HAL
open science

Réalisation d'un dispositif de condensation de Bose-Einstein et de transport d'un échantillon cohérent d'atomes

Marie Fauquembergue

To cite this version:

Marie Fauquembergue. Réalisation d'un dispositif de condensation de Bose-Einstein et de transport d'un échantillon cohérent d'atomes. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2004. Français. NNT : . tel-00146378

HAL Id: tel-00146378

https://pastel.hal.science/tel-00146378v1

Submitted on 14 May 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 7771

INSTITUT D'OPTIQUE THÉORIQUE ET APPLIQUÉE
LABORATOIRE CHARLES FABRY

UNIVERSITÉ PARIS XI

U.F.R. SCIENTIFIQUE D'ORSAY

THÈSE

présentée pour obtenir

le GRADE de DOCTEUR EN SCIENCES

DE L'UNIVERSITÉ PARIS XI ORSAY

par

Marie FAUQUEMBERGUE

Sujet :

REALISATION D'UN DISPOSITIF DE CONDENSATION DE BOSE-EINSTEIN ET DE TRANSPORT D'UN ECHANTILLON COHERENT D'ATOMES

Soutenue le 15 décembre 2004 devant la Commission d'examen :

M.	P. VERKERK	Rapporteur
M.	O. GORCEIX	Rapporteur
Mme	L. PRUVOST	Examinatrice
M.	A. LANDRAGIN	Examinateur
M.	P. CHAVEL	Président
M.	A. ASPECT	Directeur de thèse
M.	P. BOUYER	Membre invité

A Etienne,

Remerciements

Ce travail a été effectué au Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique dans le groupe d'Optique Atomique. Je remercie son directeur Pierre Chavel de m'y avoir accueilli et d'avoir accepté de présider le jury, ainsi qu'Alain Aspect pour m'avoir offert une place dans son groupe. Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Philippe Verkerk et Olivier Gorceix pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à ce travail en s'acquittant de la tâche de rapporteur et à Laurence Pruvost et Arnaud Landragin pour avoir accepté de faire partie du jury de soutenance.

Ce travail a été suivi par Philippe Bouyer dont l'enthousiasme constant m'a permis de surmonter les périodes difficiles de l'expérience. Je lui suis reconnaissante de l'aide qu'il m'a apportée, particulièrement au moment où j'étais seule sur l'expérience, et de sa relecture du manuscrit. Les travaux relatés dans cette thèse s'appuient sur un véritable travail d'équipe : Yann Le Coq a été l'initiateur de cette expérience et un véritable guide dans mon apprentissage des atomes froids ; Jean-Félix Riou m'a rejointe après un an, j'ai grandement apprécié la rigueur de ses raisonnements et j'ai eu plaisir à partager avec lui les grands moments que cette expérience nous a apporté ; puis William est venu élargir l'équipe, sa bonne humeur indéfectible, ses talents d'opticien et sa grande générosité m'ont été précieux. Qu'ils trouvent tous trois ici l'expression de ma gratitude.

Indiscutablement, cette expérience n'aurait pu voir le jour sans l'aide de nos deux électroniciens de choc : Frédéric Moron et André Villing. Je les remercie bien entendu pour le savoir-faire dont ils ont fait preuve et qu'ils communiquent avec passion mais aussi pour leur bonne humeur, ce fut un plaisir de travailler en leur compagnie. Je suis redevable aussi de l'aide apportée par différents stagiaires, en particulier de celle de Carsten Vandel Nielsen et Andre Grimpe. Les services techniques de l'Institut d'Optique ont participé aussi à la construction ou au bon déroulement de cette expérience. Merci donc à l'atelier de mécanique, le service entretien, le service des TP et le service achat. Je remercie également Gracia Martins pour le tirage de ce manuscrit.

Merci aussi à tous les autres membres du groupe d'Optique Atomique, qui dotent ce groupe d'une ambiance chaleureuse. Plus particulièrement, je remercie Jérôme, Thorsten, Rodolphe, Andres, Signe et Isabelle avec lesquels, sous le biais d'activités diverses, j'ai partagé d'excellents moments. Un merci spécial à Simon pour l'aide précieuse qu'il a apporté à la rédaction de ce manuscrit et à Christine pour son soutien, votre amitié a su accompagner une période de rédaction pas toujours facile et partagée de doutes.

Enfin, je souhaite remercier ma famille de m'avoir toujours soutenue durant mes études et je ne saurais terminer sans remercier celui qui, inlassablement, me communique la passion de la physique, Etienne, à qui je dédie ce manuscrit.

Table des matières

Introduction **7**

1 Condensation de Bose-Einstein **13**
1.1 Condensation d'un gaz parfait de bosons piégés 14
1.1.1 Mise en évidence de la condensation de Bose-Einstein . . . 14
1.1.2 Température critique 15
1.1.3 Paramètre de dégénérescence 18
1.2 Propriétés statiques du condensat 19
1.2.1 Le potentiel d'interaction 19
1.2.2 L'équation de Gross-Pitaevskii 24
1.2.3 L'approximation de Thomas-Fermi 26
1.2.4 Caractéristiques du condensat et du nuage thermique . . . 26
1.2.4.1 Fraction condensée 26
1.2.4.2 Taille 27
1.2.4.3 Energie et expansion 28
1.3 Conclusion 30

2 Le refroidissement Laser **31**
2.1 L'interaction lumière - matière 31
2.1.1 La force lumineuse totale 31
2.1.2 La force de pression de radiation 36
2.2 Dispositif optique du refroidissement 43
2.2.1 Transitions utilisées 43
2.2.2 Les diodes sur réseau 44
2.2.3 Asservissement par absorption saturée 46
2.2.4 Injection de diodes libres 49
2.2.5 Synoptique des différents lasers utilisés 51
2.3 Réalisation expérimentale 52
2.3.1 Source et jets atomiques 52
2.3.2 Ralentissement du jet 55
2.3.3 Le MOT 57
2.3.4 Dark MOT et Ultra Dark MOT 61
2.3.5 Mélasse 62
2.3.6 Séquence expérimentale 63

2.4 Conclusion 63

3 Le piège magnétique 65
3.1 Principe du piège magnétique 65
3.2 Piège magnétique de Ioffe-Pritchard 67
3.2.1 Expression du champ magnétique 69
3.2.2 Les caractéristiques du piège 70
3.3 L'électroaimant 72
3.3.1 Les matériaux ferromagnétiques 73
3.3.2 Description de l'électroaimant 74
3.3.3 Caractéristiques de l'électroaimant 77
3.3.4 Les champs magnétiques rémanents 82
3.4 Transfert des atomes de la mélasse au piège magnétique 84
3.4.1 Adaptation des tailles 85
3.4.2 Adaptation des centres : le circuit positionneur du MOT . 85
3.5 Compression du piège magnétique 86
3.5.1 Durée de vie 87
3.5.2 Optimisation du taux de collisions 89
3.6 Conclusion 93

4 L'évaporation radio-fréquence 95
4.1 Principe de l'évaporation radio-fréquence 95
4.1.1 Couteau radio-fréquence 96
4.1.2 Montage de la radio-fréquence 99
4.2 Efficacité de l'évaporation 101
4.2.1 Dynamique d'évaporation et évaporation forcée 101
4.2.2 Condition sur l'énergie de troncature 104
4.2.3 Régime d'emballement 105
4.3 Dynamique complète d'évaporation 106
4.4 Mesures des caractéristiques du nuage atomique 110
4.4.1 Mesure du nombre d'atomes par absorption 111
4.4.2 Mesure de la température par temps de vol 117
4.4.3 Taux de collisions 118
4.5 Résultats expérimentaux de l'évaporation et caractéristiques du condensat 119
4.5.1 Résultats de la rampe d'évaporation 119
4.5.2 Observation de la transition de Bose-Einstein 122
4.5.3 Profil de Thomas-fermi 124
4.6 Laser à atomes 126
4.6.1 Principe 127
4.6.2 Résultats expérimentaux 127
4.6.3 Mise en évidence d'imperfections expérimentales 132

4.7 Conclusion 135

5 La manipulation optique d'atomes condensés 137
5.1 Force et piégeage dipolaires 137
5.1.1 Expression générale du potentiel 137
5.1.2 Le potentiel lumineux d'un piège FORT 140
5.2 Montage de la pince optique 142
5.2.1 Montage 142
5.2.2 Caractérisation de la pince 145
5.2.3 Positionnement de la pince sur les atomes 149
5.3 Caractéristiques des atomes piégés dans la pince 151
5.4 Les deux types de transfert envisagés 155
5.4.1 Transfert adiabatique 156
5.4.2 Evaporation radio-fréquence dans un piège hybride : piège magnétique + pince optique 156
5.5 Transport du condensat 158
5.5.1 Etude du transport en fonction de différents profils de déplacement 159
5.6 Pièges modulés : potentiels optiques variés 163
5.7 Conclusion 164

Conclusion 165

A L'atome de Rubidium 167

B Le système à vide 169
B.1 Vide à atteindre 169
B.2 Enceinte à vide et système de pompage 170
B.3 La mesure de la pression dans l'enceinte 172
B.4 Les limites du vide 172

C Calcul du potentiel dipolaire 173

Bibliographie 185

Introduction

En 1925, Einstein généralise au cas des atomes la statistique développée par Bose pour les photons, statistique qui permit la compréhension du rayonnement du corps noir. Il prédit alors que pour de très faibles températures, les atomes s'accumulent dans l'état fondamental. A cette époque, la distinction entre bosons (particules de spin entier) et fermions (particules de spin demi-entier) n'avait pas encore été effectuée. Depuis, nous savons que seuls les bosons présentent cette particularité, deux fermions indiscernables ne pouvant occuper le même état quantique. Cette accumulation d'atomes dans le même état quantique est appelée *condensation de Bose-Einstein*. L'intérêt majeur d'un tel phénomène est de révéler à un niveau macroscopique le caractère ondulatoire de la matière : les atomes indiscernables adoptent un comportement collectif.

Il faut attendre 1995 et la réunion de technologies développées dans différents domaines : le refroidissement laser (spectroscopie de haute précision), le piégeage magnétique d'atomes neutres (physique des plasmas) et le refroidissement évaporatif (travaux sur l'hydrogène polarisé) pour obtenir les premiers condensats de Bose-Einstein gazeux. Ce sont les alcalins qui furent les premiers atomes à être condensés : le Rubidium ^{87}Rb [1], le sodium ^{23}Na [2] et le lithium ^{7}Li [3]. Le prix Nobel de 2001 récompensa les équipes concernées par la réalisation de ces tous premiers condensats gazeux : l'équipe de JILA avec Carl Wieman et Eric Cornell pour la condensation du Rubidium [4] et l'équipe du MIT avec Wolfgang Ketterle pour le Sodium [5].

Depuis, ces expériences ont pris beaucoup d'ampleur et actuellement, il y a environ 50 condensats de Bose-Einstein de par le monde. Les études menées sur ces condensats sont essentiellement de quatre types[1] :

- *Etudes de gaz quantiques dilués.* Celles-ci sont situées à l'interface de la physique atomique et de la physique de la matière condensée. Les condensats de Bose-Einstein gazeux permettent de rendre compte de phénomènes quantiques macroscopiques rencontrés en milieux liquide ou solide. Ils en apportent des descriptions théoriques plus précises du fait des faibles interactions entre atomes traitées par une théorie de champ moyen. Citons parmi ces études celles concernant le caractère superfluide du condensat

[1] Nous ne prétendons ici à aucune exhaustivité. Les exemples relevés dans chacun des quatre types sont ceux qui nous ont semblé les plus marquants.

[6, 7, 8], la génération d'excitations non-linéaires du condensat avec notamment la propagation de solitons [9] et la formation de vortex quantifiés [10, 11] et l'étude de gaz de dimensionnalité réduite [12]. Mentionnons enfin les études de condensats dans des réseaux optiques à une ou plusieurs dimensions [13, 14] avec notamment l'observation de la transition de Mott [15].

– *Les nouveaux gaz quantiques dégénérés* : mers de Fermi et condensats moléculaires. Les mers de Fermi sont obtenues par refroidissement sympathique entre bosons et fermions [16, 17]. Une des quêtes les plus intéressantes de ce domaine est l'observation de paires de Cooper (appariement de deux fermions) et de la superfluidité associée [18]. Quant à la condensation de molécules, elle constitue un véritable challenge puisqu'à l'inverse des atomes qui possèdent une structure interne relativement simple, celle des molécules empêche un refroidissement laser efficace. Ces condensats moléculaires sont produits à partir de condensats atomiques à l'aide de mécanisme de photoassociation stimulée [19] ou de résonances de Feschbach [20].

– *L'optique atomique.* La caractéristique principale des condensats est leur cohérence spatiale [21, 22]. Celle-ci confère aux ondes de matière un comportement similaire à celui des ondes lumineuses d'une source laser. Dans ces expériences, le condensat est utilisé comme une source cohérente d'atomes et sa manipulation donne lieu à des phénomènes similaires à ceux observés en optique traditionnelle : lasers à atomes [23], mélange à quatre ondes [24]... D'autre part, l'utilisation de condensats pour des expériences interférométriques devrait conduire à des mesures plus précises [25].

– *L'optique quantique.* Les condensats de Bose-Einstein sont des échantillons atomiques idéaux pour créer des superpositions macroscopiques d'états essentielles à l'information quantique [26]. Actuellement, des réseaux de portes logiques sont à l'étude utilisant des condensats piégés dans des réseaux optiques [27].

Contexte de notre expérience : l'interférométrie atomique

Notre expérience s'inscrit dans le domaine de l'optique atomique. Plus particulièrement, nous visons à utiliser des sources cohérentes guidées dans des structures lumineuses pour l'interférométrie atomique.

Le principe de l'interférométrie atomique standard est le suivant : le paquet d'onde associé à chaque atome est divisé en deux, puis, après un temps T, recombiné (équivalent du Mach-Zehnder optique). La différence entre les phases accumulées selon chacun des deux trajets est alors mesurée via le nombre d'atomes détectés sur l'une des sorties de l'interféromètre. L'exemple le plus abouti dans le

domaine de l'interférométrie atomique est celui de l'horloge atomique [28]. Dans ce cas, les deux trajets correspondent à deux états internes différents. Dans le cas où les deux trajets correspondent à des degrés de liberté externes différents (suite à un transfert cohérent d'impulsion de la lumière aux atomes), les deux trajets sont séparés spatialement et des modifications du champ inertiel peuvent conduire à des modifications de phase différentes selon les deux trajets et à l'observation d'interférences. On obtient ainsi des mesures fines d'accélérations et de rotations [29, 30, 31]. Ces interféromètres atomiques sont de meilleurs senseurs inertiels à parcours équivalent que les interféromètres optiques puisqu'ils présentent une grande sensibilité du fait de leur masse, le déphasage relatif accumulé lui étant directement proportionnel [31]. Pour une espèce atomique fixée, la sensibilité est proportionnelle à $\sqrt{N}T$ où N est le nombre d'atomes. Cependant, l'augmentation du temps d'interrogation T est limitée par la gravité. Une façon de s'en affranchir est d'effectuer ces expériences dans l'espace [32, 33]. Nous avons choisi une seconde voie, l'utilisation de guides lumineux, pour réaliser ces interféromètres. Dans les deux cas, disposer d'un condensat, autrement dit d'un échantillon d'atomes très froid, devrait permettre d'augmenter la précision de ces interféromètres puisque T pourrait être augmenté.

En parallèle de ces interféromètres, de nouveaux types d'interféromètres ont été développés reposant sur les propriétés de cohérence spatiale du condensat. Pour ceux-ci, l'onde associée au condensat est divisée en deux puis, après un temps T, on amène les deux parties à se recouvrir, ce qui conduit à un système de franges [21]. L'information peut alors être située soit dans la phase [34] soit dans le contraste des franges [25] selon la méthode utilisée.

Démarche suivie

On peut envisager l'optique atomique guidée de deux façons : en utilisant des micro-pièges magnétiques ou des dispositifs lumineux. Alors que la compacité et le faible encombrement des premiers en font de bons candidats pour les interféromètres à ondes de matière de demain, la grande flexibilité des champs lumineux permet d'envisager une manipulation versatile et reconfigurable des condensats. Au sein du groupe d'optique atomique d'Orsay, une expérience de condensats sur puces [35] permettant l'élaboration de micro-pièges magnétiques a débuté peu de temps avant que l'on ne commence à monter le dispositif de pince optique qui fait l'objet de ce travail de thèse. A terme, le laboratoire possédera donc ces deux technologies complémentaires.

Le défi n'étant actuellement pas de réaliser un condensat en soi mais de l'utiliser comme une source cohérente d'atomes, il s'avère avantageux de pouvoir le manipuler dans une région de l'espace distincte de son lieu de formation. En effet, la région autour de la cellule où le condensat est produit est fortement encombrée par tout le dispositif nécessaire à son élaboration. Afin de disposer d'une zone d'étude distincte, il faut effectuer le transport du condensat. Nous dé-

sirons effectuer celui-ci de manière optique. Deux voies sont alors possibles : un transport opto-mécanique utilisant une pince optique (faisceau laser de longueur d'onde hors de résonance atomique fortement focalisé sur les atomes) déplacée à l'aide d'une platine de translation [36] ou un transport tout optique mettant en oeuvre une onde lumineuse stationnaire dont la fréquence d'un des faisceaux contra-propageants est variée (cela déplace la position des extrema de l'onde stationnaire) [37]. Nous avons opté pour la première de ces deux méthodes. Celle-ci nous permet de disposer d'un outil versatile, la pince optique pouvant servir à la fois pour effectuer le transport et pour générer les structures lumineuses de guidage. Elle offre, d'autre part, à l'inverse de la seconde méthode, la possibilité de conserver la cohérence de l'échantillon atomique à transporter. Dans la seconde méthode, le condensat s'étale sur plusieurs puits de potentiel et il n'est alors pas trivial de recouvrir la cohérence de celui-ci au terme du transport.

Plan du mémoire

Mon travail de thèse a été consacré à l'élaboration d'un nouveau dispositif de condensation de Bose-Einstein pour des atomes de Rubidium 87 associée à la mise en place de la pince optique.

Le premier chapitre introduit les notions nécessaires à la compréhension de la condensation de Bose-Einstein grâce à un traitement thermodynamique des gaz parfaits piégés et présente les caractéristiques statiques du condensat. Pour rendre compte de ces dernières, un traitement des interactions inter-atomiques et une théorie de champ moyen sont nécessaires.

Les trois chapitres suivants traitent des trois principales étapes de l'élaboration d'un condensat : refroidissement laser, piège magnétique et évaporation radio-fréquence. Leur structure est similaire : d'abord, une présentation théorique du phénomène, puis sa mise en place expérimentale et enfin, la présentation des résultats obtenus.

Le chapitre 2 consacré au refroidissement laser aborde en premier lieu l'interaction lumière-matière avec les deux types de force qui en résulte : la force dipolaire et la force de pression de radiation. Ensuite, les différentes étapes relatives au refroidissement laser sont traitées : ralentissement d'un jet atomique de Rubidium, refroidissement tri-dimensionnel au sein d'un piège magnéto-optique (nous utiliserons par la suite l'acronyme MOT pour "Magneto-Optical Trap" afin de désigner ce piège) et une phase de mélasse optique pour un refroidissement laser plus poussé encore.

Le chapitre 3 concerne le passage d'un piège dissipatif à un piège conservatif : le piège magnétique. La compression de ce dernier permet d'augmenter le taux de collisions élastiques entre atomes et de préparer ainsi l'échantillon atomique à la dernière étape (chapitre suivant). Nous avons mis au point un piège magnétique original comparativement aux autres expériences de condensats de Bose-Einstein, puisqu'il est généré par un électroaimant ferromagnétique hybride capable de

produire de forts gradients magnétiques. Les précautions expérimentales relatives à ce piège seront discutées en détail.

Le chapitre 4 porte sur le refroidissement évaporatif radio-fréquence. Cela consiste à extraire préférentiellement du piège les atomes les plus chauds. C'est l'étape ultime pour atteindre la condensation de Bose-Einstein et c'est donc dans ce chapitre que seront exposées les caractéristiques expérimentales du condensat obtenu. Ce chapitre se conclut sur une expérience préliminaire de laser à atomes.

Dans le dernier chapitre, nous montrons finalement comment la pince optique est intégrée au montage de condensation de Bose-Einstein et nous donnons les premiers résultats de transfert d'atomes thermiques dans la pince. Des études théoriques sur le transport sont présentées en fin de chapitre.

La figure qui suit présente l'allure générale du dispositif de condensation. Les couleurs sont associées à chacune des différentes étapes, la codification utilisée est placée en légende.

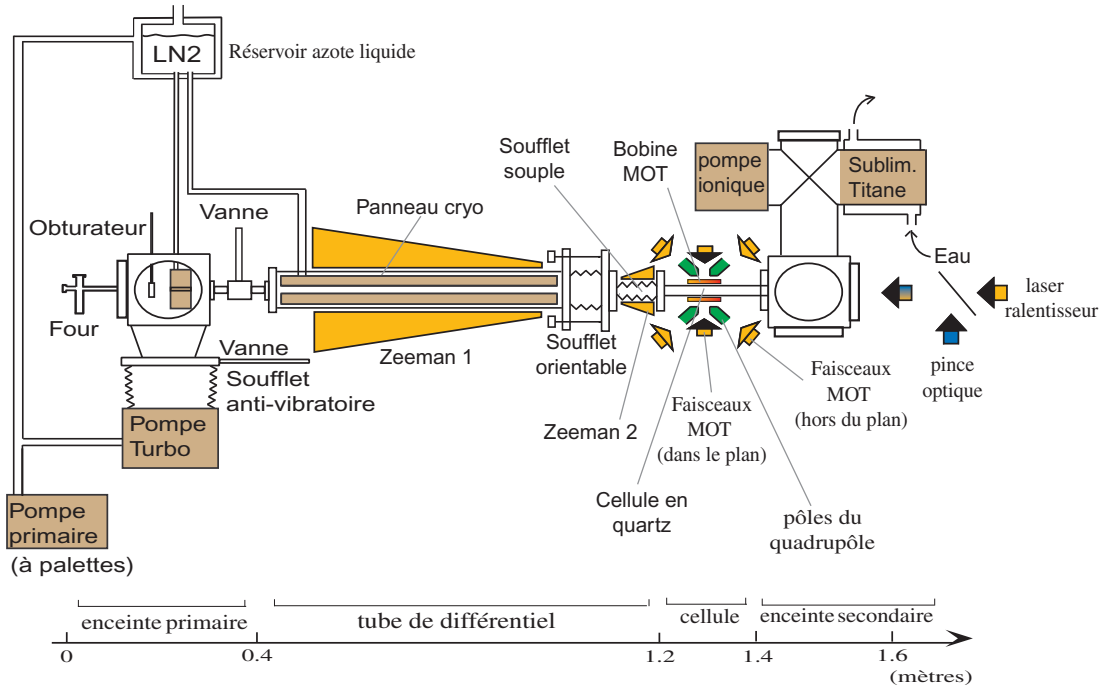


FIG. 1 – *Schéma général du dispositif expérimental. Les parties en marron clair sont relatives au système à vide (pour conserver l'échantillon d'atomes refroidis suffisamment longtemps, de l'ordre de la minute, il est indispensable que le dispositif soit sous vide avec une pression dans la zone utile de l'ordre de* 10^{-10} *mbar, voir annexe B), celles en jaune au refroidissement laser, celles en vert au piège magnétique, celles en rouge à l'évaporation radio-fréquence et celles en bleu à la pince optique.*

CHAPITRE 1

La condensation de Bose-Einstein

La condensation de Bose-Einstein est une transition de phase particulière puisqu'il s'agit d'une transition de phase quantique. Elle concerne les particules de spin entier, les bosons, et se caractérise par une accumulation de ces derniers dans le même état quantique.

Qualitativement, le caractère quantique des atomes se manifeste lorsque leurs fonctions d'onde associées se recouvrent, c'est-à-dire lorsque la longueur d'onde de de Broglie thermique, λ_{dB}, devient supérieure ou de l'ordre de la distance inter-atomique $n^{-1/3}$ où n est la densité du nuage atomique. Cet argument donne un premier critère qualitatif pour l'apparition de la condensation de Bose-Einstein :

$$\lambda_{dB}\, n^{1/3} \sim 1 \qquad \text{avec} \quad \lambda_{dB} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{M k_B T}} \tag{1.1}$$

où T et M représentent la température et la masse de l'atome. D'après l'équation (1.1), la condensation de Bose-Einstein requiert pour se manifester de faibles températures (grandes longueurs de de Broglie) et/ou des densités élevées (courtes distances inter-atomiques). Lorsque la transition a lieu, la fonction de distribution en énergie des bosons est profondément modifiée : les atomes passent d'une distribution classique en énergie à une distribution unimodale, on a l'accumulation soudaine d'un nombre macroscopique d'atomes dans le même état d'énergie.

Nous allons tout d'abord montrer comment, à partir de la distribution de Bose-Einstein, on peut rendre compte du phénomène de condensation pour un gaz parfait de bosons piégés. Puis, nous verrons l'importance des interactions et comment à l'aide d'approximations judicieuses il est possible d'en tenir compte de façon simple. Enfin, nous étudierons les caractéristiques du condensat que nous comparerons à celles du nuage thermique et nous donnerons un aperçu très général du dispositif expérimental.

1.1 Condensation d'un gaz parfait de bosons piégés

Dans les ouvrages de physique statistique, l'étude de la condensation de Bose-Einstein est traitée dans le cas des gaz libres [38] ; pour une étude détaillée dans le cas des gaz piégés, on peut se référer à [39].

1.1.1 Mise en évidence de la condensation de Bose-Einstein

Considérons le cas d'un gaz d'atomes piégé sans interactions dans un piège harmonique tri-dimensionnel[1]. Nous verrons, dans la partie expérimentale du manuscrit, que ceci constitue une bonne représentation des pièges que nous utilisons qu'ils soient d'origine magnétique (voir chapitre 3) ou optique (voir chapitre 5). Le potentiel de piégeage s'écrit :

$$U = \frac{M}{2}\left(\omega_x^2\, x^2 + \omega_y^2\, y^2 + \omega_z^2\, z^2\right) \tag{1.2}$$

L'énergie étant toujours définie à une constante près, nous prendrons par la suite l'énergie du niveau fondamental comme étant le zéro d'énergie. Dans ce cas, la distribution de Bose s'écrit de la façon suivante :

$$f(E_\lambda) = \frac{1}{e^{(E_\lambda - \mu)/k_B T} - 1} \qquad \text{avec} \quad \mu < 0 \tag{1.3}$$

où $f(E_\lambda)$ est le nombre moyen d'occupation de l'état quantique λ, d'énergie E_λ, $k_B T$ est l'énergie thermique du système et μ le potentiel chimique.

Ecrivons le nombre total d'atomes :

$$N = \sum_\lambda f(E_\lambda) \tag{1.4}$$

Des équations (1.3) et (1.4), on constate que le porentiel chimique, μ, ne dépend que de la température et du nombre d'atomes et qu'il varie comme suit : à nombre d'atomes fixé, il décroît quand la température augmente et à température fixée, il croît quand le nombre d'atomes augmente. Or, on a vu que la condensation de Bose-Einstein pouvait se manifester pour de faibles températures et/ou de fortes densités, elle va donc apparaître pour des grandes valeurs de potentiel chimique, soit $\mu \to 0$ ($\mu < 0$).

[1] Pour avoir un piège tri-dimensionnel, il faut $k_B T \gg \hbar\omega_x$, $\hbar\omega_y$, $\hbar\omega_z$ où $k_B T$ est l'énergie thermique et $\hbar\omega_i (i = x,\, y,\, z)$ le quantum d'énergie dans la direction i. On passe à un piège en 2D ou 1D selon que cette condition n'est plus vérifiée selon une ou deux directions.

La population du niveau fondamental peut s'écrire quand $\mu \to 0$:

$$N_0 = -\frac{k_B T}{\mu} \tag{1.5}$$

On constate alors que cette population peut en effet prendre des valeurs macroscopiques pour des valeurs de potentiel chimique suffisamment proches de zéro.

Peut-on aussi avoir des populations excitées macroscopiques ? Montrons que ce n'est pas le cas pour le premier état excité, il en ira alors de même pour les états d'énergie supérieure puisque le taux d'occupation est une fonction décroissante de E_λ.

Pour le premier état excité, l'énergie est de l'ordre de $\hbar\bar{\omega}$ avec $\bar{\omega} = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}$. Pour des températures telles que $\hbar\bar{\omega} \ll k_B T$, condition effectivement remplie par nos pièges sur toute la gamme de température utilisée[2], la population du premier état excité vaut :

$$\begin{aligned} N_1 &\sim \frac{1}{e^{(\hbar\bar{\omega}-\mu)/k_B T} - 1} \\ &\sim \frac{1}{\frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B T} - \frac{\mu}{k_B T}} = \frac{k_B T/\mu}{\frac{\hbar\bar{\omega}}{\mu} - 1} \\ \Rightarrow \quad \frac{N_1}{N_0} &\sim \frac{1}{1 - \frac{\hbar\bar{\omega}}{\mu}} \end{aligned} \tag{1.6}$$

Puisque le quantum d'énergie $\hbar\bar{\omega}$ est fixé par la géométrie du piège, la population du niveau fondamental devient très supérieure à la population du premier état excité quand le potentiel chimique tend vers 0. La population de ce premier état excité, de même que celles des autres niveaux excités, reste ainsi très inférieure au nombre total d'atomes et n'atteint donc jamais de valeur macroscopique (voir fig. [1.1(a)]). Le niveau fondamental a donc un statut particulier.

1.1.2 Température critique

Maintenant que nous avons montré que le niveau fondamental, et lui seul, pouvait avoir une population macroscopique, voyons comment celle-ci s'établit. Pour cela, étudions son évolution en fonction de la température et déterminons à quelle température critique la condensation a lieu.

Dans la limite thermodynamique[3], il est possible d'écrire le nombre d'atomes

[2] Le rapport $\hbar\bar{\omega}/k_B$ équivaut typiquement pour nos pièges à quelques nanokelvins et la température pour laquelle la transition est observée est de quelques centaines de nanokelvins.

[3] Ceci correspond à avoir à un système avec suffisamment de particules pour que la séparation entre deux niveaux d'énergie consécutifs soit très faible et les fluctuations en énergie négligeables.

sous forme intégrale :

$$N = \int_0^\infty \rho(E)\, f(E)\, dE \tag{1.7}$$

où $\rho(E)$ est la densité d'états : $\rho(E)dE$ est le nombre d'états dont l'énergie est comprise entre E et $E + dE$. Pour un piège harmonique, elle vaut :

$$\rho(E) = \frac{E^2}{2(\hbar\bar{\omega})^3} \qquad \text{avec} \quad \bar{\omega} = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3} \tag{1.8}$$

L'expression (1.7) n'est valable que dans la mesure où la séparation d'énergie entre niveau est faible devant l'énergie thermique k_BT et que le taux d'occupation d'un niveau à l'autre est peu différent. Cependant, nous venons de voir que cette deuxième condition n'est plus remplie pour le niveau fondamental quand $\mu \to 0$ (voir Eq. 1.6). Il faut alors séparer sa contribution de celles des niveaux excités. L'expression du nombre total d'atomes devient dans ce cas :

$$N = N_0 + N_e \qquad \text{avec} \quad N_e = \sum_{i\neq 0} N_i = \int_0^\infty \rho(E)\, f(E)\, dE \tag{1.9}$$

Ecrivons $f(E)$ sous la forme :

$$f(E) = \frac{z}{e^{E/k_BT} - z} = \sum_{l=1}^{\infty} \left(ze^{-E/k_BT}\right)^l \qquad \text{avec} \quad z = e^{\mu/k_BT} \tag{1.10}$$

z est appelé fugacité et se trouve bornée entre 0 et 1 puisque le potentiel chimique varie entre $-\infty$ et 0. L'équation (1.9) donne alors :

$$\begin{aligned} N_e &= \frac{1}{2(\hbar\bar{\omega})^3} \int_0^\infty E^2 f(E)\, dE \\ &= \left(\frac{k_BT}{\hbar\bar{\omega}}\right)^3 g_3(z) \qquad \text{avec} \quad g_3(z) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{z^l}{l^3} \end{aligned} \tag{1.11}$$

Le nombre d'atomes se trouvant dans les états excités est croissant avec z et, puisque z est borné à 1, se retrouve borné, pour une température T donnée, par la valeur :

$$N_e^{\max} = \left(\frac{k_BT}{\hbar\bar{\omega}}\right)^3 g_3(1) \simeq \left(\frac{k_BT}{\hbar\bar{\omega}}\right)^3 1.202 \tag{1.12}$$

Il apparaît donc ici deux régimes dont $N_e^{\max}$, qui représente la saturation des états excités, marque la frontière. Tant que $N < N_e^{\max}$, il existe des bandes d'énergie disponibles pour accueillir un atome supplémentaire (N s'écrit alors sous la forme (1.7)). Par contre, pour $N < N_e^{\max}$, toutes les bandes d'énergie sont saturées et l'atome supplémentaire est contraint d'occuper le niveau fondamental (on alors

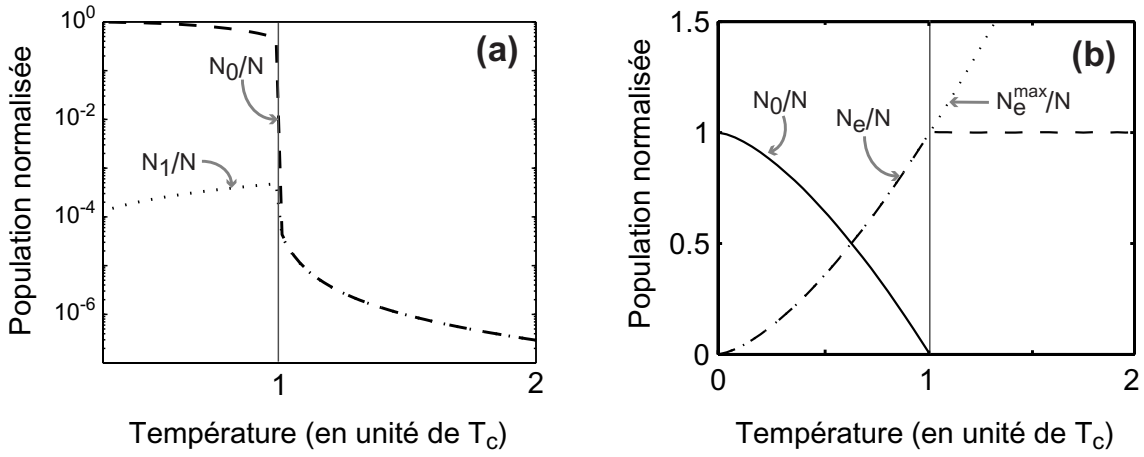


FIG. 1.1 – *(a) Evolution des populations du niveau fondamental N_0 et du premier niveau excité N_1 normalisées au nombre total d'atomes N en fonction de la température. On constate que seul le niveau fondamental se peuple de façon macroscopique sous la transition. (b) Populations du niveau fondamental N_0 et des niveaux excités N_e normalisées au nombre total d'atomes N en fonction de la température. La courbe pointillée représente la courbe de saturation des niveaux excités : $N_e^{\max}(T)/N$. T_c est la température critique pour laquelle a lieu la transition de Bose-Einstein.*

$N = N_0 + N_e^{\max}$).

La température de transition, T_c, est la température pour laquelle $N = N_e^{max}$ (Fig. [1.1(b)]), elle est donnée par l'équation (1.12) :

$$T_c = \left(\frac{N\hbar^3\bar{\omega}^3}{1.202\, k_B^3} \right)^{1/3} \tag{1.13}$$

Des équations (1.12) et (1.13), on peut déduire l'évolution de la fraction condensée (rapport entre le nombre d'atomes dans le condensat et le nombre d'atomes total) en fonction de la température :

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 \tag{1.14}$$

Insistons sur le fait que cette transition ne peut pas être appréhendée par des processus thermiques uniquement. En effet, on trouve à partir de l'équation (1.13) que l'énergie thermique est bien supérieure à l'énergie du premier état excité :

$$\frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B T_c} \sim N^{-1/3} \ll 1 \tag{1.15}$$

La population macroscopique du niveau fondamental ne résulte donc pas intrinsèquement d'une limitation thermique classique mais de la statistique quantique des atomes.

1.1.3 Paramètre de dégénérescence

Nous avons vu en introduction que les effets quantiques se manifestaient pour une densité dans l'espace des phases réduite (nombre d'atomes contenu dans une cellule de l'espace des phases de volume λ_{dB}^3) correspondant à : $n\lambda_{dB}^3 \sim 1$. Dans ce paragraphe, nous allons chercher à mieux quantifier ce paramètre, appelé aussi paramètre de dégénérescence, à la transition de Bose-Einstein. Nous allons nous intéresser à sa valeur au centre du piège que nous noterons $\mathcal{D}$:

$$\mathcal{D} = n(0)\lambda_{dB}^3 \tag{1.16}$$

où $n(0)$ est la densité au centre du piège appelée densité pic.

Pour effectuer ce calcul, revenons à la définition première de la densité d'états et plaçons nous à $T \geq Tc$:

$$\rho(E) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \iint \delta\left(E - \frac{p^2}{2M} - U(\mathbf{r})\right) d^3r\, d^3p \tag{1.17}$$

où δ est la fonction Dirac. En combinant les équations (1.7) et (1.17) et en intégrant sur p, on trouve :

$$N = \int n(\mathbf{r})\, d^3r \qquad \text{avec} \quad n(\mathbf{r}) = \frac{1}{\lambda_{dB}^3}\, g_{3/2}\left(ze^{-U(\mathbf{r})/k_BT}\right) \tag{1.18}$$
$$\text{et} \quad g_{3/2}(x) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{x^l}{l^{3/2}}$$

Au seuil de la condensation, $z = 1$ ($\mu = 0$) et l'équation (1.16) donne donc comme critère pour la transition :

$$\mathcal{D} = n(0)\lambda_{dB}^3 = g_{3/2}(1) \simeq 2.612 \tag{1.19}$$

Remarque :

L'équation (1.18) nous renseigne sur la forme du nuage thermique : celle-ci est donnée par la fonction de distribution $g_{3/2}$, encore appelée fonction de distribution de Bose d'indice 3/2. Cette fonction de distribution s'approche d'une distribution Gaussienne de taille quadratique moyenne (taille rms) $\sigma_{\mathrm{th_i}} = \sqrt{\frac{k_BT}{M\omega_i^2}}$

dans la direction i quand z tend vers zéro :

$$\begin{aligned} \lim_{z\to 0} n(\mathbf{r}) &= \frac{1}{\lambda_{dB}^3} z e^{-U(\mathbf{r})/k_B T} \\ &= n(\mathbf{0}) e^{-U(\mathbf{r})/k_B T} \end{aligned} \tag{1.20}$$

On peut noter au passage, qu'au-dessus de la transition de Bose-Einstein, la fugacité équivaut au paramètre de dégénérescence.

1.2 Propriétés statiques du condensat

L'étude thermodynamique ci-dessus, menée dans le cadre d'un gaz parfait, nous a permis de comprendre qualitativement l'origine de la transition et de poser un critère quantitatif quant à son apparition (Eq. 1.19). Par contre, elle n'est plus satisfaisante dès lors qu'il s'agit de décrire les propriétés statiques ou dynamiques du condensat. Par exemple, si on compare la taille de la fonction d'onde associée au condensat pour un gaz parfait (correspondant à la taille de l'oscillateur harmonique) à celle mesurée expérimentalement (voir chapitre 4), on constate qu'elles sont très différentes et ceci est en fait dû aux interactions répulsives entre atomes. En effet, bien que l'on soit en milieu dilué, les interactions jouent un rôle important au sein de l'échantillon atomique.

Pour obtenir la fonction d'onde associée au condensat et accéder à ses propriétés statiques, il faut résoudre l'équation de Schrödinger en incorporant au hamiltonien le potentiel d'interaction inter-atomique. Précisons que la prise en compte de ces interactions rend le problème ardu puisque l'on passe à un système à N corps couplés, où N est macroscopique.

1.2.1 Le potentiel d'interaction

Dans cette sous-section, nous allons montrer comment, sous certaines hypothèses, il est possible de simplifier le problème en ne décrivant les interactions qu'avec un seul paramètre : la longueur de diffusion de l'atome, notée a.

Le potentiel d'interaction est une grandeur dont la forme est complexe et encore partiellement méconnue. Le but poursuivi est donc de reproduire à partir d'un potentiel de remplacement possédant une forme analytique simple l'effet asymptotique du vrai potentiel. Pour ce faire, on s'appuie sur la théorie de la diffusion puisque de la connaissance de l'amplitude de diffusion, on peut remonter à l'effet asymptotique du potentiel d'interaction.

Pour la simplicité de l'étude, on se limitera au cas de la diffusion élastique entre deux particules. Cela signifie que les particules ne peuvent pas changer

d'état interne, autrement dit, elles ne peuvent pas transférer de l'énergie cinétique dans leurs degrés de liberté interne. On se place dans le référentiel du centre de masse des deux particules et on travaille avec une particule fictive possédant la masse réduite $\mu = M/2$ et de coordonnée r la distance relative entre les deux particules.

Théorie des déphasages des ondes partielles

Le potentiel d'interaction à deux particules est un potentiel répulsif à faible distance et attractif à plus grande distance [Fig. 1.2 (a)] : la répulsion à faible distance est due à la force répulsive exercée par les noyaux ; quant à l'attraction, comme dans notre cas on a des atomes apolaires, elle est due à l'interaction entre le dipole électrique instantané créé par le mouvement de l'électron et le champ qu'il induit (force de Van der Waals). Puisqu'il s'agit d'un potentiel central (il ne dépend que de la distance r entre les deux particules), on peut appliquer la théorie des déphasages des ondes partielles [40].

Dans ce modèle, les états stationnaires de diffusion correspondent à des ondes sphériques[4] pour lesquelles le comportement asymptotique correspond à une onde entrante et une onde sortante de même intensité mais déphasée. Ce déphasage introduit entre l'onde sortante et l'onde entrante pour chaque onde partielle considérée (i.e. pour un moment orbital l donné), noté δ_l, est la seule manifestation des interactions sur la fonction d'onde, d'où l'intérêt de cette méthode. Pour apprécier l'effet de la diffusion, comparons les formes asymptotiques de l'onde plane $\psi^{\text{o.p.}}$ et de l'état stationnaire de diffusion ψ^{diff} [40] :

$$\begin{aligned}
\psi^{\text{o.p.}} &= e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) j_l(kr) P_l(\cos\theta) \\
&\xrightarrow{r\to\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{2ikr} \left[(-1)^{l+1} e^{-ikr} + e^{ikr}\right] \qquad (1.21)\\
\psi^{\text{diff}} &= \sum_{l=0}^{\infty} \frac{y_{kl}(r)}{r} P_l(\cos\theta) \\
&\xrightarrow{r\to\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{2ikr} \left[(-1)^{l+1} e^{-ikr} + \boxed{e^{i2\delta_l}}\, e^{ikr}\right] \qquad (1.22)
\end{aligned}$$

avec $y_{kl}(r)$ la solution de l'équation de Schrödinger radiale :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dr^2} + U_{\text{int}} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2}\right] y_{kl} = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu} \qquad (1.23)$$

[4]Dans le cas d'un potentiel central, le moment cinétique est une constante du mouvement, il est alors bien défini alors que l'impulsion ne l'est pas. La base la plus commode est alors celle des ondes sphériques.

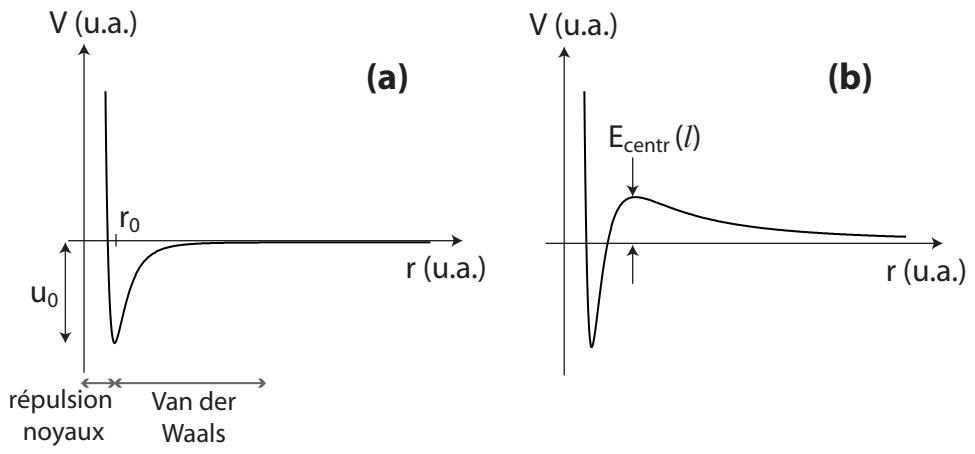


FIG. 1.2 – *(a) Potentiel inter-atomique (V) en fonction de r, la distance entre les deux atomes interagissant. (b) Potentiel inter-atomique + potentiel centrifuge pour les ondes partielles de moment orbital l non nul (ondes p,d,f...), la barrière centrifuge est notée E_{centr} et est d'autant plus grande que l est grand.*

Interaction dans l'onde s ($l = 0$)

Pour $l = 0$, le seul potentiel ressenti par l'atome est le potentiel inter-atomique [Fig. 1.2 (a)]. Par contre, pour $l > 0$, il faut prendre en compte, en plus du potentiel inter-atomique, un potentiel centrifuge [Fig. 1.2 (b)] (dernier terme du membre de gauche de l'Eq. 1.23). Si l'énergie de la particule incidente ($E_{inc} = \hbar^2 k^2/2\mu$) n'est pas suffisante pour franchir cette barrière centrifuge ($E_{centr} \sim \hbar^2 l(l+1)/2\mu r_0^2$), la particule sera réfléchie sans ressentir le potentiel inter-atomique.

$$\frac{E_{inc}}{E_{centr}} \sim \frac{k^2 r_0^2}{l(l+1)} \ll 1 \quad \forall l \geq 1 \quad \Leftrightarrow \quad T \ll T_s = \frac{\hbar^2}{M k_B \pi r_0^2} \tag{1.24}$$

Pour des températures inférieures à T_s, seule l'interaction dans l'onde s va compter. Pour le Rubidium, cette température vaut $T_s \sim 150$ mK.

L'amplitude de diffusion dans l'onde s

L'amplitude de diffusion $f_k(\theta)$ est définie de la façon suivante [40] :

$$\psi^{\text{diff}} \xrightarrow{r\to\infty} e^{ikz} + f_k(\theta)\frac{e^{ikr}}{r} \tag{1.25}$$

A partir des équations (1.21) et (1.22), on trouve donc que l'amplitude de diffu-

sion dans l'onde s prend la forme suivante :

$$f_k(\theta) = \frac{e^{i\delta_0(k)}\sin(\delta_0(k))}{k} \tag{1.26}$$

Cette expression se simplifie pour les faibles valeurs de k par :

$$f_k(\theta) = -a \qquad \text{avec} \quad a = \lim_{k\to 0}\frac{-\delta_0(k)}{k} \tag{1.27}$$

La section efficace de collision est donnée par le carré du module de l'amplitude de diffusion intégré sur θ. Puisqu'il s'agit de collisions entre bosons identiques, on ne peut donc pas distinguer, dans le système du centre de masse, entre une diffusion d'angle θ pour le premier boson et une diffusion d'angle $\pi - \theta$ pour le second boson et l'inverse : une diffusion d'angle θ pour le second boson et une diffusion d'angle $\pi - \theta$ pour le premier boson. Il y a interférence constructive entre ces deux processus et cela se traduit au final par un facteur 2 sur la section efficace :

$$\sigma_{\text{coll}} = 2 \times 4\pi a^2 \tag{1.28}$$

On voit de l'équation (1.28), que le paramètre a possède la dimension d'une longueur, il s'agit de la longueur de diffusion.

L'approximation de Born

Dans l'approximation de Born qui consiste à ne retenir que le terme d'ordre 1 en V dans le développement de $f_k(\theta)$, le lien existant entre le potentiel d'interaction $V(r)$ et $f_k(\theta)$ s'exprime facilement :

$$f_k(\theta) = \frac{-M}{4\pi\hbar^2}\int V(\mathbf{r})\, e^{i\mathbf{K}.\mathbf{r}}\, d^3\mathbf{r} \tag{1.29}$$

où $\mathbf{K} = \mathbf{k_d} - \mathbf{k}$ est la différence entre le vecteur d'onde diffusé et le vecteur d'onde incident. On reconnaît dans cette expression une transformée de Fourier.

Dans la limite des faibles énergies, on obtient :

$$f_k(\theta) \sim \frac{-M}{4\pi\hbar^2}\int V(\mathbf{r})\, d^3\mathbf{r} \tag{1.30}$$

L'amplitude de diffusion est alors isotrope. En combinant les équations (1.27) et (1.30), on trouve :

$$a = \frac{M}{4\pi\hbar^2}\int V(\mathbf{r})\, d^3\mathbf{r} \tag{1.31}$$

Potentiel de contact

On cherche un potentiel de remplacement au vrai potentiel d'interaction qui réponde à l'exigence suivante : reproduire à grande distance les mêmes caractéristiques de diffusion à basse énergie que le potentiel réel c'est-à-dire avoir même longueur de diffusion.

Le potentiel le plus simple auquel on peut penser est un potentiel de contact localisé en $r = 0$:

$$V(\mathbf{r}) = g\,\delta(\mathbf{r}) \tag{1.32}$$

On va supposer l'approximation de Born applicable. A partir de l'Eq. 1.31, on trouve alors :

$$g = \frac{4\pi\hbar^2}{M}\,a \tag{1.33}$$

On peut montrer que tant qu'on reste au premier ordre en g pour les corrections sur l'énergie apportées par les interactions , ce potentiel de remplacement donne des résultats corrects ; au-delà, il n'est plus valable et un potentiel de remplacement plus élaboré doit être utilisé [41].

En définitive, on a montré qu'à très basse énergie, on allait pouvoir utiliser pour tenir compte des interactions à longue portée entre particules le potentiel suivant :

$$V(\mathbf{r}) = \frac{4\pi\hbar^2}{M}\,a\,\delta(\mathbf{r}) \tag{1.34}$$

avec r la distance inter-atomique. Ce potentiel ne dépend que d'un seul paramètre a, la longueur de diffusion qui vaut dans notre cas 5.7 nm.

Remarques :

La stabilité des condensats dépend de façon cruciale du signe de la longueur de diffusion : si $a > 0$, les interactions sont répulsives et cela conduit à des condensats stables ; si $a < 0$, les interactions sont attractives et la condensation ne peut se produire pour un gaz piégé que si le nombre d'atomes reste suffisamment faible [42].

La mesure de a peut s'effectuer via la mesure des sections efficaces de collision à très basse énergie [43] mais cela présente l'inconvénient de ne pas fournir le signe de a. Différentes méthodes sont utilisées pour connaître à la fois la valeur et le signe de a, citons parmi elles, la spectroscopie par photoassociation [44] et l'étude de la position des résonances de Feschbach [45]. Ces résonances possèdent l'avantage, en plus d'une meilleure connaissance de la valeur de a, de modifier celle-ci. On dispose alors d'interactions réglables qui peuvent permettre de changer la nature des interactions [46].

1.2.2 L'équation de Gross-Pitaevskii

Rappelons que nous cherchons à obtenir la fonction d'onde correspondant à l'état fondamental du piège. L'énergie totale du système est somme de l'énergie cinétique des particules, de leur énergie de piégeage et de leur énergie d'interaction. Même si on a grandement simplifié l'expression du potentiel d'interaction, il n'en reste pas moins qu'on fait toujours face à un problème à N corps et que, par conséquent, l'état fondamental de ce nouveau système n'est pas facilement calculable. On est donc amené là encore à recourir à certaines approximations.

On se place à $T = 0$ K et on considère alors que les atomes ont tous la même fonction d'onde ϕ (approximation de Hartree-Fock). L'état $|\psi\rangle$ représentant le condensat s'écrit donc :

$$|\psi\rangle = |\phi(0)\rangle\,|\phi(1)\rangle\,...\,|\phi(N)\rangle \tag{1.35}$$

Le potentiel de piégeage est stationnaire de sorte qu'on peut traiter le problème indépendamment du temps. Par méthode variationnelle [41], on va trouver la fonction d'onde ϕ_0 telle que l'énergie du niveau fondamental se trouve minimisée[5]. On aboutit alors à l'équation suivante :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2M}\Delta + U(\mathbf{r}) + (N-1)\frac{4\pi\hbar^2}{M}\,a\,|\phi_0(\mathbf{r})|^2\right]\phi_0(\mathbf{r}) = \mu\,\phi_0(\mathbf{r}) \tag{1.36}$$

Les termes de gauche sont les termes d'énergie cinétique, de piégeage et d'interaction, le terme d'énergie à droite correspond au potentiel chimique. Cette équation est appelée équation de Gross-Pitaevskii. Elle correspond en fait à l'équation de Schrödinger avec un terme non linéaire supplémentaire qui provient des interactions.

Cette procédure revient en fait à traiter les interactions sous forme d'un champ moyen : chaque particule évolue dans le potentiel donné par $U(\mathbf{r})$ et dans un potentiel moyen supplémentaire créé par les $(N-1)$ autres particules.

Etant donné que N est grand, on peut remplacer le terme $(N-1)$ par N dans l'équation (1.36).

Notons qu'en mécanique quantique, la fonction d'onde $\phi(r)$ est reliée à la densité de probabilité de présence de la particule en r et qu'il faut un grand nombre de réalisations donc d'expériences pour la déterminer. La magie des condensats, c'est qu'on dispose d'un nombre macroscopique de particules partageant la même fonction d'onde et une seule réalisation permet donc de remonter à celle-ci.

[5]Pour tenir compte du fait que le nombre total d'atomes est fixé, on utilise la méthode des multiplicateurs de Lagrange : il faut $\delta E - \mu\delta N = 0$, ce qui explique la présence de μ dans l'équation qui suit.

Remarque 1 :

Dans l'équation (1.36), la fonction d'onde a été normalisée à l'unité mais on préférera par la suite écrire l'équation de Gross-Pitaevskii sous la forme suivante :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2M}\Delta + U(\mathbf{r}) + \frac{4\pi\hbar^2}{M}\, a\, |\phi_0(\mathbf{r})|^2\right] \phi_0(\mathbf{r}) = \mu\, \phi_0(\mathbf{r}) \tag{1.37}$$

où la normalisation choisie est la suivante :

$$\int |\phi(\mathbf{r})|^2\, d^3r = N \tag{1.38}$$

Cette normalisation est pratique car on a alors :

$$|\phi(\mathbf{r})|^2 = n(\mathbf{r}) \tag{1.39}$$

où n représente la densité de particules en $\mathbf{r}$.

Remarque 2 :

Dans le cadre des interactions, μ représente une énergie et est positif. Ceci peut paraître de prime abord surprenant étant donné que dans le cadre du gaz parfait, le potentiel chimique est défini comme strictement négatif pour $T > T_c$ et nul dans le domaine de condensation $T < T_c$. Le fait que μ puisse prendre des valeurs positives sous l'effet des interactions est expliqué dans la note 45 du chapitre II de [38]. Nous reprenons ici l'argumentaire développée dans cette note. Par définition, $\mu = -T\partial S/\partial N$ où S est l'entropie du système. Si on ajoute une particule sans énergie cinétique au système, sans interaction, l'énergie du système reste inchangée mais l'entropie augmente, ce qui implique un potentiel chimique négatif. Par contre, avec des interactions répulsives, l'ajout de cette particule s'accompagne d'un surplus d'énergie. La définition précédente étant valable à énergie constante, il faut retirer de l'énergie au système et donc de l'entropie pour revenir à la même énergie que précédemment, ce qui peut contrebalancer l'augmentation d'entropie due à l'ajout de la particule et permettre d'avoir un potentiel chimique positif.

1.2.3 L'approximation de Thomas-Fermi

Pour des densités atomiques suffisamment fortes telles que :

$$\frac{\hbar^2}{2M\sigma^2} \ll \frac{4\pi\hbar^2 a}{M}\frac{N}{V} \qquad \text{soit} \quad \frac{Na}{\sigma} \gg 1 \tag{1.40}$$

où σ est l'extension du nuage atomique et V son volume, l'énergie d'interaction prédomine sur le terme d'énergie cinétique et on peut simplifier l'équation de Gross-Pitaevskii comme suit :

$$U(\mathbf{r}) + g\,|\phi(\mathbf{r})|^2 = \mu \tag{1.41}$$

Ainsi, dans ce que l'on appelle le régime de Thomas-Fermi, la fonction d'onde pour le condensat prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \phi_{\mathrm{TF}}(\mathbf{r}) &= \sqrt{\tfrac{\mu - U(\mathbf{r})}{g}} && \text{pour} \quad \mu \geq V_{ext}(\mathbf{r}) \\ &= 0 && \text{sinon} \end{aligned} \tag{1.42}$$

Dans nos expériences, le critère de l'équation (1.40) est toujours vérifié puisque la gamme en nombre d'atomes est comprise entre 10^5 et 10^6 et les tailles sont de l'ordre de quelques μm, ce qui donne un rapport de l'ordre de 100. On peut donc se servir de la forme analytique de l'équation (1.42) pour décrire les propriétés du condensat. Ceci est valable tant qu'on ne s'intéresse pas aux corrélations à courte portée entre particules car sinon, l'équation de Gross-Pitaevskii sur laquelle repose l'approximation de Thomas-Fermi n'est plus appropriée : on ne peut plus traiter les interactions comme résultant de l'effet d'un champ moyen.

1.2.4 Caractéristiques du condensat et du nuage thermique

On entend par condensat la portion d'atomes se trouvant tous dans l'état fondamental du piège et par nuage thermique les atomes restants.

1.2.4.1 Fraction condensée

La prise en compte des interactions modifie en fait très peu le résultat obtenu dans l'équation (1.14), résultat qui était issu de la théorie d'un gaz parfait de bosons dans la limite thermodynamique. On pourra trouver ces corrections, de même que celles liées au nombre fini de particules, dans la référence [47].

1.2.4.2 Taille

Nuage thermique

On a vu que la taille rms d'un nuage thermique au dessus de la transition était donnée par (voir section 1.1.3) :

$$\sigma_{\mathrm{th_i}} = \sqrt{\frac{k_B T}{M\omega_i^2}} \qquad \text{avec} \quad i = x, y \,\text{ou}\, z \tag{1.43}$$

Remarquons que cette relation peut être directement obtenue à partir du principe d'équipartition de l'énergie :

$$\frac{1}{2} M\omega_i^2 \sigma_{\mathrm{th_i}}^2 = \frac{1}{2} k_B T \tag{1.44}$$

Condensat

La taille de l'oscillateur harmonique pour un gaz parfait donne :

$$\sigma_{\mathrm{OH_i}} = \sqrt{\frac{\hbar}{M\omega_i}} \qquad \text{avec} \quad i = x, y \,\text{ou}\, z \tag{1.45}$$

On a vu que les interactions se décrivaient à l'aide du seul paramètre a pour les faibles énergies. Dans notre cas, a est positif, les interactions sont donc répulsives et vont avoir pour effet d'augmenter la taille du condensat (Fig. 1.3). Le rayon du condensat selon chaque direction est donné par $\Phi_{\mathrm{TF}}(R_{TF}) = 0$ (voir eq. 1.42) :

$$R_{\mathrm{TF_i}} = \sqrt{\frac{2\mu}{M\omega_i^2}} \gg \sigma_{\mathrm{OH_i}} \qquad \text{puisque} \quad \mu \gg \hbar\omega_i \tag{1.46}$$

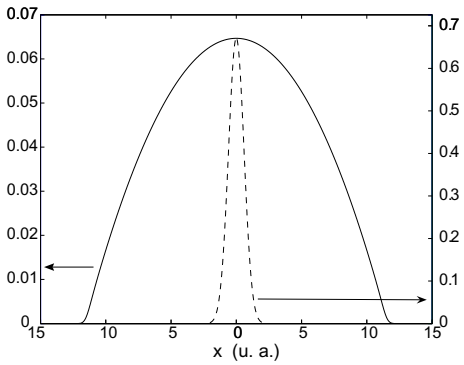


FIG. 1.3 – *Comparaison entre le profil de l'oscillateur harmonique* $|\Phi_{\mathrm{OH}}|^2$ *(courbe en trait pointillé) et celui de Thomas-Fermi* $|\Phi_{\mathrm{TF}}|^2$ *(courbe en trait plein) dans le cas d'interactions répulsives. Ces deux profils ont été normalisés à l'unité.*

Les pièges que nous utilisons sont anisotropes avec une symétrie de révolution. On définit le rapport d'aspect du piège (rapport d'anisotropie) comme $\omega_{\text{radial}}/\omega_{\text{axial}}$. Notre piège magnétique a un rapport d'aspect de 40, notre pince optique de 160. Ce sont donc des pièges fortement anisotropes. On déduit de l'équation (1.46) que le condensat présente la même anisotropie que le piège puisque :

$$\frac{R_{\text{TF}_{\text{axial}}}}{R_{\text{TF}_{\text{radial}}}} = \frac{\omega_{\text{radial}}}{\omega_{\text{axial}}} \tag{1.47}$$

Remarque :

Comparons les tailles du condensat et du nuage thermique au voisinage de la transition :

$$\frac{R_{\text{TF}}}{\sigma_{\text{th}}} \sim \frac{\mu}{k_B T_{\text{c}}} < 1 \tag{1.48}$$

On constate que le condensat et le nuage thermique forment une double structure : le condensat plus petit et plus dense se trouve au centre du nuage thermique.

