf{u} doit être prolongé dans le ciment entourant les grains de façon compatible avec l'existence d'une discontinuité de vitesse en P^{ij} . Le modèle le plus simple consiste à admettre que la couche de ciment subit une discontinuité de vitesse égale à \mathbf{u}^{ij} localisée dans le plan tangent entre les grains (figure 6.9). L'aire S de la surface de discontinuité est $\pi((a+e)^2 - a^2)$, soit compte tenu de (6.26) au second ordre près en e/a :

$$S = \frac{2\pi a^2}{3(1 - \varphi_0)} \varphi_c \quad (6.33)$$

Du point de vue de la pâte de ciment, la discontinuité u^{ij} est pertinente, au sens précédent, dès lors que $u_n^{ij} \geq 0$.

En définitive, les éléments de \mathcal{K} sont caractérisés par la condition (6.32). On observe que celle-ci est indépendante de la présence de ciment dans la microstructure. L'ensemble \mathcal{K} est donc lui-même indépendant de la fraction volumique de ciment. Conformément à la définition micromécanique (6.24) de $\pi^{hom}(\mathbf{D})$, il vient :

$$\pi^{hom}(\mathbf{D}) = C^c \frac{S}{|\mathcal{E}|} \mathcal{U} \quad \text{avec} \quad \mathcal{U} = \inf_{\mathbf{u} \in \mathcal{K}} \left(\sum_{\{i,j\}} u_t^{ij} \right) \quad (6.34)$$

En raison de l'indépendance de \mathcal{K} par rapport à φ_c , la grandeur cinématique \mathcal{U} figurant dans (6.34) ne dépend que de \mathbf{D} et de la géométrie de la microstructure du sable *non injecté*. Elle est à ce titre indépendante de φ_c . De ce fait, la comparaison de

(6.27) et (6.34) révèle l'existence d'un coefficient $\lambda(\mathcal{E})$ de nature purement géométrique, homogène à une longueur, dépendant du choix de la cellule de base \mathcal{E} , tel que

$$\mathcal{U} = \lambda(\mathcal{E}) \left(\sum_i |\mathbf{D}_i| - \text{tr } \mathbf{D} \right) \quad (6.35)$$

Avec cette notation, il vient finalement, compte tenu de (6.33) :

$$C^{inj} = c \varphi_c \quad \text{avec} \quad c = \frac{C^c}{\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi^{inj}}{2}\right)} \frac{2\pi a^2 \lambda(\mathcal{E})}{3(1 - \varphi_0)|\mathcal{E}|} \quad (6.36)$$

Dans le cadre de l'approximation consistant à négliger les variations de ϕ^{inj} , ce résultat établit la proportionnalité entre la cohésion du sable injecté C^{inj} et la fraction volumique de ciment φ_c réalisée dans le processus d'injection au sein du réseau granulaire. Une fois spécifiée la morphologie de ce dernier, (6.36) permet d'évaluer le gain de cohésion due à l'injection.

La figure 6.13 représente le critère macroscopique du milieu injecté dans le plan (Σ_m, Σ_d) .

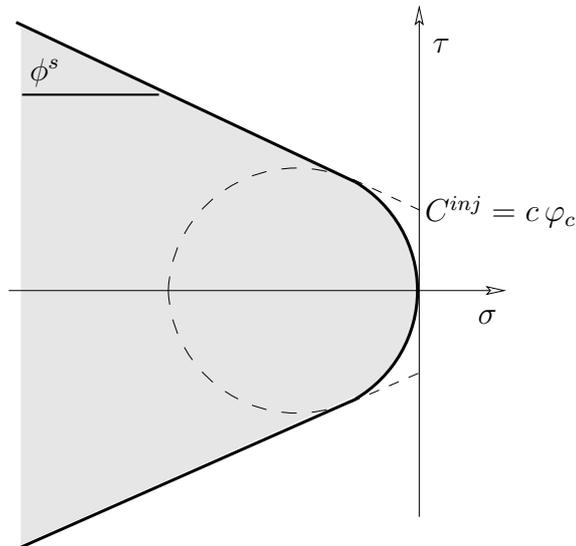


FIG. 6.13: Critère de Mohr-Coulomb sans résistance à la traction

6.4 Conclusions

Dans ce chapitre, une modélisation micromécanique des caractéristiques de rupture d'un milieu granulaire vierge et injecté, a été proposée.

Concernant le milieu granulaire, le modèle fait référence au comportement local (micro) de l'interface grain-grain pour remonter au critère de rupture du milieu (macro). Ce passage micro-macro nous a amené à distinguer deux comportements locaux de l'interface : un comportement local ductile modélisant la rupture des assemblages granulaires à faible densité (forte porosité) ; et un comportement local fragile bien adapté aux milieux granulaires à forte densité (faible porosité).

Dans la deuxième partie, nous avons développé un modèle théorique, basé sur la théorie de l'homogénéisation en Calcul à la Rupture. Ce modèle fournit une interprétation micromécanique de la dépendance linéaire, observé expérimentalement, entre la cohésion C^{inj} du sable injecté et la fraction volumique φ_c de ciment réalisé dans ce dernier [65].

CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

Au cours de ce travail de recherche, des travaux expérimentaux et théoriques ont été réalisés dans le but de modéliser le comportement mécanique en petites et en moyennes déformations d'un milieu granulaire injecté par un coulis de ciment.

Concernant le travail expérimental, des essais d'injection, en laboratoire, ont été effectués sur des colonnes de sable en mettant en œuvre un coulis de ciment ultra fin. Le découpage de ces colonnes, une fois la période de cure écoulée, a permis de récupérer des éprouvettes de sable injecté sur lesquelles différents essais mécaniques ont été pratiqués. Ils ont conduit aux constatations suivantes :

Dans le domaine des petites déformations, nous avons montré que les modules d'élasticité suivent, de la même façon que pour le sable vierge, une loi en racine carrée de la contrainte isotrope. Nous avons caractérisé l'évolution du coefficient directeur de cette loi en fonction des paramètres d'injection et de la distance au point d'injection.

Dans le domaine des moyennes déformations, nous avons montré que les caractéristiques de rupture d'un milieu injecté obéissent, de la même façon que pour un sable vierge, à un critère de Mohr-Coulomb avec un angle de frottement légèrement supérieur à celui du sable vierge. La principale différence provient de la cohésion apportée par le ciment hydraté. Nous avons également montré que cette dernière évolue de façon linéaire avec la fraction de ciment présente au sein du matériau injecté.

Dans la deuxième partie de ce travail, nous avons caractérisé, de façon précise, la microstructure du milieu granulaire après injection et prise du ciment.

Nous avons montré, grâce à des observations microstructurales au MEB, que l'injection par imprégnation diminue la porosité du sable sans changer l'arrangement des grains. Nous avons déterminé également, par cette même technique, la porosité finale φ_f du sable après injection et prise. Ce paramètre constitue une des clés de la prévision du comportement du sable injecté.

Concernant la porosimétrie à intrusion de mercure, nous avons développé une procédure d'essai qui nous a permis de quantifier φ_f après injection et prise. Nous avons constaté une augmentation de cette quantité lorsqu'on s'éloigne du point d'injection et lorsqu'on utilise des coulis moins concentrés en ciment. Un bon accord avec l'estimation par analyse d'image MEB a pu être noté.

Enfin, sur la base d'une loi de filtration [79] et du modèle d'hydratation de Powers [75], nous avons proposé un modèle permettant d'estimer φ_f en fonction des paramètres liés au matériau de référence, au coulis injecté et à la distance au point d'injection. Ce modèle a été validé avec les données issues de la campagne expérimentale de porosimétrie

à intrusion de mercure. Le lien entre les travaux liés au transport du coulis au sein de la matrice granulaire [78] et les travaux de modélisation présentés dans la troisième partie de cette thèse est ainsi établi.

L'objectif de la troisième partie (chapitres 5 et 6 de ce mémoire), consistait essentiellement à déterminer les propriétés macroscopiques (élasticité non linéaire et rupture) du milieu granulaire vierge ou injecté à partir d'informations disponibles à l'échelle inférieure en exploitant et adaptant les outils de la micromécanique.

Dans cette partie théorique, nous nous sommes intéressé en premier lieu, à la modélisation du comportement des milieux granulaires vierges à la fois pour le comportement élastique non linéaire et pour les caractéristiques de rupture.

On a donc proposé une première approche consistant à remplacer la phase solide du milieu granulaire par un matériau fictif continu choisi de façon à ce que le composite de même porosité que le milieu réel, ayant comme phase solide le matériau fictif exhibe un comportement identique au milieu réel. Ce milieu fictif présente l'avantage d'être décrit de manière continue. On peut donc mettre en œuvre les techniques classiques d'homogénéisation des milieux aléatoires, pour modéliser les effets de l'introduction de la troisième phase, à savoir le ciment hydraté.

Dans une deuxième approche le milieu granulaire est modélisé comme un polycristal poreux. Le comportement de l'assemblage granulaire est déduit à partir de loi de contact intergranulaire régissant les discontinuités de déplacement dans les interfaces lors de l'application d'une charge.

La problématique de la rupture a été abordée au dernier chapitre de ce mémoire aussi bien pour un milieu granulaire vierge que pour un milieu injecté.

Le modèle micromécanique a été développé à partir du comportement local de l'interface granulaire. Il permet d'estimer le critère de rupture macroscopique d'un milieu granulaire à différentes densités. Le passage micro-macro nous a amené à distinguer deux comportements locaux de l'interface : un comportement local ductile modélisant la rupture des assemblages granulaires à faible densité, et un comportement local fragile bien adapté aux milieux granulaires à forte densité.

Enfin, faisant appel à la technique d'homogénéisation périodique en calcul à la rupture, nous avons développé un modèle théorique qui fournit une interprétation micromécanique de la dépendance linéaire, constatée expérimentalement, entre la cohésion du milieu injecté et la fraction volumique de ciment présente au sein de celui-ci.

Évoquons quelques perspectives de recherche entrouvertes à la suite de cette thèse :

- au plan expérimental, il serait intéressant de développer un dispositif d'injection radiale d'échantillons de sable afin de s'approcher des conditions d'essai d'injection *in situ*.
- l'utilisation du dispositif de mesure à propagation d'onde (bender element) est une piste à explorer afin de déterminer, avec plus de précision, les caractéristiques élastiques non linéaires du matériau injecté.
- l'étude expérimentale et la modélisation de la perméabilité des milieux granulaires après injection et prise est un axe de recherche très intéressant afin de mieux comprendre l'apport de l'injection d'étanchement. Comme exemple d'application, on cite les travaux d'injection avant la construction des barrages.
- au plan théorique, le modèle à interface imparfaite introduit dans le cadre de la modélisation du milieu granulaire offre des perspectives de recherche qui nous semblent prometteuses. Les potentialités d'application à d'autres matériaux, issus ou hors du champ du génie civil sont en effet nombreuses.

Bibliographie

- [1] A.A. Abdulla and P.D. Kioussis. Behaviour of cemented sand. ii. modelling. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 21(8) :549–568, 1997.
- [2] M.A. Allman and H.G. Poulos. Stress-strain behaviour of an artificially cemented calcareous soil. *Proc. Int. Conf. Calcareous Sediments*, 1 :51–60, 1988.
- [3] E. Artz. The influence of an increasing particle co-ordination on the densification of spherical powders. *Acta Metall.*, 30 :1883–1890, 1982.
- [4] G. Azzar. *Modélisation des injections de coulis de bentonite-ciment dans le sols*. Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers de Bordeaux, France, 1997.
- [5] S. Baig, M. Picornell, and S. Nazarian. Low strain shear moduli of cemented sands. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 123(6) :540–545, 1997.
- [6] V. Baroghel-Bouny. *Caractérisation des pâtes de ciment et des bétons : Méthodes, analyse, interprétation*. Thèse du laboratoire central des ponts et chaussées, France, 1994.
- [7] J.-F. Barthélémy. *Approche micromécanique de la rupture et de la fissuration dans les géomatériaux*. Thèse de doctorat de l'Ecole nationale des ponts et chaussées, France, 2005.
- [8] J.-F. Barthélémy and L. Dormieux. A micromechanical approach to the strength criterion of drucker-prager materials reinforced by rigid inclusion. *Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28(7-8) :565–582, 2004.

- [9] N. Benhamed. *Comportement mécanique d'un sable sous cisaillement monotone et cyclique : application aux phénomènes de liquéfaction et de mobilité cyclique*. Thèse de doctorat de l'Ecole nationale des ponts et chaussées, France, 2001.
- [10] A. Benhamida, F. Bouchelaghem, and H. Dumontet. Effective properties of a cemented or an injected granular material. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 29(2) :187–208, 2005.
- [11] O. Benhamou. *Comportement rhéologique des coulis de liants hydrauliques ultra-fins destinés à l'injection*. Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, France, 1994.
- [12] A. Bennabi and D. Levacher. Application d'un produit polymère à la consolidation des sables carbonatés. *Revue Française de Géotechnique*, 72 :55–66, 1995.
- [13] J. Biarez. *Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des sols et des matériaux pulvérulents*. GAP, Impr Louis-Jean, 239 p., 1962.
- [14] J. Biarez, H. David, D. Gouvenot, P.-Y. Hicher, S. Tailliez, and M. Varjabedian. Comportement mécanique des sols granulaires traités par injection. *Revue Française de Génie Civil*, 2(2) :225–295, 1998.
- [15] J. Biarez and P.-Y. Hicher. Elementary of soil behaviour, saturated, remoulded soils. *Balkema / Rotterdam / Brookfield*, pages 1–208, 1994.
- [16] J. Biarez, H. Liu, A. Gomes Correia, and Taïbi S. Stress-strain characteristics of soils interesting the serviceability of geotechnical structure. *Proceedings of the 2nd international symposium on pre-failure deformation characteristics of geomaterials, Torino*, 1 :617–624, 1999.
- [17] F. Bouchelaghem. *Injection d'un coulis de micro-ciment à travers un milieu poreux : modélisation et expérimentation*. Thèse de doctorat n°2433, Institut fédéral suisse de technologie, 2001.
- [18] P. Buhan (de) and G. Felice. A homogenization approach to the ultimate strength of brick masonry. *J. Mech. Phys. Solids*, 45(7) :1085–1104, 1997.
- [19] H. Cambefort. *Injection des sols, Tome 1 : principes et méthodes*. Editions Eyrolles, 1967.
- [20] A. Caquot and J. Kerisel. *Traité de mécanique des sols*. Paris, Imprimerie Gauthier-Villars, 1956.

- [21] G.W. Clough. Cemented sand under static loading. *Journal of the Geotechnical Engineering*, 107(6) :799–817, 1981.
- [22] G. Constantinides and F.-J. Ulm. The effect of two types of c-s-h on the elasticity of cement-based materials : Results from nanoindentation and micromechanical modelling. *Cement and Concrete Research*, 34 :67–80, 2004.
- [23] O. Coussy. *Poromechanics*. John Wiley and sons, 2004.
- [24] P.A. Cundall and O.D.L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1) :47–65, 1979.
- [25] C. Dano. *Comportement mécanique des sols injectés*. Thèse de doctorat de l’Ecole Centrale de Nantes, France, 2001.
- [26] C. Dano, P.-Y. Hicher, and S. Tailliez. Engineering properties of grouted sands. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental engineering*, 130(3) :328–338, 2004.
- [27] P. de Buhan. *Approche fondamentale du Calcul à la Rupture des ouvrages en sols renforcés*. Thèse d’Etat de l’Université de Paris VI, France, 1986.
- [28] E. Delfosse-Ribay, I. Djeran-Maigre, R. Cabrillac, and D. Gouvenot. Shear modulus and damping ratio of grouted sand. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 24 :461–471, 2004.
- [29] A. Di Renzo and F.P. Di Mario. An improved integral non-linear model for the contact of particles in distinct element simulations. *Chemical Engineering Science*, 60 :1303–1312, 2005.
- [30] L. Dormieux. Non linear poromechanical coupling. *Applied micromechanics of porous materials, CISM, Springer Wien New York*, Lecture note N480 :105–204, 2004.
- [31] L. Dormieux and E. Bourgeois. *Introduction à la mécanique des milieux poreux*. Presses de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2002.
- [32] L. Dormieux, D. Kondo, and F.-J. Ulm. *Microporomechanics*. Wiley, 2006.
- [33] L. Dormieux, A. Molinari, and D. Kondo. Micromechanical approach to the behavior of poroelastic materials. *Journal of the mechanics and physics of solids*, 50(10) :2203–2231, 2002.

- [34] L. Dormieux, J. Sanahuja, and Y. Maalej. Résistance d'un polycristal avec interfaces intergranulaire imparfaites. *à paraître dans C. R. acad. Sci. Paris, Série IIb*, 2006.
- [35] E. Dufour-Laridan. *Propriétés mécaniques des sols en petites déformations ; étude expérimentale d'un sable silteux*. Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Paris, Chatenay-Malabry, 2001.
- [36] J.M. Dupas and A. Pecker. Static and dynamic properties of sand-cement. *Journal of the geotechnical engineering division, Proceedings of the american society of engineers*, 105(GT3) :419–436, 1979.
- [37] J.-C. Dupla, J. Canou, N. Benhamed, and X. Boulay. *Simulation expérimentale de l'injection monodirectionnelle de coulis de ciment dans les sables*. Rapport de synthèse, programme de recherche 1999, 141 pages, 2000.
- [38] J.-C. Dupla, J. Canou, and D. Gouvenot. An advanced experimental set-up for studying monodirectional grout injection process. *Ground Improvement*, 8(3) :91–99, 2004.
- [39] J.-C. Dupla, J. Canou, A. Haddi, and D. Gouvenot. Influence du rapport c/e sur les caractéristiques mécaniques d'un sable injecté par un coulis de ciment. *Symposium international sur l'amélioration des sols en place, Paris, 9-10 Septembre*, 2004.
- [40] J. Dvorkin. Large strains in cemented granular aggregates : elastic-plastic increment. *Mechanics of Materials*, 23 :29–44, 1996.
- [41] J. Dvorkin, G. Mavko, and A. Nur. The effect of cementation on the elastic properties of granular materials. *Mechanics of Materials*, 12 :207–217, 1991.
- [42] J. Dvorkin, A. Nur, and H. Yin. Effective properties of cemented granular materials. *Mechanics of Materials*, 18 :351–366, 1994.
- [43] J. Dvorkin and D. Yale. Plastic compaction of cemented granular material. *Computers and Geotechnics*, 20 (3/4) :287–302, 1997.
- [44] M. El-Hosri. *Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des matériaux*. Thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 1984.
- [45] D. Elata and J. Dvorkin. Pressure sensitivity of cemented granular materials. *Mechanics of Materials*, 23(1) :147–154, 1996.

- [46] F. Emeriault and B. Cambon. Micromechanical modelling of anisotropic non-linear elasticity of granular medium. *Int. J. Solids Structures*, 33(18) :2591–2607, 1996.
- [47] N.A. Fleck. On the cold compaction of powders. *J. Mech. Phys. Solids*, 43(9) :1409–1431, 1995.
- [48] Norme Française. *Produits à base de résines synthétiques ou de liants hydrauliques pour injections dans des structures en béton - essai d'injectabilité à la colonne de sable en milieux sec et / ou humide*. NF P 18-891, 1992.
- [49] Norme Française. *Sols : reconnaissance et essais ; Essais à l'appareil triaxial de révolution*. NF P 94-074, Octobre 1994.
- [50] Z. Hashin. The spherical inclusion with imperfect interface. *Journal of applied Mechanics*, 58 :444–449, 1991.
- [51] A.S. Helle, K.E. Easterling, and M.F. Ashby. Hot-isostatic pressing diagrams : new developments. *Acta Metall.*, 33(12) :2163–2174, 1985.
- [52] E. Hervé and A. Zaoui. n-layered inclusion-based micromechanical modelling. *Int. J. Eng. Sci.*, 31(1) :1–10, 1993.
- [53] P.-Y. Hicher. Elastic properties of soils. *Journal of geotechnical engineering*, August :641–648, 1996.
- [54] M.A. Ismail, H.A. Joer, and M.F. Randolph. Sample preparation technique for artificially cemented soils. *Geotechnical Testing Journal*, 23(2) :171–177, 2000.
- [55] D.L. Johnson, H.A. Makse, N. Gland, and L. Schwartz. Nonlinear elasticity of granular media. *Physica B*, 279 :134–138, 2000.
- [56] M. Kaga and R. Yonekura. Estimation of strength of silicate-grouted sand. *Soils and Foundations*, 31(3) :43–59, 1991.
- [57] W. Kreher. Residual stresses and stored elastic energy of composites and polycrystals. *J. Mech. Phys. Solids*, 38 :115–128, 1990.
- [58] R.J. Krizek, M.A. Bentayf, and D. Amatzidis. Effective stress-strain-strength behavior of silicate-grouted sand. *Proc. of Conf. on Grout in Geotechnical Engineering*, pages 482–497, 1982.

- [59] C. Kutzner. *Grouting of rock and soil*. Balkema, Rotterdam, 1996.
- [60] G. Lefebvre and P. Delage. The use of mercury intrusion porosimetry for the analysis of soft clay microstructure. *Recent Developments in Laboratory and Field Tests and Analysis of Geotechnical Problems*, Bangkok :31–43, 1983.
- [61] E. Lemarchand, F.-J. Ulm, and L. Dormieux. The effects of inclusions on the friction coefficient of highly filled composite materials. *JEM*, 128(8) :876–884, August 2002.
- [62] Y. Maalej and A. Benhaimda. *Calcul du comportement d'un sol injecté durcit*. Projet numérique, DEA Solide Structure et Systèmes Mécaniques, 2002.
- [63] Y. Maalej, L. Dormieux, J. Canou, and Dupla J.-C. Elastic properties of a grouted granular medium : experiment and modeling. *à paraître dans Int. J. Materials and Product technology*, 2006.
- [64] Y. Maalej, L. Dormieux, J. Canou, and Dupla J.-C. Evaluation of the elastic properties of a grouted granular medium using a micromechanics-based model. *Advances in Geomaterials and Structures, Tunisia 3-5 May 2006*, pages 687–692, 2006.
- [65] Y. Maalej, L. Dormieux, J. Canou, and Dupla J.-C. Strength of a granular medium reinforced by cement grouting. *à paraître dans C. R. acad. Sci. Paris, Série IIb*, 2006.
- [66] Y. Maalej, L. Dormieux, S. Maghous, J. Canou, and J.-C. Dupla. Comportement mécanique d'un sable injecté par un coulis de ciment. *17 ème Congrès Français de Mécanique, Troyes - September 2005*, 2006.
- [67] J.-P. Magnan. *Mécanique des sols et des roches*. Cours de l'école nationale des ponts et chaussées, Paris, 2000.
- [68] J.K. Mitchell. The properties of cement-stabilized soils. *Residential workshop on materials and methods for low cost roads, rail and reclamation work leura, Australia*, pages 6–10, Sept. 1976.
- [69] T. Mori and K. Tanaka. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta metallurgica*, 21 :571–574, 1973.
- [70] D. M.Potts and L. Zdravkovic. *Finite element analysis in geotechnical engineering. Theory*. Thomas thelford, 1999.