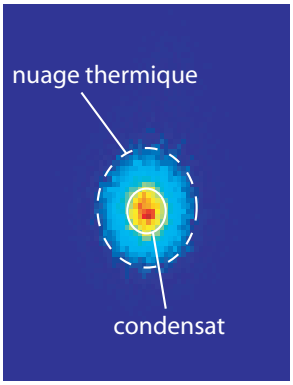


FIG. 1.4 – *Image d'un condensat en présence d'un nuage thermique.*

1.2.4.3 Energie et expansion

Nous verrons plus tard (chapitre 4, section 4.4) que les caractéristiques du condensat et du nuage thermique sont extraites d'images des atomes après un certain temps de vol (temps d'expansion du nuage après la coupure du piège). Dans ce qui suit, nous comparons les énergies respectives d'un nuage thermique et d'un condensat piégés et nous nous intéressons donc aussi à savoir quelle est l'énergie libérée lors de la coupure du piège et comment se produit l'expansion des nuages atomiques.

Nuage thermique

Pour un nuage thermique, l'énergie d'interaction est négligeable devant l'énergie de piégeage et l'énergie cinétique des atomes. Le principe d'équipartition de l'énergie donne alors directement l'énergie par particule suivante (pour un piège harmonique) :

$$\frac{E}{N} = 3k_BT \tag{1.49}$$

La coupure du piège se faisant brusquement, l'énergie de piégeage tombe à zéro et le nuage s'étend à cause de l'énergie cinétique des atomes. On néglige les collisions durant l'expansion, celle-ci est alors purement balistique. On a :

$$\begin{aligned}\sigma_{\mathrm{th_i}}(t) &= \sqrt{\langle (x_i(0)+v_it)^2\rangle} = \sqrt{\sigma_{\mathrm{th_i}}(0)^2 + v_{\mathrm{rms}}^2 t^2} = \sqrt{\frac{k_BT}{M\omega_i^2} + \frac{k_BT}{M}t^2} \\ &= \sigma_{\mathrm{th_i}}(0)\sqrt{1+\omega_i^2t^2} \end{aligned} \tag{1.50}$$

où t est le temps de vol. Pour des temps de vol tels que $\omega_i^2t^2 > 1$, l'expansion, purement régie par la température, se produit de façon isotrope. On a alors $\sigma_{\mathrm{th}}(t) \simeq \sqrt{k_BT/M}t$.

Condensat

Des équations (1.38), (1.42) et (1.46), on obtient dans l'approximation de Thomas-Fermi :

$$N = 4\pi \int_0^{\sqrt{\frac{2\mu}{M\bar{\omega}^2}}} r^2\, \frac{\mu - M\bar{\omega}^2r^2/2}{g}\, dr \qquad \text{avec} \quad \bar{\omega} = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3} \tag{1.51}$$

soit :

$$\mu = \frac{\hbar\bar{\omega}}{2}\left(15\frac{aN}{\sigma_{\mathrm{OH}}}\right)^{2/5} \tag{1.52}$$

Par définition, $\mu = \frac{\partial E}{\partial N}$, d'où :

$$E = \frac{5}{7}\frac{\hbar\bar{\omega}}{2}\left(15\frac{aN}{\sigma_{\mathrm{OH}}}\right)^{2/5} N^{7/5} \quad \Rightarrow \quad \frac{E}{N} = \frac{5}{7}\mu \tag{1.53}$$

Pour un condensat dans l'approximation de Thomas-Fermi, l'énergie cinétique est négligeable devant l'énergie d'interaction. A la coupure du piège, l'énergie de piégeage est nulle et c'est l'énergie d'interaction qui provoque l'expansion du nuage. Plus le piège est confinant, plus l'énergie d'interaction est importante et plus l'expansion est rapide. Pour un piège à symétrie cylindrique, comme c'est le cas dans nos expériences, on peut montrer que l'expansion est une dilatation

anisotrope avec les paramètres d'échelle λ_i suivants [48] :

$$\lambda_\perp = \sqrt{1+\omega_\perp^2 t^2} \tag{1.54}$$

$$\lambda_z = 1+\left(\frac{\omega_z}{\omega_\perp}\right)^2 (\omega_\perp t \arctan(\omega_\perp t)) - \ln(\sqrt{1+\omega_\perp^2 t^2}) \tag{1.55}$$

où z indice la direction radiale et le symbole $\perp$ les deux directions radiales. Plus le condensat est anisotrope, moins sa taille axiale est modifiée durant l'expansion ($\lambda_z \sim 1$), la quasi-totalité de l'énergie d'interaction est alors transmise dans les deux directions radiales, directions les plus confinantes.

1.3 Conclusion

Dans ce chapitre, les quelques bases utiles à la compréhension de ce qu'est un condensat et à sa description ont été abordées. Les chapitres suivants, chapitres 2 à 4, vont détailler son obtention expérimentale dans le cadre de notre expérience. Rappelons qu'il faut atteindre un paramètre de dégénérescence de l'ordre de l'unité pour franchir la transition de Bose-Einstein. Sur le graphique suivant, nous montrons le cheminement dans l'espace des phases que nous parcourons pour obtenir le condensat.

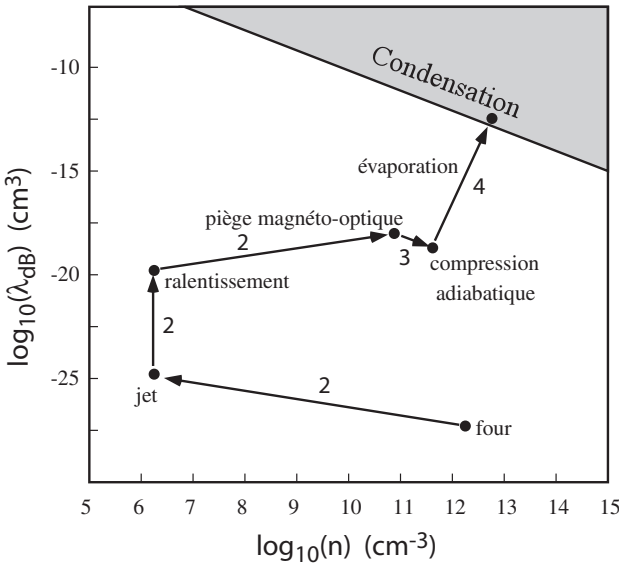


FIG. 1.5 – *Les différentes étapes dans l'élaboration du condensat représentées dans l'espace des phases. Les nombres sur les différentes étapes correspondent aux numéros des chapitres qui les traitent.*

CHAPITRE 2

Obtention d'un condensat (1) : le refroidissement laser

L'étape de refroidissement laser permet d'obtenir des atomes refroidis à la centaine de microkelvins à partir d'atomes chauffés à 400K en utilisant la force de pression de radiation de faisceaux lumineux. Dans une première partie, nous décrivons la force lumineuse totale subie par l'atome pour en extraire la force de pression de radiation. Nous verrons comment utiliser cette force pour ralentir un jet atomique et refroidir les atomes. Puis, nous exposons l'instrumentation optique nécessaire à la réalisation de ce refroidissement. Enfin, nous décrivons en détail chaque étape expérimentale du refroidissement laser en partant d'un descriptif de la source : le ralentissement du jet à l'aide d'un faisceau lumineux, le refroidissement tri-dimensionnel dans un piège magnéto-optique "brillant" (MOT) puis "noir" (Dark MOT et Ultra Dark MOT) et le refroidissement dans une mélasse optique.

2.1 L'interaction lumière - matière

Ashkin a montré que la force lumineuse agissant sur un atome se décompose en deux parties : une composante réactive, la force dipolaire, et une composante dissipative, la force de pression de radiation [49]. Dans une première partie, nous établissons cette force lumineuse totale subie par l'atome pour en extraire les forces de pression de radiation, responsable du refroidissement, et dipolaire. Dans ce chapitre, seule la force de pression de radiation nous intéresse, la force dipolaire sera étudiée au chapitre 5 dans le cadre de la pince optique. Dans une seconde partie, nous étudions plus en détail l'usage de la force de pression de radiation pour refroidir les atomes.

2.1.1 La force lumineuse totale

Considérons le hamiltonien du système "atome + lumière" :

$$H = H_A + H_L + V_{AL} \tag{2.1}$$

où H_A est le hamiltonien atomique, H_L le hamiltonien lié au rayonnement et V_{AL} le potentiel de couplage entre l'atome et le champ lumineux.

Conditions pour la résolution du problème

1. On va traiter le problème semi-classiquement, c'est-à-dire qu'on ne quantifiera pas le rayonnement. Il ne sera donc pas possible de traiter rigoureusement l'émission spontanée de photons, on l'introduira cependant phénoménologiquement en attribuant aux différents états une durée de vie.
2. On traitera les degrés de libertés externes de l'atome (position et vitesse) de façon classique. Ceci est justifié par le fait que la longueur d'onde du champ lumineux, λ, est grande devant l'extension du paquet d'onde associé à l'atome, λ_{dB}, et que la largeur en fréquence de l'effet Doppler dû au recul de l'atome par absorption ou émission de photon, $\Delta\omega$, est faible devant la largeur en fréquence du niveau excité, Γ. En effet dans notre cas, on a d'une part, pour la gamme de température couverte (100 nK<T<300 K) :

   $$\lambda_{dB} \sim 0,5\ \mu\text{m à } 0,01\ \text{nm} \ll \lambda \sim 1\ \mu\text{m}$$

   et d'autre part :

   $$\Delta\omega = k\Delta v \sim \frac{\hbar k^2}{M} \sim 2\pi \times 10\ \text{kHz} \ll \Gamma \sim 2\pi \times 6\ \text{MHz}$$

   où $k = 2\pi/\lambda$.
3. Comme $\lambda_{dB} \ll \lambda$, l'atome va sentir un champ homogène sur toute l'étendue de son paquet d'onde. On peut donc utiliser l'approximation dipolaire électrique pour rendre compte du couplage atome-champ[1]. Notons que le couplage de l'atome avec le champ lumineux se produit via le dipôle électrique induit par le champ lui-même, il n'existe pas de moment électrique permanent pour les atomes neutres. C'est d'ailleurs ce qui rend difficile leur piégeage par des champs optiques, le moment induit étant beaucoup plus faible.
4. On considère une transition fermée : les atomes cyclent sur une seule transition. On se place donc dans le cadre d'un atome à deux niveaux dont les états seront représentés par les kets $|1\rangle$ et $|2\rangle$.

[1] Le terme de couplage dû à l'interaction dipolaire magnétique est négligeable devant celui dû à l'interaction dipolaire électrique, sauf évidemment quand les règles de sélection ne permettent pas de couplage dipolaire électrique. C'est le cas lorsqu'on fait de l'évaporation forcée puisque l'on couple des sous-niveaux énergétiques de même parité (cf. chapitre 4). Ici, l'approximation dipolaire électrique est suffisante.

La force moyenne subie par l'atome est donnée par :

$$\langle \mathbf{F} \rangle = \frac{d\langle \mathbf{P} \rangle}{dt} \tag{2.2}$$

où l'évolution de la valeur moyenne de l'opérateur d'impulsion est donnée par le théorème d'Ehrenfest :

$$\frac{d\langle \mathbf{P} \rangle}{dt} = \frac{i}{\hbar} \langle [H, \mathbf{P}] \rangle = -\langle \boldsymbol{\nabla} H \rangle \tag{2.3}$$

Le potentiel de couplage, V_{AL}, s'écrit :

$$V_{AL} = -\langle \mathbf{D} \rangle . \mathbf{E} \tag{2.4}$$

où $\langle \mathbf{D} \rangle$ est la valeur moyenne du moment dipolaire induit : $\langle \mathbf{D} \rangle = e \langle \mathbf{r} \rangle$ avec e la charge électrique de l'électron et $\mathbf{r}$ la position de l'électron par rapport au noyau. La connaissance de la matrice densité[2], σ, permet de calculer cette valeur :

$$\langle \mathbf{D} \rangle = Tr(\sigma . \mathbf{D}) = \sigma_{12} \, \mathbf{D}_{21} + \sigma_{21} \, \mathbf{D}_{12} \tag{2.5}$$

où σ est définie par :

$$\sigma = \sum_{i,j} \sigma_{ij} |i\rangle\langle j| \tag{2.6}$$

et où $\mathbf{D}_{12}$ est l'élément de couplage entre les états $|1\rangle$ et $|2\rangle$ de l'atome d'énergie respective E_1 et E_2 :

$$\mathbf{D}_{12} = \mathbf{D}_{21}^* = \langle 2|\mathbf{D}|1\rangle \, e^{\frac{i(E_1 - E_2)t}{\hbar}} = \mathbf{d} \, e^{-i\omega_0 t} \tag{2.7}$$

Pour une onde d'équation générale : $\mathbf{E} = \frac{1}{2} E_0(\mathbf{r}) \, \left[e^{i(\omega_{\mathrm{L}} t + \Phi(\mathbf{r}))} + c.c. \right] \boldsymbol{\epsilon}$, on obtient :

$$\begin{aligned} V_{AL} &\simeq -E_0(\mathbf{r}) \, \frac{\mathbf{d}.\boldsymbol{\epsilon}}{2} \, \left[\sigma_{12} \, e^{i(\delta t + \Phi(\mathbf{r}))} + \sigma_{21} \, e^{-i(\delta t + \Phi(\mathbf{r}))} \right] \\ &\simeq -E_0(\mathbf{r}) \, \frac{\mathbf{d}.\boldsymbol{\epsilon}}{2} \, \left[\tilde{\sigma}_{12} + \tilde{\sigma}_{21} \right] \end{aligned} \tag{2.8}$$

où $\delta = \omega_{\mathrm{L}} - \omega_0$ représente le désaccord entre le laser et la transition $1 \rightarrow 2$. On a fait ici l'approximation dite "du champ tournant", qui consiste à négliger les termes non résonnants (termes exponentiels en $\omega_0 + \omega_{\mathrm{L}}$). Leur contribution est négligeable devant les termes résonnants (termes exponentiels en $\omega_{\mathrm{L}} - \omega_0$) quand $\omega_{\mathrm{L}} \sim \omega_0$.

[2]Le formalisme de la matrice densité est utilisé pour décrire l'évolution de l'atome sans avoir recours à un vecteur d'état. Ceci est très utile quand le système est un mélange statistique d'états et pour décrire des termes de relaxation dans l'évolution de l'atome quand celui-ci est couplé à un certain environnement.

La force moyenne agissant sur l'atome s'écrit d'après les équations (2.2), (2.3) et (2.8) :

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{F} \rangle &= -\boldsymbol{\nabla} V_{AL} \\ &= \frac{\mathbf{d}.\boldsymbol{\epsilon}}{2}\left[\boldsymbol{\nabla} E_0(\mathbf{r})\,(\tilde{\sigma}_{12}+\tilde{\sigma}_{21}) + iE_0(\mathbf{r}).\boldsymbol{\nabla}\Phi(\mathbf{r})\,(\tilde{\sigma}_{12}-\tilde{\sigma}_{21})\right] \qquad (2.9)\\ &= \mathbf{F}_{\text{dip}} + \mathbf{F}_{\text{pr}} \qquad (2.10)\end{aligned}$$

La force obtenue est composée de deux termes : un terme lié au gradient d'amplitude du champ $\boldsymbol{\nabla} E_0(\mathbf{r})$ correspondant à la force dipolaire ($\mathbf{F}_{\text{dip}}$) et un terme lié au gradient de la phase du champ $\boldsymbol{\nabla}\Phi(\mathbf{r})$ correspondant à la force de pression de radiation ($\mathbf{F}_{\text{pr}}$). L'obtention de la forme explicite de ces deux composantes de la force totale nécessite la connaissance des éléments de la matrice densité σ. Ceux-ci s'obtiennent à l'aide des équations de Bloch optiques, obtenues à partir de l'état stationnaire du système d'équations : $\partial\sigma_{ij}/\partial t = -\frac{i}{\hbar}[\sigma_{ij}, H]$ en tenant compte phénoménologiquement des termes de relaxation dus à l'émission spontanée. On a alors [50] :

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_{22} &= \frac{1}{2}\frac{s}{s+1}\\ \tilde{\sigma}_{21} &= \tilde{\sigma}_{12}^{*} = \frac{\Omega/2}{\delta + i\Gamma/2}\frac{1}{1+s} \qquad (2.11)\\ \tilde{\sigma}_{11} &= 1-\tilde{\sigma}_{22}\end{aligned}$$

où on a défini les paramètres suivants :

- Ω : le taux de couplage entre l'atome et le champ appelé fréquence de Rabi

$$\Omega(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{d}.\boldsymbol{\epsilon}}{\hbar}\,E_0(\mathbf{r})$$

- Γ : le taux de relaxation du niveau excité. Il est inversement proportionnel à la durée de vie des atomes dans l'état excité. Son expression est déterminée à l'aide d'un traitement quantique du rayonnement (voir chapitre 6 de [50]) :

$$\Gamma = \frac{\omega_0^3 d^2}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3}$$

- s : le paramètre de saturation

$$s = \frac{\Omega^2(\mathbf{r})/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4}$$

  On peut l'exprimer aussi sous la forme :

$$s = \frac{I/I_s}{1+4\delta^2/\Gamma^2}$$

où l'on a fait apparaître une intensité caractéristique, I_s, appelée intensité de saturation. Le rapport I/I_s de l'intensité du faisceau laser (I) sur l'intensité de saturation vaut $2\Omega^2/\Gamma^2$ et $I_s = \hbar\Gamma\omega_0^3/(12\pi c)^3$. On constate que, quand $s \gg 1$, la population de l'état excité σ_{22} tend vers 1/2 et s'égalise donc avec la population du niveau fondamental.

Avec ces paramètres, les forces dipolaire et de pression de radiation se réécrivent :

$$\mathbf{F}_{\text{dip}} = -\frac{\hbar}{4}\frac{\delta}{\delta^2+\Gamma^2/4}\frac{1}{1+s}\boldsymbol{\nabla}\Omega^2(\mathbf{r}) \tag{2.12}$$

$$\mathbf{F}_{\text{pr}} = -\frac{\hbar}{4}\frac{\Gamma}{\delta^2+\Gamma^2/4}\frac{1}{1+s}\Omega^2(\mathbf{r})\boldsymbol{\nabla}\Phi(\mathbf{r}) \tag{2.13}$$

La force dipolaire est une force conservative puisque celle-ci dérive d'un potentiel, $\mathbf{F}_{\text{dip}} = -\boldsymbol{\nabla}U_{\text{dip}}$. Ce potentiel s'écrit dans le cas de faible saturation ($s \ll 1$) :

$$U_{\text{dip}} = \frac{\hbar\delta}{4}\frac{\Omega^2(\mathbf{r})}{\delta^2+\Gamma^2/4} \tag{2.14}$$

Ce potentiel se traduit par un déplacement d'énergie des niveaux atomiques, $\hbar\Delta'$, appelé déplacement lumineux, qui vaut en unité de $\hbar$:

$$\Delta' = \frac{\Omega^2(\mathbf{r})}{4}\frac{\delta}{\delta^2+\Gamma^2/4} \tag{2.15}$$

Ce déplacement lumineux présente une forme de courbe dispersive en fonction du désaccord δ, son signe dépend donc de la valeur de ce dernier. Il s'agit pour l'atome de l'effet réciproque du déphasage qu'il induit sur l'onde. Il varie en fonction de la position $\mathbf{r}$ et offre donc la possibilité de piéger les atomes. On a deux configurations envisageables : piéger dans des maxima d'intensité ($\Omega^2(\mathbf{r}) \propto I(r)$) pour des désaccords négatifs et dans des minima d'intensité pour des désaccords positifs. Nous reviendrons plus en détail sur cette force dipolaire et le potentiel qui lui est associé au chapitre 5 lorsque nous aborderons l'étude de la pince optique.

La force de pression de radiation, quant à elle, est une force dissipative (voir remarque ci-dessous) qui contribue à un élargissement radiatif noté Γ' du niveau fondamental : ce niveau perd en effet de sa stabilité sous l'effet de son couplage

[3]Dans le cas du ^{87}Rb, pour la transition sur laquelle on travaille, $\lambda = 780$ nm, $\Gamma = 6$ MHz, ce qui donne $I_s = 1.6$ mW/cm^2.

avec le niveau excité. Dans le cas de faible saturation ($s \ll 1$), on a :

$$\mathbf{F}_{\text{pr}} = -\Gamma' \, \hbar \boldsymbol{\nabla} \Phi(\mathbf{r}) \qquad \text{avec} \quad \Gamma' = \frac{\Omega^2(\mathbf{r})}{4} \frac{\Gamma}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \tag{2.16}$$

Γ' présente une forme Lorentzienne en fonction du désaccord. Il s'agit pour l'atome de l'effet réciproque de l'absorption qu'il induit pour l'onde. La force de pression de radiation est maximale pour un désaccord nul, c'est-à-dire lorsque la fréquence de l'onde est à résonance avec la fréquence de la transition atomique. Cette force est responsable du refroidissement laser et nous allons donc l'analyser plus en détail dans la section suivante.

Remarque :

Raisonnons par l'absurde pour montrer que cette force est non conservative. Si elle était conservative, elle dériverait d'un potentiel et il existerait donc une fonction f telle que $\boldsymbol{\nabla} f$ soit égale à $\Omega^2(\mathbf{r})\boldsymbol{\nabla}\Phi(\mathbf{r})$. On aurait alors :

$$\boldsymbol{\nabla} \times (\Omega^2(\mathbf{r})\boldsymbol{\nabla}\Phi(\mathbf{r})) = 0$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\nabla}\Phi(\mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\nabla}\Omega^2(\mathbf{r}) = 0$$

Cela signifierait que les directions selon lesquelles la phase et l'intensité évoluent sont orthogonales, ce qui ne peut être vrai en présence d'absorption. En effet, on a alors une évolution de l'intensité selon la direction du vecteur de Poynting, direction parallèle à $\boldsymbol{\nabla}\Phi(\mathbf{r})$.

Rapport d'efficacité entre les forces :

$$\frac{\mathbf{F}_{\text{pr}}}{\mathbf{F}_{\text{dip}}} = \frac{\Gamma\Omega^2}{\delta} \frac{\boldsymbol{\nabla}\Phi}{\boldsymbol{\nabla}\Omega^2} \tag{2.17}$$

Pour avoir une force de pression de radiation négligeable devant la force dipolaire, il faut donc utiliser de larges désaccords. Ceci est utile pour le piégeage optique des atomes comme nous le verrons au chapitre 5 puisqu'on veut alors éviter toute diffusion de photons par l'atome pour avoir un piège le plus conservatif possible.

2.1.2 La force de pression de radiation

Considérons le cas d'une onde plane :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} E_0 \, \left[e^{i(\omega_0 t - \mathbf{k}.\mathbf{r})} + c.c. \right] \boldsymbol{\epsilon}$$

On a alors : $\boldsymbol{\nabla}\Phi(\mathbf{r}) = -\mathbf{k}$ et $\boldsymbol{\nabla} E_0 = \mathbf{0}$ et la seule force qui s'exerce sur les atomes est la force de pression de radiation. Elle prend alors la forme simple suivante :

$$\mathbf{F}_{\text{pr}} = \Gamma' \hbar \mathbf{k} \tag{2.18}$$

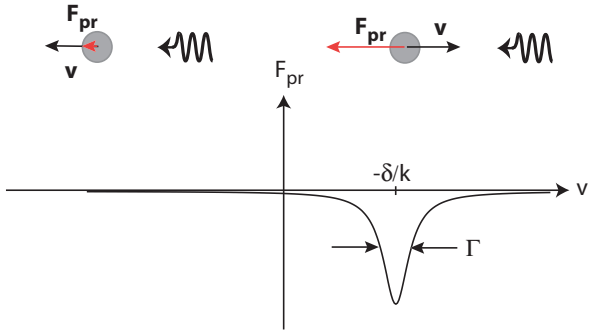


FIG. 2.1 – *Force de pression de radiation d'un faisceau lumineux en fonction de la vitesse de l'atome.*

Elle s'exprime comme le nombre de photons émis spontanément par unité de temps, Γ', que multiplie l'impulsion d'un photon, $\hbar\mathbf{k}$, c'est-à-dire comme un taux de transfert de l'impulsion des photons aux atomes. Elle résulte donc de cycles de fluorescence "absorption + réémission spontanée" mais le point important est qu'un seul transfert d'impulsion de photon a lieu par cycle. En fait, seule l'absorption contribue à la force moyenne dont la direction est par conséquent celle du vecteur d'onde. L'émission spontanée, de par la nature aléatoire de la direction d'émission, ne contribue qu'aux fluctuations de cette force.

Dans la partie précédente, on ne s'était pas préoccupé de la vitesse $\mathbf{v}$ de l'atome qu'on avait considéré au repos. Celle-ci modifie en fait la fréquence apparente de l'onde par effet Doppler et l'expression de la force devient :

$$\mathbf{F}_{\mathrm{pr}}(\mathbf{v}) = \Gamma'(\mathbf{v})\hbar\mathbf{k} \qquad \text{avec} \quad \Gamma' = \frac{\Omega^2(\mathbf{r})}{4}\,\frac{\Gamma}{(\delta - \mathbf{k}.\mathbf{v})^2 + \Gamma^2/4} \tag{2.19}$$

C'est la forte dépendance en vitesse de cette force qui est à la base du refroidissement laser. En choisissant la fréquence de l'onde laser désaccordée sur le rouge de la transition ($\delta < 0$), les atomes allant en sens contraire de l'onde voient, par effet Doppler, sa fréquence augmentée et peuvent alors interagir fortement avec celle-ci. Puisque la force de pression de radiation varie comme une Lorentzienne de largeur Γ en fonction du désaccord, la condition pour avoir une interaction forte est $\delta - \mathbf{k}.\mathbf{v} \lesssim \Gamma$. Ces atomes sont ralentis car la quantité de mouvement de l'onde est opposée à leur mouvement. A l'inverse, les atomes se propageant dans le même sens voient la fréquence laser diminuée et interagissent alors faiblement avec celle-ci (on s'éloigne de la condition de résonance), ce qui ne leur confère que de très faibles accélérations. Le bilan correspond donc à un ralentissement

et, par conséquent, à une diminution de l'agitation thermique (Fig. 2.1).

La force de pression de radiation est utilisée pour le ralentissement de jets atomiques (flux d'atomes quasi-unidirectionnels), auquel cas, un faisceau contra-propageant par rapport aux atomes est suffisant et pour le refroidissement tri-dimensionnel d'un échantillon d'atomes au sein d'un piège magnéto-optique ou d'une mélasse, auxquels cas, trois paires de faisceaux orthogonaux sont nécessaires. L'étude théorique de ces trois types de refroidissement va être détaillée dans la suite. Nous n'aborderons que plus tard leur mise en oeuvre expérimentale (sections 2.3.2 à 2.3.5).

Ralentissement d'un jet atomique

Le ralentissement du jet atomique s'effectue en envoyant une onde lumineuse de façon contra-propageante et désaccordée sur le rouge de la transition. Comme énoncé plus haut, seuls les atomes dont la vitesse longitudinale v_{long} est telle que $\delta + kv_{\text{long}} \lesssim \Gamma$ vont interagir significativement avec l'onde. Cependant, leur interaction est limitée puisqu'après une variation de leur vitesse correspondant à $\Delta v_{\text{long}} = \Gamma/k \sim 5$ m/s, ils sortent de résonance vis-à-vis de l'onde. Pour veiller à maintenir la condition de résonance entre l'atome et l'onde tout au long du ralentissement, on déplace spatialement la résonance atomique par effet Zeeman. Cet effet déplace la résonance de $\mu' bz$ où z est la coordonnée selon l'axe sur lequel s'effectue le ralentissement, μ' est le moment magnétique de l'atome associé à la transition et b le gradient de champ magnétique appliqué. Ce dernier est donc choisi de telle sorte qu'en tout point de l'espace, on ait $\delta + kv_{\text{long}} - \mu' bz \lesssim \Gamma$.

La force est bornée aux fortes intensités ($s \gg 1$) par la valeur :

$$\mathbf{F}_{\text{pr}}^{\max} = \Gamma/2\,\hbar\mathbf{k} \tag{2.20}$$

Cette valeur est considérable, elle vaut pour le Rubidium environ 10^6 m/s^2 soit 100 000 fois la valeur de l'accélération due à la gravité pour des intensités tout à fait raisonnables ($I_{sat} = 1.6$ mW/cm^2).

La mélasse optique

Le but d'une mélasse optique est de comprimer les distributions de vitesse dans les trois directions de l'espace en même temps. Pour ce faire, on utilise trois paires de faisceaux contra-propageants.

Pour comprendre le fonctionnement de la mélasse, considérons d'abord le cas simple d'un atome placé dans une onde stationnaire à une dimension. On va supposer que les deux ondes contra-propageantes qui forment l'onde stationnaire sont d'intensité égale I. L'atome, qui se déplace à une certaine vitesse v_i, va subir une force totale qui sera, pour de faibles saturations, la somme des forces de pression de radiation de chacune des deux ondes :

$$F_i^{\text{tot}} = \frac{\Gamma}{4}\frac{\Omega^2}{(\delta - k_i v_i)^2 + \Gamma^2/4}\hbar k_i - \frac{\Gamma}{4}\frac{\Omega^2}{(\delta + k_i v_i)^2 + \Gamma^2/4}\hbar k_i \tag{2.21}$$

Pour $k_i v_i \ll (\Gamma, \delta)$ et $s \ll 1$, le développement limité de l'équation (2.21) conduit au premier ordre en vitesse à :

$$F_i^{\text{tot}} = -\alpha v_i \qquad \text{avec} \quad \alpha = -\Gamma\frac{\Omega^2\delta}{\left(\frac{\Gamma^2}{4} + \delta^2\right)^2}\hbar k_i^2 \tag{2.22}$$

En prenant des des faisceaux désaccordés sur le rouge de la transition, $\delta < 0$, on a $\alpha > 0$ et la force de pression de radiation représente donc pour l'atome une force visqueuse de freinage (ce qui justifie l'emploi du terme "mélasse optique"). On peut généraliser ce comportement à une dimension aux trois dimensions de l'espace.

Pour trouver l'expression de la force, nous avons considéré la valeur moyenne du moment dipolaire électrique induit, nous ne nous sommes pas intéressés à ses fluctuations. Celles-ci sont en fait à l'origine d'une diffusion de l'impulsion qui entraîne un chauffage. On peut montrer que ce terme de diffusion s'écrit dans le cas d'une onde stationnaire [49] :

$$D = \hbar^2 k^2 \Gamma s \tag{2.23}$$

La température atteinte dans une mélasse optique résulte donc d'un équilibre entre le refroidissement produit par les forces de pression de radiation et le chauffage dû à la diffusion de l'impulsion :

$$\begin{aligned}
\frac{dE_{\text{refr}}}{dt} &= F_{\text{pr}} v = -\alpha v^2 = -\alpha\frac{k_B T}{M} \\
&= -\frac{dE_{\text{chauff}}}{dt} = -\frac{D}{M} \\
\Rightarrow k_B T &= \frac{\hbar}{2\delta}\left(\frac{\Gamma^2}{4} + \delta^2\right)
\end{aligned} \tag{2.24}$$

La plus petite température d'équilibre, appelée température Doppler, compte tenu de l'équation (2.24), vaut $T = \hbar\Gamma/2k_B$, ce qui donne pour le Rubidium $\sim 150\ \mu$K.

Cependant, des températures inférieures à celle-ci sont mesurées expérimentalement [51]. En effet, les processus au sein d'une mélasse sont plus complexes que ceux énoncés ci-dessus car les atomes ont une structure interne multi-niveaux qui participe au refroidissement. Leur prise en compte impose de quitter la description en terme d'atomes à 2 niveaux. Nous ne donnons ici qu'un argument qualitatif quant à l'existence de ce refroidissement sub-Doppler, pour une étude détaillée, se référer à [52].

Ce refroidissement supplémentaire repose sur le fait que les populations des sous-niveaux ne suivent pas adiabatiquement les variations spatiales de l'état de polarisation du champ. En effet, les populations des sous-niveaux dépendent localement de l'état de polarisation résultant des deux ondes contra-propageantes et lorsque l'atome est en mouvement, il explore des régions spatiales sur lesquelles cet état de polarisation est modifié. Le temps interne mis en jeu dans l'évolution des populations des sous-niveaux est le temps de pompage optique τ_p qui est inversement proportionnel à l'intensité et peut de ce fait devenir comparable voire supérieur au temps d'évolution des degrés externes $\tau_{ext} \sim \hbar/E_r$ où E_r est l'énergie de recul de l'atome. Les populations de ces sous-niveaux ne peuvent alors pas s'adapter adiabatiquement aux changements de l'état de polarisation et l'atome va subir une force supplémentaire de friction.

Précisons qu'à une dimension, si les deux ondes contra-propageantes ont des polarisations circulaires opposées, c'est l'orientation de la polarisation linéaire résultante qui varie spatialement alors que si elles ont des polarisations linéaires orthogonales, c'est l'ellipticité de la polarisation résultante des deux ondes qui varie spatialement. Le premier cas donne lieu à un refroidissement basé sur un déséquilibre entre les pressions de radiation des deux ondes contra-propageantes, le second donne lieu a un refroidissement dit "refroidissement Sisyphe" basé sur un changement spatial de l'énergie des sous-niveaux du fondamental qui permet de convertir une partie de l'énergie cinétique en énergie potentielle. Dans le cas tridimensionnel, on rencontre ces deux types de changement de l'état de polarisation et donc ces deux types de refroidissement. Bien que les coefficients de friction de ces processus soient différents, les coefficients de dissipation associés conduisent à des températures d'équilibre équivalentes et de même dépendance [52, 53] :

$$T \propto \frac{I}{k_B \delta} \tag{2.25}$$

Le piège magnéto-optique (MOT)

Dans une mélasse optique, les atomes peuvent explorer toute la zone couverte par les faisceaux puisque la force totale exprimée dans l'équation (2.21) ne dépend que de la vitesse, elle est indépendante de la position de l'atome (les ondes considérées sont des ondes planes). Pour rendre cette force sensible en position, on utilise un piège magnéto-optique, dans lequel on utilise en plus des faisceaux lumineux un champ magnétique inhomogène. La première démonstration d'un tel piège date de 1987 [54].

Le but est de reproduire ce qu'il se passe dans l'espace des vitesses au niveau de la mélasse dans l'espace des positions : l'atome déplacé du centre du piège doit interagir préférentiellement avec l'onde qui le ramène vers celui-ci. Pour cela, on utilise un gradient de champ magnétique, ce qui déplace les énergies des états internes par effet Zeeman. En prenant pour les deux ondes contra-propageantes des polarisations circulaires σ_+ et σ_-, on crée des désaccords par rapport aux résonances atomiques spatialement différents pour les deux ondes. Pour illustrer cela et comprendre le fonctionnement du MOT, plaçons nous de nouveau à une dimension et considérons le cas simple d'une transition $J = 0 \rightarrow J' = 1$ (Fig 2.2) : pour un atome déplacé du centre possédant une abscisse positive (selon la figure), le niveau $|m_{J'} = -1\rangle$ est plus proche de résonance que le sous-niveau $|m_{J'} = 1\rangle$ et l'atome va préférentiellement absorber les photons de l'onde polarisée σ_-, ce qui produit une force tendant à le ramener au centre. Ce mécanisme reste vrai à 3 dimensions et pour des transitions plus complexes.

Dans ce cas, la force s'obtient en tenant compte de ce champ magnétique inhomogène dans l'expression du désaccord. Il faut alors ajouter un terme supplémentaire en $\mu' b x_i/\hbar$ où μ' est le moment magnétique de l'atome associé à la transition et b le gradient de champ magnétique. En développant la force totale à une dimension de la même façon que pour l'équation (2.22) mais cette fois au

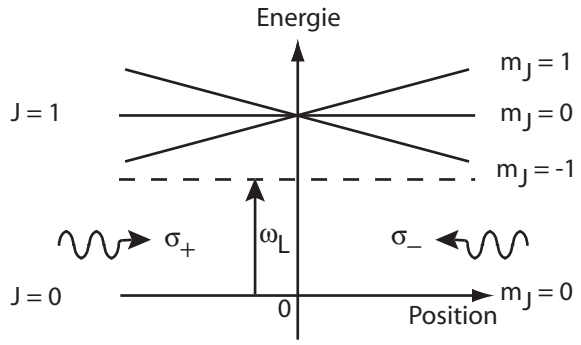


FIG. 2.2 – *Configuration du piège magnéto-optique à une dimension*

premier ordre en position aussi, on obtient :

$$F_i^{\text{tot}} = -\alpha v_i - \kappa x_i \qquad \text{avec} \quad \kappa = \Gamma \frac{\Omega^2|\delta|}{\left(\frac{\Gamma^2}{4} + \delta^2\right)^2} k_i \mu' b \tag{2.26}$$

Cette force est la somme d'un terme de friction et d'un terme de rappel[4]. Pour la gamme typique de paramètres que nous utilisons, nous sommes en régime surmorti ($\alpha/2\sqrt{\kappa M} \sim 5 > 1$) et les atomes piégés par le MOT convergent donc rapidement vers le centre de l'espace des phases $\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}$ [55].

De même que dans le cas de la mélasse optique, il existe dans le MOT une diffusion de l'impulsion qui limite la température d'équilibre et des mécanismes de refroidissement sub-Doppler [56]. Par contre, le MOT se distingue de la mélasse par l'existence de régimes de fonctionnement différents selon le nombre d'atomes piégés [57, 53]. A faible nombre d'atomes (typiquement $N < 10^5$), la température du MOT et la température de la mélasse s'équivalent et d'autre part, la densité augmente proportionnellement au nombre d'atomes piégés, le diamètre du nuage atomique restant inchangé. Par contre, à plus grand nombre d'atomes, la température dépend de ce dernier, elle augmente d'autant plus que celui-ci augmente et la densité est limitée, le diamètre du nuage atomique augmentant quand le nombre d'atomes piégés augmente.

Deux processus sont responsables de l'existence de ce second régime. Le premier est la diffusion multiple de photons. Elle repose sur le fait que, dans un échantillon d'atomes dense, les atomes absorbent des photons des faisceaux de piégeage et en réémettent et ces photons diffusés peuvent être réabsorbés par d'autres atomes et ainsi de suite. Cette diffusion multiple crée une force répulsive entre atomes qui contrebalance la force de piégeage pour de trop fortes densités [58]. Pour le second processus, la limitation provient des collisions entre un atome dans l'état excité et un atome dans l'état fondamental [59]. Comme le temps mis en jeu dans des collisions ultra-froides est long devant le taux de désexcitation de l'atome, ces collisions peuvent conduire à deux processus :

- le changement d'état fin pour l'atome excité (passage du niveau $^5\mathrm{P}_{3/2}$ au niveau $^5\mathrm{P}_{1/2}$) avec la différence d'énergie communiquée à l'atome dans le niveau fondamental qui se retrouve alors éjecté du piège,
- une redistribution radiative : la paire composée par l'atome dans le fondamental et l'atome excité sous l'effet du potentiel inter-atomique attractif réémet un photon moins énergétique que celui qui a été absorbé par l'atome excité et ce surplus d'énergie se redistribue entre les deux atomes.

[4]Précisons que les coefficients de friction et de rappel trouvés ci-dessus ne permettent qu'une description qualitative du MOT étant donné les hypothèses restrictives utilisées. Il y au moins un ordre de grandeur entre ces valeurs théoriques et leur correspondant expérimental [53].

2.2 Dispositif optique du refroidissement

L'étude précédente nous permet de fixer les exigences auxquelles doivent répondre les faisceaux lasers pour la mise en place du ralentissement du jet atomique et du refroidissement laser tri-dimensionnel :

- posséder une largeur en fréquence faible devant Γ ;
- permettre de sélectionner la longueur d'onde désirée et s'asservir sur cette fréquence (contrôle du désaccord) ;
- disposer d'une intensité suffisante pour avoir un refroidissement efficace.

Les deux premières conditions s'obtiennent en utilisant des diodes sur réseau asservies en fréquence à l'aide d'un montage d'absorption saturée, la troisième condition est obtenue en injectant à partir de ces diodes sur réseau des diodes libres. Avant d'étudier le fonctionnement de ces deux types de diode ainsi que le montage d'absorption saturée, nous allons présenter les fréquences de transition utilisées pour refroidir les atomes de Rubidium.

2.2.1 Transitions utilisées

Pour avoir une pression de radiation efficace, il faut que l'atome soit toujours en résonance ou proche de résonance avec l'onde et il est nécessaire de maintenir l'atome sur la transition correspondant à la fréquence laser. Pour ce faire, on travaille sur une transition dite fermée : si l'atome part d'un niveau fondamental particulier, il faut qu'après être passé dans un niveau excité suite à son interaction avec l'onde, il se désexcite vers le même état fondamental, sinon il sera hors de résonance.

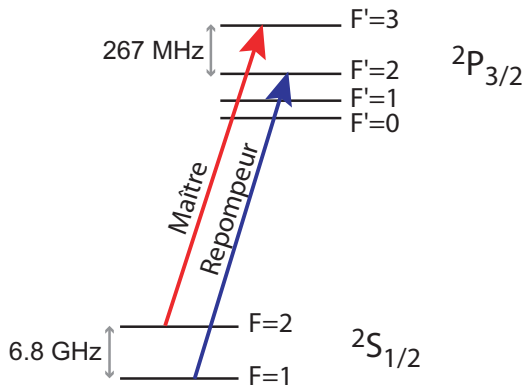


FIG. 2.3 – *Transitions utilisées pour le refroidissement laser du ^{87}Rb. Les états F sont les états hyperfins pour le niveau fondamental, les états F' sont ceux du niveau excité.*

Pour le rubidium, la transition adaptée pour le refroidissement est donc la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ car une fois excité dans l'état $|F' = 3\rangle$, l'atome ne peut pas se désexciter vers $|F = 1\rangle$, cette transition lui étant interdite. Le faisceau laser qui fait cycler les atomes sur cette transition est appelé faisceau *maître*. Cependant, l'écart hyperfin entre les niveaux $|F' = 2\rangle$ et $|F' = 3\rangle$ est suffisamment faible (267 MHz) pour que la probabilité d'exciter la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ ne soit pas négligeable (elle est de l'ordre de 10^{-3}). L'atome peut alors se désexciter vers $|F = 1\rangle$ et comme, par contre, l'écart entre les niveaux $|F = 1\rangle$ et $|F = 2\rangle$ est important (6.8 GHz), l'atome n'aura aucune chance de réintégrer les cycles de transitions résonnantes avec l'onde et ne sera, par conséquent, plus refroidi. Pour pallier cela, on utilise un faisceau d'intensité plus faible, appelé *repompeur*, qui permet de recycler les atomes tombés dans $|F = 1\rangle$ (voir Fig. 2.3). Sans repompeur, les atomes se retrouvent tous dans $|F = 1\rangle$ au bout d'un temps de l'ordre de la milliseconde. En effet, le taux caractéristique pour effectuer une transition de $|F = 2\rangle$ vers $|F' = 2\rangle$ vaut :

$$\frac{\Gamma}{2}\frac{I/I_s}{1 + I/I_s + 4\delta^2/\Gamma^2} \sim 2.4 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$$

avec δ =267 MHz et où l'on a pris $I = I_s$. La probabilité de transition de $|F' = 2\rangle$ vers $|F = 1\rangle$ étant d'environ 1/2, le temps caractéristique de dépompage vers $|F = 1\rangle$ est de 0.8 ms.

2.2.2 Les diodes sur réseau

Les sources utilisées sont des diodes Laser Graphics à 780 nm, monomodes, de puissance nominale 70 mW et de largeur de raie 20 MHz. Ce sont des sources très compactes (de l'ordre du millimètre). Libres, elles possèdent une largeur de raie trop forte pour effectuer correctement le refroidissement laser (il faut comparer la largeur de 20 MHz à Γ qui vaut 6 MHz). Nous les transformons en diodes sur réseau afin d'étendre la cavité de façon externe et diminuer ainsi la largeur de raie.

Le réseau que nous utilisons est un réseau holographique de la compagnie Edmund Scientific qui comporte 1800 traits/mm. L'ordre -1 de diffraction du réseau est réinjecté dans la cavité et on utilise la réflexion (ordre 0) comme faisceau de sortie (Fig. 2.4). Le montage de cette diode est présenté sur la photo de la figure (2.5), c'est un montage compact inspiré du modèle type Hinds [60] déjà employé et partiellement modifié par une équipe de notre groupe [35]. Une expérience de battements entre deux diodes sur réseau nous a permis de quantifier la largeur spectrale de ces diodes et nous a donné une largeur de raie $\lesssim 1$ MHz.

L'accordabilité de ces diodes est assurée par le fait qu'on puisse contrôler finement la longueur de leur cavité en modifiant la position du réseau placé sur

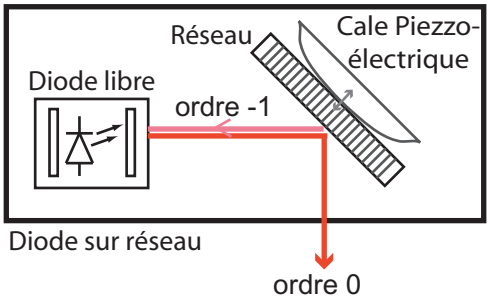


FIG. 2.4 – *Schéma de principe de la diode sur réseau.*

une cale piézo-électrique. Pour la mise en oeuvre de ces diodes, l'étape préliminaire consiste à jouer à la fois sur la température et sur le courant pour placer la longueur d'onde d'émission la plus proche possible de 780 nm en l'absence du réseau.

Pour limiter les bruits d'origine mécanique sur la fréquence, nous les avons isolées de la table optique en les reposant sur un bloc de laiton compris entre deux couches épaisses de sorbothane. Les diodes sont ainsi protégées de toute vibration provenant de la table de montage de fréquences supérieures à quelques Hertz. Nous avons aussi recouvert les parois de la diode d'une couche de pare-son permettant de limiter l'effet des vibrations sonores se propageant dans l'air.

La stabilisation sur la fréquence choisie, elle, est réalisée à l'aide d'un système d'asservissement développé dans le paragraphe suivant.

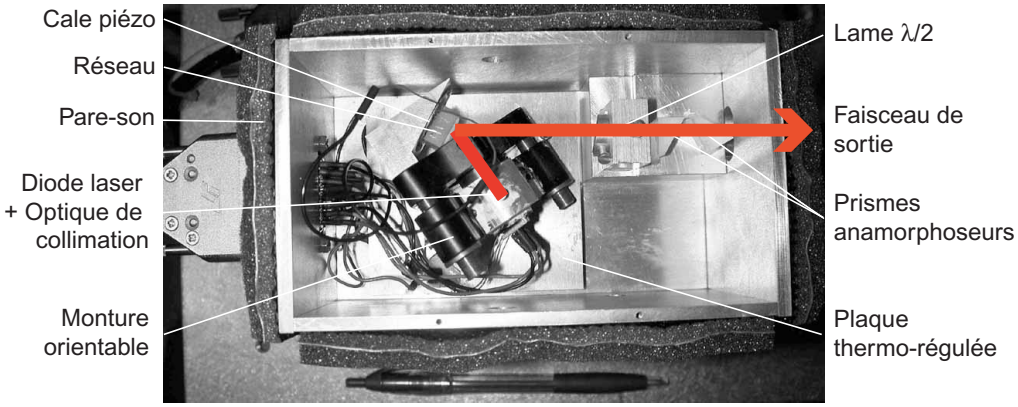


FIG. 2.5 – *Photo du montage de la diode sur réseau.*

2.2.3 Asservissement par absorption saturée

Pour stabiliser la fréquence, il faut contrôler le courant envoyé à la diode, la longueur de la cavité et la température.

Le contrôle de température se fait par un asservissement standard : les écarts par rapport à la température voulue sont donnés par la tension aux bornes d'une thermistance placée dans un pont de résistances. Ce signal d'erreur traité par un correcteur PID[5] génère un signal de commande envoyé à un élément Peltier qui régule la température. On peut contrôler celle-ci à mieux qu'un dixième de degré, avec un temps de réponse de l'ordre de 30 secondes. Ce temps assez long est dû à la masse importante de la diode sur réseau. L'asservissement possède une plage de stabilité de l'ordre de deux ou trois degrés seulement d'où l'importance de travailler dans une salle dont la température reste fixe.

Le contrôle de la fréquence se fait par comparaison avec la raie hyperfine désirée de l'atome de rubidium : on asservit la longueur de la cavité et l'intensité du laser sur un signal issu de l'absorption d'un laser au travers d'une cellule de Rubidium. Il faut donc, dans un premier temps, accéder aux raies hyperfines du Rubidium puis repérer la raie qui nous intéresse. Ensuite, on introduit des signaux de réaction sur le piézo-électrique et sur l'alimentation de la diode pour commander respectivement la longueur de la cavité et l'intensité de la diode afin de maintenir la fréquence laser sur la transition voulue.

Déduction des raies hyperfines du signal d'absorption

Pour distinguer la structure hyperfine des atomes, on ne peut pas procéder à une simple absorption du faisceau car les atomes constituant la vapeur de rubidium dans la cellule présentent une distribution thermique large et les raies obtenues sont alors fortement élargies par effet Doppler. On utilise donc un montage dit d'absorption saturée : le faisceau fait un aller et retour dans la cellule (Fig. 2.8, bloc B). Les atomes n'absorberont le rayonnement que si la fréquence apparente du laser est en résonance avec une de leurs transitions atomique, c'est-à-dire s'ils possèdent une vitesse longitudinale v_{long} telle que le décalage Doppler associé à cette vitesse leur permettre d'être à résonance avec cette onde.

Les atomes d'une classe de vitesse longitudinale donnée ne peuvent interagir avec l'onde, pour une fréquence donnée, qu'à l'aller *ou* au retour de l'onde

[5]Un asservissement PID est un asservissement Proportionnel-Intégral-Dérivé. Le terme proportionnel permet d'obtenir un signal de commande inversement proportionnel au signal d'erreur et de converger ainsi vers la valeur voulue. Cependant, il reste toujours un écart résiduel entre la valeur atteinte et la valeur voulue. Le terme intégral permet la suppression de cet offset résiduel. Pour converger rapidement vers la valeur voulue, le système oscille et dépasse cette valeur. Le terme dérivé sert à limiter ce dépassement et les oscillations du système.

[Fig. 2.6(a)]. Excepté pour deux types d'atomes :

- ceux qui ont un mouvement transverse au faisceau ($v_{\text{long}} = 0$) et qui n'ont par conséquent aucun décalage Doppler [Fig. 2.6(b)] ;
- ceux dont la vitesse est telle que le décalage Doppler associé corresponde à la moitié de l'écart en fréquence entre deux niveaux atomiques [Fig. 2.6(c)].

Pour ces deux types d'atomes, on a absorption à l'aller *et* au retour lorsque la fréquence du faisceau est adaptée. Aux fréquences où cela arrive, l'effet de saturation des transitions (on ne peut pas avoir plus de la moitié des atomes dans l'état excité) rend alors le milieu plus "transparent" pour le faisceau. Ainsi, on obtient des pics étroits dans la variation de la puissance du laser en fonction de la fréquence. Ces pics marquent l'emplacement des transitions pour le premier type d'atomes et l'emplacement des "cross-over" pour le second type [Fig. 2.7]. Précisons que généralement, la spectroscopie par absorption saturée se fait via un montage "pompe-sonde" (donc avec deux faisceaux distincts), ce n'est pas notre cas : nous n'utilisons qu'un seul faisceau faisant un aller et retour dans la cellule, ce qui implique que l'on a des effets de transparence moins marqués.

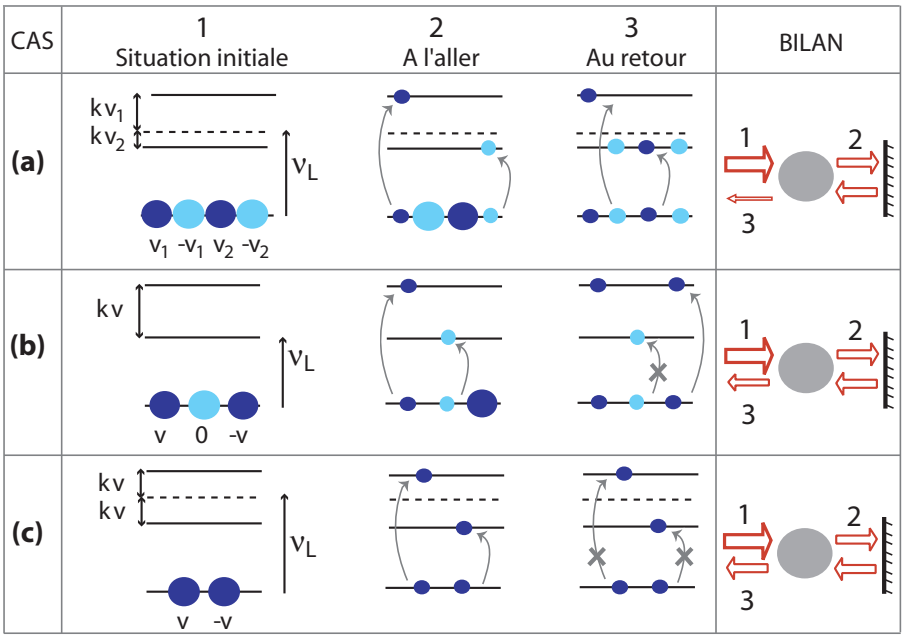


FIG. 2.6 – *Schéma de principe de la spectroscopie par absorption saturée. La fréquence du faisceau est notée ν_{L}, la vitesse longitudinale des atomes est notée v. On se limite ici à deux niveaux excités. Le faisceau aller possède une intensité permettant de saturer les transitions (les populations du niveau fondamental et excité s'équivalent alors et une absorption supplémentaire n'est plus possible). (a) Fréquence laser quelconque (b) Fréquence laser correspondant à une transition atomique (c) Fréquence laser correspondant à un "cross-over".*

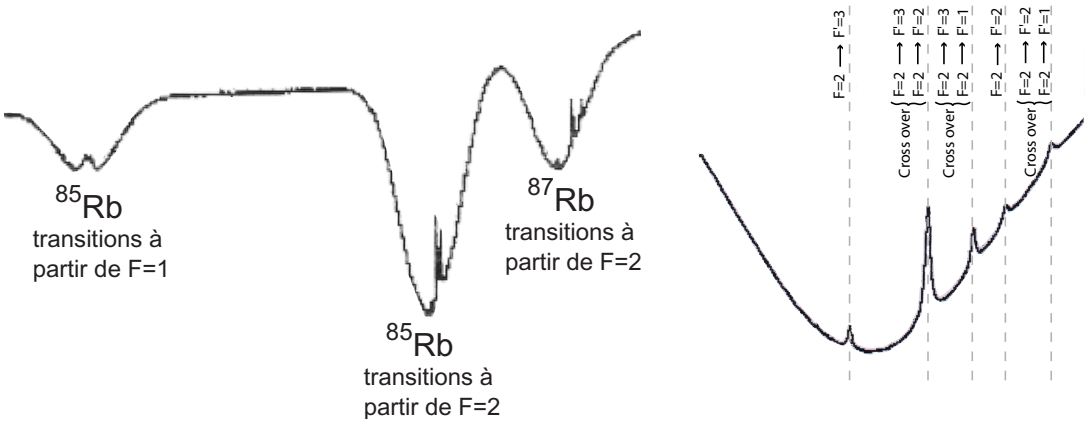


FIG. 2.7 – *A gauche : Raies hyperfines du* ^{85}Rb *et* ^{87}Rb*. A droite : Zoom sur les raies hyperfines des transitions* $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 1, 2 \text{ ou } 3\rangle$ *pour le* ^{87}RB*.*

La fréquence du laser est modifiée en envoyant une rampe de tension donnée par un GBF (Générateur Basse Fréquence) puis amplifiée à 30 V sur le piézo-électrique. L'amplitude des cales piézo-électriques que nous utilisons est alors typiquement de $|\Delta L| \sim \lambda$, ce qui permet de varier la fréquence de $|\Delta\nu| = \frac{2|\Delta L|}{\lambda}\Delta\nu_{ISL} \sim 10$ GHz. On est ainsi parvenu à extraire les raies hyperfines sur lesquelles on souhaite travailler. On peut se centrer sur une raie particulière en jouant sur l'offset du piézo-électrique et zoomer sur cette raie en diminuant progressivement l'amplitude de la rampe appliquée au piézo-électrique.

Construction d'un signal d'erreur permettant une rétroaction sur la longueur de la cavité et sur l'intensité.

On module le signal d'absorption saturée en appliquant un champ magnétique homogène autour de la cellule de rubidium[6] (Fig. 2.8, bloc B). Ce signal modulé est passé dans une détection synchrone (Fig. 2.8, bloc C), ce qui nous permet d'obtenir une tension proportionnelle à la dérivée du signal[7] (voir Fig. 2.8, bloc C, image du bas) et on ajoute un offset sur cette tension de sorte à ce que le point d'inflexion de la dérivée du pic voulu (ce qui correspond au maximum de ce pic)

[6]L'avantage de moduler le champ magnétique est qu'on obtient un signal modulé par effet Zeeman, ce qui n'affecte pas la largeur de raie du laser. Cela n'aurait pas été le cas si l'on avait modulé le courant de la diode.

[7]L'amplitude $\mathcal{A}$ du signal d'entrée dans la détection synchrone a la forme suivante : $\mathcal{A}(\nu + \Delta\nu\cos(\omega t + \phi)) \sim \mathcal{A}(\nu) + \Delta\nu\cos(\omega t + \phi))d\mathcal{A}/d\nu$ où ω est la fréquence de modulation. La détection synchrone possède une étape de multiplication du signal d'absorption modulé $\mathcal{A}$ par la référence (signal de modulation) $\cos(\omega t + \phi')$ (étape de démodulation synchrone) puis une étape de moyennage (étape du filtre passe-bas). En ajustant correctement la phase du signal de référence (ϕ'), on obtient en sortie un terme proportionnel à $d\mathcal{A}/d\nu$.

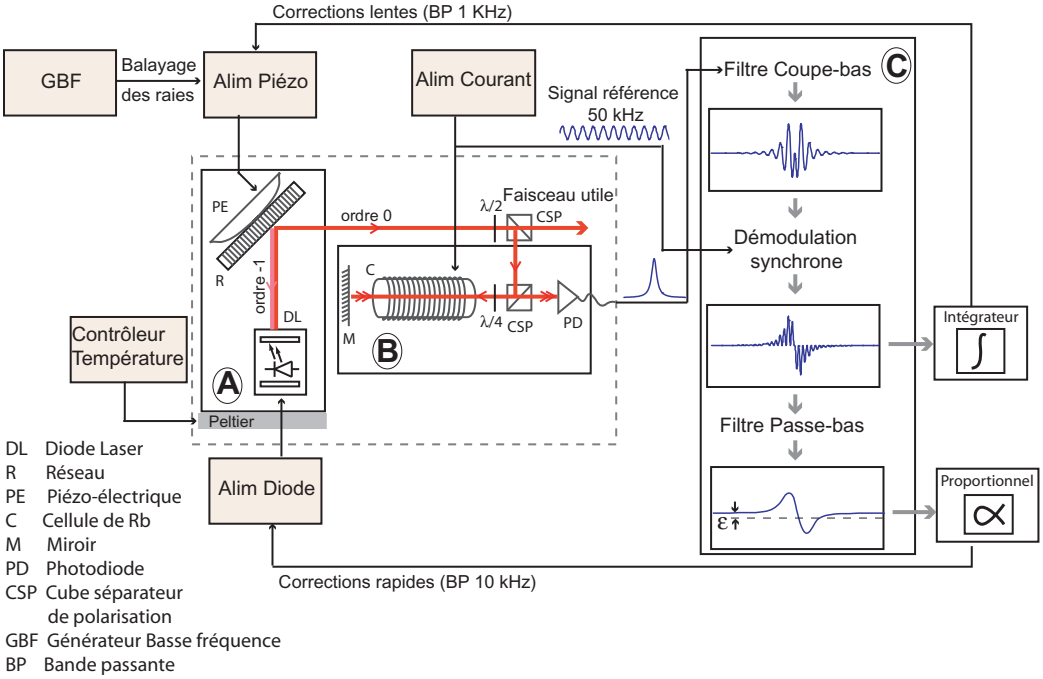


FIG. 2.8 – *Schéma d'une diode sur réseau avec son circuit d'asservissement. Bloc A : montage de la diode sur réseau ; bloc B : montage d'absorption saturée ; bloc C : détection synchrone permettant de générer le signal d'erreur correspondant à la différence entre la fréquence du laser et la fréquence voulue et d'effectuer une rétroaction. Tout ce qui se trouve à l'intérieur de la zone délimitée par les tirets se trouve sur la table optique.*

corresponde à une tension nulle. Le signal d'erreur ϵ correspond alors à l'écart en tension par rapport à cette position. Le signal démodulé et intégré sert de signal de commande sur le piézo-électrique et agit sur la longueur de la cavité pour corriger les fluctuations lentes en longueur d'onde. La bande passante de cette correction est de 1 kHz. Et, d'autre part, un signal de commande, proportionnel au signal d'erreur, est envoyé à une entrée de modulation de l'alimentation en courant de la diode pour les corrections rapides des fluctuations de longueur d'onde (Fig. 2.8). La bande passante de cette correction est de 10 kHz.