- [71] E. Nicolini and R. Nova. Modelling of a tunnel excavation in a non-cohesive soil improved with cement mix injections. *Computers and Geotechnics*, 27 :249–272, 2000.
- [72] R. Nova and D.M. Wood. A constitutive model for sand in triaxial compression. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech*, 3 :255–278, 1979.
- [73] L. S. Pedro. *De l'étude du comportement mécanique de sols hétérogènes modèles à son application au cas des sols naturels*. Thèse de doctorat de l'Ecole nationale des ponts et chaussées, France, 2004.
- [74] S. Perret, K.H. Khayat, and Ballivy G. The effect of degree of saturation of sand on groutability - experimental simulation. *Ground Improvement*, 4(4) :13–22, 2000.
- [75] T.C. Powers. Studies of the physical properties of hardened portland cement paste. *Journal of the american concrete institute*, 18(2) :101–132, 1946.
- [76] T.C. Powers. Some aspects of the hydration of portland cement. *J. Port. Cem. Assos. Res. Dev. Lab.*, 3 :47–56, 1961.
- [77] Y. Qiu and G. Weng. A theory of plasticity for porous materials and particle-reinforced composites. *J. Appl. Mech.*, 59 :261–268, 1992.
- [78] Z. Saada. *Etude expérimentale et théorique de l'injection d'une suspension dans un milieu granulaire. Application aux coulis de ciment*. Thèse de doctorat de l'Ecole nationale des ponts et chaussées, France, 2003.
- [79] Z. Saada, J. Canou, L. Dormieux, J.-C. Dupla, and S. Maghous. Modelling of cement suspension flow in granular porous media. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 29 :691–711, 2005.
- [80] J. Salençon. *Calcul à la Rupture et Analyse Limite*. Presses de l'ENPC, 1983.
- [81] J. Salençon. *Mécanique des milieux continus*. les Editions de l'Ecole Polytechnique, 2000.
- [82] J. Sanahuja. *Modélisation du retrait endogène et du fluage d'un béton par méthode d'homogénéisation d'un matériaux hétérogène solidifiant*. Thèse de doctorat de l'Ecole nationale des ponts et chaussées, France, 2007.
- [83] F. Schlosser. *Éléments de mécanique des sols*. Presses de l'école nationale des ponts et chaussées, Paris, 1988.

- [84] G.K. Scholey, J.D. Frost, D.C.F. Presti, and M. Jamiolkowski. A review of instrumentation for measuring small strain during triaxial testing of soil specimens. *Geotechnical Testing Journal*, 18(2) :137–156, 1995.
- [85] L.G. Schwarz and R.J. Krizek. Effect of preparation technique on permeability and strength of cement-grouted sand. *Geotechnical Testing Journal*, 17(4) :434–443, 1994.
- [86] Société Solétanche-Bachy. *ligne RER C, liaison Invalide-Alma*. Projet SNCF, 1989.
- [87] P. Suquet. Analyse limite et homogénéisation. *C. R. acad. Sci. Paris, Série II*, t.296 :1355–1358, 1983.
- [88] P. Suquet. Overall properties of nonlinear composites : a modified secant moduli theory and its link with ponte castaneda's nonlinear variational procedure. *C. R. acad. Sci. Paris, Série IIb*, 320 :563–571, 1995.
- [89] P. Suquet. in 'effective properties of nonlinear composites'. *Continuum micromechanics, CISM, Springer-Verlag*, Lecture note n°377 :197–264, 1997.
- [90] S. Tailliez. *Etude expérimentale du comportement mécanique des sols granulaires injectés*. Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Paris, France, 1998.
- [91] F. Tatsuoka and S. Shibuaya. Deformation characteristics of soils and rocks from field and laboratory tests. *Report of the institue of industrial science, University of Tokyo*, 37(1) :1–136, 1992.
- [92] A. Varol and S. Dalgiç. Grouting applications in the istanbul metro, turkey. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 21(6) :602–612, 2006.
- [93] P. Vermeer. A double hardening model for sand. *Geotechnique*, 28(4) :413–433, 1978.
- [94] Q.H. Vu, F. Bouchelaghem, and A. Benhamida. Mechanical behaviour of grouted sands by a numerical homogenization approach. *Advances in Geomaterials and Structures, Tunisia 3-5 May 2006*, pages 71–76, 2006.
- [95] J.A. Wang, J. Lubliner, and Monteiro J.P.M. Effect of ice formation on the elastic moduli of cement paste and mortar. *Cement and Concrete Research*, 18(6) :874–885, 1988.

-
- [96] A. Zang and T.-F. Wong. Elastic stiffness and stress concentration in cemented granular material. *Int. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 32(6) :563–574, 1995.
- [97] A. Zaoui. Structural morphology and constitutive behavior of microheterogeneous materials. *in P. Suquet, editor, Continuum micromechanics, CISM, Springer, Lecture note N377*, 2004.
- [98] Z. Zhong and S.A. Meguid. On the elastic field of a spherical inhomogeneity with an imperfectly bounded interface. *Journal of elasticity*, 46 :91–113, 1997.

Table des figures

1.1	<i>Amélioration de l'étanchéité au dessous d'un barrage [59]</i>	10
1.2	<i>Amélioration des caractéristiques mécaniques en vue de l'excavation d'un tunnel [19]</i>	10
1.3	<i>Injection d'une fondation avant la mise en place des voies ferrées [86]</i> .	11
1.4	<i>Injection en remontant [19]</i>	13
1.5	<i>Injection avec tube à manchettes [19]</i>	14
1.6	<i>Injection à l'avancement [19]</i>	15
1.7	<i>Injection in situ</i>	16
1.8	<i>Shéma de principe du dispositif d'injection utilisé par Dano (2001) [25]</i>	17
1.9	<i>Essai triaxial sur un sable, lâche ou dense [25]</i>	18
1.10	<i>Représentation de l'enveloppe de rupture dans le plan de Mohr-Coulomb [67]</i>	19
1.11	<i>Essais triaxiaux drainés sur du sable pur puis cimenté artificiellement avec différentes teneurs en ciment, d'après [21]</i>	21
1.12	<i>Comparaison microstructurale entre un mortier et un sable injecté par du ciment, d'après [90]</i>	23
1.13	<i>Comportement d'un mortier lors d'essais triaxiaux drainés, d'après [36]</i>	24
1.14	<i>Évolution de la résistance en compression simple avec l'indice de densité relatif I_D du sol et du rapport C/E, d'après [25]</i>	25
1.15	<i>Évolution du module de cisaillement en fonction du rapport C/E, d'après [25]</i>	27

1.16	<i>Essai triaxiaux sur un sable de Fontainebleau naturel, puis traité par injection de coulis de ciment, d'après [90]</i>	28
1.17	<i>Enveloppe de Mohr-Coulomb d'un sable injecté, d'après [90]</i>	29
1.18	<i>Influence de C/E sur le caractère ductile/fragile du sable injecté par du Microsol, d'après [90]</i>	30
1.19	<i>Evolution du module de cisaillement en fonction de la contrainte de confinement, d'après [28]</i>	30
1.20	<i>Microstructures 1 (a) et 2 (b) représentant une cellule périodique, d'après [62]</i>	32
1.21	<i>Estimation du module d'Young (a) et du coefficient de Poisson (b) normalisés, microstructure 1, d'après [10]</i>	32
1.22	<i>Estimation du module d'Young (a) et du coefficient de Poisson (b) normalisés, microstructure 2, d'après [10]</i>	33
1.23	<i>Simulation d'un essai triaxial sur une éprouvette de matériau granulaire injecté, microstructure 2, d'après [94]</i>	33
1.24	<i>Simulation des essais triaxiaux sur un sable de Fontainebleau saturé et injecté au coulis Intra-J de rapport C/E = 0,172, d'après [25]</i>	35
2.1	<i>Dispositif d'injection de colonne</i>	42
2.2	<i>Matériel utilisé pour le coulis de ciment : (a) malaxeur; (b) réservoir de coulis au dessus de l'agitateur; (c) pompe à piston; (d) granulomètre laser</i>	44
2.3	<i>(a) schéma de la colonne; (b) vue de la colonne avant injection</i>	45
2.4	<i>Schéma du dispositif d'injection de colonnes (Dupla et al. (2000) [37])</i> .	47
2.5	<i>Schéma de principe du diffuseur</i>	48
2.6	<i>(a) Schéma de principe du processus de pluviation avec diffuseur; (b) photo du système de pluviation</i>	48
2.7	<i>Différentes phases de l'opération de pluviation : (a) ensemble du dispositif avant pluviation; (b) pluviation en cours de déroulement; (c) colonne remplie de sable à la fin de l'opération de pluviation</i>	49
2.8	<i>Ensemble couronne de fixation et capteur de pression interstitielle</i>	50

2.9	<i>Colonne équipée des capteurs de mesure des pressions interstitielles . . .</i>	50
2.10	<i>Schéma fonctionnel de l'essai d'injection et métrologie associée</i>	52
2.11	<i>(a) Section hétérogène d'une colonne de sable injecté; (b) section homogène suite à l'utilisation du "dispositif rotatif"</i>	56
2.12	<i>Schéma de principe du "dispositif rotatif"</i>	57
2.13	<i>Colonne de sable injecté montée sur le "dispositif rotatif"</i>	57
2.14	<i>Schéma de découpage d'une colonne</i>	58
2.15	<i>Vue du dispositif de compression uniaxiale</i>	61
2.16	<i>Schéma de la cellule triaxiale équipée de ses dispositifs annexes</i>	63
2.17	<i>Vue du poste de travail de l'essai triaxial</i>	64
2.18	<i>Sources d'erreurs potentielles rendant un montage triaxial classique inapproprié pour des essais en petites déformations (Dufour-Laridan (2001) [35])</i>	65
2.19	<i>Dispositif de mesure locale de déformation axiale : (a) schéma du dispositif (Dufour-Laridan (2001) [35]); (b) vue du dispositif</i>	66
2.20	<i>Détermination de la dérive des capteurs à effet Hall (Pedro (2004) [73])</i>	67
2.21	<i>Fixation des capteurs axiaux et radial du système de mesure locale</i>	68
2.22	<i>Principe du système de mesure des déformations radiales</i>	69
2.23	<i>Cellule air-eau</i>	71
2.24	<i>Vue d'une éprouvette de sable injecté équipée des capteurs à effet Hall et placée sur la base de la cellule triaxiale</i>	72
2.25	<i>Chemin de chargement appliqué à l'éprouvette</i>	73
2.26	<i>Schéma de contrainte appliqué lors d'un essai de compression isotrope sur du sable</i>	74
2.27	<i>Essai de compression isotrope ; détermination du module de compression isotrope sécant</i>	75
2.28	<i>Échantillon de sable injecté à l'intérieur d'un dilatomètre</i>	78
2.29	<i>Vue du dispositif de remplissage du dilatomètre au mercure</i>	78
2.30	<i>Dispositif optique pour la lecture du niveau de mercure</i>	79

2.31	<i>Construction de la courbe porosimétrique à partir des étapes 3 et 5 de l'essai</i>	80
2.32	<i>Étapes expérimentales nécessaires pour déterminer le volume de l'échantillon</i>	81
2.33	<i>Vue du porosimètre à intrusion de mercure et du système d'acquisition correspondant</i>	82
3.1	<i>Vue au MEB du sable de Fontainebleau (d'après Benhamed (2001) [9])</i>	88
3.2	<i>Courbe granulométrique du sable de Fontainebleau, réalisée au granulomètre laser</i>	88
3.3	<i>Courbe granulométrique du ciment Spinor A12, réalisée au granulomètre laser</i>	89
3.4	<i>Évolution des pressions à l'entrée et aux différents niveaux de la colonne en fonction du temps d'injection normalisé</i>	92
3.5	<i>Pression d'injection : comparaison de la pompe à piston et la pompe à membrane</i>	93
3.6	<i>Prise de masse de la colonne lors de l'injection du coulis de ciment</i>	94
3.7	<i>Vérification de la répétabilité des essais vis-à-vis de la pression d'injection</i>	95
3.8	<i>Vérification de la répétabilité des essais d'injection vis-à-vis de la prise de masse des colonnes</i>	96
3.9	<i>Pression d'injection en fonction de la concentration en ciment du coulis injecté</i>	97
3.10	<i>Variation de la prise de masse de la colonne en fonction de la concentration en ciment du coulis injecté</i>	97
3.11	<i>Résultat d'un essai triaxial sur une éprouvette de sable injecté : (a) courbe de cisaillement; (b) courbe de déformation volumique</i>	99
3.12	<i>Éprouvette de sable injecté après un essai triaxial : illustration du plan de rupture</i>	101
3.13	<i>Comparaison du comportement, sous chargement triaxial, entre le sable vierge et le sable injecté</i>	102
3.14	<i>Influence de la position dans la colonne sur les comportements observés</i>	105

3.15	<i>Allure du module de compression isotrope k_{sa}^{exp} en fonction du niveau de confinement</i>	107
3.16	<i>Confrontation du module de compression isotrope k_{sa}^{exp} avec une loi en racine carrée $k_{sa}^{exp} = \alpha\sqrt{ \Sigma_m }$</i>	109
3.17	<i>Détermination du paramètre α^{exp} avec et sans prise en compte de l'état précontraint</i>	110
3.18	<i>Influence de la densité initiale du sable sur le comportement macroscopique en compression isotrope</i>	111
3.19	<i>Détermination du module d'Young E_{sa}^{exp} de l'éprouvette S1 de densité $I_D = 0,90$, confiné à $p_{conf} = 40$ kPa</i>	112
3.20	<i>Allure du module d'Young E_{sa}^{exp} en fonction de la contrainte isotrope Σ_m réalisée sur l'éprouvette S6</i>	113
3.21	<i>Allure du coefficient de Poisson ν_{sa}^{exp} en fonction de la contrainte isotrope Σ_m réalisée sur l'éprouvette S6</i>	114
3.22	<i>Variation du paramètre γ_{sa}^{exp} en fonction de la porosité φ du milieu</i>	115
3.23	<i>Variation du coefficient de Poisson ν_{sa}^{exp} en fonction de la porosité φ du milieu</i>	115
3.24	<i>Relation entre le Module d'Young et la contrainte moyenne effective pour un sable d'Hostun, d'après Hicher (1996) [53]</i>	117
3.25	<i>Module d'Young du sable de Fontainebleau : Comparaison avec les résultats de Pedro (2004) [73]</i>	117
3.26	<i>Modules de compression isotrope k_{inj}^{exp} pour l'éprouvette C17.1 de sable injecté</i>	119
3.27	<i>Comparaison du module de compression isotrope k^{exp} d'un sable vierge S11 et injecté C17.1</i>	119
3.28	<i>Module de compression isotrope k_{inj}^{exp} d'un sable vierge et d'un sable injecté pour différents niveaux de la colonne C17</i>	120
3.29	<i>Variation du coefficient α_{inj}^{exp} en fonction de la position z dans la colonne et de la concentration en ciment C/E du coulis injecté</i>	122
3.30	<i>Essais de répétabilité sur des éprouvettes de sable injecté soumises à un cisaillement triaxial en petites déformations</i>	124

3.31	<i>Variation du module d'Young E_{inj}^{exp} avec l'état de contrainte isotrope Σ_m pour l'éprouvette de sable injecté C31.1</i>	125
3.32	<i>Module d'Young E^{exp} du sable pur et du sable injecté pour différents niveaux de la colonne C31</i>	126
3.33	<i>Variation du coefficient γ_{inj}^{exp} en fonction de la position dans la colonne C31</i>	127
3.34	<i>Résultats des essais de compression simple sur les éprouvettes prélevées sur la colonne C2</i>	129
3.35	<i>Variation de la résistance en compression simple R_c par rapport à la cote z et au rapport C/E</i>	131
3.36	<i>Comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats obtenu à partir de la formule (3.8)</i>	133
3.37	<i>Essais de répétabilité sur le niveau 1, 2 et 3 des colonnes C23 et C21</i>	135
3.38	<i>Essais triaxiaux et détermination de l'enveloppe de rupture, (a) courbes de cisaillement; (b) chemins de contrainte</i>	137
3.39	<i>Variation de la cohésion c'_{inj} d'une colonne de sable injecté en fonction de la position z dans la colonne</i>	139
3.40	<i>Variation de l'angle de frottement interne φ'_{inj} d'une colonne de sable injecté en fonction de la position z dans la colonne</i>	139
3.41	<i>Variation de la cohésion c'_{inj} en fonction de la position z dans la colonne et du rapport C/E du coulis de ciment injecté</i>	140
3.42	<i>Variation de la cohésion c'_{inj} en fonction de la fraction de ciment φ_c</i>	142
3.43	<i>Variation de la cohésion c'_{inj} en fonction de φ_c et du rapport C/E</i>	143
4.1	<i>Photo en plan du matériau injecté</i>	149
4.2	<i>Photo en relief du matériau injecté</i>	150
4.3	<i>Agrandissement autour des zones de contact intergranulaire</i>	151
4.4	<i>Photos issues des différents niveaux le long de la colonne C31 : (a) Niveau 0-1; (b) Niveau 1-2; (c) Niveau 2-3; (d) Niveau 3-4; (e) Niveau 4-5; (f) Niveau 5-6.</i>	153
4.5	<i>Zones analysées</i>	154

4.6	<i>Analyse élémentaire de la zone 1</i>	155
4.7	<i>Analyse élémentaire de la zone 2</i>	155
4.8	<i>Analyse élémentaire de la zone 3</i>	156
4.9	<i>Détermination de la porosité initiale φ_0 par analyse d'image : (a) photo d'origine ; (b) contour des grains ; (c) photo numérisée</i>	158
4.10	<i>Série d'agrandissements réalisée sur un échantillon de sable injecté : (a) agrandissement 26× ; (b) agrandissement 40× ; (c) agrandissement 80× ; (d) agrandissement 160×.</i>	160
4.11	<i>Détermination de la porosité finale φ_f par analyse d'image : (a) image d'origine ; (b) image traitée ; (c) image numérisée</i>	161
4.12	<i>Disposition des images traitées sur la section</i>	162
4.13	<i>Allure du volume poreux inversé $V_p^{inv}(r_p)$ et de sa variation en fonction du rayon d'accès aux pores</i>	166
4.14	<i>Allure du volume poreux inversé : comparaison avec le ciment pur</i>	168
4.15	<i>Répartition du volume poreux au sein du matériau injecté</i>	169
4.16	<i>Volume poreux relatif aux macropores "mode 1"</i>	170
4.17	<i>Détermination de la porosité finale φ_f</i>	171
4.18	<i>Porosité finale φ_f : répétabilité des essais</i>	172
4.19	<i>Dispersion des échantillons sur la section</i>	173
4.20	<i>Porosité finale φ_f : mise en évidence de l'homogénéité dans la section</i>	173
4.21	<i>Porosité finale φ_f atteinte pour les différents niveaux de la colonne</i>	174
4.22	<i>Variation de la porosité finale φ_f en fonction de la position le long de la colonne C22 ($I_D = 0,90$, $C/E = 0,20$)</i>	174
4.23	<i>Porosité finale φ_f en fonction de la position le long de la colonne et du rapport C/E</i>	177
4.24	<i>Description du modèle de filtration</i>	179
4.25	<i>Prise de masse de la colonne durant le processus d'injection : ($I_D = 0,90$, $C/E = 0,20$)</i>	183

4.26	<i>Prise de masse de la colonne durant l'opération d'injection : ($I_D = 0, 90$, $C/E = 0, 15$)</i>	184
4.27	<i>Prise de masse de la colonne durant l'opération d'injection : ($I_D = 0, 90$, $C/E = 0, 10$)</i>	184
4.28	<i>Porosité finale φ_f : comparaison modèle expérience ($I_D = 0, 90$, $C/E = 0, 20$)</i>	187
4.29	<i>Porosité finale φ_f : comparaison modèle expérience ($I_D = 0, 90$, $C/E = 0, 15$)</i>	188
4.30	<i>Porosité finale φ_f : comparaison modèle expérience ($I_D = 0, 90$, $C/E = 0, 10$)</i>	188
5.1	<i>Équivalence entre le milieu granulaire et le milieu fictif : $\mathbb{C}^{sa}(\Sigma) = \mathbb{C}_{fic}^{hom}(\mathbb{C}_{fic}^s(\epsilon))$</i>	202
5.2	<i>VER d'un assemblage granulaire</i>	217
5.3	<i>Motifs géométriques représentant l'ensemble grain+interface et le pore sphérique, tous deux plongés dans le milieu recherché</i>	217
5.4	<i>Équivalence entre l'interface réelle (a) et l'interface fictive (b)</i>	218
5.5	<i>Allure de $\mathcal{F}(\rho, \varphi)$ en fonction de la porosité φ pour différentes valeurs de ρ</i>	225
5.6	<i>Allure de $\mathcal{G}(\rho, \varphi)$ en fonction de ρ pour différentes valeurs de la porosité φ</i>	226
5.7	<i>Allure de la fonction $A(\varphi)$</i>	226
5.8	<i>Allure de la fonction $B(\varphi)$</i>	227
5.9	<i>Allure de la fonction $C(\varphi)$</i>	227
5.10	<i>Assemblage de huit huitièmes de sphères tronquées de rayon r dans un cube d'arête $2a$</i>	233
5.11	<i>Allure de la fraction surfacique χ en fonction de la porosité φ</i>	234
5.12	<i>Décomposition du saut de déplacement à l'interface</i>	235
5.13	<i>Confrontation modèle / expérience dans le cadre d'un développement limité autour de $\rho = 0$</i>	243

5.14	<i>Représentation de la fonction erreur $\mathfrak{A}(aK_n^0, \rho)$ en fonction de aK_n^0 et de ρ</i>	245
5.15	<i>Erreur minimale en fonction de ρ pour $aK_n^0 = 605,7 \cdot 10^6 \text{ N/mm}^2$</i>	246
5.16	<i>Erreur minimale en fonction de aK_n^0 pour $\rho = 0,0058$</i>	247
5.17	<i>Confrontation modèle (5.159) / expérience</i>	248
5.18	<i>Coefficient de poisson ν^{ac} en fonction de la porosité φ</i>	248
5.19	<i>Modèle micromécanique pour le milieu granulaire injecté</i>	250
5.20	<i>Module de compression isotrope k^{inj} (5.180) d'une éprouvette de sable injecté : confrontation modèle/expérience</i>	257
5.21	<i>Module d'Young E^{inj} d'une éprouvette de sable injecté : confrontation modèle/expérience</i>	257
5.22	<i>Rapport d'amélioration \mathcal{R}_k (5.183) en fonction de porosité finale φ_f établi en utilisant le schéma de Mori-Tanaka et le schéma auto-cohérent</i>	259
5.23	<i>Module de compression isotrope k d'un sable vierge et injecté pour différents niveaux de la colonne</i>	260
5.24	<i>Rapport d'amélioration \mathcal{R}_k (5.183) : confrontation avec les essais de compression isotrope</i>	261
5.25	<i>Module d'Young E d'un sable vierge et injecté pour différents niveaux de la colonne</i>	261
5.26	<i>Rapport d'amélioration \mathcal{R}_Y (5.184) : confrontation avec les essais triaxiaux</i>	262
5.27	<i>Étape 2 : détermination de la porosité après injection et prise φ_f</i>	264
5.28	<i>Étape 3 : détermination du rapport d'amélioration \mathcal{R}</i>	265
6.1	<i>Relation entre (a) angle de frottement ϕ^{exp} dans le plan de Mohr-Coulomb et (b) pente \mathcal{T} dans le plan de Drucker-Prager</i>	270
6.2	<i>Pente \mathcal{T} : résultats expérimentaux</i>	271
6.3	<i>Décomposition du vecteur contrainte à l'interface</i>	272
6.4	<i>Pente macroscopique \mathcal{T} : Cas d'une rupture intergranulaire ductile</i>	275
6.5	<i>Pente macroscopique \mathcal{T} : Cas d'une rupture intergranulaire fragile</i>	277

6.6	<i>Pente macroscopique \mathcal{T} : Comparaison des deux modèles proposés avec les résultats expérimentaux</i>	278
6.7	<i>Comparaison du comportement à la rupture d'un sable dense et lâche, d'après [83]</i>	278
6.8	<i>(a) Variation de la cohésion C^{inj} et de μ; (b) l'angle de frottement ϕ^{inj} en fonction de la fraction de ciment φ_c</i>	282
6.9	<i>Géométrie adoptée et mécanismes de rupture</i>	283
6.10	<i>Critère de Mohr-Coulomb sans résistance à la traction</i>	284
6.11	<i>Contact de type Mohr-Coulomb sans cohésion</i>	284
6.12	<i>Critère de Tresca sans résistance à la traction</i>	285
6.13	<i>Critère de Mohr-Coulomb sans résistance à la traction</i>	287

Liste des tableaux

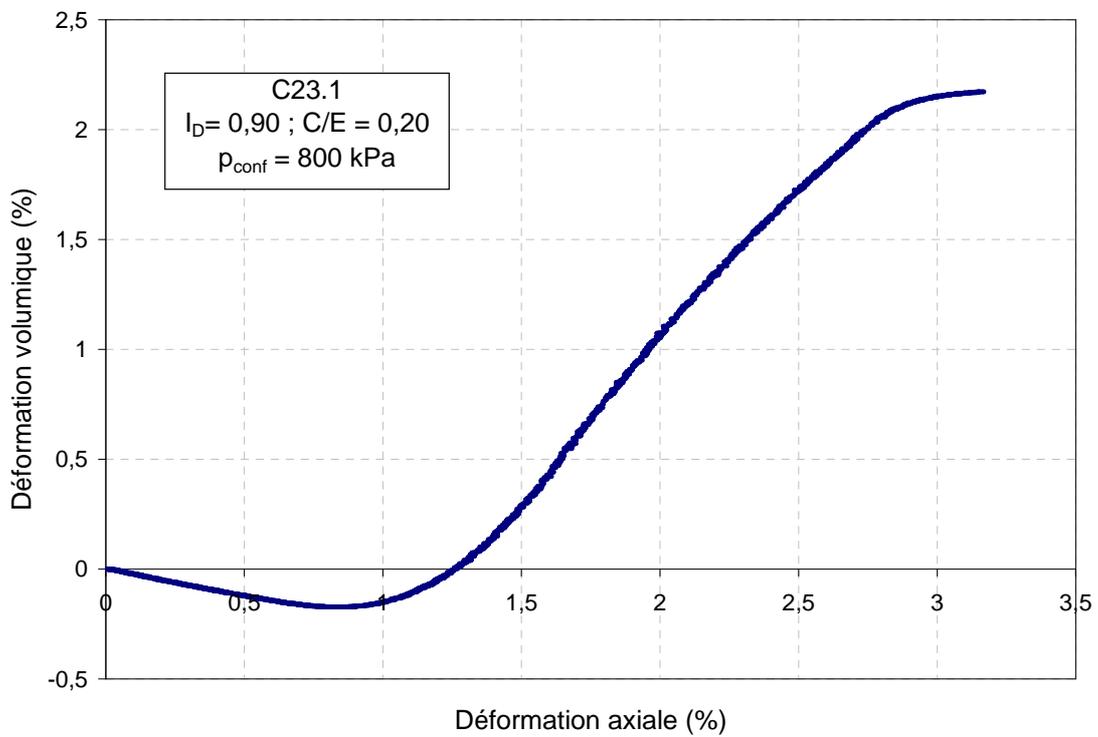
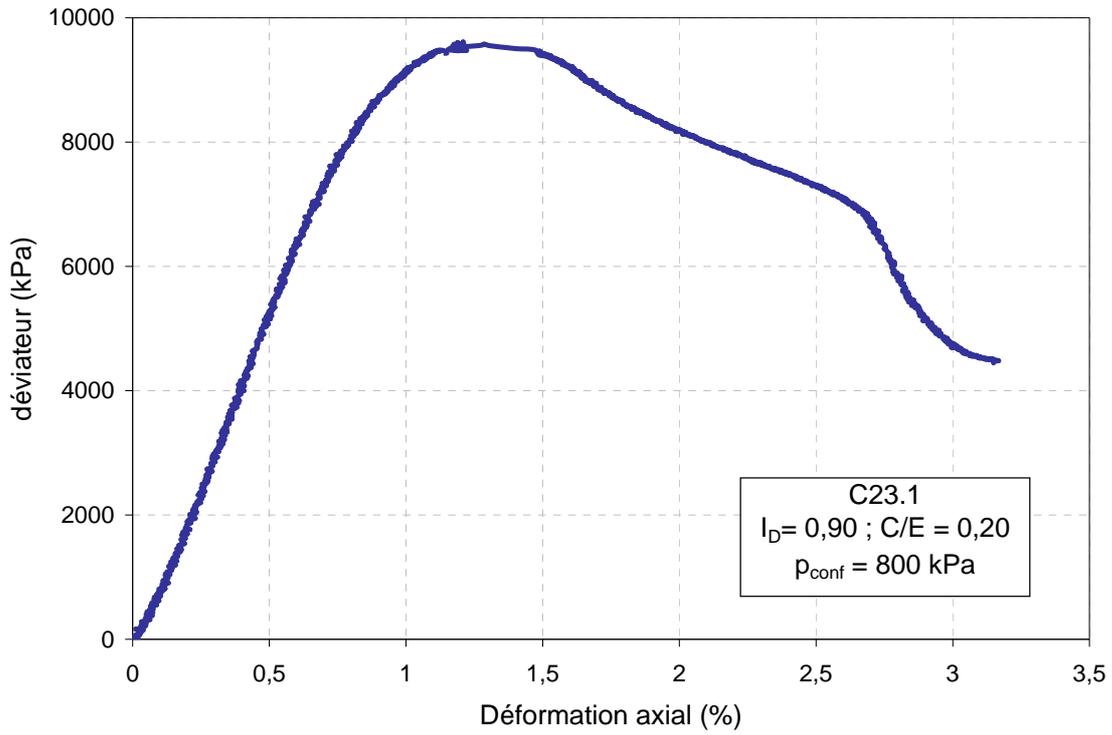
3.1	<i>Caractéristiques du sable de Fontainebleau</i>	87
3.2	<i>Essais d'injection de colonnes réalisés</i>	91
3.3	<i>Coefficient α_{sa}^{exp} identifié à partir des essais de compressions isotropes réalisés sur des éprouvettes de sable</i>	110
3.4	<i>Paramètres γ_{sa}^{exp} et ν_{sa}^{exp} en fonction de l'état de densité du sable : identification dans la gamme des petites déformations</i>	114
3.5	<i>modules d'Young mesurés : comparaison avec les résultats de la littérature</i>	116
3.6	<i>Coefficient α_{inj}^{exp} obtenus sur les éprouvettes de sable injecté considérées</i>	121
3.7	<i>Module d'Young E_{inj}^{exp} et coefficient γ_{inj}^{exp} obtenus sur les éprouvettes de sable injecté considérées</i>	125
3.8	<i>Résistance en compression simple R_c obtenue sur les éprouvettes considérées</i>	130
3.9	<i>Comparaison de la résistance en compression simple R_c avec les résultats de Dupla et al. (2004) [39]</i>	131
3.10	<i>Références des éprouvettes retenues pour les essais de cisaillement triaxial</i>	134
3.11	<i>Cohésion c'_{inj} et angle de frottement ϕ'_{inj} en fonction du rapport C/E et de la position dans la colonne z</i>	138
3.12	<i>Cohésion c'_{inj} et fraction de ciment φ_c enregistrées</i>	141
4.1	<i>Répartition élémentaire dans la zone 2</i>	154
4.2	<i>Composition du Spinor A12</i>	155
4.3	<i>Porosité initiale φ_0 par analyse d'images</i>	157

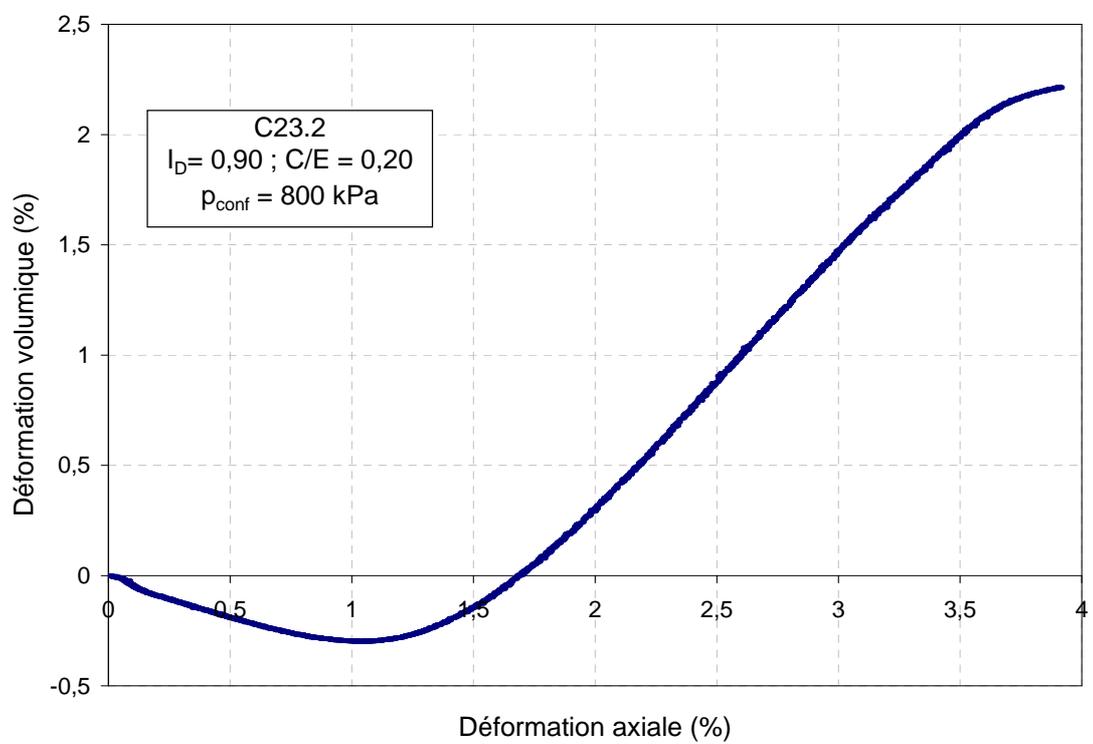
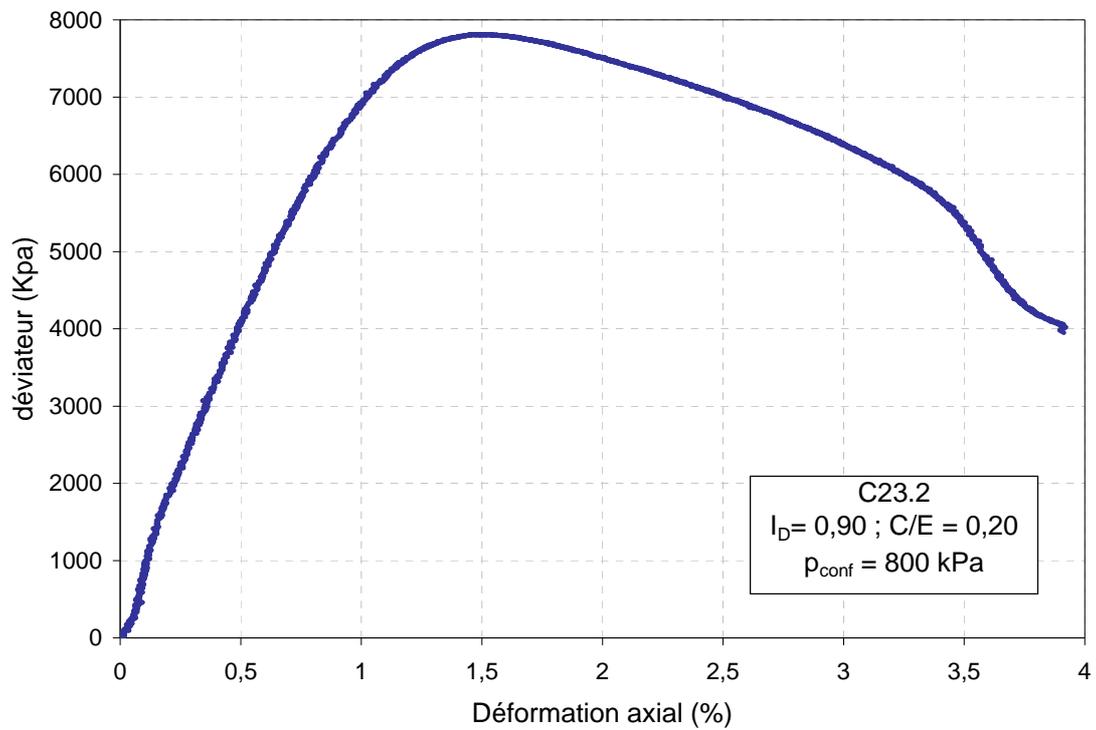
4.4	<i>Détermination de la porosité finale φ_f par analyse d'image pour la section 1-2 de la colonne C31</i>	162
4.5	<i>Porosité finale φ_f par analyse d'image</i>	163
4.6	<i>Porosité finale φ_f, par analyse d'image, des éprouvettes destinées aux essais mécaniques</i>	163
4.7	<i>Porosité finale φ_f obtenue en porosimétrie au mercure</i>	175
4.8	<i>Porosité finale φ_f : étude de répétabilité</i>	175
4.9	<i>Porosité finale φ_f : Variation en fonction des paramètres de la colonne ($I_D, C/E$)</i>	176
4.10	<i>Porosité finale φ_f : Comparaison avec les résultats d'analyse d'image</i>	178
4.11	<i>Paramètre de filtration a</i>	183
5.1	<i>Paramètre k_0^s en fonction de l'état de densité du sable identifié à partir des essais de compressions isotropes</i>	213
5.2	<i>Paramètre k_0^s en fonction de l'état de densité du sable : Identification dans la gamme des petites déformations</i>	215
5.3	<i>Résultats expérimentaux de γ^{exp} et ν^{exp} en fonction de la porosité φ</i>	242

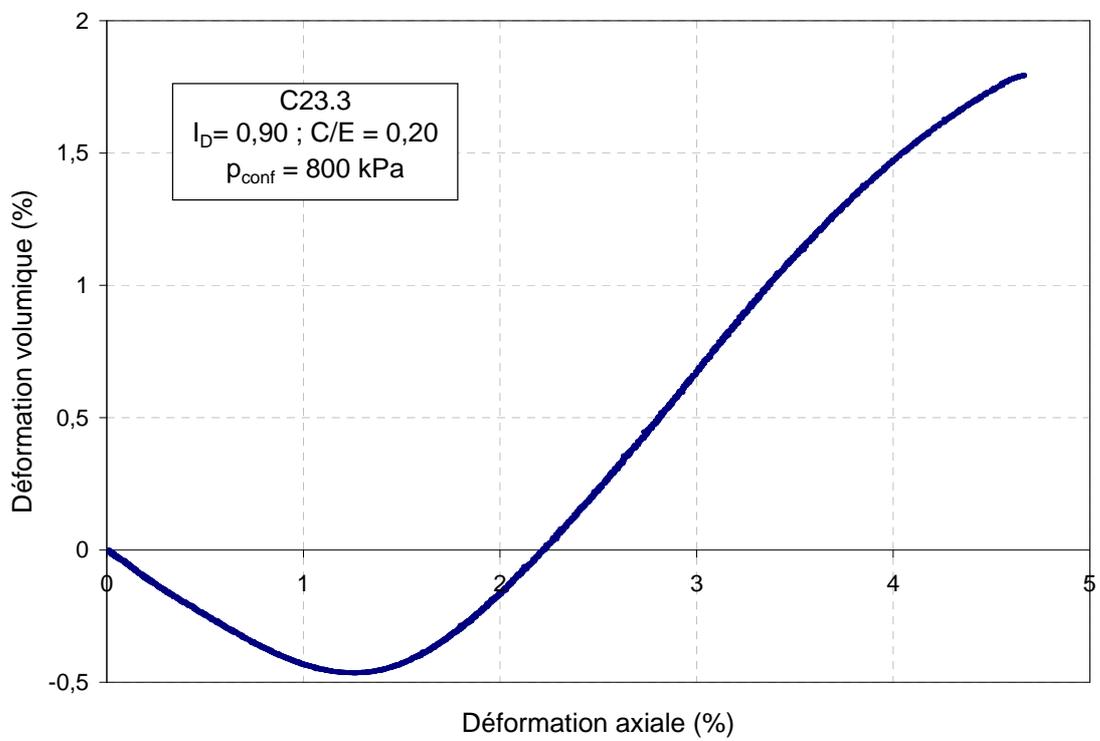
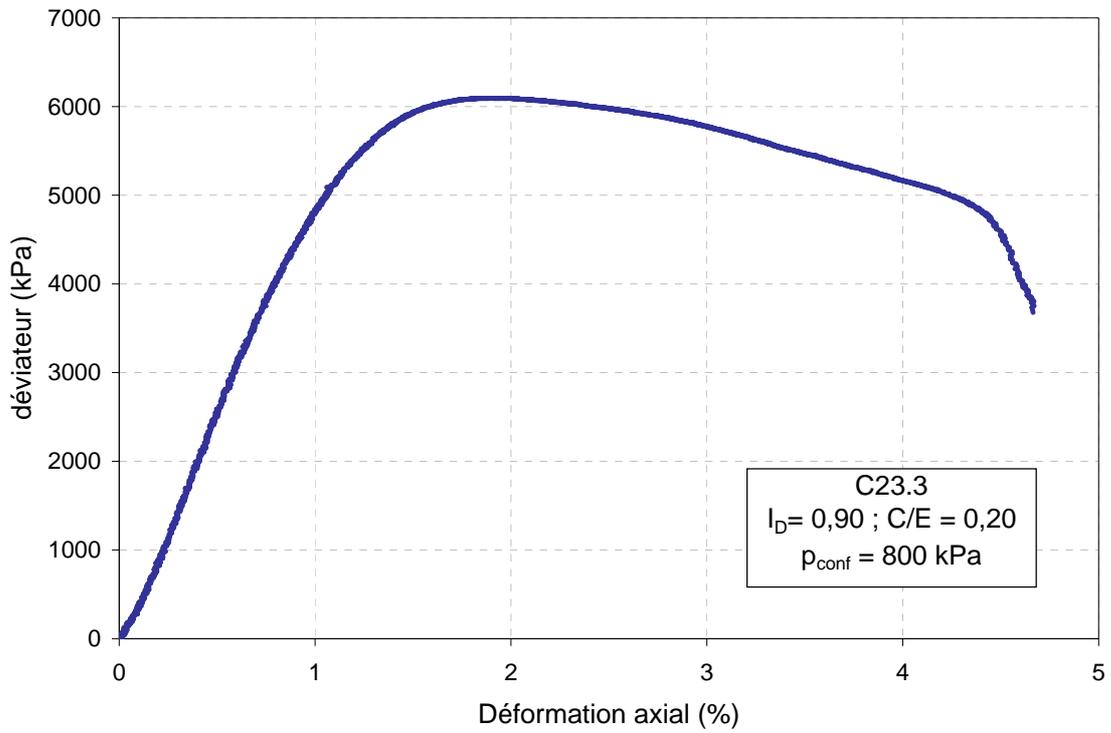
ANNEXE

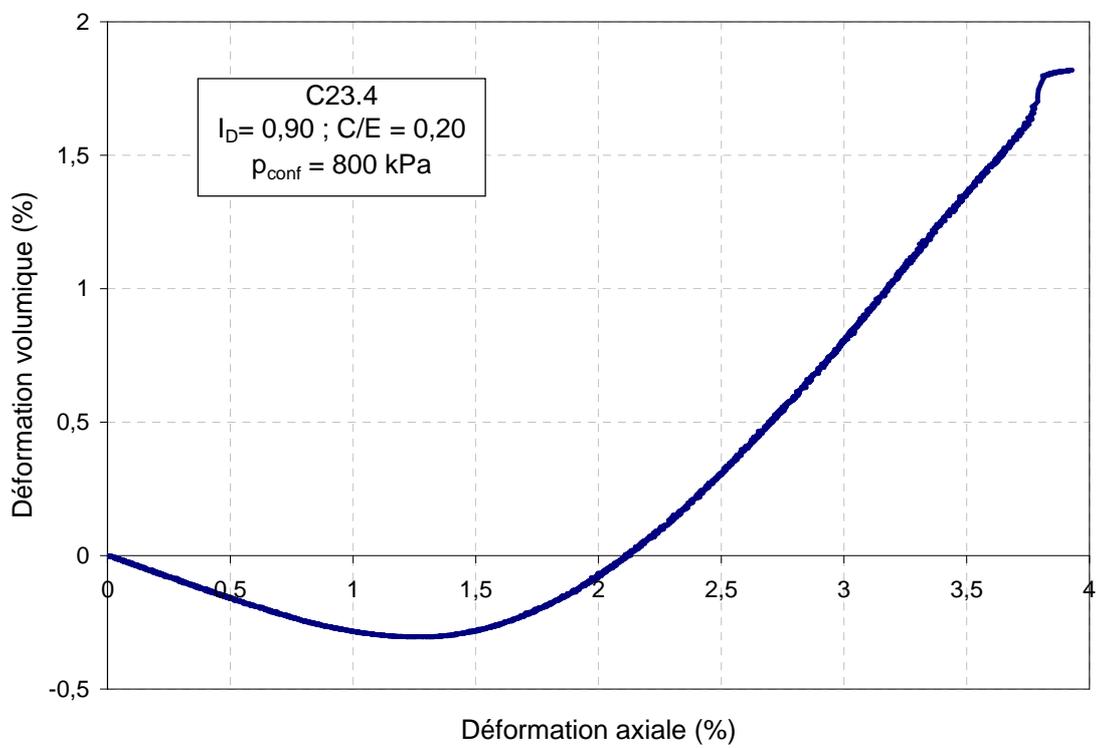
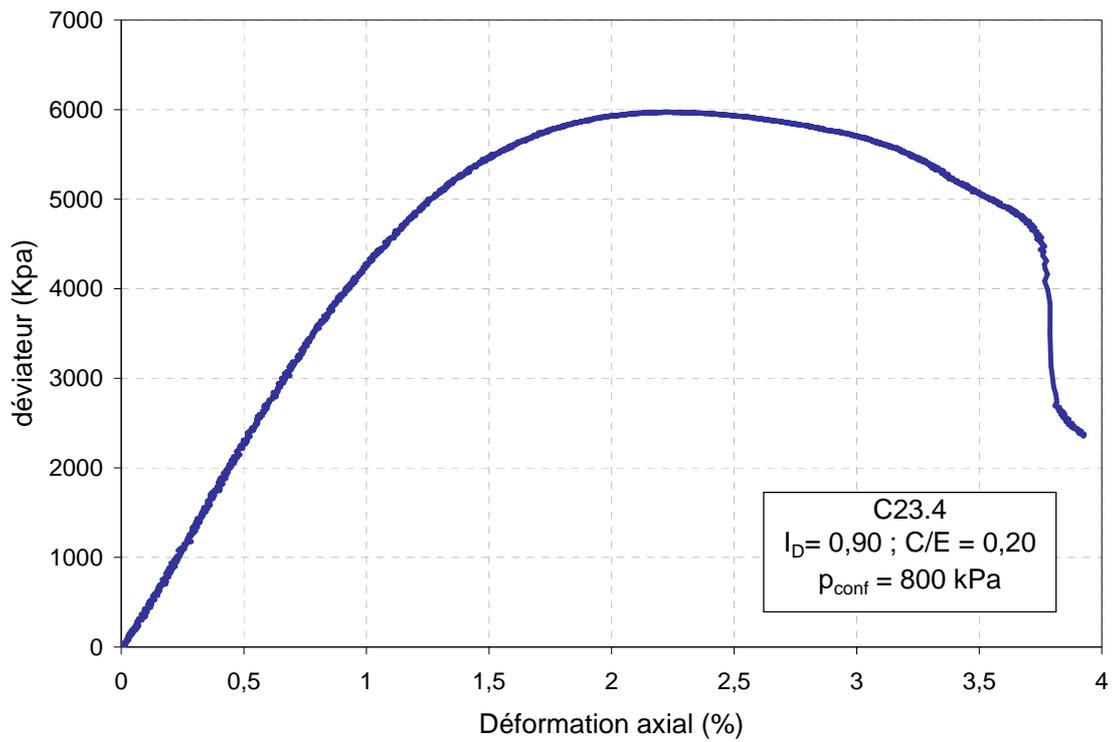
On présente dans cette annexe une partie des essais triaxiaux réalisés sur les éprouvettes de sable injectées. Le tableau suivant regroupe les références des essais et les paramètres correspondants. On présente pour chaque essai la courbe du déviateur des contraintes et la courbe de la déformation volumique en fonction de la déformation axiale.