2.2.4 Injection de diodes libres

Un inconvénient des diodes sur réseau est leur manque de puissance : environ 50 % de la puissance de la diode libre (sans la cavité étendue) sert de feedback et diminue donc la puissance utilisable. Pour y remédier, les faisceaux issus des diodes sur réseau sont injectés dans des diodes libres. Cela revient à forcer la

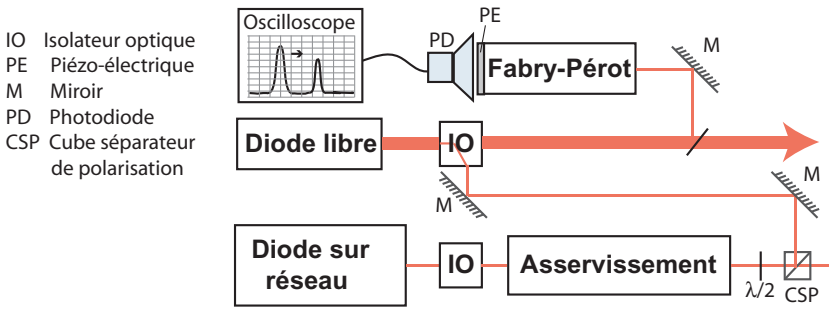


FIG. 2.9 – *Injection d'une diode libre par une diode sur réseau. L'injection se produit via l'isolateur optique de la diode libre et est contrôlée par un Fabry-Pérot dont la longueur de cavité est modifiée grâce à une cale piézo-électrique. La diode libre est bien injectée lorsque son mode (représenté par celui de gauche sur l'oscilloscope) vient sur le mode lasé par la diode sur réseau (représenté par celui de droite).*

diode libre à osciller sur le mode qui est injecté dans sa cavité. Le faisceau de la diode sur réseau est amené via l'isolateur optique à la sortie du faisceau et l'injection est contrôlée en envoyant une faible puissance des diodes injectées dans un Fabry-Pérot (Fig. 2.9).

Ces diodes injectées sont, de même que les diodes sur réseau, asservies en température. Leur temps de réponse est meilleur, de l'ordre de 5 secondes, car leur montage est nettement moins massif (Fig. 2.10).

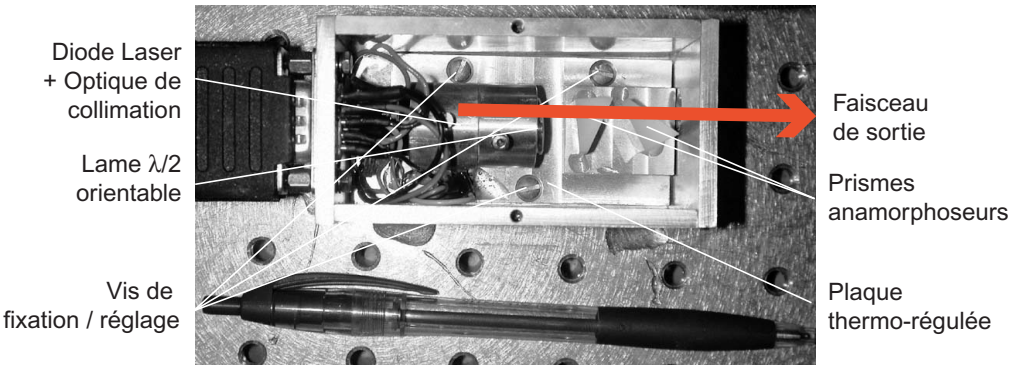


FIG. 2.10 – *Montage d'une diode libre.*

2.2.5 Synoptique des différents lasers utilisés

Sur la figure (2.11) sont présentés tous les lasers utilisés pour le refroidissement, leur type (diode libre ou diode sur réseau) est précisé ainsi que la façon dont on obtient leur fréquence. Le rôle de chacun des faisceaux issus des diodes libres va être explicité dans les sections suivantes.

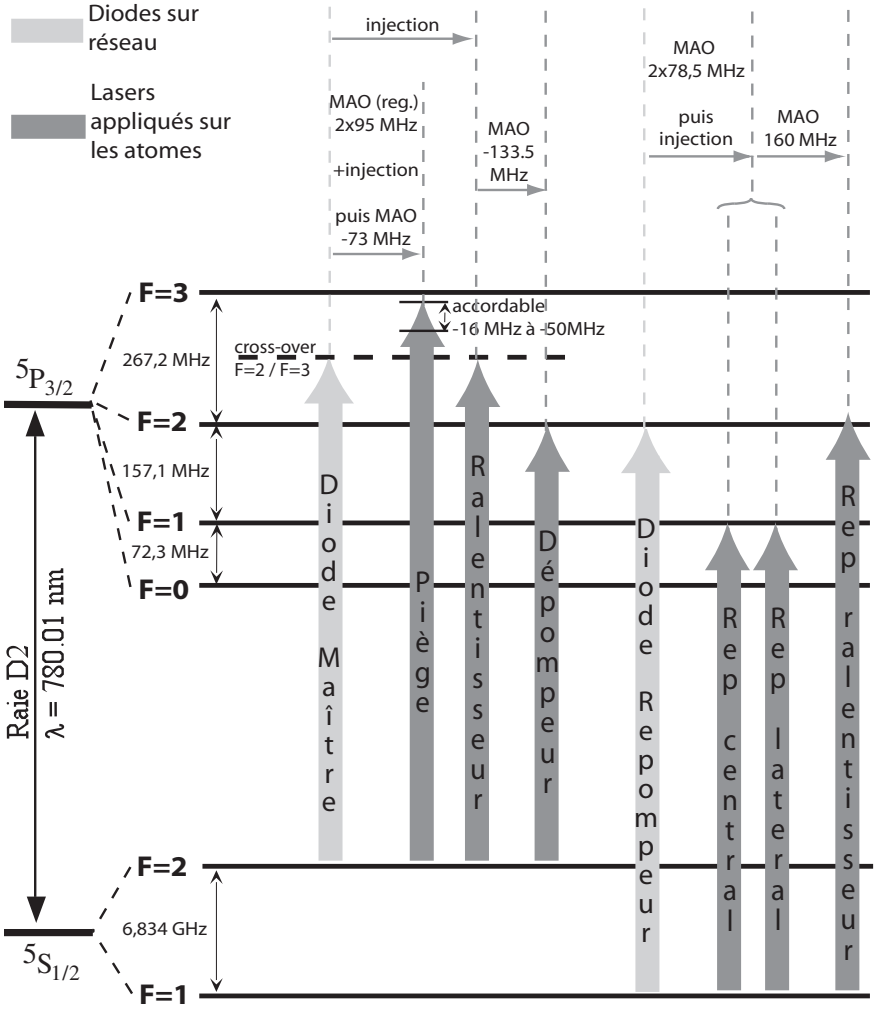


FIG. 2.11 – *Les différents faisceaux laser utilisés. MAO : Modulateur Acousto-Optique.*

2.3 Réalisation expérimentale

2.3.1 Source et jets atomiques

La source de Rubidium

On place quelques grammes de rubidium solide dans un four (environ 5 g). Ces quelques grammes permettent de disposer de suffisamment de rubidium pour faire fonctionner l'expérience pendant deux ou trois ans. Lorsque l'expérience fonctionne, le four est ajusté à une température $T \sim 120°\text{C}$, le rubidium est alors liquide en équilibre avec son gaz dont la pression de vapeur saturante de l'ordre de 10^{-4} mbar (Fig. A.1), ce qui est suffisant pour obtenir un flux d'atomes conséquent. A ce niveau, la densité n et densité dans l'espace des phases $\mathcal{D}$:

$$n = \frac{P}{k_B T} \sim 5.10^{12} \text{ cm}^{-3}$$

$$\mathcal{D} \sim 3.10^{-15}$$

Pour limiter les pertes de rubidium et augmenter la durée avant la recharge du four, nous utilisons un four à recirculation : un gradient de température est appliqué le long du tube issu du four, une grille métallique, appelée mèche, placée à l'intérieur du tube permet aux atomes de migrer vers les températures les plus élevées. Les atomes touchant la paroi du tube sont ainsi récupérés dans le four (Fig 2.12).

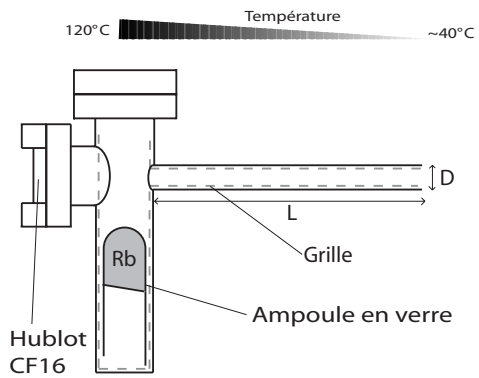


FIG. 2.12 – *Schéma de la source atomique. $L = 10$ cm, $D = 5$ mm.*

La divergence du jet à la sortie du four vaut :

$$\theta = \frac{D}{L} \sim 0.05 \text{ rad} \tag{2.27}$$

Caractérisation du jet

Pour caractériser le flux et la distribution en vitesse longitudinale du jet, nous avons placé un système de fluorescence au départ du jet. Un faisceau laser, dont on fait varier continûment la fréquence sur une plage de 2 GHz , est envoyé de façon contra-propageante au jet d'atomes et on collecte la fluorescence de ces derniers à l'aide d'une photodiode monté sur un système d'imagerie $2f$-$2f$ [Fig. 2.13(a)]. Le signal de fluorescence obtenu est présenté sur la figure [2.13(b)]. La large plage de fréquence couverte par le laser permet d'accéder à la fois à la fluorescence des atomes de rubidium 85 (raies de gauche) et des atomes de rubidium 87 (raies de droite) pour les transitions de $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 1, 2 \text{ ou } 3\rangle$ (la structure de l'atome de Rubidium est donnée dans l'annexe A). On peut déduire de la figure [2.13(b)] les résultats suivants :

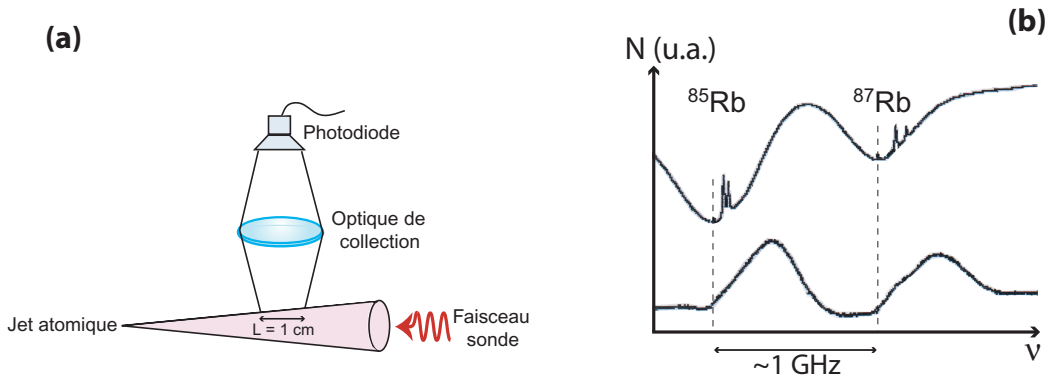


FIG. 2.13 – *(a) Montage pour la mesure de fluorescence du jet. Un faisceau sonde dont la fréquence est balayée est envoyé de façon contra-propageante au jet atomique. On collecte la fluorescence émise par les atomes sur une longueur de 1 cm (taille de la photodiode) à l'aide d'un montage $2f - 2f$. (b) Distribution en vitesse longitudinale du jet pour les deux isotopes : ^{85}Rb et ^{87}Rb. La courbe supérieure correspond au signal d'absorption saturée du faisceau sonde. La courbe inférieure correspond au signal de fluorescence des atomes constituant le jet. La fréquence de transition vers la raie hyperfine de plus grande énergie pour chacun des deux isotopes est marquée par la courbe en tirets.*

– La distribution en vitesse correspond bien à la distribution d'un jet puisque l'on n'a que des vitesses positives (la vitesse nulle correspond à l'émission de photons quand la fréquence du laser coïncide avec la fréquence de transition atomique la plus élevée i.e. $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$, cette fréquence ω_0 est représentée par la ligne verticale en tirets sur la figure).

– La vitesse des atomes v peut être reliée à la fréquence d'absorption du laser ω_L par la relation : $v = (\omega_0 - \omega_L)/k$ (effet Doppler). Ceci nous permet de déduire la valeur de la vitesse la plus probable dans le jet : elle vaut ~ 300 m/s. La distribution de vitesse au sein d'un jet étant donné par :

$$f(v) = \frac{2}{\alpha^4} v^3 \exp\left(-\frac{v^2}{\alpha^2}\right) \qquad \text{avec} \quad \alpha = \sqrt{\frac{2k_B T}{M}}$$

cette valeur vaut théoriquement : $\sqrt{3k_B T/M} \sim 340\ m/s$.

– A partir d'une intégration du signal, on peut estimer le flux Φ du jet. En effet, la puissance du signal de fluorescence mesurée par la photodiode, $P(v)$, obtenue dans la tranche de vitesse comprise entre v et $v + dv$ vaut :

$$P(v) = \hbar\omega_L \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega}{4\pi} \int_{v-\frac{\Gamma}{2k}}^{v+\frac{\Gamma}{2k}} \rho(v')dv' \tag{2.28}$$

où $\Omega = 0.04$ est l'angle solide vu par la photodiode et $\rho(v)dv$ le nombre d'atomes dont la vitesse est comprise entre v et $v + dv$ sur la distance L [cf. Fig. 2.13(a)]. Γ étant très inférieur devant la largeur Doppler (~ 500 MHz), on peut considérer que $\rho(v)$ est constant sur la largeur de vitesse Γ/k, ce qui permet à partir de l'équation (2.28) d'écrire $\rho(v)$ sous la forme :

$$\rho(v) = \frac{8\pi k}{\hbar\omega_L \Gamma^2 \Omega} P(v) \tag{2.29}$$

On obtient ainsi le flux d'atomes :

$$\Phi = \int_0^\infty \frac{\rho(v)v}{L} dv = \frac{8\pi}{\hbar c \Gamma^2 \Omega L} \int_0^\infty P(v)vdv \tag{2.30}$$

On trouve alors pour le flux total de ^{87}Rb, $\Phi \simeq 6.10^{11}$ atomes/s. Si on ne considère que les atomes dont la vitesse longitudinale est ≤ 300 m/s (nous verrons que c'est la vitesse maximale pour laquelle les atomes peuvent être ralentis), c'est-à-dire la partie utile du flux, on a alors $2,5.10^{11}$ atomes/s.

Pour collimater le jet, plusieurs diaphragmes sont placés sur son trajet ($\sim$ 1 m). Ceci réduit la divergence à 0.015 rad, soit une divergence environ trois fois moins importante qu'à la sortie du four [Eq. (2.27)]. Par contre, le flux va être réduit en conséquence.

2.3.2 Ralentissement du jet

Le jet atomique initialement à 400 K est ralenti par un faisceau laser contrapropageant (voir partie 2.1.2), appelé faisceau ralentisseur, auquel on superpose un faisceau repompeur (voir partie 2.2.1). Pour que la force de pression de radiation génère un ralentissement efficace, l'interaction lumière-matière doit être résonnante (i.e. $\delta - \mathbf{k}.\mathbf{v} \lesssim \Gamma$). Pour cela, on compense la variation du décalage Doppler lors du ralentissement, $\mathbf{k}.\Delta\mathbf{v}$, par un décalage Zeeman de la transition, $\mu' B/\hbar$. Les atomes étant d'autant plus lents qu'ils parcourent de chemin, l'utilisation d'un champ magnétique variable suivant la direction du jet est nécessaire. Pour ce faire, on utilise deux solénoïdes dont le nombre de couches varie spatialement, ces solénoïdes sont appelés ralentisseurs Zeeman (Fig. 2.14).

Puisqu'après leur passage dans les ralentisseurs Zeeman, les atomes sont collectés dans un piège magnéto-optique et que, par conséquent, le faisceau laser ralentisseur traverse le MOT, il est nécessaire que les atomes se retrouvent hors de résonance vis-à-vis de ce faisceau à la sortie du dernier ralentisseur Zeeman. En pratique, on utilise un désaccord de -133 MHz pour le faisceau ralentisseur [cf. Fig. 2.14(c)], ce qui satisfait amplement cette condition : l'intensité du faisceau ralentisseur est de 6 mW/cm^2, ce qui donne un paramètre de saturation s à peu près égal à 2.10^{-3} pour les atomes dans le MOT vis-à-vis de ce faisceau. Les deux solénoïdes sont traversés par des courants opposés de sorte que le champ magnétique variable créé puisse décroître d'une valeur positive (150 G) jusqu'à une valeur négative (-70 G). En $z = z_1$ (cf.Fig. 2.14), le faisceau ralentisseur interagit donc avec des atomes dont la vitesse longitudinale vaut :

$$v_{long}(z_1) = \frac{\delta + \frac{\mu' B(z1)}{\hbar}}{k} = 270\text{m/s} \tag{2.31}$$

et en $z = z_3$, avec ceux de vitesse :

$$v_{long}(z_3) = \frac{\delta + \frac{\mu' B(z_3)}{\hbar}}{k} = 27\text{m/s} \tag{2.32}$$

De la même façon qu'on a caractérisé le jet à la sortie du four par l'analyse d'un signal de fluorescence, on a caractérisé les distributions de vitesse au niveau de la cellule pour différentes configurations de ralentissement [Fig. 2.14(e)]. Contrairement au cas précédent, on sonde le nuage atomique avec un angle θ de 12° [Fig. 2.14(d)], l'axe longitudinal étant déjà occupé par le faisceau ralentisseur[8]. Les résultats obtenus sont les suivants :

- sans effectuer de ralentissement [Fig. 2.14(e), courbe 1], on obtient une distribution centrée autour d'une vitesse longitudinale de l'ordre de 220 m/s ;

[8] L'angle choisi est faible mais il ne pouvait être pris plus grand pour des raisons d'encombrement spatial.

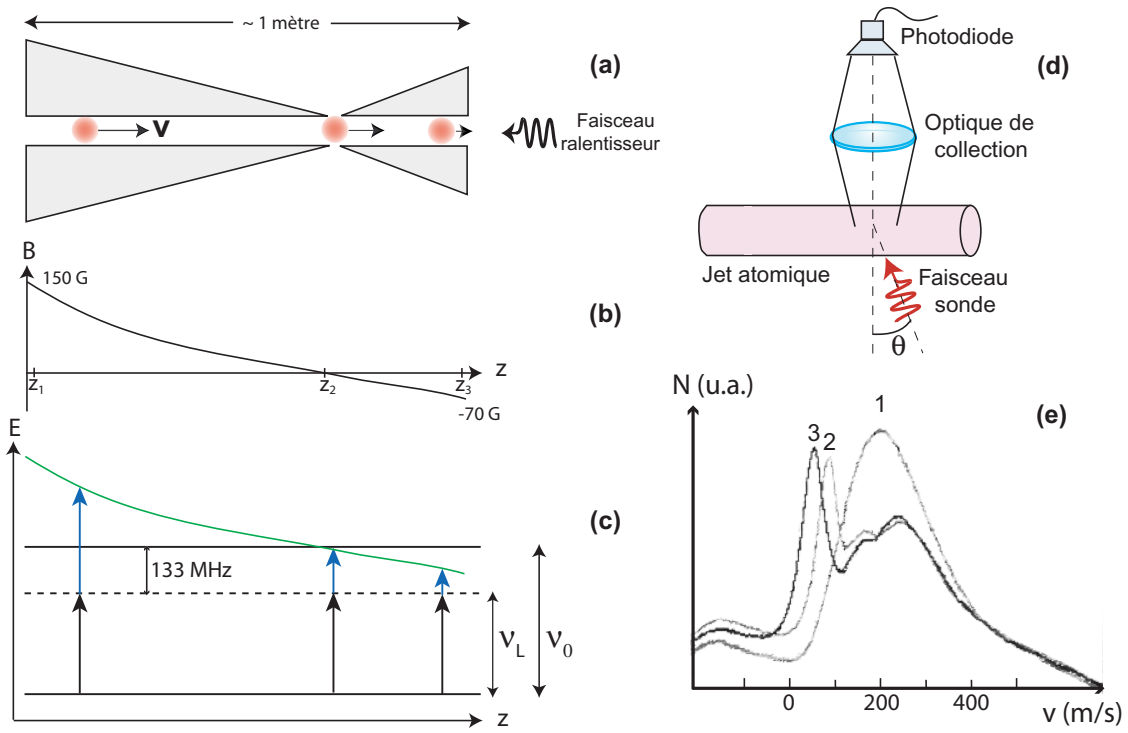


FIG. 2.14 – *(a-c) Principe du ralentissement laser. (a) : Schéma des ralentisseurs Zeeman (2 solénoïdes dont le nombre de couches varie spatialement) ; (b) : Champ magnétique créé par les deux ralentisseurs zeeman ; (c) : Compensation de l'effet Doppler (flèches bleues) par l'effet zeeman (courbe verte), la fréquence du faisceau laser est ν_L, la fréquence atomique ν_0. (d) Montage pour la mesure de fluorescence du jet ralenti (voir le texte pour les détails). (e) Distribution des vitesses avec les deux ralentisseurs Zeeman OFF (courbe 1), avec le premier ralentisseur Zeeman ON (courbe 2) et avec les deux ralentisseurs Zeeman ON (courbe 3).*

- en n'utilisant que le premier ralentisseur Zeeman (courbe 2), la distribution est centrée autour de 65 m/s ;
- en utilisant les deux ralentisseurs Zeeman (courbe 3), la distribution est centrée autour de 22 m/s.

Notons que les largeurs des distributions mesurées se trouvent élargies par la distribution en vitesse transverse puisque $\theta \neq 90°$.

Comme les atomes sont soumis à un champ magnétique longitudinal, en choisissant une polarisation circulaire pour le faisceau ralentisseur, les atomes, par pompage optique, se retrouvent tous dans le sous-niveau de plus grande projection de moment orbital, $m_F = \pm 2$ selon la circularité du laser[9]. Ils sont alors

[9]La circularité du laser est fixée par rapport au sens de circulation du courant dans les ralentisseurs Zeeman.

sur une vraie transition fermée $|F = 2, m_F = \pm 2\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = \pm 3\rangle$. En effet, par conservation du moment angulaire, les atomes ne sont pas autorisés à effectuer la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$. Toutefois, dans la zone précédent le premier ralentisseur Zeeman et dans la zone de champ nul entre les deux ralentisseurs Zeeman, les atomes ne sont plus polarisés et on utilise donc un faisceau repompeur en plus du faisceau ralentisseur pour récupérer les atomes qui se sont échappés de la transition cyclante (voir section 2.2.1).

A l'issue du ralentissement, on est parvenu à amener les atomes à une vitesse de l'ordre de 20 m/s, vitesse suffisamment faible pour charger un piège magnéto-optique. C'est au sein de ce piège que va se dérouler la première étape d'un refroidissement tri-dimensionnel.

2.3.3 Le MOT

Le principe de fonctionnement du MOT est de réaliser à trois dimensions la situation présentée à la figure (2.2). Pour cela, on utilise un champ magnétique quadrupolaire sphérique assurant un gradient de champ dans les trois directions de l'espace et trois paires de faisceaux contra-propageants de polarisation circulaire adaptée au sens du gradient de champ magnétique et de fréquence légèrement décalées sur le rouge de la transition ($\delta = -16$ MHz) (Fig.2.15).

Le champ magnétique du MOT

Le champ magnétique quadrupolaire sphérique est réalisé en plaçant deux bobines en position dite anti-Helmholtz : les bobines sont parcourues par des courants de sens opposé[10], ce qui crée une symétrie de révolution autour de l'axe de ces deux bobines (axe y). Le gradient selon cet axe est deux fois plus fort que dans le plan perpendiculaire à l'axe ($\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{B} = 0$). Pour répondre à l'exigence de compacité que nous nous sommes fixée sur cette expérience, les bobines sont constituées de fils gravés sur deux circuits imprimés parcourus par un même courant. Ce courant est de 2 A, ce qui nous donne pour les gradients ($\mathbf{b} = \boldsymbol{\nabla} B$) :

$$b_y = 15 \text{ G/cm}$$

$$b_x = b_z = 7.5 \text{ G/cm}$$

[10]La configuration "anti-Helmholtz" signifie normalement que les bobines sont parcourues par des courants de sens opposé et que la distance qui les sépare équivaut au double de leur rayon. Nous employons donc ce terme de façon abusive puisque dans notre cas, seule la première condition le justifie.

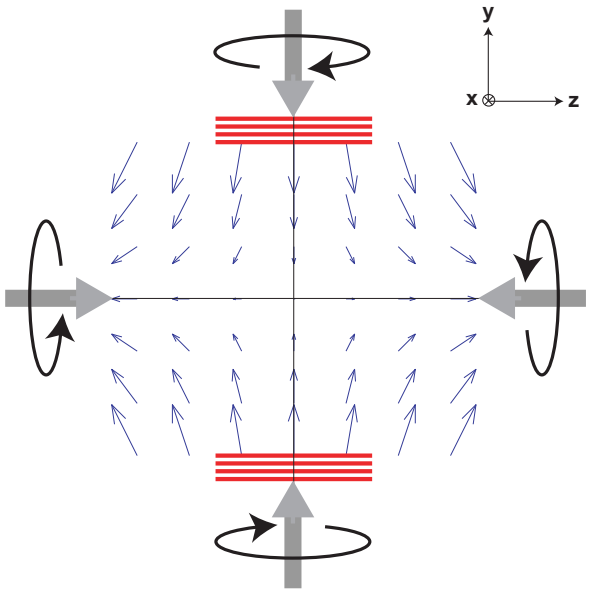


FIG. 2.15 – *Configuration des faisceaux et du champs magnétique dans un MOT. Les flèches représentent les lignes de champs magnétiques.*

Les faisceaux MOT

On place une paire de faisceaux piège selon l'axe y de circularité adaptée au gradient du champ magnétique et deux autres paires selon x et z de circularité inverse à la première (Fig.2.15). Le piège selon y est mixé avec le faisceau repompeur central et selon x et z avec le repompeur latéral. La façon dont on procède pour générer les différents faisceaux, les mixer et les amener à la cellule est schématisée sur les figures (2.16) et (2.17).

Les polarisations circulaires des faisceaux placés dans le plan (x, z) sont obtenues à l'aide de polarcors[11] sur lesquels on a directement collé une lame $\lambda/4$ d'axe lent à 45° de l'axe du polarcor [fig. 2.17(a)]. Cela nous permet d'égaliser les intensités des faisceaux sans modifier leur polarisation par simple rotation du système "polarcor + lame $\lambda/4$". De plus, cela nous permet d'ajuster cette intensité à celle des faisceaux selon y, dont la polarisation et l'intensité sont ajustées par un système "lame $\lambda/2$ + cube polariseur + lame $\lambda/4$" [fig. 2.17(b)].

[11] Polariseurs dichroïques de très bonne qualité.

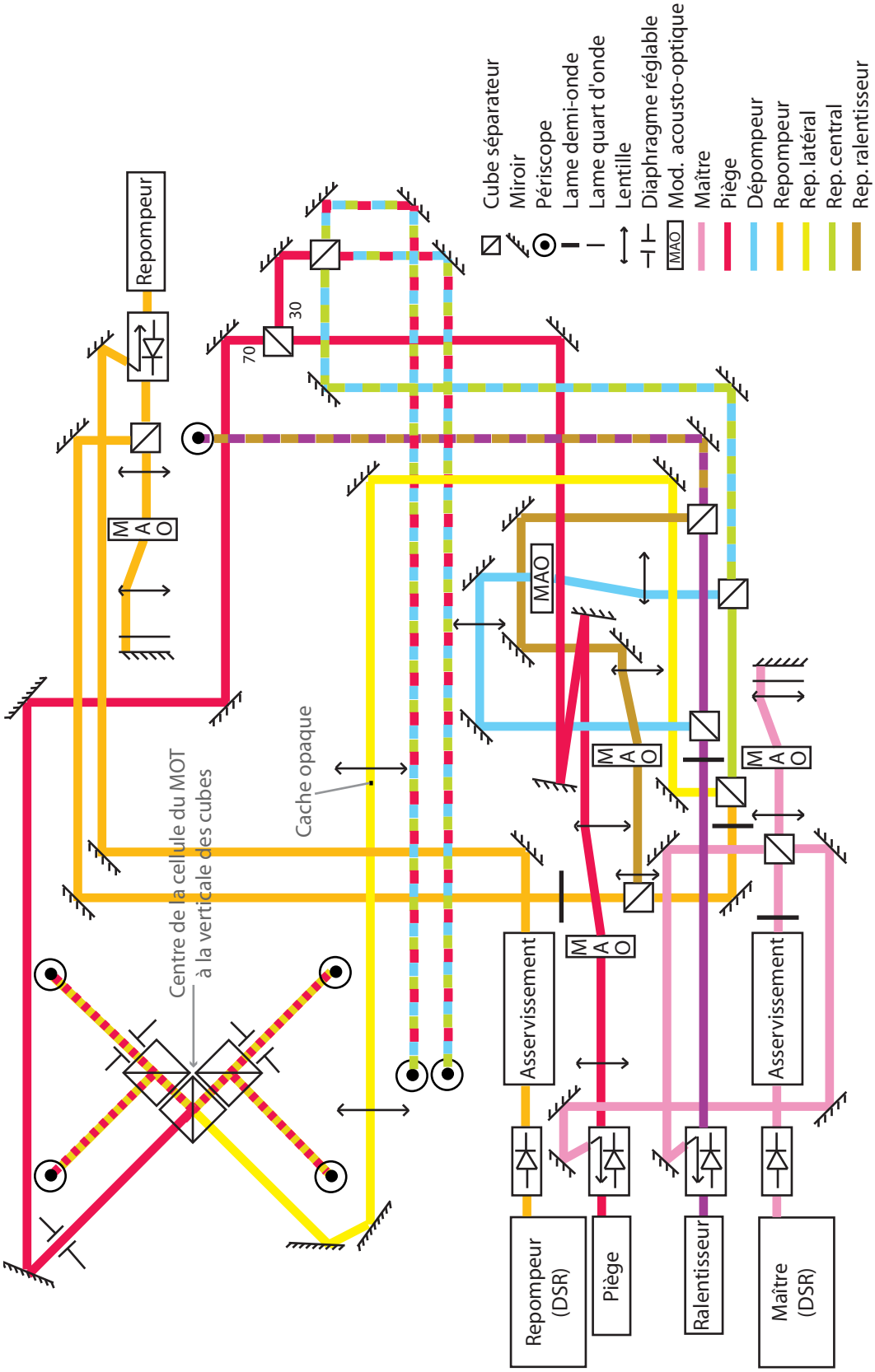


FIG. 2.16 – *Schéma des faisceaux MOT : de la source laser au bas du périscope les amenant sur la cellule. Les différentes étapes sont représentées : asservissements et injections, décalages en fréquence par les modulateurs acousto-optiques, mixage des faisceaux, exception faite de l'étape d'ajustement de la taille des faisceaux (télescopes, diaphragmme) par souci de clarté. Les seuls diaphragmmes représentés sont des diaphragmmes dont on varie la taille et qui jouent un rôle dans l'alignement du MOT.*

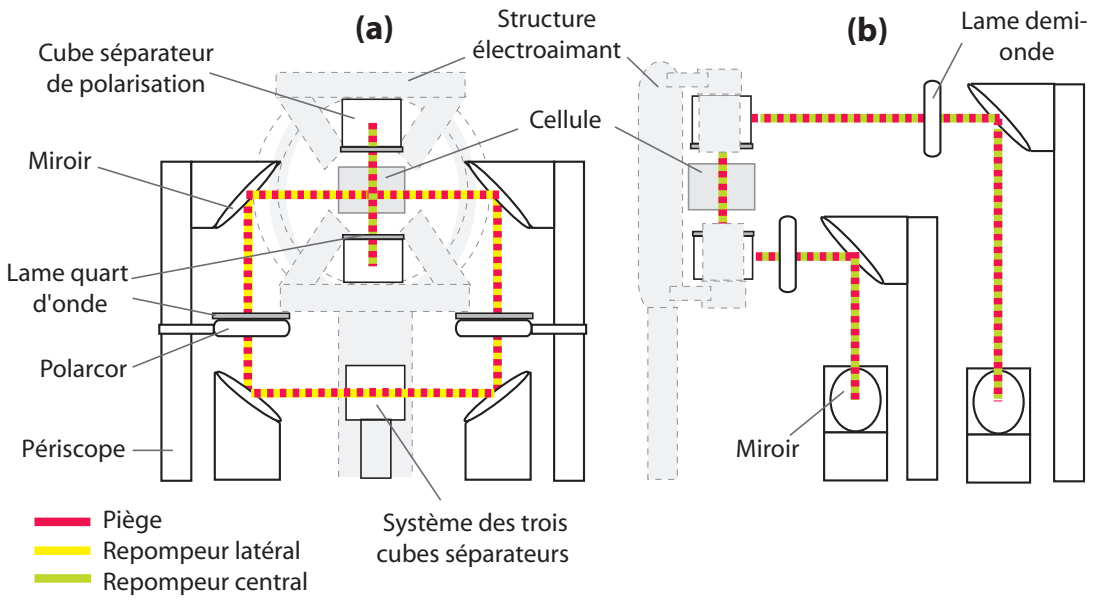


FIG. 2.17 – *Représentation des périscopes amenant les faisceaux MOT sur la cellule pour les faisceaux situés dans le plan horizontal (a) et les faisceaux verticaux (b).*

Les atomes à l'issue du ralentissement ont une vitesse de l'ordre de 20 m/s, il faut donc que les forces mises en jeu dans le MOT soient suffisantes pour piéger ces atomes. Une estimation rapide à partir de l'équation de la force maximale (Eq. 2.20) nous donne qu'avec des faisceaux de taille $\ell = 1$ cm, seuls les atomes possédant une énergie cinétique inférieure à $F_{\rm pr}^{\rm max}\ell$ vont pouvoir être capturés. Ceci correspond à une vitesse de capture de l'ordre de 50 m/s (c'est une vitesse surestimée puisque les intensités mises en jeu ne permettent pas de garder des faisceaux saturants quelque soit le désaccord). Ceci est bien compatible avec la distribution de vitesse de notre jet en fin de ralentissement.

Le chargement du MOT s'effectue en ~ 10 s et nous obtenons typiquement au final 6.10^8 atomes. Ce temps de chargement est en fait assez long, nous pensons qu'il est dû à un défaut d'alignement entre l'axe du tube de différentiel autour duquel sont bobinés les deux ralentisseurs Zeeman et l'axe de la cellule. En effet, ce défaut limiterait le flux d'atomes ralentis utile.

Le volume de capture du MOT est fixé par la taille de nos faisceaux et est de l'ordre de 1 cm^3. Quant au volume final du MOT, il est d'environ 10^{-2} cm^3 comme on peut s'en rendre compte à partir de la photo du MOT prise en fluorescence (Fig. 2.18). Le chargement maximal de ce volume se trouve en pratique être principalement limité par la diffusion multiple de photons et les collisions entre atomes excités et atomes dans l'état fondamental (voir section 2.1.2).

Au final, les caractéristiques des atomes piégés sont celles placées à côté de la

figure. Le principe de la mesure du nombre d'atomes et de la température sera exposé au chapitre 4, section 4.4.

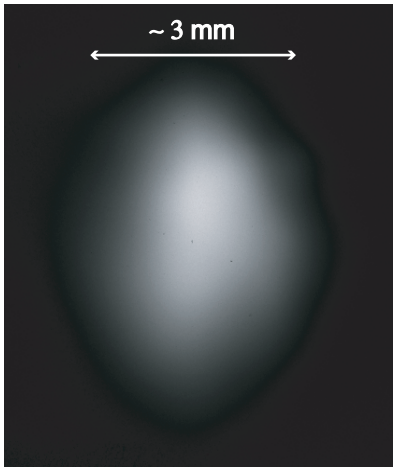


FIG. 2.18 – *Image en fluorescence d'un MOT.*

2.3.4 Dark MOT et Ultra Dark MOT

Pour obtenir des densités supérieures, l'équipe de W. Ketterle au MIT a mis au point une méthode dite de "Dark Spot" qui consiste à plonger les atomes au centre du piège dans le noir, c'est-à-dire à les placer dans un niveau où ils ne sont plus sensibles aux faisceaux lumineux [61]. Dans notre cas, l'état noir utilisé est le niveau $|F = 1\rangle$. On place les atomes du centre du piège dans cet état en utilisant un cache noir au centre du faisceau repompeur latéral (voir Fig. 2.16) : après avoir chargé le MOT, on éteint durant la phase de Dark MOT le repompeur central, les atomes au centre du piège s'ils tombent dans $|F = 1\rangle$ ne peuvent alors plus être repompés. De plus, ils ne peuvent pas sortir du piège car s'ils sortent du centre, ils se retrouvent repompés et subissent alors de nouveau la force de piégeage qui les ramène au centre. Un bon alignement au niveau de la cellule des faisceaux issus du repompeur latéral est crucial pour le fonctionnement du Dark MOT : il faut que les zones noires des quatre faisceaux se recouvrent le mieux possible. Remarquons qu'un seul cache a été nécessaire pour générer une zone noire sur chacun des quatre faisceaux repompeurs latéraux puisque celui-ci est disposé avant la séparation. Une lentille de grande focale nous permet de conjuguer la position du cache avec la position de la cellule de sorte à avoir des zones noires nettes au niveau du MOT. La même lentille placée à $2f$ de la première mais en amont du cache permet de conserver la taille et la collimation du faisceau (voir Fig. 2.16). On pourra trouver une procédure d'alignement détaillée pour le MOT et le Dark MOT dans la thèse de Yann Le Coq [62].

En pratique, les atomes en périphérie réémettent des photons dans la zone noire et peuvent ainsi permettre aux atomes du centre d'effectuer une transition $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ et d'être de nouveau sensibles aux faisceaux de piégeage. D'autre part,le taux de dépompage spontané est relativement faible pour le Rubidium. On gagne donc en efficacité à procéder à une seconde phase dite d'Ultra Dark MOT pendant laquelle un faisceau dépompeur est ajouté à la place du repompeur central. Sa taille est choisie de façon à s'ajuster à la zone noire et il peut ainsi forcer les atomes du centre à se trouver dans l'état $|F = 1\rangle$.

La première phase nous fait gagner un facteur 2 en densité, la seconde un facteur 5. A l'issue de ces deux phases, on a donc une densité de l'ordre de 10^{11} atomes/cm^{-3}. Les temps respectifs de ces deux phases sont de 50 et 25 ms. Leur valeur n'est pas critique, on a simplement choisi les temps les plus courts pour lesquels le gain en densité était conséquent.

2.3.5 Mélasse

Pendant la phase de mélasse, le champ magnétique du MOT est coupé et les faisceaux lasers sont désaccordés de $\delta = -16$ MHz à $\delta = -36$ MHz $= -6\Gamma$, ce qui a pour effet de baisser la température (cf. Eq. 2.25). La perte de densité due au fait que les atomes ne subissent plus de force de rappel n'est pas dramatique car le temps de l'opération est très court, $dt = 3$ ms. En effet, on peut estimer la variation relative de la densité comme étant $\delta n/n \simeq 3dr/r \simeq 3(vdt/6)/r$ où $v \simeq 0.1$ m/s est la valeur moyenne de la vitesse et $r \simeq 1$ mm est la taille du nuage d'atomes piégés. On trouve $\delta n/n \simeq 0.15$ alors que la température obtenue au final est de 50 μK.

C'est une étape délicate car il faut compenser finement les champs magnétiques extérieurs. En effet, les champs magnétiques résiduels empêchent les processus sub-Doppler de se dérouler correctement et cela conduit à un mauvais refroidissement. Pour compenser biais et gradient magnétiques résiduels (champs

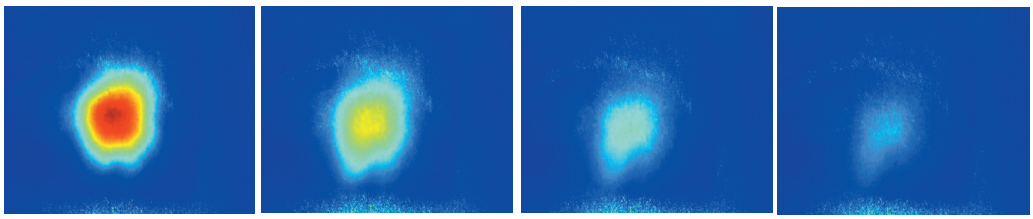


FIG. 2.19 – *Images de fluorescence en fausses couleurs de la diffusion des atomes dans une mélasse après 0, 50, 100 et 150 ms.*

magnétiques terrestres, champs dus à la pompe ionique...), nous disposons de trois paires de bobines dans les trois directions de l'espace. Cependant, la zone où se trouve les atomes étant sous vide, il nous est impossible de placer une sonde pour compenser correctement ces champs. La méthode utilisée est de regarder en fluorescence l'explosion de la mélasse (on laisse les atomes s'étaler sur un temps beaucoup plus long que le temps d'opération) et de jouer sur le courant des bobines jusqu'à obtenir une explosion isotrope. La figure (2.19) montre l'explosion isotrope d'une mélasse après compensation.

2.3.6 Séquence expérimentale

La séquence expérimentale relative à toutes les étapes de refroidissement (sections 2.3.2 à 2.3.5) est présentée sur la figure (2.20).

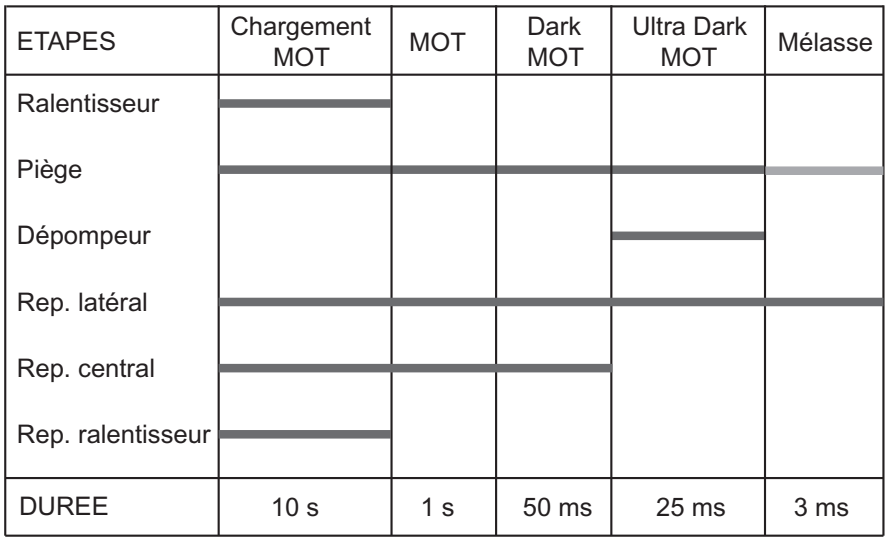


FIG. 2.20 – *Séquence temporelle du refroidissement laser. La partie grisée pour le piège correspond à un changement de désaccord.*

2.4 Conclusion

Au terme du refroidissement laser, nous avons 6.10^8 atomes à une température de 50 μK et un paramètre de dégénérescence $\mathcal{D} \sim 10^{-7}$. Il reste encore sept ordres de grandeur à gagner pour atteindre la condensation (cf. Fig. 1.5).

On pourrait perfectionner encore le refroidissement laser avec des techniques de refroidissement Raman [63] ou de sélection en vitesse [64] mais ces techniques

se font au détriment de fortes densités et ne permettent donc pas d'améliorer le paramètre de dégénérescence. On préfère donc, à ce stade, passer les atomes dans un piège magnétique qui sera le siège d'un nouveau mécanisme de refroidissement : le refroidissement évaporatif radio-fréquence.

CHAPITRE 3

Obtention d'un condensat (2) : le piège magnétique

Après l'étape de refroidissement laser, les atomes sont transférés du MOT à un piège magnétique adapté en taille que l'on va comprimer par la suite afin d'augmenter la densité du nuage atomique piégé. En effet, pour que l'évaporation radio-fréquence se déroule bien, il est nécessaire d'avoir un bon taux de rethermalisation entre atomes, c'est-à-dire un taux de collisions élastiques à deux corps important, soit encore, une forte densité d'atomes piégés. Avant d'étudier en détail les étapes de transfert et de compression, nous allons d'abord exposer le principe de fonctionnement d'un piège magnétique et montrer quelle configuration de champ est adaptée pour le piégeage et comment nous l'avons réalisée à l'aide d'un nouveau dispositif à base de matériaux ferromagnétiques.

3.1 Principe du piège magnétique

Les atomes possèdent un moment dipolaire magnétique permanent $\boldsymbol{\mu}$ associé au moment cinétique orbital des électrons et à leur spin. En présence d'un champ magnétique, l'interaction entre le moment magnétique et ce champ est décrit par le potentiel d'interaction suivant[1] :

$$U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} \tag{3.1}$$

Cette interaction conduit, au premier ordre, à un déplacement des niveaux d'énergie de l'atome (effet Zeeman linéaire). Si le module du champ magnétique est inhomogène et présente un minimum local, il est alors possible de piéger les atomes dont le moment est aligné anti-parallèlement au champ au voisinage de ce minimum local. La solution inverse, piéger les atomes dont le moment est parallèle au champ dans un maximum local, n'est pas envisageable car, selon le théorème de Wing, dans une région sans charges et sans courant, il est impossible de créer un maximum local pour un champ magnétique statique [66].

[1] On ne s'interesse ici qu'au couplage paramagnétique, couplage du champ avec le moment magnétique permanent de l'atome, le couplage diamagnétique, couplage du champ avec un moment magnétique induit, est négligeable (cf. complément D_{VII} de [65]).

Energie d'interaction

On suppose que le terme d'énergie Zeeman est plus faible que le terme d'énergie résultant du couplage hyperfin[2]. On peut alors traiter l'effet du champ magnétique avec une théorie de perturbation. Si l'on considère le champ magnétique orienté localement selon z, on trouve que le potentiel d'interaction (Eq. 3.1) se réécrit au premier ordre dans un sous-espace de F donné [3] [67] :

$$U(F) = -\mu_z\, B_z = g_F\, \Omega_L\, F_z \qquad \text{avec} \quad \Omega_L = \frac{\mu_B B_z}{\hbar} \tag{3.2}$$

où F est le moment hyperfin de l'atome, Ω_L la pulsation de Larmor de l'atome dans le champ B_z, μ_B est le magnéton de Bohr et g_F le facteur de Landé. L'énergie d'un sous-niveau donné $|m_F\rangle$ vaut donc :

$$E(F, m_F) = m_F\, g_F\, \mu_B B_z \tag{3.3}$$

Avec le Rubidium, trois états sont donc susceptibles d'être piégés avec un champ magnétique statique (ceux pour lesquels $g_F m_F > 0$) : $|F = 1, m_F = -1\rangle$, $|F = 2, m_F = +1\rangle$ et $|F = 2, m_F = +2\rangle$. Nous choisissons de ne piéger que le premier de ces états.

Suivi adiabatique du champ

Nous avons vu que seuls les atomes dont le moment était aligné de façon anti-parallèle au champ pouvaient être piégés. Cependant, sur la zone que parcourent les atomes, le champ magnétique change de direction : partant du sous-niveau $|m_F = -1\rangle$ piégeant, l'atome peut alors se retrouver polarisé dans $|m_F = 0\rangle$ ou $|m_F = +1\rangle$ qui sont des sous-niveaux non-piégeant ou anti-piégeant. Ces transitions sont appelées transitions de Majorana. La condition pour que l'atome reste polarisé identiquement, i.e. pour qu'il ne change pas de sous-niveau, est qu'il se déplace suffisamment lentement pour que la vitesse de rotation apparente du champ (Ω_B) soit très inférieure à la fréquence de précession de Larmor autour de ce champ :

$$\Omega_B \ll \Omega_L \tag{3.4}$$

Ω_L étant proportionnel au champ, il faut, pour remplir la condition de suivi adiabatique de la direction du champ (Eq. 3.4), créer un minimum local de champ possédant une valeur minimale suffisante. La configuration de champ qui nous permet de créer un confinement tri-dimensionnel avec un biais non nul est la configuration dite de Ioffe-Pritchard.

[2] Ceci est vérifié dans notre cas puisque la séparation en fréquence des deux niveaux hyperfins issus du niveau fondamental est de 6.8 GHz alors que pour atteindre une telle séparation en fréquence avec le gradient de champ magnétique appliqué ($\sim$ 800 Gauss/cm), il faut se trouver hors des limites de notre cellule.

[3] Ce résultat est immédiat avec le théorème de Wigner-Eeckart puisqu'on sait alors que $\mu \propto \mathbf{L} + 2\mathbf{S}$ et $\mathbf{F}$ sont proportionnels dans un sous-espace de multiplicité F donné. Ce rapport de proportionnalité vaut $g_F \mu_b / \hbar$.

3.2 Piège magnétique de Ioffe-Pritchard

Les deux configurations de champs magnétiques les plus simples à envisager sont deux bobines circulaires avec des sens de courant identiques (champ dipolaire) ou opposés (champ quadrupolaire sphérique). La première ne conduit pas à un minimum de champ local [Fig. 3.1(a)] ; la seconde possède bien un minimum local mais de valeur nulle, ce qui ne permet pas de remplir la condition (3.4) car au centre, on a $\Omega_L = 0$ [Fig. 3.1(b)][4].

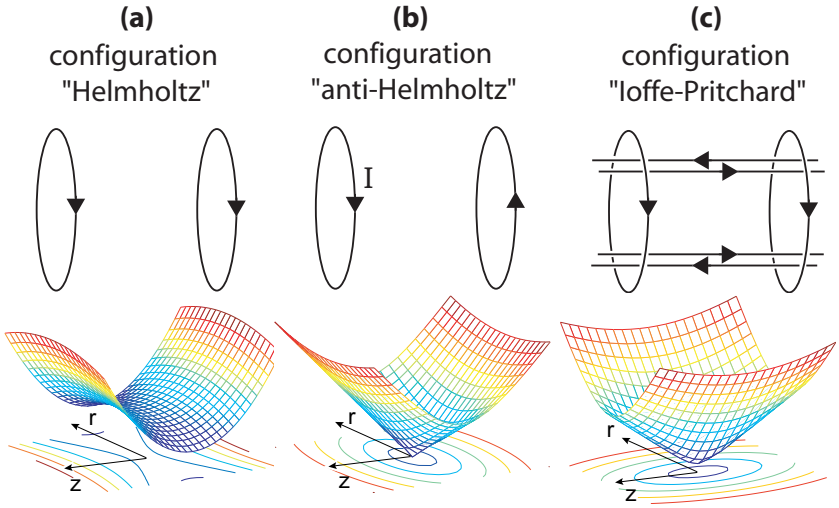


FIG. 3.1 – *Différentes configurations de champs magnétiques*[5].

Une première façon de procéder est de combiner ce champ quadrupolaire sphérique avec un champ rotatif [69] ou un faisceau laser désaccordé sur le bleu [2] de sorte que les atomes ne puissent atteindre la zone centrale du piège quadrupolaire (Fig. 3.2). Une seconde solution consiste à rompre la symétrie azimutale de sorte à avoir un biais magnétique non nul. Cette solution a été proposée en 1983 par Pritchard [70] et est inspirée du piège de Ioffe utilisé pour le confinement de plasmas. Le piège original de Ioffe consiste en quatre barres produisant un champ quadrupolaire 2D invariant par translation qui assure le confinement radial et deux bobines produisant un champ dipolaire qui assure le confinement axial [Fig. 3.1(c)]. Cette deuxième solution est la plus répandue pour le piégeage magnétique d'atomes neutres et différentes configurations "Ioffe-Pritchard" ont

[4]Ce type de piège, bien que rédhibitoire dans notre cas puisqu'il occasionne un taux de pertes Majorana trop élevé, a été utilisé pour effectuer la première démonstration d'un piégeage magnétique d'atomes neutres en 1985 [68].

[5]Nous utilisons abusivement les expressions de configuration Helmholtz ou anti-Helmholtz pour indiquer le sens de parcours du courant dans une paire de bobines sans se soucier de leur séparation.

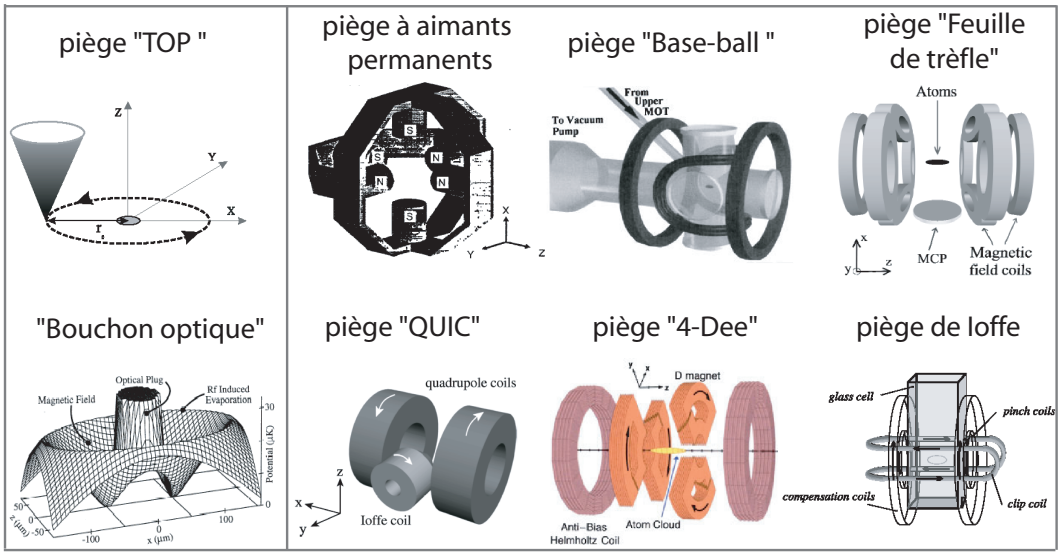


FIG. 3.2 – *Différentes configurations de champs magnétiques.*

vu jour : le piège en feuille de trèfle [71], le piège “QUIC” [72], le piège “4 Dee” [73], le piège “Base-ball” [74] et le piège à aimants permanents [75] (Fig.3.2). Pour notre expérience, nous utilisons une configuration autre encore : nous utilisons une paire de bobines dipolaires combinée à quatre pôles ferromagnétiques (Fig. 3.3). Signalons que toutes les configurations de piège de Ioffe-Pritchard évoquées ci-dessus présentent à l’ordre deux le même champ de piégeage.

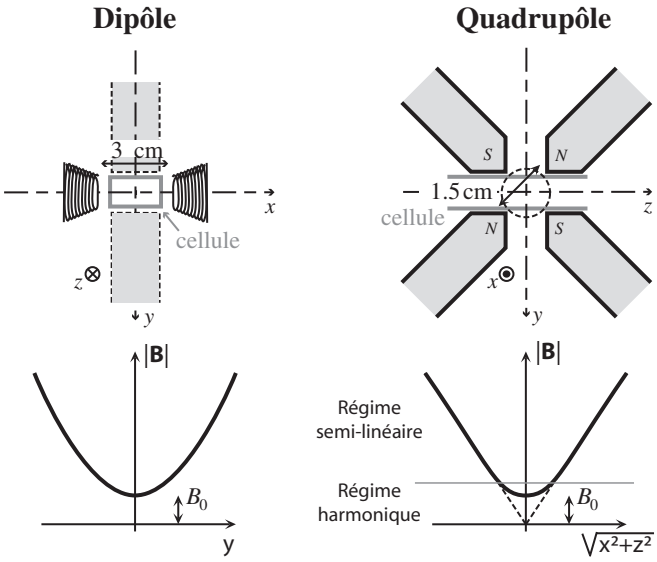
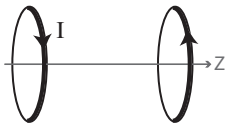


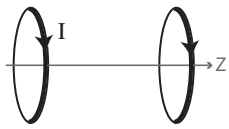
FIG. 3.3 – *Champ dipolaire et quadrupolaire.*

3.2.1 Expression du champ magnétique

Une bobine parcourue par un courant I génère un champ à symétrie cylindrique autour de son axe. Ceci permet de décomposer le champ sur la base de polynômes en puissance de ρ et z où ρ est la coordonnée radiale et z la coordonnée axiale du système de coordonnées cylindriques. On obtient ainsi un développement multipolaire du champ. En ne gardant que les termes jusqu'à l'ordre 2 du développement, on peut montrer que les champs quadrupolaire et dipolaire d'une paire de bobines valent respectivement [76, 77] :



$$\mathbf{B}_{(\rho,\phi,z)} = \left| \begin{array}{c} -b_2\rho \\ 0 \\ 2b_2 z \end{array} \right. \qquad \text{avec} \quad b_2 = \frac{3}{2}\mu_0 I \frac{R^2 L}{(R^2+L^2)^{5/2}}$$



$$\mathbf{B}_{(\rho,\phi,z)} = \left| \begin{array}{c} -3b_3\rho z \\ 0 \\ b_1 + 3b_3\left(z^2 - \frac{\rho^2}{2}\right) \end{array} \right. \qquad \text{avec} \quad b_1 = \mu_0 I \frac{R^2}{(R^2+L^2)^{3/2}}$$

$$\text{et} \quad b_3 = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2(4L^2-R^2)}{(R^2+L^2)^{7/2}}$$

où R est le rayon des bobines et $2L$ la distance séparant les deux bobines.

Dans notre cas de figure, il faut sommer les contributions d'une paire de bobines générant un champ dipolaire que nous prendrons dirigée selon x et de deux paires de bobines orthogonales entre elles situées dans le plan (y, z) générant des champs quadrupolaires. Cela donne alors, en coordonnées cartésiennes, le champ total suivant :

$$\mathbf{B}_{(x,y,z)} = B_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + B' \begin{pmatrix} 0 \\ y \\ -z \end{pmatrix} + B'' \begin{pmatrix} x^2 - \frac{y^2+z^2}{2} \\ -yx \\ -zx \end{pmatrix} \tag{3.5}$$

avec $B_0 = b_1$ le biais, $B' = 3b_2$ le gradient et $B'' = 3b_3$ la courbure du champ total.

Rappelons que pour le potentiel de piégeage, dans la limite d'un suivi adiabatique du champ, c'est non le champ lui-même mais son module qui importe et ce dernier vaut :

$$|B| = \sqrt{\left[B_0 + B''\left(x^2 - \frac{\rho^2}{2}\right)\right]^2 + (B'y - B''yx)^2 + (B'z + B''zx)^2} \tag{3.6}$$

3.2.2 Les caractéristiques du piège

On va caractériser le piège par les données suivantes :
- son confinement : deux régimes différents apparaissent dans le développement du module du champ, un régime harmonique et un régime semi-linéaire ;
- sa profondeur : pour charger efficacement le piège magnétique, il est indispensable que le piège soit énergétiquement plus profond que l'énergie cinétique des atomes à transférer ;

Forme du piège et confinement

En effectuant un développement limité à l'ordre 2 autour de l'origine, on peut réécrire le module du champ (Eq. 3.6) sous la forme :

$$|B| = B_0 + \left(\frac{B'^2}{B_0} - \frac{b''}{2}\right)\frac{y^2+z^2}{2} + \frac{b''}{2}x^2 \tag{3.7}$$

avec $b''/2 = B''$. Ceci est valable tant que :

$$y, z \ll \frac{B_0}{B'} \quad \text{et} \quad x \ll \sqrt{\frac{B_0}{b''}} \tag{3.8}$$

Ainsi, pour des tailles de nuage atomique faibles devant B_0/B' et $\sqrt{B_0/b''}$, les atomes explorent une zone de piégeage harmonique. Le potentiel de piégeage U s'écrit alors :

$$U = U_0 + \frac{1}{2}M\left(\omega_x^2x^2 + \omega_y^2y^2 + \omega_z^2z^2\right) \tag{3.9}$$

où M est la masse d'un atome et où les pulsations ω_i selon les trois directions de l'espace sont données par :

$$\begin{aligned} \omega_x &= \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B b''}{M}} \\ \omega_{y,z} &= \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{M}\left(\frac{B'^2}{B_0} - \frac{b''}{2}\right)} \sim \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{M}\frac{B'^2}{B_0}} \end{aligned} \tag{3.10}$$

Avec les caractéristiques de notre électroaimant, le terme en $b''/2$ est négligeable devant le terme en B'^2/B_0. La fréquence axiale ne dépend que de la courbure du champ et la fréquence radiale ne dépend donc essentiellement que du gradient et du biais. On constate d'ores et déjà que la compression du piège va pouvoir s'accomplir en augmentant la courbure ou le gradient et en diminuant le biais.

Puisque les variables sont découplées dans l'équation (3.9), la conservation de l'énergie est applicable selon chaque direction : $1/2M\omega_i^2\sigma_i^2 = 1/2k_BT$ avec

σ_i la taille rms du nuage dans la direction i. Il est alors possible de réécrire la condition de piégeage harmonique (Eq. 3.8) en terme de température à partir des équations (3.10) :

$$T \ll T_0 = \frac{g_F m_F \mu_B B_0}{k_B} \tag{3.11}$$

Pour le Rubidium, le rapport T_0/B_0 vaut ~ 30 μK/Gauss.