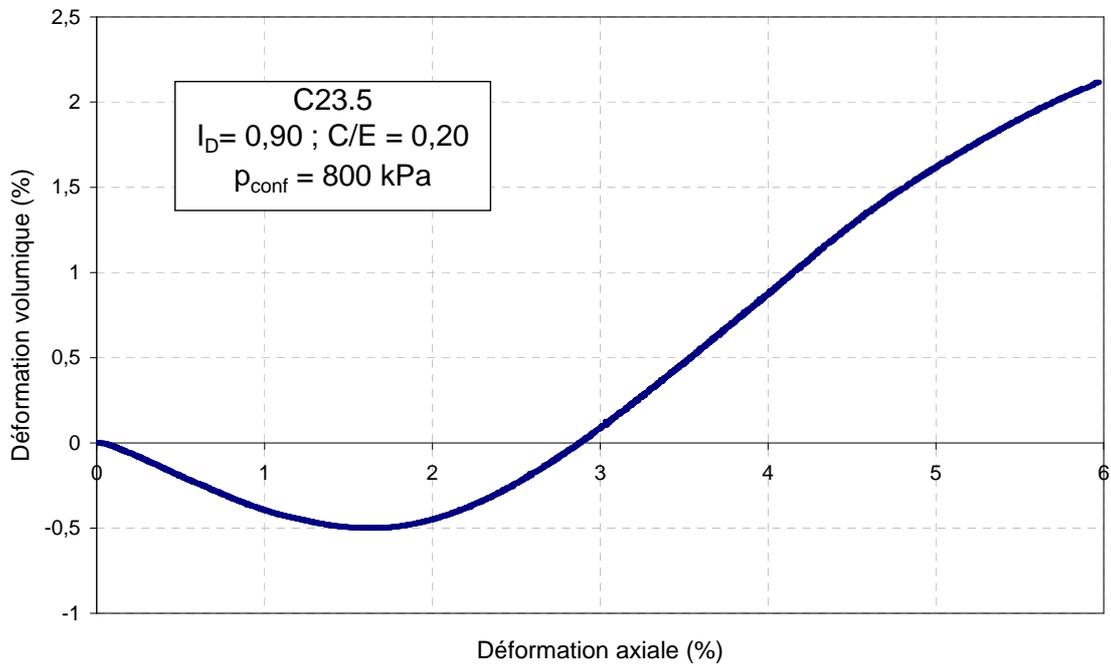
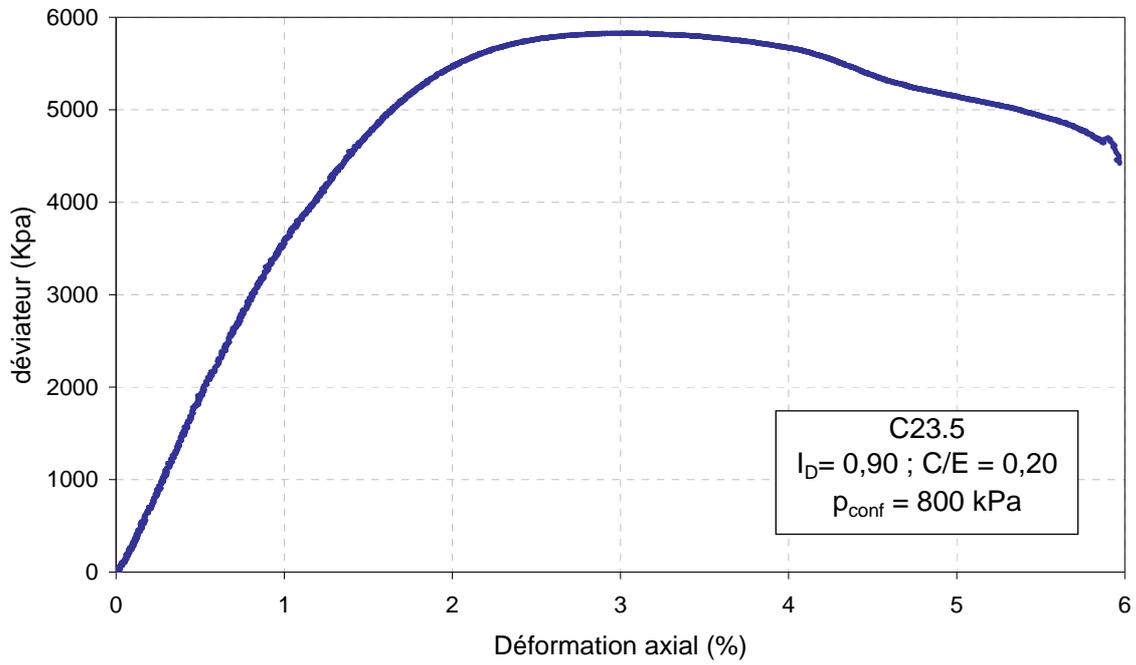
Référence éprouvette	Côte moyenne dans la colonne (cm)	C/E	P _{conf} (kPa)	Page
C23.1	14	0,20	800	2
C23.2	34	0,20	800	3
C23.3	54	0,20	800	4
C23.4	74	0,20	800	5
C23.5	94	0,20	800	6
C24.1	14	0,20	600	7
C24.2	34	0,20	600	8
C24.3	54	0,20	600	9
C24.5	94	0,20	600	10
C17.5	94	0,20	1000	11
C14.1	14	0,20	400	12
C14.2	34	0,20	400	13
C14.3	54	0,20	400	14
C14.4	74	0,20	400	15
C14.5	94	0,20	400	16
C25.1	14	0,20	300	17
C25.3	54	0,20	300	18
C25.4	74	0,20	300	19
C13.1	14	0,20	100	20
C13.2	34	0,20	100	21
C13.3	54	0,20	100	22
C13.4	74	0,20	100	23
C13.5	94	0,20	100	24
C10.1	14	0,10	100	25
C10.3	54	0,10	100	26
C10.5	94	0,10	100	27

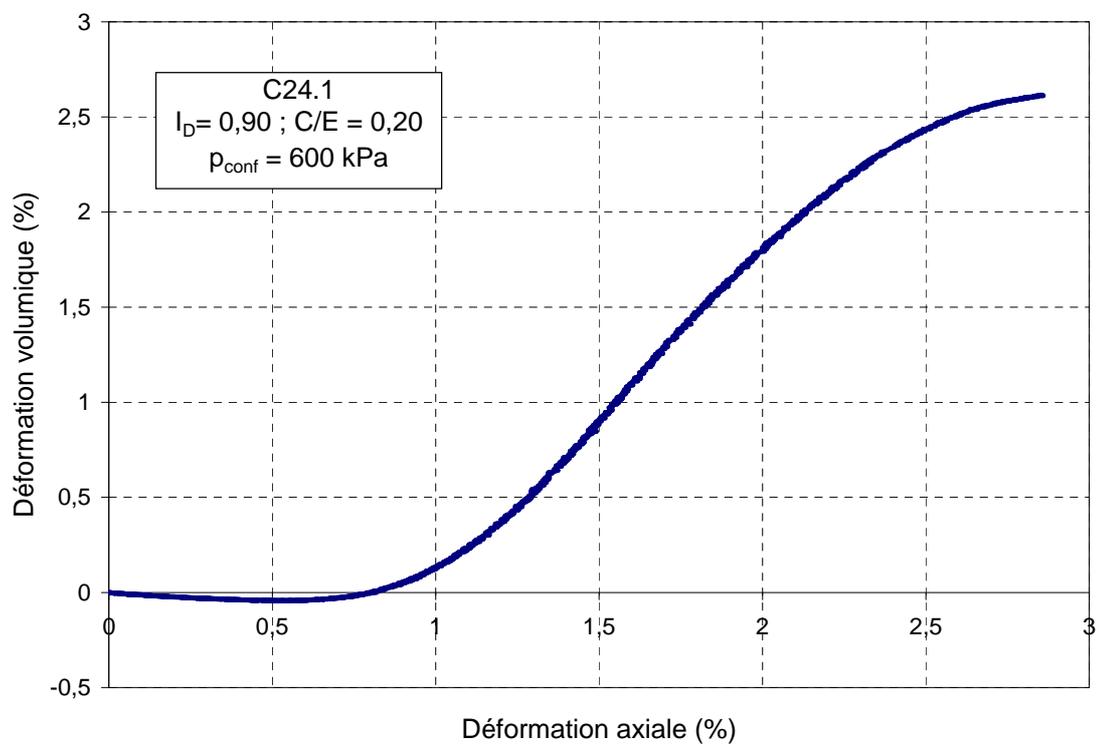
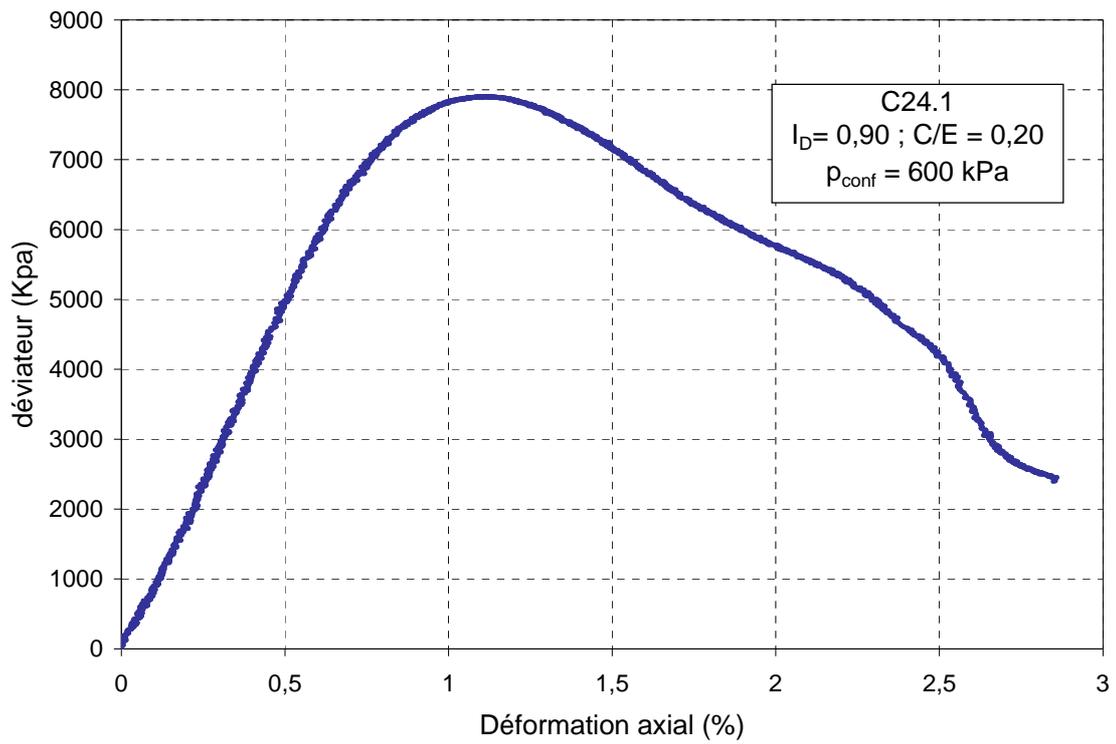


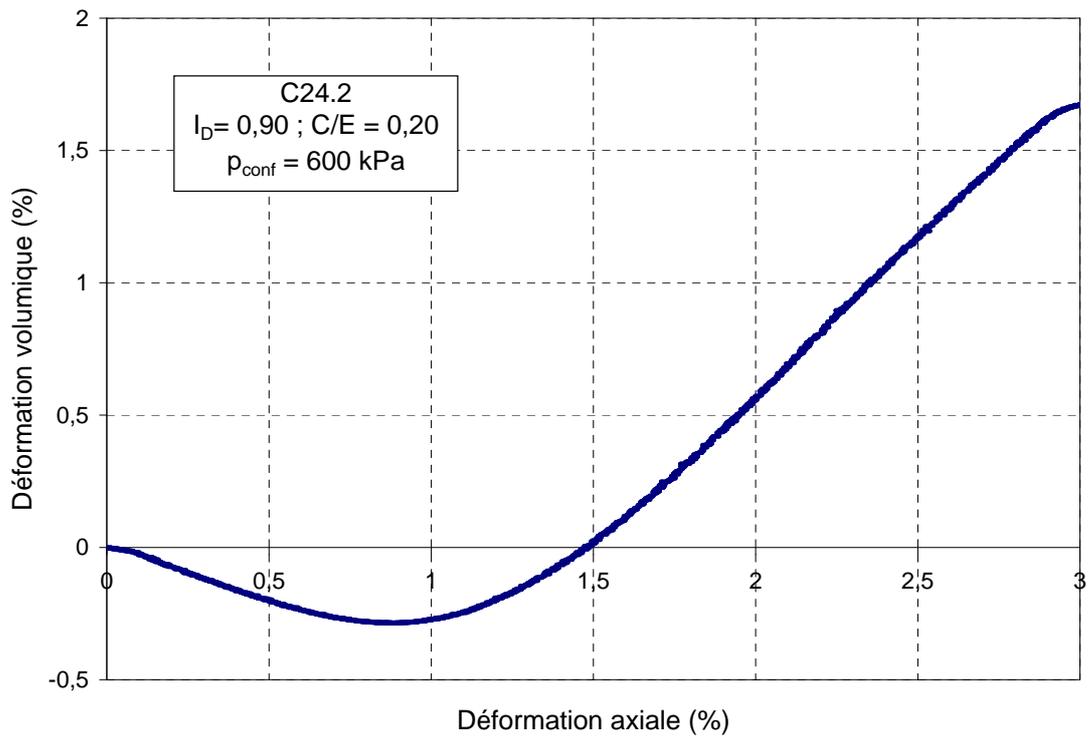
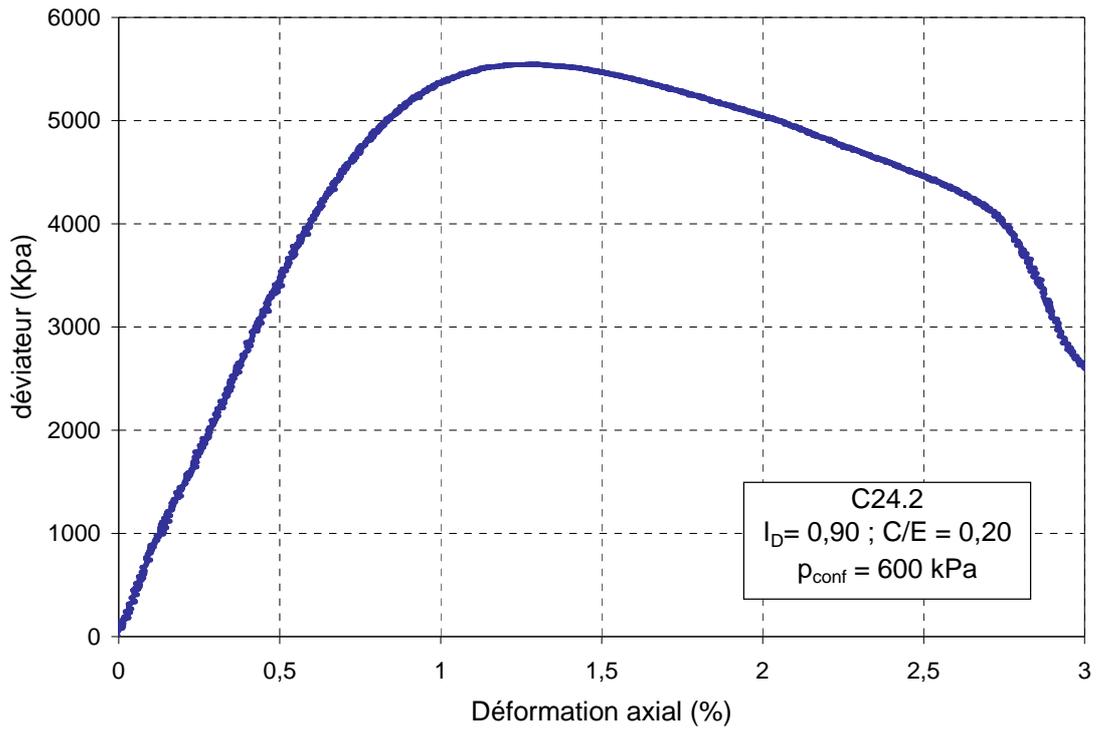


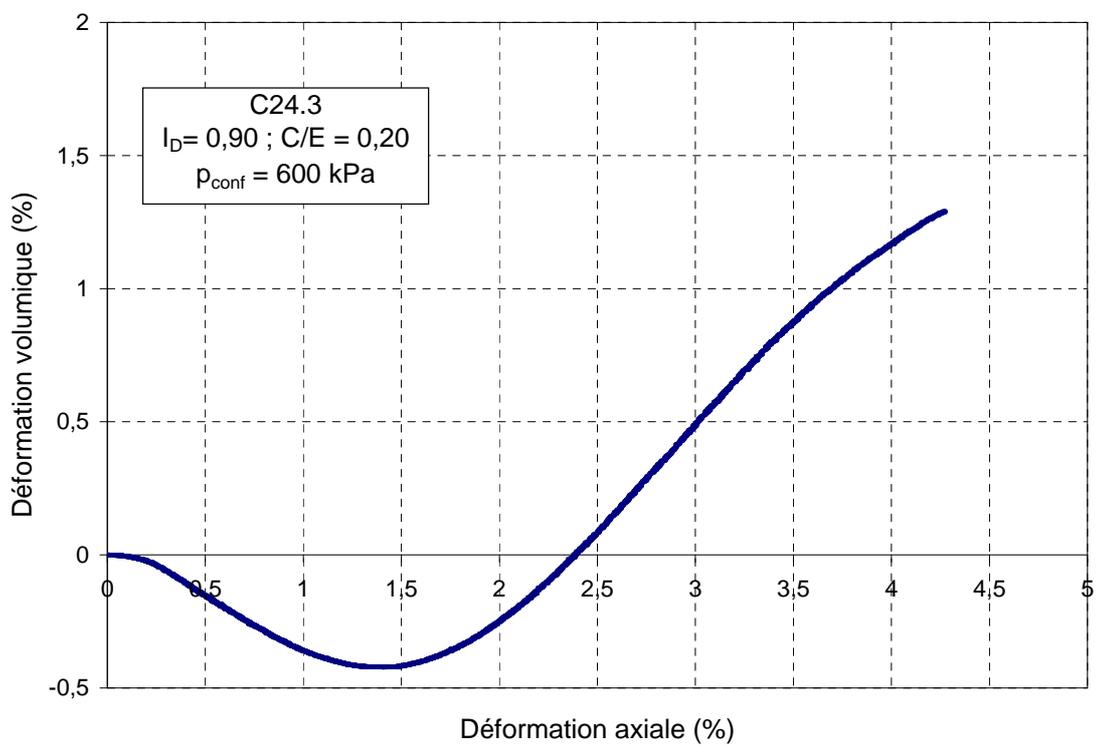
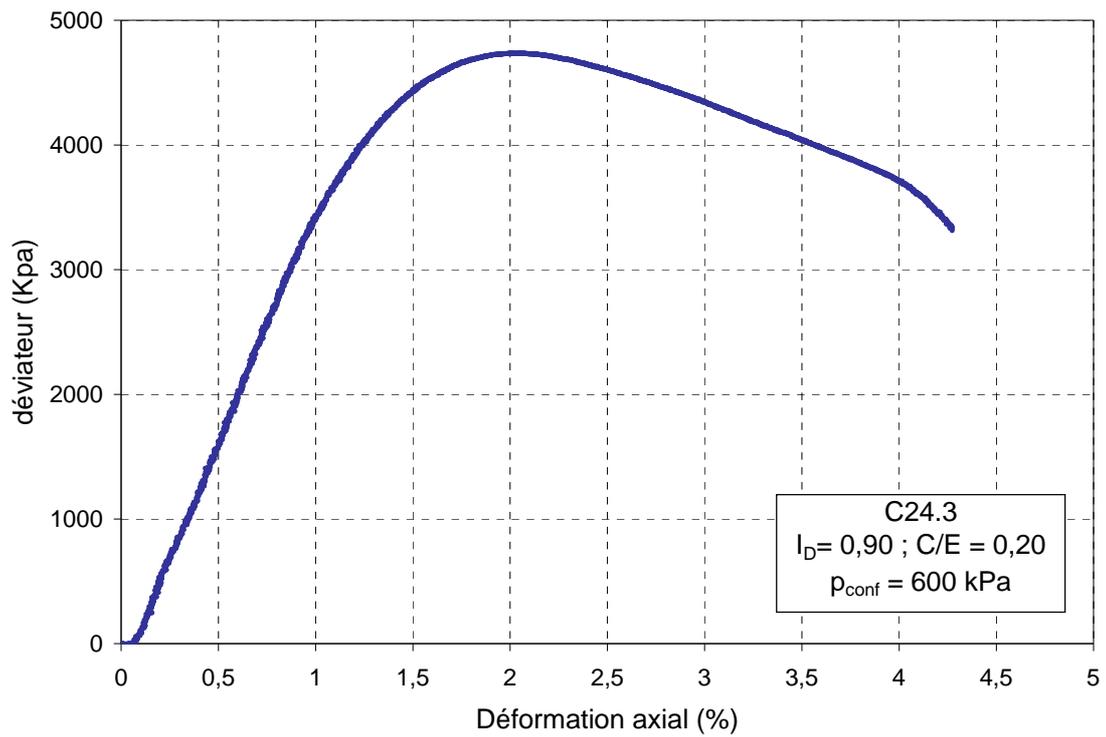