Inversement, au delà de la température T_0, la valeur du biais n'a plus d'influence sur le potentiel vu par le nuage d'atomes, seuls la courbure du dipôle et le gradient du quadrupôle comptent et les atomes explorent alors un potentiel semi-linéaire : linéaire dans les directions radiales et quadratique dans la direction axiale. Dans ce régime semi-linéaire, il est donc inutile de diminuer le biais pour augmenter le confinement du piège.

Ces deux régimes, harmonique et semi-linéaire, sont représentés sur la figure (3.3).

Profondeur

Bien que l'équation (3.5) ne soit pas la forme exacte du champ magnétique mais un développement multipolaire à l'ordre 2, elle peut nous renseigner sur l'ordre de grandeur de la profondeur du piège [78]. Pour cela, regardons en quelles coordonnées le module du champ est extremum :

$$\begin{cases} \partial_x |B| = 0 \\ \partial_y |B| = 0 \\ \partial_z |B| = 0 \end{cases} \tag{3.12}$$

On trouve alors, en plus de la position centrale du piège, quatre points cols : deux dans le plan (x, y) et deux symétriques des premiers dans le plan (x, z). Les coordonnées des points cols dans le plan (x, y) sont :

$$\begin{aligned} (x, y, z) &= \left(-\frac{B'}{2B''}\left(\sqrt{5-4\alpha}-1\right), \pm\sqrt{2x(\frac{B'}{B''}-x)}, 0 \right) \\ &\sim \left(-0.6\frac{B'}{B''}, \pm 0.7\frac{B'}{B''}, 0 \right) \end{aligned} \tag{3.13}$$

avec $\alpha = B_0 B''/B'^2 \ll 1$ pour les gammes de valeurs de biais, gradient et courbure de l'électroaimant. Ces positions, avec les valeurs de gradient et de courbure que nous utilisons, se situent hors des limites de la cellule (~ 1 cm de hauteur et de largeur) et la profondeur effective est donc donnée par la valeur du potentiel

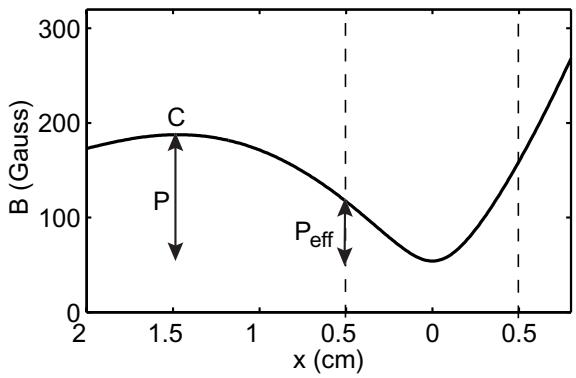


FIG. 3.4 – *Module du champs magnétique selon la droite joignant le minimum central et un des deux points cols du plan(x, z) en fonction de x pour les caractéristiques de notre piège non comprimé ($B_0 = 54$ G$, B' = 200$ G/cm$, b'' = 150$ G/cm^2). $\mathcal{P}$ est la profondeur calculée pour le champ multipolaire développé à l'ordre 2, $\mathcal{P}_{\text{eff}}$ est la profondeur effective déterminée à partir de la taille de la cellule. C représente la position du point col, les lignes pointillées la dimension de la cellule.*

prise au niveau des parois de la cellule (Fig. 3.4). On trouve une profondeur effective de 2.5 mK pour notre piège non comprimé et 20 mK pour le piège comprimé (les caractéristiques propres à chacun de ces piège sont détaillées par la suite).

Insistons sur le fait que ces profondeurs ne sont que des estimations grossières de la profondeur réelle car elles découlent du développement multipolaire effectué sur la forme exacte du champ, développement qui n'est valable qu'autour de l'origine. Néanmoins, ces estimations nous donnent un ordre de grandeur et sachant que l'énergie des atomes équivaut à $3k_BT$, on va donc pouvoir charger des atomes dont la température est seulement de l'ordre de quelques centaines de microkelvins (on prend en compte dans cette estimation le fait que le piège doit avoir une profondeur d'énergie plus grande que l'énergie des atomes pour que ceux-ci soient effectivement piégés). Un bon chargement nécessite donc une étape de refroidissement laser efficace (voir chapitre 2).

3.3 L'électroaimant

Nous donnons l'appellation d'électroaimant à toute la structure que nous utilisons pour créer la configuration de champ de type Ioffe-Pritchard. Avant de décrire l'électroaimant et d'en donner les caractéristiques statiques et dynamiques, nous allons présenter l'intérêt que nous avons à utiliser des matériaux ferromagnétiques.

3.3.1 Les matériaux ferromagnétiques

Les matériaux ferromagnétiques présentent le double avantage de concentrer et de guider les lignes de champs magnétiques du fait de leur grande perméabilité. Sous l'effet d'une excitation magnétique H, on crée dans le matériau ferromagnétique le champ magnétique B suivant :

$$B = \mu_0 \, \mu_r(H) \, H \tag{3.14}$$

avec μ_0 la perméabilité magnétique du vide et $\mu_r(H)$ la perméabilité du matériau. Dans le cas de matériaux ferromagnétiques, on a $\mu_r \gg 1$ et par conséquent, on a des champs magnétiques importants pour des excitations relativement faibles. En régime linéaire, μ_r est indépendant de H et le champ magnétique est proportionnel à l'excitation ; pour de trop fortes excitations, par contre, on a une saturation du matériau et le champ magnétique acquiert sa valeur maximale B_{sat}. Le matériau que nous utilisons est un alliage de fer et de silicium[6] pour lequel $B_{\text{sat}} = 1.8$ T. D'autre part, la caractéristique de B en fonction de H présente une hystérésis, cela signifie que le champ magnétique dépend non seulement de l'excitation mais aussi de l'état d'aimantation antérieur (Fig. 3.5). Une conséquence de cette hystérésis est l'existence d'un champ magnétique rémanent B_{rem} en absence d'excitation. Etant donné qu'il est important d'annuler le champ magnétique pour la phase de mélasse, il est nécessaire de supprimer ce champ rémanent. Pour le compenser, il faut appliquer un champ de compensation en exerçant une excitation inverse H_{comp}. Cette excitation coercitive est appliquée de façon permanente. Il faut alors veiller à reproduire le même cycle magnétique à chaque séquence expérimentale pour ne pas varier la valeur du champ rémanent

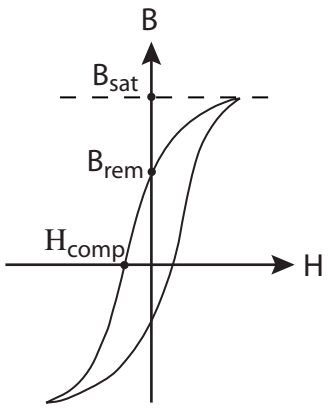


FIG. 3.5 – *Cycle d'hystérésis du champ magnétique en fonction de l'excitation*

[6]C'est un matériau dit doux. Cela signifie qu'il possède un champ magnétique rémanent relativement faible ou autrement dit un cycle d'hystérésis de faible amplitude.

à compenser.

La façon dont nous utilisons le matériau ferromagnétique est schématisée sur la figure (3.6). L'excitation est créée par un solénoïde comprenant N spires et parcouru par un courant I. La zone où l'on désire concentrer les champs est appelée entrefer. Le champ au niveau de l'entrefer B_{entrefer} vaut :

$$B_{\text{entrefer}} = \frac{\Phi}{S} = \frac{NI}{\mathcal{R}_{\text{mat}} + \mathcal{R}_{\text{entrefer}}} = \frac{\mu_0 NI}{\frac{L-e}{\mu_r} + e} \tag{3.15}$$

avec Φ le flux magnétique, $\mathcal{R}_{mat} = (L-e)/\mu_0\mu_r S$ la reluctance du circuit magnétique, $\mathcal{R}_{mat} = e/\mu_0 S$ la reluctance de l'entrefer, S la section du ferromagnétique et L la longueur moyenne des lignes de champ.

Dans notre cas, $e \sim 1\ cm$, $L \sim 30\ cm$ et $\mu_r \sim 10^4$, on a $e \gg \frac{L-e}{\mu_r}$. Le champ magnétique dans l'entrefer n'est donc pas amplifié, il correspond à l'excitation donné par $H = NI/L$. Par contre, le flux est très bien canalisée de la zone d'excitation à l'entrefer[7] et cette première peut être éloignée du piège. On dispose ainsi d'un espace plus important pour générer une excitation forte sans échauffement notable.

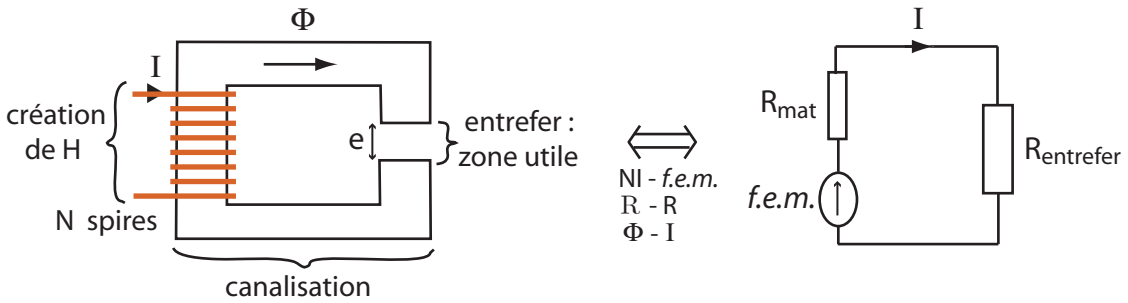


FIG. 3.6 – *Circuit magnétique pour une paire de pôles et son analogue électrique.*

3.3.2 Description de l'électroaimant

L'électroaimant que nous utilisons est un électroaimant de quatrième génération pour le laboratoire, il se distingue des précédents par son hybridicité, sa compacité et sa capacité à être démonté. Ce dernier point est important car notre condensat est réalisé dans une cellule maintenue d'un côté à l'ensemble du tube des ralentisseurs Zeeman et de l'autre à une seconde enceinte à vide servant de

[7] Plus un matériau possède une perméabilité magnétique élevée, plus sa reluctance est faible et plus il canalisera le flux

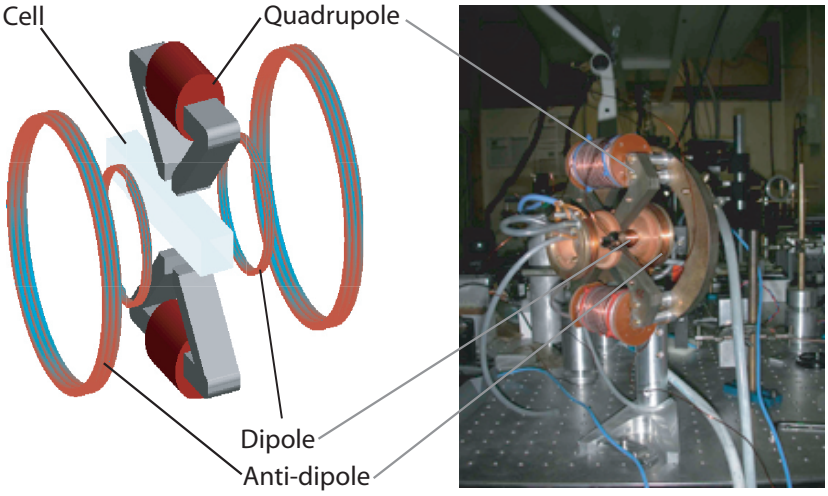


FIG. 3.7 – *Schéma et photo de l'électroaimant.*

chambre de science. L'électroaimant ne peut donc s'enfiler autour de la cellule comme c'était le cas dans les générations précédentes mais doit pouvoir venir se mettre de part et d'autre de la cellule.

Hybridicité

L'électroaimant possède des pôles ferromagnétiques pour générer l'excitation quadrupolaire mais de simples bobines pour générer l'excitation dipolaire (nommées "bobines dipôle") et pour effectuer la compensation du biais (nommées "bobines anti-dipôle") (Fig. 3.7). Cette compensation du biais est utile pour améliorer le confinement comme nous le verrons par la suite.

Dans la précédente version de l'électroaimant (Fig. 3.8), tous les pôles (quadrupolaires et dipolaires) sont ferromagnétiques, il y a donc des couplage via la structure ferromagnétique entre le champ généré par le quadrupôle et le champ généré par le dipôle ou l'anti-dipôle. Ceci rend ardue la compensation des champs rémanents d'une part et empêche d'autre part de compenser le biais. En effet, le champ généré par des bobines "anti-dipôle" se couplerait dans la structure ferromagnétique et désexciterait le matériau conduisant à une diminution trop importante de la courbure longitudinale [79].

L'intérêt de notre électroaimant réside dans le fait que ses éléments ferromagnétiques sont situés dans un plan, le plan du quadrupôle, et que par conséquent, les champs quadrupolaire et dipolaire sont découplés. Cela nous permet de nous affranchir des deux contraintes de la version précédente : le biais est ajustable et le champ rémanent facilement compensable, seules deux bobines sont nécessaires pour réaliser la compensation contre 8 bobines dans la version précédente.

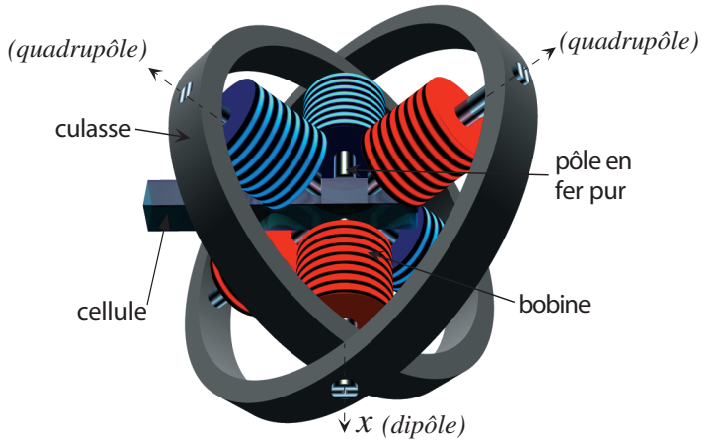


FIG. 3.8 – *Version précédente de l'électroaimant.*

Compacité

Le quadrupôle est constitué de deux éléments ferromagnétiques placés en vis-à-vis, chacun excité par une bobine en tube creux de 5 mm de diamètre refroidie par une circulation d'eau. Les pôles sont larges de 2 cm et biseautés à leur bout pour concentrer encore mieux les lignes de champ. Les bobines dipôles sont montées en configuration "Helmholtz"[8], elles sont séparées de 3 cm et sont de forme conique pour faciliter le passage des faisceaux du MOT. Elles sont placées dans un support en macor et laiton refroidi à l'eau. Les bobines anti-dipôles, bobines de compensation du biais, plus larges, sont montées elles aussi en configuration "Helmholtz" mais elles sont parcourues par un courant opposé à celui circulant dans les bobines dipôles. Elles sont distantes de 10 cm et sont bobinées à l'extrémité du support.

Démontabilité

Le support en macor est constitué de deux parties indépendantes, chacune comprenant une bobine dipôle et une bobine anti-dipôle, située de part et d'autre de la cellule. Elles sont assemblées entre elles et avec le quadrupôle à l'aide de quatre vis passant par les quatre pôles du quadrupôle. Ce système permet de venir positionner l'électroaimant autour de la cellule débouchante.

[8]Voir note précédente.

3.3.3 Caractéristiques de l'électroaimant

Nous attendons de l'électroaimant qu'il permette, d'une part, la réalisation des deux configurations suivantes : un piège peu confinant mais dont la taille est adaptée à la taille du MOT (voir section 3.4) et un piège très confinant permettant d'obtenir des densités élevées de sorte à avoir un taux de collisions élastiques le plus important possible (voir section 3.5). Le passage d'un piège à l'autre se fait via une modification de l'excitation (l'intensité circulant dans les bobines excitatrices du quadrupôle est variée) et via la compensation du biais. D'autre part, nous souhaitons une montée et une coupure rapides des champs magnétiques générés. Nous allons d'abord étudier les caractéristiques statiques du piège magnétique créé par l'électroaimant, c'est-à-dire les différents champs créés en fonction de l'intensité et la compensation du biais, puis nous verrons ses performances dynamiques.

Champs créés et fréquences associées

Pour le quadrupôle, le gradient maximal est de 830 G/cm, il est obtenu pour un courant saturant de 60 A (Fig. 3.9). Pour les bobines dipôles et anti-dipôles, nous limitons le courant à 15 A. Au delà, l'échauffement devient trop important. Pour cette valeur de courant, on obtient un biais de 54 G et une courbure de 150 G/cm^2 pour le dipôle et un biais de 49 G et une courbure de 68 G/cm^2 pour l'anti-dipôle (Fig. 3.10) en sens opposé à ceux du dipôle. La fréquence d'oscillation radiale maximale correspondante est de 330 Hz.

Nous avons vu dans la section (3.1) que, pour garder les atomes piégés, il fallait un biais suffisant afin de satisfaire la condition (3.4). On peut estimer que la rotation apparente du champ vaut $\Omega_B \sim \omega_{vib}$ où ω_{vib} est la fréquence d'oscillation dans le piège. Il faut alors un biais minimal de l'ordre de $10^{-2} - 10^{-1}$ G pour éviter les pertes par transition de Majorana, condition qui est largement remplie dans le cas de notre expérience.

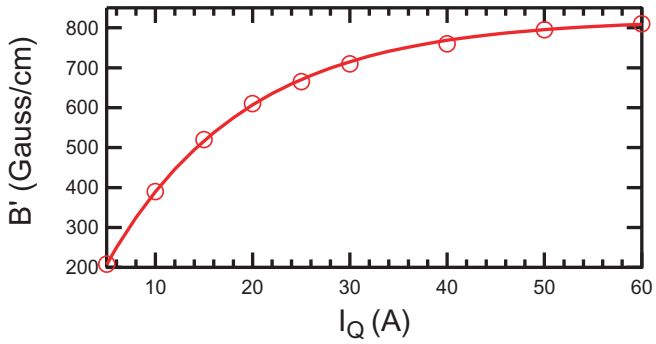


FIG. 3.9 – *Gradient magnétique créé par le quadrupôle en fonction de l'intensité I_Q parcourant les bobines du quadrupôles.*

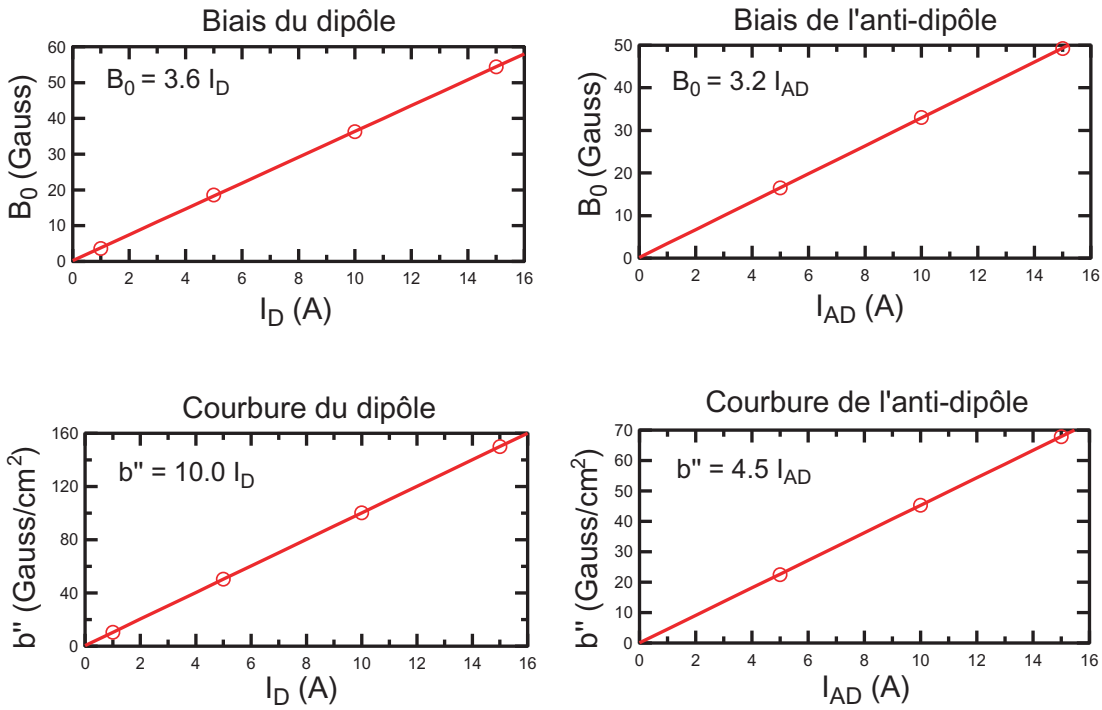


FIG. 3.10 – *Biais et courbures magnétiques créées par le dipôle et l'anti-dipôle en fonction de l'intensité I_D et I_{AD} parcourant respectivement les bobines dipôles et anti-dipôles.*

Temps de montée et de coupure des champs

Il est indispensable de pouvoir établir ou supprimer les champs magnétiques dans un temps inférieur à la milliseconde. En effet, cela est nécessaire pour les deux étapes suivantes :

- Lors du passage de la mélasse (cf. section 2.3.5) au piège magnétique : on coupe les faisceaux lumineux de la mélasse et on établit les champs du piège magnétique de Ioffe-Pritchard de façon soudaine. Durant cette phase, on ne souhaite pas que le nuage atomique ait le temps de s'étaler avant d'être capturé.
- Lors de la coupure des champs précédant la prise d'image : la coupure doit être suffisamment rapide devant le mouvement des atomes dans le piège pour pouvoir être considérée comme instantanée. On évite ainsi le problème très compliqué de l'évolution du nuage d'atomes dans un champ magnétique variant de façon non triviale dans le temps.

Pour éviter les courants de Foucault qui nuisent à une montée et une coupure rapides des champs et qui conduisent à des pertes d'énergie par effet Joule, le matériau ferromagnétique utilisé est feuilleté, c'est-à-dire qu'il est constitué de plaques de fer-silicium de 100 μm d'épaisseur isolées les unes des autres. En effet, les variations de champ magnétique à la montée ou à la coupure engendrent par induction des courants dans le matériau qui se rebouclent sur eux-même, ce sont les courants de Foucault et pour les limiter, il faut réduire le parcours de ces courants donc feuilleter le matériau de sorte que la taille de ces boucles soit limitée à l'épaisseur des plaques.

D'autre part, le temps de réponse à la montée d'une bobine d'inductance L et de résistance R est $\tau = L/R$. Dans le cas du quadrupôle, on a $L_Q = 1.2$ mH et $R_Q = 0.5\ \Omega$ donc $\tau_Q = 2.4$ ms et dans le cas du dipôle, $L_D = 0.2$ mH et $R_D = 0.1\ \Omega$ donc $\tau_D = 2$ ms. Ces temps sont trop importants pour nos applications. Pour les contrôler, on place alors les bobines en série de capacités.

La période d'oscillation d'un circuit LC de résistance négligeable vaut $2\pi\sqrt{LC}$. En chargeant une capacité (C_{charge}) à une énergie $E_{charge} = 1/2C_{charge}U_{HT}^2$ où U_{HT} est une haute tension, on peut transférer cette énergie en un quart de période soit $\frac{\pi}{2}\sqrt{LC}$ aux bobines. La haute tension est choisie de sorte à avoir $E_{charge} = 1/2L_{(Q,D)}I_{(Q,D)}^2$ où $L_{(Q,D)}$ est l'inductance des bobines quadrupolaires ou dipolaires et $I_{(Q,D)}$ le courant auquel on désire travailler dans le circuit quadrupolaire ou dipolaire. En choisissant judicieusement C_{charge} de façon à avoir un temps de transfert d'énergie suffisamment rapide tout en gardant une tension U_{HT} raisonnable (on a un risque de détérioration de l'électronique pour de trop fortes haute-tension), nous avons obtenu un temps de commutation de l'ordre de 150 μs.

A la coupure des champs, pour éviter une trop grande sur-tension à l'ouverture

du circuit, on procède de façon inverse : on transfère l'énergie magnétostatique des bobines en énergie électrostatique dans une capacité de décharge.

Les circuits de commandes permettant de gérer les commutations des champs sont représentés sur les figures (3.11) et (3.12).

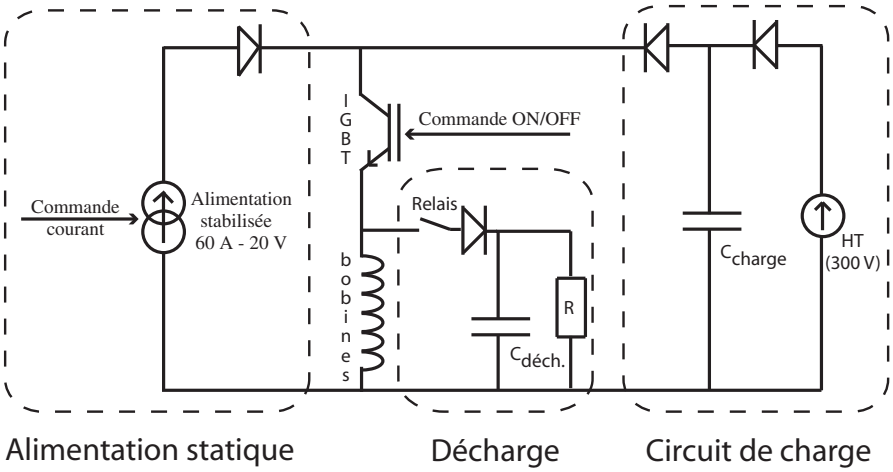


FIG. 3.11 – *Circuit de commande du quadrupôle.*

Etapes de fonctionnement du circuit de commande du quadrupôle :

- La capacité C_{charge} emmagasine l'énergie $E = 1/2C_{\text{charge}}U_{HT}^2$ à partir d'une haute-tension U_{HT} ajustable. La commande de l'IGBT[9] est en position OFF et aucun courant ne circule donc dans les bobines du quadrupôle.
- Un signal de commande est envoyé à l'IGBT, celui-ci devient passant et permet le transfert d'énergie de la capacité aux bobines en un quart de période d'oscillation du circuit LC_{charge}. L'oscillation est alors stoppée par la diode située entre la capacité et les bobines. L valant 1.17 mH et C_{charge} valant 8.8 μF, le temps de commutation doit être de 160 μs, ce qui est conforme à nos observations expérimentales[10]
- Une fois que la tension aux bornes de la capacité a chuté, la diode devant l'alimentation de courant stabilisée devient passante et c'est désormais elle qui délivre le courant I_Q désiré.
- Pour la coupure, un relais permet de transférer l'énergie contenue dans les bobines dans une capacité de décharge $C_{\text{déch.}}$ ($C_{\text{déch.}} = 3.14$ μF) en un quart

[9]IGBT signifie Insulated Gate Bipolar Transistor. Il s'agit d'un transistor amélioré (transistor FET : Field Effect Transistor) répondant aux caractéristiques suivantes : supporter une tension élevée (jusqu'à des tensions de l'ordre de 1000 V), accepter des courants élevés (jusqu'à 400 A), assurer des commutations rapides (temps de commutation inférieur à la microseconde.)

[10]On mesure les temps de commutation des champs via le courant circulant dans les bobines à l'aide d'une pince ampèremétrique ou d'une sonde à effet Hall rapide.

de période pour ce circuit. De même que précédemment, une diode empêche le retour d'oscillation. L'énergie contenue dans la capacité est évacuée par effet Joule dans la résistance R ($R = 1\ k\Omega$).

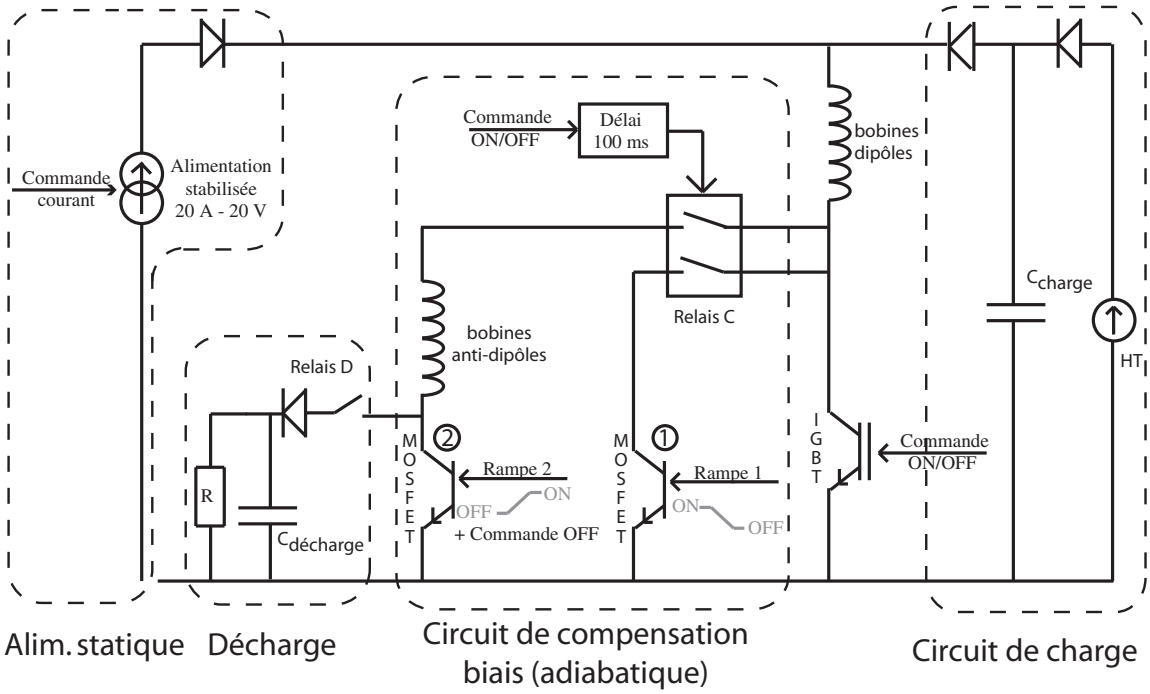


FIG. 3.12 – *Circuit de commande du dipôle.*

Principe de fonctionnement du circuit de commande du dipôle :

- La capacité C_{charge} emmagasine l'énergie $E = 1/2C_{\text{charge}}U_{HT}^2$ à partir d'une haute-tension U_{HT} ajustable.
- Un signal de commande est envoyé à l'IGBT, celui-ci devient passant et permet le transfert d'énergie de la capacité aux bobines dipôles en un quart de période d'oscillation du circuit LC. L'oscillation est stoppée par la diode située entre la capacité et les bobines dipôles.
- L'alimentation de courant stabilisé délivre le courant désiré I_D après la montée du champs magnétique dans les bobines dipôles.
- Le relais C est fermé 100 ms après l'envoi de la commande sur l'IGBT, cette dernière devient OFF, le MOSFET 1 est complètement passant, le MOSFET 2 complètement bloquant et le courant ne circule donc que dans les bobines dipôles[11].

[11] On pourrait penser que l'IGBT n'est pas nécessaire, le MOSFET 1 pouvant aussi servir

– Pendant la phase de compression, une rampe décroissante est envoyée sur le MOSFET 1 et son inverse sur le MOSFET 2, cela permet l'application progressive d'un courant aux bornes des bobines anti-dipôles. Notons que le fait de parcourir les bobines dipôles et anti-dipôles avec un même courant permet de réduire le bruit sur le biais par réjection de mode commun.
– Pour la coupure, le relais D permet de transférer l'énergie contenue dans les deux paires de bobines dans une capacité de décharge $C_{\text{déch.}}$ en un quart de période pour ce circuit. De même que précédemment, une diode empêche le retour d'oscillation. L'énergie contenue dans la capacité est évacuée par effet Joule dans la résistance R ($R = 100\ \Omega$).

3.3.4 Les champs magnétiques rémanents

Compensation des champs rémanents

Pour générer l'excitation nécessaire à l'annulation du champ magnétique rémanent (B_{rem}) [Fig. 3.6(b)], deux fines bobines ont été enroulées autour des deux bobines excitatrices. Elles épousent donc leur forme et le champ généré est alors adapté pour contrer le champ rémanent. L'ajustement du courant dans ces bobines de compensation (I_{comp}) s'effectue lors de la mélasse (voir section 2.3.5). Sous- ou sur-compensé, le champ rémanent produit la mise en rotation dans un sens ou dans l'autre des atomes lorsque le champ magnétique des bobines MOT est ôté (Fig. 3.13). Une fois le courant I_{comp} ajusté, les atomes ne subissent plus de rotation. Rappelons que la facilité de mise en oeuvre de la compensation des champs magnétiques rémanents est due au fait que l'électroaimant dans notre cas a ses pôles ferromagnétiques situés dans un seul plan et qu'il n'y a donc que très peu de couplage entre le quadrupôle et le dipôle.

Circuit de démagnétisation

Le champ rémanent dépend de l'aimantation antérieure du matériau ferromagnétique, il est donc nécessaire pour une bonne reproductibilité de l'expérience de répéter des séquences expérimentales qui correspondent à un même cycle d'hystérésis (voir section 3.3.1). Si l'on change la séquence expérimentale (par exemple, on décide de moins comprimer le piège magnétique), l'excitation du matériau diffère par rapport à la séquence précédente et il faut alors répéter environ trois fois la nouvelle séquence avant que le matériau ne soit de nouveau stabilisé sur un nouveau cycle d'hystérésis.

En cas de changement d'excitation important (passage d'un piège comprimé à un piège non comprimé par exemple), on peut réinitialiser le matériau à une aimantation quasi-nulle à l'aide d'un système de démagnétisation de l'électroai-

pour la seconde étape mais celui-ci ne supporte pas les hautes tensions.

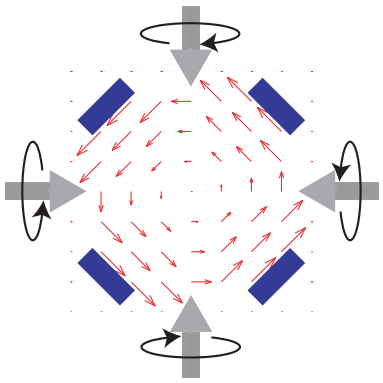


FIG. 3.13 – *Cas d'une sur-compensation du champ rémanent. Les quatre flèches épaisses et grisées représentent les faisceaux lumineux, les traits noirs épais les pôles du quadrupôle et les flèches centrales la force s'exerçant sur les atomes. Cette force résulte de la force de pression de radiation en présence du champ magnétique créé par le champ de compensation.*

mant. Le principe de démagnétisation est présenté sur la figure [3.14(a)], il s'agit de décrire des cycles d'hystérésis d'amplitude de plus en plus faible. Pour cela, nous utilisons une capacité en série des bobines, la démagnétisation se produit alors via l'oscillation amortie de l'énergie dans le circuit RLC [Fig. 3.14(b)].

La pseudo-période d'oscillation est en $T = 2\pi\sqrt{LC}$ et le temps d'amortissement en L/R. Pour avoir beaucoup d'oscillations, il faut donc une grande inductance et une faible résistance : $2\pi\sqrt{LC} \ll L/R$. D'autre part, il faut aussi que la période d'oscillation soit supérieure au temps de réponse du matériau, τ_{mat}, qui est de l'ordre de la milliseconde : $2\pi\sqrt{LC} > \tau_{\text{mat}}$.

Pour avoir une inductance suffisamment grande, nous avons placé une bobine supplémentaire en série des bobines quadrupôles d'inductance $L = 4.4$ mH, la résistance des bobines est de $R = 0.6\ \Omega$ et la capacité est de $C = 10\ \mu$F. On observe une période d'oscillation de 1.2 ms $\sim 2\pi\sqrt{LC}$ et un temps d'amortissement de 2 ms, soit cinq fois moins que celui attendu théoriquement L/R à cause de la résistivité de la capacité et des autres éléments du circuit. En pratique, nous avons donc quelques oscillations amorties, cela ne permet pas d'obtenir une démagnétisation totale mais suffisante en pratique (le champ résiduel est de l'ordre de ~ 0.1 Gauss/cm).

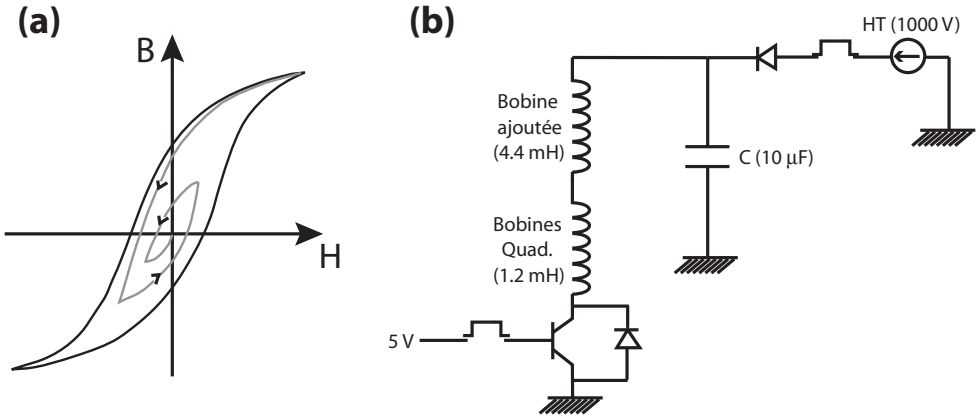


FIG. 3.14 – *(a) Principe de démagnétisation. A l'aide d'une excitation alternative dont l'amplitude décroît, on décrit des cycles d'hystérésis d'amplitude de plus en plus faible jusqu'à revenir au point d'aimantation nulle. (b) Circuit de démagnétisation. Les deux boutons poussoirs sont connectés, si l'un est ON, l'autre OFF et vice-versa. On a donc une phase de chargement de la capacité et une phase d'oscillation du circuit LC.*

3.4 Transfert des atomes de la mélasse au piège magnétique

Pour transférer efficacement les atomes de la mélasse au piège magnétique, il faut :

1. Etablir le champ magnétique dans un temps inférieur à la milliseconde de sorte que le nuage atomique n'ait pas le temps de s'étaler durant la montée du champ.
2. Adapter les tailles des deux pièges pour conserver le paramètre de dégénérescence atteint au terme de l'étape de refroidissement laser. En effet, si le volume est diminué ou augmenté, le passage d'un piège à l'autre n'étant pas adiabatique, la densité dans l'espace des phases ne pourra que décroître.
3. Superposer les centres des pièges sinon les atomes vont osciller dans le piège magnétique et ne seront pas dans un état d'équilibre.

Le champ magnétique du MOT est contrôlé par un IGBT dont le temps de réponse est de l'ordre de la microseconde, quant au temps d'établissement du champ dans le piège magnétique, nous avons vu plus haut que, grâce à notre circuit de commande, il était de l'ordre de 150 μs. Les points 2 et 3 sont traités ci-dessous.

3.4.1 Adaptation des tailles

Nous avons vu dans la section 2.3.5 qu'étant donné le temps très court d'application de la mélasse (3 ms), la perte en densité durant cette phase était relativement faible $\delta n/n \sim 0.15$. Nous pouvons donc adapter la taille du piège magnétique sur la taille du MOT. Ce dernier est défini par son rayon r_{MOT} ($\sim$ 2 mm) et sa température $T(\sim 50\ \mu\mathrm{K})$. Pour avoir un piège magnétique adapté, il faut donc choisir sa courbure de sorte à avoir :

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_B T}{M r_{\mathrm{MOT}}^2}} \sim 17 \text{ Hz} \tag{3.16}$$

Pour satisfaire à cette condition, nous avons pris les caractéristiques suivantes pour le piège magnétique :

$$\begin{aligned} I_D = 15 \text{ A} \Rightarrow \quad B_0 &= 54 \text{ G} \\ b'' &= 150 \text{ G/cm}^2 \\ I_Q = 5 \text{ A} \Rightarrow \quad B' &= 200 \text{ G/cm} \end{aligned} \tag{3.17}$$

ce qui donne pour fréquences d'oscillation :

$$\begin{aligned} \nu_{axial} &= 11 \text{ Hz} \\ \nu_{radial} &= 22 \text{ Hz} \end{aligned} \tag{3.18}$$

3.4.2 Adaptation des centres : le circuit positionneur du MOT

Du fait de la compacité de notre système, il est impossible de translater les bobines MOT au sein de l'électroaimant. Pour ajuster le centre du piège MOT avec celui du piège magnétique, nous avons donc recours à des paires de bobines supplémentaires. Pour modifier la position du MOT dans le plan horizontal, nous avons placé une paire de bobines selon l'axe du ralentisseur (axe z) et une autre selon l'axe du dipôle (axe x). Chacune de ces deux paires de bobines est parcourue par des courants de même sens créant donc un biais capable de déplacer le centre du MOT. Ces deux paires de bobines sont placées en série des bobines MOT de sorte que, à la coupure du MOT, ces champs soient coupés en même temps et ne puissent donc pas perturber le bon déroulement de la mélasse. Le courant circulant dans ces bobines étant fixé par le courant nécessaire aux bobines MOT (2 A), pour ajuster le biais afin de centrer le MOT sur le centre du piège magnétique, ces bobines sont placées en parallèle de résistances variables. Pour créer un biais dans la dernière direction, la direction verticale, nous utilisons les bobines MOT : en ajustant grâce à une résistance variable une différence de

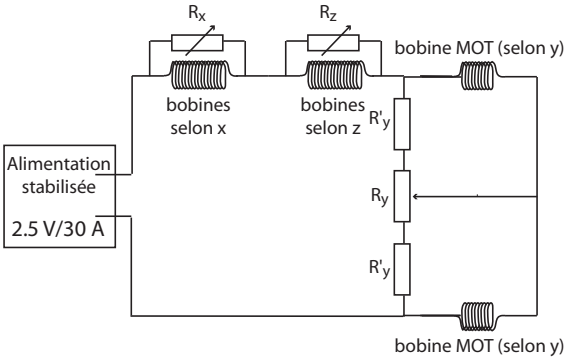


FIG. 3.15 – *Le circuit électronique du positionneur MOT.*

courant entre les deux bobines, la position du zéro de champ magnétique est décalé. Le montage électronique de l'ensemble est représenté sur la figure (3.15).

Pour ajuster les résistances variables à la valeur permettant de confondre les positions des deux pièges, on procède itérativement entre les deux étapes suivantes :

1. On prend une image du piège magnétique et du MOT et on fait varier les résistances afin de superposer le centre du MOT sur le centre du piège magnétique.
2. On laisse la mélasse s'étendre et on modifie les courants dans les bobines de compensation des champs extérieurs de sorte que la mélasse s'étende sur place.

Nous sommes obligés de procéder par itération puisque le fait de déplacer la position du centre du MOT modifie l'environnement magnétique des atomes et le fait de modifier le courant des bobines de compensation pour annuler le champ à l'endroit où se trouvent les atomes déplace le zéro de champ magnétique du MOT et donc son centre.

3.5 Compression du piège magnétique

Nous verrons au chapitre suivant que la condition pour que l'évaporation radio-fréquence puisse être efficace est que le taux de collisions au centre, γ_0, soit tel que $\gamma_0\tau \gg 300$ où τ est la durée de vie des atomes piégés dans le piège magnétique. Plus ce produit sera important, plus le processus d'évaporation sera efficace. Avant de décrire la phase de compression qui nous permet d'augmenter ce taux de collision, nous allons d'abord estimer la durée de vie, τ, des atomes dans le piège.

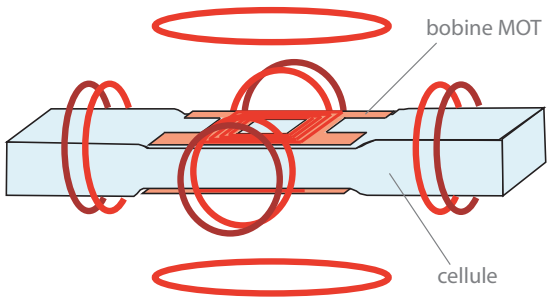


FIG. 3.16 – *Configuration des bobines pour compenser les champs résiduels extérieurs lors de la mélasse (bobines rouges) et pour positionner le MOT (bobines pourpres). Les bobines de positionnement et les bobines MOT sont parcourues par un même courant, les bobines pour la compensation des champs résiduels extérieurs sont toutes indépendantes.*

3.5.1 Durée de vie

Les différents mécanismes de pertes intervenant dans un piège magnétique sont :

Les collisions avec le gaz résiduel.

C'est une limite commune à tout type de piège (piège magnétique, piège optique, piège magnéto-optique) : un atome refroidi peut subir une collision avec un atome du gaz résiduel qui se trouve à température ambiante. Dans le cas de collisions élastiques, suivant le paramètre d'impact, plus ou moins d'énergie cinétique va être transférée à l'atome refroidi, ce qui va conduire soit à une perte de cet atome si son énergie devient supérieure à la profondeur du piège, soit à un chauffage. Etant donné la forte énergie des atomes du gaz résiduel, la très grande majorité des collisions entraîne une perte plutôt qu'un chauffage.

Le taux de pertes dû à ces collisions est indépendant de la densité. On a une décroissance exponentielle avec un taux qui ne dépend que de la pression du gaz résiduel. Plus on a un vide poussé dans l'enceinte, plus ce taux de pertes sera faible. Dans notre expérience, la pression $\mathcal{P}$ est de l'ordre de 10^{-11} mbar. Estimons le taux de collisions entre atomes piégés et atomes du gaz résiduel : $\gamma_{\text{res}} = n_{\text{res}}\sigma_{\text{res/Rb}}v_{\text{moy}}$ où $n_{\text{res}} = \frac{\mathcal{P}}{k_B T}$ est la densité du gaz résiduel, $\sigma_{\text{res/Rb}}$ est la section efficace de collision entre un atome du gaz résiduel et un atome de rubidium piégé et v_{moy} est la vitesse relative de ces deux atomes, cela nous donne un taux de collisions de l'ordre de 10^{-2} soit, en supposant que chaque collision conduit à une perte de l'atome piégé un temps de vie τ de l'ordre de la minute (voir aussi annexe B).

Les collisions inélastiques à deux corps : relaxation dipolaire.

Il s'agit de collisions pour lesquelles on a un transfert, via l'interaction dipolaire magnétique, entre les moments de spins des deux atomes et le moment orbital relatif. Ces collisions varient proportionnellement à la densité et ne sont pas prédominantes aux densités initiales que nous avons au sein du piège magnétique, même comprimé. En effet, le taux de collision associé vaut $\gamma_{\mathrm{rd}} = \beta n$ où n est la densité d'atomes piégés avec $\beta = 3.10^{-15}$ cm^3.s^{-1} [80], ce qui nous donne pour une densité de 10^{12} cm^{-3} (densité du piège comprimé) une durée de vie τ d'environ 300 s, soit 5 minutes.

Les collisions inélastiques à trois corps : processus de recombinaison.

Elles ne sont pas prédominantes tant que la densité reste inférieure à 10^{14} cm^{-3} (cf. section 1.1.3), or cette densité n'est pas atteinte en pratique dans un piège magnétique non évaporé. Le taux de collisions associé vaut $\gamma_{3\mathrm{c}} = Kn^2$ avec $K = 4.10^{-29}$ cm^6.s^{-1} [81], ce qui nous donne pour une densité de 10^{12} cm^{-3} une durée de vie τ de plusieurs heures.

La lumière parasite.

Il est indispensable de protéger la cellule de toute lumière parasite car l'absorption de photons peut permettre à l'atome de passer dans des sous-niveaux anti- ou non piégeants. Le nombre de photons absorbés par seconde vaut $\frac{\Gamma}{2}\frac{I/I_{sat}}{1+4\delta^2/\Gamma^2}$ (intensité non saturante : $s \ll 1$). Si on considère le cas du repompeur, résonnant avec les atomes piégés, une intensité de 1 nW/mm^2 arrivant sur les atomes est suffisante pour avoir absorption d'un photon par seconde et donc une durée de vie τ de quelques secondes. En pratique, nous avons, en plus des caches couvrant le banc optique, des "clic-clacs", des obturateurs mécaniques, devant chaque diode laser que nous fermons dès la fin du refroidissement laser.

Pour un piège magnétique dans l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$ et non évaporé, seuls les premier et dernier processus évoqués sont prédominants et une fois qu'on s'est affranchi de la lumière parasite, la durée de vie n'est plus limitée que par le taux de collisions avec le gaz résiduel. Le nombre d'atomes piégés en fonction du temps présente donc une décroissance exponentielle (le taux de collisions avec le gaz résiduel est indépendant de la densité, il ne dépend que de la pression) et dans notre cas, la durée de vie est de l'ordre de 80 s (Fig. 3.17).

Le taux de collisions au centre obtenu avec les caractéristiques du piège magnétique non comprimé (Eq. 3.27) et une température de 50 μK est de $\gamma_0 = 4$ s^{-1},

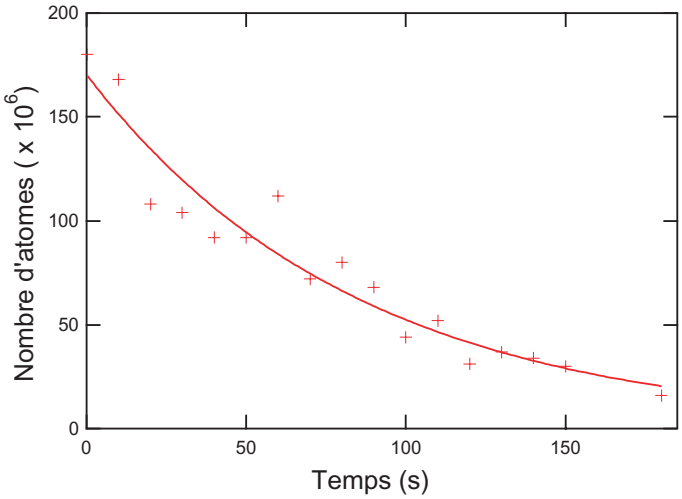


FIG. 3.17 – *Courbe de durée de vie du piège magnétique.*

ce qui donne $\gamma_0\tau = 320$. Ceci est très limite pour permettre à l'étape d'évaporation radio-fréquence de fonctionner. Pour procéder à une évaporation plus rapide que la durée de vie des atomes dans le piège, on a intérêt à partir de conditions initiales meilleures, c'est-à-dire augmenter le taux de collision et pour ce faire, on comprime le piège magnétique.

3.5.2 Optimisation du taux de collisions

Volume du piège

Aux températures auxquelles on charge les atomes dans le piège magnétique, on a $T \gg T_c$, la distribution de Boltzmann est donc suffisante pour décrire les propriétés du piège (cf section 1.1). Ainsi, le volume du piège magnétique peut s'exprimer, dans l'approximation d'un piège harmonique, comme :

$$\begin{aligned} V &\sim \sigma_r^2\,\sigma_z \\ &\sim \frac{\int r^2\, e^{-\frac{M\omega_{\text{radial}} r^2}{2k_B T}}\, dr}{\int e^{-\frac{M\omega_{\text{radial}} r^2}{2k_B T}}\, dr} \cdot \sqrt{\frac{\int z^2\, e^{-\frac{M\omega_z z^2}{2k_B T}}\, dz}{\int e^{-\frac{M\omega_z z^2}{2k_B T}}\, dz}} \\ &\sim \left(\frac{k_B T}{M}\right)^{3/2} \frac{1}{\bar{\omega}^3} \qquad \text{avec} \quad \bar{\omega} = \sqrt[3]{\omega_x \omega_y \omega_z} \end{aligned} \tag{3.19}$$

Afin d'avoir le meilleur taux de collision possible, il faut diminuer le volume du piège de façon adiabatique pour conserver la densité dans l'espace des phases et parvenir ainsi à de plus fortes densités. Il s'agit donc d'augmenter les fréquences d'oscillation du piège. Le taux de collisions élastiques étant proportionnel à la

densité et à la vitesse (i.e. la racine carrée de la température), le rapport des taux de collisions élastiques après et avant compression, lorsque celle-ci se produit de façon adiabatique, vaut :

$$\frac{\gamma'}{\gamma} = \frac{V}{V'}\left(\frac{T'}{T}\right)^{1/2} = \frac{\bar{\omega}'^3}{\bar{\omega}^3}\frac{T}{T'} \tag{3.20}$$

La compression étant adiabatique, le paramètre de dégénérescence $\mathcal{D}$ reste inchangé, d'où :

$$\frac{\mathcal{D}'}{\mathcal{D}} = \left(\frac{\bar{\omega}'}{\bar{\omega}}\right)^3\left(\frac{T}{T'}\right)^3 = 1 \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{\bar{\omega}'}{\bar{\omega}} \tag{3.21}$$

On obtient donc :

$$\frac{\gamma'}{\gamma} = \left(\frac{\bar{\omega}'}{\bar{\omega}}\right)^2 \tag{3.22}$$

Notons que ce rapport a été obtenu dans l'hypothèse d'un piégeage harmonique.

Pour augmenter les fréquences du piège, une première façon est d'augmenter le gradient du champ quadrupolaire, une seconde est de diminuer le biais (voir Eq. 3.10). Pour diminuer le biais sans trop affecter la courbure, responsable du confinement axial, on utilise les bobines de compensation du biais (voir Fig. 3.7).

Compensation du biais

Le biais est créé par les bobines dipolaires et on peut le contrôler à l'aide des bobines anti-dipôles puisque :

$$B_0 = B_0^D - B_0^{AD} \tag{3.23}$$

Par contre, cela se fait au détriment de la courbure axiale puisqu'elle aussi doit être aussi grande que possible et qu'elle vaut :

$$b'' = b''^D - b''^{AD} \tag{3.24}$$

Cependant, pour une même intensité traversant les bobines anti-dipôles, la variation relative de la courbure est plus faible que celle du biais, elle est de 45% sur toute la gamme d'intensité alors que celle relative au biais est de 90%.

Compression adiabatique

Pour effectuer la compression de façon adiabatique, il faut que le temps caractéristique de modification du piège soit supérieur au temps de rethermalisation (adiabaticité au sens de la thermodynamique) et supérieur au temps d'oscillation des atomes dans le piège. Cela conduit aux deux conditions suivantes :

$$\frac{1}{\omega}\frac{d\omega}{dt} \ll \gamma_{\text{el}} \tag{3.25}$$

$$\frac{1}{\omega}\frac{d\omega}{dt} \ll \omega \tag{3.26}$$

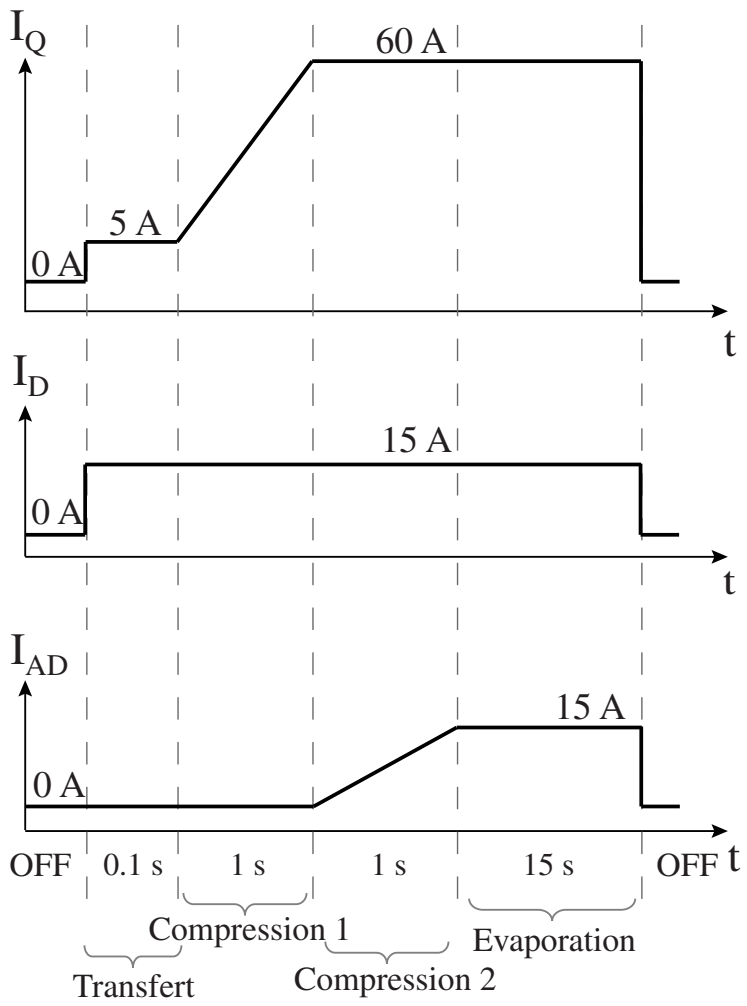


FIG. 3.18 – *Séquence expérimentale du cycle magnétique .*

Expérimentalement, la compression se déroule en deux étapes : une première étape d'une seconde pendant laquelle le gradient quadrupolaire est augmenté et une seconde étape d'une seconde pendant laquelle le biais est compensé (Fig. 3.18).

Après compression, les caractéristiques de notre piège sont les suivantes :

$$\begin{array}{rcl} I_D = 15 \text{ A} & & B_0 = 5 \text{ Gauss} \\ I_{AD} = 15 \text{ A} & \Rightarrow & b'' = 82 \text{ Gauss/cm}^2 \\ I_Q = 60 \text{ A} & \Rightarrow & B' = 830 \text{ Gauss/cm} \end{array}$$

ce qui donne pour fréquences d'oscillation :

$$\begin{aligned} \nu_{axial} &= 8 \text{ Hz} \\ \nu_{radial} &= 330 \text{ Hz} \end{aligned} \tag{3.27}$$

Avec nos paramètres, les deux conditions de l'équation (3.25) ne sont pas remplies en début de compression mais cela ne présente pas d'effet dramatique sur le paramètre de dégénérescence [82]. Si la compression était parfaitement adiabatique, la température finale devrait être, dans l'hypothèse d'un piège harmonique :

$$T' = \frac{\bar{\omega}'}{\bar{\omega}} T = 250 \ \mu\text{K} \tag{3.28}$$

Cette température constitue une borne inférieure pour la température réelle obtenue en fin de compression puisqu'avec les caractéristiques du piège comprimé, on trouve que la condition pour que les atomes explorent un piège harmonique est : $T \ll 150 \ \mu$K (cf. Eq. 3.11). Ceci n'est pas notre cas et la température finale va donc être plus importante. En effet, il a été démontré que pour un piège dont la dépendance en position est de la forme :

$$U(x, y, z) = ax^{1/\delta 1} + by^{1/\delta 2} + cz^{1/\delta 3}, \tag{3.29}$$

le rapport des températures après et avant compression s'écrit :

$$\frac{T'}{T} = \left(\frac{\bar{\omega}}{\omega}\right)^{\frac{4\delta}{2\delta+3}} \qquad \text{avec} \quad \delta = \delta 1 + \delta 2 + \delta 3 \tag{3.30}$$

Si les atomes durant la compression exploraient depuis le départ un potentiel semi-linéaire ($\delta = 5/2$), la température finale devrait être de 400 μK.

Etant donné que pour une telle température, la taille rms axiale est de l'ordre de 4 mm, cela amène le nuage d'atomes piégés proche des parois de la cellule, celle-ci faisant 1 cm de large, et peut conduire à des pertes importantes. Pour éviter cela, on applique un couteau radio-fréquence durant la compression. Le principe d'un tel couteau est expliqué au chapitre suivant (chap. 4). Il a pour effet de diminuer la profondeur du piège et d'éliminer les atomes les plus chauds. On diminue ainsi la taille du nuage d'atomes piégés et sa température au prix d'une perte d'atomes. En appliquant, ce couteau, on modifie également le paramètre de dégénérescence.

3.6 Conclusion

Au terme de cette étape de piégeage magnétique, les caractéristiques du nuage atomique sont les suivantes :

$$\begin{aligned} N &= 2.10^8 \\ T &= 250\ \mu\text{K} \\ n_0 &= 8.10^{11}\ \text{cm}^{-3} \\ \gamma_0 &= 120\ \text{s}^{-1} \\ \mathcal{D} &= 10^{-6} \\ \gamma_0\tau &\sim 10000 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Le taux de collisions élastiques est très important et cela va nous permettre d'effectuer un refroidissement évaporatif très efficace.

CHAPITRE 4

Obtention d'un condensat (3) : l'évaporation radio-fréquence

C'est en 1985, après la première réalisation expérimentale d'un piège magnétique pour atomes neutres, que Hess propose de refroidir les atomes par évaporation [83]. Cette suggestion est faite dans le cadre du refroidissement de l'hydrogène mais elle sera plus tard étendue aux cas des alcalins comme une étape de refroidissement prenant le relais du refroidissement laser [69, 84]. Cette technique se révèle efficace puisqu'elle permet de gagner jusqu'à 6 ordres de grandeur sur le paramètre de dégénérescence et c'est grâce à celle-ci que les premiers condensats gazeux ont pu être observés [1, 2, 3].

4.1 Principe de l'évaporation radio-fréquence

Le principe de l'évaporation consiste à extraire préférentiellement du piège des atomes qui ont une énergie supérieure à l'énergie moyenne par atome et à permettre une rethermalisation entre atomes restants de sorte à amener le système vers un nouvel état d'équilibre de température plus faible. Cela nécessite de remplir les critères suivants :

- Tronquer le piège à une énergie ϵ_{T} supérieure à l'énergie moyenne par atome ;
- Avoir un temps de rethermalisation ($\propto 1/\gamma_0$) inférieure au temps de perte des atomes dans le piège ;

Dans le paragraphe qui suit, nous montrons comment à l'aide d'un champ radio-fréquence, il est possible de tronquer le potentiel de piégeage à une énergie déterminée ϵ_{T} et nous présentons le montage expérimental correspondant. Quant au second critère, il sera étudié de façon quantitative lorsque nous évoquerons l'efficacité du processus d'évaporation radio-fréquence. Rappelons que c'est la contrainte résultant de ce second critère qui impose l'étape de compression du piège magnétique exposée au chapitre précédent (Sec. 3.5).

4.1.1 Couteau radio-fréquence

On élimine des atomes du piège magnétique en induisant une transition entre les sous-niveaux magnétiques hyperfins de l'atome. On les fait passer ainsi du niveau piégeant $|m_F = -1\rangle$ au niveau anti-piégeant $|m_F = 1\rangle$. Pour cela, on applique un champ oscillant radio-fréquence sur les atomes $B_{RF}\cos(\omega_{RF}t)$ qui vient se superposer au champ magnétique de piégeage dont nous noterons le module B_{P}.

De même qu'au chapitre 3, on travaille en champ faible et on se restreint à une seule multiplicité du moment cinétique total : on prendra $F = 1$. On va démontrer que lorsque le champ magnétique radio-fréquence est appliqué perpendiculairement au champ de piégeage, les transitions entre niveaux hyperfins des atomes entrent en résonance avec le champ quand $g_F\mu_B B_{\mathrm{P}} = \hbar\omega_{\mathrm{RF}}$ et que les transitions respectent la condition suivante $\Delta m_F = \pm 1$. On considère que le champ de piégeage est dirigé selon z et le champ radio-fréquence selon x, on a alors le hamiltonien suivant :

$$\begin{aligned} H &= g_F\frac{\mu_B B_{\mathrm{P}}}{\hbar}F_z + g_F\frac{\mu_B B_{\mathrm{RF}}}{\hbar}\cos(\omega_{\mathrm{RF}}t)F_x \\ &= \Omega_{\mathrm{P}}F_z + \Omega_{\mathrm{RF}}\cos(\omega_{\mathrm{RF}}t)F_x \end{aligned} \tag{4.1}$$

On se place dans le référentiel tournant à la fréquence ω_{RF} pour résoudre plus simplement le problème, on introduit pour ce faire l'opérateur de rotation :

$$U = \exp(-i\frac{\omega_{\mathrm{RF}}t}{\hbar}F_z) \tag{4.2}$$

Dans ce référentiel, le hamiltonien H', vérifiant $i\hbar\partial_t|m'_F\rangle = H'|m'_F\rangle$ avec $|m'_F\rangle = U^{-1}|m_F\rangle$, s'écrit :

$$H' = U^{-1}HU + i\hbar\dot{U}^{-1}U \tag{4.3}$$

Le premier terme du membre de droite donne :

$$\begin{aligned} U^{-1}HU &= \Omega_{\mathrm{P}}F_z + \Omega_{\mathrm{RF}}\cos(\omega_{\mathrm{RF}}t)\left(F_x + i\frac{\omega_{\mathrm{RF}}t}{\hbar}[F_z,F_x] + \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_{\mathrm{RF}}t}{\hbar}\right)^2[F_z,[F_x,F_z]] + ...\right) \\ &= \Omega_{\mathrm{P}}F_z + \Omega_{\mathrm{RF}}\cos^2(\omega_{\mathrm{RF}}t)F_x + \Omega_{\mathrm{RF}}\cos(\omega_{\mathrm{RF}}t)\sin(\omega_{\mathrm{RF}}t)F_y \\ &= \Omega_{\mathrm{P}}F_z + \frac{\Omega_{\mathrm{RF}}}{2}F_x + \frac{\Omega_{\mathrm{RF}}}{2}\cos(2\omega_{\mathrm{RF}}t)F_x + \frac{\Omega_{\mathrm{RF}}}{2}\sin(2\omega_{\mathrm{RF}}t)F_y \end{aligned} \tag{4.4}$$

Quant au second terme, il donne :

$$i\hbar\dot{U}^{-1}U = -\omega_{\mathrm{RF}}F_z \tag{4.5}$$

En négligeant les termes qui oscillent rapidement dans le temps, on obtient finalement pour le hamiltonien total dans le référentiel tournant :

$$H' = \Delta F_z + \frac{\Omega_{\mathrm{RF}}}{4}(F_+ + F_-) = \hbar\begin{pmatrix} -\Delta & \frac{\sqrt{2}\Omega_{\mathrm{RF}}}{4} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}\Omega_{\mathrm{RF}}}{4} & 0 & \frac{\sqrt{2}\Omega_{\mathrm{RF}}}{4} \\ 0 & \frac{\sqrt{2}\Omega_{\mathrm{RF}}}{4} & \Delta \end{pmatrix} \tag{4.6}$$

avec $\Delta = \Omega_{\mathrm{P}} - \omega_{\mathrm{RF}}$. On rappelle que :

$$\text{avec} \quad F_{\pm}|F, m_F\rangle = \hbar\sqrt{F(F+1) - m_F(m_F \pm 1)}|F, m_F \pm 1\rangle$$

Dans le référentiel tournant, les sous-niveaux Zeeman sont donc déplacés via le terme dépendant de F_z [Fig. 4.1(b), courbes en trait discontinu]. Ils sont de plus couplés entre eux via le terme dépendant de F_x [Fig. 4.1(b), courbes en trait continu].

En diagonalisant cette matrice, on obtient une nouvelle base dite base adiabatique avec les énergies correspondantes suivantes :

$$\hbar \left\{ \begin{array}{c} -\sqrt{\Delta^2 + 2\Omega_{\mathrm{R}}^2} \\ 0 \\ \sqrt{\Delta^2 + 2\Omega_{\mathrm{R}}^2} \end{array} \right\} \tag{4.7}$$

où Ω_{R} est la fréquence de Rabi et vaut $\sqrt{2}\Omega_{\mathrm{RF}}/4$. Les états propres associés s'écrivent sur la base des sous-niveaux Zeeman $|m_F = -1, 0, +1\rangle$:

$$\frac{1}{\sqrt{\Delta^2 + 2\Omega_{\mathrm{R}}^2}} \left\{ \left(\begin{array}{c} \frac{\Omega_{\mathrm{R}}^2}{-\Delta + \sqrt{\Delta^2 + 2\Omega_{\mathrm{R}}^2}} \\ -\Omega_{\mathrm{R}} \\ \frac{\Omega_{\mathrm{R}}^2}{\Delta + \sqrt{\Delta^2 + 2\Omega_{\mathrm{R}}^2}} \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{c} \Omega_{\mathrm{R}} \\ \Delta \\ \Omega_{\mathrm{R}} \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{c} \frac{\Omega_{\mathrm{R}}^2}{\Delta + \sqrt{\Delta^2 + 2\Omega_{\mathrm{R}}^2}} \\ \Omega_{\mathrm{R}} \\ \frac{\Omega_{\mathrm{R}}^2}{-\Delta + \sqrt{\Delta^2 + 2\Omega_{\mathrm{R}}^2}} \end{array} \right) \right\} \tag{4.8}$$

Les niveaux d'énergie sont présentés sur la figure [4.1(b)]. Les résonances se produisent pour une distance par rapport au centre du piège r_{T} telle que $\Delta = 0$, ce qui donne bien la condition de résonance suivante :

$$g_F \mu_B B_P(r_{\mathrm{T}}) = \hbar\omega_{\mathrm{RF}} \tag{4.9}$$

Loin des résonances ($|\Delta| \gg \Omega_{\mathrm{R}}$), les énergies correspondent aux énergies trouvées sans terme de couplage et les états propres correspondent aux sous-niveaux magnétiques Zeeman, il ne s'agit pas du même sous-niveau selon que Δ est positif ou négatif (voir Eq. 4.8 et Fig. 4.1). Pour $\Delta \sim 2\Omega_{\mathrm{R}}$, la différence entre le nouvel état propre et le sous-niveau Zeeman de m_F donné n'est que de 10%. La largeur des zones d'anti-croisement équivaut donc à une gamme de Δ de l'ordre de Ω_{R}, ce qui correspond pour notre expérience à des largeurs de l'ordre de 10 kHz ($B_{\mathrm{RF}} \simeq 40\ mG$). La bande d'énergie des atomes sélectionnés est donc très fine comparée à la profondeur en énergie du piège puisque Ω_P dans notre cas est de l'ordre du megahertz [Fig. 4.1(a)]. Ainsi seuls les atomes dont l'énergie est supérieure ou égale à l'énergie de troncature ϵ_{T} vont être sensibles au couteau radio-fréquence et vont être, via ces zones d'anti-croisement, expulsés du piège, autrement dit ces atomes vont être évaporés. En choisissant cette énergie de troncature plus grande que l'énergie moyenne des atomes piégés, ce sont les atomes les plus chauds qui sont évaporés et les atomes restants peuvent se rethermaliser

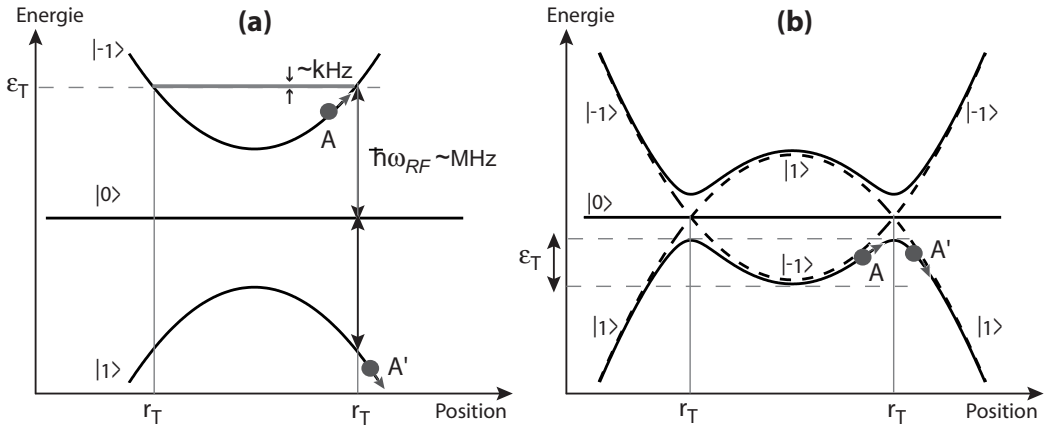


FIG. 4.1 – *(a) Energie des différents sous-niveaux Zeeman dans le référentiel du laboratoire. (b) Energie des états propres obtenus en tenant compte du couplage radio-fréquence dans le référentiel tournant. Aux positions r_{T}, on a anti-croisement des sous-niveaux Zeeman. Si l'atome suit adiabatiquement le champ, il passe du sous-niveau Zeeman $|-1\rangle$ piégeant au sous-niveau $|1\rangle$ anti-piégeant.*

vers une température plus faible.

Notons que les conclusions tirées plus haut ne sont valables que si l'atome suit adiabatiquement le champ. Cela nécessite un terme de couplage suffisamment fort (Ω_{R} élevé) pour avoir un écart en énergie important entre les niveaux de la base dite adiabatique et/ou une vitesse des atomes suffisamment faible. La grandeur proportionnelle à la vitesse est $\dot{\Delta}$. En effet :

$$\Delta = \Omega_{\mathrm{P}} - \omega_{\mathrm{RF}} = \frac{g_F \mu_B}{\hbar}(B_0 + B'r) \Rightarrow \dot{\Delta} = \frac{g_F \mu_B}{\hbar} B' v$$

Les deux conditions citées ci-dessus se retrouvent dans la formulation de la probabilité de transition adiabatique donnée par Landau-zener [85] :

$$p = 1 - \exp(-2\pi\Omega_{\mathrm{R}}^2/\dot{\Delta}) \tag{4.10}$$

Cette formulation a été établie pour un système de spins à deux niveaux. On peut cependant généraliser cette formulation à un système de spins à plusieurs niveaux [86], ce qui donne dans notre cas, les probabilités suivantes :

$$\begin{aligned} p(|-1\rangle) &= (1-p)^2 \\ p(|0\rangle) &= 2p(1-p) \\ p(|1\rangle) &= p^2 \end{aligned} \tag{4.11}$$

où $p(|i\rangle)$ est la probabilité qu'un atome initialement dans le niveau piégeant $|-1\rangle$ se retrouve après son passage dans la zone d'anti-croisement dans le sous-niveau

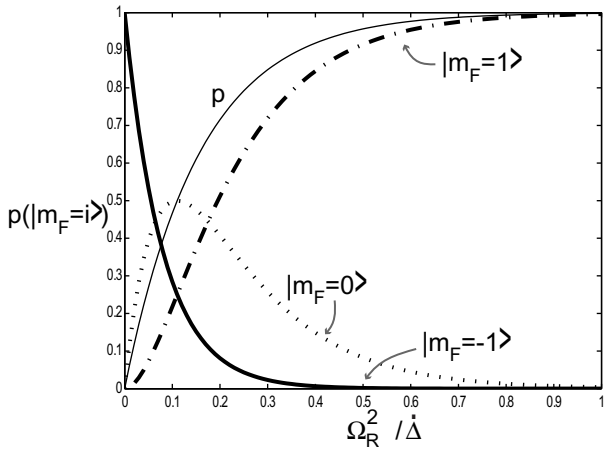


FIG. 4.2 – *Probabilité pour qu'un atome initialement dans le niveau piégeant* $|-1\rangle$ *se retrouve après son passage dans la zone d'anti-croisement dans le sous-niveau* $|i\rangle$ *en fonction de* $\Omega_{\mathrm{R}}^2/\dot{\Delta}$ *où* Ω_R^2 *est proportionnel à l'intensité radio-fréquence rayonnée sur les atomes et* $\dot{\Delta}$ *est proportionnel à la vitesse des atomes. Courbe en trait continu :* $i = -1$ *; courbe en trait pointillé :* $i = 0$ *; courbe en trait tirets :* $i = +1$*. La courbe en trait continu plus fin représente la probabilité de transition pour un système à 2 niveaux.*

$|i\rangle$ (Fig. 4.2). On constate que le suivi adiabatique du champ n'est possible que si :

$$\Omega_R^2 \gtrsim \dot{\Delta} \tag{4.12}$$

ce qui nous fixe une limite inférieure à l'intensité de la radio-fréquence que l'on doit appliquer sur les atomes. D'autre part, on constate, que pour un système à plusieurs niveaux, il faut plus de puissance radio-fréquence, toutes choses étant égales par ailleurs, pour mettre les atomes dans l'état anti-piégeant que pour un système à deux niveaux puisqu'en fait, l'atome subit deux transitions consécutives $|m_F = -1\rangle \rightarrow |m_F = 0\rangle$ et $|m_F = 0\rangle \rightarrow |m_F = 1\rangle$.

4.1.2 Montage de la radio-fréquence

On utilise les bobines MOT en configuration Helmholtz[1] pour faire rayonner le champ radio-fréquence. Le montage utilisé est présenté sur la figure (4.3). La base de ce montage est le circuit électronique permettant de positionner le MOT (voir Fig. 3.15). Sur cette base, un filtre coupe-bande (1 MHz-1 GHz) a été ajouté pour, d'une part, forcer la radio-fréquence à circuler en configuration Helmholtz dans les bobines MOT et d'autre part, l'isoler de l'alimentation stabilisée en

[1]Comme au chapitre 3, nous utilisons ici le terme de configuration Helmholtz de façon abusive. On veut juste signifier que le courant qui génère le champ magnétique radio-fréquence circule dans le même sens pour les deux bobines.

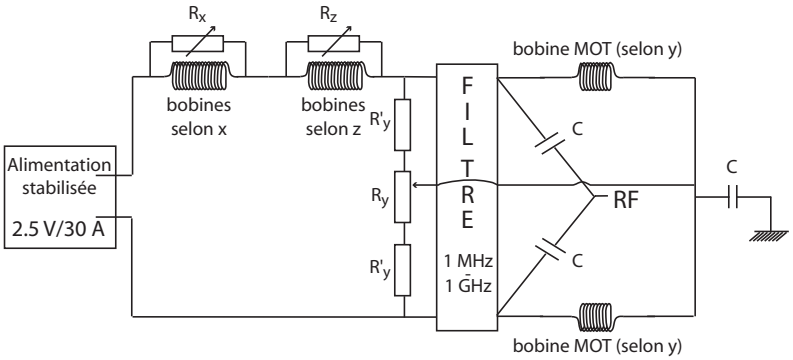


FIG. 4.3 – *Montage du circuit radio-fréquence sur le circuit du PMO. Le filtre coupe les signaux de fréquence comprise entre 1 MHz et 1 GHz.*

courant continu. De même, pour éviter que le courant continu ne puisse circuler en configuration Helmholtz, des capacités ont été ajoutées au circuit.

Avec ce dispositif, le champ radio-fréquence rayonné sur les atomes est dirigé selon la verticale. Il est donc toujours perpendiculaire au champ de piégeage créé par les bobines du dipôle [Fig. 4.4(b)]. Sur un rayon d'environ 60 μm du centre du piège, le champ de biais prédomine sur le gradient de champ magnétique quadrupolaire (celui-ci vaut 830 G/cm à comparer au 5 Gauss de biais) et la radio-fréquence est alors appliquée perpendiculairement au champ de piégeage. L'évaporation peut se dérouler dans les trois directions de l'espace. Par contre, au delà de 60 μm, le champ quadrupolaire devient prédominant et selon un axe, on a alors le champ radio-fréquence et le champ de piégeage parallèles l'un de l'autre [Fig. 4.4(a)], l'évaporation ne se produit alors plus que selon deux directions.

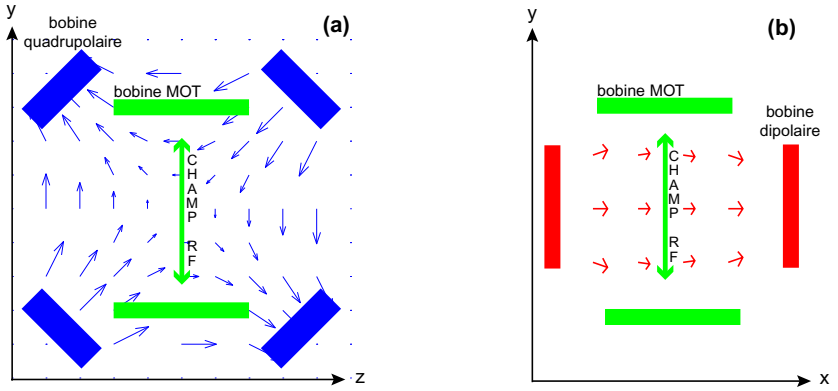


FIG. 4.4 – *Comparaison entre les directions d'application des champs magnétiques de piégeage et du signal radio-fréquence (a) dans le plan du quadrupôle (on ne considère que le champ de piégeage quadrupolaire) (b) selon l'axe du dipôle (on ne considère que le champ de piégeage dipolaire).*

4.2 Efficacité de l'évaporation

Le but du processus d'évaporation est d'accroître le paramètre de dégénérescence $\mathcal{D}$. Ce paramètre présente la dépendance en nombre d'atomes et en température suivante :

$$\mathcal{D} \propto N\,T^{-(3/2+\delta)} \tag{4.13}$$

Rappelons que δ dépend de la forme du piège et que, dans notre cas, le piège est harmonique pour des températures inférieures à 150 μK auquel cas δ vaut 3/2, et semi-linéaire pour des températures supérieures auquel cas δ vaut 5/2 [voir Eq. (3.29) pour la définition de δ et Eq. (1.2) pour la définition de la température caractéristique de changement de forme du piège]. L'évaporation conduisant à une diminution de la température au détriment du nombre d'atomes piégés N (on élimine les particules les plus chaudes pour diminuer la température globale des atomes piégés), on a des variations qui vont en sens contraire pour le paramètre de dégénérescence. Il existe donc une condition à remplir pour que le processus d'évaporation soit efficace et que la perte en nombre d'atomes soit plus que compensée par l'abaissement de température. C'est cette condition que nous cherchons à déterminer dans ce paragraphe.

La seule variable physique ajustable par l'expérimentateur, une fois le piège magnétique fixé, est la hauteur de troncature en énergie du piège ϵ_{T} que nous écrirons aussi sous la forme $\epsilon_{\mathrm{T}} = \eta k_B T$. Chaque particule qui s'échappe du piège emporte une énergie au moins égale à ϵ_{T} que nous noterons de même sous la forme $(\eta + \kappa)k_B T$ avec $\kappa > 0$. On constate que plus l'énergie de troncature est choisie élevée, plus l'énergie emportée par une particule s'échappant du piège est grande et plus le processus semble être efficace. Cependant, considérons le cas idéal suivant : on choisit ϵ_{T} égal à l'énergie totale des atomes piégés, il suffit alors d'attendre qu'un atome acquière spontanément cette énergie et soit expulsé du piège pour arriver à température nulle, mais ceci correspondrait à un temps de l'ordre de 10^{10} fois l'âge de l'univers, ce qui est bien supérieur au 80 secondes de durée de vie des atomes dans le piège ! Cet exemple sert à montrer de façon flagrante qu'on a une contrainte supplémentaire pour le système liée à la durée de vie finie des atomes dans le piège. Pour connaître quelle valeur donner à l'énergie de troncature ϵ_{T}, il faut donc étudier la dynamique de l'évaporation.

4.2.1 Dynamique d'évaporation et évaporation forcée

Pour connaître le nombre d'atomes évaporés par unité de temps, $\dot{N}_{\mathrm{ev}}$, il faut calculer le flux d'atomes atteignant une énergie supérieure à ϵ_{T} suite aux collisions élastiques entre atomes. Ce flux correspond à :

$$\dot{N}_{\mathrm{evap}} = \int_{\epsilon_{\mathrm{T}}}^{\infty} \rho(E)\dot{f}(E)dE \tag{4.14}$$

Il peut être obtenu à l'aide de l'équation cinétique de Boltzmann qui décrit la variation temporelle de la fonction de distribution dont l'évolution est déterminée par le mouvement des particules et par les collisions élastiques binaires entre particules. On se place dans toute cette étude au-dessus du seuil de la transition de Bose-Einstein, le terme de champ moyen est donc négligeable devant le terme de pression cinétique (deuxième terme de l'égalité centrale ci-dessous) et le terme de confinement (troisième terme de l'égalité centrale). L'équation de Boltzmann s'écrit donc :

$$\frac{df(\mathbf{r},\mathbf{p},t)}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{M}\cdot\boldsymbol{\nabla}_{\mathbf{r}} f - \boldsymbol{\nabla}_{\mathbf{r}} U(\mathbf{r})\cdot\boldsymbol{\nabla}_{\mathbf{p}} f = I_{\text{coll}}(\mathbf{r},\mathbf{p}) \tag{4.15}$$

où $f(\mathbf{r},\mathbf{p},t)$ est la fonction de partition et $I_{\text{coll}}(\mathbf{r},\mathbf{p})$ l'intégrale de collisions :

$$I_{\text{coll}}(\mathbf{r},\mathbf{p}_4) = \frac{4\pi^2}{\hbar^3 M}\iint d\mathbf{p}_1\, d\mathbf{p}_2\,[f(\mathbf{r},\mathbf{p}_1)f(\mathbf{r},\mathbf{p}_2) - f(\mathbf{r},\mathbf{p}_3)f(\mathbf{r},\mathbf{p}_4)] \tag{4.16}$$

$\mathbf{p}_3$ et $\mathbf{p}_4$ sont les impulsions de deux particules après collision et $\mathbf{p}_1$ et $\mathbf{p}_2$ sont les impulsions avant collision. Les collisions considérées sont élastiques et on a donc $\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2=\mathbf{p}_3+\mathbf{p}_4$. En multipliant chaque membre de l'équation (4.16) par $d^3r d^3p_4/h^3$, on constate que le premier terme sous l'intégrale de l'équation (4.15) correspond au nombre de particules entrant dans le volume $d^3r d^3p_4$ par unité de temps sous l'effet des collisions et le second terme au nombre de particules sortant du volume $d^3r d^3p_4$ par unité de temps [76].

On suppose ici que $f(\mathbf{r},\mathbf{v})$ ne dépend que de l'énergie $E=\frac{p^2}{2M}+U(r)$ des particules et que le mouvement des particules est suffisamment ergodique pour que la probabilité de trouver la particule aux points $(\mathbf{r},\mathbf{p})$ correspondant à une énergie E donnée soit uniforme. Dans ce cas, on peut montrer que, pour des collisions dans l'onde s (σ isotrope et indépendant de l'énergie), l'équation (4.15) peut se réécrire sous la forme [76] :

$$\rho(\epsilon_4)\dot{f}(\epsilon_4) = \frac{8\pi M\sigma}{h^3}\iiint d\epsilon_1 d\epsilon_2 d\epsilon_3\,\delta(\epsilon_1+\epsilon_2-\epsilon_3-\epsilon_4)\,[f(\epsilon_1)f(\epsilon_2)-f(\epsilon_3)f(\epsilon_4)]\,\rho(\epsilon_{\min}) \tag{4.17}$$

où ϵ_3 et ϵ_4 sont les énergies des deux particules après collision, ϵ_1 et ϵ_2 étant les énergies de ces particules avant collision, $\epsilon_{\min}$ est la plus petite de ces quatre énergies [Fig .4.5(a)]. En combinant les équations (4.17) et (4.14), on trouve que la variation d'atomes piégés due au processus d'évaporation est :

$$\dot{N}_{\text{evap}} = -\frac{M}{\pi^2\hbar^3}\int_{\epsilon_{\text{T}}}^{\infty} d\epsilon_4 \int_0^{\epsilon_{\text{T}}} d\epsilon_3 \int_{\epsilon_3}^{\epsilon_{\text{T}}} d\epsilon_2 \int_{\epsilon_{\text{T}}+\epsilon_3-\epsilon_2}^{\epsilon_{\text{T}}} d\epsilon_1 \delta(\epsilon_1+\epsilon_2-\epsilon_3-\epsilon_4) f(\epsilon_1)f(\epsilon_2)\rho(\epsilon_3) \tag{4.18}$$

$f(\epsilon_4)$ est nul puisque $\epsilon_4 > \epsilon_{\text{T}}$ [voir Fig .4.5(b)]. En prenant pour fonction de

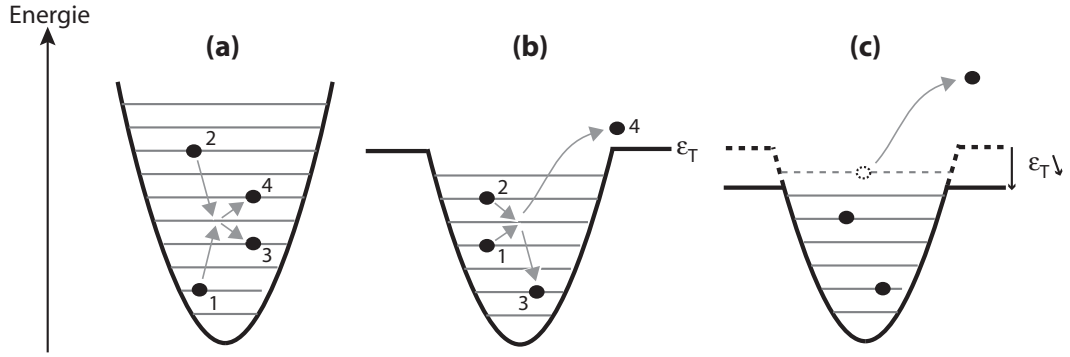


FIG. 4.5 – *(a) Collisions élastiques entre deux particules d'énergies initiales ϵ_1 et ϵ_2 et finales ϵ_3 et ϵ_4. (b) Le piège magnétique est tronqué à une énergie ϵ_{T} et on a représenté le processus d'évaporation associé aux collisions élastiques entre atomes. (c) Le piège magnétique est tronqué avec une énergie ϵ_{T} décroissante dans le temps et on a représenté le processus d'évaporation associé à un déversement.*

partition la fonction de Boltzmann tronquée à l'énergie ϵ_{T}[2] :

$$f(E) = z\, e^{-\frac{E}{k_B T}}\, \mathcal{H}(\epsilon_{\mathrm{T}} - E) = n_0 \lambda_{\mathrm{dB}}^3\, e^{-\frac{E}{k_B T}}\, \mathcal{H}(\epsilon_{\mathrm{T}} - E) \tag{4.19}$$

où $\mathcal{H}$ est la fonction d'Heaviside, on obtient :

$$\dot{N}_{\mathrm{evap}} \equiv -\frac{N}{\tau_{\mathrm{evap}}} = -n_{0_{\mathrm{T}}} \sigma \bar{v}\, e^{-\eta}\, \frac{V_{\mathrm{evap}}}{V_{\mathrm{T}}} N \tag{4.20}$$

avec

$$\begin{aligned} n_{0_{\mathrm{T}}} &= \frac{1}{\lambda_{\mathrm{dB}}^3} \frac{N}{\int_0^{\epsilon_{\mathrm{T}}} \rho(E) e^{-\frac{E}{k_B T}} dE} \\ V_{\mathrm{T}} &= N/n_{0_{\mathrm{T}}} \\ V_{\mathrm{evap}} &= \frac{\lambda_{\mathrm{dB}}^3}{k_B T} \int_0^{\epsilon_{\mathrm{T}}} \rho(E) \left[(\epsilon_{\mathrm{T}} - E - k_B T) e^{-\frac{E}{k_B T}} + k_B T e^{-\frac{\epsilon_{\mathrm{T}}}{k_B T}} \right] dE \end{aligned}$$

$n_{0_{\mathrm{T}}}$ et V_{T} représentent respectivement la densité et le volume effectif associés à la distribution tronquée et V_{evap} le volume effectif associé aux collisions élastiques qui entraînent une évaporation. Le taux d'évaporation $1/\tau_{\mathrm{evap}}$ peut être facilement interprété à partir de l'équation (4.20) comme le produit du taux de collisions élastiques, $n_{0_{\mathrm{T}}} \sigma \bar{v}$, par la probabilité qu'une collision élastique conduise à un atome possédant une énergie supérieure à ϵ_{T}, $e^{-\eta} \frac{v_{\mathrm{ev}}}{V_e}$.

[2]Des calculs numériques ont démontré que la fonction de partition obtenue en résolvant l'équation (4.17) avec la condition suivante : $f(E) = 0$ si $E > \epsilon_{\mathrm{T}}$ était très proche d'une distribution de Boltzmann tronquée à l'énergie ϵ_{T}, voir [87].

Pour des valeurs de η élevées ($\eta \gg 1$), on peut montrer que le rapport des volumes $V_{\text{evap}}/V_{\text{T}}$ varie linéairement en η [76] :

$$\dot{N}_{\text{evap}} \equiv -\frac{N}{\tau_{\text{evap}}}\frac{2}{\pi}\eta\exp(-\eta) \tag{4.21}$$

La décroissance exponentielle en η devient donc prédominante quand η croît. Dans ces conditions, pour une énergie de troncature ϵ_{T} donnée, le taux d'évaporation chute au cours de l'évaporation (T diminue $\Rightarrow \eta$ augmente) et le processus est de moins en moins efficace. Pour conserver l'efficacité de l'évaporation, il faut donc diminuer progressivement la hauteur ϵ_{T} de troncature du piège durant le temps de l'évaporation, autrement dit diminuer progressivement la fréquence du signal radio-fréquence rayonné sur les atomes. On est alors dans un régime qualifié d'*évaporation radio-fréquence forcée*. Une solution pour se trouver dans ce régime est de garder la valeur de η constante tout au long de l'évaporation.

4.2.2 Condition sur l'énergie de troncature

On cherche à savoir à quelle énergie tronquer le piège pour initier une évaporation efficace sans se soucier pour le moment de maintenir cette efficacité.

Maintenant que nous connaissons le taux de particules évaporées en fonction de ϵ_{T}, évaluons à quelle baisse de température celui-ci correspond. Les dN_{evap} particules échappées du piège emportent une énergie égale à $(\eta+\kappa)k_BT$. La variation de l'énergie pour les $N - dN_{\text{evap}}$ particules restantes vaut donc :

$$dE = -dN_{\text{evap}}[(\eta+\kappa)k_BT - (3/2+\delta)k_BT] \tag{4.22}$$

où $(3/2+\delta)k_BT$ est l'énergie moyenne par particule. La conservation de l'énergie pour ces particules restantes impose après rethermalisation :

$$(N - dN_{\text{evap}})(3/2+\delta)k_BT - dE = (N - dN_{\text{evap}})(3/2+\delta)k_B(T+dT)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dT}{T} = \alpha\frac{dN_{\text{evap}}}{N} \qquad \text{avec} \quad \alpha = \frac{\eta+\kappa}{3/2+\delta} - 1 \tag{4.23}$$

Des équations (4.20) et (4.23), on en déduit la variation temporelle relative du paramètre de dégénérescence :

$$\begin{aligned}\frac{\dot{\mathcal{D}}}{\mathcal{D}} &= \frac{\dot{N}}{N} - (\delta+3/2)\frac{\dot{T}}{T} \\ &= -\frac{1}{\tau_{\text{evap}}} - \frac{1}{\tau} + (\delta+3/2)\frac{\alpha}{\tau_{\text{evap}}}\end{aligned} \tag{4.24}$$

où τ est la durée de vie du piège. α et τ_{evap} ont été définis respectivement dans les équations (4.23) et (4.20). La condition pour que le paramètre de dégénérescence augmente au cours de l'évaporation est donc la suivante :

$$\frac{\dot{\mathcal{D}}}{\mathcal{D}} > 0 \quad \overset{\eta \gg 1}{\Rightarrow} \quad (\delta + 3/2)\alpha - 1 - \frac{1}{\gamma_0 \tau}\frac{\pi}{2}\frac{e^\eta}{\eta} > 0 \tag{4.25}$$

La donnée du taux de collisions γ_0 multipliée par la durée de vie τ des atomes piégés (voir chapitre 3) impose une certaine gamme de valeurs de η pour permettre au processus d'évaporation d'être efficace.

Pour un piège harmonique les valeurs que peut prendre η au cours de l'évaporation en fonction de $\gamma_0\tau$ sont représentées sur la figure (4.6). Pour des valeurs typiques de durée de vie (τ de l'ordre de la minute) et de taux de collisions (γ_0 de l'ordre d'une dizaine de collisions par seconde), si η est inférieur à ~ 3 ou supérieur à ~ 10, le processus d'évaporation sera entravé. En effet, si η est pris trop faible, la température diminue fortement mais au détriment d'un trop grand nombre de particules échappées du piège et si η est pris trop fort, le taux d'atomes évaporés n'est pas suffisant pour contrer le taux d'atomes perdus par le piège.

4.2.3 Régime d'emballement

Comme vu ci-dessus, deux grandeurs interviennent dans la dynamique d'évaporation : η et $\gamma_0 = n_0\sigma\bar{v}$ le taux de collisions élastiques au centre du piège. A énergie de troncature donnée, on a vu que η augmentait au cours de l'évaporation puisque la température des atomes piégés diminuait. Le sens de variation des collisions élastiques, quant à lui, n'est pas immédiat : on peut en effet trouver un régime où la diminution de la vitesse moyenne $\bar{v}$ résultant de la diminution de température est contrebalancée par l'augmentation locale de la densité. Le taux de collisions augmente alors et l'évaporation se produit de plus en plus vite. Ceci est possible parce que nous utilisons des pièges inhomogènes : le nuage en se refroidissant se concentre au fond du piège et ceci peut accroître la densité malgré la diminution du nombre d'atomes qui accompagne ce refroidissement.

Ce régime est appelé *régime d'emballement* (Fig. 4.6). Pour trouver sous quelle condition ce régime est atteint, écrivons la variation temporelle relative du taux de collisions :

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma/dt}{\gamma} &= \frac{dN}{N} - (\delta - 1/2)\frac{dT}{T} \\ &= -\frac{1}{\tau_{\text{evap}}} - \frac{1}{\tau} + (\delta - 1/2)\frac{\alpha}{\tau_{\text{evap}}} \end{aligned} \tag{4.26}$$

Le taux de collisions augmentera donc durant l'évaporation si :

$$\frac{d\gamma/dt}{\gamma} > 0 \quad \overset{\eta \gg 1}{\Rightarrow} \quad (\delta - 1/2)\alpha - 1 - \frac{1}{\gamma_0 \tau}\frac{\pi}{2}\frac{e^\eta}{\eta} > 0 \tag{4.27}$$

Dans le cas d'un piège harmonique, la condition minimale exigée pour le taux de collisions élastique pour atteindre le régime d'emballement est : $\gamma_0\tau_{\text{inel}} > 310$ (ceci est déterminé en prenant $\kappa = 1$, voir Eq. 4.23). On retrouve ici la condition énoncée au chapitre 3 qui avait motivé la phase de compression du piège magnétique (voir section 3.5).

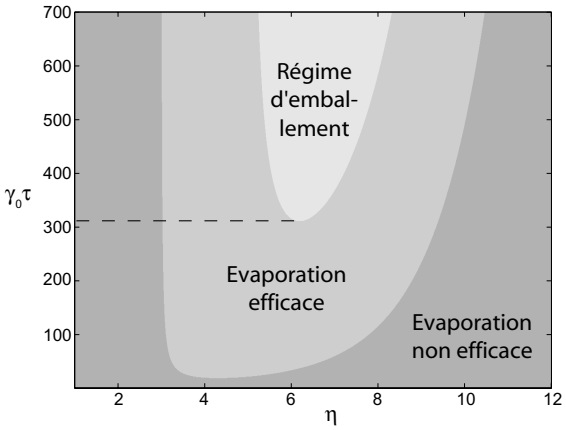


FIG. 4.6 – *Les différents régimes d'évaporation suivant la hauteur de troncature en énergie du piège et le produit du taux de collisions élastiques par la durée de vie du piège.*

Remarque :

Dans le cas d'un piège semi-linéaire, la valeur minimale de η pour laquelle l'évaporation est efficace est déplacée vers de plus grandes valeurs que dans le cas du piège harmonique ($\eta \sim 4$) mais surtout, le régime d'emballement apparaît pour des valeurs de $\gamma_0\tau$ plus faibles, la borne inférieure vaut environ 200 au lieu de 310. En effet, à taille de nuage identique, lorsque la température diminue, le piège est plus comprimé dans un piège semi-linéaire que dans un piège harmonique.

4.3 Dynamique complète d'évaporation

Dans la section précédente, on a déterminé une condition sur η pour initier une évaporation efficace. On a vu aussi que pour maintenir l'efficacité dans le temps, il fallait se placer en régime d'évaporation forcée, c'est-à-dire effectuer une rampe sur l'énergie de troncature, en gardant η constant par exemple. La dynamique de cette rampe de même que la variation de l'énergie moyenne dans le temps vont influer sur la dynamique complète d'évaporation et c'est de ces deux effets que nous allons traiter dans ce paragraphe. Les résultats obtenus à la section précédente présentent l'avantage d'être des expressions analytiques

simples de l'efficacité d'évaporation en fonction des deux paramètres η et $\gamma_0\tau$ et nous verrons qu'ils restent pertinents pour une première approche du processus d'évaporation, les effets résultants des variations temporelles de l'énergie de troncature et de l'énergie moyenne n'apportant qu'une correction légère mais toutefois significative.

La modélisation de la dynamique complète de l'évaporation avait déjà été élaborée au sein du laboratoire [79]. Le programme correspondant donne l'évolution du nombre d'atomes, de la température et du taux de collisions au cours de l'évaporation, la rampe d'évaporation, les caractéristiques du piège (courbure, gradient et biais) et les conditions initiales en nombre d'atomes et en température étant entrées par l'utilisateur. Il s'appuie sur le système à 3 équations suivant dont les paramètres ξ, c et χ_{evap} seront explicités par la suite :

$$\begin{aligned}
&\text{(a)} \quad \frac{\dot{N}}{N} = -\frac{1}{\tau_{\text{evap}}} - \frac{1}{\tau_{\text{inel}}} + \xi\frac{\dot{\epsilon_{\text{T}}}}{\epsilon_{\text{T}}} \\
&\text{(b)} \quad \frac{\dot{E}}{E} = \frac{\dot{N}}{N} + \left(1 - \frac{\eta}{c}\frac{dc}{d\eta}\right)\frac{\dot{T}}{T} + \frac{\eta}{c}\frac{dc}{d\eta}\frac{\dot{\epsilon_{\text{T}}}}{\epsilon_{\text{T}}} \\
&\text{(c)} \quad \frac{\dot{T}}{T} = \frac{1}{1 - \frac{\eta}{c}\frac{dc}{d\eta}}\left[-\frac{1}{\tau_{\text{evap}}}\frac{\eta + \left(1 - \frac{\chi_{\text{evap}}}{V_{\text{evap}}}\right) - c}{c} + \frac{\dot{\epsilon_{\text{T}}}}{\epsilon_{\text{T}}}\left(\frac{\eta - c}{c}\xi - \frac{\eta}{c}\frac{dc}{d\eta}\right)\right]
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Rappelons, pour comparaison, que dans la section précédente, nous étions arrivés au système suivant :

$$\begin{aligned}
&\text{(a)} \quad \frac{\dot{N}}{N} = -\frac{1}{\tau_{\text{evap}}} - \frac{1}{\tau_{\text{inel}}} \\
&\text{(b)} \quad \frac{\dot{T}}{T} = \left(\frac{\eta + \kappa}{3/2 + \delta} - 1\right)\frac{\dot{N}}{N}
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Variation temporelle du nombre d'atomes

Les deux premiers termes de l'équation [4.28(a)] sont identiques à ceux de l'équation [4.29(a)]. Ils correspondent respectivement aux pertes par évaporation basées sur les collisions élastiques dans le nuage et aux pertes inélastiques du piège. En ce qui concerne ces dernières, dans le programme, on prend en compte les pertes par collision avec le gaz résiduel et les pertes à trois corps, on ne tient pas compte du phénomène de relaxation dipolaire qui se trouve être négligeable devant les deux autres.

En baissant le couteau radio-fréquence, on induit des pertes d'un nouveau type correspondant à des pertes par déversement [voir Fig. 4.5(c)] : les particules se trouvant dans les états correspondant à l'énergie de troncature ϵ_{T} de la

distribution de Boltzmann s'échappent du piège (sans l'aide de collisions élastiques). La variation temporelle en nombre d'atomes due à ces pertes est donc proportionnelle à la variation temporelle de l'énergie de troncature :

$$\dot{N}_{\mathrm{dev}} = \rho(\epsilon_{\mathrm{T}}) f(\epsilon_{\mathrm{T}}) \dot{\epsilon}_{\mathrm{T}} \tag{4.30}$$

Ce qui donne la variation temporelle relative suivante :

$$\frac{\dot{N}_{\mathrm{dev}}}{N} = \xi \, \frac{\dot{\epsilon}_{\mathrm{T}}}{\epsilon_{\mathrm{T}}} \qquad \text{avec} \quad \xi = \rho(\epsilon_{\mathrm{T}}) \frac{\lambda_{\mathrm{dB}}^3 e^{-\eta}}{V_{\mathrm{T}}} \epsilon_{\mathrm{T}} \tag{4.31}$$

On retrouve ici le troisième terme de l'équation [4.28(a)]. Contrairement aux pertes par évaporation, ces pertes sont peu importantes dans notre cas car on est dans un régime où la rampe sur l'énergie de troncature du piège est appliquée de façon quasi-statique [88].

Variation temporelle de l'énergie

On peut écrire l'énergie des atomes piégés sous la forme :

$$E(N, T, \eta) = N c k_B T \tag{4.32}$$

où c représente le coefficient donnant l'énergie moyenne par atome en unité de $k_B T$. Ce coefficient ne dépend que des paramètres η et δ. Il est déterminé à partir de la fonction de partition de Boltzmann tronquée :

$$E = n_0 \lambda_{dB}^3 \int_0^\infty E \, e^{-\frac{E}{k_B T}} \, \mathcal{H}(\epsilon_{\mathrm{T}} - E) dE = N c k_B T \tag{4.33}$$

En faisant tendre l'énergie de troncature à l'infini, on retrouve l'expression utilisée dans l'équation (4.22) : $c = (3/2 + \delta) k_B T$. De l'équation (4.32) et en utilisant le fait que $\eta = \epsilon_{\mathrm{T}} / k_B T$, on peut déduire la variation relative temporelle de l'énergie :

$$\frac{\dot{E}}{E} = \frac{\dot{N}}{N} + \frac{\dot{T}}{T} + \frac{\dot{c}}{c} \tag{4.34}$$

avec

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{\eta}}{c} \frac{dc}{d\eta} = \frac{\eta}{c} \frac{dc}{d\eta} \left(\frac{\dot{\epsilon_{\mathrm{T}}}}{\epsilon_{\mathrm{T}}} - \frac{\dot{T}}{T} \right)$$

On retrouve alors l'équation [4.28(b)].

Variation temporelle de la température

La variation temporelle relative pour l'énergie de troncature du piège ($\dot{\epsilon_{\mathrm{T}}}/\epsilon_{\mathrm{T}}$) est connue puisqu'elle est fixée par l'expérimentateur. Pour résoudre la variation temporelle en température, il faut une équation supplémentaire par rapport aux

équations [4.28(a)] et [4.28(b)] donnant la variation en énergie. On l'obtient en écrivant la variation temporelle en énergie autrement :

$$\dot{E} = \dot{E}_{\text{evap}} + \dot{E}_{\text{inel}} + \dot{E}_{\text{dev}} \tag{4.35}$$

où $\dot{E}_{\text{evap}}$ est la variation temporelle d'énergie due au processus d'évaporation, $\dot{E}_{\text{inel}}$ est la variation temporelle d'énergie résultant des pertes du piège et $\dot{E}_{\text{dev}}$ est la variation temporelle d'énergie due au processus de déversement. Evaluons chacune des contributions.

– Pour le processus d'évaporation, la variation d'énergie vaut (voir Eq. 4.14) :

$$\dot{E}_{\text{evap}} = \int_{\epsilon_{\text{T}}}^{\infty} E\rho(E)\dot{f}(E)dE \tag{4.36}$$

En utilisant les équations (4.17) et (4.32), on obtient :

$$\frac{\dot{E}_{\text{evap}}}{E} = -\frac{1}{\tau_{\text{evap}}}\frac{\eta+\kappa}{c} \tag{4.37}$$

avec :

$$\kappa = 1 - \frac{\chi_{\text{ev}}}{V_{\text{ev}}} \tag{4.38}$$

où l'on a introduit un nouveau volume :

$$\chi_{\text{evap}} = \frac{\lambda_{\text{dB}}^3}{k_B T}\int_0^{\epsilon_{\text{T}}} \rho(E)\left[k_B T e^{-\frac{E}{k_B T}} - (\epsilon_{\text{T}} - E + k_B T)e^{-\frac{\epsilon_{\text{T}}}{k_B T}}\right]dE \tag{4.39}$$

Le paramètre κ correspond au surplus d'énergie par rapport à l'énergie moyenne emporté par la particule évaporée. Rappelons qu'il avait été phénoménologiquement introduit dans l'équation 4.22 de la section précédente.

– Pour les pertes du piège, on a[3] :

$$\dot{E}_{\text{inel}} = \dot{N}_{\text{inel}}\, c k_B T \quad \Rightarrow \quad \frac{\dot{E}_{\text{inel}}}{E} = -\frac{1}{\tau_{\text{inel}}} \tag{4.40}$$

– Pour le processus de déversement, on a :

$$\dot{E}_{\text{dev}} = \epsilon_{\text{T}}\dot{N}_{\text{dev}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\dot{E}_{\text{dev}}}{E} = \xi\,\frac{\eta}{c}\,\frac{\dot{\epsilon_{\text{T}}}}{\epsilon_{\text{T}}} \tag{4.41}$$

Des équations [4.28(a)], [4.28(b)] et (4.35), on déduit la dernière équation du système, l'équation [4.28(c)].

Avec le système (4.28), il est possible de déterminer numériquement les variations temporelles du nombre d'atomes et de la température au cours de l'évaporation et de les confronter à l'expérience. Cependant, avant de présenter les résultats expérimentaux, nous allons présenter comment les deux grandeurs physiques qui nous intéressent, nombre d'atomes et température, sont mesurées.

[3] On ne tient pas compte ici que les pertes à 3 corps ont lieu préférentiellement au centre du piège, là où la densité est la plus forte et que par conséquent, l'énergie emportée est inférieure à l'énergie moyenne.

4.4 Mesures des caractéristiques du nuage atomique

Pour obtenir des informations sur le nuage atomique, on utilise des diagnostics optiques. Une sonde lumineuse est donc envoyée sur les atomes (on la prendra dirigée selon l'axe x). La traversée du nuage produit une certaine absorption et un certain déphasage de la sonde dépendant de la densité du nuage atomique. Pour déterminer les quantités qui nous intéressent, nombre d'atomes et température, une seule des deux grandeurs, absorption ou déphasage, est suffisante. Pour remonter au coefficient d'absorption, on utilise un montage où l'on vient faire l'image de l'état de la sonde, placée proche de résonance vis-à-vis des atomes, à sa sortie du nuage sur une caméra CCD tandis que pour remonter au déphasage, on utilise des montages dits de contraste de phase [89] où la sonde est hors de résonance vis-à-vis des atomes. Le premier montage est le plus utilisé dans les expériences d'atomes froids et c'est celui que nous avons implémenté sur notre expérience.

D'autre part, les atomes peuvent être sondés *in situ* [Fig. 4.7(a)] ou lors de *temps de vol* (expansion balistique du nuage d'atomes suite à la coupure du piège) [Fig. 4.7(b)]. On préfère souvent la deuxième solution pour deux raisons. La première est que la section efficace d'absorption de la sonde par les atomes dépend du désaccord du laser par rapport à la transition atomique. Or, dans le piège les atomes selon leur position voient des désaccords différents (champ magnétique inhomogène), ce qui rend les données plus difficiles à traiter. La seconde est que la taille des pièges est très petite (quelques microns pour le condensat), elles sont donc comparable à la résolution des systèmes d'imagerie utilisés (voir plus loin) et on préfère donc faire l'image d'un objet plus gros afin d'avoir une meilleure résolution.

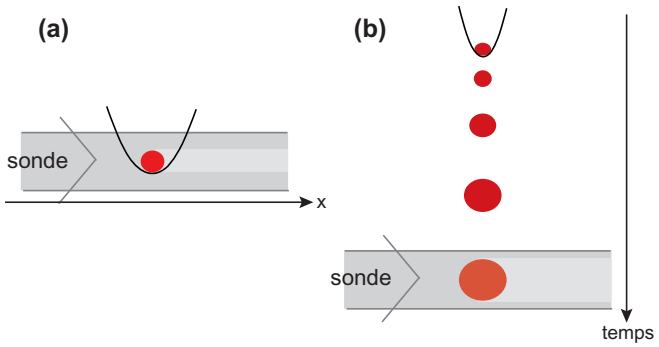


FIG. 4.7 – *(a) Imagerie du nuage atomique in situ. (b) Imagerie du nuage atomique après temps de vol.*

4.4.1 Mesure du nombre d'atomes par absorption

On cherche à partir de l'image d'absorption de la sonde à obtenir l'épaisseur optique du nuage atomique. Cette dernière est directement proportionnelle à la densité intégrée suivant l'axe de la sonde (encore appelé densité colonne) et nous verrons qu'on peut en extraire le nombre d'atomes. Elle sera notée $\tilde{\rho}$ dans la suite.

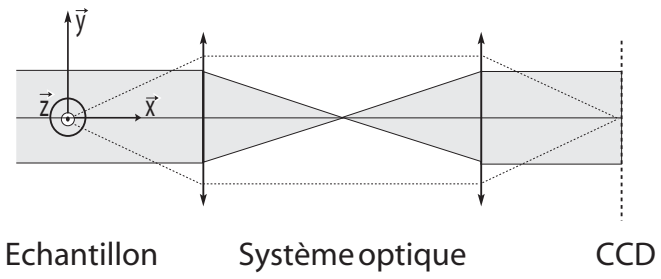


FIG. 4.8 – *montage du système d'imagerie optique.*

Détermination expérimentale de l'épaisseur optique

Le montage utilisé est présenté sur la figure (4.8). L'optique de ce système n'étant pas parfaite, une partie de l'intensité de la sonde est diffusée et on a, de plus, sur la caméra CCD un bruit de fond dû à la lumière parasite. On écrit donc le signal obtenu au niveau de la caméra (dont la position est conjuguée avec la position de sortie de l'échantillon atomique) sous la forme générale suivante [82] :

$$I(y,z) = I_0 \left[e^{-\tilde{\rho}(y,z)} + C_{\text{diff}}(y,z)\right] + I_{\text{bruit}}(y,z) \tag{4.42}$$

I_0 est l'intensité de la sonde incidente sur les atomes, $C_{\text{diff}}(y,z)$ le coefficient de diffusion prenant en compte l'intensité diffusée par l'optique arrivant sur la caméra et $I_{\text{bruit}}(y,z)$ est l'intensité de la lumière parasite qui constitue le bruit de fond. Pour extraire des signaux d'absorption l'épaisseur optique, on va donc prendre trois images (Fig. 4.9) :

– l'image de la sonde avec absorption par les atomes pour laquelle l'intensité sur la CCD vaut [Fig. 4.9(a)] :

$$I_1(y,z) = I_0 \left[e^{-\tilde{\rho}(y,z)} + C_{\text{diff}}(y,z)\right] + I_{\text{bruit}}(y,z) \tag{4.43}$$

– l'image de la sonde sans atomes donc sans absorption pour laquelle [Fig. 4.9(b)] :

$$I_2(y,z) = I_0[1 + C_{\text{diff}}(y,z)] + I_{\text{bruit}}(y,z) \tag{4.44}$$

– l'image du fond lumineux (pas de sonde, pas d'atomes) pour laquelle [Fig. 4.9(c)] :

$$I_3(y,z) = I_{\text{bruit}}(y,z) \tag{4.45}$$

Pour de faibles épaisseurs optiques et une faible diffusion ($C_{\text{diff}} \ll 1,\ e^{-\tilde{\rho}}$), l'épaisseur optique $\tilde{\rho}(xy,z)$ du nuage atomique est alors obtenue via l'opération suivante [Fig. 4.9(d)] :

$$\tilde{\rho}(y,z) \simeq -\ln\left[\frac{I_1(y,z) - I_3(y,z)}{I_2(y,z) - I_3(y,z)}\right] \tag{4.46}$$

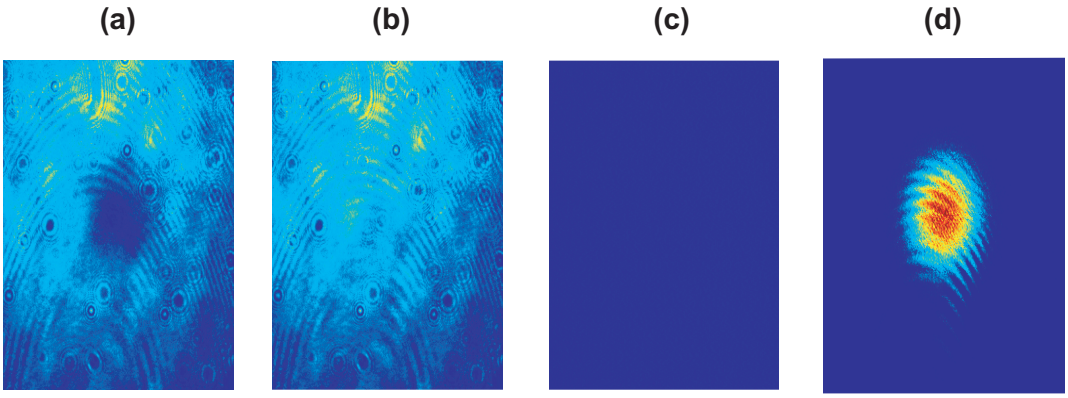


FIG. 4.9 – *Les quatre images sont prises avec la même échelle de niveaux de couleur. (a) Image de la sonde en présence des atomes. (b) Image de la sonde sans les atomes. (c) Image du fond lumineux sans atomes et sans sonde. (d) Reconstitution de l'épaisseur optique du nuage atomique à partir des 3 images. Les franges observées sont dues au système d'imagerie et non aux atomes.*

Extraction du nombre d'atomes

L'intensité absorbée par une tranche d'atomes dx vaut :

$$dI(x,y,z) = I(x,y,z)\, S_{\text{eff}}(\delta)\, n(x,y,z)dx \tag{4.47}$$

avec $S_{\text{eff}} = C\frac{3\lambda^2}{2\pi}\frac{1}{1+4\delta^2/\Gamma^2}$ la section efficace d'absorption de la lumière par les atomes pour une sonde non saturante, δ le désaccord de la sonde, C la moyenne des carrés des coefficients de Clebsch-Gordan de la transition pondérés par les populations des sous-niveaux magnétiques et n la densité du nuage atomique. En intégrant selon x, on trouve :

$$I(y,z) = I_0\, \exp(S_{\text{eff}}(\delta) \int n(x,y,z)dx) = I_0\, \exp(S_{\text{eff}}(\delta)\, n_{2\text{D}}(y,z)) \tag{4.48}$$

D'où l'expression suivante pour l'épaisseur optique du nuage atomique :

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}(y,z) &= S_{\text{eff}} n_{2\text{D}} \\ &= C \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{n_{2\text{D}}}{1+4\delta^2/\Gamma^2} \end{aligned} \tag{4.49}$$

Dans notre cas, la sonde est polarisée linéairement et comme on a plusieurs sous-niveaux Zeeman dans le fondamental, il faudrait connaître les populations des sous-niveaux pour quantifier C. On supposera que la coupure des champs magnétiques se fait de façon nette et qu'il n'a donc pas de direction privilégiée selon laquelle les populations des sous-niveaux s'orientent. On les prendra donc équipeuplés, ce qui donne alors $C = 0.47$. Remarquons que l'écart en probabilité pour les transitions π étant faible (Fig. 4.10), l'erreur commise sur la valeur de C n'est au maximum que de 30% (les valeurs extrêmes que peut prendre C sont 1/3 et 3/5).

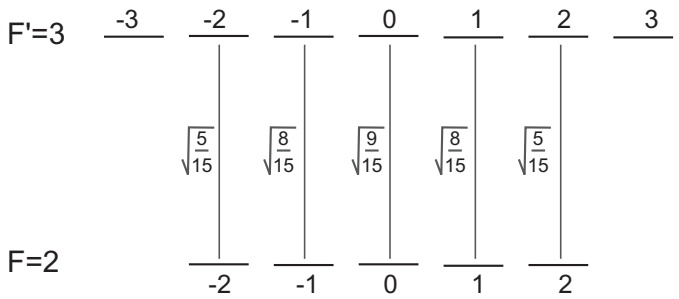


FIG. 4.10 – *Coefficients de Clebsch-Gordan des transitions π entre les sous-niveaux de $F = 2$ et les sous-niveaux de $F' = 3$.*

Après avoir effectué l'opération de soustraction du bruit et de division d'images (Eq. 4.46), le logarithme du signal obtenu donne une image correspondant à l'épaisseur optique [Fig. 4.9(d)] qu'on ajuste à partir d'une Gaussienne à deux dimensions (Fig. 4.11). Le nombre d'atomes est alors donné par l'intégration 2D de la Gaussienne divisée par la section efficace d'absorption. Ceci est valable pour des nuages thermiques, le cas du condensat est traité plus tard dans la section (4.5.3).

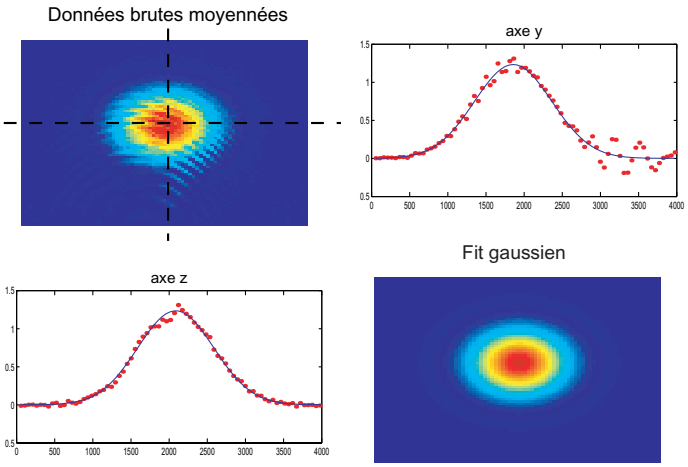


FIG. 4.11 – *Ajustement de la donnée brute de l'épaisseur optique du nuage atomique moyennée sur 2 pixels par une fonction Gaussienne.*

Caractéristiques de la caméra CCD

La caméra que nous utilisons est une caméra Pixelfly QE de la compagnie pco.imaging. La taille du pixel est de 6.45 μm $\times$ 6.45 μm, ce qui correspond à la résolution de notre système d'imagerie, le grandissement lié au transport d'image étant de 1. Sa taille est de 1390 $\times$ 1024 pixels soit 9×6 mm. Les niveaux de gris sont codés sur 12 bits (soit 4096 niveaux). Le niveau de saturation d'un pixel étant de 18000 électrons et le niveau de bruit de 12 électrons rms, on a environ 1500 niveaux de gris au-dessus du bruit utilisables. Pour utiliser au maximum la dynamique disponible, l'idéal est d'avoir une sonde juste saturante pour la caméra. L'épaisseur optique minimale mesurable est alors de $-\ln(1499/1500) = 6.10^{-4}$ et l'épaisseur optique maximale au-dessus du bruit de $-\ln(1/1500) = 7.3$. L'efficacité quantique[4], notée α, est pour la longueur d'onde considérée, 780 nm, de l'ordre de 5%. Enfin, son taux de balayage est de 20 MHz, ce qui donne un temps de lecture de 70 ms.