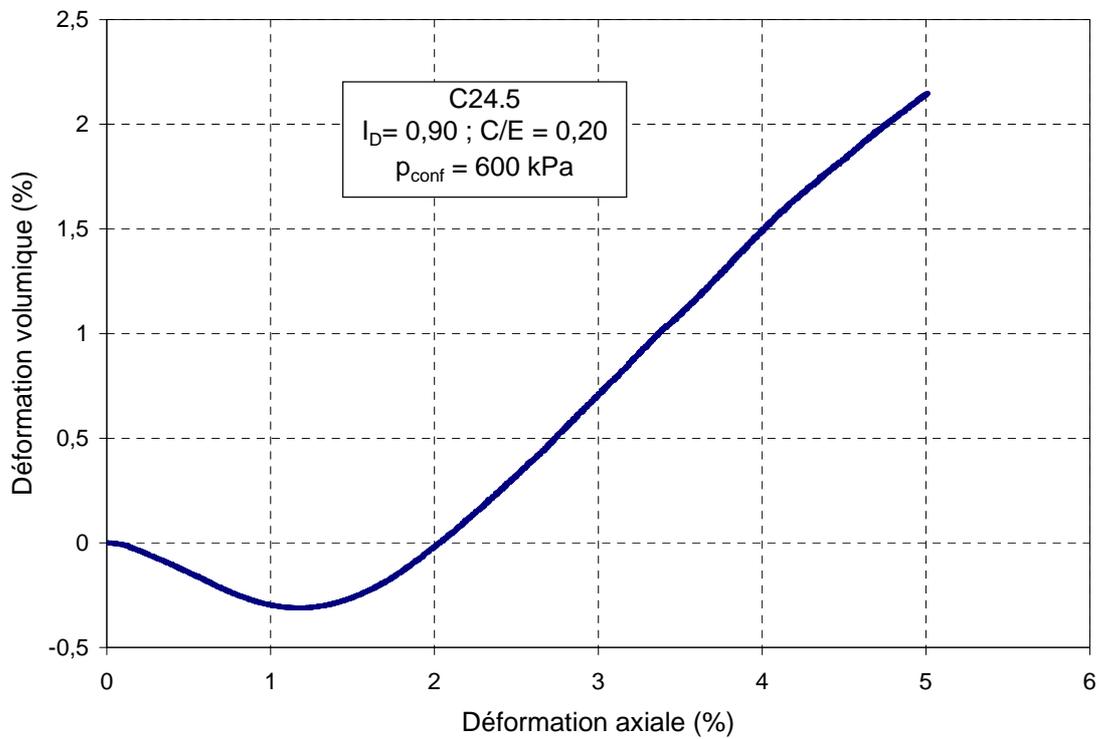
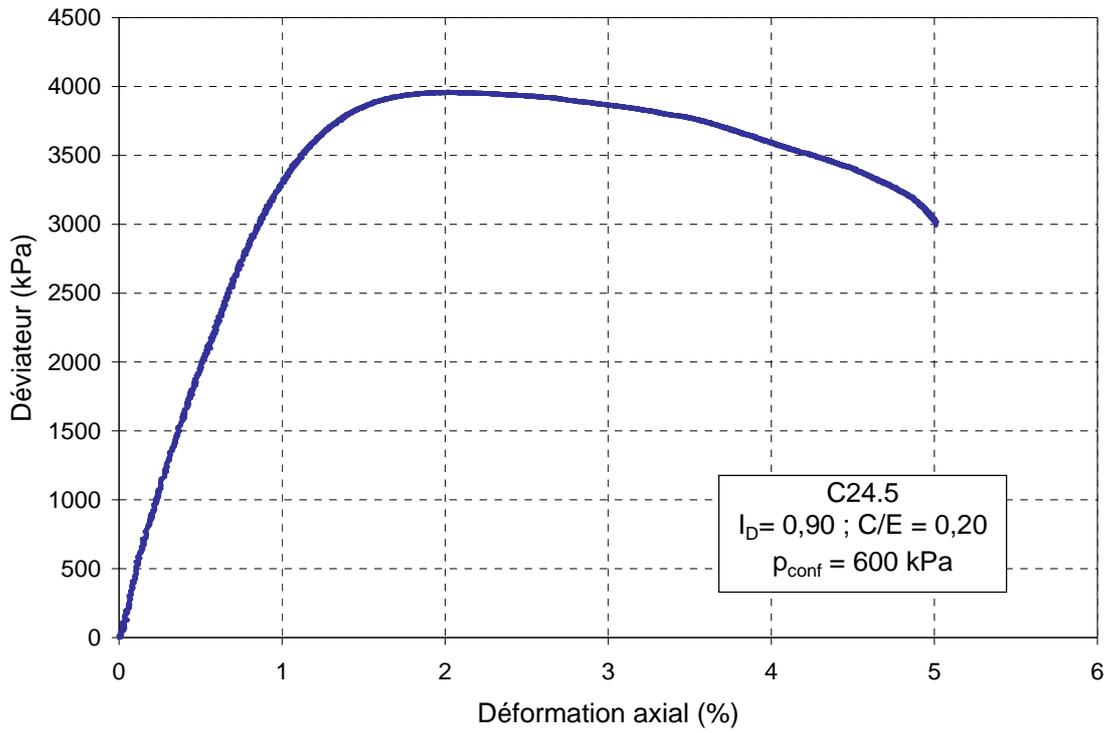


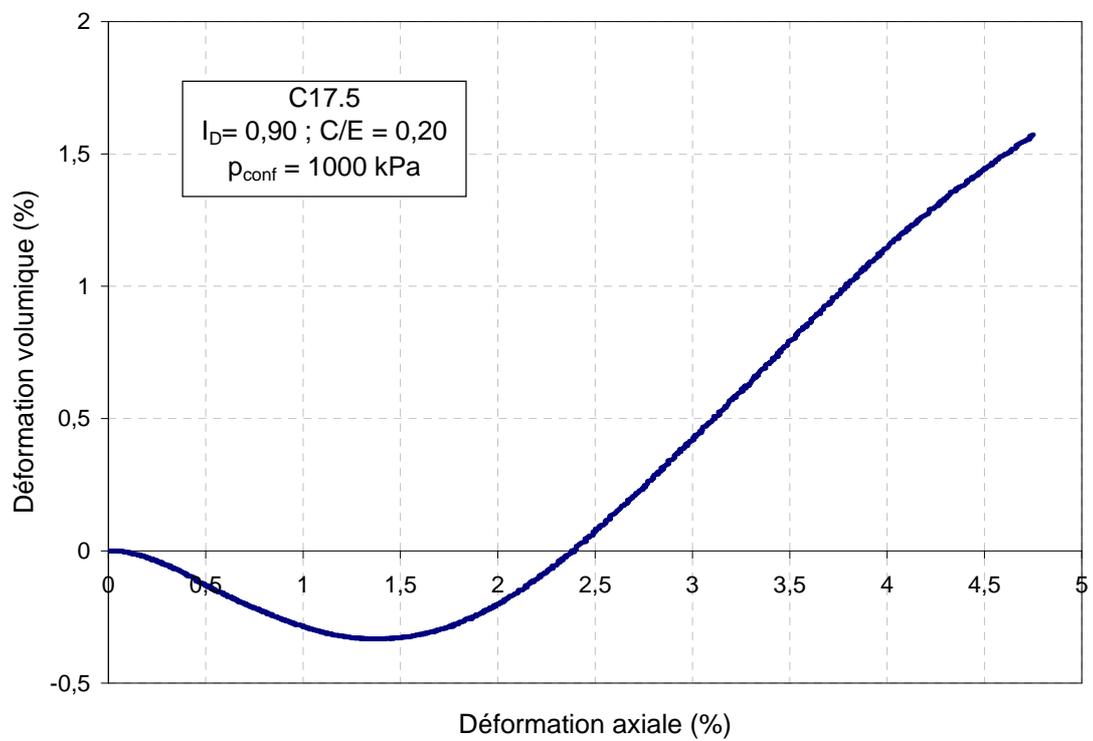
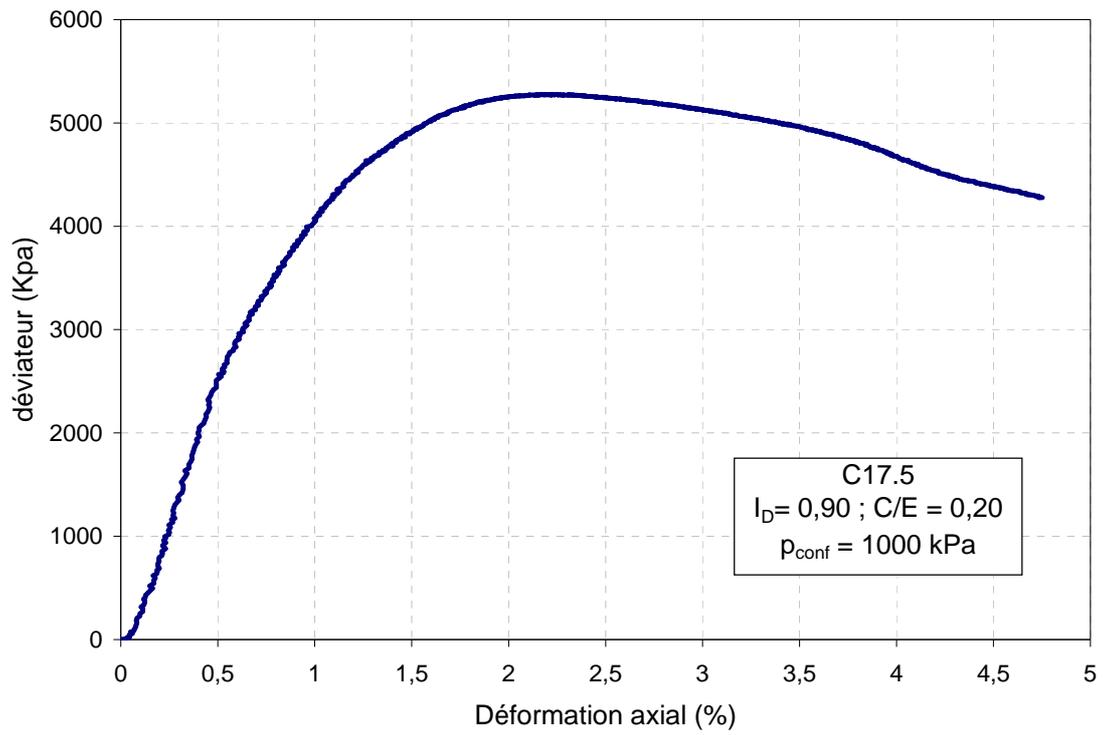


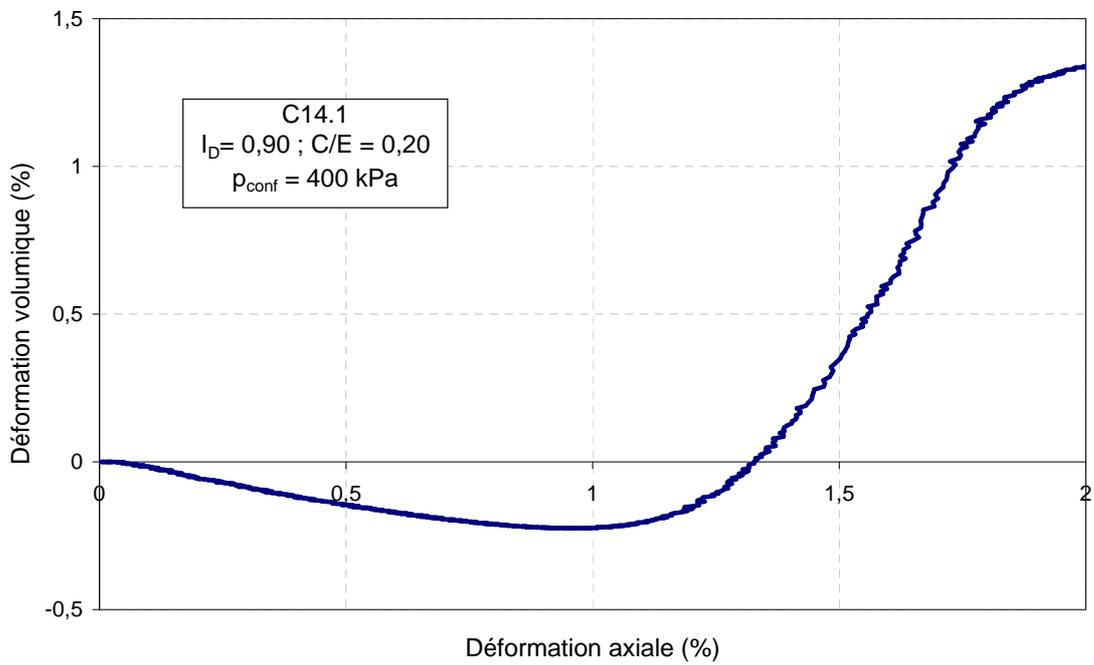
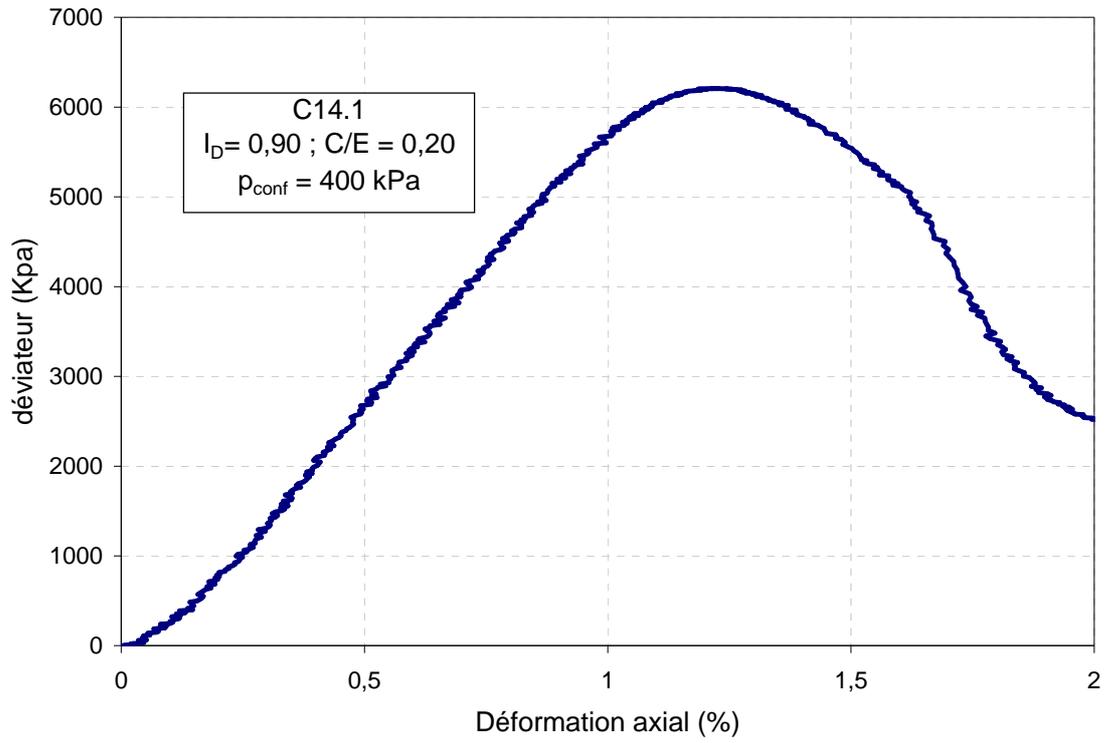


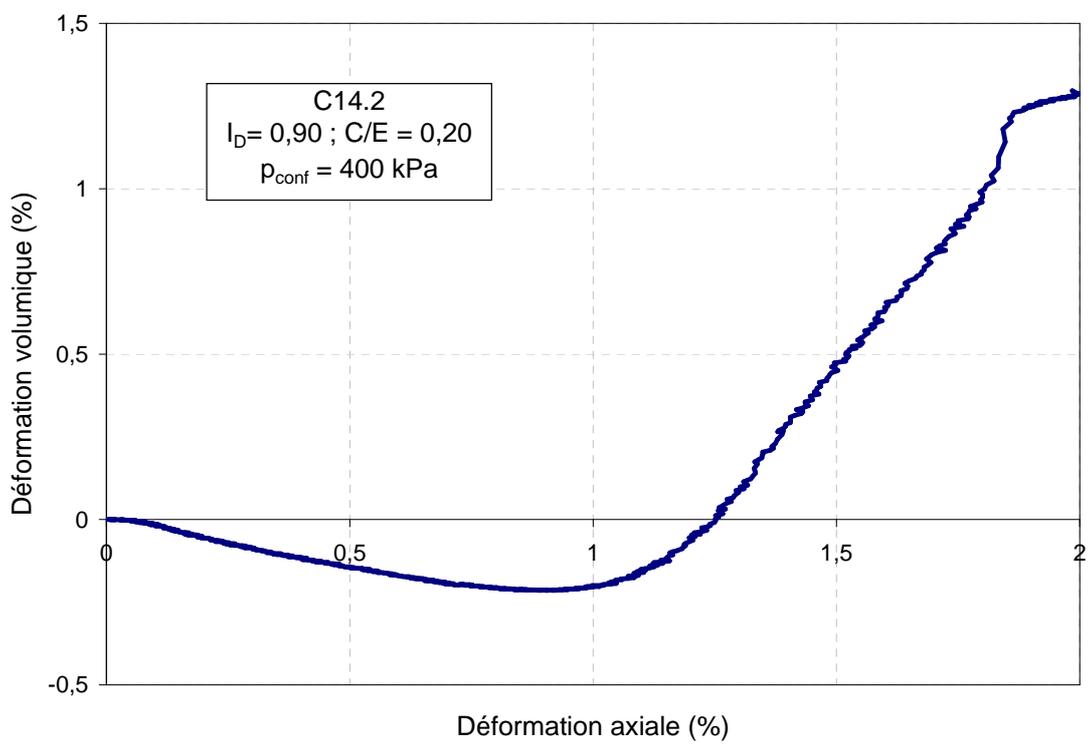
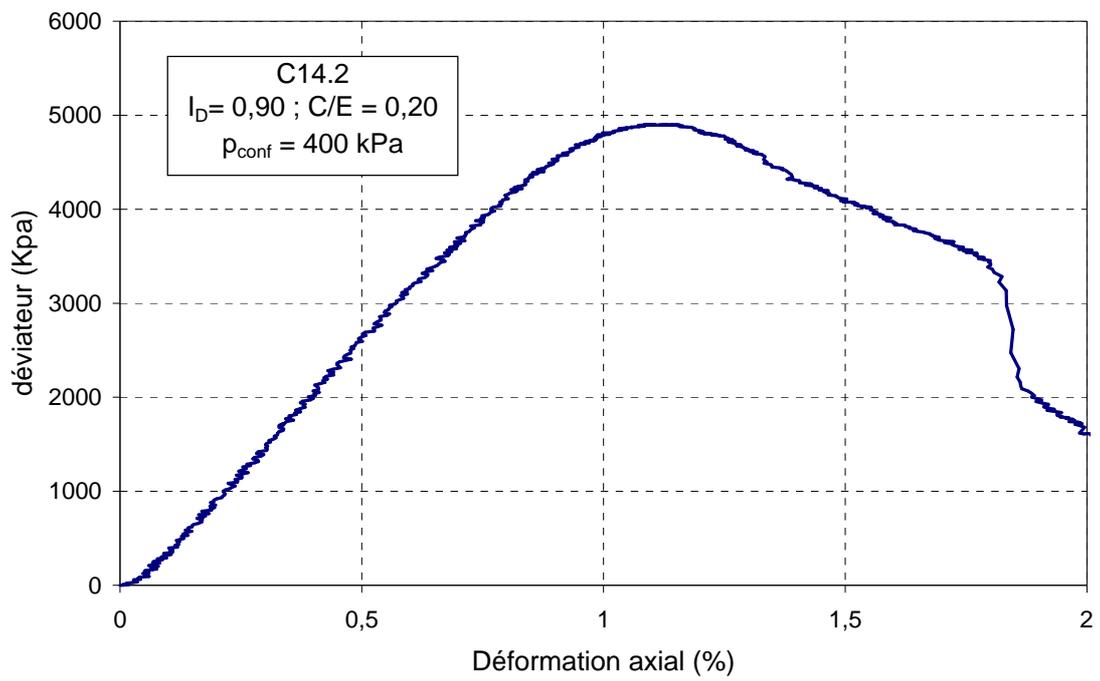


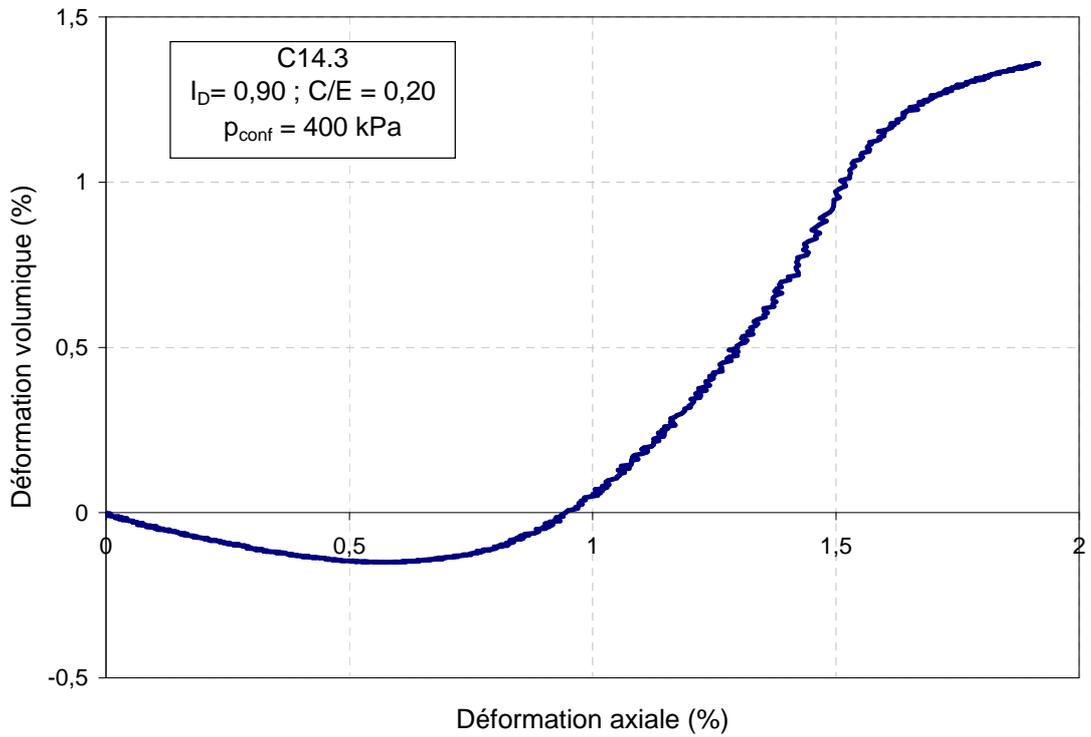
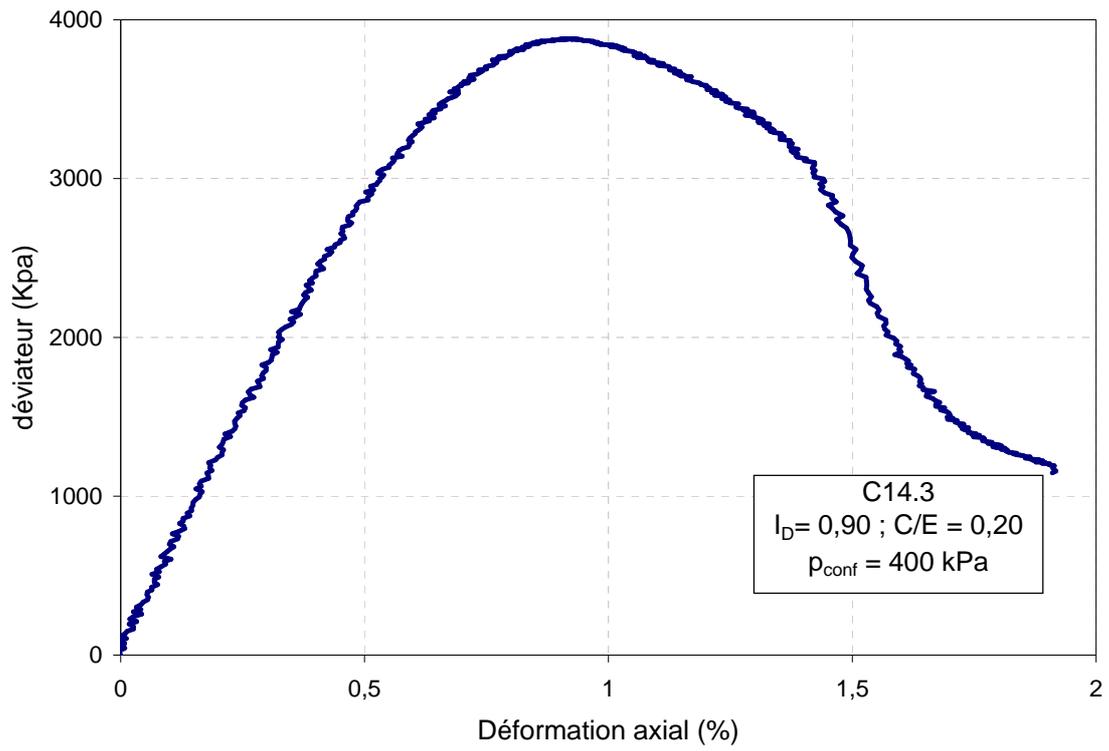


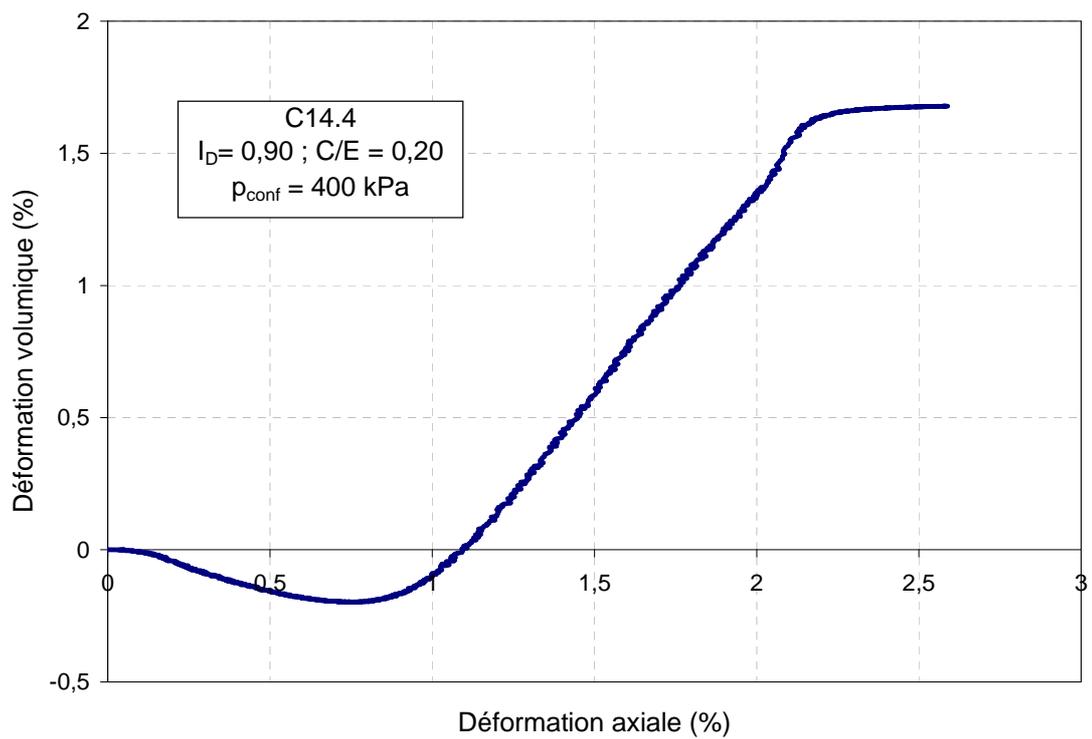
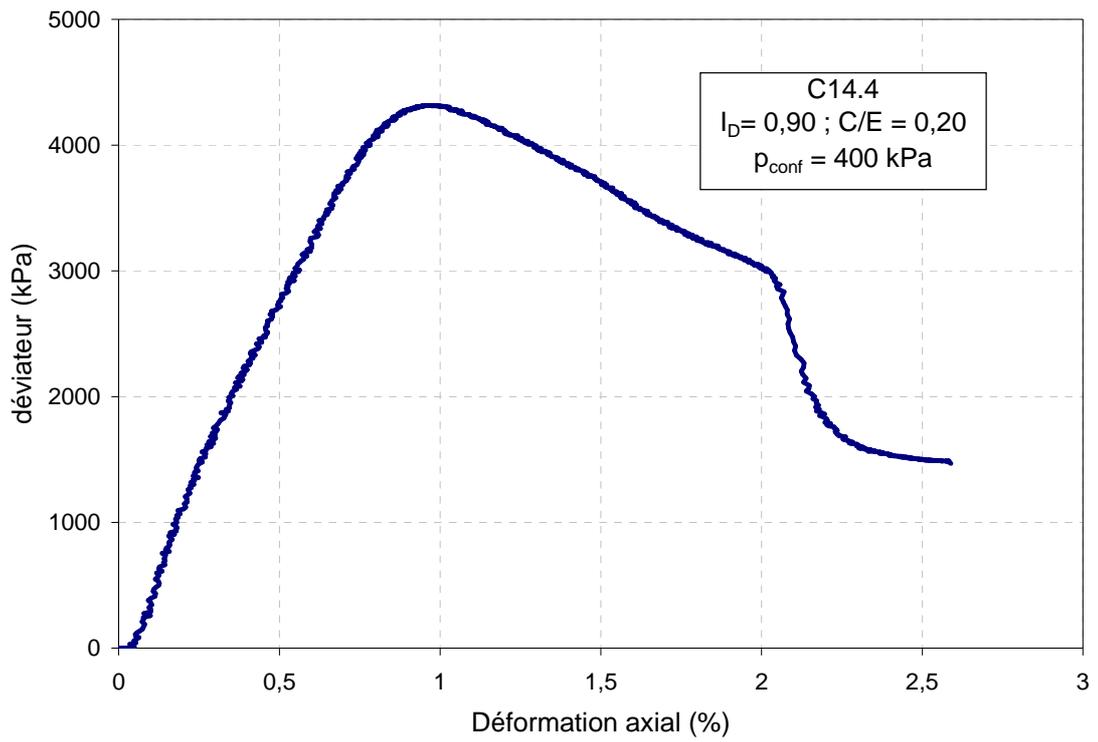


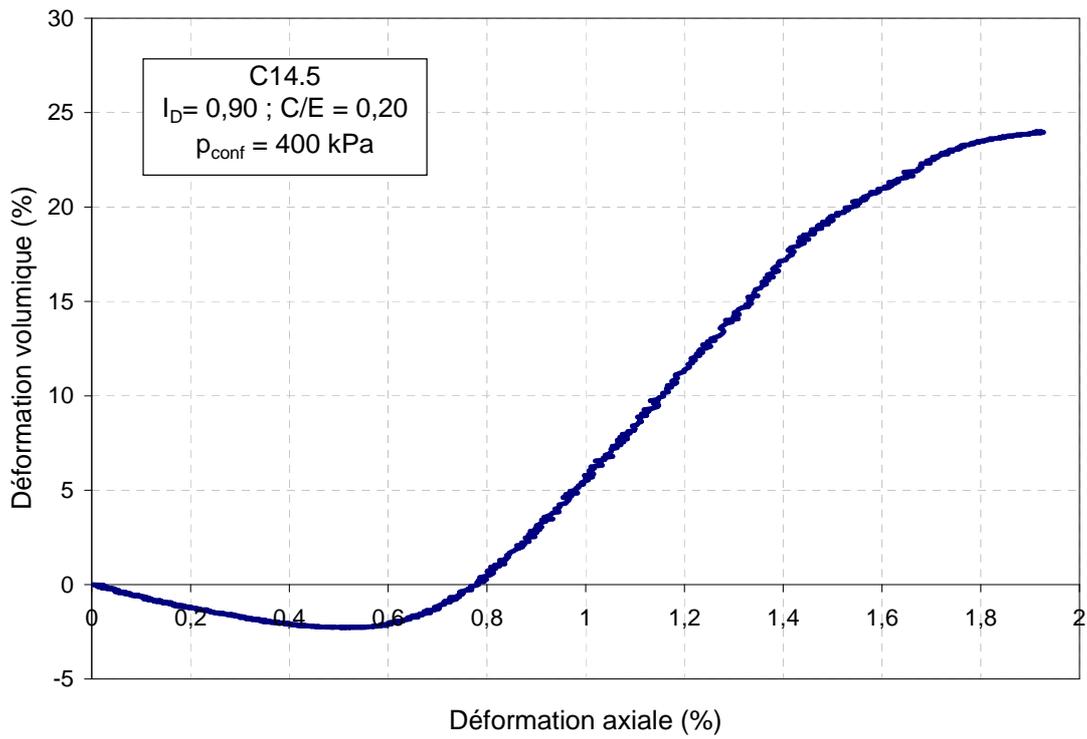
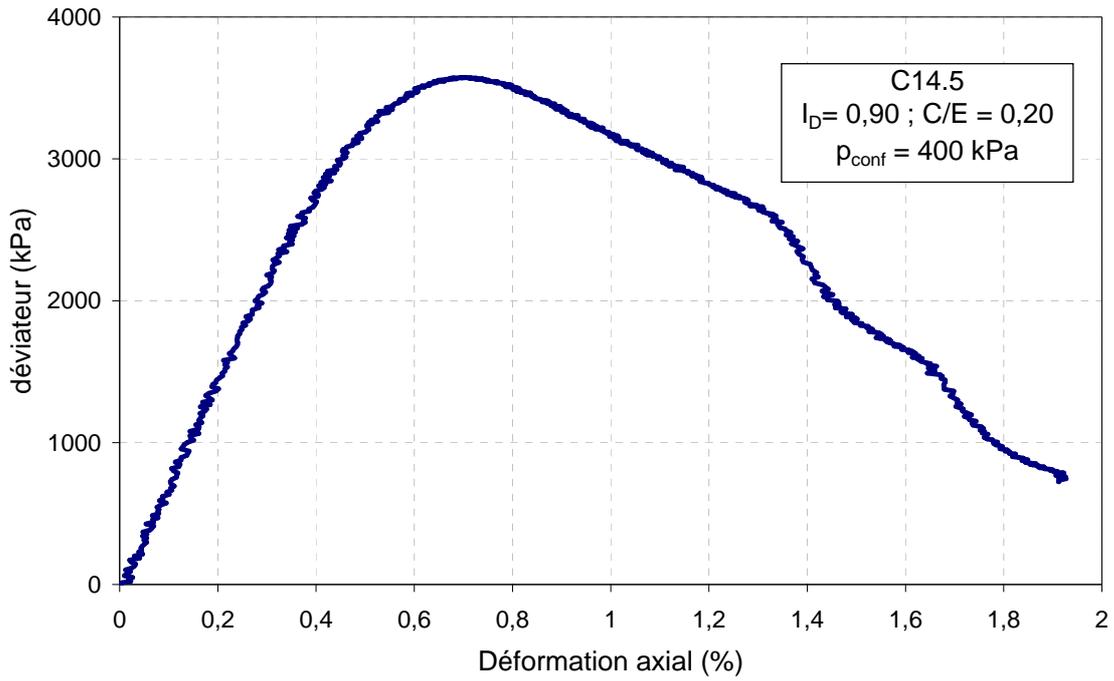


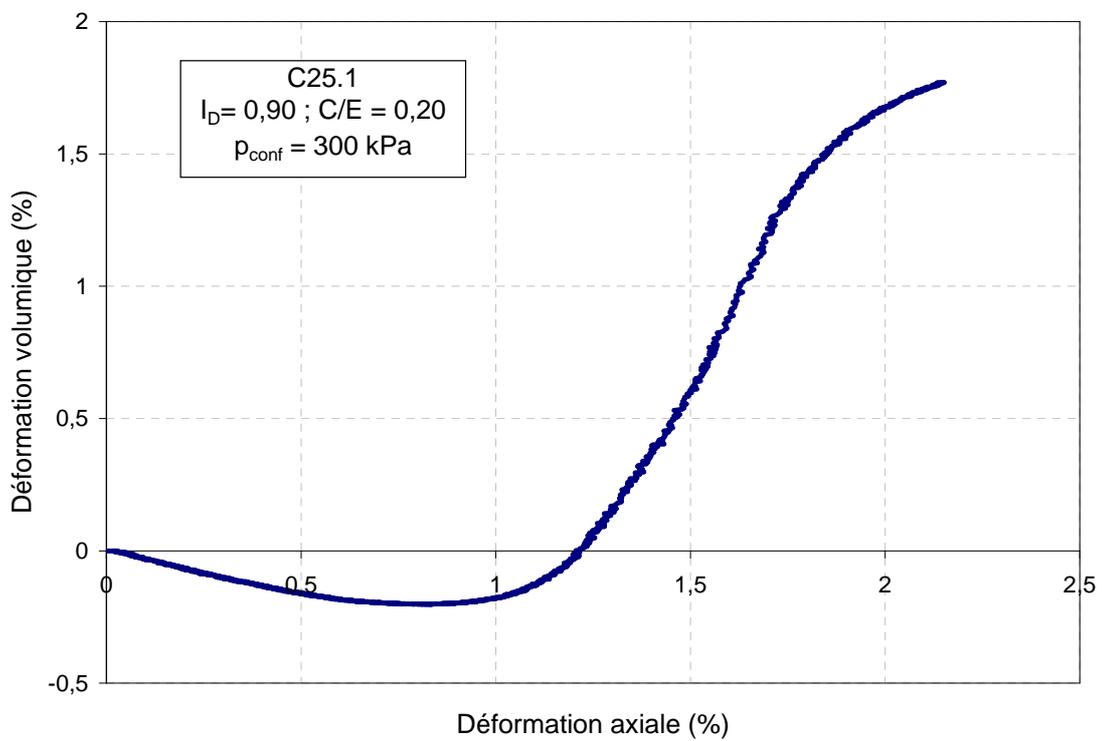
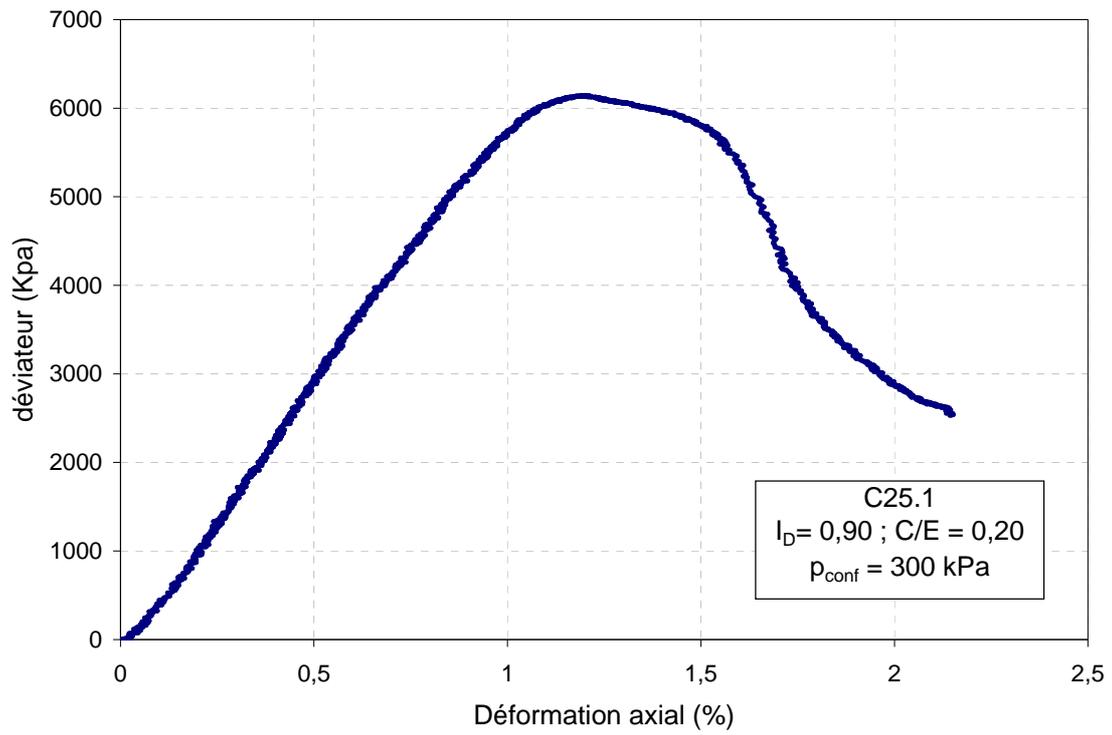


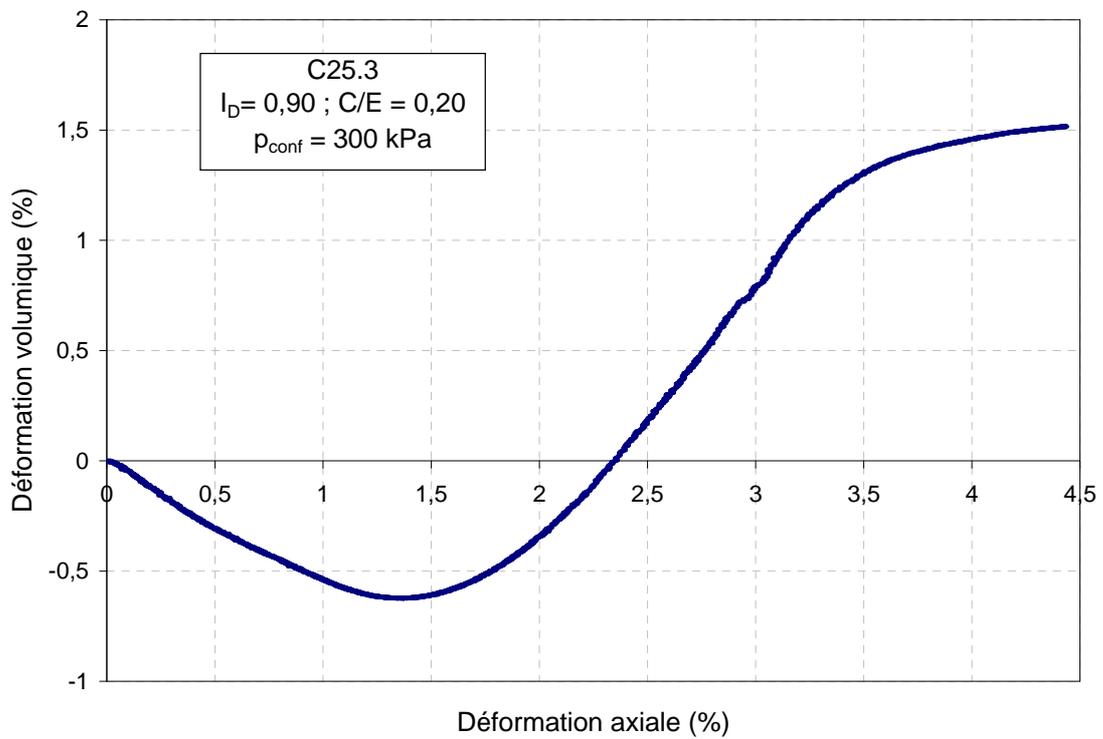
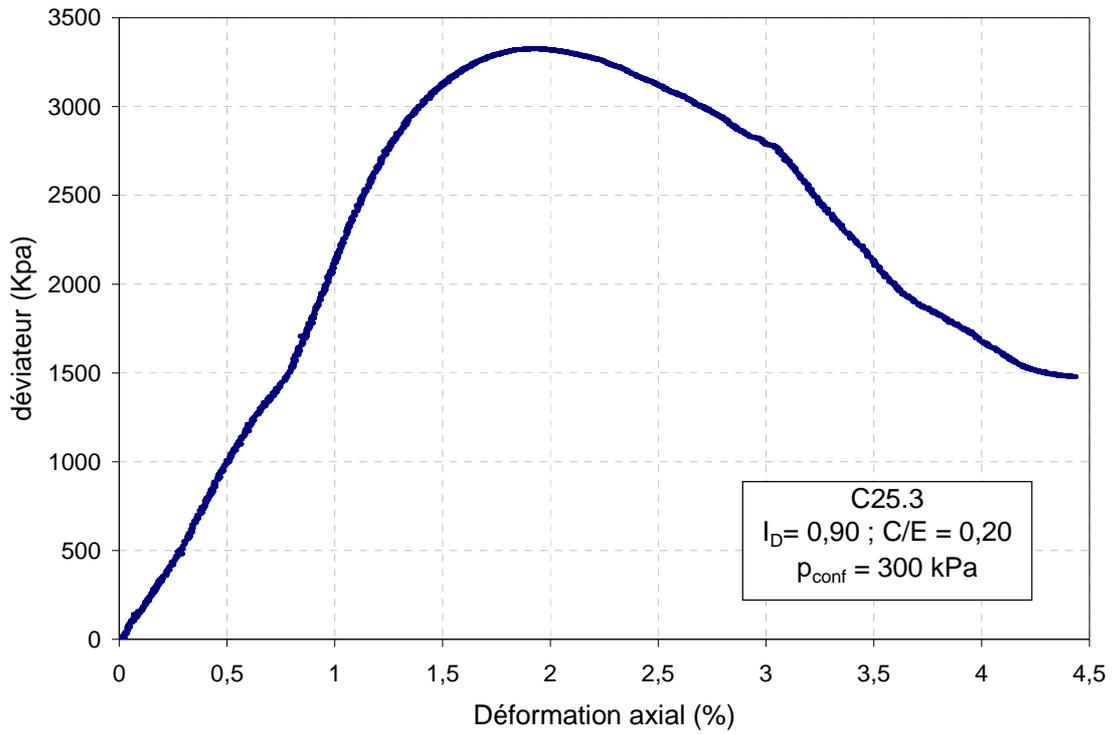


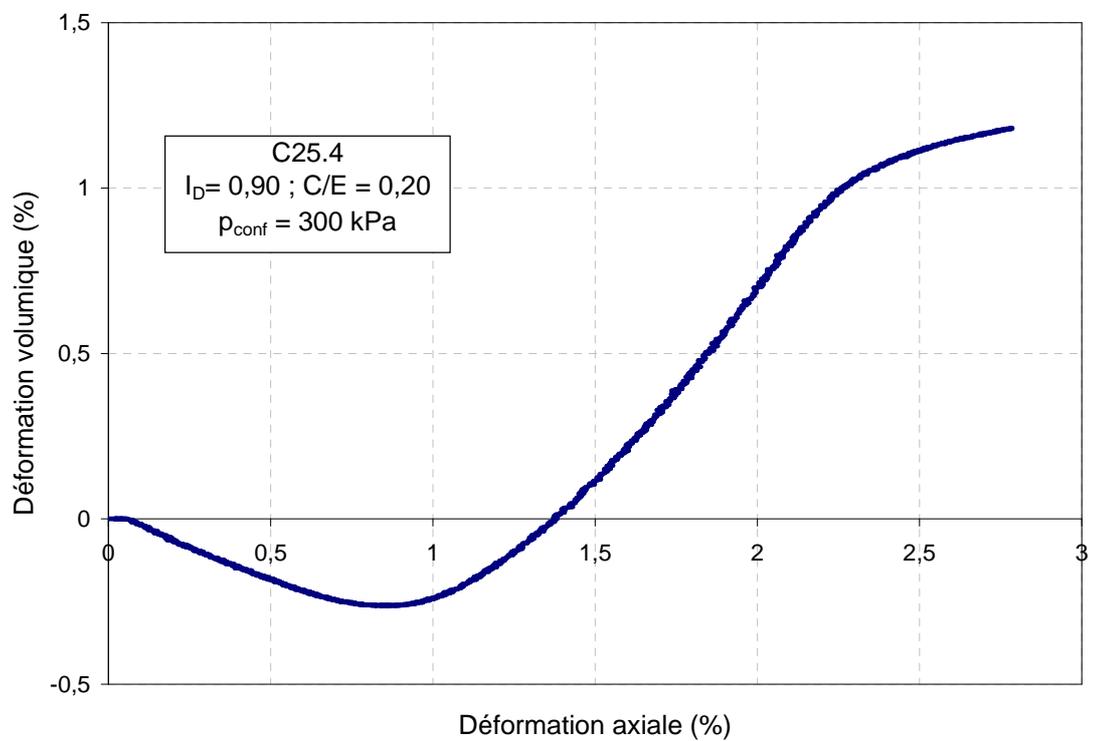
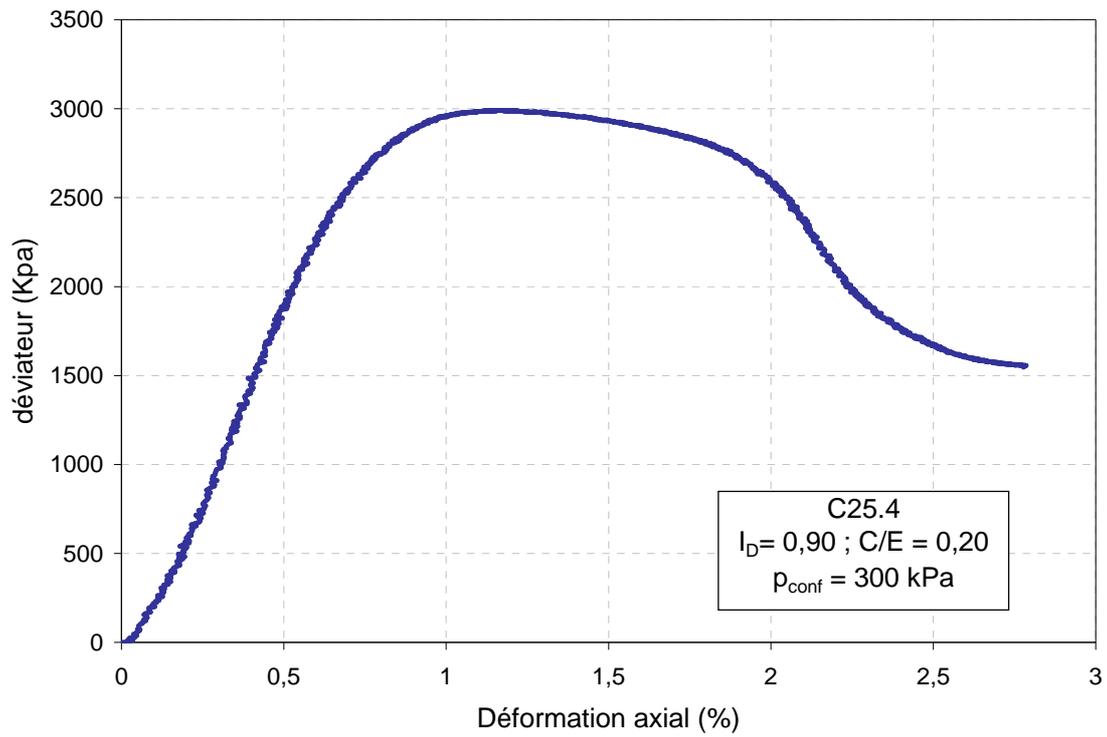