[4]Rapport entre le nombre de photons atteignant le pixel et le nombre d'électrons produits.

Conditions pour l'imagerie

– *Pulse repompeur*
Le faisceau sonde est créé à partir d'une diode sur réseau dont le principe de fonctionnement est le même que celui de la diode maître, décrit dans la section 2.2.2. Sa fréquence est ajustée sur la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ avec possibilité de la désaccorder sur quelques Γ. A l'issue du piège magnétique, les atomes sont dans l'état hyperfin $|F = 1\rangle$ et il est donc nécessaire d'envoyer une impulsion de laser repompeur (voir chap. 2) sur les atomes avant de prendre la série des trois images.

– *Intensité de la sonde*
Pour que l'intensité de la sonde ne sature pas les niveaux de gris de la caméra, il faut que celle-ci soit inférieure ou de l'ordre de :

$$\frac{18000}{\alpha}\frac{h\nu}{\mathcal{A}_{\text{pixel}}\tau_{\text{exp}}} = 0.4 \text{ mW/cm}^2 \tag{4.50}$$

$\mathcal{A}_{\text{pixel}}$ est la surface d'un pixel et τ_{exp} le temps d'exposition de la caméra (50 μs dans notre cas). Ceci correspond à une intensité peu saturante pour les atomes ($I_{\text{S}} = 1.6$ mW/cm^2).

– *Epaisseur optique*
L'épaisseur optique maximale doit être de 7.3, ce qui équivaut dans notre cas, à une densité d'atomes à deux dimensions valant 5.10^9 atomes/cm^2. Pour éviter d'avoir des épaisseurs optiques trop importantes, on a deux possibilités : soit on augmente le temps de vol, soit on désaccorde la sonde par rapport à la transition atomique[5] (voir Eq. 4.49). La courbe de résonance de la sonde sur les atomes en fonction du désaccord est présentée sur la figure (4.12).

Séquence temporelle

la séquence temporelle de la prise d'images est présentée sur la figure (4.13). La durée de l'impulsion repompeur est de 1 ms, celle des impulsions sonde de 50 μs. Le temps entre deux images successives doit être au minimum de 70 ms, nous avons choisi de le prendre égal à 500 ms.

[5]Rappelons que l'épaisseur optique obtenue est indépendante de la valeur de l'intensité choisie pour la sonde.

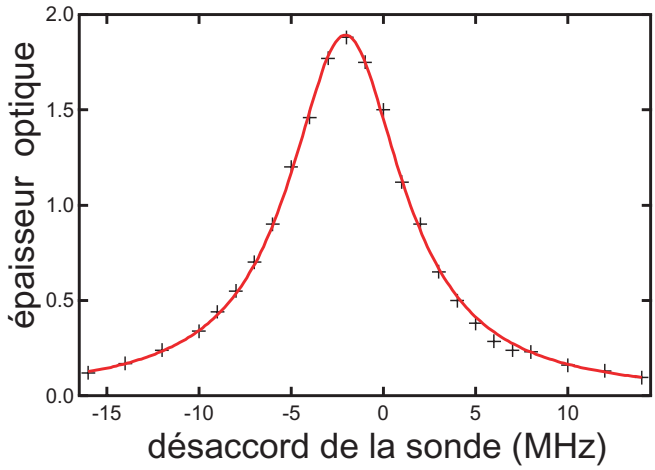


FIG. 4.12 – *Courbe de résonance de la sonde. les croix correspondent aux données expérimentales, la courbe en trait continu correspond à un ajustement lorentzien.*

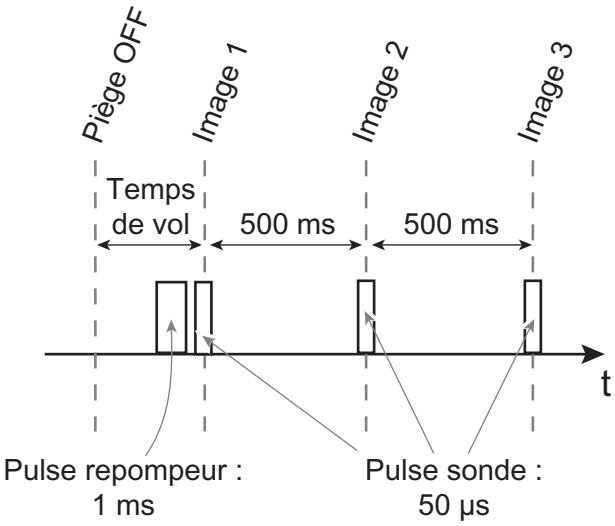


FIG. 4.13 – *Séquence temporelle de la prise d'images.*

4.4.2 Mesure de la température par temps de vol

De l'ajustement de l'image traitée par la Gaussienne, on tire aussi les tailles rms selon y et z du nuage d'atomes pour un temps de vol donné. L'étude de la taille du nuage en fonction du temps de vol donne accès à la température du nuage piégé quelque soit cette dernière (Fig. 4.14) (voir Eq. 1.50).

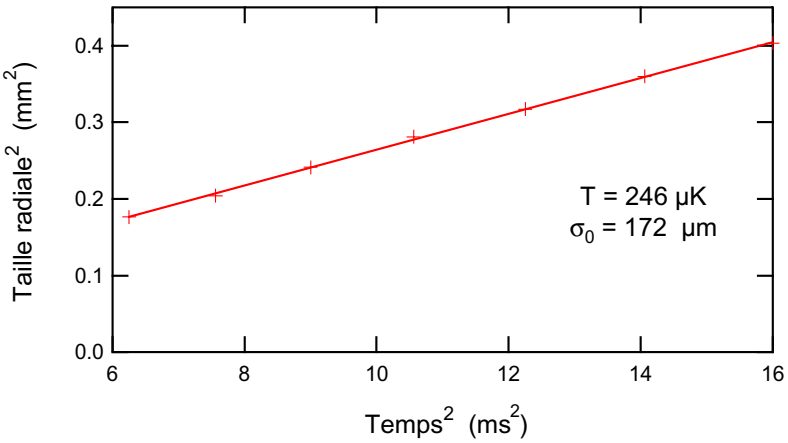


FIG. 4.14 – *Détermination de la température par technique de temps de vol : la taille du nuage atomique est mesurée pour différents temps de vol et, à partir de l'expansion du nuage, on remonte à sa température (T) et à sa taille dans le piège (σ_0).*

On peut néanmoins obtenir la température du nuage d'atomes à l'aide d'un seul temps de vol à condition que celle-ci soit supérieure à la température de condensation car dans ce cas, la taille initiale est facilement déterminée à l'aide de la distribution de Boltzmann (Fig. 4.15) :

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\int r^2 e^{-U(r)/k_B T} dr}{\int e^{-U(r)/k_B T} dr}} \tag{4.51}$$

et on a alors :

$$\langle r \rangle_{\text{rms}} = \sigma(t) = \sqrt{\sigma_0^2 + \frac{k_B T}{M} t^2} \tag{4.52}$$

où σ_0 correspond à la taille du nuage dans le piège (avant temps de vol) et t correspond au temps de vol.

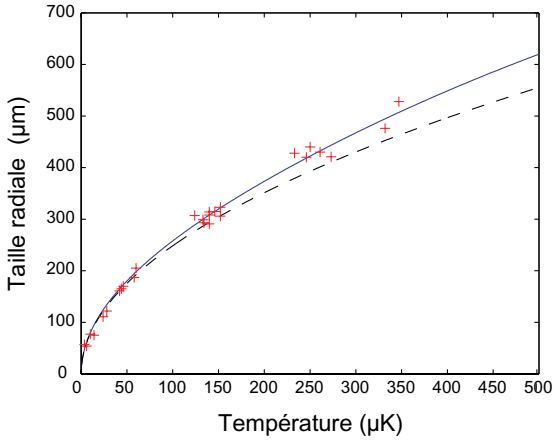


FIG. 4.15 – *La courbe en trait plein résulte du calcul de la taille radiale du nuage en fonction de sa température à partir de la distribution de Boltzmann en prenant comme potentiel la forme développée à l'ordre 2 (voir Eq. 3.6), la courbe en trait pointillé correspond au même calcul mais en faisant l'approximation harmonique pour la forme du potentiel (voir Eq. 3.7). Les croix correspondent aux données expérimentales prises par technique de temps de vol. Le temps de vol a été pris égal à 2.5 ms.*

4.4.3 Taux de collisions

Pour apprécier l'évolution de l'évaporation radio-fréquence, outre le nombre d'atomes et la température, il est intéressant de connaître le taux de collisions, notamment pour savoir si on a atteint le régime d'emballement.

De la connaissance du nombre d'atomes piégés N, on peut déduire la densité-pic n_0 au centre du piège :

$$n_0 = \frac{N \int e^{-U(0,0,0)/k_B T} dxdydz}{\int e^{-U(x,y,z)/k_B T} dxdydz} \tag{4.53}$$

et de la connaissance de la température, on peut déduire la vitesse thermique moyenne $\bar{v}$:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}} \tag{4.54}$$

Ce qui donne finalement le taux de collisions au centre γ_0 :

$$\gamma_0 = n_0 \sigma \bar{v} \tag{4.55}$$

Rappelons que pour atteindre le régime d'emballement, il faut $\gamma_0 \tau$ de l'ordre de 300.

4.5 Résultats expérimentaux de l'évaporation et caractéristiques du condensat

Maintenant que nous avons vu comment déduire des images d'absorption le nombre d'atomes piégés, leur température et le taux de collisions au centre du piège, voyons comment ces grandeurs évoluent au cours de l'évaporation, puis comment se caractérise l'apparition du condensat et quelles sont les caractéristiques de ce dernier.

4.5.1 Résultats de la rampe d'évaporation

Les données expérimentales et les courbes théoriques associées sont présentées sur la figure (4.16). Les données expérimentales sont représentées par des cercles, les courbes théoriques par des courbes en trait plein. On constate de prime abord un très bon accord entre l'expérience et la théorie [Figs. (4.16)(b) et (c)]. Précisons qu'il n'y a pas de paramètre ajustable. Les biais, gradient et courbure du champ magnétique entrés dans le programme sont ceux qui ont été déterminés expérimentalement.

Caractéristiques des courbes

Hormis la première portion de la rampe [Fig. (4.16)(a)] (les quatre premières secondes), cette dernière a une décroissance correspondant à $\eta = 7$. On peut remarquer que l'évaporation se produit bien en régime d'emballement, le taux de collisions élastiques croissant de plus en plus vite au cours de l'évaporation [Fig. (4.16)(d)]. D'autre part, on constate que le modèle simplifié (Eq. 4.29) reproduit l'allure générale de la courbe, les erreurs relatives commises sur le nombre d'atomes en début de rampe (jusqu'à 10 s) ne sont que de 20%. Par rapport au modèle simplifié, le modèle complet (Eq. 4.28) apporte une correction relativement significative, ramenant ces erreurs à 5%.

L'allure des courbes étant donnée par le système (Eq. 4.29) et le taux d'évaporation étant très supérieur au taux de pertes, on a :

$$\frac{\dot{N}}{N} \simeq -\gamma_0 \eta \exp(-\eta) \tag{4.56}$$

A partir de 4 s, η est constant et le taux de collisions au centre, γ_0, variant peu jusqu'à 13 s, le nombre d'atomes décroît alors exponentiellement en fonction du temps avec une constante de temps égale à τ_{evap} de l'ordre de la seconde. Ceci explique le fait qu'en échelle logarithmique, le nombre d'atomes varie linéairement en fonction du temps entre 4 et 13 s [Fig. (4.17)(a)].

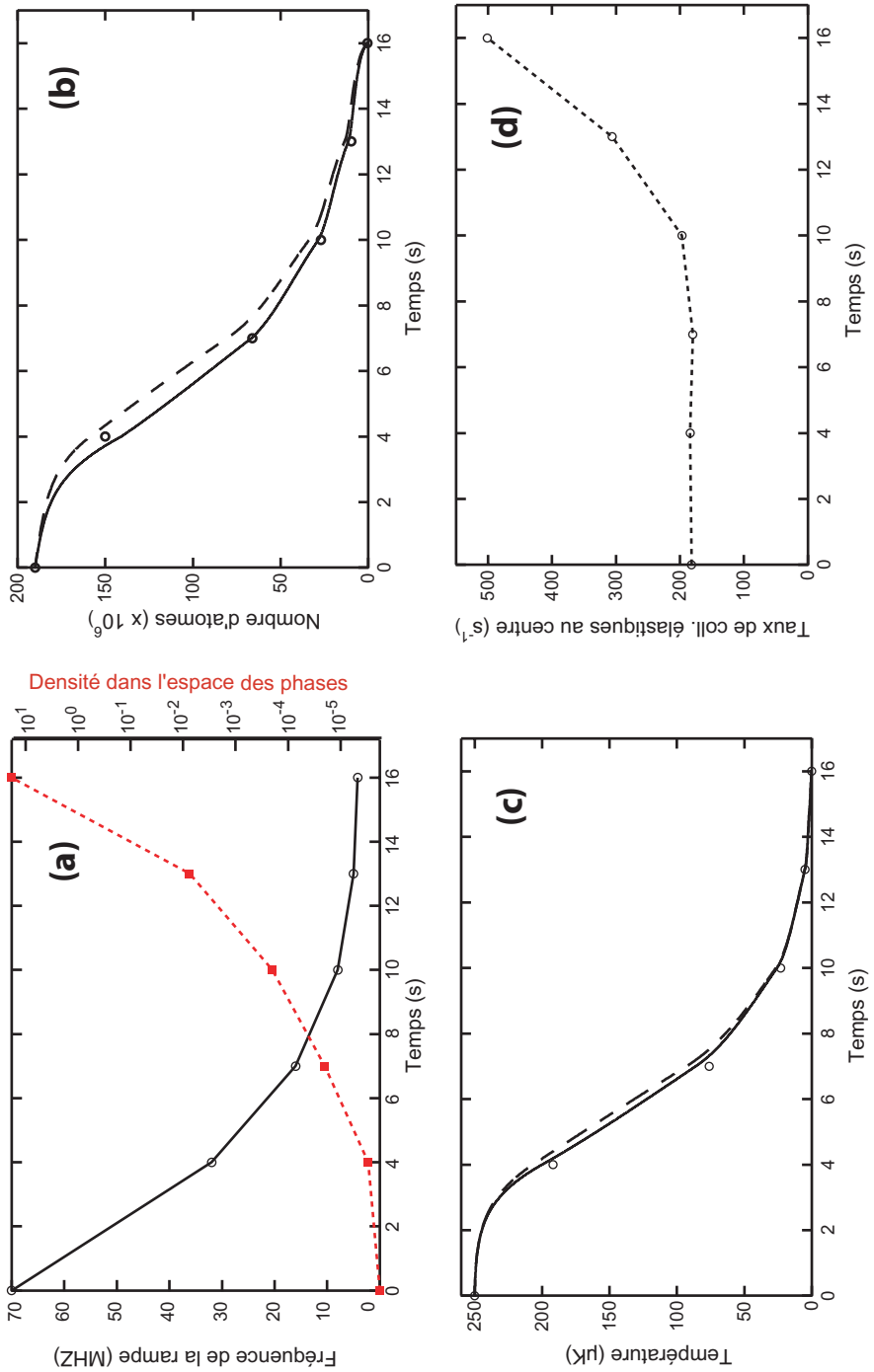


FIG. 4.16 – *(a) Evolution de la fréquence du signal radio-fréquence rayonné sur les atomes en fonction du temps d'évaporation et variation de la densité dans l'espace des phases associée (la transition de Bose-Einstein a lieu lorsque la densité dans l'espace des phases est de quelques unités). (b) Evolution du nombre d'atomes et (c) Evolution de la température en fonction du temps d'évaporation (d) Evolution du taux de collisions en fonction du temps d'évaporation. Les cercles correspondent aux données expérimentales, les courbes en trait continu résultent du calcul théorique de l'évaporation pour le modèle complet (Eq. 4.28), les courbes en trait discontinu résultent du calcul théorique de l'évaporation pour le modèle simplifié (Eq. 4.29).*

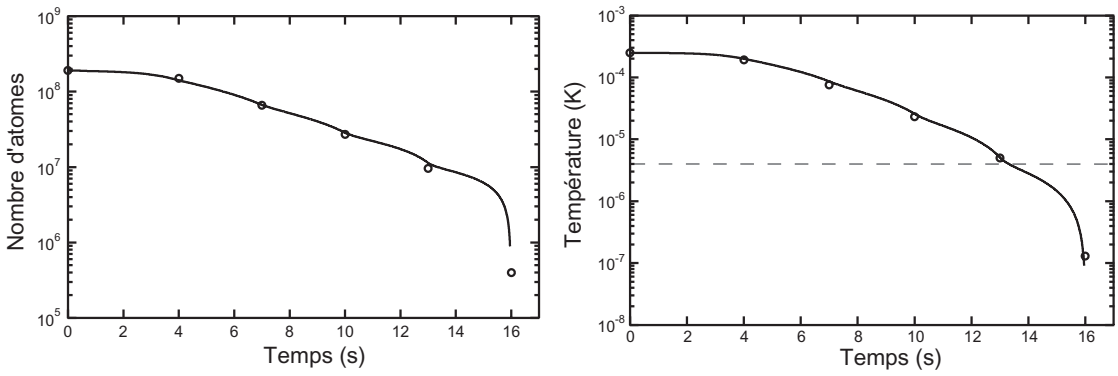


FIG. 4.17 – *Evolution en échelle logarithmique du nombre d'atomes et de la température en fonction du temps d'évaporation. Les cercles correspondent aux données expérimentales, les courbes en trait continu résultent du modèle théorique complet. Le trait gris représente la température sous laquelle l'évaporation devient uni-dimensionnelle.*

L'écart à cette droite pour des temps supérieurs à 13 s est dû au régime d'emballement qui accélère le processus d'évaporation. En dessous de 4 s, la variation est aussi linéaire mais de pente plus faible car η est plus important. Tout ce raisonnement est valable aussi pour la variation en température [Fig. (4.17)(b)] puisque $\dot{T}/T \propto \dot{N}/N$.

Directions et dimensionalité de l'évaporation

Au vu des résultats obtenus, il semble que le fait de procéder à une évaporation selon deux directions plutôt que trois (voir section 4.1.2) au début du processus d'évaporation n'affecte pas son bon déroulement. Par contre, les écarts entre la théorie et l'expérience sur la dernière portion de la rampe (voir Fig. 4.17) peuvent s'expliquer par un mécanisme de réduction de la dimensionnalité de l'évaporation agissant à basse température. Il s'agit du décalage existant entre le centre du piège et le centre du nuage dû à la gravité. En effet, ce décalage conduit à tronquer le piège à des hauteurs différentes autour du nuage et lorsque cette différence de hauteur devient de l'ordre de $k_B T$, l'évaporation va se produire essentiellement vers le point le plus bas du piège. On peut définir une température caractéristique à partir de laquelle l'évaporation devient unidimensionnelle [90] :

$$T_{1\mathrm{D}} = \frac{2\eta M g^2}{k_B \omega_{\mathrm{radial}}^2} \tag{4.57}$$

Cette température vaut 3 μK dans notre cas, elle est représentée par le trait grisée sur la figure (4.17).

4.5.2 Observation de la transition de Bose-Einstein

Nous avons vu que pour avoir un signal au-dessus du bruit de la caméra, il fallait que l'épaisseur optique du nuage soit inférieure à 7 (section 4.4.1). Or, au cours de l'évaporation, le taux de collisions augmente et par conséquent l'épaisseur optique du nuage puisque ces deux grandeurs possèdent la même dépendance en température et en nombre d'atomes. Pour observer la transition, il est donc nécessaire d'effectuer la prise d'images à grand temps de vol pour lesquels les épaisseurs optiques du nuage atomique sont réduites (Fig. 4.18).

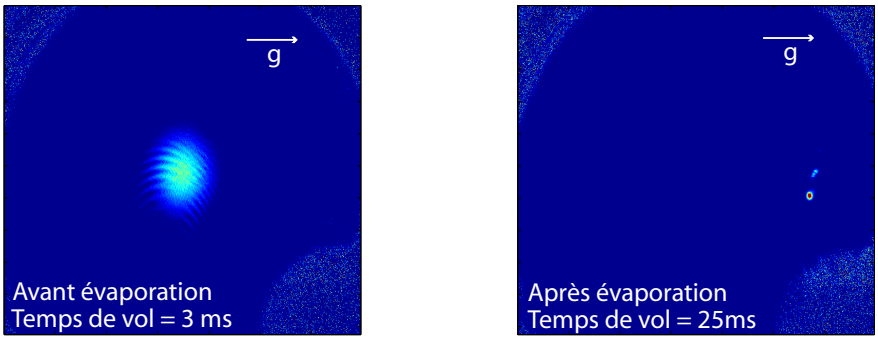


FIG. 4.18 – *Observation du nuage atomique avant évaporation après 3 ms de temps de vol (à gauche) et observation du nuage atomique après évaporation après 25 ms de temps de vol (à droite). Ce dernier est décalé sous l'effet de la gravité. On observe un second nuage au dessus du nuage évaporé principal, il s'agit d'atomes évaporés placés dans un sous-niveaux Zeeman différent suite à la coupure des champs magnétiques.*

Sur la figure (4.19), le nuage atomique a été imagé après un temps de vol de 25 ms pour différentes valeurs finales de rampe. Les données expérimentales ont été ajustées par une Gaussienne sur les bords (la densité d'un nuage thermique correspond à une Gaussienne), on constate alors l'apparition nette et relativement soudaine d'une double structure (la rampe radio-fréquence s'effectue sur 65 MHz et l'apparition du condensat se produit sur 50 kHz), signe caractéristique de la condensation de Bose-Einstein : la partie condensée se traduit par un pic de densité étroit superposé à la densité gaussienne du nuage thermique.

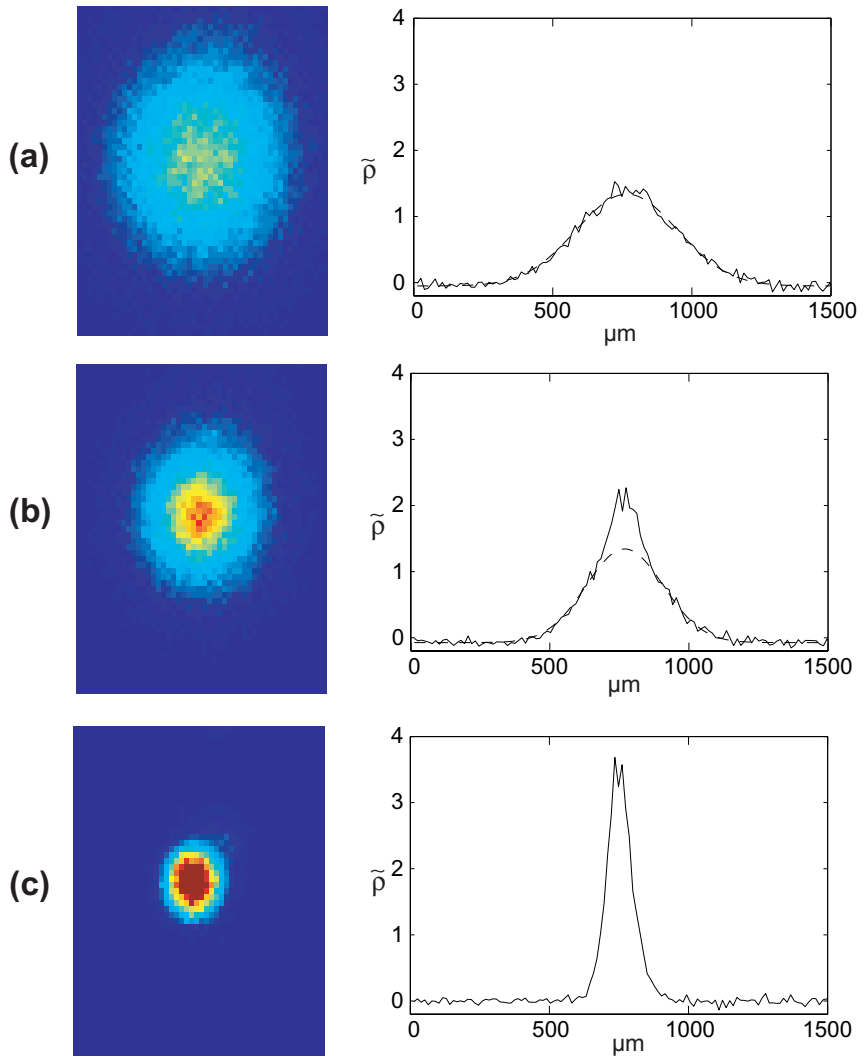


FIG. 4.19 – *Image du nuage atomique en fin d'évaporation pour différentes fréquences finales de rampe radio-fréquence : (a) 4.28 MHz (b) 4.24 MHz (c) 4.20 MHz*

4.5.3 Profil de Thomas-fermi

Pour extraire les quantités physiques qui nous intéressent : température, nombre d'atomes dans la partie thermique, dans la partie condensée et densités respectives, il faut désormais ajuster les données expérimentales avec une fonction qui tiennent compte du profil de Thomas-Fermi (voir section 1.2.3) pour le condensat et d'un profil Gaussien pour le nuage thermique.

Dans l'approximation de Thomas-Fermi (terme d'énergie d'interaction prédominant par rapport au terme d'énergie cinétique), on peut écrire la densité du condensat sous la forme suivante (voir Eqs. 1.42 et 1.46) :

$$n_{\mathrm{c}}(r,t) = \frac{\mu}{g}\ \max\left(1 - \frac{r^2}{R^2_{\mathrm{TF}_\perp}}, 0\right) \tag{4.58}$$

Le système d'imagerie ne permet pas de remonter directement à la densité, mais à la densité du nuage atomique intégrée suivant la direction de propagation de la sondešš. En présence d'un condensat et d'une partie thermique, via le système d'imagerie, on accède donc à la densité colonne suivante :

$$n_{\mathrm{2D}}(r,t) = n_c(t)\ \max\left(1 - \frac{r^2}{R^2_{\mathrm{TF}_\perp}}, 0\right)^{3/2} + n_{\mathrm{th}}(t)\ \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2_{\mathrm{th}}}\right) \tag{4.59}$$

avec $n_c(t) = \frac{2}{3}\frac{\mu}{3g}\frac{R_{\mathrm{TF}_\parallel}}{1+\omega_\perp^2 t^2}$ et $n(t) = \frac{\sigma_{\mathrm{th}}}{\lambda^3_{\mathrm{dB}}}\frac{1}{1+\omega_\perp^2 t^2}$. Notons qu'en plus de l'approximation de Thomas-Fermi, nous faisons ici deux hypothèses supplémentaires : la première est sur la forme Gaussienne de la partie thermique, à ces températures, une fonction de Bose serait plus adaptée ; la seconde est sur le fait qu'on superpose les deux profils, la Gaussienne et le profil de Thomas-Fermi, alors qu'on ne peut pas les traiter indépendamment, les atomes du condensat expulsant en pratique, les atomes thermiques se trouvant au centre du piège. Cette dernière approximation revient à surestimer le nombre d'atomes thermiques.

L'ajustement des données par la fonction de l'équation (4.59) se fait en pratique en deux temps : d'abord, on n'ajuste les données que sur les ailes de la distribution thermique, ensuite on soustrait la gaussienne résultant de cet ajustement aux données expérimentales pour ajuster ces nouvelles données par un profil de Thomas-Fermi (Fig. 4.20).

Extraction des données physiques de l'ajustement précédent :
- Le nombre d'atomes total : il est obtenu en intégrant l'épaisseur optique sur tout le nuage atomique.
- Le nombre d'atomes thermiques : il est obtenu en intégrant l'épaisseur optique sous le profil Gaussien.
- Le nombre d'atomes condensés : il est obtenu en intégrant l'épaisseur optique sous le profil de Thomas-Fermi.

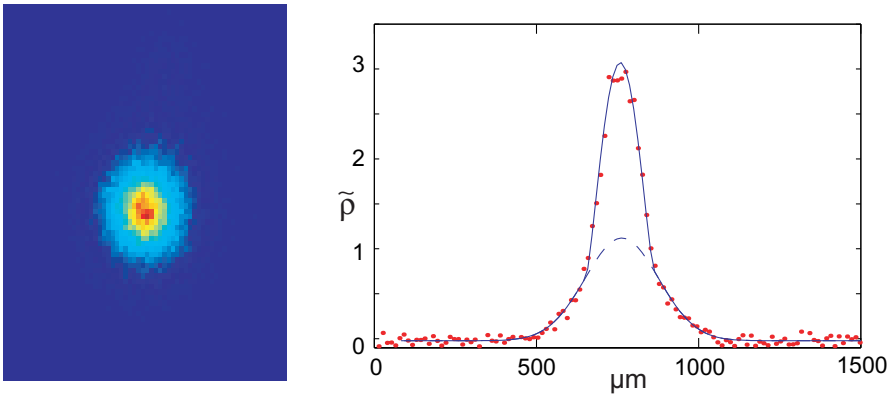


FIG. 4.20 – *Ajustement d'un nuage atomique composé d'un condensat et d'un nuage thermique.*

- La température : elle est obtenue comme décrit précédemment par une méthode de temps de vol à l'aide de la taille rms de la Gaussienne (voir section 4.4.2).
- Le potentiel chimique : il est obtenu à partir du rayon de Thomas-Fermi extrait du profil correspondant (voir Eq. 1.52).

Les caractéristiques du nuage atomique correspondant à la figure (4.20) sont les suivantes :

$$\begin{aligned} N_{\text{tot}} &= 9.10^5 \\ N_{\text{th}} &= 7.10^5 \\ N_c &= 2.10^5 \\ T &= 340 \text{ nK} \\ R_{\text{TF}_\perp} &= 2\ \mu\text{m (avant temps de vol)} \\ n_0 &= 2.10^{14} \text{ atomes/cm}^3 \end{aligned}$$

On a considéré ici un condensat avec 2.10^5 atomes. Lorsque l'expérience est optimisée cependant, on parvient à avoir 10^6 atomes dans le condensat. Mais dans ce cas, la caméra est saturée, on n'ajuste alors le profil de Thomas-Fermi que sur les bords du condensat. A priori, il suffirait d'augmenter le temps de vol mais à 28 ms de temps de vol, nous sommes au maximum de la durée permise, un temps de vol plus long amènerait les atomes au contact de la cellule. En effet la cellule fait 1 cm de hauteur à comparer à la distance de chute $1/2gt^2 = 4$ mm pour $t = 28$ ms. On pourrait aussi penser a priori décomprimer notre piège une fois le condensat obtenu pour éviter d'avoir des images saturées mais on s'est rendu compte qu'il y avait un compromis entre diminuer la densité initiale en

comprimant moins et augmenter la compression pour avoir une expansion du nuage plus rapide et donc des densités après temps de vol plus faibles. En effet, la densité colonne varie comme :

$$n_{2\mathrm{D}}(t) \propto \frac{\omega_\perp^{6/5}}{1+\omega_\perp^2 t^2}\frac{1}{\omega_\parallel^{2/5}} \tag{4.60}$$

Il vaut donc mieux augmenter le confinement transverse, ce qui n'est pas possible en l'état actuel puisque nous sommes au gradient maximal que peut générer l'électroaimant.

4.6 Laser à atomes

Avec les condensats de Bose-Einstein, on dispose d'un nombre macroscopique d'atomes se trouvant tous dans le même état quantique. On dispose donc d'une source d'atomes cohérente. A l'instar des photons accumulés dans le même mode électromagnétique d'une cavité laser et dont la transmission au travers d'un des miroirs de la cavité génère un faisceau laser, en extrayant des atomes condensés du piège magnétique, on peut produire un faisceau atomique cohérent, de grande luminance spectrique et uni-directionnel [91]. Le laser à atomes idéal est en effet composé d'une seule longueur de de Broglie et sera d'autant plus puissant qu'on aura accumulé un très grand nombre d'atomes dans le niveau fondamental.

Précisons que, malgré l'analogie existante avec les lasers optiques, les lasers à atomes présentent des différences fondamentales reposant sur la nature même des particules : celles-ci sont soumises à la gravité, leur vitesse peut varier et de plus, elles interagissent les unes avec les autres.

La première démonstration expérimentale date de 1997 et a été accomplie par Townsend et al. [92]. L'extraction s'effectuait alors sous forme pulsée . Le premier laser quasi-continu a été obtenu en 1999 par Bloch et al. [23] et sa cohérence temporelle a été démontrée [93]. Un des challenges expérimentaux de ce domaine est l'élaboration de lasers pour lesquels on puisse avoir un mécanisme de pompage simultané au mécanisme d'extraction. Des efforts sont entrepris dans cette direction [94, 95] mais à l'heure actuelle, aucun laser réellement continu n'existe.

Des lasers quasi-continus du même type que [23] ont été réalisés dans notre laboratoire et leur divergence a été étudiée [96]. Des expériences d'interférences à plusieurs ondes entre différents lasers à atomes issus d'un même condensat avaient également été entreprises mais n'avaient pas été effectuées de manière exhaustive. Nous voudrions donc profiter de la plus grande stabilité qu'offre notre dispositif en comparaison au dispositif alors utilisé pour reprendre ces études. Des tests préliminaires de lasers quasi-continus ont déjà été effectués qui nous ont permis

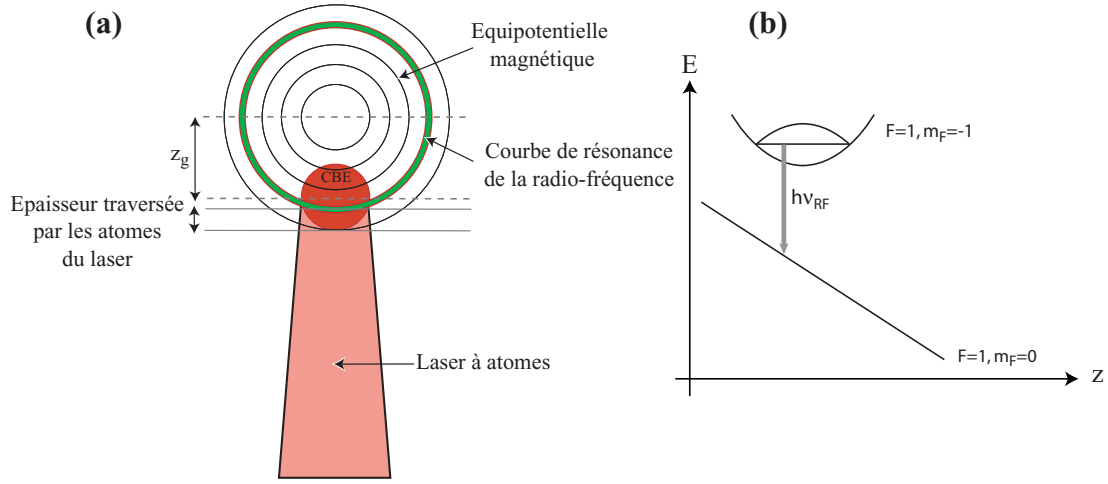


FIG. 4.21 – *(a) Principe de fonctionnement d'un laser à atomes. Sous l'effet de la gravité, le nuage atomique est déplacé par rapport au centre du piège magnétique d'une distance z_g. Sur la gamme de radio-fréquence qui permet un couplage avec le condensat, les plus petites valeurs permettent de coupler en haut du condensat et les plus grandes en bas. (b) Diagramme énergie-position à 1D.*

de mettre à jour certaines imperfections de notre expérience. Avant de présenter ces résultats, voyons succinctement le principe de réalisation d'un laser à atomes.

4.6.1 Principe

Pour coupler le champ atomique cohérent vers l'extérieur, on procède de façon similaire à la technique employée pour l'évaporation : un champ radio-fréquence est utilisé pour induire des transitions entre un sous-niveau magnétique piégeant et un sous-niveau magnétique non piégeant [Fig. 4.21(b)]. La condition de résonance est choisie de manière à coupler les atomes situés au sein du condensat [Fig. 4.21(a)], la valeur de la fréquence du champ radio-fréquence déterminant la position d'extraction du faisceau laser dans le condensat. La puissance du champ radio-fréquence est prise suffisamment faible pour assurer que le condensat reste en équilibre et se vide continûment. Le faisceau atomique cohérent extrait, lorsqu'il n'est soumis à aucun piégeage particulier, se propage alors dans la direction selon laquelle la gravité s'exerce.

4.6.2 Résultats expérimentaux

On peut montrer que pour avoir un laser quasi-continu (extraction continue d'un condensat en laissant ce dernier à l'équilibre), il faut respecter la condition

suivante [97] :

$$\Omega_{\mathrm{R}} = \frac{\sqrt{2}\mu_B B_{\mathrm{RF}}}{4\hbar} \ll 1.6\sqrt{\frac{g}{z_0}} \tag{4.61}$$

où $z_0 = \sqrt{2\mu/M\omega^2}$ est le rayon de Thomas-Fermi. Dans notre cas, l'amplitude du champ radio-fréquence utilisée est $B_{\mathrm{RF}} = 0.8$ mGauss (à comparer à l'amplitude utilisée pour le processus d'évaporation à la même fréquence de 40 mGauss) et le rayon de Thomas-Fermi vaut 2 μm, ce qui remplit bien la condition ci-dessus. La durée d'extraction est de 10 ms et les images sont prises après un temps de vol de 3 ms. L'extraction des atomes se produit pour une gamme de fréquence comprise entre 4.174 MHz et 4.189 MHz soit sur une largeur en fréquence de 15 kHz. L'énergie de champ moyen étant négligeable devant le terme d'énergie dû à la gravité, la condition de résonance pour coupler les atomes s'écrit donc :

$$Mgz = E_{\mathrm{piege}}(z) - \hbar\omega_{\mathrm{RF}} \tag{4.62}$$

ce qui donne une largeur en fréquence pour le couplage de :

$$\Delta\omega_{\mathrm{RF}} = \frac{2Mgz_0}{\hbar} \sim 5 \text{ kHz} \tag{4.63}$$

L'écart entre la valeur théorique et la valeur expérimentale s'explique par le fait qu'on ait des fluctuations du champ magnétique : l'extraction des atomes présente des instabilités. Nous reviendrons sur ce point par la suite. Sur la figure (4.22) sont représentés deux lasers à atomes correspondant à des énergies de couplage différentes : pour le premier, une fréquence de 4.175 MHz a été utilisée, pour le second, une fréquence de 4.182 MHz. La première image [Fig. 4.22(a)] correspond donc à une extraction haute dans le condensat avec une traversée importante de ce dernier avant de se propager librement, la seconde par contre [Fig. 4.22(b)] correspond à une extraction basse et une plus faible traversée du condensat.

En plus des instabilités, on constate que le laser et le condensat ne sont pas parfaitement alignés. Nous reviendrons également sur ce point par la suite. Cependant, même si ces résultats sont très préliminaires, des informations intéressantes peuvent être tirées des deux images présentées. Premièrement, on constate comme attendu une divergence plus importante du faisceau dans le cas où son extraction est effectuée sur le haut du condensat [96], comme obtenu dans la figure (4.23) de cette référence. Mais, surtout, pour une extraction haute, on remarque la présence d'une structure transverse, qui n'a, à notre connaissance, jamais encore été observée expérimentalement.

La divergence des lasers à atomes est principalement due aux interactions répulsives entre atomes qui font que le condensat agit comme une lentille divergente sur les atomes extraits. Il a été prédit par Busch et al. que l'addition cohérente en amplitude des fonctions d'onde associées à des atomes extraits en

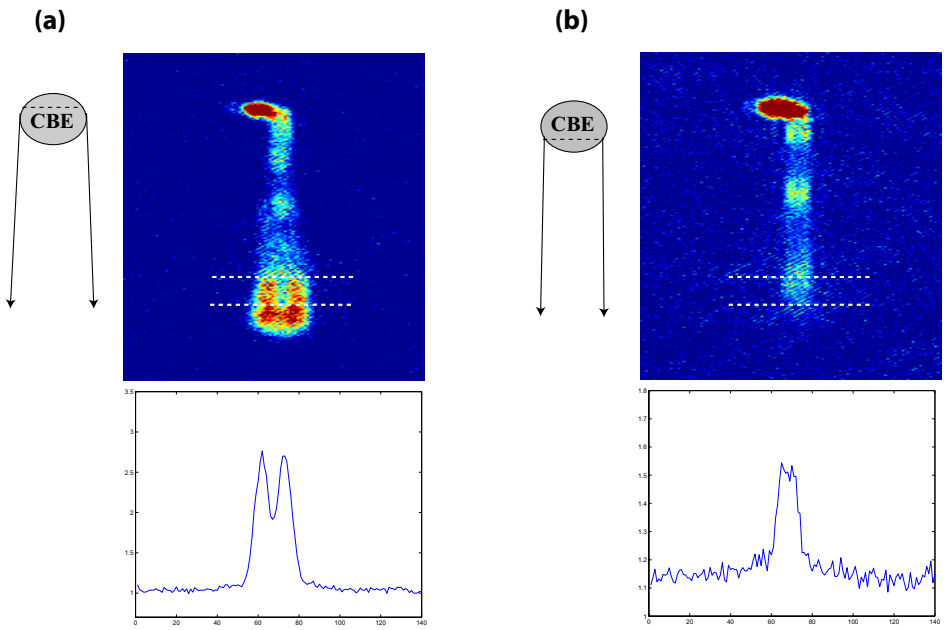


FIG. 4.22 – *Images en absorption de lasers à atomes (a) pour une extraction haute (radio-fréquence à 4.175 MHZ) (b) pour une extraction basse (radio-fréquence à 4.182 MHZ). La durée du couplage est de 10 ms et le temps de vol de 3 ms. Les coupes sous les images correspondent à l'intégration normalisée des profils de densité entre les deux lignes pointillées blanches et mettent en avant l'existence d'une structure transverse lorsque l'effet de champ moyen devient important (traversée importante du condensat avant propagation libre).*

différents points du condensat devait conduire à des interférences et à un certain profil transverse des lasers à atomes [98]. Etant donné que cette structure transverse est due à l'effet de champ moyen des atomes et que celui-ci dépend des fréquences du piège, selon la direction longue du piège magnétique, on ne s'attend pas à pouvoir observer ces franges [98]. Or, la majorité des expériences utilisent des systèmes d'imagerie dont l'axe est selon une des directions radiales du condensat et ne peuvent donc pas observer de mode transverse pour leur laser à atomes. Dans notre cas, par contre, l'axe du système d'imagerie est selon la direction longue du condensat. Nous soupçonnons donc que la structure transverse observée dans la figure [4.22(a)] soit celle mise en relief dans l'article de Busch et al. : nous n'observons pas de franges mais on constate une accumulation d'atomes sur les côtés du faisceau, ce qui est aussi le cas dans la figure (4.25) extraite de l'article.

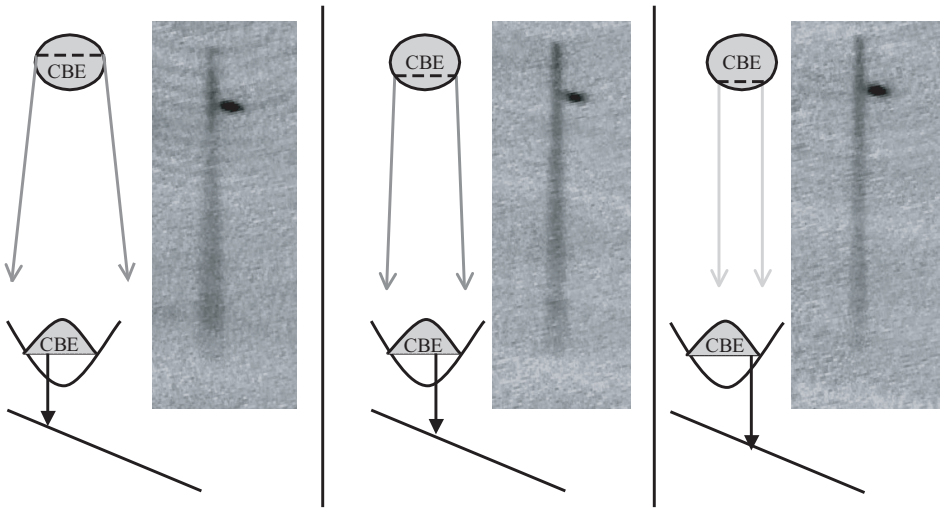


FIG. 4.23 – *Figure extraite de l'article [96] montrant la divergence du laser à atomes selon la hauteur d'extraction des atomes dans le condensat. Aucune structure transverse n'apparaît ici.*

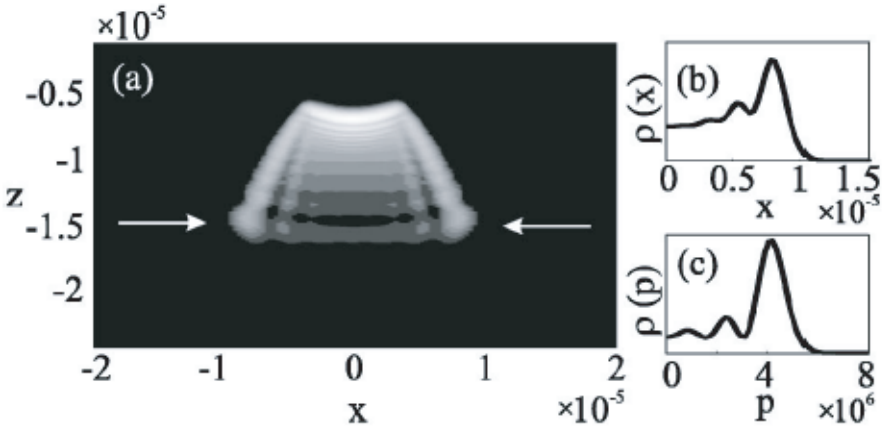


FIG. 4.24 – *Figure extraite de [98]. (a) Simulation à deux dimensions du laser à atomes pour un temps d'évolution de 2.5 ms. (b) Coupe à $z = -15$ μm. (c) Transformée de Fourier correspondante.*

On peut simuler les trajectoires classiques d'atomes situés dans le condensat et se propageant dans le champ gravitationnel et le champ moyen créé par les autres particules. La cohérence du condensat n'étant pas prise en compte, on ne peut pas reproduire les interférences dans la structure transverse du laser mais le point intéressant est que l'on retrouve les résultats expérimentaux énoncés plus haut. Premièrement, plus on couple haut dans le condensat, plus le laser diverge. Deuxièmement, pour des confinements importants et donc un champ moyen dû aux particules important, le laser présente des caustiques (accumulation d'atome sur les bords). La simulation a été réalisée à deux dimensions (les deux dimensions radiales du condensat) et les résultats présentés sont pour des fréquences radiales de 100 Hz et 330 Hz. L'extraction des atomes a été effectuée au centre du condensat.

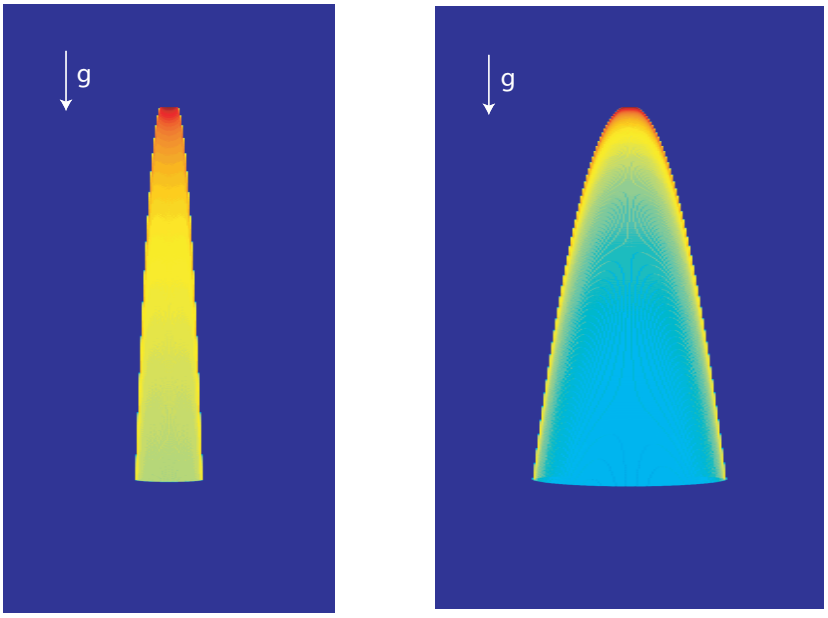


FIG. 4.25 – *Graphiques en densité des trajectoires suivies par les atomes extraits du condensat et soumis à la gravité et au champ moyen créé par les autres atomes. La cohérence en phase des atomes n'a pas été prises en compte. A gauche : pour un piège possédant une fréquence radiale de 100 Hz. A droite : pour un piège possédant une fréquence radiale de 330 Hz.*

Insistons sur le fait que ce ne sont que de tout premiers résultats qui restent à être approfondis. Ces travaux sont envisagés en parallèle des travaux sur le transport.

4.6.3 Mise en évidence d'imperfections expérimentales

"Kick" magnétique

Outre la révélation d'effets transverses, ces lasers ont mis à jour aussi quelques failles expérimentales à corriger. La première est une coupure non parfaite des champs magnétiques provoquant un décalage entre atomes condensés et atomes du laser (effet Stern et Gerlach). Des gradients magnétiques résiduels à la coupure communiquent une impulsion aux atomes piégés (atomes dans le sous-niveau magnétique $|F = 1, m_F = -1\rangle$), i.e. les atomes du condensat. Les images de la figure (4.26) représentent les atomes du condensat et les atomes du laser pour deux temps de vol différents : 3 et 12 ms. Les atomes du laser, étant insensibles aux champs magnétiques résiduels (atomes dans le sous-niveau magnétique $|F = 1, m_F = 0\rangle$), tombent sous l'effet de la gravité sans être déviés alors que l'impulsion communiquée aux atomes du condensat à la coupure des champs les dévie. L'impulsion communiquée est essentiellement transverse : en observant la trajectoire du condensat en fonction du temps de vol, on trouve $v_{\text{transverse}} = 23$ mm/s (le gradient résiduel associé est dur à estimer étant donné qu'on ne connaît pas son temps d'application). Les coupures du champ dipolaire et du champ quadrupolaire s'effectuent par des circuits indépendants et ne sont donc pas exactement simultanées. En jouant sur le temps de coupure du quadrupôle, on peut parvenir à réduire l'impulsion communiquée mais nous ne sommes pas parvenus à l'annuler. Après optimisation, la vitesse transverse a été réduite à 14 mm/s.

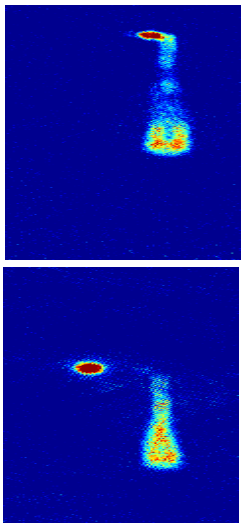


FIG. 4.26 – *Laser à atomes pour un temps de vol de 3 ms (en haut) et de 12 ms (en bas).*

Instabilités longitudinales déclenchées par la radio-fréquence

La seconde imperfection mise en évidence est la présence d'instabilités longitudinales lors de l'émission du laser [voir Fig. 4.22 et Fig. 4.27(a)]. Ces instabilités sont liées à des fluctuations de biais qui font que plus ou moins d'atomes peuvent être couplés au champ radio-fréquence. Les alimentations en courant du dipôle et du quadrupôle étant des alimentations très stables, nous avons décidé de changer celles permettant les compensations des champs magnétiques extérieurs et celle permettant la compensation du champ magnétique rémanent mais cela n'a produit aucun effet : les lasers étaient toujours instable. Or, fait notable, ces instabilités sont répétables, elles se produisent aux mêmes instants à chaque cycle, quelque soient les alimentations en courant utilisées. Par contre, en commutant le switch du champ radio-fréquence à des instants différents, on parvient à modifier ces instabilités (le switch radio-fréquence est passé sur OFF à la fin de la rampe d'évaporation et repassé ON pour l'extraction du faisceau laser). La coupure du champ radio-fréquence induit donc des parasites au niveau des circuits électriques des bobines dont nous nous sommes quelque peu affranchis en ajoutant des diodes sur la sortie positive des alimentations en courant. Cela évite en effet d'avoir des retours de courant capables de déstabiliser ces alimentations. Si les instabilités ont pu être réduites, elles n'ont cependant pas pu être annulées.

Ces instabilités longitudinales sont à rapprocher d'un autre phénomène : l'existence d'atomes condensés transférés cycliquement dans les états $|F = 1, m_F = 0\rangle$ et $|F = 1, m_F = +1\rangle$ [Fig. 4.27(b)] pendant la phase d'évaporation radio-fréquence. Cela s'observe pour les longs temps de vol, lorsque du fait de l'impulsion communiquée aux atomes dans $|F = 1, m_F = -1\rangle$ et $|F = 1, m_F = +1\rangle$, les nuages ont été suffisamment séparés (Fig.4.28). Là encore, une modification du temps de commutation du champ radio-fréquence modifie les rapports et les tra-

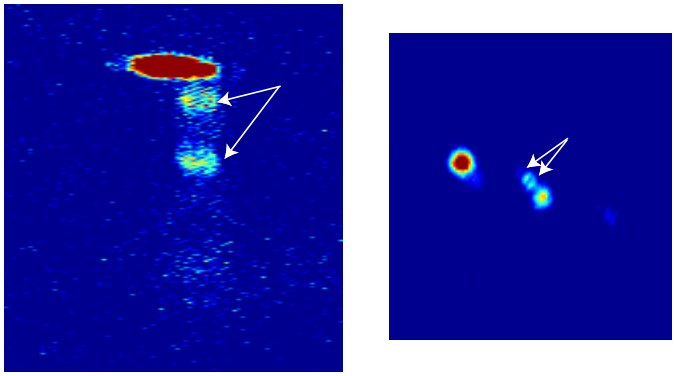


FIG. 4.27 – *(a) Instabilités longitudinales du laser à atomes. (b) Atomes dans les différents sous-niveaux magnétiques suite à des champs magnétiques parasites déclenchés par la radio-fréquence.*

jectoires des différents nuages. Les parasites induits par le champ radio-fréquence provoquent donc des passages par des champs négatifs (il faut passer par des champs nuls pour transférer des atomes de $|F = 1, m_F = -1\rangle$ à $|F = 1, m_F = 0\rangle$ et $|F = 1, m_F = +1\rangle$). Il semble désormais que le fait que le "kick" magnétique ne puisse être annulé est sans doute plus lié à la radio-fréquence qu'à une mauvaise synchronisation de la coupure du champ dipolaire et quadrupolaire.

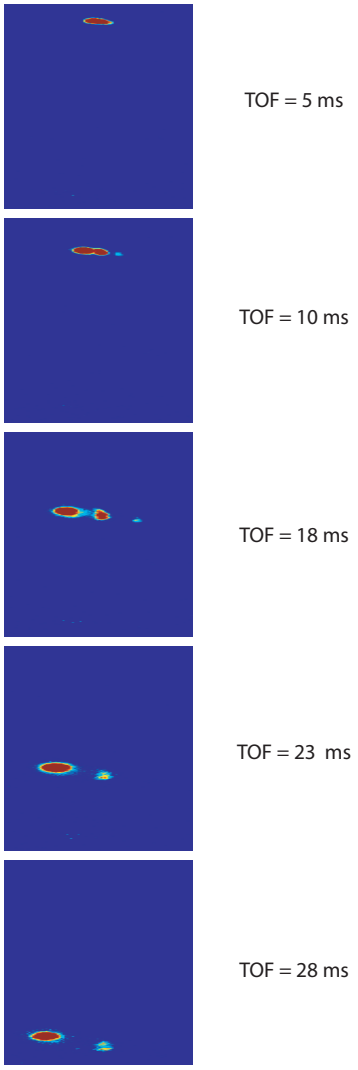


FIG. 4.28 – *Evolution des atomes dans les différents sous-niveaux magnétiques pour différents temps de vol.*

4.7 Conclusion

Premièrement, l'évaporation radio-fréquence nous a permis d'atteindre le régime de dégénérescence quantique. Les condensats de Bose-Einstein obtenus comportent entre 5.10^5 et 10^6 atomes. Précisons que ce nombre varie sur de longues périodes. Sur une journée, les conditions sont reproductibles et l'expérience conduit à des condensats stables.

Les techniques développées pour l'évaporation radio-fréquence peuvent facilement être utilisées pour la génération de lasers à atomes et nous avons donc cherché à voir quelle était la stabilité de tels lasers avec notre expérience. L'observation de ces lasers a révélé quelques défauts expérimentaux sur les champs magnétiques. Ces défauts sont très reproductibles et semblent être déclenchés par radio-fréquence. La recherche précise de leur origine est en cours. Outre ces défauts, ces études ont mis à jour des observations de prime abord surprenantes : l'existence d'une structure transverse. Tout indique qu'elle soit liée au fort confinement transverse de nos pièges et qu'elle puisse être observée étant donné les axes peu communs de notre système d'imagerie (nous observons les deux directions transverses, i.e. les deux directions les plus confinantes). Ces premières données restent évidemment à être approfondies dans le futur.

CHAPITRE 5

La manipulation optique d'atomes condensés

Au chapitre 2, nous avions montré que l'interaction entre une onde lumineuse et un atome pouvait se décrire à l'aide de deux types de force : une force dissipative, la force de pression de radiation, F_{pr}, qui est à l'origine du refroidissement d'atomes et une force conservative, la force dipolaire, F_{dip}. C'est cette dernière qui permet le piégeage d'atomes neutres et du fait de la grande flexibilité des champs optiques, permet aussi la manipulation et le guidage d'atomes dans des structures lumineuses de formes variées. Pour le transport, nous utilisons un faisceau gaussien fortement focalisé dont la position du waist peut être déplacée et qui agit sur les atomes comme une "pince optique". Un système de deux déflecteurs acousto-optiques permet de moduler la structure de cette pince pour créer les structures lumineuses voulues.

Avant d'évoquer le montage de la pince optique et du système de déflecteurs, nous allons étudier le potentiel dipolaire en détail. Notamment, nous chercherons son expression dans le cas d'un atome multi-niveaux. Les premiers résultats expérimentaux d'atomes piégés dans la pince seront présentés, suivis d'une étude théorique classique du transport. Nous finirons en présentant succinctement quelques structures de guidage atomique pouvant être facilement réalisées à l'aide de déflecteurs acousto-optiques.

5.1 Force et piégeage dipolaires

5.1.1 Expression générale du potentiel

A faible vitesse ($v \ll |\delta|/k$), on peut négliger l'effet Doppler et considérer que la force dipolaire dépend uniquement de la position de l'atome. Elle s'écrit alors (voir Eq. 5.1) :

$$F_{\mathrm{dip}} = -\frac{\hbar}{2}\,\delta\,\frac{\nabla\Omega^2/2}{\delta^2+\Gamma^2/4}\,\frac{1}{1+s} = -\frac{\hbar}{2}\,\delta\,\frac{\nabla I/I_s}{1+\frac{I}{I_s}+\frac{4\delta^2}{\Gamma^2}} \tag{5.1}$$

Comme nous l'avons vu à la section 2.1.1, il s'agit d'une force conservative et dispersive (elle change de signe suivant le désaccord). Alors que la force de

pression de radiation résulte de cycles d'absorption et d'*émission spontanée*, la force dipolaire résulte de cycles d'absorption et d'*émission induite*. Une onde spatialement inhomogène (condition nécessaire pour avoir une force dipolaire non nulle, voir Eq. 5.1) peut se décomposer sur la base des ondes planes et l'atome va pouvoir absorber un photon d'une onde plane et le réémettre de façon cohérente dans une autre onde plane, ce processus ne communique pas d'énergie à l'atome mais modifie son impulsion.

Pour un laser fortement désaccordé ($\delta \gg \Gamma \Rightarrow s \ll 1$), on a $F_{dip} \simeq -\hbar/4\,\nabla\Omega^2/\delta$ et l'expression du potentiel dipolaire revêt alors la forme simple suivante :

$$U_{dip}(\mathbf{r}) = \frac{\hbar\Omega^2(\mathbf{r})}{4\delta} = \frac{\hbar\Gamma^2}{8\delta}\,\frac{I(\mathbf{r})}{I_s} \tag{5.2}$$

Ce potentiel permet de concentrer les atomes dans les régions de grande intensité pour un désaccord laser négatif . L'idée d'un tel piège a été donnée par Ashkin en 1978 [99] et a été réalisée expérimentalement pour la première fois en 1986 sur des atomes de sodium par Chu et al. [100].