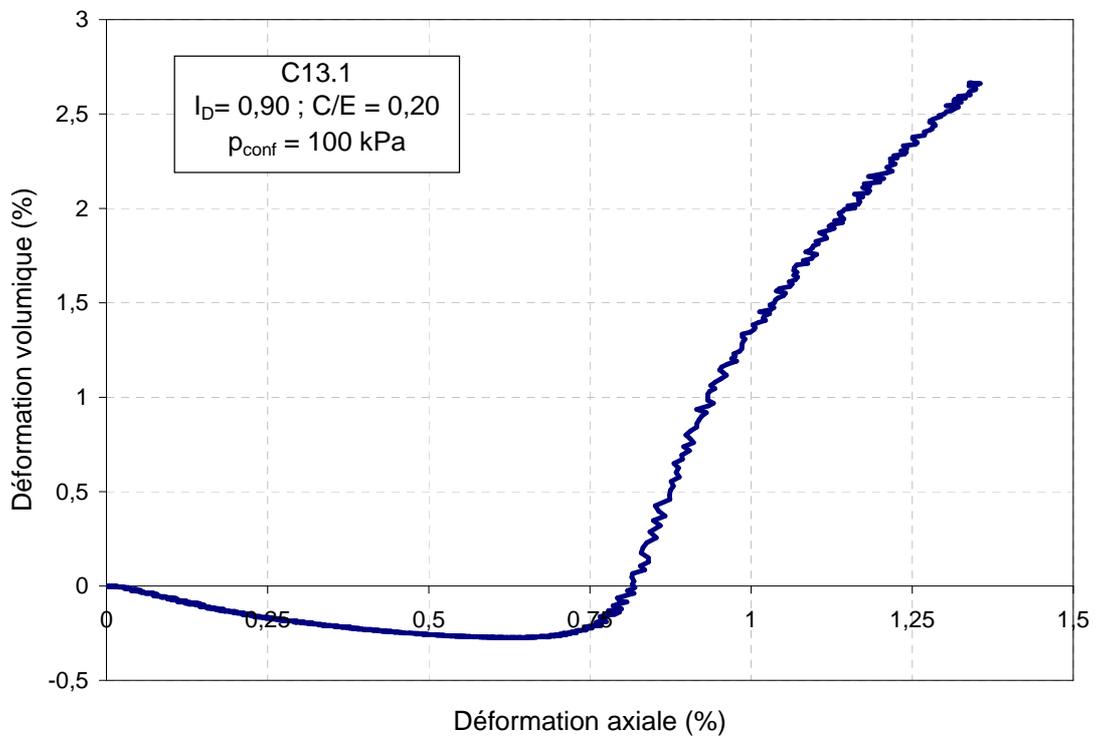
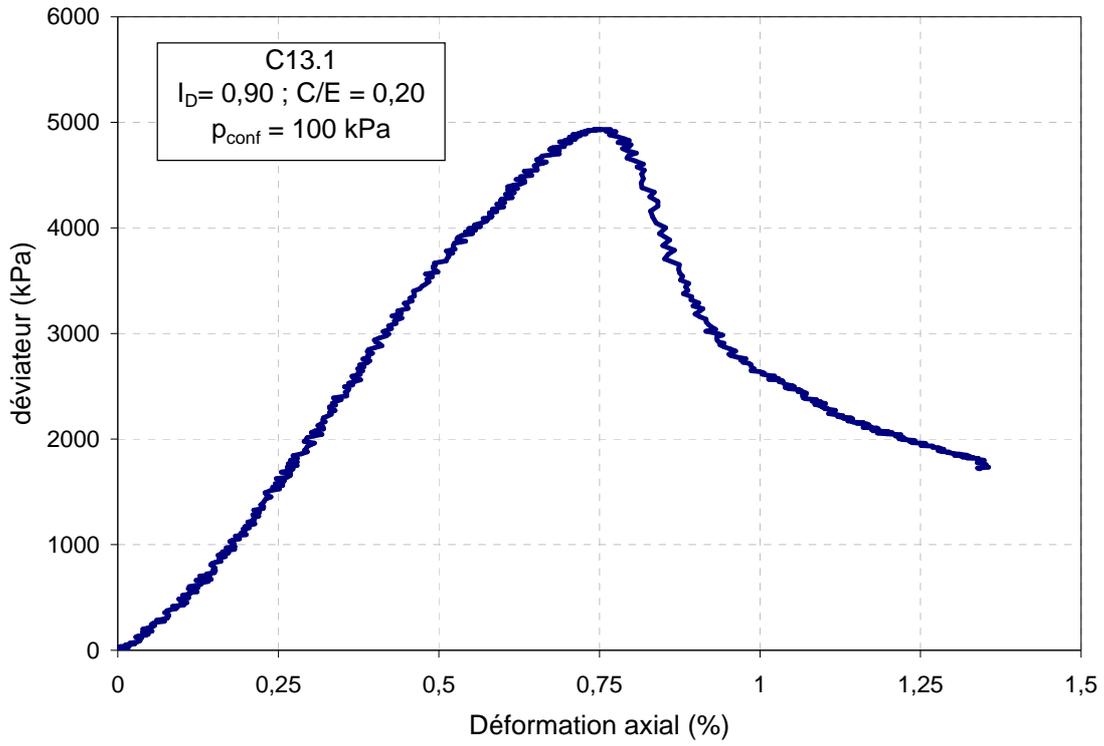


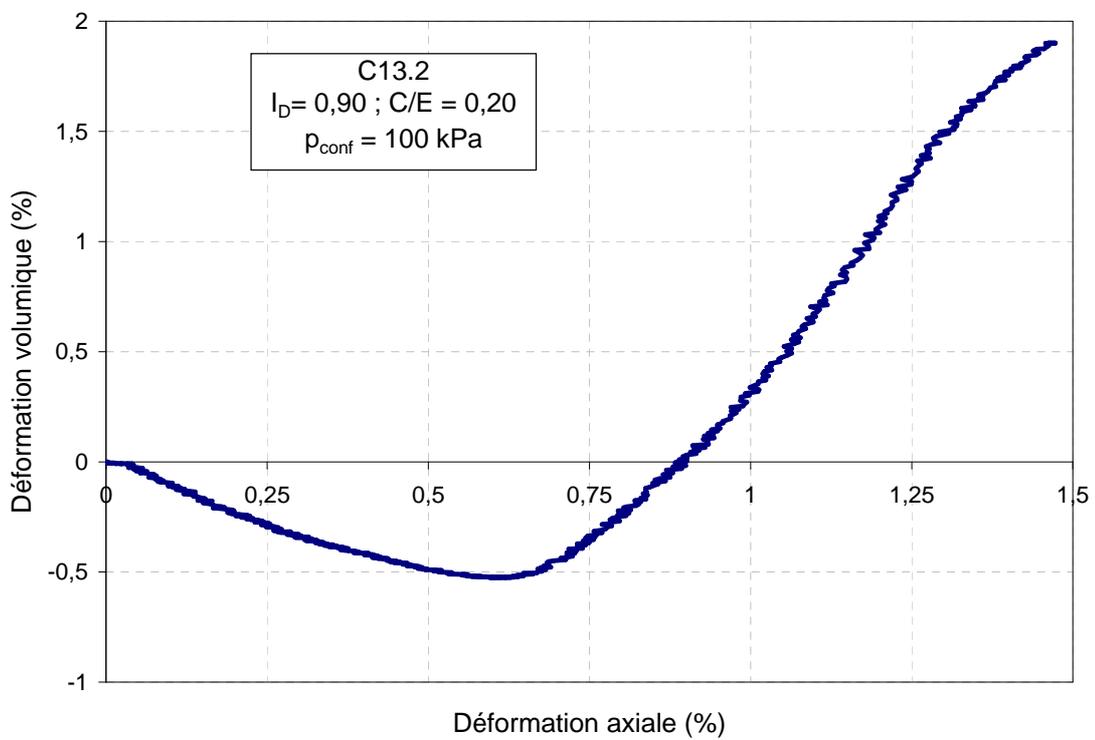
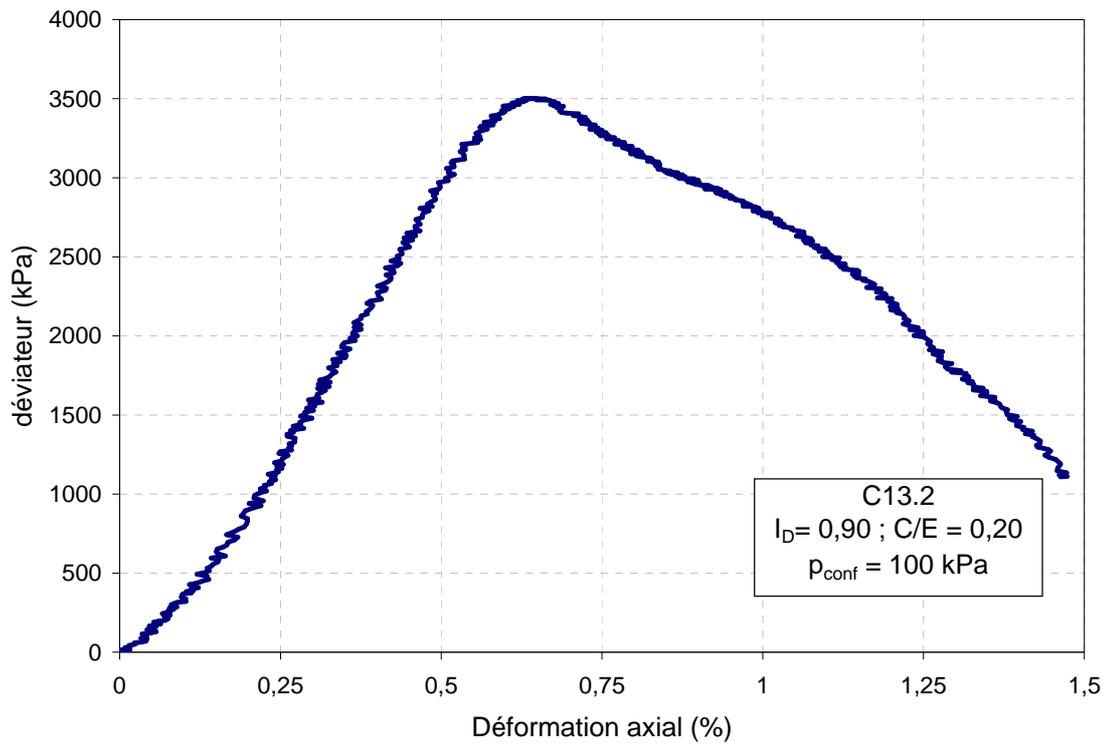


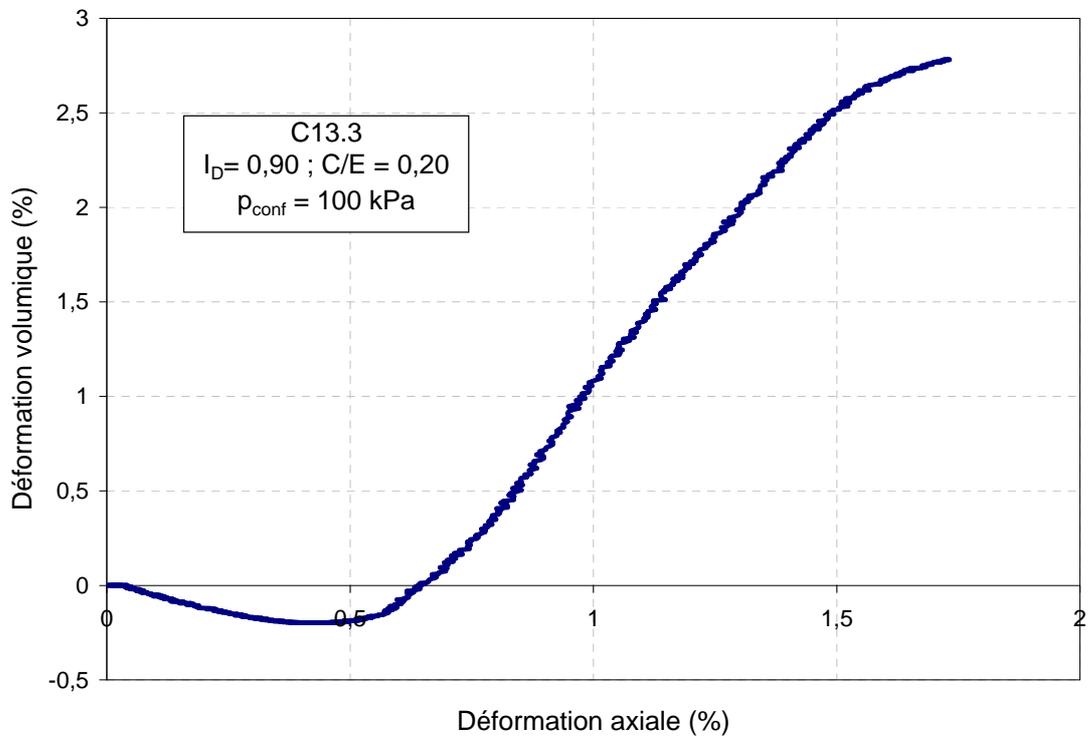
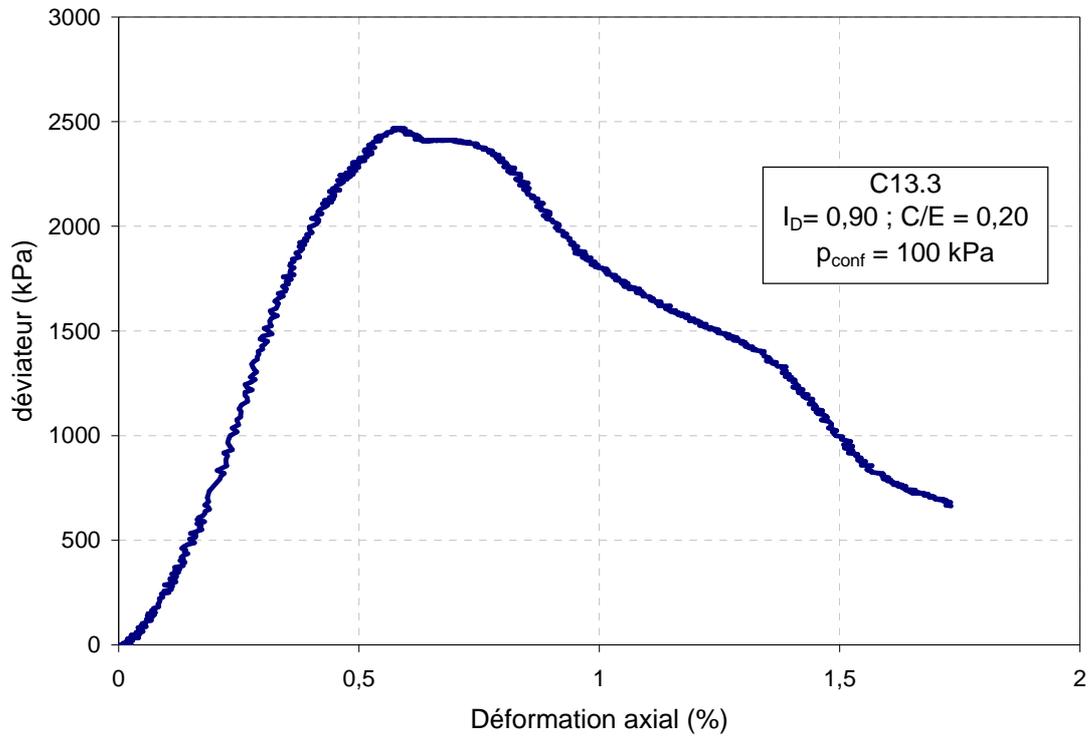


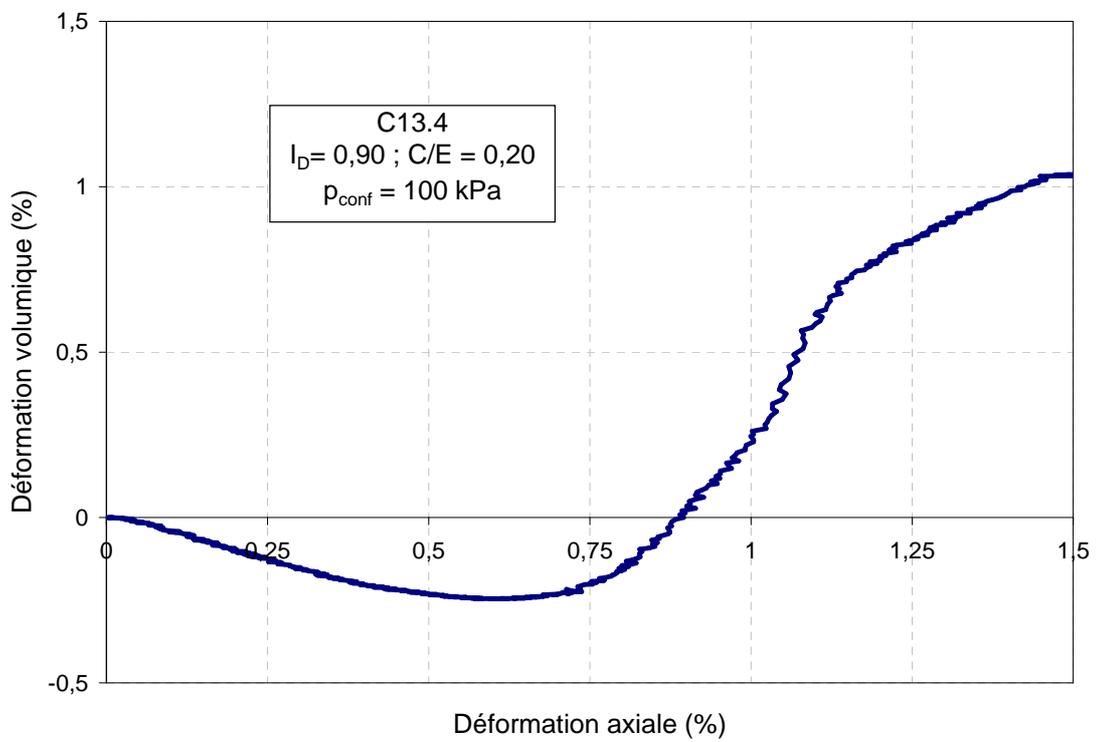
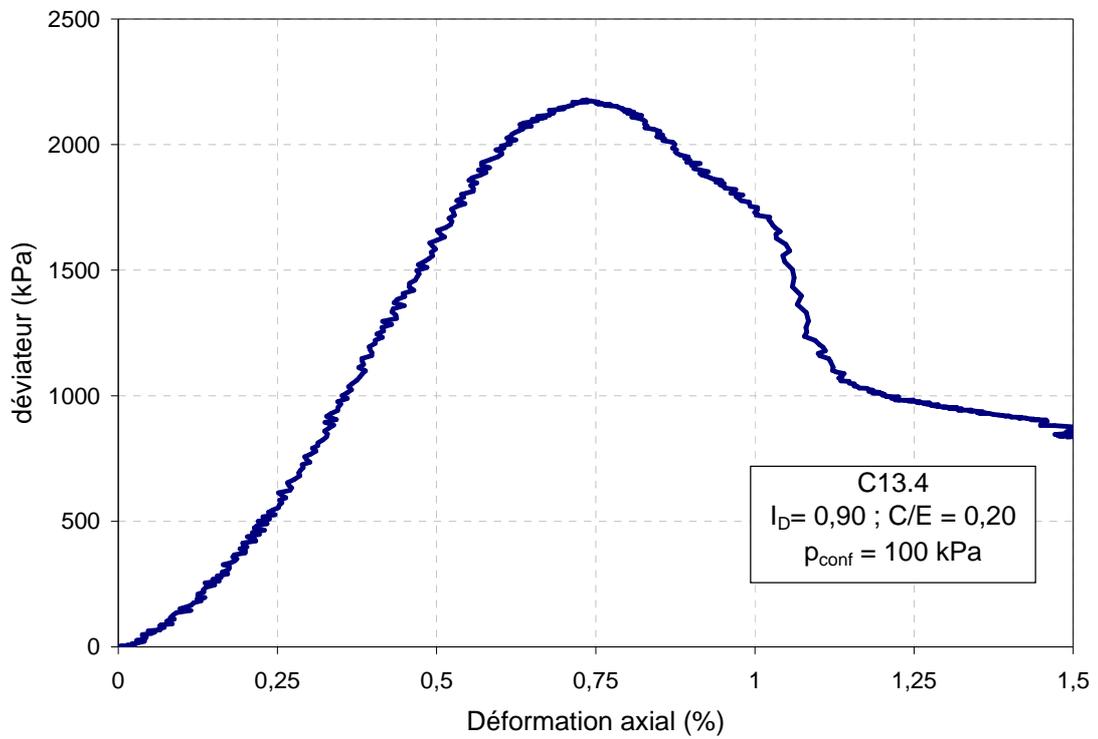


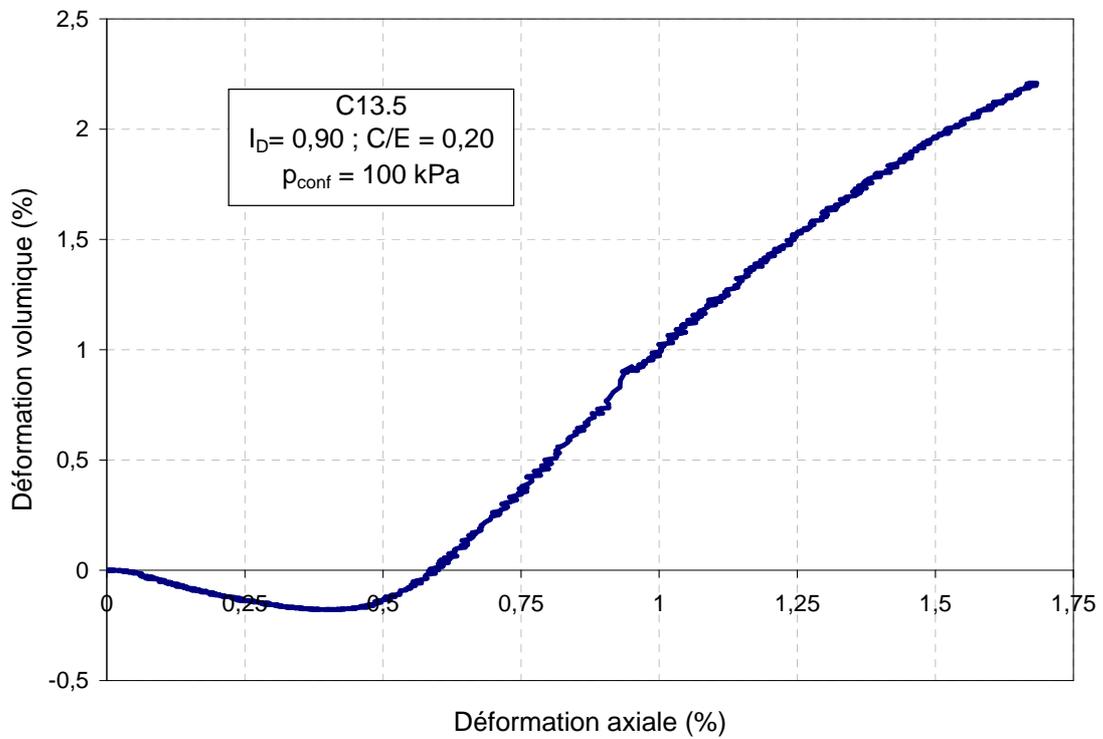
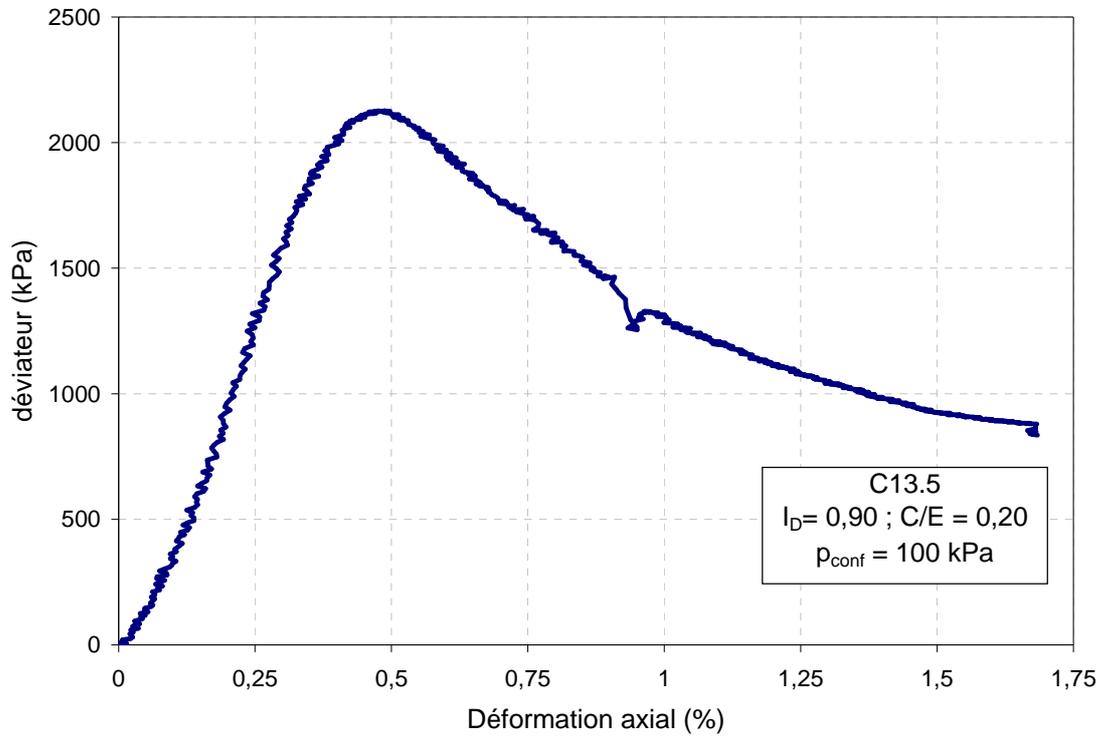


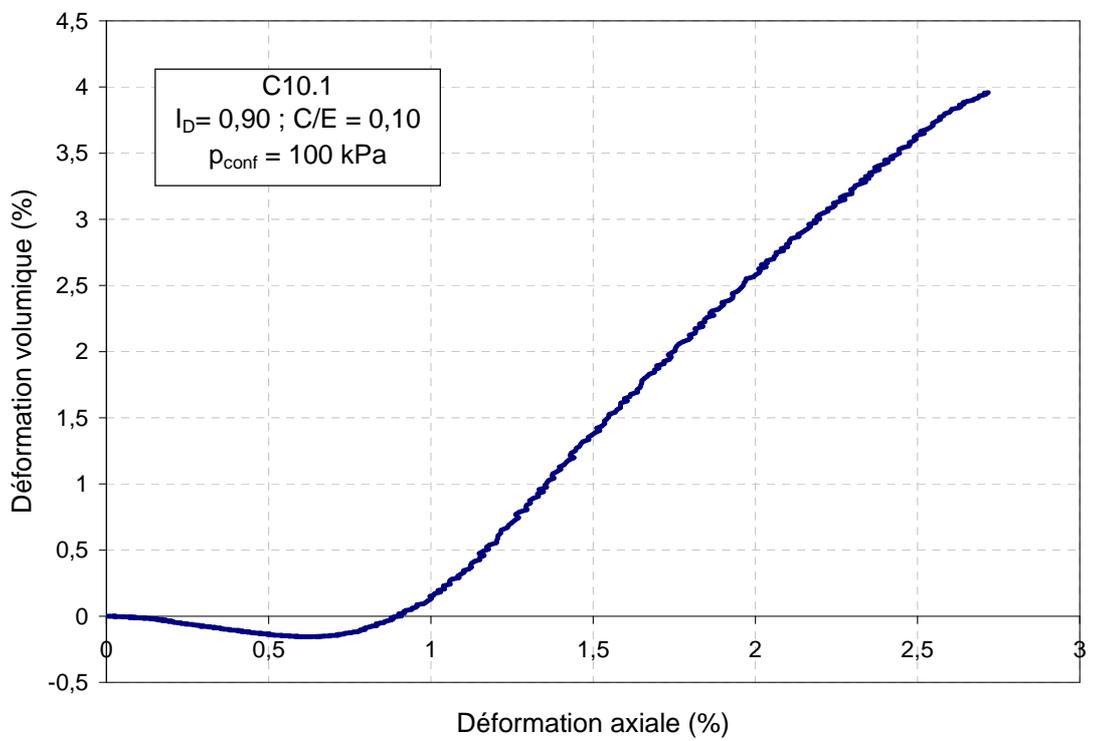
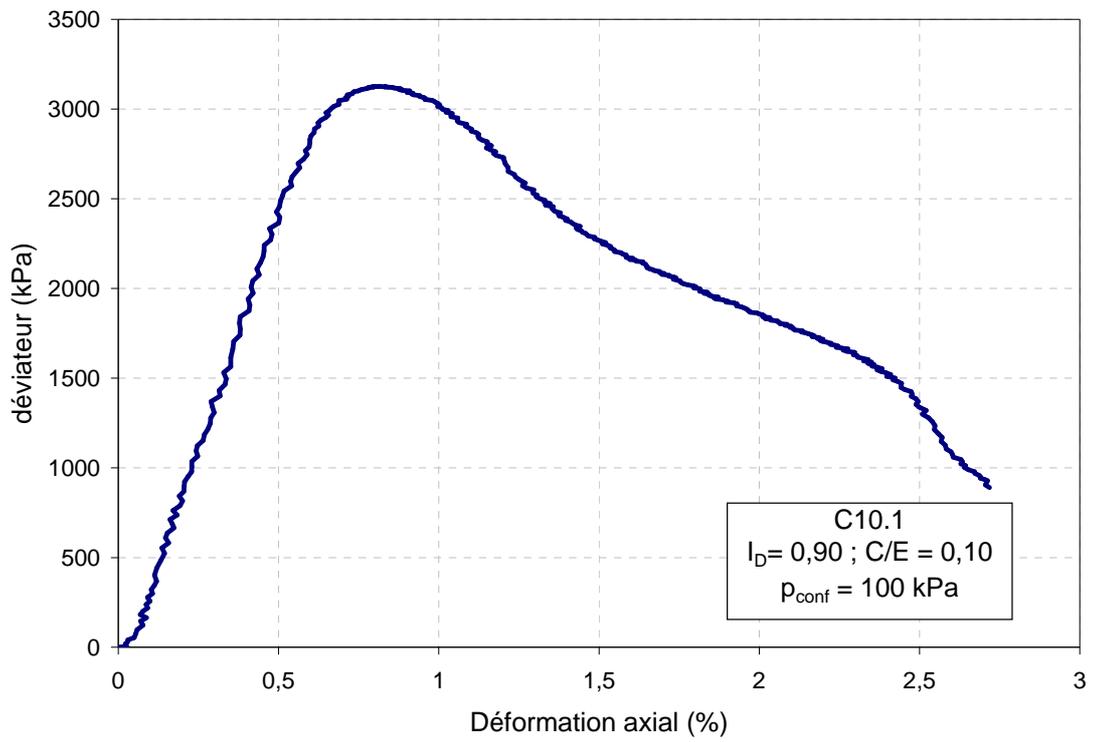


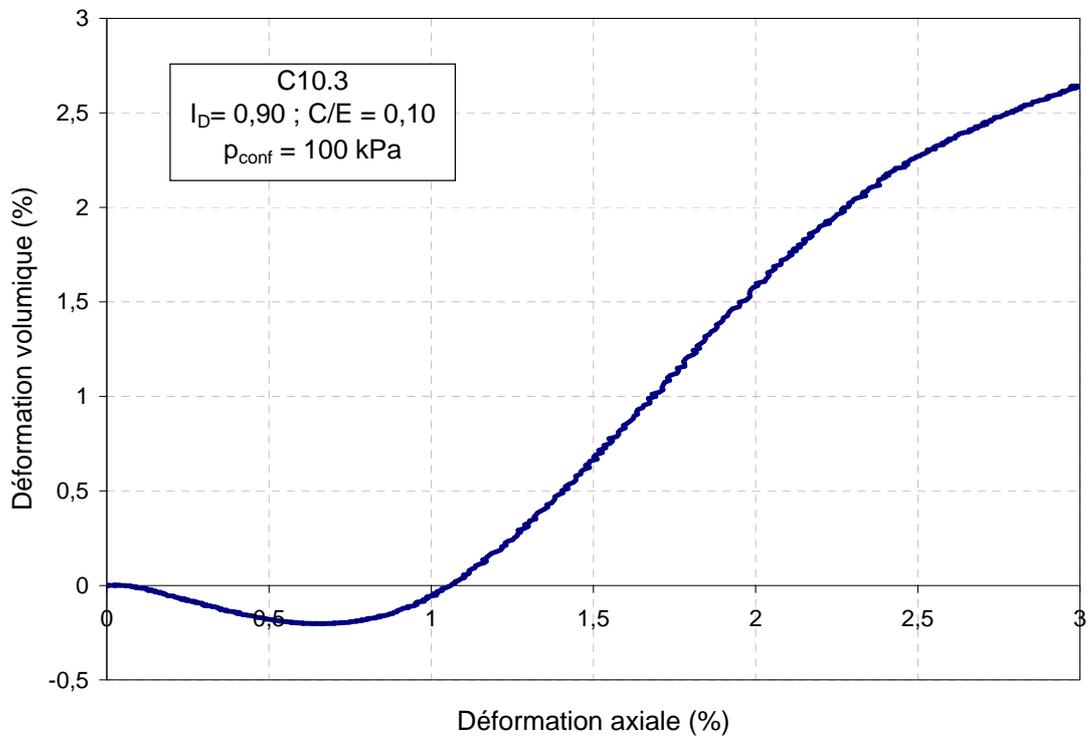
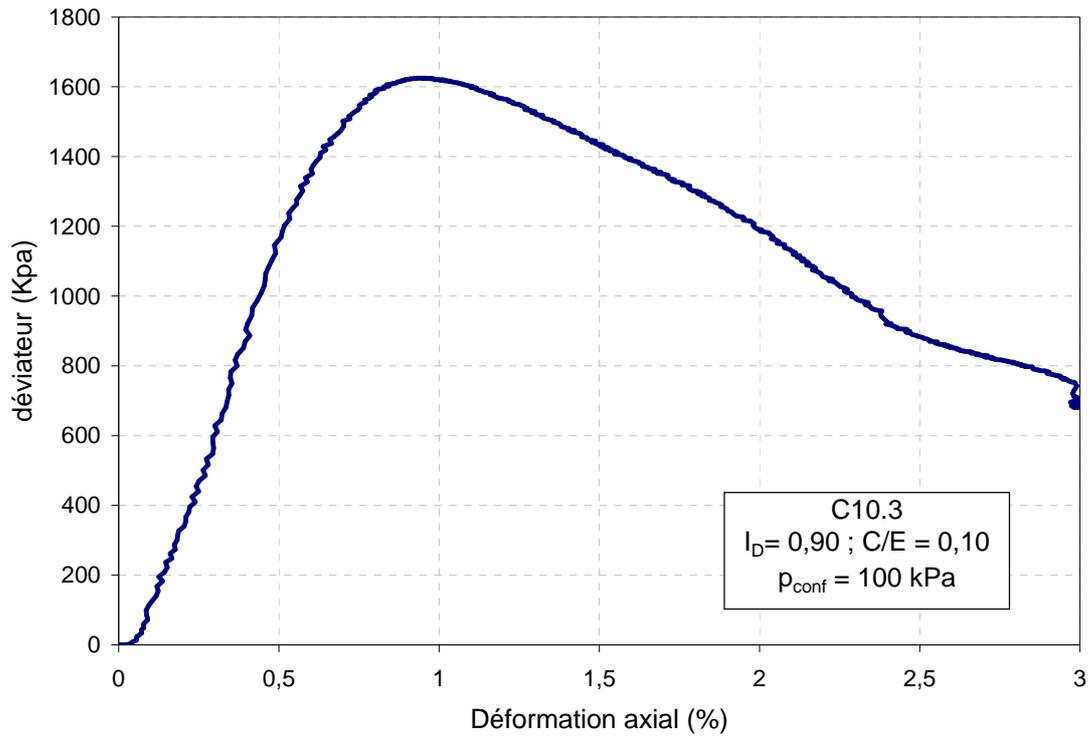


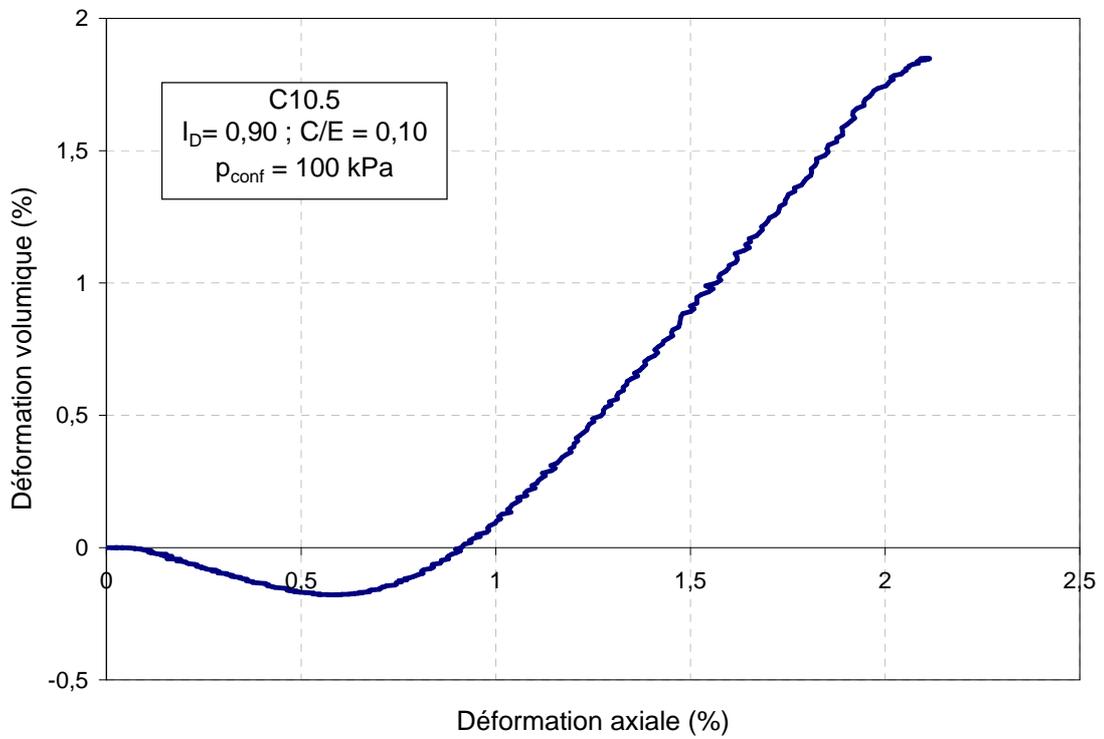
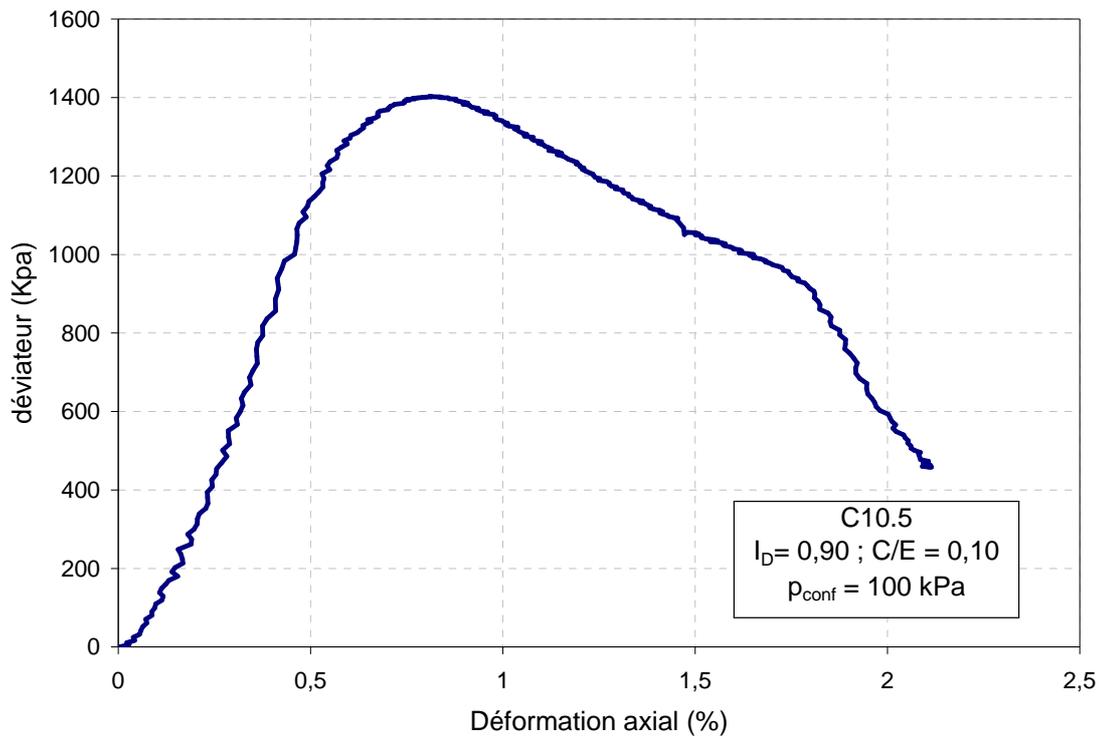












Résumé

L'injection est un procédé largement utilisé et relativement ancien de renforcement des sols. Le plus souvent, on met en œuvre des coulis de ciment formulés de façon à imprégner le réseau poreux. L'effet escompté de la prise du ciment faisant corps avec la structure granulaire est une augmentation de raideur et un gain de cohésion. On présente une étude expérimentale destinée à la caractérisation du comportement mécanique des milieux granulaires vierges et injectés. Une attention particulière est accordée à la non linéarité du comportement élastique et à la variation du comportement en fonction de la distance à la source d'injection. Une caractérisation microstructurale a été réalisée dans le but d'affiner la compréhension des mécanismes responsables du renforcement dû à l'injection et d'orienter les choix du modèle micromécanique. La caractérisation de la porosité finale du milieu a été abordée grâce à des techniques expérimentales (porosimétrie, analyse d'image) et à travers une modélisation basée sur une loi de filtration. Concernant la modélisation micromécanique, nous nous sommes intéressés au comportement du milieu granulaire vierge et injecté à la fois pour ce qui est des petites déformations et les caractéristiques de rupture. Nous avons proposé une première approche consistant à remplacer la phase solide du milieu granulaire par un matériau fictif continu choisi de façon à ce que le composite de même porosité que le milieu réel, ayant comme phase solide le matériau fictif, exhibe un comportement identique au milieu réel. Ce milieu fictif présente l'avantage d'être décrit de manière continue, ce qui nous a permis de mettre en œuvre les techniques classiques d'homogénéisation des milieux aléatoires, pour modéliser les effets de l'introduction de la phase cimentaire. Dans une deuxième approche, le milieu granulaire est modélisé comme un polycristal poreux. Le comportement de l'assemblage granulaire est déduit à partir de la loi de contact intergranulaire régissant les discontinuités de déplacement dans les interfaces lors de l'application d'une charge. La problématique de la rupture a été abordée aussi bien pour le milieu granulaire vierge que pour le milieu injecté.

Mots clés : *Milieux granulaires ; injection ; élasticité non linéaire ; rupture ; micromécanique ; microstructure ; homogénéisation.*

Abstract

The injection is a largely used and relatively old process of ground improvement. Generally, a cement grout formulated in order to impregnate the porous network is used. The result is an improvement of the properties of the soil by reduction in permeability and an increase of the mechanical resistance of the soil. We present an experimental study for the characterization of the mechanical behaviour of the virgin and injected granular media. A special focus is put on the non linearity of the elastic behaviour and the variation of the behaviour according to the distance from the injection source. A microstructural characterization was carried out aiming at a better understanding of the mechanisms responsible for the reinforcement brought by injection and in order to formulate the micromechanical model. The characterization of the final porosity of the grouted medium was addressed by means of experimental techniques (porosimetry, image analysis) and through a phenomenological model based on a filtration law. Concerning micromechanical modelling, we were interested in the behaviour of the virgin and injected granular medium at the small deformations and at the rupture characteristics. We proposed a first approach consisting in replacing the solid phase of the granular medium by a selected continuous fictitious solid. The fictitious medium which is equivalent to the real granular medium is then a porous medium made up of the fictitious solid phase and pores. This fictitious medium has the advantage of being described in a continuous manner, which enabled us to use the traditional techniques of homogenisation of the random media, to model the effects of the introduction of the cementing phase. In a second approach, the granular medium is modelled as a porous polycrystal. The behaviour of the granular assembly is derived from the intergranular law of contact governing the displacement discontinuities in the interfaces when applying a load. The failure properties were addressed for both the virgin and the injected granular media.

Key words : *Granular media ; grouting ; non linear elasticity ; failure ; micromechanics ; microstructure ; homogenization.*