Il est intéressant de constater que l'expression (5.2) du potentiel correspond au déplacement lumineux de l'énergie du niveau fondamental. En effet, sous l'effet du couplage avec le champ lumineux, les états d'énergie de l'atome "habillé par le champ" se repoussent.Pour trouver ce que vaut le déplacement lumineux dans l'état fondamental, il faut appliquer la théorie des perturbations à l'ordre 2 sur l'énergie du niveau fondamental. On obtient pour un atome à deux niveaux :

$$\Delta E_1 = \frac{|\langle 1,n|V_{AL}|2,n-1\rangle|^2}{E_{2,n-1} - E_{1,n}} = \frac{(\hbar\Omega/2)^2}{\hbar\delta} \tag{5.3}$$

Le déplacement lumineux de l'état fondamental peut donc être interprété comme le potentiel dipolaire (voir Eq. 5.2). Ceci est justifié par le fait que comme on travaille à faible saturation ($s \ll 1$), les atomes se retrouvent la majeure partie du temps dans l'état fondamental. L'approche en terme d'atome habillé pour le piégeage dipolaire a été développée par J. Dalibard et C. Cohen-Tannoudji [101].

Pour avoir un piège qui soit le plus conservatif possible, on veut éviter au maximum l'absorption de photons par les atomes et pour ce faire, il faut augmenter le désaccord du faisceau. Notons que dans la plupart des cas, le gradient de phase de l'onde lumineuse interagissant avec les atomes n'est pas nul et dans ce cas, la force dipolaire est accompagnée d'une force de pression de radiation. Nous avons vu que le rapport de ces deux forces $F_{\rm pr}/F_{\rm dip}$ était inversement proportionnel au désaccord (voir chapitre 2).

Cependant, si l'on augmente trop fortement le désaccord, l'approximation du champ tournant qui revenait à négliger les termes non résonants devant les

termes résonants n'est plus valide (voir chapitre 1) et l'équation (5.2) n'est en conséquence plus valable.

Ceci amène à distinguer deux sortes de pièges dipolaires : le piège FORT (Far Off Resonant Trap) [102] et le piège QUEST (QUasi ElectroStatic Trap) [103]. Pour le premier l'approximation du champ tournant est encore possible : $|\delta| \lesssim \omega_0$ alors que pour le second, elle ne l'est plus : $|\delta| \gtrsim \omega_0$ où ω_0 correspond à la fréquence de la transition atomique.

Il existe en fait une différence fondamentale entre ces deux types de piège mise en évidence lorsque le potentiel dipolaire est vu en terme d'effet Stark. En effet, le moment dipolaire induit que nous avons introduit dans l'équation (2.4) peut s'exprimer en fonction du facteur de polarisabilité noté α de l'atome :

$$\mathbf{D} = \alpha \mathbf{E_0} \tag{5.4}$$

et on peut alors voir le déplacement lumineux du niveau fondamental de façon équivalente du point de vue de l'atome habillé ou du point de vue de l'effet Stark, ce qui donne pour un piège FORT :

$$\Delta E_1 = \frac{(\hbar\Omega/2)^2}{\hbar\delta} = -\frac{1}{2}\,\alpha E_0^2 \tag{5.5}$$

Dans le cas d'un piège FORT, la polarisabilité dépend de la fréquence laser (via le désaccord) et on parle alors d'effet Stark dynamique. Par contre, pour un piège QUEST, comme la fréquence laser est complètement négligeable devant la fréquence atomique, on peut considérer que la polarisabilité est indépendante de la fréquence et on a alors un effet Stark statique. Ceci justifie l'emploi du terme "quasi électro-statique" pour ce type de piège.

Dans la suite, nous ne nous intéresserons qu'au cas des pièges FORT. En effet, le laser que nous utilisons est un laser Nd :YAG de longueur d'onde 1064 nm et bien que son désaccord soit important par rapport aux transitions atomiques du Rubidium (794.7 nm pour la raie D_1, 780 nm pour la raie D_2), il leur reste inférieur en valeur absolue[1].

Remarque :

On peut écrire le potentiel dipolaire pour un atome à deux niveaux sous une forme générale (pour tout type de désaccord) si les équations sont écrites sans effectuer l'approximation du champ tournant [105] :

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3}\left(\frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega_L} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega_L}\right) I(\mathbf{r}) \tag{5.6}$$

[1]Lorsque le premier condensat "tout optique" a été réalisé, c'était à partir d'un laser CO_2 de longueur d'onde ~ 10 μm et dans ce cas, le piège est de type QUEST [104].

5.1.2 Le potentiel lumineux d'un piège FORT

Nous avons vu que dans le cas d'un piège FORT, le potentiel s'écrivait :

$$U_{dip} = \frac{\hbar\Gamma^2}{8\delta}\frac{I(\mathbf{r})}{I_s}$$

Pour générer un profil d'intensité inhomogène, nous avons choisi d'utiliser une onde gaussienne pour laquelle :

$$I(r,z) = I(0)\left(\frac{w_0}{w(z)}\right)^2 \exp\left(-2\frac{r^2}{w(z)^2}\right) \qquad \text{avec} \quad w(z) = w_0\sqrt{1+\left(\frac{z}{z_r}\right)^2} \tag{5.7}$$

w_0 est le waist du faisceau, $z_r = \pi w_0^2/\lambda$ sa longueur de Rayleigh et λ est sa longueur d'onde. On obtient alors l'expression suivante pour le potentiel dipolaire :

$$U(r,z) = \frac{\hbar\Gamma^2}{8\delta}\frac{I_0}{I_s}\frac{w_0^2}{w(z)^2}\exp\left(-2\frac{r^2}{w(z)^2}\right) \tag{5.8}$$

Généralisation à une structure multi-niveaux

Le couplage dipolaire électrique réel est plus complexe que celui étudié ci-dessus puisque les atomes de Rubidium possèdent à la fois une structure fine (levée de la dégénérescence des niveaux électroniques par couplage spin-orbite) et une structure hyperfine (levée de la dégénérescence des niveaux fins par le couplage entre le moment cinétique total des électrons et le spin nucléaire). Pour la longueur d'onde utilisée (1064 nm), on a un couplage avec les deux raies fines du premier état électronique excité : la raie D1 (794.7 nm) et la raie D2 (780 nm). Par contre, on ne résout pas la structure hyperfine (voir figure 5.1) :

$$\delta \gtrsim \Delta^e_{\text{sf}} \gg \Delta^e_{\text{sh}}$$

Dans le cas d'un atome multi-niveaux, le moment dipolaire électrique s'écrit :

$$\mathbf{d} = e\,\langle e|\mathbf{r}|g\rangle \qquad \begin{array}{rl} \text{avec} & |g\rangle = |\alpha, F, m_F\rangle \\ \text{et} & |e\rangle = |\alpha', F', m'_F\rangle \end{array} \tag{5.9}$$

Dans cette équation, $|g\rangle$ et $|e\rangle$ représentent respectivement le niveau fondamental et le niveau excité concerné, α le niveau électronique, F le moment angulaire total et m_F la projection de ce moment sur l'axe de quantification choisi. ϵ est la polarisation de l'onde lumineuse.

En exprimant le moment dipolaire électrique lié aux transitions hyperfines de l'atome en fonction du moment dipolaire électrique de l'atome à deux niveaux

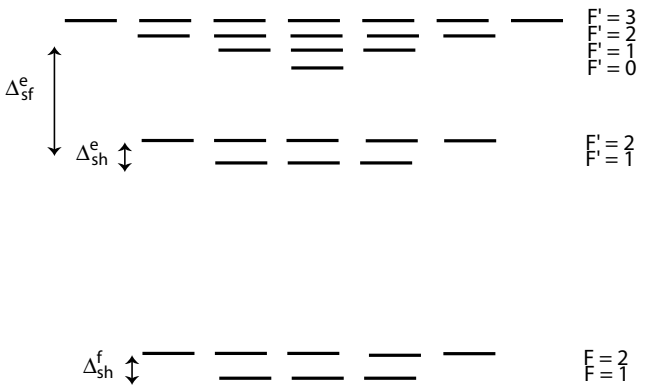


FIG. 5.1 – *Structure des niveaux atomiques du Rubidium en tenant compte de la structure hyperfine de l'atome.*

$|L = 0\rangle$ et $|L = 1\rangle$, on obtient pour le potentiel dipolaire une expression dépendant à la fois des différents sous-niveaux hyperfins dans l'état fondamental et de la polarisation de l'onde lumineuse. On trouvera la résolution complète dans l'annexe C, le résultat s'écrivant :

$$U(m_F, q) = \frac{\tilde{U}}{3}\left(\frac{1 - qg_F m_F}{\delta_{D_1}} + \frac{2 + qg_F m_F}{\delta_{D_2}}\right)\frac{I(r)}{I_0} \tag{5.10}$$

$$\text{avec} \quad \tilde{U} = \frac{\langle L' \| \mathbf{d} \| L\rangle}{\hbar(2L' + 1)}\,|E_0|^2 = \frac{\hbar\Gamma^2}{8}\frac{I_0}{I_s}$$

où $q = 0, \pm 1$ est le moment de spin des photons qui correspond respectivement à une polarisation π, $\sigma_\pm$.

On constate que le choix de la polarisation a une importance. Dans le cas d'une polarisation linéaire, le potentiel dipolaire est indépendant du sous-niveau considéré alors que dans le cas d'une polarisation circulaire, on a une levée de la dégénérescence, les deux sous-niveaux ne sont plus équivalents [2]. On peut réécrire l'équation précédente en isolant le terme dû à la polarisation du faisceau :

$$U(m_F, q) = \frac{\tilde{U}}{\delta_{\text{eff}}}\left(1 + \delta_{\text{eff}}\frac{qg_F m_F(\delta_{D_1} - \delta_{D_2})}{\delta_{D_1}\delta_{D_2}}\right)\frac{I(r)}{I_0} \tag{5.11}$$

avec $1/\delta_{\text{eff}} = 1/3\delta_{D_1} + 2/3\delta_{D_2}$. Dans notre cas, le laser est à 1064 nm et ce second terme est de l'ordre de 1%, il est donc négligeable.

[2]Cette levée de dégénérescence a été expliquée par Cohen-Tannoudji et Dupont-Roc en terme de champ magnétique fictif [106].

5.2 Montage de la pince optique

5.2.1 Montage

La pince optique est produite par un laser Nd :Yag de longueur d'onde 1064 nm et de puissance de sortie 2 W. Celui-ci est injecté dans une fibre monomode à maintien de polarisation connectée à un coupleur de sortie présentannt une ouverture de 4 mm puis passe à travers un ensemble de deux déflecteurs acousto-optiques d'une ouverture de 4 mm également [Fig. 5.2(b)] avant d'être fortement focalisé à une distance de 1 m. L'ensemble constitué du coupleur de sortie de la fibre, du système de déflecteurs et des lentilles est monté sur un plateau optique posé sur une platine de translation [Fig. 5.2(a)]. Le faisceau est ensuite dirigé sur les atomes à l'aide de deux miroirs dont le second est un miroir dichroïque : il réfléchit 99% de la puissance incidente à 1064 nm et transmet 93% de la puissance incidente à 780 nm. Cela permet à la pince optique et au faisceau ralentisseur (voir chapitre 2) de partager le même axe (voir Fig. 5.7).

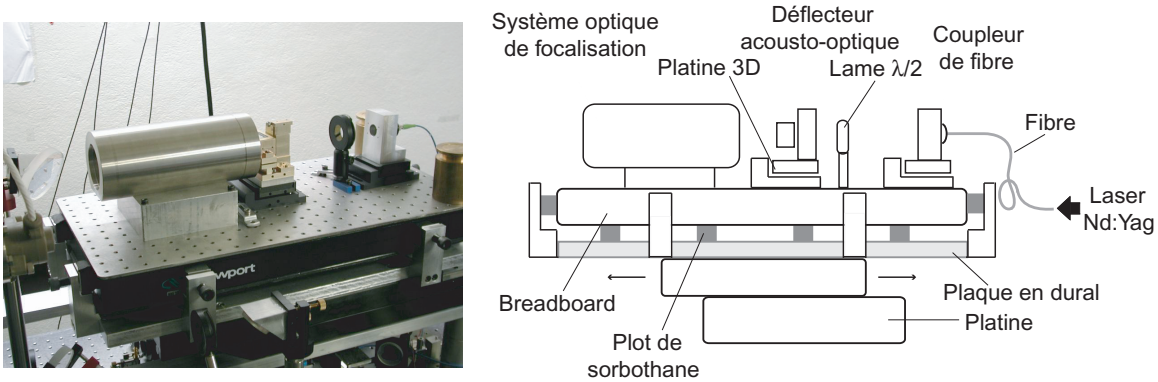


FIG. 5.2 – *Photo et schéma de montage de la pince optique.*

Le laser Nd :Yag

Le laser utilisé est un laser Mephisto de 2 W. Il présente une très grande stabilité en intensité : le bruit d'intensité relatif est inférieur à -150 dB/Hz. Cette très grande stabilité s'explique, d'une part, par le fait qu'il est monolithique, c'est-à-dire que la cavité laser est faite d'un seul bloc, les plans coupés du cristal servant d'interface. D'autre part, ce laser est équipé d'un bon asservissement en température et d'une boucle de rétroaction sur le bruit.

Les déflecteurs

Ce sont des modulateurs acousto-optiques DTD-274HA6 de Intraaction. Leur rôle est double : contrôler l'intensité laser (via l'amplitude de modulation appliquée) et contrôler la position du faisceau (via la fréquence de modulation appliquée). L'ordre de diffraction choisi est l'ordre +1 pour les deux déflecteurs. L'intensité peut être variée de 700 mW à zéro. Le faisceau peut être dévié de 25 mrad autour d'une déviation centrale de 45 mrad.

Il s'est avéré que l'efficacité de diffraction des deux déflecteurs était *très* sensible à la polarisation d'entrée du faisceau : cette dernière doit être parallèle au vecteur d'onde du premier réseau (premier déflecteur acousto-optique) pour optimiser l'efficacité. Elle vaut alors typiquement 50% (pour l'ensemble des deux déflecteurs). L'utilisation d'une fibre à maintien de polarisation est donc importante dans notre système pour maintenir une polarisation linéaire de sorte qu'après la lame demi-onde située juste avant les déflecteurs, on ait le moins de fluctuations en intensité possible[3].

Le système optique de focalisation

Premièrement, on désire transformer l'angle de déflection en sortie des déflecteurs en un mouvement de translation à l'issue du télescope. Pour ce faire, un faisceau collimaté est envoyé sur les déflecteurs (Fig. 5.3). C'est cette contrainte qui nous impose d'utiliser des déflecteurs avec une si grande ouverture puisqu'ordinairement, ce sont des faisceaux focalisés qui sont en entrée de tels systèmes.

Deuxièmement, on cherche à focaliser sur un waist de 20 μm tout en minimisant l'encombrement du système de focalisation afin que ce dernier puisse tenir sur la platine de translation. Les contraintes imposées sont une taille de faisceau de 4 mm maximum à l'entrée des déflecteurs et une focalisation à partir de la dernière lentille à 1 m de distance. Ce calcul de minimisation de l'encombrement a été effectué par Jean-Félix Riou à l'aide du formalisme des matrices ABCD et a conduit au résultat suivant [107] : le système de focalisation est constitué de deux lentilles (doublets achromats) de focale respective 20 et 150 mm, séparées de 20 cm, produisant une focalisation sur 20 μm à 1 m de la dernière lentille pour un faisceau de 4 mm de diamètre en entrée. Le rapport entre la distance translatée ΔY et l'angle de déflection $\Delta\alpha$ vaut alors 0.11 mm/mrad, ce qui donne un déplacement latéral maximal pour la pince de 3 mm (Fig. 5.3).

Ce rapport est très sensible vis-à-vis de la distance séparant les deux lentilles : un écart de 10 μm sur cette distance conduit à une variation de 360 μm sur le

[3]Pour que la polarisation du faisceau soit maintenue lors de son trajet dans la fibre, il faut entrer avec une polarisation linéaire parallèle à l'un des axes propres de la fibre. La polarisation du laser étant légèrement elliptique, on a dû ajouter à la sortie du laser une lame quart d'onde pour la rectifier.

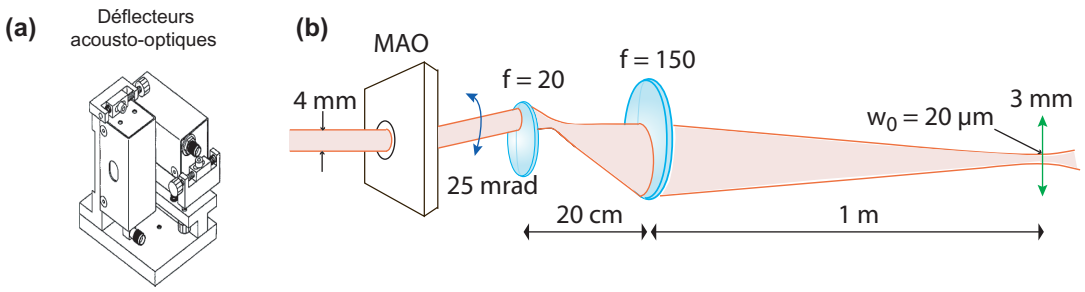


FIG. 5.3 – *(a) Système de déflecteurs acousto-optiques. (b) Configuration de la forme du faisceau dans le système de déflecteurs et de focalisation : le faisceau entre collimaté, l'angle de déflection à la sortie des déflecteurs est alors converti en une translation à l'issue du télescope.*

déplacement longitudinal. Il est donc nécessaire pour la stabilité du pointé de la pince de maintenir cette distance à 10 μm près. C'est pourquoi, le système de focalisation a été réalisé en invar, matériau subissant très peu de dilatation thermique[4].

En sortie du système de focalisation, la pince optique a une puissance de 700 mW, l'efficacité globale étant de 35% pour tout le montage optique de la pince.

La platine

La platine de translation utilisée est la platine M-STSPW300 de Micro-Contrôle (Newport) pilotée par le contrôleur MM4005. Cette platine possède une course de 30 cm réalisée à l'aide d'un moteur asservi à courant continu, ce qui assure des déplacements "doux" (contrairement aux moteurs pas à pas). L'entraînement se fait via une vis à bille sans fin et sans jeu. Une règle optique permet un positionnement à 0.1 μm près et la répétabilité est de 0.3 μm. Cette platine peut produire une vitesse maximale de 12 cm/s.

En mode de déplacement rapide, des vibrations apparaissaient pour des fréquences comprises entre 100 et 10 kHz lors des premiers essais. Des plots de sorbothane ont donc été disposés sous et sur les côtés du plateau optique pour s'affranchir de toutes vibrations supérieures à ~ 3 Hz.

[4]C'est un alliage de fer comportant 36% de nickel qui a valu à son inventeur - le suisse Charles-Edouard Guillaume - le prix Nobel de physique en 1920. Son coefficient de dilatation linéaire est de $1,5.10^{-6}$ K^{-1}.

5.2.2 Caractérisation de la pince

Focalisation

Le waist w_0 du faisceau[5] est le paramètre sensible dans le montage d'une pince optique car sa valeur intervient dans la profondeur U_0 du piège ($U_0 \propto P/w_0^2$), dans les fréquences d'oscillations axiale ν_{ax} et radiale ν_{rad} ($\nu_{\text{ax}} \propto \sqrt{P}/w_0^3$, $\nu_{\text{rad}} \propto \sqrt{P}/w_0^2$) et dans la sensibilité à l'alignement horizontal de la pince θ_{hor} ($\theta_{\text{hor}}^{\text{max}} \propto P/w_0^4$, voir Eq. 5.13). Sa détermination précise est donc nécessaire et, pour ce faire, deux méthodes ont été utilisées : la première repose sur le foucaultage du faisceau [108], la seconde consiste à prendre l'image du faisceau sur une caméra CCD.

La méthode par foucaultage consiste à déplacer un demi-plan opaque dans le faisceau et à mesurer l'intensité transmise en fonction de la position de ce demi-plan[6], déplacé en pratique à l'aide d'une monture micro-métrique. Le profil d'intensité est alors reconstruit en dérivant le signal obtenu. Sur la figure (5.4) ont été représentés le profil du faisceau obtenu après le système de déflecteurs pour lequel le waist est de 1.45 ($\pm$0.03) mm et le profil du faisceau obtenu après le système de focalisation pour lequel le waist est de 40.7 ($\pm$1.5) μm. Nous nous attendions, d'après les simulations du système optique, à 2 mm en sortie des déflecteurs et 20 μm en sortie du système de focalisation. L'ouverture de 4 mm des déflecteurs n'a donc pas permis une diffraction efficace sur un diamètre équivalent comme espéré. Avec ce nouveau waist de 1.45 mm, le waist en sortie du système de focalisation devrait être désormais de 28 μm, ce qui n'est pas le cas. L'écart à cette nouvelle valeur s'explique par le fait que le plus grand doublet du système de focalisation ajoute des aberrations au faisceau. L'erreur a été de monter le système avec des doublets achromats c'est-à-dire un ensemble de deux lentilles permettant de corriger à la fois les aberrations chromatiques et les aberrations sphériques. En effet, dans ce cas, les contraintes imposées au système sont importantes et, en pratique, pour des lentilles de grand diamètre et une grande ouverture numérique, seules les aberrations chromatiques sont parfaitement corrigées. Puisque nous travaillons avec une seule fréquence, il est inutile de prendre soin de corriger les aberrations chromatiques, auquel cas on réduit le nombre de contraintes et les aberrations sphériques peuvent alors être corrigées sans compromis. Pendant la rédaction de cette thèse, la seconde lentille du système de focalisation a été changée pour tenir compte du fait précédent et un waist de 28 μm a bien été obtenu. Tous les résultats présentés dans ce mémoire cependant sont ceux obtenus avec l'ancien système et le waist de 40 μm. Quant à la longueur de Rayleigh, elle vaut 4 mm alors que la valeur attendue était de

[5]Par définition, le waist correspond au rayon à $1/e^2$ de l'intensité maximale.

[6]Nous nous servons d'un rasoir comme demi-plan, ce qui présente l'avantage d'avoir une arête nette.

1.2 mm.

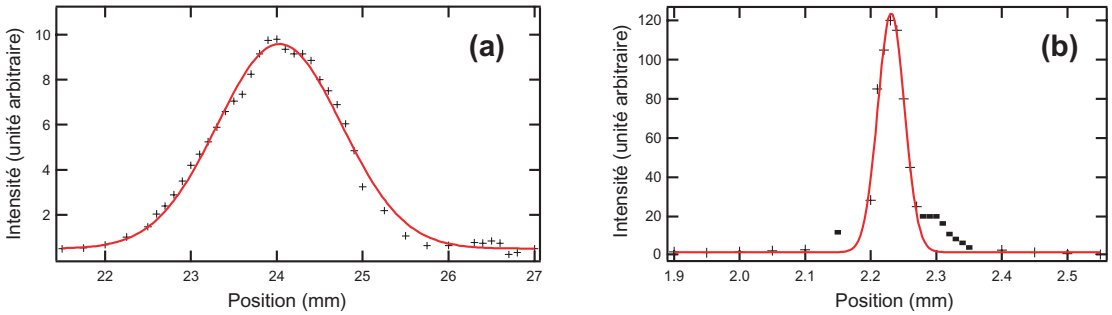


FIG. 5.4 – *(a) Profil de la pince optique après le système de déflecteurs. Le waist est de* 1.45 (± 0.03) *mm. (b) Profil de la pince optique après le système de focalisation. Le waist est de* 40.7 (± 1.5) μm.

La méthode de Foucaultage était utilisée tant que la pince optique n'était pas mise en place. Une fois celle-ci installée, sa réflexion sur une lame de verre est envoyée sur une caméra CCD. Cela permet de suivre l'évolution du pointé de la pince optique en statique, i.e. quand la platine n'est pas en mouvement, auquel cas on a une mesure du bruit mécanique de la pince et en dynamique. Ce système nous a aussi servi pour l'alignement de la pince sur les atomes comme nous le verrons par la suite. La figure (5.5) montre le profil longitudinal de la pince, il résulte de coupes transverses sur la caméra mises bout à bout. On distingue bien les aberrations sur cette figure, visibles notamment par la présence d'anneaux (dont on voit la coupe).

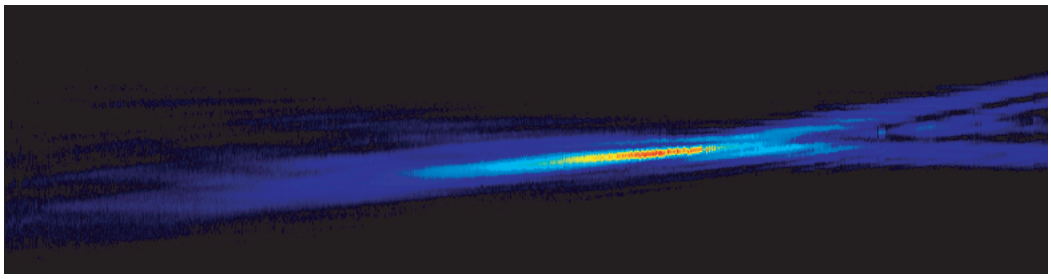


FIG. 5.5 – *Reconstitution du profil longitudinal de la pince optique en mettant bout à bout des sections transverses du faisceau imagées sur une caméra CCD.*

Profondeur

Etant donné qu'il faut travailler à fort désaccord pour avoir un piège qui soit conservatif, il est difficile d'obtenir des pièges très profonds. Ceci explique pourquoi il a fallu attendre quelques années entre la proposition de piéger les atomes dans un potentiel dipolaire en 1978 [99] et sa réalisation en 1986 [100] : il fallait d'abord optimiser le refroidissement des atomes pour remplir efficacement le piège.

La profondeur est inversement proportionnelle au désaccord et est proportionnelle à l'intensité du laser. Elle vaut, d'après l'équation (5.10), avec les paramètres utilisés ($P = 700$ mW et $w_0 = 40$ μm, polarisation du faisceau linéaire $q = 0$) :

$$U_0 = \frac{\hbar\Gamma^2}{8}\left(\frac{1/3}{\omega_{D_1} - \omega_L} + \frac{2/3}{\omega_{D_2} - \omega_L}\right)\frac{I_0}{I_s} = 40\ \mu\text{K} \tag{5.12}$$

Il est important de noter qu'en plus de la force dipolaire, dans une des trois directions, les atomes sont soumis à la force de gravité et la profondeur du piège doit donc être suffisamment grande pour contrer l'effet de la gravité (voir Fig. 5.6). La condition à remplir est $Mg\Delta r < U_0$, ce qui dans notre cas, correspond à avoir $\Delta r < 400\mu$m. Ceci est bien vérifié pour les directions transverses mais pas pour la direction axiale. Les pinces optiques sont donc toujours prises horizontalement, le confinement étant trop lâche suivant la direction de propagation.

La gravité peut malgré tout intervenir sur la direction de confinement lâche si la pince n'est pas exactement horizontale. L'angle maximum autorisé pour garder un confinement des atomes dans la pince, $\theta_{\text{hor}}^{\max}$, est défini par :

$$2z_r Mg\sin(\theta_{\text{hor}}^{\max}) \sim U_0 \quad \Rightarrow \quad \theta_{\text{hor}}^{\max} \sim \frac{U_0}{2z_r Mg} \tag{5.13}$$

Avec nos paramètres, cet angle vaut 2.5°. Il faudra donc être vigilant dans l'alignement de la pince.

Fréquences du piège

Le faisceau laser est polarisée rectilignement. En utilisant l'équation 5.7, on peut approximer l'équation 5.10 pour r et z petits par :

$$U = U_0\left(1 - \frac{z^2}{z_r^2} - 2\frac{x^2+y^2}{w_0^2}\right) \tag{5.14}$$

Ceci correspond à un piégeage harmonique avec les fréquences suivantes :

$$\begin{aligned} \nu_{\text{radial}} &= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4U_0}{Mw_0^2}} \\ \nu_{\text{axial}} &= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2U_0}{Mz_r^2}} \end{aligned} \tag{5.15}$$

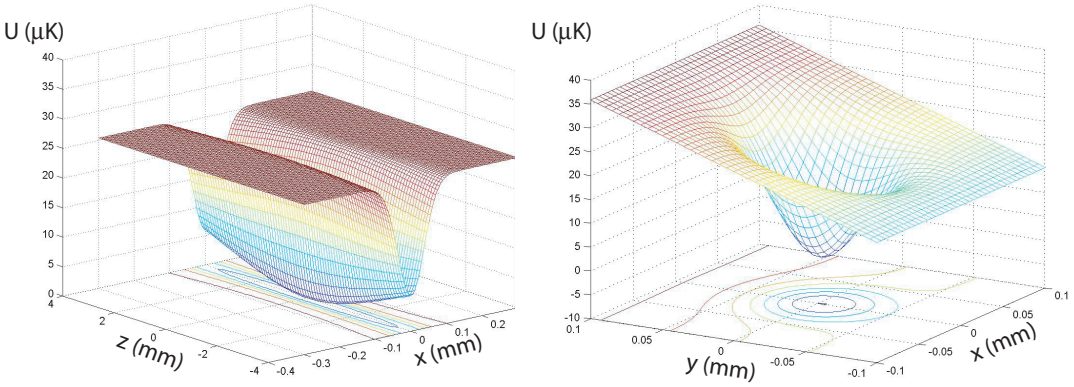


FIG. 5.6 – *Potentiel dipolaire en présence de gravité selon les directions (a) z et x, (b) y et x. L'axe z est l'axe de propagation du faisceau, l'axe y est l'axe vertical.*

Avec $U_0 = 40$ μK, $w_0 = 40$ μm et $z_r = 4.7$ mm, on a :

$$\begin{aligned} \nu_{\text{rad}} &= 470 \text{ Hz} \\ \nu_{\text{ax}} &= 3 \text{ Hz} \end{aligned} \tag{5.16}$$

On est donc en présence d'un piège fortement anisotrope puisque c'est le waist qui compte dans les directions transverses et la longueur de Rayleigh dans la direction longitudinale (Fig. 5.6).

5.2.3 Positionnement de la pince sur les atomes

Puisque le faisceau YAG affecte peu les atomes[7] et que le système d'imagerie ne se trouve pas dans l'axe du faisceau, il faut procéder au positionnement de la pince de façon indirecte : la méthode utilisée consiste à superposer le faisceau YAG sur un autre faisceau qui, lui, se trouve à résonance avec les atomes et que nous nommerons *faisceau positionneur*.

Le faisceau de la pince et le faisceau positionneur sont mixés à l'aide d'une lame de verre. La transmission et la réflexion respectivement de la pince et du positionneur sont envoyées sur les atomes et la réflexion de la pince et la transmission du positionneur sur la caméra CCD évoquée dans la section précédente (Fig. 5.7). Le faisceau positionneur est pris sur la transition $F = 1 \rightarrow F' = 2$ de sorte à induire des pertes ou un chauffage sur les atomes piégés. Il est prélevé sur le faisceau de la diode repompeur, fibré puis, à l'aide d'un télescope, focalisé sur un waist de ~ 120 μm à une distance de 1,2 m de la dernière lentille.

Les différentes étapes pour procéder à l'alignement sont les suivantes :

- Détermination de la position longitudinale des atomes.
  On utilise un téléobjectif SIGMA à l'emplacement de la sortie de fibre du faisceau positionneur pour effectuer la mise au point sur le MOT. On positionne alors la fenêtre de la caméra CCD de sorte à ce qu'elle se trouve également dans le plan de mise au point. Ainsi, les distances de la lame de verre aux atomes et de la lame à la caméra CCD sont sensiblement les mêmes. Les waists du faisceau positionneur et de la pince peuvent alors être positionés longitudinalement au millimètre près (taille du MOT) sur les atomes.

- Détermination de la position transverse des atomes.
  La position transverse du faisceau est balayée et on étudie les variations en température et en nombre d'atomes du nuage atomique piégé en fonction de sa position pour des pièges magnétiques de plus en plus refroidis afin d'affiner son alignement. En ajoutant le faisceau dépompeur sur le piège, on augmente le nombre de cycles repompage-dépompage, ce qui donne un signal encore plus évident sur les pertes et le chauffage qu'avec le faisceau positionneur seul. Sur la figure (5.8), la variation en température d'un nuage atomique refroidi à 1 μK a été représentée en fonction d'un balayage selon l'une des deux directions transverses. Le rayon à $1/e^2$ de cette courbe vaut 118 μm, ce qui est comparable au waist du faisceau positionneur. Pour cette direction, la limite de résolution en position du faisceau a donc été atteinte. On a procédé de même selon l'autre direction transverse, puis la

[7] Le déplacement lumineux associé au faisceau n'est que de 0.9 MHz, ce faisceau n'a donc aucun effet repérable sur les atomes tant que ceux-ci ne sont pas piégés.

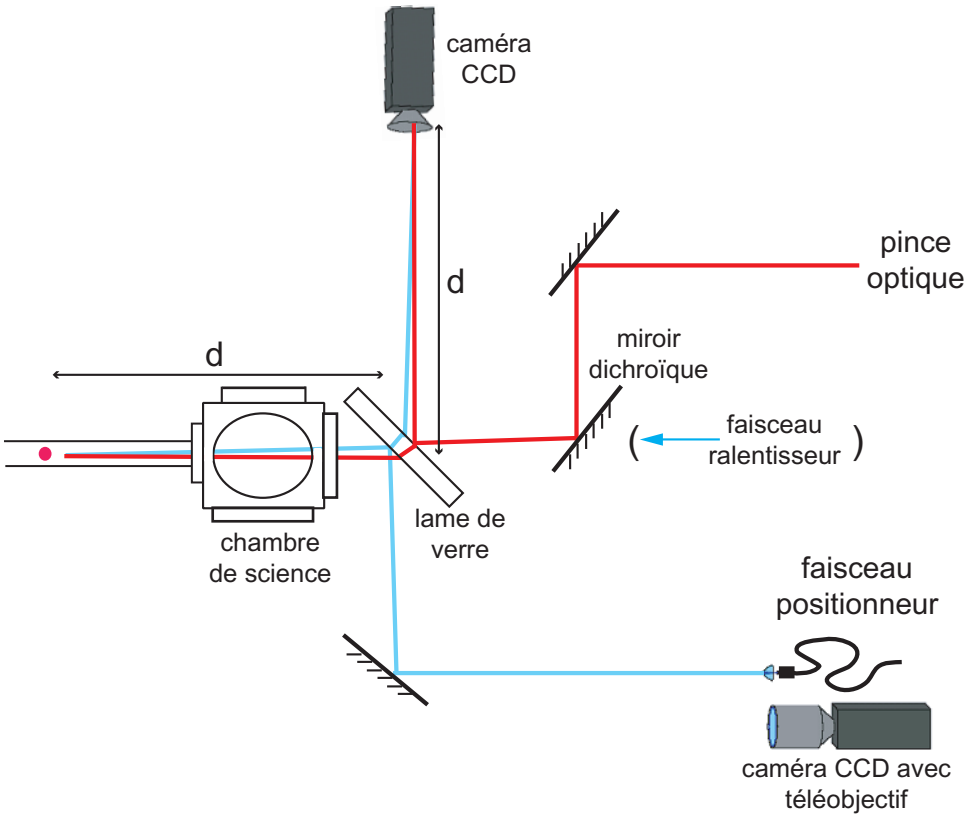


FIG. 5.7 – *Procédure d'alignement de la pince optique sur les atomes. La caméra CCD avec téléobjectif permet de repérer la position longitudinale du plan transverse dans lequel se trouve les atomes. Le faisceau positionnneur sert à repérer la position transverse des atomes piégés. La position de la pince optique et celle du faisceau positionneur sont confondues au niveau de la fenêtre de la caméra CCD sans téléobjectif.*

pince a été alignée sur le faisceau positionneur au point imagé sur la caméra.

– On balaye la position de la pince en modulant la fréquence des déflecteurs acousto-optiques à une fréquence proche des fréquences de piégeage de la pince. Les atomes sont chauffés et on a ainsi un premier signal d'atomes piégés dans la pince facilement optimisable.

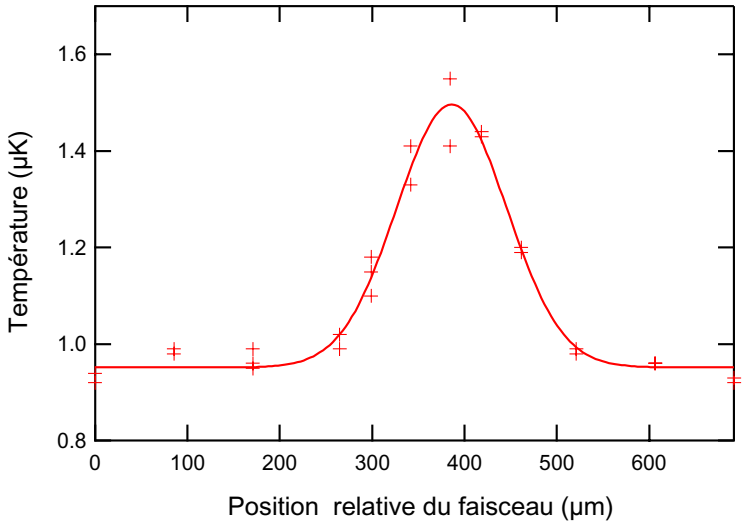


FIG. 5.8 – *Signal de chauffage du nuage atomique piégé en fonction de l'alignement du faisceau positionneur.*

5.3 Caractéristiques des atomes piégés dans la pince

Pour le moment, aucune précaution particulière n'a été apportée au transfert des atomes du piège magnétique à la pince : le laser est maintenu allumé tout au long de la séquence expérimentale (étant donné son désaccord et sa faible profondeur, il ne perturbe pas les étapes antérieures de refroidissement laser, de piégeage magnétique et dans une moindre mesure d'évaporation radio-fréquence) et les champs magnétiques du piège magnétique sont coupés brutalement en fin de séquence de sorte à ne garder que le piège optique et les atomes qui s'y sont accumulés.

Nous procédons ici à une toute première caractérisation des atomes piégés dans la pince. Des résultats plus approfondis seront donnés dans le prochain manuscrit de thèse concernant l'expérience.

Fréquences d'oscillation

Un défaut dans la superposition des centres du piège magnétique et du piège dipolaire optique selon la direction lâche de ce dernier permet l'observation d'oscillations du nuage dans la pince après la coupure des champs magnétiques. Ces

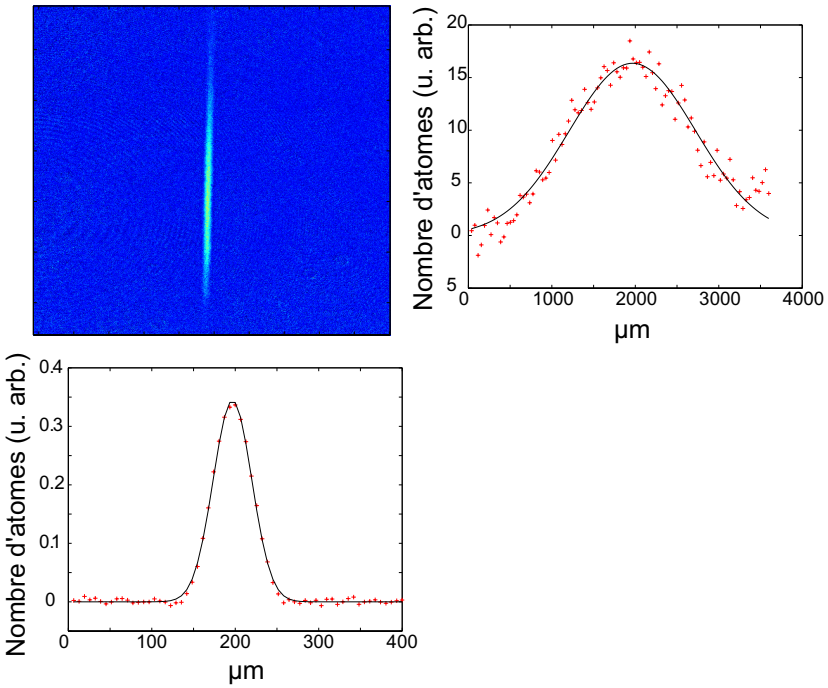


FIG. 5.9 – *Image en absorption des atomes dans la pince et ajustement des profils de densité à une dimension. Le profil de densité en fonction de y est donné en intégrant la densité selon z et réciproquement. Rappelons que l'axe du système d'imagerie étant selon x, la densité observée dans une image par absorption est une densité déjà intégrée selon cet axe.*

oscillations nous permettent d'apprécier la fréquence axiale de la pince, celle-ci est de 2Hz. Cette fréquence est plus faible que la fréquence attendue de 3 Hz, ce qui provient de la non-horizontalité de la pince. Une mesure de l'angle entre la pince et l'horizontale donne en effet $\theta_{\text{hor}} = 1°$. Ce désalignement réduit la profondeur du piège à une valeur estimée de 13 μK[8].

Nombre d'atomes et température

La plus petite température de nuage que l'on peut piéger dans la pince est de l'ordre de 1 μK. Cette limitation provient du fait que l'évaporation radio-fréquence est entravée en fin de rampe par la présence de la pince. Ce point sera discuté dans la section 5.4.2. Typiquement, on dispose de quelques 10^6 atomes à

[8]Nous ne disposions pas d'un accès optique suffisant pour rectifier ce désalignement au moment des mesures mais des modifications du dispositif expérimental ont été effectuées pour permettre de le rectifier.

1 μK et on parvient à en conserver une fraction de l'ordre de 25 %. Le nombre d'atomes piégés dans la pince et leur température sont déterminés de la même façon que pour un nuage piégé magnétiquement, c'est-à-dire à l'aide d'une imagerie par absorption (voir sections 4.4.1 et 4.4.2).

La figure (5.9) illustre le nuage d'atomes piégés dans la pince. Cette image a été prise après que les atomes sont restés 500 ms confinés dans la pince et après un temps de vol de 1 ms. Les tailles rms radiale et axiale après ce temps de vol valent respectivement 23 μm et 758 μm.

De même que pour le piège magnétique, au-dessus de la température de transition de Bose-Einstein, il n'est pas nécessaire d'effectuer des temps de vol pour connaître la température du nuage d'atomes. Une seule prise d'images suffit puisque l'on connaît la forme du potentiel à insérer dans la distribution de Boltzmann pour avoir les tailles initiales dans le piège et que l'on connaît la vitesse d'expansion (voir section 4.4.2). La figure (5.10) présente la relation entre la taille radiale (taille rms selon l'axe y) et la température après un temps de vol de 6 ms.

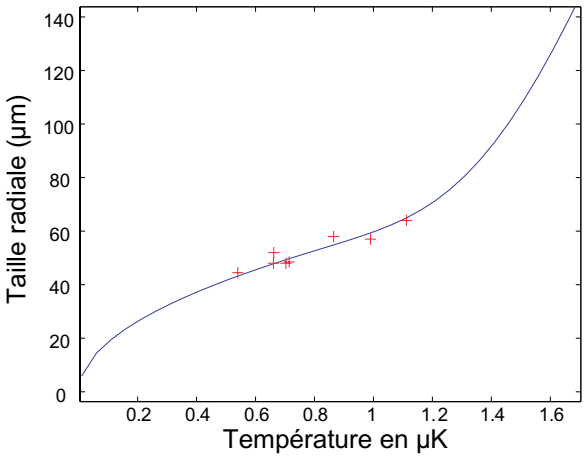


FIG. 5.10 – *La courbe en trait plein résulte du calcul de la taille radiale du nuage en fonction de sa température pour un temps de vol de 6 ms. On utilise pour ce calcul la distribution de Boltzmann en prenant comme potentiel la forme donnée par l'équation (5.10). Les croix correspondent aux données expérimentales prises par technique de temps de vol (voir section 4.4.2).*

Temps de vie

La durée de vie du nuage atomique piégé dans le potentiel dipolaire n'est pour le moment que d'une seconde mais ceci ne constitue sûrement pas une limite fondamentale. Nous sommes limités par les imperfections de la forme du faisceau et de la procédure de transfert. Fondamentalement, les limitations pour la durée de vie des atomes dans des pièges optiques proviennent des phénomènes suivants :

Le taux de collision avec le gaz résiduel (voir section 3.5.1)
On s'attend à obtenir une durée de vie due à ce taux de collisions du même ordre de grandeur que pour le piège magnétique à savoir de l'ordre de la minute même si la profondeur de nos pièges optiques est 100 à 1000 fois plus petite que celle de nos pièges magnétiques[9].

Le taux de collisions à trois corps (voir section 3.5.1)
Actuellement, la densité pic est de l'ordre de 2.10^{12} cm^{-3}, ce qui conduit à une durée de vie associée de l'ordre de quelques minutes. La durée de vie associée à ces collisions est sensiblement la même pour le piège magnétique comprimé et la pince optique car ces deux pièges ont des volumes semblables (le produit de leurs fréquences respectives est peu différent : $(\bar{\omega}_{\rm opt}/\bar{\omega}_{\rm mag})^3 \sim 0.7$).

Le taux de photons diffusés spontanément
Dans le cas de pièges fort désaccordés, l'absorption et la réémission de photons ne se font plus à la fréquence atomique mais à la fréquence du laser. Il s'agit de diffusion élastique. Ce processus ne contribue pas à la force moyenne totale s'exerçant sur l'atome mais de par sa nature aléatoire, il contribue à ses fluctuations et engendre un chauffage[10]. Le taux de photons diffusés spontanément vaut :

$$\gamma = \frac{\Gamma\Omega^2}{4\delta^2} =\simeq 0.3 \text{ s}^{-1} \tag{5.17}$$

pour une puissance laser de 700 mW et un waist de 40 μm. Pour chaque photon diffusé, l'atome subit un échauffement de deux fois l'énergie de recul

[9]Plus le piège est profond et plus la fraction d'atomes pour lesquels, à l'issue d'une collision avec une particule de gaz résiduel, l'énergie acquise reste inférieure à la profondeur du piège est grande. La collision se traduit alors par un chauffage et non une perte. Cependant, comparée à une énergie thermique de 300 K, la différence de profondeur entre un piège magnétique et un piège optique n'a pas d'effet dramatique sur le taux de pertes associé.

[10]Il existe aussi un chauffage dû à la redistribution cohérente de photons entre les différentes ondes planes constituant le faisceau lumineux (cycles d'absorption et de réémission induite)[101] mais celui-ci est négligeable aux grands désaccords.

$E_{\text{recul}} = \hbar^2 k^2/2M$. La diffusion spontanée de photons conduit donc à une durée de vie de l'ordre de $U_0/2E_{\text{recul}}\gamma \sim 140$ s.

Les pertes dues au bruit de pointé et au bruit d'intensité du laser

Thomas et al. ont démontré l'importance de la stabilité en pointé et en intensité du laser pour accéder à des temps de vie élevés des atomes dans les pièges dipolaires optiques [109]. Cette équipe est d'ailleurs la première à avoir atteint un temps de piégeage de l'ordre de 300 s pour un piège dipolaire optique créé à partir d'un laser CO_2 en soignant la stabilité de leur laser alors que dans les expériences précédentes, le temps de vie n'excédait pas 10 s [110]. Le bruit de pointé et le bruit en intensité du laser engendrent respectivement des taux de chauffage linéaire et exponentiel causant des pertes d'atomes. Ces taux de chauffage sont très dépendants des fréquences d'oscillation du piège, ils sont respectivement proportionnels aux fréquences d'oscillation du piège à la puissance 4 et à la puissance 2. Pour espérer une durée de vie de l'ordre de 100 s, avec nos paramètres, il faut avoir grosso modo une stabilité en position de l'ordre de 10^{-3} μm.Hz$^{-1/2}$ et une stabilité en intensité de l'ordre de 10^{-4} Hz$^{-1/2}$. Des améliorations ont été ou vont être apportées à l'expérience pour avoir les meilleures stabilités possibles : plots de sorbothane sous l'ensemble de la pince permettant de couper les fréquences supérieures à 3 Hz, ensemble de la pince mis sous boîte, supports de miroir amortis. Des mesures de bruits ont été effectuées et feront l'objet d'une prochaine thèse.

Notons que dans un piège optique, les pertes par relaxation dipolaires sont très faibles car elles ne revêtent une importance que si le piégeage s'effectue dans un état qui n'est pas l'état fondamental du piège.

5.4 Les deux types de transfert envisagés

Le transfert du piège magnétique à la pince optique n'est pas trivial puisque les formes des deux pièges ne correspondent pas, les axes longs des deux pièges sont dans des directions orthogonales (voir la configuration des axes de Fig. 5.11). Pour optimiser le transfert des atomes du piège magnétique à la pince optique et pour permettre aux atomes de rester en permanence dans un état d'équilibre, deux voies sont envisagées : effectuer un transfert adiabatique ou procéder à une évaporation radio-fréquence dans le piège hybride. Nous allons montrer en quoi consistent ces deux transferts et quels sont les avantages qui leur sont associés.

5.4.1 Transfert adiabatique

Pour effectuer un transfert adiabatique, il faut progressivement augmenter la puissance du laser puis progressivement diminuer le champ magnétique de piégeage sur des temps supérieurs aux périodes d'oscillation des atomes dans le piège. Cela permet, d'une part, de conserver l'entropie du nuage d'atomes au cours de la transformation du piège : la densité dans l'espace des phases est conservée (elle peut même être augmentée suite au changement de forme du piège[11] [111, 112]). D'autre part, cela permet de s'affranchir à la fois des problèmes liés à une mauvaise superposition entre les centres des deux pièges (mise en oscillation du nuage d'atomes) et des problèmes pouvant survenir à la coupure brutale du champ magnétique (gradients magnétiques parasites communiquant une impulsion aux atomes piégés).

Etant donné les fortes fréquences radiales des deux pièges mises en jeu, il sera probablement nécessaire de décomprimer le piège magnétique avant que la puissance laser ne soit complètement augmentée car les densités pic atteintes seront alors de l'ordre de 10^{15} cm^{-3}, ce qui engendre des pertes à trois corps importantes.

5.4.2 Evaporation radio-fréquence dans un piège hybride : piège magnétique + pince optique

Etudions l'effet de la radio-fréquence dans le piège hybride. Pour cela, nous avons représenté sur la figure (5.11) les états dans la base adiabatique (voir section 4.1.1) pour chaque direction et pour deux valeurs différentes de fréquence du champ radio-fréquence : 10 MHz et 4.5 MHz. Ceci correspond à des températures finales pour le nuage atomique de 40 μK et 2 μK respectivement. On constate que pour la première valeur, l'évaporation radio-fréquence se déroule encore normalement alors que pour la seconde, elle est stoppée dans les directions radiales de la pince. En effet, en laissant la pince optique en permanence durant l'expérience, on permet à l'évaporation radio-fréquence de se dérouler normalement jusqu'au moment où la courbure locale du piège magnétique devient inférieure à celle de la pince optique. L'évaporation est alors stoppée dans la direction selon laquelle cela arrive. Dans notre cas, lorsque la fréquence du signal radio-fréquence rayonné sur les atomes atteint une énergie correspondante à l'énergie de profondeur du piège, l'évaporation est stoppée dans les deux directions radiales de la pince. Elle peut par contre se poursuivre selon la direction longitudinale[12]. De cette façon,

[11] La densité dans l'espace des phases n'est pas modifiée lorsque l'on comprime ou décomprime adiabatiquement le piège sans changement de forme de ce dernier. En effet, l'entropie ne dépend que de trois paramètres : le nombre d'atomes, la densité dans l'espace des phases et la forme du piège.

[12] Etant donné que l'on peut avoir aussi de l'évaporation naturelle dans la pince, le processus d'évaporation ne deviendra réellement inopérant dans les directions radiales de la pince que

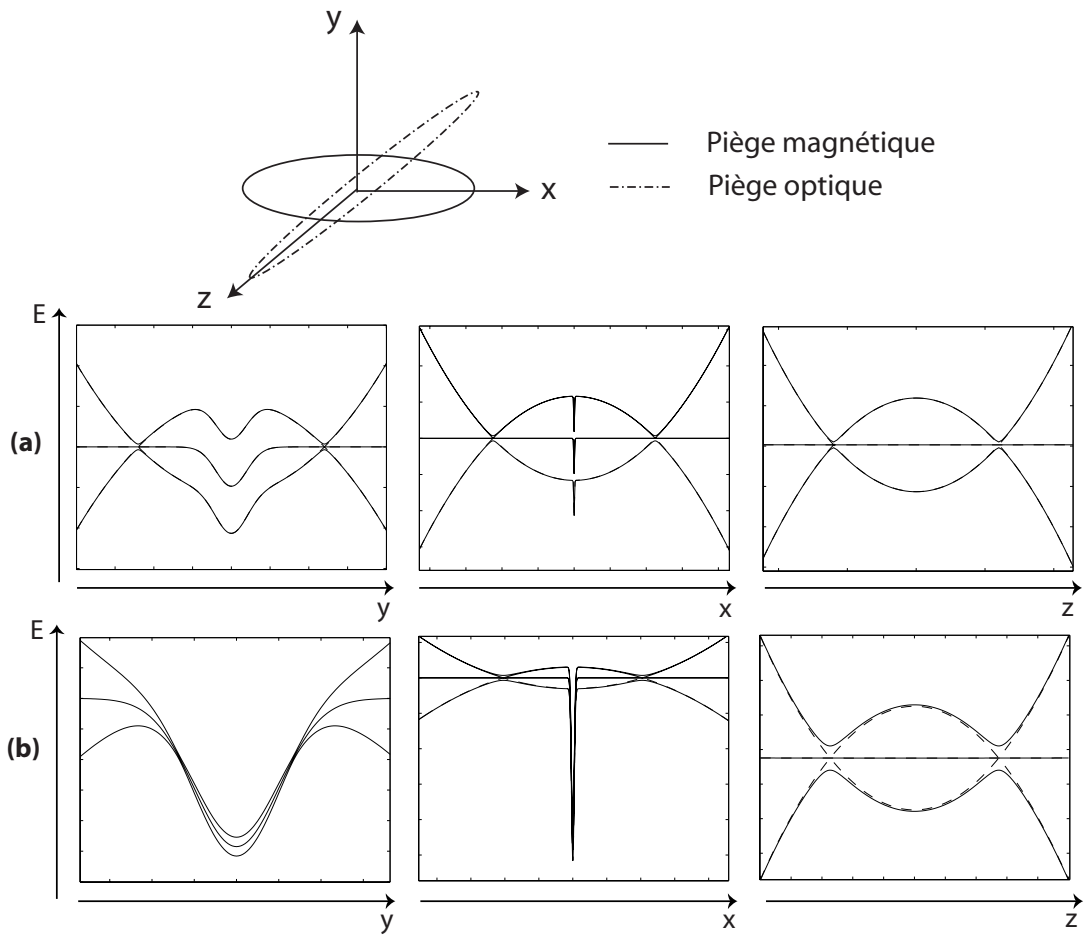


FIG. 5.11 – *Energie des états propres des sous-niveaux couplés par radio-fréquence dans le référentiel d'application de la radio-fréquence selon chaque direction de l'espace (a) pour une radio-fréquence de 10 MHz (b) pour une radio-fréquence de 4.5 MHz. z est la direction longue de la pince optique, x celle du piège magnétique.*

Bongs et al. sont parvenus à obtenir un condensat dans un piège hybride : piège magnétique + piège dipolaire optique [113].

En ce qui nous concerne, l'évaporation est stoppée à 1 μK et la transition de Bose-Einstein ne peut pas être franchie. Est-ce que l'évaporation dans l'axe longitudinal de la pince n'est pas suffisamment efficace ? Auquel cas, il faudrait, pour poursuivre le processus d'évaporation, diminuer progressivement la puissance du laser de sorte à diminuer les courbures du piège optique et ainsi récupérer une évaporation radio-fréquence selon deux directions (les deux axes les plus confinants

pour des températures telles que $U_0 = \eta k_B T$ avec $\eta \sim 10$ soit des températures de l'ordre du microkelvin ($U_0 \sim 13$ μK).

du piège magnétique). Il semblerait qu'une des raisons pour laquelle l'évaporation n'a plus d'effet à 1 μK soit la présence d'un chauffage important dû à la pince optique qui conduirait à équilibrer le nuage d'atomes à cette température.

L'idée d'effectuer une évaporation dans le piège hybride plutôt que d'effectuer seulement un transfert adiabatique est que l'on bénéficie du fort confinement du piège optique dans ses deux directions radiales pour atteindre des taux de collisions élastiques plus importants et effectuer ainsi la rampe d'évaporation plus rapidement. Avec des fréquences de 330 Hz selon l'axe du piège magnétique et 500 Hz le long des axes radiaux de la pince, on gagne un facteur 40 sur le volume de confinement[13]. Pour le moment, nous n'avons pas vu d'effet d'emballement plus important avec la pince que sans.

Notons que si l'on désirait poursuivre l'évaporation dans la pince seule, cela requerrait des taux de collisions plus importants que ceux nécessaires dans un piège magnétique car, au cours de l'évaporation, la puissance du laser est diminuée provoquant une baisse des fréquences d'oscillations (ν_{axial}, $\nu_{\text{radial}} \propto \sqrt{P}$) et donc du confinement du piège [114]. Dans les expériences d'évaporation tout optique, les taux de collisions initiaux sont de l'ordre de 10^4 s^{-1} [104, 114].

5.5 Transport du condensat

Nous avons vu précédemment le comportement statique de la pince optique. Les problèmes de chauffage évoqués plus haut : chauffage dû au bruit de pointé du laser et chauffage dû au bruit d'intensité vont affecter aussi son comportement dynamique. De plus, son faible confinement va imposer d'effectuer des déplacements très doux. C'est au choix du profil de déplacement que nous nous intéressons par la suite avec deux objectifs :

- limiter l'amplitude de l'oscillation du nuage piégé dans la pince durant le transport pour éviter tout déversement d'atomes ;
- limiter l'amplitude de l'oscillation finale, c'est-à-dire une fois le transport effectué, pour retrouver le plus rapidement possible un nuage d'atomes au repos.

[13] Avec les paramètres de notre piège comprimé (ν_{axial} = 8 Hz, ν_{radial} = 330 Hz), nous effectuons la rampe d'évaporation en 16 s. On peut comparer ce temps à celui d'une expérience de condensation sur puce pour laquelle la rampe d'évaporation s'effectue typiquement en 1 s, les fréquences radiales étant plus importantes. Pour l'expérience de condensats sur puce d'Orsay, les fréquences sont typiquement de : $\nu_{\text{axial}} = 8$ Hz, $\nu_{\text{radial}} = 1.2$ kHz [35].

5.5.1 Etude du transport en fonction de différents profils de déplacement

Nous ne nous intéressons ici qu'au déplacement du centre de masse du condensat, nous n'étudions pas les changements de forme du nuage relatifs aux excitations collectives qui peuvent être engendrées durant le transport. De plus, bien que le potentiel de piégeage soit anharmonique (le potentiel utilisé est le potentiel gaussien de la pince), on ne prendra pas compte les processus de dissipation. On considérera que le transport s'effectue suivant la direction z et on ne tiendra compte que de cette direction, le problème est donc à une dimension.

L'équation classique normalisée donnant la position du centre de masse des atomes dans le référentiel du laboratoire s'écrit alors :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial \tau^2} + \frac{z - Z(\tau)}{\left[1 + (z - Z(\tau))^2\right]^2} = 0 \tag{5.18}$$

où z est la coordonnée du centre de masse du nuage piégé et Z la coordonnée du centre du piège. Le temps τ est un temps normalisé par l'inverse de la pulsation axiale du piège : $\tau = \omega_{\text{axial}} t$ et les distances sont normalisées par la longueur de Rayleigh z_r.

En 2001, le groupe de W. Ketterle au MIT a démontré la possibilité de transporter des atomes de Sodium à l'aide d'une pince optique [36]. La démonstration a été effectuée en utilisant un profil à jerk constant par morceaux[14] (voir Fig. 5.12) :

$$Z_{\text{jerk}}(\tau) = \begin{cases} \frac{J}{6} t^3 & \text{si } 0 < \tau < T/4 \\ -\frac{J}{6}\left(t - \frac{T}{2}\right)^3 + \frac{JT^2}{16} t - \frac{d}{2} & \text{si } T/4 < \tau < 3T/4 \\ -\frac{J}{6}\left(t - T\right)^3 + d & \text{si } 3T/4 < \tau < T \\ d & \text{si } \tau > T \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{5.19}$$

Ce profil est un profil par défaut de la platine de translation que nous utilisons mais il est possible aussi de programmer des profils arbitraires. Nous nous sommes donc intéressés à chercher s'il existait des profils mieux adaptés au transport.

Comparons les profils de la figure (5.12). Le second profil correspond au déplacement à jerk constant et il est encadré par deux profils "extrêmes" : le premier présente des discontinuités dans ses dérivées premières et seconde en début et fin de déplacement ; le troisième, au contraire, a ses deux dérivées premières et secondes nulles en début et fin de déplacement, garantissant un démarrage et une arrivée très doux. Après analyse, ces deux profils se trouvent ne pas être adaptés

[14] Le jerk est la dérivée de l'accélération.

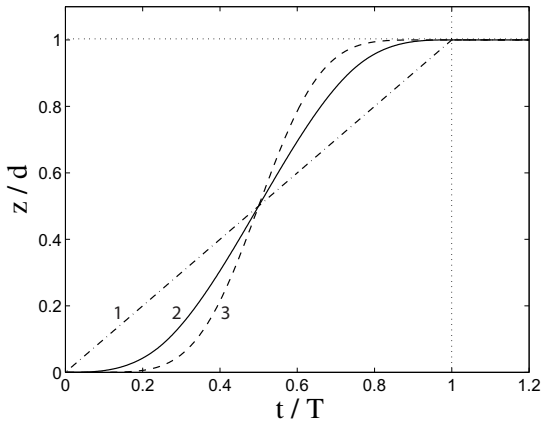


FIG. 5.12 – *Différents profils de déplacement*

au transport puisqu'ils ne parviennent ni l'un ni l'autre à garder les atomes confinés dans la pince. Pour le premier, ceci est dû aux discontinuités de ses dérivées qui correspondent à des pics d'accélérations donc à de très grandes forces d'inertie appliquées aux atomes. Quant au second, le déplacement ne se produisant effectivement que sur un temps réduit, l'accélération fournie en milieu de déplacement est trop importante et une fois de plus, la force d'inertie appliquée sur les atomes est trop grande (nous limitons le temps total de transport à quelques secondes).

Partant de là, nous cherchons un profil de déplacement qui soit similaire à celui à jerk constant et pour cela, nous allons non pas modifier le profil de déplacement en tant que tel mais le profil d'accélération qui lui est associé. Sur la figure (5.13) sont représentés le profil d'accélération du déplacement à jerk constant et la position du nuage atomique relative au centre du piège en fonction du temps. On observe que le changement de valeur du jerk induit des oscillations du nuage atomique.

L'idée est donc d'adoucir le profil d'accélération et pour réaliser cela, nous avons choisi un profil d'accélération en double cosinus :

$$Z_{\text{dblecos}}(\tau) = \begin{cases} \frac{A}{2}\left[\frac{t^2}{2} + \frac{T^2}{16\pi^2}\cos\left(4\pi\frac{t}{T}\right)\right] & \text{si } 0 < \tau < T/2 \\ -\frac{A}{2}\left[\frac{t^2}{2} + \frac{T^2}{16\pi^2}\cos\left(4\pi\frac{t-T}{T}\right)\right] + \frac{A}{2}Tt - \frac{A}{8}\frac{T^2}{16\pi^2} & \text{si } T/2 < \tau < T \\ d & \text{si } \tau > T \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{5.20}$$

On constate qu'effectivement, le nuage atomique épouse mieux la forme du déplacement (Fig. 5.14).

Pour mieux quantifier l'amélioration apportée par ce nouveau profil, compa-

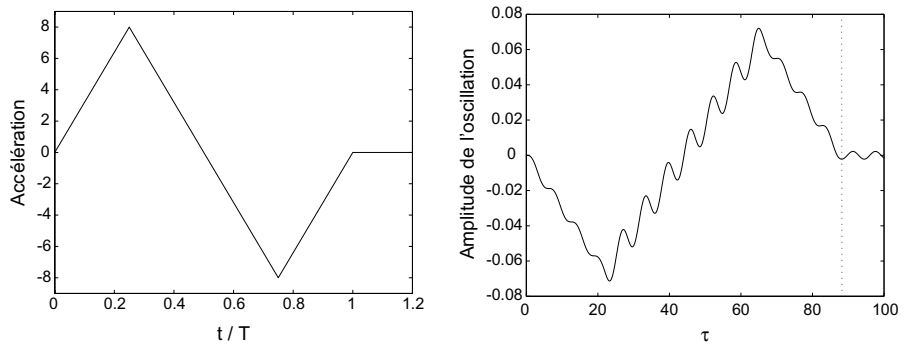


FIG. 5.13 – *Etude du déplacement à jerk constant par morceaux. A gauche : profil d'accélération. A droite : amplitude en unité réduite des oscillations du nuage atomique dans le référentiel de la pince.*

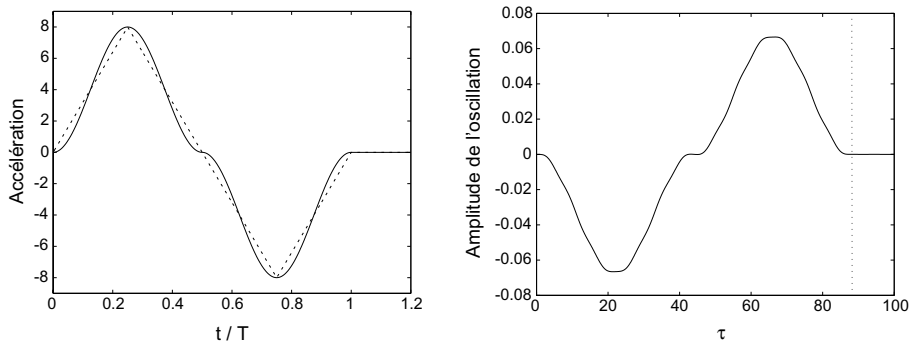


FIG. 5.14 – *Etude du déplacement pour un profil d'accélération en forme de double cosinus. A gauche : le profil d'accélération en double cosinus est en trait plein, il est comparé au profil d'accélération du déplacement à jerk constant par morceaux dessiné en trait pointillé. A droite : amplitude en unité réduite des oscillations du nuage atomique dans le référentiel de la pince.*

rons les oscillations transitoires et finales du nuage d'atomes. La figure (5.15) représente pour chacun des deux profils, d'une part, l'oscillation maximale atteinte dans le référentiel de la pince durant le transport en fonction du temps total de transport T et, d'autre part, l'oscillation maximale du nuage d'atomes dans la pince, une fois le transport effectué, en fonction de T.

Premièrement, on constate que, pour chacun des profils, il existe des temps d'arrêt pour lesquels le nuage d'atomes ne présente pas d'oscillation de son centre de masse à l'arrivée. Ces temps correspondent à avoir, à la fin du déplacement, un nuage situé au centre du piège et à avoir eu une force d'inertie finale qui ait communiqué au nuage une impulsion contraire à celle qu'il possédait. Ces temps

sont précisément définis mais un faible écart en temps peut plus nous éloigner des conditions d'oscillation finale nulle dans le cas du déplacement à jerk constant que pour le nouveau profil.

Deuxièmement, l'amplitude transitoire dans les deux cas est similaire mais l'amplitude finale est réduite d'un ordre de grandeur entre le premier et le second profil. Le temps d'attente, une fois le transport effectué, pour retrouver un nuage à l'équilibre se trouve donc réduit.

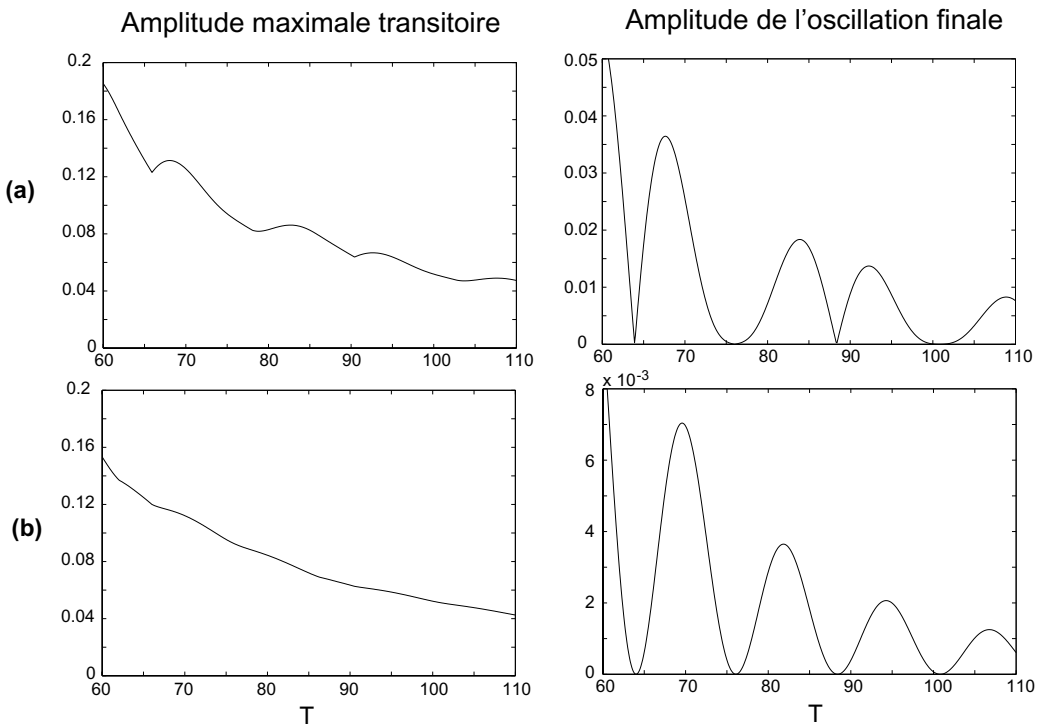


FIG. 5.15 – *Colonne de droite : oscillation maximale atteinte dans le référentiel de la pince durant le transport en fonction du temps total de transport T, colonne de gauche : oscillation maximale après transport en fonction du temps total de transport T pour les deux profils différents de déplacement suivants : (a) à jerk constant (Eq. 5.19) (b) en forme de double cosinus (Eq. 5.20).*

Le transport est donc théoriquement amélioré avec le profil de déplacement dont l'accélération est en "double cosinus". Il sera intéressant d'étudier ces deux profils sur les atomes et de constater des différences dans les oscillations finales.

5.6 Pièges modulés : potentiels optiques variés

La pince optique constitue en elle-même un guide lumineux pour les atomes et une première étude à mener pourra être la conservation de la cohérence du condensat dans un tel guide. Cela constituerait un premier pas vers les interféromètres guidés.

De par leur très faible vitesse et leur cohérence, les condensats semblent être très adaptés pour l'interférométrie atomique mais il existe une limite fondamentale à la cohérence en phase de deux condensats séparés liée aux interactions entre atomes et aux fluctuations en nombre d'atomes [115]. C'est pourquoi ces études de conservation de la cohérence sont d'un grand intérêt.

L'étape suivante est de modifier la forme de la pince grâce au système de déflecteurs acousto-optiques et de disposer ainsi de guides lumineux modulables à souhait. L'ajout d'un piège dipolaire optique croisé pourra alors être utile pour assurer un confinement plus important dans la direction du faisceau. Comme nous l'avons vu à la section 5.2.1, le montage de la pince optique a été conçu de sorte que l'angle de déflection du faisceau à la sortie des déflecteurs acousto-optiques soit converti en une translation pure au niveau des atomes (voir Fig. 5.3). De plus, pour que les atomes puissent sentir un potentiel moyenné, il faut que la fréquence de balayage des modulateurs acousto-optiques soit nettement supérieure aux fréquences d'oscillation du piège. A cet effet, un programme C++ a été conçu par William Guérin permettant de rafraîchir les données de fréquence et d'amplitude envoyées aux déflecteurs acousto-optiques avec un taux de 50 kHz. Sur la figure (5.16) ont été représentées deux configurations différentes de pièges optiques produits par ce système de déflecteurs : un piège en forme de double-puits et un piège toroïdal.

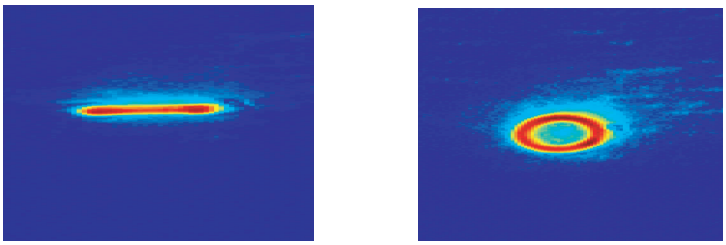


FIG. 5.16 – *Potentiels optiques obtenus par modulation de fréquence du système de déflecteurs acousto-optiques : (a) potentiel en double-puits (b) guide toroïdal.*

Un point important est qu'il faut déformer le piège d'origine de sorte que le condensat reste en permanence dans l'état fondamental du piège. Si la modification de forme est trop rapidement appliquée, des excitations sont engendrées

au sein du condensat, ce qui détériore la cohérence de ce dernier. Il faut donc trouver les temps nécessaires et les profils adaptés (par exemple, on peut moduler linéairement la fréquence mais ce n'est pas la manière la plus optimale) pour effectuer les modifications du piège. Une étude préliminaire a déjà été effectuée sur ce sujet [116].

5.7 Conclusion

Une première étape importante a été franchie avec le transfert d'atomes thermiques du piège magnétique à la pince. Ceci a résulté de la mise en place d'une stratégie efficace pour l'alignement de cette dernière mais aucune précaution particulière n'a encore été développée pour optimiser le transfert. Or, puisque les géométries de ces deux pièges sont différentes et que leur axe long sont dans des directions orthogonales, il est indispensable de soigner la procédure relative à celui-ci. Deux voies méritent d'être testées comme nous l'avons vu : transférer de façon adiabatique ou procéder à une évaporation radio-fréquence dans le piège hybride.

Conclusion

Ce mémoire a porté sur la réalisation d'un dispositif de Bose-Einstein enrichi d'une pince optique. De nombreux efforts de conception ont été développés tant au niveau de l'optique qu'au niveau de la génération de champs magnétiques pour permettre de disposer d'un échantillon cohérent d'atomes de grande stabilité. L'utilisation d'un électroaimant hybride limitant l'usage des matériaux ferromagnétiques au plan du champ quadrupolaire nous a permis de bénéficier de forts gradients magnétiques, nécessaires au bon déroulement de l'évaporation radio-fréquence, tout en facilitant la compensation des champs rémanents inhérents à l'usage de tels matériaux. A l'issue du cycle de condensation, nous obtenons typiquement 5.10^5 atomes à 300 nK.

L'implémentation de la pince optique sur les atomes a nécessité le développement d'une technique d'alignement originale puisque nous ne disposions d'aucune imagerie directe de la pince. Des changements sur le trajet de la pince optique nous ont permis de constater que cette technique est très fiable et très peu coûteuse en temps. Deux heures suffisent à réaligner la pince sur les atomes. Ce temps est à comparer à celui que prendrait un balayage systématique de la position de la pince dans les trois dimensions de l'espace estimé à trois jours (un cycle dure environ 40 secondes et la taille du nuage à piéger est de l'ordre de quelques micromètres).

Nous sommes parvenus à mettre 2.10^5 atomes à 1 μK dans la pince, soit environ 25% des atomes dont nous disposions dans le piège magnétique. Il s'agit donc désormais de soigner le transfert du piège magnétique à la pince. Mais, avant cela encore, nous voudrions améliorer la qualité de la pince en vue d'un meilleur confinement et d'une meilleure durée de vie des atomes dans la pince. Des efforts ont été menés dans ce sens durant la rédaction de ce manuscrit : l'alignement de l'expérience a été rectifié éliminant la limite incompressible inférieure d'un angle d'un degré dans l'orientation de la pince par rapport à l'horizontale. Cet angle restreignait en effet la profondeur effective de la pince sous l'effet de la gravité. D'autre part, la seconde lentille du système de focalisation a été remplacée par une lentille ne présentant aucune aberration sphérique et un waist de 28 microns a été obtenu au lieu de 40 microns. Les améliorations qu'il reste à développer sont : assurer une très grande stabilité en pointé du laser et comprendre l'origine des instabilités révélées par l'étude des lasers à atomes.

Une fois le transfert et la stabilité de la pince mis au point, le transport des atomes pourra être réalisé. Insistons sur la difficulté que cela représente : il faut déplacer un objet de quelques microns et de quelques centaines de nanokelvins sur une distance de 30 cm en évitant tout échauffement mécanique.

Enfin, à plus long terme, la combinaison de la pince optique et de la chambre de science va offrir la possibilité de manipuler à souhait le condensat dans des guides lumineux. L'avantage d'utiliser un transport optique est que l'on peut profiter de la très grande flexibilité des champs lumineux pour générer ces structures à l'aide du même faisceau que le faisceau servant au transport. Des tests de conservation de la cohérence du condensat dans de tels guides pourront être menés ainsi que des démonstrations de principe d'expériences interférométriques guidées avec des condensats.

ANNEXE A

L'atome de Rubidium

– **Propriétés physiques du Rubidium**

Nombre atomique	$Z = 37$
Isotopes	^{85}Rb (72%) ^{87}Rb (28%)
Masse	M = 1.45e-25 kg
Liquéfaction	$T = 39°$C
Vaporisation	$T = 688°$C
Spin nucléaire	$I = 3/2$

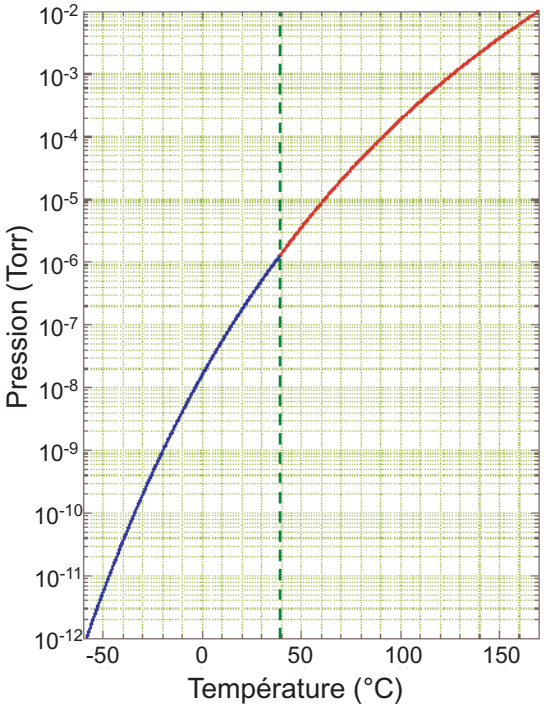


FIG. A.1 – *Pression de vapeur du Rubidium en fonction de la température. La ligne en tirets verticale indique le point de liquéfaction. On rappelle qu'un Torr équivaut à 1.33 mbar. Figure extraite de [117]*

– **Propriétés de la raie D_2**

Fréquence	$\nu = 384.23$ THz
Longueur d'onde (air)	$\lambda = 780$ nm
Largeur de raie	$\Gamma = 6$ MHz
Vitesse de recul	$v_r = 5.88$ mm/s
Température de recul	$T_r = 362$ nK
Température Doppler	$T_D = 146$ μK

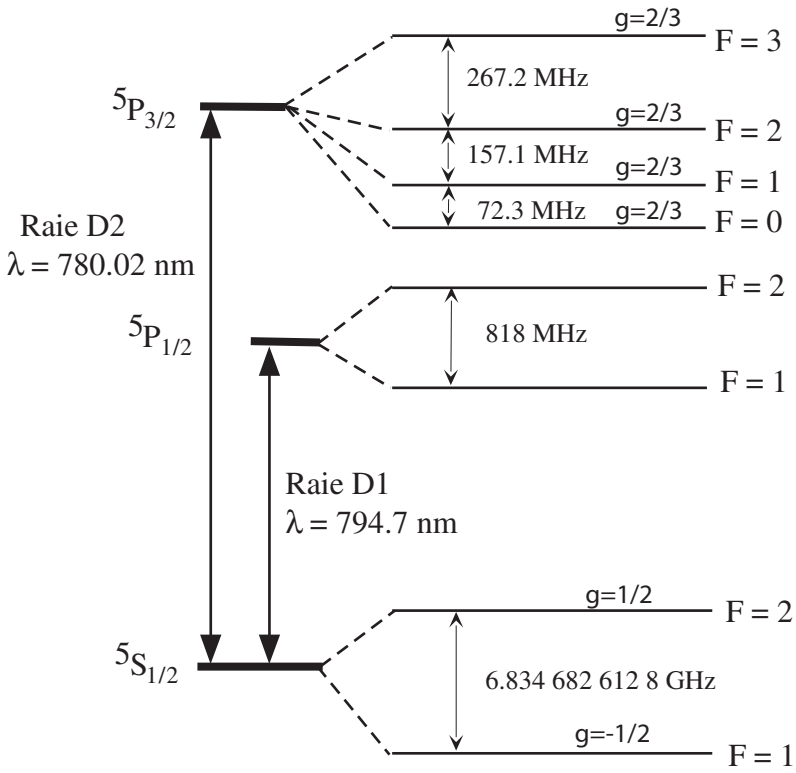


FIG. A.2 – *Structure du* ^{87}Rb

– **Propriétés collisionnelles du ^{87}Rb**

Longueur de diffusion	$a = 5$ nm
Taux de collisions à 2 corps	$K_2 = 3.10^{-15}$ cm^3.s^{-1}
Taux de collisions à 3 corps	$K_3 = 4.10^{-29}$ cm^6.s^{-1}

ANNEXE B

Le système à vide

Une fois le refroidissement des atomes de Rubidium amorcé, il faut pouvoir piéger ces atomes suffisamment longtemps pour arriver au terme du processus de refroidissement sans trop en perdre. En effet, on veut diminuer la température de notre échantillon d'atomes tout en conservant des densités relativement élevées. Les principales pertes proviennent des collisions entre les atomes refroidis et les atomes du gaz résiduel qui se trouvent à température ambiante d'où la nécessité de travailler avec des vides très poussés.

B.1 Vide à atteindre

Si on se limite au cas des collisions élastiques, suivant le paramètre d'impact, plus ou moins d'énergie va être transférée à l'atome refroidi, ce qui va conduire soit à une perte de cet atome si son énergie devient supérieure à la profondeur du piège, soit à un chauffage.

Le taux de pertes dû à ces collisions est indépendant de la densité. On a une décroissance exponentielle avec un taux qui ne dépend que de la pression du gaz résiduel. Plus on a un vide poussé dans l'enceinte, plus ce taux de pertes sera faible. Estimons le vide qui nous est nécessaire pour assurer une durée de vie des atomes piégés, τ, de l'ordre de la minute. Le taux de collisions entre les atomes piégés et les atomes du gaz résiduel peut être estimé par :

$$\frac{1}{\tau} = n\sigma\bar{v} \tag{B.1}$$

où n est la densité du gaz résiduel, $n = P/k_BT$, $\bar{v}$ est la vitesse moyenne des atomes, $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_BT}{\pi M}}$ et σ la section efficace de collision.

Le gaz résiduel étant principalement constitué de molécules d'Hydrogène et d'Helium dont les sections efficaces avec le Rubidium sont respectivement 300.10^{-20} m^2 et 200.10^{-20} m^2 [118], on trouve que la pression doit être de l'ordre de quelques 10^{-10} mbar.

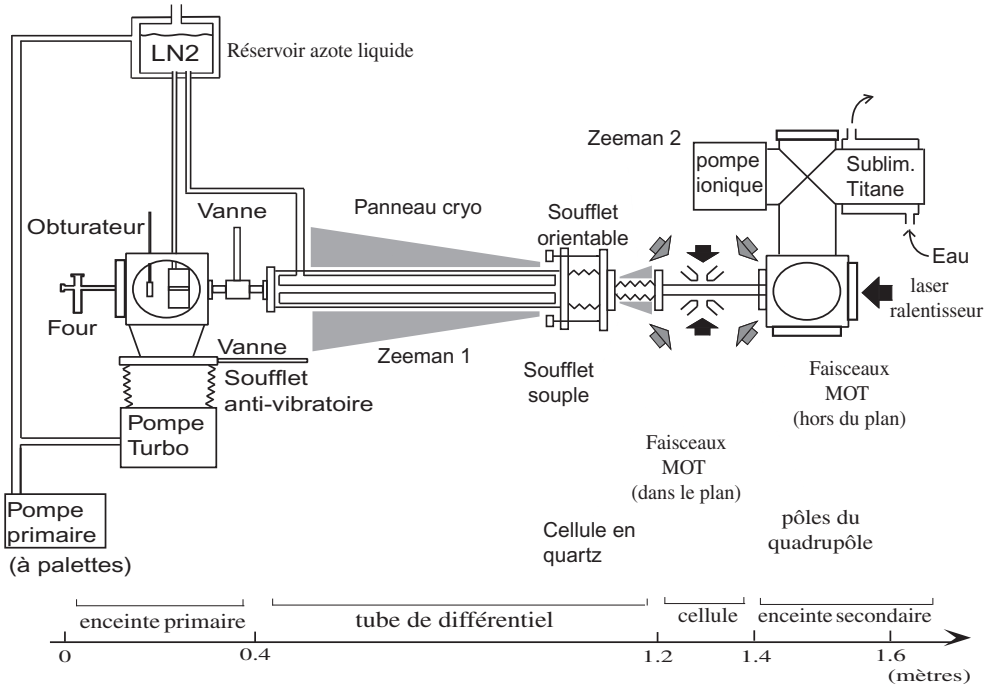


FIG. B.1 – dispositif expérimental.

B.2 Enceinte à vide et système de pompage

Pour réaliser un tel vide, nous avons utilisé un sytème de pompage composé des éléments suivants (cf Fig.B.1) :

du côté du four

- pompe primaire : il s'agit d'une pompe à palettes (pompe volumique) qui nous permet d'atteindre un premier vide de l'ordre de 10^{-3} mbar. Son principe repose sur le vidage cyclique d'un volume supérieur au volume de l'enceinte.

- pompe turbomoléculaire : elle contribue au pompage secondaire et permet l'obtention d'un vide de 10^{-9} mbar. C'est une pompe dite "cinétique", un cylindre en rotation rapide (56000 tours/min dans notre cas) permet à basse pression de communiquer une composante de vitesse parallèle aux molécules qui entrent en collision avec ce dernier, ces molécules sont rejetées vers la périphérie et évacués. Cette pompe secondaire est placée en série de la pompe primaire. Nous utilisons la pompe Turbo-V250 de chez Varian.

- doigt froid : c'est une paroi percée refroidie située après le four per-

mettant le passage du jet atomique et participant à sa collimation. Elle permet aux atomes de Rubidium qui ne participent pas au jet de rester fixés sur elle un certain temps, d'autant plus long que la paroi est plus froide. On se sert d'une circulation à l'azote liquide pour la refroidir.

du côté de la chambre de science

- pompe ionique : elle ionise les particules du gaz résiduel et, à l'aide de champs intenses, les accélèrent sur une cathode en titane où elles vont être piégées par réaction chimique. La pompe que nous utilisons est une pompe ionique Ryber type Diode, elle possède une capacité de pompage de 100 L/s.

- sublimateur Titane : un filament de Titane est chauffé et permet la déposition de monocouches de ce matériau sur une paroi froide. Les particules qui frappent la paroi réagissent avec le Titane et restent piégées. Le sublimateur utilisé est un sublimateur Varian.

Ces deux pompes participent à l'élaboration d'un ultra-vide dans la chambre de science de l'ordre de 10^{-11} mbar.

entre les deux parties

- tube de différentiel. Ce tube joue deux rôles : il maintient un différentiel de pression entre le four et la cellule et, d'autre part, il est refroidi à l'azote liquide, permettant ainsi le maintien momentané des particules sur sa paroi.

Si on néglige le terme de dégazage, la pression entre le four et la chambre de science évolue de la façon linéaire suivante :

$$P(z) = P_0 + (P_L - P_0)\frac{z}{L} \tag{B.2}$$

avec z la distance au four, L la distance entre le four et la chambre de science, P_0 la pression au niveau du four et P_L la pression au niveau de la chambre de science. La pression au niveau de la cellule ($z \sim 1\ m$) est alors de l'ordre de 2.10^{-10} mbar.

B.3 La mesure de la pression dans l'enceinte

Quand on a un vide de l'ordre de $10^{-10} - 10^{-11}$ mbar, on a à peu près 10^8 particules/cm^3, autant dire que la force exercée sur une surface est très faible ! On utilise pour le mesurer des jauges à ionisation : on a un fort champ électrique entre deux électrodes. Si la pression est trop forte, le libre parcours moyen est très faible, les collisions permettent alors aux ions de se recombiner et on n'a aucun courant. Quand la pression diminue, le courant commence à s'établir et on a une relation de proportionnalité entre le logarithme de la pression et le logarithme du courant.

B.4 Les limites du vide

Plusieurs phénomènes limitent la qualité du vide :
- La désorption des parois
- Les particules perméables aux parois
- Les micro-fuites

Pour limiter l'effet de désorption, après une remise à l'air, on procède à un étuvage du dispositif puisque le taux de dégazage est d'autant plus fort que la température est élevée. Typiquement, on étuve à 250°C pendant une semaine. Après refroidissement du dispositif, le taux de dégazage est de l'ordre de 10^{-12} mbar.L/s/cm^2 (pour l'inox).

Pour les besoins de l'expérience, notre cellule est une cellule débouchante. Elle se retrouve donc fortement sous contrainte au moment du passage sous vide et lors des étuvages (à cause des dilatations thermiques). Pour éviter de la fragiliser, voire de la briser, il a été nécessaire d'ajouter au dispositif un soufflet.

Durant la rédaction de cette thèse, une fuite sur le système à vide du côté du four a réduit la durée de vie des atomes dans le piège magnétique et rendu plus difficile l'étape d'évaporation radio-fréquence. Cela nous a amené à modifier le dispositif à vide décrit ci-dessus en ajoutant une pompe getter au niveau de la cellule côté four. En effet, puisque le différentiel de vide assuré par le tube Zeeman conduit à une pression au niveau de la cellule linéairement dépendante de celle au niveau du four, le moindre problème situé de ce côté s'en ressentait directement sur les atomes dans la cellule. L'ajout de cette nouvelle pompe conduit à une pression au sein de la cellule moins dépendante de celle au niveau du four et la durée de vie des atomes dans le piège magnétique a été améliorée, elle vaut désormais ~ 150 s.

ANNEXE C

Calcul du potentiel dipolaire pour un atome possédant une structure interne complexe

Dans le cas d'un atome à deux niveaux, on a trouvé au chapitre 5, l'équation 5.2 :

$$U_{dip} = \frac{\hbar}{2}\frac{\Omega^2/2}{\delta} \qquad avec \quad \Omega = \frac{\vec{d}.\vec{\epsilon}}{\hbar}E_0(r) \tag{C.1}$$

Dans le cas d'un atome possédant une structure fine, $\vec{d}$ s'écrit :

$$\vec{d} = e\,\langle e|\vec{r}|g\rangle \qquad \begin{array}{rl} avec & |g\rangle = |\alpha, J, M_J\rangle \\ et & |e\rangle = |\alpha', J', M'_J\rangle \end{array} \tag{C.2}$$

Dans cette équation, $|g\rangle$ et $|e\rangle$ représentent respectivement le niveau fondamental et le niveau excité concerné, α le niveau électronique, J le moment angulaire résultant du couplage spin-orbite et M_J la projection de ce moment sur l'axe de quantification choisi.

Les caractéristiques des différents niveaux concernés sont résumées ci-dessous :

Niveau d'énergie	Notation	α	J	L	S
Fondamental	$5\,^2S_{1/2}$	5	1/2	0	1/2
1er état excité	$5\,^2P_{1/2}$	5	1/2	1	1/2
2nd état excité	$5\,^2P_{3/2}$	5	3/2	1	1/2

L'opérateur $\hat{r}$ agissant sur le moment angulaire orbital L, il faut procéder à un changement de base $\{\alpha, J\} \rightarrow \{\alpha, L, S\}$.

On obtient alors :

$$\begin{aligned}\langle\alpha', J', M'_J|\vec{d}.\vec{\epsilon}|\alpha, J, M_J\rangle &= \textstyle\sum_{(M'_L,M_L)} \sum_{(M'_S,M_S)} \langle\alpha', J', M'_J|\alpha', L', M'_L, S', M'_S\rangle \\ &\quad \langle\alpha', L', M'_L, S', M'_S|\vec{d}.\vec{\epsilon}|\alpha, L, M_L, S, M_S\rangle \langle\alpha, L, M_L, S, M_S|\alpha, J, M_J\rangle \\ &= \textstyle\sum_{(M'_L,M_L)} \langle\alpha', J', M'_J|\alpha', L', M'_L, S', M'_S\rangle \\ &\quad \langle\alpha', L', M'_L|\vec{d}.\vec{\epsilon}|\alpha, L, M_L\rangle \langle\alpha, L, M_L, S, M_S|\alpha, J, M_J\rangle \delta_{SS'} \delta_{M_S M'_S}\end{aligned} \tag{C.3}$$

Les coefficients $|\langle\alpha, L, M_L, S, M_S|\alpha, J, M_J\rangle|^2$ sont les coefficients de Clebsch-Gordan associés au passage de la base $\{\alpha, L, S\}$ à la base fine $\{\alpha, J\}$. On peut les écrire de façon commode sous la forme d'un coefficient 3j :

$$|\langle\alpha, L, M_L, S, M_S|\alpha, J, M_J\rangle|^2 = (2J+1) \begin{pmatrix} L & S & J \\ M_L & M_S & -M_J \end{pmatrix}^2 \tag{C.4}$$

D'autre part, $\vec{\epsilon}$ est le vecteur polarisation, on l'écrira par la suite sous la forme $\vec{\epsilon_q}$ avec $q = 0, \pm 1$ selon que la polarisation est respectivement π ou $\sigma_\pm$. Selon la polarisation choisie, on n'aura pas les mêmes transitions permises entre les sous-niveaux M_J des différents états mis en jeu. Par conservation du moment angulaire, on a la règle de sélection suivante : $\Delta M_J = M'_J - M_J = 0, 1$ ou -1 selon que la polarisation est respectivement linéaire π, circulaire σ_+ ou circulaire σ_-.

$\vec{p}.\vec{\epsilon_q}$ est un tenseur irréductible d'ordre 1. En effet, on a :

$$\begin{aligned}\vec{d}.\vec{\epsilon_0} &= e\,\|\vec{r}\|\,\cos(\theta) \propto Y_1^0(\theta,\phi) \\ \vec{d}.\vec{\epsilon_{+1}} &= -e\,\|\vec{r}\|\,\frac{\sin(\theta)}{\sqrt{2}} e^{i\phi} \propto Y_1^{+1}(\theta,\phi) \\ \vec{d}.\vec{\epsilon_{-1}} &= e\,\|\vec{r}\|\,\frac{\sin(\theta)}{\sqrt{2}} e^{-i\phi} \propto Y_1^{-1}(\theta,\phi)\end{aligned} \tag{C.5}$$

et par conséquent, on a bien :

$$\left[L_z, \vec{d}.\vec{\epsilon_q}\right] = \hbar q \vec{d}.\vec{\epsilon_q}$$

$$\left[L_\pm, \vec{d}.\vec{\epsilon_q}\right] = \hbar\sqrt{K(K+1) + q(q\pm 1)}\,\vec{d}.\vec{\epsilon_{q\pm 1}}$$

où K est l'ordre du tenseur et vaut donc 1 dans notre cas.

On peut donc appliquer le théorème de Wigner-Eckart [1] et obtenir la relation suivante :

$$\langle \alpha', L', M'_L, S', M'_S | \vec{d}.\vec{\epsilon} | \alpha, L, M_L, S, M_S \rangle = e \frac{1}{\sqrt{2L+1}} \langle \alpha', L' \| r_q \| \alpha, L \rangle \langle \alpha, L, M_L, 1, q | \alpha, L, M_L \rangle \tag{C.6}$$

Compte tenu de (C.4) et de (C.6), l'équation (C.3) devient :

$$\begin{aligned} \left| \langle \alpha', J', M'_J | \vec{d}.\vec{\epsilon} | \alpha, J, M_J \rangle \right|^2 &= e^2 \textstyle\sum_{(M'_L, M_L)} \frac{2L'+1}{2L+1} (2J+1)(2J'+1) \left| \langle \alpha', L' \| r_q \| \alpha, L \rangle \right|^2 \\ & \begin{pmatrix} L & S & J \\ M_L & M_S & -M_J \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} L' & S' & J' \\ M'_L & M'_S & -M'_J \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} L & 1 & L' \\ M_L & q & -M'_L \end{pmatrix}^2 \end{aligned}$$

Profitant des propriétés des coefficients 3j et 6j [2], on peut réécrire cette équation sous une forme plus compacte :

$$\begin{aligned} \left| \langle \alpha', J', M'_J | \vec{d} | \alpha, J, M_J \rangle \right|^2 &= e^2 \sum_{(M'_L, M_L)} \frac{2L'+1}{2L+1} (2J+1)(2J'+1) \\ & \left| \langle \alpha', L' \| r_q \| \alpha, L \rangle \right|^2 \begin{pmatrix} J & 1 & J' \\ M_J & q & -M'_J \end{pmatrix}^2 \begin{Bmatrix} L' & J' & S \\ J & L & 1 \end{Bmatrix}^2 \end{aligned} \tag{C.7}$$

Les valeurs des coefficients 3j et 6j pour chacune des deux raies et selon le niveau fondamental de la structure fine considéré sont données dans le tableau ci-dessous :

	coeff 6j	coeff 3j			
		niveau fond.	π	σ_+	σ_+
D_1	$\begin{Bmatrix} L' & J' & S \\ J & L & 1 \end{Bmatrix} = 1/\sqrt{6}$	$m_J = 1/2$	$1/\sqrt{6}$	$1/\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$
		$m_J = -1/2$	$1/\sqrt{6}$	$1/\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$
D_2	$\begin{Bmatrix} L' & J & S \\ J & L & 1 \end{Bmatrix} = 1/\sqrt{6}$	$m_J = 1/2$	$1/\sqrt{6}$	$1/2$	$1/2\sqrt{3}$
		$m_J = -1/2$	$1/\sqrt{6}$	$1/2\sqrt{3}$	$1/2$

[1] Ce théorème repose sur le rapport de proportionnalité qui existe entre les éléments de matrice de la q^{me} composante du tenseur et de $\vec{L}$

[2] De même que les coefficients 3j permettent une écriture plus simplifiée des changements de base, les coefficients 6j servent à simplifier l'écriture des compositions de deux moments, dans notre cas L et 1.

Le couplage avec le spin nucléaire affecte la structure magnétique de telle sorte qu'on ait $g_J M_J = g_F M_F$ où g_J et g_F sont les facteurs de Landé. Ceci additionné aux équations C.1 et C.7 permet d'écrire :

$$U(M_F, q) = \frac{|\langle L' \| \mathbf{D} \| L \rangle|^2}{2\hbar} \left(\frac{1 - q g_F M_F}{\delta_{D_1}} + \frac{2 + q g_F M_F}{\delta_{D_2}} \right) I(r) \tag{C.8}$$

On peut relier le moment dipolaire à largeur Γ de l'état excité :

$$\Gamma = \frac{\omega_a^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} |\langle L' \| \mathbf{D} \| L \rangle|^2 \tag{C.9}$$

avec ω_a la fréquence atomique de la transition considérée.
Finalement, on peut donc réécrire l'Eq. C.8 de la façon suivante :

$$U(M_F, q) = \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_a^3} \left(\frac{1 - q g_F M_F}{\delta_{D_1}} + \frac{2 + q g_F M_F}{\delta_{D_2}} \right) I(r) \tag{C.10}$$

Bibliographie

[1] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, et E. A. Cornell, "Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor", *Science* **269**, 198 (1995).

[2] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, , et W. Ketterle, "Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).

[3] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollet, et R. G. Hulet, "Evidence of Bose-einstein condensation in a atomic gas with attractive interactions", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).

[4] E. A. Cornell et C. E. Wieman, "Nobel Lecture : Bose-Einstein condensation in a dilute gas ; the first 70 years and some recent experiments", *Rev. Mod. Phys.* **74**, 875 (2002).

[5] W. Ketterle, "Nobel Lecture : When atoms behave as waves : Bose-Einstein condensation and the atom laser", *Rev. Mod. Phys.* **74**, 1131 (2002).

[6] O. M. Morago, S. A. Hopkins, J. Arlt, E. Hodby, G. Hechenblaikner, et C. J. Foot, "Observation of the scissors mode and evidence for superfluidity of a trapped Bose-Einstein condensed gas", *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2056 (2000).

[7] A. P. Chikkatur, A. Görlitz, D. M. Stamper-Kurn, S. Inouye, S. Gupta, et W. Ketterle, "Suppression and enhancement of impurity scattering in a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **85**, 483 (2000).

[8] R. Onofrio, C. Raman, J. M. Vogels, J. R. Abo-Shaeer, A. P. Chikkatur, et W. Ketterle, "Observation of superfluid flow in a Bose-Einstein condensed gas", *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2228 (2000).

[9] S. Burger, K. Bongs, S. Dettmer, W. Ertmer, K. Senngstock, A. Sanpera, G. Shlyapnikov, et M. Lewestein, "Dark solitons in Bose-Einstein condensates", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5198 (1999).

[10] M. R. Matthews, B. P. Anderson, P. C. Haljan, D. S. Hall, C. Wieman, et E. A. Cornell, "Vortices in a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2498 (1999).

[11] K. Madison, F. Chevy, W. Wohlleben, et J. Dalibard, "Vortex formation in a stirred Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **84**, 806 (2000).

[12] B. Paredes *et al.*, "Tonks-Girardeau gas of ultracold atoms in an optical lattice", *Nature* **429**, 277 (2004).

[13] C. Orzel, A. K. Tuchman, M. L. Fenselau, M. Yasuda, et M. A. Kasevich, "Squeezed states in a Bose-Einstein condensate", *Science* **291**, 2386 (2001).

[14] F. S. Cataliotti, S. Burger, C. Fort, P. Maddaloni, F. Minardi, A. Trombettoni, A. Smerzi, et M. Inguscio, "Josephson junction arrays with Bose-Einstein condensates", *Science* **293**, 843 (2001).

[15] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, et I. Bloch, "Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms", *Nature* **415**, 39 (2002).

[16] A. G. Truscott, K. E. Strecker, W. I. McAlexander, G. B. Partridge, et R. G. Hulet, "Observation of Fermi pressure in a gas of trapped atoms", *Science* **291**, 2570 (2001).

[17] F. Schreck, L. Khaykovich, K. L. Corwin, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, et C. Salomon, "Quasipure Bose-Einstein condensate immersed in a Fermi sea", *Phys. Rev. Lett.* **87**, 080403 (2001).

[18] M. Greiner, C. A. Regall, et D. S. Jin, "Emergence of a molecular Bose-Einstein condensate from a Fermi gas", *Nature* **426**, 537 (2003).

[19] R. Wynar, R. S. Freeland, D. J. Han, C. Ryu, et D. J. Heinzen, "Molecules in a Bose-Einstein condensate", *Science* **287**, 1016 (2000).

[20] E. A. Donley, N. R. Claussen, S. T. Thompson, et C. E. Wieman, "Atom-molecule coherence in a Bose-Einstein condensate", *Nature* **417**, 529 (2002).

[21] M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn, et W. Ketterle, "Observation of interference between two Bose condensates", *Science* **275**, 637 (1997).

[22] E. W. Hagley *et al.*, "Measurement of the coherence of a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3112 (1999).

[23] I. Bloch, T. W. Hänsch, et T. Esslinger, "Atom laser with a cw output coupler", *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999).

[24] L. Deng *et al.*, "Four-wave mixing with matter waves", *Nature* **398**, 218 (1999).

[25] S. Gupta, K. Dieckmann, Z. Hadzibabic, et D. E. Pritchard, "Contrast interferometry using Bose-Einstein condensates to measure $\hbar/m$ and α", *Phys. Rev. Lett.* **89**, 140401 (2002).

[26] A. Srensen, L.-M. Duan, J. I. Cirac, et P. Zoller, "Many-particle entanglement with Bose-Einstein condensed atoms", *Nature* **409**, 63 (2001).

[27] O. Mandel, M. Greiner, A. Widera, T. Rom, T. W. Hansch, et I. Bloch, "Coherent transport of neutral atoms in spin-dependent optical lattice potentials", *Phys. Rev. Lett.* **91**, 010407 .

[28] H. Marion *et al.*, "Search for variations of fundamental constants using atomic fountain clocks", *Phys. Rev. Lett.* **90**, 150801 (2003).

[29] T. L. Gustavson, P. Bouyer, et M. A. Kasevich, "Precision rotation measurements with an atom interferometer gyroscope", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2046 (1997).

[30] A. Lenef, T. D. Hammond, E. T. Smith, M. S. Chapman, R. A. Rubenstein, et D. E. Pritchard, "Rotation sensing with an atom interferometer", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 760 (1997).

[31] A. Peters, K. Y. Chung, et S. Chu, "Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms", *Nature* **400**, 849 (1999).

[32] P. Bouyer, High precision atom interferometry in space : the HYPER project, 2001, disponible sur http ://sci2.esa.int/hyper/docs/iaf_2001_hpai.pdf.

[33] Y. L. Coq, "Coherent matter waves inertial sensors for precision measurement in space", *to be published* .

[34] Y. Shin, A. E. Leanhardt, M. Saba, T. Pasquini, W. Ketterle, et D. E. Pritchard, "Atom interferometry with Bose-Einstein condensates in a double-well potential", *Phys. Rev. Lett.* **92**, 050405 (2004).

[35] C. Aussibal, *Réalisation d'un condensat de Bose-Einstein sur une microstructure*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 2003.

[36] T. L. Gustavso, A. P. Chikkatur, A. Görlitz, S. Gupta, D. E. Pritchard, et W. Ketterle, "Transport of Bose-Eistein condensates with optical tweezers", *Phys. Rev. Lett.* **88**, 020401 (2002).

[37] K. Madison, C. Bharucha, P. Morrow, S.R.Wilkinson, Q. Niu, B. Sundaram, et M. Raizen, "Quantum transport of ultracold atoms in an accelerating optical potential", *Appl. Phys. B* **65**, 693 (1997).

[38] B. Diu, C.Guthmann, D. Lederer, et B. Roulet, *Physique statistique* (Hermann, Editeur des sciences et des arts, 1989).

[39] C. Cohen-Tannoudji, Cours au Collège de France, 1997, disponible sur http ://www.lkb.ens.fr/cours/college-de-france.

[40] A. Messiah, *Mécanique quantique tome I* (Dunod, 1995).

[41] C. Cohen-Tannoudji, Cours au Collège de France, 1998, disponible sur http ://www.lkb.ens.fr/cours/college-de-france.

[42] Y. Kagan, G. V. Shlyapnikov, et J. T. M. Walraven, "Bose-Einstein condensation in trapped atomic gases", *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2670 (1996).

[43] N. R. Newbury, C. J. Myatt, et C. E. Wieman, "s-wave elastic collisions between cold ground-state ^{87}Rb atoms", *Phys. Rev. A* **51**, R2680 (1995).

[44] H. M. J. M. Boesten, C. C. Tsai, J. R. Gardner, D. J. Heinzen, et B. J. Verhaar, "Observation of a shape resonance in the collision of two cold ^{87}Rb atoms", *Phys. Rev. A* **55**, 636 (1997).

[45] J. L. Roberts, N. R. Claussen, J. P. Burke, Jr., C. H. Greene, E. A. Cornell, et C. E. Wieman, "Resonant magnetic field control of elastic scattering in cold ^{85}Rb", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5109 (1998).

[46] S. L. Cornish, N. R. Claussen, J. L. Roberts, E. A. Cornell, et C. E. Wieman, "Stable ^{85}Rb Bose-Einstein condensates with widely tunable interactions", *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1795 (1996).

[47] S. Giorgini, L. Pitaevskii, et S. Stringari, "Condensate fraction and critical temperature of a trapped interacting Bose gaz", *Phys. Rev. A* **54**, R4633 (1996).

[48] Y. Castin et R. Dum, "Bose-Einstein condensates in time dependant traps", *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).

[49] J. P. Gordon et A. Ashkin, "Motion of atoms in a radiation trap", *Phys. Rev. A* **21**, 1606 (1980).

[50] G. Grynberg, A. Aspect, et C. Fabre, *Introduction aux lasers et à l'optique quantique* (ellipses, 1997).

[51] C. Salomon, J. Dalibard, W. D. Philips, A. Clairon, et s. Guellati, "Laser cooling of cesium atoms below 3 μK", *Europhys. Lett.* **12**, 683 (1990).

[52] J. Dalibard et C. Cohen-Tannoudji, "Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients : simple theoetical models", *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989).

[53] M. Drewsen, P. Laurent, A. Nadir, G. Santarelli, A. Clairon, Y. Castin, D. Grison, et C. Salomon, "Investigation of sub-Doppler cooling effects in a cesium magneto-optical trap", *Appl. Phys. B* **59**, 283 (1994).

[54] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, et D. E. Pritchard, "Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure", *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).

[55] D. Grison, *Atomes piégés et refroidis par laser à quelques microkelvins : un piège magnéto-optique dans une cellule de césium et quelques applications*, Thèse de doctorat, Université de Paris VI, 1992.

[56] A. M. Steane, M. Chowdhury, et C. J. Foot, "Radiation force in the magneto-optical trap", *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 2142 (1992).

[57] D. W. Sesko, T. G. Walker, et C. E. Wieman, "Behavior of neutral atoms in a spontaneous force trap", *J. Opt. Soc. Am. B* **8**, 946 (1991).

[58] T. Walker, D. Sesko, et C. Wieman, "Collective behaviour of optically trapped neutral atoms", *Phys. Rev. Lett.* **64**, 961 (1990).

[59] D. Sesko, T. Walker, C. Monroe, A. Gallagher, et C. Wieman, "Collisionnal losses from a light-force atom trap", *Phys. Rev. Lett.* **9**, 961 (1989).

[60] A. Arnold, J. Wilson, et M. Boshier, "A simple extended-cavity diode laser", *Rev. Sci. Instrum.* **69**, 1236 (1998).

[61] W. Ketterle, K. B. Davis, M. A. Joffe, A. Martin, et D. E. Pritchard, "High densities of cold atoms in a dark spontaneous-force optical trap", *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2253 (1993).

[62] Y. L. Coq, *Condensats de Bose-Einstein et lasers à atomes*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 2002.

[63] M. Kasevitch et S. Chu, "Laser cooling below a photon recoil with three-level atoms", *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992).

[64] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, et C. Cohen-Tannoudji, "Laser cooling below the one-photon recoil energy by Velocity-Selective coherent Population Trapping", *Phys. Rev. Lett.* **61**, 826 (1988).

[65] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, et F. Laloe, *Mécanique quantique I* (Hermann, Editeur des sciences et des arts, 1973).

[66] W. Ketterle et D. E. Pritchard, "Trapping and focusing ground state atoms with static fields", *Appl. Phys. B* **54**, 403 (1992).

[67] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, et F. Laloe, *Mécanique quantique II* (Hermann, Editeur des sciences et des arts, 1973).

[68] A. Migdall, J. Prodan, W. Philips, T. Bergeman, et H. Metcalf, "First observation of magnetially trapped neutral atoms", *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2596 (1985).

[69] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher, et E. A. Cornell, "Stable, tightly confining magnetic trap for evaporative cooling of neutral atoms", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3352 (1995).

[70] D. E. Pritchard, "Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy", *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1336 (1983).

[71] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, et W. Ketterle, "Bose-Einstein condensation in a tightly confining dc magnetic trap", *Phys. Rev. Lett.* **77**, 416 (1996).

[72] T. Esslinger, I. Bloch, et T. W. Hänsch, "Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap", *Phys. Rev. A* **58**, R2664 (1998).

[73] L. V. Hau, B. D. B. annd C. Liu, Z. Dutton, M. M. Burns, et J. A. Golovchenko, "Near-resonant spatial images of confined Bose-Einstein condensates in a 4-Dee magnetic bottle", *Phys. Rev. A* **58**, R54 (1998).

[74] C. J. Myatt, E. A. Burt, R. W. Ghrist, E. A. Cornell, et C. E. Wieman, "Production of two overlapping Bose-Einstein condensates by sympathetic cooling", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 586 (1998).

[75] J. J. Tollet, C. C. Bradley, C. A. Sackett, et R. G. Hulet, "Permanent magnet trap for cold atoms", *Phys. Rev. A* **51**, R22 (1995).

[76] C. Cohen-Tannoudji, Cours au Collège de France, 1996, disponible sur http ://www.lkb.ens.fr/cours/college-de-france.

[77] T. Bergeman, G. Erez, et H. J. Metcalf, "Magnetostatic trapping fields for neutral atoms", *Phys. Rev. A* **35**, 1535 (1987).

[78] G. Delannoy, *Etude des techniques de production de condensats de Bose-Einstein : évaporation multi-fréquence et refroidissement sympathique*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 2001.

[79] B. Desruelle, *Evaporation par radio-fréquence et condensation de Bose-Einstein d'un gaz d'alcalins en régime de champ fort*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 1999.

[80] H. M. J. M. Boesten, A. J. Moerdijk, et B. J. Verhaar, "Dipolar decay in two recent Bose-Einstein condensation experiments", *Phys. Rev. A* **54**, R29 (1996).

[81] E. A. Burt, R. W. Ghrist, C. J. Myatt, M. J. Holland, E. A. Cornell, et C. E. Wieman, "Coherence, correlations, and collisions : what one learns about Bose-Einstein condensates from their decay", *Phys. Rev. Lett.* **79**, 337 (1997).

[82] W. Ketterle, D. S. Durfee, et D. M. Stamper-Kurn, dans *Bose-Einstein condensation in atomic gases*, Vol. course CXL de *Proceedings of the international school of physics "Enrico Fermi"* (Socita italinia di fisica Bologna-Italy, 1999), Chap. Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates, p. 67.

[83] H. F. Hess, "Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen", *Phys. Rev. B* **34**, 3476 (1986).

[84] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. A. Joffe, M. R. Andrews, et W. Ketterle, "Evaporative cooling of sodium atoms", *Phys. Rev. Lett.* **74**, 5202 (1995).

[85] L. Landau et E. Lifchitz, *Mécanique quantique*, 3ème éd. (Mir, traduction française, 1975), Vol. 3.

[86] N. V. Vitanov et K. A. Suominen, "Time-dependant control of ultracold atoms in magnetic traps", *Phys. Rev. A* **56**, R4377 (1997).

[87] O. J. Luiten, M. W. Reynolds, et J. T. M. Walraven, "Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas", *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996).

[88] J. T. M. Walraven, dans *Atomic hydrogen in magnetostatic traps*, *Proceedings of the SUSSP 44 conference on Quantum Dynamics of Simple Systems* (IOP,Bristol, 1996).

[89] M. R. Andrews, M.-O. Mewes, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, et W. Ketterle, "Direct, nondestructive observation of a Bose condensate", *Science* **273**, 84 (1996).

[90] V. Boyer, *Condensation de Bose-Einstein avec un électroaimant à noyau ferromagnétique : stratégies de refroidissement dans des champs magnétiques intenses*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 2000.

[91] M. Holland, K. Burnett, C. Gardiner, J. I. Cirac, et P. Zoller, "Theory of an atom laser", *Phys. Rev. A* **54**, R1757 (1996).

[92] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend, et W. Ketterle, "Output coupler for Bose-Einstein condensed atoms", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 582 (1997).

[93] M. Köhl, T. W. Hänsch, et T. Esslinger, "Measuring the temporal coherence of an atom laser beam", *Phys. Rev. Lett.* **87**, 160404 (2001).

[94] E. Mandonnet, A. minguzzi, R. Dum, I. Carusotto, Y. Castin, et J. Dalibard, "Evaporative cooling of an atomic beam", *Eur. Phys. J. D.* **10**, 9 (2000).

[95] J. Stuhler, P. O. Schmidt, S. Hensler, J. Werner, J. Mlynek, et T. Pfau, "Continuous loading of a magnetic trap", *Phys. Rev. A* **64**, 031405 (2001).

[96] Y. L. Coq, J. H. Thywissen, S. A. Rangwala, F. Gerbier, S. Richard, G. Delannoy, P. Bouyer, et A. Aspect, "Atom Laser Divergence", *Phys. Rev. Lett.* **87**, 170403 (2001).

[97] F. Gerbier, P. Bouyer, et A. Aspect, "Quasicontinuous atom laser in the presence of gravity", *Phys. Rev. A* **86**, 4729 (2001).

[98] T. Busch, M. Köhl, T. Esslinger, et K. Mølmer, "Transverse mode of an atom laser", *Phys. Rev. A* **65**, 043615 (2002).

[99] A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 729 (1978).

[100] S. Chu, J. Bjorkholm, A. Ashkin, et A. Cable, "Experimental observation of optically trapped atoms", *Phys. Rev. Lett.* **57**, 314 (1986).

[101] J. Dalibard et C. Cohen-Tannoudji, "Dressed-atom approach to atomic motion in laser light : the dipole force revisited", *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, 1707 (1985).

[102] J. D. Miller, R. A. Cline, et D. J. Heinzen, "Far-off resonance optical trapping of atoms", *Phys. Rev. A* **47**, R4567 (1993).

[103] T. Takekoshi, J. R. Yeh, et R. J. Knize, "Quasi-electrostatic trap for neutral atoms", *Opt. Commun.* **114**, 421 (1995).

[104] M. D. Barrett, J. A. Sauer, et M. S. Chapman, "All-optical formatiopn of an atomic Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **87**, 010404 (2001).

[105] R. Grimm, M. Weidemüller, et Y. B. Ovchinnikov, "Optical dipole traps for neutral atoms", *Advances in atomic molecular and optical physics* **42**, 95 (2000).

[106] C. Cohen-Tannoudji et J. Dupont-Roc, "Experimental study of Zeeman Light Shifts in weak magnetic fields", *Phys. Rev. A* **5**, 968 (1972).

[107] J.-F. Riou, Etude d'une pince optique en vue du transport cohérent d'un condensat de Bose-Einstein, Stage de recherche du DEA de Physique Quantique, 2002.

[108] W. Guérin, Montage et étude d'une pince optique en vue du transport d'un condensat de Bose-Einstein, Stage de fin d'étude de l'Ecole Supérieure d'Optique, 2003.

[109] T. A. Savard, K. M. O'Hara, et J. E. Thomas, "Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps", *Phys. Rev. A* **56**, R1095 (1997).

[110] K. M. O'Hara, S. R. Granade, M. E. Gehm, T. A. Savard, S. Bali, C. Freed, et J. E. Thomas, "Ultrastable CO_2 laser trapping of Lithium fermions", *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4204 (1999).

[111] D. M. Stamper-Kurn, M. R. Andrews, A. P. Chikkatur, S. Inouye, H.-J. Miesner, J. Stenger, et W. Ketterle, "Optical confinementof a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2027 (1998).

[112] D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A. P. Chikkatur, S. Inouye, J. Stenger, et W. Ketterle, "Reversible formation of a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2194 (1998).

[113] K. Bongs, S. Burger, S. Dettmer, D. Hellweg, J. Arlt, W. Ertmer, et K. Sengstock, "Waveguide for Bose-Einstein condensates", *Phys. Rev. A* **63**, 031602 (2001).

[114] G. Cennini, G. Ritt, C. Geckeler, et M. Weitz, "All-optical realization of an atom laser", *Phys. Rev. Lett.* **24**, 240408 (2003).

[115] A. Imamoglu, M. Lewenstein, et L. You, "Inhibition of coherence in trapped Bose-Einstein condensates", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2511 (1997).

[116] M. Gustavson, Study of a two-dimensional Bose-Einstein condensate in modulated optical potentials, Stage de l'Ecole Polytechnique, 2002.

[117] D. A. Steck, Rubidium 87 D Line data, disponible sur le site internet http ://steck.us/alkalidata.

[118] S. Bali, K. M. OHara, M. E. Gehm, S. R. Granade, et J. E. Thomas, "Quantum-diffractive background gas collisions in atom-trap heating and loss", *Phys. Rev. A* **60**, R29 (1999).

Résumé

Ce travail de thèse porte sur la réalisation d'un dispositif de condensation de Bose-Einstein combinée à la mise en place d'une pince optique pour le transport du condensat. L'intérêt de ce dispositif est de séparer la zone de production du condensat de sa zone d'étude. Il a été conçu en vue d'expériences d'interférométrie à base d'ondes de matière cohérentes, guidées dans des structures lumineuses générées à partir de la pince optique.

Un effort particulier a été apporté tant au niveau de l'optique qu'au niveau de la génération de champs magnétiques afin de disposer d'un échantillon cohérent d'atomes de grande stabilité. L'utilisation d'un électroaimant hybride (combinaison d'une structure ferromagnétique pour générer le champ quadrupolaire et de bobines ordinaires pour le champ dipolaire) nous a permis d'une part, de bénéficier de forts gradients magnétiques nécessaires au bon déroulement de l'évaporation radio-fréquence et d'autre part, de faciliter la compensation des champs rémanents inhérents à l'usage des matériaux ferromagnétiques. A l'issue du cycle de condensation, nous obtenons typiquement 5.10^5 atomes à 300 nK.

L'implémentation de la pince optique sur les atomes a nécessité le développement d'une technique d'alignement originale, une imagerie directe de la pince n'étant pas envisageable. Finalement, nous sommes parvenus à transférer 2.10^5 atomes à 1 μK dans la pince. Par ailleurs, une étude du profil de déplacement de la pince pour le transport a été effectuée.

Abstract

This thesis deals with the realization of a Bose-Einstein condensation set-up combined with optical tweezers allowing the transport of the condensate. This set-up aims at separating the place where the condensate is produced from the zone of its study. In that second zone, we plan to do atom interferometry experiments where coherent matter waves would be guided using optical structures generated by the optical tweezers.

Many efforts have been devoted to the realization of the optical apparatus needed for laser cooling and to the generation of magnetic fields in order to obtain a coherent atom cloud of high stability. At this aim, an original hybrid electromagnet which consists in the combination of a ferromagnetic structure generating a quadrupolar field with ordinary coils producing a dipolar field has been developed. It provides simultaneously the strong magnetic gradients required for efficient radio-frequency evaporation and an easy control of the remnant field associated to the use of ferromagnetic materials. At the end of the evaporative cooling, we typically obtain 5.10^5 condensed atoms at a temperature of 300 nK.

The implementation of the optical tweezers superimposed to the condensation set-up has required the development of an original technique of alignment, since direct imaging was revealed to be impossible. Finally, we managed to transfer 2.10^5 atoms at 1 μK in the tweezers and the displacement profile of the tweezers for the transport has been studied.

Mots-clés

Condensation de Bose-Einstein – Atomes froids – Refroidissement évaporatif – Piégeage magnétique – Lasers à atomes – Pince optique